การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
สุนันท์ ฉิมวัย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
มีนาคม 2543

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ

ของ

สุนันท์ ฉิมวัย

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
มีนาคม 2543

สุนันท์ ฉิมวัย. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ รองศาสตราจารย์พวงรัตน์ ทวีรัตน์.

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 2 ห้องเรียนๆ ละ 48 คน รวม 96 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายจากประชากรนักเรียนทั้งหมด 6 ห้องเรียน แล้วจับฉลากอีกครั้งแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู ใช้เวลาในการทดลองกลุ่มละ 23 คาบ คาบละ 50 นาที ใช้แบบแผนการวิจัยแบบ Randomized Control – group Pretest – posttest Design สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลคือ t – test Independent ในรูปของ Difference - Score

ผลการศึกษาค้นคว้า พบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

A COMPARISION OF MATHEMATICS ACHIEVEMENT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF MATHAYOM SUKSA III STUDENTS THROUGH THE LABORATORY APPROACH AND THE TEACHERS ' MANUAL.

AN ABSTRACT

BY

SUNAN CHIMWAI

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
March 2000

Sunan Chimwai. (2000). *A Comparison of Mathematics Achievement and Problem Solving Ability of Mathayom Suksa III Students Through the Laboratory Approach and the Teachers ' Manual.* Master of Education M.Ed.. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School , Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assoc . Prof. Dr. Somchai Chuchat , Assoc. Prof. Puangrat Thaweratana.

The purpose of this study was to compare the Mathematics Achievement and Problem Solving Ability of students through the Laboratory Approach and the Teachers' Manual.

The sample consisted of 96 Mathayom Suksa III students of Assumption Samrong College. Muang district in Samutprakarn , during the first semester of 1999 academic year. The sample was simply randomized from 6 classes and also was randomized into the experimental group and the control group with 48 students in each. The experimental group was taught through the Laboratory Approach, and the control group was taught through the teacher's manual, Each group was taught for 23 periods and each period was lasted for 50 minutes. This study used Randomized Control Group Pre-test – Post-test Design.
The t – test Independent of Difference – Score was used for data analysis.

The results of this study indicated that :

1. The Mathematics achivement of the students taught through the Laboratory Approach and the Teachers ' Manual was significantly different at .01 level.
2. The ability in Mathematics problem – solving of the students taught through the Laboratory Approach and the Teacher ' s Manual was significantly different at .05 level.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู
ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
นางสาวสุนันท์ ฉิมวัย

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร.เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์)
วันที่ 7 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2543

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

.... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

.... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ พวงรัตน์ ทวีรัตน์)

.... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

.... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีด้วยความกรุณา ช่วยเหลือในการให้คำปรึกษา ข้อคิดเห็น ตลอดจนคำแนะนำต่างๆอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์พวงรัตน์ ทวีรัตน์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ตลอดจน ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม ที่ได้กรุณามาร่วมเป็นกรรมการสอบและได้กรุณาให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ.ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ดร.ราชันย์ บุญธิมา อาจารย์ศิริวรรณ ฤกษ์นันทน์ อาจารย์ภัทธิรา ยะสวัสดิ์และอาจารย์อัจฉรา กริยาผล ที่ได้กรุณาให้เกียรติเป็นผู้เชี่ยวชาญให้คำปรึกษา แนะนำ แก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ท่านผู้อำนวยการ อาจารย์ใหญ่ ผู้ช่วยฝ่ายวิชาการ คณะครูและขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2542 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง ที่ให้ความอนุเคราะห์ให้ความร่วมมือแและอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อไม้ คุณแม่อำนวย ฉิมวัย ที่ได้อบรมสั่งสอน ให้ความสนับสนุนช่วยเหลือ คอยให้กำลังใจเสมอมา ขอบคุณน้อง ๆ ที่แสนดี ตลอดจนเพื่อน ๆ ที่โรงเรียนและรุ่นพี่ เพื่อน ๆ น้อง ๆนิสิตปริญญาโท เอกการมัธยมศึกษาทุกท่านที่คอยให้กำลังใจและช่วยเหลือในการทำงานวิจัยด้วยดีตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงเกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณพ่อแม่ครูอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่านด้วยความเคารพยิ่ง

สุนันท์ ฉิมวัย

สารบัญ

สารบัญ (ต่อ)

บัญชีตาราง

บัญชีภาพประกอบ

บทที่ 1 510.312

บทนำ

ภูมิหลัง

จากสภาพการเปลี่ยนแปลง ที่เกิดขึ้นในด้านเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม การเมืองการปกครอง ตลอดจนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี การศึกษาจึงเป็นเครื่องมือพื้นฐานที่สำคัญในการดำรงชีวิตอยู่ภายใต้เงื่อนไขแห่งการเปลี่ยนแปลง และการปรับตัวให้เหมาะสม และเพื่อพัฒนาประเทศให้มีศักยภาพในการแข่งขันและยืนหยัดอยู่ได้อย่างมั่นคงและมีศักดิ์ศรีในสังคมบนฐานแห่งความเป็นไทย การพัฒนาคุณภาพคนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่สุด ซึ่งแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2539-2543) ได้เน้นความเป็นศูนย์กลางหรือจุดมุ่งหมายของการพัฒนาโดยมุ่งให้ทุกคนมีการพัฒนาอย่างเต็มศักยภาพ และมีโอกาสที่จะมีส่วนร่วมในการพัฒนาประเทศทุก ๆ ด้านอย่างเต็มที่ ดังที่แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540-2544) ได้เสนอแนวคิดให้ใช้ "การศึกษา" เป็นเครื่องมือหรือระบบในการเพิ่มศักยภาพของมนุษย์ให้เป็นผู้มีพัฒนาการที่สมดุลทั้งด้านสติปัญญา จิตใจ ร่างกายและสังคม เสริมสร้างคุณลักษณะของผู้เรียนให้เป็น "ผู้เรียนรู้" เพื่อรองรับสถานการณ์ในยุคโลกาภิวัตน์ สามารถที่จะเลือกและเรียนรู้สถานการณ์ที่เกิดขึ้นด้วยการพินิจพิเคราะห์อย่างระมัดระวังพิจารณาแก้ไขสถานการณ์ที่เป็นปัญหาด้วยวิธีการ/กระบวนการคิดที่เหมาะสมและมีทักษะเพียงพอ ที่จะช่วยให้บุคคลสามารถแสวงหาความรู้ได้อย่างไม่สิ้นสุด (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2539 : 1-24) วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่สามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดลักษณะดังกล่าว และเป็นเครื่องมือในการศึกษาค้นคว้าที่นำไปใช้กับแขนงอื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ สถาปัตยกรรม วิศวกรรมศาสตร์และศิลปกรรม เป็นต้น นอกจากนี้ในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้มุ่งเน้นกระบวนการทางด้านความคิดและการปฏิบัติ โดยมีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ชั้นสูงต่อไป (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 18)

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมถึงความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายและจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เบลล์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 2 ; อ้างอิงจาก Bell. 1978 : 311 *Teaching and Learning Mathematics*) เชื่อว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปได้ สำหรับประเทศไทยแม้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหาจะระบุเป็นจุดประสงค์ของหลักสูตรอย่างชัดเจนแล้วก็ตาม แต่การเรียนการสอนที่ผ่านมายังไม่บรรลุผลเท่าที่ควร ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับต่ำ ในส่วนของความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหา และความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และดัดแปลงความรู้ไปใช้เป็นสิ่งที่ควรได้รับการปรับปรุงเป็นพิเศษ (สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2538 : 88) ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากเป้าหมายของการศึกษามักกำหนดความสามารถที่ติดอยู่กับ

รายวิชา ไม่ได้เลยไปถึงการนำความรู้ไปใช้ จึงมุ่งสอนเนื้อหาให้จบ ขาดการเชื่อมโยงและผสมผสานการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และมักจะใช้การสอนแบบบรรยายเป็นส่วนใหญ่ ผู้เรียนไม่มีหรือไม่ค่อยจะมีโอกาสได้ร่วมคิดร่วมทำ ร่วมแก้ปัญหาที่กำลังเรียนอยู่มากนัก ไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แปลความ ตีความหรือทำความเข้าใจกับโจทย์ตามลำดับขั้นตอน ในการสอนครูเป็นผู้อธิบาย นักเรียนไม่ได้คิด และในการแก้ปัญหาที่ปฏิบัติอยู่เป็นเพียงการทำโจทย์แบบฝึกหัดซึ่งทำเป็นรายบุคคล ผู้เรียนมีโอกาสปฏิบัติกิจกรรมและฝึกการแก้ปัญหาร่วมกันน้อยมาก ผู้เรียนแทบไม่มีปฏิสัมพันธ์หรือสื่อสารกันในขณะที่การเรียนการสอนกำลังดำเนินการอยู่ ขาดการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีคุณภาพในสังคม (โกวิท ประวาลพฤกษ์. 2534 : 3; วัชรี บูรณสิงห์. 2526 : 413 ; สุชาติ รัตนกุล. 2526 : 521 และ อารี สัณหฉวี. 2523 : 1)

และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรมสูง ซึ่งเกี่ยวข้องกับการคิด การใช้สัญลักษณ์มากกว่าการใช้สื่ออุปกรณ์และการสรุปผลแบบอนุมานมากกว่าอุปมาน (Kidd. 1970 : 2) ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์ให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น ควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมหลายรูปแบบ เช่น การปฏิบัติการ การอภิปราย กิจกรรมการค้นพบ ใช้วัสดุช่วยสอน เพื่อให้นักเรียนพยายามสรุปผลหรือมโนมติด้วยตนเอง แนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองจากสื่อต่าง ๆ ให้นักเรียนเกิดความรู้และความสนใจในการเรียนดังได้กล่าวมาแล้วข้างต้นสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้โดยการกระทำของ จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) และแนวการเรียนการสอนโดยเน้นกระบวนการในการเรียนรู้ของเจอร์โรม บรูเนอร์ (Jerome Bruner) ซึ่งแนวคิดของนักการศึกษาทั้งสองท่านนำมากำหนดวิธีการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ (Laboratory approach to mathematics) ซึ่งเป็นวิธีการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติจริง เป็นการสอนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองปฏิบัติ เสาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาข้อมูล ค้นคว้าหาวิธีการ และกระบวนการด้วยตนเอง (ลาวัลย์ พลกล้า. 2523 : 2) และผลจากการปฏิบัติการทดลอง ทำให้ผู้เรียนเห็นผลงานและความก้าวหน้าอย่างชัดเจน ซึ่งเป็นการเสริมแรงให้เกิดความกระตือรือร้นในการเรียน (ยุพิน พิพิธกุล. 2523 : 88) การสอนแบบปฏิบัติการทำให้นักเรียนได้จับต้องวัสดุ อุปกรณ์ และปฏิบัติกิจกรรมเพื่อเชื่อมโยงไปสู่สัญลักษณ์ นักเรียนจะสามารถสื่อความหมายที่เป็นนามธรรมได้มากขึ้น (Kidd. 1970 : 173) นอกจากนี้วิธีสอนแบบปฏิบัติการเป็นวิธีสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าเนื้อหากล่าวคือครูสอนเนื้อหาให้น้อยลง จัดให้มีเวลาสำหรับการเรียนรู้ด้วยตนเองให้มากขึ้น ทำให้เกิดบรรยากาศของความใฝ่รู้ในการเรียน เป็นการเน้นความคิดหรือวิธีการให้ได้มาซึ่งข้อสรุป ผู้วิจัยคิดว่าหากได้มีการใช้การสอนแบบปฏิบัติการอย่างต่อเนื่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยฝึกให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริงและแก้ปัญหาร่วมกัน ซึ่งในชั้นเรียนจะจัดนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยคละความสามารถเพื่อช่วยให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกันมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และยอมรับเหตุผลของผู้อื่นซึ่งจะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาและส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นซึ่งทำให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

จากความจำเป็นที่ต้องพัฒนาคุณภาพของประชากรให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาพร้อมที่จะเข้าไปสู่สังคมในยุคโลกาภิวัตน์และจากปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน

รวมทั้งการพัฒนาผู้เรียนด้วยวิธีการที่เหมาะสม ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาเพื่อทราบว่าการสอนแบบปฏิบัติการสามารถใช้ได้ผลดีหรือไม่กับวิชาคณิตศาสตร์โดยผู้วิจัยได้นำการสอนแบบปฏิบัติการมาทดลองในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาโดยเปรียบเทียบกับการสอนตามคู่มือครู เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงสุด ตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลการวิจัยครั้งนี้ทำให้ทราบว่าวิธีสอนแบบใดระหว่างการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครูจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีกว่ากันซึ่งจะช่วยให้ครูผู้สอนได้แนวทางในการพิจารณาปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น

2. ได้ตัวอย่างแผนการสอนแบบปฏิบัติการเรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และจะเป็นแนวทางในการจัดทำบทเรียนปฏิบัติการในเรื่องอื่น ๆ

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 6 ห้องเรียน รวมจำนวนประชากรทั้งสิ้น 290 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มจากการจับฉลากมา 2 ห้องเรียนจากจำนวนทั้งหมด 6 ห้องเรียน แล้วสุ่มอย่างง่ายโดยการจับฉลากแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 48 คน รวมจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น 96 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 011) ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 ใช้เวลาในการทดลองสอนกลุ่มละ 23 คาบ ๆ ละ 50 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่

1. ตัวแปรอิสระ คือ วิธีสอน ซึ่งมี 2 วิธี ได้แก่
   1.1 การสอนแบบปฏิบัติการ
   1.2 การสอนตามคู่มือครู
2. ตัวแปรตาม มี 2 ตัวแปร คือ
   2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
   2.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแบบปฏิบัติการ หมายถึง การสอนคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ ปานกลาง และสูงด้วยอัตราส่วน 1 : 2 : 1 โดยในการสอนให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแนวทางที่ครูวางไว้เพื่อหาข้อสรุปจากการปฏิบัติในกิจกรรมนั้น ๆ โดยนักเรียนจะต้องพิจารณาหาข้อสรุป ข้อเท็จจริง และกฎเกณฑ์หรือวิธีการต่าง ๆ ด้วยเหตุผลที่ถูกต้องด้วยตนเอง ประกอบด้วยขั้นต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1.1 ขั้นนำ ประกอบด้วยครูแนะนำนักเรียนถึงขั้นตอน และวิธีเรียนแบบปฏิบัติการตามแผนภูมิแสดงลำดับขั้นตอนการเรียน

1.2 ขั้นปฏิบัติการ ประกอบด้วย

1.2.1 นักเรียนศึกษาแผนตามลำดับขั้นตอนที่ครูวางไว้

1.2.2 นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามบทเรียนปฏิบัติการ เพื่อค้นพบหลักการและกฎเกณฑ์เอง

1.3 ขั้นสรุป ประกอบด้วย

1.3.1 นักเรียนเสนอผลการปฏิบัติของตนเอง หรือของกลุ่มย่อยโดยการอภิปราย

1.3.2 นักเรียนสรุปการปฏิบัติการจนได้ข้อสรุป

1.3.3 นักเรียนฝึกทักษะจากบัตรงาน

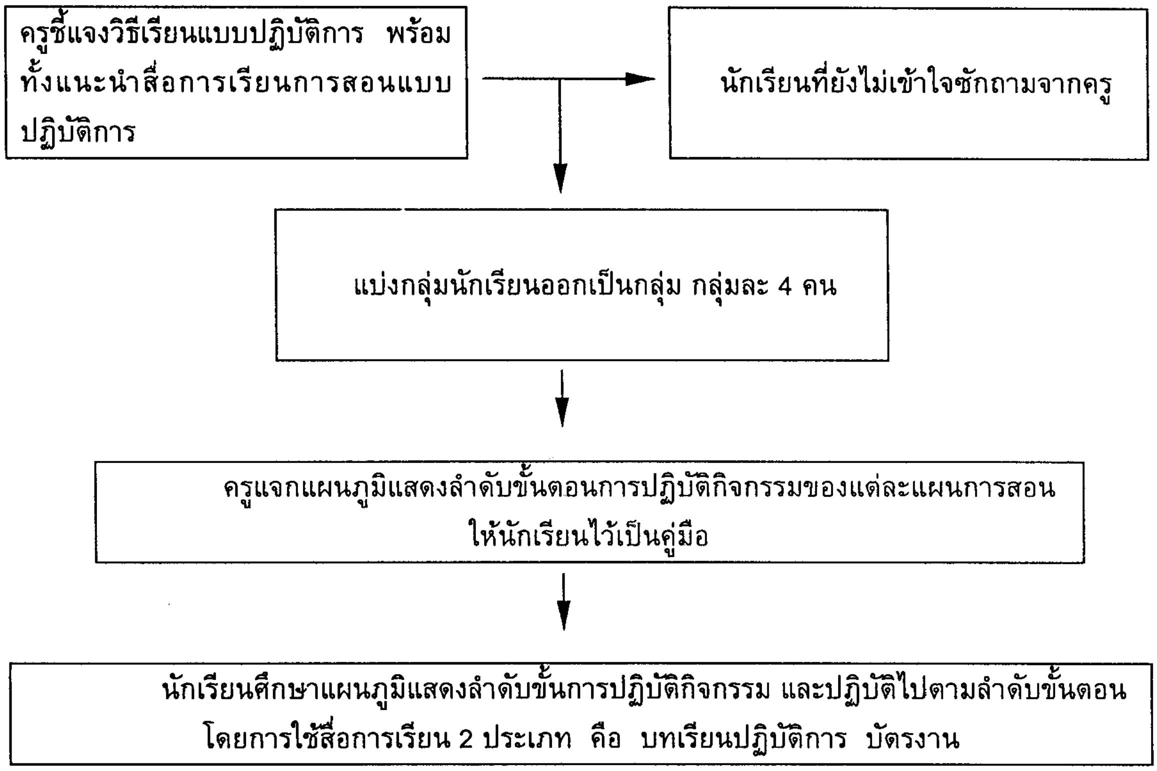
1.3.4 นักเรียนที่ฝึกทักษะจากบัตรงานเสร็จก่อนให้ปฏิบัติกิจกรรมจากบัตรปัญหา

1.4 การประเมินผล โดยประเมินจาก

1.4.1 ผลและกระบวนการในการปฏิบัติ

1.4.2 ผลการทำบัตรงาน

1.4.3 ผลการทดสอบ



ภาพประกอบ 1 แผนภูมิแสดงลำดับขั้นการเรียนการสอนแบบปฏิบัติการ

สื่อการสอนแบบปฏิบัติการ ประกอบด้วย

1. บทเรียนปฏิบัติการ เป็นสื่อการเรียนที่บอกให้นักเรียนทราบถึงจุดประสงค์ในการเรียน อุปกรณ์ที่ใช้และขั้นตอนในการปฏิบัติการ โดยเริ่มจากนักเรียนทำตามข้อปฏิบัติ บันทึกข้อมูลแล้วสรุปหาข้อความจริงหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลที่หามาได้ และอาจมีข้อมูลบางอย่างเป็นข้อความเสนอแนะความคิด เพื่อช่วยเป็นบันไดไปสู่การหาข้อสรุปที่ง่ายขึ้นด้วย

ส่วนประกอบของบทเรียนปฏิบัติการ

1.1 เนื้อหา

1.2 ระดับชั้น

1.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4 อุปกรณ์ที่ใช้

1.5 การจัดกลุ่ม (กรณีที่ให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่ม)

1.6 การปฏิบัติการ

1.7 แบบบันทึกข้อมูล และการสรุปผลการปฏิบัติ

2. บัตรงาน เป็นบทเรียนที่ประกอบด้วยสาระต่อไปนี้

2.1 เนื้อหาหรือสูตรที่จะนำไปใช้

2.2 ตัวอย่าง

2.3 โจทย์ที่จะให้นักเรียนทำ

2.4 คำเฉลย

2. การสอนตามคู่มือครู หมายถึงวิธีที่ยึดแนวการสอนของคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม ที่สร้างโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ซึ่งมีกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

2.1 ขั้นนำ ครูจัดสถานการณ์ ให้นักเรียนมีความพร้อมและสนใจที่จะเรียน โดยการสนทนา ซักถาม ให้ดูอุปกรณ์ เช่น ดูภาพ ของจริง

2.2 ขั้นดำเนินการสอน ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่วางไว้ กิจกรรมที่ใช้ เช่น ครูอธิบาย อภิปราย ซักถาม สาธิต และทำโจทย์ ตัวอย่างให้ดูบนกระดานดำ

2.3 ขั้นสรุป ครูหรือครูกับนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาที่เรียนแล้วนักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

2.4 การประเมินผล ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดและการทดสอบ

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อวัดความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ตามที่วิลสัน (Wilson 1971 : 696) จำแนกไว้ 4 ด้านคือ

3.1 การคิดคำนวณด้านความรู้ความจำ (Computation) ประกอบด้วยความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม และความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณตามลำดับขั้นที่เคยเรียนรู้มาแล้ว

3.2 ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติ หลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ทางคณิตศาสตร์

3.3 การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่คล้ายคลึงกับที่เรียนมา ความสามารถในการเปรียบเทียบ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล และความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตรกัน

3.4 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน ซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง แต่ก็อยู่ในขอบข่ายของเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้ว และความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์โดยการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะและวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โพลยา (Polya) ซึ่งมี 4 ขั้นตอนคือ

4.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

4.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

4.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

4.4 ขั้นตรวจสอบผล

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกัน

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกัน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้มีการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งได้นำมาเรียงตามหัวข้อดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

1.4 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหา

2.1.2 ความหมายและประเภทของปัญหา

2.1.3 กระบวนการแก้ปัญหา

2.1.4 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2.1.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.1 ความหมายของการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.2 จุดมุ่งหมายของการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.3 การนำวิธีการสอนแบบปฏิบัติการไปใช้

3.1.4 การวางแผนการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.5 ขั้นตอนของการดำเนินการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.6 การจัดกลุ่มในการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.7 คุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.8 ข้อดีข้อเสียของการสอนแบบปฏิบัติการ

3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1.1 <u>ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์</u>

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 696) ได้จำแนกพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณ ตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งอยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติ (Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนมติ เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนมตินั้นได้โดยใช้คำพูดของตน หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Principles Rules and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง

(Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในข้อนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparison) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์

ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ขั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนมติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนมติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิม และต้องสมเหตุสมผลด้วย คือ การจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากความหมายที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสำเร็จในด้านความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพด้านต่าง ๆ ของสมองหรือประสบการณ์ที่ได้จากการเรียนรู้ อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ของแต่ละบุคคล สามารถวัดได้โดยการทดสอบด้วยวิธีต่าง ๆ

1.2 <u>องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน</u>

เพรสคอทท์ (สุพรรณ ประศรี. 2536 :58 – 59; อ้างอิงจาก Prescott. 1961 : 14-16 *Educational Bulletin*) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกายได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางด้านร่างกาย ข้อบกพร่องทางกาย และบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูก ๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนต่อการเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตน ได้แก่ ปัญหาการปรับตน การแสดงออกทางอารมณ์

แคร์รอลล์ (Carroll. 1963 : 723-733) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆที่มีอิทธิพลต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่า เวลาและคุณภาพของการสอนมีผลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนได้รับ

แมดดอกซ์ (Maddox. 1965 : 9) ได้ทำการศึกษา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญา และความสามารถทางสมองร้อยละ 50-60 ขึ้นอยู่กับความพยายามและวิธีการเรียนที่มีประสิทธิภาพร้อยละ 30-40 และขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อมร้อยละ 10-15

ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า มีองค์ประกอบหลายประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งทางตรงและทางอ้อม และองค์ประกอบที่สำคัญที่จำทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีโดยตรง คือ วิธีสอนของครู

1.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่งเรวัต และ คุปตะ (Rawat and Cupta. 1970 : 7-9) ได้กล่าวว่า มาจากสาเหตุหลายประการได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาของบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้น เพราะระบบการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก อพยพย้ายถิ่นที่อยู่ เป็นต้น

สำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนวิชาคณิตศาสตร์ วัชรี บูรณสิงห์ (2526 : 435) จะมีลักษณะดังนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75 ถึง 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนคนอื่น ๆ
3. มีความสามารถทางการเรียนต่ำ
4. จำหลักเกณฑ์ หรือความคิดรวบยอดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์ทั่วไป
7. มีพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สังเกตจากการสอบตกทางคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียน โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์
9. มีความกดดัน และสับสนต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเอง และบางครั้งรู้สึกดูถูกตนเอง
10. ขาดความเชื่อมั่นในตนเอง
11. อาจมาจากสภาพครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจเรียน หรือมีความตั้งใจเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น
13. มีข้อบกพร่องด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาทางด้านการฟัง และข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
14. ไม่ประสบผลสำเร็จในด้านการเรียนทั่ว ๆ ไป
15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ
16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์ และสังคม

สรุปได้ว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์และมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน คือ การจัดการเรียนการสอน และการสร้างให้เกิดทัศนคติ ความรู้สึกของความรับผิดชอบต่อการมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งเป็นหน้าที่ของครูที่จะจัดหาวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อประสิทธิภาพและประสิทธิผลที่ดียิ่งขึ้น

1.4 <u>ความหมายของแบบทดสอบการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน</u>

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2538 : 147) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้นักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วซึ่งมักจะเป็นข้อคำถามให้นักเรียนตอบ กับให้นักเรียนปฏิบัติจริง ซึ่งแบ่งแบบทดสอบประเภทนี้เป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดของคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งเป็นคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้ในห้องเรียน ว่ามีความรู้มากแค่ไหน บกพร่องตรงไหนจะได้สอนซ่อมเสริม หรือวัดดูความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ ซึ่งขึ้นอยู่กับความต้องการของครู

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้น จากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชา หรือจากครูที่สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้ง จนกระทั่งมีคุณภาพดีพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น เพื่อใช้เป็นหลัก และเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอน แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบ และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย ทั้งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน มีวิธีการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและพฤติกรรมที่สอนไปแล้ว ซึ่งสามารถวัดได้และควรวัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมต่าง ๆ ดังนี้

1. วัดด้านความจำ
2. วัดความเข้าใจ
3. วัดการนำไปใช้
4. วัดด้านการวิเคราะห์
5. วัดด้านการสังเคราะห์
6. วัดด้านการประเมินค่า

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1.1 <u>ความสำคัญของการแก้ปัญหา</u>

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์ เลสเตอร์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 :11 อ้างอิงจาก Lester. 1977 : 12.*Arithmetic Teacher.*) และเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตร และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลายหน่วยงานที่รับผิดชอบและดูแลการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่างก็ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหา ดังเช่น ในปี ค.ศ. 1977 สมาคมศึกษานิเทศก์ในสหรัฐอเมริกา (NCSM. 1977 : 19-22) ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญอันดับแรกในจำนวนทักษะพื้นฐานที่จำเป็น 10 ประการ ทำนองเดียวกันในปี ค.ศ. 1980 สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM.1980 : 1-3) ได้เสนอให้การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เพื่อผลักดันให้การแก้ปัญหาบรรลุตามเป้าหมาย ในปี ค.ศ. 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา ได้กำหนดเป้าหมายและแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนไว้ใน Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics โดยระบุเป้าหมาย แนวทางการพัฒนาการเรียนการสอน ตลอดจนแนวการวัดผล ประเมินผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน (NCTM. 1989) ในส่วนของการสอน เบลล์ (Bell. 1978 : 311) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า การแก้ปัญหา

มีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และเป็นเครื่องช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนมติ และหลักการต่าง ๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เอง และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่น ๆ นอกจากนี้ เพอดิคาริส (Perdikaris.1993 : 423) ยังได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาว่าเป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่นักเรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น

2.1.2 <u>ความหมายและประเภทของปัญหา</u>

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 12 ; อ้างอิงจาก Adams, Ellis and Beeson. 1977 : 173-174 *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach.)* ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า คือสถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา จะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

ได้มีผู้ให้ความหมายของปัญหาในทำนองเดียวกันนี้อีกหลายคน เช่น เดย์ (Day. 1986 : 14) แคนโทว์สกี (Kantowski. 1980 : 195) ครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 6) สำหรับชาร์ลและเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทำนองเดียวกัน แต่ได้เพิ่มประเด็นว่าจะถือว่าเป็นปัญหา เมื่อบุคคลนั้นต้องการหรืออยากที่จะหาคำตอบและต้องมีความมานะพยายามในการหาคำตอบ

สำหรับงานวิจัยนี้ ปัญหาหมายถึงสถานการณ์ที่เกี่ยวกับโจทย์ทางคณิตศาสตร์และต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิถีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันทีต้องใช้ความรู้และวิธีการต่าง ๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

จากความหมายของปัญหาข้างต้น ได้มีผู้แบ่งปัญหาออกเป็นประเภทต่าง ๆดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท (Polya. 1957 : 23-29) คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นคว้า เป็นปัญหาให้ค้นคว้าหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท (Reys, Suydam and Lindquist. 1992 : 29) คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา (routine problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาแปลกใหม่ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. พิจารณาตามลักษณะของปัญหา บิลเทอร์ ฮาร์ทฟิลด์ และ เอดเวิดส์ (Bilter, Hartfield and Edwards. 1989 : 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

3.1 ปัญหาปลายเปิด (open - ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

3.2 ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

4. พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก ชาร์ลและเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6-10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

4.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

4.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

4.3 ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

4.5 ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนมติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

4.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

การแก้ปัญหา เป็นความเกี่ยวโยงระหว่างประสบการณ์เดิม ความรู้ ความเข้าใจ และการดำเนินการที่ใช้ข้อมูลที่กำหนด แล้วสังเคราะห์เป็นข้อค้นพบที่เป็นคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหาจะหมายถึงกระบวนการทั้งหมดในการแก้ปัญหา ไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย โพลยา (Kaur. 1993 : 71 ; citing Polya. 1957. *How to solve it. A New Aspect of Mathematical Method.*) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ต่างก็มีความสำคัญ แต่มีจุดหมายที่ต่างกันคือ ปัญหาธรรมดามีจุดหมายที่เฉพาะเจาะจงเกี่ยวกับการใช้กฎต่าง ๆ เป็นการมุ่งฝึกกระบวนการและความหมาย ไม่ได้ต้องการที่จะให้คิดสร้างหรือค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ในการหาคำตอบ ส่วนปัญหาแปลกใหม่ต้องการให้มีการคิดสร้างหรือค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ในการหาคำตอบของปัญหา นอกจากนี้เขายังกล่าวว่าการศึกษาระดับมัธยมศึกษาไม่สามารถบรรลุเป้าหมายขั้นสูงได้
ถ้าปราศจากการใช้การแก้ปัญหาแปลกใหม่ในกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนอย่างเหมาะสม

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่าเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาจึงรวมถึงกระบวนการทั้งหมดในการแก้ปัญหา ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

2.1.3 กระบวนการแก้ปัญหา (Problem solving process)

การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ดีและกระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาคณิตศาสตร์ เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหา อื่น ๆ ได้ (Perdikaris. 1993 : 423) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไปคือ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya. 1957 : 16-17)ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หากเกิดความกำกวม ลักลั่นหรือขัดแย้งควรใช้การวาดรูป และควรแยกสภาพการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วน ๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2. รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่ เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

3. พิจารณาสิ่งที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยพบมาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

4. ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

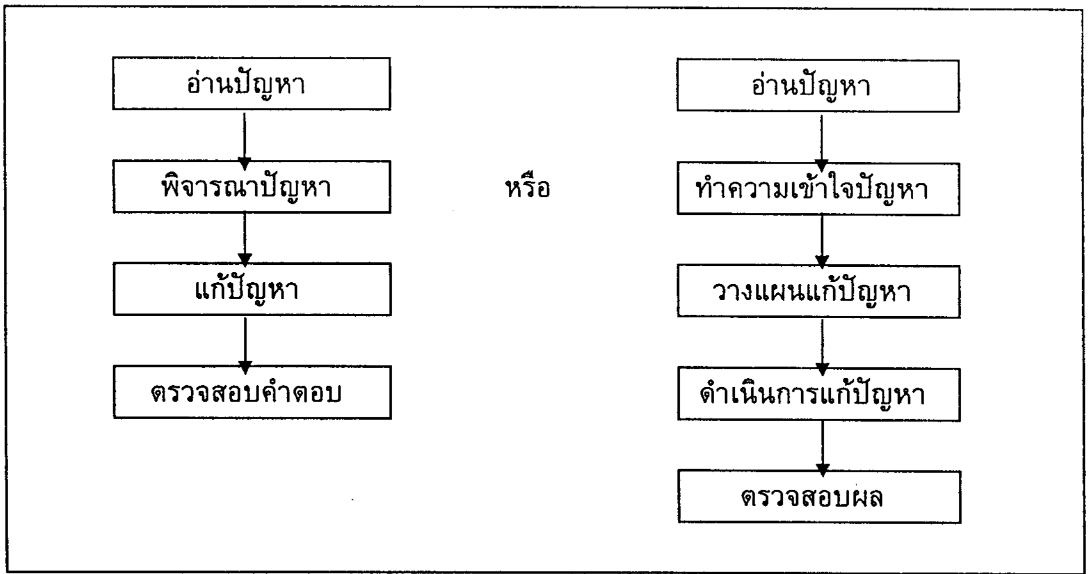
ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ

ในขั้นการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้องเหมาะสมแล้ว อาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการ แล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไปด้วย

ในการดำเนินการแก้ปัญหา เบลล์ (Bell. 1978 : 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบหรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้
5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็น ขั้น ๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนี้



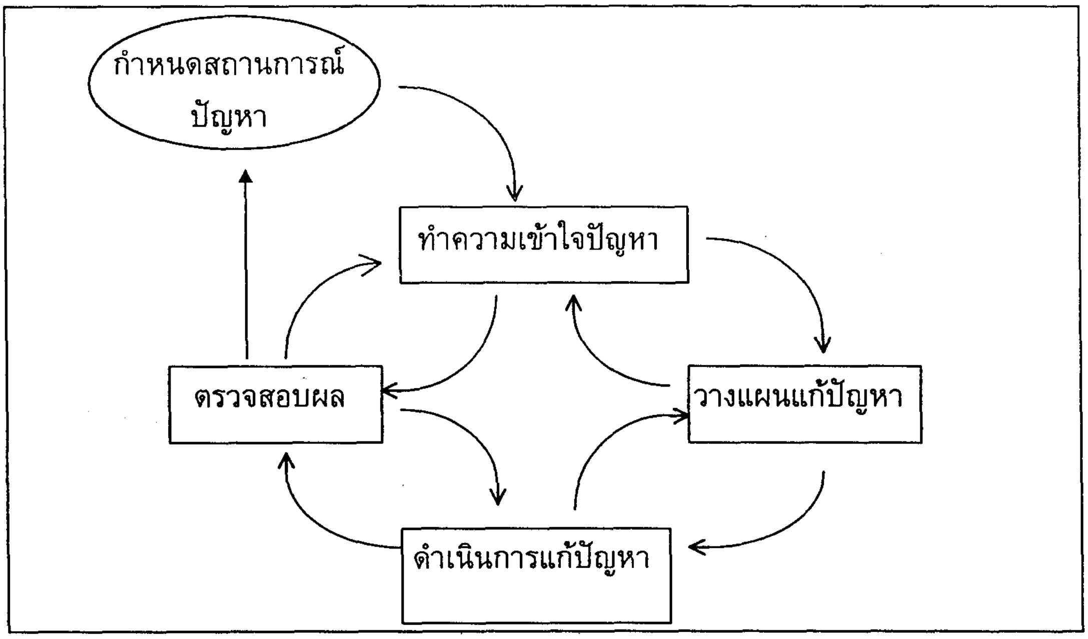
ภาพประกอบ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง

(Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 61)

รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวตรงเช่นนี้ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและ การวัดผลตนเอง (Self-assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน, เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60-62) มองว่ามีข้อบกพร่องดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำ ๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60-62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัตร (Dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร
(Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 62)

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงาน จากขั้นตอนที่หนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจจะพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิม หากมีปัญหาหรือข้อสงสัยจะเห็นว่ากระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหาแล้วเคลื่อนไปสู่ขั้นการวางแผนระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาโดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

สำหรับงานวิจัยนี้จะยึดกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาที่ปรับปรุงกระบวนการปัญหาที่เป็นพลวัตรตามแนวคิดของวิลสัน เฟอนันเดซ และฮาดาเวย์ ซึ่งมีวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังภาพประกอบ 2 ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาสำหรับงานวิจัยนี้ได้รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบสุดท้ายเท่านั้น

2.1.4 <u>ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา</u> (Problem solving strategies)

เมื่อพบปัญหาบุคคลต้องสืบค้นสถานการณ์ และเลือกยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ นักแก้ปัญหาที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ในทันทีที่เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย เช่น แคโรล กรีนส์ (Carole Greenes) (ทบวงมหาวิทยาลัย. 2524 : 144) ได้เสนอยุทธวิธีไว้ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดาคำตอบไว้ล่วงหน้า
2. การทำให้เป็นอย่างง่าย ๆ (Simplify) มี 2 แบบ คือ
    2.1 ทำโจทย์ให้เป็นกรณีที่ง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้แล้วลองหารูปแบบและความสัมพันธ์เพื่อขยายไปเป็นโจทย์เดิมที่ซับซ้อนขึ้น
    2.2 แยกแยะโจทย์เดิม วิเคราะห์ปัญหาย่อยๆ แล้วรวบรวมผลเข้าสู่ปัญหาเดิม
3. การทดลอง เช่น การสร้างรูป การวัด การคำนวณ ฯลฯ
4. การสร้างแผนภาพ ช่วยทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ช่วยในการหาคำตอบได้
5. การทำตารางเก็บข้อมูลจากโจทย์ปัญหา และจัดทำเป็นตารางให้เห็นความเหมือน ความแตกต่าง นำไปสู่การสรุปการแก้ปัญหาได้
6. การเขียนกราฟ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล

ดังนั้นการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูผู้สอนต้องช่วยให้นักเรียนสามารถทำโจทย์ปัญหาได้เอง นำโจทย์ปัญหาต่างๆ มาให้นักเรียนฝึกหัดทำโดยพยายามให้เด็กมีความเชื่อมั่นในการทำงาน สามารถแยกแยะทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาเป็นตอน ๆ และหาคำตอบได้ด้วยตนเอง และแล้วเด็กย่อมจะมีทัศนคติที่ดีต่อการคิดคำนวณโจทย์ปัญหามากยิ่งขึ้น

นอกจากนี้ ฮาร์ทฟิลด์ เอดเวิดส์ และ บิทเทอร์ (Hartfield, Edwards and Bitter. 1993 : 55-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับของ Kennedy แต่ได้เพิ่มยุทธวิธีอื่น ๆ อีก เช่น

การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก

การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ

การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น

การเขียนแผนผังขั้นตอนการดำเนินงาน

ในการนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ (Kennedy. 1984 : 82-83) คือ

1. ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
2. ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
3. การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอไปที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจงกับปัญหาที่กำหนด
4. นักเรียนจะไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี
5. กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ
6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่จะเรียนและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

การที่จะแก้ปัญหาได้นั้น ยุทธวิธีนับว่ามีความสำคัญ ยุทธวิธีนั้นมีหลากหลาย การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหา นอกจากจะส่งผลให้แก้ปัญหาได้แล้ว ยังอาจมีผลต่อวิธีการแก้ปัญหาให้ง่ายและสั้นอีกด้วย

2.1.5 <u>องค์ประกอบของการแก้ปัญหา</u>

บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-8 - 2-10) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive factor) ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนมติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Affective factor) ซึ่งจะเป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

นอกจากจะมีความรู้ความเข้าใจ มียุทธวิธีและการสังเคราะห์ความคิดในการแก้ปัญหา มีความรู้สึกที่ดีที่เป็นแรงขับเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว บารูดี้ (Baroody. 1993 : 2-10)

ยังกล่าวย้ำว่า นักแก้ปัญหาที่ดียังต้องมีความยืดหยุ่น เพราะความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับทรัพยากรที่มีอยู่ในลักษณะบูรณาการองค์ความรู้ในการแก้ปัญหา

ชาร์ล และ เลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 10-12) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหาทำนองเดียวกันกับบารูดี้ โดยพิจารณาถึงองค์ประกอบของการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. ด้านประสบการณ์ ทั้งที่เป็นสิ่งแวดล้อมและประสบการณ์ในตัวผู้แก้ปัญหา
2. ด้านความรู้สึก เช่น ความสนใจ ความอดทน ความพากเพียร การกระตุ้นความกดดัน ความวิตกกังวล และอื่น ๆ
3. ด้านสติปัญญาและความคิด เช่น ความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในเชิงมิติสัมพันธ์ ความสามารถในการให้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณและอื่น ๆ

เฮดเดนส์ และ สเพียร์ (Heddens and Speer. 1992 : 34-35) ได้กล่าวถึงความสามารถของบุคคลในการแก้ปัญหาว่าขึ้นอยู่กับหลายองค์ประกอบ ต่อไปนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

สถานการณ์ปัญหานับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 10-11) ได้กล่าวถึงปัญหาที่นำมาเป็นสื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาว่า ควรเป็นปัญหาที่ดีซึ่งสอดคล้องคุณลักษณะอย่างน้อย 1 ข้อ ต่อไปนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจ และท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. เป็นปัญหาที่ต้องการการคิดวิเคราะห์ และทักษะการสังเกต
3. เป็นปัญหาที่เตรียมโอกาสสำหรับการอภิปรายและมุ่งให้มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน
4. เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์
5. เป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการและ / หรือการกำหนดรูปทั่วไปของปัญหา
6. เป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

ส่วน ธีสเซน และคนอื่น ๆ (Thiessen and others. 1989 : 38) มองว่าปัญหาที่ดีควรเป็นปัญหาที่ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ เป็นปัญหาที่น่าสนใจให้ความบันเทิงและเป็นปัญหาที่มีลักษณะหลากหลาย เช่น ปัญหาปริศนาหรือเกมต่าง ๆ

การจัดบรรยากาศในห้องเรียนส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา กอนซาเลส (Gonzales. 1994 : 74) ได้ให้ความคิดเห็นไว้ว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการ

แก้ปัญหาจะต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิดไม่เข้มงวด เอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียดเพราะถ้านักเรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อน นักเรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้นครูจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

เวลานับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการแก้ปัญหานักเรียนต้องมีเวลาเพียงพอในการแก้ปัญหา แต่ละคนต้องการเวลาในการแก้ปัญหาไม่เท่ากัน ขึ้นอยู่กับความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เรย์ ซุยดัม และลินด์ควิสท์ (Reys, Suydam and Lindquist. 1992 : 30) กล่าวถึงการใช้เวลาในการแก้ปัญหาว่า ในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่งนักเรียนต้องใช้เวลาทำความเข้าใจปัญหา สำรวจหาแนวทางในการแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยเฉพาะปัญหาที่ยังไม่รู้วิธีการแก้ปัญหาต้องใช้เวลาเพิ่มขึ้นอีก ดังนั้นการให้เวลาที่เหมาะสมจึงเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา

โดยทั่วไปแล้วลักษณะการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน จะเป็นทั้งแบบกลุ่มใหญ่ทั้งชั้น กลุ่มย่อยและแบบรายบุคคล ธีสเซน และคนอื่นๆ (Thiessen and others. 1989 : 38) กล่าวว่า แบบกลุ่มใหญ่จะใช้เพื่อแนะนำหรืออภิปรายยุทธวิธีใหม่ แบบรายบุคคลเพื่อฝึกความชำนาญ แบบกลุ่มย่อยจะเป็นการรวมเอาจุดดีของกิจกรรมกลุ่มใหญ่และแบบรายบุคคล ซึ่งกลุ่มย่อยนี้นักเรียนทุกคนจะมีส่วนร่วมในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างเต็มที่ ได้แลกเปลี่ยนแนวคิด ประสบความสำเร็จและมีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และยังพบอีกว่ากลุ่มย่อยสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ารายบุคคล

จากทั้งหมดที่กล่าวมาอาจสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา มีดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับ
   1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์
   1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ
   1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด
   1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะทางคณิตศาสตร์
   1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้ปัญหา
   1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ
   2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
   2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา
   2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอ และได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง
   2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่างๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจท้าทายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

2.1.6 <u>แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา</u>

นักการศึกษาได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง (Schroeder and Lester. 1989 : 31-33; Baroody. 1993 : 2-31) ดังนี้

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน โดยเน้นแนวทางเฉพาะในการนำ 4 ขั้นตอนไปใช้

2. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกใช้มโนมติและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่างๆ ก่อน แล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อยๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

3. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหากับโลกที่เป็นจริง (Real world) ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะและความสามารถหลายด้าน เบลล์ (Bell. 1978 : 311) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่ดีและเป็นกิจกรรมที่น่าสนใจสำหรับนักเรียน แต่ถ้าการแก้ปัญหามุ่งเน้นที่ความเร็ว ความถูกต้อง รูปแบบ ความเป็นระเบียบและคำตอบที่ถูกต้อง อาจทำให้นักเรียนท้อถอยมีความรู้สึกว่าการแก้ปัญหาเป็นเรื่องยาก เมื่อครูนำเสนอปัญหาแล้วควรจัดสภาพแวดล้อมที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างอิสระจะทำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์และเรียนรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้เกิดการพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ให้ดีขึ้นและใช้เป็นเครื่องมือในการประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นสู่สถานการณ์ที่กว้างขึ้น

สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991 : 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกของนักเรียน
2. ให้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา
5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

คณะกรรมการการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education. 1985 : 14) ได้ให้ข้อแนะนำสำหรับครูในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ระบุพฤติกรรมการแก้ปัญหาที่ชัดเจน
2. จัดบรรยากาศภายในชั้นเรียนให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาอยู่เสมอ ๆ
3. ให้โอกาสนักเรียนได้อธิบายแนวคิดในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา
4. มีความเข้าใจว่าแต่ละปัญหามียุทธวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธี การแก้ปัญหาต้องการวิธีการใหม่
5. นำเสนอปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง และเป็นปัญหาที่ช่วยเพิ่มประสบการณ์ที่จะนำไปประยุกต์ใช้ได้

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

คลาร์คสัน (Clarkson. 1979 : 4101-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ทำการทดสอบความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหาสามแบบคือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ พบว่าการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา และคนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทักษะการแปลความหมายโจทย์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหา

มูราสกี้ (Muraski. 1979 : 4104-A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนเกรด 6 พบว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .005

ฮาร์ท (Hart. 1993 : 169-170) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหา โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อย พบว่าองค์ประกอบที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี 3 ประการ คือ

1. ความร่วมมือกันในกลุ่ม
2. ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม
3. ปทัสถานทางสังคมในกลุ่มย่อย

นอกจากนี้ ฮาร์ท ยังพบว่า องค์ประกอบที่ขัดขวางพฤติกรรมในการแก้ปัญหา 4 ประการ คือ

1. ขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
2. มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
3. ขาดการติดตามหรือวางระบบความคิด
4. เชื่อว่าจะไม่สามารถประสบผลสำเร็จ

เรโนลด์ (Reynolds. 1993 : 1274-A) ได้ศึกษาถึงจินตนาการของนักเรียนเกรด 4 และ 5 กับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ พบว่า จินตนาการในการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นหัวใจของการทำความเข้าใจและการแก้ปัญหา

กูยา (Gooya. 1994 : 2865-A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition based teaching) และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิดสำหรับกลุ่มย่อย นักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายปัญหากับคนอื่นๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้นักเรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่างๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

เทเลอร์ (Taylor. 1994 : 633) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในมโนมติและการใช้ยุทธวิธีการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition strategies) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม (Socially assisted learning) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 36 คน โดยกิจกรรมของกลุ่มทดลองที่หนึ่งให้เรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม กลุ่มทดลองสองให้เป็นการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD ส่วนกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ในแต่ละกลุ่มย่อยของทั้งสามกลุ่ม ประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกันกลุ่มละ 4 คน ผลการทดลองพบว่า คะแนนจากการสอบของกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มสูงกว่ากลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองที่หนึ่งได้คะแนนการสอบวัดการประยุกต์ใช้ความรู้และการยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มทดลองที่สอง นอกจากนี้ยังพบว่ากลุ่มที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคมมีการวางแผนการแก้ปัญหา และแสดงการได้คำตอบของปัญหาได้ชัดเจนกว่ากลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : 2934-A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรมการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างหมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

จันทร์เพ็ญ ธนาศุภกรกุล (2526 : 63-65) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527 : 61-63) ได้ทำการวิจัยถึงผลการสอนที่มีต่อนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี จำนวน 3 ห้องเรียน โดยแบ่งออกเป็น

กลุ่มควบคุม ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามคู่มือครู

กลุ่มทดลองที่หนึ่ง ได้รับการสอนการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาโดยใช้ตารางวิเคราะห์

กลุ่มทดลองที่สอง ได้รับการสอนที่เน้นทักษะการแปลความหมายและการแก้ปัญหาอิสระ

ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนทั้ง 3 วิธี มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มควบคุมกับกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ความสามารถในการแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองที่หนึ่งกับกลุ่มทดลองที่สองไม่แตกต่างกัน

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีลักษณะเป็นสื่อผสมอันได้แก่แผ่นโปร่งใส แบบฝึกกลุ่ม แบบฝึกรายบุคคลและเกมการแข่งขัน พัฒนาโดยใช้ทฤษฎีการรู้คิด (Cognitive theory) และทฤษฎีซึมซับ (Absorbtion theory) หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน (Cooperative learning) หลักการเรียนรู้เป็นรายบุคคล (Individual learning) และหลักการเรียนแบบรอบรู้ (Mastery learning) ประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนย่อย ๆ 3 ชุด คือ ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหา และชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา พัฒนากับนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 จำนวน 59 คน ซึ่งมีความสามารถในการคิดคำนวณแต่มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา กลุ่มทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนทั้ง 3 ชุด ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ผลการทดลองพบว่าชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ยเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียนและเกณฑ์ความคงทนในการเรียนรู้

จากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ในการพัฒนาให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถดำเนินการได้ โดยการสอนเกี่ยวกับปัญหา หรือการสอนการแก้ปัญหา หรือการสอนโดยใช้การแก้ปัญหา ในการพัฒนายังต้องคำนึงถึงองค์ประกอบอื่นๆ อีก เช่น สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้พัฒนา บรรยากาศในชั้นเรียน เวลาที่ใช้ ลักษณะของกิจกรรมที่จัด ความรู้ ความเข้าใจ

ความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทั้งของนักเรียนและของครูผู้สอน รวมถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

เนื่องจากความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นไปอย่างช้า ๆ และใช้เวลาที่ยาวนานพอ ซึ่งนักเรียนต้องแก้ปัญหามาก ๆ จากสถานการณ์ปัญหาที่ได้รับการวางแผนไว้อย่างเป็นระบบ ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในการวิจัยครั้งนี้ ได้คำนึงถึงวิธีการ องค์ประกอบและปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา จึงกำหนดแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่เป็นการผสมผสานแนวทางต่าง ๆ โดยอาศัยกระบวนการ 4 ขั้นตอนของโพลยา ที่ลักษณะของกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นไปตามกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัตร ตามแนวคิดของ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ ดังภาพประกอบ 2 โดยฝึกแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อยที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน ได้แสดงความคิดเห็น และได้อธิบายถึงผลการแก้ปัญหาในชั้นเรียน วิธีการดังกล่าวจะช่วยส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้ดีขึ้น

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ

3.1.1 <u>ความหมายของการสอนแบบปฏิบัติการ</u>

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการสอนแบบปฏิบัติการไว้ดังนี้

คูเนย์ (Cooney. 1975 : 351-352) กล่าวว่า วิธีสอนแบบปฏิบัติการเป็นวิธีสอนที่จัดให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยหรือเป็นรายบุคคล โดยมีใบคำสั่งขั้นตอนในการปฏิบัติกิจกรรมเป็นคู่มือให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตาม หลังจากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามที่เกี่ยวกับความรู้ที่ได้รับจากการปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้สรุปความรู้ และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง สื่อที่ใช้ในการสอนได้แก่ บทเรียนกิจกรรม (Activity lesson) และบทเรียนปฏิบัติการ (Laboratory lesson)

บราวน์ (Brown. 1982 : 93) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบปฏิบัติการว่าหมายถึงการสอนโดยผ่านประสบการณ์ตรง จากการใช้วัสดุในการสืบสวนหรือการทดลอง มีทั้งการปฏิบัติหรือการสังเกต สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการสอนได้ทั้งการสอนเป็นกลุ่มย่อยและรายบุคคล

กาญจนา เกียรติประวัติ (2526 : 140) กล่าวว่า วิธีสอนแบบปฏิบัติการหมายถึง กระบวนการสอนที่ใช้ประสบการณ์ตรงเพื่อให้ได้ผลผลิต หรือข้อเท็จจริงจากข้อสังเกต และการทดลองเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม

เอนก สุดจำนงค์ (2531 : 5) กล่าวว่า การสอนแบบปฏิบัติการหมายถึง การสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติจริงจากประสบการณ์ตรง โดยนักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามแนวทางที่ครูวางไว้ เพื่อหาวิธีการ กระบวนการ และพิจารณาหาข้อสรุปข้อความจริงและกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

อารีย์ คำปล้อง (2536 : 5) กล่าวว่า การสอนแบบปฏิบัติการหมายถึง การสอนที่ให้

นักเรียนเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเป็นผู้ปฏิบัติด้วยตนเองหรือปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย เพื่อพิจารณาหาข้อสรุป ข้อความจริง หรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ หลังจากนั้นครูและนักเรียนจะร่วมกันอภิปรายผลงานของนักเรียนเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องแล้วจึงฝึกทักษะ

สำหรับการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการนั้น ได้รับการกล่าวถึงจากนักการศึกษาหลายท่าน เช่น มาร์ค (Mark. 1970 : 23) ได้กล่าวอธิบายถึงการจัดประสบการณ์แบบปฏิบัติการว่ามีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบแนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการปฏิบัติการทดลอง เช่น การวัด การชั่งน้ำหนัก การพับกระดาษ กิจกรรมที่ต้องทำด้วยมือต่าง ๆ การสังเกตและการทดลองแบบวิทยาศาสตร์ หลังจากนั้นจึงให้นักเรียนสรุปข้อเท็จจริง และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ

คิดด์ (Kidd. 1970 : 2) ได้กล่าวไว้ในหนังสือ "Laboratory Approach to Mathematics" ว่า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเป็นการสอนตามหลักการที่ว่า การเรียนคือการทำกิจกรรม โดยมุ่งที่กระบวนการเรียนมากกว่ากระบวนการสอน

โคปแลนด์ (Copeland. 1974 : 325-326) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเป็นการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมกับวัตถุที่ได้พบเห็น ซึ่งช่วยให้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ไม่เป็นนามธรรมที่ห่างจากโลกจริง ผู้เรียนได้รับการพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีจากการได้เรียนโดยการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ

สิธุ (Sidhu. 1982 : 120) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการยึดหลักให้นักเรียนได้เรียนโดยการปฏิบัติหรือการสังเกตเป็นการนำรูปธรรมมาอธิบายนามธรรมจนนักเรียนค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 2) ได้กล่าวไว้ในหนังสือ "การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ" ว่า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเป็นวิธีการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองปฏิบัติเสาะหาข้อมูลค้นหาวิธีการ และกระบวนการด้วยตัวเอง การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการมีลักษณะที่สำคัญดังนี้

1. ใช้วัสดุอุปกรณ์ซึ่งอาจเป็นรูปธรรม (ของจริง) กึ่งรูปธรรม (หุ่นจำลอง, รูปภาพ) นามธรรม (สัญลักษณ์, สิ่งพิมพ์ต่าง ๆ)
2. มีการจดข้อมูล (Data) การจัดทำ (Manipulation) การคิดค้น การคำนวณหรือกิจกรรมกายภาพ (Physical activity) เช่น การสร้าง การวัด ฯลฯ
3. นักเรียนเป็นผู้กระทำการ (Active) มีความรับผิดชอบต่อตนเอง ต่อกลุ่ม และมีวินัยในการควบคุมตัวเอง
4. ส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ (Interaction) ระหว่างนักเรียน
5. ให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถของตนเอง
6. ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์

ยุพิน พิพิธกุล (2524 : 81) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเป็นวิธีการสอนที่ให้นักเรียนกระทำด้วยตนเอง เพื่อหาข้อสรุปจากการทดลองนั้น

จากความหมายข้างต้นพอสรุปได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเป็นการจัด

กิจกรรมการเรียนการสอน โดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมเพื่อค้นหาวิธีการ กระบวนการ แนวคิดทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์ตรง สามารถสรุปเป็นกฎ สูตร ได้ด้วยตนเอง ซึ่งครูเป็นเพียงผู้จัดสื่อการเรียนไว้ให้เหมาะสมกับการปฏิบัติกิจกรรม คอยแนะนำและดูแลให้ความสะดวกในการปฏิบัติกิจกรรม การจัดกิจกรรมอาจจัดเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยก็ได้

3.1.2 <u>จุดมุ่งหมายของการสอนแบบปฏิบัติการ</u>

กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524 : 86) บำรุง กลัดเจริญ และ ฉวีวรรณ กินาวงศ์ (2527 : 140-141) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนแบบปฏิบัติการ พอสรุปได้ดังนี้

1. เพื่อเรียนรู้ด้านวิธีการ (Learning a technique) โดยนักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจากการสังเกต และการทดลอง

2. เพื่อฝึกทักษะ (Practicing a skill) ควรเป็นทักษะขั้นพื้นฐานในการแสวงหาความรู้ ส่วนการนำไปใช้ควรฝึกเพิ่มเติมนอกเหนือการปฏิบัติ

3. เพื่ออธิบายหลักการ (Iustrating a principle) คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม จึงต้องอาศัยการปฏิบัติให้เข้าใจจากรูปธรรม

4. เพื่อฝึกการใช้เครื่องมือ (Learning to use equipment) เป็นการพัฒนาทักษะการใช้เครื่องมือในการทดลอง

5. เพื่อรวบรวมข้อมูลและแปลความ (Gathering data and gaining experience in its interpretation) โดยผู้เรียนมีโอกาสในการรวบรวมข้อมูล จัดหมวดหมู่ แล้วสรุปผลหรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

6. เพื่อปฏิบัติการสร้างสรรค์ (Performing Creative work) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองด้วยวิธีต่าง ๆ และการแสดงความคิด

3.1.3 <u>การนำวิธีการแบบปฏิบัติการไปใช้</u>

การนำวิธีสอนแบบปฏิบัติการไปใช้ต้องอาศัยหลักการหลายอย่างประกอบกัน เพื่อให้ครูได้เตรียมการวางแผน และดำเนินการสอนไปได้อย่างราบรื่นได้ผลดี นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ข้อเสนอแนะ และหลักการต่าง ๆ ไว้ดังนี้

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 3-85) กล่าวถึงการนำวิธีสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการไปใช้ดังนี้

1. ต้องให้นักเรียนเข้าใจบทบาทในการเรียนแบบนี้ว่า นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติอย่างมีเหตุผล

2. ต้องมีการเตรียมบทเรียนอย่างดีให้มีความยากง่ายเหมาะกับความสามารถของนักเรียน เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความผิดหวังหรือรู้สึกล้มเหลวในการเรียนแบบปฏิบัติการ และครูต้องให้นักเรียนปรับตัวให้คุ้นเคยกับวิธีการเรียนแบบนี้

3. การทำงานเป็นรายบุคคล และแบบกลุ่มย่อย ๆ ต้องมุ่งให้นักเรียนรู้จักการระดมความคิด การหาเหตุผลเพื่อให้เกิดความเข้าใจเนื้อหาอย่างถ่องแท้

3.1.4 การวางแผนการสอนแบบปฏิบัติการ

การวางแผนการสอนแบบปฏิบัติการ มีดังต่อไปนี้ (ลาวัลย์ พลกล้า. 2523 : 5-13)

1. เลือกเนื้อหาที่จะสอน
2. กำหนดความสามารถที่ต้องการฝึก
3. สื่อการเรียนการสอน
4. การจัดการ
5. การรายงานผล และการประเมินผล

1. เลือกเนื้อหาที่จะสอน

มีบางเนื้อหาเท่านั้นที่เหมาะสมที่จะนำมาจัดการเรียนการสอนแบบปฏิบัติการ โดยเฉพาะเนื้อหาที่ค่อนข้างเป็นรูปธรรม เช่น การชั่ง ตวง วัด การหาพื้นที่และปริมาตร ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส วงกลม การหาตัวประกอบของโพลิโนเมียล เป็นต้น เมื่อเลือกเนื้อหาที่เหมาะสมได้แล้ว ครูต้องกำหนดขอบเขตความลึกซึ้ง และมโนมติของเนื้อหานั้น ๆ

2. กำหนดความสามารถที่ต้องการฝึก

ครูต้องพิจารณาถึงแต่ละเนื้อหาที่ต้องการให้นักเรียนฝึกว่า จะให้นักเรียนทำอะไรได้บ้าง มีพฤติกรรมอย่างไร และนักเรียนจะได้รับประโยชน์อะไรจากการกระทำนั้น และควรจะพิจารณาว่าจะฝึกให้นักเรียนมีความสามารถเพิ่มเติมอะไรบ้าง นอกเหนือจากที่หลักสูตรกำหนดไว้

3. สื่อการเรียนการสอน

การสอนแบบปฏิบัติการต้องอาศัยสื่อการสอนเป็นหลัก สื่อต่าง ๆ ที่จะนำไปใช้ ได้แก่

1. บทเรียนปฏิบัติการ (Laboratory Lesson) เป็นสื่อการเรียนที่ให้นักเรียนได้เรียนตามวิธีทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ (Laboratory Direction) ทำการทดลอง บันทึกข้อมูล แล้วสรุปหาข้อความจริง สูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้นด้วยตนเอง

2. บัตรงาน (Work card, Work sheet) เป็นสื่อการสอนที่ฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการคำนวณ เป็นการนำความรู้จากข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎีต่าง ๆ ไปใช้หลังจากนักเรียนได้เรียนเนื้อหานั้น ๆ แล้ว ในบัตรงานจะระบุรายการดังต่อไปนี้คือ เนื้อหา โจทย์ที่จะให้นักเรียนทำและให้นักเรียนคิดสร้างโจทย์เอง แล้วหาคำตอบ

3. บัตรปัญหา (Problem Card) เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ฝึกให้นักเรียนคิดแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งบัตรปัญหานี้จะใช้กับนักเรียนบางคนหรือบางกลุ่มที่ทำงานเสร็จก่อน รอครูตรวจงาน ซึ่งช่วงนี้จะเป็นช่วงที่นักเรียนวุ่นวาย เพราะไม่มีกิจกรรมการเรียน การให้นักเรียนทำบัตรปัญหาด้วยตนเอง นับเป็นกิจกรรมเสริมความรู้อย่างหนึ่งด้วย

4. การจัดการ

การจัดการในการสอนแบบปฏิบัติการ ได้แก่ การจัดชั้นเรียน การสั่งงาน (Assignment) ให้นักเรียนเข้าใจถึงงานที่จะต้องทำว่าเขาจะต้องทำอะไร อย่างไร ส่งรายงานอย่างไร เมื่อใด รวมทั้งการวางแผนเตรียมงานเผื่อสำหรับนักเรียนที่ทำงานที่สั่งไว้เสร็จเรียบร้อยแล้ว การจัดการมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

4.1 สำรวจสื่อที่จะใช้ว่าในเนื้อหานั้น ๆ จะใช้สื่ออะไรบ้าง จะใช้ตอนไหน และจะใช้เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มย่อย ครูต้องจัดเตรียมให้เพียงพอกับจำนวนนักเรียน

4.2 วางแผนสำหรับการสั่งงาน ครูควรเขียนแผนผังการปฏิบัติการติดไว้ให้นักเรียนดูล่วงหน้าก่อนวันปฏิบัติการ หรืออัดสำเนาแจกนักเรียนไว้เป็นคู่มือ กรณีที่นักเรียนทำงานกลุ่ม ต้องคิดว่าจะแบ่งกลุ่มอย่างไร จัดชั้นอย่างไร

4.3 จัดที่สำหรับส่งบทเรียน พร้อมอุปกรณ์ (Task Station)

5. <u>การรายงานผลและประเมินผล</u>

ครูต้องวางแผนว่าจะตรวจงานอย่างไร และถ้าสรุปไม่ถูกต้องครูจะทำอย่างไร จะให้นักเรียนอภิปราย รายงานวิธีคิดและเหตุผลอย่างไร การประเมินผลนั้นต้องประเมินจากกระบวนการและวิธีคิดของนักเรียนด้วย หากข้อสรุปของนักเรียนไม่ถูกต้อง ครูควรจะได้รับรู้วิธีคิด เหตุผลของนักเรียนและชี้แจงให้นักเรียนรู้ว่านักเรียนผิดพลาดอย่างไร หรือชี้แนะเพิ่มเติม เสริมความรู้บางอย่างที่นักเรียนบกพร่อง เพื่อช่วยให้นักเรียนหาข้อสรุปได้ถูกต้อง นอกจากนี้ควรคำนึงถึงความก้าวหน้าของนักเรียนในการเรียนโดยการปฏิบัติการ นับว่าเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลด้วย เพื่อให้นักเรียนเกิดกำลังใจในการเรียน

3.1.5 <u>ขั้นตอนของการดำเนินการสอนแบบปฏิบัติการ</u>

ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 82) ได้เสนอขั้นตอนการเรียนการสอนแบบปฏิบัติการไว้ดังนี้

1. ขั้นนำ (Introduction step) เป็นขั้นของการปฐมนิเทศเพื่อสร้างความสนใจให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการ โดยครูจะต้องเตรียมทุกอย่างให้พร้อม และให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจนว่าจะต้องทำอะไร โดยใช้เอกสารแนะแนวทาง หรือคู่มือปฏิบัติการเป็นเครื่องมือ

2. ขั้นการปฏิบัติ (Work period) เป็นขั้นที่นักเรียนดำเนินการทดลอง อาจจะทดลองเดี่ยวหรือกลุ่มย่อยก็ได้ตามคำสั่ง โดยใช้สื่อที่ครูกำหนดให้ มีการบันทึกและวิเคราะห์ข้อมูล นอกจากนี้นักเรียนจะต้องสังเกตกระบวนการและผลที่เกิดขึ้นด้วย

3. ขั้นสรุปผล (Culminating activities)

3.1 เสนอผลการปฏิบัติ เป็นการสรุป อธิปรายผลการทดลอง รายงานข้อมูลและแสดงวัสดุที่ใช้ในการทดลอง

3.2 วัดและประเมินผล โดยวิธีการสังเกตการปฏิบัติงาน การอภิปราย การสรุปผลความพร้อมในการปฏิบัติงานกลุ่ม นอกจากนี้ยังประเมินจากกระบวนการในการปฏิบัติงานอีกด้วย

3.1.6 <u>การจัดกลุ่มในการสอนแบบปฏิบัติการ</u>

การปฏิบัติกิจกรรมของการสอนแบบปฏิบัติการนั้น มีทั้งเป็นรายบุคคลและกลุ่มย่อย งานที่ทำเป็นรายบุคคลนั้นเปิดโอกาสให้ผู้เรียนแต่ละคนมีอิสระที่จะพัฒนาความคิดรวบยอดของตนเอง ส่วนการทำงานเป็นกลุ่มย่อยจะสนองความต้องการทางด้านสังคม ความร่วมมือช่วยเหลือซึ่งกันและกันเรียนรู้การอยู่ร่วมกับผู้อื่น และการได้แสดงความคิดเห็น เป็นการส่งเสริมพัฒนาการด้านการพูด (Copeland. 1974 : 329-331)

สำหรับจำนวนสมาชิกที่เหมาะสมในการจัดกลุ่มย่อยนั้น ดูนน์ (Dunn. 1976 : 64) กล่าวว่า จำนวนสมาชิกที่จัดเข้ากลุ่มเพื่อปฏิบัติกิจกรรมในลักษณะกลุ่มย่อย ควรเป็น 4-6 คน ซึ่งเป็นจำนวนที่ใกล้เคียงกับที่ ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 17) เสนอไว้ว่า ในการจัดให้นักเรียนเรียนแบบปฏิบัติการ ถ้าเป็นกลุ่มย่อยควรมีสมาชิก 2-4 คน สำหรับในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มนั้นในแต่ละกลุ่มควรมีนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในกลุ่มเดียวกัน เพื่อจะได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน (ยุพิน พิพิธกุล. 2519 : 75)

อารีรัตน์ สุดเกตุ (2529 : 17) กล่าวว่า การปฏิบัติกิจกรรมในกลุ่มย่อยเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกความร่วมมือกับกลุ่มในการปฏิบัติงาน และได้แสดงความคิดเห็นในกลุ่มของตน กลุ่มที่มีสมาชิกไม่มาก ทำให้มีการแบ่งงานกันทั่วถึง นักเรียนทุกคนมีโอกาสร่วมกิจกรรม การจัดกลุ่มแบบคละที่มีทั้งนักเรียนที่เรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อนนั้น เป็นการส่งเสริมให้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และทำให้การดำเนินการเรียนการสอนไม่ติดขัด เพราะนักเรียนแต่ละกลุ่มจะทำกิจกรรมเสร็จในเวลาไล่เลี่ยกัน

3.1.7 <u>คุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการ</u>

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 3) ได้สรุปคุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการไว้ดังต่อไปนี้

1. ช่วยให้นักเรียนเกิดมโนมติในเรื่องนั้น เกิดจินตนาการ และความคิดสร้างสรรค์ในการค้นหากระบวนการและวิธีการต่าง ๆ

2. นักเรียนจะสามารถโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกภายนอกห้องเรียน หรือชีวิตจริง เพราะคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเรียนนั้น นักเรียนเรียนจากกิจกรรมที่ปฏิบัติจริง ทำให้เกิดมโนภาพในเรื่องนั้น ๆ นักเรียนจะไม่รู้สึกว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งลึกลับ

3. การเรียนจากการปฏิบัติจริง นักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ทำให้เกิดความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ ซึ่งเป็นสิ่งที่พึงประสงค์อย่างยิ่งของการศึกษา

4. บรรยากาศในชั้นจะเป็นแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนต้องทำกิจกรรมตลอดเวลา

5. การเรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการ ทำให้นักเรียนอยู่ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียด ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

6. เปิดโอกาสในการนำปัญหาต่าง ๆ มาให้นักเรียนคิด โดยอาศัยวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ เป็นเครื่องมือช่วยในการวิเคราะห์โจทย์นั้นให้เป็นรูปธรรม หรือกึ่งรูปธรรม ให้เกิดภาพพจน์ เข้าใจปัญหาโจทย์

7. ช่วยเร้าให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา

8. เสริมสร้างทักษะในการคิดคำนวณ

คิดด์ (Kidd. 1970 : 172-178) ได้สรุปคุณค่าในการสอนแบบปฏิบัติการต่อวิชาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ คือ

1. ช่วยให้ครูได้ใช้วัสดุเพื่อพัฒนามโนมติ (Concept) ของนักเรียน การที่ได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสภาพแวดล้อม จะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และซาบซึ้งถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

2. ช่วยในการสื่อความหมายให้นักเรียนเข้าใจได้ เนื่องจากนักเรียนได้จับต้องวัสดุซึ่งวัสดุและกิจกรรมจะเชื่อมโยงไปถึงสัญลักษณ์ นักเรียนจะมีความสามารถในการสื่อความหมายที่เป็นนามธรรมมากขึ้น

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบผลสำเร็จในการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนจะเห็นคุณค่าของตัวเองมากขึ้น ไม่กลัวความผิดพลาดและความล้มเหลว

4. ช่วยให้ครูได้ศึกษานิสัยในการทำงาน และความคิดของนักเรียน จากการทดลอง การแก้ปัญหา

5. สร้างแรงจูงใจแก่นักเรียนในการปรับปรุงสมรรถภาพด้านทักษะและมโนมติทางคณิตศาสตร์ จากการปฏิบัติที่ประสบผลสำเร็จ

3.1.8 <u>ข้อดีข้อเสียของการสอนแบบปฏิบัติการ</u>

สิธุ (ยุพิน พิพิธกุล. 2523 : 87-88 ; อ้างอิงจาก Sidhu. 1982 : 93. *The teaching of Mathematics*) ได้กล่าวถึงข้อดีในการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ ดังต่อไปนี้

1. นักเรียนสนใจ เพราะได้ทำสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง
2. การสอนแบบปฏิบัติการยึดหลักจิตวิทยาสองประการ คือ การเรียนรู้จากรูปธรรมไปหานามธรรม และการเรียนโดยการกระทำ
3. นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาวิชาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเอง
4. ทำให้นักเรียนมีอิสระในการทำงาน และเกิดความเชื่อมั่นในตนเอง
5. ช่วยให้นักเรียนรู้จักประสานงาน และแลกเปลี่ยนความคิดกัน
6. เมื่อนักเรียนปฏิบัติแล้วประสบความสำเร็จก็จะทำให้มีกำลังใจในการเรียน
7. นักเรียนจะใช้มือได้คล่องแคล่วขึ้นเพราะต้องจับเครื่องมือ และวัสดุต่าง ๆ
8. นักเรียนได้เห็นประโยชน์ในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้
9. เนื้อหาบางเรื่องนักเรียนจะเข้าใจได้ดีขึ้นด้วยการปฏิบัติ

ส่วนยุพิน พิพิธกุล (2523 : 88) ก็ได้กล่าวถึงข้อเสียของการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการไว้ดังนี้

1. ไม่สามารถใช้ได้กับทุกบทเรียน เพราะบางบทเรียนใช้วิธีนี้จะทำให้เสียเวลามาก
2. ทำให้นักเรียนคุ้นเคยกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ในด้านการค้นพบความจริง มากกว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. ถ้าครูต้องเตรียมเครื่องมือหลายชุด บางโรงเรียนอาจจะไม่สามารถจัดหาได้
4. นักเรียนอาจจะไม่ประสบผลสำเร็จถ้าคำแนะนำไม่ชัดเจนพอ หรือเครื่องมือที่เตรียมมาไม่เหมาะสม
5. ไม่ทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์
6. ถ้าครูวางแผนและชี้แจงไม่ดี นักเรียนอาจจะเล่นเครื่องมือที่ใช้ทดลองนั้น ๆ มากกว่าจะค้นหาความจริง ชั้นเรียนใหญ่ ๆ จึงไม่เหมาะ เพราะครูจะต้องเอาใจใส่นักเรียนเป็นรายบุคคล

7. นักเรียนที่เรียนอ่อนไม่สามารถจะค้นพบความจริงจากการทดลองบางเรื่องนอกจากจะเป็นเรื่องง่าย

8. นักเรียนอาจจะลอกผลการทดลองกัน ซึ่งครูจะต้องระมัดระวัง

จากการศึกษาค้นคว้าเอกสารที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการนี้ พบว่าเป็นวิธีสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ค้นพบด้วยตนเอง โดยครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ทดลอง หาข้อมูล เพื่อสรุปได้เป็นกฎ สูตร ซึ่งนับว่ามีประโยชน์ช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด หรือข้อสรุปในเรื่องนั้น ๆ และยังทำให้นักเรียนอยู่ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียดก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ในการค้นหากระบวนการและวิธีการต่าง ๆ และมีความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา

3.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ

งานวิจัยต่างประเทศ

เกทส์ (Gates.1977 : 4193-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตในโครงการ CUPM คณิตศาสตร์ 1 (Level 1) และเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาวิชาเอกการประถมศึกษาที่เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามปกติ ผลการวิจัย ปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการ และการสอนตามปกติไม่แตกต่างกัน แต่การสอนแบบปฏิบัติการมีประสิทธิภาพมากกว่าการสอนตามปกติ

2. เจตคติของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

คอร์วิน (Corwin. 1978 : 6584-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการ และมีการพับกระดาษเป็นรูปทรงเรขาคณิตเป็นเครื่องช่วยกับการสอนแบบบรรยายและอภิปราย ได้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนแบบปฏิบัติการ นอกจากนี้ยังได้ศึกษาถึงการตอบสนองของครูที่มีต่อการสอนแบบปฏิบัติการ การวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วยครู 8 คนโดยครูแต่ละคนสอนนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งสอนแบบปฏิบัติการ อีกกลุ่มหนึ่งสอนโดยวิธีบรรยาย และอภิปราย ผลการวิจัยพบว่าเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และนอกจากนี้ยังพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติมีความสัมพันธ์กันทางบวก สำหรับครูนั้นพบว่ามีเจตคติในทางบวกต่อการสอนแบบปฏิบัติการ ทั้งครูและนักเรียนรู้สึกว่าการใช้เทคนิคพับกระดาษเป็นรูปทรงเรขาคณิตช่วยให้นักเรียนเห็นภาพพจน์ และเข้าใจมโนมติได้ดี

ลอนดอน (London. 1978 - 2113-A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเกรด 8 ในวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียนโดยการสอนแบบเน้นกิจกรรมกับการสอนตามปกติโดยยึดตำราเป็นหลัก สำหรับกลุ่มทดลองใช้อุปกรณ์การสอนหลายอย่าง รวมทั้งการสอนแบบปฏิบัติการ บทเรียนกิจกรรม ส่วนกลุ่มควบคุมนั้นเรียนโดยยึดตำราเป็นหลัก และใช้ตำราอย่างกว้างขวาง ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน

ซัคเกอร์ (Sucker. 1978 : 2814-A) ได้ทำการศึกษาผลการสอนเรขาคณิต โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการซึ่งนักเรียนได้เรียนในห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าการสอนแบบปฏิบัติการเป็นวิธีสอนที่ทำให้การเรียนเรขาคณิตมีประสิทธิภาพมากขึ้น

เดจาร์เน็ทท์ - ออนดรัส (Dejarnette - Ondrus. 1978 : 3438-A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 ที่เรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการสลับกับการสอนตามปกติกับการสอนแบบบรรยาย-อภิปราย ตลอดทั้ง 5 วัน กลุ่มทดลองมีนักเรียน 18 คน ให้เรียนจากการสอนแบบปฏิบัติการ สัปดาห์ละ 2 วัน อีก 3 วันเรียนจากการสอนแบบบรรยาย-อภิปราย ใช้เวลาในการทดลอง 23 สัปดาห์ ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน

เบลาท์ (Blount. 1980 : 1990-A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนให้ห้องปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมการสอนปกติในชั้นเรียน โดยศึกษาในแง่ของเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยทำการทดลองกับนักศึกษาปีที่ 1 จำนวน 166 คน ผลการวิจัยปรากฏว่าการสอนแบบปฏิบัติการซึ่งสลับกับการสอนปกติในชั้นเรียนส่งผลต่อเจตคติในทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มปกติ ส่วนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นไม่แตกต่างกัน

งานวิจัยในประเทศ

เรียมรอง สวัสดิชัย (2525 : 43) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เรียนจากวิธีสอนแบบปฏิบัติการและบทเรียนโปรแกรมผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

วรรณา เฉลิมพรพงศ์ (2526 : 105) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความรู้พื้นฐานเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามปกติ โดยกลุ่มทดลองผู้วิจัยเป็นผู้สอน ส่วนกลุ่มควบคุมครูประจำวิชาเป็นผู้สอน ผลการวิจัยปรากฏว่าทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ไม่แตกต่างกัน

ปัทมา เชียรวิศิษฏ์สกุล (2526 : 56-57) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นตรงกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอน ผลการวิจัย ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามปกติไม่แตกต่างกัน

สุนทรี ดิษฐลักษณ์ (2529 : 56-57) ได้ศึกษาความคิดสร้างสรรค์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนคณิตศาสตร์โดยการสอนแบบปฏิบัติการและการสอนตามคู่มือครู สรุปผลการทดลองได้ดังนี้

1. ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนแบบปฏิบัติการ และการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

2. นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนแบบปฏิบัติการมีความคิดสร้างสรรค์ด้านความคล่องแคล่วในการคิด ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยความคิดสร้างสรรค์ด้านความคล่องแคล่วในการคิดกับความคิดที่ยืดหยุ่นและความคล่องแคล่วในการคิดกับความคิดริเริ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

อารีรัตน์ สุดเกตุ (2529 : 66) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ด้านมโนมติในวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิธีสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามแผนการสอนของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ด้านมโนมติในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามแผนการสอนของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. เจตคติต่อวิธีสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามแผนการสอนของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เอนก สุดจำนงค์ (2531 : 67-69) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความสามารถแตกต่างกันโดยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. สรุปผลการทดลองได้ดังนี้

1. นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกับนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. นักเรียนที่มีระดับความสามารถแตกต่างกันมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยที่นักเรียนกลุ่มที่มีระดับความสามารถสูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถปานกลางและต่ำ ส่วนนักเรียนกลุ่มที่มีระดับความสามารถปานกลางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ

3. การสอนกับระดับความสามารถมีปฏิสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4.นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู มีความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการมีความสนใจในการเรียนสูงกว่า

อารีย์ คำปล้อง (2536 : 148) ได้ศึกษาผลการสอนแบบปฏิบัติการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการและนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่าของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

กฤษฎา ศรีธนะ (2537 : 74) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และความคิดสร้างสรรค์วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง รูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตูม อำเภอศรีรัตนะ จังหวัดศรีสะเกษ ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับวิธีสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิต ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิต ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลการวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบปฏิบัติการที่นำมาใช้พัฒนาการเรียนการสอน พบว่ายังมีงานที่ขัดแย้งกันในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แต่ส่วนใหญ่จะส่งผลต่อเจตคติและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมในทางบวก ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำการศึกษาเปรียบเทียบระหว่างการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และวงกลม ว่าการสอนทั้งสองวิธีนี้จะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร

บทที่ 3
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญสำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 6 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียนที่เป็นประชากรทั้งสิ้น 290 คน โดยในแต่ละห้องทางโรงเรียนได้จัดให้มีนักเรียนทั้ง เก่ง ปานกลางและอ่อน จำนวนพอ ๆกันทุกห้องโดยดูจากคะแนนผลการสอบเข้าชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ที่กำลังเรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งสุ่มมาจากประชากรนักเรียน 6 ห้องเรียนโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ด้วยการจับฉลากจากนั้นจับฉลากอีกครั้งเป็นกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 48 คน รวมมีจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น 96 คน

- กลุ่มทดลอง สอนด้วยการสอนแบบปฏิบัติการ โดยในขั้นสอนแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำตามอัตราส่วน 1 : 2 : 1 โดยพิจารณาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 เป็นเกณฑ์

ระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ในปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 ตั้งแต่เปอร์เซนต์ไทลที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ในปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 ระหว่างเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ถึง 75

ระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ในปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 ตั้งแต่เปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

- กลุ่มควบคุม สอนตามคู่มือครู

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่สอนเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ประกอบด้วยเนื้อหา 2 เรื่องได้แก่

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

- ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
- บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
- การนำไปใช้

เรื่องวงกลม

- วงกลม
- สมบัติเกี่ยวกับวงกลม
- การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 โดยกำหนดเวลาทำการทดลองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 23 คาบ คาบละ 50 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าประกอบด้วย

1. แผนการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
2. แผนการสอนตามคู่มือครู เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม

การสร้างและการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1.1 ศึกษาขอบเขตของเนื้อหาและจุดประสงค์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม จากคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีรายละเอียดดังนี้

หลักสูตรระดับมัธยมศึกษามัธยมศึกษาตอนต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม

ชื่อ รายวิชา คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 011
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 หมวดวิชาคณิตศาสตร์
หน่วยการเรียน 2.5 จำนวนคาบ 23 คาบ
ทฤษฎี 5 คาบ/สัปดาห์ ปฏิบัติ - คาบ/สัปดาห์

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาฝึกทักษะการคิดคำนวนและฝึกการแก้โจทย์ปัญหาในเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง รากที่สอง รากที่สาม เลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม เอกนาม พหุนาม การบวก ลบ คูณ หาร พหุนาม สมการ และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองชั้น ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและบทกลับ วงกลม ไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ โคเซแคนต์ เซแคนต์ และโคแทนเจนต์ ของมุมที่มีขนาดระหว่าง 0 ° - 90° เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจมีทักษะในการคิดคำนวณและสามารถนำไปใช้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท

ให้นักเรียนสามารถ

1. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้
2. หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้
3. นำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและบทกลับไปใช้ได้
4. นำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ได้
5. สร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยใช้วงเวียนตามที่กำหนดให้ได้
6. หาขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมได้

เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา

1. Pre-test	1	คาบ
2. ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	3	คาบ
3. บทกลับของทฤษฎีบทปีทาโกรัส	2	คาบ
4. การนำไปใช้	2	คาบ
5. วงกลม	1	คาบ
6. สมบัติเกี่ยวกับวงกลม	10	คาบ
7. การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	3	คาบ
8. Post-test	1	คาบ
รวม	23	คาบ

1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบปฏิบัติการเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนปฏิบัติการ บัตรงาน และหน่วยงานในการจัดการเรียนการสอน

1.3 สร้างแผนการสอนแบบปฏิบัติการให้สอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้และเป้าหมายของการพัฒนาในแต่ละความสามารถ

1.4 สร้างสื่อการสอนแบบปฏิบัติการประเภทต่าง ๆ คือ

1.4.1 บทเรียนปฏิบัติการ มีลำดับขั้นดังนี้

1.4.1.1 กำหนดจุดประสงค์ของการปฏิบัติ

1.4.1.2 กำหนดมโนมติหรือเนื้อหา หรือทักษะที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้

1.4.1.3 เลือกอุปกรณ์ที่จะให้นักเรียนใช้ในการปฏิบัติ

1.4.1.4 เลือกกิจกรรมที่จะให้นักเรียนปฏิบัติ

1.4.1.5 ออกแบบตารางบันทึกผลการปฏิบัติ

1.4.2 บัตรงาน มีลำดับขั้นดังนี้

1.4.2.1 เขียนเนื้อหาข้อสรุปของเรื่องที่จะฝึก หรือทำตัวอย่างให้ดูสัก 1 - 2 ตัวอย่าง เพื่อทบทวนความรู้ที่เรียนมาแล้ว

1.4.2.2 สร้างโจทย์ ที่นำข้อสรุปไปใช้อย่างง่าย ๆ และค่อย ๆ ยากขึ้นในการสร้างโจทย์ดังกล่าว ผู้วิจัยสร้างให้น่าสนใจและประหยัดเวลาในการทำ

1.4.2.3 ทำบัตรเฉลยแยกออกจากบัตรงาน

1.5 นำแผนการสอนแบบปฏิบัติการ และสื่อการสอนไปปรึกษาคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์และวัดผล 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้ และกิจกรรมการเรียนการสอน

1.6 ปรับปรุงแผนการสอนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.7 นำบทเรียนปฏิบัติการไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองจำนวน 5 คน เพื่อดูความเหมาะสมของกิจกรรม เวลาที่ใช้ พร้อมทั้งบันทึกปัญหาต่าง ๆ ว่านักเรียนเข้าใจสิ่งที่ต้องการให้ทำในบทเรียนปฏิบัติการ แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

1.8 นำบทเรียนปฏิบัติการไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองจำนวน 12 คน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้จริง

2. แผนการสอนตาม คู่มือครู เรื่องทฤษฎีบทปีทาโกรัสและวงกลม ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหา จุดประสงค์ และแนวการสอนเรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม จากคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแผนการสอนจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 สร้างแผนการสอนโดยยึดเนื้อหา จุดประสงค์ กิจกรรมและแนวการสอนจากคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท.

2.4 นำแผนการสอนที่เขียนแล้วเสนอผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษาที่ใช้ และความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอน

2.5 ปรับปรุงแผนการสอนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

2.6 นำแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วไปใช้กับกลุ่มควบคุม

ตาราง 1 เปรียบเทียบขั้นตอนกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู

การสอนแบบปฏิบัติการ	การสอนตามคู่มือครู
<u>ขั้นนำ</u> ครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับบทเรียนปฏิบัติการ	<u>ขั้นนำ</u> 1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ 2. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน
<u>ขั้นปฏิบัติการ</u> นักเรียนศึกษาเนื้อหาจากบทเรียนปฏิบัติการตามขั้นตอนดังนี้ - นำเสนอปัญหา - ปฏิบัติการแก้ปัญหา - เสนอผลการแก้ปัญหา นักเรียนฝึกทักษะโดยการทำบัตรงาน	<u>ขั้นสอน</u> ครูบรรยาย อธิบายกฎเกณฑ์ ตัวอย่างโดยใช้สื่อที่เหมาะสม ให้นักเรียนฝึกทักษะโดยการทำแบบฝึกหัด
<u>ขั้นสรุป</u> ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลการปฏิบัติและหาข้อสรุป	<u>ขั้นสรุป</u> ครูและนักเรียนช่วยร่วมกันสรุปกฎเกณฑ์และนักเรียนจดข้อสรุปลงในสมุด
<u>การประเมินผล</u> - ความสนใจเรียน - การปฏิบัติกิจกรรม - ตรวจบัตรงาน	<u>การประเมินผล</u> - ความสนใจเรียน - การตอบคำถาม - ตรวจแบบฝึกหัด

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาวิธีสร้างข้อสอบวัดความสามารถของนักเรียน

3.2 สร้างตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถที่ต้องการวัด และกำหนดจำนวนข้อสอบที่ใช้วัดแต่ละความสามารถ

ตาราง 2 วิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถที่ต้องการวัดและข้อสอบที่ใช้วัดแต่ละความสามารถ

พฤติกรรมที่วัด	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	จำนวนข้อสอบที่ออก
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	4	11
ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	12	22
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	10	21
ขั้นตรวจสอบคำตอบ	4	6
รวม	30	60

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ โดยสร้างขึ้นตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โพลยา (Polya) ดังนี้ คือ

1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา
4) ขั้นตรวจสอบผล

3.4 นำแบบทดสอบไปให้กรรมการที่ปรึกษา ผู้เชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์และด้านวัดผลตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์และตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของข้อสอบแต่ละข้อ โดยใช้เกณฑ์กำหนดความคิดเห็นดังนี้

คะแนน 1 สำหรับข้อสอบที่แน่ใจว่ามีความเที่ยงตรง

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่ามีความเที่ยงตรง

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่แน่ใจว่าไม่มีความเที่ยงตรง

บันทึกผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญแต่ละข้อ นำไปหาดัชนีความสอดคล้อง (IC = Index of Item - Objective Congruence) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2531 : 124) ได้ค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.66 ถึง 1.00 สรุปได้ว่าข้อสอบข้อนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์จริง แล้วคัดเลือกไว้จำนวน 30 ข้อ

3.5 นำแบบทดสอบไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เป็นแบบทดสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ โดยดำเนินการดังนี้

4.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากเอกสาร และตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบ (Wilson. 1971 : 643 - 685)

4.2 ศึกษาเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ จากหนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และวงกลม ผลการศึกษาสรุปได้ดังในตาราง 3

ตาราง 3 เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และวงกลม

เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่อง "ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม"	
<u>เนื้อหา</u>	<u>จุดประสงค์การเรียนรู้</u>
1. ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	1. นักเรียนสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส 2. หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	1. นักเรียนสามารถเขียนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส 2. นำบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ได้
3. การนำไปใช้	- นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ได้
4. วงกลม	- นักเรียนสามารถบอกส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้
5. สมบัติเกี่ยวกับวงกลม	1. นักเรียนสามารถบอกสมบัติเกี่ยวกับวงกลมได้ 2. นำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ได้
6. การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	1. นักเรียนสามารถสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าตามที่กำหนดให้ โดยใช้วงเวียนและสันตรง 2. คำนวณหาขนาดของมุมภายในของแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้

4.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 2 ท่านตามตารางดังนี้

ตาราง 4 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้และข้อสอบที่ใช้วัดตามจุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง/จำนวนข้อสอบที่ออก
1.เขียนความสัมพันธ์และหาความยาวของด้านสามเหลี่ยมมุมฉากโดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้	0/2	0/2	1/4	1/2	2/10
2. นำทฤษฎีบทและบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้	0/1	2/3	5/8	2/3	9/15
3. นำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	1/2	2/4	7/11	2/2	12/19
4. หาขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้	1/1	0/1	2/5	1/2	4/9
5. สร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าโดยใช้วงเวียนและสันตรงได้	1/1	0/1	1/3	1/2	3/7
รวม	3/7	4/11	16/31	7/11	30/60

4.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้

4.5 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้และตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของข้อสอบแต่ละข้อ โดยใช้เกณฑ์ IC (พวงรัตน์ ทวีรัตน์ 2531 : 124) เมื่อพิจารณาแล้วนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ย ได้ค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 0.66 ถึง 1.00 สรุปได้ว่าข้อสอบข้อนั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์จริง

4.6 นำแบบทดสอบที่แก้ไขปรับปรุงแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการที่ได้เรียนเนื้อหานี้ไปแล้ว จำนวน 100 คน แล้วตรวจให้คะแนนโดยให้คะแนน 1 คะนน สำหรับข้อที่ตอบถูก และให้คะแนน 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ

4.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน แล้วคัดเลือกข้อสอบข้อที่มีความยากง่ายระหว่าง 0.20 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไปไว้จำนวน 30 ข้อ แบบทดสอบที่คัดเลือกไว้มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.35 ถึง 0.79 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.29 ถึง 0.72

4.8 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้จัดทำเป็นฉบับ แล้วนำไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ที่ได้เรียนเรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลมไปแล้วจำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับโดยใช้สูตร KR - 20 (Kuder Richardson - 20) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2531 : 130) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.82

4.9 นำแบบทดสอบไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบแผนการทดลองที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ กับการสอนตามคู่มือครู ผู้วิจัยใช้แบบแผนการทดลองแบบ Randomized Control Group Pretest - Posttest Design (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2531 : 67) ดังตารางแบบแผนการทดลอง ดังนี้

ตาราง 5 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
ER	T_1	X	T_2
CR	T_1	~X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนของการทดลอง

R หมายถึง การกำหนดกลุ่มตัวอย่างแบบสุ่ม

E หมายถึง กลุ่มทดลอง (Experimental group)

C หมายถึง กลุ่มควบคุม (Control group)

T_1 หมายถึง การสอบก่อนการทดลอง (Pretest)

T_2 หมายถึง การสอบหลังการทดลอง (Posttest)

X หมายถึง การสอนแบบปฏิบัติการ

~X หมายถึง การสอนตามคู่มือครู

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. ทำการทดสอบก่อนเรียน (Pre - test)ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. ทำการทดลอง ผู้วิจัยเป็นผู้สอนเองทั้ง 2 กลุ่ม ซึ่งใช้เนื้อหาเดียวกัน ระยะเวลาในการสอนเท่ากัน โดยแต่ละกลุ่มดำเนินการทดลอง ดังนี้

- กลุ่มทดลอง สอนแบบปฏิบัติการ
- กลุ่มควบคุม สอนตามคู่มือครู

3. เมื่อทำการทดลองเสร็จสิ้นลง ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังเรียน (Post - test) กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปิทาโกรัสและวงกลมฉบับเดียวกับการทดสอบก่อนเรียน

4. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบแล้วนำไปวิเคราะห์ด้วยวิธีทางสถิติเพื่อทดสอบสมมุติฐาน

สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

1. สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสาตร์

1.1 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % จากตารางวิเคราะห์ของ จุง เตห์ ฟาน

1.2 หาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตร KR - 20 (Kuder Richardson) (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2531 : 130)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1-\frac{\sum pq}{s_t^2}\right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p แทน สัดส่วนของคนที่ทำถูกในแต่ละข้อ

q แทน สัดส่วนของคนที่ทำผิดในแต่ละข้อ = 1 - p

s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

1.3 หาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ มีสูตรดังนี้ (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2531 : 124)

$$IC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชาทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการทดลองมาวิเคราะห์ ด้วยวิธีการทางสถิติดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 หาค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าความแปรปรวน (Variance) คำนวณจากสูตร

$$S^2 = \frac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนน

X แทน คะแนนแต่ละตัว

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

$N-1$ แทน ค่าของชั้นแห่งความเป็นอิสระ

2. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

2.1 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยใช้ t - test Independent ในรูป Difference Score

2.2 เปรียบเทียบด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยใช้ t - test Independent ในรูป Difference Score (Scott and Wertheimer. 1962 : 264)

ใช้สูตร
$$t = \frac{MD_1 - MD_2}{\sqrt{\frac{S^2{}_D}{n_1} + \frac{S^2{}_D}{n_2}}} \quad ; df = n_1 + n_2 - 2$$

$$S^2_D = \frac{\sum(D_1 - MD_1)^2 + \sum(D_2 - MD_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

เมื่อ t แทน ค่าที่ใช้พิจารณา t - distribution

MD_1 แทน คะแนนเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนกับหลังการทดลองของกลุ่มทดลอง

MD_2 แทน คะแนนเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนกับหลังการทดลองของกลุ่มควบคุม

S^2_D แทน ความแปรปรวนของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนกับหลังการทดลองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

D_1 แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนกับหลังการทดลองแต่ละคู่ในกลุ่มทดลอง

D_2 แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนกับหลังการทดลองแต่ละคู่ในกลุ่มควบคุม

n_1 แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

n_2 แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม

df แทน ชั้นของความเป็นอิสระ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมายของผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยจึงขอใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\overline{X}_1$	แทน	คะแนนเฉลี่ยก่อนทดลองของกลุ่มตัวอย่าง
$\overline{X}_2$	แทน	คะแนนเฉลี่ยหลังทดลองของกลุ่มตัวอย่าง
MD	แทน	คะแนนเฉลี่ยของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนกับหลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง
S_D^2	แทน	ความแปรปรวนของความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนกับหลังการทดลองของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม
t	แทน	ค่าอัตราส่วนวิกฤติ t ของ t – Distribution
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
**	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู
2. ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู

<u>ผลการวิเคราะห์ข้อมูล</u>

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ปรากฏผลในตาราง 6 ดังนี้

ตาราง 6 เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\overline{X}_1$	$\overline{X}_2$	MD	S_D^2	t
กลุ่มทดลอง	48	11.33	18.85	7.52	14.42	2.692**
กลุ่มควบคุม	48	11.60	17.02	5.42		

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01

จากตาราง 6 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องสมมติฐานที่ตั้งไว้ โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ปรากฏผลในตาราง 7 ดังนี้

ตาราง 7 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\overline{X}_1$	$\overline{X}_2$	MD	S_D^2	t
กลุ่มทดลอง	48	12.79	17.94	5.15	11.44	2.130*
กลุ่มควบคุม	48	13.63	17.31	3.68		

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 7 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องสมมติฐานที่ตั้งไว้ โดยที่ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

บทที่ 5

สรุป การอภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ขของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกัน
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกัน

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญสำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 6 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียนที่เป็นประชากรทั้งสิ้น 290 คน โดยแต่ละห้องทางโรงเรียนได้จัดให้มีนักเรียนทั้ง เก่ง ปานกลาง และอ่อน จำนวนพอ ๆ กันทุกห้อง โดยดูจากคะแนนผลการสอบเข้าชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ ที่กำลังเรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งสุ่มมาจากประชากรนักเรียน 6 ห้องเรียนโดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ด้วยการจับฉลากจากนั้นจับฉลากอีกครั้งเป็นกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 48 คน รวมมีจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสิ้น 96 คน

- กลุ่มทดลอง สอนด้วยการสอนแบบปฏิบัติการ โดยในขั้นสอนแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำตามอัตราส่วน 1 : 2 : 1 โดยพิจารณาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 เป็นเกณฑ์

ระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูง หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ในปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 ตั้งแต่เปอร์เซนต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ปานกลาง หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ในปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 ระหว่างเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ถึง 75

ระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ต่ำ หมายถึง นักเรียนที่ได้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ในปลายภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2541 ตั้งแต่เปอร์เซนไทล์ที่ 25 ลงมา

- กลุ่มควบคุม สอนตามคู่มือครู

<u>เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า</u>

เนื้อหาที่สอนเป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ประกอบเนื้อหา 2 เรื่องได้แก่

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

- ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
- บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
- การนำไปใช้

เรื่องวงกลม

- วงกลม
- สมบัติเกี่ยวกับวงกลม
- การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2542 โดยกำหนดเวลาทำการทดลองทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 23 คาบ คาบละ 50 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าประกอบด้วย

1. แผนการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
2. แผนการสอนตามคู่มือครู เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทปีทาโกรัสและวงกลม เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.35 ถึง 0.79 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 ถึง 0.72 โดยใช้เทคนิค 27 เปอร์เซนต์และหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สูตร Kuder – Richardson – 20 ได้ค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.82
4. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทปีทาโกรัสและวงกลม เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ที่มีค่าเฉลี่ยความสอดคล้องกับจุดประสงค์ตั้งแต่ 0.66 ถึง 1.00

วิธีดำเนินการศึกษาค้นค้า

1. สุ่มกลุ่มตัวอย่างจากประชากรแล้วสุ่มแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 48 คน
2. ทดสอบกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วบันทึกผลการสอบไว้ใช้เป็นคะแนนสอบก่อนการทดลอง สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ดำเนินการทดลองโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนทั้งสองกลุ่ม ในเนื้อหาเดียวกัน ระยะเวลาเท่ากัน โดยกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การสอนแบบปฏิบัติการและกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนตามคู่มือครู
4. เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทำการทดสอบหลังเรียนโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นฉบับเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนการทดลอง
5. นำกระดาษคำตอบที่ได้จากการตอบของกลุ่มตัวอย่างจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนน แล้วนำไปวิเคราะห์ผลโดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test Independent แบบ Difference Score

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test Independent แบบ Difference Score

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอบแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู สรุปได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการศึกษาค้นคว้า

จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อภิปรายผลได้ดังนี้

1. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ที่ตั้งไว้ในข้อ 1 โดย นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการมีค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากปัจจัยต่อไปนี้

1.1 กิจกรรมการสอนแบบปฏิบัติการที่ใช้กับกลุ่มทดลองมีขั้นตอนที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนอย่างชัดเจน คือ ขั้นนำครูมีการสร้างความสนใจให้นักเรียนเกิดความอยากค้นคว้าทดลองในสิ่งที่จะเรียน ขั้นปฏิบัติ ผู้วิจัยได้จัดเตรียมการสอน สื่อและอุปกรณ์ที่ใช้เพื่ออำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมจริง โดยเป็นการเรียนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองปฏิบัติจริง ค้นคว้าข้อมูล ตลอดจนวิธีการและกระบวนการรวบรวมข้อมูล ตรวจสอบข้อมูล หาข้อสรุปด้วยตัวเอง โดยมีอิสระในการทำงาน ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่ได้ศึกษาจากประสบการณ์และสิ่งที่ได้สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม จนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ หรือนิยามได้ถูกต้องซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและจดจำกฎเกณฑ์ หรือนิยามได้อย่างชัดเจน และในขั้นสรุป นักเรียนได้มีการรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม และร่วมกันอภิปรายผลโดยมีครูเป็นที่ปรึกษาในการอภิปรายผลเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องและครบถ้วน โดยนักเรียน

สามารถจะนำข้อสรุปที่ได้ไปใช้ได้อย่างถูกต้อง จากการฝึกทำบัตรงาน ซึ่งผลจากการปฏิบัติการทดลองจะช่วยทำให้เห็นผลงาน และความก้าวหน้าอย่างชัดเจนจึงเป็นการเสริมแรงให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการเรียน (ยุพิน พิพิธกุล. 2523 : 88) นอกจากนี้ อารีย์ คำปล้อง (2536 : 46) ได้กล่าวว่าขั้นตอนของกิจกรรมการสอนแบบปฏิบัติการเป็นการสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้หรือวิธีการค้นหาความรู้ โดยนักเรียนเป็นผู้กระทำ ซึ่งช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้เป็นอย่างดี และสามารถจดจำความรู้ได้นานกว่าการสอนที่เน้นให้นักเรียนรู้เนื้อหาโดยการฟังคำอธิบายจากครูเพียงอย่างเดียว

1.2 เนื้อหาที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการทดลอง ครั้งนี้เป็นเรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม โดยลักษณะของเนื้อหาค่อนข้างเป็นรูปธรรมเหมาะสมที่จะนำมาจัดการเรียนการสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งที่ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 13) ได้เสนอไว้ว่าเป็นเนื้อหาที่เหมาะสมที่จะนำมาสร้างเป็นบทเรียนแบบปฏิบัติการ เพื่อให้นักเรียนสามารถศึกษาค้นคว้าด้วยตัวเอง โดยหาข้อสรุปจากการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ

1.3 สื่อที่ใช้ในการสอนแบบปฏิบัติการครั้งนี้ คือ บทเรียนปฏิบัติการ บัตรงาน และบัตรเฉลย ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน มีลักษณะที่ผู้เรียน เรียนรู้อย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยพัฒนาไปทีละน้อยจากง่ายไปหายาก จนสามารถสรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้อุปกรณ์ที่ใช้ในบทเรียนจะเป็นของจริงหรือเป็นวัสดุที่นักเรียนสามารถจับต้องได้ ซึ่งการใช้สื่อดังกล่าวตรงกับหลักการสร้างมโนมติทางคณิตศาสตร์ที่ ยุพิน พิพิธกุล (2519 : 23-26) กล่าวไว้ว่า การสร้างมโนมติทางคณิตศาสตร์นั้นสื่อที่ใช้ควรเป็นของจริงคือเมื่อนักเรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์ได้แล้วยังได้ฝึกทักษะจากบัตรงานที่สร้างขึ้นโดยยึดหลักการเรียนรู้จากง่ายไปยาก พร้อมกับสามารถตรวจคำตอบจากบัตรเฉลยด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนได้รับรู้ผลงานและความก้าวหน้าของตัวเองซึ่งทำให้เกิดความภาคภูมิใจและมีความพยายามที่จะแก้ไขข้อผิดพลาดด้วยตัวเอง

1.4 การจัดกลุ่มในการสอนแบบปฏิบัติการในการวิจัยครั้งนี้ได้จัดนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน โดยคละความสามารถโดยสอดคล้องกับที่ ลาวัลย์ พลกล้า (2523 : 17) ที่เสนอไว้ว่า ในการจัดให้นักเรียนเรียนแบบปฏิบัติการ ถ้าเป็นกลุ่มย่อยควรมีสมาชิก 2-4 คน สำหรับในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มนั้นในแต่ละกลุ่มควรมีนักเรียนเก่ง ปานกลางและอ่อนคละอยู่ในกลุ่มเดียวกัน เพื่อจะได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน (ยุพิน พิพิธกุล. 2519 : 75) ดังนั้นเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการสนับสนุนข้อค้นพบที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ เรียมรอง สวัสดิชัย (2525 : 43) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เรียนโดยวิธีสอนบบปฏิบัติการกับบทเรียนโปรแกรมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อารีรัตน์ สุดเกต (2529 : 66) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ด้านมโนมติในวิชาคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามแผนการสอนของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาส่วนกลาง กลุ่มที่ 4 กรุงเทพฯ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สอดคล้องกับผลการวิจัยของ เอนก สุดจำนงค์ (2531 : 67-69) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สอดคล้องกับผลการวิจัยของ กฤษฎา ศรีชนะ (2537 : 74)ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ซัคเคอร์ (Sucker. 1978 : 2814-A) ที่พบว่าการสอนแบบปฏิบัติการเป็นวิธีการสอนที่ทำให้การเรียนการสอนวิชาเรขาคณิตมีประสิทธิ์ภาพยิ่งขึ้น

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 2 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูทั้งนี้น่าจะเป็นเพราะเหตุผลดังต่อไปนี้

2.1 การสอนแบบปฏิบัติการ เป็นการสอนที่ช่วยส่งเสริมพฤติกรรมการเรียนรู้ของเด็กในวัยนี้ ซึ่งเป็นวัยที่อยากรู้อยากเห็น อยากทดลอง อยากแสดงออก และถ้าเขาได้ทำกิจกรรมหรือทดลองด้วยตัวเองแล้วจะทำให้เข้าใจขั้นตอนเข้าใจปัญหาและเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาได้ดี ซึ่งตรงกับแนวคิดของ เบลล์ (Bell . 1978 : 21) ที่กล่าวว่า กระบวนการคิดแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่สำคัญ เมื่อครูนำเสนอปัญหาแล้วควรจัดสภาพแวดล้อมที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างอิสระ จะทำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์และเรียนรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 การจัดกิจกรรมของกลุ่มทดลอง จัดเป็นกลุ่มย่อยโดยคละความสามารถ เวลาทำกิจกรรมจะมีการช่วยเหลือซึ่งกันและกันมีการอภิปรายผลร่วมกัน และทำงานร่วมกัน นับว่าสอดคล้องกับกิจกรรมการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (1993 : 62) โดยฝึกแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อยที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ดำเนิน การแก้ปัญหาร่วมกัน ได้แสดงความคิดเห็นและได้อธิบายถึงผลการแก้ปัญหาในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจและแก้ปัญหาได้ดี ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 98) ที่กล่าวว่ากระบวนการแก้ปัญหาที่เน้นนักเรียนเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมต่าง ๆด้วยตนเองในขณะที่นักเรียนร่วมมือกันปฏิบัติกิจกรรมนักเรียนได้เสนอแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผลซึ่งกันและกันแล้วร่วมกันอภิปรายผลซึ่งเป็นกิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนั้น เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะส่งผลให้นักเรียนที่ได้รับการสอบแบบปฏิบัติการมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ จันทร์เพ็ญ ธนาศุภกรกุล (2525 : 149) ที่พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ทูกอว์ (Tougaw . 1994 : 2934 – A) ที่พบว่า นักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างมีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ฮาร์ท (Hart. 1993 :

169-170) ที่พบว่า องค์ประกอบที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีคือ ความร่วมมือและความช่วยเหลือซึ่งกันและกันในแต่ละกลุ่มย่อย

<u>ข้อสังเกตที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้</u>

พฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มทดลอง ซึ่งได้รับการสอนแบบปฏิบัติการมีลักษณะดังนี้ คือ

1. การสอนแบบปฏิบัติการ ในระยะแรกนักเรียนไม่เคยชินกับขั้นตอนของการเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการ นักเรียนไม่เข้าใจข้อปฏิบัติที่ครูกำหนดให้ ความสัมพันธ์ในกลุ่มไม่ดี ต่างคนต่างทำไม่ยอมซักถาม ไม่ค่อยปรึกษากัน และนักเรียนที่เก่งจะเป็นคนปฏิบัติมากกว่า ไม่กล้าแสดงเหตุผล ความคิดเห็นกัน แต่เมื่อเรียนได้ 3-4 คาบ นักเรียนมีความเข้าใจวิธีการเรียนเพิ่มมากขึ้น

2. นักเรียนสนใจ ตั้งใจและมีความกระตือรือร้น ในการร่วมกิจกรรม กล้าแสดงออกมีความช่วยเหลือกันซึ่งกันและกัน นอกจากนี้ครูยังทราบความก้าวหน้าในการเรียนของนักเรียนแต่ละคาบและสามารถให้ความช่วยเหลือแนะแนวทางเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้อย่างเหมาะสม

3. นักเรียนมีเหตุผลในการสรุปผลและการอภิปรายผลได้ดี

4. นักเรียนที่เรียนอ่อนบางคนไม่ชอบวิธีการสอนแบบปฏิบัติการเนื่องจากต้องใช้เวลาในการเรียนรู้นานทำให้รู้สึกว่าตามไม่ทันเพื่อนรู้สึกท้อแท้ แล้วไม่กล้าซักถามเพื่อนเมื่อไม่เข้าใจ

<u>ข้อเสนอแนะ</u>

จากผลการศึกษาค้นคว้า ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะที่อาจจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาค้นคว้าดังนี้

1. <u>ข้อเสนอแนะด้านการเรียนการสอน</u>

1.1 ครูผู้สอนสามารถนำการสอนแบบปฏิบัติการไปใช้ในการสอนบางเนื้อหาที่มีลักษณะเป็นรูปธรรม ในระดับอื่น ๆ บ้าง

1.2 ก่อนนำการสอนแบบปฏิบัติการไปใช้จริง ครูควรฝึกหัดให้นักเรียนเข้าใจขั้นตอนบทเรียนปฏิบัติการ และการทำงานเป็นกลุ่มในห้องเรียนประมาณ 1 สัปดาห์

1.3 ครูผู้สอนจะต้องเตรียมการสอนเป็นอย่างดี เอกสารต้องพร้อม เช่น บทเรียนปฏิบัติการ บัตรงาน บัตรเฉลย และการสรุปพร้อมทั้งอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ต้องใช้ในการปฏิบัติกิจกรรม

1.4 ครูต้องคอยให้คำแนะนำและดูแลช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อนอย่างใกล้ชิด

2. <u>ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไป</u>

2.1 ควรศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู

2.2 ควรศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครูในเนื้อหา และระดับชั้นอื่น ๆ

2.3 ควรศึกษาเกี่ยวกับตัวแปรอื่น ๆ เพิ่มเติม โดยใช้การสอนแบบปฏิบัติการเช่น ความคงทนในการเรียน ความสนใจในการเรียน ความมีเหตุผลของนักเรียน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กฤษฎา ศรีชนะ. (2537). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความคงทนในการเรียนรู้และความคิดสร้างสรรค์วิชาคณิตศาสตร์เรื่องรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านตูม อำเภอศรีรัตนะ จังหวัดศรีสะเกษ ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการกับวิธีสอนแบบปกติ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.

กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). *วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน.* กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.

-------. (2526). *วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน.* กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.

โกวิท ประวาลพฤกษ์. (2534). *การพัฒนาทรัพยากรมนุษย์สำหรับอนาคต.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา

คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2539). *ร่างแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 - 2544).* กรุงเทพฯ : สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี

จันทร์เพ็ญ ธนาศุภกรกุล. (2526). *ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, ถ่ายเอกสาร.

ทบวงมหาวิทยาลัย, (2524). *คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอน-คณิตศาสตร์ ชุดเสริมประสบการณ์สำหรับครูคณิตศาสตร์* กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.

ทดสอบทางการศึกษา, สำนัก กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2538). *รายงานผลการประเมินคุณภาพทางการศึกษา. ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

บำรุง กลัดเจริญ และฉวีวรรณ กินาวงศ์. (2527). *วิธีสอนทั่วไป.* พิมพ์ครั้งที่ 2. พิษณุโลก : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พิษณุโลก.

ปัทมา เธียรวิศิษฏ์กุล. (2526). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์เรื่องเส้นตรง ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร. (2527). *ผลการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2531). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ยุพิน พิพิธกุล. (2519). *การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.* กรุงเทพฯ : กรุงเทพการพิมพ์.

-------. (2523). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.

-------. (2524). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.

เรียมรอง สวัสดิชัย. (2525). *เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องความเท่ากันทุกประการโดยวิธีสอนการปฏิบัติการและบทเรียนโปรแกรม.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

ลาวัลย์ พลกล้า. (2523). *การสอนคณิตศาสตร์การปฏิบัติการ.* กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

วรรณา เฉลิมพรพงศ์. (2526). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

วัชรี บูรณสิงห์. (2526). " การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล," ใน*เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2535). *หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

สุพรรณ ประศรี. (2536). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องการนับเพิ่มและการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้หลักการสอนประเภทเหตุการณ์ของกาเย่กับการสอนปกติ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

สุชาติ รัตนกุล. (2526). " การพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์," ใน*เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). *การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

สุนทรี ดิษฐ์ลักษณ์. (2529). *การศึกษาความคิดสร้างสรรค์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนคณิตศาสตร์โดยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

อารี สัณหฉวี. (2523). *การวิจัยและพัฒนาสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประถมศึกษา.* ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

อารีย์ คำปล้อง. (2536). *การสอนแบบปฏิบัติการเรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร

อารีรัตน์ สุดเกตุ. (2529). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ด้านมโนคติในวิชาคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยการสอนแบบปฏิบัติการกับการสอนตามแผนการสอนของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาส่วนกลางกลุ่มที่ 4 กรุงเทพมหานคร.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

เอนก สุดจำนงค์. (2531). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ระดับความสามารถต่างกัน โดยการสอนแบบปฏิบัติการ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, ถ่ายเอกสาร.

Adams, Sam. , Léslie Ellis and B.F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach.* New York : Harper & Row. Publishers.

Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving , Reasoning and Communicating, K-8, Helping Children Think Mathematically.* New York : Macmillan Publishing Company.

Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School).* Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers.

Bitter, Gary G., Mary M. Hatfield and Noney T. Edwards. (1989). *Mathematics Method fo the Elementary and Middle Schools. A Comprehensive Approach.* Boston : Allyn and Bacon, Inc.

Blount, Moris Alonzo. (1980, November). " Effect of a Recycling Laboratory on Attitude Toward and Achievement on Mathematics Among College Freshmen, " *Dissertation Abstracts.* 41(5) : 1990-A.

Brown, R. Nacino. Festus Oke and Desmond P. Brown. (1982). *Curriculum and Instruction.* Hong Kong. The Macmillan Press Ltd.

California State Department of Education. (1985). *Mathematics Framework for California Public Schools. Kindergarten Through Grade Twelve.* Sacramento, California.

Carroll , John B.(1963, May). "A Model of School Learning ," *Teachers College Record.* 64(8) : 723 – 733.

Charles, Randal and Frank K. Lester. (1982). *Teaching Problem Solving. What Why & How.* Dale Seymour Publications.

Clarkson, S.P. (1979, January). "A Study of the Relationships among Translation and Problem Solving Abilities," *Dissertation Abstracts International.* 39(7) : 4101-A.

Cooney, Thomus J. (1975). *Dynamic of Teaching Secondary School Mathematics.* Boston, Houghton Mifflin, Co.

Copeland, Richard W. (1974). *How Children Learn Mathematics.* New York, Macmillan, Press Ltd.

Corwin, Vera-Anna Whittier Verafelf. (1978, May). "A Comparison of Learning Geometry with or Without Laboratory Activities Using Manipulative Aids and Paper Folding Techniques, " *Dissertation Abstracts.* 11(65) : 6584-A.

Day, Roger P. (1986, October). " A Problem-Solving Component for Junior High School Mathematics, " *Arithmetic Teacher.* 32(2) : 14-17.

Dejarnette-ondrus, Patricia Sue. (1978, December). " A Study of The Effect of A Laboratory Approach in Conjunction With Classroom Instruction on Student Performance in an Attitude Toward Mathematics," *Dissertation Abstracts.* 36(6) : 3432 – A.

Dunn, Rita and Deneth Dunn. (1976). *Teaching Students Through Their Individual Learnig Styles : A Practical Approach.* New York : Reston.

Gates, Mary Ajme. (1977, January). " Activity Learning as an Antidote for Attitude Problem : Treatment of Geometry in a CUPM Level 1 Mathematics Course for Elementary Education Majors," *Dissertation Abstracts.* 37(7) : 4139-A.

Gonzales, Nancy A. (1994, February). " Problem Posing : A Neglected Component in Mathematics Courses for Prospective Elementary and Middle School Teachers," *School Science and Mathematics.* 94(2) : 78-84.

Gooya, Zahra. (1994, February). " Influences of Metacognition-Based Teaching via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem-Solving, " *Dissertation Abstracts International.* 54(8) : 2865-A.

Hart, Lynn C. (1993, March). " Same Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving, " *Journal for Research in Mathematics Education.* 24(2) : 167-171.

Heddens, James W. and Willium R. Speer. (1992). *Problem Solving Decision Making and Communicating in Mathematics.* 7th ed. New York : Macmillan Publishing Company.

Kantowski, Mary Grace. (1980). " Some Through on Teaching for Problem Solveing," *in Problem Solving in School Mathematics 1980 yearbook.* p. 195-203. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Kaur, Berinderject. (1993, January). " Mathematical Problem Solving in the Classroom. The Why, What and How," *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia seamco Recsan.* 16(1) : 71-78.

Kennedy, Leonard M. (1984). *Guiding Children's Learning of Mathematics.* 4th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company.

Kidd, Keneth P, Shirley S. Myers and David M. Ciley. (1970). *The Laboratory Approach to Mathematics.* Science Research Associates, Inc.

Krulik, Stephen and Jesse A. Rudnick. (1993). *Reasoning and Problem Solving.* A Handbook for Elementary School Teachers. Boston : Allyn and Bacon Inc.

Lester, Frank K. (1977, November). " Ideas about Problem Solving : A Look at Some Psychological Research," *Arithmetic Teacher.* 25(2) : 12-14.

London, Ernest. (1978, October). "A Comprehensive Study of The Achievement of Urban Eighth Grade Mathematics Students Using an Activity Oriented Mode of Instruction and Aconventional Textbook Mode, " *Dissertation Abstracts.* 39(4) : 2213-A.

Maddox , Hary. (1963). *How to Study.* London : Wyman Lid.,

Marks, John L. (1970). *Teaching Elementary School Mathematics for Understanding.* New York : McGraw-Hill, Inc.

Muraski, Sue Virginia. (1979, January). " A Study of Effects of Explicit Reading Instruction on Readong Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Grade," *Dissertation Abstracts International.* 39(7) : 4104-A.

National Council of Supervisors of Mathematics. (1977, October). " Position Paper on Basic Skills," *Arithmetic Teacher.* 25(1) : 19-22.

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An Agenda for Action. Recommendations for School Mathematics, 1980s.* Dale Seynour Publication.

-------. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics.* Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Perdikaris, S. C. (1993, May-June). "Applications of Ergodic Chains to Problem Solving," *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.*

24(3) : 423-427.

Polya, G. (1957). *How To Solve it. A New Aspect of Mathematical Method.* Garden City, New York : Doubleday and Company.

Prescott , Danial A. (1961). " Report of Conference on Child Study," *Educational Bulletin.* Faculty of Education, Chulalongorn University.

Rawat, D. S. and S.L. (1970). *Educational Wastage at the primary Level : A Hand Book for Teacher.* New Delhi : S. K. Kitchula aat Nalanda Press.

Reynolds, Anne Marie. (1993, October). " Imaging in Children's Mathematical Activity (Problem Solving)," *Dissertation Abstracts International.* 54(4) : 1274-A.

Reys, Robert E. Marilyn N. Suydam and Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics.* 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon Inc.

Schroeder, Thomas L. And Frank K. Lester. (1989). " Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving," in *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook.* Edited by Paul R. Trafton. Reston Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Scott , William a and Michael Werthimer. (1962). *Introduction to Psychological Research.* 4th ed. New York. : John Wiley and Son. Inc.

Sidhu, Kulbir singh. (1982). *The Teaching of Mathematics.* New Delhi, Sterling Publishers.

Sucker, Andrew Arthur. (1978, November). " Laboratory Activities and Reading in High School Geometry, " *Dissertation Abstracts.* 39(5) : 2804.

Taylor, Jill. (1994, August). " Socially Assisted Learning and Mathematical Problem-Solving (Vygotskian), " *Dissertation Abstracts International.* 55(2) : 633-B

Thiessen, Diane. And others. (1989). *Elementary Mathematical Method.* 3rd ed. New York : Macmillan Publishing Company.

Tougaw. Paul Willium. (1994, February). "A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary School Students, " *Dissertation Abstracts International.* 54(8) : 2934-A.

Wilson, James W. (1971). " Evaluation of Learning in Seconday School Mathematics," in *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.* Edited by Benjamin S. Bloom, U.S.A. :Mcgraw - Hill.

Wilson, James W., Maria L. Fernandez and Nelda Hadaway. (1993). " Mathematical Problem Solving," in *Research Ideas for the Classroom, High School.* P. 57-78. New York : Macmillan Publishing Company.

24(3) : 423-427.

Polya, G. (1957). *How To Solve it. A New Aspect of Mathematical Method.* Garden City, New York : Doubleday and Company.

Prescott , Danial A. (1961). " Report of Conference on Child Study," *Educational Bulletin.* Faculty of Education, Chulalongorn Iniversity.

Rawat, D. S. and S.L. (1970). *Educational Wastage at the primary Level : A Hand Book for Teacher.* New Delhi : S. K. Kitchula aat Nalanda Press.

Reynolds, Anne Marie. (1993, October). " Imaging in Children's Mathematical Activity (Problem Solving)," *Dissertation Abstracts International.* 54(4) : 1274-A.

Reys, Robert E. Marilyn N. Suydam and Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics.* 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon Inc.

Schroeder, Thomas L. And Frank K. Lester. (1989). " Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving," in *New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 Yearbook.* Edited by Paul R. Trafton. Reston Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Scott , William a and Michael Werthimer. (1962). *Introduction to Psychological Research.* 4th ed. New York. : John Wiley and Son. Inc.

Sidhu, Kulbir singh. (1982). *The Teaching of Mathematics.* New Delhi, Sterling Publishers.

Sucker, Andrew Arthur. (1978, November). " Laboratory Activities and Reading in High School Geometry, " *Dissertation Abstracts.* 39(5) : 2804.

Taylor, Jill. (1994, August). " Socially Assisted Learning and Mathematical Problem-Solving (Vygotskian), " *Dissertation Abstracts International.* 55(2) : 633-B

Thiessen, Diane. And others. (1989). *Elementary Mathematical Method.* 3rd ed. New York : Macmillan Publishing Company.

Tougaw. Paul Willium. (1994, February). "A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary School Students, " *Dissertation Abstracts International.* 54(8) : 2934-A.

Wilson, James W. (1971). " Evaluation of Learning in Seconday School Mathematics," in *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.* Edited by Benjamin S. Bloom, U.S.A. :Mcgraw - Hill.

Wilson, James W., Maria L. Fernandez and Nelda Hadaway. (1993). " Mathematical Problem Solving,"' in *Research Ideas for the Classroom, High School.* P. 57-78. New York : Macmillan Publishing Company.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
- ค่า p ค่า q และ pq ของของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสาตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม
- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ตาราง 8 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r)
ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.79	.57	16	.58	.42
2	.40	.71	17	.40	.46
3	.77	.49	18	.57	.59
4	.68	.51	19	.62	.50
5	.56	.38	20	.35	.29
6	.60	.53	21	.35	.29
7	.62	.61	22	.42	.49
8	.63	.69	23	.43	.27
9	.68	.72	24	.60	.46
10	.46	.48	25	.47	.72
11	.73	.66	26	.60	.53
12	.79	.57	27	.75	.52
13	.65	.36	28	.65	.56
14	.70	.59	29	.56	.46
15	.73	.66	30	.62	.50

ตาราง 9 ค่า p ค่า q และค่า pq ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	.88	.12	.11	16	.40	.60	.24
2	.43	.57	.25	17	.53	.47	.25
3	.70	.30	.21	18	.53	.47	.25
4	.83	.17	.14	19	.60	.40	.24
5	.57	.43	.25	20	.48	.52	.25
6	.63	.37	.23	21	.49	.51	.25
7	.72	.28	.20	22	.73	.27	.20
8	.70	.30	.21	23	.38	.62	.24
9	.68	.32	.22	24	.34	.66	.22
10	.59	.41	.24	25	.55	.45	.25
11	.72	.28	.20	26	.51	.49	.25
12	.78	.22	.17	27	.71	.29	.21
13	.66	.34	.22	28	.56	.44	.25
14	.53	.47	.25	29	.56	.44	.25
15	.61	.39	.24	30	.52	.48	.25

ค่า $\sum pq = 6.74$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$S_t^2 = \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N^2}$$

$$= \frac{100(35{,}499) - (1785)^2}{10{,}000}$$

$$= 36.367$$

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left\{1 - \frac{\sum pq}{S_t^2}\right\}$$

$$= \frac{100}{99}\left\{1 - \frac{6.74}{36.367}\right\}$$

$$= 0.82$$

ตาราง 10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง	นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง
1	3	10	7	1	9	11	2
2	9	21	12	2	8	19	11
3	11	16	5	3	15	19	4
4	18	25	7	4	5	9	4
5	20	28	8	5	17	28	11
6	15	23	8	6	19	28	9
7	10	18	8	7	14	18	4
8	13	26	13	8	15	21	6
9	12	24	12	9	15	24	9
10	14	23	9	10	13	22	9
11	15	22	7	11	10	15	5
12	13	24	11	12	10	15	5
13	16	25	9	13	12	19	7
14	17	26	9	14	18	23	5
15	8	24	15	15	19	28	9
16	14	27	13	16	16	20	4
17	13	22	9	17	10	14	4
18	19	29	10	18	12	23	11
19	7	13	6	19	14	22	8
20	6	10	4	20	8	15	7
21	10	18	8	21	9	7	-2
22	11	23	12	22	20	22	2
23	9	13	4	23	5	15	10
24	7	11	4	24	6	12	6
25	9	14	5	25	11	20	9
26	8	17	9	26	6	20	14
27	18	17	-1	27	10	20	10
28	8	11	3	28	13	18	5
29	14	22	9	29	16	16	0
30	10	18	8	30	10	13	3

ตาราง 10 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง	นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง
31	11	18	7	31	10	22	12
32	10	14	4	32	11	15	4
33	5	9	4	33	12	14	2
34	6	11	5	34	12	15	2
35	11	19	8	35	7	12	5
36	12	17	5	36	10	11	1
37	6	9	3	37	10	16	6
38	9	24	15	38	10	11	1
39	10	19	9	39	16	19	3
40	14	14	0	40	8	11	3
41	9	17	8	41	14	24	10
42	7	6	-1	42	3	9	6
43	12	21	9	43	7	7	0
44	15	20	3	44	11	13	2
45	14	28	14	45	9	8	-1
46	8	17	9	46	18	19	1
47	16	22	6	47	13	15	2
48	11	19	8	48	7	12	5

การวิเคราะห์ข้อมูลวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ใช้ t – Difference Score

$$t = \frac{MD_1 - MD_2}{\sqrt{\frac{S_D^2}{n_1} + \frac{S_D^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $S_D^2 = \frac{\sum(D_1 - MD_1)^2 + \sum(D_2 - MD_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$

$$= \frac{670.04 + 685.84}{48 + 48 - 2}$$

$$= \frac{1355.88}{94}$$

$$= 14.42$$

$$t = \frac{7.52 - 5.42}{\sqrt{\frac{14.42}{48} + \frac{14.42}{48}}}$$

$$= \frac{2.1}{0.78}$$

$$= 2.692$$

ตาราง 11 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียน ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
นักเรียนคนที	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง	นักเรียนคนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง
1	6	8	2	1	13	14	1
2	12	17	5	2	15	17	2
3	15	16	1	3	11	18	7
4	15	25	10	4	10	10	0
5	19	27	8	5	20	25	5
6	14	22	8	6	20	27	7
7	24	27	3	7	12	18	6
8	12	16	4	8	18	24	6
9	11	18	7	9	19	27	8
10	18	25	7	10	15	24	9
11	15	24	9	11	6	7	1
12	15	23	8	12	13	15	2
13	12	22	10	13	19	24	5
14	15	26	11	14	21	25	4
15	14	21	7	15	20	26	6
16	15	26	11	16	17	26	9
17	16	27	11	17	9	17	8
18	20	27	7	18	15	22	7
19	10	16	6	19	12	17	5
20	4	14	8	20	17	19	2
21	13	19	6	21	10	11	1
22	15	23	8	22	14	20	6
23	9	12	3	23	11	13	2
24	8	9	1	24	16	23	7
25	8	10	2	25	18	21	3
26	15	20	5	26	11	19	8
27	18	23	5	27	14	13	-1
28	8	9	1	28	9	11	2
29	12	20	8	29	13	15	3
30	18	21	3	30	20	17	-3

ตาราง 11 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
นักเรียนคนที	**ก่อนเรียน**	**หลังเรียน**	**ผลต่าง**	**นักเรียนคนที่**	**ก่อนเรียน**	**หลังเรียน**	**ผลต่าง**
31	15	18	3	31	14	18	4
32	9	10	1	32	14	15	1
33	8	12	4	33	14	15	1
34	4	8	4	34	10	14	4
35	16	19	3	35	12	14	2
36	15	17	2	36	11	14	3
37	8	9	1	37	15	16	1
38	14	16	2	38	16	17	1
39	11	9	-2	39	11	14	3
40	12	14	2	40	11	12	1
41	14	14	0	41	9	22	13
42	6	11	5	42	9	11	2
43	15	20	5	43	10	15	5
44	14	18	4	44	12	17	5
45	14	26	12	45	9	9	0
46	10	21	11	46	18	21	3
47	9	15	6	47	14	16	2
48	14	13	-1	48	7	5	-2

การวิเคราะห์ข้อมูลวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ใช้ t – Difference Score

$$t = \frac{MD_1 - MD_2}{\sqrt{\frac{S_D^2}{n_1} + \frac{S_D^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $S_D^2 = \frac{\sum(D_1 - MD_1)^2 + \sum(D_2 - MD_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}$

$$= \frac{589.964 + 482.296}{48 + 48 - 2}$$

$$= \frac{1072.26}{94}$$

$$= 11.41$$

$$t = \frac{5.15 - 3.68}{\sqrt{\frac{11.41}{48} + \frac{11.41}{48}}}$$

$$= \frac{1.47}{0.69}$$

$$= 2.130$$

ภาคผนวก ข.

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง เวลา 60 นาที

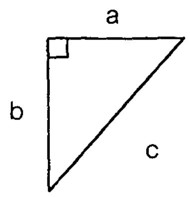
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม ทั้งหมด 30 ข้อ เป็นคำถามชนิด 4 ตัวเลือก แต่ละข้อ มีคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย **X** ลงใน ☐ ในกรณีเปลี่ยนคำตอบ ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ~~X~~ ที่ไม่ต้องการแล้วเลือกคำตอบใหม่

คำแนะนำ

1. ถ้าพบข้อยากให้ทำผ่านไปก่อนแล้วค่อยย้อนกลับมาทำใหม่ โดยคำนึงถึงเวลาที่กำหนด
2. ขอให้ตั้งใจทำ และโชคดีในการทำข้อสอบ

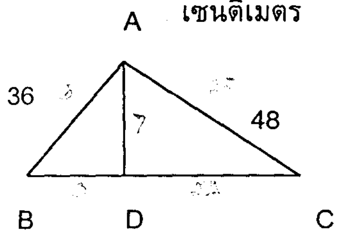
จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. จากรูปถ้า a ยาว 0.5 หน่วย ด้าน c ยาว 1.3 หน่วย แล้วด้าน b ยาวเท่าไร



ก. 1.0 หน่วย
ข. 1.1 หน่วย
ค. 1.2 หน่วย
ง. 1.3 หน่วย

2. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น $\overline{BD}$ ยาวกี่เซนติเมตร

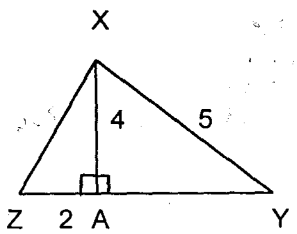


ก. 21.6 เซนติเมตร
ข. 28.8 เซนติเมตร
ค. 38.4 เซนติเมตร
ง. 60.0 เซนติเมตร

3. ถ้า BC, CA และ AB ยาว a, b และ c หน่วยตามลำดับ และ $a^2 = b^2 + c^2$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

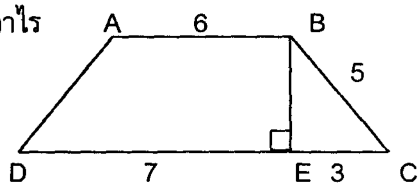
ก. $A\hat{B}C = 90^\circ$
ข. $B\hat{A}C = 90^\circ$
ค. $B\hat{C}A = 90^\circ$
ง. ΔABC ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

4. จากรูป $\overline{YA} : \overline{XZ}$ เท่ากับเท่าไร



ก. $3\sqrt{5} : 2$ ข. $2 : 3\sqrt{5}$
ค. $2\sqrt{5} : 3$ ง. $3 : 2\sqrt{5}$

5. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีพื้นที่เท่าไร

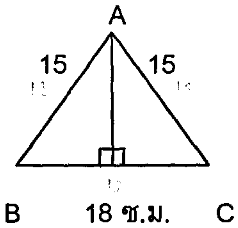


ก. 26 ตารางหน่วย
ข. 32 ตารางหน่วย
ค. 32.5 ตารางหน่วย
ง. 40 ตารางหน่วย

6. จักรเดินไปทางทิศเหนือ 10 ไมล์แล้วเลี้ยวไปทางตะวันออก 8 ไมล์ แล้วเดินไปทางทิศเหนืออีก 5 ไมล์ อยากทราบจักรอยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่ไมล์

ก. 23 ไมล์ ข. 17 ไมล์
ค. 15 ไมล์ ง. 13 ไมล์

7. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ดังรูป สามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่าไร

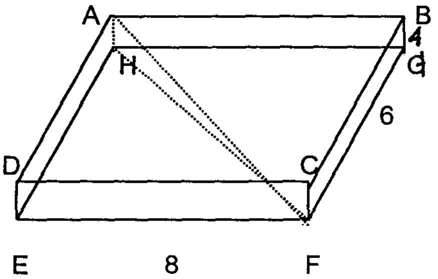


ก. 54 ตารางเซนติเมตร
ข. 68 ตารางเซนติเมตร
ค. 90 ตารางเซนติเมตร
ง. 108 ตารางเซนติเมตร

8. นักเรียนคนหนึ่ง ต้องการหาความยาวของเชือกที่ใช้เชิญธง เมื่อเสาธงสูง 24 เมตร ผู้เชิญธงอยู่ห่างจากโคนเสาธง 7 เมตร นักเรียนคนนี้ต้องใช้เชือกอย่างน้อยที่สุดกี่เมตร

ก. 25 เมตร ข. 30 เมตร
ค. 45 เมตร ง. 50 เมตร

9.

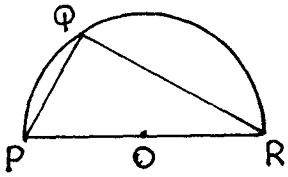


จากรูปถ้า EF=8 หน่วย FG=6 หน่วย และ BG = 4 หน่วย แล้วด้าน AF ยาวกี่หน่วย

ก. $\sqrt{80}$ หน่วย　　ข. $\sqrt{84}$ หน่วย

ค. $\sqrt{104}$ หน่วย　　ง. $\sqrt{116}$ หน่วย

10. จากรูป P,Q,R เป็นจุดบนครึ่งวงกลม มี PQ = 3 เซนติเมตร และ QR = 4 เซนติเมตร ถ้าต้องการทราบรัศมีของครึ่งวงกลมนี้จะหาอะไรก่อน



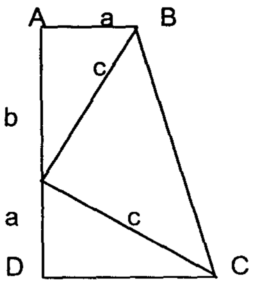
ก. หาความยาวของ PR ก่อน

ข. หาความยาวของ PQ ก่อน

ค. ต้องทราบก่อนว่า ΔPQR เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

ง. หาขนาดของมุมภายในของรูป ΔPQR

11. พื้นที่รูปสามเหลี่ยมคางหมู ABCD เป็นเท่าไร และความสัมพันธ์ระหว่าง a,b,c เป็นเท่าไร



ก. พื้นที่ □ABCD = $\frac{1}{2}ab$,

$a^2 = b^2 + c^2$

ข. พื้นที่ □ABCD = $\frac{1}{2}(a+b)^2$,

$c^2 = a^2 + b^2$

ค. พื้นที่ □ABCD = $a^2 + b^2$,

$c^2 = a^2 + b^2$

ง. พื้นที่ □ABCD = $2(a^2 + b^2)$,

$c^2 = b^2 - a^2$

12.กรณีใดที่คอร์ดของวงกลม 2 เส้นของวงกลมวงหนึ่งจะยาวเท่ากัน

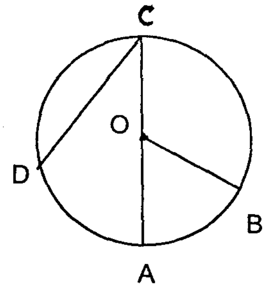
ก. เมื่อขนานกัน

ข. เมื่อตัดกันเป็นมุมฉาก

ค. เมื่ออยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน

ง. กรณีใดก็ได้

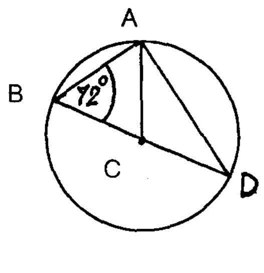
13. ถ้า $A\hat{O}B = 2A\hat{C}D$ ตามรูปแล้วผลเป็นอย่างไร



ก. $\overset{\frown}{AB} = 2\overset{\frown}{AD}$　　ข. $\overset{\frown}{AB} < \overset{\frown}{AD}$

ค. $\overset{\frown}{AB} > \overset{\frown}{AD}$　　ง. $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AD}$

14. จากรูป C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม A,B และ D เป็นจุดที่อยู่บนวงกลมและ $A\hat{B}D = 72^\circ$ ดังนั้น $C\hat{A}D$ มีขนาดกี่องศา



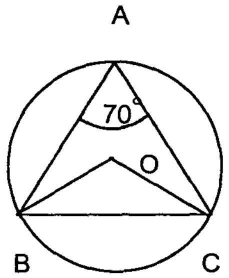
ก. 18 องศา

ข. 28 องศา

ค. 36 องศา

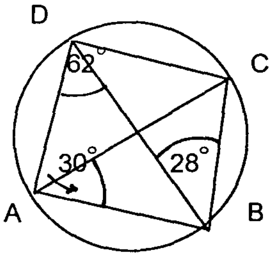
ง. 38 องศา

15. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $B\hat{A}C$ มีขนาด 70 องศา แล้ว $O\hat{C}B$ มีขนาดกี่องศา



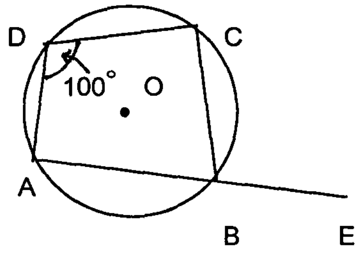
ก. 40°
ข. 35°
ค. 30°
ง. 20°

16. กำหนด ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมบรรจุอยู่ในวงกลม $B\hat{A}C = 30^\circ$, $A\hat{D}B = 62^\circ$ และ $C\hat{B}D = 28^\circ$ แล้ว $A\hat{B}D$ มีขนาดกี่องศา



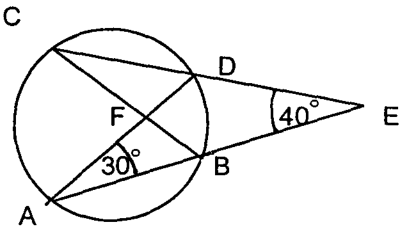
ก. 66 องศา
ข. 64 องศา
ค. 62 องศา
ง. 60 องศา

17. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยม ที่บรรจุอยู่ในวงกลม มี O เป็นจุดศูนย์กลาง ต่อ $\overline{AB}$ ถึง E ถ้า $A\hat{D}C = 100^\circ$ แล้ว $C\hat{B}E$ มีขนาดกี่องศา



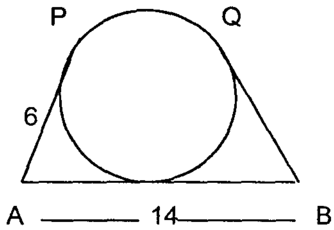
ก. 80 องศา ข. 90 องศา
ค. 100 องศา ง. 110 องศา

18. กำหนด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลมลากคอร์ด AB และ CD พบกันที่จุด E ลาก $\overline{AD}$ และ $\overline{BC}$ ตัดกันที่จุด F ถ้า $D\hat{A}B = 30$ องศา และ $A\hat{E}C = 40$ องศา แล้ว $A\hat{F}C$ มีขนาดกี่องศา



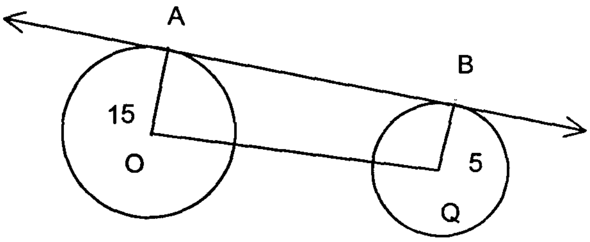
ก. 100 องศา ข. 110 องศา
ค. 120 องศา ง. 140 องศา

19. จากรูป $\overline{AP}, \overline{BQ}$ และ $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม AP = 6 เซนติเมตร AB = 14 เซนติเมตร แล้ว $\overline{BQ}$ ยาวเท่าไร



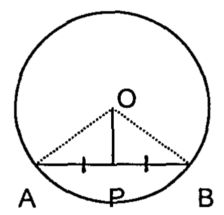
ก. 13 เซนติเมตร ข. 12 เซนติเมตร
ค. 10 เซนติเมตร ง. 8 เซนติเมตร

20. วงกลม 2 วง รัศมี 5 และ 15 หน่วย ถ้าวงกลม O และ Q ห่างกัน 26 หน่วย $\overleftrightarrow{AB}$ สัมผัสวงกลมทั้งสองที่ A และ B แล้ว $\overline{AB}$ ยาวกี่หน่วย



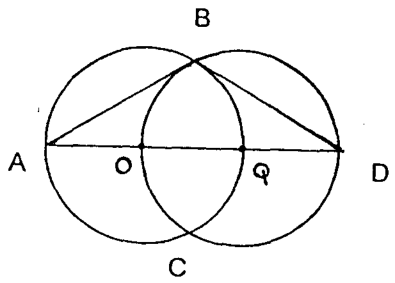
ก. 26 หน่วย ข. 25 หน่วย
ค. 24 หน่วย ง. 23 หน่วย

21. กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O ลาก $\overline{OP}$ ทำให้ AP = PB เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า $\Delta AOP \cong \Delta BOP$ โดยเหตุผลใด



ก. ด้าน-ด้าน-ด้าน ข. ด้าน-มุม-ด้าน
ค. มุม-ด้าน-มุม ง. ด้าน-ฉาก-ด้าน

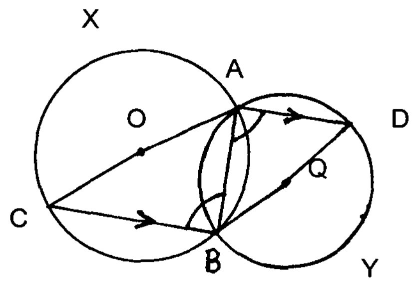
22.



กำหนด O และ Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่ง O อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี Q เป็นจุดศูนย์กลาง และ Q อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง วงกลมทั้งสอง ตัดกันที่จุด B และ C, $\overline{AQ}$ และ $\overline{OD}$ เป็นเส้นผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมแต่ละวง ลาก $\overline{AB}$ และ $\overline{DB}$ สรุปข้อใดต่อไปนี้ ไม่เป็นจริง

ก. OA = QD
ข. $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BD})$
ค. AO:OD = 1 : 3
ง. ΔABD เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

23.



จากรูป กำหนดให้ O และ Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ตัดกันที่จุด A และ B คอร์ด AD ขนานกับคอร์ด BC ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. $C\hat{A}D = C\hat{B}D$
ข. $C\hat{O}A = B\hat{Q}D$
ค. $m(\widehat{AXC}) = m(\widehat{BYD})$
ง. วงกลม O เท่ากับวงกลม Q

24. ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าเป็นเท่าไร

ก. $\frac{180(n-1)}{n}$ ข. $180(n-1)$
ค. $\frac{180(n-2)}{n}$ ง. $180(n-2)$

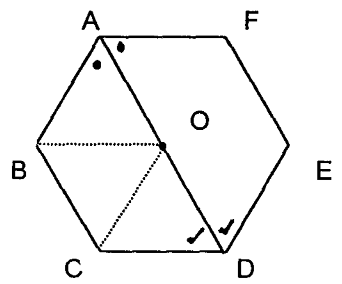
25. ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสิบสองเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีขนาดกี่องศา

ก. 135 องศา ข. 145 องศา
ค. 150 องศา ง. 165 องศา

26. ถ้ามุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า n ด้าน เท่ากับ 120 องศา ค่า n เป็นเท่าไร

ก. 12 ข. 6
ค. 4 ง. 3

27. จากรูป $\overline{AO}$ และ $\overline{DO}$ แบ่งครึ่ง $F\hat{A}B$ และ $C\hat{D}E$ ถ้า ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่า ข้อความใดที่ไม่ถูกต้อง



ก. $\overline{AO}$ และ $\overline{DO}$ เป็นเส้นตรงเดียวกัน

ข. OA = OB = OC = OD

ค. $A\hat{O}B = B\hat{O}C = C\hat{O}D$

ง. $A\hat{O}C = B\hat{O}D = 90^\circ$

28. ถ้าสร้างมุม 105 องศา โดยใช้วงเวียน จะต้องใช้วิธีการใด

ก. สร้างมุม 60° + มุม 45°

ข. สร้างมุม 70° + มุม 35°

ค. สร้างมุม 80° + มุม 25°

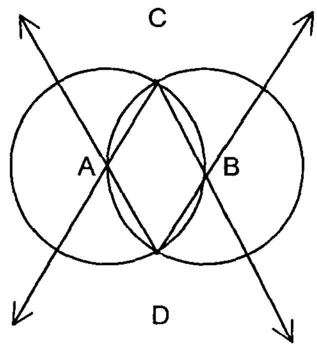
ง. สร้างมุม 100° + มุม 5°

29. ถ้าต้องการสร้างรูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะต้องสร้างมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่าไร

ก. 45° ข. 40°

ข. 80° ง. 60°

30. จากภาพเป็นวิธีการสร้างมุมให้มีขนาดกี่องศา



ก. 70 องศา ข. 60 องศา

ค. 50 องศา ง. 30 องศา

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

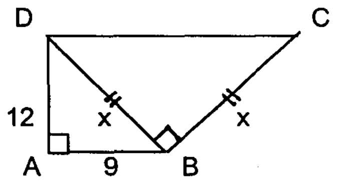
<u>คำชี้แจง</u> เวลา 60 นาที

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและวงกลม ทั้งหมด 30 ข้อ เป็นคำถามชนิด 4 ตัวเลือก แต่ละข้อ มีคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงใน ☐ ในกรณีเปลี่ยนคำตอบ ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ~~X~~ ที่ไม่ต้องการแล้วเลือกคำตอบใหม่

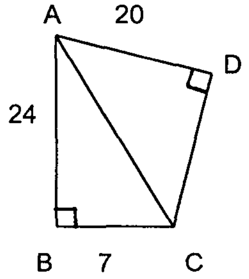
<u>คำแนะนำ</u>

1. ถ้าพบข้อยากให้ทำผ่านไปก่อนแล้วค่อยย้อนกลับมาทำใหม่ โดยคำนึงถึงเวลาที่กำหนด
2. ขอให้ตั้งใจทำ และโชคดีในการทำข้อสอบ

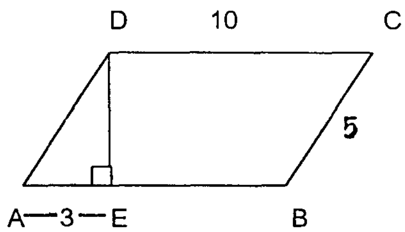
<u>จงเลือกคำตอบที่ถูกที่สุด</u>

1. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมฉากยาว 5 และ 12 หน่วย ตามลำดับ เส้นรอบรูป ของสามเหลี่ยมมุมฉากนี้ยาวเท่าไร
   จากโจทย์ ต้องคิดคำนวณหาอะไรก่อน
   ก. พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม
   ข. ความยาวของแต่ละด้าน
   ค. หาคำตอบที่โจทย์ต้องการได้เลย
   ง. ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก
2. แดงสังเกตเห็นว่าว่าวอยู่สูงเหนือศีรษะพอดี เขายืนห่างจากผู้เล่นว่าว เป็นระยะทาง 30 เมตร ถ้าสายป่านยาว 50 เมตร ว่าวจะอยู่สูงจากพื้นดินเท่าไร
   จากโจทย์ ต้องคิดหาคำตอบตามวิธีใด
   ก. $50^2 - 30^2 = \square$ ข. $50^2 + 30^2 = \square$
   ค. $\sqrt{50^2 - 30^2} = \square$ ง. $\sqrt{50^2 + 30^2} = \square$
3. 

   พื้นที่ของรูป ABCD เท่ากับเท่าไร
   ก. 166.5 ตารางหน่วย
   ข. 160.5 ตารางหน่วย
   ค. 150.5 ตารางหน่วย
   ง. 145.5 ตารางหน่วย
4. พื้นที่ของสี่เหลี่ยม ABCD เป็นกี่ตารางหน่วย

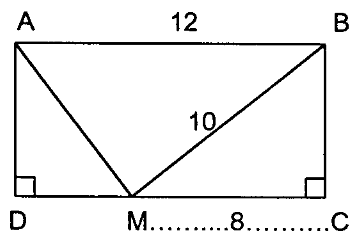


   ก. 214 ตารางหน่วย
   ข. 224 ตารางหน่วย
   ค. 234 ตารางหน่วย
   ง. 244 ตารางหน่วย
5. ถ้าสี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน มีพื้นที่เท่าไร



   ในการแก้ปัญหาข้อนี้ จำเป็นต้องรู้ข้อมูลอะไรเพิ่มเติมอีก
   ก. ความยาวของ $\overline{DE}$ ข. ความยาวของ $\overline{CD}$
   ค. ความยาวของ $\overline{AD}$ ง. ความยาวของ $\overline{BE}$
6. จากโจทย์ข้อ 5 ถ้าความสูงของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ยาว h หน่วย แล้วรูปสี่เหลี่ยมนี้มีพื้นที่เท่าไร
   ก. $\frac{1}{2} \times (10 \times 10) \times h$ ตารางหน่วย
   ข. $\frac{1}{2} \times 10 \times h$ ตารางหน่วย
   ค. $10 \times h$ ตารางหน่วย
   ง. $10 + h$ ตารางหน่วย

7. พื้นที่ ΔAMB เท่ากับเท่าไร



การแก้ปัญหาข้อนี้ ต้องคำนวณหาอะไรก่อน

ก. ความยาวของ $\overline{AM}$

ข. ความยาวของ $\overline{BC}$

ค. ความยาวของ $\overline{DM}$

ง. ความยาวของ $\overline{AD}$

8. จากโจทย์ข้อ 7 ถ้าต้องการหาความสูงของสามเหลี่ยม AMB จะใช้วิธีการใด

ก. $\sqrt{10^2-8^2}$ ข. $\sqrt{10^2+8^2}$

ค. 10^2+8^2 ง. 12^2-10^2

9. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นการอธิบายคำตอบที่ได้ " บันไดยาว 20 ฟุต วางพาดผนังตึก ปลายบันไดสูงจากพื้นดิน 16 ฟุต จงหาว่าโคนบันไดอยู่ห่างจากผนังตึกกี่ฟุต
<u>ตอบ</u> โคนบันไดอยู่ห่างจากผนังตึก 12 ฟุต

ก. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ

$20^2-12^2=16$

ข. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ

$20^2-16^2=\sqrt{144}$

ค. เป็นคำตอบที่ถูกเพราะ

$\sqrt{20^2-16^2}=\sqrt{12^2}$

ง. เป็นคำตอบที่ถูกเพราะ

$20^2-12^2=\sqrt{256}$

10. " คอร์ดที่ยาวเท่ากับรัศมีของวงกลมหนึ่งจะปิดมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่าไร " โจทย์ข้อนี้ต้องการทราบอะไร

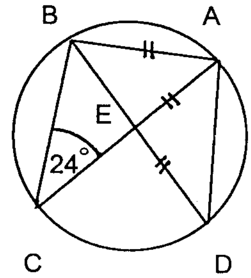
ก. มุมในส่วนโค้ง

ข. มุมในครึ่งวงกลม

ค. มุมที่รัศมีจดกับคอร์ด

ง. ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง

11. จากรูปAB=AE=ED และ $B\hat{C}A = 24$ องศา มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้ง BC มีขนาดกี่องศา



โจทย์ข้อนี้ต้องการถามอะไร

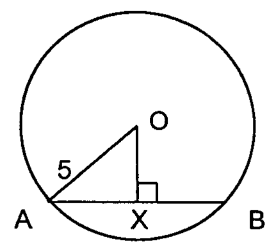
ก. ขนาดของมุม BAC

ข. ขนาดของมุม ACB

ค. ขนาดของมุม ADB

ง. ขนาดของมุม AED

12. จากรูปถ้า AB=6, OA=5 แล้วระยะห่างของจุดศูนย์กลางกับคอร์ดของวงกลมคิดเป็นกี่หน่วย



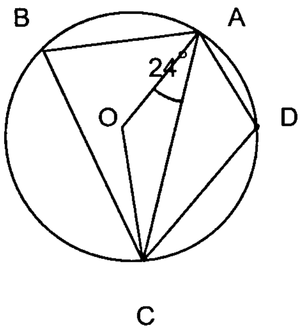
ก. $\sqrt{6^2-5^2}$ หน่วย

ข. $\sqrt{6^2+5^2}$ หน่วย

ค. $\sqrt{5^2-3^2}$ หน่วย

ง. $\sqrt{5^2-3^2}$ หน่วย

13. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $O\hat{A}C = 24^\circ$ ดังนั้น $A\hat{B}C$ มีขนาดกี่องศา



ในการแก้ปัญหาข้อนี้ จำเป็นต้องรู้ข้อมูลอะไรเพิ่มอีก

ก. ขนาดของมุม ACO

ข. ขนาดของมุม AOC

ค. ขนาดของมุม BAD

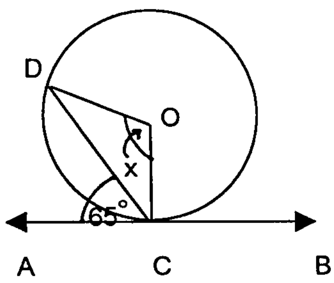
ง. ขนาดของมุม DAC

14. จากโจทย์ข้อ 13 ข้อใดเป็นวิธีการหาคำตอบ

ก. $180^\circ - A\hat{O}C$ ข. $180^\circ + A\hat{O}C$

ค. $2(A\hat{O}C)$ ง. $\frac{A\hat{O}C}{2}$

15. จากรูป x มีขนาดกี่องศา



โจทย์ข้อนี้ต้องหาอะไรก่อน

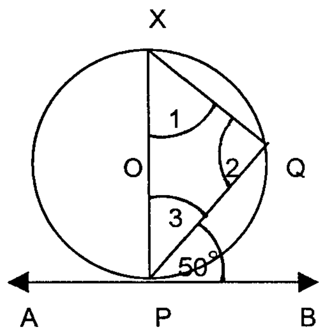
ก. หาขนาดของมุม DCO

ข. หาขนาดของมุม OCB

ค. หาขนาดของมุม DCB

ง. หาขนาดของมุมกลับ COD

16. ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ สัมผัสวงกลมที่ P , $\overline{PX}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $B\hat{P}Q = 50$ องศา แล้วมุม 1 มุม 2 และมุม 3 ตามรูปกางมุมละกี่องศา

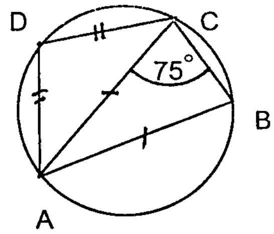


จากโจทย์ มุมที่ต้องคำนวณหาขนาดคือมุมใด

ก. มุม 1 ข. มุม 2

ค. มุม 3 ง. มุม 1,2

17. จากรูป AB=AC, DA=DC, $A\hat{C}B = 75$ องศา แล้ว $A\hat{C}D$ มีขนาดกี่องศา



จากโจทย์ มีการคิดคำนวณคำตอบดังนี้

1.) หาขนาดของ $A\hat{D}C$

2.) หาขนาดของ $A\hat{B}C$

3.) หาขนาดของ $A\hat{C}D + C\hat{A}D$

4.) หาขนาดของ $A\hat{C}D$

ข้อใดเรียงขั้นตอนการคำนวณคำตอบได้ถูกต้อง

ก. 2,3,1,4 ข. 1,2,4,3

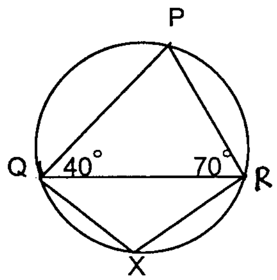
ค. 1,2,3,4 ง. 2,1,3,4

18. จากโจทย์ข้อ 17 มุม ACD มีขนาดกี่องศา

ก. 22.5 องศา ข. 37.5 องศา

ค. 38.5 องศา ง. 42.5 องศา

19. จากรูป X <u>เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนโค้ง</u> QR แล้ว $Q\hat{R}X$ มีขนาดกี่องศา



จากโจทย์ ในการแก้ปัญหา จำเป็นต้องรู้ข้อมูลอะไรเพิ่มเติมอีก

ก. $Q\hat{P}R$ และ $Q\hat{X}R$ ข. $Q\hat{P}R$

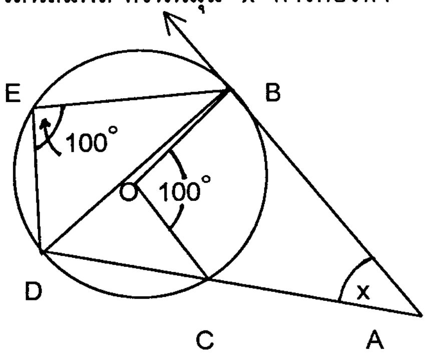
ค. $Q\hat{X}R$ ง. $X\hat{Q}R$

20. จากข้อ 19 ขนาดของ $Q\hat{R}X$ มีขนาดกี่องศา

ก. 35 องศา ข. 40 องศา

ค. 45 องศา ง. 50 องศา

21. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลาง $\overrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัส ดังนั้นมุม x กางกี่องศา



การแก้ปัญหาข้อนี้ ต้องอาศัยข้อมูลอะไรเพิ่มเติมอีก

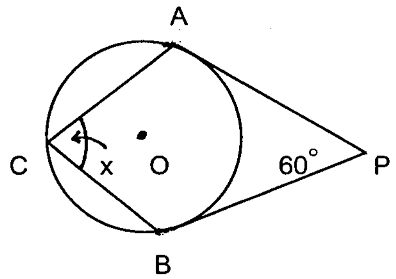
ก. $C\hat{D}B$ และ $A\hat{B}O$

ข. $A\hat{C}B$ และ $A\hat{B}O$

ค. $A\hat{B}D$ และ $C\hat{D}B$

ง. $A\hat{C}O$ และ $C\hat{D}B$

22. จากรูป $\overline{AP}$ และ $\overline{PB}$ เป็นเส้นสัมผัส ถ้า $A\hat{P}B = 60°$ แล้วมุม x กางกี่องศา

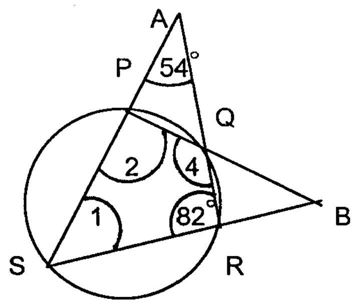


โจทย์ปัญหาข้อนี้จะต้องคิดคำนวณหาอะไรก่อน

ก. $C\hat{A}P$ ข. $A\hat{O}B$

ข. $C\hat{B}P$ ง. $A\hat{C}B$

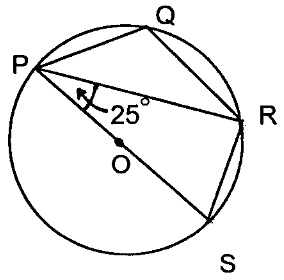
23. จากรูป PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยม แนบในวงกลม $S\hat{R}A = 82$ องศา และ $S\hat{A}R = 54$ องศา แล้ว $R\hat{B}Q$ กางกี่องศา



ก. 54 องศา ข. 48 องศา

ค. 44 องศา ง. 38 องศา

24. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{PS}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางซึ่งมี $S\hat{P}R = 25$ องศา ขนาดของ $P\hat{Q}R$ กางกี่องศา

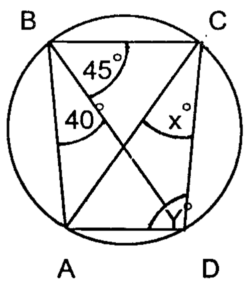


การแก้ปัญหาครั้งนี้ จำเป็นต้องคำนวณหาอะไรก่อน

ก. $P\hat{R}S$ ข. $P\hat{S}R$

ค. $P\hat{R}Q$ ง. $Q\hat{P}R$

25. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม $A\hat{B}D = 40^\circ$, $D\hat{B}C = 45^\circ$, $A\hat{D}C = y^\circ$ และ $A\hat{C}D = x^\circ$
ดังนั้นขนาดของ x น้อยกว่าขนาดของ y เท่าไร



โจทย์ข้อนี้ต้องการหาอะไร

ก. ผลต่างของขนาด x และ y

ข. ผลรวมของขนาดของ x และ y

ค. ขนาดของ x เป็นกี่เท่าของ y

ง. ขนาดของ y เป็นกี่เท่าของ x

26. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นการอธิบายคำตอบที่ได้จากโจทย์ข้อ 25 " ขนาดของ y เป็นกี่องศา "
<u>ตอบ</u> 95 องศา

ก. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ y = $40^\circ + 45^\circ$

ข. เป็นคำตอบที่ถูกเพราะ $(40^\circ + 45^\circ) + 95^\circ = 180^\circ$

ค. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ $180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

ง. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาyได้

27. ข้อใดต่อไปนี้เป็นการอธิบายคำตอบที่ได้ " ถ้าต้องการสร้างรูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า จะต้องสร้างมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดกี่องศา "
<u>ตอบ</u> 45 องศา

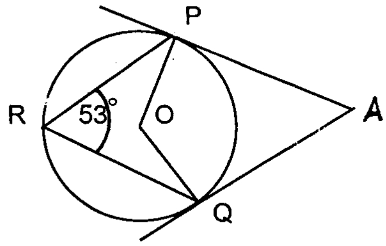
ก. เป็นคำตอบที่ถูกต้องเพราะ แบ่งโดยอาศัยมุม 45°

ข. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะต้องอาศัยมุม 120°

ค. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ $\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$

ง. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะต้องอาศัยมุม 60°

28. จากรูป $\overline{AP}$ และ $\overline{AQ}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด P และ Q ตามลำดับ ถ้า $P\hat{R}Q = 53$ องศา แล้ว $P\hat{A}Q$ มีขนาดกี่องศา



<u>ตอบ</u> 74 องศา
ข้อใดอธิบายคำตอบที่ได้

ก. เป็นคำตอบที่ถูกเพราะ $74^\circ + P\hat{O}Q = 180^\circ$

ข. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ

$180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$

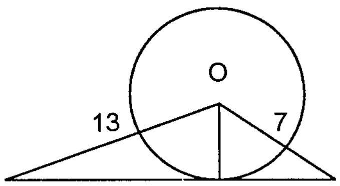
ค. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ

$\frac{180^\circ - 53^\circ}{2} = 63.5^\circ$

ง. เป็นคำตอบที่ผิดเพราะ

$P\hat{R}Q = P\hat{A}Q = 53^\circ$

29. ถ้า $\overline{ABC}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางที่จุด B ถ้าOA = 13 หน่วย OC = 7 หน่วย, AB = 12 หน่วย และ BC = x หน่วย แล้วค่า x เป็นเท่าไร



A........12..........B ...x......C

การแก้ปัญหาข้อนี้มีวิธีการคิดคำนวณหาอะไรก่อน

ก. $\overline{AC}$ ข. $\overline{OB}$

ค. $\overline{BC}$ ง. $A\hat{B}C$

30. จากโจทย์ข้อ 29 ความยาวของ x เป็นเท่าไร

ก. 5 ข. 6

ค. 24 ง. $\sqrt{24}$

ภาคผนวก ค.

แผนการสอน

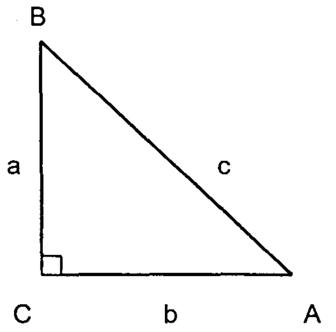
แผนการสอนที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากดังนี้



จากรูปจะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้

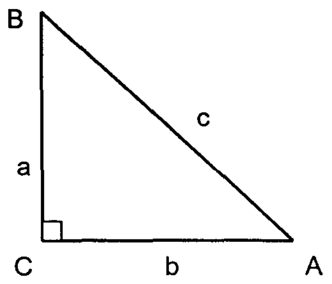
2. หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

เนื้อหา

ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส กล่าวถึงพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับพื้นที่ของจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังนี้

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลรวมของพื้นที่จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก กล่าวคือ

ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้



จากรูปจะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

ถ้าเราทราบความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะหาความยาวของด้านที่สามได้โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

<u>กิจกรรมการเรียนการสอน</u> **<u>(วิธีสอนแบบปฏิบัติการ)</u>**

คาบที่ 1

ขั้นนำ

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. ครูอธิบายวิธีเรียนและสื่อการเรียนการสอนที่ใช้

ขั้นปฏิบัติการ

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมตามคำสั่งในบทเรียนปฏิบัติการ
2. ตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมารายงานผลการปฏิบัติกิจกรรม
3. ครูแจกบัตรงานที่ 1.1 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ
4. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 1.1 ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
5. ครูอธิบายข้อผิดพลาดในข้อที่นักเรียนยังไม่เข้าใจและให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง

ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลการปฏิบัติกิจกรรมและหาข้อสรุปที่ถูกต้องแล้วให้นักเรียนจดลงสมุด

การประเมินผล

1. สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนปฏิบัติการ
2. ตรวจแบบบันทึกข้อมูล
3. ตรวจบัตรงานที่ 1.1

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนปฏิบัติการที่ 1
2. บัตรงานที่ 1.1
3. บัตรเฉลยที่ 1.1

คาบที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูทบทวนข้อสรุปในบทเรียนปฏิบัติการที่ 1 โดยการซักถาม

ขั้นปฏิบัติการ

1. ครูแจกบัตรงานที่ 1.2 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ
2. ครูแจกบัตรเฉลยให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
3. ครูอธิบายข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ แล้วให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเสริมทักษะเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงการทำงานจากบัตรงาน

การประเมินผล

1. สังเกตการทำบัตรงานที่ 1.2
2. ตรวจบัตรงานที่ 1.2

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 1.2
2. บัตรเฉลยที่ 1.2

<u>**กิจกรรมการเรียนการสอน**</u> <u>(วิธีสอนตามคู่มือครู)</u>

คาบที่ 1

ขั้นนำ

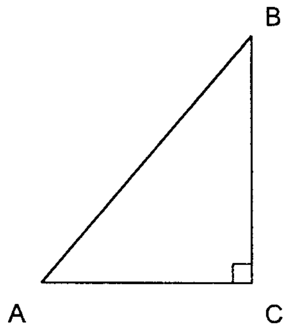
1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. ครูทบทวนถึงลักษณะและส่วนประกอบของสามเหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นสอน

1. ให้นักเรียนดูแผนภาพที่ 1

แผนภาพที่ 1

ลักษณะและส่วนประกอบของ △ มุมฉาก



สามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมใดมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก จากรูป

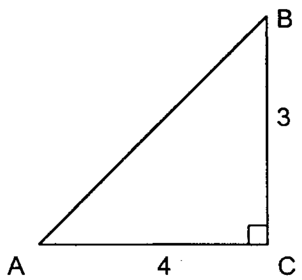
$A\hat{C}B = 90^\circ$ หรือ 1 มุมฉาก

$\overline{AC}$ และ $\overline{AB}$ เป็นด้านประกอบมุมฉาก

$\overline{AC}$ เป็นด้านตรงข้างมุมฉาก

- ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด

2. ครูให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีด้านประกอบมุมฉาก AC และ BC ยาว 4 เซนติเมตร และ 3 เซนติเมตร ตามลำดับ ให้นักเรียนวัดความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก AB



จากรูปครูซักถามนักเรียน

ด้านตรงข้ามมุมฉาก คือ $\overline{AB}$ ยาว 5 ซม.

ด้านประกอบมุมฉาก คือ AC ยาว 4 ซม.

ด้านประกอบมุมฉาก คือ $\overline{BC}$ ยาว 3 ซม.

ให้นักเรียนนำแต่ละด้านมายกกำลังสอง

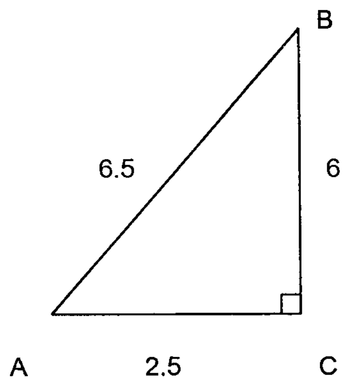
(ด้านตรงข้ามมุมฉาก AB)^2 = 25 ซม.

(ด้านประกอบมุมฉาก AC)^2 = 16 ซม.

(ด้านประกอบมุมฉาก BC)^2 = 9 ซม.

สังเกตความสัมพันธ์ทั้งสองด้านที่นำมายกกำลังสอง สรุปความสัมพันธ์ได้ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

3. ครูกำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มาให้บนกระดานดำ ดังรูป



ให้นักเรียนนำความยาวของแต่ละด้านมายกกำลังสอง จะได้

AB^2 = 42.25 หน่วย

AC^2 = 6.25 หน่วย

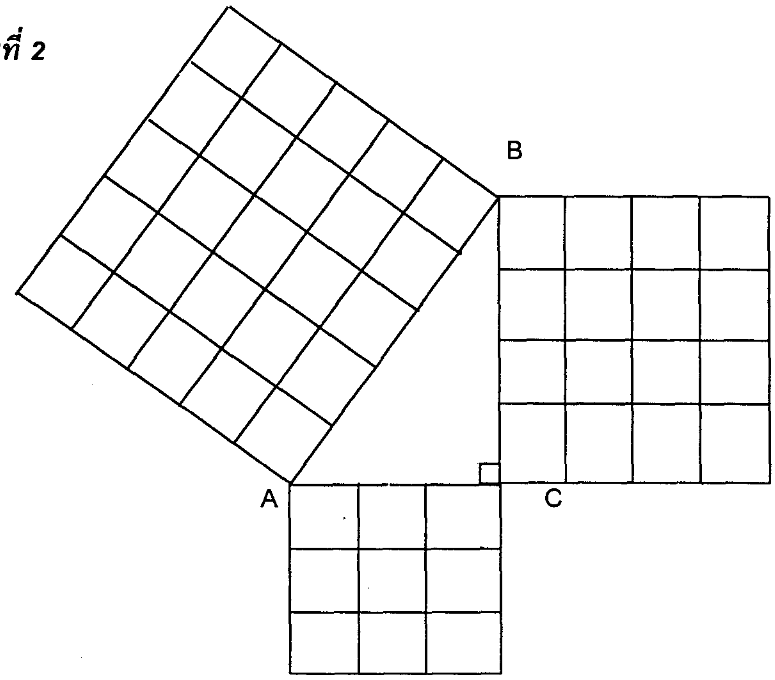
BC^2 = 36 หน่วย

สรุปความสัมพันธ์ได้ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลที่ได้จากกิจกรรมข้อ 2-3 ว่าด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีความสัมพันธ์กันอย่างไร (กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก)

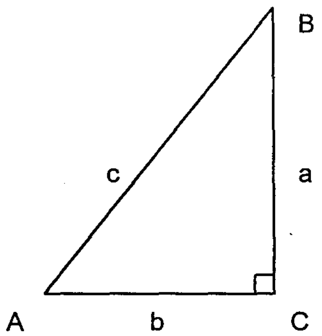
5. ครูนำนักเรียนอภิปรายว่ากำลังสองของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม คือพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านนั้น ๆ ดังนั้นผลที่ได้จากกิจกรรมข้อ 2-3 แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก พร้อมทั้งให้นักเรียนตรวจสอบจากแผนภาพที่ 2

แผนภาพที่ 2



ซึ่งสรุปได้ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส กล่าวว่า

ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉากจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้



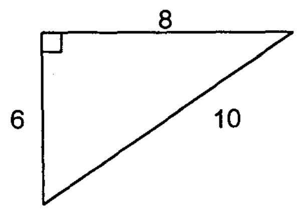
จากรูป $c^2 = a^2 + b^2$

* ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด

6. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ เราสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามได้ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

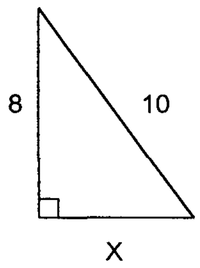
7. ครูกำหนดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์บนกระดานดำ (4 รูป)

เช่น



จากรูป $10^2 = 6^2 + 8^2$

8. ครูซักถามนักเรียนถึงถ้าเราทราบความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเรา จะหาความยาวของด้านที่สามได้โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส เช่น จงหาความยาวของ X



จาก $c^2 = a^2 + b^2$

จะได้ $10^2 = X^2 + 8^2$

$X^2 = 10^2 - 8^2$

$= 100 - 64$

$X^2 = 36$

ดังนั้น $X = \sqrt{36} = 6$

9. ครูกำหนดโจทย์ให้นักเรียนหาความยาวของด้านที่เหลืออีก 2 ข้อ

10. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

ครูใช้การซักถามเพื่อสรุปบทเรียน

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถาม
3. ตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นภาพที่ 1 , 2
2. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
3. แบบเรียน (ค 011)

คาบที่ 2

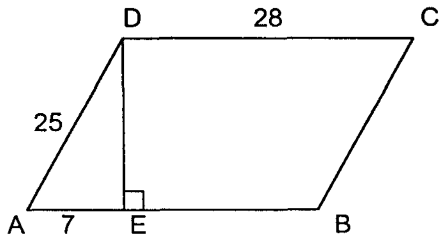
ขั้นนำ

ครูทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาหาหลักการทำเพื่อหาคำตอบต้องการโดยครูเป็นผู้ซักถามแล้วเขียนลงบนกระดานดำ

เช่น 1) ให้นักเรียนหาพื้นที่ของรูปต่อไปนี้มีหน่วยเป็นเซนติเมตร



วิธีทำ หา $\overline{DE}$ ก่อน

$\therefore \quad DE^2 = 25^2 - 7^2$

$= 625 - 49$

$= 576$

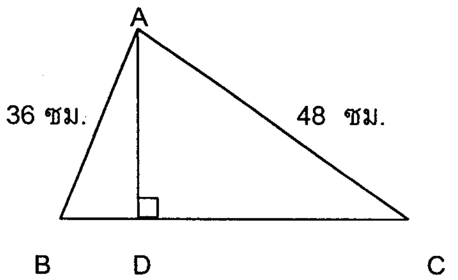
$DE = \sqrt{576} = 24$ ซม.

ดังนั้น พื้นที่ □ ABCD = 28 x 24

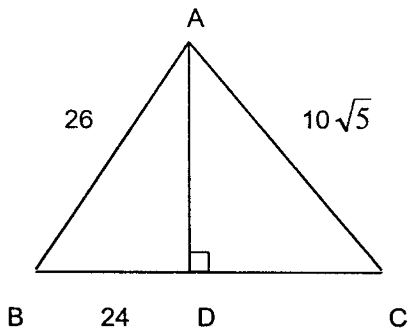
= 672 ตารางเซนติเมตร

2. กำหนดโจทย์อีก 3 ข้อ บนกระดานให้นักเรียนทำโดยครูใช้การถามตอบประกอบการอธิบาย แล้วนักเรียนทำไปพร้อม ๆ กัน

เช่น 1) ถ้า △ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น $\overline{BD}$ ยาวกี่เซนติเมตร



2) จากรูป AB = 26 นิ้ว, BD = 24 นิ้ว และ AC = $10\sqrt{5}$ นิ้ว จงหาพื้นที่ของรูป △ ABC



3) △ ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านประกอบมุมยอดด้านละ 8 เซนติเมตร มีฐานยาว 12 เซนติเมตร แกนสมมาตรของสามเหลี่ยมนี้ยาวกี่เซนติเมตร

3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปหลักการทำโจทย์

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจ
2. สังเกตการตอบคำถาม
3. ตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. โจทย์คำถาม
2. แบบฝึกหัด
3. แบบเรียน (ค 011)

บทเรียนปฏิบัติการที่ 1

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม.......... สมาชิกในกลุ่ม 1........................

2........................

3........................

4........................

เธอรู้หรือเปล่า.....ว่า

ความร่วมมือกันสำคัญเพียงใด..

<u>จุดประสงค์</u>

1. เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

<u>เวลาที่ใช้</u> 50 นาที

<u>สื่อและอุปกรณ์</u>

1. แผนภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขนาดต่าง ๆ
2. ไม้บรรทัดที่มีหน่วยเป็นเซนติเมตร

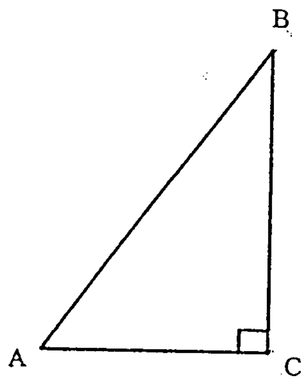
<u>การจัดกลุ่ม</u> กลุ่มละ 4 คน

<u>ปฏิบัติการ</u>

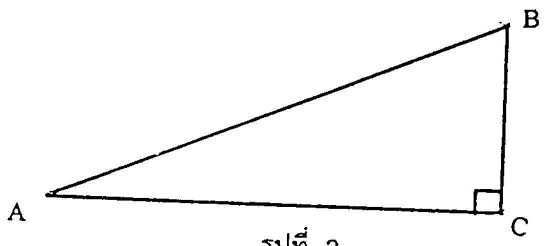
จากแผนภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. พิจารณาหาลักษณะร่วมของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแต่ละรูป และวัดความยาวของด้านทั้งสามของแต่ละรูป
2. หาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สร้างบนด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ทุกรูปแล้วบันทึกข้อมูลจากข้อ 1-2 ลงในตาราง
3. เปรียบเทียบผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AC, BC กับพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB และหาความสัมพันธ์ของด้านทั้งสาม
4. สรุปผลการปฏิบัติ

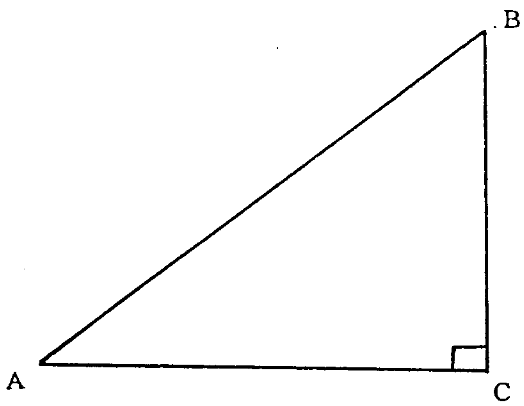
แผนภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



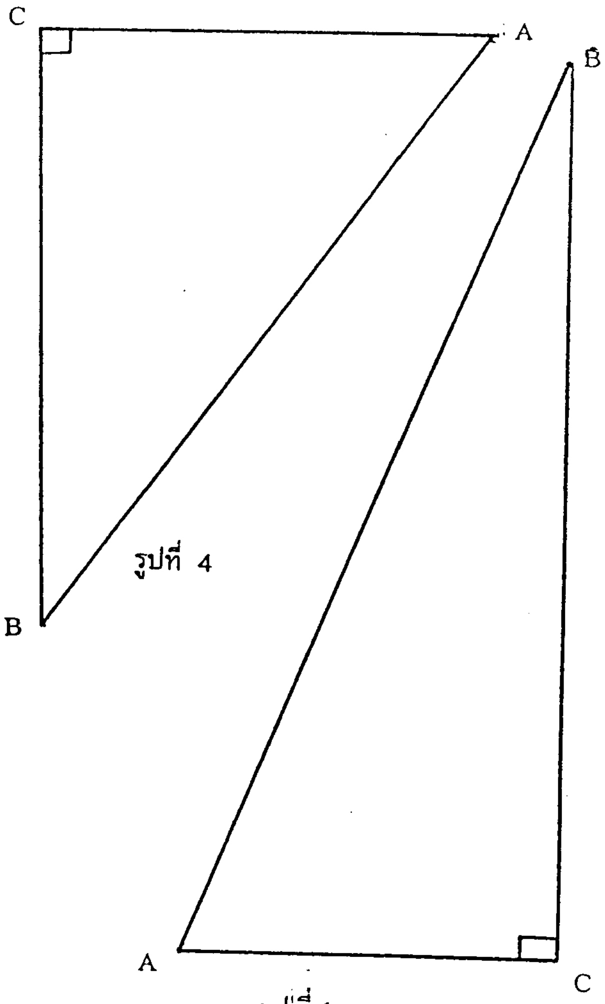
รูปที่ 1



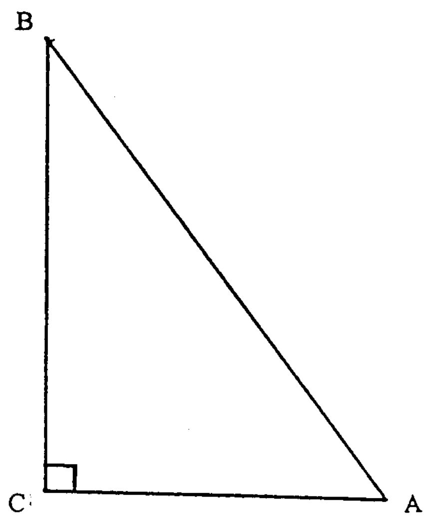
รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4



รูปที่ 5

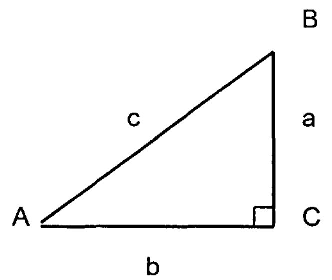
รูปที่ 6

แบบบันทึกผลการปฏิบัติการที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม..............

ลักษณะร่วมของรูปสามเหลี่ยมทั้ง 6 รูป	รูปที่	ความยาวของด้าน			พื้นที่ของ $\boxed{จ}$ บนด้าน		
		AC	BC	AB	AC	BC	AB
	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						



จากรูปจะได้.........................

สรุปผลการปฏิบัติ

....

....

....

....

....

บัตรงานที่ 1.1

เรื่องทฤษฎีของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

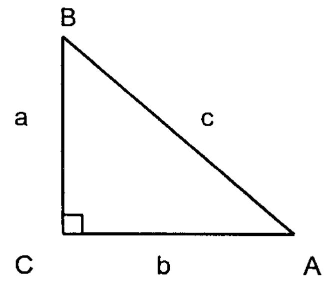
กลุ่ม...............

<u>เนื้อหา</u>

ทฤษฎีของปีทาโกรัส กล่าวถึงพื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากกับพื้นที่ของจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีความสัมพันธ์กันดังนี้

ในสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลรวมของพื้นที่จัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก กล่าวคือ

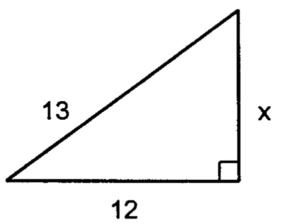
ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี ACB เป็นมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ดังนี้



จากรูปจะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

ถ้าเราทราบความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะหาความยาวของด้านที่สามได้โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ตัวอย่าง จงหาความยาวของด้าน X



วิธีทำ $13^2 = 12^2 + x^2$

$13^2 - 12^2 = x^2$

$169 - 144 = x^2$

$25 = x^2$

หรือ $x^2 = 25$

$x = 5$ และ (-5)

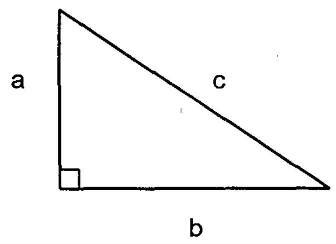
(จะใช้เฉพาะค่าบวก เพราะเป็นความยาวของด้าน)

ดังนั้น ด้าน x ยาว 5 หน่วย

แบบฝึกหัด

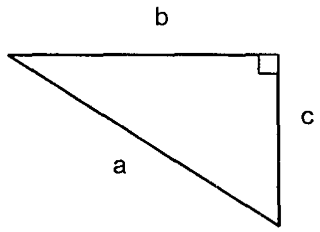
1. จงเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ให้ถือว่าตัวเลขและตัวอักษรที่กำกับด้านของรูปสามเหลี่ยมมีหน่วยเป็นเซนติเมตร

ก.



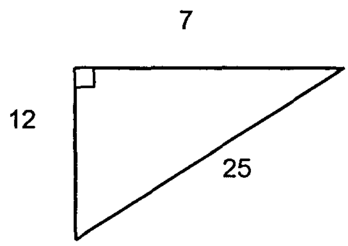
....

ข.



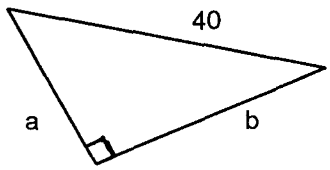
....

ค.



....

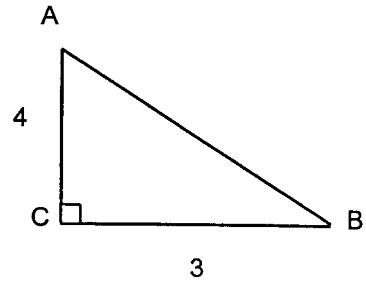
ง.



....

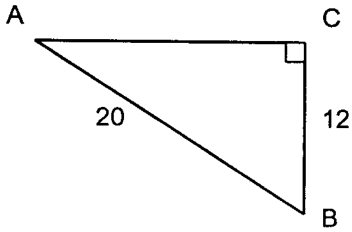
3. จงหาความยาวของด้านที่เหลือให้ถือว่าตัวเลขที่เขียนกำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว (จงแสดงวิธีทำ)

1)



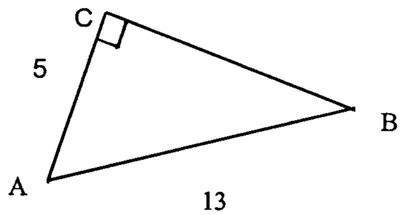
วิธีทำ

2)



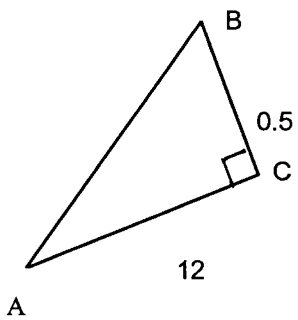
วิธีทำ

3)

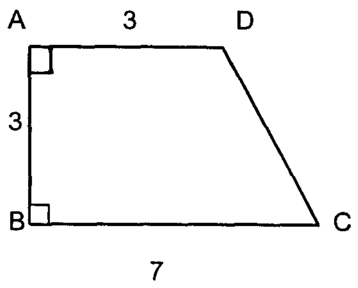


วิธีทำ

4)



วิธีทำ

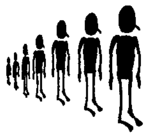
5)  **วิธีทำ**

...การร่วมมือและร่วมใจกันทำงาน
เป็นสิ่งหนึ่งที่จะทำให้งานสำเร็จลุล่วงไปได้...

บัตรงานที่ 1.2

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม...............

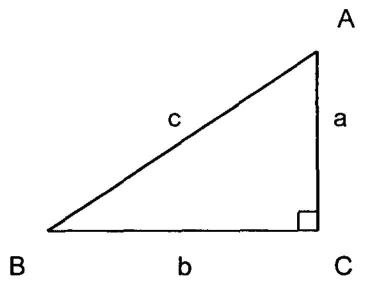


รีบเร่งช่วยกัน

แข็งขัน.....สู้ ๆ

แบบฝึกหัด

1. จงหาความยาวของด้านที่สามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ดังต่อไปนี้



1) $a = 24, \quad b = 7$

2) $a = 16, \quad c = 20$

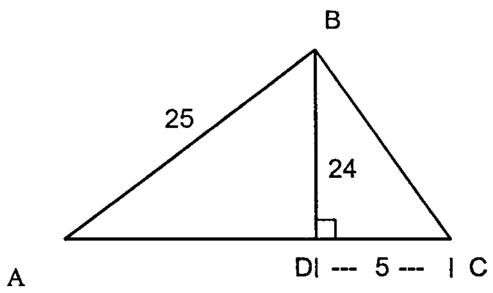
3) $b = 15, \quad c = 25$

4) $a = 9, \quad b = 12$

5) $b = 8, \quad c = 17$

2. จงหาพื้นที่ของรูปต่อไปนี้ ให้ถือว่าตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว (แสดงวิธีทำ)

ตัวอย่าง



จากรูป AB = 25 หน่วย

BD = 24 หน่วย

CD = 5 หน่วย

ดังนั้น $AB^2 = BD^2 + AD^2$

$25^2 = 24^2 + AD^2$

$AD^2 = 25^2 - 24^2$

$= 625 - 576$

$AD^2 = 49$

$AD = 7$

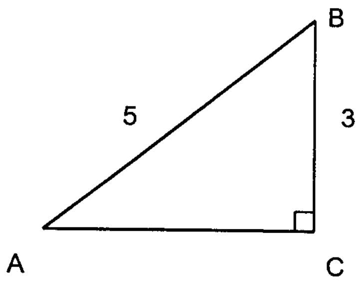
นั่นคือ พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times (7+5) \times 24$

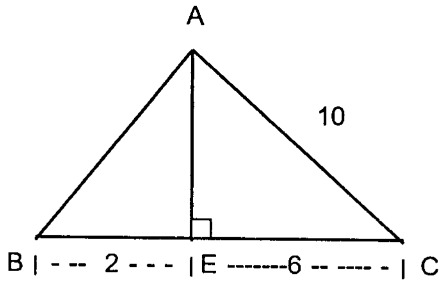
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 24$

$= 144$ ตารางหน่วย

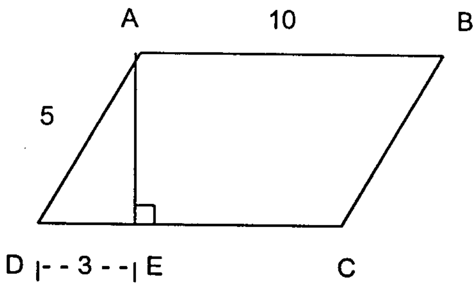
1)



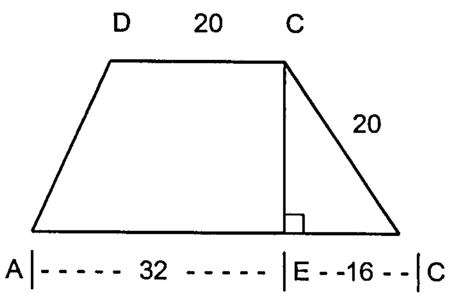
2)



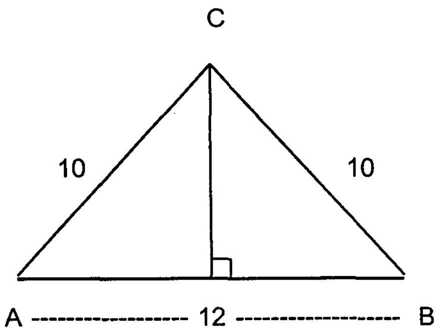
3)



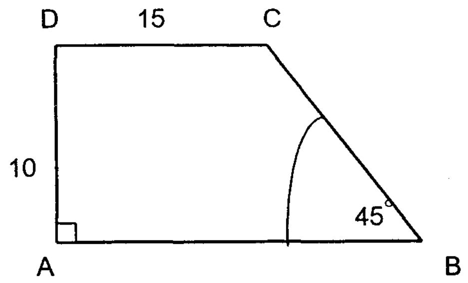
4)



5)



3. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งมีด้าน AD ยาว 10 เซนติเมตร ด้าน CD ยาว 15 เซนติเมตร และ $A\hat{B}C = 45^\circ$ จงหาความยาวของ $\overline{AB}$ และ $\overline{BC}$



แผนการสอนที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว a, b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

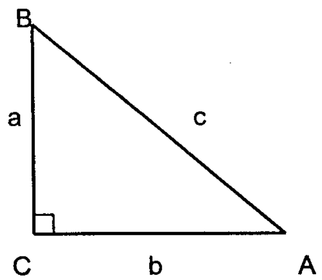
จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. สามารถบอกได้ว่าสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

เนื้อหา

บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส กล่าวว่า

ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว a, b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก



ถ้า $c^2 = a^2 + b^2$ แล้วสรุปได้ว่าสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนการสอน **(วิธีสอนแบบปฏิบัติการ)**

คาบที่ 1

ขั้นนำ

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. ครูอธิบายวิธีเรียนและสื่อการเรียนการสอนที่ใช้

ขั้นปฏิบัติการ

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมตามคำสั่งในบทเรียนปฏิบัติการ
2. ตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมารายงานผลการปฏิบัติ
3. ครูแจกบัตรงานที่ 2.1 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ
4. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 2.1 ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง

5. ครูอธิบายข้อผิดพลาดในข้อที่นักเรียนยังไม่เข้าใจและให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลการปฏิบัติกิจกรรมและหาข้อสรุปที่ได้และถูกต้อง แล้วให้นักเรียนจดลงสมุด

การประเมินผล

1. สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนปฏิบัติการ
2. ตรวจแบบบันทึกข้อมูล
3. ตรวจบัตรงานที่ 2.1

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนปฏิบัติการที่ 2
2. บัตรงานที่ 2.1
3. บัตรเฉลยที่ 2.1

คาบที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูทบทวนข้อสรุปในบทเรียนปฏิบัติการที่ 2 โดยการถามตอบ

ขั้นปฏิบัติการ

1. ครูแจกบัตรงานที่ 2.2 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ
2. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 2.2 ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
3. ครูอธิบายข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจแล้วให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ทำแบบฝึกหัดในหนังสือเสริมทักษะ

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป จากการปฏิบัติงานที่ 2.2

การประเมินผล

1. สังเกตจากการทำบัตรงานที่ 2.2
2. ตรวจบัตรงานที่ 2.2

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 2.2
2. บัตรเฉลยที่ 2.2

<u>กิจกรรมการเรียนการสอน</u> <u>(วิธีสอนตามคู่มือครู)</u>

คาบที่ 1

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูใช้การถามตอบทบทวนทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มีด้านยาว 3 เซนติเมตร 4 เซนติเมตร และ 5 เซนติเมตร แล้ววัดขนาดของมุมทั้งสาม
2. ครูถามนักเรียนว่า รูปสามเหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ ครูบอกให้นักเรียนสร้างรูปให้ถูกต้อง เพราะถ้าสร้างรูปได้ถูกต้องจะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านที่ยาว 5 เซนติเมตรเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก พร้อมให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของความยาวทั้งสามด้านของรูปสามเหลี่ยมนั้น
3. ครูให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีด้านยาว 7 เซนติเมตร 3 เซนติเมตร และ 5 เซนติเมตร แล้ววัดขนาดของมุมทั้งสาม พร้อมเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม
4. ให้นักเรียนสังเกตรูปและความสัมพันธ์ในข้อ 1-3 โดยครูซักถามและอธิบายไปพร้อม ๆ กัน
5. ครูกำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ให้นักเรียนหาว่ารูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ โดยครูซักถามนักเรียนแล้วทำไปพร้อม ๆ กัน

เช่น 1) 5, 3, 4

วิธีทำ $5^2 = 25$

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$\therefore 5^2 = 3^2 + 4^2$

ดังนั้น สามเหลี่ยมรูปนี้เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

2) 4, 8, 7

วิธีทำ $8^2 = 64$

$4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$

$\therefore 8^2 \neq 4^2 + 7^2$

ดังนั้น สามเหลี่ยมรูปนี้ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

6. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากการทำตัวอย่างแล้วสรุปเป็นบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

(บทกลับของทฤษฎีของปีทาโกรัส
ถ้า ABC เป็นสามเหลี่ยมมีด้านยาว a, b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากและ c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก)

การประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน
2. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน
3. การตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. โจทย์ตัวอย่าง
2. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

คาบที่ 2

ขั้นนำ

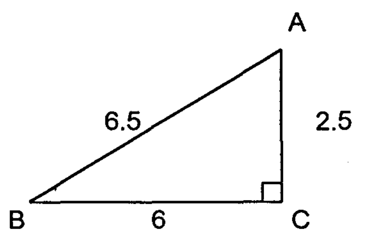
1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูทบทวนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยการซักถามนักเรียนเป็นรายบุคคล

ขั้นสอน

1. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่าง การแสดงว่าสามเหลี่ยมนั้น ๆ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ โดยใช้บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ดังนี้

ตัวอย่าง ถ้า ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มี $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{AB}$ ยาว 6, 2.5 และ 6.5 เซนติเมตรตามลำดับ สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

วิธีทำ



ให้ AB = 6.5 เซนติเมตร
CA = 2.5 เซนติเมตร
BC = 6 เซนติเมตร

และ $AB^2 = 42.25$
$CA^2 = 6.25$
$BC^2 = 36$
$CA^2 + BC^2 = 6.25 + 36$
$= 42.25$

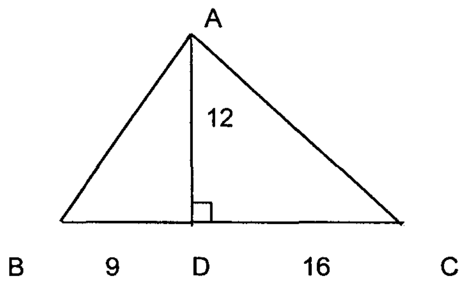
จะเห็นว่า $AB^2 = CA^2 + BC^2$

ดังนั้น สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และมี $\overline{AB}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

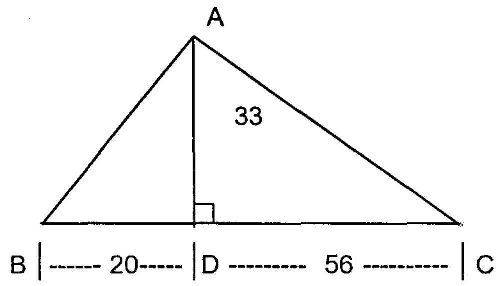
2. ครูกำหนดโจทย์อีก 2 ข้อ ให้นักเรียนทำโดยครูถามตอบประกอบการอธิบาย แล้วให้นักเรียนทำไปพร้อม ๆ กัน

<u>โจทย์</u> ให้นักเรียนแสดงว่ารูปสามเหลี่ยม ABC ในแต่ละข้อเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

1)



2)



3.ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

ครูซักถามนักเรียนเพื่อสรุปบทเรียนร่วมกัน

การประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
3. ตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. โจทย์กิจกรรม
2. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน
3. แบบเรียน ค 011 ของ สสวท.

บทเรียนปฏิบัติการที่ 2

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม..............

สมาชิกในกลุ่ม 1.......................

2.......................

3.......................

4.......................

❀...การศึกษาพัฒนาสมอง ต้องฝึกต้องลองอยู่เสมอ...❀

จุดประสงค์

เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมกับขนาดของมุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุดของรูปสามเหลี่ยม

เวลาที่ใช้ 50 นาที

สื่อและอุปกรณ์

1. แผนภาพรูปสามเหลี่ยมขนาดต่าง ๆ
2. ไม้โปรแทรกเตอร์

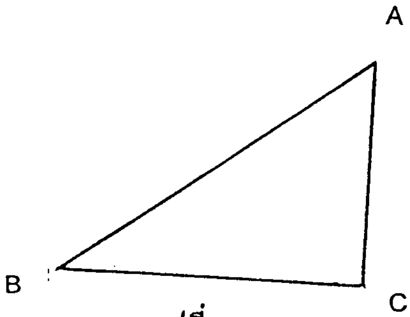
การจัดกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน

ปฏิบัติการ

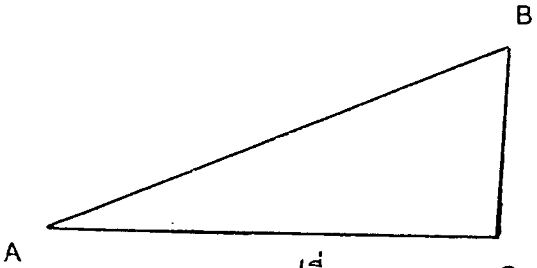
จากแผนภาพรูปสามเหลี่ยม ABC ขนาดต่าง ๆ ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB, BC และ AC
2. หาผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน BC กับ AC
3. เปรียบเทียบผลบวกของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน BC กับ AC กับพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB แล้วเขียนความสัมพันธ์ของด้านทั้งสาม
4. วัดขนาดของมุมแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยมทุกรูปแล้วบันทึกข้อมูลจากข้อ 1-4 ลงในตารางบันทึกผล
5. พิจารณาความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามในข้อ 3 กับขนาดของมุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่ยาวที่สุด
6. สรุปผลการปฏิบัติ

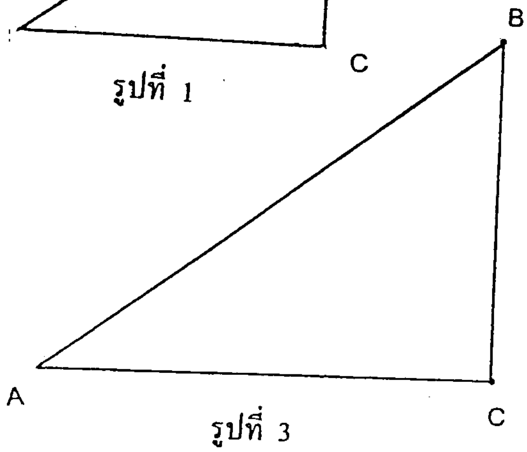
แผนภาพรูปสามเหลี่ยม



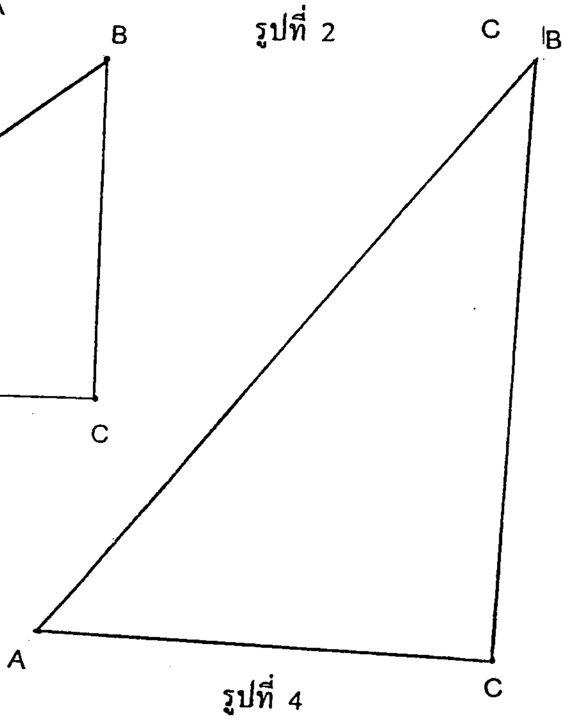
รูปที่ 1



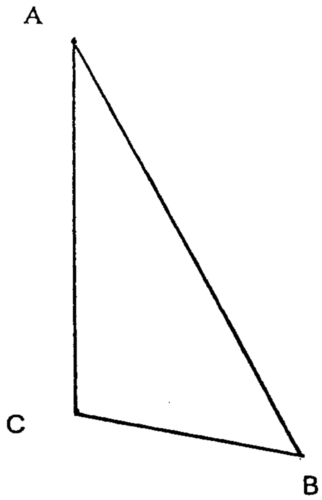
รูปที่ 2



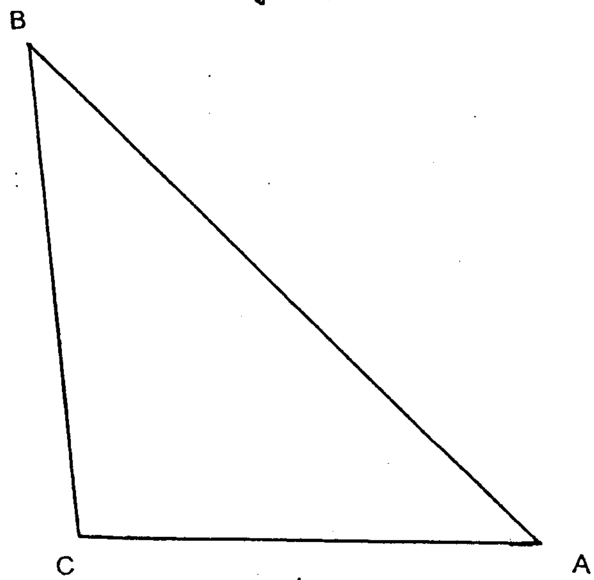
รูปที่ 3



รูปที่ 4



รูปที่ 5



รูปที่ 6

แบบบันทึกผลการปฏิบัติการที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

กลุ่ม ....

ลักษณะของรูป	ความยาวของด้าน			พื้นที่ ๆ บนด้าน			ขนาดของ	ความสัมพันธ์ของด้าน	ขนาดของมุม		
ABC ขนาดต่าง ๆ	AB	AC	BC	AB	AC	BC	AC^2+BC^2	ทั้งสามของรูป $\triangle$ ABC	A	B	C
รูปที่ 1	5	3	4	25	9	16	25	$AB^2 = AC^2 + BC^2$	30°	60°	90°
รูปที่ 2											
รูปที่ 3											
รูปที่ 4											
รูปที่ 5											
รูปที่ 6											

สรุปผลการปฏิบัติการ

....

....

....

บัตรงานที่ 2.1

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม..............

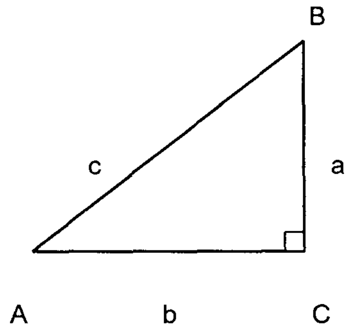
ร่วมมือกันคิด .... พิชิตความสำเร็จ

เนื้อหา

บทกลับของทฤษฎีบทปีทาโกรัส

บทกลับของทฤษฎีบทปีทาโกรัส กล่าวว่า

ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว a, b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และมีด้านที่ยาว c หน่วยเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก



ถ้า $c^2 = a^2 + b^2$ แล้วสรุปได้ว่าสามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

*ข้อสังเกตบางประการทฤษฎีบทและบทกลับของปีทาโกรัส

1. ถ้าสามเหลี่ยม ABC มี ACB เป็นมุมฉากจะได้ $c^2 = a^2 + b^2$
2. และถ้า $c^2 = a^2 + b^2$ แล้วจะได้สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก จะเห็นว่า
    ก. ส่วนที่เป็นเหตุของทฤษฎีบท คือส่วนที่เป็นผลของบทกลับ
    ข. ส่วนที่เป็นเหตุของบทกลับ คือส่วนที่เป็นผลของทฤษฎีบท
3. ถ้ากำหนดความยาวด้านของสามเหลี่ยมมุมฉากมาให้ 3 ด้าน ด้านที่ยาวที่สุดจะเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากเสมอ

แบบฝึกหัด

กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC ให้ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมในข้อใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

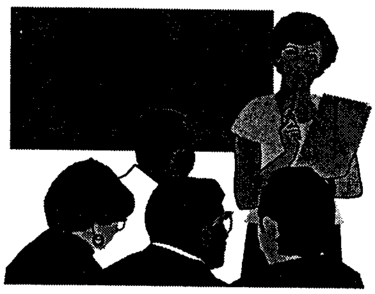
1. a = 0.3, b = 0.4, c = 0.5

2. $a = 5, \quad b = 13, \quad c = 12$

3. $a = 7, \quad b = 12, \quad c = 15$

4. $a = 26, \quad b = 24, \quad c = 10$

5. $a = 18, \quad b = 82, \quad c = 81$



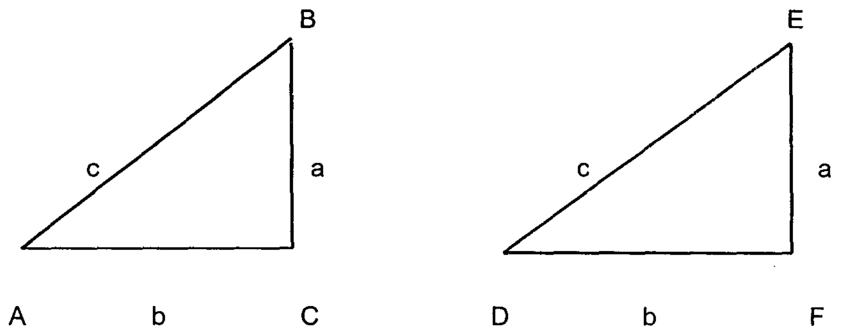
บัตรงานที่ 2.2

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม..............

แบบฝึกหัด

1. จงเติมข้อความและเหตุผลลงในช่องว่างให้ถูกต้อง



กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง มีด้านยาว a, b และ c หน่วย ตามลำดับ และ $c^2 = a^2 + b^2$

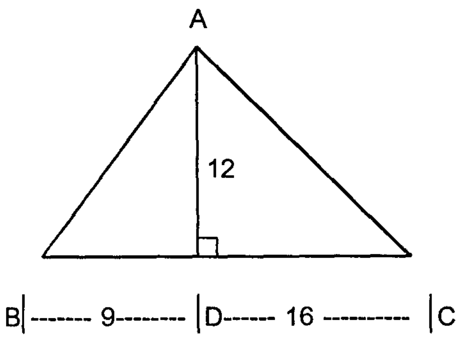
ต้องการพิสูจน์ว่า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

พิสูจน์

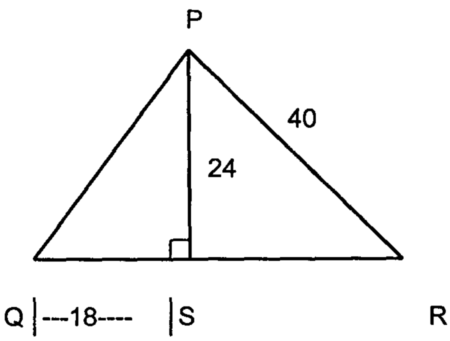
สร้างเพื่อการพิสูจน์ สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF ให้ $D\hat{F}E$ เป็นมุมฉาก โดยให้ด้านประกอบมุมฉาก $\overline{EF}$ ยาว a หน่วย $\overline{DF}$ ยาว b หน่วยตามลำดับ

ข้อความ	เหตุผล
1. EF = BC = a และ DF = ...=.......	1. จากการสร้าง
2. $\triangle$ DEF ได้ DE^2 =.........................	2. ....
3. $\triangle$ ABC ได้ $c^2 = a^2 + b^2$	3. ....
4. $DE^2 = c^2$	4. ....
5. DE = c	5. ....
6. ฉะนั้น $\triangle$ DEF = $\triangle$ ABC	6. ....
7. $A\hat{C}B = D\hat{F}E$	7. ....
8. แต่ $D\hat{F}E = 90^\circ$	8. จากการสร้าง
9. จะได้ $A\hat{C}B = 90^\circ$	9. ....
10. นั่นคือ $\triangle$ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก	10. ....

2. จากรูปที่กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมี $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$, AD = 12 หน่วย BD = 9 หน่วย และ CD = 16 หน่วย จงแสดงว่า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

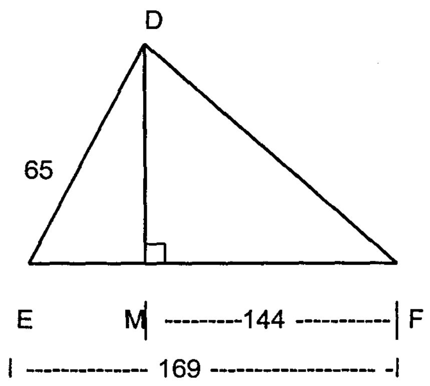


3.



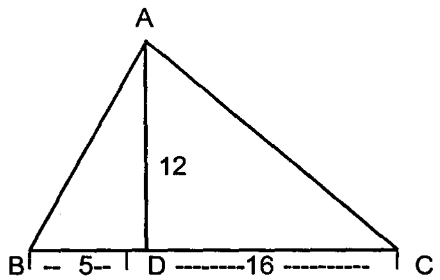
จากรูป PQR เป็นรูปสามเหลี่ยม มี $\overline{PS}$ ตั้งฉากกับ $\overline{QR}$, PS = 24 หน่วย, QS = 18 หน่วย และ PR = 40 หน่วย จงแสดงว่าสามเหลี่ยม PQR เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

4.



จากรูป DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมี $\overline{DM}$ ตั้งฉากกับ $\overline{EF}$, DE = 65 หน่วย, FM = 144 หน่วย และ EF = 169 หน่วย จงแสดงว่า $E\hat{D}F = 90^\circ$

5.



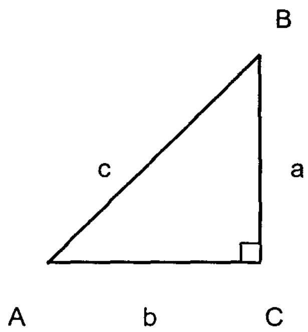
จากรูป กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมี $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ถ้า AD = 12 หน่วย, BD = 5 หน่วย และ CD = 16 หน่วย แล้ว ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ เพราะเหตุใด

แผนการสอนที่ 3

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่องการนำไปใช้ เวลา 3 คาบ

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสใช้ในการหาความกว้างความยาวหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ ได้ โดยอาศัยความสัมพันธ์ดังนี้



จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

นำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ได้

เนื้อหา

การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสใช้ในการหาความกว้างความยาวหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ

กิจกรรมการเรียนการสอน (วิธีสอนแบบปฏิบัติการ)

คาบที่ 1

ขั้นนำ

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูทบทวนทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยการถามตอบ
3. ครูแจกบัตรงานที่ 3.1

ขั้นปฏิบัติการ

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำบัตรงานที่ 3.1
2. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 3.1 ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
3. ครูอธิบายข้อผิดพลาดให้นักเรียนที่ยังไม่เข้าใจ และให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนหน้า 104 ข้อ 1-3

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลการทำบัตรงาน

การประเมินผล

1. สังเกตการปฏิบัติงาน
2. ตรวจบัตรงานและแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 3.1
2. บัตรเฉลยที่ 3.1

คาบที่ 2

ขั้นนำ

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูทบทวนทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยการซักถาม
3. ครูเฉลยแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนหน้า 104 ข้อ 1-3 พร้อมทั้งอธิบายข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจและให้นักเรียนแก้ไขข้อผิดพลาดให้ถูกต้อง

ขั้นปฏิบัติการ

1. ครูแจกบัตรงานที่ 3.2 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ
2. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 3.2 ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
3. ครูอธิบายข้อผิดพลาดในข้อที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ และให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนหน้า 104-105 ข้อ 4-7

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายผลการทำบัตรงาน

การประเมินผล

1. สังเกตการปฏิบัติงาน
2. ตรวจบัตรงานและแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 3.2
2. บัตรเฉลยที่ 3.2

คาบที่ 3

ขั้นนำ

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูทบทวนทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยการถามตอบ
3. ครูเฉลยแบบฝึกหัดในหนังสือหน้า 104-105 ข้อ 4-7 พร้อมอธิบายข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ และให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง

ขั้นปฏิบัติการ

1. ครูแจกบัตรงานที่ 3.3 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ

2. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 3.3 ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
3. ครูอธิบายข้อผิดพลาดในข้อที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ และให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเสริมทักษะ

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายการทำกิจกรรมจากบัตรงาน

การประเมินผล

1. สังเกตการทำบัตรงานที่ 3.3
2 ตรวจบัตรงานและแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 3.3
2. บัตรเฉลยที่ 3.3

<u>กิจกรรมการเรียนการสอน</u> <u>(วิธีสอนตามคู่มือครู)</u>

คาบที่ 1

ขั้นนำ

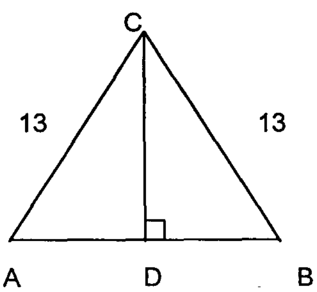
1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูทบทวนทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสโดยการซักถาม

ขั้นสอน

1. ครูนำเสนอตัวอย่างให้นักเรียนช่วยกันหาแนวทางแก้ปัญหาโดยครูเขียนวิธีที่ถูกต้องจากคำตอบของนักเรียนบนกระดานดำ เช่น

<u>ตัวอย่าง</u> ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีฐาน AB ยาว 10 เซนติเมตร และด้านประกอบมุมยอดยาว 13 เซนติเมตร $\overline{CD}$ เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุมยอด ACB ตัด $\overline{AB}$ ที่จุด D จงหาความยาว $\overline{CD}$

<u>วิธีทำ</u> จากสมบัติสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เส้นที่แบ่งครึ่งมุมยอดจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับฐาน



$\therefore$ $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ที่จุด D

AD = 5 เซนติเมตร

$CD^2 = AC^2 - AD^2$

$= 13^2 - 5^2$

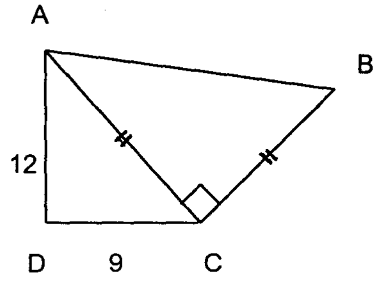
$= 169 - 25 = 144$

$\therefore$ $CD = \sqrt{144} = 12$

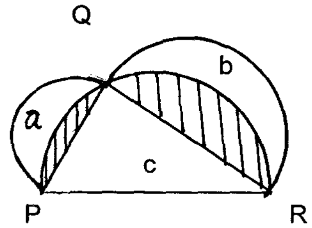
ดังนั้น CD = 12 เซนติเมตร

2. ครูกำหนดโจทย์อีก 4 ข้อ ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา โดยครูซักถามนักเรียนเป็นรายบุคคล แล้วเขียนวิธีที่ถูกต้องตามคำตอบของนักเรียนบนกระดานดำ ตัวอย่างโจทย์

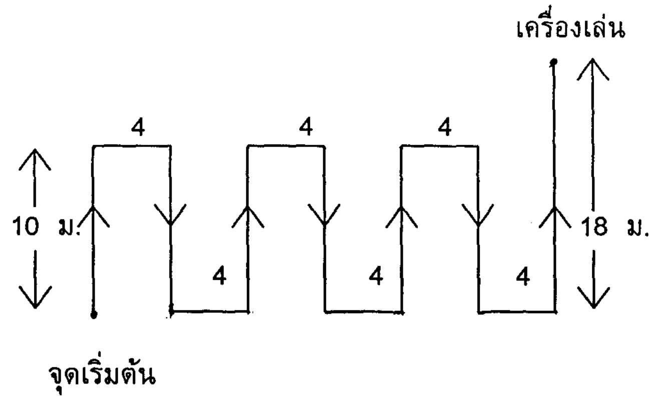
1) จากรูปจงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



2) จากรูปจงแสดงว่า พื้นที่ c = พื้นที่ a + พื้นที่ b



3) สวนสนุกแห่งหนึ่งจัดสถานที่ให้คนเข้าแถวก่อนเล่นเครื่องเล่น ดังรูป



จงหาว่าถ้าเดินในแนวตรงจากจุดเริ่มต้นเข้าแถวไปยังเครื่องเล่น จะใช้ระยะทางสั้นกว่าเดินไปตามแนวแถวที่สวนสนุกกำหนดไว้กี่เมตร

4) กระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาว 25 นิ้ว มีพื้นที่ 500 ตารางนิ้ว จะมีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวกี่นิ้ว

3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

การประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน
3. ดูจากการทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. โจทย์คำถาม
2. แบบฝึกหัดในหนังสือเรียน
3. แบบเรียน ค 011

คาบที่ 2

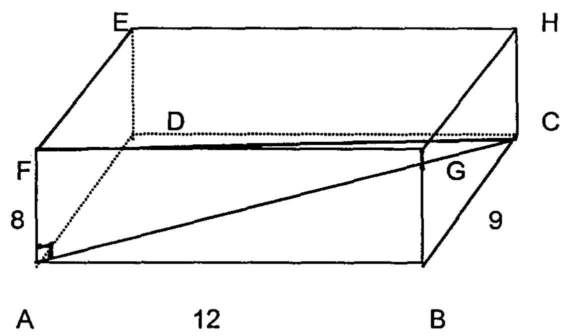
ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและบทกลับของปีทาโกรัสโดยการซักถามเป็นรายบุคคล
2. เฉลยแบบฝึกหัดข้อที่ผิดพลาด

ขั้นสอน

ครูกำหนดโจทย์และให้นักเรียนตอบคำถามโดยครูเป็นผู้ซักถามแล้วเขียนคำตอบที่ถูกต้องบนกระดานดำ

เช่น 1) ABCDEFGH เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาว AF ยาว 8 ซม. ด้าน AB ยาว 12 ซม. และด้าน BC ยาว 9 ซม. จงหาความยาวของ $\overline{FC}$



จากรูป $\triangle$ AFC มี A เป็นมุมฉาก

FC^2 = __________ + __________

หา AC^2 จากสามเหลี่ยม ABC

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

สามเหลี่ยม AFC ; FC^2 = __________ + AC^2

$FC^2 = AF^2$ + (______ + ______)

= __________ + (__________)

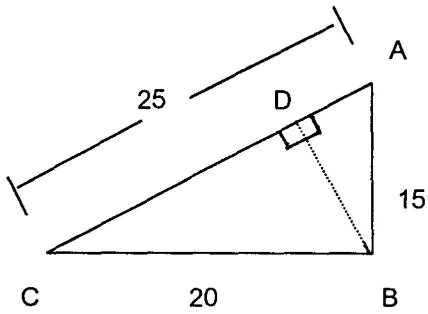
= __________ + __________

$=$ __________

$FC^2 =$ __________

$FC =$ __________ เซนติเมตร (17)

2) ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม $\overline{AB}$ ยาว 15 หน่วย $\overline{BC}$ ยาว 20 หน่วย $\overline{AC}$ ยาว 25 หน่วย และ $\overline{BD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ จงหาความยาวของ $\overline{BD}$



จากรูป $\triangle$ ABD และ $\triangle$ BCD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$\triangle ABD$; $BD^2 = AB^2 - AD^2$

$BD^2 =$ __________ .... (1)

$\triangle BCD$; $BD^2 =$ __________

$BD^2 =$ __________ .... (2)

(1) = (2) ; $15^2 - AD^2 = 20^2 - CD^2$

แทนค่า CD ด้วย (25 - AD)

จะได้ $15^2 - AD^2 = 20^2 - (25 - AD)^2$

$225 - AD^2 = 400 - (625 - 50AD + AD^2)$

$225 - AD^2 =$ __________

$=$ __________

$AD^2 =$ __________

$=$ __________

$AD =$ __________

แทนค่า AD = 9 ใน (1)

$BD^2 = 225 - 9^2$

$=$ __________

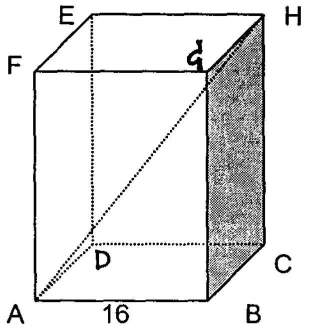
$=$ __________

นั่นคือ $BD =$ __________ หน่วย (12)

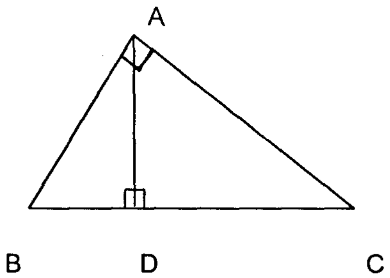
2. ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยกิจกรรมทีละข้อ

3. ครูให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้พร้อม ๆ กัน

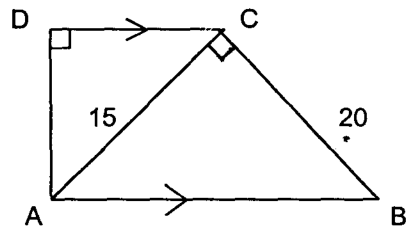
1) จากรูป ABCDEFGH เน้นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีด้าน AB ยาว 16 เซนติเมตร ด้าน BC ยาว 12 เซนติเมตร ถ้าด้าน AH ยาว 25 เซนติเมตร จงหาความยาวด้าน AF



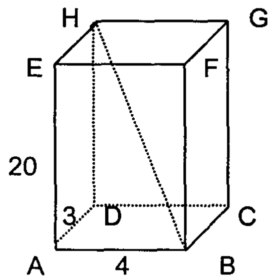
2) จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมฉาก ด้าน BC ยาว 13 เซนติเมตร ด้าน AC ยาว 12 เซนติเมตร และ $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ จงหาความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC และความยาวของด้าน AD



3) จากรูปกำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มี $\overline{AC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{CD}$ ถ้า AC = 15 หน่วย BC = 20 หน่วย จงหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ABCD



4) กำหนดให้ ABCDEFGH เป็นกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากฝาเปิด ซึ่งความยาว AD : AB = 3 : 4 , AE = 20 นิ้ว ถ้า BH = 25 นิ้ว จงหาปริมาตรของกล่องใบนี้



4. ครูเรียกนักเรียนสุ่มจากเลขที่ออกมาแสดงวิธีทำ เฉลยทีละข้อ โดยครูคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีปัญหา
5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายหลักการในการแก้ปัญหาโจทย์

การประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ
2. สังเกตจากการตอบคำถาม
3. สังเกตจากการทำงาน
4. ดูจากการทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. ใบกิจกรรม
2. โจทย์คำถาม
3. แบบเรียน ค 011
4. แบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

คาบที่ 3

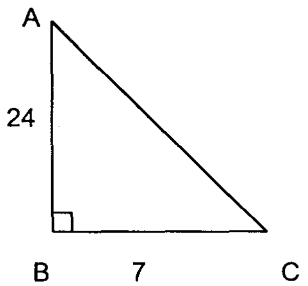
ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูทบทวนเกี่ยวกับทฤษฎีบทและบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยการถามตอบ
3. ครูเฉลยแบบฝึกหัด

ขั้นสอน

1. ครูนำเสนอตัวอย่างให้นักเรียนช่วยกันหาแนวทางแก้ปัญหา ซึ่งครูอาจจะช่วยอธิบาย โดยใช้การถาม-ตอบ แล้วเขียนวิธีที่ถูกต้องจากคำตอบของนักเรียนบนกระดานดำ

<u>ตัวอย่าง</u> แดงกวาต้องการหาความยาวของเชือกที่ใช้เชิญธง เมื่อเสาธงสูง 24 เมตร และผู้เชิญธงต้องอยู่ห่างจากเสาธง 7 เมตร ถ้าไม่คิดความสูงของผู้เชิญธง ต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อยเท่าไร



ให้ $\overline{AB}$ เป็นความสูงของเสาธง

$\overline{BC}$ เป็นระยะที่ผู้เชิญธงยืนห่างจากเสาธง

$\overline{AC}$ เป็นความยาวของเชือกจากยอดเสาธงถึงผู้เชิญธง

ดังนั้น AB = 24 เมตร

BC = 7 เมตร

$$\therefore \quad AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$= 24^2 + 7^2$$
$$= 576 + 49$$
$$= 625$$
$$\therefore \quad AC^2 = \sqrt{625} = 25$$

นั่นคือ ต้องใช้เชือกยาว 50 เมตร

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้โดยให้ช่วยกันทำเป็นคู่
   1) แมงปอยืนอยู่กลางแจ้งเห็นเงาตัวเองทอดยาวบนพื้น วัดความยาวได้ 2.5 ฟุต และวัดระยะจากปลายศรีษะถึงปลายเงาได้เท่าใด ถ้าแมงปอสูง 6 ฟุต
   2) บันไดอันหนึ่งยาว 3.4 เมตร วางพาดกำแพงสูง 3 เมตร โคนบันไดห่างจากกำแพงเท่าไร
   3) เรือลำหนึ่งแล่นไปทางทิศตะวันออก 10 กิโลเมตร แล่นไปทางทิศเหนือ 10 กิโลเมตร แล้วแล่นไปทางทิศตะวันออกอีก 14 กิโลเมตร เรือลำนี้ห่างจากจุดตั้งต้นกี่กิโลเมตร
   4) ลูกโป่งลอยเหนือศีรษะของแดนพอดี ลิ่มไม้ผูกสายป่านลูกโป่งอยู่ห่างจากเขา 30 เมตร และทราบว่าสายป่านนั้นยาว 50 เมตร ลูกโป่งอยู่สูงจากพื้นตรงที่เขายืนเท่าไร
   5) ลูกเสือต้องการหาความสูงของต้นไม้ เขาจึงเดินถอยหลังห่างออกไป แล้วนอนราบเล็งที่ยอดต้นไม้เป็นมุม 45 องศาพอดี เพื่อวัดระยะห่าง
3. ครูเรียกอาสาสมัครออกมาแสดงวิธีทำเฉลยโจทย์คนละ 1 ข้อ
4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเสริมทักษะ

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจของนักเรียน
2. สังเกตการทำงาน
3. สังเกตการตอบคำถาม
4. สังเกตการทำแบบฝึกหัด

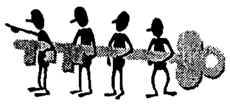
สื่อการเรียนการสอน

1. โจทย์คำถาม
2. หนังสือเสริมทักษะ
3. แบบเรียน ค 011

บัตรงานที่ 3.1

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม...............

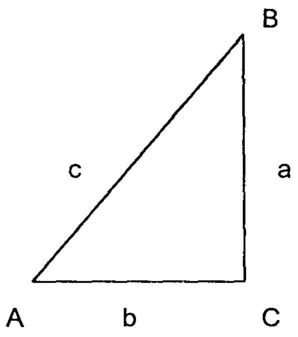


เมื่อมีปัญหา.........แก้ไขด้วยการช่วยกันคิด

เนื้อหา

การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ในการหาความกว้างความยาวหรือความสูงของสิ่งต่าง ๆ



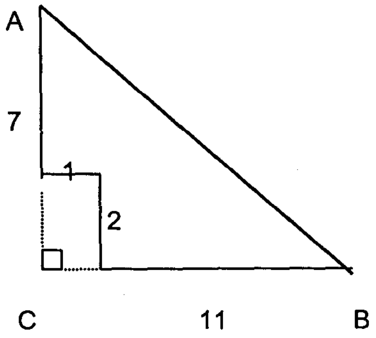
จะได้ $c^2 = a^2 + b^2$

<u>แบบฝึกหัด</u>

ตัวอย่าง

ชายผู้หนึ่งขับรถไปทางทิศใต้ 7 กิโลเมตร จากนั้นขับไปทางทิศตะวันออกอีก 1 กิโลเมตร แล้วขับต่อไปทางทิศใต้ 2 กิโลเมตร และไปทางทิศตะวันออกอีก 11 กิโลเมตร จงหาว่าชายผู้นี้อยู่ห่างจากจุดตั้งต้นเท่าใด

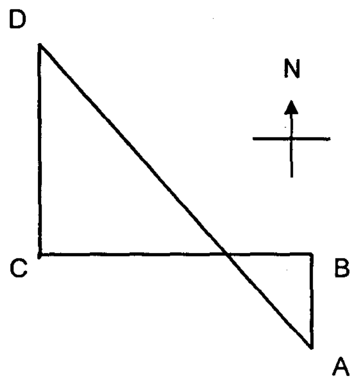
<u>วิธีทำ</u> ให้ A แทนจุดเริ่มต้น และ B แทนจุดปลาย เขียนแผนผังการเดินทางได้ดังนี้



จากรูป ต่อเส้นตรงจาก A และ B ให้ไปตัดกันที่ C ดังนั้น

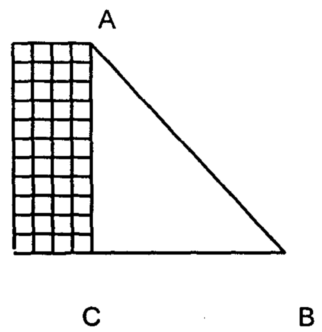
$$
\begin{aligned}
AB^2 &= AC^2 + CB^2 \\
&= 9^2 + 12^2 \\
&= 81 + 144 \\
&= 225 \\
AB &= 15
\end{aligned}
$$

ดังนั้นชายคนนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 15 กิโลเมตร



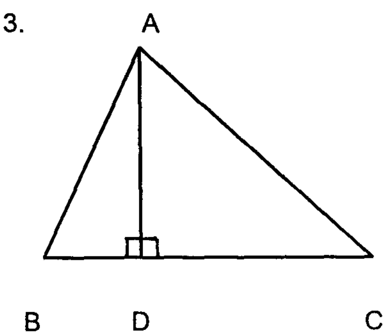
จากรูป เมือง B อยู่ทางทิศเหนือของ A และอยู่ห่างกัน 5 กิโลเมตร เมือง C อยู่ทางทิศตะวันตกของเมือง B และอยู่ห่างกัน 12 กิโลเมตร เมือง D อยู่ทางทิศเหนือของเมือง C และอยู่ห่างกัน 11 กิโลเมตร จงหาระยะทางระหว่างเมือง A และเมือง D

2. จากรูปให้ $\overline{AB}$ แทนความยาวของบันไดอันหนึ่ง $\overline{AC}$ แทนความสูงของปลายบันไดซึ่งวางพิงกำแพงตึกจากพื้น และ $\overline{BC}$ แทนระยะห่างของปลายบันไดอีกข้างหนึ่งกับกำแพง จงตอบคำถามต่อไปนี้



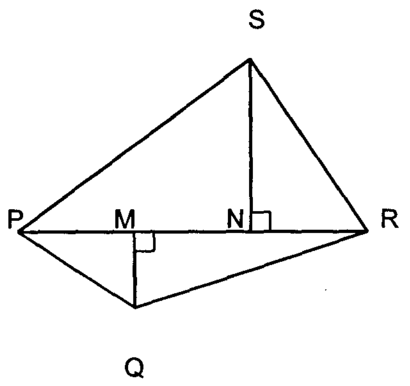
1) ถ้าปลายบันไดอยู่สูงจากพื้นดิน 2.0 เมตร และปลายบันไดอีกข้างหนึ่งอยู่ห่างจากกำแพง 1.5 เมตร จงหาความยาวของบันได
2) ถ้าบันไดยาว 6.5 เมตร และปลายบันได ข้างหนึ่งอยู่ห่างจากกำแพง 2.5 เมตร อยากทราบว่าปลายบันไดอีกข้างหนึ่งอยู่สูงจากพื้นเท่าไร

3.



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้าน AB ยาว 10 หน่วย ด้าน BC ยาว 21 หน่วย และ $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ และด้าน AD ยาว 8 หน่วย จงหาความยาวของด้าน AC

4.

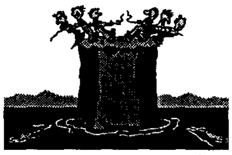


จากรูป PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ซึ่งมีด้าน PR ยาว 28 หน่วย ด้าน PS ยาว 26 หน่วย ด้าน QR ยาว 25 หน่วย $\overline{QM}$ และ $\overline{SN}$ ตั้งฉากกับ $\overline{PR}$ และด้าน PM ยาว 8 หน่วย ด้าน SN ยาว 24 หน่วย จงหาความยาวของด้าน PQ, SR และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม PQRS

บัตรงานที่ 3.2

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม...............



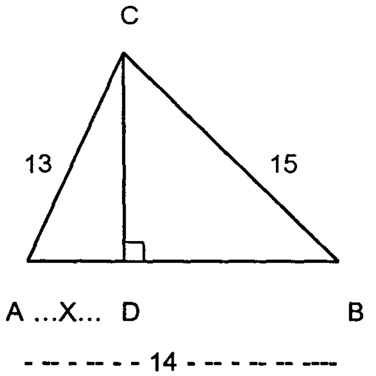
" ร่วมด้วยช่วยกันงานก็จะสำเร็จ "

แบบฝึกหัด

ตัวอย่าง

ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ มีด้าน AB ยาว 14 หน่วย ด้าน BC ยาว 15 หน่วย และด้าน CA ยาว 13 หน่วย เส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด C มายังด้าน AB ยาวเท่าไร

วิธีทำ



จากรูป $\triangle$ ADC จะได้

$AC^2 = CD^2 + AD^2$

$13^2 = CD^2 + X^2$

$CD^2 = 13^2 - X^2$ ....(1)

และรูป $\triangle$ BCD จะได้

$BC^2 = CD^2 + BD^2$

$15^2 = CD^2 + (14 - X)^2$

$CD^2 = 15^2 - (14 - X)^2$ ....(2)

และ (1) = (2) จะได้ $13^2 - X^2 = 15^2 + (14 - X)^2$

$169 - X^2 = 225 - (196 – 28X + X)^2$

$169 - X^2 = 225 - 196 + 28X - X^2$

$169 = 29 + 28X$

$28X = 169 – 29$

$X = \frac{140}{28} = 5$

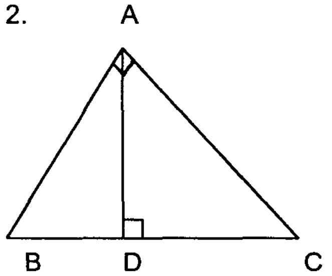
ดังนั้น $CD^2 = 169 - 5^2$

$= 169 - 25 = 144$

$CD = \sqrt{144} = 12$

นั่นคือ เส้นตั้งฉากที่ลากจากจุด C มายังด้าน AB ยาว 12 หน่วย

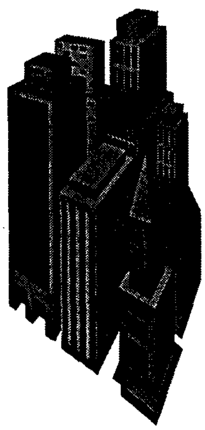
1. ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีฐานยาว 6 นิ้ว และด้านประกอบมุมยอดยาว 5 นิ้ว จะมีพื้นที่เท่าไร

2. 

จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี BAC เป็นมุมฉาก ด้าน BC ยาว 13 เซนติเมตร ด้าน AC ยาว 12 เซนติเมตร และ $\overline{AD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ จงหาความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม ABC และความยาวของด้าน AD

3. บันไดอันหนึ่งยาว 15 ฟุต วางพาดอยู่บนยอดกำแพงพอดี ช่างทาสีคนหนึ่งเดินขึ้นไปตามบันไดเป็นระยะ 5 ฟุต ทำให้เขาสูงจากพื้นดิน 4 ฟุต จงหาว่าโคนกำแพงอยู่ห่างจากโคนบันไดกี่ฟุต

4. ชเอมสังเกตเห็นว่าวอยู่เหนือศีรษะพอดี เขายืนห่างจากผู้เล่นว่าว 30 เมตร ถ้าสายป่านยาว 50 เมตร ว่าวอยู่สูงจากพื้นดินเท่าไร



ช่วยกันฝึกฝนตนให้เป็นคนมากรู้
มิใช่คนรู้มาก

บัตรงานที่ 3.3

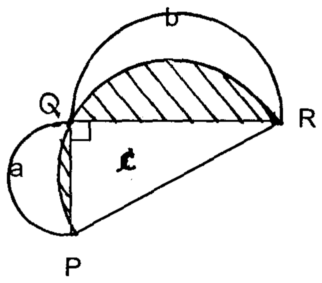
เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม...........

ร่วมแรงร่วมใจเพื่อกลุ่มของเรา

แบบฝึกหัด

1. จากรูป พื้นที่ c = พื้นที่ a + พื้นที่ b



พิสูจน์

จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

พิสูจน์

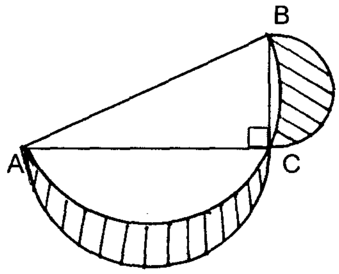
ข้อความ	เหตุผล
1. $PR^2 = PQ^2 + QR^2$	1..
2. $\frac{\pi (PR)^2}{4} = \frac{\pi (PQ)^2}{4} + \frac{\pi (QR)^2}{4}$	2..
3. $\pi\left(\frac{PR}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{PQ}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{QR}{2}\right)^2$	3..
4. $\frac{\pi}{2}\left(\frac{PR}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{2}\left(\frac{PQ}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2}\left(\frac{QR}{2}\right)^2$	4..
5. นั่นคือพื้นที่ครึ่งวงกลมบน $\overline{PR}$ =..	5..
6. ดังนั้นพื้นที่ C = พื้นที่ a + พื้นที่ b	6. จากข้อ........... และนำส่วนแรงเงาลบออกทั้งสองข้าง

2. ชายคนหนึ่งยืนอยู่กลางแจ้ง เห็นเงาตัวเองทอดยาวบนพื้นวัดความยาวได้ 2.5 ฟุต และวัดระยะจากปลายศีรษะถึงปลายเงาได้เท่าใด ถ้าเขาสูง 6 ฟุต

3. นักเรียนคนหนึ่งต้องการหาความยาวของเชือกที่ใช้เชิญธง เมื่อเสาธงสูง 24 เมตร และผู้เชิญธงต้องอยู่ห่างจากเสาธง 7 เมตร ถ้าไม่คิดความสูงของผู้เชิญธงต้องใช้เชือกยาวอย่างน้อยเท่าไร

4. สมพรและสมใจปลูกบ้านอยู่บนฝั่งแม่น้ำเดียวกัน ห่างกัน 60 เมตร ส่วนสมจิตปลูกบ้านอยู่คนละฝั่งกับคนทั้งสอง โดยปลูกตรงกับบ้านของสมใจพอดี และถ้าสมจิตพายเรือไปหาสมพรเป็นระยะทาง 65 เมตร แล้วแม่น้ำกว้างกี่เมตร

5. ใน $\triangle$ ABC มี C เป็นมุมฉาก AB = 10 นิ้ว, AC = 8 นิ้ว พื้นที่ส่วนที่แรเงาเท่ากับกี่ตารางนิ้ว



แผนการสอนที่ 4

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่องส่วนต่าง ๆ ของวงกลม เวลา 1 คาบ

สาระสำคัญ

วงกลม เป็นรูปซึ่งประกอบด้วยจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง บนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน

องค์ประกอบของวงกลมมีจุดศูนย์กลาง ,รัศมี , เส้นผ่านศูนย์กลาง , คอร์ด, เส้นสัมผัสวงกลม มุมในส่วนโค้ง , มุมมีจุดศูนย์กลางของวงกลม

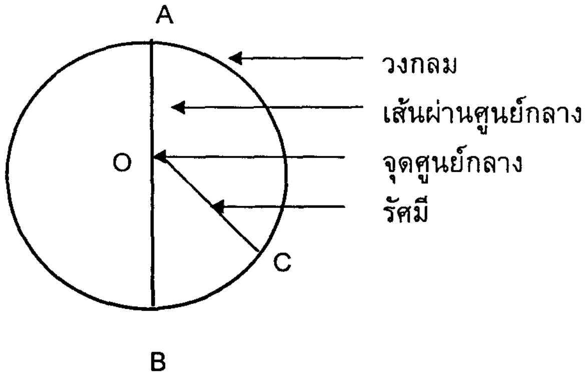
จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้
2. บอกความหมายของส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้

เนื้อหา

ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลม

วงกลม คือรูปซึ่งประกอบด้วยจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน



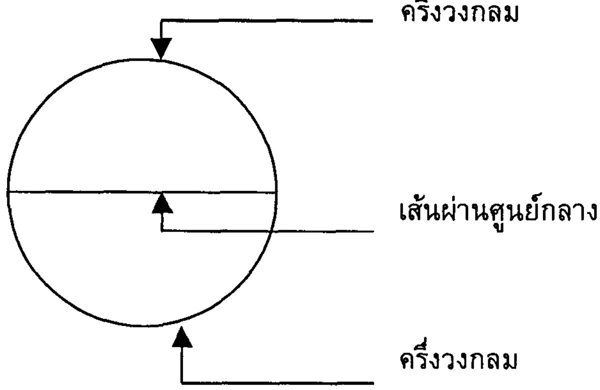
จากรูป O เป็นจุดคงที่ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{OC}$ เรียกว่า รัศมีของวงกลม

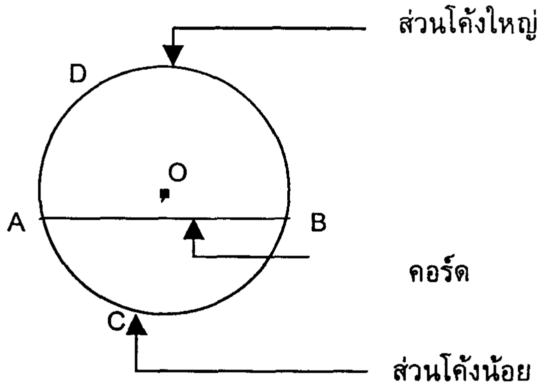
$\overline{AB}$ เรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

- วงกลมสองวงที่มีรัศมีเท่ากันเรียกว่า วงกลมทั้งสองนั้นเท่ากันทุกประการ หรือเรียกว่า วงกลมที่เท่ากัน

ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเส้นหนึ่ง จะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า "ครึ่งวงกลม"



คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน และคอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วน



จากรูป เรียก $\overline{AB}$ ว่า คอร์ด AB

เรียกส่วนโค้ง ADB ว่าส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overset{\frown}{ADB}$

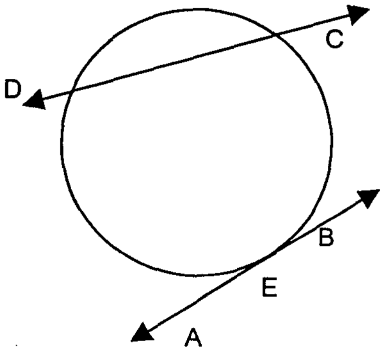
เรียกส่วนโค้ง ACB ว่าส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overset{\frown}{ACB}$ หรือ $\overset{\frown}{AB}$

ความยาวของ $\overset{\frown}{ADB}$ เขียนแทนด้วย $m\ (\overset{\frown}{ADB})$

คอร์ดที่ยาวที่สุดคือ เส้นผ่านศูนย์กลางและจะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งที่เท่ากันทุกประการซึ่งแต่ละส่วนเรียกว่า ครึ่งวงกลม

สันสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

จากรูป



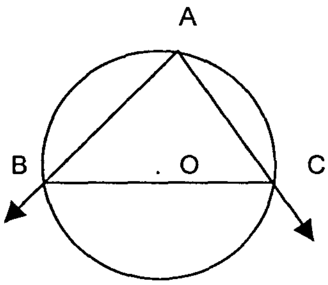
$\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

E เป็นจุดสัมผัสวงกลม

$\overline{CD}$ ไม่เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

เรียก $\overline{CD}$ ว่าเส้นพาดวง หรือเส้นผ่านวง

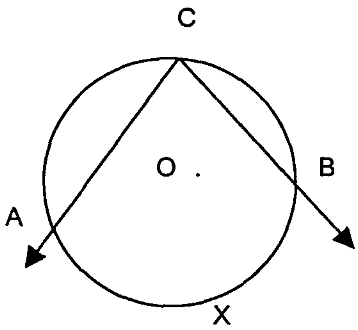
มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง



จากรูป $\overline{BC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

$B\hat{A}C$ เรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

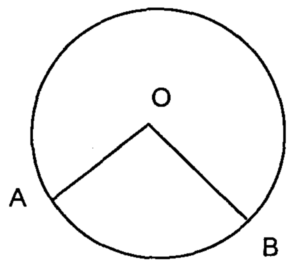


จากรูป $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

มี $\overset{\frown}{AXB}$ รองรับ $A\hat{C}B$

* มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมด้วย

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขนของมุม



จากรูป $A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{AB}$ รองรับ และมุมกลับ AOB เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{ACB}$ รองรับ

กิจกรรมการเรียนการสอน (วิธีสอนแบบปฏิบัติการ)

ขั้นนำ

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูแจกบทเรียนทบทวนความรู้พื้นฐานให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม

ขั้นปฏิบัติการ

1. นักเรียนศึกษาบทเรียนทบทวนความรู้พื้นฐานใช้เวลา 15 นาที
2. ครูแจกบัตรงานให้นักเรียนทำใช้เวลา 15 นาที
3. ครูแจกบัตรเฉลยให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
4. ครูอธิบายข้อผิดพลาดในข้อที่นักเรียนยังไม่เข้าใจและให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลการศึกษา

การประเมินผล

สังเกตจากการตรวจบัตรงาน

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนทบทวนความรู้พื้นฐาน
2. บัตรงานที่ 4
3. บัตรเฉลยที่ 4

กิจกรรมการเรียนการสอน (วิธีสอนตามคู่มือครู)

ขั้นนำ

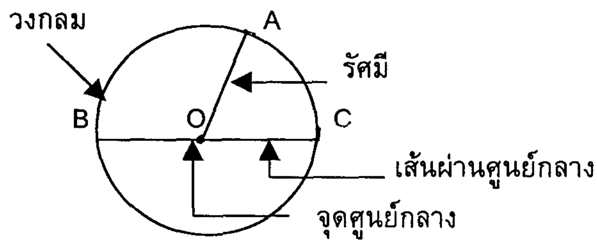
1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ทบทวนนิยามของวงกลมโดยการซักถาม

ขั้นสอน

1. ให้นักเรียนดูแผ่นภาพที่ 1, 2 เพื่อให้รู้จักส่วนต่าง ๆ ของวงกลม คือ จุดศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง ดูลักษณะของวงกลมที่เท่ากันและครึ่งวงกลม พร้อมบอกนิยามของส่วนต่าง ๆ

<u>แผนภาพที่ 1</u>

วงกลม คือ รูปซึ่งประกอบด้วยจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน



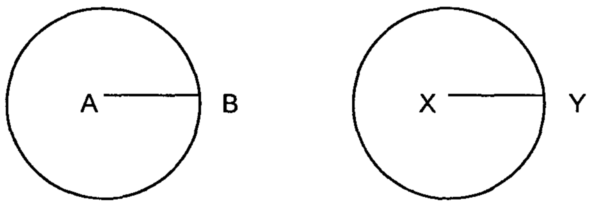
จากรูป O เป็นจุดคงที่ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{OA}$ เรียกว่า รัศมีของวงกลม

$\overline{BC}$ เรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

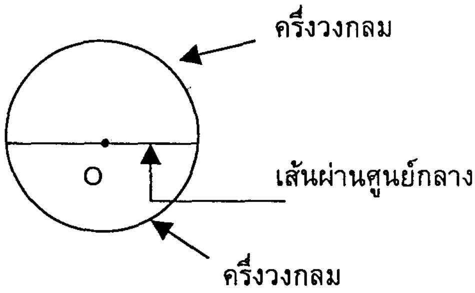
แผนภาพที่ 2

วงกลมสองวงที่มีรัศมีเท่ากัน เรียกว่า วงกลมทั้งสองนั้นเท่ากันทุกประการ หรือเรียกว่า วงกลมที่เท่ากัน

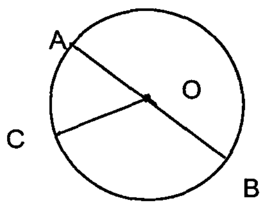


ถ้า AB = XY แล้ว วงกลม A เท่ากับ วงกลม B

ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเส้นหนึ่งจะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนเท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า **<u>ครึ่งวงกลม</u>**



2. ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้โดยครูใช้คำถามนำ



จากรูป

O คือ ____________________

$\overline{OC}$ คือ ____________________

$\overline{AB}$ คือ ____________________

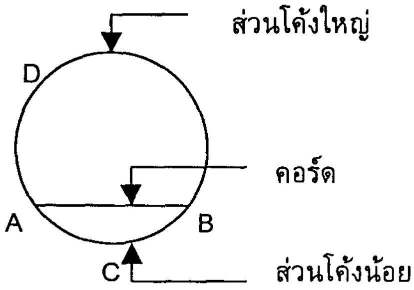
$\overline{AB}$ แบ่งวงกลมออกเป็น ________ ส่วน ที่ ________

แต่ละส่วนเรียกว่า ____________________

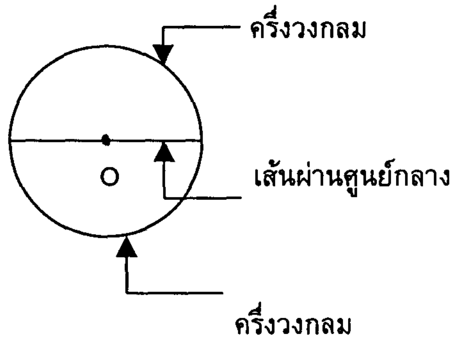
3. ให้นักเรียนศึกษาความหมายของคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลม พร้อมภาพประกอบจาก แผนภาพที่ 3, 4

<u>แผนภาพที่ 3</u>

คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน และคอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วน

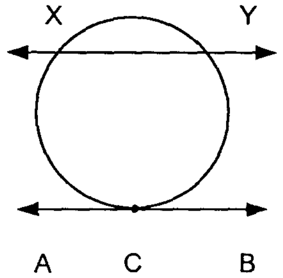


เรียก $\overline{AB}$ ว่า คอร์ด AB
เรียกส่วนโค้ง ADB ว่าส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overset{\frown}{ADB}$
เรียกส่วนโค้ง ACB ว่าส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overset{\frown}{ACB}$ หรือ $\overset{\frown}{AB}$
ความยาวของ $\overset{\frown}{ADB}$ เขียนแทนด้วย m ($\overset{\frown}{ADB}$)
** คอร์ดที่ยาวที่สุด คือ เส้นผ่านศูนย์กลาง และจะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งที่เท่ากันทุกประการ ซึ่งแต่ละส่วนเรียกว่า **<u>ครึ่งวงกลม</u>**



แผนภาพที่ 4

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงซึ่งตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

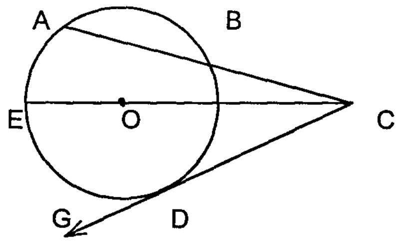


$\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

จุด C เป็นจุดสัมผัสวงกลม

$\overleftrightarrow{XY}$ ไม่ใช่เส้นสัมผัสวงกลม

4. ให้นักเรียนพิจารณารูป แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

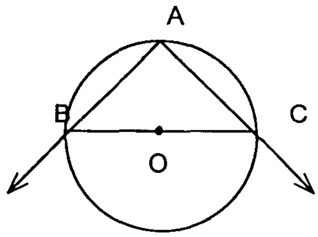


1) คอร์ดของวงกลม O คือ ________________
2) คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลม O คือ ________________
3) ส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ________________
4) ส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ________________
5) ความยาวของ $\overset{\frown}{ADB}$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ________________
6) เส้นสัมผัสวงกลม O คือ ________________

5. ให้นักเรียนช่วยกันอธิบายลักษณะของมุมในครึ่งวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมจาก แผ่นภาพที่ 5, 6 แล้วช่วยกันสรุปความหมายของมุมในครึ่งวงกลม และมุมในส่วนโค้งของวงกลม (ครูอาจช่วยในการสรุปโดยใช้คำถามกับนักเรียน)

แผนภาพที่ 5

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

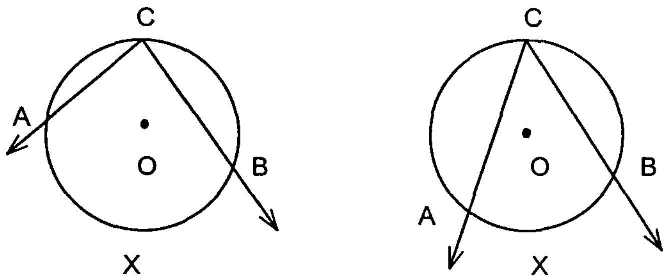


$\overline{BC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

$B\hat{A}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

แผนภาพที่ 6

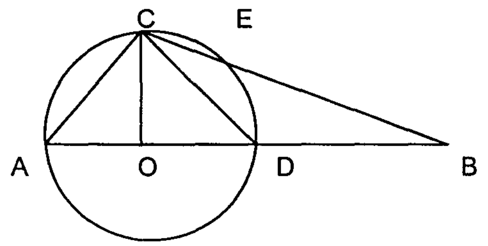
มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม



$A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ $\overset{\frown}{AXB}$ รองรับ $A\hat{C}B$

* มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมด้วย *

6. ให้นักเรียนดูแผ่นภาพที่ 7 เพื่อศึกษาความหมายของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม โดยครูใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบาย
7. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้



จากรูป มุมในครึ่งวงกลม คือ ____________________

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ ____________________

มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ ____________________

8. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป

การประเมินผล

1. จากความสนใจของนักเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถาม
3. ตรวจการบ้าน

สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภาพที่ 1 - 6
2. แบบเรียน ค 011
3. แบบฝึกหัด

บทเรียนทบทวนความรู้พื้นฐาน

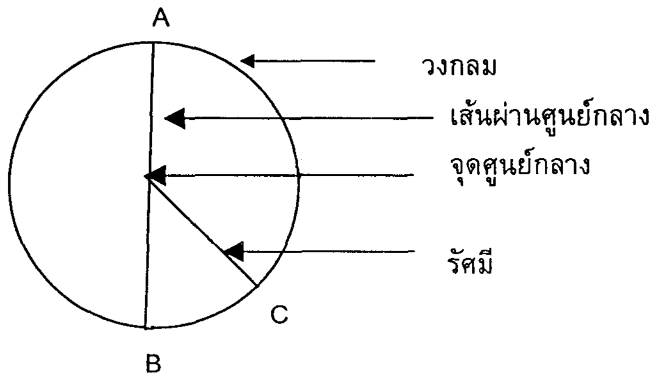
เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม...............

เนื้อหา

ทบทวนความรู้พื้นฐาน เรื่องวงกลม

วงกลม คือรูปซึ่งประกอบด้วยจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน



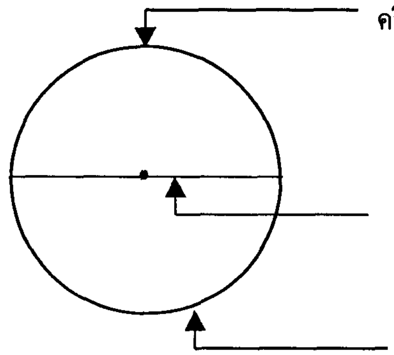
จากรูป O เป็นจุดคงที่ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{OC}$ เรียกว่า รัศมีของวงกลม

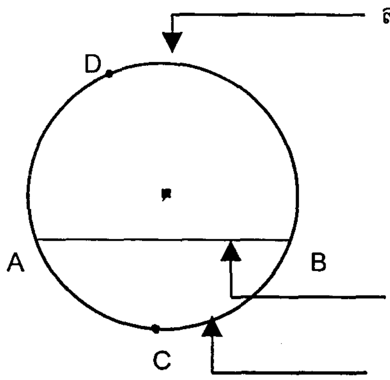
$\overline{AB}$ เรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

- วงกลมสองวงที่มีรัศมีเท่ากันเรียกว่า วงกลมทั้งสองนั้นเท่ากันทุกประการ หรือเรียกว่า วงกลมที่เท่ากัน

ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเส้นหนึ่ง จะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า "ครึ่งวงกลม"



คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน และคอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วน



จากรูป เรียก $\overline{AB}$ ว่า คอร์ด AB

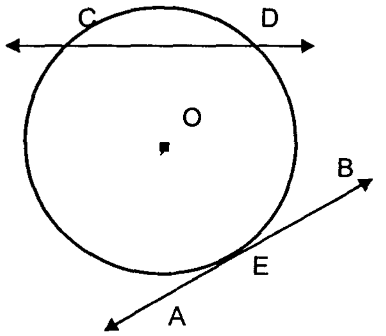
เรียกส่วนโค้ง ADB ว่าส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overparen{ADB}$

เรียกส่วนโค้ง ACB ว่าส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overparen{ACB}$ หรือ $\overparen{AB}$

ความยาวของ $\overparen{ADB}$ เขียนแทนด้วย $m(\overparen{ADB})$

** คอร์ดที่ยาวที่สุดคือ เส้นผ่านศูนย์กลาง และจะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งที่เท่ากันทุกประการซึ่งแต่ละส่วนเรียกว่า <u>ครึ่งวงกลม</u>

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น



จากรูป

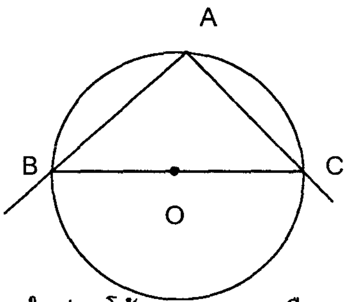
$\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

E เป็นจุดสัมผัสวงกลม

$\overleftrightarrow{CD}$ ไม่เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

เรียก $\overleftrightarrow{CD}$ ว่าเส้นพาดวง หรือเส้นผ่านวง

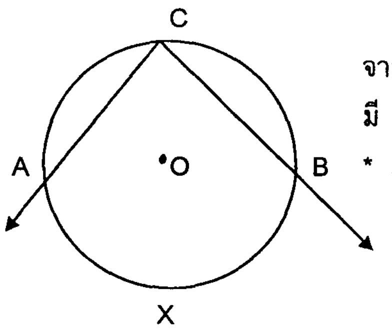
มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม



จากรูป $\overline{BC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

$B\hat{A}C$ เรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

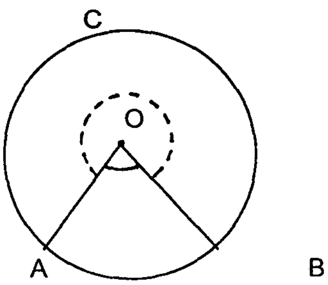


จากรูป $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

มี $\overset{\frown}{AXB}$ รองรับ $A\hat{C}B$

* มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมด้วย

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขนของมุม จากรูป $A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{AB}$ รองรับ และมุมกลับ AOB เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{ACB}$ รองรับ



บัตรงานที่ 4

เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม...........

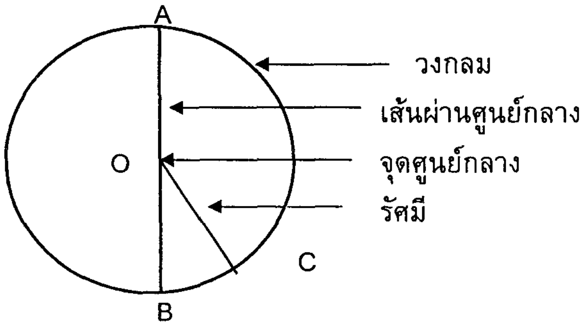
ช่วยกันคิด

มิตรสัมพันธ์....นะครับ

เนื้อหา

ทบทวนความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลม

วงกลม คือรูปซึ่งประกอบด้วยจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่ากัน



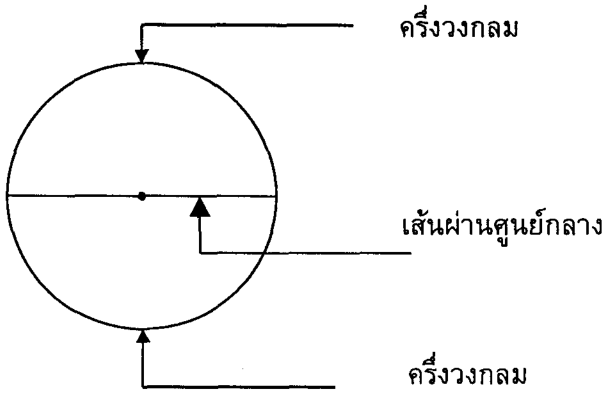
จากรูป O เป็นจุดคงที่ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{OC}$ เรียกว่า รัศมีของวงกลม

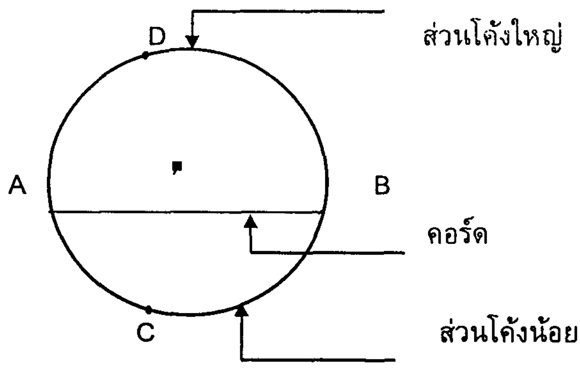
$\overline{AB}$ เรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

- วงกลมสองวงที่มีรัศมีเท่ากันเรียกว่า วงกลมทั้งสองนั้นเท่ากันทุกประการ หรือเรียกว่า วงกลมที่เท่ากัน

ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเส้นหนึ่ง จะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า "ครึ่งวงกลม"



คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน และคอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วน



จากรูป เรียก $\overline{AB}$ ว่า คอร์ด AB

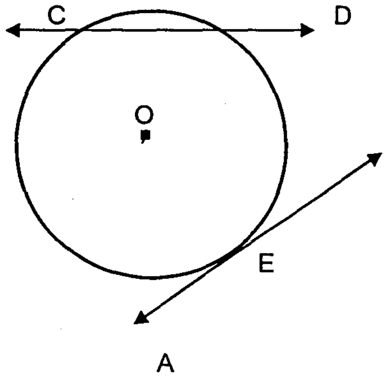
เรียกส่วนโค้ง ADB ว่าส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overset{\frown}{ADB}$

เรียกส่วนโค้ง ACB ว่าส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ACB หรือ AB

ความยาวของ $\overset{\frown}{ADB}$ เขียนแทนด้วย m $(\overset{\frown}{ADB})$

** คอร์ดที่ยาวที่สุดคือ เส้นผ่านศูนย์กลาง และจะแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งที่เท่ากันทุกประการซึ่งแต่ละส่วนเรียกว่า ครึ่งวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น



จากรูป

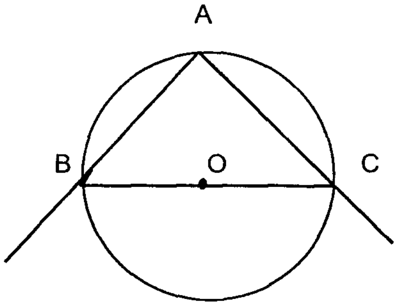
$\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

E เป็นจุดสัมผัสวงกลม

$\overleftrightarrow{CD}$ ไม่เป็นเส้นสัมผัสวงกลม

เรียก $\overleftrightarrow{CD}$ ว่าเส้นพาดวง หรือเส้นผ่านวง

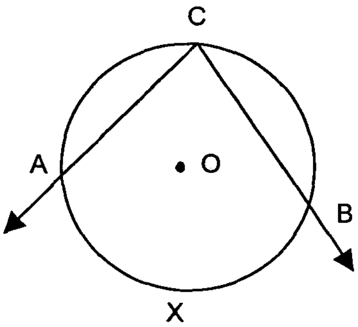
มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง



จากรูป $\overline{BC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

$B\hat{A}C$ เรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

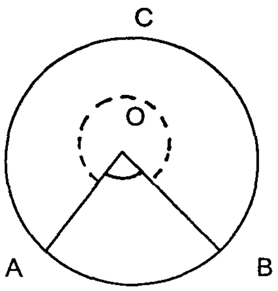


จากรูป $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

มี $\overset{\frown}{AXB}$ รองรับ $A\hat{C}B$

* มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมด้วย

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุมและมีรัศมีเป็นแขนของมุม



จากรูป $A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{AB}$ รองรับ และมุมกลับ AOB เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overset{\frown}{ACB}$ รองรับ

แบบฝึกหัด

ก. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. วงกลมวงหนึ่ง ๆ มีรัศมีกี่เส้น

ตอบ..

2. รัศมีสองเส้นของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ..

3. วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ..

4. เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ..

5. คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมวงหนึ่ง ๆ คือ เส้นใด และคอร์ดนี้จะแบ่งวงกลมออกเป็นอย่างไร

ตอบ..

ข. จงเขียนเครื่องหมาย √ หน้าข้อความที่ถูกต้อง และเขียนเครื่องหมาย × หน้าข้อความที่ผิด แล้วแก้ไขให้ถูกต้อง

..........1. ระยะห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันบนวงกลมคือ รัศมีของวงกลม

..........2. คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมคือ รัศมี

..........3. คอร์ดที่อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางจะยาวกว่าคอร์ดที่อยู่ไกลจุดศูนย์กลางในวงกลมเดียวกัน

..........4. ความยาวของส่วนโค้ง ADB เขียนแทนด้วย m $(\overset{\frown}{ADB})$

..........5. เส้นสัมผัสวงกลม คือเส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมและตัดวงกลมสองจุด

..........6. มุมในครึ่งวงกลมจะกางเท่ากับมุมฉากเสมอ

..........7. รัศมีจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน

..........8. คอร์ดจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วน คือส่วนโค้งใหญ่และส่วนโค้งน้อย

แผนการสอนที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่องสมบัติเกี่ยวกับวงกลม เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

1. มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

2. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

3. มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันย่อมมีขนาดเท่ากัน

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อเรียนจบคาบแล้วนักเรียนสามารถ

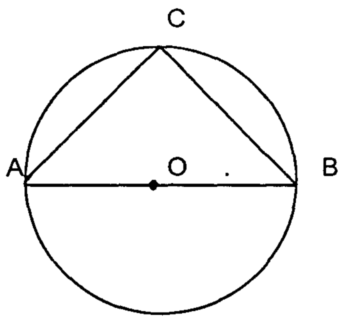
1. บอกสมบัติเกี่ยวกับวงกลมได้

2. นำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ได้

เนื้อหา

สมบัติเกี่ยวกับวงกลม

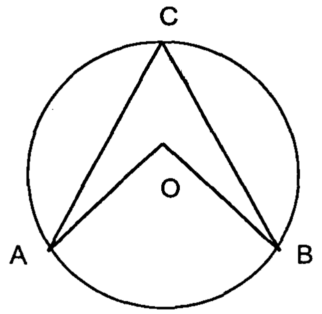
มุมในครึ่งวงกลม มีขนาดเท่ากับ 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{C}B$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

จะได้ $A\hat{C}B = 90^\circ$

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



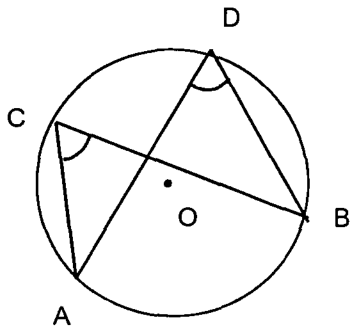
จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

$A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

จะได้ $A\hat{O}B = 2\,A\hat{C}B$ หรือ $A\hat{C}B = \dfrac{A\hat{O}B}{2}$

มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ย่อมมีขนาดเท่ากัน



จากรูป $A\hat{C}B$ และ $A\hat{D}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วย $\overset{\frown}{AB}$ จะได้ $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

<u>**กิจกรรมการเรียนการสอน**</u> (วิธีสอนแบบปฏิบัติการ)

คาบที่ 1

ขั้นนำ

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูแจกบทเรียนปฏิบัติการให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม
3. ครูอธิบายวิธีเรียนและสื่อการเรียนการสอนที่ใช้

ขั้นปฏิบัติการ

1. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมตามคำสั่งในบทเรียนปฏิบัติการ
2. ตัวแทนนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกมารายงานผลการปฏิบัติ
3. ครูแจกบัตรงานที่ 5.1 ให้นักเรียนแต่ละคนทำเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลการปฏิบัติกิจกรรมและหาข้อสรุปที่ถูกต้องลงสมุดงาน

การประเมินผล

1. สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรมในบทเรียนปฏิบัติการ
2. ตรวจแบบบันทึกข้อมูลและการสรุป
3. ตรวจบัตรงานที่ 5.1

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนปฏิบัติการที่ 5
2. บัตรงานที่ 5.1
3. บัตรเฉลยที่ 5.1

คาบที่ 2

ขั้นนำ

1. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน
2. ครูทบทวนข้อสรุปในบทเรียนปฏิบัติการที่ 5 โดยการซักถาม
3. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 5.1 ให้นักเรียนตรวจคำตอบแล้วครูอธิบายข้อผิดพลาดที่นักเรียนยัง ไม่เข้าใจแล้วให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง

ขั้นปฏิบัติการ

1. ครูแจกบัตรงานที่ 5.2 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ
2. ครูแจกบัตรเฉลยที่ 5.2 ให้นักเรียนตรวจคำตอบด้วยตนเอง
3. ครูอธิบายข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจแล้วให้นักเรียนแก้ไขให้ถูกต้อง
4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเสริมทักษะ

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปปฏิบัติบัตรงาน

การประเมินผล

1. สังเกตจากการปฏิบัติบัตรงานที่ 5.2
2. ตรวจบัตรงานที่ 5.2

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรงานที่ 5.2
2. บัตรเฉลยที่ 5.2

กิจกรรมการเรียนการสอน (วิธีสอนตามคู่มือครู)

คาบที่ 1

ขั้นนำ

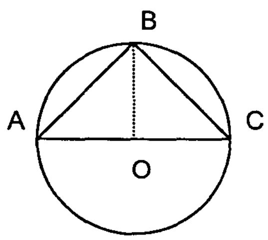
1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูทบทวนความหมายของมุมในครึ่งวงกลม โดยใช้การถาม - ตอบ

ขั้นสอน

1. ให้นักเรียนสร้างวงกลม 3 วงที่มีขนาดต่างกัน แล้วสร้างมุมในครึ่งวงกลมพร้อมกับวัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลม แล้วให้นักเรียนสรุปขนาดที่ได้จากการวัด (ขนาดที่วัดได้คือ มุมในครึ่งวงกลมทุกรูปมีขนาดเท่ากับ 90 องศา)
2. ครูชี้แจงกับนักเรียนว่าการวัดหรือการดูด้วยสายตาอาจผิดพลาดได้ เพื่อยืนยันข้อสรุปข้างต้นควรจะมีการพิสูจน์ให้เห็นจริง (พิสูจน์โดยใช้กิจกรรมต่อไปนี้)

จาก <u>กำหนดให้</u> $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง

<u>ต้องการหาว่า</u> $A\hat{B}C$ มีขนาดเท่าไร



1. ใช้คำถามนำว่าจะมีวิธีการหาขนาดของมุม ABC ได้อย่างไร จะต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับอะไรบ้าง
2. ครูลาก $\overline{OB}$ ในรูป แล้วถามต่อไปว่า จากการลาก $\overline{OB}$ ได้อะไรบ้าง

ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้

<u>พิสูจน์</u> 1) $\triangle$ AOB และ $\triangle$ COB เป็นสามเหลี่ยม ________________

เพราะ ______________________(ครูถามว่ามุมใดบ้างที่เท่ากัน)

2) $O\hat{A}B$ = ____________ และ $O\hat{B}C$ = ____________

เพราะ ________________________________

(ถ้านักเรียนนำมุมทั้งหมดในข้อ 2 รวมกันจะได้เท่าไร เพราะอะไร)

3) $O\hat{A}B$ + ________ + ________ + ________ = ________

เพราะ ________________________________

4) $\therefore 2(A\hat{B}O) + 2(O\hat{B}C)$ = ________________ จากข้อ 3

5) $A\hat{B}O + O\hat{B}C = 90^\circ$ (นำ 2 มาหารทั้งสองข้างในข้อ 4)

$\therefore$ มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา

3. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป

การประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน
2. ตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. โจทย์คำถาม
2. แบบเรียน ค 011

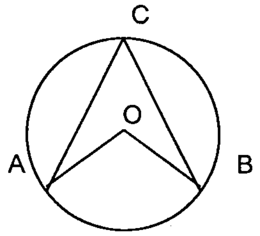
คาบที่ 2

ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องมุมในครึ่งวงกลมโดยการซักถาม

ขั้นสอน

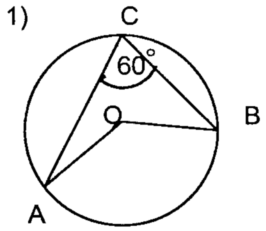
1. ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน แล้วครูสาธิตกิจกรรมต่อไปนี้



1) สร้างวงกลมโดยให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมบนกระดานดำ $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ $A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง
2) ตัดกระดาษเท่ากับ $A\hat{O}B$ แล้วพับครึ่ง
3) นำไปวางทาบบน $A\hat{C}B$ จะเห็นว่าทับกันสนิท

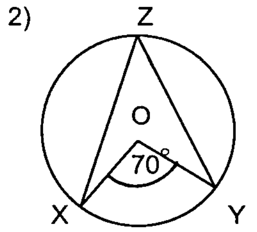
2. ครูกำหนดโจทย์ให้นักเรียนตอบคำถาม ดังนี้

1)



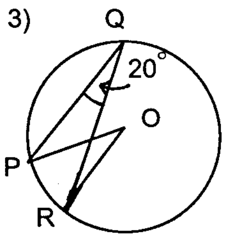
$A\hat{O}B$ = ______________

2)



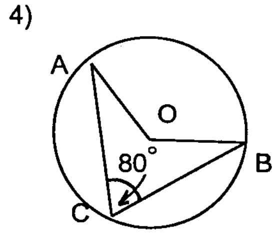
$X\hat{Z}Y$ = ______________

3)



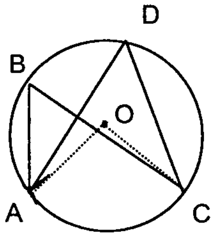
$P\hat{O}R$ = ______________

4)



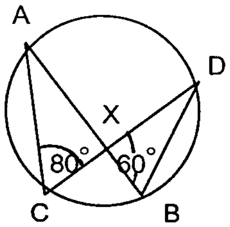
$A\hat{O}B$ = ______________

3. ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน โดยครูสาธิตกิจกรรมต่อไปนี้ คือ

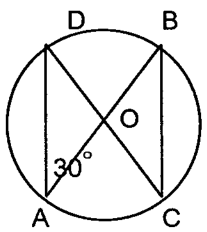


1) สร้างวงกลมให้ O เป็นจุดศูนย์กลาง
2) สร้าง $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ADC}$ เป็นมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้ง AC
3) สร้าง $\widehat{AOC}$ ซึ่งเป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง และรองรับด้วย $\overset{\frown}{AC}$
4) $\widehat{ABC} = \dfrac{\widehat{AOC}}{2}$ (มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
5) $\widehat{ADC} = \dfrac{\widehat{AOC}}{2}$ (มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
6) $\therefore\ \widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (ต่างเท่ากับครึ่งหนึ่งมุมเดียวกัน)

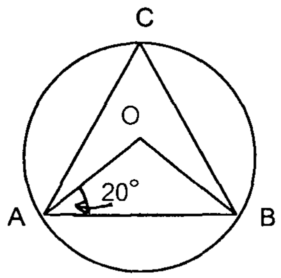
4. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้
1) จากรูปขนาดของ $\widehat{XDB}$ = ____________________



2) จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลาง ขนาดของ $\widehat{DOB}$ = ___________ และ $\widehat{OBC}$ = ___________



3) จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลาง ขนาดของ $A\hat{C}B$ = ______________



5. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน

ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป

การประเมินผล

1. สังเกตความสนใจของนักเรียน
2. สังเกตการตอบคำถามของนักเรียน
3. ตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. โจทย์คำถาม
2. แบบฝึกหัด
3. แบบเรียน ค 011

บทเรียนปฏิบัติการที่ 5

เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม.............. สมาชิกในกลุ่ม 1..............................

2..............................

3 ....

4 ....

จุดประสงค์

1. เพื่อหาขนาดของมุมในครึ่งวงกลม

2. เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

3. เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

เวลาที่ใช้ 50 นาที

สื่อและอุปกรณ์

1. แผนภาพรูปวงกลม

2. ไม้โปรแทรกเตอร์

3. กระดาษและกรรไกรตัดกระดาษ

4. กระดาษลอกลาย

การจัดกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน

ปฏิบัติการ

กิจกรรมที่ 1 จากแผนภาพรูปวงกลมที่กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. สร้างมุมในครึ่งวงกลม อย่างน้อยวงละ 3 มุม

2. พิจารณาขนาดของมุมในครึ่งวงกลมแล้วสรุปผลการปฏิบัติลงในแบบบันทึกผลการปฏิบัติ

กิจกรรมที่ 2 จากแผนภาพรูปวงกลมที่กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้ง AB

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. สร้างมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยใช้ส่วนโค้ง AB รองรับมุมนั้น

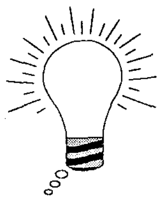
2. สังเกตและหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่สร้างขึ้นในแต่ละรูป

3. สรุปผลการปฏิบัติลงในแบบบันทึกผลการปฏิบัติ

<u>กิจกรรมที่</u> 3 จากแผนภาพวงกลมที่กำหนดให้ พร้อมจุด A และจุด B อยู่บนวงกลม ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. สร้างมุมในส่วนโค้งของวงกลม โดยใช้ส่วนโค้ง AB รองรับมุม อย่างน้อยวันละ 3 มุม
2. สังเกตและหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่สร้างขึ้นในแต่ละรูป
3. สรุปผลการปฏิบัติลงในแบบบันทึกผลการปฏิบัติ

<u>หมายเหตุ</u> ใช้สื่อและอุปกรณ์ที่กำหนดให้ตรวจสอบข้อสังเกตในกิจกรรมที่ 1-3



ร่วมสร้าง....ความคิด ด้วยพลังของกลุ่ม นะจ๊ะ....

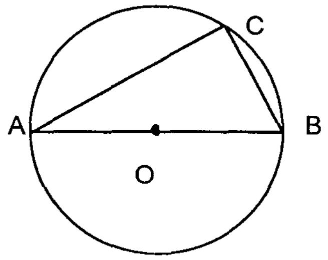
แบบบันทึกผลการปฏิบัติการที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม..............

กิจกรรมที่ 1

ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม



เหตุ : 1. $\overline{AB}$ เป็น..

2. $A\hat{C}B$ เป็น..

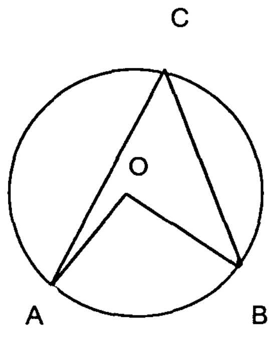
ซึ่งมี O เป็น.....................................

ผล : $A\hat{C}B$ = ...

สรุป..
....

กิจกรรมที่ 2

ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



เหตุ : 1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. $A\hat{C}B$ เป็น..

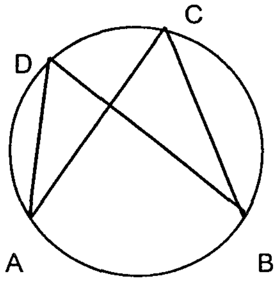
3. $A\hat{O}B$ เป็น......................................

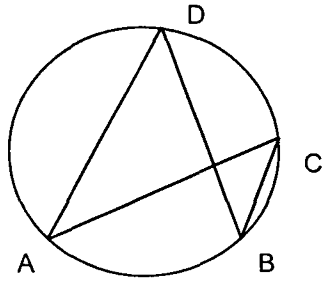
ผล : $A\hat{O}B$ = ...

สรุป..
....

กิจกรรมที่ 3

ขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน





เหตุ : $\hat{ACB}$, $\hat{ADB}$ เป็น...ของวงกลม
วงเดียวกันที่รองรับด้วยส่วนโค้ง.................................

ผล : $\hat{ACB}$ = ...

สรุป...
....

บัตรงานที่ 5.1

เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

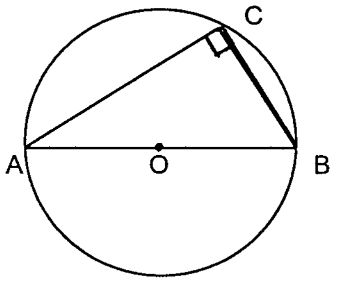
กลุ่ม..............

ช่วยกันสร้างสรรค์กลุ่มเพื่อความก้าวหน้าของกลุ่ม........

เนื้อหา

สมบัติเกี่ยวกับวงกลม

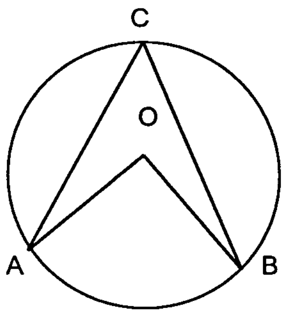
มุมในครึ่งวงกลม มีขนาดเท่ากับ 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{C}B$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

จะได้ $A\hat{C}B = 90^\circ$

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

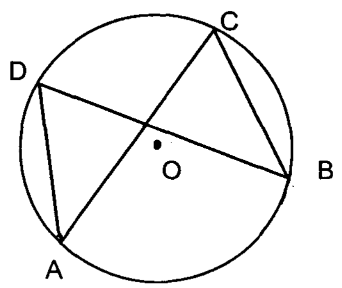
$A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

$A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

จะได้ $A\hat{O}B = 2\ A\hat{C}B$

หรือ $A\hat{C}B = \dfrac{A\hat{O}B}{2}$

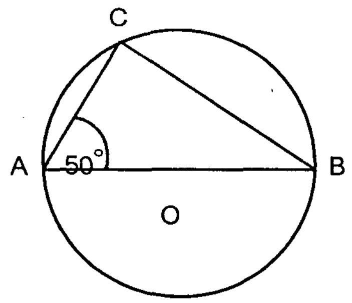
มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ย่อมมีขนาดเท่ากัน



จากรูป $A\hat{C}B$ และ $A\hat{D}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วย $\overset{\frown}{AB}$ จะได้ $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

แบบฝึกหัด

ตัวอย่าง จากรูปกำหนดให้วงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $B\hat{A}C = 50^\circ$ จงหาขนาดของมุม ABC



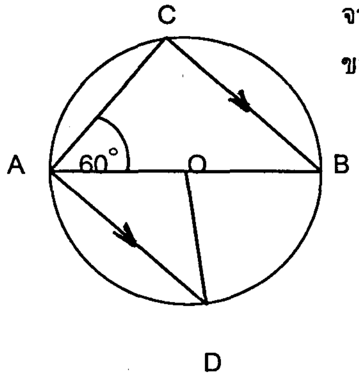
แนวคิด

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^\circ$

$A\hat{B}C + 50^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$A\hat{B}C = 40^\circ$

1. จากรูปกำหนดให้วงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง มีคอร์ด AD ขนานกับคอร์ด CB ถ้า $B\hat{A}C = 60^\circ$ จงหาขนาดของ$B\hat{O}D$



....

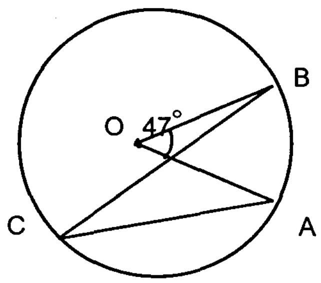
....

....

....

....

2.



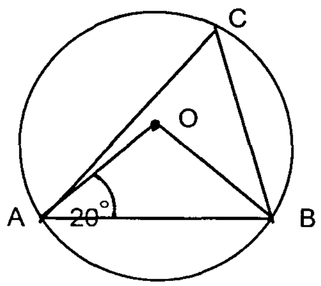
จากรูปกำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $A\hat{O}B = 47^\circ$ จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$

....

....

....

3.



จากรูปกำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งมี $O\hat{A}B = 20^\circ$ แล้ว จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$

....

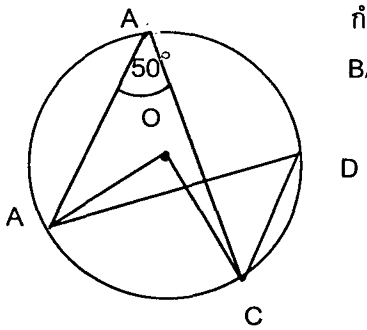
....

....

....

....

4.



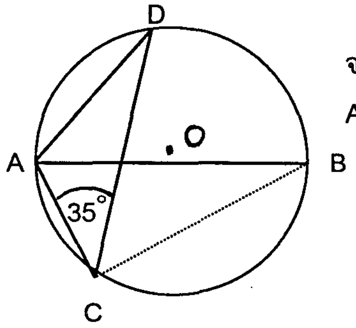
กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งมี $B\hat{A}C = 50^\circ$ จงหาขนาดของ $B\hat{D}C$ และ $B\hat{O}C$

....

....

....

5.



จากรูปกำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งมี $A\hat{C}D = 35^\circ$ จงหาขนาดของ $B\hat{A}D$

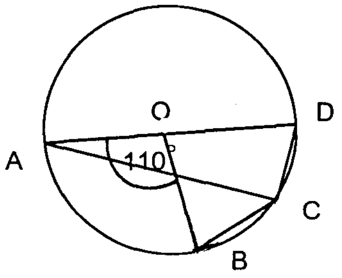
....

....

....

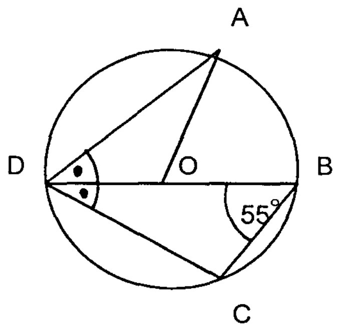
จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $A\hat{O}B = 110^\circ$ แล้ว



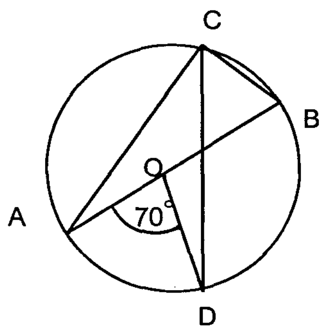
1) $A\hat{C}B$ =..................
2) $B\hat{C}D$ =.................

2. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $A\hat{D}B = B\hat{D}C$ และ $C\hat{B}D = 55^\circ$ แล้ว



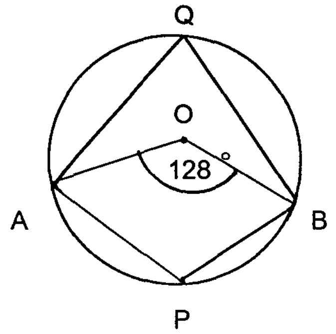
1) $B\hat{D}C$ =........................
2) $A\hat{D}B$ =........................
3) $A\hat{O}B$ =........................

3. กำหนด $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O, $A\hat{O}D = 70^\circ$ แล้ว



1) $B\hat{C}D$ =........................
2) $A\hat{C}D$ =........................

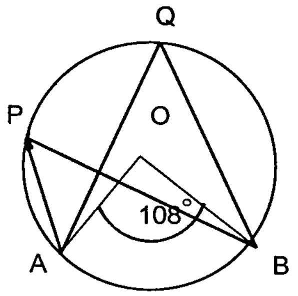
4.



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
ถ้า $A\hat{O}B = 128^\circ$ แล้ว

1) $A\hat{Q}B$ =..............
2) $A\hat{P}B$ =..............

5.



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ถ้า $A\hat{O}B$ = 108° แล้ว

1) $A\hat{P}B$ =.............

2) $A\hat{Q}B$ =.............

บัตรงานที่ 5.2

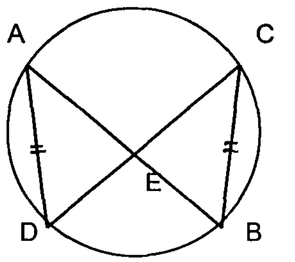
เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่ม..............

แบบฝึกหัด

ตัวอย่าง

1.



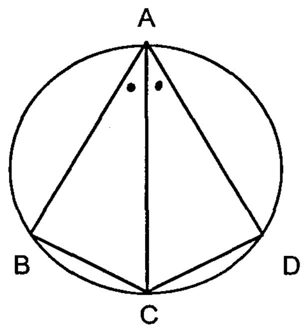
ให้ AD = BC และ $\overline{AB}$ ตัดกับ $\overline{CD}$ ที่จุด E
จงแสดงว่า $\triangle$ ADE ~ $\triangle$ CBE

วิธีทำ เนื่องจาก

1. $A\hat{D}C$ = $A\hat{B}C$ เพราะมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันย่อมเท่ากัน
2. $D\hat{A}B$ = $D\hat{C}B$ เพราะมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันย่อมเท่ากัน
3. AD = BC กำหนดให้

ดังนั้น $\triangle$ ADE $\cong$ $\triangle$ CBE (ม - ด - ม)

2.



กำหนดให้ $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม คอร์ด AB และคอร์ด AD ต่างทำมุมกับ $\overline{AC}$ เป็นมุมเท่ากัน จงแสดงว่าคอร์ด BC เท่ากับ คอร์ด DC

วิธีทำ ....

....

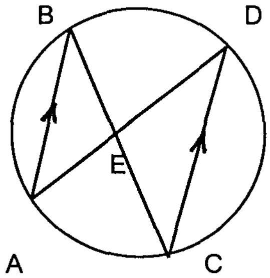
....

....

....

....

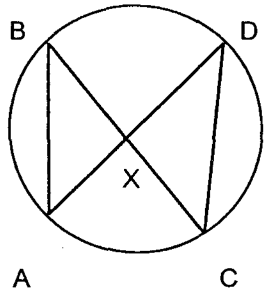
3



จากรูปกำหนดให้ คอร์ด AB ขนานกับคอร์ด CD ลาก $\overline{AD}$ และ $\overline{BC}$ ตัดกันที่จุด E จงแสดงว่า $\triangle$ AEB และ $\triangle$ CED เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

วิธีทำ ....
....
....
....
....
....

4.



จุด A, B, C และ D อยู่บนวงกลม $\overline{AD}$ ตัดกับ $\overline{BC}$ ที่จุด X จงแสดงว่า $\triangle$ ABX ~ $\triangle$ CDX

วิธีทำ ....
....
....
....
....
....

ภาคผนวก ง.

บัตรเฉลย

บัตรเฉลยที่ 1.1

1. ก. $c^2 = a^2 + b^2$
   ข. $a^2 = b^2 + c^2$
   ค. $25^2 = 12^2 + 7^2$
   ง. $40^2 = a^2 + b^2$

2. 1). $AB^2 = 4^2 + 3^2$
   $= 16 + 9$
   $= 25$
   $\therefore AB = \sqrt{25} = 5$

   2). $AC^2 = 20^2 - 12^2$
   $= 400 - 144$
   $= 256$
   $\therefore AC = \sqrt{256} = 16$

   3.) $BC^2 = 13^2 - 5^2$
   $= 169 - 25$
   $= 144$
   $\therefore BC = \sqrt{144} = 12$

   4). $AB^2 = (0.5)^2 + (1.2)^2$
   $= 0.25 + 1.44$
   $= 1.69$
   $\therefore AB = \sqrt{1.69} = 1.3$

   5.) $CD^2 = 3^2 + 4^2$
   $= 9 + 16$
   $= 25$
   $\therefore CD = \sqrt{25} = 5$

บัตรเฉลยที่ 1.2

1. 1.1) $c^2 = 24^2 + 7^2$

$= 576 + 49$

$= 625$

$\therefore c = \sqrt{625} = 25$

1.2) $b^2 = 20^2 - 16^2$

$= 400 - 256$

$= 144$

$\therefore b = \sqrt{144} = 12$

1.3) $a^2 = 25^2 - 15^2$

$= 625 - 225$

$= 400$

$\therefore a = \sqrt{400} = 20$

1.4) $c^2 = 9^2 + 12^2$

$= 81 + 144$

$= 225$

$\therefore c = \sqrt{225} = 15$

1.5) $a^2 = 17^2 - 8^2$

$= 289 - 64$

$= 225$

$\therefore a = \sqrt{225} = 15$

2. 2.1) ด้านที่เหลือ $= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$

$\therefore$ พื้นที่ $\Delta = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$ ตารางหน่วย

2.2) ความสูงของ $\Delta = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$

$\therefore$ พื้นที่ $\Delta = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$ ตารางหน่วย

2.3) ความสูง $= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$

$\therefore$ พื้นที่ ด้านขนาน $= 10 \times 4 = 40$ ตารางหน่วย

2.4) ความสูง $= \sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{144} = 12$

$\therefore$ พื้นที่ คางหมู $= \frac{1}{2}(20 + 48) \times 12 = 408$ ตารางหน่วย

2.5) ความสูง $= \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$

$\therefore$ พื้นที่ $\Delta = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$ ตารางหน่วย

3. จากรูป EB = EC = 10

AB = AE + EB

= 15 + 10 = 25 เซนติเมตร

และ BC $= \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ เซนติเมตร

บัตรเฉลยที่ 2.1

1. เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เนื่องจาก $(0.5)^2 = (0.3)^2 + (0.4)^2$
2. เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เนื่องจาก $13^2 = 5^2 + 12^2$
3. ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เนื่องจาก $15^2 \neq 12^2 + 7^2$
4. เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เนื่องจาก $26^2 = 24^2 + 10^2$
5. ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เนื่องจาก $82^2 \neq 18^2 + 81^2$

บัตรเฉลยที่ 2.2

1. แนวตอบ

ข้อความ	เหตุผล
1. EF = BC = a และ DF = AC = b	1. จากการสร้าง
2. Δ DEF ได้ $DE^2 = a^2 + b^2$	2. จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
3. Δ ABC ได้ $c^2 = a^2 + b^2$	3. กำหนดให้
4. $DE^2 = c^2$	4. ต่างก็เท่ากับ $a^2 + b^2$
5. DE = c	5. จากข้อ 4 ด้านของ $\boxed{\text{จ}}$
6. ฉะนั้น Δ DEF $\cong$ Δ ABC	6. สามเหลี่ยมทั้งสองมีด้านยาวเท่ากัน 3 คู่ (ด-ด-ด)
7. $A\hat{C}B = D\hat{F}E$	7. ผลจากข้อ 6
8. แต่ $D\hat{F}E = 90^\circ$	8. จากการสร้าง
9. จะได้ $A\hat{C}B = 90^\circ$	9. ต่างเท่ากับมุม DFE
10. นั่นคือ Δ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก	10. จากข้อ 6, 9

2. จากรูป ABD และ ACD เป็นรูป Δ มุมฉาก

$\therefore$ AB $= \sqrt{9^2+12^2} = \sqrt{225} = 15$

AC $= \sqrt{12^2+16^2} = \sqrt{400} = 20$

$AB^2 + AC^2 = 15^2 + 20^2 = 625$

$BC^2 = 25^2 = 625$

ดังนั้น $BC^2 = AB^2 + AC^2$

นั่นคือ Δ ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากมี $B\hat{A}C = 90$ องศา

3. จากรูป PQS และ PRS เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$\therefore$ PQ $= \sqrt{24^2 + 18^2} = \sqrt{576 + 324} = \sqrt{900} = 30$

RS $= \sqrt{40^2 - 24^2} = \sqrt{1600 - 576} = \sqrt{1024} = 32$

$PQ^2 + PR^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1600 = 2500$

และ $QR^2 = (18 + 32)^2 = 2500$

ดังนั้น $QR^2 = PQ^2 + PR^2$

นั่นคือ Δ PQR เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากมี $Q\hat{P}R = 90$ องศา

4. จากรูป DEM และ DFM เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$\therefore$ DM $= \sqrt{65^2 - 25^2} = \sqrt{4225 - 625} = \sqrt{3600} = 60$

DF $= \sqrt{60^2 + 144^2} = \sqrt{3600 + 20736} = \sqrt{24336} = 156$

$DE^2 + DF^2 = 65^2 + 156^2 = 4225 + 24336 = 28561$

$EF^2 = 169^2 = 28561$

ดังนั้น $EF^2 = DE^2 + DF^2$

นั่นคือ Δ DEF เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากมี $E\hat{D}F = 90$ องศา

5. จากรูป ABD และ ACD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$\therefore$ AB $= \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

AC $= \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$

$AB^2 + AC^2 = 13^2 + 20^2 = 169 + 400 = 569$

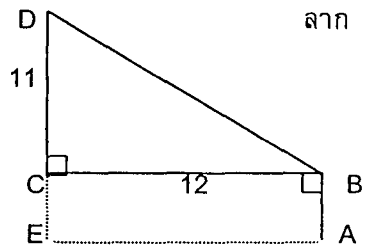
$BC^2 = 21^2 = 441$

ดังนั้น $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

$\therefore$ ABC ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

บัตรเฉลยที่ 3.1

1.



ลาก $\overline{DC}$ ถึง E ให้ CE = AB = 5 ลาก EA = 12

$\therefore$ AD $= \sqrt{DE^2 + EA^2}$

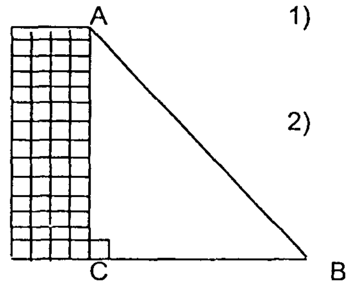
$= \sqrt{16^2 + 12^2}$

$= \sqrt{400}$

= 20 กิโลเมตร

$\therefore$ ระยะทางระหว่างเมือง A และ เมือง D เท่ากับ 20 กิโลเมตร

2.



1) AB = $\sqrt{2^2 + (1.5)^2} = \sqrt{4 + 2.25} = \sqrt{6.25} = 2.5$

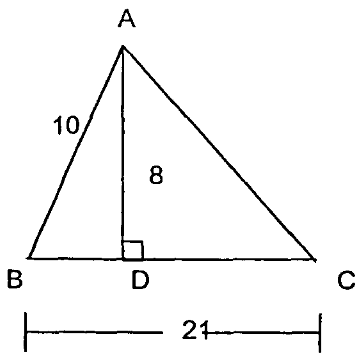
นั่นคือ บันไดยาว 2.5 เมตร

2) AC = $\sqrt{(6.5)^2 - (2.5)^2} = \sqrt{42.25 - 6.25}$

$= \sqrt{36} = 6$

นั่นคือ ปลายบันไดอีกข้างหนึ่งอยู่สูงจากพื้น 6 เมตร

3.



Δ ABD ; BD $= \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64}$

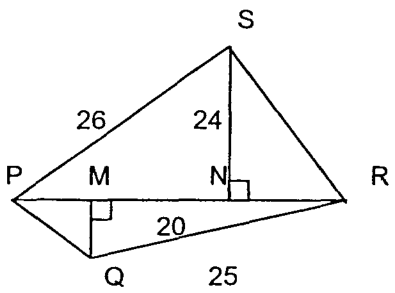
$= \sqrt{36} = 6$

$\therefore$ DC = 21 - 6 = 15

Δ ADC ; AC $= \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{64 + 225}$

$= \sqrt{289} = 17$ หน่วย

4.



จากรูป Δ MQR ; MQ $= \sqrt{25^2 - 20^2}$

$= \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225}$

$= 15$

Δ MPQ ; PQ $= \sqrt{8^2 + 15^2}$

$= \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289}$

$= 17$

ΔPNS ; PN $= \sqrt{26^2 - 24^2}$

$= \sqrt{676 - 576} = \sqrt{100}$

$= 10$

$\therefore$ NR = PR - PN = 28 - 10 = 18

ΔNRS ; SR $= \sqrt{18^2 + 24^2} = \sqrt{324 + 576}$

$= \sqrt{900} = 30$

ดังนั้น พื้นที่ PQRS = พื้นที่ Δ PQR + พื้นที่ Δ PRS

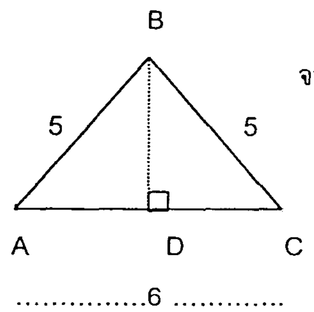
$= (\frac{1}{2} \times 28 \times 15) + (\frac{1}{2} \times 28\ \ 24)$

$= 210 + 336$

$= 546$ ดารางหน่วย

บัตรเฉลยที่ 3.2

1.

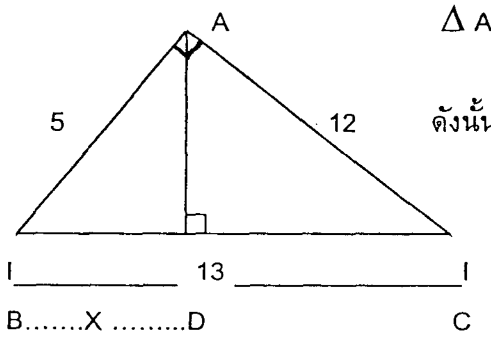


จากรูป BD $= \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25-9}$

$= \sqrt{16} = 4$

ดังนั้น พื้นที่ Δ ABC $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ ตารางนิ้ว

2.



Δ ABC ; AB $= \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{169-144}$

$= \sqrt{25} = 5$

ดังนั้นความยาวรอบรูป Δ ABC $= 12 + 5 + 13$

$= 30$ เซนติเมตร

ให้ BD $=$ X เซนติเมตร

$\therefore$ DC $=$ 13 - X เซนติเมตร

Δ ABD ; $AD^2 = 5^2 - X^2$ ——— ①

Δ ACD ; $AD^2 = 12^2 - (13 - X)^2$ ——— ②

① = ② ; $5^2 - X^2 = 12^2 - (13-X)^2$

$25^2 - X^2 = 144 - (169 - 26X + X^2)$

$25 - X^2 = 144 - 169 + 26X - X^2$

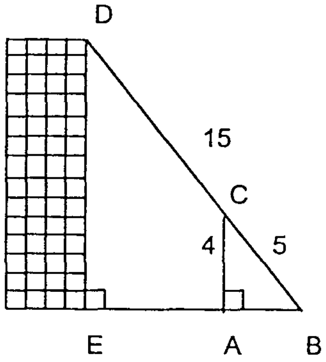
$26X = 50$

$X = \frac{50}{26} = \frac{25}{13}$

แทนค่า ① ได้ $AD^2 = 25 - \left(\frac{25}{13}\right)^2 = 25 - \frac{625}{169} = \frac{3600}{169}$

ดังนั้น AD $= \sqrt{\frac{3600}{169}} = \frac{60}{13} = 4.6$ เซนติเมตร

3. แนวคิด



จากรูป AB $= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$

และΔ ABC $\sim$ Δ BDE จะได้ $\frac{EB}{AB} = \frac{BD}{BC}$

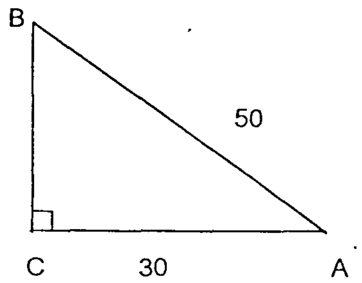
$$\frac{EB}{3} = \frac{15}{5}$$

$$EB = \frac{15}{5} \times 3$$

$$EB = 9$$

ดังนั้น โคนกำแพงอยู่ห่างจากโคนบันได 9 ฟุต

4. แนวคิด



จากรูป BC $= \sqrt{50^2 - 30^2}$

$= \sqrt{2500 - 900}$

$= \sqrt{1600}$

$= 40$

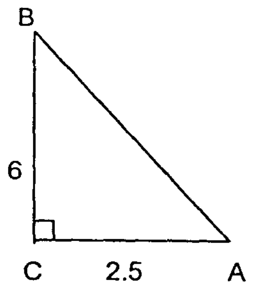
ดังนั้น ว่าวอยู่สูงจากพื้นดิน 40 เมตร

<u>บัตรเฉลยที่ 3.3</u>

1. แนวพิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $PR^2 = PQ^2 + QR^2$	1. ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. $\pi\dfrac{(PR)^2}{4} = \pi\dfrac{(PQ)^2}{4} + \pi\dfrac{(QR)^2}{4}$	2. คูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน
3. $\pi\left(\frac{PR}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{PQ}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{QR}{2}\right)^2$	3. จากข้อ 2
4. $\dfrac{\pi}{2}\left(\frac{PR}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi}{2}\left(\frac{PQ}{2}\right)^2 + \dfrac{\pi}{2}\left(\frac{QR}{2}\right)^2$	4. หารด้วยจำนวนที่เท่ากัน
5. นั่นคือ พื้นที่ครึ่งวงกลมบน PR = <u>พื้นที่ครึ่งวงกลมบน PQ + พื้นที่ครึ่งวงกลมบน QR</u>	5. จากข้อ 4
6. ดังนั้นพื้นที่ c = พื้นที่ a + พื้นที่ b	6. จากข้อ 5 และนำส่วนแรเงาลบออกทั้งสองข้าง

2. แนวคิด



จากรูป AB = ระยะจากปลายศีรษะถึงปลายเงา

AC = เงาตัวเองทอดยาวบนพื้นดิน

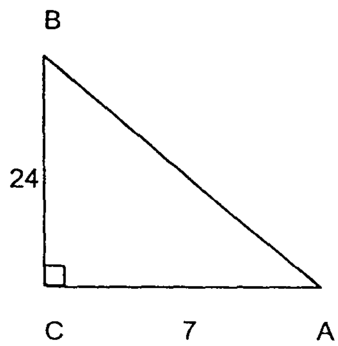
BC = ความสูงของชายคนนี้

ดังนั้น AB = $\sqrt{6^2 + (2.5)^2} = \sqrt{36 + 6.25}$

$= \sqrt{42.25} = 6.25$

นั่นคือ ระยะจากปลายศีรษะถึงปลายเงา 6.25 ฟุต

3. แนวคิด



จากรูป AB = ความยาวของเชือกที่ใช้เชิญธง

AC = ผู้เชิญอยู่ห่างจากเสาธง

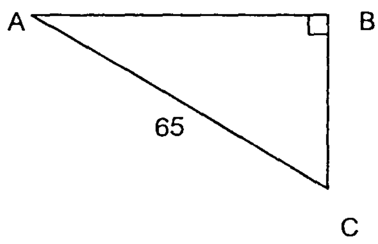
BC = เสาธงสูง

ดังนั้น AB $= \sqrt{24^2 + 7^2} = \sqrt{576 + 49}$

$= \sqrt{625} = 25$

นั่นคือ ความยาวของเชือกที่ใช้เชิญธงอย่างน้อย 25 เมตร

4. แนวคิด



จากรูป AB = ระยะห่างกันของบ้านสมพรกับสมใจ

AC = ระยะห่างกันของบ้านสมพรกับสมจิต

BC = ความกว้างของแม่น้ำ

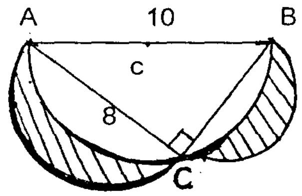
ดังนั้น BC = $\sqrt{65^2 - 60^2}$

$= \sqrt{4225 - 3600} = \sqrt{625}$

$= 25$

นั่นคือ แม่น้ำกว้าง 25 เมตร

5. แนวคิด



จากรูป BC $= \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64}$

$= \sqrt{36} \quad = 6$

และพื้นที่ c = พื้นที่ a + พื้นที่ b

ดังนั้นพื้นที่ c = $\frac{1}{2} \times 6 \times 8$ = 24 ตารางนิ้ว

นั่นคือ พื้นที่ a + พื้นที่ b = 24 ตารางนิ้ว

<u>บัตรเฉลยที่ 4</u>

ก. 1. <u>ตอบ</u> มากมายนับไม่ถ้วน

2. <u>ตอบ</u> เท่ากัน เพราะรัศมีเป็นส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจุดบนวงกลมเป็นจุดปลาย และจุดทุกจุดบนวงกลมอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน

3. <u>ตอบ</u> เท่ากันทุกประการ เพราะสามารถจัดให้วงกลมสองวงทับกันสนิทได้

4. <u>ตอบ</u> เป็น เพราะเส้นผ่านศูนย์กลางมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลม

5. <u>ตอบ</u> คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมวงหนึ่ง ๆ คือ เส้นผ่านศูนย์กลาง และเป็นเส้นที่แบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งที่เท่ากันทุกประการ ซึ่งแต่ละส่วน คือ ครึ่งวงกลม

ข. 1. ถูก

2. ผิด เพราะ คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลม คือ เส้นผ่านศูนย์กลาง

3. ถูก

4. ถูก

5. ผิด เพราะ เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

6. ถูก

7. ผิด เพราะ เส้นผ่านศูนย์กลางจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน

8. ถูก

บัตรเฉลยที่ 5.1

หาขนาดของมุม

1. แนวคิด $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$ $\therefore A\hat{C}B + C\hat{A}D = 180$ องศา

$$A\hat{C}B = 90 \text{ องศา}$$
$$\therefore B\hat{A}D = 90^{\circ} - 60^{\circ} = 30 \text{ องศา}$$
$$\text{และ } B\hat{O}D = 2\,(B\hat{A}D)$$
$$= 2\,(30^{\circ})$$
$$\therefore B\hat{O}D = 60 \text{ องศา}$$

2. แนวคิด

$$A\hat{C}B = \frac{1}{2}(A\hat{O}B)$$
$$= \frac{1}{2}(47^{\circ})$$
$$\therefore A\hat{C}B = 23.50 \text{ องศา}$$

3. แนวคิด

$$O\hat{A}B = O\hat{B}A = 20 \text{ องศา}$$
$$\therefore A\hat{O}B = 180^{\circ} - (20^{\circ} + 20^{\circ}) = 140 \text{ องศา}$$
$$\therefore A\hat{C}B = 70 \text{ องศา}$$

4. แนวคิด

$$B\hat{A}C = B\hat{D}C = 50 \text{ องศา}$$
$$\therefore B\hat{O}C = 2\,(50^{\circ}) = 100 \text{ องศา}$$

5. แนวคิด

$$A\hat{C}D = 35 \text{ องศา}$$
$$A\hat{O}D = 70 \text{ องศา}$$
$$\text{ดังนั้น } A\hat{D}O = B\hat{A}D = 55 \text{ องศา}$$

เติมคำตอบ	
1. $\hat{ACB}$ = 55 องศา $\hat{BCD}$ = 145 องศา	2. $\hat{BDC}$ = 35 องศา $\hat{ADB}$ = 35 องศา $\hat{AOB}$ = 70 องศา
3. $\hat{BCD}$ = 55 องศา $\hat{ACD}$ = 35 องศา	4. $\hat{AQB}$ = 64 องศา $\hat{APB}$ = 116 องศา
5. $\hat{APB}$ = 54 องศา $\hat{AQB}$ = 54 องศา	

<u>บัตรเฉลยที่ 5.2</u>

2. <u>แนวคิด</u>
   1. $B\hat{A}C = D\hat{A}C$ (กำหนดให้)
   2. $A\hat{B}C = A\hat{D}C = 90^\circ$ (เป็นมุมในครึ่งวงกลม)
   3. $AC = AC$ (เป็นด้านร่วม)
   4. $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ (ม - ม - ด)
   5. $BC = DC$ (สมบัติการเท่ากันทุกประการของรูป Δ)

3. <u>แนวคิด</u>
   1. $A\hat{B}C = D\hat{C}B$ (เป็นมุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน)
   2. $B\hat{A}D = D\hat{C}B$ (มุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
   3. $A\hat{B}C = B\hat{A}D$ (สมบัติการเท่ากัน)
   4. ΔAEB เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน คือ $A\hat{B}E = B\hat{A}E$)

* (ในทำนองเดียวกันจะได้ ΔCED เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

4. <u>แนวคิด</u>
   1. $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ (มุมในส่วนโค้งของวงกลมนี้รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันย่อมเท่ากัน)
   2. $B\hat{A}D = B\hat{C}D$ (มุมในส่วนโค้งของวงกลมนี้รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันย่อมเท่ากัน)
   3. $A\hat{X}B = C\hat{X}D$ (เส้นตรงสองเส้นตัดกับมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)
   4. $\Delta ABX \sim \Delta CDX$ (ขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่)

ภาคผนวก จ.

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

<u>ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์</u>

1 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
   คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2 อาจารย์ศิริวรรณ ฤกษ์นันทน์
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (ฝ่ายมัธยม)
3 อาจารย์ภัทธิรา ยะสวัสดิ์
   โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง พระโขนง กรุงเทพมหานคร
4 อาจารย์อัจฉรา กริยาผล
   โรงเรียนมัธยมวัดธาตุทอง พระโขนง กรุงเทพมหานคร

<u>ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลการศึกษา</u>

1 ดร.ราชันย์ บุญธิมา
   สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
   คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3 อาจารย์ศิริวรรณ ฤกษ์นันทน์
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (ฝ่ายมัธยม)

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ	นางสาวสุนันท์ ฉิมวัย
วันเดือนปีที่เกิด	2 กุมภาพันธ์ 2508
สถานที่เกิด	อำเภอบางปลาม้า จังหวัดสุพรรณบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	170 หมู่ 10 ตำบลวัดดาว อำเภอบางปลาม้า จังหวัดสุพรรณบุรี (72150)
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	ครูสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ 10270 โทรศัพท์ (02) 3847491-6
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2527	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนบางปลาม้า " สูงสุมารผดุงวิทย์ " ตำบลโคกคาม อำเภอบางปลาม้า จังหวัดสุพรรณบุรี
พ.ศ. 2531	ค.บ. (วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาโทวัดผลทางการศึกษา) จากวิทยาลัยครูพระนครศรีอยุธยา
พ.ศ. 2543	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ