

การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์
ของ
พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา
มีนาคม 2547
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ

ของ

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล

15 ส.ย. 2547

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2547

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล. (2547), การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ระวีวรรณ พันธุ์พานิช

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งวัดจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 44 คน เวลาที่ใช้จำนวน 16 ชั่วโมง แบบแผนการทดลองครั้งนี้เป็นแบบ One – Group Pretest – Posttest Design และวิเคราะห์ข้อมูลโดยการทดสอบค่าสถิติ t – test Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพ โดยเฉลี่ย 90.32/ 90.20 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80
2. ผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลอง สูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่านักเรียนมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

THE DEVELOPMENT OF LEARNING PACKAGES ON MATRICES AND DETERMINANTS
THROUGH MASTERY LEARNING MODEL TO PROMOTE MATHAYOMSUKSA IV
STUDENTS' MATHEMATICS COMMUNICATION SKILL

AN ABSTRACT

BY

PORNSAWAN JARASRUNGCHAIKUL

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

March 2004

Pornsawan Jarasrungsakul. (2004). *The Development of Learning Packages on Matrices and Determinants Through Mastery Learning Model to Promote Mathayomsuksa IV Students' Mathematics Communication Skill*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat, Asst. Prof. Raweewan Panpanich.

The purpose of this research were to development of learning packages on Matrices and Determinants to promote Mathayomsuksa IV Students' mathematics communication skill through mastery learning model, and to learning achievement and mathematical communication ability of Mathayomsuksa IV student after using learning packages.

The subjects of this study were 44 Mathayomsuksa IV students in the first semester of the 2003 academic year at Wat Suthiwararam School, Sathon District, Bangkok. The experimental group was taught for 16 hours. The One-Group Pretest-Posttest Design was used for this study. The data were statistically analyzed by using t-test Dependent.

The findings were as follows :

1. The learning packages on Matrices and Determinants to promote Mathayomsuksa IV students' mathematics communication skill through mastery learning model possessed the efficiency of 90.32/90.20 criteria that higher than the normal efficiency of 80/80 criteria.

2. The learning achievement of the experimental group after being taught by using learning packages on Matrices and Determinants to promote Mathayomsuksa IV students' mathematics communication skill through mastery learning model was statistically higher than before being taught at the .01 level of significance.

3. The mathematical communication in mathematics of the experimental group being taught by using learning packages on Matrices and Determinants to promote Mathayomsuksa IV students' mathematics communication skill through mastery learning model possessed the efficiency of 79.94 percentage criteria.

ปริญญานิพนธ์

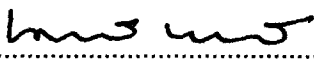
เรื่อง

การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้
เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

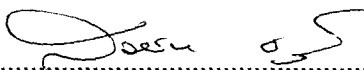
ของ

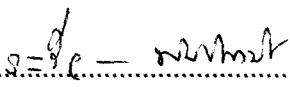
นางพรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล

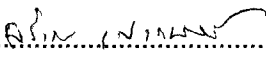
ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

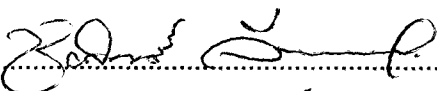
..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. นภาพร หะวานนท์)
วันที่ .11. มีนาคม พ.ศ. 2547

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ระวีวรรณ พันธุ์พานิช)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร. ระวีวรรณ เสวตมลาย)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณา และการให้คำปรึกษาแนะแนวทาง จาก รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ ประธานกรรมการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ระวีวรรณ พันธุ์พานิช กรรมการที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร. ณวิวรรณ เทวตมาลย์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงยิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล และอาจารย์เกษมา จงสูงเนิน ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และตรวจสอบแก้ไข เครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ อาจารย์หมวดวิชา คณิตศาสตร์ และอาจารย์ทุกท่านของโรงเรียนวัดสุทธิวราราม ที่อำนวยความสะดวก และให้ความร่วมมืออย่างดียิ่งในการทดลองหาประสิทธิภาพเครื่องมือ และการดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อโฮม – คุณแม่สร้อยทอง พวงมะเทศ และทุกคนในครอบครัว ตลอดจนรุ่นพี่ เพื่อนๆ สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ที่ได้ให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบให้เป็นเครื่องบูชาพระคุณของ บิดา – มารดา ครู – อาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่าน

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ.....	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	4
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	4
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	4
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
	ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	5
	เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	5
	ตัวแปรที่ศึกษา	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	9
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้.....	10
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้.....	11
	ความหมายของชุดการเรียนรู้	11
	ประเภทของชุดการเรียนรู้	13
	หลักและทฤษฎีการสร้างชุดการเรียนรู้.....	16
	องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้.....	19
	ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้.....	25
	ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้	31
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้.....	33
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการเรียนเพื่อรอบรู้.....	35
	ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้.....	35
	ประวัติของการเรียนเพื่อรอบรู้.....	36
	รูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ของแควร์วอล	37
	รูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูม	39
	รูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททคิส.....	41

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
2(ต่อ) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้.....	54
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	57
ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	57
ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	59
มาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	60
องค์ประกอบของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	60
บทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	65
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	67
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	69
3 วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	72
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	72
ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	73
เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	73
เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	73
การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	74
วิธีดำเนินการทดลอง.....	82
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	83
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	87
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	91
สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า.....	91
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	93
อภิปรายผล.....	94
ข้อสังเกตจากการศึกษา.....	97
ข้อเสนอแนะ.....	98
บรรณานุกรม.....	99
ภาคผนวก.....	112

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	176

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แบบแผนการทดลอง	82
2 ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80.....	88
3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของ กลุ่มตัวอย่าง ก่อน และหลังการทดลอง.....	89
4 สรุปคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียน เพื่อรอบรู้.....	90
5 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_H) ของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ จำนวน 30 ข้อ.....	114
6 คะแนนผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ก่อน และหลังการทดลอง ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์.....	116
7 คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูด และการเขียน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้ หลักการเรียนเพื่อรอบรู้.....	117
8 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์.....	118
9 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 2 เรื่อง การเท่ากันของเมทริกซ์.....	119
10 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 3 เรื่อง การบวกและการลบเมทริกซ์.....	120
11 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง.....	121

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง	หน้า
12 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 5 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์.....	122
13 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 6 เรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์.....	123
14 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 7 เรื่อง การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์.....	124
15 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 8 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์...	125

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนรู้การสอน.....	23
2 รูปแบบการจัดการเรียนเพื่อรอบรู้ในโรงเรียนของบลูม	39
3 กราฟแสดงผลการทดลองของเด็กเรียนเก่งกับเรียนปานกลางเปรียบเทียบกับเด็ก เรียนอ่อน	52

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

โลกและสิ่งแวดล้อมมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา การดำรงชีวิตของคนจึงต้องอาศัยการเรียนรู้เพื่อให้สามารถปรับตัวเข้ากับสภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นการเรียนรู้จึงเป็นครองของชีวิตที่เกิดขึ้นได้ทุกแห่งทุกเวลา ต่อเนื่องยาวนานตลอดชีวิตตั้งแต่ปฏิสนธิจนตาย เริ่มจากการเรียนรู้จากครอบครัว ชุมชน ศูนย์การเรียนรู้ โรงเรียน สถาบันศาสนา แหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ กว้างไกลครอบคลุมสถานการณ์ของสังคมไทย และสังคมโลก (คณะอนุกรรมการปฏิรูปการเรียนรู้. 2544 : 33) ความมุ่งหมายในการสอนคณิตศาสตร์ คือ การเตรียมเยาวชนให้พร้อมสำหรับสังคมให้ดีที่สุด คณิตศาสตร์ที่สอนควรเป็นสิ่งที่ผู้เรียน ได้ใช้ประโยชน์ในการทำงาน และอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข หน้าที่ของโรงเรียนในวันนี้ คือ การสอนคณิตศาสตร์ที่จะเป็นประโยชน์ที่สุดแก่ผู้เรียนในวันข้างหน้า และทำให้ผู้เรียนเป็นคนมีประโยชน์ต่อสังคมให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ความมุ่งหมายที่ตั้งขึ้นจึงควรคำนึงถึงความต้องการของผู้เรียน และสังคม (ฉวีวรรณ เทวตมมัลย์. 2545 : 24) ดังนั้นกระบวนการเรียนรู้และการจัดการศึกษาต้องมุ่งพัฒนาผู้เรียน และคนไทยทุกคนให้มีความสมบูรณ์พร้อมทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้ คุณธรรม จริยธรรม และวัฒนธรรม ในการดำรงชีวิต สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่น ธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมได้อย่างมีความสุข (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545 : 57)

จากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประเทศของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า นักเรียนสอบได้คะแนนเฉลี่ย 14 คะแนน จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน หรือได้คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 35 (กรมวิชาการ. 2545 : 15) และเมื่อเปรียบเทียบกับคุณภาพมาตรฐานของการศึกษาของอีกหลายประเทศในระดับเดียวกัน คุณภาพการศึกษาของไทยมีมาตรฐานค่อนข้างต่ำ เด็กและเยาวชนไทยยังไม่ได้ได้รับการพัฒนาเต็มตามศักยภาพ ขาดการปลูกฝังคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เช่น การใฝ่รู้ใฝ่เรียน การคิด วิเคราะห์ และใช้เหตุผลในการแก้ปัญหา ความมีระเบียบวินัย และความซื่อสัตย์ เป็นต้น นอกจากนี้ วิธีการสอนของครูยังใช้วิธีการบอกความรู้โดยยัดวิชาเป็นตัวตั้ง ไม่ยัดผู้เรียนเป็นตัวตั้งไม่สามารถทำให้ผู้เรียนแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2545 : 57)

การเรียนการสอนในโรงเรียนทั่วไปเป็นการสอนแบบกลุ่มใหญ่ โดยจัดให้นักเรียนอยู่กันเป็นห้องๆ ซึ่งแต่ละห้องมีนักเรียนอยู่เป็นจำนวนมาก ในการสอนนักเรียนแต่ละห้องนั้นใช้หนังสือเรียนเหมือนกัน ใช้เวลาในการสอนเท่ากัน และครูคาดหวังจะให้นักเรียนทุกคนสอบได้คะแนนดีเช่นเดียวกัน โดยไม่ได้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลซึ่งตามความเป็นจริงแล้ว

นักเรียนบางคนก็เรียนได้ดีมีความเข้าใจเร็ว แต่บางคนอาจเรียนได้ช้าหรือไม่เข้าใจ (อุไรวรรณ อินทรีย์. 2520 : 27) นอกจากนี้ยังมีสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดความล้มเหลวในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ก็เนื่องจากครูส่วนมากชอบที่จะสอนนักเรียนเก่ง เพราะสอนเข้าใจง่าย และมีผล การเรียนเป็นที่พอใจของครู ส่วนนักเรียนที่เรียนอ่อนนั้นมักจะไม่มีการต้องการสอน จนบางครั้ง อาจถูกปล่อยปละละเลยโดยถือว่าเมื่อเรียนอ่อนก็ต้องสอบตก หรือเรียนซ้ำ ซึ่งความคิดนี้ ไม่ถูกต้องนัก เพราะครูมีหน้าที่รับผิดชอบในการเรียนของนักเรียนทุกคนไม่ว่าเรียนเก่ง หรือ เรียนอ่อน ยิ่งเป็นนักเรียนอ่อนครูก็ต้องให้ความสนใจเป็นพิเศษ (เกศินี เจริญศิริ. 2530 : 1 - 2)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม เนื้อหาบางตอนก็ยากที่จะอธิบายให้เข้าใจได้แต่ อย่างไรก็ตาม ในปัจจุบันก็สามารถใช้รูปธรรมมาช่วยอธิบายเรื่องที่เป็นนามธรรมได้บ้าง ผู้ที่เป็น ครูจะต้องพยายามฝึกฝนหาความรู้เกี่ยวกับวิธีสอนต่างๆ แล้วนำมาปรับปรุงใช้ให้เหมาะสมกับ เนื้อหา และสภาวะแวดล้อม (ยุพิน พิพิธกุล. 2523 : 1) ดังนั้นวิธีสอนจึงมีความสำคัญมากแม้ว่า ผู้สอนจะมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างดี แต่ไม่รู้จักใช้วิธีการสอน เทคนิคการสอน หรือกลวิธีใน การสอน และในบางกรณีผู้สอนไม่มีแผนการสอนที่ดีอีกด้วยแล้ว ผู้เรียนย่อมไม่เกิดความเข้าใจ หรือเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ (เสริมศักดิ์ สุรวัฒน. ม.ป.ป. : 117) ปัจจุบันเป็นที่ ยอมรับว่าการใช้นวัตกรรมหรือเทคโนโลยีทางการศึกษาเป็นวิธีการที่มีความสำคัญ และจำเป็น ต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะเทคโนโลยีทางการศึกษาช่วยส่งเสริมในการเรียนการสอนเป็น ไปตามความสามารถ และความต้องการของนักเรียน (บุษบงค์ รักเรียน. 2533 : 3) ซึ่งชุด การเรียนเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาอย่างหนึ่งที่มีคุณค่าสำหรับการเรียนการสอนหลาย ประการ เช่น เป็นเครื่องมือที่ช่วยครูดำเนินการสอนไปตามขั้นตอน ครูคนหนึ่งสามารถสอน นักเรียนได้มากขึ้นช่วยแก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคล ผู้เรียนจะเรียนไปตามความ สามารถของตนเอง และยังช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูได้บ้างโอกาส (ประภาพรรณ เกตุศร. 2539 : 2)

การสื่อสารเป็นกระบวนการ (Process) ที่มีความสำคัญต่อมนุษย์ ทั้งในด้านการดำเนิน ชีวิต สังคม การเมือง และการศึกษา จนอาจจะกล่าวได้ว่า การสื่อสารเป็นฟันเฟืองของเครื่องจักรกลแห่งสังคมดำเนินไปอย่างไม่หยุดยั้ง เนื่องจากการสื่อสารเป็นทั้งเครื่องมือ และวิธีการใน การก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างใดอย่างหนึ่งทั้งต่อปัจเจกบุคคล ต่อองค์กร และต่อสังคม ดังนั้น เราจึงไม่อาจปฏิเสธได้ว่า การสื่อสารเป็นสถาบันหนึ่งของสังคมที่มีความจำเป็นอย่างยิ่ง จนไม่อาจจะเลยที่จะนำมาศึกษาให้ทราบ และเข้าใจถึงองค์ความรู้ต่างๆ ของการสื่อสาร เพื่อจะ ได้นำเอาการสื่อสารไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และมีประสิทธิภาพ (กิตติมา สุรสนธิ. 2541 : 1) ซึ่งการ จัดการเรียนการสอนในโรงเรียน ควรมีการปรับปรุง และพัฒนาให้เหมาะสมกับความเจริญใน โลกปัจจุบัน เพื่อให้ให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถด้านการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ กล่าวคือ มีความชำนาญในทักษะภาษาไทยครบทั้งสี่ด้าน ได้แก่ ทักษะการฟัง การพูด การอ่าน

และการเขียน รวมถึงความสามารถในการใช้ภาษาต่างประเทศที่เป็นภาษาสากลในการสื่อสาร (กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ. 2542 : 2) ซึ่งการเรียนการสอนที่จะส่งเสริมทักษะการสื่อสารต้องเป็นการเรียนการสอนที่จัดเป็นกระบวนการกลุ่ม เพราะกระบวนการกลุ่ม เป็นวิทยาการที่ศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมของมนุษย์ ในสถานการณ์ของการทำงาน ร่วมกัน ความรู้ทางด้านนี้มีประโยชน์กว้างขวางมาก เนื่องจากทุกคนต้องทำงานร่วมกับผู้อื่นในการประกอบอาชีพ ดังนั้นการนำความรู้เรื่องกระบวนการกลุ่มเข้าไปใช้ในการพัฒนาบุคลากรจึงได้แพร่หลายไปอย่างกว้างขวาง (ทีศนา แชมมณี. 2545 : คำนำ)

ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีสอนแบบต่างๆ ที่จะช่วยแก้ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และช่วยส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และพัฒนาทั้งทางร่างกาย อารมณ์ สังคม และสติปัญญา ซึ่งเป็นวิธีสอนที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการเรียน และส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น วิธีการเรียนการสอนที่น่าสนใจวิธีหนึ่ง คือ หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ (Mastery learning) ซึ่ง บลูมและคนอื่นๆ (วีรวรรณ มณีเนวล. 2543 : 2-3 ; อ้างอิงจาก Bloom and others. 1974 : 53 - 54) ได้ทดลองใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ในการเรียนการสอนโดยการนำบทเรียนมาแยกเป็นหน่วยย่อย ๆ เพื่อให้เข้าใจง่าย และมีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน แล้ววัดผลจากการสอนโดยใช้แบบทดสอบย่อย นำผลการสอบมาเป็นข้อมูลย้อนกลับ เพื่อช่วยสอนซ่อมเสริมนักเรียนที่ยังอ่อน ปรากฏว่า เป็นที่ยอมรับกันแพร่หลาย และฮอททคิส (Hotchkis) ซึ่งทำการสอนโดยใช้วิธีเรียนรู้เพื่อรอบรู้ ก่อนสอนมีการนำบทเรียนมาแยกเป็นหน่วยย่อยๆ แต่เน้นการสอนให้เกิดมโนคติ (Teaching concept) เพราะเห็นว่าการที่นักเรียนจำนวนมากไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะไม่เข้าใจมโนคติที่ถูกต้องของคณิตศาสตร์ การสอนของเขาจะมุ่งให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจนเกิดความเข้าใจ แล้วสรุปเป็นมโนคติที่ถูกต้อง นอกจากการสอนโดยวิธีนี้แล้วยังมีการสอนเพื่อฝึกความชำนาญ โดยใช้แบบฝึก (Probe) ซึ่งกำหนดปริมาณงานหรือจำนวนข้อ และเวลาในการฝึกไว้จำกัด เพื่อให้มีความตั้งใจในการทำแบบฝึกให้เสร็จในเวลาอันรวดเร็ว และมีความถูกต้องตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

ผลการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เท่าที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่าการเรียนการสอนโดยวิธีนี้จะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ดังเช่น ผลการวิจัยของ พัทธนัย อวิรุทธพาณิชย์ (2543 : บทคัดย่อ) วีรวรรณ มณีเนวล (2543 : บทคัดย่อ) วรภัทร ชัยเลิศ (2534 : บทคัดย่อ) ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2533 : บทคัดย่อ) จรูญ เรืองประพันธ์ (2531 : บทคัดย่อ) ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์ (2531 : บทคัดย่อ)

จากที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และจะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับครูคณิตศาสตร์ และผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาในการปรับปรุง และพัฒนาคุณภาพของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการทดลอง ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
3. เพื่อศึกษาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับครูคณิตศาสตร์ และผู้ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาในการปรับปรุง และพัฒนาคุณภาพของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนแผนการเรียน วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 6 ห้องเรียน รวม 288 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนแผนการเรียน วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร

กรุงเทพฯ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 44 คน ที่ได้มาโดยใช้การสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) 1 ห้องเรียน จากจำนวน 6 ห้องเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ทำการทดลองวันที่ 11 สิงหาคม 2546 ถึง วันที่ 5 กันยายน 2546 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลอง 16 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน 14 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นเนื้อหา วิชาคณิตศาสตร์ (ค411) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ ชุดการเรียนรู้ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้
2. ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 2.2 ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียนรู้ หมายถึง บทเรียนที่มีการจัดลำดับขั้นตอนของเนื้อหาให้เป็นระบบ และรัดกุม มีจุดประสงค์ของการเรียนการสอนที่เด่นชัด เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพภายในระยะเวลาอันสั้น โดยที่กำหนดกิจกรรม เวลา และสื่อการเรียนได้อย่างชัดเจน ในชุดการเรียนรู้แต่ละชุดประกอบด้วย

1. ชื่อชุดการเรียนรู้
2. คำชี้แจง ส่วนที่อธิบายลักษณะของชุดการเรียนรู้
3. จุดประสงค์การเรียนรู้ ส่วนที่ระบุเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจาก

นักเรียนทำชุดการเรียนรู้นั้นจบลงแล้ว

4. เวลาที่ใช้ ส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำชุดการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนรู้ ส่วนที่ระบุสื่อทั้งหมดที่ใช้ในชุดการเรียนรู้
6. เนื้อหา ส่วนที่เสนอความรู้ให้นักเรียน ซึ่งประกอบด้วย
 - 6.1 เอกสารแนะแนวทาง

6.2 ใบความรู้

7. แบบฝึกทักษะ ส่วนที่กำหนดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้

8. การประเมินผล ส่วนที่นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเอง หลังจากใช้ชุดการเรียนรู้แต่ละชุด ซึ่งประกอบด้วย

8.1 แบบทดสอบย่อย

8.2 แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. **หลักการเรียนเพื่อรอบรู้** หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยจัดลำดับเนื้อหาออกเป็นหัวข้อย่อย ๆ และมีความต่อเนื่องกันในการสอนแต่ละเนื้อหาย่อย ๆ เน้นการสร้างความคิดรวบยอด และมีการฝึกทักษะจากแบบฝึก มีการทดสอบย่อย และแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนด้วยการสอนใหม่ เพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้อย่างแตกฉาน ซึ่งมีขั้นตอนการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. **ขั้นการรับรู้ (Acquisition)** เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด โดยครูผู้สอนจัดเตรียมกิจกรรม สื่อ อุปกรณ์ที่เหมาะสมให้กับนักเรียน

2. **ขั้นการเพิ่มความชำนาญ (Fluency)** เป็นขั้นฝึก ครูผู้สอนจะต้องหาวิธีการให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัด เป็นการฝึกให้เกิดความแม่นยำ รวดเร็ว และเป็นการสร้างนิสัยในการเรียนของนักเรียนด้วย

3. **ขั้นการให้ความรู้เพื่อความทรงจำ (Maintenance)** เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำเรื่อง หรือความรู้ที่เรียนมาแล้วได้ โดยใช้การทดสอบอย่างสม่ำเสมอ หรือทำแบบฝึกซ้ำในจุดประสงค์ ใช้แบบฝึกใหม่ที่คล้ายกัน ผู้เรียนสามารถจำความรู้นั้นได้ แม้เวลาจะผ่านไปก็ยังไม่ลืม

4. **ขั้นการนำไปใช้ (Application)** เป็นขั้นที่นักเรียนมีความชำนาญและจำได้แม่นยำแล้ว สิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมให้ ก็คือ สร้างและให้สถานการณ์ใหม่ๆ แก่นักเรียน นักเรียนจะได้นำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาที่ยังไม่เคยพบลักษณะการทำแบบฝึกหัด หรือข้อสอบประจำหน่วย หรือเอกสารฝึกหัด

5. **ขั้นการปรับใช้ (Adaptation)** จัดเป็นขั้นสุดท้ายของการเรียนรู้ และเป็นความคาดหวังของครูผู้สอนที่จะให้ผู้เรียนที่เรียนครบตามหลักสูตร แล้วสามารถนำความรู้ความเข้าใจไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้

เกณฑ์การรอบรู้ (Mastery level) หมายถึง ระดับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนที่จะบอกว่านักเรียนคนใดมีความรอบรู้แล้ว ซึ่งในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การรอบรู้ 80 % หมายความว่า เมื่อมีการทดสอบนักเรียนจะต้องทำแบบทดสอบได้อย่างน้อย 80 ข้อใน 100 ข้อ จึงจะถือว่ามีความรอบรู้ในเนื้อหาที่เรียนแล้ว ซึ่งการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้นั้นก่อนเริ่มสอนแต่ละชุดการเรียน ครูจะต้องบอกเกณฑ์การรอบรู้ให้นักเรียนทราบก่อน และหลังจากสอนจบแต่ละชุดการเรียนแล้วมีการทดสอบย่อย นักเรียนที่ทำคะแนนได้ไม่ถึงเกณฑ์การรอบรู้ที่ตั้งไว้ จะต้องได้รับการสอนซ่อมเสริมจนมีความรู้ถึงเกณฑ์การรอบรู้ในที่สุด

3. การสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ที่ผู้วิจัยยึดแนวความคิดของ ฮอททคิส ซึ่งมีขั้นตอนการเรียนการสอน ดังนี้

1. ทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนทำการสอน โดยใช้แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียน แล้วครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้แก่เรียนก่อนเริ่มสอน

2. บอกจุดประสงค์การเรียนรู้ของแต่ละชุดการเรียนก่อนเริ่มดำเนินการสอนในทุกชุดการเรียน พร้อมทั้งบอกปริมาณงานที่นักเรียนต้องทำ และเกณฑ์ในการประเมินแต่ละชุดการเรียน

3. ดำเนินการเรียนการสอนในแต่ละชุดการเรียน โดยเน้นให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. เมื่อสอนจบในแต่ละชุดการเรียน จะมีการทดสอบย่อยทันทีเพื่อดูว่านักเรียนผ่านเกณฑ์การรอบรู้ที่ครูตั้งไว้ ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์การรอบรู้ต้องจัดให้เรียนซ่อมเสริมโดยการสอนใหม่จากครู แล้วทดสอบอีกครั้งด้วยแบบทดสอบคู่ขนานกับการสอบครั้งแรก แต่ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์การรอบรู้ ก็จัดให้ทำเอกสารฝึกหัดที่ครูจัดเตรียมไว้ซึ่งเป็นโจทย์ที่ท้าทาย และยากขึ้นขณะรอกลุ่มนักเรียนที่สอบไม่ผ่าน เพื่อจะได้เรียนในชุดการเรียนต่อไป

5. เมื่อดำเนินการเรียนการสอนจนจบทุกชุดการเรียนในเรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์ แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินผลการเรียน

4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การร่วมกันอภิปราย หรือการจัดกิจกรรม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ โดยการวัดด้านการพูด และการเขียน

5. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นใช้ในการศึกษาครั้งนี้ โดยผู้วิจัยกำหนดไว้ที่ระดับ 80/80 โดยมีความหมาย ดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุดแล้ว นำคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมารวมกัน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนรู้แต่ละชุดแล้ว นำคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมารวมกัน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

6. การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนที่ประกอบด้วยนวัตกรรมทางการศึกษา เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้

7. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนจากการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain) ตามที่วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 685) จำแนกไว้ 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม กระบวนการต่างๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว และความสามารถในการคิดคำนวณ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ หลักการ กฎการสรุปอ้างอิง และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนโจทย์ปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล และในการอ่านตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ (Application) ประกอบด้วย ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ประสมอยู่ระหว่างเรียน การเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนและสมมาตรกัน

4. การวิเคราะห์ (Analysis) ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัด แต่อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาที่เรียน การพิสูจน์ การตรวจสอบ และการทดสอบความถูกต้องของสูตร

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ หลังทดลองสูงกว่า ก่อนทดลอง
3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ มีค่าไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้
 - 1.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้
 - 1.2 ประเภทของชุดการเรียนรู้
 - 1.3 หลักและทฤษฎีการสร้างชุดการเรียนรู้
 - 1.4 องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้
 - 1.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้
 - 1.6 ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้
 - 1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการเรียนเพื่อรอบรู้
 - 2.1 ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้
 - 2.2 ประวัติของการเรียนเพื่อรอบรู้
 - 2.3 รูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ของแคร์รอล
 - 2.4 รูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูม
 - 2.5 รูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททคิส
 - 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 มาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 องค์ประกอบของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 บทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้

1.1 ความหมายของชุดการเรียนรู้

ความหมายของชุดการเรียนรู้ ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้
 แคปเฟอร์ และแคปเฟอร์ (Kapfer & Kapfer. 1972 : 3 –10) ให้ความหมายว่า ชุดการเรียนรู้ เป็นรูปแบบการสื่อสารระหว่างครูนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำที่ให้นักเรียน ได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้จนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ เนื้อหาที่นำมาสร้างชุดการเรียนรู้ นั้นได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้ผู้เรียนรู้ และเนื้อหาจะต้องตรง และชัดเจนที่จะสื่อความหมายให้ผู้เรียนได้เกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

ฮุสตัน และคนอื่น ๆ (Houston and others. 1972 : 10 – 15) ให้ความหมายว่า ชุดการเรียนรู้ เป็นชุดของประสบการณ์ที่จัดเตรียมไว้ให้กับผู้เรียน เพื่อให้บรรลุถึงเป้าหมายที่ตั้งไว้

ดูว์น (Duane. 1973 : 169) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนรู้ว่า เป็นชุดการเรียนรู้ รายบุคคล (Individualized instruction) อีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเป้าหมายผู้เรียนได้ตามอัตราความสามารถ และความต้องการของตนเอง

มัวร์ (Moore. 1974 : 24) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนรู้ว่า เป็นการศึกษารายบุคคลที่เป็นระบบที่ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดประสงค์ในการเรียนต่อเนื่องกันไปอย่างมีประสิทธิภาพโดยใช้สื่อ และกิจกรรมหลายชนิดตามความเหมาะสม

นิพนธ์ สุขปริดี (2525 : 74 – 75) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้ เป็นการรวบรวมสื่อการเรียนรู้สำเร็จรูปเพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษาด้วยตนเองอย่างสะดวก เพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ชุดการเรียนรู้จะต้องประกอบด้วยสื่อต่าง ๆ ที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจบทเรียนได้ดี โดยพิจารณาจากสื่อที่ตรงตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้เหมาะกับประสบการณ์ของผู้เรียน และเป็นสื่อที่จัดหาได้ไม่ลำบากนัก

วาสนา ชาวหา (2525 : 139) ได้กล่าวถึง ชุดการเรียนรู้ว่า เป็นชุดการเรียนรู้ที่จัดเป็นโปรแกรมทางการเรียนสำหรับผู้เรียน เรียนด้วยตนเองตามความสามารถและความสนใจเป็นรายบุคคล เพื่อส่งเสริมความสามารถของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนไปให้ถึงขีดสุดความสามารถโดยไม่เสียเวลาคอยคนอื่น

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) ให้ความหมายไว้ว่า ชุดการเรียนรู้ หมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการเรียนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อสร้างความสนใจ ในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริง

ของเนื้อหาและอีกอย่างหนึ่งอาจเพื่อก่อให้เกิดการเสาะแสวงหาอันนำไปสู่ความเข้าใจลึกซึ้ง และป้องกันการเข้าใจความหมายผิด สื่อการเรียนเหล่านี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าสื่อประสมที่เรานำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมกำเรียนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526 : 112) ให้ความหมายไว้ในลักษณะเดียวกัน คือ ชุดการเรียน หมายถึงระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน หรือการนำระบบสื่อประสม (Multi media) ที่สอดคล้องกับเนื้อหา และประสบการณ์ของแต่ละหน่วยวิชา มาช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมกำเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้นชุดการเรียนนี้นิยมจัดไว้ในรูปของกล่อง หรือซองเป็นหมวด ๆ สำหรับสอนหัวข้อต่าง ๆ ในทุกวิชาเท่าที่จะทำได้โดยยึดหลักสูตรเป็นแนวในการพิจารณาจัดทำชุดการเรียนแต่ละชุด

วิระ ไทยพานิช (2529 : 134) กล่าวว่า ชุดการเรียนมีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น ชุดการสอน (Instructional Package) ชุดการเรียนเบ็ดเสร็จ (Self – Instructional package) ชุดการเรียนรายบุคคล (Individualized learning package) ซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (Multi media) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยกำเรียน หัวข้อ เนื้อหา และอุปกรณ์ ของแต่ละหน่วยที่จัดไว้เป็นชุด กล่อง หรือซอง ชุดการเรียนอาจมีรูปแบบ (Formats) ที่แตกต่างกันออกไปส่วนมากจะประกอบด้วย คำชี้แจง หัวข้อ จุดมุ่งหมาย กำประเมินผลเบื้องต้น กำกำหนดกิจกรรม และการประเมินผล ขั้นสุดท้าย จุดมุ่งหมายที่สำคัญของการสอนนักเรียนเป็นรายบุคคล คือ ให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนของตนเอง

วิภากรณ์ เตโชชัยวุฒิ (2533 : 17 – 18) ได้กล่าวถึง ชุดการเรียนว่า ชุดการเรียนเป็นสื่อการเรียนสำเร็จรูปที่ผู้เรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเองตามขั้นตอนที่ระบุไว้ในชุดโดยพึ่งครูน้อยที่สุด ผู้เรียนสามารถเรียนได้อย่างอิสระตามความสามารถของแต่ละบุคคล ซึ่งเป็นการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักกำพึ่งพาตนเองในการศึกษาความรู้

ยุพิน พิพิธกุล (2537 : 176) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนว่า เป็นชุดการเรียนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนนั้นประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงานพร้อมเฉลย บัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนนั้นจะมีสื่อการเรียนไว้พร้อมเพื่อให้ผู้เรียนใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้น ๆ

วิชัย ดิสสระ (2539 : 154) ได้ให้ความหมายของ ชุดการเรียนว่า เป็นการกำจัดเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาให้เป็นระบบและรัดกุมซึ่งมีคุณลักษณะที่ตอบสนองความต้องการของผู้เรียนจนสมบูรณ์ในตัวเอง มีจุดประสงค์ของการเรียนการสอนที่เด่นชัด เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายทางการเรียนได้ภายในระยะเวลาอันสั้นโดยที่กำหนดกิจกรรม เวลา และสื่อการเรียนได้อย่างชัดเจน เป็นกิจกรรมกลุ่มมากกว่ารายบุคคล มุ่งฝึกทักษะและส่งเสริมกำร่วมกิจกรรมจากสื่อ และยุทธวิธีที่หลากหลายรูปแบบโดยมีครูเป็นผู้คอยแนะนำช่วยเหลือ

จากการศึกษาความหมายข้างต้นพอสรุปได้ว่า ชุดการเรียนรู้ หมายถึง บทเรียนที่มีการจัดลำดับขั้นตอนของเนื้อหาให้เป็นระบบ และรัดกุม มีจุดประสงค์ของการเรียนการสอนที่เด่นชัด เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ ภายในระยะเวลาอันสั้น โดยที่กำหนดกิจกรรม เวลา และสื่อการเรียนรู้ได้อย่างชัดเจน

1.2 ประเภทของชุดการเรียนรู้

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้ไว้แตกต่างกัน ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 118 – 119) ได้แบ่งชุดการเรียนรู้ตามลักษณะการใช้เป็น 4 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนรู้ประกอบการบรรยาย ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลง และใช้สื่อการสอนทำหน้าที่แทนชุดการเรียนรู้แบบนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรม และการสอนในระดับอุดมศึกษาที่ยังถือว่าการสอนแบบบรรยายยังมีบทบาทสำคัญในการถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียน เนื่องจากเป็นชุดการเรียนรู้ที่ครูเป็นผู้ใช้บางครั้งจึงเรียก “ชุดการเรียนรู้สำหรับครู” ชุดการเรียนรู้ประกอบการบรรยายจะมีเนื้อหาเพียงอย่างเดียว โดยแบ่งหัวข้อที่จะบรรยาย และประกอบกิจกรรมไว้ตามลำดับขั้น สื่อที่ใช้อาจเป็นแผ่นคำสอน สไลด์ ประกอบ เสียงบรรยายในเทป แผนภูมิ แผนภาพ ภาพยนตร์ โทรทัศน์ และกิจกรรมกลุ่ม เพื่อให้ผู้เรียนได้อภิปรายตามปัญหา และหัวข้อที่ครูกำหนดให้ เพื่อความเรียบร้อยในการใช้

2. ชุดการเรียนรู้แบบกิจกรรมกลุ่ม เป็นชุดการเรียนรู้แบบกิจกรรมที่ยึดระบบการผลิตสื่อการเรียนรู้ตามหน่วย และหัวเรื่องที่จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียนรู้ การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ เป็นต้น ซึ่งชุดการเรียนรู้นี้ประกอบด้วย ชุดย่อยตามจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวน ผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น ๆ สื่อที่ใช้ในศูนย์จัดไว้ในรูปสื่อประสมอาจใช้ เป็นสื่อรายบุคคล หรือสื่อสำหรับกลุ่มที่ผู้เรียนทั้งศูนย์จะใช้ร่วมกันได้ ผู้เรียนที่เรียนจากชุดการเรียนรู้แบบกิจกรรมกลุ่ม จะต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มเรียนเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้ว ผู้เรียนสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เองระหว่างประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ หากมีปัญหาผู้เรียนสามารถถามครูได้เสมอ

3. ชุดการเรียนรู้ตามเอกัตภาพ หรือชุดการเรียนรู้รายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้ที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ความแตกต่างระหว่างบุคคลอาจเป็นการเรียนในโรงเรียนหรือบ้านก็ได้ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจ และความพร้อมของผู้เรียน

4. ชุดการเรียนรู้ทางไกล เป็นชุดการเรียนรู้ที่ผู้สอนกับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อ

ประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุ โทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา

คณะกรรมการพัฒนาการสอน และผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 250 – 251) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนการสอนไว้ 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือ และเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปสอนให้เด็กได้เกิดพฤติกรรมคาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการ และควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู
2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียน เป็นชุดสำหรับให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัด และมอบชุดการเรียนการสอนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะ ๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหา และประเมินผลชุดนี้เป็นการฝึกให้เรียนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนจะได้สามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูและนักเรียนร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างแบบที่ 1 กับ แบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้นำแสดงให้นักเรียนดู และกิจกรรมบางอย่างนักเรียนต้องทำเอง ชุดการเรียนนี้เหมาะสมอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา ซึ่งเริ่มฝึกให้รู้จักการเรียนรู้ด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 186 – 187) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียน ตามลักษณะของการใช้ไว้ 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดการเรียนสำหรับประกอบการบรรยาย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ชุดการเรียนสำหรับครูใช้ คือ เป็นชุดการเรียนที่กำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนให้ครูใช้ประกอบการบรรยายเพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้ลดน้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้นชุดการเรียนนี้จะมีเนื้อหาวิชาเพียงหน่วยเดียว และใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดการเรียนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการเรียนแบบนี้มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการเรียนในรูปของศูนย์การเรียนรู้ ชุดการเรียนเป็นแบบกิจกรรมกลุ่มจะประกอบด้วยชุดเรียนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วยในแต่ละศูนย์ที่มีสื่อการเรียนหรือทบทวนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น การเรียนอาจจะจัดในรูปแบบของรายบุคคลหรือผู้เรียนทั้งศูนย์ใช้ร่วมกันก็ได้ ผู้ที่เรียนจากชุดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่มอาจจะต้องความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้วผู้เรียนจะสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เอง ในขณะทำกิจกรรมการเรียนรู้หากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนรู้แต่ละศูนย์แล้วผู้เรียนอาจจะสนใจในการเรียนเสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ได้อีก จากศูนย์สำรองที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อเป็นการไม่เสียเวลาที่จะต้องรอคอยบุคคลอื่น

3. ชุดการเรียนรู้รายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้ที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคลเมื่อศึกษาจบแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้า และศึกษาชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหาผู้เรียนจะปรึกษากันระหว่างผู้เรียน และผู้สอนพร้อมที่จะให้ความช่วยเหลือทันที ในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทางการเรียน ชุดการเรียนรู้นี้จัดขึ้น เพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองไปได้จนถึงขีดความสามารถ โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่นอันเป็นการถูกต้อง และยุติธรรมในการจัดการเรียนการสอน ในปัจจุบันนี้ชุดการเรียนรู้แบบนี้บางครั้งเราก็มักเรียก บทเรียนโมดูล (Instructional module)

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง (2531 : 161 – 197) แบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนรู้รายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองในชุดการเรียนรู้นี้จะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรมพร้อมเฉลย บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงานพร้อมเฉลย และบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนรู้นี้จะมีสื่อการเรียนรู้ไว้พร้อม เพื่อผู้เรียนจะใช้ประกอบในการเรียนเรื่องนั้น ๆ

2. ชุดการเรียนรู้สำหรับครู เป็นชุดการเรียนรู้ที่ครูใช้ ประกอบด้วยตารางคู่มือรายคาบซึ่งนำเนื้อหาในแต่ละบทมาแบ่งเป็นคาบ พร้อมทั้งเขียนรายการสอน วิธีสอนและสื่อการเรียนการสอนไว้อย่างย่อ ๆ และหัวข้อในแต่ละคาบประกอบด้วยจุดประสงค์ เนื้อหา สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน การวัด และประเมินผล แบบฝึกหัดเพิ่มเติม นันทนาการ และปัญหาที่ควรเน้น

3. ชุดการเรียนรู้แบบผสม เป็นชุดการเรียนรู้ซึ่งนักเรียนสามารถเรียนด้วยตนเองหรือครูใช้สอนก็ได้ จึงเป็นชุดการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย ชุดการเรียนรู้รายบุคคล กับชุดการเรียนรู้สำหรับครูรวมกันโดยเน้นกิจกรรมที่ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง และกิจกรรมที่ครูสอน ผู้สร้างจะต้องเขียนกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์ของชุดการเรียนรู้

จากการแบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้ของนักการศึกษาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยได้ข้อสรุปว่า จะสร้างชุดการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติด้วยตัวเอง โดยมีการปรึกษาหารือกันเป็นกลุ่ม และมีครูผู้สอนเป็นผู้ชี้แนะหรือเป็นที่ปรึกษา เมื่อนักเรียนมีปัญหาหรือข้อสงสัยในชุดการเรียนรู้

1.3 หลักและทฤษฎีการสร้างชุดการเรียนรู้

การสร้างชุดการเรียนรู้ อาศัยหลัก และทฤษฎีหลายประการ ซึ่งนักการศึกษาได้ให้ไว้ ดังนี้

เคมพ์ และ เดย์ตัน (Kemp and Dayton. 1985 : 13 – 15) ได้เสนอแนวคิดทางทฤษฎีการเรียนรู้เป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. กลุ่มพฤติกรรมนิยม (Behaviorism) เป็นกลุ่มที่ตีความพฤติกรรมของมนุษย์ว่าการเรียนรู้เป็นการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้า และการตอบสนอง เรียกว่าการเรียนรู้แบบ S-R สิ่งเร้าก็คือ ข่าวสารหรือเนื้อหาวิชาที่ส่งไปให้ผู้เรียนโดยผ่านกระบวนการเรียนการสอน โปรแกรมการเรียนการสอนทั่วไปมักอิงทฤษฎีนี้ โดยจะแยกลำดับขั้นของการเรียนรู้ออกเป็นขั้นตอนย่อย ๆ และเมื่อผู้เรียนเกิดการตอบสนองก็จะสามารถทราบได้ทันทีว่าเกิดการเรียนรู้หรือไม่ ถ้าตอบสนองถูกต้องก็จะมีเสริมแรง โปรแกรมการเรียนการสอนรายบุคคลจะอิงทฤษฎีนี้มาก

2. กลุ่มทฤษฎีการรู้คิด (Cognitive theory) เป็นกลุ่มที่เน้นกระบวนการความรู้ ความเข้าใจหรือการรู้คิดอันได้แก่ การรับรู้อย่างมีความหมาย ความเข้าใจ และความสามารถในการจัดการกระทำอันเป็นคุณสมบัติพื้นฐานของพฤติกรรมมนุษย์ ทฤษฎีนี้ถือว่าการเรียนรู้ของมนุษย์ขึ้นอยู่กับคุณภาพของสติปัญญา และความสามารถในการสร้างความสัมพันธ์

3. กลุ่มทฤษฎีสังคมนิยม (Social learning theory) เป็นกลุ่มที่เน้นปัจจัยทางบุคลิกภาพ และปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์ การเรียนรู้ส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับการกระทำทางสังคม โดยเรียนรู้จากประสบการณ์โดยตรงหรือผ่านสื่อการเรียนการสอน

ทฤษฎีทั้ง 3 กลุ่ม ต่างมีจุดเน้นเกี่ยวกับการออกแบบ และการใช้สื่อการเรียนการสอน ที่คล้ายคลึงกัน สรุปได้ ดังนี้

1. ด้านแรงจูงใจ (Motivation) ถ้านักเรียนมีความต้องการ ความสนใจ หรือความปรารถนาที่จะเรียนรู้ ก็จะทำให้การเรียนรู้บรรลุผลสำเร็จ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องสร้างให้ผู้เรียนเกิดความสนใจโดยการเสนอสื่อการเรียนการสอนที่ก่อให้เกิดแรงจูงใจ จัดประสบการณ์หรือกิจกรรมในการเรียนรู้ที่มีความหมายหรือน่าสนใจสำหรับนักเรียน

2. ด้านความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual differences) ผู้เรียนแต่ละคนต่างมีอัตราการเรียนรู้ และวิธีการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนจะต้องคำนึงถึงประเด็นนี้ด้วย

3. ด้านจุดประสงค์ของการเรียนรู้ (Learning objectives) ในการจัดการเรียนการสอน หากผู้เรียนได้ทราบจุดประสงค์ในการเรียนรู้ก็จะทำให้ผู้เรียนมีโอกาสบรรลุจุดประสงค์ได้มาก

กว่าไม่ทราบนอกจากนี้ จุดประสงค์ของการเรียนรู้อย่างช่วยในการวางแผนการสร้างสื่อการเรียนการสอน คือ ทำให้ทราบว่า ควรบรรจุเนื้อหาอะไรในสื่อการเรียนการสอน

4. ด้านการจัดเนื้อหา (Organization of content) การเรียนรู้จะง่ายขึ้นหากมีการจัดลำดับเนื้อหาสาระในการเรียนรู้เป็นลำดับขั้น และสมเหตุสมผล

5. ด้านการจัดเตรียมการเรียนรู้ที่มีมาก่อน (Prelearning preparation) ในบางครั้งการเรียนรู้เนื้อหาหนึ่งๆ จำเป็นต้องอาศัยประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีมาก่อน ดังนั้น ในการสร้างชุดการเรียนรู้ควรคำนึงถึงธรรมชาติ และระดับการเรียนรู้ของแต่ละกลุ่ม เพื่อที่จะจัดเตรียมความพร้อมให้กับกลุ่มผู้เรียน

6. ด้านอารมณ์ (Emotion) การเรียนรู้จะเกี่ยวข้องกับอารมณ์และความรู้สึกของบุคคลพอๆ กับความสามารถทางสติปัญญา ดังนั้น ในการสร้างชุดการเรียนรู้ควรจะตอบสนองอารมณ์ซึ่งก่อให้เกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้เป็นสำคัญ

7. ด้านการมีส่วนร่วม (Participation) การเรียนรู้จะบังเกิดผลอย่างรวดเร็ว และคงทน หากให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสติปัญญา และทางกายภาพ และควรจัดเป็นเวลายาวนานกว่าการเรียนรู้โดยการฟังหรือการดู

8. ด้านการให้ผลย้อนกลับทันที (Feedback) การเรียนรู้จะเพิ่มขึ้นหากนักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเอง ซึ่งเป็นการสร้างแรงจูงใจด้วย

9. ด้านการเสริมแรง (Reinforcement) เมื่อนักเรียนบรรลุผลในการเรียนรู้เนื้อหาสาระใดแล้ว ก็จะถูกกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องไป ซึ่งการเรียนรู้ก็เป็นรางวัลที่สร้างความเชื่อมั่น และส่งผลให้เกิดพฤติกรรมในทางบวกแก่นักเรียน

10. ด้านการฝึกปฏิบัติ และการทำซ้ำ (Practice and repetition) บุคคลจะเกิดการเรียนรู้ในเรื่องความรู้ และทักษะได้จะต้องอาศัยการฝึกปฏิบัติและการทำซ้ำอยู่เสมอ ซึ่งจะนำไปสู่ความคงทนในการเรียนรู้

11. ด้านการนำไปประยุกต์ใช้ (Application) ผลลัพธ์ที่พึงปรารถนาของการเรียนก็คือ การเพิ่มความสามารถของแต่ละบุคคล ในการประยุกต์หรือการถ่ายโยงการเรียนรู้ คือ สามารถนำไปปรับใช้กับปัญหา หรือสถานการณ์ใหม่

เสาวนีย์ สิกขบัณฑิต (2528 : 292 – 293) ได้สรุปไว้ ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual differences) นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลมาใช้ เพราะถือว่าการสอนนั้นไม่สามารถปั้นผู้เรียนให้เป็นแม่พิมพ์เดียวกันได้ในเวลาที่เท่ากัน เพราะผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้ตามวิถีทางของเขา และใช้เวลาเรียนในเรื่องหนึ่ง ๆ ที่แตกต่างกันไป ความแตกต่างเหล่านี้มีความแตกต่างในด้านความสามารถ (Ability) สติปัญญา (Intelligence) ความต้องการ (Need) ความสนใจ

(Interest) ร่างกาย (Physical) อารมณ์ (Emotion) และสังคม (Social) ด้วยเหตุผลที่คนเรามีความแตกต่างกันดังกล่าว ผู้สร้างชุดการเรียนรู้จึงพยายามที่จะหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในการที่จะทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จนบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ในชุดนั้น ๆ ซึ่งวิธีที่เหมาะสมที่สุดวิธีหนึ่งก็คือ การจัดการสอนรายบุคคล หรือการจัดการสอนตามเอกัตภาพหรือการศึกษาด้วยตนเอง ซึ่งล้วนแต่เป็นวิธีสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามความแตกต่างของแต่ละคน

2. การนำเสนอประสมมาใช้ (Multi – Media approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบ ความพยายามอันนี้ก็เพื่อที่จะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนจากเดิมที่เคยยึดครูเป็นแหล่งความรู้หลัก มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อประเภทต่าง ๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning theory) เป็นจิตวิทยาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ ดังนี้

3.1 เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

3.2 ตรวจสอบผลการเรียนของตนเองว่าถูกหรือผิดได้ทันที

3.3 มีการเสริมแรง คือ ผู้เรียนจะเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจที่ตนเองทำได้ถูกต้องเป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าตนเองทำไม่ถูกต้องจะได้ทราบว่าจะถูกต้องนั้นคืออะไรจะได้ไตร่ตรองพิจารณาทำให้เกิดความเข้าใจ ซึ่งจะไม่ทำให้เกิดความท้อถอยหรือสิ้นหวังในการเรียน เพราะเขาจะมีโอกาสที่จะสำเร็จได้เหมือนคนอื่นเหมือนกัน

3.4 เรียนไปที่ละขั้น ตามความสามารถและความสนใจตนเอง

4. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Analysis) เป็นการนำเอาการวิเคราะห์ระบบมาใช้ โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อม และวัยของผู้เรียน ทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการเรียนจะสร้างขึ้นอย่างมีระบบ จะต้องมีการตรวจเช็คทุกขั้นตอน และทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันเป็นอย่างดี มีการทดลองปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเป็นที่เชื่อถือได้จึงจะนำออกใช้

สาโรจน์ แ่งยัง (2529 : 17) สรุปเพิ่มเติมอีกว่า ในการสร้างชุดการเรียนรู้เพื่อให้ได้ประสิทธิภาพ และประสิทธิผล ที่จะถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนนั้น จำเป็นต้องอาศัยหลักการจากแนวคิดของทฤษฎีทางจิตวิทยาที่สำคัญ ดังนี้

1. ต้องให้ผู้เรียนเข้ามามีส่วนร่วม ไม่ว่าในการสร้าง การใช้หรือการประเมินผล
2. สื่อการเรียนรู้ที่ดี ต้องให้ความรู้แก่ผู้เรียนเป็นขั้นตอนทีละน้อยๆ จากง่ายไป

หายาก

3. สื่อการเรียนรู้ที่ดี ต้องเร้าความสนใจของผู้เรียน และผู้เรียนสามารถตอบสนองได้ทันที
4. สื่อการเรียนรู้ที่ดี ต้องเหมาะสมกับบุคลิกภาพและความสามารถของผู้เรียน
5. สื่อการเรียนรู้ที่ดี ต้องสามารถให้ผู้เรียนทราบผลในการเรียนได้ทันที
6. สื่อการเรียนรู้ที่ดี ต้องให้ผู้เรียนได้ประสบการณ์ในความสำเร็จของตน

1.4 องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้

การสร้างชุดการเรียนรู้ เมื่อนำมาใช้ในการเรียนการสอนจะต้องศึกษาองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ไว้ ดังนี้

ฮุลตัน และคนอื่นๆ (วาสนา ชาวหา. 2525 : 140 ; อ้างอิงจาก Houston, et al. 1972 : 10 - 15) ได้ให้ส่วนประกอบของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. คำชี้แจง (Prospectus) ในส่วนนี้จะอธิบายถึง ความสำคัญของจุดมุ่งหมายขอขยายชุดการเรียนรู้ สิ่งที่คุณเรียนจะต้องมีความรู้ก่อนเรียน และขอขยายของกระบวนการทั้งหมดในชุดการเรียนรู้
2. จุดมุ่งหมาย (Objectives) คือข้อความที่ชัดเจนไม่กำกวมที่กำหนดว่า ผู้เรียนจะต้องประสบความสำเร็จอะไรหลังจากเรียนแล้ว
3. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-assessment) มีจุดประสงค์สองประการคือ เพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ในชุดการเรียนนั้น และเพื่อดูว่าเขาจะได้สัมผัสผลตามจุดประสงค์เพียงใด
4. การกำหนดกิจกรรม (Enabling activities) เป็นข้อกำหนดแนวทาง และวิธีเพื่อไปสู่จุดประสงค์ที่ตั้งไว้ให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้นด้วย
5. การประเมินขั้นสุดท้าย (Post-assessment) เป็นข้อทดสอบเพื่อวัดผลการเรียนหลังจากที่เรียนแล้ว

คาร์ดาเรลลี (สุนทรี หิมารัตน์. 2533 : 124 ; อ้างอิงจาก Cardarelli. 1973 : 150) ได้กำหนดโครงสร้างของชุดการเรียนรู้ว่าต้องประกอบด้วย

1. หัวข้อ (Topics)
2. หัวข้อย่อย (Subtopic)
3. จุดมุ่งหมาย (Rational)
4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral objectives)

5. การสอบก่อนเรียน (Pretest)
6. กิจกรรมและการประเมินตนเอง (Activities and self-evaluation)
7. การทดสอบย่อย (Quiz หรือ Formative test)
8. การทดสอบขั้นสุดท้าย (Posttest หรือ Summative evaluation)

✓ ดวน (Duane.1973 : 169) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ 6 ประการ ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายและเนื้อหา
2. บรรยายเนื้อหา
3. มีจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. มีกิจกรรมให้เลือกเรียน
5. มีกิจกรรมที่ส่งเสริมเจตคติ
6. มีเครื่องมือวัดผลก่อนเรียน ระหว่างเรียนและหลังการเรียน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2521 : 120) ได้จำแนกองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ไว้ 4 ส่วน คือ

1. คู่มือสำหรับครูใช้ชุดการเรียนรู้และ/หรือผู้เรียนที่ต้องเรียนจากชุดการเรียนรู้
2. เนื้อหาสาระ และสื่อ โดยจัดให้อยู่ในรูปของสื่อการเรียนรู้แบบประสม หรือกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบกลุ่ม และรายบุคคล ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
3. คำสั่งหรือการมอบงาน เพื่อกำหนดแนวทางการดำเนินงานให้นักเรียน
4. การประเมินผล เป็นการประเมินผลของกระบวนการ ได้แก่ แบบฝึกหัด รายงาน การค้นคว้า และผลของการเรียนรู้ในรูปของแบบทดสอบต่างๆ

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2522 : 153) กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้อาจมีรูปแบบที่แตกต่างกัน แต่จะต้องประกอบด้วยส่วนต่างๆที่สำคัญ ดังต่อไปนี้

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับครูและนักเรียนตามลักษณะของชุดการเรียนรู้ภายในคู่มือครู ซึ่งแจ้งถึงวิธีการใช้ชุดการเรียนรู้ไว้อย่างละเอียด ครูและนักเรียนจะต้องปฏิบัติตามคำชี้แจงอย่างเคร่งครัด จึงจะสามารถใช้ชุดการเรียนรู้ได้อย่างได้ผล คู่มือครูอาจทำเป็นเล่มหรือทำเป็นแผ่น แต่ต้องมีส่วนสำคัญ คือ

- 1.1 คำชี้แจงสำหรับครู
- 1.2 บทบาทของครู
- 1.3 การจัดชั้นเรียนพร้อมแผนผัง
- 1.4 แผนการสอน
- 1.5 แบบฝึกปฏิบัติ

2. บัตรคำสั่ง (คำแนะนำ) เพื่อให้ผู้เรียนประกอบกิจกรรมแต่ละอย่างที่มีอยู่ในชุดการเรียนรู้แบบกลุ่มและชุดการเรียนรู้รายบุคคล บัตรคำสั่งจะประกอบด้วย

2.1 คำอธิบายในเรื่องที่จะศึกษา

2.2 คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรม

2.3 การสรุปบทเรียน อาจใช้การอภิปรายหรือการตอบคำถาม

บัตรคำสั่งจะต้องมีถ้อยคำกะทัดรัด เข้าใจง่าย ชัดเจน ครอบคลุมกิจกรรมที่ต้องการให้ผู้เรียนปฏิบัติ ผู้เรียนจะต้องอ่านบัตรคำสั่งให้เข้าใจเสียก่อนแล้วจึงปฏิบัติเป็นขั้นๆไป

3. เนื้อหาหรือประสบการณ์ ถูกบรรจุในรูปของสื่อต่างๆ อาจประกอบด้วย บทเรียนสำเร็จรูป สไลด์ แถบบันทึกเสียง फिल्मสตริป แผ่นภาพโปรงใส วัสดุกราฟฟิก หุ่นจำลองของตัวอย่างรูปภาพ ผู้เรียนจะต้องศึกษาจากสื่อต่างๆ ที่บรรจุอยู่ในชุดการเรียนรู้ตามบัตรคำสั่งที่กำหนดไว้ให้

4. แบบประเมินผล (ทั้งก่อนเรียน และหลังเรียน) อาจอยู่ในรูปของแบบฝึกหัดเติมคำลงในช่องว่าง จับคู่ เลือกคำตอบที่ถูกต้อง หรือให้ผลจากการทดลองหรือทำกิจกรรม

ลัดดา สุขปรีดี (2523 : 32) กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้ประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของบทเรียน

2. ข้อทดสอบความรู้เดิมของผู้เรียน ซึ่งมีจุดมุ่งหมาย 2 อย่างคือ วัดความรู้เดิมของผู้เรียนว่าเข้าใจบทเรียนได้หรือไม่ และวัดความรู้เดิมของผู้เรียนว่ามีความรู้เกี่ยวกับบทเรียนมากน้อยเพียงใด

3. บัตรแนะนำวิธีการเรียนด้วยตนเอง

4. สื่อการเรียนรู้

5. ข้อทดสอบหลังเรียน

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 186 -189) ได้กำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ไว้ 6 ส่วน ดังนี้

1. หัวเรื่อง คือการแบ่งวิชาเนื้อหาออกเป็นหน่วย แต่ละหน่วยแบ่งออกเป็นส่วนย่อย เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น เพื่อมุ่งเน้นให้เกิดความคิดรวบยอดในการเรียนรู้

2. คู่มือการเรียนรู้การสอน เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับผู้ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ จะต้องศึกษาเป็นสิ่งแรกก่อนที่จะใช้ชุดการเรียนรู้ จะทำให้ชุดการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ สำหรับคู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ ประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังต่อไปนี้

2.1 คำชี้แจงเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนรู้ เพื่อความสะดวกสำหรับผู้ที่จะนำชุดการเรียนรู้ไปใช้ว่าจะต้องทำอะไรบ้าง

2.2 สิ่งที่เราจะต้องเตรียมก่อนสอน ส่วนมากจะบอกถึงสื่อการเรียนที่มีขนาดใหญ่ เกินกว่าที่จะบรรจุไว้ในชุดการเรียนได้ หรือสิ่งที่มีการเนาเปื้อย สิ่งที่เราจะแจกจ่าย หรือสิ่งที่ต้องใช้ร่วมกับคนอื่น หรือวัสดุที่มีราคาแพงที่ทางโรงเรียนจัดเก็บไว้ที่ศูนย์วัสดุอุปกรณ์ของโรงเรียน เป็นต้น

2.3 บทบาทของนักเรียน จะเสนอแนะว่า นักเรียนจะต้องมีส่วนร่วมในการดำเนิน กิจกรรมการเรียนอย่างไร

2.4 การจัดชั้นเรียน ควรจัดในรูปแบบใดเพื่อความเหมาะสมของการเรียนรู้ และการร่วมกิจกรรมชุดการเรียนนั้นๆ

นิรมล ศตวุฒิ (2526 : 142) ได้อธิบายไว้ว่าส่วนประกอบหลักของ ชุดการเรียนแบบ เอกัตบุคคล (Individualized learning package) ดังต่อไปนี้ คือ

1. เป้าหมาย เป็นการกำหนดผลที่ต้องการหรือผลที่คาดหวังขั้นสุดท้ายที่ผู้เรียนควรได้รับเมื่อเรียนจบบทเรียนแต่ละหน่วยใหญ่หรือเป้าหมายของวิชานั้น ส่วนใหญ่ในหน่วยย่อยๆ หรือในบทเรียนแต่ละเรื่องจะมีการกำหนดเฉพาะจุดประสงค์นั้น

2. จุดประสงค์ คือ การกำหนดผลที่ต้องการ หรือผลที่คาดหวังที่เฉพาะเจาะจงของ เนื้อหาบทเรียนแต่ละตอน จะเห็นได้ชัดเจนและเข้าใจตรงกันว่าผลเหล่านั้นคืออะไร จะได้มาด้วย วิธีใดในระดับคุณภาพขนาดใด นั่นคือกำหนดผลที่คาดหวังในรูปของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral objectives)

3. แนวคิดที่ควรรู้ (Ideas to be learned) ประกอบด้วยแนวคิดที่สำคัญโดยสรุปเกี่ยวกับเนื้อหาที่ผู้เรียนกำลังจะเรียน เพื่อช่วยในการศึกษา วิเคราะห์ จัดหมวดหมู่ และแก้ปัญหาใน รายละเอียดเนื้อหาบทเรียนต่อไป และเมื่อเรียนจบแล้วผู้เรียนก็จะได้รับแนวคิดเหล่านี้

4. การประเมินตนเองก่อนเรียน (Pre-assessment) เป็นการกำหนดว่าผู้เรียนจะต้อง ทำอะไรบ้าง เพื่อที่จะค้นพบว่าตนเองได้รู้เนื้อหาที่กำลังจะเรียนมาก่อนแล้วมากน้อยเพียงไร เพื่อจะได้ตัดสินใจว่าควรจะเริ่มกิจกรรมการเรียนใด หรือควรได้รับการยกเว้นไม่ต้องทำ กิจกรรมใดบ้าง การประเมินตนเองก่อนเรียนนี้ อาจใช้วิธีให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบก็ได้หรือให้ผู้เรียนแสดงหลักฐานว่าได้เรียนรู้ในเรื่องที่กำลังเรียนบางส่วนหรือทั้งหมดก็ได้

5. กิจกรรมการเรียน ประกอบด้วยขั้นตอนที่เสนอแนะให้ผู้เรียนปฏิบัติตามเพื่อให้ ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์ กิจกรรมการเรียนนี้จะเรียนตามลำดับก่อนหลัง ในบางโอกาสผู้เรียนอาจจะไม่ทำทุกกิจกรรมอาจข้ามบางกิจกรรมถ้าสามารถทำกิจกรรมอื่นต่อไปได้สำเร็จ

6. การประเมินผล เป็นการประเมินว่าผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์หรือไม่อาจมีวิธีการให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบหรือให้ผู้เรียนเสนอผลงานในรูปแบบใดก็ได้ตามที่กำหนดให้สอดคล้องกับ จุดประสงค์

กิดานันท์ มลิทอง (2531 : 181) จัดองค์ประกอบโดยทั่วไปของชุดการเรียนรู้ว่าประกอบด้วยสิ่งต่อไปนี้

1. คู่มือสำหรับผู้สอนในการใช้ชุดการเรียนรู้ และสำหรับผู้เรียนในการใช้ชุดการเรียนรู้
2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการเรียน
3. เนื้อหาสาระบทเรียน จะจัดเก็บในรูปแบบของสไลด์ फिल्मสตริป เทปบันทึกเสียง วัสดุกราฟฟิก วีดิทัศน์ หนังสือบทเรียน ฯลฯ
4. กิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการให้ผู้เรียนทำรายงาน ทำกิจกรรมที่กำหนดหรือ ค้นคว้าต่อจากที่เรียนไปแล้วเพื่อความรู้ที่กว้างขวางขึ้น
5. การประเมินผล เป็นแบบทดสอบเกี่ยวกับเนื้อหาบทเรียนนั้นๆ

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง (2531 : 175 - 176) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้รายบุคคลไว้ว่า จะต้องเอาบทเรียนมาแบ่งเป็นหน่วยย่อยๆ แต่ละหน่วยย่อยประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. บัตรคำสั่ง จะชี้แจงรายละเอียดว่า ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างไร
2. บัตรกิจกรรม เป็นบัตรที่บอกให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่างๆ ที่ควรจะมีในบัตรกิจกรรมคือ หัวเรื่อง ระดับชั้น สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมและเฉลยกิจกรรม
3. บัตรเนื้อหา เป็นบัตรที่บอกเนื้อหาทั้งหมดที่ต้องการให้เรียน สิ่งที่จะควรมีในบัตรเนื้อหาก็คือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม เป็นต้น
4. บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน เป็นแบบฝึกหัดที่ทำไว้ให้ผู้เรียนฝึกหัดทำหลังจากที่ได้ทำบัตรกิจกรรม และศึกษาเนื้อหาจนเข้าใจแล้วในบัตรแบบฝึกหัดนี้จะต้องทำบัตรเฉลยไว้พร้อมสิ่งที่จะควรมีในแบบฝึกหัดหรือบัตรงานคือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม กฎ ที่ต้องการใช้ในโจทย์แบบฝึกหัดให้นักเรียนตั้งโจทย์เองแล้วหาคำตอบเฉลยแบบฝึกหัด
5. บัตรทดสอบหรือบัตรปัญหา เป็นข้อทดสอบตามเนื้อหาของแต่ละหน่วยย่อยและมีเฉลยไว้พร้อม อาจทำข้อทดสอบก่อนเรียน (Pre-test) และข้อทดสอบหลังเรียน (Post-test)

บุญชม ศรีสะอาด (2528 : 95 - 96) กล่าวว่า ชุดการเรียนรู้จะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ด้าน ดังนี้

คู่มือการใช้ ชุดการนักเรียน	บัตรงาน	แบบทดสอบวัดผลความ ก้าวหน้าของผู้เรียน	สื่อการ สอนต่างๆ
--------------------------------	---------	--	---------------------

ภาพประกอบ 1 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนรู้การสอน

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้น เพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนรู้ศึกษาปฏิบัติ เพื่อให้บรรลุผลอย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วย แผนการสอน สิ่งที่ต้องเตรียมก่อนสอนบทบาทของผู้เรียน การจัดชั้นเรียน (ในกรณีของชุดการเรียนรู้ที่มุ่งใช้กลุ่มย่อย เช่น ในศูนย์การเรียนรู้)

2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นของการเรียน

3. บัตรทดสอบวัดความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่า หลังจากชุดการเรียนรู้การสอนจบแล้ว ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

4. สื่อการเรียนรู้ต่างๆ เป็นสื่อสำหรับผู้เรียนได้ศึกษามีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรม หรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์ เช่น รูปภาพ แผนภูมิต่างๆ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป สไลด์ขนาด 2x2 นิ้ว ของจริง เป็นต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ จากนักการศึกษาหลายท่าน ทำให้ผู้วิจัยได้ข้อสรุปว่า องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้ ควรประกอบด้วย

1. ชื่อชุดการเรียนรู้
2. คำชี้แจง
3. จุดประสงค์การเรียนรู้
4. เวลาที่ใช้
5. สื่อการเรียนรู้
6. เนื้อหา
 - 6.1 เอกสารแนะแนวทาง
 - 6.2 ใบความรู้
7. แบบฝึกทักษะ
8. การประเมินผล
 - 8.1 แบบทดสอบย่อย
 - 8.2 แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้

ในการสร้างชุดการเรียนรู้ ได้ศึกษาขั้นตอนในการสร้าง ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอหลักในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 123) ; ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 199 – 200) ได้กล่าวถึงหลักในการผลิตชุดการเรียนรู้ไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ กำหนดเป็นหมวดวิชา
2. กำหนดหน่วยการเรียนรู้ แบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้
3. กำหนดหัวเรื่องในการเรียน แต่ละหน่วยควรแบ่งประสบการณ์ออกเป็น 4 – 6 หัวเรื่อง
4. กำหนดความคิดรวบยอดและหลักการ สรุปรวมนแนวคิด สาร และหลักเกณฑ์สำคัญไว้
5. กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับหัวเรื่องโดยเขียนเป็นวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
6. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
7. กำหนดแบบประเมินผลต้องประเมินให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยใช้แบบอิงเกณฑ์ เพื่อให้ผู้สอนทราบว่าหลังจากใช้ชุดการเรียนรู้แล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่
8. เลือกและผลิตสื่อการเรียนรู้
9. การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เพื่อเป็นการประกันว่า ชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการสอนตามเกณฑ์ที่กำหนดอาจตั้งเป็น 90/90 สำหรับเนื้อหาที่เป็นความจำ และไม่ต่ำกว่า 80/80 สำหรับวิชาทักษะโดยคำนึงถึงหลักที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล

10. การใช้ชุดการเรียนรู้ เป็นขั้นนำไปใช้ซึ่งจะต้องตรวจสอบปรับปรุงอยู่ตลอดเวลา

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 189 – 192) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ 10 ขั้นตอน คือ

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่เรานำมาทำเป็นชุดการเรียนนั้น จะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างให้กับผู้เรียน นำวิชาที่ได้ทำ

การศึกษาวิเคราะห์แล้วมาแบ่งเป็นหน่วยของการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยนั้นจะมีหัวเรื่องย่อย ๆ รวมอยู่อีกที่เราจะต้องศึกษาพิจารณาให้ละเอียดชัดเจน เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในหน่วยอื่น ๆ ซึ่งอาจจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้ และควรคำนึงถึงการแบ่งหน่วยการเรียนการสอนของแต่ละวิชานั้น ควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

2. เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระ และแบ่งหน่วยการเรียนการสอนได้แล้ว จะต้องพิจารณาดัดสนใจอีกครั้งหนึ่งว่า จะทำชุดการเรียนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร (Who is learner) จะให้อะไรกับผู้เรียน (Give what condition) จะให้ทำกิจกรรมอย่างไร (Does what activities) และจะทำได้ดีอย่างไร (How well criterion) สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

3. กำหนดหน่วยการเรียนการสอน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ตามชั่วโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนใจ น่าเรียนรู้ ให้ความรู้ความเข้าใจแก่ผู้เรียนหาสื่อการเรียนได้ง่ายพยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งหนึ่งว่า หน่วยการเรียนการสอนนี้มีหลักการหรือความคิดรวบยอดอะไร และมีหัวข้อเรื่องย่อย ๆ อะไรอีกบ้างที่รวมกันอยู่ในหน่วยนี้ แต่ละหัวเรื่องย่อยมีความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อย ๆ อะไรอีกบ้างที่จะต้องศึกษาพยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดที่เรากำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกันกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปแนวความคิดสาระ และหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจอันเกิดจากประสบการณ์สัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมอง แล้วนำสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงกันกับประสบการณ์เดิมเกิดเป็นความคิดรวบยอดฝังอยู่ในความทรงจำมนุษย์ต้องมีประสบการณ์ต่าง ๆ พอสมควรจึงจะสรุปแก่นแท้ของการเรียนรู้เกิดเป็นความคิดรวบยอดได้

5. จุดประสงค์การเรียนรู้ การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้จะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยผู้สอน

สามารถวัดได้จากจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนี้ ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยังมีทางประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์งาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งาน เพื่อหากิจกรรมการเรียนการสอน แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะสมถูกต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียนรู้ ภายหลังจากที่เราได้จุดประสงค์การเรียนรู้แต่ละข้อมาวิเคราะห์งาน และเรียงลำดับกิจกรรมของแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอน จะต้องนำกิจกรรมการเรียนรู้ของแต่ละข้อที่ทำการวิเคราะห์งาน และเรียงลำดับกิจกรรมไว้แล้วทั้งหมดนำมาหลอมรวมเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในการเรียน โดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entering behavior) วิธีดำเนินการให้เกิดมีการเรียนการสอนขึ้น (Instructional procedures) ตลอดจนการติดตามผล และการประเมินผลพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกมาเมื่อมีการเรียนการสอนแล้ว (Performance assessment)

8. สื่อการเรียนรู้ คือ วัตถุประสงค์และกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนรู้เป็นของที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่า ที่จะต้องจัดเตรียมมาก่อนจะต้องเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนในคู่มือครูเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนรู้ว่าจะไปจัดหาได้ ณ ที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และพวกสิ่งที่ยึดไว้ไม่ได้ทนทานเพราะเกิดการเน่าเสีย เช่น ไขว้ สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผล คือ การตรวจสอบดูว่าหลังจากการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีการใดก็ตามแต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลนี้จะใช้วิธีการใดก็ตามแต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วยการเรียนรู้ในสิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นมาก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณภาพ

10. การทดลองให้ชุดการเรียนรู้ เพื่อหาประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณาถึงรูปแบบของชุดการเรียนรู้ว่าจะผลิตออกมาในขนาดเท่าใด และรูปแบบของชุดการเรียนรู้จะออกมาเป็นซองแฟ้ม หรือกล่อง สุดแล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษาและความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่อง และแก้ไขปรับปรุงให้ดีแล้วจึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้น หรือกลุ่มใหญ่โดยกำหนดขั้นตอนไว้ ดังนี้

- ก. ชุดการเรียนรู้นี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่
- ข. การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการเรียนรู้นี้เหมาะสมหรือไม่
- ค. การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียนและดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่
- ง. การสรุปผลการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอดหรือหลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจปรับเพิ่มเติมอย่างไร
- จ. การประเมินผลหลังการเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

นอกจากนี้ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 192) ได้เสนอแนะว่า การใช้ชุดการเรียนรู้จะประสบผลสำเร็จ ก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ดังต่อไปนี้ คือ

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
2. ให้นักเรียนมีโอกาสทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน
3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุดตามขั้นตอนของการเรียนรู้
4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์ และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 199 – 200) ยังได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ 10 ขั้นตอนด้วยกัน คือ

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ อาจกำหนดเป็นหมวดวิชาหรือบูรณาการเป็นแบบสหวิทยาการตามที่เหมาะสม
2. กำหนดหน่วยการเรียนรู้ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ประมาณเนื้อหาวิชาที่จะให้ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์หรือสอนได้หน่วยละครั้ง
3. กำหนดหัวเรื่อง ผู้สอนจะต้องถามตัวเองว่าในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ประสบการณ์อะไรแก่ผู้เรียนบ้าง แล้วกำหนดหัวข้อเรื่องออกเป็นหน่วยเรียนย่อย
4. กำหนดหลักการและมโนคติ หลักการและมโนคติที่กำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวความคิด สาร และหลักเกณฑ์ที่สำคัญไว้เพื่อเป็นแนวทางจัดเนื้อหาการสอนให้สอดคล้องกัน
5. กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับหัวเรื่อง โดยเขียนเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องมีเกณฑ์การเปลี่ยนพฤติกรรมไว้ทุกครั้ง
6. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งจะเป็นแนวทางการเลือกและการผลิตสื่อการสอน “กิจกรรมการเรียนรู้” หมายถึงกิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติ เช่น การอ่านบัตรคำสั่ง ตอบคำถาม เขียนภาพ ทำการทดลองทางวิทยาศาสตร์ การเล่นเกม เป็นต้น
7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องประเมินผลผู้เรียนให้ตรงกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้แบบทดสอบอิงเกณฑ์ (Criterion test) เพื่อให้ผู้สอนทราบว่า หลังจาการเรียนรู้จากชุดการเรียนรู้แบบศูนย์การเรียนรู้แล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่
8. เลือกและผลิตสื่อการเรียนรู้ วัสดุอุปกรณ์และวิธีการที่ครูใช้ ถือเป็นสื่อการเรียนรู้ทั้งสิ้นเมื่อผลิตสื่อการเรียนรู้ของแต่ละหัวเรื่องแล้ว ก็จัดสื่อการเรียนรู้เหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ในกล่องที่เตรียมไว้เพื่อนำไปทดลองหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้ ส่วนมากจะกำหนดเกณฑ์ไว้ไม่ต่ำกว่า 80/80
9. หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เพื่อเป็นการประกันว่าชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการเรียนการสอน ผู้สร้างจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้นโดยคำนึงถึงหลักการที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล

10. การใช้ชุดการเรียนรู้ เป็นขั้นการนำชุดการเรียนรู้ไปใช้ซึ่งจะต้องมีการตรวจสอบและปรับปรุงอยู่ตลอดเวลา

จากการศึกษาหลักในการสร้างชุดการเรียนรู้ ที่มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอไว้ ผู้วิจัยได้ยึดหลักในการสร้างชุดการเรียนรู้ของ ชัยยงค์ พรหมวงศ์ วิชัย วงษ์ใหญ่ และไชยยศ เรืองสุวรรณ โดยนำมาประยุกต์เข้าด้วยกัน เพื่อให้เหมาะสมกับการวิจัยในครั้งนี้ ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างชุดการเรียนรู้ให้มีส่วนประกอบ ดังนี้

1. ชื่อชุดการเรียนรู้
2. คำชี้แจง ส่วนที่อธิบายลักษณะของชุดการเรียนรู้
3. จุดประสงค์การเรียนรู้ ส่วนที่ระบุเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนทำชุดการเรียนรู้นั้นจบลงแล้ว
4. เวลาที่ใช้ ส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำชุดการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนรู้ ส่วนที่ระบุสื่อทั้งหมดที่ใช้ในชุดการเรียนรู้
6. เนื้อหา ส่วนที่เสนอความรู้ให้นักเรียน ซึ่งประกอบด้วย
 - 6.1 เอกสารแนะแนวทาง
 - 6.2 ใบความรู้
7. แบบฝึกทักษะ ส่วนที่กำหนดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติ เพื่อนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้
8. การประเมินผล ส่วนที่นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเอง หลังจากใช้ชุดการเรียนรู้แต่ละชุด ซึ่งประกอบด้วย
 - 8.1 แบบทดสอบย่อย
 - 8.2 แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1.6 ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

ลัดดา สุขปรีดี (2523 : 31) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. ชุดการเรียนรู้ ช่วยลดภาระของผู้สอน เมื่อมีชุดการเรียนรู้สำเร็จแล้ว ผู้สอนจะดำเนินการสอนตามคำแนะนำที่มีไว้ให้พร้อม ผู้สอนไม่จำเป็นต้องเสียเวลาทำสื่อการสอนใหม่ ทำให้ครูมีเวลาเตรียมการสอน ทดลองศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมในเนื้อหาตามชุดการเรียนรู้กำหนด ทำให้ครูมีประสบการณ์กว้างขวางซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพของครู

2. ทำให้ผู้เรียนได้รับความรู้ในแนวคิดเดียวกัน ครูผู้สอนแต่ละคนย่อมมีความรู้ ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้แตกต่างกันในเรื่องเดียวกัน เด็กนักเรียนอาจได้รับความรู้ และรายละเอียดต่าง ๆ เป็นคนละแนวไม่เท่ากัน ชุดการเรียนรู้มีจุดมุ่งหมายชัดเจนที่เป็นพฤติกรรม (Behavioral objective) มีข้อแนะนำกิจกรรมการใช้สื่อการเรียนรู้ และข้อสอบประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียนไว้อย่างพร้อมมูล

3. ชุดการเรียนรู้ ช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการสอนอย่างเชื่อถือได้ เพราะชุดการเรียนรู้ผลิตขึ้นด้วยวิธีการเข้าสู่ระบบ (Systems approach) โดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญหลายด้าน เช่น ผู้เชี่ยวชาญ เฉพาะวิชานั้น ๆ นักสถิติ นักจิตวิทยา ครู ผู้เชี่ยวชาญทางด้านวัสดุ ผู้เรียน ผู้ปกครองร่วมกันผลิตชุดการเรียนรู้ โดยมีการทดลองใช้และปรับปรุงจนแน่ใจว่าได้ผลดีหลายครั้งในสถานการณ์ที่กำหนดไว้ จึงจะนำออกมาใช้ทั่ว ๆ ไป เพื่อให้แน่ใจว่าครูจะได้ชุดการเรียนรู้ในการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524 : 174) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู ลดบทบาทในการบอกของครู
2. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะสื่อประสม (Multi-media) ที่ได้จัดไว้ในระบบเป็นการปรับเปลี่ยนกิจกรรม และช่วยรักษาระดับความสนใจของนักเรียนอยู่ตลอดเวลา
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง ทำให้มีทักษะในการแสวงหาความรู้ พิจารณาข้อมูล ฝึกความรับผิดชอบ และการตัดสินใจ
4. เป็นแหล่งความรู้ที่ทันสมัย และคำนึงถึงหลักจิตวิทยาการเรียนรู้
5. ช่วยขจัดปัญหาการขาดครู เพราะนักเรียนสามารถศึกษาด้วยตนเอง
6. ส่งเสริมการศึกษานอกระบบ เพราะสามารถนำไปใช้ได้ทุกเวลา และไม่จำเป็นต้องใช้เฉพาะในโรงเรียน

วาสนา ขาวหา (2525 : 139 – 140) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. นักเรียนสามารถเรียนได้ตามลำพังเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล โดยไม่ต้องอาศัยครูผู้สอน และเป็นไปตามความสามารถของผู้เรียนในอัตราความเร็วของแต่ละคน โดยไม่ต้องกังวลว่าจะตามเพื่อนไม่ทัน หรือต้องเสียเวลาคอยเพื่อน

2. นักเรียนสามารถนำไปเรียนที่ใดก็ได้ตามความสะดวก

3. แก้ปัญหาการขาดแคลนครูได้เป็นบางโอกาส อาจใช้ชุดการเรียนนี้กับนักเรียนเนื่องจากครูไม่เพียงพอ หรือมีความจำเป็นมาสอนไม่ได้

4. ฝึกนักเรียนให้เรียนรู้ โดยการกระทำที่นอกเหนือไปจากสถานการณ์ในชั้นเรียนปกติที่ปฏิบัติอยู่เป็นประจำ เป็นการสร้างประสบการณ์เรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนอย่างกว้างขวางและเป็นการเน้นกระบวนการเรียนรู้ (Process) มากกว่าเนื้อหา

ประหยัด จิระพงศ์ (2529 : 246) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของชุดการเรียนไว้ ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้สอนและผู้เรียนมีความมั่นใจในการดำเนินการเรียนการสอน เพราะลดเวลาในการเตรียมล่วงหน้า

2. ช่วยแก้ปัญหาในกรณีขาดแคลนครู

3. สามารถถ่ายทอดประสบการณ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

4. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเอง และมีส่วนร่วมในกิจกรรมอย่างแท้จริงจากชุดการเรียนรายบุคคล และชุดการเรียนแบบกลุ่มกิจกรรม

5. ช่วยสนับสนุนการจัดการศึกษานอกระบบ เพราะชุดการสอนเอื้อต่อการใช้ทั้งในแง่เวลา และสถานที่

6. สิ่งอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้มีมากที่บูรณาการเป็นอย่างดี จึงทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

วีระ ไทยพานิช (2529 : 137) กล่าวว่า เมื่อนำชุดการเรียนมาใช้จะทำให้

1. เป็นการฝึกให้ผู้เรียน มีความรับผิดชอบในการเรียนรู้ รู้จักทำงานร่วมกัน

2. เปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกวัสดุการเรียนและกิจกรรมที่เขาชอบ

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ก้าวหน้าไปตามศักยภาพ ความสามารถของแต่ละคน

4. เป็นการเรียนที่สนองต่อความแตกต่างระหว่างบุคคล

5. มีการวัดผลตนเองบ่อย ๆ ทำให้นักเรียนรู้การกระทำของตนเอง และเป็นการสร้างแรงจูงใจให้เกิดขึ้น

6. ผู้เรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง และมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง
7. เป็นการเรียนรูชนิด Active ไม่ใช่ Passive
8. ผู้เรียนจะเรียนที่ไหนเมื่อไรก็ได้ ตามความพอใจของผู้เรียน
9. สามารถปรับปรุงการสื่อความหมายระหว่างนักเรียนกับครู

1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้

งานวิจัยต่างประเทศ

บรูซ (Bruce. 1972 : 429 - A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอนแบบใช้ชุดการเรียนรู้กับการสอนแบบธรรมดา ซึ่งผลการวิจัยปรากฏว่าการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ได้ผลดีกว่าการสอนแบบธรรมดา ซึ่งผลวิจัยลักษณะนี้ได้สอดคล้องกับผลการวิจัยของอาร์มสตรอง (Armstrong.1972 : 5669 - A) ซึ่งได้ทำการวิจัยศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ภาษาฝรั่งเศสชนิดสื่อประสม (Multi-media self instruction package) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนจากชุด การเรียนมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยการสอนวิธีบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เดล (Dale. 1974 : 6481 - A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนระหว่างสอนปกติกับการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ของนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่มหาวิทยาลัยวิสคอนซิน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ดีกว่านักศึกษาที่เรียนด้วยการสอนปกติ

ไบรอัน และสมิท (Bryan and Smith. 1975 : 24 - 25) ได้กล่าวถึง ผลการวิจัยการใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ที่มหาวิทยาลัยเซาท์แคโรไลนา ในวิชาประวัติศาสตร์ศิลป์ ใช้เวลาทดลอง 3 ภาคเรียน ผลปรากฏว่า ผู้เรียนร้อยละ 60 มีผลการเรียนสูงขึ้นกว่าเดิม ร้อยละ 96 มีความสนุกสนานในการเรียนเพิ่มขึ้น และร้อยละ 74 ชอบการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้มากกว่าการเรียนปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989 : 416 - A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการเรียนรู้ของครู เพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ การบวก การลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการเรียนรู้มีผลดีมากกว่าการสอนตามปกติอันเป็นวิธีการหนึ่งซึ่งช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ได้

งานวิจัยในประเทศ

นันทยา จิตภิรมย์ (2532 : 47 – 50) ได้ทำการวิจัยเพื่อ ศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอน เรื่อง พหุนาม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพทางการเรียน เรื่อง พหุนามของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับนักเรียนในกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181 - 182) ได้ทำการวิจัย พัฒนาชุดการเรียนเพื่อแก้ไข ข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัย พบว่า ในสภาพรวมของชุดการเรียนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มี ประสิทธิภาพ คือสอดคล้องกับเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียน และนักเรียนที่ผ่านการฝึกด้วย ชุดการเรียนนี้มีความคงทนในการเรียนรู้ ส่วนชุดการเรียนย่อยทั้ง 3 ต่างมีประสิทธิภาพตาม เกณฑ์ที่กำหนด

อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์ (2538 : 76 – 83) ได้ทำการวิจัย การสร้างชุดการเรียนเพื่อ พัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

นุชลดา ส่องแสง (2540 : 73) ได้ทำการวิจัย การสร้างชุดการเรียนการสอนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ ในระดับประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียน การสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองภายหลัง ได้รับการสอนด้วยชุด การเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน จะเห็นได้ว่า การเรียนการสอนที่ใช้ ชุดการเรียนมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอน ดังนี้

- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น
- นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้
- นักเรียนมีความสนุกสนานในการเรียนเพิ่มขึ้น
- ช่วยแก้ปัญหการเรียนของเด็กเรียนช้าได้
- แก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

จากประโยชน์ข้างต้นทำให้ผู้วิจัยได้จัดทำ ชุดการเรียน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการเรียนเพื่อรอบรู้

2.1 ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้

บลูม (Bloom. 1971 : 47) ให้ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้ว่า หมายถึงการเรียนที่ผู้เรียนต้องมีพื้นฐานพอที่จะเรียนในแต่ละบทได้โดยวัดจากแบบทดสอบความรู้พื้นฐาน ถ้าพบว่าผู้เรียนคนใดมีพื้นฐานทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ต่ำ ต้องนำมาสอนเสริมให้มีพื้นฐานได้ถึงเกณฑ์ที่จะเรียนต่อไปได้ก่อนแล้วจึงเริ่มบทเรียน โดยชี้แจงถึงจุดประสงค์ของวิชาที่เรียนในหน่วยการเรียนนั้นๆ และชี้แจงวิธีเรียนที่จะทำให้บรรลุผลสัมฤทธิ์ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้เมื่อการเรียนการสอนแต่ละหน่วย เสร็จสิ้นลงจะมีการทดสอบย่อย ถ้าผู้เรียนคนใดไม่ผ่านเกณฑ์ก็ต้องทำการซ่อมเสริมก่อนที่จะเริ่มในหน่วยการเรียนต่อไป ด้วยวิธีการดังกล่าวสามารถช่วยให้นักเรียนจำนวน 75 % ถึง 95 % เกิดการเรียนรู้ (Master) ในระดับ 80 % ถึง 100 % ของเนื้อหาทั้งหมดที่สอน

บลอค (กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2524 : 19 ; อ้างอิงจาก Block. 1977) ได้กล่าวถึง การเรียนเพื่อรอบรู้ว่า ประกอบด้วย ผู้เรียนซึ่งต้องทำแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถตามจุดประสงค์ที่วางไว้ให้ได้คะแนนผ่านเกณฑ์ตามที่กำหนดไว้ เกณฑ์ที่ตั้งไว้ปกติจะขึ้นอยู่กับผู้สอน และวิชาที่สอน เกณฑ์ดังกล่าวมีช่วงอยู่ระหว่าง 80% ถึง 100%

ฮอททคิส (Hotchkis. 2529 : การบรรยายพิเศษในหัวข้อ “ Mastery learning “ มศว. ประสานมิตร) กล่าวว่า การเรียนเพื่อรอบรู้ หมายถึง การจัดระเบียบการเรียนการสอนแบบกลุ่มที่คำนึงถึงความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียนซึ่งแตกต่างกัน โดยจัดอันดับเนื้อหาออกเป็น หัวข้อย่อย และมีความต่อเนื่องกัน ในการสอนแต่ละเนื้อหาย่อยๆ เน้นการสร้างความคิด รวบยอด และการฝึกทักษะจากการฝึก มีการทดสอบย่อยและแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนด้วยการสอนใหม่ เพื่อให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้ได้อย่างแตกฉาน

สุรพล เกวียนวัฒนา (2521 : 2 - 6) กล่าวโดยสรุปว่า การเรียนเพื่อรอบรู้เป็นปรัชญาอันหนึ่งเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนซึ่งยืนยันว่า “ นักเรียนเกือบทุกคนสามารถเรียนรู้เรื่องราวต่างๆ ที่เขาได้รับจากการสอนได้ แต่ต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขว่า การสอนนั้นต้องมีประสิทธิภาพ “

อาคม จันทสุนทร (2521 : 1) ให้ความหมายของการเรียนเพื่อรอบรู้ว่าเป็นการเรียนเพื่อให้เกิดความรู้อย่างเต็มเม็ดเต็มหน่วย เป็นกอบเป็นกำจนแตกฉานในเรื่องนั้นๆ คำว่า Master นั้นหมายถึง เป็นนาย ควบคุมอย่างอยู่มือ หรือมีอำนาจอิทธิพลในเรื่อง หรือสิ่งนั้นๆ ดังนั้นการเรียนเพื่อรอบรู้จึงหมายถึง การเรียนรู้เพื่อให้จับความรู้ได้อย่างอยู่มือเป็นนายเหนือสิ่งที่เรียน

พรณี ช เจนจิต (2538 : 88) ให้ความหมายของการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ว่าเป็นการเรียนที่ผู้เรียนสามารถทำได้จริงตามจุดประสงค์ หรือตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ โดยมีต้องแข่งขัน หรือ

เปรียบเทียบกับผู้อื่น ถ้าผู้เรียนทำไม่ได้ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ จะต้องมีการสอนซ่อมเสริม เพื่อให้ทำได้ตามเกณฑ์หรือตามจุดประสงค์นั้นๆ

จากการศึกษาความหมายข้างต้นพอสรุปได้ว่า การเรียนเพื่อรอบรู้ หมายถึง การจัด การเรียนการสอนที่คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยจัดลำดับเนื้อหาย่อยๆ เน้น การสร้างความคิดรวบยอด และมีการฝึกทักษะจากแบบฝึก มีการทดสอบย่อย และแก้ไข ข้อบกพร่องในการเรียนด้วยการสอนใหม่ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้อย่างแตกฉาน

2.2 ประวัติของการเรียนเพื่อรอบรู้

กระบวนการเรียนเพื่อรอบรู้ (Bloom. 1976 : 4) เป็นปรัชญาอันหนึ่งเกี่ยวกับ การเรียน การสอนที่มีหลักการสำคัญสรุปได้ว่า นักเรียนทุกคนหรือเกือบทุกคนจะสามารถเรียนรู้เรื่องราว สารต่างๆ ของวิชาที่จัดสอนในโรงเรียนจนถึงขั้นวิชานั้นอย่างแตกฉาน ถ้าหากว่าสามารถจัด การเรียนการสอนให้เหมาะสมกับแต่ละบุคคล และให้เวลาเรียนเพียงพอกับความสามารถของ นักเรียนตลอดจนให้ความช่วยเหลือในการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนระหว่างที่เรียนได้ทัน ท่วงที

แนวความคิดเกี่ยวกับการเรียนเพื่อรอบรู้ มีมาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1922 ในช่วงนั้นมีแผน การสอนที่จะทำให้นักเรียนมีความรอบรู้ในสิ่งที่ตนเรียนอยู่สองแผนการสอนคือ แผนการสอน วินเนตกา (Winnetka Plan) ของคาร์ลตัน วอชเบอร์น (Carton Washburne) และคณะ และ แผนการสอนมอร์ริสัน (Morrison Plan) ของ เฮนรี ซี มอร์ริสัน (Henry C. Morrison) ซึ่งสร้าง แผนการสอนทั้งสองขึ้นในโรงเรียนทดลองของมหาวิทยาลัยชิคาโก แนวการสอนทั้งสองแบบมี ลักษณะคล้ายคลึงกันอยู่หลายประการ ดังนี้

1. การเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) เป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนสามารถบรรลุ วัตถุประสงค์ของการเรียนได้ ซึ่งในทัศนะของวอชเบอร์น หมายถึง วัตถุประสงค์ด้านสติปัญญา แต่สำหรับมอร์ริสัน หมายถึง วัตถุประสงค์ทั้งสามด้านคือ ด้านสติปัญญา ด้านความรู้สึก และ ด้านทักษะกลไก
2. เนื้อหาหรือประสบการณ์ในการเรียนการสอน จะจัดแบ่งเป็นหน่วยการเรียนพร้อม ทั้งจัดเนื้อหา และวัสดุอุปกรณ์ตามจุดประสงค์ของแต่ละหน่วย เพื่อช่วยให้นักเรียนบรรลุตาม วัตถุประสงค์ของการเรียนเมื่อจบบทเรียนแล้ว
3. นักเรียนแต่ละคนจะต้องสอบผ่านเกณฑ์การรอบรู้ในหน่วยการเรียนที่กำลังเรียน เสียก่อนจึงจะไปเรียนในหน่วยการเรียนต่อไป
4. เมื่อเรียนจบในแต่ละหน่วยการเรียน จะมีการทดสอบเพื่อวินิจฉัยปัญหาการเรียน ผลการสอบจะแจ้งให้นักเรียนทราบเท่านั้น แต่จะไม่นำคะแนนที่ได้ไปคิดระดับคะแนนในภาย หลังแต่อย่างใด ทั้งนี้ก็เพราะคะแนนของนักเรียนจะเป็นสิ่งเสริมแรงให้นักเรียน มีกำลังใจ และ พยายามปรับปรุงตนเองให้มีผลการเรียนถึงระดับรอบรู้ได้

5. ระยะเวลาในการเรียนของนักเรียนจะไม่ตายตัว แผนการสอนวินเนตกา นั้นนักเรียนจะใช้เวลาเรียนเท่าไรก็ได้ โดยแต่ละคนจะเรียนตามความสามารถของตนเอง ส่วนแผนการสอนมอริสันครูเป็นผู้วินิจฉัยเวลา เมื่อเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ที่น่าพอใจแล้วจึงไปเรียนต่อหน่วยการเรียนอื่นต่อไป

วิธีการสอนของวอชเบอร์ช และมอริสันได้รับความนิยมและแพร่หลายมาก ซึ่งอยู่ในช่วงปี ค.ศ. 1930 ถึง 1940 หลังจากนั้นก็คลายความนิยมก่อนช่วงสงครามโลกครั้งที่ 2 เนื่องจากขาดแคลนเทคโนโลยีที่จะทำให้การเรียนตามวิธีนี้ได้ผล จนกระทั่งปี ค.ศ. 1960 ได้มีสื่อเรียนชนิดใหม่เกิดขึ้นเรียกว่า การสอนแบบบทเรียนโปรแกรม (Programmed instruction) ที่มีชื่อเสียงมากได้แก่ การสอนแบบ IPI (Individually prescribed instruction) ของมหาวิทยาลัยพิตสเบิร์ก และการสอนแบบ CAI (Computer assisted instruction) ซึ่งเป็นของมหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ด โดยการสอนแบบ IPI เน้นการสอนในวิชาเรขาคณิต การอ่าน และวิทยาศาสตร์ ส่วนการสอนแบบ CAI เน้นวิชาคณิตศาสตร์และการอ่านเท่านั้น ซึ่งในการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมใช้ได้ดีสำหรับนักเรียนบางส่วนคือ นักเรียนที่เรียนเร็วเท่านั้นจึงไม่เหมาะกับนักเรียนส่วนใหญ่ ด้วยเหตุนี้เองการเรียนเพื่อรอบรู้จึงได้รับความสนใจจากนักการศึกษา โดยนำมาปรับปรุงให้สามารถใช้กับการเรียนการสอนในชั้นเรียนปกติอย่างมีประสิทธิภาพ

2.3 รูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของแครร์อล

แครร์อล (Carroll. 1963 : 723 – 733) ได้สร้างโครงการ “รูปแบบของการเรียนรู้ในโรงเรียน” (Model of school learning) ขึ้นในปี ค.ศ. 1963 โดยยึดหลักการที่ว่าในการเรียนเนื้อหาสาระตามที่กำหนดของนักเรียนแต่ละคนนั้น ถ้าเขามีเวลาพอตามที่ต้องการแล้วก็สามารถเรียนให้บรรลุวัตถุประสงค์ได้ แต่ตามสภาพความเป็นจริงแล้ว ปรากฏว่า นักเรียนจะมีเวลาเพียงเท่าที่ครูกำหนดให้เท่านั้น จึงทำให้ผลการเรียนของนักเรียนมีระดับเท่าที่ปรากฏ หรืออีกนัยหนึ่งอาจกล่าวได้ว่า ระดับหรือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จะแปรผันตามอัตราส่วนของเวลาที่ใช้จริงในการเรียนต่อเวลาที่ใช้ในการเรียน จึงเขียนเป็นสมการฟังก์ชัน ดังนี้

$$\text{ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน} = f \left[\frac{(\text{เวลาที่ใช้ในการเรียนจริง})}{(\text{เวลาที่ต้องการใช้สำหรับการเรียน})} \right]$$

เวลาที่ใช้ในการเรียนจริง คือ เวลาที่นักเรียนเต็มใจเล่าเรียน

เวลาที่ต้องการใช้สำหรับการเรียน คือ เวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ศึกษาหาความรู้ในแต่ละหน่วย ซึ่งแต่ละคนจะใช้เวลามากน้อยไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับองค์ประกอบต่างๆ ได้แก่ ความ

ถนัดของตน คุณภาพของการสอน เป็นต้น ด้วยเหตุนี้รูปแบบการเรียนรู้ในโรงเรียนของแครอลล์ จึงเขียนเป็นสมการฟังก์ชันใหม่ ดังนี้

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน = f

- | |
|----------------------------------|
| 1. โอกาสการเรียนรู้ |
| 2. ความพากเพียร |
| 3. ความถนัด |
| 4. คุณภาพของการสอน |
| 5. ความสามารถที่จะเข้าใจในการสอน |

แครอลล์ (Block. 1971 : 108 – 109 ; citing Carroll. 1963) อธิบายความหมายของ องค์ประกอบที่จะช่วยส่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ ดังนี้

1. โอกาสการเรียนรู้ (Opportunity) หมายถึง เวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการเรียน แต่ละหน่วย เพื่อให้รอบรู้ในเรื่องที่กำหนดให้ นักเรียนแต่ละคนมีความต้องการเวลาสำหรับการศึกษามากน้อยต่างกัน นักเรียนที่อ่อนต้องใช้เวลามาก ส่วนนักเรียนที่เก่งจะใช้เวลาน้อยกว่า

2. ความพากเพียร (Perseverance) หมายถึง เวลาที่นักเรียนแต่ละคนใช้ในการ ตั้งใจเรียน นักเรียนที่มีความพยายามมากจะใช้เวลาสำหรับการตั้งใจเรียนมาก ตรงกันข้ามกับ นักเรียนที่มีความพยายามน้อยก็จะใช้เวลาสำหรับการเรียนน้อย ด้วยเหตุนี้นักเรียนที่มีความ พยายามมากจึงมีโอกาสเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ได้เร็วกว่านักเรียนที่มีความพยายามน้อย

3. ความถนัด (Aptitude) หมายถึง เวลาที่นักเรียนต้องใช้สำหรับการเรียน เพื่อให้ บรรลุเกณฑ์ตามที่กำหนดไว้ หากนักเรียนคนใดใช้เวลาเพียงเล็กน้อยในการทำงานชิ้นหนึ่งเสร็จ เรียกว่า เป็นผู้ที่มีความถนัดสูง ส่วนนักเรียนที่ต้องใช้เวลาทำงานชิ้นเดียวกันนั้นมากก็เรียกว่า เป็นผู้ที่มีความถนัดต่ำ แต่ถ้านักเรียนทุกคนมีเวลาอย่างเพียงพอ ก็สามารถเรียนรู้ถึงระดับรอบรู้ ได้

4. คุณภาพของการสอน (Quality of instruction) หมายถึง การจัดบทเรียนให้ นักเรียนสามารถเรียนรู้ให้รวดเร็วที่สุดเท่าที่เขาสามารถเรียนได้ การจัดบทเรียนนั้นต้องกำหนด ให้ให้นักเรียนทราบว่าตนจะต้องทำอะไร มีขั้นตอนในการทำงานอย่างไร มีอันดับของขั้นตอนจาก ง่ายไปสู่ยากและต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล หากครูผู้สอนสามารถทำให้บทเรียนมี คุณลักษณะดังกล่าวแล้วเชื่อว่า จะสามารถลดเวลาที่นักเรียนต้องการใช้ลงได้ และทำให้นักเรียน ประสพผลสัมฤทธิ์ตามจุดประสงค์ที่วางไว้

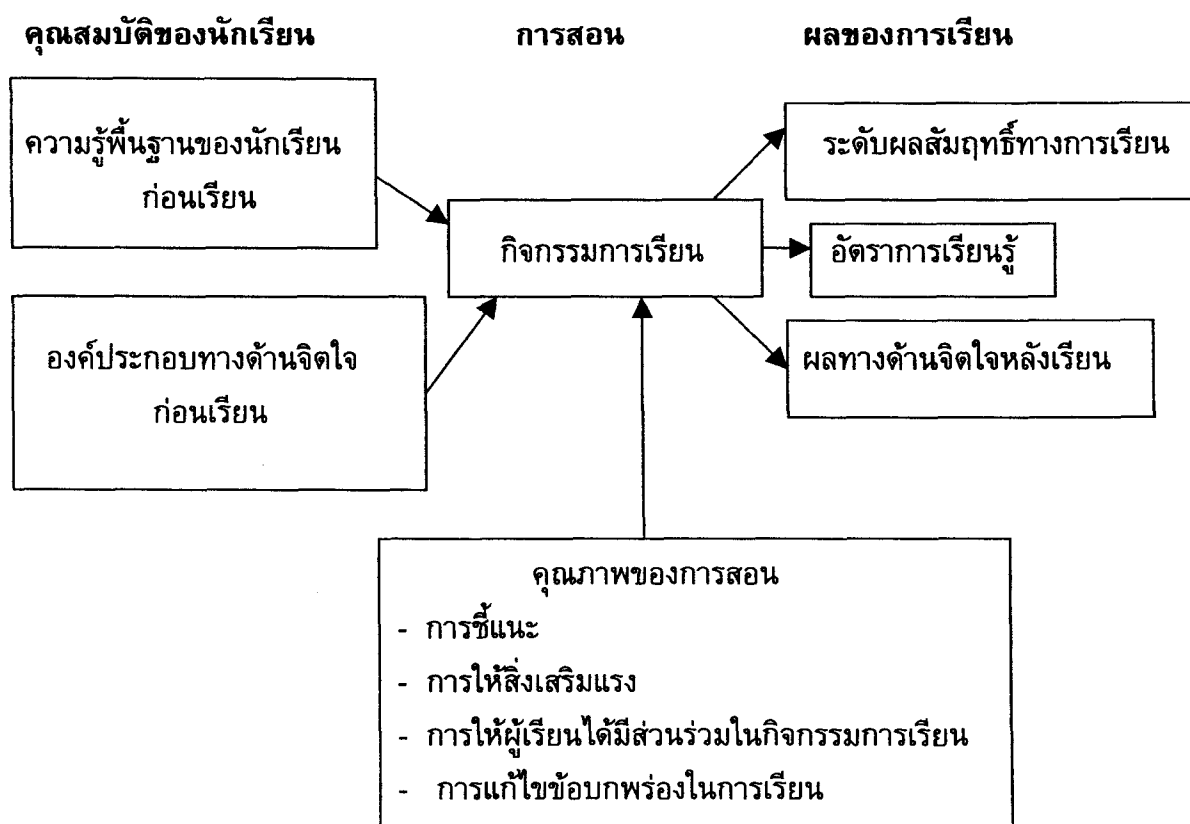
5. ความสามารถที่จะเข้าใจการสอน (Ability to understand instruction) หมายถึง ความสามารถของนักเรียนที่จะศึกษางานว่า ต้องทำอะไร ทำอย่างไร และจะต้องดำเนินการอย่าง ไรต่อบทเรียน เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ตามที่กำหนดไว้ นักเรียนที่มีสติปัญญา และเข้าใจภาษา ได้ดี ก็จะทำให้มีความเข้าใจสิ่งที่เรียนได้เร็วขึ้น คือ ใช้เวลาในการเรียนน้อย

2.4 รูปแบบการเรียนรู้ของบลูม

บลูม (Block. 1975 : 4 ; citing Bloom. 1968) ได้นำแนวคิดและรูปแบบของการเรียนรู้ในโรงเรียนแควร์รอลมาเป็นพื้นฐานในการจัดการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery learning) โดยบลูม อธิบายว่า ความถนัดหรือความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาหนึ่ง จะมีการกระจายเป็นโค้งปกติ (Normally distributed curve) ถ้านักเรียนทุกคนได้รับการสอนเหมือนกัน และให้เวลาเรียนเท่ากันหมด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่วัดได้เมื่อนักเรียนเรียนจบแล้วจะมีการกระจายเป็นเส้นโค้งปกติด้วย สหสัมพันธ์ระหว่างความถนัด และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะมีค่าค่อนข้างสูง แต่ถ้านักเรียนมีเวลาในการเรียนแตกต่างกันและสอนแตกต่างกัน ความสามารถของนักเรียนที่เรียนได้ช้าให้เวลามาก นักเรียนที่เรียนได้เร็วให้ใช้นเวลาน้อยแล้ว จะทำให้นักเรียน 95 % ทำคะแนนได้ถึงเกณฑ์ที่เรียกว่า รอบรู้ ในกรณีเช่นนี้ ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างความถนัด และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจะมีค่าเป็นศูนย์

รูปแบบการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ในโรงเรียนของบลูม

ในปี ค.ศ. 1976 บลูม (Bloom. 1976 : 11) ได้เสนอรูปแบบการเรียนการสอนเพื่อรอบรู้ในโรงเรียนไว้ ดังนี้



ภาพประกอบ 2 รูปแบบการจัดการเรียนเพื่อรอบรู้ในโรงเรียนของบลูม

รูปแบบการจัดการเรียนเพื่อรอบรู้ในโรงเรียนของบลูมประกอบด้วยตัวแปรด้านความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนเรียน (Cognitive entry behavior) องค์ประกอบทางด้านจิตใจก่อนเรียน (Affective entry characteristics) และคุณภาพของการสอน (Quality of instruction) ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดผลการเรียน (Learning outcome) ได้แก่ ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อัตราการเรียนรู้ และผลทางด้านจิตใจหลังการเรียน

ความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนเรียน หมายถึง การเรียนรู้ที่จำเป็นต่อการเรียนเรื่องนั้น และมีมาก่อนการเรียนเรื่องนั้น ในการเรียนเรื่องใดถ้านักเรียนมีการเรียนรู้ที่จำเป็นต่อการเรียนเรื่องนั้นแตกต่างกัน ก็จะมีส่วนทำให้เกิดความแตกต่างในผลการเรียนเรื่องนั้น ทุกคนต่างก็มีการเรียนรู้เรื่องนั้นได้ในระดับสูงถ้ามีแรงจูงใจ และเรียนในสภาพที่มีคุณภาพทางการสอนสูง

คุณลักษณะทางด้านจิตใจก่อนเรียน หมายถึง แรงจูงใจ ความกระตือรือร้นที่มีต่อเนื้อหาการเรียนรวมถึงทัศนคติที่มีต่อการเรียน ทัศนคติที่มีต่อโรงเรียน และทัศนคติในทางวิชาการ คุณลักษณะทางด้านจิตใจก่อนเรียน ไม่เพียงแต่จะมีอิทธิพลต่อความพรากเพียร (ตามแนวความคิดของแครร์รอล) หรือการเข้ามามีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน (ตามแนวความคิดของบลูม) ยังมีอิทธิพลโดยตรงต่ออัตราของการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน บลูมยืนยันว่า แต่ละคนจะมีความสนใจ ทัศนคติ และทัศนคติที่มีต่อตนเองแตกต่างกัน ถ้านักเรียนมีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนก็จะเกิดการเรียนรู้ได้ง่ายและรวดเร็ว เป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนอย่างขาดความสนใจและขาดความกระตือรือร้น

คุณภาพของการสอน การสอนที่มีคุณภาพเป็นสิ่งสำคัญที่จะส่งผลต่อความสำเร็จในการเรียนของนักเรียนโดยตรง มีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ประการ คือ

1. การชี้แนะ (Cues) หมายถึง การอธิบายของครูที่ทำให้ให้นักเรียนเห็นชัดเจนเสียแต่ตอนแรกว่า เรียนแล้วจะมีความสามารถอะไรบ้าง การจะเรียนเพื่อให้เกิดความสามารถเรียนอย่างไร นักเรียนต้องทำอะไรบ้างและทำอย่างไร
2. การมีส่วนร่วมกับการเรียน (Participation) หมายถึง การให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนต่างๆ ทั้งในด้านการฝึกคิด และได้ปฏิบัติด้วยตนเองจนเกิดการเรียนรู้ตลอดจนมีการตอบสนองในการเรียนเป็นกลุ่มอย่างเพียงพอกับความสามารถของแต่ละบุคคล
3. การเสริมแรง (Reinforcement) หมายถึง การสอนของครูนั้นต้องรู้จักเลือกการให้รางวัลและการลงโทษให้เหมาะสมกับโอกาสและบุคคล เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสิ่งเสริมแรงอาจเป็นวัตถุสิ่งของหรือวาจาก็ได้
4. การให้ข้อมูลย้อนกลับและแก้ไขข้อบกพร่อง (Feedback and correction) หมายถึง การสอนที่ดีครูจะต้องมีการแจ้งผลการสอบและข้อบกพร่องต่างๆ ในการเรียนให้นักเรียน

ทราบทันทีว่า เขามีความสามารถในการเรียนมากน้อยเพียงใด ครูจะต้องแก้ไขสิ่งที่เป็นข้อบกพร่องในการเรียนรู้ของนักเรียนควบคู่ไปกับการสอน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้และสามารถที่จะเรียนบทต่อไป

ในเรื่องเกี่ยวกับการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนนี้ เมอร์ริล คอลลินส์และบลอค (Arlin. 1973: 15; citing Merrill, Collins and Block. N.d.) ได้ชี้ให้เห็นว่าการทบทวนบทเรียนเฉพาะบทเรียนที่มีข้อบกพร่องนับเป็นวิธีการแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนที่เหมาะสมกับความต้องการของแต่ละคนได้ดีที่สุด โดยเฉพาะเมื่ออธิบายได้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

ขั้นตอนการจัดการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูม

บลูม (Bloom) กล่าวถึงขั้นตอนในการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1. ก่อนเริ่มสอน ครูต้องวินิจฉัยความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนว่า มีความพร้อมเพียงพอที่จะเรียนเรื่องใหม่ได้หรือยัง มีข้อบกพร่องตรงไหน เมื่อทราบข้อบกพร่องแล้วก็จัดสอนซ่อมเสริม เพื่อให้นักเรียนมีพื้นฐานในการเรียนเท่าเทียมกัน
2. การสอนทุกครั้ง ครูต้องกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้แจ่มแจ้งและกำหนดเกณฑ์การรอบรู้ไว้ชัดเจน แล้วแจ้งจุดมุ่งหมายของการเรียนให้นักเรียนทราบ เพราะถ้านักเรียนเข้าใจจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนก็จะทำให้นักเรียนได้ช่วยเหลือตนเองเพื่อให้บรรลุผลตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้
3. ดำเนินการสอนโดยใช้อุปกรณ์ และวัสดุการเรียนการสอนต่างๆ ที่เหมาะสม ซึ่งจะสามารถทำให้นักเรียนบรรลุผลสัมฤทธิ์ตามจุดมุ่งหมายของการสอน
4. เมื่อจบการสอนแต่ละตอน จากนั้นจึงให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่ครูเตรียมไว้เพื่อประเมินผลการเรียนการสอน
5. แจ้งผลการสอบให้นักเรียนทราบ แล้วอภิปรายผลการสอนรวมทั้งชั้น แก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความคิดที่ถูกต้องในสิ่งที่เรียนไป

2.5 รูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททชิส

ฮอททชิส (Hotchkis) อาจารย์แห่งมหาวิทยาลัยแมคไควรี ประเทศออสเตรเลีย เป็นนักการศึกษาผู้หนึ่งที่ทำให้การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการเรียนเพื่อรอบรู้ จากการศึกษาพบว่า องค์ประกอบของการเรียนรู้ของแครร์รอลนั้นยังขาดประเด็นที่สำคัญอีกประการหนึ่งซึ่งแครร์รอลไม่ได้กล่าวถึงคือ ประสบการณ์เดิมของผู้เรียน ส่วนการเรียนเพื่อรอบรู้ของบลูมซึ่งได้แนวคิดมาจากแครร์รอล แม้จะเป็นทฤษฎีการเรียนรู้ที่ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ และ

ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น แต่เพราะขาดปัจจัยที่สำคัญคือเครื่องมือที่เหมาะสมกับการสอนเป็นกลุ่มในสภาพของห้องเรียนซึ่งมีนักเรียนจำนวนมาก จากการปรับปรุงองค์ประกอบของการเรียนรู้ และการกำหนดใช้เครื่องมือที่แน่นอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้รูปแบบของการเรียนเพื่อรอบรู้ ได้พัฒนามาอีกขั้นหนึ่งตามแนวของฮอททคิส จึงมีความสมบูรณ์มากขึ้น โดยเครื่องมือที่กล่าวถึงนั้น คือการสอนให้เกิดความคิดรวบยอด การสอนเพื่อฝึกความชำนาญ และการปรับปรุงพฤติกรรม

2.5.1 ลำดับขั้นของการเรียนรู้

ในการเรียนรู้ของมนุษย์ จากผลการวิจัยในสหรัฐอเมริกา และออสเตรเลีย พบว่าการเรียนรู้ของมนุษย์นั้นไม่ได้เป็นเส้นโค้งปกติ (Normal curve) แต่เป็นเส้นโค้งของความถี่สะสม (Ogive) เพราะมีความเชื่อว่า การเรียนรู้ของมนุษย์นั้น จะมีการพัฒนาไปตามลักษณะเส้นโค้งของความถี่สะสม ฮอททคิส ได้แบ่งขั้นการเรียนรู้ออกเป็น 5 ขั้นตอน ตามลำดับ ดังนี้

1. ขั้นการเรียนรู้ (Acquisition) เป็นขั้นที่นักเรียนเริ่มพัฒนามาจากการไม่รู้อะไรเลย ไปจนรู้อย่างกระทั่งเกิดการเรียนรู้ การเรียนรู้ในขั้นนี้นักเรียนจึงทำผิดพลาดมาก อัตราการทำผิดของนักเรียนอาจแตกต่างกันมากขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่ครูจัด และความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน องค์ประกอบที่สำคัญขั้นนี้จึงเป็นการเตรียมการสอนของครูจนถึงขั้นลงมือสอน ซึ่งผู้สอนจะต้องดำเนินการ ดังนี้

1.1 จัดเรียงลำดับเนื้อหาในหลักสูตร ให้มีความยากง่าย ลดหลั่น และมีความเกี่ยวเนื่องกัน

1.2 กำหนดเวลาที่เหมาะสมในแต่ละบทเรียน

1.3 เตรียมข้อทดสอบ อันประกอบด้วยแบบทดสอบย่อย (Formative test) แบบทดสอบรวม (Summative test) แบบฝึก (Probe) และเอกสารฝึกหัด (Work sheet)

1.4 กำหนดแผนการสอน โดยเน้นในเรื่องการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดให้กับนักเรียนเป็นสำคัญ

หลังจากที่ครูเตรียมการสอนตามข้อ 1.1 – 1.4 แล้วในขณะลงมือสอนนั้นครูจะต้องคอยสังเกตเกี่ยวกับความเหมาะสมของเวลาที่ให้กับนักเรียนแต่ละคนในแต่ละบทเรียน ความยากง่ายให้มีความเหมาะสมกับทักษะพื้นฐานของนักเรียน และปัญหาที่อาจเกิดขึ้นในระหว่างการเรียนรู้ของนักเรียน

2. ขั้นการฝึกความชำนาญ (Fluency) หลังจากทีนักเรียนได้เรียนรู้และเกิดความคิดรวบยอดที่ถูกต้องแล้ว นักเรียนอาจมีบางสิ่งบางอย่างผิดพลาดอยู่บ้าง สิ่งที่ครูควรกระทำต่อไปในขั้นนี้คือ ครูจะต้องหาวิธีการให้นักเรียนมีการทำกิจกรรมมากๆ เพื่อฝึกให้เกิดความชำนาญแม่นยำและรวดเร็ว อีกทั้งจะเป็นการสร้างนิสัยในการเรียนรู้ของนักเรียน

3. ขั้นทำให้จำ (Maintenance) จุดประสงค์ในการสอนของครูก็เพื่อให้นักเรียนจำได้ ปัญหาที่มีอยู่ว่าทำอย่างไรนักเรียนจะจำได้นานและจำได้อย่างถาวร ถ้าเห็นว่าสิ่งนั้นเป็นสิ่งจำเป็น

ต่อชีวิตและการเรียนในบทเรียนต่อไป ในขั้นนี้สิ่งที่จะต้องทำก็คือ มีการทดสอบสม่ำเสมอ บอชมายงานให้ทำอยู่เรื่อยๆ จนนักเรียนรู้ว่าเรื่องนี้มีความสำคัญ ซึ่งการทดสอบ และการทำงานเป็นประจำจะให้นักเรียนจำในสิ่งที่เรียนไปได้ดีและจำได้นาน

4. ขั้นตอนการนำไปใช้ (Application) จากการเรียนด้วยวิธีที่ถูกต้องจนชำนาญจำได้อย่างแม่นยำ ทำให้นักเรียนสามารถนำเอาความรู้นั้นไปแก้ไขปัญหาดังๆ ได้อย่างมั่นใจ สิ่งสำคัญที่ทำในขั้นนี้คือ พิจารณาว่า ถ้าบทเรียนที่เรียนในห้องนั้นในสภาพแวดล้อมที่มีอยู่แล้วก็ไม่ต้องจัดให้นักเรียนมาก เช่น ภาษา นักเรียนสามารถใช้และสัมผัสตลอดเวลา ส่วนวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเรขาคณิตและพีชคณิตนั้น นักเรียนมีโอกาสพบเห็นได้มากน้อยมากในสภาพแวดล้อม ดังนั้นจึงเป็นความจำเป็นของครูที่จะต้องจัดกิจกรรมขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติและมีการแก้ปัญหาให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยเฉพาะจะต้องพยายามให้สถานการณ์ใหม่ๆ แก่นักเรียน

5. ขั้นการประยุกต์ใช้ (Adaptation) การสอนที่ดีจะต้องคำนึงถึงการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน เราคงปรารถนาให้นักเรียนซึ่งเรียนครบหลักสูตรแล้วสามารถนำความรู้ความเข้าใจ พร้อมทั้งมีเจตคติ มีความคิดรวบยอดในสิ่งที่เรียนแล้ว ตลอดจนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์โดยนำไปใช้ในการแก้ไขปัญหามานานได้ การเรียนในขั้นนี้จึงเป็นความรับผิดชอบสูงสุดของครูผู้สอนที่จะทำให้นักเรียน ซึ่งต้องเผชิญกับปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง สามารถปรับตัวและแก้ปัญหาต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

2.5.2 ขั้นตอนของการจัดการเรียน

การจัดการเรียนการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ของ ฮอททคิส ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ มีดังนี้

1. ทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนทำการสอน โดยใช้แบบทดสอบความรู้พื้นฐานที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานเดิม ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้นักเรียนก่อนที่จะเริ่มหน่วยการเรียนรู้ เมื่อนักเรียนมีความพร้อมแล้วจึงสอน

2. บอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในหัวข้อที่ 1 ของหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 บอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในหัวข้อที่ 2, 3, 4, ... แล้วเริ่มกิจกรรมในหัวข้อที่ 1 บอกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมใน หัวข้อที่ 2, 3, 4, ... แล้วเริ่มกิจกรรมในหัวข้อที่ 2, 3, 4, ... พร้อมทั้งบอกปริมาณงานที่นักเรียนต้องทำ และเกณฑ์ในการประเมินของแต่ละหน่วยการเรียนรู้

3. ครูสอนเนื้อหาแต่ละหัวข้อด้วยกิจกรรมการสอนแบบ การอธิบาย การถาม-ตอบ การสาธิต การบรรยาย การปฏิบัติ และให้เล่นเกม โดยเน้นให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเนื้อหาที่เรียนสลับด้วยการฝึกทักษะพื้นฐานจากแบบฝึก เพื่อส่งเสริมให้เกิดความแม่นยำในเวลาสั้น ๆ ตรวจให้คะแนนและแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วให้นักเรียนบันทึกผลการฝึกฝนในแบบบันทึกผลการเรียนของแต่ละคน

4. ทำแบบฝึกเพิ่มเติมในระหว่างที่เรียนแต่ละหัวข้อย่อยของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งเป็นการฝึกซ้ำในทักษะเดิมเพื่อให้จดจำได้ดีและนานยิ่งขึ้น โดยใช้แบบฝึกใหม่มีความยากและซับซ้อนมากขึ้น

5. ทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ เมื่อสอนจบหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เพื่อสรุปผลการเรียนว่าผ่านหรือไม่ผ่านเกณฑ์รอบรู้ที่ครูตั้งไว้

5.1 ถ้านักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ก็จัดให้เรียนซ่อมเสริมด้วยการสอนใหม่จากครู โดยการเฉลย การอธิบายแบบทดสอบ การซักถาม การชี้แจงข้อผิดพลาดเป็นกลุ่มและศึกษาแบบฝึก แล้วทดสอบอีกครั้งด้วยแบบทดสอบคู่ขนานกับการทดสอบครั้งแรก

5.2 ถ้านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ ให้ทำเอกสารฝึกหัดที่ครูเตรียมไว้ ซึ่งเป็นโจทย์ที่ท้าทาย และยากขึ้น ฆณะรอกกลุ่ม 5.1 เพื่อจะได้เรียนในหน่วยการเรียนรู้ต่อไป

6. ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในหน่วยการเรียนรู้ต่อไป โดยปฏิบัติตามขั้นตอนที่ 1 - 5

2.5.3 ขั้นตอนการเตรียมการสอน

ฮอทชดิสได้เสนอแนะแนวทางในการเตรียมการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ของเขาไว้ ดังนี้

1. การสร้างหน่วยการเรียนรู้ (Listed units) ในขั้นนี้ครูผู้สอนมีหน้าที่ศึกษาหลักสูตรว่า ในวิชาที่สอนนั้นหลักสูตรได้กำหนดให้นักเรียนต้องเรียนอะไรบ้าง

2. จัดเนื้อหาที่สอนให้เรียงตามลำดับขั้นตอน (Planned order) หลังจากครูทราบว่ามีเนื้อหาอะไรบ้างที่จะต้องสอน ในขั้นนี้ครูต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่อเนื่องของเนื้อหาว่าจะจัดกิจกรรมในหัวข้อใดตามลำดับก่อนหลัง เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามลำดับ เช่น คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ครูต้องสอนเรื่อง ความสัมพันธ์ ก่อนเรื่อง ฟังก์ชัน เป็นต้น

3. พิจารณาถึงความสำคัญของหน่วยการเรียนรู้ (Essential units) ในขั้นนี้หลังจากที่ครูพิจารณาเนื้อหาตามลำดับก่อนหลังแล้ว ให้ดูว่าบทเรียนใดหรือหน่วยการเรียนรู้ใดมีความสำคัญมากที่จะนำไปใช้ต่อไป ครูต้องดูว่าเนื้อหาใดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจและจะต้องปูพื้นฐานให้กับนักเรียนในบทเรียนต่อไปได้

4. เริ่มพิจารณาในบทเรียนที่สอน (Split units) ในขั้นนี้เป็นการสร้างหน่วยการเรียนรู้ของครู โดยเริ่มจากหน่วยการเรียนรู้ที่ 1,2,3,... ตามลำดับ ซึ่งขั้นตอนที่ครูจะต้องทำคือเริ่มจากการนำบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ที่จะสอนมาแยกเป็นหัวข้อย่อยหรือหน่วยการเรียนรู้ย่อยๆ พร้อมกับกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมจากจุดประสงค์ใหญ่ การกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมถ้าจะให้ได้ผลดีครูจะต้องพิจารณา 4 หัวข้อ ต่อไปนี้

4.1 นักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง (What behavior) ครูจะต้องกำหนดจุดประสงค์ขึ้น

4.2 ในสถานการณ์อย่างไร (What condition) หมายถึง ครูจะให้นักเรียนทำที่ไหน ในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียน โดยครูต้องกำหนดไว้ให้ชัดเจน

4.3 ระดับความยากง่ายเพียงใด (What level of difficulty) หมายถึง การกำหนด จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น ครูจะต้องคำนึงถึงความยากง่ายให้พอเหมาะกับความสามารถ นักเรียน

4.4 ใช้เกณฑ์อะไรตัดสิน (What criteria) หมายถึง เกณฑ์ที่ครูคิดว่านักเรียนจะ ประสบผลสำเร็จ

5. การทำแบบทดสอบระหว่างเรียนในแต่ละหน่วย (Formative test) การสร้างแบบ ทดสอบระหว่างเรียนโดยทั่วไปไม่หวังว่านักเรียนทั้งหมดจะทำได้ แต่คำนึงความสามารถของ นักเรียนซึ่งเริ่มง่ายไปสู่ยาก การเตรียมแบบทดสอบของครูอาจเตรียมไว้ก่อนหรือสร้างใน ระหว่างที่กำลังสอน โดยปกติจะเป็นการสร้างร่วมกันระหว่างครูผู้สอน ครั้งละประมาณ 6 – 9 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 5 – 10 นาที

6. การทำแบบทดสอบ (Summative test) ในการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนนั้น ควรใช้แบบทดสอบที่มีลักษณะ ดังนี้

6.1 วัดความเข้าใจ (Understanding) ซึ่งความเข้าใจในที่นี้เป็นความเข้าใจที่อยู่ใน หัวใจของนักเรียน การสอบจึงใช้เพียงเพื่อเป็นการพิจารณาความเข้าใจ วิธีการที่ครูควรจะต้อง ให้นักเรียนปฏิบัติดูด้วยว่าเขาเข้าใจแค่ไหนในเนื้อหาที่เรียน แบบทดสอบจึงไม่ควรเป็นแบบ เลือกตอบเพียงอย่างเดียว

6.2 การกำหนดแบบทดสอบ ควรให้มีระดับของความยากง่ายของข้อสอบเหมาะสม กับนักเรียนทั้งชั้นที่จะทำแบบทดสอบได้โดยมีการตั้งเกณฑ์ต่ำสุดเอาไว้ ในการจัดทำแบบ ทดสอบรวมต้องพิจารณาร่วมกันระหว่างผู้สอนว่ามีอะไรบ้างที่ควรจะวัดนักเรียน

2.5.4 ปัจจัยสำคัญในการเรียนเพื่อรอบรู้ของฮอททคิส

ฮอททคิสได้พัฒนาวิธีการเพื่อรอบรู้ของเขาขึ้นมาใหม่ เพราะสังเกตพบว่าแนวคิด ของแครร์รอลและบลูมยังขาดปัจจัยที่สำคัญคือ เครื่องมือที่เหมาะสมกับการสอนเป็นกลุ่มใน สภาพห้องเรียนซึ่งมีนักเรียนจำนวนมาก ที่จะทำให้การเรียนการสอนบรรลุผลได้ ปัจจัยที่สำคัญ นั้นก็คือ

2.5.4.1 การสอนให้เกิดความคิดรวบยอด (Teaching concept)

2.5.4.2 การสอนเพื่อฝึกความชำนาญ (Precision teaching)

2.5.4.3 การปรับพฤติกรรม (Behavior modification)

2.5.4.1 การสอนให้เกิดความคิดรวบยอด (Teaching concept)

ฮอททคิสได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า หมายถึง ประสบการณ์ทางใจ ซึ่งเป็นสิ่งที่มีอยู่ในหัวใจของเด็กรวมไปถึง ความคิด กฎเกณฑ์ กติกา และความหมายต่าง ๆ ซึ่ง

เกี่ยวกับความจริงซึ่งปรากฏอยู่ในสมองของเด็ก สิ่งเหล่านี้ไม่อาจมองเห็นได้แต่สามารถทดสอบได้ว่า มีความคิดรวบยอดอย่างไรต่อสิ่งนั้น ๆ

ควรสอนให้เกิดความคิดรวบยอดเป็นสิ่งสำคัญมากในการเรียนรู้ของเด็กทั้งนี้เพราะมีเด็กจำนวนมากที่ไม่เข้าใจความคิดรวบยอดที่ถูกต้องของวิชาคณิตศาสตร์ แล้วทำให้ไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียน เกิดการเบื่อหน่าย ต่อต้านครูและก้าวร้าว ดังนั้นเมื่อเริ่มเรียนครูจะต้องปลูกฝังความคิดรวบยอดที่ถูกต้องโดยให้เด็กเข้าใจก่อนแล้วจึงลงมือปฏิบัติ

การสร้างให้เกิดความคิดรวบยอดนั้น ฮอททคิสได้นำเอาแนวคิดของอิงเกลแมน (Engelmann) และแครริน (Carrine) จากเรื่อง ทฤษฎีในการสอน (Theorem of instruction) ซึ่งกล่าวว่า การเรียนรู้จะเกิดได้จะต้องมีองค์ประกอบ 3 อย่างด้วยกัน คือ

1. องค์ประกอบทางด้านพฤติกรรมของมนุษย์
2. ความรู้ทางวิชาการด้านปัญหาต่าง ๆ เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์
3. การสื่อความหมายของข้อความ

เนื่องจากว่า ความคิดรวบยอดเป็นกระบวนการทางสมอง (Mental process) ที่เป็นแนวคิด (Idea) เป็นความคิด (Thought) และเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในใจของเด็ก ฉะนั้นการสร้างให้เกิดความคิดรวบยอด จึงมีความจำเป็นที่ต้องชี้ให้เห็นชัดด้วยวิธีการ ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดพื้นฐาน (Basic concept) เป็นการใช้สื่อที่มีอยู่ในโลกแห่งความจริง หมายความว่า สื่อที่จะนำมาสร้างความคิดรวบยอดนั้น ควรจะเป็นของจริงที่สัมผัสได้ และการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดได้จะต้องให้เด็กเห็นและมีการเปรียบเทียบ ซึ่งอาจทำได้ 2 วิธี คือ

1.1 การสร้างความคิดรวบยอดโดยการจำแนก (Discrimination learning) เป็นการนำเอาสิ่งของตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไปเปรียบเทียบกันแล้วให้ผู้เรียนเข้าใจว่าคืออะไร การสอนโดยการจำแนกควรเน้นความสำคัญ 2 ประการคือ การฝึกเด็กเกี่ยวกับลักษณะทั่วไป (General) ของสิ่งที่ต้องการให้เรียนรู้ เช่น รู้จักลักษณะทั่วไปของสุนัขว่า มีสีและมีขนาดต่าง ๆ กัน และการฝึกเด็กเกี่ยวกับลักษณะเฉพาะ (Specific) ของสิ่งที่ต้องการให้เรียนรู้ เช่น พันธุ์ต่าง ๆ ของสุนัข

1.2 การสร้างความคิดรวบยอดโดยการแสดงให้เห็นขอบเขตที่จำกัด (Set limit) นั้น เมื่อสอนให้รู้จักสีแดงแล้ว ควรจะให้เด็กเห็นระดับต่าง ๆ ที่ใกล้เคียง กันเช่นแดง แดงอ่อน ชมพู ส้ม เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจสีแดง ควรจะอยู่ในขอบเขตที่จำกัดมากน้อยเพียงไร

2. ความคิดรวบยอดต่อเนื่อง (Joining concepts) เมื่อได้สร้างความคิดรวบยอดพื้นฐานแล้ว ครูจะต้องกำหนดแผนการที่จะนำไปเสริมหรือเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเข้าด้วยกัน เช่น จะสอนคำว่า “ได้” เราไม่อาจแสดงความคิดรวบยอดของคำว่า “ได้” โดยตรง ต้องอาศัยสิ่งอื่นประกอบ

3. ความคิดรวบยอดแบบคล้ายคลึงกัน (Correlated concepts) คือความคิดรวบยอดของ 2 สิ่งที่มีความคล้ายคลึงกัน เช่น สอนให้ผู้เรียนได้เห็นและเข้าใจคำว่า “ได้” แล้วอาจจะให้

เข้าใจคำต่อไปคือคำว่า “ข้างล่าง” เพราะมีความหมายใกล้เคียงกัน ดังนั้นการสอนเพื่อสื่อความกับเด็ก ซึ่งเอนเกลแมน และแครีน ได้สรุปว่า วิธีการสอนความคิดรวบยอดที่ถูกต้องนั้นครูจะต้องปฏิบัติ ดังนี้

3.1 ครูต้องรู้วิธีการ

3.2 ครูต้องรู้เนื้อหาหลักสูตร

3.3 ครูต้องให้แรงเสริม และการปรับพฤติกรรมของมนุษย์

แม้ว่าการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดไม่ใช่เรื่องง่าย ๆ สำหรับครู แต่ครูสามารถสร้างความคิดรวบยอดได้ด้วยการพิจารณาถึงองค์ประกอบของสิ่งต่าง ๆ ดังนี้

1. วัตถุในโลกของความจริง (Objects in real world) หมายถึง สิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏอยู่ในโลกซึ่งเด็กสามารถพบเห็นและสัมผัสได้ ถ้าต้องการให้เด็กเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับวัตถุในโลกของความจริง เพื่อจะสอนความคิดรวบยอดสิ่งใดจะต้องคำนึงถึงสิ่งนั้น เช่น สามารถมองเห็นด้วยตาได้ สามารถจับต้องได้ ครูจะต้องเอามาให้ดูหรือเอามาให้จับต้องได้ให้เกิดการแยกแยะได้ด้วยตนเอง ทั้งนี้เพราะมีความคิดรวบยอดบางอย่างไม่สามารถบอกด้วยคำพูดให้ เข้าใจได้ เช่น สีแดง หนัก พลัง ฯลฯ ตัวอย่าง เช่น ต้องการสอนความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสีแดงครูก็ต้องเอาวัตถุหลาย ๆ ชนิดที่เป็นสีแดงมาให้นักเรียนดูในขณะเดียวกันก็เอาวัตถุสีอื่นที่ไม่ใช่สีแดงมาให้นักเรียนดูด้วย แล้วนักเรียนจะแยกแยะได้เองว่าสีแดงคืออะไร

2. การใช้รูปภาพ (Pictures) แผนภาพ (Diagrams) ภาพถ่าย (Photographs) และภาพวาด (Drawings) ก็เป็นสิ่งจำเป็นในการสร้างความคิดรวบยอด เพราะวัตถุบางอย่างครูไม่สามารถนำมาให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่างได้

3. สัญลักษณ์ (Symbols) หมายถึง ข้อความ (Printed words) ตัวเลข (Numerals) เช่น มากกว่า, เท่ากับ, $\emptyset$, 2.9 เป็นต้น การสอนสิ่งเหล่านี้ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด และความเข้าใจความหมาย ต้องอาศัยคำพูด และตัวอย่างในการสอนประกอบกันนั้นหมายถึง ครูจะต้องให้รูปภาพมาสัมพันธ์กับภาษา

4. ภาษา (Language) เป็นการสื่อความหมายซึ่งประกอบด้วย ผู้พูด (Speaker) และผู้ฟัง (Listener) การใช้ภาษาในการสอนความคิดรวบยอดคงไม่เกิดประโยชน์หากขาดวัตถุในโลกแห่งความเป็นจริง หรือรูปภาพและสัญลักษณ์

ดังนั้น การสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด จึงต้องอาศัยความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทั้ง 4 อย่างประกอบกัน บางคนเข้าใจว่านักเรียนเรียนรู้โดยการได้ยินบางคนคิดว่านักเรียนเรียนรู้ได้ด้วยการเข้าใจสัญลักษณ์ แต่เมื่อพิจารณาแล้วจะพบว่า สัญลักษณ์และภาษาไม่ใช่สิ่งที่จะทำให้เด็กเกิดความคิดรวบยอดได้ดีกว่าวัตถุในโลกแห่งความเป็นจริงแม้จะเป็นเช่นนั้นก็ตามสิ่งต่าง ๆ ดังกล่าวจะต้องประกอบรวมกันในการสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดได้

กฎการสอนมโนมติ มี 3 ข้อ ดังนี้

1. การให้ตัวอย่างเพียงตัวอย่างเดียว ไม่เพียงพอที่จะทำให้เด็กเกิดมโนมติได้ เช่น ใช้รูปภาพเพียงรูปเดียวไม่ได้
2. การสอนควรใช้ตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง แต่ต้องไม่ให้รายละเอียดมากจึงจะช่วยให้เกิดการสรุปเป็นหลักการได้
3. การใช้สิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างประกอบด้วยก็เพื่อให้เกิดการเปรียบเทียบ และเกิดการแยกแยะได้

2.5.4.2 การสอนเพื่อฝึกความชำนาญ (Precision teaching)

ความชำนาญ หมายถึง ความแม่นยำ รวดเร็ว และตรงเป้าหมาย ฉะนั้นการสอนเพื่อฝึกความชำนาญ หมายถึง การสอนอย่างถูกต้องตามวัตถุประสงค์ และรวดเร็ว เป็นการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง และส่งเสริมให้เกิดความชำนาญในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ 2 ประการ คือ การเคลื่อนไหว และการนับ

การเคลื่อนไหว (Movement) หมายถึง การเคลื่อนไหวที่แสดงออกถึงการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นในขณะนั้น และทำได้รวดเร็ว เช่น ครูบอกให้นักเรียนชี้เลข 65 นักเรียนชี้ที่ 65 ได้ทันที

การนับ (Count) หมายถึง การนับข้อถูกหรือข้อผิดของนักเรียน ซึ่งเป็นการประเมินความแม่นยำ เช่น ครูให้นักเรียนนับเลข 10 ตัวในเวลาที่จำกัด ถ้านักเรียนนับได้ 8 ตัว แสดงว่านับได้ 80% หรือเป็นการประเมินว่าความแม่นยำ 80%

การนับมีประโยชน์คือ ทำให้นักเรียนทราบผลของตนเอง และมีการพัฒนาความเร็วในการทำ การคิด และการบันทึกผลการฝึกลงในแผ่นกราฟ ทุกจุดประสงค์ต้องทำคะแนนได้ 80% จึงจะถือว่าผ่านเกณฑ์การรอบรู้ (Mastery criteria) ถ้าไม่ถึง 80% ต้องฝึกใหม่

องค์ประกอบที่สำคัญของการสอนเพื่อฝึกความแม่นยำ และสามารถทำให้นักเรียนรู้ได้เร็วขึ้นนั้น สิ่งที่ต้องคำนึงถึงประกอบด้วย

- 2.1 เครื่องมือในการฝึก หรือแบบฝึก (Probe)
- 2.2 การกำหนดเกณฑ์ของปริมาณ (Quantity)
- 2.3 การกำหนดเกณฑ์ของเวลา (Timing)
- 2.4 การบันทึกความก้าวหน้า (Progressing charts)

ขอทบทวน ได้อธิบายถึงองค์ประกอบที่สำคัญของการสอน เพื่อฝึกความแม่นยำ ดังรายละเอียด ต่อไปนี้

2.1 เครื่องมือในการฝึกหรือแบบฝึก (Probe) ลักษณะคล้ายกับแบบทดสอบย่อย เพียงแต่มีจำนวนของปัญหาเพิ่มมากกว่า แบบฝึกแต่ละชิ้นของแต่ละเนื้อหาวิชาย่อมมีจำนวนปัญหาแตกต่างกันออกไปอาจจะเป็น 30, 60 หรือ 100 ข้อก็ได้นอกจากนี้การใช้แบบฝึกจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ของจำนวนข้อว่าจะให้ฝึกแล้วทำได้ 20, 30 หรือ 40 ข้อ แล้วแต่กรณี การฝึกจะต้องฝึกเป็นประจำโดยให้ทำในเวลาสั้น ๆ และจำกัด อาจเริ่มจาก 30 วินาที 1 นาที หรือ 2 นาที

หรือมากกว่านี้ และบันทึกผลจำนวนข้อที่ทำได้ถูก หรือผิดลงในกระดานบันทึกผลความก้าวหน้า ถ้าผู้ฝึกสามารถทำได้ถูกต้อง และถึงเกณฑ์ที่กำหนดเมื่อไรก็ให้เรียนในเรื่องต่อไป

2.1.1 หลักการสร้างแบบฝึก มีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางในการสร้างแบบฝึกไว้ ดังนี้

บัทส์ (ชลธิชา ศีลวัตตะ. 2538 : 24 ; อ้างอิงจาก Butts. 1974) ได้สรุปหลักการสร้างแบบฝึกไว้ ดังนี้

1. ก่อนที่จะสร้างแบบฝึก จะต้องกำหนดโครงร่างไว้คร่าว ๆ ก่อนว่าจะเขียนแบบฝึกเกี่ยวกับเรื่องอะไร และมีวัตถุประสงค์อย่างไร
2. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับเรื่องที่ต้องการทำแบบฝึก
3. เขียนจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
4. แจ้งจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมออกเป็นกิจกรรมย่อย โดยคำนึงถึงความเหมาะสมของผู้เรียน

5. กำหนดอุปกรณ์ที่จะใช้ในเกมแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสม
6. กำหนดเวลาที่ใช้ฝึกแต่ละขั้นตอนให้เหมาะสม
7. การประเมินผลจะประเมินผลอย่างไร

ข้อเสนอแนะในการสร้างแบบฝึกมีแนวทางในการปฏิบัติ ดังนี้

1. แบบฝึกจะต้องสอดคล้องกับทักษะที่ต้องการวัด
2. ให้แบบฝึกสั้น ๆ แต่มีหลายแบบในการฝึกแต่ละทักษะ
3. ให้ฝึกในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน เช่น เกม ให้ทำแบบฝึกหัด
4. มีการประเมินผลเป็นขั้นตอน เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน

2.1.2 ประโยชน์ของการใช้แบบฝึก สรุปได้ดังนี้

1. ใช้ในการปรับพฤติกรรมในการเรียนรู้ของผู้เรียนได้อย่างดี
2. ใช้ในการส่งเสริมความเข้าใจ
3. ใช้ส่งเสริมความชำนาญ คิดในใจ แก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง และแม่นยำ

4. ใช้ส่งเสริมวิธีการเรียนรู้ และแก้ปัญหาด้วยตนเอง
5. ใช้ส่งเสริมความตรงเวลา

2.1.3 หลักในการใช้แบบฝึก มีแนวทางในการปฏิบัติและจุดประสงค์ในการใช้ ดังนี้

1. ดูว่าเราจะใช้แบบฝึกเพื่อสอนอะไรแก่นักเรียน การใช้แบบฝึกไม่ได้เน้นเอามาวัดเพื่อคุรระดับคะแนนแต่ดูว่าการสอนของครูเป็นอย่างไร ถ้าพิจารณาพบว่านักเรียนทำแบบฝึกผิดมาก ครูก็จะได้ว่าผิดเพราะอะไร

2. ใช้แบบฝึกสำหรับฝึกทักษะพื้นฐาน เพื่อเป็นการพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้คล่องตัว เช่น การฝึกทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับการ บวก ลบ คูณ และหารเลขหลักเดียว

3. การใช้แบบฝึกย่อย ๆ ต้องมั่นใจว่า นักเรียนทำแบบฝึกนั้นได้เองไม่ใช่ นักเรียนท่องจำ นั่นคือ การใช้แบบฝึกอย่าให้แบบซ้ำ ๆ กันแม้เรื่องเดียวกัน คล้ายกันแต่ต้อง ต่างแบบกัน

4. ควรใช้แบบฝึกทุกครั้งที่สอน กล่าวคือ เมื่อครูสอนเรื่องใดไปต้องใช้แบบฝึก กับนักเรียนทันที เช่น สอนไป 10 นาที ใช้แบบฝึกวัด 1 นาที แบบฝึกจึงเป็นเครื่องมือในการวัด สิ่งที่ครูสอนไปแล้วได้เป็นอย่างดี

5. การใช้แบบฝึกเพียง 1 นาที ก็เพียงพอสำหรับวัดทักษะที่เกิดขึ้นกับนักเรียนที่ ได้เรียนรู้แล้ว แต่ถ้าพฤติกรรมใดไม่สามารถวัดได้ใน 1 นาที ก็ขยายเวลาออกไปได้ เช่น การ เขียนเรียงความ

6. การใช้แบบฝึกหัด ใช้เพื่อดูความก้าวหน้าในการเรียนของนักเรียนว่าเป็น อย่างไร การตัดสินใจจากผลการให้นักเรียนฝึก ดูได้จากการบันทึกข้อมูลลงในแบบบันทึกผล การเรียน ดังนั้นแบบฝึกจึงต้องใช้คู่กับแบบบันทึกผลการเรียน

7. การใช้แบบฝึก จะประสบผลสำเร็จกับนักเรียนมากที่สุดก็ต่อเมื่อแบบฝึกนั้น เป็นไปตามขั้นตอนของหลักสูตร มีการเรียงลำดับจากง่ายไปหายากนั่นคือ ผู้สอนต้องดูหลักสูตร และวิเคราะห์เนื้อหาออกเป็นจุดประสงค์ย่อยๆ ก่อนที่จะสร้างแบบฝึก

8. การใช้แบบฝึกจะกระทำอย่างต่อเนื่อง แต่เมื่อใดก็ตามที่นักเรียนได้บรรลุถึง เป้าหมายที่ครูได้กำหนดไว้แล้ว ครูต้องเปลี่ยนเรื่องทันที เพราะถ้านักเรียนเกิดการรอบรู้ (Master) และเก่งแล้ว ถ้าครูยังใช้กิจกรรมซ้ำ ๆ ซาก ๆ จะทำให้เบื่อและจะไม่เกิดผลดีกับ นักเรียนอีกต่อไป

2.2 การกำหนดเกณฑ์ของปริมาณ (Quantity)

ในการกำหนดจำนวนข้อปัญหาที่จะนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการฝึกนักเรียน จะต้อง คำนึงถึงเรื่องที่สำคัญ ดังต่อไปนี้

2.2.1 ความยากง่ายของปัญหาจะต้องเหมาะสม โดยจะต้องถือเกณฑ์ของ ความง่ายเพื่อให้นักเรียนทุกคนทำได้

2.2.2 มีปริมาณของข้อปัญหาไม่มากหรือน้อยเกินไป ควรให้เหมาะสมตาม เวลาที่กำหนด

2.2.3 ลักษณะของปัญหาจะต้องเสริมสร้างทักษะพื้นฐาน

2.3 การกำหนดเกณฑ์ของเวลา (Timing)

หลังจากที่สร้างแบบฝึกเรียบร้อยแล้ว ครูควรจะต้องหาเวลาที่จำเป็นที่จะใช้ใ้ นการแก้ปัญหา (Time Needed) เพื่อใช้เป็นตัวกำหนดเวลามาตรฐาน ซึ่งการหาเวลามาตรฐานให้ ได้ดีและถูกต้อง สามารถทำได้ ดังนี้

2.3.1 ให้นักเรียนที่เรียนดี อาจจะเป็นนักเรียนที่อยู่ในชั้นเดียวกันหรือชั้นที่เหนือกว่าหนึ่งชั้น ทดลองทำแล้วจับเวลา แล้วนำเวลาที่ได้นั้นมากำหนดเป็นเวลามาตรฐานก็ได้

2.3.2 ให้เพื่อนครูทดลองทำแล้วจับเวลา เมื่อได้เวลาจริงเท่าใดให้คุณด้วย 2 จะเป็นเวลาที่กำหนดให้สำหรับนักเรียน

การกำหนดเวลาในการฝึกเพื่อให้เกิดผลใน 3 ประการนี้ คือ

1. เป็นการปรับพฤติกรรมของนักเรียนที่มีปัญหาความสนใจสั้น ให้มีโอกาสหันมาสนใจงานที่มอบหมาย เพื่อที่จะช่วยขยายเวลาเพิ่มขึ้น
2. ทำให้นักเรียน ได้เล็งเห็นความสำคัญของเวลามากขึ้น
3. เป็นการเสริมความสามารถของนักเรียนในด้านความเร็ว และความแม่นยำ

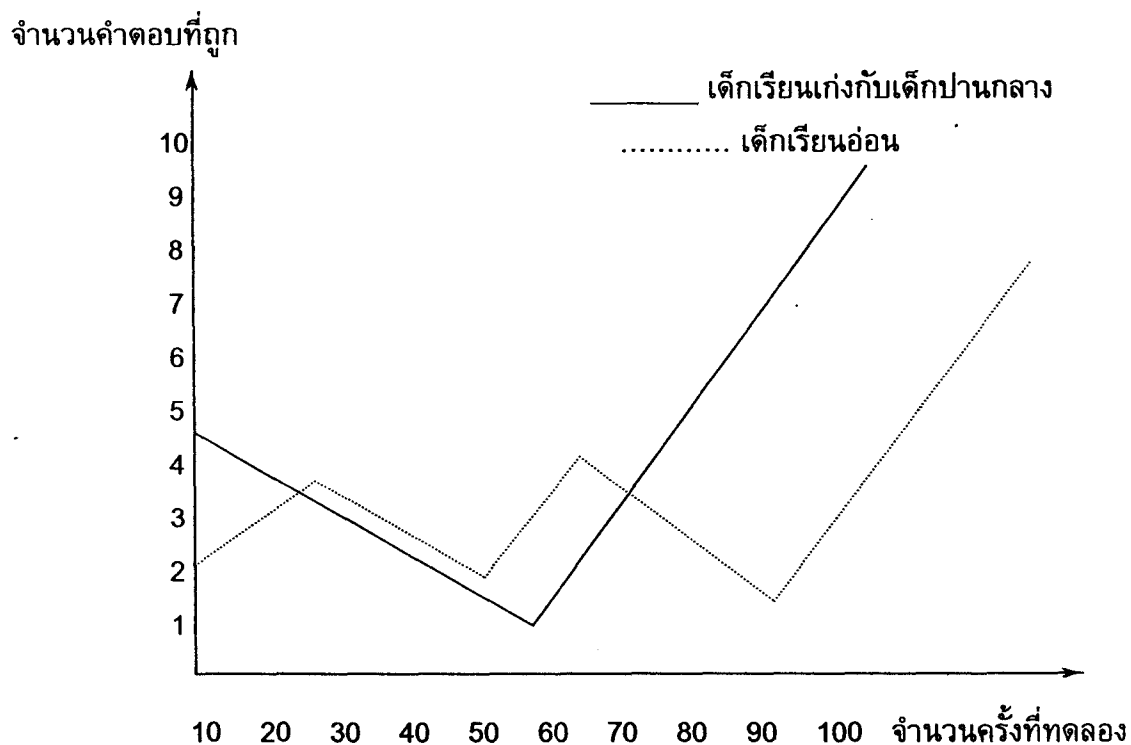
2.4 การบันทึกความก้าวหน้า (Progressing charts)

การฝึกเพื่อเสริมความเข้าใจ ความเร็ว และความแม่นยำ ทั้งครูผู้มอบหมายงาน และนักเรียนจะไม่สามารถเห็นความก้าวหน้าและปัญหาในการฝึกเลยหากไม่มีการบันทึกผลของการฝึกแต่ละครั้งทั้งคำคำตอบถูก และคำตอบผิดเพื่อที่จะได้แก้ไข นอกจากนั้นยังเป็นเครื่องมือชี้แนวทางในการปรับและหยุดการฝึกเพื่อการเรียนรู้ต่อไป

นักจิตวิทยาพฤติกรรมเชื่อว่า ความรู้ความเข้าใจที่มีอยู่ในส่วนของสมองของมนุษย์เรากองจะวัดโดยตรงไม่ได้ นอกจากว่าจะหาวิธีให้บุคคลนั้นแสดงออกด้วยการกระทำ แล้วสังเกตพฤติกรรมที่กระทำ ยิ่งทำมากครั้งความแน่นอนเที่ยงตรงก็ย่อมจะมีมาก

ดังนั้นการสอนโดยวิธีการฝึกความชำนาญ จึงต้องมีการฝึกให้ทำบ่อย ๆ ด้วยแบบฝึกเพื่อจะสรุปได้แน่นอนว่า พฤติกรรมที่แสดงออกมานั้นตรงตามจุดประสงค์ของการสอน

จากการศึกษาของซีแมน และเฮาส์ (สำนักงานการประถมศึกษาแห่งชาติ. 2529 : 20 ; อ้างอิงจาก Zeaman and House. N.d.) ที่ทดลองกับเด็กจำนวน 2 กลุ่ม คือ เด็กเรียนเก่งกับเรียนปานกลางเปรียบเทียบกับเด็กเรียนอ่อนให้ทำงาน แสดงผลที่ได้ดังกราฟ ต่อไปนี้



ภาพประกอบ 3 กราฟแสดงผลการทดลองของเด็กเรียนเก่งกับเรียนปานกลางเปรียบเทียบกับเด็กเรียนอ่อน

งานที่ให้ทำนี้เด็กทั้งสองกลุ่มไม่เคยพบมาก่อน การทดลองนี้ไม่มีการให้คำแนะนำในการเรียนรู้ เด็กทั้งสองกลุ่มต้องพยายามลองผิดลองถูก เพื่อค้นหาวิธีการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซีแมน และเฮาส์ พบว่าในการทดลองครั้งแรกจะไม่ค่อยแตกต่างกัน แต่พอถึงครั้งที่ 50 จะเห็นได้ว่าเด็กเรียนเก่ง กับเรียนปานกลางได้พบวิธีการเรียนรู้แล้ว ส่วนเด็กเรียนรู้อ่อนนั้นต้อง ลองผิดลองถูกต่อไปอีกจนครั้งที่ 80 จากนั้นจึงพบวิธีการเรียนรู้

สรุปจากการทดลอง พบว่า

1. การเรียนรู้ของเด็กไม่ว่าประเภทใด ความแตกต่างของระยะเวลาขึ้นอยู่กับจำนวนครั้งที่เด็กได้กระทำ
2. อาจลดเวลาและจำนวนครั้งลงได้ ถ้าเน้นการฝึกความชำนาญในส่วนที่เป็นจุดสำคัญจะทำให้เวลาที่ใช้ในการเรียนรู้สั้นลง จำนวนครั้งในการฝึกจะลดลงด้วย

ฟ็อกซ์ (จรรยา เรื่องประพันธ์. 2531 : 36 – 41 ; อ้างอิงจาก Fox. 2530) ได้กล่าวว่าวิธีประเมินผลการเรียนการสอนด้วยวิธีบันทึกความก้าวหน้าในการสอนเพื่อฝึกความชำนาญ สรุปได้ดังนี้

การสอนเพื่อฝึกความชำนาญ เป็นวิธีประเมินผลการเรียนการสอนเพื่อดูความก้าวหน้าของนักเรียนโดยใช้แบบฝึกเป็นเครื่องมือในการฝึก และมีการบันทึกข้อมูลโดยใช้แบบบันทึกผลการเรียน ซึ่งการประเมินผลการเรียนจะประสบผลสำเร็จ สามารถช่วยเหลือให้นักเรียนมีการพัฒนาความก้าวหน้าไปด้วยดี ก็ต่อเมื่อครูมีความเข้าใจในเรื่องแบบฝึก และการใช้แบบบันทึกผลการเรียนประกอบกัน

ประโยชน์ของการใช้แบบบันทึกผลการเรียน

1. ทำให้ครูได้รู้จักพัฒนาการเรียนรู้นักเรียน และสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้
2. ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน
3. ฝึกให้นักเรียนมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง โดยการบันทึกผลการทำแบบฝึกลงในแบบบันทึกผลการเรียนและแก้ปัญหาให้นักเรียนขาดวินัยได้

ในการบันทึกผลการฝึกจากการทำแบบฝึกของนักเรียนแต่ละคนนั้น จะให้นักเรียนเป็นผู้บันทึกผลเอง เพื่อให้นักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าและจุดบกพร่องของตนเอง ซึ่งจะได้นำไปปรับปรุงแก้ไขต่อไป

2.5.4.3 การปรับพฤติกรรม (Behavioral modification)

การปรับพฤติกรรมของมนุษย์ เป็นการนำเอาผลของการคิดค้นวิจัยมาปรับความประพฤติอันไม่พึงประสงค์ให้ลดลง สำหรับพฤติกรรมที่ดีอยู่แล้วก็ให้คงอยู่โดยอาศัยหลักการหลายอย่างมาช่วยกัน ฮอททคิสได้ทดลองการปรับพฤติกรรม โดยการนำทฤษฎีของ ธอร์นไดค์ (Thorndike) หรือกฎแห่งการกระทำ (Law of effect) ซึ่งเป็นทฤษฎีทางพฤติกรรมศาสตร์ซึ่งพบโดยการสังเกตการกระทำของมนุษย์ที่จะมีพฤติกรรมซ้ำ ๆ เสมอถ้ามีความพึงพอใจหรือได้แรงเสริมในทางลบ นอกจากนี้ยังได้นำเอาทฤษฎีของพาฟลอฟ คือ การวางเงื่อนไขโดยพบว่ามนุษย์จะมีปฏิกิริยาสะท้อนกลับที่ควบคุมไม่ได้ นอกจากนี้ยังได้นำเอาแนวทฤษฎีของวัตสัน สกินเนอร์ และเพียเจต์ มาผสมผสานกัน โดยไม่ยึดเอาแนวของบุคคลหนึ่งบุคคลใดเท่านั้น

การปรับพฤติกรรม เป็นการหาวิธีการ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และการจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนเกิดความคิดที่ถูกต้องในจังหวะเวลาที่เหมาะสม เช่น การเริ่มจากสิ่งที่ย่าง ๆ ใช้เวลาสั้น ๆ สำหรับนักเรียนที่มีช่วงความสนใจสั้น จนเขามีใจจดจ่อกับงานแล้วจึงเพิ่มเวลา

การปรับพฤติกรรมการเรียนการสอนที่ ฮอททคิส ทดลองใช้ เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้วิธีการ ดังนี้

1. เริ่มเรียนรู้จากงานที่ง่าย ๆ โดยให้เขียนตามตัวอย่าง ซึ่งเป็นการให้นักเรียนเลียนแบบจนเกิดความชำนาญ ทำได้รวดเร็ว แม่นยำ มีความตั้งใจ และสนใจที่จะทำกิจกรรม

2. การหล่อหลอมพฤติกรรม (Shaping) เป็นการนำเอางานง่าย ๆ มาให้นักเรียนทำทีละน้อย ในเวลาสั้น ๆ เพียง 1 – 2 นาที ในตอนแรกนักเรียนอาจจะทำผิดมาก แต่ก็ไม่ได้ตำหนิและพยายามตะล่อมให้นักเรียนทำได้มากขึ้นเรื่อย ๆ ด้วยการให้แรงเสริมแล้วค่อย ๆ เพิ่มมาตรฐานสูงขึ้น เมื่อเห็นว่านักเรียนมีพฤติกรรมที่พึงประสงค์ มีใจจดจ่อกับงาน

3. ใช้พฤติกรรมต่อเนื่อง (Chaining) เริ่มที่ให้นักเรียนทำงานจากงานที่เคยทำได้และเรียนรู้ไปแล้ว นำมาจัดเรียงลำดับเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ใหม่ มีวิธีการทำวิธีการทำ 2 วิธี คือ

วิธีทำ 1 พฤติกรรมต่อเนื่องไปข้างหน้า (Forward chaining) ให้แรงเสริม เพื่อให้นักเรียนนำเอาสิ่งอื่นมากระทำซ้ำอีกให้เกิดความต่อเนื่องไปเรื่อย ๆ

วิธีทำ 2 พฤติกรรมเสริมต่อ (Backward chaining) เป็นการให้นักเรียนทำงานโดยครูได้ดำเนินการมาก่อนจนเหลืองานเพียงเล็กน้อย แล้วให้นักเรียนได้ทำต่อจนเสร็จ

โดยสรุปแล้วในการลดหรือจัดพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทำได้ ดังนี้

1. การหยุดให้แรงเสริม (Extinction) เพราะการให้แรงเสริม แล้วไม่ได้ผลจึงหยุด เพื่อหาแนวทางแก้ไข

2. การลงโทษ (Punishment) วิธีการนี้เป็นวิธีการที่ไม่ค่อยได้ผลเพราะนักเรียนอาจจะไม่หยุดการกระทำ

3. การให้แรงเสริมเมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรม 2 อย่างพร้อมกันได้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนนั่งทำงานไม่ลุกขึ้นอะอะ นั่งทำงานเรียบร้อยแล้วต้องขมทันที

4. การให้แรงเสริมเมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมอื่น ๆ นอกเหนือพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ ตัวอย่างเช่น นักเรียนชอบลุกเดินไม่ทำงาน ถ้าเขานั่งลงทำงานเราเสริมแรงทันที

ขอทบทวนได้เน้นว่าการนำเอาบทเรียนมาเป็นกิจกรรมให้นักเรียนทำในลักษณะที่มีความเหมาะสมทั้งความยากง่าย เริ่มด้วยเวลาสั้น ๆ ให้แรงเสริมที่เหมาะสม เมื่อนักเรียนได้เห็นทิศทางของการเรียนรู้และเห็นความก้าวหน้าของการเรียนแล้ว ปัญหาทางพฤติกรรมจะลดลง ซึ่งจะเป็นการเสริมให้นักเรียนสามารถใช้วิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ได้ผลอย่างแน่นอน

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการเรียนเพื่อรอบรู้

งานวิจัยต่างประเทศ

รีส (Reese. 1977 : 4904 - A) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีสอนแบบบรรยายกับวิธีสอนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้ตามวิธีของบลูม นักเรียนที่เรียนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้มีสองกลุ่ม กลุ่มควบคุมก็มีสองกลุ่ม ทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมเรียนเนื้อหาเดียวกัน ใช้ข้อสอบวัดความรู้พิชคณิตทั้งก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง

กลุ่มทดลองใช้บทเรียนสำเร็จรูป แจกจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ทดสอบย่อย มีการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียน และสอบรวมครั้งสุดท้าย นักเรียนมีตารางการเรียน ตารางบ้าน กำหนดวันสอบ นักเรียนที่ทำคะแนนได้ไม่ถึง 80 % ในแบบทดสอบย่อย มีโอกาสแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนด้วยวิธีต่างๆ เช่น สอนใหม่ ใช้วิธีสอนพิเศษ ฟังเทป และศึกษาคำราเล่มอื่น เมื่อนักเรียนได้แก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยที่ไม่ใช่ฉบับเดิม นักเรียนมีโอกาทำข้อสอบแก้ตัวทั้งหมด 4 ครั้ง สำหรับกลุ่มควบคุมสอนโดยวิธีบรรยาย ใช้ตำราเรียนที่ถือว่าเป็นมาตรฐาน นักเรียนในกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบย่อย 4 ครั้ง แล้วสอบครั้งสุดท้าย ผลการวิจัยพบว่า คะแนนที่เพิ่มขึ้นปรากฏว่า กลุ่มทดลองดีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ กลุ่มทดลองได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการสอบครั้งสุดท้ายมากกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ไบเลย์ (Bailey. 1978 : 7219 - A) ได้ทำการวิเคราะห์หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ในรายละเอียด กลุ่มตัวอย่างเป็นเด็กอายุ 15 - 16 ปี ที่เรียนโรงเรียนไฮสกูลที่มีความสามารถทุกระดับ นักเรียนเหล่านี้สู่มมาจากโรงเรียนที่มีขนาดกลาง พบว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ทำคะแนนได้สูงกว่า และใช้เวลามากกว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนในกลุ่มควบคุม ถ้าเอาอิทธิพลของเวลาออกไปแล้ว คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมจะไม่แตกต่างกัน นักเรียนในกลุ่มทดลองใช้เวลาในการเรียนแตกต่างจากนักเรียนในกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้วิธีการเรียนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้มีประสิทธิภาพมากที่สุด คือการให้คำถาม และการทดสอบตนเอง

งานวิจัยในประเทศ

ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์ (2531 : 63 - 65) ได้ทำการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการ ที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ และมีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่าเช่นกัน โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จรรยา เรืองประพันธ์ (2531 : 78) ได้ทำการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ตามแนวคิดของฮอททชิตกับนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชัยศักดิ์ ลีลาจรสกุล (2533 : 151) ได้ทำการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ โดยการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับ การสอนตามคู่มือครู สสวท. ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ที่สอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้กับกลุ่มควบคุมที่สอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนความสนใจ และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองอยู่สูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วรภัทร ชัยเลิศ (2534 : 126) ได้ทำการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียน และความมีวินัยในตนเองในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ภาคตัดกรวยที่สอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พันธนัย อวิรุทธพาณิชย์ (2543 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ และการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรอบรู้ กับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยข้างต้น จะเห็นได้ว่าการวิจัยที่ใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เกณฑ์การรอบรู้

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกณฑ์การรอบรู้จากงานวิจัย ต่อไปนี้

ในปี ค.ศ. 1970 บล็อก (Block. 1970 : 104 – 106) ได้ทดลองสอนพีชคณิตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 91 คน โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 5 กลุ่ม กลุ่มควบคุมมีนักเรียน 27 คน สอนโดยวิธีธรรมดาที่ไม่มีการกำหนดเกณฑ์การรอบรู้ไว้ และแบ่งเนื้อหาที่จะสอนออกเป็นตอน ๆ เหมือนกลุ่มทดลอง นักเรียนที่เหลือแบ่งกลุ่มทดลอง 4 กลุ่มสอนโดยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ ซึ่งกำหนดเกณฑ์การรอบรู้ไว้ต่าง ๆ กัน 4 ระดับ คือ 95%, 75% และ 65% ตามลำดับ เมื่อสอนเนื้อหาในแต่ละตอนจนจบ แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย ข้อมูลที่จากการทำแบบทดสอบย่อยจะแจ้งให้นักเรียนทราบและทำการแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงเกณฑ์การรอบรู้ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่สอนโดยวิธีการเรียนเพื่อรอบรู้ที่กำหนดเกณฑ์การรอบรู้ไว้ 95% และ 85% มีผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่สอนโดยวิธีธรรมดาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทั้งสองกลุ่มนี้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนครั้งสุดท้ายไม่แตกต่างกัน นอกจากนี้กลุ่มที่กำหนดเกณฑ์ 95% เมื่อทำการทดลองไปนาน ๆ นักเรียนจะมีความสนใจในวิชาที่เรียนลดลง

ในประเทศไทยนั้น ระเบียบ ชูสอน (2527 : 63 – 65) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทศนคติในวิชาที่เรียน และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอน 5 วิธี คือ สอนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้โดยใช้เกณฑ์การรอบรู้ 60%, 70%, 80% และ 90% กับการสอนโดยไม่ใช้วิธีเรียนเพื่อรอบรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่สอนโดยวิธีเรียนเพื่อรอบรู้ ที่ใช้เกณฑ์การรอบรู้ 70%, 80% และ 90% สูงกว่ากลุ่มควบคุมซึ่งสอนโดยไม่ใช้วิธีเรียนเพื่อรอบรู้ โดยกลุ่มที่ใช้เกณฑ์การรอบรู้ 70% มีแนวโน้มของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ใช้เกณฑ์การรอบรู้ 80% และ 90% ส่วนทศนคติในวิชาที่เรียน และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ที่วัดหลังจากการสอนจบแล้วของทั้ง 5 กลุ่มไม่แตกต่างกัน

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับเกณฑ์การรอบรู้ ทำให้ผู้วิจัยได้ข้อสรุปว่า เกณฑ์การรอบรู้ (Mastery Level) หมายถึง ระดับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนที่จะบอกว่า นักเรียนคนใดมีความรอบรู้แล้ว ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การรอบรู้ 80% หมายความว่า เมื่อมีการทดสอบนักเรียนจะต้องทำแบบทดสอบได้อย่างน้อย 80 ข้อใน 100 ข้อ จึงจะถือว่ามีความรู้ในเนื้อหาที่เรียนแล้ว ซึ่งการสอนโดยหลักการเรียนเพื่อรอบรู้นั้น ก่อนเริ่มสอนแต่ละชุดการเรียนครูจะต้องบอกเกณฑ์ การรอบรู้ให้นักเรียนทราบก่อน และหลังการสอนจบแต่ละชุดการเรียนแล้ว มีการทดสอบย่อย นักเรียนที่ทำคะแนนได้ไม่ถึงเกณฑ์ที่ตั้งไว้ จะต้องได้รับการสอนซ่อมเสริมจนมีความรู้ขั้นรอบรู้ในที่สุด

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มัมมี และเชฟเพอร์ค (Mumme and Shepherd. 1993 : 7 – 9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสาร ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานประสบการณ์ต่าง ๆ ของพวกเขา

2. ทักษะการสื่อสารช่วยในการแลกเปลี่ยน (Shared) ในการทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์ นั่นคือ นักเรียนเกิดความช่วยเหลือกัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นักเรียนก็สามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎ และนิยามต่างๆ

3. ทักษะการสื่อสารจะช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนตอบคำถามในรูปของการพูด หรือการเขียนในสิ่งที่เขาคิด หรือการพูดกันเองก็จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการนำเสนอในสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพ และควบคุมการเรียนรู้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดพวกเขาจะเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ (Empowerment) ด้วยตนเอง

4. ทักษะการสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือการพูด และการฟังในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยปราศจากการวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดเห็นใหม่ ๆ การมีปฏิสัมพันธ์ เป็นสิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียนในขณะที่ครูเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของนักเรียน โดยการมุ่งสิ่งที่นักเรียนได้อธิบายการให้เหตุผลของพวกเขา ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : อ้างอิงจาก NCTM. 1989 : 26) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรม และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด และเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุกิตร์ อนุศาสตร์ (2542 : 3 – 4) ได้กล่าวว่า มนุษย์จำเป็นต้องใช้การสื่อสารตลอดชีวิต เริ่มการสื่อสารภายในตนเอง คิดว่าจะทำอะไร เมื่อไร จะต้องสัมพันธ์กับผู้อื่น และจะเกิดผลอย่างไร การสื่อสารจะขยายกว้างขึ้น และมนุษย์จะใช้การสื่อสารเพื่อทำกิจกรรมร่วมกันตลอดเวลา การสื่อสารจึงมีความสำคัญ ดังนี้

1. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการดำรงชีวิต ไม่มีใครดำรงชีวิตได้โดยปราศจากการสื่อสาร โดยเฉพาะสังคมมนุษย์ที่มีการเปลี่ยนแปลง และพัฒนาตลอดเวลา พัฒนาการทางสังคมจึงดำเนินการไปพร้อมๆ กับพัฒนาการทางการสื่อสาร

2. การสื่อสารช่วยธำรงสังคมให้อยู่ร่วมกันอย่างปกติสุข เพื่อหาสาระที่เกี่ยวข้องกับระเบียบ ประเพณี กฎเกณฑ์ทางสังคม และความรู้ต่างๆ จำเป็นต้องรับการถ่ายทอด เพื่อให้เป็นมรดกทางสังคมตกลงใช้ร่วมกัน เพื่ออยู่ร่วมกันอย่างสันติ

3. การสื่อสารเป็นปัจจัยสำคัญในการพัฒนา การพัฒนาทางสังคมในด้านคุณธรรม จริยธรรม วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ฯลฯ รวมทั้งศาสตร์ในการสื่อสาร จำเป็นต้องพัฒนา อย่างไม่หยุดยั้ง และต้องให้การสื่อสารเป็นเครื่องมือในการพัฒนาด้านต่างๆ เช่น การใช้ โสตทัศน หรือสื่ออิเล็กทรอนิกส์ในการสาธารณสุข เป็นต้น

จากการศึกษาความสำคัญของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ทักษะการ สื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญในการเรียนการสอน เพราะทักษะการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ ช่วยให้เกิดความเข้าใจ และสามารถป้องกันไม่ให้เกิดปัญหา หรือหากปัญหาได้ เกิดขึ้นแล้วก็จะได้สามารถหาทางแก้ปัญหาต่อไป

3.2 ความหมายของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

เทอร์เบอร์ (Thurber. 1976 : 513) ได้กล่าวว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็น การตั้งสถานการณ์ ในกิจกรรมการเขียน หรือการพูดในเรื่องประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของ ผู้เรียน ซึ่งจะมีผลต่อการปรับปรุงที่ดีขึ้นต่อตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ฝึกหัดเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ ผู้เรียนมีพลังในการคิดด้วยตนเอง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994 : 181) กล่าวว่า การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนสร้าง ความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลความรู้ที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

บุญศรี ปรารณศักดิ์ และศิริพร จิรวรรณกุล (2538 : 9) ได้สรุปความหมายของการ สื่อสารว่า หมายถึง กระบวนการแลกเปลี่ยน และร่วมกันรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่างๆ โดยมี ความเข้าใจร่วมกันต่อสัญลักษณ์ที่แสดงเรื่องราวข่าวสารนั้นๆ

ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุกิตร อนุศาสตร์ (2542 : 3) ได้ให้ความหมายของ การสื่อสารว่า หมายถึง กระบวนการถ่ายทอดสารผ่านสื่อต่างๆ ที่อาจเป็นการพูด การเขียน การแสดง การจัดกิจกรรม ฯลฯ ไปยังผู้รับสารอย่างมีวัตถุประสงค์ ทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกัน มี ปฏิริยาตอบสนองกัน สามารถปรับเปลี่ยนวิธีการให้เหมาะสมกับบริบททางการสื่อสาร เพื่อให้ การสื่อสารสัมฤทธิ์ผล

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2542 : 6) ได้ให้ความหมายของการสื่อสารว่า หมายถึง กระบวนการในการแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารระหว่างมนุษย์ภายใต้สภาพแวดล้อม ซึ่ง สามารถเปลี่ยนแปลงไปได้ตามสภาวะการณ์

จากการศึกษาความหมายของการสื่อสารข้างต้น สรุปได้ว่า การสื่อสาร หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การร่วมกันอภิปราย หรือการจัดกิจกรรม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

3.3 มาตรฐานของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543 : 21 ; อ้างอิงจาก NCTM. 2000) ได้กล่าวถึงมาตรฐานการสื่อสาร ดังนี้

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสาร และสื่อความหมาย เพื่อพัฒนาความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และเพื่อให้ทุกคนสามารถ

- จัดระเบียบทางความคิด และเพิ่มพูนความรู้ ความความคิดทางคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งยิ่งขึ้น
- แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ ชัดเจน แก่เพื่อนๆ ครู และบุคคลอื่นได้
- ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยในการพิจารณาทฤษฎีต่างๆ ได้
- สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจนถูกต้อง และรัดกุม

ดังนั้นการจัดการเรียนการสอน ควรให้สอดคล้องกับโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้อย่างมีศักยภาพ

3.4 องค์ประกอบของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ระวีวรรณ ประกอบผล (2533 : 144 – 149) กล่าวว่า การสื่อสารของมนุษย์เกิดขึ้นจากองค์ประกอบพื้นฐานที่สำคัญ ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) หมายถึง บุคคลซึ่งเป็นผู้เริ่มต้นสร้าง และส่งสารไปยังผู้อื่น
2. สาร (Message) หมายถึง เรื่องราวอันมีความหมาย และแสดงออกมาโดยอาศัยภาษา หรือสัญลักษณ์ใดๆ ก็ตามที่สามารถให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้
3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ (Channel or medium) หมายถึง วิธีทางหรือตัวกลางในการส่งทอดข่าวสารจากแหล่งกำเนิดสารไปยังผู้รับสารปลายทาง

4. ผู้รับสาร (Receiver) หมายถึง บุคคลผู้รับข้อมูลการสื่อสาร โดยมีบทบาทพื้นฐาน 2 ประการ คือ

4.1 รู้ความหมายตามเรื่องราวของสาร

4.2 การแสดงปฏิกิริยาตอบสนองต่อสาระของสิ่งที่อยู่ในสาร

กิตติมา สุรสนธิ (2542 : 6 – 17) ได้สรุปว่า การสื่อสารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 4 ส่วน ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสาร และมีความสัมพันธ์กับองค์ประกอบอื่นๆ ทั้งการเลือกข้อมูลข่าวสารที่จะส่งถ่ายทอดไป การเลือกวิธีการ และช่องทางที่จะทำให้อาสาไปถึงผู้รับสาร รวมทั้งการเลือก และกำหนดผู้รับสารที่จะเป็นผู้รับข้อมูลข่าวสารโดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อต้องการให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระดับใดระดับหนึ่ง หรือในด้านใดด้านหนึ่งกับบุคคลที่ตนสื่อสารด้วย เช่น การเปลี่ยนแปลง การรับรู้ การเปลี่ยนแปลงความเชื่อ ทศนคติ และพฤติกรรมของบุคคล กลุ่ม หรือสังคม เป็นต้น

2. สาร (Message) เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งในการสื่อสาร ซึ่งสาร หมายถึง เรื่องราวอันมีความหมาย และแสดงออกมาโดยอาศัยภาษาหรือสัญลักษณ์ใดๆ ก็ตามที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ระหว่างผู้ส่งสาร และผู้รับสาร สารจะเป็นตัวช่วยให้ผู้รับสารเกิดการรับรู้ความหมาย และมีปฏิกิริยาตอบสนอง ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว สารจะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสสาร (Message codes) คือ ภาษา หรือสัญลักษณ์ หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้น เพื่อแสดงออกแทนความคิด ความรู้สึก ความเชื่อ ค่านิยม วัตถุประสงค์ต่างๆ ของผู้ส่งสาร

2.2 เนื้อหาของสาร (Message content) คือ เรื่องราวสิ่งต่างๆ ที่ผู้ส่งต้องการจะถ่ายทอด หรือส่งไปยังผู้รับสาร

2.3 การจัดเรียงลำดับสาร (Message treatment) คือ รูปแบบวิธีการในการนำรหัสสารมาเรียบเรียง เพื่อให้ได้ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ

3. ช่องทางการสื่อสารหรือสื่อ (Channel or media) หมายถึง พาหนะที่นำ หรือพาข่าวสารจากผู้ส่งสารไปยังผู้รับสาร หรือกล่าวได้ว่า ช่องทางการสื่อสาร หมายถึง การมองเห็น การได้ยิน การดมกลิ่น การสัมผัส และการลิ้มรส เป็นต้น

4. ผู้รับสาร (Receiver) การสื่อสารจะมีความหมายอย่างไร จะประสบความสำเร็จหรือไม่ ขึ้นอยู่กับผู้รับสารว่าจะเลือกรับสาร หรือเลือกที่จะตีความต่อข่าวสารอย่างไร ดังนั้น จะเห็นได้ว่า แม้การสื่อสารจะเริ่มต้นจากผู้ส่งสาร แต่บุคคลที่จะทำให้การสื่อสารประสบผลสำเร็จได้นั้น ขึ้นอยู่กับผู้รับสาร

ทัศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุภิตร อนุศาสตร์ (2542 : 4 - 10) ได้จัดองค์ประกอบของการสื่อสาร ดังนี้

1. ผู้ส่งสาร (Sender) หมายถึง บุคคลที่เริ่มต้นสร้างสาร และส่งสารไปยังผู้อื่นโดยใช้ภาษาเป็นเครื่องมือ ผู้ส่งสารในฐานะผู้เริ่มต้นการสื่อสารจะส่งสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อพัฒนาตนเองให้มีคุณสมบัติ ดังนี้

1.1 เป็นผู้ที่มีเจตนาแน่วแน่ที่จะให้ผู้อื่นรับรู้ความประสงค์ของตน

1.2 เป็นผู้ที่มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่จะสื่อสารเพียงพอ ผู้สื่อสารอาจสำรวจระดับความรู้ ความเข้าใจของตนเองตามลำดับขั้น ต่อไปนี้

1.2.1 บอกได้ว่าเคยผ่านพบ หรือได้ยินได้ฟังเรื่องนั้นๆ มา

1.2.2 นำมาบอกกล่าวด้วยถ้อยคำของตนเองได้

1.2.3 ใช้ความรู้ ความชำนาญ แก้ไขสถานการณ์ต่างๆ ได้

1.2.4 วิเคราะห์ปัญหาต่างๆ ได้

1.2.5 ประมาณค่าได้

1.3 เป็นผู้ที่มีความเชื่อถือ ความเชื่อของผู้ส่งสารเป็นผลรวมของความรู้ ความสามารถ บุคลิกลักษณะ การเป็นคนที่สังคมยอมรับ เป็นคนคล่องแคล่วเปิดเผยในการสื่อสาร

1.4 เป็นผู้ที่มีความพยายามจะเข้าใจความสามารถ และความพร้อมของผู้รับสาร

1.5 เป็นผู้รู้จักใช้กลวิธีที่เหมาะสม ในการนำเสนอสาร อาศัยการเตรียมการทักษะทางภาษา การใช้อุปกรณ์ ตลอดจนเทคโนโลยีในการสื่อสารอย่างเหมาะสม

2. สาร (Message) หมายถึง เรื่องราวอันมีความหมาย และแสดงออกโดยอาศัยภาษา หรือสัญลักษณ์ที่สามารถทำให้เกิดการรับรู้ร่วมกันได้ สารประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ

2.1 รหัสของสาร คือ ภาษาสัญลักษณ์ หรือสัญญาณที่มนุษย์คิดขึ้นเพื่อแทนความคิด

2.2 เนื้อหาของสาร จะครอบคลุมความรู้ ความคิด และประสบการณ์ที่มนุษย์ต้องการถ่ายทอด แลกเปลี่ยนเพื่อความเข้าใจกัน โดยเนื้อหาของสารดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ เนื้อสารที่แสดงข้อเท็จจริง เนื้อหาของสารที่แสดงข้อคิดเห็นหรือทัศนะ และเนื้อหาสารที่แสดงความรู้สึก

2.3 การจัดสาร หมายถึง รูปแบบวิธีการในการนำรหัสสารมาเรียบเรียง เพื่อให้ได้ใจความตามเนื้อหาที่ต้องการ สารที่ได้รับจะจัดอย่างดีทั้งในด้านการเรียบเรียง การลำดับความ การลำดับความยากง่าย ตลอดจนรูปแบบ และการใช้ภาษาที่ดี

3. สื่อหรือช่องทาง (Media or channel) เป็นองค์ประกอบสำคัญอีกอย่างหนึ่งในการสื่อสาร ผู้ส่งสารต้องอาศัยสื่อหรือช่องทาง ทำหน้าที่ในการส่งสารไปสู่ผู้รับสาร โดยทั่วไปสารจะถ่ายทอดเข้าสู่ระบบการรับรู้

4. ผู้รับสาร (Receiver) ผู้รับสารเป็นองค์ประกอบสำคัญในการสื่อสาร มีบทบาทในการกำหนดความรู้เรื่องราวที่ผู้ส่งสาร ส่งผ่านสื่อมาถึงตน และมีปฏิกิริยาตอบสนอง ผู้รับสารที่ดีควรทำหน้าที่ตามบทบาทของตนเอง และควรพัฒนาตนเองให้มีสมบัติ ดังนี้

- 4.1 เป็นผู้ที่มีเจตนาแจ่มชัด และกระตือรือร้นที่จะรับสาร
- 4.2 เป็นผู้พยายามรับรู้เรื่องราวข่าวสารต่างๆ อย่างสม่ำเสมอ
- 4.3 เป็นผู้ที่มีความรู้สึกรวดเร็ว และถูกต้อง
- 4.4 เป็นผู้ที่มีสมาธิ สามารถบังคับใจให้อยู่ที่เรื่องราวที่กำลังสื่อสาร

5. ปฏิกริยาตอบกลับ (Feedback) ในการสื่อสารแต่ละครั้งผู้ส่งสาร และผู้รับสาร ซึ่งเราเรียกว่าคู่สื่อสารต่างมีวัตถุประสงค์ ในการสื่อสารของตนเอง และจะแสดงปฏิกริยาตอบกลับ เพื่อให้อีกฝ่ายหนึ่งได้รับความรู้สึกนึกคิดของตน ต่างต้องประเมินผล และสร้างบรรยากาศในการสื่อสารตลอดเวลา การสื่อสารอาจจะเกิดผลตามเป้าหมาย ปฏิกริยาตอบกลับจะช่วยให้ผู้ส่งสารสามารถปรับเปลี่ยนข้อมูล ทำที่ หรือวิธีการสื่อสาร เพื่อให้การสื่อสารบรรลุวัตถุประสงค์

กิดานันท์ มลิทอง (2543 : 23 – 24) กล่าวว่า การถ่ายทอดข่าวสาร หรือการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นข้อมูลในการสื่อสาร จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีต้นทางของการถ่ายทอด หรือเรียกว่า “ผู้ส่ง” ได้รับทราบข่าวสารต่างๆ ในการผ่านสื่อไปยังจุดหมายปลายทาง หรือเรียกว่า “ผู้รับ” ได้รับทราบข่าวสารร่วมกัน จากหลักการนี้จึงมีองค์ประกอบต่างๆ เพื่อให้การสื่อสารเกิดขึ้นได้ ดังต่อไปนี้

1. ผู้ส่ง ผู้สื่อสาร หรือต้นแหล่งของการส่ง (Sender, Communicator or source) เป็นแหล่งหรือผู้ที่นำข่าวสารเรื่องราว แนวความคิด ความรู้ ตลอดจนเหตุการณ์ต่างๆ เพื่อส่งไปยังผู้รับซึ่งอาจเป็นบุคคลเพียงคนเดียว เป็นกลุ่มบุคคล หรือสถาบัน โดยอยู่ในลักษณะต่างๆ ได้หลายอย่าง เช่น ผู้อ่านข่าว ครู นักเรียน นักเขียน จิตรกร ฯลฯ เป็นผู้นำเสนอเรื่องราวของข่าว บทความ ภาพ มาเสนอแก่ผู้รับเรียกว่า “การเข้ารหัส”

2. เนื้อหาเรื่องราว ได้แก่ เนื้อหาของข่าวสาร หรือเรื่องราวที่ส่งออกมา เช่น ความรู้ ความคิด ข่าวสาร บทความ เพลง ข้อเขียน เพื่อให้ผู้รับข้อมูลเหล่านั้น

3. สื่อหรือช่องทางในการนำสาร หมายถึง ตัวกลางที่จะช่วยถ่ายทอดแนวความคิด เหตุการณ์ เรื่องราวต่างๆ ที่ผู้ส่งต้องการให้ไปถึงผู้รับ สื่อที่ใช้กันมากที่สุด คือ ภาษาพูด ซึ่งใช้เสียงเป็น เวลาเขียน หรืออ่านหนังสือสื่อที่ใช้ก็คือ ภาษาเขียน หรือถ้ามีการสื่อความหมายกับคนไปก็ใช้สื่อซึ่งเป็นภาษามือ กริยาท่าทาง หรือการแสดงออกทางท่าทางหน้าตา

4. ผู้รับหรือกลุ่มเป้าหมาย (Receiver or audience) ได้แก่ ผู้รับเนื้อหาเรื่องราวจากแหล่ง หรือที่ผู้ส่งมา ผู้รับเนื้อหาอาจเป็นบุคคล กลุ่มชน หรือสถาบันก็ได้ เมื่อรับเรื่องราวแล้ว ผู้รับก็มีการถอดรหัส (Decode) คือ การแปลข่าวสารนั้นให้เข้าใจ

5. ผล (Effect) หมายถึง สิ่งที่เกิดขึ้นจากการที่ผู้ส่งสารส่งเรื่องราวไปยังผู้รับ ผลที่เกิดขึ้นก็คือ การที่ผู้รับอาจมีความเข้าใจ หรือไม่รู้เรื่อง ยอมรับหรือปฏิเสธ พอใจหรือโกรธ สิ่งเหล่านี้เป็นผลของการสื่อสาร และจะเป็นผลสืบเนื่องต่อไปว่าการสื่อสารนั้นจะสามารถบรรลุผลตามจุดมุ่งหมาย หรือไม่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับทัศนคติของผู้รับ สื่อที่ใช้ และสถานการณ์ในการสื่อสารเป็นสำคัญด้วย

6. ผลป้อนกลับ (Feedback) เป็นสิ่งที่เกี่ยวเนื่องจากผลซึ่งผู้รับส่งกลับมายังผู้ส่ง โดยผู้รับอาจแสดงอาการให้เห็น เช่น ง่วงนอน ประหม่อ ยิ้ม พยักหน้า ส่ายหน้า การพูดโต้ตอบ หรือการแสดงความคิดเห็น เพื่อเป็นข้อมูลที่ทำให้ผู้ส่งทราบว่า ผู้รับมีความพอใจหรือมีความเข้าใจในความหมายที่ส่งไปหรือไม่ ผลป้อนกลับนี้คือ ข้อมูลย้อนกลับอันเกิดจากการตอบสนองของผู้รับที่ส่งกลับไปยังผู้ส่งคนอื่นนั่นเอง

ทิตนา แชมมณี (2545 : 44) กล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญในการสื่อสารมีดังนี้

1. ผู้ส่งสาร หมายถึง ผู้ที่ส่งสารที่ต้องการให้ผู้อื่นได้รับทราบโดยวาจา ทางสัญญาณ หรือทางท่าทาง

2. ผู้รับสาร หมายถึง ผู้ที่รับสารที่ผู้ส่งสารมาให้ไม่ว่าจะเป็นโดยทางวาจา ทางสัญญาณ หรือทางท่าทาง

3. สารหรือข่าวสาร หมายถึง เนื้อหาหรือเรื่องราวที่ผู้ส่งสารส่งไปให้ผู้รับสาร

4. สื่อ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้ติดต่อสื่อสาร เพื่อช่วยในการส่งหรือรับสารเป็นไปอย่างสะดวก และชัดเจน

5. สภาพแวดล้อมภายนอกขณะสื่อสารความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมรอบตัวของผู้ส่งสาร และผู้รับสารขณะสื่อความหมายกันอยู่ เช่น เสียง แสง กลิ่น กิจกรรมต่างๆ เป็นต้น

6. สภาพแวดล้อมภายในขณะสื่อความหมาย หมายถึง สภาพแวดล้อมภายในตัวของผู้ส่ง และผู้รับสารขณะสื่อความหมาย เช่น สภาวะทางอารมณ์ จิตใจ ความกังวล ความกลัว ประหม่า ความเครียด หรือสภาวะร่างกาย เช่น ความเจ็บป่วย ความล้า เป็นต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบของการสื่อสาร สรุปได้ว่า องค์ประกอบของการสื่อสารประกอบด้วย ผู้ส่งสาร สาร สื่อ ผู้รับสาร และปฏิกิริยาตอบรับ ซึ่งทุกส่วนมีความสำคัญในการสื่อสาร ถ้าส่วนใดบกพร่องก็จะทำให้การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ

3.5 บทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers Mathematics)(NTCM. 2000 : 270-272) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนในระดับเกรด 6 - 8 ว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้ นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครู การให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้นักเรียนได้มีการสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยครูจะต้องกำหนดชิ้นงาน(Taskes) ที่ประกอบไปด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี
3. อนุญาตให้นักเรียนแสดงแนวความคิด (Representations) ได้อย่างหลากหลาย
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล และการคาดเดา ในการแก้ปัญหา

การอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูจะมีบทบาทในการให้คำแนะนำ โดยที่ครูเดินไปตามกลุ่ม และรับฟังการคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน การพูดและการเขียนเป็นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ช่วยให้นักเรียน

1. คิดวิธีการแก้ปัญหา
2. มีกฎเกณฑ์ในการอธิบาย
3. ทดสอบความสามารถของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้คำศัพท์ และสัญลักษณ์ใหม่ๆ
4. ตรวจสอบการใช้รูปแบบของการให้เหตุผล
5. การให้เหตุผลของการคาดเดา
6. การวิเคราะห์ข้อแก้ตัว (Justifications)

โรวานและมอร์โรว์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 46 ; อ้างอิงจาก Rowan and Morrow. 1993. *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards Reading from the Arithmetic Teacher*. P. 9 -11) ได้เสนอแนวทางในการส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียน เช่นโครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ ช่วยให้นักเรียน

เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้อง และใกล้ชิดของนักเรียนจะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารในที่นี้ รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญ และควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative and collaborative group) การให้นักเรียนนั่งเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือ และช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม (Over and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและการจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบ่งการประเมินออกเป็น 3 ด้าน (Kennedy and Tipps. 1994 : 112 ; citing Vermont Department Education. n. d. : 14-45) ดังนี้

1. ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of mathematics)
 - 1.1 ไม่ใช่หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
 - 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
 - 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
 - 1.4 ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย
2. การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical representations)
 - 2.1 ไม่ใช่แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

2.4 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน

3. ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of presentation)

3.1 การนำเสนอชัดเจนไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)

3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์

3.3 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

โรดิเฮฟเวอร์ (Rodeheaver. 2000 : 61 - 03A) ได้ทำการศึกษา กรณีศึกษาระหว่าง นักศึกษาครูและความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่จะมีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครูผลปรากฏว่า ข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษานี้แสดงถึงครูทำการได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารเป็นอย่างมากโดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอนแต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

โจฮันนิง (Johanning. 2000 : 151 –160) ได้ศึกษา การวิเคราะห์การเขียน และการทำงานกลุ่มร่วมกัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในการศึกษาวิชาพีชคณิตเบื้องต้น มีการปฏิรูป โดยการส่งเสริมโดยการให้นักเรียนอ่าน เขียน อภิปรายทางคณิตศาสตร์ เช่นเดียวกับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ การศึกษาครั้งนี้ได้ให้ความสำคัญกับการเขียน ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้คิดไปพร้อมๆ กันโดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพ เพื่อศึกษาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาว่ามีความเข้าใจอย่างไร คิดอย่างไรกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้เขียนอธิบาย กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนระดับเกรด 7 และเกรด 8 จำนวน 48 คน เป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 14 คน และเกรด 8 จำนวน 34 คน การดำเนินการโดยการใช้การเขียน และการทำงานกลุ่มในการเรียนพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ระยะเวลาการทดลอง 1 ปี โดยการแบ่งนักเรียนกลุ่มละ 7 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนเกรด 8 จำนวน 4 คน (ผู้ชาย 1 คน ผู้หญิง 3 คน) นักเรียนเกรด 7 จำนวน 3 คน (ผู้ชาย 2 คน ผู้หญิง 1 คน) เพื่อให้เกิดความสมดุลของกลุ่มตัวอย่าง ผลการศึกษาพบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนลงบนกระดาษ และถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการทำงานกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิด

ภายในกลุ่ม ซึ่งบรรยากาศเช่นนี้ นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการคิด และการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

งานวิจัยในประเทศ

วัชร ชันเชื้อ (2545 : 119) ได้ทำการวิจัย การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารแนวความคิด โดยใช้ทักษะการพูด และการเขียนของนักเรียน ภายหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าเกณฑ์ของสมมติฐานที่ตั้งไว้ร้อยละ 70

สมชาย วรภิเกษมสกุล (2540 : 155) ได้ทำการวิจัย การพัฒนารูปแบบการสอนวิชา คณิตศาสตร์ โดยการใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหาแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยเน้นให้ผู้เรียนได้พูด และเขียน และให้ความช่วยเหลือเพื่อนในการอธิบายหรือ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และให้ครูผู้สอนได้ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการคิดผ่าน สื่อประสม ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังสอนสูงกว่า ก่อนการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 91 – 92) ได้ทำการวิจัย การพัฒนาศักยภาพทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งศักยภาพทาง คณิตศาสตร์สื่อสารพัฒนาโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ โพลยา ผลการวิจัย พบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์ สื่อสาร หลังการทดลองกับก่อนการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .01 โดยศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสื่อสาร จะเห็นได้ว่า การสื่อสารเป็นสิ่งสำคัญ ในการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น มีความมั่นใจ กล้าแสดงออก และทำให้ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น จึงทำให้ผู้วิจัยต้องการส่งเสริมทักษะการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ ให้กับนักเรียน

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 698) ได้จำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญา ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 4 ระดับ คือ

5.1 ความรู้ความจำด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำที่สุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

5.1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนการสอนมาแล้วคำถามที่วัดความสามารถระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความพื้นฐาน ซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้ว

5.1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และคำนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรง หรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

5.1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

5.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนกว่าแบ่งออกเป็น 6 ชั้น ดังนี้

5.2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นโดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

5.2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of principle, rules and generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ ไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้

แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการ และกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

5.2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of mathematical structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

5.2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

5.2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่าน และเข้าใจความหมายทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างกันไป จากความสามารถในการอ่านทั่วไป

5.2.6 ความสามารถในการอ่าน และตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางด้านสถิติ หรือกราฟ

5.3 การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาโดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น ดังนี้

5.3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve routine problems) นักเรียนอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

5.3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้ อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

5.3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่กำหนดให้ โดยพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือ

ต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบ หรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

5.4 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกัน เพื่อแก้ปัญหาพฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูงแบ่งออกเป็น 5 ชั้น ดังนี้

5.4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจในคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

5.4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

5.4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษา เพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

5.4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถที่ควบคู่กับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างข้อพิสูจน์ พฤติกรรมในชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดบ้าง

5.4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้อง ให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตร หรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้เป็นกรณีทั่วไปได้

จากเอกสารที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านความรู้ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ ของผู้เรียน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. ระยะเวลาที่ใช้ศึกษาค้นคว้า
3. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
4. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
6. วิธีดำเนินการทดลอง
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 6 ห้องเรียน รวม 288 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 44 คน ที่ได้มาโดยใช้การสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) 1 ห้องเรียน จากจำนวน 6 ห้องเรียน

นำกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มได้มาจัดกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน ตามระดับความสามารถ สูง ปานกลาง ต่ำ เป็น 1 : 2 : 1 โดยใช้ผลการสอบกลางของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 วิชาคณิตศาสตร์ (ค 411) ตามเกณฑ์ ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 - 75
ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

ระยะเวลาที่ใช้ศึกษาค้นคว้า

ทำการทดลองวันที่ 11 สิงหาคม 2546 ถึง วันที่ 5 กันยายน 2546 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลอง 16 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน 14 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 411) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ซึ่งประกอบด้วย

- | | |
|--|-----------------|
| 1. ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์ | จำนวน 1 ชั่วโมง |
| 2. การเท่ากันของเมทริกซ์ | จำนวน 1 ชั่วโมง |
| 3. การบวกและการลบเมทริกซ์ | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 4. การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 6. ดีเทอร์มิแนนต์ | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 7. การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์ | จำนวน 2 ชั่วโมง |
| 8. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ | จำนวน 2 ชั่วโมง |

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

- ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบย่อย
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

ผู้วิจัยสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง แยกเป็นรายข้อ ดังนี้

1. ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินลำดับขั้นตอนในการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. เตรียมงานด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าสิ่งที่เกี่ยวข้อง คือ

1.1 ศึกษาหลักสูตรขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

1.2 ศึกษาเอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 จัดชุดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้จัดเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ แบ่งออกเป็น 8 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1. ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์	จำนวน 1 ชั่วโมง
ชุดที่ 2. การเท่ากันของเมทริกซ์	จำนวน 1 ชั่วโมง
ชุดที่ 3. การบวกและการลบเมทริกซ์	จำนวน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 4. การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง	จำนวน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	จำนวน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 6. ดีเทอร์มิแนนต์	จำนวน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 7. การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	จำนวน 2 ชั่วโมง
ชุดที่ 8. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์	จำนวน 2 ชั่วโมง

2. การสร้างชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

2.1 ดำเนินการสร้างชุดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่าน ซึ่งในชุดการเรียนรู้แต่ละชุดประกอบด้วย

1. ชื่อชุดการเรียนรู้

2. คำชี้แจง ส่วนที่อธิบายลักษณะของชุดการเรียนรู้

3. จุดประสงค์การเรียนรู้ ส่วนที่ระบุเป้าหมายที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนทำชุดการเรียนรู้นั้นจบลงแล้ว

4. เวลาที่ใช้ ส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำชุดการเรียนรู้

5. สื่อการเรียนรู้ ส่วนที่ระบุสื่อทั้งหมดที่ใช้ในชุดการเรียนรู้

6. เนื้อหา ส่วนที่เสนอความรู้ให้นักเรียน ซึ่งประกอบด้วย

6.1 เอกสารแนะแนวทาง

6.2 ใบความรู้

7. แบบฝึกทักษะ ส่วนที่กำหนดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้

8. การประเมินผล ส่วนที่นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองหลังจากใช้ชุดการเรียนรู้แต่ละชุด ซึ่งประกอบด้วย

8.1 แบบทดสอบย่อย

8.2 แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.2 นำชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพ และนำไปปรับปรุงแก้ไข

2.3 นำชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และได้ปรับปรุงแล้วให้ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยพร้อมที่จะนำไปหาประสิทธิภาพ

3. การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้

หลังจากผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้ว ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ ตามระดับประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นใช้ในการศึกษาค้นคว้า โดยผู้วิจัยกำหนดไว้ที่ระดับ 80/80 โดยมีความหมาย ดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุดแล้ว นำคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมารวมกัน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนรู้แต่ละชุดแล้ว นำคะแนนของนักเรียนทั้งหมดมารวมกัน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนรวมทั้งหมด

ผู้วิจัยได้ทำตามขั้นตอนดังนี้

3.1 การหาประสิทธิภาพเป็นรายกลุ่มย่อย 1 กลุ่ม จำนวน 4 คน

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ จำนวน 1 กลุ่ม มี 4 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อพิจารณาเกี่ยวกับภาษา กิจกรรม สื่อต่าง ๆ ที่ใช้ในชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เก็บข้อมูลต่าง ๆ เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนรู้ โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน และรวบรวมผล

การทำแบบฝึกหัด

3.2 หาประสิทธิภาพเป็นรายกลุ่ม 3 กลุ่ม จำนวน 12 คน

ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียนรู้จากการทดลองครั้งที่ 1 แล้ว นำชุดการเรียนรู้ที่แก้ไขแล้วไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ จำนวน 3 กลุ่ม ซึ่งมี 12 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน และรวบรวมผลการทำแบบฝึกหัด จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของชุดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้ง

3.3 หาประสิทธิภาพเป็นรายกลุ่ม 5 กลุ่ม จำนวน 20 คน

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขจากการทดลองครั้งที่ 2 ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ จำนวน 5 กลุ่ม ซึ่งมี 20 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียนจากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของชุดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้ง

3.4 การดำเนินการทดลองภาคสนาม

ผู้วิจัยแนะนำนักเรียนในการทำงานกลุ่ม แล้วนำชุดการเรียนรู้ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วตามข้อ 3.1, 3.2 และข้อ 3.3 ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้องเรียน รวม 44 คน แล้วเก็บรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการประเมินผล เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.2 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการ และวิธีการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

1.3 วิเคราะห์เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ (ค411) เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้ กับกระบวนการในการจัดการเรียนการสอน โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร

ทางคณิตศาสตร์

2. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแนวคิดรูปแบบการจัดการเรียนการสอน จากแนวคิดของ สมจิตร ทรัพย์อัประไมย์ (2540 : ภาคผนวก) ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542 : 24 – 41) และจรรยา ภูอุดม (2544 : ภาคผนวก) ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1. ชื่อรายวิชา
2. ระดับชั้นเรียน
3. ชื่อสาระการเรียนรู้
4. เวลาที่ใช้
5. จุดประสงค์การเรียนรู้
6. สาระการเรียนรู้
7. กิจกรรมการเรียนรู้
8. สื่อการเรียนรู้
9. การวัดผลและประเมินผล
10. บันทึกหลังสอน

3. นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปให้ประธาน และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้ และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4. นำแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ปรับปรุงแก้ไข ไปให้ประธาน กรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้ และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของ ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

3. แบบทดสอบย่อย

เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากสอนจบในแต่ละชุดการเรียน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเติมคำ (Completion) และผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ จากหนังสือแบบเรียน และคู่มือครู

2. ศึกษาหลักการสร้างข้อสอบ หลักการตรวจให้คะแนน ข้อดีและข้อเสีย ของข้อสอบแบบปรนัยชนิดเติมคำ

3. สร้างแบบทดสอบย่อย เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ทั้ง 8 ชุด ชุดละ 5 ข้อ ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปให้ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบ สอดคล้องของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และความครอบคลุมของคำถาม

4. นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไข เสนอต่อประธานกรรมการตรวจสอบอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

5. นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ทั้ง 8 ชุด ไปทดสอบกับนักเรียนโรงเรียน วัดสุทธวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้

4. การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากสอนจบเนื้อหาทั้งหมด ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้าง ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ จากหนังสือแบบเรียน และคู่มือครู

2. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับทฤษฎี และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับอาจารย์ผู้สอน วิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 3 ท่าน

4. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปให้ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบ สอดคล้องของเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ และความครอบคลุมของคำถาม

5. นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไข เสนอต่อประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบอีกครั้ง แล้วนำข้อสอบไปหาความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม กับ ลักษณะ พฤติกรรม (IC) ผลที่ได้ คือ ทั้ง 60 ข้อ มีค่า IC เท่ากับ 1

6. นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดสุทธวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ซึ่งได้ผ่านการเรียน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ มาแล้ว จำนวน 100 คน โดยให้ 1 คะแนน สำหรับข้อสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบในข้อเดียวกัน เพื่อนำมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ หาความยาก (p) และหาค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของ

จุง เดห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 – 52) โดยเลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (p) ระหว่าง 0.36 - 0.79 และค่าอำนาจจำแนก (r) ระหว่าง 0.20 – 0.50 จำนวน 30 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหา

7. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้ว จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนโรงเรียน วัดสุทธวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 100 คน เพื่อตรวจสอบความเชื่อมั่น โดยใช้สูตร KR – 20 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 168 - 169) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.71

5. แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยศึกษาแนวคิดจากเกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้การสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 334) และเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยศึกษาแนวคิดจากเกณฑ์การประเมินผลการเรียนรู้การสื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ของ เลสเตอร์ และโครล (Lester and Kroll. 1991 : 278 – 282) และ เคนเนดี และ ทิป (Kennedy and Tipp. 1994 : 112 ; citing Vermont Department Education. n.d. : 14 – 15) โดยนำหลักการวัด และเกณฑ์ต่างๆ มาประยุกต์ใช้ให้สอดคล้อง และเหมาะสมกับลักษณะงานของผู้วิจัย โดยให้ครอบคลุมในเรื่องการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยมีขั้นตอนในการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ดังนี้

1. ศึกษาหลักการ และวิธีการในการสร้างแบบประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2. สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

3. นำแบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้ประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเชิงเนื้อหา ความเที่ยงตรงในการประเมิน และความครอบคลุมในเกณฑ์ที่ผู้วิจัยจะนำไปวัดทักษะการสื่อสารคณิตศาสตร์ของนักเรียน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม

4. นำแบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในขณะทำการทดลองหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ โดยให้คะแนนทักษะ

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด จากการสังเกตพฤติกรรมด้านการพูดในขณะที่ทำกิจกรรม จำนวน 3 ครั้ง และให้คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จากการปฏิบัติ กิจกรรม และผลงานการเขียน ในด้านการใช้ภาษา การใช้สัญลักษณ์ การนำเสนอ และการยกตัวอย่างประกอบ จำนวน 3 ครั้ง

ตัวอย่าง แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ชื่อ – สกุล ชั้น เลขที่

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 2				ครั้งที่ 3				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาได้ครบถ้วน													
2. บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหา													

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

(1) บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาได้ครบถ้วน

- 2.1 บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาไม่ได้ จะได้ 0 คะแนน
- 2.2 บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาได้บางส่วน จะได้ 1 คะแนน
- 2.3 บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาได้เกือบครบ จะได้ 2 คะแนน
- 2.4 บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาได้ครบถ้วน จะได้ 3 คะแนน

(2) บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหา

- 2.1 บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาไม่ได้ จะได้ 0 คะแนน
- 2.2 บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาได้บางส่วน จะได้ 1 คะแนน
- 2.3 บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาเกือบครบ จะได้ 2 คะแนน
- 2.4 บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน จะได้ 3 คะแนน

ตัวอย่าง เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

(1) การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ไม่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จะได้ 0 คะแนน
- 1.2 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเป็นบางครั้ง จะได้ 1 คะแนน
- 1.3 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทุกครั้ง จะได้ 2 คะแนน
- 1.4 ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องเหมาะสมทุกครั้ง จะได้ 3 คะแนน

(2) การนำเสนอการแก้ปัญหา

- 2.1 การนำเสนอการแก้ปัญหาไม่ได้ จะได้ 0 คะแนน
- 2.2 มีการนำเสนอการแก้ปัญหาได้แต่เป็นส่วนน้อย จะได้ 1 คะแนน
- 2.3 มีการนำเสนอการแก้ปัญหาชัดเจนเกือบสมบูรณ์ จะได้ 2 คะแนน
- 2.4 มีการนำเสนอการแก้ปัญหาชัดเจนดีมาก จะได้ 3 คะแนน

จากนั้นนำคะแนนดิบ (ผลรวมคะแนนด้านการพูด และการเขียน) ของนักเรียนมาวิเคราะห์ โดยใช้ค่าสถิติพื้นฐานร้อยละ ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์การประเมินทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยเกณฑ์ที่ใช้ในการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกรมวิชาการ (2535 : 24) ดังนี้

ได้คะแนนช่วงร้อยละ 80–100 ถือว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดีมาก

ได้คะแนนช่วงร้อยละ 70–79 ถือว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

ได้คะแนนช่วงร้อยละ 60–69 ถือว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง

ได้คะแนนช่วงร้อยละ 50–59 ถือว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับผ่านเกณฑ์ ขั้นต่ำ

ได้คะแนนช่วงร้อยละ 0–49 ถือว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ ขั้นต่ำ

วิธีดำเนินการทดลอง

ดำเนินการทดลองตามแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 249)

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

T₁ แทน การทดสอบก่อนเรียน

T₂ แทน การทดสอบหลังเรียน

ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

เมื่อผู้วิจัยสร้างเครื่องมือตามที่กล่าวไปแล้วในข้างต้น ผู้วิจัยมีขั้นตอนในการดำเนินการทดลองพอสรุปได้ดังนี้

1. ดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ทั้งหมด 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 จำนวน 4 คน ขั้นที่ 2 จำนวน 12 คน และขั้นที่ 3 จำนวน 20 คน ซึ่งจัดเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน
2. ขอความร่วมมือจากหมวดคณิตศาสตร์ ของโรงเรียนวัดสุทธิวราราม เขตสาทร กรุงเทพฯ โดยการสุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 1 ห้องเรียน เพื่อเป็นกลุ่มทดลอง
3. ประชุมชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองทราบถึงการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และชี้แจงถึงวิธีการเรียนเป็นกลุ่ม เพื่อที่นักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
4. ทดสอบก่อนเรียน (Pretest) กับกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
5. ดำเนินการทดลอง ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการทดลองด้วยตนเองด้วยการใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร

ทางคณิตศาสตร์

6. ทำการทดสอบหลังเรียน (Posttest) โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
7. ในขณะที่ทำการทดลองแต่ละชุดการเรียนรู้ มีการสังเกตสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แล้วบันทึกในแบบสังเกตสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยมีลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยหาคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุดการเรียนรู้ และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนรู้แต่ละชุด คิดเป็นร้อยละ เพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ศึกษาพัฒนาการในการเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้ค่าสถิติ t – test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการสอน ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
3. ศึกษาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ จากผลรวมคะแนนด้านการพูด และการเขียน ของนักเรียนมาวิเคราะห์ โดยหาค่าร้อยละ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ลัวัน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540 : 53)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

$\bar{x}$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$\sum x$ หมายถึง ผลรวมทั้งหมดของคะแนน

N หมายถึง จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540 : 103)

$$S = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

S หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

X หมายถึง คะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x$ หมายถึง ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum x)^2$ หมายถึง ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N หมายถึง จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.1 การศึกษาค่าดัชนีความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2538 : 117)

$$IC = \frac{\sum R}{N}$$

IC หมายถึง ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม กับลักษณะพฤติกรรม

$\sum R$ หมายถึง ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

N หมายถึง จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 - 52)

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร KR – 20 (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2536 : 168 - 169)

$$r_{it} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

n หมายถึง จำนวนข้อของเครื่องมือวัด

p หมายถึง สัดส่วนของผู้ทำได้ในข้อหนึ่งๆ

นั่นคือ สัดส่วนของคนทำถูกกับคนทั้งหมด

q หมายถึง สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่ง ๆ หรือ $1 - p$

S_t^2 หมายถึง คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

3.1 ใช้สูตร E_1/E_2 (ฉลองชัย สุวรรณบุรณ์. 2538 : 214 – 215) เพื่อทดสอบสมมุติฐานของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ดังนี้

สูตรที่ 1

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100$$

E_1 หมายถึง ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัด หรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

$\sum x$ หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนจากการทำแบบฝึกหัด หรือการประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน

A หมายถึง คะแนนเต็มของแบบฝึกหัด หรือกิจกรรมการเรียนรู้

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{\sum F}{\frac{N}{B}} \times 100$$

E_2 หมายถึง ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวนักเรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนหรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียน จากการทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนด้วยชุดการเรียนรู้

B หมายถึง คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียน หรือกิจกรรมหลังเรียน

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

3.2 ใช้สถิติ t - test Dependent เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่าง ก่อนและหลังการทดลอง โดยใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ จากสูตร (Ferguson. 1971 : 154)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N - 1}}}, df = N - 1$$

D หมายถึง ผลต่างของคะแนนสอบหลังสอน และคะแนนสอบก่อนสอน ที่ใช้ชุดการเรียนรู้

$\sum D^2$ หมายถึง ผลรวมของกำลังสองของผลต่างของคะแนนสอบหลังสอน และคะแนนสอบก่อนสอน ที่ใช้ชุดการเรียนรู้

N หมายถึง จำนวนนักเรียน

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผลจากการทดลอง และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- N หมายถึง จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- $\bar{X}$ หมายถึง คะแนนเฉลี่ย
- S หมายถึง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
- D หมายถึง ผลต่างของคะแนนสอบหลังสอน และคะแนนสอบก่อนสอน ที่ใช้ชุดการเรียนรู้
- ΣD^2 หมายถึง ผลรวมของกำลังสองของผลต่างของคะแนนสอบหลังสอน และคะแนนสอบก่อนสอน ที่ใช้ชุดการเรียนรู้
- E_1 หมายถึง ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนรู้ คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบฝึกหัด หรือประกอบกิจกรรมระหว่างเรียน
- E_2 หมายถึง ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวนักเรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้) คิดเป็นร้อยละจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนหรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน
- t หมายถึง ค่าสถิติที่นำมาใช้ในการพิจารณา (t – test Dependent)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับสมมติฐาน ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ก่อน และหลังการทดลอง

3. ผลการวิเคราะห์ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ สูงกว่าเกณฑ์ของสมมติฐานที่ตั้งไว้ร้อยละ 70

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80 ปรากฏผลในตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80

ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	เกณฑ์ 80/80	
	E_1	E_2
1. ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์	95.56	96.82
2. การเท่ากันของเมทริกซ์	90.38	88.64
3. การบวกและการลบเมทริกซ์	91.23	90.91
4. การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง	82.58	87.73
5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์	84.27	94.55
6. ดีเทอร์มิแนนต์	89.92	85.68
7. การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์	90.63	90.00
8. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์	89.02	87.27
เฉลี่ย	90.32	90.20

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้ง 8 ชุด โดยคะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุดการเรียนรู้มีค่าเฉลี่ย 90.32 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยท้ายชุดการเรียนรู้แต่ละชุดมีค่าเฉลี่ย 90.20 ซึ่งประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ เป็นไปตามสมมติฐานข้อ 1

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ก่อน และหลังการทดลอง โดยนำผลต่างของคะแนนหลังการทดลอง และก่อนการทดลองมาเปรียบ โดยใช้ $t - test$ Dependent ปรากฏผลในตาราง 3 ดังนี้

ตาราง 3 ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของ กลุ่มตัวอย่าง ก่อน และหลังการทดลอง

	คะแนนเต็ม	$\bar{X}$	S	ΣD	$\bar{D}$	ΣD^2	t
คะแนนทดสอบก่อนเรียน	30	10.82	3.09				
				493	11.20	6163	19.28**
คะแนนทดสอบหลังเรียน	30	22.02	3.08				

$$t (.01, df = 43) = 2.423, \quad ** \text{ มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ } .01$$

ผลรวมของคะแนนสอบหลังทดลอง 969 คะแนน ผลรวมของคะแนนสอบก่อนทดลอง 476 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยของผลต่างของคะแนนสอบหลังทดลอง และคะแนนสอบก่อนทดลอง 11.20 คะแนน จะเห็นได้ว่า คะแนนสอบหลังทดลองสูงกว่าคะแนนสอบก่อนทดลอง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 3 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน ข้อ 2

ตาราง 4 สรุปคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้

ช่วงคะแนนร้อยละ	ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน (คน)
80 - 100	ระดับดีมาก	25
70 - 79	ระดับดี	19
60 - 69	ระดับปานกลาง	-
50 - 59	ระดับผ่านเกณฑ์ ขั้นต่ำ	-
0 - 49	ระดับต่ำกว่าเกณฑ์ ขั้นต่ำ	-

จากตาราง 4 ปรากฏว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระดับดีมากจำนวน 25 คน และในระดับดี จำนวน 19 คน สรุปโดยภาพรวมนักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี คิดเป็นร้อยละ 79.94 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 3

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนา มีความมุ่งหมาย เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งสรุปสาระสำคัญ และผลการศึกษาได้ ดังนี้

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อน และหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
3. เพื่อศึกษาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ หลังทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง
3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ มีค่าไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70

วิธีการดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนแผนการเรียน วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 6 ห้องเรียน รวม 288 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนแผนการเรียน วิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดสุทธิวราราม แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพฯ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 44 คน ที่ได้มาโดยใช้การสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) 1 ห้องเรียน จากจำนวน 6 ห้องเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ทำการทดลองวันที่ 11 สิงหาคม 2546 ถึง วันที่ 5 กันยายน 2546 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลอง 16 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน 14 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาเป็นเนื้อหา วิชาคณิตศาสตร์ (ค 411) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 8 แผน จำนวน 14 ชั่วโมง

2. ชุดการเรียน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จำนวน 8 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1. ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์

ชุดที่ 2. การเท่ากันของเมทริกซ์

ชุดที่ 3. การบวกและการลบเมทริกซ์

ชุดที่ 4. การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

ชุดที่ 5. การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

ชุดที่ 6. ดีเทอร์มิแนนต์

ชุดที่ 7. การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

ชุดที่ 8. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

3. แบบทดสอบย่อย เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากสอนจบในแต่ละชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมคำ (Completion) จำนวน 8 ชุด

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังจากสอนจบเนื้อหาทั้งหมด ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยาก (p) ระหว่าง 0.36 – 0.79 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.50 และค่าความเชื่อมั่น 0.71

5. แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ใช้สูตร E_1 / E_2 เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80/80

2. ใช้ค่าสถิติ t – test เปรียบเทียบผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อน และหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3. ใช้ค่าสถิติพื้นฐานร้อยละ ในการวิเคราะห์จัดระดับทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 90.32/ 90.20 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 80/80

2. ผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองสูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการเรียนรู้ด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่านักเรียนมีความสามารถโดยเฉลี่ยร้อยละ 79.94

อภิปรายผล

ผลการทดลองใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยภาพรวมมีประสิทธิภาพเฉลี่ยเท่ากับ 90.32 / 90.20 ซึ่งเป็นค่าของประสิทธิภาพของกระบวนการ / ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ แสดงให้เห็นว่า ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีผลงานจากการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนอันได้แก่ การปฏิบัติกิจกรรมจากแบบฝึกทักษะได้ถูกต้อง โดยเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 90.32 และในส่วนประสิทธิภาพของผลลัพธ์ เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้เช่นกัน กล่าวคือ นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถทำแบบทดสอบย่อยในแต่ละชุดการเรียนรู้ได้ถูกต้อง โดยเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 90.20 จากผลการวิจัยพบว่า สอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 1 แสดงว่า ชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น มีประสิทธิภาพ และมีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้ ทั้งนี้อาจเนื่องจากเหตุผลดังต่อไปนี้

1.1 ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นบทเรียนที่มีการจัดลำดับขั้นตอนของเนื้อหาให้เป็นระบบ และรัดกุม มีจุดประสงค์ของการเรียนการสอนที่เด่นชัด เพื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพภายในระยะเวลาอันสั้น โดยที่กำหนดกิจกรรม เวลา และสื่อ การเรียนได้อย่างชัดเจน โดยนำมาจัดให้สัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบ มีการจัดนักเรียนเป็นกลุ่ม นักเรียนจะต้องร่วมดำเนินการเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่มของตนเอง นักเรียนจะปฏิบัติกิจกรรมภายในชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอน ทำให้การเรียนการสอน โดยใช้ชุดการเรียนรู้เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน และมีประสิทธิภาพตามเป้าหมาย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ นุชลดา ส่องแสง (2540 : 69) ; สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ (2543 : 64)

1.2 ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้ศึกษาหลักสูตรขั้นพื้นฐาน เอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญในด้านการสอน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ มีการปรับปรุงแก้ไขทั้งในด้านการเนื้อหาสาระ ภาษา และเวลาที่ใช้ เพื่อให้เกิดการเหมาะสม และเกิดประโยชน์สูงสุดในการนำไปใช้ หลังจากนั้นได้ทดลองหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ ครั้งที่ 1 ครั้งที่ 2 ครั้งที่ 3 และทดลองภาคสนาม เพื่อรวบรวมข้อมูล และนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ชุดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการเรียน การสอนได้

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อน และหลังได้รับการสอนด้วย ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังการทดลอง สูงกว่าก่อนทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุดังนี้

2.1 การเรียนการสอนด้วย ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการจัดการเรียนการสอนที่เอื้ออำนวยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แท้จริง เนื่องจากจัดการเรียนการสอนโดยใช้หลักการเรียนการสอนเพื่อรอบรู้ ประกอบกับกระบวนการกลุ่ม ซึ่งจัดว่า เป็นการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีขั้นตอนในการเรียนรู้ที่ดี นักเรียนจะได้ความรู้ ความเข้าใจที่คงทน สาเหตุจาก นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นของตน ต่อสมาชิกของกลุ่ม ฝึกนักเรียนให้สื่อสารกับสมาชิกในกลุ่ม และเพื่อนร่วมชั้นเรียน นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติฝึกฝนอย่างเป็นขั้นตอน และเมื่อมีข้อสงสัยสามารถซักถาม และแลกเปลี่ยนความรู้กับบุคคลอื่น หรือขอคำปรึกษาจากครูผู้สอนที่คอยดูแลอย่างใกล้ชิด จึงเป็นการส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น และส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนสูงขึ้น

2.2 ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนจะทราบถึงจุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ระบุไว้ในชุดการเรียนรู้แต่ละชุด ได้ศึกษาเนื้อหาจากเอกสารแนะแนวทาง และใบความรู้ ได้ฝึกทำแบบฝึกทักษะ ตรวจสอบผลการเรียนรู้ ด้วยการทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนรู้ และแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนด้วยการสอนใหม่ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนสามารถเรียนรู้ได้อย่างแตกฉาน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ พรพนี ช เจนจิต (2538 : 88)

2.3 การเรียนการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นการเรียนการสอนที่ให้ นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการติดต่อสื่อสาร มีความรับผิดชอบ ปฏิบัติตน

ได้ถูกต้อง ประสานงาน และตัดสินใจร่วมกัน เพื่อให้บรรลุผลสำเร็จตามเป้าหมาย เพื่อประโยชน์ของกลุ่ม

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 79.94 เป็นความสามารถที่จัดอยู่ในระดับดี ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในข้อที่ 3 ผลการศึกษาค้นนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ วชิร ชันเชื้อ (2545 : 131) ซึ่งได้ทำการศึกษา เรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า นักเรียนมีคะแนนความสามารถทางการสื่อสารคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 78.65 ซึ่งเป็นความสามารถที่จัดอยู่ในระดับดี เมื่อนักเรียนได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้ว นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในระดับดี อาจเนื่องจากเหตุผล ต่อไปนี้

3.1 มีการจัดการจัดการเรียนการสอน ที่มุ่งให้นักเรียนศึกษาหาความรู้ร่วมกัน จากชุดการเรียนรู้ จะต้องใช้ทักษะการสื่อสาร เพื่อถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การร่วมกันอภิปราย เป็นการฝึกทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมชาย วรภิเษมสกุล (2540 : 155) กล่าวว่า การเน้นให้ผู้เรียนได้พูด และเขียน และให้ความช่วยเหลือเพื่อนโดยการอธิบาย หรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และให้ครูผู้สอนได้ตรวจสอบความ ถูกต้องของกระบวนการคิดผ่านสื่อประสม ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

3.2 ผู้วิจัยได้จัดการเรียนการสอนโดยจัดนักเรียนให้เรียนเป็นกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้ร่วมมือ และช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการสื่อสารโดยตรง ซึ่งสอดคล้องกับ สมาคมคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers Mathematics)(NTCM. 2000 : 270-272) ได้กล่าวว่า ครูจะต้องจัดสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนมีการ อธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ทำให้ นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาาร่วมกัน รวมถึงการให้คำแนะนำจากครู การให้นักเรียนมีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย และการใช้เหตุผล เป็นวิธีที่ให้นักเรียนได้มี การสื่อสารทำให้เกิดการเรียนรู้

3.3 สามารถแก้ปัญหาที่นักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ ให้กล้าแสดงออก มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และมีระดับความสามารถสูงขึ้น โดยนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงอธิบาย และให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่ำ สมาชิก

ในกลุ่มต้องช่วยเหลือกัน และให้คำปรึกษาหารือกัน มีการแลกเปลี่ยนบทบาทหน้าที่กัน ทำให้นักเรียนทุกคนกล้าที่จะแสดงออก ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 91-92)

3.4 ก่อนที่จะมีการเรียนการสอน ครูได้มีการชี้แนะแนวทางในการปฏิบัติให้นักเรียนเข้าใจ ระหว่างปฏิบัติการสอน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงแนวคิดของตน โดยการพูด และการเขียน ทำให้ครูได้ทราบถึงความสามารถของแต่ละคนว่ามีทักษะการพูด และการเขียน เป็นอย่างไร ทำให้ครูสามารถให้คำแนะนำ และช่วยเหลือเป็นรายบุคคลได้ จึงนับได้ว่า เป็นการส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ ทศนีย์ กระต่ายอินทร์ และสุภิตา (2542 : 3)

ข้อสังเกตจากการศึกษา

จากการทดลองใช้ ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยพบข้อสังเกตบางประการจากการศึกษาค้นคว้า ดังนี้

1. ในคาบแรกของการใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ครูได้แบ่งกลุ่มนักเรียน และให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามรายชื่อที่ครูกำหนดให้ และชี้แจงขั้นตอนการเรียนการสอน นักเรียนมีความกระตือรือร้น และสนใจการเรียนการสอนค่อนข้างมาก ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะทุกคนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ทำให้บรรยากาศในการเรียนการสอนมีชีวิตชีวามากขึ้น
2. ในชุดการเรียนรู้ที่ 2 และชุดต่อๆ มา นักเรียนเริ่มคุ้นเคยกับชุดการเรียนรู้มากขึ้น นักเรียนให้ความสนใจ และกระตือรือร้นที่จะปฏิบัติกิจกรรม สมาชิกในกลุ่มมีการแลกเปลี่ยนบทบาทกัน ทำให้กิจกรรมการเรียนสนุกสนาน
3. การเรียนการสอนมีการอธิบาย ชักถาม ปรึกษาหารือ และอภิปรายกัน ทำให้บรรยากาศในการเรียนมีความเป็นกันเอง มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน และระหว่างครูกับนักเรียน
4. ในการปฏิบัติกิจกรรมแต่ละกิจกรรมจะมีการกำหนดเวลา ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้งานสำเร็จตามเป้าหมาย
5. ในแต่ละชุดการเรียนรู้ จะมีแบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบย่อย ที่กำหนดเกณฑ์ไว้ ถ้าไม่ผ่านเกณฑ์ จะต้องเรียนเพิ่มเติม แล้วทำแบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบย่อยที่เป็น

คูขนานใหม่ ทำให้นักเรียนมีความตั้งใจเรียน เพราะไม่ยากทำใหม่ จึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การเรียนการสอนโดยใช้ ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น จึงควรส่งเสริมให้มีการนำกิจกรรมการเรียนการสอนดังกล่าว ไปใช้ในการเรียนการสอนในชั้นเรียนให้มากขึ้น

1.2 การจัดห้องเรียน ควรจัดให้เหมาะสมกับการเรียนรู้ เนื่องจากเป็นการเรียนที่จัดนักเรียนให้เรียนเป็นกลุ่ม ดังนั้นห้องเรียนควรจัดให้สามารถที่จะเคลื่อนย้ายจัดกลุ่มได้สะดวกและรวดเร็ว เพราะนักเรียนต้องเคลื่อนย้ายที่นั่งเรียน เพื่อจัดเป็นกลุ่มทุกครั้งก่อนเรียน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรจะมีการวิจัยเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ในลักษณะเดียวกันนี้กับระดับชั้น และเนื้อหาอื่นๆ ให้กว้างขวางยิ่งขึ้น

2.2 ควรมีการวิจัยเพื่อพัฒนาชุดการเรียนรู้ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะด้านอื่นๆ

2.3 ในการวิจัยครั้งต่อไป ควรใช้วิธีการจัดการเรียนการสอน โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ร่วมกับวิธีการสอนรูปแบบต่างๆ โดยใช้ชุดการเรียนรู้เป็นส่วนประกอบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กั้ววล เทียนกันท์เทศน์. (2536). *การวัดผล การวิเคราะห์ การประเมินผลทางการศึกษาเบื้องต้น : Introduction to Measurement Analysis and Evaluation*. กรุงเทพฯ : ศูนย์สื่อเสริม กรุงเทพฯ.
- กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). *วิธีสอนทั่วไป และทักษะการสอน*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2531). *เทคโนโลยีร่วมสมัย*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2524). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านพุทธิพิสัยในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างการใช้กลวิธีเรียนรู้ของบลูมกับแผนการเรียนการสอนของเคลเลอร์*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- กิติมา สุรสนธิ. (2541). *ความรู้ทางการสื่อสาร*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.
- เกศินี เจริญศิริ. (2530). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลกับกลุ่มที่สอนโดยครู*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- กรมวิชาการ. (2534). *ข้อคิดเห็นเบื้องต้นในการสอนที่เน้นกระบวนการ*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2535). *คู่มือการประเมินผลการเรียน ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2545, 10 กรกฎาคม). "ประเมินคุณภาพการศึกษา น.ร. ไทยลุ่ม," *มติชน*. หน้า 15.
- กระทรวงศึกษาธิการ กองวิจัยทางการศึกษา. (2542). *การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทยด้าน ทักษะการสื่อสาร*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.

คณะอนุกรรมการ การพัฒนาการสอน และผลิตวัสดุอุปกรณ์ การสอนคณิตศาสตร์. (2524).

ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.

คณะอนุกรรมการปฏิรูปการเรียนรู้. (2544). *ปฏิรูปการเรียนรู้ผู้เรียนสำคัญที่สุด*. กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์.

จรรยา ภูอุดม. (2544). *การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

จรรยา เรืองประพันธ์. (2531). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์. (2536). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2545). *การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ชลธิชา ศีลวัตตะ. (2538). *การฝึกทักษะ 5 ประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2521). *นวัตกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษากับการสอนระดับอนุบาล*. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

_____. (2523). *ระบบสื่อการสอน*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2533). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจและความคงทนในการเรียนรู้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ โดยการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครูสสวท.* ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2522). *หลักการและทฤษฎีเทคโนโลยีทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : เรือนแก้วการพิมพ์.
- _____. (2526) *เทคโนโลยีทางการศึกษา : หลักการและการปฏิบัติ.* กรุงเทพฯ : เรือนแก้วการพิมพ์.
- ทศนา แหมมณี. (2545). *กลุ่มสัมพันธ์เพื่อการทำงาน และการจัดการเรียนการสอน.* กรุงเทพฯ : นิชินแอตเวอร์ไทซิง กรุ๊ป.
- ทัศนีย์ กระดำยอินทร์ และสุจิต อนุศาสตร์. (2542). "หน่วยที่ 1 การสื่อสาร," *เอกสารประกอบการเรียนวิชาภาษาไทยเพื่อการสื่อสารและการสืบค้น.* ลพบุรี : ภาควิชาภาษาไทยและบรรณารักษศาสตร์ ศูนย์การพิมพ์สถาบันราชภัฏเทพสตรี.
- นันทิยา จิตภิรมย์. (2532). *การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอน เรื่อง พหุนาม ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.* ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิพนธ์ สุขปรดี. (2525). *เทคโนโลยีทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : พิมพ์เศ.
- นุชลดา ส่องแสง. (2540). *การสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การบวก การลบ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1.* ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเกื้อ คอราหาเวช. (2530). *นวัตกรรมการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2528). *การพัฒนาหลักสูตรและการสอน.* มหาสารคาม : ภาควิชาพื้นฐานการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม.
- _____. (2537). *การพัฒนาการสอน.* กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

- บุญศรี ปรารบณศักดิ์ และศิริพร จิรวัดน์กุล. (2538). *การสื่อสารเพื่อคุณภาพการพยาบาล*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุษบงค์ รักเรียน. (2533). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และพฤติกรรมผู้นำด้านมนุษยสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนด้วยวิธีสอนกระบวนการกลุ่มสัมพันธ์ และวิธีสอนตามคู่มือครู*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประภาพรรณ เกตุศร. (2539). *การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนสำหรับเรียนด้วยตนเอง*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประหยัด จิระพงศ์. (2529). *เทคนิคการฝึกอบรมเทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์บูรพาศาสตร์.
- ปานทอง กลุณาสศิริ. (2543, มกราคม – มีนาคม). "ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000," *สสวท.* 28(108) : 14 - 22.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2538). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- พันธ์นัย อวิรุทธพานิชย์. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ และการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2542). *เอกสารชุดวิชา การสื่อสาร หน่วยที่ 1-8*. พิมพ์ครั้งที่ 7. นนทบุรี : สำนักพิมพ์สุโขทัยธรรมมาธิราช.

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง. (2523). *การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ :

ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2524). *การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.

_____. (2531). *สื่อการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2537). *การเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : เอดิชั่นเพรสโปรดักส์.

ระวีวรรณ ประกอบผล. (2533). “องค์ประกอบและกระบวนการของการสื่อสาร,” *เอกสาร*

การสอนชุดวิชา หลักและทฤษฎีการสื่อสาร เล่ม 1. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัย
ธรรมาธิราช.

ระเบียบ ชูสอน. (2527). *การทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทศนคติในวิชาที่เรียน
แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ระหว่างนักเรียนที่สอนโดยวิธีสอนเพื่อรอบรู้ที่ใช้เกณฑ์การรอบรู้
ต่าง ๆ และนักเรียนที่สอนโดยไม่ใช้วิธีสอนเพื่อรอบรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 5*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2536). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 3.

กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.

_____. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

_____. (2540). *สถิติวิทยาทางการวิจัย*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

_____. (2541). *เทคนิคการสร้างและออกข้อสอบความถนัดทางการเรียน*. พิมพ์ครั้งที่ 3.

กรุงเทพฯ : ชมรมเด็ก.

ลัดดา สุขปรีดี. (2523). *เทคโนโลยีการเรียนรู้การสอน*. กรุงเทพฯ : พิทเนต.

วรภัทร ชัยเลิศ. (2534). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความมีวินัยในตนเอง ใน
การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนโดยวิธีสอนเพื่อรอบรู้กับการ
สอนตามคู่มือครูของ สสวท*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- วัชร ชันเชื้อ. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น โดยใช้กระบวนการกลุ่ม เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสาร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วาสนา ชาวหา. (2525). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : อักษรสยามการพิมพ์.
- วิชัย ดิสสระ. (2539). *การพัฒนาหลักสูตรและการสอน*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *พัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- วิภาภรณ์ เตโชชัยวุฒิ. (2533). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองแบบสืบเสาะหาความรู้กับการเรียนตามปกติ*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วีรวรรณ มณีนวล. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบเรียนร่วมมือ สอนโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้งและสอนแบบเรียนร่วมมือโดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้ง*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วีระ ไทยพานิช. (2529). *การออกแบบระบบการเรียนรู้วิธีการนำไปสู่การปรับปรุงการสอน*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์. (2531). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์ ความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง สมการ ที่สอนโดยหลักการเรียนรู้เพื่อรู้แจ้ง*. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สมจิตร เพชรผา. (2544). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์แบบอภิวรรดิศาสตร์ เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมจิตร ทรัพย์อัประไมย. (2540). *ผลการใช้รูปแบบเพื่อพัฒนาเมตาคอนนิชั่น และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6*. วิทยานิพนธ์ ค.ด. (จิตวิทยาทางการศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สมชาย วรกิจเกษมสกุล. (2540). *การพัฒนาแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้การสื่อสารแนวความคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา*. กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สาโรจน์ แผงยัง. (2529). *เทคโนโลยีการผลิตสื่อการสอน : หลักการและทฤษฎีที่นำไปใช้*. กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2536). *เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- สุจิตรา หังสพฤกษ์. (2537). *การสร้างข้อสอบระดับมัธยมศึกษาตอนต้น*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ธรรมสาร.
- สุนทร หิมารัตน์. (2533). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองกับการสอนตามคู่มือครู*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา : หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดอุบลราชธานี*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สุภาพร บุญหนัก. (2544). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุภาพรณ ทิพย์สุวรรณ. (2543). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุมานัน รุ่งเรืองธรรม. (2526). *กลวิธีสอน*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม.
- สุรพล เกวียนวัฒนา. (2521, กันยายน). “เมื่อมอง Learning of Mastery กันอย่างกว้าง,” *ศึกษาศาสตร์ สารมหาวิทยาลัยเชียงใหม่*. 7(3). 2 – 6.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). *แผนการศึกษาศาสนา ศิลปะและวัฒนธรรมแห่งชาติ (พ.ศ. 2545 - 2559)*. กรุงเทพฯ : ถ่ายเอกสาร.
- เสริมศักดิ์ สุรวัณณ. (ม.ป.ป.). *คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เสาวนีย์ ลิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาครุศาสตร์ เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- อนันต์ ศรีโสภ. (2525). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.
- อาคม จันทสุนทร. (2521, พฤศจิกายน). “การเรียนรู้เพื่อรอบรู้,” *ประชาศึกษา*. 30(4) : 2 - 6.
- อิทธิพงษ์ ดุสิตพันธ์. (2538). *การสร้างชุดการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3*. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อุไรวรรณ อินทริย์. (2520, มกราคม – เมษายน). “จะจัดการศึกษาเพื่อสนองความต้องการของ บุคคลได้อย่างไร,” *ศึกษาศาสตร์สาร*. 1(2) : 26 – 28.
- ฮอทซคิส. จี. ดี. (2529, พฤศจิกายน). *ประชุมปฏิบัติการครูคณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมศึกษา สาธิตประสานมิตร และการบรรยายพิเศษในหัวข้อ Mastery Learning*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

- Arlin, Marshall N. (1973). "Learning Rate and Learning Rate Variance Under Mastery Learning Condition," *Unpublished Ph.D. Dissertation* University of Chicago.
- Bailey, John E. (1978, June). "Mastery Learning : An Analytical Study," *Dissertation Abstracts International*. 38(12) : 7219 – A .
- Block, James H. (1970). "The Effect of Variance Levels of Performance on Selected Cognitive, Affectives and Time Variables," in *Mastery Learning Theory and Practice*. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Block, James H. and Anderson, Lorin W. (1975). *Mastery Learning in Classroom Instruction*. New York : Macmillan Publishing Co., Inc.
- _____. (1971). *Mastery Learning : Theory and Practice*. New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Bloom, Benjamin S. and others. (1971). *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. New York : McGraw-Hill Book.
- _____. (1976). *Human Characteristics and School Learning*. New York : McGraw-Hill Book.
- Bruce, Meeks Elija. (1972, February). "Learning Packages Versus Conventional Methods of Instruction," *Dissertation Abstracts International*. 32(8) : 429 – A.
- Bryan John M. and Smith Jay C. (1975, November). "A Self Paced Art History Learning Center at the University at South Carolina," *Audio Visual Instruction*. 20(9). 24-25.
- Cardarelli, Sally M. (1973) .*Individualized Instruction Programmed and Material*. New York : McGraw – Hill.
- Carroll, John B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teachers College Record*. 64(2) : 723 - 733.

- Dale, M.E. (1974, April). "A Comparative Study of Achievement Between College Student Being Taught in the Traditional Manner and Those Taught with Learning Modules," *Dissertation Abstracts International*. 34(10) : 6481 – A.
- Duane, Jame E. (1973). *Individualized Instructional – Programs and Materials*. Englewood Cliffs, New Jersey : Educational Technology.
- Ferguson, George A. (1971). *Statistical Analysis in Psychology and Education*. 4th ed. Tokyo : McGraw-Hill Kogakasha.
- Houston and others. (1972). *Developing Instruction Modules : A Modulate System for Writing Modules*. College of Education Texas : university of Houston.
- Johanning, I. Debra. (2000, March). "An Analysis of Writing and Postwriting Group Collaboration In Middle School Pre-Algebra," *School Science and Mathematics*. 100(3) : 151 – 160.
- Kapfer, P.G.& Kapfer, B.M. (1972). *Learning Package in American Education*. Englewood Cliffs, N.T. : Education Technology Publication.
- Keller, Fred S. (1968). *Behavier Modification : Application to Education*. New York : Academic Press.
- Kemp, J.E. and D.K. Dayton. (1985). *Planning and Producing Instructional Media*. 5th ed. New York : Harper and Row.
- Kennedy, Lconard M. and Tipp, Steve. (1994). *Guiding Children' Learning of Mathematics* 1994. 7th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company.
- Krulik, Stephen and Jesse A. Rudnick. (1993). *Reasoning and Problem Solving*. A Handbook for Elementary School Teachers. Boston : Allyn and Bacon, Inc.

- _____. (1996). *The New Sourcebook for Teaching Responding and Problem Solving in Junior and Senior High Schools*. Needham Heights, Massachusetts : Merrill an Imprinting of Prentice Hall.
- Lester, Frank k. and Kroll, Diana L. (1991, April). "Evaluation anew Vision," *the Mathematics Teacher*. 84(4) : 276 – 284.
- Moore, Kenneth D. and J.W. Blankenship. (1974). "Teaching Basic Science Skills Through Realistic Science Experience in the Elementary School," *Science Education*. 61 : 337 – 345.
- Mumme, Judith & Nancy, Shepherd. (1993). "Communication in Mathematics," in *Implementing the K – 8 Curriculum and Evaluation Standard*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Reese, Richsard L. (1977, February). "A Comparative Study of the Lecture Method of Instruction with the Lecture Method Used in Conjunction with Mastery Learning in Teaching Intermediats Algebra at a Florida Junior College," *Dissertation Abstracts*. 37(8) : 4904 – A.
- Reys, Robert E., Marilyn N. Suydam and Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Smith, Steven Harmon. (1982, February). "Achievement and Long – Term Retention in Geomentry Using : Mastery Learning Student Choice and Traditional Learning in the Elementary School," *Dissertation Abstracts International*. 42(18) : 3423 – A.
- The National Council of Teachers of mathematics. (2000). *Principle and Standard for School Mathematics*. United States of America. The National Council of Teachers of mathematics.

- Thurber, Walter A. (1976). *Teaching Science in Today's secondary Schools*. Boston : Allyn and Bacon.
- Wilson, Cynthia Louise. (1989, August). "An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word Problem Solving to Learning Disabled Student," *Dissertation Abstracted International*. 50(2) : 416 - A.
- Wilson, James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," *in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. U.S.A. : McGraw – Hill.
- Young, Carolyn. (1972, December). "Team Learning," *The Arithmetic Teacher*. 19 (8) : 630 – 634.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์ และ ดีเทอร์มิแนนต์

ตาราง 5 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เมทริกซ์ และ
ดีเทอร์มิแนนต์ จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.69	0.29	16	0.71	0.26
2	0.60	0.39	17	0.71	0.26
3	0.65	0.29	18	0.79	0.31
4	0.67	0.25	19	0.56	0.30
5	0.70	0.38	20	0.59	0.23
6	0.59	0.31	21	0.65	0.29
7	0.59	0.23	22	0.57	0.27
8	0.74	0.50	23	0.54	0.20
9	0.73	0.39	24	0.65	0.29
10	0.69	0.22	25	0.65	0.29
11	0.71	0.26	26	0.65	0.29
12	0.52	0.22	27	0.56	0.36
13	0.65	0.20	28	0.54	0.34
14	0.54	0.27	29	0.52	0.22
15	0.59	0.31	30	0.36	0.22

$$\text{ค่าความเชื่อมั่น } (r_{tt}) = 0.71$$

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อน และหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2. ตารางคะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูด และการเขียน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้
3. ตารางคะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ จำนวน 8 ชุด

ตาราง 6 คะแนนผลการสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 4 ก่อน และหลังการทดลองใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้
หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักเรียน คนที่	กลุ่มทดลอง			นักเรียน คนที่	กลุ่มทดลอง		
	ก่อนเรียน (30 คะแนน)	หลังเรียน (30 คะแนน)	ผล ต่าง		ก่อนเรียน (30 คะแนน)	หลังเรียน (30 คะแนน)	ผล ต่าง
1	8	21	13	23	7	22	15
2	10	26	16	24	16	25	9
3	10	24	14	25	10	24	14
4	7	23	16	26	13	26	13
5	13	24	11	27	10	19	9
6	13	21	8	28	17	25	8
7	16	23	7	29	14	21	7
8	9	19	10	30	15	22	7
9	9	24	15	31	13	20	7
10	14	20	6	32	17	26	9
11	8	22	14	33	12	21	9
12	12	23	11	34	13	20	7
13	8	24	16	35	12	17	5
14	13	26	13	36	10	17	7
15	14	21	7	37	10	23	13
16	11	19	8	38	9	24	15
17	5	20	15	39	8	24	16
18	10	21	11	40	5	25	20
19	14	17	3	41	8	17	9
20	9	23	14	42	8	25	17
21	6	18	12	43	10	24	14
22	9	23	14	44	11	20	9

ตาราง 7 คะแนนทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการพูด และการเขียน ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียน
เพื่อรอบรู้

นักเรียน คนที่	ด้านการเขียน (45 คะแนน)	ด้านการพูด (45 คะแนน)	นักเรียน คนที่	ด้านการเขียน (45 คะแนน)	ด้านการพูด (45 คะแนน)
1	34	36	23	36	38
2	33	34	24	38	39
3	34	36	25	36	35
4	36	37	26	37	38
5	34	35	27	36	37
6	37	36	28	36	38
7	36	36	29	34	36
8	36	35	30	38	40
9	37	39	31	36	36
10	33	35	32	38	38
11	37	38	33	34	35
12	37	37	34	33	35
13	35	36	35	37	35
14	36	37	36	35	37
15	37	38	37	37	38
16	39	39	38	37	38
17	33	36	39	34	36
18	35	34	40	34	35
19	35	37	41	34	37
20	33	35	42	36	35
21	33	35	43	36	37
22	36	37	44	34	35

ตาราง 8 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 1 เรื่อง
ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (22 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (22 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)
1	22	5	23	22	5
2	20	5	24	21	5
3	19	5	25	21	5
4	22	5	26	21	5
5	22	5	27	22	4
6	21	5	28	20	5
7	22	5	29	20	5
8	21	5	30	22	5
9	22	5	31	22	5
10	20	4	32	22	5
11	19	4	33	19	5
12	20	4	34	21	5
13	22	5	35	20	4
14	21	5	36	18	4
15	22	5	37	22	5
16	22	5	38	21	5
17	20	5	39	22	5
18	22	5	40	21	5
19	20	5	41	20	4
20	21	5	42	22	5
21	22	5	43	20	5
22	22	5	44	22	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{925}{44}}{22} \times 100 = 95.56$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{213}{44}}{5} \times 100 = 96.82$$

ตาราง 9 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 2 เรื่อง การเท่ากันของเมทริกซ์

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (13 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (13 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)
1	13	4	23	12	4
2	13	5	24	13	4
3	11	4	25	11	5
4	12	5	26	13	5
5	10	5	27	12	4
6	10	5	28	12	4
7	11	5	29	13	5
8	12	4	30	12	5
9	12	5	31	13	5
10	13	5	32	13	4
11	10	5	33	12	4
12	13	5	34	12	4
13	12	4	35	10	4
14	12	4	36	12	4
15	12	5	37	13	4
16	12	4	38	11	5
17	12	4	39	11	4
18	12	4	40	11	4
19	10	5	41	12	4
20	10	5	42	12	4
21	11	5	43	12	4
22	12	4	44	12	4

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100 = \frac{517}{44} \times 100 = 90.38$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{195}{5} \times 100 = 88.64$$

ตาราง 10 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 3 เรื่อง การบวกและการลบเมทริกซ์

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (21 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (21 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)
1	19	5	23	20	5
2	18	4	24	21	5
3	20	4	25	17	5
4	20	4	26	17	5
5	17	4	27	20	4
6	21	5	28	20	5
7	21	5	29	21	5
8	17	4	30	21	5
9	19	5	31	20	4
10	19	5	32	21	5
11	19	4	33	19	5
12	20	5	34	18	5
13	17	5	35	17	4
14	18	5	36	17	4
15	21	5	37	21	5
16	20	4	38	20	4
17	17	5	39	21	4
18	20	4	40	20	4
19	18	4	41	20	4
20	18	4	42	19	5
21	21	5	43	18	4
22	18	4	44	17	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{843}{44}}{21} \times 100 = 91.23$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{200}{44}}{5} \times 100 = 90.91$$

ตาราง 11 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (18 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (18 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)
1	14	4	23	17	5
2	14	5	24	18	4
3	14	4	25	15	4
4	14	5	26	15	4
5	14	5	27	16	5
6	17	5	28	17	4
7	14	5	29	15	5
8	14	5	30	14	5
9	17	4	31	15	5
10	15	4	32	14	4
11	16	5	33	14	4
12	15	5	34	14	4
13	14	4	35	16	4
14	14	5	36	14	4
15	16	5	37	17	4
16	16	4	38	14	4
17	14	4	39	15	4
18	15	4	40	14	4
19	14	4	41	14	4
20	14	4	42	14	5
21	15	4	43	14	5
22	14	4	44	14	4

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{654}{44}}{18} \times 100 = 82.58$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{193}{44}}{5} \times 100 = 87.73$$

ตาราง 12 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 5 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (13 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (13 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)
1	12	5	23	12	5
2	11	5	24	10	5
3	10	5	25	12	5
4	10	4	26	12	5
5	10	5	27	10	4
6	10	5	28	12	5
7	10	4	29	13	5
8	10	4	30	12	5
9	12	5	31	10	4
10	11	5	32	10	4
11	10	5	33	11	5
12	13	5	34	10	4
13	13	5	35	12	5
14	11	5	36	11	5
15	13	5	37	12	5
16	10	4	38	10	5
17	10	4	39	10	4
18	12	5	40	10	5
19	11	5	41	10	5
20	12	5	42	10	5
21	11	4	43	10	5
22	11	4	44	10	5

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100 = \frac{482}{44} \times 100 = 84.27$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{208}{44} \times 100 = 94.55$$

ตาราง 13 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 6 เรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (30 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (30 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)
1	25	9	23	29	9
2	26	9	24	29	9
3	24	8	25	28	8
4	29	9	26	27	8
5	28	9	27	27	8
6	28	10	28	27	8
7	28	10	29	27	9
8	27	8	30	27	9
9	29	9	31	29	9
10	27	9	32	28	9
11	27	9	33	25	8
12	25	8	34	24	9
13	24	8	35	25	8
14	24	8	36	24	8
15	29	8	37	29	9
16	29	9	38	27	8
17	25	8	39	27	8
18	26	9	40	27	9
19	29	9	41	29	9
20	27	8	42	26	8
21	26	8	43	27	8
22	29	9	44	28	8

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{1187}{44}}{30} \times 100 = 89.92$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{377}{44}}{10} \times 100 = 85.68$$

ตาราง 14 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 7 เรื่อง การหาอินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (8 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (8 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)
1	7	4	23	7	5
2	7	4	24	8	5
3	8	5	25	7	4
4	8	4	26	7	4
5	7	4	27	7	5
6	8	5	28	8	5
7	8	5	29	8	5
8	6	4	30	8	5
9	7	4	31	7	5
10	7	4	32	8	5
11	8	4	33	7	4
12	8	5	34	6	4
13	7	4	35	6	4
14	8	4	36	6	4
15	8	5	37	8	5
16	7	5	38	7	5
17	6	4	39	8	5
18	7	5	40	7	5
19	7	5	41	7	5
20	7	4	42	6	4
21	8	5	43	7	4
22	8	4	44	7	4

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{319}{44}}{8} \times 100 = 90.63$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{198}{44}}{5} \times 100 = 90.00$$

ตาราง 15 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 8 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (6 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)	นักเรียน คนที่	คะแนนแบบฝึก ระหว่างเรียน (6 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (5 คะแนน)
1	5	4	23	6	5
2	5	4	24	6	5
3	6	4	25	5	4
4	5	5	26	5	4
5	5	4	27	5	5
6	6	4	28	5	5
7	6	4	29	5	5
8	6	4	30	6	5
9	5	4	31	6	5
10	5	4	32	6	5
11	5	4	33	5	4
12	6	5	34	5	4
13	5	4	35	5	4
14	5	4	36	5	4
15	5	5	37	5	5
16	6	5	38	6	4
17	6	4	39	6	5
18	6	5	40	5	4
19	5	4	41	6	4
20	5	4	42	5	4
21	5	5	43	5	4
22	5	4	44	5	4

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{235}{44}}{\frac{6}{44}} \times 100 = 89.02$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{192}{44}}{\frac{5}{44}} \times 100 = 87.27$$

ภาคผนวก ค

1. ตัวอย่างแผนการสอน เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
2. ตัวอย่างชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ช่วงชั้นที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 411

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์

จำนวน 1 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ

1. บอกมิติของเมทริกซ์ ที่กำหนดให้ได้
2. บอกตำแหน่งของสมาชิกที่กำหนดให้จากเมทริกซ์ที่กำหนดให้
3. เขียนสมาชิกของเมทริกซ์ที่อยู่ในตำแหน่งที่กำหนดให้ได้
4. หาทรานสโพสของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้

- **ด้านทักษะ / กระบวนการ** มีความสามารถ

1. ในการให้เหตุผล
2. ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

- **ด้านคุณลักษณะ**

1. มีความความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

2. สาระการเรียนรู้

เมทริกซ์ หมายถึง ชุดของจำนวน ซึ่งเรียงกันอยู่ในลักษณะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และถูกปิดล้อมด้วยเครื่องหมาย [] หรือ ()

ตัวอย่าง ราคาอาหารของร้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

ก๋วยเตี๋ยว	ธรรมดา ราคา 20 บาท	พิเศษ ราคา 25 บาท
ข้าวราดแกง	ธรรมดา ราคา 15 บาท	พิเศษ ราคา 20 บาท
แกงเหล่า	ธรรมดา ราคา 12 บาท	พิเศษ ราคา 15 บาท

ถ้านำตัวเลขซึ่งมี 3 แถว แถวละ 2 ตัว มาเขียนในวงเล็บ [] หรือ () จะได้ชุดของตัวเลข

$$\begin{bmatrix} 20 & 25 \\ 15 & 20 \\ 12 & 15 \end{bmatrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{pmatrix} 20 & 25 \\ 15 & 20 \\ 12 & 15 \end{pmatrix}$$

จะเรียกชุดตัวเลขข้างต้นนี้ว่า “เมทริกซ์” และเรียกจำนวนแต่ละจำนวนว่า “สมาชิกของเมทริกซ์”

หมายเหตุ เครื่องหมาย $[]$ นิยมใช้มากกว่า $()$

เช่น $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ หรือ $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มี m แถว และมี n หลัก จะเรียก A ว่า มีมิติ $m \times n$

และเขียนแทนด้วย $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

เช่น $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}_{3 \times 2}$, $B = [a_{11} \ a_{12} \ a_{13}]_{1 \times 3}$

ทรานสโพสของเมทริกซ์ (Transpose of matrix)

บทนิยาม ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ $m \times n$ แล้ว ทรานสโพสของ A คือ เมทริกซ์ที่มีมิติ $n \times m$

ที่มีหลักที่ i เหมือนแถวที่ i ของเมทริกซ์ A เมื่อ $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$

ข้อกำหนด 1. ทรานสโพสของ A (Transpose of A) เขียนแทนด้วย A'

2. ถ้า $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว $A' = [a_{ji}]_{n \times m}$

3. กิจกรรมการเรียนรู้

- ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 12 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ตามรายชื่อที่ครูกำหนดให้ (ถ้ามีนักเรียนอยู่ในกลุ่มที่ครูจัดให้ไม่ได้ ก็เปลี่ยนกับนักเรียนคนอื่นที่ได้คะแนนเท่ากัน หรือใกล้เคียงกัน)
- ครูทักทาย และแจ้งจุดประสงค์ของการสอนให้นักเรียนทราบว่า ครูจะสอน โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้
 - 1) ขั้นการรับรู้ เป็นขั้นที่ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด
 - 2) ขั้นการเพิ่มความชำนาญ เป็นขั้นฝึกให้เกิดความแม่นยำ รวดเร็ว และเป็นการสร้างนิสัยในการเรียนของนักเรียน
 - 3) ขั้นการให้ความรู้เพื่อความทรงจำ เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนสามารถจำเรื่อง หรือความรู้ที่เรียนมาแล้วได้ โดยใช้การทดสอบอย่างสม่ำเสมอ หรือทำแบบฝึกทักษะซ้ำในจุดประสงค์
 - 4) ขั้นการนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนมีความชำนาญ และจำได้แม่นยำแล้วไปแก้ปัญหาที่ยังไม่เคยพบ
 - 5) ขั้นการปรับใช้ เป็นขั้นสุดท้ายของการเรียนการสอน และเป็นความคาดหวังของครูผู้สอนที่จะทำให้นักเรียน เรียนครบตามหลักสูตร แล้วสามารถนำความรู้ ความเข้าใจ ไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้
- ครูสนทนากับนักเรียนว่า การที่จะเรียน วิชา คณิตศาสตร์ได้อย่างดีนั้น ควรมีทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และครูบอกความหมายของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การถ่ายทอดเรื่องราวต่างๆ ที่เป็นข้อเท็จจริง ข้อคิดเห็น หรือความรู้สึก โดยอาศัยการพูด การเขียน การแสดงความคิดเห็น การร่วมกันอภิปรายหรือการจัดกิจกรรม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

4. ครูแจกคำชี้แจงการใช้ชุดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์ให้นักเรียนอ่าน และครูเน้นจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนรู้อะไร เมื่อเรียนจบชุดการเรียนรู้ที่ 1 แล้ว
5. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมจาก เอกสารแนะแนวทางที่ 1 โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามนักเรียนที่มีปัญหา
6. สุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่ม แล้วให้ส่งตัวแทน เจลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1 กลุ่มละ 1 ข้อ โดยการเติมคำตอบในแผ่นใสที่ครูเตรียมไว้ และอธิบายการหาคำตอบ เมื่อเสร็จแต่ละข้อ ถ้านักเรียนตอบผิดครูอธิบายเพิ่มเติม และแก้ไขให้ถูกต้อง
7. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาข้อสรุป และสุ่มนักเรียนประมาณ 3 กลุ่ม แล้วให้ส่งตัวแทนเพื่อนำเสนอข้อสรุปของกลุ่ม หน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนทุกคนร่วมกันหาข้อสรุปอีกครั้ง
8. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 1.2 เพื่อตรวจสอบข้อสรุปที่สรุปไปแล้ว โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนอ่าน และเน้นจุดสำคัญในใบความรู้ที่ 1.2 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น
9. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1 (ทำเป็นรายบุคคล) เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจ โดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าห้องเรียนทีละข้อ และครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าผิดครูก็อธิบายเพิ่มเติมและแก้ไขให้ถูกต้อง
10. ถ้านักเรียนคนใดทำคะแนนได้ไม่ถึง 80 % ครูสอนเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจ แล้วให้ทำแบบฝึกทักษะที่เป็นคู่ขนานจนกว่านักเรียนจะทำคะแนนได้ 80 % ขึ้นไป ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 80 % ขึ้นไป ก็ให้ทำแบบฝึกทักษะเพิ่มเติม
11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่เรียน
12. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบย่อยที่ 1 ถ้านักเรียนคนใดได้คะแนนไม่ถึง 80 % ครูอธิบายเนื้อหาที่เรียนอีกครั้ง แล้วให้ทำแบบทดสอบคู่ขนานจนกว่านักเรียนจะทำคะแนนได้ 80 % ขึ้นไป
13. ในขณะที่การสอนครูสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม และคอยกระตุ้นให้นักเรียนได้มีการสื่อสารกัน เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

- ชุดการเรียนรู้ ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์
- แผ่นใส

5. การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือ
1. สังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	1. ผ่านเกณฑ์ 80 % ขึ้นไป	1. แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ	2. ถูกต้อง 80 % ขึ้นไป	2. แบบฝึกทักษะ
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์	3. ถูกต้อง 80 % ขึ้นไป	3. แบบทดสอบย่อย 1

6. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ช่วงชั้นที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์
 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 2 ชั่วโมง

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- **ด้านความรู้** นักเรียนสามารถ
 1. หาผลคูณของเมทริกซ์ กับจำนวนจริงได้ ที่กำหนดให้ได้
 2. บอกสมบัติการคูณเมทริกซ์ ด้วยจำนวนจริงได้
 3. นำสมบัติการคูณเมทริกซ์ ด้วยจำนวนจริงไปใช้ได้
- **ด้านทักษะ / กระบวนการ** มีความสามารถ
 1. ในการให้เหตุผล
 2. ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
- **ด้านคุณลักษณะ**
 1. มีความความรับผิดชอบ
 2. มีความร่วมมือ
 3. มีระเบียบวินัย

2. สาระการเรียนรู้

การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

บทนิยาม กำหนด เมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ k เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$kA = k[a_{ij}]_{m \times n} = [ka_{ij}]_{m \times n}$$

จากบทนิยามจะได้ว่า

$$k \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ

การนำค่าคงที่คูณกับเมทริกซ์ ก็คือ การนำค่าคงที่นั้นคูณสมาชิกทุกตัวในเมทริกซ์นั้น

ตัวอย่าง กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ จงหา $2A$, $-3B$, $3A - 2B$, $\frac{1}{2}A$

$$2A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$-3B = -3 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 3A - 2B &= 3 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 4 & -6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 13 \\ 2 & 18 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับ

สมการต่อไปนี้

$$1. A + X = B$$

$$X = B - A$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 0 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$2. X + A^t = B^t$$

$$X = B^t - A^t$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -6 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

สมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

ถ้า A , B มีมิติเดียวกัน และ c , d เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้ว่า

1. $1A = A$
2. $(-1)A = -A$
3. $-(cA) = (-c)A = -c(A)$
4. $0 \cdot A = A \cdot 0 = \underline{0}$
5. $c \cdot \underline{0} = \underline{0}$
6. ถ้า $cA = \underline{0}$ แล้ว $c = 0$ หรือ $A = \underline{0}$
7. $(cd)A = c(dA) = d(cA)$
8. $c(A \pm B) = cA \pm cB$
9. $(c \pm d)A = cA \pm dA$
10. $nA = A + A + A + A + \dots + A$
(n เมทริกซ์)

3. กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นกลุ่มเหมือนชั่วโมงที่แล้ว
2. ครูทบทวนความรู้เดิมที่เรียนไปแล้ว และการคูณจำนวนจริง
3. ครูแจกคำชี้แจงในการใช้ชุดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง ให้นักเรียนอ่าน จากนั้นให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันปฏิบัติกิจกรรมจาก เอกสารแนะแนวทางที่ 4
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติกิจกรรมจาก เอกสารแนะแนวทางที่ 4 โดยครูกระตุ้นให้เรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรม พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ และตอบคำถามนักเรียนที่มีปัญหา
5. สุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่ม แล้วให้ส่งตัวแทน (ตัวแทนนักเรียนไม่ควรเป็นคนเดิม) เสนอเอกสารแนะแนวทางที่ 4 กลุ่มละ 1 ข้อ โดยการเติมคำตอบในแผ่นใสที่ครูเตรียมไว้ และอธิบายการหาคำตอบ เมื่อเสร็จแต่ละข้อ ถ้านักเรียนตอบผิดครูอธิบายเพิ่มเติม และแก้ไขให้ถูกต้อง
6. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาข้อสรุป แล้วให้ส่งตัวแทน เพื่อนำเสนอข้อสรุปของกลุ่ม จากนั้นครูและนักเรียนทุกคนร่วมกันหาข้อสรุปอีกครั้ง
7. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบความรู้ที่ 4 เพื่อตรวจสอบข้อสรุปที่สรุปไปแล้ว โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนอ่าน และเน้นจุดสำคัญในใบความรู้ที่ 4 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากขึ้น
8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่เรียน

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูทบทวน เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง
2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4 (ทำเป็นรายบุคคล) เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจ โดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยหน้าห้องเรียนทีละข้อ (ถ้าสุ่มได้คนเดิมที่เคยออกมาแล้ว ให้สุ่มใหม่ เพื่อที่นักเรียนจะได้ฝึกการนำเสนอหน้าห้องเรียนทั่วถึงกัน) และครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าผิดครูอธิบายเพิ่มเติม และแก้ไขให้ถูกต้อง
3. ถ้านักเรียนคนใดทำคะแนนได้ไม่ถึง 80 % ครูสอนเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจ แล้วให้ทำแบบฝึกทักษะที่เป็นคู่ขนานจนกว่านักเรียนจะทำคะแนนได้ 80 % ขึ้นไป ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 80 % ขึ้นไป ก็ให้ทำแบบฝึกทักษะเพิ่มเติม
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่เรียน
5. ให้นักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบย่อยที่ 4 ถ้านักเรียนคนใดได้คะแนนไม่ถึง 80 % ครูอธิบายเนื้อหาที่เรียนอีกครั้ง แล้วให้ทำแบบทดสอบคู่ขนานจนกว่านักเรียนจะทำคะแนนได้ 80 % ขึ้นไป
6. ในขณะที่ทำการสอนครูสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการทำงานกลุ่ม และคอยกระตุ้นให้นักเรียนได้มีการสื่อสารกัน เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- ชุดการเรียนรู้ ชุดที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง
- แผ่นใส

5. การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือ
1. สังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	1. ผ่านเกณฑ์ 80 % ขึ้นไป	1. แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจแบบฝึกทักษะ	2. ถูกต้อง 80 % ขึ้นไป	2. แบบฝึกทักษะ
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง	3. ถูกต้อง 80 % ขึ้นไป	3. แบบทดสอบย่อย 4

6. บันทึกหลังสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

ชุดที่ 1 ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์

คำชี้แจง

ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์ ประกอบด้วย 4 ส่วน คือ

1. เอกสารแนะแนวทาง 1 ชุด เป็นการกำหนดพฤติกรรมของนักเรียน โดยการปฏิบัติตามคำสั่งในเอกสาร ซึ่งกิจกรรมแต่ละชุดให้นักเรียนปฏิบัติเป็นกลุ่ม
2. ใบความรู้ 2 ชุด เป็นส่วนที่สรุปเนื้อหา เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์ โดยให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง และครูผู้สอนเป็นที่ปรึกษา เมื่อนักเรียนมีปัญหา
3. แบบฝึกทักษะ 2 ชุด เป็นส่วนที่กำหนดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติ เพื่อนำไปสู่เป้าหมาย ที่ตั้งไว้
4. แบบทดสอบย่อย 2 ชุด เป็นส่วนที่นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองหลังจากใช้ชุดการเรียนรู้แต่ละชุด

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกมิติของเมทริกซ์ ที่กำหนดให้ได้
2. บอกตำแหน่งของสมาชิกที่กำหนดได้จากเมทริกซ์ที่กำหนดให้
3. เขียนสมาชิกของเมทริกซ์ที่อยู่ในตำแหน่งที่กำหนดให้ได้
4. หาทรานสโพสของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้

- ด้านทักษะ / กระบวนการ มีความสามารถ

1. ในการให้เหตุผล
2. ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

- ด้านคุณลักษณะ

1. มีความความรับผิดชอบ
2. มีความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

เวลาที่ใช้ 1 ชั่วโมง

สื่อ ชุดการเรียนรู้ ชุดที่ 1 เรื่อง ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์

เนื้อหา ความหมาย และสัญลักษณ์ของเมทริกซ์

ใบความรู้ 1.1

ความหมายของเมทริกซ์

เมทริกซ์ หมายถึง ชุดของจำนวน ซึ่งเรียงกันอยู่ในลักษณะรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และถูกปิดล้อมด้วยเครื่องหมาย [] หรือ ()
หมายเหตุ เครื่องหมาย [] นิยมใช้มากกว่า ()

ตัวอย่าง

ราคาอาหารของร้านแห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

ก๋วยเตี๋ยว	ธรรมดา ราคา 20 บาท	พิเศษ ราคา 25 บาท
ข้าวราดแกง	ธรรมดา ราคา 15 บาท	พิเศษ ราคา 20 บาท
เกาเหลา	ธรรมดา ราคา 12 บาท	พิเศษ ราคา 15 บาท

ถ้านำตัวเลขซึ่งมี 3 แถว แถวละ 2 ตัว มาเขียนในวงเล็บ [] หรือ () จะได้ชุดของตัวเลข

$$\begin{bmatrix} 20 & 25 \\ 15 & 20 \\ 12 & 15 \end{bmatrix} \quad \text{หรือ} \quad \begin{pmatrix} 20 & 25 \\ 15 & 20 \\ 12 & 15 \end{pmatrix}$$

จะเรียกชุดตัวเลขข้างต้นนี้ว่า “เมทริกซ์” และเรียกจำนวนแต่ละจำนวนว่า “สมาชิกของเมทริกซ์”

ตัวอย่างของเมทริกซ์

1. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

5. $[3 \quad 2 \quad 1 \quad 4]$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

ข้อสังเกต

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ ไม่ถือว่าเป็นเมทริกซ์ เนื่องจากมีตำแหน่งที่ว่าง

2. ชุดของจำนวนเรียงกันอยู่ในลักษณะสี่เหลี่ยมมุมฉากอาจไม่ใช่จำนวนจริงก็ได้ เช่น $\begin{bmatrix} i & -2 \\ 3i & 5i \end{bmatrix}$

3. จำนวนแต่ละจำนวนในเมทริกซ์ถูกเรียกว่า สมาชิก (Element) ของเมทริกซ์นั้น

4. ถ้ามีการสลับที่สมาชิกที่ไม่เท่ากัน คู่ใดคู่หนึ่ง จะได้เมทริกซ์ที่ต่างไปจากเดิม

เอกสารแนะแนวทาง 1

1. จากตารางที่กำหนดให้ จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

เมทริกซ์	ชื่อเมทริกซ์	จำนวน		มิติของ เมทริกซ์	สมาชิกของเมทริกซ์
		แถว	หลัก		
$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$	A	2	2	2 x 2	$a_{11} = 1, a_{12} = 0$ $a_{21} = 2, a_{22} = -3$
$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	B	1	3	1 x 3	$b_{11} = 1, b_{12} = 0, b_{13} = 2$
$C = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$					
$D = [3]$					
$E = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$					
สรุป มิติของเมทริกซ์ หมายถึง					
สมาชิกของเมทริกซ์ หมายถึง					

2. จากตารางที่กำหนดให้ จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

เมทริกซ์	มิติของเมทริกซ์	ทรานสโพสของเมทริกซ์	มิติของทรานสโพส ของเมทริกซ์
$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$	2 x 2	$A^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	2 x 2
$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$	1 x 2	$B^t = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	2 x 1
$C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$			
$D = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$			
$E = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$			
สรุป ทรานสโพสของเมทริกซ์ หมายถึง			
.....			

ใบความรู้ 1.2

สัญลักษณ์ของเมทริกซ์

มิติของเมทริกซ์ เป็นการบอกขนาดของเมทริกซ์ โดยระบุเป็น “จำนวนแถว x จำนวนหลัก”

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

แถวที่ 1
แถวที่ 2
แถวที่ 3

หลักที่ 1 หลักที่ 2

เราเรียกเมทริกซ์ A ว่าเป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 3×2 หรือ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 3×2

a_{11} หมายถึง สมาชิกของเมทริกซ์ A ใน แถวที่ 1 หลักที่ 1

a_{12} หมายถึง สมาชิกของเมทริกซ์ A ใน แถวที่ 1 หลักที่ 2

a_{21} หมายถึง สมาชิกของเมทริกซ์ A ใน แถวที่ 2 หลักที่ 1

$\vdots$

a_{32} หมายถึง สมาชิกของเมทริกซ์ A ใน แถวที่ 3 หลักที่ 2

ถ้า A มีสมาชิก m แถว n หลัก จะมีสมาชิก $m \times n$ ตัว และนิยมเขียนแทนด้วย $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

ทรานสโพสของเมทริกซ์ (Transpose of matrix)

บทนิยาม ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ $m \times n$ แล้ว ทรานสโพสของ A คือ เมทริกซ์ที่มีมิติ $n \times m$ ที่มีหลักที่ i เหมือนแถวที่ i ของเมทริกซ์ A เมื่อ $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$

ข้อกำหนด

1. ทรานสโพสของ A (Transpose of A) เขียนแทนด้วย A^t
2. ถ้า $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว $A^t = [a_{ji}]_{n \times m}$

แบบฝึกทักษะ 1/1

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา

1) มิติของ A

2) a_{12}

3) $a_{22} + a_{31} - a_{11}$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา

1) $a_{13} + b_{12}$

2) $a_{32} - b_{22} + a_{31}$

3) $2b_{21} - a_{23}$

4) $\frac{2}{3}a_{33} + 4b_{31}$

3. จงเขียนเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ โดยที่ $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } i=j \\ 0 & \text{เมื่อ } i < j \\ -1 & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$

4. จงหา A^t เมื่อกำหนด เมทริกซ์ A ดังนี้

1) $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

2) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

$$3) \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$4) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$5) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 0 & 5 & 9 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$6) \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

5. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา

1) A^t , 2) $(A^t)^t$, 3) $\left((A^t)^t\right)^t$

6. กำหนด $A^t = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา

1) A

2) $a_{12} + a_{21} - a_{22}$

7. กำหนด เมทริกซ์ A มีมิติ 3×2 และ $a_{11} = 2$, $a_{12} = -3$, $a_{21} = 5$, $a_{22} = 4$, $a_{31} = 1$, $a_{32} = 0$ จงหา

1) A

2) A^t

3) $(A^t)^t$

แบบฝึกทักษะ 1/2

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ จงหา

1) มิติของ A

2) a_{12}

3) $a_{22} + a_{31} - a_{11}$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา

1) $a_{13} + b_{12}$

2) $a_{32} - b_{22} + a_{31}$

3) $2b_{21} - a_{23}$

4) $\frac{2}{3}a_{33} + 4b_{31}$

3. จงเขียนเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ โดยที่ $a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i=j \\ 1 & \text{เมื่อ } i < j \\ -1 & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$

4. จงหา A^t เมื่อกำหนด เมทริกซ์ A ดังนี้

1) $A = \begin{bmatrix} 31 \\ 1 \end{bmatrix}$

2) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

$$3) \quad A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$4) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$5) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 2 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$6) \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

5. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ จงหา

1) A^t , 2) $(A^t)^t$, 3) $\left((A^t)^t\right)^t$

6. กำหนด $A^t = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ จงหา

1) A

2) $a_{12} + a_{21} - a_{22}$

7. กำหนด เมทริกซ์ A มีมิติ 3×2 และ $a_{11} = 3$, $a_{12} = -2$, $a_{21} = 4$, $a_{22} = 2$, $a_{31} = -3$, $a_{32} = 1$ จงหา

1) A

2) A^t

3) $(A^t)^t$

แบบทดสอบย่อย 1/1

คำชี้แจง จงเขียนเฉพาะคำตอบให้ถูกต้อง

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ จงหา (1 คะแนน)

1) มิติของ A

2) $a_{23} - a_{12} + a_{32}$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา (1 คะแนน)

1) A^t

2) $(A^t)^t$

3. กำหนด $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา (1 คะแนน)

1) A

2) $a_{12} + a_{22}$

4. ถ้า เมทริกซ์ A มีมิติ 3×5 แล้ว A^t มีมิติเท่าใด (1 คะแนน)

5. กำหนด เมทริกซ์ A มีมิติ 2×3 และ $a_{11} = 3$, $a_{12} = 2$, $a_{13} = 1$, $a_{21} = -1$, $a_{22} = 0$, $a_{23} = -2$ จงหา A^t (1 คะแนน)

แบบทดสอบย่อย 1/2

คำชี้แจง จงเขียนเฉพาะคำตอบให้ถูกต้อง

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -4 \end{bmatrix}$ จงหา (1 คะแนน)

1) มิติของ A

2) $a_{23} + a_{12} - a_{32}$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ จงหา (1 คะแนน)

1) A^t

2) $(A^t)^t$

3. กำหนด $A^t = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ จงหา (1 คะแนน)

1) A

2) $a_{12} + a_{22}$

4. ถ้า เมทริกซ์ A มีมิติ 2×4 แล้ว A^t มีมิติ เท่าใด (1 คะแนน)

5. กำหนด เมทริกซ์ A มีมิติ 2×3 และ $a_{11} = 3, a_{12} = 2, a_{13} = 1, a_{21} = -1, a_{22} = 0, a_{23} = -2$ จงหา A^t (1 คะแนน)

เฉลยชุดการเรียนรู้ที่ 1

เฉลย เอกสารแนะแนวทาง 1

1. จากตารางที่กำหนดให้ จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

เมทริกซ์	ชื่อเมทริกซ์	จำนวน		มิติของเมทริกซ์	สมาชิกของเมทริกซ์
		แถว	หลัก		
$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$	A	2	2	2×2	$a_{11} = 1, a_{12} = 0$ $a_{21} = 2, a_{22} = -3$
$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	B	1	3	1×3	$b_{11} = 1, b_{12} = 0, b_{13} = 2$
$C = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$	C	2	1	2×1	$c_{11} = 3, c_{21} = 1$
$D = [3]$	D	1	1	1×1	$d_{11} = 3$
$E = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	E	2	3	2×3	$e_{11} = 1, e_{12} = -1, e_{13} = 2$ $e_{21} = -3, e_{22} = 0, e_{23} = 1$
สรุป มิติของเมทริกซ์ หมายถึง การบอกขนาดของเมทริกซ์โดยระบุเป็น "จำนวนแถว x จำนวนหลัก" สมาชิกของเมทริกซ์ หมายถึง จำนวนแต่ละจำนวนในเมทริกซ์					

2. จากตารางที่กำหนดให้ จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

เมทริกซ์	มิติของเมทริกซ์	ทรานส์โพสของเมทริกซ์	มิติของทรานส์โพสของเมทริกซ์
$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$	2×2	$A^t = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	2×2
$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$	1×2	$B^t = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$	2×1
$C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$	3×2	$C^t = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	2×3
$D = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$	3×3	$D^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 8 & 5 & 3 \\ 7 & 4 & 6 \end{bmatrix}$	3×3
$E = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 6 \end{bmatrix}$	2×3	$E^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$	3×2

สรุป ทราจิสโพลสของเมทริกซ์ หมายถึง เมทริกซ์ที่มีมิติ $n \times m$ ที่มีหลักที่ i เหมือนแถวที่ i ของเมทริกซ์ A เมื่อ $i \in \{1, 2, 3, \dots, m\}$

เฉลย แบบฝึกทักษะ 1/1

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

1) มิติของ A คือ 3×2 2) $a_{12} = 2$

3) $a_{22} + a_{31} - a_{11} = (-1) + 3 - 1 = 1$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & 2 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

1) $a_{13} + b_{12} = (-2) + 3 = 1$

2) $a_{32} - b_{22} + a_{31} = 4 - (-3) + (-3) = 4$

3) $2b_{21} - a_{23} = 2(1) - 2 = 0$

4) $\frac{2}{3}a_{33} + 4b_{31} = \frac{2}{3}(6) + 4(-2) = -4$

3. จงเขียนเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ โดยที่ $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } i=j \\ 0 & \text{เมื่อ } i < j \\ -1 & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

4. A^t เมื่อกำหนด เมทริกซ์ A เป็นดังนี้

1) $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$

2) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

3) $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

$$4) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, A^t = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$5) A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 0 & 5 & 9 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}, A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 6 \end{bmatrix}$$

$$6) A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -5 & 4 \end{bmatrix}, A^t = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$5. \text{ กำหนด } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$1) A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}, 2) (A^t)^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}, 3) ((A^t)^t)^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$6. \text{ กำหนด } A^t = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$1) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -5 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2) a_{12} + a_{21} - a_{22} = 3 + (-5) - 6 = -8$$

7. กำหนด เมทริกซ์ A มีมิติ 3×2 และ $a_{11} = 2, a_{12} = -3, a_{21} = 5, a_{22} = 4, a_{31} = 1, a_{32} = 0$

$$1) A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2) A^t = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3) (A^t)^t = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

เฉลย แบบฝึกทักษะ 1/2

$$1. \text{ กำหนด } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$1) \text{ มิติของ } A \text{ คือ } 3 \times 2 \quad 2) a_{12} = 3$$

$$3) a_{22} + a_{31} - a_{11} = 1 + (-3) - 1 = -3$$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

1) $a_{13} + b_{12} = 0$

2) $a_{32} - b_{22} + a_{31} = 3$

3) $2b_{21} - a_{23} = 4$

4) $\frac{2}{3}a_{33} + 4b_{31} = -12\frac{2}{3}$

3. จงเขียนเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ โดยที่ $a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i=j \\ 1 & \text{เมื่อ } i < j \\ -1 & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. A^t เมื่อกำหนด เมทริกซ์ A เป็นดังนี้

1) $A = \begin{bmatrix} 31 \\ 1 \end{bmatrix}$, $A^t = [1 \ 31]$

2) $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

3) $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

4) $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -2 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

5) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 2 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, $A^t = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 5 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

$$6) A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & -3 \end{bmatrix}, A^t = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$5. \text{กำหนด } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$1) A^t = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}, \quad 2) (A^t)^t = A, \quad 3) \left((A^t)^t \right)^t = A^t$$

$$6. \text{กำหนด } A^t = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$1) A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$2) a_{12} + a_{21} - a_{22} = -3$$

$$7. \text{กำหนด เมทริกซ์ } A \text{ มีมิติ } 3 \times 2 \text{ และ } a_{11} = 3, a_{12} = -2, a_{21} = 4, a_{22} = 2, a_{31} = -3, a_{32} = 1$$

$$1) A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 0 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}, \quad 2) A^t = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -3 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad 3) (A^t)^t = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 0 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

เฉลย แบบทดสอบย่อย 1/1

$$1. \text{กำหนด } A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$1) \text{ มิติของ } A \text{ คือ } 3 \times 3$$

$$2) a_{23} - a_{12} + a_{32} = 5 - (-3) + 3 = 1$$

$$2. \text{กำหนด } A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$1) A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2) (A^t)^t = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$3. \text{กำหนด } A^t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$1) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad 2) a_{12} + a_{22} = 2 + 4 = 6$$

4. ถ้า เมทริกซ์ A มีมิติ 3×5 แล้ว A^t มีมิติ 5×3

5. กำหนด เมทริกซ์ A มีมิติ 2×3 และ $a_{11} = 3, a_{12} = 2, a_{13} = 1, a_{21} = -1, a_{22} = 0, a_{23} = -2$

$$A^t = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

แบบทดสอบย่อย 1/2

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -4 \end{bmatrix}$

1) มิติของ A คือ 3×3 , 2) $a_{23} + a_{12} - a_{32} = -6$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

1) $A^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$, 2) $(A^t)^t = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$

3. กำหนด $A^t = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

1) $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, 2) $a_{12} + a_{22} = 5$

4. ถ้า เมทริกซ์ A มีมิติ 2×4 แล้ว A^t มีมิติ 4×2

5. กำหนด เมทริกซ์ A มีมิติ 2×3 และ $a_{11} = 3, a_{12} = 2, a_{13} = 1, a_{21} = -1, a_{22} = 0, a_{23} = -2$

$$A^t = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

ชุดที่ 4 การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

คำชี้แจง

ชุดการเรียนรู้ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ชุดที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง ประกอบด้วย 4 ส่วน คือ

1. เอกสารแนะแนวทาง 1 ชุด เป็นการกำหนดพฤติกรรมของนักเรียน โดยการปฏิบัติตามคำสั่งในเอกสาร ซึ่งกิจกรรมแต่ละชุดให้นักเรียนปฏิบัติเป็นกลุ่ม
2. ใบความรู้ 1 ชุด เป็นส่วนที่สรุปเนื้อหา เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง โดยให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง และครูผู้สอนเป็นที่ปรึกษา เมื่อนักเรียนมีปัญหา
3. แบบฝึกทักษะ 2 ชุด เป็นส่วนที่กำหนดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้ปฏิบัติ เพื่อนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้
4. แบบทดสอบย่อย 2 ชุด เป็นส่วนที่นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองหลังจากใช้ชุดการเรียนรู้แต่ละชุด

จุดประสงค์การเรียนรู้

- ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ
 1. หาผลคูณของเมทริกซ์ กับจำนวนจริงได้ ที่กำหนดให้ได้
 2. บอกสมบัติการคูณเมทริกซ์ ด้วยจำนวนจริงได้
 3. นำสมบัติการคูณเมทริกซ์ ด้วยจำนวนจริงไปใช้ได้
- ด้านทักษะ / กระบวนการ มีความสามารถ
 1. ในการให้เหตุผล
 2. ในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ
- ด้านคุณลักษณะ
 1. มีความความรับผิดชอบ
 2. มีความร่วมมือ
 3. มีระเบียบวินัย

เวลาที่ใช้ 2 ชั่วโมง

สื่อ ชุดการเรียนรู้ ชุดที่ 4 เรื่อง การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

เนื้อหา การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

เอกสารแนะแนวทาง 4

จากตารางที่กำหนดให้ จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

เมทริกซ์ A	2A	-3A
1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$	$2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$	$-3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$		
3. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$		
4. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$		
5. $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ -1 & -3 & 6 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$		
6. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		
7. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		
8. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$		
9. $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$		
10. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$		

สรุป การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง หมายถึง

.....

ใบความรู้ 4

การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

บทนิยาม กำหนด เมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ k เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$kA = k[a_{ij}]_{m \times n} = [ka_{ij}]_{m \times n}$$

จากบทนิยามจะได้ว่า

$$k \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ

การนำค่าคงที่คูณกับเมทริกซ์ ก็คือ การนำค่าคงที่นั้นคูณสมาชิกทุกตัวในเมทริกซ์นั้น

ตัวอย่าง กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ จงหา $2A$, $-3B$, $3A - 2B$, $\frac{1}{2}A$

$$2A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$-3B = -3 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 3A - 2B &= 3 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ 4 & -6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 13 \\ 2 & 18 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์

X ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

1. $A + X = B$

$$X = B - A$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 0 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}$$

2. $X + A^t = B^t$

$$X = B^t - A^t$$

$$X = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -3 & -6 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

สมบัติการคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง

ถ้า A, B มีมิติเดียวกัน และ c, d เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้ว่า

1. $1A = A$

2. $(-1)A = -A$

3. $-(cA) = (-c)A = c(-A)$

4. $0 \cdot A = A \cdot 0 = \underline{0}$

5. $c \cdot \underline{0} = \underline{0}$

6. ถ้า $cA = \underline{0}$ แล้ว $c = 0$ หรือ $A = \underline{0}$

7. $(cd)A = c(dA) = d(cA)$

8. $c(A \pm B) = cA \pm cB$

9. $(c \pm d)A = cA \pm dA$

10. $nA = A + A + A + A + \dots + A$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม
(n เมทริกซ์)

แบบฝึกทักษะ 4 / 1

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา

1) $2A$

2) $0 \cdot B$

3) $2A - 3B$

4) $\frac{1}{2}A^t + 3B^t$

5) $2(A - B^t)$

2. จงหาเมทริกซ์ผลลัพธ์แต่ละข้อต่อไปนี้

1) $2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 6 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$

2) $3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

1) $X + 3A = 2B$

$$2) \quad 2A - X = B + 2C$$

$$3) \quad A^t + 3B = X^t + 3C$$

$$4) \quad 3A - 2B^t + 2X = \underline{0}$$

$$5) \quad 3(2X + A) = 2(X - 3B^t)$$

4. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ และ $B = 3A^t$ แล้ว $b_{11} - b_{21} + b_{12}$ มีค่าเท่าใด

5. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ และ $B = kA$ โดยที่ $b_{13} = 15$ แล้ว $b_{12} + b_{21} - b_{23}$ มีค่าเท่าใด

แบบฝึกทักษะ 4/2

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ จงหา

1) $2A$

2) $0 \cdot B$

3) $3A - 2B$

4) $\frac{1}{2}A^t + B^t$

5) $2(B^t - A)$

2. จงหาเมทริกซ์ผลลัพธ์แต่ละข้อต่อไปนี้

1) $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 6 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

2) $5 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

1) $X + 3A = 2B$

$$2) \quad 2A - X = B + 2C$$

$$3) \quad A^t + 3B = X^t + 3C$$

$$4) \quad 3A - 2B^t + 2X = \underline{0}$$

$$5) \quad 3(2X + A) = 2(X - 3B^t)$$

4. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ และ $B = 3A^t$ แล้ว $b_{11} - b_{21} + b_{12}$ มีค่าเท่าใด

5. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B = kA$ โดยที่ $b_{13} = 10$ แล้ว $b_{12} + b_{21} - b_{23}$ มีค่าเท่าใด

แบบทดสอบย่อย 4/1

คำชี้แจง จงเขียนเฉพาะคำตอบให้ถูกต้อง

1. จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด เมื่อ A, B มีมิติเดียวกัน และ c เป็นจำนวนจริง

..... 1) $0 \cdot A = 0$ (1 คะแนน)

..... 2) $cA - cB = c(A - B)$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ จงหา (2 คะแนน)

1) $-2A$

2) $3(A^t + B)$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 6 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับ
สมการต่อไปนี้ (2 คะแนน)

1) $A + X = 2B^t$

2) $2(X^t - 3A) - (B^t + A) = \underline{0}$

แบบทดสอบย่อย 4/2

คำชี้แจง จงเขียนเฉพาะคำตอบให้ถูกต้อง

1. จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด เมื่อ A , B มีมิติเดียวกัน และ c เป็นจำนวนจริง

..... 1) $0 \cdot A = \underline{0}$ (1 คะแนน)

..... 2) $c(A + B) = cA + cB$

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา (2 คะแนน)

1) $-3A$

2) $2(A + B^t)$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับ

สมการต่อไปนี้ (2 คะแนน)

1) $A^t + X = 2B$

2) $3(X^t - 2A) - (B^t + A) = \underline{0}$

เฉลยชุดการเรียนรู้ที่ 4

เฉลย เอกสารแนะแนวทาง 4

จากตารางที่กำหนดให้ จงเติมช่องว่างให้สมบูรณ์

เมทริกซ์ A	2A	-3A
1. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$	$2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$	$-3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$
2. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 3 & 0 \\ -9 & -12 \end{bmatrix}$
3. $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 & -6 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 & 9 & -12 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & -6 & 6 \\ 0 & 8 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & 9 & -9 \\ 0 & -12 & 6 \end{bmatrix}$
5. $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ -1 & -3 & 6 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 10 & 8 \\ -2 & -6 & 12 \\ 4 & 6 & -4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & -15 & -12 \\ 3 & 9 & 18 \\ -12 & -18 & 12 \end{bmatrix}$
6. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$
7. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
8. $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -4 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -8 \\ 10 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -6 \\ -9 \\ 12 \\ -15 \\ -3 \end{bmatrix}$
9. $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 12 & 8 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -18 & -12 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$
10. $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -4 & -6 \\ 10 & 4 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -9 & 3 \\ 6 & 9 \\ -15 & -6 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

สรุป การคูณเมทริกซ์ด้วยจำนวนจริง หมายถึง การนำจำนวนจริง คูณสมาชิกทุกในเมทริกซ์

เฉลยแบบฝึกทักษะ 4/1

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

1) $2A = \begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$

2) $0 \cdot B = \underline{0}$

3) $2A - 3B = \begin{bmatrix} -5 & -11 \\ 3 & -10 \end{bmatrix}$

4) $\frac{1}{2}A^t + 3B^t = \begin{bmatrix} 10 & -3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

5) $2(A - B^t) = \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ -2 & -8 \end{bmatrix}$

2. จงหาเมทริกซ์ผลลัพธ์แต่ละข้อต่อไปนี้

1) $2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 6 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 4 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$

2) $3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

1) $X + 3A = 2B$, $X = \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -4 & -11 \end{bmatrix}$

2) $2A - X = B + 2C$, $X = \begin{bmatrix} 14 & -4 \\ -5 & -5 \end{bmatrix}$

3) $A^t + 3B = X^t + 3C$, $X = \begin{bmatrix} -8 & 7 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$

4) $3A - 2B^t + 2X = \underline{0}$, $X = \begin{bmatrix} 5 & -\frac{1}{2} \\ -5 & -\frac{11}{2} \end{bmatrix}$

$$5) \quad 3(2X + A) = 2(X - 3B^t), \quad X = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & -\frac{9}{4} \\ 3 & -\frac{3}{4} \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$4. \quad \text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ และ } B = 3A^t \text{ แล้ว } b_{11} - b_{21} + b_{12} = 0$$

$$5. \quad \text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -2 & -3 & 4 \end{bmatrix} \text{ และ } B = kA \text{ โดยที่ } b_{13} = 15 \text{ แล้ว } b_{12} + b_{21} - b_{23} = -9$$

เฉลยแบบฝึกทักษะ 4/2

$$1. \quad \text{กำหนด } A = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$1) \quad 2A = \begin{bmatrix} 12 & 0 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

$$2) \quad 0 \cdot B = \underline{0}$$

$$3) \quad 3A - 2B = \begin{bmatrix} 14 & -8 \\ -2 & -12 \end{bmatrix}$$

$$4) \quad \frac{1}{2}A^t + B^t = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$5) \quad 2(B^t - A) = \begin{bmatrix} -8 & -10 \\ 1 & 10 \end{bmatrix}$$

2. จงหาเมทริกซ์ผลลัพธ์แต่ละข้อต่อไปนี้

$$1) \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 4 & 6 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 8 & 15 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$$

$$2) \quad 5 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} + 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 4 & -13 \end{bmatrix}$$

$$3. \quad \text{กำหนด } A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

$$1) \quad X + 3A = 2B, \quad X = \begin{bmatrix} -16 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$2) 2A - X = B + 2C, X = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3) A^t + 3B = X^t + 3C, X = \begin{bmatrix} -8 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$$

$$4) 3A - 2B^t + 2X = \underline{0}, X = \begin{bmatrix} -8 & 2 \\ 5 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$5) 3(2X + A) = 2(X - 3B^t), X = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -\frac{3}{4} & -\frac{21}{4} \end{bmatrix}$$

$$4. \text{ ถ้า } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \text{ และ } B = 3A^t \text{ แล้ว } b_{11} - b_{21} + b_{12} = 15$$

$$5. \text{ ถ้า } A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -4 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ และ } B = kA \text{ โดยที่ } b_{13} = 10 \text{ แล้ว } b_{12} + b_{21} - b_{23} = -25$$

เฉลยแบบทดสอบย่อย 4/1

1. จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด เมื่อ A, B มีมิติเดียวกัน และ c เป็นจำนวนจริง

1) $0 \cdot A = 0$ ตอบ ผิด

2) $cA - cB = c(A - B)$ ตอบ ถูก

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

1) $-2A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$, 2) $3(A^t + B) = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 6 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับ

สมการต่อไปนี้

1) $A + X = 2B^t, X = \begin{bmatrix} 3 & 14 \\ -4 & -3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

$$2) \ 2(X^t - 3A) - (B^t + A) = \underline{0} \ , \ X = \begin{bmatrix} \frac{9}{2} & -1 & 16 \\ -4 & -\frac{21}{2} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

เฉลยแบบทดสอบย่อย 4/2

1. จงพิจารณาข้อต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด เมื่อ A , B มีมิติเดียวกัน และ c เป็นจำนวนจริง

1) $0 \cdot A = \underline{0}$ **ตอบ ถูก**

2) $c(A + B) = cA + cB$ **ตอบ ถูก**

2. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

1) $-3A = \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ 6 & -9 \end{bmatrix}$

2) $2(A + B^t) = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ -8 & 14 \end{bmatrix}$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ จงหาเมทริกซ์ X ที่สอดคล้องกับ

สมการต่อไปนี้

1) $A^t + X = 2B$, $X = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

2) $3(X^t - 2A) - (B^t + A) = \underline{0}$, $X = \begin{bmatrix} -\frac{17}{3} & 3 \\ \frac{22}{3} & -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & 10 \end{bmatrix}$

ภาคผนวก ง

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
3. แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วกาเครื่องหมายกากบาท (X) ในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ แล้ว มิติของเมทริกซ์ A และ B ตามลำดับคือข้อใด

1. $3 \times 2, 1 \times 3$

2. $3 \times 2, 3 \times 1$

3. $2 \times 3, 1 \times 3$

4. $2 \times 3, 3 \times 1$

2. กำหนด $A = [a_{ij}]_{3 \times 2}$, $a_{ij} = i - j$ เมื่อ $i \geq j$ และ $a_{ij} = i + j$ เมื่อ $i < j$ จะเขียนเมทริกซ์ A แบบ แจกแจงสมาชิกได้ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

3. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \\ 4 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ แล้ว $3a_{12} - a_{22} + a_{31}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -1

2. 3

3. 5

4. 9

4. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ แล้ว ข้อใดมีค่ามากที่สุด

1. $a_{13} - a_{21}$

2. $a_{11} + a_{22}$

3. $a_{13} - a_{22}$

4. $a_{23} - a_{12}$

5. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} \sqrt{4} & |-3| \\ -1 & 2^2 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} |-2| & -3 \\ 1 & \sqrt{16} \end{bmatrix}$ แล้ว ข้อใดถูกต้อง

1. $A = B$

2. $B = C$

3. $A = C$

4. ไม่มีข้อถูก

6. ถ้า $\begin{bmatrix} \sqrt{x} & 2 \\ 4 & y+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y+1 & 2 \\ 4 & 2y \end{bmatrix}$ แล้ว $x + y$ มีค่าเท่าใด

1. 19

2. 12

3. 5

4. 1

7. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ แล้ว A เป็นเมทริกซ์ชนิดใด

1. เมทริกซ์สมมาตร

2. เมทริกซ์สเกลาร์

3. เมทริกซ์สามเหลี่ยมบน

4. เมทริกซ์สามเหลี่ยมล่าง

8. กำหนดเมทริกซ์ A, B, C และ D มีมิติ $2 \times 3, 3 \times 2, 2 \times 2$ และ 3×2 ตามลำดับ เมทริกซ์คู่ใดต่อไปนี้ที่บวกกันได้

1. A กับ B

2. A กับ D

3. B กับ D

4. C กับ D

9. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว $A+B$ ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

10. ถ้า $\begin{bmatrix} 2 & a & 5 \\ b & -3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -3 & -5 \\ 4 & 3 & d \end{bmatrix} = \underline{0}$ แล้ว $a+b+c+d$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -7

2. -4

3. 4

4. 7

11. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว ผลบวกของสมาชิกทุกตัวของ $B-A$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -4

2. -3

3. 3

4. 4

12. กำหนด A และ B เป็นเมทริกซ์ ที่มีมิติ $m \times n$ และ c, d เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาข้อต่อไปนี้

ก. $0 \cdot A = 0$

ค. $c(A+B) = cA + cB$

ข. $(cA)^t = cA^t$

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

1. ถูก 1 ข้อ

2. ถูก 2 ข้อ

3. ถูกทุกข้อ

4. ผิดทุกข้อ

13. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ ถ้า $2A - B^t = C$ แล้ว ผลบวกของสมาชิกทุกตัวในเมทริกซ์ C ตรงกับข้อใด

1. -2

2. 8

3. 11

4. 14

14. ถ้า $2A - 3B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ และ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ แล้ว B^t ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -6 & 9 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} -3 & -6 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$

15. กำหนด เมทริกซ์ A และ B มีมิติ 2×2 จงพิจารณาข้อต่อไปนี้

ก. ถ้า $AB = I_2$ แล้ว $BA = I_2$

ข. ถ้า $A^2 = \underline{0}$ แล้ว $A = \underline{0}$

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

1. ข้อ 1 ถูก ข้อ 2 ผิด

2. ข้อ 1 ผิด ข้อ 2 ถูก

3. ถูกทุกข้อ

4. ผิดทุกข้อ

16. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว AB ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} 27 & -1 \\ 18 & 22 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 23 & 5 \\ 20 & 14 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 14 & 1 \\ 16 & -2 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 27 & -1 \\ 14 & 18 \end{bmatrix}$

17. กำหนด $A = \begin{bmatrix} x & -2 \\ 3 & y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & z \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ และ $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 10 & a \end{bmatrix}$ ถ้า $AB = C$ แล้ว a มีค่าตรงกับข้อใด

1. -6

2. -4

3. 0

4. 2

18. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ -4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ แล้ว สมาชิกที่อยู่ในแถวที่ 3 หลักที่ 2 ของ BA

ตรงกับข้อใด

1. -10

2. -6

3. 1

4. 4

19. พิจารณาข้อต่อไปนี้

ก. ถ้า $\det(A) = \det(B)$ แล้ว $A = B$

ค. ถ้า $\det(A) = 0$ แล้ว $A = \underline{0}$

ข. ถ้า $AB = BA$ แล้ว $A = B$

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

1. ถูก 1 ข้อ

2. ถูก 2 ข้อ

3. ถูกทุกข้อ

4. ผิดทุกข้อ

20. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(A+B)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. 6

2. 10

3. 12

4. 13

21. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ แล้ว $\det(A)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -5

2. -1

3. 15

4. 17

22. ถ้า $\begin{vmatrix} 2x & -3 \\ x-2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ แล้ว $10x$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{6}{10}$

2. $\frac{6}{5}$

3. 6

4. 12

23. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ แล้ว $\frac{1}{7}C_{32}(A) - M_{14}(A)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -9

2. -5

3. 5

4. 9

24. ถ้า $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ แล้ว A^{-1} ตรงกับข้อใด

1. $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

25. ถ้า $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -8 \end{bmatrix}$ แล้ว ค่าของ $x-y$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -10

2. -6

3. 6

4. 10

26. กำหนด $A = \begin{bmatrix} x & 7x-6 \\ -1 & 3x \end{bmatrix}$ ถ้า A เป็นเมทริกซ์เอกฐาน แล้ว x เป็นสมาชิกของเซตใด

1. $(-3, 1]$ 2. $[-3, 1)$ 3. $(1, 3]$ 4. $[1, 3)$

27. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ถ้า $\text{adj}(AB) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ แล้ว $a+b+c+d$ ตรงกับข้อใด

1. -26

2. -18

3. 18

4. 26

28. จากระบบสมการ $x+y+z=6$, $2x-y-z+3=0$ และ $x-3y+2z=1$ ซึ่ง $A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & 5 \end{bmatrix}$

แล้ว $\det(A)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -1

2. 3

3. 7

4. 12

29. ถ้า $x-4y-3z-3=0$, $4x-y-2z-2=0$ และ $2x+3y+z=0$ โดยใช้ กฎของคราเมอร์ ซึ่ง

$x = \frac{\det(A_1)}{\det(A)}$, $y = \frac{\det(A_2)}{\det(A)}$ และ $z = \frac{\det(A_3)}{\det(A)}$ แล้ว $\det(A_1) + \det(A_2) + \det(A_3)$ ตรงกับข้อใด

1. -3

2. 7

3. 15

4. 45

30. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & a \\ 2 & -1 & b \\ 1 & -2 & c \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 9 \\ 4 \end{bmatrix}$ โดยที่ a, b, c เป็นจำนวนจริง

ถ้า $AX = B$ และ $A \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} R_2 - 2R_1$ แล้ว x ตรงกับข้อใด

1. -3

2. -1

3. 2

4. 4

เกณฑ์การวัดทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนนพฤติกรรมที่แสดงทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
3	- การสื่อสารมีประสิทธิภาพดีมาก อธิบายคำตอบสมบูรณ์ ชัดเจนไม่คลุมเครือ - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง ชัดเจน - ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องเหมาะสมทุกครั้ง - มีการนำเสนอการแก้ปัญหาชัดเจนดีมาก - มีการยกตัวอย่างประกอบการอธิบายที่ชัดเจน
2	- การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ อธิบายคำตอบสมบูรณ์ ชัดเจนไม่คลุมเครือ แต่มีข้อบกพร่องเพียงเล็กน้อย - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมเกือบทุกครั้ง - ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสมเกือบทุกครั้ง - มีการนำเสนอการแก้ปัญหาชัดเจนเกือบสมบูรณ์ - มีการยกตัวอย่างประกอบการอธิบายเหมาะสมแต่อาจคลุมเครือในบางส่วน
1	- การสื่อสารคลุมเครือ ดีความได้ยาก อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมเป็นบางครั้ง - ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นบางครั้ง - มีการนำเสนอการแก้ปัญหาชัดเจนเป็นบางส่วน - มีการยกตัวอย่างประกอบการอธิบายไม่สมบูรณ์ หรือไม่มีการยกตัวอย่าง
0	- การสื่อสารคลุมเครือ ไม่มีประสิทธิภาพ อธิบายคำตอบผิด หรือวกวนไปมา - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อย่างไม่เหมาะสม - ไม่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ - การนำเสนอการแก้ปัญหาไม่ชัดเจน (ขาดรายละเอียด สับสน) - ไม่มีการยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย

แบบสังเกตพฤติกรรมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด

ชื่อ - สกุล ชั้น เลขที่

พฤติกรรมที่สังเกต	ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 1				ครั้งที่ 1				หมายเหตุ
	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	
1. สามารถบอกรายละเอียดของปัญหาได้ครบถ้วนสมบูรณ์													
2. อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลที่นำมาใช้ประกอบการแก้ปัญหา													
3. อธิบายแนวคิดของตน ที่นำมาใช้แก้ปัญหาแก่บุคคลอื่นได้													
4. อธิบาย หรือบอกความหมาย ศัพท์เฉพาะ หรือข้อความที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง													
5. สามารถเขียนสัญลักษณ์ประกอบการอธิบายได้													
6. นำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายแนวคิดของตนให้บุคคลอื่นรับฟังได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม													
7. มีความสามารถอธิบายแนวคิดของตนให้บุคคลอื่นฟังได้อย่างชัดเจน													
8. มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นของตนเองกับบุคคลอื่นได้													
9. มีความสามารถในการสรุปแนวคิดของกลุ่มได้													
10. มีความสามารถในการนำเสนอข้อสรุปได้อย่างชัดเจน													

ผู้สังเกต

ภาคผนวก จ

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการแนะนำ ตรวจสอบ และแก้ไขเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ ชุดการเรียนรู้ แบบสังเกตพฤติกรรม
ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง
เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

1. อาจารย์ ประสาท สอ้านวงศ์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สิลลาจรัสกุล
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ เกษมา จงสูงเนิน
โรงเรียนวัดสุทธิวาราม

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางพรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล
วันเดือนปีเกิด	24 มกราคม 2510
สถานที่เกิด	อำเภออุทุมพรพิสัย จังหวัดศรีสะเกษ
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	556 / 69 ซอยสะพานยาวบ้านใหม่ ถนนเจริญกรุง แขวงวัดพระยาไกร เขตบางคอแหลม กรุงเทพมหานคร 10120
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 2 ระดับ 6
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนวัดสุทธวราราม ถนนเจริญกรุง แขวงยานนาวา เขตสาทร กรุงเทพมหานคร 10120
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2529	มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนกำแพง อำเภออุทุมพรพิสัย จังหวัดศรีสะเกษ
พ.ศ. 2533	การศึกษาระดับบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ มหาสารคาม
พ.ศ. 2546	การศึกษามหาบัณฑิต (สาขาวิชาการมัธยมศึกษา กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ