กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ปริญญานิพนธ์

ของ

ศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2547

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

516.0071
ศ-461ก
2.5

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทคัดย่อ

ของ

ศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2547

ว 11585

ศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล. (2547), *กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิติวงศ์

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 ของโรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 1 ห้องเรียน 45 คน ได้มาโดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จากทั้งหมด 7 ห้องเรียน 315 คน

ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เมื่อสอนครบ 17 ชั่วโมง ทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ดังนั้นสรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสามารถเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ที่ระดับนัยสำคัญ .01

LEARNING ACTIVITIES ON THE RELATIONSHIPS BETWEEN TWO AND THREE DIMENSIONAL GEOMETRIES FOR MATHAYOMSUKSA I STUDENTS.

AN ABSTRACT

BY

SIRIRAT UPATHAMKUEKOOL

Presented in partial fulfillment of the requirements

for the Master of Education degree in Mathematics

at Srinakharinwirot University

May 2004

Sirirat Upathamkuekool. (2004). *Learning Activities on the Relationships between Two and Three Dimensional Geometries for Mathayomsuksa I.* Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Asst. Prof. Supaporn Sriburin, Asst. Prof. Apichai Bowarnkitiwong.

Understanding the relationships between two and three dimensional geometries has recently led to help students to solve geometrical problems and have better grasps of geometrical concepts. Three basic relationships, which are appropriate for seventh graders, are: unfolding, projections, and drawing of three-dimensional object into two-dimensional ones. When it comes the teaching of these topics, one needs appropriate sets of learning activities that would lead to students' success.

With guidance and directions of some mathematics educators specializing in geometry, the researcher designed a list of learning activities as mentioned above. The main purpose of this study was to determine the effectiveness of such activities. A secondary purpose was to study the correlation between general mathematics performance and achievement on geometry of students after being taught through these relationship activities.

The study was conducted during the second semester of the 2003 academic year at Soengsang School in Nakornratchasima province. Using a cluster sampling approach, 45 seventh graders were selected as subjects who were taught by the researcher over 17 one-hour teaching periods. At the end of the experiment, they were tested on their knowledge involving the mentioned geometrical relationships.

An analysis of the data showed that : (1) Based on their scores on the achievement test, the number of students who scored more than 50% on the test was more than 70% of the total number of students. The statistics test was analyzed at .05 level of significance. It is hereby concluded that the students at seventh graders are able to learn the concepts of the relationships between two and three dimensional geometries through the learning activities designed by researcher, and (2) mathematical achievement and geometric achievement after studying the learning activities designed by researcher were highly correlated for statistical analysis at .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ของ
นางสาวศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. นภาภรณ์ หะวานนท์)
วันที่ 10 พฤษภาคม พ.ศ. 2547

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิติวงศ์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ เมตต์ แย้มวงษ์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์)

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัย
จาก
ทบวงมหาวิทยาลัย ประจำปีงบประมาณ 2547
และ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ด้วยความกรุณาและความเอาใจใส่ดูแลจากผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิติวงศ์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่างๆ อย่างดียิ่ง ตลอดจนช่วยตรวจแก้ปริญญานิพนธ์อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งต่อความเมตตาเป็นอย่างมาก จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์เมตต์ แย้มวงษ์ และอาจารย์ ดร. วรรณวิภา สุทธเกียรติ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ให้คำแนะนำและตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยเป็นอย่างดียิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณรองศาสตราจารย์อรพินท์ เจียระพงษ์ และอาจารย์เมตต์ แย้มวงษ์ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดในสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์เพิ่มขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. สุรพล วัฒนวิกย์กิจ ที่กรุณาสละเวลาตรวจแก้ไขบทคัดย่อ (Abstract) จนถูกต้องและสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ และขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือ อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดาและบุคคลในครอบครัวทุกคนอย่างสุดซึ้ง ที่ได้ให้กำลังใจและกำลังทรัพย์สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด จนกระทั่งทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ นิสิตปริญญาโททุกคนที่ให้กำลังใจด้วยดีเสมอมา

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากทบวงมหาวิทยาลัยและสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ผู้วิจัยรู้สึกเป็นเกียรติอย่างสูง คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ตลอดจนครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

ศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	**บทนำ**	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	5
	ความสำคัญของการวิจัย	5
	ขอบเขตของการวิจัย	5
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
	ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	6
	เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	6
	ตัวแปรที่ศึกษา	6
	นิยามศัพท์เฉพาะ	6
	สมมติฐานของการวิจัย	8
2	**เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**	9
	หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย	9
	โครงการวิจัยและการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติครั้งที่ 3	12
	หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศสหรัฐอเมริกา	17
	แนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต	22
	ความสำคัญของความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	27
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	31
3	**วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า**	34
	การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง	34
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	34
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	35
	การเก็บรวบรวมข้อมูล	41
	การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล	42

สารบัญ(ต่อ)

บทที่ หน้า

4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 44

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 44

5 สรุปผล อภิปรายและข้อเสนอแนะ 50

ความมุ่งหมายของการวิจัย 50

สมมติฐานของการวิจัย 50

วิธีดำเนินการวิจัย 50

สรุปผลการวิจัย 52

อภิปรายผล 52

ข้อสังเกตจากการศึกษาวิจัย 54

ข้อเสนอแนะ 55

บรรณานุกรม 57

ภาคผนวก 65

ภาคผนวก ก การวิเคราะห์ข้อมูล 66

ภาคผนวก ข คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน 71

ภาคผนวก ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ 81

ภาคผนวก ง แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 142

ประวัติย่อผู้วิจัย 163

บัญชีตาราง

ตาราง หน้า

1 ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์จากโครงการ TIMSS..... 13

2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ..... 45

3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ..... 46

4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ..... 46

5 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม..... 47

6 การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด..... 48

7 การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1..... 49

8 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ..... 67

9 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง..... 68

10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 1..... 70

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	เนื้อหาเรขาคณิตที่มีในหลักสูตรของแต่ละประเทศที่เข้าร่วมโครงการ TIMSS.....	15
2	รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	22
3	รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน.....	23
4	ตัวอย่างกิจกรรมของการศึกษาอย่างอิสระ.....	25
5	ตัวอย่างกิจกรรมในหลักสูตรประเทศเนเธอแลนด์.....	29
6	กิจกรรมฝึกการนึกภาพเชิงปริภูมิสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.....	30
7	ตัวอย่างกิจกรรมในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของแคลิฟอร์เนีย.....	30

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

ปัจจุบันสังคมมีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นผลมาจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการทางด้านต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งในการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีจำเป็นจะต้องพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ก่อน เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์จะเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็น และเป็นเครื่องมือที่มนุษย์จะได้นำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้าต่อไป (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 1998 : 4) นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.(สสวท.) 2544ก : 1) จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้ความสำคัญต่อการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการในสังคมปัจจุบัน

สำหรับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยที่ใช้อยู่เดิมเป็นหลักสูตรระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) แต่ปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้จัดทำหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งจะใช้ในโรงเรียนทั่วประเทศที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐานในปีการศึกษา 2546 โดยหลักสูตรได้กำหนดสาระที่เป็นองค์ความรู้ ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย 6 สาระ คือ

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สสวท. 2544ก : 6)

เรขาคณิต เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากเรขาคณิตเป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกความจริง (Geddes & Fortunato. 1993 : 199) ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของมนุษย์เราอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตในชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัว เรขาคณิตช่วยพัฒนาทักษะที่สำคัญหลายประการ ได้แก่ การคิด การให้เหตุผล การคิดสร้างสรรค์ การแก้ปัญหา และทักษะเชิงมิติสัมพันธ์หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) ซึ่งทักษะเหล่านี้เป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ นอกจากนี้เรขาคณิตยังเป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับความรู้แขนงอื่นๆ อีกด้วย (สสวท. 2544ข : 2) จากความสำคัญดังกล่าว เรขาคณิตจึงเป็นพื้นฐานหนึ่งที่สำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกระดับหลักสูตรคณิตศาสตร์ไม่ว่าในยุคใดสมัยใด จะมีการพัฒนาปรับปรุงอย่างไร เรขาคณิตจะต้องเป็นสาขาหนึ่งที่จัดบรรจุลงในหลักสูตร (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2541 : 65)

จากโครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตรในระดับนานาชาติ (The Third International Mathematics and Science Study - Repeat : TIMSS-R) ที่จัดขึ้นโดยสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement : IEA) ซึ่งประเทศไทยได้เข้าร่วมโครงการนี้ด้วย โดยดำเนินการในปี 2542 จัดการทดสอบเฉพาะระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 หรือเกรด 8 ผลการทดสอบพบว่านักเรียนไทยอยู่อันดับที่ 27 จากทั้งหมด 38 ประเทศ ในขณะที่ประเทศสิงคโปร์ ไต้หวัน เกาหลีใต้ ฮ่องกงและญี่ปุ่น มีคะแนนสูงเป็นอันดับ 1-5 ในการสอบครั้งนี้เนื้อหาที่ใช้ครอบคลุม 5 หัวข้อ ได้แก่ เศษส่วนและความรู้สึกเชิงจำนวน การวัด การนำเสนอ-การวิเคราะห์และความน่าจะเป็น เรขาคณิตและพีชคณิต นอกจากนี้ประเทศไทยได้คะแนนการสอบคณิตศาสตร์ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ จากการวิเคราะห์เนื้อหาหลักในข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์หัวข้อเรขาคณิต พบว่า เนื้อหาส่วนใหญ่มีอยู่ในหลักสูตรของประเทศไทยซึ่งใช้อยู่ขณะนั้นและเป็นหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) แต่มีบางเนื้อหาที่อยู่นอกเหนือหลักสูตร ได้แก่ การสมมาตรและการแปลง (การหมุนและการสะท้อน) การนึกภาพของรูปทรงสามมิติ ชื่อ ลักษณะ สมบัติและผลบวกของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยม (รูปห้าเหลี่ยม หกเหลี่ยม แปดเหลี่ยม) การพิสูจน์ (นิรนัยแบบเป็นทางการของความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต) ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของรูปสามเหลี่ยม รูปคลี่ของรูปทรงสามมิติ สำหรับเรื่องการนึกภาพของรูปทรงสามมิติและเรื่องรูปคลี่ของรูปทรงสามมิติเป็นเรื่องที่หลายประเทศให้ความสำคัญโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อพิจารณาประเทศที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงนั้นล้วนแต่จัดเนื้อหาเรื่องการนึกภาพของรูปทรงสามมิติและเรื่องรูปคลี่ของรูปทรงสามมิติไว้ในหลักสูตรของตน เช่น ประเทศสิงคโปร์ ประเทศญี่ปุ่น เป็นต้น (Mullis, et al. 2000 : 1-8, 32, 274)

สำหรับหลักสูตรใหม่ของประเทศไทยนั้นเป็นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยสาระที่ 3 เรขาคณิต หลักสูตรได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ไว้ดังนี้

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้ (สสวท. 2544ก : 7)

จากมาตรฐานการเรียนรู้วิชาเรขาคณิตดังกล่าว เพื่อให้นักเรียนเกิดมาตรฐาน ค 3.1 การอธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) ได้มีการจัดสาระการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยมีสาระการเรียนรู้ ได้แก่ ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ ภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ และการวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ (สสวท. 2546? : 16) ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนทุกคนจำเป็นจะต้องรู้ นอกจากนี้เรื่องเหล่านี้ยังเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพของรูปทรงสามมิติและรูปคลี่ของรูปทรงสามมิติที่ไม่มีบรรจุอยู่ในหลักสูตรเดิมหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

การเรียนเรขาคณิตนั้นจุดประสงค์การเรียนรู้ที่มุ่งหวังจะให้เกิดในตัวผู้เรียนประการหนึ่ง คือต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเกี่ยวกับมิติ หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2544 : 19) ความรู้สึกเชิงปริภูมิมีความสัมพันธ์กับการรับรู้เชิงปริภูมิ (spatial perception) และการนึกภาพเชิงปริภูมิ (spatial visualization) เป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุและลักษณะต่างๆ ในโลกสามมิติ (Kennedy & Tipps. 1997 : 350-351) การพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิในเรขาคณิตสองและสามมิติสามารถช่วยแก้ปัญหาหลายปัญหาที่น่าสนใจของเราได้ (R.J.Sgroi & L.S.Sgroi. 1993 : 446-447) สำหรับเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิตินั้น เมื่อพิจารณาสาระการเรียนรู้ดังกล่าว พบว่า เนื้อหาส่วนหนึ่งช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านการนึกภาพเชิงปริภูมิ ซึ่งเป็นความเข้าใจและการปฏิบัติงานเกี่ยวกับการจินตนาการการเคลื่อนย้ายวัตถุไปในปริภูมิสองและสามมิติ (Clement & Battista. 1992 : 444)

ในการเรียนเรขาคณิตนั้นนักเรียนจะต้องตระหนักถึงรูปร่าง สมบัติ ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต ซึ่งทักษะการนึกภาพเชิงปริภูมิเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญในกระบวนการเรียนรู้ นักการศึกษากล่าวว่าทักษะนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องมีอยู่ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ทักษะดังกล่าวนี้จะรวมไปถึงการจินตนาการ การมองเห็นภาพและความคิดรวบยอดเชิงปริภูมิและเน้นกิจกรรมที่ใช้การนำเสนอเป็นรูปธรรมเพื่อปรับปรุง

การรับรู้ของความสัมพันธ์เชิงปริภูมิ (Geddes & Fortunato. 1993 : 208 ; citing Lappan & Schram. 1989 : 14–30) นอกจากนี้นักวิจัยจำนวนมากได้ตั้งสมมติฐานว่าทักษะการนึกภาพเชิงปริภูมิของนักเรียนที่แตกต่างกันเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้ปัญหาของแต่ละคนมีความยากแตกต่างกัน และมีการศึกษาความสัมพันธ์ของความสามารถในการนึกภาพเชิงปริภูมิและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่าความสามารถทั้งสองด้านของนักเรียนส่วนใหญ่มีความสัมพันธ์ไปในทิศทางเดียวกัน และได้แนะนำว่าทักษะการนึกภาพเชิงปริภูมิเป็นสิ่งทำนายที่ดีถึงลักษณะการแก้ปัญหาของนักเรียน (Geddes & Fortunato. 1993 : 208-209 ; citing Trafton & Leblanc. 1973 : 11 - 5) นอกจากนี้ยังช่วยแก้ปัญหาบางส่วนในการเรียนการสอนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ซึ่งในส่วนของการหาปริมาตรนักเรียนบางคนจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้เมื่อมีการพลิกแพลงหรือดัดแปลงโจทย์ สาเหตุส่วนหนึ่งคือ นักเรียนมีปัญหาในการนึกภาพ การจินตนาการภาพของวัตถุสามมิติ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของคูบาและคนอื่นๆ (Izard. 1990 : 44 ; citing Kouba, et al. 1988) ที่กล่าวว่า แม้สัดส่วนของนักเรียนในการเข้าใจเรื่องปริมาตรจะมีมาก แต่นักเรียนส่วนมากก็ยังมีปัญหาในการนึกภาพวัตถุสามมิติ นักเรียนจำนวนมากไม่สามารถระบุว่าวัตถุนั้นมีลักษณะเป็นอย่างไรเมื่อมองรูปภาพสามมิติ ซึ่ง เบนเชม ลาพแพนและฮวง (Clement & Battista. 1992 : 446 ; citing Ben Chaim, Lappan & Houang. 1988) ได้ทำการวิจัยโดยการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตที่ฝึกความสามารถในการนึกภาพเชิงปริภูมิ โดยทดลองกับนักเรียนเกรด 5-8 เป็นเวลา 3 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนเกรด 7 เป็นนักเรียนที่ฝึกฝนการนึกภาพเชิงปริภูมิแล้วได้ผลดีที่สุดและได้แนะนำว่ากิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้รูปทรงจะสามารถเพิ่มสัดส่วนของนักเรียนให้มีความสามารถในการนึกภาพ จะเห็นได้ว่าผลการทดลองดังกล่าวนั้นสอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนในหลักสูตรของไทยที่จัดเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติไว้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ด้วยเหตุผลข้างต้นและจากความสำคัญดังกล่าว จะเห็นได้ว่า เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และยังไม่มีบรรจุอยู่ในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) แต่จะเริ่มใช้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 สำหรับโรงเรียนทั่วประเทศที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐานในปีการศึกษา 2546 จึงถือว่าเป็นเรื่องจำเป็นที่จะต้องมีการศึกษาและพัฒนา ดังนั้น เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตให้นักเรียน ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีความมุ่งหมาย ดังนี้

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) มาจำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 315 คน ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถทางการเรียนโดยใช้ผลการเรียนของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อจัดนักเรียนที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ห้องเดียวกัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ 18 ชั่วโมง 30 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยใช้เวลาเรียนปกติ ซึ่งแบ่งเป็น เวลาที่ใช้ในการสอน จำนวน 17 ชั่วโมง และเวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 1 ชั่วโมง 30 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น โดยศึกษาแนวทางจากคู่มือการจัดการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 3 เรขาคณิต ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนดกรอบเนื้อหาไว้ 4 หน่วยการเรียน ดังนี้

1. รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ	5 ชั่วโมง
2. การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ	3 ชั่วโมง
3. การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต	6 ชั่วโมง
3.1 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต	3 ชั่วโมง
3.2 การวาดรูปจากโปรแกรม	3 ชั่วโมง
4. การประยุกต์	3 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ตัวแปรตาม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ** หมายถึง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งประกอบด้วยความสัมพันธ์ 3 ด้าน ได้แก่

   1.1 ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ

   1.2 ภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

   1.3 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

2. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนโดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ง่ายไปยาก โดยครูมีบทบาทในการกำหนดกิจกรรมที่หลากหลาย แต่ละกิจกรรมเน้นให้นักเรียนปฏิบัติเป็นกลุ่มเล็กๆ ประมาณ 1-5 คน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองและสามารถให้เหตุผล ตลอดจนฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งกิจกรรมการเรียนการสอนมีส่วนประกอบ 4 ส่วน ดังนี้

2.1 คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนที่แสดงคำอธิบายสำหรับครูเกี่ยวกับจุดประสงค์ของกิจกรรมการเรียนการสอน แนวทางการใช้ ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนการสอน รวมถึงข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

2.2 บทเรียน เป็นเนื้อหาที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น สำหรับนักเรียนเพื่อใช้ในการศึกษา ประกอบด้วย 4 หน่วยการเรียน ได้แก่ หน่วยที่ 1 รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ หน่วยที่ 2 การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ หน่วยที่ 3 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต และหน่วยที่ 4 การประยุกต์

2.3 แผนการจัดการเรียนรู้ เป็นแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับครูที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งแต่ละแผนจะประกอบด้วย ชื่อเรื่อง เวลาที่ใช้ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เนื้อหา สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

2.4 โปรแกรมการวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เป็นโปรแกรมของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2002 : Online) ที่ผู้วิจัยได้ดาวน์โหลด (download) โปรแกรมมาจาก http://illuminations.nctm.org/imath/6-8/isometric/index.html เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยใช้คอมพิวเตอร์

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดผลการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด จำนวน 40 ข้อ ประกอบด้วย แบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งวัดจากคะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาจากคะแนนวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 ของนักเรียนในภาคเรียนที่ 1

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 21)

สมมติฐานของการวิจัย

1. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่อไปนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย
2. โครงการวิจัยและการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติครั้งที่ 3
3. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศสหรัฐอเมริกา
4. แนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต
5. ความสำคัญของความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย

ปัจจุบันกระทรวงศึกษาธิการได้จัดทำหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อเป็นหลักสูตรแกนกลางที่มีลักษณะเป็นกรอบและแนวทางในการจัดการศึกษาสำหรับสถานศึกษานำไปปฏิบัติ เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เป็นไปตามจุดหมายของหลักสูตร โดยกำหนดสาระการเรียนรู้ ซึ่งมีทั้งหมด 8 กลุ่ม มาตรฐานการเรียนรู้ของแต่ละกลุ่ม และมาตรฐานการเรียนรู้ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการของผู้เรียนเป็น 4 ช่วงชั้น ได้แก่ ช่วงชั้นที่ 1 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3) ช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6) ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) และช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) โดยจัดเฉพาะส่วนที่จำเป็นและให้สถานศึกษาจัดทำสาระในรายละเอียดเป็นรายปีและรายภาคเอง และได้มีคำสั่งให้ใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในโรงเรียนนำร่องและโรงเรียนเครือข่ายการใช้หลักสูตร ตั้งแต่ปีการศึกษา 2545 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งจะใช้ให้ครบทุกชั้นในปีการศึกษา 2547 และจะใช้ในโรงเรียนทั่วประเทศที่จัดการศึกษาขั้นพื้นฐานในปีการศึกษา 2546 ในลักษณะเดียวกับโรงเรียนนำร่อง คือ ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จนครบทุกชั้นในปีการศึกษา 2548 (สสวท. 2544ก : คำนำ)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้รับมอบหมายจากกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ ให้จัดทำคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปี ว่าผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิต ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น การที่ผู้เรียนจะเกิดความรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ดังนี้ (สสวท. 2544ก : 2-3)

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนิน การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

เพื่อให้เกิดคุณภาพแก่ผู้เรียนดังกล่าว หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงได้กำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 สาระ ซึ่งแต่ละสาระได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้ (สสวท. 2544ก : 6-7)

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่างๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้ถูกกำหนดไว้ในสาระที่ 3 เรขาคณิต ระดับช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) ซึ่งในการเรียนสาระที่ 3 เรขาคณิต ในระดับช่วงชั้นที่ 3 นั้นได้มีกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นไว้ดังนี้ (สสวท. 2546? : 3-4)

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวยและทรงกลมได้

2. สร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่ายโดยไม่เน้นการพิสูจน์ได้

3. วิเคราะห์ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

1. เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทปีทาโกรัสและบทกลับ และนำไปใช้ในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาได้

2. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้

3. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบและสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ข้างต้น มีการจัดเนื้อหาเรขาคณิตระดับช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 เพื่อให้สอดคล้องกับสาระและมาตรฐานดังกล่าว ได้แก่ พื้นฐานทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทปีทาโกรัส การแปลงทางเรขาคณิตและความคล้าย

เมื่อพิจารณาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โครงสร้างด้านเนื้อหาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นหรือระดับช่วงชั้นที่ 3 พบว่าเนื้อหาส่วนใหญ่ยังคงเหมือนหลักสูตรคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) แต่มีบางเนื้อหาเพิ่มมา ได้แก่ ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การแปลงทางเรขาคณิต และแบบรูปและความสัมพันธ์ สำหรับด้านทักษะ/กระบวนการนั้นเดิมได้มีการฝึกทักษะ/กระบวนการ โดยแทรกอยู่ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเนื้อหาต่างๆ แต่หลักสูตรศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 มีการเน้นทักษะ/กระบวนอย่างเห็นชัด โดยมีการจัดการเรียนการสอนไว้ในเรื่องการเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ จากการเปลี่ยนแปลงของหลักสูตรดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. โครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติครั้งที่ 3 (TIMSS-R)

โครงการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติครั้งที่ 3 (The Third International Mathematics and Science Study - Repeat : TIMSS - R) ซึ่งจัดขึ้นโดยสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International

Association for the Evaluation of Education Achievement : IEA) ในปี พ.ศ. 2542 ซึ่งมีจุดประสงค์สำคัญเพื่อศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 (เกรด 8) ในด้านต่างๆ ทั้งในด้านการกำหนดหลักสูตร การนำหลักสูตรไปใช้ และผลการใช้หลักสูตรของประเทศต่างๆ เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับตัวนักเรียน ครู พฤติกรรมการเรียนการสอนและการจัดการศึกษา มีประเทศสมาชิกของ IEA ที่เห็นความสำคัญของการศึกษาว่าเป็นกลไกสำคัญในการพัฒนาประเทศและให้ความสนใจในเรื่องการประเมินคุณภาพ เข้าร่วมโครงการครั้งนี้ จำนวน 38 ประเทศ ประเทศไทยเข้าร่วมโครงการวิจัยครั้งนี้โดยมีสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นศูนย์ประสานงานและดำเนินการวิจัยภายในประเทศ

สำหรับการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ครั้งนี้ มีเนื้อหาที่ใช้ครอบคลุม 5 หัวข้อ ได้แก่ เศษส่วนและความรู้สึกเชิงจำนวน การวัด การนำเสนอ-การวิเคราะห์และความน่าจะเป็น เรขาคณิตและพีชคณิต ผลจากการประเมิน พบว่า แต่ละประเทศได้คะแนน ดังต่อไปนี้

ตาราง 1 ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ของแต่ละประเทศจากโครงการการวิจัยและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับนานาชาติ ครั้งที่ 3 (ปี พ.ศ. 2542)

ลำดับที่	ประเทศ	คะแนนเฉลี่ย	จำนวนปีที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียน	อายุเฉลี่ย (ปี)
1	สิงคโปร์	604	8	14.4
2	เกาหลีใต้	587	8	14.4
3	ไต้หวัน	585	8	14.2
4	ฮ่องกง	582	8	14.2
5	ญี่ปุ่น	579	8	14.4
6	เบลเยี่ยม	558	8	14.1
7	เนเธอร์แลนด์	540	8	14.2
8	สาธารณรัฐสโลวาเกีย	534	8	14.3
9	ฮังการี	532	8	14.4
10	แคนาดา	531	8	14.0
11	สโลวาเนีย	530	8	14.8
12	รัสเซีย	526	7 หรือ 8	14.1

ตาราง 1 (ต่อ)

ลำดับที่	ประเทศ	คะแนนเฉลี่ย	จำนวนปีที่ศึกษาอยู่ในโรงเรียน	อายุเฉลี่ย (ปี)
13	ออสเตรเลีย	525	8 หรือ 9	14.3
14	ฟินแลนด์	520	7	13.8
15	สาธารณรัฐเชก	520	9	14.4
16	มาเลเซีย	519	8	14.4
17	บัลกาเรีย	511	8	14.8
18	รัชเวีย	505	8	14.5
19	สหรัฐอเมริกา	502	8	14.2
20	อังกฤษ	496	9	14.2
21	นิวซีแลนด์	491	8.5 ถึง 9.5	14.0
คะแนนเฉลี่ยนานาชาติ		487		14.4
22	ลิธัวเนีย	482	8.5	15.2
23	อิตาลี	479	8	14.0
24	ไซปรัส	476	8	13.8
25	โรมาเนีย	472	8	14.8
26	มอลโดวา	469	9	14.4
27	ไทย	467	8	14.5
28	อิสราเอล	466	8	14.1
29	ทูนีเซีย	448	8	14.8
30	มาซีโดเนีย	447	8	14.6
31	ตุรกี	429	8	14.2
32	จอร์แดน	428	8	14.0
33	อิหร่าน	422	8	14.6
34	อินโดนีเซีย	403	8	14.6
35	ชิลี	392	8	14.4
36	ฟิลิปปินส์	345	7	14.1
37	โมรอกโก	337	7	14.2
38	แอฟริกาใต้	275	8	15.5

ที่มา : Mullis, Ina V.S., et al. (2000). *TIMSS 1999 International Mathematics Report findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science at Eighth Grade*: p.32.

จากตารางจะพบว่า ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยเป็นลำดับที่ 27 จากทั้งหมด 38 ประเทศได้ 467 คะแนน โดยคะแนนเฉลี่ยนานาชาติ 487 คะแนน ซึ่งจะเห็นได้ว่าประเทศไทยได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย ในขณะที่ประเทศในแถบเอเชียได้แก่ สิงคโปร์ เกาหลีใต้ ไต้หวัน ฮ่องกงและญี่ปุ่น มีคะแนนสูงเป็นอันดับ 1–5 ตามลำดับ

โครงการนี้ได้มีการวิเคราะห์เนื้อหาเรขาคณิตในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศสมาชิกที่นักเรียนได้เรียนมาตั้งแต่แรกจนถึงระดับเกรด 8 ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

	พิกัดคาร์ทีเซียนของจุดในระนาบ	พิกัดของจุดบนเส้นตรง	รูปเรขาคณิตสองมิติอย่างง่าย,มุมบนเส้นตรง,เส้นขนาน,สามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยม	การเท่ากันทุกประการและความคล้าย	มุม (มุมแหลม มุมฉาก และอื่นๆ)	ทฤษฎีบทปีทาโกรัส (ไม่มีการพิสูจน์)	การสมมาตรและการแปลง(การสะท้อนและการหมุน)	การนึกภาพของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ	การสร้างทางเรขาคณิตด้วยสันตรงและวงเวียน	ชื่อ ลักษณะ สมบัติ ของรูปหลายเหลี่ยม (เช่น รูปหกเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน) และวงกลม และอื่นๆ	การพิสูจน์ (การนิรนัยแบบเป็นทางการของความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต)	ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของรูปสามเหลี่ยม	รูปคลื่องรูปทรงสามมิติ
ออสเตรเลีย	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●
เบลเยี่ยม	●	◎	●	●	●	○	●	●	●	○	•	○	●
บังกาเรีย	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	○	○
แคนาดา	●	◎	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●
ชิลี	●	○	●	○	●	●	●	○	●	○	○	○	●
ไต้หวัน	●	●	●	◎	●	●	•	◎	●	◎	○	○	○
ไซปรัส	●	●	●	○	●	●	○	○	●	●	○	○	○
สาธารณรัฐเชค	●	○	●	●	●	●	●	●	●	●	•	○	◎
อังกฤษ	●	◎	◎	•	◎	•	●	●	◎	◎	○	·	◎
ฟินแลนด์	●	○	●	○	●	○	○	●	○	○	○	○	○
ฮ่องกง	●	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	○
ฮังการี	●	○	●	○	●	●	●	○	●	●	●	○	●
อินโดนีเซีย	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○
อิหร่าน	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	●	○	○
อิสราเอล	●	·	◎	●	●	○	·	·	○	○	•	○	·
อิตาลี	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	●
ญี่ปุ่น	●	●	●	●	●	○	●	●	●	●	●	○	●
จอร์แดน	●	●	●	●	●	●	○	○	●	●	●	●	●
เกาหลีใต้	○	○	●	●	●	○	○	●	●	●	●	○	○

ภาพประกอบ 1 เนื้อหาเรขาคณิตที่มีในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของแต่ประเทศ ที่จัดให้นักเรียนเรียนตั้งแต่แรกจนถึงระดับเกรด 8 (ระดับอนุบาลถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2)

	พิกัดคาร์ทีเซียนของจุดในระนาบ	พิกัดของจุดบนเส้นตรง	รูปเรขาคณิตสองมิติอย่างง่าย,มุมบนเส้นตรง,เส้นขนาน,สามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยม	การเท่ากันทุกประการและความคล้าย	มุม (มุมแหลม มุมฉาก และอื่นๆ)	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส (ไม่มีการพิสูจน์)	การสมมาตรและการแปลง(การสะท้อนและการหมุน)	การนึกภาพของรูปทรงเรขาคณิตสามมิติ	การสร้างทางเรขาคณิตด้วยสันตรงและวงเวียน	ชื่อ ลักษณะ สมบัติ ของรูปหลายเหลี่ยม (เช่น รูปหกเหลี่ยม รูปปิดเหลี่ยม) ผลบวกของมุม และอื่นๆ	การพิสูจน์ (การนิรนัยแบบเป็นทางการของความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต)	ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของรูปสามเหลี่ยม	รูปตัดของรูปทรงสามมิติ
ลัธเวีย	●	●	●	●	●	●	•	○	●	◎	○	○	○
ลิธัวเนีย	●	●	●	●	●	●	○	●	●	○	○	●	○
มาซิโดเนีย	·	●	●	●	●	●	●	○	●	●	●	○	○
มาเลเซีย	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●
มอลโดวา	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○
โมรอกโก	○	○	●	●	●	○	●	●	●	○	●	○	○
เนเธอร์แลนด์	●	●	●	○	●	●	◎	●	○	◎	○	○	●
นิวซีแลนด์	●	●	●	●	●	○	●	●	●	◎	○	○	●
ฟิลิปปินส์	○	○	●	●	●	○	○	○	○	○	○	○	○
โรมาเนีย	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
รัสเซีย	●	●	●	◎	●	●	◎	●	●	◎	●	○	○
สิงคโปร์	●	●	●	●	●	◎	●	●	●	●	○	◎	●
สโลวาเกีย	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
สโลวีเนีย	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	○	●
แอฟริกาใต้	○	○	●	●	●	●	●	●	●	●	○	○	●
ไทย	●	●	●	●	●	●	○	○	●	○	○	○	○
ตูนีเซีย	○	●	●	○	●	○	●	●	●	○	●	○	●
ตุรกี	●	●	●	●	●	●	●	○	●	●	○	●	●
สหรัฐอเมริกา	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	·	○	●

● แทน นักเรียนทั้งหมดหรือเกือบทั้งหมด (อย่างน้อย 90%) ได้เรียน

◎ แทน ประมาณครึ่งหนึ่งของนักเรียนได้เรียน

• แทน นักเรียนประมาณ 25% ได้เรียน

· แทน นักเรียนประมาณ 10% หรือน้อยกว่าได้เรียน

○ แทน เรื่องที่ไม่มีอยู่ในหลักสูตร

- แทน ไม่มีข้อมูล

ภาพประกอบ 1 (ต่อ)

ที่มา : Mullis, Ina V.S., et al. (2000). *TIMSS 1999 International Mathematics Report findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science at Eighth Grade*: p.274.

จากการวิเคราะห์ เนื้อหาเรขาคณิตในประเทศไทยเมื่อเทียบกับต่างประเทศ พบว่า เนื้อหาส่วนใหญ่มีอยู่ในหลักสูตรของประเทศไทยซึ่งที่ใช้อยู่ในปี พ.ศ. 2542 เป็นหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) แต่มีบางเนื้อหาที่ยังไม่มีในหลักสูตรของไทย ได้แก่

1. การสมมาตรและการแปลง (การหมุนและการสะท้อน)
2. การนึกภาพของรูปทรงสามมิติ
3. ชื่อ ลักษณะ สมบัติของรูปหลายเหลี่ยม (เช่น รูปหกเหลี่ยม รูปแปดเหลี่ยม) ผลบวกของมุม และอื่นๆ
4. การพิสูจน์ (การนิรนัยแบบเป็นทางการของความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต)
5. ไซน์ โคไซน์และแทนเจนต์ของรูปสามเหลี่ยม
6. รูปคลี่ของรูปทรงสามมิติ

สำหรับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเนื้อหาใหม่ที่เพิ่มมาและเกี่ยวข้องกับการนึกภาพของรูปทรงสามมิติ รูปคลี่ของรูปทรงสามมิติ หลายประเทศให้ความสำคัญโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อพิจารณาประเทศที่มีคะแนนเฉลี่ยสูงนั้นล้วนแต่จัดเนื้อหาการนึกภาพของรูปทรงสามมิติและรูปคลี่ของรูปทรงสามมิติไว้ในหลักสูตรของตน เช่น ประเทศสิงคโปร์ ประเทศญี่ปุ่น เป็นต้น

3. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศสหรัฐอเมริกา

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา หรือ NCTM (The National Council of Teachers of Mathematics) ได้จัดทำเอกสารเพื่อเป็นการกำหนดทิศทางการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ให้ได้มาตรฐานเดียวกันทั่วประเทศ โดยได้จัดทำเอกสารดังต่อไปนี้คือ ในปี ค.ศ. 1989 ได้จัดทำมาตรฐานหลักสูตรและการวัดผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่ชื่อว่า The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics การจัดทำมาตรฐานนี้เพื่อเป็นการประกันคุณภาพของการศึกษา ตลอดจนกำหนดเป้าหมายในการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และเพื่อเป็นการส่งเสริมโอกาสในการศึกษาคณิตศาสตร์ อีกสองปีต่อมาคือในปี ค.ศ. 1991 ได้จัดทำมาตรฐานการสอนคณิตศาสตร์ที่ชื่อว่า The Professional Standards for Teaching Mathematics และอีกสี่ปีต่อมาคือ ในปี ค.ศ. 1995 ได้จัดทำมาตรฐานการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่ชื่อว่า The Assessment Standards for School Mathematics ซึ่งได้มีการใช้เอกสารมาตรฐานหลักสูตรและการวัดผลของ NCTM เป็นแนวทางในการจัดการศึกษาเรื่อยมา

เนื่องจากตลอดระยะเวลา 10 ปีที่ผ่านมาคือตั้งแต่ ค.ศ. 1989 ถึง ค.ศ. 1999 โลกได้มีการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว ดังนั้นในปี ค.ศ. 1999 NCTM จึงได้มีการพิจารณาทบทวนการจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ว่าควรจะมีการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงไปเช่นใด เพื่อให้สอดคล้องและเหมาะสมกับสถานการณ์ในปัจจุบัน และได้จัดทำเอกสารที่ชื่อว่าหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน (Principles and Standards for School Mathematics) ซึ่งได้มีการนำมาใช้ในปี ค.ศ. 2000

เอกสารหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน กล่าวถึง หลักการและมาตรฐานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งหลักการ 6 หลักการและมาตรฐาน 10 มาตรฐาน ประกอบด้วยมาตรฐานที่เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ 5 มาตรฐาน และมาตรฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 5 มาตรฐาน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (NCTM. 2000 : 11)

หลักการ (Principles) มี 6 หลักการ ได้แก่

1. หลักการการเสมอภาค (The Equity Principles)
2. หลักการทางหลักสูตร (The Curriculum Principles)
3. หลักการทางการสอน (The Teaching Principles)
4. หลักการทางการเรียนรู้ (The Learning Principles)
5. หลักการทางการประเมินผล (The Assessment Principles)
6. หลักการทางเทคโนโลยี (The Technology Principles)

มาตรฐานเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Content Standards) มี 5 มาตรฐาน ได้แก่

1. จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operation)
2. พีชคณิต (Algebra)
3. เรขาคณิต (Geometry)
4. การวัด (Measurement)
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)

มาตรฐานกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) มี 5 มาตรฐาน ได้แก่

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
3. การสื่อสาร / การสื่อความหมาย (Communication)
4. การเชื่อมโยง (Connections)
5. การแสดง / การนำเสนอ (Representation)

สำหรับเนื้อหาวิชาเรขาคณิตของประเทศสหรัฐอเมริกาตามมาตรฐานที่ 3 : เรขาคณิต ได้กำหนดให้นักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 มีความสามารถดังต่อไปนี้ (NCTM. 2000 : 41)

1. วิเคราะห์คุณลักษณะเฉพาะและสมบัติของสิ่งของสองมิติและสามมิติ ที่มีรูปร่างและรูปทรงทางเรขาคณิตและพัฒนาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ซึ่งเกี่ยวกับความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต

2. ระบุตำแหน่งและอธิบายความสัมพันธ์เชิงปริภูมิ เมื่อใช้เรขาคณิตที่มีระบบพิกัดและเรขาคณิตที่มีระบบอ้างอิงแบบอื่นๆ

3. ประยุกต์การแปลงและใช้การสมมาตรในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

4. ใช้การนึกภาพ การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ และการใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตมาช่วยในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้

เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องมาตรฐานการเรียนรู้ข้อที่ 1 การวิเคราะห์คุณลักษณะเฉพาะและสมบัติของสิ่งของสองมิติและสามมิติ และข้อที่ 4 การนึกภาพ ซึ่ง NCTM ได้กำหนดให้นักเรียนในแต่ระดับมีความสามารถดังต่อไปนี้

นักเรียนระดับอนุบาล – เกรด 2 (NCTM. 2000 : 97)

การวิเคราะห์คุณลักษณะเฉพาะ

1. ทราบถึงชื่อ สามารถสร้าง วาด เปรียบเทียบและเรียงลำดับรูปสองมิติและสามมิติได้

2. อธิบายสมบัติและส่วนประกอบของรูปสองมิติและสามมิติได้

3. ค้นหาและคาดเดาผลลัพธ์ของรูปสองมิติและสามมิติเมื่อมีการนำส่วนประกอบมาวางเพิ่มหรือการย้ายออกได้

การนึกภาพ

1. สร้างภาพของรูปเรขาคณิตในใจโดยใช้การจำเชิงปริภูมิ (spatial memory) และการนึกภาพเชิงปริภูมิ

2. รู้จักและนำเสนอรูปเรขาคณิตที่เกิดจากการมองที่แตกต่างกันได้

3. ทราบความสัมพันธ์การคิดทางเรขาคณิตไปสู่การคิดเกี่ยวกับจำนวนและการวัด

4. ทราบถึงรูปเรขาคณิตและโครงสร้างในสิ่งแวดล้อมและลักษณะเฉพาะนั้น

นักเรียนระดับเกรด 3-5 (NCTM. 2000 : 165)

การวิเคราะห์คุณลักษณะเฉพาะ

1. ระบุ เปรียบเทียบและวิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติพัฒนาไปสู่คำศัพท์เพื่ออธิบายสมบัติต่างๆ

2. จำแนกชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ทราบสมบัติและพัฒนาเป็นนิยามของรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสามเหลี่ยม และพีระมิด

3. ค้นหา อธิบายและให้เหตุผลเกี่ยวกับผลลัพธ์ของการแบ่ง การประกอบและการแปลงของรูปเรขาคณิตได้

4. สร้างและทดสอบข้อคาดเดาเกี่ยวกับสมบัติและความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตและพัฒนาข้อโต้แย้งที่มีเหตุผลเป็นข้อสรุปที่ถูกต้องได้

การนึกภาพ

1. สร้างและวาดรูปเรขาคณิตได้

2. สร้างและอธิบายโดยการนึกในใจของวัตถุ แบบรูปและทางเดิน (paths)

3. ระบุและสร้างรูปทรงสามมิติจากการนำเสนอโดยใช้รูปสองมิติได้

4. ใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เช่น จำนวนและการวัด

5. ตระหนักถึงความคิด ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตและนำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่นและนำไปแก้ปัญหาในห้องเรียนหรือในชีวิตประจำวันได้

นักเรียนระดับเกรด 6-8 (NCTM. 2000 : 233)

การวิเคราะห์คุณลักษณะเฉพาะ

1. อธิบาย จำแนกประเภท และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างชนิดของรูปสองมิติและสามมิติโดยอธิบายสมบัติได้อย่างถูกต้อง

2. เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างมุม ความยาวด้าน เส้นรอบรูป พื้นที่และปริมาตรของรูปเรขาคณิตที่คล้ายกันได้

3. สร้างและอธิบายข้อโต้แย้งอุปนัยและนิรนัยเกี่ยวกับความคิดและความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต เช่น ความเท่ากันทุกประการ ความคล้าย และความสัมพันธ์ของปีทาโกรัส

การนึกภาพ

1. วาดรูปทรงทางเรขาคณิตจากสมบัติเฉพาะได้ เช่น ส่วนของเส้นตรง หรือการวัดมุม

2. การใช้รูปสองมิตินำเสนอรูปสามมิติและการนึกภาพไปใช้แก้ปัญหาได้ เช่น นำไปสู่การแก้ปัญหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร

3. ใช้เครื่องมือ เช่น ข่ายงาน เพื่อการนำเสนอและแก้ปัญหาได้

4. ใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต เพื่อนำเสนอและอธิบายความสัมพันธ์ทางจำนวนและพีชคณิตได้

5. ตระหนักและประยุกต์ใช้ความคิดทางเรขาคณิตและความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์นอกห้องเรียนได้ เช่น ศิลปะ วิทยาศาสตร์ และในชีวิตประจำวัน

นักเรียนระดับเกรด 9-12 (NCTM. 2000 : 309)

การวิเคราะห์คุณลักษณะเฉพาะ

1. วิเคราะห์สมบัติและกำหนดสมบัติของรูปสองมิติและสามมิติได้

2. สำรวจความสัมพันธ์ (รวมถึง การเท่ากันทุกประการและความคล้าย) ระหว่างชนิดของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สร้างและทดสอบข้อคาดเดา และแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตดังกล่าวได้

3. สร้างข้อคาดเดาที่สมเหตุสมผลโดยใช้การนิรนัย พิสูจน์ทฤษฎีและอธิบายข้อโต้แย้งที่สร้างขึ้นได้

การนึกภาพ

1. วาดและสร้างการนำเสนอรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติโดยใช้เครื่องมือที่หลากหลายได้

2. นึกภาพวัตถุสามมิติและปริภูมิจากมุมมองที่แตกต่างได้ และวิเคราะห์รูปที่เกิดจากการตัดวัตถุด้วยระนาบได้

3. ใช้จุดยอด-ด้าน กราฟเพื่อเป็นแบบจำลองและแก้ปัญหาได้

4. ใช้ความคิดทางเรขาคณิตเพื่อแก้ปัญหาเรขาคณิต คณิตศาสตร์เรื่องอื่น และปัญหาในสาขาวิชาอื่นที่สนใจ เช่น ศิลปะและสถาปัตยกรรม

ผู้วิจัยมีความสนใจวิเคราะห์เนื้อหาเรขาคณิตของประเทศสหรัฐอเมริกา เนื่องจาก TIMSS พบว่า ประเทศสหรัฐอเมริกาได้มีการจัดการสอนเรขาคณิตเกือบทุกเนื้อหายกเว้นเรื่องไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของรูปสามเหลี่ยม และเมื่อพิจารณาการจัดหลักสูตรของประเทศสหรัฐอเมริกาและประเทศไทย พบว่า การจัดหลักสูตรทั้งโครงสร้างด้านเนื้อหาและด้านกระบวนการมีความคล้ายกันอย่างมาก สำหรับเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้มีการจัดสาระการเรียนรู้ ได้แก่ ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติ ภาพสองมิติที่ได้จากการมองทางด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ และการวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ได้ เมื่อวิเคราะห์แล้วพบว่า ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสำคัญกับเรื่องนี้โดยจัดให้มีการเรียนการสอนมานานแล้วและเริ่มตั้งแต่อนุบาล-เกรด 2 ไปจนถึงเกรด 6-8 และมีการนำความรู้เรื่องนี้ไปใช้ในระดับเกรด 9-12 ต่อไป ซึ่งประเทศไทยได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นของเรขาคณิตสูงสุดไว้เพียงระดับช่วงชั้นที่ 3 เท่านั้น

4. แนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต

เนื่องจากนักเรียนส่วนมากมีปัญหาในการเรียนเรขาคณิต นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาและไม่สามารถพิสูจน์ได้ จึงมีครูและนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้พยายามศึกษาและค้นคว้าเพื่อแก้ปัญหาความไม่เข้าใจในการเรียนเรขาคณิต ในปี ค.ศ. 1954 ปิแอร์ แวน ฮีลี (Pierre van Hiele) และ ไดนา แวน ฮีลี (Dina van Hiele) สามีภรรยาชาวเนเธอร์แลนด์ได้ศึกษาวิจัยและสร้างแวนฮีลีโมเดล ซึ่งเป็นระดับขั้นของการพัฒนาทางความคิดเรขาคณิต และเป็นที่ยอมรับกันว่าสามารถใช้เป็นแนวทางในการสอนและประเมินความสามารถของนักเรียนในวิชาเรขาคณิตได้ โดยระดับขั้นของแวน ฮีลี เป็นขั้นกระบวนการคิดในการเรียนเรขาคณิต โดยเริ่มจากง่ายไปหายาก ดังต่อไปนี้ (Crowley. 1987 : 2-3)

ระดับ 0 พื้นฐานหรือการนึกภาพ (Visualization)

ในระดับนี้นักเรียนรับรู้ว่าปริภูมิเป็นสิ่งที่อยู่รอบตัว มโนทัศน์ทางเรขาคณิตต่างๆ รับรู้ในลักษณะภาพรวมมากกว่าแยกองค์ประกอบ หรือลักษณะของรูป เช่น เมื่อกำหนดรูปเรขาคณิตให้นักเรียนจะรับรู้ภาพรวมของรูปที่ปรากฏ ไม่สามารถแยกส่วนประกอบเป็นด้าน มุม หรือบอกสมบัติของรูปได้ นักเรียนที่มีความคิดในระดับนี้สามารถเรียนคำศัพท์ทางเรขาคณิต บอกชื่อรูปได้ เมื่อให้ดูรูปจะสร้างรูปคร่าวๆ ได้ ตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดรูปให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปกลุ่ม a คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปกลุ่ม b คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพราะรูปนั้นมีลักษณะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่นักเรียนที่เคยเห็นมาก่อน นอกจากนี้เมื่อให้กระดานตะปูหรือกระดาษนักเรียนจะสามารถคัดลอกรูปได้ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่ารูปมีมุมเป็นมุมฉาก หรือด้านตรงข้ามขนานกัน

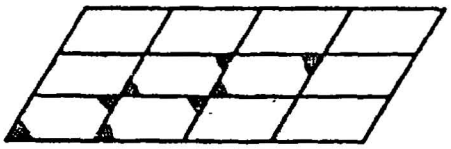
(a) (b)

ภาพประกอบ 2 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis)

ในระดับนี้นักเรียนเริ่มมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต เช่น จากการสังเกตจากการทดลอง ผู้เรียนเริ่มเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะของรูป ทำให้สามารถแยกรูปชนิดต่างๆ ได้ จะมองรูปทางเรขาคณิตแบบแยกส่วนประกอบได้ สามารถบอกได้ว่าเป็นรูปชนิดใด โดยดูจากส่วนประกอบต่าง ๆ ของรูป เช่น เมื่อดูรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังภาพประกอบ 3

สามารถระบายมุมที่เท่ากันได้ บอกได้ว่ามุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีขนาดเท่ากัน และเมื่อให้ตัวอย่างมากพอนักเรียนสามารถบอกลักษณะทั่วไปของสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ แต่ยังไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติได้ ยังไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างรูปหนึ่งกับอีกรูปหนึ่งและไม่เข้าใจบทนิยาม



ภาพประกอบ 3 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ระดับ 2 การพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปได้ ทั้งภายในรูป (เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน 2 คู่ มุมตรงข้ามจะเท่ากัน) และระหว่างรูป (เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีสมบัติต่างๆ ของสี่เหลี่ยมมุมฉากครบ) ดังนั้น นักเรียนสามารถสรุปสมบัติต่างๆ ของรูปได้ และสามารถแยกรูปต่างๆ ออกเป็นกลุ่มๆ ได้ตามสมบัติ สามารถเข้าใจบทนิยามได้เป็นอย่างดี สามารถติดตามการให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการได้ และสามารถให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการได้ อย่างไรก็ตาม นักเรียนในระดับนี้ยังไม่เข้าใจการนิรนัยโดยรวมและบทบาทของสัจพจน์ นักเรียนสามารถติดตามการให้เหตุผลอย่างเป็นทางการได้แต่ไม่เข้าใจว่าการให้เหตุผลอาจสับเปลี่ยนแนวทางได้ และไม่เข้าใจการพิสูจน์ที่เริ่มต้นจากสิ่งที่กำหนดให้ที่แตกต่างออกไปหรือไม่คุ้นเคย

ระดับ 3 การพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างเป็นแบบแผน (Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนเข้าใจบทบาทของการนิรนัยว่าเป็นแนวทางในการสร้างทฤษฎีต่างๆ ทางเรขาคณิตตามกรอบของระบบสัจพจน์ นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทและการพิสูจน์ นักเรียนไม่เพียงแต่จดจำการพิสูจน์ แต่ยังพิสูจน์เป็น เห็นความเป็นไปได้ที่จะหาวิธีพิสูจน์มากกว่า 1 วิธี เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ เข้าใจความแตกต่างระหว่างทฤษฎีบทและบทกลับ

ระดับ 4 การคิดขั้นสุดยอด (Rigor)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถเข้าใจและสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกันได้ เข้าใจเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรมได้

แวน ฮีลี ได้ระบุสมบัติของพัฒนาการทางความคิดเรขาคณิต (Crowley. 1987 : 4) ไว้ดังนี้

1. การมีลำดับ (Sequential) นักเรียนจะพัฒนาไปตามระดับความคิด เช่น ผู้ที่มีระดับความคิดที่ 2 จะต้องมีระดับความคิดที่ 1 มาก่อน โดยไม่มีการข้ามลำดับ

2. ความก้าวหน้า (Advancement) การพัฒนาจากระดับความคิดหนึ่งไปสู่อีกระดับความคิดหนึ่งขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีสอนมากกว่าอายุ ไม่มีวิธีสอนใดที่จะทำให้นักเรียนข้ามระดับได้

3. สิ่งที่เกิดขึ้นภายในและภายนอก (Intrinsic and Extrinsic) สิ่งที่ไม่ชัดแจ้งในระดับหนึ่งจะชัดแจ้งในระดับต่อไป เช่น ในระดับ 0 นักเรียนรับรู้โดยพิจารณาจากรูปร่าง การกำหนดรูปจากสมบัติยังไม่ชัดเจนจนกว่าจะมีระดับความคิดอยู่ในระดับ 1 ก่อนจึงจะวิเคราะห์รูปองค์ประกอบและสมบัติต่างๆ ได้

4. การมีภาษาประจำระดับ (Linguistics) ในแต่ละระดับจะมีภาษาของตนเองที่เชื่อมโยงความสัมพันธ์สิ่งต่างๆ เข้าด้วยกัน ความสัมพันธ์ที่ถือว่าถูกต้องที่ระดับหนึ่งอาจถูกขยายไปอีกระดับหนึ่ง เช่น รูปหนึ่งรูปอาจมีชื่อเรียกได้มากกว่า 1 ชื่อ (รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นทั้งสี่เหลี่ยมมุมฉากและสี่เหลี่ยมด้านขนาน)

5. การไม่เข้ากัน (Mismatch) ถ้านักเรียนอยู่ในระดับหนึ่งและการเรียนการสอนที่นำมาใช้อยู่ในระดับที่แตกต่างกัน โดยไม่มีการปรับวิธีสอนให้เหมาะสม นักเรียนจะไม่เข้าใจ ไม่เกิดการเรียนรู้ที่ถูกต้อง ในทางปฏิบัติกล่าวคือ ถ้านำครู สื่อการเรียนการสอน เนื้อหา คำศัพท์และอื่นๆ ซึ่งอยู่ในระดับที่สูงกว่าระดับของนักเรียนมาใช้ นักเรียนจะไม่สามารถติดตามกระบวนการคิดที่สอนอยู่ได้ ความก้าวหน้าของนักเรียนจะไม่เกิดขึ้น

จะเห็นได้ว่าระดับขั้นของ แวน ฮีลี มีความสำคัญต่อการศึกษาและการนำไปใช้ในการเรียนการสอนเรขาคณิต และเป็นที่เชื่อกันว่าความล้มเหลวต่างๆ ในการเรียนการสอนเรขาคณิตปัจจุบันมีผลมาจากการจัดการเรียนการสอนที่ไม่คำนึงถึงระดับขั้นของ แวน ฮีลี

แวน ฮีลี ได้เสนอแนะลำดับขั้นวิธีสอนที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถยกระดับความคิดทางเรขาคณิตจากขั้นหนึ่งไปอีกขั้นหนึ่ง (Crowley. 1987 : 5-6 , สิริพร ทิพย์คง. 2537 : 270-271)

1. การให้ข้อมูล (Inquiry / Information)

ขั้นนี้ครูและนักเรียนสนทนา และทำกิจกรรมร่วมกันเกี่ยวกับสิ่งที่จะเรียนในระดับนี้ มีการสังเกตทบทวนมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้อง ถาม-ตอบ เช่น รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใช่หรือไม่ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนใช่หรือไม่ ทำไมนักเรียนจึงกล่าวเช่นนั้น เป็นต้น จุดมุ่งหมายของกิจกรรมในขั้นนี้คือ เพื่อให้ครูรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียนของนักเรียน และนักเรียนจะได้รู้ตัวว่าจะเรียนหัวข้อใดและแนวทางของการเรียนในหัวข้อนี้เป็นอย่างไร

2. การแนะนำโดยตรง (Direct Orientation)

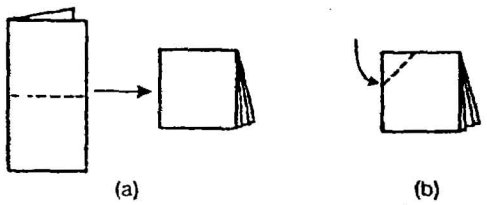
ขั้นนี้นักเรียนเริ่มศึกษาหัวข้อที่จะเรียนจากเอกสารหรือกิจกรรมที่ครูได้จัดลำดับไว้ กิจกรรมเหล่านี้จะแสดงให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะและโครงสร้างของสิ่งที่จะเรียนในระดับนี้ ดังนั้น เนื้อหาและกิจกรรมจะสั้นๆ เพื่อให้นักเรียนตอบคำถามเฉพาะอย่างไป เช่น ครูให้นักเรียนใช้กระดานตะปูเพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีเส้นทะแยงมุมเท่ากัน สร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีลักษณะดังกล่าวแต่เล็กกว่า ใหญ่กว่า สร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีมุมฉากสี่มุม มีมุมฉากสามมุม สองมุม หรือหนึ่งมุม ว่าสามารถทำได้หรือไม่ เป็นต้น

3. การแสดงความคิดเห็น (Explication)

ขั้นนี้นักเรียนจะสามารถแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนความคิดหรือความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่ได้จากการสังเกต บทบาทของครูในขั้นนี้จะน้อยลง ครูมีหน้าที่ช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาได้ถูกต้องเหมาะสม ในขั้นนี้ระบบความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ จะเกิดขึ้นและค่อยๆ ชัดขึ้น ในกรณีของสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนนักเรียนจะสามารถอภิปรายกันเองหรือกับครูว่าเป็นรูปใด มีสมบัติใด ความสัมพันธ์เป็นอย่างไร โดยสังเกตได้จากการทำกิจกรรม

4. การศึกษาอย่างอิสระ (Free Orientation)

ในขั้นนี้ครูจะให้นักเรียนทำกิจกรรมหรืองานที่ซับซ้อนมากขึ้น เป็นกิจกรรมที่มีหลายขั้นตอนทำได้หลายวิธี และบางครั้งเป็นกิจกรรมปลายเปิด นักเรียนต้องสร้างหรือหาวิธีการเอง นักเรียนจะได้ประสบการณ์ในการหาวิธีการของตนเองที่จะทำงานให้เสร็จ การทำเช่นนี้นำไปสู่การสำรวจและทำให้ความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่เรียนชัดเจนมากขึ้นอย่างเห็นได้ชัด เช่น กิจกรรมให้นักเรียนพับกระดาษแผ่นหนึ่งแล้วพับครึ่งอีกครั้งหนึ่ง ดังรูป a แล้วตัดมุม ดังรูป b



ภาพประกอบ 4 ตัวอย่างกิจกรรมของการศึกษาอย่างอิสระ

ให้นักเรียนจินตนาการก่อนตัดว่าเมื่อคลี่กระดาษแล้วจะได้รูปใด ให้อธิบายคำตอบจะได้รูปใดถ้าตัดเป็นมุม $30^\circ, 45^\circ$ เส้นทะแยงมุมของรูปที่ตัดออกมาจะเป็นอย่างไร จุดตัดกันของเส้นทะแยงมุมจะอยู่ที่ใด ทำไมพื้นที่ของสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนจึงเป็นครึ่งหนึ่งของผลคูณของเส้นทะแยงมุม

5. การบูรณาการ (Integration)

ในขั้นนี้นักเรียนจะทบทวนและสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว เพื่อให้เห็นภาพรวมของความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนไปแล้ว ครูมีหน้าที่ช่วยในการสังเคราะห์ภาพรวมที่ได้เรียนไปเพิ่มเติม แล้วให้สังเกตว่าในขั้นนี้จะไม่มีการเสนอสิ่งใหม่ๆ จะมีการสรุปความเป็นมาของสมบัติเหล่านั้น

เมื่อจบขั้นที่ 5 นักเรียนจะมีระดับการคิดขั้นไปสู่ขั้นใหม่ ระดับการคิดใหม่จะไปปรับระดับความคิดเดิม นักเรียนก็พร้อมจะรับประสบการณ์เพื่อก้าวไปสู่ระดับความคิดในขั้นถัดไป

นอกจากนี้ยังมีนักวิจัยและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 272) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับชั้นต่างๆ เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้และนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะ สามารถอธิบายสิ่งแวดล้อมที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวัน มีความเข้าใจและซาบซึ้งในวิชาเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาและการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป

โกมล ไพศาล (2540 : 22) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตควรดำเนินการดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
2. ทบทวนความรู้ที่เป็นพื้นฐานของสิ่งที่จะเรียนต่อไป
3. การจัดกิจกรรมที่นักเรียนต้องศึกษาโดยการสังเกตและสำรวจ เพื่อให้เห็นแนวทางในการสรุปมโนมติหรือแก้ปัญหาโจทย์
4. การสอนบทนิยาม ทฤษฎีบท และบทสร้าง ควรให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม เช่น ใช้วิธีการถามตอบ ใช้อุปกรณ์การสอนสำเร็จรูปและการเขียนรูปในแต่ละขั้นตอน จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่ต้องการ
5. การสอนแบบผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง เน้นการศึกษาในลักษณะการค้นพบด้วยตนเอง ให้ผู้เรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่ผู้เรียนเห็นว่าสำคัญ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2541 : 65-68) กล่าวถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต ควรเอื้อต่อการค้นพบ เพื่อเสริมสร้างความรู้ ความเข้าใจ และเพื่อให้เกิดมโนมติต่างๆ ทางเรขาคณิต กิจกรรมต่างๆ ควรท้าทาย น่าสนใจ เปิดโอกาสให้เด็กได้ทดลองปฏิบัติ สังเกต สัมผัส สำรวจ วิพากษ์วิจารณ์ พูด คิด แก้ปัญหา และแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมเรขาคณิตเพื่อให้เกิดวิสัยทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความรู้สึกเชิงปริภูมิ ตลอดจนการสร้างเจตคติที่ดี การสร้างสุนทรีย์ทางเรขาคณิต เพื่อให้เห็นถึงความงดงามของคณิตศาสตร์กับศิลปะเป็นสิ่งที่ครูควรตระหนักด้วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต

วรรณวิภา สุทธเกียรติ (2542 : 27) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตต้องอาศัยบทบาทของครูในการกำหนดกิจกรรม การวางขั้นตอนที่เหมาะสม รวมทั้งบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้สิ่งต่างๆ และให้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเพื่อค้นพบสิ่งใหม่ๆ ซึ่งเป็นสิ่งท้าทายความสามารถ ความอยากรู้อยากเห็นตามลักษณะวัยของนักเรียน เพื่อทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และยังส่งผลให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีจินตนาการพร้อมที่จะแก้ปัญหาต่างๆ

สมเดช บุญประจักษ์ (สสวท. 2544ข. : 2) กล่าวว่า เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเรขาคณิต สามารถใช้ความรู้และเชื่อมโยงความรู้เรขาคณิตกับความรู้แขนงอื่นๆ ได้ ผู้เรียนจะต้องได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ โดยเริ่มจากกิจกรรมง่ายๆ ไปสู่สถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย ผู้เรียนจะต้องทำการสืบค้น ทดลองและสำรวจ สิ่งที่อยู่รอบตัว เช่น ฝึกการนึกภาพ วาดภาพ และเปรียบเทียบรูปร่างในตำแหน่งต่างๆ กัน

ดังนั้น ในการวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียน ผู้วิจัยจึงเน้นการจัดการเรียนการสอนโดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ง่ายไปยาก โดยคำนึงถึงระดับขั้นพัฒนาการทางความคิดทางเรขาคณิตของแวนฮีลี ซึ่งครูมีบทบาทในการกำหนดกิจกรรม และการวางขั้นตอนที่เหมาะสม กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้ เน้นกิจกรรมที่ท้าทายน่าสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติ สังเกต พูด แก้ปัญหาและแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจ และเพื่อให้เกิดมโนมติทางเรขาคณิต

5. ความสำคัญของความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเรื่องที่ถูกบรรจุไว้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เป็นเรื่องที่จะทำให้นักเรียนสามารถอธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้ ซึ่งนักเรียนทุกคนควรจะเรียน สอดคล้องกับเฮล็อค (Haylock. 2001 : 257) ที่กล่าวว่า การเรียนเรขาคณิตนักเรียนทุกคนควรจะเรียนเกี่ยวกับการนึกภาพ การอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และฝึกให้นักเรียนใช้ภาษาทางเรขาคณิตอย่างถูกต้อง โดยเฉพาะอย่างยิ่งชนิดของรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยม ปริซึมและพีระมิด การสร้างและการวาดรูปเรขาคณิตสองและสามมิติอย่างถูกต้อง ตระหนักถึงลักษณะเด่นของรูปเรขาคณิตสองและสามมิติ รวมถึงมุม หน้า เส้นคู่ขนานและการสมมาตร เพื่อใช้ในการแยกชนิดของรูปเรขาคณิต การนึกภาพสามมิติจากรูปวาดสามมิติ

นอกจากนี้ เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติยังเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงปริภูมิ เพราะความรู้สึกเชิงปริภูมิเป็นความรู้สึกที่เรามีโดยสัญชาตญาณเกี่ยวกับมิติของสิ่งต่างๆ รวมถึงองค์ประกอบของสิ่งนั้น เช่น ความกว้าง

ความยาว ความสูง ความลึก ความหนา ความชัน ความคล้าย ความขนาน การสมมาตร หรือความเท่ากันทุกประการ ตลอดจนความรู้สึกที่เรามีต่อภาพจำลอง (image) ของสิ่งของที่อยู่ในตำแหน่งต่างๆ กัน (สสวท. 2546 : 1)

แนวทางในการจัดกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิด้านต่างๆ (สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. 2545 : 9-10) มีดังนี้

1. การจำแนกรูปต่างๆ ครูผู้สอนอาจจะให้นักเรียนจำแนกรูปร่างของวัตถุโดยการสัมผัส หรืออาจจะให้นักเรียนดูภาพของรูปเรขาคณิตต่างๆ และบอกชื่อของรูปเรขาคณิตนั้นๆ หรืออาจจะแจกไม้ขีดให้นักเรียนแล้วให้สร้างรูปเรขาคณิตต่างๆ จากไม้ขีดเหล่านั้น กิจกรรมต่างๆ เหล่านี้จะช่วยให้เด็กเรียนรู้ถึงความคล้ายคลึงและความแตกต่างกันระหว่างสิ่งของหรือวัตถุต่างๆ และเป็นจุดเริ่มต้นที่ดีในการปลูกฝังแนวคิดเกี่ยวกับจุด มุม เส้นตรง เส้นโค้ง

2. สมบัติของรูปเรขาคณิตต่างๆ ครูอาจจัดกิจกรรมเทสเซลเลชัน (tessellation) ซึ่งเป็นการนำรูปหรือชิ้นส่วนต่างๆ มาประกอบกันโดยไม่ให้เหลือช่องว่างระหว่างรูปแต่ละชิ้น กิจกรรมนี้จะทำให้เด็กเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับมุมฉาก ทั้งยังเป็นการวางพื้นฐานในเรื่องระนาบ การนำชิ้นส่วนต่างๆ มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติจะช่วยเสริมสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการสมมาตรและการหมุน

3. ความสัมพันธ์ระหว่างรูปร่างต่างๆ เช่น การจัดกิจกรรมเสริมทักษะเกี่ยวกับการหาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการนั้น สามารถนำมาประกอบเป็นรูปอะไรได้บ้าง หรือการประกอบรูปที่ใหญ่ขึ้นจากรูปชนิดเดียวกันหลายๆ รูป เช่น การนำชิ้นส่วนรูปตัวแอลมาประกอบกันเป็นรูปตัวแอลที่ใหญ่ขึ้น เป็นต้น

4. รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การให้นักเรียนหารูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติเป็นกิจกรรมหนึ่งที่ช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิหรือครูอาจจัดกิจกรรมให้เด็กเรียงลูกบาศก์โดยดูจากภาพจำลองโดยเริ่มจากภาพที่ไม่มีความซับซ้อนมากนัก

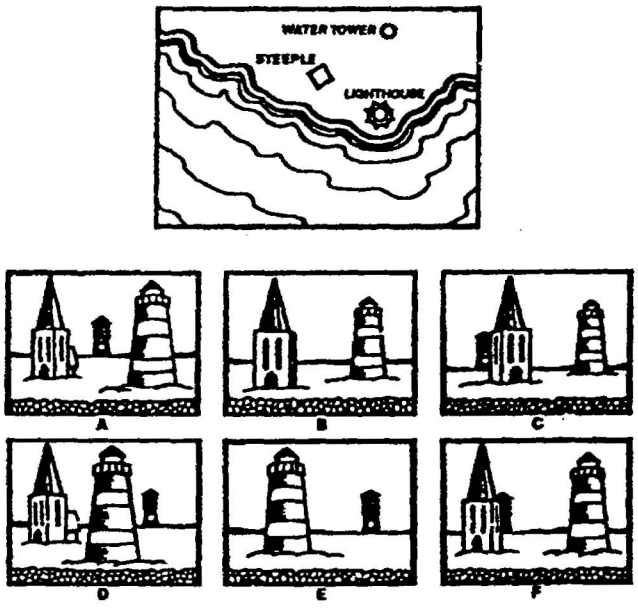
จากแนวทางในการจัดกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิดังกล่าว จะเห็นว่าการเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติเป็นสิ่งที่ช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิของนักเรียน และยังเป็นเรื่องที่ฝึกทักษะการนึกภาพเชิงปริภูมิ ซึ่งเป็นสิ่งที่จำเป็นในการเรียนเรขาคณิต ซึ่งสอดคล้องกับลาพแพนและแชรม ที่กล่าวว่า ทักษะการนึกภาพเชิงปริภูมิเกี่ยวข้องกับการจินตนาการ การมองเห็นภาพและความคิดรวบยอดเชิงปริภูมิและการเน้นกิจกรรมที่ใช้การนำเสนอแบบรูปธรรมเพื่อปรับปรุงการรับรู้ของความสัมพันธ์เชิงปริภูมิ (Geddes & Fortunato. 1993 : 208 ; citing Lappan & Schram. 1989 : 14–30) นอกจากนี้การมีทักษะการนึกภาพที่ดีเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับบุคคลหลายอาชีพ ได้แก่ จิตรกร ช่างตัดผ้า ช่างเทคนิค วิศวกร ช่างเขียนแบบ นักออกแบบ ช่างไม้ ช่างพิมพ์ สถาปนิก และศัลยแพทย์ เป็นต้น บุคคลเหล่านี้จำเป็นต้องมีความสามารถในการนึกภาพและจัดการเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

สามมิติ ซึ่งเราสามารถพัฒนาทักษะนี้โดยการสร้างตัวแบบ (model) การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติและการศึกษาสิ่งเหล่านี้ (Maletsky. 1987 : 9)

ตัวอย่างกิจกรรมการนึกภาพเชิงปริภูมิ

หลักสูตรการเรียนเรขาคณิตของประเทศต่างๆ ได้มีการพัฒนานวัตกรรมและออกแบบกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการนึกภาพเชิงปริภูมิ ดังตัวอย่างต่อไปนี้ (Geddes & Fortunato. 1993 : 208)

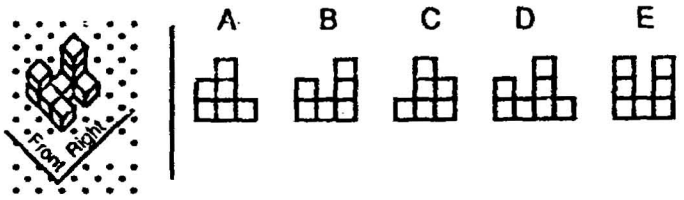
1. กิจกรรมในหลักสูตรของประเทศเนเธอแลนด์ ได้ฝึกการนึกภาพเชิงปริภูมิโดยการกำหนดภาพถ่ายปริศนาที่มีลักษณะคล้ายกัน 1 ชุด ซึ่งเป็นการถ่ายภาพของคนที่อยู่บนเรือขณะที่เรือกำลังแล่น โดยเรียงลำดับภาพจากจุดบอกตำแหน่ง (ประภาคาร (lighthouse), หอเก็บน้ำ (water tower) และหอคอยทรงแหลม (steeple)) จากนั้นคนถ่ายรูปได้ทำภาพหล่นทำให้ภาพผสมกัน ไม่เรียงลำดับ จากภาพที่แสดงนักเรียนสามารถเรียงลำดับภาพได้หรือไม่



ภาพประกอบ 5 ตัวอย่างกิจกรรมในหลักสูตรประเทศเนเธอแลนด์

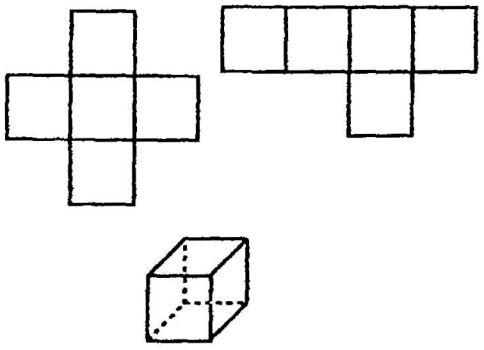
2. กิจกรรมการฝึกการนึกภาพเชิงปริภูมิสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศสหรัฐอเมริกา ได้แก่ กิจกรรมการสร้างบล็อก การวาดและการสร้างรูปทรงจากลูกบาศก์ นักเรียนเรียนรู้ความสัมพันธ์ระหว่างรูปทรงกับการวาดรูปของรูปทรงนั้น การวาดรูปทรงลงบนกระดาษจุดไอโซเมตริก และการสร้างรูปทรงจากรูปไอโซเมตริก การนำเสนอของรูปสองมิติใน

ลักษณะมุมมองต่างๆ ของรูปสามมิติ และเค้าโครงฐาน (map plan) ซึ่งเป็นการอธิบายฐานของรูปทรงที่สร้างจากลูกบาศก์โดยใช้สี่เหลี่ยมและตัวเลขในแต่ละช่องสี่เหลี่ยมที่บอกว่ามีลูกบาศก์ซ้อนขึ้นไปจำนวนเท่าไร ตัวอย่างกิจกรรม ได้แก่ รูปต่อไปนี้ซึ่งแสดงรูปวาดของรูปทรงที่สร้างจากลูกบาศก์โดยวาดจากมุมมองด้านหน้าและด้านขวา จงหามุมมองด้านหลัง



ภาพประกอบ 6 กิจกรรมการฝึกการนึกภาพเชิงปริภูมิสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

3. หลักสูตรคณิตศาสตร์ของแคลิฟอร์เนีย ได้นำเสนอบทเรียนที่เน้นการเรียนเรขาคณิตโดยการพัฒนาการนึกภาพเชิงปริภูมิ ซึ่งฝึกโดยใช้รูปคลี่ของกล่องนมที่มี 5 ชิ้นส่วน ดังรูป และใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ชื่อว่า แฟคทอรี (Factory)



ภาพประกอบ 7 ตัวอย่างกิจกรรมในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของแคลิฟอร์เนีย

จากตัวอย่างกิจกรรมและความสำคัญดังกล่าว จะพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่วนใหญ่จะเน้นการปฏิบัติกิจกรรมซึ่งมีทั้งที่ใช้และไม่ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการปฏิบัติและการใช้กิจกรรมที่หลากหลาย ซึ่งมีการแทรกการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในหน่วยการเรียนที่ 3 การวาดรูปและการประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติ เพื่อช่วยทบทวนเกี่ยวกับการมองภาพและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจและเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต และเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ดังต่อไปนี้

6.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศ

ลาพแพนและวินเทอร์ (Lappan & Winter. 1982 : 118-129) ได้ศึกษากิจกรรมเพื่อพัฒนาการนึกภาพเชิงปริภูมิของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกิจกรรมมีชื่อว่า Buildings and Plans หรือ การสร้างและแบบ ซึ่งประกอบด้วย 5 กิจกรรมได้แก่ การจับคู่รูปทรงที่สร้างจากลูกบาศก์และแบบ การวาดแบบ การสร้างรูปทรงโดยใช้ลูกบาศก์จากแบบที่กำหนดให้ การวัดและการออกแบบ และการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติ พบว่า กิจกรรมนี้ช่วยเพิ่มความสามารถของนักเรียนในการนึกภาพวัตถุสามมิติและการเขียนรูปมุมมองสองมิติจากวัตถุนั้น และจากกิจกรรมการวาดรูปทรงสามมิติพบว่านักเรียนบางคนมองวัตถุสามมิติแล้วสามารถหมุนภาพในใจเพื่อวาดมุมมองด้านอื่นได้ แต่นักเรียนบางคนต้องหมุนวัตถุจริงๆ จึงจะสามารถวาดมุมมองด้านอื่นได้

อิซาร์ด (Izard. 1990 : 44-47) ได้ศึกษาถึงกิจกรรมการใช้ปริศนาสามมิติสำหรับสร้างประสบการณ์เพื่อพัฒนาความสามารถในการนึกภาพเชิงปริภูมิและการแก้ปัญหาของนักเรียน อิซาร์ดได้ศึกษานักเรียนระดับเกรดสี่ถึงเกรดเก้าโดยใช้ปริศนาสามมิติซึ่งเป็นลูกบาศก์ที่ทำจากไม้ประกอบกันในลักษณะต่างๆ ให้เป็นชุดของรูปทรงจำนวน 7 ชิ้น แล้วให้นักเรียนเลือกปริศนาสามมิติจำนวน 2 ชิ้นหรือมากกว่า จากทั้งหมด 7 ชิ้น นำมาประกอบกันให้เหมาะสมกับรูปทรงที่กำหนดให้ และนำเสนอรูปทรงที่ประกอบได้ในลักษณะรูปสองมิติ จากการศึกษาพบว่านักเรียนบางคนสามารถทำงานเสร็จสมบูรณ์ได้ในเวลาไม่ถึง 1 นาที ในขณะที่บางคนไม่สามารถทำงานได้เสร็จสมบูรณ์ในเวลา 15 นาที และเขาแนะนำว่าประสบการณ์นี้สามารถทำให้นักเรียนมีความรู้เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปสองมิติและรูปทรงจริงๆ

โมสส์ (Moses. 1990 : 59-63) ได้สร้างกิจกรรมที่ชื่อว่า "การออกแบบสถานีอวกาศ" ซึ่งเน้นการพัฒนาทักษะเชิงปริภูมิของนักเรียน เพื่อให้เห็นแบบ การสร้างตัวแบบ การแสดงรูปภาพสามมิติในมุมมองต่างๆ และการแปลงของรูป ซึ่งกิจกรรมนี้เหมาะสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อฝึกฝนการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับมโนมติของพื้นที่ผิวและปริมาตรรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ และการนึกภาพเชิงปริภูมิ โดยใช้เวลาทั้งหมด 4 สัปดาห์ หลังจากที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนี้พบว่านักเรียนได้รับความสนุกสนานเพลิดเพลินและนักเรียนจำนวนมากมีการพัฒนาความคิดเชิงปริภูมิมากขึ้น

ซรอยด์ (Sgroi. 1990 : 21-23) ได้สร้างกิจกรรมพัฒนาการสื่อสารเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงปริภูมิของรูปเรขาคณิต กิจกรรมนี้ให้ความสำคัญกับการนึกภาพและการสื่อสารและใช้กับนักเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษาจนถึงนักศึกษาระดับปริญญาตรี การจัดกิจกรรมเริ่มต้นจากสิ่งที่ง่ายไปยาก โดยการนึกภาพเริ่มจากรูปเรขาคณิตสองมิติไปสู่รูปเรขาคณิตสามมิติ กิจกรรมนี้ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิและสร้างความเชื่อมั่นในความสามารถทางการนึกภาพแก่นักเรียน และเขาได้แนะนำว่าการนึกภาพเชิงปริภูมิต้องอาศัยความสามารถในการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารควบคู่กันไป

เบนเชม ลาพแพนและฮวง (Clement & Battista. 1992 : 446 ; citing Ben Chaim, Lappan & Houang. 1988) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตที่ฝึกความสามารถในการนึกภาพเชิงปริภูมิ โดยทดลองกับนักเรียนเกรด 5-8 เป็นเวลา 3 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนเกรด 7 เป็นนักเรียนที่ฝึกฝนการนึกภาพเชิงปริภูมิแล้วได้ผลดีที่สุด และได้แนะนำว่ากิจกรรมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้รูปทรงจะสามารถเพิ่มสัดส่วนของนักเรียนให้มีความสามารถในการนึกภาพ

6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

กรองทิพย์ พงษ์ลิมศรี (2535 : 41-47) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสอนการพิสูจน์เรื่องการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาและนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 ซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอน โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

กฤษฎา ศรีชนะ (2537 : 72-79) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ ความคิดสร้างสรรค์ ในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิตที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับวิธีสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ ความคิดสร้างสรรค์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01

สุจิรา มุสิกะเจริญ (2542 : 49-50) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศิลปากร จังหวัดนครปฐม ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้โปรแกรม The Geometer 's Sketchpad จัดกิจกรรมเป็น 3 ขั้นตอน คือ สร้างรูป ทดลอง (ลองผิดลองถูก) และหาข้อสรุป ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่องเส้นขนานและความคล้ายไม่แตกต่างจากนักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุกัญญา ยีกา (2545 : 40-44) ได้ทำการวิจัยโดยการสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิตการแปลงสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยเนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาที่อยู่นอกเหนือจากหลักสูตรปกติ ได้แก่ ความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตและคู่อันดับ การเลื่อน การหมุนและการสะท้อน การแก้ปัญหาและบทประยุกต์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนคันนายาว (ธารินเจริญสงเคราะห์) กรุงเทพฯ ผลการทดลอง ปรากฏว่า นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องเรขาคณิตการแปลงมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1 สรุปได้ว่านักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรขาคณิตการแปลงโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต พบว่าในด้านวิธีการสอนส่วนมากเป็นการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีสอนแบบปกติกับวิธีสอนแบบต่างๆ โดยเนื้อหาเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ เรื่องเส้นตรงและมุม ความยาว พื้นที่และปริมาตร เส้นขนาน ความคล้าย ความเท่ากันทุกประการ วงกลม ทฤษฎีบทปีทาโกรัส และพื้นที่ผิวและปริมาตร สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาเรื่องใหม่ที่เพิ่มเข้ามาในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้แก่ งานวิจัยของ สุกัญญา ยีกา (2545 : บทคัดย่อ) ที่ศึกษาเรื่องเรขาคณิตการแปลง โดยการสร้างชุดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ปรากฏว่านักเรียนสามารถเรียนได้ แต่งานวิจัยนี้ไม่ได้ศึกษากับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา และเมื่อพิจารณาเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติจะเห็นว่าในต่างประเทศมีงานวิจัยหลายชิ้นที่ออกแบบกิจกรรม เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ โดยมีลักษณะกิจกรรมที่แตกต่างกันออกไปในหลายระดับชั้น และงานบางชิ้นได้มีการเน้นการฝึกทักษะ/กระบวนการควบคู่ไปด้วย สำหรับในประเทศไทย เนื่องจากเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติเป็นอีกเรื่องหนึ่งที่ได้รับการบรรจุลงในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2544 ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) แต่ยังไม่มีแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องนี้ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทที่ 3
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) มาจำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน จากจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 315 คน ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถทางการเรียนโดยใช้ผลการเรียนของนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อจัดนักเรียนที่มีผลการเรียนในระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ห้องเดียวกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยประกอบด้วย

    1.1 คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

    1.2 บทเรียน

    1.3 แผนการจัดการเรียนรู้

    1.4 โปรแกรมการวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1.1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

1.1.1 คู่มือการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสสวท. (กรมวิชาการ. 2534)

1.1.2 คู่มือการประเมินผลการเรียน ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสสวท. (กรมวิชาการ. 2535)

1.1.3 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสสวท. (สสวท. 2535)

1.1.4 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ สสวท. (สสวท. 2544)

1.1.5 คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาของสสวท. (สสวท. 2546)

1.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เพื่อเตรียมการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน โดยศึกษาจากหนังสือและเอกสาร ดังนี้

1.2.1 Cornerstone Mathematics Book 1 ของ A.Bourke and other

1.2.2 Ruins of Montarek ของ Glenda Lappan and other

1.2.3 Maths in Building ของ Sue Thomson & Ian Forster

1.2.4 Mechanical Aptitude & Spatial Relations Tests ของ Joan u. Levy & Norman Levy

1.2.5 Mathematics for Elementary Teachers : A contemporary Approach ของ Garry L. Musser & William F. Burger

1.2.6 Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards ของ Thomas E. Rowan & Lorna J. Morrow

1.2.7 Guiding Children 's Learning of Mathematics ของ Kennedy & Tipps

1.2.8 Mathematics Methods for the Elementary and Middle School ของ Mary M. Hatfield, Nancy Tanner Edwards & Gary G. Bitter

1.2.9 Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics ของ Douglas E. Cruikshank & Linda Jensen Sheffield

1.2.10 Problems Problems Problems Volume 2, 4, 6 จาก Canadian Mathematics Competition

1.2.11 Math in my world V.2, 3, 4 ของ Douglas H. Clement, Kenneth W. Jones Lois Gordon Moseley & Linda Sculman

1.2.12 Elementary and Middle School Mathematics : Teaching Developmentally ของ John A. Van De Wall

1.2.13 Primary Mathematics 6A Workbook ของ Kho Tek Hong

1.2.14 Challenging Mathematics 5 ของ David Chua & Samantha Lim

1.2.15 Step – by – Step Mathematics 4 ของ Casco Publications Pte Ltd.

1.3 ศึกษาตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติจากเว็บไซต์ (Website) ดังนี้

1.3.1 http://mathforum.org/workshops/sum98/participants/sanders/

1.3.2 http://mathforum.org/sum95/suzanne/whattess.html

1.3.3 http://illuminations.nctm.org/lessonplans/6-8/geomiddlegrades /index.html

1.3.4 http://illuminations.nctm.org/imath/6-8/ isometric/index.html

1.4 กำหนดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาขึ้น 4 หน่วยการเรียน ใช้เวลาในการทดลองทั้งหมด 18 ชั่วโมง 30 นาที ได้แก่

1.4.1	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ	5 ชั่วโมง
1.4.2	การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ	3 ชั่วโมง

1.4.3 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต 6 ชั่วโมง

1.4.3.1 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต 3 ชั่วโมง

1.4.3.2 การวาดรูปจากโปรแกรม 3 ชั่วโมง

1.4.4 การประยุกต์ 3 ชั่วโมง

1.4.5 เวลาที่ใช้ในทดสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที

ขั้นที่ 2 การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ดังต่อไปนี้

2.1 กำหนดกรอบเนื้อหาและรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอน โดยแบ่งเป็น 4 หน่วยการเรียน ซึ่งมีรายละเอียดของเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียน ดังนี้

2.1.1 รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ชั่วโมงที่ 1-2 ลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ชั่วโมงที่ 3 รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ชั่วโมงที่ 4 การประกอบรูปเรขาคณิตสามมิติ

ชั่วโมงที่ 5 การแก้ปัญหารูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ

2.1.2 การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ

ชั่วโมงที่ 6 การมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

ชั่วโมงที่ 7 การเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านบน

ชั่วโมงที่ 8 การสร้างแบบฐาน (base plan)

2.1.3 การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต

ชั่วโมงที่ 9 การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยการมองแบบภาพสองมิติ

ชั่วโมงที่ 10-11 การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก

ชั่วโมงที่ 12-14 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตจากโปรแกรม

2.1.4 การประยุกต์

ชั่วโมงที่ 15-16 พื้นที่ผิวและปริมาตร

ชั่วโมงที่ 17 การออกแบบลวดลายจากภาพเทสเซลเลชัน (tessellation)

2.2 จัดทำคำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย

2.2.1 หลักการและเหตุผล

2.2.2 วัตถุประสงค์

2.2.3 เนื้อหา

2.2.4 แนวทางในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

2.2.5 ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนการสอน

2.2.6 ข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

2.3 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในแต่ละแผน ประกอบด้วย

2.3.1 ชื่อเรื่อง

2.3.2 เวลาที่ใช้

2.3.3 สาระการเรียนรู้

2.3.4 จุดประสงค์การเรียนรู้

2.3.5 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

2.3.6 เนื้อหา

2.3.7 สื่อการเรียนรู้

2.3.8 กิจกรรมการเรียนรู้

2.3.9 การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

2.4 จัดเตรียมโปรแกรมการวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เป็นโปรแกรมของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2002 : Online) ที่ผู้วิจัยได้ดาวน์โหลด (download) โปรแกรมมาจาก http://illuminations.nctm.org/imath/6-8/isometric/index.html เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยใช้คอมพิวเตอร์

2.5 นำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ตั้งแต่ข้อ 2.1-2.4 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน ตรวจแก้ไขปรับปรุงเพื่อพิจารณาความเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่องพร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

2.6 นำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

2.7 นำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ให้พิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย

2.8 นำกิจกรรมการเรียนการสอนไปทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเสิงสางที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 45 คน เพื่อดูความชัดเจนของภาษา ความเหมาะสมของขั้นตอนในการสอน ตลอดจนระยะเวลาที่ใช้

2.9 นำกิจกรรมการเรียนการสอนจากข้อ 2.8 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปใช้ในการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ดังนี้

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อทดสอบของ ชวาล แพรัดกุล (2520 : 1-49) การวัด การวิเคราะห์การประเมินทางการศึกษาเบื้องต้นของ กังวล เทียนกัณฑ์เทศน์ (2540 : 92-112) การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ของ พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538 : 13-27) และเทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ของ ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 196-198)

2. วิเคราะห์เนื้อหา สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 9 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามที่กำหนด

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ทั้งแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกและอัตนัยที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพ ความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณา ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติทั้งแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกและอัตนัย ที่ได้รับจากการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยคัดเลือกแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ จากทั้งหมด 45 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ จากทั้งหมด 9 ข้อ

6. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในข้อ 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียนจำนวน 45 คน ที่ผ่านการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติมาแล้ว จากข้อ 2.8 โดยใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

7. นำแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกที่ได้จากการทดลองในข้อ 6 มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 - 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไป จำนวน 35 ข้อ

8. นำแบบทดสอบอัตนัยที่ได้จากการทดลองในข้อ 6 มาหาค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนก คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20-0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไป จำนวน 5 ข้อ

9. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับ ซึ่งเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกและอัตนัยที่ได้ในข้อ 7 และ 8 มาหาค่าความเชื่อมั่น โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) พบว่า ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเท่ากับ 0.85

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยสอนในเวลาปกติ ใช้เวลาทั้งหมด 17 ชั่วโมง

2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยใช้เวลาทดสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที

3. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ดังนี้

3.1 แบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ตรวจให้คะแนนโดยข้อที่เลือกตอบถูกต้องให้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบให้ 0 คะแนน

3.2 แบบทดสอบอัตนัยข้อละ 3 คะแนน โดยใช้เกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนดังนี้

3.2.1	วิธีคิดถูกต้อง	1	คะแนน
3.2.2	เหตุผลถูกต้อง	1	คะแนน
3.2.3	คำตอบถูกต้อง	1	คะแนน

4. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มาวิเคราะห์หาค่าสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อ 1 ที่ว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

5. นำผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมาทดสอบสมมติฐานข้อ 2 ที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1.2 ทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อ 1 ที่ว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนของประชากรโดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z – test for Population Proportion)

1.3 ทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อ 2 ที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้การทดสอบไคสแควร์ทดสอบความเป็นอิสระของ 2 ตัวแปร (Chi-Square Test for Independence of Two Variables) โดยที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน แบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับความสามารถสูง ปานกลางและต่ำ โดยพิจารณาตามเกณฑ์ที่ชวาล แพรัตกุล (2518 : 367-377) เสนอไว้ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ระหว่าง 25-75

ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ แบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในระดับความสามารถสูง ปานกลางและต่ำ โดยพิจารณาตามเกณฑ์เดียวกัน ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ระหว่าง 25-75

ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ ได้แก่ ค่า IOC ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

2.3 สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ สถิติทดสอบ Z (Z – test for Population Proportion) และการทดสอบไคสแควส์ทดสอบความเป็นอิสระของ 2 ตัวแปร (Chi-Square Test for Independence of Two Variables)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียน 45 คน โดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

5. การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

6. การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	45	50	32.33	64.66	8.42

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 45 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 32.33 คิดเป็นร้อยละ 64.66 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 8.42

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ประกอบด้วย 2 ส่วน ได้แก่ แบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และแบบทดสอบอัตนัย ซึ่งรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูลของแบบทดสอบ ปรากฏผลดังข้อ 2 และ 3 ดังนี้

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	45	35	22.64	64.69	5.64

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบปรนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 45 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 22.64 คิดเป็นร้อยละ 64.69 ของคะแนนเต็มและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 5.64

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	45	15	9.69	64.60	3.35

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบอัตนัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 45 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 9.69 คิดเป็นร้อยละ 64.60 ของคะแนนเต็มและมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 3.35

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	45	38	84.44

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็มหรือตั้งแต่ 25 คะแนนขึ้นไปของคะแนนเต็ม 50 คะแนน มีจำนวน 38 คน คิดเป็นร้อยละ 84.44 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในชั้น

5. การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ปรากฏผลดังตาราง 6

ตาราง 6 การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าสถิติ Z	ค่าวิกฤติ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	45	38	2.114*	1.645

* มีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จากตาราง 6 แสดงให้เห็นว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6. การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้แบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับความสามารถสูง ปานกลางและต่ำ โดยพิจารณาตามเกณฑ์ ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ระหว่าง 25-75

ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติแบ่งเป็น 3 ระดับ ได้แก่ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในระดับความสามารถสูง ปานกลางและต่ำ โดยพิจารณาตามเกณฑ์เดียวกัน ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ระหว่าง 25-75

ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

ปรากฏผลดังตาราง 7

ตาราง 7 การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียน (คน)			รวม	ค่าสถิติ (χ^2)	ค่าวิกฤติ
(คน)	ต่ำ	ปานกลาง	สูง			
ต่ำ	9	10	0	19		
ปานกลาง	1	8	4	13	17.216	13.28**
สูง	1	5	7	13		
รวม	11	23	11	45		

** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

จากตาราง 7 แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทที่ 5
สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

1. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 45 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังต่อไปนี้

2.1 กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยประกอบด้วย

2.1.1 คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

2.1.2 บทเรียน

2.1.3 แผนการจัดการเรียนรู้

2.1.4 โปรแกรมการวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. วิธีดำเนินการวิจัย มีขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ดังนี้

3.1 ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 45 คน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาทั้งหมด 17 ชั่วโมง

3.2 เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนครบ 17 ชั่วโมง ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

3.3 ตรวจผลการทดสอบ โดยการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ ข้อที่ตอบถูก ให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย ข้อละ 3 คะแนน

4. การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลตามลำดับ ดังนี้

4.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

4.2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

4.3 การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบเกี่ยวกับสัดส่วนของประชากรโดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z – test for Population Proportion)

4.4 การทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัย

สร้างขึ้น โดยใช้การทดสอบไคสแควร์ทดสอบความเป็นอิสระของ 2 ตัวแปร (Chi-Square Test for Independence of Two Variables)

สรุปผลการวิจัย

1. จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ที่ระดับนัยสำคัญ .01

อภิปรายผล

จากการทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถพิจารณาเป็นประเด็นได้ดังนี้

1. ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่านักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้อาจเนื่องจาก

1.1 กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย บทเรียน ใบกิจกรรม ซึ่งผู้วิจัยใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย มีการเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก โดยในช่วงแรกมีการเรียนพื้นฐานเกี่ยวกับลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนคุ้นเคยมาแล้วในระดับประถมศึกษา จากนั้นเป็นเรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตและการประยุกต์ ซึ่งจะเห็นว่าค่อยๆ เพิ่มความซับซ้อนและความยากขึ้นตามลำดับ

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยใช้วิธีการสอนที่หลากหลายโดยเน้นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา พูด สังเกตและปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ด้วยตนเองตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดการทำกิจกรรม โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนต้องการ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของกัทธรี (E.R.Guthrie) ที่ว่า การเรียนรู้เกิดจากการกระทำ (มาลินี จุฑะรพ. 2537 : 84) โดยกิจกรรมที่ใช้เป็นรูปแบบที่หลากหลาย มีการใช้สื่อการเรียนรู้ที่มีเป็นรูปธรรมที่หลากหลาย ง่ายต่อการทำความเข้าใจเนื้อหาที่เรียน มีการนำเทคโนโลยีมาใช้ โดยให้นักเรียนได้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อเรียนรู้

เนื้อหาบางส่วนในหน่วยที่ 3 เรื่องการวาดและการประดิษฐ์รูปเรขาคณิต โดยเป็นโปรแกรมการวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาที่ผู้วิจัยดาวน์โหลด (download) มาจาก http://illuminations.nctm.org/imath/6-8/ isometric/index.html ซึ่งมีเมนูและคำสั่งในโปรแกรมเป็นภาษาอังกฤษ ทำให้ในช่วงแรกๆ นักเรียนบางคนยังสับสนการใช้คำสั่ง แต่เนื่องจากนักเรียนให้ความสนใจ มีความกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้เพราะเป็นสิ่งแปลกใหม่ และนักเรียนทุกคนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถปฏิบัติกิจกรรมได้ดี และเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของออสตา (Clement & Battista. 1992 : 452 ; citing Hershkowitz. 1990) ที่ศึกษาการนำเสนอรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะของรูปสองมิติของนักเรียนเกรด 8 และ 9 โดยกำหนดสถานการณ์ปัญหาต่างๆ ให้นักเรียนออกแบบ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการนำเสนอรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติในลักษณะต่างๆ ซึ่งการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยให้นักเรียนเข้าใจในสถานการณ์ปัญหาได้เป็นอย่างดี

1.3 นักเรียนมีความสนใจและตั้งใจเรียนดีมาก ซึ่งจะเห็นได้จากการซักถามในชั้นเรียน การปฏิบัติกิจกรรม และมีการเตรียมตัวอ่านบทเรียนล่วงหน้าก่อนเรียน สาเหตุของความสนใจอาจเป็นเพราะว่า เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเนื้อหาวิชาใหม่ และลักษณะของเนื้อหา ที่มีลักษณะท้าทายความสามารถของผู้เรียน จะเห็นได้ว่า บทเรียนและใบกิจกรรมมีตัวอย่าง รูปภาพประกอบเนื้อหาและมีปัญหาน่าคิดที่น่าสนใจ นอกจากนี้ การเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสามารถนำความรู้ที่ได้รับไปเชื่อมโยงใช้กับวิชาอื่นได้ เช่น ศิลปศึกษา การเขียนแบบ พื้นฐานความถนัดทางการเรียน

1.4 ในการสอนแต่ละชั่วโมง ผู้วิจัยจะมีใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติทุกชั่วโมง พร้อมทั้งเฉลยใบกิจกรรมในชั่วโมงเรียน เพื่อตรวจสอบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหามากน้อยเพียงใด ทำให้ผู้วิจัยทราบปัญหาและได้ผลย้อนกลับจากนักเรียนในทันที สามารถนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และทำให้นักเรียนได้ทราบถึงข้อผิดพลาดของตนเอง แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาตนเองให้ดียิ่งขึ้น รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจกับผลงานต่างๆ ในการทำกิจกรรมของตนเองและกลุ่มอีกด้วย

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งนี้อาจเนื่องจาก

2.1 เนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงปริภูมิของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการนึกภาพเชิงปริภูมิต้องใช้ความสามารถในเชิงนามธรรม ดังที่ผู้วิจัยได้กล่าวไว้ใน บทที่ 2 ซึ่งนักเรียนที่มี

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจะมีความสามารถนึกภาพได้ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ สอดคล้องกับงานวิจัยของกวยและแมคดาเนียล (Hatfied, Edward & Bitter. 1993 : 98 ; citing Guay & McDaniel. 1977) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์ในทิศทางบวกกับความรู้สึกเชิงปริภูมิของนักเรียน นั่นคือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจะมีความรู้สึกเชิงปริภูมิสูงเช่นกัน และงานวิจัยของบุษบา โคตพันธ์ (2546 : 41) พบว่า คะแนนความรู้สึกเชิงปริภูมิและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสัมพันธ์ไปในทิศทางเดียวกัน ซึ่งบุษบาสรุปว่า นักเรียนที่มีความรู้สึกเชิงปริภูมิสูงจะสามารถเรียนเรขาคณิตได้ดี ดังนั้น จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์น่าจะมีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต และงานวิจัยชิ้นนี้สอดคล้องกับผลสรุปของงานวิจัยดังกล่าว ซึ่งพบว่า นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติสูงด้วย (ดูจากตาราง 7 หน้า 49)

2.2 กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติบางส่วนต้องใช้พื้นฐานที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในระดับประถมศึกษา ได้แก่ ลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ พื้นที่ผิวและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงส่วนใหญ่จะมีพื้นฐานความรู้ดี จึงสามารถเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้ดีด้วย

ข้อสังเกตจากการศึกษาวิจัย

จากการทดลองสอน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ได้พบข้อสังเกตบางประการซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ การใช้สื่อการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรมเป็นสิ่งที่จำเป็นมากที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาของบทเรียนได้ง่าย ตัวอย่างสื่อที่เป็นรูปธรรม เช่น ลูกบาศก์ ชุดรูปทรงเรขาคณิต สิ่งของในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นสองมิติและสามมิติ เป็นต้น

2. ในการจัดการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ครูผู้สอนควรให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้สื่อการเรียนรู้ประกอบการมองรูปเรขาคณิต การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต และควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองให้มากที่สุดเพื่อให้เกิดแนวคิดด้วยตนเอง ครูควรมีบทบาทเป็นผู้จัดทำหรือเตรียมสื่อและเป็นเพียง

ผู้ชี้แนะ คอยให้คำแนะนำ สำหรับกรณีนักเรียนที่เรียนอ่อนหรือช้ากว่าเพื่อน ครูควรมีเวลาว่างสอนเสริม และหาวิธีการแนะแนวทางเพื่อให้นักเรียนเกิดเรียนรู้ให้ได้มากที่สุด

3. จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาให้นักเรียนฝึกทักษะในส่วนท้ายของหน่วยการเรียนที่ 3 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 3 ชั่วโมง ซึ่งในการใช้โปรแกรมนั้นนักเรียนควรมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาและการใช้คอมพิวเตอร์มาก่อน แต่อย่างไรก็ตามจากการเรียนการสอน พบว่า นักเรียนสามารถเกิดความรู้ความเข้าใจและมีความสามารถในการวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติได้โดยไม่จำเป็นต้องใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนั้น สำหรับโรงเรียนที่ไม่มีความพร้อมด้านคอมพิวเตอร์ก็สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยดูแนวทางจากแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9-11 เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหานี้ได้

4. จากการวิเคราะห์การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และแบบทดสอบอัตนัย นักเรียนส่วนใหญ่จะทำแบบทดสอบทั้งแบบปรนัยและอัตนัยได้ค่อนข้างดี โดยทำแบบทดสอบปรนัยได้คิดเป็นร้อยละ 64.69 ของคะแนนเต็ม และทำแบบทดสอบอัตนัยได้คิดเป็นร้อยละ 64.60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งจากการตรวจแบบทดสอบอัตนัยพบว่านักเรียนบางส่วนมีปัญหาทางด้านการใช้ภาษาสื่อสารแสดงความคิดทำให้คำตอบที่ได้ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร อาจเป็นเพราะนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ยังไม่คุ้นเคยกับการทำโจทย์แสดงวิธีทำ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนใช้ภาษาโดยการเขียนแสดงความคิดต่าง ๆ ให้มากขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความสามารถในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้ ซึ่งสอดคล้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่นำเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ รวมอยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) โดยหลักสูตรดังกล่าวกำหนดให้สถานศึกษาดำเนินการจัดสาระการเรียนรู้ของเนื้อหาวิชาเองตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ ดังนั้นเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้จึงอาจใช้เป็นตัวอย่างหรือแนวทางในการสร้างเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนของสถานศึกษาและประกอบการพิจารณาว่าควรจัดให้เรียนเรื่องนี้ในระดับชั้นใด

1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรจัดให้มีรูปแบบที่หลากหลายเพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจ ไม่รู้สึกเบื่อหน่ายและควรมีการเสริมแรงนักเรียนเป็นระยะ เพื่อเป็นแรงจูงใจและสร้างบรรยากาศในการเรียนให้ดีขึ้น

1.3 การนำเทคโนโลยีมาใช้แทรกในการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นสิ่งที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีความกระตือรือร้นที่จะเรียนรู้มากยิ่งขึ้น แต่ตัวอย่างโปรแกรมที่มีส่วนใหญ่จะมีเมนูและคำสั่งในโปรแกรมเป็นภาษาอังกฤษ ดังนั้น จึงควรมีการจัดทำหรือพัฒนาโปรแกรมที่เป็นภาษาไทยสำหรับฝึกฝนนักเรียนในการมองรูปเรขาคณิตสามมิติ การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตเพื่อให้ง่ายต่อการเรียนรู้สำหรับนักเรียน

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการนำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไข และนำไปทดลองซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่นๆ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้น

2.2 ควรทำการวิจัยศึกษาเกี่ยวกับวิธีสอนที่เหมาะสมกับกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

2.3 ควรมีการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติตามความลึกซึ้ง/ความเหมาะสมของเนื้อหา สำหรับแต่ละระดับชั้นในช่วงชั้นที่ 3

2.4 ควรมีการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เพื่อส่งเสริมทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายและการนำเสนอ เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ, กรมวิชาการ. (2534). *หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้นพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)*. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2535). *คู่มือการประเมินผลการเรียน ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533)*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2539). *คู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2541). *หนังสืออ่านเพิ่มเติมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพับกระดาษสู่แนวคิดคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2544). *หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).

_____. (2546). *หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

กังวล เทียนกัณฑ์เทศน์. (2540). *การวัด การวิเคราะห์ การประเมิน ทางการศึกษาเบื้องต้น*. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.

กรองทิพย์ พงษ์ลิมศรี. (2532). *การสอนการพิสูจน์เรื่องการเท่ากันทุกประการ*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

กนกวลี อุษณกรกุล, ปาจารีย์ วัชชวัลคุ และ สุเทพ บุญซ้อน. (2546). *คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2*. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.

กฤษฎา ศรีชนะ. (2537). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และความคิดสร้างสรรค์เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตูม อำเภอศรีรัตนะ จังหวัดศรีสะเกษ ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับวิธีสอนแบบปกติ*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

โกมล ไพศาล. (2540). *การพัฒนาชุดการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. ปริญญานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ:บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

จันทร์เพ็ญ ชุมคช, และคนอื่นๆ. (2546). *คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. กรุงเทพฯ: อักษรเจริญทัศน์.

ชวาล แพรัตกุล. (2518). *เทคนิคการวัดผล*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

_____. (2520). *เทคนิคการเขียนข้อทดสอบ*. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). *สนุกกับรูปเรขาคณิต*. กรุงเทพฯ: ด่านสุทธา.

นวลน้อย เจริญผล. (2545-2546,พฤศจิกายน-มกราคม). ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ. *วารสารคณิตศาสตร์*. 46(530-532) : 19-29.

บุษบา โคตพันธ์. (2546). *กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม รูปทรงและปริมาตร ที่เน้นความรู้สึกเชิงปริภูมิ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2541, มีนาคม-เมษายน). การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาในศตวรรษที่ 21. *คณิตศาสตร์*. 41(474-475) : 65-68.

_____. (2541, มกราคม-มีนาคม). ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principle and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000. *สสวท*. 28(108) : 14-22.

_____. (2544, สิงหาคม-ตุลาคม). ตัวอย่างปัญหาและกิจกรรมที่ช่วยพัฒนา Spatial Sense. *สสวท*. 29 (113) : 19-25.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

มาลินี จุฑะรพ. (2537). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: ทิพยวิสุทธิ์ 2537.

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วรรณวิภา สุทธเกียรติ. (2542). *การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้*. ปริญญานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2539). *คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2544ก). *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันฯ.

_____. (2544ข). *เรขาคณิต*. กรุงเทพฯ: สถาบันฯ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544ค). *ตัวอย่างข้อสอบและข้อสอบสำหรับการแข่งขันคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาระดับโลกที่ฮ่องกง พ.ศ. 2539 – 2542.* กรุงเทพฯ: สถาบันฯ.

_____. (2544?). *รูปเรขาคณิตสามมิติ.* (ซีดีรอม). กรุงเทพฯ: สถาบันฯ.

_____. (2545ก). *แนวทางการจัดกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและความรู้สึกเชิงปริภูมิ.* (เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการ อบรมครูผู้สอนในโรงเรียนต้นแบบสังกัด สปช. สช. และ ตชด. ด้านเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น). กรุงเทพฯ: สถาบันฯ. อัดสำเนา.

_____. (2545ก). *ตัวอย่างกิจกรรมที่พัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial sense).* (เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการ อบรมครูผู้สอนในโรงเรียนต้นแบบสังกัด สปช. สช. และ ตชด. ด้านเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น). กรุงเทพฯ: สถาบันฯ. อัดสำเนา.

_____. (2546?). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.* กรุงเทพฯ: สถาบันฯ.

_____. (2546). *ความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial sense).* กรุงเทพฯ: สถาบันฯ.

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์. (2545). *ความรู้สึกเชิงปริภูมิ.* (เอกสารประกอบการอบรมครูคณิตศาสตร์มัธยมศึกษาตอนต้น). กรุงเทพฯ: ม.ป.พ. อัดสำเนา.

สิริพร ทิพย์คง. (2537). แนวโน้มการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์. ใน *สารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมธิราช.

สุกัญญา ยีกา. (2545). *การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิตการแปลง สำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6.* ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ . ถ่ายเอกสาร.

สุจิรา มิสิกะเจริญ. (2542). *การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟแวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต.* ปริญญานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

เสาวลักษณ์ สมานแก้ว. (2539). *การเปรียบเทียบคุณภาพของแบบทดสอบมิติสัมพันธ์แบบพับกล่องที่วางตัวเลือกทิศทางต่างกัน.* ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศักดา บุญโต. (2545?). *ฝึกฝนกลยุทธ์คณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบ 1.* กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.

_____. (2545?). *ฝึกฝนกลยุทธ์คณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบ 2.* กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.

อิทธิ ฤทธาภรณ์. (2546). *รวมโจทย์ปราบเซียนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: พิมพ์ดีการพิมพ์.

อุทัยวรรณ สายพัฒนะ. (2539). *การเปรียบเทียบคุณภาพของแบบทดสอบมิติสัมพันธ์แบบมองรูปทรง 3 มิติจากรูปแปลนที่มีมุมต่างกัน.* ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

Alejandre, Suzanne. (2002). *What is a Tessellation.* (Online). Available: Http://mathforum.org/sum95/suzanne/whattess.html. Retrieved November 12, 2002.

Baartmans, Beverly Gimmestad & Sorby, Sheryl A. (1996, April). Making Connections : Spatial Skills and Engineering Drawings. *The Mathematics Teacher.* 89(4) : 348-353.

Bourke, A., et al. (1998). *Cornerstone Mathematics Book 1.* 2nd ed. South Melbourne: Pearson Education Australia Pty Ltd.

Canadian Cataloguing in Publication Data. (1989). *Problems Problems Problems Volume 2 :Canadian Mathematics Competition.* Waterloo, Ontario: Graphic Services.

_____. (1991). *Problems Problems Problems Volume 4 : Canadian Mathematics Competition.* Waterloo, Ontario: Graphic Services.

_____. (1993). *Problems Problems Problems Volume 6 : Canadian Mathematics Competition.* Waterloo, Ontario: Graphic Services.

Casco Publications Pte Ltd. (2000?). *Step - By – Step Mathematics 4.* Singapore: Casco Publications Pte Ltd.

_____. (2000?). *Step - By – Step Mathematics 5.* Singapore: Casco Publications Pte Ltd.

Charlesworth, Rosalind & Lind, Karen K. (1999). *Math and Science.* 3rd ed. Newyork : Delmar Publishers.

Chua, David & Lim, Samantha. (2000?). *Challenging Mathematics 5.* Singapore: Casco Publications Pte Ltd.

Clements, Douglas H. & Battista, Michael T. (1992). Geometry and Spatial Reasoning. In *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* pp. 420-464. New York: National Council of Teachers of Mathematics.

Clements, Douglas H., et al. (1998A). *Maths in my world V. 2.* New York: McGraw-Hill.

_____. (1998B). *Maths in my world V. 3.* New York: McGraw-Hill.

_____. (1998C). *Maths in my world V. 4.* New York: McGraw-Hill.

Crowley, Mary L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In *Learning And Teaching Geometry, K-12 1987 Yearbook* . Mary Montgomery Lindquist. pp.1-17. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Cruikshank, Douglas E. & Sheffield, Linda Jensen. (1992*). Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics.* 2nd ed. New York: Macmillan.

Er, Andrew. (2002). *Improve Your Mathematics 4.* 3rd ed. Singapore: Educational Publishing House Pte Ltd.

Farrell, Margaret A. (1988). *Imaginative Ideas for the Teacher of Mathematics, Grades K-12* : Ranucci's Reservoir. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Geddes, Dorothy & Fortunato, Irene. (1993). Geometry : Research and Classroom Activities. In *Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematics.* Owen, Douglas T. pp.199-222. New York: Macmillan.

Hatfield, Mary M., Edwards, Nancy Tanner & Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School.* 2nd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.

Haylock, Derek. (2001). *Mathematics Explained for Primary Teachers.* 2nd ed. London: Paul Chapman Publishing.

Haylock, Derek & Cockburn, Anne. (2003). *Understanding Mathematics in the Lower Primary Years.* London: Paul Chapman Publishing.

Hong, Kho Tek. (2000). *Primary Mathematics 6A Workbook.* 3rd ed. Singapore: Time Printers Pte Ltd.

Izard, John. (1990, February). Developing Spatial Skills with Three – Dimensional Puzzle. *Arithmetic Teacher*. 37(6): 14-20.

Karl J. Smith. (2001). *The Nature of Mathematics*. 9th ed. Pacific Grove, California: Brooks Cole.

Kheng Seong, Loi. (1999). *Mathematics Primary 6*. Singapore: Addison Wesley Longman Singapore Pte Ltd.

Kennedy, Leonard M. & Tipps, Steve. (1997). *Guiding Children 's Learning of Mathematics*. 8th ed. Belmont, California: Wadsworth.

Lappan, Glenda., et al. (2001?). *Ruins of Montarek Spatial Visualization*. Michigan: Dale Seymour.

Lappan, Glenda & Winter, Mary Jean. (1988). Spatial Visualization. In *Mathematics for the Middle Grades (5-9) ,1982 Yearbook* . 3rd ed. Silvey, Linda; & Smart; James R. pp.118-129. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Lim, P.H. (2000?). *Challenging Mathematics 4*. Singapore: Success Publications Pte Ltd.

Levy, Joan U. & Levy Norman. (2001). *Mechanical Aptitude & Spatial Relations Test*. 6th ed. United States of America: Peterson's, a division of Thomson Learning, Inc.

Maletsky, Evan M. (1987). *Teaching with student math notes*. New York: National Council Of Teachers of Mathematics.

Moses, Barbara. (1990, February). Developing Spatial Thinking in the Middle Grades : Designing a Space Station. *Arithmetic Teacher*. 37(6) : 59-63.

Mullis, Ina V.S., et al. (2000). *TIMSS 1999 International Mathematics Report findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science at Eighth Grade*. Chestnut Hill, MA : International Study Center Lynch School of Education Boston College.

Musser, Gary L. & Burger, William F. (1994). *Mathematics for Elementary Teachers : A Contemporary Approach*. 3rd ed. New York : Macmillan.

Rowan, Thomas E. & Morrow Lorna J. (1993). *Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*. United States of America: The National Council of Teachers of Mathematics.

Sander, Cathi. (2003). *3-D Drawing and Geometry.* (Online). Available: http://mathforum.org/workshops/sum98/participants/sanders/. Retrieved February 10, 2003.

Schultz A., Karen., et al. (1989). *Mathematics for Every Young Child.* New York: Macmillan Publishing Company.

Sgroi, Richard J. (1990, February). Communicating About Spatial Relationships. *Arithmetic Teacher.* 37(6) : 21-23.

Sgroi, Richard J. & Sgroi, Laura Shannon. (1993). *Mathematics for Elementary School Teachers : Problem-Solving Investigations.* New York: PWS.

Sonnabend, Thomas. (1993). *Mathematics for Elementary Teachers : An Interractive Approach.* United States of America. Saunder College .

Suggate, Jennifer., et al. (1999). *Mathematical Knowledge for Primary Teachers.* 2nd ed. London: David Fulton Publishers Ltd.

Thomson, Sue & Forster, Ian. (1997). *Maths in Building Design.* London: Emerald City Book.

Troutman, Andria P. & Lichtenberg Betty K. (1995). *Mathematics A Good Beginning.* New York: Brook/Cole Publishing Company.

The National Council of Teachers of mathematics. (1998). *Principle and Standard for School Mathematics.* Discussion Draft Reston: The National Council of Teachers of Mathematics.

_____. (2000). *Principle and Standard for School Mathematics.* United States of America. The National Council of teachers of Mathematics.

_____. (2002). *Spatial Reasoning using Cubes And Isometric Drawings.* (Online). Available: http://illuminations.nctm.org/imath/6-8/isometric/index.html. Retrieved September 6, 2002.

_____. (2003). *Geometry in the Middle Grades.* (Online). Available: http://illuminations.nctm.org/lessonplans/6-8/geomiddlegrades/index.html. Retrieved February 10, 2003.

Van de Wall, John A. (1998). *Elementary and Middle School Mathematics : Teaching Developmentally.* 3rd ed. New York: Addison Wesley Longman, Inc.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 8 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.46	0.33	21	0.80	0.33
2	0.74	0.42	22	0.65	0.33
3	0.67	0.67	23	0.78	0.25
4	0.61	0.58	24	0.78	0.42
5	0.43	0.42	25	0.76	0.25
6	0.45	0.67	26	0.41	0.42
7	0.72	0.67	27	0.74	0.25
8	0.74	0.25	28	0.30	0.42
9	0.24	0.33	29	0.63	0.83
10	0.70	0.75	30	0.37	0.42
11	0.52	0.67	31	0.43	0.50
12	0.76	0.50	32	0.43	0.25
13	0.78	0.42	33	0.63	0.50
14	0.59	0.67	34	0.24	0.42
15	0.35	0.50	35	0.80	0.50
16	0.46	0.42	36	0.60	0.64
17	0.33	0.67	37	0.63	0.75
18	0.48	0.25	38	0.67	0.44
19	0.76	0.58	39	0.75	0.50
20	0.70	0.33	40	0.38	0.75

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.85

ตาราง 9 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบแบบปรนัย (35 คะแนน)	คะแนนจากแบบทดสอบแบบอัตนัย (15 คะแนน)	คะแนนรวม (50 คะแนน)
1	23	6	29
2	20	10	30
3	29	9	38
4	31	12	43
5	27	10	37
6	28	15	43
7	28	13	41
8	20	8	28
9	9	2	11
10	30	11	41
11	24	11	35
12	30	14	44
13	25	14	39
14	25	15	40
15	17	8	25
16	22	8	30
17	23	13	36
18	22	11	33
19	14	5	19
20	26	10	36
21	27	14	41
22	19	12	31
23	18	4	22
24	23	8	31
25	21	11	32
26	16	5	21
27	26	8	34

ตาราง 9 (ต่อ)

คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบปรนัย (35 คะแนน)	คะแนนจากแบบทดสอบอัตนัย (15 คะแนน)	คะแนนรวม (50 คะแนน)
28	22	9	31
29	17	8	25
30	29	9	38
31	29	14	43
32	14	4	18
33	26	11	37
34	19	12	31
35	18	8	26
36	21	4	25
37	23	9	32
38	19	8	27
39	28	12	40
40	10	6	16
41	26	12	38
42	30	13	43
43	24	9	33
44	29	15	44
45	12	6	18
รวม	1019	436	1455

ตาราง 10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 1 ที่นักเรียนได้จากคะแนนเต็มทั้งหมด 100 คะแนน

คนที่	คะแนน	คนที่	คะแนน
1	67	24	73
2	66	25	69
3	72	26	66
4	70	27	69
5	70	28	65
6	69	29	67
7	72	30	73
8	67	31	83
9	66	32	66
10	71	33	77
11	83	34	69
12	76	35	67
13	69	36	69
14	76	37	67
15	67	38	67
16	67	39	74
17	67	40	73
18	69	41	67
19	66	42	80
20	72	43	83
21	91	44	84
22	67	45	67
23	67		

ภาคผนวก ข

คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

กิตติกรรมประกาศ

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิตินี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ด้วยความกรุณาและความเอาใจใส่ดูแลจากผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิติวงศ์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่างๆ อย่างดียิ่ง ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์เมตต์ แย้มวงษ์ และอาจารย์ ดร. วรรณวิภา สุทธเกียรติ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขกิจกรรมการเรียนการสอนนี้เป็นอย่างดียิ่ง

ศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล

กิตติกรรมประกาศ

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติที่ผู้วิจัยใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ส่วนหนึ่งเป็นกิจกรรมที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นเองและส่วนหนึ่งเป็นกิจกรรมที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงและปรับปรุงแก้ไขมาจากเว็บไซต์ (Website) ทางอินเตอร์เน็ต หนังสือภายในประเทศและต่างประเทศ ดังรายชื่อต่อไปนี้

1) หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของ กระทรวงศึกษาธิการ
2) คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ของ กนกวลี อุษณกรกุล, ปาจารีย์ วัชชวัลคุ และสุเทพ บุญซ้อน
3) คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของ จันทร์เพ็ญ ชุมดช และคนอื่นๆ
4) วารสารคณิตศาสตร์ 46(474-475) : 65-68 ของ นวลน้อย เจริญผล
5) สสวท. 29(113) : 19-25 ของ ปานทอง กุลนารถศิริ
6) เรขาคณิต ของ สสวท.
7) ตัวอย่างข้อสอบและข้อสอบสำหรับการแข่งขันคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาระดับโลกที่ฮ่องกง พ.ศ. 2539-2542 ของ สสวท.
8) แนวทางการจัดกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและความรู้สึกเชิงปริภูมิ ของ สสวท.
9) ความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial sense) ของ สสวท.
10) การเปรียบเทียบคุณภาพของแบบทดสอบมิติสัมพันธ์แบบพับกล่องที่วางตัวเลือกทิศทางต่างกัน ของ เสาวลักษณ์ สมานแก้ว
11) ฝึกฝนกลยุทธ์คณิตศาสตร์ด้วยข้อสอบ 1-2 ของ ศักดา บุญโต
12) รวมโจทย์ปราบเซียนคณิตศาสตร์ ของ อิทธิ ฤทธาภรณ์
13) Cornerstone Mathematics Book 1 ของ A. Bourke and other
14) Problems Problems Problems Volume 2, 4, 6 ของ Canadian Mathematics Competition
15) Step – by – Step Mathematics 4,5 ของ Casco Publications Pte Ltd.
16) Challenging Mathematics 5 ของ David Chua & Samantha Lim
17) Math in my world V.2, 3, 4 ของ Douglas H. Clement and other

18) Improve Your Mathematics 4 ของ Andrew Er

19) Geometry : Research and Classroom Activities ของ Dorothy Geddes & Irene Fortunato

20) Ruins of Montarek ของ Glenda Lappan and other

21) Challenging Mathematics 4 ของ P.H. Lim

22) Maths in Building ของ Sue Thomson & Ian Forster

23) Primary Mathematics 6A Workbook ของ Kho Tek Hong

24) Math and Science ของ Rosalind Charlesworth & Karen K. Lind

25) Understanding Mathematics in the Lower Primary Years ของ Derek Haylock & Anne Cockburn

26) The Nature of Mathematics ของ Smith Karl J.

27) Mathematics for Elementary Teachers : A Contemporary Approach ของ Gary L. Musser & William F. Burger

28) Mathematics for Every Young Child ของ Karen Schultz A. and other

29) Mathematics for Elementary School Teachers : Problem-Solving Investigations ของ Richard J. Sgroi & Laura Shannon Sgroi

30) Mathematics for Elementary Teachers : An Interractive Approach ของ Thomas Sonnabend

31) Mathematical Knowledge for Primary Teachers ของ Jennifer Suggate and other

32) Elementary and Middle School Mathematics : Teaching Developmentally ของ John A. Van De Wall

33) http://mathforum.org/workshops/sum98/participants/sanders/ ของ Cathi Sander

34) http://mathforum.org/sum95/suzanne/whattess.html ของ Suzanne Alejadre

35) http://illuminations.nctm.org/lessonplans/6-8/geomiddlegrades /index.html ของ NCTM.

36) http://illuminations.nctm.org/imath/6-8/ isometric/index.html ของ NCTM.

คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1. หลักการและเหตุผล

ปัจจุบันหลักสูตรที่ใช้เป็นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยเริ่มใช้ในปีการศึกษา 2546 เป็นหลักสูตรที่จัดทำขึ้นเพื่อให้สอดคล้องกับความเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐกิจ สังคมและความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการ ซึ่งหลักสูตรได้กำหนดสาระเป็นองค์ความรู้สำหรับกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 สาระ คือ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

เรขาคณิต เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และชีวิตประจำวัน เนื่องจากเราใช้เรขาคณิตในชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัว การเรียนเรขาคณิตนั้นจุดประสงค์การเรียนรู้ข้อหนึ่งที่มุ่งหวังจะให้เกิดในตัวผู้เรียน คือ ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเกี่ยวกับมิติหรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) จากการสำรวจเนื้อหาเรขาคณิตระดับช่วงชั้นที่ 3 พบว่า เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเรื่องใหม่ที่เพิ่มมาจากหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) เมื่อวิเคราะห์เนื้อหาเปรียบเทียบกับต่างประเทศ พบว่า หลายประเทศที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงได้มีการจัดเนื้อหานี้ไว้ในหลักสูตรแล้ว เช่น ประเทศสิงคโปร์ ประเทศญี่ปุ่น เป็นต้น สำหรับในประเทศไทยเมื่อพิจารณาสาระการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ พบว่า เนื้อหาส่วนหนึ่งช่วยพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านการนึกภาพเชิงปริภูมิ (spatial visualization) ซึ่งทักษะการนึกภาพเชิงปริภูมิเป็นสิ่งจำเป็นและสำคัญในกระบวนการเรียนรู้ เนื่องจากทักษะนี้ต้องมีความเข้าใจ มีการปฏิบัติ และมีการจินตนาการการเคลื่อนย้ายวัตถุในปริภูมิสองมิติและสามมิติ รวมไปถึงการมองเห็นภาพและความคิดรวบยอดเชิงปริภูมิ ซึ่งช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

ด้วยเหตุผลข้างต้นและจากความสำคัญดังกล่าว จะเห็นได้ว่า เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้น เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตให้สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. วัตถุประสงค์

เพื่อให้ครูใช้เป็นเครื่องมือในการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. เนื้อหา

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ประกอบด้วยเนื้อหา 4 หน่วยการเรียน ดังนี้

1. รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ
2. การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ
3. การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต
4. การประยุกต์

4. แนวทางในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ประกอบด้วย คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน บทเรียน แผนการจัดการเรียนรู้ สื่อการเรียนการสอนและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนให้ปฏิบัติตามคำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน กิจกรรมต่างๆ ให้ปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้และฝึกทักษะด้วยแบบฝึกตามใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดในบทเรียนที่สร้างขึ้น เมื่อเสร็จสิ้นการสอนให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

5. ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนการสอน

กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ประกอบด้วยกิจกรรม 3 ลักษณะ คือ

1. กิจกรรมที่ครูเป็นผู้ดำเนินการสอน เป็นขั้นการสอนเพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาต่างๆ

2. กิจกรรมที่นักเรียนร่วมกันปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย ประมาณ 2-5 คน เพื่อร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดต่างๆ ซึ่งมีลักษณะเป็นกิจกรรมการสำรวจ กิจกรรมการค้นหา และกิจกรรมสร้างสรรค์ เพื่อให้นักเรียนเกิดแนวคิดทางเรขาคณิต

3. กิจกรรมการเรียนรู้เป็นรายบุคคล ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบฝึกทักษะรายบุคคล เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจจากการฝึกทักษะด้วยตนเอง

6. ข้อเสนอแนะในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

ในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ครูควรศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนทุกขั้นตอนก่อนการดำเนินการสอน จัดเตรียมสื่อการเรียนการสอนในแต่ละครั้งให้พร้อม นอกจากนี้ ในขณะดำเนินการสอนครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูด สังเกต ร่วมกันแสดงความคิดเห็น และแสดงเหตุผลต่างๆ และควรให้คำแนะนำสำหรับบางกิจกรรมที่นักเรียนไม่คุ้นเคย

❖ **หมายเหตุ** กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในที่นี้จะนำเสนอเพียงแผนการจัดการเรียนรู้เท่านั้น สำหรับส่วนอื่นๆ ถ้าหากผู้ใดมีความสนใจกรุณาติดต่อที่ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์หรือผู้วิจัยได้โดยตรง

โครงการสอน

แผนการสอนที่	เรื่อง	เวลา (นาที)
1	ลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	60
2	ลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ (ต่อ)	60
3	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ	60
4	การประกอบรูปเรขาคณิตสามมิติ	60
5	การแก้ปัญหารูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ	60
6	การมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง	60
7	การเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง	60
8	การสร้างแบบฐาน (base plan)	60
9	การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	60
10	การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก	60
11	การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก (ต่อ)	60
12	การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตจากโปรแกรม	60
13	การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตจากโปรแกรม (ต่อ)	60
14	การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตจากโปรแกรม (ต่อ)	60
15	พื้นที่ผิวและปริมาตร	60
16	พื้นที่ผิวและปริมาตร (ต่อ)	60
17	การออกแบบจากภาพเทสเซลเลชัน (tessellation)	60
	ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	90

จุดประสงค์การเรียนรู้

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

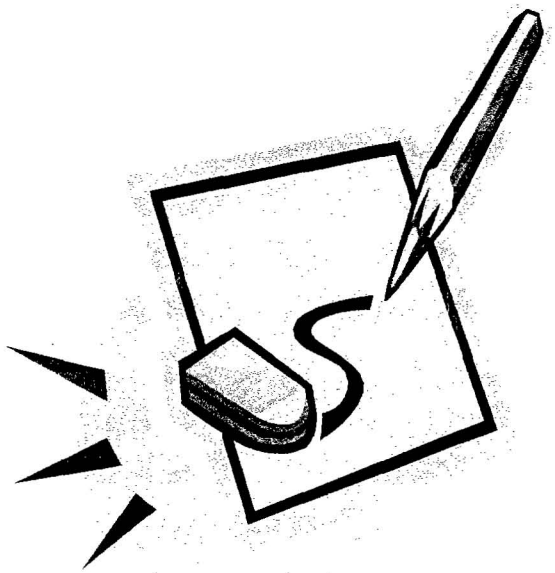
หน่วยการเรียนที่	เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
1	รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ (จำนวน 5 ชั่วโมง)	1. นักเรียนสามารถบอกชื่อและลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติได้ 2. นักเรียนสามารถบอกชื่อและลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติได้ 3. นักเรียนสามารถสร้างรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้ 4. นักเรียนสามารถประกอบรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้ 5. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับรูปคลี่และการประกอบรูปของลูกบาศก์ได้
2	การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ (จำนวน 3 ชั่วโมง)	6. นักเรียนสามารถบอกลักษณะของภาพสองมิติที่เกิดจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างได้ 7. นักเรียนสามารถเขียนภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้ 8. นักเรียนสามารถสร้างแบบฐาน (base plan) เมื่อกำหนดแบบจำลองจากลูกบาศก์ให้ได้ 9. นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดแบบฐาน (base plan) ให้ได้

หน่วยการเรียนที่	เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
3	การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติ (จำนวน 6 ชั่วโมง)	10. นักเรียนสามารถประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้ 11. นักเรียนสามารถวาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกได้ 12. นักเรียนสามารถวาดรูปเรขาคณิตสามมิติจากแบบฐาน (base plan) อย่างง่ายได้ 13. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติที่เป็นไปไม่ได้ได้
4	การประยุกต์ (จำนวน 3 ชั่วโมง)	14. นักเรียนสามารถนับลูกบาศก์ของรูปเรขาคณิตสามมิติได้อย่างถูกต้อง 15. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้ความรู้เรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติได้ 16. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใดสามารถสร้างภาพเทสเซลเลชันได้ 17. นักเรียนสามารถสร้างภาพเทสเซลเลชันจากรูปเรขาคณิตสองมิติที่กำหนดให้ได้

ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1



จัดทำโดย

นางสาวศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล

นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์

หมายเหตุ งานวิจัยนี้มีแผนการจัดการเรียนรู้ ทั้งหมด 17 แผน ในที่นี้จะนำเสนอตัวอย่าง จำนวน 6 แผน ได้แก่ หน่วยการเรียนที่ 2 การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 3 แผน และหน่วยการเรียนที่ 3 การวาดรูปและประดิษฐ์รูปเรขาคณิต จำนวน 3 แผน

หน่วยที่ 2 การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 รหัสวิชา ค 301 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง การมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. สาระการเรียนรู้

บางสถานการณ์เราจำเป็นต้องนำเสนอรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะของภาพสองมิติ โดยการวาดในมุมมองที่แตกต่างกัน บ่อยครั้งที่มีการนำเสนอโดยการวาดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง เนื่องจากภาพที่เกิดจากการมองด้านล่างเป็นภาพสะท้อนของภาพด้านบน ภาพที่เกิดจากการมองด้านหลังเป็นภาพสะท้อนของภาพด้านหน้า ภาพที่เกิดจากการมองด้านขวาเป็นภาพสะท้อนของภาพด้านซ้าย ดังนั้น การวาดภาพสองมิติจากการมองสามด้าน ได้แก่ ด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างก็สามารถอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติได้ ไม่จำเป็นต้องวาดภาพสองมิติแสดงทั้งหกด้าน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกลักษณะของภาพที่เกิดจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้
2. อธิบายการสะท้อนของรูปเรขาคณิตสามมิติได้
3. จับคู่แบบจำลองจากลูกบาศก์กับภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างที่สอดคล้องกันได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการจินตนาการภาพสองมิติที่เกิดจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติได้
2. มีความสามารถในการสื่อสาร และการนำเสนอลักษณะของภาพที่เกิดจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง
3. มีความสามารถในการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่ต้องนำเสนอรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะของภาพสองมิติได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. มีความร่วมมือ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

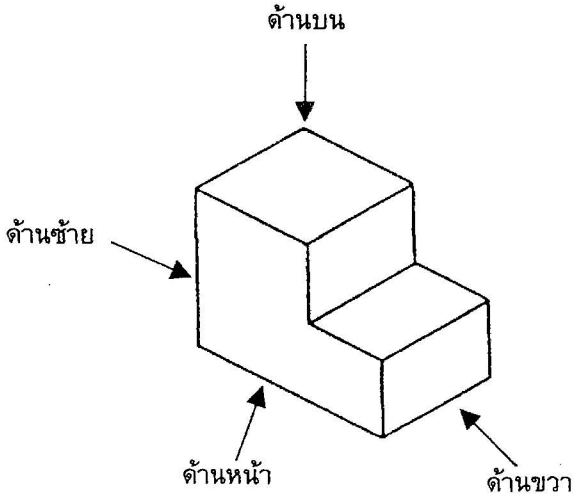
3. ความรู้พื้นฐาน รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การประกอบรูปเรขาคณิตสามมิติ

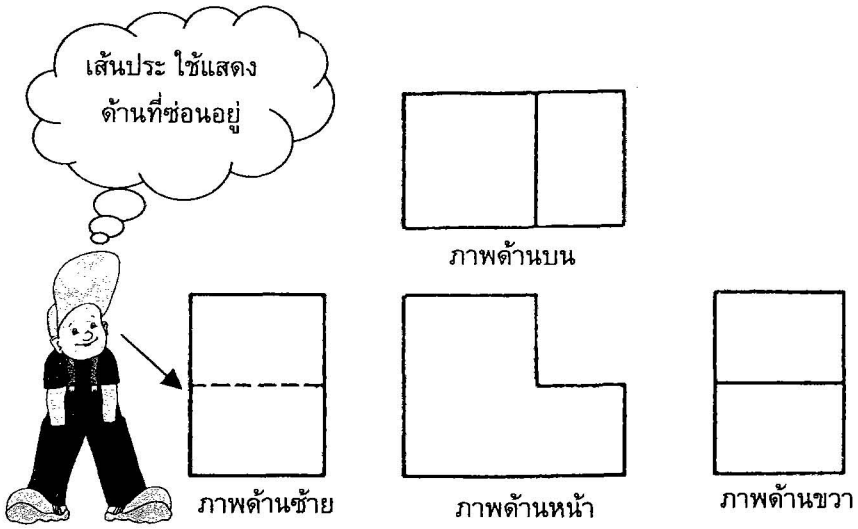
4. เนื้อหา

การมองทางด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติ

บางสถานการณ์เราจำเป็นต้องนำเสนอรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะของภาพสองมิติ โดยการวาดในมุมมองที่แตกต่างกัน บ่อยครั้งที่มีการนำเสนอโดยการวาดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง การวาดทั้งสามมุมมองนี้จะสามารถอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

ตัวอย่าง 1

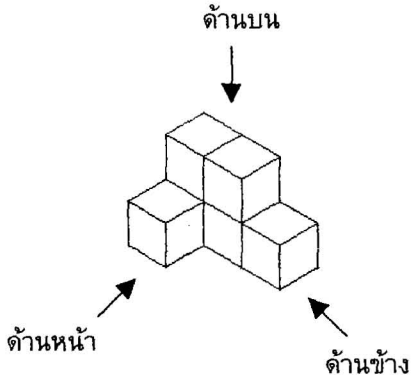




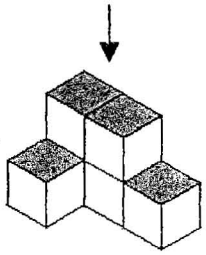
จากแต่ละมุมมองจะเห็นว่า เราสามารถแสดงภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

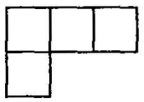
ภาพสองมิติที่แสดงเราจะใช้เส้นทึบแสดงขอบนอกและขอบอื่นๆ ที่สามารถมองเห็นได้ สังเกตจากภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านขวา และใช้เส้นประแสดงด้านที่ซ่อนอยู่ สังเกตจากภาพด้านซ้ายของรูปเรขาคณิตสามมิติในตัวอย่าง 1

ตัวอย่าง 2 ให้วาดภาพจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของแบบจำลองจากลูกบาศก์ต่อไปนี้



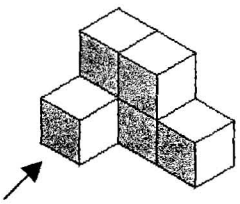
วิธีทำ 1. พิจารณาการมองจากด้านบน

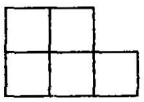




ภาพด้านบน

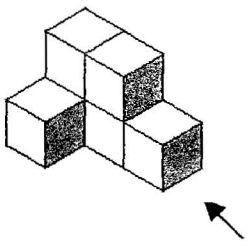
2. พิจารณาการมองจากด้านหน้า

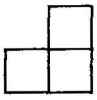




ภาพด้านหน้า

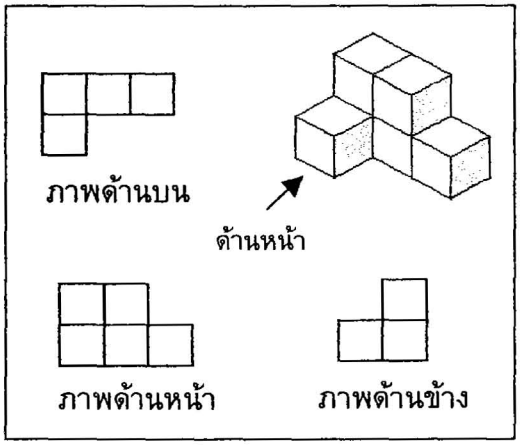
3. พิจารณาการมองจากด้านข้าง





ภาพด้านข้าง

ในการเขียนภาพเพื่อแสดงลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติ นิยมเขียนภาพของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นประกอบกับภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติอีก 3 ภาพที่ได้จากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง และเขียนภาพทั้งสี่ไว้ภายในกรอบรูปสี่เหลี่ยม จากตัวอย่าง 2 สามารถแสดงได้ ดังรูป



เมื่อพิจารณาจากภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง จากตัวอย่าง 1 และ 2 จะพบว่า

ภาพด้านบน (top view) หมายถึง การมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน จะมองเห็นด้านความกว้างและความยาวในแนวราบเท่านั้น เราไม่สามารถมองเห็นความสูงของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

ภาพด้านหน้า (front view) หมายถึง การมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้านหน้าตั้งแต่ระดับพื้นขึ้นไป ทำให้มองเห็นความยาวและความสูงของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ภาพด้านข้าง (side view) หมายถึง การมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้านข้างจากระดับพื้นขึ้นไป ทำให้มองเห็นความกว้างและความสูง

5. สื่อการเรียนรู้

1. รูปเรขาคณิตสามมิติ ได้แก่ ปริซึม พีระมิด กรวย ทรงกระบอก ทรงกลม
2. ลูกบาศก์
3. กระดาษขาว
4. ใบกิจกรรมที่ 6-A, 6-B, 6-C
5. แบบฝึกหัดที่ 2.1

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. นักเรียนร่วมกันอภิปราย โดยมีครูคอยชี้แนะถึงสถานการณ์ที่จำเป็นต้องนำเสนอรูปเรขาคณิตสามมิติในลักษณะของภาพสองมิติ เช่น สถาปนิกเขียนแบบบ้าน การนำเสนอแบบสิ่งของ ซึ่งการนำเสนอโดยการวาดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างเป็นวิธีหนึ่งที่สามารถช่วยในการอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

ขั้นสอน

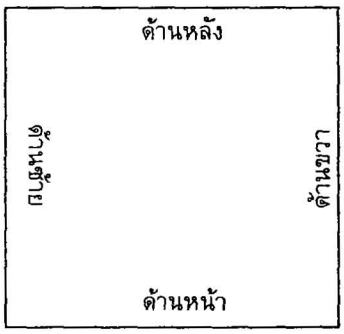
2. นำตัวอย่างการมองรูปเรขาคณิตจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง โดยการแสดงปริซึม ดังตัวอย่าง 1 และแบบจำลองจากลูกบาศก์ ดังตัวอย่าง 2 และให้

นักเรียนช่วยกันอภิปรายหาภาพที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านซ้าย ด้านขวา ด้านหน้า และด้านหลัง

3. ให้นักเรียนจับคู่ ครูแจกลูกบาศก์ให้นักเรียนคู่ละ 10 ลูก และแจกกระดาษให้นักเรียนคู่ละ 1 แผ่น พร้อมชี้แจงข้อตกลงในการสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ ดังนี้

3.1 ให้นักเรียนเขียนคำว่า "ด้านหน้า ด้านซ้าย ด้านขวาและด้านหลัง"

3.2 ให้วางกระดาษโดยให้คำว่า "ด้านหน้า" อยู่ข้างหน้านักเรียนเสมอ



4. ให้นักเรียนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 6-A โดยมีครูคอยสังเกตการปฏิบัติงานของนักเรียน

5. สุ่มนักเรียนให้เฉลยใบกิจกรรมที่ 6-A โดยนักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบ ถ้าผิดช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้อง

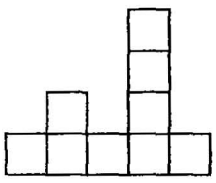
6. จากใบกิจกรรมที่ 6-A ครูถามนักเรียนเพิ่มเติม ดังนี้

6.1 ให้นักเรียนเปรียบเทียบภาพด้านหน้า ด้านหลัง ด้านซ้ายและด้านขวา นักเรียนพบความสัมพันธ์อะไรระหว่างภาพทั้งสี่ด้าน และภาพทั้งสี่ด้านมีความคล้ายและความแตกต่างกันอย่างไร

6.2 ถ้านักเรียนอยู่ด้านหนึ่งของแบบจำลองจากลูกบาศก์และเพื่อนนักเรียนอยู่ด้านตรงข้าม นักเรียนสามารถเปรียบเทียบภาพการมองแบบจำลองจากลูกบาศก์ได้อย่างไร

6.3 ถ้าเพื่อนของนักเรียนแสดงการวาดภาพด้านหลังแบบจำลองจากลูกบาศก์ นักเรียนสามารถวาดภาพด้านหน้าได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

6.4 รูปต่อไปนี้เป็นรูปที่เกิดจากการมองแบบจำลองลูกบาศก์จากด้านขวา ภาพด้านซ้ายคือรูปใด



6.5 เขียนรูปลักษณะคล้ายภาพข้อ 6.4 อีก 2-3 รูป แล้วให้นักเรียนช่วยกันหาภาพสะท้อน

7. ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 6-B ซึ่งครูคอยสังเกตการปฏิบัติกิจกรรม เมื่อเสร็จแล้วสุ่มนักเรียนเฉลยใบกิจกรรมที่ 6-B แล้วนักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบคำตอบ

ที่ถูกต้อง

8. นักเรียนช่วยกันอภิปรายถึงภาพสองมิติที่เกิดจากมองโดยมีครูคอยชี้แนะ ดังนี้ "เมื่อนักเรียนทราบภาพด้านใดด้านหนึ่งแล้ว นักเรียนสามารถหาภาพด้านตรงข้ามได้โดยการสะท้อนภาพนั้น" ดังนั้น เราสามารถแสดงเพียง 3 ด้าน ได้แก่ ภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านขวาหรือด้านข้าง

9. ครูแสดงรูปเรขาสามมิติทีละรูป ได้แก่ ปริซึม พีระมิด กรวย ทรงกระบอก ทรงกลม แล้วสุ่มถามนักเรียนถึงลักษณะภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างว่าเป็นอย่างไร โดยครูและนักเรียนช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง

10. ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 6-C เมื่อเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนเฉลยใบกิจกรรมที่ 6-C โดยครูและนักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นสรุป

11. นักเรียนอภิปรายสรุปร่วมกันถึงการมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง โดยครูใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้

11.1 เพราะเหตุใดนักเรียนจึงไม่นำเสนอภาพสองมิติจากการมองด้านหลังและด้านซ้าย

11.2 ภาพด้านบนมีลักษณะอย่างไร

11.3 ภาพด้านหน้ามีลักษณะอย่างไร

11.4 ภาพด้านข้างมีลักษณะอย่างไร

12. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 ในบทเรียนเป็นการบ้าน

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปราย – ตอบคำถาม	1. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
2. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 6-A	2. ตอบถูกตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป
3. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 6-B	3. ตอบถูกตั้งแต่ 5 ข้อขึ้นไป
4. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 6-C	4. ตอบถูกตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป
5. สังเกตจากการสรุป	5. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
6. ทำแบบฝึกหัด 2.1	6. ตอบถูกตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป

8. บันทึกผลหลังการสอน

.....

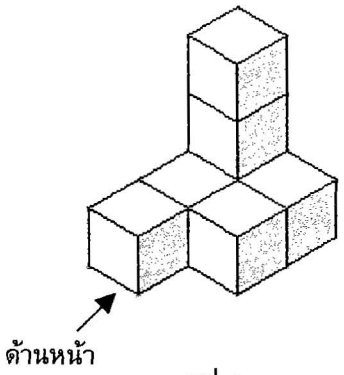
.....

.....

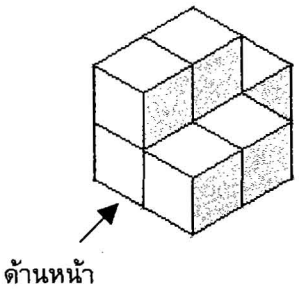
ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 6-A

1. ให้นักเรียนประกอบแบบจำลองขึ้นจากลูกบาศก์ ดังรูป แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



รูป ก.



รูป ข.

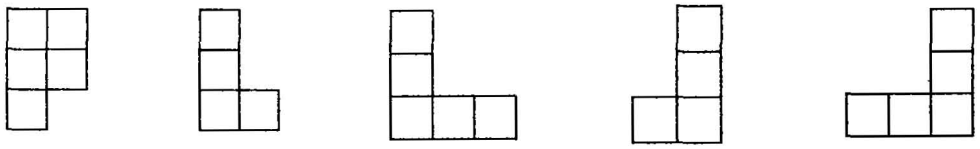
1.1 ใช้ลูกบาศก์จำนวน.....ลูก

1.2 ใช้ลูกบาศก์จำนวน ..... ลูก

2. ประกอบแบบจำลองรูป ก. และรูป ข. ในข้อ 1 แล้วให้นักเรียนหมุนกระดาษ มองที่ด้านบน ด้านหน้า ด้านหลัง ด้านซ้ายและด้านขวาของแบบจำลองจากลูกบาศก์ตรงๆ แต่ละด้าน แล้วตัดสินใจว่า รูปต่อไปนี้เกิดจากการมองที่ด้านใด

2.1 รูป ก.

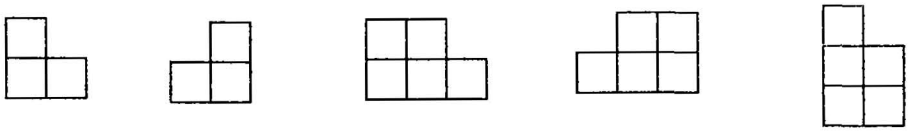
A. B. C. D. E.



ด้าน..... ด้าน..... ด้าน..... ด้าน..... ด้าน.....

2.2 รูป ข.

A. B. C. D. E.



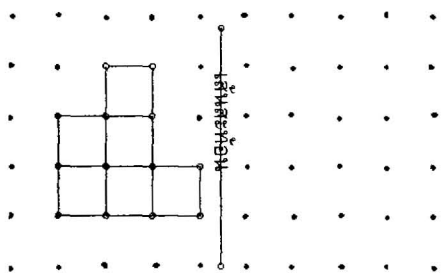
ด้าน..... ด้าน..... ด้าน..... ด้าน..... ด้าน.....

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 6-B

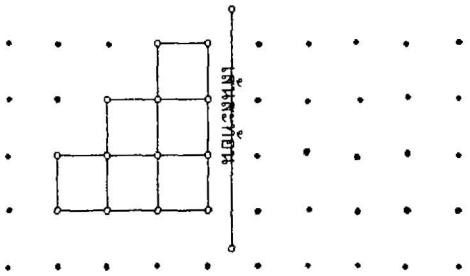
1. ให้นักเรียนวาดรูปที่ได้จากการสะท้อน พร้อมทั้งเขียนภาพมุมมองที่ได้จากการสะท้อน

1.1.



ภาพด้านหน้า ภาพด้าน.....

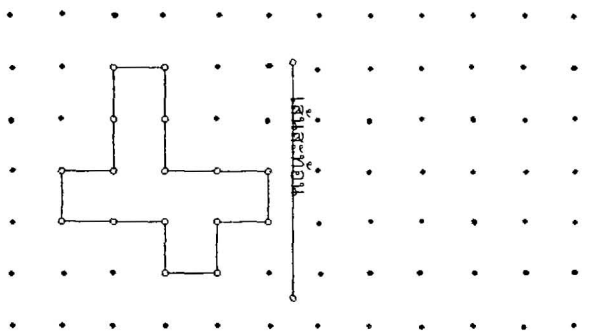
1.2



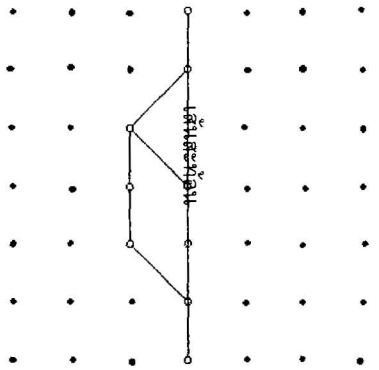
ภาพด้านขวา ภาพด้าน.....

2. ให้นักเรียนจินตนาการการสะท้อน แล้ววาดรูปที่นักเรียนคิดว่าเกิดจากสะท้อนและตรวจสอบรูปที่นักเรียนวาดโดยใช้กระจกเงา

2.1

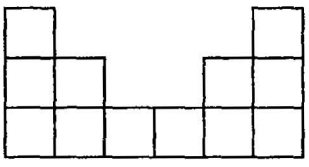


2.2

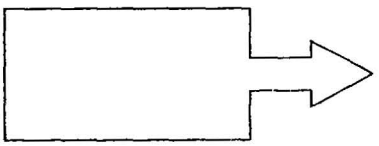


3. ให้นักเรียนวาดเส้นสะท้อนบนรูปต่อไปนี้

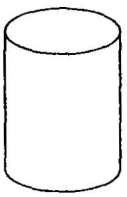
3.1



3.2



3.3

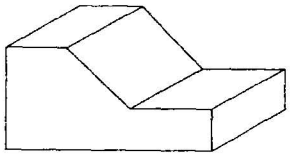


3.4

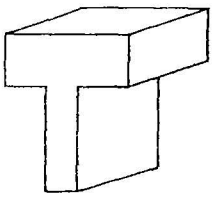
ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 6-C

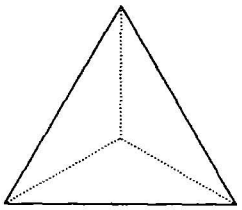
ให้นักเรียนจับคู่รูปเรขาคณิตสามมิติในแต่ละข้อต่อไปนี้กับภาพด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างนั้น

1. 

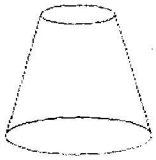
แบบที่ .....

2. 

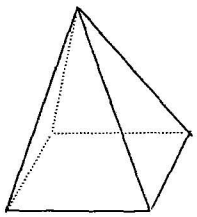
แบบที่.....

3. 

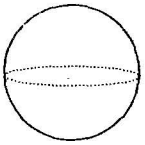
แบบที่.....

4. 

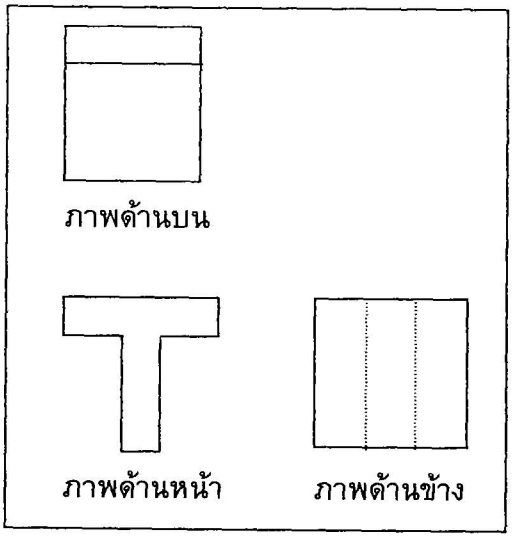
แบบที่ .....

5. 

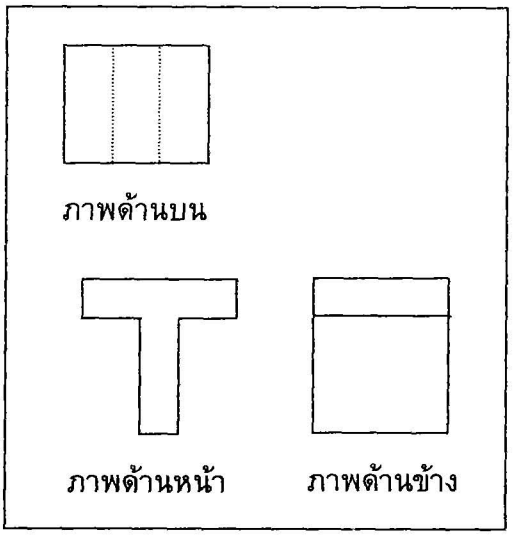
แบบที่.....

6. 

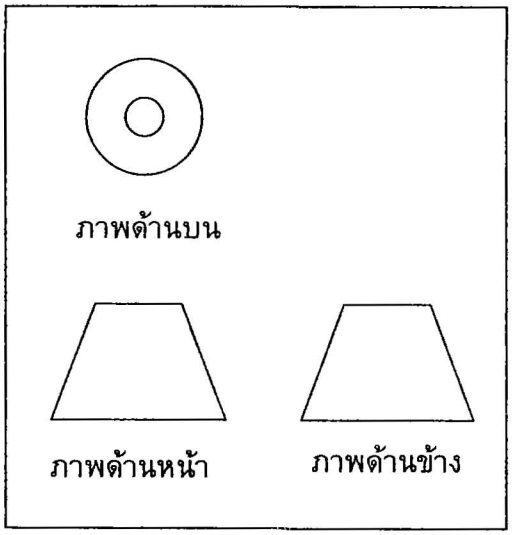
แบบที่.....



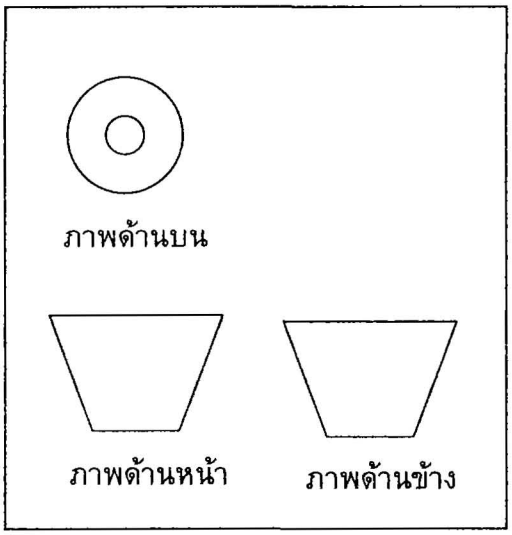
แบบที่ 1



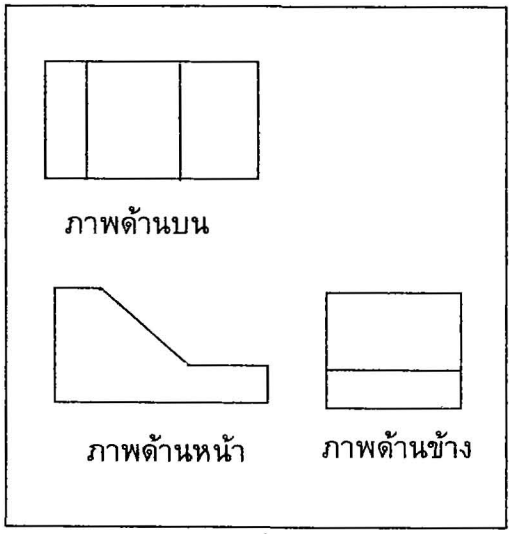
แบบที่ 2



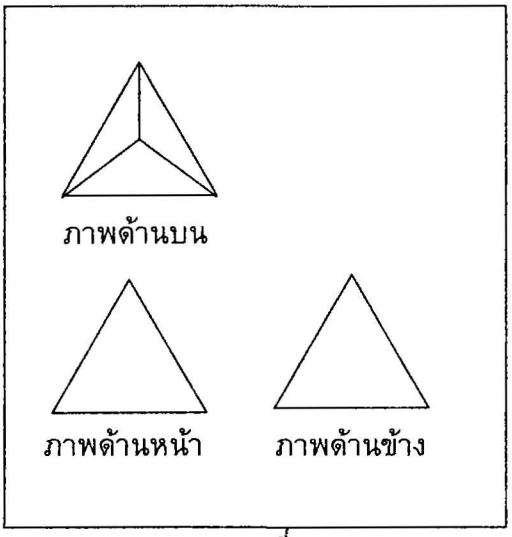
แบบที่ 3



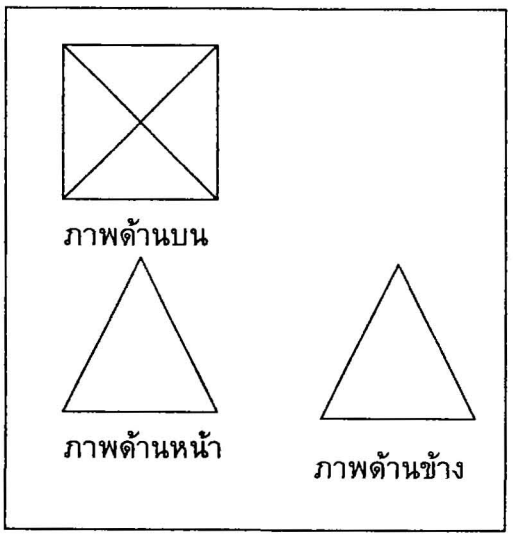
แบบที่ 4



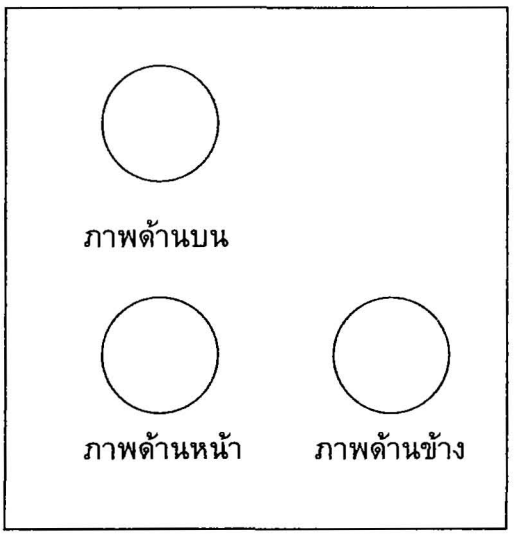
แบบที่ 5



แบบที่ 6



แบบที่ 7



แบบที่ 8

หน่วยที่ 2 การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 รหัสวิชา ค 301 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง การเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. สาระการเรียนรู้

การเขียนภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง นิยมเขียนลงในกระดาษตารางหรือในกระดาษจุด

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกลักษณะของภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติได้
2. เขียนภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการจินตนาการภาพสองมิติที่เกิดจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติได้
2. มีความสามารถในการสื่อสาร และการนำเสนอลักษณะของภาพที่เกิดจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. มีความร่วมมือ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

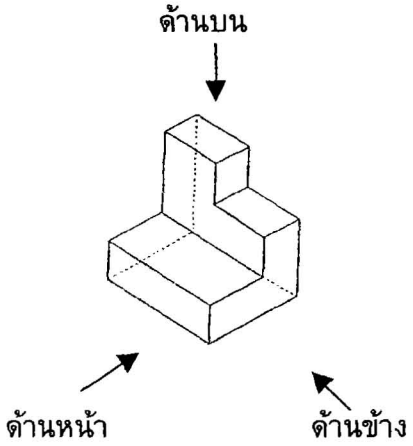
3. ความรู้พื้นฐาน การมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

4. เนื้อหา

การเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

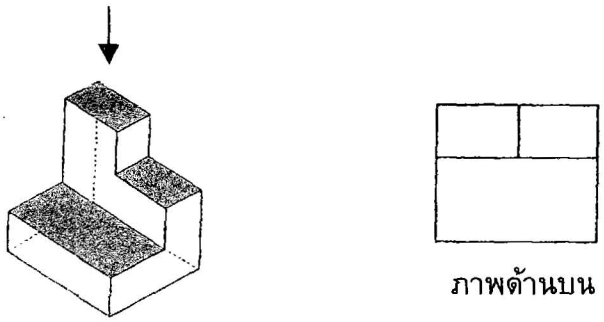
การเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง โดยพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 1

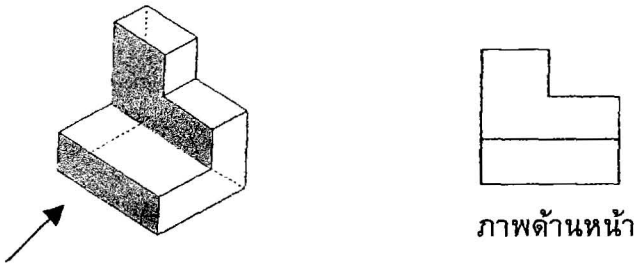


วิธีทำ

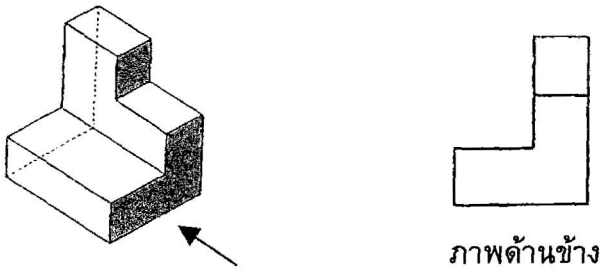
1. พิจารณาการมองด้านบนจะมองเห็นตามลักษณะที่แรเงา แล้วเขียนภาพด้านบนตามส่วนที่แรเงา



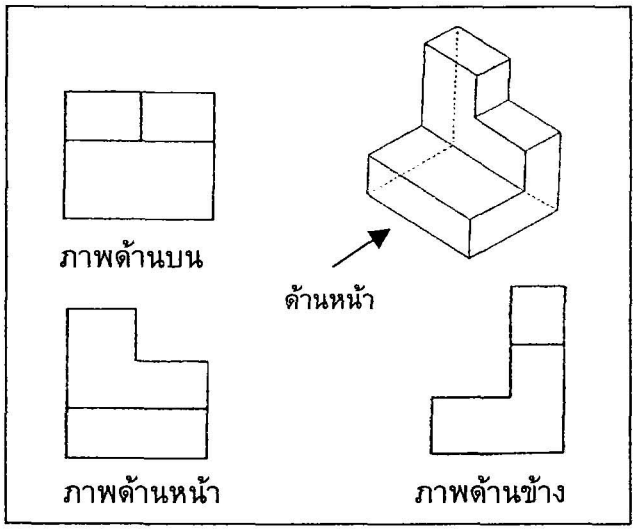
2. พิจารณาการมองด้านหน้าจะมองเห็นตามลักษณะที่แรเงา แล้วเขียนภาพด้านหน้าตามส่วนที่แรเงา



3. พิจารณาการมองด้านข้างจะมองเห็นตามลักษณะที่แรเงา แล้วเขียนภาพด้านข้างตามส่วนที่แรเงา

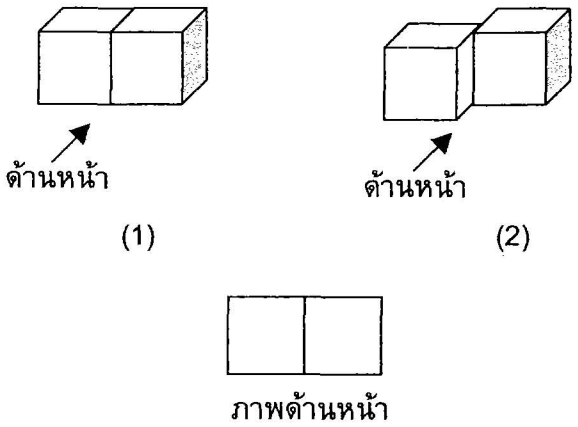


ดังนั้น รูปเรขาคณิตสามมิตินี้สามารถเขียนภาพด้านหน้า ด้านข้างและด้านบนได้ ดังนี้



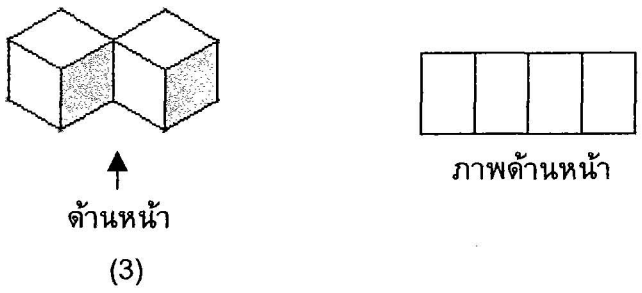
รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

พิจารณารูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ที่มีลักษณะการจัดเรียงแตกต่างกัน ดังต่อไปนี้



รูป (1) แสดงการจัดเรียงลูกบาศก์ 2 ลูก มีการจัดเรียงกันแบบหน้าต่อหน้า

รูป (2) แสดงการจัดเรียงลูกบาศก์ 2 ลูก มีการจัดเรียงกันแบบครึ่งหน้าต่อครึ่งหน้า จะพบว่า รูป (1) และ (2) มีภาพด้านหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเรียงกัน 2 รูป

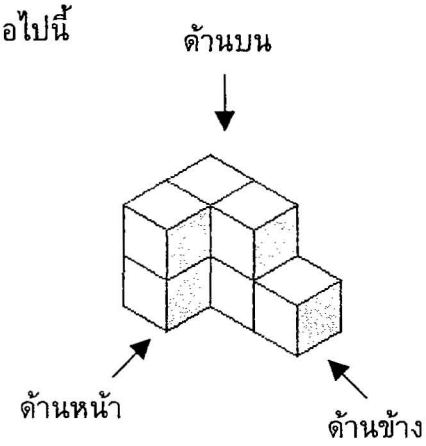


รูป (3) แสดงการจัดเรียงลูกบาศก์ 2 ลูก แบบเหลี่ยมชนเหลี่ยม รูป (3) มีภาพด้านหน้าเป็นลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 4 รูป

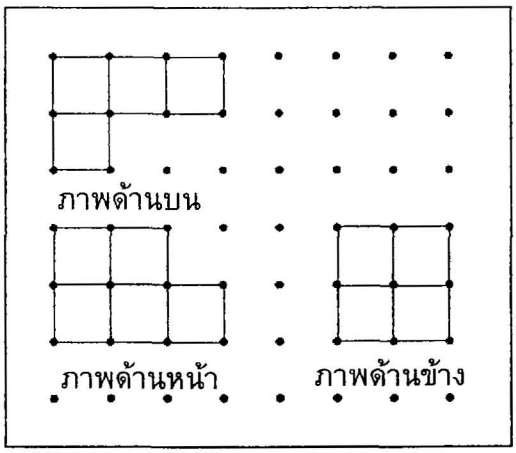
> *ข้อตกลง* รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ในที่นี้จะเน้นศึกษาเฉพาะลูกบาศก์ที่มีการจัดเรียงกันแบบหน้าต่อหน้า

การเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์สามารถทำได้ง่าย โดยการเขียนภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างในกระดาษจุดหรือกระดาษตาราง

ตัวอย่าง 2 ให้นักเรียนเขียนภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบจากลูกบาศก์ต่อไปนี้



วิธีทำ



5. สื่อการเรียนรู้

1. ลูกบาศก์
2. กระดาษขาว
3. กระดาษจุด
4. ใบกิจกรรมที่ 7-A(1), 7-A(2)
5. แบบฝึกหัดที่ 2.2

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงแบบฝึกหัดที่ 2.1 ในข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำไม่ได้ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ

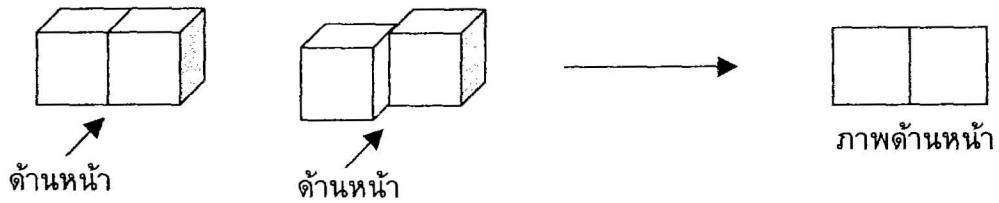
2. ทบทวนเรื่องการมองรูปเรขาคณิตจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง โดยครูยกตัวอย่าง 1 ให้นักเรียนบอกลักษณะของภาพที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง แล้วช่วยกันเขียนภาพสองมิติจากการมองดังกล่าว

ขั้นสอน

3. แจกลูกบาศก์ให้นักเรียนทุกคนๆ ละ 3 ลูก แล้วถามว่านักเรียนสามารถจัดเรียงลูกบาศก์ในลักษณะใดได้บ้าง และแต่ละลักษณะภาพด้านหน้าเป็นอย่างไรบ้าง โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ

4. สุ่มถามนักเรียนจำนวน 2-3 คน ถึงการจัดเรียงในข้อ 3 และให้ออกมานำเสนอหน้าห้อง แล้วถามนักเรียนคนอื่นว่ามีวิธีอื่นที่แตกต่างจากวิธีนี้หรือไม่ ถ้ามีให้มานำเสนอเพิ่มเติม

5. นักเรียนช่วยกันอภิปรายโดยมีครูคอยชี้แนะถึงการจัดเรียงลูกบาศก์ว่ามีได้หลายวิธี บางวิธีอาจทำให้เกิดภาพด้านหน้าได้เหมือนกัน เช่น



(1) (2)

ซึ่งเราจะเน้นศึกษาเฉพาะลูกบาศก์ที่มีการจัดเรียงกันแบบหน้าต่อหน้าดังตัวอย่างเช่นลักษณะรูปในข้อ 1 เท่านั้น

6. อธิบายถึงลักษณะของกระดาษจุด พร้อมทั้งยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสามมิติ ให้นักเรียนอภิปรายถึงภาพด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างร่วมกัน พร้อมทั้งเขียนภาพนั้นลงในกระดาษจุด

7. ยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ 2-3 รูป แล้วให้นักเรียนแต่ละคนฝึกมองและเขียนลักษณะของภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

8. ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 7-A ชุดที่ 1 หรือชุดที่ 2 ซึ่งนักเรียนที่นั่งติดกันทำชุดที่แตกต่างกัน โดยครูแจกลูกบาศก์ให้นักเรียนทุกคนๆ ละ 15 ลูกและกระดาษขาวคนละ 1 แผ่น สำหรับสร้างแบบจำลองขึ้นจากลูกบาศก์ตามใบกิจกรรมนี้

9. สุ่มนักเรียนเฉลยใบกิจกรรมที่ 7-A ชุดที่ 1 และชุดที่ 2 โดยครูและนักเรียนทุกคนช่วยกันตรวจสอบคำตอบให้ถูกต้อง

ขั้นสรุป

10. นักเรียนอภิปรายสรุป โดยครูถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้

10.1 กระดาษจุดมีลักษณะเป็นอย่างไร

10.2 การจัดเรียงลูกบาศก์ที่เราศึกษา มีการจัดเรียงลักษณะอย่างไร

11. แจกกระดาษจุดให้นักเรียนทุกคนเพื่อทำแบบฝึกหัดที่ 2.2 ในบทเรียน

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปราย – ตอบคำถาม	1. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
2. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 7-A	2. ตอบถูกตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป
3. สังเกตจากการสรุป	3. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
4. ทำแบบฝึกหัด 2.2	4. ตอบถูกตั้งแต่ 6 ข้อขึ้นไป

8. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

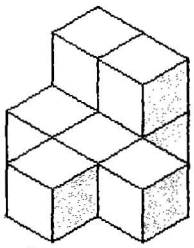
.....

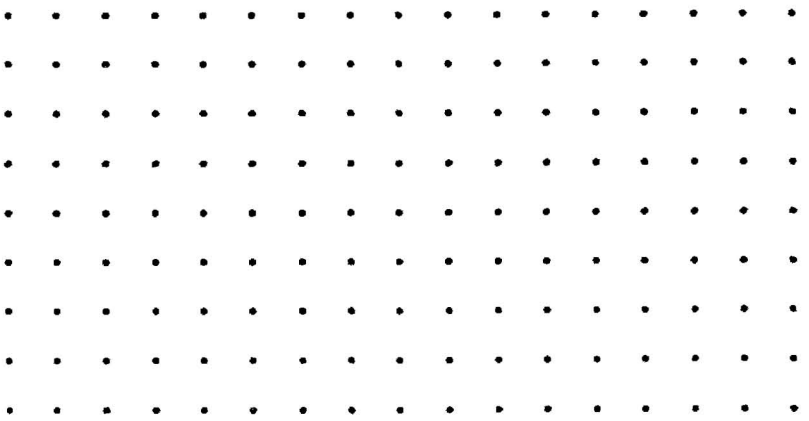
ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 7-A (1)

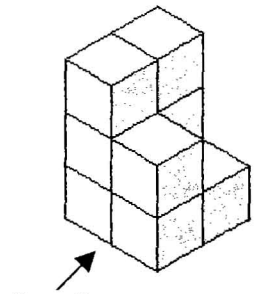
ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ตามรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ และเขียนภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

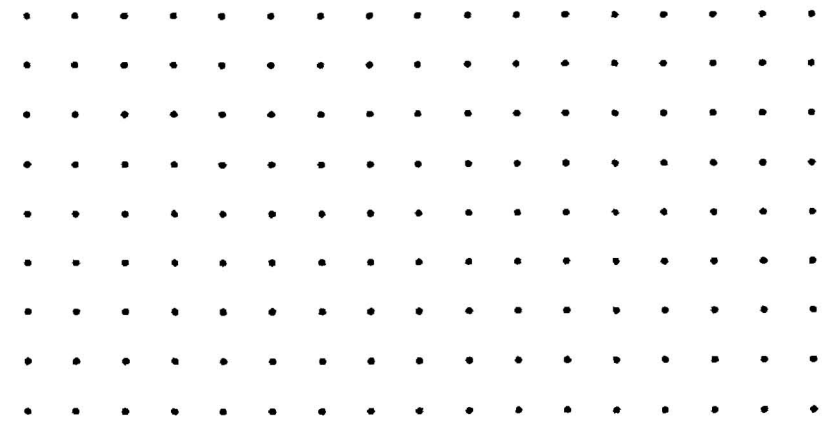
1.



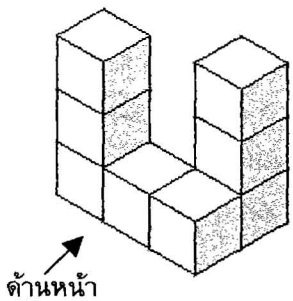


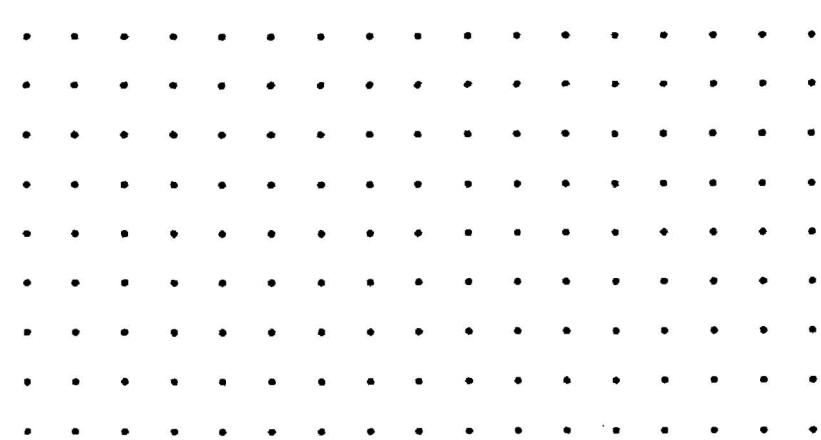
2.





3.



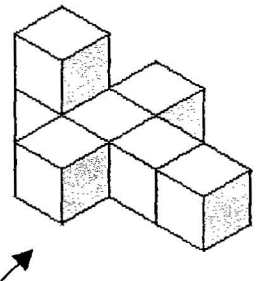


ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 7-A (2)

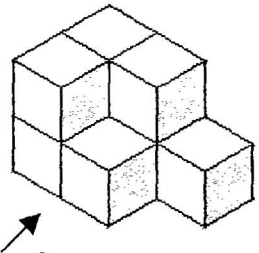
ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ตามรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ และเขียนภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

1.



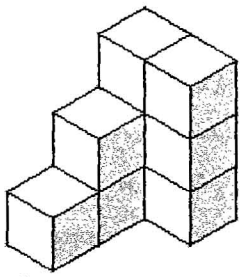
ด้านหน้า

2.



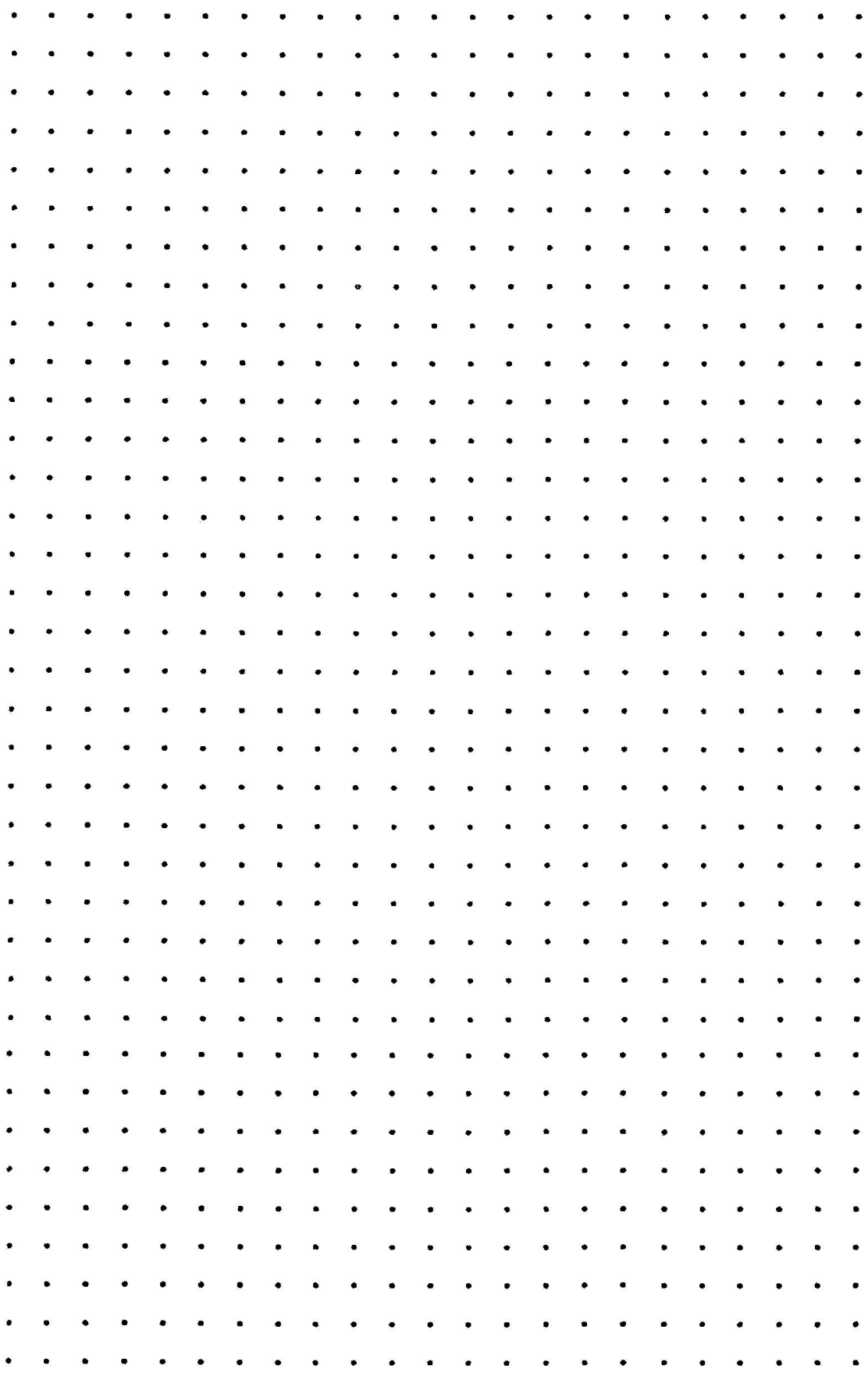
ด้านหน้า

3.



ด้านหน้า

กระดาษจุด



หน่วยที่ 2 การมองรูปเรขาคณิตสามมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 รหัสวิชา ค 301 **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1**

เรื่อง การสร้างแบบฐาน (base plan) **จำนวน 1 ชั่วโมง**

---

1. สาระการเรียนรู้

ภาพด้านบนหรือฐานที่เขียนขึ้นจากการมองด้านบนของแบบจำลองลูกบาศก์ โดยใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งสี่เหลี่ยม 1 รูปแทนลูกบาศก์ 1 อัน และแต่ละช่องสี่เหลี่ยมจะมีตัวเลขเพื่อแสดงความสูงของลูกบาศก์ที่ซ้อนกัน เรียกว่า แบบฐาน (base plan)

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายลักษณะของแบบฐานได้
2. สร้างแบบฐานเมื่อกำหนดแบบจำลองจากลูกบาศก์ให้ได้
3. สร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดแบบฐานให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใดแบบจำลองจากลูกบาศก์จึงสอดคล้องกับแบบฐานที่กำหนด
2. มีความสามารถในการสื่อสาร และการนำเสนอการสร้างแบบฐานของแบบจำลองจากลูกบาศก์ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. มีความร่วมมือ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

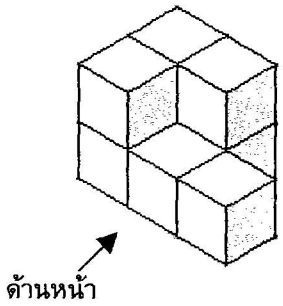
3. ความรู้พื้นฐาน การมองรูปเรขาคณิตสามมิติจากด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง การเขียนภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

4. เนื้อหา

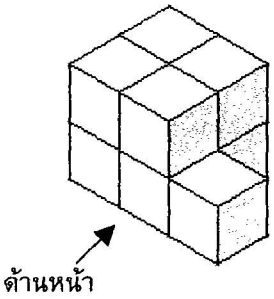
การสร้างแบบฐาน

ให้นักเรียนพิจารณาภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของแบบจำลองลูกบาศก์ต่อไปนี้

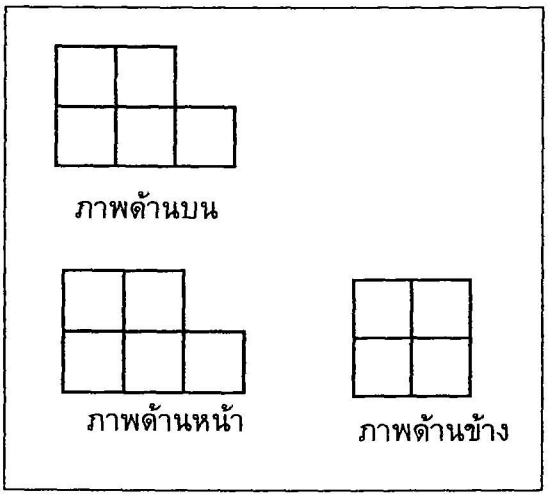
ตัวอย่าง 1



รูป ก.

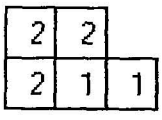


รูป ข.



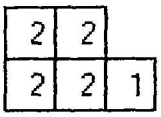
จากการพิจารณารูป ก. และรูป ข. พบว่ามีภาพด้านหน้า ด้านบนและด้านข้างเหมือนกัน แต่รูปทั้งสองมีลักษณะแตกต่างกัน ดังนั้น ถ้ามีการเขียนระบุจำนวนลูกบาศก์ที่เรียงซ้อนกันจะทำให้เห็นความแตกต่างของรูปทั้งสองได้

ต่อไปนี้แสดงภาพด้านบนหรือฐานของรูป ก. และรูป ข. ที่มีตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ที่เรียงซ้อนกัน ทำให้เห็นความแตกต่างของทั้งสองรูปได้



ด้านหน้า

รูป ก.



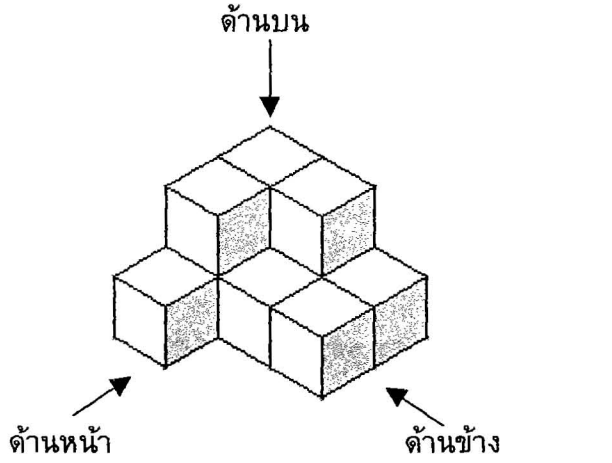
ด้านหน้า

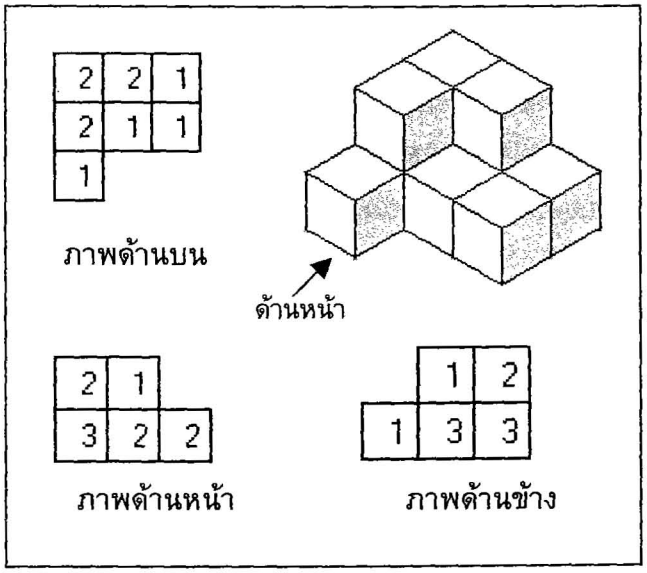
รูป ข.

ภาพด้านบนหรือฐานที่เขียนขึ้นจากการมองด้านบนของแบบจำลองลูกบาศก์ โดยใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งสี่เหลี่ยม 1 รูปจะแทนลูกบาศก์ 1 อัน และแต่ละช่องสี่เหลี่ยมจะมีตัวเลขเพื่อแสดงความสูงของลูกบาศก์ที่ซ้อนกัน เรียกว่า **แบบฐาน (base plan)**

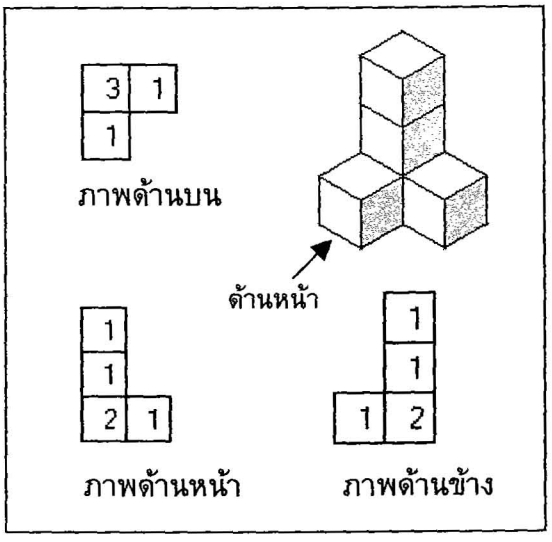
บางครั้งสามารถเขียนแสดงตัวเลขทั้ง 3 ด้านได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 2 ให้นักเรียนเขียนภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของแบบจำลองลูกบาศก์ต่อไปนี้ พร้อมทั้งระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์แต่ละด้าน

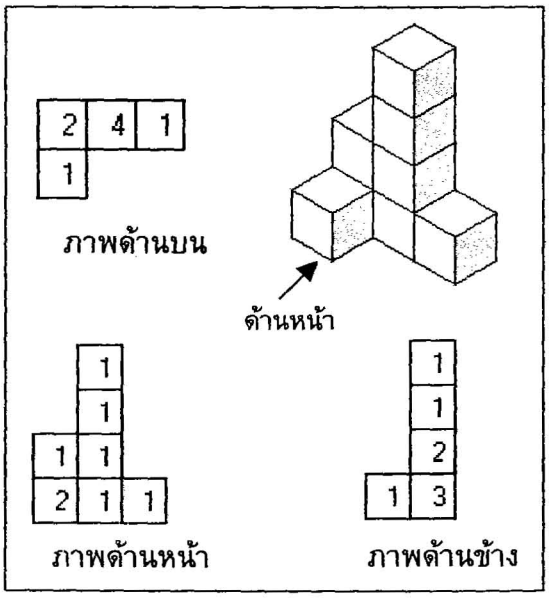




ตัวอย่าง 3



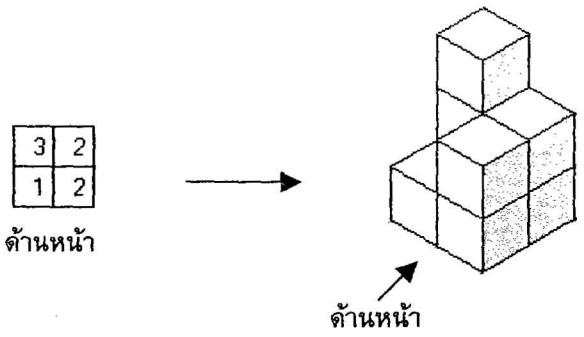
ตัวอย่าง 4



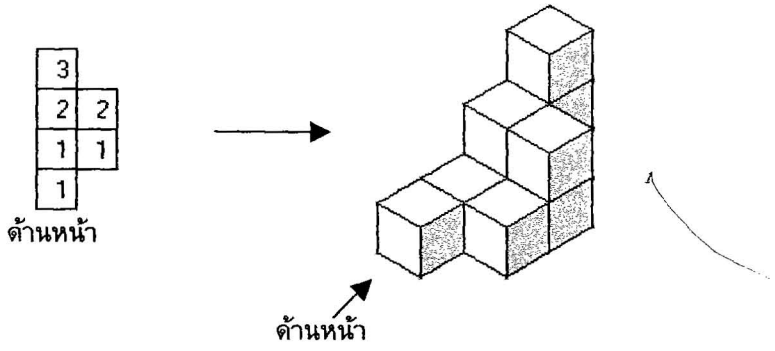
จากตัวอย่าง 2-4 เป็นการแสดงภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างที่มีการระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ แต่บางครั้งเราไม่จำเป็นต้องแสดงตัวเลขทั้งสามด้านก็ได้เพราะการแสดงแบบฐานอย่างเดียวก็เพียงพอสำหรับการสร้างแบบลูกบาศก์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5

1)



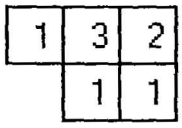
2)



การสร้างแบบจำลองลูกบาศก์จากแบบฐาน

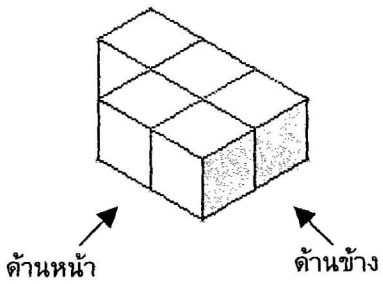
เมื่อกำหนดแบบจำลองลูกบาศก์ให้ นักเรียนจะสามารถสร้างแบบฐานได้ ในทางกลับกันเมื่อกำหนดแบบฐานให้นักเรียนก็จะสามารถสร้างแบบจำลองลูกบาศก์ได้ ตามขั้นตอนต่อไปนี้

ตัวอย่างเช่น

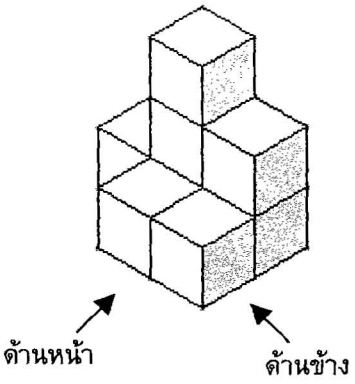


ด้านหน้า

1. เริ่มต้นสร้างจากการพิจารณาแบบฐานที่กำหนดให้ แล้วสร้างชั้นล่างหรือฐานตามแบบฐาน



2. จากนั้นเพิ่มจำนวนลูกบาศก์ซ้อนขึ้นไป เพื่อให้ได้เท่ากับจำนวนที่ระบุในแบบฐาน



5. สื่อการเรียนรู้

1. ลูกบาศก์
2. กระดาษขาว
3. ใบกิจกรรมที่ 8-A, 8-B
4. แบบฝึกหัดที่ 2.3

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ทบทวนการเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยให้นักเรียนเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูป ก. และรูป ข. ในตัวอย่าง 1

ขั้นสอน

2. ให้นักเรียนสังเกตภาพสองมิติที่ได้จากรูป ก. และรูป ข. ในตัวอย่าง 1 ซึ่งจะพบว่าได้ภาพสองมิติเหมือนกันทั้งๆ ที่มาจากรูปเรขาคณิตสามมิติคนละรูป

3. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ถ้ามีการระบุตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ที่เรียงซ้อนกันจะทำให้เห็นข้อแตกต่างของรูปทั้งสองได้ พร้อมทั้งให้นักเรียนช่วยกันเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ลงในภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

4. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่าง 2- 4 และสุ่มนักเรียนออกมาเขียนภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง พร้อมทั้งให้เขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์ที่เรียงซ้อนกัน โดยครูและเพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

5. ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 8-A เมื่อเสร็จแล้วสุ่มนักเรียนมาเฉลยใบกิจกรรม โดยครูและเพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

6. จากกิจกรรมที่ 8-A ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า บางครั้งเราไม่จำเป็นต้องแสดงตัวเลขทุกด้าน เราสามารถใช้เพียงด้านเดียวก็ได้ ที่นิยมใช้จะแสดงโดยใช้ภาพด้านบนหรือฐานที่ระบุตัวเลขเพื่อแสดงความสูงของลูกบาศก์ที่ซ้อนกัน เรียกว่า **แบบฐาน (base plan)** พร้อมทั้งยกตัวอย่าง 5 ให้นักเรียนช่วยกันสร้างแบบฐาน

7. ถามนักเรียนเพิ่มเติมถึงวิธีสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดแบบฐานให้แล้วอภิปรายร่วมกัน

8. ให้นักเรียนจับคู่ โดยครูแจกลูกบาศก์คู่ละ 15 ลูก และกระดาษขาววางแบบจำลองจากลูกบาศก์ แล้วให้ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 8-B ซึ่งครูคอยสังเกตการปฏิบัติกิจกรรมและให้คำแนะนำ เมื่อเสร็จแล้วให้ครูสุ่มนักเรียนมาเฉลยใบกิจกรรม โดยเพื่อนนักเรียนช่วยกันตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นสรุป

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุป โดยครูถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้

   9.1 แบบฐานคืออะไร และมีประโยชน์อย่างไร

   9.2 การสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดแบบฐานมีวิธีการสร้างอย่างไร

10. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2.3 เป็นการบ้าน

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปราย – ตอบคำถาม	1. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
2. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 8-A	2. ตอบถูกตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป
3. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 8-B	3. ตอบถูกตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป
4. สังเกตจากการอภิปรายสรุป	4. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
5. ทำแบบฝึกหัดที่ 2.3	5. ตอบถูกตั้งแต่ 6 ข้อขึ้นไป

8. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

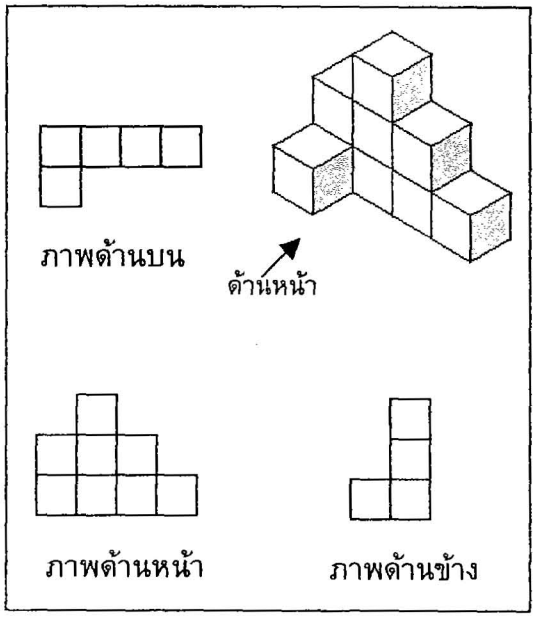
.....

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

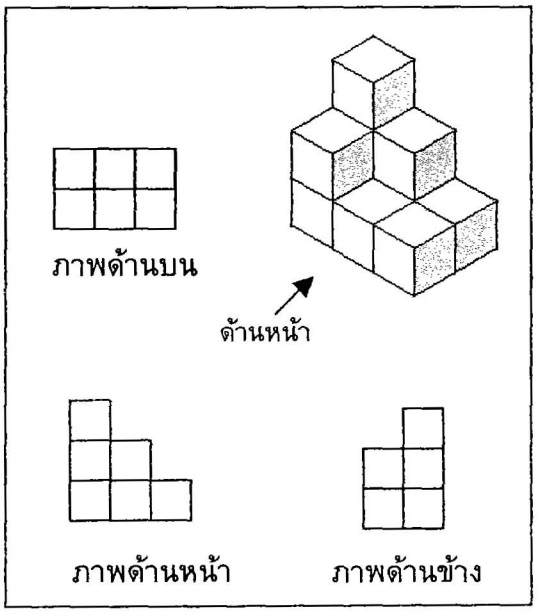
ใบกิจกรรมที่ 8-A

1. ให้นักเรียนเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์เรียงซ้อนกันของภาพที่ได้จากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

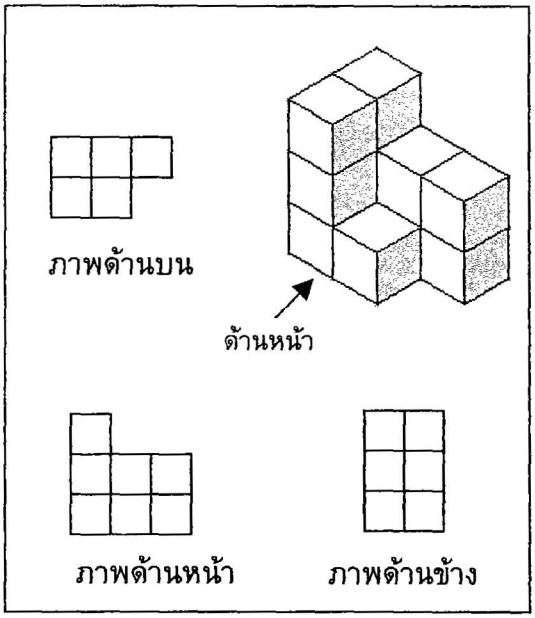
1.1



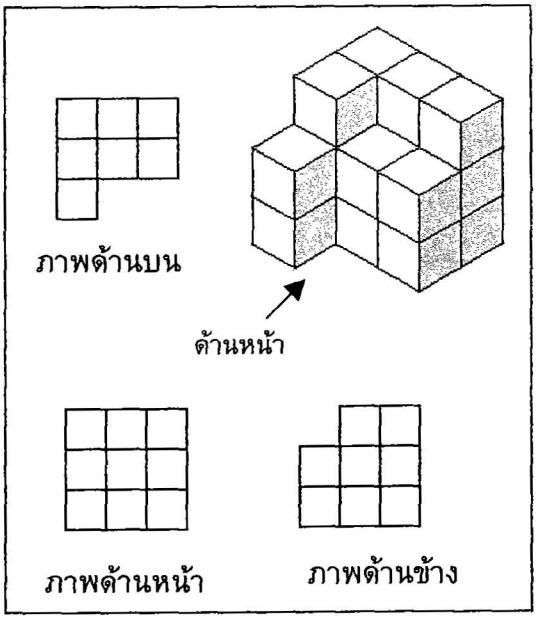
1.2



1.3



1.4

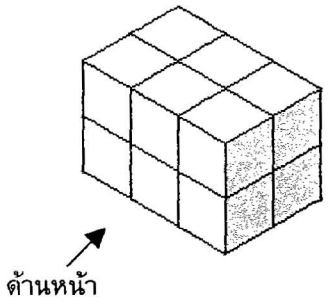


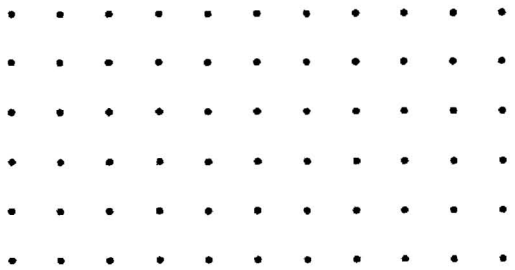
ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 8-B

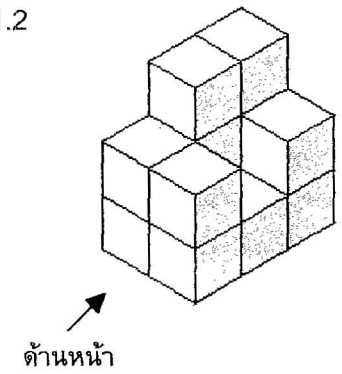
1. ให้นักเรียนสร้างแบบฐานของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

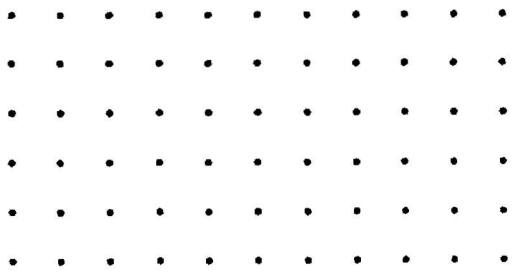
1.1



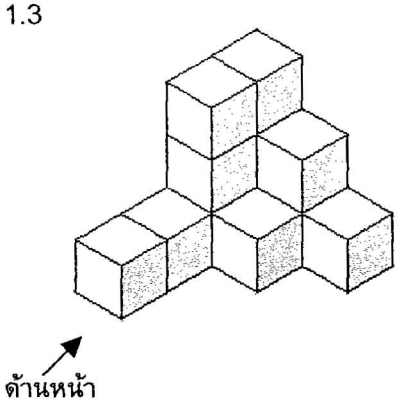


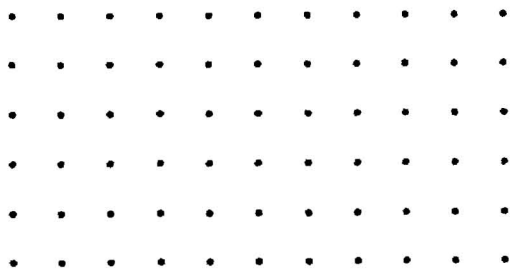
1.2



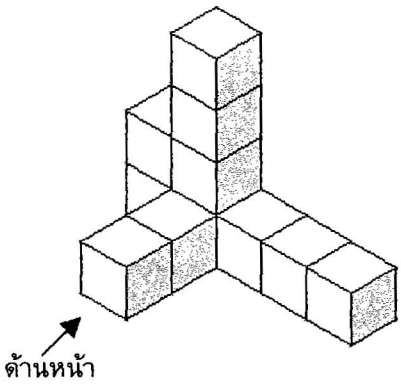


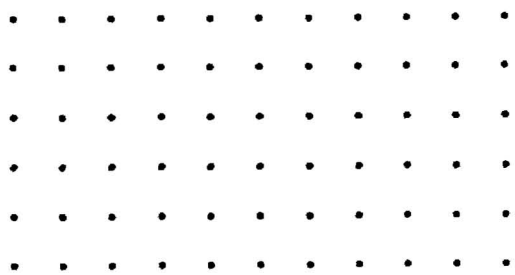
1.3



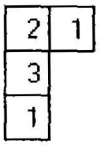


1.4



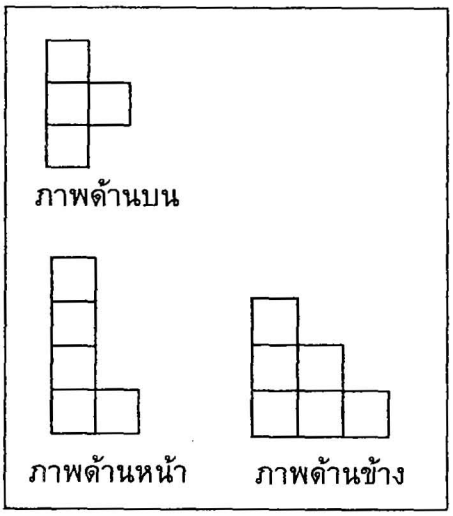


2. นักโบราณคดีคนหนึ่งพบแผ่นป้ายจารึกที่แกะสลักแบบฐาน ดังนี้

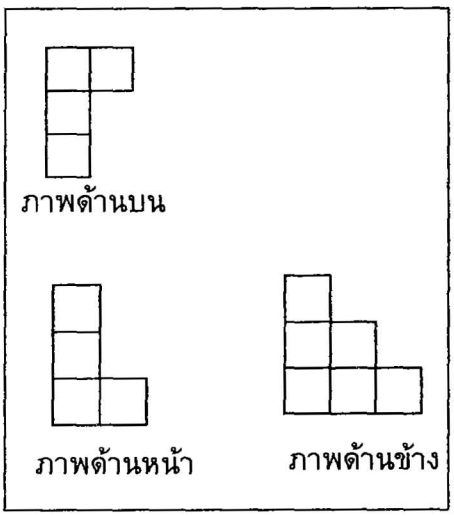


ด้านหน้า

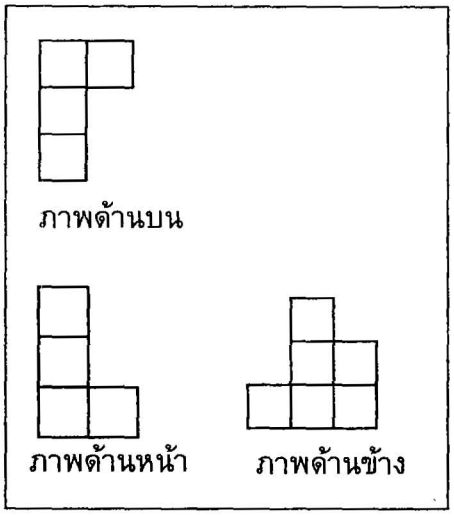
ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ตามแบบฐานที่นักโบราณคดีคนนี้พบ และพิจารณาภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างต่อไปนี้ว่าแบบใดที่สอดคล้องกับแบบจำลองที่นักเรียนสร้างขึ้น



แบบที่ 1



แบบที่ 2



แบบที่ 3

3. จากข้อ 2 ให้นักเรียนตรวจสอบแบบที่ไม่ใช่คู่ของแบบจำลองจากลูกบาศก์ แล้วอธิบายว่าทำไมแบบนั้นจึงไม่สอดคล้องกับแบบจำลองจากลูกบาศก์ที่กำหนดให้

.....

.....

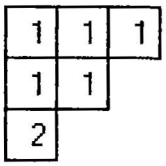
.....

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

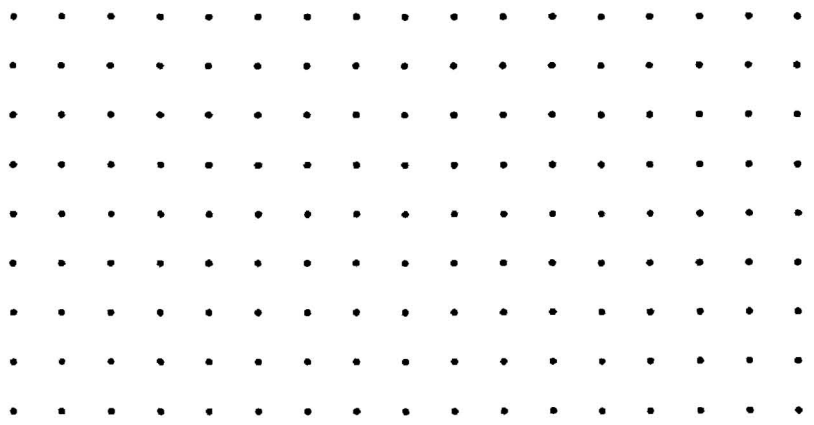
กิจกรรมเสริม

1. ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์จากแบบฐานต่อไปนี้ และเขียนภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

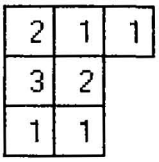
1.1



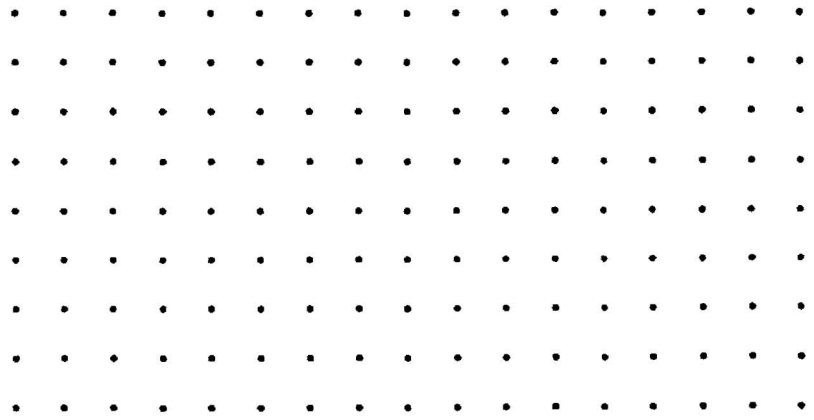
ด้านหน้า



1.2



ด้านหน้า



2. จากข้อ 1 ถ้าความยาวของแต่ละด้านที่นักเรียนเห็นในภาพสองมิติคือ 1 หน่วย ให้นักเรียนหาพื้นที่ของภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของแต่ละรูป

.....

.....

.....

.....

3. ถ้านักเรียนจะทาสีภายนอกของลูกบาศก์บนแบบจำลองจากลูกบาศก์ทุกด้าน (ยกเว้นด้านล่างหรือฐาน) ในข้อ 1 นักเรียนจะต้องทาสีแต่ละรูปกี่ตารางหน่วย

.....

.....

หน่วยที่ 3 การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 6 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 รหัสวิชา ค 301 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. สาระการเรียนรู้

การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เราสามารถประดิษฐ์ได้โดยการมองภาพสองมิติ ได้แก่ ภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้
2. บอกลักษณะของตึกที่เล็กที่สุดและตึกที่ใหญ่ที่สุดได้
3. บอกจำนวนลูกบาศก์ที่น้อยที่สุดและมากที่สุดที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจในการเลือกแบบจำลองจากลูกบาศก์ เพื่อให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
2. มีความสามารถในการสื่อสาร และการนำเสนอวิธีสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์จากการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้
3. มีความสามารถในการนำความรู้เรื่องการสร้างแบบฐาน การสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. มีความร่วมมือ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

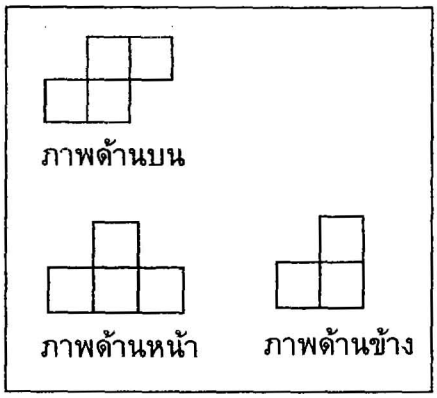
3. ความรู้พื้นฐาน การเขียนภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง การสร้างแบบฐาน

4. เนื้อหา

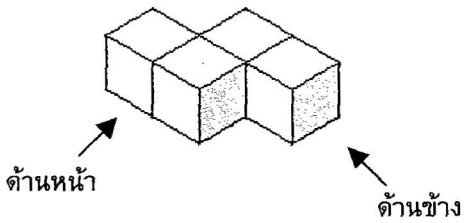
การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยการมองภาพสองมิติ

การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เราสามารถประดิษฐ์ได้โดยการมองภาพสองมิติ ได้แก่ ภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง ซึ่งในการประดิษฐ์รูปนั้นภาพที่เราควรจะพิจารณาเป็นอันดับแรกคือ ภาพด้านบนหรือฐาน

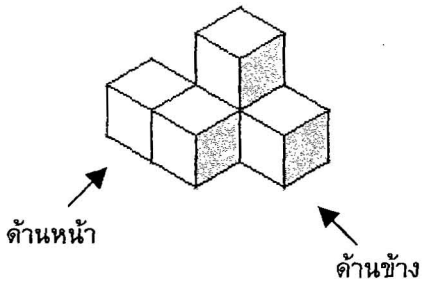
ตัวอย่าง 1 จงสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์โดยการมองภาพสองมิติต่อไปนี้



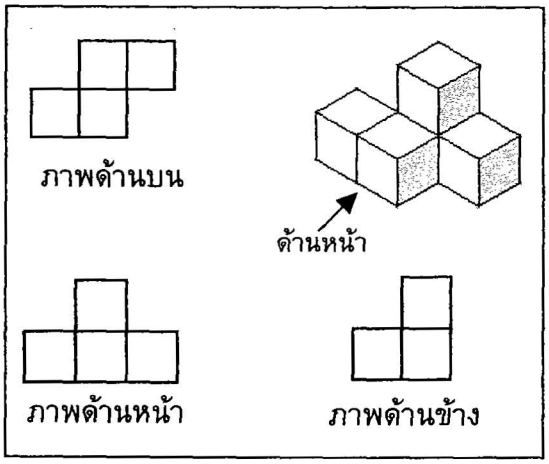
1. พิจารณาภาพด้านบนและประกอบลูกบาศก์ ดังรูป



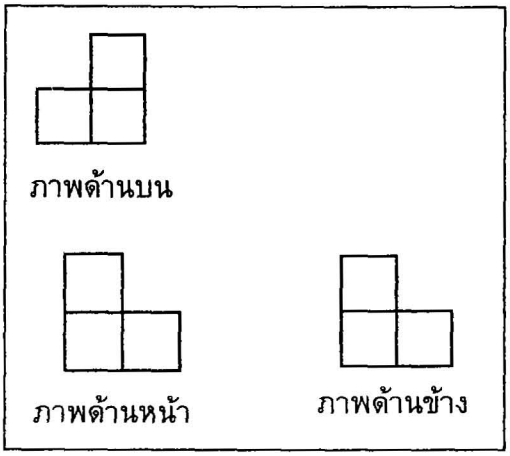
2. พิจารณาภาพด้านหน้าและด้านข้าง และประกอบลูกบาศก์



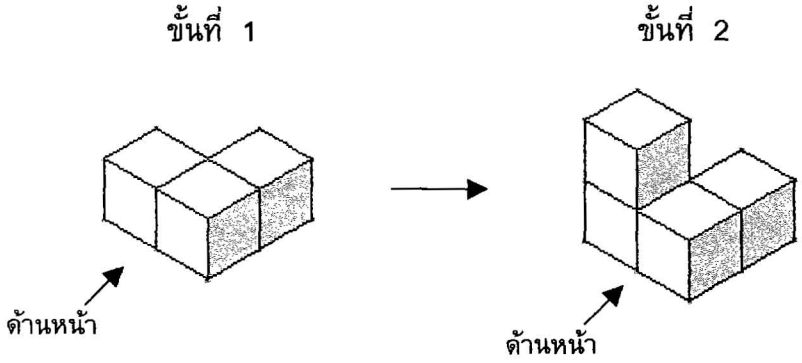
ดังนั้น ภาพสองมิติด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง สามารถประกอบแบบจำลองจากลูกบาศก์ได้ ดังนี้



ตัวอย่าง 2 จงสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์โดยมองภาพสองมิติต่อไปนี้



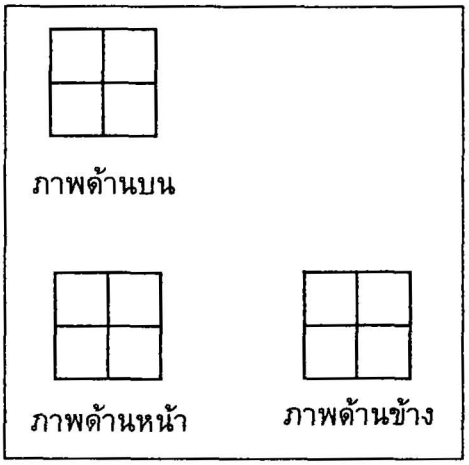
วิธีทำ



การสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์โดยการมองภาพสองมิติ เพื่อไม่ให้เกิดความสับสนเกี่ยวกับทิศทาง ควรสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์บนกระดาษที่เขียนระบุด้านกำกับไว้ด้วย

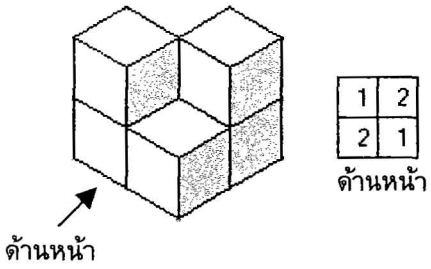
บางครั้งเมื่อกำหนดภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างให้ นักเรียนจะสามารถสร้างแบบจำลองลูกบาศก์ได้หลายแบบโดยใช้จำนวนลูกบาศก์มากน้อยแตกต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 3 จากภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

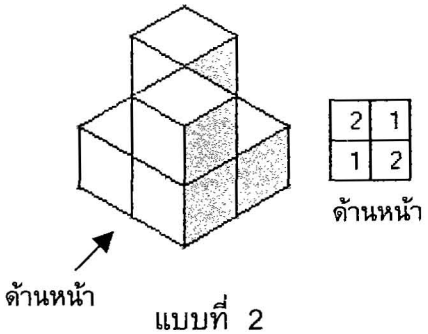


วิธีทำ สามารถสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ได้ 7 แบบ ดังนี้

1) ใช้ลูกบาศก์จำนวน 6 ลูก

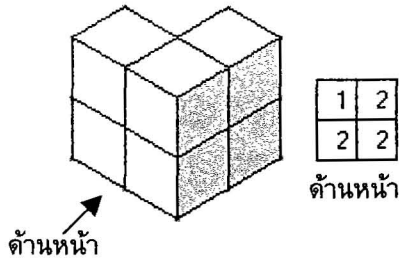


แบบที่ 1

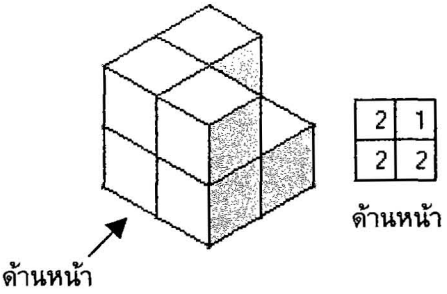


แบบที่ 2

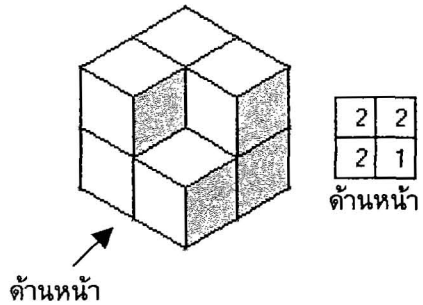
2) ใช้ลูกบาศก์จำนวน 7 ลูก



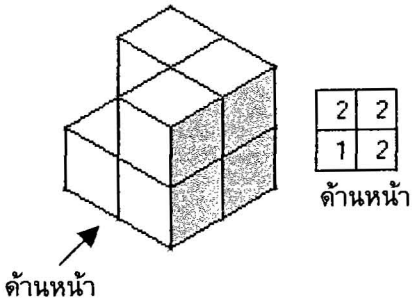
แบบที่ 3



แบบที่ 4

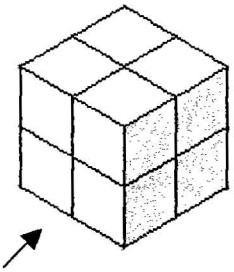


แบบที่ 5



แบบที่ 6

3) ใช้ลูกบาศก์จำนวน 8 ลูก



แบบที่ 7

> แบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยใช้ลูกบาศก์จำนวนน้อยที่สุด เราเรียกว่า ***ตึกที่เล็กที่สุด (minimal building)*** และแบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยใช้ลูกบาศก์จำนวนมากที่สุด เราเรียกว่า ***ตึกที่ใหญ่ที่สุด (maximal building)***

จากตัวอย่าง 3 จะได้ว่า ตึกลูกบาศก์จำลองเล็กที่สุดเป็นตึกจำลองที่สร้างจากลูกบาศก์จำนวน 6 ลูก ได้แก่ แบบที่ 1 และแบบที่ 2 และตึกลูกบาศก์จำลองใหญ่ที่สุดเป็นตึกจำลองที่สร้างจากลูกบาศก์จำนวน 8 ลูก ได้แก่ แบบที่ 7

5. สื่อการเรียนรู้

1. ลูกบาศก์
2. กระดาษขาว
3. ใบกิจกรรมที่ 9-A, 9-B
4. แบบฝึกหัดที่ 3.1

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ทบทวนการสร้างแบบฐาน โดยให้นักเรียนจับคู่ ครูแจกลูกบาศก์จำนวน 15-20 ลูก และกระดาษขาวสำหรับวางแบบจำลองจากลูกบาศก์ เพื่อให้นักเรียนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 9-A

2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติใบกิจกรรมเสร็จแล้ว สุ่มนักเรียนจำนวน 3-4 คน เพื่อเฉลยใบกิจกรรมที่ 9-A โดยมีครูและเพื่อนนักเรียนในห้องตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นสอน

3. แจกลูกบาศก์ให้นักเรียนทุกคนๆ ละ 10 ลูก เพื่อสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์โดยการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง จากตัวอย่าง 1-2 พร้อมทั้งให้สร้างแบบฐานด้วย โดยครูใช้คำถามเพื่อแนะนำนักเรียน ดังนี้

3.1 นักเรียนควรพิจารณาประกอบลูกบาศก์ตามภาพใดก่อน (ภาพด้านบน)

3.2 ขั้นตอนต่อไปควรทำอย่างไร (พิจารณาภาพด้านหน้าและด้านข้างพร้อมกัน)

4. อภิปรายร่วมกันถึงลักษณะแบบฐานที่นักเรียนทำได้ในตัวอย่าง 1-2

5. ให้นักเรียนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 9-B เมื่อเสร็จแล้ว สุ่มนักเรียนเฉลยใบกิจกรรม โดยมีครูและเพื่อนนักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง และถามว่ามีคำตอบอื่นที่แตกต่างจากนี้หรือไม่ ซึ่งข้อ 4 จะมีคำตอบที่แตกต่างกัน 7 คำตอบ ครูถามจนกว่าจะได้ครบ

6. ให้นักเรียนสังเกตคำตอบข้อ 4 ใบกิจกรรมที่ 9-B ที่ได้มา ว่าแต่ละแบบนักเรียนใช้ลูกบาศก์ในการสร้างจำนวนกี่ลูก (จำนวน 6-8 ลูก) ครูอภิปรายเพิ่มเติมว่า แบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยใช้ลูกบาศก์จำนวนน้อยที่สุด เราเรียกว่า ตึกที่เล็กที่สุด และแบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยใช้ลูกบาศก์จำนวนมากที่สุด เราเรียกว่า ตึกที่ใหญ่ที่สุด

ขั้นสรุป

7. นักเรียนอภิปรายสรุปร่วมกัน โดยครูถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้

7.1 การสร้างแบบจากลูกบาศก์โดยการมองภาพสองมิติ ได้แก่ ภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง มีขั้นตอนการสร้างอย่างไร

7.2 ตึกที่เล็กที่สุดเป็นอย่างไร

7.3 ตึกที่ใหญ่ที่สุดเป็นอย่างไร

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปราย – ตอบคำถาม	1. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
2. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 9-A	2. ตอบถูกตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป
3. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 9-B	3. ตอบถูกตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป
4. สังเกตจากการอภิปรายสรุป	4. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
5. ทำแบบฝึกหัดที่ 3.1	5. ตอบถูกตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป

8. บันทึกผลหลังการสอน

.....

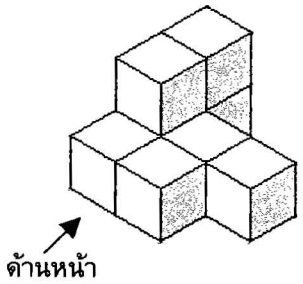
.....

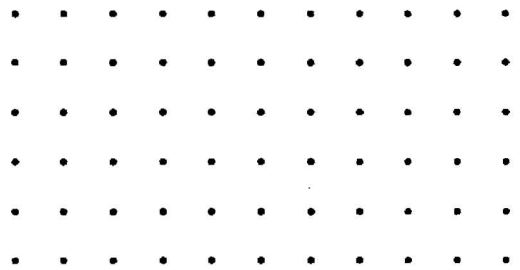
.....

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

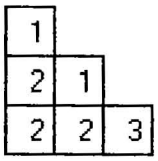
ใบกิจกรรมที่ 9-A

1. ให้นักเรียนสร้างแบบฐานของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

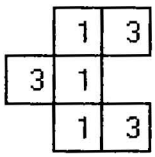




2. ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์จากแบบฐานที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้



แบบที่ 1



แบบที่ 2

2.1 ลิลลี่นักโบราณคดี เธอพบซากปรักหักพังของเมืองโบราณเมืองหนึ่ง เธอคิดว่า 1 ใน 2 ตึกที่พบ ถูกใช้เป็นหอสูงตรวจการด้านหลังเพื่อมองศัตรูหรือพันธมิตรที่กำลังจะเข้ามา พิจารณาแบบของตึกทั้งสอง นักเรียนคิดว่าตึกใดควรจะใช้เป็นหอสูงตรวจการที่มองเห็นคนที่เข้ามาได้โดยรอบ เพราะเหตุใดให้เขียนอธิบาย

.....

.....

.....

2.2 ลิลลี่ได้ค้นพบหลักฐานบางส่วนจากไดอารี่ที่เก็บไว้ที่บ้านในเมืองโบราณ ไดอารี่แสดงถึงผู้ที่เคยอาศัยอยู่ในตึกแบบที่ 1 สิ่งที่เขียนในไดอารี่ มีดังนี้

"หลังจากรับประทานอาหารเย็น ฉันขึ้นบันไดไปที่ห้องฉัน วันนี้ดวงดาวส่องสว่างมาก ฉันจึงไปที่หอคอยเพื่อมองดูดาว จากหอคอยฉันสามารถมองลงมาเห็นหลังคาห้องของฉัน แต่จากหน้าต่างห้องของฉันซึ่งเป็นลูกกรงเหล็กไม่สามารถมองเห็นหอคอยได้"

จากไดอารี่และลักษณะของตึกแบบที่ 1 จงบอกตำแหน่งหอคอยและห้องของผู้ที่เคยอาศัยอยู่ที่นี่ พร้อมทั้งเขียนอธิบายคำตอบ

.....

.....

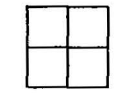
.....

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 9-B

1. ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ โดยการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างต่อไปนี้ แล้วเขียนแบบฐาน

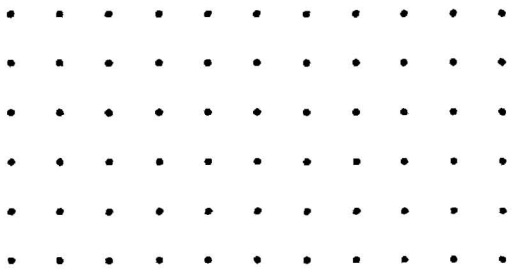
1.1



ภาพด้านบน

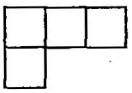
ภาพด้านหน้า

ภาพด้านข้าง

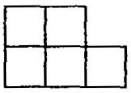


จำนวนลูกบาศก์.....ลูก

1.2

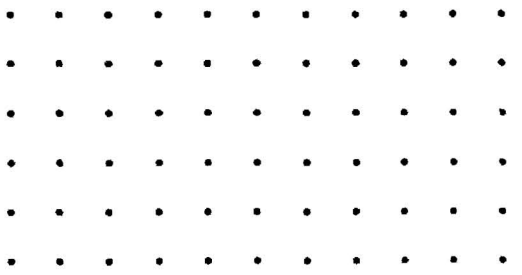


ภาพด้านบน



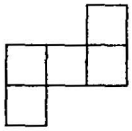
ภาพด้านหน้า

ภาพด้านข้าง

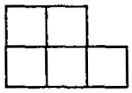


จำนวนลูกบาศก์.....ลูก

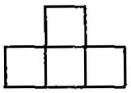
1.3



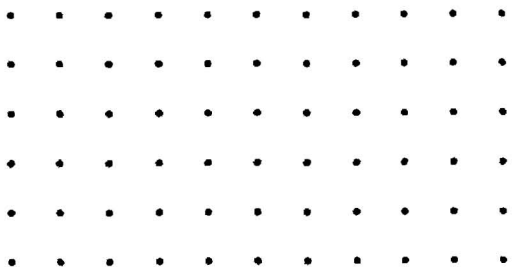
ภาพด้านบน



ภาพด้านหน้า



ภาพด้านข้าง



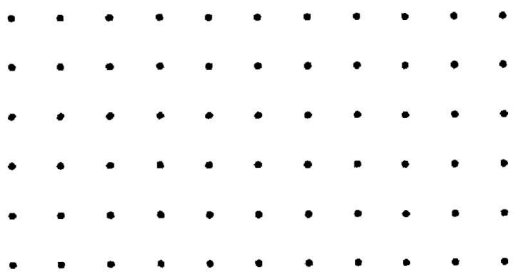
จำนวนลูกบาศก์.....ลูก

1.4

ภาพด้านบน

ภาพด้านหน้า

ภาพด้านข้าง



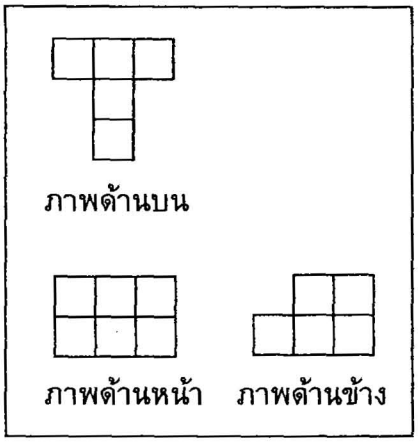
จำนวนลูกบาศก์.....ลูก

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

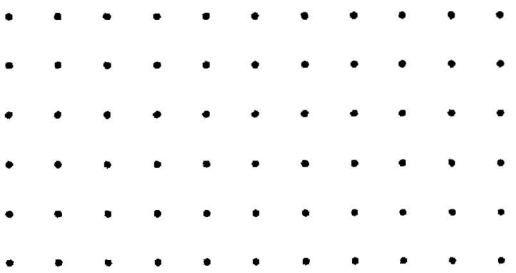
กิจกรรมเสริม

1. ลิลลี่เป็นนักโบราณคดี ได้ค้นพบแผ่นหินซึ่งแกะสลักแบบภาพสองมิติของตึกโบราณ 2 ตึก ลิลลี่อยากทราบว่าถ้าจะสร้างตึกที่ใหญ่ที่สุดและตึกที่เล็กที่สุดต้องใช้ลูกบาศก์จำนวนเท่าใด และลักษณะแบบฐานของตึกที่ใหญ่ที่สุดเป็นอย่างไร

1.1

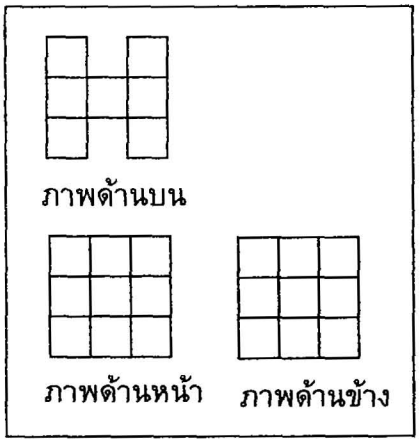


แบบฐานของตึกที่ใหญ่ที่สุด

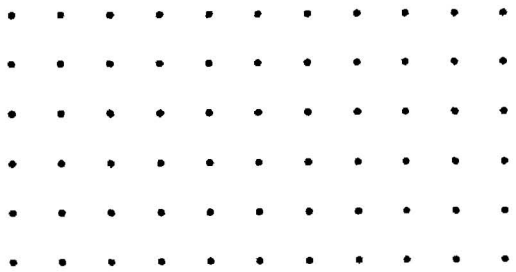


ตึกที่เล็กที่สุดใช้ลูกบาศก์ จำนวน.....ลูก
ตึกที่ใหญ่ที่สุดใช้ลูกบาศก์ จำนวน.....ลูก

1.2



แบบฐานของตึกที่ใหญ่ที่สุด



ตึกที่เล็กที่สุดใช้ลูกบาศก์ จำนวน.....ลูก
ตึกที่ใหญ่ที่สุดใช้ลูกบาศก์ จำนวน.....ลูก

หน่วยที่ 3 การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 รหัสวิชา ค 301 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. สาระการเรียนรู้

การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก เป็นวิธีหนึ่งที่ทำให้ได้ภาพเหมือนรูปเรขาคณิตสามมิติจริง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายวิธีการวาดรูปแบบไอโซเมตริกและออบลิกได้
2. บอกลักษณะของกระดาษจุดไอโซเมตริกได้
3. วาดรูปลูกบาศก์ในมุมมองต่างๆ ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกได้
4. วาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการสื่อสาร และการนำเสนอวิธีการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก
2. มีความคิดสร้างสรรค์ในการออกแบบแบบจำลองจากลูกบาศก์ในลักษณะต่างๆ

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. มีความร่วมมือ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

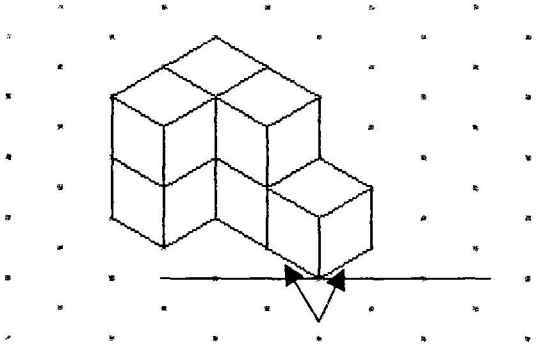
3. ความรู้พื้นฐาน การสร้างแบบฐาน การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยการมองภาพสองมิติ ได้แก่ ภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง

4. เนื้อหา

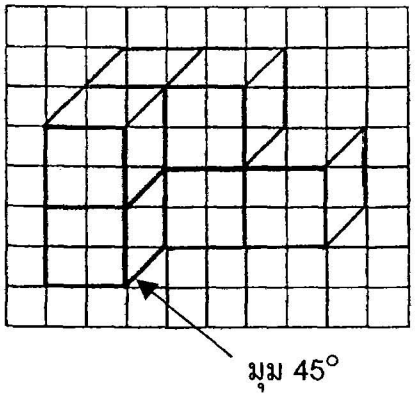
การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก

1. การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติ มี 2 วิธี ได้แก่

1.1 การวาดรูปแบบไอโซเมตริก (Isometric drawings) เป็นการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติลงกระดาษจุดไอโซเมตริก โดยรูปเรขาคณิตสามมิติจะทำมุม 30° ตามแนวนอน รูปที่ได้จะมีลักษณะเหมือนรูปเรขาคณิตสามมิติจริง ตัวอย่างเช่น



1.2 การวาดรูปแบบออบลิก (Oblique drawings) เป็นการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งด้านหน้าเป็นแนวตรงเป็นมุมฉาก ส่วนด้านข้างที่แสดงความหนาจะเอียงทำมุม 45° กับแนวนอน รูปที่ได้จะมีลักษณะเหมือนรูปเรขาคณิตสามมิติจริง ตัวอย่างเช่น



ข้อสังเกต การวาดรูปแบบออบลิก ความหนาของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ปรากฏในภาพจะสั้นเมื่อเปรียบเทียบกับด้านหน้า

ข้อตกลง ในที่นี้เราจะศึกษาการวาดรูปแบบไอโซเมตริก

2. กระดาษจุดไอโซเมตริก

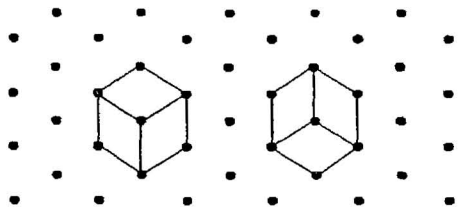
นักเรียนเคยใช้กระดาษตารางและกระดาษจุดในการวาดนำเสนอภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติ ในหัวข้อนี้นักเรียนจะใช้กระดาษแบบใหม่ที่เรียกว่า **กระดาษจุดไอโซเมตริก**

เราสามารถนำเสนอรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ได้โดยการวาดรูปลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก

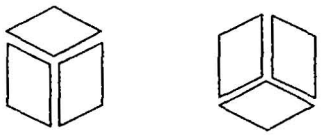
จากกระดาษจุดไอโซเมตริก ให้นักเรียนพิจารณาจุดแต่ละจุด จะพบว่าแต่ละจุดจะมีจุดล้อมรอบที่ใกล้เคียงที่สุดจำนวน 6 จุด และถ้าวัดความยาวจากจุดนั้นมาที่จุดล้อมรอบใกล้เคียงแต่ละจุดจะได้ว่าความยาวมีขนาดเท่ากัน

3. การวาดรูปลูกบาศก์ มีวิธีวาดดังนี้

ยกลูกบาศก์ขึ้นระดับสายตา มองที่ลูกบาศก์แต่ละมุม นักเรียนจะเห็นมุมที่ใกล้นักเรียนที่สุด ให้มุมนั้นเป็นจุดศูนย์กลางของจุด 6 จุด แล้วลากเส้นตามขอบที่เชื่อมต่อแต่ละจุดของลูกบาศก์

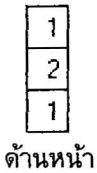


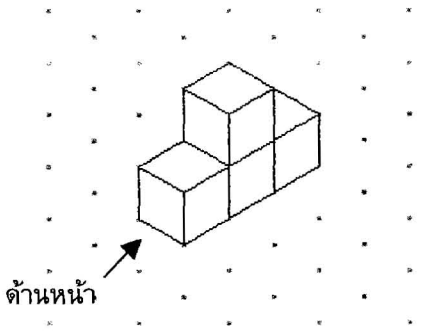
หรือเขียนทีละด้านแล้วนำมาประกอบกันเป็นรูปลูกบาศก์



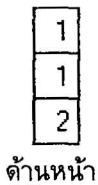
ตัวอย่าง 1 พิจารณาแบบฐานต่อไปนี้ และสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ พร้อมทั้งวาดรูปลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก

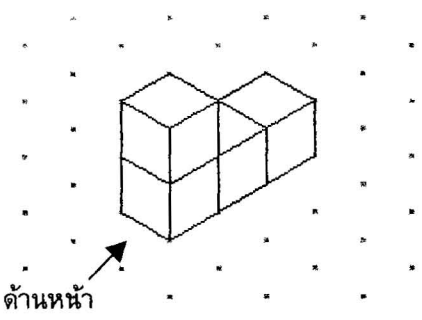
1)



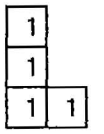


2)

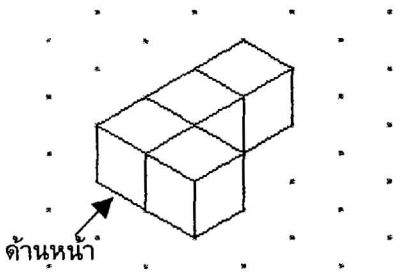




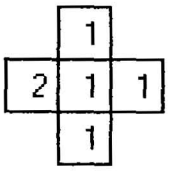
3)



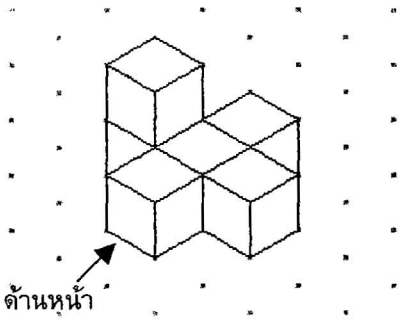
ด้านหน้า



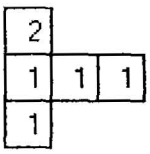
4)



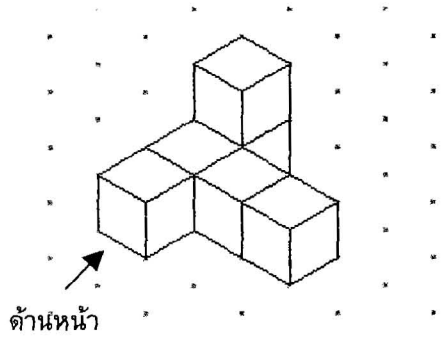
ด้านหน้า



5)



ด้านหน้า



5. สื่อการเรียนรู้

1. ลูกบาศก์
2. กระดาษขาว
3. กระดาษจุดไอโซเมตริก
4. ใบกิจกรรมที่ 10-A, 10-B
5. แบบฝึกหัดที่ 3.2

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. นักเรียนทบทวนการประดิษฐ์รูปเรขาคณิตประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ จากการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง โดยครูแจกลูกบาศก์จำนวน 15-20 ลูกและกระดาษขาวสำหรับวางแบบจำลองจากลูกบาศก์ แล้วให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 10-A

2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติใบกิจกรรมเสร็จแล้ว ให้เพื่อนที่นั่งติดกันตรวจสอบคำตอบ

ใบกิจกรรมข้อ 2 โดยการสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ตามภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง แล้วตรวจสอบแบบฐานที่เพื่อนเขียน โดยครูคอยให้คำปรึกษา

ขั้นสอน

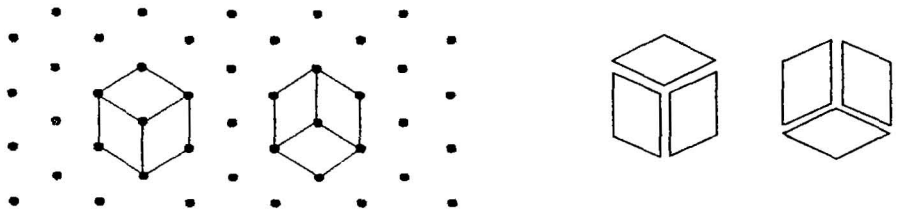
3. ครูอธิบายวิธีการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติ 2 วิธี ได้แก่ การวาดแบบไอโซเมตริก และการวาดแบบออบลิก พร้อมทั้งยกตัวอย่างการวาดวิธีละ 1 ตัวอย่าง

4. แจกกระดาษจุดไอโซเมตริกคนละ 1 แผ่น ให้นักเรียนทุกคนช่วยกันพิจารณาลักษณะของกระดาษจุดไอโซเมตริก แล้วอภิปรายร่วมกันโดยครูถามนำ ดังนี้

4.1 พิจารณาว่าแต่ละจุดจะมีจุดล้อมรอบที่ใกล้เคียงที่สุดกี่จุด (6 จุด)

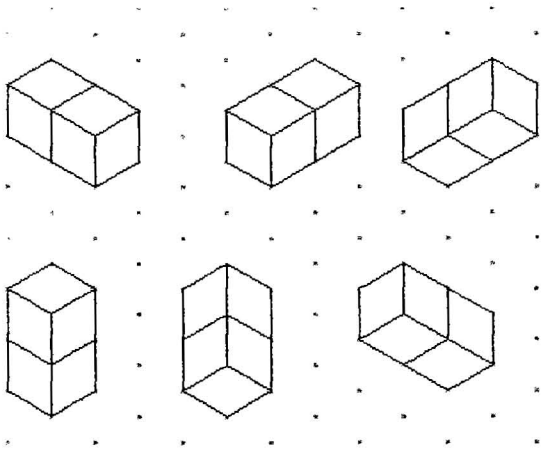
4.2 ให้นักเรียนวัดความยาวจากจุดที่นักเรียนสังเกตไปยังจุดใกล้เคียงที่ล้อมรอบทีละจุด แล้วสังเกตผลที่ได้ (ความยาวทั้ง 6 ด้านจะเท่ากัน)

5. ให้นักเรียนวาดรูปลูกบาศก์ลงบนกระดาษจุดไอโซเมตริก โดยครูให้นักเรียนยกลูกบาศก์ขึ้นมาระดับสายตาคนละ 1 ลูก และให้นักเรียนยึดมุม 1 มุมเป็นจุดศูนย์กลาง พิจารณาจุดล้อมรอบ 6 จุด แล้วลากเส้นตามสันของลูกบาศก์ หรือเขียนทีละด้านแล้วนำมาประกอบกันเป็นรูปลูกบาศก์



6. ยกตัวอย่าง 1 และขออาสาสมัครนักเรียนให้ออกมาวาดหน้าชั้นเรียน และอธิบายให้เพื่อนฟัง โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติมและให้นักเรียนทุกคนวาดตามไปด้วย

7. ให้นักเรียนทุกคนนำลูกบาศก์ซ้อนกันจำนวน 2 ลูก แล้วยกขึ้นระดับสายตาและหมุนในมุมมองต่างๆ และวาดลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก เมื่อเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียน 5 คน ออกมาวาดหน้าชั้นเรียนคนละแบบ ซึ่งควรได้รูปดังนี้



8. ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 10-B ครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนที่วาดไม่ได้ เมื่อเสร็จแล้วสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าชั้นเรียนคนละ 1 ข้อ โดยมีครูและเพื่อนนักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

9. ครูถามนำนักเรียนว่าการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกนักเรียนพิจารณาส่วนใดบ้าง (ด้านหน้ามุมขวา ฐาน แล้วเพิ่มด้านบนจนครบ)

ขั้นสรุป

10. ครูและนักเรียนอภิปรายสรุปร่วมกัน โดยครูถามคำถาม ต่อไปนี้

10.1 การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติมีกี่วิธี อะไรบ้าง

10.2 กระดาษจุดไอโซเมตริกมีลักษณะอย่างไร

10.3 การวาดลูกบาศก์มีวิธีการอย่างไรได้บ้าง

11. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.2

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปราย – ตอบคำถาม	1. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
2. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 10-A	2. ตอบถูกตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป
3. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 10-B	3. ตอบถูกตั้งแต่ 6 ข้อขึ้นไป
4. สังเกตจากการอภิปรายสรุป	4. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
5. ทำแบบฝึกหัดที่ 3.2	5. ตอบถูกตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป

8. บันทึกผลหลังการสอน

.....

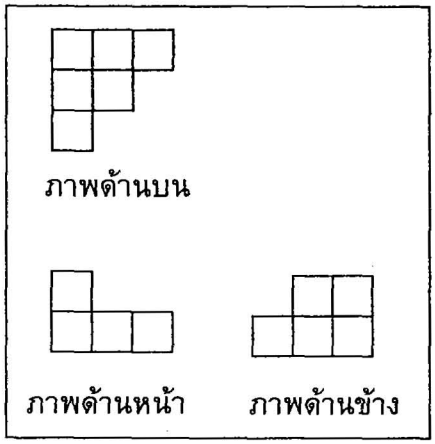
.....

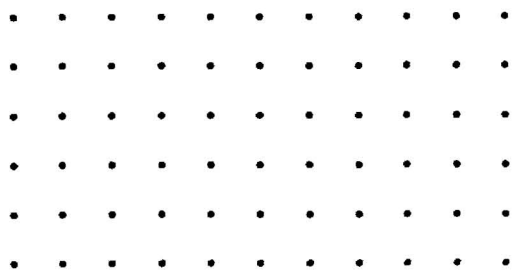
.....

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 10-A

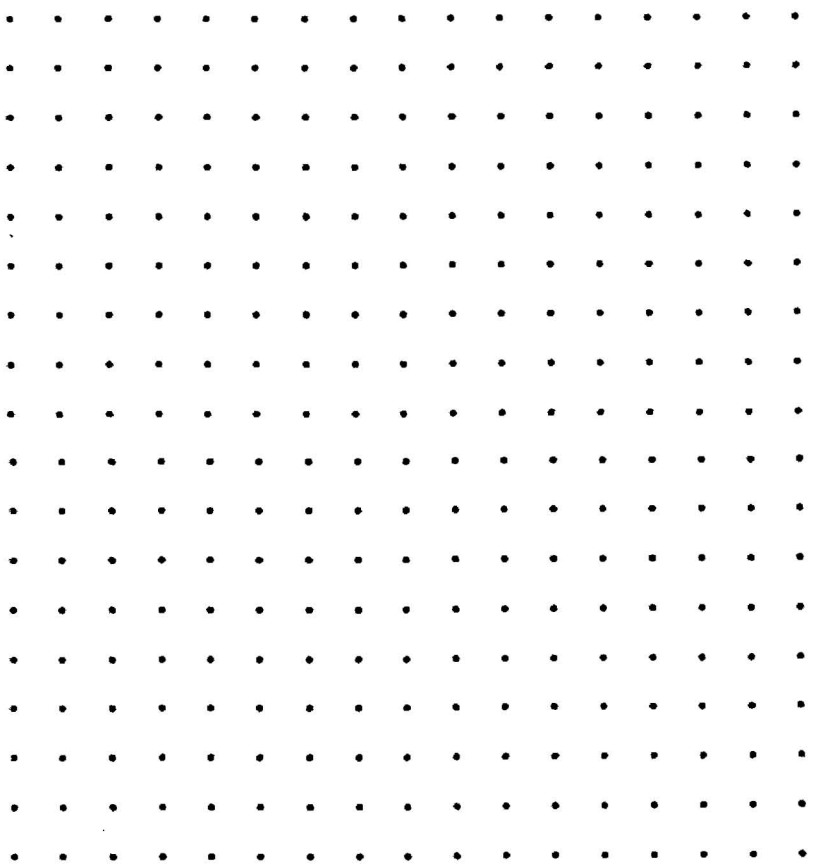
1. ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์โดยการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง ต่อไปนี้ แล้วเขียนแบบฐาน





จำนวนลูกบาศก์.....ลูก

2. ให้นักเรียนออกแบบตึกที่ใช้ลูกบาศก์ไม่เกิน 12-15 อันในการสร้างตึก แล้วเขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง พร้อมทั้งเขียนแบบฐานของตึก



ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

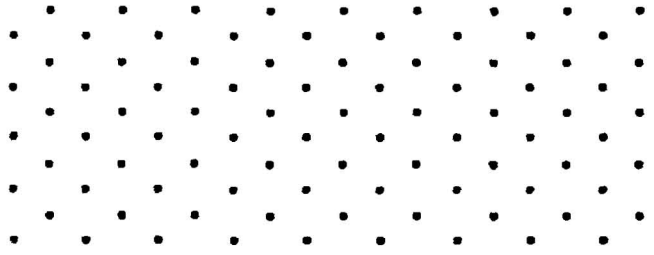
ใบกิจกรรมที่ 10-B

1. ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ตามแบบฐานต่อไปนี้ พร้อมทั้งวาดรูปลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก

1.1

1
1
1

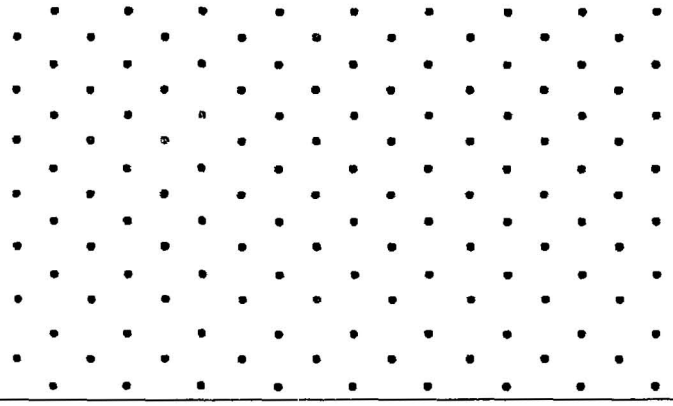
ด้านหน้า



1.2

3
2
1

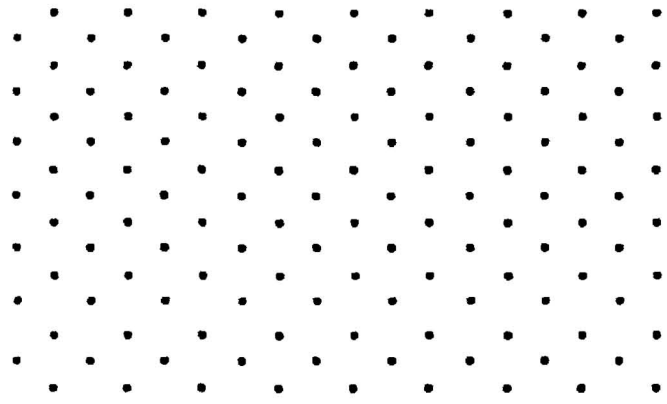
ด้านหน้า



1.3

2	3
1	1

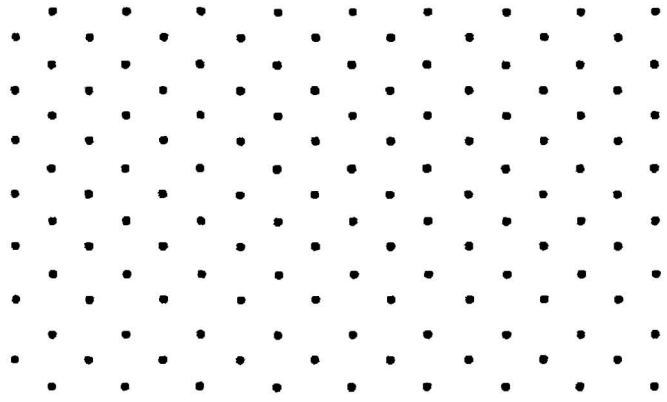
ด้านหน้า



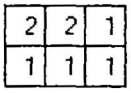
1.4

4	2
2	1

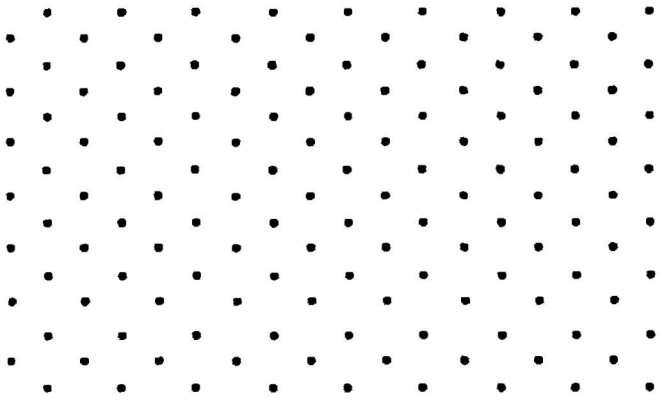
ด้านหน้า



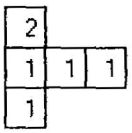
1.5



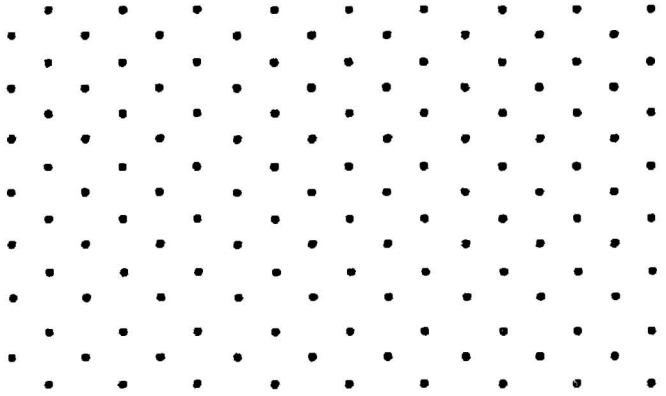
ด้านหน้า



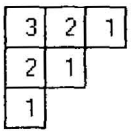
1.6



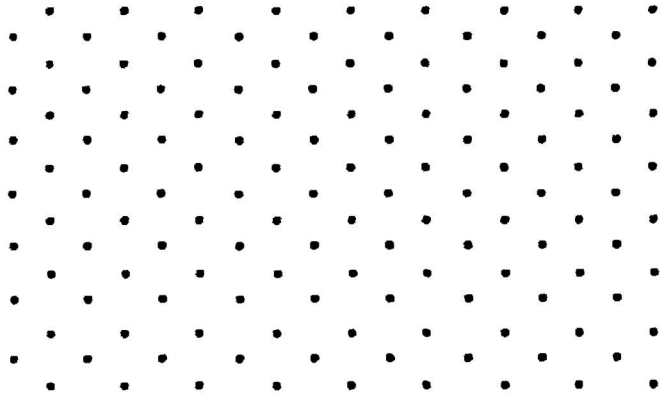
ด้านหน้า



1.7

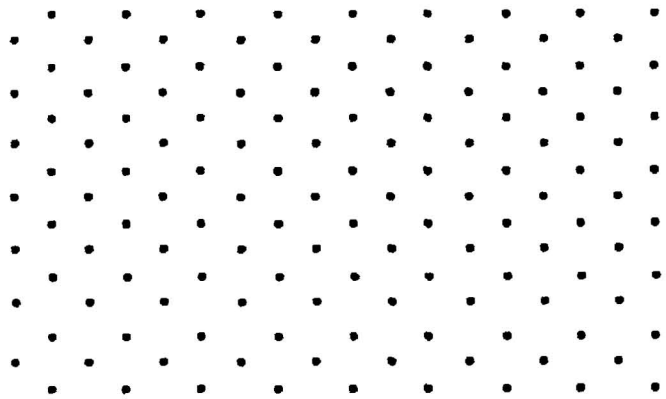


ด้านหน้า



1.8

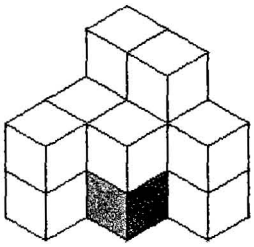
ด้านหน้า



ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

กิจกรรมเสริม

1. นักเรียนคิดว่า มีลูกบาศก์สีขาวที่หน้าสัมผัสกับหน้าของลูกบาศก์สีเทาเข้มจำนวนกี่ลูก

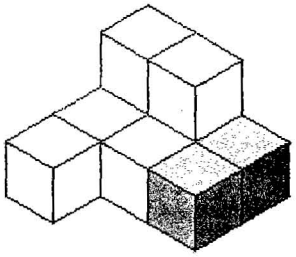


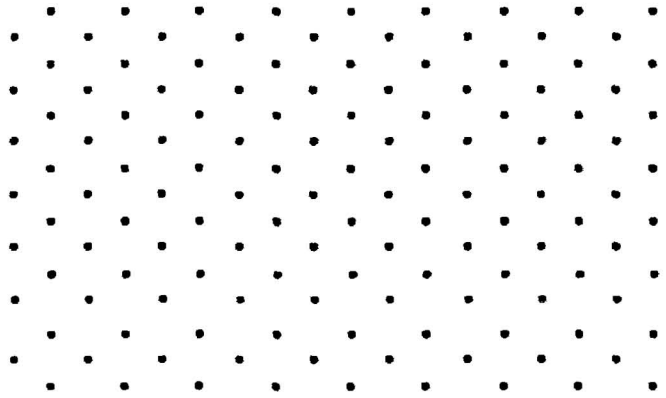
.....

.....

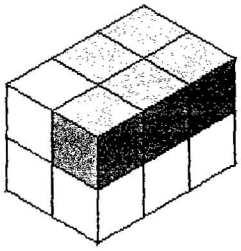
2. ให้นักเรียนวาดรูปต่อไปนี้ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก เมื่อนำลูกบาศก์สีเทาเข้มออก

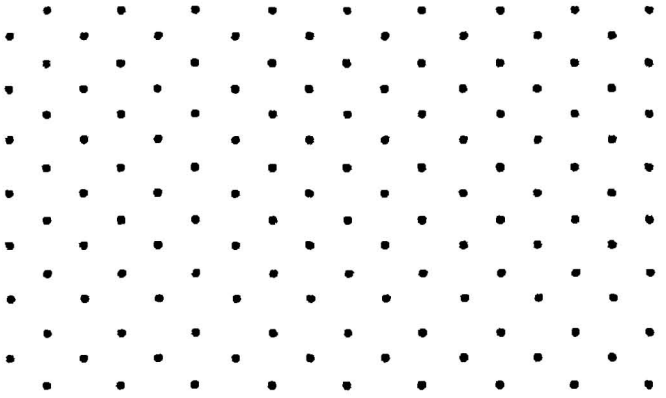
2.1



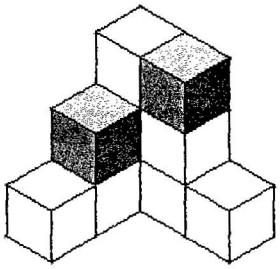


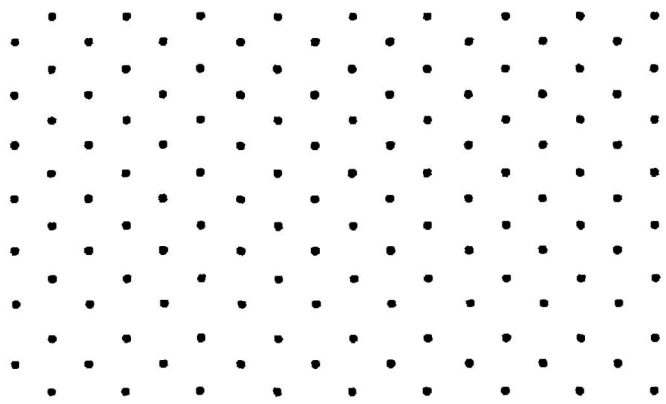
2.2



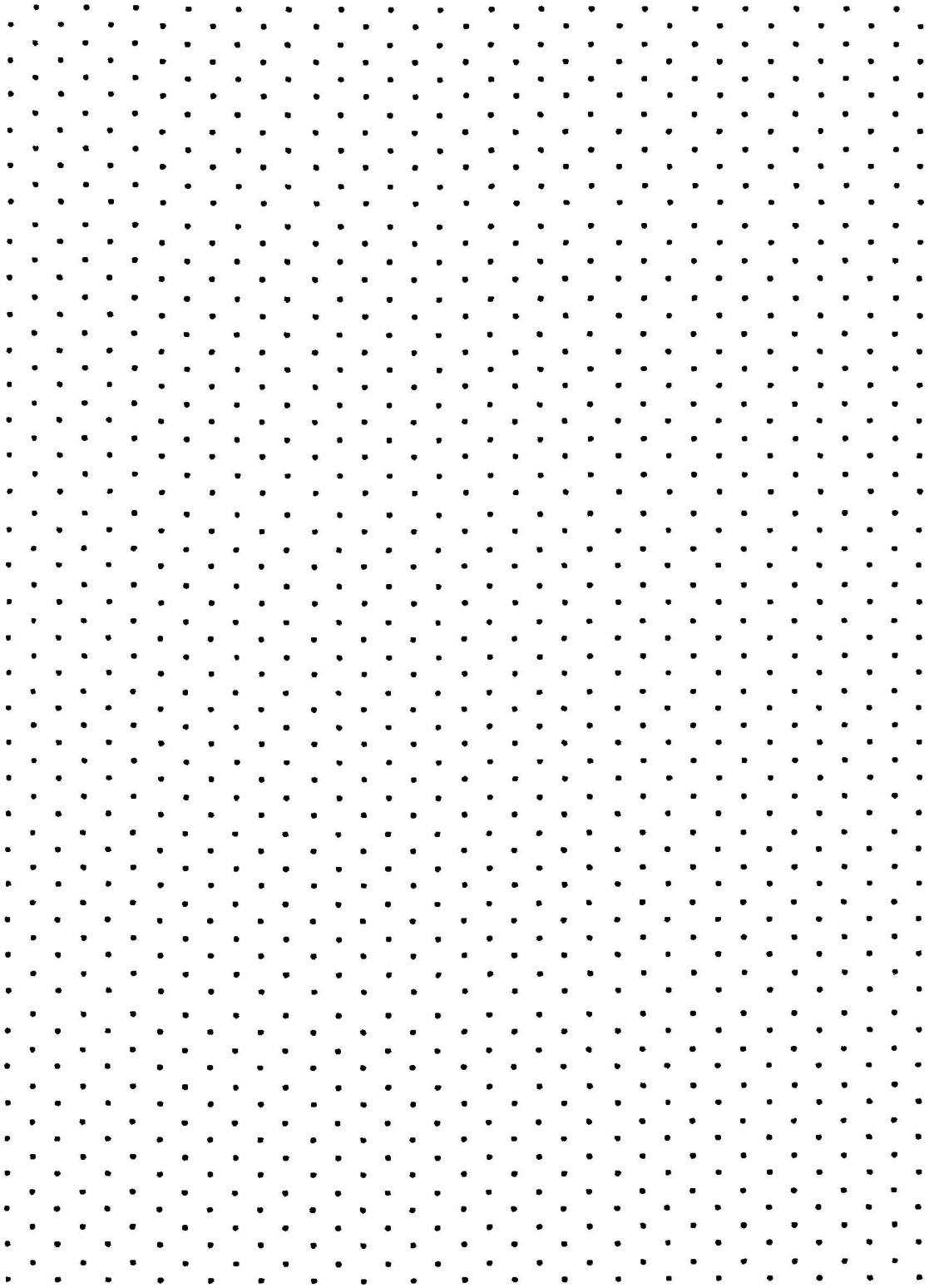


2.3





กระดาษจุดไอโซเมตริก



หน่วยที่ 3 การวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 รหัสวิชา ค 301 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เรื่อง การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก (ต่อ) จำนวน 1 ชั่วโมง

---

1. สาระการเรียนรู้

การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก เป็นวิธีหนึ่งที่ทำให้ได้ภาพที่เหมือนรูปเรขาคณิตสามมิติจริง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. วาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกได้
2. วาดรูปเรขาคณิตสามมิติจากแบบฐานอย่างง่ายได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

1. มีความสามารถในการสื่อสาร และการนำเสนอวิธีการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์จากแบบฐานอย่างง่ายได้
2. มีความคิดสร้างสรรค์ในการออกแบบตึกโดยใช้ลูกบาศก์จำนวน 18-20 ลูกได้

ด้านคุณลักษณะ

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
2. มีความเชื่อมั่นในตนเอง กล้าแสดงความคิดเห็น
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. มีความร่วมมือ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

3. ความรู้พื้นฐาน การสร้างแบบฐาน การประดิษฐ์รูปเรขาคณิตประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ โดยการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก

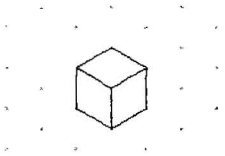
4. เนื้อหา

การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติจากแบบฐาน

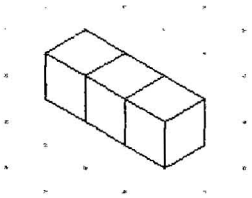
ตัวอย่าง 1 พิจารณาแบบฐานต่อไปนี้ แล้ววาดรูปลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก

ด้านหน้า

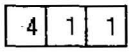
วิธีทำ 1. พิจารณาวาดจากมุมขวาของด้านหน้า



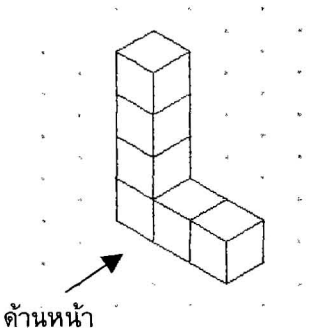
2. พิจารณาวาดด้านหน้า



3. พิจารณาวาดลูกบาศก์ตามจำนวนบนแบบฐาน ดังนี้

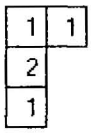


ด้านหน้า

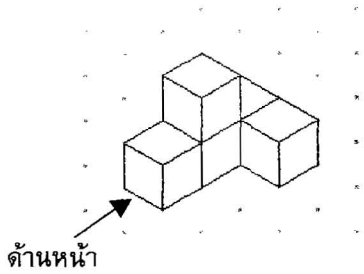


ตัวอย่าง 2

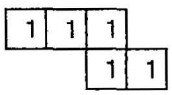
2.1



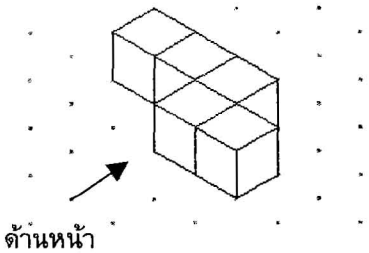
ด้านหน้า



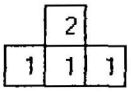
2.2



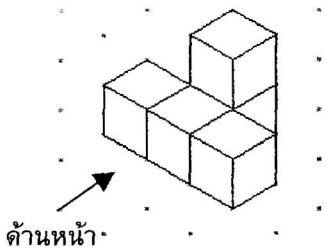
ด้านหน้า



2.3



ด้านหน้า



5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 11-A, 11-B, 11-C
2. ลูกบาศก์
3. กระดาษขาว
4. กระดาษจุด
5. กระดาษจุดไอโซเมตริก

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

1. ทบทวนการวาดรูปเรขาคณิตสามมิติในกระดาษจุดไอโซเมตริก โดยแจกกระดาษขาวสำหรับวางลูกบาศก์และลูกบาศก์ให้ทุกคนๆ ละ 20 ลูก และให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 11-A

2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 11-A เสร็จแล้วสุ่มนักเรียนมาเฉลยคำตอบหน้าห้องเรียน โดยครูและเพื่อนในห้องคอยตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นสอน

3. ยกตัวอย่าง 1 และถามนักเรียนว่า ถ้านักเรียนไม่นำลูกบาศก์มาต่อเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติแล้วนักเรียนจะสามารถเขียนเป็นรูปไอโซเมตริกลงบนกระดาษจุดได้หรือไม่ และครูอธิบายว่าสามารถเขียนได้ พร้อมทั้งอธิบายและแสดงการเขียนอย่างละเอียดทุกขั้นตอนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น

4. ยกตัวอย่าง 2 ข้อ 2.1–2.2 ทีละรูปและสุ่มนักเรียนให้ออกมาวาดหน้าชั้นเรียน พร้อมทั้งอธิบายขั้นตอนให้เพื่อนฟัง โดยมีครูคอยให้คำแนะนำเพิ่มเติมและให้นักเรียนทุกคนเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติที่ได้ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกและฝึกทำในข้อ 2.3 ต่อไป

5. ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 11-B ครูคอยให้คำแนะนำนักเรียนที่วาดยังไม่ได้ เมื่อเสร็จแล้วครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าชั้นเรียนคนละ 1 ข้อ โดยมีครูและเพื่อนนักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นสรุป

6. นักเรียนอภิปรายสรุปร่วมกัน โดยครูถามคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ดังนี้ การวาดรูปเรขาคณิตสามมิติโดยไม่ใช้ลูกบาศก์เรียงก่อนนั้นมีวิธีการอย่างไร

1) พิจารณาแบบฐานจากด้านหน้าขวาที่ใกล้ที่สุดแล้วใช้เป็นจุดยึด
2) เขียนลูกบาศก์ทีละรูปโดยพิจารณาทางซ้ายก่อนว่ามีกี่รูป และต่อมาพิจารณาทางขวาว่ามีกี่รูป
3) ทำตามขั้นตอนข้อสองเพื่อให้ครบตามแบบฐานที่กำหนดจนครบ

7. ให้นักเรียนทุกคนปฏิบัติกิจกรรมการออกแบบตึกในใบกิจกรรมที่ 11-C เป็นการบ้าน

7. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการอภิปราย – ตอบคำถาม	1. ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด
2. ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 11-A	2. ตอบถูกตั้งแต่ 1 ข้อขึ้นไป
3 ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 11-B	3. ตอบถูกตั้งแต่ 3 ข้อขึ้นไป
4 ปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 11-C	4. ตอบถูกตั้งแต่ 4 ข้อขึ้นไป
5 สังเกตจากการอภิปรายสรุป	5 ตอบถูกมากกว่า 70 % ของนักเรียนทั้งหมด

8. บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

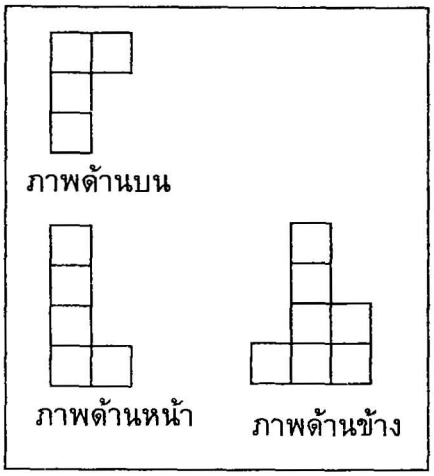
.....

ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 11-A

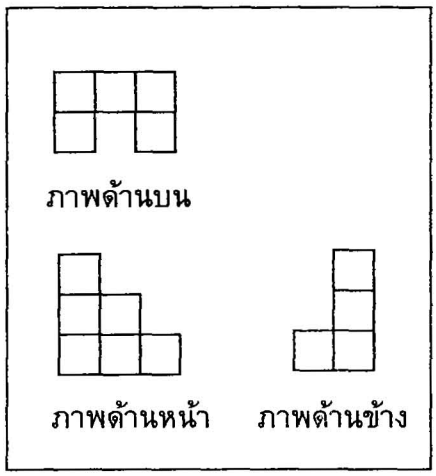
1. ให้นักเรียนสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์ตามภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างต่อไปนี้ พร้อมทั้งวาดรูปลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกและแบบฐาน

1.1

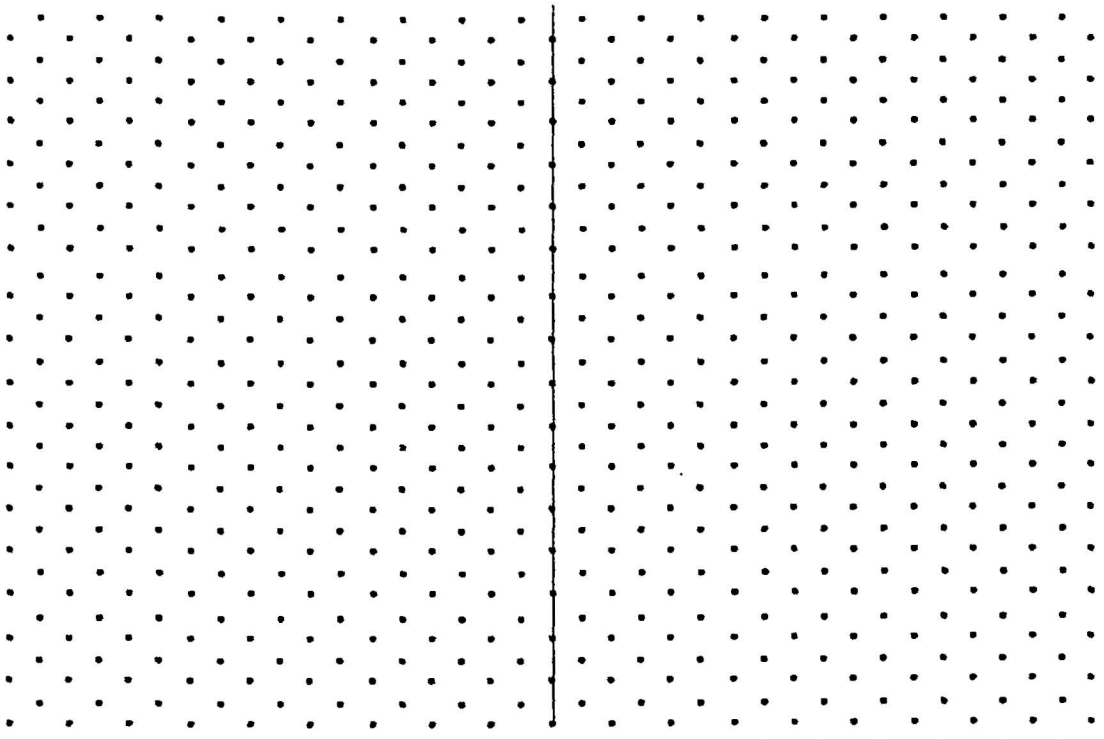


จำนวนลูกบาศก์.....ลูก

1.2



จำนวนลูกบาศก์.....ลูก



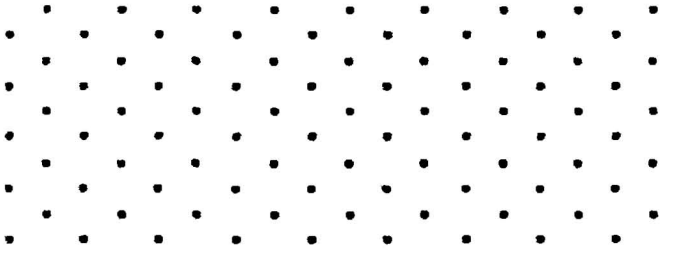
ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 11-B

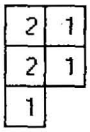
1. ให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตสามมิติของแบบฐานต่อไปนี้ ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริก

1.1

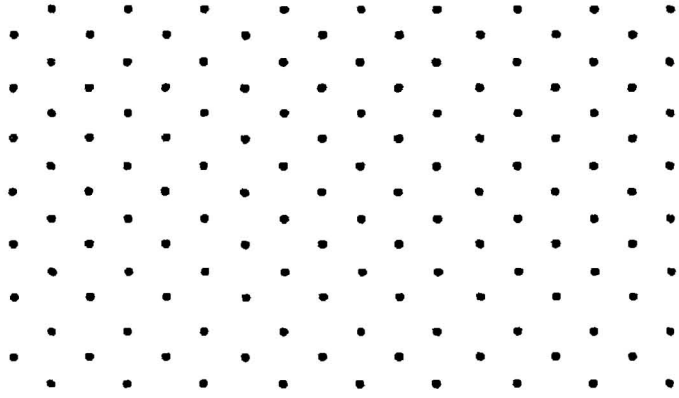
ด้านหน้า



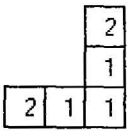
1.2



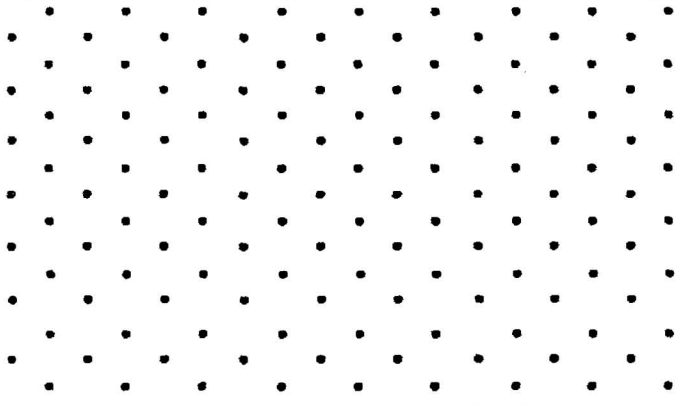
ด้านหน้า



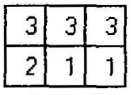
1.3



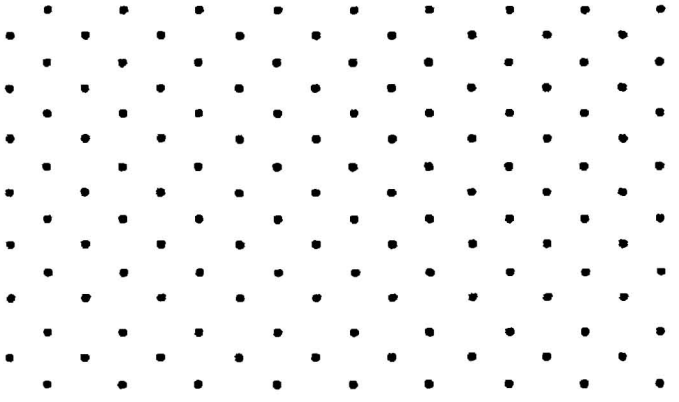
ด้านหน้า



1.4



ด้านหน้า



ชื่อ-สกุล..... ชั้น ม. 1/..... เลขที่.....

ใบกิจกรรมที่ 11-C

กิจกรรม ออกแบบตึก

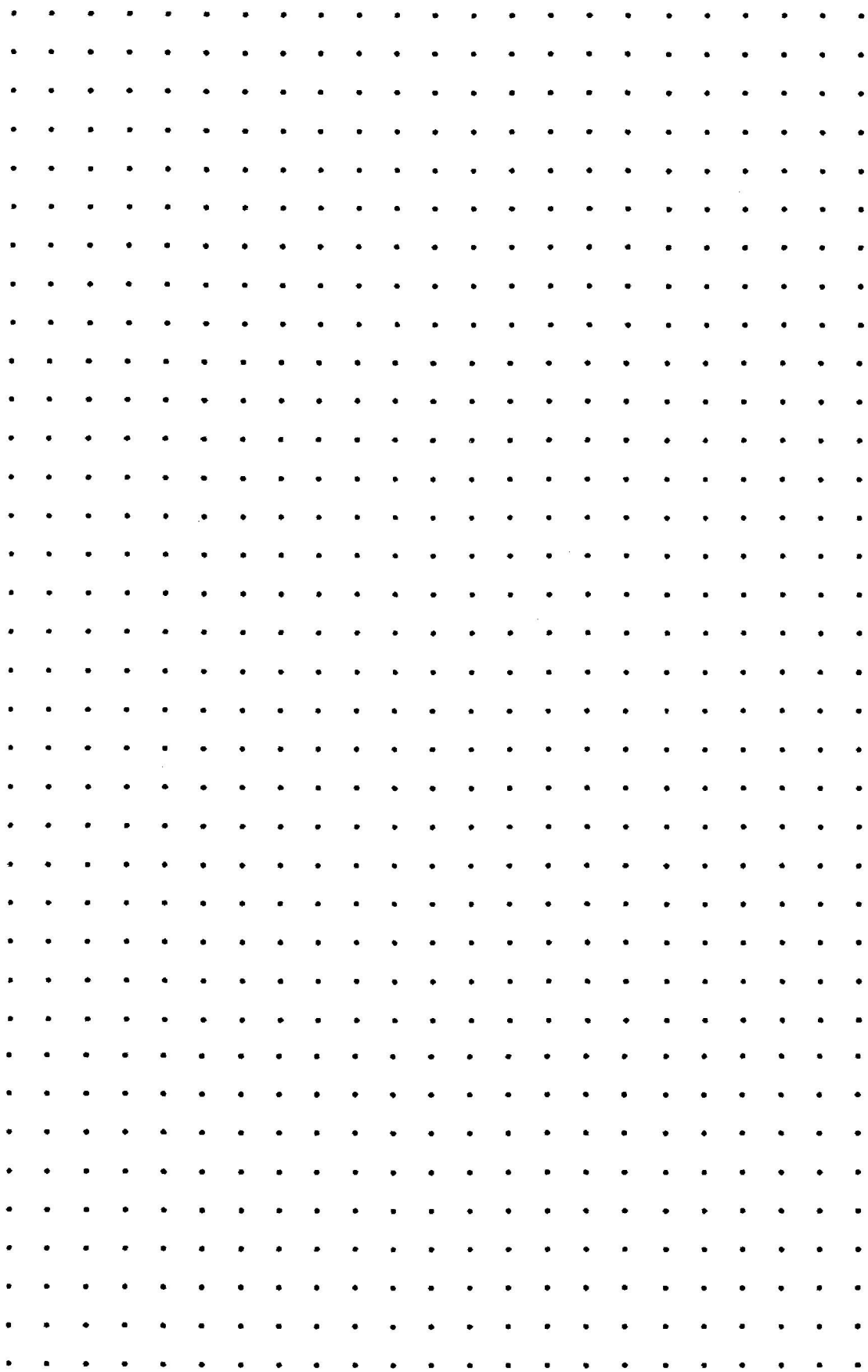
การสร้างตึกในเขตเทศบาลแห่งหนึ่ง สถาปนิกจะต้องได้รับการเห็นชอบจากสภาเทศบาลก่อนที่จะสร้าง เพื่อให้ได้รับการเห็นชอบสถาปนิกจะต้องเตรียมสิ่งต่อไปนี้เพื่อเสนอต่อสภาเทศบาล : แบบฐาน ภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้าง และรูปวาดไอโซเมตริกของตึก

จินตนาการว่านักเรียนเป็นสถาปนิก ออกแบบตึกที่นักเรียนคิดว่าควรจะเป็นประโยชน์สำหรับเขตเทศบาลแห่งนี้ โดยตึกต้องไม่ใช่แบบอื่นที่นอกเหนือจากที่นักเรียนเรียนมา นี่เป็นโอกาสของนักเรียนที่นักเรียนจะออกแบบตึกที่นักเรียนคิดว่าน่าสนใจ

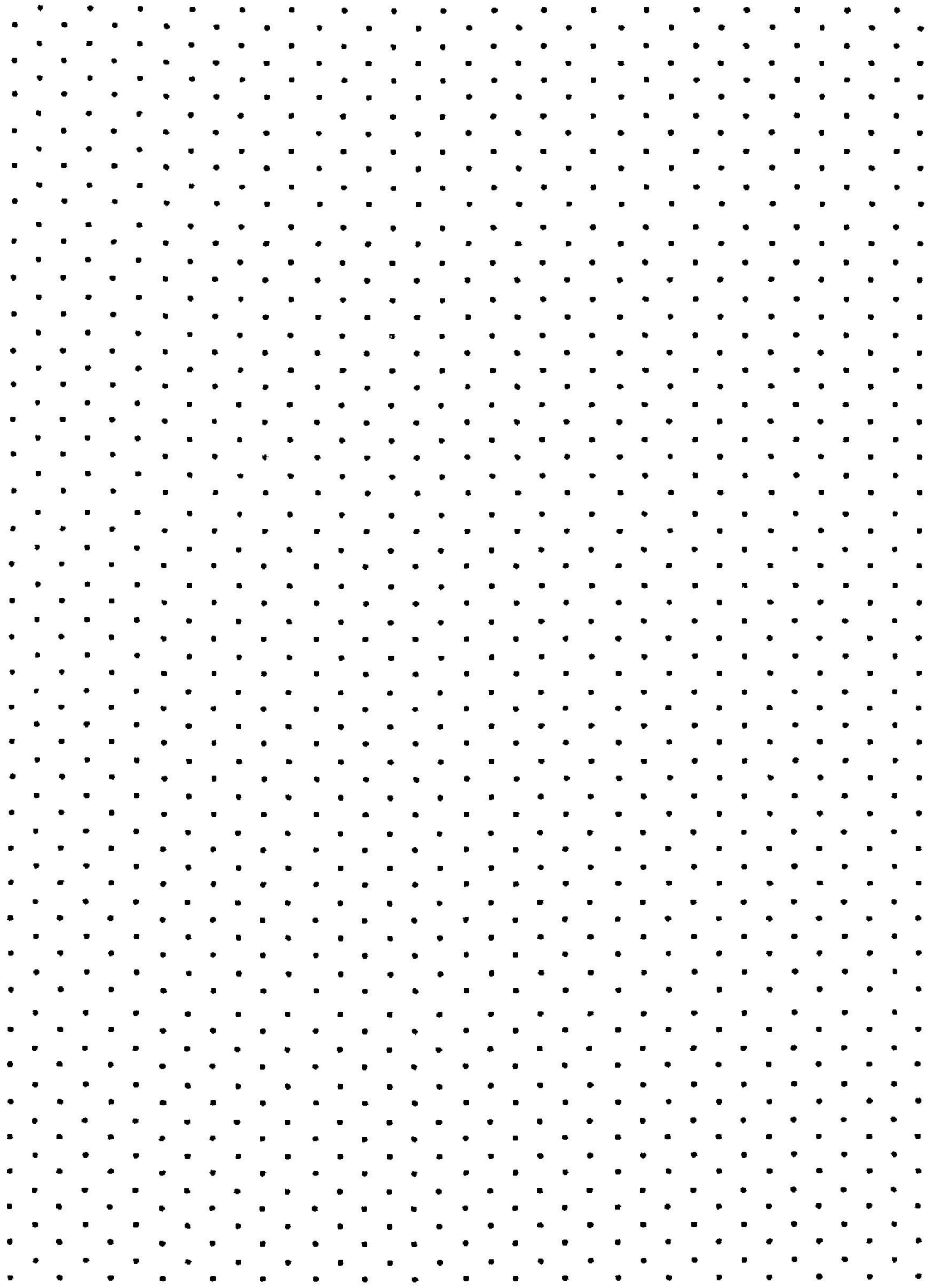
นักเรียนต้องปฏิบัติตามขั้นตอนเพื่อที่ตึกนักเรียนจะได้รับการยอมรับจากสภาเทศบาล

1. ใช้ลูกบาศก์จำนวน 18-20 อันเพื่อออกแบบตึกของนักเรียน
2. สร้างแบบฐานของตึกของนักเรียนลงบนกระดาษจุด
3. เขียนภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของตึกลงบนกระดาษจุด
4. วาดรูปตึกของนักเรียนในแต่ละมุมลงบนกระดาษจุดไอโซเมตริก จำนวน 4 รูป
5. เขียนข้อความถึงสภาเทศบาลแห่งนี้ เพื่ออธิบายว่าการสร้างตึกของนักเรียนต้องทำอย่างไรบ้าง พร้อมทั้งบอกประโยชน์ที่นักเรียนต้องการใช้จากตึกนี้

กระดาษจุด



กระดาษจุดไอโซเมตริก



ภาคผนวก ง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตอนที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุด แล้วกากบาท (x) ลง ☐ ในกระดาษคำตอบที่แจกให้ (ข้อละ 1 คะแนน)

จุดประสงค์ที่ 1 นักเรียนสามารถบอกชื่อและลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติได้

1. ข้อใด**ไม่ใช่**ลักษณะของรูปหลายเหลี่ยม

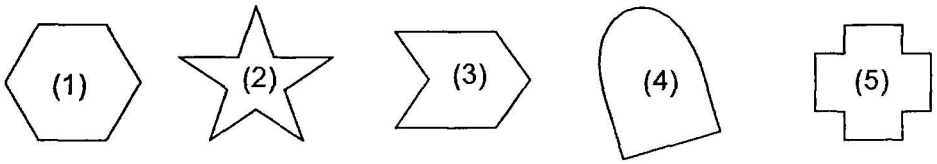
   ก. เป็นรูปที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดอยู่จุดเดียวกัน

   ข. มีส่วนของเส้นตรงหรือเส้นโค้งเป็นส่วนประกอบ

   ค. เป็นรูปปิดเชิงเดียว

   ง. ไม่มีเส้นตรงเส้นใดเส้นหนึ่งตัดกัน

2. รูปใดเป็นรูปหลายเหลี่ยมเว้า



   ก. รูป (1) เท่านั้น ข. รูป (1) และรูป (4)

   ค. รูป (2) และ รูป (5) ง. รูป (2) ,รูป (3) และ รูป (5)

3. ข้อใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทั้งสี่ด้านยาวเท่ากันและมุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก

   ก. รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน ข. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

   ค. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ง. รูปสี่เหลียมรูปว่าว

4. รูปที่กำหนดให้สร้างจากรูปเรขาคณิตรูปใด จำนวน 4 รูป

   ก. ข. ค. ง.

จุดประสงค์ที่ 2 นักเรียนสามารถบอกชื่อและลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

5. จำนวนหน้าของลูกบาศก์ที่ขนานกันมีกี่คู่

   ก. 6 คู่ ข. 4 คู่

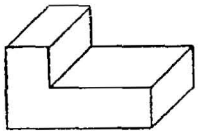
   ค. 3 คู่ ง. 1 คู่

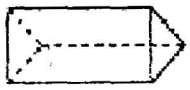
6. จำนวนหน้าของปริซึมหกเหลี่ยม มีทั้งหมดกี่หน้า

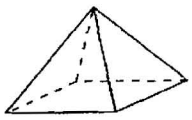
ก. 6 หน้า ข. 7 หน้า

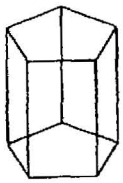
ค. 8 หน้า ง. 9 หน้า

7. รูปใด**ไม่ใช่**ปริซึม

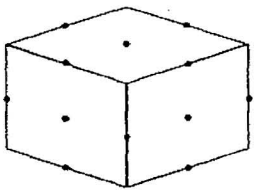
ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

8. ข้อใดเป็นชื่อของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้

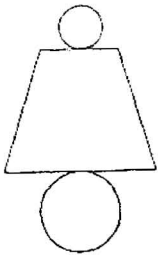


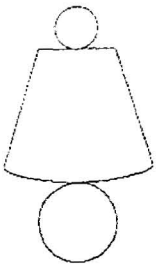
ก. ลูกบาศก์ ข. ปริซึมสี่เหลี่ยม

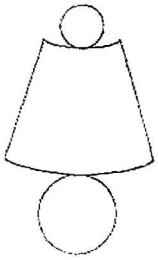
ค. ทรงหกหน้าปกติ ง. ถูกทุกข้อ

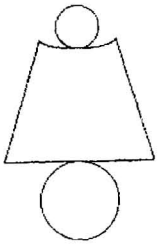
<u>จุดประสงค์ที่ 3</u> นักเรียนสามารถสร้างรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้

9. รูปใดแสดงรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้

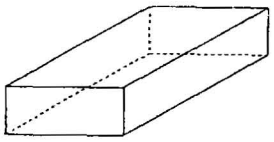
ก. 

ข. 

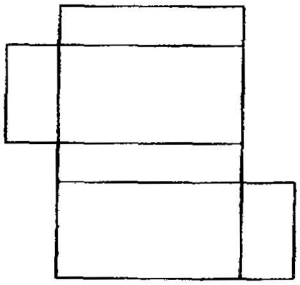
ค. 

ง. 

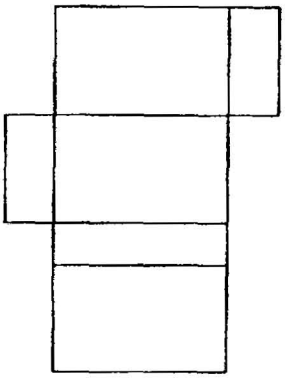
10. รูปใดแสดงรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้



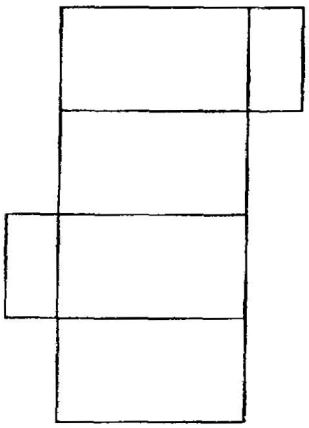
ก.



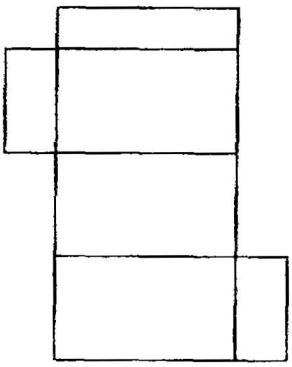
ข.



ค.



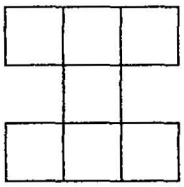
ง.



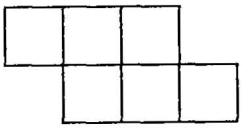
<u>จุดประสงค์ที่ 4</u> นักเรียนสามารถประกอบรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้

11. รูปคลี่รูปใดสามารถพับเป็นรูปลูกบาศก์ได้

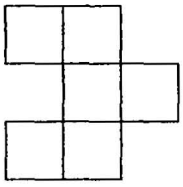
ก.



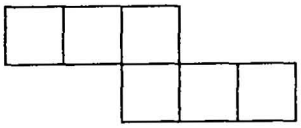
ข.



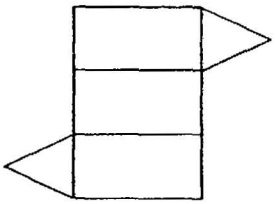
ค.

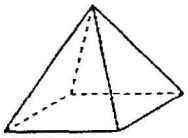


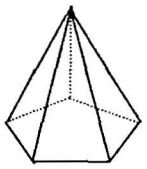
ง.

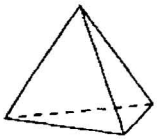


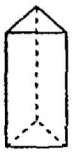
12. รูปใดแสดงรูปประกอบของรูปคลี่ที่กำหนดให้



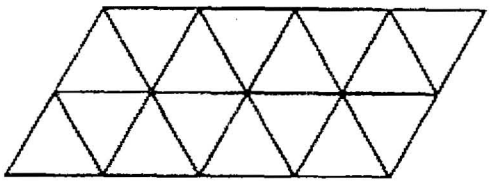
ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

13. จากตารางที่กำหนดให้ ถ้าต้องการตัดเป็นรูปคลี่ของพีระมิดสามเหลี่ยม จะได้พีระมิดสามเหลี่ยมจำนวนกี่รูป



ก. 3 รูป

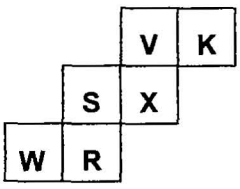
ข. 4 รูป

ค. 5 รูป

ง. 6 รูป

<u>จุดประสงค์ที่ 5</u> นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับรูปคลี่และการประกอบรูปของลูกบาศก์ได้

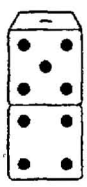
14. พิจารณารูปคลี่ของลูกบาศก์ที่กำหนดให้ เมื่อพับลูกบาศก์ตัวอักษรที่อยู่ตรงข้ามตัว w คือข้อใด



ก. X ข. S

ค. V ง. K

15. ลูกเต๋าปกติ (ผลบวกของด้านตรงข้ามรวมกันเท่ากับ 7) จำนวน 2 ลูก วางเรียงซ้อนกันอยู่บนโต๊ะ ดังรูป ถ้าเดินรอบโต๊ะผลรวมของแต้มบนลูกเต๋าที่สามารถมองเห็นได้เป็นเท่าใด



ก. 28

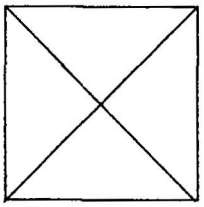
ข. 29

ค. 35

ง. 42

<u>จุดประสงค์ที่ 6</u> *นักเรียนสามารถบอกลักษณะของภาพสองมิติที่เกิดจากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติทางด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้*

16. รูปที่กำหนดให้เป็นภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด



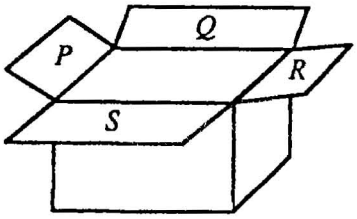
ก. ลูกบาศก์

ข. พีระมิดสามเหลี่ยม

ค. ปริซึมสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ง. พีระมิดสี่เหลี่ยม

17. กล่องประกอบด้วยฝากล่อง 4 ด้าน คือ P, Q, R และ S ดังรูป โดยไม่มีการเคลื่อนย้ายกล่อง ถ้าพับฝากล่อง R, S, Q และ P ตามลำดับ แล้วนักเรียนยืนอยู่ที่จุด X และมองลงมาที่กล่อง ด้านบนของกล่องจะปรากฏเป็นรูปใด



X

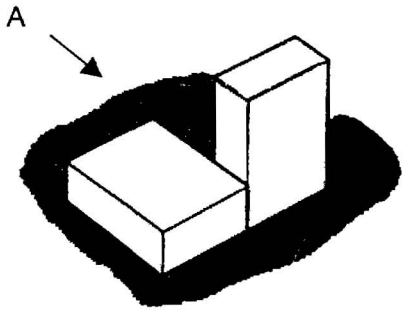
ก.

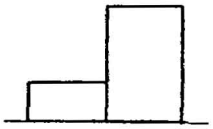
ข.

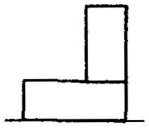
ค.

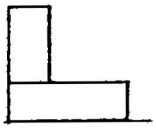
ง.

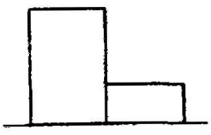
18. กล่องไม้ขีดสองกล่องวางคู่กันบนโต๊ะ ดังรูป ข้อใดเป็นภาพสองมิติของกล่องทั้งสองที่เกิดจากการมองตามทิศทางของลูกศร A



ก. 

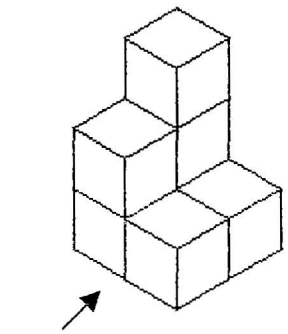
ข. 

ค. 

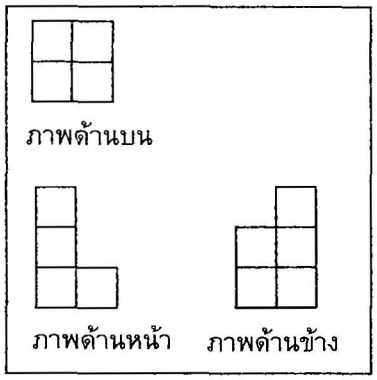
ง. 

<u>จุดประสงค์ที่ 7</u> *นักเรียนสามารถเขียนภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้*

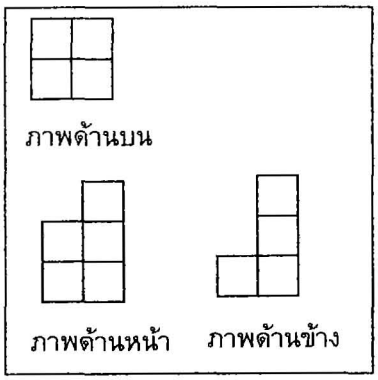
19. รูปใดเป็นภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้



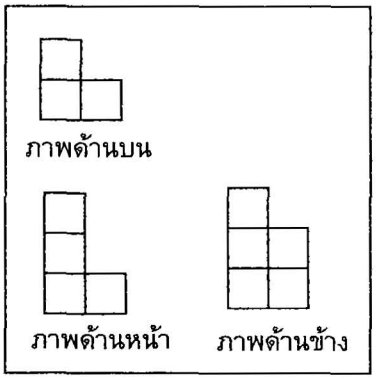
ก.



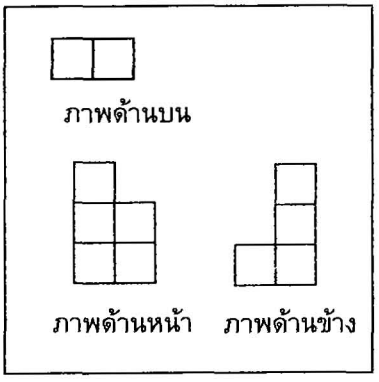
ข.



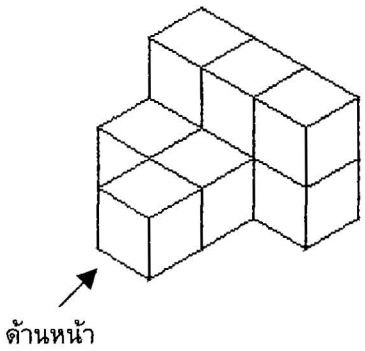
ค.



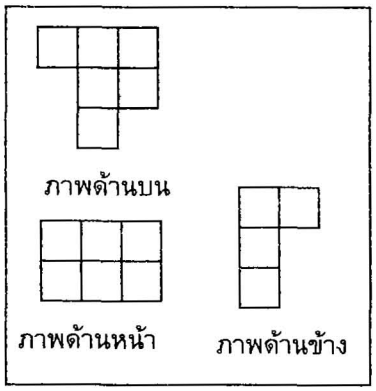
ง.



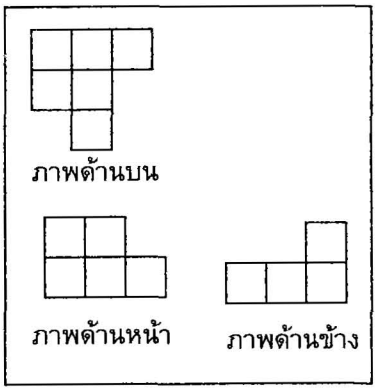
20. รูปใดเป็นภาพสองมิติจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้



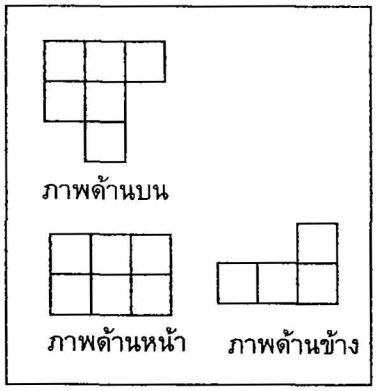
ก.



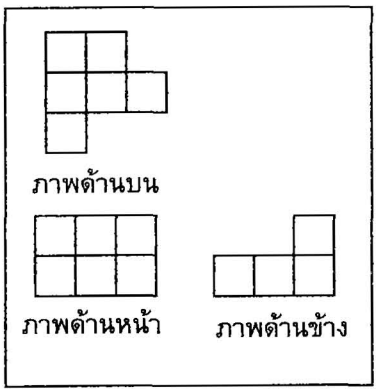
ข.



ค.

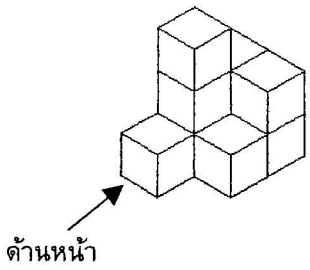


ง.



<u>จุดประสงค์ที่ 8</u> นักเรียนสามารถสร้างแบบฐานเมื่อกำหนดแบบจำลองจากลูกบาศก์ให้ได้

21. รูปใดเป็นแบบฐานของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้



ก.

3	2
2	1
3	

ด้านหน้า

ข.

2	3	1
2	1	

ด้านหน้า

ค.

2	3	1
	2	1

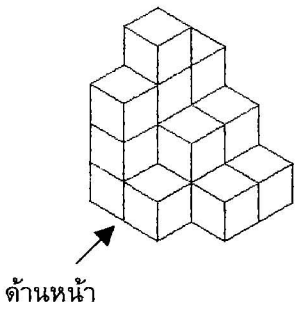
ด้านหน้า

ง.

2	2
3	1
1	

ด้านหน้า

22. รูปใดเป็นแบบฐานของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้



ก.

3	2	1
4	2	1
3	1	

ด้านหน้า

ข.

4	3	1
3	2	1
3	1	

ด้านหน้า

ค.

3	4	3
1	2	2
	1	1

ด้านหน้า

ง.

1	2	3
1	2	4
	1	3

ด้านหน้า

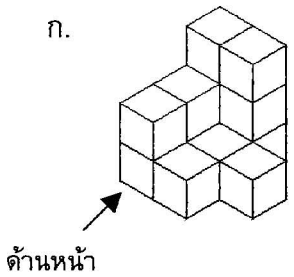
<u>จุดประสงค์ที่ 9</u> นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองจากลูกบาศก์เมื่อกำหนดแบบฐานให้ได้

23. แบบฐานที่กำหนดให้เป็นของรูปเรขาคณิตสามมิติรูปใด

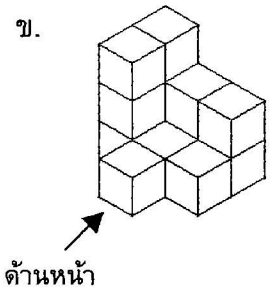
3	2	2
3	1	1
	1	

ด้านหน้า

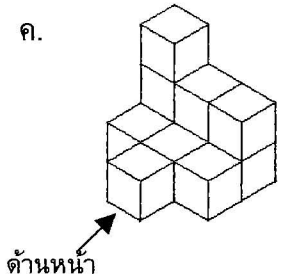
ก.



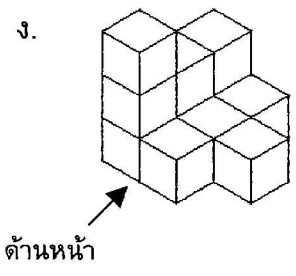
ข.



ค.

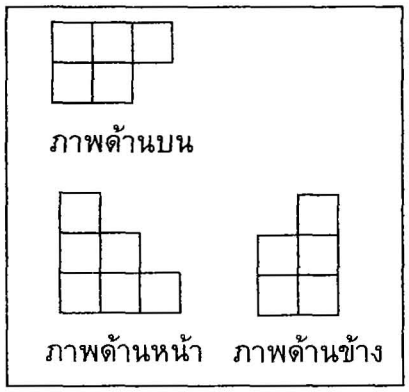


ง.

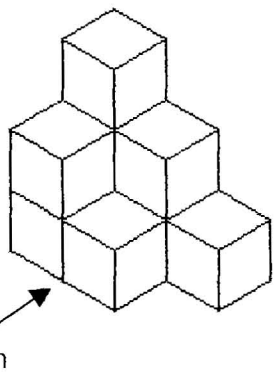


<u>จุดประสงค์ที่ 10</u> นักเรียนสามารถประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์โดยการมองภาพด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างได้

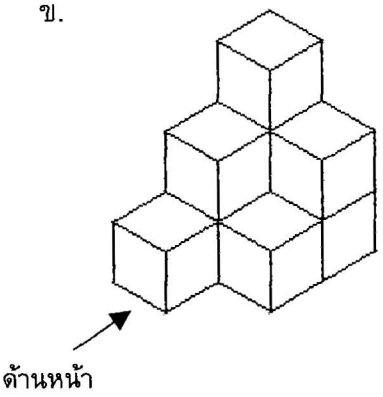
24. ภาพสองมิติที่กำหนดให้ สร้างจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติรูปใด



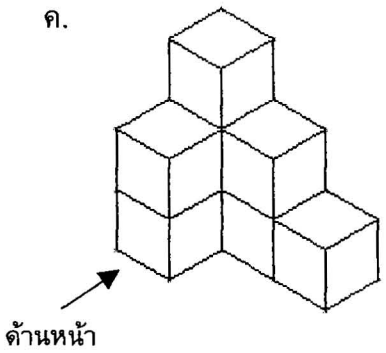
ก.



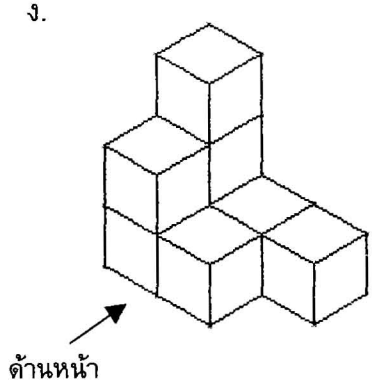
ข.



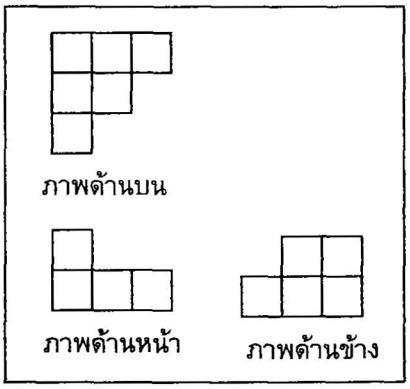
ค.



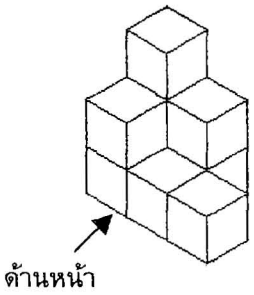
ง.



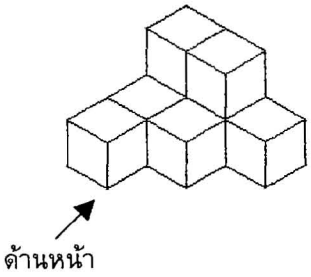
25. ภาพสองมิติที่กำหนดให้ สร้างจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติรูปใด



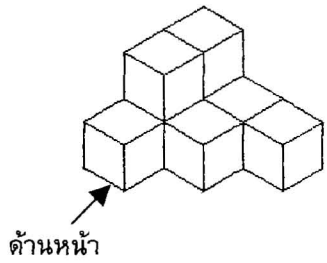
ก.



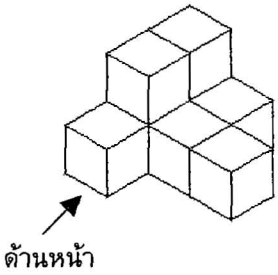
ข.



ค.



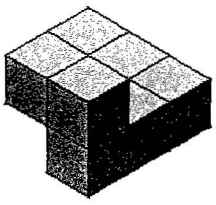
ง.



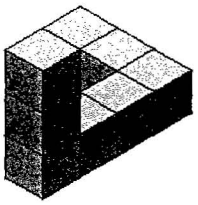
<u>จุดประสงค์ที่ 13</u> นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติที่เป็นไปไม่ได้

26. รูปใดเป็นรูปที่เป็นไปได้

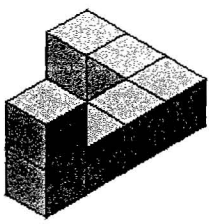
ก.



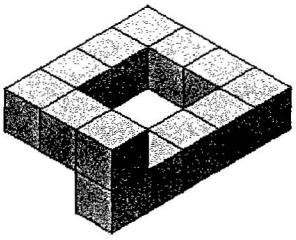
ข.



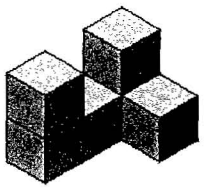
ค.

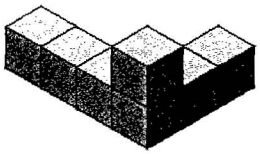


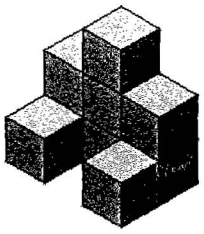
ง.

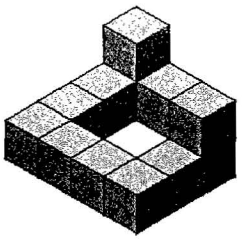


27. รูปใดเป็นรูปที่เป็นไปไม่ได้

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

<u>จุดประสงค์ที่ 14</u> นักเรียนสามารถนับลูกบาศก์ของรูปเรขาคณิตสามมิติได้อย่างถูกต้อง

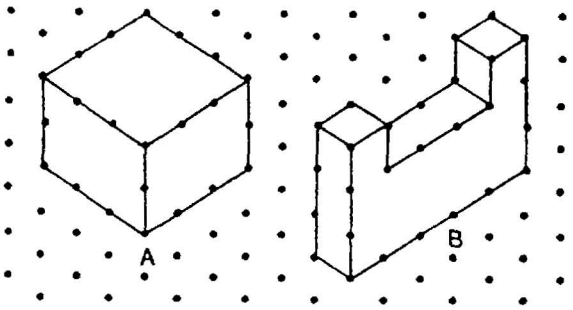
28. ถ้านำลูกบาศก์จำนวน $\frac{5}{6}$ ของรูปทรง A รวมกับลูกบาศก์จำนวน $\frac{3}{4}$ ของรูปทรง B จะได้ลูกบาศก์จำนวนกี่ลูก

ก. 24 ลูก

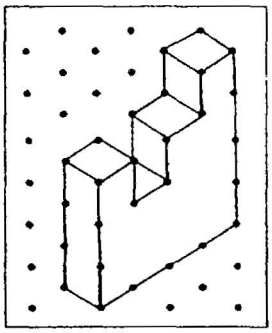
ข. 25 ลูก

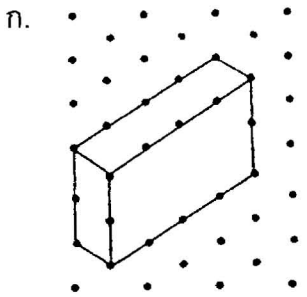
ค. 26 ลูก

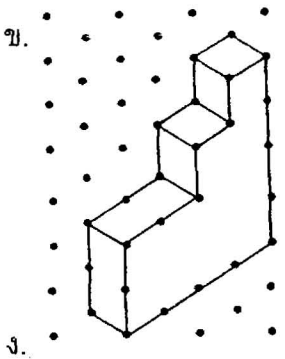
ง. 27 ลูก

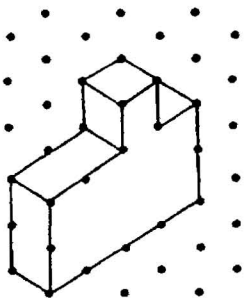


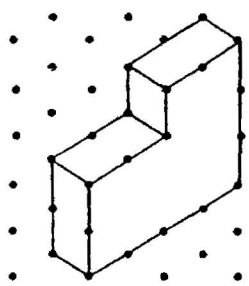
29. ถ้านำลูกบาศก์ออกจากรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้จำนวน 3 ลูก จะได้รูปในข้อใด



ก. 

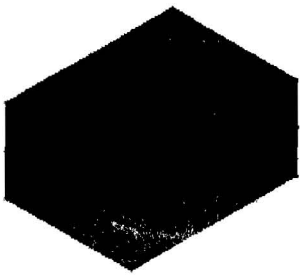
ข. 

ค. 

ง. 

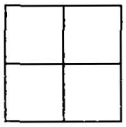
<u>จุดประสงค์ที่ 15</u> *นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้ความรู้เรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การมองรูปเรขาคณิตสามมิติและการวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติได้*

30. ปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากประกอบด้วยลูกบาศก์ขนาด 1x1x1 ลูกบาศก์หน่วย ถูกทาสีด้านนอกดังรูป และแยกลูกบาศก์ออกได้จำนวน 24 ลูก แล้วลูกบาศก์ที่ถูกทาสี 2 หน้า มีจำนวนกี่ลูก



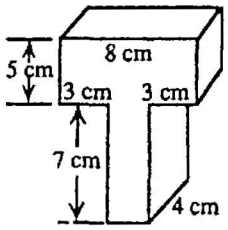
ก. 6 ลูก
ข. 8 ลูก
ค. 12 ลูก
ง. 14 ลูก

31. สร้างแบบจำลองหอคอยปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้ลูกบาศก์ทั้งหมดจำนวน 24 ลูก ซึ่งฐานใช้ลูกบาศก์จำนวน 4 ลูก ดังรูป ความสูงของหอคอยแห่งนี้เป็นเท่าใด



ก. 8 หน่วย
ข. 6 หน่วย
ค. 20 หน่วย
ง. 16 หน่วย

32. ปริมาตรของรูปตัว T เป็นเท่าใด



ก.176 ลูกบาศก์เซนติเมตร
ข. 216 ลูกบาศก์เซนติเมตร
ค.160 ลูกบาศก์เซนติเมตร
ง. 56 ลูกบาศก์เซนติเมตร

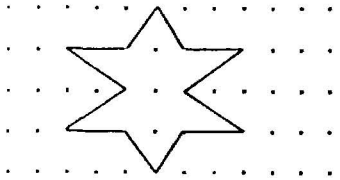
<u>จุดประสงค์ที่ 16</u> *นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใดสามารถสร้างภาพเทสเซลเลชันได้*

33. รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าชนิดใดต่อไปนี้**ไม่**สามารถสร้างภาพเทสเซลเลชันได้

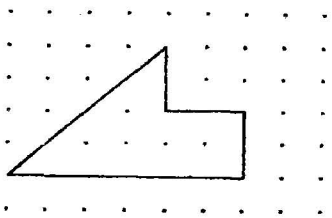
ก. รูปสามเหลี่ยม ข. รูปสี่เหลี่ยม
ค. รูปห้าเหลี่ยม ง. รูปหกเหลี่ยม

34. รูปใดไม่สามารถสร้างภาพเทสเซลเลชันได้

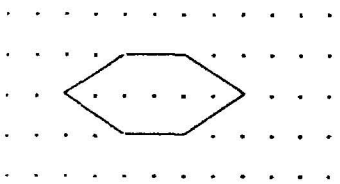
ก.



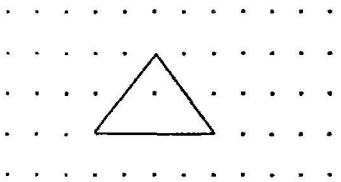
ข.



ค.

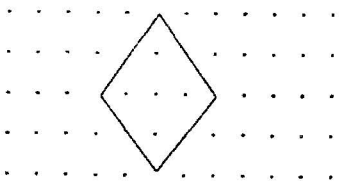


ง.

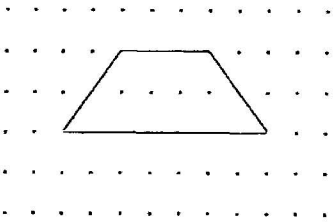


35. รูปใดไม่สามารถสร้างภาพเทสเซลเลชันได้

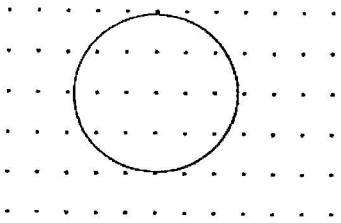
ก.



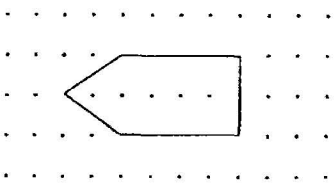
ข.



ค.



ง.



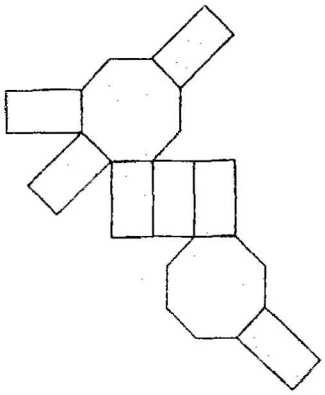
ตอนที่ 2

<u>**คำชี้แจง**</u> ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อต่อไปนี้ (ข้อละ 3 คะแนน)

<u>จุดประสงค์ที่ 3</u> นักเรียนสามารถสร้างรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ได้

1. พิจารณาโจทย์ต่อไปนี้

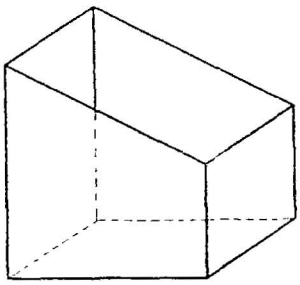
1.1 รูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติรูปหนึ่ง ดังรูป ซึ่งรูปคลี่นี้จะขาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่จำเป็นไป 1 รูป ให้นักเรียนเขียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ขาดไปนี้ลงในรูปคลี่ให้ถูกตำแหน่ง พร้อมทั้งบอกชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติรูปนี้



.....

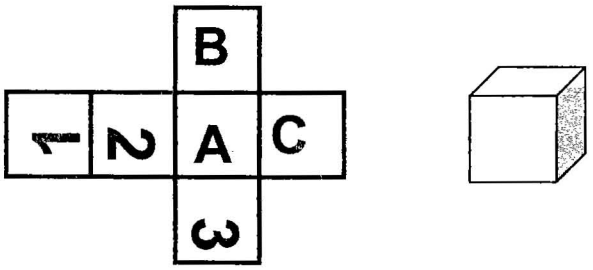
.....

1.2 รูปกล่องใส่หนังสือที่ไม่มีฝาปิดกล่องหนึ่ง ดังรูป ให้นักเรียนวาดรูปคลี่ของกล่องใบนี้



<u>จุดประสงค์ที่ 5</u> นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับรูปคลี่และการประกอบรูปของลูกบาศก์ได้

2. ในแต่ละด้านของลูกเต๋า คือตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 ตัวเลขที่อยู่ด้านตรงข้ามจะบวกกันได้ 7 รูปที่กำหนดให้เป็นรูปคลี่ของลูกเต๋า ซึ่งจะแสดงตัวเลขบางค่า นักเรียนคิดว่าค่าใดควรจะเป็นค่าของ A, B และ C จึงจะทำให้รูปคลี่ของลูกเต๋าพับประกอบขึ้นเป็นลูกเต๋าที่ต้องการได้



.....

.....

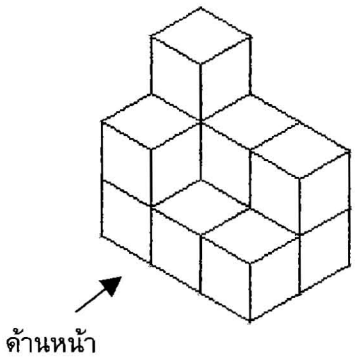
.....

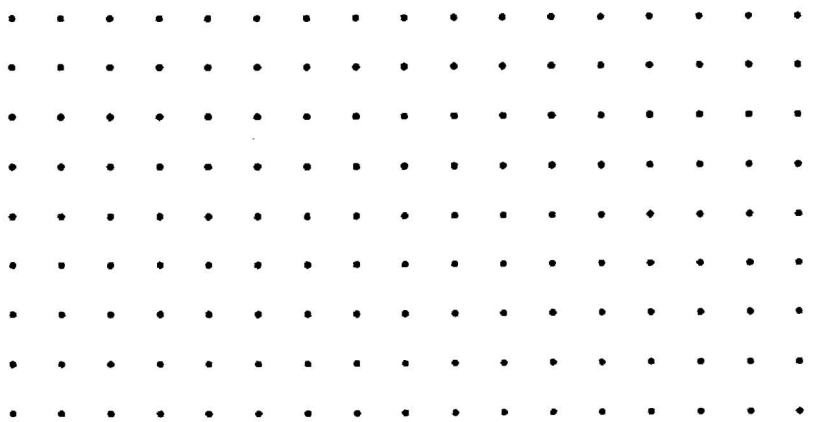
.....

.....

<u>จุดประสงค์ที่ 7</u> นักเรียนสามารถเขียนภาพสองมิติของรูปเรขาคณิตสามมิติจากการมองด้านบนด้านหน้าและด้านข้างได้

3. ให้นักเรียนเขียนภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้

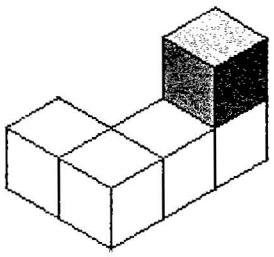


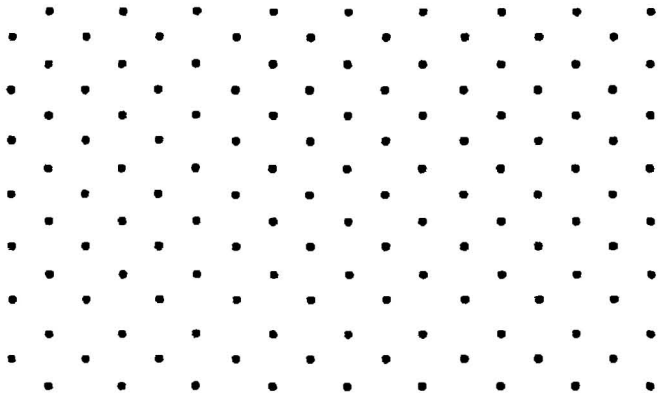


<u>จุดประสงค์ที่ 11</u> *นักเรียนสามารถวาดรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ลงในกระดาษจุดไอโซเมตริกได้*

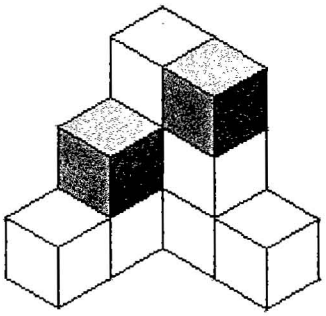
4. ให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตสามมิติต่อไปนี้ เมื่อนำลูกบาศก์ที่แรเงาออก

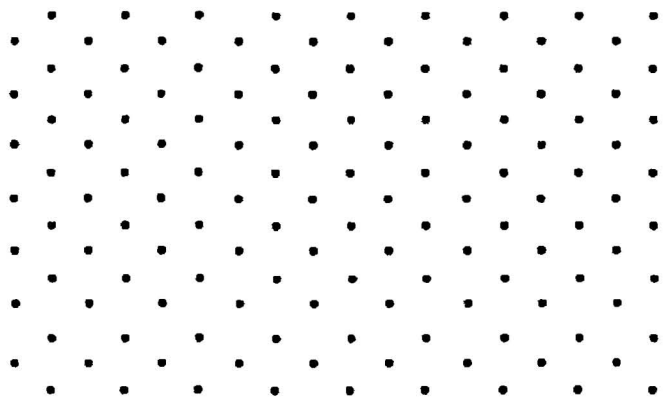
4.1





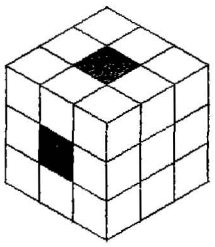
4.2





<u>จุดประสงค์ที่ 15</u> *นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรโดยใช้ความรู้เรื่องรูปคลี่ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การมองรูปเรขาคณิตสามมิติและการวาดและประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติไปใช้ได้*

5. ลูกบาศก์ขนาด 3 x 3 x 3 ลูกบาศก์หน่วย สร้างจากลูกบาศก์ขนาด 1 x 1 x 1 ลูกบาศก์หน่วย นำลูกบาศก์เล็กออกจำนวน 2 แถว โดยทะลุจากด้านหน้าไปด้านหลัง จากด้านบนไปด้านล่าง ดังรูป จงหาจำนวนลูกบาศก์ขนาดเล็กที่เหลืออยู่



.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

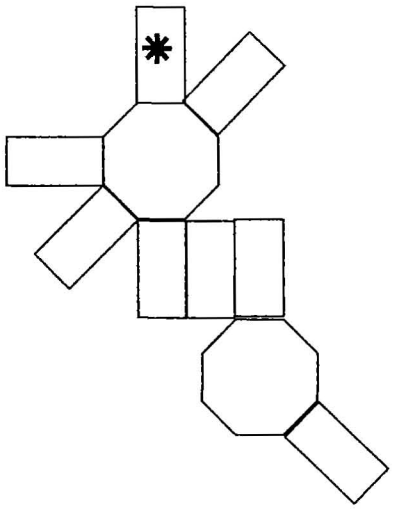
ตอนที่ 1

1. ข	11. ง	21. ง	31. ข
2. ง	12. ง	22. ก	32. ข
3. ก	13. ข	23. ข	33. ค
4. ค	14. ก	24. ก	34. ก
5. ค	15. ข	25. ค	35. ค
6. ค	16. ง	26. ค	
7. ค	17. ข	27. ง	
8. ง	18. ง	28. ก	
9. ก	19. ก	29. ค	
10. ก	20. ค	30. ค	

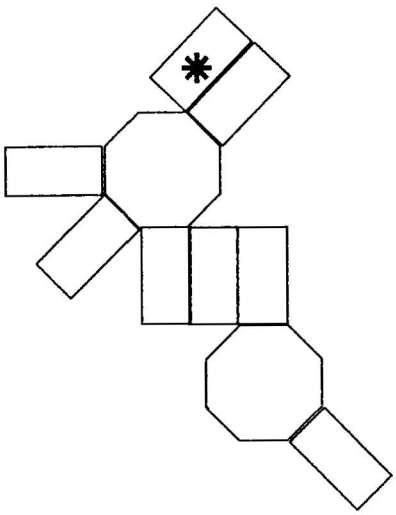
ตอนที่ 2

1. 1.1 ปริซึมแปดเหลี่ยม ซึ่งมีรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่หายไป 1 รูป สามารถวาดได้ 4 แบบ ดังนี้

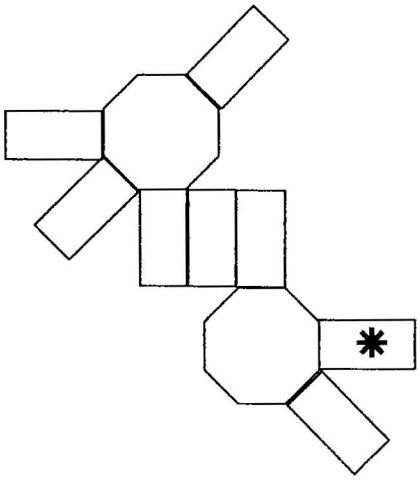
1)



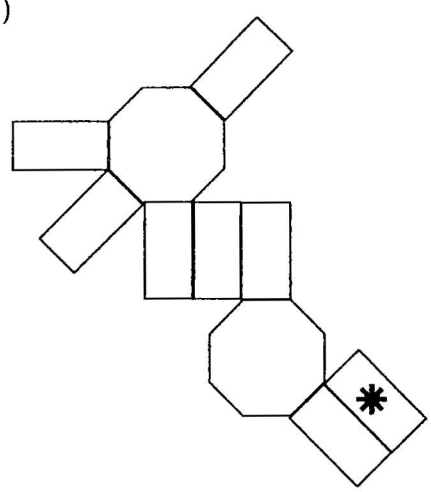
2)



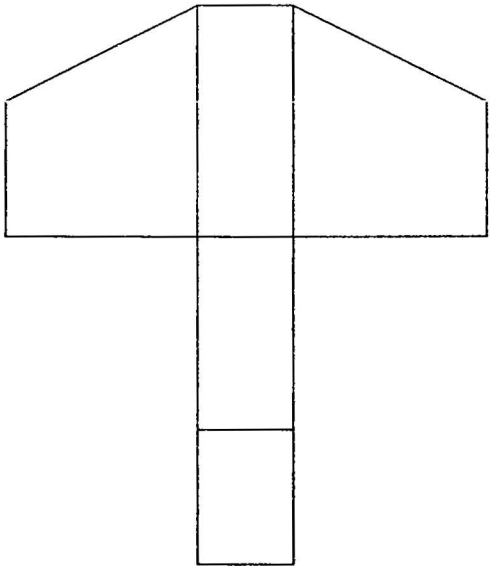
3)



4)



1.2 สามารถวาดได้หลายแบบ ในที่นี้จะยกตัวอย่างเพียง 1 แบบ



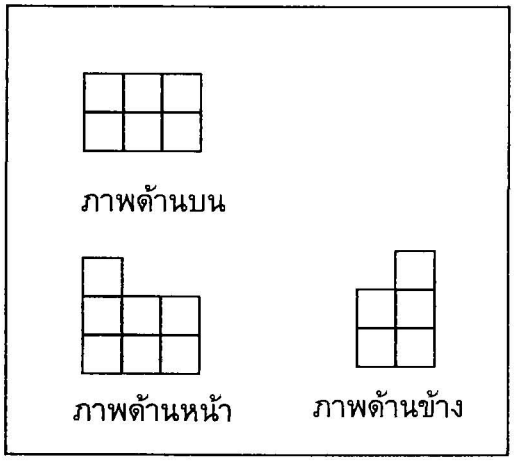
2. พิจารณาด้านตรงข้ามของลูกเต๋าที่กำหนดให้ พบว่า

A + 1 = 7 ดังนั้น A = 6

B + 3 = 7 ดังนั้น B = 4

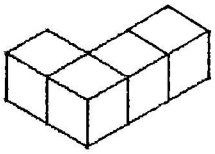
C + 2 = 7 ดังนั้น C = 5

3.

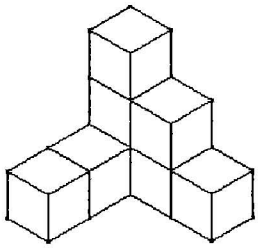


4.

4.1

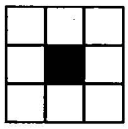


4.2



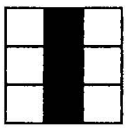
5. หลังจากที่นำลูกบาศก์ออกจำนวน 2 แถวแล้ว พิจารณาลูกบาศก์ลูกเล็กที่เหลืออยู่ทีละชั้น จากด้านหน้าไปด้านหลัง ทั้งหมดจำนวน 3 ชั้น ดังรูป

แถวที่ 1



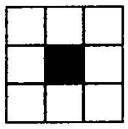
8 ลูก

แถวที่ 2



6 ลูก

แถวที่ 3



8 ลูก

ดังนั้น รวมลูกบาศก์เล็กที่เหลืออยู่จะมีจำนวน 8 + 6 + 8 = 22 ลูก

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวศิริรัตน์ อุปถัมภ์เกื้อกูล
วันเดือนปีเกิด	28 กันยายน 2520
สถานที่เกิด	อำเภอพระพุทธบาท จังหวัดสระบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	208 หมู่ 1 ตำบลวังน้ำเขียว อำเภอวังน้ำเขียว จังหวัดนครราชสีมา 30370
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 3
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนเสิงสาง อำเภอเสิงสาง จังหวัดนครราชสีมา

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2530	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านศาลเจ้าพ่อ ตำบลวังน้ำเขียว อำเภอวังน้ำเขียว จังหวัดนครราชสีมา
พ.ศ. 2536	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนมารีย์วิทยา ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา
พ.ศ. 2540	คบ. (คณิตศาสตร์) เกียรตินิยมอันดับ 1 สถาบันราชภัฏบุรีรัมย์ ตำบลในเมือง อำเภอเมือง จังหวัดบุรีรัมย์
พ.ศ. 2547	กศม. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร