

การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
ทศพร ทักษิมา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์
มิถุนายน 2545
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

54.33011

1310

8

การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ
ของ
ทศพร ทักขิมา

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

มิถุนายน 2545

ทศพร

ทศพร ทักขิมา. (2545). การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตวงศ์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน และสร้างชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมซึ่งช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน จำนวน 25 คน แล้วใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 4 ฉบับ ทำการทดสอบนักเรียนแล้วคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในด้านต่างๆ เพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างแยกตามข้อบกพร่องที่มีลักษณะเดียวกัน ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อบกพร่องโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย อาจจะมีข้อบกพร่องมากกว่า 1 ฉบับ ซึ่งจะได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนดังต่อไปนี้

ฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำนวน 25 คน

ฉบับที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำนวน 20 คน

ฉบับที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 19 คน

ฉบับที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 10 คน

ผู้วิจัยทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม จำนวน 4 ชุด แยกตามเนื้อหาย่อย จุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่อง หากนักเรียนบกพร่องในเนื้อหา และข้อบกพร่องด้านใดก็จะใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับเนื้อหา และข้อบกพร่องด้านนั้นๆ และถ้านักเรียนคนใดมีข้อบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน หรือบกพร่องในเนื้อหาย่อยมากกว่า 1 เรื่อง ก็จะได้รับ การซ่อมเสริมข้อบกพร่องที่ละด้านเรียงตามลำดับเนื้อหาที่เป็นความรู้พื้นฐานก่อน จนครบทุกด้านในแต่ละชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม หลังจากทำการซ่อมเสริมจนครบลักษณะข้อบกพร่องในทุกด้านที่นักเรียนมี โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดใดแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบคู่ขนานกับแบบทดสอบวินิจฉัย เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละเนื้อหาย่อย เมื่อนักเรียนได้รับการซ่อมเสริมจนครบทุกเนื้อหาย่อยในเรื่องระบบสมการแล้ว ทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่า

1. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องในด้านต่างๆ ได้ผลดังนี้ ด้านการใช้ข้อมูล เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ เข้าใจผิดว่าค่าของตัวแปรที่หาได้ก่อนจะต้องเป็นสมาชิกตัวหน้าของกลุ่มอันดับซึ่งเป็นคำตอบ ดังนั้นเมื่อหาค่าของตัวแปร y ได้ก่อนตัวแปร x จึงเขียนคำตอบสลับที่กัน ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ จำแนกและบอกรูปแบบทั่วไปของสมการเชิงเส้นหรือสมการดีกรีสองไม่ได้ ด้านทักษะการคิดคำนวณ เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ การบวก ลบพหุนามไม่ถูกต้อง ด้านการตีความด้านภาษา เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรกับสิ่งที่โจทย์กำหนด

ให้ไม่ได้ ด้านการใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ เขียนกราฟของระบบสมการที่กำหนดให้ไม่ได้ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ แสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน

2. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุดทั้งหมด 4 ชุด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. การใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

4

A STUDY AND REMEDY FOR THE DEFICIENCY OF
MATHAYOM SUKSA III STUDENTS IN LEARNING
SYSTEM OF EQUATIONS

AN ABSTRACT
BY
TOSAPORN TAKSIMA

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
June 2002

Tosaporn Taksima. (2002). *A Study and Remedy for the Deficiency of Mathayom Suksa III Students in Learning System of Equations*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assist. Prof. Supaporn Sriburin, Assist. Prof. Abhichai Bowornkitiwong.

This study was designed to diagnose students' difficulty in learning system of equations at the ninth grade level [Mathayom Suksa III]. Based on this diagnostic findings, a remedial instructional package was to be constructed so as to remedy those problems encountered by the students.

This experiment was conducted at Paidampitthayakhom Ratchamangkhalapisek School located in Chachoengsao Province during the second semester of the 2001 academic year. A group of 25 ninth graders took part in this study as subjects. They study materials on system of equations in their regular class. After being taught the introductory concepts of both linear and quadratic equations, a first diagnostic test was given to them. The results of the test showed that all 25 students failed to grasp the concepts. The researcher then prescribed an instructional package to help remedy the situation. Then these failing students took a parallel test on the same material. This pattern of instruction and remedy was then repeated for three more times, involving different topics on system of equations. In summary, there four tests reveal certain number of students who had difficulties on each topic.

Test I: System of linear and quadratic equations. All 25 students failed the test.

Test II: Word-problem involving linear and quadratic equations. 20 students had difficulties.

Test III: System of quadratic equations. 19 students did not pass the test.

Test IV: Word-problem involving quadratic equations. Only 10 students did not perform well on this test.

After completing the remedial instruction, these students took a final achievement test on system of equations.

The analysis of these diagnostic tests reveals deficiency in six area:

1. Data using: Students lacked general understanding about the information given in a problem, especially they do not have a good concept of ordered pair.
2. Definition, theorem, properties, law or formula using: Unable to identify whether the equation is linear or quadratic. They could not state the general form of equations.
3. Computation: They had problems with adding or subtracting polynomials.
4. Language interpretation: Unable to represent word problem in terms of system of equations.

5. Graphs, charts and tables using: Unable to draw graphs of system of equations.

6. Process of problem solving checking: Unable to carry out the whole of process of solving equations.

Two hypothesis were tested with the following results:

1. The students significantly performed better after learning through the remedial instructional package. This were true for all four test. The significant level was set at .01 level.

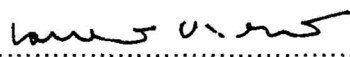
2. The students were given a final achievement test, the result of which was used to determine the effectiveness of the instructional package designed by the researcher. Again, more than 50 percent of the students passed the test at .01 level, indicating that the package is of high quality in helping students learning system of equations.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
นางทศพร ทักษิมา

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

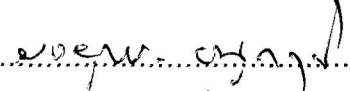
(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาพร หะวานนท์)

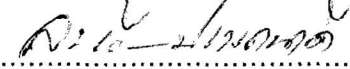
วันที่ 28 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2545

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

 ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์)

 กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตวงศ์)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนุกฤติ)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ ละเอียด ประรณาดิ)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือ และการให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตินวงศ์ โดยกรุณาให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะต่างๆ ที่มีประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนการตรวจแก้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และเป็นพระคุณอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ฐนุกฤติ และอาจารย์ ละเอียด ประรณชาติ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อเสนอแนะที่มีคุณค่าเป็นอย่างยิ่งต่อผู้วิจัย ส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์ อาจารย์ วนิดา วงษ์นิล และอาจารย์ นงนุช รังสีพรหม ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ ดร.สุพล วัฒนวิทยกิจ ที่กรุณาให้คำแนะนำในการเขียนบทคัดย่อภาษาอังกฤษ

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ใหญ่ และขอขอบคุณคณะครูอาจารย์โรงเรียนไม่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก ที่กรุณาให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ และเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และบุคคลในครอบครัวทุกท่าน ที่ให้กำลังใจ และกำลังทรัพย์สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด

ขอขอบพระคุณพี่ เพื่อน และน้องๆ นิสิตปริญญาโทวิชาเอกคณิตศาสตร์ รุ่นปี 2542 และคณะกรรมการนิสิตระดับบัณฑิตศึกษา รุ่นปี 2543 ทุกคนที่เป็นกำลังใจ ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงไปได้ด้วยดี

คุณค่า และประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

ทศพร ทักขิมา

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	5
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
ตัวแปรที่ศึกษา	5
เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	6
ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
สมมติฐานของการวิจัย	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน	11
การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน	18
งานวิจัยที่เกี่ยวกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์	25
งานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์	27
3 วิธีดำเนินการวิจัย	30
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง	30
เครื่องมือและการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	30
การเก็บรวบรวมข้อมูล	37
การวิเคราะห์ข้อมูล	40
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	40
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	41
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ	53
สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีการวิจัย	53
สรุปผลการวิจัย	54
อภิปรายผล	56
ข้อเสนอแนะ	58

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม.....	59
ภาคผนวก.....	65
ภาคผนวก ก ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) ค่าความเชื่อมั่น และคะแนนของ แบบทดสอบวินิจฉัย แบบทดสอบคู่ขนาน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ.....	66
ภาคผนวก ข ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ.....	71
คู่มือครู.....	73
บัตรคำสั่ง.....	75
ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1.....	76
ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2.....	128
ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3.....	186
ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4.....	208
ภาคผนวก ค แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย.....	230
แบบทดสอบวินิจฉัย ฉบับที่ 1.....	231
แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 1.....	236
แบบทดสอบวินิจฉัย ฉบับที่ 2.....	241
แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 2.....	247
แบบทดสอบวินิจฉัย ฉบับที่ 3.....	253
แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 3.....	257
แบบทดสอบวินิจฉัย ฉบับที่ 4.....	261
แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 4.....	267
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการ.....	273
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	276

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตั้งแต่ ปีการศึกษา 2536 - 2540.....	2
2 เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ที่เป็นปัญหาในการจัดการเรียนการสอน ที่มีค่าเฉลี่ยระดับปัญหาตั้งแต่ 2.00 ขึ้นไป.....	4
3 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มี ข้อบกพร่องทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 เรื่องระบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่อง ทางการเรียน.....	42
4 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มี ข้อบกพร่องทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 2 เรื่องโจทย์ปัญหา ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะ ข้อบกพร่องทางการเรียน.....	43
5 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มี ข้อบกพร่องทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 3 เรื่องระบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน	45
6 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มี ข้อบกพร่องทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหา ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่อง ทางการเรียน.....	46
7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัย ก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม เรื่องระบบสมการ.....	48
8 ค่าสถิติของการทดสอบลิลล์ฟอร์ส เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จาก แบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม เรื่องระบบสมการ	49
9 ค่าสถิติทดสอบ t สำหรับเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อน การซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม	50
10 ค่าสถิติทดสอบ T ของการทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน สำหรับเปรียบเทียบคะแนน ที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลัง การซ่อมเสริม	51
11 ค่าสถิติทดสอบ Z เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อ แก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด.....	52

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง		หน้า
12	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน เรื่องระบบสมการ	67
13	ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการ	68
14	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 1 เรื่องระบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 25 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน	68
15	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 2 เรื่องโจทย์ปัญหา ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 20 คน คะแนนเต็ม 35 คะแนน	69
16	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 3 เรื่องระบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 19 คน คะแนนเต็ม 30 คะแนน	69
17	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหา ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 10 คน คะแนนเต็ม 35 คะแนน	70
18	คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 25 คน คะแนนเต็ม 20 คะแนน	70

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	แผนผังการดำเนินการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่อง.....	39
---	--	----

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญ เพราะเป็นรากฐานสำหรับศาสตร์สาขาอื่นๆ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ เป็นต้น จะเห็นได้ว่าในปัจจุบัน คณิตศาสตร์มีบทบาทมากกว่าในอดีต และมีความสำคัญในชีวิตประจำวันมากขึ้นเป็นลำดับทั้งนี้เนื่องจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของโลก นอกจากนี้ในส่วนหนึ่งของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ยังมีลักษณะที่สามารถช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนได้มาก สามารถทำให้เป็นผู้รู้ และใช้ความรู้ได้อย่างรอบคอบ เป็นระเบียบละเอียดถี่ถ้วน และมีเหตุผล เช่น เป็นคนช่างสังเกต มีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา ซึ่งคุณสมบัติเหล่านี้เป็นพื้นฐานที่สำคัญมากที่จะทำให้มนุษย์เป็นผู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ จากความสำคัญดังกล่าวของวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์จึงถูกบรรจุเข้าเป็นรายวิชาหนึ่งในหลักสูตรทั้งในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา และจากพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 ได้ประกาศในราชกิจจานุเบกษา เมื่อวันที่ 19 สิงหาคม 2542 และมีผลบังคับใช้ตั้งแต่วันที่ 20 สิงหาคม 2542 เป็นต้นไปนั้น วิชาคณิตศาสตร์จัดว่าเป็นวิชาหนึ่งที่มีความจำเป็นต่อการปฏิรูปการศึกษาเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นคนดี เก่ง และมีความสุข ดังปรากฏในหมวด 4 แนวทางจัดการศึกษา มาตรา 23(4) (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ : 12 - 13) ซึ่งมีสาระสำคัญดังนี้

มาตรา 23 การจัดการศึกษา ทั้งการศึกษาในระบบ/การศึกษานอกระบบ และการศึกษาตามอัธยาศัย ต้องเน้นความสำคัญทั้งความรู้ คุณธรรม กระบวนการเรียนรู้และบูรณาการตามความเหมาะสมของแต่ละระดับการศึกษาในเรื่องต่อไปนี้

(4) ความรู้ และทักษะด้านคณิตศาสตร์ และด้านภาษา เน้นการใช้ภาษาไทยอย่างถูกต้อง

แต่ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน พบว่านักเรียนยังมีปัญหาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมาก จะเห็นได้จากรายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พ.ศ.2536, 2538 และ 2540 (กรมวิชาการ. 2538 : 26, 28 และ 2540 : 15, 41 และ 2542 : 29) ซึ่งเป็นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้จากการสอบวัดนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสุ่มกลุ่มตัวอย่างจากนักเรียนทั่วประเทศ ปรากฏว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำกว่าทุกรายวิชา และมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม และร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มควรปรับปรุงมีค่าสูงขึ้นด้วย ดังรายละเอียดในตาราง 1

ตาราง 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตั้งแต่ปีการศึกษา
2536 – 2540

ปีการศึกษา	จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	ร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ร้อยละของนักเรียน กลุ่มควรปรับปรุง
2536	106,815	43.12	34.04
2538	96,875	33.65	47.33
2540	79,574	36.91	80.94

ที่มา : กรมวิชาการ. (2538 : 26, 28 ; 2540 : 15, 41 ; 2542 : 29)

จากตารางแสดงให้เห็นว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษายังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีผลการเรียนอยู่ในระดับไม่น่าพอใจตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ซึ่งอาจสืบเนื่องมาจากหลายสาเหตุ และสาเหตุหนึ่งอาจเป็นเพราะการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครู ซึ่งครูควรคำนึงถึงความแตกต่างกันของนักเรียน ทั้งความรู้พื้นฐานด้านความสามารถ คุณสมบัติส่วนตัว ภูมิหลัง และสภาพแวดล้อม จึงทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ไม่เท่ากัน ถ้าครูพยายามศึกษาสภาพของผู้เรียนแต่ละบุคคล พยายามจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลายให้เอื้อต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคน ให้โอกาสฝึกปฏิบัติมากขึ้น ตามสถานภาพของแต่ละบุคคล ติดตามด้วยการประเมินตรวจสอบบ่อยๆ เพื่อให้ค้นพบข้อบกพร่องของผู้เรียนได้เหมาะสม ทันเวลา ก็จะช่วยลดปัญหาที่สะสม คั่งค้างจนส่งผลให้เกิดปัญหาด้อยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในชั้นปลาย (กรมวิชาการ. 2539 : 61) ดังคำกล่าวของ สมศักดิ์ ฉันทานุรักษ์ (2529 : 1) ที่ว่าการช่วยเหลือนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำหรือเรียนที่ไม่บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ ซึ่งอาจเนื่องมาจากข้อบกพร่องของนักเรียนทั้งทางด้านสติปัญญา ความถนัด การขาดความสนใจเรียน รวมทั้งข้อบกพร่องของการจัดการเรียน วิธีหนึ่งที่จะแก้ปัญหาเหล่านี้คือ การวินิจฉัยข้อบกพร่องที่เป็นปัญหา หรืออุปสรรคในการเรียนของนักเรียนแล้วแก้ไขตามข้อบกพร่องที่พบ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สุมาลี อุสาทะ (2526 : 4) ที่ว่าคณิตศาสตร์นับว่าเป็นวิชาที่สอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้ยาก แม้จะมีการศึกษาค้นคว้าปรับปรุงเนื้อหา และวิธีการจัดการเรียนการสอนกันมาโดยตลอดก็ตาม ครูผู้สอนก็ยังพบปัญหาในการสอน ซึ่งไม่สามารถทำให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ที่หลักสูตรกำหนดไว้ได้ ทั้งนี้อาจสืบเนื่องมาจากครูผู้สอนไม่ทราบจุดบกพร่องของนักเรียน จึงไม่สามารถแก้ไขข้อบกพร่องนั้นได้ ผลการเรียนของนักเรียนจึงอยู่ในเกณฑ์ต่ำ ครูเองก็ไม่ประสบความสำเร็จในการสอน แต่ถ้าได้มีการใช้แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยค้นหาข้อบกพร่องของนักเรียน แล้วจัดการเรียนการสอนให้ตรงกับจุดบกพร่องนั้น ก็จะสามารถทำให้ทั้งครู และนักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนการสอนมากขึ้น และสุกัน เทียนทอง (2527 : 18) ได้กล่าวไว้ว่า ควรมีการสอบวินิจฉัยหลังจากสิ้นสุดการเรียนหรือวัตถุประสงค์การเรียนรู้หนึ่งๆ เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอน ในการสอบทำให้ทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องเรื่องอะไร จุดประสงค์ใด มีอะไรเป็นสาเหตุของข้อบกพร่อง และทำให้ทราบว่านักเรียนคนใดมีความรู้ชัดเจน พร้อมทั้งจะเรียนหน่วยการเรียนรู้ถัดไป สำหรับผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และมีข้อบกพร่องต้องได้รับการสอนซ่อมเสริมก่อนที่จะเรียนหน่วยการเรียนรู้ใหม่ต่อไป นอกจากนี้คู่มือครูการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 16) ได้กล่าวไว้ว่าใน

การปรับปรุงการเรียนการสอนโดยการประเมินผลเพื่อปรับปรุงการเรียนนั้นมีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับ หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เพราะการปล่อยให้ผู้เรียนไม่ผ่าน ในจุดประสงค์ที่สำคัญๆ ย่อมอาจจะส่งผลทำให้ผู้เรียนได้ระดับผลการเรียน "0" หรือได้ "ร" ในรายวิชานั้น และ ทั้งยังจะส่งผลให้เกิดปัญหาในภายหลัง กล่าวคือเมื่อผู้เรียนเรียนครบตามโครงสร้างของหลักสูตร ผู้เรียนอาจ ไม่มีความรู้เพียงพอตามที่หลักสูตรกำหนด หรือมีคุณสมบัติไม่ครบตามเกณฑ์การจบหลักสูตร และในการ ประเมินผลเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนควรกระทำอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การประเมินผลก่อนเรียนเพื่อศึกษา ความรู้พื้นฐานของผู้เรียนว่ามีความรู้เพียงพอที่จะเรียนต่อในรายวิชาใหม่หรือไม่ ถ้าพบว่าผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้ ไม่พอหรือยังไม่มีพฤติกรรมขั้นต้นก่อนเรียน ให้ผู้สอนจัดดำเนินการสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้เรียนจนมีความรู้ เพียงพอที่จะเรียนต่อไปได้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 18) หรือเมื่อสิ้นสุดการสอนในแต่ละหน่วยย่อย เมื่อ พบว่าผู้เรียนคนใดมีความสามารถไม่ถึงเกณฑ์ของแต่ละจุดประสงค์ ควรจะทำการศึกษาว่า ผู้เรียนมีข้อบกพร่อง หรือมีจุดอ่อนในเรื่องใด แล้วจึงทำการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง จากนั้นจึงประเมินอีกครั้งหนึ่ง (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 16) ซึ่งเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินผลข้อบกพร่องหรือจุดอ่อนของผู้เรียน คือ แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Test) ดังที่ อนันต์ จันทะกู (2537 : 270) กล่าวว่าแบบทดสอบวินิจฉัย จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนเป็นรายบุคคล ว่าผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนในชั้นแต่ละคนว่ามีสภาพเช่นไร ใครเด่น ใครด้อย นอกจากนี้ยังสามารถตรวจสอบว่านักเรียนบกพร่องในด้านใด แต่ละเนื้อหาครูผู้สอนยังสามารถใช้ผล การสอบวินิจฉัยมาปรับปรุงวิธีการสอนให้เหมาะสมกับผู้เรียน ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของลินด์ควิสต์ (Lindquist. 1966 : 37) ถึงข้อดีของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า

1. สามารถวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนได้มากกว่าแบบทดสอบชนิดอื่น
2. ช่วยให้ครูรู้จักองค์ประกอบของเนื้อหาวิชา ตลอดจนจุดบกพร่องของกระบวนการนั้น
3. ทำให้นักเรียนรู้ข้อบกพร่องของตนเอง และสามารถปรับปรุงการเรียนได้ตรงจุด

หลังจากการวัดและประเมินผลทำให้ทราบถึงข้อบกพร่องของนักเรียนแล้ว ควรมีการสอนซ่อมเสริม เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่พบด้วย ในการสอนซ่อมเสริมทั่วไปสามารถทำได้หลายลักษณะ ซึ่ง อรอนงค์ บุญคล่อง (2537 : 6) ได้กล่าวว่าการเรียนการสอนซ่อมเสริมของนักเรียนจะประสบผลสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อครูผู้สอนคำนึงถึง หลักจิตวิทยาการเรียนรู้ และความแตกต่างระหว่างบุคคลควบคู่ไปด้วย ครูควรนำเอาชุดการเรียนการสอน รายบุคคลซึ่งเน้นความแตกต่างระหว่างบุคคลทั้งในด้านความสามารถ สติปัญญา ความต้องการ และความสนใจ มาใช้ในการเรียนการสอนซ่อมเสริม เพราะการใช้ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลนั้น นักเรียนสามารถเรียนได้ ด้วยตนเอง และเรียนได้ช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้เรียน การสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียน การสอนรายบุคคลจะเป็นการลดภาระผู้สอน และยังช่วยให้การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์บรรลุจุดมุ่งหมายที่ กำหนดไว้ ซึ่งก่อให้เกิดผลดีทั้งต่อครูผู้สอน และตัวนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 6) ที่ กล่าวว่าครูผู้สอนซ่อมเสริมจะต้องสอนวิธีใหม่ ซึ่งไม่เหมือนกับการสอนในชั้นเรียนปกติ เพื่อให้นักเรียนบรรลุ จุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้วิธีการต่อไปนี้ เช่น บทเรียนโปรแกรม แบบทดสอบย่อย เอกสารแนะแนวทาง ชุดการเรียนการสอน ฯลฯ

ผู้วิจัยได้ทำการสำรวจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2543 โดยการใช้แบบสอบถามถามครูผู้สอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา ในจังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 30 คน จาก 30 โรงเรียน พบว่า

เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอนระดับปานกลางค่อนข้างมากที่มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ระดับ 2.00 ขึ้นไป เรียงตามลำดับปัญหาจากมากไปหาน้อย ดังรายละเอียดในตาราง 2

ตาราง 2 เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ที่เป็นปัญหาในการจัดการเรียนการสอนที่มีค่าเฉลี่ยระดับปัญหาตั้งแต่ 2.00 ขึ้นไป

รายวิชา	เรื่อง	เนื้อหาย่อย	ค่าเฉลี่ยระดับปัญหา
ค 011	ระบบสมการเชิงเส้น	โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	2.47
		วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	2.13
	สมการและอสมการเชิงเส้น ระบบสมการเชิงเส้น	โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2.10
		ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	2.00
ค 012	สมการกำลังสอง	โจทย์สมการกำลังสอง	2.40
		การแก้สมการโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์	2.27
	การแยกตัวประกอบของ- พหุนาม ระบบสมการ	การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่า สองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม	2.27
		ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง	2.20
		ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง	2.20
		การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง	
	การแยกตัวประกอบของ- พหุนาม	โดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์	2.07

จากตาราง เนื้อหาที่เป็นปัญหาระดับมากที่สุดในรายวิชา ค 011 คือ ระบบสมการเชิงเส้น(โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร) และในรายวิชา ค 012 คือ สมการกำลังสอง(โจทย์สมการกำลังสอง) ซึ่งได้มีผู้ทำการวิจัยศึกษาข้อบกพร่องไว้แล้ว แต่ในเรื่องระบบสมการซึ่งเป็นเนื้อหาที่เป็นปัญหาในระดับค่อนข้างมากและเป็นเนื้อหาที่ไม่เคยมีผู้ใดศึกษามาก่อน ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาข้อบกพร่องและแก้ไขข้อบกพร่องในเรื่องระบบสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยศึกษาข้อบกพร่อง และใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่อง เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอน ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีความรู้พื้นฐานที่ถูกต้อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนในชั่วโมงต่อไป หรือการเรียนเนื้อหาอื่นๆ ทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมซึ่งช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

ความสำคัญของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีความสำคัญ ดังนี้

1. ทำให้ทราบข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ทำให้ได้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ซึ่งช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้
3. เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษา ในการนำไปพัฒนา ปรับปรุงการเรียน การสอนซ่อมเสริม และแก้ไขปัญหาค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หรือรายวิชาอื่นๆ
4. เป็นแนวทางสำหรับผู้สนใจในการทำวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นๆ หรือรายวิชาอื่นๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งหมดที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ จากโรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน แล้วคัดเลือกนักเรียนที่บกพร่องจากห้องเรียนดังกล่าวเป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย 4 ฉบับ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องตั้งแต่ 1 ฉบับขึ้นไปเป็นจำนวน 25 คน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมที่มีการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ

ตัวแปรตาม คือ

คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนาน หลังการซ่อมเสริม และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เป็นเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) เรื่อง ระบบสมการ ประกอบด้วยเนืหาย่อย ดังนี้

1. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
2. โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
3. ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
4. โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

ระยะเวลาในการทดลอง การศึกษาและการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นระยะเวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 เวลาที่ใช้ในการทดลองเป็นนอกเวลาเรียนปกติไม่น้อยกว่า 18 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

1. ระยะเวลาในการทดสอบวินิจฉัยด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยในแต่ละเนืหาย่อย รวม 4 ฉบับ ในแต่ละฉบับแบ่งตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้เวลา 4 คาบ

2. ระยะเวลาในการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม 4 ชุดซึ่งแยกตามเนืหาย่อย 4 เรื่อง และแยกตามลักษณะข้อบกพร่อง ใช้เวลาเรียนทุกชุดไม่น้อยกว่า 9 คาบ โดยวิธีการใช้ชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดนั้น นักเรียนที่มีข้อบกพร่องแต่ละคนจะใช้เวลาในการศึกษามากน้อยไม่เท่ากัน ผู้วิจัยกำหนดระยะเวลาขั้นต่ำในการศึกษาดังนี้

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง ใช้เวลาไม่น้อยกว่า 2 คาบ

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง ใช้เวลาไม่น้อยกว่า 3 คาบ

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ใช้เวลาไม่น้อยกว่า 2 คาบ

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ใช้เวลาไม่น้อยกว่า 2 คาบ

3. ระยะเวลาในการทดสอบวินิจฉัยด้วยแบบทดสอบคู่ขนานในแต่ละเนืหาย่อย รวม 4 ฉบับ ในแต่ละฉบับทดสอบตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย โดยใช้เวลาไม่น้อยกว่า 4 คาบ

4. ระยะเวลาในการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบสมการ ใช้เวลา 1 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การศึกษาข้อบกพร่อง หมายถึง การค้นหาข้อบกพร่อง และสาเหตุที่บกพร่องในการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย

2. ขอบกรอบทางการเรียนเรื่องระบบสมการ หมายถึง ขอบกรอบหรือข้อผิดพลาดของนักเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นหลังจากการเรียนเรื่องระบบสมการไปแล้ว โดยจำแนกลักษณะขอบกรอบเป็น 6 ด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล

- 1.1 การใช้ข้อมูลในการคำนวณ
- 1.2 การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในขั้นตอนการแก้ปัญหา
- 1.3 การพิจารณาหน่วยของข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหา
- 1.4 การสรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่

ด้านที่ 2 การใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

- 2.1 การจำทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.2 การใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร ตามเงื่อนไขที่กำหนด
- 2.3 การประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.4 การสรุปผลจากการใช้ทฤษฎีบท ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

ด้านที่ 3 ทักษะการคิดคำนวณ

- 3.1 การมีทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริง
- 3.2 การมีทักษะในหลักของพีชคณิตเบื้องต้น
- 3.3 ความรอบคอบในการเขียนตัวเลข หรือสัญลักษณ์
- 3.4 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้องของหลักการคำนวณ
- 3.5 การมีทักษะในการเลือกสมบัติของจำนวนจริงมาใช้ในการคำนวณ

ด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา

- 4.1 มีทักษะในการใช้ภาษา การเข้าใจคำถามอย่างถูกต้อง
- 4.2 การแปลความหมายจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์
- 4.3 การเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 5 การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

- 5.1 การเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
- 5.2 การใช้ข้อมูลในการเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง

ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

- 6.1 การทำตามขั้นตอนจนได้คำตอบที่ถูกต้อง
- 6.2 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้อง จนได้คำตอบเป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์
- 6.3 การตอบครบตามที่โจทย์ถาม หรือแสดงวิธีทำจนเป็นผลสำเร็จ

3. แบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อหาขอบกรอบในการเรียนเรื่องระบบสมการ ของนักเรียน เป็นแบบเติมคำ และแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ โดยยึดเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องระบบสมการ เป็นเกณฑ์ในการสร้าง มีจำนวน 4 ฉบับ ในเรื่องต่อไปนี้

ฉบับที่ 1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

จำนวน 7 ข้อ เวลา 50 นาที

ฉบับที่ 2 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

จำนวน 5 ข้อ เวลา 50 นาที

ฉบับที่ 3 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

จำนวน 6 ข้อ เวลา 50 นาที

ฉบับที่ 4 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

จำนวน 5 ข้อ เวลา 50 นาที

4. คะแนนจากแบบทดสอบวินิจฉัย หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม เรื่องระบบสมการ

5. นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน หมายถึง นักเรียนที่มีข้อผิดพลาดที่เกิดจากความไม่เข้าใจในเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการ ซึ่งได้คะแนนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนานในแต่ละจุดประสงค์ไม่ผ่านเกณฑ์ 60 %

6. การแก้ไขข้อบกพร่อง หมายถึง กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ โดยการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละด้านของลักษณะข้อบกพร่อง

7. ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการ เพื่อใช้ซ่อมเสริมข้อบกพร่องทางการเรียนชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดจะสำเร็จรูปในตัวเอง ผู้เรียนจะดำเนินการเรียนจากคำแนะนำที่อยู่ในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนั้น ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมประกอบด้วย คู่มือครู บัตรคำสั่ง บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม บัตรแบบฝึกหัด และบัตรเฉลย ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนี้นับออกเป็น 4 ชุด ดังนี้

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 1,2,3,6

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 1,2,4,5,6

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 2,6

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องโจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 4,6

8. แบบทดสอบคู่ขนาน หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการคิดหาคำตอบเรื่องระบบสมการ หลังจากการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม เป็นแบบทดสอบคู่ขนานกันกับแบบทดสอบวินิจฉัย โดยมีลักษณะเนื้อหา ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบ ใกล้เคียงกัน จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งสองเท่ากัน และมีจำนวน 4 ฉบับเช่นเดียวกับแบบทดสอบวินิจฉัย

9. คะแนนจากแบบทดสอบคู่ขนาน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม เรื่องระบบสมการ

10. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยจัดไว้เป็นหมวดหมู่ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

11. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

12. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำของการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยยึดเกณฑ์ขั้นต่ำของการผ่านรายวิชา จากระเบียบการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 18) ที่กำหนดเกณฑ์การผ่านไว้ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

13. เกณฑ์ 60 % หมายถึง คะแนนขั้นต่ำจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ได้ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มในแต่ละจุดประสงค์ ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์ 60 % เพราะในระเบียบการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 18, 21) ได้เสนอแนะว่าเกณฑ์การผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้ ขึ้นอยู่กับผู้สอนกำหนดตามความเหมาะสมของระดับชั้น แต่ต้องไม่ต่ำกว่าร้อยละ 50

สมมติฐานของการวิจัย

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด

2. การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษา และการแก้ไขข้อบกพร่อง เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.1 ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 1.2 ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 1.3 ประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.4 วิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.5 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.6 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 1.7 หลักการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน
2. การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 2.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม
 - 2.2 สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม
 - 2.3 การดำเนินการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน
 - 2.4 หลักการ และการจัดการสอนซ่อมเสริม
 - 2.5 การประเมินผลการสอนซ่อมเสริม
 - 2.6 ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับการสอนซ่อมเสริม
3. งานวิจัยที่เกี่ยวกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 3.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 3.2 งานวิจัยต่างประเทศ
4. งานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
 - 4.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนเป็นการศึกษาเพื่อให้ทราบถึงข้อบกพร่องต่างๆ ที่นักเรียนมี ซึ่งคำว่าบกพร่อง หรือข้อบกพร่อง มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

พจนานุกรมไทย (2543 : 299) ได้ให้ความหมายว่า บกพร่อง หมายถึง ไม่ครบบริบูรณ์เท่าที่ควร มีควรเป็น หรือหย่อนความสามารถ และเวบสเตอร์ (Webster. 1982 : 122) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องว่าหมายถึง ลักษณะของควมมีประสิทธิภาพที่ถูกละเลย หรือขาดความสมบูรณ์ในส่วนสำคัญบางประการ

จากความหมายของข้อบกพร่องที่กล่าวมา สรุปได้ว่าข้อบกพร่อง หมายถึง การขาด หรือไม่ครบสมบูรณ์เท่าที่ควรเป็น

1.1 ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 33) สมศักดิ์ ฉันทนุรักษ์ (2529 : 11) ดารณี คำแหง (2532 : 13) สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี (2541 : 4) และสุนิสา พงษ์ประยูร (2543 : 5) ได้ให้ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะเดียวกันไว้ดังนี้ ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหา จุดด้อยหรืออุปสรรคที่ทำให้ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ หรือไม่สามารเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง จุดด้อยที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถบรรลุจุดประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์

1.2 ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

คาเซย์ (Casay. 1987 : 92) สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อการแก้ไขความคลาดเคลื่อนและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนจะบกพร่องไว้ 9 ด้าน คือ

1. รูปแบบของคำถาม
2. การอ่านคำถาม
3. ความเข้าใจในคำถาม
4. กลยุทธ์ในการเลือกใช้คำถาม
5. ทักษะการเลือกใช้ความรู้
6. ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้
7. การนำเสนอคำตอบ
8. ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากการขาดความระมัดระวัง
9. ความผิดพลาดซึ่งครูจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

ไมวโซวิทซ์ – ฮาตาร์ และคนอื่นๆ (Movshovitz and others. 1987 : 31 - 34) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา โดยวิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาพีชคณิต และจัดกลุ่มของข้อบกพร่อง แล้วสรุปลักษณะข้อบกพร่องได้ 6 ด้านดังนี้ คือ

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา
6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ

เบลนโด และคนอื่นๆ (Blando and others. 1989 : 301 - 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต พบว่าลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเลขคณิตมี 4 ด้าน คือ

1. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหาร โดยทำผิดลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น

2. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายผิด เช่น ใช้การหารแทนการบวก ใช้การลบแทนการบวก ใช้การคูณแทนการหาร เป็นต้น

3. ความคลาดเคลื่อนอื่นๆ เช่น การไม่ตอบ หรือการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา

4. ความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีรูปแบบแน่นอน เนื่องจากขาดความระมัดระวังในการบวก(บวกผิด) เป็นต้น

ผู้วิจัยได้ศึกษา และวิเคราะห์เนื้อหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “ระบบสมการ” แล้วนำเอาลักษณะข้อบกพร่องจากงานวิจัยทั้ง 3 แบบดังกล่าวข้างต้นมาปรับปรุงให้สอดคล้องกับเนื้อหา เพื่อได้ลักษณะข้อบกพร่องดังนี้

ด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล

- 1.1 การใช้ข้อมูลในการคำนวณ
- 1.2 การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในขั้นตอนการแก้ปัญหา
- 1.3 การพิจารณาหน่วยของข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหา
- 1.4 การสรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่

ด้านที่ 2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

- 2.1 การจำบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตรตามเงื่อนไขที่กำหนด
- 2.3 การประยุกต์ใช้ข้อมูลกับบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.4 การสรุปผลจากการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

ด้านที่ 3 ทักษะการคิดคำนวณ

- 3.1 การมีทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริง
- 3.2 การมีทักษะในหลักของพีชคณิตเบื้องต้น
- 3.3 ความรอบคอบในการเขียนตัวเลข หรือสัญลักษณ์
- 3.4 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้องของหลักการคำนวณ
- 3.5 การมีทักษะในการเลือกสมบัติของจำนวนจริงมาใช้ในการคำนวณ

ด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา

- 4.1 มีทักษะในการใช้ภาษา การเข้าใจคำถามอย่างถูกต้อง
- 4.2 การแปลความหมายจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์
- 4.3 การเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 5 การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

- 5.1 การเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
- 5.2 การใช้ข้อมูลในการเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง

ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

- 6.1 การทำตามขั้นตอนจนได้คำตอบที่ถูกต้อง
- 6.2 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้องจนได้คำตอบเป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์
- 6.3 การตอบครบตามที่โจทย์ถาม หรือแสดงวิธีทำจนเป็นผลสำเร็จ

1.3 ประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

ชวาล แพรัตกุล (2516 : 27) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ดังนี้

1. ชี้นำครู เด็ก ผู้ปกครอง และผู้ที่เกี่ยวข้องรูถึงจุดเด่น – ค้อย ของนักเรียน จะได้ร่วมกันแก้ไขหรือส่งเสริมให้ตรงจุด

2. เตือนให้ครูได้สำรวจในการสอนว่า แต่ละวิชามีความยากและมีความสำคัญอยู่ที่เนื้อหาและพฤติกรรมใดที่จะต้องถึงเป็นพิเศษ และควรสอนเรื่องนั้นวิธีใดจึงจะประสบความสำเร็จมากที่สุด

3. ทำให้การสอบมีความหมาย คุ่มค่าเพิ่มขึ้น และครูก็รู้เทคนิคในการสอบวัดผลมากขึ้น

อเนก เพียรอนุบลบุตร (2524 : 38) กล่าวถึงประโยชน์ของการวัดผลเพื่อใช้ในการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ว่าทำเพื่อจุดมุ่งหมายสำคัญ 2 ประการเป็นอย่างน้อย สรุปได้ดังนี้

1. เพื่อใช้ปรับปรุงการเรียน ข้อมูลจากการสอบจะบ่งว่านักเรียน อ่อน เก่ง ขาดพื้นฐาน ไม่เข้าใจส่วนใด ซึ่งจะช่วยให้ครูสอนซ่อมเสริมและแก้ไขจุดอ่อนได้ทันทั่วทั้งที่

2. เพื่อใช้ปรับปรุงการสอน ข้อมูลจากการสอบจะทำให้เห็นจุดอ่อน จุดบกพร่องของกระบวนการเรียนการสอน และมีผลต่อการพัฒนาหลักสูตรด้วย เพราะข้อมูลจากการสอบจะช่วยชี้แนะถึงบทเรียนที่เหมาะสมต่อการเรียนการสอนทั้งเนื้อหาวิชา วัสดุอุปกรณ์ประกอบหลักสูตร

จากการพิจารณาประโยชน์ของการศึกษาข้อบกพร่องการเรียนที่กล่าวมาแล้วนั้น จะเห็นว่าการที่นักเรียนจะต้องเรียนเนื้อหาเรื่องใหม่โดยที่ยังขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐานของเรื่องใหม่ ทำให้ไม่สามารถเกิดการเรียนรู้เรื่องใหม่ที่กำลังเรียนได้ การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนจึงมีประโยชน์ในการที่จะศึกษาว่าผู้เรียนมีข้อบกพร่องในเรื่องใด ก็จะได้ใช้ข้อมูลนั้นๆ เป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนของผู้เรียนเป็นรายกลุ่มหรือรายบุคคล และเป็นการพัฒนาวิธีการสอนของครูต่อไปด้วย

1.4 วิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

ได้มีผู้เสนอวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ดังนี้

รุจิร ภูสาระ (2520 : 18) กล่าวถึงวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนว่ามีหลายวิธี เช่น ใช้แบบทดสอบวินิจฉัย (Diagnostic Test) ใช้แบบทดสอบวัดเชาวน์ปัญญา (Intelligence Test) หรือแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) แต่เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบหารายละเอียดของข้อบกพร่องที่ดีที่สุด คือแบบทดสอบวินิจฉัย แบบทดสอบนี้มีคุณสมบัติที่ศึกษารายละเอียดเป็นเรื่องๆ ไป การวิเคราะห์หาข้อบกพร่องนั้นอาจทำได้กับทุกวิชาโดยเฉพาะกับวิชาคณิตศาสตร์ อนึ่งในการวิเคราะห์นี้ควรทำอย่างน้อยสองครั้งในการศึกษาแต่ละเนื้อหา ทั้งนี้เพื่อจะได้มั่นใจมากยิ่งขึ้น เพราะการทำผิดบางครั้งอาจจะผิดเพราะตัวเลือกก็ได้ ดังนั้นจึงต้องมีการค้นหาสาเหตุข้อบกพร่องทางการเรียน เพราะการที่เราได้รู้ว่าเด็กบกพร่องตรงไหนเพียงอย่างเดียวยังไม่พอ จะต้องรู้ด้วยว่าทำไมจึงเกิดข้อบกพร่องเช่นนั้นขึ้น การศึกษาข้อบกพร่องนั้นมีสิ่งที่ต้องสังเกตและพิจารณาอยู่ 5 ประการ คือ สมรรถนะของผู้เรียน บุคลิกภาพ สุขภาพร่างกาย สิ่งแวดล้อมทางบ้าน และสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลทางโรงเรียน

สมศักดิ์ สันธุระเวช (2523 : 24) ได้เสนอวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนไว้ ดังนี้

1. ใช้แบบทดสอบสำรวจทั่วไป แบบทดสอบชนิดนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสำรวจว่านักเรียนมีความรู้เพียงใด
2. ใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อค้นพบว่าเรื่องใด หรือองค์ประกอบของเรื่องใดที่นักเรียนยังไม่ประสบความสำเร็จ
3. ใช้การสังเกตนักเรียน ขณะนักเรียนทำงานในระหว่างที่ผู้สอนมอบหมายงานให้นักเรียนทำ
4. ใช้การประชุมร่วมกับนักเรียน
5. ใช้การวินิจฉัยโดยนักเรียนเอง เพราะนักเรียนจะรู้ว่าตนเองไม่มีความรู้ในเรื่องใด

นอกจากนี้ พันทิพา อุทัยสุข (2524 : 32) ได้เสนอแนวทางวิธีการศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนไว้ดังนี้

1. สังเกตการณ์เรียน ซึ่งจะเป็นการพิจารณาว่าผู้เรียนมีความสนใจในการเรียนหรือไม่ มีสมาธิเพียงใด และมีปฏิกิริยาอย่างไรบ้าง
2. การทดสอบในชั้นเรียน เป็นการศึกษาจากการเรียนปกติในชั้นเรียน โดยดูจากผลการเรียนและความก้าวหน้าในการเรียนของนักเรียน
3. การทดสอบอย่างละเอียด เป็นการหาข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนให้ตรงประเด็นจริงๆ ว่าส่วนใดต้องแก้ไขบ้าง
4. การสัมภาษณ์ผู้ปกครอง เป็นการปรึกษาหารือเกี่ยวกับปัญหาต่างๆ ของนักเรียนในด้านการเรียนและด้านอื่นๆ

จากแนวคิดในวิธีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนที่กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยเห็นว่าควรมีการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งเป็นการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนอย่างละเอียด ทำให้ทราบถึงข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง

1.5 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

แบบทดสอบที่เหมาะสมสำหรับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน คือแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ใช้ชื่อเรียกแตกต่างกันไป เช่น แบบทดสอบวินิจฉัย แบบสอบวินิจฉัย แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัย เป็นต้น ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเห็นควรใช้คำว่า แบบทดสอบวินิจฉัย และมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ ดังนี้

ชาวล แพร์ตกุล (2516 : 317) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน เป็นแบบทดสอบเพื่อแก้ไขและส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน ตลอดจนปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น อนันต์ ศรีโสภ (2517 : 5) ได้กล่าวเพิ่มเติมว่า แบบทดสอบประเภทนี้จะมีจำนวนข้อสอบมากข้อในแต่ละเนื้อหาวิชาที่ต้องการจะทดสอบ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2522 : 1) และบุญชม ศรีสะอาด (2523 : 19) ที่ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อชี้ให้เห็นถึงจุดบกพร่องจุดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคในการเรียนแต่ละวิชา ผลของการทดสอบที่ได้จะนำไปสู่การแก้ไขจุดบกพร่องต่าง ๆ ทำให้นักเรียนที่มีปัญหาหรือมีความบกพร่องในการเรียน บรรลุจุดประสงค์ในการเรียนหรือเกิดการเรียนรู้ได้เหมือนคนอื่น ๆ

แอทคินสัน (Atkinson. 1961 : 472) อัดัมส์ และทอร์เกอร์สัน (Adams and Torgerson. 1964 : 39 – 40) และอีเบล (Ebel. 1965 : 449) ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยว่า เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อค้นหาจุดบกพร่องและสาเหตุของการบกพร่องในการเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะในการอ่าน การเขียนและการคำนวณ แบบทดสอบวินิจฉัยไม่ให้ความสำคัญในด้านคะแนนรวม แต่จะสนใจคะแนนในแต่ละข้อ และเน้นรูปแบบของคำตอบเป็นสำคัญ นอกจากนี้ ทอร์นไคค์ และเฮเกน (Thorndike and Hagen. 1969 : 646) บราวน์ (Brown. 1970 : 255) และสิงห์ (Singha. 1974 : 200 – 201) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยในอีกลักษณะหนึ่งว่า เป็นแบบทดสอบที่มีไว้สำหรับค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อเป็นแนวทางในการหาวิธีการซ่อมเสริมที่ถูกต้องและให้การแนะแนวได้ตรงจุด แบบทดสอบประเภทนี้การสุ่มเนื้อหาจำเป็นต้องละเอียดมาก

จากความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ใช้ค้นหาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล และบอกได้ถึงจุดบกพร่อง สาเหตุของความบกพร่องนั้นๆ ข้อบกพร่องอาจเป็นความบกพร่องของนักเรียนหรือของผู้สอนก็ได้ ซึ่งนอกจากการเจอจุดอ่อนของนักเรียนแล้วในบางโอกาสอาจทำให้เจอจุดเด่นหรือความสามารถพิเศษของนักเรียนก็ได้ ผลของการวินิจฉัยนำมาเพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ทั้งยังช่วยแก้ไข และส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างถูกต้องและตรงจุด ทั้งนี้เราจะใช้แบบทดสอบนี้ในระหว่างการเรียนการสอนแต่ละตอนของบทเรียนนั้นๆ สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และเป็นแนวทางในการซ่อมเสริมระบบสมการเท่านั้น

1.6 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยนั้น เป็นการศึกษาเพื่อนำไปใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ชี้ให้เห็นข้อบกพร่องที่เป็นปัญหาในการเรียนของนักเรียน ซึ่งแตกต่างไปจากแบบทดสอบทั่วๆ ไป แบบทดสอบวินิจฉัยจึงมีลักษณะเฉพาะอย่าง ซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2539 : 7) สรุปลักษณะสำคัญของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่า

1. เป็นแบบทดสอบที่แบ่งออกเป็นแบบสอบย่อยๆ หลายฉบับ แต่ละฉบับย่อยวัดทักษะใดทักษะหนึ่ง โดยเฉพาะที่แตกต่างกัน ซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่จะทดสอบให้ครอบคลุมถึงเนื้อหา และพฤติกรรมที่สำคัญๆ ทำให้นักเรียนมีความบกพร่องในด้านใด และมีสาเหตุใด เพื่อจะได้ช่วยแก้ไขความบกพร่องนั้นได้ตรงจุด

2. เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบที่ง่าย มีค่าความยาก (ค่า p) ตั้งแต่ .65 ขึ้นไป และมีจำนวนมากข้อ

3. เป็นแบบทดสอบที่เน้นความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เป็นสำคัญ ดังนั้นการวิเคราะห์ และการสุ่มเนื้อหาต้องมีความระมัดระวังเป็นพิเศษ

4. ควรสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจ (Survey test) ขึ้นมาก่อน เพื่อนำผลการสอบจากแบบทดสอบนี้ ไปเลือกใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเฉพาะเรื่อง เฉพาะตอนได้ตรงยิ่งขึ้น

5. ข้อสอบแต่ละข้อในแบบทดสอบวินิจฉัย สามารถสืบค้นหาสาเหตุของการตอบข้อสอบผิดได้ หรือสาเหตุของข้อบกพร่องของการตอบผิดได้

6. เวลาที่ใช้ทำแบบทดสอบ ต้องให้เวลากับนักเรียนอย่างเพียงพอ จนกระทั่งนักเรียนทำเสร็จ หรือนักเรียนบอกว่าทำไม่ได้ ทั้งนี้เพราะแบบทดสอบนี้มุ่งหาข้อบกพร่องของนักเรียน และการใช้แบบทดสอบนี้ใช้ทดสอบเมื่อเรียนแต่ละบทเสร็จสิ้นแล้ว

7. การตรวจให้คะแนนสามารถประเมินผลได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์ และอิงกลุ่ม

8. การหาเกณฑ์ปกติ (Norm) ไม่มีความสำคัญในแบบทดสอบฉบับนี้ แต่ถ้าหากจะประเมินผลในระบบอิงกลุ่มก็สามารถหาได้

บลูม (Bloom, 1971 : 91 - 92) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัยใช้สำหรับชี้ให้เห็นถึงความบกพร่องในทักษะพื้นฐาน และระดับความรอบรู้ของนักเรียน นอกจากนี้ยังเป็นประโยชน์ต่อครูในด้านการปรับปรุงการสอน และการค้นหาสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน เพื่อทำการสอนซ่อมเสริมในจุดบกพร่องที่เกิดขึ้นซ้ำๆ กันของนักเรียนจำนวนมาก

2. ใช้เมื่อนักเรียนได้เรียนบทเรียนแต่ละบทเสร็จสิ้นลงแล้ว

3. สามารถประเมินผลได้ทั้งด้านความรู้ ด้านอารมณ์ และด้านทักษะต่างๆ

4. แบบทดสอบวินิจฉัยประกอบด้วยกลุ่มข้อสอบจำนวนมากๆ และเป็นข้อสอบที่ง่ายโดยมีระดับความยากตั้งแต่ .65 ขึ้นไป

5. การให้คะแนนสามารถประเมินผลได้ทั้งแบบอิงกลุ่ม และอิงเกณฑ์

6. วิธีการรายงานคะแนนจะอยู่ในรูปเส้นภาพ (Profile) ของคะแนนของนักเรียนแต่ละคน ในแต่ละทักษะย่อยๆ

1.7 หลักการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน

การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน อาศัยวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งมีลักษณะแตกต่างไปจากแบบทดสอบทั่วๆ ไป ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้เสนอแนวทาง และวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ (2539 : 11) ได้สรุปวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย มีขั้นตอนดังนี้

1. วิเคราะห์เนื้อหา กำหนดขอบเขตของเนื้อหา และระดับพฤติกรรมอย่างละเอียด
2. สร้างตารางวิเคราะห์โครงสร้างของวิชา/รายวิชา
3. สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจ (Survey Test)

4. เขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ / สมรรถภาพ / สมรรถภาพย่อย
 5. หาแบบฝึก หรือข้อบกพร่องที่คิดว่าน่าจะเกิดในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้
 6. เขียนแบบร่าง (Script) ของข้อสอบ หรือเขียนลักษณะเฉพาะข้อสอบ (Item Specification)
 7. เขียนข้อสอบตามแบบร่าง (Script) หรือลักษณะเฉพาะข้อสอบ
 8. ตรวจสอบคุณภาพข้อสอบรายข้อ
 9. ทดลองสอบ หาค่าสถิติ ปรับปรุงคุณภาพข้อสอบ
 10. จัดฉบับแบบทดสอบ ทดลองสอบ หาคุณภาพของแบบทดสอบ
 11. เขียนคู่มือการใช้แบบทดสอบ การแปลความหมายของคะแนน และคู่มือในการวินิจฉัย
บราวน์ (Brown. 1970 : 303) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่าควรพิจารณาหลักการดังนี้
 1. แบ่งทักษะที่ต้องการวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อยๆ
 2. ต้องสร้างให้แบบทดสอบย่อยฉบับหนึ่งๆ สามารถวัดองค์ประกอบย่อยของทักษะนั้น ได้เพียงองค์ประกอบเดียวเท่านั้น
 3. แบบทดสอบย่อยทุกฉบับ จะต้องวัดทักษะย่อยที่ต้องการวัดได้จริงๆ เพราะถ้าแบบทดสอบย่อยนั้นไม่ได้วัดทักษะย่อยนั้นจริงแล้ว จะไม่สามารถพิจารณาสาเหตุของความบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลได้ถูกต้องกับความเป็นจริง
 4. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย จะต้องกำหนดแนวทางที่เหมาะสมเพื่อให้สามารถจัดหาวิธีการสอนซ่อมเสริมได้ตรงจุด
 - สิงห์ (Singha. 1974 : 201 – 202) ได้กล่าวถึงการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยว่ามีลักษณะสำคัญดังนี้
 1. ในกรณีที่สร้างแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ หรือแบบตอบสั้นๆ ควรมีจำนวนข้อไม่น้อยกว่าสามข้อในแต่ละเนื้อหาย่อย
 2. ไม่จำเป็นต้องสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตร (Blue – print) ทั้งนี้เพราะไม่ต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา และวิธีการ
 3. ไม่จำเป็นต้องสร้างเกณฑ์ปกติในการวินิจฉัย เพราะจุดมุ่งหมายของแบบทดสอบ เพื่อค้นหาจุดบกพร่อง และสาเหตุมากกว่าจะเป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์
 4. แบบทดสอบวินิจฉัยจะเรียงข้อสอบตามเนื้อหา คือ เอาข้อความที่อยู่ในเนื้อหาเดียวกันเข้าไว้ด้วยกันโดยไม่จำเป็นต้องคำนึงถึงความยาก
 5. แบบทดสอบวินิจฉัยอาจสร้างโดยแบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized test) หรือเป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น (Teacher – made – Test) แต่แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นมักจะคุ้มค่ากว่า เพราะประหยัดเวลาและกำลังงานมากกว่า เมื่อเปรียบเทียบกับแบบทดสอบมาตรฐาน
- จากหลักการและวิธีการสร้างแบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน หรือแบบทดสอบวินิจฉัยดังที่กล่าวมานี้ พอสรุปเป็นแนวทางในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องระบบสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ดังนี้
1. วิเคราะห์เนื้อหาวิชาที่ต้องการศึกษาอย่างละเอียด

2. สรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเนื้อหาวิชาที่จะต้องศึกษา
3. เขียนจุดประสงค์การเรียนรู้ ให้ครอบคลุมลักษณะข้อบกพร่องที่สรุปไว้ และสอดคล้องกับเนื้อหาวิชาในที่ต้องการศึกษา
4. เขียนคำถามของแบบทดสอบให้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้
5. สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจหาข้อบกพร่องและรวบรวมคำตอบผิดของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ และสามารถวิเคราะห์สาเหตุที่นักเรียนไม่สามารถเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ได้
6. สร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบ แล้วนำไปทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบให้มีประสิทธิภาพ

2. การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน

การสอนซ่อมเสริม เป็นกิจกรรมที่สำคัญในระบบการจัดการเรียนการสอน มุ่งจัดขึ้นเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ซึ่งจัดขึ้นนอกเหนือไปจากแผนการสอนปกติ โดยจัดกิจกรรมและสื่อการเรียนที่เหมาะสมให้กับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีเอกสารที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

2.1 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม

ได้มีผู้ให้ความหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้หลายท่านดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2535 : 113) การสอนซ่อมเสริม คือ การให้โอกาสแก่ผู้เรียนได้มีเวลาเรียนเพิ่มขึ้น ได้เรียนรู้สิ่งต่างๆ เพิ่มขึ้น เข้าใจขึ้นจนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากการสอนตามแผนการสอนโดยปกติ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่พบในตัวนักเรียน และผู้ที่ให้ความหมายในลักษณะเดียวกันกับกระทรวงศึกษาธิการ เช่น สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2523 : 24) ประคอง สุทธิสาร (2526 : 195) สันทนา นิพนธ์วิทยา (2527 : 53) สายใจ ทองเนียม (2527 : 40) และดวงเดือน อ่อนน่วม (2523 : 111) เป็นต้น

ออตโต และคนอื่นๆ (Otto and others. 1973 : 33 – 36) และโคเชวาร์ (Kochewar. 1975 : 18) กล่าวถึงความหมายของการสอนซ่อมเสริมในลักษณะเดียวกันว่าเป็นการสอนเพื่อช่วยแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนหยุดการปฏิบัติและการกระทำที่ผิดๆ และเสริมทักษะการเรียนรู้ใหม่ๆ ซึ่งนักเรียนต้องการความช่วยเหลือจากครูเป็นพิเศษ การสอนแบบนี้มักจะสอนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มย่อย

จากความหมายของการสอนซ่อมเสริมที่นักการศึกษาได้ให้ไว้ พอสรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การสอนเป็นกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากแผนการสอนปกติ เพื่อช่วยแก้ไขปรับปรุงข้อบกพร่องทางทักษะด้านต่างๆ ของนักเรียน ทำให้นักเรียนได้บรรลุตามจุดประสงค์และเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ที่จะกล่าวในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยใช้ความหมายการสอนซ่อมเสริม เป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องเท่านั้น

2.2 สาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริม

ในการจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมนั้น ตามหลักสูตรการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาได้กำหนดให้โรงเรียนมีการจัดซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนที่ยังไม่ผ่านจุดประสงค์ของหลักสูตร เพื่อให้นักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งสาเหตุที่ต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมนั้นได้มีผู้ให้แนวคิดไว้ดังนี้

กระทรวงศึกษาธิการ (2535 : 113) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่มีการสอนซ่อมเสริมว่า สืบเนื่องมาจากความบกพร่องทางการเรียนที่เกิดขึ้นกับนักเรียนอันมีสาเหตุสำคัญมาจาก

1. ตัวนักเรียน มีความบกพร่องทางร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ การมาเรียนของนักเรียน ความกดดันทางการเรียน เป็นต้น

2. สภาพทางครอบครัว สังคม วัฒนธรรม ความยากจน ประเพณี ความเชื่อ

3. กระบวนการเรียนการสอน เช่น อุปกรณ์ วิธีเรียน วิธีสอน ธรรมชาติของวิชา ตัวครู เป็นต้น

สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์ (2523 : 24-25) ได้กล่าวถึงเหตุผลอื่นๆ ที่ต้องสอนซ่อมเสริม คือ

1. นักเรียนมีความสามารถทางการเรียนต่ำ ในระหว่างการสอนคณิตศาสตร์จะพบว่า เมื่อให้งานใหม่ นักเรียนทำ นักเรียนมักจะทำไม่ได้จนกว่าจะมีการสอนซ้ำ 2 หรือ 3 ครั้ง

2. การสอนที่ไม่ได้ผลก็มีผล เพราะมีผู้สอนจำนวนไม่น้อยไม่รู้ว่าจะสอนเนื้อหาที่อยู่ในบทเรียนอย่างไร หรือจะใช้วิธีสอนอย่างไรจึงจะทำให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์ตามที่กำหนดไว้

3. นักเรียนแต่ละคนแตกต่างกันในด้านทัศนคติ ความถนัด และความขยัน

4. เพื่อเป็นการสอนซ้ำในเรื่องที่สอนไม่ดี หรือยังไม่ได้สอนทั้งหมด โดยปกตินักเรียนมักจะพยายามเอาหลักการ วิธีการ ที่เคยเรียนมาเพียงเล็กน้อยไปใช้ซึ่งเป็นการไม่ถูกต้อง อันที่จริงแล้วควรจะได้เรียนหลักการเหล่านั้นทั้งหมดก่อน

5. สื่อการเรียนการสอนยังไม่ดีพอ เช่น หนังสือเรียนยังใช้ภาษาไม่เหมาะสมกับนักเรียน นักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจว่าหมายความว่าอย่างไร ตัวอย่างต่างๆ ที่อยู่ในหนังสือเรียนยังไม่ดี อุปกรณ์ต่างๆ ไม่ได้รับการพัฒนาที่ดีพอ

6. จุดประสงค์ต่างๆ ที่ตั้งไว้บางจุดประสงค์อยู่ในระดับสูง หรือต้องใช้เวลามากในการที่ผู้เรียนจะบรรลุ ดังนั้นการที่ผู้เรียนจะบรรลุได้ภายหลังการสอนจึงเป็นไปได้ยาก จำเป็นต้องมีการสอนซ่อมเสริมเป็นบางส่วน

7. จุดประสงค์บางจุดประสงค์เป็นลำดับขั้นความรู้ต่อเนื่องกัน ฉะนั้นการที่นักเรียนจะผ่านจุดประสงค์ขั้นสูงจำเป็นต้องผ่านจุดประสงค์ขั้นต้นก่อน การสอนซ่อมเสริมเพื่อให้ผ่านจุดประสงค์ขั้นต้นจึงจำเป็น

จากสาเหตุต่างๆ ที่กล่าวมาข้างต้น การจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมมีความจำเป็นและสำคัญเป็นอย่างยิ่ง โดยเฉพาะครู หรือผู้ที่ต้องทำหน้าที่สอนซ่อมเสริมจะต้องพิจารณาถึงสาเหตุเป็นสำคัญ เพื่อจะได้เป็นแนวทางปรับปรุงแก้ไขในการสอนซ่อมเสริมแก่นักเรียน

2.3 การดำเนินการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน

ศรียา นิยมธรรม (2539 : 118) ได้เสนอลำดับขั้นในการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 วินิจฉัยปัญหา ก่อนที่จะสอนซ่อมเสริม ครูควรจะวินิจฉัยปัญหาของนักเรียนโดยการวิเคราะห์พฤติกรรม เพื่อค้นหาสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน เพื่อให้การช่วยเหลือได้ถูกต้อง การวินิจฉัยอาจทำได้อย่างไม่เป็นทางการ เช่น การสังเกตผลงาน พฤติกรรม เป็นต้น หรือการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ โดยการทดสอบต่างๆ ซึ่งอาจทำเป็นกลุ่ม หรือรายบุคคลตามความจำเป็น การทดสอบต่างๆ ทำในลักษณะของการสำรวจปัญหาขั้นต้นก่อน แล้วจึงศึกษาอย่างละเอียดถึงปัญหาที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้ ครูควรเลือกปฏิบัติตามที่เหมาะสม

ขั้นที่ 2 วางแผนการสอนซ่อมเสริม หลังจากการวินิจฉัยว่าเด็กมีปัญหาในด้านใดแล้ว ครูจะวางแผนการสอนซ่อมเสริมโดยกำหนดจุดมุ่งหมายของการสอนเป็นรายบุคคล หรือเฉพาะกลุ่มของเด็กที่มีปัญหาเดียวกัน แล้วเขียนโครงการสอนซ่อมเสริมโดยละเอียด

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติการสอน ในการสอนซ่อมเสริมนอกจากจะต้องดำเนินการไปตามแผนที่วางไว้แล้ว ครูควรระลึกเสมอว่า ครูควรใช้กิจกรรมการสอนและสื่อการสอนใหม่ๆ ที่แตกต่างจากที่ใช้ในเวลาปกติ โดยคำนึงถึงช่วงเวลาที่เหมาะสม แรงจูงใจ การปรับพฤติกรรม และการใช้แรงเสริม ดังนั้นการสอนแต่ละครั้ง จึงต้องคำนึงถึงระดับที่พอเหมาะกับความสามารถของเด็กแต่ละคน หรือแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 4 วัดผล จะต้องมีการวัดผลการสอนซ่อมเสริมเป็นระยะๆ เพื่อทราบความก้าวหน้าของเด็กและความเหมาะสมของกิจกรรมที่ใช้สอนว่า หากมีความบกพร่องที่จุดใดจะได้รับแก้ไขทันที หรือหากมีความก้าวหน้าดีก็จะได้พิจารณาว่า การสอนซ่อมเสริมควรดำเนินต่อไป หรือยุติเพราะถึงจุดหมายปลายทางแล้ว

2.4 หลักการ และการจัดการสอนซ่อมเสริม

หลักการสอนซ่อมเสริมที่ดีจะต้องส่งเสริมให้การสอนบรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการได้ และในเรื่องของการจัดการสอนซ่อมเสริม กระทรวงศึกษาธิการ (2535 : 19) ได้กล่าวถึงการจัดการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า เมื่อผู้สอนทราบปัญหาหรือข้อบกพร่องของผู้เรียนแล้ว ก็นำมาเป็นข้อมูลในการพิจารณาจัดสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้เรียน ดังนั้นในทางปฏิบัติ เมื่อสอนจบแต่ละหน่วย ผู้สอนควรประเมินผลทันที เมื่อพบว่าผู้เรียนคนใดไม่สามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่ระบุไว้ในหน่วยนั้น จะได้ซ่อมเสริมให้ผู้เรียนได้ทันที ซึ่งในการจัดสอนซ่อมเสริมนั้น สถานศึกษาควรดำเนินการเป็น 3 ระยะ คือ

1. ภายหลังการประเมินผลก่อนเรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนยังมีพื้นฐานความรู้ไม่พอ หรือยังไม่มีพฤติกรรมขั้นต้นก่อนเรียน ควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้

2. การประเมินผลระหว่างเรียน ถ้าพบว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถไม่ผ่านตามเกณฑ์ของจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ควรจะได้จัดการสอนซ่อมเสริมให้

3. ภายหลังการตัดสินผลการเรียน ถ้าผู้เรียนได้ระดับผลการเรียน "0" ก่อนจะให้ผู้เรียนสอบแก้ตัว ต้องจัดการสอนซ่อมเสริมก่อน

ในการจัดการเรียนการสอนตามหลักสูตรนี้ถือว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน ดังนั้นจึงได้กำหนดให้เป็นหน้าที่ของสถานศึกษาที่จะต้องจัดให้มีการสอนซ่อมเสริมให้แก่ผู้เรียนที่พบว่ามีข้อบกพร่อง สำหรับนักเรียนที่เรียนเก่ง สถานศึกษาอาจจัดกิจกรรมพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น

หลังจากที่ได้กำหนดระยะเวลาที่จะต้องจัดการสอนซ่อมเสริมแล้ว ผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการสอนซ่อมเสริมจะต้องกำหนดแนวทางหรือวิธีการที่เหมาะสม ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการ (2535 : 114) ได้ให้วิธีการที่ใช้ในการสอนซ่อมเสริม ดังนี้

1. ให้นักเรียนสอนกันเอง ผู้สอนอาจคัดเลือกนักเรียนที่เรียนเก่ง ช่วยสอนนักเรียนที่ยังไม่บรรลุจุดประสงค์

2. การสอนแบบตัวต่อตัวระหว่างครูกับนักเรียน

3. การสอนเป็นกลุ่มย่อยสำหรับนักเรียนที่มีปัญหาเหมือนๆ กัน

4. การสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป เมื่อพบว่านักเรียนมีปัญหาบางเรื่องก็อาจใช้แบบเรียนสำเร็จรูปเป็นสื่อในการสอนได้

5. ให้ทำกิจกรรมเพิ่มเติม โดยทำที่บ้าน หรือที่โรงเรียน แล้วแต่ความเหมาะสม

6. การใช้สื่อทัศนอุปกรณ์

7. การเฉลยข้อสอบเป็นการสอนซ่อมเสริมวิธีหนึ่ง ถ้าครูได้นำผลการวิเคราะห์ข้อสอบมาประเมิน แล้วหาความถี่ ดอนใดที่เด็กผิดมากควรเน้นมาก พยายามซักถามเด็กอ่อนถึงวิธีการคิด จะช่วยให้เด็กอ่อนมีโอกาสเสริมข้อบกพร่องได้

8. วิธีสอนที่เลือกใช้สอนซ่อมเสริม ควรแตกต่างจากวิธีสอนที่ใช้ในชั้นปกติ

แอสล็อก (Ashlock. 1982 : 14 – 17) เสนอหลักการและแนวทางในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการวัดและประเมินผลเพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนของตนเอง และช่วยตั้งจุดประสงค์การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ทำให้นักเรียนได้รู้ว่าตนเองกำลังจะทำอะไร และสำนึกว่าตนเองเป็นคนมีคุณค่า สามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองได้

2. ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียน ความคิดรวบยอดย่อยก่อนที่จะเรียนความคิดรวบยอดใหม่ที่ซับซ้อนมากขึ้นกว่าเดิม

3. ในการสอนซ่อมเสริมควรพยายามจัดกิจกรรมให้มีรูปแบบการสอนเป็นรายบุคคลมากที่สุด แม้ว่าบางครั้งครูจำเป็นต้องสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่ม ก็ควรดูแลแก้ไขนักเรียนเป็นรายบุคคลด้วย

4. สร้างรูปแบบโปรแกรมการสอนซ่อมเสริมอยู่บนรากฐานของการวินิจฉัย

5. ควรวางแผนการสอนซ่อมเสริมอย่างเป็นลำดับ มีขั้นตอนที่ง่ายไม่ยุ่งยากซับซ้อน และพยายามเลือกวิธีสอนที่แตกต่างไปจากวิธีสอนเดิมที่นักเรียนได้เรียนไปแล้ว เพราะนักเรียนมักจะมีอาการง่วง หรือเกิดความรู้สึกกลัวต่อวิธีการเดิมซึ่งทำให้ตนเองไม่ประสบผลสำเร็จมาแล้ว

6. ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เลือกทำกิจกรรมตามความสนใจจากกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ให้ โดยกิจกรรมเหล่านั้นจะต้องเป็นกิจกรรมที่ช่วยเสริม และพัฒนาความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดของเด็ก เพื่อนำไปสู่การบรรลุจุดประสงค์ของการเรียนการสอน

7. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ภาษาตนเองที่จะทำให้นักเรียนเข้าใจได้ดีกว่าการใช้ภาษาคณิตศาสตร์

8. สนับสนุนให้นักเรียนได้มีการพัฒนาความคิดด้วยความรอบคอบ โดยเริ่มจากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม ไปสู่ประสบการณ์ที่เป็นกึ่งรูปธรรม และไปสู่การใช้สัญลักษณ์ในที่สุด

9. เน้นการจัดระบบการเรียนรู้ โดยนำผลการเรียนรู้ใหม่ไปผสมผสานกับการเรียนรู้เดิม ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ใหม่ที่มีความหมายต่อนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น

10. เน้นทักษะและความสามารถอันเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน และให้ความสนใจในเรื่องลายมือ เพราะมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่คิดคำนวณผิดพลาด เนื่องมาจากการเขียนตัวเลขที่ไม่ชัดเจน

11. การทำแบบฝึกหัด ควรทำหลังจากที่นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนได้ดีแล้ว และควรสร้างแรงจูงใจโดยการเลือกแบบฝึกที่นักเรียนเห็นได้ทันทีว่าตอบถูก หรือตอบผิด

12. ในเรื่องของการฝึกทักษะการคิดคำนวณ ควรฝึกโดยใช้ระยะเวลาสั้นๆ แต่ฝึกบ่อยๆ

13. ฝึกให้นักเรียนสนใจและเอาใจใส่ต่อความก้าวหน้าของตนเอง

2.5 การประเมินผลการสอนซ่อมเสริม

การประเมินผลการสอนซ่อมเสริม เป็นกระบวนการที่สำคัญอีกขั้นหนึ่งที่ทำหลังจากการสอนซ่อมเสริม ทำให้ทราบว่า การสอนซ่อมเสริมได้บรรลุวัตถุประสงค์เพียงใด ดังนั้นครูผู้สอนซ่อมเสริมจึงต้องมีวิธีการประเมินผลที่เหมาะสม และให้ได้ประสิทธิภาพมากที่สุด กระทรวงศึกษาธิการ (2523 : 10 - 11) ได้เสนอแนะวิธีการประเมินผลการสอนซ่อมเสริมไว้พอสรุปได้ดังนี้

1. การสังเกต ใช้ในการประเมินผลจุดประสงค์ที่ต้องอาศัยความคล่องแคล่วในการปฏิบัติงานตามวิธีการดำเนินงาน
2. การตรวจผลงาน โดยการมอบหมายงานให้นักเรียนไปทำแล้วใช้การตรวจผลงานเพื่อการประเมินผลได้
3. การสัมภาษณ์ ผู้สอนอาจใช้วิธีการสัมภาษณ์นักเรียน หลังจากที่ยอมมอบหมายกิจกรรมให้ไปปฏิบัติแล้ว
4. การสอบข้อเขียน ควรเป็นการทดสอบอย่างสั้นๆ เฉพาะเรื่องที่จำเป็นและใช้เพื่อการทดสอบที่ต้องการความแม่นยำ

การประเมินผลการสอนซ่อมเสริมนั้นขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่ครูจัด ฉะนั้นครูผู้สอนสามารถเลือกใช้วิธีใดก็ตามถึงประสิทธิภาพที่จะได้รับและใช้เวลาสั้นที่สุดเท่าที่จะทำได้ ในการประเมินผลการเรียนการสอนนั้นมีเกณฑ์การประเมินผลแบบอิงเกณฑ์ และแบบอิงกลุ่ม

2.6 ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับการสอนซ่อมเสริม

2.6.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอน

ชื่อชุดการเรียนรู้การสอนที่เป็นภาษาอังกฤษมีหลายชื่อดังนี้ Learning Packages , Instructional Package , Self Instructional Package , Instructional Kits หรือ Individualized Learning Packages จากชื่อของชุดการเรียนรู้การสอนดังกล่าวแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ ชุดการสอนและชุดการเรียนรู้ การใช้คำว่าชุดการสอนทำให้เกิดความคิดที่ว่าเป็นสื่อการเรียนรู้ที่จัดไว้ให้ครูเป็นผู้ใช้ ส่วนคำว่าชุดการเรียนรู้เป็นการแสดงถึงแนวการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง โดยที่ผู้เรียนมีโอกาสศึกษาและใช้สื่อต่างๆ ในชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง นอกจากนี้ชุดการเรียนรู้การสอนยังมีชื่อเรียกต่างๆ กันไปอีก เช่น ชุดการสอน ชุดการเรียนรู้ ชุดการเรียนรู้สำเร็จรูป ชุดการสอนรายบุคคล ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ชุดกิจกรรม เป็นต้น ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายไว้ต่างๆ กันไว้ดังนี้

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย (2524 : 249) ได้ใช้คำว่าชุดการเรียนรู้การสอน โดยให้เหตุผลว่าการเรียนรู้เป็นกิจกรรมของนักเรียนและการสอนเป็นกิจกรรมของครู จะเห็นว่ากิจกรรมของครูกับของนักเรียนต้องเกิดขึ้นคู่กัน ขณะที่ครูสอน - นักเรียนเรียน เวลาครูพูด - นักเรียนฟัง เวล่านักเรียนพูด - ครูฟัง เวลาครูสาธิต - นักเรียนดูและฟัง ครูให้แบบฝึกหัด - นักเรียนทำแบบฝึกหัด ฯลฯ กิจกรรมดังกล่าวของครูกับนักเรียนต้องเป็นกิจกรรมที่ควบคู่กันไป และได้ให้ความหมายของชุดการเรียนรู้การสอนไว้ว่าเป็นชุดของสื่อประสมซึ่งครูนำมาใช้เป็นเครื่องชี้แนวทาง และเครื่องมือในการสอน หรือผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ หรือทั้งผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 25) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนรู้การสอน ว่าเป็นสื่อการเรียนรู้ที่อาศัยระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนรู้หลายๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการเรียนรู้การสอนเหล่านี้เรียกว่า สื่อประสม ซึ่งสามารถนำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม การเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง (2531 : 181) กล่าวว่า ชุดการสอนรายบุคคลเป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนรู้การสอนนี้จะประกอบด้วยบัตร

คำสั่ง บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย บัตรทดสอบพร้อมเฉลยในชุดการเรียน การสอนนี้จะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อม เพื่อให้ผู้เรียนใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้นๆ วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2541 : 24) กล่าวว่าชุดการสอนคือกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้รับการออกแบบและจัดเป็นระบบ อันประกอบด้วย จุดมุ่งหมาย เนื้อหา และวัสดุอุปกรณ์โดยกิจกรรมต่างๆ ดังกล่าวได้รับการรวบรวมไว้เป็นระเบียบในกล่องเพื่อ เตรียมไว้ให้ผู้เรียนได้ศึกษาจากประสบการณ์ทั้งหมด

ควน (Duan. 1973 : 169) กล่าวถึงชุดการเรียนว่าเป็นการเรียนรายบุคคล (Individualized Instruction) อีกรูปแบบหนึ่งซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้สัมผัสผลทางการเรียนตามเป้าหมาย ผู้เรียนจะเรียนไปตาม อัตราความสามารถ และความต้องการของตนเอง กูด (Good. 1973 : 306) ได้ให้ความหมายของชุดการสอน ว่าหมายถึง ชุดการสอนสำเร็จรูปเฉพาะหน่วยที่ประกอบด้วยสื่อการสอน บทเรียน คู่มือครู แบบทดสอบก่อน เรียนและหลังเรียน อันมีหลักเกณฑ์ที่กำหนดไว้อย่างถูกต้องสำหรับนักเรียน และตรงตามจุดมุ่งหมายของ จุดประสงค์การเรียนรู้ บรรวาร์ (Brown. 1977 : 338) ได้ให้ความหมายของชุดการสอนว่าหมายถึง ชุดสื่อ ประสมที่จัดทำขึ้นเพื่อช่วยให้ครูสามารถทำการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งภายในกล่องประกอบด้วย อุปกรณ์หลายๆอย่าง เช่น ภาพโปร่งใส फिल्मสตริป รูปภาพ โปสเตอร์ สไลด์ และแผนภูมิ เป็นต้น

จากการศึกษาความหมายที่กล่าวมาข้างต้นทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะใช้คำว่าชุดการเรียนการสอน เพื่อจะได้ครอบคลุมถึงกิจกรรมของครูและนักเรียน และพอสรุปถึงความหมายของชุดการเรียนการสอนได้ว่า หมายถึง ชุดสื่อการสอนแบบประสมที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการสื่อสารกับนักเรียน โดยที่ครู อาจเป็นผู้ใช้ในการสอน หรือนักเรียนเป็นผู้ใช้ศึกษาด้วยตนเองโดยที่มีครูเป็นผู้คอยให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำ และในแต่ละชุดการเรียนการสอนจะประกอบด้วยคู่มือครู บัตรคำสั่ง บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม บัตรคำถาม บัตรเฉลย และแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

2.6.2 ประเภทของชุดการเรียนการสอน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนการสอน ดังนี้

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย (2524 : 250 - 251) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนสำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนสำหรับนักเรียน เป็นชุดการเรียนสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์ และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและ ประเมินผล ชุดการเรียนนี้จะฝึกการเรียนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถ เรียนรู้ หรือศึกษาสิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนที่ครู และนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และชุด แบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดู และกิจกรรมบางอย่างนักเรียน ต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนแบบนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จัก การเรียนด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2541 : 24) ได้แบ่งประเภทของชุดการสอนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการสอนรายบุคคล สามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self – Instruction Package) ประกอบด้วยบทเรียนสำเร็จรูป แบบประเมินผล และวัสดุอุปกรณ์การเรียน

2. ชุดการสอนสำหรับการเรียนเป็นกลุ่มย่อย ซึ่งจะจัดประสบการณ์ต่างๆ ไว้ให้ผู้เรียนประกอบกิจกรรมเป็นกลุ่มตามคำสั่งที่ปรากฏอยู่ในบัตร โดยจัดเป็นลักษณะศูนย์การเรียน (Learning Center)

3. ชุดการสอนประกอบการบรรยายของครู (Instruction Package) เป็นกิจกรรมที่ได้รับการออกแบบอย่างมีระบบโดยจัดไว้ในกล่องสำหรับช่วยครูสอน ผู้เรียนสามารถพัฒนาประสบการณ์พร้อมๆ กันตามเวลาที่กำหนด

ในการวิจัยครั้งนี้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยใช้มีลักษณะผสมผสานระหว่างเป็นชุดการเรียนสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง และชุดการสอนรายบุคคลโดยครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์ และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล

2.6.3 ลักษณะของชุดการเรียนการสอน

ยุพิน พิศิษฐกุล และอรพรรณ ต้นบรรจง (2531 : 175 – 176) ได้อธิบายถึงลักษณะของชุดการเรียนรายบุคคล ว่าควรประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

1. บัตรคำสั่ง จะชี้แจงรายละเอียดว่า ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างไร
2. บัตรกิจกรรม เป็นบัตรที่บอกให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่างๆ สิ่งที่จะมีในบัตรกิจกรรม คือ หัวเรื่อง ระดับชั้น สื่อการเรียนการสอน กิจกรรม และเฉลยกิจกรรม
3. บัตรเนื้อหา เป็นบัตรที่บอกเนื้อหาทั้งหมดที่ต้องการให้เรียน สิ่งที่จะมีในบัตรเนื้อหาก็คือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม
4. บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงาน เป็นแบบฝึกหัดที่ทำไว้ให้ผู้เรียนฝึกหัดทำหลังจากที่ได้ทำบัตรกิจกรรม และศึกษาเนื้อหาจนเข้าใจแล้ว ในบัตรแบบฝึกหัดนี้จะต้องทำบัตรเฉลยไว้พร้อม สิ่งที่จะมีในแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน คือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม กฎ ที่ต้องการใช้ในโจทย์แบบฝึกหัด ให้นักเรียนตั้งใจเอง แล้วหาคำตอบเฉลยแบบฝึกหัด
5. บัตรทดสอบ หรือบัตรปัญหา เป็นข้อทดสอบตามเนื้อหาของแต่ละหน่วยย่อยและมีเฉลยไว้พร้อม อาจทำทั้งข้อสอบก่อนเรียน (Pre - Test) และข้อสอบหลังเรียน (Post - Test)

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 95 – 96) ชุดการเรียนการสอนจะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ด้าน ดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้น เพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนศึกษาและปฏิบัติตาม เพื่อให้บรรลุผลอย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วยแผนการสอน สิ่งที่ต้องเตรียมก่อนสอน บทบาทของผู้เรียน การจัดชั้นเรียน (ในกรณีของชุดการเรียนการสอนที่มุ่งใช้กับกลุ่มย่อย เช่น ในศูนย์การเรียน)
2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน
3. แบบทดสอบวัดความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดการเรียนการสอนจบแล้ว ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

4. สื่อการเรียนต่างๆ เป็นสื่อสำหรับผู้เรียนได้ศึกษา มีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรม หรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์ เช่น รูปภาพ แผนภูมิต่างๆ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป สไลด์ ขนาด 2 x 2 นิ้ว ของจริง เป็นต้น

ควน (Duan. 1973 : 169) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนไว้ 6 ประการ ดังนี้

1. จุดประสงค์และเนื้อหา
2. บรรยายเนื้อหา
3. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. มีกิจกรรมให้เลือกเรียน
5. มีกิจกรรมที่ส่งเสริมเจตคติ
6. มีเครื่องมือวัดผลก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริม และเอกสารที่เกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน ทำให้ผู้วิจัยมีแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง โดยที่ผู้วิจัยได้นำหลักการและข้อเสนอแนะดังกล่าวมาประกอบกัน โดยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของผู้วิจัยมีลักษณะเป็นชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่ใช้สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่เรียนเรื่องระบบสมการ และผลสมการระหว่างชุดการเรียนสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง และชุดการสอนรายบุคคล โดยครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์ และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมนี้จะประกอบด้วย

1. คู่มือครู
2. บัตรคำสั่ง เป็นคำสั่งแจ้งรายละเอียดเพื่อให้ผู้เรียนปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างไร
3. บัตรเนื้อหา เป็นบัตรที่บอกเนื้อหาทั้งหมดที่ต้องการให้เรียน หรือให้ทบทวน ประกอบด้วยจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. บัตรกิจกรรม เป็นบัตรที่บอกให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่างๆ ประกอบด้วย หัวเรื่อง กิจกรรม และเฉลยกิจกรรม
5. บัตรแบบฝึกหัด เป็นแบบฝึกหัดที่ทำไว้ให้ผู้เรียนฝึกหัดทำหลังจากที่ได้ศึกษาเนื้อหา และทำบัตรกิจกรรม จนเข้าใจแล้ว และจะมีบัตรเฉลยไว้พร้อม

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

3.1 งานวิจัยในประเทศ

ในประเทศไทยได้มีการทำการวิจัยหลายเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องสมการ และอสมการ ดังเช่น

สมชาย บุญรักษา (2536 : 156) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 316 คนและเป็นนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำในรายวิชาคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัย

ชนิดเต็มคำ และแสดงวิธีทำ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ผลการวิจัยพบว่าเนื้อหาที่นักเรียนบกพร่องมากได้แก่ กราฟของสมการที่ขนานกัน การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีเขียนกราฟ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และสาเหตุของข้อบกพร่องที่พบมากได้แก่ ขาดความรอบคอบ เขียนจุดตัดบนแกน X ผิด เข้าใจโจทย์ผิด และเข้าใจว่า 0 เป็นจำนวนเต็มบวก

สหชาติ เหล็กชาย (2538 : 105 -117) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนาม และสมการกำลังสอง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 1,287 คน ของปีการศึกษา 2537 ของโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษาในกรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบวินิจฉัยแบบปรนัย 5 ตัวเลือก เรื่องการแยกตัวประกอบของพหุนาม และสมการกำลังสอง ผลการวิจัยพบว่า ข้อบกพร่องที่พบมากที่สุดดังนี้ ไม่เข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง การคำนวณตัวเลขผิดพลาดและการแทนค่าผิด ไม่เข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองกรณีที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวไม่ทราบค่ามีค่ามากกว่าหนึ่ง ไม่เข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบโดยใช้ผลต่างกำลังสองและการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ การคำนวณโดยใช้สูตรผิดพลาดและแทนค่าในสูตรผิด การไม่ตรวจสอบคำตอบ

สุนิสา พงษ์ประยูร (2543 : 27 - 28) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยแบบเติมคำตอบเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ คิดเป็นร้อยละ 55 โดยมีระดับจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องจากมากไปน้อย ดังนี้ อันดับที่ 1 มีข้อบกพร่องในการตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์ ร้อยละ 80 อันดับที่ 2 มีข้อบกพร่องในการเปลี่ยนประโยคภาษาในโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์และเขียนสมการร้อยละ 72.5 อันดับที่ 3 มีข้อบกพร่องในการกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา ร้อยละ 47.5 อันดับที่ 4 มีข้อบกพร่องในการวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และให้หาอะไร ร้อยละ 32.5 อันดับที่ 5 มีข้อบกพร่องในการแก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ ร้อยละ 25

3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ไมวโชวิทซ์ – ฮาตาร์ และคนอื่นๆ (Movshovitz and others. 1987 : 3 – 14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 5 ด้าน และแบบสอบคณิตศาสตร์แบบอัตนัย ผลการวิจัยพบว่า ลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาชีพคณิต สามารถจัดกลุ่มข้อบกพร่องได้ 6 ด้านดังนี้

1. การใช้ข้อมูลผิด
2. ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา
3. การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์
4. การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม
5. ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

6. ความคลาดเคลื่อนในเทคนิคการทำ

เบลนโด และคณะ (Blando and others. 1989 : 301 - 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต พบว่าลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนเลขคณิตมี 4 ด้าน ดังนี้

1. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายบวก ลบ คูณ และหาร โดยทำผิดลำดับขั้นตอน เช่น บวกก่อนคูณ ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น

2. ความคลาดเคลื่อนในการใช้เครื่องหมายผิด เช่น ใช้การหารแทนการบวก ใช้การลบแทนการบวก ใช้การคูณแทนการหาร เป็นต้น

3. ความคลาดเคลื่อนอื่นๆ เช่น การไม่ตอบ หรือการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา

4. ความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีรูปแบบแน่นอน เนื่องจากขาดความระมัดระวังในการบวก(บวกผิด) เป็นต้น

โคลแกน (Colgan. 1991 : 91 - A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์ข้อบกพร่องในการแก้ไขโจทย์ในวิชาคณิตศาสตร์ (Finite Mathematics) ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาในมหาวิทยาลัยอินเดียจำนวน 250 คน โดยศึกษาจากการทดสอบย่อย การสอบ และจากแบบทดสอบวัดทักษะทางคณิตศาสตร์ พบว่าข้อบกพร่องของนักศึกษานั้นอธิบายได้โดยใช้การแจกแจงลักษณะข้อบกพร่องของไมวโซวิทซ์ - ฮาดาร์, ซาสลาฟสกี และอินบา (Movshovitz - Hadar, Zaslavsky and Inbar. 1987) ข้อบกพร่องที่ได้เรียงจากมากไปหาน้อย ได้แก่ ข้อบกพร่องด้านการใช้ภาษา การขาดความรอบคอบ และเทคนิควิธีการ ในทุกระดับคะแนนนักศึกษามีเปอร์เซ็นต์ของข้อบกพร่องแต่ละชนิดเท่าๆกัน และมีนักศึกษาบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการคิดคำนวณ และบางส่วนบกพร่องด้านทักษะการแก้ปัญหา

จากงานวิจัยในประเทศไทย และต่างประเทศ จะเห็นได้ว่านักเรียนส่วนมากมีข้อบกพร่องที่เกี่ยวกับการคิดคำนวณ การขาดทักษะพื้นฐาน การทำความเข้าใจโจทย์ การตีความภาษาของโจทย์ ไม่เห็นความสัมพันธ์ของตัวแปร มีข้อบกพร่องในการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ และมีข้อบกพร่องในการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหาในเนื้อหาต่างๆ ที่ไม่ใช่เนื้อหาเรื่องระบบสมการ

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

4.1 งานวิจัยในประเทศ

ในประเทศไทยได้มีการทำการวิจัยหลายเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการสอนซ่อมเสริมทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งมีทั้งแบบโดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม และแบบอื่นๆ ดังต่อไปนี้

ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ (2531 : 42) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงขึ้น กล่าวคือคะแนนเฉลี่ยก่อนสอนและหลังสอนด้วยชุดการเรียนการสอนแตกต่างกันโดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิริยะ ศิริขันธ์ (2532 : 47) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการคูณก่อนเรียน กับฉบับหลังเรียนในแต่ละชุดแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 โดยทุกชุดมีค่าเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการคูณฉบับหลังเรียน สูงกว่าค่าเฉลี่ยที่ได้จากการสอบด้วยแบบทดสอบวัดทักษะการคูณฉบับก่อนเรียน แสดงว่า ชุดการเรียนการสอนทั้งห้าชุดมีประสิทธิภาพ

บรรจง แก้ววิเศษกุล (2533 : 47 – 48) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนรู้ การสอนซ่อมเสริมทักษะการหารสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนแต่ละชุดสูงกว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบวินิจฉัยความบกพร่องทักษะทางด้านการหารของแต่ละตอนที่วัดโจทย์ทักษะการหารลักษณะเดียวกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ฉวีวรรณ ศรีสังข์ทอง (2541 : 88) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการสอนสูงขึ้นกว่าก่อนการสอนด้วยชุดการสอนซ่อมเสริมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปิยนุช ศรีบุรณ์ (2541 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เอกสารฝึกหัด ผลการวิจัยพบว่า จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์การแก้ไขข้อบกพร่องในขั้นทำความเข้าใจโจทย์ขั้นต้น คิดเป็นร้อยละ 100 จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์การแก้ไขข้อบกพร่องในขั้นตีความ คิดเป็นร้อยละ 100 จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์การแก้ไขข้อบกพร่องในขั้นเขียนอัตราส่วนและสัดส่วนแสดงความสัมพันธ์ คิดเป็นร้อยละ 70.97 จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์การแก้ไขข้อบกพร่องในขั้นแก้สมการหาคำตอบ คิดเป็นร้อยละ 92.50 จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์การแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ คิดเป็นร้อยละ 92.50 และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนหลังซ่อมเสริม คิดเป็นร้อยละ 72.63

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ลินคอล์น และคนอื่นๆ (Lincoln and others. 1975 : 460 - 463) ได้ทำการทดลองให้การศึกษา ซดเชย และสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ให้กับนักเรียนเกรด 4 ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 3.0 ผลจากการทดลองปรากฏว่า คะแนนของการสอบหลังการเรียนซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนของการสอบก่อนการเรียนซ่อมเสริม ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเด็กมีผลสำเร็จ ทางการเรียนรู้สูงขึ้น เมื่อได้รับการช่วยเหลือซ่อมเสริม

มิลเลอร์ (Miller. 1976 : 1507 - A) ได้มีการวิจัยลักษณะคล้ายกับของลินคอล์น ได้แก่การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาพีชคณิต ซึ่งได้ทำการทดสอบก่อนทำการซ่อมเสริม โดยใช้ข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ ผลการวิจัยพบว่า การทดสอบแล้วทำการสอนทำให้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จีน (Jean. 1978 : 4636 – A) ได้ทำการศึกษาเพื่อทำการสอนซ่อมเสริมในจุดที่บกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก สำหรับนักเรียนเกรด 3 และเกรด 4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยค้นหาข้อบกพร่อง ผลจากการศึกษาพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากขาดทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวน นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมจะทำคะแนนเพิ่มขึ้นจากการทดสอบหลังได้รับการสอนซ่อมเสริมมากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แบกซ์เตอร์ และสตีเฟน (Baxter and Stephen. 1998 : 276 - 288) ได้ทำการตรวจสอบผลการเรียนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบภายหลังการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์จากผู้สอน 4 คน พบว่าผลการเรียนซ่อมเสริมของนักเรียนที่เรียนจากผู้สอน 4 คนนั้นไม่มีความแตกต่างกัน

เบเนน และแวนดา (Baenen and Wanda. 2000 : 8) ได้เขียนสรุปรายงานการวิจัย (M. Alford, 1999) ที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่สอบตกวิชาพีชคณิต 1 ในปี ค.ศ. 1994 – 1995 และได้ทำการ

ทดลองสอนซ่อมเสริมโดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม(นักเรียน 2 กลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ) กลุ่มแรกทำการสอนซ่อมเสริมในภาคเรียนฤดูร้อนของปี ค.ศ. 1995 และกลุ่มที่สองทำการสอนซ่อมเสริมในภาคเรียนปกติปี ค.ศ. 1995 – 1996 ผลการทดสอบภายหลังเรียนจบหน่วยการเรียนรู้พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมในภาคเรียนฤดูร้อนของปี ค.ศ. 1995 สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมในภาคเรียนปกติปี ค.ศ. 1995 - 1996

จากงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมทั้งในประเทศไทย และต่างประเทศ ชี้ให้เห็นว่าการสอนซ่อมเสริมมีความสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน และช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ให้บรรลุจุดประสงค์ของหลักสูตร และยังเป็น การตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เป็นอย่างดี ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงศึกษาตัวแปรการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมตามลักษณะข้อบกพร่องในเรื่องระบบสมการ โดยทำการทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ โดยมีสมมติฐานว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด และการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งหมดที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ จากโรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน จำนวน 25 คน จากนั้นใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 4 ฉบับ ทำการทดสอบนักเรียนแล้วคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในด้านต่างๆ เพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างแยกตามข้อบกพร่องที่มีลักษณะเดียวกัน ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อบกพร่องโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย อาจจะบกพร่องมากกว่า 1 ฉบับ ซึ่งจะได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนต่อไปนี้

ฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำนวน 25 คน

ฉบับที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง
จำนวน 20 คน

ฉบับที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 19 คน

ฉบับที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 10 คน

เครื่องมือและการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการสำรวจข้อมูลเบื้องต้น

1. แบบสอบถามเรื่องเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู เป็นแบบสอบถามที่ผู้วิจัยใช้ในการสำรวจข้อมูลเบื้องต้น ว่าเนื้อหาในเรื่องใดที่มีปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู ซึ่งมีวิธีดำเนินการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบสอบถามจากตำราและเอกสารต่างๆ และศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรายละเอียดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาปีที่ 3 พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) รวมทั้งปัญหาในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2 สร้างแบบสอบถามเรื่องเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครู ให้สอดคล้องกับหลักการและทฤษฎี และให้ครอบคลุม

รายละเอียดของเนื้อหาที่เป็นปัญหา โดยแบ่งระดับของปัญหาเป็น 4 ระดับดังนี้ ระดับมาก(3) ระดับปานกลาง(2) ระดับน้อย(1) และไม่มีปัญหา(0)

1.3 นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นไปให้ประธานกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไข

1.4 นำแบบสอบถามไปสำรวจ โดยสุ่มกลุ่มตัวอย่างจากครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 30 คน จาก 30 โรงเรียน ผลปรากฏว่าค่าเฉลี่ยของปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างที่มีค่าเฉลี่ยปานกลางถึงค่อนข้างมากตั้งแต่ 2.00 ขึ้นไป มีตามลำดับดังนี้

คณิตศาสตร์ ค 011 มีเนื้อหาที่เป็นปัญหา 4 รายการ คือ โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร (2.47) วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร(2.13) โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2.10) ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร(2.00) ส่วนปัญหาที่มีค่าเฉลี่ยน้อยที่สุดคือ ความหมายของเลขยกกำลัง(0.30)

คณิตศาสตร์ ค 012 มีเนื้อหาที่เป็นปัญหา 6 รายการ คือ โจทย์สมการกำลังสอง (2.40) การแก้สมการโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์(2.27) การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสูงกว่าสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม(2.27) ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง(2.20) ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง(2.20) การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยวิธีทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ (2.07) ส่วนปัญหาที่มีค่าเฉลี่ยน้อยที่สุด คือ บทนำของความน่าจะเป็น(0.50)

2. แบบสอบถามเรื่องลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องระบบสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนตามความคิดเห็นของครู

จากการสอบถามเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่เป็นปัญหาต่อการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครูในข้อ 1 พบว่าเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการ เป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีปัญหาในการจัดการเรียนการสอนตามความคิดเห็นของครูผู้สอนหรือเคยสอน ผู้วิจัยจึงสร้างแบบสอบถามเพื่อสำรวจลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนตามความคิดเห็นของครู ซึ่งมีวิธีดำเนินการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรายละเอียดของเนื้อหาเรื่อง ระบบสมการ ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) รวมทั้งลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 สร้างแบบสอบถามเรื่อง ลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องระบบสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนตามความคิดเห็นของครู ให้สอดคล้องกับหลักการและทฤษฎี และให้ครอบคลุมรายละเอียดของเนื้อหาและลักษณะข้อบกพร่อง

2.3 นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้นไปให้ประธานกรรมการควบคุมปริญญาบัตรตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และนำแบบทดสอบมาปรับปรุงแก้ไข

2.4 นำแบบสอบถามไปสำรวจ โดยสุ่มกลุ่มตัวอย่างจากครูผู้สอนหรือเคยสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 24 คน จาก 24 โรงเรียน ใน 30 โรงเรียนที่ได้ส่งแบบสอบถามไปให้ ผลปรากฏว่านักเรียนมีลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนเรื่อง ระบบสมการ อยู่หลายประการ โดยเนื้อหาโจทย์ปัญหาระบบสมการมีลักษณะข้อบกพร่องที่พบมากที่สุดคือ นักเรียนเขียนสมการที่แสดงความเกี่ยวข้องของตัวแปรกับจำนวนอื่นๆ ที่ทราบค่าไม่ได้

เครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการสร้างโดยจำแนกตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ผู้วิจัยเขียนขึ้นจากการวิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ตามตำราและคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

จุดประสงค์ปลายทาง

1. สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้

จุดประสงค์นำทาง

1.1 สามารถบอกได้ว่าสมการใดเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสอง

1.2 สามารถใช้สมบัติการเท่ากันแก้สมการได้ถูกต้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

จุดประสงค์ปลายทาง

2. สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้

จุดประสงค์นำทาง

2.1 สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้

2.2 สามารถสร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนด

ให้ได้

2.3 สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง จากโจทย์ที่กำหนดโดยใช้กราฟได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

จุดประสงค์ปลายทาง

3. สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้

จุดประสงค์นำทาง

3.1 สามารถใช้สมบัติการบวก และการคูณแก้ระบบสมการได้ถูกต้อง

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

จุดประสงค์ปลายทาง

4. สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้

จุดประสงค์นำทาง

4.1 สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้

4.2 สามารถสร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1. แบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน

เป็นแบบทดสอบที่ใช้ศึกษาข้อบกพร่องก่อนและหลังการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมตามลำดับ ซึ่งมีวิธีดำเนินการสร้างดังนี้

1.1 กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบ

ในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ผู้วิจัยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยนำแบบทดสอบไปตรวจสอบความรู้ของนักเรียน หลังจากการเรียนการสอนโดยอาจารย์ผู้สอนประจำวิชาเสร็จสิ้นในแต่ละเนื้อหาย่อยว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องในเรื่องใด และมีสาเหตุของข้อบกพร่องในลักษณะใด

1.2 ศึกษาหลักการ ทฤษฎี เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยข้อบกพร่อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

1.3 ศึกษาหลักสูตร เนื้อหา คู่มือครู และแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการ จำแนกเนื้อหาการเรียนเป็นเนื้อหาย่อย 4 เรื่อง ดังนี้

1.3.1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

1.3.2 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

1.3.3 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

1.3.4 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

1.4 ศึกษาและวิเคราะห์ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ และข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องระบบสมการของนักเรียน ที่ได้ข้อมูลจากการสำรวจลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน จำแนกลักษณะข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องระบบสมการ ได้ 6 ด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล

1.1 การใช้ข้อมูลในการคำนวณ

1.2 การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในขั้นตอนการแก้ปัญหา

1.3 การพิจารณาหน่วยของข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหา

1.4 การสรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่

ด้านที่ 2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

2.1 การจำบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

2.2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตรตามเงื่อนไขที่กำหนด

2.3 การประยุกต์ใช้ข้อมูลกับบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

2.4 การสรุปผลจากการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

ด้านที่ 3 ทักษะการคิดคำนวณ

- 3.1 การมีทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริง
- 3.2 การมีทักษะในหลักของพีชคณิตเบื้องต้น
- 3.3 ความรอบคอบในการเขียนตัวเลข หรือสัญลักษณ์
- 3.4 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้องของหลักการคำนวณ
- 3.5 การมีทักษะในการเลือกสมบัติของจำนวนจริงมาใช้ในการคำนวณ

ด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา

- 4.1 มีทักษะในการใช้ภาษา การเข้าใจคำถามอย่างถูกต้อง
- 4.2 การแปลความหมายจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์
- 4.3 การเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 5 การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

- 5.1 การเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
- 5.2 การใช้ข้อมูลในการเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง

ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

- 6.1 การทำตามขั้นตอนจนได้คำตอบที่ถูกต้อง
- 6.2 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้อง จนได้คำตอบเป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์
- 6.3 การตอบครบตามที่โจทย์ถาม หรือแสดงวิธีทำจนเป็นผลสำเร็จ

1.5 สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจข้อบกพร่อง เรื่องระบบสมการ จำนวน 4 ฉบับ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบเติมคำ และอัตรัยแสดงวิธีทำ โดยสร้างให้ข้อคำถามสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่องที่สำรวจจากความคิดเห็นของครู ข้อสอบแต่ละข้อต้องสามารถบ่งบอกถึงสาเหตุของการตอบผิด และเนื้อหาในแต่ละฉบับของแบบทดสอบเพื่อสำรวจข้อบกพร่อง มีดังต่อไปนี้

- ฉบับที่ 1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง จำนวน 7 ข้อ
- ฉบับที่ 2 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง จำนวน 6 ข้อ
- ฉบับที่ 3 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 6 ข้อ
- ฉบับที่ 4 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 6 ข้อ

นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจข้อบกพร่องที่สร้างขึ้น เสนอประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ แล้วปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจข้อบกพร่องไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ปีการศึกษา 2544 ที่เรียนเนื้อหาในเรื่องระบบสมการมาแล้ว จำนวน 20 คน เพื่อสำรวจข้อบกพร่องของนักเรียน และเพื่อให้ได้ข้อมูลข้อบกพร่องที่สอดคล้องกับของครูผู้สอน แล้วทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสม ข้อสอบข้อใดที่ยากเกินไปนักเรียนส่วนใหญ่ทำไม่ได้ก็ปรับปรุงแก้ไขใหม่

1.7 นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจข้อบกพร่องที่ได้คัดเลือกและปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 1.6 เป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน อย่างละ 4 ฉบับ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเติมคำ และแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ โดยแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนานมีลักษณะของคำถามที่ใกล้เคียงกัน มีจำนวนข้อคำถามเท่ากัน มีเนื้อหาและจำนวนข้อที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

ฉบับที่ 1 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

จำนวน 7 ข้อ เวลา 50 นาที

ฉบับที่ 2 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง

จำนวน 5 ข้อ เวลา 50 นาที

ฉบับที่ 3 ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

จำนวน 6 ข้อ เวลา 50 นาที

ฉบับที่ 4 โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

จำนวน 5 ข้อ เวลา 50 นาที

1.8 นำแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนานทั้งสองที่ได้ในข้อ 1.7 เสนอประธานกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไข

1.9 นำแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนานที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ปีการศึกษา 2544 ที่เรียนเนื้อหาในเรื่องระบบสมการมาแล้ว จำนวน 20 คน เพื่อนำผลการทดสอบที่ได้มาหาค่าความยากง่าย(p) อำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบทั้งสอง โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .50 ขึ้นไป และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนานที่ได้ต้องมีค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก ของแต่ละข้อของแบบทดสอบทั้งสองเมื่อจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งแล้วมีค่าใกล้เคียงกัน และจำนวนข้อสอบทั้งสองฉบับเท่ากัน

1.10 นำแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนานทั้งสองที่ได้ในข้อ 1.9 มาหาค่าความเชื่อมั่น ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งสอง ดังนี้

แบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 1 มีค่าความเชื่อมั่น .965

แบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 2 มีค่าความเชื่อมั่น .921

แบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 3 มีค่าความเชื่อมั่น .939

แบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 4 มีค่าความเชื่อมั่น .966

แบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนานที่ได้เป็นแบบทดสอบที่นำไปทดสอบจริงกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2. ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม

ชุดการเรียนการสอนสำหรับซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในเรื่อง ระบบสมการ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตร มัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เพื่อศึกษาความคิดรวบยอด เนื้อหา จุดประสงค์ การเรียนรู้ วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่อง ระบบสมการ และลักษณะข้อบกพร่อง 6 ด้านดังในข้อ 1.4

2.2 สร้างชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม สำหรับซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่มี ข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบสมการ จำแนกตามเนื้อหาย่อยและลักษณะข้อบกพร่อง ทั้งหมด 4 ชุดดังนี้

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเรื่อง ระบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 1,2,3,6

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเรื่อง โจทย์ปัญหา ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 1,2,4,5,6

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเรื่อง ระบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 2,6

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องเรื่อง โจทย์ปัญหา ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 4,6

2.3 นำชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมที่สร้างขึ้นตามข้อ 2.2 เสนอประธานกรรมการควบคุม ปรินญาณิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ลำดับขั้นตอนการเรียนรู้ในชุดการเรียนรู้ การสอนซ่อมเสริม และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้

2.4 นำชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมทั้ง 4 ชุดที่ได้รับการตรวจสอบและแก้ไขแล้วตามข้อ 2.3 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ปีการศึกษา 2544 ที่เรียนเรื่องระบบสมการไปแล้ว จำนวน 20 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 4 กลุ่ม กลุ่มละ 5 คนสำหรับชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมแต่ละชุด เพื่อศึกษาปัญหาหรืออุปสรรค ตลอดจน ระยะเวลาที่ใช้สำหรับชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมแต่ละชุด แล้วผู้วิจัยนำปัญหาและข้อบกพร่องที่ได้มาปรับปรุง แก้ไขชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม

2.5 นำชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมที่ได้ทดลองและแก้ไขปรับปรุงแล้ว เสนอประธานกรรมการ ควบคุมปรินญาณิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบและแก้ไขปรับปรุงอีกครั้ง ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมที่ได้ จะเป็นชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมที่นำไปทดลองจริงกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครูและแบบเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เพื่อศึกษาความคิดรวบยอด เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ ในเรื่อง ระบบสมการ

3.2 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ให้สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยสร้างเป็นข้อสอบแบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ

3.3 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ที่สร้างขึ้น เสนอประธาน กรรมการควบคุมปรินญาณิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้ ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความเหมาะสมของตัวเลือกตัวลวง เพื่อปรับปรุงแก้ไข

3.4 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อ 3.3 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ปีการศึกษา 2544 ที่เรียนเนื้อหาในเรื่องระบบสมการ มาแล้ว จำนวน 20 คน ใช้เวลาในการทดสอบ 90 นาที เพื่อนำผลของการทดสอบมาวิเคราะห์รายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) แล้วคัดเลือกข้อสอบจำนวน 20 ข้อ โดยที่ข้อสอบแต่ละข้อมีค่าความยากง่ายระหว่าง .20 – .80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 – 1.00 และได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .767 โดยครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ที่ได้เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นำไปใช้ทดสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. สืบหาข้อมูลเบื้องต้น โดยสืบหาเนื้อหาที่เป็นปัญหาในการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบสอบถามถามครูผู้สอนหรือเคยสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 30 คน จาก 30 โรงเรียน และสำรวจลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามความคิดเห็นของครูผู้สอน โดยใช้แบบสอบถามถามครูผู้สอนหรือเคยสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดฉะเชิงเทรา จำนวน 24 คน จาก 24 โรงเรียนใน 30 โรงเรียนที่ได้ส่งแบบสอบถามไปให้

2. นำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ที่เป็นปัญหาในการจัดการเรียนการสอนระดับก่อนข้างมาก เรื่องหนึ่งที่ได้จากการสำรวจในข้อ 1 คือ เรื่องระบบสมการ มาสร้างเป็นเครื่องมือในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวินิจฉัยและแบบทดสอบคู่ขนาน เรื่องระบบสมการ จำนวน 4 ชุด ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม เรื่องระบบสมการ จำนวน 4 ชุด และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการ เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3. นำแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องระบบสมการ ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และแบ่งตามเนื้อหาย่อย มีจำนวน 4 ฉบับ ไปทดสอบกับนักเรียนห้องที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 25 คน และได้เรียนเนื้อหาเรื่องระบบสมการแล้วจากครูผู้สอน ผู้วิจัยทำการทดสอบเมื่อนักเรียนเรียนจบเนื้อหาย่อยๆในแต่ละเรื่องตามลำดับ แล้วคัดเลือกเฉพาะนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มในแต่ละจุดประสงค์ของแบบทดสอบวินิจฉัย โดยถือว่านักเรียนเหล่านั้นมีข้อบกพร่องทางการเรียนในเรื่องระบบสมการ ซึ่งนักเรียนคนเดียวอาจมีข้อบกพร่องได้มากกว่า 1 ด้าน จากผลของการวินิจฉัยได้จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน แยกตามแบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 4 ฉบับ ดังนี้

ฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำนวน 25 คน

ฉบับที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง
จำนวน 20 คน

ฉบับที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 19 คน

ฉบับที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 10 คน

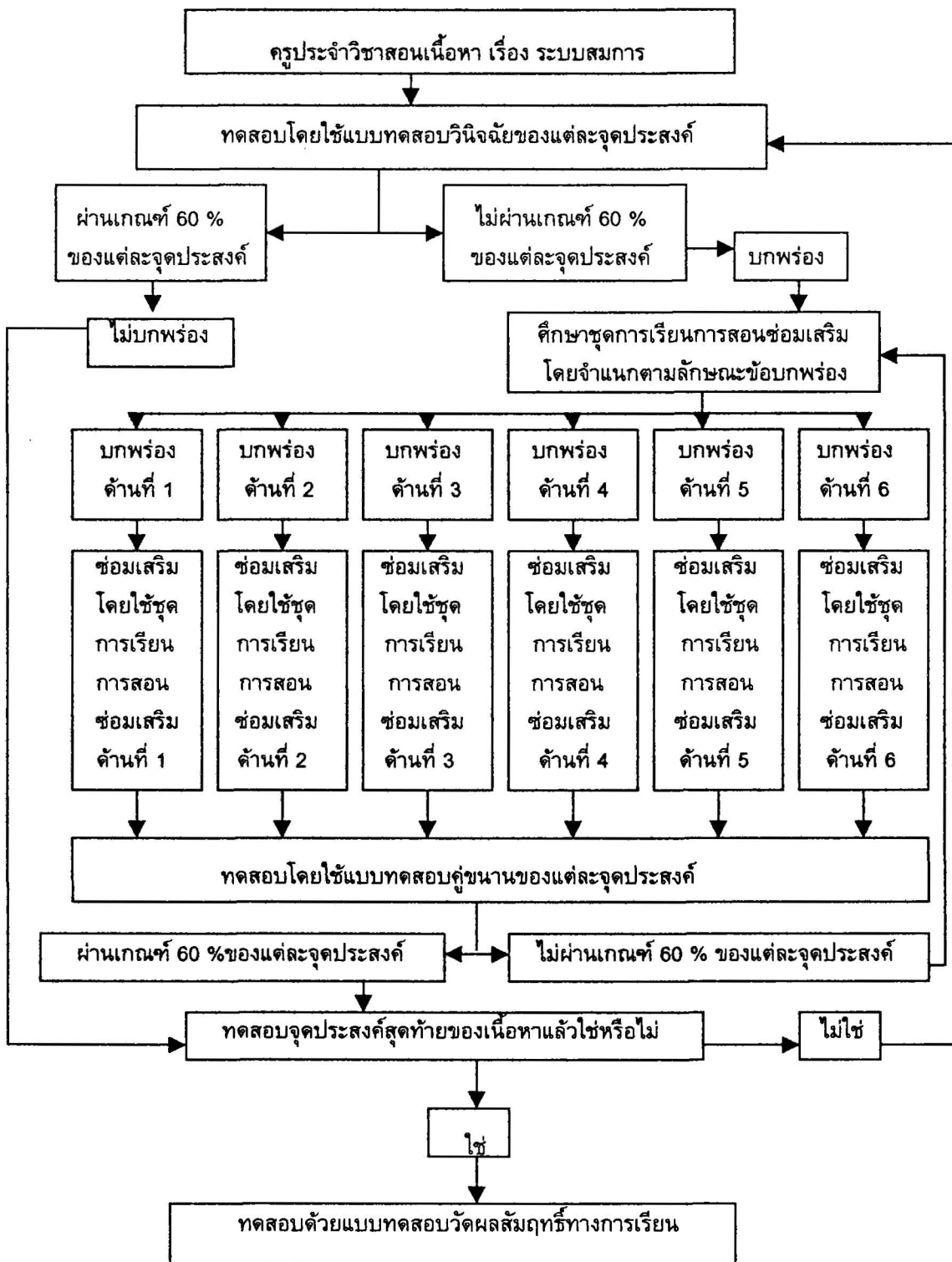
4. ทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบสมการ โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม 4 ชุดแยกตามเนื้อหาย่อยๆ และลักษณะข้อบกพร่อง นักเรียนบกพร่องในเนื้อหา และข้อบกพร่องด้านใดก็จะใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับเนื้อหา และข้อบกพร่องด้านนั้นๆ กล่าวคือ ถ้านักเรียนมีข้อบกพร่องในเนื้อหาย่อยที่ 2 ลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 4 ก็จะได้รับ การสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 ด้านที่ 4 และถ้านักเรียนคนใดที่มีข้อบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน หรือบกพร่องในเนื้อหาย่อยมากกว่า 1 เรื่อง ก็จะได้รับ การซ่อมเสริมข้อบกพร่องที่ละด้านเรียงตามลำดับเนื้อหาที่เป็นความรู้พื้นฐานก่อนจนครบทุกด้านในแต่ละชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ซึ่งกิจกรรมการซ่อมเสริมคือให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมด้วยตนเอง หรือศึกษาเป็นกลุ่มๆ ตามลักษณะข้อบกพร่องแต่ละด้าน โดยผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำ จัดเตรียมวัสดุ อุปกรณ์ และสิ่งอำนวยความสะดวกให้ เวลาที่ใช้ในการซ่อมเสริมเป็นนอกเวลาเรียนปกติ หลังจากทำการซ่อมเสริมจนครบลักษณะข้อบกพร่องในทุกด้านที่นักเรียนมี โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดใดแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบคู่ขนาน เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละเนื้อหาย่อย

5. หากพบว่ายังมีนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ให้พิจารณาว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านใดและจุดประสงค์ใดแล้ว จัดซ่อมเสริมนักเรียนเหล่านั้นเป็นรายบุคคล หรือเป็นกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนศึกษาทบทวนชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมตามลักษณะข้อบกพร่องในด้านนั้นๆ และผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำเพิ่มเติมเป็นกรณีพิเศษ เมื่อนักเรียนศึกษาทบทวนชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมตามลักษณะข้อบกพร่องที่นักเรียนยังมีอยู่จนครบทุกด้านของแต่ละชุดแล้ว ทำการทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องด้วยแบบทดสอบคู่ขนานหลังใช้ชุดนั้นๆ อีกครั้ง

6. ถ้าผลการทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องด้วยแบบทดสอบคู่ขนาน พบว่านักเรียนยังมีข้อบกพร่องให้ทำการซ่อมเสริม และวินิจฉัย โดยใช้กระบวนการในข้อที่ 5 จนกระทั่งแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ แบบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนที่ได้รับการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมครบทุกเนื้อหาแล้ว เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียน โดยใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

8. นำคะแนนที่ได้ในข้อ 3, 4 และ 7 ไปวิเคราะห์ข้อมูล และดำเนินการทดสอบสมมติฐานต่อไป



ภาพประกอบ 1 แผนผังการดำเนินการศึกษาและแก้ไขข้อบกพร่อง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัย ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนเรียนหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด ดังนี้
 - 2.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนเรียนหลังการซ่อมเสริม กับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด โดยใช้การทดสอบลิลล์ฟอร์ส (Lilliefors Test)
 - 2.2 ถ้าคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนเรียนหลังการซ่อมเสริม กับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมมีการแจกแจงปกติ ทดสอบสมมติฐานดังกล่าวในข้อ 2 โดยใช้สถิติทดสอบ t (Two dependent samples)
 - 2.3 ถ้าคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนเรียนหลังการซ่อมเสริม กับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ ทดสอบสมมติฐานดังกล่าวในข้อ 2 โดยใช้การทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน (Wilcoxon Signed Rank Test)
3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด โดยวิธี Z-test

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยจะใช้สถิติดังต่อไปนี้ ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
3. สถิติเพื่อการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 ได้แก่ การทดสอบลิลล์ฟอร์ส สถิติทดสอบ t (Two dependent samples) หรือการทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน
4. สถิติเพื่อการทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 ได้แก่ Z-test

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษา และแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่อง ซึ่งมีทั้งหมด 4 ฉบับ และวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละเนื้อหาย่อย และจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ตอนที่ 2 ผลของการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้แก่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด
2. การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test) เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด
3. สถิติทดสอบ t (Two dependent samples) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในชุดที่ 1, 2 และ 4
4. การทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน (Wilcoxon Signed Rank Test) เพื่อเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในชุดที่ 3
5. สถิติทดสอบ Z (Z - test) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลของการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละเนื้อหาย่อย และจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ข้อมูลที่น่าวิเคราะห์ได้แก่ ผลจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 4 ฉบับของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 25 คน โดยเสนอในตาราง 3 - 6 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนในแต่ละเนื้อหาย่อย และจุดประสงค์การเรียนรู้ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ตาราง 3 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน
1. การใช้ข้อมูล	- นำข้อมูลที่ผิดมาใช้ในการคำนวณ เช่น โจทย์กำหนด $x - 2y = 15$ แต่เขียนโจทย์ผิดเป็น $x - 2y = 5$ ทำให้ได้ $x = 5 + 2y$ (ส่งผลให้หาค่า x และ y ผิด) - สรุปค่า y ผิด เช่น $(y - 5)(y + 3) = 0$ สรุปว่า $y = -5$ หรือ $y = 3$	4	16
2. การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร	- บอกไม่ได้ว่าสมการใด เป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสอง เช่น ตอบว่าสมการเชิงเส้น ได้แก่ $xy = 10$, $y - x^2 = 0$ - หาค่า x จากสมการ $x^2 + 2x - 1 = 0$ โดยใช้สูตรไม่ได้	16	64
3. ทักษะการคิดคำนวณ	- บวก ลบ และหาร จำนวนจริงผิด เช่น $15 + (-6) = 11$, $3 - (-\frac{3}{3}) = 6$ หรือ - บวก ลบ และคูณพหุนามผิด เช่น $x - y = 3$ ได้ $y = 3 - x$ หรือ $x - y = 3$ ได้ $y = 3 + x$ หรือ $3x = 9 + y$ ได้ $x = 3y$ หรือ $x^2 - (1 - 2x) = 0$ ได้ $x^2 - 1 - 2x = 0$ หรือ $3x - y = 9$ ได้ $x = 9 + y - 3$ หรือ $15 + 2y = 17y$ หรือ $(2 - y)^2 = y^2 + 4$ หรือ $(2 - y)^2 = 4 - 2y$ - แยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองผิด เช่น $x^2 + 2x - 1 = (x - 1)(x + 1)$ หรือ $15 + 2 - y^2 = (y + 5)(y - 3)$	19	76

ตาราง 3 (ต่อ)

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องทางการเรียน
	- ขาดความรอบคอบในการเขียนเครื่องหมาย บวก ลบ หรือเขียนตัวเลขผิด		
4. การตีความด้านภาษา*	-	-	-
5. การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง*	-	-	-
6. การตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหา	- แสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จ ตามขั้นตอน - ไม่แสดงวิธีการแก้ระบบสมการ - แสดงวิธีทำผิด	25	100

* แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 ไม่ได้มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้าน
การตีความด้านภาษา และการใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

จากตาราง 3 พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ
100 รองลงมาตามลำดับได้แก่ ทักษะการคิดคำนวณ ร้อยละ 76 การใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือ
สูตร ร้อยละ 64 และลักษณะข้อบกพร่องที่น้อยที่สุด คือ การใช้ข้อมูล ร้อยละ 16

ตาราง 4 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง
ทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องทางการเรียน
1. การใช้ข้อมูล	- ไม่เขียนหน่วยในคำตอบ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 ยาว 12	3	12

ตาราง 4 (ต่อ)

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องทางการเรียน
2. การใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร	- เขียนสูตรการหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าไม่ได้ - ไม่สามารถนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้เขียนสมการที่เกี่ยวกับเส้นทแยงมุมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 13 เซนติเมตร ถ้าให้ x และ y แทนความยาวของด้านกว้างและด้านยาวตามลำดับ เขียนสมการได้เป็น $xy = 13$	8	32
3. ทักษะการคิดคำนวณ	- ลบจำนวนจริงผิด เช่น $1 - \frac{1}{2} = -1$ - บวกพหุนามผิด เช่น $5 + 2x = 7x$ หรือ $2y + 1 = 0$ ได้ $2y = 1$ - แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองผิด เช่น $y^2 - 38y + 357 = 0$ $(y - 13)(y - 25) = 0$ - ขาดความรอบคอบในการเขียนเครื่องหมายบวก ลบ เช่น แทน $y = 1 - x$ ในสมการ $y - 2x^2 = 0$ ได้ $1 - x + 2x^2 = 0$ หรือ $1 - x - 2x^2 = 0$ ได้ $-2x^2 - x - 1 = 0$	10	40
4. การตีความด้านภาษา	- บอกไม่ได้ว่าอะไรเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการ - เขียนสมการที่แสดงความเกี่ยวข้องของตัวแปรกับจำนวนอื่นๆ ที่ทราบค่าไม่ได้	14	56
5. การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง	- เขียนกราฟของระบบสมการที่กำหนดให้ไม่ได้	20	80
6. การตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหา	- แสดงวิธีทำตามขั้นตอนที่ถูกต้อง แต่เขียนตอบผิด เช่น หาค่า $x = -1, y = 2$ แต่ตอบ $(2, -1)$ - ตอบไม่ครบตามที่โจทย์ถาม - แสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน	20	80

จากตาราง 4 พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง และการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ 80 รองลงมาตามลำดับได้แก่ การตีความคำภาษา ร้อยละ 56 ทักษะการคิดคำนวณ ร้อยละ 40 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร ร้อยละ 32 และลักษณะข้อบกพร่องที่น้อยที่สุด คือ การใช้ข้อมูล ร้อยละ 12

ตาราง 5 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องทางการเรียน
1. การใช้ข้อมูล	- สรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่ไม่ถูกต้อง เช่น หาค่า x และ y ได้ $x = 11$, $y = \pm 5$ และ $x = -11$, $y = \pm 5$ แต่สรุปคำตอบ เป็น $(5,11),(-5,11),(5,-11),(-5,-11)$	8	32
2. การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร	- นำสมบัติการบวกมาใช้ในการแก้ระบบ สมการไม่ถูกต้อง เช่น $2x^2 + 3xy = 0$ ____ (1) $3x^2 - 5xy = 57$ ____ (2) (1) + 1 จะได้ $3x^2 + 4xy = 1$ ____ (3)	3	12
3. ทักษะการคิดคำนวณ	- คูณ หาร จำนวนจริงไม่ถูกต้อง เช่น $-11^2 = -121$ หรือ $2(-3)^2 = -18$ หรือ $\frac{-168}{2} = -42$ - หาค่ารากที่สองไม่เป็น เช่น $y^2 = 4$ หาค่าได้ $y = \pm 4$ หรือ $x^2 = 16$ หาค่าได้ $x = 4$ - บวก ลบ พหุนามไม่ถูกต้อง เช่น $(x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 146 + 96$ $x^2 = 242$ หรือ $(x^2 + y^2) - (x^2 + y^2) = 25 - 13$ $x^2 = 12$	18	72

ตาราง 5 (ต่อ)

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องทางการเรียน
หรือ $(3x^2 - 5y^2) - (3x^2 + 3y^2) = 63 - 135$ $-2y^2 = -72$			
4. การตีความด้านภาษา*	-	-	-
5. การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง*	-	-	-
6. การตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหา	- แสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จ ตามขั้นตอน - ไม่แสดงวิธีการแก้ระบบสมการ - แสดงวิธีทำผิด	19	76

* แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 3 ไม่ได้มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการตีความด้านภาษา และการใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

จากตาราง 5 พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ 76 รองลงมาตามลำดับได้แก่ ทักษะการคิดคำนวณ ร้อยละ 72 การใช้ข้อมูล ร้อยละ 32 และลักษณะข้อบกพร่องที่น้อยที่สุด คือ การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร ร้อยละ 12

ตาราง 6 จำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน และร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องทางการเรียน
1. การใช้ข้อมูล	ไม่พบข้อบกพร่อง	-	-

ตาราง 6 (ต่อ)

ลักษณะข้อบกพร่อง	สาเหตุข้อบกพร่อง	จำนวนนักเรียน ที่มีข้อบกพร่อง ทางการเรียน(คน)	ร้อยละของจำนวน นักเรียนที่มีข้อ บกพร่องทางการเรียน
2. การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร	ไม่พบข้อบกพร่อง	-	-
3. ทักษะการคิดคำนวณ	- ขาดความรอบคอบ เช่น $x^2 + xy = 70$ _____(1) $x^2 - xy = 28$ _____(2) (1) + (2) ได้ $(x^2 - xy) + (x^2 - xy) = 70 - 28$ - แทนค่า $x = 7$ ในสมการ $x^2 + y^2 = 45$ ได้ $7^2 + y^2 = 7$	2	8
4. การตีความด้านภาษา	- บอกไม่ได้ว่าอะไรเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการ - มองไม่เห็นความเกี่ยวข้องของตัวแปรกับ จำนวนอื่นๆ ที่ทราบค่าเพื่อกำหนดสมการ	8	32
5. การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง*	-	-	-
6. การตรวจสอบ กระบวนการแก้ปัญหา	- ไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหา - ตอบคำถามไม่ครบตามที่โจทย์ถาม - แสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง	10	40

* แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 4 ไม่ได้มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องในด้านการใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

จากตาราง 6 พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ร้อยละ 40 รองลงมาตามลำดับได้แก่ การตีความด้านภาษา ร้อยละ 32 และลักษณะข้อบกพร่องที่น้อยที่สุด คือ ทักษะการคิดคำนวณ ร้อยละ 8 ส่วนการใช้ข้อมูล และการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร ไม่พบข้อบกพร่อง

ตอนที่ 2 ผลของการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อมูลที่น่าวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด ซึ่งมีทั้งหมด 4 ชุด และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ได้ผลวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด แสดงใน ตาราง 7

ตาราง 7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม เรื่อง ระบบสมการ

ชุดการเรียน การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ *	แบบทดสอบ	จำนวน นักเรียน(คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยง มาตรฐาน (s)
1	วินิจฉัย	25	40	10.70	3.26
	คู่ขนาน	25	40	20.38	5.50
2	วินิจฉัย	20	35	10.28	3.67
	คู่ขนาน	20	35	19.13	5.43
3	วินิจฉัย	19	30	8.42	3.11
	คู่ขนาน	19	30	16.97	3.41
4	วินิจฉัย	10	35	17.90	2.73
	คู่ขนาน	10	35	24.30	3.44

*ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 1 เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 2 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 3 เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 4 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

2. ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในแต่ละชุด โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test) ดังแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 ค่าสถิติของการทดสอบลิลลี่ฟอร์ส เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม เรื่อง ระบบสมการ

ชุดการเรียนรู้การสอน ซ่อมเสริมชุดที่	แบบทดสอบ	จำนวน นักเรียน(คน)	สถิติทดสอบ L	ค่าวิกฤต
1	วินิจัย	25	.163	.200
	คู่ขนาน	25	.095	.200
2	วินิจัย	20	.121	.231
	คู่ขนาน	20	.146	.231
3	วินิจัย	19	.248**	.235
	คู่ขนาน	19	.250**	.235
4	วินิจัย	10	.287	.294
	คู่ขนาน	10	.089	.294

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 8 พบว่า

1. คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในชุดที่ 1, 2 และ 4 มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01
2. คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในชุดที่ 3 มีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. เนื่องจากคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริมในชุดที่ 1, 2 และ 4 มีการแจกแจงปกติ ดังนั้น เปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในชุดที่ 1, 2 และ 4 โดยใช้สถิติทดสอบ t (Two dependent samples) ดังแสดงในตาราง 9

ตาราง 9 ค่าสถิติทดสอบ t สำหรับเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม

ชุดการเรียนรู้การสอน ซ่อมเสริมชุดที่	แบบทดสอบ	จำนวน นักเรียน(คน)	ค่าสถิติทดสอบ t	ค่าวิกฤต
1	วินิจฉัย	25	13.319**	2.492
	คู่ขนาน	25		
2	วินิจฉัย	20	7.609**	2.539
	คู่ขนาน	20		
4	วินิจฉัย	10	8.683**	2.821
	คู่ขนาน	10		

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 9 พบว่า ค่าสถิติทดสอบ t ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในชุดที่ 1, 2 และ 4 มากกว่าค่าวิกฤตของแต่ละชุด แสดงว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม ในชุดที่ 1, 2 และ 4 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

4. เนื่องจากคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในชุดที่ 3 มีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ ดังนั้น การทดสอบเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในชุดที่ 3 ใช้การทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน (Wilcoxon Signed Rank Test) ดังแสดงในตาราง 10

ตาราง 10 ค่าสถิติทดสอบ T ของการทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน สำหรับเปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่	แบบทดสอบ	จำนวนนักเรียน(คน)	ค่าสถิติทดสอบ T	ค่าวิกฤต
3	วินิจฉัย	19	0**	32
	คู่ขนาน	19		

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 10 พบว่า ค่าสถิติทดสอบ T ของการทดสอบเครื่องหมายวิลโคซอน ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม และแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม ในชุดที่ 3 น้อยกว่าค่าวิกฤต แสดงว่า คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริม ในชุดที่ 3 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

5. ค่าสถิติทดสอบ Z (Z – test) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด

ตาราง 11 ค่าสถิติทดสอบ Z เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	เกณฑ์ 50%ของคะแนนเต็ม (คะแนน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ฯตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าสถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤต
นักเรียน						
ม. 3	25	20	10	19	2.60**	2.33

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 11 พบว่าค่าสถิติทดสอบ Z มากกว่าค่าวิกฤต แสดงว่า การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมซึ่งช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

สมมติฐานของการวิจัย

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนเรียนหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด
2. การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง ระบบสมการ ซึ่งได้จากการสุ่มตัวอย่างมา 1 ห้องเรียน จำนวน 25 คน จากนั้นใช้แบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 4 ฉบับ ทำการทดสอบนักเรียนแล้วคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในด้านต่างๆ เพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างแยกตามข้อบกพร่องที่มีลักษณะเดียวกัน ทั้งนี้ นักเรียนที่มีข้อบกพร่องโดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย อาจจะมีข้อบกพร่องมากกว่า 1 ฉบับ ซึ่งจะได้กลุ่มตัวอย่างมีจำนวนดังต่อไปนี้

ฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง จำนวน 25 คน

ฉบับที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง
จำนวน 20 คน

ฉบับที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 19 คน

ฉบับที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง จำนวน 10 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการทดลอง

1. แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นแบบทดสอบที่ใช้ศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ว่านักเรียนคนใดมีข้อบกพร่องในลักษณะใด ผลของการทดสอบนี้จะใช้จำแนกนักเรียนว่าจำเป็นต้องซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องในด้านใด

2. ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในเรื่องระบบสมการ

3. แบบทดสอบคู่ขนาน เป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะคู่ขนานกับแบบทดสอบวินิจฉัย เพื่อใช้ทดสอบหลังการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องแล้ว

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบสมการ ภายหลังการซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมครบทุกชุดแล้ว

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวินิจฉัย เรื่องระบบสมการ จำนวน 4 ฉบับ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 25 คน แล้วนำผลการทดสอบมาคัดเลือกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องระบบสมการ เพื่อเป็นกลุ่มตัวอย่าง ดังกล่าวมาแล้ว

2. ผู้วิจัยทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม จำนวน 4 ชุดแยกตามเนื้อหาย่อย จุดประสงค์การเรียนรู้ และลักษณะข้อบกพร่อง หากนักเรียนบกพร่องในเนื้อหา และข้อบกพร่องด้านใดก็จะใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับเนื้อหา และข้อบกพร่องด้านนั้นๆ กล่าวคือ ถ้านักเรียนมีข้อบกพร่องในเนื้อหาย่อยที่ 1 ลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 3 ก็จะได้รับ การซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 ด้านที่ 3 และถ้านักเรียนคนใดมีข้อบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน หรือบกพร่องในเนื้อหาย่อยมากกว่า 1 เรื่อง ก็จะได้รับ การซ่อมเสริมข้อบกพร่องที่ละด้าน เรียงตามลำดับเนื้อหาที่เป็นความรู้พื้นฐานก่อน จนครบทุกด้านในแต่ละชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม หลังจากทำการซ่อมเสริมจนครบลักษณะข้อบกพร่องในทุกด้านที่นักเรียนมี โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดใดแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบคู่ขนาน เพื่อศึกษาผลของการซ่อมเสริมในแต่ละเนื้อหาย่อย

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ไปทดสอบกับ นักเรียนที่ได้รับการซ่อมเสริมจนครบทุกเนื้อหาย่อยในเรื่องระบบสมการแล้ว

สรุปผลการวิจัย

ตอนที่ 1 การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนทั้ง 4 ฉบับ ปรากฏผลดังนี้

1. ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องที่พิจารณาจากแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา มีจำนวนร้อยละ 100 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องแสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน รองลงมาตามลำดับ ได้แก่ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 76 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องการบวก ลบ และคูณพหุนามไม่ถูกต้อง ด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 64 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องจำแนกและบอกรูปแบบทั่วไปของสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสองไม่ได้ และลักษณะข้อบกพร่องที่น้อยที่สุด คือ ด้านการใช้ข้อมูล มีจำนวนร้อยละ 16 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องการนำข้อมูลที่ผิดมาใช้ในการคำนวณ

2. ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องที่พิจารณาจากแบบทดสอบ วินิจฉัยฉบับที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหาในระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ ด้านการใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง มีจำนวนร้อยละ 80 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องการเขียนกราฟของระบบสมการที่กำหนดให้ไม่ได้ และด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา มีจำนวนร้อยละ 80 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องแสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน รองลงมาตามลำดับ ได้แก่ ด้านการตีความด้านภาษา มีจำนวนร้อยละ 56 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องเขียนสมการที่แสดงความเกี่ยวข้องของตัวแปรกับจำนวนอื่นๆ ที่ทราบค่าไม่ได้ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 40 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องการแทนค่า x หรือ y ที่ได้ในสมการที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 32 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องไม่สามารถนำความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสมาใช้เขียนสมการที่เกี่ยวกับเส้นทแยงมุมได้ และลักษณะข้อบกพร่องที่น้อยที่สุด คือ ด้านการใช้ข้อมูล มีจำนวนร้อยละ 12 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องไม่เขียนหน่วยของคำตอบ

3. ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องที่พิจารณาจากแบบทดสอบ วินิจฉัยฉบับที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา มีจำนวนร้อยละ 76 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องแสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน รองลงมาตามลำดับ ได้แก่ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 72 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องการคูณหารจำนวนจริง ด้านการใช้ข้อมูล มีจำนวนร้อยละ 32 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องการสรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่ไม่ถูกต้อง และลักษณะข้อบกพร่องที่น้อยที่สุด คือ ด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร มีจำนวนร้อยละ 12 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องการนำสมบัติการบวกมาใช้ในการแก้ระบบสมการไม่ถูกต้อง

4. ผลการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องที่พิจารณาจากแบบทดสอบ วินิจฉัยฉบับที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหาในระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง พบว่า ลักษณะข้อบกพร่องมากที่สุด คือ ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา มีจำนวนร้อยละ 40 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องแสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน รองลงมาตามลำดับ ได้แก่ ด้านการตีความด้านภาษา มีจำนวนร้อยละ 32 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องบอกไม่ได้ว่าอะไรเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการ ด้านทักษะการคิดคำนวณ มีจำนวนร้อยละ 8 ซึ่งนักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดในเรื่องความรอบคอบในการเขียนเครื่องหมาย บวก ลบ และตัวเลข ส่วนด้านการใช้ข้อมูล และด้านการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร ไม่พบข้อบกพร่อง

ตอนที่ 2 การแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม เรื่องระบบสมการ

1. คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบก่อนเรียนหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุดทั้งหมด 4 ชุด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

2. การใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ทำให้นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เนื่องจากคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด และนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด แสดงว่าชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนทั้ง 4 ชุด สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมซึ่งช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ จากแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 4 ฉบับ จำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ ดังนี้

1.1 ด้านการใช้ข้อมูล เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ สรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่ไม่ถูกต้อง สาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนเข้าใจผิดว่าค่าของตัวแปรที่หาได้ก่อนจะต้องเป็นสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับซึ่งเป็นคำตอบ ดังนั้นเมื่อนักเรียนหาค่าของตัวแปร y ได้ก่อนตัวแปร x นักเรียนจึงเขียนคำตอบสลับที่กัน

1.2 ด้านการใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ จำแนกและบอกรูปแบบทั่วไปของสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสองไม่ได้ มีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนจำรูปแบบทั่วไปของสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสองไม่ได้ และเข้าใจผิดว่าสมการที่มีพจน์ xy เป็นสมการเชิงเส้น เพราะจำว่าสมการดีกรีสองต้องมีเลขยกกำลังสองปรากฏอยู่ด้วย

1.3 ด้านทักษะการคิดคำนวณ เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ การบวก ลบพหุนาม ไม่ถูกต้อง มีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนสับสนระหว่างการบวก ลบพหุนามกับการบวก ลบจำนวนเต็ม คิดว่าสามารถบวก ลบพหุนามกับจำนวนเต็มได้ และผิดพลาดในเรื่องเครื่องหมายบวก ลบ

1.4 ด้านการตีความด้านภาษา เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ เขียนสมการที่แสดงความเกี่ยวข้องของตัวแปรกับจำนวนอื่นๆ ที่ทราบค่าไม่ได้ มีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากนักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาไม่เข้าใจ ไม่รู้ว่าโจทย์ต้องการหาอะไร หรือโจทย์กำหนดอะไรมาให้

1.5 ด้านการใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ เขียนกราฟของระบบสมการที่กำหนดให้ไม่ได้ อาจมีสาเหตุสำคัญมาจากนักเรียนไม่สามารถเขียนคู่อันดับจากสมการที่กำหนด หรือไม่เข้าใจในเรื่องการนำคู่อันดับที่ได้มาเขียนกราฟ หรือไม่เข้าใจวิธีการและขั้นตอนในการเขียนกราฟของสมการเชิงเส้น และกราฟของพาราโบลา

1.6 ด้านการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา เรื่องที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุดคือ แสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน ซึ่งเป็นเรื่องที่พบข้อบกพร่องมากที่สุดจากการทำแบบทดสอบวินิจฉัยทุกฉบับของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทุกคน มีสาเหตุสำคัญเนื่องมาจากการที่นักเรียนไม่เข้าใจขั้นตอนของการแก้ระบบสมการ ทำให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ระบบสมการไม่เสร็จตามขั้นตอน หรือไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหา

1.7 จากการศึกษาพบว่า เนื้อหาย่อยแต่ละเรื่องมีข้อบกพร่องในลักษณะที่แตกต่างกันออกไปตามเนื้อหาย่อยและจุดประสงค์การเรียนรู้ แต่โดยรวมแล้วจะเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถนำความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์จากเรื่องที่เรียนไปแล้วนำมาใช้แก้ปัญหา ดังนั้นในการศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนในด้านต่างๆ นี้ช่วยให้ครูผู้สอนและนักเรียนทราบถึงข้อบกพร่องซึ่งเป็นสาเหตุและปัญหาที่แท้จริงในการเรียนการสอน

และหาวิธีซ่อมเสริมข้อบกพร่องก่อนที่จะดำเนินการสอนในเนื้อหาใหม่ต่อไป ทำให้นักเรียนสามารถเรียนเนื้อหาต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ โบวแมน (Bowman. 1976 : 7260 - A) และจีน (Jean. 1978 : 4636 - A) ที่พบว่าแบบทดสอบเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนนี้ ทำให้พบข้อบกพร่องรายบุคคลของนักเรียน ซึ่งมีประโยชน์ในการจัดโครงการซ่อมเสริมนักเรียนเป็นรายบุคคลได้อย่างเหมาะสม

2. จากการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่องระบบสมการ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลปรากฏว่า คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบคู่ขนานหลังการซ่อมเสริม สูงกว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนการซ่อมเสริมในแต่ละชุด และนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวน นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทั้งหมด ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากลักษณะเฉพาะของชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ดังต่อไปนี้

2.1 ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมแต่ละชุด จำแนกตามเนื้อหาย่อย และลักษณะข้อบกพร่องแต่ละด้าน และมุ่งซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขลักษณะข้อบกพร่องด้านใดด้านหนึ่งเพียงด้านเดียวเท่านั้น ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้จะมีผลดีต่อการแก้ไขข้อบกพร่อง เนื่องจากมีการหาข้อบกพร่องว่านักเรียนแต่ละคนบกพร่องในเนื้อหาย่อย และลักษณะข้อบกพร่องด้านใด ก็ใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องในเนื้อหาย่อย และลักษณะข้อบกพร่องด้านนั้นๆ นับเป็นการแก้ไขข้อบกพร่องได้ตรงจุด

2.2 รูปแบบการนำเสนอเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมในแต่ละชุด เริ่มตั้งแต่การฝึกทักษะความรู้พื้นฐานในการเรียนเรื่องระบบสมการ จนถึงการฝึกทักษะในเนื้อหาเรื่องระบบสมการที่ละขั้นตอน ลำดับ และมีกิจกรรมการฝึก แบบฝึกหัด พร้อมเฉลยคำตอบอย่างละเอียด โดยไม่จำกัดเวลาในการฝึก ทำให้นักเรียนสามารถฝึกหัดทำพร้อมตรวจสอบความเข้าใจของตนเองไปด้วยตามความสามารถของแต่ละบุคคล และจากการฝึกทำแบบกิจกรรม แบบฝึกหัดนี้ ทำให้นักเรียนเกิดทักษะ และมีความมั่นใจมากยิ่งขึ้น

3. จากการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 3 ซึ่งยังคงพบข้อบกพร่องทางการเรียนตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนสับสน ขาดความรอบคอบ ไม่ระมัดระวังในการนำข้อมูลที่มีหรือที่ได้ มาสรุปเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งในการแก้ไขข้อบกพร่องที่พบนี้ผู้วิจัยได้ให้คำแนะนำ และทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องโดยให้นักเรียนศึกษา และทบทวนจากชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ชุดที่ 1 ด้านที่ 1 ซ้ำ เนื่องจากในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดนี้ มีเนื้อหาและแบบฝึกที่ตรงกับลักษณะข้อบกพร่องที่พบ

4. จากการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 2, 3 และ 4 ซึ่งยังคงพบข้อบกพร่องทางการเรียนตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 3 ทักษะการคิดคำนวณ อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนที่ได้รับการแก้ไขข้อบกพร่องจนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ 60 % ของแบบทดสอบคู่ขนานฉบับที่ 1 ยังคงมีความรู้พื้นฐานที่จะนำมาใช้ในการคำนวณไม่มากเพียงพอที่จะสามารถทำโจทย์เรื่องระบบสมการในแบบทดสอบวินิจฉัยฉบับที่ 2, 3 และ 4 ที่มีลักษณะของโจทย์แตกต่างไปจากแบบทดสอบวินิจฉัยและคู่ขนานฉบับที่ 1 หรือนักเรียนบางคนขาดความคงทนในการจำ ซึ่งนักเรียนควรได้รับการฝึกทักษะให้มากยิ่งขึ้น ในการแก้ไขข้อบกพร่องที่พบนี้ผู้วิจัยได้ทำการซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่องโดยให้นักเรียนศึกษา และฝึกทักษะการคิดคำนวณจากชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน ชุดที่ 1 ด้านที่ 3 ซ้ำ เนื่องจากในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดนี้ ผู้วิจัยสร้างให้มีลักษณะเป็นแบบฝึกทบทวนความรู้พื้นฐานด้านการคิดคำนวณในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง และครอบคลุมเรื่อง ระบบสมการ

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

ผลการวิจัยครั้งนี้ มีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1. การใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน ซึ่งจำแนกตามลักษณะข้อบกพร่องในแต่ละด้าน แล้วใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมที่สามารถแก้ไขข้อบกพร่องตามลักษณะนั้นๆ มีแนวโน้มว่า จะช่วยแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้ และยังช่วยลดภาระของครูผู้สอน จึงควรได้มีการนำแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่อง และชุดการเรียนการสอนเข้ามามีใช้ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมให้แพร่หลายมากขึ้น

2. ในการวินิจฉัย ไม่ควรแบ่งเนื้อหาบ่อยมากเกินไป เพราะการที่นักเรียนต้องทำแบบทดสอบหลายๆ ฉบับ จะทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายในการทำข้อสอบ ซึ่งอาจส่งผลให้นักเรียนไม่ทำข้อสอบ และทำให้ไม่สามารถวินิจฉัยลักษณะข้อบกพร่องได้ตรงตามความเป็นจริง

3. การสร้างชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ควรมีรูปแบบที่น่าสนใจ แต่ละชุดควรเป็นชุดสั้นๆ ควรครอบคลุมเฉพาะเนื้อหาแต่ละตอน หรือเฉพาะแต่ละลักษณะข้อบกพร่อง เพื่อให้นักเรียนไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการศึกษาชุดการเรียนการสอน

4. ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ไม่ควรจำกัดระยะเวลา ควรให้นักเรียนศึกษาตามความสามารถของนักเรียน ครูควรให้กำลังใจ ให้คำแนะนำ เมื่อนักเรียนมีปัญหา และควรมีการเสริมแรงเมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัด หรือแบบทดสอบได้ถูกต้อง

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรมีการศึกษา และแก้ไขข้อบกพร่องในลักษณะเดียวกันนี้กับเนื้อหาอื่นๆ และระดับชั้นอื่นๆ

2. ควรทำการศึกษาเพื่อหาวิธีการสอนแบบอื่นๆ ในการจัดการเรียนการสอนซ่อมเสริม เพื่อช่วยเหลือให้นักเรียนที่เรียนช้า หรือนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน ตลอดจนส่งเสริมนักเรียนที่เรียนเก่งให้เรียนดีขึ้นกว่าเดิม

3. ควรมีการสำรวจเจตคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมตามแนวทางที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2539). "ครู...ผู้เปลี่ยนโฉมการเรียนรู้," ชุดนวัตกรรมช่วยการเรียนรู้การสอน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.
- กรมวิชาการ. สำนักงานทดสอบทางการศึกษา. (2538). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2539). แนวการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย เพื่อพัฒนาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2540). ผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2538. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . (2542). รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2533). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.
- กระทรวงศึกษาธิการ. กรมวิชาการ. (2523). คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.
- . (2535). คู่มือครูการประเมินผลการเรียนระดับมัธยมศึกษา ตามหลักสูตรฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กระทรวงศึกษาธิการ. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2543). คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.
- ฉวีวรรณ ศรีสังข์ทอง. (2541). การสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยม ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณินท์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชวาล แพรัตกุล. (2516). เทคนิคการวัดผล. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดารณี คำแหง. (2532). การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. จัดสำเนา.

- บรรจง แก้ววิเศษกุล. (2533). *การพัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมทักษะการหารสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2523, พฤษภาคม - สิงหาคม). "แบบทดสอบวินิจฉัย," *วารสารการวัดผลการศึกษา*. 2(1) : 19 - 23.
- , (2537). *การพัฒนาการสอน*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- ประคอง สุทธิสาร. (2526). "การสอนซ่อมเสริม," *หลักและแนวปฏิบัติในโรงเรียนประถมศึกษา*. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- ปิยนุช ศรีบูรณ์. (2541). *ผลของการแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาเรื่องร้อยละ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เอกสารฝึกหัด*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- พจนานุกรมไทย ฉบับทันสมัย. (2543). กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- พันทิพา อุทัยสุข. (2524). *พฤติกรรมการสอนมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ : สำนักเทคโนโลยีทางการศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2523). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ดันบรรจง. (2531). *สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- รุจิร ภู่อาระ. (2520). *เอกสารประกอบคำบรรยายกระบวนการวัดผลและประเมินผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการทดสอบและวิจัย มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- วัฒนาพร ระบับทูกษ์. (2541). *การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : ต้นอ้อ 1999.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *พัฒนาหลักสูตรและการสอน-มิติใหม่*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- วิริยะ ศิริชานนท์. (2532). *การพัฒนาและประเมินผลชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- ศรียา นิยมธรรม. (2539). "การสอนซ่อมเสริม," *สารานุกรมศึกษาศาสตร์ ฉบับกาญจนาภิเษก*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ. (2531). *การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อซ่อมเสริมการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวก และการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.

- สมชาย บุญรักษา. (2536). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และระบบสมการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดพังงา. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ จันทนารักษ์. (2529). การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนแผนการเรียนเกษตรกรรม เขตการศึกษา 6. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สมศักดิ์ สันธะเวชญ์. (2522). แบบทดสอบวินิจฉัย. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ.
- . (2523, เมษายน). "การสอนซ่อมเสริม" มิตรครู. 22(8) : 24 – 25.
- สหชาติ เหล็กขาย. (2538). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแยกตัวประกอบพหุนามและสมการกำลังสอง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในกรุงเทพมหานคร. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สันทนา นิพนธ์วิทยา. (2527,กุมภาพันธ์). "การสอนซ่อมเสริม," มิตรครู. 26(3) : 53 – 55.
- สายใจ ทองเนียม. (2527,ธันวาคม). "การสอนซ่อมเสริม เป้าหมายที่ไม่ควรมองข้าม," สารพัฒนาหลักสูตร. (33) : 38 – 40.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ : พริกหวานกราฟฟิค.
- สุกัน เทียนทอง. (2527). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์เรื่องทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยครู กลุ่มเพื่อน และศึกษาด้วยตนเอง. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- สุนิสา พงษ์ประยูร. (2543). การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุพรรณิ ภิมย์ภักดี. (2541). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุมาลี อุสาหะ. (2526). ศึกษาผลการสอนที่มีการใช้แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยและสอนสิ่งที่บกพร่องเรื่อง การคูณ ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดสิงห์บุรี. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อัดสำเนา.
- อนันต์ จันทรแก้ว. (2537). "หน่วยที่ 11 การวัดผลและประเมินผลการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์" ประมวลสาระชุดวิชา สารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8 - 11. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

- อนันต์ ศรีโสภณ. (2517). *การวัดและการประเมินผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- อเนก เพียรอนุกุลบุตร. (2524). *การวัดและประเมินทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- อรอนงค์ บุญคลอง. (2537). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง "ระบบสมการ" หลังจากการเรียนซ่อมเสริมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เรียนจากครู และเรียนจากเพื่อน โรงเรียนพรหมคีรีพิทยาคม จังหวัดนครศรีธรรมราช. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.*
- Adams, Georgia S. and Theodore L. Torgerson. (1964). *Measurement and Evaluation in Education Psychology and Guidance*. New York : Richart and Winston.
- Ashlock, Robert B. (1982). *Error Patterns in Computation*. Ohio : Bell & Howell
- Atkinson, Smith Krouse. (1961). *The Educator's Encyclopedia*. New York : Prentice Hall, Engle Wood Cliff.
- Baenen, Nancy. and Lloyd, Wanda. (2000). "Is Summer School Effective for Remediation in Algebra I?," *Research Watch. E&R Report*. p. 8.
- Baxter, Judith Lee and Smith, Stephen D. (1998, September). "Subsequent-Grades Assessment of Pedagogies in Remedial Mathematics," *Primus*. 8(3) : 276-288.
- Blando, J.A., Kelly, N.E., Schacider, B.R. and Sleeman, D. (1989, May). "Analyzing and Modeling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 20(3) : 301 – 308.
- Bloom, Benjamin S. (1971). *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York : McGraw-Hill.
- Bowman, B.G. (1976, July). "A Basic Mathematics Diagnostic Instrument," *Dissertation Abstracts International*. 37(1) : 7260 – A.
- Brown, Frederick G. (1970). *Principles of Educational and Psychological Testing*. U.S.A. : the Dryden Press, Inc.
- Brown, James W. Lewis, Richard B. and Harclearoad, Fred F. (1977). *AV Instruction Technology Media and Method*. New York : McGraw – Hill.
- Casay, L.M. (1987). *Measurement and Evaluation School Learning*. Messachusetts : Newton & Company.
- Colgan, M.D. (1991, July). "An Analysis of Problem – Solving Errors Made Throughout a College – level Finite Mathematics Course," *Dissertation Abstracts International*. 52(1) : 91 – A.
- Duane, Jame E. (1973). *Individualized Instructional – Programs and Materials*. Englewood Cliffs, New Jersey : Educational Technology.

- Ebel, Robert L. (1965). *Measuring Educational Achievement*. New Jersey : Practice -Hall, Engle Wood Cliffs.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed., New York : McGraw-Hill.
- Jean, Boseland Viva. (1978,February). "Diagnostic Assessment of Addition Processes with Identification and Remediation of Error Pattern," *Dissertation Abstracts International*. 38(8) : 4636 – A.
- Kochevar, D. E. (1975). *Individualized Remedial Reading Techniques for the Classroom Teacher*. New York : Parker.
- Lincoln, Eygene A., Briscoe, Lloyd W. and Williams, Dorothy K. (1975,October). "Parents Make Difference in Teaching in Urban Schools," *Arithmetic Teacher*. 22(6) : 460 - 463.
- Lindquist, Everet Franklin. (1966). *Educational Measurement*. Washington, D.C. : American Council on Education.
- Miller, Ernest D. (1976,September). "The Effects of Some Mastery Learning Techniques on Achievement Scores and Mastery Rate of Junior College Students," *Dissertation Abstracts International*. 37(3) : 1507 – A.
- Movshovitz - Hadar, N., Zaslavsky, O., and Inbar, S. (1987,January). "Analyzing and Modeling Arithmetic Errors," *Journal for Research in Mathematics Education*. 18(1) : 3 - 14.
- Otto. W., Meanemy R.A. and others. (1973). *Corrective and Remedial Teaching*. Boston : Houghton Mifflin.
- Singha, H.S. (1974). *Modern Education Teaching*. New Delhi : Stering Publishing PVT.LTD.
- Thronldike, Robert L. and Elizabeth Hagen. (1969). *Measurement and Evaluation in Psychology and Education*. New York : John Wiley.
- Webster's New World Compact School and Office Dictionary*. (1982). New York : Prentice Hall.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

**ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) ค่าความเชื่อมั่น และ
คะแนนของแบบทดสอบวินิจฉัย แบบทดสอบคู่ขนาน และ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องระบบสมการ**

ตาราง 12 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน เรื่อง ระบบสมการ

ฉบับที่	แบบทดสอบวินิจฉัย			แบบทดสอบคู่ขนาน			ค่าความ เชื่อมั่น
	ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r	
1. ระบบสมการที่ประกอบ ด้วยสมการเชิงเส้นและ สมการดีกรีสอง	1	.68	.39	1	.65	.32	.965
	2	.66	.48	2	.65	.46	
	3	.66	.60	3	.63	.60	
	4	.52	.48	4	.53	.54	
	5	.53	.58	5	.53	.65	
	6	.51	.58	6	.51	.68	
	7	.50	.48	7	.51	.50	
2. โจทย์ปัญหารบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการเชิง เส้นและสมการดีกรีสอง	1	.65	.45	1	.63	.56	.921
	2	.60	.50	2	.59	.53	
	3	.56	.38	3	.56	.40	
	4	.61	.38	4	.60	.40	
	5	.60	.40	5	.60	.47	
3. ระบบสมการที่ประกอบ ด้วยสมการดีกรีสอง	1	.50	.48	1	.53	.44	.939
	2	.53	.70	2	.51	.62	
	3	.51	.53	3	.51	.56	
	4	.51	.63	4	.54	.63	
	5	.57	.60	5	.58	.77	
	6	.50	.55	6	.51	.48	
4. โจทย์ปัญหารบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการ ดีกรีสอง	1	.52	.48	1	.50	.50	.966
	2	.54	.82	2	.56	.88	
	3	.50	.60	3	.53	.73	
	4	.53	.60	4	.51	.58	
	5	.50	.50	5	.55	.50	

ตาราง 13 ค่าความยากง่าย(p) ค่าอำนาจจำแนก(r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.75	.30	11	.55	.30
2	.45	.30	12	.65	.30
3	.35	.30	13	.40	.20
4	.55	.50	14	.55	.30
5	.40	.20	15	.50	.20
6	.45	.30	16	.40	.40
7	.45	.50	17	.55	.70
8	.45	.30	18	.60	.20
9	.40	.20	19	.45	.30
10	.30	.40	20	.45	.50

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.767

ตาราง 14 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 1 เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 25 คน คะแนนเต็ม 40 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบทดสอบวินิจฉัย	คะแนนของแบบทดสอบคู่ขนาน	คนที่	คะแนนของแบบทดสอบวินิจฉัย	คะแนนของแบบทดสอบคู่ขนาน
1	9.5	18	14	9.5	19
2	6.5	11	15	7	15
3	20.5	34	16	13.5	26
4	8.5	11	17	8	12.5
5	15.5	20.5	18	10.5	21
6	13.5	25	19	8	23
7	11.5	24.5	20	8.5	18
8	5	15.5	21	11.5	20.5
9	11.5	25	22	9	19.5
10	15	24	23	7	17
11	11	19	24	14	29
12	7.5	16.5	25	9.5	25
13	11	20			

ตาราง 15 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 2 เรื่อง โจทย์ปัญหา

ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน
20 คน คะแนนเต็ม 35 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจฉัย	คะแนนของ แบบทดสอบคู่ ขนาน
1	2.5	8.5
2	9	12
3	13	18.5
4	13	18
5	12	18.5
6	14.5	17
7	10.5	14.5
8	13	15
9	14	20
10	6.5	13

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจฉัย	คะแนนของ แบบทดสอบคู่ ขนาน
11	10	25
12	10	24.5
13	6.5	24
14	5	16.5
15	5.5	21.5
16	8	18
17	10.5	28
18	11.5	16
19	14.5	27
20	16	27

ตาราง 16 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจฉัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 3 เรื่อง ระบบสมการที่

ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 19 คน คะแนนเต็ม 30 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจฉัย	คะแนนของ แบบทดสอบคู่ ขนาน
1	3	9
2	7.5	10
3	7	19.5
4	7	15.5
5	14.5	18
6	6	18
7	7.5	18.5
8	14	20.5
9	6.5	14.5
10	4	12.5

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจฉัย	คะแนนของ แบบทดสอบคู่ ขนาน
11	11	18
12	9.5	19.5
13	6	14.5
14	7.5	19.5
15	11.5	19
16	11.5	20.5
17	7.5	17.5
18	11	19.5
19	7.5	18.5

ตาราง 17 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวินิจัย และแบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหา
ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน 10 คน
คะแนนเต็ม 35 คะแนน

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบคู่ ขนาน
1	15	21
2	12	18
3	19.5	24
4	19	27
5	19	28.5

คนที่	คะแนนของแบบ ทดสอบวินิจัย	คะแนนของ แบบทดสอบคู่ ขนาน
6	16	25.5
7	20.5	29
8	18.5	23
9	19	22
10	20.5	25

ตาราง 18 คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ของนักเรียนที่มี
ข้อบกพร่องทางการเรียน 25 คน คะแนนเต็ม 20 คะแนน

คนที่	คะแนน
1	8
2	6
3	16
4	11
5	11
6	15
7	13
8	10
9	12
10	17
11	12
12	12
13	11

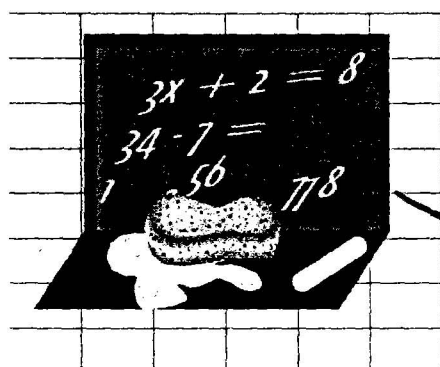
คนที่	คะแนน
14	12
15	9
16	12
17	11
18	11
19	7
20	10
21	7
22	11
23	8
24	13
25	14

ภาคผนวก ข

**ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมสำหรับแก้ไขข้อบกพร่อง
เรื่องระบบสมการ**

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน

เรื่อง ระบบสมการ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



โดย ทศพร ทักขิมา วิชาเอกคณิตศาสตร์

คู่มือครู

ประกอบการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1. ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ นี้ใช้สอนซ่อมเสริมนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ โดยแยกตามลักษณะข้อบกพร่อง 6 ด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล

- 1.1 การใช้ข้อมูลในการคำนวณ
- 1.2 การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในขั้นตอนการแก้ปัญหา
- 1.3 การพิจารณาหน่วยของข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหา
- 1.4 การสรุปผลจากการใช้ข้อมูลที่มีอยู่

ด้านที่ 2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

- 2.1 การจำบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.2 การใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร ตามเงื่อนไขที่กำหนด
- 2.3 การประยุกต์ใช้ข้อมูลกับบทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
- 2.4 การสรุปผลจากการใช้บทนิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร

ด้านที่ 3 ทักษะการคิดคำนวณ

- 3.1 การมีทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร จำนวนจริง
- 3.2 การมีทักษะในหลักของพีชคณิตเบื้องต้น
- 3.3 ความรอบคอบในการเขียนตัวเลข หรือสัญลักษณ์
- 3.4 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้องของหลักการคำนวณ
- 3.5 การมีทักษะในการเลือกสมบัติของจำนวนจริงมาใช้ในการคำนวณ

ด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา

- 4.1 มีทักษะในการใช้ภาษา การเข้าใจคำถามอย่างถูกต้อง
- 4.2 การแปลความหมายจากประโยคภาษามาเป็นประโยคสัญลักษณ์
- 4.3 การเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ในทางคณิตศาสตร์

ด้านที่ 5 การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง

5.1 การเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้

5.2 การใช้ข้อมูลในการเขียนกราฟ แผนภาพ หรือตาราง

ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

6.1 การทำตามขั้นตอนจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

6.2 การทำตามขั้นตอนที่ถูกต้อง จนได้คำตอบเป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์

6.3 การตอบครบตามที่โจทย์ถาม หรือแสดงวิธีทำจนเป็นผลสำเร็จ

2. ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ แบ่งออกเป็น 4 ชุด ดังนี้

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 1, 2, 3, 6

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องโจทย์ปัญหาในระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 1, 2, 4, 5, 6

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 2, 6

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4 ใช้ซ่อมเสริมนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง เรื่องโจทย์ปัญหาในระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง ซึ่งแยกตามลักษณะข้อบกพร่องด้านที่ 4, 6

3. ก่อนการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน ครูต้องดำเนินการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งมีจำนวน 4 ฉบับตามเนื้อหาเรื่องเดียวกันกับชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมเพื่อดูว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทางด้านใด เมื่อตรวจพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องทางด้านใดแล้ว ก็ให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมในด้านนั้น ๆ หากพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องมากกว่า 1 ด้าน ให้นักเรียนศึกษาที่ละด้านตามลำดับ จนครบทุกด้าน
4. หลังจากให้นักเรียนศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมจนเข้าใจดีแล้ว ให้ครูทดสอบด้วยแบบทดสอบคู่ขนานกับแบบทดสอบวินิจฉัย

บัตรคำสั่ง

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการ
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอน ดังนี้

1. นักเรียนจะต้องศึกษาเนื้อหา พร้อมทั้งทำกิจกรรมด้วยตนเอง ดังนี้
 - ♥ ศึกษาบัตรเนื้อหา
 - ♥ ทำบัตรกิจกรรม ซึ่งเป็นแบบฝึกปฏิบัติที่มีตัวอย่างเป็นแนวทางในการฝึก พร้อมตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยกิจกรรม
 - ♥ ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่งถ้าไม่เข้าใจ หลังจากทำบัตรกิจกรรมแล้ว
 - ♥ เมื่อศึกษาบัตรเนื้อหา และฝึกทำบัตรกิจกรรมจนเข้าใจดีแล้ว ให้ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
2. ในขณะที่ทำการศึกษา เมื่อพบปัญหาข้อข้องใจในส่วนใดของชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม สามารถขอคำปรึกษา หรือขอคำแนะนำจากครูได้
3. ในขณะที่ทำการศึกษชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม นักเรียนอาจจะศึกษาคนเดียว หรือ จับกลุ่มศึกษากับเพื่อนก็ได้



ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน

เรื่อง ระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3



ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
ด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล



บัตรเนื้อหา

การที่เพื่อน ๆ จะศึกษาการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
เพื่อน ๆ จะต้องมีความรู้พื้นฐานในเนื้อหาของชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล คือ
การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 1 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ
ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้

ในการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง
เราจะพิจารณาที่สมการเชิงเส้น
โดยหาค่าของตัวแปร y ในรูปของตัวแปร x
(หรือหาค่าของตัวแปร x ในรูปของตัวแปร y)

ตัวอย่าง

ถ้ากำหนดระบบสมการ $x - y = 5$ -----(1)

$y^2 + xy = 3$ -----(2)

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน และทำอย่างไร

ตอบ สมการที่ 1 ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น

โดย หาค่าของ y ในรูปของ x ได้แก่ $y = x - 5$ -----(3)

หรือ หาค่าของ x ในรูปของ y ได้แก่ $x = 5 + y$ -----(3)



การเขียนคู่อันดับที่เป็นคำตอบของระบบสมการ
โดยทั่วไปนิยมเขียนสมาชิกตัวหน้า และสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ
เรียงตามลำดับตัวอักษรที่เป็นตัวแปรในระบบสมการ



ตัวอย่าง

ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $y = 5$ และ $x = -1$

เขียนคำตอบให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้ $(-1, 5)$

ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $x = 7$ และ $y = -3$

เขียนคำตอบให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้ $(7, -3)$

ปฏิบัติการ

การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงตอบคำถามต่อไปนี้



1. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x^2 + y^2 = 3$ -----(1)

$x + y = 5$ -----(2)

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน และทำอย่างไร

ตอบ สมการที่ 2 ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้น

โดย หาค่าของ y ในรูปของ x ได้แก่ $y = 5 - x$ -----(3)

หรือ หาค่าของ x ในรูปของ y ได้แก่ $x = 5 - y$ -----(3)

2. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x + y = 8$ -----(1)

$x^2 - y^2 = 32$ -----(2)

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน และทำอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

3. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x^2 + y^2 = 26$ -----(1)

$2x + y = 7$ -----(2)

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน และทำอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

4. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x - 3y = -5$ -----(1)

$x^2 - y^2 = 33$ -----(2)

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน และทำอย่างไร

ตอบ.....
.....
.....

กิจกรรมที่สอง

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนด

- กำหนดสมการ $2x + y = 7$ ถ้า $y = 3$ ดังนั้น $x = 2$
- กำหนดสมการ $x^2 + y = 11$ ถ้า $x = 4$ ดังนั้น $y = \dots\dots\dots$
- กำหนดสมการ $x + y^2 = 7$ ถ้า $x = 6$ ดังนั้น $y = \dots\dots\dots$
- กำหนดสมการ $3x + 2y = 7$ ถ้า $y = 5$ ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$
- กำหนดสมการ $x^2 + y^2 = 5$ ถ้า $y = 1$ ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$

กิจกรรมที่สาม

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนด

- ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $x = 5$ และ $y = 1$ จะเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้อย่างไร
ตอบ (5 , 1)
- ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $x = -7$ และ $y = 3$ จะเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้อย่างไร
ตอบ
- ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $x = 6$ และ $y = -4$ จะเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้อย่างไร
ตอบ
- ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $y = -2$ และ $x = -5$ จะเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้อย่างไร
ตอบ.....
- ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $y = 8$ และ $x = -7$ จะเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปคู่อันดับได้อย่างไร
ตอบ



ตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยกิจกรรม
หน้าถัดไปนะครับ

บัตรเฉลยกิจกรรม

การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

2. สมการที่ 1

โดย หาค่าของ y ในรูปของ x ได้แก่ $y = 8 - x$ -----(3)

หรือ หาค่าของ x ในรูปของ y ได้แก่ $x = 8 - y$ -----(3)

3. สมการที่ 2

โดย หาค่าของ y ในรูปของ x ได้แก่ $y = 7 - 2x$ -----(3)

หรือ หาค่าของ x ในรูปของ y ได้แก่ $x = \frac{7 - y}{2}$ -----(3)

4. สมการที่ 1

โดย หาค่าของ x ในรูปของ y ได้แก่ $x = 3y - 5$ -----(3)

หรือ หาค่าของ y ในรูปของ x ได้แก่ $y = \frac{-5 - x}{-3}$ -----(3)

กิจกรรมที่สอง

1. $x = 2$

2. $y = -5$

3. $y = 1, -1$

4. $x = -1$

5. $x = 2, -2$

กิจกรรมที่สาม

2. $(-7, 3)$

3. $(6, -4)$

4. $(-5, -2)$

5. $(-7, 8)$

บัตรแบบฝึกหัด

การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x^2 + y^2 = 50$ -----(1)

$x - y = 8$ -----(2)

ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน และทำอย่างไร

2. ถ้ากำหนดระบบสมการ $x + 2y = 1$ -----(1)

$x^2 - y^2 = 21$ -----(2)

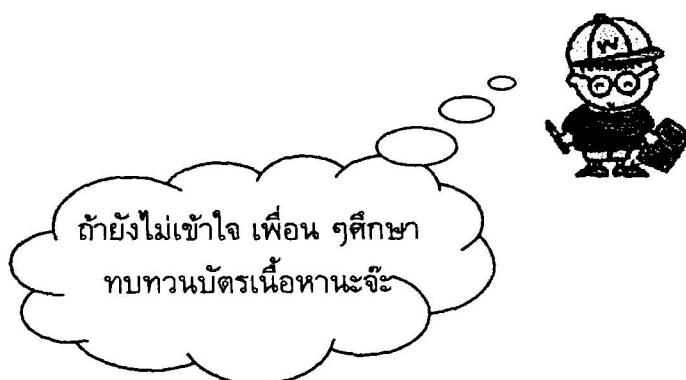
ควรเริ่มการแก้ระบบสมการที่สมการใดก่อน และทำอย่างไร

3. กำหนดสมการ $2x + y^2 = 31$ และ $x = 3$ แล้ว y มีค่าเท่ากับเท่าไร

4. กำหนดสมการ $5x - 2y = 17$ และ $y = 4$ แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าไร

5. ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $y = 9$ และ $x = -3$ จะเขียนคำตอบให้อยู่ในรูป
คู่อันดับได้อย่างไร

6. ถ้าคำตอบของระบบสมการที่ได้ คือ $x = -4$ และ $y = 12$ จะเขียนคำตอบให้อยู่ในรูป
คู่อันดับได้อย่างไร



บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

การใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

1. ตอบ สมการที่ 2

โดย หาค่าของ y ในรูปของ x ได้แก่ $y = x - 8$ -----(3)

หรือ หาค่าของ x ในรูปของ y ได้แก่ $x = 8 + y$ -----(3)

2. ตอบ สมการที่ 1

โดย หาค่าของ x ในรูปของ y ได้แก่ $x = 1 - 2y$ -----(3)

หรือ หาค่าของ y ในรูปของ x ได้แก่ $y = \frac{1-x}{2}$ -----(3)

3. $y = 5$ หรือ $y = -5$

4. $x = 5$

5. $(-3, 9)$

6. $(-4, 12)$



บัตรเนื้อหา

เนื้อหาที่เพื่อนๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 การใช้พินัยม ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร
ตอนที่ 1 คือ สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 ตอนที่ 1 จบแล้ว

เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ

1. บอกดีกรีของสมการได้
2. บอกสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สมการในรูป $ax + by + c = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร
และ a, b, c เป็นจำนวนจริง โดยที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
เรียกว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตัวอย่างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$7y + 5 = x$$

$$x + y = 5$$

$$8 - 4x = -y$$

$$x = 5$$

สมการดีกรีสอง

สมการในรูป $dx^2 + ey^2 + fxy + gx + hy + k = 0$
เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ d, e, f, g, h, k เป็นจำนวนจริง
โดยที่ d, e, f ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
เรียกว่า สมการดีกรีสอง

ตัวอย่างสมการดีกรีสอง

$$x^2 = 100 - y^2 \quad xy = 9$$

$$y - x^2 = 8 \quad y^2 = 2x$$

$$x^2 - xy = 0$$



เรามาทดสอบความเข้าใจกันหน่อย ให้เพื่อน ๆ ทำบัตรกิจกรรม



บัตรกิจกรรม

เรื่อง สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง



กิจกรรมที่หนึ่ง จงหาเครื่องหมาย / ลงในช่องว่างที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

สมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นสมการที่มีดีกรีเท่าใด และเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสอง

สมการ	ดีกรีของพหุนาม		สมการเชิงเส้น	สมการดีกรีสอง
	ดีกรี 1	ดีกรี 2		
1. $x^2 = 25 - y^2$		/		/
2. $x + y = 10$	/		/	
3. $y = 21 + x$				
4. $y - x^2 = 0$				
5. $2x - y = 2$				
6. $y^2 = 3x$				
7. $3x + y = 5$				
8. $x^2 + y^2 = 0$				
9. $x = 6$				
10. $y + 3 = 0$				
11. $xy = 10$				
12. $x + xy = -5$				

กิจกรรมที่สอง จงตอบคำถามต่อไปนี้

สมการเชิงเส้น คือ.....
.....

สมการดีกรีสอง คือ.....
.....

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูบัตรเฉลยกิจกรรมในหน้าถัดไป



บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

สมการ	ดีกรีของพหุนาม		สมการเชิงเส้น	สมการดีกรีสอง
	ดีกรี 1	ดีกรี 2		
1. $x^2 = 25 - y^2$		/		/
2. $x + y = 10$	/		/	
3. $y = 21 + x$	/		/	
4. $y - x^2 = 0$		/		/
5. $2x - y = 2$	/		/	
6. $y^2 = 3x$		/		/
7. $3x + y = 5$	/		/	
8. $x^2 + y^2 = 0$		/		/
9. $x = 6$	/		/	
10. $y + 3 = 0$	/		/	
11. $xy = 10$		/		/
12. $x + xy = -5$		/		/

กิจกรรมที่สอง

สมการเชิงเส้น คือ สมการที่อยู่ในรูป $ax + by + c = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ a, b, c เป็นจำนวนจริง โดยที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

สมการดีกรีสอง คือ สมการที่อยู่ในรูป $dx^2 + ey^2 + fxy + gx + hy + k = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ d, e, f, g, h, k เป็นจำนวนจริง โดยที่ d, e, f ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน



ไฮโย! ถูกหมดเลย (ง่ายจัง)
เรามาทำบัตรแบบฝึกหัด
ต่อกันเถอะ



ยังตอบไม่ถูกเลยจะ
กลับไปอ่านเนื้อหาบททวนอีกครั้งนะคะ

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

จงเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้

จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สมการใดเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการใดเป็นสมการดีกรีสอง เพราะเหตุใด

$$5x + 1 = y$$

$$x + y = 11$$

$$x^2 + y^2 = 13$$

$$x^2 = 15 - y^2$$

$$xy = 36$$

$$3x = 2y + 4$$

$$3xy = 28$$

$$y - x^2 = 10$$

$$2x - y^2 = -2$$

$$5 - 2x = y$$

$$y^2 = 4x$$

$$x^2 - xy = -4$$

สมการเชิงเส้น ได้แก่สมการ.....

.....

.....

เพราะ.....

.....

.....

สมการดีกรีสอง ได้แก่สมการ.....

.....

.....

เพราะ.....

.....

.....



เป็นอย่างไรบ้างครับเพื่อน ๆ
ตรวจคำตอบได้ที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
นะครับ

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

สมการเชิงเส้น ได้แก่สมการ

$$5x + 1 = y \quad x + y = 11$$

$$3x = 2y + 4 \quad 5 - 2x = y$$

เพราะ เป็นสมการที่อยู่ในรูป $ax + by + c = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ a, b, c เป็นจำนวนจริง โดยที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

สมการดีกรีสอง ได้แก่สมการ

$$x^2 + y^2 = 13 \quad x^2 = 15 - y^2 \quad xy = 36$$

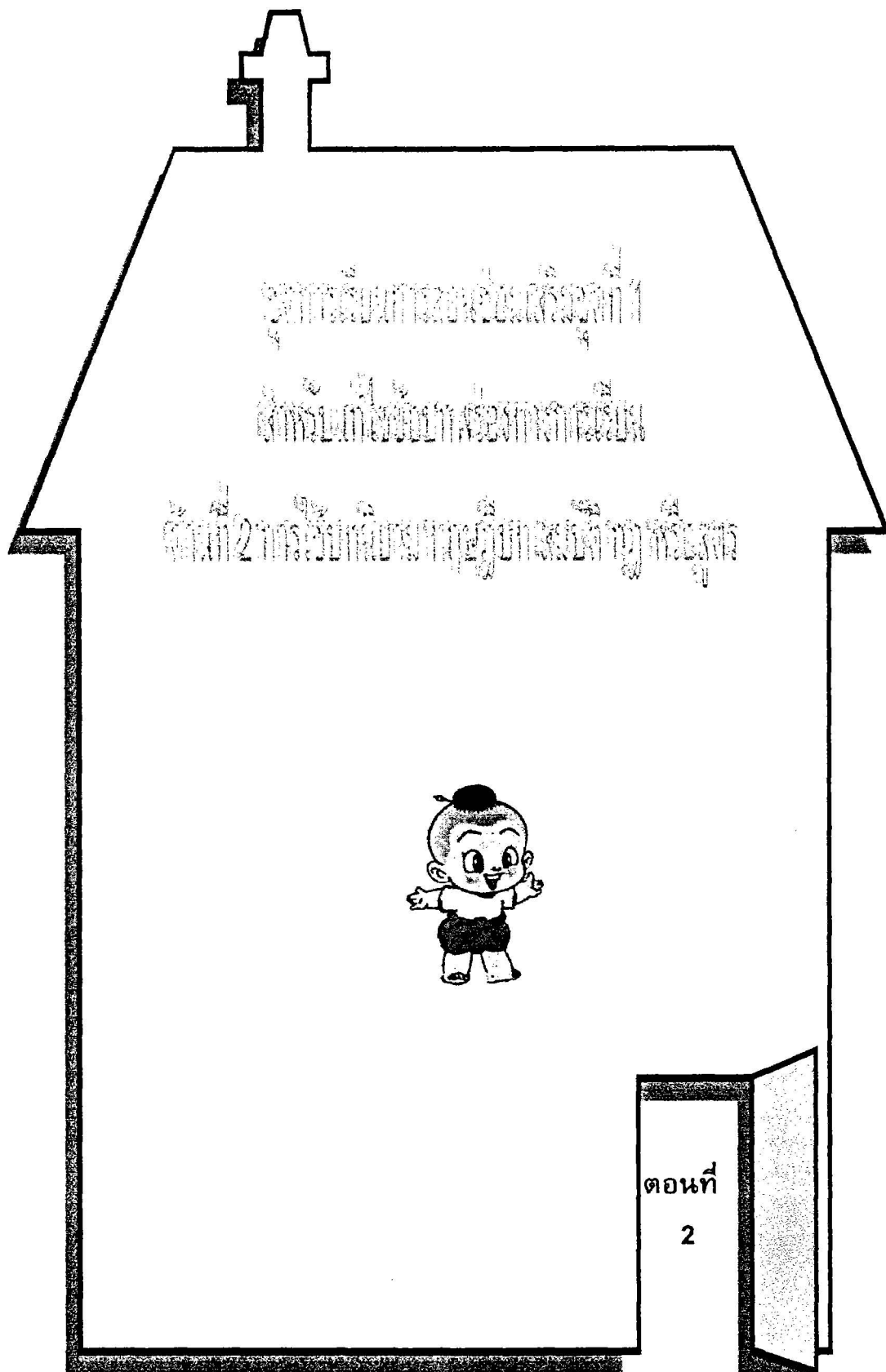
$$3xy = 28 \quad y - x^2 = 10 \quad 2x - y^2 = -2$$

$$y^2 = 4x \quad x^2 - xy = -4$$

เพราะ เป็นสมการที่อยู่ในรูป $dx^2 + ey^2 + fxy + gx + hy + k = 0$ เมื่อ x, y เป็นตัวแปร และ d, e, f, g, h, k เป็นจำนวนจริง โดยที่ d, e, f ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน



ไฮโย ! ถูกหมดทุกข้อเลย เข้าใจแล้ว
พร้อมที่จะทำแบบทดสอบแล้วครับ



บัตรเนื้อหา

การที่เพื่อน ๆ จะศึกษาการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง เพื่อน ๆ จะต้องทบทวนความรู้พื้นฐาน ในเนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 1 สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 การใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร ตอนที่ 2 คือ ทบทวนการใช้สมบัติการแจกแจง และ ทบทวนการใช้สูตรหาคำตอบของสมการกำลังสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1 สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 ตอนที่ 2 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ

1. นำสมบัติการแจกแจงไปใช้ในการแก้สมการได้
2. หาคำตอบของสมการกำลังสองโดยใช้สูตรได้

สมบัติการแจกแจง

ให้ a , b และ c แทนจำนวนจริงใด ๆ

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

ตัวอย่างที่ 1

1. $3(x + 5) = (3)(x) + (3)(5) = 3x + 15$
2. $-(2x + 3) = (-1)(2x) + (-1)(3) = -2x - 3$
3. $y(-2 - y) = (y)(-2) - (y)(y) = -2y - y^2$
4. $x(4x - 6) = (x)(4x) - (x)(6) = 4x^2 - 6x$
5. $-3x(5 + y) = (-3x)(5) + (-3x)(y) = -15x - 3xy$



การหาคำตอบของสมการกำลังสองจากสูตร

คำตอบของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$

เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว $a \neq 0$ และ $b^2 - 4ac \geq 0$ หาได้จากสูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

จากสูตร จะมีคำตอบของ x ที่เป็นจำนวนจริงหรือไม่

ให้ดูที่ $b^2 - 4ac$

ถ้า $b^2 - 4ac = 0$ แล้ว x จะมีค่าเดียว คือ $\frac{-b}{2a}$

ถ้า $b^2 - 4ac > 0$ แล้ว x จะมีสองค่า คือ $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ และ $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ถ้า $b^2 - 4ac < 0$ แล้วไม่มีจำนวนจริงเป็นคำตอบ

มาดูตัวอย่างกันดีกว่านะครับ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ $y^2 + 2y - 13 = 0$

วิธีทำ $y^2 + 2y - 13 = 0$

$$\text{จากสูตร } y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



และ $a = 1, b = 2, c = -13$ จะได้

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (2)^2 - 4(1)(-13) \\ &= 56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } y &= \frac{-2 \pm \sqrt{56}}{2(1)} \\ &= \frac{-2 \pm 2\sqrt{14}}{2} \\ &= -1 \pm \sqrt{14} \end{aligned}$$

คำตอบของสมการ คือ $-1 + \sqrt{14}$ และ $-1 - \sqrt{14}$



ถ้าเพื่อน ๆ เข้าใจแล้ว
เรามาทำน้ตรกกิจกรรมกันเลยนะคะ

บัตรกิจกรรม

1. ทบทวนการใช้สมบัติการแจกแจง
2. ทบทวนการใช้สูตรหาคำตอบของสมการกำลังสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงเติมจำนวน หรือตัวแปรลงในช่องว่างเพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

- (1) $6(a + 3) = (6)(a) + (6)(3) = 6a + 18$
- (2) $3(x - 8) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- (3) $-2(y + 1) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- (4) $-y(x - 4) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- (5) $-(-a + 5) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- (6) $3x + 6y = (3)(x) + (3)(2y) = 3(x + 2y)$
- (7) $2x + 12 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
- (8) $3x^2 - 6x + 9 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ตรวจคำตอบ
ที่บัตรเฉลย
กิจกรรมหน้าถัดไป

กิจกรรมที่สอง

จากสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$
หาคำตอบของ x โดยใช้สูตร ดังนี้

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องที่เว้นไว้ในตาราง

สมการกำลังสอง	a	b	c	$b^2 - 4ac$	$\sqrt{b^2 - 4ac}$	คำตอบของสมการ
$x^2 - 12x + 11 = 0$	1	-12	11	100	10	11 และ 1
$5x^2 - 2x + 1 = 0$	5	-2	1	-16	ไม่ใช่ จำนวนจริง	ไม่มีจำนวนจริงใด เป็นคำตอบ
$x^2 - 6x - 1 = 0$						
$9x^2 - 30x + 25 = 0$						
$3x^2 + 19x - 14 = 0$						

บัตรเฉลยกิจกรรม

1. ทบทวนการใช้สมบัติการแจกแจง
2. ทบทวนการใช้สูตรหาคำตอบของสมการกำลังสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

$$(2) \quad 3(x - 8) = (3)(x) - (3)(8) = 3x - 24$$

$$(3) \quad -2(y + 1) = (-2)(y) + (-2)(1) = -2y - 2$$

$$(4) \quad -y(x - 4) = (-y)(x) - (-y)(4) = -xy + 4y$$

$$(5) \quad -(-a + 5) = (-1)(-a) + (-1)(5) = a - 5$$

$$(7) \quad 2x + 12 = (2)(x) + (2)(6) = 2(x + 6)$$

$$(8) \quad 3x^2 - 6x + 9 = (3)(x^2) - (3)(2x) + (3)(3) = (3)(x^2 - 2x + 3)$$

กิจกรรมที่สอง

สมการกำลังสอง	a	b	c	$b^2 - 4ac$	$\sqrt{b^2 - 4ac}$	คำตอบของสมการ
$x^2 - 6x - 1 = 0$	1	-6	-1	40	$2\sqrt{10}$	$3 + \sqrt{10}$ และ $3 - \sqrt{10}$
$9x^2 - 30x + 25 = 0$	9	-30	25	0	0	$\frac{5}{3}$
$3x^2 + 19x - 14 = 0$	3	19	-14	529	23	$-7, \frac{2}{3}$

พร้อมที่จะทำบัตรแบบฝึกหัดต่อไปเลยมั๊ยครับ



บัตรแบบฝึกหัด

1. ทบทวนการใช้สมบัติการแจกแจง
2. ทบทวนการใช้สูตรหาคำตอบของสมการกำลังสอง

1. จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่กำหนด

1.1) $5(a - 4) = \dots\dots\dots$

1.2) $2(-y + x) = \dots\dots\dots$

1.3) $-3(x - 1) = \dots\dots\dots$

1.4) $-(4 - y) = \dots\dots\dots$

1.5) $x(-x - 2y) = \dots\dots\dots$

2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้โดยใช้สูตร

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2.1) $4x^2 - 4x + 2 = 0$

2.2) $x^2 + 4x + 1 = 0$

2.3) $49x^2 - 14x + 1 = 0$



บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

1. ทบทวนการใช้สมบัติการแจกแจง

2. ทบทวนการใช้สูตรหาคำตอบของสมการกำลังสอง

1.

$$1.1) \quad 5(a - 4) = 5a - 20$$

$$1.2) \quad 2(-y + x) = -2y + 2x$$

$$1.3) \quad -3(x - 1) = -3x + 3$$

$$1.4) \quad -(4 - y) = -4 + y$$

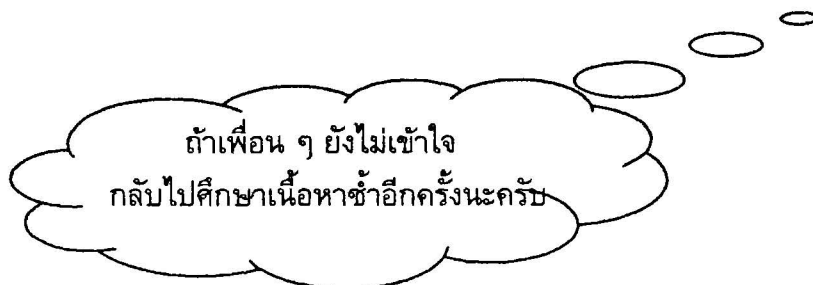
$$1.5) \quad x(-x - 2y) = -x^2 - 2xy$$

2.

2.1) เนื่องจาก $b^2 - 4ac < 0$ ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ

2.2) มีสองคำตอบ คือ $-2 + \sqrt{3}$ และ $-2 - \sqrt{3}$

$$2.3) \quad \frac{1}{7}$$





บัตรเนื้อหา

การที่เพื่อน ๆ จะศึกษาการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง เพื่อน ๆ จะต้องมีความรู้พื้นฐาน

ในเนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 3 ทักษะการคิดคำนวณ คือ

1. ทบทวนการบวก การลบ และการคูณจำนวนจริง
2. ทบทวนการบวก และการลบเศษส่วน
3. ทบทวนการบวก การลบ และการคูณพหุนาม
4. ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1

สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 3 จบแล้ว

เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ

1. หาผลบวก ผลลบ และผลคูณของจำนวนจริงได้
2. หาผลบวก และผลลบของเศษส่วนได้
3. หาผลบวก ผลลบ และผลคูณของพหุนามได้
4. แยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองได้

ทบทวนการบวก การลบ และการคูณจำนวนจริง

การบวกจำนวนจริง

1. การหาผลบวกระหว่างจำนวนจริงบวก
ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนจริงบวก
2. การหาผลบวกระหว่างจำนวนจริงลบ
ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็น จำนวนจริงลบ
3. การหาผลบวกระหว่างจำนวนจริงบวกกับจำนวนจริงลบ
ที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากัน ให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็น
จำนวนจริงบวกหรือลบ ตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

ตัวอย่างที่ 1

1. $12 + 9 = 21$
2. $(-12) + (-9) = -21$
3. $12 + (-9) = 3$
4. $(-12) + 9 = -3$



ในกรณีที่จำนวนจริงทั้งสองมีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน จำนวนจริงทั้งสองจะเป็น
จำนวนตรงข้ามกันซึ่งเป็นไปตามสมบัติที่ว่า
ผลบวกของจำนวนใดๆ กับจำนวนตรงข้ามของจำนวนนั้นต้องเป็นศูนย์

ตัวอย่าง $5 + (-5) = 0$, $(-7) + 7 = 0$

การลบจำนวนจริง

เราอาศัยการบวก ตามข้อตกลงดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

ตัวอย่างที่ 2

1. $7 - 2 = 7 + (-2) = 5$
2. $2 - 7 = 2 + (-7) = -5$
3. $(-7) - 2 = (-7) + (-2) = -9$
4. $7 - (-2) = 7 + 2 = 9$
5. $(-2) - (-7) = (-2) + 7 = 5$



การคูณจำนวนจริง

1. จำนวนจริงบวกคูณจำนวนจริงบวก ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงบวก
2. จำนวนจริงลบคูณจำนวนจริงลบ ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงบวก
3. จำนวนจริงบวกคูณจำนวนจริงลบ หรือจำนวนจริงลบคูณจำนวนจริงบวก ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงลบ

ตัวอย่างที่ 3

1. $3 \times 7 = 21$
2. $(-3) \times (-7) = 21$
3. $(-3) \times 7 = -21$
4. $3 \times (-7) = -21$

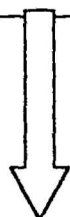


การบวก การลบ เศษส่วน

ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $b \neq 0$ และ $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$



ตัวอย่างที่ 4

$$1. \quad \frac{-2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{(-2)(4) + (3)(3)}{(3)(4)} = \frac{(-8) + 9}{12} = \frac{1}{12}$$

$$2. \quad \frac{3\sqrt{2}}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{(3\sqrt{2})(2) - (3\sqrt{2})(3)}{(3)(2)} = \frac{(6\sqrt{2}) - 9\sqrt{2}}{6} = \frac{-3\sqrt{2}}{6} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3. \quad \frac{1}{5} + \frac{(-2)}{15} = \frac{(1)(3) + (-2)(1)}{15} = \frac{3 + (-2)}{15} = \frac{1}{15}$$



ตอนนี้พักยกกันก่อนนะคะเพื่อน ๆ
เรามาทดสอบความเข้าใจในการบวก การลบ
และการคูณจำนวนจริง ด้วยการทำใบกิจกรรม 1

บัตรกิจกรรม 1

ทบทวนการบวก การลบ และการคูณจำนวนจริง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องในช่องที่เว้นไว้

1. $8 + (-3) = 5$	15. $\frac{-1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{(-1)(4) - (3)(3)}{(3)(4)} = \frac{-13}{12}$
2. $6 + (-5) = \dots\dots\dots$	16. $\frac{-1}{2} + \frac{-2}{3} = \dots\dots\dots$
3. $9 + (-12) = \dots\dots\dots$	17. $\frac{5}{7} + \frac{(-3)}{5} = \dots\dots\dots$
4. $6 + (-7) = \dots\dots\dots$	18. $\frac{-3}{5} - \frac{(-2)}{3} = \dots\dots\dots$
5. $(-6) + 1 = -5$	
6. $(-5) + 3 = \dots\dots\dots$	
7. $(-7) + 14 = \dots\dots\dots$	
8. $(-4) + 13 = \dots\dots\dots$	
9. $(-3) + (-2) = -5$	19. $\frac{3+6\sqrt{5}}{3} = \frac{3}{3} + \frac{6\sqrt{5}}{3} = 1 + 2\sqrt{5}$
10. $(-2) + (-11) = \dots\dots\dots$	20. $\frac{6-2\sqrt{2}}{2} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
11. $(-4) + (-8) = \dots\dots\dots$	
12. $-5 - 2 = -7$	21. $(-5) \times 6 = -30$
13. $-13 - 3 = \dots\dots\dots$	22. $8 \times (-7) = \dots\dots\dots$
14. $-7 - 6 = \dots\dots\dots$	23. $(-4) \times (-6) = \dots\dots\dots$
	24. $(-11) \times (-9) = \dots\dots\dots$
	25. $(-2) \times (-44) = \dots\dots\dots$

เมื่อเพื่อน ๆ ทำเสร็จแล้ว
ให้เปิดดูบัตรเฉลยกิจกรรม 1 ในหน้าถัดไป



บัตรเฉลยกิจกรรม 1

ทบทวนการบวก การลบ และการคูณจำนวนจริง

กิจกรรมที่หนึ่ง

1. $8 + (-3) = 5$ 2. $6 + (-5) = 1$ 3. $9 + (-12) = -3$ 4. $6 + (-7) = -1$	15. $\frac{-1}{3} - \frac{3}{4} = \frac{(-1)(4) - (3)(3)}{(3)(4)} = \frac{-13}{12}$ 16. $\frac{-1}{2} + \frac{-2}{3} = \frac{-7}{6}$ 17. $\frac{5}{7} + \frac{(-3)}{5} = \frac{4}{35}$ 18. $\frac{-3}{5} - \frac{(-2)}{3} = \frac{1}{15}$
5. $(-6) + 1 = -5$ 6. $(-5) + 3 = -2$ 7. $(-7) + 14 = 7$ 8. $(-4) + 13 = 9$	
9. $(-3) + (-2) = -5$ 10. $(-2) + (-11) = -13$ 11. $(-4) + (-8) = -12$	19. $\frac{3+6\sqrt{5}}{3} = \frac{3}{3} + \frac{6\sqrt{5}}{3} = 1 + 2\sqrt{5}$ 20. $\frac{6-2\sqrt{2}}{2} = 3 - \sqrt{2}$
12. $-5 - 2 = -7$ 13. $-13 - 3 = -16$ 14. $-7 - 6 = -13$	21. $(-5) \times 6 = -30$ 22. $8 \times (-7) = -56$ 23. $(-4) \times (-6) = 24$ 24. $(-11) \times (-9) = 99$ 25. $(-2) \times (-44) = 88$

ถ้าเพื่อนๆ ยังทำไม่ถูก
ก็กลับไปศึกษาเนื้อหาเดิมซ้ำอีกครั้ง



ไฮโย! ถูกหมดเลย
ศึกษาเนื้อหาต่อไปซิจ๊ะ

เมื่อเพื่อน ๆ เข้าใจเรื่องการบวก การลบ และการคูณจำนวนจริงดีแล้ว
เรามาทบทวนเรื่องต่อไปกันเถอะครับ



ทบทวนการบวก การลบ และการคูณพหุนาม

ผลบวกของพหุนาม หาได้โดยนำพหุนามมาเขียนในรูปการบวก
และถ้ามีพจน์ที่คล้ายกันให้บวกพจน์ที่คล้ายกันเข้าด้วยกัน

การลบพหุนามด้วยพหุนาม หาได้โดยการบวกพหุนามที่เป็นตัวตั้ง
ด้วยจำนวนตรงข้ามของพจน์แต่ละพจน์ของพหุนามที่เป็นตัวลบ

การหาผลคูณระหว่างพหุนามกับพหุนาม หาได้โดยคูณแต่ละพจน์ของพหุนามหนึ่ง
กับทุก ๆ พจน์ของอีกพหุนามหนึ่ง แล้วนำผลคูณเหล่านั้นมาบวกกัน

ตัวอย่างที่ 5

1. จงหาผลบวกของ $3x$ กับ $x - 2$

วิธีทำ $3x + (x - 2) = 3x + x - 2$
 $= 4x - 2$

2. จงหาผลลบของ $3x$ กับ $x - 2$

วิธีทำ $3x - (x - 2) = 3x - x + 2$
 $= 2x + 2$

3. จงหาผลคูณของ $3x$ กับ $x - 2$

วิธีทำ $3x(x - 2) = 3x^2 - 6x$



เรามาทดสอบความเข้าใจ
ด้วยการทำบัตรกิจกรรม 2 ค่ะครับ

บัตรกิจกรรม 2

ทบทวนการบวก การลบ และการคูณพหุนาม

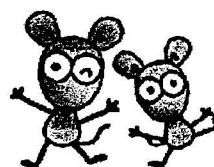
กิจกรรมที่หนึ่ง

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องในช่องที่เว้นไว้



1. $3x + 5x = 8x$	14. $-(x^2 - 5) = -x^2 + 5$
2. $6y + 3y = \dots\dots\dots$	15. $-2(-x + 3) = \dots\dots\dots$
3. $-8x + x = \dots\dots\dots$	16. $3y(y - 4) = \dots\dots\dots$
4. $x - 3x = \dots\dots\dots$	
5. $-x + 5x = \dots\dots\dots$	17. $(x + 1)(x - 4) = x^2 - 3x - 4$
6. $-2x - x = \dots\dots\dots$	18. $(x + 11)(x + 2) = \dots\dots\dots$
7. $3x^2 - 5x^2 = \dots\dots\dots$	19. $(3x - 5)(x - 3) = \dots\dots\dots$
8. $-2xy + 6xy = \dots\dots\dots$	
9. $2x^2 - xy + x^2 = 3x^2 - xy$	20. $\frac{2y}{3} + y = \frac{2y + 3y}{3} = \frac{5y}{3}$
10. $x^2 - 2xy + 3xy = \dots\dots\dots$	21. $\frac{3x^2}{5} + x^2 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
11. $8x^2 - (-3x^2 - 4x) + 5x$ $= 8x^2 + 3x^2 + 4x + 5x = 11x^2 + 9x$	
12. $3x - (y + 4x) = \dots\dots\dots$	
13. $x^2 + 2x + 3 - (2x^2 + 7 + x) = \dots\dots\dots$	

เมื่อเพื่อน ๆ ทำเสร็จแล้ว
ให้เปิดดูบัตรเฉลยกิจกรรม 2 ในหน้าถัดไป



บัตรเฉลยกิจกรรม 2

ทบทวนการบวก การลบ และการคูณพหุนาม

กิจกรรมที่หนึ่ง

1. $3x + 5x = 8x$	14. $-(x^2 - 5) = -x^2 + 5$
2. $6y + 3y = 9y$	15. $-2(-x + 3) = 2x - 6$
3. $-8x + x = -7x$	16. $3y(y - 4) = 3y^2 - 12y$
4. $x - 3x = -2x$	
5. $-x + 5x = 4x$	17. $(x + 1)(x - 4) = x^2 - 3x - 4$
6. $-2x - x = -3x$	18. $(x + 11)(x + 2) = x^2 + 13x + 22$
7. $3x^2 - 5x^2 = -2x^2$	19. $(3x - 5)(x - 3) = 3x^2 - 14x + 15$
8. $-2xy + 6xy = 4xy$	
9. $2x^2 - xy + x^2 = 3x^2 - xy$	20. $\frac{2y}{3} + y = \frac{2y + 3y}{3} = \frac{5y}{3}$
10. $x^2 - 2xy + 3xy = x^2 + xy$	21. $\frac{3x^2}{5} + x^2 = \frac{8x^2}{5}$
11. $8x^2 - (-3x^2 - 4x) + 5x$ $= 8x^2 + 3x^2 + 4x + 5x = 11x^2 + 9x$	
12. $3x - (y + 4x) = -x - y$	
13. $x^2 + 2x + 3 - (2x^2 + 7 + x) = -x^2 + x - 4$	

ถ้าเพื่อน ๆ ยังทำไม่ถูก ก็กลับไปศึกษาเนื้อหาเดิมอีกครั้งนะคะ



ถูกต้องแล้วใช่ไหม ไปศึกษาเนื้อหาต่อไปกันเลย

เมื่อเพื่อน ๆ เข้าใจเรื่องการบวก การลบ และการคูณพหุนาม
เป็นอย่างดีแล้ว เรามาทบทวนเรื่องต่อไปกันเลยนะคะ



ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง $x^2 + bx + c$
เมื่อ b และ c เป็นจำนวนเต็ม ทำได้เมื่อสามารถหา
จำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้ c และบวกกันได้ b
ให้ d และ e แทนจำนวนเต็มสองจำนวนดังกล่าว

$$\text{ดังนั้น } de = c$$

$$d + e = b$$

$$\begin{aligned}\text{ฉะนั้น } x^2 + bx + c &= x^2 + (d + e)x + de \\ &= (x^2 + dx) + (ex + de) \\ &= (x + d)x + (x + d)e \\ &= (x + d)(x + e)\end{aligned}$$

ดังนั้น $x^2 + bx + c$ แยกตัวประกอบได้เป็น $(x + d)(x + e)$



ตัวอย่าง

จงแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองต่อไปนี้

1. $x^2 - 7x + 12$

วิธีทำ เพราะว่า $(-4)(-3) = 12$ และ $(-4) + (-3) = -7$

$$\text{ดังนั้น } x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$$

2. $x^2 + x - 20$

วิธีทำ เพราะว่า $(-4)(5) = -20$ และ $(-4) + 5 = 1$

$$\text{ดังนั้น } x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$$

3. $x^2 - x - 30$

วิธีทำ เพราะว่า $(-6)(5) = -30$ และ $(-6) + 5 = -1$

$$\text{ดังนั้น } x^2 - x - 30 = (x - 6)(x + 5)$$



เพื่อน ๆ ต้อง
ทำบัตรกิจกรรม 3
เพื่อทดสอบ
ความเข้าใจ

บัตรกิจกรรม 3

ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

1. $x^2 - 9x + 18$

วิธีทำ เพราะว่า

และ

ดังนั้น

2. $x^2 - 3x - 40$

วิธีทำ เพราะว่า

และ

ดังนั้น

3. $x^2 + 8x + 7$

วิธีทำ เพราะว่า

และ

ดังนั้น

4. $x^2 + 4x - 45$

วิธีทำ เพราะว่า

และ

ดังนั้น

5. $x^2 - 11x - 12$

วิธีทำ เพราะว่า

และ

ดังนั้น

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยกิจกรรมในหน้าถัดไป



บัตรเฉลยกิจกรรม 3

ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

1. เพราะว่า $(-6)(-3) = 18$
และ $(-6) + (-3) = -9$
ดังนั้น $x^2 - 9x + 18 = (x - 6)(x - 3)$
2. เพราะว่า $(-8) \times 5 = -40$
และ $(-8) + 5 = -3$
ดังนั้น $x^2 - 3x - 40 = (x - 8)(x + 5)$
3. เพราะว่า $7 \times 1 = 7$
และ $7 + 1 = 8$
ดังนั้น $x^2 + 8x + 7 = (x + 7)(x + 1)$
4. เพราะว่า $9 \times (-5) = -45$
และ $9 + (-5) = 4$
ดังนั้น $x^2 + 4x - 45 = (x + 9)(x - 5)$
5. เพราะว่า $(-12) \times 1 = -12$
และ $(-12) + 1 = -11$
ดังนั้น $x^2 - 11x - 12 = (x - 12)(x + 1)$

ถ้าเพื่อน ๆ ยังทำไม่ถูก ก็กลับไปศึกษาเนื้อหาเดิมอีกครั้งนะคะ



ทำถูกใช่ไหมเพื่อนๆ
เพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้น
ควรจะทดสอบกับบัตรแบบฝึกหัดอีกครั้ง

บัตรแบบฝึกหัด

1. ทบทวนการบวก การลบ และการคูณจำนวนจริง
2. ทบทวนการบวก การลบ และการคูณพหุนาม
3. ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

จงหาผลลัพธ์

1. $(-16) + 5 + (-3)$
2. $29 - (-14) + (-15)$
3. $13 + (-2)(-17)$
4. $(-5)(-39) - (-5)(9)$
5. $(\frac{-2}{5}) - (\frac{-3}{7})$
6. $(4x + 6y) - (x - y + 7)$
7. $3x(3x + 5y - 15)$
8. $4(xy - x + 2) + x(x - 3y - 3)$
9. $2(5x + 6y) - 3(2x - 4y)$
10. $x^2 - 4x - 12$
11. $x^2 + 13x - 14$
12. $x^2 - 8x + 16$



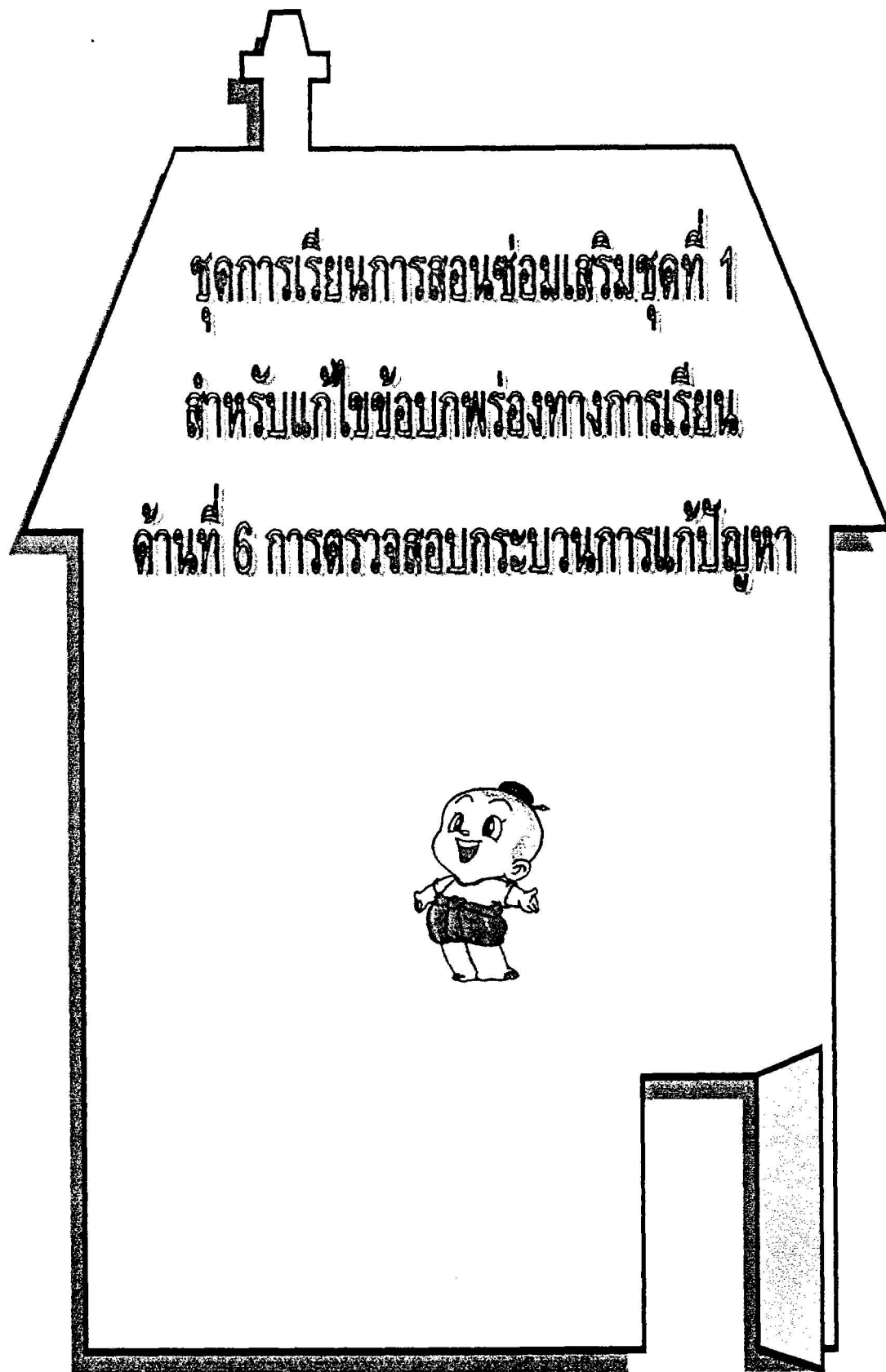
บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

1. ทบทวนการบวก การลบ และการคูณจำนวนจริง
2. ทบทวนการบวก การลบ และการคูณพหุนาม
3. ทบทวนการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง

1. -14
2. 28
3. 47
4. 240
5. $\frac{1}{35}$
6. $3x + 7y - 7$
7. $9x^2 + 15xy - 45x$
8. $x^2 + xy - 7x + 8$
9. $4x + 24y$
10. $(x - 6)(x + 2)$
11. $(x + 14)(x - 1)$
12. $(x - 4)(x - 4)$



ไฮโย ! ถูกทุกข้อเลย เข้าใจแล้ว
พร้อมที่จะทำแบบทดสอบแล้วครับ



บัตรเนื้อหา

เนื้อหาที่เพื่อน ๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา คือ
ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 1
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ
แก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้

หลักการในการแก้ระบบสมการ ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

1. จากสมการเชิงเส้น หาค่าของตัวแปร y ในรูปของตัวแปร x (หรือหาค่าของตัวแปร x ในรูปของตัวแปร y)
2. แทนค่าของ y (หรือ x) ที่หาได้ในข้อ 1 ในสมการดีกรีสอง จะได้สมการกำลังสองที่มีตัวแปร x (หรือ y) เพียงอย่างเดียว แก้สมการกำลังสองนี้หาค่าของ x (หรือ y)
3. แทนค่าของ x (หรือ y) ที่หาได้ในข้อ 2 ในสมการที่แสดงค่าของ y ในรูปของ x (หรือแสดงค่าของ x ในรูปของ y) จะได้ค่าของ y (หรือ x)



โดยใช้หลักการข้างต้น

เพื่อนๆ อาจต้องใช้สมบัติของจำนวนจริงที่ว่า
ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$ มาช่วยหาคำตอบ
ขอให้ดูตัวอย่างการแก้ระบบสมการในหน้าต่อไปเลยละ

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ

$$x^2 + y^2 = 61$$

$$x - y = 1$$

เรามีวิธีแก้ระบบสมการเพื่อหาคำตอบดังนี้



วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 61 \quad \text{---(1)}$$

$$x - y = 1 \quad \text{---(2)}$$

หาค่า x ในรูปของ y

$$\text{จาก (2) จะได้ } x = 1 + y \quad \text{---(3)}$$

แทนค่า x จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$(1 + y)^2 + y^2 = 61$$

$$1 + 2y + y^2 + y^2 = 61$$

$$2y^2 + 2y - 60 = 0$$

$$y^2 + y - 30 = 0$$

$$(y + 6)(y - 5) = 0$$



ใช้สมบัติที่ว่า ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$

$$y + 6 = 0 \quad \text{หรือ} \quad y - 5 = 0$$

$$y = -6 \quad \text{หรือ} \quad y = 5$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } y \text{ ด้วย } -6 \text{ ใน (3) จะได้ } x &= 1 + (-6) \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } y \text{ ด้วย } 5 \text{ ใน (3) จะได้ } x &= 1 + 5 \\ &= 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(-5, -6)$ และ $(6, 5)$



นอกจากวิธีที่แสดงให้ดูนี้
เพื่อน ๆ คิดว่ามีวิธีทำแบบอื่น ๆ ได้หรือไม่คะ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ

$$x^2 + xy = 10$$

$$2x - y = 13$$



เรามีวิธีแก้ระบบสมการเพื่อหาคำตอบ ดังนี้

วิธีทำ

$$x^2 + xy = 10 \quad \text{---(1)}$$

$$2x - y = 13 \quad \text{---(2)}$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } y = 2x - 13 \quad \text{---(3)}$$

แทนค่า y จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$x^2 + x(2x - 13) = 10$$

$$x^2 + 2x^2 - 13x = 10$$

$$3x^2 - 13x - 10 = 0$$

$$(3x + 2)(x - 5) = 0$$

$$3x + 2 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-2}{3} \quad \text{หรือ} \quad x = 5$$

$$\text{แทน } x \text{ ด้วย } \frac{-2}{3} \text{ ใน (3) จะได้ } y = 2\left(\frac{-2}{3}\right) - 13$$

$$= \frac{-43}{3}$$

$$\text{แทน } x \text{ ด้วย } 5 \text{ ใน (3) จะได้ } y = 2(5) - 13$$

$$= -3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $\left(\frac{-2}{3}, \frac{-43}{3}\right)$ และ $(5, -3)$

เข้าใจกันหรือยังครับ

ถ้าเข้าใจแล้ว เรามาทดสอบความเข้าใจ

ด้วยการทำบัตรกิจกรรมกันดีกว่า



บัตรกิจกรรม

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงแก้ระบบสมการ $x + y = 11$

$xy = 28$

วิธีทำ $x + y = 11$ _____(1)

$xy = 28$ _____(2)

จาก (1) จะได้ $y = \dots\dots\dots$ _____(3)

แทนค่า y จาก (3) ในสมการ (2) จะได้

$x (\dots\dots\dots) = 28$

$\dots\dots\dots = 28$

$\dots\dots\dots = 0$

$\dots\dots\dots = 0$

$\dots\dots\dots = 0$ หรือ $\dots\dots\dots = 0$

$x = \dots\dots\dots$ หรือ $x = \dots\dots\dots$

แทน x ด้วย $\dots\dots\dots$ ใน (3) จะได้ $y = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

แทน x ด้วย $\dots\dots\dots$ ใน (3) จะได้ $y = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(\dots\dots, \dots\dots)$ และ $(\dots\dots, \dots\dots)$

ทำได้หรือเปล่าครับเพื่อน ๆ

ถ้ายังคิดไม่ออก ลองกลับไปศึกษาเนื้อหาใหม่อีกที
หรือว่า...สบายมาก ก็ต้องทำกิจกรรมที่สองต่อกันเลย



กิจกรรมที่สอง

$$\begin{aligned}\text{จงแก้ระบบสมการ } 3x^2 + 2y^2 &= 5 \\ x - y &= -2\end{aligned}$$

วิธีทำ $3x^2 + 2y^2 = 5$ _____(1)

$x - y = -2$ _____(2)

จาก (2) จะได้ $x = \dots\dots\dots$ _____(3)

แทนค่า x จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$3(\dots\dots\dots)^2 + 2y^2 = 5$$

$$\dots\dots\dots + 2y^2 = 5$$

$$\dots\dots\dots = 0$$

$$\dots\dots\dots = 0$$

$$\dots\dots\dots = 0 \quad \text{หรือ} \quad \dots\dots\dots = 0$$

$$y = \dots\dots\dots \quad \text{หรือ} \quad y = \dots\dots\dots$$

แทน y ด้วย $\dots\dots\dots$ ใน (3) จะได้ $x = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

แทน y ด้วย $\dots\dots\dots$ ใน (3) จะได้ $x = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(\dots\dots, \dots\dots)$ และ $(\dots\dots, \dots\dots)$

ตรวจคำตอบได้ที่บัตรเฉลยกิจกรรมนะครับ



บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จาก (1) จะได้ $y = 11 - x$ ----- (3)

แทนค่า y จาก (3) ในสมการ (2) จะได้

$$x(11 - x) = 28$$

$$11x - x^2 = 28$$

$$x^2 - 11x + 28 = 0$$

$$(x - 7)(x - 4) = 0$$

$$x - 7 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 4 = 0$$

$$x = 7 \quad \text{หรือ} \quad x = 4$$

แทน x ด้วย 7 ใน (3) จะได้ $y = 11 - 7$
 $= 4$

แทน x ด้วย 4 ใน (3) จะได้ $y = 11 - 4$
 $= 7$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ (7 , 4) และ (4 , 7)

กิจกรรมที่สอง

จาก (2) จะได้ $x = y - 2$ -----(3)

แทนค่า x จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$3(y - 2)^2 + 2y^2 = 5$$

$$3y^2 - 12y + 12 + 2y^2 = 5$$

$$5y^2 - 12y + 7 = 0$$

$$(5y - 7)(y - 1) = 0$$

$$5y - 7 = 0 \quad \text{หรือ} \quad y - 1 = 0$$

$$y = \frac{7}{5} \quad \text{หรือ} \quad y = 1$$

แทน y ด้วย $\frac{7}{5}$ ใน (3) จะได้ $x = \frac{7}{5} - 2$

$$= \frac{-3}{5}$$

แทน y ด้วย 1 ใน (3) จะได้ $x = 1 - 2$

$$= -1$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(\frac{-3}{5}, \frac{7}{5})$ และ $(-1, 1)$



ถ้าตรวจเฉลยกิจกรรมแล้วเพื่อน ๆ ยังไม่เข้าใจ
กลับไปศึกษาเนื้อหาซ้ำอีกครั้งนะครับ
หรือ...ถ้าเข้าใจดีแล้ว ทดสอบความเข้าใจกันอีกครั้ง
กับบัตรแบบฝึกหัดนะครับ

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

1. $y^2 - xy = 4$

$$3y - x = 6$$

2. $x^2 + y^2 = 85$

$$x + y = 13$$

3. $x^2 - y = 0$

$$4x - y = 2$$

ถ้าเพื่อน ๆ ทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว
ตรวจคำตอบได้ที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัดนะคะ



บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

1. วิธีทำ

$$y^2 - xy = 4 \quad \text{-----}(1)$$

$$3y - x = 6 \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } x = 3y - 6 \quad \text{-----}(3)$$

แทนค่า x จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$y^2 - (3y - 6)y = 4$$

$$y^2 - 3y^2 + 6y = 4$$

$$-2y^2 + 6y - 4 = 0$$

$$-y^2 + 3y - 2 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y - 2)(y - 1) = 0$$

$$y - 2 = 0 \quad \text{หรือ} \quad y - 1 = 0$$

$$y = 2 \quad \text{หรือ} \quad y = 1$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } y \text{ ด้วย } 2 \text{ ใน (3) จะได้ } x &= 3(2) - 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } y \text{ ด้วย } 1 \text{ ใน (3) จะได้ } x &= 3(1) - 6 \\ &= -3 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(0, 2)$ และ $(-3, 1)$

2. วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 85 \quad \text{————(1)}$$

$$x + y = 13 \quad \text{————(2)}$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } x = 13 - y \quad \text{————(3)}$$

แทนค่า x จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$(13 - y)^2 + y^2 = 85$$

$$169 - 26y + y^2 + y^2 = 85$$

$$2y^2 - 26y + 84 = 0$$

$$y^2 - 13y + 42 = 0$$

$$(y - 6)(y - 7) = 0$$

$$y - 6 = 0 \quad \text{หรือ} \quad y - 7 = 0$$

$$y = 6 \quad \text{หรือ} \quad y = 7$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } y \text{ ด้วย } 6 \text{ ใน (3) จะได้ } x &= 13 - 6 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } y \text{ ด้วย } 7 \text{ ใน (3) จะได้ } x &= 13 - 7 \\ &= 6 \end{aligned}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(7, 6)$ และ $(6, 7)$

3. วิธีทำ

$$x^2 - y = 0 \quad \text{-----}(1)$$

$$4x - y = 2 \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } y = 4x - 2 \quad \text{-----}(3)$$

แทนค่า y จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$x^2 - (4x - 2) = 0$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

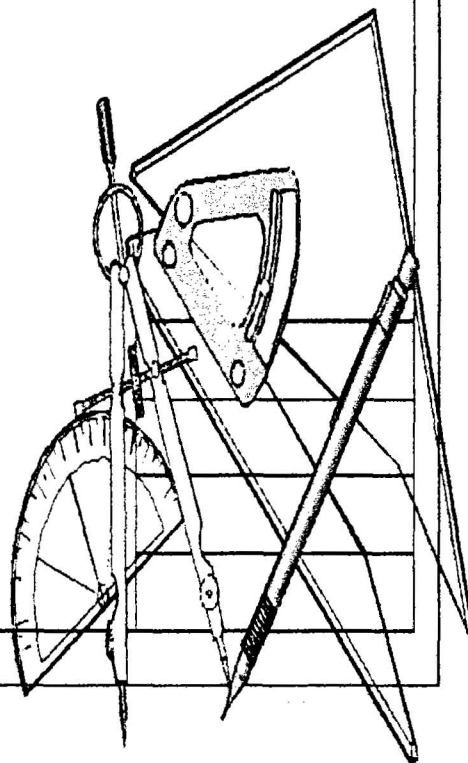
$$\begin{aligned} \text{แทน } x \text{ ด้วย } 2 + \sqrt{2} \text{ ใน (3) จะได้ } y &= 4(2 + \sqrt{2}) - 2 \\ &= 6 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทน } x \text{ ด้วย } 2 - \sqrt{2} \text{ ใน (3) จะได้ } y &= 4(2 - \sqrt{2}) - 2 \\ &= 6 - 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

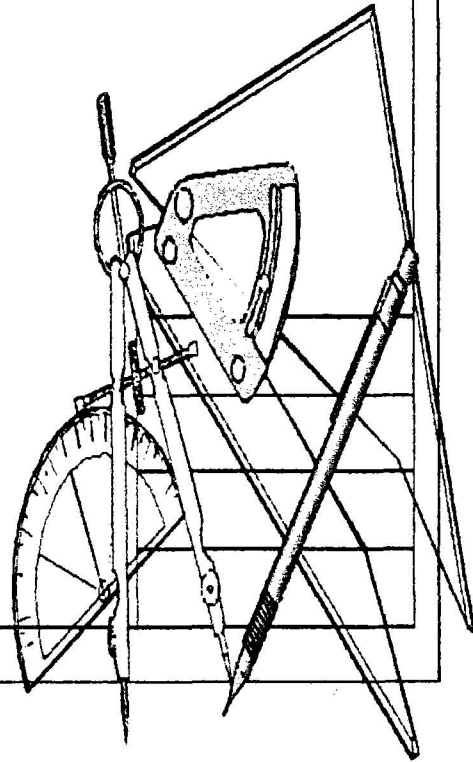
ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(2 + \sqrt{2}, 6 + 4\sqrt{2})$ และ $(2 - \sqrt{2}, 6 - 4\sqrt{2})$

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3



ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
ด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล



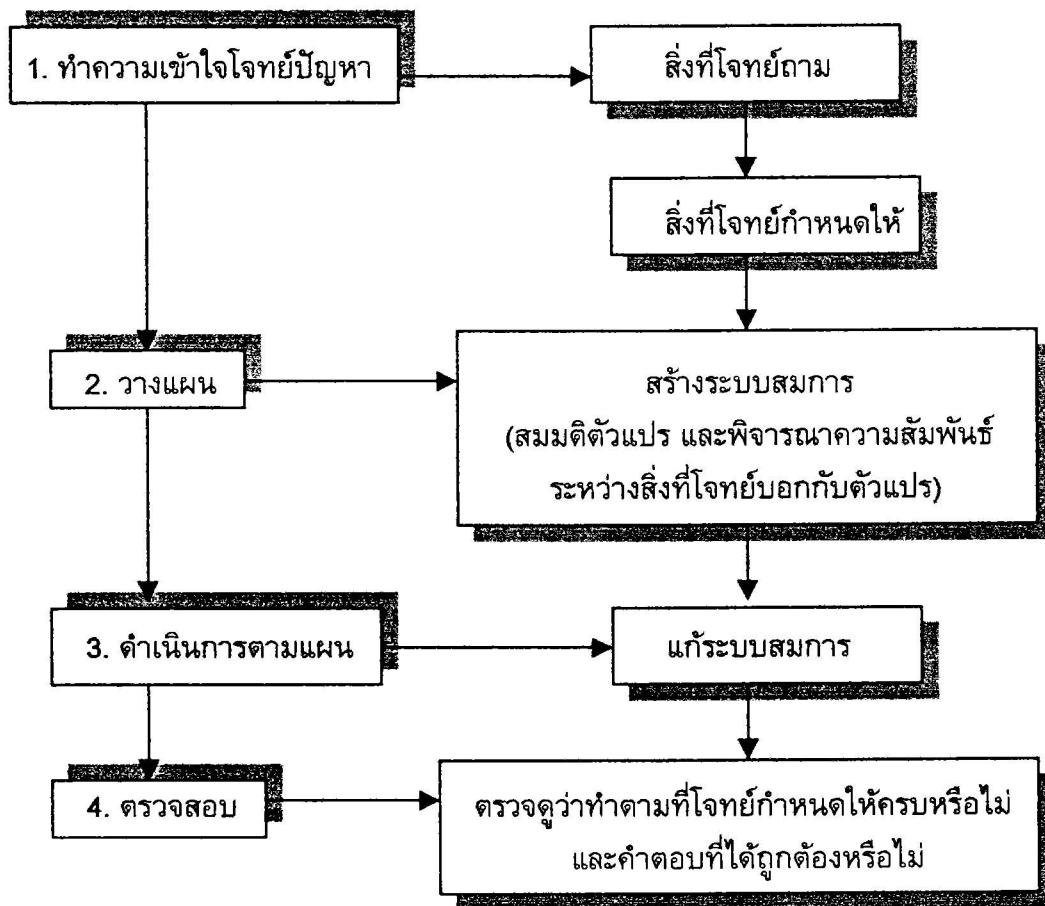
บัตรเนื้อหา

การที่เพื่อนๆ จะศึกษาวิธีการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง เพื่อนๆ จะต้องทบทวน
ความรู้พื้นฐานในเนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 1 การใช้ข้อมูล คือ
ทบทวนการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้โจทย์ปัญหา
ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 1 จบแล้ว
เพื่อนๆ จะต้องสามารถ
ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้

ลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา



จากแผนผังลำดับขั้นตอน ในชุดการเรียนรู้การสอนฉบับนี้
เราจะฝึกหัดทำในขั้นตอนที่ 1 เท่านั้นนะครับ



ตัวอย่างที่ 1

จำนวนหนึ่งเป็นสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง และผลบวกของกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากกว่าเท่ากับ 27 จงหาจำนวนทั้งสอง

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ จำนวนสองจำนวน

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

1. จำนวนหนึ่งเป็นสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง
2. ผลบวกของกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากกว่าเท่ากับ 27

ตัวอย่างที่ 2

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีด้านยาวยาวเป็นสามเท่าของด้านกว้าง และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้เท่ากับ 108 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง ซึ่ง

1. มีด้านยาวยาวเป็นสามเท่าของด้านกว้าง
2. มีพื้นที่เท่ากับ 108 ตารางเซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3

จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $y = -x^2 + 2x - 1$ และสมการ $y - x = -3$

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ จุดตัดของกราฟ

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ 1. สมการ $y = -x^2 + 2x - 1$ และ
2. สมการ $y - x = -3$



เพื่อนๆ พร้อมทั้งจะทำปฏิกิริยากันหรือยังครับ

บัตรกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

เมื่อเพื่อนๆ ทำเสร็จแล้วตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยนะจ๊ะ



กิจกรรมที่หนึ่ง

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องในช่องว่างที่กำหนดให้

- (1) ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 7 และผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 25 จงหาจำนวนทั้งสอง

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....

- (2) จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งต่างกันอยู่ 3 และผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวน เท่ากับ 117

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....

- (3) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 56 เซนติเมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....

- (4) รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปมีผลต่างของพื้นที่ของรูปทั้งสองเท่ากับ 27 ตารางเซนติเมตร และผลบวกของความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 9 เซนติเมตร จงหาความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสอง

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....

- (5) จงหาจุดตัดของกราฟพาราโบลา $x^2 - y - 2 = 0$ กับกราฟของเส้นตรง $x - 2y = 1$

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....

บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

1. สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ จำนวนสองจำนวน

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

- (1) ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 7
- (2) ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 25

2. สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ จำนวนบวกสองจำนวน

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

- (1) จำนวนบวกสองจำนวนมีผลต่างกันอยู่ 3
- (2) ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 117

3. สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ ความกว้าง และความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่ง

- (1) มีเส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร
- (2) มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 56 เซนติเมตร

4. สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ ความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูป

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูป ซึ่ง

- (1) มีผลต่างของพื้นที่ของรูปทั้งสองเท่ากับ 27 ตารางเซนติเมตร
- (2) มีผลบวกของความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 9 เซนติเมตร

5. สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ จุดตัดของกราฟ

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

- (1) สมการพาราโบลา $x^2 - y - 2 = 0$
- (2) สมการเส้นตรง $x - 2y = 1$

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องในช่องว่างที่กำหนดให้



1. กำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 25 และผลต่างของสามเท่าของจำนวน
จำนวนหนึ่งกับสองเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 1

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....
.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....
.....

2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย และมีผลบวกของความยาว
ของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ 7 หน่วย จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้าน

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....
.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....
.....

3. จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $y = x^2 - 6x + 5$ และสมการ $x - y = 1$

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ

.....
.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

.....
.....

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

1. สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ จำนวนสองจำนวน

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

- (1) กำลังสองของจำนวนแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 25
- (2) ผลต่างของสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง เท่ากับ 1

2. สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ ความยาวของด้านประกอบมุมฉาก 2 ด้าน

สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง ซึ่ง

- (1) มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย
- (2) มีผลบวกของความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ 7

3. จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $y = x^2 - 6x + 5$ และสมการ $x - y = 1$

สิ่งที่โจทย์ต้องการหา คือ จุดตัดของกราฟ

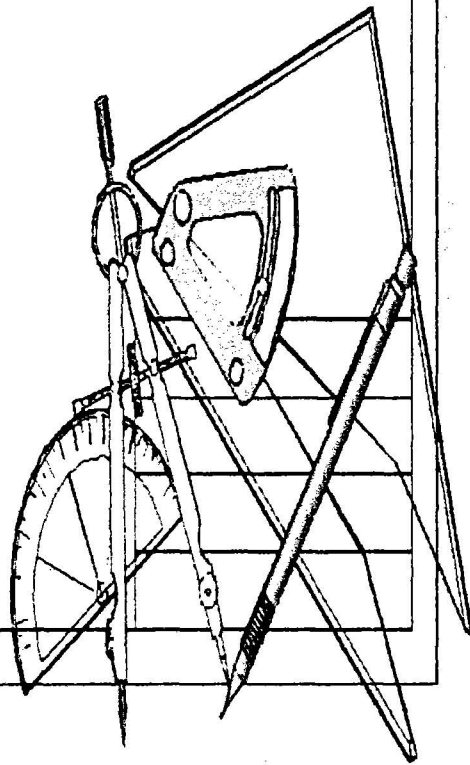
สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

- (1) สมการ $y = x^2 - 6x + 5$
- (2) สมการ $x - y = 1$

ทำถูกไหมคะเพื่อนๆ คนเก่ง
ถ้าถูกต้องศึกษาเนื้อหาต่อไปได้เลย



ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
ด้านที่ 2 การใช้พินัย ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร



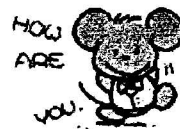
บัตรเนื้อหา

การที่เพื่อนๆ จะศึกษาการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง เพื่อนๆ จะต้องทบทวน
ความรู้พื้นฐานในเนื้อหาของการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2

สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 การใช้บทนิยาม

ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร คือ

1. ทบทวนบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. ทบทวนสูตรการหาพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
3. ทบทวนทฤษฎีบทของพีทาโกรัส



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 จบแล้ว
เพื่อนๆ จะต้องสามารถ
สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้

เรามาทบทวนความรู้พื้นฐานกันนะครับเพื่อน ๆ



รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

บทนิยาม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก

รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน $\times$ ด้าน = (ด้าน)²
 ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน $\times$ 4

ตัวอย่างที่ 1

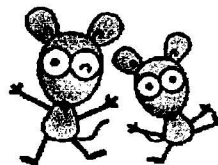
ให้ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จงเขียนสมการจากข้อความต่อไปนี้

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 36 ตารางหน่วย

ตอบ $y^2 = 36$

- รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 16 หน่วย

ตอบ $4y = 16$





รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง $\times$ ยาว
 ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = $2 \times (\text{กว้าง} + \text{ยาว})$
 หรือ $(2 \times \text{กว้าง}) + (2 \times \text{ยาว})$

ตัวอย่างที่ 2



จงเขียนสมการจากข้อความต่อไปนี้

ให้ x แทนความยาวของด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

และ y แทนความยาวของด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 24 ตารางหน่วย

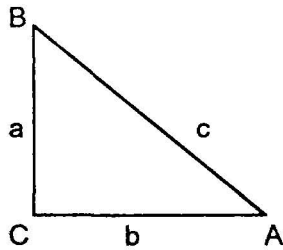
ตอบ $xy = 24$

- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 34 หน่วย

ตอบ $2(x + y) = 34$ หรือ $2x + 2y = 34$ หรือ $x + y = 17$

ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี $\hat{A}CB$ เป็นมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จะได้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้



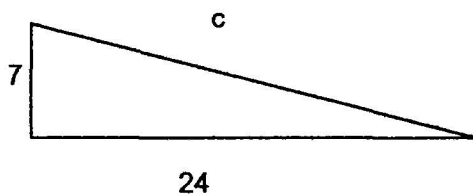
$$c^2 = a^2 + b^2$$



ตัวอย่างที่ 3

จงเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ตามทฤษฎีบทของพีทาโกรัส ให้ถือว่าตัวเลข และตัวอักษรที่กำกับด้านของรูปสามเหลี่ยมมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว

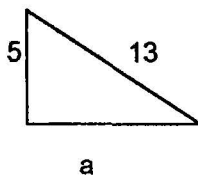
1.



$$c^2 = 24^2 + 7^2$$



2.

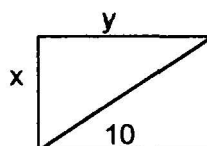


$$13^2 = a^2 + 5^2 \text{ หรือ } a^2 = 13^2 - 5^2$$

ตัวอย่างที่ 4

จากข้อความ “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 หน่วย” ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว

ตอบ $x^2 + y^2 = 10^2$
หรือ $x^2 + y^2 = 100$



บัตรกิจกรรม

1. ทบทวนบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. ทบทวนสูตรการหาพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
3. ทบทวนทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงเขียนสมการจากข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 48 ตารางเซนติเมตร
ให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว
ตอบ $xy = 48$
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 25 ตารางเซนติเมตร
ให้ x แทนความยาวของด้าน
ตอบ
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 32 เซนติเมตร
ให้ x แทนความยาวของด้าน
ตอบ
4. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 40 เซนติเมตร
ให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว
ตอบ
5. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร
ให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว
ตอบ



คิดออกหรือเปล่าครับเพื่อน ๆ ดูเฉลยได้ที่บัตรเฉลยกิจกรรมนะครับ

บัตรเฉลยกิจกรรม

1. ทบทวนบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. ทบทวนสูตรการหาพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
3. ทบทวนทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

กิจกรรมที่หนึ่ง

$$2. \quad x^2 = 25$$

$$3. \quad 4x = 32$$

$$4. \quad 2x + 2y = 40 \quad \text{หรือ} \quad x + y = 20$$

$$5. \quad x^2 + y^2 = 20^2$$

บัตรแบบฝึกหัด

1. ทบทวนบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. ทบทวนสูตรการหาพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
3. ทบทวนทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

เพื่อนๆ ตรวจสอบคำตอบได้ที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัดนะคะ



จงเขียนสมการแทนข้อความต่อไปนี้

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 9 ตารางเซนติเมตร
2. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความกว้างเท่ากับ 5 หน่วย และมีพื้นที่เท่ากับ 45 ตารางหน่วย
3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 28 เซนติเมตร
4. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 18 เซนติเมตร
5. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 6 และ 8 หน่วย และมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย
6. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 40 หน่วย

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

1. ทบทวนบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
2. ทบทวนสูตรการหาพื้นที่และความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
3. ทบทวนทฤษฎีบทของพีทาโกรัส

1. ให้ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$$y^2 = 9$$

2. ให้ x แทนความยาวของด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

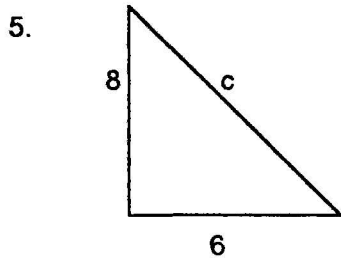
$$5x = 45$$

3. ให้ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

$$4y = 28$$

4. ให้ x แทนความยาวของด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
และ y แทนความยาวของด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$2x + 2y = 18 \quad \text{หรือ} \quad x + y = 9$$

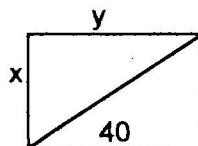


$$c^2 = 6^2 + 8^2$$

6. ให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว

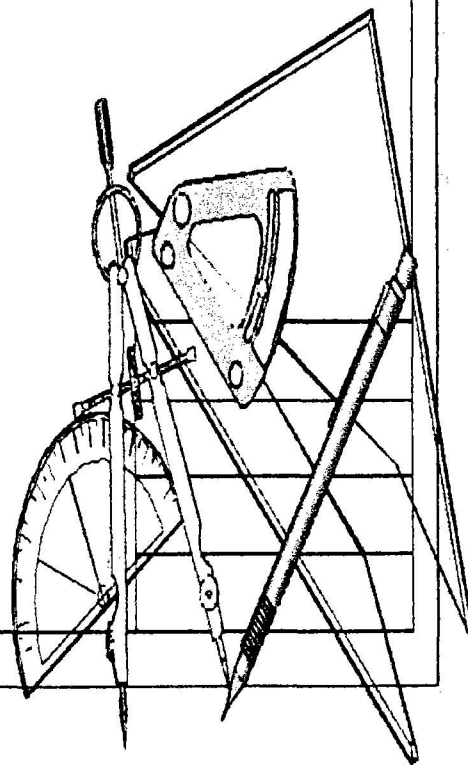
$$x^2 + y^2 = 40^2$$

หรือ $x^2 + y^2 = 1600$



ตรวจคำตอบแล้วเป็นอย่างไรบ้างคะเพื่อนๆ
ถ้ายังไม่ทำไม่ถูก ต้องกลับไปศึกษาบัตรเนื้อหาอีกครั้งนะคะ

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
ด้านที่ 4 การคิดความด้านภาษา



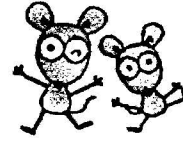
บัตรเนื้อหา

เนื้อหาที่เพื่อน ๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา คือ
โจทย์ปัญหาแบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง



- เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 4 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ
1. เปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้
 2. สร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
จากโจทย์ที่กำหนดให้ได้

ให้เพื่อน ๆ ศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นการทบทวน



ตัวอย่าง

1. จำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 8 และกำลังสองของจำนวนมากมีค่ามากกว่าอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 22 จงหาจำนวนทั้งสอง

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y

เนื่องจาก จำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 8

$$\text{ดังนั้น} \quad x + y = 8 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก กำลังสองของจำนวนมากมีค่ามากกว่าอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 22

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 - y = 22 \quad \text{-----}(2)$$

2. ผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่ง กับสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเป็น 3 และผลคูณของจำนวนทั้งสองเป็น 14 จงหาจำนวนทั้งสอง

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

เนื่องจาก ผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่ง กับสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเป็น 3

$$\text{ดังนั้น} \quad x - 2y = 3 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนทั้งสองเป็น 14

$$\text{ดังนั้น} \quad xy = 14 \quad \text{-----}(2)$$

3. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 25 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 70 เซนติเมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง

และ y แทนความยาวของด้านยาว

เนื่องจาก เส้นทแยงมุมยาว 25 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad x^2 + y^2 &= 25^2 \\ x^2 + y^2 &= 625 \quad \text{-----}(1) \end{aligned}$$

เนื่องจาก ความยาวรอบรูปเท่ากับ 70 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 2x + 2y &= 70 \\ x + y &= 35 \quad \text{-----}(2) \end{aligned}$$

เพื่อน ๆ ทดสอบความเข้าใจ ด้วยการทำกิจกรรมที่บัตรกิจกรรมสิครับ



บัตรกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง



จงเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ (เมื่อกำหนด x และ y แทนจำนวนสองจำนวน หรือให้ x และ y แทนความยาวของด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามลำดับ)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 14	$x + y = 14$
2. กำลังสองของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 25	
3. ผลบวกของกำลังสองของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 61	
4. ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าเท่ากับ 13	
5. กำลังสองของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 16	
6. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 56 ซม.	$2x + 2y = 56$
7. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 ซม.	
8. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 24 ตารางหน่วย	

กิจกรรมที่สอง

ให้นักเรียนสร้างระบบสมการจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้

- ชาย และหญิงมีอายุรวมกันเท่ากับ 56 ปี และกำลังสองของอายุของชายมากกว่ากำลังสองของอายุของหญิงเท่ากับ 224 ปี จงหาอายุของชาย และหญิง

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนอายุของหญิง และ y แทนอายุของชาย

1.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) ชาย และหญิงมีอายุรวมกันเท่ากับ 56 ปี

ดังนั้น สมการคือ $x + y = 56$

(2) กำลังสองของอายุของชายมากกว่ากำลังสองของอายุของหญิงเท่ากับ 224 ปี

ดังนั้น สมการคือ $y^2 - x^2 = 224$

1.2 จากสมการในข้อ 1.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$x + y = 56 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 224 \quad \text{-----}(2)$$

2. กำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 58 และผลต่างของจำนวนทั้งสองนั้นเท่ากับ 4 จงหาจำนวนทั้งสอง

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

2.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1).....

ดังนั้น สมการคือ.....

(2).....

ดังนั้น สมการคือ.....

2.2 จากสมการในข้อ 2.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

.....

3. กำลังสองของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 36 และจำนวนทั้งสองมีค่าต่างกันอยู่ 2 จงหาจำนวนทั้งสอง

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

3.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1).....

ดังนั้น สมการคือ.....

(2).....

ดังนั้น สมการคือ.....

3.2 จากสมการในข้อ 3.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

.....



- 4 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่ 28 ตารางหน่วย และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 22 หน่วย จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง
และ y แทนความยาวของด้านยาว

4.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1).....

ดังนั้น สมการคือ.....

(2).....

ดังนั้น สมการคือ.....

4.2 จากสมการในข้อ 4.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

.....
.....

- 5 ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 24 ตารางหน่วย ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่ยาวกว่าสองเท่าของความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก อยู่ 3 หน่วย จงหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละรูป

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่
และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

5.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1).....

ดังนั้น สมการคือ.....

(2).....

ดังนั้น สมการคือ.....

5.2 จากสมการในข้อ 5.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

.....
.....

ตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยกิจกรรม... นะจ๊ะ



บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

ถ้าตรวจคำตอบแล้วยังไม่เข้าใจ ให้เพื่อน ๆ ศึกษาบัตรเนื้อหาซ้ำ



กิจกรรมที่หนึ่ง

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 14	$x + y = 14$
2. กำลังสองของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 25	$x^2 + y = 25$
3. ผลบวกของกำลังสองของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 61	$x^2 + y^2 = 61$
4. ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าเท่ากับ 13	$x^2 - y^2 = 13$
5. กำลังสองของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 16	$(x - y)^2 = 16$
6. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งเท่ากับ 56 ซม.	$2x + 2y = 56$
7. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 ซม.	$x^2 + y^2 = 10^2$
8. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 24 ตารางหน่วย	$xy = 24$

กิจกรรมที่สอง

2. ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

2.1 สิ่ง โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) กำลังสองของแต่ละจำนวนบวกกันได้ 58

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 58$

(2) ผลต่างของจำนวนทั้งสองเท่ากับ 4

ดังนั้น สมการคือ $x - y = 4$

2.2 จากสมการในข้อ 2.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$x^2 + y^2 = 58 \quad \text{-----}(1)$$

$$x - y = 4 \quad \text{-----}(2)$$

3. ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

3.1 สิ่ง โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) กำลังสองของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 36

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น สมการคือ} \quad (x + y)^2 &= 36 \\ x^2 + 2xy + y^2 &= 36 \end{aligned}$$

(2) จำนวนทั้งสองมีค่าต่างกัน 2

$$\text{ดังนั้น สมการคือ} \quad x - y = 2$$

3.2 จากสมการในข้อ 3.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$x^2 + 2xy + y^2 = 36 \quad \text{-----}(1)$$

$$x - y = 2 \quad \text{-----}(2)$$

4. ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว

4.1 สิ่ง โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ 28 ตารางหน่วย

$$\text{ดังนั้น สมการคือ} \quad xy = 28$$

(2) มีความยาวรอบรูปเท่ากับ 22 หน่วย

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น สมการคือ} \quad 2x + 2y &= 22 \\ x + y &= 11 \end{aligned}$$

4.2 จากสมการในข้อ 4.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$xy = 28 \quad \text{-----}(1)$$

$$x + y = 11 \quad \text{-----}(2)$$

5. ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่
และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

5.1 สิ่ง โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 24 ตารางหน่วย

$$\text{ดังนั้น สมการคือ} \quad x^2 - y^2 = 24$$

(2) ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหญ่ยาวกว่าสองเท่าของความยาว
ของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก 3 หน่วย

$$\text{ดังนั้น สมการคือ} \quad x - 2y = 3$$

5.2 จากสมการในข้อ 5.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$x^2 - y^2 = 24 \quad \text{-----}(1)$$

$$x - 2y = 3 \quad \text{-----}(2)$$

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

จงเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ พร้อมทั้งเขียนระบบสมการจากโจทย์ที่กำหนดให้

1. กำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 13 และสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับสองเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง จงหาจำนวนทั้งสอง
2. ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 5 และกำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับสี่เท่าของกำลังสองของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 25 จงหาจำนวนทั้งสอง
3. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย และมีผลบวกของความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ 7 หน่วย จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้าน
4. นิดมีอายุมากกว่าสองเท่าของอายุของน้อย 5 ปี ผลบวกของกำลังสองของอายุของนิดกับสามเท่าของอายุของน้อยเท่ากับ 655 ปี จงหาอายุของนิด และน้อย



บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

1. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

เนื่องจาก กำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 13

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 + y^2 = 13 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับสองเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง

$$\text{ดังนั้น} \quad 3x = 2y \quad \text{-----}(2)$$

2. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

เนื่องจาก ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 5

$$\text{ดังนั้น} \quad x + y = 5 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก กำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับสี่เท่าของกำลังสองของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 25

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 + 4y^2 = 25 \quad \text{-----}(2)$$

3. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่ง

และ y แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

เนื่องจาก ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad x^2 + y^2 &= 5^2 \\ x^2 + y^2 &= 25 \quad \text{-----}(1) \end{aligned}$$

เนื่องจาก ผลบวกของความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ 7 หน่วย

$$\text{ดังนั้น} \quad x + y = 7 \quad \text{-----}(2)$$

4. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนอายุของนิต และ y แทนอายุของน้อย

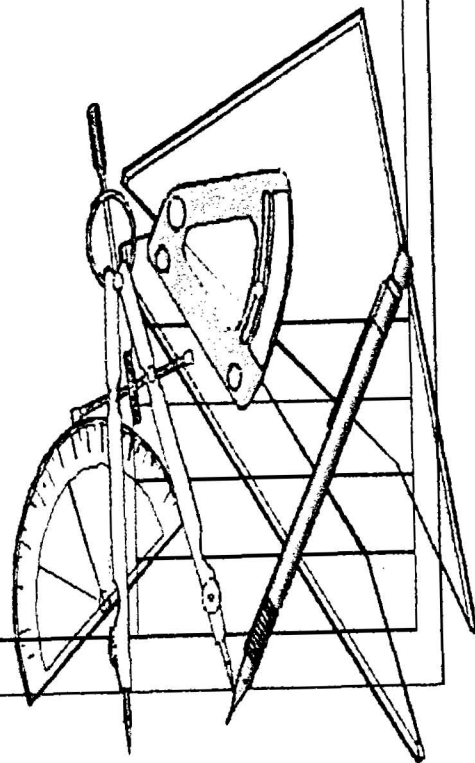
เนื่องจาก นิตมีอายุมากกว่าสองเท่าของอายุของน้อย 5 ปี

$$\text{ดังนั้น} \quad x - 2y = 5 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก ผลบวกของกำลังสองของอายุของนิตกับสามเท่าของอายุของน้อยเท่ากับ 655 ปี

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 + 3y = 655 \quad \text{-----}(2)$$

วิชาการศึกษาชั้นประถมศึกษาปีที่ 2
 สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2
 ภาคที่ 5 การวัดกราฟ แผนภาพ หรือตาราง



บัตรเนื้อหา

เนื้อหาที่เพื่อน ๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 5 การใช้กราฟ แผนภาพ หรือตาราง คือ
การหาคำตอบของโจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น
และสมการดีกรีสอง โดยใช้กราฟ



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 5 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ
แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น
และสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดโดยใช้กราฟได้

ทบทวนการเขียนกราฟของสมการเชิงเส้น และพาราโบลา



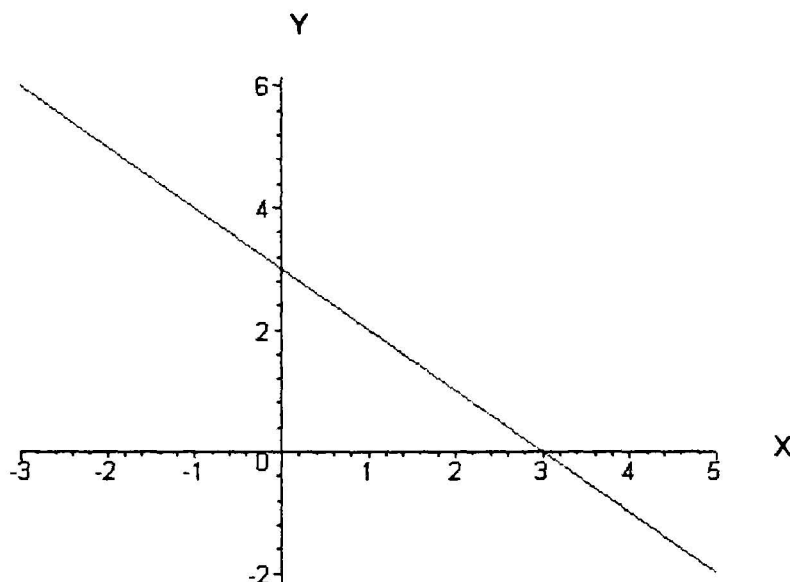
กำหนด x, y เป็นจำนวนจริง
เมื่อแทนคู่อันดับ (x, y) ใด ๆ ด้วยจุดบนระนาบจำนวน
แทนจำนวน x ด้วยจุดบนแกน X (แกนนอน)
และแทนจำนวน y ด้วยจุดบนแกน Y (แกนตั้ง)

คำตอบของสมการที่มี x และ y เป็นตัวแปร คือการแทนค่า x และ y
ด้วยจำนวนจริงใดๆ ที่ทำให้สมการเป็นจริง

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของสมการ $x + y = 3$

วิธีทำ เราเขียนตารางแสดงค่า x และ y โดยการแทน x และ y ด้วยจำนวนเต็มใดๆ ที่ทำให้
สมการ $x + y = 3$ เป็นจริง และนำคู่อันดับ (x, y) ที่หาได้มาเขียนกราฟ จะได้จุดของ
คู่อันดับที่เรียงเป็นแนวเส้นตรง จากนั้นลากเส้นตรงผ่านจุดของคู่อันดับ ซึ่งจุดทุกจุดบนเส้นตรง
แทนคำตอบของสมการเชิงเส้น $x + y = 3$

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	...





สมการของพาราโบลาที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ เมื่อต้องการเขียนกราฟ เรานิยมเปลี่ยนสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ ดังตัวอย่างที่ 2

สรุปลักษณะของกราฟของสมการ $y = a(x - h)^2 + k$ ดังนี้

- (1) ถ้า $a > 0$ กราฟจะเป็นรูปพาราโบลาหงาย และมีจุดต่ำสุด(จุดยอด) คือ (h, k)
- (2) ถ้า $a < 0$ กราฟจะเป็นรูปพาราโบลาคว่ำ และมีจุดสูงสุด(จุดยอด) คือ (h, k)
- (3) แกนสมมาตรของกราฟ คือ เส้นตรง $x = h$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของสมการ $y = x^2 - 2x - 3$

วิธีทำ จากสมการ $y = x^2 - 2x - 3$ จัดให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ ได้ดังนี้

$$y = x^2 - 2x + 1 - 1 - 3$$

$$y = (x^2 - 2x + 1) - 4$$

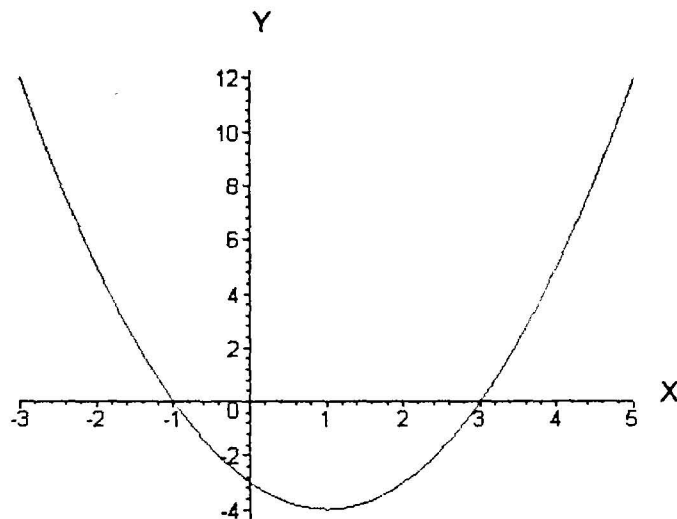
$$y = (x - 1)^2 - 4$$

ดังนั้น จุดยอด คือ $(1, -4)$ แกนสมมาตร คือ $x = 1$ และกราฟเป็นรูปพาราโบลาหงาย

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	12	-5	0	-3	-4	-3	0	-5	12	...

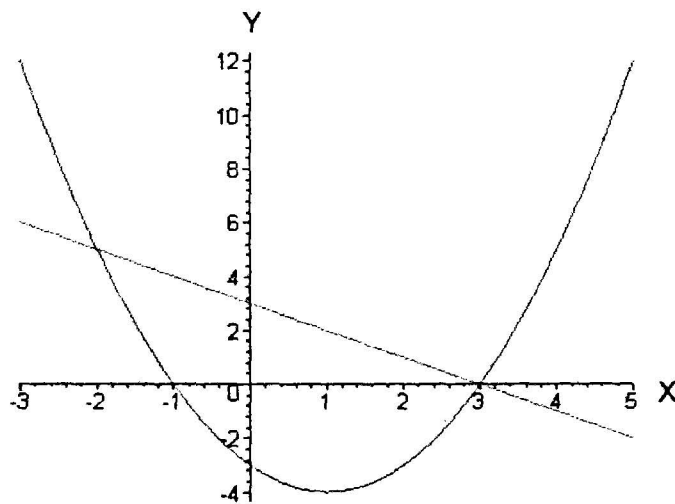
เริ่มต้นหาค่า x และ y ครั้งแรกที่จุดยอด
แล้วขยับค่า ออกไปทั้งสองข้างเท่าๆ กัน





ตัวอย่างที่ 3

จงเขียนกราฟของสมการ $x + y = 3$ จากตัวอย่างที่ 1 และกราฟของสมการ $y = x^2 - 2x - 3$ จากตัวอย่างที่ 2 ลงบนแกนคู่เดียวกัน



จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ $(3, 0)$ และ $(-2, 5)$

จุดตัดของกราฟจะเป็นคำตอบของระบบสมการ



ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ $x + y = 3$ และ $y = x^2 - 2x - 3$ คือ $(3, 0)$ และ $(-2, 5)$

บัตรกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

ให้นักเรียนเติมช่องว่างในตารางแสดงค่า x และ y ต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ พร้อมทั้งเขียนให้อยู่ในรูปของคู่อันดับ

1. จากสมการ $2y = x + 2$

X	...		-3		-1	0			3		...
y	...	-1				1		2		3	...

เขียนค่า x และ y ในรูปของคู่อันดับได้ดังนี้

....., (0, 1),

2. จากสมการ $y + x = 5$

X	...				0		2	3			6		...
y	...	8		6		4				0		-2	...

เขียนค่า x และ y ในรูปของคู่อันดับได้ดังนี้

.....

ทำได้ไหมครับเพื่อน ๆ ต่อกิจกรรมที่สองกันเลยนะ



กิจกรรมที่สอง

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในตารางที่กำหนดให้

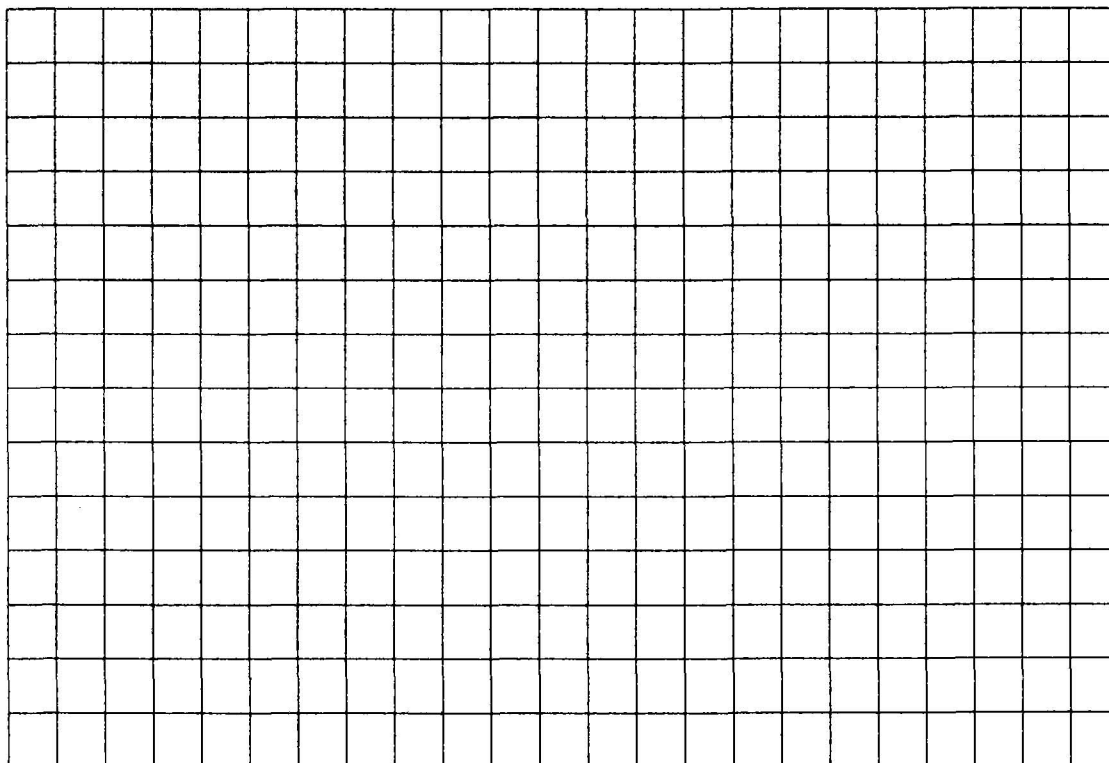
สมการของพาราโบลา	เขียนสมการให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$	จุดยอด (h , k)	แกนสมมาตร $x = h$	ลักษณะ พาราโบลา
$y = 2x^2 + 4x + 2$	$y = 2(x + 1)^2 + 0$	(- 1 , 0)	$x = - 1$	หงาย
$y = -x^2 - 4x - 6$	$y = -(x + 2)^2 - 2$	(- 2 , - 2)	$x = - 2$	คว่ำ
$y = 3x^2$	$y = 3(x - 0)^2 + 0$			
$y = x^2 + 2$				
$y = -2x^2 - 3$			$x = 0$	
$y = x^2 + 2x + 3$				หงาย

กิจกรรมที่สาม

จงเขียนกราฟของสมการ $y = 2x - 1$



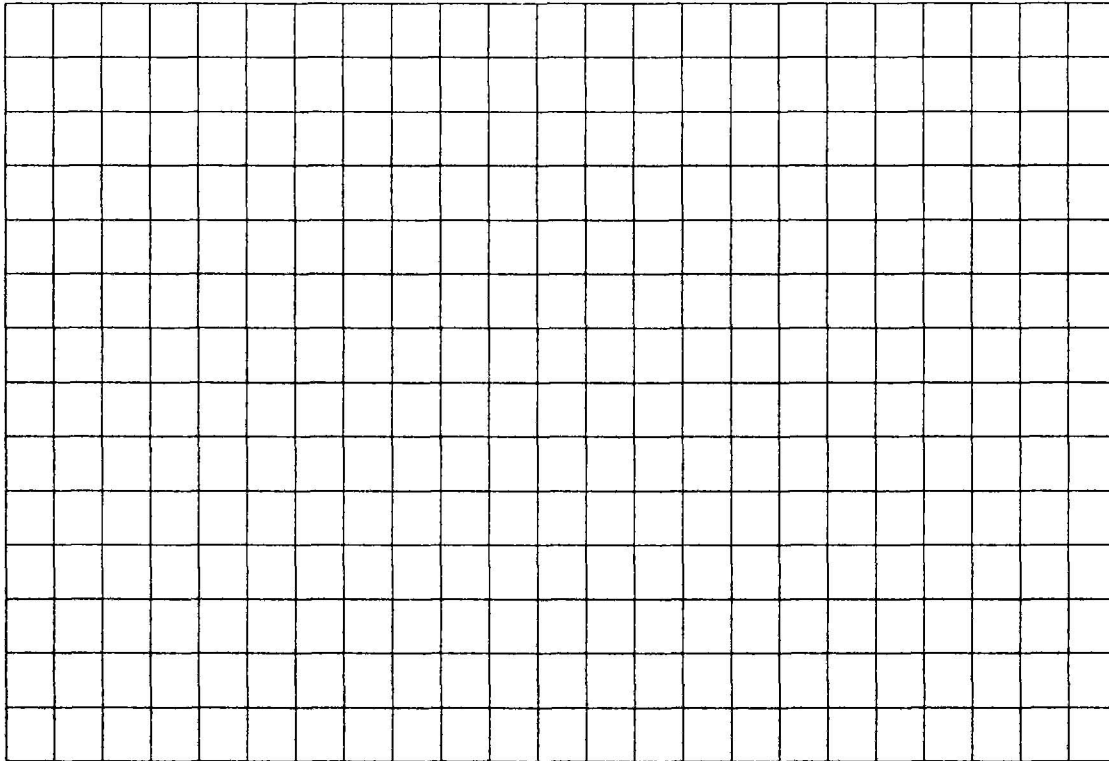
x	...	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	...
y	...	- 7	- 5	- 3	- 1	1	3	5	...



กิจกรรมที่สี่

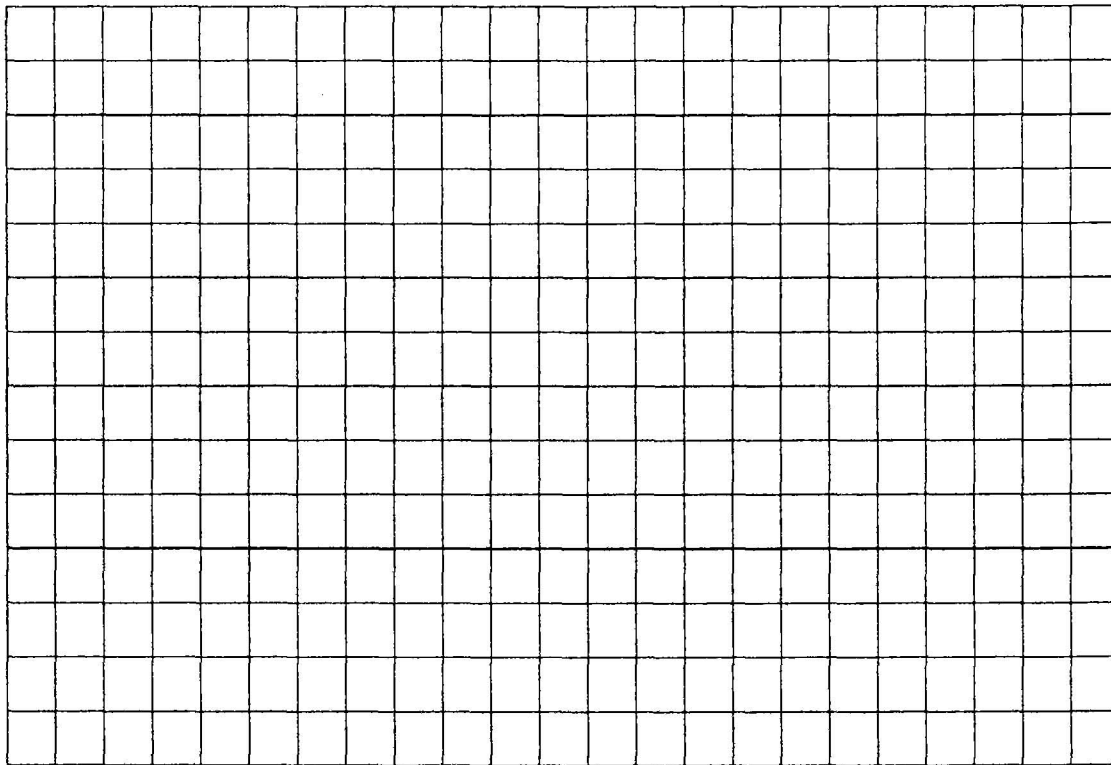
จงเติมค่าของ x , y ลงในตาราง พร้อมทั้งเขียนกราฟของสมการ $y = x^2 + 4x - 1$

x	...	-5			-2		0	1	...
y	...		-1		-5	-4		4	...

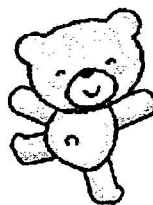


กิจกรรมที่ห้า

จงเขียนกราฟของสมการ $y = 2x - 1$ จากกิจกรรมที่สาม และกราฟของสมการ $y = x^2 + 4x - 1$ จากกิจกรรมที่สี่ ลงบนแกนคู่เดียวกัน



จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ



ตรวจคำตอบได้ที่บัตรเฉลยนะจ๊ะ
และหากเพื่อนๆ ยังไม่เข้าใจ ก็ศึกษาบัตรเนื้อหาอีกครั้ง

บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

1. จากสมการ $2y = x + 2$

X	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	...

เขียนค่า x และ y ในรูปของคู่อันดับได้ดังนี้

..., $(-4, -1)$, $(-3, -\frac{1}{2})$, $(-2, 0)$, $(-1, \frac{1}{2})$, $(0, 1)$, $(1, \frac{3}{2})$, $(2, 2)$, $(3, \frac{5}{2})$, $(4, 3)$, ...

2. จากสมการ $y + x = 5$

X	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	...
y	...	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	...

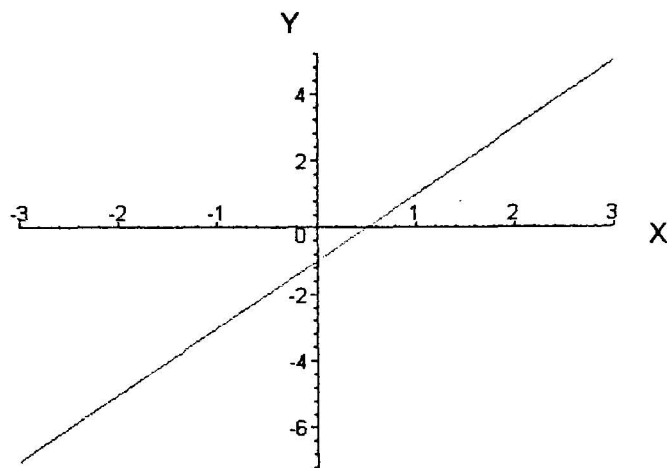
เขียนค่า x และ y ในรูปของคู่อันดับได้ดังนี้

..., $(-3, 8)$, $(-2, 7)$, $(-1, 6)$, $(0, 5)$, $(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$, $(5, 0)$, $(6, -1)$, $(7, -2)$, ...

กิจกรรมที่สอง

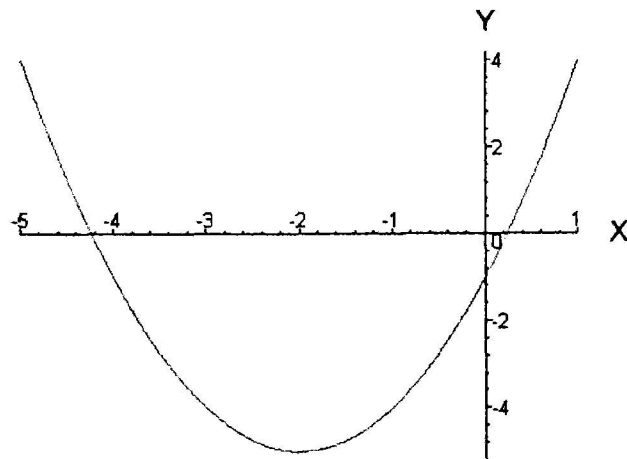
สมการของพาราโบลา	เขียนสมการให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$	จุดยอด (h, k)	แกนสมมาตร $x = h$	ลักษณะ พาราโบลา
$y = 3x^2$	$y = 3(x - 0)^2 + 0$	(0, 0)	$x = 0$	หงาย
$y = x^2 + 2$	$y = (x - 0)^2 + 2$	(0, 2)	$x = 0$	หงาย
$y = -2x^2 - 3$	$y = -2(x - 0)^2 - 3$	(0, -3)	$x = 0$	คว่ำ
$y = x^2 + 2x + 3$	$y = (x + 1)^2 + 2$	(-1, 2)	$x = -1$	หงาย

กิจกรรมที่สาม

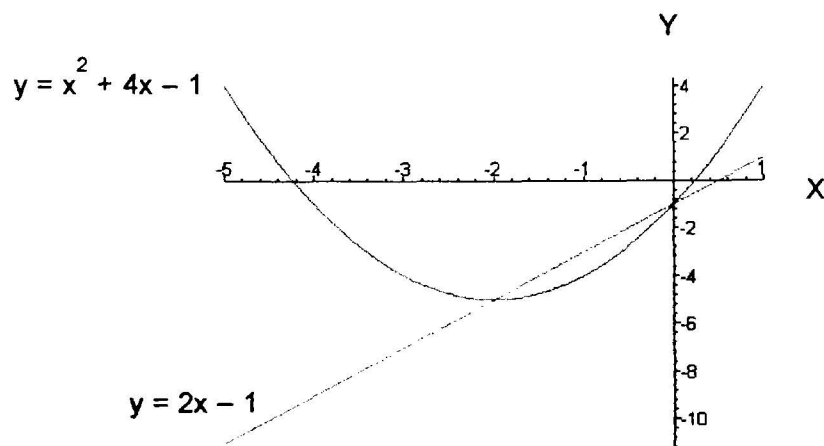


กิจกรรมที่สี่

	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	...
x									
y	...	4	-1	-4	-5	-4	-1	4	...



กิจกรรมที่ห้า



จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ $(-2, -5)$ และ $(0, -1)$

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

จงเขียนกราฟของสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ลงบนแกนคู่เดียวกัน พร้อมทั้งบอกจุดตัดของกราฟทั้งสอง

1. กราฟของสมการ $y = x^2 - 4x$ และสมการ $y = 5$
2. กราฟของสมการ $y = -x^2 + 4x + 5$ และสมการ $y = 2x + 2$

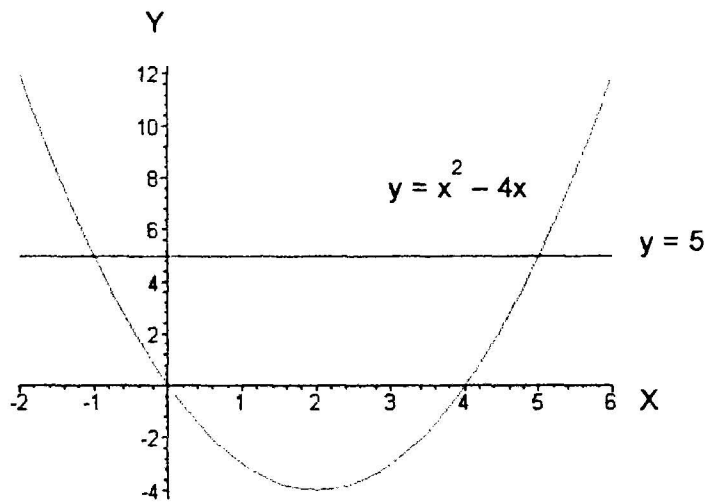
ตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด



บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

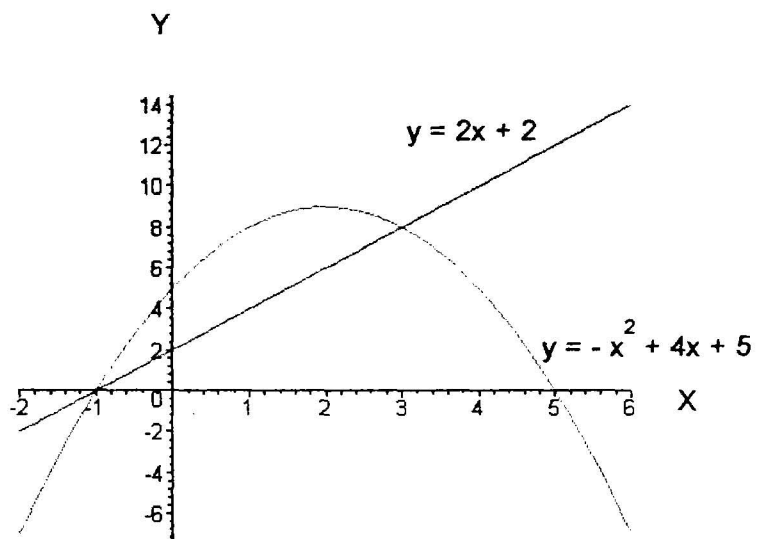
เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

1.



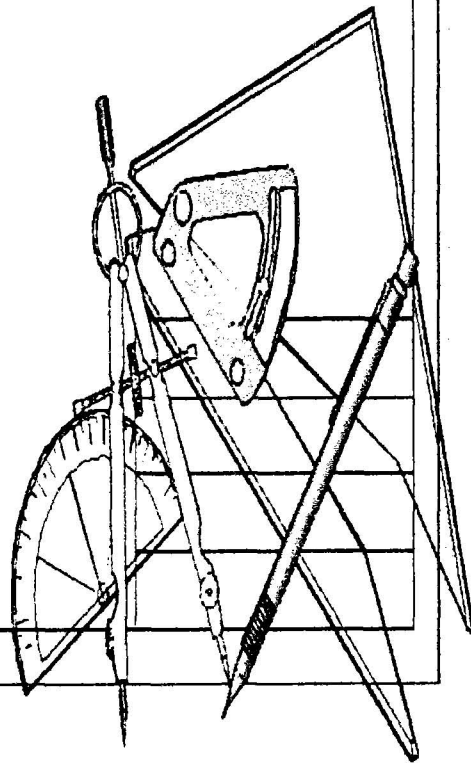
จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ $(-1, 5)$ และ $(5, 5)$

2.



จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ $(-1, 0)$ และ $(3, 8)$

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา



บัตรเนื้อหา

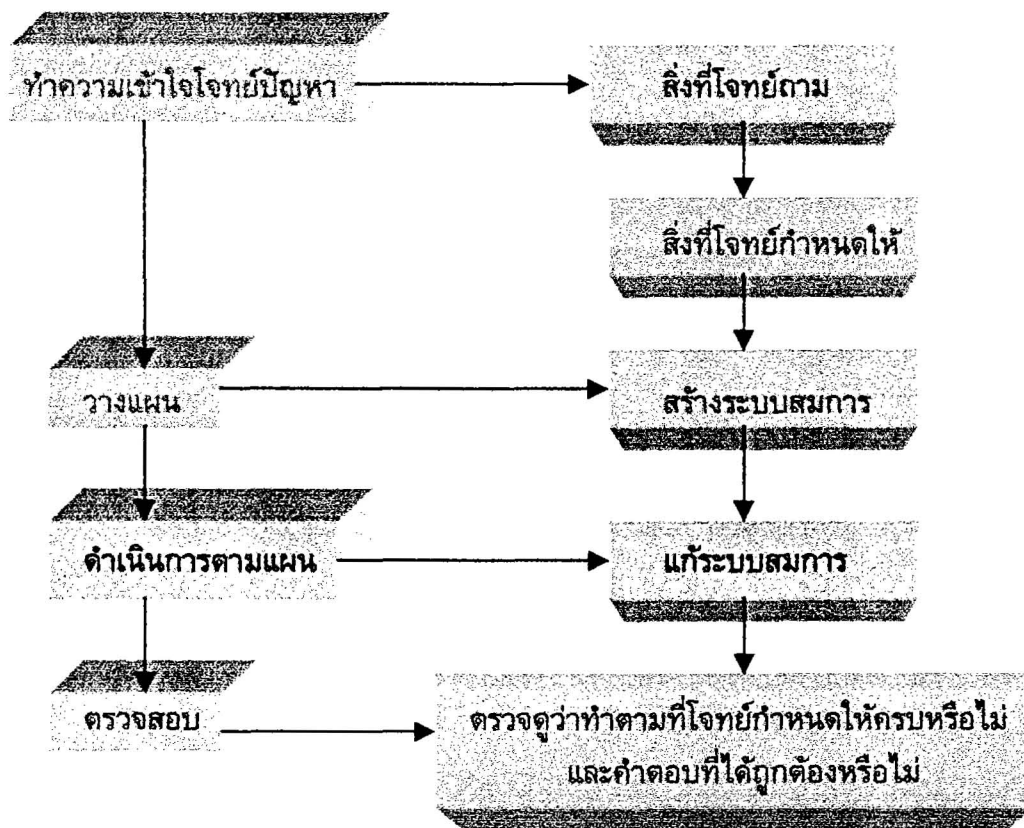
เนื้อหาที่เพื่อน ๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา คือ
โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

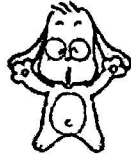


เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 2
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ
แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้



ลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา





ตัวอย่างที่ 1

จำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 2 และกำลังสองของจำนวนมากมีค่ามากกว่า
อีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 28 จงหาจำนวนทั้งสอง

วิธีทำ ให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y

เนื่องจาก จำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 2

ดังนั้น $x + y = 2$ -----(1)

เนื่องจาก กำลังสองของจำนวนมากมีค่ามากกว่าอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 28

ดังนั้น $x^2 - y = 28$ -----(2)

จาก (1) จะได้ $y = 2 - x$ -----(3)

แทนค่า y จาก (3) ในสมการ (2) จะได้

$$x^2 - (2 - x) = 28$$

$$x^2 - 2 + x - 28 = 0$$

$$x^2 + x - 30 = 0$$

$$(x + 6)(x - 5) = 0$$

$$x + 6 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 5 = 0$$

$$x = -6 \quad \text{หรือ} \quad x = 5$$

แทน x ด้วย -6 ใน (3) จะได้ $y = 2 - (-6) = 8$

แทน x ด้วย 5 ใน (3) จะได้ $y = 2 - 5 = -3$

เนื่องจาก กำหนดให้ x มีค่ามากกว่า y

ดังนั้น $x = 5$ และ $y = -3$

นั่นคือ จำนวนสองจำนวน คือ 5 และ -3

ตรวจสอบ จำนวนสองจำนวนคือ 5 และ -3 ซึ่ง $5 + (-3) = 2$ และ

$$(5)^2 - (-3) = 28 \quad \text{ตามที่โจทย์กำหนด}$$

ตัวอย่างที่ 2

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 25 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 70 เซนติเมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง

และ y แทนความยาวของด้านยาว

เนื่องจาก เส้นทแยงมุมยาว 25 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad x^2 + y^2 &= 25^2 \\ x^2 + y^2 &= 625 \quad \text{-----}(1) \end{aligned}$$

เนื่องจาก ความยาวรอบรูปเท่ากับ 70 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad 2x + 2y &= 70 \\ x + y &= 35 \quad \text{-----}(2) \end{aligned}$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } y = 35 - x \quad \text{-----}(3)$$

แทนค่า y จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$\begin{aligned} x^2 + (35 - x)^2 &= 625 \\ x^2 + 1,225 - 70x + x^2 - 625 &= 0 \\ 2x^2 - 70x + 600 &= 0 \\ x^2 - 35x + 300 &= 0 \\ (x - 15)(x - 20) &= 0 \\ x - 15 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 20 &= 0 \\ x = 15 \quad \text{หรือ} \quad x &= 20 \end{aligned}$$

แทน x ด้วย 15 ใน (3) จะได้ $y = 35 - 15 = 20$

แทน x ด้วย 20 ใน (3) จะได้ $y = 35 - 20 = 15$

เนื่องจาก ด้านยาวจะต้องยาวกว่าด้านกว้าง

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 15 \quad \text{และ} \quad y = 20$$

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ยาว 20 เซนติเมตร และกว้าง 15 เซนติเมตร

ตรวจสอบ สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีเส้นทแยงมุมยาว $(20)^2 + (15)^2 = 625$ เซนติเมตร
และมีความยาวรอบรูป เท่ากับ $(2 \times 20) + (2 \times 15) = 70$ เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 3

จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $y = -x^2 + 2x - 1$ และ
สมการ $y - x = -3$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจุดตัด

วิธีทำ หาจุดตัดของกราฟทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ

$$y = -x^2 + 2x - 1 \quad \text{-----}(1)$$

$$y - x = -3 \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } y = x - 3 \quad \text{-----}(3)$$

แทนค่า y จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$x - 3 = -x^2 + 2x - 1$$

$$x^2 - 2x + 1 + x - 3 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 2 = 0$$

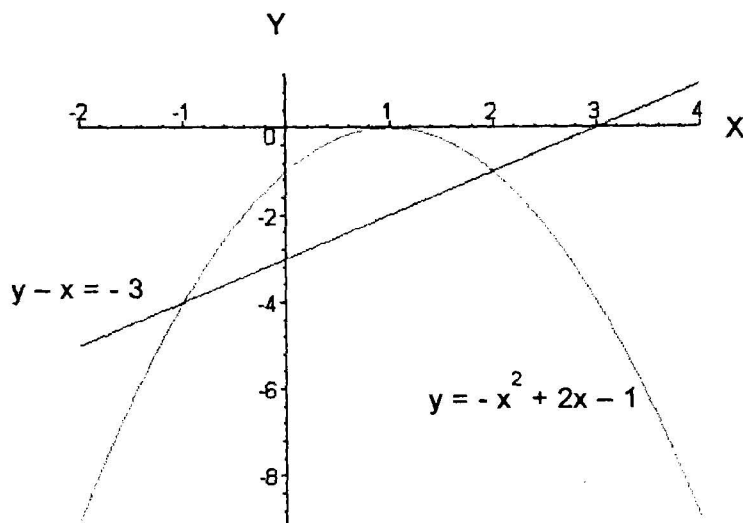
$$x = -1 \quad \text{หรือ} \quad x = 2$$

แทน x ด้วย -1 ใน (3) จะได้ $y = (-1) - 3 = -4$

แทน x ด้วย 2 ใน (3) จะได้ $y = 2 - 3 = -1$

ดังนั้น จุดตัดของกราฟทั้งสอง คือ $(-1, -4)$ และ $(2, -1)$

เขียนกราฟแสดงจุดตัดของ $y = -x^2 + 2x - 1$ และ $y - x = -3$ ได้ดังนี้



บัตรกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

เรามาดูตรวจสอบความเข้าใจกันด้วยการทำบัตรกิจกรรม
นะครับ เพื่อนๆ



กิจกรรมที่หนึ่ง จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องที่เว้นไว้

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 3 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 63
จงหาจำนวนทั้งสอง

วิธีทำ ให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

เนื่องจาก ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 3

ดังนั้น สมการคือ ———(1)

เนื่องจาก ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 63

ดังนั้น สมการคือ..... ———(2)

จาก (1) จะได้ = ———(3)

แทนค่า จาก (3) ใน (2) จะได้

..... =

..... =

..... =

..... =

แทน ด้วย ใน (3) จะได้ =

=

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ และ

กิจกรรมที่สอง จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องที่เว้นไว้

รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 56 เซนติเมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง

และ y แทนความยาวของด้านยาว

เนื่องจาก เส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร

ดังนั้น สมการคือ.....

..... (1)

เนื่องจาก ความยาวรอบรูปเท่ากับ 56 เซนติเมตร

ดังนั้น สมการคือ

..... (2)

จาก (2) จะได้ = (3)

แทนค่า จาก (3) ใน (1) จะได้

..... =

..... =

..... =

..... =

..... =

..... = หรือ =

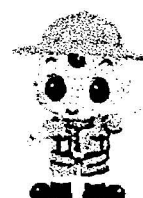
แทน ด้วย ใน (3) จะได้ =

แทน ด้วย ใน (3) จะได้ =

เนื่องจาก x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว

ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$ และ $y = \dots\dots\dots$

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ยาวเซนติเมตร และกว้าง.....เซนติเมตร



ทำได้หรือเปล่าครับเพื่อน ๆ ยังมีอีก
หนึ่งกิจกรรมนะครับ และตรวจคำตอบที่
บัตรเฉลยกิจกรรมได้เลย

กิจกรรมที่สาม จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องที่เว้นไว้

จงหาจุดตัดของกราฟพาราโบลา $x^2 - y - 2 = 0$ กับกราฟของเส้นตรง $x - 2y = 1$ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

วิธีทำ หาจุดตัดของกราฟทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ

$$x^2 - y - 2 = 0 \quad \text{-----}(1)$$

$$x - 2y = 1 \quad \text{-----}(2)$$

จาก (2) จะได้ $x = \text{-----}(3)$

แทนค่า x จาก (3) ใน (1) จะได้

$$\text{-----} = 0$$

$$\text{-----} = 0$$

$$\text{-----} = 0$$

$$\text{-----} = 0$$

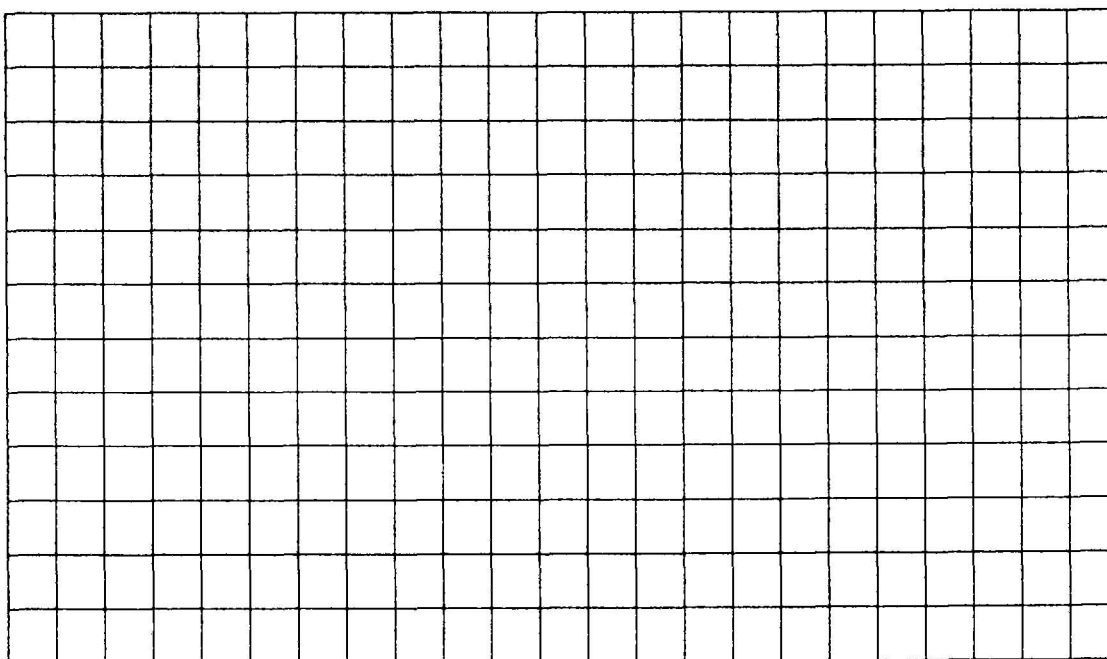
$$y = \text{-----} \text{ หรือ } y = \text{-----}$$

แทน y ด้วย ----- ใน (3) จะได้ $x = \text{-----}$

แทน y ด้วย ----- ใน (3) จะได้ $x = \text{-----}$

ดังนั้น จุดตัดของกราฟคือ (..... ,) และ (..... ,)

เขียนกราฟแสดงจุดตัดได้ดังนี้



บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

วิธีทำ

ให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

เนื่องจาก ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 3

$$\text{ดังนั้น สมการคือ } x + y = 3 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 63

$$\text{ดังนั้น สมการคือ } x^2 - y^2 = 63 \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{จาก (1) จะได้ } y = 3 - x \quad \text{-----}(3)$$

แทนค่า x จาก (3) ใน (2) จะได้

$$x^2 - (3 - x)^2 = 63$$

$$x^2 - 9 + 6x - x^2 = 63$$

$$6x = 72$$

$$x = 12$$

แทน x ด้วย 12 ใน (3) จะได้ $y = 3 - 12$

$$= -9$$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ 12 และ -9

กิจกรรมที่สอง

วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง

และ y แทนความยาวของด้านยาว

เนื่องจาก เส้นทแยงมุมยาว 20 เซนติเมตร

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 20^2$

$$x^2 + y^2 = 400 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก ความยาวรอบรูปเท่ากับ 56 เซนติเมตร

ดังนั้น สมการคือ $2x + 2y = 56$

$$x + y = 28 \quad \text{-----}(2)$$

จาก (2) จะได้ $y = 28 - x$ -----(3)

แทนค่า y จาก (3) ใน (1) จะได้

$$x^2 + (28 - x)^2 = 400$$

$$x^2 + 784 - 56x + x^2 - 400 = 0$$

$$2x^2 - 56x + 384 = 0$$

$$x^2 - 28x + 192 = 0$$

$$(x - 16)(x - 12) = 0$$

$$x = 16 \quad \text{หรือ} \quad x = 12$$

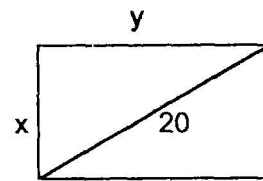
แทน x ด้วย 16 ใน (3) จะได้ $y = 28 - 16 = 12$

แทน x ด้วย 12 ใน (3) จะได้ $y = 28 - 12 = 16$

เนื่องจาก x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว

ดังนั้น $x = 12$ และ $y = 16$

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้ยาว 16 เซนติเมตร และกว้าง 12 เซนติเมตร



กิจกรรมที่สาม

วิธีทำ หาจุดตัดของกราฟทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ

$$x^2 - y - 2 = 0 \quad \text{-----}(1)$$

$$x - 2y = 1 \quad \text{-----}(2)$$

จาก (2) จะได้ $x = 1 + 2y \quad \text{-----}(3)$

แทนค่า x จาก (3) ใน (1) จะได้

$$(1 + 2y)^2 - y - 2 = 0$$

$$1 + 4y + 4y^2 - y - 2 = 0$$

$$4y^2 + 3y - 1 = 0$$

$$(4y - 1)(y + 1) = 0$$

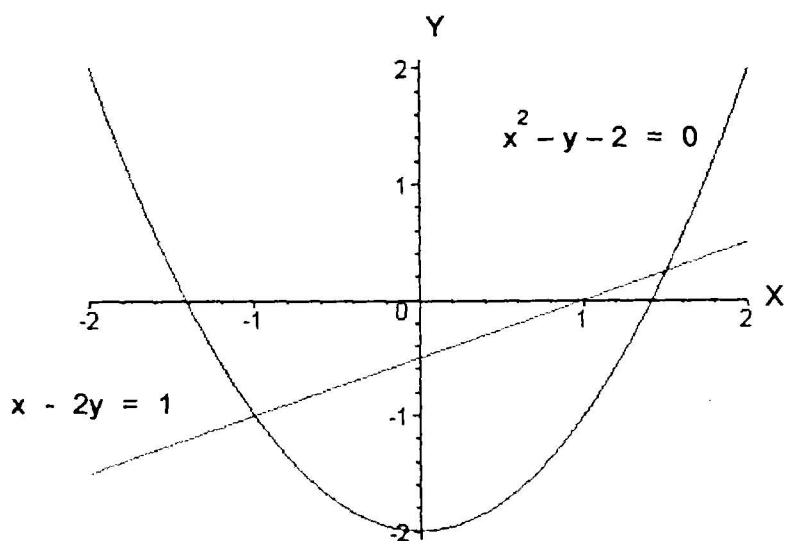
$$y = \frac{1}{4} \quad \text{หรือ} \quad y = -1$$

แทน y ด้วย $\frac{1}{4}$ ใน (3) จะได้ $x = \frac{3}{2}$

แทน y ด้วย -1 ใน (3) จะได้ $x = -1$

ดังนั้น จุดตัดของกราฟคือ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{4})$ และ $(-1, -1)$

เขียนกราฟแสดงจุดตัดได้ดังนี้



บัตรแบบฝึกหัด

โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

จงแสดงวิธีทำ

1. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 13 และผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ - 1
2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 15 หน่วย และมีผลบวกของความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ 21 หน่วย จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉากแต่ละด้าน
3. จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $y = x^2 - 6x + 5$ และสมการ $x - y = 1$ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงจุดตัด

ตรวจคำตอบ
ได้ที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัดนี้จะ



บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง

หลังจากตรวจคำตอบแล้ว หากเพื่อน ๆ
ยังไม่เข้าใจ ให้กลับไปศึกษาบัตรเนื้อหาอีกครั้ง



1.

วิธีทำ

ให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน

เนื่องจาก กำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 13

$$\text{ดังนั้น สมการคือ } x^2 + y^2 = 13 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก ผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของ

จำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ - 1

$$\text{ดังนั้น สมการคือ } x - 2y = -1 \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{จาก (2) จะได้ } x = -1 + 2y \quad \text{-----}(3)$$

แทนค่า x จาก (3) ใน (1) จะได้

$$(-1 + 2y)^2 + y^2 = 13$$

$$1 - 4y + 4y^2 + y^2 = 13$$

$$5y^2 - 4y - 12 = 0$$

$$(5y + 6)(y - 2) = 0$$

$$y = \frac{-5}{6} \quad \text{หรือ} \quad y = 2$$

เนื่องจาก y แทนจำนวนบวก ดังนั้น $y = 2$

แทน y ด้วย 2 ใน (3) จะได้ $x = -1 + 2(2)$

$$= 3$$

ดังนั้น จำนวนบวกสองจำนวน คือ 3 และ 2

2.

วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่ง

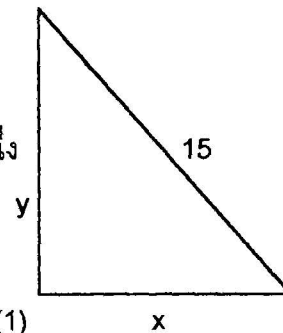
และ y แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

เนื่องจาก ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 15 หน่วย

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 15^2$

$$x^2 + y^2 = 225$$

----- (1)



เนื่องจาก ผลบวกของความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ 21 หน่วย

ดังนั้น สมการคือ $x + y = 21$

----- (2)

จาก (2) จะได้ $y = 21 - x$

----- (3)

แทนค่า y จาก (3) ใน (1) จะได้

$$x^2 + (21 - x)^2 = 225$$

$$x^2 + 441 - 42x + x^2 - 225 = 0$$

$$2x^2 - 42x + 216 = 0$$

$$x^2 - 21x + 108 = 0$$

$$(x - 9)(x - 12) = 0$$

$$x = 9 \text{ หรือ } x = 12$$

แทน x ด้วย 9 ใน (3) จะได้ $y = 21 - 9 = 12$

แทน x ด้วย 12 ใน (3) จะได้ $y = 21 - 12 = 9$

ดังนั้น ถ้า $x = 9$ จะได้ $y = 12$

และ ถ้า $x = 12$ จะได้ $y = 9$

นั่นคือ รูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับ

9 และ 12 เซนติเมตร

3.

วิธีทำ หาจุดตัดของกราฟทั้งสองได้โดยการแก้ระบบสมการ

$$y = x^2 - 6x + 5 \quad \text{-----(1)}$$

$$x - y = 1 \quad \text{-----(2)}$$

จาก (2) จะได้ $y = x - 1 \quad \text{-----(3)}$

แทนค่า x จาก (3) ใน (1) จะได้

$$x - 1 = x^2 - 6x + 5$$

$$0 = x^2 - 6x - x + 5 + 1$$

$$0 = x^2 - 7x + 6$$

$$(x - 6)(x - 1) = 0$$

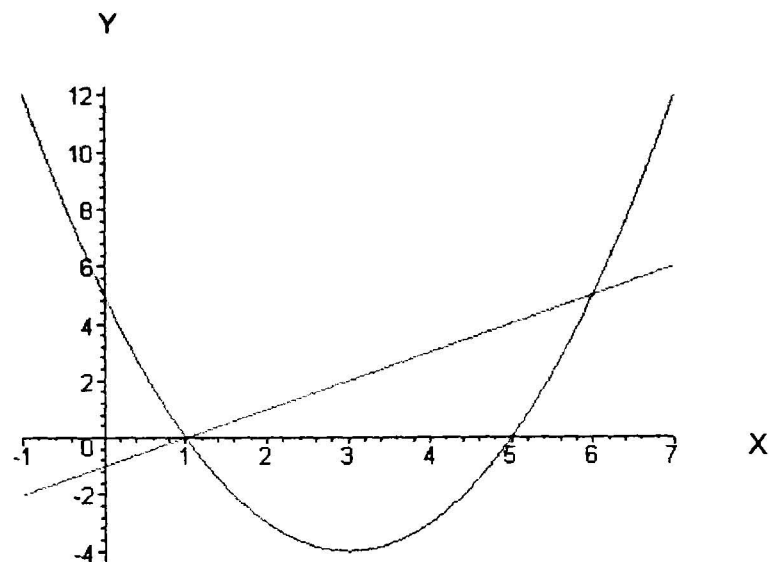
$$x = 6 \quad \text{หรือ} \quad x = 1$$

แทน x ด้วย 6 ใน (3) จะได้ $y = 5$

แทน x ด้วย 1 ใน (3) จะได้ $y = 0$

ดังนั้น จุดตัดของกราฟคือ $(6, 5)$ และ $(1, 0)$

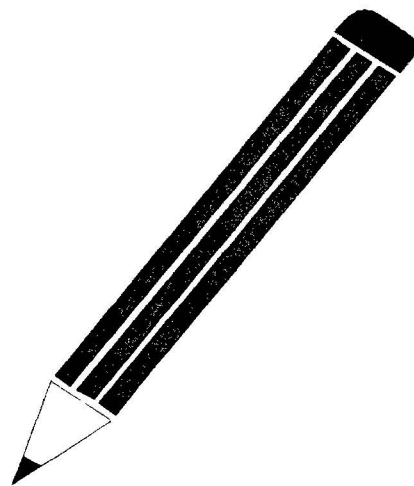
เขียนกราฟแสดงจุดตัดได้ดังนี้



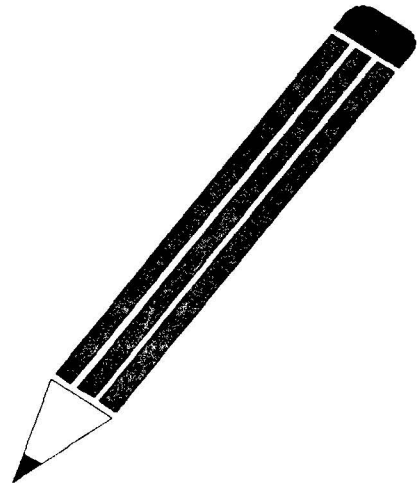
จุดตัดของกราฟ คือ $(1, 0)$ และ $(5, 6)$

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
เรื่อง ระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3



ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3
 สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
 ด้านที่ 2 การจับท่อน้ำยา ทดสอบกับท สมบัติ กฎ หรือสูตร



บัตรเนื้อหา

การที่เพื่อน ๆ จะศึกษาวิธีการแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
เพื่อน ๆ จะต้องทบทวนความรู้พื้นฐานในเนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 การใช้ทฤษฎีบท สมบัติ กฎ หรือสูตร คือ
ทบทวนบทนิยามรากที่สอง และการใช้สมบัติการบวก กับสมบัติการคูณ



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 2 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ

1. หารากที่สองของจำนวนจริงบวกใด ๆ ได้
2. ใช้สมบัติการบวก และการคูณในการหาคำตอบ
ของระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้



ทบทวนบทนิยามรากที่สอง และการใช้สมบัติการบวก กับสมบัติการคูณ

บทนิยาม ให้ a แทนจำนวนจริงบวกใดๆ หรือศูนย์ รากที่สองของ a คือจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้ a

ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก รากที่สองของ a มีสองราก คือ รากที่เป็นบวกและรากที่เป็นลบ ใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{a}$ แทนรากที่สองที่เป็นบวกของ a และ $-\sqrt{a}$ แทนรากที่สองที่เป็นลบของ a

ตัวอย่างที่ 1

1. $x^2 = 9$ และ $9 = 3^2$ หรือ $(-3)^2$ ดังนั้น $x = 3$ หรือ -3
2. $x^2 = 16$ และ $16 = 4^2$ หรือ $(-4)^2$ ดังนั้น $x = 4$ หรือ -4
3. $x^2 = 49$ และ $49 = 7^2$ หรือ $(-7)^2$ ดังนั้น $x = 7$ หรือ -7

สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ

1. ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $a = b$ และ $c = d$ แล้ว $a + c = b + d$
2. ถ้า a, b และ k แทนจำนวนจริงใดๆ และ $a = b$ แล้ว $ak = bk$

เราใช้สมบัติการบวก และการคูณช่วยในการหาคำตอบ
ของระบบสมการ



ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของระบบสมการ

$$x^2 + y^2 = 13 \quad \text{และ} \quad x^2 - y^2 = 5$$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 13 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 5 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 13 - 5$$

$$2y^2 = 8$$

$$y^2 = 4$$

$$y = \pm 2$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 13 + 5$$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(3, 2)$, $(3, -2)$, $(-3, 2)$ และ $(-3, -2)$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของระบบสมการ

$$2x^2 + 3y^2 = 32 \quad \text{และ} \quad x^2 - y^2 = 16$$

วิธีทำ

$$2x^2 + 3y^2 = 32 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 16 \quad \text{-----}(2)$$

$$(2) \times 2 \text{ จะได้ } 2(x^2 - y^2) = 2(16)$$

$$2x^2 - 2y^2 = 32 \quad \text{-----}(3)$$

$$(1) - (3) \text{ จะได้ } (2x^2 + 3y^2) - (2x^2 - 2y^2) = 32 - 32$$

$$5y^2 = 0$$

$$y^2 = 0$$

$$y = 0$$

แทนค่า y ด้วย 0 ใน (2) จะได้

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(4, 0)$ และ $(-4, 0)$

มาฝึกความเข้าใจด้วยการทำใบกิจกรรมกันเลยคะ



บัตรกิจกรรม

ทบทวนบทนิยามรากที่สอง และการใช้สมบัติการบวก กับสมบัติการคูณ

กิจกรรมที่หนึ่ง

เมื่อกำหนด x^2 จงหาค่าของ x

1. ถ้า $x^2 = 81$ แล้ว $x = \dots\dots\dots$ หรือ $\dots\dots\dots$
2. ถ้า $x^2 = 121$ แล้ว $x = \dots\dots\dots$ หรือ $\dots\dots\dots$
3. ถ้า $x^2 = 169$ แล้ว $x = \dots\dots\dots$ หรือ $\dots\dots\dots$
4. ถ้า $x^2 = 225$ แล้ว $x = \dots\dots\dots$ หรือ $\dots\dots\dots$
5. ถ้า $x^2 = 441$ แล้ว $x = \dots\dots\dots$ หรือ $\dots\dots\dots$

กิจกรรมที่สอง

จงหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 + y^2 &= 113 \\ x^2 - y^2 &= 15 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 113 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 15 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$y^2 = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = \dots\dots\dots$$

$$2x^2 = \dots\dots\dots$$

$$x^2 = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $\dots\dots\dots$

$$2. \quad \begin{aligned} 2x^2 - 3y^2 &= 87 \\ x^2 - y^2 &= 56 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$2x^2 - 3y^2 = 87 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 56 \quad \text{-----}(2)$$

(2) x 2 จะได้

$$2(x^2 - y^2) = 2(56)$$

$$\text{-----} = \text{-----} \quad \text{-----}(3)$$

(1) - (3) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$y^2 = \text{-----}$$

$$y = \text{-----}$$

(2) x 3 จะได้

$$3(x^2 - y^2) = 3(56)$$

$$\text{-----} = \text{-----} \quad \text{-----}(4)$$

(4) - (1) จะได้ $(3x^2 - 3y^2) - (2x^2 - 3y^2) = \text{-----}$

$$x^2 = \text{-----}$$

$$x = \text{-----}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ

ตรวจคำตอบได้ที่บัตรเฉลยกิจกรรมนะคะ



บัตรเฉลยกิจกรรม

ทบทวนบทนิยามรากที่สอง และการใช้สมบัติการบวก กับสมบัติการคูณ

กิจกรรมที่หนึ่ง

1. ถ้า $x^2 = 81$ แล้ว $x = 9$ หรือ -9
2. ถ้า $x^2 = 121$ แล้ว $x = 11$ หรือ -11
3. ถ้า $x^2 = 169$ แล้ว $x = 13$ หรือ -13
4. ถ้า $x^2 = 225$ แล้ว $x = 15$ หรือ -15
5. ถ้า $x^2 = 441$ แล้ว $x = 21$ หรือ -21

กิจกรรมที่สอง



$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 + y^2 &= 113 \\ x^2 - y^2 &= 15 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 113 \quad \text{-----(1)}$$

$$x^2 - y^2 = 15 \quad \text{-----(2)}$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 113 - 15$$

$$2y^2 = 98$$

$$y^2 = 49$$

$$y = \pm 7$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 113 + 15$$

$$2x^2 = 128$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm 8$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(8, 7)$, $(8, -7)$, $(-8, 7)$ และ $(-8, -7)$

$$2. \quad \begin{aligned} 2x^2 - 3y^2 &= 87 \\ x^2 - y^2 &= 56 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$2x^2 - 3y^2 = 87 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 56 \quad \text{-----}(2)$$

(2) x 2 จะได้

$$2(x^2 - y^2) = 2(56)$$

$$2x^2 - 2y^2 = 112 \quad \text{-----}(3)$$

$$(1) - (3) \text{ จะได้ } (2x^2 - 3y^2) - (2x^2 - 2y^2) = 87 - 112$$

$$-y^2 = -25$$

$$y^2 = 25$$

$$y = \pm 5$$

(2) x 3 จะได้

$$3(x^2 - y^2) = 3(56)$$

$$3x^2 - 3y^2 = 168 \quad \text{-----}(4)$$

$$(4) - (1) \text{ จะได้ } (3x^2 - 3y^2) - (2x^2 - 3y^2) = 168 - 87$$

$$x^2 = 81$$

$$x = \pm 9$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(9, 5)$, $(9, -5)$, $(-9, 5)$ และ $(-9, -5)$

ตรวจแล้ว ผลเป็นอย่างไรบ้างคะเพื่อน ๆ

ถ้ายังไม่เข้าใจกลับไปศึกษา

บัตรเนื้อหาอีกครั้งนะคะ



บัตรแบบฝึกหัด

ทบทวนทฤษฎีบทที่สอง และการใช้สมบัติการบวก กับสมบัติการคูณ

จงแสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้โดยใช้สมบัติการบวก และสมบัติการคูณต่อไปนี้

(1) ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใดๆ โดยที่ $a = b$ และ $c = d$ แล้ว $a + c = b + d$

(2) ถ้า a, b และ k แทนจำนวนจริงใดๆ และ $a = b$ แล้ว $ak = bk$

1. $x^2 + y^2 = 369$

$x^2 - y^2 = 81$

2. $2x^2 + 3y^2 = 269$

$x^2 + y^2 = 130$



ตรวจคำตอบได้ที่บัตรเฉลย
แบบฝึกหัดนะครับ

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

ทบทวนบทนิยามรากที่สอง และการใช้สมบัติการบวก กับสมบัติการคูณ

1.

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 369 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 81 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 369 - 81$$

$$2y^2 = 288$$

$$y^2 = 144$$

$$y = \pm 12$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 369 + 81$$

$$2x^2 = 450$$

$$x^2 = 225$$

$$x = \pm 15$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(15, 12)$, $(15, -12)$, $(-15, 12)$ และ $(-15, -12)$

2.

วิธีทำ

$$2x^2 + 3y^2 = 269 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 + y^2 = 130 \quad \text{-----}(2)$$

$$(2) \times 2 \text{ จะได้ } 2(x^2 + y^2) = 2(130)$$

$$2x^2 + 2y^2 = 260 \quad \text{-----}(3)$$

$$(1) - (3) \text{ จะได้ } (2x^2 + 3y^2) - (2x^2 + 2y^2) = 269 - 260$$

$$y^2 = 9$$

$$y = \pm 3$$

$$(2) \times 3 \text{ จะได้ } 3(x^2 + y^2) = 3(130)$$

$$3x^2 + 3y^2 = 390 \quad \text{-----}(4)$$

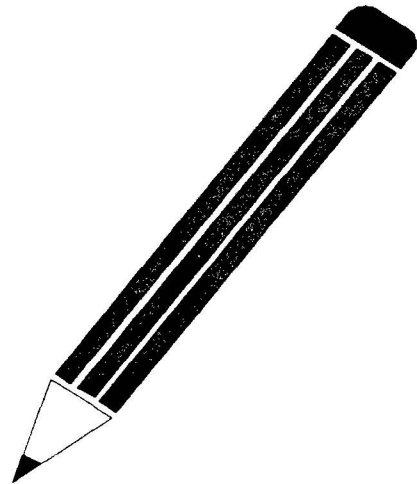
$$(4) - (1) \text{ จะได้ } (3x^2 + 3y^2) - (2x^2 + 3y^2) = 390 - 269$$

$$x^2 = 121$$

$$x = \pm 11$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(11, 3)$, $(11, -3)$, $(-11, 3)$ และ $(-11, -3)$

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา



บัตรเนื้อหา

เนื้อหาที่เพื่อน ๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา คือ
ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 3
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ
แก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้

ให้เพื่อน ๆ พิจารณาวิธีแก้ระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
จากตัวอย่างต่อไปนี้



ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการ

$$2x^2 + y = 23$$

$$x^2 + 2y = 19$$

วิธีทำ $2x^2 + y = 23$ -----(1)

$$x^2 + 2y = 19$$
 -----(2)

(2) x 2 จะได้ $2(x^2 + 2y) = 2(19)$

$$2x^2 + 4y = 38$$
 -----(3)

(3) - (1) จะได้

$$(2x^2 + 4y) - (2x^2 + y) = 38 - 23$$

$$3y = 15$$

$$y = 5$$

แทน y ด้วย 5 ใน (2) จะได้

$$x^2 + 2(5) = 19$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ (3, 5) และ (-3, 5)



นอกจากวิธีที่แสดงในตัวอย่างที่ 1
เพื่อน ๆ คิดว่ามีวิธีทำแบบอื่น ๆ ได้หรือไม่คะ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการ

$$2x^2 + 3y^2 = 30$$

$$x^2 - y^2 = 5$$

วิธีทำ $2x^2 + 3y^2 = 30$ -----(1)

$$x^2 - y^2 = 5$$
 -----(2)

(2) x 2 จะได้ $2(x^2 - y^2) = 2(5)$

$$2x^2 - 2y^2 = 10$$
 -----(3)

(1) - (3) จะได้

$$(2x^2 + 3y^2) - (2x^2 - 2y^2) = 30 - 10$$

$$5y^2 = 20$$

$$y^2 = 4$$

$$y = \pm 2$$

แทน y ด้วย 2 ใน (2) จะได้

$$x^2 - (2)^2 = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

แทน y ด้วย -2 ใน (2) จะได้

$$x^2 - (-2)^2 = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ (3, 2), (3, -2), (-3, 2) และ (-3, -2)

เข้าใจกันหรือยังครับเพื่อน ๆ
ถ้าเข้าใจแล้ว เรามาทดสอบความเข้าใจ
ด้วยการทำใบตรวจกิจกรรมกันดีกว่า



บัตรกิจกรรม

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงแก้ระบบสมการ $3x^2 + xy = 10$
 $x^2 + 3xy = -2$

วิธีทำ

$$3x^2 + xy = 10 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 + 3xy = -2 \quad \text{-----}(2)$$

(1) $\times 3$ จะได้ $3(3x^2 + xy) = 3(10)$

$$\text{.....} = \text{.....} \quad \text{-----}(3)$$

(3) $-$ (2) จะได้ $\text{.....} = 32$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

แทน x ด้วย ใน (1) จะได้

$$\text{.....} = 10$$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

$$y = \text{.....}$$

แทน x ด้วย ใน (1) จะได้

$$\text{.....} = 10$$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

$$y = \text{.....}$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ (..... ,) และ (..... ,)



ทำได้หรือเปล่าครับเพื่อน ๆ ...ถ้ายังคิดไม่ออกลองกลับไปศึกษาเนื้อหาใหม่อีกที
 หรือว่า...สบายมาก ก็ต้องทำกิจกรรมที่สองต่อกันเลย

กิจกรรมที่สอง

จงแก้ระบบสมการ $3x^2 + 2y^2 = 29$

$$2x^2 - 3y^2 = 15$$

วิธีทำ

$$3x^2 + 2y^2 = 29 \quad \text{-----}(1)$$

$$2x^2 - 3y^2 = 15 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) \times 3 \text{ จะได้ } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \text{-----}(3)$$

$$(2) \times 2 \text{ จะได้ } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \text{-----}(4)$$

$$(4) + (3) \text{ จะได้ } \dots\dots\dots = 117$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

แทน x ด้วย ใน (1) จะได้

$$\dots\dots\dots = 29$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

แทน x ด้วย ใน (1) จะได้

$$\dots\dots\dots = 29$$

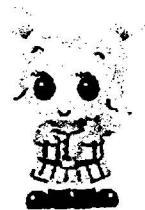
$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(\dots, \dots)$, $(\dots, \dots)$, $(\dots, \dots)$ และ $(\dots, \dots)$

ตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยกิจกรรม
ในหน้าถัดไปนะคะ



บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

วิธีทำ

$$3x^2 + xy = 10 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 + 3xy = -2 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) \times 3 \quad \text{จะได้} \quad 9x^2 + 3xy = 30 \quad \text{-----}(3)$$

$$(3) - (2) \quad \text{จะได้} \quad 8x^2 = 32$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

แทน x ด้วย 2 ใน (1) จะได้

$$3(2)^2 + 2y = 10$$

$$2y = 10 - 12$$

$$2y = -2$$

$$y = -1$$

แทน x ด้วย -2 ใน (1) จะได้

$$3(-2)^2 + (-2)y = 10$$

$$-2y = 10 - 12$$

$$-2y = -2$$

$$y = 1$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(2, -1)$ และ $(-2, 1)$

กิจกรรมที่สอง

วิธีทำ

$$3x^2 + 2y^2 = 29 \quad \text{-----}(1)$$

$$2x^2 - 3y^2 = 15 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) \times 3 \quad \text{จะได้} \quad 9x^2 + 6y^2 = 87 \quad \text{-----}(3)$$

$$(2) \times 2 \quad \text{จะได้} \quad 4x^2 - 6y^2 = 30 \quad \text{-----}(4)$$

$$(4) + (3) \quad \text{จะได้} \quad 13x^2 = 117$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

แทน x ด้วย 3 ใน (1) จะได้

$$3(3)^2 + 2y^2 = 29$$

$$2y^2 = 2$$

$$y^2 = 1$$

$$y = \pm 1$$

แทน x ด้วย -3 ใน (1) จะได้

$$3(-3)^2 + 2y^2 = 29$$

$$2y^2 = 2$$

$$y^2 = 1$$

$$y = \pm 1$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(3, 1)$, $(3, -1)$, $(-3, 1)$ และ $(-3, -1)$

ถ้าตรวจเฉลยกิจกรรมแล้วเพื่อน ๆ ยังไม่เข้าใจ
กลับไปศึกษาเนื้อหาซ้ำอีกครั้งนะครับ
หรือ...ถ้าเพื่อน ๆ เข้าใจดีแล้ว ทดสอบความเข้าใจกันอีกครั้ง
ด้วยการทำแบบฝึกหัดนะครับ



บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

1. $y^2 - 2xy = -15$

$3y^2 - xy = 15$

2. $x^2 + y^2 = 40$

$2x^2 + 5y^2 = 92$

3. $x^2 + y^2 = 218$

$x^2 - y^2 = 120$



ถ้าเพื่อน ๆ ทำแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว
ตรวจคำตอบได้ที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัดนะคะ

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

1. วิธีทำ

$$y^2 - 2xy = -15 \quad \text{-----}(1)$$

$$3y^2 - xy = 15 \quad \text{-----}(2)$$

$$(2) \times 2 \quad \text{จะได้} \quad 6y^2 - 2xy = 30 \quad \text{-----}(3)$$

$$(3) - (1) \quad \text{จะได้} \quad 5y^2 = 45$$

$$y^2 = 9$$

$$y = \pm 3$$

แทน y ด้วย 3 ใน (1) จะได้

$$(3)^2 - 2(3)x = -15$$

$$-6x = -24$$

$$x = 4$$

แทน y ด้วย -3 ใน (1) จะได้

$$(-3)^2 - 2(-3)x = -15$$

$$6x = -24$$

$$x = -4$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(4, 3)$ และ $(-4, -3)$

2. วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 40 \quad \text{-----}(1)$$

$$2x^2 + 5y^2 = 92 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) \times 2 \text{ จะได้ } 2(x^2 + y^2) = 2(40)$$

$$2x^2 + 2y^2 = 80 \quad \text{-----}(3)$$

(2) - (3) จะได้

$$(2x^2 + 5y^2) - (2x^2 + 2y^2) = 92 - 80$$

$$3y^2 = 12$$

$$y^2 = 4$$

$$y = \pm 2$$

แทน y ด้วย 2 ใน (1) จะได้

$$x^2 + (2)^2 = 40$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

แทน y ด้วย -2 ใน (1) จะได้

$$x^2 + (-2)^2 = 40$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(6, 2)$, $(6, -2)$, $(-6, 2)$ และ $(-6, -2)$

3. วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 218 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 120 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 218 - 120$$

$$2y^2 = 98$$

$$y^2 = 49$$

$$y = \pm 7$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ } (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 218 + 120$$

$$2x^2 = 338$$

$$x^2 = 169$$

$$x = \pm 13$$

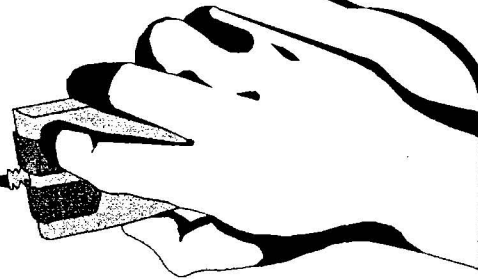
ดังนั้น คำตอบของระบบสมการ คือ $(13, 7)$, $(13, -7)$, $(-13, 7)$ และ $(-13, -7)$

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการ
ที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3



ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4
 สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
 ด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา



บัตรเนื้อหา

เนื้อหาที่เพื่อน ๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 4 การตีความด้านภาษา คือ
โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 4 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ

1. เปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้
2. สร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้

ตัวอย่าง

1. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 225 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 63

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน

1.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

- (1) ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 225

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 225$

- (2) ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 63

ดังนั้น สมการคือ $x^2 - y^2 = 63$



1.2 จากสมการในข้อ 1.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$x^2 + y^2 = 225 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 63 \quad \text{-----}(2)$$

2. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของผลบวกของสองจำนวนนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้อยู่ 140 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าลบด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 14

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y

2.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

- (1) กำลังสองของผลบวกของสองจำนวนนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้อยู่ 140

ดังนั้น สมการคือ $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 140$

$$x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 = 140$$

$$4xy = 140$$

$$xy = 35$$

- (2) กำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าลบด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 14

ดังนั้น สมการคือ $x^2 - xy = 14$



2.2 จากสมการในข้อ 2.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$xy = 35 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - xy = 14 \quad \text{-----}(2)$$

บัตรกิจกรรม

โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ (เมื่อกำหนด x และ y แทนจำนวนสองจำนวน หรือให้ x และ y แทนความยาวของด้านกว้างและด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าตามลำดับ)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. กำลังสองของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 16	$(x + y)^2 = 16$
2. กำลังสองของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 10	
3. กำลังสองของแต่ละจำนวนของจำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 10	
4. ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าเท่ากับ 12	
5. กำลังสองของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 9	
6. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 5 หน่วย.	
7. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 15 ตารางหน่วย	

กิจกรรมที่สอง

ให้นักเรียนสร้างระบบสมการจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้



- จำนวนสองจำนวนคูณกันเป็น 108 และผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเป็น 225
จงหาจำนวนทั้งสอง

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน



1.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1).....

ดังนั้น สมการคือ.....

(2).....

ดังนั้น สมการคือ.....

1.2 จากสมการในข้อ 1.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

.....

2. มีจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้มีค่าน้อยกว่ากำลังสองของผลบวกของจำนวนสองจำนวนนี้อยู่ 8 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าบวกด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 6 จงหาจำนวนบวกทั้งสอง

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y

2.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1).....

ดังนั้น สมการคือ.....

.....

(2).....

ดังนั้น สมการคือ.....

2.2 จากสมการในข้อ 3.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

.....

.....

3. ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 119 ตารางหน่วย และผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 169 ตารางหน่วย จงหาความยาวแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปนี้

จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่

และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

3.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1).....

ดังนั้น สมการคือ.....

(2).....

ดังนั้น สมการคือ.....

3.2 จากสมการในข้อ 4.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

.....

.....



เพื่อนๆ ตรวจสอบคำตอบได้ที่บัตรเฉลยนะครับ
ถ้ายังไม่เข้าใจ ลองศึกษาบัตรเนื้อหาอีกครั้งนะครับ

บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหารบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. กำลังสองของผลบวกของจำนวนสองจำนวนเป็น 16	$(x + y)^2 = 16$
2. กำลังสองของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 10	$x^2 + y = 10$
3. กำลังสองของแต่ละจำนวนของจำนวนสองจำนวนบวกกันได้ 10	$x^2 + y^2 = 10$
4. ผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนมีค่าเท่ากับ 12	$x^2 - y^2 = 12$
5. กำลังสองของผลต่างของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 9	$(x - y)^2 = 9$
6. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 5 หน่วย.	$x^2 + y^2 = 25$
7. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 15 ตารางหน่วย	$xy = 16$

กิจกรรมที่สอง

1. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

1.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) จำนวนสองจำนวนคูณกันเป็น 108

ดังนั้น สมการคือ $xy = 108$

(2) ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเป็น 225

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 225$

1.2 จากสมการในข้อ 1.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$xy = 108 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 + y^2 = 225 \quad \text{-----}(2)$$



2. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน

2.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) กำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้มีค่าน้อยกว่ากำลังสองของผลบวกของสองจำนวนสองจำนวนนี้อยู่ 8

ดังนั้น สมการคือ $(x + y)^2 - (x - y)^2 = 8$

$$xy = 2$$

(2) กำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าบวกด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 6

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + xy = 6$

2.2 จากสมการในข้อ 2.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$xy = 2 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 + xy = 6 \quad \text{-----}(2)$$

3. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่ และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็ก

3.1 สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ คือ

(1) ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 119 ตารางหน่วย

ดังนั้น สมการคือ $x^2 - y^2 = 119$

(2) ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 169 ตารางหน่วย

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 169$

3.2 จากสมการในข้อ 3.1 เขียนระบบสมการได้เป็น

$$x^2 - y^2 = 119 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 + y^2 = 169 \quad \text{-----}(2)$$



ตรวจคำตอบแล้วเป็นอย่างไรบ้างครับเพื่อน ๆ
พร้อมที่จะทำแบบฝึกหัดกันต่อเลยหรือยังครับ

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

เมื่อเพื่อนๆ พร้อมแล้ว เรามาทำแบบฝึกหัด
กันเลยนะครับ และตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยจะ



จงเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ พร้อมทั้งเขียนระบบสมการ
จากโจทย์ที่กำหนดให้

1. กำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 13 และสามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่ามากกว่ากำลังสองของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5 จงหาจำนวนทั้งสอง
2. ผลคูณของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 12 และกำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับสี่เท่าของกำลังสองของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 56 จงหาจำนวนทั้งสอง
3. ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 100 ตารางหน่วย และผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองรูป เท่ากับ 28 หน่วย จงหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปนี้
4. นิดมีอายุน้อยกว่ากำลังสองของอายุของหน้อย 9 ปี ผลบวกของกำลังสองของอายุของหน้อยกับสามเท่าของอายุของนิดเท่ากับ 117 ปี จงหาอายุของนิด และหน้อย

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหารบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

1. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

เนื่องจาก กำลังสองของแต่ละจำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 13

ดังนั้น $x^2 + y^2 = 13$ -----(1)

เนื่องจาก สามเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งมีค่ามากกว่ากำลังสองของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งอยู่ 5

ดังนั้น $3x - y^2 = 5$ -----(2)

2. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน

เนื่องจาก ผลคูณของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 12

ดังนั้น $xy = 12$ -----(1)

เนื่องจาก กำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับสี่เท่าของกำลังสองของจำนวนอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 56

ดังนั้น $x^2 + 4y^2 = 56$ -----(2)

3. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่

และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

เนื่องจาก ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 100 ตารางหน่วย

ดังนั้น $x^2 + y^2 = 100$ -----(1)

เนื่องจาก ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปเท่ากับ 28 ตารางหน่วย

ดังนั้น $x^2 - y^2 = 28$ -----(2)

4. จากโจทย์ปัญหา ถ้าให้ x แทนอายุของนิด และ y แทนอายุของน้อย

เนื่องจาก นิดมีอายุน้อยกว่ากำลังสองของอายุของน้อย 9 ปี

ดังนั้น $y^2 - x = 9$ -----(1)

เนื่องจาก ผลบวกของกำลังสองของอายุของน้อยกับสามเท่าของอายุของนิดเท่ากับ 117 ปี

ดังนั้น $y^2 + 3x = 117$ -----(2)

ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน
ด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา



บัตรเนื้อหา

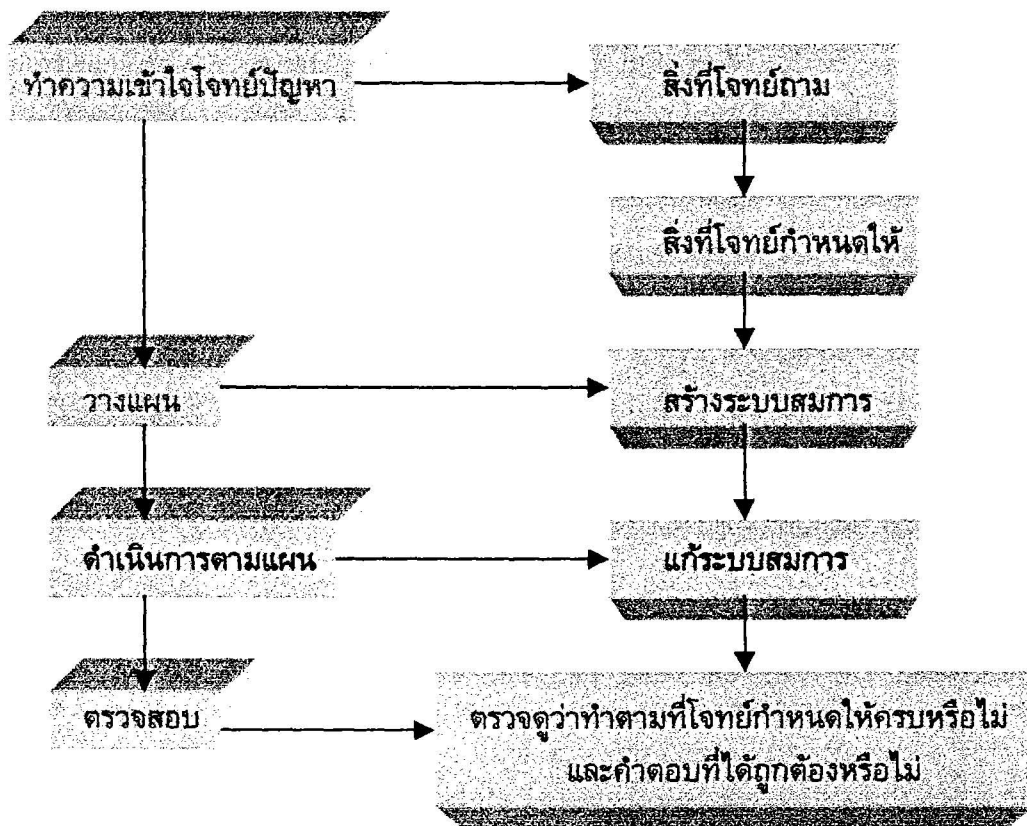
เนื้อหาที่เพื่อน ๆ จะศึกษาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 การตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา คือ
โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง



เมื่อศึกษาเนื้อหาในชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมชุดที่ 4
สำหรับแก้ไขข้อบกพร่องด้านที่ 6 จบแล้ว
เพื่อน ๆ จะต้องสามารถ
แก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้



ลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา



ตัวอย่างที่ 1

จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งกำลังสองของผลบวกของสองจำนวนนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้อยู่ 360 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากลบด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 10



วิธีทำ

ให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y

เนื่องจาก กำลังสองของผลบวกของสองจำนวนนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้อยู่ 360

$$\text{ดังนั้น} \quad (x + y)^2 - (x - y)^2 = 360 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก กำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากลบด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 10

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 - xy = 10 \quad \text{-----}(2)$$

$$\text{จาก (1) จะได้} \quad x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 = 360$$

$$4xy = 360$$

$$xy = 90 \quad \text{-----}(3)$$

นำสมการ (2) + (3) จะได้

$$x^2 - xy + xy = 10 + 90$$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm 10$$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนบวก ดังนั้น $x = 10$

แทน x ด้วย 10 ใน (3) จะได้

$$10y = 90$$

$$y = 9$$

นั่นคือ จำนวนบวกสองจำนวน คือ 10 และ 9

ตรวจสอบ

จำนวนบวกสองจำนวน คือ 9 และ 10 ซึ่ง $(10 + 9)^2 - (10 - 9)^2 = 360$

และ $10^2 - (10)(9) = 10$ ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 2

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปมีผลต่างของพื้นที่เท่ากับ 119 ตารางเซนติเมตร และมีผลบวกของพื้นที่เท่ากับ 169 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสอง

วิธีทำ

ให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่

และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

เนื่องจาก ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 119 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น $x^2 - y^2 = 119$ -----(1)

เนื่องจาก ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 169 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น $x^2 + y^2 = 169$ -----(2)

(2) - (1) จะได้ $(x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 169 - 119$

$$2y^2 = 50$$

$$y^2 = 25$$

$$y = \pm 5$$

เนื่องจาก y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น $y = 5$

(2) + (1) จะได้ $(x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 169 + 119$

$$2x^2 = 288$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \pm 12$$

เนื่องจาก x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น $x = 12$

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีความยาวด้านละ 12 เซนติเมตร

และ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กมีความยาวด้านละ 5 เซนติเมตร

ตรวจสอบ ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $(12)^2 - (5)^2 = 119$ ตารางเซนติเมตร

และ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $(12)^2 + (5)^2 = 169$ ตารางเซนติเมตร



บัตรกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องที่เว้นไว้



จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 41 และผลต่างของกำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 6

วิธีทำ ให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน

เนื่องจาก ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 41

ดังนั้น สมการคือ (1)

เนื่องจาก ผลต่างของกำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 6

ดังนั้น สมการคือ (2)

(1) - (2) จะได้ =

..... = 0

..... = 0

$y = \dots\dots\dots$ หรือ $y = \dots\dots\dots$

เนื่องจากกำหนด y เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น $y = \dots\dots\dots$

แทน y ด้วย ใน (2) จะได้

..... =

..... =

$x = \dots\dots\dots$

เนื่องจากกำหนด x เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ และ

ตรวจสอบ.....

.....

กิจกรรมที่สอง

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องที่เว้นไว้

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองรูปมีผลบวกของพื้นที่ทั้งสองเท่ากับ 136 ตารางเซนติเมตร และมีผลต่างของพื้นที่ทั้งสองเท่ากับ 64 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสอง

วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่

และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

เนื่องจาก ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 136 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น สมการคือ..... (1)

เนื่องจาก ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 64 ตารางเซนติเมตร

ดังนั้น สมการคือ..... (2)

(1) - (2) จะได้ =

..... =

$y^2 = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

เนื่องจาก y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น $y = \dots\dots\dots$

(1) + (2) จะได้ =

..... =

$x^2 = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

เนื่องจาก x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น $x = \dots\dots\dots$

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีความยาวด้านละ เซนติเมตร

และ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กมีความยาวด้านละ เซนติเมตร

ตรวจสอบ

.....

ตรวจคำตอบที่บัตรเฉลยนะคะ



บัตรเฉลยกิจกรรม

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

กิจกรรมที่หนึ่ง

วิธีทำ ให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน

เนื่องจาก ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 41

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 41$ -----(1)

เนื่องจาก ผลต่างของกำลังสองของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ 6

ดังนั้น สมการคือ $x^2 - 2y = 6$ -----(2)

(1) - (2) จะได้ $y^2 + 2y = 35$

$$y^2 + 2y - 35 = 0$$

$$(y + 7)(y - 5) = 0$$

$$y = -7 \text{ หรือ } y = 5$$

เนื่องจากกำหนด y เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น $y = 5$

แทน y ด้วย 5 ใน (2) จะได้

$$x^2 - 2(5) = 6$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

เนื่องจากกำหนด x เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น $x = 4$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ 4 และ 5

ตรวจสอบ $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

และ $4^2 - 2(5) = 16 - 10 = 6$ เป็นจริง

กิจกรรมที่สอง

วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่

และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

เนื่องจาก ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 136 ตารางเซนติเมตร

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 + y^2 = 136 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 64 ตารางเซนติเมตร

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 - y^2 = 64 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้} \quad (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 136 - 64$$

$$2y^2 = 72$$

$$y^2 = 36$$

$$y = \pm 6$$

เนื่องจาก y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

$$\text{ดังนั้น} \quad y = 6$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้} \quad (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 136 + 64$$

$$2x^2 = 200$$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm 10$$

เนื่องจาก x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 10$$

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีความยาวด้านละ 10 เซนติเมตร

และ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กมีความยาวด้านละ 6 เซนติเมตร

ตรวจสอบ ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $(10)^2 - (6)^2 = 64$ ตารางเซนติเมตร

และ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $(10)^2 + (6)^2 = 136$ ตารางเซนติเมตร

ตรวจคำตอบแล้ว ถูกไหมจะ
ถ้าพร้อมแล้วก็ทำแบบฝึกหัดต่อเลย



บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

เมื่อทำบัตรกิจกรรมเข้าใจแล้ว
ให้เพื่อนๆ แสดงวิธีทำแบบฝึกหัด
และตรวจคำตอบที่บัตรเฉลย



1. จงหาจำนวนบวกสองจำนวนซึ่งผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 25 และผลบวกของกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากเท่ากับ 17
2. ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสสองแปลง มีผลต่างของพื้นที่เท่ากับ 175 ตารางเมตร และผลบวกของพื้นที่เท่ากับ 625 ตารางเมตร จงหาความยาวแต่ละด้านของที่ดินแต่ละแปลง



ถ้ายังไม่เข้าใจ หรือทำไม่ได้
ให้เพื่อนๆ ศึกษาบัตรเนื้อหาอีกครั้ง

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

1.

วิธีทำ ให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ y มีค่ามากกว่า x

เนื่องจาก ผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 25

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + y^2 = 25$ -----(1)

เนื่องจาก ผลบวกของกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยกับสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากเท่ากับ 17

ดังนั้น สมการคือ $x^2 + 2y = 17$ -----(2)

(1) - (2) จะได้ $y^2 - 2y = 8$

$$y^2 - 2y - 8 = 0$$

$$(y + 2)(y - 4) = 0$$

$$y = -2 \text{ หรือ } y = 4$$

เนื่องจากกำหนด y เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น $y = 4$

แทน y ด้วย 4 ใน (2) จะได้

$$x^2 + 2(4) = 17$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

เนื่องจากกำหนด x เป็นจำนวนบวก

ดังนั้น $x = 3$

ดังนั้น จำนวนบวกสองจำนวน คือ 3 และ 4

ตรวจสอบ $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

และ $3^2 + 2(4) = 9 + 8 = 17$ เป็นจริง

2.

วิธีทำ ให้ x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่

และ y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็ก

เนื่องจาก ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 625 ตารางเมตร

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 + y^2 = 625 \quad \text{-----}(1)$$

เนื่องจาก ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองเท่ากับ 175 ตารางเมตร

$$\text{ดังนั้น} \quad x^2 - y^2 = 175 \quad \text{-----}(2)$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้} \quad (x^2 + y^2) - (x^2 - y^2) = 625 - 175$$

$$2y^2 = 450$$

$$y^2 = 225$$

$$y = \pm 15$$

เนื่องจาก y แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

$$\text{ดังนั้น} \quad y = 15$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้} \quad (x^2 + y^2) + (x^2 - y^2) = 625 + 175$$

$$2x^2 = 800$$

$$x^2 = 400$$

$$x = \pm 20$$

เนื่องจาก x แทนความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งมีค่าเป็นบวก

$$\text{ดังนั้น} \quad x = 20$$

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีความยาวด้านละ 20 เซนติเมตร

และ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กมีความยาวด้านละ 15 เซนติเมตร

ตรวจสอบ ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $(20)^2 - (15)^2 = 175$ ตารางเซนติเมตร

และ ผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $(20)^2 + (15)^2 = 625$ ตารางเซนติเมตร

ภาคผนวก ค
แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

โรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 3

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

(ใช้ทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 3)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ จำนวน 6 ข้อ 30 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังนี้
จุดประสงค์ที่ 3 สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้
3.1 สามารถใช้สมบัติการบวก และการคูณแก้ระบบสมการได้ถูกต้อง
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทดเลขในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ

ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ



คำสั่ง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้ (ข้อ 1)

1. จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สมการใดเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการใดเป็นสมการดีกรีสอง เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

$$7x + 5 = y$$

$$x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 100$$

$$x^2 = 25 - y^2$$

$$xy = 10$$

$$2x = 2y + 4$$

$$3xy = 21$$

$$y - x^2 = 0$$

$$2x - y^2 = 2$$

$$5 - 3x = -y$$

$$y^2 = 3x$$

$$x^2 - xy = 2$$

สมการเชิงเส้น ได้แก่สมการ.....

.....

เพราะ.....

.....

สมการดีกรีสอง ได้แก่สมการ.....

.....

เพราะ.....

.....

คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีการแก้ระบบสมการ (ข้อ 2 – 7)

2. จงแก้ระบบสมการ $3x + x^2 = y$
 $x + y = -3$

วิธีทำ

$$3x + x^2 = y \quad \text{-----}(1)$$

$$x + y = -3 \quad \text{-----}(2)$$

จากสมการ (2) หาค่าของ y ในรูปของ x จะได้

$$y = \dots\dots\dots \text{-----}(3)$$

แทนค่าของ y จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$3x + x^2 = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = 0$$

$$x = \dots\dots\dots \text{หรือ } x = \dots\dots\dots$$

แทน $x = \dots\dots\dots$ ในสมการ (3) จะได้

$$y = \dots\dots\dots$$

แทน $x = \dots\dots\dots$ ในสมการ (3) จะได้

$$y = \dots\dots\dots$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ

.....

.....

3. จงแก้ระบบสมการ $2x + y = 1$
 $x^2 - y = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3

4. จงแก้ระบบสมการ $x - y^2 = 0$
 $x - 2y = 15$

วิธีทำ

5. จงแก้ระบบสมการ $y = x^2 + x - 6$
 $y + x = 2$

วิธีทำ



6. จงแก้ระบบสมการ $y + 9 = 3x$
 $xy = -6$

วิธีทำ

7. จงแก้ระบบสมการ
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 13 \\ 2x &= 3y \end{aligned}$$

วิธีทำ

โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

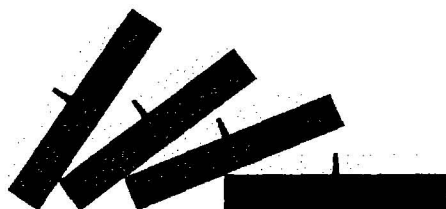
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 1

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
(ใช้ทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 1)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ จำนวน 7 ข้อ 40 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อ ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ดังนี้
จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 1 สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสอง
 - 1.1 สามารถบอกได้ว่าสมการใดเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการดีกรีสอง
 - 1.2 สามารถใช้สมบัติการเท่ากันแก้สมการได้ถูกต้อง
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทศเลขในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ



ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ



คำสั่ง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างที่กำหนดให้ (ข้อ 1)

1. จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สมการใดเป็นสมการเชิงเส้น หรือสมการใดเป็นสมการดีกรีสอง เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

$$6x + 4 = y$$

$$x + y = 10$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$y^2 = 16 - x^2$$

$$xy = 6$$

$$3x = y + 2$$

$$5xy = 20$$

$$x^2 - y = 0$$

$$x - 2y^2 = 4$$

$$7 - 2x = -y$$

$$x^2 = 2y$$

$$y^2 - xy = 4$$

สมการเชิงเส้น ได้แก่สมการ.....

.....

เพราะ.....

.....

สมการดีกรีสอง ได้แก่สมการ.....

.....

เพราะ.....

.....



คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีการแก้ระบบสมการ (ข้อ 2 – 7)

2. จงแก้ระบบสมการ $3x + x^2 = y$
 $x + y = 5$

วิธีทำ

$$3x + x^2 = y \quad \text{-----}(1)$$

$$x + y = 5 \quad \text{-----}(2)$$

จากสมการ (2) หาค่าของ y ในรูปของ x จะได้

$$y = \text{.....} \quad \text{-----}(3)$$

แทนค่าของ y จาก (3) ในสมการ (1) จะได้

$$3x + x^2 = \text{.....}$$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

$$\text{.....} = \text{.....}$$

$$\text{.....} = 0$$

$$x = \text{.....} \text{ หรือ } x = \text{.....}$$

แทน $x = \text{.....}$ ในสมการ (3) จะได้

$$y = \text{.....}$$

แทน $x = \text{.....}$ ในสมการ (3) จะได้

$$y = \text{.....}$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการ คือ

.....

.....

3. จงแก้ระบบสมการ $4x + y = -1$
 $x^2 - y = 0$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงแก้ระบบสมการ $y - x^2 = 0$
 $y - 2x = 3$

วิธีทำ

5. จงแก้ระบบสมการ $y = x^2 - x - 12$
 $y + x = 4$

วิธีทำ

6. จงแก้ระบบสมการ $y - 2x = 8$
 $xy = -8$

วิธีทำ

7. จงแก้ระบบสมการ $x^2 + y^2 = 25$
 $4x = 3y$

วิธีทำ

โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

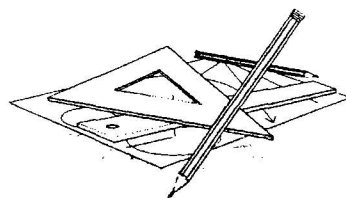
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัย ฉบับที่ 2

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
(ใช้ทดสอบก่อนการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 2)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ 35 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อตามจุดประสงค์การเรียนรู้ดังนี้
จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 2 สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้
 - 2.1 สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้
 - 2.2 สามารถสร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้
 - 2.3 สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดโดยใช้กราฟได้
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทดเลขในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ



ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ

คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ

1. นัท และเต๋ามีอายุรวมกันเท่ากับ 38 ปี และผลคูณของอายุของนัท และเต๋เท่ากับ 357 ปี จงหาอายุของนัทและเต๋

1.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

1.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งทีโจทย์กำหนดมาให้คือ

1.3 ถ้ากำหนดให้ x แทนอายุของหนั และ y แทนอายุของเต้า เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 1.1 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

1.4 จากข้อ 1.3 จงเขียนระบบสมการ

1.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 1.4

1.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

2. ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 1 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 11 จงหาจำนวนทั้งสอง

2.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

2.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

2.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 2.1 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

2.4 จากข้อ 2.3 จงเขียนระบบสมการ

2.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 2.4

2.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

3. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 13 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 34 เซนติเมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

3.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

3.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

.....

3.3 ถ้ากำหนดให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 3.1 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

.....

3.4 จากข้อ 3.3 จงเขียนระบบสมการ

3.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 3.4

This image shows a full page of a handwriting practice worksheet. It features ten sets of horizontal dashed lines spaced evenly down the page, providing a guide for letter height and placement. The background is plain white, and there are no other markings or text present.

3.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

4. จงหาจุดตัดของกราฟพาราโบลา $y - 2x^2 = 0$ กับกราฟของเส้นตรง $y + x = 1$
พร้อมทั้งเขียนกราฟ

4.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

4.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

.....

4.3 จากข้อ 4.1 จงเขียนระบบสมการ

.....

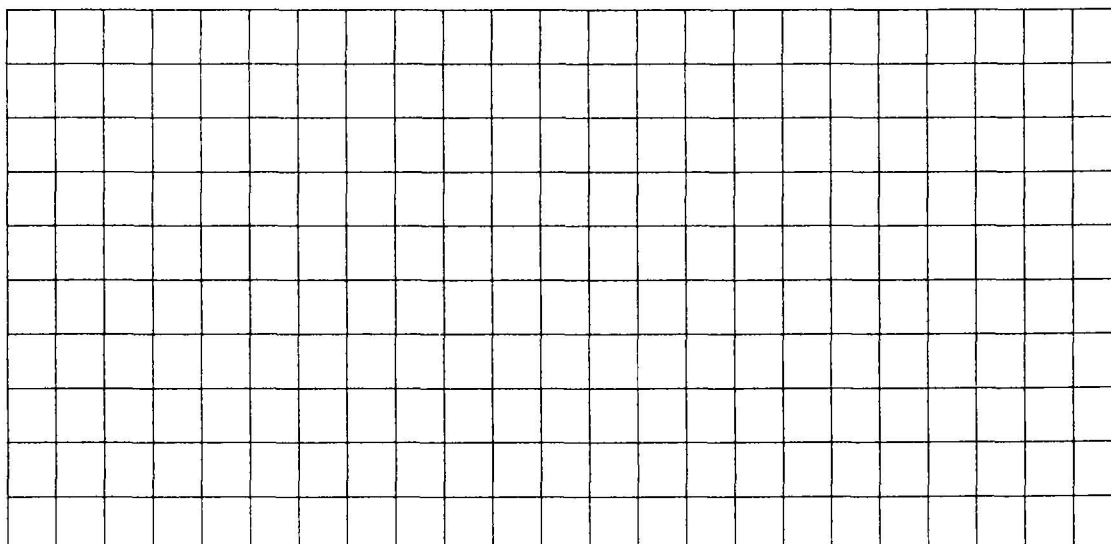
4.4 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 4.3

.....

4.5 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

4.6 จงเขียนกราฟแสดงจุดตัด



5. จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $y = x^2 + 6x + 9$ และสมการ $y - 2x = 5$ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

5.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

5.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

.....

5.3 จากข้อ 5.1 จงเขียนระบบสมการ

.....

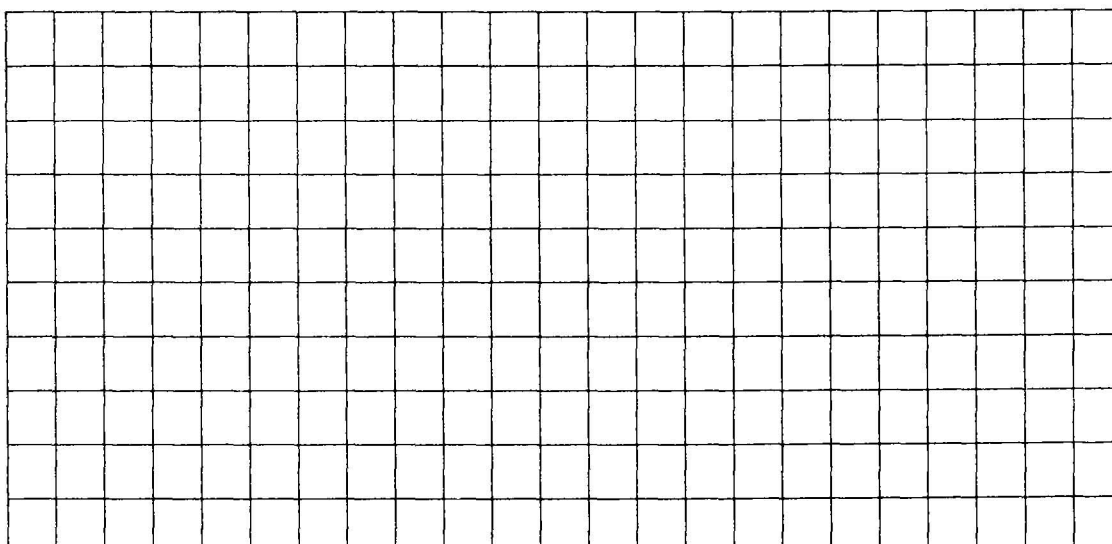
5.4 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 5.3

.....

5.5 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

5.6 จงเขียนกราฟแสดงจุดตัด



โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

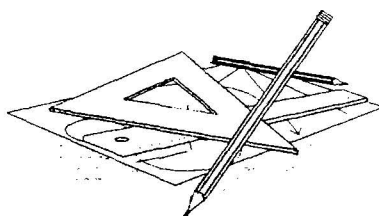
ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 2

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสอง
(ใช้ทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 2)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ 35 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อตามจุดประสงค์การเรียนรู้ดังนี้
จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 2 สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้น และสมการดีกรีสองได้
 - 2.1 สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้
 - 2.2 สามารถสร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้
 - 2.3 สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นและสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดโดยใช้กราฟได้
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทดเลขในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ



ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ

คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ

1. แอน และอู๋มีอายุรวมกันเท่ากับ 46 ปี และผลคูณของอายุของแอน และอู๋เท่ากับ 525 ปี จงหาอายุของแอนและอู๋

1.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

1.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

1.3 ถ้ากำหนดให้ x แทนอายุของแอน และ y แทนอายุของอัม เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 1.1 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

1.4 จากข้อ 1.3 จงเขียนระบบสมการ

1.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 1.4

1.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

2. ผลบวกของจำนวนสองจำนวนเท่ากับ 2 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 24 จงหาจำนวนทั้งสอง

2.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

.....

2.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

.....

2.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนสองจำนวน เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 2.1 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

.....

2.4 จากข้อ 2.3 จงเขียนระบบสมการ

.....

2.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 2.4

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

3. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 28 เซนติเมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

3.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

3.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

3.3 ถ้ากำหนดให้ x แทนความยาวของด้านกว้าง และ y แทนความยาวของด้านยาว เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 3.1 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

.....

3.4 จากข้อ 3.3 จงเขียนระบบสมการ

.....

3.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 3.4

[illegible]

3.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

4. จงหาจุดตัดของกราฟพาราโบลา $y - 3x^2 = 0$ กับกราฟของเส้นตรง $3x + y = 0$
พร้อมทั้งเขียนกราฟ

4.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

4.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

.....

4.3 จากข้อ 4.1 จงเขียนระบบสมการ

.....

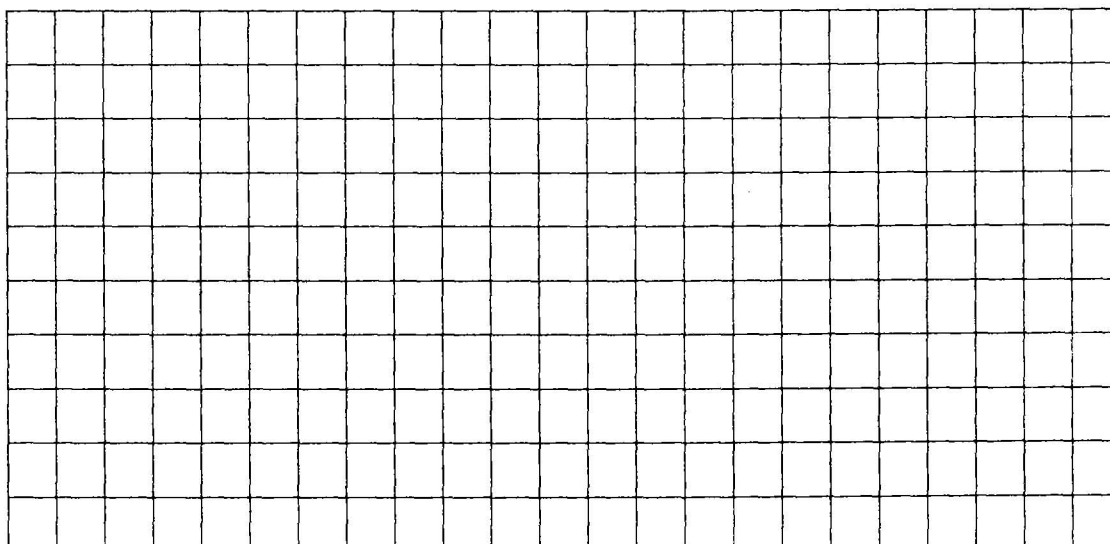
4.4 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 4.3

.....

4.5 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

4.6 จงเขียนกราฟแสดงจุดตัด



5. จงหาจุดตัดของกราฟของสมการ $y = x^2 + 8x + 7$ และสมการ $y + 2 = 2x$ พร้อมทั้งเขียนกราฟ

5.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

5.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

.....

5.3 จากข้อ 5.1 จงเขียนระบบสมการ

.....

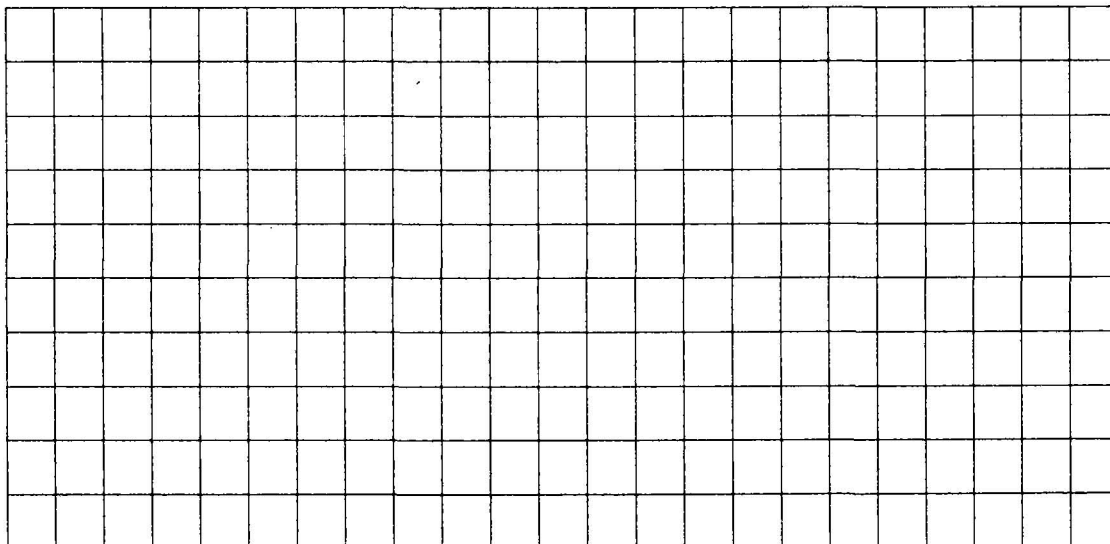
5.4 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 5.3

.....

5.5 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

5.6 จงเขียนกราฟแสดงจุดตัด



โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัย ฉบับที่ 3

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
(ใช้ทดสอบก่อนการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 3)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ จำนวน 6 ข้อ 30 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังนี้
จุดประสงค์ที่ 3 สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้
 - 3.1 สามารถใช้สมบัติการบวก และการคูณแก้ระบบสมการได้ถูกต้อง
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทบทวนในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ

ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ



คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีการแก้ระบบสมการ

1. จงแก้ระบบสมการ
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 146 \\ x^2 - y^2 &= 96 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 146 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 96 \quad \text{-----}(2)$$

นำสมการ (1) + (2) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$x^2 = \text{-----}$$

$$x = \text{-----}$$

แทน $x = \text{-----}$ ใน (1) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$y^2 = \text{-----}$$

$$y = \text{-----}$$

แทน $x = \text{-----}$ ใน (1) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$y^2 = \text{-----}$$

$$y = \text{-----}$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ

.....
.....
.....

2. จงแก้ระบบสมการ
$$\begin{aligned} 3x^2 - y^2 &= 44 \\ x^2 - 3y^2 &= 4 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$3x^2 - y^2 = 44 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - 3y^2 = 4 \quad \text{-----}(2)$$

นำสมการ (2) x 3 จะได้

$$\text{-----} = 12 \quad \text{-----}(3)$$

นำสมการ (1) - (3) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$y^2 = \text{-----}$$

$$y = \text{-----}$$

แทน $y = \text{-----}$ ใน (2) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$x^2 = \text{-----}$$

$$x = \text{-----}$$

แทน $y = \text{-----}$ ใน (2) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$x^2 = \text{-----}$$

$$x = \text{-----}$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ

.....
.....
.....

จงแก้ระบบสมการ $x^2 + y^2 = 45$
 $3x^2 - 5y^2 = 63$

วิธีทำ

4. จงแก้ระบบสมการ $2x^2 + 3xy = 0$
 $3x^2 - 5xy = 57$

วิธีทำ

โรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 3

เรื่อง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

(ใช้ทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 3)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบและแสดงวิธีทำ จำนวน 6 ข้อ 30 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อ
ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังนี้
จุดประสงค์ที่ 3 สามารถแก้ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้
3.1 สามารถใช้สมบัติการบวก และการคูณแก้ระบบสมการได้ถูกต้อง
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทบทวนในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ

ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ

คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีการแก้ระบบสมการ

1. จงแก้ระบบสมการ $x^2 + y^2 = 117$
 $x^2 - y^2 = 45$

วิธีทำ

$$x^2 + y^2 = 117 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - y^2 = 45 \quad \text{-----}(2)$$

นำสมการ (1) + (2) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$x^2 = \text{-----}$$

$$x = \text{-----}$$

แทน $x = \text{-----}$ ใน (1) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$y^2 = \text{-----}$$

$$y = \text{-----}$$

แทน $x = \text{-----}$ ใน (1) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$y^2 = \text{-----}$$

$$y = \text{-----}$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ

.....

2. จงแก้ระบบสมการ $3x^2 - y^2 = 131$
 $x^2 - 3y^2 = 1$

วิธีทำ

$$3x^2 - y^2 = 131 \quad \text{-----}(1)$$

$$x^2 - 3y^2 = 1 \quad \text{-----}(2)$$

นำสมการ (2) x 3 จะได้

$$\text{-----} = 3 \quad \text{-----}(3)$$

นำสมการ (1) - (3) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$y^2 = \text{-----}$$

$$y = \text{-----}$$

แทน $y = \text{-----}$ ใน (2) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$x^2 = \text{-----}$$

$$x = \text{-----}$$

แทน $y = \text{-----}$ ใน (2) จะได้

$$\text{-----} = \text{-----}$$

$$x^2 = \text{-----}$$

$$x = \text{-----}$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการคือ

.....

2

3. จงแก้ระบบสมการ
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 52 \\ 2x^2 - 3y^2 &= 24 \end{aligned}$$

วิธีทำ

4. จงแก้ระบบสมการ

$$\begin{aligned}x^2 + 3xy &= 4 \\ 2x^2 - 5xy &= 52\end{aligned}$$

วิธีทำ

โรงเรียนไผ่คำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบวินิจฉัย ฉบับที่ 4

เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง

(ใช้ทดสอบก่อนการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 4)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ 35 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังนี้
จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 4 สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้
 - 4.1 สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้
 - 4.2 สามารถสร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้
2. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทศเลขในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ

ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ

คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ

1. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของแต่ละจำนวนรวมกันได้ 45 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยลบด้วยจำนวนที่มีค่ามากเท่ากับ 3

1.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

1.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

1.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 1.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

1.4 จากข้อ 1.3 จงเขียนระบบสมการ

1.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 1.4

1.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

2. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 233 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 105

2.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

2.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

2.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 2.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

2.4 จากข้อ 2.3 จงเขียนระบบสมการ

2.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 2.4

2.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

3. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากบวกด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 70 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากลบด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 28

3.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

.....

3.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

.....

3.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 3.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

.....

3.4 จากข้อ 3.3 จงเขียนระบบสมการ

3.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 3.4

[illegible]

3.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

4. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยลบด้วยสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากกว่ากับ 31 และสองเท่าของกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยลบด้วยสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากกว่ากับ 80

4.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

4.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

4.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 4.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

4.4 จากข้อ 4.3 จงเขียนระบบสมการ

4.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 4.4

4.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

5. ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 แปลง มีผลบวกของพื้นที่ของที่ดินทั้งสองเท่ากับ 808 ตารางเมตร และผลต่างของพื้นที่ของที่ดินทั้งสองเท่ากับ 160 ตารางเมตร จงหาความยาวแต่ละด้านของที่ดินแต่ละแปลง

5.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

5.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

5.3 ถ้ากำหนดให้ x แทนความยาวของด้านของที่ดินแปลงที่หนึ่ง และ y แทนความยาวของด้านของที่ดินแปลงที่สอง เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 5.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

5.4 จากข้อ 5.3 จงเขียนระบบสมการ

5.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 5.4

5.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

แบบทดสอบคู่ขนาน ฉบับที่ 4
เรื่อง โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสอง
(ใช้ทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริม ชุดที่ 4)

คำชี้แจง

- แบบทดสอบเป็นแบบเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ 35 คะแนน ให้นักเรียนทำทุกข้อตามจุดประสงค์การเรียนรู้ ดังนี้
จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 4 สามารถแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองได้
 - สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้
 - สามารถสร้างระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการดีกรีสองจากโจทย์ที่กำหนดให้ได้
- เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 50 นาที
- ให้นักเรียนทศเลขในบริเวณที่ว่างของตัวข้อสอบ

ขอขอบคุณนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการทดสอบ

คำสั่ง จงเติมคำตอบ และแสดงวิธีทำ

1. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของแต่ละจำนวนรวมกันได้ 34 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยลบด้วยจำนวนที่มีค่ามากเท่ากับ 4

1.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่เราต้องการหาคือ

.....

1.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

1.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 1.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

1.4 จากข้อ 1.3 จงเขียนระบบสมการ

.....

1.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 1.4

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

1.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

2. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งผลบวกของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 170 และผลต่างของกำลังสองของแต่ละจำนวนเท่ากับ 72

2.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

2.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

2.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 2.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

.....

2.4 จากข้อ 2.3 จงเขียนระบบสมการ

.....

2.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 2.4

[illegible]

2.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

.....

3. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าบวกด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 96 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าลบด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 32

3.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

3.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

3.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 3.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

3.4 จากข้อ 3.3 จงเขียนระบบสมการ

3.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 3.4

3.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

4. จงหาจำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยลบด้วยสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากเท่ากับ 33 และสองเท่าของกำลังสองของจำนวนที่มีค่าน้อยลบด้วยสองเท่าของจำนวนที่มีค่ามากเท่ากับ 82

4.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

4.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

4.3 ถ้ากำหนดให้ x และ y แทนจำนวนบวกสองจำนวน โดยที่ x มีค่ามากกว่า y เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 4.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

4.4 จากข้อ 4.3 จงเขียนระบบสมการ

4.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 4.4

4.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

5. ที่ดินรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 แปลง มีผลบวกของพื้นที่ของที่ดินทั้งสองเท่ากับ 613 ตารางเมตร และผลต่างของพื้นที่ของที่ดินทั้งสองเท่ากับ 35 ตารางเมตร จงหาความยาวแต่ละด้านของที่ดินแต่ละแปลง

5.1 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์ต้องการหาคือ

5.2 จากโจทย์ข้างต้น สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้คือ

5.3 ถ้ากำหนดให้ x แทนความยาวของด้านของที่ดินแปลงที่หนึ่ง และ y แทนความยาวของด้านของที่ดินแปลงที่สอง เขียนข้อความที่ได้ในข้อ 5.2 ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไรบ้าง

5.4 จากข้อ 5.3 จงเขียนระบบสมการ

5.5 จงแสดงวิธีแก้ระบบสมการที่ได้ในข้อ 5.4

5.6 คำตอบของโจทย์ปัญหาคือ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ค 012 เรื่องระบบสมการ

คำชี้แจง แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ 20 คะแนน
เวลา 50 นาที

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วกากบาท(x)ลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นสมการเชิงเส้น

ก. $xy = 8$

ข. $2x + y = 10$

ค. $xy + y = 4$

ง. $x^2 + y = 6$

2. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$x^2 + 2y = 10$$

$$2x + y = 7$$

ข้อใดถูกต้อง

ก. $x^2 + 4x + 24 = 0$

ข. $x^2 - 4x + 24 = 0$

ค. $x^2 + 4x + 4 = 0$

ง. $x^2 - 4x + 4 = 0$

3. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$x^2 - y = -2$$

$$x + y = 4$$

ข้อใดถูกต้อง

ก. $y = x + 4$

ข. $x = 4 + y$

ค. $x^2 - 4 - x = -2$

ง. $x^2 + x - 2 = 0$

4. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$x^2 - 2x + y = 1$$

$$2x + y = 4$$

เขียนสมการในรูปของตัวแปร x ตรงกับข้อใด

ก. $x^2 - 4x + 3 = 0$

ข. $x^2 - 3 = 0$

ค. $x^2 - 4 = 0$

ง. $x^2 + 3 = 0$

5. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$x^2 + y^2 = 3$$

$$x + y = 2$$

เขียนสมการในรูปของตัวแปร y ตรงกับข้อใด

ก. $2y^2 + 4y - 7 = 0$

ข. $2y^2 - 4y + 7 = 0$

ค. $2y^2 + 4y - 1 = 0$

ง. $2y^2 - 4y + 1 = 0$

6. ถ้ากำหนดระบบสมการ

$$x + y = 11$$

$$x^2 + y^2 = 65$$

แล้ว $x \cdot y$ มีค่าเท่าใด

ก. 18

ข. 24

ค. 28

ง. 30

7. ถ้ากำหนดระบบสมการ

$$x^2 - xy + y^2 = 75$$

$$x + y = 15$$

แล้ว $x \cdot y$ มีค่าเท่าใด

- ก. 56
- ข. 54
- ค. 50
- ง. 36

8. “สองเท่าของอายุลูกมากกว่าอายุของพ่อเท่ากับ 9 ปี และผลต่างของอายุพ่อกับอายุลูกยกกำลังสองเท่ากับ 441 ปี” ถ้าให้ x แทนอายุของพ่อ และ y แทนอายุของลูก ข้อใดเป็นระบบสมการของความสัมพันธ์นี้

- ก. $2(y - x) = 9$ และ $x^2 - y^2 = 441$
- ข. $2(y - x) = 9$ และ $(x - y)^2 = 441$
- ค. $2y - x = 9$ และ $x^2 - y^2 = 441$
- ง. $2y - x = 9$ และ $(x - y)^2 = 441$

9. จากโจทย์ข้อ 8 พ่อและลูกมีอายุเท่าใด

- ก. พ่ออายุ 51 ปี ลูกอายุ 30 ปี
- ข. พ่ออายุ 48 ปี ลูกอายุ 30 ปี
- ค. พ่ออายุ 39 ปี ลูกอายุ 21 ปี
- ง. พ่ออายุ 30 ปี ลูกอายุ 12 ปี

10. “รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 40 ตารางเซนติเมตร และมีความยาวรอบรูป 28 เซนติเมตร” ถ้ากำหนดให้ด้านกว้างยาว x เซนติเมตร และด้านยาวยาว y เซนติเมตร ข้อใดเป็นระบบสมการของความสัมพันธ์นี้

- ก. $xy = 40$ และ $x - 12y = 28$
- ข. $xy = 40$ และ $x + 4y = 28$
- ค. $xy = 40$ และ $2x + 2y = 28$
- ง. $xy = 40$ และ $2x + 2y + 2 = 28$

11. จากโจทย์ข้อ 10 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้างและความยาวเท่าใด

- ก. 1 และ 40
- ข. 2 และ 20
- ค. 4 และ 10
- ง. 5 และ 8

12. จงหาจุดตัดของพาราโบลา $y = x^2 - 2x - 1$ กับกราฟเส้นตรง $y - x = 3$

- ก. $(-1, 2)$ และ $(4, 1)$
- ข. $(-1, 2)$ และ $(4, 7)$
- ค. $(1, 2)$ และ $(4, 7)$
- ง. $(1, 2)$ และ $(4, 1)$

13. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$2x^2 - 3y^2 = 6$$

$$3x^2 - 2y^2 = 19$$

เขียนสมการในรูปของตัวแปร y ตรงกับข้อใด

- ก. $5y^2 = -45$
- ข. $5y^2 = -20$
- ค. $5y^2 = 45$
- ง. $5y^2 = 20$

14. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$x^2 + y^2 = 10$$

$$x^2 + 9y^2 = 18$$

ข้อใดถูกต้อง

- ก. $4y^2 = 36$
- ข. $8y^2 = 8$
- ค. $2x^2 = 2$
- ง. $2x^2 = 8$

15. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$x^2 + 3xy = 10$$

$$2xy = 6$$

ข้อใดคือคำตอบของ $|x + y|$

- ก. 4
- ข. 3
- ค. 2
- ง. 1

16. จากระบบสมการที่กำหนดให้

$$x^2 + y^2 = 41$$

$$x^2 - y^2 = 9$$

ข้อใดคือคำตอบของ $|x| + |y|$

- ก. 11
- ข. 9
- ค. 7
- ง. 5

17. “จำนวนบวกสองจำนวน ซึ่งกำลังสองของผลบวกของสองจำนวนนี้มีค่ามากกว่ากำลังสองของผลต่างของสองจำนวนนี้อยู่ 84 และกำลังสองของจำนวนที่มีค่ามากกว่าด้วยผลคูณของสองจำนวนนี้เท่ากับ 7” ถ้ากำหนดให้ a และ b แทนจำนวนบวกสองจำนวนนี้ โดยที่ a มีค่ามากกว่า b ข้อใดเป็นระบบสมการของความสัมพันธ์นี้

ก. $(a^2 + b^2) - (a^2 - b^2) = 84$

และ $a^2 - ab = 7$

ข. $(a^2 + b^2) - (a^2 - b^2) = 84$

และ $(a - ab)^2 = 7$

ค. $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 84$

และ $a^2 - ab = 7$

ง. $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 84$

และ $(a - ab)^2 = 7$

18. จากโจทย์ข้อ 17 จำนวนบวกสองจำนวนคือข้อใด

- ก. 6 และ 7
- ข. 8 และ 9
- ค. 10 และ 11
- ง. 12 และ 13

19. “รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 10 เซนติเมตร และผลต่างกำลังสองของด้านประกอบมุมฉากรูปนี้เท่ากับ 28 เซนติเมตร” ถ้ากำหนดให้ a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้าน ข้อใดเป็นระบบสมการของความสัมพันธ์นี้

ก. $a^2 + b^2 = 100$ และ $a^2 - b^2 = 28$

ข. $a^2 + b^2 = 100$ และ $(a - b)^2 = 28$

ค. $a^2 + b^2 = 10$ และ $a^2 - b^2 = 28$

ง. $a^2 + b^2 = 10$ และ $(a - b)^2 = 28$

20. จากโจทย์ข้อ 19 ความยาวของด้านประกอบมุมฉากทั้งสองด้านคือข้อใด

- ก. 4 และ 6 เซนติเมตร
- ข. 6 และ 8 เซนติเมตร
- ค. 6 และ 10 เซนติเมตร
- ง. 8 และ 10 เซนติเมตร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางทศพร ทักขิมา
วันเดือนปีเกิด	21 พฤศจิกายน พุทธศักราช 2509
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านพักครูโรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก ตำบลศาลาแดง อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา 24000
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 2 ระดับ 6
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนไผ่ดำพิทยาคม รัชมังคลาภิเษก ตำบลศาลาแดง อำเภอบางน้ำเปรี้ยว จังหวัดฉะเชิงเทรา 24000
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2521	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนเขตการทางสงเคราะห์ 5 (ไตรคามสิทธิศิลป์) อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์
พ.ศ. 2527	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนบุรีรัมย์พิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์
พ.ศ. 2529	ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาระดับสูง (ป.กศ.สูง) วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากวิทยาลัยครูมหาสารคาม
พ.ศ. 2531	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.บ.) วิชาเอกวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม
พ.ศ. 2545	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ