

การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญาพันธ์
ของ
ณัฐพันธ์ ศรีพุทธ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2547
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ

ของ

ณัฐพันธ์ ศรีพุทธ

พฤษภาคม 2547

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

พฤษภาคม 2547

ณัฐพันธ์ ศรีพุทธ. (2547). การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม:
รองศาสตราจารย์ดร.สมชาย ชูชาติ, รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมาย เพื่อพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่
1 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี ที่เรียนวิชา
คณิตศาสตร์ แผนการเรียนภาษาอังกฤษ - คณิตศาสตร์ โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random
Sampling) มา 1 ห้องเรียน 30 คน โดยใช้แบบแผนการวิจัย One - group Pretest - Posttest
Design สถิติที่ใช้วิเคราะห์ ข้อมูล คือ t - test Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

1. ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มี
ประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 87.28 / 84.23
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังใช้บทเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ข่ายงาน สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LESSON ON NETWORKS
FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
NATTAPUN SRIPUT

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
May 2004

Nattapun Sriput. (2004). *The Development of Mathematics Lesson on Networks for Mathayomsuksa IV Students*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education).
Bangkok : Graduate School Srinakarinwirot University. Advisory Committee :
Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The puposes of this study were to develop mathematics lesson on networks for mathayomsuksa IV students and to study their mathematics achievement being taught by using those of mathematics lesson.

The subjects of this study were 30 mathayomsuksa IV students in English - mathematics, Banthugnawittaya School, Nongchang, Uthaitanee the first semester of 2003 academic year obtained form simple random sampling. The one group pretest - posttest design was used in this study. The t - test for dependent samples was used for data analysis.

The results of this study revealed that

1. The development of mathematics lesson on networks for mathayomsuksa IV students possessed the efficiency of 80 / 80 criteria with the efficiency of 87.28 / 84.23
2. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using development of mathematics lesson on networks for mathayomsuksa IV students was higher than that before the experiment at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ
นายณัฐพันธ์ ศรีพุทธ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาพร หะวานนท์)
วันที่ 17 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2547

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ รองศาสตราจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมาลย์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาไว้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร. จวีวรรณ เศวตมาลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล และอาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำเรื่องบทเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ ที่กรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่าเพิ่มเติม

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนหนองขาหย่างวิทยา ผู้อำนวยการโรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา ที่ได้อำนวยความสะดวก ในการทดลองหาคุณภาพของเครื่องมือ และดำเนินการทดลองในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนหนองขาหย่างวิทยาและโรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยาทุกคน ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือและดำเนินการทดลองในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่วัฒนา ศรีพุทธ ที่ให้การสนับสนุนในเรื่องงบประมาณ และให้กำลังใจตลอดเวลาที่มาเรียน ขอขอบคุณ พี่ ๆ ในครอบครัวทุกคน ตลอดจนเพื่อน ๆ ในเอกการมัธยมศึกษาที่ได้ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจ ในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

ณัฐพันธ์ ศรีพุทธ

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ.....	1
	ภูมิหลัง.....	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
	ความสำคัญของการวิจัย.....	4
	ขอบเขตของการวิจัย.....	4
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	4
	ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
	สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย.....	5
	ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
	กรอบแนวคิดของการวิจัย.....	8
	สมมุติฐานของการวิจัย.....	9
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
	หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544	
	กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4.....	11
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนคณิตศาสตร์.....	16
	มาตรฐานวิชาคณิตศาสตร์ เกรด 9 - 12	
	ของนักเรียนในประเทศสหรัฐอเมริกา.....	16
	แบบเรียนทั่วไปและแบบเรียนคณิตศาสตร์.....	17
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับคู่มือครู.....	24
	ประวัติความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน.....	26
	ประวัติความเป็นมาของ CPM และ PERT.....	29
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	35
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของบทเรียน.....	42
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางการเรียน	
	คณิตศาสตร์ในเรื่องการนำเนื้อหาระดับสูง	
	มาทดลองสอนในระดับที่ต่ำกว่า.....	45

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	สาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ทั้งสองกลุ่ม.....	13
2	ตัวอย่างการจัดสาระการเรียนรู้รายภาครายวิชาคณิตศาสตร์เลือกช่วงชั้นที่ 4.....	15
3	การติดตั้งเครื่องกำจัดเขม่า.....	53
4	แบบแผนการทดลอง.....	63
5	ค่าประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	71
6	ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่าง ก่อนและหลังทดลอง.....	72
7	ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 1 จำนวน 30 ข้อ.....	92
8	ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 2 จำนวน 5 ข้อ.....	93
9	คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง หน่วยงาน ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	95
10	ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับหน่วยงาน	98
11	ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 2 เรื่อง การหาระยะทางที่สั้นที่สุด	99
12	ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 3 เรื่อง ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด	100
13	ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 4 เรื่อง การหาสายงานสูงสุด	101
14	ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 5 เรื่อง การวางแผนงาน	102

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย	8
2 แผนภาพตัวอย่างข่ายงาน	28
3 แผนภาพข่ายงาน	50
4 วิธีระหว่างจุดเชื่อมในข่ายงาน	50
5 วัฏจักร.....	50
6 ข่ายงานที่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง.....	51

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์ถือได้ว่าเป็นศาสตร์บริสุทธิ์สาขาหนึ่ง ทั้งยังเป็นวิทยาศาสตร์สาขาแรก ๆ ในโลกนับตั้งแต่สมัยโบราณมาแล้ว และคณิตศาสตร์นี้เองได้ถูกนำมาประยุกต์ปรับปรุงพัฒนา ร่วมกับศาสตร์สาขาอื่น ๆ จนทำให้โลกเรามีวิวัฒนาการมาได้จนถึงทุกวันนี้ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งเป็นคำที่ติดปากในปัจจุบัน ล้วนแล้วแต่มีรากฐานมาจากคณิตศาสตร์ด้วยกันทั้งสิ้น ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล ความจริง กระบวนการคิดและการแก้ปัญหา (ที่มการศึกษ.2536 : 8) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของยุพิิน ฟิพิทกุล (2524 : 1) ที่ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างสรรค์จิตใจของมนุษย์ ซึ่งเกี่ยวข้องกับ ความคิด กระบวนการ และเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระบบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ ล้วนแต่อาศัย คณิตศาสตร์ทั้งสิ้น จะเห็นได้ว่าวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งตั้งแต่โบราณกาล มาจนถึงปัจจุบัน จนได้รับยกย่องว่า คณิตศาสตร์เป็นราชินีของศาสตร์ทั้งปวง ซึ่ง คาร์ล ฟรีดริช เกาส์ (Carl Friedrich Gauss) ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ชาวเยอรมันที่ยิ่งใหญ่ที่สุดคนหนึ่งของโลกได้กล่าวถึง ความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ในคริสต์ศตวรรษที่ 19 ว่า “คณิตศาสตร์เปรียบเสมือนราชินีของวิทยาศาสตร์ (Mathematics is the queen of science)” (Bell.1981: 35) ต่อมา ในสมัยคริสต์ศตวรรษที่ 20 นี้ เป็นที่ตระหนักกัน โดยทั่วไปว่า ความเจริญของแขนงวิชาต่าง ๆ ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนสังคมวิทยา ต่างก็ขึ้นอยู่กับพัฒนาการของคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่และในบางกรณีคณิตศาสตร์ยังเป็น เครื่องมือสำคัญในการพัฒนาวิทยาการสาขาต่าง ๆ จนเราไม่อาจขาดเครื่องมือนี้เสียได้ (สมชาย ชูชาติ. 2542 : 77)

ด้วยเหตุที่คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญดังกล่าวจึงจำเป็นต้องมีการปรับปรุง เปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ ให้เหมาะสมกับสภาพและความต้องการทางด้านเศรษฐกิจ และสังคมอยู่เสมอตามที่ ปานทอง กุลนาถศิริ (2543 : 14 - 22) กล่าวว่าในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา ในต่างประเทศมีโครงการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับการเรียนการสอนและหลักสูตร คณิตศาสตร์หลายโครงการ โดยเฉพาะประเทศสหรัฐอเมริกา สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติ อเมริกาซึ่งรู้จักกันในนาม The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) ได้จัดทำและเผยแพร่เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอน ที่สำคัญ ๆ ดังนี้

1. มาตรฐานหลักสูตรและการวัดผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่ชื่อว่า The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ใน ค.ศ. 1989 (พ.ศ. 2532)

2. มาตรฐานการสอนคณิตศาสตร์ ที่ชื่อว่า **The Professional Standards for Teaching Mathematics** ใน ค.ศ. 1991 (พ.ศ. 2534)

3. มาตรฐานการประเมินผลการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ที่ชื่อว่า **The Assessment Standards for School Mathematics** ใน ค.ศ. 1995 (พ.ศ. 2538)

การจัดทำเอกสารมาตรฐานทั้งสามเล่มนี้ เพื่อเป็นการวางกรอบหลักสูตรที่มีศักยภาพ และกำหนดทิศทางการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับชั้น K – 12 ให้ได้มาตรฐานเดียวกันทั่วประเทศทั้งในแง่เนื้อหาสาระของหลักสูตร การเรียนการสอน การวัดและประเมินผลทางคณิตศาสตร์ ในเวลาต่อมา ความก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีโดยเฉพาะอย่างยิ่งเทคโนโลยีสารสนเทศ (Information Technology : IT) ทำให้ต้องทบทวนวิสัยทัศน์ในการจัดการศึกษาด้านต่าง ๆ ใหม่ โดยเฉพาะคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพื่อเป็นการเตรียมและสร้างเยาวชนอเมริกันให้เป็นผู้ที่มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสารสนเทศที่พัฒนาไปอย่างรวดเร็ว NCTM จึงได้จัดทำเอกสารหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่ชื่อว่า **NCTM : Principles and Standards for School Mathematics** ฉบับร่างเพื่อทำประชาพิจารณ์ ใน ค.ศ. 1998 (พ.ศ. 2541) และเผยแพร่ในปี ค.ศ. 2000 (พ.ศ. 2543)

ในประเทศไทยได้มีการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ซึ่งประกาศใช้ในปี พ.ศ. 2534 โดยได้ปรับปรุงระยะเวลาในการเรียนและเนื้อหาของวิชา โดยเฉพาะด้านเนื้อหาวิชาได้พยายามเพิ่มเนื้อหาใหม่ ๆ ซึ่งมีประโยชน์และเป็นพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์ระดับสูง ให้นักเรียนได้ศึกษา(กระทรวงศึกษาธิการ. 2534 : 38-110) อีกทั้งปัจจุบันประเทศไทยกำลังอยู่ในระหว่างการทดลองใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 โดยจะประกาศใช้ทั่วประเทศใน ปีการศึกษา 2546 ซึ่งหลักสูตรคณิตศาสตร์นั้นสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการให้พัฒนาหลักสูตร โดยกำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (12 ปี) โดยแบ่งช่วงชั้นการเรียนรู้ออกเป็น 4 ช่วงชั้น คือ ประถมศึกษาปีที่ 1 – 3 ประถมศึกษา ปีที่ 4 – 6 มัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 และมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 และได้จัดหลักสูตรขั้นพื้นฐานโดยแบ่งสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ออกเป็น สาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมไว้ในแต่ละช่วงชั้น สาระการ เรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานเป็นสาระการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับมาตรฐานช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตร ส่วนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมในช่วงชั้นที่ 4 ได้มีเนื้อหาเรื่อง "ข่ายงาน" รวมอยู่ด้วย

ข่ายงาน (networks) เป็นเนื้อหาหนึ่งที่เป็นที่น่าสนใจกราฟไปประยุกต์ใช้ในเรื่องการวิเคราะห์ข่ายงาน(networks analysis) ซึ่งเป็นเรื่องหนึ่งที่อยู่ในวิชา การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) การวิเคราะห์เชิงปริมาณ(Quantitative Analysis) วิทยาการจัดการ

(Management Science) การวิเคราะห์ระบบ(Systems Analysis) โดยเนื้อหาของวิชาดังกล่าว เป็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับแต่ละสาขาวิชา ทั้งหมดนี้เป็นเนื้อหาที่สอนอยู่ในระดับอุดมศึกษา แต่เราสามารถนำเนื้อหาเหล่านี้ลงมาสอนในระดับที่ต่ำกว่าอุดมศึกษาได้ ซึ่งการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์บางเนื้อหาที่ใช้สอนในระดับอุดมศึกษามาตัดแปลง เพื่อใช้สอนในระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาชั้นทำได้ เพราะมีความเชื่อว่าผู้เรียนต่างระดับชั้นสามารถเรียนรู้เนื้อหาอย่างเดียวกันได้ ถ้าจัดเนื้อหาและวิธีสอนที่เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน (Servais and Varga.1971 : 21) ซึ่งสอดคล้องกับ ณรงค์ ปันนัม (2519 : 1) ได้กล่าวถึงผลดีของการนำเอาเนื้อหาที่สอนในระดับอุดมศึกษา มาตัดแปลงสอนในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา คือ

1. เป็นพื้นฐานของนักเรียนที่จะเรียนในระดับสูงต่อไปและสามารถปรับตัวให้เข้ากับสถานการณ์เมื่อได้เรียนเรื่องใหม่ในชั้นสูง
2. ลดความแตกต่างระหว่างคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษากับคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ทำให้สถาบันอุดมศึกษาต่าง ๆ สามารถยกมาตรฐานการศึกษาคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นได้
3. เป็นการเพิ่มโอกาสที่จะผลิตนักคณิตศาสตร์ที่มีคุณภาพสูงให้เพียงพอกับความต้องการของประเทศซึ่งเป็นที่ทราบกันดีแล้วว่า ประเทศของเราขาดแคลนบุคคลประเภทนี้รวมทั้งบุคคลที่มีความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
4. นักวิชาการแขนงอื่น ๆ ที่ต้องการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จะได้นำหลักการคณิตศาสตร์ไปใช้ในแขนงวิชาของตนได้ง่ายและสะดวกรวดเร็วขึ้น
5. สำหรับผู้ที่ไม่มีโอกาสได้เข้าเรียนในระดับอุดมศึกษา ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนในระดับมัธยมศึกษาจะช่วยให้เข้าใจความเคลื่อนไหวต่างๆ ของโลกในปัจจุบันได้ดีขึ้น เพราะว่าผลงานการวิจัยต่างๆ และการให้ข่าวสารส่วนมากจะเสนอออกมาในรูปทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข่ายงานเกิดขึ้นมานาน และมีรูปแบบแตกต่างกันออกไปโดยอาศัยทฤษฎีกราฟ นับจากออยเลอร์ (Euler) สร้างรูปแบบและหาคำตอบปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก (Konigsberg) แล้วอีกหนึ่งร้อยกว่าปีต่อมาแมกซ์เวลล์ (Maxwell) และ เคอร์ชอร์ฟ (Kirchhoff) จึงค้นพบกฎพื้นฐานของการวิเคราะห์ข่ายงานกับวงจรไฟฟ้า นอกจากนี้ในช่วงสงครามโลกครั้งที่สอง ซึ่งมีการศึกษาด้านการวิจัยดำเนินงานอย่างกว้างขวาง ทำให้มีการนำเอาการวิเคราะห์ข่ายงานมาใช้ในการวิจัยดำเนินงาน เพื่อประยุกต์กับปัญหาต่างๆ เช่น การวิเคราะห์และออกแบบระบบชลประทานขนาดใหญ่ ข่ายงานคอมพิวเตอร์ ข่ายงานเคเบิลทีวี ข่ายงานการสื่อสารผ่านดาวเทียม ปัญหาการขนส่ง กำหนดตารางเวลาโครงการ การวิเคราะห์แถวคอย การควบคุมพัสดุคงคลัง เป็นต้น (รัชณี ภูวพัฒนะพันธ์, 2539 : 1) อีกทั้งการวิเคราะห์ข่ายงาน

เป็นเทคนิคการหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาที่สามารถเขียนอยู่ในรูปข่ายงานได้โดยเทคนิคที่จะนำมาศึกษามีอยู่ 4 แบบคือ (มณีรัตน์ จรุงเดชากุล. 2545 : 85)

1. การหาระยะทางที่สั้นที่สุด (Shortest Route)
2. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (Minimal Spanning tree)
3. การหาสายงานสูงสุด (Maximal Flow)
4. การบริหารโครงการด้วยการประเมินค่าและความคุ้มค่าโครงการ (Project

Evaluation and Review Technique: PERT)

จากคำกล่าวของบรูเนอร์ (Bruner.1966: 30) ที่ว่าครูสามารถสอนวิชาใดๆให้แก่ นักเรียนในระดับใดก็ได้แต่ต้องปรับปรุงเนื้อหา และวิธีสอนให้เหมาะสมกับสติปัญญาของ นักเรียนในระดับนั้นๆ ก่อน ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะสร้างบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน ที่มี ประสิทธิภาพขึ้นเพื่อให้สอดคล้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ที่เปลี่ยนแปลงใหม่ และหลักสูตร ดังกล่าวเป็นหลักสูตรที่กำหนดให้สถานศึกษากำหนดสาระการเรียนรู้ของเนื้อหาวิชาเองตาม มาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดให้ ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้อาจนำไปเป็นทางเลือกหนึ่งที่ สถานศึกษาจะนำบทเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นไปใช้สอนต่อไปในอนาคต

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพื่อเป็น แนวทางในการพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์เนื้อหาอื่นๆ สำหรับครูคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้อง ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. ผลการวิจัยอาจนำไปเป็นแนวทางในการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับ ศึกษาดอนปลายต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนภาษาอังกฤษ - คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียน 60 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนภาษาอังกฤษ - คณิตศาสตร์ของโรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียน 30 คน ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน 60 คน โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม โดยทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบความสามารถทางการเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างโดยใช้เวลาดทดลองในชั่วโมงของชั้นเรียนตามปกติ เป็นเวลาทั้งหมด 26 ชั่วโมงในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน 24 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มุ่งศึกษาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามบทเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ซึ่งประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน (Introduction to networks)
2. การหาระยะทางที่สั้นที่สุด (The shortest route)
3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (The minimal spanning tree)
4. การหาสายงานสูงสุด (The maximal flow)
5. การวางแผนงาน (The project scheduling)

สาระการเรียนรู้ของบทเรียนคณิตศาสตร์ ในตอนแรกจะเป็นการนำเสนอความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับข่ายงานก่อน ต่อมาจะเป็นสาระการเรียนรู้ของแต่ละหัวข้อโดยจะเน้นการประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในรูปแบบต่างๆ ในบทเรียนคณิตศาสตร์นี้จะอธิบายเนื้อหาให้มีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียนเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปยาก และได้กำหนดแบบฝึกหัดไว้ตอนท้ายทุกหน่วยการเรียนรู้

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ข่ายงาน (networks) หมายถึง ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) ชนิดหนึ่ง ซึ่งใช้จำลองปัญหาบางอย่างด้วยแผนภาพที่ประกอบด้วยเซตของจุดเชื่อม (node) และเซตของเส้นเชื่อม (arc) ซึ่งเชื่อมระหว่างจุดเชื่อม

2. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน หมายถึง บทเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยยึดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จากคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ซึ่งในบทเรียนนี้จะประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

- ชื่อบทเรียน
- ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
- สาระการเรียนรู้ ประกอบด้วยสาระการเรียนรู้ย่อยดังต่อไปนี้
 1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน (Introduction to networks)
 2. การหาระยะทางที่สั้นที่สุด (The shortest route)
 3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (The minimal spanning tree)
 4. การหาสายงานสูงสุด (The maximal flow)
 5. การวางแผนงาน (The project scheduling)
- กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วยขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้
- สื่อประกอบกิจกรรมการเรียนรู้
- การวัดผลและประเมินผล

3. ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง คุณภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 /80 ซึ่งมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบท้ายหน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วย คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

การยอมรับประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ คือ ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกับที่ตั้งเกณฑ์ไว้ หรือต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 %

(ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. 2528 : 215)

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน ซึ่งประเมินได้ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 35 ข้อ โดยเป็นแบบปรนัย 30 ข้อ อัตนัย 5 ข้อ และได้ตรวจสอบคุณภาพแล้ว โดยแบบทดสอบสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่วิลสัน (Wilson.1971 : 643 - 685) จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ

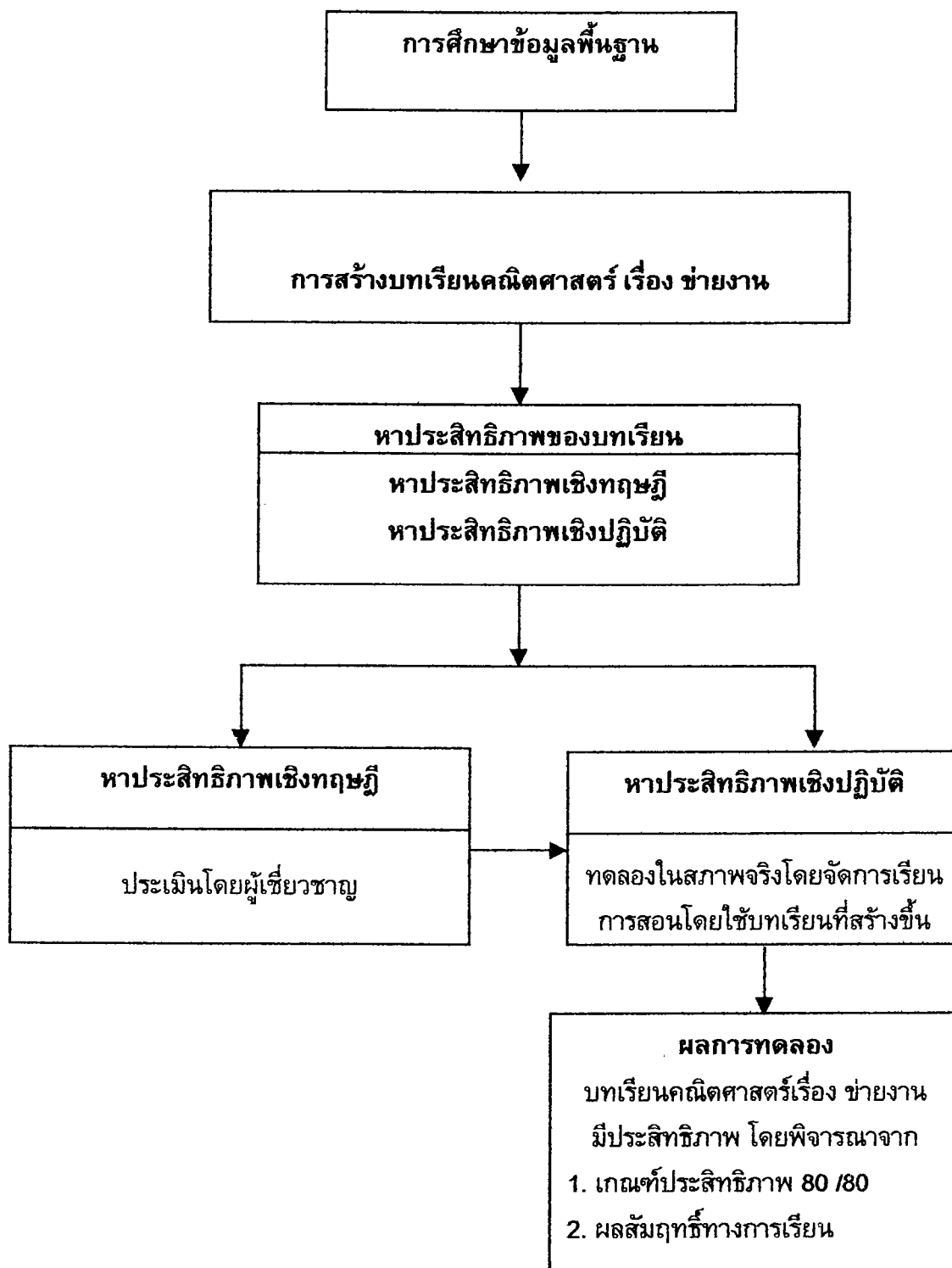
1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation)เกี่ยวกับข้อเท็จจริง คำศัพท์ นิยาม และความสามารถพิเศษ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เกี่ยวกับมโนคติ หลักการ กฎ การสรุปอ้างอิงและโครงสร้างคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากอีกแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง การคิดตามแบบเหตุผล การอ่านและการตีความตามโจทย์ปัญหา

3. การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วยความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสบอยู่ระหว่างเรียน การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน

4. การวิเคราะห์ (Analysis) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตเนื้อหาของที่เรียน การพิสูจน์ การสร้างสูตรและการทดสอบความถูกต้องของสูตร

กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมุติฐานของงานวิจัย

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 /80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากที่ได้การสอนโดยใช้ บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4

- 1.1 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
- 1.2 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6)
- 1.3 การจัดสาระการเรียนรู้

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ช่างงาน

2.1 มาตรฐาน (Standards) วิชาคณิตศาสตร์ เกรด 9 -12 ของนักเรียนในประเทศสหรัฐอเมริกา

- 2.2 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหนังสือแบบเรียน
- 2.3 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับคู่มือครู
- 2.4 ความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research)
- 2.5 ประวัติความเป็นมาของ CPM และ PERT

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

- 3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- 3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 3.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของบทเรียน

- 4.1 การหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ(บทเรียน)
- 4.2 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ
- 4.3 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพ

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ในเรื่องการนำเนื้อหาในระดับสูงมาทดลองสอนในระดับที่ต่ำกว่า

- 5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
- 5.2 งานวิจัยในประเทศ

6. ขอบเขตเนื้อหาของบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ช่างงาน

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 และมาตรฐานวิชาคณิตศาสตร์

1.1 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาหลักสูตรการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 5)

การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้นจะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ดังนี้

1.1.1 มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวน การดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้ นั้นไปประยุกต์ได้

1.1.2 มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

1.1.3 มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

1.2 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6)

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 ผู้เรียนควรจะสามารถดังนี้

1.2.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริงและสามารถนำเสนอสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

1.2.2 นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

1.2.3 มีความเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

1.2.4 มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต

1.2.5 สามารถบอกได้ว่าอาการเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพ

แทนเซต

1.2.6 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

1.2.7 สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

1.2.8 สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ เข้าใจความหมายของผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้ได้

1.2.9 สามารถสำรวจรวบรวมข้อมูลวิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้

1.2.10 นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไปใช้ได้

1.2.11 มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

1.3 การจัดสาระการเรียนรู้

ในการจัดสาระการเรียนรู้รายภาค สถานศึกษาจะต้องดำเนินการเอง สิ่งที่ต้องคำนึงถึงคือพื้นฐานและความต่อเนื่องของแต่ละเนื้อหา ความเหมาะสมของเนื้อหาและเวลาที่เรียนในแต่ละภาคเรียน ความพร้อมของผู้เรียน ผู้สอน และสถานศึกษา ตลอดจนความต้องการของท้องถิ่น ซึ่งรายละเอียดของสาระการเรียนรู้ ลำดับการจัดเนื้อหา และเวลาที่เรียนของแต่ละสถานศึกษา อาจแตกต่างกัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 153 - 154)

ในการจัดทำสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสถานศึกษาสำหรับช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) สถานศึกษาจะต้องเป็นผู้กำหนดขึ้นเอง โดยวิเคราะห์จากมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตรนอกจากนั้นสถานศึกษาสามารถจัดสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ให้เหมาะสมกับความถนัด ความสนใจ และความต้องการของผู้เรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่ม ดังนั้นสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 4 อาจแบ่งได้เป็นสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เป็นสาระที่สอดคล้องกับมาตรฐานช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตร สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เป็นสาระการเรียนรู้สำหรับการศึกษาต่อและอาชีพ ในที่นี้ได้เสนอสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ด้านเนื้อหาของทั้งสาระการเรียนรู้พื้นฐาน และของสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ซึ่งสถานศึกษาสามารถปรับลดหรือเพิ่มสาระการเรียนรู้

เพิ่มเติมให้เหมาะสมกับผู้เรียนได้ ขณะเดียวกันสถานศึกษาต้องไม่ละเลยสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะกระบวนการด้วย

ตาราง 1 แสดงสาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่ม

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน	สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
1) จำนวน <ul style="list-style-type: none"> • จำนวนจริง • เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ 	1) จำนวน <ul style="list-style-type: none"> • ระบบจำนวนจริง • ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น • จำนวนเชิงซ้อน • คณิตศาสตร์การเงิน
2) พีชคณิต <ul style="list-style-type: none"> • ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน • ลำดับและอนุกรม • เซต • การให้เหตุผล 	2) พีชคณิต <ul style="list-style-type: none"> • ตรรกศาสตร์เบื้องต้น • ฟังก์ชัน • เมทริกซ์ • กำหนดการเชิงเส้น
3) เรขาคณิต -	3) เรขาคณิต <ul style="list-style-type: none"> • เรขาคณิตวิเคราะห์ • เวกเตอร์ในสามมิติ • เรขาคณิตเพื่อศิลปะและการออกแบบ
4) การวัด <ul style="list-style-type: none"> • อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ 	4) การวัด <ul style="list-style-type: none"> • แผนที่และการสำรวจ
5) สถิติและความน่าจะเป็น <ul style="list-style-type: none"> • สถิติเบื้องต้น • ความน่าจะเป็น 	5) สถิติและความน่าจะเป็น <ul style="list-style-type: none"> • การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น • การแจกแจงปกติ • ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล • การวางแผนการทดลองเบื้องต้น • ความน่าจะเป็น

ตาราง 1 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน	สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
	6) แคลคูลัส <ul style="list-style-type: none"> • ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ • แคลคูลัสเบื้องต้น 7) วิกฤตคณิต กราฟเบื้องต้น

นอกจากนี้ในการจัดสาระการเรียนรู้ สถานศึกษาควรคำนึงถึงความต้องการของผู้เรียนด้วย สำหรับการจัดวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 4 ได้เสนอแนวคิดไว้เป็นตัวอย่าง 3 แบบสำหรับผู้เรียนที่มีจุดประสงค์ในการศึกษาต่างกัน ดังนี้

แบบที่ 1 สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานเพื่อศึกษาต่อในด้านวิทยาศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา

แบบที่ 2 สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานเพื่อศึกษาต่อในด้านสังคมศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา

แบบที่ 3 สำหรับผู้ที่ไม่ต้องการศึกษาต่อในระดับอุดมศึกษา แต่สนใจและต้องการความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน

สถานศึกษาอาจจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมตามตัวอย่างที่ได้นำเสนอไว้นี้ให้ผู้เรียนได้เพิ่มเติมเรียนให้เหมาะสมกับ ความต้องการและความสามารถ และสถานศึกษาสามารถปรับเปลี่ยนลำดับการจัดเนื้อหา หรือเวลาเรียนจากที่ได้นำเสนอไว้ในตัวอย่างโดยพิจารณาตามความเหมาะสม

สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ สถานศึกษาสามารถจัดสาระให้เรียนรู้เพิ่มจากตัวอย่างสาระที่นำเสนอไว้ เช่น ตรรกศาสตร์และการพิสูจน์ เรขาคณิตยูคลิด เป็นต้น

ตาราง 2 ตัวอย่างการจัดสาระการเรียนรู้รายภาครายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 – ม. 6)

ภาคเรียนที่	ตัวอย่างแบบที่ 1 (80 ชั่วโมง/ภาค)	ตัวอย่างแบบที่ 2 (60 ชั่วโมง/ภาค)	ตัวอย่างแบบที่ 3 (40 ชั่วโมง/ภาค)
1	<ul style="list-style-type: none"> • ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (28) • ระบบจำนวนจริง (38) • ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น (14) 	<ul style="list-style-type: none"> • ตรรกศาสตร์เบื้องต้น (28) • ระบบจำนวนจริง (32) 	<ul style="list-style-type: none"> • คณิตศาสตร์การเงิน ตอนที่ 1 (40)
2	<ul style="list-style-type: none"> • เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ (20) • เรขาคณิตวิเคราะห์ (42) • ฟังก์ชัน (18) 	<ul style="list-style-type: none"> • เรขาคณิตวิเคราะห์ (40) • ฟังก์ชัน (20) 	<ul style="list-style-type: none"> • คณิตศาสตร์การเงิน ตอนที่ 2 (40)
3	<ul style="list-style-type: none"> • ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม (20) • ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์ (40) • เวกเตอร์ในสามมิติ (20) 	<ul style="list-style-type: none"> • ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม (20) • ฟังก์ชันตรีโกณมิติ (20) • เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ (20) 	<ul style="list-style-type: none"> • กำหนดการเชิงเส้น (16) • ฆ่างาน (24)
4	<ul style="list-style-type: none"> • จำนวนเชิงซ้อน (22) • กราฟเบื้องต้น (18) • ความน่าจะเป็น (40) 	<ul style="list-style-type: none"> • กำหนดการเชิงเส้น (10) • ความน่าจะเป็น (50) 	<ul style="list-style-type: none"> • เรขาคณิตเพื่อศิลปะและการออกแบบ (20) • แผนที่และการสำรวจ (20)
5	<ul style="list-style-type: none"> • การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น (40) • การแจกแจงปกติ (20) • ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล (20) 	<ul style="list-style-type: none"> • การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น (40) • การแจกแจงปกติ (20) 	<ul style="list-style-type: none"> • การวางแผนการตลาดเบื้องต้น (40)
6	<ul style="list-style-type: none"> • ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ (20) • แคลคูลัสเบื้องต้น (50) • กำหนดการเชิงเส้น (10) 	<ul style="list-style-type: none"> • แคลคูลัสเบื้องต้น (60) 	

หมายเหตุ ตัวเลขในวงเล็บ หมายถึง จำนวนชั่วโมง

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนคณิตศาสตร์

2.1 มาตรฐาน (Standards) วิชาคณิตศาสตร์ เกรด 9 - 12 ของนักเรียนใน ประเทศสหรัฐอเมริกา

ในปี ค.ศ. 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติอเมริกา (NCTM) ได้กำหนดหลักสูตร
มาตรฐานที่เรียกว่า Standards เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเกรด 9 - 12 ควรจะเรียนดังนี้

1. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. การสื่อสารโดยใช้คณิตศาสตร์
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. พีชคณิต
5. ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
6. เรขาคณิตสังเคราะห์
7. เรขาคณิตวิเคราะห์
8. ตรีโกณมิติ
9. สถิติ
10. ความน่าจะเป็น
11. **คณิตศาสตร์ดิสครีต**
12. แคลคูลัส
13. โครงสร้างทางคณิตศาสตร์
14. ความสัมพันธ์เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์

สำหรับรายวิชา **คณิตศาสตร์ดิสครีต** กำหนดมาตรฐานดังนี้ (NCTM. 1989 : 176)
ในเกรด 9 - 12 หลักสูตรคณิตศาสตร์จะรวมทั้งหัวข้อจากคณิตศาสตร์ดิสครีต ดังนั้น
นักเรียนสามารถ

1. สร้างตัวแทนสถานการณ์ที่เป็นปัญหาโดยใช้โครงสร้างที่ไม่ต่อเนื่องดัง เช่น
กราฟจำกัด เมทริกซ์ ลำดับ และความสัมพันธ์เวียนเกิด
2. สร้างตัวแทนและวิเคราะห์กราฟจำกัดโดยใช้ เมทริกซ์
3. พัฒนาและวิเคราะห์ขั้นตอนการดำเนินการ
4. แก้ปัญหาการแจกแจงและความน่าจะเป็นจำกัด
5. สร้างตัวแทนและแก้ปัญหาโดยใช้กำหนดการเชิงเส้นและสมการผลต่าง
6. ตรวจสอบพีเคาะห์สถานการณ์ที่เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นในการเชื่อมโยงด้วย
คอมพิวเตอร์ทำให้ถูกต้องและการประยุกต์ของขั้นตอนการดำเนินการ

2.2 แบบเรียนทั่วไปและแบบเรียนคณิตศาสตร์

เนื่องจากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนไม่มีผู้กล่าวถึง แต่มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแบบเรียนไว้ได้ดังนี้

2.2.1 ความหมายของหนังสือแบบเรียน

คักดีศรี ปานะกุล และคณะ (2521: 61) ให้ความหมายว่า แบบเรียนเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการสอน มีขอบข่ายเนื้อหาวิชาซึ่งให้ข้อมูลในเบื้องต้น การเรียงลำดับเนื้อหาเป็นสิ่งสำคัญ จะต้องเรียงจากง่ายไปยาก สิ่งที่เหมือนกันไปสู่สิ่งที่ไม่เหมือนกัน และจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

วิชัย ราษฎร์ศิริ (2526: 138) ได้ให้ความหมายของแบบเรียนไว้ว่า หมายถึง หนังสือที่เขียนขึ้นตามแนวของหลักสูตรแต่ละระดับ ใช้เป็นหลักในการเรียนการสอนวิชาต่างๆ ระหว่างครูกับนักเรียน

ไคตัน (Deighton.1971: 210 – 214) กล่าวถึงหนังสือแบบเรียนว่าเป็นการเสนอข้อมูลในวิชานั้น ในด้านความคิดรวบยอด กฎและหลักการต่างๆ หนังสือแบบเรียนอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลซึ่งอาจเกี่ยวกับเวลา สาเหตุและผล ความแตกต่างการจัดความสัมพันธ์ของความรู้ อาจกว้างและลึกซึ้ง ทั้งนี้ ขึ้นกับความสามารถและวุฒิภาวะของผู้เรียน การนำเสนอความสัมพันธ์อาจเป็นในรูปของแผนภูมิ แผนภาพ รูปภาพและรูปวาด

กูด (Good. 1973: 605) ได้ให้ความหมายของแบบเรียนไว้ว่า แบบเรียนหมายถึง หนังสือใดๆ ก็ตามที่ใช้สอน หรือหนังสือที่เกี่ยวข้องกับวิชาที่กำหนดไว้ในการเรียน มีการจัดเรียงลำดับเรื่องอย่างมีระเบียบ มุ่งหมายสำหรับใช้ในการสอนแต่ละระดับ และใช้เป็นอุปกรณ์การเรียนที่สำคัญสำหรับวิชาที่กำหนดให้

เมื่อรวมความดังที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว พอสรุปได้ว่า แบบเรียนหมายถึง หนังสือที่เขียนขึ้นตามแนวของหลักสูตร เพื่อเป็นเครื่องมือใช้ในการสอน มีการจัดเรียงเนื้อหาอย่างมีระบบ ทั้งนี้ต้องคำนึงถึงความสามารถและวุฒิภาวะของผู้เรียน

2.2.2 ความสำคัญของหนังสือแบบเรียน

ชาดาศักดิ์ วชิรปรีชาพงษ์ (2515 : 5) ได้กล่าวถึงความสำคัญของหนังสือแบบเรียนไว้ดังนี้ คือ

1. จัดลำดับและรวบรวมเนื้อหาวิชาในการเรียนการสอน
2. อุปกรณ์ที่มีเนื้อหาวิชาตามแนวหลักสูตรเพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้โดยครบถ้วนตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร
3. คู่มือแนะนำการทำกิจกรรมเพิ่มเติม และช่วยวางโครงการการทำงานของนักเรียนในห้องเรียน
4. ให้ครูตั้งจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนได้อย่างเหมาะสม

5. กระตุ้นให้นักเรียนคิดหาเหตุผล วิจาร์ณและเปรียบเทียบ

6. ช่วยแนะแนวทางให้นักเรียนได้ทดลองและ ทบทวนบทเรียนคณิตศาสตร์ที่เรียนมาแล้วว่าเป็นความจริงหรือไม่

7. ช่วยเสริมให้มีแหล่งความรู้

ประทีป จรัสรุ่งรวิวร (2514 : 4) ได้กล่าวถึงความสำคัญของแบบเรียนไว้ดังนี้

1. แบบเรียนเป็นอุปกรณ์การสอนสำคัญชนิดหนึ่ง ที่มีบทบาทต่อการรวบรวมเนื้อหาวิชา จุดมุ่งหมายของชั้นเรียน

2. ช่วยแนะนำกิจกรรมและวัสดุประกอบการสอนที่เกี่ยวข้องกับการเรียน

3. ช่วยเสริมสร้างนิสัยรักการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง และฝึกทักษะในการอ่านเพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นและฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดหาเหตุผล วิจาร์ณ เปรียบเทียบ สรุปความจริงที่ค้นคว้า และเข้าใจว่าส่วนใดของแบบเรียนเป็นความคิดส่วนตัวของผู้แต่ง ส่วนใดเป็นความจริง

4. เป็นศูนย์กลางให้นักเรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ร่วมเรียน เรื่องเดียวกันและเข้าใจเรื่องราวในแนวเดียวกัน

5. เป็นอุปกรณ์ที่มีเนื้อหาวิชาของหลักสูตรเพื่อให้นักเรียนศึกษาหาความรู้ได้เต็มความมุ่งหมายของหลักสูตรและตามวัตถุประสงค์ของโรงเรียน ดังนั้น แบบเรียนจึงมีบทบาทช่วยส่งเสริมการปรับปรุงหลักสูตร

6. ช่วยสื่อความหมายให้ครูและนักเรียนเข้าใจเนื้อหาเรื่องเดียวกัน ได้ตรงกันเพื่อดำเนินการเรียนการสอนให้บรรลุผลสำเร็จ

เบนท์ (Bent.1956: 162) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของแบบเรียนไว้ว่า แบบเรียนจะช่วยให้บรรลุวัตถุประสงค์อย่างน้อยที่สุด 5 ประการ คือ

1. ช่วยจัดเนื้อหาและวัสดุอุปกรณ์ในการเรียนการสอน

2. ช่วยวางแผนการเรียงลำดับความสัมพันธ์ของเนื้อหา

3. เสนอเนื้อหาและวัสดุอุปกรณ์ที่สอดคล้องกับรายวิชา

4. เสนอการนำหลักสูตรและข้อเท็จจริงของเนื้อหาวิชาไปใช้

5. แนะนำแหล่งวิชาความรู้อื่นๆ

จอห์นสัน และไรซิง (Johnson and Rising. 1972 : 370 – 371) กล่าวถึงบทบาทของแบบเรียนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. แบบเรียนช่วยในการเรียงลำดับเนื้อหาต่างๆ ให้เป็นขั้นตอน

2. เป็นแหล่งให้นักเรียนค้นคว้าทำความเข้าใจบทเรียนคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง

3. เป็นแหล่งให้นักเรียนพัฒนาทักษะในการคำนวณและมีความคิดรวบยอดจากแบบฝึกหัดในแบบเรียน

4. บรรจุ ลัทธิ พจนานุกรม ทฤษฎี และคำนิยามต่างๆ ไว้ให้นักเรียนศึกษา
5. ช่วยให้ครูเตรียมแผนการสอนในแต่ละวันและเตรียมที่จะมอบหมายงานให้

นักเรียนทำ

โดยสรุปแล้วแบบเรียนมีความสำคัญเป็นสื่ออย่างหนึ่งที่ช่วยให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้ จัดเรียงเนื้อหาเป็นไปตามลำดับขั้นตอนเพื่อดำเนินการเรียนการสอนให้บรรลุผลสำเร็จ

2.2.3 ลักษณะของแบบเรียนที่ดี

ก้อ สวัสดิพิพาณิชย์ (2507 : 32 – 33) ได้กล่าวถึง คุณลักษณะของแบบเรียน ที่ดีไว้ 7 ประการ คือ

1. แบบเรียนจะถูกต้องเที่ยงตรงในเรื่องข้อเท็จจริงถูกต้อง ใช้สำนวนภาษา ถูกต้อง การแบ่งวรรคตอน การย่อหน้าถูกต้อง ให้ข้อเท็จจริงที่เป็นกลาง

2. ความยากง่ายของภาษาแบบเรียนของเด็กต้องเป็นภาษาง่ายๆ ที่เด็กใช้เป็นประจำ เป็นประโยคสั้นๆ เข้าใจง่าย

3. การจัดรูปเล่ม แบบเรียนต้องแบ่งเป็นบทๆ แต่ละบทให้ความรู้เป็น ตอน ๆ ความยาวของแต่ละตอนควรได้สัดส่วนกับการสอนของครู การจัดหน้าหนังสือต้องพิถีพิถัน ทั้งการจัดย่อหน้า การเว้นที่ว่างริมขอบกระดาษ ตัวพิมพ์ที่ชัดเจน ปกนอกควรให้ดูสวยงาม ปกในต้องบอกเรื่องราวที่สำคัญให้ครบถ้วน สารบัญและคำนำ วางรูปให้ถูกต้อง และอยู่ในลำดับที่เหมาะสม

4. ภาพประกอบต้องชัดเจนสวยงาม ถ้าเป็นภาพสีควรตรงกับความเป็นจริง ควรจัดพิมพ์ภาพประกอบให้ถูกต้อง ขนาดของภาพมีขนาดเหมาะสมกับหน้ากระดาษ แผนภาพและแผนที่ควรตรวจให้ถูกต้อง

5. ความมั่นคงแข็งแรงควรใช้กระดาษที่ดี และเย็บเล่มให้มั่นคงแข็งแรงเป็นพิเศษ รัญจวน อินทรกำแหง (2515 : 47) ได้ให้หลักเกณฑ์การเลือกหนังสือแบบเรียน ดังนี้

1. เนื้อหาวิชาและสาระของหนังสือ มีสาระเป็นแก่นสารที่แน่นอน มีความสมบูรณ์ และสมดุลงามเหมาะสำหรับผู้อ่านระดับใด เช่น บุคคลทั่วไป นักศึกษา ครูอาจารย์ หรือ ผู้เชี่ยวชาญ

2. วิธีเสนอหนังสือชวนให้อ่าน เข้าใจง่าย สำนวนภาษาสละสลวย และ ความยากง่ายเหมาะสมกับผู้อ่านในระดับที่ผู้เขียนตั้งใจเขียนให้อ่าน

3. การวางเค้าโครงลำดับเรื่องไม่ซับซ้อนจนจับเรื่องหรือใจความไม่ได้ เรียงลำดับความยากง่ายที่ชวนให้เกิดความเข้าใจและความคิดต่อเนื่องเป็นอันดี

4. คุณวุฒิและประสบการณ์ของผู้เขียนเป็นที่เชื่อถือได้ เพราะมีความรู้จริง และมีประสบการณ์ในเรื่องนี้มาจริง

5. ส่วนประกอบต่างๆ ของหนังสือซึ่งเป็นประโยชน์แก่ผู้อ่าน ให้สามารถ เข้าใจสาระของเรื่องได้เร็ว ค้นคว้าเรื่องที่ต้องการจากหนังสือเล่มนี้ได้รวดเร็วขึ้นและกว้างขวางขึ้น ส่วนประกอบนี้ได้แก่ สารบัญ ดัชนี

6. ลักษณะรูปเล่มและคุณภาพของการพิมพ์ หมายถึง ความถูกต้องชัดเจนในการพิมพ์ทั้งตัวหนังสือและภาพประกอบ

7. ความถูกต้องแม่นยำของเนื้อหาสาระของหนังสือเป็นสิ่งสำคัญที่สุดถ้าเนื้อหาสาระของหนังสือคลาดเคลื่อนจากข้อเท็จจริง หนังสือวิชาการนั้นจะหมดความหมาย

อินโลว์ (Inlow.1963: 157 – 159) ได้ให้เกณฑ์การเลือกหนังสือแบบเรียนที่ดีไว้ดังนี้

1. เป็นแบบเรียนที่ทันสมัยต่อเหตุการณ์
2. ผู้เขียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาและระดับชั้นนั้นเป็นอย่างดี
3. เนื้อหาของแบบเรียนได้มาตรฐานตามหลักวิชาการเป็นที่ยอมรับในด้านต่างๆ เช่น จุดมุ่งหมายและวิธีการเสนอเนื้อหาที่ดี เหมาะสมกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน มีบทอภิปรายแสดงความคิดเห็นและให้ความคิดรวบยอด มีการขยายความข้อความสำคัญและกล่าวถึงสิ่งที่เกิดใหม่หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่
4. แนวการเขียนตรงตามมาตรฐาน ซึ่งเป็นที่ยอมรับในปัจจุบัน เช่น ความแจ่มแจ้งของข้อความ ถ้อยคำที่น่าสนใจ ใช้ศัพท์เหมาะกับวัยของผู้อ่าน อ่านแล้วได้ความคิดรวบยอด และมีวิธีการนำเสนอเนื้อหาอย่างเหมาะสม

5. มีรูปเล่มสวยงาม เช่น กระดาษมีคุณภาพดี ตัวพิมพ์เหมาะสมอ่านง่าย ขนาดรูปเล่มพอเหมาะ ปกสีสวยงาม

6. มีเอกสารอ้างอิงบอกที่มาของข้อมูล

7. มีสารบัญ คำนำ อภิธานศัพท์ และดรรชนี

วิลลาฟบี (Willoughby.1967: 77 – 79) กล่าวว่า แบบเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีจะต้องเขียนขึ้นโดย

1. ให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเองได้ทั้งในการทบทวนและการศึกษาล่วงหน้า
2. มีดัชนีค้นเรื่องที่ง่ายต่อการใช้ประกอบการเรียนหรือบทเรียนคณิตศาสตร์
3. ควรมีคำแนะนำการสอนและเปิดโอกาสให้ครูได้ใช้วิธีสอนหลายๆ วิธี
4. เปิดโอกาสให้ครูเรียงลำดับเนื้อหาใหม่ได้
5. แบบเรียนควรมีขนาดเล็ก ราคาพอสมควรที่นักเรียนจะมีไว้เป็นสมบัติส่วนตัว

ส่วนตัว

6. การเขียนบทเรียนคณิตศาสตร์ใช้วิธีการให้นักเรียนค้นพบจะต้องมีแบบฝึกหัดจำนวนมากพอ

จอห์นสันและไรซิง (Johnson and Rising.1972 : 372 – 373) ได้กล่าวถึงลักษณะของหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีไว้ดังต่อไปนี้

1. เนื้อหา

1.1 เนื้อหาจะต้องสนองตามเป้าหมายของวัตถุประสงค์ของหลักสูตร
1.2 เนื้อหาจะต้องเป็นลำดับขั้นตอนให้ผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้เก่าและเตรียมพื้นฐานความรู้ของเนื้อหาต่อไป

1.3 เนื้อหาจะต้องเหมาะสมในการสร้างความสนใจผู้เรียน มีความยากง่ายเพื่อให้ผู้เรียนเห็นประโยชน์เมื่อต้องการจะเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์

2. เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์

2.1 มีความถูกต้อง ชัดเจน

2.2 ระดับความยาก – ง่าย เหมาะสม

2.3 การใช้สัญลักษณ์ถูกต้อง สมเหตุผล ชัดเจน และมีรูปแบบที่สวยงาม

3. การใช้ภาษา

3.1 ต้องอ่านง่าย และเข้าใจง่าย

3.2 บทคัดย่อและการใช้สัญลักษณ์ สามารถสื่อความหมายได้ชัดเจน

3.3 การใช้ภาษาทำให้กระตุ้นความคิด

3.4 ใช้คำจำกัดความและคำอธิบายที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ง่าย

4. วิธีการสอน

4.1 เนื้อหากระตุ้น และสร้างความสนใจให้เกิดการเรียนรู้

4.2 การใช้ถ้อยคำและเนื้อหาเหมาะสมเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจง่ายและมองเห็นความสัมพันธ์ของกันและกัน

4.3 จัดเนื้อหาให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียนที่แตกต่างกัน

4.4 ใช้วิธีการสอนต้องให้สอดคล้อง กับหลักการของการเรียนรู้ให้โอกาสผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด โดยผ่านกระบวนการคิด การแก้ปัญหาการทดลอง การวิเคราะห์ และการสรุปความ

4.5 ควรมีบททดสอบประเมินผลสัมฤทธิ์ไว้ด้วย

5. ความชำนาญ

5.1 แบบฝึกหัดควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหา แต่ในขณะเดียวกัน ผู้เรียนก็สามารถทำแบบฝึกหัดนั้นได้ด้วย

5.2 มีแบบฝึกหัดที่บอกระดับความยาก – ง่าย

5.3 มีการทบทวนและซ่อมเสริม เมื่อผู้เรียนยังไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ แบบฝึกหัดบางเรื่องต้องการให้เกิดการเรียนรู้ความคิดรวบยอด บางแบบฝึกหัดเสริมประสบการณ์ และเตรียมพร้อมสำหรับบทเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

6. สิ่งอำนวยความสะดวก

6.1 มีหัวข้อเพิ่มเติม

6.2 มีการเสนอแนะสำหรับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

6.3 มีหัวข้อการวิจัย โครงการ และการทดลองเป็นหัวข้อเรื่อง

6.4 มีหนังสืออ้างอิง

7. สื่อวัสดุอุปกรณ์

7.1 มีคู่มือครูสำหรับเสนอแนะแนวการสอน

7.2 มีภาคเฉลยคำตอบกำกับมาด้วย

7.3 มีแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์

8. การจัดรูปแบบของหนังสือ

8.1 การวางรูปหน้าหนังสือ จะต้องน่าสนใจและชวนเชิญให้อ่าน

8.2 การเรียงพิมพ์ การวางหัวข้อ และขนาดของตัวหนังสือ จะต้องทำให้สะดวกในการอ่าน

โดยสรุปแล้วหนังสือเรียนที่ดีจะต้องมีลักษณะที่เนื้อหาเป็นไปตามมาตรฐาน เป็นไปในแนวทางปัจจุบัน การพิมพ์จะต้องถูกต้อง เนื้อหาเป็นไปตามลำดับต่อเนื่อง การจัดเรียงหน้าทำให้น่าสนใจน่าอ่าน รูปเล่มดูเหมาะสม แข็งแรงไม่ขาดง่าย นักเรียนสามารถเรียนค้นคว้าด้วยตนเองได้ มีคู่มือสำหรับครูด้วย

2.2.4 หลักการใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์

จอห์นสันและไรซิง (Johnson and Rising, 1972: 372 – 373) ได้เสนอแนะวิธีการใช้หนังสือเรียนคณิตศาสตร์อย่างถูกวิธีการไว้ดังนี้

1. จะต้องเลือกหัวข้อในการสอนจากหนังสือเรียนซึ่งผู้แต่งมีเจตนาที่จะใส่เนื้อหามากเกินไปเกินความจำเป็น เพื่อให้ผู้สอนเลือกนำมาสอน

2. จะต้องมีการพิจารณาว่าจะเพิ่มเนื้อหาจากหนังสือเรียนหรือไม่ ซึ่งโดยความเป็นจริงแล้วหนังสือทุกเล่มจะต้องมีการเสริมเนื้อหาให้ทันสมัยกับแหล่งความรู้ต่างๆ เช่น หนังสือจากห้องสมุด วารสารและหนังสือต่างๆ

3. หนังสือเรียนควรจะใช้เป็นเพียงสื่อและเป็นหนังสืออ้างอิงเท่านั้น ไม่ใช่เป็นการใช้ตัวอย่างซ้ำๆ กันจากหนังสือ หรือเพียงแต่อ่านให้ผู้เรียนฟังเท่านั้น ผู้สอนที่มีสมรรถนะสูงจะใช้แบบตัวอย่างต่างๆ รวมทั้งการอธิบายต่างๆ ด้วย

4. หนังสือเรียนเป็นเพียงสื่อสำหรับผู้สอนและผู้เรียน ในการตั้งคำถาม ใช้เป็นแบบฝึกหัดในการฝึกฝนและอ่านให้ได้ใจความ ตลอดจนเป็นสื่ออ้างอิง ผู้เรียนจึงต้องอ่านโจทย์ให้เข้าใจแล้วตอบคำถาม ด้วยการคิดอย่างรอบคอบลงมือทำแบบฝึกหัดและหาข้อมูลในเวลาเดียวกัน หนังสือเรียนควรอยู่ในรูปแบบของการเสนอแนะ ปัญหา หัวข้อ หรือแบบฝึกหัดให้สอดคล้องกับการศึกษาด้วยตนเอง และเสนอแนะแหล่งศึกษาอื่นๆ ให้นักเรียนด้วย

5. ผู้เรียนควรได้รับคำแนะนำวิธีการใช้หนังสือเรียน เช่น จะหาข้อมูลที่ได้จากที่ใดจะอ่านโจทย์ให้เข้าใจได้อย่างไร จะใช้บทสรุปและการทดสอบอย่างไร จะทบทวนอย่างไร และแก้ปัญหาอย่างไร

6. โจทย์หรือแบบฝึกหัด ควรจะได้รับการออกแบบมาเพื่อตอบสนองต่อ ความแตกต่างของบุคคล และความต้องการที่แตกต่างกันไป นักเรียนที่มีความสามารถน้อยควรมีโอกาสที่ได้ทำแบบฝึกหัดที่ง่าย เป็นจำนวนมากและทบทวนอยู่บ่อยๆ นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะทำแบบฝึกหัดที่ยากมากขึ้นแต่ในปริมาณที่น้อย รวมทั้งเนื้อหาที่เสริมเพิ่มเติมเข้ามา โดยหาโจทย์จากที่อื่น รู้จักการใช้หนังสืออ้างอิงอื่นๆ ตามความสนใจของผู้เรียน

7. การบ้านแต่ละบทเรียนคณิตศาสตร์ จะต้องออกแบบด้วยความรอบคอบ เพราะจุดประสงค์ของการบ้านก็เพื่อเป็นการเพิ่มความเข้าใจ ทำได้อย่างถูกต้องมีประสิทธิภาพ และคงความสม่ำเสมอ ของผู้เรียนตลอดไป ซึ่งจะทำให้นักเรียนไม่คิดว่าการบ้านเป็นเรื่องน่าเบื่อ

8. ควรจัดให้มีภาคผนวกเฉลยคำตอบ เพื่อให้ผู้เรียนทราบว่าตนเองประสบ ผลสำเร็จเพียงใด ถ้าทำโจทย์ได้ถูกต้อง การรู้คำตอบในทันทีจะเป็นการเสริมแรง ในขณะเดียวกันถ้าทำผิดวิธีจะทำให้เกิดมีแนวคิด และสามารถย้อนไปตรวจสอบการคำนวณอีกครั้งหนึ่ง

9. ควรมีคำอธิบายเพิ่มเติมเพื่อทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกแสวงหา อาจจะใช้แบบฝึกหัด สื่อวัสดุอุปกรณ์ประกอบคำบรรยาย บอกชื่อหนังสืออ้างอิงหรือแนวทางปฏิบัติ

10. หนังสือเรียนควรเป็นสิ่งสนับสนุนการสอน อ้างอิงประวัติความเป็นมา เกร็ดย่อยๆ และหัวข้อการสอนอื่นๆ ควรมีบทบาทเท่าเทียมกับคำอธิบายและแบบฝึกหัด

11. สื่ออ้างอิงต่างๆ จะช่วยให้ผู้สอนสนับสนุนให้มีการซื้อหนังสือเพิ่มเติมเข้าห้องสมุด เพื่อให้ผู้สอนได้ใช้ในการวางแผนการสอนและดำเนินการสอน รวมทั้งเป็นแหล่งข้อมูลให้ผู้สอนสร้างแบบฝึกหัดที่ทำหาย ซึ่งมีบ่อยครั้งที่สำนักพิมพ์ต่างๆ จะจัดหาให้โรงเรียนโดยไม่คิดมูลค่า แต่โดยความเป็นจริงแล้ว โรงเรียนควรจัดซื้อหนังสือเสริมความรู้เพิ่มเติมเข้าห้องสมุดต่างๆ

โดยสรุปแล้วหลักการใช้นหนังสือเรียนคณิตศาสตร์จะต้องเลือกหัวข้อในการสอนจากหนังสือเรียนแล้วยังต้องพิจารณาว่าจะต้องเพิ่มเนื้อหาจากหนังสือเรียนหรือไม่การใช้นหนังสือเรียนควรใช้เป็นสื่อและเป็นหนังสืออ้างอิงเท่านั้น จะต้องค้นหาข้อมูลจากแหล่งอื่น ๆ เพิ่มเติม

2.3 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับคู่มือครู

ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 380 - 382) ได้กล่าวถึง คู่มือครูคณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการจัดทำคู่มือครูนั้น ได้มีการจัดทำในลักษณะที่แตกต่างกันไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งคู่มือครูคณิตศาสตร์อาจจะจัดทำในรูปแบบต่าง ๆ ทั้งนี้แล้วแต่จุดประสงค์ของผู้ที่จัดทำว่าต้องการเน้นในเรื่องใดซึ่งมีลักษณะที่แตกต่างกัน ซึ่งแบ่งได้ 7 แบบดังนี้

1. แบบที่ 1 จัดทำเป็นคู่มือครูรายคาบ โดยเอาเนื้อหาในแต่ละบทมาแบ่งเป็นคาบเสียก่อน แล้วเขียนคู่มือครูแต่ละคาบ ตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1.1 หัวข้อเรื่องที่จะสอน บอกหัวข้อเรื่องย่อ ๆ เช่น ความหมายของเซต
วิธีเขียนเซต วิธีอ่านเซต

1.2 จุดประสงค์ เขียนเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1.3 เนื้อเรื่องที่จะสอน เป็นรายละเอียดลงไปว่าแต่ละหัวข้อต้องการสอนอะไร

1.4 ตัวอย่างกิจกรรมการสอน ยกตัวอย่างว่า แต่ละตอนจะสอนอย่างไร
ให้นักเรียนร่วมกิจกรรมอย่างไร ครูเป็นผู้แสดงหรือนักเรียนเป็นผู้แสดง

2. แบบที่ 2 คู่มือที่เฉพาะตอนมาแสดงไว้ เพราะเนื้อหาเหล่านั้นจะนำไปสอน
ประสบปัญหา ในคู่มือครูแบบนี้ มักจะบอกหัวข้อต่าง ๆ ไว้ดังนี้

2.1 จุดประสงค์แต่ละหัวข้อ เขียนในรูปจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2.2 ความมุ่งหมายของการสอนเนื้อหาบางเรื่องหมายถึงเหตุผลในการนำเสนอเนื้อหาเข้ามาสอน

2.3 คำอธิบายเนื้อหาเพิ่มเติม ความรู้ให้แก่ครู

2.4 แบบฝึกหัดและเฉลยแบบฝึกหัด

2.5 แนววิธีสอนของบางเนื้อเรื่องที่เห็นว่าอธิบายยาก

3. แบบที่ 3 คู่มือประเภทบอกเนื้อหาและให้แบบฝึกหัด ไม่ใช่แบบฝึกหัด ไม่ใช่หนังสือแบบเรียนในห้องแต่เป็นหนังสืออ่านประกอบ ผู้เขียนคู่มือครูประเภทนี้พยายามที่จะอธิบาย เนื้อหาให้แจ่มแจ้งกว่าที่มีอยู่ในแบบเรียน

4. คู่มือครูประเภทสมุดแบบฝึกหัด คู่มือครูประเภทนี้ ผู้เขียนคู่มือครูพยายามสร้าง โจทย์แบบฝึกหัดให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่ได้เรียนในบทเรียน การทำแบบฝึกหัดนี้ให้นักเรียนทำ ลงในสมุดแบบฝึกหัดได้เลย เป็นคู่มือครูที่สะดวกในการให้นักเรียนฝึกทักษะ

5. แบบที่ 5 เอกสารเสริมประสบการณ์ สำหรับครูคณิตศาสตร์ ได้จัดทำใน ลักษณะที่แตกต่างกันบ้างก็เอาเนื้อหามาเขียนให้ง่ายหรือสนุกขึ้นกว่าเดิมหาแนวคิดแปลก ๆ ใหม่ ๆ บ้างก็อธิบายให้ผู้สอนเข้าใจรายละเอียดยิ่งขึ้น และบอกเหตุผลว่าทำไมต้องสอน จะ พิจารณาเนื้อหาในแต่ละตอนอย่างไร ในเนื้อหานั้นมีปัญหาอะไรที่ควรเน้นบ้าง โดยทำราย ละเอียดเพิ่มเติม เพื่อช่วยในการสอนของครู และนอกจากนี้ยังมีบทต่อท้ายเกี่ยวกับอุปกรณ์ การสอนคณิตศาสตร์ เพื่อจะให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนยิ่งขึ้น

6. แบบที่ 6 คู่มือครูที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอน คู่มือครูแบบนี้ จะเน้นวิธี สอน และมีภาพประกอบเพื่อให้ผู้สอนเข้าใจยิ่งขึ้น

7. คู่มือครูรายคาบ ได้กล่าวมาแล้วตอนต้น แต่บางเล่มก็เขียนละเอียดโดยการเอา เนื้อหาแบ่งออกเป็นรายคาบ และเขียนตามหัวข้อดังต่อไปนี้

7.1 จุดประสงค์ เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

7.2 มโนคติ (Concept) ต้องการให้นักเรียนเกิดมโนคติอะไรบ้าง

7.3 กิจกรรมเสนอแนะ แสดงให้เห็นว่าครูและนักเรียนจะร่วมกิจกรรมการสอน อย่างไม่

7.4 สรุป ในคู่มือครูแบบนี้ได้เขียนสรุปไว้แต่ละตอน

7.5 แนวความคิด และวิธีทำ

7.6 สื่อการเรียนการสอน ได้บอกว่าจะใช้สื่อการเรียนการสอนอะไรบ้าง

7.7 แบบฝึกหัดเพิ่มเติม คือ แบบฝึกหัดที่ครูร่างเพิ่มขึ้น นอกเหนือจากใน บทเรียน

โดยสรุปแล้วคู่มือครูมีส่วนประกอบดังนี้

1. ชื่อบทเรียน
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. โครงการจัดการเรียนรู้
4. สารการเรียนรู้
5. แผนการสอน

2.4 ประวัติความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research)

นราศรี ไววนิชกุล (2538 : 6 - 8) ได้กล่าวถึงความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) ไว้ดังนี้ พื้นฐานหรือแนวความคิดของการวิจัยชั้นดำเนินงาน ได้เริ่มมีมาตั้งแต่ระหว่างสงครามโลกครั้งที่ 1 โทมัส เอดิสัน ได้รับมอบหมายจากกองทัพเรือให้ช่วยแก้ปัญหาว่า ควรจะให้สินค้าเดินไปตามเส้นทางใดจึงจะได้ผลดีที่สุด โดยทำให้ความเสียหายในการขนส่งอันจะเกิดจากเรือดำน้ำของฝ่ายข้าศึกอยู่ในระดับต่ำสุด งานชิ้นนี้เรียกได้ว่าเป็นการวิจัยชั้นดำเนินงาน

ในปี 1917 นักคณิตศาสตร์ชาวเดนมาร์ก ชื่อ เอ. เค. เออร์ลาง ได้วิเคราะห์ปัญหาการใช้โทรศัพท์ สูตรที่เขาสร้างขึ้นนั้นยังคงใช้กันโดยทั่วไป ในการวางแผนอุปกรณ์วงจรไฟฟ้าและความเคลื่อนไหวเข้าออกตามชุมสายโทรศัพท์ เออร์ลางได้วิเคราะห์การใช้โทรศัพท์เพื่อจะแก้ปัญหาในการให้บริการไม่ต้องมีการคอยกันมาก และควรจะจัดให้มีอุปกรณ์เป็นปริมาณเท่าใด จึงจะเพียงพอที่จะให้ผู้ใช้บริการได้รับความสะดวกเต็มที่ จากการวิเคราะห์เออร์ลางได้พบว่าการใช้โทรศัพท์ของประชาชนจัดเข้าอยู่ในระบบหนึ่ง คือ จะใช้กันมากในตอนเช้าและตอนบ่าย และใช้น้อยในตอนกลางคืน เขาได้แก้ปัญหาในข้อนี้ด้วยการแนะนำให้ปรับปรุงบริการ โดยจัดให้ประชาชนสามารถโทรศัพท์ถึงกันได้เป็นส่วนใหญ่ในตอนเช้าและบ่าย ให้มีการคอยบ้างเป็นจำนวนน้อย ทั้งนี้เพื่อป้องกันการสิ้นเปลืองในการติดตั้งอุปกรณ์เครื่องมือมากไป เพราะในตอนกลางคืนจะมีผู้ใช้น้อย แนวความคิดนี้เองได้สร้างรากฐานของการวิจัยชั้นดำเนินงานในปัจจุบัน

ก่อนสงครามโลกครั้งที่สอง แฮนราซ - ซี เลวินสัน นักวิทยาศาสตร์ธรรมชาติวิทยา ได้วิเคราะห์ปัญหาของฝ่ายการจัดการ นำเอาตัวแบบคณิตศาสตร์ (mathematical model) มาใช้กับกรณีที่มีข้อมูลเป็นจำนวนมาก นอกจากนี้เขายังศึกษาเกี่ยวกับการที่ลูกค้าปฏิเสธไม่ยอมรับห่อพัสดุที่สั่งซื้อจากบริษัทขายสินค้าทางไปรษณีย์ ปรากฏว่าถ้าเฉลี่ยแล้วเขาปฏิเสธไม่ยอมรับสินค้าที่สั่งซื้อมีมากกว่าร้อยละ 30 ของยอดขายขั้นต้นและมีผลกระทบกระเทือนต่อยอดกำไร เหตุผลที่ค้นพบมีทั้งที่ชัดเจนและไม่ชัดเจน เหตุที่สำคัญมีสองประการ ประการแรกคือ คำสั่งซื้อที่มีจำนวนเงินสั่งซื้อยิ่งสูงเพียงใด โอกาสที่จะถูกปฏิเสธก็ยิ่งมีมากเพียงนั้น ประการที่สองเกี่ยวกับช่วงระยะเวลาระหว่างได้รับใบสั่งซื้อและการส่งสินค้า ถ้าบริษัทส่งสินค้าหลังจากได้รับใบสั่งแล้ว 5 วัน จะไม่ได้ผลทั้งนี้ต้องมีการเปรียบเทียบต้นทุนในการปฏิเสธสินค้าที่ส่งไปกับต้นทุนที่จะส่งสินค้าให้เร็วขึ้น

ต่อมาในระยะเวลาว่างสงครามโลกครั้งที่สองประมาณปี ค.ศ. 1937 อังกฤษได้นำการวิจัยชั้นดำเนินงานมาใช้เป็นครั้งแรก ในการบริหารงานทางทหารในขณะนั้น โรเบิร์ต วัตสัน - วัตต์ (Sir Robert Watson - Watt) นักวิทยาศาสตร์ชาวอังกฤษเป็นหัวหน้ากลุ่ม นักวิทยาศาสตร์ได้รับมอบหมายจากรัฐบาลอังกฤษทำการวิเคราะห์ปัญหา การใช้อุปกรณ์เรดาร์ในการจับ

เครื่องบินและเวลาที่เครื่องบินเข้าศึกษาเข้าโจมตีจริง ๆ ถ้าเรดาร์จับ ได้เร็วจะทำให้มีเวลาเตรียมการส่งเครื่องบินประจัญบานขึ้นไปต่อสู้ได้ทันการ นักวิทยาศาสตร์ได้วิเคราะห์ลักษณะการปฏิบัติการของสถานี เรดาร์แต่ละแห่ง ตลอดจนวงจรการสื่อสารและวิธีการปฏิบัติงานจนได้ผลเป็นตัวเลขเสนอรัฐบาล เพื่อปรับปรุงหน่วยสถานีเรดาร์ทั้งหมดของกองทัพอากาศอังกฤษ ผลงานครั้งนี้ใช้ได้ดีมากแสดงว่านักวิทยาศาสตร์สามารถช่วยนักบริหารในการวิเคราะห์แก้ไขปัญหาดังกล่าว ได้ต่อมาใน ปีค.ศ.1941 กองทัพอากาศอังกฤษได้จัดตั้งหน่วยวิจัยชั้นดำเนินงานทางทหาร และนำไปใช้แพร่หลายในหน่วยงานของกองทัพบกและกองทัพเรืออีกด้วย ในปี ค.ศ.1942 รัฐบาลสหรัฐก็ได้ตั้งหน่วยวิจัยชั้นดำเนินงานขึ้นเป็นครั้งแรก โดยได้รับคำแนะนำจากอังกฤษ และเป็นการร่วมมือกับการปฏิบัติการทางทหารของอังกฤษ ในประเทศสหรัฐอเมริกาได้ตั้งหน่วยวิจัยชั้นดำเนินงานโดยใช้ชื่อต่างกัน ใช้ชื่อหน่วยวิจัยชั้นดำเนินงาน (operations research) ในกองทัพบกใช้ชื่อหน่วยประเมินชั้นดำเนินงาน (operations evaluation) ในกองทัพเรือ และกองทัพอากาศใช้หน่วยวิเคราะห์ชั้นดำเนินงาน (operations analysis)

หลังจากสงครามโลกครั้งที่สอง ประเทศอังกฤษก็เป็นประเทศแรกที่นำวิธีการวิจัยชั้นดำเนินงานมาใช้ในวงการอุตสาหกรรมและรัฐวิสาหกิจ อุตสาหกรรมประเภทแรกที่นำวิชาการนี้มาใช้ในการบริหารงานคืออุตสาหกรรมทำถ่านหิน ต่อมาจึงได้ขยายตัวเข้าไปสู่อุตสาหกรรมประเภทอื่นๆ และนิยมนำไปใช้ในการบริหารงานด้านการขนส่ง ส่วนสหรัฐอเมริกานั้นไม่ค่อยให้ความสนใจในการนำไปประยุกต์กับงานทางด้านธุรกิจมากนักในระยะแรก จนกระทั่งได้มีการขยายตัวในการใช้เครื่องจักรแทนคน สหรัฐฯ จึงได้ทำการฟื้นฟูและส่งเสริมหลักการนี้และนิยมใช้อย่างแพร่หลาย ได้มีการตั้งสมาคมและจัดสอนขึ้นในมหาวิทยาลัยและสถาบันการศึกษาสูงโดยทั่วไป

2.4.1 ความเหมาะสมที่ต้องใช้หลักการวิจัยชั้นดำเนินงาน

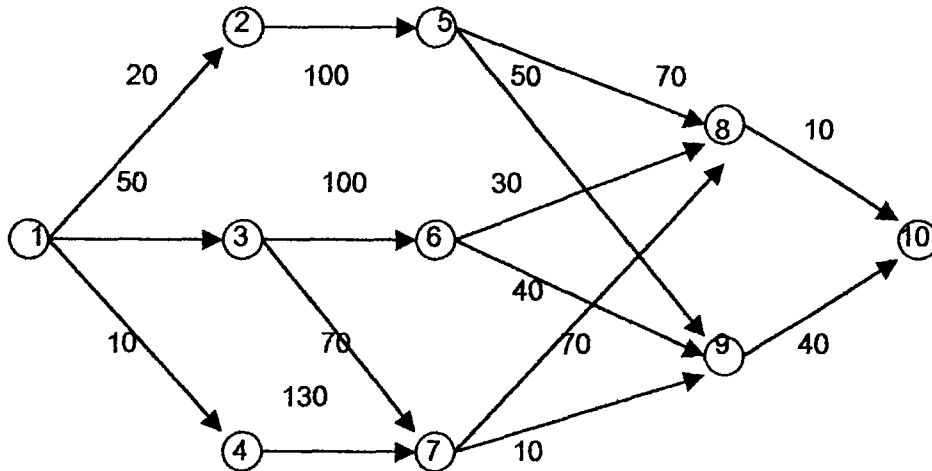
นราศรี ไววนิชกุล (2538 : 8) ได้กล่าวถึง ความเหมาะสมที่ต้องใช้หลักการวิจัยชั้นดำเนินงานเป็นเครื่องมือในการวินิจฉัยตกลงใจมี ดังนี้ คือ

2.4.1.1 การวิจัยชั้นดำเนินงานมีหลักเกณฑ์ซึ่งมิได้อาศัยประสบการณ์ แต่เพียงอย่างเดียว

2.4.1.2 ผลของหลักการวิจัยชั้นดำเนินงานจะอยู่ในรูปของตัวเลข สะดวกในการเปรียบเทียบ

2.4.1.3 การวิเคราะห์และสรุปผลของการเลือกในหลักการวิจัยชั้นดำเนินงาน ใช้หลักวิชาทางเลือกที่เหมาะสม ทำให้ผลของการตัดสินใจได้ผลดีดังตัวอย่าง เช่น

ให้เลือกเส้นทางจากจุด 1 ถึง 10 ตามแผนผังที่กำหนดให้ โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะ
เสียค่าใช้จ่ายต่ำสุด



ภาพประกอบ 2 แผนภาพตัวอย่างงาน

ถ้าเราใช้การคำนวณปกติโดยแบ่งส่วนของรูปที่กำหนดให้ออกเป็น 4 ส่วน

ส่วนที่ 1 เราจะเลือกเดินทางสาย 1 – 4 เพราะค่าใช้จ่ายต่ำสุดเป็น 10 บาท

ส่วนที่ 2 เราจะเลือกเดินทางสาย 4 – 7 เพราะค่าใช้จ่ายต่ำสุดเป็น 130 บาท

ส่วนที่ 3 เราจะเลือกเดินทางสาย 7 – 9 เพราะค่าใช้จ่ายต่ำสุดเป็น 10 บาท

ส่วนที่ 4 เราจะเลือกเดินทางสาย 9 – 10 เพราะค่าใช้จ่ายต่ำสุดเป็น 40 บาท

รวมเป็นค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น 190 บาท โดยเลือกเส้นทาง 1 – 4 – 7 – 9 – 10

แต่ถ้าเราใช้หลักการวิจัยขั้นดำเนินงานที่เรียกว่า Dynamic optimization แล้วแทนที่จะ

พิจารณาจากจุด 1 ถึงจุด 10 หลักการนี้ให้พิจารณาย้อนหลังใช้หลัก recursive function จาก

จุด 10 ถึงจุด 1 ผลที่จะได้เป็นดังนี้

ส่วนที่ 1 เราจะเลือกทางเดินสาย 1 – 3 ค่าใช้จ่ายเป็น 50

ส่วนที่ 2 เราจะเลือกทางเดินสาย 3 – 7 ค่าใช้จ่ายเป็น 70

ส่วนที่ 3 เราจะเลือกทางเดินสาย 7 – 9 ค่าใช้จ่ายเป็น 10

ส่วนที่ 4 เราจะเลือกทางเดินสาย 9 – 10 ค่าใช้จ่ายเป็น 40

รวมเป็นค่าใช้จ่ายทั้งสิ้น 170 บาท โดยเลือกเส้นทาง 1 – 3 – 7 – 9 – 10 จากตัวอย่างนี้

จะเห็นว่าถ้าใช้หลักวิชาแล้ว ค่าใช้จ่ายจะต่ำลง 20 บาท

2.5 ประวัติความเป็นมาของ CPM และ PERT

ทวีป ศิริรัศมี (2544 : 104 - 109) ได้กล่าวว่า แนวความคิดพื้นฐานของ CPM และ PERT มาจากความพยายามในการปรับปรุงและแก้ไขแผนภูมิแท่งหรือแผนภูมิแกนต์ ให้สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างงานต่าง ๆ ของโครงการทั้งหมดได้ และผูกโยงความสัมพันธ์ของงานทั้งหมดในลักษณะของโครงข่ายหรือ ข่ายงาน (Networks) ซึ่งความสัมพันธ์ของงานที่ผูกโยงเป็นโครงข่ายนี้จะทำให้ทราบขั้นตอน การไหลของงานในโครงการได้ชัดเจนขึ้น โดยใช้เส้นตรงลูกศรแทนความหมายของงาน และ วงกลมหรือโหนด (Node) แทนความหมายของเหตุการณ์เริ่มต้นหรือสิ้นสุดของงานใดๆ โดย ทิศทางของเส้นตรง ลูกศรจะบอกให้ทราบถึงความสัมพันธ์ของงานต่าง ๆ ของโครงการทั้งหมด

CPM (Critical Path Method: วิธีการวิถีวิฤติหรือวิธีการแบบวิถีวิฤติหรือวิธีการสายทางวิฤติ) เป็นเทคนิคการวิเคราะห์ข่ายงานโครงการแบบหนึ่งที่เกิดขึ้นเพื่อประโยชน์ในการวางแผน การกำหนดเวลาการทำงาน การควบคุมและการติดตามการดำเนินงานโครงการ จุดมุ่งหมายที่สำคัญของ CPM อยู่ที่การลดเวลาการทำงาน โดยให้ความสนใจกับการกำหนดเวลาการทำงาน และค่าใช้จ่ายทั้งหมดของโครงการ รวมทั้งความสัมพันธ์ของเวลาการทำงานกับค่าใช้จ่ายทั้งทางตรงและทางอ้อม จึงเป็นเทคนิคที่ช่วยให้ผู้บริหารสามารถ จัดสรรทรัพยากรเข้าไปช่วยทำงานหรือทำกิจกรรมในวิถีวิฤติ (Critical path) เพื่อให้โครงการสามารถดำเนินการแล้วเสร็จในเวลาสั้นลง (Critical path เป็นขั้นตอนที่ยาวที่สุดหรือต้องใช้เวลามากที่สุด ในลำดับเหตุการณ์ของ กิจกรรมในข่ายงานโครงการ หรืออาจพูดให้ชัดเจนลงไปว่า Critical path หมายถึงเส้นทางที่ใช้ระยะเวลาที่ยาวนานที่สุดในการปฏิบัติงานจากจุดเริ่มต้นจนแล้วเสร็จสิ้นของโครงการ)

สุนทร เกิดแก้ว (ทวีป ศิริรัศมี 2544 : 105 ; อ้างอิงจาก สุนทร เกิดแก้ว. 2529 : 54) กล่าวว่า CPM พัฒนาขึ้นในปลายปี พ.ศ. 2499 โดยความร่วมมือของทีมงานวิจัยจากบริษัท E.I.du Pont de Nemours และบริษัท Univac Applications Research Centre of Remington Rand เพื่อพัฒนาเทคนิคและวิธีการในการวางแผนและควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการที่ใช้อยู่ในขณะนั้น โดยมุ่งลดเวลาการทำงานและค่าใช้จ่าย (ทั้งค่าใช้จ่ายทางตรงและทางอ้อม) ของโครงการให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งเรียกว่า CPM ในเดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2500 วอล์คเกอร์ (Morgan R. Walker) แห่งบริษัท E.I.du Pont และ เคลลีย์ (James E. Kelly, Jr) แห่งบริษัท Univac ได้พัฒนาและเริ่มทดลองใช้จนกระทั่งในเดือนเมษายน พ.ศ.2501 การใช้ CPM ในการวางแผนจึงประสบความสำเร็จอย่างสมบูรณ์ บริษัท E.I.du Pont ใช้ CPM ในการวางแผนโครงการบูรณะซ่อมแซม และปรับปรุงโรงกลั่นน้ำมัน ปรากฏว่าสามารถลดเวลาและค่าใช้จ่ายเป็นอย่างมาก

บริษัท E.I.du Pont ใช้ CPM กับโครงการแรก คือ การสร้างโรงงานเคมีโดยเริ่มงานในเดือนธันวาคม พ.ศ.2500 แล้วเสร็จในเดือนเมษายน พ.ศ.2501 โครงการนี้มี มูลค่า 200 ล้านบาท ประกอบด้วย 800 กิจกรรม ต่อมาใช้กับโครงการที่สองคือ การซ่อมแซมโรงงาน โดยเริ่มงานในเดือนกรกฎาคม พ.ศ.2501 ซึ่งตามปกติแล้วจะใช้เวลาในการซ่อมแซม 125 ชั่วโมง แต่ปรากฏว่าเมื่อนำ CPM มาใช้สามารถลดเวลาลงเหลือ 93 ชั่วโมง สำหรับการใช้ในครั้งแรกนี้ และในภายหลังสามารถลดลงได้อีกโดยเหลือเพียง 78 ชั่วโมง หรือสามารถลดเวลาการซ่อมจากปกติได้เกือบร้อยละ 40

ข้อสรุปการใช้ CPM ดังที่กล่าวมานั้น คือ สามารถลดเวลาและค่าใช้จ่ายลงจากเดิมได้มาก และยังพบว่า การวางแผนและการควบคุมโดยใช้ CPM จะใช้เวลาและความพยายามเพียงครึ่งหนึ่งของการวางแผนด้วยวิธีเดิม (แผนภูมิแท่ง)

ทวีป ศิริวิศมี (2544 : 105 - 106) กล่าวว่า PERT (Program Evaluation and Review Technique) เป็นเทคนิคการประเมินผลและตรวจสอบโครงการในรูปข่ายงานที่ใช้ประโยชน์ในการวางแผน การกำหนดเวลาการทำงาน การประเมินผล การควบคุมและตรวจสอบความก้าวหน้าของงานว่าเป็นไปตามแผนที่กำหนดไว้หรือไม่

PERT ได้รับการพัฒนาขึ้นในเดือน มกราคม 2501 โดยความร่วมมือของ วิลลาร์ด ฟาซาร์ (Willard Fazar) เจ้าหน้าที่โครงการพิเศษของกองทัพเรือสหรัฐอเมริกา (Special Projects Officer of U.S.Navy) แผนกระบบขีปนาวุธ บริษัทสร้างเครื่องบินล็อกฮีด (Lockheed Aircraft Corporation) และบริษัทบูซแอลเลนและแฮมิลตัน (Booz – Allen and Hamilton) ใน การคิดค้นหาวิธีการวางแผนและประเมินงานโดยใช้ข่ายงานซึ่งพัฒนามาจากแนวคิดของ CPM ในโครงการผลิตขีปนาวุธของ กองทัพเรือสหรัฐอเมริกา โครงการดังกล่าว PERT ได้พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการวางแผนและควบคุมระบบการผลิตอาวุธจรวดแบบโพลาริส (Polaris Weapon System) จึงรู้จักกันทั่วไปในนามของโครงการโพลาริส (Polaris Projects) โดยมุ่งที่จะขจัดความขัดแย้งและความล่าช้าของงานโครงการให้น้อยลง และเร่งการดำเนินงานโครงการให้เสร็จเร็วขึ้น รวมทั้งใช้ในการประเมินและตรวจสอบแผนงานและการคาดหมายถึงปัญหาต่างๆ ที่อาจเกิดขึ้นกับโครงการในอนาคต เพื่อให้สามารถเตรียมการแก้ไขปัญหาไว้ล่วงหน้า ทั้งนี้เนื่องจากเป็นโครงการที่ใหญ่โตมาก มีผู้เกี่ยวข้องหลายฝ่ายหลายระดับ โดยมีผู้รับเหมารายใหญ่ ถึง 250 ราย และรายย่อยอีกมากกว่า 9,000 ราย จนกระทั่งกลางปี พ.ศ.2501 การคิดค้นหาวิธีการวางแผนและประเมินผลงานโดยใช้ข่ายงานโครงการก็สำเร็จลงในนามของ “PERT” ซึ่งในปีเดียวกันนี้ได้ทดลองใช้ PERT จนประสบความสำเร็จตามความมุ่งหมายโดยสามารถช่วยให้การดำเนินงานโครงการสำเร็จก่อนเป้าหมายที่วางไว้ถึง 18 เดือน ทำให้ PERT ได้รับการยอมรับในฐานะเครื่องมือในการวางแผนและควบคุม การผลิตอาวุธและอุปกรณ์อวกาศ ของกระทรวง

กลาโหม สหรัฐอเมริกา และต่อมาได้แพร่ขยายเข้าสู่วงการธุรกิจเอกชน และวงการรัฐบาลอย่างกว้างขวาง

ปัจจุบันได้มีการนำเอาเทคนิค CPM และ PERT ไปใช้ในการวางแผนและควบคุมโครงการอย่างแพร่หลายและได้พัฒนาไปจากที่เกิดขึ้นในยุคแรกเป็นอันมากและเนื่องจากเทคนิคทั้งสองนี้พัฒนาขึ้นในช่วงเวลาใกล้เคียงกัน ซึ่งต่างก็พัฒนาขึ้นมาจากหลักการของแผนภูมิแท่งหรือแผนภูมิแกนต์ (Gantt chart) และใช้วิธีหาวิถีวิกฤติ (Critical path) เช่นเดียวกัน และทั้ง CPM และ PERT ไม่มีอะไรแตกต่างกันเลย ในการเขียนแผนภูมิขำงาน ปัจจุบันจึงมักจะเรียกรวมกันว่า PERT/CPM และถูกจัดให้เป็นเครื่องมือสำคัญในการจัดการสมัยใหม่โดยใช้เพื่อการวางแผนงานการกำหนดเวลาการทำงานและการควบคุมทั้งด้านเวลาและค่าใช้จ่าย โดยเฉพาะงานโครงการขนาดใหญ่ ซึ่งมีกิจกรรมสลับซับซ้อนและมีผู้เกี่ยวข้องหลายฝ่าย

ข้อแตกต่างระหว่าง CPM และ PERT

พิภพ สถิตินาถ (2541 : 8) ได้กล่าวถึงข้อแตกต่าง ระหว่าง CPM และ PERT ไว้ดังนี้

1. CPM พัฒนาขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวางแผนโครงการ การกำหนดเวลา งานโครงการ และการควบคุมโครงการซึ่งผู้วางแผนจะต้องมีประสบการณ์ในงานนั้นเป็นอย่างดี จุดประสงค์ของ CPM อีกประการหนึ่งคือ ต้องการจะเน้นที่งานย่อย ฉะนั้นนอกจากจะทราบ เวลาที่ใช้ทั้งหมดของโครงการแล้วยังต้องทราบรายละเอียดเกี่ยวกับทรัพยากรต่างๆ ที่ใช้และ ค่าใช้จ่ายของแต่ละงาน ในขณะที่ PERT พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการปรับปรุงวิธีการปรับปรุงวิธีการวางแผนและการประเมินงานของโครงการวิจัยใหม่ๆ ซึ่งผู้วางแผนไม่เคยมีประสบการณ์ในงานนั้นๆ มาก่อนและระหว่างการทำงานมักจะมีการเปลี่ยนแปลงในรายละเอียดของงานบ่อยๆ และจุดประสงค์ของ PERT อีกประการหนึ่งคือ ต้องการเน้นความสำคัญที่เหตุการณ์ไม่ใช้ที่งาน
2. เวลาที่ใช้ในการทำงานของแต่ละงานในโครงข่าย CPM จะมีเวลาที่ต้องใช้ในการทำงานแน่นอน คือ มีการประมาณเวลาเพียงค่าเดียว (One - time estimate) ผู้วางแผนจะกำหนดเวลางานโดยอาศัยสถิติเก่าๆ ของงานชนิดเดียวกัน หรือบางครั้งอาจใช้เวลามาตรฐาน (standard time) ซึ่งได้มีการกำหนดไว้แล้ว ส่วน PERT งานแต่ละงานจะมีเวลาที่ใช้ไม่แน่นอน คือ มีการประมาณเวลาถึง 3 ค่า (Three - time estimate) และต้องอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็นในการคำนวณเวลาด้วยทั้งนี้เพราะส่วนใหญ่ PERT ใช้ในการวางแผนโครงการใหม่ที่ไม่เคยทำมาก่อน

ข้อสรุปที่ชัดเจนในการใช้งานระหว่าง CPM และ PERT คือ CPM มักจะใช้กับงานก่อสร้าง เช่น การสร้างบ้าน สะพาน และสร้างเขื่อน เป็นต้น ซึ่งมีการใช้วัสดุที่มีมาตรฐานที่รู้จักกันโดยทั่วไป ส่วนประกอบต่างๆ ที่ใช้ก็มีอยู่นานแล้ว เทคโนโลยีก็ไม่ค่อยเปลี่ยนแปลงหรือ

เปลี่ยนแปลงช้า แนวความคิดเกี่ยวกับการออกแบบเปลี่ยนไม่มากนัก และไม่รวดเร็ว การเปลี่ยนแปลงมักจะเป็นเรื่องของขนาด รูปร่างและการจัดเตรียมงานเท่านั้น ส่วน PERT มักจะใช้กับงานใหม่ๆ ซึ่งยังไม่เคยทำมาก่อน โดยมากจะเป็นงานวิจัยและพัฒนางานด้านการอุตสาหกรรมและงานด้านอวกาศ เป็นงานที่มีการใช้เทคโนโลยีที่เปลี่ยนแปลงเสมอและอย่างรวดเร็ว ผลผลิตหรือผลงานที่เกิดขึ้นมักจะไม่ยังมีมาตรฐาน และยังไม่มีความแน่นอนว่าจะเกิดขึ้นตามที่คาดหมายหรือไม่ เพียงใด ในแง่ของเวลานั้น PERT มีการวางแผนก่อนที่จะรู้ว่าใช้วัสดุและเทคโนโลยีอะไรบ้าง จึงยังไม่มีความแน่นอนในด้านผลงานหรือผลผลิต และยังไม่รู้แน่ชัดว่าแต่ละกิจกรรมจะใช้เวลาเท่าใด เพราะเป็นงานใหม่จึงไม่มีประสบการณ์และการประมาณเวลา หรือเวลาที่ใช้ในการกระทำกิจกรรมนั้นมาก่อน ดังนั้น การกำหนดเวลาของแต่ละกิจกรรม จึงมีลักษณะของความเสี่ยงอยู่มาก เช่น การประมาณเวลาแล้วเสร็จเร็วที่สุด (Optimistic time : To) เป็นการประมาณว่า ถ้าทุกอย่างราบรื่นไม่มีปัญหาจะใช้เวลาในการทำกิจกรรมนั้นเร็วที่สุดหรือน้อยที่สุด (Pessimistic time : Tp) เป็นการคาดคะเนเอาว่า ถ้าโชคไม่ค่อยดีหรืออาจมีอุปสรรคปัญหาบางอย่างเกิดขึ้น (ไม่รวมภัยธรรมชาติบางอย่าง) จะใช้เวลามากที่สุดเท่าใด เวลาเหล่านี้จึงไม่แน่ว่าจะถูกต้องอย่างแน่นอน เป็นเพียงข้อสันนิษฐานว่าเวลาดังกล่าวจะถูกต้องเท่านั้น (อนันต์ เกตุวงศ์.2541 : 281 ; อ้างอิงจาก Wiest and Levy.1987 : 41 - 42)

โดยสรุปแล้วเทคนิค CPM พัฒนาขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาต่างๆ ทางด้านอุตสาหกรรม จึงไม่ค่อยได้เกี่ยวข้องกับปัญหาความไม่แน่นอนของเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรมเหมือน PERT แต่กลับไปให้ความสำคัญกับการจัดลำดับและการลดค่าใช้จ่าย ดังนั้น เวลาในการทำกิจกรรมของ CPM จะมีความแน่นอนมากกว่าเวลาของ PERT (อนันต์ เกตุวงศ์.2541 : 281 ; อ้างอิงจาก Wiest and Levy.1987 : 62)

ประโยชน์ของ CPM และ PERT

ทวีป ศิริรัตน์ (2544 : 107) กล่าวถึงประโยชน์ของ CPM และ PERT ดังนี้
 ผังข่ายงานในลักษณะของ CPM และ PERT มีประโยชน์อย่างยิ่งในการบริหารโครงการโดยเฉพาะในด้านการวางแผนและการควบคุมโครงการ ซึ่งถ้าจำแนกเป็นข้อๆ มีหลายประการที่สำคัญ ดังนี้

1. แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์เกี่ยวข้องของงาน ชุตงานและ หน่วยงานทั้งหมดในโครงการรวมทั้งผู้รับผิดชอบหรือฝ่ายต่างๆ ที่เกี่ยวข้องในการดำเนินงานโครงการ
2. ช่วยให้สามารถคาดคะเนระยะเวลาที่ใช้ทั้งหมดของโครงการได้อย่างสมเหตุสมผลที่สุด แม้ว่าโครงการอาจใช้เวลาหลายปีก็ตาม
3. แสดงให้เห็นถึงสายงานวิกฤติ ซึ่งทำให้ทราบว่างานวิกฤติประกอบไปด้วยงานใดบ้างทำให้ผู้รับผิดชอบโครงการต้องให้ความสนใจและควบคุมงานวิกฤติเหล่านั้นอย่างใกล้ชิด ซึ่งถ้าดำเนินการล่าช้ากว่าที่กำหนดไว้ก็จะทำให้เวลาแล้วเสร็จของโครงการล่าช้าออกไปด้วย

4. มีระบบการควบคุมและติดตามผลที่มีประสิทธิภาพ ทุกครั้งที่มีการปรับปรุงแก้ไขก็จะทราบได้ว่าโครงการจะเสร็จตามกำหนดเดิมหรือไม่ หรือจะเสร็จเร็วขึ้นหรือช้าไปจากกำหนดเดิมกี่วัน และเพราะเหตุใด ซึ่งทำให้สามารถแก้ไขได้ถูกต้องและถูกจุด

5. สามารถทราบจำนวนและชนิดของทรัพยากรต่างๆที่ต้องใช้ตามระยะเวลาตั้งแต่เริ่มจนโครงการแล้วเสร็จทำให้ทราบว่าทรัพยากรที่มีอยู่จะเพียงพอต่อการดำเนินงานหรือไม่ ซึ่งช่วยให้สามารถตัดสินใจได้ว่า ควรจะเพิ่มหรือลดทรัพยากรหรืออาจจะมอบหมายงานบางงานให้ผู้รับเหมารับไปดำเนินงาน

6. แสดงให้เห็นงานที่มีเวลายืดหยุ่น คือ สามารถที่จะทำให้ล่าช้าลงไปภายในช่วงระยะเวลาหนึ่งได้ โดยไม่ก่อให้เกิดความเสียหาย หรือเป็นงานที่สามารถหยิบยืมทรัพยากรไปใช้งานอื่นได้ก่อนระยะเวลาหนึ่งโดยไม่ก่อให้เกิดความล่าช้าขึ้นกับโครงการ

7. บอกให้ทราบถึงวันที่อาจจะเริ่มงานได้และวันที่ต้องเริ่มงานนั้น ถ้าจะยังคงต้องการให้โครงการเป็นไปตามกำหนดการเดิม

8. ชี้ให้เห็นว่างานใดที่จะต้องได้รับการประสานงานอย่างรอบคอบเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงความขัดแย้งในแง่ของทรัพยากรหรือจังหวะเวลา

9. แสดงให้เห็นถึงงานที่อาจจะต้องดำเนินการที่คู่ขนานกันเพื่อให้ โครงการแล้วเสร็จตามที่กำหนดไว้

10. เมื่อโครงการแล้วเสร็จ ทำให้สามารถทราบสถิติของงานแต่ละงานเกี่ยวกับจำนวนเวลาที่ใช้ และจำนวนทรัพยากรต่างๆ รวมทั้งความสมเหตุสมผลของผัง ข่ายงาน ซึ่งได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไขมาตลอดเวลา อันจะเป็นข้อมูลที่ต้องการที่จะช่วยในการ วางแผนงานโครงการอื่นที่สมเหตุสมผล มีความเป็นไปได้และมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นต่อไป

กล่าวโดยสรุป ก็คือ CPM และ PERT ช่วยให้ผู้ร่วมรับผิดชอบ โครงการทุกฝ่ายมองเห็นภาพงานที่เป็นรายละเอียดต่างๆ ตลอดโครงการอย่างชัดเจน ซึ่งช่วยให้สามารถดำเนินงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถแก้ไขปัญหาได้ถูกต้องตรงจุด และทันท่วงที

ประโยชน์ของเทคนิคผังข่ายงานแบบ CPM

ทวีป ศิริรัตน์ (2544 : 108) กล่าวถึงประโยชน์ของ CPM ดังนี้

1. ช่วยให้มีการใช้เวลาและทรัพยากรอย่างมีประสิทธิภาพลดความเสี่ยงในการทำงาน สามารถคาดหวังผลงานอันเกิดจากการใช้ทรัพยากรได้อย่างถูกต้อง มีความแน่นอนในเรื่องของเวลาการกระทำกิจกรรม

2. งานหรือกิจกรรมของ CPM อาจลดเวลาการทำงานลงได้โดยการเพิ่มทรัพยากรต่าง ๆ เข้าไป เช่น คน วัสดุ เครื่องมือเครื่องใช้และเงิน เป็นต้น ซึ่งอาจทำให้ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น แต่ในทางตรงกันข้าม ถ้าไม่ประสงค์จะลดเวลาการกระทำกิจกรรมหรือมีเวลาพอเพียงในการทำกิจกรรม

ตามปกติธรรมดา ก็จะสามารถจะลดค่าใช้จ่ายและทรัพยากรต่างๆ ลงได้ จึงไม่มีความจำเป็นที่จะ ย่นเวลาทำกิจกรรมทุกอย่างเพื่อร่นเวลาของโครงการให้สั้นลงเสมอไป อาจทำเฉพาะกิจกรรมที่ สำคัญ หรือในวิถีวิกฤติเท่านั้น

3. ช่วยให้มีประสานงานและการติดต่อสื่อสารที่ชัดเจนแน่นอนช่วยสร้างสรรค์ การทำงานเป็นทีมและเป็นระบบ

4. ช่วยให้ทุกฝ่ายมีความรับผิดชอบมากขึ้น เพราะมีผลกระทบต่อ การทำงานซึ่ง กันและกัน ตลอดโครงการอย่างเป็นระบบ กล่าวคือ ถ้าฝ่ายหนึ่งฝ่ายใดทำงานช้าไม่เป็นไปตาม ที่กำหนดไว้ก็จะส่งผลให้ฝ่ายอื่นที่ทำงานเกี่ยวข้องช้าตามไปด้วยซึ่งส่งผลให้ การแล้วเสร็จของ โครงการล่าช้าออกไปด้วยโดยอัตโนมัติ

ประโยชน์ของเทคนิคผังข่ายงานแบบ PERT

ทวีป ศิริวิทย์ (2544 : 109) กล่าวถึงประโยชน์ของ PERT ดังนี้

1. ใช้ได้ผลดีในงานโครงการที่มีกิจกรรมจำนวนมาก สลับซับซ้อนและแต่ละ กิจกรรมมีความสัมพันธ์หรือขึ้นต่อกัน และโดยเฉพาะอย่างยิ่งงานโครงการใหม่ๆ ที่ยังไม่เคย ทำมาก่อนในลักษณะของงานวิจัยและพัฒนาทางอุตสาหกรรมและอวกาศ เป็นต้น
2. ช่วยให้สามารถวางแผนป้องกันปัญหาอุปสรรคการทำงานได้ล่วงหน้าหรือ สามารถแก้ไขปัญหาได้ทันเวลา เนื่องจากมีการประมาณเวลาและทำนายความไม่แน่นอนต่างๆ ของการปฏิบัติงานไว้ล่วงหน้า
3. ช่วยลดค่าใช้จ่าย บุคลากร และเวลาการปฏิบัติงานของโครงการ (งานโครงการ ใหม่ๆ ซึ่งกระทำเพียงครั้งเดียวหรืออย่างมากเพียงสองครั้งไม่ควรนำมาใช้กับ งานประจำหรืองานที่ ต้องกระทำซ้ำๆ กันตลอดไป)
4. ง่ายต่อการติดต่อประสานงานของผู้ที่รับผิดชอบโครงการทุกฝ่าย ทุกระดับ เพราะมีรายละเอียดของงานทุกขั้นตอนหรือแต่ละกิจกรรมที่ชัดเจนทั้งโครงการ ซึ่งเห็นการช่วย เพิ่มโอกาสในการที่จะทำให้โครงการบรรลุวัตถุประสงค์มากยิ่งขึ้น
5. มุ่งความสนใจไปยังงานที่อยู่ในสายตาหรือวิถีวิกฤติ ซึ่งเป็นส่วนที่จะทำให้ สำเร็จตามวัตถุประสงค์ของโครงการเป็นไปได้อผลและช้า ลักษณะดังกล่าวทำให้ทุกฝ่ายที่ร่วม โครงการฝ่ายที่ร่วมโครงการเพิ่มความระมัดระวังและความรับผิดชอบในการทำงานมากยิ่งขึ้น

ประชุม รอดประเสริฐ (2535 : 197 - 198 ; อ้างอิงจาก Levin and Kirtpatrick.1971: 393) ได้อธิบายถึงความสำคัญ ซึ่งเป็นการชี้ถึงประโยชน์ของ PERT ไว้ดังนี้

“PERT เป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่จะช่วยลดความล่าช้า ความขัดแย้งและความเป็น อุปสรรคปัญหาของการปฏิบัติงานเป็นวิธีการในการประสานการทำงานร่วมกันของหน่วยงาน ต่างๆ เป็นวิธีการที่จะช่วยให้การปฏิบัติงานบรรลุถึงเป้าหมายด้วยความรวดเร็ว เป็นวิธีการ

ควบคุมการปฏิบัติงานให้เป็นไปอย่างมีระเบียบเป็นวิธีการในการกำหนดและการจัดสรรทรัพยากรให้เหมาะสมกับการดำเนินงานเป็นเครื่องมือในการสื่อความหมายระหว่างผู้บังคับบัญชาและผู้ใต้บังคับบัญชา และที่สำคัญคือ PERT เป็นวิธีการที่จะทำให้การปฏิบัติงานแล้วเสร็จตามกำหนดเวลา”

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2523 : 137) ได้กล่าวไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ (achievement) หรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (academic achievement) หมายถึง คุณลักษณะและความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการเรียนการสอนเป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดจากการฝึกฝน อบรม หรือจากการสอน การวัดผลสัมฤทธิ์จึงเป็นการตรวจสอบระดับความสามารถหรือความสัมฤทธิ์ผล (level of accomplishment) ของบุคคลว่า เรียนแล้วรู้เท่าไร มีความสามารถชนิดใด

อัจฉรา สุขารมณ์และอรพินทร์ ชูชม (2530 : 10) กล่าวไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ (achievement) หมายถึง ขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการทำงานที่ต้องอาศัยความสามารถทางร่างกายหรือสมอง ดังนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงเป็นขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการเรียนที่อาศัย ความสามารถเฉพาะตัวของแต่ละบุคคลโดยตัวที่บ่งชี้ถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจได้มาจากกระบวนการที่ไม่ต้องอาศัยการทดสอบ (non testing procedures) เช่น จากการสังเกต หรือ การตรวจสอบการบ้าน หรืออาจอยู่ในรูปของเกรดที่ได้จากโรงเรียน (school grade) ซึ่งต้องอาศัยกรรมวิธีที่ซับซ้อนและช่วงเวลาในการประเมินอันยาวนานหรืออีกวิธีหนึ่งอาจวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วไป (published achievement tests) จะพบว่าการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นิยมใช้กันทั่วไป มักอยู่ในรูปของเกรดที่ได้จากโรงเรียนเนื่องจากให้ผลที่เชื่อถือได้มากกว่า เพราะอย่างน้อยก่อนการประเมินผลการเรียนของนักเรียน ครูจะต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆ อีกหลายด้าน จึงย่อมดีกว่าการแสดงความดีของความล้มเหลวหรือความสำเร็จทางการเรียนจากการทดสอบนักเรียน ด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วๆ ไปเพียงครั้งเดียว

วิลสัน (Wilson. 1971: 643 – 696) ได้กล่าวว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐาน ซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่างๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ต้องไม่อาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนมากกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหมายหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่หรือ ยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้น จะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วๆ ไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎ ที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements from One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็น

สมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to follow a line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางด้านสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถ ในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับ ความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns Isomorphism and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจาก ข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา ที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของ เนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิด สร้างสรรค์ผสมผสานกัน เพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุด ของ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือ ตัวอย่าง นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจมนต์ นิยามตลอดจนทฤษฎี ต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้าง ความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำแนกความสัมพันธ์ที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็น ความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์ อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัย นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถ ในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความ ซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในชั้นนี้ ต้องการให้นักเรียน สามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้อง ให้มีผลใช้ได้ เป็น กรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalizations) เป็นความสามารถ ในการ ค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

3.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott.1961: 14 - 16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว่า องค์ประกอบที่มี อิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน มีดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพ ทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิก ทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้านและฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สถิติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์

แคร์รอล (Carroll, 1963: 723 - 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ ที่นักเรียนจะได้รับ

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นนั้น มีองค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยเฉพาะองค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวนักเรียนในด้านต่าง ๆ เช่น สถิติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน รวมถึงองค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคมของนักเรียนและที่ทำให้เกิดผลโดยตรงนี้คือการสอนของครูนั่นเอง

3.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งเรวัตและคุปตะ (Rawat and Gupta, 1970 : 7 - 9) ได้กล่าวว่าจะมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมที่โรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่นๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

สำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์นั้น วัชร บุนนสิงห์(2525 : 435) ได้กล่าวว่า เป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q) อยู่ระหว่าง 75 - 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30

2. อัตราการเรียนรู้อัตราคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่น ๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งของต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้อยสังเกตจากการสอบทวิภาคคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้าน การเรียนของตนเองและ

บางครั้งรู้สึกด้อยกว่าตัวเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่น ๆ ซึ่งมีทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มี ความตั้งใจในการเรียน หรือความตั้งใจเรียนเพียงชั่วระยะสั้น
13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหา ด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
14. ไม่ประสบความสำเร็จในด้านการเรียนทั่ว ๆ ไป
15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้ เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ
16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำกว่าทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

สรุปได้ว่าสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และมีผลต่อการเรียนของนักเรียนคือ การจัดการเรียนการสอน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ สภาพแวดล้อมทางครอบครัว และวุฒิภาวะ จากสาเหตุดังกล่าวจึงต้องเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องจัดหาวิธีการที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน เพื่อให้เกิดประสิทธิภาพที่ดียิ่งขึ้น

3.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2529: 20 – 21) ได้จำแนกประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ตามลักษณะการสร้างไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้าง (Teacher made test) เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเพื่อวัดและประเมินผลการเรียนการสอนในห้องเรียน ส่วนมากมักเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ ในวิชาต่าง ๆ โดยยึดเนื้อหาตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร โดยปรกติใช้เพื่อวัตถุประสงค์ 2 กรณี คือ

1.1 เพื่อการสอบย่อย (Formative test) คือใช้เพื่อวัดผลการเรียนภายหลัง การสิ้นสุดการเรียนการสอนในแต่ละตอนหรือหน่วยของความรู้ โดยเนื้อแท้แล้ว การสอบย่อย มุ่งจะนำผลการสอบไปปรับปรุงการเรียนการสอนของนักเรียนหรือเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องใน การเรียนหน่วยที่ผ่านมา ก่อนที่จะผ่านไปเรียนในหน่วยต่อไป

1.2 เพื่อการสอบรวม (Summative test) คือใช้เพื่อวัดผลรวบยอด ภายหลังการเรียนการสอนวิชาหนึ่ง ๆ จบลง จึงมักเป็นการสอบเมื่อสิ้นสุดภาคเรียนหรือเมื่อสิ้นปี

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นอย่างมีหลักเกณฑ์ มีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวิเคราะห์และแก้ไขปรับปรุง จนแบบทดสอบมีประสิทธิภาพสูง สามารถนำไปใช้กว้างขวางทั่วประเทศ เป็นการสอบความรู้ที่เรียนตามหลักสูตรในแต่ละรายวิชา นอกจากนี้ แบบทดสอบมาตรฐานยังมีคุณสมบัติที่สำคัญอีก 2 ประการ คือ

2.1 มีมาตรฐานในวิธีดำเนินการสอบ หมายถึงว่า แบบทดสอบนั้นจะมีวิธีดำเนินการสอบที่เป็นเช่นเดียวกัน โดยตัวแบบทดสอบจะบอกวิธีปฏิบัติ ซึ่งต้องดำเนินให้เหมือนกันหมด ไม่ว่าใครก็ตามจะนำแบบทดสอบนั้นไปสอบในที่ใดๆ ก็ตาม

2.2 มีมาตรฐานในการแปลความหมายคะแนน หมายถึงว่า แบบทดสอบนั้น จะมีสเกลมาตรฐานไว้เทียบคะแนนเรียกว่า เกณฑ์ปรกติ (Norm) เพื่อที่จะนำไปสู่การแปลความหมายว่าบุคคลที่ได้คะแนนการสอบแต่ละค่านั้นมีความสามารถเป็นอย่างไร

สมเกียรติ ปติฐพร (2525 : 6 – 7) ได้กล่าวไว้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพสมองด้านต่างๆ ที่เด็กได้รับจากประสบการณ์ทั้งปวง ทั้งจากโรงเรียนและทางบ้าน ข้อสอบประเภทวัดผลสัมฤทธิ์นี้ จะเน้นวัดความสัมฤทธิ์ ผลทางด้านวิชาการเป็นสำคัญ มักเป็นคำถามที่ให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ (Paper and pencil test) กับชนิดที่ให้นักเรียนปฏิบัติจริง (Performance test) เป็นการวัดว่าเด็กเรียนรู้อะไรแล้วจากอดีตเท่าไร ข้อสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher – made test) หมายถึง ข้อสอบที่ใช้กันทั่วๆ ไปในโรงเรียน ครูเป็นผู้สร้างกันขึ้นเอง ข้อสอบแบบนี้มีข้อเสียตรงที่ครูส่วนมากไม่ค่อยสนใจว่า ข้อสอบที่ออกมาใช้ไปแล้วนั้นดี – เลว ประการใด

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นแล้วนำไปใช้ทดสอบ และวิเคราะห์ผลการสอนตามวิธีการทางสถิติหลายครั้ง หลายหน เพื่อปรับปรุงให้มีคุณภาพและเป็นแบบทดสอบที่มาตรฐานสำหรับใช้กับเด็กทั่วๆ ไป มีการหาเกณฑ์ปกติ (Norms) เพื่อใช้เป็นหลักในการเปรียบเทียบ แบบทดสอบมาตรฐานนี้เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดและประเมินค่าการเรียนการสอน การสร้างแบบทดสอบมาตรฐาน ต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่าย

จ่ายมาก จึงมักเป็นงานของสถาบันใหญ่ๆ หรือเป็นงานระดับชาติและคำว่า “มาตรฐาน” หมายถึง มาตรฐาน 2 ประเด็น คือ มาตรฐานในการดำเนินการสอบและในวิธีการแปลคะแนน ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้เครื่องมือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยการสร้างเป็นปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และข้อสอบอัตนัยแบบแสดงวิธีทำ

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของบทเรียน

4.1 การหาประสิทธิภาพของบทเรียน

ในการจัดการเรียนการสอน สื่อทุกประเภทที่จะนำมาประกอบการเรียนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการหาประสิทธิภาพก่อน ซึ่ง ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 134 - 142) ได้ให้รายละเอียดซึ่งสรุปได้ดังนี้

ความจำเป็นที่ต้องหาประสิทธิภาพเพราะในการผลิตระบบการดำเนินงานทุกประเภท จำต้องมีการตรวจสอบคุณภาพของระบบนั้น เพื่อเป็นการประกันว่าจะมีประสิทธิภาพจริงตามที่มุ่งหวัง การหาประสิทธิภาพมีความจำเป็นด้วยเหตุผลหลายประการ คือ

1. สำหรับหน่วยงานผลิตสื่อการสอน เป็นการประกันคุณภาพของสื่อการสอนว่าอยู่ในขั้นสูง เหมาะสมที่จะลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก หากไม่มีประสิทธิภาพเสียก่อน แล้วหากผลิตออกมาใช้ประโยชน์ไม่ได้ดี ก็จะต้องทำใหม่เป็นการสิ้นเปลืองทั้งเวลา แรงงานและเงินทอง

2. สำหรับผู้ใช้สื่อการสอน สื่อการสอนจะทำหน้าที่สอนโดยที่ช่วยสร้างสภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเปลี่ยนพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง บางครั้งต้องช่วยครูผู้สอน บางครั้งต้องสอนแทนครู(อาทิ ในโรงเรียนครูคนเดียว) ดังนั้นก่อนนำสื่อการสอนไปใช้ ครูจึงมั่นใจว่าสื่อการสอนนั้นมี ประสิทธิภาพในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จริง การหาประสิทธิภาพตามลำดับชั้น จะช่วยให้เราใช้สื่อการสอนที่มีคุณค่าทางการสอนจริงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

3. สำหรับผู้ผลิตสื่อการสอน การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจได้ว่า เนื้อหาสามารถที่บรรจุลงในสื่อการสอนเหมาะสม ง่ายต่อการเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมี ความชำนาญสูงขึ้น เป็นการประหยัดแรงสมอง แรงงาน เวลาและเงินทองในการเตรียมต้นแบบ

4.2 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ

เกณฑ์ประสิทธิภาพ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของสื่อการสอนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เป็นระดับที่ผู้ผลิตสื่อการสอนจะพึงพอใจว่าหากชุดการสอนมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้วสื่อการสอนนั้นก็จะมีคุณค่าที่จะนำไปสอนนักเรียนและคุ้มค่าแก่การลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพกระทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียน 2 ประเภทคือพฤติกรรมต่อเนื่อง (กระบวนการ) และพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (ผลลัพธ์) โดยกำหนดค่าประสิทธิภาพเป็น E_1 (ประสิทธิภาพของกระบวนการ) E_2 (ประสิทธิภาพของผลลัพธ์) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ประเมินพฤติกรรมต่อเนื่อง (Transitional Behavior) คือประเมินผลต่อเนื่อง ซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรมย่อยหลาย ๆ พฤติกรรม เรียกว่า "กระบวนการ" ของผู้เรียนที่สังเกตจากการประกอบกิจกรรมกลุ่ม (รายงานของกลุ่ม) และรายงานบุคคลได้แก่ งานที่มอบหมายและกิจกรรมอื่นใดที่ผู้สอนกำหนดไว้

2. ประเมินพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (Terminal Behavior) คือประเมินผลลัพธ์ของผู้เรียน โดยพิจารณาจากการสอบหลังเรียนและการสอบไล่

ประสิทธิภาพของสื่อการสอน จะกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนคาดหวังว่าผู้เรียนจะเปลี่ยนพฤติกรรมเป็นที่พึงพอใจโดยกำหนดให้เป็นเปอร์เซ็นต์ของผลเฉลี่ยของคะแนนการทำงานและการประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมดต่อเปอร์เซ็นต์ของผลการสอบหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด โดยที่ E_1 / E_2 คือประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ เช่น 80/80 หมายความว่าเรียนจากสื่อการสอนแล้ว ผู้เรียนสามารถทำแบบฝึกหัดหรือไปงานได้ผลเฉลี่ย 80% ส่วน 80 ตัวที่สอง หมายความว่า เมื่อผู้เรียน เรียนจากสื่อการสอนแล้ว ผลการเรียนจะต้องได้เฉลี่ยร้อยละ 80%

4.3 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพ

1. โดยใช้สูตร กระทำได้โดยสูตรต่อไปนี้

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum X}{A} \times 100$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการ

$\sum X$ แทน คะแนนรวมของแบบฝึกหัด

A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดทุกชิ้นรวมกัน

N แทน จำนวนผู้เรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\sum Y}{B} \times 100$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

ΣY	แทน คะแนนรวมของผลลัพธ์หลังเรียน
B	แทน คะแนนเต็มของการทดสอบหลังเรียน
N	แทน จำนวนผู้เรียน

การคำนวณหาประสิทธิภาพโดยใช้สูตรดังกล่าวข้างต้น ก็จะมีการนำคะแนนแบบฝึกหัดหรือผลงานในขณะที่ประกอบกิจกรรมกลุ่ม/เดี่ยว และคะแนนสอบหลังเรียนมาเข้าตารางแล้วจึงคำนวณหาค่า E_1 / E_2

2. โดยการวิธีคำนวณธรรมดา

หากไม่ยากใช้สูตร ก็สามารถใช้วิธีการคำนวณธรรมดาหาค่า E_1 และ E_2 ได้ สำหรับค่า E_2 ของแต่ละชุดการสอนไม่มีปัญหาในการคำนวณมากนัก เพราะอาจทำได้โดยการเอาคะแนนของนักเรียนทั้งหมดรวมกัน หาค่าเฉลี่ยแล้วเทียบส่วนร้อย เพื่อหาค่าร้อยละ

หลังจากคำนวณหาค่า E_1 และ E_2 ผลลัพธ์ที่ได้มักจะใกล้เคียงกันและ ห่างกันไม่เกิน 5% ซึ่งเป็นตัวยืนยันได้ว่า นักเรียนได้มีการเปลี่ยนพฤติกรรมขั้นสุดท้าย หรืออีกนัยหนึ่ง การที่นักเรียนจะสอบได้เท่าไรก็ได้เท่าใด เช่น 90% นั้น นักเรียนมีความรู้จริง หรือทำได้เพราะการเดาสุ่ม เมื่อมีการรายงานคะแนนเป็นเลข 2 ตัว เช่น 78/83 นั้นทำให้เราทราบว่านักเรียนทำงานและแบบฝึกหัดทั้งปีได้ 78% และ สอบไล่ได้ 83% เป็นการยืนยันการเปลี่ยนพฤติกรรมของนักเรียนค่อนข้างแน่นอน

ขั้นตอนการหาประสิทธิภาพ เมื่อผลิตชุดการสอนขึ้นเป็นต้นแบบแล้ว ต้องนำชุดการสอนไปหาประสิทธิภาพตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. แบบเดี่ยว (1 : 1) คือทดลองกับผู้เรียน 1 คนโดยใช้เด็กอ่อน ปานกลางและเด็กเก่ง คำนวณหาประสิทธิภาพ เสร็จแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น โดยปกติคะแนนที่ได้จากการทดลองแบบเดี่ยวนี้จะต่ำกว่าเกณฑ์มาก แต่ไม่ต้องวิตกกังวลเมื่อปรับปรุงแล้วจะสูงขึ้นมาก ก่อนนำไปทดลองแบบกลุ่ม ในขั้นนี้ E_1 / E_2 ที่ได้จะมีค่าประมาณ 60/60

2. แบบกลุ่ม (1 : 10) คือทดลองกับผู้เรียน 6 - 10 คน(ละผู้เรียนเก่งกับอ่อน) คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุง ในคราวนี้คะแนนของผู้เรียนจะเพิ่มขึ้นอีกเกือบเท่าเกณฑ์ โดยเฉลี่ยจะห่างเกณฑ์ประมาณ 10% นั่นคือ E_1 / E_2 ที่ได้จะมีค่าประมาณ 70/70

3. ภาคสนาม (1 : 100) ทดลองกับผู้เรียนทั้งชั้นจำนวน 40 - 100 คน คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วทำการปรับปรุง ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หากต่ำกว่าเกณฑ์ไม่เกิน 2.5% ก็ให้ยอมรับหากแตกต่างกันมากผู้สอนต้องกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ 83.5/85.4 ใกล้เคียงกับเกณฑ์ 85/85 ที่ตั้งไว้ แต่ตั้งเกณฑ์ไว้ 75/75 เมื่อผลการทดลองเป็น 83.8/84.5 ก็อาจเลื่อนเกณฑ์ขึ้นมาเป็น 85/85 ได้

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 290 - 291) กล่าวถึงการสร้างสื่อก่อนที่จะนำไปใช้ ควรจะได้ทดลองแก้ไขปรับปรุงให้ได้มาตรฐานเสียก่อน เพื่อให้ทราบว่าสื่อนั้นมีคุณภาพเพียงใด มีสิ่งใดที่ยังบกพร่องอยู่ ซึ่งการประเมินนี้ไม่ใช้การประเมินผลผู้เรียน แต่เป็นการประเมินผลสื่อ โดยการนำสื่อไปทดลองใช้กับคนหลาย ๆ คน หลาย ๆ กลุ่ม แล้วจึงเผยแพร่ นำออกใช้จริง เกณฑ์การหาประสิทธิภาพของสื่อ นั้น อาจจะถูกกำหนดเป็น 90/90 หรือ 85/85 หรือ 80/80 ขึ้นอยู่กับลักษณะวิชา การที่จะกำหนดเกณฑ์เท่าใดนั้นไม่ได้กำหนดขึ้นเองตามใจชอบ แต่ควรจะเป็นผลจากการทดลองใช้ก่อนในกรณีการศึกษาแบบสมรรถฐาน ถือเป็นเกณฑ์ 90/90 จึงจะถือว่าใช้ได้ ความหมายของตัวเลข 90/90 หมายความว่า 90 ตัวแรก เป็นคะแนนที่ได้จากการทำกิจกรรม การเรียนหรือแบบฝึกหัดโดยเฉลี่ยร้อยละ 90 ส่วน 90 ตัวหลัง เป็นคะแนนที่ได้จากการทำแบบประเมินผลการเรียน โดยเฉลี่ยร้อยละ 90

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 127 - 129) ได้กล่าวว่าการประเมินสื่อเป็นการพิจารณา ประสิทธิภาพและคุณภาพของสื่อการเรียนการสอน สื่อที่ได้จะต้องได้รับการประเมินประสิทธิภาพ ส่วนใหญ่จะเป็นสื่อที่ผลิตขึ้นมาตามหลักการสอน การประเมินสื่อโดยวิธีนี้จำเป็นต้องคำนึงถึง จุดมุ่งหมายของสื่อการเรียนการสอนและวัตถุประสงค์ทางการเรียนของผู้เรียน ภายหลังจากที่ เรียนจากสื่อ นั้นแล้ว

สรุปได้ว่า การหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ คือการตรวจสอบข้อบกพร่อง โดยจะต้อง นำสื่อที่ผลิตขึ้นนั้นไปทดลองใช้ก่อน โดยจะนำสื่อ นั้นไปทดลองกับหลาย ๆ คน หรือหลาย ๆ กลุ่ม เพื่อเป็นการประกันว่าสื่อที่ผลิตออกมานั้นมีคุณภาพ

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในเรื่องการนำเนื้อหา ระดับสูงมาทดลองสอนในระดับที่ต่ำกว่า

จากความพยายามที่นักคณิตศาสตร์ศึกษาได้พยายามที่จะปรับปรุงหลักสูตรวิชา คณิตศาสตร์ จึงมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ อยู่มากมาย ซึ่ง งานวิจัยดังกล่าวมีองค์ประกอบที่จะทำการศึกษาอยู่ 3 องค์ประกอบ ได้แก่ผู้สอน กระบวนการ เรียนการสอน และผู้เรียน(ประพนธ์ เจียรกุล.2533 : 43) ซึ่งงานวิจัยที่รวบรวมมานี้เกี่ยวกับการ นำเนื้อหา ระดับสูงมาทดลองสอนในระดับที่ต่ำกว่า

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

กัปรัด (Gubrud. 1971: 6468 - A) ได้ทำการศึกษาวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถใน การเรียนเรื่อง การบวกเวกเตอร์ของนักเรียนเกรด 8 - 10 ผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนเกรด 10 มีความสามารถในการศึกษาเนื้อหา เกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์ได้อย่างชัดเจนมากกว่านักเรียนเกรด 8 และ 9 ที่มีความสามารถทาง

คณิตศาสตร์ต่ำ และนักเรียนในระดับที่สูงกว่ามีความสามารถในการเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์มากกว่านักเรียนในระดับที่ต่ำกว่า

ไวท์ (White. 1974: 1969 - A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถของนักเรียนเกรด 7 และ 8 มีความสามารถในการเรียนเรื่องมโนคติเบื้องต้นของความน่าจะเป็นได้ และไวท์ได้เสนอให้นำเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้นบรรจุในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 และ 8

ดรัมมอนด์ (Drummond.1989: 641 - A) ทำการวิจัยออกแบบวิชาคณิตศาสตร์เติมหน่วย(Discrete Mathematics) สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายมีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบ วิชาคณิตศาสตร์เติมหน่วยสำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเน้นการนำไปใช้แก้ปัญหา และเพื่อกำหนดความเหมาะสมของการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ ซึ่งเสนอโดย NCTM ในปี ค.ศ. 1987 ซึ่งหัวข้อของวิชาคณิตศาสตร์เติมหน่วยประกอบด้วย เรื่องเมทริกซ์ ตรรกศาสตร์ เซต การนับ ความน่าจะเป็น กราฟ ต้นไม้ และความสัมพันธ์เวียนเกิด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่ผ่านการเรียนวิชา พีชคณิต 1 เรขาคณิต และพีชคณิต 2 จำนวน 203 คน ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเหล่านี้ มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เติมหน่วย และหลักสูตรคณิตศาสตร์ ซึ่งเสนอโดย NCTM ในปี ค.ศ. 1987 มีความเหมาะสม

ไวน์ิง (Vining. 1989: 380 - A) ได้ทำการศึกษาหัวข้อเรื่องและ แนวความคิดของคณิตศาสตร์เติมหน่วยในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาซึ่งกำหนดโดย NCTM ไวน์ิงได้สำรวจความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่สอนคณิตศาสตร์เติมหน่วย ในหัวข้อที่สัมพันธ์กับ วิชาคณิตศาสตร์เติมหน่วย ในหลักสูตรของชั้นมัธยมศึกษาปรากฏว่า ผู้เชี่ยวชาญเห็นพ้องต้องกันว่า วิชาคณิตศาสตร์เติมหน่วยที่มีในระดับสูง ซึ่งแยกมาสอนในในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความเหมาะสม

5.2 งานวิจัยในประเทศ

เสกสรร คำกระบี่ (2517 : 20 - 22) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องลิมิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายสายสามัญ แผนกวิชาวิทยาศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 สายสามัญแผนกวิชาวิทยาศาสตร์ ระดับชั้นใดมีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 72 คนและนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 48 คนของโรงเรียนคณะราษฎรบำรุง จังหวัดยะลา ระยะเวลาในการทดลองรวมทั้งหมด 9 ชั่วโมง ผลการศึกษาปรากฏว่านักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิต ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิต และควรบรรจุเนื้อหาเรื่องลิมิต ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สายสามัญ แผนกวิชาวิทยาศาสตร์ ของโรงเรียนในประเทศไทย

สุทธิพงษ์ พะลัง (2521 : 32 - 35) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรม เส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนการสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพานิชการ มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างหน่วยการเรียนการสอนเรื่องโปรแกรมเส้นตรงในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพานิชการมีความสามารถในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตพานิชการพระนคร กรุงเทพมหานคร ชั้นละ 30 คน ผลการศึกษาปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพานิชการมีความสามารถในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง และควรเริ่มสอนวิชาโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพานิชการ

นภดล สุขาพาณิชย์ (2524 : 22 - 25) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน วิชา เรขาคณิตนอนยูคลิเดียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 เรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิเดียนได้หรือไม่ และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 ในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิเดียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 ปีการศึกษา 2522 โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ชั้นละ 30 คน รวม 60 คน ผลการศึกษาปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิเดียนได้ดีกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และเห็นว่าควรบรรจุวิชา เรขาคณิตนอนยูคลิเดียนลงในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิรัตน์ ชาญศิริวัฒนา (2524 : 19 - 24) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการใช้บทนิยาม และทฤษฎีบทในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้บทนิยามและทฤษฎีบทในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์ สาย 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์ สาย 1 ของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดมหาสารคาม ผลการศึกษาปรากฏว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้บทนิยามและใช้ทฤษฎีบทในวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บุญเกิด ชำนาญคำ (2526 : 34 - 35) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียน เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 ของนักเรียนโรงเรียน วัดไร่ขิงวิทยา จังหวัดนครปฐม ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้นได้

สุภชัย ทองศิริ (2527 : 36 - 37) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง กรุปเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 ของโรงเรียนอยุธยาวิทยาลัย

จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ผลการวิจัยสรุปว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 สามารถเรียน เรื่อง กรุปเบื้องต้นได้

วันชัย ทัพพะปุระณะ (2529 : 29 - 31) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียน เรื่อง เวกเตอร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 ของโรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน จังหวัดพังงา ผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 สามารถเรียนเรื่องเวกเตอร์ได้

ดี บางกระ (2538 : 18) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน ก่อกำเนิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนกรุงเทพคริสเตียนวิทยาลัย จังหวัด กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่อง ฟังก์ชันก่อกำเนิด เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

สิริสินธุ์ นุชนาถ (2538 : 52) ได้ทำการศึกษาการเรียนเรื่อง การลงรอยกันเบื้องต้น ในทฤษฎีจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนคงคาราม อำเภอเมือง จังหวัด เพชรบุรีจำนวน 40 คน ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่าน เกณฑ์ เรื่อง การลงรอยกันเบื้องต้นในทฤษฎีจำนวน มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียน ทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

ปรีชา จันทกล้า (2539 : 21) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เศษส่วน ต่อเนื่องเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ของโรงเรียนหัตถสารเกษตรวิทยาการ อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี จำนวน 35 คน ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่อง เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

อำพล โต้ตอบ (2539 : 29) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การหา - คำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการ พหุนามได้

ธานินทร์ สิทธิวิรัชธรรม (2542 : 26) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบัน ราชภัฏสวนสุนันทา จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ผลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของ จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

รจนา รัตนานิคม (2544 : 29) ได้ทำการศึกษาเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่

เน้นผู้เรียนสำคัญที่สุด ผลการวิจัยสรุปว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จิรศักดิ์ ดีสะเมาะ (2545 : 27) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียน สายวิทยาศาสตร์ โรงเรียนพระโขนงพิทยาลัย จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 38 คน ผลปรากฏว่า นักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01

พงษ์รัศมี เฟื่องฟู (2545 : 28) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตสถาบันราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 35 คน ผลปรากฏว่า นักเรียนสอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01

จากการศึกษาผลการวิจัยดังกล่าวพบว่า นักคณิตศาสตร์ศึกษาทั้งในและต่างประเทศได้มีการทดลองนำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ซึ่งเคยใช้สอนในระดับอุดมศึกษามาทดลองสอนในระดับมัธยมศึกษา อาทิ เช่น แคลคูลัส เรขาคณิตนอนยูคลิเดียน ฟังก์ชันก่อกำเนิด ทฤษฎีกราฟ การอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ เวกเตอร์ในสามมิติ ซึ่งในปัจจุบันเนื้อหาเหล่านี้บางเรื่องได้บรรจุอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา แต่จะนำเนื้อหาเหล่านี้ลงมาสอนได้ต้องปรับปรุงเนื้อหาให้เหมาะกับวัยของเด็กดังกล่าวของบรูเนอร์ (Bruner. 1966: 30) ที่ว่า ครูสามารถสอนวิชาใดๆ ให้แก่นักเรียนในระดับก็ได้ แต่ต้องปรับปรุงเนื้อหาและวิธีสอนให้เหมาะสมกับสติปัญญาของเด็ก ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะสร้างบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน ขึ้นให้มีประสิทธิภาพ โดยอาจเป็นทางเลือกหนึ่งที่สถานศึกษาจะนำบทเรียนนี้ ไปใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไปในอนาคต

6. ขอบเขตเนื้อหาของบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน

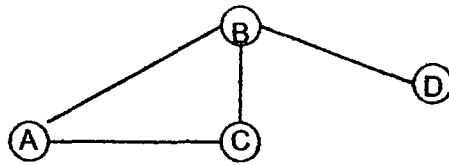
จากการศึกษาของ มณีรัตน์ จรุงเดชากุล (2545) รัชณี ภูพัฒนะพันธ์(2539) สมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล (2544) วันชัย วิจิรวนิช (2528) ประมวลสาระการเรียนรู้ออกมาได้ดังนี้

นิยาม ข่ายงาน (Network) ประกอบด้วยเซตของจุดเชื่อม(node)และเส้นเชื่อม(arc)ซึ่งเชื่อมระหว่างจุดเชื่อม

เขียนแทนจุดเชื่อมด้วยวงกลมล้อมรอบตัวอักษร เช่น (A)

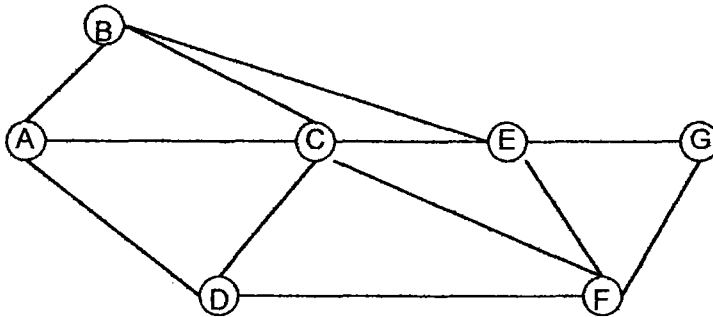
เรียกเส้นที่เชื่อมระหว่างจุดเชื่อมว่า เส้นเชื่อม(arc) เขียนแทนด้วยส่วนของเส้นตรง

(—————)



ภาพประกอบ 3 แสดงแผนภาพข่ายงาน

นิยาม วิธี (Path) คือ ลำดับที่สลับกันระหว่างจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมในข่ายงานโดยที่ไม่มีจุดเชื่อมซ้ำกัน



ภาพประกอบ 4 แสดงวิธีระหว่างจุดเชื่อมในข่ายงาน

จากภาพประกอบ 4 วิธีจาก A ไป G มีหลายวิธี เช่น

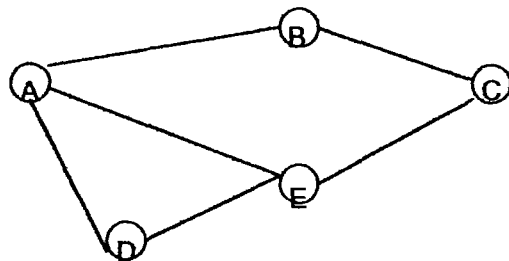
A, B, E, G

A, C, D, F, G

A, B, E, F, G

A, B, C, D, F, G เป็นต้น

นิยาม วัฏจักร (Cycle) คือ วิธีซึ่งมีจุดเชื่อมเริ่มต้นและจุดเชื่อมสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน



ภาพประกอบ 5 แสดงวัฏจักร

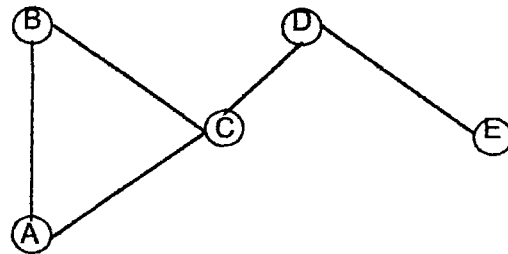
จากภาพประกอบ 5 จะได้อตัวอย่างของวัฏจักรดังนี้

A, B, C, E, A

A, D, E, A

A, B, C, E, D, A

นิยาม ข่ายงานใดจะเป็นข่ายงานเชื่อมโยง(**connected network**) ก็ต่อเมื่อ สองจุดเชื่อมต่อใด ๆ ในข่ายงานสามารถเชื่อมได้ด้วยวิถีในข่ายงาน



ภาพประกอบ 6 แสดงข่ายงานที่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง

นิยาม ต้นไม้ (Tree) คือ ข่ายงานเชื่อมโยงที่ไม่มีวัฏจักร

นิยาม ต้นไม้แบบทอดข้าม (Spanning Tree) คือ ข่ายงานเชื่อมโยงที่ประกอบด้วยจุดเชื่อม n จุดเชื่อมและเส้นเชื่อม $n - 1$ เส้น และไม่มีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงานนี้

การหาระยะทางที่สั้นที่สุด (The Shortest Route)

เป็นการหาวิถีจากจุดเชื่อมเริ่มต้นไปยังจุดเชื่อมสุดท้าย เป็นวิถีที่สั้นที่สุดซึ่งไม่จำเป็นต้องผ่านทุกจุดเชื่อม

มีขั้นตอนดังนี้

1. เริ่มจากจุดเชื่อมเริ่มต้น เลือกจุดเชื่อมที่เชื่อมกับจุดเชื่อมเริ่มต้นและมีระยะทางที่สั้นที่สุด สมมติเป็นจุดเชื่อม j จุดเชื่อมที่ถูกเลือกแล้วเรียกว่า **Solved node** ส่วนจุดเชื่อมที่ยังไม่ถูกเลือกเรียกว่า **Unsolved node** รวมระยะทางไว้ที่จุดเชื่อมล่าสุด
2. จากจุดเชื่อมที่ถูกเลือกแล้ว (**Solved node**) ที่มีอยู่ พิจารณาจุดเชื่อมที่ยังไม่ได้ถูกเลือก (**Unsolved node**) ทุกจุดเชื่อมที่เชื่อมกับจุดเชื่อมที่ถูกเลือกแล้วได้ เลือกจุดเชื่อมที่เชื่อมต่อแล้วมีระยะทางจาก จุดเชื่อมเริ่มต้นถึงจุดเชื่อมนั้นน้อยที่สุด เชื่อมแล้วรวมระยะทางไว้ที่จุดเชื่อมล่าสุด
3. ตรวจสอบว่าวิถีที่มีอยู่ ถึงจุดเชื่อมสุดท้ายแล้วหรือยัง ถ้าถึงจุดเชื่อมสุดท้ายแล้วให้รวมระยะทางทั้งหมด ถ้ายังไม่ถึงจุดเชื่อมสุดท้าย ก็ทำซ้ำตั้งแต่ขั้นที่สอง

การหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่น้อยที่สุด (The Minimal Spanning Tree)

ขั้นตอนวิธีของครุสคัล (Kruskal's Algorithm)

1. เลือกเส้นเชื่อมที่สั้นที่สุดในข่ายงานมาหนึ่งเส้น ให้เส้นเชื่อมดังกล่าวเป็นกิ่งหนึ่งของต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา
2. เลือกเส้นที่สั้นที่สุดถัดไปซึ่งยังไม่เคยถูกเลือก และไม่ก่อให้เกิดวงจรเมื่อรวมเส้นเชื่อมนี้เข้าเป็นส่วนหนึ่งของต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา
3. เลือกเส้นเชื่อมต่อไปตามเงื่อนไขในขั้นตอนที่สองไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเลือกเส้นเชื่อมได้เป็นจำนวน $n - 1$ เส้น โดยที่ n คือจำนวนของจุดเชื่อมในข่ายงาน

ขั้นตอนวิธีของพริม (Prim's Algorithm)

1. เลือกจุดเชื่อมใด ๆ ในข่ายงานมา 1 จุดเชื่อม ให้เป็นจุดเชื่อมเริ่มต้นของต้นไม้แบบทอดข้าม
2. เลือกเส้นเชื่อมที่สั้นที่สุดที่ยังไม่เคยถูกเลือก ซึ่งติดกับจุดเชื่อมของต้นไม้แบบทอดข้ามที่หาได้ก่อนหน้านี้ และไม่ก่อให้เกิดวงจรเมื่อรวมเส้นเชื่อมนี้เข้าไปในต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา (นั่นคือเส้นเชื่อมที่เลือกมานี้ต้องติดกับจุดเชื่อมของต้นไม้ที่หาได้เพียงจุดเชื่อมเดียวเท่านั้น)
3. เลือกเส้นเชื่อมต่อไปตามเงื่อนไขในขั้นตอนที่สองไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเลือกเส้นเชื่อมเป็นจำนวน $n - 1$ เส้น

ความแตกต่างของสองขั้นตอนวิธีทั้งสองอยู่ที่เงื่อนไขในขั้นตอนที่สองโดยขั้นตอนวิธีของครุสคัล (Kruskal's Algorithm) เลือกเส้นเชื่อมสั้นที่สุดในข่ายงานในขณะที่ขั้นตอนวิธีของพริม (Prim's Algorithm) เลือกเฉพาะเส้นเชื่อมที่สั้นที่สุดซึ่งติดกับต้นไม้แบบทอดข้ามที่หาได้ เนื่องจากข่ายงานหนึ่ง ๆ อาจมีต้นไม้แบบทอดข้ามที่น้อยที่สุดได้หลายต้น

การหาสายงานสูงสุด (The Maximum Flow)

เป็นการหาปริมาณสายงานจากจุดเชื่อมเริ่มต้นไปยังจุดเชื่อมปลายทางให้มากที่สุดเท่าที่ความจุของแต่ละเส้นเชื่อมจะมีให้ได้ หลักการคือส่งสายงานจากจุดเชื่อมเริ่มต้นไปให้มากที่สุดจนถึงจุดเชื่อมสุดท้ายแล้วพิจารณาความจุ (capacity) ของเส้นเชื่อมว่ายังมีสายงานเหลืออยู่ (residual) ให้ส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมสุดท้ายได้หรือไม่ ทำการตกแต่ง (augment) วิธีที่เหลืออยู่ จนกว่าจะเพิ่มสายงานอีกไม่ได้

ขั้นตอนมีดังนี้

1. พิจารณาวีธีจากจุดเชื่อมเริ่มต้นไปยังจุดเชื่อมสุดท้ายทุกวิถีที่เป็นไปได้ เลือกวิถีที่ส่งสายงานได้มากที่สุด คือมีความจุของเส้นเชื่อมที่น้อยที่สุดในวิธินั้นมากกว่าวิถีอื่น ๆ
2. ปรับความจุที่เหลือในแต่ละเส้นเชื่อมของวิถีที่ส่งสายงานไปแล้ว
3. ตรวจสอบดูว่ายังมีวิถีใดบ้างที่มีสายงานตกค้างอยู่ ที่สามารถส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้ ถ้าไม่มีวิถีที่ส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้อีก แสดงว่าได้สายงานสูงสุดแล้ว รวมปริมาณสายงานทั้งหมดที่ส่งไป แต่ถ้ายังมีวิถีที่ส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมสุดท้ายได้อีก ให้กลับไปทำข้อ 1 ใหม่

การวางแผนงาน (The Project Scheduling)

การวางแผนงาน มีวิธีการอยู่ 6 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 เมื่อมีโครงการมาแล้วให้ย่อยเป็นกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 2 หาลำดับก่อนหลังในการปฏิบัติกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 3 เขียนข่ายงานแสดงลำดับก่อนหลังในการปฏิบัติกิจกรรม

ขั้นตอนที่ 4 เขียนเวลาและ/หรือต้นทุนที่ต้องใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมลงในข่ายงาน

ขั้นตอนที่ 5 หาวิธีกฎ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ข่ายงานนั้นช่วยในการวางแผน การจัดลำดับการปฏิบัติกิจกรรม

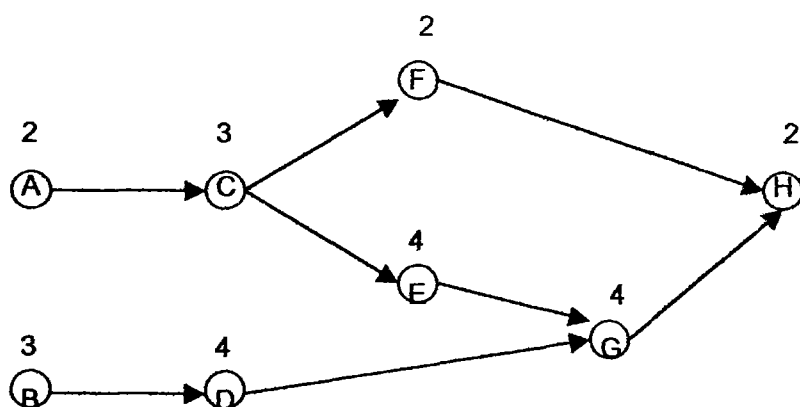
การตรวจสอบความคืบหน้า และการควบคุมโครงการ

โรงงานผลิตกระแสไฟฟ้าแห่งหนึ่งต้องการติดตั้งอุปกรณ์ควบคุมมลภาวะทางอากาศให้เสร็จสิ้นภายใน 16 สัปดาห์ ทางโรงงานจึงได้จัดทำโครงการติดตั้งเครื่องกำจัดเขม่าขึ้นมา โดยมีกิจกรรมและลำดับก่อนหลัง ดังตาราง

ตาราง 3 แสดงการติดตั้งเครื่องกำจัดเขม่า

กิจกรรม	คำอธิบาย	กิจกรรมที่ต้องเสร็จก่อน	เวลาที่ใช้ (สัปดาห์)
A	สร้างโครงรองรับเครื่องกำจัดเขม่า	-	2
B	ปรับปรุงไฟและพื้นโรงงาน	-	3
C	ผลิตตะแกรงดักเขม่า	A	2
D	ติดตั้งโครงรองรับและเทคอนกรีต	B	4
E	สร้างเตาเผาเขม่าด้วยไฟฟ้าแรงสูง	C	4
F	ติดตั้งระบบควบคุมการทำงานของเครื่อง	C	2
G	ติดตั้งเครื่องกำจัดเขม่า	D,E	4
H	ตรวจสอบการติดตั้งและทดลองใช้	F,G	2

จากตารางนำมาเขียนเป็นข่ายงานได้ดังนี้



หาวิถีกฤติซึ่งหมายถึงเส้นทางจากจุดเริ่มต้นในข่ายงานไปจุดเสร็จสิ้นของข่ายงานโดยผ่านกิจกรรมต่างๆ ที่รวมเวลาแล้วยาวที่สุด ได้วิถีกฤติ คือ A - C - E - G - H ได้ระยะเวลา 15 สัปดาห์

โดยสรุปแล้วข่ายงานเป็นการนำเสนอสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในชีวิตจริง มาสร้างเป็นตัวแบบจำลอง เพื่อเป็นการแก้ปัญหาหลายๆ ด้าน ดังเช่น ปัญหาด้านการขนส่ง ปัญหาการมอบหมายงาน ปัญหาการติดต่อสื่อสาร ข่ายงานจะช่วยให้เราเห็นภาพที่ชัดเจนของความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของระบบหรือปัญหาที่กำลังศึกษา

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. วิธีการดำเนินการวิจัย
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนภาษาอังกฤษ - คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียน 60 คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนภาษาอังกฤษ - คณิตศาสตร์ของโรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียนจำนวน 30 คน ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากทั้งหมด 2 ห้องเรียนจำนวน 60 คนโดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม โดยทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบความสามารถทางการเรียน

การสร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ผู้วิจัยได้ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ประกอบด้วย

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้สอนใน 24 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน	3	ชั่วโมง
การหาระยะทางที่สั้นที่สุด	4	ชั่วโมง
ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด	5	ชั่วโมง
การหาสายงานสูงสุด	6	ชั่วโมง

การวางแผนงาน

6

ชั่วโมง

2. คู่มือครู ประกอบด้วย

2.1 ชื่อบทเรียน

2.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

2.3 โครงการจัดการเรียนรู้

2.4 หน่วยการเรียนรู้ย่อยประจำบทเรียนประกอบด้วย

2.4.1 ชื่อหน่วยการเรียนรู้

2.4.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย

2.4.3 เนื้อหาการเรียนรู้ประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย

2.4.4 กิจกรรม

2.4.5 แบบฝึกหัด

2.5 แบบทดสอบย่อยของแต่ละเรื่อง

2.6 แผนการจัดการเรียนรู้

2.7 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ช่างงาน จำนวน 35 ข้อ ประกอบ

ด้วย

3.1 แบบทดสอบแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ

3.2 แบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า**1. การสร้างบทเรียนคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์เรื่องช่างงาน**

1.1 ศึกษาสาระที่เกี่ยวข้องกับ ช่างงาน เพื่อเป็นแนวทางในการเรียบเรียง
บทเรียนคณิตศาสตร์โดยศึกษาจากหนังสือและตำราที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1.1.1 การวิจัยดำเนินงานเบื้องต้น (มณีรัตน์ จรุงเดชากุล. 2545 : 85 - 135)

1.1.2 การวิเคราะห์ช่างงาน (รัชนี้ ภูวพัฒนพันธ์. 2539)

1.1.3 การวิเคราะห์โครงข่าย (วันชัย ธิจิรวณิช. 2528)

1.1.4 กิณฑคณิตศาสตร์ (สมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล. 2544)

1.1.5 การวิเคราะห์เชิงปริมาณ ฉบับสมบูรณ์ (สุบัญญัติ ไชยชาญ. 2544 :

227 - 248)

- 1.1.6 คณิตศาสตร์ทางด้านวิธีการจัดหมู่เบื้องต้น (สมพร สุนิพันธ์โอภาส. 2544)
- 1.1.7 คณิตศาสตร์ทางด้านวิธีการจัดหมู่มูลฐาน (สิริวรรณ ตั้งจิตวัฒนกุล. 2544)
- 1.1.8 ไดกราฟและการประยุกต์ (จิระกุล เอี่ยมตระกูล. 2531)
- 1.1.9 คู่มือครูวิชาการประยุกต์ของทฤษฎีกราฟและการวางแผนงานระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (อนุสรณ์ จิตมนัส. 2534)
- 1.1.10 ทฤษฎีกราฟ (นิตย์ รื่นรมย์. 2545)
- 1.1.11 Decision Mathematics (Berry,John. 1986 : 107-208 , 236 - 304)
- 1.1.12 Operations Research : An introduction (Taha,Hamdy A. 1992 : 268 - 302 , 449 - 477)
- 1.1.13 Introduction to Operations Research (Hillier,Frederick S. 1980 : 232 - 264)
- 1.1.14 Finite Mathematics and Its Applications (Farlow,Stanley J. 1994: 460 - 494)
- 1.1.15 Finite Mathematics (Maki,Daniel P. 1983 : 438 - 474)
- 1.2 กำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ดังต่อไปนี้
- 1.2.1 เขียนแผนภาพข่ายงานจำลองสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
- 1.2.2 บอกเซตของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมจากข่ายงานที่กำหนดให้ได้
- 1.2.3 เขียนแผนภาพข่ายงานจากเซตของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมที่กำหนดให้ได้
- 1.2.4 บอกนิยามของ วิถีและวัฏจักรได้
- 1.2.5 หาวิถี วัฏจักร จากข่ายงานที่กำหนดให้ได้
- 1.2.6 บอกนิยามของข่ายงานเชื่อมโยงได้
- 1.2.7 บอกได้ว่าข่ายงานที่กำหนดให้เป็นข่ายงานเชื่อมโยง
- 1.2.8 หาระยะทางระหว่างจุดเชื่อมสองจุดใด ๆ ได้
- 1.2.9 หาระยะทางที่สั้นที่สุดได้
- 1.2.10 นำความรู้เรื่องการหาระยะทางที่สั้นที่สุดไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการที่เกี่ยวข้องได้
- 1.2.11 บอกนิยามของต้นไม้ได้
- 1.2.12 บอกได้ว่าข่ายงานใดเป็นต้นไม้
- 1.2.13 บอกนิยามของต้นไม้แบบทอดข้ามได้

1.2.14 หาดันไม้แบบทอดข้ามได้

1.2.15 หาดันไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดโดยใช้ขั้นตอนวิธีของครุสคัลได้

1.2.16 หาดันไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดโดยใช้ขั้นตอนวิธีของพริมได้

1.2.17 นำความรู้เรื่องการหาดันไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการ ที่เกี่ยวข้องได้

1.2.18 หาปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านวิถีใด ๆ ได้

1.2.19 หาปริมาณสายงานสูงสุดของข่ายงานได้

1.2.20 นำความรู้เรื่องการหาสายงานสูงสุดไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการ ที่เกี่ยวข้องได้

1.2.21 เขียนแผนภาพข่ายงานโครงการจากตารางกิจกรรมได้

1.2.22 เขียนตารางแสดงกิจกรรมจากแผนภาพข่ายงานโครงการได้

1.2.23 หาเส้นทางวิกฤตได้

1.2.24 หาเวลาที่ใช้ในโครงการได้

1.3 สร้างบทเรียนคณิตศาสตร์ ตามลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 เขียนบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน เพื่อใช้สอนในเวลา 24 ชั่วโมงโดยในแต่ละชั่วโมงจะประกอบด้วย ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง สารการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ และ แบบฝึกหัด

ขั้นที่ 2 นำบทเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นไปให้ คณะกรรมการควบคุมปริญญาโท ตรวจสอบ ความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของกิจกรรม ลำดับขั้นการเรียนรู้ และรูปแบบ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท หลังจากนั้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทอีกครั้ง

ขั้นที่ 3 นำบทเรียนคณิตศาสตร์ นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบ ความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของกิจกรรม ลำดับขั้นการเรียนรู้ และรูปแบบ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ หลังจากนั้นเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทอีกครั้ง

ขั้นที่ 4 นำบทเรียนคณิตศาสตร์ ที่แก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญแล้ว นำไปทดลองหาประสิทธิภาพดังนี้

ครั้งที่ 1 ทดลองเป็นรายบุคคล นำบทเรียนคณิตศาสตร์ไปทดลองสอน กับนักเรียนจำนวน 3 คน ของโรงเรียนหนองขาหย่างวิทยา อำเภอหนองขาหย่าง จังหวัดอุทัยธานี ซึ่งแบ่งเป็นเก่ง ปานกลาง อ่อน ระดับละ 1 คน เสร็จแล้วปรับปรุง แก้ไขข้อบกพร่อง

ครั้งที่ 2 ทดลองกลุ่มย่อย นำบทเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ ปรับปรุงแก้ไข จากครั้งที่ 1 ไปทดลองสอนกับ นักเรียนจำนวน 9 คน ของโรงเรียนหนองขาหย่างวิทยา อำเภอ หนองขาหย่าง จังหวัดอุทัยธานี ซึ่งแบ่งเป็นเก่ง ปานกลาง อ่อน ระดับละ 3 คน โดยไม่เป็น นักเรียนในครั้งที่ 1 เสร็จแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง

ครั้งที่ 3 ทดลองภาคสนาม นำบทเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ ปรับปรุงจาก ครั้งที่ 2 นำไปทดลองสอนกับ นักเรียนจำนวน 30 คนซึ่งแบ่งเป็นเก่ง ปานกลาง อ่อน ระดับละ 10 คน ของโรงเรียนหนองขาหย่างวิทยา อำเภอหนองขาหย่าง จังหวัดอุทัยธานี โดยไม่เป็น นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เสร็จแล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง

ขั้นที่ 5 นำบทเรียนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยาซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง

2. การสร้างคู่มือครู

2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับลักษณะรูปแบบและส่วนประกอบของคู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างคู่มือครูคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน ซึ่งผู้วิจัยได้ ปรับปรุงมาจากแนวคิดในการสร้างคู่มือครูของ ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 380 - 382)

2.2 ดำเนินการเขียนคู่มือครู ให้มีความสอดคล้องกับเนื้อหาที่กำหนดขึ้นใน บทเรียน ซึ่งคู่มือครูประกอบด้วยส่วนสำคัญดังนี้

2.2.1 ชื่อบทเรียน

2.2.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

2.2.3 โครงการจัดการเรียนรู้

2.2.4 หน่วยการเรียนรู้ย่อยประจำบทเรียนประกอบด้วย

2.2.4.1 ชื่อหน่วยการเรียนรู้

2.2.4.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย

2.2.4.3 เนื้อหาการเรียนรู้ประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย

2.2.4.4 กิจกรรม

2.2.4.5 แบบฝึกหัด

2.3 แบบทดสอบย่อยของแต่ละเรื่อง

2.4 แผนการจัดการเรียนรู้ มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.4.1 ศึกษาเนื้อหาจากหนังสือและตำราในดังรายชื่อในข้อ 1.1 และ ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามที่ สสวท. กำหนดไว้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติมสายที่ 3

2.4.2 ศึกษาวิธีการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.4.3 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยยึดตามเนื้อหาจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นและแนวการสอนตามคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของ สสวท.

2.4.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเรียบร้อยแล้ว เสนอประธานกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อตรวจแก้ไข แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านตรวจสอบความเหมาะสม โดยผู้วิจัยเสนอเกณฑ์ดังนี้

2.4.4.1 ความชัดเจนและความถูกต้องของจุดประสงค์การเรียนรู้

2.4.4.2 ความสอดคล้องของเนื้อหา กิจกรรม แบบฝึกหัด

2.4.4.3 ความสอดคล้องในเรื่องของจุดประสงค์การเรียนรู้กับการวัดและประเมินผล

2.4.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คนที่ได้ตรวจและปรับปรุง แก้ไขแล้วนำไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามลำดับขั้นตอนในข้อ 1.3 เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการเรียน ภาษาที่ใช้ ความยากง่าย

2.4.6 นำข้อบกพร่องของแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการทดลอง

2.5 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้

2.6 แบบทดสอบย่อย มีวิธีการสร้างดังนี้

2.6.1 ศึกษาหลักสูตร และวิธีการสร้างแบบทดสอบย่อย จากเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

2.6.2 ศึกษาเนื้อหา และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง ข่ายงาน จากหนังสือและตำราต่าง ๆ

2.6.3 สร้างแบบทดสอบย่อย ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แล้วให้ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้อง ความเที่ยงตรงของเนื้อหา เวลาที่ใช้ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามคำชี้แนะจากประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ

2.6.4 นำแบบทดสอบย่อยที่แก้ไขเรียบร้อยแล้วไปให้ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบย่อย ของบทเรียนคณิตศาสตร์ก่อนที่จะนำไปใช้ทดสอบกับนักเรียน

2.6.5 นำแบบทดสอบย่อยที่แก้ไขแล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนหลังจากนักเรียนได้เรียนจบแต่ละเรื่องย่อยในบทเรียนเรียบร้อยแล้ว

2.7 นำคู่มือครูที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น เสนอต่อประธานกรรมการและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสม วิจัยและชี้แนะข้อบกพร่อง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เอกสารมีความถูกต้องสมบูรณ์พร้อมที่จะเป็นคู่มือครู

2.8 นำคู่มือครูที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้ว และมีความถูกต้องสมบูรณ์ไปทดลองใช้

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ช่างงาน มีลำดับขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตรและวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จาก เอกสารและตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบของ ชวาล แพร่ตกุล (2520 : 1 - 407) ไพศาล หวังพานิช (2526:57 -62) พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538:1-175)

3.2 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหา วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ช่างงาน

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ช่างงาน สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

3.3.1 ปรนัยแบบเลือกตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ

3.3.2 อัตนัยแบบแสดงวิธีทำจำนวน 10 ข้อ

3.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นมาแล้ว เสนอประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือไม่ ซึ่งแบ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็น 2 ประเภท คือ

3.4.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย

3.4.1.1 สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย ใช้เกณฑ์การพิจารณาของ บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์ (2527 : 89 - 91) ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์นั้นได้

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ว่าข้อสอบวัดจุดประสงค์นั้นได้หรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่วัดจุดประสงค์นั้นได้

3.4.1.2 นำมาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) โดยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไปไว้จำนวน 30 ข้อ

3.4.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย

3.4.2.1 สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย ใช้เกณฑ์การพิจารณาของ พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538 : 117 -118) ดังนี้

คะแนน 4 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

คะแนน 3 หมายถึง เหมาะสมมาก

คะแนน 2 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

คะแนน 1 หมายถึง เหมาะสมน้อย

คะแนน 0 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุดหรือไม่เหมาะสมเลย

นำมาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง โดยพิจารณาจาก ข้อสอบอัตนัยที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตตั้งแต่ 2.50 ขึ้นไปและมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1

ซึ่งแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้มีค่า IOC ระหว่าง 0.67 - 1.00 สำหรับข้อสอบปรนัยส่วนข้อสอบอัตนัยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตตั้งแต่ 3.50 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.20

3.5 นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนหนองขาหย่างวิทยา อำเภอหนองขาหย่าง จังหวัดอุทัยธานี ที่ผ่านการเรียนการสอนเรื่อง ช่างงาน มาแล้ว ตามลำดับขั้นตอนในข้อ 1.3 จำนวน 30 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.6 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ

3.6.1 แบบทดสอบแบบปรนัยตรวจสอบให้คะแนนดังนี้

1 คะแนน สำหรับ ข้อที่นักเรียนตอบถูก

0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ

3.6.2 แบบทดสอบอัตนัยตรวจสอบให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของ

สิริพร ทิพย์คง (2544 : 119 - 120) ดังนี้

4 คะแนน สำหรับวิธีการทำและคำตอบที่ถูกต้อง

3 คะแนน สำหรับการแสดงวิธีทำและคำตอบที่เกือบถูกต้องและสมบูรณ์ มีที่ผิดเพียงเล็กน้อย

2 คะแนน สำหรับการแสดงวิธีทำได้ถูกต้องเพียงครั้งเดียว หรือแสดงวิธีทำถูกต้องแต่คำตอบผิดหรือไม่ชัดเจนว่าหาคำตอบมาได้
อย่างไร

1 คะแนน สำหรับการทำถูกไม่ถึงครึ่งหนึ่ง และขาดเหตุผลในการคิด

0 คะแนน สำหรับการแสดงวิธีทำผิดทั้งข้อ และคำตอบผิด

3.7 นำผลการทดสอบที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยเลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (p) อยู่ระหว่าง .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไปจำนวน 35 ข้อ เป็นแบบปรนัย 30 ข้อและอัตนัย 5 ข้อ โดยแบบทดสอบปรนัยมีค่าความยาก (p) 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.25 - 0.71 ส่วนแบบทดสอบอัตนัยมีค่าความยาก (p) 0.25 - 0.41 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.38 - 0.88

3.8 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบปรนัยโดยใช้สูตร KR-20 (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2540:183 -184) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.84 และคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สูตร Whitney และ Sabers (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539 : 198 -201) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.72

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาและทดลอง เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน ผู้วิจัยได้ใช้แบบ One - Group Pretest - Posttest Design (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538: 249)

ตาราง 4 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E หมายถึง กลุ่มทดลอง

X หมายถึง การสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

T₁ หมายถึง การทดสอบก่อนที่จะจัดกระทำการทดลอง(Pretest)

T₂ หมายถึง การทดสอบหลังการจัดกระทำการทดลอง(Posttest)

วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ขอความร่วมมือทางโรงเรียนหนองขาหย่างวิทยา อำเภอหนองขาหย่าง จังหวัดอุทัยธานี ซึ่งเป็นโรงเรียนที่ใช้หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ และโรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยใช้ในการวิจัยครั้งนี้
2. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยใช้เวลาสอนในชั่วโมงปกติเป็นเวลา 24 ชั่วโมง ในระหว่างการเรียนการสอนจะมีการเก็บคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ของแต่ละหน่วย เพื่อใช้ในการประเมินผลตามเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียน
3. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง ข่ายงาน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อและอัตนัยจำนวน 5 ข้อ
4. ตรวจสอบข้อสอบให้คะแนน แบบทดสอบแบบปรนัยแต่ละข้อถ้าตอบถูกต้อง 1 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบได้ 0 คะแนน ส่วนแบบทดสอบอัตนัยให้คะแนนข้อละ 4 คะแนนรวมเป็น 20 คะแนน
5. นำคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนทดลองและหลังทดลองมาวิเคราะห์ด้วยวิธีทางสถิติ

การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต(Mean) (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2540 : 53)

$$\text{สูตร} \quad \bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	\bar{X}	แทน คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ.2540:103)

$$\text{สูตร} \quad S = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
	$\sum x^2$	แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\sum x)^2$	แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	N	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

2.1 หาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัย โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ คำนวณจากสูตร (บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์. 2527 : 169)

$$\text{สูตร} \quad IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
	$\sum R$	แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด
	N	แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยากของข้อสอบแบบปรนัยโดยใช้สูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539 :196)

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ	P	แทน ค่าความยากของข้อสอบ
	R	แทน จำนวนผู้ตอบถูกในแต่ละข้อ
	N	แทน จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด

2.3 หาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแบบปรนัยโดยใช้สูตร (ลัว่น สายยศและอังคณา สายยศ.2539 : 187 - 188)

$$\text{สูตร} \quad r_{p,bis} = \frac{\mu_p - \mu}{\sigma} \sqrt{\frac{p}{q}}$$

เมื่อ	$r_{p,bis}$	แทน ดัชนีค่าอำนาจการจำแนกแบบพอยท์ไบซีเรียล
	μ_p	แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ทำข้อนั้นถูก
	σ	แทน คะแนนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบทดสอบ
	p	แทน สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นถูก
	q	แทน สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นผิด

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร KR - 20 ของ กูเดอว์ ริชาร์ดสัน(Kuder Richardson) (ลัว่น สายยศและอังคณา สายยศ.2540 : 183 - 184)

$$\text{สูตร} \quad r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{\sigma^2} \right]$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	k	แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	p	แทน สัดส่วนของคนที่ทำข้อนั้นถูก
	q	แทน สัดส่วนของนักเรียนที่ทำข้อนั้นผิด
	σ^2	แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

2.5 หาค่าความยากของแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตรที่ D.R Whitney and D.L Sabers. ได้เสนอไว้ดังนี้ (ลัว่น สายยศและอังคณา สายยศ. 2539 : 199 - 200)

$$\text{สูตร} \quad P_E = \frac{S_U + S_L - (2N \times X_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ	P_E	แทน ดัชนีค่าความยาก
	S_U	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

N	แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
X_{\max}	แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
X_{\min}	แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.6 หาค่าอำนาจการจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย โดยคำนวณจากสูตรดัชนีค่าอำนาจการจำแนก (ลัว่น สายยศและอังคณา สายยศ. 2539 : 201)

$$\text{สูตร} \quad D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
	S_U	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	N	แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
	X_{\max}	แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	X_{\min}	แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

1.7 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค (ลัว่น สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 200)

$$\text{สูตร} \quad \alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum \sigma_i^2}{\sigma^2} \right\}$$

เมื่อ	α	แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
	k	แทน จำนวนข้อสอบ
	σ_i^2	แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
	σ^2	แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สูตร (E_1 / E_2) (เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528 : 295)

เพื่อทดสอบสมมติฐานของบทเรียนคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 ดังนี้

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

เมื่อ	E_1	แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในบทเรียน คณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน คิดเป็นร้อยละของคะแนน เฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือดำเนินกิจกรรม การเรียนรู้ระหว่างเรียน
	E_2	แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์(พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปใน ตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน)คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จาก การทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือประกอบกิจกรรม หลังเรียน
	$\sum X$	แทน คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบ กิจกรรมการเรียนรู้ระหว่างเรียน
	$\sum F$	แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน และ/หรือจากการประกอบกิจกรรมหลังเรียน
	N	แทน จำนวนผู้เข้าเรียนทั้งหมด
	A	แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดและ/หรือกิจกรรมการเรียนรู้
	B	แทน คะแนนเต็มของการทดสอบหลังเรียนและ/หรือหลัง กิจกรรมหลังเรียน

3.2 ใช้สถิติ t - test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ก่อนและหลังการเข้าทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ฆ่างาน จากสูตร(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 100 - 106)

$$\text{สูตร} \quad t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ

t	แทน	สถิติที่ใช้พิจารณาใน t - distribution
$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่าง คะแนนการทดสอบ
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างเป็นรายคู่ ระหว่างคะแนนการทดสอบหลังและก่อนการเข้าทเรียน คณิตศาสตร์
N	แทน	จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการอ่านผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
\bar{X}	แทน	คะแนนเฉลี่ย
k	แทน	จำนวนข้อสอบ
E_1	แทน	คะแนนที่ได้จากการแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
E_2	แทน	คะแนนที่ได้จากการทดสอบหลังเรียน
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณาใน t - Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองมีลำดับขั้นดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน ปรากฏในตาราง 5 ดังนี้

ตาราง 5 ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80 / 80

บทเรียนคณิตศาสตร์	เกณฑ์ 80/80	
	E ₁	E ₂
1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน	86.18	87.22
2. การหาระยะทางที่สั้นที่สุด	83.51	80.22
3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด	89.88	83.94
4. การหาสายงานสูงสุด	86.88	88.12
5. การวางแผนงาน	89.94	81.67
เฉลี่ย	87.28	84.23

จากตาราง 5 พบว่า ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีค่า ประสิทธิภาพ 87.28 / 84.23 และเมื่อพิจารณาเป็นก็มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 แสดงว่าบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน มีประสิทธิภาพ

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการนำคะแนนความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนก่อนและหลัง การทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t - test Dependent ปรากฏในตาราง 6

ตาราง 6 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน

การทดสอบ	N	k	\bar{X}	S	t
ก่อนการทดลอง	30	30	7.27	2.03	
หลังการทดลอง	30	30	17.60	4.85	11.44**

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 6 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนามุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาค้นคว้าได้ดังนี้

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนและหลังใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 /80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน ของนักเรียนภายหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน ภาษาอังกฤษ - คณิตศาสตร์ โรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี จำนวน 2 ห้องเรียน นักเรียน 60 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนภาษาอังกฤษ - คณิตศาสตร์ของโรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อำเภอหนองฉาง จังหวัดอุทัยธานี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียนจำนวน 30 คน ซึ่งได้จากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากทั้งหมด 2 ห้องเรียนจำนวน 60 คนโดย

ใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม โดยทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบคณะ
ความสามารถทางการเรียน

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้เรียบเรียงขึ้น ซึ่งประกอบด้วยสาระการเรียนรู้
ดังต่อไปนี้

1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน (Introduction to networks)
2. การหาระยะทางที่สั้นที่สุด (The shortest route)
3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด(The minimal spanning tree)
4. การหาสายงานสูงสุด (The maximal flow)
5. การวางแผนงาน (The project scheduling)

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลา
ทั้งสิ้น 26 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ทดลองสอน 24 ชั่วโมง และทำการ
ทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัย
ได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้สอนใน 24 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน	3	ชั่วโมง
การหาระยะทางที่สั้นที่สุด	4	ชั่วโมง
ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด	5	ชั่วโมง
การหาสายงานสูงสุด	6	ชั่วโมง
การวางแผนงาน	6	ชั่วโมง

2. คู่มือครู ประกอบด้วย

2.1 ชื่อบทเรียน

2.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

2.3 โครงการจัดการเรียนรู้

2.4 หน่วยการเรียนรู้ย่อยประจำบทเรียนประกอบด้วย

2.4.1 ชื่อหน่วยการเรียนรู้

2.4.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย

2.4.3 เนื้อหาการเรียนรู้ประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย

2.5 แผนการจัดการเรียนรู้

2.6 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง หน่วยงาน จำนวน 35 ข้อ ประกอบด้วย

3.1 แบบทดสอบแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ

3.2 แบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อ

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ขอความร่วมมือทางโรงเรียนที่จะทำการศึกษาดูงานจำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบ ถึงกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์เพื่อให้ทุกคนได้เข้าใจตรงกัน และปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre - test)
4. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง หน่วยงาน ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยใช้เวลาสอนในชั่วโมงปกติเป็นเวลา 24 ชั่วโมง ในระหว่างการเรียนการสอนจะมีการเก็บคะแนนจากการทำกิจกรรมในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ย่อยและแบบฝึกหัดท้ายหน่วยการเรียนรู้ของแต่ละหน่วยย่อย เพื่อใช้ในการประเมินผลตามเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียน
5. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post - test)
6. ตรวจสอบคะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ใช้สูตร E_1 / E_2 เพื่อทดสอบหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน ตามเกณฑ์ 80 / 80
2. ใช้สูตร t - test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ (E_1 / E_2) 80 / 80 โดยมีประสิทธิภาพ 87.28 / 84.23
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สูงขึ้นก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากผลการทดลองการพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก
 - 1.1 บทเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นได้แบ่งเนื้อหาออกเป็นหัวข้อ โดยเรียงลำดับจากง่ายไปยาก ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ สกินเนอร์ (skinner) ที่ว่า "ถ้าแบ่งเนื้อหาวิชาที่จะถ่ายทอดให้ผู้เรียนเป็นตอน ๆ ทีละน้อย เหมาะกับบุคลิกภาวะของผู้เรียน ผู้เรียนจะสามารถรับรู้ได้ดีกว่าการให้ความรู้แก่ผู้เรียนทีละมาก ๆ" (นิพนธ์ สุขปรีดี. 2531 : 24) อีกทั้งผู้วิจัยได้ปรับปรุงเนื้อหา เรื่อง ข่ายงาน ที่ใช้สอนในระดับอุดมศึกษา ก่อนนำมาสอนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า โดยปรับปรุงเนื้อหาให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน และเรียบเรียงเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นรูปธรรมที่ง่ายต่อการเข้าใจ มีตัวอย่างประกอบอย่างชัดเจนหลายตัวอย่าง โดยเริ่มจากเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานก่อนแล้วจึงเพิ่มเนื้อหาที่ยากขึ้นตามลำดับซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ธนภัทร เตชชาภิรมณ์ (2546 : 31) ทั้งยังสอดคล้องกับแนวคิดของนักการศึกษาท่านหนึ่งคือ เวสเลย์ (Wesley. 1950 : 237) ได้กล่าวถึงลักษณะบทเรียนที่ดีไว้ว่า ควรมีเนื้อเรื่อง คำอธิบาย รูปภาพ กิจกรรม แบบฝึกหัดสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของวิชานั้น ๆ และใช้ภาษาสละสลวยเหมาะสมกับ

วุฒิภาวะของผู้เรียน แบ่งบทเรียนออกเป็นหน่วย มีเนื้อหาวิชาเหมาะสมที่จะให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ และเข้าใจในแต่ละหน่วยได้ในเวลาอันสมควร มีเวลาทบทวนและหาความรู้เพิ่มเติมได้

1.2 นักเรียนส่วนมากมีความสนใจในการเรียน ตั้งใจเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียน ซึ่งพบได้จากการซักถามในชั้นเรียนและการทำกิจกรรม ทั้งนี้อาจเป็นเพราะเรื่อง ช่างงาน เป็นเนื้อหาวิชาใหม่ที่มีลักษณะท้าทายผู้เรียน

1.3 บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง "ช่างงาน" ที่พัฒนาขึ้นได้แบ่งเนื้อหาออกเป็นคาบเรียน ในแต่ละคาบเรียนจะระบุจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนมีแนวทางชัดเจนในการเรียนซึ่งเป็นไปตามลำดับขั้นการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagne') ที่กล่าวถึงการบอกให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์ปลายทางของการเรียนการสอน เพื่อไปสู่จุดประสงค์นั้น ทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพ สร้างความจำและความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น (ไชยยศ เรืองสุวรรณ. 2533 : 65) ทั้งในระหว่างศึกษาเนื้อหาแต่ละตอน นักเรียนจะได้ทำกิจกรรมระหว่างเรียน แบบทดสอบหลังเรียนแต่ละเรื่องย่อย หลังจากที่นักเรียนได้ศึกษาบทเรียนแล้ว ช่วยให้นักเรียนทราบความก้าวหน้า ในการเรียนของตนเองซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ วีระ ไทยพานิช (2529 : 137) ที่ว่าการจัดการเรียนรู้โดยมีการวัดผลบ่อย ๆ ช่วยให้นักเรียนรู้การกระทำของตนเองและสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้

1.4 ระหว่างการเรียนนั้นผู้เรียนได้มีโอกาสอภิปรายแลกเปลี่ยนสิ่งที่ตนเองสงสัยและสิ่งที่น่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้องของเพื่อน หรือถ้าเพื่อนคนหนึ่งไม่เข้าใจ อีกคนหนึ่งจะเป็นคนอธิบายตลอดจนแนะนำเทคนิคในการแก้ปัญหา ทำให้เห็นแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่หลากหลายขึ้น และจากการที่ผู้เรียนได้อภิปรายและแลกเปลี่ยนสิ่งที่ตนเองรู้จักจะทำให้ผู้เรียนเหล่านี้ได้เข้าใจได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของเบนเนทท์ (Bennett. 1966 : 9) ที่ว่า "ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดเมื่อพวกเขาได้สื่อสารกันเองในระหว่างกลุ่มถึงสิ่งที่กำลังเรียนอยู่ การที่ผู้เรียนเรียนและทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม เป็นสิ่งกระตุ้นที่ดีที่สุดทำให้เกิดแนวคิดที่หลากหลาย และยังช่วยให้เพื่อนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้มากขึ้น"

จากลักษณะทั้งหมดที่กล่าวมา ส่งผลต่อประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ช่างงาน ทำให้มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ซึ่งได้เท่ากับ 87.28 / 84.23

2. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "ช่างงาน" ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง "ช่างงาน" หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 2 ผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ เพลินพิศ ม่วงนุ่ม (2545 : 42) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนและตัวเลข ของนักเรียนชั้นมัธยม

ศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนรายวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน ที่ได้พัฒนาขึ้นได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไข ตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ และด้านการวัดผลประเมินผลมาแล้ว และผ่านการหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นตามมาด้วย

2.2 ในขณะที่ทำการสอน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสนใจ และตั้งใจเรียนมาก พิจารณาได้จากการตอบคำถามในชั้นเรียน และการทำแบบฝึกหัด ในระหว่างที่ทำการสอนไม่ นักเรียนคนใดขาดเรียนเลย

2.3 ในขณะที่เรียนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนได้มีโอกาสในการทำกิจกรรม ทั้งเป็นรายคู่และรายกลุ่ม ซึ่งผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นกับเพื่อนได้ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ทำให้กล้าแสดงออกและมีความเป็นกันเอง ทำให้ผู้เรียนมีความสนใจที่จะเรียน

ข้อสังเกตจากการศึกษาวิจัย

1. การให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและแสดงความสามารถจะเป็นสิ่งที่ช่วยสร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียนการสอน
2. การตรวจแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอของครูจะทำให้ทราบถึงข้อบกพร่องต่าง ๆ ของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งทำให้ครูสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้
3. การส่งเสริมให้นักเรียนค้นคว้าความรู้ด้วยตนเอง และฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาและหาข้อสรุปด้วยตนเอง สามารถเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น เป็นสิ่งที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการการเรียนรู้ และมีความภาคภูมิใจในผลงานของนักเรียน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 เนื่องจากหลักสูตรคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้นำเนื้อหาเรื่อง ข่ายงาน รวมอยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เลือกในชั้นที่ 4 (ม. 4 - ม.6) โดยหลักสูตรดังกล่าวกำหนดให้สถานศึกษาดำเนินการจัดสาระการเรียนรู้ของเนื้อหาวิชาเองตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ ดังนั้น บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นซึ่งมีประสิทธิภาพเหมาะสม จึงอาจใช้เป็นตัวอย่างของบทเรียน หรือใช้เป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนของสถานศึกษาต่อไป

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรมีวิธีที่หลากหลายขึ้น จะทำให้นักเรียนไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน

1.3 การสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ข่ายงาน เน้นให้เด็กได้ศึกษาเนื้อหาด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ดังนั้นครูผู้สอนควรดูแลให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด

1.4 มีนักเรียนบางคนทำกิจกรรมไม่เสร็จในเวลาที่กำหนด ครูผู้สอนอาจให้นักเรียนนำกลับไปทำเป็นการบ้าน แล้วให้นักเรียนมาส่งในชั่วโมงต่อไปก็ได้

1.5 ในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนควรคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนเป็นหลักโดยปรับบทเรียนและวิธีการสอนเพื่อสนองความต้องการ ความสามารถ และความสนใจของนักเรียน

1.6 การจัดการเรียนการสอน ผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองให้มากที่สุด ในบางหัวข้อผู้สอนควรมีบทบาทเป็นเพียงผู้แนะนำและสนับสนุนนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดกระบวนการในการคิด วิเคราะห์ แก้ปัญหาได้

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรทำการวิจัย เรื่อง การพัฒนาบทเรียนนี้ซ้ำอีก โดยใช้กลุ่มตัวอย่างให้มีขนาดใหญ่ขึ้น หรือเปลี่ยนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนสายวิทยาศาสตร์ เพื่อหาข้อสรุปที่ชัดเจนอีกครั้งว่าบทเรียนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพอย่างแท้จริง

2.2 ควรพัฒนาบทเรียนในรูปแบบของชุดกิจกรรมหรือชุดการเรียน ซึ่งมีกิจกรรมที่หลากหลายตามสาระการเรียนรู้ ให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียน

2.3 ควรศึกษาผลของการพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ที่มีต่อตัวแปรอื่น ๆ นอกเหนือจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เช่น ความคงทนในการเรียน ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2534). *คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ก่อ สวัสดิพานิชย์. (2507 , มีนาคม) "หนังสือแบบเรียนของเด็ก," *ศูนย์ศึกษา*. 11(3) : 32.
- จิระกุล เอี่ยมตระกูล. (2531). *ไคกราฟและการประยุกต์*. การค้นคว้าเชิงอิสระเชิงวิทยานิพนธ์. วท.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- จีระศักดิ์ ดีสะเมาะ. (2545). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ฉลองชัย สุวิวัฒน์สมบูรณ์. (2528). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ชวาล แพร่ตกุล. (2520). *เทคนิคการเขียนข้อสอบ*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). *เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อการศึกษาเล่มที่ 1 หน่วยที่ 1 - 5*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์เกษตรแห่งประเทศไทย.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2526). *เทคโนโลยีทางการศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- . (2533). *เทคโนโลยีการศึกษา : ทฤษฎีและการวิจัย*. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- ณรงค์ ปันนิม. (2519). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องอสมการและค่าสัมบูรณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ดี บางกระ. (2538). *การศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนเรื่องฟังก์ชันก่อนกำเนิด*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ทีมการศึกษา. (2536, 21 ธันวาคม). "เด็กประถมอ่อนเลข," *ไทยรัฐ*. หน้า 8.
- ทวีป ศิริรัศมี. (2544). *การวางแผนและการประเมินโครงการ*. กรุงเทพฯ : สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.).
- ชนภัทร เตชาภิรมณ์. (2546). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- ชาติศักดิ์ วชิรปรัชญาพจน์. (2515). *การวิเคราะห์หนังสือแบบเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแง่รูปแบบวิธีการนำเสนอเนื้อหา*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (บรรณารักษศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชานินทร์ สิทธิวิรัชธรรม. (2542). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นภดล สุชาพานิชย์. (2524). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตตอนอนุคลิเดียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 5*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นราศรี ไววนิชกุล. (2538). *การวิจัยขั้นต้นในงาน*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นิพนธ์ สุขปรິดี. (2531, มิถุนายน - กรกฎาคม). "คอมพิวเตอร์และพฤติกรรมการเรียนการสอน," *ทับแก้ว*. นครปฐม. 1: 23 - 27.
- นิตย์ รื่นรมย์. (2545). *ทฤษฎีกราฟ*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- บุญเกิด ชานาญคำ. (2526). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. (2527). *การทดสอบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ*. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). *การวัดและประเมินผลทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ประทุม รอดประเสริฐ. (2535). *การบริหารโครงการ*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : เนติกุลการพิมพ์.
- ประพนธ์ เจียรกุล. (2533, กันยายน - ธันวาคม). "การวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สภาพปัจจุบันและแนวโน้มในทศวรรษหน้า," *วารสารสุโขทัยธรรมมาธิราช*. 3(3) : 43.
- ประทีป จรัสรุ่งรวิวรร. (2514). *การวิเคราะห์หนังสือแบบเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแง่รูปแบบและวิธีการนำเสนอเนื้อหา*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (บรรณารักษศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ปริษา จันกล้า. (2539). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543,สิงหาคม - ตุลาคม). "ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM,"
วารสารสสวท. 503 : 16.
- พงษ์รัตน์ เฟื่องฟู. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 7.
กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ
: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิภพ ลลิตาภรณ์. (2541). เทคนิคการบริหารโครงการด้วย CPM และ PERT. พิมพ์ครั้งที่ 6.
กรุงเทพฯ : ประชาชน.
- เพลินพิศ ม่วงนุ้ม. (2545) การพัฒนาบทเรียนรายวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์3 (ค033) ระดับ
ชั้น ม. 2 เรื่อง จำนวนและตัวเลข. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- มณีรัตน์ จรุงเดชากุล. (2545). การวิจัยดำเนินงานเบื้องต้น. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
รามคำแหง.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2524). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- รจนา รัตนานิคม. (2544). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้น
ผู้เรียนสำคัญที่สุด. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รัชณี ภูวพัฒนะพันธ์. (2539). การวิเคราะห์รายงาน. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- รัฐจวน อินทรกำแหง. (2515). การเลือกหนังสือและสื่อโสตทัศนวัสดุ. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5.
กรุงเทพฯ : ภาควิชาวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- . (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- . (2540). สถิติวิทยาการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วัชร บุรณสิงห์. (2525). "การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล," เอกสารการ
สอนชุดวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8 -15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

- วันชัย ทัพพะประณะ. (2529). *การทดลองสอนเวกเตอร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*.
วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วันชัย ริจิรวนิช. (2528). *การวิเคราะห์โครงข่าย*. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- วิชัย ราษฎร์ศิริ. (2526). *หลักสูตรและแบบเรียนมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- วิรัตน์ ชาญศิริวัฒนา. (2524). *การศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วีระ ไทยพานิช. (2529). *57 วิธีสอน*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ศุภชัย ทองศิริ. (2527) *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องกรุปเบื้องต้นของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม.(การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ . ถ่ายเอกสาร.
- ศักดิ์ศรี ปานะกุล , ประพิมพ์พรรณ สุธรรมวงศ์ และนพคุณ คุณาชีวะ. (2521). *การวิเคราะห์
หนังสือแบบเรียน*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมชาย ชูชาติ. (2542, กันยายน). "ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์." *วารสารบัณฑิตศึกษา*.
3(3) : 76 - 78.
- สมชาย ประสิทธิ์จตุระกุล. (2544). *ภินทคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ด้านสุทธาการพิมพ์.
- สมเกียรติ ปติฐพร. (2525). *การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สมพร สูดินันท์โอภาส. (2544). *คณิตศาสตร์ทางด้านวิธีจัดหมู่*. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์
มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สิริสินธุ์ นุชนาถ. (2538). *การศึกษาเรื่องการลงรอยกันเบื้องต้นในทฤษฎีจำนวนของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาและ
มัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนา
หนังสือ.
- สิริวรรณ ตั้งจิตวัฒนะกุล. (2544). *คณิตศาสตร์ทางด้านวิธีจัดหมู่มูลฐาน*. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สุปัญญา ไชยชาญ. (2544). *การวิเคราะห์เชิงปริมาณฉบับสมบูรณ์*. กรุงเทพฯ : พี เอ ลีฟวิ่ง.

- สุทธิพงษ์ พะลัง. (2521). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วย การเรียนการสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพานิชยการ*.
ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เสกสรร คำกระบี่. (2517). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องลิมิตของนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาตอนปลายสายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์*. ปริญญาานิพนธ์. กศ.ม. (คณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีการศึกษา*. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอม เกล้าพระนครเหนือ.
- อัจฉรา สุขารมณ์ และอรพินทร์ ชูชม. (2530). *การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ*.
รายงานการวิจัยฉบับที่ 39. กรุงเทพฯ : สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- อนุสรณ์ จิตมนัส. (2534). *คู่มือครูวิชาการประยุกต์ทฤษฎีกราฟและการวางแผนงานระดับ มัธยมศึกษาตอนปลาย*. การค้นคว้าแบบอิสระเชิงวิทยานิพนธ์. วท.ม. (การสอน คณิตศาสตร์) เชียงใหม่ : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- อนันต์ เกตุวงศ์. (2541). *หลักและเทคนิคการวางแผน*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- อำพล ไต้ดอบ. (2539). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง การหาคำตอบที่เป็นจำนวน เชิงซ้อนของสมการพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญาานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- Bell, Frederick H. (1981). *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools)*.
United States of America : Wm. c. Brown Company Publishes.
- Bennett, Dan. (1966). *Exploring Geometry with Geometer 's Sketchpad*. Berkelen, Calif :
Key Curriculum Press.
- Bent, Rudyard K. (1956). "Sources of Curriculum Material," in *The High School Curriculum*, ed. Harl R. Douglas. New York : Ronald Press.
- Berry, John. (1986). *Decision Mathematics*. Great Britain. : Oxford International
Assessment Services Limited.
- Bruner, Jerome Seymour. (1966). *The process of Education*. Cambridge : Harvard
University Press.
- Carroll, John B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record*.
64(4) : 723 - 730.

- Deighton, Lee C. (1971). *The Encyclopedia of Education*. Vol.9. New York : Mcmillan Co & Free Press.
- Drummond, Pamela Johnson. (1989). "The Design, Implementation and Evaluation of a Course in Discrete Mathematics for High School Students," *Dissertation Abstracts International*. 50(3) : 641 - A.
- Farlow, Stanley. (1994). *Finite Mathematics and Its Applications*. New York : McGraw - Hill.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. New York : McGraw - Hill.
- Gubrud, Allam Roy. (1971, June). "The Effect of Advance Organizer and a Concrete Experience on learning the Concept of Vectors In Junior and Senior High School," *Dissertation Abstracts International*. 31(12) : 6468 - A.
- Hillier, Frederick S. (1980). *Introduction to Operations Research*. 3rd ed. California : Holden - Day.
- Inlow, Gail M. (1963). *Maturity in High School Teaching*. Englewood cliffs, New Jersey : Prentice Hall, Inc.
- Johnson and Rising. (1972). *Guidelines for Teaching Mathematics*. California : Wardsworth Publishing.
- Maki, Daniel P. (1983). *Finite Mathematics*. 3rd ed. New York : McGraw - Hill.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. United States of America : Inc.
- Presscott, Daniel A. (1961, February). "Basic Techniques of Studying Children, form A Report of The Conference on Child Study," *Education Bulletin*. 18. Bangkok : Faculty of Education, Chulalongkorn University.
- Rawat, D.S. and S.L. Gupta. (1970). *Educational Wastage at Primary Level : A Handbook For Teacher*. New Delhi : S.K. Kitchulat Malanda Press.
- Render, Barry. (2000). *Quantitative Analysis for Management*. 7th ed. : Upper Saddle River, New Jersey : Prentice - Hall.
- Servais, W. and Varga, T. (1971). *Teaching School Mathematics*. Campton Printing ,Ltd.
- Taha, Hamdy A. (1992). *Operations Research : An introduction*. New York : Macmillan Publishing.
- Vining, Ann Cone. (1988). *Discrete Mathematics in The Secondary School Curriculum : a Delphi Study of Topics and Trends*. Dissertation Thesis, Ed.D. Photocopied.

- Wesley, Edgar Bruce. (1950). *Teaching Social Studies in High school*. Boston : B.C. Health.
- White, Charles William. (1974, October). *A Study of Ability of Seventh and Eighth Grade Students to Learn Basic Concept of Probability and Relationship between Achievement in Probability and Selected Factors*. 35(4) : 1969 - A.
- Willoughby, Stephen S. (1967). *Contemporary Teaching of Secondary School Mathematics*. New York : John Wiley & Sons.
- Wilson, James W. (1971). *Evaluation of learning in Secondary School Mathematics in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. McGraw - Hill Book Company.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน
แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมลัย

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์

รองอธิบดีกรมวิชาการ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล

อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

ภาคผนวก ข

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 1 จำนวน 30 ข้อ
2. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 2 จำนวน 5 ข้อ

ตาราง 7 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 1 จำนวน
 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.77	0.49	16	0.53	0.31
2	0.60	0.27	17	0.80	0.26
3	0.57	0.49	18	0.57	0.45
4	0.43	0.66	19	0.67	0.30
5	0.33	0.41	20	0.53	0.40
6	0.80	0.29	21	0.47	0.67
7	0.70	0.39	22	0.37	0.45
8	0.73	0.35	23	0.43	0.71
9	0.77	0.28	24	0.47	0.55
10	0.27	0.62	25	0.33	0.51
11	0.73	0.28	26	0.30	0.63
12	0.67	0.39	27	0.80	0.29
13	0.80	0.27	28	0.80	0.29
14	0.80	0.27	29	0.73	0.35
15	0.20	0.55	30	0.73	0.25

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) = 0.84

ตาราง 8 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
 ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 ตอนที่ 2 จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	P	r
1	0.41	0.81
2	0.25	0.38
3	0.41	0.81
4	0.42	0.67
5	0.38	0.88

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) = 0.72

ภาคผนวก ค

ผลการตรวจสอบบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

1. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ข่ายงาน ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง
2. ตารางคะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

ตาราง 9 คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง หน่วยงาน ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

คนที่	คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ (30 คะแนน)		คะแนนแบบทดสอบอัตนัย (20 คะแนน)	
	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	8	25	0	8
2	5	17	0	13
3	7	25	0	12
4	8	16	0	12
5	5	17	0	14
6	5	15	0	13
7	5	12	0	17
8	4	11	0	13
9	10	16	0	18
10	8	18	0	13
11	8	12	0	12
12	11	15	0	15
13	7	26	0	16
14	11	17	0	8
15	8	16	0	13
16	8	18	0	8
17	5	12	0	16
18	10	15	0	18

ตาราง 9 (ต่อ)

คนที่	คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ (30 คะแนน)		คะแนนแบบทดสอบอัตนัย (20 คะแนน)	
	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ก่อนเรียน	หลังเรียน
19	4	19	0	12
20	5	26	0	10
21	7	13	0	14
22	5	21	0	12
23	6	18	0	8
24	11	27	0	11
25	7	12	0	18
26	7	15	0	8
27	8	14	0	7
28	9	14	0	8
29	8	20	0	18
30	10	26	0	16

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} && ; df = N - 1 \\
 &= \frac{304}{\sqrt{\frac{(30 \times 3834) - (304)^2}{30-1}}} && ; df = 30 - 1 \\
 &= \frac{304}{\sqrt{\frac{115020 - 92416}{29}}} && ; df = 29 \\
 &= \frac{304}{\sqrt{\frac{22604}{29}}} \\
 &= 11.45^{**}
 \end{aligned}$$

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตาราง 10 คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน
หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (48 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (6 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (48 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (6 คะแนน)
1	40	5	16	47	6
2	45	5	17	34	5
3	38	5	18	36	5
4	40	5	19	45	5
5	46	5	20	38	5
6	35	5	21	40	5
7	35	5	22	41	5
8	43	6	23	39	5
9	47	6	24	38	5
10	45	6	25	45	5
11	48	5	26	39	5
12	48	5	27	39	5
13	46	6	28	34	5
14	38	5	29	45	6
15	41	5	30	46	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{1241}{30} \times 100}{48} = 86.18$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{157}{30} \times 100}{6} = 87.22$$

ตาราง 11 คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน

หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 2 การหาระยะทางที่สั้นที่สุด

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (56 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (15 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (56 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (15 คะแนน)
1	52	11	16	50	14
2	48	12	17	42	11
3	44	11	18	38	10
4	45	13	19	49	14
5	51	14	20	44	10
6	43	10	21	46	12
7	39	13	22	46	12
8	47	12	23	44	11
9	51	14	24	45	10
10	48	11	25	47	14
11	54	14	26	41	11
12	54	14	27	38	10
13	52	13	28	39	10
14	49	10	29	52	14
15	52	13	30	53	13

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{1403}{30} \times 100}{56} = 83.51$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{361}{30} \times 100}{15} = 80.22$$

ตาราง 13 คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน
หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 3 ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (83 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (11 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (83 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (11 คะแนน)
1	70	10	16	81	8
2	76	9	17	75	9
3	75	9	18	78	9
4	68	10	19	78	9
5	78	11	20	68	10
6	78	9	21	71	8
7	78	10	22	72	10
8	69	11	23	75	9
9	80	10	24	69	7
10	78	8	25	75	10
11	83	11	26	70	8
12	82	11	27	70	8
13	76	8	28	80	10
14	71	8	29	77	11
15	67	7	30	72	9

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{2238}{30} \times 100}{83} = 89.88$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{277}{30} \times 100}{11} = 83.94$$

ตาราง 14 คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ข่ายงาน
หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 4 การหาสายงานสูงสุด

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (48 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (23 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (48 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (23 คะแนน)
1	38	18	16	46	18
2	42	18	17	43	20
3	39	21	18	43	21
4	38	21	19	45	20
5	43	23	20	40	20
6	39	22	21	44	22
7	40	20	22	43	21
8	44	20	23	41	22
9	44	17	24	39	23
10	41	19	25	46	21
11	46	20	26	39	23
12	46	18	27	40	21
13	42	17	28	40	21
14	37	22	29	42	20
15	39	22	30	42	17

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{1251}{30} \times 100}{48} = 86.88$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{608}{30} \times 100}{23} = 88.12$$

ตาราง 15 คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน
หน่วยการเรียนรู้ย่อยที่ 5 การวางแผนงาน

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (53 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (12 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (53 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (12 คะแนน)
1	46	9	16	51	11
2	48	10	17	47	10
3	42	9	18	46	10
4	49	10	19	48	10
5	50	12	20	48	12
6	42	9	21	50	9
7	43	10	22	50	11
8	50	9	23	45	8
9	51	12	24	47	8
10	47	10	25	50	10
11	52	12	26	48	8
12	53	12	27	48	8
13	48	11	28	46	8
14	43	8	29	50	10
15	44	8	30	44	10

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{1430}{30} \times 100}{53} = 89.94$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{294}{30} \times 100}{12} = 81.67$$

ภาคผนวก
คู่มือครูบทเรียนคณิตศาสตร์

1. ตัวอย่างบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง หน่วยงาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

คู่มือครูบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ช่างงาน

บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ช่างงาน จัดทำขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และเพื่ออำนวยความสะดวกในการเตรียมการสอนและในกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งบทเรียนคณิตศาสตร์นี้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ช่างงาน ซึ่งเป็นวิชาที่ได้รับความนิยมมากในปัจจุบัน นับตั้งแต่ออบเลอร์ได้แก้ปัญหาสะพานคอนกรีตเบอร์ก จนกระทั่งมีการประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในสาขาต่าง ๆ อาทิเช่น การวิจัยดำเนินงาน กำหนดการเชิงเส้น ถือว่าเป็นคณิตศาสตร์แขนงใหม่ที่ได้รับการนิยมนิยมและมีการพัฒนาอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน ซึ่งในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ได้บรรจุเนื้อหาเรื่อง ช่างงาน ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ของช่วงชั้นที่ 4 (ม. 4 - ม.6) โดยบทเรียนนี้ประกอบเนื้อหา 5 เรื่องย่อย คือ

1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับช่างงาน
2. การหาระยะทางที่สั้นที่สุด
3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด
4. การหาสายงานสูงสุด
5. การวางแผนงาน

ซึ่งในแต่ละเรื่องย่อยนั้นจะจัดทำในรูปแบบของรายละเอียดของเนื้อหา กิจกรรม แบบฝึกหัด ในการจัดการเรียนการสอนครูอาจปรับเปลี่ยนกิจกรรมและวิธีการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนได้ตามความเหมาะสมของเนื้อหาในแต่ละหัวข้อ โดยคำนึงถึงระดับสติปัญญา และความสามารถของผู้เรียนเป็นสำคัญควรให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้คอยชี้แนะ และตั้งคำถามให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถาม ร่วมกันทำกิจกรรมในห้องเรียน และให้นักเรียนสรุปบทเรียนในแต่ละข้อเอง โดยครูอาจเสริมแต่งบ้างตามความเหมาะสม

คู่มือครูบทเรียนคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. ชื่อบทเรียน
2. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
3. โครงการจัดการเรียนรู้
4. หน่วยการเรียนรู้ย่อยประจำบทเรียนประกอบด้วย
 - 4.1 ชื่อหน่วยการเรียนรู้
 - 4.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย
 - 4.3 เนื้อหาการเรียนรู้ประจำหน่วยการเรียนรู้ย่อย
 - 4.4 กิจกรรม
 - 4.5 แบบฝึกหัด
5. แบบทดสอบย่อยของแต่ละเรื่อง
6. แผนการจัดการเรียนรู้
7. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

บทเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง

ช่างงาน

1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับช่างงาน
2. การทาระยะทางที่สั้นที่สุด
3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด
4. การทาส่างงานสูงสุด
5. การวางแผนงาน

สาระการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนแผนภาพข่ายงานจำลองสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
2. บอกเขตของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมจากข่ายงานที่กำหนดให้ได้
3. เขียนแผนภาพข่ายงานจากเขตของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมที่กำหนด ให้ได้
4. บอกนิยามของ วิถีและวัฏจักรได้
5. หาวิถี วัฏจักร จากข่ายงานที่กำหนดให้ได้
6. บอกนิยามของข่ายงานเชื่อมโยงได้
7. บอกได้ว่าข่ายงานที่กำหนดให้เป็นข่ายงานเชื่อมโยง
8. ทหาระยะทางระหว่างจุดเชื่อมสองจุดใด ๆ ได้
9. ทหาระยะทางที่สั้นที่สุดได้
10. นำความรู้เรื่องการหาระยะทางที่สั้นที่สุดไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการที่เกี่ยวข้องได้
11. บอกนิยามของต้นไม้ได้
12. บอกได้ว่าข่ายงานใดเป็นต้นไม้
13. บอกนิยามของต้นไม้แบบทอดข้ามได้
14. หาต้นไม้แบบทอดข้ามได้
15. หาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดโดยใช้ขั้นตอนวิธีของครุสคัลได้
16. หาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดโดยใช้ขั้นตอนวิธีของพริมได้
17. นำความรู้เรื่องการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการ ที่เกี่ยวข้องได้
18. หาปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านวิถีใด ๆ ได้
19. หาปริมาณสายงานสูงสุดของข่ายงานได้
20. นำความรู้เรื่องการหาสายงานสูงสุดไปใช้ในการแก้ปัญหาบางประการที่เกี่ยวข้องได้
21. เขียนแผนภาพข่ายงานโครงการจากตารางกิจกรรมได้
22. เขียนตารางแสดงกิจกรรมจากแผนภาพข่ายงานโครงการได้
23. หาเส้นทางวิกฤตได้
24. หาเวลาที่ใช้ในโครงการได้

โครงการจัดการเรียนรู้

ชื่อสาระการเรียนรู้ย่อย	แผนการจัดการ การเรียนรู้ที่	จำนวนชั่วโมง
1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับช่างงาน	1 - 3	3
2. การหาระยะทางที่สั้นที่สุด	4	4
3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด	5 - 7	5
4. การหาสายงานสูงสุด	8	6
5. การวางแผนงาน	9	6

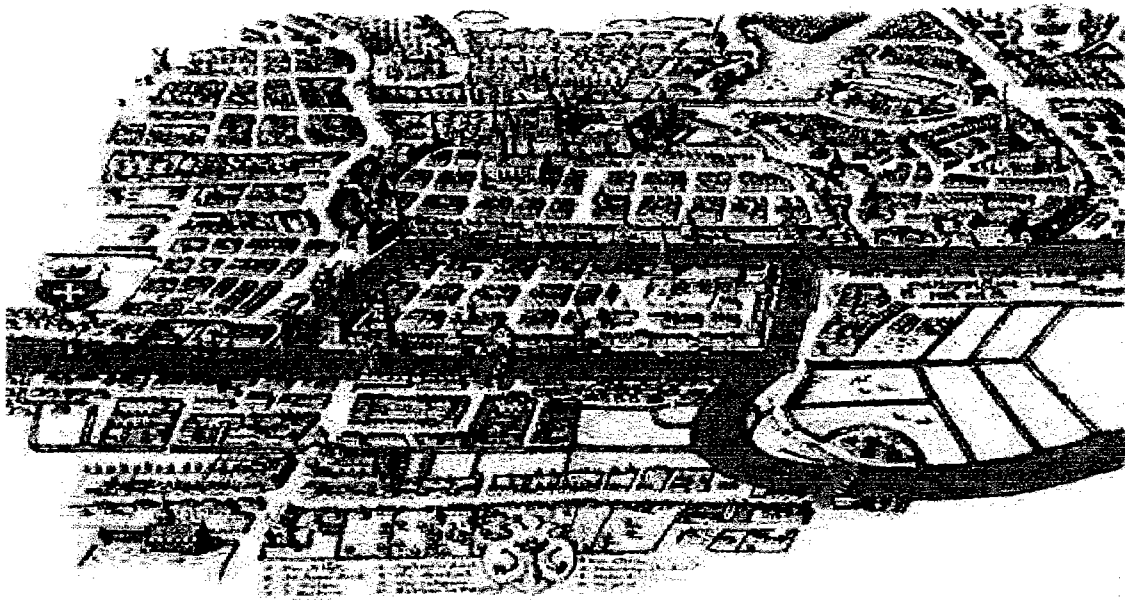
หมายเหตุ เวลาที่ใช้สอนนี้ครูผู้สอนอาจเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสม

1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน (Introduction to network)

บทนำ

ทฤษฎีกราฟ(graph theory) และทฤษฎีข่ายงาน(network theory) เป็นสาขาหนึ่งในคณิตศาสตร์ซึ่งเริ่มต้นมาจากความพยายามในการตอบปัญหาปริศนาต่าง ๆ ปัญหาหนึ่งซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีสำหรับผู้ศึกษาคณิตศาสตร์คือ ปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก

(Königsberg Bridge Problem) ก่อนสงครามโลกครั้งที่สอง เมือง คาลินินกราด (Kaliningrad) ในประเทศที่แต่เดิมคือสหภาพโซเวียตนั้น มีชื่อเก่าว่า เมืองคอนิกส์เบิร์ก ซึ่งเมืองนี้มีแม่น้ำพรีเกล (Pregel River) ไหลผ่าน มีสะพานเจ็ดสะพานที่เชื่อมเกาะสองเกาะกลางแม่น้ำและดินแดนที่เป็นฝั่งแม่น้ำ ดังรูป

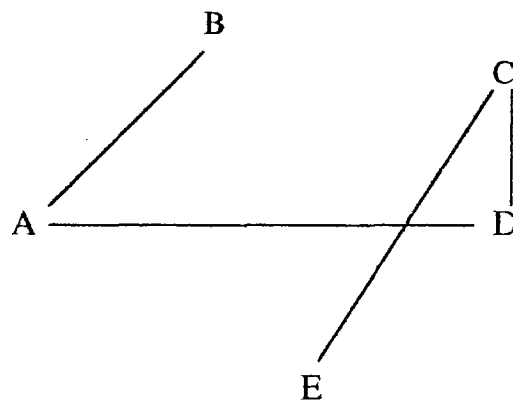


ในตอนต้น ค.ศ. 1700 ชาวเมืองนี้ได้พยายามแก้ปริศนาซึ่งปัจจุบันจัดให้เป็นปัญหาหนึ่งในปัญหาที่เก่าแก่ที่สุดที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกราฟ ปัญหานี้คือ เป็นไปได้หรือไม่ที่จะเดินข้ามสะพานทั้งเจ็ดแต่ละสะพานเพียงครั้งเดียวโดยไม่ซ้ำกันและวกกลับมาที่จุดเริ่มต้น ปัญหานี้ไม่มีผู้ใดสามารถตอบได้จนกระทั่งปี ค.ศ. 1736 เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonard Euler) พบว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะหาเส้นทางดังกล่าว เขาแสดงให้เห็นจริง โดยกำหนดจุดขึ้นมาแทนบริเวณทั้งสี่และกำหนดเส้นเชื่อมแทนสะพานทั้งเจ็ด เส้นเชื่อมเหล่านี้เชื่อมโยงจุดทั้งสี่ดังในแผนที่ การกำหนดจุดและเส้นเชื่อมขึ้นมาทำให้เกิด "กราฟ" (graph) ขึ้น กราฟที่ออยเลอร์กำหนดขึ้นมาแสดงไว้ ดังรูป

1.1 การเขียนแผนภาพจำลองแทนข่ายงาน

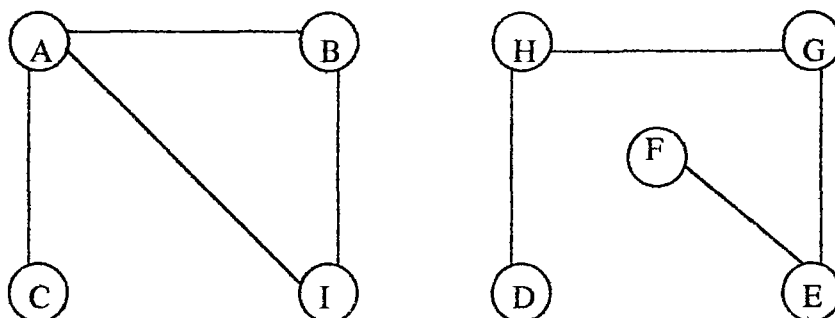
ในบทนี้เราจะศึกษาแบบจำลองที่เรียกว่าข่ายงาน (network) ซึ่งประกอบไปด้วย จุดเชื่อมและเส้นเชื่อมโยงถึงกันเพื่อแทนโครงสร้าง ปัญหาหรือจำลองสภาพบางอย่าง เพื่อให้เข้าใจแนวความคิดเกี่ยวกับข่ายงาน เราจะเริ่มด้วยการพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 สมมุติว่ามีเมืองอยู่ห้าเมืองคือ A, B, C, D และ E โดยที่เมือง A และ B มีถนนเชื่อมถึงกัน เมือง C มีถนนเชื่อมไปเมือง E และ D เมือง A และ D มีถนนเชื่อมถึงกัน ดังนั้นถ้าเราต้องการจะจำลองเมืองเหล่านี้และถนน โดยให้ตัวอักษรที่กำหนดให้แทนเมืองและลากเส้นเชื่อมตัวอักษรสองตัวใด ๆ ซึ่งแทนเมืองสองเมืองที่มีถนนเชื่อมระหว่างเมืองสองเมืองนั้น อาจจะได้แผนภาพดังนี้



ตัวอย่างที่ 2 ในประเทศแห่งหนึ่ง มีเมืองอยู่ 9 เมือง คือ A, B, C, D, E, F, G, H, I และมีถนนเชื่อมระหว่างเมืองดังนี้ C - A, I - B, I - A, A - B, G - E, G - H, E - F และ H - D จงหาว่าจะมีเส้นทางติดต่อระหว่างเมือง C และ D หรือไม่

วิธีทำ เราเขียนแบบจำลองเมืองเหล่านี้โดยใช้ 9 จุดแทนเมืองทั้ง 9 และเส้นเชื่อมระหว่างจุด 2 จุด ถ้าทั้ง 2 เมืองมีถนนต่อกัน แผนภาพจากปัญหานี้จะเป็นดังรูป



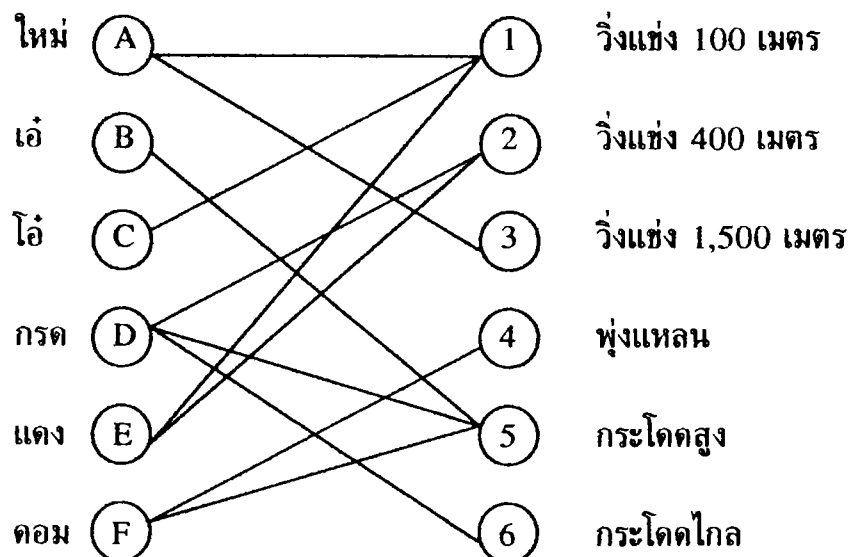
จะเห็นได้ว่า เราไม่สามารถเดินทางจาก C ไปถึง D โดยผ่านทางเส้นเชื่อมเหล่านี้ ได้แสดงว่า ไม่มีถนนที่เป็นเส้นทางติดต่อกันระหว่างเมือง C และ D

ตัวอย่างที่ 3 ในงานกีฬาประจำปีของโรงเรียน รายการแข่งขันกรีฑาแต่ละทีมประกอบด้วยนักเรียน 6 คน ซึ่งแต่ละคนสามารถเข้าร่วมแข่งขันกรีฑาได้เพียงประเภทเดียวเท่านั้นจากที่มีอยู่ 6 ประเภทได้แก่ (1) วิ่งแข่ง 100 เมตร (2) วิ่งแข่ง 400 เมตร (3) วิ่งแข่ง 1,500 เมตร (4) ฟุ่งแหลน (5) กระโดดสูง (6) กระโดดไกล มีอยู่ที่ทีมหนึ่งพบว่าความสามารถของนักเรียนทั้ง 6 คนแสดงได้ดังนี้

ใหม่	สามารถแข่งกรีฑาประเภท	วิ่งแข่ง 100 เมตร 1500 เมตร
เอ้	"	กระโดดสูง
โอ้	"	วิ่งแข่ง 100 เมตร
กรด	"	วิ่งแข่ง 400 เมตร กระโดดสูง กระโดดไกล
แดง	"	วิ่งแข่ง 400 เมตร 100 เมตร
ค่อม	"	กระโดดสูง ฟุ่งแหลน

ผู้จัดการทีมควรจัดลูกทีมลงแข่งขันอย่างไร มีรูปแบบการจัดที่รูปแบบ

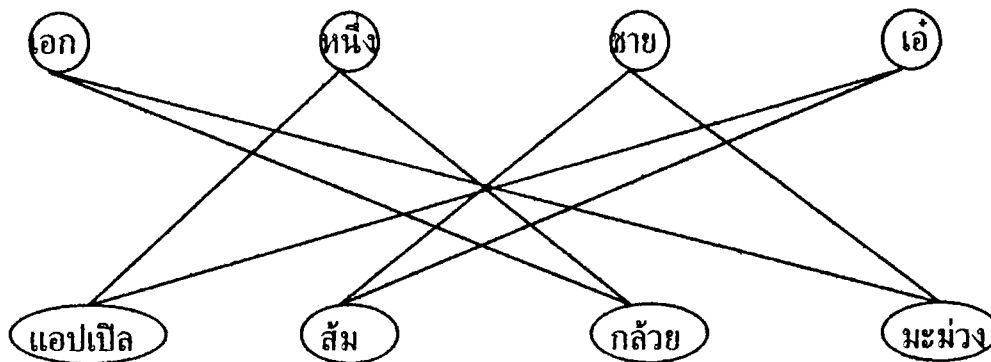
จากปัญหานี้ถ้าแทนนักเรียนด้วยจุด A, B, C, D, E และ F ตามลำดับ และแทนกรีฑาแต่ละประเภทด้วยตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 เราอาจเขียนความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับประเภทของกรีฑาที่เขาถนัดดังแผนภาพ



จะเห็นว่า แผนภาพจะช่วยให้หาคำตอบของปัญหาได้ง่ายขึ้น ซึ่งแผนภาพดังกล่าวเป็นตัว
อย่างหนึ่งของ ช่างงาน(network)

ตัวอย่างที่ 4 สมมติว่าเรามีตะกร้าผลไม้ใบหนึ่ง ซึ่งมีแอปเปิล ส้ม กล้วย และมะม่วง
อย่างละหนึ่งผล และมีเด็กอยู่ 4 คน คือ เอก หนึ่ง ชาย และ เอ๋ เราทราบว่า เอกชอบกิน
กล้วยและมะม่วง หนึ่งชอบกินแอปเปิลและกล้วย ชายชอบกินส้มและมะม่วง เอ๋ชอบกิน
แอปเปิลและส้ม อยากทราบว่าควรแจกผลไม้ให้เด็กทั้ง 4 คน อย่างไรโดยที่เด็กแต่ละคน
ได้ผลไม้ที่ตนเองชอบ

เราสามารถสร้างแบบจำลองได้ดังนี้



จากแบบจำลอง เราอาจแจกผลไม้ให้เด็กได้ดังนี้

เอก	ได้รับ	กล้วย	หรือ	เอก	ได้รับ	มะม่วง
หนึ่ง	ได้รับ	แอปเปิล	"	หนึ่ง	ได้รับ	กล้วย
ชาย	ได้รับ	มะม่วง	"	ชาย	ได้รับ	ส้ม
เอ๋	ได้รับ	ส้ม	"	เอ๋	ได้รับ	แอปเปิล

จากตัวอย่างทั้งสี่ข้างต้น จะเห็นว่าเราใช้แผนภาพซึ่งประกอบด้วยจุดและเส้น เพื่อ
ช่วยทำให้แก้ปัญหาสะดวกขึ้น แผนภาพในลักษณะนี้เรียกว่า ช่างงาน(network)



ครูโรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการทำแผนผังที่นั่งสำหรับนักเรียนโดยมีเงื่อนไขว่าการจัดแผนผังที่นั่งนั้น จะขึ้นอยู่กับความสนิทสนมของนักเรียน สำหรับสถานการณ์ที่แสดงถึงการสนิทสนมกันระหว่างนักเรียน 2 คนจะแทนด้วยเส้นซึ่งเชื่อมระหว่างจุด 2 จุด ที่แทนนักเรียน 2 คนนั้น เช่น ถ้ากำหนดให้

a	สนิทกับ	d	b	สนิทกับ	c, e
c	สนิทกับ	b, d, f	d	สนิทกับ	a, c, e
e	สนิทกับ	b, d	f	สนิทกับ	c

ให้นักเรียนเขียนแผนภาพแทนสถานการณ์นี้



มีผู้หญิง 4 คน คือ จินดา พรทิพย์ มาลินี และมารศรี โดยที่

จินดา	รู้จักสนิทสนมกับ	ปรีชา วันชัย ไพโรจน์
พรทิพย์	รู้จักสนิทสนมกับ	ปรีชา
มาลินี	รู้จักสนิทสนมกับ	วันชัย วินัย สมัย
มารศรี	รู้จักสนิทสนมกับ	วันชัย วินัย

จงหาว่าจะจัดผู้หญิงทั้ง 4 คนนี้เต้นรำกับผู้ชายคนที่เธอรู้จักสนิทสนมกัน ได้หรือไม่

จากแผนภาพจะได้ว่า

จินดา จับคู่กับ วันชัย

มาลินี จับคู่กับ สมัย

พรทิพย์ จับคู่กับ ปรีชา

มารศรี จับคู่กับ วินัย

แบบฝึกหัดที่ 1.1

1. คนงาน 6 คนมีคุณสมบัติที่จะทำงาน 6 งานดังตารางข้างล่างนี้

	ผสมปูน	โบกปูน	ก่ออิฐ	ทาสี	ขนทราย	ฉั้บรถ
สมบัติ	✓			✓		✓
สมชาย	✓	✓	✓	✓		
สมหวัง		✓		✓	✓	
สมรักษ์	✓		✓			
สมถวิล						✓
สมใจ		✓		✓		

(โดยที่ ✓ ในช่องใดหมายถึงคนงานนั้นมีคุณสมบัติที่จะทำงานในช่องนั้น)

- ก. จงเขียนแผนภาพเพื่อจำลองสถานการณ์นี้
- ข. ให้หาการมอบหมายงานมา 2 วิธี เพื่อให้ทุกๆ คนมีงานทำ

2. สุชาติชวนเพื่อนของเขา 4 คน คือ เอนก สมเกียรติ เจนเนตร และลัดดา ไปที่บ้านของเขา สุชาติได้สั่งอาหารกลางวันเป็นข้าวผัดไว้ล่วงหน้าสำหรับเพื่อนของเขาทั้งสิ้นคน อย่างละ 1 งาน ดังต่อไปนี้ ข้าวผัดปู ข้าวผัดกุ้ง ข้าวผัดหมู และข้าวผัดไก่ ถ้าเอนกชอบทั้งข้าวผัดปูและข้าวผัดไก่ สมเกียรติชอบทั้งข้าวผัดหมูและข้าวผัดไก่ เจนเนตรชอบทั้งข้าวผัดกุ้งและข้าวผัดปู และลัดดาชอบทั้งข้าวผัดหมูและข้าวผัดกุ้ง สุชาติสามารถจัดข้าวผัดให้เพื่อนของเขาได้รับประทานตรงตามความชอบได้หรือไม่

3. จงยกตัวอย่างเหตุการณ์หรือปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันมา 3 ตัวอย่าง ซึ่งใช้แผนภาพข่ายงานเป็นแบบจำลองได้

1.2 ช่างงาน (network)

จากตัวอย่างที่ผ่านมา จะเห็นว่า เราใช้แผนภาพที่ประกอบด้วยจุดและเส้น เพื่อช่วยทำให้แก้ปัญหาสะดวกยิ่งขึ้น เรียกแผนภาพดังกล่าวว่าช่างงาน (network)

บทนิยาม ช่างงาน (network) ประกอบด้วยเซตของจุดเชื่อม (node) และเส้นเชื่อม (arc) ซึ่งเชื่อมระหว่างจุดเชื่อม

ถ้า N คือเซตของจุดเชื่อมในช่างงาน

และถ้า A คือเซตของเส้นเชื่อม

เราใช้สัญลักษณ์ $G = (N, A)$ แทนช่างงาน

จุดเชื่อมของช่างงานอาจจะแทน จุดตัดของถนน ชุมสายโทรศัพท์ จุดสับรางรถไฟ สนามบิน เชือกกันน้ำ คอมพิวเตอร์ เป็นต้น

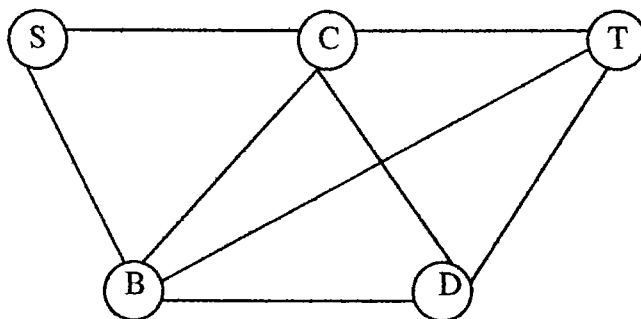
เส้นเชื่อมของช่างงานอาจจะแทน ถนน สายโทรศัพท์ รางรถไฟ เส้นทางการบิน คลองส่งน้ำ สายเคเบิล ฯลฯ

การเขียนแผนภาพช่างงาน จะใช้วงกลมล้อมรอบตัวอักษรแทนจุดเชื่อม ส่วนของเส้นตรงแทนเส้นเชื่อม ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 5 กำหนด $G = (N, A)$ เมื่อ $N = \{S, B, C, D, T\}$ และ

$A = \{\{S, B\}, \{S, C\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{B, T\}, \{C, D\}, \{C, T\}, \{D, T\}\}$

เขียนเป็นช่างงานได้ดังแผนภาพ

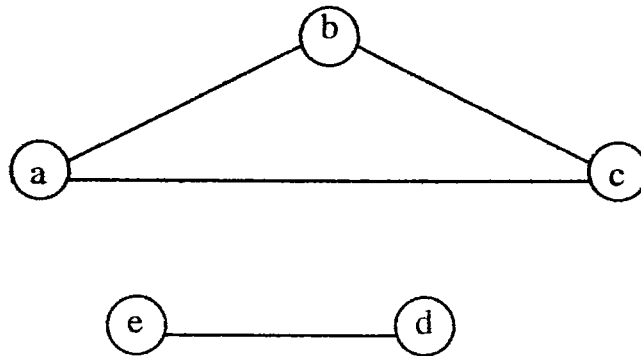


จากแผนภาพช่างงานนี้จะประกอบด้วยจุดเชื่อมจำนวน 5 จุด คือ S, B, C, D, T และเส้นเชื่อมจำนวน 8 เส้น คือ $\{S, B\}$, $\{S, C\}$, $\{B, C\}$, $\{B, D\}$, $\{B, T\}$, $\{C, D\}$, $\{C, T\}$, $\{D, T\}$

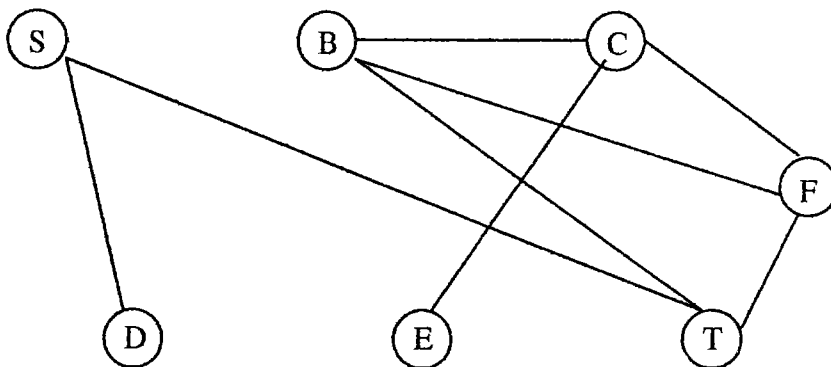
ตัวอย่างที่ 6 จงเขียนแผนภาพข่ายงาน $G = (N, A)$ จากเซตของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมต่อไปนี้

$$N = \{a, b, c, d, e\}, \quad A = \{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{d, e\}\}$$

วิธีทำ เขียนเป็นแผนภาพข่ายงานได้ดังต่อไปนี้



ตัวอย่างที่ 7 จากแผนภาพข่ายงานที่กำหนดให้ จงหาเซตของจุดเชื่อมและเซตของเส้นเชื่อม



วิธีทำ จากแผนภาพข่ายงานจะมีจำนวนจุดเชื่อม 7 จุด คือ S, B, C, D, E, F, T และเส้นเชื่อมจำนวน 9 เส้น คือ $\{S, D\}$, $\{S, T\}$, $\{B, C\}$, $\{B, T\}$, $\{B, F\}$, $\{C, E\}$, $\{C, F\}$, $\{E, T\}$, $\{F, T\}$ เขียนเป็นเซตได้ดังนี้

เซตของจุดเชื่อม คือ $N = \{S, B, C, D, E, F, T\}$

เซตของเส้นเชื่อม คือ $A = \{\{S, D\}, \{S, T\}, \{B, C\}, \{B, T\}, \{B, F\}, \{C, E\}, \{C, F\}, \{E, T\}, \{F, T\}\}$



กำหนดช่างาน $G = (N, A)$ โดยที่ N เป็นเซตของจุดเชื่อมและ A เป็นเซตของเส้นเชื่อม

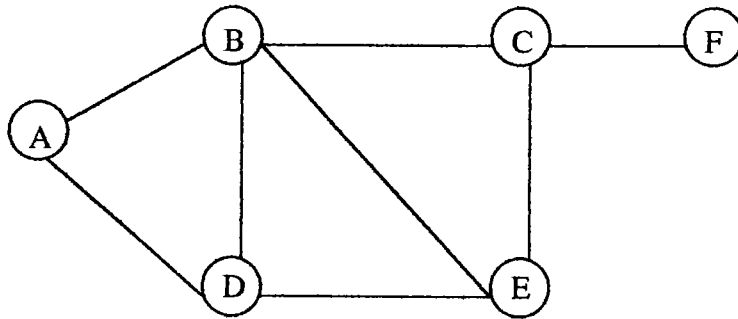
ดั่งนี้ $N = \{a, b, c, d, x, y, z\}$

$A = \{\{a, x\}, \{b, y\}, \{c, z\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, z\}\}$

จงเขียนแผนภาพช่างานจากเซตของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมที่กำหนดให้



จงเขียนเซตของจุดเชื่อมและเซตของเส้นเชื่อมของข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้



แบบฝึกหัดที่ 1.2

1. จงเขียนแผนภาพของข่ายงานเมื่อกำหนด $G = (N, A)$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 $N = \{U, V, X, Y\}$, $A = \{(V, X), (X, U), (V, Y)\}$

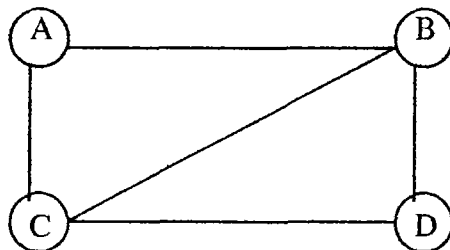
1.2 $N = \{X, Y, Z, W\}$, $A = \{(X, Y), (X, Z), (Y, Z), (Y, W)\}$

1.3 $N = \{G, H, J\}$, $A = \emptyset$

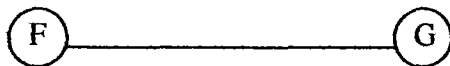
1.4 $N = \{F, X, B, Y\}$, $A = \{(F, X), (X, B), (B, Y), (Y, F)\}$

2. จงเขียนเซตของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมจากแผนภาพข่ายงานในแต่ละข้อต่อไปนี้

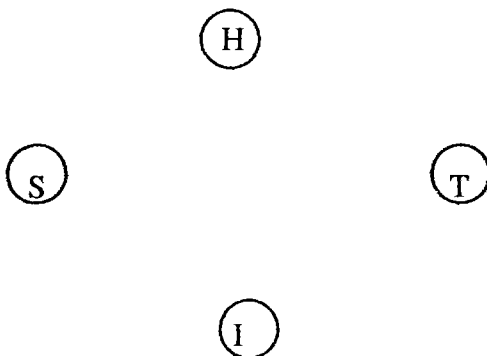
2.1



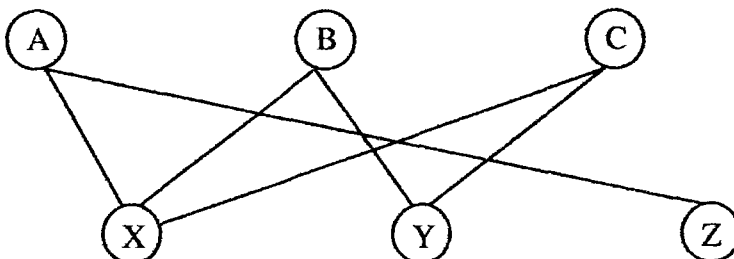
2.2



2.3



2.4



ประกาศคุณูปการ

ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ เพราะผู้วิจัยได้รับความเมตตากรุณาเป็นอย่างสูงจากอาจารย์ธงชาติ พูเจริญ ประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สมรรถชัย น้อยศิริ กรรมการควบคุมปริญญาโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์เจียมศักดิ์ พานิชชัยกุล และผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพบูลย์ ศรีชัยสวัสดิ์ กรรมการสอบปริญญาโทที่แต่งตั้งเพิ่มเติมที่ได้ให้ความกรุณาให้คำปรึกษา แนะนำแก้ไข และปรับปรุงข้อบกพร่องด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ไว้ ณ โอกาสนี้

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์แผน เจียรนะนัย ผู้ช่วยศาสตราจารย์นำชัย เลวัลย์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพบูลย์ ศรีชัยสวัสดิ์ ที่เป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจและแก้ไขโปรแกรมการฝึกกระโดดเชือก

สุดท้ายผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดาที่คอยให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจมาโดยตลอดผู้วิจัยขออุทิศสิ่งดีงามแก่ผู้มีพระคุณทุกท่านและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

พิพิธพร พัฒนวิริยะวานิช

1.3 วิถี (path)และการเชื่อมโยง (connectedness)

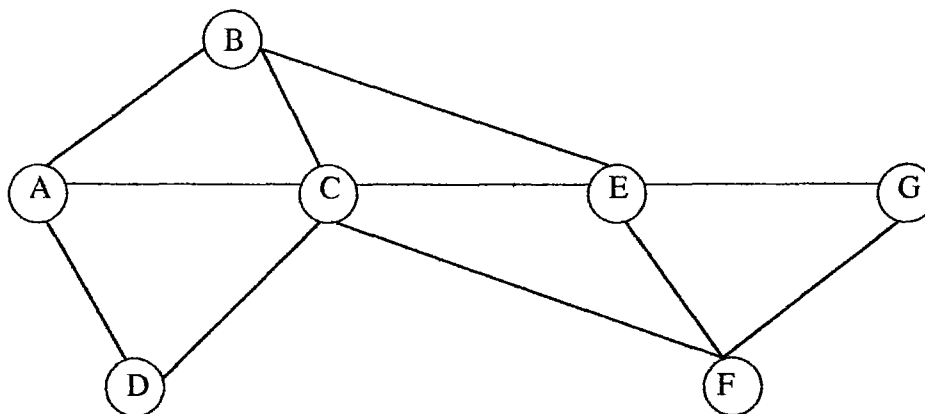
บทนิยาม วิถี (path) คือ ลำดับที่สลับกันของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมในข่ายงาน โดยที่ไม่มีจุดเชื่อมซ้ำกัน

จากบทนิยามจะได้ว่าวิถี คือ ลำดับสลับของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อม $A_0, \{A_0, A_1\}, A_1, \{A_1, A_2\}, A_2, \dots, \{A_{n-1}, A_n\}, A_n$ โดยที่ $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ เป็นจุดเชื่อมในข่ายงาน และ $\{A_0, A_1\}, \{A_1, A_2\}, \dots, \{A_{n-1}, A_n\}$ เป็นเส้นเชื่อมในข่ายงาน

เพื่อความสะดวก ต่อไปจะเขียนวิถีโดยใช้จุดเชื่อมเท่านั้น เช่น

วิถี $A_0, \{A_0, A_1\}, A_1, \{A_1, A_2\}, A_2, \dots, \{A_{n-1}, A_n\}, A_n$ จะเขียนเป็น $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$

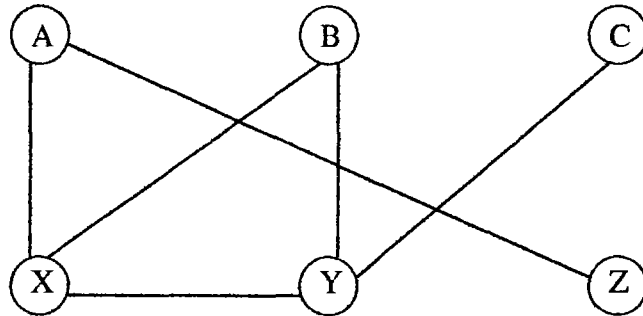
ตัวอย่างที่ 8 จากข่ายงานที่กำหนดให้ จงหาวิถีจาก A ไป G



วิถีจาก A ไป G มีหลายวิถีดังเช่น

- A, B, C, E, G
- A, B, C, F, G
- A, B, C, E, F, G
- A, C, E, G
- A, C, E, F, G
- A, C, B, E, G
- A, C, B, E, F, G
- A, D, C, F, G
- A, D, C, E, F, G
- A, D, C, B, E, G
- A, D, C, B, E, F, G

ตัวอย่างที่ 9 ให้ $G = (N, A)$ ดังแผนภาพ



จงพิจารณาว่า ลำดับของจุดเชื่อมต่อไปนี้เกิดวิถีหรือไม่

ก. A, X, B, C, Y, X

ข. A, X, Y, Z, A, X

ค. X, B, Y, C

ง. B, Y, X, A, Z

วิธีทำ ลำดับของจุดเชื่อมจะเป็นวิถี ถ้าในลำดับนั้นไม่มีจุดเชื่อมที่ซ้ำกัน

ก. ไม่เป็นวิถีจาก A ไป X เพราะ มีจุดเชื่อม X ที่ซ้ำกันและไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดเชื่อม B และ C

ข. ไม่เป็นวิถีจาก A ไป X เพราะ ไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดเชื่อม Y และ Z

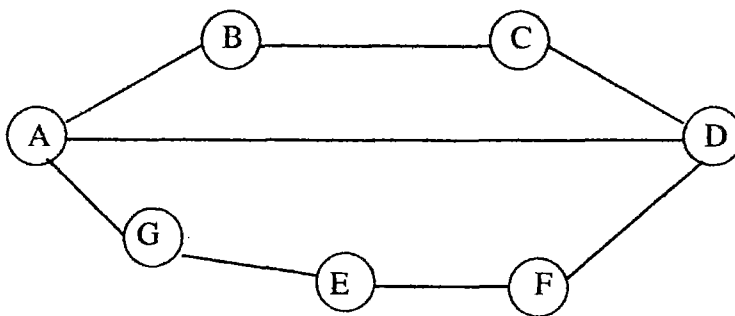
ค. เป็นวิถีจาก X ไป C เพราะ ไม่มีจุดเชื่อมใดที่ซ้ำกัน

ง. เป็นวิถีจาก B ไป Z เพราะ ไม่มีจุดเชื่อมใดที่ซ้ำกัน

บทนิยาม วัฏจักร (cycle) คือ วิถีซึ่งมีจุดเชื่อมเริ่มต้นและจุดเชื่อมสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

จากตัวอย่างที่ 9 เราจะได้ว่า วิถี B, X, Y, B เป็นวัฏจักร

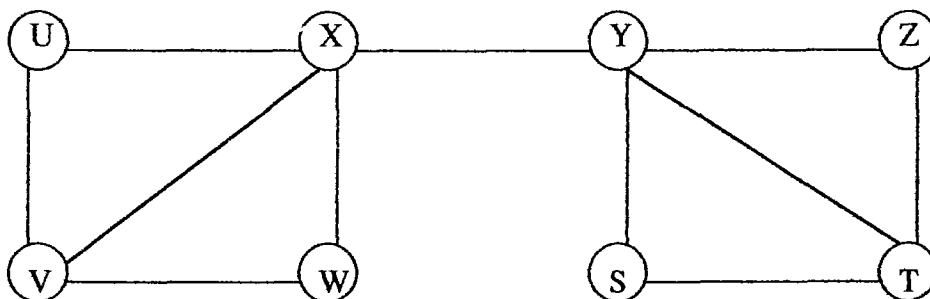
ตัวอย่างที่ 10 จากแผนภาพข่ายงานที่กำหนดให้ จงหาวัฏจักรที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุดเชื่อม A



วัฏจักรของข่ายงานที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดที่จุดเชื่อม A มีดังนี้

A, B, C, D, A	A, D, C, B, A
A, B, C, D, F, E, G, A	A, D, F, E, G, A
A, G, E, F, D, A	

ตัวอย่างที่ 11 จากแผนภาพข่ายงาน $G = (N, A)$ ที่กำหนดให้ จงหาวิถีระหว่างจุดเชื่อม U กับ Z และหาวัฏจักรที่เกิดขึ้นในข่ายงานมา 5 วัฏจักร



จากแผนภาพข่ายงานจะได้วิถีจากจุดเชื่อม U ไป Z ดังนี้

U, V, X, Y, Z
 U, V, W, X, Y, Z
 U, V, X, Y, T, Z

U, V, X, Y, S, T, Z

วัฏจักรที่ได้อาจจะเป็นดังนี้

U, V, W, X, U

Y, S, T, Z, Y

X, V, U, X

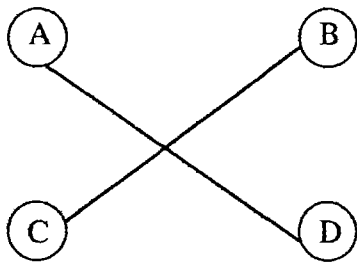
W, X, V, W

Y, Z, T, Y

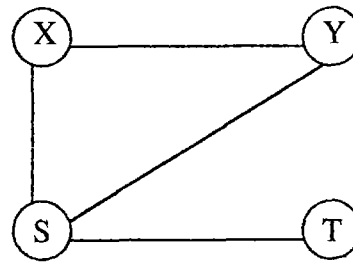
ทั้งนี้ยังมีวัฏจักรอื่น ๆ ที่เกิดขึ้นในข่ายงานนี้ นักเรียนลองหาวัฏจักรอื่นที่แตกต่างจากตัวอย่างนี้ดู

บทนิยาม ข่ายงาน $G = (N, A)$ จะเป็นข่ายงานเชื่อมโยง (connected network) ถ้าสองจุดเชื่อมใด ๆ ในข่ายงานสามารถเชื่อมได้ด้วยวิถีในข่ายงาน G

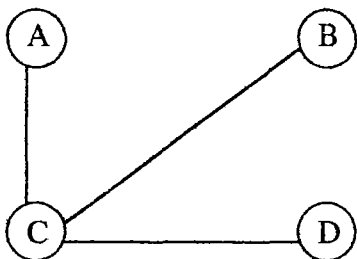
ตัวอย่างที่ 12 กำหนดข่ายงานดังแผนภาพ ข่ายงานในข้อใดเป็นข่ายงานเชื่อมโยง



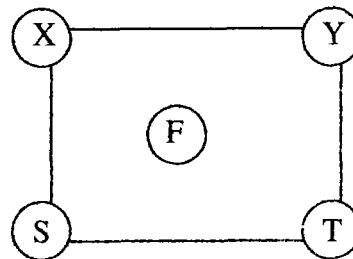
(ก)



(ข)



(ค)

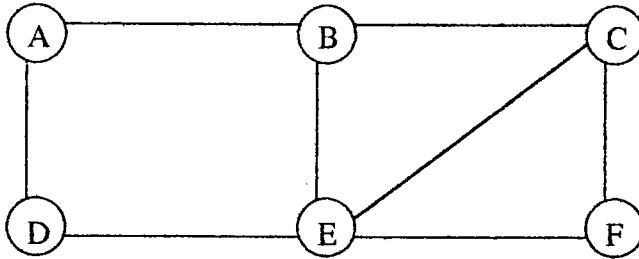


(ง)

- วิธีทำ (ก) ไม่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง เพราะไม่มีวิถีจาก A ไป B หรือ จาก A ไป C
- (ข) เป็นข่ายงานเชื่อมโยง เพราะมีวิถีระหว่างสองจุดเชื่อมต่อ ๆ
- (ค) เป็นข่ายงานเชื่อมโยง เพราะมีวิถีระหว่างสองจุดเชื่อมต่อ ๆ
- (ง) ไม่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง เพราะไม่มีวิถีจากจุดเชื่อมต่อ ๆ ไปจุดเชื่อม F

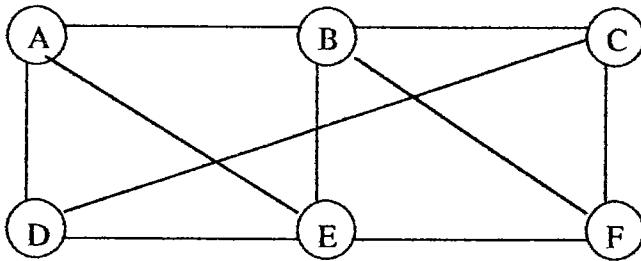
แบบฝึกหัดที่ 1.3

1. พิจารณาข่ายงานดังแผนภาพ



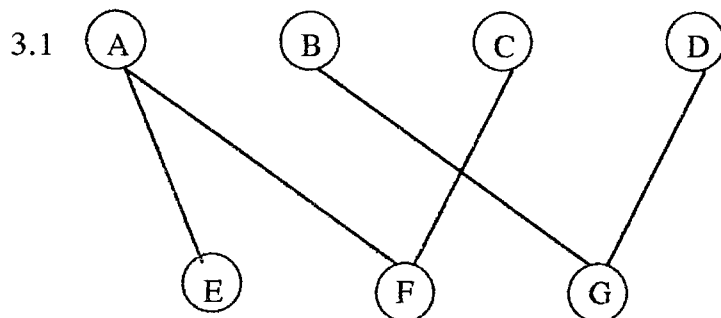
จงหาวิถีจาก A ถึง F และวัฏจักรที่มีจุดเริ่มต้นที่จุด E ทั้งหมด

2. จากข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าลำดับของจุดเชื่อมที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ข้อใดเป็นวิถี ข้อใดเป็นวัฏจักร

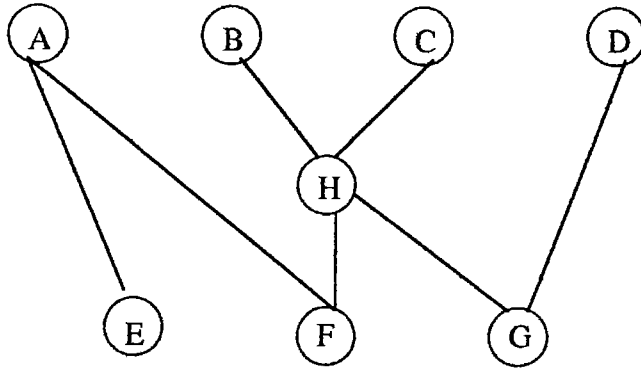


- 2.1 A, B, F, C, D
- 2.2 A, B, C, F, B, E, D
- 2.3 A, B, F, C, D, A
- 2.4 A, B, C, F, B, E, D, A
- 2.5 A, B, E, F, C, B, E, D

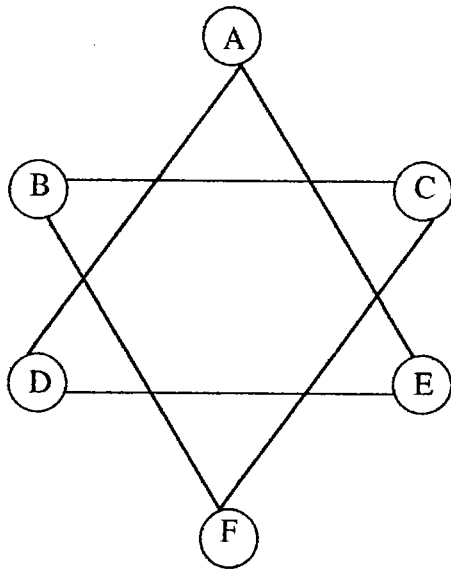
3. ข่ายงานในข้อใดต่อไปนี้เป็นข่ายงานเชื่อมโยง



3.2



3.3

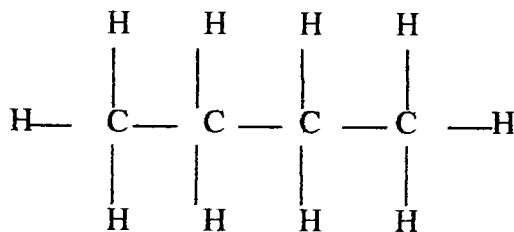


3. ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (Minimal Spanning Tree)

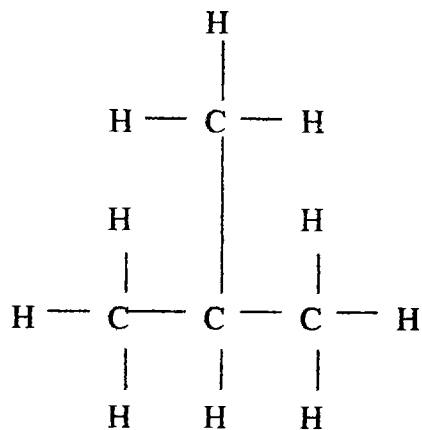
3.1 บทนำ

ในบทนี้เราจะศึกษาถึงข่ายงานที่มีลักษณะพิเศษแบบหนึ่งซึ่งเรียกว่าต้นไม้ (Tree) เพื่อให้เข้าใจแนวความคิดเกี่ยวกับต้นไม้ให้ดีขึ้น เราจะพิจารณาตัวอย่างดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 ในปี ค.ศ. 1857 เคย์ลีย์ (Cayley) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการหาจำนวนโมเลกุลของสารเคมีที่เรียกกันว่าอัลเคนส์ (Alkanes) ซึ่งเป็นสารประกอบไฮโดรคาร์บอนชนิดหนึ่งที่มีสูตรโมเลกุลเป็น C_nH_{2n+2} (โมเลกุลของไฮโดรคาร์บอนจะประกอบด้วยอะตอมของคาร์บอนและอะตอมของไฮโดรเจน) โดยการแทนไฮโดรคาร์บอนด้วยข่ายงานซึ่งอะตอมของคาร์บอนแต่ละตัวจะแทนด้วยจุดของข่ายงานที่มีจำนวนเส้นเป็น 4 และอะตอมของไฮโดรเจนแต่ละตัวจะแทนด้วยจุดของข่ายงานที่มีจำนวนเส้นเป็น 1 เช่น อัลเคน C_4H_{10} ซึ่งเรียกชื่อว่า บิวเทน (Butane) และไอโซบิวเทน (Isobutane) จะเขียนแทนด้วยข่ายงานดังแผนภาพ



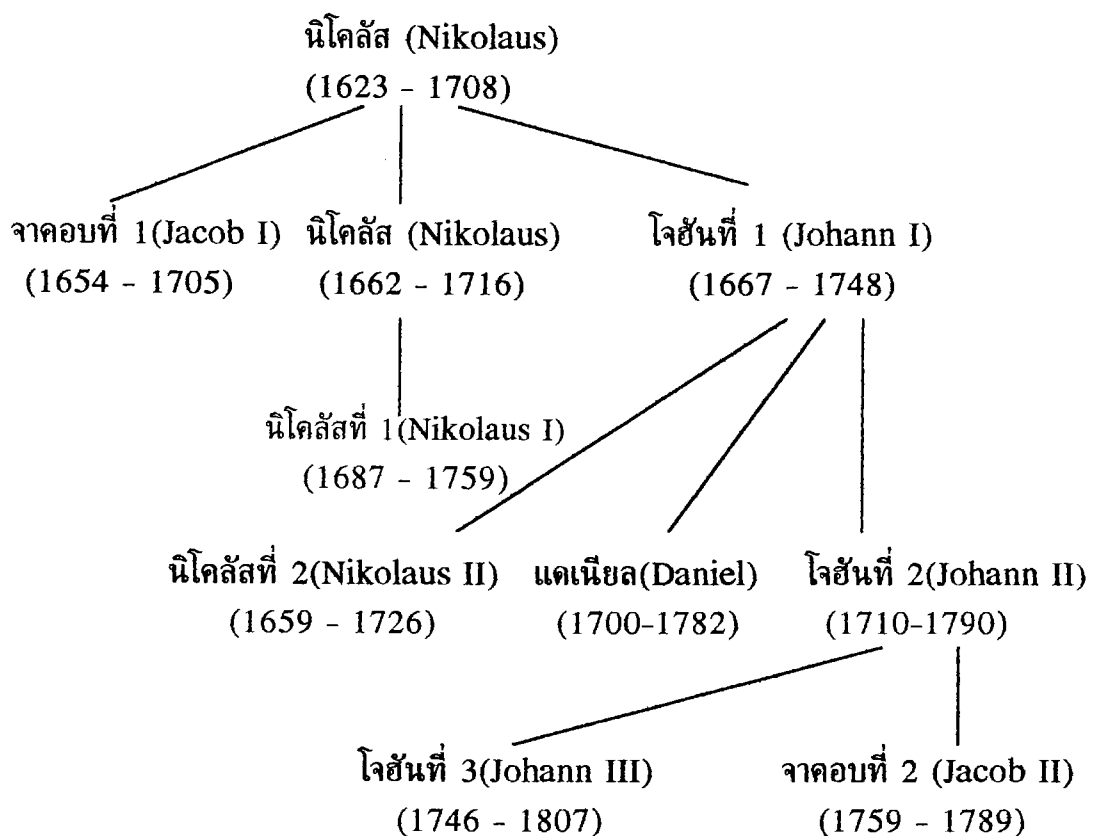
บิวเทน (Butane)



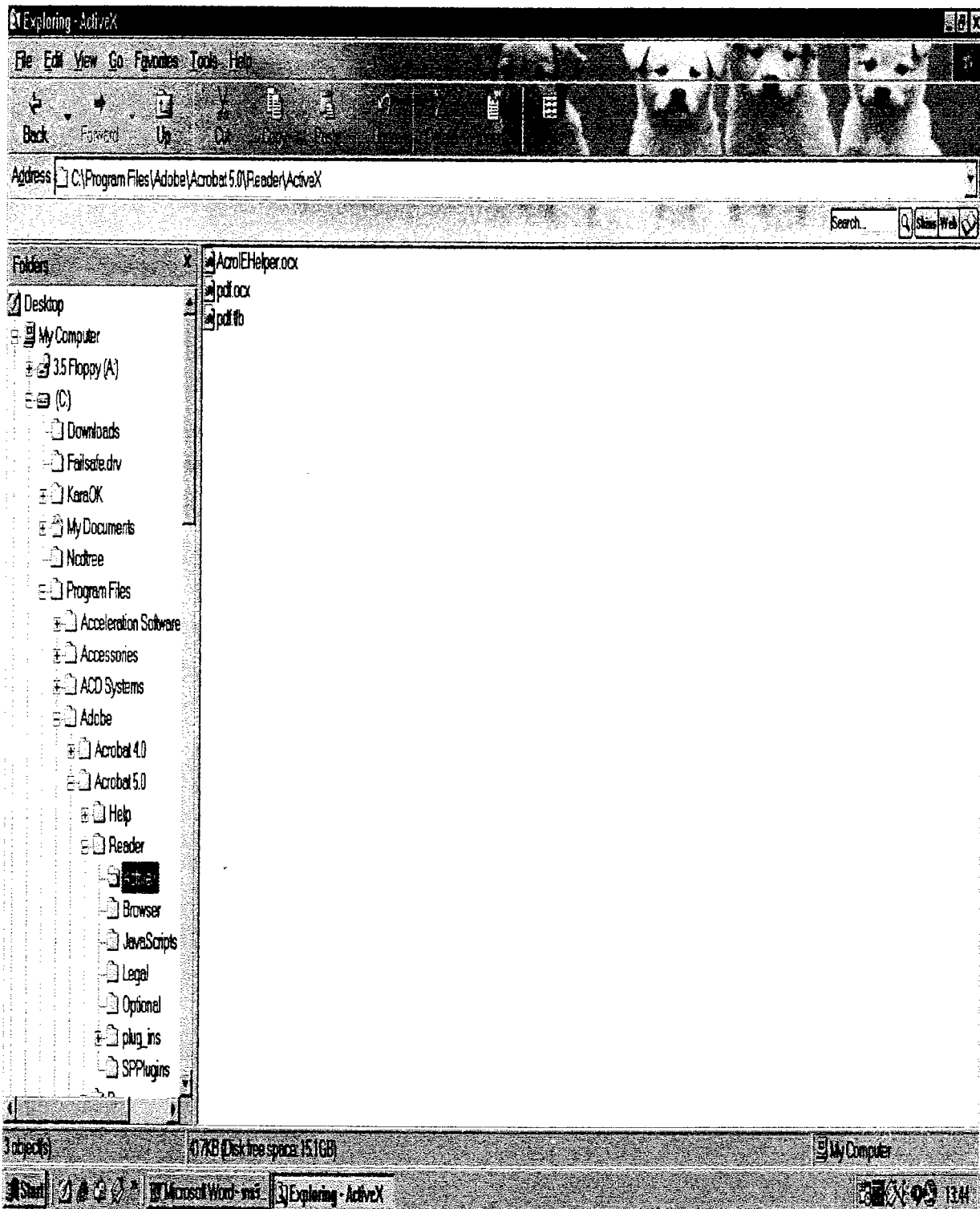
ไอโซบิวเทน (Isobutane)

ถึงแม้ว่าบิวเทนและไอโซบิวเทนจะมีสูตรทางเคมีเหมือนกันคือ C_4H_{10} แต่ทั้งสองเป็นโมเลกุลที่แตกต่างกัน เพราะว่าการจัดเรียงตัวของอะตอมภายในแต่ละโมเลกุลนี้แตกต่างกัน

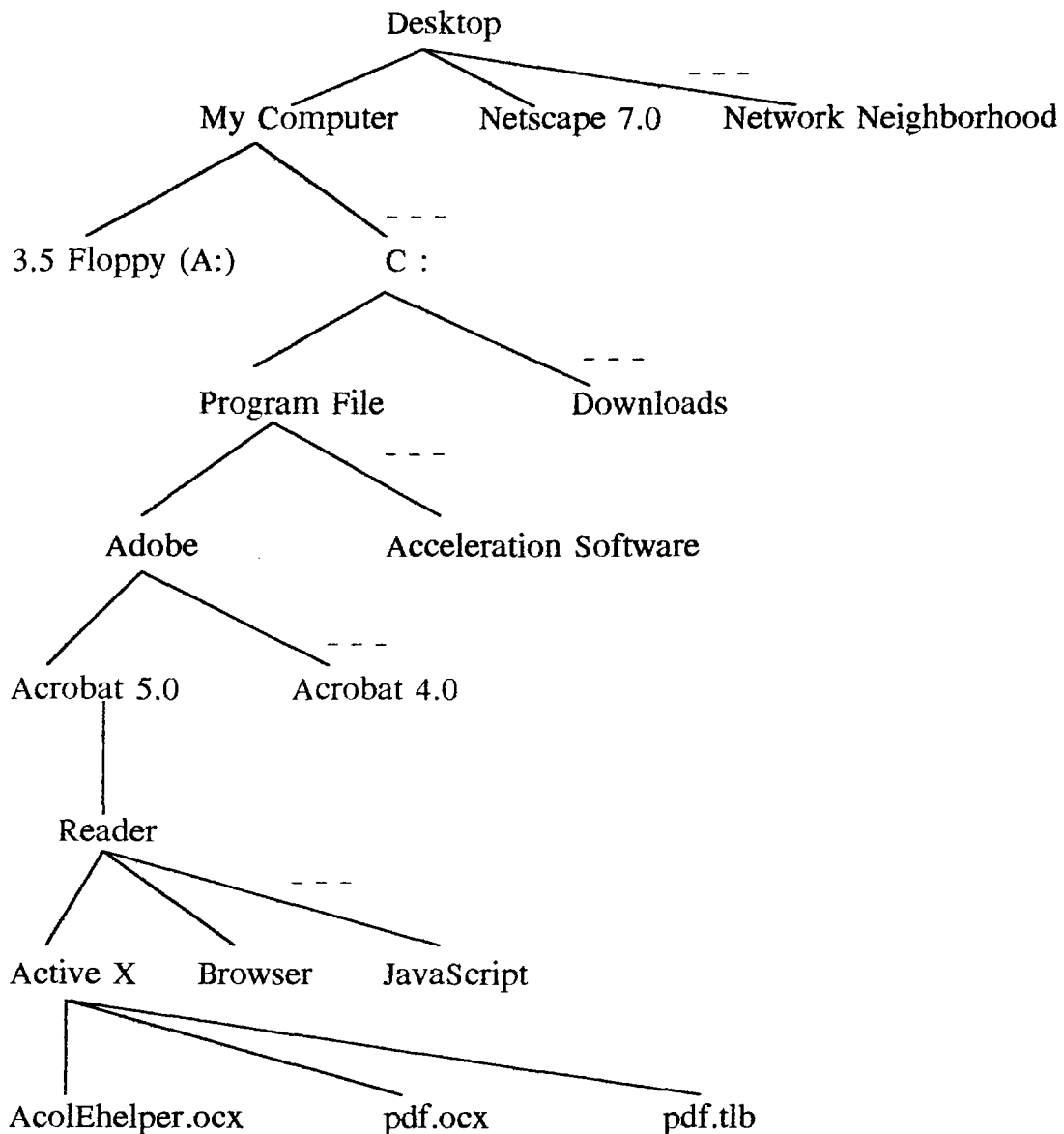
ตัวอย่างที่ 2 พิจารณาแผนผังของครอบครัวเบอร์นูลลี (Bernoullis 's family) นักคณิตศาสตร์ชาวสวิสเซอร์แลนด์ ซึ่งแผนผังนี้เราเรียกว่า ต้นไม้ครอบครัว (a family tree) ซึ่ง หมายถึงช่ายงานซึ่งจุดแทนสมาชิกของครอบครัวและเส้นเชื่อมแทนความสัมพันธ์ พ่อแม่ - ลูก



ตัวอย่างที่ 3 พิจารณาระบบเพิ่มของคอมพิวเตอร์ตั้งรูป



เราเขียนแผนภาพแสดงส่วนประกอบของแฟ้มได้ดังนี้



แผนภาพของระบบแฟ้มคอมพิวเตอร์ดังกล่าวนี้ เป็นตัวอย่างต้นไม้

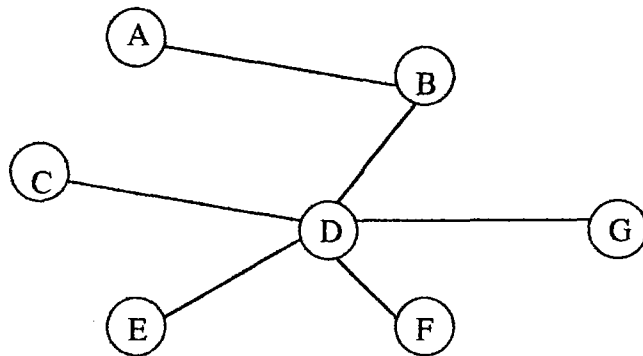
จากตัวอย่างทั้งสามจะเห็นว่าลักษณะของการเขียนแผนภาพนั้นจะมีลักษณะคล้ายกับต้นไม้ในธรรมชาติ

สถานการณ์ในชีวิตประจำวันยังมีอีกจำนวนมาก ที่มีความเกี่ยวข้องกับการดำเนินงานที่สามารถใช้ช่างงานต้นไม้เข้ามาช่วยเพื่อหาวิธีประหยัดค่าใช้จ่าย หรือช่วยในการประหยัดงบประมาณเพื่อให้ได้ประโยชน์สูงสุดในการบริหารงานต่าง ๆ เช่น การสร้างเส้นทางคมนาคม การวางสายโทรศัพท์และการขนส่ง เป็นต้น

3.2 ต้นไม้ (Tree)

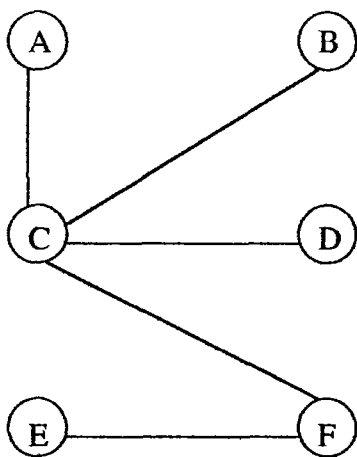
บทนิยาม ต้นไม้ (Tree) คือ ข่ายงานเชื่อมโยงที่ไม่มีวัฏจักร(Cycle)

ตัวอย่างที่ 4 แสดงข่ายงานที่เป็นต้นไม้

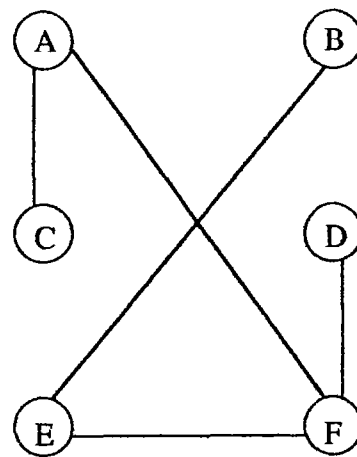


จะเห็นว่าข่ายงานที่กำหนดให้มันเป็นข่ายงานเชื่อมโยง และไม่มีวัฏจักร ดังนั้นข่ายงานนี้จึงเป็นต้นไม้ (tree)

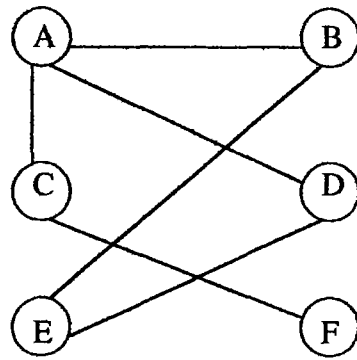
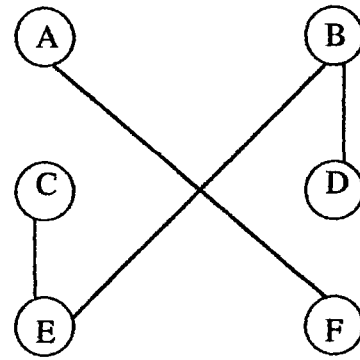
ตัวอย่างที่ 5 แสดงข่ายงานที่เป็นต้นไม้และไม่เป็นต้นไม้



G,



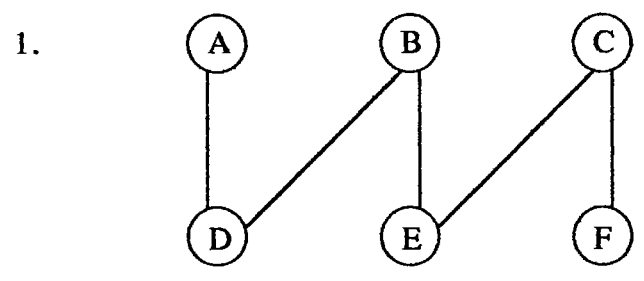
G,

 G_1  G_2

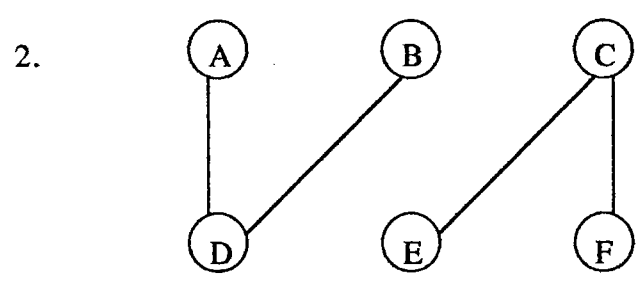
จากแผนภาพข่ายงาน G_1 และ G_2 ที่กำหนดให้จะเห็นว่าจุดเชื่อมทุกจุดสามารถเชื่อมกันได้ ไม่ขาดตอนจึงเป็นข่ายงานเชื่อมโยง และไม่มีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงานทั้งสองนี้ ดังนั้นข่ายงาน G_1 และ G_2 จึงเป็นต้นไม้ ส่วนข่ายงาน G_1 และ G_2 ไม่เป็นต้นไม้เพราะว่า G_1 แม้จะเป็นข่ายงานเชื่อมโยงแต่มีวัฏจักรเกิดขึ้น คือ A, B, E, D, A ซึ่งขัดแย้งกับนิยามของต้นไม้ เพราะข่ายงานใด จะเป็นต้นไม้เมื่อไม่มีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงานนั้น ส่วน G_2 ไม่เป็นต้นไม้ เพราะไม่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง

กิจกรรมที่ 3.1

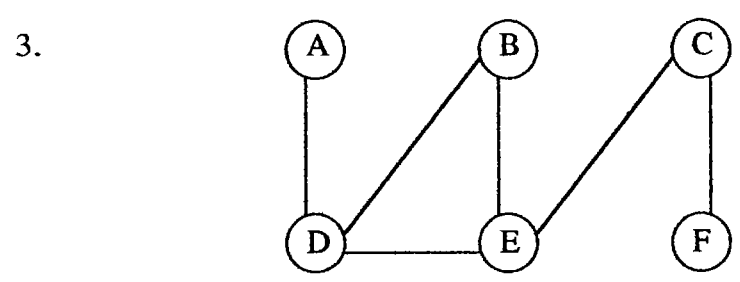
จงพิจารณาว่าช่างงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้ เป็นต้นไม้หรือไม่ เพราะเหตุใด



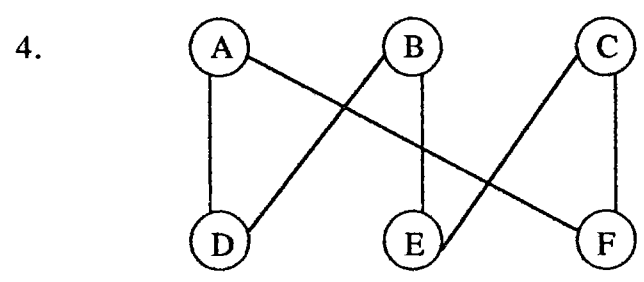
ตอบ.....



ตอบ.....



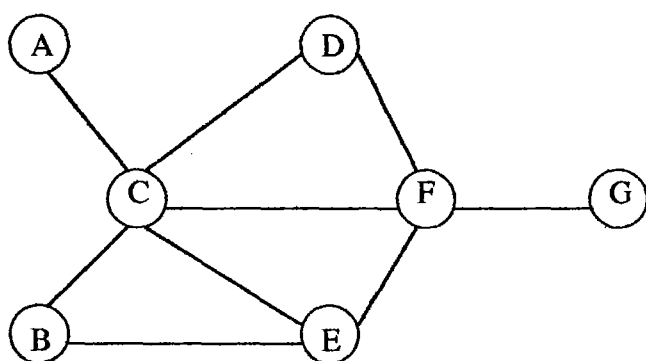
ตอบ.....



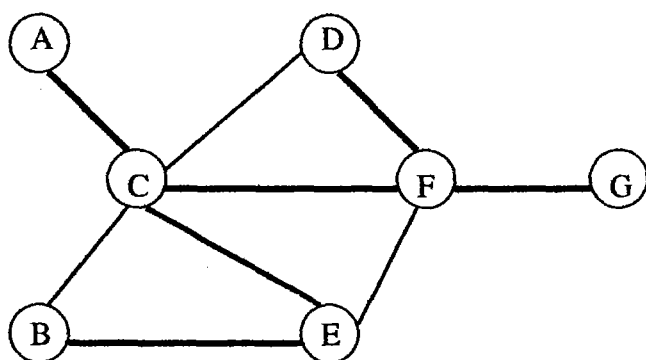
ตอบ.....

3.3 ต้นไม้แบบทอดข้าม (Spanning Tree)

สมมติให้ช่างงานตั้งแผนภาพ แทนเส้นทางการเดินทางของบริษัทขนส่งสินค้าแห่งหนึ่ง โดยมีจุดเชื่อมแทนสาขาตามเมืองต่าง ๆ และเส้นเชื่อมแทนเส้นทางการเดินทาง บริษัทนี้มีความประสงค์จะลดเส้นทางการเดินทางให้มากที่สุด เหลือไว้แต่เส้นทางที่จะทำให้สามารถส่งสินค้าระหว่างเมืองต่าง ๆ ได้ (โดยอาจจะผ่านเมืองอื่นก่อน) จะเห็นได้ว่าปัญหาดังกล่าวก็คือการหาว่าจะเชื่อมโยงจุดเชื่อมต่าง ๆ ในช่างงานทุก ๆ จุดให้ถึงกันหมด และมีจำนวนเส้นเชื่อมน้อยที่สุด จะพบว่าช่างงานที่ต้องการ มีลักษณะเป็นต้นไม้ นั่นเอง เราเรียกต้นไม้ในลักษณะนี้ว่า ต้นไม้แบบทอดข้าม (spanning tree)



แผนภาพช่างงานแสดงเส้นทางการเดินทาง



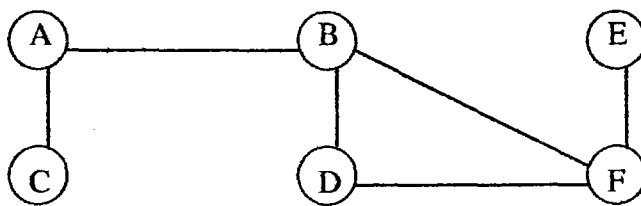
เส้นหนักรแสดงต้นไม้แบบทอดข้าม

บทนิยาม ต้นไม้แบบทอดข้าม (Spanning Tree) คือต้นไม้ซึ่งมีการเชื่อมทุกจุดเชื่อมของ
ข่ายงาน

จากนิยามเราจะเห็นว่าถ้าข่ายงานมีจุดเชื่อม n จุดเชื่อม แล้วต้นไม้ซึ่งมีจุดเชื่อม n จุด
เชื่อม และมีเส้นเชื่อมเป็นจำนวน $n - 1$ เส้นเชื่อม (เพื่อไม่ให้เกิดวัฏจักร) จะเป็นต้นไม้
แบบทอดข้าม

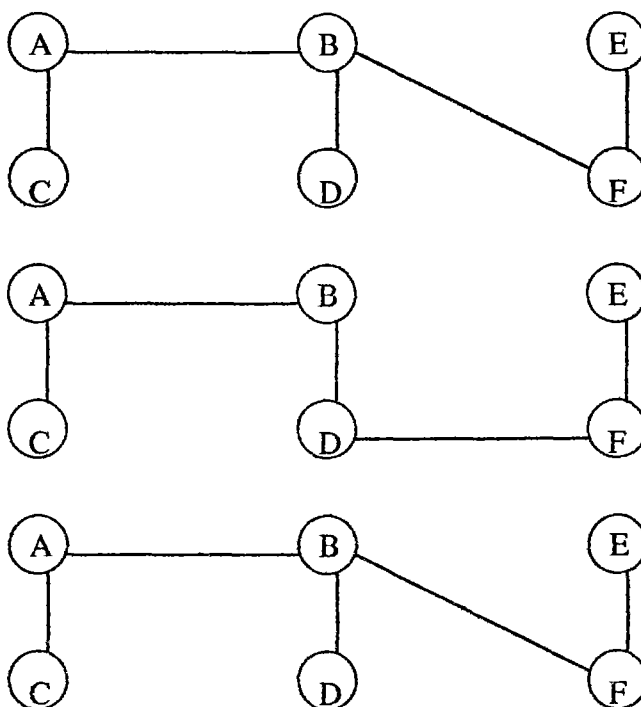
ตัวอย่างที่ 6

จากข่ายงานที่กำหนดให้จงหาต้นไม้แบบทอดข้ามทั้งหมด



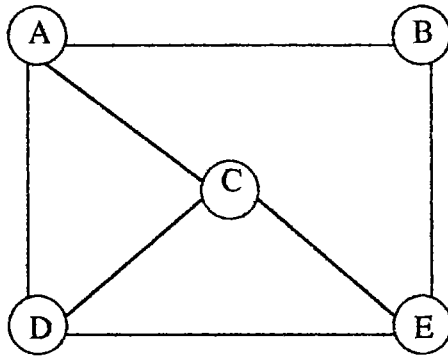
วิธีทำ

ข่ายงานที่กำหนดให้มีวัฏจักร BDF ดังนั้นถ้าลบเส้นเชื่อมเส้นใดเส้นหนึ่งในวัฏจักรจะได้
ต้นไม้ จะเห็นได้ว่ามีต้นไม้แบบทอดข้ามจำนวน 3 แบบ ดังนี้



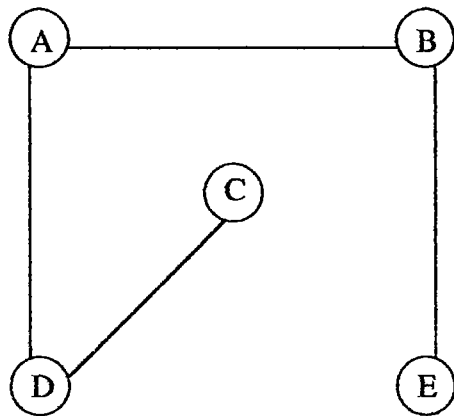
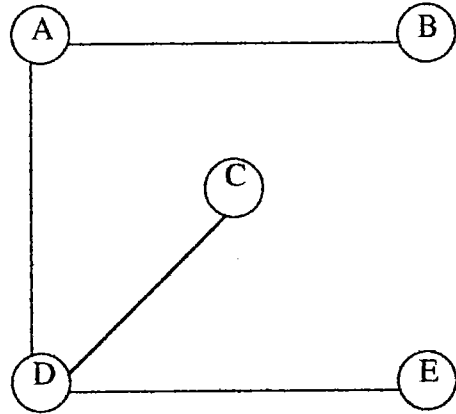
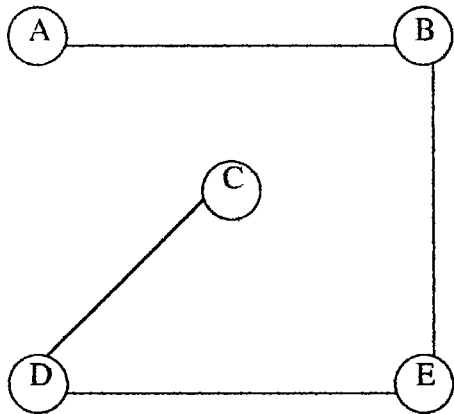
ตัวอย่างที่ 7

จงหาต้นไม้แบบทอดข้ามจากข่ายงานที่กำหนดให้



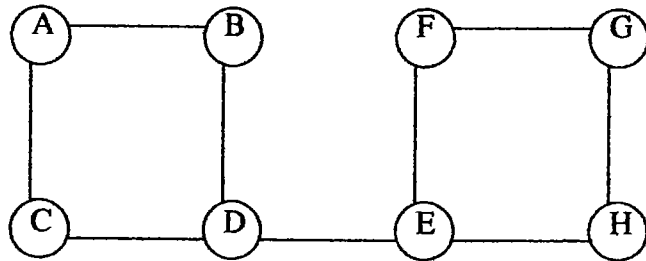
วิธีทำ

ให้ทำการลบเส้นเชื่อมออกจากวัฏจักรของข่ายงาน จะได้ตัวอย่างของต้นไม้แบบทอดข้ามดังนี้



กิจกรรมที่ 3.2

จงหาต้นไม้แบบทอดข้าม (spanning tree) ทั้งหมด จากข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้



3.4 ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (Minimal Spanning Tree)

สมมุติว่าบริษัทรับติดตั้งโทรศัพท์แห่งหนึ่ง ต้องการเข้าไปติดตั้งโทรศัพท์ให้กับหมู่บ้าน 7 แห่งในจังหวัดหนึ่ง เขาต้องการจะให้หมู่บ้านทั้ง 7 แห่งนั้นมีโทรศัพท์ติดต่อถึงกันได้ โดยที่ทุกๆ 2 หมู่บ้านจะมีโทรศัพท์เชื่อมเข้าหากันเสมอ จากสภาพความเป็นจริงหมู่บ้านที่กล่าวถึงทุก ๆ 2 หมู่บ้านจะมีถนนเชื่อมเข้าหากันไม่น้อยกว่า 1 สาย ดังนั้น การติดตั้งโทรศัพท์จะต้องเดินสายโทรศัพท์ไปตามถนนที่มีระยะทางที่สั้นที่สุด แสดงว่าปัญหานี้คือการหาถนนสายที่สั้นที่สุดระหว่างทุก ๆ 2 หมู่บ้านใด ๆ ถ้าเราแทนหมู่บ้านด้วยจุดเชื่อมในช่ายงาน เส้นเชื่อมแทนถนนและกำกับระยะทางด้วยตัวเลข ซึ่งคำตอบของปัญหานี้ เป็นการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดนั่นเอง

นิยาม ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (Minimal Spanning Tree) คือ ต้นไม้แบบทอดข้ามที่มีน้ำหนักรวมหรือระยะทางรวมทั้งหมดต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบกับต้นไม้แบบทอดข้ามอื่น ๆ ในช่ายงาน

การหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดนั้นทำได้ 2 วิธี คือ วิธีของครุสกาลและของพริม

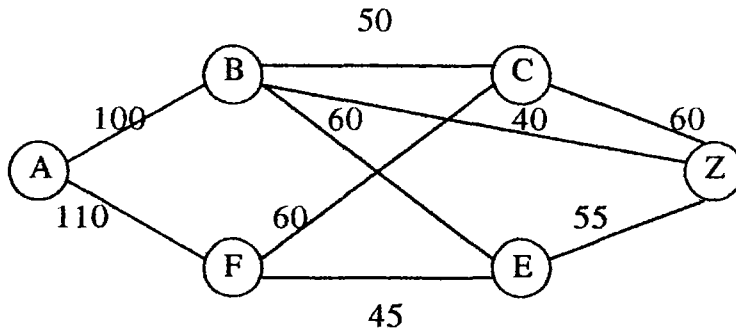
ขั้นตอนวิธีของครุสกาล (Kruskal ' s algorithm)

โจเซฟ เบอ์นาร์ต ครุสกาล (Joseph Bernard Kruskal) ได้เสนอวิธีการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดเมื่อปี ค.ศ. 1956 ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

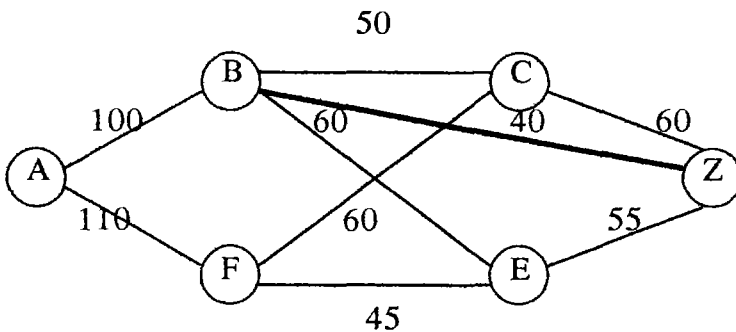
1. เลือกเส้นเชื่อมที่สั้นที่สุดมาหนึ่งเส้น ให้เส้นเชื่อมดังกล่าวเป็นกิ่งหนึ่งของต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา
2. เลือกเส้นเชื่อมสั้นที่สุดถัดไปซึ่งยังไม่เคยถูกเลือก และไม่ก่อให้เกิดวัฏจักรเมื่อรวมเส้นเชื่อมนี้เข้าเป็นส่วนหนึ่งของต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา
3. เลือกเส้นเชื่อมต่อไปตามเงื่อนไขในขั้นตอนที่ 2 ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเลือกเส้นเชื่อมได้เป็นจำนวน $n - 1$ เส้น โดยที่ n คือ จำนวนจุดเชื่อมในช่ายงาน

ตัวอย่างที่ 8

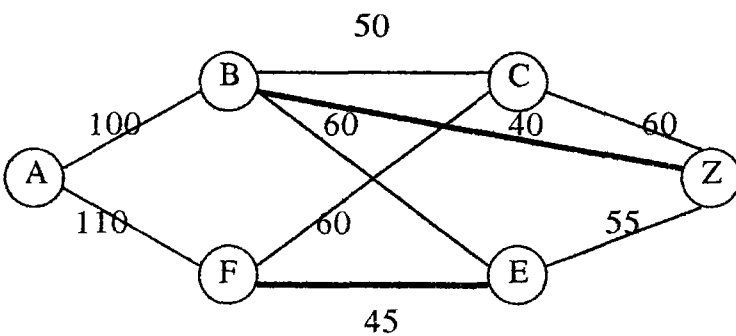
จากข่ายงานที่กำหนดให้จงใช้ขั้นตอนวิธีของครุสกาล หาดต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด

**วิธีทำ**

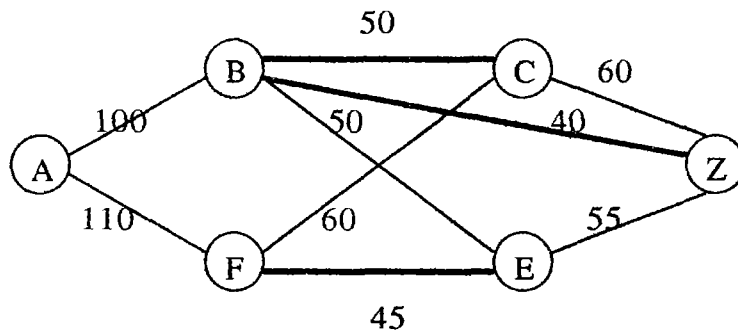
1. เลือกเส้นเชื่อม {B,Z} เป็นเส้นแรกสุด เพราะสั้นที่สุด (ยาว 40)



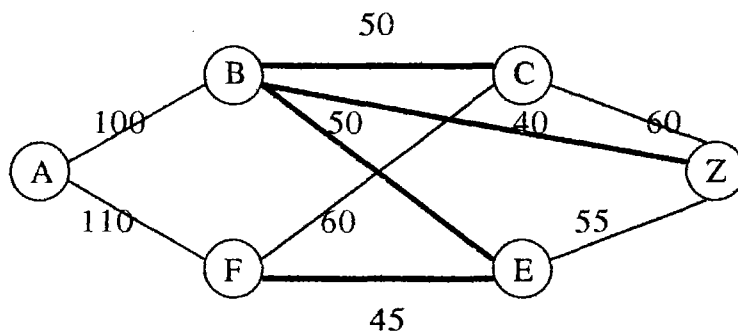
2. เส้นเชื่อมที่เลือกแล้วคือ {B, Z} พิจารณา เส้นเชื่อมที่สั้นที่สั้นที่ยังไม่ถูกเลือก ดังนั้นเลือกเส้นเชื่อม {F,E} เพราะสั้นที่สุด (ยาว 45) เมื่อเทียบกับเส้นเชื่อมที่ยังไม่ได้ถูกเลือกและไม่เกิดวัฏจักร



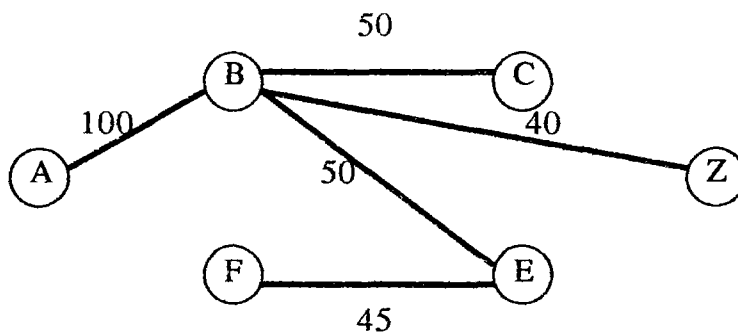
3. จะเห็นว่าเส้นเชื่อมที่เหลืออยู่ที่ยังไม่ได้ถูกเลือก เส้นเชื่อม {B,C} สั้นที่สุด (ยาว 50) ดังนั้นจึงเลือกเส้นเชื่อม {B,C} และเส้นเชื่อม {B,C} เมื่อเป็นส่วนหนึ่งของต้นไม้แล้วไม่ก่อให้เกิดวัฏจักร



4. พิจารณาเส้นเชื่อมที่เหลืออยู่ จะเห็นว่าเส้นเชื่อม {B, E} มีระยะทางสั้นที่สุด(ยาว 50) และไม่เกิดวัฏจักร ดังนั้นจึงเลือกเส้นเชื่อม {B,E}

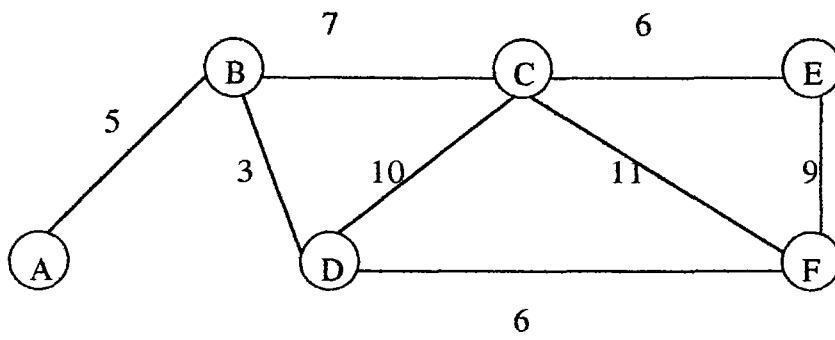


5. เส้นเชื่อม {E,Z} สั้นที่สุดในขณะนี้ แต่ไม่สามารถเลือกได้ เพราะทำให้เกิดวัฏจักร
เลือกเส้นเชื่อม {C,Z} ไม่ได้เพราะทำให้เกิดวัฏจักร
เลือกเส้นเชื่อม {C,F} ก็ไม่ได้เช่นกัน เพราะทำให้เกิดวัฏจักร
6. ต้องเลือกเส้นเชื่อม {A,B} เพราะสั้นสุด (ยาว 100) และไม่เกิดวัฏจักร ก็จะได้ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด เพราะเลือกครบแล้ว $6 - 1 = 5$ เส้น



กิจกรรมที่ 3.3

จงใช้ขั้นตอนวิธีของครูสกาลหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดของข่ายงานดังต่อไปนี้



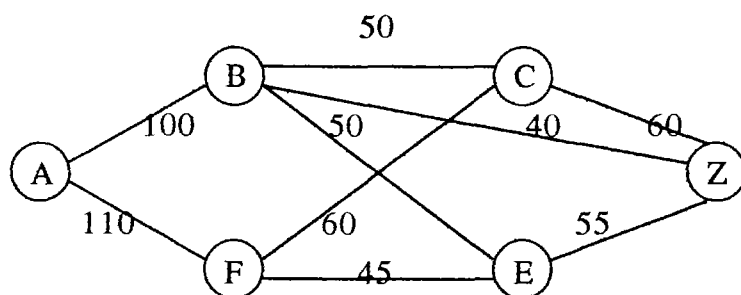
ขั้นตอนวิธีของพริม (Prim 's algorithm)

ในปีค.ศ. 1959 โรเบิร์ต พริม (Robert Prim) ได้เสนอวิธีการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดอีกวิธีหนึ่งดังนี้

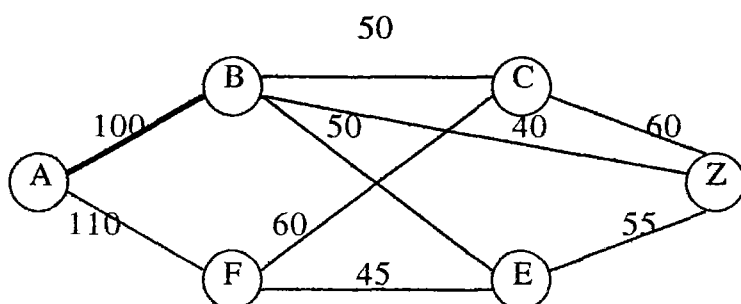
1. เลือกจุดเชื่อมของข่ายงานมาหนึ่งจุด เป็นจุดเชื่อมเริ่มต้นของต้นไม้แบบทอดข้าม
2. เลือกเส้นเชื่อมที่สั้นที่สุดที่ยังไม่เคยถูกเลือก ซึ่งประชิดกับจุดเชื่อมของต้นไม้แบบทอดข้ามที่หาได้ก่อนหน้านี้นี้ และไม่ก่อให้เกิดวัฏจักรเมื่อรวมกับเส้นเชื่อมนี้เข้าไปในต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา (นั่นคือเส้นเชื่อมที่เลือกมานี้ต้องติดกับจุดเชื่อมของต้นไม้ที่หาได้เพียงจุดเชื่อมเดียวเท่านั้น)
3. เลือกเส้นเชื่อมต่อไปตามเงื่อนไขในขั้นตอนที่ 2 ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเลือกเส้นเชื่อมเป็นจำนวน $n - 1$ เส้น โดยที่ n คือ จำนวนจุดเชื่อมในข่ายงาน

ตัวอย่างที่ 9

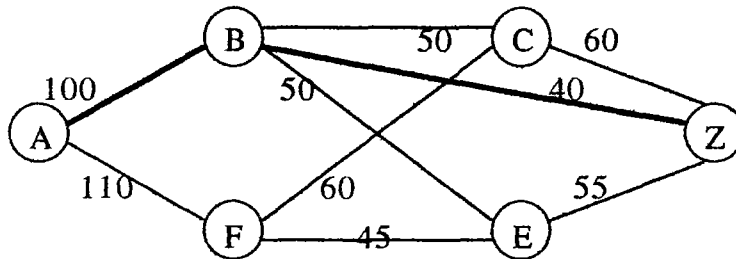
จากข่ายงานที่กำหนดให้จงใช้ขั้นตอนวิธีของพริม หาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด



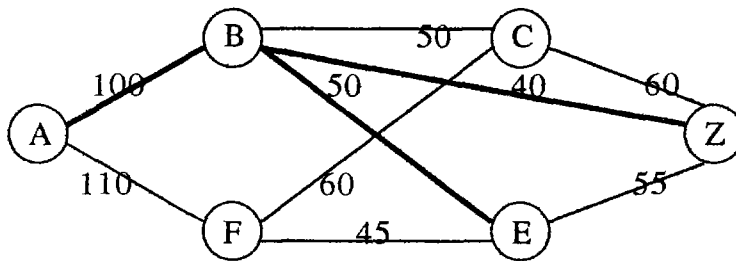
1. เลือกจุดเชื่อม A เป็นจุดเชื่อมเริ่มต้นของต้นไม้ พิจารณาเส้นเชื่อมที่อยู่ประชิดกับจุด A จะเห็นว่ามีเส้นเชื่อม {A, B} และ {A, F} แต่เส้นเชื่อม {A,B} มีระยะทางที่สั้นกว่าเส้นเชื่อม {A, F} ดังนั้นจึงเลือกเส้นเชื่อม {A, B} เป็นเส้นแรก



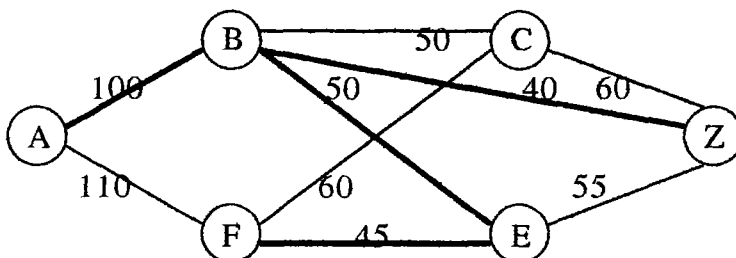
2. พิจารณาเส้นเชื่อมที่อยู่ประชิดกับเส้นเชื่อม $\{A, B\}$ จะเห็นว่ามีเส้นเชื่อม $\{B, C\}$, $\{B, E\}$, $\{B, Z\}$ ซึ่งเส้นเชื่อม $\{B, Z\}$ สั้นที่สุด จึงเลือกเส้นเชื่อมนี้



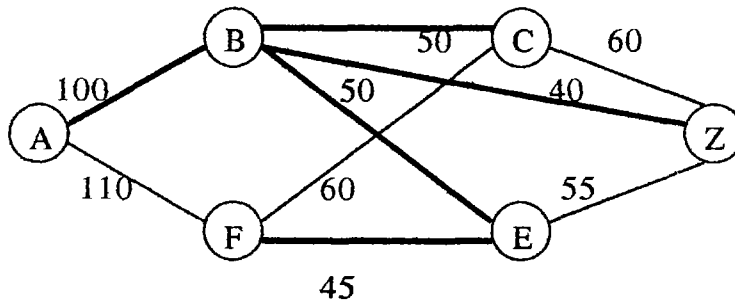
3. พิจารณาเส้นเชื่อมที่อยู่ประชิดกับเส้นเชื่อมที่เลือกมาแล้วก่อนหน้านี้มีเส้นเชื่อม $\{B, C\}$, $\{B, E\}$ เลือกเส้นเชื่อมไหนก็ได้ เพราะยาวเท่ากัน ขณะนี้จะเลือกเส้นเชื่อม $\{B, E\}$



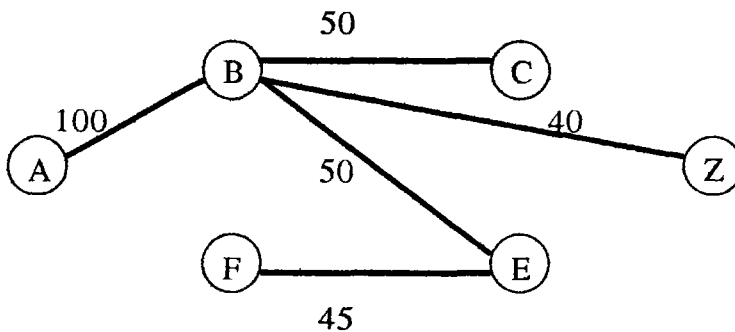
4. พิจารณาเส้นเชื่อมที่อยู่ประชิดกับเส้นเชื่อมที่เลือกมาแล้วก่อนหน้านี้มีเส้นเชื่อม $\{B, C\}$, $\{E, F\}$ เลือกเส้นเชื่อม $\{E, F\}$ เพราะสั้นที่สุดจากเส้นเชื่อม 2 เส้นที่อยู่ประชิดกับเส้นเชื่อม $\{B, E\}$ และไม่เกิดวัฏจักร



5. พิจารณาเส้นเชื่อมที่อยู่ประชิดกับเส้นเชื่อมที่เลือกมาแล้วก่อนหน้านี้มีเส้นเชื่อม {B, C}, {F, A}, {E, Z}, {Z, C}, {F, C} เลือกเส้นเชื่อม {B, C} เพราะสั้นที่สุดจากเส้นเชื่อม 5 เส้นที่อยู่ประชิดกับเส้นเชื่อม {E, F} และไม่เกิดวัฏจักร



6. เราจะได้ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด เพราะเลือกครบแล้ว $6 - 1 = 5$ เส้น

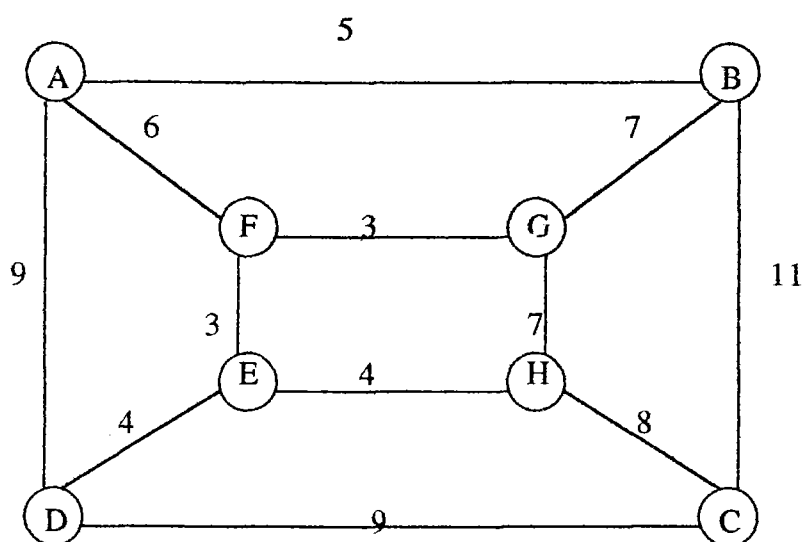


หมายเหตุ

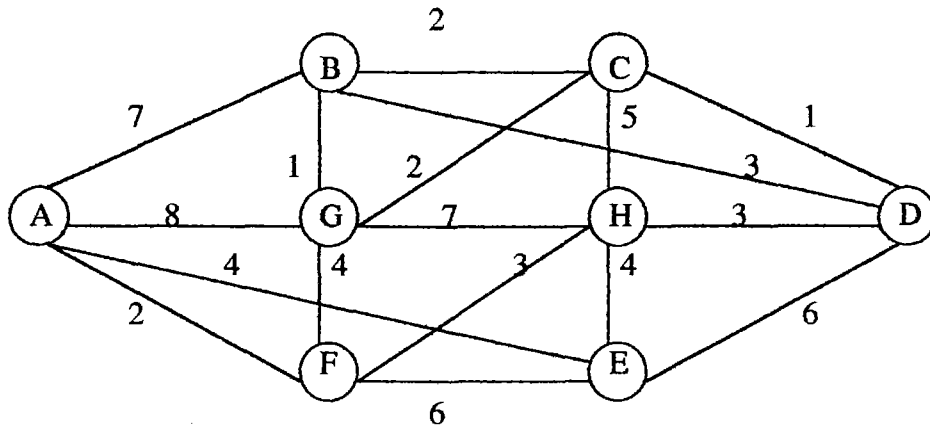
ความแตกต่างของขั้นตอนทั้งสองวิธีอยู่ที่เงื่อนไขในการเลือกเส้นเชื่อมในขั้นตอนที่ 2 โดยขั้นตอนวิธีของครุสคัล (Kruskal's algorithm) เลือกเส้นเชื่อมสั้นที่สุดที่เหลืออยู่ในข่ายงาน ในขณะที่ขั้นตอนวิธีของพริม (Prim's algorithm) เลือกเฉพาะเส้นเชื่อมสั้นที่สุดที่อยู่ประชิดกับต้นไม้แบบทอดข้ามที่ทำได้ เนื่องจากข่ายงานหนึ่ง ๆ อาจมีต้นไม้แบบทอดข้ามได้หลายแบบ (ซึ่งมีผลรวมของน้ำหนักเท่ากัน) ดังนั้นในกรณีที่มีเส้นเชื่อมสั้นที่สุดให้เลือกมากกว่าหนึ่งเส้น จะเลือกเส้นใดก็ได้

กิจกรรมที่ 3.4

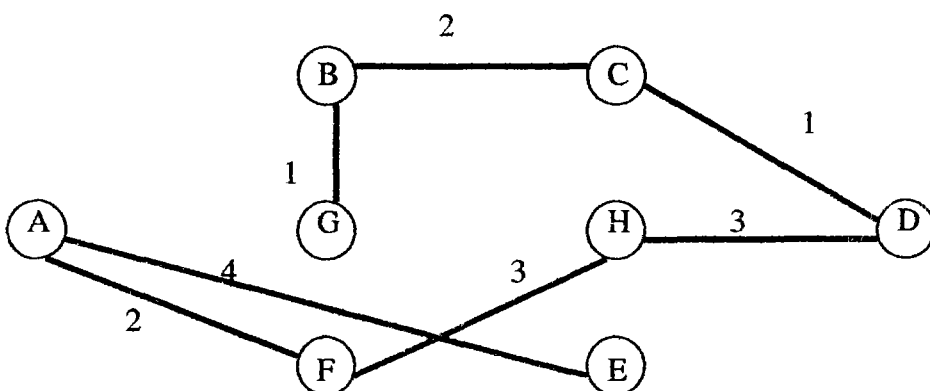
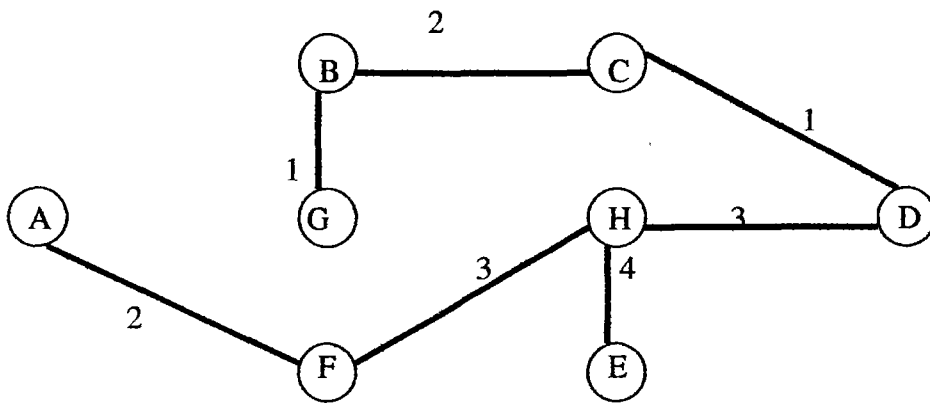
จงใช้ขั้นตอนวิธีของพริมาหารูปต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดของข่ายงานดังต่อไปนี้

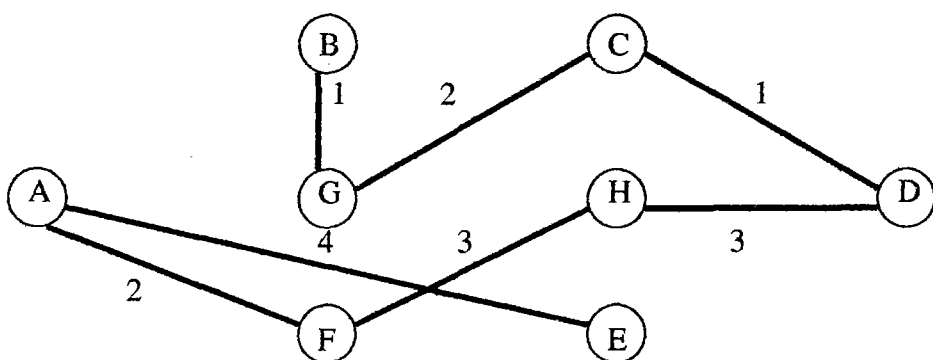
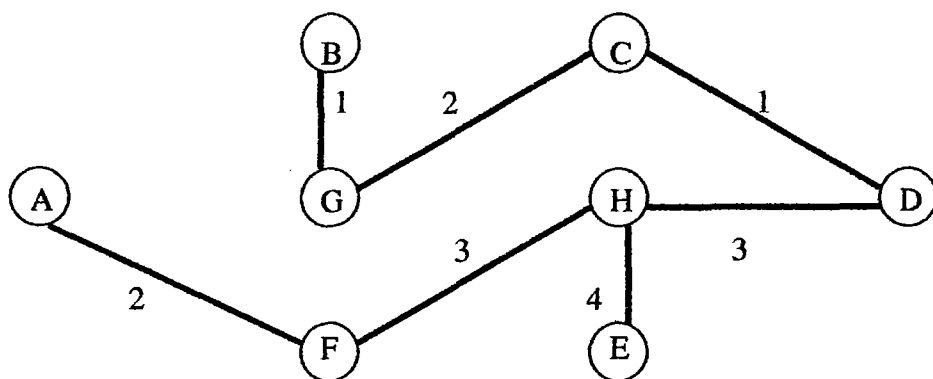


ตัวอย่างที่ 10 บริษัทรับเหมาก่อสร้าง ต้องการสร้างถนนเชื่อมติดต่อระหว่างเมือง 8 เมือง โดยได้ส่งวิศวกรไปสำรวจเส้นทาง สรุปได้เป็นข้อมูลซึ่งเขียนแทนด้วยแผนภาพข้างงานดังรูปโดยที่ตัวเลขบนเส้นเชื่อมจะหมายถึงค่าใช้จ่ายในการสร้างถนน มีหน่วยเป็นล้านบาท จงหาเส้นทางคมนาคมระหว่างเมือง 8 เมือง โดยให้ค่าใช้จ่ายในการสร้างน้อยที่สุด



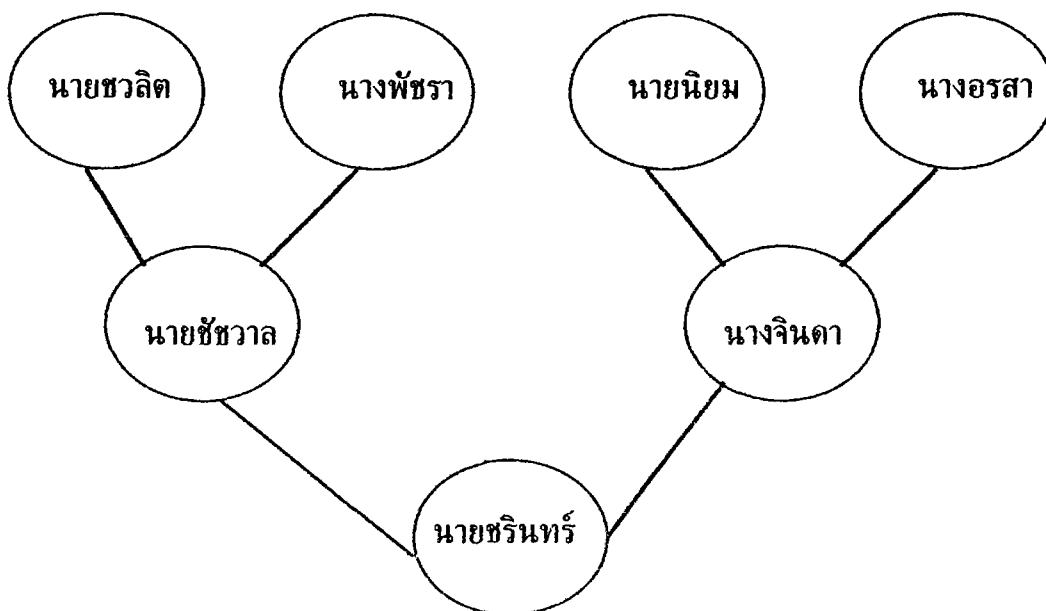
จากขั้นตอนวิธีของครุสคัลสามารถหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดได้ 4 แบบดังนี้





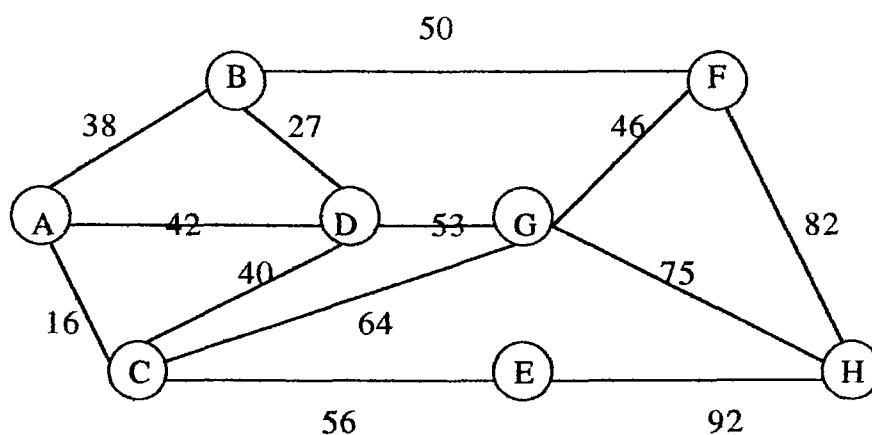
จะเห็นว่าถึงแม้จะมีต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด 4 แบบ แต่ระยะทางเท่ากัน คือ 16 ดังนั้นค่าใช้จ่ายในการสร้างถนนจึงเท่ากับ 16 ล้านบาท

นอกจากนี้ยังมีสถานการณ์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับต้นไม้ (tree) เช่นเราสามารถใช้อุปกรณ์ต้นไม้ช่วยในการบอกบรรพบุรุษของบุคคลใดบุคคลหนึ่ง ดังแสดงในรูป



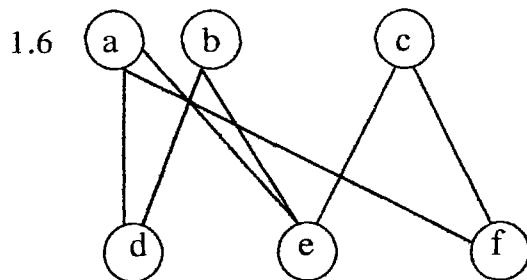
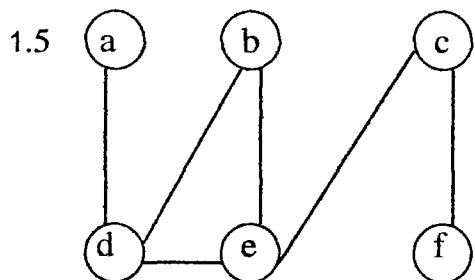
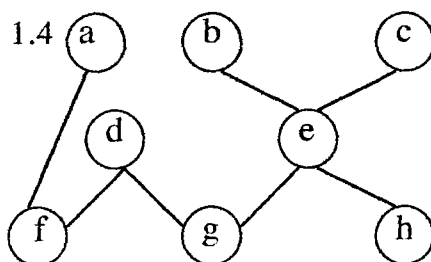
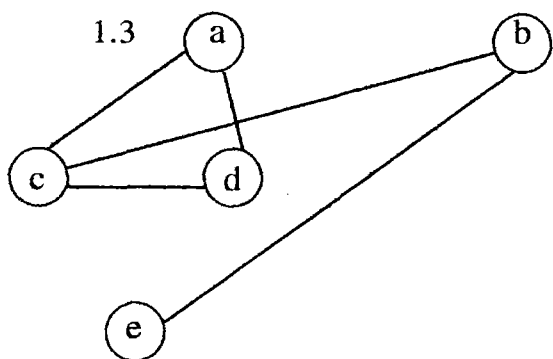
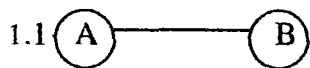
กิจกรรมที่ 3.5

จากข่างานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้ จุดเชื่อมต่าง ๆ แสดงถึงตำแหน่งที่จะต้องติดตั้งเครื่องกำจัดแมลงด้วยไฟฟ้าในโรงงานผลิตอาหารสำเร็จรูปแห่งหนึ่ง ตัวเลขที่เขียนกำกับบนเส้นเชื่อม คือ ระยะทางที่ต้องเดินสายไฟระหว่างจุดเชื่อมต่าง ๆ มีหน่วยเป็นเมตร ผู้จัดการโรงงานต้องการเดินสายไฟให้ประหยัดสายไฟที่ใช้ ถ้าท่านเป็นช่างไฟ ท่านจะเดินสายไฟอย่างไรและต้องใช้สายไฟที่สั้นที่สุดทั้งหมดกี่เมตร



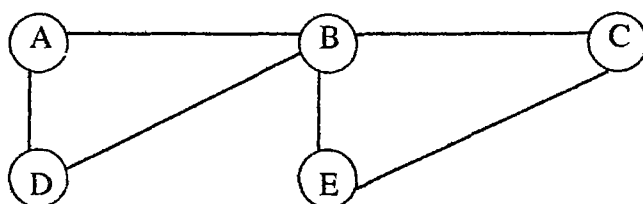
แบบฝึกหัด
ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (minimal spanning tree)

1. ในข้อ 1.1 - 1.6 จงพิจารณาว่าข่ายงานที่กำหนดให้เป็นต้นไม้หรือไม่ เพราะเหตุใด

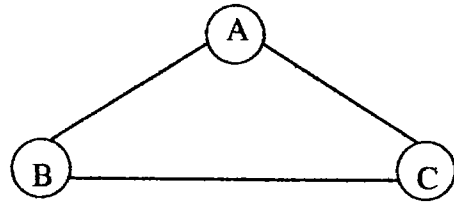


2. จงหาต้นไม้แบบทอดข้ามจากข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

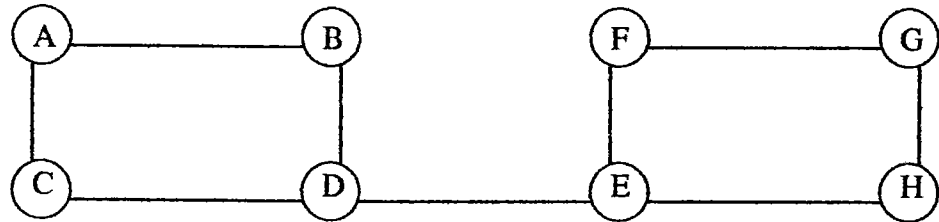
2.1



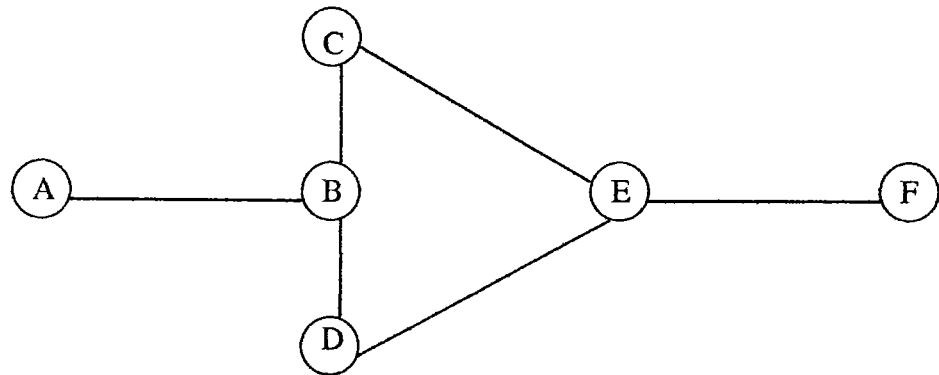
2.2



2.3

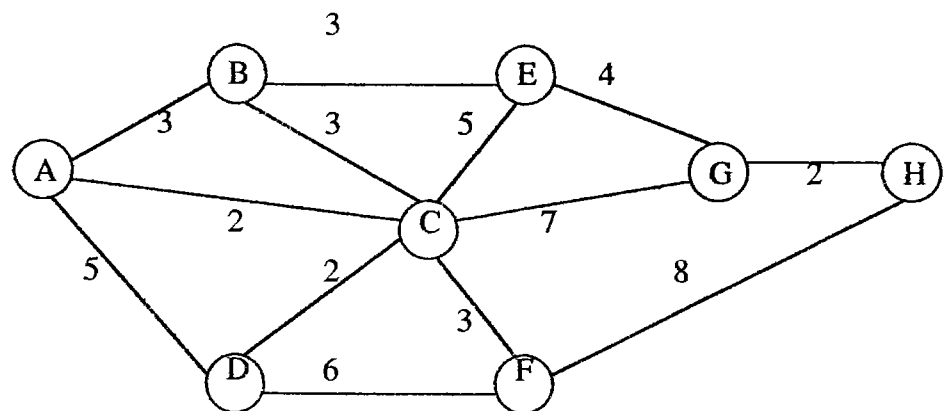


2.4

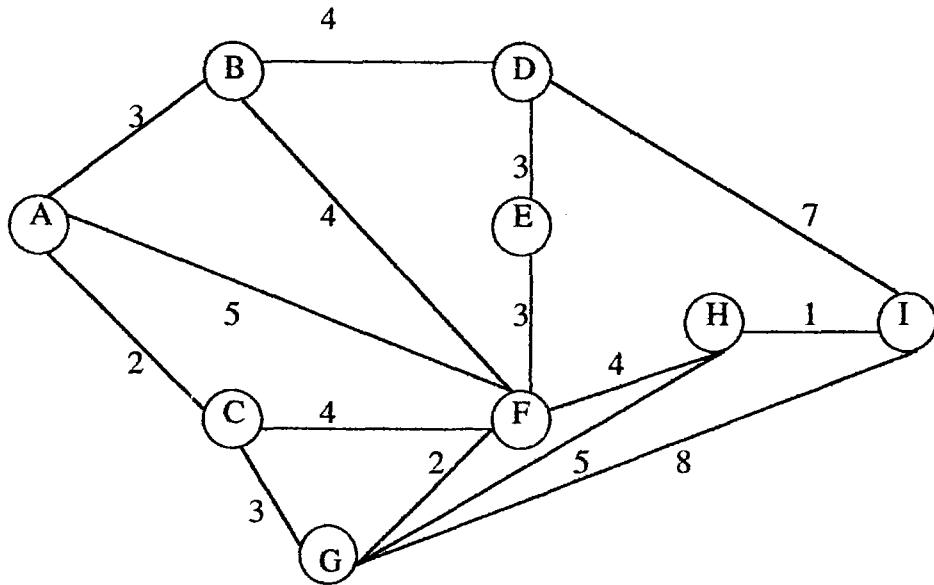


3. จงหาต้นไม้ทอดข้ามที่เล็กที่สุด ของข่ายงานดังต่อไปนี้

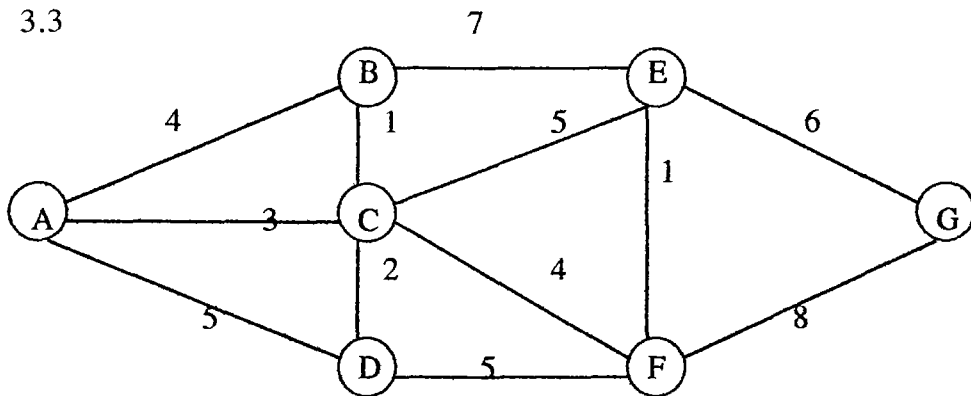
3.1



3.2

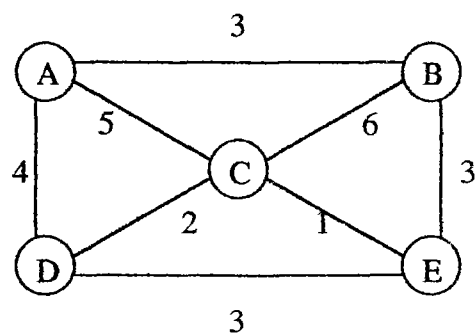


3.3

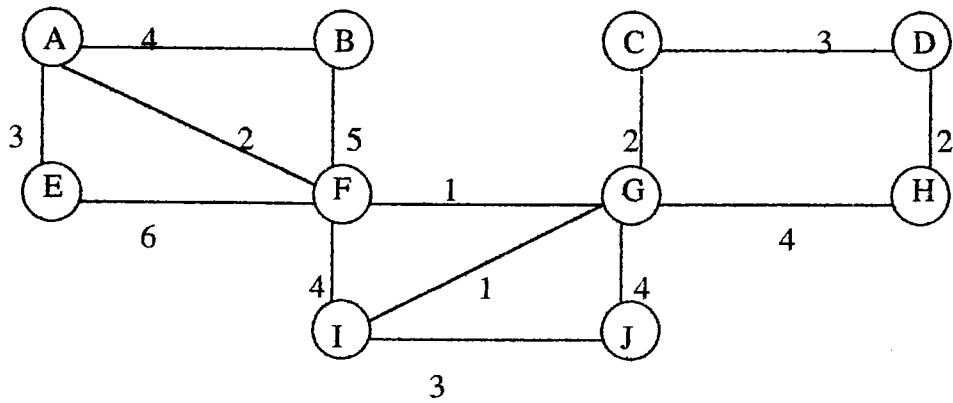


4. ในข้อ 4.1 - 4.3 จงใช้ขั้นตอนวิธีของพริม (prim's algorithm) หาดันไม้ทอดข้ามที่เล็กที่สุด จากข่ายงานที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ (เริ่มต้นที่จุดเชื่อม A)

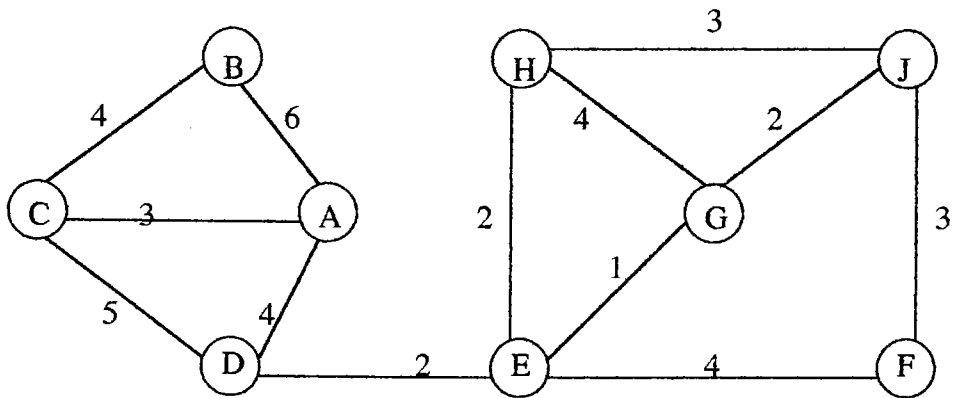
4.1



4.2

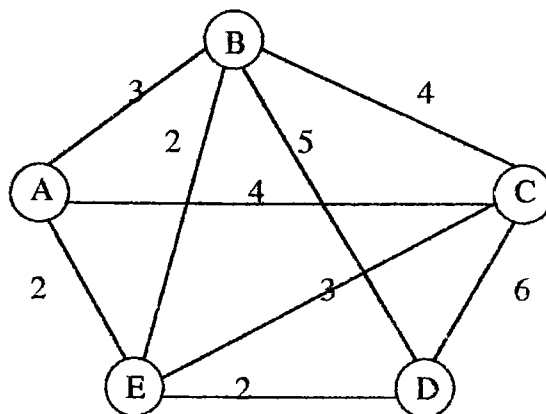


4.3

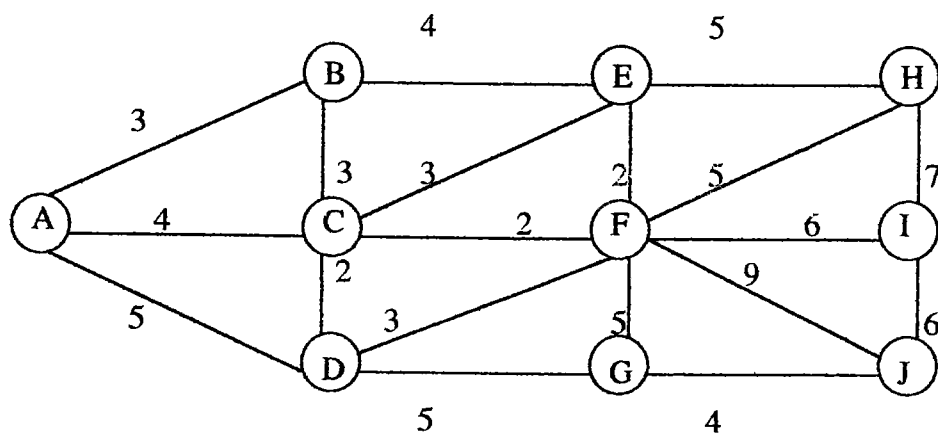


5. จงใช้ขั้นตอนวิธีของครุสคัล (Kruskal's algorithm) หาดต้นไม้ทอดข้ามเล็กที่สุดในข้อ 5.1 -5.4

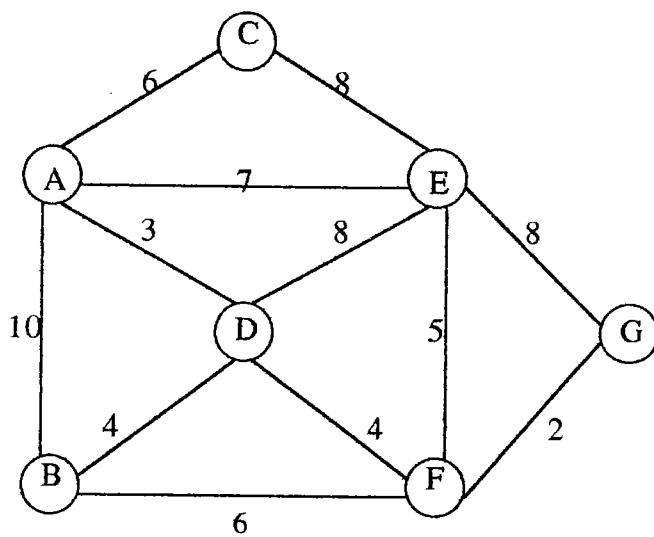
5.1



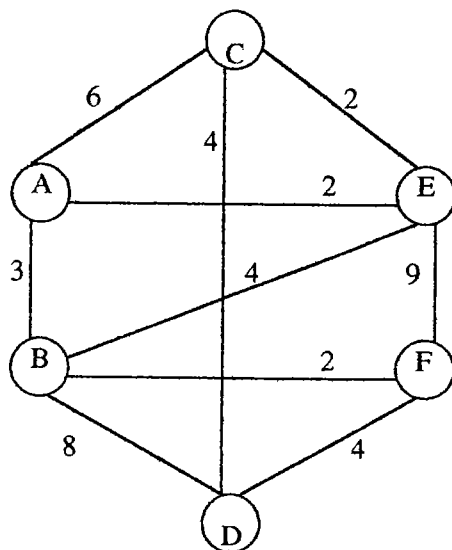
5.2



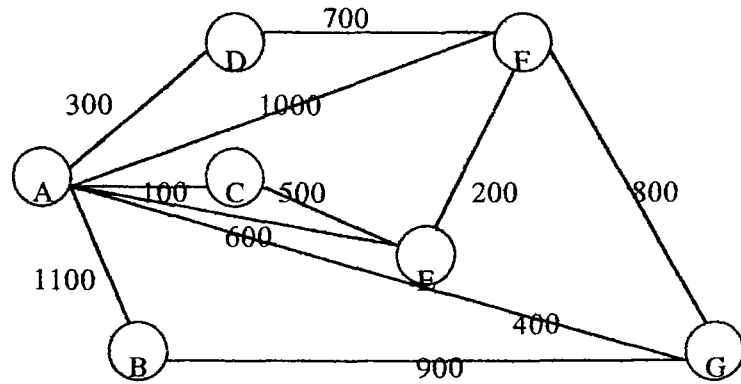
5.3



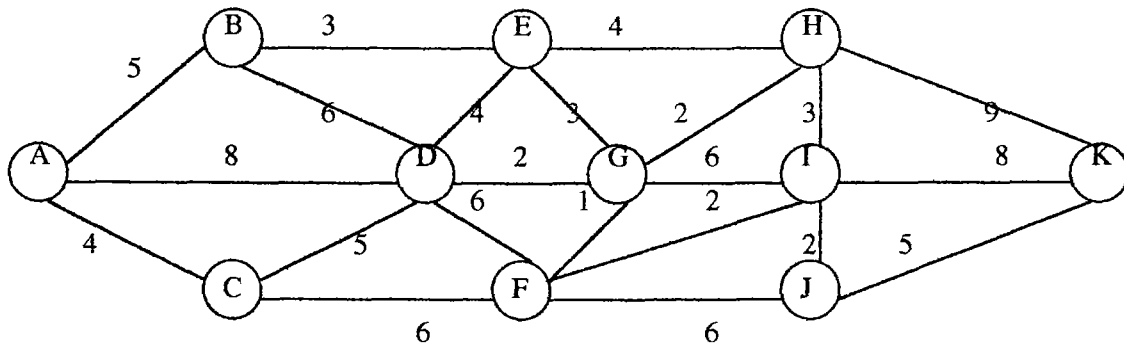
5.4



6. จุด A ถึง G แทนตำแหน่งของอาคารบริษัทที่สร้างขึ้นใหม่ ซึ่งต้องการวางสายเคเบิลไฟฟ้าใต้ดินเชื่อมอาคารทุกหลัง จะวางสายเคเบิลในลักษณะใดจึงจะใช้สายเคเบิลน้อยที่สุด โดยที่ระยะทางระหว่างอาคารต่าง ๆ (หน่วยเป็นเมตร) กำหนดดังข้างงาน



7. แผนภาพข่ายงานข้างล่างแสดงแผนผังของบ้านในหมู่บ้านแห่งหนึ่งซึ่งรวมชื่อกันขอใช้ไฟฟ้าไปยังการไฟฟ้าส่วนภูมิภาครวม 11 หลัง ตัวเลขที่กำกับบนเส้นแสดงระยะทางที่ห่างกัน (เมตร) สำหรับบ้านแต่ละหลัง จงหาเส้นทางและระยะทางที่สั้นที่สุดที่จะเดินสายไฟฟ้า



4. การหาสายงานสูงสุด (The maximum flow)

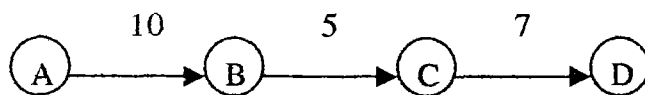
สังคมในปัจจุบันนี้เต็มไปด้วยการบริหารอย่างเป็นระบบ เช่น ระบบการขนส่ง ระบบการสื่อสาร ระบบการจำหน่าย และอื่น ๆ อีกมากมาย ดังเช่น โรงงานผลิตสินค้าแห่งหนึ่งต้องการขนส่งสินค้า ซึ่งผลิตออกสู่ตลาด ซึ่งในการขนส่งสินค้านี้มีหลายเส้นทาง โดยแต่ละเส้นทางมีการกำหนดปริมาณการขนส่งที่มากที่สุดไว้ ปัญหาที่มีอยู่ว่าผู้ผลิตสามารถที่จะขนส่งสินค้าจากแหล่งผลิตไปยังตลาดโดยใช้เส้นทางต่าง ๆ ที่มีอยู่เป็นจำนวนมากได้อย่างไรและเท่าใด ซึ่งปัญหานี้เราสามารถหาคำตอบได้โดยใช้ข่ายงานเข้ามาช่วยแก้ปัญหาได้ ซึ่งวิธีแก้ไขปัญหานี้เราเรียกว่า การหาสายงานสูงสุด (The maximum flow)

บทนิยาม ข่ายงานการขนส่ง (Transport network) คือ ข่ายงานระบุทิศทางที่มีน้ำหนัก (Weighted directed network) ที่มี S เป็นจุดเชื่อมเริ่มต้น (source) และ T เป็นจุดเชื่อมสุดท้าย (sink) ของข่ายงาน

ข้อตกลง

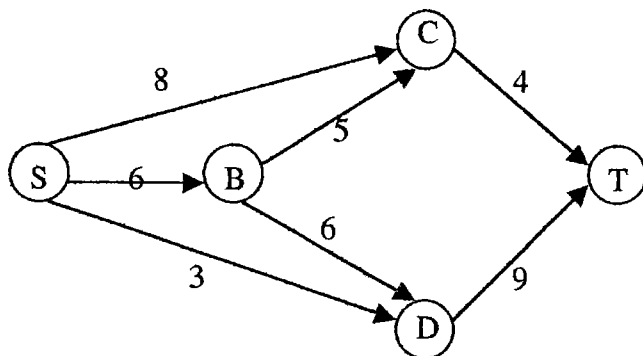
1. ต่อไปจะเรียกข่ายงานการขนส่งว่า ข่ายงาน
2. มีจุดเชื่อมเพียงจุดเชื่อมเดียวในข่ายงาน ที่ไม่มีเส้นเชื่อมเข้ามา ซึ่งเรียกว่า แหล่งต้นทาง (source) ใช้สัญลักษณ์ \textcircled{S}
3. มีจุดเชื่อมเพียงจุดเชื่อมเดียวในข่ายงาน ที่ไม่มีเส้นเชื่อมออกไป ซึ่งเรียกว่า แหล่งปลายทาง (sink) ใช้สัญลักษณ์ \textcircled{T}
4. น้ำหนักของเส้นเชื่อมที่มีทิศทาง เรียกว่า ความจุ (capacity) ของเส้นเชื่อมจะมีค่าไม่เป็นลบ

ปริมาณสายงานสูงสุดจากจุดเชื่อมเริ่มต้นไปยังจุดเชื่อมสิ้นสุดจะมีค่าเท่ากับน้ำหนักที่น้อยที่สุดในเส้นเชื่อมในแต่ละทิศทาง เช่น เส้นทาง A, B, C, D มีปริมาณสายงานดังนี้



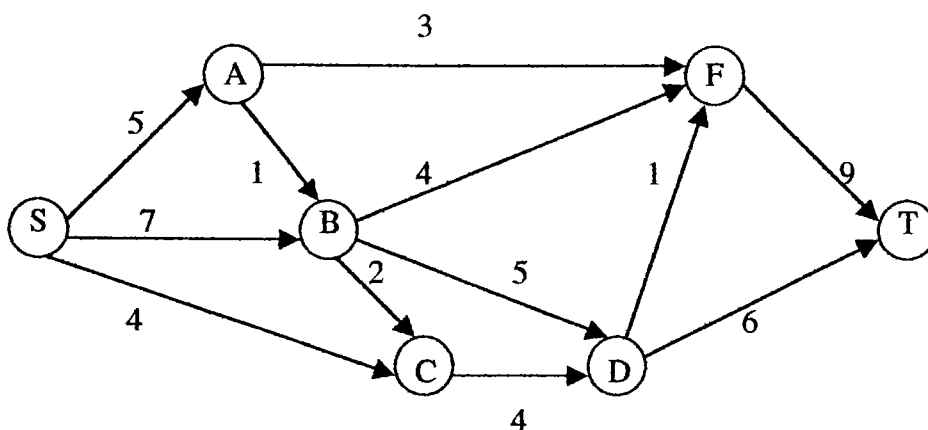
ดังนั้นปริมาณสายงานสูงสุดในสายงานนี้จะมากกว่าค่าต่ำสุดไม่ได้คือ ไม่เกิน 5 หน่วย

ตัวอย่างที่ 1 จากแผนภาพข่ายงานที่กำหนดให้จงพิจารณาปริมาณสายงานสูงสุดที่สามารถผ่านได้ในแต่ละเส้นทาง



- วิถี S, B, C, T ส่งสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 4
- วิถี S, B, D, T ส่งสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 6
- วิถี S, D, T ส่งสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 3

ตัวอย่างที่ 2 จากแผนภาพข่ายงานที่กำหนดให้จงพิจารณาปริมาณสายงานสูงสุดที่สามารถผ่านได้ในแต่ละเส้นทาง



จงเติมคำตอบที่เป็นปริมาณสายงานสูงสุดของแต่ละวิถีลงในช่องว่าง

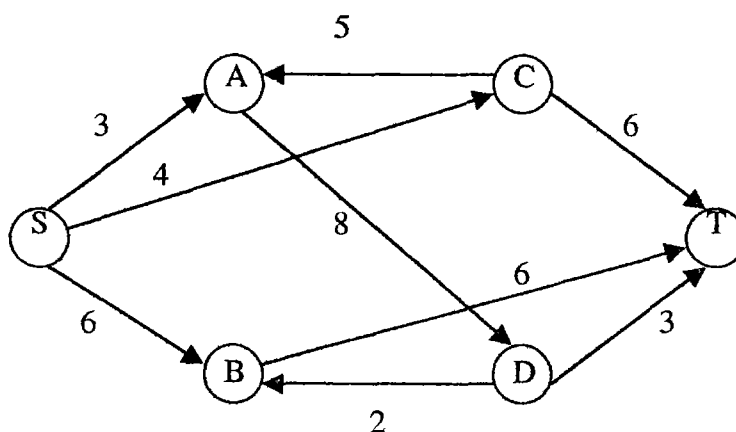
วิถี	ปริมาณสายงานสูงสุด
S, A, F, T	3
S, A, B, F, T	1
S, A, B, D, F, T	1
S, A, B, C, D, T	1
S, B, F, T	4
S, B, D, T	5
S, B, C, D, T	2
S, C, D, F, T	1
S, C, D, T	4

4.1 การหาสายงานสูงสุด

จากตัวอย่างที่ผ่านมา เพียงแต่หาปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านแต่ละเส้นทางเท่านั้น ถ้าต้องการหาปริมาณสายงานสูงสุดของทั้งระบบในข่ายงาน จะมีวิธีในการคำนวณหาดังนี้

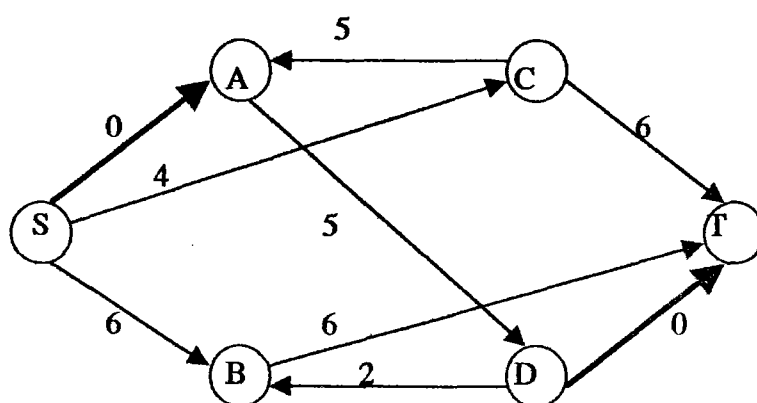
1. พิจารณาวีถิจากจุดเชื่อมแหล่งต้นทางไปยังแหล่งปลายทาง เลือกมา 1 วิถี
2. พิจารณาว่าความจุของเส้นเชื่อมที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นเท่าใด นั่นคือปริมาณการส่งสายงานได้มากที่สุด
3. ปรับความจุที่เหลือในแต่ละเส้นเชื่อมของวิถีที่ส่งสายงานไปแล้ว
4. ตรวจสอบดูว่ายังมีวิถีใดบ้างที่มีสายงานตกค้างอยู่ ที่สามารถส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้ ถ้าไม่มีวิถีที่ส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้อีก แสดงว่าได้สายงานสูงสุดแล้ว รวมปริมาณสายงานทั้งหมดที่ส่งไป แต่ถ้ายังมีวิถีที่ส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้อีก ให้ย้อนกลับไปทำข้อ 1 ใหม่

ตัวอย่างที่ 3 จงหาปริมาณสายงานสูงสุดของข่ายงานดังกล่าว



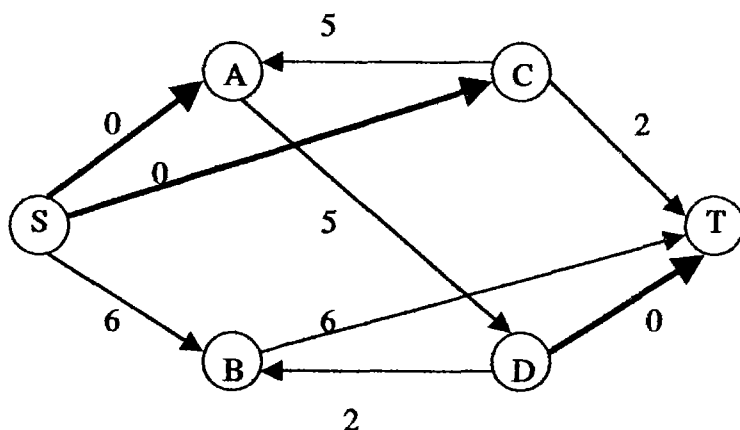
วิธีทำ

1. พิจารณาวีถี S, A, D, T จะได้ว่าส่งสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 3 เมื่อส่งแล้วปรับปริมาณความจุที่เหลืออยู่ โดยการนำ 3 ที่เป็ความจุของเส้นเชื่อม {S, A} ลบออกจากความจุของเส้นเชื่อมทุกเส้นในวิถี S, A, D, T จะได้ เส้นเชื่อม {S, A} มีความจุเป็นศูนย์ ดังแสดงด้วยเส้นหน้ก เส้นเชื่อม {A, D} เหลือความจุเท่ากับ 5 เส้นเชื่อม {D, T} เป็นศูนย์ ดังแสดงด้วยเส้นหน้ก ซึ่งหมายถึงเส้นเชื่อมที่ส่งสายงานออกไปเต็มแล้วไม่สามารถส่งสายงานได้อีก ดังแผนภาพข่ายงาน



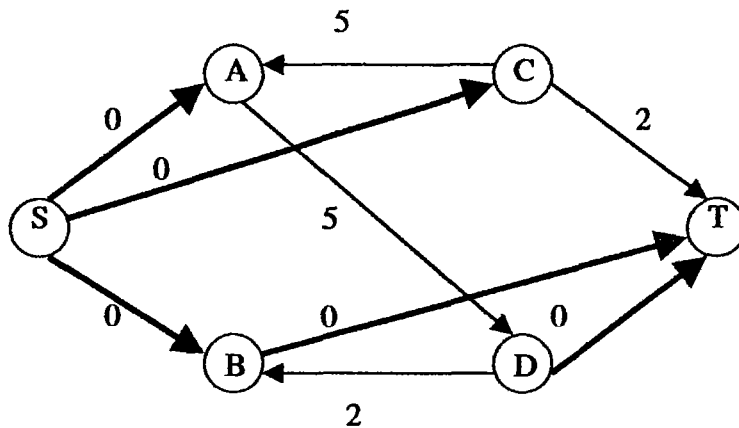
ดังนั้นในรอบที่ 1 สามารถส่งสายงานไปได้สูงสุดเท่ากับ 3

2. พิจารณาวีถี S, C, T (เหตุที่ไม่พิจารณาวีถี S, C, A, D, T เพราะว่ วีถี D, T ไม่สามารถส่งสายงานไปได้อีก) ส่งสายงานไปได้สูงสุดเท่ากับ 4 เมื่อส่งแล้วปรับปริมาณความจุของเส้นเชื่อม จะได้ข่ายงานดังนี้



ดังนั้นในรอบที่ 2 จะส่งสายงานได้สูงสุด เท่ากับ 4 เมื่อรวมกับรอบที่ 1 แล้วจะได้สายงานสูงสุดเท่ากับ $4 + 3 = 7$

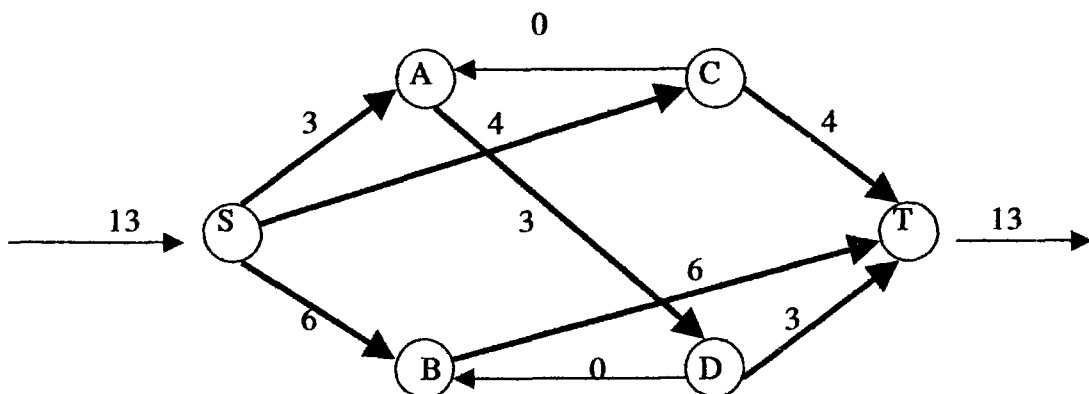
3. พิจารณาวีธี S, B, T ส่งสายงานได้ เท่ากับ 6 เมื่อส่งแล้วปรับปริมาณความจุของเส้นเชื่อม จะได้ข่ายงานดังนี้



จะเห็นว่าจากจุดเชื่อมเริ่มต้น S เราไม่สามารถส่งสายงานได้อีกต่อไป ถึงแม้ว่าจุดเชื่อมสุดท้าย T จะยังสามารถรับสายงานได้อีก

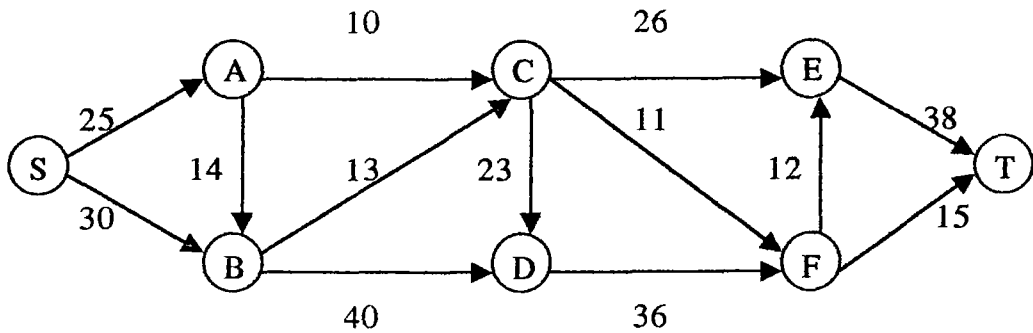
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นปริมาณสายงานสูงสุด} &= \text{ผลรวมของปริมาณสายงานที่ส่งแต่ละรอบ} \\ &= 4 + 3 + 6 = 13 \end{aligned}$$

ซึ่งจะมีเส้นทางที่ส่งปริมาณสายงานดังแผนภาพข้างล่าง



จะเห็นว่าวิถี A, C และ B, D นั้นไม่มีปริมาณสายงานผ่านไป

ตัวอย่างที่ 4 จงหาปริมาณสายงานสูงสุดจากข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้



1. พิจารณาวิถี S, A, C, E, T จะได้ว่าสามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 10 หน่วย เมื่อส่งแล้วปรับความจุจะได้

วิถี S, A สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 15 หน่วย

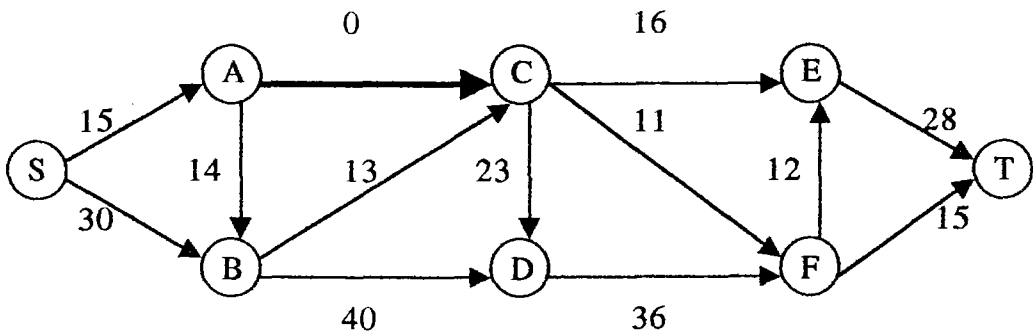
วิถี A, C ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก

(จะใช้เส้นหนักเพื่อแสดงว่าไม่สามารถส่งปริมาณสายงานไปได้อีก)

วิถี C, E สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 16 หน่วย

วิถี E, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 28 หน่วย

ดังรูป



2. พิจารณาวิถี S, A, B, C, E, T สามารถส่งปริมาณได้สูงสุดเท่ากับ 13 เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมดังนี้

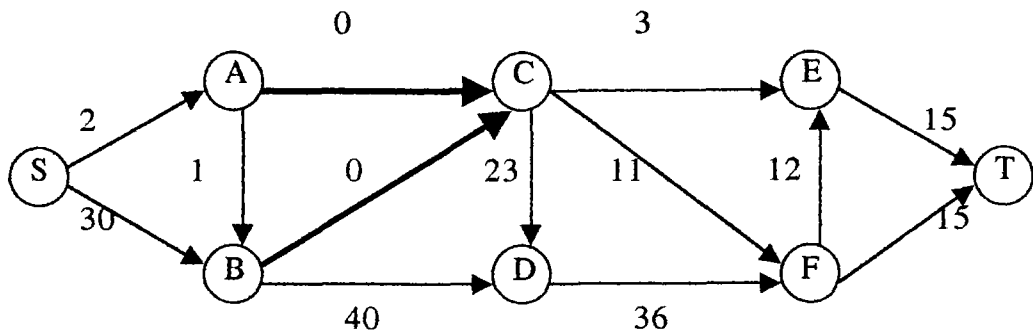
วิถี S, A สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 2 หน่วย

วิถี A, B สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 1 หน่วย

วิถี B, C ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก

วิถี C, E สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 3 หน่วย

วิถี E, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 15 หน่วย



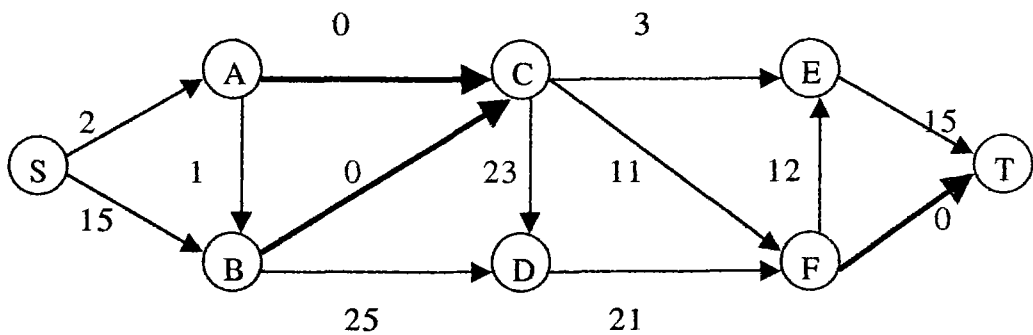
3. พิจารณาวีถี S, B, D, F, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 15 เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมดังนี้

วีถี S, B สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 15 หน่วย

วีถี B, D สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 25 หน่วย

วีถี D, F สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 21 หน่วย

วีถี F, T ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก



4. พิจารณาวีถี S, B, D, F, E, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 12 เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมดังนี้

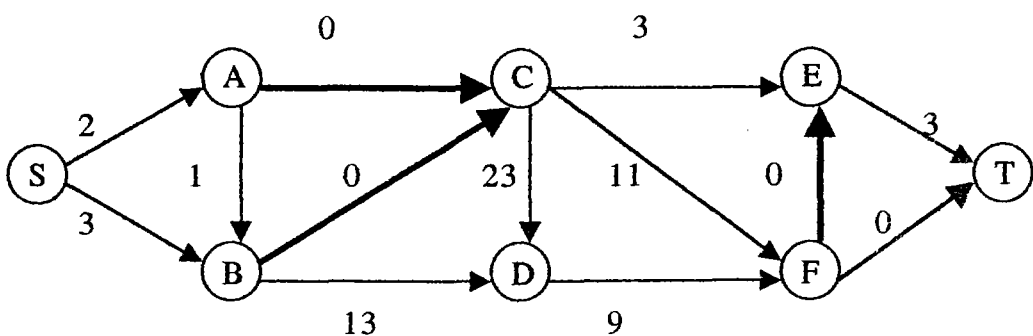
วีถี S, B สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 3 หน่วย

วีถี B, D สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 13 หน่วย

วีถี D, F สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 9 หน่วย

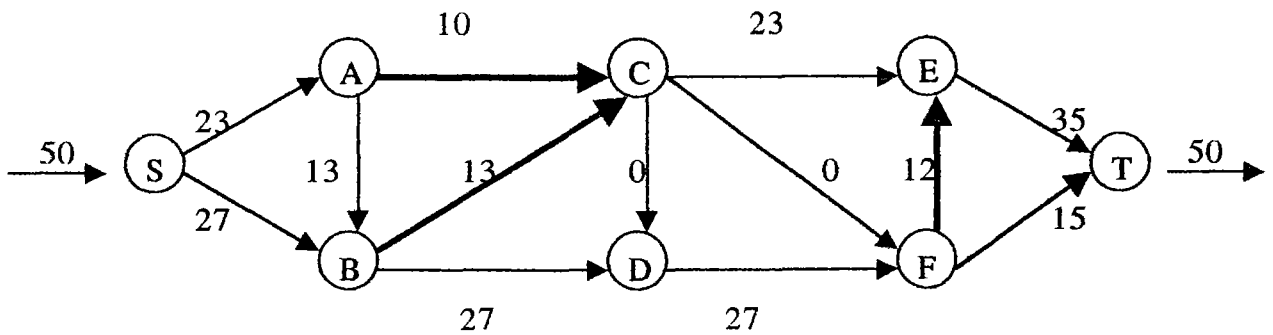
วีถี F, E ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก

วีถี E, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 3 หน่วย



จะเห็นว่าไม่มีเส้นทางที่จะสามารถส่งปริมาณสายงานไป T ได้อีก
 ดังนั้นเราจะได้ปริมาณสายงานสูงสุด $= 10 + 13 + 15 + 12$
 $= 50$ หน่วย

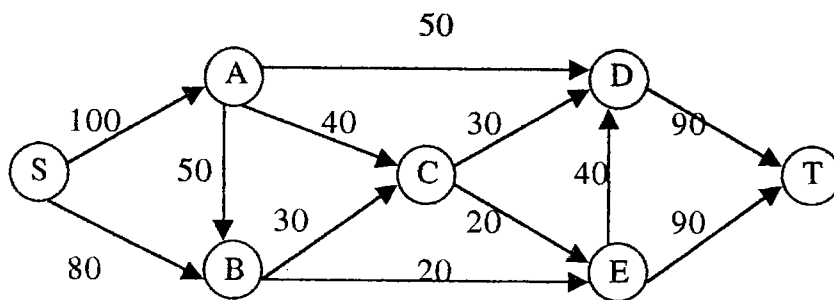
โดยมีเส้นทางของการส่งปริมาณสายงานดังรูป



หมายเหตุ วิถี C, D และ C, F ไม่มีปริมาณสายงานที่ผ่านไปจึงเขียนความจุเท่ากับศูนย์กำกับไว้

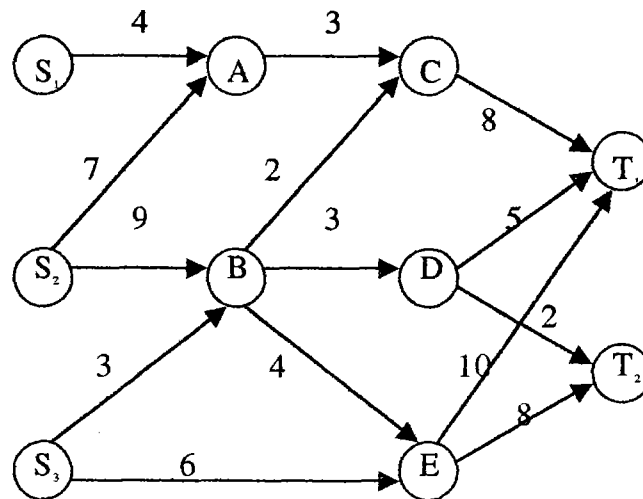
กิจกรรมที่ 4.1

จากข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้ จงหาปริมาณสายงานสูงสุดจากจุดเชื่อม S ไป T



4.2 การหาสายงานสูงสุดในข่ายงานที่มีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่ง

ในกรณีนี้ที่ข่ายงานมีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่ง โดยแต่ละแหล่งนี้มีความสามารถในการจ่ายหรือรับได้จำกัด ดังเช่นในรูป



จากข่ายงานในรูปจะเห็นว่าแหล่งต้นทาง 3 จุด (ทางด้านซ้าย) ซึ่ง

S_1 จะสามารถส่งปริมาณสายงานได้ 4 หน่วย

S_2 จะสามารถส่งปริมาณสายงานได้ 16 หน่วย

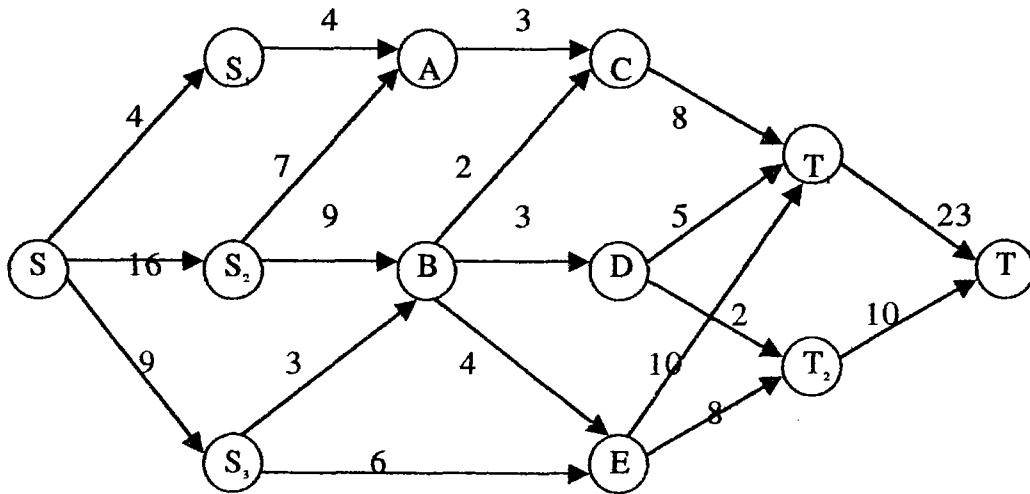
S_3 จะสามารถส่งปริมาณสายงานได้ 9 หน่วย

และมีแหล่งปลายทาง 2 จุดซึ่ง

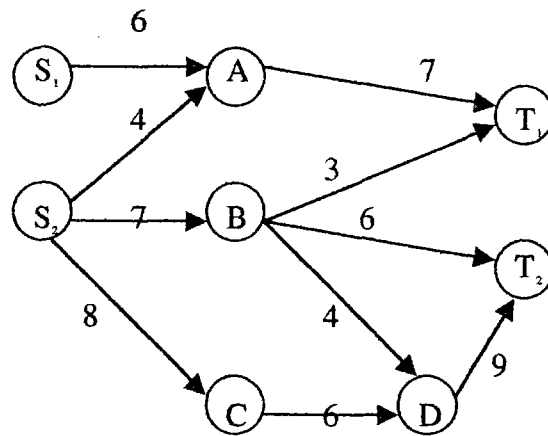
T_1 สามารถรับปริมาณสายงานได้ 23 หน่วย

T_2 สามารถรับปริมาณสายงานได้ 10 หน่วย

เราสามารถเปลี่ยนข่ายงานนี้เป็นข่ายงานที่มีแหล่งต้นทางและปลายทางอย่างละแหล่ง โดยการเพิ่มแหล่งต้นทางพิเศษ(super source) S ซึ่งมีเส้นเชื่อมพุ่งเข้าสู่แหล่งต้นทางเดิมต่างๆ ในข่ายงาน โดยมีความจุเท่ากับความสามารถในการส่งปริมาณสายงานของแหล่งต้นทางเดิม และเพิ่มแหล่งปลายทางพิเศษ(super sink) T ซึ่งมีเส้นเชื่อมพุ่งออกจากแหล่งปลายทางเดิมไปสู่ T โดยมีความจุเท่ากับความสามารถในการรับปริมาณสายงานของแหล่งปลายทางเดิมเหล่านั้นดังรูป

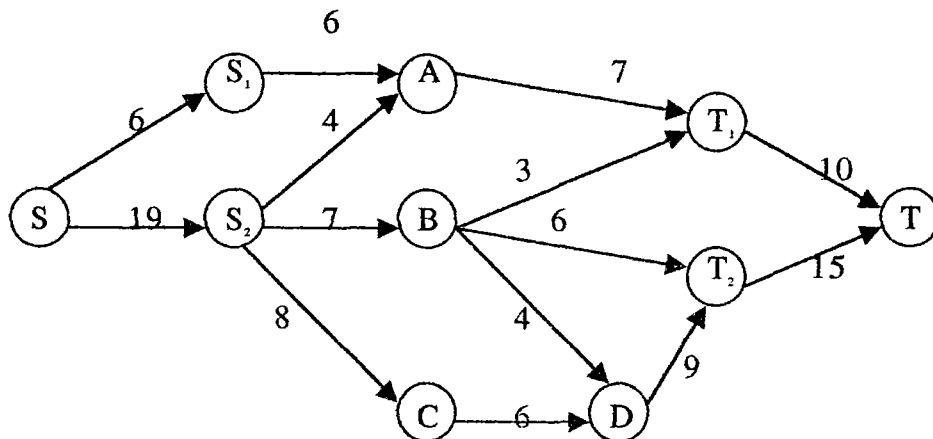


ตัวอย่างที่ 5 จงหาสายงานสูงสุดจากข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

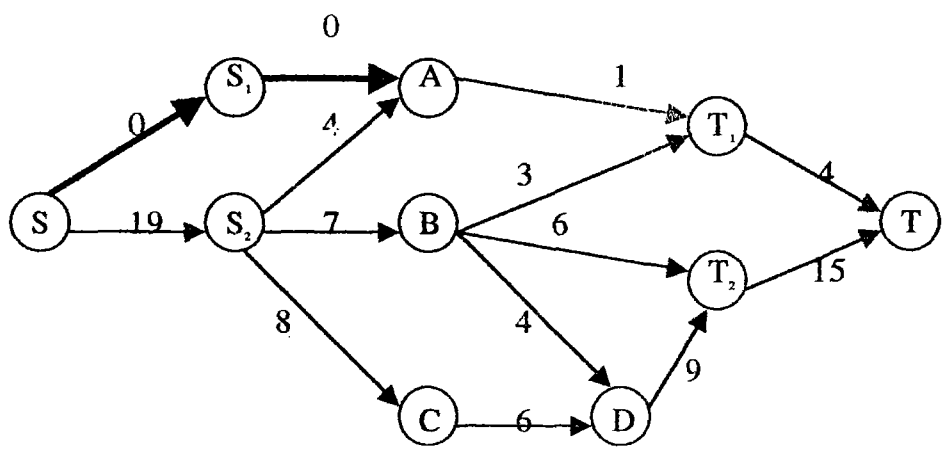


วิธีทำ จะเห็นว่าข่ายงานที่กำหนดให้นั้นมีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่ง ดังนั้นเราต้องรวมเพื่อให้เหลือแหล่งต้นทางและปลายทางเพียงแหล่งเดียว แล้วจึงใช้วิธีการหาสายงานสูงสุดเพื่อหาปริมาณสายงานสูงสุดและเส้นทางของสายงาน

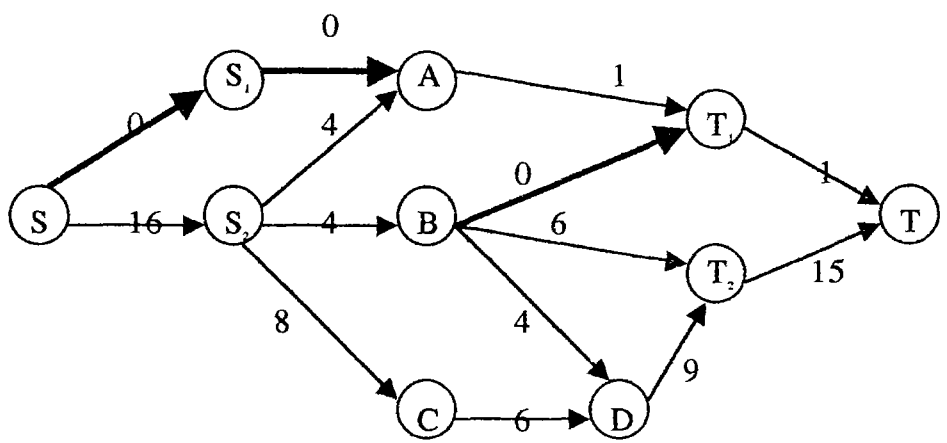
1. รวมแหล่งต้นทางและปลายทางให้เหลือเพียงแหล่งเดียวจะได้ดังรูป



2. พิจารณาวีธี S, S₁, A, T₁, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 6 หน่วย เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมได้ดังนี้
- วิถี S, S₁ ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก
 - วิถี S₁, A ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก
 - วิถี A, T₁ สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 1 หน่วย
 - วิถี T₁, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 4 หน่วย



3. พิจารณาวีธี S, S₂, B, T₁, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 3 หน่วย เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมได้ดังนี้
- วิถี S, S₂ สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 16 หน่วย
 - วิถี S₂, B สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 4 หน่วย
 - วิถี B, T₁ ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก
 - วิถี T₁, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 1 หน่วย



4. พิจารณาวិถี S, S_1, C, D, T_1, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 6 หน่วย เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมได้ดังนี้

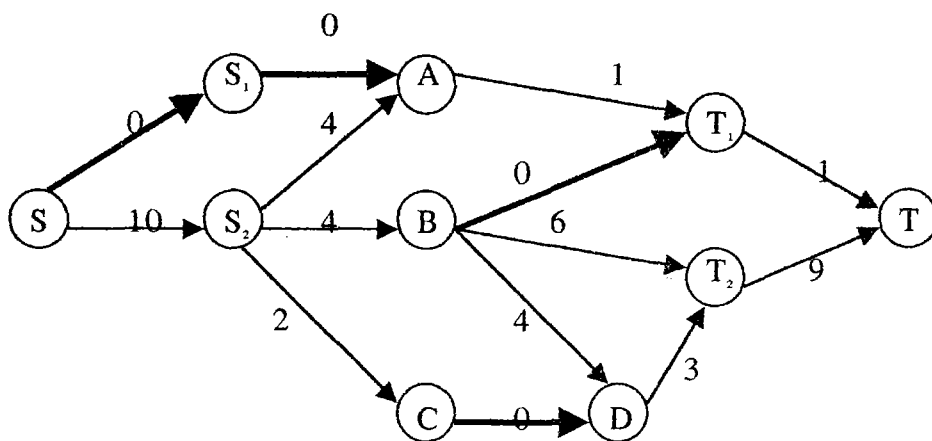
วิถี S, S_1 สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 10 หน่วย

วิถี S_1, C สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 2 หน่วย

วิถี C, D ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก

วิถี D, T_1 สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 3 หน่วย

วิถี T_1, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 9 หน่วย



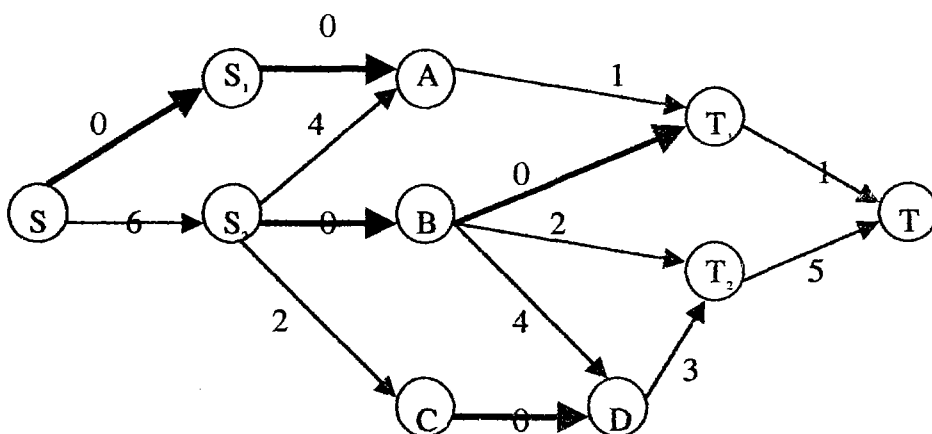
5. พิจารณาวิถี S, S_1, B, T_1, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 4 หน่วย เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมดังนี้

วิถี S, S_1 สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 6 หน่วย

วิถี S_1, B ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก

วิถี B, T_1 สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 2 หน่วย

วิถี T_1, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 5 หน่วย



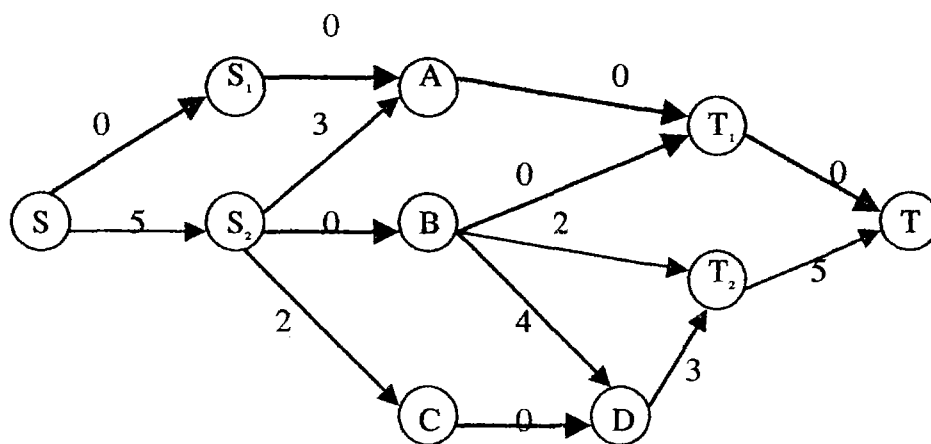
6. พิจารณาวีถิ S, S₁, A, T₁, T สามารถส่งปริมาณสายงานได้สูงสุดเท่ากับ 1 หน่วย เมื่อส่งแล้วปรับความจุของเส้นเชื่อมได้ดังนี้

วีถิ S, S₂ สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 5 หน่วย

วีถิ S₂, A สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก 3 หน่วย

วีถิ A, T₁ ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก

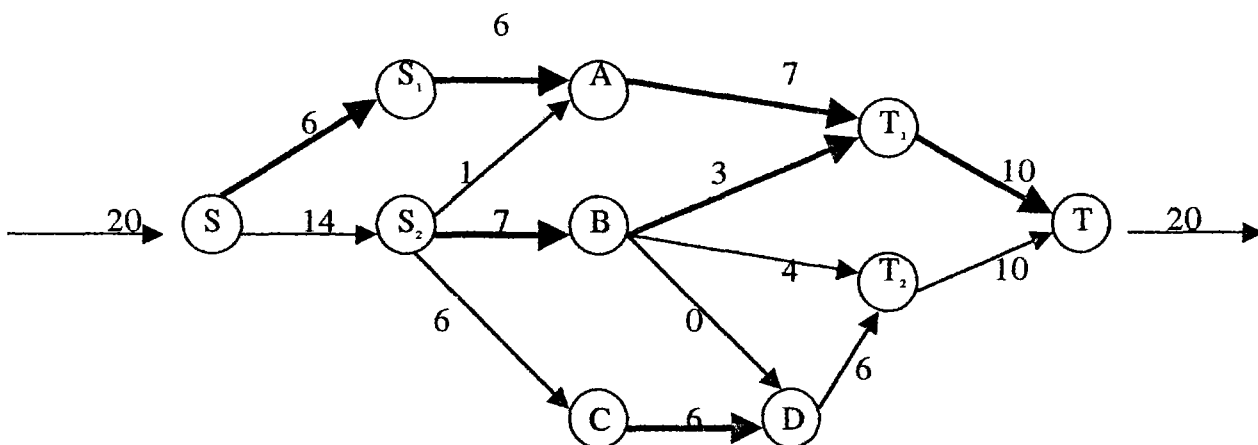
วีถิ T₁, T ไม่สามารถส่งปริมาณสายงานได้อีก



จะเห็นว่าไม่สามารถส่งปริมาณสายงานไปถึงแหล่งปลายทาง T ได้อีก ดังนั้น

$$\begin{aligned} \text{ปริมาณสายงานสูงสุดในข่ายงานนี้} &= 6 + 3 + 6 + 4 + 1 \\ &= 20 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

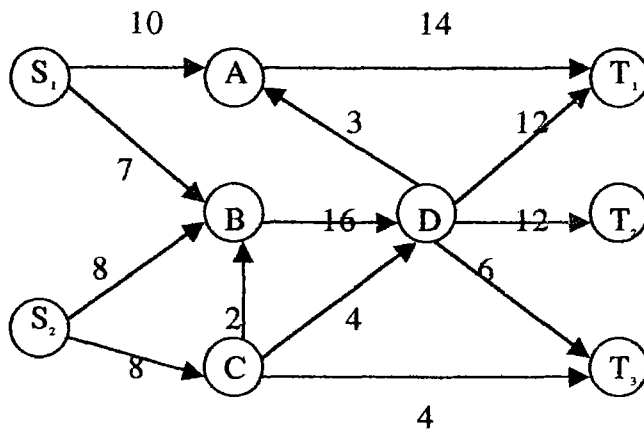
ซึ่งมีเส้นทางของการส่งปริมาณสายงานดังรูป



หมายเหตุ วีถิ B, D ไม่มีการส่งปริมาณสายงานออกไปจึงเขียนความจุเท่ากับศูนย์กำกับไว้

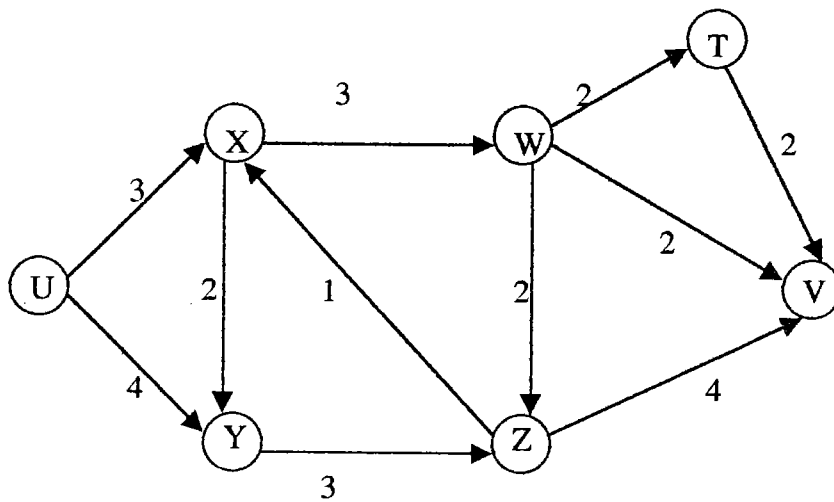
กิจกรรมที่ 4.2

จงหาสายงานสูงสุดจากข่ายงานที่กำหนดให้



กิจกรรมที่ 4.3

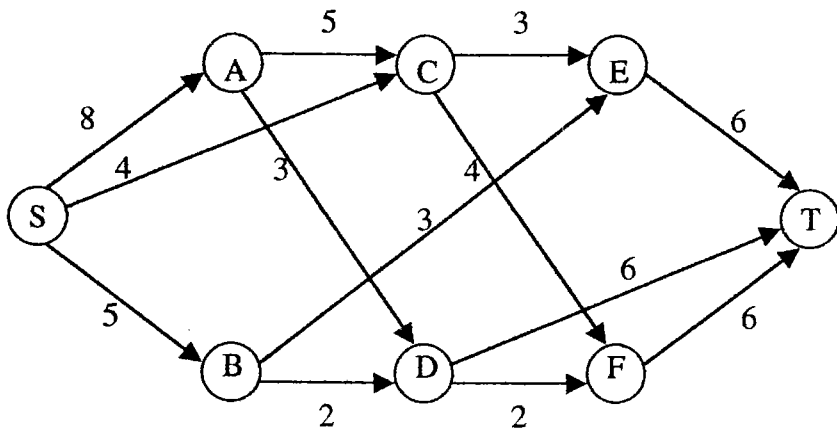
โรงงานผลิตน้ำมันแห่งหนึ่งวางท่อที่จะส่งน้ำมันที่ผลิตได้ ดังข่ายงานที่แสดง โดยแต่ละท่อ จะกำหนดปริมาณสูงสุดของน้ำมันที่ผ่านได้เป็นบาเรลต่อชั่วโมง จงหาปริมาณน้ำมันที่จะสามารถส่งจาก U ไป V ได้ในปริมาณมากที่สุด ในเวลา 1 ชั่วโมง (ความจุหน่วยเป็นพันบาเรล)



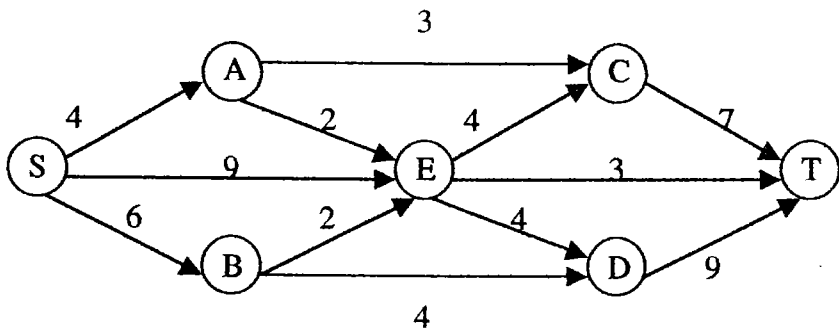
แบบฝึกหัด
การหาสายงานสูงสุด

1. จงหาปริมาณสายงานสูงสุดจากข่ายงานในแต่ละข้อต่อไปนี้

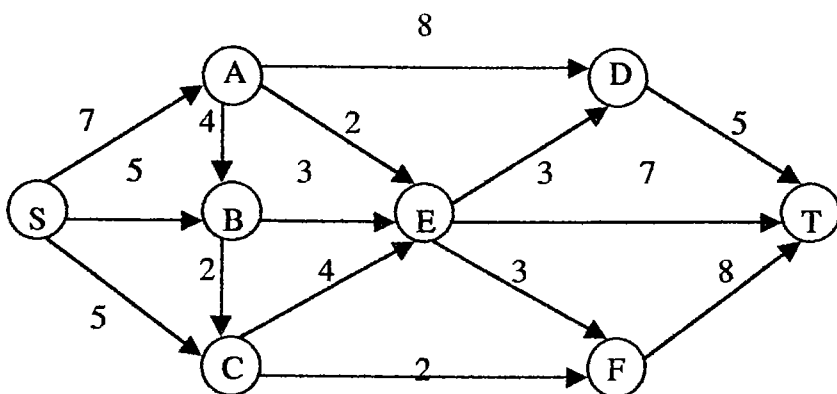
1.1



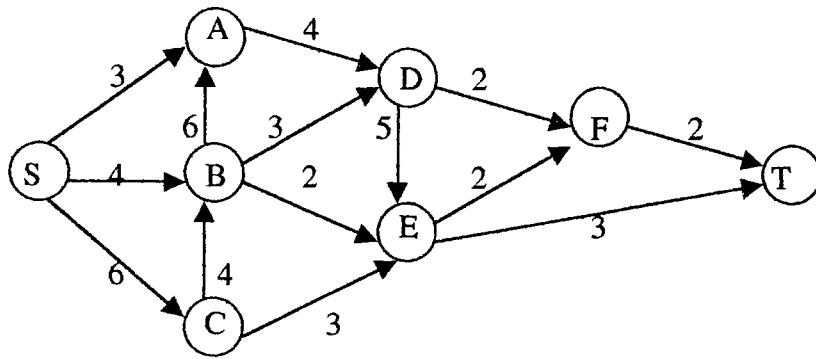
1.2



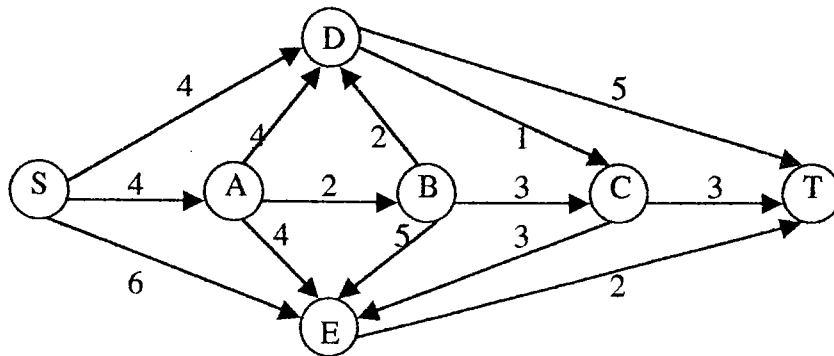
1.3



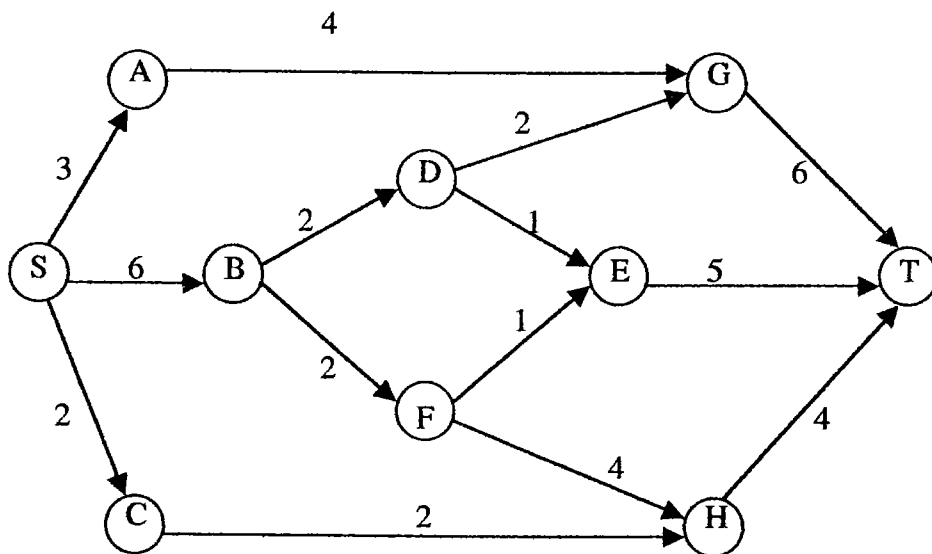
1.4



1.5

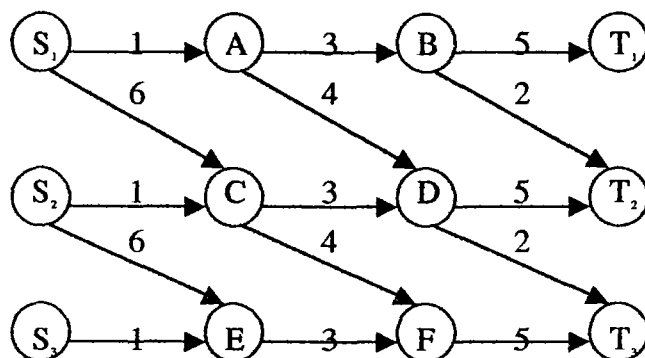


1.6

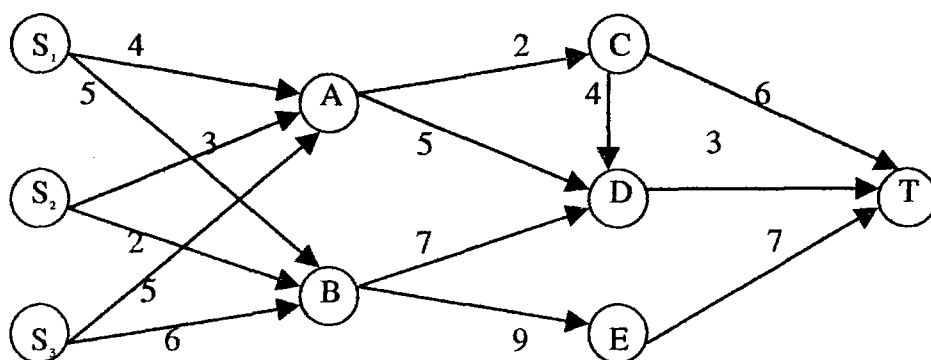


2. จงหาปริมาณสายงานสูงสุดจากข่ายงานที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

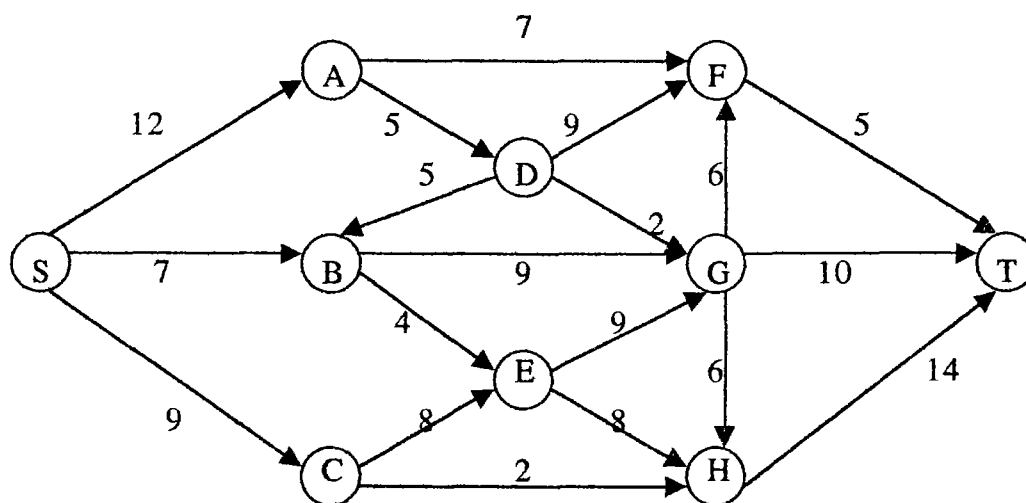
2.1



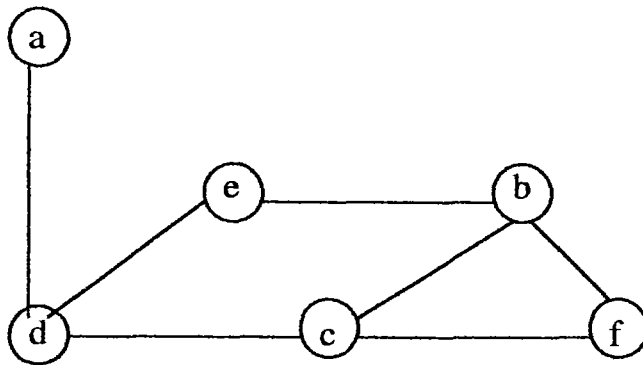
2.2



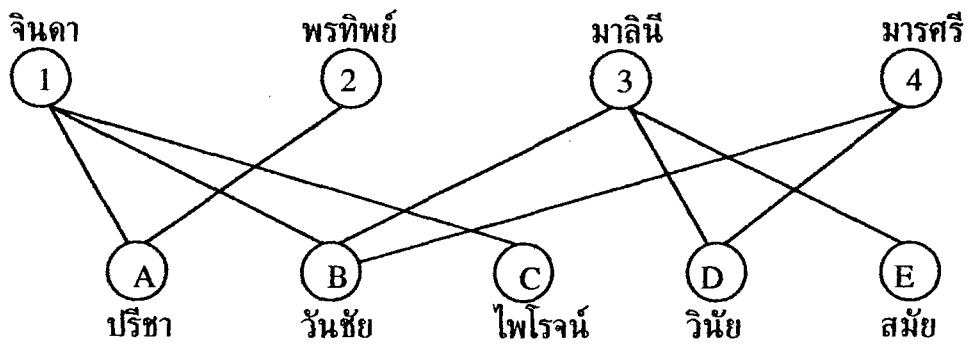
3. ในการขนส่งสินค้าจากโรงงานผลิตที่นิคมอุตสาหกรรม เพื่อส่งให้ตัวแทนจำหน่าย บริษัทมีเส้นทางการเดินทางได้หลายเส้นทางตามภาพที่กำหนดมาให้ข้างล่างนี้ ถ้าตัวเลขที่กำกับอยู่บนเส้นเชื่อมหมายถึงปริมาณรถแล่นจากเมืองหนึ่งไปยังเมืองหนึ่ง จงหาปริมาณของรถที่มากที่สุด(หน่วย: 10 คัน)ที่จะแล่นจากนิคมอุตสาหกรรมไปยังตัวแทนจำหน่าย (ให้ S แทนนิคมอุตสาหกรรม และ T แทนตัวแทนจำหน่าย)



เฉลยกิจกรรม 1.1

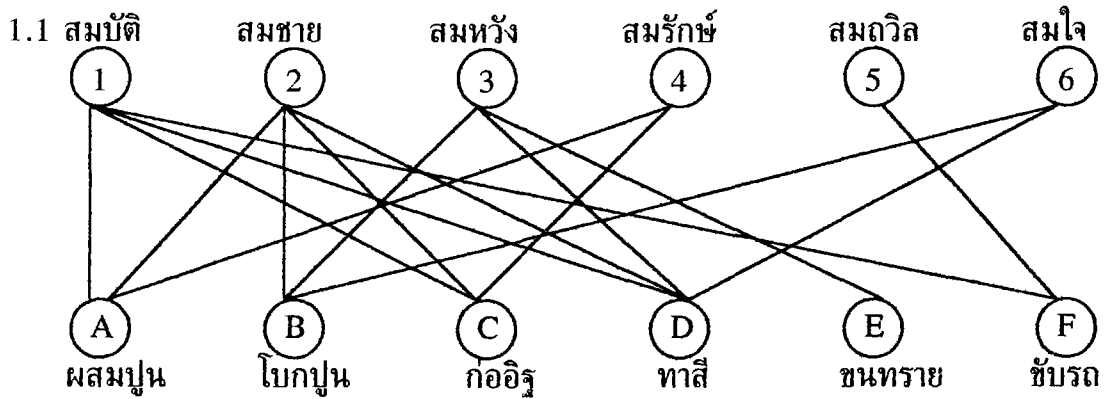


เฉลยกิจกรรม 1.2



เฉลยแบบฝึกหัด 1.1

1.



1.2 การมอบหมายงานเป็นดังนี้

สมบัติ - ผสมปูน

หรือ

สมบัติ - ก่ออิฐ

สมชาย - ทาสี

สมชาย - โบกปูน

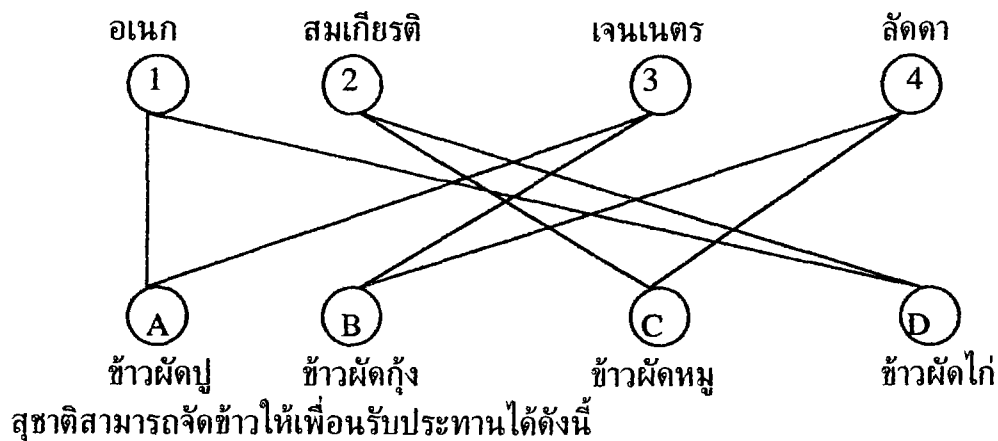
สมหวัง - ขนทราย

สมหวัง - ขนทราย

สมรักษ์ - ก่ออิฐ
 สมถวิล - ชั้บรด
 สมใจ - โบกปูน

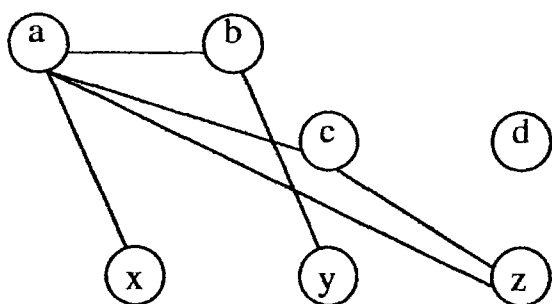
สมรักษ์ - ผสมปูน
 สมถวิล - ชั้บรด
 สมใจ - ทาสี

2.



อเนก - ข้าวผัดปู สมเกียรติ - ข้าวผัดไก่ เจนเนตร - ข้าวผัดกุ้ง ลัดดา - ข้าวผัดหมู
 อเนก - ข้าวผัดไก่ สมเกียรติ - ข้าวผัดหมู เจนเนตร - ข้าวผัดปู ลัดดา - ข้าวผัดกุ้ง

เฉลยกิจกรรมที่ 1.3



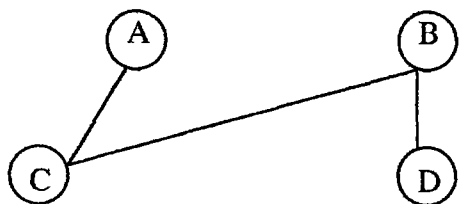
เฉลยกิจกรรมที่ 1.4

$$N = \{A, B, C, D, E, F\}$$

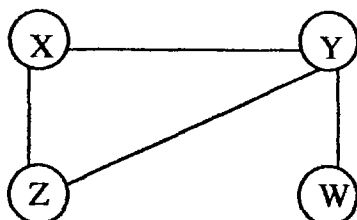
$$A = \{\{A, B\}, \{A, D\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{B, E\}, \{C, E\}, \{C, F\}\}$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.2

1.1



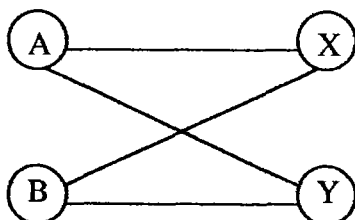
1.2



1.3



1.4



2.1 $N = \{A, B, C, D\}$, $A = \{\{A, B\}, \{A, C\}, \{C, D\}, \{C, B\}, \{B, D\}\}$

2.2 $N = \{F, G\}$, $A = \{\{F, G\}\}$

2.3 $N = \{S, T, H, I\}$, $A = \emptyset$

2.4 $N = \{A, B, C, X, Y, Z\}$, $A = \{\{A, X\}, \{A, Z\}, \{B, X\}, \{B, Y\}, \{C, X\}, \{C, Y\}\}$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.3

1. วิถีจาก A ถึง F มีดังนี้

A, B, C, F

A, B, E, F

A, D, E, F

A, D, E, C, F

A, B, C, E, F

2. 2.1 เป็นวิถีจาก A ไป D แต่ไม่เป็นวัฏจักร

2.2 ไม่เป็นวิถีและไม่เป็นวัฏจักร เพราะมีจุดเชื่อม B ที่ซ้ำกัน

2.3 เป็นวัฏจักร

2.4 ไม่เป็นวัฏจักรเพราะมีจุดเชื่อม B ที่ซ้ำกัน

2.5 ไม่เป็นวัฏจักรเพราะมีจุดเชื่อม B และ E ที่ซ้ำกัน

3. 3.1 ไม่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง

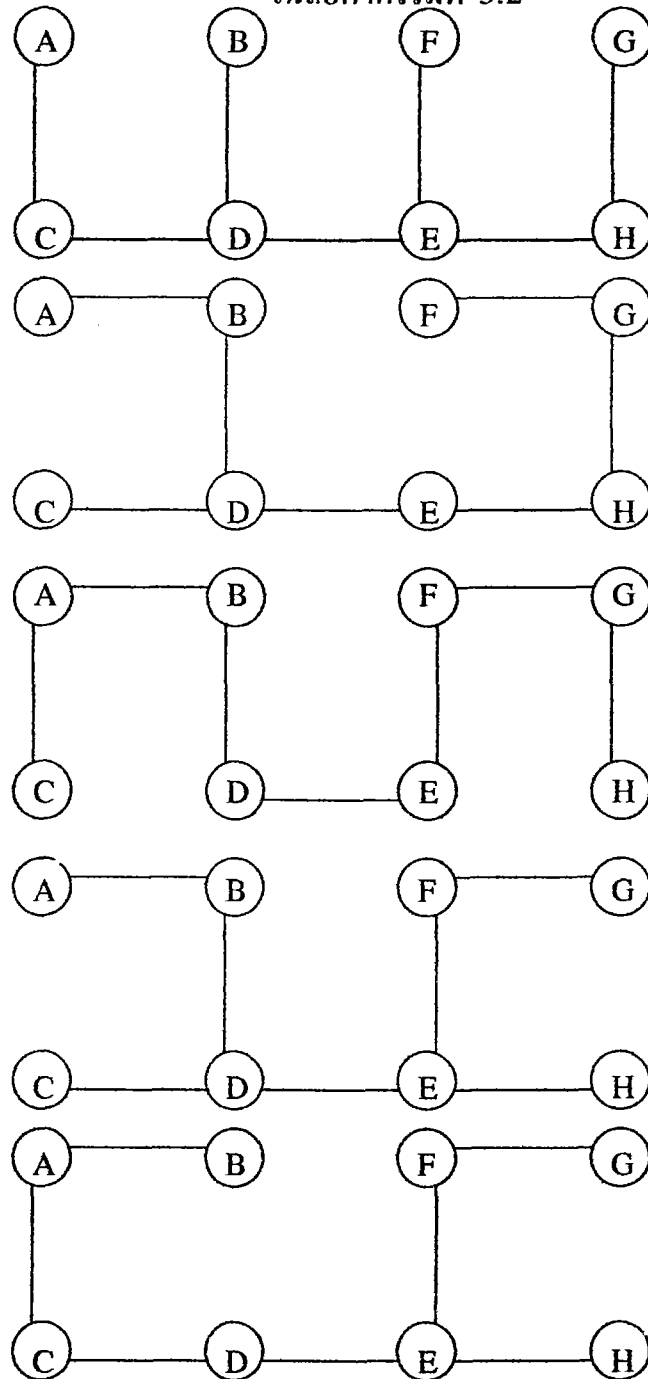
3.2 เป็นข่ายงานเชื่อมโยง

3.3 ไม่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง

เฉลยกิจกรรมที่ 3.1

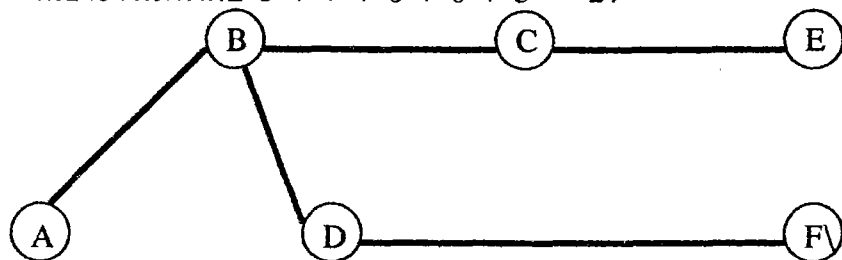
1. เป็นต้นไม้ เพราะเป็นข่ายงานเชื่อมโยงและไม่มีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน
2. ไม่ เป็นต้นไม้ เพราะไม่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง คือ ไม่มีวิถีเชื่อมระหว่างจุด B และ E
3. ไม่ เป็นต้นไม้ เพราะมีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน คือ D, B, E, D
4. ไม่ เป็นต้นไม้ เพราะมีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน คือ A, D, B, E, C, F, A

เฉลยกิจกรรมที่ 3.2



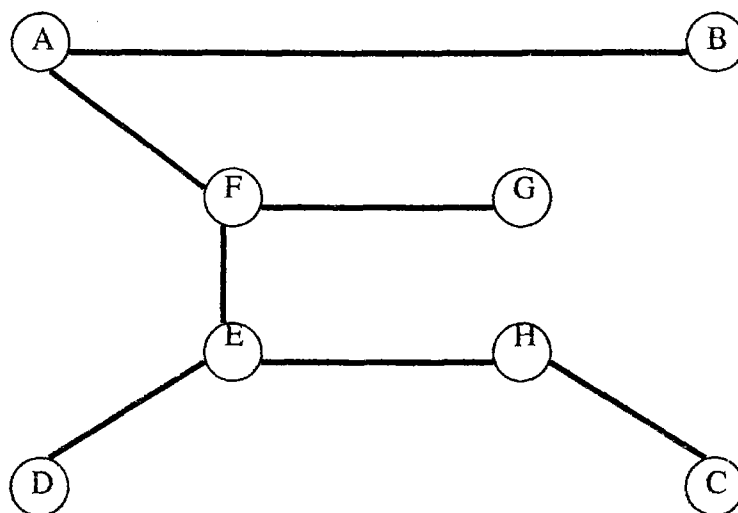
เฉลยกิจกรรมที่ 3.3

ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดแสดงได้ดังแผนภาพ และผลรวมของน้ำหนักของเส้นเชื่อมในข่ายงานเท่ากับ $5 + 7 + 6 + 6 + 3 = 27$



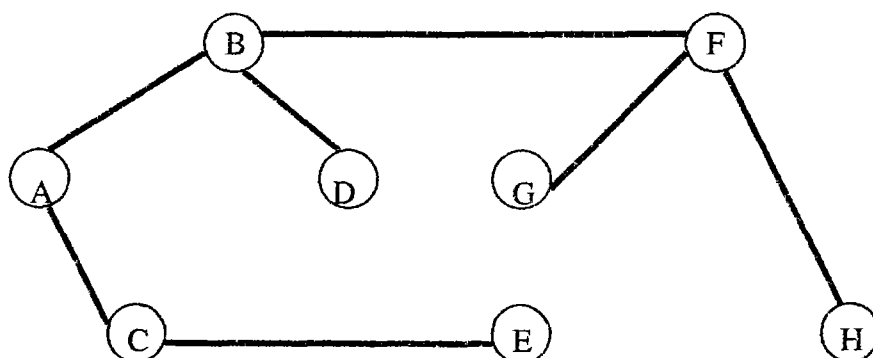
เฉลยกิจกรรมที่ 3.4

ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดแสดงได้ดังแผนภาพ และผลรวมของน้ำหนักของเส้นเชื่อมในข่ายงานเท่ากับ $3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 6 + 8 = 33$



เฉลยกิจกรรมที่ 3.5

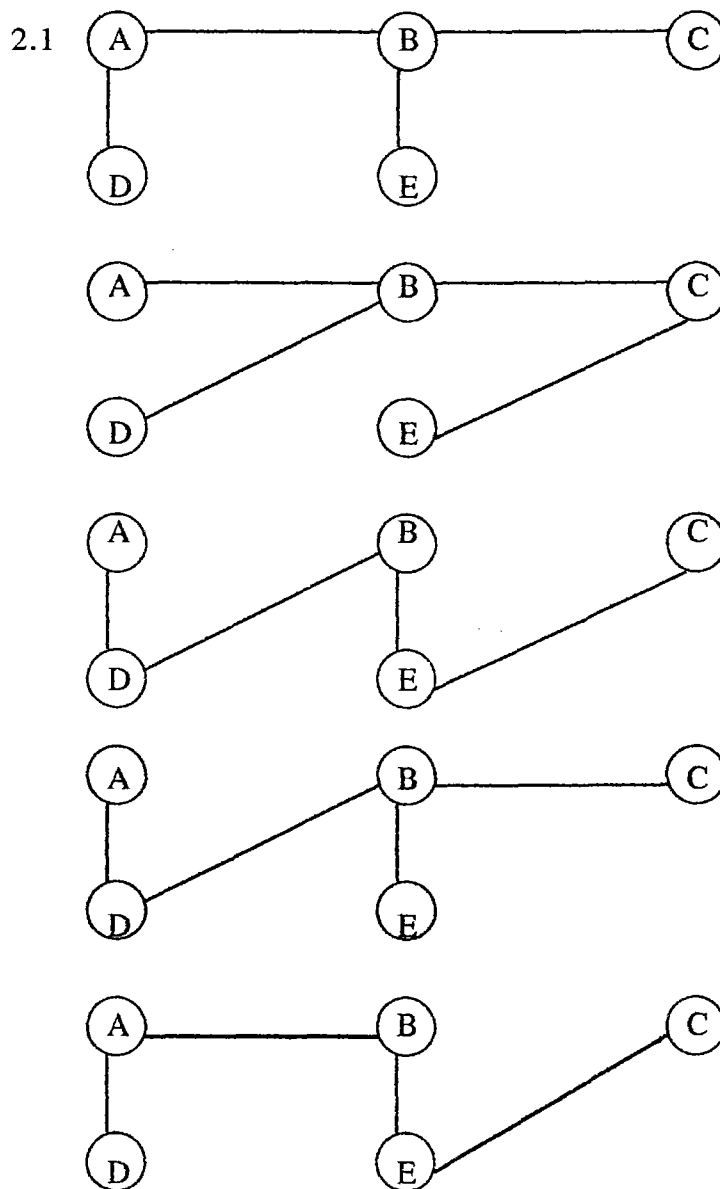
ต้องเดินสายไฟตามเส้นทางดังแสดงในแผนภาพข่ายงานและใช้สายไฟยาว 364 เมตร

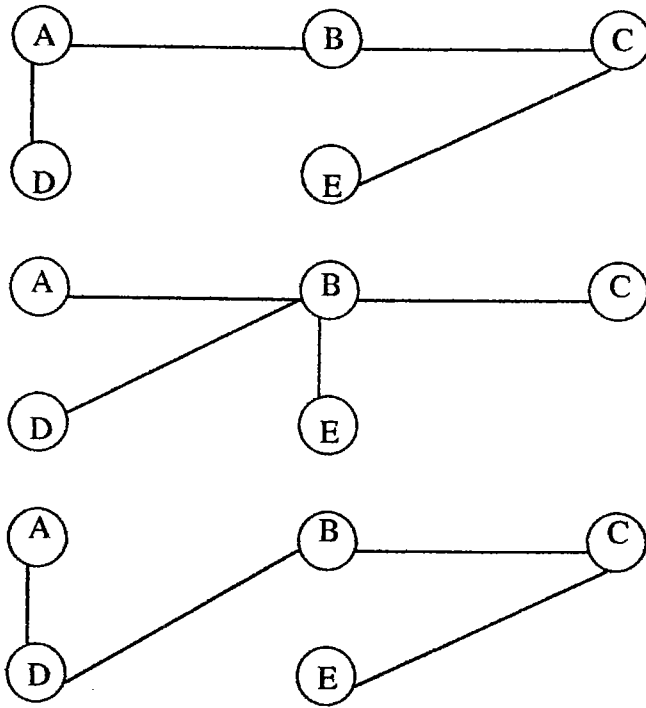


เฉลยแบบฝึกหัดต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด

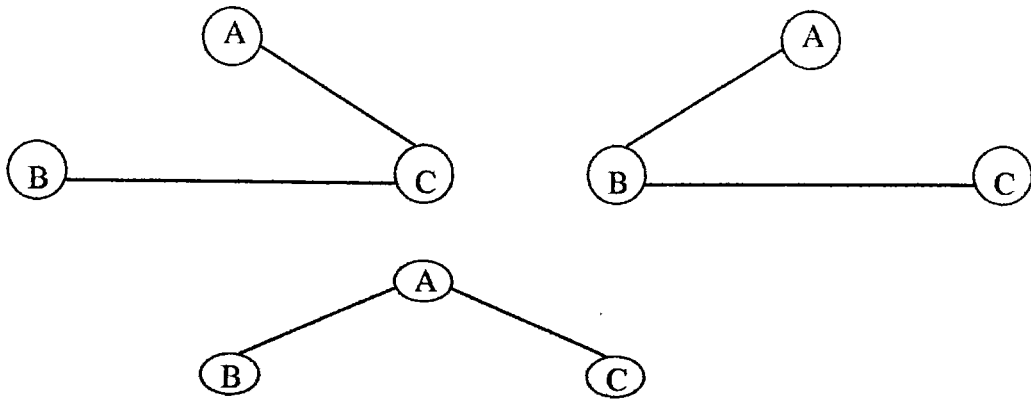
1.
 - 1.1 ไม่เป็นต้นไม้เพราะไม่เป็นข่ายงานเชื่อมโยง
 - 1.2 เป็นต้นไม้เพราะเป็นข่ายงานเชื่อมโยงและไม่มีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน
 - 1.3 ไม่เป็นต้นไม้เพราะมีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน
 - 1.4 เป็นต้นไม้เพราะเป็นข่ายงานเชื่อมโยงและไม่มีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน
 - 1.5 ไม่เป็นต้นไม้เพราะมีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน
 - 1.6 ไม่เป็นต้นไม้เพราะมีวัฏจักรเกิดขึ้นในข่ายงาน

2.

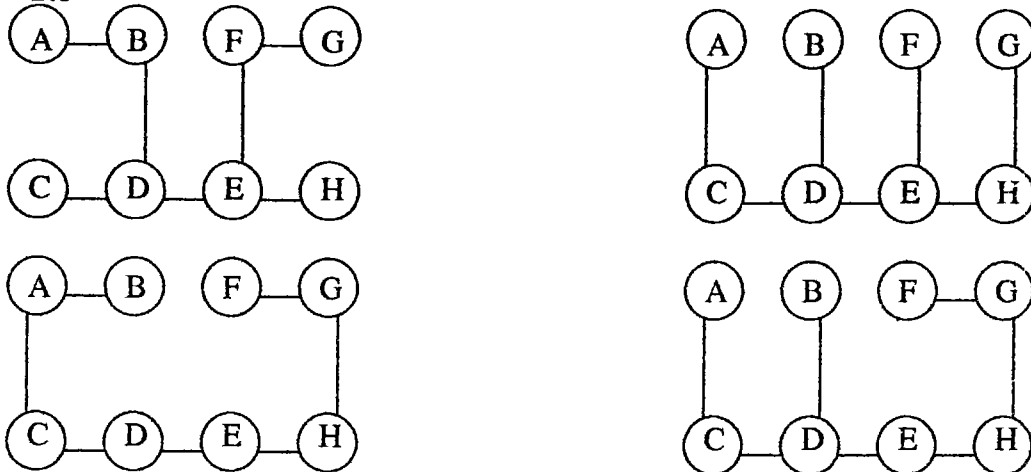




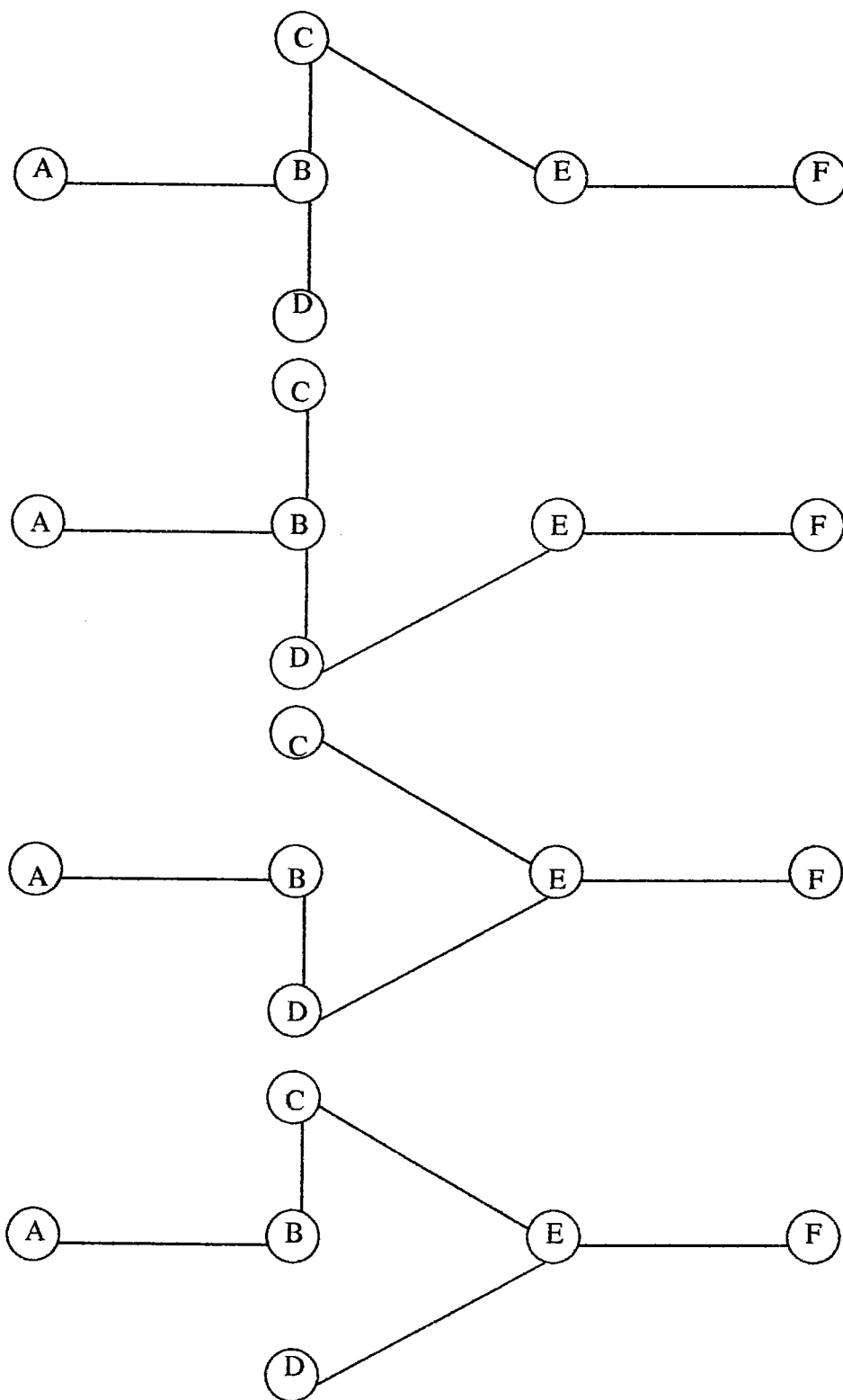
2.2



2.3

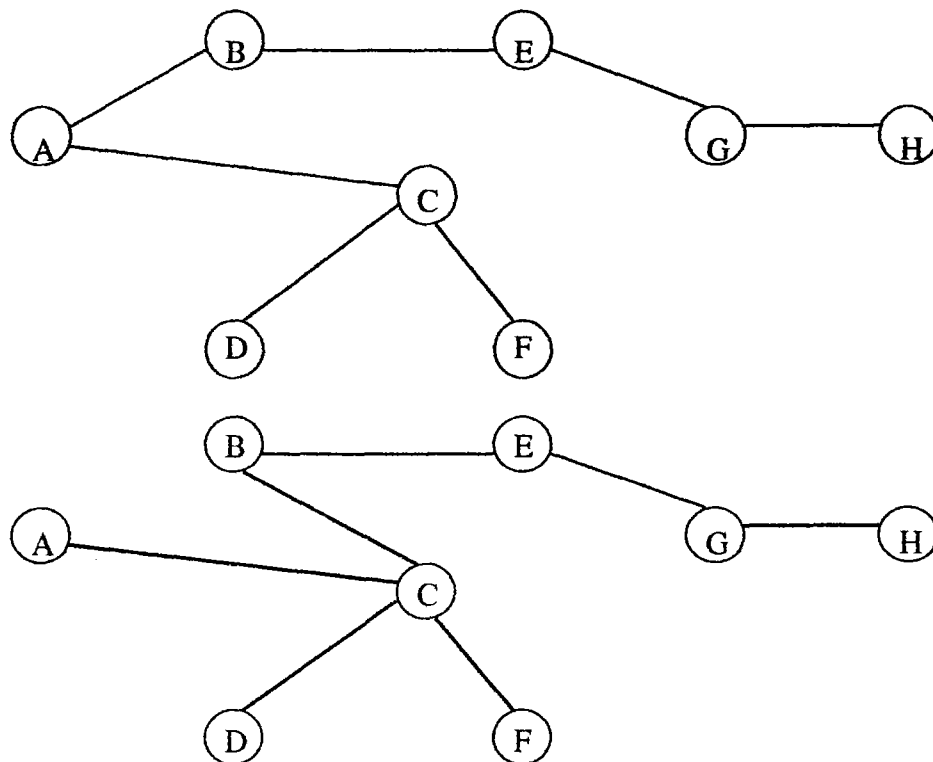


2.4

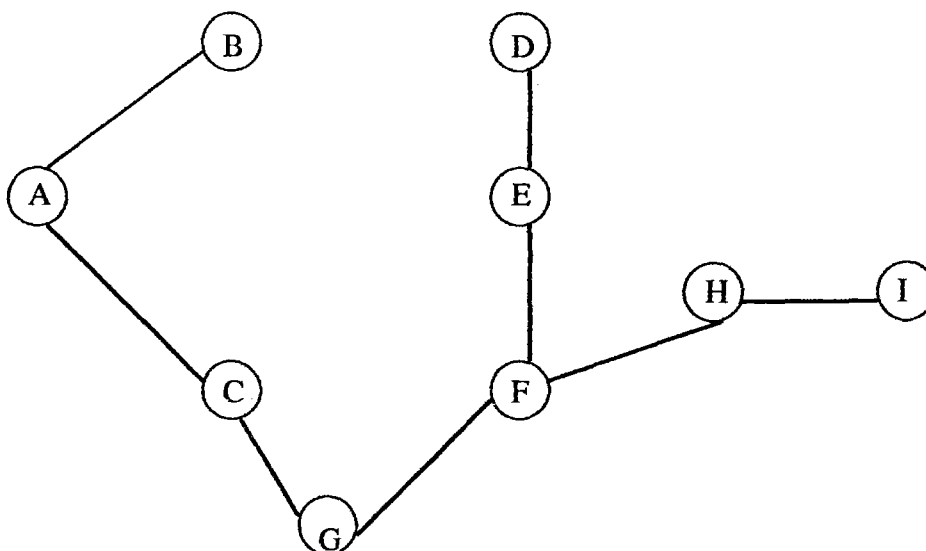


3. 3.1 ต้นไม้แบบทอดข้ามแสดงดังแผนภาพ ผลรวมของน้ำหนักเท่ากับ

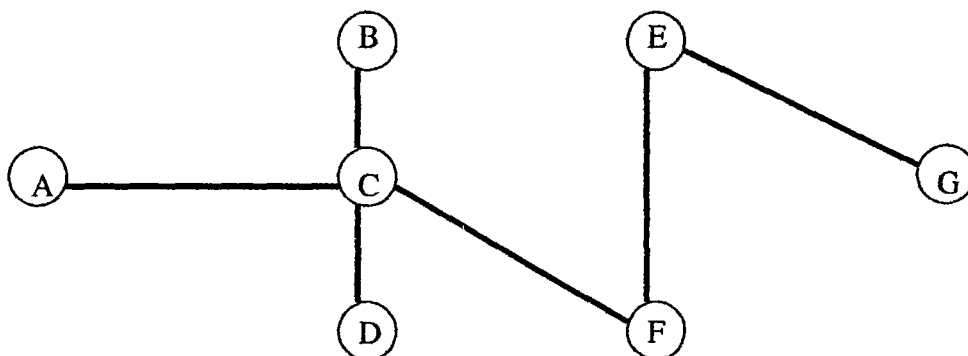
$$2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4 = 19$$



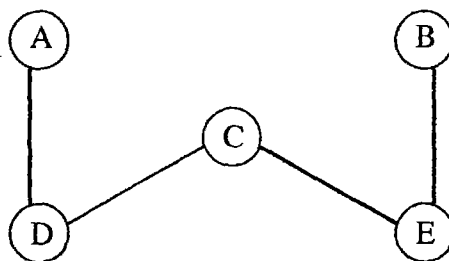
3.2 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 = 21$



3.3 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 17$

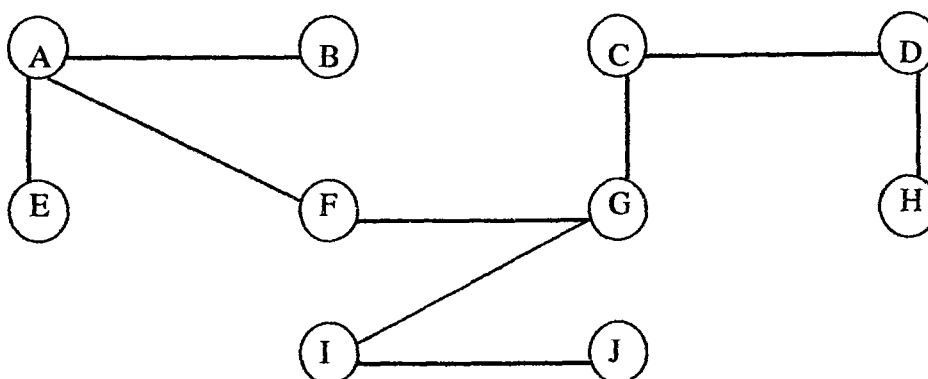


4. 4.1 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $4 + 2 + 1 + 3 = 10$

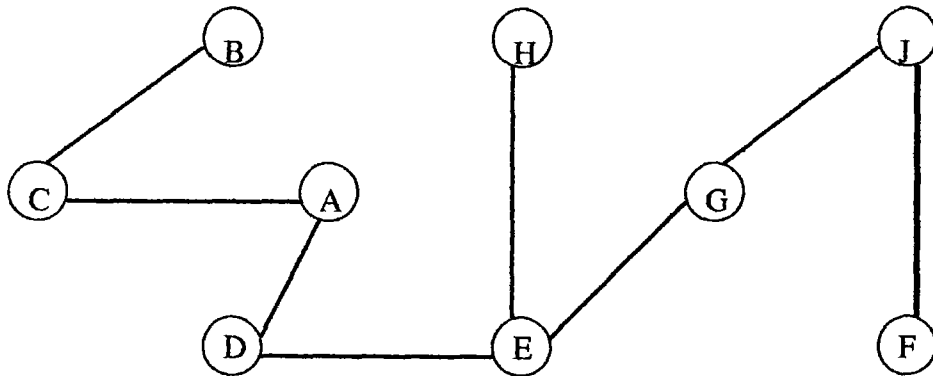


4.2 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ

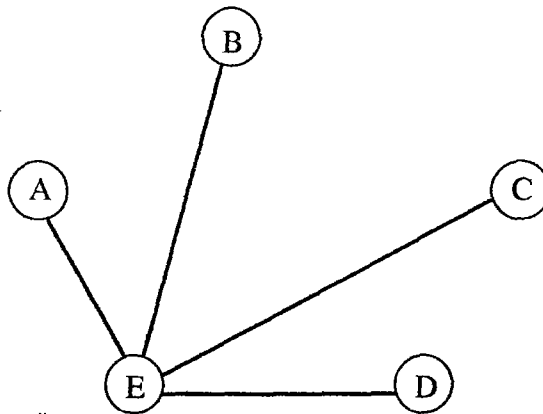
$$1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4 = 21$$



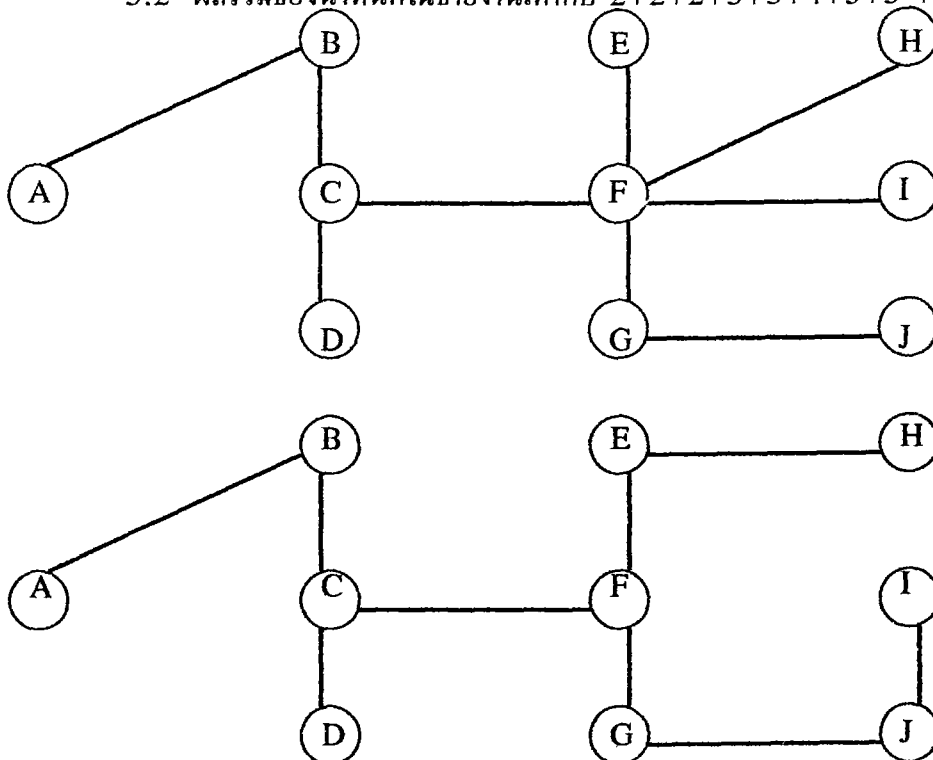
4.3 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 = 22$



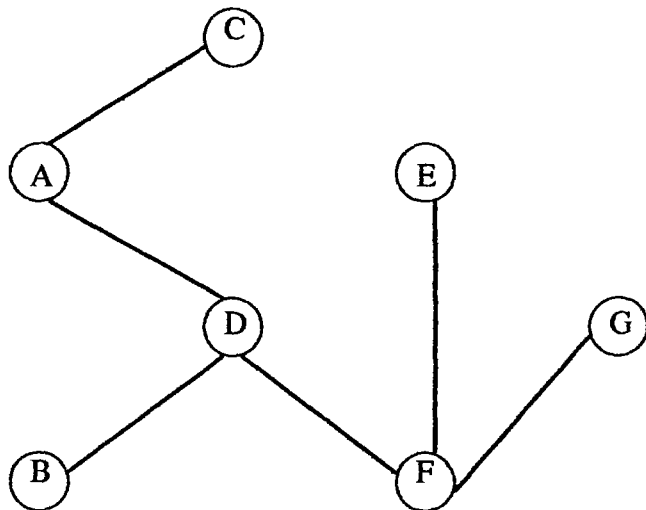
5. 5.1 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $2 + 2 + 2 + 3 = 9$



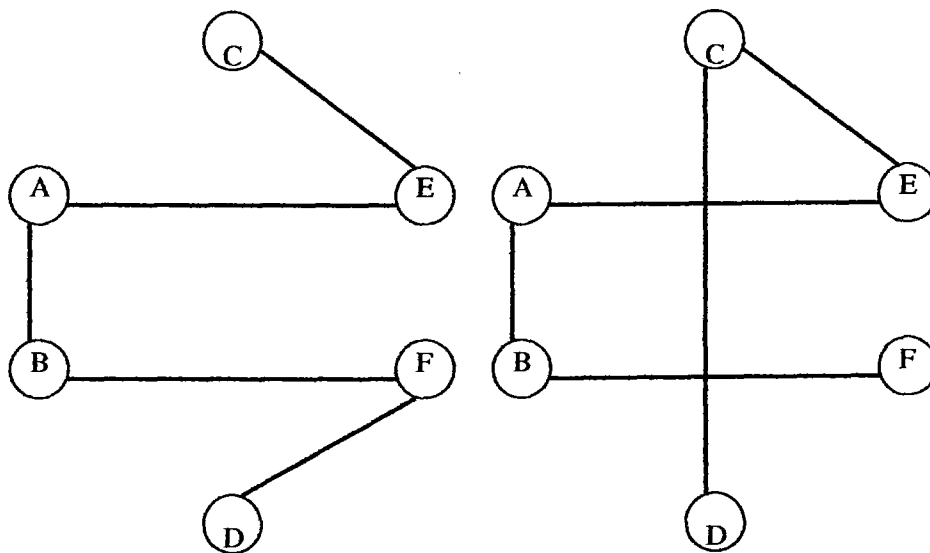
5.2 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $2+2+2+3+3+4+5+5 + 6 = 32$



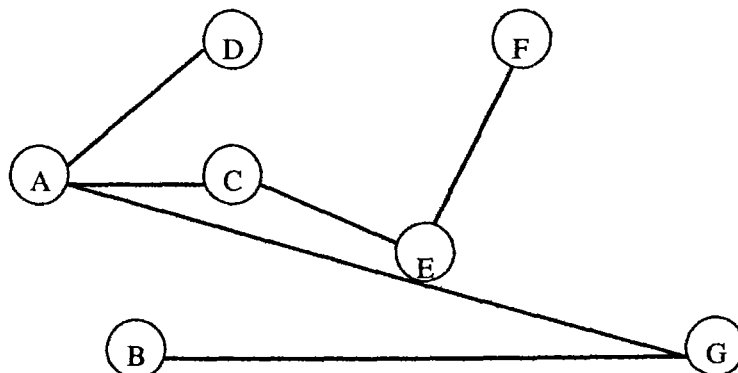
5.3 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 6 = 24$



5.4 ผลรวมของน้ำหนักในข่ายงานเท่ากับ $2 + 2 + 2 + 3 + 4 = 13$



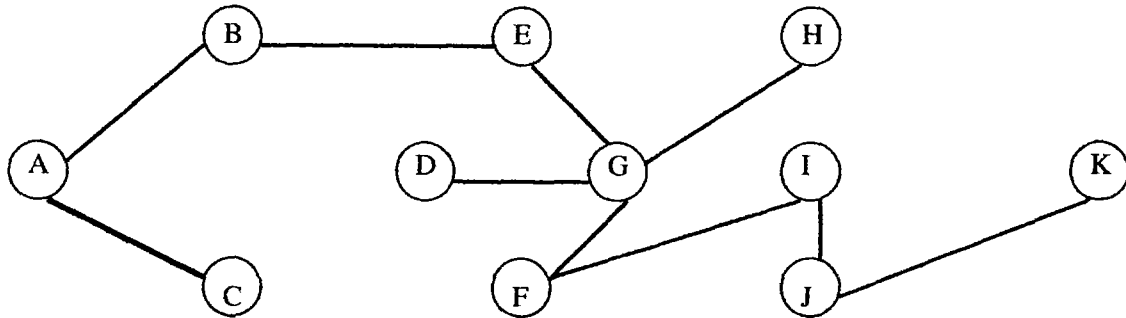
6.



จะต้องใช้สายเคเบิลจำนวน $100 + 200 + 300 + 400 + 500 + 900 = 2,400$ เมตร

7. เส้นทางที่จะเดินสายไฟฟ้าเป็นผังแผนภาพ

ใช้สายไฟยาว $1 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4 + 5 + 5 = 30$ เมตร



เฉลยกิจกรรมที่ 4.1

ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 120 หน่วย

เฉลยกิจกรรมที่ 4.2

ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 33 หน่วย

เฉลยกิจกรรมที่ 4.3

ในหนึ่งชั่วโมงจะสามารถส่งน้ำมันไปได้สูงสุด 6,000 บาเรล

เฉลยแบบฝึกหัดการหาสายงานสูงสุด

1.
 - 1.1 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 15 หน่วย
 - 1.2 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 18 หน่วย
 - 1.3 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 16 หน่วย
 - 1.4 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 5 หน่วย
 - 1.5 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 10 หน่วย
 - 1.6 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 9 หน่วย
2.
 - 2.1 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 9 หน่วย
 - 2.2 ปริมาณสายงานสูงสุด คือ 12 หน่วย
3. ปริมาณรถที่มากที่สุดที่เล่นจากนิตมอุตสาหกรรมไปยังตัวแทนจำหน่าย คือ 260 คัน

8. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 1.1 เป็นรายคู่ ระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมครูเดินสังเกต พฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคู่อย่างใกล้ชิด และคอยชี้แนะเมื่อนักเรียนคู่ไหนมีปัญหา

9. ครูสุ่มนักเรียนออกมา 2 - 3 คู่ เฉลยหน้าห้องเรียน ระหว่างแต่ละคู่นำเสนอให้นักเรียนที่ ไม่ได้ออกมาคอยอภิปรายวิธีการหาคำตอบของแต่ละคู่ โดยครูคอยชี้แนะความถูกต้อง สมบูรณ์ของคำตอบ

10. แบ่งกลุ่มนักเรียนกลุ่มละ 3 คน แล้วให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 1.2 จากนั้นครูจึงเฉลย เพื่อให้ นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องและอภิปรายร่วมกัน

11. นักเรียนและครูช่วยกันสรุปว่า สถานการณ์บางสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน เราสามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น โดยใช้แผนภาพที่ประกอบไปด้วยจุดและเส้น

12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การเขียนแผนภาพจำลองแทนข่ายงาน
2. ใบกิจกรรมที่ 1.1
3. ใบกิจกรรมที่ 1.2

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม - แบบประเมินผลงานกลุ่ม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1.1 - ใบกิจกรรมที่ 1.2
3. สังเกต/ ตรวจกิจกรรม	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกหัดที่ 1.1 - แบบประเมินทักษะ/กระบวนการ

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

9. นักเรียนและครูช่วยกันสรุปว่า ช่างงานประกอบด้วยเซตของจุดเชื่อมที่เขียนแทนด้วยวงกลมล้อมรอบตัวอักษรและเส้นเชื่อมที่แทนด้วยส่วนของเส้นตรง
10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ช่างงาน
2. ใบกิจกรรมที่ 1.3 และ 1.4
3. แบบฝึกหัดที่ 1.2

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการร่วมมือ และมีส่วนร่วม	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม - แบบประเมินผลงานกลุ่ม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน - ใบกิจกรรมที่ 1.3 และ 1.4 - แบบฝึกหัดที่ 1.2
3. สังเกต/ ตรวจกิจกรรม	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม. 6) หน่วยการเรียนรู้ช่างงาน

รายวิชาคณิตศาสตร์เลือก
เรื่อง วิถีและการเชื่อมโยง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของวิถีและวัฏจักรได้
2. บอกความแตกต่างระหว่างวิถีและวัฏจักรได้
3. หาวิถีและวัฏจักรจากช่างงานที่กำหนดให้ได้
4. บอกบทนิยามของช่างงานเชื่อมโยงได้
5. บอกได้ว่าช่างงานใดเป็นช่างงานเชื่อมโยง

ด้านทักษะ/กระบวนการ มีความสามารถในการ

1. สื่อสารและนำเสนอ

2. ให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. ทำงานเป็นระบบ

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม วิถีคือ ลำดับสลับของจุดเชื่อมและเส้นเชื่อมในช่างงานโดยที่ไม่มีจุดเชื่อมซ้ำกัน

บทนิยาม วัฏจักร คือ วิถีซึ่งมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

บทนิยาม ช่างงาน $G = (N, A)$ จะเป็นช่างงานเชื่อมโยงถ้าสองจุดเชื่อมใด ๆ ในช่างงานสามารถเชื่อมได้ด้วยวิถีในช่างงาน G

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูแจ้งผลการตรวจแบบฝึกหัดที่ 1.2 และอภิปรายในข้อที่นักเรียนสงสัย
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ครูใช้การถาม - ตอบ ทบทวนการเขียนแผนภาพแทนช่างงานและบทนิยามของช่างงาน
4. ครูอธิบายบทนิยามของวิถี
5. นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 8 - 9 เป็นรายคู่ ในขณะที่นักเรียนแต่ละคู่ศึกษาเนื้อหา ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด
6. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 8 - 9 ให้นักเรียนฟังอีกครั้ง พร้อมตอบข้อซักถามของนักเรียน

7. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปว่า ลำดับของจุดเชื่อมจะเป็นวิถีก็ต่อเมื่อในลำดับนั้นไม่มีจุดเชื่อมที่ซ้ำกัน
8. ครูให้นักเรียนสังเกตวิถีที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุดเดียวกัน แล้วครูอธิบายว่าวิถีนี้เรียกว่า วัฏจักร
9. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน แต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาตัวอย่างที่ 9 - 12 ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาตัวอย่างที่ 9 -12 นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มว่ามีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
10. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 9 - 12 เพิ่มเติมแก่นักเรียน
11. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปว่า วิถีที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุดเดียวกัน เรียกว่า วัฏจักร และถ้า เรืองจุดเชื่อมใด ๆ ในข่ายงานสามารถเชื่อมได้ด้วยวิถีในข่ายงาน เราจะบอกว่าข่ายงานนั้นเป็นข่ายงานเชื่อมโยง
12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.3 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูแจ้งผลการตรวจแบบฝึกหัด 1.3 ให้นักเรียนทราบถึงข้อบกพร่องในการทำแบบฝึกหัด
2. ครูทบทวนบทนิยามของวิถี วัฏจักร และข่ายงานเชื่อมโยงด้วยการ ถาม - ตอบกับนักเรียน
3. ครูยกตัวอย่างข่ายงานบนกระดาน แล้วสุ่มนักเรียนออกมาเขียนวิถี วัฏจักร พร้อมกับบอกว่าข่ายงานที่เขียนบนกระดานนั้นเป็นข่ายงานเชื่อมโยงหรือไม่ เพราะเหตุใด
4. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วิถีและการเชื่อมโยง
2. แบบฝึกหัดที่ 1.3
3. แบบทดสอบย่อย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับข่ายงาน

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม - แบบประเมินผลงานกลุ่ม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน - แบบฝึกหัดที่ 1.3
3. สังเกต/ตรวจกิจกรรมและแบบฝึกหัด	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

4. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับช่างงาน	คะแนนรวม 80%ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับช่างงาน
--	--------------------	--

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม. 6) หน่วยการเรียนรู้ช่ายงาน

รายวิชาคณิตศาสตร์เลือก
เรื่อง ต้นไม้ (Tree)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
1. บอกได้ว่าช่ายงานใดเป็นต้นไม้
- ด้านทักษะ/กระบวนการ** มีความสามารถในการ
1. ให้เหตุผล
 2. สื่อสารและนำเสนอ
 3. คิดสร้างสรรค์
- ด้านคุณลักษณะ** นักเรียนมีคุณลักษณะ
1. มีความร่วมมือ
 2. ทำงานเป็นระบบ
 3. มีความรับผิดชอบ

สาระการเรียนรู้

ช่ายงานที่มีลักษณะพิเศษ คือ เป็นช่ายงานเชื่อมโยงและไม่มีวัฏจักรเกิดขึ้นในช่ายงานนั้น เราเรียนว่า ต้นไม้ ซึ่ง ต้นไม้นำไปประยุกต์ใช้กับแขนงวิชาอื่น ๆ เช่น แผนภาพที่แสดงให้เห็นถึงลำดับของบรรพบุรุษ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแจ้งผลการทดสอบย่อย เรื่อง การหาระยะทางที่สั้นที่สุด ให้นักเรียนทราบ
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ศึกษาตัวอย่างที่ 1 - 3 ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาตัวอย่างที่ 1 - 3 นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
4. ครูให้นักเรียนพิจารณาแผนภาพช่ายงานในตัวอย่างที่ 8 หน้า 14 พร้อมกับถามว่า แผนภาพช่ายงานมีวัฏจักรเกิดขึ้นหลายวัฏจักร ถ้าเราลบเส้นเชื่อมที่ทำให้เกิดวัฏจักรนั้นออกไปแต่ช่ายงานนั้นยังคงเป็นช่ายงานเชื่อมโยงอยู่ ช่ายงานที่ได้จะมีลักษณะอย่างไร
5. นักเรียนศึกษาทฤษฎีบทของต้นไม้ และตัวอย่างที่ 4 - 5
6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปว่าช่ายงานที่เป็นช่ายงานเชื่อมโยงและไม่มีวัฏจักร จะเรียกว่า ต้นไม้
7. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 3.1 ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 3.1 นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา

8. ครูให้นักเรียนแลกเปลี่ยนตรวจโดยครูเฉลยให้ฟัง แล้วครูตรวจสอบคำตอบที่ได้อีกครั้ง
9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปนิยามของต้นไม้อีกครั้งโดยการถาม - ตอบ
10. นักเรียนทำแบบฝึกหัดการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดข้อ 1 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ต้นไม้
2. ใบกิจกรรมที่ 3.1

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน - ใบกิจกรรมที่ 3.1
3. สังเกตการทำกิจกรรมและการ ตรวจใบกิจกรรม	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	-แบบประเมินทักษะ/กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม. 6) หน่วยการเรียนรู้ช้อยงาน

รายวิชาคณิตศาสตร์เลือก
 เรื่อง ต้นไม้แบบทอดข้าม (Spanning Tree)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาต้นไม้แบบทอดข้ามจากช้อยงานที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ มีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. สื่อสารและนำเสนอ
3. คิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ

1. มีความร่วมมือ
2. ทำงานเป็นระบบ
3. มีความรับผิดชอบ

สาระการเรียนรู้

ช้อยงานที่มีลักษณะเชื่อมโยงจุดทุกจุดในช้อยงานถึงกันหมด และมีจำนวนเส้นเชื่อมที่น้อยที่สุดเรียกว่า ต้นไม้แบบทอดข้าม

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูแจ้งผลการทำกรบ้าน และอภิปรายถึงข้อบกพร่อง ข้อที่สงสัยในการบ้านที่ทำไป
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ครูทบทวนบทนิยามของต้นไม้ โดยการยกตัวอย่างช้อยงานบนกระดาน แล้วถามนักเรียนว่าช้อยงานที่กำหนดให้เป็นต้นไม้หรือไม่เพราะเหตุใด
4. ครูให้นักเรียนพิจารณาแผนภาพช้อยงานที่แสดงเส้นทางการเดินทาง ถามนักเรียนว่าแผนภาพช้อยงานแสดงเส้นทางการเดินทางนั้น มีวัฏจักรอยู่ ถ้าเราลบเส้นเชื่อมที่ทำให้เกิดวัฏจักรออกไป แต่ช้อยงานนั้นยังคงเป็นช้อยงานเชื่อมโยงอยู่ ได้แก่เส้นเชื่อมไหนบ้าง
5. ครูอธิบายว่า ช้อยงานที่ได้นั้นมีลักษณะที่เชื่อมทุกจุดถึงกัน เป็นช้อยงานเชื่อมโยง และไม่มีวัฏจักร เราเรียกว่า ต้นไม้แบบทอดข้าม
6. นักเรียนศึกษาบทนิยามของต้นไม้แบบทอดข้ามและตัวอย่างที่ 6 - 7 (หน้า 49 -50)
7. นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมที่ 3.2 เป็นคู่ ระหว่างที่นักเรียนทำกิจกรรมที่ 3.2 อยู่นั้นครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัยพร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
8. นักเรียนแลกเปลี่ยนกันตรวจกิจกรรมที่ 3.2 โดยครูเป็นผู้เฉลยแล้วครูตรวจสอบคำตอบที่ได้อีกครั้ง

9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปว่าต้นไม้แบบทอดข้ามมีลักษณะ คือ ข่ายงานที่มีลักษณะที่เชื่อมทุกจุดถึงกัน เป็นข่ายงานเชื่อมโยง และไม่มีวัฏจักร
10. นักเรียนทำแบบฝึกหัดต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดข้อ 2 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ต้นไม้แบบทอดข้าม
2. ใบกิจกรรมที่ 3.2

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน - ใบกิจกรรมที่ 3.2
3. สังเกตจากการทำกิจกรรม	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบประเมินทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม. 6) หน่วยการเรียนรู้ข่ายงาน

รายวิชาคณิตศาสตร์เลือก
 เรื่อง ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 4 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดได้
2. นำความรู้เรื่องการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด ไปใช้แก้ปัญหามบางประการที่เกี่ยวข้องได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ มีความสามารถในการ

1. ให้เหตุผล
2. สื่อสารและนำเสนอ
3. คิดสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ

1. มีความร่วมมือ
2. ทำงานเป็นระบบ
3. มีความรับผิดชอบ

สาระการเรียนรู้

นิยาม ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด (Minimal Spanning Tree) คือ ต้นไม้แบบทอดข้ามที่มีน้ำหนักรวมหรือระยะทางรวมทั้งหมดต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบกับต้นไม้แบบทอดข้ามอื่น ๆ ในข่ายงาน

การหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดนั้นทำได้ 2 วิธี คือ วิธีของครุสกาลและของพริม

ขั้นตอนวิธีของครุสกาล (Kruskal ' s algorithm)

1. เลือกเส้นเชื่อมที่สั้นที่สุดมาหนึ่งเส้น ให้เส้นเชื่อมดังกล่าวเป็นกิ่งหนึ่งของต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา
2. เลือกเส้นเชื่อมสั้นที่สุดถัดไปซึ่งยังไม่เคยถูกเลือก และไม่ก่อให้เกิดวัฏจักรเมื่อรวมเส้นเชื่อมนี้เข้าเป็นส่วนหนึ่งของต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา
3. เลือกเส้นเชื่อมต่อไปตามเงื่อนไขในขั้นตอนที่ 2 ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเลือกเส้นเชื่อมได้เป็นจำนวน $n - 1$ เส้น โดยที่ n คือ จำนวนจุดเชื่อมในข่ายงาน

ขั้นตอนวิธีของพริม (Prim 's algorithm)

1. เลือกจุดเชื่อมของข่ายงานมาหนึ่งจุดเชื่อม เป็นจุดเชื่อมเริ่มต้นของต้นไม้แบบทอดข้าม
2. เลือกเส้นเชื่อมที่สั้นที่สุดที่ยังไม่เคยถูกเลือก ซึ่งประชิดกับจุดเชื่อมของต้นไม้แบบทอดข้ามที่ทำได้ก่อนหน้านั้น และไม่ก่อให้เกิดวัฏจักรเมื่อรวมกับเส้นเชื่อมนี้เข้าไปในต้นไม้แบบทอดข้ามที่กำลังหา (นั่นคือเส้นเชื่อมที่เลือกมานี้ต้องติดกับจุดเชื่อมของต้นไม้ที่ทำได้เพียงจุดเชื่อมเดียวเท่านั้น)
3. เลือกเส้นเชื่อมต่อไปตามเงื่อนไขในขั้นตอนที่ 2 ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะเลือกเส้นเชื่อมเป็นจำนวน $n - 1$ เส้น โดยที่ n คือ จำนวนจุดเชื่อมในข่ายงาน

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูแจ้งผลของการทำการบ้านจากชั่วโมงที่ผ่านมาพร้อมกับซักถามในสิ่งที่นักเรียนยังคงไม่เข้าใจ
2. แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ครูให้นักเรียนพิจารณาแผนภาพข่ายงานของตัวอย่างที่ 8 หน้า 53 แล้วให้นักเรียนหาต้นไม้แบบทอดข้ามของข่ายงานทั้งหมด
4. ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบว่าต้นไม้แบบทอดข้ามที่ทำได้ทั้งหมดนั้นมีแบบไหน ที่มีผลรวมของน้ำหนักที่น้อยที่สุด
5. ครูสรุปว่าต้นไม้แบบทอดข้ามที่ทำได้และมีผลรวมของน้ำหนักที่น้อยที่สุด เรียกว่าต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด
6. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ศึกษาบทนิยามของต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด และขั้นตอนการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กของครูสกล ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาขั้นตอนการหา นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
7. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายตัวอย่างที่ 8 หน้า 53
8. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 3.3 เป็นรายคู่ ในขณะที่นักเรียนแต่ละคู่ทำกิจกรรมที่ 3.3 นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปถึงวิธีการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด โดยใช้ขั้นตอนวิธีของครูสกล
10. นักเรียนทำแบบฝึกหัดการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดข้อ 5 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูแจ้งผลของการทำการบ้านจากชั่วโมงที่ผ่านมาพร้อมกับซักถามในสิ่งที่นักเรียนยังคงไม่เข้าใจ

2. ครูทบทวนขั้นตอนวิธีในการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดของ ครูสกาล (Kruskal 's Algorithm)
3. นักเรียนศึกษาขั้นตอนวิธีการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดของ พริม (Prim 's Algorithm)
4. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายตัวอย่างที่ 9
5. ครูซักถามนักเรียนถึงความแตกต่างระหว่างขั้นตอนวิธีของครูสกาล และพริม
6. นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมที่ 3.4 เป็นคู่ ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมนั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
7. กลุ่มนักเรียนออกมาเฉลยกิจกรรมกิจกรรมที่ 3.4 โดยครูคอยชี้แนะและตรวจสอบคำตอบ
8. นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 4 เป็นการบ้าน
9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปถึงขั้นตอนวิธีการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดโดยใช้ขั้นตอนวิธีของพริม

ชั่วโมงที่ 3

1. ครูแจ้งผลการตรวจการบ้านและชี้ข้อบกพร่องให้นักเรียนแก้ไข
2. ครูทบทวนถึงขั้นตอนการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดทั้งขั้นตอนวิธีของครูสกาลและพริม
3. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ศึกษาตัวอย่างที่ 10 และอภิปรายกันในกลุ่ม
4. ครูสุ่มนักเรียนออกมา 2 กลุ่ม ให้เขียนเปรียบเทียบการหาขั้นตอนวิธีของครูสกาลและพริมของตัวอย่างที่ 10
5. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 3.5 เป็นรายคู่ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมนั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ดูว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
6. นักเรียนทำแบบฝึกหัดการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดข้อ 3 , 6 - 9 เป็นการบ้าน
7. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด พร้อมทั้งบอกความแตกต่างของขั้นตอนการหาทั้งสองวิธี

ชั่วโมงที่ 4

1. ครูแจ้งผลการตรวจการบ้านพร้อมอภิปรายซักถามกับนักเรียนเกี่ยวกับข้อบกพร่องในการทำบ้าน
2. ครูทบทวนบทนิยามของต้นไม้ ต้นไม้แบบทอดข้าม การหาต้นไม้แบบทอดข้ามและขั้นตอนการหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุดโดยการถาม - ตอบกับนักเรียน
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด
2. ใบกิจกรรมที่ 3.3 - 3.5
3. แบบทดสอบย่อย ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการร่วมมือ และมีการเปรียบเทียบ	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจสอบผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจในเรื่อง การหาต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด	ถูกต้อง 80%	- แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม. 6) หน่วยการเรียนรู้ช้อยงาน

รายวิชาคณิตศาสตร์เลือก
เรื่อง การหาสายงานสูงสุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 6 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกความจุของเส้นเชื่อมได้
2. หาปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านวิถีใด ๆ ได้
3. หาปริมาณสายงานสูงสุดของช้อยงานได้
4. นำความรู้เรื่องการหาสายงานสูงสุดไปใช้แก้ปัญหาบางประการที่เกี่ยวข้องได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ มีความสามารถในการ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา

ด้านคุณลักษณะ นักเรียนมีคุณลักษณะ

1. มีความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

วิธีการหาปริมาณสายงานสูงสุดของทั้งระบบมีวิธีหาดังนี้

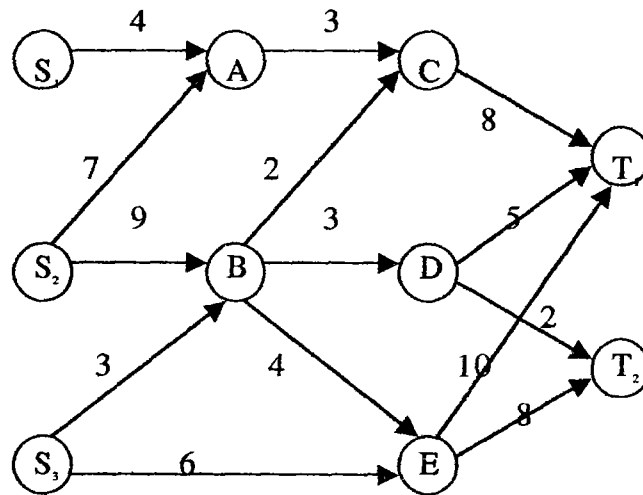
1. พิจารณาวิถีจากจุดเชื่อมเริ่มต้นไปยังจุดเชื่อมปลายทาง เลือกมา 1 วิถี
2. พิจารณาว่าความจุของเส้นเชื่อมที่มีค่าน้อยที่สุดเป็นเท่าใด นั่นคือปริมาณการส่งสายงานได้

มากที่สุด

3. ปรับความจุที่เหลือในแต่ละเส้นเชื่อมของวิถีที่ส่งสายงานไปแล้ว

4. ตรวจสอบดูว่ายังมีวิถีใดบ้างที่มีสายงานตกค้างอยู่ ที่สามารถส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้ ถ้าไม่มีวิถีที่ส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้อีก แสดงว่าได้สายงานสูงสุดแล้ว รวมปริมาณสายงานทั้งหมดที่ส่งไป แต่ถ้ายังมีวิถีที่ส่งสายงานไปจนถึงจุดเชื่อมปลายทางได้อีก ให้ย้อนกลับไปทำข้อ 1 ใหม่

ในกรณีที่ช้อยงานมีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่ง โดยแต่ละแหล่งนี้มีความสามารถในการจ่ายหรือรับได้จำกัด ดังเช่นในรูป



จากข่ายงานในรูปจะเห็นว่าแหล่งต้นทาง 3 จุด (ทางด้านซ้าย) ซึ่ง

S_1 จะสามารถส่งปริมาณสายงานได้ 4 หน่วย

S_2 จะสามารถส่งปริมาณสายงานได้ 16 หน่วย

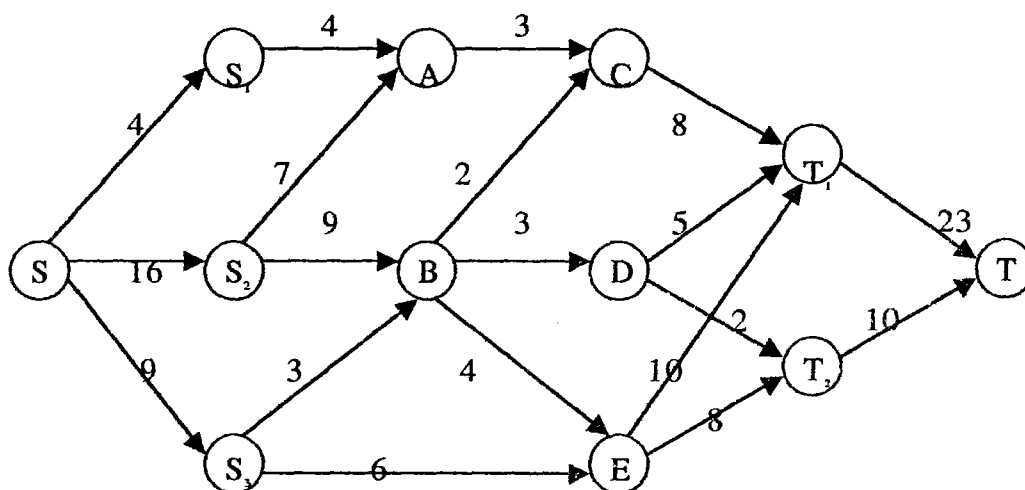
S จะสามารถส่งปริมาณสายงานได้ 9 หน่วย

และมีแหล่งปลายทาง 2 จุดซึ่ง

T_1 สามารถรับปริมาณสายงานได้ 23 หน่วย

T_2 สามารถรับปริมาณสายงานได้ 10 หน่วย

เราสามารถเปลี่ยนข่ายงานนี้เป็นข่ายงานที่มีแหล่งต้นทางและปลายทางอย่างละแหล่ง โดยการเพิ่มแหล่งต้นทางพิเศษ (super source) S ซึ่งมีเส้นเชื่อมพุ่งเข้าสู่แหล่งต้นทางเดิมต่างๆ ในข่ายงาน โดยมีความจุเท่ากับความสามารถในการส่งปริมาณสายงานของแหล่งต้นทางเดิม และเพิ่มแหล่งปลายทางพิเศษ (super sink) T ซึ่งมีเส้นเชื่อมพุ่งออกจากแหล่งปลายทางเดิมไปสู่ T โดยมีความจุเท่ากับความสามารถในการรับปริมาณสายงานของแหล่งปลายทางเดิมเหล่านั้นดังรูป



กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูแจ้งคะแนนผลการทดสอบย่อย ต้นไม้แบบทอดข้ามที่เล็กที่สุด
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ครูถามนักเรียนว่า ถ้าบริษัทผู้ผลิตสินค้าต้องการส่งสินค้าออกไปขาย ซึ่งในการขนส่งสินค้านี้มีหลายเส้นทางซึ่งแต่ละเส้นทางจะมีการกำหนดปริมาณการขนส่งที่มากที่สุดได้ ซึ่งเราจะมีวิธีการอย่างไรที่จะขนส่งสินค้าโดยใช้เส้นทางต่าง ๆ ที่มีอยู่ได้อย่างไร
4. ครูให้บทนิยามของข่ายงานการขนส่งและอธิบายสัญลักษณ์ที่ใช้ในเรื่องนี้
5. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ศึกษาตัวอย่างที่ 1 - 2 ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาตัวอย่างที่ 1 - 2 อยู่ นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
6. ครูให้นักเรียนพิจารณากิจกรรมที่ 4.1 ครูให้นักเรียนหา ปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านในแต่ละวิถี จาก S ถึง T
7. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปว่า ในตัวอย่างที่ 1 และ 2 นั้นเป็นการหาปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านไปในแต่ละเส้นทาง
8. นักเรียนทำแบบฝึกหัด การหาสายงานสูงสุด ข้อ 1.1 - 1.3 เป็นการบ้าน โดยหาแค่ ปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านไปในแต่ละเส้นทางจาก S ถึง T

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูแจ้งผลการทำแบบฝึกหัดให้กับนักเรียนพร้อมกับชี้แจงข้อบกพร่องเพื่อให้นักเรียนได้แก้ไข
2. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ศึกษาวิธีการหาปริมาณสายงานสูงสุดและตัวอย่างที่ 3 ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาตัวอย่างที่ 3 อยู่ นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด ว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
3. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนฟังอีกครั้งพร้อมตอบข้อซักถามของนักเรียน
4. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ร่วมกันศึกษาตัวอย่างที่ 4 ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาตัวอย่างที่ 4 อยู่ นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของ นักเรียนอย่างใกล้ชิด ว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
5. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 4 ให้นักเรียนฟังอีกครั้งพร้อมตอบข้อซักถามของนักเรียน
6. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 4.1 เป็นรายคู่ ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 4.1 อยู่ นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของ นักเรียนอย่างใกล้ชิด ว่าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
7. นักเรียนเปลี่ยนตรวจกิจกรรมที่ 4.1 โดยครูเป็นผู้เฉลยและครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปถึงขั้นตอนวิธีการหาสายงานสูงสุด
9. นักเรียนทำแบบฝึกหัดการหาสายงานสูงสุดข้อ 1 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

1. ครูแจ้งผลการทำแบบฝึกหัดให้กับนักเรียน
2. ครูทบทวนขั้นตอนวิธีการหาปริมาณสายงานสูงสุดให้นักเรียนฟังอีกครั้ง
3. นักเรียนศึกษาการหาสายงานสูงสุดในข่ายงานที่มีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่งเป็นรายคู่ ในขณะที่นักเรียนศึกษาเนื้อหาอยู่นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของ นักเรียนอย่างใกล้ชิด คว้าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
4. ครูอธิบายหน้า 79 - 80 ให้นักเรียนฟัง
5. ครูสอนตัวอย่างที่ 5
6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาสายงานสูงสุดในข่ายงานในกรณีที่มีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่งโดยการซักถามและอภิปรายร่วมกัน
7. นักเรียนทำแบบฝึกหัดการหาสายงานสูงสุดข้อ 2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

1. ครูแจ้งผลการทำแบบฝึกหัดและอภิปรายถึงข้อสงสัยในการทำแบบฝึกหัด
2. ครูทบทวนขั้นตอนการหาปริมาณสายงานสูงสุดในข่ายงานที่มีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่ง
3. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 4.2 ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมที่ 4.2 อยู่นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของ นักเรียนอย่างใกล้ชิด คว้าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
4. สุ่มนักเรียนออกมาเฉลยกิจกรรมที่ 4.2 โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง
5. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายถึงปัญหาและอุปสรรคในการทำกิจกรรมร่วมกัน
6. นักเรียนทำแบบฝึกหัด การหาสายงานสูงสุดข้อ 3 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 5

1. ครูแจ้งผลการทำแบบฝึกหัดและอภิปรายถึงข้อสงสัยในการทำแบบฝึกหัด
2. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 4.3 ในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมที่ 4.3 อยู่นั้น ครูคอยสังเกตพฤติกรรมของ นักเรียนอย่างใกล้ชิด คว้าแต่ละกลุ่มมีปัญหาหรือข้อสงสัย พร้อมให้ข้อเสนอแนะตอบข้อซักถามในกลุ่มที่มีปัญหา
3. ครูเฉลยกิจกรรมที่ 4.3 และให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจ แล้วครูตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง
4. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปราย ความรู้ ปัญหาและอุปสรรคในการทำกิจกรรมที่ 4.3

ชั่วโมงที่ 6

1. ครูทบทวนการหาปริมาณสายงานสูงสุดที่ผ่านได้ในแต่ละวิธี วิธีการหาปริมาณสายงานสูงสุดทั้งระบบ และวิธีการหาปริมาณสายงานสูงสุดที่มีแหล่งต้นทางและปลายทางหลายแหล่ง
2. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปราย ปัญหาและข้อสงสัย ในเรื่องการหาสายงานสูงสุด
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ การหาสายงานสูงสุด

4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปว่า การแก้ปัญหาการขนส่งสินค้าจากแหล่งผลิตไปยังตลาดโดยใช้เส้นทางต่าง ๆ ที่มีอยู่เป็นจำนวนมากนั้น ถ้าเราใช้ช่างงานเข้ามาช่วย จะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย ซึ่งวิธีการนี้เราเรียกว่า การหาสายงานสูงสุด

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การหาสายงานสูงสุด
2. ใบกิจกรรมที่ 4.1 - 4.3
3. แบบทดสอบย่อย เรื่อง การหาสายงานสูงสุด

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน - ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัดการหาสายงานสูงสุด
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจในเรื่อง การหาสายงานสูงสุด	ถูกต้อง 80%	- แบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการ เรียนรู้การหาสายงานสูงสุด

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายณัฐพันธ์ ศรีพุทธ
วันเดือนปีเกิด	20 กรกฎาคม 2516
สถานที่เกิด	อำเภอ เมือง จังหวัด เพชรบูรณ์
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	38/227 อาคาร 9 บ้านสวนติวานนท์ ต.บางพูด อ.ปากเกร็ด นนทบุรี 11120
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 3
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบ้านทุ่งนาวิทยา อ.หนองฉาง จ.อุทัยธานี
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2534	ม .6 โรงเรียนหล่มสักวิทยาคม อ.หล่มสัก จ.เพชรบูรณ์
พ.ศ. 2541	กศ.บ. (วิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
พ.ศ. 2547	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ