

การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน
โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2552

การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน
โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2552
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทร์วิโรฒ

การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน
โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2552

ชมพูนุท วณสันเทียะ. (2552). การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เสวตมาลย์, รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ และเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร ที่ได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 50 คน เวลาที่ใช้ในการสอน 17 คาบเรียน แบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบ One group posttest only design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติ t-test for one sample และค่าสถิติสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson product-moment correlation coefficient)

ผลการศึกษาพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ มีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01



A STUDY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS' MATHEMATICAL CONCEPTS
AND MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY THROUGH
YONISOMANASIKAN APPROACH COMBINING WITH
CONCEPT MAPPING METHOD



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University

May 2009

Chompoonut Wanasuntia. (2009). *A Study of Mathayomsuksa II Students'*

Mathematical Concepts and Mathematical Problem Solving Ability Through Yonisomanasikan Approach Combining with Concept Mapping Method.

Master Thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this research were to compare mathematical concepts and mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa II students after being taught through yonisomanasikan approach combining with concept mapping method with a criterion and to find a relation between mathematical concepts and mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa II students after being taught through yonisomanasikan approach combining with concept mapping method

The subjects of this study were 50 Mathayomsuksa II students in the second semester of 2008 academic year from Rajavinit BangKhen School, Bangkok obtained from Cluster Random Sampling. The experiment lasted for 17 periods. The One group posttest only design was used for this study. The data were analyzed by using t-test for one sample and Pearson product-moment correlation coefficient.

The findings were as follows :

1. The mathematical concepts of Mathayomsuksa II students after being taught through yonisomanasikan approach combining with concept mapping method statistically passed at least 70 percent criterion at the .01 level of significance.

2. The mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa II students after being taught through yonisomanasikan approach combining with concept mapping method statistically passed at least 70 percent criterion at the .01 level of significance.

3. The mathematical concepts and mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa II students after being taught through yonisomanasikan approach combining with concept mapping method had a positive relation at the .01 level of significance.



ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน

โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์

ของ

ชมพูนุท วนสันเทียะ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่.....เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2552

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์)

(อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์)

..... กรรมการ

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศรษฐมาลย์)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางในการทำวิจัยจากรองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลย์ ประธานกรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ และกรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ ประธานกรรมการสอบปากเปล่า ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล กรรมการสอบปากเปล่า ซึ่งท่านได้เสียสละเวลาอันมีค่า เพื่อให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทาง และปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ในการทำวิจัยนี้แก่ผู้วิจัยเป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาไว้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์ รองศาสตราจารย์ ดร. วชิรี นูรณสิงห์ และ ดร. ชานนท์ จันทรา ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการสถานศึกษา และคณะครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานครทุกท่าน ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความอนุเคราะห์ในการดำเนินการทดลองในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี และขอขอบคุณนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนราชวินิตบางเขน กรุงเทพมหานคร ที่ได้ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือและการดำเนินการทดลองทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ผู้วิจัยขอน้อมระลึกถึงพระคุณของคุณพ่อ-คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนด้านการศึกษาและเป็นกำลังใจตลอดมา และขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ตลอดจนทุกๆ ท่านที่มีได้เอ่ยนามมา ณ ที่นี้ ที่คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำและให้กำลังใจตลอดเวลา ผู้วิจัยจักระลึกถึงพระคุณของท่านตลอดไป

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา และครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

ชมพูนุท วนสันเทียะ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	4
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	5
สาระที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ตัวแปรที่ศึกษา.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
สมมติฐานของการวิจัย.....	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด.....	11
ความหมายเกี่ยวกับความคิดรวบยอด.....	11
ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์.....	16
ความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์.....	18
ทฤษฎีแนวความคิดของความคิดรวบยอด.....	21
ประเภทของความคิดรวบยอด.....	27
กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด.....	30
วิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด.....	36
การเขียนข้อสอบวัดความคิดรวบยอด.....	50

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด.....	55
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา	
ทางคณิตศาสตร์.....	58
ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	58
ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	61
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	64
ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	65
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	67
ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	82
การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทาง	
คณิตศาสตร์.....	90
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทาง	
คณิตศาสตร์.....	94
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ.....	99
ความหมายของโยนิโสมนสิการ.....	99
วิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการ.....	103
การสอนแบบโยนิโสมนสิการ.....	114
งานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ.....	123
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังมโนทัศน์.....	126
ความหมายของแผนผังมโนทัศน์.....	126
ทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับแผนผังมโนทัศน์.....	127
ประเภทของแผนผังมโนทัศน์.....	129

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
องค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์.....	153
การสร้างแผนผังมโนทัศน์.....	157
การให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์.....	165
หลักการสอนแผนผังมโนทัศน์.....	167
ประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์.....	172
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังมโนทัศน์.....	175
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	180
การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง.....	180
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	180
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	180
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	181
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	188
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	189
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	194
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	194
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	194
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	195
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	198
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	198
สมมติฐานของการวิจัย.....	198
วิธีดำเนินการวิจัย.....	199

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
5 (ต่อ)	
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	199
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	199
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	200
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	201
สรุปผลการวิจัย.....	201
อภิปรายผล.....	201
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	205
ข้อเสนอแนะ.....	206
บรรณานุกรม.....	207
ภาคผนวก.....	225
ภาคผนวก ก.....	226
ภาคผนวก ข.....	235
ภาคผนวก ค.....	244
ภาคผนวก ง.....	319
ภาคผนวก จ.....	331
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	333

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 สรุปหลักการสอนความคิดรวบยอดและขั้นตอนวิธีการสอนให้เกิด ความคิดรวบยอด.....	39
2 ขั้นตอนกระบวนการสอนแบบ deductive และการสอนแบบ inductive.....	44
3 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของโพลยา.....	90
4 ตัวอย่างการจัดตารางเรียน.....	148
5 เกณฑ์การให้คะแนนการจัดแผนผังมโนทัศน์และความถูกต้อง.....	186
6 แบบแผนการทดลอง.....	188
7 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบ โยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้สูตร t-test for one sample.....	195
8 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับ การสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้ แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้สูตร t-test for one sample.....	196
9 ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบ โยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน.....	197

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
10 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน.....	227
11 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน.....	227
12 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน.....	229
13 ค่า $\sum X_i$, ค่า $\sum X_i^2$, ค่า S_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน.....	230
14 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน.....	231
15 ค่า p , ค่า q , ค่า $\sum pq$ และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน.....	232
16 คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	236
17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	238
18 ค่า $\sum X$, ค่า $\sum Y$, ค่า $\sum X^2$, ค่า $\sum Y^2$, ค่า $\sum XY$ ที่ได้จากคะแนนของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (X) และคะแนนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Y).....	240

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 องค์ประกอบที่สัมพันธ์กันของความคิดรวบยอด.....	20
2 การสร้างความคิดรวบยอดแบบไม่พิจารณาสื่อกลาง.....	22
3 การสร้างความคิดรวบยอดแบบพิจารณาสื่อกลาง.....	23
4 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด.....	34
5 การสร้างความคิดรวบยอดจากประสบการณ์.....	35
6 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Venn Diagram.....	45
7 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Flowchart Diagram.....	46
8 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้กราฟฟิก Web Diagram.....	47
9 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Cycle Graph.....	48
10 แผนผังของลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาของโพลยา.....	72
11 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง.....	75
12 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต.....	76
13 ตัวอย่างผังมโนทัศน์แบบแมงมุมรูปแบบต่างๆ.....	130
14 ตัวอย่างผังมโนทัศน์แบบลำดับขั้นซึ่งมีหลายรูปแบบ.....	131
15 ตัวอย่างผังมโนทัศน์สายงานหรือแบบลูกโซ่.....	132
16 ตัวอย่างผังมโนทัศน์แบบระบบหรือวัฏจักร.....	132
17 ผังมโนทัศน์ของแสงอาทิตย์.....	133
18 ผังมโนทัศน์ของสิ่งมีชีวิต (ชีววิทยาศาสตร์).....	134
19 ผังมโนทัศน์เกี่ยวกับการเขียนภาพการ์ตูน.....	135
20 ผังมโนทัศน์ของสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมบางชนิด.....	135
21 ผังมโนทัศน์ของเลขยกกำลังเกี่ยวกับการคูณ การหาร.....	136
22 ผังมโนทัศน์ของแสงขาวหรือแสงอาทิตย์.....	136

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
23 ตัวอย่าง CONCEPT MAP.....	138
24 แผนผังแสดงลักษณะการเขียนแผนที่ความคิด.....	139
25 แผนผังแสดงลักษณะการเขียนแผนที่ความคิด.....	140
26 Web Diagram แสดงการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อการออกแบบ.....	141
27 ตัวอย่างผังแสดงความสัมพันธ์แบบโครงสร้างต้นไม้.....	142
28 Overlapping Circles Map แสดงลักษณะข้อมูลที่เหมือนกัน และต่างกัน.....	143
29 แผนภูมิแบบขั้นบันได.....	145
30 ตัวอย่างแผนภาพวงจรเรื่อง วัฏจักรของน้ำ.....	146
31 Flowchart Diagram แสดงการวางแผนพัฒนา.....	147
32 สัญลักษณ์ซึ่งเป็นกรอบข้อความ.....	148
33 ตัวอย่างแผนผังกังปลา.....	149
34 ตัวอย่างแผนภูมิแสดงลำดับการสืบสันตติวงศ์พระมหากษัตริย์สมัย กรุงรัตนโกสินทร์.....	150
35 แผนภูมิแสดงลำดับการสืบสันตติวงศ์พระมหากษัตริย์สมัย กรุงรัตนโกสินทร์.....	151
36 ผังความสัมพันธ์แบบจำแนกประเภท.....	152
37 ผังมโนทัศน์ที่แสดงส่วนประกอบและอธิบายความหมายของผังมโนทัศน์..	154
38 แผนภูมิมโนทัศน์ตัวอย่างเรื่อง น้ำ.....	156
39 แสดงแผ่นกระดาษสี่เหลี่ยมที่เคลื่อนย้ายได้สำหรับสร้างผังมโนคติโดย.....	161
40 ตัวอย่างผังมโนคติและการให้คะแนนแผนผังมโนคติ.....	163

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การศึกษามีความสำคัญมากสำหรับมนุษย์ทุกคน เพราะการศึกษาเป็นรากฐานในการสร้างสรรค์มนุษย์ ให้มีความเจริญก้าวหน้าและสามารถร่วมอยู่ในสังคมได้อย่างสงบสุข ซึ่งความมุ่งหมายของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 มุ่งพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุข และมีความเป็นไทย (กรมวิชาการ. 2544: 4) และการศึกษายังเป็นกระบวนการที่ช่วยให้พัฒนาตนเองได้ทั้งตลอดชีวิต แต่สังเกตได้ว่า โลกในปัจจุบันเป็นยุคแห่งความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่แทรกซึมเข้ามาอย่างรวดเร็ว แล้วมนุษย์รับเข้ามาใช้อย่างเดียว โดยไม่ได้ศึกษาเลยว่าสิ่งที่เรารับมานั้นมีข้อดี ข้อเสีย หรือส่งผลกระทบอย่างไรบ้าง จึงทำให้เกิดปัญหาทางสังคมขึ้น โดยเฉพาะเด็กในช่วงวัยรุ่นที่มีพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงไปตามระดับพัฒนาการทั้งทางด้านร่างกายและจิตใจ ทำให้เด็กเกิดความอยากรู้อยากลอง ยึดอารมณ์เป็นหลัก เชื่อฟังเพื่อนมากกว่าพ่อแม่ หรือมีการลอกเลียนแบบพฤติกรรม เช่น การมีความรักในวัยเรียน การมีเพศสัมพันธ์ในวัยเรียน เมื่อเห็นเพื่อนมีแฟนแล้ว ตัวเองก็อยากมีเหมือนเพื่อน เมื่อมีแฟนแล้วก็อยากจะทำอะไรกับแฟนคนรักไว้เพียงคนเดียว จึงเกิดปัญหาขึ้น เช่น การคบตีแย่งคนรัก การหึงหวงโดยไม่มีขอบเขต เป็นต้น หรือการที่เด็กในช่วงของวัยรุ่นเสพติดเกมออนไลน์ที่ผ่านทางคอมพิวเตอร์ในแต่ละครั้งเป็นเวลานานๆ จนทำให้เด็กไม่สามารถแยกแยะได้ว่าโลกแห่งความจริงกับโลกของเกมนั้นแตกต่างกัน จนกระทั่งเด็กกลุ่มนี้นำพฤติกรรมที่คิดว่าเขาสามารถทำได้ในเกมแล้วนำมาแสดงหรือกระทำพฤติกรรมต่อสังคมจนเป็นข่าวที่พวกเราเห็นในปัจจุบัน ดังนั้นเด็กในช่วงวัยรุ่นนี้ เวลาที่จะทำกิจกรรมอะไรแล้ว จะทำก่อนคิด ไม่ใช่คิดก่อนแล้วค่อยทำ การพิจารณาว่าสิ่งไหนถูกหรือผิดมีน้อยส่วนใหญ่จะเป็นการคิดที่เพ้อฝัน ไม่ได้เป็นไปตามสภาวะจริง จากที่กล่าวมานั้น การศึกษาของไทยควรจะต้องจัดกิจกรรมที่ฝึกกระบวนการคิดโดยแทรกหลักคุณธรรมจริยธรรมเข้าไปด้วย ซึ่งครูผู้สอนอาจจะใช้วิธีสอนเชิงพุทธศาสนาร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังเช่น การใช้หลักธรรมโยนิโสมนสิการมาเป็นวิธีสอนวิธีหนึ่ง

วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการเป็นการพัฒนาขึ้นจากหลักการที่ว่า ครูเป็นบุคคลสำคัญที่สามารถจัดสภาพแวดล้อม แรงจูงใจ และเป็นการสอนให้ศิษย์เกิดศรัทธาที่จะเรียนรู้ การได้ฝึกฝนวิธีการคิดโดยแยกคายและนำไปสู่การปฏิบัติจนประจักษ์จริง โดยครูทำหน้าที่เป็นกัลยาณมิตรช่วยให้ศิษย์มีโอกาสคิดและแสดงออกอย่างถูกวิธี จะสามารถช่วยพัฒนาให้ศิษย์เกิดปัญญาและแก้ปัญหาได้

อย่างเหมาะสม (ทิตินา แชมมณี. 2551: 80-81 ; อ้างอิงจาก สุนน อมรวิวัฒน์. 2533. หน้า 161) ซึ่งในทัศนะของพระธรรมปิฎกได้ประมวลวิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการไว้ 10 วิธี ได้แก่ วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย วิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบหรือกระจายเนื้อหา วิธีคิดแบบสามัญลักษณะหรือวิธีคิดแบบรู้เท่าทันธรรมดา วิธีคิดแบบอริยสังหรือวิธีคิดแบบแก้ปัญหา วิธีคิดแบบอรรถธรรมสัมพันธ์ วิธีคิดแบบคุณโทษและทางออก วิธีคิดแบบรู้คุณค่าแท้ – คุณค่าเทียม วิธีคิดแบบอุปายปลูกเร้าคุณธรรมหรือวิธีคิดแบบเร้ากุศล วิธีคิดแบบเป็นอยู่ในขณะปัจจุบันหรือวิธีคิดแบบมีปัจจุบันธรรมเป็นอารมณ์ และวิธีคิดแบบวิภาษวาท (อามง บัวศรี. 2546: 75-79) จะเห็นว่า การใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการในการจัดการเรียนการสอนเป็นการฝึกให้ผู้เรียนสามารถฝึกกระบวนการคิด ทั้งคิดให้เป็นระบบคิดตามหลักของเหตุผล คิดอย่างเป็นปัจจุบัน เป็นต้น จึงทำให้เกิดปัญญาและเพิ่มคุณธรรมทางจิตใจควบคู่กันไปด้วย

และเนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นการพัฒนากระบวนการคิด พิจารณา ไตร่ตรอง ในระบบการศึกษาของประเทศไทยจึงได้บรรจุวิชาคณิตศาสตร์ให้เป็นวิชาบังคับที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียน ด้วยเหตุผลที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี วิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา (2551 : 1) ดังนี้

... คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึง เป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ทำให้มีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมากมายในทุกวันนี้ ...

ซึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ทักษะ/กระบวนการ อันได้แก่ การให้เหตุผล, การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์, การเชื่อมโยง, ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และทักษะ/กระบวนการสำคัญที่สุด คือ การแก้ปัญหา ปัญหานี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่ง สุรินทร์ พงศ์ศุภสมิทธิ์ (มิตชน. 2549: ออนไลน์) ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เปิดเผยว่า จากการวิจัยร่วมกับนานาชาติในโครงการ TIMSS และ PISA บ่งบอกว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหานักเรียนไทยอยู่ในเกณฑ์ต่ำ ประกอบกับผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติชั้น

พื้นฐานหรือโอเน็ตในปี 2549 มีคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์น้อยที่สุด เมื่อเทียบกับคะแนนเฉลี่ยวิชาอื่นๆ จากการประเมินผลของหลายหน่วยงาน พบว่า นักเรียนไทยส่วนมากขาดทักษะกระบวนการในการคิดวิเคราะห์ คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่คุณสอนสามารถใช้เป็นสื่อในการสอนให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ได้ดี แต่การจัดกิจกรรมการสอนไม่นำไปสู่การพัฒนาการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาเท่าที่ควร และเนื่องจากผลการประเมินคุณภาพการศึกษาขั้นพื้นฐาน (NT) ในปี 2550 ยังอยู่ในระดับต่ำ โดยกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ย 12 คะแนน หรือ 30% (ผู้จัดการออนไลน์. 2551ข: ออนไลน์) ตลอดจนการประกาศผลเอนท์ปีการศึกษา 2550 พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 2 ต่ำสุด คือ 21.96 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยเมื่อปีที่ผ่านมา (ผู้จัดการออนไลน์. 2551ก: ออนไลน์)

จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กล่าวไว้ข้างต้นจะเห็นว่าน่าจะเป็นผลมาจากผู้เรียนขาดกระบวนการคิดวิเคราะห์ การคิดแก้ปัญหา รวมไปถึงการขาดความคิดรวบยอด ซึ่งความคิดรวบยอดนั้น นวลจิตต์ เขาวีรติพงศ์ (2537: 55) ได้กล่าวว่า ประสบการณ์เป็นสิ่งที่จำเป็นมาก สำหรับการสร้างความคิดรวบยอด ประสบการณ์ที่มากกว่า ทำให้ความคิดรวบยอดมีรายละเอียด และซับซ้อนมากขึ้น ผู้ใหญ่จะมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งของสิ่งหนึ่งละเอียดและลึกซึ้งมากกว่าเด็ก เพราะมีประสบการณ์มากกว่า ด้วยเหตุนี้ ระบบการศึกษาของไทยควรเน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหามากขึ้น ฝึกการแก้ปัญหา และสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ให้สม่ำเสมอ วิธีสอนหรือเทคนิคการสอนจึงเป็นกระบวนการที่สำคัญมากอย่างหนึ่งในกระบวนการเรียนการสอน ดังเช่นวิธีสอนที่จะกล่าวถึง คือ วิธีสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการและการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์ การจัดการเรียนรู้โดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดที่ถูกต้องคิดเป็น หรือคิดอย่างมีระบบ รู้วิธีหาเหตุผล สืบสาว แยกแยะปัญหาได้ (สุวิทย์ มูลคำ ;อรทัย มูลคำ. 2545ค: 137) ส่วนแผนผังมโนทัศน์ เป็นเครื่องมือที่ใช้เสนอกรอบความคิด และความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกันอย่างมีระบบ (Cliburn. 1987: 426) และผังมโนทัศน์ เป็นผังที่สร้างขึ้นเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ โดยเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์อย่างน้อย 2 มโนทัศน์เข้าด้วยกันอย่างมีลำดับขั้นตอน ด้วยคำเชื่อมระหว่างมโนทัศน์ หรือเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่เข้ากับโครงสร้างของความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ ฝึกกระบวนการคิด คิดอย่างถูกต้องเหมาะสมสามารถแยกแยะหรือจัดกลุ่มของความรู้ได้ ทำให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด ซึ่งเป็นผลให้ผู้เรียนมีความจำที่ยาวนานขึ้น สามารถจัดระบบข้อมูลได้เป็นระเบียบ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์เข้าด้วยกันอย่างมีความหมาย และเก็บผังความรู้ที่นั้นไว้ในหน่วยความจำระยะยาว ทำให้การเรียนรู้ที่มีความคงทนต่อไป (กรมวิชาการ. 2542: 6)

จากความสำคัญดังที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงนำวิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการและวิธีสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์มาใช้ในกระบวนการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนพัฒนาปัญญา

กระบวนการคิด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนผู้เรียนสามารถวิเคราะห์สังเคราะห์สิ่งที่ได้เรียนรู้ผ่านมาแล้วให้เป็นความคิดรวบยอดของตนเอง ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนมีพื้นฐานทางวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น และสามารถนำความคิดรวบยอดนี้ไปใช้ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับที่สูงขึ้นต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
3. เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์

ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยในครั้งนี้ สามารถนำผลที่ได้ไปพัฒนาและปรับปรุงแก้ไขการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับสภาพการเรียนรู้ และยังเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายให้กับผู้สอน ส่วนผู้เรียนจะได้พัฒนากระบวนการสร้างความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกด้วย

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร จำนวน 13 ห้องเรียน ซึ่งจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนเรียนเก่ง เรียนปานกลาง และเรียนอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน จึงเป็นผลให้นักเรียนในแต่ละห้องมีผลการเรียนที่ไม่แตกต่างกัน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร สุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยการจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จากประชากรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 13 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียน

สาระที่ใช้ในการวิจัย

สาระที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นไปตามกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔ ในแนวทางของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง เส้นขนาน โดยมีเนื้อหาย่อย ดังนี้

1. เส้นขนานและมุมภายใน
2. เส้นขนานและมุมแย้ง
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
4. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การทดลองใช้เวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โดยใช้เวลาดทดลอง 15 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที และการทดสอบอีก 2 คาบเรียน รวมเป็น 17 คาบเรียน โดยแบ่งเป็น

1. การสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้ แผนผังมโนทัศน์ โดยมีตัวอย่างแสดงให้นักเรียนได้เห็น จำนวน 2 คาบเรียน
2. เส้นขนานและมุมภายใน จำนวน 3 คาบเรียน
3. เส้นขนานและมุมแย้ง จำนวน 3 คาบเรียน
4. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน จำนวน 3 คาบเรียน
5. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม จำนวน 3 คาบเรียน
6. ทบทวนเรื่อง เส้นขนาน จำนวน 1 คาบเรียน
7. การทดสอบ (Post – test) จำนวน 2 คาบเรียน

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์

ตัวแปรตาม ได้แก่ 1. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **โยนิโสมนสิการ** หมายถึง การฝึกใช้ความคิดให้ถูกวิธี คิดอย่างมีระบบระเบียบ รู้จักคิดวิเคราะห์ มีเหตุผล มีความรอบคอบ สามารถแยกแยะปัญหาได้ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างปัญญา ทำให้ช่วยแก้ปัญหาให้ตนเองได้อย่างเหมาะสมและตรงตามสภาวะที่เป็นจริง ตลอดจนสามารถทำให้ได้รับความเจริญก้าวหน้าและความสำเร็จในชีวิต

2. **วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการ** หมายถึง วิธีการสอนที่ผู้สอนจะปฏิบัติเป็นกัลยาณมิตรกับผู้เรียน มีการกระตุ้นผู้เรียนให้ได้คิดตลอดเวลา มีการจัดสภาพแวดล้อมให้เหมาะสม ฝึกให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหาซ้ำๆ ตลอดจนมีสื่อการสอนเพื่อทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาที่ยากได้เข้าใจง่ายและชัดเจนขึ้น ส่วนผู้เรียนก็ได้ฝึกกระบวนการคิดในการพิจารณาสิ่งต่างๆ ที่ศึกษามาแล้ว มาจัดเป็นระบบระเบียบ เป็นลำดับขั้นตอน สามารถจำแนกแยกแยะสิ่งต่างๆ ได้ตามความเป็นจริง อย่างมีเหตุผล และสามารถนำไปแก้ปัญหาได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้จะเน้นวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการอยู่ 4 แบบ คือ

2.1 **วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย** คือ การพิจารณาปัญหา หาหนทางแก้ไข ด้วยการค้นหาสาเหตุและปัจจัยต่างๆ ที่สัมพันธ์ส่งผลสืบทอดกันมา หมายความว่า เป็นขั้นต้นของการคิดพิจารณาหรือการทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ แล้วจะทำกับปัญหานี้อย่างไร

2.2 **วิธีคิดแบบแยกแยะองค์ประกอบหรือกระจายเนื้อหา** คือ วิธีคิดที่มุ่งให้มองและให้รู้จักสิ่งทั้งหลาย หรือเรื่องราวต่างๆ ที่อุบัติขึ้นก็ดี เกิดจากส่วนประกอบย่อยๆ มาประมวลกันเข้า เมื่อแยกแยะกระจายออกไปให้เห็นองค์ประกอบย่อยๆ ต่างๆ ได้แล้ว จึงจะรู้เรื่องราวนั้นๆ ได้ถูกต้องแท้จริง แล้วจึงแก้ไขปัญหาลำเร็จ หมายความว่า เป็นขั้นของการคิดแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบ

2.3 **วิธีคิดแบบอริยสัจหรือวิธีคิดแบบแก้ปัญหา** คือ การเริ่มต้นจากปัญหา แล้วทำความเข้าใจกับปัญหาให้ชัดเจน จากนั้นค้นหาสาเหตุเพื่อเตรียมการแก้ไข ในเวลาเดียวกันก็กำหนดเป้าหมายให้แน่ชัดว่าคืออะไร เป็นไปได้หรือไม่ และคิดวางวิธีปฏิบัติที่จะกำจัดสาเหตุของปัญหาโดยต้องสอดคล้องกับการที่จะบรรลุจุดหมายด้วย หมายความว่า เป็นขั้นของการวางแผนในการแก้ปัญหา โดยหาวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้กฎ สูตร บทนิยามที่เหมาะสมมาใช้ในการ

ดำเนินการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยจะต้องสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการจะได้คำตอบด้วย

2.4 วิธีคิดแบบวิภาษวาท คือ การพูดแยกแยะ พูดจำแนก หรือแถลงความแบบวิเคราะห์ หมายถึง การมองและแสดงความจริงโดยการแยกแยะออกให้เห็นแต่ละแง่ด้านครบทุกแง่มุมทุกด้าน หมายความว่า เป็นขั้นของการอธิบายสรุปกระบวนการคิดแก้ปัญหาจากโจทย์ที่กำหนดให้ ซึ่งอาจจะแสดงออกมาในลักษณะการเขียนอธิบายหรือการออกมาอธิบายสรุปแนวทางการแก้ปัญหาก็ได้

3. การสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์ หมายถึง วิธีสอนที่ใช้อธิบายหรือการนำเสนอกรอบความรู้/ความคิดในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน ในรูปแบบของแผนผัง โดยมีเส้นเชื่อมแสดงอยู่ระหว่างคำมโนทัศน์ตั้งแต่ 2 คำขึ้นไป มีความสัมพันธ์เป็นลำดับชั้นลดหลั่นกัน ซึ่งจะใช้เกณฑ์การให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์ของ บอลท์ (ทัตมณี ชูขวัญ. 2548: 22-23 ; อ้างอิงจาก Bolte. 1999)

4. วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ หมายถึง การสอนที่ใช้วิธีคิด 4 แบบ คือ วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย วิธีคิดแบบแยกแยะองค์ประกอบหรือกระจายเนื้อหา วิธีคิดแบบอริยสัจหรือวิธีคิดแบบแก้ปัญหา และวิธีคิดแบบวิภาษวาท ที่ได้มาจากวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการ ซึ่งอาจจะใช้วิธีคิด 1 แบบ หรือใช้วิธีคิดมากกว่า 1 แบบขึ้นไปก็ได้ในแต่ละกิจกรรม และใช้แผนผังมโนทัศน์มาช่วยอยู่ในการเรียนการสอนด้วย เพื่อให้นำเสนอกรอบความคิดรวบยอดของเรื่องที่ได้เรียนผ่านมา และทำให้ผู้เรียนได้จัดข้อมูลที่มีอยู่อย่างเป็นระเบียบพร้อมที่จะดึงออกมาใช้ตลอดเวลา นอกจากนี้ครูจะใช้คำถามในการกระตุ้นความคิดของผู้เรียนในลักษณะเป็นกัลยาณมิตร และโจทย์ปัญหาจะมีการสอดแทรกความรู้ ความคิด และคุณธรรมจริยธรรมที่สอดคล้องกับเรื่องเส้นขนาน ซึ่งวิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์นั้น ผู้วิจัยได้พัฒนารูปแบบมาจากวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการของพระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตฺโต. 2542: 676-724) และแบบจำลองการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ของลาสเลย์ และแมทซินสกี (อัมพร ม้าคะนอง. 2547: 64 ; อ้างอิงจาก Lasley and Matczynski. 1997)

5. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจ ที่สามารถสรุปได้จากประสบการณ์ในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน ที่อาจจะได้จากทั้งทางตรงและทางอ้อม โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มาช่วยในการจัดกลุ่มให้อยู่ในประเภทเดียวกัน จากนั้นจึงประมวลเป็นความเข้าใจของตนเองที่เป็นความคิดหรือข้อสรุปขั้นสุดท้าย สามารถประเมินความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้จากแบบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน

6. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการ หรือวิธีการ หรือยุทธวิธีต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหสถานการณ์ที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะเป็นประโยคภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว หรือปัญหาที่เป็นคำพูดก็ได้ โดยไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่จะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท หรือทักษะต่างๆ ที่เคยได้เรียนรู้มาแล้ว มาใช้ในวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม เพื่อที่จะหาคำตอบได้ตามที่ต้องการ

7. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้วิธีสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ ซึ่งเป็นการนำความคิดรวบยอด กฎ สูตร ทฤษฎีบท นิยามต่างๆ ความสามารถในการให้เหตุผล การแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย มาช่วยเชื่อมโยงความสัมพันธ์กับปัญหา ตลอดจนสามารถแก้ปัญหาและตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้ ซึ่งประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน

8. เกณฑ์ (Criteria) หมายถึง การเปรียบเทียบคะแนนที่ได้แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานโดยวิเคราะห์จากคะแนนสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนเฉลี่ยมาเทียบกับเกณฑ์เป็นร้อยละ โดยใช้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2547: 15) ให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ ซึ่งมีแนวการให้ระดับผลการเรียนดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80 - 100	หมายถึง ผลการเรียนดีเยี่ยม	ระดับผลการเรียน 4.0
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75 - 79	หมายถึง ผลการเรียนดีมาก	ระดับผลการเรียน 3.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70 - 74	หมายถึง ผลการเรียนดี	ระดับผลการเรียน 3.0
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65 - 69	หมายถึง ผลการเรียนค่อนข้างดี	ระดับผลการเรียน 2.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60 - 64	หมายถึง ผลการเรียนน่าพอใจ	ระดับผลการเรียน 2.0
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55 - 59	หมายถึง ผลการเรียนพอใช้	ระดับผลการเรียน 1.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50 - 54	หมายถึง ผลการเรียนต่ำ	ระดับผลการเรียน 1.0
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0 - 49	หมายถึง ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์	ระดับผลการเรียน 0

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ มีความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
2. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ มีความสัมพันธ์กัน



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

- 1.1 ความหมายของความคิดรวบยอด
- 1.2 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 1.4 ทฤษฎีและแนวความคิดของความคิดรวบยอด
- 1.5 ประเภทของความคิดรวบยอด
- 1.6 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด
- 1.7 วิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด
- 1.8 การเขียนข้อสอบวัดความคิดรวบยอด
- 1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 2.7 การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการ

- 3.1 ความหมายของโยนิโสมนสิการ
- 3.2 วิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการ
- 3.3 การสอนแบบโยนิโสมนสิการ
- 3.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังมโนทัศน์

- 4.1 ความหมายของแผนผังมโนทัศน์
- 4.2 ทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับแผนผังมโนทัศน์
- 4.3 ประเภทของแผนผังมโนทัศน์
- 4.4 องค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์
- 4.5 การสร้างแผนผังมโนทัศน์
- 4.6 การให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์
- 4.7 หลักการสอนแผนผังมโนทัศน์
- 4.8 ประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์
- 4.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังมโนทัศน์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

1.1 ความหมายเกี่ยวกับความคิดรวบยอด

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาต่างประเทศได้ค้นพบคำว่า “ความคิดรวบยอด” นี้มานานแล้ว ซึ่งมาจากคำภาษาอังกฤษว่า “Concept” ส่วนนักจิตวิทยาและนักการศึกษาของประเทศไทยท่านได้ใช้ชื่อภาษาไทยหลายชื่อที่แตกต่างกัน เช่น ใช้ชื่อว่า สังกับ มโนคติ มโนภาพมโนทัศน์ และความคิดรวบยอด เป็นต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะใช้คำว่า “ความคิดรวบยอด” เพื่อให้มีความหมายในแนวทางเดียวกัน สำหรับความหมายของความคิดรวบยอดนั้น นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

กิลฟอร์ด (Guilford. 1952: 1-3) ได้กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความคิดความเข้าใจ ที่สรุปรวมเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งอันเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหลายๆ อย่าง หลายๆ แบบ แล้วได้ใช้คุณลักษณะของสิ่งนั้น หรือเรื่องนั้นมาจัดเป็นพวกให้เกิดความคิด ความเข้าใจโดยสรุปในสิ่งนั้น หรือเรื่องนั้น”

แมคโดนัลด์ (McDonald. 1959: 135) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด เป็นกลุ่มของสิ่งเร้า หรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน ไม่ใช่เหตุการณ์ในตัวเอง เป็นเหตุการณ์หรือลักษณะเฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่งที่แน่นอนร่วมกัน เป็นความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคนคนหนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความเข้าใจและความคิดนั้นก็มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้นในระยะหนึ่งหรือตลอดไป”

ดี เซคโก (De Cecco. 1968: 388) กล่าวถึงความหมายของความคิดรวบยอดว่า “ความคิดรวบยอด เป็นกลุ่มของเหตุการณ์หรือสิ่งแวดล้อมที่ลักษณะบางประการ หรือหลายประการที่ร่วมกันอยู่ อาจเป็นวัตถุ สิ่งของ สิ่งมีชีวิตตลอดจนดิน ฟ้า อากาศ หรืออื่นๆ ตัวอย่างเช่น ผู้หญิงสวย ความกลม เป็นต้น ดังนั้นความคิดรวบยอดจึงเป็นความเข้าใจ และความคิดขั้นสุดท้ายของคนคนหนึ่ง ที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับสิ่งนั้นในระยะหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้”

เบิร์น ; เอกสตรนด์ และโดมิโนสกี (Bourne ; Ekstrand and Dominoski. 1971: 18) ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ในลักษณะของความสามารถเกี่ยวกับการจำแนกองค์ประกอบ 2 ประเภท ซึ่งเป็นโครงสร้างสำคัญของการเรียนรู้ คือ กฎ (Rules) และลักษณะเฉพาะของสิ่งนั้นๆ ผู้เรียนอาจทราบกฎ หรือลักษณะเฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง หรืออาจไม่ทราบเลยทั้งสองอย่าง แต่ก็สามารถเรียนรู้ความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นด้วยวิธีการต่างๆ ซึ่งคล้ายกับการจัดประเภทของสิ่งเหล่านั้น

มาโตเรลลา (Martorella. 1972: 33-186) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ 2 ความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1. ความคิดรวบยอด เป็นการจัดลำดับขั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ
2. ความคิดรวบยอด เป็นข่ายของความเกี่ยวพันทางปัญญาที่นำมาจัดลำดับขั้นหรือประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุ เหตุการณ์ที่เราประสบ ถึงแม้เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ๆ หรือประสบการณ์เก่าๆ เราจะนำความคิดรวบยอดทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ในการคิดแก้ปัญหา

กู๊ด (Good. 1973: 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดหรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้
2. ความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์ กิจกรรม หรือวัตถุ
3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพของความคิด

แมคคาวน์และรูป (McCown and Roup. 1992: 338) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตหรือการสะสมประสบการณ์ โดยมโนทัศน์อาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกันหรือ

เหมือนกัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่างๆ เข้าด้วยกัน และสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้”

เอกเกน (Eggen. 1994: 368) ได้อธิบายความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอดมีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุ เหตุการณ์หรือความคิด”

กู๊ด (Good. 1995: 118) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ 3 ลักษณะ ดังนี้

1. ความคิดรวบยอด หรือสัญลักษณ์ของส่วนประกอบ หรือลักษณะร่วมที่สามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้
2. สัญลักษณ์เชิงความคิดทั่วไป หรือเชิงนามธรรมเกี่ยวกับสถานการณ์กิจการหรือวัตถุ

3. ความรู้สึกนึกคิด ความเห็น ความคิด หรือภาพความคิด

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2531: 18) กล่าวถึงความคิดรวบยอดว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง ภาพที่เกิดขึ้นในใจของบุคคลเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติและคุณลักษณะร่วมกัน กลุ่มของสิ่งเร้าอาจจะเป็นชนิด ประเภทของวัตถุ ธรรมชาติ เหตุการณ์ หรือบุคคลก็ได้”

มนัส บุญประกอบ (2533: 26) ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า “เป็นการสรุปรวมข้อเท็จจริงและผลของความคิดที่คนมีต่อสิ่งหรือเหตุการณ์ ทำให้สามารถแยกแยะประเภทของสิ่งต่างๆ ได้เป็นหมวดหมู่”

นวลจิตต์ เชาวศิริพิงส์ (2537: 55) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด มีความหมายตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Concept หมายถึง ความเข้าใจทั้งหมดที่มีต่อสิ่งของ หรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น เมื่อพูดถึงโรงเรียน ก็จะนึกได้ถึงสถานที่แห่งหนึ่งที่มีลักษณะเฉพาะที่แตกต่างไปจากสถานที่อื่นๆ เป็นเพราะว่ามีความคิดรวบยอดของโรงเรียนแล้วในความทรงจำ ความคิดรวบยอดนี้จะอยู่ในรูปของนามธรรม เกิดจากผลสรุปการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้นๆ”

วิไลวรรณ ตริศรี ชะนะมา (2537: 49) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด ก็คือ ตะกอนความรู้ความคิดที่ผู้สอนประสงค์จะให้เกิดขึ้นกับนักเรียนหลังจากผ่านกระบวนการเรียนการสอนแล้ว แต่ไม่ใช่สิ่งที่ครูบอกกับนักเรียนโดยตรงว่า การเรียนการสอนเรื่องนี้ครูได้กำหนดความคิดรวบยอดไว้ ดังนั้น ข้อความที่นำมาเขียนความคิดรวบยอดเป็นภาษาที่ได้รับการกลั่นกรองด้วยความพิถีพิถัน กระชับชัดเจน”

ปรีชา ธรรมมา (2543: 44) ได้ให้ความหมายว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งเร้าต่างๆ ที่มีลักษณะสำคัญร่วมกัน ตรงกับนิยามหรือหลักเกณฑ์ที่กำหนดไว้”

ยงยศ พุทธิให้ (2543: 11) ให้ความหมายไว้ว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความคิด ความเข้าใจ ซึ่งเป็นความสามารถทางสมองอย่างหนึ่งที่จะทำให้บุคคลสามารถที่บอกสิ่งเร้าแล้วจัดเข้าเป็นพวก โดยอาศัยลักษณะร่วมบางประการของสิ่งเร้านั้นอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลได้”

สมนึก ภัททิยธนี (2543: 37) ได้อธิบายความหมายของความคิดรวบยอดว่า Concept (ความคิดรวบยอด มโนคติ หรือสังกะ) หมายถึง ลักษณะร่วมของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เคยเกิดขึ้นหลายๆ ครั้ง หรือมีสิ่งเหล่านั้นหลายๆ อย่าง ถ้าสิ่งใดเหตุการณ์ใดเกิดขึ้นเพียงครั้งเดียว หรือคงสภาพเช่นนั้นตลอดไป ไม่เป็น Concept เช่น ระบบสุริยะจักรวาลมีดวงอาทิตย์เพียงดวงเดียว ก็เป็นความจริงตามเนื้อหาสาระเชิงวิทยาศาสตร์ ไม่เป็น Concept แต่ถ้ากล่าวถึงดาวเคราะห์ซึ่งมี 9 ดวง และพบว่ามีลักษณะบางสิ่งบางอย่างเหมือนกัน (ไม่มีแสงสว่างในตัวเองโคจรรอบดวงอาทิตย์ ฯลฯ) เช่นนี้จึงเป็น Concept หรือเมื่อพูดถึงชื่อ-สกุลของคนใดคนหนึ่ง ก็คงเป็นลักษณะของคนๆ นั้น ไม่สามารถสร้างเป็น Concept ได้

ตัวอย่าง ลักษณะร่วมของสิ่งต่างๆ ที่เป็น Concept ได้แก่

1. ดาราหญิง	- สวย	- คนนิยมชมชอบ	- เป็นผู้นำแห่งแฟชั่น
2. ดอกไม้	- สวย	- หอม - มีหลากหลายสี	- แมลงชอบดม
3. นาฬิกา	- บอกเวลา	- มีหลายระบบ	- มีหน้าปัดกลมหรือรูปเหลี่ยม
4. ทหาร	- บึกบึน	- แข็งแรง	- มีระเบียบวินัย

ชูศักดิ์ เปลิยนภู (2545ก: 1-9) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอด เป็นระบบ (Concept System) ซึ่งเป็นศูนย์รวมของความคิดรวบยอดที่มีความสัมพันธ์กัน ระบบความคิดรวบยอดนี้จะเป็นโครงสร้างที่บันทึกอยู่ในความทรงจำของผู้เรียน และสามารถเรียกออกมาใช้ได้ เช่น ความคิดรวบยอดของลักษณะทางกายภาพของสาร ถ้าหากจะเป็นระบบความคิดรวบยอด ก็จะต้องรวมมวลสารในลักษณะที่มีความสัมพันธ์กันเป็นระบบ ระบบความคิดรวบยอดนี้ประกอบด้วย

1. ความคิดรวบยอดที่เป็นสิ่งของหรือสิ่งที่สังเกตเห็นได้ (Concrete Concepts) สามารถเรียนรู้ด้วยประสบการณ์ตรง เช่น สีต่างๆ สัตว์ สิ่งของ เป็นต้น
2. ความคิดรวบยอดที่ไม่สามารถเรียนรู้ด้วยประสบการณ์ตรง (Define Concepts) เช่น การได้เห็นหรือสัมผัส แต่จะสามารถเรียนรู้ และเข้าใจได้ด้วยวิธีอื่นๆ เช่น คำว่าประชาธิปไตย ต้องการคำบรรยายและสิ่งประกอบอื่นๆ จึงจะเข้าใจ และเห็นภาพพจน์ สิ่งประกอบ

นั้นอาจจะเป็นภาพของเหตุการณ์ที่ผ่านมา การอธิบายความหมาย คุณลักษณะของประชาธิปไตย และตัวอย่างของการดำเนินงานที่เป็นประชาธิปไตย”

พรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 240-241) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า “มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองเห็นสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกันได้ นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่างๆ เช่น เรียนมโนทัศน์สัตว์บก ก็คือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่นๆ”

สุริยา รัตนพลที (2545: 6-9) ได้กล่าวถึงความหมายของความคิดรวบยอดว่า “ความคิดรวบยอด คือ ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นๆ หลายๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้น หรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้”

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2548: 2) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง เป็นหมวดหมู่ของวัตถุ เหตุการณ์ คน หรือแนวความคิดที่มีองค์ประกอบพื้นฐานใกล้เคียงกันหมวดหมู่หนึ่ง แต่ละสิ่งในหมวดหมู่นั้นอาจมีความแตกต่างหลากหลาย แต่มีลักษณะร่วมกันมากเพียงพอที่จะบอกได้ว่าสิ่งนั้นคืออะไร”

พรพิมล ยังฉิม (2546: 8-9) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะเข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวกได้ซึ่งเกิดจากการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ”

ฐาปนี ตันยัชฌาวุฒ (2547: 7-8) กล่าวถึงความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอด หมายถึง ความคิด ความเข้าใจซึ่งเป็นความสามารถทางสมองอย่างหนึ่งที่จะทำให้บุคคลสามารถชี้บอสิ่งเร้าแล้วจัดเข้าเป็นพวก โดยอาศัยลักษณะร่วมบางประการ สิ่งเร้านั้นอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลก็ได้”

จากความหมายของความคิดรวบยอดข้างต้นกล่าวสรุปได้ว่า ความคิดรวบยอด หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สรุปได้จากเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดจากประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ ซ้ำๆ กันหลายครั้ง และสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มที่มีคุณสมบัติหรือคุณลักษณะที่เหมือนกันได้ ซึ่งเรื่องนั้นอาจจะเกี่ยวกับวัตถุ สัตว์ เหตุการณ์ บุคคล หรือสิ่งอื่นๆ ก็เป็นได้

1.2 ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

การที่ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดในสิ่งต่างๆ นั้น จะทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ในเรื่องนั้นๆ ได้ง่ายขึ้น โดยเฉพาะในวิชาคณิตศาสตร์ผู้เรียนจำเป็นต้องมีความคิดรวบยอดที่ถูกต้องและชัดเจน ซึ่งนักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กู๊ด (Good. 1995: 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า

“มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์ จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบและคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์”

รัสเซลล์ (Russell. 1965: 124-155) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า คือ ความคิดรวบยอดที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

คูนีย ; เดวิส และ เฮนเดอร์สัน (Cooney ; Davis and Henderson. 1975: 85) ได้กล่าวว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้”

เบลล์ (Bell. 1981: 108) ได้อธิบายความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความคิดทางนามธรรมในการจัดกลุ่มสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่าง เช่น คำว่า เซต สับเซต การเท่ากัน การไม่เท่ากัน รูปสามเหลี่ยม ลูกบาศก์ รัศมี และเลขยกกำลัง เป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ คนที่จะเรียนรู้ความคิดรวบยอดของรูปสามเหลี่ยมจะต้องสามารถจำแนกเซตของรูปต่างๆ เป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่เป็นรูปสามเหลี่ยมและที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยม การเรียนรู้ความคิดรวบยอดอาจจะใช้วิธีให้บทนิยามหรือสังเกตโดยตรง เช่น ฟังก์ชัน จำต้อง อภิปรายหรือคิดจากสิ่งเป็นตัวอย่างและสิ่งไม่ใช่ตัวอย่างและดูสิ่งที่เป็นสมบัติตรงกันข้าม นักเรียนระดับประถมศึกษาที่ศึกษาที่อยู่ในขั้นคิดเป็นรูปธรรม โดยทั่วไปจำเป็นต้องดูด้วยตา จำต้องด้วยมือจึงจะเกิดการเรียนรู้ ส่วนนักเรียนที่อยู่ในขั้นสูงกว่าอาจเรียนรู้ความคิดรวบยอดโดยวิธีอภิปรายและตรรกะตรอง คนที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดแล้วจะมีความสามารถจำแนกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจากสิ่งไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดได้

ยงยศ พุทธิให้ (2543: 12) กล่าวถึงความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์”

สุริยา รัตนพลที (2545: 13) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้าย ซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยาม หรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน”

พรพิมล ยังฉิม (2546: 10) ให้ความหมายไว้ว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดที่เป็นข้อสรุปที่ได้จากการได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการ จำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่างๆ และการนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์”

อัมพร ม้าคะนอง (2547: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า “มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือ เหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูป สามเหลี่ยม เป็นต้น”

สันติ อิทธิพลนาวากุล (2550: 59) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายที่เป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความที่ระบุลักษณะร่วมหรือลักษณะเฉพาะ ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง แล้วส่งผลให้สามารถแยกประเภทหรือจัดให้อยู่ในประเภทเดียวกัน ตลอดจนนำ ความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้”

ไกรฤกษ์ พลพา (2551: 48) ได้สรุปความหมายของความคิดรวบยอดทาง คณิตศาสตร์ว่า “ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจที่สามารถสรุปได้ เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้เรียนรู้หรือได้รับประสบการณ์ทั้งในทางตรงและทางอ้อม ความคิดขั้นสุดท้ายที่รวมเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้า ด้วยกันแล้วสรุปเป็นความคิดความเข้าใจของตนเอง และสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่ม เป็นการสรุป กฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้ นั้นนักเรียนจะต้องมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ มาก่อน”

จากความหมายของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ความ คิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจ ที่สามารถสรุปได้จากประสบการณ์ ของเรื่องใดเรื่องหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ อาจจะได้มาทั้งทางตรงและทางอ้อม แล้วนำมาจัดกลุ่มให้อยู่ ในประเภทเดียวกัน จากนั้นประมวลเป็นความเข้าใจของตนเอง ซึ่งเป็นความคิดหรือข้อสรุปขั้น สุดท้าย

1.3 ความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนของนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความสำคัญกับความคิดรวบยอดเป็นอย่างมาก ซึ่งถือว่าการสอนความคิดรวบยอดเป็นงานสำคัญของครูเพราะความคิดรวบยอดเป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีความคิดรวบยอดที่เป็นพื้นฐาน เพราะความคิดรวบยอดจะช่วยให้การตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่างๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ ความคิดรวบยอดเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

รัสเซลล์ (Russell. 1965: 69) ให้ความสำคัญว่า “ความคิดรวบยอดที่สะสมเพิ่มพูนเรื่อยๆ จากประสบการณ์จะช่วยให้ความคิดค่อยๆ แตกฉานยิ่งขึ้น การแก้ปัญหาของผู้ใหญ่มดึกกว่าเด็ก เพราะผู้ใหญ่มีความคิดรวบยอดกว้างขวางกว่า”

ดีส (จุฬาลักษณ์มี บัวคอม. 2548: 8 ; อ้างอิงจาก Deese. 1958) กล่าวถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดเป็นรากฐานอันสำคัญของการเรียน การที่มนุษย์จะคิดได้อย่างมีประสิทธิภาพเพียงใดนั้น ย่อมขึ้นอยู่กับความคิดรวบยอดเป็นสำคัญ”

ดี เซคโก (De Cecco. 1968: 397-400) ได้อธิบายถึงความสำคัญของความคิดรวบยอด ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ สิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย แม้แต่สิ่งก็อาจแยกได้กว่าเจ็ดล้านสี่ การที่จะต้องตอบสนองต่อสิ่งเร้าเป็นอย่างไร เฉพาะสิ่งเฉพาะอันไป จึงเป็นเรื่องยุ่งยากมากดังนั้นมนุษย์จึงใช้ความคิดแบ่งสิ่งแวดล้อมต่างๆ ออกเป็นกลุ่มๆ ทำให้ตอบสนองหรือสื่อความหมายกันได้ง่ายขึ้น

2. ความคิดรวบยอดทำให้รู้จักสิ่งต่างๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้เข้าอยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง บุคคลจะต้องใช้ความสามารถนี้อยู่เสมอ เช่น การคิดหาว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงของอะไรอยู่พวกไหน นอกจากนี้ ความคิดรวบยอดยังเป็นพื้นฐานในการหาความรู้ต่อไป

3. ความคิดรวบยอดและหลักการ (Principles) ช่วยลดความจำเป็นที่จะต้องเรียนลงมา เมื่อเรียนรู้ครั้งหนึ่งแล้วก็นำไปใช้ได้เรื่อยๆ โดยไม่ต้องเรียนซ้ำอีก เช่น เมื่อเรียนรู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมแล้ว ต่อไปเมื่อเห็นสัตว์พวกนี้หรือคล้ายกันก็นำความรู้เดิมไปจำแนกหรือบอกได้เมื่อเป็นดังนี้จึงทำให้หาความรู้อื่นๆ ต่อไปได้อีกมาก

4. ความคิดรวบยอดเป็นหลักการในการช่วยแก้ปัญหา ความคิดรวบยอดทำให้รู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่ควรจัดเข้าอยู่ในพวกไหน แล้วทำให้ตัดสินใจต่อไปได้ ซึ่งการตัดสินใจนับว่าเป็นเรื่องสำคัญในการแก้ปัญหา การมีความคิดรวบยอดที่ถูกต้องและกว้างขวางจำทำให้สิ่งเร้าที่เป็นปัญหาเข้าในกลุ่มได้ถูกต้องซึ่งเท่ากับแก้ปัญหาได้ดีเท่านั้นเอง

5. ความคิดรวบยอดและหลักการช่วยในการเรียนการสอน การเรียนการสอนในโรงเรียน สื่อที่ใช้มาก ได้แก่ การฟัง การพูด การอ่าน และเขียน ซึ่งพื้นฐานของความสามารถดังกล่าวคือ ความคิดรวบยอดนักเรียนจะเรียนรู้ได้จะต้องมีความคิดรวบยอดอย่างถูกต้องและเพียงพอ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการศึกษายิ่งสูงขึ้นเท่าไรเชื่อกันว่าจะต้องมีความคิดรวบยอดในสิ่งที่เป็นนามธรรมมากขึ้นเพียงนั้น

6. ความคิดรวบยอดอาจเป็นความเชื่อที่เกิดจากความเข้าใจผิดๆ ประสบการณ์ของบุคคลเป็นเหตุให้เกิดความเชื่อมั่นที่เป็นผลจากประสบการณ์ผิดๆ ได้ เช่น เชื่อว่าฝรั่งต้องผมแดง แขนไม่กินหมู เป็นต้น ซึ่งความเชื่อเหล่านี้อาจเป็นเครื่องกั้น ไม่ให้บุคคลยอมรับความคิดใหม่ที่ขัดกับความเชื่อเดิม กล่าวได้ว่า ความคิดรวบยอดที่ไม่ถูกต้องและกว้างขวางพอเป็นเหตุให้เกิดความเชื่อดังกล่าวจึงเป็นหน้าที่ของครูที่จะศึกษาถึงสาเหตุและดำเนินการแก้ไข

ออซูเบล (จุฬาลักษณ์มี บัวคอม. 2548: 8 ; อ้างอิงจาก Ausubel. 1968) ได้กล่าวไว้ว่า “ในชีวิตประจำวันของทุกคนจะต้องพบกับปัญหาที่ต้องคิดอย่างหนักและไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ด้วยเหตุนี้เอง จึงทำให้คนอยู่ในโลกของความคิดรวบยอดมากกว่าวัตถุ เหตุการณ์ สถานการณ์ เพราะว่าพฤติกรรมด้านต่างๆ ของมนุษย์ ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นความคิดรวบยอดมาก่อนทั้งสิ้น”

สไนเดอร์ (Snyder. 1968: 8) กล่าวว่า “การคิดหาเหตุผลเพื่อจะแก้ปัญหาใดๆ ต้องอาศัยการมีความคิดรวบยอดในสิ่งนั้นๆ เป็นพื้นฐาน นอกจากนี้การเข้าใจนามธรรมทางภาษาของมนุษย์หรือสัญลักษณ์ทางภาษา ตลอดจนการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม ก็ต้องอาศัยความคิดรวบยอดเช่นกัน ด้วยเหตุนี้การรู้จักสร้างและเรามีความคิดรวบยอดที่ถูกต้องกว้างขวางจึงเป็นจุดหมายปลายทางที่สำคัญอย่างหนึ่งของการศึกษา”

ปรีชา ธรรมมา (2543: 44) กล่าวว่า “โดยสภาพของความจริงแล้ว คนเราอาศัยอยู่ในโลกของความคิดรวบยอดมากกว่าในโลกทางกายภาพ ซึ่งประกอบด้วยสิ่งของและเหตุการณ์ต่างๆ ประสบการณ์ที่แต่ละคนได้รับจากสิ่งแวดล้อมเป็นประสบการณ์ที่ผ่านการกลั่นกรอง และได้รับการจำแนกในเชิงประพจน์หรือในเชิงความคิดรวบยอดมาโดยตลอด เนื้อหาสาระที่ควรจะได้รับรู้จากคำพูดที่ดีหรือจากข้อคิดข้อเขียนที่ดี จะไปถึงผู้รับสารหรือผู้ฟังในรูปของบทสรุปเป็นหลักทั่วไปที่เป็นนามธรรม เข้าใจได้ง่ายในเรื่องเกี่ยวกับสภาพความเป็นจริงของโลกทางกายภาพ ซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า ผู้ส่งสารได้ส่งประสบการณ์ในสำนึกของตน อันเกิดจากการกระตุ้นโดยสภาพความเป็นจริงในสิ่งแวดล้อมของเขาไปยังผู้รับสาร”

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (พรพิมล ยังฉิม. 2546: 12; อ้างอิงจาก บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. 2523. หน้า 10) ได้กล่าวว่า “ความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการดำรงชีวิตของคน คนจะต้องสร้างความคิดรวบยอดอยู่เสมอรอบเท่าที่มีสิ่งเร้ามาปะทะประสาทสัมผัสให้เกิดความรู้”

พรพิมล ยังฉิม (2546: 13) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดไว้ว่า “ความคิดรวบยอดมีประโยชน์ต่อผู้เรียน เพราะความคิดรวบยอดนั้นจะช่วยให้ผู้เรียนมีการคิดที่เป็นระเบียบไม่เกิดความซ้ำซากของความคิด รู้จักจัดหมวดหมู่ของความรู้หรือประสบการณ์ที่ได้รับช่วยในการเชื่อมโยงสิ่งที่เรียนรู้ในระดับสูงต่อไป รวมทั้งนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ”

นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาได้กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญมากที่ทำให้ผู้เรียนต้องเกิดความคิดรวบยอดในวิชานี้ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สุรัช ขวัญเมือง (2522: 13-15) กล่าวว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์แผนใหม่หลายเรื่องได้ให้ความสำคัญของการฝึกทักษะทางการคำนวณ และถือว่าทักษะทางการคิดคำนวณมีความจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ แต่ทั้งนี้หมายความว่า การฝึกทักษะจะต้องมีความเข้าใจเป็นพื้นฐาน กล่าวคือ จะต้องสอนให้ผู้เรียนเข้าใจความคิดรวบยอดเสียก่อนแล้วจึงฝึกทักษะ เพื่อให้ผู้เรียนคิดคำนวณได้ง่ายและรวดเร็ว การสอนคณิตศาสตร์ต้องพิจารณากระบวนการหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีองค์ประกอบสำคัญที่สัมพันธ์กัน 3 ประการ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 องค์ประกอบที่สัมพันธ์กันของความคิดรวบยอด

ที่มา : สุรัช ขวัญเมือง. (2522). วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา

แผนภาพนี้แสดงให้เห็นว่า การเรียนรู้ควรเริ่มต้นจากความเข้าใจในโมติเป็นอันดับแรก การฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญเป็นอันดับต่อมา แล้วจึงถึงขั้นประยุกต์ คือ การนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตเป็นขั้นสุดท้าย

สันติ อิทธิพลนาวากุล (2550: 60) ได้กล่าวไว้ว่า ความคิดรวบยอดมีความสำคัญต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพราะความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐานของทักษะต่อไปที่จะเกิดขึ้น ไม่ว่าจะเป็นทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการแก้ปัญหา จนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

ดังนั้น ความคิดรวบยอดมีความสำคัญอย่างยิ่งในการเรียนรู้ชีวิตประจำวัน เนื่องจากความคิดรวบยอดช่วยลดความซ้ำซ้อนของเหตุการณ์ต่างๆ ทำให้สามารถแยกแยะสิ่งต่างๆ ให้เป็นหมวดหมู่ได้ ตลอดจนช่วยในการแก้ปัญหา อีกทั้งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากเช่นกัน เนื่องจากความคิดรวบยอดที่เกิดจากการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาแล้วนั้น จะเป็นพื้นฐานของการประยุกต์ใช้ร่วมกับกระบวนการทักษะต่างๆ เช่น การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การเชื่อมโยงความคิด เป็นต้น เพื่อที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่เหมาะสมได้ อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้หรือเชื่อมโยงความรู้ในระดับสูงต่อไป

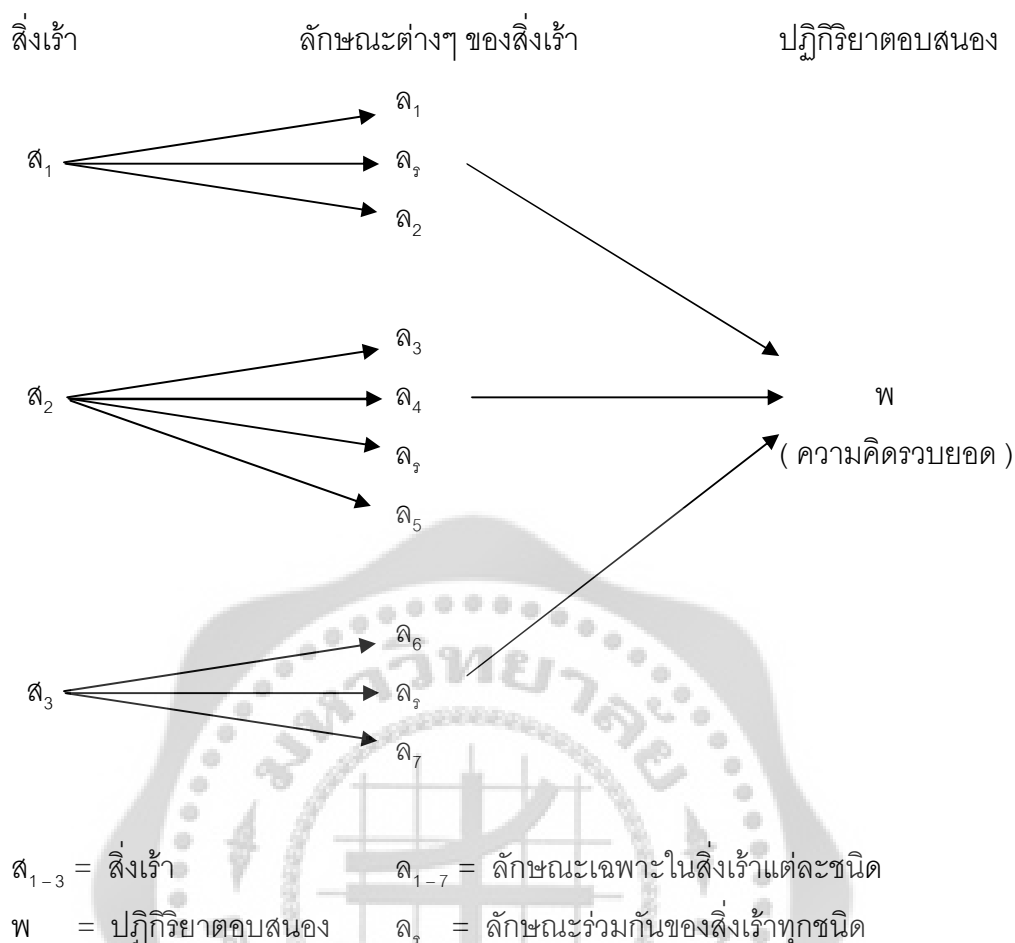
1.4 ทฤษฎีและแนวความคิดของความคิดรวบยอด

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาหลายๆ ท่านได้ให้ความสนใจในเรื่อง ความคิดรวบยอด และพยายามอธิบายเกี่ยวกับความคิดรวบยอดว่ามีลักษณะอย่างไร เกิดจากอะไร มีความสำคัญอย่างไร และสามารถทำให้เกิดขึ้นได้อย่างไร ทฤษฎีที่อธิบายการเกิดความคิดรวบยอดก็มีหลายแนวความคิด ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้อธิบายทฤษฎีที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดไว้ดังต่อไปนี้

เบิร์น (Bourne. 1966: 24-44) ได้อธิบายถึงทฤษฎีการสร้างความคิดรวบยอดไว้ดังนี้

1. ทฤษฎีความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง (S-R Association Theories) กล่าวว่า “การมีความคิดรวบยอด คือ การที่สามารถแยกแยะสิ่งเร้าซึ่งมีลักษณะซับซ้อน (Complex Stimuli) และสามารถมองเห็นลักษณะที่สัมพันธ์กันหรือเหมือนกันในสิ่งเร้าเหล่านั้น” ทฤษฎีนี้แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

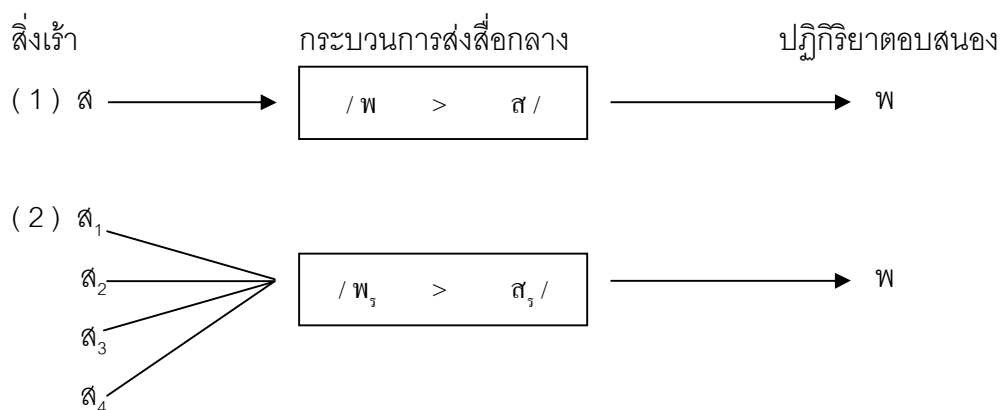
1.1 แบบไม่พิจารณาสื่อกลางระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Nonmediated S-R Interpretation) คือ ความสามารถมองเห็นลักษณะที่สัมพันธ์กัน หรือเหมือนกันในสิ่งเร้าต่างๆ โดยไม่ได้พิจารณาถึง “กระบวนการส่งสื่อกลาง” (Mediating Process) ดังแสดงในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 การสร้างความคิดรวบยอดแบบไม่พิจารณาสื่อกลาง

จากภาพประกอบ 2 อธิบายได้ว่า ในจำนวนสิ่งเร้าทั้ง 3 ชนิด (S_{1-3}) มีลักษณะต่างๆ มากมาย มีทั้งเฉพาะสิ่งเร้าซึ่งไม่เหมือนกัน (L_{1-7}) และลักษณะร่วมกันของสิ่งเร้าทั้ง 3 ชนิดนั้น (L_r) เมื่อบุคคลมองดูวัตถุทั้งหมดก็สามารถมองเห็น (หรือเข้าใจ) ลักษณะร่วมกันของมันแล้ว เกิดเป็นความคิดรวบยอดขึ้น

1.2 แบบพิจารณาสื่อกลางระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Mediators S-R Interpretation) ทฤษฎีนี้มุ่งอธิบายกิจกรรมภายในอินทรีย์ ซึ่งเกิดขึ้นระหว่างสิ่งเร้าตอนแรกกับการตอบสนองที่อินทรีย์แสดงออกมาให้เห็นในบั้นปลาย กิจกรรมภายในอินทรีย์ดังกล่าวเป็นสิ่งสำคัญมากในการทำให้เกิดปฏิกิริยาตอบสนองออกมา ดังแสดงในภาพประกอบ 3



ส = สิ่งเรา

ส_i = สิ่งเร้าภายในอินทรีย์อันเกิดจาก พ_i

พ = ปฏิกริยาตอบสนอง พฤติกรรมที่แสดงออก หรือพฤติกรรมเปิดเผย (Over Behavior)

พ_ร = การตอบสนองต่อ “ ลักษณะร่วม ” ของสิ่งเร้าทั้งหมด

/ = พฤติกรรมส่วนที่เกิดอยู่ภายในอินทรีย์

ภาพประกอบ 3 การสร้างความคิดรวบยอดแบบพิจารณาสื่อกลาง

จากภาพประกอบ 3 อธิบายได้ว่า

1. เป็นการอธิบายการสร้างความคิดรวบยอดโดยพิจารณาสื่อกลางอย่างกว้างๆ คือ เมื่อมีสิ่งเร้าภายนอกปรากฏอยู่ ก็ทำให้เกิดปฏิกิริยาตอบสนองขึ้นในอินทรีย์ (เช่น การเข้าใจคุณลักษณะต่างๆ ของสิ่งเร้าภายนอก) จากนั้นก็ทำให้เกิดการเร้าภายในอินทรีย์ที่ส่งผลให้เกิดการแสดงพฤติกรรมออกมาภายนอกในที่สุด

2. หมายความว่า สิ่งเร้าภายนอก (1_{1-4}) ซึ่งมีทั้งลักษณะเฉพาะของแต่ละสิ่งต่างออกไป และลักษณะร่วมกันของสิ่งเร้าเหล่านั้น เมื่ออินทรีย์ได้พบกับสิ่งเร้าก็เกิดปฏิกิริยาตอบสนองขึ้นภายในอินทรีย์โดยการมองเห็น “ลักษณะร่วม” ของสิ่งเร้าทั้งหมด จากนั้นก็จะเกิดสิ่งเร้าภายในอินทรีย์ (s_i) ขึ้น (เช่น การเตรียมกล้ามเนื้อ เป็นต้น) เพื่อที่จะแสดงพฤติกรรมออกมา (p) ซึ่งเป็นการแสดงว่าบุคคลผู้นั้นเกิด “ความคิดรวบยอด” ขึ้นแล้ว

2. ทฤษฎีการสร้างความคิดรวบยอดโดยอาศัยการทดสอบสมมติฐาน (Theories Based on Hypothesis Testing) ทฤษฎีนี้อธิบายการสร้างความคิดรวบยอดไว้ดังนี้

- 2.1 อินทรีย์จะไม่เลือกตอบสนองต่อคุณลักษณะต่างๆ อย่างของสิ่งเร้า แต่จะเลือกตอบสนองเฉพาะลักษณะที่อินทรีย์ตั้งสมมติฐานไว้อยู่

2.2 อินทรีย์ตอบสนองตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ เพื่อทดสอบดูว่าสมมติฐานนั้นๆ ถูกหรือไม่ ถ้าถูกก็เกิดความคิดรวบยอดขึ้นมา ถ้าผิดก็ต้องตั้งสมมติฐานขึ้นใหม่ และทดสอบใหม่จนถูก

จากทฤษฎีการสร้างความคิดรวบยอดที่ได้กล่าวมา จะเห็นได้ว่ามีกระบวนการเกิดความคิดรวบยอดอยู่ 2 กระบวนการใหญ่ๆ คือ กระบวนการแรก เป็นการเกิดความคิดรวบยอดโดยผู้เรียนมองเห็น “ลักษณะร่วม” ของสิ่งเร้าต่างๆ ซึ่งอธิบายได้จาก “ทฤษฎีความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง” ของเบริน ตรงกับ “กระบวนการเห็นภาพร่วมกัน” ของ วูดเวิร์ธ การสร้างความคิดรวบยอดแบบนี้ผู้เรียนไม่ได้ทำกิจกรรมภายนอกเพื่อค้นหาความคิดรวบยอดมากนัก (Passive Concept Formation) นักจิตวิทยาบางท่าน (Podell. 1958: 1-20) กล่าวว่าเป็น “กระบวนการรวมคุณลักษณะ” (Summation Process) และเป็นการสร้างความคิดรวบยอดที่ผู้เรียนไม่ได้คิดไว้ล่วงหน้า “ความคิดรวบยอด” ควรจะเป็นเซตใด (Unintentional Set) อีกกระบวนการหนึ่งเป็นการสร้างความคิดรวบยอด โดยผู้เรียนคิดและตั้งสมมติฐานไว้ในใจก่อนแล้วปฏิบัติการอย่างใดอย่างหนึ่งเพื่อทดลองสมมติฐานของเบริน ซึ่งตรงกับ “กระบวนการกระทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอด” ของ วูดเวิร์ธ ที่ว่า การสร้างความคิดรวบยอดแบบนี้ผู้เรียนต้องทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอด (Active Concept Formation)

นอกจากนี้ยังมีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด ดังนี้

1. ทฤษฎีการสร้างความคิดรวบยอดจากการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ ทฤษฎีนี้ตั้งอยู่บนหลักการที่ว่าความซับซ้อนของสิ่งเร้าเกิดจากความเกี่ยวโยงกันของวัตถุ เงื่อนไขของสิ่งเร้าที่ประกอบกันจะเกี่ยวโยงกับเงื่อนไขการตอบสนองความซับซ้อนจึงเป็นเพียงความแตกต่างในรายละเอียดเท่านั้น ฮูล (ฮาร์ทพิย์ จีร็กญณะ. 2547: 13 ; อ้างอิงจาก Hull. 1920) ได้อธิบายในลักษณะของการเสนอสิ่งเร้าและการตอบสนอง (S - R) โดยให้สิ่งเร้าที่มีลักษณะใกล้เคียงกับข้อมูลในความจำเดิม การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นทีละเล็กทีละน้อย โดยโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าเก่าและสิ่งเร้าใหม่

2. ทฤษฎีการสร้างความคิดรวบยอดจากการตรวจสอบสมมติฐาน แนวความคิดนี้พื้นฐานจากข้อตกลงที่ว่าผู้เรียนเป็นผู้มีบทบาทในการเรียนรู้และเป็นผู้กำหนดรูปแบบของสมมติฐานตรวจสอบและประเมิน การตรวจสอบจะเกิดขึ้นจนกว่าจะพบคำตอบที่ถูกต้อง พฤติกรรมตัวอย่างจะถูกนำมาเป็นสมมติฐานเพื่อตรวจสอบ การตรวจสอบสมมติฐานทำให้การเรียนรู้เป็นเหมือนกระบวนการที่ไม่ต่อเนื่อง (Discrete process) สมมติฐานที่กำหนดขึ้นใช้เพื่อตรวจสอบมีหลายรูปแบบ บรูเนอร์และออสติน (ฮาร์ทพิย์ จีร็กญณะ. 2547: 13-14 ; อ้างอิงจาก Bruner and Austin.

1956) ได้ทดลองการสร้างความคิดรวบยอดจากภาพวงกลม สีเหลี่ยม และกากบาท ซึ่งมีจำนวนและสีต่างๆ กันในกรอบสี่เหลี่ยมและได้อธิบายวิธีการตรวจสอบ 2 แบบ คือ การตรวจสอบโดยพิจารณาจากสมมติฐานที่เป็นไปได้ทั้งหมดและพิสูจน์สมมติฐานเพื่อหาแง่มุมที่เกี่ยวข้อง (Conservative focusing) วิธีนี้เกิดขึ้นเมื่อกลุ่มตัวอย่างให้ความสนใจภาพที่เป็นตัวอย่างทางบวกและในแต่ละครั้งจะพิจารณาลักษณะใดลักษณะหนึ่งเท่านั้น วิธีการนี้กลุ่มตัวอย่างมีความมั่นใจและได้ข้อมูลเพิ่มขึ้นอย่างเป็นระบบแน่นอน แต่ความคิดเกิดขึ้นซ้ำจึงนำไปใช้ได้ดีกับความคิดที่ง่ายหรือเป็นความคิดที่มีลักษณะเดี่ยว (Single attribute) แบบที่ 2 เป็นการตรวจสอบสมมติฐานจากตัวอย่างในทางบวกโดยสนใจลักษณะต่างๆ ครั้งละ 2 - 3 ลักษณะ (focus gambling) เช่น ตั้งสมมติฐานจากกากบาท - สีขาว - ในกรอบ 3 เส้น พร้อมกันเพื่อตรวจสอบ วิธีการนี้ได้ผลรวดเร็ว แต่อาจเกิดความไม่แน่ใจว่าลักษณะใดเป็นสาเหตุถ้าสมมติฐานนั้นผิด การตรวจสอบสมมติฐานในกรณีที่มีตัวแปรหลายชนิด ผู้ทดลองอาจรวมวิธีการตรวจสอบของกลุ่มตัวอย่างหลายวิธีเข้าด้วยกัน ทั้งนี้จะต้องมีข้อมูลเฉพาะในการตรวจสอบสมมติฐานเพิ่มขึ้น

3. ทฤษฎีการกำหนดโครงสร้างความคิดรวบยอดจากการใช้ตัวอย่าง แนวความคิดนี้เสนอโดย รอสซ์ (ธารทิพย์ จิรปัญญาะ. 2547: 14 ; อ้างอิงจาก Rosch. 1973) ผู้ซึ่งมีความเห็นว่าทฤษฎีทั้ง 2 ที่กล่าวมาแล้วนั้นไม่เกี่ยวกับโครงสร้างตามธรรมชาติของความคิดรวบยอด การอธิบายโดยอาศัยความจำทำให้เข้าใจถูกจำกัดและเป็นความสัมพันธ์แบบง่าย ๆ หรือต้องเป็นสิ่งที่สามารถอธิบายด้วยเหตุผลได้ชัดเจนโดยการเรียนรู้จากห้องทดลอง ซึ่งทำให้เกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนจากที่ควรเป็นในสภาพแวดล้อมประจำวัน เพราะโดยธรรมชาติแล้วความคิดรวบยอดบางอย่างไม่สามารถกำหนดให้โดยเฉพาะเจาะจงได้โดยง่ายและอาจประกอบด้วย หลายมิติเชื่อมโยงไม่เป็นอิสระจากกันจึงมีลักษณะต่อเนื่องมากกว่าการแยกขาดตอน นอกจากนี้สิ่งเร้าบางตัวสามารถอธิบายให้เกิดความคิดรวบยอดได้ชัดเจนแต่บางตัวไม่สามารถอธิบายได้แน่ชัด เขาได้เสนอทฤษฎีเกี่ยวกับตัวอย่างโดยให้ความสำคัญของ “รากฐานเดิม” (Prototype) ของสิ่งเร้าความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่มและความไม่ชัดเจนของสิ่งเร้าประเภทต่างๆ เขาสรุปว่าพื้นฐานของความคิดรวบยอดจะมีโครงสร้างทั่วไปรวมกันอยู่ที่ “รากฐานเดิม” แต่มีความแปรเปลี่ยนที่ต่างกัน ความมีรากฐานเดิมเป็นลักษณะที่สำคัญประการหนึ่ง เพราะเป็นลักษณะที่มีร่วมกันในกลุ่มสมาชิกมากที่สุด อาจรวมลักษณะ 2 - 3 ประการของสมาชิกในกลุ่มหรือลักษณะบางประการที่มีร่วมกับสมาชิกประเภทอื่น การกำหนดประเภทของสมาชิกอาจกำหนดจากความเกี่ยวข้องโดยตรงกับความซับซ้อนหรือระดับของความซับซ้อนที่ร่วมกับลักษณะในกลุ่มอื่น

4. ทฤษฎีสติปัญญา ในการจะเกิดความคิดรวบยอดหรือความคิดแบบใดๆ ได้นั้น นอกจากจะต้องมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมเพื่อให้เกิดการสะสมประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ แล้ว สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งก็คือ ความสามารถทางสติปัญญา และระดับสติปัญญาที่จะพัฒนาอย่างเห็นได้ชัดก็คือ ในช่วงปฐมวัย ซึ่งการจะพัฒนาสติปัญญาให้ได้เหมาะสมนั้นต้องตระหนักถึงพัฒนาการของเด็กในวัยนั้นๆ ด้วย ทฤษฎีที่ว่าด้วยความสามารถทางด้านสติปัญญาโดยเฉพาะทางด้านความคิดมีทฤษฎีดังต่อไปนี้

4.1 ทฤษฎีของเพียเจต์ (Piaget) (ธารทิพย์ จิรกัญจนะ. 2547: 15 ; อ้างอิงจาก Piaget. n.d.) มีการแบ่งพัฒนาการด้านสติปัญญา ดังนี้

4.1.1 ระยะการใช้อวัยวะรับรู้ (Sensory Motor Stage) อายุ 0 - 2 ปี เป็นระยะตอบสนองโดยระบบประสาทอัตโนมัติ ทำไปโดยอาจไม่ได้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดในสมอง

4.1.2 ระยะเริ่มต้นกระบวนการคิด (Pre Operation Stage) อายุ 2 - 7 ปี เป็นระยะการรับรู้ และจดจำได้ แต่เป็นแบบง่าย ๆ การคิดของเด็กในระยะนี้จะเป็นแบบ egocentric ซึ่งการคิดแบบนี้ทำให้มีการจำกัดพัฒนาการทางโครงสร้างของสติปัญญา เพราะเด็กไม่สามารถเข้าถึงความคิดเห็นของคนอื่นๆ เด็กเชื่อว่าทุกคนคิดเหมือนที่เขาคิด ดังนั้นเด็กจึงไม่เคยสงสัยในความคิดของเขา

4.1.3 ระยะกระบวนการคิดในเรื่องรูปธรรม (Concrete Operation Stage) อายุ 7 - 12 ปี เป็นระยะความสามารถทางสมอง คือ สามารถคิดเป็น แต่จะเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมเป็นส่วนใหญ่

4.1.4 ระยะกระบวนการความคิดที่เป็นแบบแผน (Formal Operation Stage) อายุ 12 - 15 ปี เป็นกระบวนการคิดที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น

4.2 ทฤษฎีความคิดรวบยอดของกานเย่ (Gagne) ได้แบ่งประเภทของการเรียนรู้ตามลำดับขั้นของการเรียนรู้ทางสมอง ตามธรรมชาติของมนุษย์ไว้ดังนี้(ธารทิพย์ จิรกัญจนะ. 2547: 15-16 ; อ้างอิงจาก วิชัย วงษ์ใหญ่. 2527. หน้า 298-300)

4.2.1 การเรียนรู้จากสัญญาณ (Signal Learning) คือ การใช้สัญญาณการเรียนรู้เป็นเงื่อนไขของการเรียนรู้

4.2.2 การเรียนรู้จากความสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการตอบสนอง (Stimulus Response Learning) คือ การเรียนรู้ที่เกิดจากการตอบสนองอย่างถูกต้องต่อการกระตุ้นแต่ละอย่าง

4.2.3 การเรียนรู้จากปฏิริยาตอบสนองต่อเนื่องแบบลูกโซ่ (Motor Chaining) คือ การเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกันเป็นลูกโซ่กับสิ่งเร้า และเกิดปฏิริยาตอบสนอง คือ สามารถทำอะไรเป็นลำดับขั้นต่อเนื่องได้

4.2.4 การเรียนรู้จากความสัมพันธ์ทางภาษา (Verbal Association) เป็น การเรียนรู้ที่ประกอบด้วยความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้า และปฏิกิริยาตอบสนองซึ่งเกิดได้ด้วยถ้อยคำ

4.2.5 การเรียนรู้โดยสามารถจำแนกแยกแยะสิ่งต่างๆ (Multiple Discrimination) คือ การเรียนรู้ที่มีความเข้าใจอย่างกว้างขวางลึกซึ้ง สามารถแยกแยะประเภทของสิ่ง ต่างๆ ได้

4.2.6 การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning) คือ การเรียนรู้ เกี่ยวกับลักษณะหรือคุณสมบัติร่วมของข้อเท็จจริงต่างๆ โดยดูความเหมือนกัน และจัดพวกเข้ากันได้ และเรียนรู้ลักษณะของพวกที่จัดไว้นั้น

4.2.7 การเรียนรู้หลักการ (Principle Learning) คือ การเรียนรู้ ความสัมพันธ์ความคิดรวบยอดตั้งแต่สองความคิดรวบยอดขึ้นไป เป็นลักษณะของกฎเกณฑ์ต่างๆ

4.2.8 การเรียนรู้ในการแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นการใช้หลักการ หรือกฎเกณฑ์ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น

จากที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า ในการที่จะสร้างความคิดรวบยอด เรา ควรจะเรียนรู้เกี่ยวกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสร้างความคิดรวบยอด เนื่องจากทฤษฎีเหล่านี้จะ อธิบายถึงการกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นการใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับ ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง ทฤษฎีเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐาน ทฤษฎีเกี่ยวกับ การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ ทฤษฎีเกี่ยวกับการใช้ตัวอย่าง รวมไปถึงการพิจารณาทฤษฎีเกี่ยวกับ สติปัญญาของ แต่ละบุคคล ซึ่งจะเป็นการช่วยให้เราเกิดกระบวนการคิดหรือประมวลข้อมูลเพื่อ นำไปสู่การสรุปความ คิดรวบยอดได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้อง ซึ่งสามารถทำให้เราถ่ายทอดเรื่องใดเรื่อง หนึ่งให้กับผู้อื่นได้อย่างชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น

1.5 ประเภทของความคิดรวบยอด

นักการศึกษาทั้งต่างประเทศและในประเทศได้ให้ความสนใจเกี่ยวกับประเภทของ ความคิดรวบยอดดังต่อไปนี้

บรูเนอร์ และคนอื่นๆ (Bruner and et al. 1957: 41-43) ได้จำแนกความ คิดรวบยอดออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ความคิดรวบยอดร่วมลักษณะ (Conjunctive Concept) คือ ความ คิดรวบยอดที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะ (Attributes) ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว และสิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกัน ได้แก่

รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น ความคิดรวบยอดต่างๆ ที่เราค้นเคยในชีวิตประจำวันมักเป็นความคิดรวบยอดชนิดร่วมลักษณะ

2. ความคิดรวบยอดแยกลักษณะ (Disjunctive Concept) คือ ความคิดรวบยอดที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน เช่น คิดว่า “กา” อาจเป็นนกกาหรือกาต้มน้ำ หรือการเขียนเครื่องหมายกากบาท สัญลักษณ์ “ 0 ” อาจเป็นความคิดรวบยอดจำนวนศูนย์ (zero) วงกลม ตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่ง

3. ความคิดรวบยอดเชิงสัมพันธ์ (Relational Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะ หรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างหรือมากกว่า เช่น การนำไม้ขีดไฟไปสัมผัสกับบุหรี่ยี่เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ยี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับระดับของรายได้

มาลินี จุฑะรพ (2541: 121-122) แบ่งความคิดรวบยอดได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ความคิดรวบยอดที่ง่าย ๆ (Simple Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่มีคุณลักษณะเฉพาะที่เด่นในด้านใดด้านหนึ่ง

2. ความคิดรวบยอดที่ซับซ้อน (Complex Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่มีคุณลักษณะที่เด่นมากกว่า 1 ด้านขึ้นไป ดี เซคโค (De Cecco. 1968: 390-393) แบ่งเป็น 3 ประเภทย่อย คือ

2.1 ความคิดรวบยอดเชื่อมต่อกัน (Conjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่มีคุณลักษณะเฉพาะที่เด่นๆ มาเชื่อมต่อกัน

2.2 ความคิดรวบยอดที่ไม่เชื่อมต่อกัน (Disjunctive Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่มีคุณลักษณะที่ตรงข้ามกัน

2.3 ความคิดรวบยอดชนิดสัมพันธ์ (Relative Concept) เป็นความคิดรวบยอดที่ต้องใช้ความสัมพันธ์ของลักษณะของสิ่งเร้ามากกว่า 2 สิ่งขึ้นไป

สุจินต์ วิศวรวิธานนท์ (ยงยศ พุทธิให้. 2543: 12 ; อ้างอิงจาก สุจินต์ วิศวรวิธานนท์. 2523. หน้า 94) กล่าวถึงความคิดรวบยอดไว้พอสรุปเป็นข้อๆ ได้ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดแสดงการแบ่งจำพวก เป็นความคิดรวบยอดที่บ่งถึงคำจำกัดความ คิอธิบายหรือชี้แจงคุณสมบัติของสิ่งของ ปรัชญาการณ กระบวนการหรือเหตุการณ์ เช่น ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับแมลงจะระบุความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับแมลงว่ามีลักษณะอย่างไร เป็นต้นว่าแมลงเป็นสัตว์ที่มี 6 ขา มีปีก ลำตัวเป็นข้อปล้อง จัดเป็นความคิดรวบยอดแสดงการแบ่งจำพวก

2. ความคิดรวบยอดแสดงความสัมพันธ์ เป็นความคิดรวบยอดที่บ่งถึงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์หรือสิ่งของ เช่น ความคิดรวบยอดที่แสดงว่าสูงกว่า ต่ำกว่า ระหว่าง เป็นต้น

3. ความคิดรวบยอดแสดงความรู้สึก ค่านิยม และอารมณ์ เป็นความคิดรวบยอดที่บ่งถึงความรู้สึก ค่านิยม และอารมณ์ เช่น ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความอยากรู้ ความอยากเห็น ความตื่นเต้น ความสนใจ ใฝ่รู้ ความดี ความงาม เป็นต้น

พรพิมล ยังฉิม (2546: 10-11) กล่าวว่า ความคิดรวบยอดแบ่งเป็นความคิดรวบยอดที่เป็นลักษณะร่วม ความคิดรวบยอดที่มีความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดแบบแยก ลักษณะความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์

ฐาปนี ตันยัชฌาวุฒ (2547: 9-10) ได้แบ่งประเภทของความคิดรวบยอดเป็นความคิดรวบยอดที่แสดงการแบ่งจำพวกโดยพิจารณาจากลักษณะที่ร่วมกันเป็นประเภท ความคิดรวบยอดแสดงความสัมพันธ์ และความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ ซึ่งเป็นความรู้สึกภายใน เช่น อารมณ์ ค่านิยม เป็นต้น

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (สันติ อิทธิพลนาวกุล. 2550: 54 ; อ้างอิงจาก บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. 2523. หน้า 9-10) กล่าวถึงประเภทของความคิดรวบยอดว่า แบ่งเป็น 3 ประเภท คือ

1. ความคิดรวบยอดที่มีลักษณะร่วมกัน เป็นประเภทของความคิดรวบยอดที่มีอยู่เป็นส่วนใหญ่ เรียนรู้ได้ง่าย มีคุณลักษณะร่วมกันหลายอย่าง

2. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงสัมพันธ์ เป็นความคิดรวบยอดที่ต้องอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกหรือส่วนของกลุ่มมาพิจารณา คุณลักษณะหรือคุณค่าก็ผิดแผกแตกต่างกัน แต่สมาชิกหรือส่วนประกอบมีความสัมพันธ์กันบางลักษณะ

3. ความคิดรวบยอดที่เป็นเชิงวิเคราะห์ เป็นความคิดรวบยอดที่อยู่บนพื้นฐานของคุณลักษณะที่สังเกตได้จากส่วนของวัตถุ สิ่งของ เรื่องราวแต่ละอย่างภายในกลุ่มซึ่งละเอียดซับซ้อนกว่าความคิดรวบยอดสองประเภทที่กล่าวมา

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ นั้น สรุปได้ว่า เราสามารถจำแนกความคิดรวบยอดของเรื่องใดเรื่องหนึ่งได้ตามการพิจารณาถึงลักษณะ อันได้แก่ การพิจารณาจากลักษณะร่วมกันของลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป การพิจารณาจากการแยกลักษณะที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน การพิจารณาถึงลักษณะในเชิงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์หรือสิ่งเร้าตั้งแต่ 2 สิ่งขึ้นไป หรือการพิจารณาลักษณะการแสดงความรู้สึก ค่านิยม และอารมณ์ เป็นต้น ซึ่งหากเรารู้ว่าข้อมูลหรือเหตุการณ์ต่างๆ นั้นจัดอยู่ในลักษณะใดแล้วจะทำให้เราสร้างหรือจำแนกแยกแยะความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น

1.6 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด

การสร้างความคิดรวบยอดนั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวสรุปไว้ ดังนี้

กิลฟอร์ด (Guilford. 1952: 430) กล่าวสรุปว่า กระบวนการสำคัญในการสร้างความคิดรวบยอดมีอยู่ 2 กระบวนการ คือ

1. การสร้างนามธรรม(Abstraction) หมายถึง ความสามารถที่จะแยกแยะคุณสมบัติออกจากสิ่งต่างๆ ได้ จัดเป็นกระบวนการวิเคราะห์ในการสร้างความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการจัดหมวดหมู่ของสิ่งใดก็ตาม เราก็ต้องสามารถแยกแยะหรือดึงเอาคุณสมบัติร่วมกันของมันออกมาได้

2. การสรุปอ้างอิงหรือการสรุปครอบคลุม(Generalization) หมายถึง การเอาคุณสมบัติร่วมที่สร้างเป็นนามธรรม (Abstraction) ขึ้นมาได้ไปขยายใช้กับสิ่งเดิม หรือสิ่งที่คล้ายกันกับสิ่งเดิมในโอกาสต่อไป ตัวอย่างง่ายๆ ของการสรุปอ้างอิง คือ การตอบสนองจากการวางเงื่อนไข (Conditioned responses) เช่น เด็กที่เคยถูกสุนัขกัดจะมีความคิดว่าสัตว์ทุกอย่างที่คล้ายสุนัขจะกัดตน และจะเลิกการสรุปอ้างอิงอย่างนี้ได้ก็ต่อเมื่อเขาเห็นว่าความคิดเช่นนั้นไม่เป็นจริงเสมอไป นอกจากนี้การสรุปอ้างอิงยังเป็นรากฐานของการทำนายอนาคตอีกด้วย

เครช ; ครัทฟิลด์ (Krech ; Crutchfield. 1958: 464-465) มีความเห็นว่า “การสร้างความคิดรวบยอดเป็นกระบวนการค้นพบลักษณะบางประการที่มีลักษณะร่วมของอัตรา ซึ่งเป็นพวกเดียวกัน”

โพเดล (Podell. 1958: 1-20) ได้แบ่งกระบวนการในการสร้างความคิดรวบยอดเป็น 2 กระบวนการ คือ

1. การมองเห็นลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือ การเรียนรู้ที่สามารถเข้าใจลักษณะร่วมของวัตถุหรือสภาพการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง โดยผู้เรียนซึ่งได้ทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอดมากมาย เช่น เด็กเห็นสุนัขบ่อยๆ ทั้งๆ ที่สุนัขเหล่านั้นเป็นชนิดที่แตกต่างกันออกไปหลายชนิดด้วยกัน เด็กก็สามารถเห็นลักษณะร่วมของสุนัขได้ เช่น มีสี่ขา หางยาว มีปาก มีขน ฯลฯ ครั้งต่อไปถ้าเขาเห็นสัตว์ประเภทนี้อีกเขาก็ทราบว่ามันเป็นสัตว์ประเภทเดียวกัน

2. การกระทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอด (Active Search) คือ การที่ผู้เรียนต้องทำกิจกรรมต่างๆ เพื่อค้นหาความคิดรวบยอดโดยที่ผู้เรียนคาดการณ์ไว้ล่วงหน้าว่าลักษณะร่วมของสิ่งต่างๆ เหล่านั้นคืออะไร แล้วจึงทำกิจกรรมเพื่อเป็นการทดสอบ

แมคโดนัลด์ (McDonald. 1959: 105) มีความเห็นว่าการสร้างความคิดรวบยอด เช่น ความคิดรวบยอดของอ่าวนั้น นักเรียนต้องผ่านกระบวนการดังนี้

1. สามารถแยกแยะ(Discrimination) คือ เด็กต้องสามารถแยกความแตกต่างของอ่าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่นๆได้

2. สามารถสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ เด็กต้องสามารถนึกลักษณะของอ่าวที่เขาสร้างขึ้นนี้ไปใช้กับอ่าวอื่นๆได้

เฮอร์ล็อก (Hurlock. 1964: 491-492) ได้ให้ความเห็นในกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดไว้ดังนี้

1. ต้องมีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ (Relationship) ของการรับรู้

2. ต้องมองเห็นความหมายสำคัญ (Underline Meaning) ของการรับรู้

3. สามารถให้เหตุผลว่า การรับรู้ที่ได้รับการตีความแล้ว มีลักษณะเด่นเช่นใดเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

4. มีความสามารถในการจัดกลุ่มของสิ่งเร้าได้

รัสเซลล์ (Russell. 1965: 124-155) กล่าวว่า “ความคิดรวบยอด เป็นผลมาจากการรับรู้ (Perception) ความจำ (Memory) จินตนาการ (Imagination) และสิ่งแวดล้อมอื่นๆ ทั้งภายนอกและภายในตัวบุคคล เช่น อารมณ์ ความต้องการ ความคิดรวบยอดจะเกิดขึ้นเมื่อมีการประสมประสานกัน (Integration) ระหว่างการแยกแยะ การย่อย่อ และการสรุปรวบยอดในระหว่างที่มีการสัมผัส การทำงานของกล้ามเนื้อ ฯลฯ สิ่งต่างๆ เหล่านี้เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดโครงสร้างของความคิดรวบยอดขึ้น”

โลเวลล์ (Lovell. 1966: 12-13) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดว่ามี 3 กระบวนการคือ

1. การรับรู้ (Perception)

2. การย่อย่อ (Abstraction)

3. การสรุปครอบคลุม (Generalization)

การสร้างความคิดรวบยอดต้องมีการรับรู้สิ่งเร้าต่างๆ โดยผ่านทางประสาทสัมผัสทั้งห้า และการรับรู้นี้จะใช้ประสาทสัมผัสส่วนใดส่วนหนึ่งหรือหลายๆส่วนพร้อมๆกันก็ได้ เมื่อเกิดการรับรู้ก็มาถึงกระบวนการย่อย่อซึ่งเป็นหลักสำคัญของการสร้างความคิดรวบยอด เด็กสามารถสร้างความคิดรวบยอดได้ก็ต่อเมื่อเขาสามารถแยกแยะ (Discriminate) คุณสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมออกไปในลักษณะที่รวมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

ดี เซคโก (De Cecco. 1968: 394-396) ได้กล่าวถึงกระบวนการเกิดความคิดรวบยอดว่ามีขั้นตอน ดังนี้

1. การสัมผัส (Sensation) ผู้เรียนอาจเกิดความคิดรวบยอดได้เมื่อได้สัมผัสสิ่งเร้า โดยใช้อวัยวะรับสัมผัสอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง เช่น ตา หู ฟัง ลิ้นชิมรส จมูกดมและผิวหนัง สัมผัสในสิ่งเร้านั้นๆ
2. การรับรู้ (Perception) เมื่อผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้ว ย่อมมีการแปลความหมายในสิ่งที่สัมผัสนั้น เพื่อจะได้เกิดความคิดรวบยอดขึ้น
3. การจำ (Remember) หลังจากผู้เรียนได้สัมผัสในสิ่งเร้าแล้ว ย่อมจะจำสิ่งเร้านั้นได้ว่ามีลักษณะอย่างไร
4. การคิดหาเหตุผล (Discrimination) เมื่อผู้เรียนจำสิ่งเร้าได้ ย่อมจะพิจารณาวิเคราะห์และคิดหาเหตุผลเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นๆ ว่าจะไร ทำไม และอย่างไร
5. การสรุปรวบยอด (Generalization) หลังจากผู้เรียนพิจารณาวิเคราะห์และคิดหาเหตุผลเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นแล้ว ก็จะเกิดเป็นความรู้ความเข้าใจในสิ่งเร้านั้นๆ เรียกว่าเป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งเร้านั้นๆ

ออสเชเบล (Ausubel. 1968: 517) กล่าวว่า กระบวนการในการสร้างความคิดรวบยอดประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานที่เกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานความคิดรวบยอดที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐานให้สัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างของความคิด
6. เลือกความแตกต่างระหว่างความคิดรวบยอดใหม่กับความคิดรวบยอดที่มีอยู่เดิมเพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปความหมายความคิดรวบยอดที่รับมาใหม่ให้ครอบคลุมไปยังสมาชิกภายในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ที่เหมาะสมใช้เป็นตัวแทนของความคิดรวบยอดใหม่

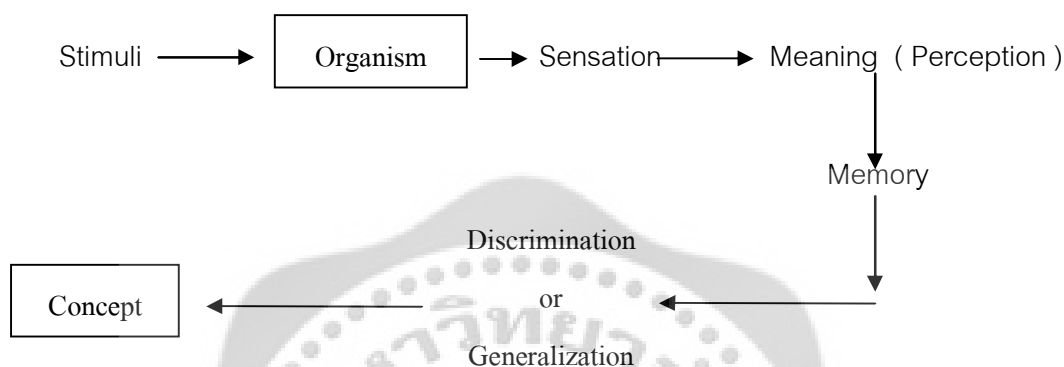
บอตัน (Bolton. 1977: 10) กล่าวถึงการสร้างความคิดรวบยอด ดังนี้

1. ความคิดรวบยอดสร้างขึ้นมาจากการที่มีสิ่งเร้าต่างๆ มากกระตุ้นให้บุคคลแสดงการรู้จักคุณลักษณะของสิ่งต่างๆ
2. ความคิดรวบยอดสร้างขึ้นมาจากการสังเกตสิ่งต่างๆ แล้วสามารถจัดกลุ่มสิ่งของที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันไว้ด้วยกันได้
3. ความคิดรวบยอดสร้างขึ้นมาจากการใช้ประสาทสัมผัสกับสิ่งต่างๆ ในการพัฒนาและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้

นอกจากนี้ ชูชาติ เริงฉลาด (สาคร เกษม. 2544: 19 ; อ้างอิงจาก ชูชาติ เริงฉลาด. 2521. หน้า 56-57) ได้กล่าวถึงการสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องประกอบด้วยสิ่งต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. นักเรียนจะต้องมีความรู้ ทักษะ ประสบการณ์ และพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่จากความรู้เดิม ซึ่งอาจจะสังเกตเห็นคุณสมบัติร่วม ความสัมพันธ์แบบแผน โครงสร้างของความคิดเพื่อนำไปสู่การสรุปได้
2. นักเรียนจะต้องได้รับการจูงใจ หรือถูกกระตุ้นให้อยากเรียน และมีความเต็มใจที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน การเรียนจะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อผู้เรียนตอบสนองต่อสภาพการเรียน และจะตอบสนองได้นั้นต้องเกิดความคิดก่อน
3. นักเรียนจะต้องมีความสามารถที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน การเกิดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นกระบวนการทางสติปัญญา ซึ่งเกี่ยวข้องกับกิจกรรมการเห็น การฟัง การอ่าน การพูด การคำนวณ การลงมือทำ การใช้สัญลักษณ์ การใช้นามธรรมและการสรุป
4. นักเรียนจะต้องได้รับการแนะแนวทางในการเรียน หรือการทำแบบฝึกหัดเพื่อจะได้เป็นแรงจูงใจทำให้เกิดการเรียนที่มีประสิทธิภาพที่ดีขึ้น โดยเฉพาะการเรียนแบบลองผิดลองถูกอาจทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย เพราะไม่ประสบความสำเร็จนั่นเอง ดังนั้นจึงควรแนะแนวทางให้นักเรียนได้สังเกตเห็นองค์ประกอบร่วม ซึ่งจะช่วยให้เกิดความเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้น
5. ครูจะต้องจัดวัสดุอุปกรณ์ให้ผู้เรียนอย่างถูกต้องและเหมาะสมกับวุฒิภาวะ เพราะจะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและสนุกสนานกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้วัสดุอุปกรณ์นั้น
6. นักเรียนจะต้องมีเวลาเพียงพอสำหรับที่จะมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมการเรียนที่ก่อให้เกิดความคิดรวบยอด

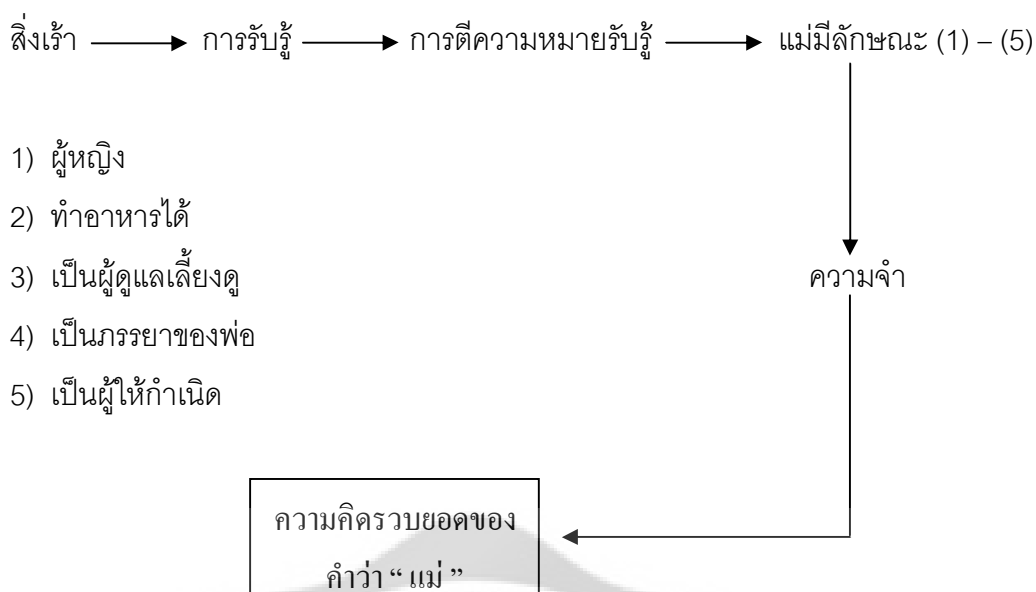
นวลจิตต์ เชาวเกียรติพงศ์ (2537: 55-56) ได้อธิบายถึงกระบวนการสร้างความคิดรวบยอดไว้ว่า ความคิดรวบยอดจะเกิดขึ้นไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ ดังนั้น บุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกัน ย่อมจะมีความคิดรวบยอดของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน ขอให้พิจารณาภาพประกอบ 4 ดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 4 กระบวนการสร้างความคิดรวบยอด

จากภาพประกอบ 4 นั้น เมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้า (Stimuli) ก็จะมีการรับรู้ (Sensation) เช่น เมื่อเด็กเห็นสัตว์ชนิดหนึ่งมีสีขา ขนยาวนุ่ม ร้องเหมียวๆ และแม่บอกว่า “แมว” เด็กก็จะรับรู้ และเกิดการตีความหมาย (Meaning) ว่าสิ่งที่มองเห็นนี้เรียกว่าแมว ในขณะที่เด็กเกิดการรับรู้ที่มีความหมาย (Perception) เกี่ยวกับแมวแล้ว เด็กจะเก็บการรับรู้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมา เมื่อเด็กได้รับสิ่งเร้าใหม่ เป็นสัตว์สีขาเช่นกัน แต่ตัวโตกว่า และเห่าเสียงดัง เด็กก็จะรับรู้ และเปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับการรับรู้เดิมเกี่ยวกับแมวที่มีอยู่ เด็กอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าแม่ช่วยบอกว่าสิ่งเร้าใหม่นี้ คือ “สุนัข” เด็กก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง (Discrimination) ระหว่างสุนัขกับแมวได้ทันที และยังสามารถเก็บการรับรู้ที่มีความหมายเกี่ยวกับสุนัขไว้ในความทรงจำอีกส่วนหนึ่งด้วย ต่อมา เมื่อเด็กได้รับสิ่งเร้าใหม่อีก เป็นแมวที่มีลักษณะแตกต่างออกไป เช่น อาจมีสีหรือขนาดรูปร่างต่างกัน และแม่บอกว่าเป็นแมวอีก เด็กก็จะเกิดการสรุปกฎเกณฑ์ (Generalization) เกี่ยวกับแมวได้ และสามารถสรุปความคิดรวบยอดของแมวได้ในที่สุด

จากที่กล่าวไว้ในตอนต้นที่แล้วว่า ประสบการณ์เป็นสิ่งที่จำเป็นมาก สำหรับการสร้างความคิดรวบยอด ประสบการณ์ที่มากกว่าทำให้ความคิดรวบยอดมีรายละเอียดและซับซ้อนมากขึ้น ผู้ใหญ่จะมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งของหนึ่งละเอียดและลึกซึ้งมากกว่าเด็ก เพราะมีประสบการณ์มากกว่า ขอให้พิจารณาภาพประกอบ 5 ดังต่อไปนี้



ภาพประกอบ 5 การสร้างความคิดรวบยอดจากประสบการณ์

จากภาพประกอบ 5 นั้น ประสบการณ์ (1) - (5) ทำให้ความคิดรวบยอดของคำว่า “แม่” มีความละเอียดและซับซ้อนมากขึ้น และจะมีความละเอียดซับซ้อนมากกว่านี้ เมื่อมีประสบการณ์มากขึ้นอีก

เมื่อบุคคลเกิดการเรียนรู้ความคิดรวบยอดแล้วจะแสดงออกถึงผลของการเรียนรู้นั้นได้ โดยการแสดงเป็นพฤติกรรมต่างๆ ตามระดับความสามารถ ความลึกซึ้งในการแสดงออกถึงความสามารถดังกล่าวมีลำดับขั้นดังนี้

1. ความสามารถทางกาย คือ สามารถบ่งชี้ หรือ แยกแยะสิ่งของที่ต้องการออกจากสิ่งของอื่นๆ ได้ เมื่อมองเห็นของสิ่งนั้นอยู่
2. ความสามารถทางภาษา คือ สามารถให้ความหมายของสิ่งของหรือให้หลักการของวิธีการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งได้ โดยใช้ภาษาพูดหรือภาษาเขียน ยกตัวอย่าง เช่น การแสดงออกถึงความสามารถในการเรียนรู้ ความคิดรวบยอดของเด็กชายสมชาย เขาเรียนรู้ความคิดรวบยอดของคำว่า “แมว” เขาสามารถแยกแยะแมวออกจากสัตว์หลายชนิดที่อยู่ร่วมกันได้ โดยการชี้บอก เขาสามารถตอบได้ว่าสัตว์ที่กำลังเดินมานั้น คือ แมวหรือไม่ใช่ก็ได้ นั่นคือความสามารถทางกาย ในขั้นต่อมาเขาสามารถให้ความหมายของคำว่าแมวได้ โดยใช้ภาษาเป็นสื่อเป็นความสามารถที่พัฒนาขึ้นมาได้อีกระดับหนึ่ง

ปรีชา ธรรมา (2543: 46) ได้กล่าวถึงการสร้างสิ่งกับไว้ คือ การสร้างสิ่งกับไว้ ประกอบด้วยกระบวนการของการกำหนดลักษณะสำคัญของสิ่งของ สัตว์ พืช บุคคล หรือของเหตุการณ์แต่ละประเภท ซึ่งจะแปรเปลี่ยนไปได้ตามบริบท หรือตามสภาพแวดล้อมอื่นๆ นอกเหนือไปจากสภาพที่เป็นอยู่ ณ เวลาใดเวลาหนึ่งที่ได้พบเห็นเพื่อการเรียนรู้กระบวนการทางจิตวิทยาอันเป็นส่วนสำคัญต่อการสร้าง สิ่งกับไว้ประกอบด้วยลำดับขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

- 1) วิเคราะห์จำแนกลักษณะของสิ่งไว้
- 2) ตั้งสมมติฐานภายในสถานการณ์เฉพาะหลายๆ สถานการณ์
- 3) ทดสอบสมมติฐานภายในสถานการณ์เฉพาะหลายๆ สถานการณ์
- 4) จัดให้เป็นประเภททั่วไปไว้หนึ่งประเภท หรือกำหนดลักษณะร่วมกันไว้หนึ่งชุดที่สามารถจะใช้เป็นเกณฑ์ในการจัดจำแนกสิ่งไว้ต่างๆ ได้
- 5) หาความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะต่างๆ ของชุดนี้กับความคิดความเห็นต่างๆ ภายในขอบเขตของความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งไว้ที่ได้พบเห็น
- 6) จัดการแยกสิ่งกับไว้ใหม่ๆ ออกจากสิ่งกับไว้ที่ได้เรียนรู้ไว้แล้ว
- 7) นำเอาเกณฑ์กำหนดลักษณะของสิ่งกับไว้ใหม่ใช้ในการจัดจำแนกสิ่งไว้ต่างๆ ทั้งหมดที่มีอยู่
- 8) ใช้สัญลักษณ์เครื่องหมาย ภาษาแสดงแทนลักษณะอันเป็นเนื้อหาสาระสำคัญของประเภทใหม่ โดยให้สอดคล้องกับที่ใช้กันอยู่แล้วและเป็นที่ยอมรับ

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ทัศนะไว้ข้างต้น จะเห็นได้ว่า กระบวนการสร้างความคิดรวบยอดจะเริ่มจากการสังเกตก่อน จากนั้นก็ถึงขั้นการสร้างนามธรรม นั่นคือ จำแนกความแตกต่างหรือหาลักษณะร่วมของสิ่งนั้นๆ แล้วนำคุณลักษณะที่ร่วมกันมาสรุปเป็นความคิดรวบยอดและนำไปใช้กับสิ่งที่ต้องสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

1.7 วิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด

นักการศึกษามากมายหลายท่านได้กล่าวถึงวิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด ดังนี้

ทราเวอร์ส (Travers. 1967: 142) กล่าวถึงการสอนความคิดรวบยอดไว้ว่า ผู้เรียนจะเกิดความคิดรวบยอดอย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับวิธีสอนของครู ครูต้องใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของผู้เรียน ซึ่งแนวทางในการจัดสภาพการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดมีดังนี้

1. สิ่งที่จะอำนวยความสะดวกให้แก่ผู้เรียนในการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอด คือ ผู้เรียนเห็นความแตกต่างระหว่างตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบ

2. ปัญหาที่มีคุณลักษณะซ้ำๆ กัน มักจะแก้ไขได้ง่ายกว่าปัญหาที่คุณลักษณะไม่ซ้ำกัน

3. เด็กจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้นถ้ามีตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบควบคู่กัน

4. การศึกษาส่วนใหญ่พบว่า เด็กจะเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายกว่าถ้าลดจำนวนคุณลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

5. ทักษะในการเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะเพิ่มขึ้นตามอายุ

6. ความคิดรวบยอดที่ง่าย ความวิตกกังวลอาจจะช่วยในการเรียนรู้ได้ แต่ถ้าเป็นความคิดรวบยอดที่ซับซ้อน ความวิตกกังวลจะบั่นทอนประสิทธิภาพของการเรียน

7. การเรียนความคิดรวบยอดที่ง่ายขึ้น ถ้าครูเน้นจุดเด่นหรือลักษณะที่ควรสังเกตให้นักเรียนทราบ

8. บางครั้งควรจะต้องแสดงตัวอย่างทางบวกหลายๆ ตัวอย่างพร้อมกันแต่ไม่ควรจะให้เกิน 4 ตัวอย่าง

9. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจะง่ายขึ้น และสามารถที่จะนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้ ถ้าผู้เรียนสามารถสื่อสารความคิดรวบยอดให้แก่ตัวเองได้

10. เด็กสามารถเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ง่ายขึ้น ถ้าเด็กรู้จักตัวอย่างของความคิดรวบยอด ทั้งตัวอย่างทางบวก และตัวอย่างทางลบ

11. การทราบผลการเรียนทันที จะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น

12. การเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ๆ ในขั้นสูงขึ้น จะง่ายขึ้นถ้าเด็กได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดขั้นต้นมาอย่างสมบูรณ์ โดยได้เรียนรู้จากตัวอย่างที่ถูกต้องและมากพอ

13. ควรสอนความคิดรวบยอดที่สัมพันธ์กันด้วย

14. ควรใช้วิธีการหลายๆ อย่างในการสอนความคิดรวบยอด ควรให้ผู้เรียนมีเวลาเพียงพอที่จะปรับเนื้อหาทั้งหมดที่ได้รับเข้ากับโครงสร้างของความคิดรวบยอดเดิม

วิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดของ ดี เซคโก (De Cecco. 1968: 402-416) มี 9 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. กำหนดพฤติกรรมที่คาดหวังของนักเรียนว่า เขาจะต้องแสดงพฤติกรรมอะไรบ้างหลังจากที่ได้เรียนความคิดรวบยอดนั้นไปแล้ว

2. วิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่จะสอน ถ้าความคิดรวบยอดที่จะสอนมีลักษณะเฉพาะหลายลักษณะก็พยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะเด่นและสำคัญ และจัดเป็นหมวดหมู่เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น

3. ใช้ภาษาที่นักเรียนเข้าใจเพื่อเป็นสื่อกลางของความคิดรวบยอด
 4. เสนอดตัวอย่างของความคิดรวบยอดที่เกี่ยวข้อง (ตัวอย่างทางบวก) และตัวอย่างที่ไม่เกี่ยวข้อง (ตัวอย่างทางลบ) ให้แก่ผู้เรียน
 5. เสนอดตัวอย่างที่ละอันในระยะเวลาใกล้เคียงกัน หรือต่อเนื่องกัน หรือเสนอพร้อมกัน
 6. เสนอดตัวอย่างทางบวกอันใหม่ แล้วให้นักเรียนบอกว่าใช้ความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นหรือไม่ ถ้านักเรียนบอกได้ แสดงว่านักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดนั้น
 7. ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของนักเรียน โดยเสนอตัวอย่างทางบวกและตัวอย่างทางลบรวมกัน แล้วให้นักเรียนเลือกตัวอย่างที่เป็นความคิดรวบยอดเท่านั้น
 8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น
 9. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบสนองและได้แรงเสริมในการตอบสนองนั้น
- วิชัช วงษ์ใหญ่ (2531: 28) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดไว้ดังนี้

1. การให้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง (Data or Fact) ครูจะเป็นผู้ให้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงแก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนรับรู้และคิดถึงสาระที่แท้จริงของข้อมูล เพื่อจะนำไปสู่การสังเคราะห์เป็นความรู้ความเข้าใจต่อไป
2. การสร้างความคิดรวบยอด (Concept) ครูจะต้องมุ่งใจให้ผู้เรียนพิจารณาวิเคราะห์สิ่งเร้า เช่น ลักษณะร่วม คุณสมบัติ ประเภทและชนิดของสิ่งเร้า เพื่อให้เกิดเป็นความคิดรวบยอดขึ้น
3. การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอด (Generalization) ครูจะต้องมุ่งใจให้ผู้เรียนสามารถนำความคิดรวบยอดในสิ่งเร้าต่างๆ มาวิเคราะห์และสังเคราะห์ถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งเร้าต่างๆ เหล่านั้น เพื่อเป็นแนวทางในการสรุปเป็นหลักการหรือความรู้ใหม่ที่เกิดขึ้น
4. การสร้างหลักการ (Principle) ครูจะเป็นผู้กำหนดหรือมุ่งใจให้ผู้เรียนนำความคิดรวบยอดที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา สร้างสรรค์ และนำหลักการที่ได้นี้ไปตั้งสมมติฐาน เพื่อแสวงหาความรู้ใหม่ต่อไป

นวลจิตต์ เขาวงกตพิงศ์ (2537: 58-60) ได้สรุปหลักการสอนความคิดรวบยอด และเชื่อมโยงไปถึงขั้นตอนวิธีการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดได้ดังตาราง 1

ตาราง 1 สรุปหลักการสอนความคิดรวบยอดและขั้นตอนวิธีการสอนให้เกิดความคิดรวบยอด

หลักการสอนความคิดรวบยอด	วิธีการสอนความคิดรวบยอด
1. ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ดี เมื่อมีโอกาสได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง	1. ครูจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าและเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยการตั้งปัญหาเป็นจุดเริ่มต้น ให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยและนำไปสู่การค้นหาคำตอบกับการเรียนรู้ความคิดรวบยอดนั้นในที่สุด ในขั้นตอนนี้ครูจะต้องวางแผนไว้ล่วงหน้าโดยเริ่มต้นจาก 1.1 ตั้งจุดประสงค์ของการสอน และระบุขอบเขตของความคิดรวบยอดของสิ่งที่ต้องการสอนให้ชัดเจนก่อน 1.2 ทำการสำรวจความรู้พื้นฐานของผู้เรียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดนั้น เพื่อการเชื่อมโยงประสบการณ์การเรียนรู้ที่เหมาะสม
2. การนำเสนอสิ่งเร้าที่ชัดเจน การชี้แนะให้เห็นความแตกต่างของสิ่งเร้าอย่างชัดเจน และการชี้แนะให้เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้เร็วขึ้น	2. ครูนำเสนอสิ่งเร้าที่ต้องการสอนความคิดรวบยอดโดยคำนึงถึงลำดับขั้นตอนต่อไปนี้ 2.1 ชี้ให้เห็นธรรมชาติของสิ่งนั้น จุดเด่นของลักษณะที่ทำให้เกิดความแตกต่างจากสิ่งเร้าอื่น 2.2 นำเสนอตัวอย่างของสิ่งที่ใช่และไม่ใช่เป็นลำดับและมีความสัมพันธ์กัน 2.3 กล่าวเชื่อมโยงลักษณะของสิ่งเร้าใหม่กับลักษณะตามประสบการณ์เดิมของผู้เรียน 2.4 ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของผู้เรียนโดยที่ผู้เรียนสามารถแสดงออกมาด้วยพฤติกรรมที่ง่าย ๆ ทางกายก่อน เช่น การชี้ป้ง การแยกแยะ

ตาราง 1 (ต่อ)

หลักการสอนความคิดรวบยอด	วิธีการสอนความคิดรวบยอด
3. การส่งเสริมความสามารถทางการใช้ภาษาอย่างถูกต้องจะช่วยให้ผู้เรียนแสดงออกถึงการเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้อย่างมีประสิทธิภาพ	3.1 ครูให้หลักการและเสนอตัวอย่างการใช้ถ้อยคำที่เหมาะสมในการอธิบายหรือกล่าวถึงสิ่งใดสิ่งหนึ่ง 3.2 ครูให้ผู้เรียนลองให้คำจำกัดความความคิดรวบยอดที่เรียนรู้แล้วตามด้วยการให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อการปรับปรุงแก้ไขและให้การเสริมแรง
4. ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความคงทนต่อการเรียนรู้สูง เมื่อได้มีโอกาสนำการเรียนรู้ความคิดรวบยอดนั้นไปใช้ประโยชน์	4. ครูจัดกิจกรรมเสริมให้ผู้เรียนได้ใช้ประโยชน์จากการเรียนรู้ความคิดรวบยอดโดยอาจใช้กิจกรรมดังตัวอย่างนี้ 4.1 ให้ผู้เรียนแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดที่เรียนรู้แล้ว 4.2 ใช้ความรู้ความคิดรวบยอดเดิมเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่

การสอนให้เกิดความคิดรวบยอดนี้ จะได้ผลดีมีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับความสามารถในการใช้เทคนิคการสอนของครูผู้สอนด้วย ตั้งแต่เทคนิคการตั้งคำถาม การเสริมแรง การสรุปผล และอื่นๆ ตลอดจนความสามารถในการใช้ภาษาที่ถูกต้องชัดเจน ครูจะต้องเตรียมตัววางแผนการสอนเป็นอย่างดี จึงไม่ใช่เรื่องง่ายนักสำหรับการสอนให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ความคิดรวบยอด แต่มันก็เป็นสิ่งที่คุ้มค่า และผู้เรียนจะได้รับประโยชน์อย่างมหาศาล เขาจะสามารถนำการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและยังเป็นพื้นฐานสำคัญที่ทำให้เกิดการเรียนรู้สิ่งอื่นๆ ที่ใกล้เคียงหรือเกี่ยวข้องกัน เป็นได้โดยง่ายและรวดเร็วอีกด้วย

นาตยา ปิรันธนานนท์ (2542: 14) ได้กล่าวถึงการจะสังเกตว่าบุคคลใดจะเกิดความคิดรวบยอดแล้วจะทราบได้จากการดูว่าเขาเหล่านั้นได้ดังนี้

1. สามารถบอก ระบุ เรียกชื่อ ความคิดรวบยอดนั้นได้
2. สามารถคัดเลือก จำแนก แยกแยะ ยกตัวอย่าง ทั้งที่ใช่ตัวอย่างและที่ไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอดนั้นได้

3. สามารถบอกลักษณะของความคิดรวบยอดนั้นได้

4. สามารถอธิบาย สรุปความหมายของความคิดรวบยอดนั้น จากความรู้ความเข้าใจของตนเอง และด้วยภาษาคำพูดของตนเอง

นอกจากนี้ (พิศเพลิน ภิรมย์ไกรภักดิ์. 2542: 27-28 ; อ้างอิงจาก นิตยา ประพุดติกิจ. 2537. หน้า 22-33) ยังมีหลักการสอนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. สอนให้สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน
2. เปิดโอกาสให้เด็กได้รับประสบการณ์ที่ทำให้ “พบคำตอบด้วยตนเอง”
3. มีเป้าหมายและมีการวางแผนอย่างดี
4. เอาใจใส่ในเรื่องการเรียนรู้และลำดับขั้นของการพัฒนาความคิดรวบยอดของเด็ก

เด็ก

5. ให้ประโยชน์จากประสบการณ์เดิมของเด็ก เพื่อสอนประสบการณ์ใหม่ ๆ
6. ใช้วิธีการจัดบันทึกพฤติกรรมหรือระเบียบพฤติกรรม เพื่อใช้ในการวางแผน

และจัดกิจกรรม

7. รู้จักใช้สถานการณ์ขณะนั้นให้เป็นประโยชน์
8. ใช้วิธีการสอดคล้องกับชีวิตจริง เพื่อสอนความคิดรวบยอดที่ยาก ๆ
9. ใช้วิธีให้เด็กมีส่วนร่วมหรือปฏิบัติจริงเกี่ยวกับตัวเลข
10. วางแผนส่งเสริมให้เด็กเรียนรู้ทั้งที่โรงเรียนและที่บ้านอย่างต่อเนื่อง
11. บันทึกปัญหาการเรียนรู้ของเด็กอย่างสม่ำเสมอเพื่อแก้ไขปรับปรุง
12. คำนึงควรสอนเพียงความคิดรวบยอดเดียว
13. เน้นกระบวนการเล่นจากง่ายไปหายาก
14. ครูควรสอนสัญลักษณ์ตัวเลขหรือเครื่องหมายเมื่อเด็กเข้าใจสิ่งเหล่านั้น
15. ต้องมีการเตรียมความพร้อมในการเรียนคณิตศาสตร์

ปรีชา ธรรมมา (2543: 46-47) อธิบายไว้ว่า การสร้างสื่อกับโดยการสอนอาจจะทำได้โดยดำเนินการตามหลักการและขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เช่น ให้สามารถระบุลักษณะ ให้สามารถระบุหรือบอกชื่อ และให้สามารถบอกลักษณะร่วมกันของสิ่งเร้าที่กำหนดให้เรียนรู้
2. นำเสนอตัวอย่างพร้อมกับคำบรรยายประกอบ เช่น ในการเลือกตัวอย่าง ให้เลือกตัวอย่างของสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันหรือคล้ายกัน เลือกตัวอย่างสิ่งเร้าประเภทที่มีลักษณะต่างกัน และเลือกอุปกรณ์มาใช้ประกอบการสอน เช่น ตุ๊กตา รูปปั้น รูปภาพ และคำบรรยายประกอบอุปกรณ์

3. ใช้กระบวนการเรียนการสอนที่เหมาะสม ซึ่งประกอบด้วยการเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนสร้างแรงจูงใจ ความใส่ใจ ความตั้งใจให้แก่บทเรียน หรือกับการสอนการบรรยาย อธิบาย พรรณนา ลักษณะร่วม และการให้ความหมายของสิ่งกับด้วยถ้อยคำที่ชัดเจน เข้าใจได้ง่าย มีการใช้ตัวอย่างประกอบทั้งที่เป็นรูปธรรมและนามธรรม โดยมีตัวอย่างจากง่ายไปยาก ตามลำดับ ใช้ตัวอย่างที่มีลักษณะแตกต่างกันบ้าง และเปรียบเทียบความเหมือนกันและความต่างกันระหว่างตัวอย่าง

4. ส่งเสริมการเรียนรู้โดยใช้แรงจูงใจที่เหมาะสม เช่น มีการเสริมแรงในรูปแบบที่ก่อให้เกิดผลดีต่อผู้เรียนและผลการเรียนเป็นการกระตุ้นให้อยากรู้ อยากเรียน และให้บังเกิดผลตามวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ได้กำหนดไว้

สมนึก ภัททิยธนี (2543: 41-43) ได้อธิบายถึงการสอนให้นักเรียนเกิด Concept ไว้ว่า การสอนแบบ Inductive (อุปมาน) กับ Deductive (อนุมาน) จะช่วยให้นักเรียนเกิด Concept ได้ง่ายและรวดเร็วไม่ต่างจากวิธีอื่นๆ (หรืออาจจะดีกว่าวิธีอื่นๆ ด้วยซ้ำ) แม้ในยุคปัจจุบันจะปฏิรูปการศึกษาและปฏิวัติการสอนโดยรณรงค์ให้ยึดหลักการว่า การสอนของครูต้อง ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง จนกระทั่งปรับใหม่ล่าสุดเป็น เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ก็เป็นไปโดยหลักการ แม้จะหาวิธีการสอนและการวัดประเมินผลอย่างละเอียดปลีกย่อยปานใด หรือทันสมัยโดยอาศัยเทคโนโลยีทั้งหลาย ก็คงหนีไม่พ้นการสอนโดยยึดหลักกว้างๆ แบบ Inductive หรือไม่กี่แบบ Deductive ประเด็นสำคัญอยู่ที่ว่าจะสอนอย่างไรจึงจะเป็นรูปธรรม เป็นไปตามเจตนาของหลักสูตรและช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นระบบ ผู้เขียนยังมีความมั่นใจว่า ถ้าครูผู้สอนสามารถให้นักเรียนเกิด Concept ในเรื่องที่สอนได้จะเป็นสิ่งสำคัญ สมดังคำที่ว่า นักเรียนเป็นสำคัญ หรือ นักเรียนเป็นศูนย์กลาง ที่กล่าวมานี้ไม่ได้มุ่งกล่าวเฉพาะภาคทฤษฎีของการเรียนรู้ แต่หมายถึง หากคิดจะสอนนักเรียน ไม่ว่าเมื่อใด สถานการณ์ใด ภาควิชาใด หรือทฤษฎี แม้จะเน้นให้นักเรียนทำเป็นเห็นจริงก็เข้าข่ายว่าต้องสอนให้นักเรียนเกิด Concept ในเรื่องนั้น การสอนให้นักเรียนเกิดความรู้ตามเนื้อหาสาระที่สอนหรือตามเอกสาร ย่อมไม่เพียงพอ ถ้าสอนเช่นนี้ ยังไม่ได้ชื่อว่า นักเรียนเป็นสำคัญ เพราะนักเรียนเกิดเฉพาะความรู้ โอกาสจะขยายความรู้ไปสู่ขั้นพัฒนาความคิดวิเคราะห์ย่อมเป็นไปได้ยาก

การสอนแบบ Inductive (วิธีอุปมาน) ก็คือ การสอนที่ครูอาศัยการยกตัวอย่าง อธิบายให้เห็นชิ้นส่วนย่อยๆ แล้วสุดท้ายสรุปเป็นหลักการ เช่น ให้นักเรียนวัดขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมชนิดต่างๆ 3 – 4 รูป พบว่า มุมภายในรวมกันเท่ากับ 180 องศา ทุกรูป จึงสรุปเป็นหลักการว่า มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันมีขนาด 180 องศา หรือให้นักเรียนผันอักษรกลางสัก 3 - 4 ตัว พบว่า จะผันอักษรได้ครบทั้ง 5 เสียง คือ เสียงสามัญ เอก โท ตรี และจัตวา จากนั้นก็สรุปได้ว่า อักษรกลางสามารถผันได้ครบทั้ง 5 เสียง เป็นต้น

การสอนแบบ Deductive (วิธีอนุมาน) ก็คือ วิธีที่ครูสรุปหรือให้หลักการในเนื้อหาสาระก่อนแล้วยกตัวอย่าง หรือปฏิบัติพิสูจน์ให้ดูภายหลัง เช่น ขึ้นชื่อว่า รูปสามเหลี่ยม มุมภายในรวมกันต้องมีขนาด 180 องศา เสมอ จากนั้นจึงทำการพิสูจน์ให้เห็นจริง (บทพิสูจน์เรขาคณิตเกือบทั้งหมด ครูมักจะใช้วิธีการเช่นนี้) อักษรกลางทุกตัวสามารถผันอักษรได้ครบทั้ง 5 เสียง ภูมิอากาศในแถบเส้นศูนย์สูตร จะมีลักษณะร้อนตลอดปีและมีฝนตกชุก ได้แก่ ภูมิอากาศในประเทศมาเลเซีย สิงคโปร์ อินโดนีเซีย และแถบภาคใต้ของประเทศไทย ขึ้นชื่อว่าเมล็ดพืชจะออกส่วนที่เป็นรากก่อนเสมอ หลังจากนั้น ก็จะทำให้เรียนได้แสดงการเพาะเมล็ดพืชต่างๆ เพื่อเป็นการพิสูจน์ โดยการเพาะเมล็ดในห้องเรียน ก็ไม่ใช่อุปสรรคจนไม่สามารถทำได้ กาบใบของพืชใบเลี้ยงเดี่ยวทุกชนิดจะแตกยอดใบเป็นลำดับตามเข็มนาฬิกา (ดูจากยอดของต้นพืช) เช่น กล้วย ปาล์ม ต้นหญ้า ต้นข้าว โดยสอนให้เห็นจริงทำจริงจากการให้นักเรียนเดินดูต้นไม้รอบๆ บริเวณโรงเรียน หรือจะฝากเป็นการบ้าน ให้ดูจากต้นพืชใบเลี้ยงเดี่ยวที่บ้านก็ไม่ใช่อุปสรรค หรือจะให้การบ้านเพิ่มถึงขั้นให้ดูพืชพันธุ์ไม้เลื้อยแต่ละชนิดว่าเลื้อยตามหรือทวนเข็มนาฬิกา การสอนเช่นนี้ก็ถือว่า ยึดนักเรียนเป็นสำคัญ ซึ่งเป็นวิธีสอนที่ควรจะต้องเกิดขึ้นมานานแล้ว และสอดคล้องกับกระบวนการการเรียนรู้ของนักเรียน ดังที่วงการศึกษากำลังตื่นตัวกับเรื่องเหล่านี้

จะเห็นว่าวิธีการสอนที่เป็นแม่แบบทั้ง 2 วิธีนี้ จะช่วยให้นักเรียนเกิด Concept ในเรื่องที่เรียนรู้ได้ง่าย และถ้าจะพูดกันอย่างลึกซึ้ง วิธีสอนแบบ Inductive น่าจะเหมาะกับนักเรียนเก่ง ขยัน และเอาใจใส่ มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ หากเป็นนักเรียนกลุ่มอ่อนซึ่งครูต้องคอยชี้แนะหรือกระตุ้นให้แสดงกิจกรรมต่างๆ ครูควรสอนโดยวิธี Deductive ซึ่งให้ผลดีเช่นกัน ข้อสำคัญว่าครูมีความอดทนอดกลั้น หมั่นสอน หรือมีความสุขกับการได้สอนมากน้อยเพียงใด เมื่อเป็นเช่นนี้จึงจะถือได้ว่านักเรียนเป็นสำคัญ แต่หากวิเคราะห์ถึงสถานการณ์ปัจจุบัน โรงเรียนที่มีนักเรียนเต็มห้อง ครูที่มีชั่วโมงสอนมาก ครูผู้สอนมักจะใช้วิธี Deductive มากกว่าวิธี Inductive โดยหวังประหยัดทั้งเวลาและแรงงานสอน หรือคิดสอนแต่ทฤษฎีและหลักการ ขาดการปฏิบัติให้เห็นจริง รวมถึงภารกิจส่วนตัวของครูผู้สอนในสังคมปัจจุบัน ลักษณะเช่นนี้ต่างหากที่กำลังเป็นปัญหาให้ขบคิด ไม่ใช่ปัญหาอื่นใด หรือขยายหลักการของปัญหา โดยลงสรุปว่านักเรียนคิด เขียน ไม่เป็น เพราะข้อสอบเลือกตอบเป็นสาเหตุ

เนตรนพิชญ์ จำปาทองเทศ (2546: 36 - 42) กล่าวว่า รูปแบบการสอนความคิดรวบยอดมีมากมาย ไม่ว่าจะเป็น

1. การสอนแบบ deductive
2. การสอนแบบ inductive

การสอนทั้ง 2 รูปแบบมีจุดประสงค์เดียวกันแต่มีความแตกต่างในขั้นตอน

กระบวนการดังตาราง 2

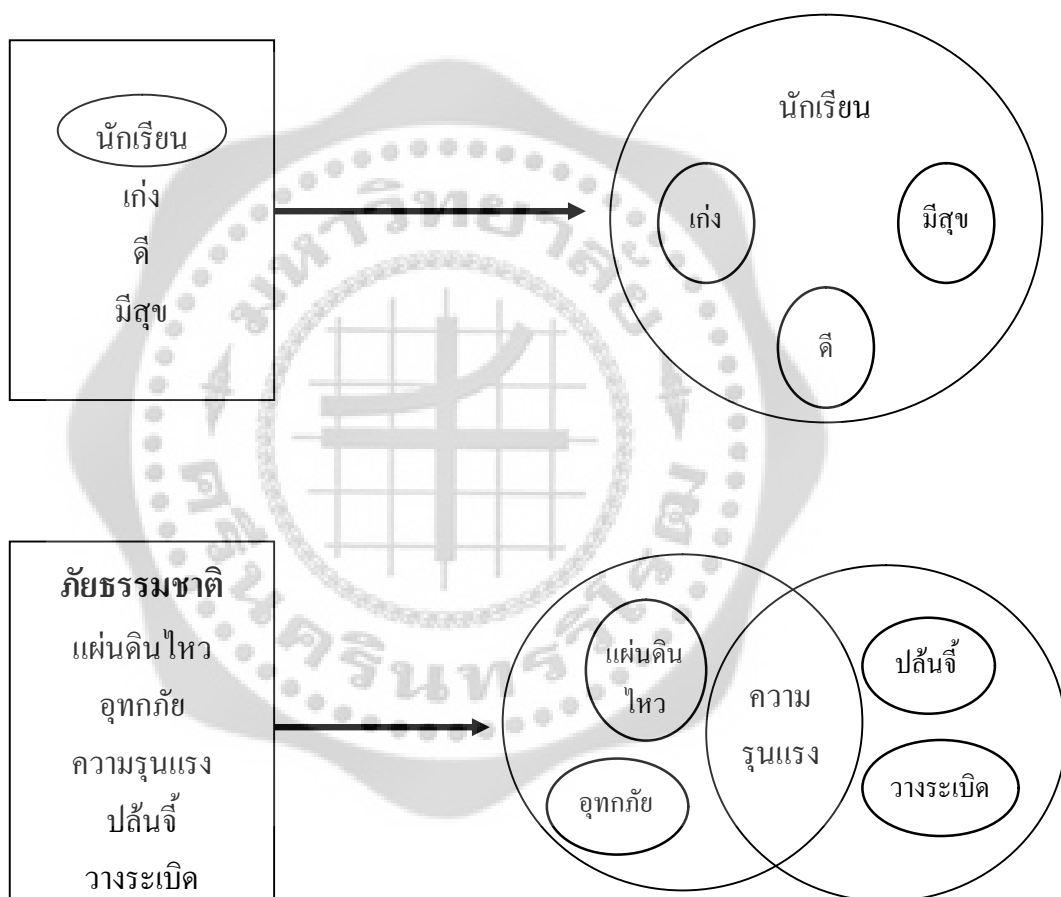
ตาราง 2 ขั้นตอนกระบวนการสอนแบบ deductive และการสอนแบบ inductive

deductive	Inductive
1. กำหนดความคิดรวบยอด	1. ให้ผู้เรียนดูตัวอย่าง และวิเคราะห์ตัวอย่าง ใดไม่เข้าพวก (ไม่เข้ากลุ่ม)
2. อธิบายความคิดรวบยอดที่กำหนดขึ้น	2. สังเกตตัวอย่างที่เข้าพวกและไม่เข้าพวก
3. ให้ผู้เรียนลองยกตัวอย่างความคิดรวบยอดที่ กำหนดขึ้นนั้น	3. ตั้งชื่อกลุ่มตัวอย่างทั้งสอง
4. ให้ผู้เรียนสรุป อธิบายความคิดรวบยอด ดังกล่าวอีกครั้ง (เพื่อตรวจสอบ / ทบทวน)	4. สรุป / อธิบายความหมายของกลุ่มตัวอย่าง ที่ตั้งขึ้น (เพื่อตรวจสอบ / ทบทวน)

การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Venn Diagram

ลองนำกลุ่มวลี / กลุ่มคำต่อไปนี้ จำลองอยู่ใน Venn Diagram ที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของกลุ่มคำที่กำหนดให้ ดังภาพประกอบ 6

ตัวอย่าง



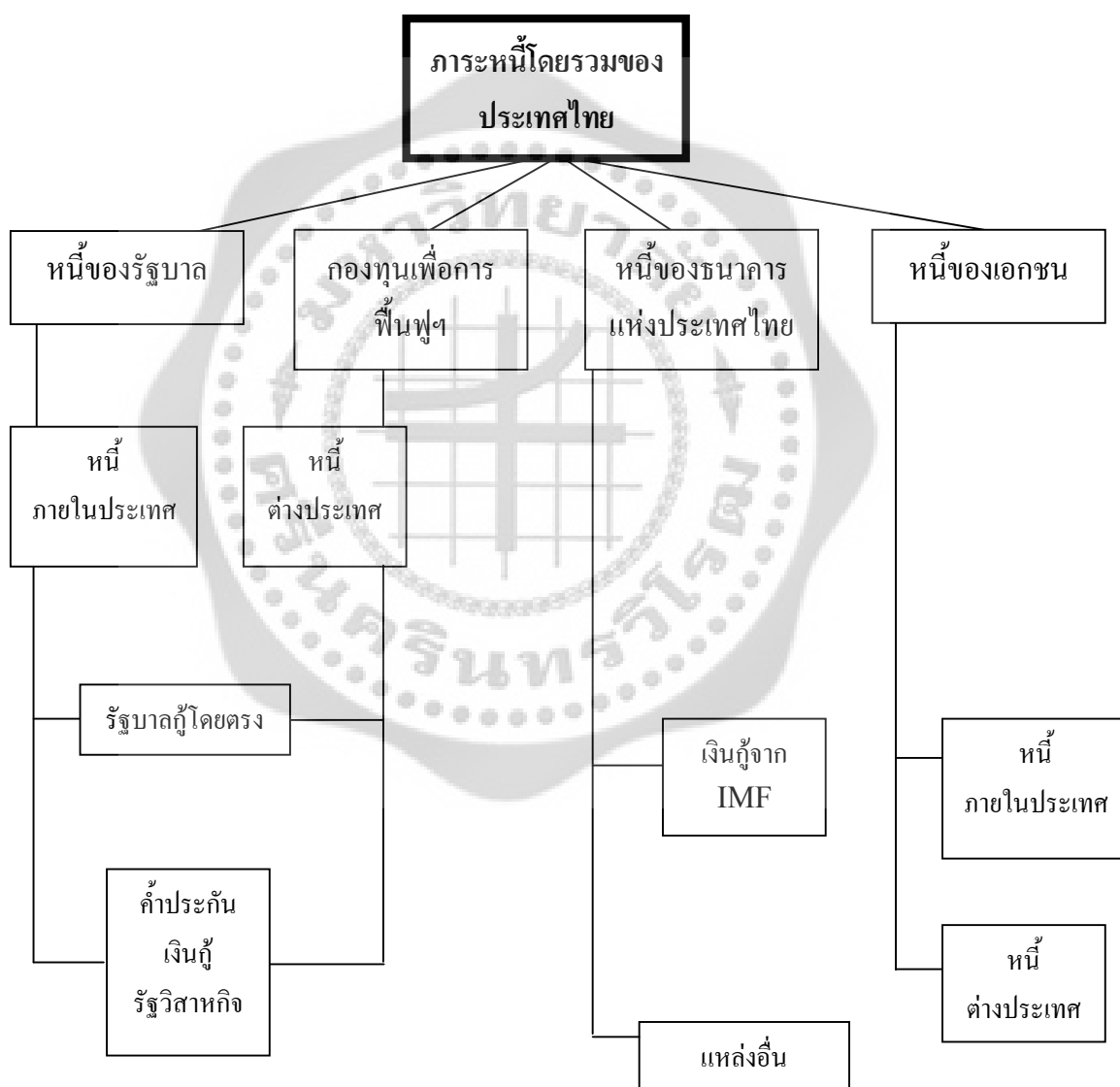
ภาพประกอบ 6 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Venn Diagram

ที่มา : เนตรนพิชญ์ จำปาทองเทศ. 2546: 37

การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Flowchart Diagram

ท่านคิดว่า “ ภาระหนี้โดยรวมของประเทศไทย ” ประกอบด้วยหนี้ส่วนใดบ้าง ดังภาพประกอบ 7

ตัวอย่าง

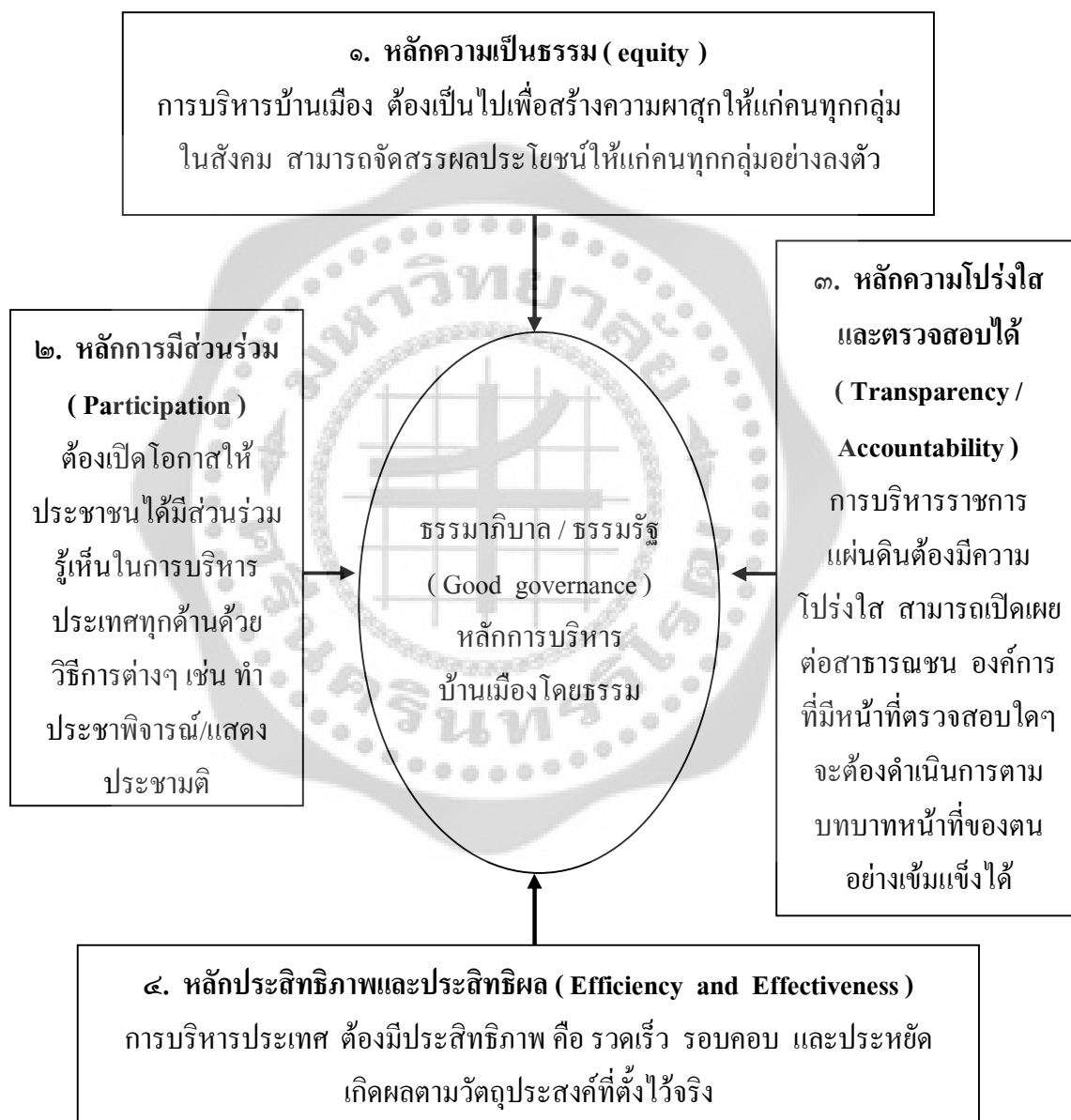


ภาพประกอบ 7 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Flowchart Diagram

การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้กราฟฟิก Web Diagram

ท่านคิดว่า ธรรมาภิบาล / ธรรมรัฐ (Good governance) ควรประกอบด้วยหลักการใดบ้าง ดังภาพประกอบ 8

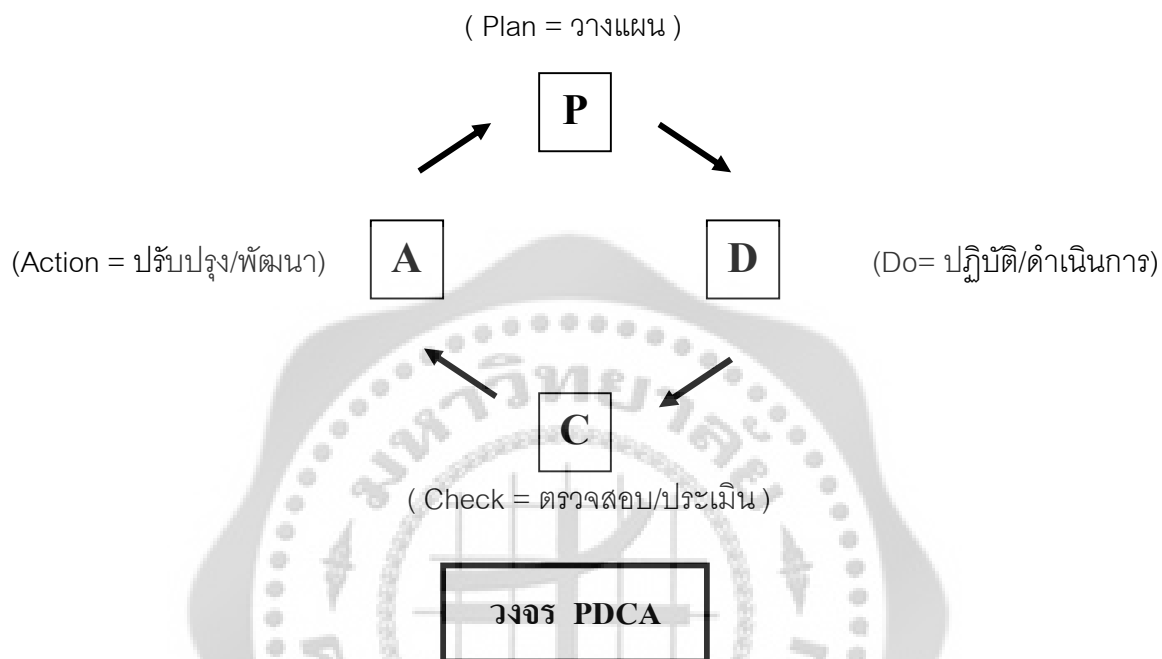
ตัวอย่าง



ภาพประกอบ 8 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้กราฟฟิก Web Diagram

การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Cycle Graph

ตัวอย่าง



ภาพประกอบ 9 การสอนความคิดรวบยอด โดยใช้ Cycle Graph

ที่มา : เนตรนพิชญ์ จำปาทองเทศ. 2546: 40

นอกจากนี้ พรพนทิพย์ ม้ามณี (พรพิมล ยังฉิม. 2546: 15 ; อ้างอิงจาก พรพนทิพย์ ม้ามณี. 2520. หน้า 30-31) ได้กล่าวถึงหลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอด ดังนี้

1. ความคิดรวบยอด เป็นสิ่งที่ไม่สามารถ “ให้” กันได้ จะต้องเกิดจากประสบการณ์และความคิดรวบยอดของตนเอง การสอนที่มีประสิทธิภาพประกอบด้วยการจัดประสบการณ์ให้แก่ นักเรียนทุกคน

2. ความคิดรวบยอด จะต้องเกิดขึ้นเหมือนกับเป็นกระบวนการของการเจริญเติบโต คือ จะมีความหมายมากขึ้น และลึกซึ้งยิ่งขึ้นเรื่อยๆ จากประสบการณ์หลายๆ ชนิด

3. ความคิดรวบยอด จะมีความหมายและมีประโยชน์มากขึ้น เมื่อมันมีความสัมพันธ์โดยเป็นส่วนหนึ่งของทั้งหมด

4. ความคิดรวบยอด จะพัฒนาจากประสบการณ์หลายๆ อย่างมากกว่าการสอนซ้ำๆ ซากๆ ดังนั้นการแก้ปัญหา การค้นพบ และงานประจำหลายๆ แบบ จะทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นกว่าทำซ้ำๆ ในการเรียนคณิตศาสตร์

5. ระดับบทเรียนที่จะให้เกิดความคิดรวบยอด ควรจะขึ้นอยู่กับความพร้อม ความสนใจ และความสามารถของผู้เรียน ดังนั้น การจัดบทเรียนแต่ละวัน ควรจะคำนึงถึงความแตกต่างของแต่ละบุคคล และความสนใจ จะเห็นว่าเด็กจะเรียนเศษส่วนทางพีชคณิตไม่ได้ดี ถ้าไม่มีภูมิหลังเกี่ยวกับจำนวนตรรกยะ ความหมายเกี่ยวกับส่วนร่วม การหารด้วยศูนย์ใช้ไม่ได้ ตลอดจนเอกลักษณ์เกี่ยวกับการคูณ เป็นต้น เด็กที่เรียนช้าไม่ควรให้เรียนหารากที่ 3 ก่อนที่จะเรียนหารากที่ 2 และไม่ควรหวังว่านักเรียนจะสามารถจะถอดสมการกำลังสองได้ก่อนที่จะเรียนการถอดสมการกำลังหนึ่ง

6. ความคิดรวบยอดควรจะสร้างขึ้นจากสิ่งแวดล้อมของเขาเองมากกว่าจากครูคนเดียว ดังนั้น บทเรียนคณิตศาสตร์ปกติไม่ควรเป็นเลคเชอร์เท่านั้น แต่ควรจัดเป็นกลุ่มกิจกรรมในการแก้ปัญหามากกว่า

7. กิริยาท่าทาง การทำด้วยมือ การคิดคำนึง คำพูด ตลอดจนการเขียน นักเรียนจะต้องพยายามดูว่าอะไรจะเกิดขึ้นตลอดเวลาที่มีการกระทำดังกล่าว ต้องตั้งคำถามด้วยตนเองเพื่อหาคำตอบ และต้องขอบตอบคำถามปัญหา ชอบทำผิดๆ เพื่อค้นหาสิ่งที่ต้องการ

จากทัศนะของนักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับวิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดที่กล่าวไว้ข้างต้น พอที่จะสรุปวิธีสอนเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดได้ดังขั้นตอนต่อไปนี้

1. ควรกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
2. วิเคราะห์ความคิดรวบยอดที่จะสอน โดยความคิดรวบยอดนั้นควรจะลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลงและสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน
3. ใช้ภาษาที่ผู้เรียนเข้าใจง่าย
4. ควรเสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ
5. ทดสอบการเรียนรู้ความคิดรวบยอดของผู้เรียน
6. ให้ผู้เรียนลองให้คำจำกัดความของความคิดรวบยอดนั้น
7. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำความคิดรวบยอดได้ไปใช้แก้ปัญหา หรือความรู้ความคิดรวบยอดเดิมมาเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่

1.8 การเขียนข้อสอบวัดความคิดรวบยอด

เมื่อผู้เรียนได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดแล้ว จากนั้นผู้เรียนจะต้องได้รับการทดสอบเพื่อผู้สอนจะได้รู้ว่าผู้เรียนมีความเข้าใจจริงหรือไม่ ซึ่งมีนักการศึกษาบางท่านได้กล่าวเกี่ยวกับการเขียนข้อสอบวัดความคิดรวบยอดไว้ ดังนี้

วิลสัน (Wilson. 1971: 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วสัมพันธ์กัน ดังตัวอย่างของข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นมุมบ้าน

ก. 45°

ข. 90°

ค. 135°

ง. 180°

จ. 225°

2. กำหนดให้ A และ B เป็นมุมแหลมซึ่งมีขนาดเท่ากับ p° และ q° ตามลำดับ ถ้า A และ B เป็นมุมซึ่งนำมาประกอบกันแล้วเป็นมุมฉาก ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง

ก. $p - q = 0$

ข. $p + q = 90$

ค. $p + q = 180$

ง. $0 < p + q < 90$

จ. $90 < p + q < 180$

สมนึก ภัททิยธนี (2543: 43-46) ได้อธิบายการเขียนข้อสอบวัดความคิดรวบยอดไว้ว่า ข้อสอบวัด Concept เกี่ยวกับเนื้อหาสาระใดๆ จะแบ่งเป็น 2 ลักษณะ และในที่นี้จะยกตัวอย่างข้อสอบแบบเลือกตอบชนิด 5 ตัวเลือก ดังนี้

ลักษณะที่ 1 : ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย

หลักวิชา (Principle) หมายถึง หลักการ หรือหัวใจของเรื่องที่เกิดจากหลายๆ Concept มารวมกัน

การขยาย (Generalized) หมายถึง การนำหลักการหรือคติของเรื่องใดๆ ไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ให้ไกลออกไปจากเดิม หรือเป็นการสรุปออกนอกเรื่องนั้นๆ

ตัวอย่าง ข้อสอบมี ดังนี้

1. เข้า สาย บ่าย เย็น ค่ำ เป็นเรื่องของอะไร ?

- (ก.) เวลา
- ข. การเกิดฤดูกาล
- ค. การหมุนของโลก
- ง. การโคจรรอบดวงอาทิตย์
- จ. การเกิดกลางวันกลางคืน

2. สิ่งใดเป็นตัวจำแนก บ่อ สระ หนองน้ำ ทะเล ?

- (ก.) ขนาด
- ข. สีของน้ำ
- ค. ความลึก
- ง. รสของน้ำ
- จ. สถานที่เกิด

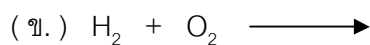
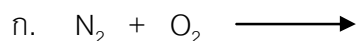
3. งู กบ ไข่เต่า มีลักษณะใดที่เหมือนกัน ?

- (ก.) อยู่ในที่ชุ่มชื้น
- ข. ออกลูกเป็นไข่
- ค. มีกระดูกสันหลัง
- ง. กินแมลงเป็นอาหาร
- จ. เป็นสัตว์ครึ่งบกครึ่งน้ำ

4. ญี่ปุ่น ฟิลิปปินส์ และอินโดนีเซีย มีสิ่งใดแตกต่างกับไทยมากที่สุด ?

- ก. ศาสนา
- ข. อาหาร
- ค. วัฒนธรรม
- (ง.) ภูมิประเทศ
- จ. การเพาะปลูก

5. สมการใดที่เป็นปฏิกิริยาทำให้เกิดน้ำ ?



6. ดอกกุหลาบ ดอกกรักเร่ และดอกเยอบีร่า มีลักษณะใดเหมือนกัน ?

ก. ลำต้น

ข. กลีบดอก

(ค.) ความงาม

ง. ความหอม

จ. การขยายพันธุ์

7. การโฆษณาสินค้าต่างๆ มักจะอ้างดาราเพราะ ยึดหลักการใด ?

ก. ดาราภาพยนตร์มีรสนิยมสูง

ข. คนทั่วไปรู้จักดาราภาพยนตร์

(ค.) คนทั่วไปนิยมดาราภาพยนตร์

ง. คนทั่วไปเชื่อถือดาราภาพยนตร์

จ. คนทั่วไปอยากเป็นดาราภาพยนตร์

8. การสร้างมุม 15° 75° หรือ 150° โดยใช้ วงเวียน ต้องใช้หลักอะไรเป็นสำคัญ ?

ก. การแบ่งครึ่งมุม

ข. การแบ่งครึ่งด้าน

(ค.) การสร้างมุม 60°

ง. การสร้างมุม 90°

จ. การสร้างมุม 180°

ลักษณะที่ 2 : ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้าง

คำถามชนิดนี้ต่างกับลักษณะที่ 1 : ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย คือ ลักษณะที่ 1 ถามเกี่ยวกับคติและหลักการของหลายเนื้อหาที่ไม่สัมพันธ์กัน ไม่เป็นชนิดเดียวกัน อย่างเดียวกันโดยตรง แต่อยู่ในเครือสกุลเดียวกัน ส่วนลักษณะที่ 2 นี้ ถามเกี่ยวกับคติและหลักการ จากหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันเป็นพวกเดียวกันและสกุลเดียวกัน เพื่อค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างที่เป็น ตัวร่วมของบรรดาเนื้อหาเหล่านั้น

ตัวอย่าง ข้อสอบมี ดังนี้

1. ประชาชนภาคใต้กับภาคเหนือมีอาชีพอะไรที่เหมือนกัน ?

- ก. การประมง
- ข. การทำป่าไม้
- ค. การทอผ้าไหม
- (ง.) การทำเหมืองแร่
- จ. การทำเครื่องเงิน

2. หมอก น้ำค้าง น้ำฝน เป็นปรากฏการณ์ประเภทใดของไอน้ำ ?

- ก. การหดตัว
- ข. การอัดตัว
- ค. การรวมตัว
- (ง.) การควบแน่น
- จ. การดูดความร้อน

3. การจำแนกต้นหญ้า ต้นข้าว ต้นฝั เป็นพืชประเภทเดียวกัน เพราะยึดสิ่งใดเป็น

หลัก ?

- ก. อายุ
- (ข.) ราก
- ค. ที่อยู่
- ง. ขนาด
- จ. ประโยชน์

4. การดูดกาแฟ การสูบน้ำ และการทำกาลักน้ำ มีหลักการใดร่วมกัน ?

- ก. แรงดึงดูดของโลก
- ข. การแทนที่ของอากาศ
- ค. การไหลของสารเหลว
- (ง.) ความกดดันของอากาศ
- จ. แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล

5. คำสอนของทุกศาสนา มีเป้าหมายในเรื่องใดเหมือนกัน ?

- ก. การวางตัว
- ข. การทำบุญ
- ค. การเสียสละ
- (ง.) การทำความดี
- จ. การประกอบอาชีพ

6. นิราศ เป็นบทกลอนที่แต่งในอารมณ์ใด ?

- ก. ดีใจ
- ข. เสียใจ
- ค. โกรธแค้น
- (ง.) เหงาหงอย
- จ. สนุกสนาน

7. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีสมบัติเหมือนกันอยู่ข้อหนึ่ง ได้แก่อะไร ?

- ก. มุม
- (ข.) ด้าน
- ค. เส้น
- ง. ขนาด
- จ. พื้นที่

8. กว้าง × ยาว กับ กว้าง × ยาว × สูง ต่างกันในเรื่องใดเป็นสำคัญ

- ก. วิธีคูณ
- ข. ผลลัพธ์
- ค. สูตรที่ใช้
- (ง.) หน่วยที่ได้
- จ. ความยากง่าย

หมายเหตุ การเขียนข้อสอบวัด Concept ที่กล่าวมานี้ เป็นการวัดขั้นสูงสุดของพฤติกรรมความรู้ ความจำ ยังไม่ถึงขั้นใช้ความคิด (พฤติกรรมความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า) หากจะเขียนข้อสอบวัดพฤติกรรมขั้นใช้ความคิดก็ย่อมเขียนได้ แต่การสอนให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมขั้นความคิดดังกล่าวเป็นเรื่องสอนยาก นักเรียนต้องคิด

สร้างขึ้นเอง หากครูสอนให้นักเรียนเกิด Concept ในเรื่องที่สอนก็นับว่าเป็นการสอนที่มีคุณภาพ เพราะจะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดวิเคราะห์สังเคราะห์เอง

ในการเขียนข้อสอบวัดความคิดรวบยอดที่กล่าวมานั้นจะเห็นได้ว่า หากผู้สอนเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบก็จะวัดผู้เรียนได้เฉพาะขั้นความรู้ความจำ ดังนั้นในการที่จะวัดผู้เรียนในขั้นที่สูงกว่านี้ ผู้สอนจะต้องออกแบบข้อสอบแบบที่ให้ผู้เรียนต้องคิดและสร้างขึ้นเอง จึงจะทำให้ทราบว่าผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากความคิดรวบยอดมาใช้ในการแก้ปัญหาได้จริง

1.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดทั้งของต่างประเทศและในประเทศไทย ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

ซัลลิแวน (Sullivan, 2007: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง บันทึกรายการประจำวันการเปลี่ยนแปลงกระบวนการรับรู้ : เครื่องมือสำหรับการประเมินความเข้าใจของเด็กๆ ในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการตรวจสอบนี้แสดงถึงความก้าวหน้าการเข้าใจที่ลึกซึ้งของความสามารถของเด็กวัยรุ่นที่ถ่ายทอดความเข้าใจของพวกเขาหรือความบกพร่องของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการใช้บันทึกประจำวันของการเปลี่ยนแปลงกระบวนการรับรู้และผลสะท้อนกลับ การศึกษารายการนี้เชิงคุณภาพนี้ประกอบด้วยเด็กอายุ 8 ปี จำนวน 6 คนในท้องถิ่นเกรด 3 ในรัฐออลิงตัน การติดตามบทเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนตอบสนองถึงการกระตุ้นในบันทึกประจำวันเกี่ยวกับความคิดรวบยอดที่ครอบคลุมในบทเรียนของพวกเขา ในการวิจารณ์ผลวิเคราะห์คำตอบของบันทึกประจำวันถูกถอดรหัสและจัดให้เป็นหมวดหมู่ รูปแบบที่ปรากฏออกมาของการเจริญเติบโตถูกใช้ในการวางแผนอย่างละเอียดของการตรวจสอบ ผลลัพธ์นี้แสดงให้เห็นว่า ผู้มีส่วนร่วมได้ควบคุมการเรียนรู้ของพวกเขา และจำแนกแยกแยะ และการสื่อสารความเข้าใจของพวกเขา และความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด นักเรียนให้รายละเอียดที่ชัดเจน อธิบายกระบวนการ และผลสะท้อนกลับในกิจกรรมการเรียนรู้ สิ่งที่เกี่ยวข้องของการศึกษานี้ คือ การบันทึกประจำวันระหว่างการสอนคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์มากที่จะสามารถทำให้ความสามารถของนักเรียนในการสื่อสารการเข้าใจของพวกเขาเองดีขึ้น

คริตเซอร์ (Kritzer, 2008: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การประเมินประสิทธิผลในครอบครัวของความคิดรวบยอดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ขณะเชื่อมต่อกับกิจกรรมการแก้ปัญหากับเด็กวัยรุ่นที่ไม่เชื่อฟังของพวกเขา การศึกษาเชิงคุณภาพนี้ถูกทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับวัยรุ่นที่ไม่เชื่อฟัง และโอกาสที่เหมาะสมสำหรับโครงสร้างของความรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานระหว่างขึ้นงานการแก้ปัญหาลำดับแรกซึ่งทำให้สำเร็จโดยพ่อแม่เหล่านี้ การค้นพบนี้แสดง

ให้เห็นว่าวิธีการกระทำในความคิดรวบยอดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (จำนวน/การนับ, ปริมาณ, เวลา/ลำดับ และการจัดเป็นหมวดหมู่) ถูกรวมลงในกิจกรรมที่มีความหมายสำคัญสำหรับเด็กๆ ผู้ซึ่งแสดงความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับสูง นอกจากนี้ เด็กๆ ที่มีประสบการณ์ความสามารถทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงมุ่งประสงค์จะใช้เครื่องมือกิจกรรมระหว่างการประนีประนอม อย่างไรก็ตาม การใช้ประสบการณ์การเรียนรู้การประนีประนอมทั้งหมดถูกจำกัดสำหรับเด็กๆ จากทั้งสองของกลุ่มที่มีความสามารถ

คอคชเรน (Cochran. 2008: Abstract) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ วิชาคณิตศาสตร์และคณิตศาสตร์ในโรงเรียน : การเปลี่ยนแปลงในการปฏิบัติของหน้าที่ความคิดรวบยอดในหนังสือเรียนพีชคณิตเล่ม 2 ของศตวรรษที่ 20 ซึ่งแบบฝึกหัดพบว่าบทของหน้าที่ในหนังสือเรียนอเมริกา 5 ถูกวิเคราะห์การใช้แบบแผนการถอดรหัส ปัญหาถูกวิเคราะห์บนพื้นฐานสิ่งแวดล้อม การดำเนินการต้องการที่จะแก้ปัญหา ตัวอย่างในการใช้ และการควบคุมโครงสร้างที่เหมาะสมที่จะใช้กับนักเรียน การวิเคราะห์นี้พิจารณาสำหรับการหาเอกลักษณ์ของแนวความคิดในช่วงนั้น แนวความคิดเหล่านี้ถูกเปรียบเทียบกับแนวความคิดในหน้าที่ของความคิดรวบยอดในสาขาวิชาคณิตศาสตร์และแนวความคิดในการแนะนำสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์

โคลแมน (Coleman. 2008: Abstract) ได้ศึกษาการพัฒนาของการเข้าใจของความคิดรวบยอดของตัวแปรในนักเรียนที่เริ่มต้นเรียนพีชคณิตระดับเกรด 7 : บทบาทของปฏิริยาต่อกันของนักเรียน งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาเชิงคุณภาพของการมีปฏิริยาต่อกันของนักเรียนในห้องเรียนคณิตศาสตร์ระดับเกรด 7 ซึ่งนักเรียนจะทำงานโดยผ่านชุดของการวินิจฉัยชิ้นงานที่หลากหลายในการใช้ตัวแปร ข้อมูลถูกรวบรวมในรูปแบบของบันทึกเสียงการอภิปรายลงบนเทปสำหรับการมีส่วนร่วม (การทำงาน 3 กลุ่มใน 4 กลุ่ม) การวิเคราะห์ที่ได้มาจากรูปแบบของการบรรยายอย่างใกล้ชิดของ 8 ตอนที่สำคัญ ซึ่งแหล่งข้อมูลที่หลากหลายเกิดขึ้นพร้อมกันถึงเหตุการณ์ที่สำคัญ อย่างไรก็ตาม ปฏิริยาต่อกันของนักเรียนในรูปแบบของการประชุมจะมีการแสดงวิธีเปลี่ยนแปลงในการเข้าใจของตัวแปร ข้อมูลแสดงถึงธรรมชาติที่ซับซ้อนของปฏิริยาต่อกันของนักเรียนเกี่ยวกับประโยชน์ที่เป็นไปได้ถึงการเรียนรู้ของนักเรียน ประโยชน์ของการแสดงของข้อมูลนี้ถูกสรุปความเช่นเดียวกับ 3 รูปแบบของการประชุม ได้แก่ การประชุมกับนักเรียนอื่นๆ การประชุมกับตัวเอง และการประชุมกับคุณครู

สลอสัน (Slauson. 2008 : Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง ตัวแปรในการเข้าใจความคิดรวบยอดของนักเรียนที่วิทยาลัยอาร์ทลิเบอรัล มิดเวสเทิร์น ซึ่งกลุ่มหนึ่งถูกสอนโดยวิธีการบรรยายสำหรับหัวข้อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การสุ่มตัวอย่าง การแจกแจง ความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน ช่วงความเชื่อมั่น ขายขอบของความคลาดเคลื่อน ส่วนกลุ่มอื่นๆ ทำให้สำเร็จโดยการส่งไปที่ห้องปฏิบัติการเรียนรู้กิจกรรมในแต่ละหัวข้อเหล่านี้ ห้องปฏิบัติการนี้ถูกออกแบบเกี่ยวกับโครงสร้าง

การเปลี่ยนความคิดรวบยอด นักเรียนจะถูกถามถึงการใช้ความรู้ที่มีอยู่ก่อนในการทำนาย รวบรวม และการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดสอบการทำนายของพวกเขา และการประเมินการทำนายเหล่านี้ให้ผลลัพธ์ที่ชัดเจน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงถึงความคิดของการเข้าใจความคิดรวบยอดของนักเรียน เรื่องส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานดีขึ้นในห้องกิจกรรม แต่ไม่ใช้กับกลุ่มในห้องบรรยาย

งานวิจัยในประเทศ

ณัฐพงษ์ อินทรสุข (2546: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการสอนด้วยรูปแบบการสอนความคิดรวบยอดและหลักการกับการสอนปกติในเรื่อง กำลังไฟฟ้ากระแสสลับ 1 เฟส กลุ่มตัวอย่างจำนวน 56 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 28 คน โดยการเลือกแบบเจาะจง ผลการวิจัยพบว่า การสอนแผนใหม่ช่วยให้ผู้เรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยรวม โดยเฉพาะพฤติกรรมด้านความรู้ความจำกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 พฤติกรรมด้านความเข้าใจสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนด้านการนำไปใช้และความสามารถระดับอื่นไม่พบความแตกต่าง

พรพิมล ยังฉิม (2546: 52-54) ได้ศึกษาผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสวนแดงวิทยา จังหวัดสุพรรณบุรี ปีการศึกษา 2545 ที่มีผลการเรียน 0 และได้คะแนนต่ำสุดในรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 013) จำนวน 28 คน ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนภายหลังจากที่ได้รับการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดโดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ฐาปนี ตันยอชฌาอุฒ (2547: 48-49) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมกับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนหอวัง กรุงเทพมหานคร จำนวน 115 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 56 คน ดำเนินการสอนโดยใช้สื่อประสม และกลุ่มควบคุม 59 คน ดำเนินการสอนปกติ ใช้เวลาสอน 10 ชั่วโมง ผลวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

คชาภรณ์ จำปาอิม (2548: 103-107) ได้ศึกษาการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เพื่อพัฒนาทักษะคณิตศาสตร์ทางด้านความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนปิ่นสรวงยแผลสวิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 50 คน ทำการสอนจำนวน 2 บทเรียน โดยใช้รูปแบบกระบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนประกอบด้วย 3 ขั้นตอนหลักที่ต่อเนื่องกัน ได้แก่ ขั้นการวางแผน ขั้นปฏิบัติการและรวบรวมข้อมูล และขั้นทบทวนและประเมินผลเพื่อปรับแผน ผลการวิจัยสรุปว่า นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านการสร้างความคิดรวบยอดดีขึ้น และนักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

สันติ อิทธิพลนาวากุล (2550: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีวิทยา กรุงเทพมหานคร จำนวน 43 คน ใช้เวลาในการสอน 22 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่าเฉลี่ย 85.94/86.64 ความคิดรวบยอดและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เรื่อง ภาคตัดกรวย สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอดจะเห็นได้ว่า การสอนให้เกิดความคิดรวบยอดส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีการเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางบวก สามารถสร้างความคิดรวบยอดได้เอง มีความรู้ความเข้าใจในทักษะทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ตลอดจนทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านได้ให้นิยามของคำว่า “ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ไว้ดังนี้

บรูคเนอ ; กรอสนิคเกิล (Bruckner ; Grossnickle. 1957: 301) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชิน และสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อวานนี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้

แอนเดอร์สัน ; พิงกรี (Anderson ; Pingry. 1973: 228) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปหรือคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้จะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป

อดัมส์ ; และคนอื่นๆ (Adams ; et al. 1977: 173-176) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณโดยนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาวิธีการใดๆ ในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาจะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

ครุอิกแซงก์ ; เซฟฟิลด์ (Cruikshank ; Sheffield. 1992: 37) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนก็ได้

ครูลิค ; รูดนิค (Krulik ; Rudnick. 1993: 6) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นหาวิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูป ปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลายๆ อย่าง ประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 1) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลเผชิญและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่มีวิธีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

สุนิสา พงษ์ประยูร (2543: 13) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นโจทย์ภาษาที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและจำนวนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยทักษะและความสามารถต่างๆ ที่เหมาะสมมาประกอบกันในการแก้โจทย์ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2544: 9-10) อธิบายว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและคำตอบที่ต้องการจะเกี่ยวข้องกับปริมาณด้วย ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะรวมถึงปัญหาที่เป็นภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด ความแตกต่างระหว่างปัญหากับการทำให้เป็นรูปคือ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะต้องมีการตัดสินใจแล้วลงมือทำ ส่วนการทำให้เป็นรูปไม่จำเป็นต้องมีการตัดสินใจ

ปฐมพร บุญลี (2545: 10) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ การพิสูจน์ และปัญหาที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งผู้ตอบไม่สามารถตอบได้ทันที ผู้ตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่ เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จลงได้ ส่วนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ วิธีการ ยุทธวิธี หรือเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้ ความจำ ความคิดวิเคราะห์ รวมทั้งประสบการณ์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้แก้ปัญหาเอง

เยาวลักษณ์ สมवास (2545: 16) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามทางคณิตศาสตร์หรือโจทย์ภาษาที่บรรยายสถานการณ์ด้วยข้อความและจำนวนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณและตัวเลข ผู้แก้ปัญหาจะหาคำตอบได้โดยใช้กระบวนการที่เหมาะสมซึ่งจะต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผนและการตัดสินใจประกอบกัน

อรชร ภูบุญเต็ม (2550: 9) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของปริมาณ วิธีการ คำอธิบาย หรือการให้เหตุผล โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ทักษะ ความรู้ การตัดสินใจ และประสบการณ์หลายๆ อย่างเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบหรือข้อสรุปนั้นได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 7) กล่าวไว้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นประโยคภาษา ปัญหาที่เป็นเรื่องราว หรือปัญหาที่เป็นคำพูดก็ได้ และอาจจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ สมบัติทางกายภาพ หรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที แต่จะต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบท ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

2.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการที่ผู้เรียนจะแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ได้ก่อนนั้น อันจะต้องเข้าใจในความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นเช่นใด โดยนักการศึกษาบางท่านได้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

เบลล์ (Bell. 1978: 311) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะสมที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์และเป็นเครื่องมือช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหาลงมือให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ และหลักการต่างๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เองและที่สัมพันธ์กับสาขาอื่นๆ

ครูลิค ; รีส์ (Krulik ; Reys. 1980: 3-4) ได้อ้างถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาคือเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) จะพบคำถามว่าทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และบุคคลอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านี้เข้าใจว่า การแก้ปัญหาคือจุดมุ่งหมายที่สำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาลงมือมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาก็เป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญ คือ จะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหายังไง ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณา ก็คือ วิธีการ กระบวนการ และกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหา และเป็นจุดสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill) การตีความในลักษณะนี้ จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหานั้น เป็นทักษะพื้นฐาน จึงช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนคติ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในทุกครั้งของการสอน

โพลยา (Polya. 1980: 1) ได้อธิบายไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

เคนเนดี้ (Kennedy. 1984: 81) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

คัตซ์ (Kutz. 1991: 91) อธิบายไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นเมื่อมีเงื่อนไขต่อไปนี้

1. มีเป้าหมายของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจะเป็นไปได้ ซึ่งเป้าหมายนั้นจะถูกทำความเข้าใจโดยผู้แก้ปัญหานั้น
2. วิธีที่จะไปสู่เป้าหมายนั้นจะมีอุปสรรค ซึ่งผู้แก้ปัญหานั้นจะไม่มีวิธีที่บรรลุเป้าหมายนั้น

3. ผู้แก้ปัญหามองกระตุ้นเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 1) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 18) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ผสมผสานกับข้อมูลต่างๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

ปฐมพร บุญลี (2545: 12)กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการหรือวิธีการ ยุทธวิธีต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจ และทักษะการคิดคำนวณ การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ประสพการณ์เดิมส่วนตัว และทักษะพื้นฐานต่างๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่ ตลอดจนการคิดหาแนวทางปฏิบัติเพื่อให้ปัญหานั้นหมดไป และบรรลุจุดหมายที่ต้องการสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

ณัฐยานี สงคราม (2547: 4) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งอาศัยกระบวนการทางสมอง ประสพการณ์ ความรู้ที่ได้ศึกษามา ความพยายามเพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา วัดจากความสามารถใน 4 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง การแปลความหมายปัญหา พิจารณาปัญหาว่าต้องการทราบอะไร ปัญหากำหนดอะไรให้บ้าง สาระความรู้ใดที่เกี่ยวข้องบ้าง คำตอบของปัญหาจะอยู่ในรูปแบบใด การทำความเข้าใจปัญหาอาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การเขียนรูปเขียนแผนภาพ การเขียนสาระด้วยถ้อยคำของตนเอง
2. ความสามารถในการวางแผน หมายถึง การพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใดจะแก้ปัญหายังไร
3. ความสามารถในการดำเนินตามแผน หมายถึง การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน การแสดงเหตุผลในการคิดแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งหาคำตอบได้
4. ความสามารถในการตรวจสอบผล หมายถึง การมองย้อนกลับที่ขั้นตอนต่างๆ ที่ผ่านมา ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสพการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พอที่จะสรุปได้ว่า เป็นกระบวนการหรือวิธีการ หรือยุทธวิธีต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหามันจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ความเข้าใจ ประสพการณ์ หรือทักษะต่างๆ ที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เพื่อที่จะบรรลุจุดหมายที่ต้องการ

2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กาเย่ (Gagne'. 1970: 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำ กฎ สูตร ความคิดรวบยอด และ/หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

2. ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการ กับสิ่งที่กำหนดให้ได้ข้อมูลเหล่านี้ ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่างๆ

3. การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา การวางแผนหาคำตอบเป็น กลวิธีการคิด (Cognitive Strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating the Answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาลดกระบวนการ

ซุยแดม (Suydam. 1990: 36) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอดและข้อความทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและประมาณค่า ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ

กองวิจัยทางการศึกษา (มะลิวรรณ ฝั่งราษี. 2549: 29 ; อ้างอิงจาก กองวิจัยทางการศึกษา. 2531. 10-18) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

จากที่นักการศึกษาได้ให้ทัศนะไว้นั้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการคิดแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยการนำความคิดรวบยอด กฎ สูตร ทฤษฎีบท นิยามต่างๆ ความสามารถในการให้เหตุผล การแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความหมาย มาช่วยเชื่อมโยง

ความสัมพันธ์กับปัญหา ตลอดจนสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้

2.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาได้แบ่งเป็นหลายประเภท ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาได้จำแนกประเภทของปัญหาไว้ ดังนี้

รัสเซลล์ (Russell. 1961: 256) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียนและหนังสือเรียน
ทั่วๆ ไป

2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่วๆ ไปในชีวิตประจำวัน

ลีบลานซ์ (LeBlance. 1977: 17-25) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นโจทย์
ออกเป็น 2 ประเภท สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่พบในหนังสือทั่วๆ ไป ที่ไม่ใช่แบบเรียน

โพลยา (Polya. 1981: 118-121) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2
ประเภท ตามจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ปัญหาประเภทนี้
ประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา เงื่อนไขซึ่งสัมพันธ์กับสิ่งที่ต้องการหา และข้อมูล
ของปัญหา

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงความสมเหตุสมผลของข้อความทาง
คณิตศาสตร์ รูปแบบทั่วไปของข้อความนี้ประกอบด้วย สมมติฐาน (Hypothesis) และข้อสรุป
(Conclusion) ส่วนของสมมติฐานขึ้นต้นด้วย “ถ้า” และส่วนของข้อสรุปขึ้นต้นด้วย “แล้ว” สมมติฐาน
และข้อสรุปนี้เรียกว่า ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์

ชาร์ลส์ ; เลสเตอร์ (Charles ; Lester. 1982: 6-10) แบ่งประเภทของปัญหาตาม
ลักษณะและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาใน
หนังสือเรียนต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิด
คำนวณ

3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหา เป็นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาประยุกต์ เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ แนวคิด และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีการทางวิทยาศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ แนวคิดและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาปริศนา เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

บิทเทอร์ ; แฮทฟิลด์ และ เอ็ดเวิร์ดส์ (Bitter ; Hatfield and Edwards. 1989: 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open – Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มี

ลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ปัญหา ดังนั้น นักเรียนจะารู้สึกหมดหวังในการหาคำตอบ

คัทซ์ (Kutz. 1991: 93) กล่าวว่า ถ้าพิจารณาปัญหาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การแก้ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (Routine or Word Problem Solving) ปัญหาที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา

2. การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (Non-Routine Problem Solving) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยพบเห็นมาก่อนหรือปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย (Non-Routine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่ทำทนาย และให้ความสนุกสนาน รื่น ; ซุยแดม และลินด์ควิสท์ (Reys ; Suydam and Lindquist. 1992: 29) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีแก้ปัญหา

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหามต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ข้างต้นสามารถจำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น ปัญหาที่ใช้ฝึก ปัญหาข้อความอย่างง่าย ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน ปัญหาที่เป็นกระบวนการปัญหาประยุกต์ ปัญหาปริศนา ปัญหาปลายเปิด ปัญหาให้ค้นพบ ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ เป็นต้น ซึ่งแต่ละประเภทก็มีลักษณะที่แตกต่างกันไป ดังนั้นหากผู้สอนต้องการที่จะนำปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปให้ผู้เรียนได้ฝึกฝน ผู้สอนก็ควรจะพิจารณาเลือกปัญหาที่เหมาะสมกับระดับของผู้เรียน เนื้อหา หรือจุดมุ่งหมายที่จะให้ผู้เรียนได้บรรลุถึงผลที่ผู้เรียนจะรับ เป็นต้น

2.5 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ทอร์แรนซ์(Torrance. 1962: 135)กล่าวไว้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การนำสภาพการณ์อนาคตเข้าสู่ระบบการคิด เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิด

ขั้นตอนที่ 2 การระดมสมองเพื่อค้นหาปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 การสรุปปัญหา และจัดลำดับความสำคัญของปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 การระดมสมองหาวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 5 การเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด

ขั้นตอนที่ 6 การนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา

โคลด์ (Clyde. 1967: 109-112) ได้แบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้

4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา คือ ความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ต่างๆ ที่ใช้ในปัญหานั้น

ขั้นที่ 2 การหาสิ่งที่ต้องการให้หาคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 3 ดูความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆที่จะให้หาคำตอบและความสัมพันธ์กับคำตอบ มองเห็นว่าต้องใช้การดำเนินการใดจึงจะได้คำตอบ ขั้นนี้ถือว่าเป็นขั้นให้เหตุผลที่แท้จริง นักเรียนที่จะประสบความสำเร็จในขั้นนี้ต้องมีความสามารถ 3 ประการ คือ

1. มองเห็นเงื่อนไขอย่างชัดเจน
2. การวางแผนแก้ปัญหาและให้เหตุผล
3. ตัดสินคำตอบที่มีเหตุผล หรือสมเหตุสมผลเพียงใด

ขั้นที่ 4 การคำนวณ จะต้องมีการกะพื้นฐานเป็นอย่างดี

จอห์นสัน ; ไรซิง (Johnson ; Rising. 1972: 247-250) ได้เสนอแนะขั้นตอนทั่วไปที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ผู้แก้ปัญหามust รู้ก่อนว่าปัญหานั้นคืออะไร มีข้อมูลอะไรบ้าง ต้องการหาอะไร
2. ผู้แก้ปัญหามust เชื่อมโยงปัญหานั้นกับแนวคิดที่คล้ายๆ กัน หรือกับปัญหาที่เคยหาคำตอบมาแล้ว
3. ผู้แก้ปัญหามust ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา โดยระบุโครงสร้างของปัญหานั้น ซึ่งประกอบด้วยข้อเท็จจริง เงื่อนไข และตัวแปร แล้วเลือกตัวแบบ (Model) แทนโครงสร้างของปัญหานั้น
4. ผู้แก้ปัญหามust ใช้ตัวแบบที่ได้เลือกไว้ในขั้นที่ 3 เพื่อหาคำตอบของคำถาม
5. ผู้แก้ปัญหามust อธิบายผลลัพธ์ที่ได้ในรูปของการสรุปอ้างอิง
6. ผู้แก้ปัญหามust วิเคราะห์วิธีการที่ทำให้ได้คำตอบของปัญหา

เวียร์ (Weir. 1974: 16-18) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเกี่ยวข้องกับความคิดและประสบการณ์การเรียนรู้ ซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องฝึกฝนนักเรียนให้มีความพยายามในการแก้ปัญหา และการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา เพื่อช่วยให้นักเรียนมีเหตุผลที่จะนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการ

แก้ปัญหาที่เขาประสบในชั้นเรียนและชีวิตประจำวัน ซึ่ง เวียร์ ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ

- ขั้นตอนที่ 1 ขั้นการตั้งปัญหา
- ขั้นตอนที่ 2 ขั้นการวิเคราะห์ปัญหา
- ขั้นตอนที่ 3 ขั้นการเสนอวิธีการแก้ปัญหา
- ขั้นตอนที่ 4 ขั้นการตรวจสอบผลลัพธ์

คลาร์ก ; สตาร์ (Clark ; Star. 1976: 226-227) อธิบายว่า การแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่มีความประโยชน์และท้าทายความสามารถของนักเรียนทั้งหลาย ปัญหาที่ท้าทายจะเป็นแรงจูงใจให้นักเรียนพยายามแก้ปัญหา ขั้นตอนในการแก้ปัญหาประกอบด้วย

1. กำหนดปัญหา
2. ให้คำจำกัดความของปัญหา
3. ค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา โดยมีการรวบรวมข้อมูลเพื่อกำหนด

สมมติฐาน

4. แก้ปัญหา

เบลล์ (Bell. 1978: 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ หรือชุดของ

คำตอบที่เป็นไปได้

5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการ

แก้ปัญหา

แวน ดาเลน (Van Dalen. 1979: 12-13) ได้เสนอวิธีการคิดแก้ปัญหาที่ปัจจุบันถือว่าเป็นวิธีการแสวงหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นปัญหา
2. ขั้นทดสอบสมมติฐาน
3. ขั้นจำกัดขอบเขตของปัญหา
4. ขั้นอนุมานเหตุผลในการแก้ปัญหา
5. ขั้นเสนอแนะการแก้ปัญหา

โยติส ; โฮสติกกา (Yotis ; Hosticka. 1980: 561) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 8 ขั้นตอน พอสรุปได้ดังนี้

1. เลือกข้อมูลที่ได้มาจากโจทย์ปัญหา
2. จัดจำแนกข้อมูลออกเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้องสำหรับการแก้ปัญหา
3. เรียงลำดับข้อมูลตามความจำเป็นในการใช้หาคำตอบของปัญหา
4. พิจารณาข้อมูลที่จำเป็น ข้อมูลใดได้มาแล้วและยังต้องการข้อมูลใดอีก
5. พิจารณาว่าจะเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการด้วยวิธีใด
6. เก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการ
7. ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องทั้งหมดในการแก้ปัญหา
8. ตรวจสอบความเชื่อถือได้ของคำตอบ

กาโรฟาโล ; เลสเตอร์ (Garofalo ; Lester. 1985: 163-176) เสนอกรอบแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่าประกอบด้วย 4 ขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้คือ

1. การเริ่มต้นกำหนดวิธีแก้ปัญหา หมายถึง พฤติกรรมอันมียุทธวิธีในการประเมินและทำความเข้าใจในปัญหา ยังแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ ดังนี้
 - 1.1 ยุทธวิธีการทำความเข้าใจ
 - 1.2 วิเคราะห์ข่าวสารข้อมูลและเงื่อนไข
 - 1.3 ประเมินความคุ้นเคยกับงาน
 - 1.4 การสร้างตัวแทนปัญหา
 - 1.5 ประเมินความยากและโอกาสที่จะสำเร็จ
2. การวางแผนการแก้ปัญหา
 - 2.1 ระบุเป้าหมายย่อยและเป้าหมายสุดท้าย
 - 2.2 วางแผนรวม
 - 2.3 วางแผนย่อย
3. การดำเนินการแก้ปัญหาหรือการดำเนินการตามแผน
 - 3.1 ดำเนินการตามแผนย่อย
 - 3.2 กำกับ ประเมินความก้าวหน้าของการดำเนินการตามแผนย่อยและแผนรวม
 - 3.3 กำกับตนเองในด้านความถูกต้องของงาน การใช้เวลา

4. ประเมินความถูกต้อง

4.1 ประเมินการนิยามปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหา

4.1.1 ความถูกต้องของตัวแทนปัญหา

4.1.2 ความถูกต้องของแผนการแก้ปัญหา

4.1.3 ความสอดคล้องของแผนย่อยกับแผนรวม

4.1.4 ความสอดคล้องของแผนรวมกับเป้าหมาย

4.2 ประเมินผลการดำเนินการแก้ปัญหา

4.2.1 ความถูกต้องของการดำเนินการ

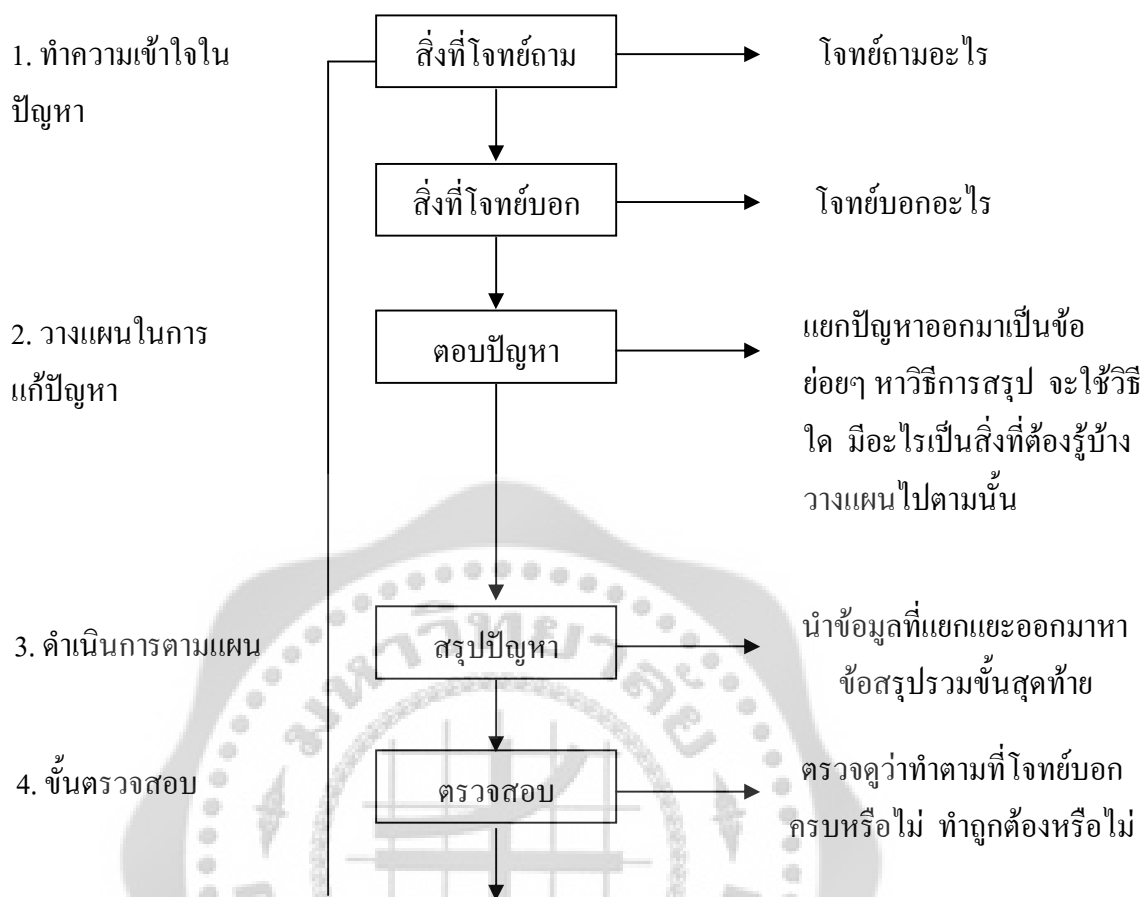
4.2.2 ความสอดคล้องของแผนและการดำเนินการ

4.2.3 ความสอดคล้องของผลแต่ละขั้นตอนกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

4.2.4 ความสอดคล้องของผลขั้นสุดท้ายกับแผนและเงื่อนไขของปัญหา

โพลยา (ปฐมพร บุญดี. 2545: 21-22 ; อ้างอิงจาก Polya. 1980. หน้า 5-40) ได้จัดขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ 4 ประการ คือ

1. ทำความเข้าใจในปัญหา สิ่งแรกที่ต้องทำความเข้าใจ คือ สัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหา ต้องสรุปปัญหาเป็นภาษาของตนเองได้ และสามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร
2. วางแผนในการแก้ปัญหา ต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหา มีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่ต้องทำคือ นึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้างซึ่งสัมพันธ์กับปัญหา เทคนิคหนึ่งที่ช่วยได้ คือ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกัน ในการวางแผนควรวางแผนเป็นขั้นตอน
3. ดำเนินการตามแผน นักเรียนต้องลงมือทำเองตามแผนที่วางไว้ เพื่อที่จะได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่เป็นต้องใช้ คือ ทักษะการคำนวณ รู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้
4. ตรวจสอบ เป็นการตรวจวิธีการและคำตอบ เพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยดูผลและขั้นตอนการแก้ปัญหา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น ดังภาพประกอบ 10



ภาพประกอบ 10 แผนผังของลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาของโพลยา

ที่มา : Polya. 1980: 5-40

สเทอร์นเบิร์ก (Sternberg. 1986: 41-78) ได้กล่าวถึงวิธีการที่จะนำไปแก้ปัญหที่เรียกว่า “Metacomponents” ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การนิยามธรรมชาติของปัญหา เป็นการทบทวนปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ ต่อจากนั้นก็เป็นการตั้งเป้าหมายและนิยามปัญหาเพื่อจะนำไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 2 การเลือกองค์ประกอบหรือขั้นตอนที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการกำหนดขั้นตอนให้แต่ละขั้นตอนมีขนาดที่เหมาะสม ไม่กว้างเกินไป หรือไม่แคบเกินไปก่อนจะกำหนดขั้นตอนต่อไป ควรพิจารณารายละเอียดในแต่ละขั้นตอนให้ถี่ถ้วนก่อน

ขั้นที่ 3 การเลือกกลวิธีในการจัดลำดับองค์ประกอบการแก้ปัญหา ต้องแน่ใจว่ามีการพิจารณาปัญหาอย่างทั่วถึงแล้ว ไม่ด่วนสรุปในสิ่งที่เกิดขึ้น เพราะอาจเกิดผิดพลาดได้ ต้องแน่ใจว่าการเรียงลำดับขั้นตอนเป็นไปตามธรรมชาติ หรือหลักเหตุผลที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 การเลือกตัวแทนทางความคิดเกี่ยวกับข้อมูลของปัญหาที่ต้องการทราบรูปแบบความสามารถของตนใช้ตัวแทนทางความคิดในรูปแบบต่างๆ จากความสามารถที่ตนมีอยู่ตลอดจนใช้ตัวแทนภายนอกมาเพิ่มเติม

ขั้นที่ 5 การกำหนดแหล่งข้อมูลที่เป็นประโยชน์ ต้องมีการทุ่มเทเวลาให้กับการวางแผนอย่างรอบคอบ ใช้ความรู้ที่มีอยู่อย่างเต็มที่ในการวางแผนและกำหนดแหล่งข้อมูลที่จะนำมาใช้ประโยชน์ มีความยืดหยุ่นในการเปลี่ยนแปลงแผนและแหล่งข้อมูล เพื่อให้สอดคล้องกับสภาพการแก้ปัญหา และแสวงหาแหล่งข้อมูลที่เป็นประโยชน์แหล่งใหม่อยู่เสมอ

ขั้นที่ 6 การตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหา ว่าจะเป็นวิธีที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาหรือไม่

ออสบอร์น (Osborn, 1989: 1995A) สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ ดังนี้

1. ขั้นค้นหาความจริง (Fact Finding) โดยการใช้คำถาม “WHO”
2. ขั้นค้นหาปัญหา (Problem Finding) คือ ระบุนิยามของปัญหา
3. ขั้นค้นหาความคิดในการแก้ปัญหา (Idea Finding) โดยระดมสมองจากสมาชิก
4. ขั้นค้นหาวิธีที่ดีที่สุด (Solution Finding) โดยใช้ตารางประเมินผล
5. ขั้นยอมรับนำไปปฏิบัติ (Acceptance Finding or Implementation)

ไรต์เซล (Riedesel, 1990: 90) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาย่างง่ายไว้ 6

ขั้นตอน ดังนี้

1. การวางแผน
2. การได้มาซึ่งข้อมูล
3. การจัดระบบข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล
5. การสรุปอ้างอิงและ/หรือการสังเคราะห์จากข้อมูล
6. การตัดสินใจเลือกวิธีที่ดีที่สุด

ครูลิก ; รูนิค (Krulik ; Rudnick, 1993: 39-57) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริง และคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว้เขวได้ ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกสิ่งที่กำหนดและสิ่งที่ต้องการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

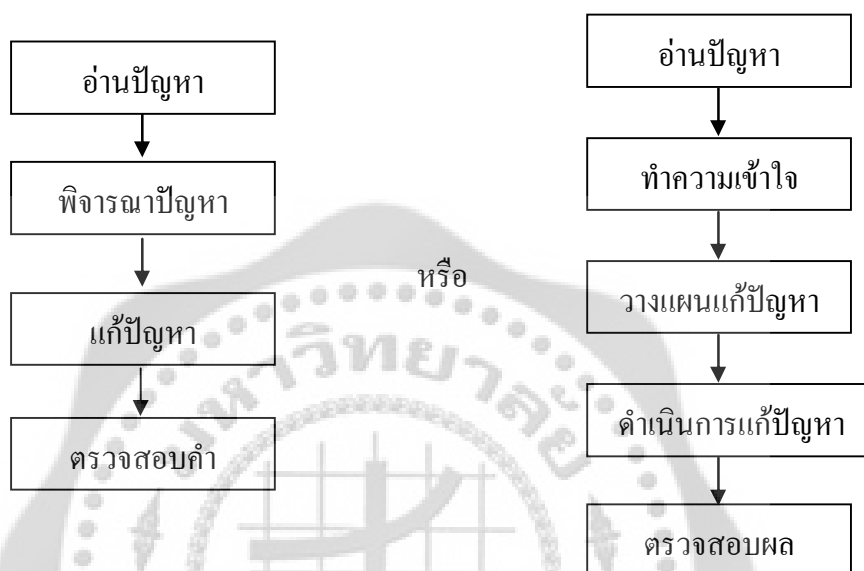
ขั้นตอนที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาจะวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่างๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่งปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลายๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหานั้น ได้แก่ การค้นหาแบบรูป (Pattern Recognition) การทำย้อนกลับ (Working Backwards) การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and Test) การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction / Expansion) การแจงรายการอย่างเป็นระบบ (Organized Listing / Exhaustive Listing) การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction)

ขั้นตอนที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งต้องอาศัยการประมาณค่า การใช้ทักษะการคิดคำนวณ การใช้ทักษะทางพีชคณิต และการใช้ทักษะทางเรขาคณิต

ขั้นตอนที่ 5 การมองย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

วิลสัน ; เฟร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson ; Fernandez and Hadaway. 1993: 60-62) กล่าวถึงการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่ามักจะนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวทาง ดังภาพประกอบ 11

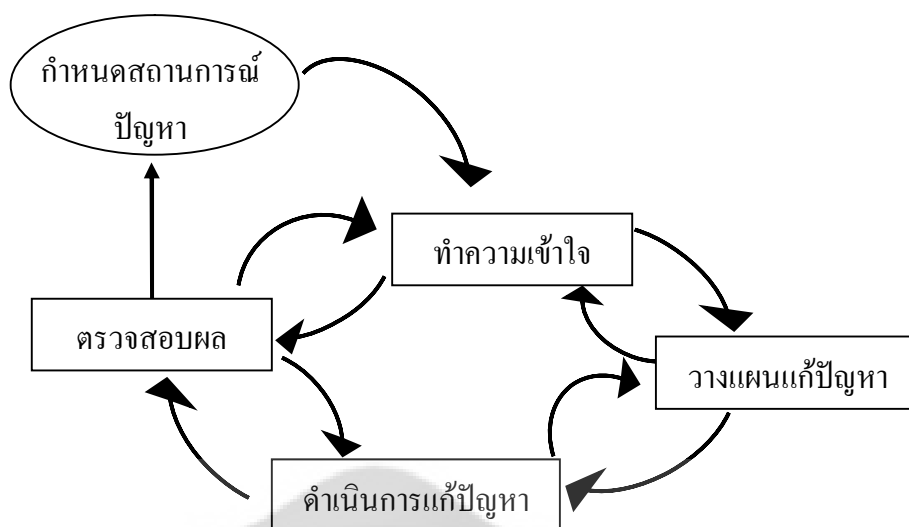


ภาพประกอบ 11 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวทาง

ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน ; เฟร์นันเดซ และ ฮาดาเวย์ (Wilson ; Fernandez and Hadaway. 1993: 60-62) มองว่ามีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวทางเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่ชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึก และต้องกระทำซ้ำๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องดังกล่าว วิลสัน เฟร์นันเดซ และฮาดาเวย์ ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

ลีบลานซ์ (LeBlance. 1977: 16-20) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหารูปได้ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน จะทำให้รู้ถึงสิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูล และเงื่อนไขต่างๆ ที่โจทย์กำหนดมา
2. ขั้นเลือกวิธีการที่จะใช้ในการหาคำตอบ เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาคัดสินใจเลือกยุทธวิธีหรือวิธีการใดวิธีการหนึ่งในการหาคำตอบของปัญหา
3. ขั้นลงมือแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหานำวิธีการที่เลือกไว้ในขั้นที่ 2 มาใช้แก้ปัญหา บางครั้งวิธีการที่เลือกใช้ในการหาคำตอบนั้น อาจเป็นวิธีการที่ทำให้ไม่ได้คำตอบ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2 อีกครั้ง
4. ขั้นทบทวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นการตรวจสอบขั้นตอนต่างๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงจนคำตอบที่ได้

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2541: 107-111) กล่าวว่า ขั้นตอนของการแก้ปัญหามี 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นตระหนักรู้ (Sensing Problems and Challenges)

เป็นขั้นที่ทำให้รู้ถึงสิ่งที่ทำให้เกิดเป็นปัญหา เป็นการฝึกฝนเพื่อให้ทราบว่า อะไรเป็นตัวการทำให้เกิดปัญหา การตระหนักรู้ปัญหา หมายถึง

- 1.1 การที่เราารู้สึกว่ามีบางสิ่งบางอย่างคอยก่อกวนหรือทำความรำคาญให้แก่เรา

1.2 การที่เรารู้สึกยุ่งยาก และทำได้ไม่ง่ายเลย ที่จะเพิกเฉย

1.3 การที่เราพิจารณา และสังเกตเห็นสิ่งต่างๆ ที่ผิดสังเกตอย่างมีสติ

1.4 การที่เราปรารถนาอยากให้อะไรบางอย่างดีขึ้น

1.5 การที่เรารู้สึกสับสน วุ่นวายใจ ไม่รู้แน่ว่าจะทำอย่างไรดี

2. ขั้นรวบรวมข้อมูลหรือขั้นค้นหาความจริง (Data Finding หรือ Fact Finding)

เป็นขั้นที่ต้องค้นหาและเก็บรวบรวมข้อมูล สอบถาม ค้นคว้า สิ่งที่เราคิดว่ามีความเกี่ยวข้องกับปัญหาได้มากที่สุด และจัดเรียงข้อมูลให้เป็นหมวดหมู่

3. ค้นหาปัญหาที่แท้จริง (Problem Finding)

เป็นขั้นตอนที่เน้นการพิจารณาว่าอะไรคือปัญหาที่แท้จริง อะไรคือปัญหาใหญ่ อะไรคือปัญหาหลัก เป็นขั้นที่ต้องใช้ความรู้เพิ่มเข้ามา โดยต้องใช้ทักษะการวิเคราะห์ และการสังเคราะห์เข้ามาร่วมด้วย ซึ่งในขั้นนี้จะพบว่าเด็กนักเรียนที่เก่งเกิดขึ้น เด็กบางคนจะมีปัญหาด้านการคิด ครูจะต้องเข้าไปช่วยเหลือแนะนำ

4. ขั้นคิดหาแนวทางในการแก้ปัญหา (Idea Finding)

เป็นขั้นที่คิดค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา พยายามคิดหาวิธีการที่แปลกๆ ใหม่ๆ ซึ่งอาจเป็นวิธีที่ไม่มีใครจะคิดถึงเข้าไปด้วย

การหาแนวทางในการแก้ปัญหา หมายถึง เป็นการคิดค้นความคิดเพื่อแก้ปัญหาไว้หลายๆ ความคิด ตลอดจนการรวบรวมความคิดต่างๆ เข้าด้วยกันเพื่อหาความคิดใหม่

5. ขั้นค้นหาสรุป (Solution Finding)

เป็นการค้นหาข้อสรุปจากแนวทางหลายๆ ทางในการแก้ปัญหานั้น วิธีใดเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด เป็นที่ยอมรับมากที่สุด

การค้นหาข้อสรุป หมายถึง การตัดสินใจว่า ความคิดไหนดีที่สุด มีข้อมูลสนับสนุนในการเลือกความคิดที่ดี เป็นการพิจารณาหลายๆ ทาง ไม่กลัวว่าจะตัดสินใจผิดพลาด

6. ขั้นยอมรับข้อสรุปและดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่เลือก

(Acceptance Finding) เป็นขั้นตอนในการปฏิบัติตามขั้นตอนในการแก้ปัญหามีขั้นตอน ดังนี้

6.1 ขั้นวางแผนเป็นขั้นๆ ต้องทำอะไรบ้าง ทำอย่างไร

6.2 ค้นหาสิ่งอื่นๆ ที่จะช่วยให้การแก้ปัญหาสำเร็จ การดำเนินการ

แก้ปัญหาตามแนวทางที่เลือก หมายถึง การสนับสนุนการคิด ต้องการข้อมูลอะไร จะไปค้นหาข้อมูลนั้นได้ที่ไหน มีแผนที่จะดำเนินการเป็นขั้นตอน มีตารางปฏิบัติงานของสิ่งต่างๆ

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 15-16) ได้กล่าวไว้ว่า ขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอนต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้ และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้
2. วางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มา ซึ่งสิ่งที่ต้องการระบุปัญหาย่อย และการเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม ได้แก่ การสังเกต กระสวนหรือรูปแบบการคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ การเดาและทดสอบ การทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง การลดความซับซ้อนของปัญหา การแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วนย่อยๆ การใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และการรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินงานตามแผน ในขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือกเพื่อแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่าวิธีการที่เลือกได้หรือไม่ และสามารถดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ได้หรือไม่

อรพรรณ พรสีมา (2543: 44-45) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะการคิดระดับสูงประเภทหนึ่งที่ต้องอาศัยการคิด วิจักษ์ญาณ และการคิดแบบสร้างสรรค์มาประกอบการคิด โดยมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหา ดังนี้คือ

1. การระบุปัญหา ควรมีลักษณะของปัญหาชัดเจน น่าสนใจ มีความสำคัญ และเหมาะสมต่อผู้แก้ปัญหา และควรเป็นเรื่องที่ท้าทายความรู้ความสามารถ
2. การระดมสมอง เป็นการฝึกการคิดและการทำงานเป็นกลุ่ม โดยกระตุ้นให้แต่ละคนคิดเกี่ยวกับวิธีหรือแนวทางแก้ปัญหาที่อาจเป็นไปได้ให้ได้มากที่สุด ฝึกการฟังและการเคารพความคิดเห็นของผู้อื่น
3. การเลือกแนวทางแก้ปัญหา เป็นการร่วมกันพิจารณาข้อดีข้อจำกัดของแนวความคิดที่มีการระดมสมอง แล้วเลือกแนวปฏิบัติที่ดีที่สุด
4. การทดลองและนำไปใช้ สร้างนวัตกรรมหรือหาเครื่องมือเครื่องใช้ที่จำเป็นสำหรับการปฏิบัติตามแนวทางที่เลือก ทดลองปฏิบัติ ทำบันทึกเกี่ยวกับกิจกรรมที่ปฏิบัติ และบันทึกผลที่เกิดขึ้น
5. ประเมินผลการปฏิบัติงาน ร่วมกันสังเกต อภิปรายว่าแนวทางที่ปฏิบัติประสบผลสำเร็จเพียงใด ถ้ายังไม่เหมาะสม มีอะไรที่ควรปรับปรุง ถ้าเหมาะสมดีแล้วจะทดลองหาทางเลือกอื่นๆ อีกหรือไม่ เพื่อเปรียบเทียบผลของทางเลือกแต่ละแนวทางว่าต่างกันอย่างไร

วัฒนาพร กระจับทุกซ์ (2545: 114) กล่าวว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. ขั้นนำเข้าสู่ปัญหา เป็นการศึกษาลักษณะของปัญหาว่าเป็นอย่างไร ปัญหาเกิดจากอะไรบ้าง เป็นการค้นพบปัญหาที่อาจจะเป็นไปได้
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา เป็นการศึกษ วิเคราะห์ วิพากษ์ วิจักษ์ ให้อธิบายปัญหาที่แท้จริงคืออะไร และอะไรบ้างที่ไม่ใช่ปัญหาที่แท้จริง
3. ขั้นระบุปัญหา เป็นการนำเอาปัญหาที่เป็นสาเหตุที่แท้จริงมาเป็นประเด็นสำคัญในการศึกษา รวบรวมข้อมูลสำหรับแต่ละเรื่อง
4. ขั้นกำหนดวัตถุประสงค์ เป็นการกำหนดเป้าหมาย เพื่อการแก้ปัญหานั้นว่าจะให้ผลสัมฤทธิ์ทางด้านใด เป็นปริมาณมากน้อยเพียงใด มีคุณค่าสูงต่ำเพียงใด
5. ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นการเสนอแนวทางและวิธีการในการแก้ปัญหให้ตรงกับสาเหตุที่จะทำให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ
6. ขั้นทดลองหรือทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำวิธีการแก้ปัญหในขั้นตั้งสมมติฐานไปใช้ในการแก้ปัญห
7. ขั้นสรุปผล
8. ขั้นนำไปใช้

สุวิทย์ มูลคำ ; อรรถัย มูลคำ (2545ก: 58-59) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบแก้ปัญหามีขั้นตอนสำคัญ ดังต่อไปนี้

1. ขั้นเตรียม
 - 1.1 ผู้สอนศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้ เนื้อหาสาระ และจุดประสงค์อย่างละเอียด

- 1.2 ผู้สอนวางแผนกำหนดกิจกรรมเป็นขั้นตอนตามลำดับ

2. ขั้นการเรียนรู้

- 2.1 ขั้นกำหนดปัญหา ผู้สอนเน้นให้ผู้เรียนมองเห็นและเข้าใจปัญหารวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งผู้สอนอาจใช้เทคนิควิธีการต่างๆ เช่น การเล่าเรื่อง การสร้างสถานการณ์จำลอง เป็นต้น

อนึ่งการทำความเข้าใจปัญหานั้น ผู้เรียนซึ่งจะเป็นผู้แก้ปัญหจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาที่พบให้ถ่องแท้ในประเด็นต่างๆ คือ ปัญหาถามว่าอย่างไร มีข้อมูลใดแล้วบ้าง และมีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาอย่างดีจะช่วยให้ขั้นตอน

ต่อไปดำเนินไปอย่างราบรื่น การจะประเมินว่าผู้เรียนเข้าใจปัญหามากน้อยเพียงใด อาจทำได้โดยการกำหนดให้นักเรียนเขียนแสดงถึงประเด็นต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2.2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดหาวิธีวางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นที่ 2.1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นและนำมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ปัญหาต้องตรวจสอบโดยการทดลองขั้นตอนนี้ก็จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วย การตั้งสมมติฐาน กำหนดวิธีทดลองหรือตรวจสอบ และอาจรวมทั้งแนวทางในการประเมินผลการแก้ปัญหา

2.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน เป็นขั้นคาดคะเนคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเน ปัญหานี้ที่น่าจะมีสาเหตุมาจากอะไร หรือวิธีการแก้ปัญหานี้ น่าจะแก้ไขได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะตั้งสมมติฐานไว้หลายๆ อย่าง

2.4 ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล เป็นขั้นที่ผู้เรียนศึกษาค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่างๆ เช่น ค้นคว้าจากตำรา เอกสารต่างๆ สัมภาษณ์ผู้รู้หรือผู้เชี่ยวชาญ หรือทำการทดลองแล้วเก็บรวบรวมข้อมูลที่ได้ โดยอาจใช้วิธีการจดบันทึกข้อมูลหรือวิธีอื่นๆ ตามความเหมาะสมเพื่อนำข้อมูลมาทดสอบสมมติฐานในขั้นต่อไป

2.5 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้นั้นมาวิเคราะห์และทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ว่าเป็นไปตามที่กำหนดไว้หรือไม่

2.6 ขั้นสรุปผล ผู้เรียนประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือตัดสินใจเลือกวิธีการที่ได้ผลดีที่สุดในการแก้ปัญหา หรือเป็นลักษณะการสรุปลงไปว่าเชื่อสมมติฐานใดนั่นเอง โดยอาจสรุปในรูปของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบ หรือเป็นวิธีแก้ของปัญหาที่กำหนดไว้ตลอดจนการนำความรู้ไปใช้

3. ขั้นประเมินผล

ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันประเมินผลการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วยวิธีการต่างๆ ที่หลากหลาย นำผลการประเมินไปใช้ในการพัฒนาผู้เรียนต่อไป

ทิสนา เขมมณี (2551: 124-125) ได้กล่าวไว้ว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์มี ดังนี้

1. สังเกต

ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุปและตระหนักในปัญหานั้น

2. วิเคราะห์

ให้ผู้เรียนได้อธิบาย หรือแสดงความคิดเห็นเพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

3. สร้างทางเลือก

ให้ผู้เรียนได้แสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นหา ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่มและควรมีการกำหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียนด้วย

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก

ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึกการปฏิบัติงาน เพื่อรายงานและตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป

ผู้เรียนสังเคราะห์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจจัดทำในรูปของรายงาน จากที่นักรู้และการศึกษาและนักวิชาการหลายท่านได้อธิบายถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น สามารถสรุปได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นตระหนักรู้ (Sensing Problems and Challenges) หรือขั้นเตรียมการ (Preparation) เป็นขั้นทำให้รู้ว่าอะไรเป็นตัวการทำให้เกิดปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา (Analysis) เป็นขั้นพิจารณาสาเหตุสำคัญของปัญหา สามารถแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไร และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 3 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Production) เป็นขั้นที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะต่างๆ ในการนำความรู้ กฎ สูตร หรือทฤษฎีที่เรียนรู้อยู่มา แล้ว และใช้ทักษะในการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์หรืออธิบายแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 5 ขั้นตรวจสอบผลหรือมองย้อนกลับ (Verification) เป็นขั้นตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

ขั้นที่ 6 ขั้นนำไปประยุกต์ใหม่ (Re-Application) เป็นขั้นนำเอาวิธีการแก้ปัญหาที่เคยแก้ไปแล้วไปใช้ในครั้งหน้าเมื่อพบว่าเป็นปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

2.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เมื่อทราบถึงกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แล้ว ซึ่งมีขั้นตอนหนึ่งที่กล่าวถึงการมองหาวิธีการหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

เคนเนดี (Kennedy. 1984: 82-83) ได้เสนอยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)
2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ (Draw a picture)
3. ทำปัญหาให้ง่ายลง (Make a Simple Problem)
4. สร้างตารางหรือกราฟ (Make a table)
5. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)
6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Make an organized list)
7. ใช้หลักเหตุผล (Use Logical Reasoning)
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Work backward)
9. สถานการณ์จำลอง (Simulation)
10. แบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา

บิลสไตน์ ; ลิเบสไคน์ และ ลอตต์ (Billstein ; Libeskind and Lott. 1990: 18–22)

ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ยุทธวิธีหารูปแบบ (Look for a Pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับของจำนวนที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก
2. ยุทธวิธีสร้างตาราง (Make a Table) ใช้ตารางในการรวบรวมข้อมูลหรือช่วยให้เห็นรูปแบบใช้ตารางในการพิจารณากรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหานั้น
3. ยุทธวิธีพิจารณากรณีที่ง่ายกว่า (Examine a Simplex Case) ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนบางปัญหา อาจเริ่มจากการพิจารณากรณีที่ง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน และค่อยสร้างไปยังปัญหาเดิม
4. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (Identify a Subgoal) ในการที่จะพยายามวางแผนในการแก้ปัญหบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมากๆ ที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อยๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้
5. ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง (Examine a Related Problem) เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกัน ซึ่งเคยแก้มาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ที่เจอ

6. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ

7. ยุทธวิธีเขียนสมการ (Write an Equation) ยุทธวิธีนี้ใช้ความรู้ทางพีชคณิต โดยสร้างสมการให้สอดคล้องกับคำตอบ

8. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a Diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาได้

9. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบ และใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจคำตอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขึ้นต่อไป คือ การเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป

ฮาร์ทฟิลด์ ; เอ็ดเวิร์ดส และ บิทเทอร์ (Hartfield ; Edwards and Bitter. 1993: 55-60) ได้เสนอว่าในการแก้ปัญหานักเรียนต้องรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลายอัน ได้แก่

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นวิธีในการเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใดซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้องก็ได้ คำตอบที่คาดคะเนขึ้นมามีจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การคาดคะเนคำตอบสามารถทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

2. การค้นหารูปแบบ (Looking for Pattern) ปัญหาบางปัญหามีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้น คือ การหาแบบรูปจากข้อมูลที่ให้มาและทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

3. การพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอ มีบางส่วนขาดหายไป

4. การวาดภาพประกอบ วาดกราฟ และสร้างตาราง (Drawing Picture, Graphs and Table) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยากหรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟ และตารางเป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนเห็น ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

6. การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

7. การสร้างแบบจำลองของปัญหา (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจโมเดลการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ (Working Backwards) การพิสูจน์ทางเรขาคณิตมักใช้วิธีนี้ นักเรียนต้องคิดย้อนกลับว่าจะหาคำตอบนั้นได้อย่างไร

9. การเขียนแผนผังสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนผังสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่างๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

10. การลงมือแก้ปัญหาทันที (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือกระทำการแก้ปัญหาโดยทันที ซึ่งบางครั้งจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

11. การทำให้เป็นปัญหาง่ายๆ (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อยๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ก่อนที่จะแก้ไขปัญหามีอยู่ นักเรียนจะต้องใช้ความรู้ในการเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

เคนเนดี ; ทิปส์ (Kennedy ; Tipps. 1994: 139-156) ได้เสนอวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 10 วิธี ได้แก่

1. การค้นหาแบบรูป (Look for Pattern) เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหา เด็กเล็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของสิ่งต่างๆ ได้ เช่น แบบรูปของจำนวนดังต่อไปนี้ 0, 2, 4, 6, ... ; 15, 20, 25, ... เป็นต้น ส่วนเด็กโตจะคิดพร้อมกับแบบรูปที่เป็นนามธรรมและใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น

2. การใช้แบบจำลอง (Use a Model) ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ธรรมดาและไม่ธรรมดา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้วิธีนี้ อุปกรณ์ที่เหมือนจริงจะดีสำหรับเด็กเล็ก ในขณะที่ตัวอย่างด้านนามธรรมสามารถใช้กับเด็กโตได้ดี การใช้แบบจำลองจะดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

3. การใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use a Drawing or Diagram) เป็นประโยชน์มากสำหรับเด็กเล็ก โดยที่เด็กจะเรียนรู้ที่จะใช้ภาษาภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา ในขณะที่เขามีความพร้อมการนำเสนอรูปและแผนภาพก็จะเปลี่ยนมาเป็นการแสดงจำนวนและสิ่งอื่นๆ ทางคณิตศาสตร์ รูปภาพ และแผนภาพ มักจะใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่างๆ ของปัญหาตลอดจนกระบวนการสำหรับแก้ปัญหาด้วย

4. การลงมือแก้ปัญหาทันที (Act it Out) วิธีนี้เป็นการแก้ปัญหาโดยทันทีและไม่ค่อยประณีต เป็นการทำคร่าวๆ เพื่อให้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

5. การสร้างตารางและ/หรือสร้างกราฟ (Construct a Table and/or Graph)

วิธีนี้ช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่อยู่อย่างกระจัดกระจายมาเป็นรูปแบบที่มีความซับซ้อนน้อยลง สามารถใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า

6. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) วิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาได้

ใช้เหตุผลในการตัดสินใจที่จะทำการเดา ไม่เดาโดยขาดการไตร่ตรองหรือเดาแบบยุ่งเหยิงจนไม่สามารถยอมรับได้ เมื่อเดาครั้งแรกควรจะตรวจสอบว่าถูกต้องหรือไม่ เป็นไปตามความจริงหรือไม่ ถ้ายังเป็นไปไม่ได้ต้องเดาซ้ำอีกจนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

7. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for Possibilities) วิธีนี้ใช้แสดงความ

เป็นไปได้ของคำตอบก่อนที่จะทราบคำตอบ โดยอาจเขียนเป็นรายการหรือสร้างตารางเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา เหมาะสำหรับความเป็นไปได้ที่มีไม่มากนัก

8. การทำปัญหาให้ง่ายหรือแยกปัญหาเป็นส่วนๆ (Simplify or Break into

Parts) ใช้กับปัญหาที่ยากหรือปัญหาที่มีตัวเลขหรือจำนวนที่มีความซับซ้อนมากๆ ทำให้ปัญหานั้นมีความซับซ้อนน้อยลงเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

9. การทำย้อนกลับ (Work Backward) วิธีนี้ความพิเศษที่สุดในบรรดาวิธีที่

กล่าวมาทั้งหมด เป็นวิธีที่ช่วยให้เด็กได้พัฒนาทักษะความมีเหตุผลและเป็นสิ่งที่ท้าทายที่จะหาคำตอบ

10. การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View) ปัญหา

บางปัญหาที่มีความยุ่งยาก ซับซ้อน ไม่สามารถลงมือแก้ปัญหานั้นได้โดยตรง บางครั้งจึงต้องเปลี่ยนมุมมองจากจุดมุ่งหมายของปัญหาโดยตรง เป็นภาพสถานการณ์อื่นที่มีอยู่ในปัญหา เพื่อวิเคราะห์แล้วลงมือแก้ปัญหานั้นเพื่อยังจุดมุ่งหมายของปัญหาจริงๆ

ฉวีวรรณ เศรษฐมัลย์ (2542: 30-38) ได้สรุปยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the Problem) อะไรคือสิ่งที่

กำหนด อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จงดูตัวอย่างหลายๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมติหรือทำข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อใจทย์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือ

ท่านเคยเห็นปัญหานี้ในรูปที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหามาใช้ได้หรือไม่ จงตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อย

กว่าแล้วแก้ดูโดย “การคล้าย” เจื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1 + 2 + \dots + 100$ หมู่ย่อย Frederick Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ : $1 + 100 = 2 + 99 = \dots 101$ ความเข้าใจยังรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่ายๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่ายๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จที่ปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ ที่จะแก้ไขได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work Backwards) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปหาเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a List) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกขั้นตอนของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวบรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and Modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์ หรือในโลกแห่งความเป็นจริงนั้น ถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้น คือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (Indirect Prove) ซึ่งเป็นที่รู้กันว่าเป็นการพิสูจน์แบบ Contrapositive ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึก และการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลายๆ วิธี เพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูปและระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์ เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยิ่งมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์แอบแฝงอยู่ ซึ่งจะเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 12-42) ได้กล่าวไว้ว่า ในการแก้ปัญหาหนึ่งๆ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดีแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด ก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่จะช่วยในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีแก้ปัญหาต่างๆ ที่เหมาะสมและหลากหลายแล้ว นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี ที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป

การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำ จะช่วยนักเรียนในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อน ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง

การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่นๆ ตลอดจนช่วยให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ

การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญห ด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

การแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณีๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาแบบรูปหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจงกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะไม่มีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ

การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรกๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ

การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหา ในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่า ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการหรือสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการ มักใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยในการแก้สมการ ซึ่งได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัตินิเสธ และเมื่อใช้สมบัติของการเท่ากันมาช่วยแล้ว ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา ถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา ถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหานี้ ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดย้อนกลับ

การคิดย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขึ้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง

การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนความคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้แล้ว สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย

การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วนๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด็ดขาด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม

การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง ยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากที่กล่าวไว้ข้างต้น สามารถสรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ดังนี้

1. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)
2. สร้างตารางหรือกราฟ (Make a Table)
3. พิจารณากรณีที่ยากกว่า (Examine a Simplex Case)
4. วิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อยหรือแยกปัญหาเป็นส่วนๆ (Identify a Subgoal or Break into Parts)
5. พิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง (Examine a Related Problem)
6. ทำย้อนกลับหรือการดำเนินการแบบย้อนกลับ (Working Backwards)
7. เขียนสมการหรือพัฒนาสูตร (Write an Equation or Developing Formula)
8. สร้างแผนภาพ (Draw a Diagram)
9. คาดและตรวจสอบ (Guess and Check)
10. การใช้แบบจำลอง (Use a Model) หรือใช้สถานการณ์จำลอง (Simulation)
11. การใช้หลักเหตุผล (Use Logical Reasoning) หรือตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic)

2.7 การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดที่สำคัญมากอย่างหนึ่ง ซึ่งจะต้องมีวิธีการที่จะกระตุ้นผู้สอนและผู้เรียนได้ตื่นตัวอยู่เสมอ นั่นคือ ผู้สอนต้องสร้างแบบวัดหรือแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ทำทลายความคิดของผู้เรียน ลักษณะของข้อสอบจะต้องประยุกต์ความรู้จากแหล่งต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน โดยนักวิชาการและนักการศึกษาได้กล่าวถึงรูปแบบการวัดและประเมินผล ดังนี้

โพลยา (Polya. 1973: 5-40) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียด ดังตาราง 3

ตาราง 3 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

ส.วาสนา ประวาลพฤษ์ (2537: 48-49) ได้เสนอแนวทางใหม่ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่เรียกว่า การวัดจากสภาพจริง (Authentic performance Measurement) โดยสร้างข้อคำถาม ดังนี้

1. เสนอสถานการณ์ที่ประกอบด้วยข้อมูลและข้อจำกัดต่างๆ ให้นักเรียนหาคำตอบ พร้อมทั้งอธิบายวิธีการคิดที่จะได้คำตอบ ซึ่งอาจจะมีการคิดหลายวิธี
2. เสนอปัญหาประกอบด้วยข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง (หรือไม่จำเป็น) ให้นักเรียนพิจารณาแก้ปัญหาและให้ความเห็นเกี่ยวกับข้อมูลที่ไม่เหมาะสม

3. เสนอปัญหาและแนวทางในการแก้ปัญหาบางส่วนให้นักเรียนพิจารณาและให้แก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ

4. เสนอปัญหาให้แสดงวิธีการแก้ปัญหาและการตรวจสอบโดยนำเสนอต่อเพื่อนๆ ในชั้นเรียนหรือแลกเปลี่ยนคำตอบกัน

ตัวอย่างโจทย์ปัญหาเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ศักดา บุญโต. 2539: 22) “มีขวดขนาดบรรจุ 10 ลิตรหนึ่งใบ และขวดขนาดบรรจุ 3 ลิตร อีกหนึ่งใบ ขวดทั้งสองไม่มีขีดบอกปริมาณของเหลวเลย ถ้าต้องการน้ำ 5 ลิตร นักเรียนจะมีวิธีการตวงอย่างไร จงบรรยายวิธีการตวงน้ำดังกล่าว”

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก

เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินการปฏิบัติงานของนักเรียน เป็นแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทน (Representation) นี้ ใช้เกณฑ์การวัดและการประเมินผลที่เรียกว่า “รูบริก (Rubric)” ซึ่งกำหนดมาตราการวัด (Scale) และรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละจุดในมาตราวัดไว้อย่างชัดเจน การให้คะแนนรูบริกมี 2 แบบ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) คือ การให้คะแนนงานชิ้นใดชิ้นหนึ่ง โดยพิจารณาภาพรวมของชิ้นงานว่ามีความเข้าใจในความคิดรวบยอด การสื่อความหมาย กระบวนการที่ใช้และผลงานเป็นอย่างไร แล้วเขียนอธิบายคุณภาพของงานหรือความสำเร็จของงานเป็นชิ้นๆ โดยอาจจะแบ่งระดับคุณภาพตั้งแต่ 0-4 หรือ 0-6 สำหรับในขั้นตอนการให้คะแนนรูบริก อาจจะแบ่งวิธีการให้คะแนนหลายวิธี เช่น

วิธีที่ 1 แบ่งงานตามคุณภาพเป็น 3 กอง คือ

กองที่ 1 ได้แก่ งานที่คุณภาพเป็นพิเศษและเขียนอธิบายลักษณะของงานที่มีคุณภาพเป็นพิเศษ

กองที่ 2 ได้แก่ งานที่ยอมรับได้และเขียนอธิบายลักษณะงานที่ยอมรับ

กองที่ 3 ได้แก่ งานที่ยอมรับได้น้อยหรือยอมรับไม่ได้ และเขียนอธิบายลักษณะของงานที่ยอมรับได้น้อย

จากนั้นก็นำงานแต่ละกองมาให้คะแนนเป็น 3 ระดับ คือ

กองที่ 1 จะให้คะแนน 6 หรือ 5

กองที่ 2 จะให้คะแนน 4 หรือ 3

กองที่ 3 จะให้คะแนน 2 หรือ 1

วิธีที่ 2 กำหนดระดับความผิดพลาด คือ พิจารณาตามความบกพร่องจากคำตอบว่ามีมากน้อยเพียงใด โดยจะหักจากระดับสูงสุดลงมาทีละระดับ ดังนี้

คะแนน 4 หมายถึง คำตอบถูกแสดงเหตุผล แนวคิดชัดเจน

3 หมายถึง คำตอบถูก เหตุผลถูก แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย

2 หมายถึง เหตุผลการคิดคำนวณผิดพลาด แต่มีแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบ

1 หมายถึง การแสดงออกให้เห็นถึงการเข้าใจหลักการ
ความคิดรวบยอดข้อเท็จจริงของงานหรือ
สถานการณ์ที่กำหนดได้น้อยมาก และเข้าใจไม่
ถูกต้องบางส่วน

0 หมายถึง ไม่แสดงความคิดเห็นเลย

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เพื่อให้การมองคุณภาพของงานหรือความสามารถของนักเรียนได้อย่างชัดเจนจึงได้มีการแยกองค์ประกอบของการให้คะแนน และการอธิบายคุณภาพของงานในแต่ละองค์ประกอบเป็นระดับ โดยทั่วไปแล้วการแก้ปัญหาจะแยกองค์ประกอบของงานเป็น 4 ด้าน คือ

2.1 ความเข้าใจในความคิดรวบยอด ข้อเท็จจริง เป็นการแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจในความคิดรวบยอด หลักการในการแก้ปัญหาที่ถามอย่างกระจ่างชัด

2.2 การสื่อความหมาย คือ ความสามารถในการอธิบาย การนำเสนอ การบรรยาย เหตุผล แนวคิด ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ดี มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.3 การใช้กระบวนการและยุทธวิธี สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีกระบวนการในการนำไปสู่การแก้ปัญหาได้สำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ

2.4 ผลสำเร็จของงาน ความถูกต้องแม่นยำในผลสำเร็จของงานหรืออธิบายที่มาและตรวจสอบผลงาน

ตัวอย่าง การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ Analytic Score ริส ; และคณะ (Reys and et al. 1992: 313) ได้กำหนดรูปрикขของความสามารถในการแก้ปัญหาโดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา

0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย

1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน

2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์

2. การวางแผนแก้ปัญหา

0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด

1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด

3. คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

1 หมายถึง คัดลอกผิดพลาด คำนวนผิด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ

2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูก

ชาร์ลส์ ; เลสเตอร์ (Charles ; Lester. 1982: 11-12) เสนอรูปแบบการวัด

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน

2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง

1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วน

2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)

3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)

2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเกณฑ์ในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ข้างต้น สามารถแบ่งขั้นตอนการให้คะแนนออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการตีความหมาย การแปลความหมายของโจทย์

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 คำตอบ เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาจนไปถึงการได้มาของคำตอบ

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของต่างประเทศและในประเทศมี ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

ชอย (Choi. 1998: Abstract) ได้ศึกษาเรื่องแบบจำลองโครงสร้างของความสามารถในการแก้ปัญหา, ประสิทธิภาพของตนเอง, ความพยายาม, ความกังวล, และผลสัมฤทธิ์ในวิชาแคลคูลัส ผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่า (a) ปัจจัยคำสั่งที่สองของความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถสลายตัวเข้าสู่ปัจจัยคำสั่งแรกของความรู้หลัก, ยุทธวิธีการแก้ปัญหา, และการกระตุ้นสมมติฐาน นอกจากนี้ ลักษณะเฉพาะและสถานการณ์ความสามารถในการแก้ปัญหามุ่งเน้นโดยลักษณะเฉพาะของพวกเขาและปัจจัยที่เป็นส่วนประกอบของสถานการณ์ (b) ในรูปแบบลักษณะเฉพาะ, ความรู้ที่มีอยู่ก่อนแล้วของนักเรียนแสดงการใช้ยุทธวิธีการรับรู้ที่มากขึ้น, ความกังวลน้อยลง, และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น อย่างไรก็ตาม การใช้ยุทธวิธีการรับรู้และความกังวลของนักเรียนไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่สะท้อนกลับบนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของพวกเขา (c) ในแบบจำลองสถานการณ์ ประสิทธิภาพในตนเองของนักเรียนสูงขึ้นซึ่งแสดงว่าพฤติกรรมในวิชาแคลคูลัสดีขึ้นในทันทีและความพยายามของพวกเขาที่มีอิทธิพลทางอ้อมซึ่งมีนัยสำคัญทางสถิติและความพยายามทางบวกในการปฏิบัติ ขณะที่ประสิทธิภาพในตนเองมีผลกระทบทางลบในความกังวลและผลกระทบทางบวกในยุทธวิธีที่อาศัยการรับรู้เป็นหลัก สองปัจจัยนี้แสดงว่าไม่มีอิทธิพลทางนัยสำคัญทางสถิติในการปฏิบัติทางวิชาการของนักเรียน (d) ในการรวมลักษณะเฉพาะและแบบจำลองสถานการณ์ นัยสำคัญทางสถิติในลักษณะเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนและผลกระทบทางบวกของ

ประสิทธิภาพของตนเองในสถานการณ์ของพวกเขา ยุทธวิธีการรับรู้เป็นหลัก และความพยายามในสถานการณ์ แต่ไม่มีผลกระทบต่อความวิตกกังวลในสถานการณ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส ดังนั้น ลักษณะเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนพบผลกระทบโดยตรงในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยผ่านการมีอิทธิพลความพยายามในสถานการณ์

ลาทเตอเรลล์ (Latterell. 2000: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การประเมินมาตรฐานในการปรับตัวของคณะกรรมการครุคณิตศาสตร์แห่งชาติและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่สืบทอดตามประเพณีโดยใช้คำตอบแบบเลือกตอบและคำถามปลายเปิด การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการหาแนวทางของคำตอบเมื่อแนวทางไม่ชัดเจน การศึกษานี้ทดสอบการสอบของการแก้ปัญหาโดยการถาม 4 คำถาม ได้แก่ (1) ธรรมชาติและขอบเขตของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ถูกวัดโดยอะไร (a) การสอบการแก้ปัญหาทั่วไปในรูปแบบคำตอบแบบเลือกตอบ และ (b) หลักสูตร-การสอบการแก้ปัญหาพื้นฐานในรูปแบบคำตอบแบบเลือกตอบ (2) ธรรมชาติและขอบเขตของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ถูกวัดโดยการเท่ากัน, เรื่องราวของการสร้างคำตอบของ 2 การทดสอบคืออะไร (3) ความแตกต่างในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบการทดสอบโดยการเลือกตอบเปรียบเทียบกับการสร้างคำตอบอย่างไร (4) ความแตกต่างในการวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้พีชคณิตโดยการสืบทอดตามประเพณีหรือมาตรฐานในการปรับตัวของคณะกรรมการครุคณิตศาสตร์แห่งชาติที่รวมตัวกันในคณิตศาสตร์ ผลลัพธ์สำหรับแบบสอบถามต่างๆ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีโอกาสที่จะเรียนรู้ในทักษะที่ต้องการ สิ่งแวดล้อมในห้องเรียนเป็นสิ่งที่แท้จริงเหมือนกัน โดยทั่วไปผู้เชี่ยวชาญไม่ควรให้การทดสอบที่ยากเกินไปในขณะที่วัดการแก้ปัญหา

ฮันท์ (Hunte. 2002: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง ผลกระทบของภาษาธรรมชาติของนักเรียนในการอธิบายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การศึกษาทฤษฎีพื้นฐานนี้ทดสอบโดยวิธีการที่นักเรียนใช้ภาษาธรรมชาติของพวกเขาในการช่วยปัญหาของการเข้าใจคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์และหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาของเขา ข้อมูลถูกรวบรวมเป็นระยะเวลามากกว่า 8 สัปดาห์โดยวิธีการดำเนินการเชิงคุณภาพ กล่าวคือ การสังเกต การเน้นกลุ่ม การอธิบายในกลุ่มเล็กและกลุ่มใหญ่ และการบันทึกประจำวันของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างประกอบด้วยนักเรียนระดับเกรด 8 จำนวน 30 คน (ผู้ชาย 12 คน และผู้หญิง 18 คน) ซึ่งมีเชื้อสายลาติโน อเมริกา-แอฟริกา และจาไมกา ผลลัพธ์ของการศึกษาแสดงให้เห็นว่า นักเรียนไม่เพียงแต่มีความสุขอย่างเดียวในการใช้ภาษาธรรมชาติในการอธิบายปัญหาคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ แต่ทำให้การอธิบายนั้นง่ายขึ้นในการอ่าน และการเข้าใจถึงปัญหา และทักษะการดำเนินการมีการพัฒนาร่วมกันในการแก้ปัญหาของพวกเขา นักเรียนมีพัฒนาการสื่อสารทางสังคมที่ช่วยพวกเขาในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มที่ทำให้ชิ้นงานที่

มอบหมายนั้นเสร็จ บันทึกรประจำวันแสดงความคิดเห็นในการปรับปรุงเจตคติทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น และการเพิ่มความมั่นใจในตนเองและความเคารพตนเองเช่นเดียวกับที่พวกเขามีความรับผิดชอบในการเรียนรู้ของเขาเอง

บราวน์ (Brown. 2003: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การศึกษาความสามารถ เจตคติ และความเชื่อถือในการแก้ปัญหาของครูในระดับประถมศึกษา การแก้ปัญหาเป็นการตรวจสอบการสลับที่ตามการพิสูจน์ข้อเท็จจริงสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์หรือแรงกระตุ้นและความตั้งใจสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์ การศึกษานี้ทดสอบลักษณะเฉพาะ-เจตคติเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ความเชื่อถือเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และความสามารถในการแก้ปัญหาของครูประถมศึกษาในระดับเกรด 3, 4 และ 5 ที่มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาวเคราะห์แสดงให้เห็นว่าครูเหล่านี้มีเจตคติทางบวกในการแก้ปัญหาเป็นส่วนมาก มีความเชื่อถือทางบวกเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเป็นส่วนใหญ่ และส่วนมากความสามารถในการแก้ปัญหายังไม่ดีพอ ข้อมูลแสดงนัยสำคัญทางสถิติ ($p < .05$) ความสัมพันธ์ทางบวกระหว่างเจตคติและความสามารถในการแก้ปัญหา และระหว่างเจตคติและความเชื่อถือ ($p < .01$) การวิเคราะห์ตัวแปรแสดงความแตกต่างทางนัยสำคัญทางสถิติ ($p < .05$) ในเจตคติสำหรับ 3 เกรด

แอนนาเบิล (Annable. 2006: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในนักเรียนระดับเกรด 6 การศึกษานี้เป็นการวิเคราะห์เชิงคุณภาพของประสบการณ์ลักษณะของห้องพักครูถึงการเปลี่ยนแปลงวิธีการสอนของครูและการตอบสนองของนักเรียนที่จะเปลี่ยนแปลงนี้ ข้อมูลถูกรวบรวมจากแหล่งที่มาที่แตกต่างกันรวมทั้งการตรวจสอบเจตคติของนักเรียน การทดสอบการคิดวิเคราะห์ การบันทึกการแก้ปัญหา ชิ้นงานการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ การบันทึกภาคสนาม สมุดบันทึกประจำวันของนักเรียน และการสัมภาษณ์ นอกเหนือจากหลักสูตรของการศึกษา ทั้งนักเรียนและครูก็เผชิญหน้าอย่างท้าทายในการปรับตัวถึงแนวทางใหม่ของลักษณะวิชาคณิตศาสตร์ การตอบสนองถึงวิธีการสอนทั้งหมดที่แตกต่างกันจากนักเรียนถึงนักเรียน แต่มันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้และเวลาของการเติบโต

งานวิจัยในประเทศ

สุนันท์ ฉิมวัย (2543: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ สำโรง อำเภอเมือง จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 96 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่ายแล้วจับฉลากอีกครั้งเพื่อแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิกร ขวัญเมือง (2545: 57-58) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเมตาคอนนิชันและการอบรมเลี้ยงดูกับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 184 คน ได้มาจากการสุ่มแบบสองขั้นตอน (Two – stage Random Sampling) ผลการวิจัยพบว่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณระหว่างเมตาคอนนิชันทั้ง 6 ด้าน ได้แก่ บุคคล งาน ยุทธวิธี การวางแผน การควบคุมตรวจสอบ การประเมินผล และการอบรมเลี้ยงดูทั้ง 3 แบบ กับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์มีค่าเท่ากับ 0.321 ซึ่งสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่ความสามารถด้านเมตาคอนนิชันและการอบรมเลี้ยงดูแปรผันร่วมกันกับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์คิดเป็นร้อยละ 10.3 และค่าน้ำหนักความสำคัญของเมตาคอนนิชันด้านงานและด้านการวางแผน ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปฐมพร บุญลี (2545: 66-68) ได้ศึกษาการสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ สถาบันราชภัฏพระนคร เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ในแต่ละเรื่องมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วสันต์ เตือนแจ้ง (2546: 76-78) ได้ศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสาธิตและโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดนครปฐม จำนวน 270 คน ผลการวิจัยพบว่า ปัจจัยความถนัดทางด้านภาษา ความถนัดทางด้านตัวเลข และการรับรู้ความสามารถตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ .368, .485 และ .373 ตามลำดับ ซึ่งมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546: 69-72) ได้ศึกษาการสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนของโรงเรียนคำชะอีพิทยาคม อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร จำนวน 41 คน ได้มาจากการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ 86.03/76.54 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ 70/70 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และจำนวนนักเรียนที่เรียนเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จากการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศรีสมัย สอดศรี (2546: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัย การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กระบวนการการสร้างทักษะ เรื่อง โจทย์ปัญหา กับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 104 คน โรงเรียนสตรีวิทยา 2 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการการสร้างทักษะการแก้ไขโจทย์กับการสอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

นงกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: 50-52) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพของโรงเรียนอัสสัมชัญพาณิชยการ เขตสาทร กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากใช้การเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนใช้การเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มะลิวรรณ ผ่องราชี (2549: 107-111) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาศรีสะเกษ เขต 1 จำนวน 33 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการทำใบงานและ

แบบฝึกหัด และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวคิดสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรชร ภูบุญเดิม (2550: 66-67) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการใช้ตัวแทน (Representstion) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจากโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 60 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนหลังการสอนการแก้โจทย์สมการโดยการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับทักษะด้านต่างๆ ในทางบวก เช่น ความสามารถในการอ่านทางคณิตศาสตร์ การคำนวณ การแปลความหมายโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจคณิตศาสตร์ ความเข้าใจในความคิดรวบยอด การใช้วิธีการสังเคราะห์ความคิด เป็นต้น อีกทั้งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นอีกด้วย

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ

3.1 ความหมายของโยนิโสมนสิการ

ในปัจจุบันการแก้ปัญหาของมนุษย์มีความแตกต่างกันออกไป ถ้าไม่มีสติ ปัญญาจะไม่เกิด เมื่อปัญญาไม่เกิดแล้วเราก็จะไม่สามารถคิดหาเหตุผลหรือหนทางในการแก้ปัญหาได้ วิธีคิดก็มีหลากหลายวิธี แต่มีวิธีหนึ่งที่ใช้หลักการคิดของพระพุทธศาสนาเข้าช่วย นั่นคือ การคิดแบบโยนิโสมนสิการ ซึ่งมีนักการศึกษาของไทยได้อธิบายความหมายของโยนิโสมนสิการไว้ ดังนี้

หลวงเทพครุฑานุศิษฐ์ (ทวี ธรรมรัช ป.๙) (2540: 309) ได้กล่าวไว้ว่า “คำว่าโยนิโสมนสิการ เป็นศัพท์ภาษาบาลี ประกอบด้วย

โยนิโส กับ มนสิการ โยนิโสมาจาก ยุ ธาตุ ในความคละกัน เจือกัน ประสมกัน ไป ถึง เป็นไป มีรูปสัมฤทธิ์เป็น โยติ ยวติ อายุ ยายวติ โยนิ ยุวา ยุวติ โยพุพนั คำว่า โยนิ วิเคราะห์ว่า ยวนติ เอตติ สตุตา เอกชาติสมนุวเณน อญญมญญ มิสสุกา โหนติ โยนิ

โยนิ มีความหมายว่า กำเนิด เหตุ อุบาย

โยนิโส แปลว่า ปัญญาอันหลักแหลม โดยแยบคาย

มนสิการ ประกอบด้วย มนสิ กับ การ “มนสิ มาจาก มนุ ธาตุ ในความรู้ตรัสรู้ จิตใจ มีรูปสัมฤทธิ์เป็น มโนติ มนุเต มโน-มนั มานลั มนุสสุโส มานโว-มาณโว คำว่า มโน

วิเคราะห์ว่า มนุเต พุชฌตีติ มโน” มโน ศัพท์ ลง สุมิ สัตตมีวิภัตติ สำเร็จรูปเป็น มนสิ ประกอบกับศัพท์ การ แปลว่า การกระทำ สำเร็จรูปเป็น มนสิการ

มนสิการ แปลว่า การทำไว้ในใจ การคิด คำนึง นึกถึง ใส่ใจ การพิจารณา เมื่อรวมเข้าเป็นโยนิโสมนสิการ แปลว่า การกระทำในใจโดยแยบคาย”

พระราชวรมุนี (ประยูร ธมฺมจิตฺโต. 2541: 24-25) กล่าวถึงความหมายของโยนิโสมนสิการว่า “โยนิโสมนสิการ สอดคล้องกับพจนานุกรมพุทธศาสตร์ ฉบับประมวลธรรมและการให้ความหมายในหนังสือวิธีคิดตามหลักพุทธธรรม คือ การทำไว้ในใจโดยแยบคายหรือการคิดเป็น และนอกจากนี้ยังต้องเป็นความคิดที่ถูกต้องตามความเป็นจริง โดยอาศัยการเก็บข้อมูลอย่างเป็นระบบและคิดเชื่อมโยงตีความข้อมูลเพื่อนำไปใช้ต่อไป” และยังกล่าวว่า “โยนิโสมนสิการ มีวิธีคิดสรุปได้เป็น 4 แบบด้วยกัน ดังนี้

1. อุปายมนสิการ คือ คิดถูกวิธี การศึกษาต้องสอนให้คนมีวิธีคิด วิธีวิจัย และใช้วิธีการนั้นอย่างถูกต้องว่องไว
2. ปถมนสิการ คือ คิดมีระเบียบ การศึกษาจะต้องสอนให้คนคิดต่อเนื่องอย่างเป็นระบบ มีระเบียบ ไม่กระโดดไปกระโดดมา คิดอย่างมีเป้าหมาย
3. การณมนสิการ คือ คิดมีเหตุผล รู้จักเชื่อมโยงว่าเหตุนี้นำไปสู่ผลอะไร หรือผลนี้มาจากเหตุอะไร
4. อุปปาทกมนสิการ คือ คิดเป็นกุศล เป็นการศึกษาเพื่อค้นหาแก่นสารสาระ เมื่อได้รับข้อมูลข่าวสารมากมาย ต้องรู้จักกรองเอาส่วนที่เป็นประโยชน์และเหมาะสมกับเรา”

กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2542: 21) กล่าวว่า “โยนิโสมนสิการ เป็นการสอนให้รู้จักคิดเป็นคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดในทางที่จะเข้าถึงความจริงทั้งหลาย คิดในทางที่จะทำให้รู้จักใช้สิ่งทั้งหลายให้เป็นประโยชน์”

พระธรรมปิฎก (ประยุทธ์ ปยุตฺโต. 2543: 669-670) กล่าวว่า “โดยรูปศัพท์ ประกอบด้วยคำว่า โยนิโส กับ มนสิการ

โยนิโส มาจาก โยนิ แปลว่า เหตุ ต้นเค้า แหล่งเกิด ปัญญา อุปาย วิธี ทาง มนสิการ แปลว่า การทำในใจ การคิด คำนึง นึกถึง ใส่ใจ พิจารณา

เมื่อรวมเข้าเป็นโยนิโสมนสิการ ก็แปลว่า การทำในใจโดยแยบคาย

การทำในใจโดยแยบคายมีความหมายตามคัมภีร์ชั้นอรรถกถาและฎีกาได้ให้ความหมายแยกเป็นแง่ต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. อุปายมนสิการ แปลว่า คิดหรือพิจารณาโดยอุปาย เป็นการคิดอย่างมีวิธีที่จะให้เข้าถึงความจริงได้ สอดคล้องกับแนวสัจจะ (อริยสัจ 4) ทำให้รู้ถึงสภาวะของสิ่งทั้งหลาย

2. ปถมนสิการ แปลว่า คิดเป็นทาง หรือคิดถูกทาง หมายถึง ความคิดที่เป็นระเบียบตามแนวเหตุผล เป็นการคิดได้ต่อเนื่องเป็นลำดับ มีขั้นตอน

3. การณมนสิการ แปลว่า คิดตามเหตุผล หมายถึง การคิดตามความสัมพันธ์เหตุปัจจัย พิจารณาหาสาเหตุให้เข้าใจถึงแหล่งที่มา ซึ่งส่งผลต่อเนื่องตามลำดับ

4. อุปาทมนสิการ แปลว่า คิดให้เกิดผล หมายถึง การคิด การพิจารณาที่จะทำให้เกิดกุศลกรรม เช่น ปลุกเร้าให้เกิดความเพียร เป็นต้น ถือว่าเป็นการคิดอย่างมีเป้าหมาย

พระราชวรมนี (ประยูร ธมฺมจิตฺโต. 2543: 7) ได้กล่าวไว้ว่า “โยนิโสมนสิการ หรือการพิจารณาโดยแยบคาย หมายถึง การคิดพิจารณาข้อมูลอย่างรอบคอบ เพื่อกลั่นกรองหาความจริง นั่นคือ การคิดเป็น จัดเป็นองค์ประกอบภายในตัวผู้เรียน โดยอาศัยการเก็บข้อมูลอย่างเป็นระบบและคิดเชื่อมโยง ตีความข้อมูลเพื่อนำไปใช้ต่อไป”

ทิสนา แหมมณี (2544: 84) อธิบายความหมายของโยนิโสมนสิการว่า

1. โยนิโสมนสิการเรียกได้ว่าเป็น การคิดเป็น เป็นความสามารถที่บุคคลรู้จักมอง รู้จักพิจารณาสิ่งทั้งหลายตามสภาวะ โดยวิธีคิดหาเหตุปัจจัยสืบค้นจากต้นเหตุตลอดทางจนถึงผลสุดท้ายที่เกิด แยกแยะเรื่องออกให้เห็นตามสภาวะที่เป็นจริง คิดตามความสัมพันธ์ที่สืบทอดจากเหตุโดยไม่เอาความรู้สึกอุปาทานของตนเองเข้าไปจับหรือเคลือบคลุม บุคคลนั้นจะสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างเหมาะสมด้วยวิธีการแห่งปัญญา

2. โยนิโสมนสิการ เป็นองค์ประกอบภายในมีความเกี่ยวข้องกับการฝึกใช้ความคิด ให้รู้จักคิดอย่างถูกวิธี คิดอย่างมีระบบ คิดอย่างวิเคราะห์ ไม่มองเห็นสิ่งต่างๆ อย่างตื้นๆ ผิวนั้น เป็นขั้นตอนสำคัญของการสร้างปัญญา ทำให้เข้าใจบริสุทธ์และเป็นอิสระ ทำให้ทุกคนช่วยตนเองได้ นำไปสู่ความเป็นอิสระไร้ทุกข์ พร้อมด้วยสันติสุขเป็นจุดหมายสูงสุดของพุทธธรรม

3. โยนิโสมนสิการไม่ใช่ตัวปัญญา แต่เป็นปัจจัยให้เกิดปัญญา มีเป้าหมายสูงสุด คือ การดับทุกข์

4. โยนิโสมนสิการ มีองค์ประกอบ 4 ส่วน คือ

4.1 อุปายสมนสิการ คือ การคิดอย่างเข้าถึงความจริง

4.2 ปถมนสิการ คือ การคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนไม่สับสน

4.3 การณมนสิการ คือ การคิดอย่างมีเหตุผล

4.4 อุปาทมนสิการ คือ การคิดอย่างมีเป้าหมาย คิดให้เกิดผล ไม่ใช่คิดไปเรื่อยเรื่อย

5. โยนิโสมนสิการ เป็นสิ่งที่หล่อเลี้ยงสติที่ยังไม่เกิด ได้เกิด ช่วยสติที่เกิดแล้วเกิดต่อเนื่องต่อไป ซึ่งสติเป็นองค์ธรรมที่จำเป็นต้องใช้ในการทำงานทุกอย่าง ”

ถาวร บัวศรี (2546: 73) ได้กล่าวว่า พระธรรมปิฎกอธิบายความหมายของ โยนิโสมนสิการ (Critical Reflection) ไว้ดังนี้ “ในระบบการศึกษาอบรมโยนิโสมนสิการ เป็นการฝึกใช้ ความคิดให้รู้จักคิดอย่างถูกวิธี คิดอย่างมีระเบียบ รู้จักคิดวิเคราะห์ ไม่มองเห็นสิ่งต่างๆ อย่างตื้นผิวเผิน เป็นขั้นสำคัญในการสร้างปัญญาที่บริสุทธิ์ เป็นอิสระ ทำให้ทุกคนช่วยตนเองได้ และนำไปสู่ จุดมุ่งหมายของพุทธธรรมอย่างถ่องแท้”

พระธรรมกิตติวงศ์ (ทองดี สุรเตโช ป.ธ.๙) (2544: 123) ได้กล่าวว่า “โยนิโสมนสิการ หมายถึง การทำไว้ในใจโดยแยบคาย การพิจารณาโดยแยบคาย และโยนิโสมนสิการ คือ ความเป็นผู้ฉลาดในการคิด คิดอย่างถูกวิธีถูกระบบ พิจารณาไตร่ตรอง สวไปจนถึงสาเหตุหรือต้นตอของเรื่องที่กำลังคิด คือ คิดถึงรากถึงโคนนั่นเอง แล้วประมวลความคิดรอบด้านจนกระทั่งสรุปออกมาได้ว่าสิ่งนั้น ควรหรือไม่ควร ดีหรือไม่ดี เป็นต้น และโยนิโสมนสิการเป็นวิถีแห่งปัญญา เป็นธรรมสำหรับกลั่นกรอง ข้อมูลหรือแหล่งข่าว (ปรโตโฆสะ) อีกชั้นหนึ่ง เป็นบ่อเกิดแห่งสัมมาทิฐิ ทำให้มีเหตุผล ไม่มกมาย เป็นวุฒิธรรม คือ ธรรมที่นำไปสู่ผู้คิดนั้นได้รับความเจริญก้าวหน้า ได้รับความสำเร็จในชีวิตอย่างหนึ่ง”

สุวิทย์ มูลคำ ; อรรถัย มูลคำ (2545: 137) ได้กล่าวว่า “การจัดการเรียนรู้โดยสร้าง ศรัทธาและโยนิโสมนสิการ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดที่ถูกต้อง คิดเป็นหรือคิด อย่างมีระบบ รู้วิธีหาเหตุผล สืบสาว แยกแยะปัญหาได้ โดยไม่เอาอุปาทานของตนเองเข้าจับ “โยนิโส” แปลว่า เหตุ ต้นเหตุ ต้นเค้า แหล่งเกิดปัญหา อูบาย วิธีการ “มนสิการ” แปลว่า การทำ ในใจ การคิด การคำนึง ใส่ใจพิจารณา เมื่อรวมเป็น โยนิโสมนสิการ หมายถึง การทำใจให้ แยบคาย”

เสถียรพงษ์ วรรณปก (2545: 57) ได้กล่าวว่า “โยนิโสมนสิการในทาง พระพุทธศาสนาได้แปลว่า การทำในใจโดยอุบายอันแยบคาย ถ้าแปลง่ายๆ ก็คือ การคิดเป็นหรือการ คิดวิเคราะห์”

พระธรรมปิฎก (2547: 57) ได้ให้ความหมายของโยนิโสมนสิการว่า โยนิโสมนสิการ แปลว่า การทำในใจโดยแยบคายหรือคิดถูกวิธี แปลง่ายๆ ว่า ความรู้จักคิดหรือคิดเป็น หมายถึง การ คิดอย่างมีระเบียบหรือคิดตามแนวทางของปัญญา คือ การรู้จักมอง รู้จักพิจารณาสิ่งทั้งหลายตาม สภาวะ เช่น ตามที่สิ่งนั้นๆ มันเป็นของมัน โดยวิธีคิดหาเหตุปัจจัย สืบค้นถึงต้นเค้า สืบสาวให้ตลอด สาย แยกแยะสิ่งนั้นๆ ออกให้เห็นตามสภาวะ และตามความสัมพันธ์สืบทอดแห่งเหตุปัจจัย โดยไม่ เอาความรู้สึกด้วยตัณหาอุปาทานของตนเองเข้าจับหรือเคลือบคลุม ทำให้เกิดความดีงามและ แก้ปัญหาได้ ข้อนี้เป็นองค์ประกอบผ่านภายใน หรือปัจจัยภายในตัวบุคคลและอาจเรียกตาม องค์ธรรมที่ใช้งานว่า “วิธีการแห่งปัญญา”

พระพรหมคุณาภรณ์ (ป.อ. ปยุตฺโต) (2549: 29) ได้ให้ความหมายที่ชัดเจนไว้ในรูปศัพท์ที่ว่า “โยนิโสมนสิการ ประกอบด้วย โยนิโส กับ มนสิการ โยนิโส มาจาก โยนิ ซึ่งแปลว่า เหตุ ต้นเค้าแหล่งเกิดปัญหา อูบาย วิถี ทาง ส่วน มนสิการ แปลว่า การทำในใจ การคิด คำนึง นึกถึง ใส่ใจ พิจารณา เมื่อรวมเข้าเป็นโยนิโสมนสิการ แปลว่า การทำในใจโดยแยบคาย หรือ การคิด พิจารณาสืบต่างๆ ไว้ในใจอย่างแยบคาย”

จากความหมายของโยนิโสมนสิการที่กล่าวมานั้น สรุปได้ว่า โยนิโสมนสิการ หมายถึง การฝึกใช้ความคิดให้ถูกวิธี คิดอย่างมีระบบระเบียบ รู้จักคิดวิเคราะห์ มีเหตุมีผล มีความรอบคอบ สามารถแยกแยะปัญหาได้ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญในการสร้างปัญญา ทำให้ช่วยแก้ปัญหาให้ตนเองได้อย่างเหมาะสมและตรงตามสภาวะที่เป็นจริง ตลอดจนจนสามารถทำให้ได้รับความเจริญก้าวหน้าและความสำเร็จในชีวิตอีกด้วย

3.2 วิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการ

วิธีคิดตามหลักพุทธธรรมอย่างหนึ่งที่สำคัญ นั่นก็คือ วิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการ ซึ่งเป็นการสร้างนิสัยให้กับจิต ให้รู้จักวิธีคิดที่เป็นระเบียบ มีเหตุผล คิดถูกวิธี คิดแบบสร้างสรรค์ เพื่อจะได้สืบสาวถึงต้นเหตุและแยกแยะเรื่องนั้นๆ ออกไปตามสภาวะโดยไม่เอาความรู้สึกของตนเองมาร่วมตัดสิน จึงทำให้เกิดปัญญาและก่อให้เกิดความสงบสุขในชีวิต

พระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตฺโต. 2542: 676-724 และ 2543: 21-52) ได้ประมวลวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการจากหลักพุทธธรรมเท่าที่พบในบาลีไว้ 10 วิธี สรุปได้ดังนี้

1. วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย คือ พิจารณาปรากฏการณ์ที่เป็นผล ให้รู้จักสภาวะที่เป็นจริง หรือพิจารณาปัญหา หาหนทางแก้ไข ด้วยการค้นหาสาเหตุและปัจจัยต่างๆ ที่สัมพันธ์ส่งผลสืบทอดกันมา อาจเรียกว่า วิธีคิดแบบอิทัปปัจจยตา หรือ วิธีคิดตามหลักปฏิจจสมุปบาท จัดเป็นวิธีโยนิโสมนสิการแบบพื้นฐาน ในทางปฏิบัติอาจแยกวิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัยได้ 2 อย่าง คือ

1.1 คิดแบบปัจจัยสัมพันธ์ คือ เมื่อพบกับปรากฏการณ์หรือเรื่องที่จะพิจารณาอย่างหนึ่งอย่างใด ก็มองสืบสาวชักโยงออกไปถึงปัจจัยต่างๆ ทั้งหลายที่เข้ามาสัมพันธ์กันก่อให้เกิดผลหรือปรากฏการณ์นั้นๆ ขึ้น

1.2 คิดแบบสอบสวนหรือตั้งคำถาม คือ เมื่อประสบพบเห็นสิ่งใดๆ ที่ควรพิจารณา ก็ควรตั้งคำถามแก่ตนว่า ทำไม เพราะอะไร

2. วิธีคิดแบบแยกแยะองค์ประกอบหรือกระจายเนื้อหา เป็นวิธีคิดสำคัญอีกแบบหนึ่ง ที่มุ่งให้มองและให้รู้จักสิ่งทั้งหลาย ตามสภาวะของมันตามธรรมดา สิ่งทั้งหลายก็ดี

ปรากฏการณ์ต่างๆ ก็ดี เรื่องราวต่างๆ ที่อุบัติขึ้นก็ดี เกิดจากส่วนประกอบย่อยๆ มาประมวลกันเข้า เมื่อแยกแยะกระจายออกไปให้เห็นองค์ประกอบย่อยๆ ต่างๆ ได้แล้ว จึงจะรู้จักสิ่งนั้น เรื่องราวนั้นๆ ได้ถูกต้องแท้จริง หรือจับจุดที่เป็นปัญหาได้ แล้วจึงแก้ไขปัญหาลำเร็จ ในชั้นอรรถกถาซึ่งเป็นแนวของ อภิธรรมสมัยหลัง นิยมจัดวิธีคิดแบบแยกแยะองค์ประกอบนี้เป็นขั้นหนึ่งต่างหาก และถือว่าเป็นวิภาษวิธีอย่างหนึ่ง หรือถ้าเป็นสมัยใหม่เรียกว่า วิธีคิดแบบวิเคราะห์

3. วิธีคิดแบบสามัญลักษณะหรือวิธีคิดแบบรู้เท่าทันธรรมดา คือ มองเหตุการณ์ ความเป็นไปของสิ่งทั้งหลาย โดยหยั่งรู้เข้าใจธรรมดาธรรมชาติของมัน ซึ่งจะต้องเป็นไปอย่างนั้น ในฐานะที่มันเป็นสิ่งซึ่งเกิดจากเหตุปัจจัยต่างๆ ปฐกตั้งขึ้น จึงจะต้องเป็นไปตามเหตุปัจจัยเหล่านั้น กล่าวคือ การที่มันเกิดขึ้นแล้วจะต้องดับไป ไม่เที่ยง ไม่คงที่ ไม่คงอยู่ตลอดไป มีภาวะที่ถูกปัจจัยต่างๆ ที่ขัดแย้งบีบคั้นได้ ไม่มีอยู่และไม่สามารถดำรงอยู่โดยตัวของมันเอง ขึ้นต่อเหตุปัจจัยของมัน ไม่ขึ้นต่อความเรียกร้องปรารถนาของใคร ลักษณะเหล่านี้ก็คือ ไตรลักษณ์ วิธีคิดแบบนี้ที่ถูกต้องต้องดำเนินไปให้ครบ 2 ขั้นตอน คือ

3.1 ขั้นที่หนึ่ง รู้เท่า คือ รู้เท่าทันและยอมรับความจริง เป็นขั้นวางใจวางท่าที่ต่อสิ่งทั้งหลาย โดยสอดคล้องกับความเป็นจริงของธรรมชาติ เป็นท่าที่แห่งปัญญา เช่น เมื่อประสบสถานการณ์ที่ไม่น่าปรารถนา ก็ตั้งจิตสำนึกขึ้นในเวลานั้นว่า เราจะมองตามความเป็นจริง ไม่มองตามความอยากของเรา ที่อยากให้เป็นหรืออยากไม่ให้เป็น รู้ว่าสิ่งนั้นเป็นอย่างนั้น ตามเหตุปัจจัยของมัน

3.2 ขั้นที่สอง เร่งทำ คือ แก้ไขและทำการไปตามเหตุปัจจัยเป็นขั้นปฏิบัติ ต่อสิ่งทั้งหลาย โดยสอดคล้องกับความเป็นจริงของธรรมชาติ เป็นการปฏิบัติด้วยปัญญา คือ รู้ว่าสิ่งทั้งหลายจะเป็นอย่างไร ก็ยอมเป็นไปตามเหตุปัจจัย ขึ้นต่อเหตุปัจจัย ไม่ใช่ขึ้นต่อความอยาก ความปรารถนาของเรา หรือของใครๆ เมื่อเราต้องการให้มันเป็นอย่างไร ก็ต้องทำให้เหตุปัจจัยให้มันเป็นอย่างนั้น จึงต้องศึกษาให้รู้เข้าใจเหตุปัจจัยทั้งหลาย ที่จะทำให้มันเป็นอย่างนั้นแล้วแก้ไข หรือจัดทำ การที่ตัวเหตุปัจจัยนั้นๆ เมื่อทำเหตุปัจจัยได้พร้อมบริบูรณ์ที่จะให้เป็นอย่างนั้น มันก็ต้องเป็นอย่างนั้น ถ้าเหตุปัจจัยไม่พร้อมที่จะให้เป็น มันก็ไม่เป็น ฉะนั้น ด้วยเหตุที่สิ่งทั้งหลายไม่เที่ยงแท้แน่นอน เปลี่ยนแปลงไปอยู่ตลอดเวลา ตามเหตุปัจจัยที่มากมายและใหม่ๆ แปลกๆ แทรกเข้ามา เราจึงนิ่งนอนใจไม่ได้ จะต้องชวนชวนศึกษา แล้วเร่งรัดป้องกันแก้ไขเหตุปัจจัยแห่งความเสื่อม และสร้างสรรค์ ส่งเสริมเหตุปัจจัยแห่งความเจริญด้วยความไม่ประมาท

4. วิธีคิดแบบอริยสัจหรือวิธีคิดแบบแก้ปัญหา เรียกตามทางธรรมได้ว่า วิธีแห่งความดับทุกข์ จัดเป็นวิธีคิดหลักอย่างหนึ่ง เพราะสามารถขยายให้ครอบคลุมวิธีคิดแบบอื่นๆ ได้ทั้งหมด วิธีคิดแบบอริยสัจนี้มีลักษณะทั่วไป 2 ประการ คือ

4.1 เป็นวิธีคิดตามเหตุและผล หรือ เป็นไปตามเหตุและผล สืบสาวจากผล ไปหาเหตุแล้วแก้ไขและทำการที่ต้นเหตุ จัดเป็น 2 คู่ คือ

คู่ที่ 1 : ทุกข์เป็นผล เป็นตัวปัญหา เป็นสถานการณ์ที่ประสบซึ่งไม่
ต้องการ

สมุทัยเป็นเหตุ เป็นที่มาของปัญหา เป็นจุดที่จะต้องกำจัด
หรือแก้ไขจึงจะพ้นจากปัญหาได้

คู่ที่ 2 : นิโรธเป็นผล เป็นภาวะสิ้นปัญหา เป็นจุดมุ่งหมายที่
ต้องการจะเข้าถึง

มรรคเป็นเหตุ เป็นวิธีการ เป็นข้อปฏิบัติที่ต้องกระทำการ
แก้ไขสาเหตุ เพื่อบรรลุจุดหมาย คือ ภาวะสิ้นปัญหา อันได้แก่
ความดับทุกข์

4.2 เป็นวิธีคิดที่ตรงจุดตรงเรื่อง ตรงไปตรงมา มุ่งตรงต่อสิ่งที่จะต้องทำ
ต้องปฏิบัติ ต้องเกี่ยวข้องของชีวิต ใช้แก้ปัญหา ไม่พุ่งชานออกไปในเรื่องฟุ้งเพื่อที่ลึกกว่าคิด เพื่อสนอง
ตัณหามานะทิฐิ ซึ่งไม่อาจนำมาใช้ปฏิบัติ ไม่เกี่ยวกับการแก้ไขปัญหา

หลักการหรือสาระสำคัญของวิธีคิดแบบอริยสัจ คือ การเริ่มต้นจากปัญหา หรือ
ความทุกข์ที่ประสบ โดยกำหนดรู้ ทำความเข้าใจกับปัญหาหรือความทุกข์นั้นให้ชัดเจน แล้วสืบค้นหา
สาเหตุ เพื่อเตรียมแก้ไข ในเวลาเดียวกัน กำหนดเป้าหมายตนให้แน่ชัดว่าคืออะไร จะเป็นไปได้
หรือไม่ จะเป็นไปได้อย่างไร แล้วคิดวางวิธีปฏิบัติที่จะกำจัดสาเหตุของปัญหาโดยสอดคล้องกับการที่
จะบรรลุจุดหมายที่กำหนดไว้นั้น

5. วิธีคิดแบบอรรถธรรมสัมพันธ์หรือคิดตามหลักการและความมุ่งหมาย เป็น
วิธีคิดในระดับปฏิบัติการหรือลงมือทำ คือ การที่จะปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ โดยรู้เข้าใจถึงหลักการและ
ความมุ่งหมายของเรื่องนั้นๆ โดยเฉพาะความสัมพันธ์ระหว่างหลักการกับจุดมุ่งหมายว่าหลักการนั้นๆ
จะดำเนินไปเพื่อจุดมุ่งหมายอะไร เพื่อให้เป็นการปฏิบัติที่ได้ผลตรงตามความมุ่งหมายนั้น ไม่
กลายเป็นการปฏิบัติที่เคลื่อนไหวคลาดเคลื่อนลอย เช่น เมื่อจะประพฤติปฏิบัติธรรมข้อใด จะลงมือทำงาน
อะไร ก็ตรวจสอบตนเองให้ชัดเจนว่า เข้าใจหลักการและความมุ่งหมายของงานนั้นดีแล้วหรือไม่ โดย
อาจคอยตั้งคำถามว่า อันนี้เพื่ออะไรๆ เป็นต้น

6. วิธีคิดแบบคุณโทษและทางออก คือ มองให้ครบทั้งข้อดี ข้อเสีย และ
ทางแก้ไขทางออกให้หลุดรอดปลอดภัยพ้นจากข้อบกพร่องต่างๆ เป็นวิธีมองสิ่งทั้งหลายตามความเป็น
จริงอีกแบบหนึ่ง ซึ่งเน้นการศึกษาและยอมรับความจริงตามสิ่งที่สิ่งนั้นๆ เป็นอยู่ทุกแง่ทุกด้าน ทั้งด้านดี
ด้านเสีย จุดอ่อน จุดแข็ง ส่วนบริบูรณ์ ส่วนบกพร่อง เพื่อรู้เข้าใจถูกต้องตามความเป็นจริง แค่ความ

จริงและเท่าที่เป็นจริง พอดี ๆ ไม่เกินเลย หรือหย่อนกว่าความจริง และเพื่อปฏิบัติเกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ เรื่องนั้นๆ ได้พอเหมาะไม่ผิดพลาด

7. วิธีคิดแบบรู้คุณค่าแท้-คุณค่าเทียมหรือการพิจารณาเกี่ยวกับการใช้สอยหรือบริโภค เป็นวิธีคิดแบบสกัดหรือบรรเทาต้นเหตุ เป็นขั้นฝึกหัดขัดเกลากิเลส หรือตัดทางไม่ให้กิเลสเข้ามาครอบงำจิตใจแล้วชักจูงพฤติกรรมต่อไป วิธีคิดแบบนี้ใช้มากในชีวิตประจำวัน เพราะเกี่ยวข้องกับ การบริโภคใช้สอยปัจจัย 4 และวัสดุอุปกรณ์อำนวยความสะดวกต่างๆ ทางเทคโนโลยี มีหลักการโดยย่อว่า คนเราเข้าไปเกี่ยวข้องกับสิ่งต่างๆ เพราะเรามีความต้องการและเห็นว่าสิ่งนั้นๆ จะสนองความต้องการของเราได้ สิ่งใดสามารถสนองความต้องการของเราได้ สิ่งนั้นก็มีความค่าแก่เรา หรือที่เรานิยมเรียกว่ามันมีประโยชน์เป็น 2 ประเภทตามชนิดของความต้องการ คือ

7.1 คุณค่าแท้ หมายถึง ความหมาย คุณค่า หรือประโยชน์ของสิ่งทั้งหลาย ในแง่ที่สนองความต้องการของชีวิตโดยตรง หรือที่มนุษย์นำมาใช้แก้ปัญหาของตน เพื่อความดีงาม ความดำรงอยู่ด้วยดีของชีวิต หรือเพื่อประโยชน์สุขทั้งของตนเองและผู้อื่น คุณค่านี้อาศัยปัญญาเป็นเครื่องตีค่าหรือวัดราคา จะเรียกว่า คุณค่าที่สนองปัญญาก็ได้

7.2 คุณค่าเทียม หมายถึง ความหมาย คุณค่า หรือ ประโยชน์ของสิ่งทั้งหลายที่มนุษย์พอกให้แก่อะไรๆ เพื่อปรนเปรอการเสพส่วยเวทนา หรือเพื่อเสริมราคา เสริมขยายความมั่นคงยิ่งใหญ่ของตัวตนที่ยึดถือไว้ คุณค่านี้อาศัยตัณหา เป็นเครื่องตีค่าหรือวัดราคา จะเรียกว่า คุณค่าสนองตัณหา ก็ได้ เช่น อาหารมีคุณค่าอยู่ที่ความเอร็ดอร่อย เสริมความสนุกสนาน เป็นเครื่องแสดงฐานะ ความโก้หรูหร่า เป็นต้น

วิธีคิดแบบนี้ ใช้พิจารณาในการเข้าไปเกี่ยวข้องกับปฏิบัติต่อสิ่งทั้งหลายได้ทั่วๆ ไป ไม่ว่าจะเป็นการบริโภค ใช้สอย การซื้อหาหรือการครอบครอง โดยมุ่งให้เข้าใจและเลือกเสพคุณค่าแท้ที่เป็นประโยชน์แก่ชีวิตอย่างแท้จริง เป็นไปเพื่อประโยชน์สุขทั้งแก่ตนเองและผู้อื่น คุณค่าที่แท้้นอกจากจะเป็นประโยชน์แก่ชีวิตอย่างแท้จริงแล้ว ยังเกื้อกูลแก่ความเจริญงอกงามของกุศลธรรม เช่น ความมีสติ เป็นต้น ทำให้พ้นจากความเป็นทาสของวัตถุ เพราะเป็นการเกี่ยวข้องกับปัญญาและมีขอบเขตอันเหมาะสม พอเหมาะพอดี ต่างจากคุณค่าสนองตัณหา ซึ่งไม่ค่อยเกื้อกูลแก่ชีวิต บางทีเป็นอันตรายแก่ชีวิต ทำให้เป็นอกุศลธรรม

8. วิธีคิดแบบอุปายปลูกเร้าคุณธรรมหรือวิธีคิดแบบเร้ากุศล เป็นวิธีคิดในแนวสกัดกั้นหรือบรรเทาและขัดเกลากิเลสต้นเหตุ จึงจัดได้ว่าเป็นข้อปฏิบัติระดับต้นๆ สำหรับส่งเสริมความเจริญงอกงามแห่งกุศลธรรม หลักการทั่วไปของวิธีคิดแบบนี้มีอยู่ว่า ประสพการณ์ คือ สิ่งที่ได้ประสบหรือได้รับรู้อย่างเดียวกัน บุคคลผู้ประสบหรือรับรู้ต่างกัน อาจมองเห็นและคิดนึกปรุงแต่งไปคนละอย่าง สุดแต่โครงสร้างของจิต แนวนิสัย ความเคยชินต่างๆ ที่เป็นเครื่องปรุงของจิต หรือสุดท้ายการทำความเข้าใจใน

ขณะนั้นๆ ของอย่างเดียวกันหรืออาการกิริยาเดียวกัน คนหนึ่งมองเห็นแล้วคิดปรุงแต่งไปในทางดีงาม เป็นประโยชน์ เป็นกุศล แต่อีกคนหนึ่งเห็นแล้ว คิดปรุงแต่งไปในทางไม่ดี ไม่งาม เป็นโทษเป็นอกุศล แม้แต่บุคคลคนเดียวกัน มองเห็นของอย่างเดียวกันหรือประสบการณ์อย่างเดียวกัน แต่ต่างขณะต่างเวลา ก็อาจคิดเห็นปรุงแต่งต่างออกไปครั้งละอย่าง คราวหนึ่งร้าย คราวหนึ่งดี ทั้งนี้ โดยเหตุผลดังที่ได้กล่าวมาแล้ว การทำใจที่ช่วยตั้งต้นและชักนำความคิดให้เดินไปในทางที่ดีงามและเป็นประโยชน์ เรียกว่า เป็นวิธีคิดแบบอุบายปลูกเร้าคุณธรรมหรือโยนิโสมนสิการแบบเร้ากุศล ในที่นี้ โยนิโสมนสิการแบบเร้ากุศลนี้ มีความสำคัญทั้งในแง่ที่ทำให้เกิดความคิดและการกระทำที่ดีงาม เป็นประโยชน์ในขณะนั้นๆ และในแง่ที่ช่วยแก้ไขนิสัย ความเคยชินร้ายๆ ของจิตที่ได้สั่งสมไว้แต่เดิม พร้อมกับสร้างนิสัยความเคยชินใหม่ๆ ที่ดีงามให้แก่จิตไปในเวลาเดียวกันด้วย ในทางตรงกันข้าม หากปราศจากอุบายแก้ไขเช่นนี้ ความคิดและการกระทำของบุคคลก็จะถูกชักนำให้เดินไปตามแรงชักจูงของความเคยชินเก่าๆ ที่ได้สั่งสมไว้เดิมเพียงอย่างเดียว และช่วยเสริมความเคยชินอย่างนั้นให้มีกำลังแรงมากยิ่งขึ้นเรื่อยไป

ตัวอย่างง่าย ๆ อย่างหนึ่ง คือ การคิดถึงความตาย ถ้ามี โยนิโสมนสิการ คือ ทำใจหรือคิดไม่ถูกวิธี อกุศลธรรมก็จะเกิดขึ้น เช่น คิดถึงความตายแล้วสลดหดหู่เกิดความเศร้า ความเหี่ยวแห้งใจบ้าง เกิดความหวั่นกลัวหวาดเสียวใจบ้าง ตลอดจนเกิดความดีใจเมื่อนึกถึงความตายของคนที่เคยเกลียดชังบ้าง เป็นต้น แต่ถ้ามีโยนิโสมนสิการ คือ ทำใจหรือคิดให้ถูกวิธี ก็เกิดกุศลธรรม คือ เกิดความรู้สึกตื่นตัวเร้าใจให้ไม่ประมาท เร่งชวนขวนขวายปฏิบัติกิจหน้าที่ทำสิ่งที่ดีงามเป็นประโยชน์ ประพฤติปฏิบัติธรรม ตลอดจนรู้เท่าทันความจริงที่เป็นคติธรรมดาของสังขาร ท่านกล่าวว่า การคิดถึงความตายอย่างถูกวิธี จะประกอบด้วย สติ (ความระลึกได้หรือมีใจอยู่กับตัว ระลึกรู้ถึงสิ่งที่พึงเกี่ยวข้องจัดทำ) สังเวค (ความรู้สึกเร้าใจ ได้คิด และสำนึกที่จะเร่งทำการ) และญาณ (ความรู้เท่าทันธรรมดา หรือ รู้ตามเป็นจริง)

9. วิธีคิดแบบเป็นอยู่ในขณะปัจจุบันหรือวิธีคิดแบบมีปัจจุบันธรรมเป็นอารมณ์ ความจริงวิธีคิดแบบที่ 9 นี้ เป็นเพียงการมองอีกด้านหนึ่งของการคิดแบบอื่นๆ จะว่าแทรกหรือครอบคลุมวิธีคิดแบบก่อนๆ ที่กล่าวมาแล้วก็ได้ แต่ที่แยกมาเป็นอีกข้อหนึ่งต่างหาก ก็เพราะมีแง่ที่ควรทำความเข้าใจพิเศษ และมีความสำคัญโดยลำพังตัวของมันเอง ข้อที่จะต้องทำความเข้าใจเป็นพิเศษเกี่ยวกับวิธีคิดแบบนี้ ก็คือ การที่มีผู้เข้าใจผิดเกี่ยวกับความหมายของการเป็นอยู่ในปัจจุบัน หรือมีปัจจุบันธรรมเป็นอารมณ์ โดยเห็นไปว่า พุทธศาสตร์สอนให้คิดถึงสิ่งที่อยู่เฉพาะหน้า กำลังเป็นไปในปัจจุบันเท่านั้น ไม่ให้คิดพิจารณาเกี่ยวกับอดีตหรืออนาคต ตลอดจนไม่ให้คิดเตรียมการหรือวางแผนงานเพื่อกาลภายหน้า

ลักษณะสำคัญของความคิดชนิดที่ไม่เป็นอยู่ในปัจจุบัน คือ ความคิดที่เกาะติดกับอดีตและเลื่อนลอยไปในอนาคตนั้น พุดได้สั้นๆ ว่า ได้แก่ ความคิดที่เป็นไปในแนวทางของตัณหา หรือ ตกอยู่ในอำนาจอารมณ์ โดยมีอาการหวนละห้อยโหยหาอาลัยอาวรณ์ถึงสิ่งที่ล่วงแล้ว เพราะความเกาะติดหรือค้างคาในรูปใดรูปหนึ่ง หรือเคืองคว้างเลื่อนลอยฟุ้งซ่านไปในภาพที่ฝัน เพื่อปรุงแต่งซึ่งไม่มีฐานแห่งความเป็นจริงในปัจจุบัน เพราะยึดติดไม่พอใจสภาพที่ประสบอยู่ปรารถนาจะหนีจากปัจจุบัน ส่วนความคิดชนิดที่เป็นอยู่ในปัจจุบัน มีลักษณะที่พุดสั้นๆ ได้ว่าเป็นการคิดในแนวทางของความรู้ หรือคิดด้วยอำนาจปัญญา ถ้าคิดในแนวทางของความรู้หรือคิดด้วยอำนาจปัญญาแล้ว ไม่ว่าจะเป็นเรื่องที่เป็นไปอยู่ในขณะนี้ หรือเป็นเรื่องล่วงไปแล้ว หรือเป็นเรื่องของกาลภายหน้า ก็จัดเข้าในการเป็นอยู่ในปัจจุบันทั้งสิ้น

10. วิธีคิดแบบวิภาษวาท ความจริงวิภาษวาทไม่ใช่วิธีคิดโดยตรง แต่เป็นวิธีพุดหรือการแสดงหลักการแห่งคำสอนแบบหนึ่ง อย่างไรก็ตาม การคิดกับการพุดเป็นกรรมใกล้ชิดกันที่สุดก่อนจะพุดก็ต้องคิดก่อน สิ่งที่พุดล้วนสำเร็จมาจากความคิดทั้งสิ้น คำว่า วิภาษวาท แปลว่า การพุดแยกแยะ พุดจำแนก หรือแถลงความแบบวิเคราะห์ หมายถึง การมองและแสดงความจริงโดยแยกแยะออกให้เห็นแต่ละแง่ด้านครบทุกแง่ทุกด้าน ไม่ใช่จับเอาแง่หนึ่งแง่เดียว หรือบางแง่ขึ้นมาวินิจฉัยตีคลุมลงไปอย่างนั้นทั้งหมดหรือประเมินคุณค่าความดีความชั่ว เป็นต้น โดยถือเอาส่วนเดียวหรือบางส่วนเท่านั้นแล้วตัดสินพรวดลงไป คำว่า วิภาษวาท เป็นชื่อเรียกอย่างหนึ่งของพระพุทธศาสนา และวิธีคิดแบบวิภาษวาทก็มีความหมายคลุมถึงวิธีคิดแบบต่างๆ ที่กล่าวมาแล้วได้หลายอย่าง การกล่าวถึงวิธีคิดแบบวิภาษวาท นอกจากทำให้รู้จักวิธีคิดแง่อื่นเพิ่มขึ้นแล้วยังจะช่วยให้เข้าใจวิธีคิดบางอย่างที่กล่าวมาแล้วข้างต้นชัดเจนขึ้นอีกด้วย วิธีคิดแบบวิภาษวาทจำแนกออกให้เห็นในลักษณะต่างๆ ได้ดังนี้

10.1 จำแนกโดยแง่ด้านของความจริง แบ่งได้เป็น 2 อย่าง คือ

- จำแนกตามแง่ด้านต่างๆ ตามที่เป็นอยู่จริงของสิ่งนั้นๆ คือ มองหรือแถลงความจริงให้ตรงตามที่เป็นอยู่ในแง่ด้านนั้น ไม่ใช่จับเอาความจริงแง่หนึ่งด้านหนึ่ง หรือแง่อื่นด้านอื่นมาตีคลุมเป็นอย่างนั้นไปหมด เช่น เมื่อกล่าวถึงบุคคลผู้หนึ่งว่าเขาดีหรือไม่ดี ก็ชี้ความจริงตามแง่ด้านที่เป็นอย่างนั้นว่า แ่งนั้น ด้านนั้น กรณีนั้น เขาดีอย่างไร หรือไม่ดีอย่างไร เป็นต้น ไม่ใช่เหมาคลุมง่าย ๆ ทั้งหมด ถ้าจะประเมินคุณค่าก็ตกลงกำหนดลงว่าจะเอาแง่ใด ด้านใดบ้าง แล้วพิจารณาทีละแง่ ประมวลลงตามอัตราส่วน

- จำแนกโดยมองหรือแสดงความจริงของสิ่งนั้นๆ ให้ครบทุกแง่ทุกด้าน คือ เมื่อมองหรือพิจารณาสิ่งใด ไม่มองแคบๆ ไม่ติดอยู่ส่วนเดียวแง่เดียวของสิ่งนั้น หรือวินิจฉัยสิ่งนั้นด้วยส่วนเดียวแง่เดียวของมัน แต่มองหลายแง่หลายด้าน เช่น จะว่าดีหรือไม่ดีก็ว่าดีในแง่หนึ่ง ด้านนั้น

กรณีนั้น ไม่ดีในแง่หนึ่ง ด้านนั้น กรณีนั้น ไม่ดีในแง่หนึ่ง ด้านนั้น กรณีนั้น สิ่งนี้ไม่ดีในแง่หนึ่ง สิ่งนั้นดีในแง่หนึ่ง แต่ไม่ดีในแง่หนึ่ง เป็นต้น การคิดจำแนกในแนวนี้นับว่าคล้ายกับข้อแรกแต่เป็นคนละอย่าง และเป็นส่วนเสริมกันกับข้อแรกให้ได้ผลสมบูรณ์การคิดแนวนี้นี้ มีผลรวมไปถึงการเข้าใจในภาวะที่องค์ประกอบต่างๆ หรือลักษณะด้านต่างๆ มาประสมรวมกันโดยครบถ้วน จึงเกิดเป็นสิ่งที่นั่นๆ หรือเหตุการณ์นั้นๆ และการมองสิ่งหนึ่งๆ เหตุการณ์หนึ่งๆ โดยเห็นกว้างออกไปถึงลักษณะด้านต่างๆ และองค์ประกอบต่างๆ ของมัน

10.2 จำแนกโดยส่วนประกอบ คือ วิเคราะห์แยกแยะออกไปให้รู้เท่าทันภาวะที่สิ่งนั้นๆ เกิดขึ้นจากองค์ประกอบย่อยๆ ต่างๆ มาประสมกันเข้า ไม่ติดตันอยู่ภายนอกหรือถูกลวงโดยภาพรวมของสิ่งนั้นๆ เช่น แยกแยะสัตว์บุคคลออกเป็นนามและรูปเป็นขั้น 5 และแบ่งซอยแต่ละอย่างๆ ออกไป จนเห็นภาวะที่ไม่เป็นอัตตา เป็นทางรู้เท่าทันความจริงของสังขารธรรมทั้งหลาย วิภาษวาทแห่งนี้ตรงกับวิธีคิดอย่างที 2 (วิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบ) ที่กล่าวแล้วข้างต้น

10.3 จำแนกโดยลำดับขณะ คือ แยกแยะวิเคราะห์ปรากฏการณ์ตามลำดับความสืบทอดแห่งเหตุปัจจัย ซอยออกไปเป็นแต่ละขณะๆ ให้มองเห็นตัวเหตุปัจจัยที่แท้จริง ไม่ถูกลวงให้จับเหตุปัจจัยสับสน การคิดแบบนี้เป็นด้านหนึ่งของการคิดจำแนกโดยส่วนประกอบ และการคิดจำแนกตามความสัมพันธ์แห่งเหตุปัจจัย แต่มีลักษณะและการใช้งานพิเศษ จึงแยกออกมาแสดงเป็นอย่างหนึ่ง เป็นวิธีที่ใช้มากในฝ่ายอภิธรรม ตัวอย่างเช่น เมื่อโจรขึ้นปล้นบ้านและฆ่าเจ้าทรัพย์ตาย คนทั่วไปอาจพูดว่า โจรฆ่าคนตายเพราะความโลภ คือ ความอยากได้ของโจรเป็นเหตุให้โจรฆ่าเจ้าทรัพย์ คำพูดนี้ใช้ได้เพียงในฐานะเป็นสำนวนพูดให้เข้าใจกันง่ายๆ แต่เมื่อวิเคราะห์ทางด้านกระบวนการที่เป็นไปภายในจิตอย่างแท้จริงหาเป็นเช่นนั้นไม่ ความโลภเป็นเหตุของการฆ่าไม่ได้ โทสะจึงจะเป็นเหตุของการฆ่าได้ เมื่อวิเคราะห์โดยลำดับขณะแล้วก็จะเห็นว่า โจรโลภอยากได้ทรัพย์ แต่เจ้าทรัพย์เป็นอุปสรรคต่อการได้ทรัพย์นั้น ความโลภทรัพย์จึงเป็นเหตุให้โจรมีโทสะต่อเจ้าทรัพย์ โจรจึงฆ่าเจ้าทรัพย์ด้วยโทสะนั้น โจรโลภอยากได้ทรัพย์ หาได้โลภอยากได้เจ้าทรัพย์แต่อย่างใดไม่ ตัวเหตุที่แท้จริงของการฆ่า คือ โทสะ หาใช่โลภะไม่ โภภะเป็นเพียงเหตุให้ลักทรัพย์เท่านั้น แต่เป็นปัจจัยให้โทสะเกิดขึ้นต่อสิ่งอื่น ซึ่งขัดขวางหรือไม่เกื้อกูลต่อความมุ่งหมายของมัน อย่างไรก็ตาม ในภาษาสามัญจะพูดว่า โจรฆ่าคนเพราะความโลภก็ได้ แต่ให้เข้าใจเท่าทันความจริงในกระบวนการที่เป็นไปตามลำดับขณะ ดังที่กล่าวมาแล้วว่า ความโลภเป็นตัวการเริ่มต้นในเรื่องนั้นเท่านั้น การแยกแยะหรือวิเคราะห์โดยขณะเช่นนี้ ทำให้ในสมัยต่อมามีคำเรียกพระพุทธรศาสนาว่าเป็น ขณิกวาท

10.4 จำแนกโดยความสัมพันธ์แห่งเหตุปัจจัย คือ สืบสาวเหตุปัจจัยต่างๆ ที่สัมพันธ์สืบทอดกันมาของสิ่งหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ทำให้มองเห็นความจริงที่สิ่งทั้งหลายไม่ได้ตั้งอยู่ลอยๆ ไม่ได้เกิดขึ้นลอยๆ ไม่ได้ดำรงอยู่เป็นอิสระจากสิ่งอื่นๆ และไม่ได้ดำรงอยู่เป็นอิสระจากสิ่งอื่นๆ

และไม่ได้ดำรงอยู่โดยตัวของมันเอง แต่เกิดขึ้นด้วยอาศัยเหตุปัจจัยจะดับไปและสามารถดับได้ด้วย การดับที่เหตุปัจจัย การคิดจำแนกในแง่นี้ เป็นวิธีคิดข้อสำคัญมากอย่างหนึ่ง ตรงกับวิธีคิดแบบที่ 2 คือ วิธีคิดแบบสืบสาวหาเหตุปัจจัย ความคิดที่ขาดความตระหนักในความสัมพันธ์ ทำให้คนโน้มเอียงไปในทางที่จะยึดความเห็นสุดทางข้างใดข้างหนึ่ง เช่น ยึดถือสัตว์าท มองเห็นว่าอัตรตาดั้งอยู่เที่ยงแท้ นิรันดร หรือยึดถืออุจเฉทวาท มองเห็นว่าอัตรตาดั้งดับสิ้นขาดสูญไป ทั้งนี้เพราะเมื่อเผลอลืมมอง ความสัมพันธ์ตามเหตุปัจจัย ก็มองเห็นสิ่งนั้นตั้งอยู่ขาดลอยโดดๆ แล้วความเห็นเอียงสุดอย่างใด อย่างหนึ่งก็จึงเกิดขึ้น แต่ภาวะที่เป็นจริงของสิ่งทั้งหลาย ไม่ได้ขาดลอยอย่างที่คนตัดตอนมองเอา อย่างนั้น สิ่งทั้งหลายสัมพันธ์กันขึ้นต่อกัน และสืบทอดกัน เนื่องด้วยปัจจัยย่อยต่างๆ ความมีหรือไม่มี ไม่ใช่ภาวะเด็ดขาดลอยตัว ภาวะที่เป็นจริง เป็นเหมือนอยู่กลางระหว่างความเห็นเอียงสุดสอง อย่างนั้น ความคิดแบบจำแนกโดยความสัมพันธ์แห่งเหตุปัจจัย ช่วยให้มองเห็นความเป็นจริงนั้น

การจำแนกโดยความสัมพันธ์แห่งเหตุปัจจัยนั้น นอกจากช่วยไม่ให้เผลอมอง สิ่งต่างๆ หรือปัญหาต่างๆ อย่างโดดเดี่ยวขาดลอย และช่วยให้ความคิดเดินได้เป็นสายไม่ติดตันแล้วยังครอบคลุมไปถึงการที่จะรู้จักจับเหตุปัจจัยได้ตรงกับผลของมันหรือให้ได้เหตุปัจจัยที่ลงตัวพอดีกับผลปรากฏด้วย ความที่วุ่นนี้เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ที่มักเกิดขึ้นแก่คนทั่วไป 3 อย่าง คือ

10.4.1 การนำเอาเรื่องราวต่างๆ นอกกรณีมาปะปนสับสนกับเหตุปัจจัย เฉพาะกรณี เช่น เมื่อบุคคลที่ไม่รู้ดีคนหนึ่ง ได้รับผลอย่างหนึ่งที่คนหนึ่งเห็นว่าเป็นผลดี มีคนอื่นบางคนพูดว่านาย ก. หรือนาย ข. ซึ่งเป็นคนดีมาก มีความดีหลายอย่าง อย่างนั้นอย่างนี้ ทำไมจึงไม่ได้รับผลดีนี้ บางทีความจริงเป็นว่า ความดีของนาย ก. หรือนาย ข. ที่มีหลายอย่าง อย่างนั้น ไม่ใช่ความดีที่ สำหรับจะให้ได้รับผลเฉพาะอันนั้น วิธีคิดแบบนี้ช่วยให้แยกเอาเรื่องราวหรือปัจจัยอื่นๆ ที่ไม่เกี่ยวข้อง ออกไปจากเหตุปัจจัยที่แท้จริงของกรณีนั้นได้ ความหมายข้อนี้รวมถึงการจับผลให้ตรงกับเหตุด้วย คือ เหตุปัจจัยใดเป็นไปเพื่อผลใด หรือผลใดพึงเกิดจากเหตุปัจจัยใด ก็มองเห็นตรงตามนั้น ไม่ใช่ัวเขว สับสน

10.4.2 ความไม่ตระหนักถึงภาวะที่ปรากฏการณ์หรือผลที่คล้ายกัน อาจ เกิดจากปัจจัยที่ต่างกัน และเหตุปัจจัยอย่างเดียวกัน อาจไม่นำไปสู่ผลอย่างเดียวกัน

10.4.3 การไม่ตระหนักถึงเหตุปัจจัยส่วนพิเศษนอกเหนือจากเหตุปัจจัย ที่เหมือนกัน ข้อนี้เกี่ยวเนื่องกับความตอนท้ายของข้อ (10.4.2) กล่าวคือ คนมักมองเฉพาะแต่เหตุ ปัจจัยบางอย่างที่ตนมันหมายความว่า จะให้เกิดผลอย่างนั้นๆ ครั้นต่างบุคคลทำเหตุปัจจัยอย่างเดียวกัน แล้ว คนหนึ่งได้รับผลที่ต้องการ อีกคนหนึ่งไม่ได้รับผลนั้น ก็เห็นไปว่าเหตุปัจจัยนั้นไม่ให้เกิดจริง เป็น ต้น เช่น คนสองคนทำงานดีเท่ากัน มีกรณีที่จะได้รับการคัดเลือกอย่างหนึ่ง เป็นธรรมดาที่คนหนึ่งจะ ได้รับเลือก ถ้าไม่ใช้วิธีเสี่ยงทายโดยจับสลาก ก็จะมีปัจจัยอื่นเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น คนหนึ่งสุขภาพ

ดีกว่าหรือรูปร่างดีกว่า และคุณธรรมหรือความบกพร่องของผู้คัดเลือก เป็นต้น ซึ่งล้วนเป็นปัจจัยทั้งสิ้น ตัวอย่างที่ยกมาในที่นี้ เกี่ยวกับหลักกรรมทั้งนั้น แม้ตัวอย่างที่เป็นไปตามกฎอย่างอื่น ก็ต้องพิจารณาทำความเข้าใจในทำนองเดียวกัน

10.5 จำแนกโดยเงื่อนไข คือ มองหรือแสดงความจริงโดยพิจารณาเงื่อนไข ประกอบด้วย ข้อนี้เป็นวิภาษวาทแบบที่พบบ่อยมากอย่างหนึ่ง ยกตัวอย่างเช่น ปัญหาทางการศึกษาที่ว่า ควรปล่อยให้เด็กพบเห็นสิ่งต่างๆ ที่เสนอทางสื่อ เช่น ทางโทรทัศน์ ทางอินเทอร์เน็ต อย่างอิสระหรือไม่ หรือแค่ไหนเพียงไร ถ้าตอบตามแนววิภาษวาท ก็จะไม่กล่าวตัดสินลงไปอย่างเดียว แต่จะวินิจฉัยได้โดยพิจารณาเงื่อนไขต่างๆ คือ

10.5.1 ความโน้มเอียง ความพร้อม นิสัย ความเคยชินต่างๆ ซึ่งเด็กได้สั่งสมไว้โดยการอบรมเลี้ยงดู และอิทธิพลทางวัฒนธรรม เป็นต้น เท่าที่มีอยู่ในขณะนั้น

10.5.2 โยนิโสมนสิการ คือ เด็กรู้จักใช้โยนิโสมนสิการอยู่โดยปกติหรือไม่ และแค่ไหนเพียงไร

10.5.3 กัลยาณมิตร คือ มีบุคคลหรืออุปกรณ์ที่จะช่วยชี้แนะแนวทางการคิดความเข้าใจอย่างถูกต้องต่อสิ่งที่พบเห็น หรือที่จะชักนำให้เด็กเกิดโยนิโสมนสิการอย่างได้ผลหรือไม่ ไม่ว่าจะเป็นกัลยาณมิตรในครอบครัว ในสื่อมวลชนนั้นๆ หรือทั่วๆ ไปในสังคมก็ตาม

10.5.4 ประสพการณ์ คือ สิ่งทีปล่อยให้แพร่หรือให้เด็กพบเห็นนั้น มีลักษณะหรือคุณสมบัติที่ร้ายหรือชั่ว เป็นต้น รุนแรงมากน้อยถึงระดับใด

ทั้ง 4 ข้อนี้เป็นตัวแปรได้ทั้งนั้น แต่ในกรณีนี้ยกเอาข้อ 10.5.4 ขึ้นตั้งเป็นตัวยืน คำตอบจะเป็นไปโดยสัดส่วน ซึ่งตอบได้เอง เช่น ถ้าเด็กมีโยนิโสมนสิการดีจริงๆ หรือในสังคมหรือโดยเฉพาะที่สื่อมวลชนนั้นเอง มีกัลยาณมิตรที่สามารถจริงๆ กำกับอยู่ หรือพื้นฐานแนวความคิดปรู้งแต่ที่เป็นกุศล ซึ่งได้สั่งสมอบรมกันไว้โดยครอบครัวหรือวัฒนธรรมมีมาก และเข้มแข็งจริงๆ แม้ว่าสิ่งที่แพร่ หรือปล่อยให้เด็กพบเห็นจะล่อเร้าชั่วร้ายมาก ก็ยากที่จะเป็นปัญหา และยังอาจหวังว่าเด็กจะได้รับผลดี แต่ถ้าพื้นฐานความโน้มเอียงทางความคิดกุศลก็ไม่ได้สั่งสมอบรมกันไว้ โยนิโสมนสิการก็ไม่เคยฝึกกันไว้ แล้วยังไม่จัดเตรียมให้มีกัลยาณมิตรไว้ด้วย การปล่อยนั้นก็มีความหมายเท่ากับเป็นการสร้างเสริมสนับสนุนปัญหา และเป็นการตั้งใจทำลายเด็กเหมือนใช้ยาพิษนั่นเอง

10.6 จำแนกโดยทางเลือก หรือ ความเป็นไปได้ อย่างอื่น ในการปฏิบัติเพื่อบรรลุผลสำเร็จ หรือเป้าหมายอย่างใดอย่างหนึ่งก็ดี ในการพิจารณาหาความเข้าใจเกี่ยวกับการเกิดขึ้น และความเป็นไปของสิ่ง สภาพ หรือปรากฏการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งก็ดี ผู้ที่คิดพิจารณาพึงตระหนักว่า

10.6.1 หนทาง วิธีการ หรือความเป็นไปได้ อาจมีได้หลายอย่าง

10.6.2 ในบรรดาหนทาง วิธีการ หรือความเป็นไปได้หลายอย่างนั้น บางอย่างอาจดีกว่า ได้ผลกว่า หรือตรงแทกว่าอย่างอื่น

10.6.3 ในบรรดาทางเลือกหลายอย่างนั้น บางอย่างหรืออย่างหนึ่งอาจเหมาะสม หรือได้ผลดีสำหรับตน หรือสำหรับกรณีนั้นมากกว่าอย่างอื่น

10.6.4 ทางเลือกหรือความเป็นไปได้ อาจมีเพียงอย่างเดียวหรือหลายอย่าง แต่เป็นอย่างอื่น คือ ไม่ใช่ทางเลือกหรือความเป็นไปได้อย่างที่ตนกำลังปฏิบัติ หรือกำลังเข้าใจอยู่ในขณะนั้น

ความตระหนักเช่นนี้มีผลดีหลายประการ เช่น ทำให้ไม่ติดตนวนเวียนอยู่ในวิธีปฏิบัติหรือความคิดที่ไม่สำเร็จผล ไม่ถูกต้องหรือไม่เหมาะสมกับตนอย่างหาทางออกไม่ได้ ทำให้ไม่ห่อเหี่ยว ถดถอย หรืออับจน แล้วหยุดเลิกความเพียรเสียในเมื่อทำหรือคิดอย่างใดอย่างหนึ่ง หรือแม้หลายอย่างแล้วไม่สำเร็จ และข้อที่สำคัญที่สุดก็คือ ทำให้สามารถคิดหาและค้นพบหนทาง วิธีการ หรือความเป็นไปได้ที่ถูกต้อง เหมาะสม ตรงแท้ เป็นจริง หรือได้ผลดีที่สุด

10.7 วิชาทฤษฎีในฐานวิธีตอบปัญหาอย่างหนึ่ง วิชาทฤษฎีปรากฏบ่อยๆ ในรูปของการตอบปัญหา และท่านจัดเป็นวิธีตอบปัญหาอย่างหนึ่งในบรรดาวิธีตอบปัญหา 4 อย่าง มีชื่อเฉพาะเรียกว่า วิชาทฤษฎีการ ซึ่งก็คือ การนำเอาวิชาทฤษฎีไปใช้ในการตอบปัญหา หรือตอบปัญหาตามแบบวิชาทฤษฎีนั่นเอง วิธีตอบปัญหา (ปัญหาทฤษฎี) มี 4 อย่าง คือ

10.7.1 เอกังสพยากรณ์ การตอบแง่เดียว คือ ตอบอย่างเดียว เด็ดขาด

10.7.2 วิชาทฤษฎีการ การแยกแยะตอบ

10.7.3 ปฏิปุจฉาพยากรณ์ การตอบโดยย้อนถาม

10.7.4 รูปนยะ การยั้งหรือหยุด พับปัญหาเสียไม่ตอบ

วิธีตอบ 4 อย่างนี้แบ่งตามลักษณะของปัญหา ดังนั้นปัญหาจึงแบ่งได้เป็น 4 ประเภท ตรงกับวิธีตอบเหล่านั้น ดังจะยกตัวอย่างการตอบปัญหาทางธรรมโดยใช้วิธี 4 อย่างกับปัญหา 4 ประเภท ดังนี้

10.7.1 เอกังสพยากรณ์ปัญหา ปัญหาที่ควรตอบอย่างเดียว เด็ดขาด เช่น ถามว่า จักขุไม่เที่ยงใช่ไหม พึงตอบได้ทีเดียวแน่นอนลงไปว่า ใช่

10.7.2 วิชาทฤษฎีการปัญหา ปัญหาที่ควรแยกแยะหรือจำแนกตอบ เช่น ถามว่า สิ่งที่ไม่เที่ยงได้แก่จักขุใช่ไหม พึงแยกแยะ ตอบว่า ไม่เฉพาะจักขุเท่านั้น แม้ โสตะ ฆานะ เป็นต้น ก็ไม่เที่ยง

10.7.3 ปฏิปจฉาพยากรณ์ปัญหา ปัญหาที่ควรตอบโดยย้อนถาม เช่น ถามว่า จักขุฉันใด โสตะกัฉันนั้น โสตุฉันใด จักขุกัฉันนั้น ใช่ไหม พึงย้อนถามว่า มุ่งความหมายแง่ใด ถ้าถามโดยหมายถึงแง่ใช้ดู หรือเห็น ก็ไม่ใช่ แต่ถ้ามุ่งความหมายแง่ว่าไม่เที่ยงก็ใช่

10.7.4 ฐปณียปัญหา ปัญหาที่พึงยับยั้ง หรือ พับเสีย ไม่ควรตอบ เช่น ถามว่า ชีวะกับสรีระ คือ สิ่งเดียวกันใช่ไหม พึงยับยั้งเสีย ไม่ต้องตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น พระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตฺโต. 2542 : 727) ได้สรุปวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. โยนิโสมนสิการแบบปลูกปัญญา มุ่งให้เกิดความรู้ความเข้าใจตามเป็นจริงตรงตามสภาวะแท้ๆ เน้นที่การจัดอวิชชา ซึ่งเป็นโยนิโสมนสิการระดับสัจธรรม
2. โยนิโสมนสิการประเภทสร้างเสริมคุณภาพจิต มุ่งปลูกเร้าให้เกิดคุณธรรมหรือกุศลธรรมต่างๆ เน้นที่การสกัดหรือข่มตัณหา ซึ่งจัดเป็นโยนิโสมนสิการระดับจริยธรรม วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ 10 วิธีนั้น บางวิธีใช้ประโยชน์ได้ประเภทเดียว บางวิธีใช้ประโยชน์ได้ทั้ง 2 ประเภท

สุมน อมรวิวัฒน์ (อาภา จันทรสกุล, นภาพร ปรีชามารถ และจิตตินันท์ บุญสกริกล. 2546: 27-28 ; อ้างอิงจาก สุมน อมรวิวัฒน์. 2530) ได้สรุปวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ 10 วิธี ไว้ให้จดจำง่ายๆ ดังนี้

คิดสืบค้นต้นเค้า	คิดสืบสาวตลอดสาย
คิดทบทวนต้นปลาย	คิดโยงสายสัมพันธ์
คิดจำแนกหมวดหมู่	คิดรู้เหตุผลมัน
คิดประจักษ์ลักษณะสามัญ	คิดเท่าทันความจริง
คิดแบบแก้ปัญหา	คิดค้นคว้าทุกสิ่ง
คิดจุดหมายอ้างอิง	คิดไม่ทิ้งหลักการ
คิดทั้งคุณและโทษ	คิดประโยชน์แก่นสาร
คิดทางออกเหตุการณ์	คิดประมาณผลกระทบ
คิดคุณค่าที่แท้	คิดมุ่งแก้จิตดำ
คิดปลูกเร้าคุณธรรม	คิดมุ่งนำปัจจุบัน
คิดความจริงถี่ถ้วน	คิดแยกส่วนสิ่งสรรพ
คิดลำดับสำคัญ	คิดสัมพันธ์ปัจจัย
คิดจำแนกคำถาม	คิดตอบตามเงื่อนไข
คิดเพื่อรู้แจ้งใจ	คิดสร้างนิสัยใฝ่ธรรม

จากข้างต้นกล่าวได้ว่า วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการในแต่ละวิธีก็มีความแตกต่างกัน และวิธีคิดทั้งหมดต่างก็เป็นการฝึกคิดที่เป็นประโยชน์ เพื่อให้เราได้เลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งในปัญหาของเราที่กำลังเกิดขึ้น ซึ่งวิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการประมวลได้ทั้งหมด 10 วิธี ได้แก่

1. วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย ได้แก่ คิดแบบปัจจัยสัมพันธ์และคิดแบบสอบสวน
2. วิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบหรือกระจายเนื้อหา
3. วิธีคิดแบบสามัญลักษณะ หรือคิดแบบรู้เท่าทันธรรมดา หรือคิดแบบไตรลักษณ์
4. วิธีคิดแบบอริยสัจ หรือคิดแบบแก้ปัญหา
5. วิธีคิดแบบอรรถสัมพันธ์หรือคิดตามหลักการและความมุ่งหมาย
6. วิธีคิดแบบคุณโทษและทางออก
7. วิธีคิดแบบคุณค่าแท้-คุณค่าเทียม หรือการพิจารณาเกี่ยวกับการใช้สอยหรือ

บริโภค

8. วิธีคิดแบบอุปายปถุภักเจ้าคุณธรรม หรือวิธีคิดแบบเจ้ากุศล
9. วิธีคิดเป็นอยู่ในขณะปัจจุบัน หรือวิธีคิดแบบมีปัจจุบันธรรมเป็นอารมณ์
10. วิธีคิดแบบวิภาษวาท ได้แก่
 - จำแนกโดยแง่ด้านของความจริง
 - จำแนกโดยส่วนประกอบ
 - จำแนกโดยลำดับขณะ
 - จำแนกโดยความสัมพันธ์แห่งเหตุปัจจัย
 - จำแนกโดยเงื่อนไข
 - จำแนกโดยทางเลือกหรือความเป็นไปได้เป็นอย่างอื่น
 - วิภาษวาทในฐานะวิธีตอบปัญหาอย่างหนึ่ง

3.3 การสอนแบบโยนิโสมนสิการ

ก่องแก้ว เจริญอักษร (2539: 26-29) ได้เสนอรูปแบบกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวโยนิโสมนสิการ ดังนี้

1. ผู้สอนตั้งจุดประสงค์การเรียนรู้ว่า ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนาจิตและปัญญา หรือเรียกว่า “ความรู้สึกนึกคิด” ไปในทางดีงามและสามารถเข้าถึงความรู้ที่แท้จริงได้ตามกำลังของตน โดยการแสดงเจตคติเป็นข้อเขียน

2. ผู้สอนจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเน้นการส่งเสริมปัจจัยเกื้อหนุน การศึกษาตามแนวพุทธ 2 ประการ ดังนี้

2.1 ปัจจัยภายนอก หมายถึง การจัดสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม ได้แก่ การเอื้ออำนวยบรรยากาศการเรียนรู้ให้เกิด ทำให้มีจิตศรัทธา และเกิดความรักในความรู้ที่ได้ศึกษา กิจกรรมที่จัดให้ ได้แก่ การเยี่ยมชมความดีงามของวัดและพระสงฆ์ และกิจกรรมการฝึกสมาธิเพื่อให้ จิตสงบ กิจกรรมทั้งสองช่วยสร้างศรัทธาต่อการเรียนเป็นอันมาก

2.2 ปัจจัยภายใน หมายถึง การฝึกใช้ความคิดพิจารณา ผู้สอนกำหนดสิ่ง ให้ผู้เรียนพิจารณา และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนพิจารณาสิ่งที่ได้สัมผัสจากการศึกษาเองตามลำพังอีกด้วย กิจกรรมการฝึกใช้ความคิดทั้งสองมีผลให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นสิ่งที่ได้สัมผัสและพิจารณาแล้ว โดยใช้ เหตุผลตามหลักธรรม

3. การจัดสรรปัจจัยภายนอกและภายในควบคู่กัน คือ การจัดสิ่งแวดล้อมใน การเรียนที่ดี และการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดของตนเอง ทั้ง 2 ประการนี้ส่งเสริมเกื้อหนุน กิจกรรมการเรียนการสอนให้เป็นไปตามจุดประสงค์ คือ สามารถพัฒนาจิตและปัญญาไปในทางดี งามได้ และผู้เรียนยอมรับที่จะควบคุมตัวเองให้ใช้เหตุผลมากกว่าใช้ความรู้สึก แสดงว่าถ้าผู้สอน ส่งเสริมให้พัฒนาปัญญาได้ ย่อมมีผลต่อการพัฒนาจิตของนักเรียนได้อย่างสำคัญ

4. แบบฝึกหัด ผู้สอนควรให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดพิจารณา และนำเหตุการณ์ที่ เกิดขึ้นในสังคมมาใช้ประกอบการเรียนด้วย เพื่อสอนให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาใน ชีวิตประจำวันได้ การสร้างแบบฝึกหัดจำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับเรื่องราวเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นรอบๆ ตัว

พระราชมุนี (ประยูร ธมฺมจิตฺโต. 2541: 2-25) ได้กล่าวว่า “การศึกษาเป็น กระบวนการแสวงหาปัญญาและกำจัดอวิชชา” ดังนั้น ภารกิจของการศึกษา คือ การสร้างปัญญาหรือ วิชาให้เกิดขึ้น โดยปัญญาจะทำให้มนุษย์เกิดความรู้ ความเข้าใจ ความคิด ความเห็น ความดำริที่ ถูกต้อง คือ ความรู้สภาวะแท้จริงของสรรพสิ่ง รู้จริงให้ถึงแก่นแท้ของสิ่งทั้งหลายไม่ว่าจะเรียนเรื่อง อะไร ซึ่งจะเป็นแก่นสารและพลังหนุนให้มนุษย์ประพฤติปฏิบัติตนเป็นคนดี ถูกต้องตามทำนองคลอง ธรรมต่อไปในอนาคต ฉะนั้น การศึกษาต้องนำไปสู่การคิดเพื่อให้เกิดปัญญา ซึ่งต้องเป็นการคิดที่มี อนุสติคิดทบทวนตรวจสอบว่า เมื่อได้รับข้อมูลแล้วเราคิดพิจารณาว่าอะไรควรทำหรือไม่ควรทำ และอิมมานูเอล คานต์ (พระราชมุนี (ประยูร ธมฺมจิตฺโต). 2541: 23 ; อ้างอิงจาก Immanuel Kant. n.d. *Critique of Pure Reason*. A : 51, B : 75) ได้กล่าวถึงเรื่องการคิดว่า “Thoughts without contents are empty. Intuitions without concept are blind. ซึ่งแปลความหมายได้ว่า (1) ความคิดที่ปราศจากข้อมูลเป็นความว่างเปล่า คือ ที่ระบบเหตุผลที่คิดเก่ง แต่ไม่มีข้อมูลให้คิด ไม่ มีการรับข้อมูลใหม่มาเรื่อยๆ เป็นความว่างเปล่า ต่อให้คิดวิเคราะห์เก่งขนาดไหน ถ้าไม่มีเรื่อง หรือ

ข้อมูลดิบให้คิดวิเคราะห์ก็ไม่มีผลลัพธ์อะไรออกมา (2) การรับข้อมูลที่ไม่มีความคิดกำกับเป็นความมืดบอด คือ การรับข้อมูลที่ไม่มีการคิดตามหลักเหตุผลสำหรับย่อยข้อมูล เป็นความมืด คือ แปลสัญญาณไม่ได้ ไม่รู้ว่าเป็นอะไร สักแต่ว่ารับข้อมูลโดยไม่มีการวิเคราะห์ ไม่มีปฏิกิริยาหรือการตีความว่าถูกหรือผิดซึ่งเท่ากับไม่ได้รับข้อมูลอะไรเลย เพราะถอดรหัสไม่ได้” และได้กล่าวถึงขั้นตอนแห่งการศึกษาว่าต้องประกอบด้วยการมีกัลยาณมิตรที่ดีที่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกศรัทธา ตามหลัก “อนุบุพสิกขา” ดังนี้คือ

1. มีศรัทธาแล้วเข้าไปหาอาจารย์
2. ศึกษาคำสอนของท่าน
3. จดจำเรื่องที่ศึกษา
4. พิจารณาความหมายของคำที่จดจำมานั้น
5. เกิดความเข้าใจเพราะเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันเป็นระบบ
6. เกิดฉันทะ คือ ความพอใจ การศึกษาต้องสร้างฉันทะนี้ให้ได้
7. อุตสาหะ คือ รับผิดชอบ

ลำดับขั้นทั้งเจ็ดนี้เป็นการศึกษาเพื่อชีวิตที่นำไปสู่การคิดและการเชื่อมโยงข้อมูล คือ ทำให้คนมีอนุสติคิดทบทวนตรวจสอบว่าจะทำหรือไม่ทำอะไรในอนาคต และสามารถสรุปเป็นหลักการที่ทำให้เกิดปัญญาได้ 3 ขั้น ดังนี้

ขั้นแรก (ลำดับที่ 1 – 3) เป็นขั้นสุดมยปัญญา คือ การรับฟังและจดจำข้อมูลที่ได้จากผู้อื่น

ขั้นที่สอง (ลำดับที่ 4 – 5) เป็นขั้นจินตามยปัญญา คือ การที่เราปฏิบัติต่อบริการข้อมูลนั้น เพื่อนำมาคิดพิจารณาอย่างถี่ถ้วน

ขั้นที่สาม (ลำดับที่ 6 – 7) เป็นขั้นภาวนามยปัญญา คือ การเกิดเจตคติต่อเรื่องนั้นว่าดีหรือเลว ถ้าเห็นว่าดีก็มีฉันทะ คือ พอใจที่จะทำตาม แล้วอุตสาหะพยายามจนเกิดทักษะ

กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2542: 22) ได้แบ่งขั้นตอนการทำงานของโยนิโสมนสิการออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ การรับรู้อารมณ์หรือประสบการณ์ภายนอกกับการคิดค้นพิจารณาอารมณ์หรือเรื่องราวที่เก็บเข้ามาแล้วภายใน ลักษณะที่พึงสังเกตอย่างหนึ่งของการรับรู้ด้วยโยนิโสมนสิการ คือ การรับรู้เพื่อเพียงเป็นการรับรู้ที่ถูกต้องตามจริง และเพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการคิดจะเอาไปใช้ประโยชน์ การดำเนินชีวิต และทำกิจต่างๆ ต่อไป หรือเป็นการรับรู้เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ทางสติปัญญา สำหรับผู้ใช้โยนิโสมนสิการสำเร็จ จะเป็นผู้มีคุณภาพทางอารมณ์ใหม่อย่างบริสุทธิ์เกิดขึ้นมาอย่างเด่นชัด เกิดคุณธรรมสืบต่อคุณค่าทางด้านความงดงามอ่อนโยนของชีวิต มีความสดชื่นผ่องใส ปลอดโปร่ง

เบิกบานใจ และยังเป็นตัวเชื่อมให้บุคคลติดต่อกับโลกภายนอกอย่างถูกต้อง โดยทางจิตใจของตนเอง ได้แก่ การรับรู้และมีความคิดที่ก่อให้เกิดปัญญา

พระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตฺโต. 2544: 1-68) กล่าวถึง การสอนหรือพุทธวิธีในการสอน ซึ่งสามารถประมวลเป็นข้อสรุปในการสอน คือ

1. ปัญญาเป็นสิ่งสร้างสรรค์ขึ้นภายในตัวผู้เรียนเอง เป็นความรู้ความเข้าใจที่พัฒนาเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเอง ผู้สอนจะบังคับหรือยัดเยียดให้ไม่ได้
2. ผู้สอนทำหน้าที่กัลยาณมิตร ช่วยชี้แนะทางการเรียนโดยการอำนวยความสะดวกที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าถึงปัญญา
3. วิธีสอน อูบาย และกลวิธีต่างๆ เป็นสื่อหรือเครื่องผ่อนแรงการเรียนการสอน
4. อิศราภาพในทางความคิดเป็นอุปกรณ์สำคัญในการสร้างปัญญา (ปัญญาเป็นมากกว่าความรู้)

เนื้อหาหรือเรื่องที่สอน ประกอบด้วย

1. สอนจากสิ่งที่รู้เห็นเข้าใจง่ายหรือเข้าใจอยู่แล้ว ไปหาสิ่งที่เห็นเข้าใจได้ยาก
2. สอนเนื้อเรื่องที่ลุ่มลึกหรือยากขึ้นไปตามลำดับ โดยมีความต่อเนื่องกัน
3. ถ้าสิ่งที่สอนเป็นสิ่งที่แสดงได้ ก็สอนด้วยของจริง ให้ผู้เรียนได้ดู ได้เห็น ได้ฟังเอง หรือเรียกว่า ประสบการณ์ตรง
4. สอนตรงเนื้อหา ตรงเรื่อง ไม่วกวน ไม่ไขว้เขว ไม่นอกเรื่องโดยไม่มีอะไรที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา
5. สอนเท่าที่พอดีสำหรับให้เกิดความเข้าใจ ให้การเรียนรู้ได้ผล เป็นประโยชน์แต่ตัวผู้เรียน
6. สอนสิ่งที่มีความหมาย ควรที่ผู้เรียนจะเรียนรู้และเข้าใจ เป็นประโยชน์แต่ตัวผู้เรียน

หลักการสอนที่เกี่ยวกับตัวผู้เรียน

1. รู้ คำนึงถึง และสอนให้เหมาะสมตามความแตกต่างระหว่างบุคคล (ในทางคำสอนทางพุทธศาสนาจะพิจารณาเรื่องของจิตประเภทต่างๆ) และรู้ระดับความสามารถของบุคคล
2. ปรับวิธีสอนให้เหมาะกับบุคคล แม้สอนเรื่องเดียวกันแต่ต่างบุคคล อาจใช้วิธีต่างกัน
3. คำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน
4. สอนโดยให้ผู้เรียนลงมือทำด้วยตนเอง

5. การสอนดำเนินไปในรูปที่ทำให้ผู้เรียนและผู้สอนมีความรู้สึกว่ามีบทบาท ร่วมกันในการแสวงหาความจริง มีการเปิดให้แสดงความคิดเห็น สามารถโต้ตอบได้อย่างเสรี ซึ่งอาจ แยกลักษณะการสอนแบบนี้ได้เป็น

5.1 สื่อให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นของตนออกมา ซึ่งข้อคิดให้แก่เขา ส่งเสริมให้เขาคิด และให้ผู้เรียนวินิจฉัยความรู้ตัวเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้นำในการชี้ช่องทางเข้าสู่ ความรู้ โดยการใช้คำถามในการดำเนินการ

5.2 มีการแสดงความคิดเห็น ได้ตอบอย่างเสรี แต่มุ่งหาความรู้ ไม่ใช่มุ่ง แสดงภูมิหรือข่มกัน

6. เอาใจใส่บุคคลที่ควรได้รับความสนใจพิเศษเป็นรายๆ ตามควรแก่กาลเทศะ และเหตุการณ์

7. ช่วยเหลือเอาใจใส่คนที่ด้อย ที่มีปัญหา
หลักในการสอนที่เกี่ยวกับตัวการสอน

1. มีการเริ่มต้นการสอนที่ดี เป็นการดึงความสนใจและสามารถนำเข้าสู่เนื้อหา
ได้

2. สร้างบรรยากาศให้ปลอดโปร่ง เพลิดเพลินไม่ให้เกิดเครียด ไม่ให้เกิดความ
อึดอัดใจ และให้เกิดปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน

3. สอนมุ่งให้เนื้อหา มุ่งให้เกิดความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่สอนเป็นสำคัญ ไม่
กระทบตนและผู้อื่น ไม่มุ่งยกตน ไม่มุ่งเสียดสีใครๆ

4. สอนโดยเคารพ คือ ตั้งใจสอน ทำจริง มีความรู้ว่าการสอนมีค่า มองเห็น
ความสำคัญของผู้เรียน ไม่เห็นผู้เรียนโง่เขลา หรือเป็นคนชั้นต่ำ

5. ใช้ภาษาสุภาพ นุ่มนวล ไม่หยาบคาย ชวนให้สบายใจ สละสลวย เข้าใจ
ง่าย

หลักในการสอนที่เป็นกลวิธีและอธิบายการสอน ประกอบด้วย

1. การยกอุทาหรณ์และการเล่านิทานประกอบ ช่วยให้เกิดความเพลิดเพลิน
ช่วยให้เข้าใจความหมายได้ง่ายและชัดเจน ช่วยให้จำแม่นยำ เห็นจริง ทำให้การเรียนการสอนมีรส
ยิ่งขึ้น

2. เปรียบเทียบด้วยข้ออุปมา ช่วยทำให้เรื่องที่เข้าใจยากปรากฏความหมาย
ชัดเจนเด่นชัด

3. การใช้อุปกรณ์การสอน อาจเป็นอุปกรณ์ หรือสื่อที่ง่าย หรือใกล้ตัว

4. การทำเป็นตัวอย่าง มีลักษณะเดียวกับการสาธิตให้ดู โดยเฉพาะในทาง
จริยธรรม

5. การเล่นเกม เล่นคำ และใช้คำในความหมายใหม่

6. อุปมาเลือกคนและการปฏิบัติรายบุคคล ในที่นี้หมายถึง การกำราบคนที่
ควรจัดการก่อน เช่น พวกหัวหน้าหรือหัวโจก

7. การรู้จักจังหวะและโอกาส รอความพร้อมทางอินทรีย์ของผู้เรียน

8. ความยืดหยุ่นในการใช้วิธีการ โดยผู้สอนสอนอย่างไม่มีอัตรา ตัดต้นหา
มานะทิวาให้น้อยที่สุด ก็จะมุ่งไปยังผลสำเร็จในการเรียนรู้เป็นสำคัญ ในบางคราวควรชมผู้เรียนก็ควร
ชม บางคราวสมควรยอมให้รู้สึกว่าเขาเก่ง บางคราวสมควรโอนอ่อนผ่อนตามผู้เรียน บางคราว
สมควรขัดก็ขัด สมควรคล้อยตามก็คล้อย สมควรปลอบก็ปลอบ ผู้สอนต้องไม่กลัวว่าจะเสียเกียรติ
ไม่กลัวจะผิด หรือรู้สึกแพ้

9. การลงโทษและให้รางวัล ใช้การชมเชยยกย่อง โดยกล่าวชมโดยธรรมให้ผู้
ผู้เรียนมั่นใจในการกระทำความดีของตน แต่ไม่ให้เกิดเป็นการเปรียบเทียบชมคนอื่นลง บางที่ใช้การ
ชมเพื่อให้ถือเป็นตัวอย่าง หรือเพื่อแก้ความเข้าใจผิด

10. กลวิธีแก้ปัญหาเฉพาะหน้า อาศัยปฏิภาณ คือ ความสามารถในการ
ประยุกต์ หลักการ วิธีการ และกลวิธีต่างๆ มาใช้ให้เหมาะสม

สุนน อมรวิวัฒน์ (ทศนา เขมมณี. 2545: 276-277 ; อ้างอิงจาก สุนน อมรวิวัฒน์.
2530) ได้พัฒนารูปแบบการสอนโดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ จากแนวความคิดในหนังสือ
พุทธธรรม ซึ่งรูปแบบการสอนนี้มีรายละเอียด ดังนี้

ทฤษฎี / หลักการ / แนวคิดของรูปแบบ

สุนน อมรวิวัฒน์ ได้พัฒนารูปแบบการสอนนี้ขึ้นเมื่อปี พ.ศ. 2526 จาก
แนวคิดในหนังสือพุทธธรรมของพระราชวรมุนี (ประยุทธ์ ปยุตโต) เกี่ยวกับการสร้างศรัทธาและ
โยนิโสมนสิการ โดยมีหลักการว่า ครูเป็นผู้ที่จัดสภาพสิ่งแวดล้อม แรงจูงใจ และวิธีสอนให้ศิษย์เกิด
ศรัทธาที่จะเรียนรู้ โดยครูทำหน้าที่เป็นกัลยาณมิตรให้ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างแยบคาย และ
แสดงออกอย่างถูกต้อง จะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดปัญญาและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

วัตถุประสงค์ของรูปแบบ

รูปแบบการเรียนนี้มุ่งพัฒนาความสามารถในการคิด (โยนิโสมนสิการ) การ
ตัดสินใจและการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระที่เรียน

กระบวนการเรียนการสอนของรูปแบบ

1. ขั้นนำ การสร้างเจตคติที่ดีต่อผู้สอน วิธีการเรียนและบทเรียน

1.1 จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้เหมาะสม ได้แก่ เหมาะสมกับระดับของชั้น วัยของผู้เรียน วิธีการเรียนการสอนและเนื้อหาของบทเรียน

1.2 สร้างความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน ผู้สอนประพฤติตนเป็นกัลยาณมิตร

1.3 ใช้สิ่งเร้าและสร้างแรงจูงใจในการเรียน

1.3.1 ใช้สื่อการสอนหรืออุปกรณ์และวิธีการต่างๆ เพื่อสร้างความสนใจ เช่น กรณศึกษา กรณตัวอย่าง สถานการณ์จำลอง เป็นต้น

1.3.2 จัดกิจกรรมในชั้นนำได้สนุก น่าสนใจ

1.3.3 ผู้เรียนได้ตรวจสอบความรู้ ความสามารถของตนและได้ทราบผลทันที

2. ขั้นสอน

2.1 ผู้สอนเสนอปัญหาที่เป็นสาระสำคัญของบทเรียน หรือเสนอหัวข้อเรื่องประเด็นสำคัญของบทเรียนด้วยวิธีการต่างๆ

2.2 ผู้สอนแนะนำแหล่งวิทยาการและแหล่งข้อมูล

2.3 ผู้สอนฝึกการรวบรวมข้อมูล ข้อเท็จจริง ความรู้ และหลักการ โดยใช้ทักษะที่เป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ เช่น ทักษะทางวิทยาศาสตร์ ทักษะทางสังคม

2.4 ผู้สอนจัดกิจกรรมที่กระตุ้นให้ผู้เรียนคิด ลงมือค้นคว้า คิดวิเคราะห์ และสรุปความคิด

2.5 ผู้สอนฝึกการสรุปประเด็นของข้อมูล ความรู้ และเปรียบเทียบประเมินค่า โดยวิธีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ทดลอง ทดสอบ จัดเป็นทางเลือกและทางออกของการแก้ปัญหา

2.6 ผู้เรียนดำเนินการเลือกและตัดสินใจ

2.7 ผู้เรียนเป็นผู้ทำกิจกรรมการฝึกปฏิบัติ เพื่อพิสูจน์ผลการเลือกและการตัดสินใจ

3. ขั้นสรุป

3.1 ผู้สอนและผู้เรียนรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตการณ์ปฏิบัติทุกขั้นตอน

3.2 ผู้สอนและผู้เรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับข้อมูลที่ได้

3.3 ผู้สอนและผู้เรียนสรุปผลการปฏิบัติ

3.4 ผู้สอนและผู้เรียนสรุปบทเรียน

3.5 ผู้สอนวัดและประเมินผลการเรียนการสอน

ผลที่ผู้เรียนจะได้รับจากการเรียนตามรูปแบบ

ผู้เรียนจะพัฒนาทักษะในการคิด การตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545: 137-141 ; อ้างอิงจาก สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ. 2542) ได้เสนอแนะการจัดการเรียนรู้ตามแนวพุทธวิธีแบบโยนิโสมนสิการ ไว้ดังนี้

วัตถุประสงค์

1. เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีใช้ความคิดอย่างถูกวิธี คิดเป็น คิดอย่างมีระเบียบ รู้วิธีหาเหตุผล ตลอดจนสามารถแยกแยะปัญหาได้ด้วยตนเอง

2. เพื่อให้ผู้เรียนนำความรู้ทักษะมาใช้เป็นหลักปฏิบัติในชีวิตประจำวัน

หลักการ

การจัดการเรียนรู้โดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ ผู้สอนเป็นบุคคลสำคัญที่จะต้องจัดสภาพแวดล้อม สร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนเกิดศรัทธาที่จะเรียนรู้ และได้ฝึกฝนวิธีการคิดโดยแยบคาย เน้นให้ผู้สอนและผู้เรียนมีความสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ผู้เรียนมีโอกาสแสดงออกนำไปสู่การปฏิบัติอย่างถูกวิธีจนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ สุมณอมรวิวัฒน์ เสนอไว้ดังนี้

1. ขั้นนำ – ขั้นเสริมการสร้างศรัทธา

1.1 จัดบรรยากาศในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้

ตัวอย่างเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้ในช่วงนี้ เช่น การจัดสภาพบรรยากาศในชั้นเรียนให้มีลักษณะ ดังนี้

1.1.1 ต้องมีความสงบ

1.1.2 พยายามจัดให้ผู้เรียนได้ใกล้ชิดกับธรรมชาติ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สัมผัสกับสิ่งแวดล้อมที่เป็นธรรมชาติ มีการใช้แหล่งวิทยาการในชุมชน ให้ผู้เรียนได้รับประสบการณ์ตรง

1.1.3 จัดสภาพในชั้นเรียนให้มีความแปลกใหม่ไม่จำเจ เช่น จัดการเรียนเป็นกลุ่มบ้าง มีการเปลี่ยนกลุ่ม เปลี่ยนที่นั่ง

1.1.4 จัดบริเวณห้องเรียนและโรงเรียนให้สะอาดมีระเบียบและเรียบ

ง่ายอยู่เสมอ

1.1.5 สร้างบรรยากาศ สร้างความสนใจ ตั้งใจเรียน เป็นพื้นฐานให้ผู้เรียน เป็นบรรยากาศที่ชวนให้สบายใจ ไม่มีการข่มขู่บังคับ ห้ามพูด ห้ามแสดงความคิดเห็น ห้ามลุกจากที่นั่ง แต่เน้นการสำรวจกาย วาจา ใจ ฝึกแผ่เมตตา ฝึกสมาธิอย่างง่าย ฝึกให้ผู้เรียนมีสติอยู่เสมอ ให้รู้ตัวว่ากำลังทำอะไร พูดอะไร คิดอะไร

1.2 สร้างสัมพันธภาพที่ดีระหว่างผู้สอนกับผู้เรียน

ผู้สอนต้องปฏิบัติตัวเป็นกัลยาณมิตรของผู้เรียน คือ ต้องมีบุคลิกภาพ สำนวนน่าเชื่อถือศรัทธา สง่า สะอาด แจ่มใส และมีความเชื่อมั่นในตัวเอง ต้องมีความรู้ มีคุณธรรม มีความเมตตา เอื้ออาทรทำให้ศิษย์มีความรู้สึกละสบายใจที่จะเข้ามาหาและปรึกษา ผู้สอนสั่งสอนผู้เรียนด้วยความรักและเป็นพี่เลี้ยงของผู้เรียนได้อย่างแท้จริง ความเป็นกัลยาณมิตรของผู้สอน จะเป็นสิ่งกระตุ้นให้ศิษย์เกิดฉันทะและวิริยะในการฝึกหัดอบรมตนเอง

1.3 ผู้สอนนำเสนอสิ่งเร้าและแรงจูงใจ

ตัวอย่างเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้ในช่วงต้นนี้ เช่น ใช้วิธีตรวจสอบความคิดและความสามารถของผู้เรียนก่อนสอนแล้วแสดงผลการตรวจสอบให้นักเรียนได้รู้อย่างรวดเร็วที่สุด เพื่อเป็นการเสริมแรง เร้าให้เกิดความมานะ พากเพียร ฝึกหัดอบรมตน ใช้สื่อการสอนและกิจกรรมที่น่าสนใจ

2. ขั้นสอน

2.1 ผู้สอนเสนอปัญหาที่เป็นสาระสำคัญของบทเรียน

ตัวอย่างเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้ในช่วงต้นนี้ เช่น ใช้วิธีนำเสนอที่หลากหลายและท้าทายความคิด

2.2 ผู้สอนแนะแหล่งเรียนรู้

ตัวอย่างเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้ในช่วงต้นนี้ เช่น เตรียมรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับแหล่งความรู้อย่างกว้างขวาง

2.3 ให้ผู้เรียนฝึกการรวบรวมข้อมูล

ตัวอย่างเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้ในช่วงต้นนี้ เช่น ฝึกการทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบโดยใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์และทักษะทางสังคม

2.4 ผู้สอนจัดกิจกรรมเร้าให้ผู้เรียนเกิดความคิดวิธีต่างๆ

ตัวอย่างเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้ในช่วงต้นนี้ เช่น ใช้คำถามอย่างเหมาะสม เพื่อเร้าให้เกิดความคิดแบบใดแบบหนึ่งต่อไปนี้ เช่น

- คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย

- คิดแบบแยกแยะ
- คิดแบบอริยสัจ
- คิดแบบคุณโทษและทางออก
- คิดแบบคุณค่าแท้ คุณค่าเทียม
- คิดแบบอุปายปลูกเร้า
- คิดแบบเป็นอยู่ในปัจจุบัน

2.5 ให้ผู้เรียนฝึกการสรุปประเด็นของข้อมูลเพื่อหาทางเลือกวิธีแก้ปัญหา ตัวอย่างเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้ในช่วงตอนนี้ เช่น ให้ผู้เรียนฝึก

กระบวนการทำงานเป็นกลุ่ม ให้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ช่วยกันเปรียบเทียบ ประเมินทางเลือก

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การนำการสอนแบบโยนิโสมนสิการมาเป็นรูปแบบการสอนนั้น เป็นวิธีการสอนที่ดีอย่างหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกกระบวนการคิด ซึ่งปัญหาที่ผู้เรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาจะต้องเป็นปัญหาที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน ส่วนผู้สอนควรจะเป็นกัลยาณมิตรกับผู้เรียน มีการกระตุ้นผู้เรียนได้คิดตลอดเวลา มีการจัดสภาพแวดล้อมให้เหมาะสม ฝึกให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหาซ้ำๆ ตลอดจนอาจจะมีสื่อการสอนเพื่อทำให้ผู้เรียนได้เข้าใจปัญหาที่ยากได้เข้าใจง่ายและชัดเจนขึ้น

3.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการ

เนื่องจากการสอนแบบโยนิโสมนสิการเป็นรูปแบบที่พัฒนาการโดยนักการศึกษาของไทย จึงไม่พบบางงานวิจัยของต่างประเทศ ซึ่งผู้วิจัยได้ค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องได้ ดังนี้

นิตยา คงเกษม (2544: 149-152) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือที่บูรณาการกับโยนิโสมนสิการที่มีต่อความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนนทรีวิทยา จำนวน 40 คน แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มเก่ง ปานกลาง และอ่อน สุ่มเข้ากลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองกลุ่มละ 20 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความฉลาดทางอารมณ์ด้านการตระหนักรู้ในตนเอง การควบคุมตนเอง การมีแรงจูงใจ การเข้าใจความรู้สึกของผู้อื่น การมีทักษะทางสังคม การพึ่งตนเอง และการมีความสงบทางจิตใจโดยส่วนย่อยในแต่ละด้านและโดยรวมหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองและสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมตตา สิงห์กระโจม (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้กิจกรรมฝึกการคิดแบบโยนิโสมนสิการ ในการพัฒนาความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านลาดใหญ่ อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 16 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 8 คน และกลุ่มควบคุม 8 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองมีคะแนนความ

ฉลาดทางอารมณ์สูงกว่าก่อนการทดลอง และสูงกว่านักเรียนที่เป็นกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สมพร พงษ์เสถียรศักดิ์ (2546: 98-100) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการประพฤติดนตามคุณธรรมในปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ที่เรียนหลักสูตรในพุทธศาสนาด้วยการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับการสอนแบบไตรสิกขา มีกลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 คน จากวิทยาลัยอาชีวศึกษาเอี่ยมละออ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนหลักสูตรในพุทธศาสนาด้วยการสอนแบบโยนิโสมนสิการมีการประพฤติดนตามคุณธรรมในปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สิริมา กลิ่นกุหลาบ (2546: 83-86) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการตัดสินใจของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนคุณธรรมที่ส่งเสริมความเป็นพลเมืองดีตามระบอบประชาธิปไตยด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับชุดการสอนแบบกระบวนการกระจำค่านิยม กลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 คน โดยการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่เรียนด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับชุดการสอนแบบกระบวนการกระจำค่านิยม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ส่วนผู้เรียนที่เรียนด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้และมีความสามารถในการตัดสินใจสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บัลลังก์ ตาลทอง (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการใช้โปรแกรมวิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการที่มีต่อการเห็นคุณค่าในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มาจากครอบครัวไม่สมบูรณ์ โรงเรียนสิงห์สมุทร อำเภอสัตหีบ จังหวัดชลบุรี จำนวน 12 คน ผลการวิจัยพบว่า มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการทดลองกับระยะเวลาของการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนกลุ่มทดลองมีการเห็นคุณค่าในตัวเองสูงกว่ากลุ่มควบคุมในระยะหลังการทดลองและระยะติดตามผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วัลนิกา ฉลากบาง (2548: 126-129) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการรู้จักคิดแบบโยนิโสมนสิการและการบริโภคด้วยปัญญาของนักศึกษาศาสนาบัณฑิตวิทยาลัยนคร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ที่มีรูปแบบการคิดและมีกัลยาณมิตรต่างกันโดยสุ่มเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 48 คน รวม 96 คน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองที่มีรูปแบบการคิดแบบเป็นอิสระจากสิ่งรอบข้างมีความสามารถในการรู้จักคิดแบบโยนิโสมนสิการหลังการทำแบบฝึกสูงกว่ากลุ่มทดลองที่มีรูปแบบการคิดแบบขึ้นกับสิ่งรอบข้าง และกลุ่มทดลองที่มีรูปแบบการคิดแบบขึ้นกับสิ่งรอบข้างมีความสามารถในการรู้จักคิดแบบโยนิโสมนสิการและพฤติกรรมการบริโภคด้วยปัญญาหลังการทำแบบฝึกสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่มีรูปแบบการคิดแบบเดียวกัน

ศิริทรัพย์ สุขกระจ่าง (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้กิจกรรมฝึกการคิดแบบโยนิโสมนสิการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 โปรแกรมวิชาการศึกษารัฐมวัย มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี จำนวน 16 คน แบ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองจำนวน 8 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 8 คน ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีคะแนนความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนการทดลองและสูงกว่านักศึกษาที่เป็นกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 73-75) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต จำนวน 53 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย ผลการวิจัยพบว่า คะแนนสอบหลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง เศษส่วน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง เศษส่วน ต่ำกว่าเกณฑ์การเรียน 50% อย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ศุภวรรณ ศุภกิจวัฒนา (2550: 67-69) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์และคุณธรรมจริยธรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นวิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบ กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนโรงเรียนมัธยมขนาดนาอูปถัมภ์ เขตสวนหลวง กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน ที่ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นวิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์และมีคุณธรรมจริยธรรมสูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบโยนิโสมนสิการจะเห็นว่า ผู้เรียนมีพัฒนาการทางด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้ความฉลาดทางอารมณ์ การประพฤติตนในด้านคุณธรรมจริยธรรม และความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของผู้เรียนมีพัฒนาการที่สูงขึ้นอีกด้วย จึงเป็นเหตุผลที่ผู้วิจัยได้นำวิธีการสอนคิดแบบโยนิโสมนสิการมาใช้เป็นวิธีการสอนวิธีหนึ่งในงานวิจัยครั้งนี้

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังมโนทัศน์

4.1 ความหมายของแผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)

แผนผังมโนทัศน์ตรงกับคำในภาษาอังกฤษที่ปรากฏในเอกสารอยู่หลายคำ ได้แก่ Concept Mapping, Concept Maps หรือ C-Maps, Conceptual Framework, Semantic Mapping, Semantic Maps, Plot Maps, Concept webs เป็นต้น ส่วนในภาษาไทยพบว่ามีการใช้ อยู่หลายคำเช่นกัน เช่น กรอบมโนทัศน์ กรอบมโนคติ ผังมโนภาพ แผนทิมโนคติ ผังมโนทัศน์ แผนผังมโนทัศน์ ผังมโนคติ หรือแผนภูมิมโนทัศน์ เป็นต้น ซึ่งผู้วิจัยจะใช้คำว่า “แผนผังมโนทัศน์ (Concept Mapping)” ในงานวิจัยครั้งนี้ และนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแผนผังมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

มอไรรา (Moreira. 1979: 283) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “แผนผังมโนทัศน์ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์อย่างเป็นลำดับขั้น เพื่อแสดงให้เห็นถึงการจัดมโนทัศน์ในวิชาใดวิชาหนึ่งหรือบางส่วน ซึ่งอาจมีทิศทางเดียวหรือ 2 ทิศทาง หรือมากกว่านั้นก็ได้”

โนแวก ; โกวิน (Novak ; Gowin. 1984: 15) กล่าวว่า “แผนผังมโนทัศน์มีความมุ่งหมายที่แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์อย่างมีความหมาย ระหว่างมโนทัศน์ในรูปของประพจน์ (Propositions) ตั้งแต่ 2 มโนทัศน์ขึ้นไปหรือมากกว่า ที่เชื่อมโยงด้วยคำเชื่อมที่มีต่อวิชาในเรื่องหนึ่งๆ”

คลิเบิร์น (Cliburn. 1987: 426) ได้ให้ความหมายของแผนผังมโนทัศน์ไว้ว่า “แผนผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมือที่ใช้เสนอกรอบความคิด และความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกัน อย่างมีระบบ”

คัทซุโมโต (สมาน ลอยฟ้า. 2542: 2 ; อ้างอิงจาก Katsumoto. 1997) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “ความหมายของแผนผังมโนทัศน์ หมายถึง วิธีการที่ใช้ในการอธิบายหรือทำให้แนวคิดของบุคคลในหัวข้อเรื่องใดเรื่องหนึ่งมีความชัดเจนโดยปรากฏอยู่ในรูปของกราฟิก ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะช่วยให้บุคคลมีความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่างๆ เหล่านั้นได้ดียิ่งขึ้น”

มนัส บุญประกอบ (2533: 26) ได้อธิบายความหมายของแผนผังมโนทัศน์ไว้ว่า “แผนผังมโนทัศน์มีลักษณะเป็นแผนภูมิอย่างหนึ่ง que แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ด้วยเส้นและคำเชื่อมโยงที่เหมาะสมทำให้สามารถอ่านความสัมพันธ์จากแผนภูมินั้นเป็นประโยคหรือข้อความที่มีความหมาย”

กรมวิชาการ (2542: 6) กล่าวว่า “... ผังมโนคติ เป็นผังที่สร้างขึ้นเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของมโนคติ โดยเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างมโนคติอย่างน้อย 2 มโนคติเข้าด้วยกันอย่างมีลำดับขั้นตอนด้วยคำเชื่อมระหว่างมโนคติ หรือเชื่อมโยงมโนคติใหม่เข้ากับโครงสร้างของ

ความรู้เดิม ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้โน้มนำเข้าด้วยกันอย่างมีความหมาย และเก็บฝังความรู้นั้นไว้ในหน่วยความจำระยะยาว ทำให้การเรียนรู้มีความคงทนต่อไป ...”

สมาน ลอยฟ้า (2542: 3) ได้ให้ความหมายของแผนผังมโนทัศน์ว่า “แผนผังมโนทัศน์เป็นการนำเสนอโครงสร้างของความรู้ในรูปของกราฟิก แผนผังมโนทัศน์นี้ประกอบด้วยกลุ่มมโนทัศน์ตั้งแต่ 2 มโนทัศน์ขึ้นไป ซึ่งได้แก่ มโนทัศน์หลักและมโนทัศน์รอง ซึ่งมโนทัศน์นั้นจะแทนด้วยคำสำคัญ โดยมีคำหรือข้อความเชื่อมโยงมโนทัศน์นั้นๆ และแผนผังมโนทัศน์จะต้องมีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ต่างๆ ด้วยเส้นและคำที่มีความหมายเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์”

จากความหมายของแผนผังมโนทัศน์สรุปได้ว่า แผนผังมโนทัศน์ หมายถึง วิธีการที่ใช้อธิบายหรือการนำเสนอกรอบความรู้/ความคิดในรูปแบบของแผนภูมิ แผนภาพ หรือแผนผัง โดยแสดงความสัมพันธ์เป็นลำดับขั้นตอนระหว่างมโนทัศน์ตั้งแต่ 2 มโนทัศน์ขึ้นไป ด้วยเส้นและคำเชื่อมระหว่างมโนทัศน์ ซึ่งอาจจะใช้เป็นแนวทางในการวางแผนหรือการประเมินผลในกิจกรรมต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว

4.2 ทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับแผนผังมโนทัศน์

อัลท์ (ปริยาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2546: 128 ; อ้างอิงจาก Hulse. 1980) ได้อธิบายถึงทฤษฎีของการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. ทฤษฎีเชื่อมโยง (Associative Theory) เป็นทฤษฎีที่กล่าวถึงการเรียนรู้ซึ่งถือว่าเป็นเช่นเดียวกับการเรียนแบบอื่นๆ เป็นกระบวนการของสิ่งเร้าและการตอบสนอง การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากความเชื่อมโยง ซึ่งมีพื้นฐานแนวคิดที่ว่า สิ่งเร้าที่ซับซ้อนมีความสัมพันธ์กับการตอบสนองซึ่งเป็นไปในลักษณะของการวางเงื่อนไข บางลักษณะของสิ่งเร้าสอดคล้องกับการรับรู้ของผู้เรียน และสิ่งเร้าใดที่ไม่สอดคล้องก็จะถูกขจัดไป และในการที่ผู้เรียนจะตอบสนองได้ก็ต้องอาศัยการแยกแยะและสรุปรวบยอด โดยมีการเสริมแรงจากครูในการตอบสนองที่ถูกต้อง

2. ทฤษฎีทดสอบสมมติฐาน (Hypothesis – Testing Theory) กล่าวถึง การเรียนรู้มโนทัศน์ว่าเกิดจากผู้เรียนพยายามทดสอบสมมติฐานถึงความเป็นไปได้ของสิ่งต่างๆ จนพบหนทางที่ถูกต้อง การเรียนรู้เกิดจากขบวนการตั้งแต่ส่วนที่แยกกัน และนำสิ่งที่สอดคล้องกันไปรวมกัน เรียกว่า การไม่ต่อเนื่อง (Discrete) ของสิ่งที่เรียน

สุนีย์ สอนตระกูล (2535: 77) ได้กล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวกับแผนผังมโนทัศน์ว่า ทฤษฎีการเรียนรู้ที่เป็นพื้นฐานของแผนผังมโนทัศน์ ก็คือ ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสซูเบล ซึ่งมีแนวคิดที่ว่าครูควรจะสอนสิ่งที่มีความสัมพันธ์กับความรู้ที่นักเรียนมีอยู่เดิม ความรู้ที่มีอยู่เดิมนี้อาจอยู่ในโครงสร้างของความรู้ (Cognitive structure) ซึ่งเป็นข้อมูลที่สะสมอยู่ในสมองและมี

การจัดระบบไว้เป็นอย่างดี มีการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เก่ากับความรู้ใหม่อย่างมีระดับชั้น ดังนั้น โครงสร้างของความรู้จะใช้เป็นแผนผังมโนทัศน์และใช้บันทึกประสบการณ์ต่างๆ ที่ได้รับ

การเรียนรู้ที่มีความหมาย (Meaningful Learning) จะเกิดขึ้นเมื่อความรู้ใหม่ เชื่อมกับมโนทัศน์ที่อยู่ในโครงสร้างของความรู้เดิมที่มีอยู่ในสมอง ซึ่งออสซูเบลเรียกว่า กระบวนการ ดูดซึม (Subsumption) หรือ เรียกมโนทัศน์ที่เกิดจากการเชื่อมโยงนั้นว่า ซับซัมเมอร์ (Subsumer) แต่ถ้าไม่ได้นำความรู้ใหม่เข้าไปเชื่อมโยงกับความรู้เดิมที่มีอยู่จะเป็นการเรียนรู้แบบท่องจำ (Rote Learning)

ในการสร้างมโนทัศน์นั้นมีพื้นฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้ของออสซูเบล 3 ประการ คือ

1. โครงสร้างของความรู้ (Cognitive structure) ซึ่งเป็นโครงสร้างที่อยู่ในสมอง จะมีการจัดลำดับมโนทัศน์ จากมโนทัศน์ที่มีความหมายกว้างทั่วไปไปสู่มโนทัศน์ที่แคบลงและมีความเฉพาะเจาะจงมากขึ้น

2. กระบวนการแยกแยะความแตกต่างเชิงก้าวหน้า (Progressive differentiation) จากหลักการของออสซูเบลที่กล่าวว่า การเรียนรู้ที่มีความหมายจะเกิดขึ้นเมื่อมีการ นำความรู้ใหม่ไปสัมพันธ์กับความรู้ที่มีอยู่เดิม เกิดเป็นความสัมพันธ์ใหม่ ดังนั้นจึงเกิดการเรียนรู้ อย่างไม่สิ้นสุด จะเป็นการขยายความรู้ให้กว้างขึ้นจนกลายเป็นการแยกแยะความแตกต่างเชิงก้าวหน้า โดยประกอบด้วยมโนทัศน์ที่มีความหมายกว้างอยู่ด้านบนของโครงสร้างความรู้และมโนทัศน์ที่มีความ เฉพาะเจาะจงอยู่ถัดลงมา กระบวนการแยกแยะความแตกต่างเชิงก้าวหน้าจะเพิ่มขึ้นถ้าผู้เรียนมี โอกาสอภิปรายร่วมกัน และจะทำให้เห็นความเกี่ยวข้องและความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ ที่เรียนได้ดีขึ้น

3. การประสานสัมพันธ์เชิงบูรณาการ (Integrative reconciliation) จาก หลักการเรียนรู้ของออสซูเบลที่กล่าวว่า การเรียนรู้ที่มีความหมายจะเกิดจากการเชื่อมโยงความรู้ ใหม่เข้ากับความรู้เดิมที่มีอยู่ ดังนั้น ถ้าผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทำให้เกิดความสัมพันธ์ใหม่ และเชื่อมโยงระหว่างชุดของมโนทัศน์จะทำให้เกิดการประสานสัมพันธ์เชิงบูรณาการของมโนทัศน์ ซึ่ง จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมายเพิ่มขึ้น

จากทฤษฎีการเรียนรู้เกี่ยวกับแผนผังมโนทัศน์ข้างต้นกล่าวได้ว่า การสร้างแผนผัง มโนทัศน์นั้น เราจะต้องมีพื้นฐานของทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์เพื่อที่จะทำความเข้าใจในการสร้าง มโนทัศน์ได้อย่างถ่องแท้ ซึ่งทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ ทฤษฎีเชื่อมโยง ทฤษฎีสมมติฐาน และทฤษฎี การเรียนรู้ที่มีความหมายของออสซูเบล โดยทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสซูเบลมีอยู่ 3 ประการ คือ โครงสร้างของความรู้ กระบวนการแยกแยะความแตกต่างเชิงก้าวหน้า และการประสาน สัมพันธ์เชิงบูรณาการ

4.3 ประเภทของแผนผังมโนทัศน์

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไป ดังนี้

รัสเซลล์ (Russell. 1965: 124-125) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน
2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน หรือฤดูต่างๆ
3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับวัดแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ
4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร
5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประเพณีไทย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆ ที่แสดงออกมา
6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี
7. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้
8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

ดี เซคโก (De Cecco. 1968: 391 - 393) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกัน ได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราค้นเคยในชีวิตประจำวันมักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ
2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกหรือ

กาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (×) ก็ได้ ส่วนสัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลมตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไขฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์กับ บุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

ฮัลซ์ (ปริยาพร วงศ์อนุตรโรจน์. 2546: 121 ; อ้างอิงจาก Hulse. 1980) ได้แบ่งประเภทมโนทัศน์เป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

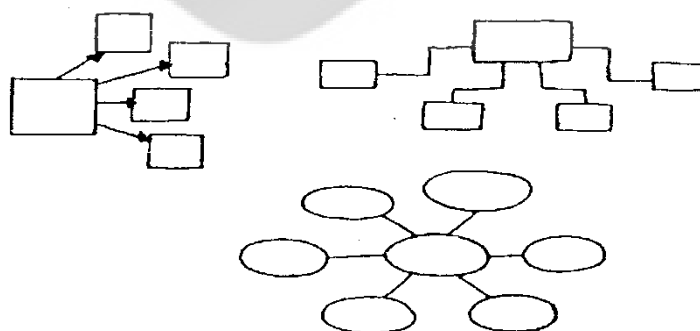
1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัดเจน (Well-defined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะ โดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้เราจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Ildefined Concept) เป็นรายการสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้ เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คำน้า แดงกวา บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

โนแวก ; บารูดี และบาเทลส์ (วงศ์สถิตย์ วัฒนเสรี. 2544: 42 ; อ้างอิงจาก Novak. 1991 ; Baroody and Batels. 2000) ได้สรุปประเภทของผังมโนทัศน์ ดังนี้

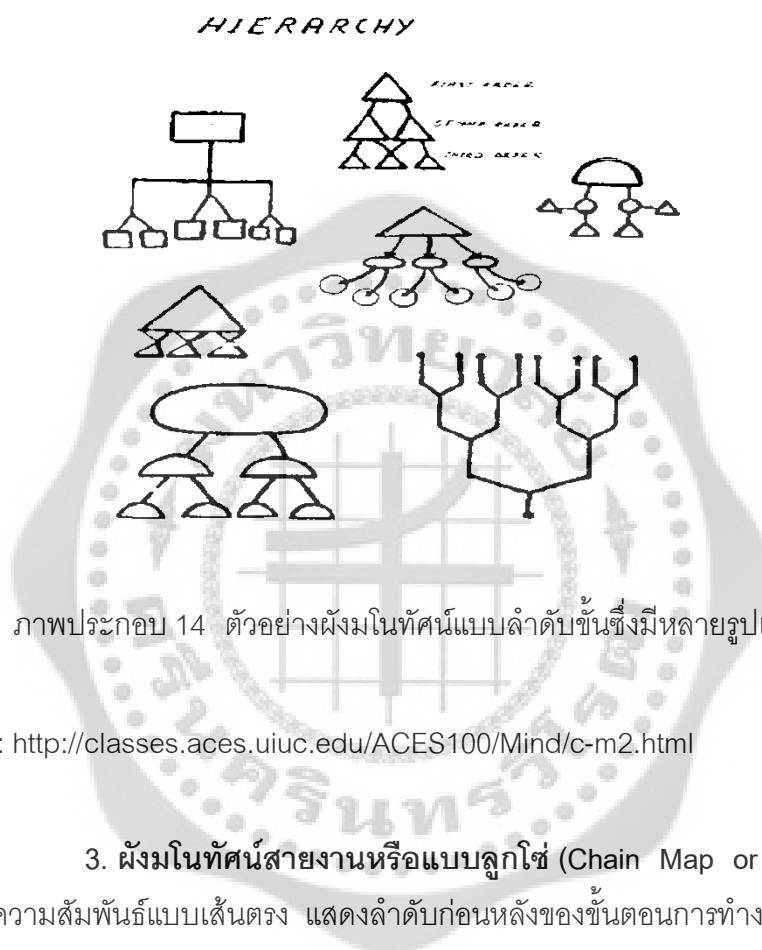
1. ผังมโนทัศน์แบบใยแมงมุม (A Spider Map) นำเสนอโดยการเขียนมโนทัศน์หลักสำคัญไว้ตรงกึ่งกลาง แล้วเขียนคำอธิบายหรือบอกลักษณะของมโนทัศน์รองกระจายออกไปรอบๆ ดังภาพประกอบ 13

SPIDER Concept Maps



ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างผังมโนทัศน์แบบแมงมุมรูปแบบต่างๆ

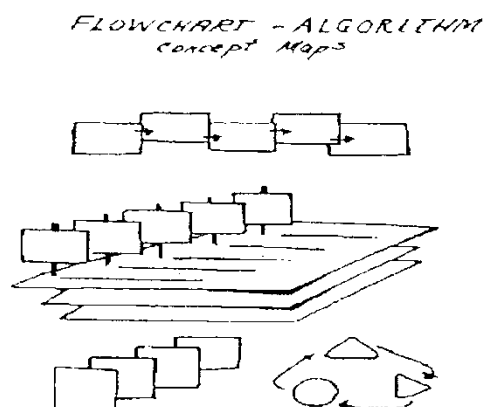
2. แผนผังทัศนแบบเรียงลำดับ (Hierarchy Map) เป็นการนำเสนอข้อมูลตามลำดับชั้นลง โดยมโนทัศน์หลักหรือสำคัญที่สุดอยู่ด้านบนสุด มโนทัศน์รอง และมโนทัศน์ที่มีความเฉพาะเจาะจงอยู่ด้านล่าง ดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 ตัวอย่างผังมโนทัศน์แบบลำดับชั้นซึ่งมีหลายรูปแบบ

ที่มา : <http://classes.aces.uiuc.edu/ACES100/Mind/c-m2.html>

3. แผนผังสายงานหรือแบบลูกโซ่ (Chain Map or Flow Chart) เป็นการแสดงความสัมพันธ์แบบเส้นตรง แสดงลำดับก่อนหลังของขั้นตอนการทำงานหรือเหตุการณ์ใดๆ ดังภาพประกอบ 15

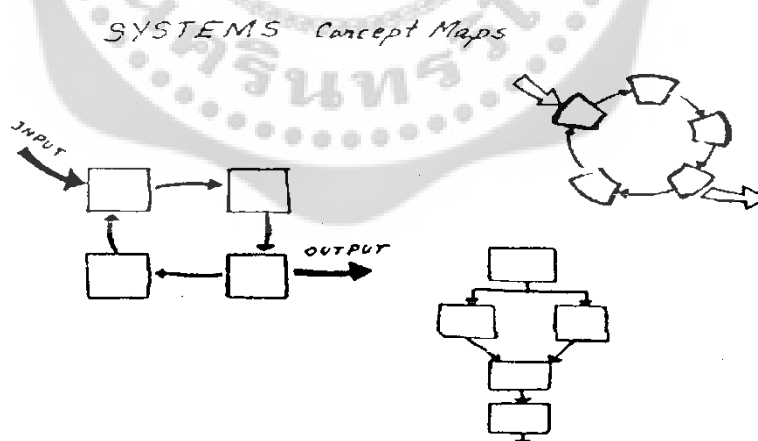


ภาพประกอบ 15 ตัวอย่างผังมโนทัศน์สายงานหรือแบบลูกโซ่

ที่มา : <http://classes.aces.uiuc.edu/ACES100/Mind/c-m2.html>

4. ผังมโนทัศน์ระบบหรือวัฏจักร (Systems or Cycle Concept Map)

เป็นการจัดระบบข้อมูลในรูปแบบคล้ายกับมโนทัศน์แบบสายงาน แต่เพิ่มส่วนที่มี Inputs และ Outputs หรือแสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ที่มีความต่อเนื่องของมโนทัศน์ย่อยและเวียนกลับเป็นวัฏจักร ดังภาพประกอบ 16

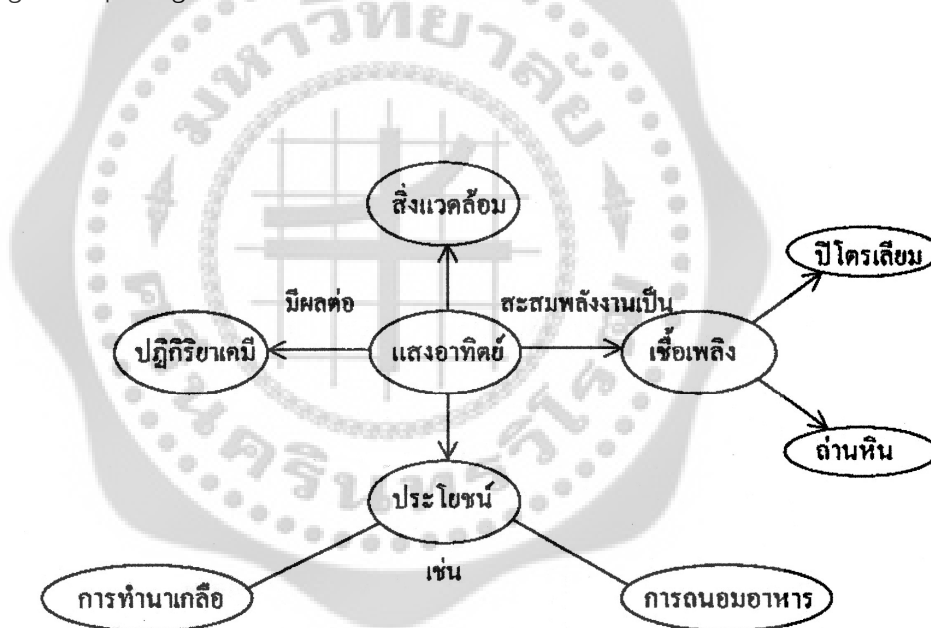


ภาพประกอบ 16 ตัวอย่างผังมโนทัศน์แบบระบบหรือวัฏจักร

ที่มา : <http://classes.aces.uiuc.edu/ACES100/Mind/c-m2.html>

มนัส บุญประกอบ (2543: 112-116) ได้กล่าวว่า การจัดแบ่งประเภทของผังมโนทัศน์นั้น เมิร์ล ตัน (Merl Tan) แห่งมหาวิทยาลัยฟิลิปปินส์ ได้จัดแบ่งออกเป็น 4 ประเภท โดยได้ทราบมาจากการสัมภาษณ์อาจารย์ไทนี อนรรฆสันต์ ศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ และอาจารย์มีนา ไวยารินทร์ ผู้อำนวยการสาขาวิทยาศาสตร์กายภาพชีวภาพ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท) เมื่อราวต้นปี พ.ศ. 2532 ที่สาขาวิทยาศาสตร์กายภาพชีวภาพ สสวท และจากประสบการณ์ตรงของผู้เขียนได้สังเกตพบว่า ในการเขียนผังมโนทัศน์ชุดหนึ่งๆ มักจะมีการผสมกันไปหลายประเภทได้อีกด้วย จึงได้เสนอเพิ่มเข้าไว้อีกหนึ่งประเภท คือ “ชนิดผสม” รวมเป็นประเภทที่ 5 ดังนี้

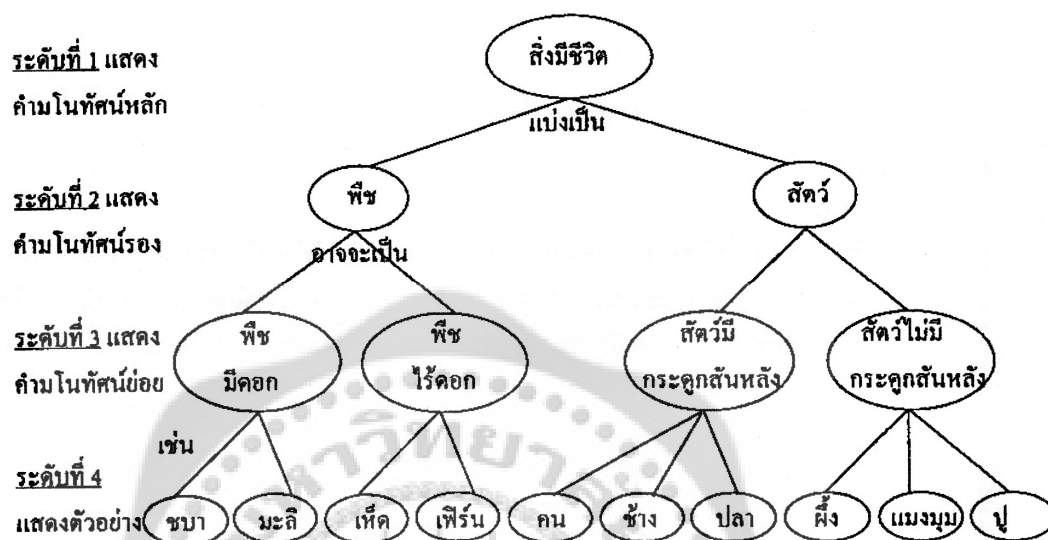
1. ชนิดกระจายออก (pointed grouping) จากคำมโนทัศน์หลักจะแสดงการเชื่อมโยงกันกับมโนทัศน์อื่นๆ กระจายออกไปทุกทิศทุกทาง ซึ่งบางท่านเรียกผังมโนทัศน์ประเภทนี้ว่า Mind Mapping หรือ Spidergram ดังตัวอย่างในภาพประกอบ 17



ภาพประกอบ 17 ผังมโนทัศน์ของแสงอาทิตย์

ที่มา : มนัส บุญประกอบ. 2543: 114

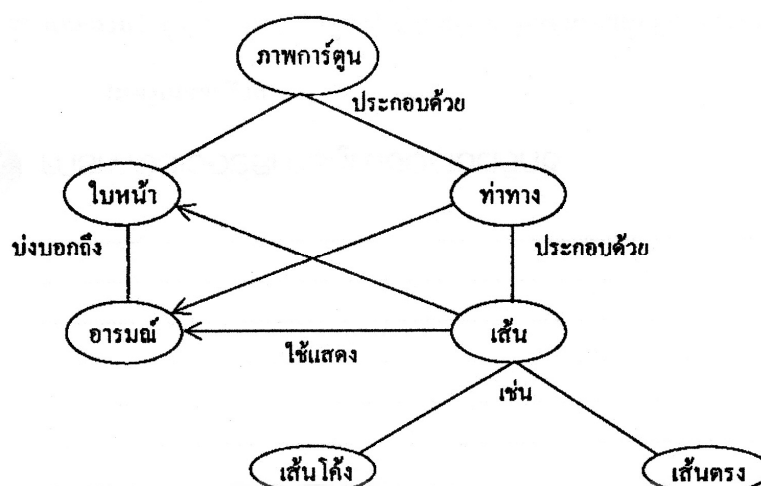
2. ชนิดปลายเปิด (opened grouping) เป็นผังมโนทัศน์ที่แสดงการเชื่อมโยงระหว่างกลุ่มคำโนทัศน์จากบนลงล่าง ลดหลั่นลงไปเรื่อยๆ ตามลำดับและความสำคัญของด้านมโนทัศน์ที่ผู้เขียนกำหนดไว้ ดังภาพประกอบ 18



ภาพประกอบ 18 ผังมโนทัศน์ของสิ่งมีชีวิต (วิชาวิทยาศาสตร์)

ที่มา : มนัส บุญประกอบ. 2543: 112

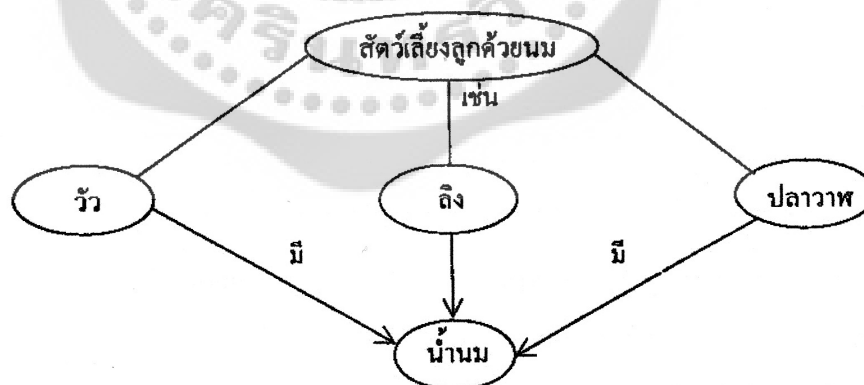
3. ชนิดเชื่อมโยง (linked grouping หรือ cross link) มีลักษณะคล้ายกับชนิดปลายเปิด หากแต่มีการเชื่อมโยงข้ามชุดระหว่างคำโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันและมักเขียนแสดงหัวลูกศรเพื่อแสดงทิศทางของความสัมพันธ์ ดังตัวอย่างในภาพประกอบ 19



ภาพประกอบ 19 ผังมโนทัศน์เกี่ยวกับการเขียนภาพการ์ตูน

ที่มา : มนัส บุญประกอบ. 2543: 114

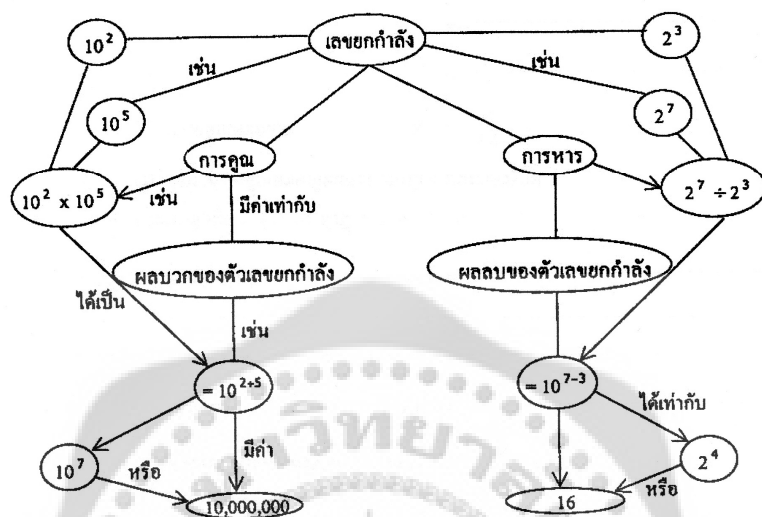
4. ชนิดปลายเปิด หรือปิดล้อมเป็นวง (closed grouping) ผังมโนทัศน์ชนิดนี้ค่อนข้างจะมีลักษณะจำกัดอยู่ในตัวเองค่อนข้างมาก เนื่องจากต้องเขียนให้คำมโนทัศน์มีการเชื่อมต่อเป็นวงปิด ดังภาพประกอบ 20



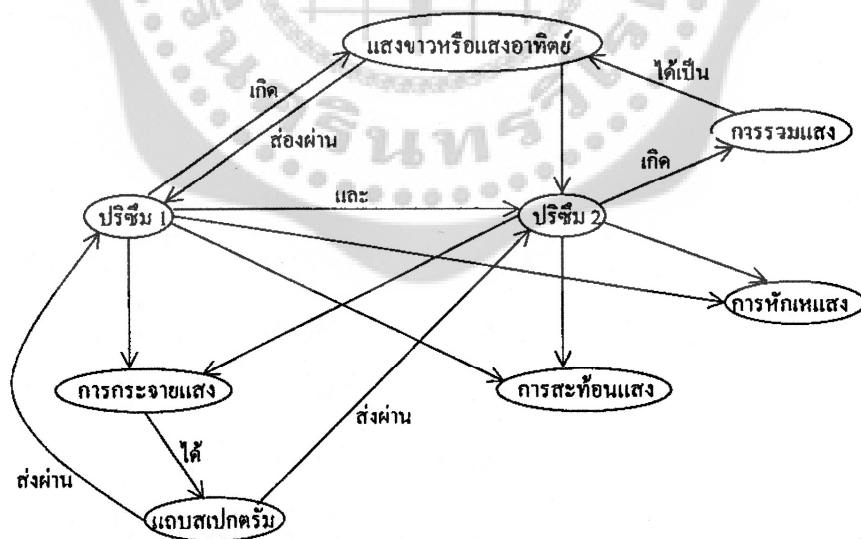
ภาพประกอบ 20 ผังมโนทัศน์ของสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนมบางชนิด

ที่มา : มนัส บุญประกอบ. 2543: 115

5. **ชนิดผสม (combined grouping)** บางครั้งผังมโนทัศน์ที่เขียนขึ้นมาอาจมีลักษณะผสมกันหลายแบบได้ ดังภาพประกอบ 21 และ 22



ภาพประกอบ 21 ผังมโนทัศน์ของเลขยกกำลังเกี่ยวกับการคูณ การหาร



ภาพประกอบ 22 ผังมโนทัศน์ของแสงขาวหรือแสงอาทิตย์

สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ (2545ค : 176-192) ได้กล่าวถึงรูปแบบของกรอบมโนทัศน์ หรือผังมโนทัศน์ หรือผังมโนภาพ หรือมโนมิติ หรือผังความสัมพันธ์ทางความหมาย มีผู้นำเสนอไว้มากมาย หลากหลายรูปแบบ สำหรับการนำรูปแบบกรอบมโนทัศน์แต่ละรูปแบบมาใช้นั้น ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูล องค์ประกอบต่างๆ ของข้อมูลที่มีความเหมาะสมกับโครงสร้างของกรอบมโนทัศน์ ตลอดจนความต้องการของผู้ใช้ ในที่นี้จะนำเสนอรูปแบบของกรอบมโนทัศน์บางรูปแบบที่เห็นว่าผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างสะดวกและเกิดประโยชน์ โดยมีลักษณะที่หลากหลายดังตัวอย่างต่อไปนี้

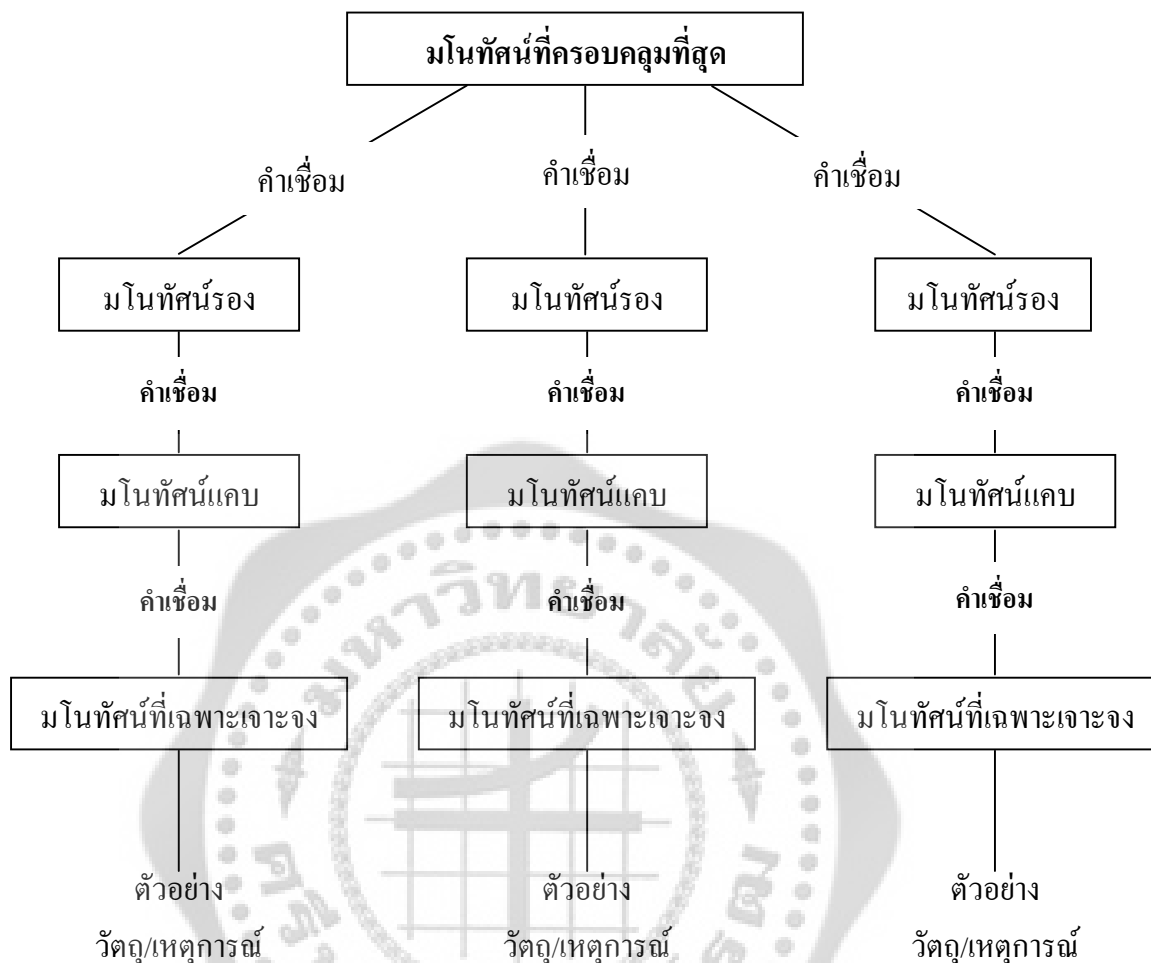
1. Concept Map (ผังมโนทัศน์หรือผังมโนภาพ)
2. Mind Map หรือ Mind Mapping (แผนที่ความคิด)
3. Web Diagram หรือ Spider Map (แผนผังใยแมงมุม)
4. Tree Structure (แผนภูมิโครงสร้างต้นไม้)
5. Venn Diagram (แผนภูมิเวนน์)
6. Descending Ladder หรือ Time Ladder Map (แผนภูมิขั้นบันได)
7. Cycle Graph (แผนภาพวงจร, แผนภูมิแบบวัฏจักร)
8. Flowchart Diagram (แผนผังการดำเนินงาน)
9. Matrix Diagram (แผนภาพหรือแผนรูปแสดงความสัมพันธ์)
10. Fishbone Map (แผนภูมิหรือแผนผังก้างปลา)
11. Interval Graph หรือ Time line (แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ต่างๆ)
12. Order Graph, Events Chain (แผนภาพแสดงลำดับเหตุการณ์)
13. Classification Map (แผนผังแสดงความสัมพันธ์แบบจำแนกประเภท)

ลักษณะการจัดกรอบมโนทัศน์ทั้ง 13 รูปแบบ มีเทคนิควิธีการดังต่อไปนี้

1. Concept Map (ผังมโนทัศน์)

เป็นแผนภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ (Concept) ต่างๆ เกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งอย่างเป็นลำดับขั้น เพื่อให้เกิดการสร้างองค์ความรู้อย่างเป็นระบบ พัฒนาขึ้นโดย Novak มีลักษณะดังภาพประกอบ 23

ตัวอย่าง CONCEPT MAP



ภาพประกอบ 23 ตัวอย่าง CONCEPT MAP

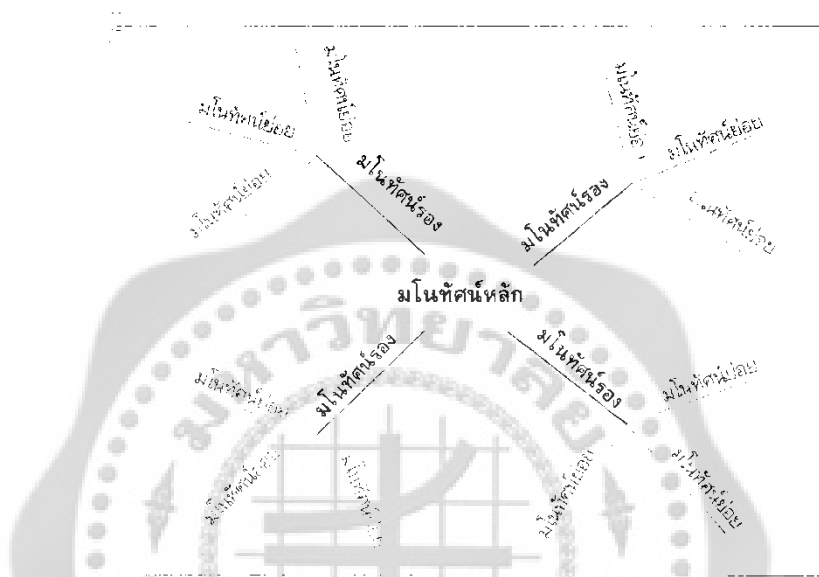
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 177

การนำไปใช้

1. ใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์หลัก มโนทัศน์รอง มโนทัศน์ย่อย มโนทัศน์เฉพาะเจาะจง และตัวอย่างตามลำดับ
2. ใช้สรุปหรือสร้างองค์ความรู้ใหม่
3. ใช้วิเคราะห์เนื้อหาหรืองานต่างๆ
4. ใช้จัดระบบความคิดและความจำ
5. ใช้นำเสนอข้อมูล

2. Mind Map หรือ Mind Mapping (แผนที่ความคิด)

แผนที่ความคิดรูปแบบนี้ใช้แสดงการเชื่อมโยงข้อมูลเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งระหว่างความคิดหลัก ความคิดรอง และความคิดย่อยที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันพัฒนาขึ้นโดย โทนี บูซาน (Tony Buzan) ซึ่งมีรูปแบบดังภาพประกอบ 24 นี้



ภาพประกอบ 24 แผนผังแสดงลักษณะการเขียนแผนที่ความคิด

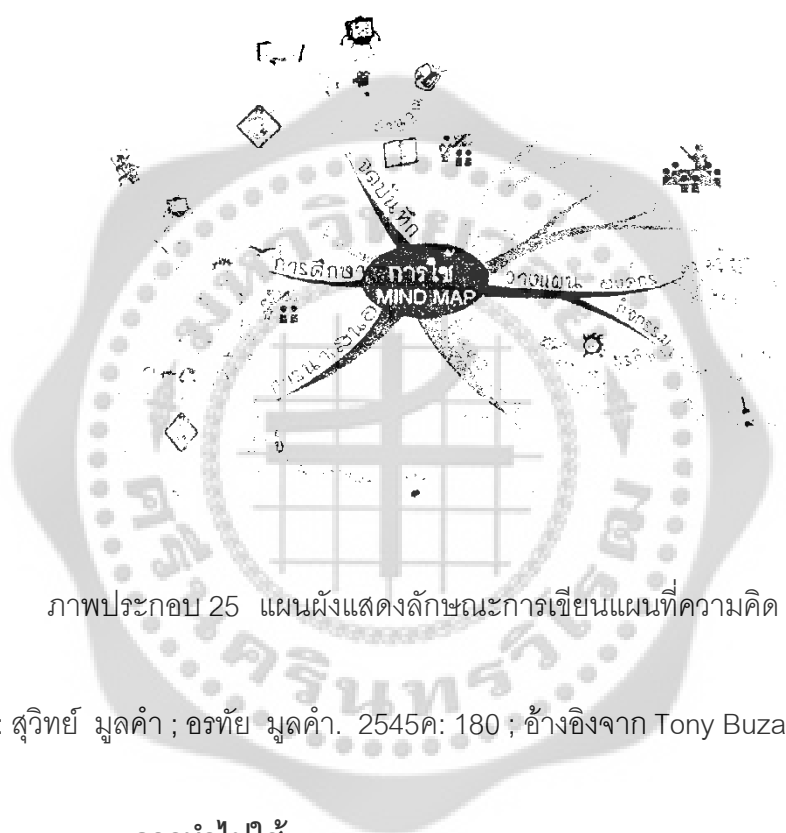
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 179

ขั้นตอนการสร้างแผนที่ความคิด

1. เริ่มเขียนหรือวาดภาพมโนทัศน์หลักหรือหัวข้อเรื่อง ตรงกึ่งกลางหน้ากระดาษ ซึ่งควรใช้กระดาษชนิดไม่มีเส้นและวางกระดาษแนวนอนควรเป็นภาพสี่
2. เขียนหรือวาดภาพมโนทัศน์รองที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์หลักหรือหัวข้อเรื่องกระจายออกไปรอบๆ มโนทัศน์หลัก
3. เขียน หรือวาดภาพมโนทัศน์ย่อยที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์รองแตกออกไปเรื่อยๆ โดยเขียนข้อความไว้บนเส้นแต่ละเส้น
4. ใช้ภาพสื่อความหมายให้มากที่สุด
5. เขียนหรือพิมพ์คำด้วยตัวบรรจงขนาดใหญ่

ตัวเอง)

6. เขียนคำที่มีลักษณะเป็นหน่วย (เป็นคำหรือข้อความที่มีความหมายในตัวเอง)
 7. เขียนคำเหนือเส้นและแต่ละเส้นต้องเชื่อมต่อกับเส้นอื่นๆ
 8. ระบายสีให้ทั่ว Mind Map
 9. ขณะที่เขียน Mind Map ควรปล่อยความคิดให้มีอิสระมากที่สุด
- ดังภาพประกอบ 25



ภาพประกอบ 25 แผนผังแสดงลักษณะการเขียนแผนที่ความคิด

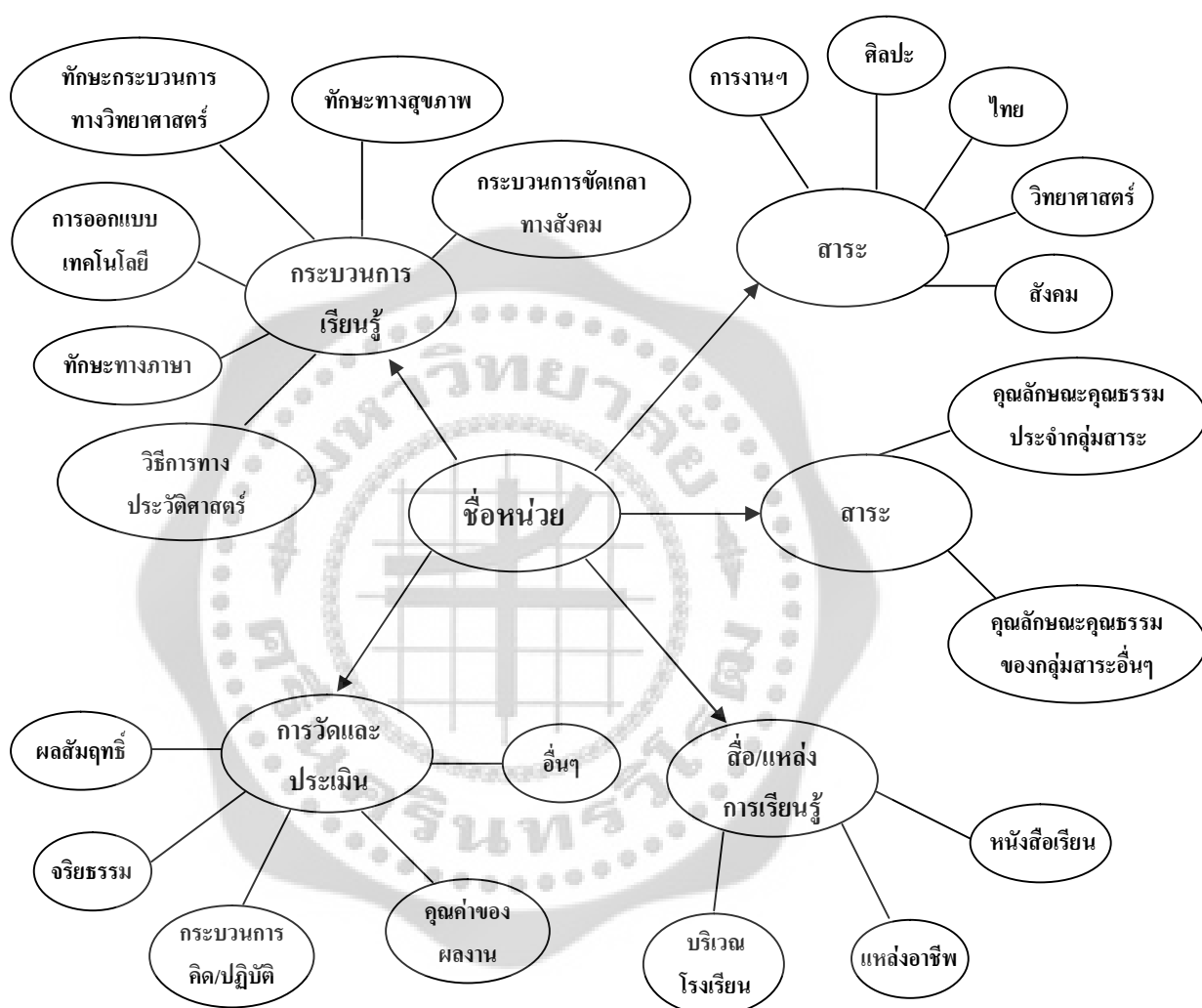
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 180 ; อ้างอิงจาก Tony Buzan. มปป.

การนำไปใช้

1. ใช้ระดมพลังสมอง
2. ใช้รูปหรือสร้างองค์ความรู้
3. ใช้วิเคราะห์เนื้อหาหรืองานต่างๆ
4. ใช้จัดระบบความคิดและช่วยให้จำได้ดี
5. ใช้นำเสนอข้อมูล

3. Web Diagram หรือ Spider Map (แผนภูมิใยแมงมุม)

แผนผังรูปแบบนี้ใช้แสดงในการแยกแยะองค์ประกอบต่างๆ ของข้อมูล
(แผนผังแสดงความสัมพันธ์รูปแมงมุม) ดังภาพประกอบ 26



ภาพประกอบ 26 Web Diagram แสดงการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อการออกแบบ
หน่วยบูรณาการแบบสหวิทยาการ

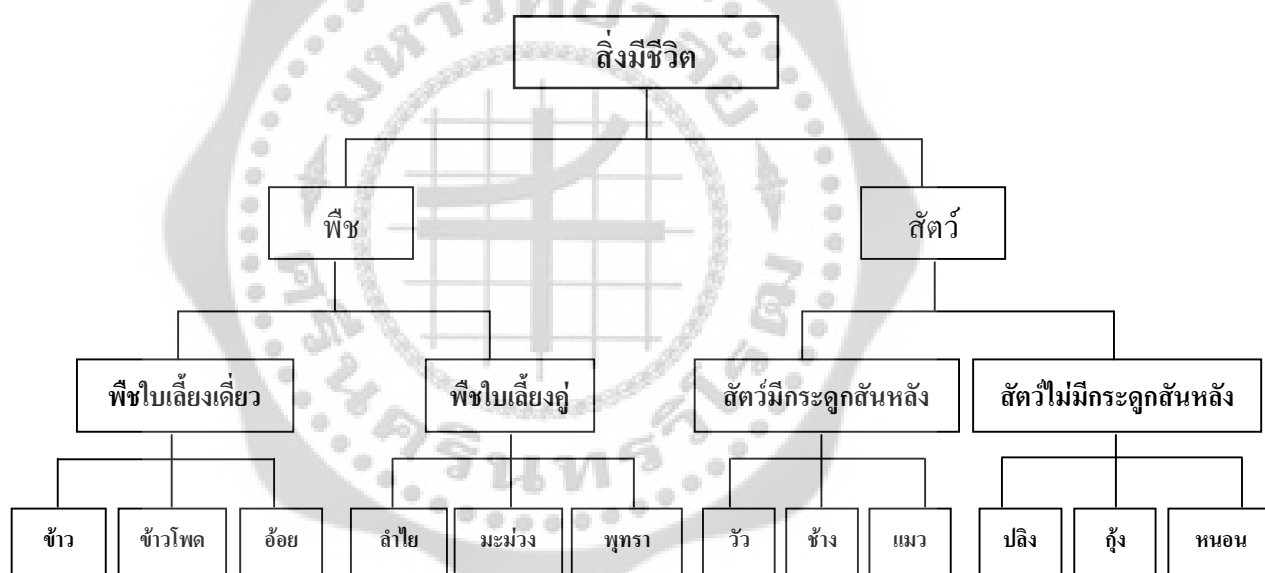
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 181

การนำไปใช้

1. ใช้แสดงการแยกแยะองค์ประกอบหรือส่วนประกอบต่างๆ ของข้อมูล
2. ใช้จัดระบบ จัดลำดับข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันตั้งแต่องค์ประกอบหลัก องค์ประกอบรอง องค์ประกอบย่อย หรือตัวอย่างตามลำดับ
3. ใช้สรุปประเด็นหรือรายละเอียดต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง

4. Tree Structure (ผังแสดงความสัมพันธ์แบบโครงสร้างต้นไม้)

แผนผังรูปแบบนี้แสดงความสัมพันธ์ของเรื่องที่มีความสำคัญลดหลั่นกันเป็นชั้นๆ หรือบางท่อนอาจเรียกผังแสดงความสัมพันธ์แบบกิ่งไม้ (Branching Map) มีรูปร่างคล้ายแผนภูมิบริหารองค์การ นำเสนอโดยการเขียนชื่อเรื่องไว้ข้างบนหรือตรงกลางแล้วลากเส้นให้เชื่อมโยงกับความคิดรวบยอดอื่นๆ ที่สำคัญรองลงไปตามลำดับ ดังภาพประกอบ 27



ภาพประกอบ 27 ตัวอย่างผังแสดงความสัมพันธ์แบบโครงสร้างต้นไม้

ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 182

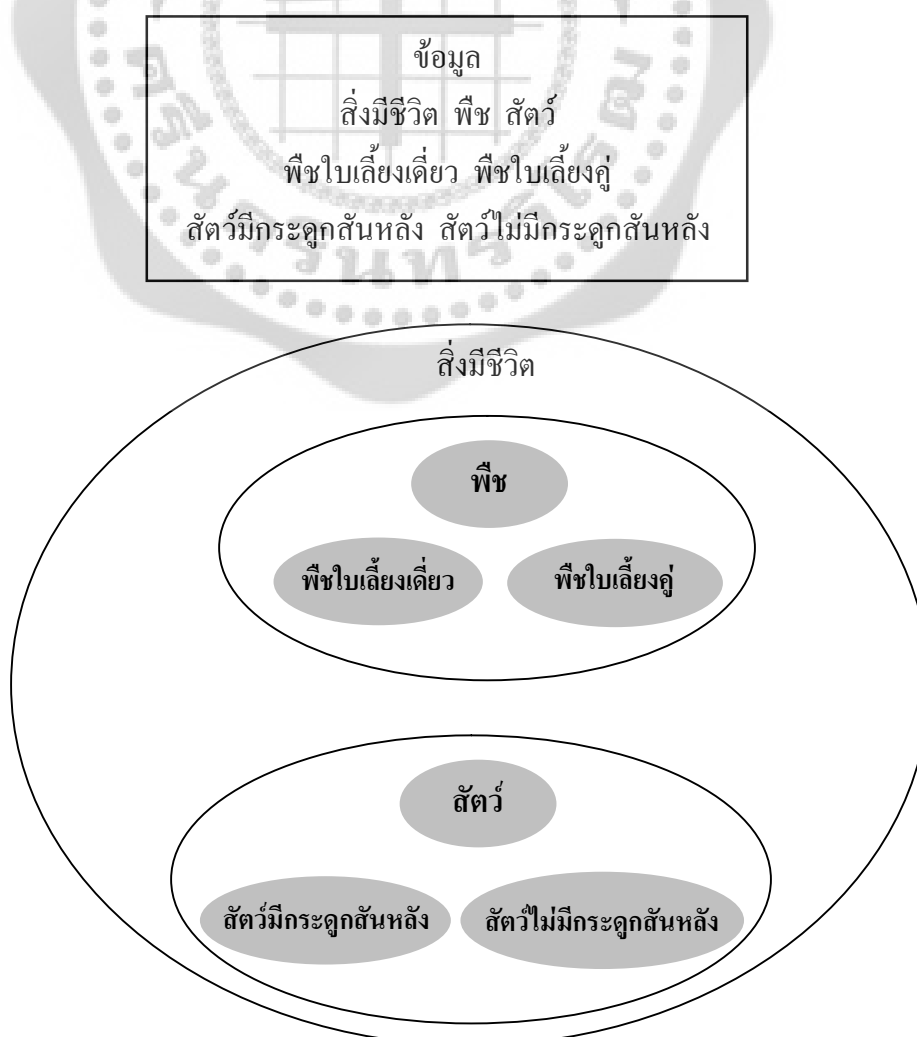
การนำไปใช้

1. ใช้สรุปความสัมพันธ์ขององค์ประกอบหลัก องค์ประกอบรอง และองค์ประกอบย่อยของแต่ละเรื่อง
2. ใช้นำเสนอโครงสร้างของเรื่องโดยเรียงลำดับความสัมพันธ์ของข้อมูลระบบอย่างเป็นระบบ
3. ใช้เปรียบเทียบข้อมูลหรือจำแนกประเภทข้อมูล
4. ใช้สรุปประเด็นสำคัญของแต่ละเรื่อง

5. Venn Diagram (แผนภูมิเวนน์)

แผนผังรูปแบบนี้ใช้แสดงข้อมูลเพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดที่แสดงถึงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ของบุคคล สถานที่ หรือสิ่งของในลักษณะต่างๆ ดังภาพประกอบ 28

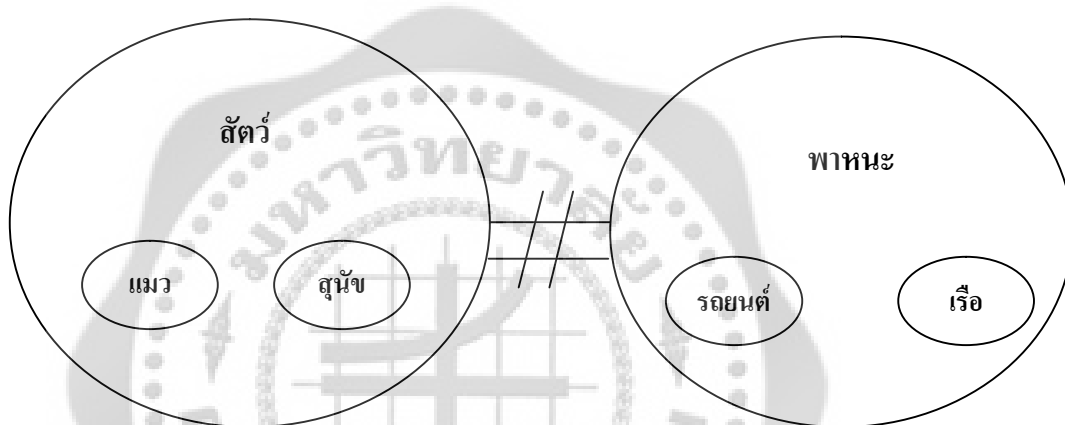
5.1 การแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องกันหรือแสดงลักษณะเป็นส่วนหนึ่งของกันและกัน เช่น



5.2 การแสดงลักษณะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกัน เช่น

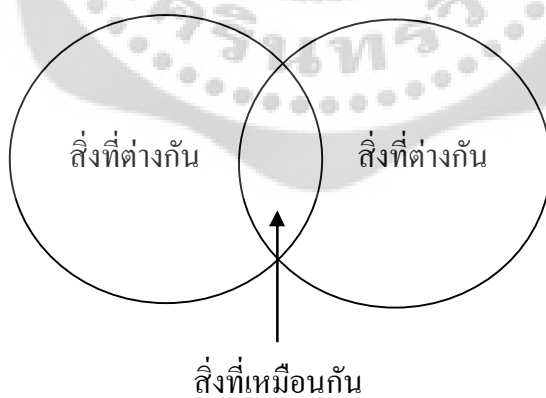
ข้อมูล	
สัตว์	พาหนะ
สุนัข	แมว
รถยนต์	เรือ

จัดเป็นแผนผังความคิดแบบ Venn Diagram ได้ดังนี้



5.3 การแสดงลักษณะข้อมูลที่เหมือนกันและต่างกัน บางท่านอาจเรียก

Overlapping Circles Map



ภาพประกอบ 28 Overlapping Circles Map แสดงลักษณะข้อมูลที่เหมือนกัน
และต่างกัน

การนำไปใช้

1. ใช้แสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ของข้อมูล
2. ใช้แสดงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องหรือความไม่สัมพันธ์กันของข้อมูล
3. ใช้แสดงการเปรียบเทียบข้อมูล
4. ใช้แสดงถึงความเป็นเหตุเป็นผลซึ่งกันและกันของข้อมูล
5. ใช้แสดงข้อมูลที่มีทั้งลักษณะความเหมือนกันและต่างกัน ในลักษณะ

Overlapping Circles Map

6. Descending Ladder or Time Ladder Map (แผนภูมิแบบขั้นบันได)

แผนภูมิรูปแบบนี้ใช้แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะแสดงลำดับเวลากระบวนการหรือขั้นตอนเป็นลำดับอย่างง่าย ๆ ดังภาพประกอบ 29



ภาพประกอบ 29 แผนภูมิแบบขั้นบันได

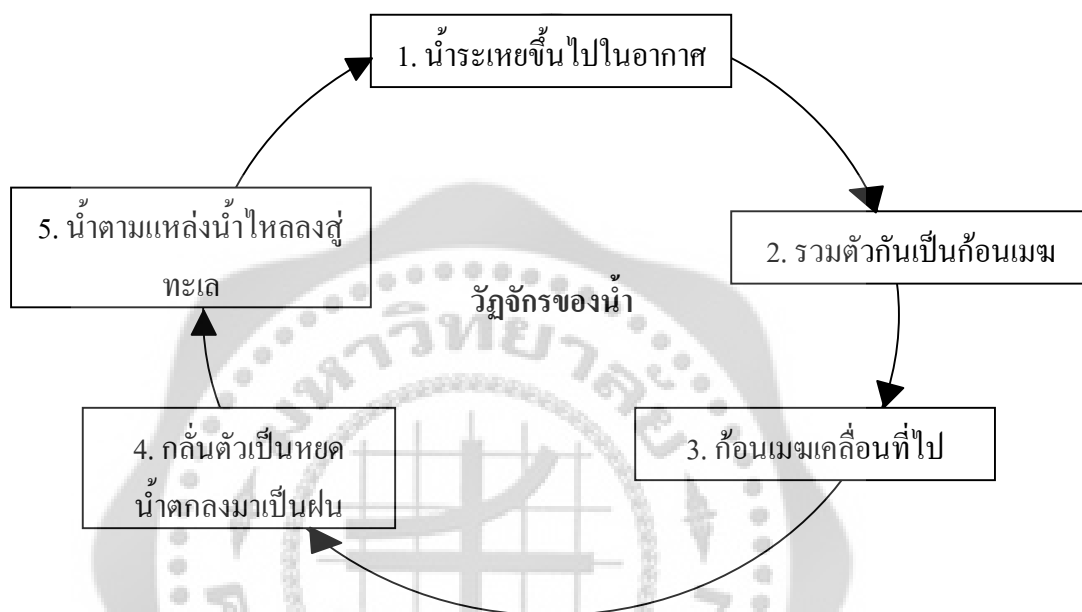
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 185

การนำไปใช้

ใช้แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลำดับขั้นตอนหรือกระบวนการเป็นลำดับตั้งแต่ต้นจนจบ

7. Cycle Graph (แผนภาพวงจรหรือแผนภูมิแบบวัฏจักร)

แผนภาพรูปแบบนี้ใช้แสดงข้อมูลที่มีความสัมพันธ์กันระหว่างเหตุการณ์กับระยะเวลาที่มีการเรียงลำดับการเคลื่อนไหวของข้อมูลลักษณะเป็นวงจรที่ไม่มีจุดเริ่มต้น ณ ที่ใดที่หนึ่ง ตัวอย่างภาพประกอบ 30



ภาพประกอบ 30 ตัวอย่างแผนภาพวงจรเรื่อง วัฏจักรของน้ำ

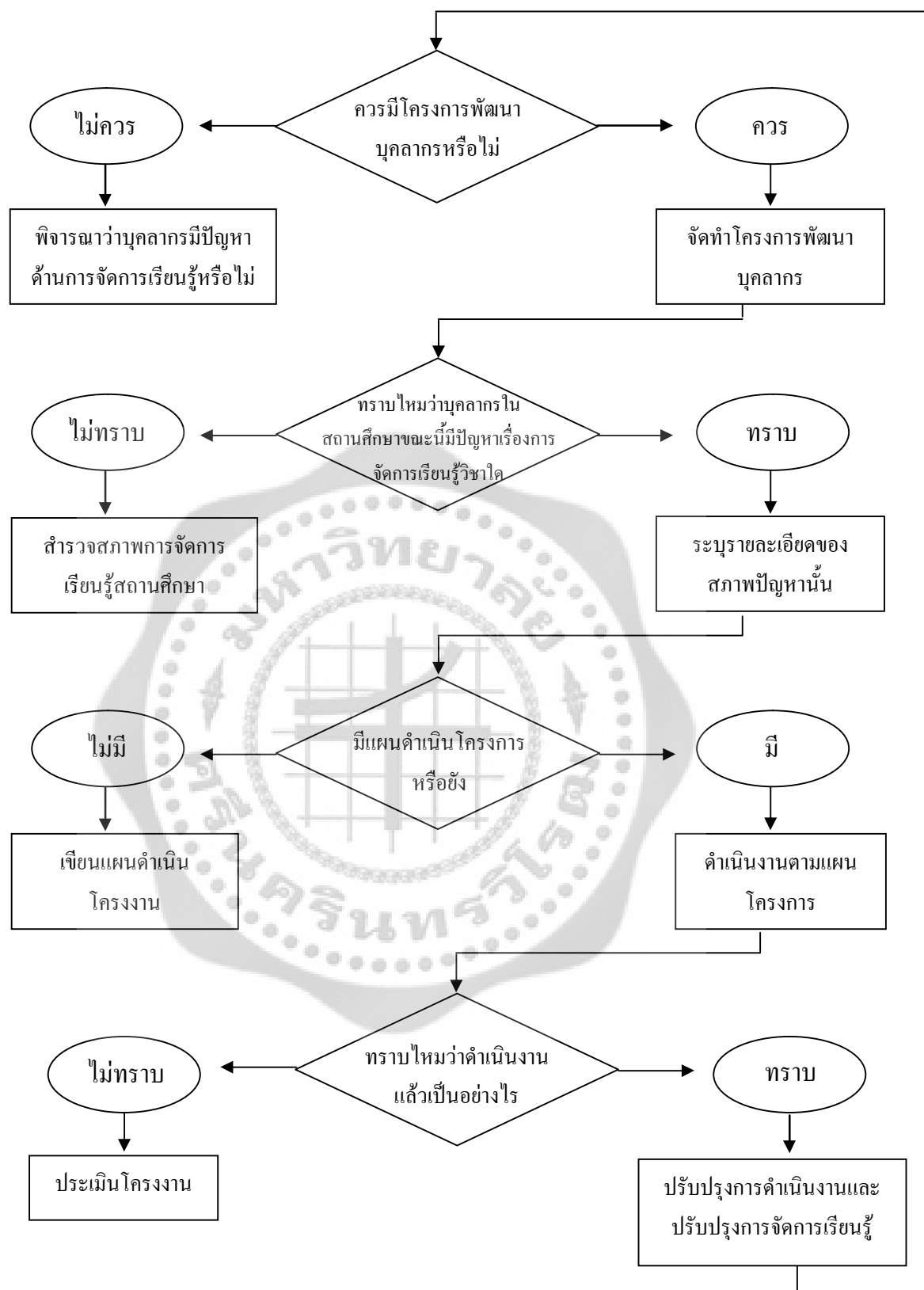
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรรถัย มูลคำ. 2545ค: 186

การนำไปใช้

ใช้แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเรียงลำดับเป็นวงจรหรือวัฏจักรหรือระบบโดยจะใช้หัวลูกศรเป็นสัญลักษณ์ในการสื่อความหมาย

8. Flowchart Diagram (แผนผังแสดงลำดับขั้นตอนการดำเนินงาน)

แผนภาพรูปแบบนี้ใช้แสดงการเคลื่อนไหวของข้อมูลที่มีลักษณะมองเห็นกระบวนการเป็นวงจรที่มีการเคลื่อนไหวหลายทิศทาง แต่สุดท้ายก็นำไปสู่จุดหมายปลายทางอย่างใดอย่างหนึ่งที่ต้องการ เช่น การวางแผนการดำเนินการในเรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยมีการจัดระบบขั้นตอนตามลำดับดังตัวอย่างภาพประกอบ 31 Flowchart Diagram แสดงการวางแผนการพัฒนาบุคลากรต่อไป



ภาพประกอบ 31 Flowchart Diagram แสดงการวางแผนพัฒนาบุคลากร

การนำไปใช้

เอกลักษณ์ของแผนผังการดำเนินงาน คือ มักจะนำไปใช้เสนอเฉพาะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการวางแผน โดยมีกระบวนการตัดสินใจ กระบวนการดำเนินงานเป็นขั้นตอน ซึ่งการวางแผนการทำงานลงใน Flowchart จะช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดในแผนงานที่วางไว้อย่างชัดเจน และส่วนใหญ่จะนิยมกำหนดสัญลักษณ์ซึ่งเป็นกรอบข้อความคิด ดังภาพประกอบ 32



ภาพประกอบ 32 สัญลักษณ์ซึ่งเป็นกรอบข้อความคิด

ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรรถัย มูลคำ. 2545ค: 188

9. Matrix Diagram (แผนภาพแสดงความสัมพันธ์)

แผนภาพรูปแบบนี้ใช้แสดงข้อมูลที่เน้นถึงชนิดและความสัมพันธ์ที่สำคัญซึ่งกำหนดไว้เป็นแนวตั้งและแนวนอนซึ่งได้แก่ การเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง ความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผลหรือลำดับเวลา เป็นต้น โดยทั่วไปข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดจะถูกบรรจุอยู่ในตารางช่องสี่เหลี่ยม ทำให้สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ได้ชัดเจน ดังตัวอย่างตาราง 4 การจัดตารางเรียน

ตาราง 4 ตัวอย่างการจัดตารางเรียน

เวลา วัน	09.00 - 10.00	10.00 - 11.00	11.00 - 12.00	12.00 - 13.00	13.00 - 14.00	14.00 - 15.00	15.00 - 16.00
วันจันทร์							
วันอังคาร							
วันพุธ							
วันพฤหัสบดี							
วันศุกร์							

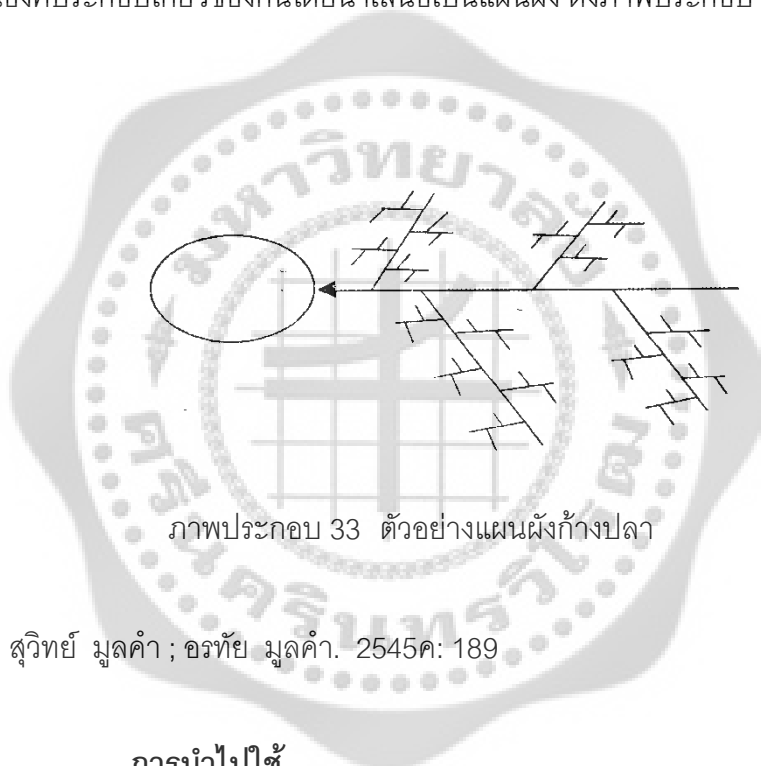
ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรรถัย มูลคำ. 2545ค: 188

การนำไปใช้

1. ใช้แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในลักษณะการเปรียบเทียบ ความคล้ายคลึง หรือความแตกต่างของข้อมูล หรือความเป็นเหตุเป็นผลซึ่งกันและกัน
2. ใช้ในการวางแผนการปฏิบัติงาน เช่น ตารางปฏิบัติงาน ตารางการฝึกอบรม เป็นต้น

10. Fishbone Map (แผนผังก้างปลา)

เป็นแผนผังที่นำเสนอข้อมูลที่มีประเด็นปัญหาหลักแล้วเสนอสาเหตุหรือผลต่างๆ ที่เป็นองค์ประกอบเกี่ยวข้องกันโดยนำเสนอเป็นแผนผัง ดังภาพประกอบ 33



ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 189

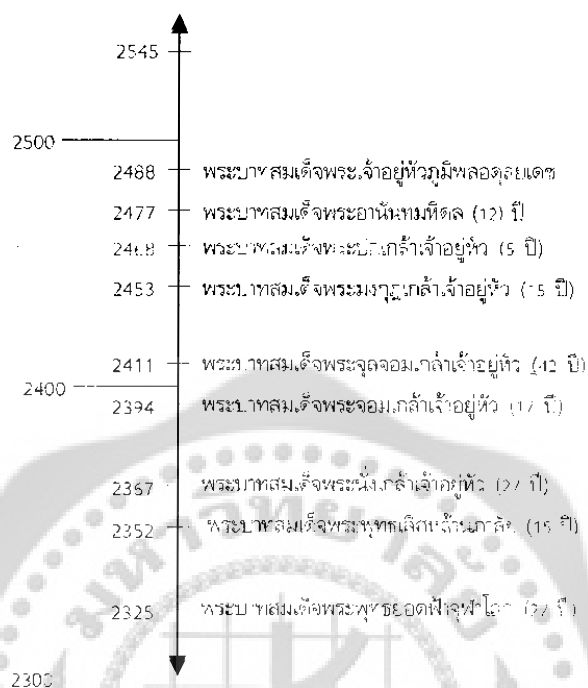
การนำไปใช้

ใช้แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เสนอเป็นสาเหตุและผลต่างๆ ในแต่ละด้าน เช่น ใช้สำหรับการแก้ปัญหาโดยวิเคราะห์หาสาเหตุและผล หรือวิธีการแก้ปัญหา เป็นต้น

11. Interval Graph หรือ Time line (แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ต่างๆ) แผนภาพรูปแบบนี้สามารถใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ต่างๆ ตามลำดับเวลา โดยกำหนดช่วงสเกลของระยะเวลา ซึ่งอาจเป็นปี เดือน สัปดาห์ วัน ชั่วโมง อย่างไรก็ดี สำหรับระยะห่างของแต่ละสเกลเป็นเท่าไรก็ได้ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูล แต่ทุกช่วงของสเกลนั้นจะต้องกำหนดเท่าๆ กัน จากนั้นก็บันทึกข้อมูลที่เป็นเหตุการณ์เรื่องราวลงไปตามระยเวลานั้นๆ ซึ่งแผนภาพชนิดนี้มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Time line ดังภาพประกอบ 34

Interval Graph

แผนภูมิ แสดงลำดับการสืบสันตติวงศ์พระมหากษัตริย์สมัยกรุงรัตนโกสินทร์



ภาพประกอบ 34 ตัวอย่างแผนภูมิแสดงลำดับการสืบสันตติวงศ์พระมหากษัตริย์สมัยกรุงรัตนโกสินทร์

ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรรถัย มูลคำ. 2545ค: 190

การนำไปใช้

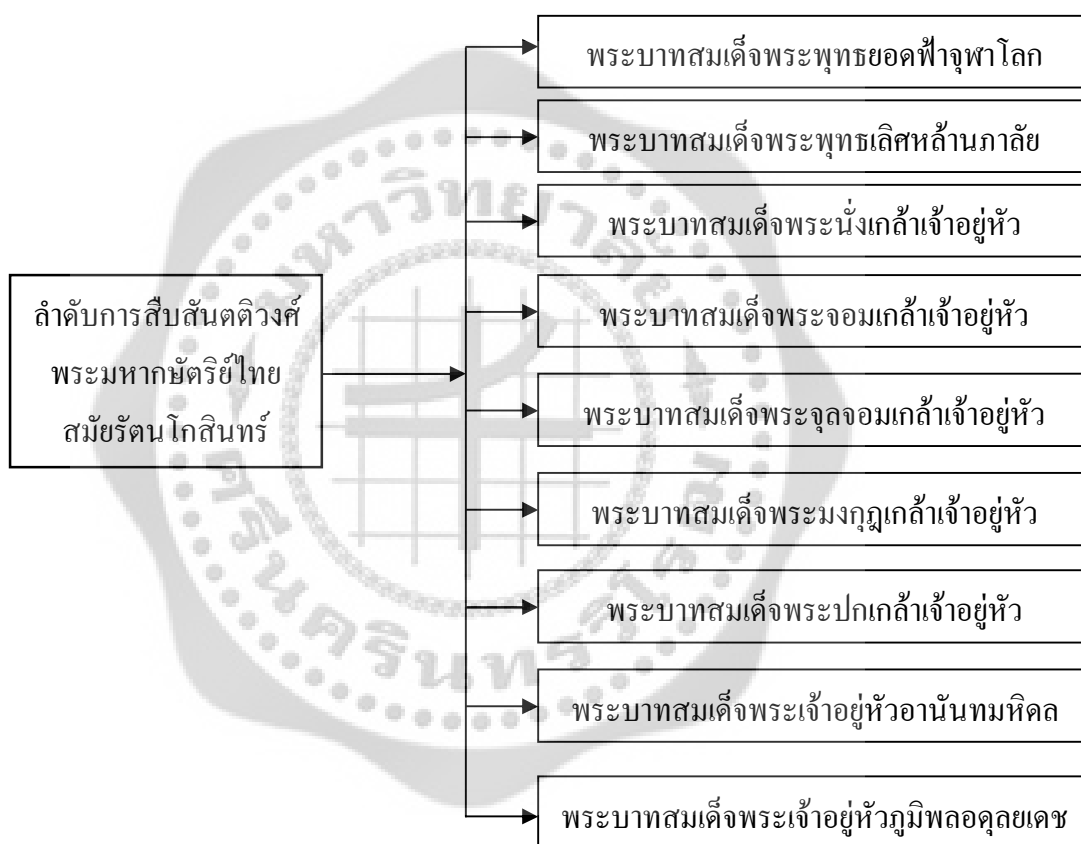
1. ใช้แสดงการจัดลำดับข้อมูลต่างๆ ตามระยะเวลา/ช่วงเวลาที่เกิดขึ้น
2. ใช้แสดงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันระหว่างข้อมูลที่เป็นเหตุการณ์เรื่องราวกับระยะเวลาที่เกิดขึ้น
3. ใช้แสดงเปรียบเทียบเหตุการณ์หรือสถานการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาเดียวกัน

12. Order Graph, Events Chain (แผนภาพแสดงลำดับเหตุการณ์)

แผนภาพรูปแบบนี้เป็นแผนภาพที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ต่างๆ ตามลำดับเวลาคล้ายคลึงกับ Interval Graph หรือ Time line แต่แตกต่างกันในส่วนที่ Order Graph ไม่ได้นำข้อมูลด้านระยะเวลามาแสดงให้เห็นเป็นสเกล ดังภาพประกอบ 35

ตัวอย่าง Order Graph

แผนภูมิ แสดงลำดับการสืบสันตติวงศ์พระมหากษัตริย์สมัยกรุงรัตนโกสินทร์



ภาพประกอบ 35 แผนภูมิแสดงลำดับการสืบสันตติวงศ์พระมหากษัตริย์สมัยกรุงรัตนโกสินทร์

ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค: 191

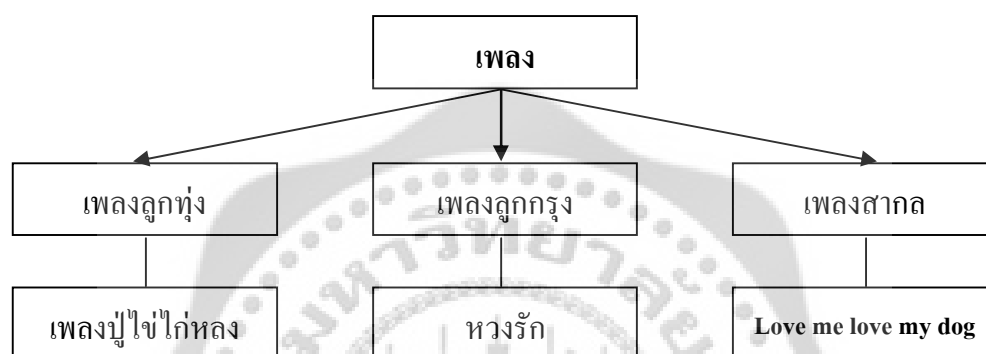
การนำไปใช้

ใช้แสดงการเรียงลำดับข้อมูลโดยสัมพันธ์กับก่อนหลัง ระยะเวลา หรือเป็นกระบวนการ ขั้นตอนหรือสัมพันธ์กันในลักษณะต่างๆ

13. Classification Map (ผังความสัมพันธ์แบบจำแนกประเภท)

ผังรูปแบบนี้เหมาะกับข้อเขียนแบบพรรณนาโวหาร จะแสดงถึงความสัมพันธ์ของหัวเรื่อง ตัวอย่าง คุณสมบัติ/คุณลักษณะ โดยหัวเรื่องที่กล่าวถึงจะอยู่บนสุด ตัวอย่างและคุณสมบัติหรือรายละเอียดสนับสนุนจะโยงลงมาข้างล่างในหัวเรื่องนั้นๆ ดังภาพประกอบ

36



ภาพประกอบ 36 ผังความสัมพันธ์แบบจำแนกประเภท

ที่มา : สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. 2545ค : 192

การนำไปใช้

ใช้สำหรับแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นแบบจำแนกประเภทจะประกอบด้วยหัวเรื่อง ตัวอย่างและรายละเอียดสนับสนุนตามลำดับ ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับแผนผังแสดงความสัมพันธ์แบบโครงสร้างต้นไม้ (Tree Structure)

จากที่นักการศึกษาทั้งต่างประเทศและในประเทศหลายท่านได้แบ่งประเภทของแผนผังมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันไป ซึ่งสรุปประเภทของแผนผังมโนทัศน์ออกเป็น 14 ชนิด ดังนี้

1. แผนผังมโนทัศน์แบบใยแมงมุม (Spider maps) หรือแผนผังมโนทัศน์ชนิดกระจายออก (Point Grouping)
2. แผนผังมโนทัศน์แบบลูกโซ่ (Chain Maps) หรือแบบสายงาน (Flow Chart) หรือแผนภูมิแบบขั้นบันได (Descending Ladder or Time Ladder Map)

3. แผนผังมโนทัศน์แบบเรียงลำดับ (Hierarchy Maps) หรือแผนผังมโนทัศน์ชนิดปลายเปิด (Open Grouping) หรือแผนภูมิโครงสร้างต้นไม้ (Tree Structure) หรือแผนผังมโนทัศน์ความสัมพันธ์แบบจำแนกประเภท (Classification Map)

4. แผนผังมโนทัศน์แบบระบบ หรือวงจร หรือวัฏจักร (Systems or Cycle Concept Map) หรือแผนผังมโนทัศน์ชนิดปิด หรือปิดล้อมวง (Closed Grouping)

5. แผนผังมโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยงข้ามชุด (Linked Grouping)

6. แผนผังมโนทัศน์ชนิดผสม

7. แผนผังมโนทัศน์หรือมโนภาพ (Concept Map)

8. แผนที่ความคิด (Mind Map or Mind Mapping)

9. แผนภูมิเวนน์ (Venn Diagram)

10. แผนผังแสดงลำดับขั้นตอนการดำเนินการ (Flowchart Diagram)

11. แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ (Matrix Diagram)

12. แผนผังก้างปลา (Fishbone Map)

13. แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ต่างๆ (Interval Graph or Time Line)

14. แผนภาพแสดงลำดับเหตุการณ์ (Order Graph or Events Chain)

4.4 องค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์

ในการสร้างแผนผังมโนทัศน์นั้น เราจะต้องรู้ถึงส่วนประกอบที่สำคัญของแผนผัง เพื่อจะได้สร้างแผนผังมโนทัศน์ให้ครบถ้วนและชัดเจน ซึ่งนักการศึกษาทั้งต่างประเทศและในประเทศไทยท่านได้อธิบายถึงองค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์ไว้ดังต่อไปนี้

โนแวก(Novak. 1991: 45-46) ได้กล่าวไว้ว่า แผนผังมโนทัศน์ประกอบด้วยส่วนประกอบสำคัญ 4 ส่วน ได้แก่

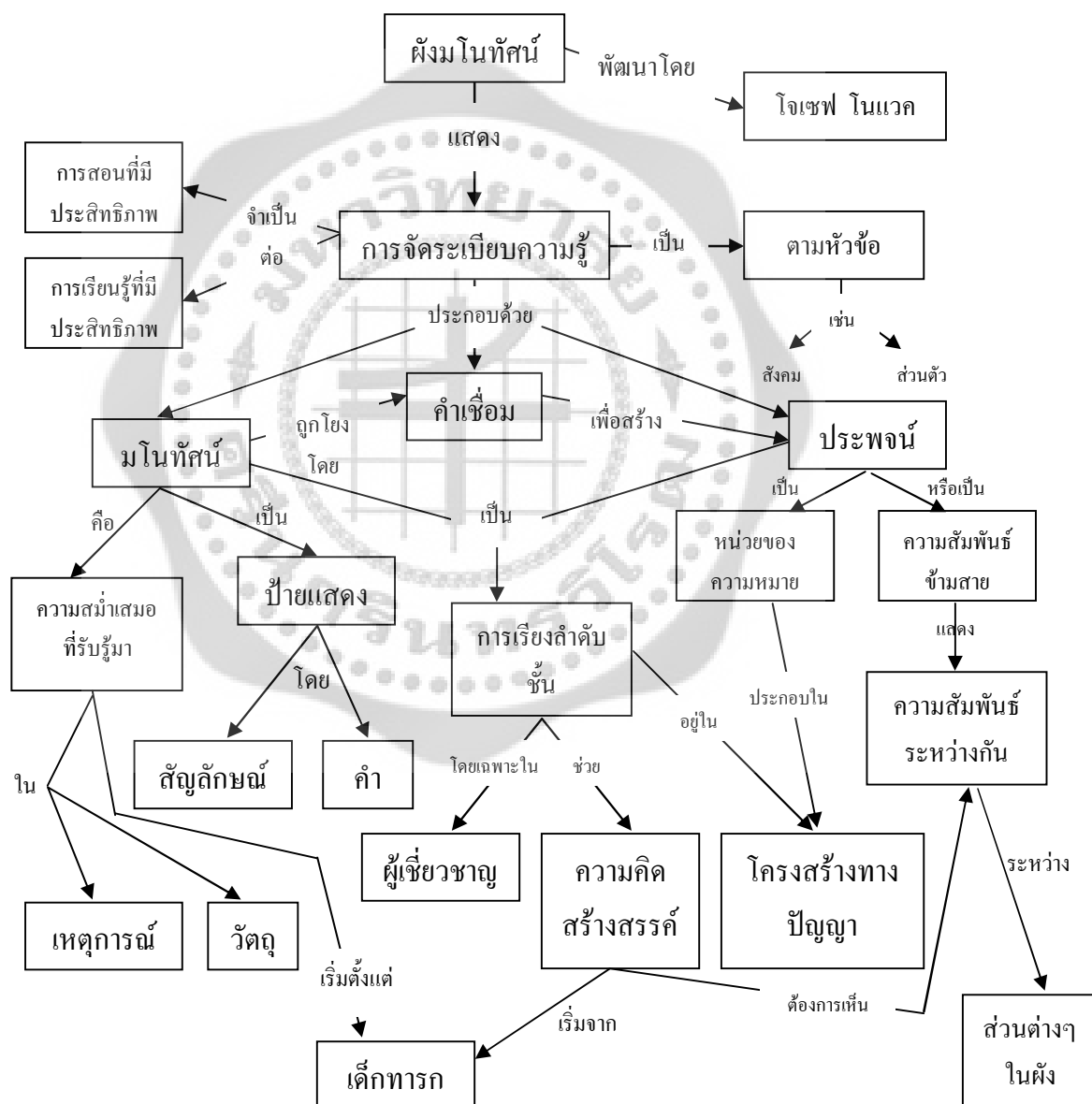
1. มโนทัศน์ (Concept) เป็นความสม่าเสมอที่มีอยู่ในเหตุการณ์ หมายถึง สิ่งใดก็ตาม ที่บังเกิดขึ้นหรือถูกทำให้บังเกิดขึ้น หรือวัตถุต่างๆ ซึ่งหมายถึง สิ่งใดก็ตามซึ่งมีอยู่ และอาจสังเกตได้และตราไว้ให้เป็นที่ยอมรับกันด้วย “ คำพูด ”

2. ความสัมพันธ์ (Relationship) หรือการเชื่อมโยงระหว่างประพจน์ (Prepositional Linkages)

3. ลำดับชั้น (Hierarchy) เป็นการจำแนกความแตกต่างของมโนทัศน์ โดยแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกันของมโนทัศน์ที่กว้างกว่าจะอยู่ในลำดับที่สูงกว่ามโนทัศน์ที่แคบและเฉพาะเจาะจงกว่า

4. การเชื่อมโยงตามแนวขวาง (Cross-Links) การเชื่อมโยงมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกัน

ส่วนประกอบทั้ง 4 ส่วนนี้ สามารถแสดงได้ตามภาพประกอบ 37



ภาพประกอบ 37 ผังมโนทัศน์ที่แสดงส่วนประกอบและอธิบายความหมายของผังมโนทัศน์

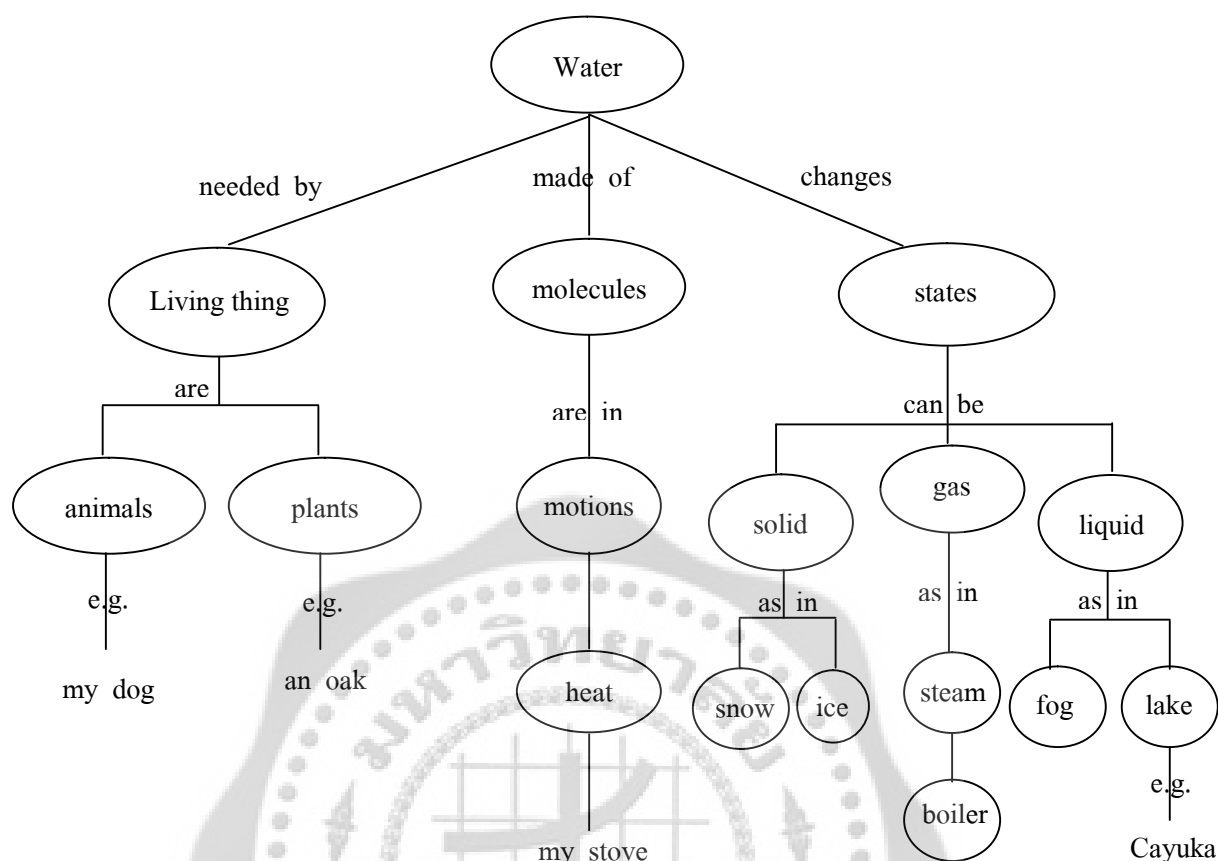
บาร์ดี ; บาร์เทล (รุ่งนภา ทศานนท์. 2544 ; อ้างอิงจาก Barody ; Bartels.

2000) ได้กล่าวไว้ว่า แผนผังมโนทัศน์มีส่วนประกอบที่สำคัญอยู่ 3 ส่วน คือ

1. ชื่อมโนทัศน์ (Concept names) เป็นชื่อมโนทัศน์ของเรื่องที่จะนำมาสร้างผังมโนทัศน์นั้นๆ โดยจะเขียนชื่อมโนทัศน์ไว้ในกรอบรูปร่างใดก็ได้
2. เส้นเชื่อมโยงความสัมพันธ์ (Linking lines) เป็นเส้นที่ลากเชื่อมกันระหว่างมโนทัศน์สองมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กัน โดยอาจจะไม่มีหรือมีหัวลูกศรก็ได้
3. คำหรือวลีที่แสดงความสัมพันธ์ (Linking phrases) เป็นคำ วลี หรือประโยคที่เขียนไปตามเส้นเชื่อมโยงความสัมพันธ์เพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์สองมโนทัศน์ใดๆ

อัญชลี ตนานนท์ และคณะ (2542: 6) ได้กล่าวว่า แผนภูมิมโนทัศน์นั้นเป็นการสร้างเครือข่ายทางความคิดที่พัฒนาขึ้นโดย Joseph D. Novak โดยอาศัยกรอบทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของ David P. Ausubel (Meaningful Learning Theory) และมีองค์ประกอบหลักของแผนภูมิมโนทัศน์มี 3 อย่างด้วยกัน คือ

1. คำมโนทัศน์ (Concept Words) เป็นคำที่ใช้แทนมโนทัศน์ (Concepts) หมายถึง คำที่เป็นลักษณะประจำของเหตุการณ์หรือวัตถุ มักมีลักษณะเป็นคำนาม ดังตัวอย่างในภาพประกอบ 38 ตัวอย่างเรื่อง น้ำ



ภาพประกอบ 38 แผนภูมิโน้ตส์ตัวอย่างเรื่อง น้ำ

จากภาพประกอบ 38 ข้างต้น จะเห็นว่าทุกคำโน้ตส์จะนิยมเขียนไว้ในวงรีหรือวงกลม ชนิดของคำโน้ตส์ตามแนวคิดของ Moreira ซึ่งแยกออกเป็น

1.1 คำโน้ตส์หลัก (Main Concept Word) เป็นคำที่แสดงเหตุการณ์ประจำหรือวัตถุที่เขียนไว้ตอนบนสุดของแผนภูมิโน้ตส์ จะมีความหมายครอบคลุมคำโน้ตส์รอง คำโน้ตส์ย่อย คำโน้ตส์เฉพาะ และตัวอย่าง

1.2 คำโน้ตส์รอง (Sub-Concept Word) เป็นคำที่แสดงเหตุการณ์ประจำ หรือวัตถุที่เขียนไว้ถัดลงมาจากคำโน้ตส์หลักในแผนภูมิ จะมีความหมายครอบคลุมคำโน้ตส์ย่อย คำโน้ตส์เฉพาะ และตัวอย่าง

1.3 คำโน้ตส์ย่อย (Small Concept Word) เป็นคำที่แสดงเหตุการณ์ประจำ หรือวัตถุที่เขียนไว้ถัดลงมาจากคำโน้ตส์รองในแผนภูมิ จะมีความหมายครอบคลุมคำโน้ตส์เฉพาะและตัวอย่าง

1.4 คำโน้ตศัพท์เฉพาะ (Specific Concept word) เป็นคำที่แสดงเหตุการณ์ประจำ หรือวัตถุที่เขียนไว้ติดลงมาจากคำโน้ตศัพท์ย่อยในแผนภูมิ จะมีความหมายครอบคลุมตัวอย่าง

1.5 ตัวอย่าง

2. เนื้อความ (Propositions) หมายถึง เนื้อความที่เกิดจากความสัมพันธ์อันมีความหมายระหว่างคำโน้ตศัพท์ต่างๆ (Novak & Gowin. 1984 : 17) ซึ่งต้องมีคำโน้ตศัพท์อย่างน้อยสองคำ และคำเชื่อมที่ใช้เชื่อมคำโน้ตศัพท์เข้าด้วยกัน

3. ลำดับการลดหลั่นของคำโน้ตศัพท์ คือ การที่คำโน้ตศัพท์หนึ่งมีความหมายรวมอยู่ใต้คำโน้ตศัพท์อีกคำหนึ่งซึ่งครอบคลุมกว้างขวางกว่า ในการลดหลั่นนี้คำโน้ตศัพท์ที่มีลักษณะทั่วไปหรือครอบคลุมมากที่สุดจะอยู่ตอนบนสุดของแผนภูมิ (Novak & Gowin. 1984 : 17) ในขณะที่คำโน้ตศัพท์ที่มีครอบคลุมน้อยกว่าจะอยู่ในตอนล่างๆ ของแผนภูมิ และคำโน้ตศัพท์ที่ครอบคลุมน้อยที่สุดจะอยู่ตอนล่างสุดของแผนภูมิ ซึ่งจากแผนภูมิเรื่อง น้ำ คำโน้ตศัพท์ที่อยู่บนสุด คือ คำว่า “water” ส่วนคำที่อยู่ล่างสุดมีหลายคำ เช่น “my dog”, “an oak”, “my stove”, “boiler” และ “Cayuka”

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายถึงองค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์นั้นสามารถสรุปได้ดังนี้ องค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์มีส่วนประกอบ 3 ส่วน ได้แก่

1. ชื่อโน้ตศัพท์หรือคำโน้ตศัพท์ เป็นชื่อ/คำโน้ตศัพท์ที่จะนำมาใช้สร้างแผนผังมโนทัศน์ โดยเขียนไว้ในกรอบรูปแบบใดก็ได้
2. เส้นเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ เป็นเส้นที่ลากเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์อย่างน้อยสองมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน โดยเส้นเชื่อมโยงอาจจะมีทิศทางเดียว หรือสองทิศทาง หรือหลายทิศทางก็ได้
3. คำหรือวลีที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเส้นเชื่อมโยง เป็นคำหรือวลีหรือประโยคที่เขียนไปตามเส้นเชื่อมโยง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคำโน้ตศัพท์นั้นๆ โดยคำหรือวลีหรือประโยคจะต้องมีความหมาย

4.5 การสร้างแผนผังมโนทัศน์

นักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการสร้างแผนผังมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

แมคโดนัล (McDonald. 1959: 105) มีความคิดเห็นว่า การสร้างมโนทัศน์นั้นนักเรียนจะต้องผ่านกระบวนการดังต่อไปนี้

1. สามารถแยกแยะ (Discrimination) คือ นักเรียนจะต้องสามารถแยกความแตกต่างได้ เช่น แยกอ้าวออกจากแม่น้ำ มหาสมุทร หรืออื่นๆ ได้ก่อน

2. สามารถสรุปครอบคลุม (Generalization) คือ นักเรียนจะต้องนึกถึงลักษณะของสิ่งนั้น และสามารถเชื่อมโยงให้เข้ากับสิ่งอื่นๆ ได้ เช่น เชื่อมโยงอ่าวที่เรียนกับอ่าวอื่นๆ ได้

โลเวล (Lovell. 1966: 12-13) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน คือ การรับรู้ (Perception) การย่อ (Abstraction) การสรุป (Generalization) การย่อเป็นสิ่งสำคัญในการสร้างมโนทัศน์ ได้แก่ ลักษณะเด่นที่ร่วมกันของวัตถุ หรือเหตุการณ์ในสิ่งแวดล้อมนั้นๆ นักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ก็ต่อเมื่อ นักเรียนสามารถแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น จากนั้นสามารถสรุปครอบคลุมในลักษณะที่ร่วมกันของสิ่งที่ค้นพบได้

ออสูเบล (Ausubel. 1968: 517) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งเร้าได้
2. สร้างสมมติฐานที่เกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งเร้าเหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นในสถานการณ์หนึ่ง
4. เลือกสมมติฐานที่สามารถครอบคลุมสิ่งเร้าที่มีลักษณะบางประการร่วมกัน
5. จัดลักษณะของสิ่งเร้าที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน ให้มาสัมพันธ์กับระบบการคิดที่มีอยู่เดิมแล้วในโครงสร้างของความคิด
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่รับมาใหม่กับมโนทัศน์ที่มีอยู่แล้ว เพื่อหาความสัมพันธ์กัน
7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม
8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสมมาใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่รับมาใหม่

โนแวก ; และคนอื่นๆ (Novak ; et al. 1983: 625-645) ยังได้เสนอแนะการสร้างแผนผังมโนทัศน์ไว้ 3 วิธี ดังนี้

1. ชี้แนะนักเรียนให้เห็นมโนทัศน์ทั้งหมด แล้วให้นักเรียนทำแผนผังมโนทัศน์ทั้งหมด โดยให้มโนทัศน์ที่ครอบคลุมอยู่ด้านบนสุด แล้วค่อยๆ ลดลำดับเป็นมโนทัศน์รอง จนถึงมโนทัศน์ที่เฉพาะเจาะจง ที่เป็นตัวอย่าง โดยนักเรียนต้องหาคำเชื่อมด้วยตัวเอง

2. ให้นักเรียนวิเคราะห์หรือออกมาว่า อะไรคือมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องในรายวิชา แล้วสร้างแผนผังมโนทัศน์ตามลำดับมโนทัศน์

3. ไม่มีเนื้อหาเรื่องราวเกี่ยวกับมโนทัศน์ แต่ให้นักเรียนทำแผนผังมโนทัศน์ตามความรู้เดิมของแต่ละคน ตามหัวข้อเฉพาะ

โนแวก ; โกวิน (จิราภรณ์ ทัพชัย. 2547: 17-26 ; อ้างอิงจาก Novak ; Gowin. 1984) ได้เสนอยุทธวิธีในการสร้างแผนผังมโนทัศน์กับนักเรียนตั้งแต่เกรด 7 ถึงระดับอุดมศึกษาไว้ ดังนี้

1. กิจกรรมการเตรียมเพื่อสร้างแผนผังมโนทัศน์

1.1 ทำรายการคำ 2 รายการบนกระดานหรือบนเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ ใช้รายการคำที่คุ้นเคยสำหรับวัตถุรายการหนึ่ง และรายการเหตุการณ์อีกรายการหนึ่ง ตัวอย่างเช่น คำที่แสดงวัตถุอาจเป็น รถยนต์ สุนัข แก้ว ตันไม้ เมฆ หนังสือ และคำที่แสดงเหตุการณ์อาจเป็น ฝนตก การเล่น การล้าง การคิด ฟาร์อง งานเลี้ยงวันเกิด แล้วให้นักเรียนบอกความแตกต่างของคำทั้ง 2 ชุด และช่วยให้นักเรียนบอกได้ว่าชุดแรกเป็นวัตถุ ส่วนชุดหลังเป็นเหตุการณ์

1.2 ให้นักเรียนอธิบายถึงสิ่งที่ตนคิดถึง เมื่อเวลาได้ยินคำว่า รถยนต์ สุนัข ฯลฯ ครูช่วยอธิบายให้นักเรียนเห็นว่าถึงแม้ว่าเราจะใช้คำเดียวกัน แต่บุคคลแต่ละคนอาจคิดถึงสิ่งที่มีความแตกต่างกันบ้าง ภาพที่เกิดขึ้นในสมองสำหรับคำเหล่านี้คือ “มโนทัศน์” แล้วอธิบายความหมายของมโนทัศน์

1.3 ทำกิจกรรมในขั้นที่ 2 ซ้ำอีกโดยใช้คำที่แสดงเหตุการณ์ชี้ให้เห็นอีกครั้งหนึ่งถึงความแตกต่างของภาพที่เกิดขึ้นในสมอง ครูน่าจะอภิปรายว่าเหตุการณ์หนึ่งที่เรามีปัญหาในการเข้าใจซึ่งกันและกัน บางทีอาจจะเป็นเพราะมโนทัศน์ของเราไม่เหมือนกัน แม้ว่าเราจะรู้จักคำเดียวกัน จึงทำให้เกิดมโนทัศน์แตกต่างกัน

1.4 เขียนรายการคำ เช่น เป็น ที่ไหน นั่น คือ แล้ว ด้วย และถามนักเรียนว่าเกิดภาพอะไรขึ้นในใจเมื่อได้ยินคำเหล่านี้ คำเหล่านี้มิใช่คำที่แสดงมโนทัศน์ เราเรียกคำเหล่านี้ว่า คำเชื่อม และเราใช้คำเหล่านี้ทั้งในการเขียนและการพูด เพื่อสร้างประโยคซึ่งมีความหมาย

1.5 ครูอธิบายคำวิสามานยนาม ว่าไม่ใช่คำที่แสดงมโนทัศน์แต่เป็นชื่อเฉพาะของคน เหตุการณ์ หรือวัตถุ และครูยกตัวอย่างเพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นความแตกต่าง ระหว่างคำที่เป็นชื่อเฉพาะในเหตุการณ์หรือวัตถุกับคำที่แสดงมโนทัศน์ เช่น ชื่อคน ชื่อสถานที่

1.6 ใช้คำแสดงมโนทัศน์ 2 คำ และคำเชื่อมมาสร้างประโยคสั้น 2 – 3 ประโยคบนกระดานเพื่ออธิบายให้เห็นว่าคำแสดงมโนทัศน์รวมกันเข้ากับคำเชื่อม ตามที่มนุษย์เราใช้กันอยู่นั้นสามารถสื่อความหมาย ตัวอย่างเช่น สุนัขกำลังวิ่ง ท้องฟ้ามีเมฆ

1.7 ให้นักเรียนสร้างประโยคสั้นๆ ขึ้นเอง พร้อมกับขีดบอกคำที่แสดงมโนคติ และบอกด้วยว่า คำแต่ละคำนั้นเป็นวัตถุหรือเหตุการณ์ นอกจากนี้ให้ขีดบอกคำเชื่อมด้วย

1.8 ให้คำใหม่ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เช่น ห้าม โหม คร่ำ คำเหล่านี้แสดงมโนคติที่มีความพิเศษเฉพาะเจาะจง ครูอธิบายให้นักเรียนเห็นว่าความหมายของมโนคติเหล่านี้อาจเปลี่ยนแปลงได้เมื่อเรียนมากขึ้น

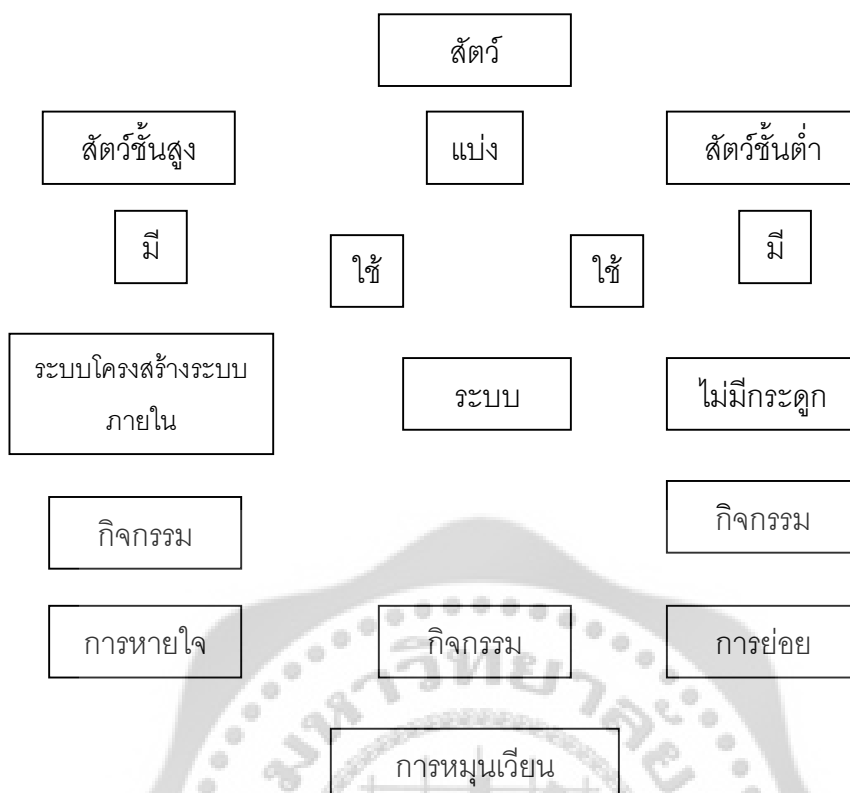
1.9 เลือกตอนใดตอนหนึ่งในหนังสือ (ประมาณหนึ่งหน้า) เลือกตอนที่มีสาระสำคัญชัดเจน และทำสำเนาแจกนักเรียน ให้นักเรียนทั้งชั้นอ่านแล้วขีดบ่งมโนคติที่สำคัญและคำเชื่อมหรือคำแสดงมโนคติที่เป็นชื่อเฉพาะ

2. กิจกรรมการสร้างแผนผังมโนคติ

2.1 เลือกย่อหน้าที่มีความหมายเป็นพิเศษหนึ่งหรือสองย่อหน้าจากหนังสือเรียนหรือหนังสืออื่นๆ ให้นักเรียนอ่าน แล้วเลือกมโนคติที่สำคัญ อันได้แก่ มโนคติต่างๆ ซึ่งจำเป็นสำหรับการเข้าใจความหมายในบทอ่าน เขียนรายการมโนคติเหล่านี้ลงบนกระดาน หรือบนเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะขณะที่นักเรียนขีดบอกมโนคติเหล่านั้น จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายว่ามโนคติใดสำคัญที่สุด มโนคติใดมีความหมายกว้างที่สุดและครอบคลุมมโนคติในบทอ่านที่สุด

2.2 เขียนมโนคติที่ครอบคลุมมากที่สุดไว้ที่หัวเรื่อง แล้วเรียงลำดับมโนคติที่กว้างไปสู่แคบ ซึ่งนักเรียนอาจจะเรียงไม่ตรงกัน ทำให้เห็นความหมายจากในบทอ่านต่างๆ กันไป

2.3 เริ่มการสร้างแผนผังมโนคติ โดยใช้รายการที่จัดลำดับแล้วเป็นเครื่องชี้นำในการสร้างระดับความลดหลั่นของมโนคติ ให้นักเรียนช่วยในการเลือกคำเชื่อมที่ดีเพื่อสร้างประโยคที่แสดงไว้โดยเส้นต่างๆ บนแผนผัง หรืออีกวิธีหนึ่งที่จะให้นักเรียนปฏิบัติในการสร้างแผนผังมโนคติ ก็คือ ให้นักเรียนเขียนคำแสดงมโนคติและคำเชื่อมลงบนกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แล้วจัดสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ใหม่ จนกระทั่งได้แผนผังมโนคติที่เหมาะสม ดังภาพประกอบ 39



ภาพประกอบ 39 แสดงแผนกระดาศสี่เหลี่ยมที่เคลื่อนย้ายได้สำหรับสร้างผังมโนคติ

ที่มา : จิราภรณ์ ทัพชัย. 2547: 19 ; อ้างอิงจาก Novak & Gowin. 1984

2.4 พิจารณาคำเชื่อมระหว่างมโนคติในตอนหนึ่งของผัง และมโนคติในส่วนอื่นๆ ของสาขา และให้นักเรียนช่วยกันเลือกคำเชื่อมสำหรับใช้กับเส้นโยงข้าม

2.5 แผนผังมโนคติที่ใช้ความพยายามเขียนขึ้นในครั้งแรก อาจจะไม่สมมาตรดีนัก ซึ่งจะต้องมีการปรับเปลี่ยนจะช่วยให้มีความหมายที่ชัดเจนขึ้น ช้ให้นักเรียนเห็นว่าอย่างน้อยการเขียนใหม่สักสองหรือสามครั้ง อาจจำเป็นที่จะแสดงให้เห็นการแสดงความหมายที่ดีขึ้น ในขณะที่นักเรียนเกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

2.6 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับเกณฑ์ที่ใช้ในการให้คะแนนแผนผังมโนคติ แล้วให้คะแนนแผนผังมโนคติที่สร้างขึ้น พร้อมทั้งชี้ให้เห็นจุดที่ควรเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับปรุง

2.7 ให้นักเรียนเลือกบางส่วนของตำราเรียนหรือหนังสืออื่นๆ แล้วดำเนินการตามขั้นตอน 1 – 6 ด้วยตนเองหรือเป็นกลุ่ม 2 – 3 คน

2.8 เสนอแผนผังที่นักเรียนสร้างขึ้นโดยเขียนบนกระดานหรือเครื่องฉายภาพข้ามศีรษะแล้วให้นักเรียนที่เป็นผู้สร้างอ่านแผนผังมโนคติและอธิบายให้เพื่อนในชั้นฟัง จะทำให้เกิดความชัดเจนมากขึ้น

2.9 ให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนคติเกี่ยวกับสิ่งที่สนใจ เช่น งานอดิเรก กีฬา ฯลฯ ซึ่งอาจจะติดไว้ที่ฝาผนังห้อง แล้วให้มีการวิจารณ์ระหว่างผู้สนใจกัน

2.10 รวบรวมคำถามจากการสร้างแผนผังมโนคติ แล้วใส่ไว้ในการทดสอบหลังเรียนเพื่อแสดงให้เห็นว่าแผนผังมโนคติเป็นกระบวนการประเมินผลที่สามารถแสดงถึงความเข้าใจเนื้อหาวิชาต่างๆ ได้

3. เกณฑ์สำหรับประเมินแผนผังมโนคติ ในกรณีที่ครูจะใช้แผนผังมโนคติเพื่อทดสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียน จำเป็นต้องมีเกณฑ์ในการให้คะแนนอย่างเป็นระบบ โดยพิจารณาจากลักษณะโครงสร้างของแผนผังมโนคติที่สร้างขึ้นมาอย่างถูกต้องเป็นสำคัญ ดังนี้

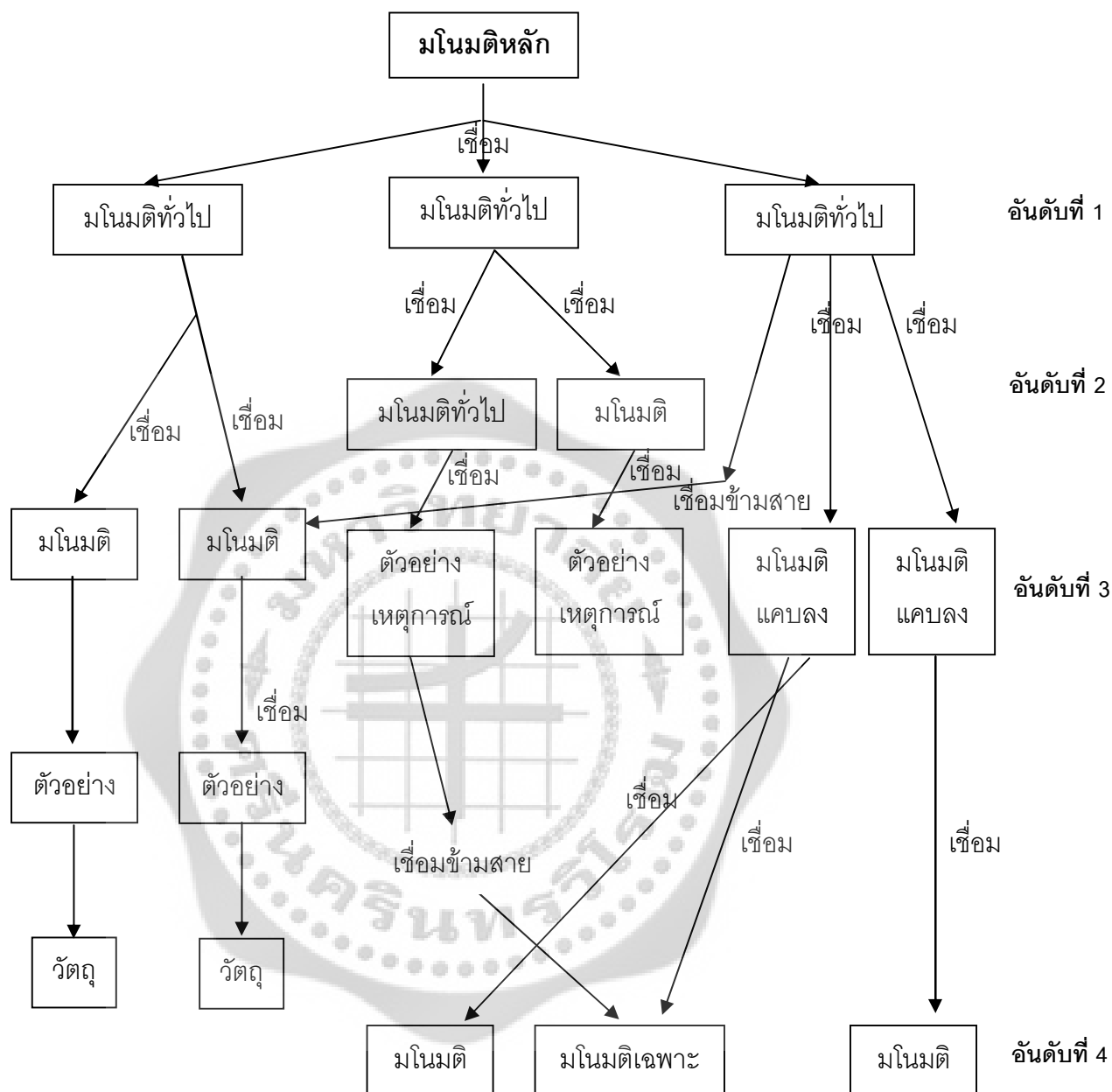
3.1 ให้ 1 คะแนน สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างคำมโนคติที่เชื่อมโยงด้วย
เส้นและคำเชื่อมโยงที่สมเหตุสมผล

3.2 ให้ 5 คะแนน สำหรับแต่ละลำดับที่มโนคติที่เฉพาะเจาะจงและมีความกว้างน้อยกว่ามโนคติที่อยู่ลำดับแรก ตามลักษณะลดหลั่นกันลงมาอย่างสมเหตุสมผล

3.3 ให้ 10 คะแนน สำหรับการเชื่อมโยงข้ามชุดของมโนคติที่มีความสัมพันธ์อย่างสมเหตุสมผล ให้ 2 คะแนน สำหรับการเชื่อมโยงข้ามชุดแต่ละชุดซึ่งเที่ยงตรง แต่ไม่แสดงถึงการสังเคราะห์ระหว่างชุดมโนคติหรือข้อความที่สัมพันธ์กัน

3.4 ตัวอย่างวัตถุหรือเหตุการณ์เฉพาะให้แต่ละ 1 คะแนน

3.5 เกณฑ์ในการให้คะแนนอาจสร้างขึ้นใหม่ได้ขึ้นอยู่กับสิ่งที่นำมาสร้างแผนผังมโนคติ อาจแบ่งคะแนนเป็นส่วนๆ และนำมาเปรียบเทียบกันโดยทำเป็นคะแนนร้อยละ นักเรียนบางคนอาจจะทำได้ดีกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ทำให้ได้คะแนนมากกว่า 100% ก็ได้ ดังภาพประกอบ



คะแนนสำหรับแบบจำลอง

ความสัมพันธ์ (คำเชื่อม) (สมเหตุสมผล)	=	14
ระดับความลดหลั่น (สมเหตุสมผล)	4×5	= 20
เชื่อมข้ามสาย (สมเหตุสมผล)	10×2	= 20
ตัวอย่าง (สมเหตุสมผล)	4×1	= 4
	รวม	= 58

ภาพประกอบ 40 ตัวอย่างผังมโนมติและการให้คะแนนแผนผังมโนมติ

ที่มา : จิราภรณ์ ทัพซาย. 2547: 21 ; อ้างอิงจาก Novak ; Gowin. 1984

อัลท์ (Ault. 1985: 38-44) ได้เสนอแนะวิธีสร้างแผนผังมโนทัศน์ตามแนวเส้นที่เชื่อมโยงได้อย่างมีความหมาย

ขั้นที่ 1 การเลือกเรื่องที่จะสร้างแผนผังมโนทัศน์ อาจนำมาจากตำรา สมุดจด คำบรรยาย คำอธิบายก่อนการปฏิบัติการ เริ่มจากการอ่านข้อความอย่างน้อย 1 ครั้ง แล้วระบุมโนทัศน์ที่สำคัญโดยขีดเส้นใต้คำหรือประโยคที่สำคัญ ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุหรือเหตุการณ์ แล้วลอกมโนทัศน์เหล่านั้นลงในแผ่นกระดาษเล็กๆ เพื่อสะดวกในการจัดความสัมพันธ์

ขั้นที่ 2 จัดลำดับ นำมโนทัศน์ที่สำคัญซึ่งได้เขียนลงในแผ่นกระดาษเล็กๆ แล้วมาจัดลำดับมโนทัศน์ที่มีความกว้างไปสู่มโนทัศน์ที่มีความเฉพาะเจาะจง

ขั้นที่ 3 จัดกลุ่ม นำมโนทัศน์มาจัดกลุ่มเข้าด้วยกัน โดยมีเกณฑ์ 2 ข้อ คือ

- จัดกลุ่มมโนทัศน์ที่อยู่ในระดับเดียวกัน
- จัดกลุ่มมโนทัศน์ที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างใกล้ชิด

ขั้นที่ 4 จัดระดับ เมื่อจัดกลุ่มมโนทัศน์แล้วนำมโนทัศน์ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันมาจัดระบบตามลำดับความเกี่ยวข้อง ซึ่งในขั้นนี้ยังสามารถเปลี่ยนแปลงได้หรืออาจหามโนทัศน์อื่นๆ มาเพิ่มเติมได้อีก

ขั้นที่ 5 เชื่อมมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กัน เมื่อจัดระบบมโนทัศน์ที่สำคัญแล้ว นำมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กันมาเชื่อมโยงกัน โดยการลากเส้นเชื่อมโยงกัน และมีคำเชื่อมระบุความสัมพันธ์ไว้ทุกเส้น และหลังจากใส่คำเชื่อมแล้วจะสามารถอ่านได้เป็นประโยค เส้นที่เชื่อมโยงนี้อาจเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ชุดเดียวกันหรือเชื่อมโยงระหว่างชุดของมโนทัศน์ที่ต่างกันก็ได้

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534: 111) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการเรียนรู้มโนทัศน์ดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มต้นจากการได้รับประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็นและได้สัมผัสมาก่อน
2. จากประสบการณ์เดิมผู้เรียนจะนำความรู้นั้นมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ
3. ผู้เรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้น
4. ตั้งสมมติฐานว่าความรู้มโนทัศน์นั้นคืออะไร
5. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น
6. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการ

ร่วมกัน หากปรากฏว่าถูก ก็คงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกต และคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกต้อง ก็คงสมมติฐานนั้นไว้

หลักการสร้างแผนผังมโนทัศน์ของนักการศึกษาที่ได้อธิบายไว้นั้น สรุปได้ว่า เริ่มแรกเราควรที่จะเลือกเรื่องที่จะสร้างแผนผังมโนทัศน์ก่อน แล้วนำคำมโนทัศน์ที่สำคัญมาแยกแยะให้อยู่ในกลุ่มความสัมพันธ์เดียวกัน จากนั้นนำมาจัดลำดับคำมโนทัศน์ที่มีความสำคัญมากที่สุดลดหลั่นลงมาเรื่อยๆ แล้วจึงเขียนเส้นเชื่อมโยงกัน และมีกลุ่มคำ/วลีระบุความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ไว้ทุกเส้น เชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กัน

4.6 การให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์

ในการสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์ มีนักการศึกษาและนักวิจัยหลายท่านได้สร้างแนวทางไว้โดยมีรายละเอียด ดังนี้

โนแวก ; โกวิน (ทัตมณี ชูขวัญ. 2548: 22 ; อ้างอิงจาก Novak ; Gowin. 1984) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแผนผังมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

1. ประพจน์ (propositions) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง 2 มโนทัศน์ที่เชื่อมกันโดยคำเชื่อมมีความหมายที่สมเหตุสมผลและตรงกับความสัมพันธ์หรือไม่ ถ้ามีความหมายแต่ละข้อความที่แสดงความสัมพันธ์จะได้คะแนน 1 คะแนน
2. การจัดลำดับขั้นตอน (hierarchy) ในแผนผังมโนทัศน์มีการจัดลำดับหรือไม่ แต่ละมโนทัศน์ที่อยู่รองลงมาเป็นมโนทัศน์ที่เฉพาะเจาะจง และมีความกว้างขวางน้อยกว่ามโนทัศน์ที่อยู่ลำดับแรกๆ ให้คะแนน 5 คะแนนของทุกระดับที่จัดลำดับได้สมเหตุสมผล
3. การเชื่อมระหว่างมโนทัศน์ (cross link) มีการเชื่อมโยงกันระหว่างสายของมโนทัศน์หรือไม่ ถ้ามีการเชื่อมโยงอย่างสมเหตุสมผลและมีนัยสำคัญให้คะแนน 10 คะแนน และให้คะแนน 2 คะแนน ถ้าเชื่อมคำสมเหตุสมผลแต่ไม่ได้แสดงการสังเคราะห์ระหว่างชุดของมโนทัศน์หรือข้อความที่เกี่ยวข้องกัน การเชื่อมโยงระหว่างสายของมโนทัศน์สามารถชี้ให้เห็นความสามารถในการคิดสร้างสรรค์และต้องระมัดระวังเป็นพิเศษในการให้คะแนน การให้คำเชื่อมที่เกิดความคิดสร้างสรรค์ควรจะได้คะแนนพิเศษ

4. ตัวอย่าง (example) นักเรียนยกตัวอย่างของเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ที่สร้างขึ้นได้ถูกต้องจะได้คะแนนตัวอย่าง 1 คะแนน

บอล์ท (ทัตมณี ชูขวัญ. 2548: 22–23 ; อ้างอิงจาก Bolte. 1999) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบฮอลิสติก (holistic scoring) โดยแต่ละแผนผังมโนทัศน์มีคะแนนเต็ม 10 คะแนน

โดยให้คะแนนของการจัดแผนผังมโนทัศน์ (organization) 6 คะแนน ความถูกต้อง (accuracy) 4 คะแนน ดังนี้

การจัดแผนผังมโนทัศน์ (organization) เป็นการตรวจสอบการจัดกลุ่มมโนทัศน์และการเชื่อมโยงให้คะแนน คือ

6 คะแนน แสดงได้ถึงความสมบูรณ์ของแผนผัง มีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สื่อความหมายถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ได้ลึกซึ้ง สร้างความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มของมโนทัศน์ได้อย่างชัดเจน ใช้คำเชื่อมได้อย่างเหมาะสม และเพิ่มมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กับแผนผังเข้าไปได้อย่างถูกต้อง

5 คะแนน แสดงความเข้าใจของการเชื่อมโยงได้ลึกซึ้ง สร้างความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ได้ชัดเจน ใช้มโนทัศน์ที่กำหนดให้ทุกมโนทัศน์

4 คะแนน แสดงถึงความเข้าใจของการเชื่อมโยงได้แต่ไม่ลึกซึ้ง สร้างความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ได้ไม่ค่อยชัดเจน มีบางมโนทัศน์ที่กำหนดให้แต่ไม่มีในแผนผังมโนทัศน์

3 คะแนน แสดงถึงความเข้าใจเพียงบางส่วนเท่านั้น เชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ไม่ชัดเจน มีมโนทัศน์หลายมโนทัศน์ที่กำหนดให้แต่ไม่มีในแผนผังมโนทัศน์

2 คะแนน แสดงถึงความเข้าใจได้เล็กน้อย เชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ไม่ชัดเจนมาก จัดกลุ่มมโนทัศน์ไม่ถูกต้อง ขาดมโนทัศน์หลักหลายมโนทัศน์

1 คะแนน แสดงถึงความเข้าใจได้น้อยมาก ใช้คำเชื่อมไม่ถูกต้อง ไม่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ไม่ถูกต้อง ขาดมโนทัศน์หลักหลายคำ

0 คะแนน ไม่แสดงถึงความเข้าใจ แสดงความสัมพันธ์ไม่ได้เลย ใช้คำเชื่อมไม่ถูกต้องเลย

ความถูกต้อง (accuracy) เป็นการตรวจสอบความชัดเจนและความผิดพลาดหรือความเข้าใจมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ให้คะแนนดังนี้

4 คะแนน ไม่ผิดพลาดเลย

3 คะแนน ผิดในรายละเอียดเล็กน้อย

2 คะแนน คลาดเคลื่อนเล็กน้อยและเป็นการคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์รอง

1 คะแนน คลาดเคลื่อนในมโนทัศน์หลัก

0 คะแนน ไม่ถูกต้องเลย หรือคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์หลักหลาย

มโนทัศน์

จากข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การตรวจให้คะแนนของแผนผังมโนทัศน์มีหลายวิธี ซึ่งในการนำไปใช้ก็ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาและรูปแบบของแผนผังมโนทัศน์ โดยผู้ประเมินสามารถนำเกณฑ์การให้คะแนนที่กล่าวมาข้างต้นนี้มาประยุกต์สร้างเป็นเกณฑ์ของตนเองได้

4.7 หลักการสอนแผนผังมโนทัศน์

การที่จะสอนให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างเข้าใจใช้เพียงแต่ว่าผู้สอนจะอธิบายเนื้อหาหน้าชั้นเรียนให้ผู้เรียนได้ฟังหรือเขียนเนื้อหาบนกระดานให้ผู้เรียนจดตามเท่านั้น ยังมีวิธีการสอนอีกมากมายที่จะนำมาใช้ร่วมกับวิธีเดิมที่ผู้สอนใช้อยู่เพื่อที่จะให้ผู้เรียนได้เข้าใจอย่างชัดเจน ซึ่งมีวิธีการสอนอยู่วิธีหนึ่ง นั่นคือ วิธีการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์ โดยมีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายขั้นตอนการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์ ดังนี้

ดี เซคโก (De Cecco, 1968: 402-416) ได้เสนอขั้นตอนในการสอนมโนทัศน์ไว้ 9 ขั้นตอน ดังนี้

1. ระบุพฤติกรรมที่คาดหวังให้ชัดเจนว่า หลังจากการเรียนรู้มโนทัศน์แล้วนักเรียนจะทำอะไรได้บ้าง
2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะ ครูควรลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง เน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยการจัดลำดับเป็นหมวดหมู่ให้ผู้เรียนได้เข้าใจง่ายขึ้น
3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย และเข้าใจความหมายได้อย่างถูกต้อง
4. เสนอดตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้สังเกตและศึกษา โดยตัวอย่างทางลบและตัวอย่างทางบวกต้องมีมากเพียงพอที่จะทำให้สามารถสรุปลักษณะของมโนทัศน์นั้น และจำแนกลักษณะที่ไม่เกี่ยวข้องของมโนทัศน์นั้นออกไปได้
5. เสนอดตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบที่ละอย่าง ในเวลาใกล้เคียงหรือพร้อมกัน
6. เสนอดตัวอย่างทางบวกใหม่ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนให้นักเรียนพิจารณาเพื่อต้องการให้นักเรียนหาข้อสรุปจากความคิดทั่วไปและตอบสนองสิ่งเร้าใหม่ได้
7. เสนอดตัวอย่างใหม่ๆ ทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่าง มาให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างทางบวกหรือเกี่ยวข้องเท่านั้น
8. ให้นักเรียนให้คำจำกัดความของมโนทัศน์นั้น

9. ให้โอกาสนักเรียนได้ใช้มโนทัศน์ที่เรียนมาแล้ว และเสริมแรงให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์นั้นๆ

โนแวก ; โกวิน (Novak ; Gowin. 1984) ได้แนะนำแนวคิดและขั้นตอนการสร้างแผนผังมโนทัศน์แก่นักเรียนในระดับเกรด 3 – 7 โดยจัดกิจกรรมการเตรียมเพื่อเขียนแผนผังมโนทัศน์ดังนี้

1. แบ่งคำออก เป็นสองจำพวกบนกระดานดำหรือบนเครื่องฉายข้ามศีรษะ โดยใช้กลุ่มคำที่คุ้นเคย สำหรับ “วัตถุ” และ “เหตุการณ์” ตัวอย่างเช่น

คำที่เป็นวัตถุ ได้แก่ กา สุนัข เมฆ ต้นไม้ หนังสือ ฯลฯ

คำที่เป็นเหตุการณ์ ได้แก่ ฝนตก การเล่น อาบน้ำ ฟาแลบ งานวันเกิด

ฯลฯ อธิบายว่าทั้งสองจำพวกต่างกันอย่างไร

2. ให้นักเรียนอธิบายว่านักเรียนจะคิดถึงอะไร เมื่อได้ยินคำว่า กา สุนัข ต้นไม้ ฯลฯ โดยครูช่วยนักเรียนจำแนกเพื่อสร้างภาพในใจ แนะนำให้รู้จักมโนทัศน์

3. ทำกิจกรรมซ้ำในขั้นตอนที่ 2 โดยใช้คำที่เป็นเหตุการณ์ ซึ่งให้เห็นความแตกต่างในภาพในใจของเหตุการณ์ของมโนทัศน์อีกครั้งหนึ่ง โดยครูอาจจะแสดงให้เห็นจริง เหตุผลอย่างหนึ่ง คือ อาจเกิดความยุ่งยากในการทำความเข้าใจในบางสิ่งที่มีมโนทัศน์ของแต่ละคนต่อสิ่งต่างๆ อาจไม่เหมือนกัน แม้จะเป็นคำๆ เดียวกัน

4. จัดกลุ่มคำ เช่น “ดังนี้ ที่ไหน เป็น ด้วย อยู่ คือ” ถ้ามักเรียนว่าคิดอย่างไร เมื่อได้ยินคำเหล่านี้ ซึ่งเรียกว่า “คำเชื่อม” ซึ่งเราใช้ในการพูด การเขียน โดยอธิบายว่าคำเชื่อมจะใช้ร่วมกับคำที่เป็นมโนทัศน์ในการสร้างประโยคที่มีความหมาย

5. คำวิสามานยนามไม่เป็นมโนทัศน์ แต่เป็นชื่อเฉพาะของบุคคล เหตุการณ์ สถานที่ หรือวัตถุ โดยครูชี้ให้นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างคำที่เป็นเหตุการณ์ วัตถุ และวิสามานยนาม

6. ใช้คำที่เป็นมโนทัศน์ 2 คำ และคำเชื่อมสร้างประโยคข้อความสั้นๆ บนกระดานดำ เพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นว่าวิธีการสร้างมโนทัศน์ด้วยคำเชื่อมเพื่อแสดงความหมาย เช่น สุนัขกำลังวิ่ง มีเมฆบนท้องฟ้า

7. ให้นักเรียนสร้างประโยคสั้นๆ ด้วยตนเอง ด้วยมโนทัศน์ที่คล้ายๆ กันโดยใช้คำที่เป็นวัตถุ หรือเหตุการณ์ และคำเชื่อมที่เหมือนกัน

8. แนะนำคำสั้นๆ และไม่คุ้นเคยให้นักเรียนในห้อง เช่น ร้ายกาจ รวบรวม หรือ ดาวสุนัข ซึ่งมีบางคำที่เราเรียนรู้มโนทัศน์แล้วบางส่วน แต่มีความหมายต่างไป ครูควรช่วยให้นักเรียนมองเห็นวิธีการให้ความหมายว่ามักไม่คงที่ แต่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อเราเรียนรู้มากขึ้น

9. เลือกตอนใดตอนหนึ่งในตำราเรียน ให้นักเรียนบันทึกคำที่เป็นมโนทัศน์และคำเชื่อม หลังจากนั้นจึงจัดกิจกรรมการเขียนแผนผังมโนทัศน์ โดยได้เสนอตามลำดับดังต่อไปนี้

9.1 ให้นักเรียนจัดอันดับมโนทัศน์ที่ค้นพบ จากมโนทัศน์ที่เป็นมโนทัศน์หลัก มโนทัศน์รอง และมโนทัศน์เฉพาะอย่าง แล้วช่วยกันสร้างมโนทัศน์ลงบนกระดานดำ

9.2 สำหรับการบ้านควรเลือกตอนอื่นจากตำรา แล้วให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์ โดยแบ่งให้นักเรียน 2 – 3 คนรับผิดชอบเรื่องเดียวกัน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกัน ซึ่งจะช่วยให้การสร้างแผนผังมีประสิทธิภาพและมีการอภิปรายเพื่อปรับปรุง

9.3 แสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ โดยใช้คำหรือข้อความเชื่อมระหว่างมโนทัศน์

9.4 สร้างแผนผังมโนทัศน์ซ้ำ เพื่อปรับปรุงแผนผังให้ประณีต ชัดเจน และกะทัดรัด มีการปรับปรุง ผูกฝนให้การทำหลายๆ ครั้งเพื่อหาข้อบกพร่อง

9.5 หลังจากนักเรียนทำแผนผังมโนทัศน์เสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูลงแนะนำวิธีการให้คะแนน และให้นักเรียนลองให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์ของตนเอง

9.6 ดำเนินการอภิปรายในห้องเรียน ดังนี้

- พิจารณาความหมายของมโนทัศน์ วัตถุ เหตุการณ์ คำวิสามานยนาม และคำเชื่อม
- นึกถึงสิ่งที่เป็นมโนทัศน์ เช่น สก๊อตน้ำแข็ง ภูเขาไฟระเบิด

ความสามารถสูง ฯลฯ

- อภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดเรื่อง เราจะสามารถเรียนรู้อย่างมีความหมายมากที่สุด

- ชี้แนะให้นักเรียนเห็นว่า แผนผังมโนทัศน์ที่สร้างตามลำดับความสำคัญจะช่วยจำแนกมโนทัศน์ที่เฉพาะสู่มโนทัศน์ที่กว้างกว่า

- ชี้ให้เห็นความสัมพันธ์ตามขวาง และการเชื่อมตามแนวขวางบนแผนผังมโนทัศน์ ทำให้ความหมายได้รับการยอมรับ และทำให้เกิดมโนทัศน์หลัง

- อภิปรายเรื่อง เกณฑ์ในการให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์

9.7 อภิปรายเกี่ยวกับความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการเรียนแผนผังมโนทัศน์ บทบาทหน้าที่ในการเรียนและการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

ลาสเลย์ ; แมทซินสกี (อัมพร ม้าคะนอง. 2547: 64 ; อ้างอิงจาก Lasley ;

Matczynski. 1997) ได้นำเสนอโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ซึ่งโมเดลนี้เป็นโมเดลการพัฒนาแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โมเดลประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่สร้าง ข้อมูลอาจมาจากผู้เรียน ผู้สอน หรือจากทั้งผู้เรียนและผู้สอน ผู้สอนต้องทำหน้าที่กลั่นกรองว่าข้อมูลที่ได้นี้ เป็นสิ่งที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์หรือไม่ และเพียงพอหรือยัง หรือสิ่งใดที่ต้องการเพิ่มเติม สิ่งใดควรตัดออก

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) ในขั้นนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง ผู้สอนต้องเตือนผู้เรียนให้นิยามหรืออธิบายให้เห็นว่า ใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการการจัดกลุ่ม เพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภของข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูล que ผู้เรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่ม และดูว่าผู้เรียนคิดอย่างไรในกระบวนการจำแนก โดยให้ผู้เรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและผู้เรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้อง การอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริง และความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่างๆ ของข้อมูล ผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของผู้เรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆ ที่อยู่ประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือสรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายของความสัมพันธ์ต่างๆ การดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

นาคยา ปิณฑนนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ ซึ่งมี 2 แบบ คือ การสอนแบบนิรนัย (Deductive) และการสอนแบบอุปนัย (Inductive)

การสอนแบบนิรนัย (Deductive)

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้ผู้เรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
4. ให้ผู้เรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้

5. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบอุปนัย (Inductive)

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่ผู้เรียน
2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและตัวอย่างใดที่ไม่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน
3. ให้ผู้เรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้น ให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้
4. ให้ผู้เรียนสรุปอธิบาย ความหมาย ของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นว่า หมายความว่าอย่างไร

พรรรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 423-426) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนในการสอนมโนทัศน์ ดังนี้

1. กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อเรียนมโนทัศน์ใดแล้วจะทำอะไรได้บ้าง เช่น เรียนเรื่องสัตว์บก สามารถแยกสัตว์บกออกจากสัตว์ต่างๆ
2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียน ถ้ามโนทัศน์ที่จะเรียนมีหลายลักษณะพยายามลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง โดยเน้นลักษณะที่เด่นและสำคัญ โดยจัดลำดับเป็นหมวดหมู่เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจยิ่งขึ้น
3. ใช้สื่อทางภาษาให้เข้าใจชัดเจนในการสอนหรือแนะนำให้สังเกตลักษณะร่วมที่เด่น การใช้ภาษาเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนมโนทัศน์ผู้เรียนจะต้องรู้จักคำต่างๆ มากมาย
4. ตัวอย่างที่นำมาให้ดูควรเป็นตัวอย่างที่ถูกและตัวอย่างที่ผิดควบคู่กันไป จะได้ผลดีกว่าตัวอย่างที่ถูกอย่างเดียวหรือผิดอย่างเดียว เช่น การสอนมโนทัศน์ของนก ก็ยกตัวอย่างที่เป็นนกชนิดต่างๆ เช่น นกแก้ว นกขุนทอง นกเอี้ยง ฯลฯ ตัวอย่างที่ไม่ใช่ชนก คือ แมลง ผีเสื้อ ฯลฯ
5. ให้ดูตัวอย่างต่างๆ ทั้งทางบวกและทางลบต่อเนื่องกันไป แต่ให้ตัวอย่างทางลบก่อนแล้ว ตามด้วยตัวอย่างทางบวก จะช่วยให้เรียนรู้มโนทัศน์ง่ายขึ้น
6. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามตอบได้และให้กำลังใจเสริมแรงทุกครั้ง ถือว่าการเสริมแรงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนมโนทัศน์
7. พยายามให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่เรียนไปแล้วด้วย คำพูดของตนเอง

จากหลักการสอนแผนผังมโนทัศน์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้นสรุปได้ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
2. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะเรียน ผู้สอนควรจัดมโนทัศน์ให้เป็นหมวดหมู่เพื่อเป็น

ตัวอย่างให้ผู้เรียนสังเกตก่อน จากนั้นให้ผู้เรียนช่วยกันจัดมโนทัศน์พร้อมกับผู้สอน โดยใช้ภาษาที่เข้าใจชัดเจนในการอธิบาย พร้อมทั้งเสนอตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบหลายๆ ตัวอย่างมาให้ผู้เรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์นั้น

3. เขียนเส้นเชื่อมโยง เชื่อมโยงคำมโนทัศน์ 2 คำที่สัมพันธ์กัน และผู้สอนสร้างกลุ่มคำหรือวลีหรือประโยคข้อความสั้นๆ เขียนระบุไว้กับเส้นเชื่อมโยงเพื่อเป็นตัวอย่างก่อน จากนั้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมสร้างกลุ่มคำหรือวลีหรือประโยคด้วยตนเอง

4. เมื่อผู้เรียนเข้าใจหลักการสร้างแผนผังมโนทัศน์แล้ว ผู้สอนควรให้ผู้เรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์ซ้ำอีกครั้งเพื่อให้เข้าใจชัดเจนขึ้น โดยให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องที่เรียนอยู่ในขณะนั้น ซึ่งอาจให้ผู้เรียนแบ่งกลุ่ม 2 – 3 คน สร้างแผนผังมโนทัศน์เรื่องเดียวกัน

5. เมื่อผู้เรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์และปรับปรุงให้มีประสิทธิภาพแล้ว ผู้สอนควรแนะนำวิธีการให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์และควรให้ผู้เรียนได้อภิปรายในชั้นเรียน หลังจากนั้นก็ให้ผู้เรียนลองให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์ของตนเองและของเพื่อนกลุ่มอื่นๆ

6. ให้ผู้เรียนอภิปรายเกี่ยวกับความรู้สึกของผู้เรียนที่มีต่อการเรียนการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์

7. ครูสรุปถึงความสำคัญของการใช้แผนผังมโนทัศน์ที่จะช่วยจำแนกมโนทัศน์ให้มีระเบียบและถูกต้องมากขึ้น

4.8 ประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์

การสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์มีประโยชน์มากมายทั้งกับผู้สอนและผู้เรียน ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์ดังต่อไปนี้

โนแวก ; โกวิน (Novak ; Gowin. 1984: 41-54) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์ ดังต่อไปนี้

1. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสำรวจความรู้พื้นฐานของนักเรียน โดยใช้สำรวจความรู้ที่นักเรียนมีมาก่อนเพื่อนำไปใช้ในการเตรียมการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน
2. ใช้แผนผังมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่างๆ ที่อยู่ในความคิดของนักเรียน ซึ่งจะทำให้ทราบว่านักเรียนกำลังคิดอะไร และกำลังจะคิดทำอะไรเพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ คล้ายกับการเดินทางโดยใช้แผนที่
3. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสรุปความหมายจากตำรา ซึ่งจะทำให้ประหยัดเวลาในการอ่านครั้งต่อไป และไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการอ่าน
4. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสรุปความหมาย จากการทำปฏิบัติการใน

ห้องปฏิบัติการหรือในการปฏิบัติภาคสนาม แผนผังมโนทัศน์จะเป็นแนวทางให้นักเรียนว่าควรจะทำอย่างไรบ้าง สังเกตสิ่งใดบ้างเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่วางไว้

5. ใช้แผนผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมือในการจัดบันทึกต่างๆ ในการวงกลมรอบมโนทัศน์หลักหรือข้อความสำคัญ แล้วนำมาสร้างเป็นกรอบมโนทัศน์จะทำให้จดจำได้ง่าย และกรอบมโนทัศน์จะทำให้จับใจความสำคัญได้ทั้งๆ ที่เป็นข้อความหรือเรื่องที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

6. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการวางแผน การเขียนรายงาน หรือการบรรยาย อัลท์ (Ault, 1985: 42) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการเตรียมการสอน ซึ่งจะช่วยบูรณาการเนื้อหาวิชา
 2. ต่างๆ เข้าด้วยกัน
 2. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการวางแผนประเมินหลักสูตร
 3. ใช้แผนผังมโนทัศน์เป็นแนวทางในการกำหนดประเด็นที่จะอภิปราย จะทำให้ครอบคลุมประเด็น
 4. ใช้แผนผังมโนทัศน์เป็นแนวทางในการทำปฏิบัติการทดลอง จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและปฏิบัติการทดลองได้ตามวัตถุประสงค์
 5. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการจดใจความสำคัญจากตำราเรียน จะทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น
 6. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการตอบข้อสอบแทนการเขียนตอบ
- มนัส บุญประกอบ (2533: 26-27) ได้กล่าวถึงประโยชน์ไว้หลายประการพอสรุปได้ดังนี้

1. ใช้เพื่อการวางแผนเตรียมการ เช่น การจัดทำพัฒนาหลักสูตร หน่วยการเรียนรู้ บทความ การเขียนเค้าโครงของเรื่องเพื่อเขียนตำราทางวิชาการ เนื่องจากแผนผังมโนทัศน์จะแสดงให้เห็นภาพรวมได้อย่างชัดเจนรวดเร็ว
2. ใช้เป็นเครื่องมือในการทำวิจัยทางการศึกษาได้อย่างหนึ่ง เช่น โจเซฟ ดีโนแคว และ ดี บ็อบ โกวิน ได้ใช้แผนผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมืออันสำคัญ เพื่อศึกษาและวิจัยการเรียนรู้ในห้องเรียนของนักเรียนทุกระดับชั้นตั้งแต่อนุบาลจนถึงอุดมศึกษา
3. ใช้เป็นเสมือนแผนที่แสดงเส้นทางการเรียนรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง
4. ใช้สรุปบทเรียนหรือสรุปความหมายเชิงมโนทัศน์ที่ได้รับจากการอ่าน ตำราเรียน บทความ วารสาร นิตยสาร
5. ใช้ประเมินผลหรือสำรวจความเข้าใจบทเรียนของนักเรียน โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน

สมาน ลอยฟ้า (2542: 5) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์ ดังนี้

1. แผนผังมโนทัศน์ช่วยให้โครงสร้างของการจัดบันทึกในรูปแบบเดิมเปลี่ยนไปอยู่ในรูปของโครงสร้างแบบ 2 มิติ
2. แผนผังมโนทัศน์ที่ดีจะแสดงให้เห็นถึงเค้าโครงของเนื้อหาของเรื่องนั้นๆ โดยแสดงให้เห็นถึงข้อมูลและแนวคิดที่มีความสัมพันธ์กันในรูปของกราฟฟิก
3. การบันทึกด้วยรูปแบบนี้มีความกระชับ และกะทัดรัดกว่าการบันทึกในรูปแบบเดิม ผู้เรียนจะเห็นข้อมูลเกี่ยวกับเรื่องนั้นทั้งหมดบนกระดาษแผ่นเดียว เพราะปกติจะใช้กระดาษเพียงหน้าเดียวต่อการบันทึกหนึ่งเรื่อง
4. เป็นการบันทึกในรูปของบูรณาการ และข้อมูลไม่กระจัดกระจาย
5. เป็นการนำเสนอข้อมูลและโครงสร้างของเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ ให้เห็นได้ในภาพรวมทั้งหมดซึ่งนอกจากจะช่วยในการพัฒนาความเข้าใจในภาพรวมแล้ว ยังช่วยให้สามารถคิดหรือมองปัญหาที่ซับซ้อนได้อย่างทะลุปรุโปร่ง
6. สามารถทบทวนเนื้อหาได้อย่างรวดเร็ว และง่ายต่อการฟื้นฟูความรู้ใหม่ เนื่องจากใช้ถ้อยคำน้อยโดยเป็นการใช้คำหรือวลีที่แทนแนวคิด
7. ช่วยให้จดจำได้ง่ายและรวดเร็ว เนื่องจากเป็นการบันทึกด้วยสัญลักษณ์เชิงรูปภาพและมีรูปแบบที่แตกต่างกัน สำหรับผู้ที่มีปัญหาเกี่ยวกับความจำ การบันทึกด้วยรูปแบบนี้จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพด้านความจำด้วย เนื่องจากมีการเพิ่มเติมเส้น สี และสัญลักษณ์ที่มีความหมายลงไปในการเขียนแผนมโนทัศน์ด้วย
8. สามารถเพิ่มเติมข้อมูลใหม่ได้โดยไม่ต้องลบข้อมูลเดิมออก
9. การบันทึกด้วยรูปแบบนี้กล่าวกันว่า เกี่ยวข้องกับการใช้สติปัญญามากกว่าการจัดบันทึกในรูปแบบเดิมในแง่ของกระบวนการรับรู้ การจดจำ และการเชื่อมโยงข้อเท็จจริงต่างๆ

วิลพร ธนสุวรรณ (2543: 32) ได้กล่าวว่า แผนภูมิโนทัศน์เป็นกระบวนการคิดที่เป็นประโยชน์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้เกือบทุกวิชา นอกจากนี้แผนภูมิโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนเรียนรู้ด้วยความตั้งใจและมีความคงทนในการจำเรื่องที่อ่านหรือศึกษา

จากประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์สรุปได้ว่า วิธีการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์ เป็นการจัดข้อมูลให้เป็นระบบระเบียบมากขึ้น เพื่อช่วยให้เราสามารถจำข้อมูลที่สำคัญลงในสมองได้ง่ายและยาวนานขึ้น ซึ่งอาจใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสรุปความรู้จากตำรา หรือนำมาเป็นเครื่องมือในการวางแผนการปฏิบัติงานอื่นๆ หรือใช้ในการวางแผนการสอน ตลอดจนใช้ในการสำรวจความรู้ขั้นพื้นฐานของผู้เรียน และอาจใช้แผนผังมโนทัศน์ในการแสดงความคิดของผู้เรียนเอง ซึ่งจะทำให้ทราบว่าตนเองกำลังคิดอะไรหรือกำลังคิดจะทำอะไรอยู่ เพื่อที่ตนเองจะได้บรรลุตามเป้าหมายที่ตนวางไว้

4.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังมโนทัศน์

ผู้วิจัยได้ค้นคว้างานวิจัยอื่นๆ ที่สอดคล้องกับแผนผังมโนทัศน์ เพื่อที่ใช้ในการสนับสนุนงานวิจัยเรื่องนี้ ซึ่งมีงานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

บาร์เทลส์ (Bartels. 1995: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การทดสอบและการส่งเสริมการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับแผนผังมโนทัศน์ การศึกษานี้ทดสอบแนวทางของนักเรียนในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของการใช้แผนผังมโนทัศน์ซึ่งเหมือนกับเครื่องมือสำหรับการส่งเสริมความชัดเจนในการเชื่อมโยงระหว่างการสอน นักเรียน 19 คนในหลักสูตรการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาสร้างกลุ่มของแผนผังมโนทัศน์สำหรับ 5 หัวข้อในการเรียนหลักสูตรนี้ การวิเคราะห์นี้อธิบายได้ว่า แผนผังมโนทัศน์สร้างโดยการร่วมมือกันในกลุ่มและการอภิปรายของนักเรียนแสดงให้เห็นว่า 4 หัวข้อได้รับผลจากการเชื่อมโยงของนักเรียนที่ทำ : การรวมกันของความรู้ที่มีอยู่ก่อน ความชัดเจนและความถี่ของการเชื่อมโยง ความสอดคล้องในคำศัพท์และการนำเสนอ และการปรับปรุงของการเชื่อมโยง หัวข้ออภิปรายเหล่านี้ถูกพบการผสมผสานโดยผ่านความรู้ที่มีอยู่ก่อนของนักเรียน หนังสือเรียน การอภิปรายในห้อง และแผนผังมโนทัศน์ ความซับซ้อนในคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ถูกสอดแทรกในการสร้างการเชื่อมโยงของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเชื่อมต่อกับความรู้ที่มีอยู่ก่อนของพวกเขาเกี่ยวกับความคิดรวบยอด โดยเพิ่มเข้าไปเมื่อนักเรียนสังเกตแบบจำลองรูปร่างของเราคณิตสามมิติ พวกเขาทำการเชื่อมโยงได้ดีขึ้นตรงไปตรงมาที่แบบจำลองถูกอภิปรายได้อย่างเหมาะสม

กรูนาว (Grunow. 1998: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง การใช้แผนผังมโนทัศน์โดยโปรแกรมการพัฒนาอย่างเชี่ยวชาญถึงการประเมินและการเข้าใจของครูที่มากขึ้นใน เรื่อง จำนวนตรรกยะ การประเมินของความรู้เรื่อง จำนวนตรรกยะ ของครูถูกทำโดยการใช้แผนผังมโนทัศน์ซึ่งเป็นเครื่องมือหลักที่คัดเลือกแล้ว แผนผังมโนทัศน์เป็นการวัดการประเมินอย่างหนึ่งที่ทำให้แน่ใจในสิ่งที่ต้องการ การประเมินที่น่าเชื่อถือของประสบการณ์พัฒนาการอย่างเชี่ยวชาญ การออกแบบงานวิจัยใช้เป็นทั้งเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ ผู้มีส่วนร่วมออกแบบสร้างแผนผังมโนทัศน์ของการเข้าใจเรื่องจำนวนตรรกยะ การติดตามการสอน ผู้มีส่วนร่วมออกแบบแผนผังมโนทัศน์ถึงผลสะท้อนกลับของการเรียนรู้แล้ว การวิเคราะห์เชิงคุณภาพของแผนผังมโนทัศน์ได้บรรลุผลโดยการให้คะแนนแผนผังที่แสดงให้เห็นร่วมกันด้วยเกณฑ์แผนผังที่เชี่ยวชาญและการใช้คะแนนที่คล้ายคลึงกัน การวิเคราะห์เชิงปริมาณของแผนผังถูกใช้เทคนิคฮิสตริกถึงประสิทธิภาพทั้งหมดในการตัดสินใจ การทดสอบโดยการจัดตำแหน่งของวิลค็อกชันถูกใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้มาจากการให้คะแนนแผนผังมโนทัศน์ มีอยู่เรื่อง 3 เรื่องที่ถูกทดสอบ คือ (a) ความรู้ของความคิดรวบยอดและคำศัพท์ (b) ความรู้ของ

ความสัมพันธ์ทางความคิดรวบยอด (c) ความสามารถในการสื่อสารทางแผนผังมโนทัศน์ ผลลัพธ์ของการให้คะแนนในเรื่องทั้งหมดที่ได้นัยสำคัญทางสถิติมา การให้คะแนนแบบโฮลิสติกแสดงให้เห็นว่าประสิทธิภาพการมีส่วนร่วมที่ได้มาพิจารณาถึงการเข้าใจในเรื่อง จำนวนตรรกยะ จึงลงความเห็นว่าคุณรู้ของครูของเนื้อหาหลักมีนัยสำคัญทางสถิติมากขึ้นในประสบการณ์การพัฒนาอย่างเชี่ยวชาญถูกออกแบบถึงความก้าวหน้าที่สามารถกลายเป็นคนที่น่าเชื่อถือได้ในการพัฒนาให้สูงขึ้นของความรู้เนื้อหา และแผนผังมโนทัศน์สามารถเป็นหลักฐานการวัดที่เชื่อถือได้

สวอร์ธเฮาท์ (Swarthout. 2001: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง อิทธิพลของการใช้การสอนของแผนผังมโนทัศน์ในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความมั่นใจ ความเชื่อถือ และเจตคติของการบริการครูระดับประถมศึกษา ผู้มีส่วนร่วมในการศึกษานี้ประกอบด้วยนักเรียนที่สมัครเข้าหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับนักศึกษาปีที่ 1 คณิตศาสตร์สำหรับครูประถมศึกษาที่มหาวิทยาลัยรัฐโอไฮโอ ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่า มีนัยสำคัญทางสถิติในทางบวกบนตัวแปรของความมั่นใจ คะแนนความเชื่อถือทางความคิดรวบยอด และเจตคติทางคณิตศาสตร์ การใช้แผนผังมโนทัศน์เป็นเหมือนยุทธวิธีการสอนที่มีผลกระทบทางบวกต่อตัวแปรเหล่านี้ เมื่อการเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มปกติและกลุ่มที่ควบคุมใช้วัดการทดสอบหลังบทเรียน ไม่มีความแตกต่างทางนัยสำคัญทางสถิติบนตัวแปรที่น่าสนใจใดๆ ยกเว้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางวิชาคณิตศาสตร์ ความแตกต่างได้รับความสนับสนุนกับกลุ่มที่ควบคุมด้วยคะแนนค่าเฉลี่ยที่สูงมากในการสอบปลายภาคเรียน ผลสัมฤทธิ์ทางวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มจะมีความแตกต่างในการเริ่มต้นการเรียนแต่ไม่ได้วัดมาใช้และไม่ได้เปรียบเทียบความเป็นไปได้ การวัดค่าสัมประสิทธิ์ความสัมพันธ์ของเพียร์สันระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางวิชาคณิตศาสตร์และความเชื่อถือทางความคิดรวบยอดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นความแตกต่างทางนัยสำคัญทางสถิติสำหรับกลุ่มปกติ ($r = .30$) และกลุ่มควบคุม ($r = -.04$)

ยู (Yue. 2008: Abstract) ได้ศึกษาเรื่อง แผนผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมือการประเมินในวิชาคณิตศาสตร์ : การเปรียบเทียบการสัมภาษณ์เชิงวิเคราะห์ วิทยานิพนธ์นี้สำรวจหลักฐานของการประเมินแผนผังมโนทัศน์ของความรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยการทดสอบความสามารถในการเขียนแผนผังมโนทัศน์ในการทำนายการเข้าใจของความรู้ทางวิชาคณิตศาสตร์ที่แสดงบนการสัมภาษณ์เชิงวิเคราะห์ หัวข้อของวิทยานิพนธ์มาจากหลักสูตรพีชคณิตที่ปรับปรุงขึ้น ข้อมูลที่รวบรวมไว้ประกอบด้วยการสำเนาของการสัมภาษณ์เสียงลงในวิดีโอและการวาดแผนผังมโนทัศน์โดยนักเรียน แผนผังมโนทัศน์ถูกออกแบบถึงการสำรวจการเข้าใจของนักเรียนในความคิดรวบยอดทางวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชันและความชัน ความรู้เกี่ยวข้องกับผลการเรียนและการสัมภาษณ์ถูกจัดหมวดหมู่โดยผู้วิจัยและผู้วินิจฉัยที่เชี่ยวชาญ ดังนั้นหัวข้อในการอภิปรายจะปรากฏออกมาในผลการเรียนที่ถูกเปรียบเทียบกับสิ่งที่ปรากฏออกมาเหล่านั้นในแผนผังของนักเรียน การวิเคราะห์เชิง

คุณภาพภายใต้เงื่อนไขที่ชัดเจนว่าแผนผังมโนทัศน์จะไปยังลักษณะมากมายของความรู้ทางวิชาคณิตศาสตร์ที่ก่อนหน้านี้เป็นวิธีการสัมภาษณ์เชิงวิเคราะห์วิธีเดียวที่ใช้อย่างง่าย ผลลัพธ์เสนอแนะว่าเครือข่ายโครงสร้างแผนผังมโนทัศน์เป็นเทคนิคที่เหมาะสมมากสำหรับการทำเอกสารและการประเมินความรู้ทางวิชาคณิตศาสตร์เมื่อสัมพันธ์กับโครงสร้างที่ต่อเนื่อง โครงสร้างแผนผังมโนทัศน์จะใช้พิจารณาครูถึงการจำแนกและวินิจฉัยที่ดีระหว่างระดับที่แตกต่างกันของการเข้าใจทางวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

สุทธิพร วงศ์วิชัย (2545: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิคกลุ่มร่วมมือโดยเน้นการสร้างแผนภูมิโนทัศน์ที่มีต่อความคิดรวบยอดในการเรียนวรรณคดีไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ อำเภอเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 39 คน ผลการวิจัยพบว่า ความคิดรวบยอดในการเรียนวรรณคดีไทยหลังการเรียนด้วยการใช้เทคนิคกลุ่มร่วมมือโดยเน้นการสร้างแผนภูมิโนทัศน์สูงกว่าก่อนเรียน ในส่วนค่าเฉลี่ยของคะแนนที่ได้จากแบบฝึกการสร้างแผนภูมิโนทัศน์ขณะทำการสอนจำนวน 4 ครั้ง พบว่ามีแนวโน้มสูงขึ้นจากครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 4 ส่วนแบบทดสอบการสร้างแผนภูมิโนทัศน์แบบอัตนัยใช้ทดสอบเฉพาะหลังเรียน เพื่อหาวิธีคิดของนักเรียนพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการการสร้างความคิดรวบยอดในการเรียนวรรณคดีไทยโดยใช้การสร้างแผนภูมิโนทัศน์

วชิราพันธ์ แก้วประพันธ์ (2546: 81-85) ได้ศึกษาผลของการนำเสนอแผนผังมโนทัศน์ในการเรียนการสอนผ่านเว็บ เรื่อง สิ่งมีชีวิตกับสภาวะแวดล้อม ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีแบบการคิดแบบไม่อิสระ จำนวน 60 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่มทดลอง กลุ่มแรกได้รับการเรียนจากโปรแกรมบทเรียนบนเว็บที่มีการนำเสนอผังมโนทัศน์ก่อนบทเรียน ส่วนกลุ่มที่ 2 ได้รับการเรียนจากโปรแกรมบทเรียนบนเว็บที่มีการนำเสนอผังมโนทัศน์หลังบทเรียน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนการสอนบนเว็บที่มีการนำเสนอแผนผังมโนทัศน์ต่างกันในบทเรียนวิชาชีววิทยา เรื่อง สิ่งมีชีวิตกับสภาวะแวดล้อมของนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบไม่อิสระแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และความคงทนในการจำในการเรียนการสอนบนเว็บที่มีการนำเสนอแผนผังมโนทัศน์ต่างกับนักเรียนที่มีแบบการคิดแบบไม่อิสระแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จิราภรณ์ ทัพข้าย (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนทางการเรียนวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การเคลื่อนที่แนวตรง วิชาฟิสิกส์ โดยใช้แผนผังมโนมิติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น (ศึกษาศาสตร์)

ระดับมัธยมศึกษา จำนวน 36 คน โดยใช้วิธีการเลือกแบบเจาะจง ผลการวิจัยพบว่า ร้อยละ 61.1 ของนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าร้อยละ 70 และการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสอน วิชาฟิสิกส์เป็นรูปแบบการสอนที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกเนื้อหา เกิดความเข้าใจในความสัมพันธ์ของเนื้อหา ในวิชาฟิสิกส์และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของเนื้อหาให้เห็นลำดับขั้นตอน ทำให้เข้าใจในเรื่องที่เรียน โดยจัดลำดับความสำคัญของเรื่อง ทำให้เกิดการพัฒนาทางความคิดมากขึ้นและเชื่อมโยงเรื่องที่เรียนกับประสบการณ์และเหตุการณ์ในชีวิตประจำวัน ทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีความหมาย ทำให้เกิดความคงทนทางการเรียน

เฉลิมพล ฦ เชียงใหม่ (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการใช้แผนภูมิโน้ตสโนว์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการอ่านภาษาอังกฤษและการเขียนสรุปความของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม อำเภอสันป่าตอง จังหวัดเชียงใหม่ จำนวน 41 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการอ่านภาษาอังกฤษของนักเรียนหลังเรียนโดยการใช้แผนภูมิโน้ตสโนว์สูงกว่าก่อนเรียน และนักเรียนมีความสามารถในการเขียนสรุปความเรื่องที่อ่านสูงกว่าก่อนเรียน

ประไพลิน จันทน์หอม (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการสอนวิชาสุนทรียภาพของชีวิตโดยใช้เทคนิคการจัดผังมโนทัศน์ที่มีต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักศึกษา สถาบันราชภัฏเชียงใหม่ จำนวน 66 คน โดยการคัดเลือกชั้นเรียนแบบเจาะจง ผลการวิจัยพบว่า ผลสอบคะแนนสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนเฉลี่ยหลังการเรียนด้วยผังมโนทัศน์มีค่ามากกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และคะแนนเฉลี่ยทัศนคติของนักศึกษาที่มีต่องานทัศนศิลป์ ก่อนและหลังการเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พูนศรี นิยมศาสตร์ (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง ช่วงชั้นที่ 4 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบชิปปาร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 80 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ที่กำหนด คือ ได้คะแนนสูงกว่าร้อยละ 70 และจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์เป้าหมายคิดเป็น 100% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และผลการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการมีส่วนร่วมทางด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา มีส่วนร่วมอยู่ในระดับมากที่สุด ส่วนการมีส่วนร่วมทางด้านสังคมอยู่ในระดับมาก

หัตถมณี ชูขวัญ (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบคุณภาพของการประเมินความคิดรวบยอดวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้แผนผังมโนทัศน์ที่มีการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีที่แตกต่างกัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสุรนารีวิทยา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครราชสีมาเขต 1 จำนวน 220 คน ผลการวิจัยพบว่า ค่าความตรงตามสภาพของคะแนน

การประเมินแผนผังมโนทัศน์ เมื่อตรวจให้คะแนนด้วยวิธีของโนแวกและโกวินมีค่าสูงกว่าการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีของบอลท์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ยลนภา พลชัย (2548: 66-68) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี จำนวน 71 คน แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลอง 35 คน และกลุ่มควบคุม 36 คน โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำกำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแผนผังมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น ผลการวิจัยพบว่า แผนผังมโนทัศน์สามารถทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และสามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ดีขึ้น จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์มาพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร จำนวน 13 ห้องเรียน ซึ่งจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนเรียนเก่ง เรียนปานกลาง และเรียนอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน จึงเป็นผลให้นักเรียนในแต่ละห้องมีผลการเรียนที่ไม่แตกต่างกัน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร สุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยการจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จากประชากรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 13 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของนักเรียน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน
2. แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน มีขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 แบบเรียน และคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

2. ศึกษาเนื้อหาและรายละเอียดเกี่ยวกับวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการและวิธีสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์จากหนังสือที่เกี่ยวข้อง

3. กำหนดเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ตลอดจนกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยได้กำหนดแผนการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 1 - 2) เป็นกิจกรรมการสร้างแผนผังมโนทัศน์ โดยผู้สอนใช้ตัวอย่างประกอบการอธิบายบนกระดาน แล้วใช้คำถามและวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการกระตุ้นให้นักเรียนช่วยคิดหาคำตอบในกิจกรรมร่วมกัน อาจมีการสุ่มนักเรียนออกมาช่วยเขียนแผนผังมโนทัศน์ จากนั้นผู้สอนแจกใบกิจกรรมเกี่ยวกับการสร้างแผนผังมโนทัศน์โดยกำหนดเนื้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในการสร้างแผนผังมโนทัศน์หรือไม่

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 3 - 4) เป็นกิจกรรมการสอนเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน โดยผู้สอนจะอธิบายถึงบทนิยามที่เกี่ยวข้อง จากนั้นผู้สอนยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย และใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนคิดพิจารณา (วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) บอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด และโจทย์ต้องการหาอะไร (คิดแบบแยกแยะ) คิดแก้ปัญหา (คิดแบบอริยสัจ) และสามารถอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ (วิธีคิดแบบวิภาษวาท) แล้วทำใบงานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และสรุปความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ในรูปแบบของแผนผังมโนทัศน์

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 5) เป็นกิจกรรมที่ทบทวนเนื้อหาผู้เรียนได้เรียน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ไปแล้ว และให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยเพื่อทบทวนการเรียนรู้ในเรื่องนั้น (เป็นรายบุคคล)

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 6 - 7) เป็นกิจกรรมการสอนเรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง โดยผู้สอนจะอธิบายถึงบทนิยามที่เกี่ยวข้อง จากนั้นผู้สอนยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย และใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนคิดพิจารณา (วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) บอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด และโจทย์ต้องการหาอะไร (คิดแบบแยกแยะ) คิดแก้ปัญหา (คิดแบบอริยสัจ) และสามารถอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ (วิธีคิดแบบวิภาษวาท) แล้วให้ผู้เรียนทำใบงานเป็นกลุ่มและออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และสรุปความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง ในรูปแบบของแผนผังมโนทัศน์

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 8) เป็นกิจกรรมทบทวนเนื้อหาผู้เรียนที่ได้เรียน เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง ไปแล้ว และให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยเพื่อทบทวนการเรียนรู้ในเรื่องนั้น (เป็นรายบุคคล)

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 9 - 10) เป็นกิจกรรมการสอนเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน โดยผู้สอนจะอธิบายถึงบทนิยามที่เกี่ยวข้อง จากนั้นผู้สอนยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนคิดพิจารณา (วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) บอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใด และโจทย์ต้องการหาอะไร (คิดแบบแยกแยะ) คิดแก้ปัญหา (คิดแบบอริยสัจ) และสามารถอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ (วิธีคิดแบบวิภาษวาท) แล้วแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มและทำใบงานร่วมกัน จากนั้นให้ผู้เรียนออกมาอภิปรายเกี่ยวกับใบงานของกลุ่มตนเอง และสรุปความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ในรูปแบบของแผนผังมโนทัศน์

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 11) เป็นกิจกรรมทบทวนเนื้อหาผู้เรียนที่ได้เรียน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ไปแล้ว และให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยเพื่อทบทวนการเรียนรู้ในเรื่องนั้น (เป็นรายบุคคล)

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 12 - 13) เป็นกิจกรรมการสอนเรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม เริ่มต้นการเรียนการสอนโดยให้บอกถึงส่วนของรูปสามเหลี่ยมและสิ่งที่เกี่ยวข้องกับรูปสามเหลี่ยมโดยแสดงในรูปของแผนผังมโนทัศน์ จากนั้นอธิบายถึงบทนิยามที่เกี่ยวข้อง ยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย โดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนคิดพิจารณา (วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) คิดแยกแยะ (คิดแบบแยกแยะ) คิดแก้ปัญหา (คิดแบบอริยสัจ) และสามารถอธิบายกระบวนการหาคำตอบได้ (วิธีคิดแบบวิภาษวาท) แล้วแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มทำใบงานร่วมกัน จากนั้นให้ผู้เรียนออกมาอภิปรายเกี่ยวกับใบงานของกลุ่มตนเอง และสรุปความคิดรวบยอด เรื่อง

เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ในรูปแบบของแผนผังมโนทัศน์

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 14) เป็นกิจกรรมทบทวนเนื้อหาผู้เรียนที่ได้เรียนเรื่อง เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม ไปแล้ว และให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบย่อยเพื่อทบทวนการเรียนรู้ในเรื่องนั้น (เป็นรายบุคคล)

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 15) เป็นการทบทวนความรู้เรื่อง เส้นขนาน โดยให้นักเรียนจับกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมแสดงความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนาน ในรูปของแผนผังมโนทัศน์ แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของแผนผังมโนทัศน์ความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนาน เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจตรงกัน

แผนการจัดการเรียนรู้ (คาบเรียนที่ 16 - 17) เป็นกิจกรรมที่ผู้สอนทำการทดสอบเรื่อง เส้นขนาน กับผู้เรียนเมื่อทำการเรียนการสอนเสร็จสิ้นไปแล้ว โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากกำหนดแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ผู้สอนจะปฏิบัติกับผู้เรียนแบบกัลยาณมิตร มีการสอดแทรกคุณธรรมจริยธรรม ข้อคิดที่ดีต่างๆ ร่วมด้วย ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของการทำกิจกรรม โจทย์ปัญหาในใบงาน หรือการเล่าเรื่องในช่วงเวลาท้ายคาบเรียน

4. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่เป็นประธานควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน เพื่อตรวจพิจารณาความถูกต้องและความเหมาะสมของกิจกรรม พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

6. ผู้วิจัยนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขจากอาจารย์ที่เป็นประธานควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จากนั้นสังเกตและบันทึกข้อบกพร่องในความยากง่ายของกิจกรรม ความเหมาะสมของสื่อการเรียนรู้ เวลา และภาษาที่ใช้ในการเรียนการสอน และนำมาปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปเสนอต่ออาจารย์ที่เป็นประธานควบคุมปริญญาโทตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมอีกครั้ง ก่อนจะนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

2. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยกำหนดโจทย์แบบอัตนัยมาให้ 3 ข้อ แล้วให้นักเรียนแสดงกระบวนการคิดหาคำตอบที่ประมวลจากการเรียนเรื่อง เส้นขนาน ในรูปแบบของแผนผังมโนทัศน์ ผู้วิจัยจะเป็นผู้ตรวจให้คะแนนและเก็บคะแนนไว้วิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้เกณฑ์ในการให้คะแนนของ บอลท์ (ทัตมณี ชูขวัญ. 2548: 22 – 23 ; อ้างอิงจาก Bolte. 1999) ที่แต่ละแผนผังมโนทัศน์จะมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน รวมทั้งสิ้น 30 คะแนน โดยมีขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน และเกณฑ์การให้คะแนนการจัดแผนผังมโนทัศน์และความถูกต้อง (ตาราง 5) ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง และวิเคราะห์ข้อสอบ เนื้อหาตลอดจนจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

2. สร้างแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ โดยให้ครอบคลุมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด

3. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่เป็นประธานควบคุมปริญาานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องของเนื้อหา กับจุดประสงค์การเรียนรู้

4. นำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาหาค่า IOC และคัดเลือกข้อสอบจำนวน 4 ข้อที่มีค่า IOC เท่ากับ 1

5. นำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่เป็นประธานควบคุมปริญาานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมอีกครั้ง แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนที่ได้ผ่านการเรียน เรื่อง เส้นขนาน มาแล้ว จำนวน 100 คน ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

6. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาตรวจให้คะแนน แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่าความยากและอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ โดยใช้เทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดตามแนววิธีของ วิทเนย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitmey and D.L. Sabers) เลือกข้อสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.47 – 0.54 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.69 – 0.81 จำนวน 3 ข้อ

7. นำข้อสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 3 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนที่ได้ผ่านการเรียน เรื่อง เส้นขนาน มาแล้ว จำนวน 100 คน ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.79



ตาราง 5 เกณฑ์การให้คะแนนการจัดแผนผังมโนทัศน์และความถูกต้อง

ตัวบ่งชี้	ระดับคะแนน							คะแนนเต็ม
	6	5	4	3	2	1	0	
การจัดแผนผังมโนทัศน์ (organization)	แผนผังมีความสมบูรณ์ โดยมีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันทั้งหมด ยกตัวอย่างที่เป็นเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ได้ ใช้คำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ 100%	แผนผังมีความสมบูรณ์เป็นส่วนใหญ่ โดยมีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ยกตัวอย่างที่เป็นเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ได้ ใช้คำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ ได้ตั้งแต่ 80% แต่ไม่ถึง 100%	แผนผังมีความถูกต้องสมบูรณ์ ปานกลาง มีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ยกตัวอย่างที่เป็นเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ได้ ใช้คำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ได้ตั้งแต่ 60% แต่ไม่ถึง 80%	แผนผังมีความสมบูรณ์เป็นบางส่วน โดยมีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ยกตัวอย่างที่เป็นเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ได้ ใช้คำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ ได้ตั้งแต่ 40% แต่ไม่ถึง 80%	แผนผังมีความถูกต้องสมบูรณ์ เล็กน้อย โดยมีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ยกตัวอย่างที่เป็นเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ได้ ใช้คำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ ได้ตั้งแต่ 20% แต่ไม่ถึง 40%	แผนผังมีความถูกต้องสมบูรณ์ น้อยมาก โดยมีการเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ยกตัวอย่างที่เป็นเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ได้ ใช้คำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ได้น้อยกว่า 20%	แผนผังไม่มีความถูกต้องสมบูรณ์เลย การเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันไม่ถูกต้อง ไม่ยกตัวอย่างที่เป็นเหตุการณ์หรือวัตถุที่เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ ไม่ได้ใช้คำมโนทัศน์ที่กำหนดให้	6
ความถูกต้อง (accuracy)	-	-	ไม่ผิดพลาดเลย	ผิดในรายละเอียดเล็กน้อย	คลาดเคลื่อนเล็กน้อย และเป็นการคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์รอง	คลาดเคลื่อนในมโนทัศน์หลักเป็นส่วนใหญ่	ไม่ถูกต้องเลยหรือคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์หลักหลายมโนทัศน์	4
คะแนนรวมทั้งหมด								10

3. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 30 ข้อ 30 คะแนน โดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบ จากนั้นวิเคราะห์ข้อสอบ เนื้อหา รวมทั้งจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ โดยให้ครอบคลุมและสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่กำหนด

3. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่เป็นประธานควบคุมปริญญาานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง เหมาะสม ตลอดจนสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์

4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาหาค่า IOC โดยคัดเลือกข้อสอบจำนวน 35 ข้อที่มีค่า IOC เท่ากับ 0.67 จำนวน 2 ข้อ และข้อที่มีค่า IOC เท่ากับ 1 จำนวน 30 ข้อ

5. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้ปรับปรุงแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่เป็นประธานควบคุมปริญญาานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง แล้วนำไปทดลองกับนักเรียนซึ่งเป็นกลุ่มที่ได้ผ่านการเรียนเรื่อง เส้นขนาน จำนวน 100 คน ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร เพื่อหาคุณภาพแบบทดสอบ

6. นำผลการสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป TAP ในการวิเคราะห์ และเลือกข้อสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.42 – 0.64 และมีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.25 – 0.94 จำนวน 30 ข้อ

7. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่คัดเลือกจำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนที่ได้ผ่านการเรียนเรื่อง เส้นขนาน มาแล้ว จำนวน 100 คน ของโรงเรียนราชวินิตบางเขน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR – 20 ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษและพัฒนาวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ ซึ่งผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One group posttest only design (ล้วน สายยศ ; อังคณา สายยศ. 2538: 247-248) ดังตาราง 6

ตาราง 6 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	-	X	O ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน

O₂ แทน การสอบหลังเรียน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยขอความร่วมมือกับโรงเรียนราชวินิตบางเขนในการขออนุญาตเข้าไปทำการศึกษาดูและเก็บข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้จำนวน 1 ห้องเรียน เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน
2. ผู้วิจัยชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงรูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกันตลอดจนปฏิบัติตามกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง และดำเนินการทดลองสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเองจำนวน 17 คาบเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 50 คน ซึ่งคาบเรียนสุดท้ายในแต่ละเนื้อหาจะให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจะได้ทำใบงานการเรียนรู้จากการเรียนในเนื้อหานั้น และทำการเก็บใบงานการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อนำไปเป็นข้อมูลในการวิเคราะห์ผลการทดลอง และนำไปใช้ในการพัฒนาวิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์

3. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) โดยใช้แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง

เส้นขนาน ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที และ 90 นาที ตามลำดับ แล้วบันทึกคะแนนเป็นคะแนนหลังเรียน

4. หลังจากผู้วิจัยเก็บแบบทดสอบจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยให้ข้อที่ถูกต้อง 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ในแต่ละข้อให้ 0 คะแนน และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของบอธ (ทัตมณี ชูขวัญ. 2548: 22 – 23 ; อ้างอิงจาก Bolte. 1999) ซึ่งในแต่ละข้อจะมีคะแนนรวมทั้งหมด 10 คะแนน แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

4. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยการคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2546: 35)

สูตร
$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ตัวกลางเลขคณิตหรือค่าเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2546: 64 - 65)

สูตร
$$S.D. = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3. การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (ล้วน สายยศ ; อังคณา สายยศ. 2539: 248 - 249)

$$\text{สูตร } IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

4. ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบปรนัย โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป TAP ในการวิเคราะห์

5. หาค่าความยากของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยการแบ่งนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อน และใช้เทคนิค 25% ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมดตามแนววิธีของ วิทเนย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitmey and D.L. Sabers) (ล้วน สายยศ ; อังคณา สายยศ. 2539: 199 - 200)

$$\text{สูตร } \text{ดัชนีค่าความยาก } (P_E) = \frac{S_U + S_L - (2N)(X_{min})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีค่าความยาก
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 X_{max} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
 X_{min} แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

6. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แบบ
อัตนัย โดยคำนวณจากสูตรของวิทเนย์ และซาเบอร์ส (D.R. Whitney and D.L. Sabers) (ล้วน
สายยศ ; อังคณา สายยศ. 2539: 199 - 201)

$$\text{สูตร} \quad \text{ดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D)} = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่งในแต่ละข้อ
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อนในแต่ละข้อ
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน
 $X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุดในแต่ละข้อ
 $X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุดในแต่ละข้อ

7. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
แบบปรนัย โดยคำนวณจากสูตร KR-20 คูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ ;
อังคณา สายยศ. 2539: 197 - 199)

$$\text{สูตร} \quad r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของข้อสอบ
 K แทน จำนวนข้อสอบ

p แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ หรือ $\frac{\text{จำนวนคนที่ถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$

q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ผิดในข้อหนึ่งๆ คือ $1 - P$
 S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือนับนี้

8. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย

โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ ; อังคณา สายยศ. 2538: 200)

$$\text{สูตร } \alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right)$$

เมื่อ α แทน ความเชื่อมั่นของข้อสอบ

n แทน จำนวนข้อสอบ

S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเป็นรายข้อ

S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือทั้งฉบับ

9. ทดสอบสมมติฐาน โดยใช้ t - test one sample (ชูศรี วงศ์รัตนะ. 2546: 146) โดยคำนวณได้จากสูตร ดังนี้

$$\text{สูตร } t = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

เมื่อ t แทน ทดสอบสมมติฐาน

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ แทน ค่าคงที่ค่าหนึ่ง

s แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

10. ทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson product-moment correlation coefficient) (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2546: 314) โดยคำนวณจากสูตร ดังนี้

$$\text{สูตร } r_{XY} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ	r_{XY}	แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์
	$\sum X$	แทน ผลรวมของคะแนนชุด X
	$\sum Y$	แทน ผลรวมของคะแนนชุด Y
	$\sum X^2$	แทน ผลรวมของคะแนน X แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum Y^2$	แทน ผลรวมของคะแนน Y แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$\sum XY$	แทน ผลรวมของผลคูณระหว่าง X กับ Y
	N	แทน จำนวนคนหรือสิ่งที่ศึกษา

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผลจากการทดลองและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

$\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

μ แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม : $\mu = 21$)

S.D. แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

k แทน คะแนนเต็ม

r_{XY} แทน ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

t แทน ค่าสถิติที่นำมาใช้ในการพิจารณา (t – Distribution)

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. เปรียบเทียบความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
3. หาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การเปรียบเทียบความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้สูตร t-test for one sample ผลปรากฏดังตาราง 7

ตาราง 7 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้สูตร t-test for one sample

คะแนน	N	k	$\bar{X}$	S.D.	$\mu(70\%)$	t
ความคิดรวบยอด	50	30	25.87	1.98	21.00	17.39**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 7 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยเป็น 25.87 คิดเป็นร้อยละ 86.23

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้สูตร t-test for one sample ผลปรากฏดังตาราง 8

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ โดยใช้สูตร t-test for one sample

คะแนน	N	k	$\bar{X}$	S.D.	$\mu(70\%)$	t
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	50	30	25.16	2.11	21.00	20.57**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 8 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยเป็น 25.16 คิดเป็นร้อยละ 83.87

3. การทดสอบหาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson product-moment correlation coefficient : r_{XY}) ผลปรากฏดังตาราง 9

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson product-moment correlation coefficient : r_{XY})

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร	N	r_{XY}	t
ความคิดรวบยอดกับ			
ความสามารถในการ	50	0.828**	10.245**
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์			

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 9 พบว่า ความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าความสัมพันธ์ (r_{XY}) เท่ากับ 0.828

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาการวิจัยในครั้งนี้ เป็นการศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ ซึ่งสรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์
3. เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน หลังได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความคิดรวบยอด เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
2. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70
3. ความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ มีความสัมพันธ์กัน

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนในกลุ่มสาระการเรียนรู้พื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนราชวินิตบางเขน เขตหลักสี่ กรุงเทพมหานคร สุ่มมา 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยการจับฉลากมา 1 ห้องเรียน จากประชากรนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 13 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน

2. แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ นำไปหาค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น ดังนี้

ค่าความยาก (P_E) มีค่าตั้งแต่ 0.47 – 0.54

ค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าตั้งแต่ 0.69 – 0.81

ค่าความเชื่อมั่น มีค่าเท่ากับ 0.79

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย จำนวน 30 ข้อ นำไปหาค่าความยาก (P_E) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น ดังนี้

ค่าความยาก (P_E) มีค่าตั้งแต่ 0.42 – 0.64

ค่าอำนาจจำแนก (D) มีค่าตั้งแต่ 0.25 – 0.94

ค่าความเชื่อมั่น มีค่าเท่ากับ 0.81

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

1. ผู้วิจัยขอความร่วมมือกับโรงเรียนราชวินิตบางเขนในการขออนุญาตเข้าไปทำการศึกษาทดลองและเก็บข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้จำนวน 1 ห้องเรียน เพื่อศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เรื่อง เส้นขนาน
2. ผู้วิจัยชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงรูปแบบการเรียนการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนได้เข้าใจตรงกัน ตลอดจนปฏิบัติตามกิจกรรมได้อย่างถูกต้อง และดำเนินการทดลองสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยตนเองจำนวน 17 คาบเรียนกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 50 คน ซึ่งคาบเรียนสุดท้ายในแต่ละเนื้อหาจะให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้ทำใบงานการเรียนรู้จากการเรียนในเนื้อหาอยู่นั้น และทำการเก็บใบงานการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อนำไปเป็นข้อมูลในการวิเคราะห์ผลการทดลอง และนำไปใช้ในการพัฒนาวิธีการสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์
3. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบหลังเรียน(Post-test) โดยใช้แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที และ 90 นาที ตามลำดับ แล้วบันทึกคะแนนเป็นคะแนนหลังเรียน
4. หลังจากผู้วิจัยเก็บแบบทดสอบจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยให้ข้อที่ถูก 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ในแต่ละข้อให้ 0 คะแนน และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบอัตนัย โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของบอห์ท (ทัตมณี ชูขวัญ, 2548: 22-23 ; อ้างอิงจาก Bolte, 1999) ซึ่งในแต่ละข้อจะมีคะแนนรวมทั้งหมด 10 คะแนน แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้ค่าสถิติ t-test for one sample
2. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้ค่าสถิติ t-test for one sample
3. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหา โดยใช้ค่าสถิติการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson product-moment correlation coefficient)

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 86.23
2. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็น ร้อยละ 83.87
3. ความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความสัมพันธ์กันทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าความสัมพันธ์ คือ 0.828

อภิปรายผล

จากการศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 ในการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการ เป็นวิธีสอนที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการคิด โดยที่วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการเป็นการนำวิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการมาใช้ ทำให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดอย่างเป็นระบบ คิดอย่างถูกต้อง คิดไปตาม

สภาวะของความเป็นจริง ตลอดจนนักเรียนสามารถพิจารณาปัญหาได้อย่างถ่องแท้ก่อนที่จะจัดการแก้ไขกับปัญหาที่พบได้สำเร็จ ดังที่ สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ (2545: 137) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยสร้างศรัทธาและโยนิโสมนสิการ เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดที่ถูกต้อง คิดเป็นหรือคิดอย่างมีระบบ รู้วิธีหาเหตุผล สืบสาว แยกแยะปัญหาได้ โดยไม่เอาอุปาทานของตนเองเข้าจับ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สรินนา หมอนสุภาพ (2548: 73-75) ที่ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน พบว่าคะแนนสอบหลังจากที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง เศษส่วน สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

1.2 การใช้แผนผังมโนทัศน์เป็นวิธีการเขียนสรุปความคิดรวบยอดที่นักเรียนได้เรียนผ่านมาในคาบเรียนนั้น เป็นการจัดระบบข้อมูลให้เป็นระบบระเบียบ ซึ่งง่ายต่อการที่นักเรียนจะดึงข้อมูลออกไปใช้ ดังที่ สุนีย์ สอนตระกูล (2535: 77) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมายของออสเชเบล ซึ่งมีแนวคิดที่ว่า ครูควรจะสอนสิ่งที่มีความสัมพันธ์กับความรู้ที่นักเรียนมีอยู่เดิม ความรู้ที่มีอยู่เดิมนี้อยู่ในโครงสร้างของความรู้ (Cognitive structure) ซึ่งเป็นข้อมูลที่สะสมอยู่ในสมองและมีการจัดระบบไว้เป็นอย่างดี มีการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เก่ากับความรู้ใหม่อย่างมีระดับชั้น ดังนั้น โครงสร้างของความรู้จะใช้เป็นแผนผังมโนทัศน์และใช้บันทึกประสบการณ์ต่างๆ ที่ได้รับ ซึ่งสอดคล้องกับ จิราภรณ์ ทัพชัย (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนทางการเรียนวิชาฟิสิกส์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การเคลื่อนที่แนวตรง วิชาฟิสิกส์ โดยใช้แผนผังมโนทัศน์ พบว่าร้อยละ 61.1 ของนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าร้อยละ 70 และการสอนโดยใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสอนวิชาฟิสิกส์เป็นรูปแบบการสอนที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกเนื้อหา เกิดความเข้าใจในความสัมพันธ์ของเนื้อหา และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของเนื้อหาให้เห็นลำดับขั้นตอน ทำให้เกิดการพัฒนาทางความคิดมากขึ้น ตลอดจนทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีความหมายทำให้เกิดความคงทนทางการเรียน จะเห็นว่า การนำวิธีสอนทั้ง 2 วิธีนี้มาใช้ร่วมกันในการดำเนินการเรียนการสอนจะทำให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาทางด้านความคิด สามารถจัดความรู้ทั้งที่มีอยู่เดิมและความรู้ที่ได้รับมาใหม่เข้าได้อย่างเป็นระบบ เชื่อมโยงความสัมพันธ์ของความรู้เก่าและความรู้ใหม่ได้ เกิดความคงทนในความรู้ อีกทั้งนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ขึ้นได้ด้วยตนเอง

2. นักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการ เป็นวิธีสอนที่มุ่งให้โอกาสนักเรียนได้ฝึกกระบวนการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ตลอดจนฝึกให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง โดยใช้วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ 4 แบบในการแก้ปัญหา อันได้แก่ วิธีคิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย วิธีคิดแบบแยกแยะองค์ประกอบหรือกระจายเนื้อหา วิธีคิดแบบอริยสัจหรือวิธีคิดแบบแก้ปัญหา และวิธีคิดแบบวิภาษวาท ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศิริทรัพย์ สุขกระจ่าง (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลของการใช้กิจกรรมฝึกการคิดแบบโยนิโสมนสิการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 โปรแกรมวิชาการศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี พบว่า นักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมีคะแนนความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนการทดลอง และสูงกว่านักศึกษาที่เป็นกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ในการที่นักเรียนจะแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้นั้น ตัวนักเรียนเองจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นด้วยถึงจะแก้ปัญหาสถานการณ์ได้ ซึ่งวิธีการจัดเก็บความรู้ด้วยวิธีการใช้แผนผังมโนทัศน์จะเป็นวิธีที่สามารถจัดระบบของข้อมูลหรือความรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้ผ่านมาแล้วไว้อย่างเป็นระบบระเบียบ มีความคงทนในการจำ และง่ายต่อการดึงความรู้เดิมที่ถูกจัดไว้แล้วออกมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างทันที ซึ่งสอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ ; อรรถัย มูลคำ (2545ค: 175 – 176) กล่าวว่า กรอบมโนทัศน์ เป็นการจัดความคิดอย่างเป็นระบบ โดยรวบรวมและจัดลำดับข้อเท็จจริงเข้ากรอบเป็นหมวดหมู่ เป็นความคิดรวบยอดที่ชัดเจนเกิดเป็นความรู้ใหม่ขึ้น และการจัดทำกรอบมโนทัศน์นั้นผู้เรียนจะต้องอาศัยการฟัง การดู การอ่าน การเขียน และการใช้ความคิดรวบยอดของสาระความรู้ ข้อเท็จจริงมาจัดทำ เป็นการเสริมแรงในการเรียนทำให้การเรียนรู้มีความหมายยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ พูนศรี นิยมศาสตร์ (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน เรื่อง กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง ช่วงชั้นที่ 4 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบซิปปาร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ พบว่า การนำแผนผังมโนทัศน์มาใช้ร่วมกับรูปแบบการสอนแบบซิปปาช่วยทำให้การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นการทบทวนความรู้เดิม ชั้นการจัดระเบียบความรู้ และการสรุปความรู้ดำเนินไปด้วยดี นักเรียนได้ร่วมกันคิดและเชื่อมโยงความรู้ได้ง่าย ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้น พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ที่กำหนด คือ ได้คะแนนสูงกว่าร้อยละ 70 และจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์เป้าหมายคิดเป็น 100% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2.3 ลักษณะของปัญหาที่นำเสนอให้กับผู้เรียนนั้นมีการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และปัญหาบางส่วนมีการสอดแทรกคุณธรรมจริยธรรมด้วย โดยครูจะใช้วิธีการถาม-ตอบกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยเน้นที่วิธีคิดแบบโยนิโสมนสิการ ซึ่งนักเรียนตั้งใจที่จะคิดวิเคราะห์ ตอบคำถาม และแก้ปัญหาตามที่กำหนดให้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ

แอนเดอร์สัน ; พิงกรี (Anderson ; Pingry. 1973: 228) ที่กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการหาข้อสรุปหรือคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้จะต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม โดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศรีสมัย สอดศรี (2546: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัย การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้กระบวนการการสร้างทักษะ เรื่องโจทย์ปัญหากับการสอนปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้ไขโจทย์กับการสอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

3. ความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์มีความสัมพันธ์กันในทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าความสัมพันธ์ (r_{XY}) คือ 0.828 แสดงว่าความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างสูง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ เป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนใช้กระบวนการคิดหลายๆ อย่างเป็นระบบและมีลำดับขั้นตอนเพื่อสร้างหรือสรุปความเข้าใจหรือความคิดรวบยอดของความรู้ที่ได้ผ่านการเรียนรู้มาได้ออกมาเป็นแผนผังมโนทัศน์ ทำให้นักเรียนจัดความสัมพันธ์ของความรู้ที่มีอยู่ให้เป็นระเบียบ มีความคงทนในการเรียนรู้ สร้างองค์ความรู้เป็นของตนเองได้ ตลอดจนสามารถดึงความรู้ออกมาใช้แก้ปัญหาต่างๆ ได้ทันที ดังที่ ซุยแดม (Suydam. 1990: 36) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอดและข้อความทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง ความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและประมาณค่า ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ วสันต์ เดือนแจ้ง (2546: 76-78) ได้ศึกษาปัจจัยบางประการที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสาธิตและโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา พบว่า ปัจจัยความถนัดทางด้านภาษา ความถนัดทางด้านตัวเลข และการรับรู้ความสามารถตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เท่ากับ .368, .485 และ .373 ตามลำดับ ซึ่งมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการ สรุปได้ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนโดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์นั้น เป็นการสอนให้นักเรียนฝึกสร้างแผนผังมโนทัศน์ ซึ่งในช่วงแรกนักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจในการสร้างแผนผังมโนทัศน์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียนพร้อมทั้งการสร้างแผนผังมโนทัศน์บนกระดานให้นักเรียนดูเป็นตัวอย่าง เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีการสร้างแผนผังมโนทัศน์แล้ว ทำให้นักเรียนมีความสนใจและกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมยิ่งขึ้น อีกทั้งผู้วิจัยสร้างบรรยากาศในการเรียนให้เป็นกันเองจึงทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปได้ด้วยดี

2. ในคาบแรกของการจัดการเรียนการสอนเรื่อง เส้นขนาน นั้น นักเรียนมีความกังวลในการเขียนแผนผังมโนทัศน์สรุปความคิดรวบยอดของเนื้อหาที่ได้เรียนผ่านมา เนื่องจากนักเรียนกลัวว่าจะเขียนแผนผังมโนทัศน์ไม่ถูกต้อง ดังนั้น ผู้วิจัยแก้ปัญหาโดยการใช้วิธีการถาม-ตอบและร่วมมือกับนักเรียนช่วยกันเขียนแผนผังมโนทัศน์เพื่อเป็นตัวอย่าง

3. ควรให้เวลากับนักเรียนในการทำความเข้าใจกับปัญหาและการคิดวางแผนแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้คิดพิจารณาหาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และผู้วิจัยได้ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนว่าถูกต้องหรือไม่โดยการให้นักเรียนนำเสนอการแก้ปัญหาหรือคำตอบของปัญหา พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลประกอบด้วย

4. ในการทำกิจกรรมบางครั้ง นักเรียนแต่ละคนหรือแต่ละกลุ่มมีความคิดที่แตกต่างกันไป ทำให้ระยะเวลาในการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนไม่เพียงพอ ซึ่งผู้วิจัยให้นักเรียนนำเสนอผลงานในคาบเรียนถัดไปหรือคาบเรียนที่นักเรียนว่าง จึงทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนไม่ต่อเนื่อง

5. ในการใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียน ผู้วิจัยได้สุ่มเรียกเลขที่ของนักเรียนโดยการตั้งคำถามที่อยู่รอบตัวเรา เช่น เลขที่ที่เกิดจากการนำวันที่มารวมกัน เป็นต้น ซึ่งเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นตลอดเวลาและเป็นการผ่อนคลายความเครียดจากการเรียนเนื้อหา และเมื่อนักเรียนคนใดตอบคำถามไม่ได้ ครูก็จะเปิดโอกาสให้นักเรียนคนนั้นเลือกเพื่อน 1 คน มาช่วยในการตอบคำถาม และถ้านักเรียนคนใดตอบคำถามได้ครูจะกล่าวคำชมเชย ทำให้นักเรียนมีความกล้าที่จะซักถามเมื่อไม่เข้าใจและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการตอบคำถามได้เป็นอย่างดี

6. เนื่องจากผู้วิจัยเป็นผู้สอนเพียงคนเดียวอาจทำให้ดูแลนักเรียนไม่ทั่วถึง ดังนั้นในการทำกิจกรรมใดๆ ก็ตาม หากมีนักเรียนที่ทำกิจกรรมเสร็จก่อนเพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ และได้รับการตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการหาคำตอบแล้ว ครูควรจัดให้นักเรียนที่ทำกิจกรรมเสร็จแล้วไปช่วยเพื่อนที่ต้องการความช่วยเหลือในรูปแบบ “เพื่อนช่วยเพื่อน”

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับแผนผังมโนทัศน์ ควรมีการชี้แจงการทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของการสร้างแผนผังมโนทัศน์
2. ผู้สอนควรตระหนักถึงการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะต้องสอดคล้องกับเวลาที่กำหนด เพื่อให้เป็นไปตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้เตรียมไว้
3. ในการสร้างสถานการณ์ปัญหา ผู้สอนควรมีการสอดแทรกคุณธรรมจริยธรรมให้กับผู้เรียน อีกทั้งควรนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันมาเชื่อมโยงและสอดแทรกในปัญหาคณิตศาสตร์ด้วย

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยในครั้งต่อไป

1. ควรทำการศึกษาวิจัยผลของความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับวิธีสอนหรือรูปแบบการสอนอื่นๆ เช่น วิธีสอนแบบร่วมมือ การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นต้น
2. ควรทำการศึกษาวิจัยผลของวิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์ที่ส่งผลต่อตัวแปรอื่นๆ เช่น ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง เป็นต้น
3. ควรทำการศึกษาวิจัยเรื่องนี้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เช่น พื้นที่ผิวและปริมาตร จำนวนจริง เป็นต้น หรือกลุ่มประชากรระดับชั้นอื่นๆ เช่น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, 4, 5, หรือ 6



บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2542). การสังเคราะห์รูปแบบการพัฒนาศักยภาพของเด็กไทย ด้านทักษะการจัดการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์การศาสนา.
- . (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ก่องแก้ว เจริญอักษร. (2539, มกราคม - มีนาคม). การสอนแนวโยนิโสมนสิการ: กิจกรรมแบบฝึกหัดและคุณธรรม. วารสารครูศาสตร์. 24(3): 23 – 35.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2542, กุมภาพันธ์ - เมษายน). ข้อเสนอแนะที่น่าสนใจเกี่ยวกับ Constructivism โยนิโสมนสิการ (Think by way of Causal relations on by way of problem solving). วารสารคณิตศาสตร์. 42(485-487): 21 – 25.
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2548). การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพฯ: ชัด เซสมิเดีย.
- ไกรฤกษ์ พลพา. (2551). ชุดกิจกรรมแบบปฏิบัติการคณิตศาสตร์เพื่อป้องกันความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดเรื่อง “วิธีเรียงสับเปลี่ยน” (Permutations) ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- คชาภรณ์ จำปาอิม. (2548). การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เพื่อพัฒนาทักษะคณิตศาสตร์ทางด้านความคิดรวบยอดของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนปิ่นสรวงแยลสวิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (วิจัยและสถิติการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- จิราภรณ์ ทัพชัย. (2547). การศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนทางการเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การเคลื่อนที่แนวตรง วิชาฟิสิกส์ โดยใช้แผนผังมโนคติ. รายงานการศึกษาอิสระปริญญา ศษ.ม. (วิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- จุฬาลักษณ์ บัวคอม. (2548). การศึกษาความคิดรวบยอดทางจริยธรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนในสังกัด สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา เขต 1 จำแนกตามเพศของนักเรียนและอาชีพของผู้ปกครอง. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (สังคมศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ฉวีวรรณ เสวตมาลย์. (2542). การแก้ปัญหา. เอกสารประกอบการอบรมกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- เฉลิมพล ณ เชียงใหม่. (2547). การใช้แผนภูมิโน้ตสโนว์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการอ่านภาษาอังกฤษและการเขียนสรุปความของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การสอนภาษาอังกฤษ). เชียงใหม่: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- ชูศักดิ์ เปลี่ยนภู. (2545ก). มโนทัศน์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาครุศาสตร์ไฟฟ้า คณะครุศาสตร์ อุดสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- (2545ข). หลักการ. กรุงเทพฯ: ภาควิชาครุศาสตร์ไฟฟ้า คณะครุศาสตร์ อุดสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- (2545ค). หลักการและทฤษฎี. กรุงเทพฯ: ภาควิชาครุศาสตร์ไฟฟ้า คณะครุศาสตร์ อุดสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2546). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: เทพเนรมิตการพิมพ์.
- ฐานันท์ ตัญยอชฌาณ. (2547). การเปรียบเทียบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เรื่อง ปริมาตร และพื้นที่ผิว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้สื่อประสมกับการสอนปกติ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐธยาน์ สงคราม. (2547). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริง. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ณัฐพงษ์ อินทรสุข. (2546). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่าง การสอนด้วยรูปแบบการสอนความคิดรวบยอดและหลักการกับการสอนปกติในเรื่อง กำลังไฟฟ้ากระแสสลับ 1 เฟส. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (วิศวกรรมไฟฟ้า). กรุงเทพฯ: ครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี. ถ่ายเอกสาร.
- หัตถมณี ชูขวัญ. (2548). การเปรียบเทียบคุณภาพของการประเมินความคิดรวบยอดวิชา คณิตศาสตร์โดยใช้แผนผังมโนทัศน์ที่มีการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีที่แตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (วิชาการวัดและประเมินผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- ทิตินา เขมมณี. (2544). *การคิดและการสอนคิดในนวัตกรรมเพื่อการเรียนรู้ 1*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ทิตินา เขมมณี. (2545). *กลุ่มสัมพันธ์ : เพื่อการทำงานและการจัดการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: นิชนเอดเวอร์ไทซิง กรุ๊ป.
- (2545). *ทฤษฎีและแนวปฏิบัติ*. กรุงเทพฯ: บุรณการศิลป์.
- (2551). *รูปแบบการเรียนการสอน : ทางเลือกที่หลากหลาย*. กรุงเทพฯ: แอคทีฟ พรีนซ์ จำกัด.
- อามร บัวศรี. (2546). โยนิโสมนสิการในทัศนะของพระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตฺโต). *สารานุกรมศึกษาศาสตร์*. (27): 73 – 79.
- ธารทิพย์ จิรกัญจนะ. (2547). *ผลของกิจกรรมศิลปะสร้างสรรค์ที่เสริมทักษะมิติสัมพันธ์ต่อความคิดรวบยอดด้านมิติสัมพันธ์ในเด็กปฐมวัย*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาพัฒนาการ). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นวลจิตต์ เชาวกัทธิพงศ์. (2537, ตุลาคม - ธันวาคม). ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. *สารพัฒนาหลักสูตร*. 14(119): 55 – 60.
- นันทกัญญา เจริญเกียรติบรร. (2547). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิตยา ปิณฑนนท์. (2542). *การเรียนรู้ความคิดรวบยอด*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด.
- นิกร ขวัญเมือง. (2545). *การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเมตาคognition และการอบรมเลี้ยงดูกับความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิตยา คงเกษม. (2544). *ผลของการเรียนแบบร่วมมือที่บูรณาการกับโยนิโสมนสิการที่มีต่อความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ คศ.ด. (จิตวิทยาการศึกษา). กรุงเทพฯ: ภาควิชาสารัตถศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- เนตรนพิชญ์ จำปาทองเทศ. (2546, พฤษภาคม). *ความคิดรวบยอด : สอนอย่างไร?*. *วารสารวิชาการ*. 6(5): 36 – 42.

- บัลลังก์ ตาลทอง. (2548). ผลการใช้โปรแกรมวิธีคิดตามหลักโยนิโสมนสิการที่มีต่อการเห็นคุณค่าในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มาจากครอบครัวไม่สมบูรณ์ โรงเรียนสิงห์สมุทรอำเภอเสด็จ จังหวัดชลบุรี. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาการแนะแนว). ชลบุรี: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ปฐมพร บุญดี. (2545). การสร้างแบบฝึกหัดทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2541). คิดเก่งสมองไว. กรุงเทพฯ: บริษัท โปรดักทีฟบุ๊ก.
- ประไพสิน จันทน์หอม. (2547). ผลการสอนวิชาสุนทรียภาพของชีวิตโดยใช้เทคนิคการจัดผังมโนทัศน์ที่มีต่อสัมฤทธิ์ผลทางการเรียนของนักศึกษาสถาบันราชภัฏเชียงใหม่. วิทยานิพนธ์ คศ.ม. (วิชาศิลปศึกษา). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา ธรรมา. (2543). สังกัป. สารานุกรมศึกษาศาสตร์. (19): 44 – 48.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537ก). หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 – 15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- . (2537ข, พฤศจิกายน - ธันวาคม). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 38(434 - 435): 62 – 74, 81 – 82.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2534). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: สหมิตรออฟเซต.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. (2546). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- ผู้จัดการออนไลน์. (2551ก). ผลคะแนนเอนีตภาษาไทยเฉลี่ยสูงสุด 50.26 คนิตต่ำสุด 21.96 ที่ต่ำกว่าปีกลาย. สืบค้นเมื่อ 31 ตุลาคม 2551, จาก <http://www.manager.co.th/QOL/ViewNews.aspx?NewsID=9510000040417>
- . (2551ข). ศธ.จัดตลาดนัด คนิต – วิทย์ หลังประเมินคุณภาพการศึกษาได้คะแนนต่ำ. สืบค้นเมื่อ 31 ตุลาคม 2551, จาก <http://www.manager.co.th/QOL/ViewNews.aspx?NewsID=9510000099999>

- พรพิมล ยังฉิม. (2546). ผลการแก้ไขความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและจำนวนจริงในรูปกรณฑ์ โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมความคิด. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2545). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: เมธีทิพย์.
- พระธรรมกิตติวงศ์ (ทองดี สุรเตโช ป.ธ.๙). (2544). ภาษาวรรณ. กรุงเทพฯ: เลียงเชียง.
- พระธรรมปิฎก (ประยุทธ์ ปยุตโต). (2543). พุทธธรรม. (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มหาจุฬาลงกรณราชวิทยาลัย.
- พระธรรมปิฎก (ป.อ. ปยุตโต). (2542). วิธีคิดตามหลักพุทธธรรม. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์สยาม. ----- (2544). พุทธวิธีในการสอน. (พิมพ์ครั้งที่ 8). กรุงเทพฯ: สำนักคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี.
- (2547). ทุกข์สำหรับเห็น แต่สุขสำหรับเป็น. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ธรรมสาร จำกัด.
- พระพรหมคุณาภรณ์ (ป.อ. ปยุตโต). (2549). วาสนาสร้างเองได้. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์เดือนตุลา.
- พระราชวรมนี (ประยูร ธมฺมจิตฺโต). (2541). ขอบฟ้าแห่งความรู้. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา. ----- (2543). กระบวนการเรียนรู้ในพระพุทธศาสนา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- พิศเพลิน ภิรมย์ไกรภักดิ์. (2542). การศึกษาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ของเด็กปฐมวัย ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาปฐมวัย). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พูนศรี นิยมศาสตร์. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง กระบวนการสังเคราะห์ด้วยแสง ช่วงชั้นที่ 4 โดยใช้รูปแบบการสอนแบบชิปปาร่วมกับการใช้แผนผังมโนคติ. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (วิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- มติชน. (2549). เผยผลสัมฤทธิ์คดีของนร.ไทยด้า. สืบค้นเมื่อ 30 ตุลาคม 2551, จาก http://news.sanook.com/education/education_42380.php
- มนัส บุญประกอบ. (2533, มกราคม - มีนาคม). ยุทธศาสตร์ใหม่ทางการศึกษา : แผนภูมิโมโนทัศน์. สสวท. 18(69): 26 – 29.
- (2543). แผนภูมิโมโนทัศน์. สืบค้นเมื่อ 20 ธันวาคม 2550, จาก <http://www.Srithai.hypermart.net>.

- มะลิวรรณ ผ่องราชี. (2549). ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.
ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มาลินี จุฑะรพ. (2541). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ: อักษราพัฒนา.
- เมตตา สิงห์กระโจม. (2545). ผลของการใช้กิจกรรมฝึกการคิดแบบโยนิโสมนสิการในการ
พัฒนาความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านลาดใหญ่
อำเภอเมือง จังหวัดชัยภูมิ. วิทยานิพนธ์ศษ.ม. (วิชาจิตวิทยาการศึกษา). ขอนแก่น:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ยงยศ พุทธิให้. (2543). การศึกษาความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “เซต”
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสายปัญญา. สารนิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยลนภา พลชัย. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดล
การได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม.
(วิชาการศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
ถ่ายเอกสาร.
- เยาวลักษณ์ สมवास. (2545). ผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์
มัลติมีเดียเรื่อง โจทย์สมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รุ่งนภา ทศภานนท์. (2544). ผลของการจัดแผนผังมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์และความสามารถในการสร้างแผนผังมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปริญญานิพนธ์ ศศ.ม. (วิชาการศึกษาคณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ล้วน สายยศ ; อังคณา สายยศ. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ล้วน สายยศ ; อังคณา สายยศ. (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วงศ์สถิตย์ วัฒนเสรี. (2544). ผลของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่มีวิธีการเสนอกรอบมโนทัศน์
ต่างกันที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาวิทยาศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีแบบการเรียนต่างกัน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ด.
(วิชาโสตทัศนศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- วชิรพันธ์ แก้วประพันธ์. (2546). ผลของการนำเสนอแผนผังมโนทัศน์ในการเรียนการสอนผ่านเว็บเรื่อง สิ่งมีชีวิตกับสภาวะแวดล้อม ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีแบบการคิดแบบไม่อิสระ. วิทยานิพนธ์ คศ.ม. (วิชาโสตทัศนศึกษา). กรุงเทพฯ: ครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- วสันต์ เตือนแจ้ง. (2546). ปัจจัยบางประการที่ส่งผลกระทบต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ คศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2545). เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพฯ: พริกหวานกราฟฟิค.
- วัลนิกา ฉลากบาง. (2548). การพัฒนาความสามารถในการรู้จักคิดแบบโยนิโสมนสิการและการบริโภคด้วยปัญญาของนักศึกษาสถาบันราชภัฏสกลนคร. ปรินูญานิพนธ์ วท.ด. (การวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ประยุกต์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2531, พฤษภาคม). การเรียนการสอนความคิดรวบยอด และหลักการ. วิทยาคารย. 11: 29.
- วิไลพร ธนสุวรรณ. (2543). การพัฒนากิจกรรมผังมโนคติสัมพันธ์เพื่อส่งเสริมทักษะการอ่านภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. รายงานการวิจัย. เชียงใหม่: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- วิไลวรรณ ตีศรี ชะนะมา. (2537, เมษายน - มิถุนายน). แนวคิดบางประการเกี่ยวกับความคิดรวบยอด. สารพัฒนาลัทธิสูตร. 13(117): 49.
- ศักดิ์ดา บุญโต. (2539). ห้องเรียนสมองไว เล่ม 2. กรุงเทพฯ: โปรดักทีฟบุค จำกัด.
- ศิริทรัพย์ สุขกระจำ. (2548). ผลของการใช้กิจกรรมฝึกการคิดแบบโยนิโสมนสิการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 โปรแกรมวิชาการศึกษาศาสตร์ มหาวิตายาลัยราชภัฏอุดรธานี. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (จิตวิทยาการศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

- ศิริพร รัตนโกสินทร์. (2546). การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีสมัย สอดศรี. (2546). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศุภวรรณ ศุภกิจวัฒนา. (2550). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์และคุณธรรมจริยธรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นวิธีคิดแบบแยกแยะส่วนประกอบ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ส.วาสนา ประवालพฤษ. (2537). การวัดผลจากการปฏิบัติจริง. วารสารการวัดผลการศึกษา. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: หจก. ส.เจริญ การพิมพ์.
- สมาน ลอยฟ้า. (2542, พฤษภาคม). การจัดบันทึกด้วยการเขียนแผนผังมโนทัศน์. บรรณารักษ์ศาสตร์และสารนิเทศศาสตร์. 17(2): 3 – 5.
- สมนึก ภัททิยธนี. (2543, กรกฎาคม). การสอนให้เกิด Concept และการเขียนข้อสอบวัด Concept. วารสารการวัดผลการศึกษา มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. 6: 37 – 46.
- สมพร พงษ์เสถียรศักดิ์. (2546). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการประพฤติตนตามคุณธรรมในปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียงของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ที่เรียนหลักสูตรในพุทธศาสนาด้วยการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับการสอนแบบไตรสิกขา. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2543). เอกสารประกอบการอบรมครู และเอกสารประกอบการเรียน เรื่อง การแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.
- สรินนา หมอนสุภาพ. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบโยนิโสมนสิการโดยเน้นการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง เศษส่วน. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สันติ อธิพิณนาวากุล. (2550). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP (The Geometer's Sketchpad) เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 . ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สิริมา กลิ่นกุหลาบ. (2546). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการตัดสินใจของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนคุณธรรมที่ส่งเสริมความเป็นพลเมืองดีตามระบอบประชาธิปไตยด้วยชุดการสอนแบบโยนิโสมนสิการกับชุดการสอนแบบกระบวนการกระจำ ค่านิยม. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุทธิพร วงศ์วิชัย. (2545). ผลของการใช้เทคนิคกลุ่มร่วมมือโดยเน้นการสร้างแผนภูมิมโนทัศน์ที่มีต่อความคิดรวบยอดในการเรียนวรรณคดีไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (วิชาการสอนภาษาไทย). เชียงใหม่: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ จิมวัย. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนิสา พงษ์ประยูร. (2543). การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนีย์ สอนตระกูล. (2535). การพัฒนาระบบการเรียนการสอนแบบจัดกรอบมโนทัศน์สำหรับวิชา ชีววิทยาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สุรัช ขวัญเมือง. (2522). วิธีสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: เทพนิมิตรการพิมพ์.
- สุริยา รัตนพลที. (2545). ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและจัดหมู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนวัดเบญจมบพิตร.

สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุวิทย์ มูลคำ ; อรทัย มูลคำ. (2545ก). *วิธีการเรียนรู้ : เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ*.

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

----- (2545ข). 20 *การจัดการเรียนรู้ : เพื่อพัฒนาคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยม และการเรียนรู้*

โดยการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

----- (2545ค). 21 *การจัดการเรียนรู้ : เพื่อพัฒนากระบวนการคิด*. กรุงเทพฯ:

โรงพิมพ์ภาพพิมพ์.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2547). *แนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษา*

ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.

เสฐียรพงษ์ วรรณปก. (2545, พฤษภาคม – มิถุนายน). โยนิโสมนสิการ : วิธีคิดตามแนวพุทธ(1).

ข้าราชการ. 47(3): 54 – 57.

หลวงเทพครุฑานุศิษฐ์ (ทวี ธรรมรัช ป.๗). (2540). *ธาตุปฐพีปิภา หรือ พจนานุกรมบาลี – ไทย*

แผนกธาตุ ประกอบด้วยหลักไวยากรณ์ชั้นสูง. (พิมพ์ครั้งที่ ๗). กรุงเทพฯ:

มหาวิทยาลัยราชภัฏวชิราวุฒวิทยาลัย.

อรรถ ฤบุญเติม. (2550). *การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง*

โจทย์สมการ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ตัวแทน (Representation).

สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อรรถพร พรสีมา. (2543). *การคิด*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

อาภา จันทรสกุล ; ณาพร ปรีชามารภ และจิตตินันท์ บุญสถิตกุล. (2546). *การสร้างแบบวัดวิธีคิด*

แบบโยนิโสมนสิการสำหรับนักศึกษาระดับอุดมศึกษา. รายงานการวิจัย. กรุงเทพฯ:

ภาควิชาจิตวิทยาการศึกษาและการแนะแนว คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ถ่ายเอกสาร.

อัญชลี ตนานนท์ ; และคณะ. (2542). *การพัฒนาแผนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการคิดใน*

หลักสูตรโรงเรียนมัธยมศึกษา. รายงานวิจัย. เชียงใหม่: ภาควิชามัธยมศึกษา

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

อัมพร ม้าคะนอง. (2547). *สาระที่ควรเพิ่มและควรลดและข้อคิดการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ใน*

ยุคปฏิรูป. กรุงเทพฯ: รากขวัญ.

- Adam, S ; et al. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York: Harper & Row.
- Anderson, K.B. ; Pingry, R.E. (1973). *Problem – Solving in Mathematics : in the learning of mathematics : The Theory and Practise*. Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Annable, Carrie J. (2006). *Developing critical thinking skills and mathematical problem solving ability in grade six students*. Retrieved November 4, 2008, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1328075021&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Ault, Charles R. (1985, October). "Concept Mapping as a Study Strategy in Earth Science," *Journal of college Science Teaching*. 15(91): 38 – 44.
- Ausubel, D.P. (1968). *Educational Psychology : A Cognitive View*. New York: Holt, Rinehart & Winston, Inc.
- Bartels, Bobbye J. (1995). *Examining and promoting mathematical connections with concept mapping*. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign. Retrieved November 3, 2008, from [http:// Proquest.umi.com/pqdweb?did=741160751&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=741160751&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD)
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School)*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publishers.
- Bell, Frederick H. (1981). *Teaching and Learning Mathematics*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publishers.
- Billstein, Rick ; Libeskind, Shlomoo and Lott, Johnny W. (1990). *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers*. California: The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.
- Bitter, Gary G. ; Hatfield, Mary M. and Edwards, Noney T. (1989). *Mathematics Method the Elementary and Middle School. A Comprehensive Approach*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Bolton, N. (1977). *Concept Formation*. Oxford: Great Britain.

- Bourne, L.E. (1966). *Human Conceptual Behavior*. Boston: Allyn and Bocon, Inc.
- Bourne, L.E.; Ekstrand, B.R. and Dominoski, R.L. (1971). *The Psychology of Thinking*. Engwood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Brown, Nancy Mullins. (2003). *A Study of elementary teachers' abilities, attitudes, and beliefs about problem-solving*. Georgia: Georgia Southern University. Retrieved November 4, 2008, from [http:// Proquest.umi.com/pqdweb?did=765023141&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=765023141&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD)
- Bruckner, Leo J. ; Grossnickle, Fast E. (1957). *How to make Arithmetic Meaningful ;* Yearbook. P. 3 – 8. Reston, VA: NCTM.
- Bruner, J.S. ; Jacqueine J. and Austin, George A. (1957). *A Study of Thinking*. New York: John Wiley & Sons.
- Charles, Randal ; Lester, Frank K. (1982). *Teaching Problem Solving. What, Why, & How* : Dale Seymour Publications.
- Choi Bune. (1998). *A structural model of problem-solving ability, self-efficacy, effort, worry, and achievement in calculus*. California: University of Southern California. Retrieved November 4, 2008, from [http:// Proquest.umi.com/pqdweb?did=733059491&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=733059491&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD)
- Clark, H.L. ; I.S. Star. (1976). *Secondary School Teaching Method*. 3rd ed. New York: The Macmillan Publishing.
- Cliburn, Joseph W. (1987, October). "Helping Students Understand Physiologic Interaction : A Concept Mapping Activity," *The American Biology Teacher*. 49 : 426 – 427.
- Clyde, Corle G. (1967). *Teaching Mathematics in the Elementary School*. New York: Ronald Press.
- Cochran, Kyle M. (2008). *Math and math-in-school: Changes in the treatment of the Function concept in twentieth century secondary algebra textbooks*. Maryland: University of Maryland, College Park. Retrieved November 3, 2008, from [http:// Proquest.umi.com/pqdweb?did=1546808071&sid=3&Fmt=2&clientId](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=1546808071&sid=3&Fmt=2&clientId)

=61839&RQT=309&VName=PQD

Coleman, Jodi Lynn. (2008). *The development of understanding of the concept of variable in grade seven beginning algebra students : The role of student interaction.*

Canada: Queen's University. Retrieved November 3, 2008, from [http:// Proquest.](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=1492598851&sid=3&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309)

[umi.com/pqdweb?did=1492598851&sid=3&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=1492598851&sid=3&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309)

& VName=PQD

Cooney, Thomas J. ; Davis, Edward J. and Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics.* Boston: Houghton Mifflin Company.

Cruikshank, Douglas E. ; Sheffield, Linda Jensen. (1992). *Teaching and Elementary and Middle School Mathematics.* New York: Macmillan Publishing Company.

De Cecco, John P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction.* 2nd. London: McGraw-Hill.

Eggen, Paul D. (1994). *Educational Psychology : Classroom Connections.* New York: Merrill.

Gagne, Robert M. (1970). *The Condition of Learning.* New York: Holt Rinehart and Winstin.

Garofalo, J ; Lester, F.K. (1985). "Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Poformance," *Journal of Research in Mathematics Education.* 16(3): 163 – 176.

Good, Carter Victor. (1973). *Dictionary of Education.* New York: McGraw-Hill Book.

----- . (1995). *Dictionary of Education.* 3rd. New York: McGraw-Hill Book.

Grunow, Jodean Emilyn Mathison. (1998). *Using concept maps in a professional development program to assess and enhance teachers' understanding of rational number.* Wisconsin: The University of Wisconsin - Madison. Retrieved November 3,2008, from [http:// proquest.umi.com/pqdweb?did=734420161&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD](http://proquest.umi.com/pqdweb?did=734420161&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD)

Guilford, J.P. (1952). *General Psychology.* New Jersey: Nostrand Company, Inc.

Hartfield, Mary M. ; et al. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School.* Boston: Allyn and Bacon, Inc.

Hunte, Cleda Bernedeen. (2002). *The effects of students' natural language discourse on their mathematical problem-solving ability.* Minnesota: Walden University.

- Retrieved November 4, 2008, from <http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=726131401&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Hurlock, Elizabeth B. (1964). *Child Development*. 4th ed. New York: McGraw-Hill Book Co.
- Johnson, Donovan A. ; Rising, Gerald R. (1972). *Guidelines for Teaching Mathematics*. 2nd ed. California: Wadsworth Publishing Company, Inc.
- Kennedy, Leonard M. (1984). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Belmont, California: Wadsworth Publishing Company, Inc.
- Kennedy, Leonard M. ; Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. California: Wadsworth.
- Krech, D. ; R.S. Crutchfield. (1958). *Element of Psychology*. New York: Alfred A. Knopf.
- Kritzer, Karen L. (2008). Family Mediation of Mathematically Based Concepts While Engaged in a Problem-Solving Activity With Their Young Deaf Children. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*. Cary: Retrieved November 3, 2008, from <http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=1559946421&sid=1&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Krulik, Stephen ; Reys, Robert E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Krulik, Stephen ; Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- Kutz, R.E. (1991). *Teaching Elementary Mathematics*. Massachusetts: A Division of Simon & Schuster, Inc.
- Latterell, Carmen Marie. (2000). *Assessing NCTM standards-oriented and traditional students' problem-solving ability using multiple-choice and open-ended questions* Iowa: University of Iowa. Retrieved November 4, 2008, from <http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=728343081&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- LeBlance, J.F. (1977, November). "You Can Teach Problem Solving," *Arithmetic Teacher*. 25(2): 16 – 20.
- Lovell, K. (1966). *The Growth of Basic Mathematical and Scientific Concept in Children*. London: University of London Press.

- Martorella, Peter H. (1972). *Concept-Learning Designs for Instruction*. Copyright by International Textbook Company.
- McCown, R. ; Roup, Peter. (1992). *Education Psychology and Classroom Practice : A Partnership*. Boston: Allyn and Bacon
- McDonald, F.J. (1959). *Educational Psychology : Constructing Learning*. Sydney: Prentice Hall.
- Moreira, Maroc A. (1979, May). "Concept Map as Tools for Teaching," *Journal of College Science Teaching*: 283 – 286.
- Novak, Joseph D. ; Gowin, Bob D. and Gerard, Johansen T. (1983). "The Use of Concept Mapping and Knowledge Via Mapping with Junior High School Science Students," *Science Education*. 67(5): 625 – 645.
- Novak, J.D. (1991). "Clarifying with concept maps," *The Science Teacher*. 58(7): 45 – 49.
- Novak, J.D. ; Gowin, D.B. (1984). *Learning How to learn*. New York: Cambridge University Press.
- Osborn, Janet L. Kirk. (1989). "Gifted and Talented Students in an Alternative Learning Center : Their Numbers and Characteristics. Doctoral Dissertation, Utah State University," *Dissertation Abstracts International*. 49 : 1995A.
- Podell, H.A. (1958). "Two Processes of Concept Formation," *Psychological Monography*. 72 March 1-20.
- Polya, George. (1973). *How to Solve It*. New Jersey: Princeton University Press.
- (1980). *On Solving Mathematics; 1980 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics. Inc.
- (1981). *Mathematical discovery : On understanding, Learning, and Teaching Problem Solving*. New York: Wiley.
- Reys, Robert E. ; et al. (1992). *Helping Children Learn Mathematics*. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Riedesel, C.A. (1990). *Teaching Elementary School Mathematics*. New Jersey: Prentice Hall.
- Ruiz-Primo ; et al. (1998). *Comparison of Reliability and Validity of Scores from two Concept-Mapping techniques*. Retrieved November 28, 2007, from <http://www>.

car.chula.ac.th/curef-db/.

Russell, David H. (1965). *Children's Thinking*. Boston: Ginne and Company.

Russell, Person V. (1961). *Essentials of Mathematics*. New York: John Wiley Inc.

Slauson, Leigh Victoria. (2008). *Students' conceptual understanding of variability*. Ohio: The Ohio State University. Retrieved November 3, 2008, from [http:// Proquest.umi.com/pqdweb?did=1453208041&sid=1&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=1453208041&sid=1&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD)

Snyder, H.I. (1968). *Contemporary Educational Psychology*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Sternberg, R.J. (1986). *Intelligence Applied*. Orlando, Florida: Hacourt Brace Jovanovich.

Sullivan, Camille A. (2007). *Metacognitive Journaling: A tool for measuring children's comprehension of mathematical concepts*. Washington: Pacific Lutheran University. Retrieved November 3, 2008, from <http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=1407488091&sid=1&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>

Suydam, H.L. (1990). "Untangling Clues from Research on Problem Solving," *Problem Solving in School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Swarthout, Mary Beth. (2001). *The impact of the instructional use of concept maps on the Mathematical achievement, confidence, beliefs, and attitudes of preservice elementary teachers*. Ohio: The Ohio State University. Retrieved November 4, 2008, from <http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=726315001&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>

Torrance, E.P. (1962). *Guiding creatirce talent*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hill.

Travers. (1967). *Essential of Learning : An Overview for Students of Education*. London: Macmillan.

Van Dalen, Deobold B. (1979). *Understanding Educational Research an Introduction*. Mcgraw – Hill, Inc.

Weir, John Joseph. (1974, April). "Problem solving in everybody problem," *The Science Teacher*. 41(2): 16 – 18.

Wilson, James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," *Proceeding of Fourth Southeast Asian Conference on Mathematical Education*.

1-3 : 92 – 96.

Wilson, James W. ; Fernandez, Maria L. and Hadaway, Nelda. (1993). "Mathematical Problem Solving," *Research Ideas for the Classroom, High School*. New York: Macmillan Publishing Company.

Yotis, Catherine ; Hosticka, Alice. (1980, November). "Promoting The Transition to Formal Thought Through the Development of Problem Solving in Middle School Mathematics and Science Curriculum," *School Science and Mathematics*. 80(7): 557 – 565.

Yue, Hong. (2008). *Concept maps as assessment tools in mathematics: Comparison with clinical interviews*. Texas: The University of Texas at El Paso. Retrieved November 3, 2008, from [http:// Proquest.umi.com/pqdweb?did=1546790291&sid=3&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD](http://Proquest.umi.com/pqdweb?did=1546790291&sid=3&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD)



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
2. ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
3. ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของ แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
4. ค่า $\sum x_i$, ค่า $\sum x_i^2$, ค่า S_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
5. ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
6. ค่า p , ค่า q , ค่า $\sum pq$ และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ตาราง 10 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญ	คะแนนรวม	ค่า IOC
-----	--------------	----------	---------

	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1
3	1	1	1	3	1
4	0	0	1	1	0.33
5	0	0	1	1	0.33
6	0	0	1	1	0.33
7	1	1	1	3	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC เท่ากับ 1 ได้แก่ ข้อ 1, 2, 3 และ 7

ตาราง 11 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญ			คะแนนรวม	ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3		
1	-1	0	1	0	0
2	-1	1	1	1	0.33
3	1	1	1	3	1
4	-1	1	1	1	0.33
5	1	1	1	3	1
6	1	1	1	3	1
7	1	1	1	3	1

ตาราง 11 (ต่อ)

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญ			คะแนนรวม	ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3		

8	1	1	1	3	1
9	1	1	1	3	1
10	1	1	1	3	1
11	1	1	1	3	1
12	1	1	1	3	1
13	1	1	1	3	1
14	1	1	1	3	1
15	1	1	1	3	1
16	1	1	1	3	1
17	1	1	1	3	1
18	1	1	1	3	1
19	1	1	1	3	1
20	1	1	1	3	1
21	1	1	1	3	1
22	0	1	1	2	0.67
23	1	1	1	3	1
24	1	1	1	3	1
25	-1	1	1	1	0.33
26	1	1	1	3	1
27	1	1	1	3	1
28	1	1	1	3	1
29	1	1	1	3	1
30	-1	1	1	1	0.33
31	1	1	1	3	1
32	1	1	1	3	1

ตาราง 11 (ต่อ)

ข้อ	ผู้เชี่ยวชาญ			คะแนนรวม	ค่า IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3		

33	1	1	1	3	1
34	1	1	1	3	1
35	-1	1	1	1	0.33
36	1	1	1	3	1
37	-1	1	1	1	0.33
38	1	1	1	3	1
39	-1	1	1	1	0.33
40	1	0	1	2	0.67

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1 ได้แก่ ข้อ 3, 5 – 24, 25 – 29, 31 – 34, 36, 38 และ 40

ตาราง 12 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	P_E	D
1	0.51	0.69
2	0.54	0.7
3	0.47	0.81

ตาราง 13 ค่า $\sum x_i$, ค่า $\sum x_i^2$, ค่า s_i^2 และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อ	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	s_i^2
-----	------------	--------------	---------

1	59	363	1.49
2	57	339	1.41
3	41	179	1.09

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบ
อัตนัย โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right)$$

จากตารางจะได้ $n = 3$, $\sum s_i^2 = 3.99$, $s_t^2 = 8.41$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{n}{n-1} \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right) \\ &= \frac{3}{3-1} \left(1 - \frac{3.99}{8.41} \right) \\ &= \frac{3}{2} (1 - 0.47) \\ &= \frac{3}{2} (0.53) \\ &= 0.79 \end{aligned}$$

ตาราง 14 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	P_E	D
--------	-------	-----

1	0.54	0.44
2	0.58	0.63
3	0.46	0.81
4	0.58	0.44
5	0.46	0.50
6	0.64	0.38
7	0.56	0.88
8	0.54	0.81
9	0.42	0.38
10	0.56	0.94
11	0.58	0.63
12	0.44	0.44
13	0.56	0.63
14	0.56	0.63
15	0.64	0.81
16	0.54	0.69
17	0.58	0.63
18	0.52	0.44
19	0.54	0.75
20	0.56	0.50

ตาราง 14 (ต่อ)

ข้อที่	P_E	D
21	0.60	0.69

22	0.56	0.31
23	0.62	0.31
24	0.62	0.25
25	0.44	0.81
26	0.54	0.31
27	0.54	0.50
28	0.54	0.38
29	0.60	0.50
30	0.50	0.44

ตาราง 15 ค่า p , ค่า q , ค่า $\sum pq$ และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อ	p	q	Pq
1	0.5	0.5	0.25
2	1	0	0
3	0.3	0.7	0.21
4	0.9	0.1	0.09
5	0.4	0.6	0.24
6	0.6	0.4	0.24
7	0.5	0.5	0.25
8	0.4	0.6	0.24
9	0.6	0.4	0.24
10	0.6	0.4	0.24

ตาราง 15 (ต่อ)

ข้อ	p	q	Pq
11	0.8	0.2	0.16

12	0.5	0.5	0.25
13	0.3	0.7	0.21
14	0.7	0.3	0.21
15	0.3	0.7	0.21
16	0.2	0.8	0.16
17	0.9	0.1	0.09
18	0.3	0.7	0.21
19	0.1	0.9	0.09
20	0	1	0
21	0.5	0.5	0.25
22	0.2	0.8	0.16
23	0.2	0.8	0.16
24	0.4	0.6	0.24
25	0.5	0.5	0.25
26	0.1	0.9	0.09
27	0.8	0.2	0.16
28	0.5	0.5	0.25
29	0.7	0.7	0.49
30	0.5	0.5	0.25
รวม			5.61

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง
เส้นขนาน แบบปรนัย โดยใช้สูตร KR-20 คูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson)

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right)$$

จากตารางจะได้ $k = 30$, $\sum pq = 5.61$, $s_t^2 = 25.81$

ดังนั้น

$$r_{tt} = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum pq}{s_t^2} \right)$$

$$= \frac{30}{30-1} \left(1 - \frac{5.61}{25.81} \right)$$

$$= \frac{30}{29} (1 - 0.217)$$

$$= \frac{30}{29} (0.783)$$

$$= 0.81$$



ภาคผนวก ข

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. ค่า $\sum X$, ค่า $\sum Y$, ค่า $\sum X^2$, ค่า $\sum Y^2$, ค่า $\sum XY$ และค่าความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ตาราง 16 คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ที่	คะแนนความคิดรวบยอด (เต็ม 30)	ร้อยละ	ที่	คะแนนความคิดรวบยอด (เต็ม 30)	ร้อยละ
1	21	70.00	26	29	96.67

2	23	76.67	27	26	86.67
3	22	73.33	28	30	100.00
4	25	83.33	29	28	93.33
5	24	80.00	30	29	96.67
6	25	83.33	31	28.5	95.00
7	27	90.00	32	27	90.00
8	26	86.67	33	26	86.67
9	25	83.33	34	25	83.33
10	24	80.00	35	25	83.33
11	25	83.33	36	25	83.33
12	25.5	85.00	37	26	86.67
13	28	93.33	38	26.5	88.33
14	25	83.33	39	27	90.00
15	24.5	81.67	40	25	83.33
16	29	96.67	41	24	80.00
17	27	90.00	42	24	80.00
18	25	83.33	43	28	93.33
19	23.5	78.33	44	27	90.00
20	23	76.67	45	27	90.00
21	22	73.33	46	26	86.67
22	27	90.00	47	26	86.67
23	26	86.67	48	25	83.33
24	29	96.67	49	26	86.67
25	28	93.33	50	28	93.33

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน คือ สถิติ t-test for one sample เพื่อวิเคราะห์คะแนนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

จากตารางจะได้ $\bar{X} = 25.87$, $\mu_0 = 21$, $S = 1.98$, $n = 50$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{25.87 - 21}{\frac{1.98}{\sqrt{50}}}$$

$$t = \frac{4.87}{0.28}$$

$$t = 17.39$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤติของ t จากการแจกแจงแบบ t , t เท่ากับ 2.423 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ $df = 50 - 1 = 49$)

ตาราง 17 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา (เต็ม 30)	ร้อยละ	ที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา (เต็ม 30)	ร้อยละ
-----	--	--------	-----	--	--------

1	23	76.67	26	29	96.67
2	26	86.67	27	26	86.67
3	25	83.33	28	30	100.00
4	26	86.67	29	28	93.33
5	26	86.67	30	29	96.67
6	27	90.00	31	28	93.33
7	28	93.33	32	28	93.33
8	26	86.67	33	26	86.67
9	28	93.33	34	25	83.33
10	26	86.67	35	27	90.00
11	27	90.00	36	26	86.67
12	28	93.33	37	27	90.00
13	29	96.67	38	28	93.33
14	26	86.67	39	27	90.00
15	25	83.33	40	25	83.33
16	30	100.00	41	27	90.00
17	27	90.00	42	26	86.67
18	27	90.00	43	27	90.00
19	26	86.67	44	27	90.00
20	26	86.67	45	29	96.67
21	26	86.67	46	26	86.67
22	28	93.33	47	27	90.00
23	27	90.00	48	27	90.00
24	30	100.00	49	28	93.33
25	29	96.67	50	28	93.33

สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน คือ สถิติ t-test for one sample เพื่อวิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

จากตารางจะได้ $\bar{X} = 27.06$, $\mu_0 = 21$, $S = 1.43$, $n = 50$

ดังนั้น

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{25.16 - 21}{\frac{1.43}{\sqrt{50}}}$$

$$t = \frac{4.16}{0.202}$$

$$t = 20.57$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤติของ t จากการแจกแจงแบบ t , t เท่ากับ 2.423 ที่ระดับนัยสำคัญที่ .01 เมื่อ $df = 50 - 1 = 49$)

ตาราง 18 ค่า $\sum X$, ค่า $\sum Y$, ค่า $\sum X^2$, ค่า $\sum Y^2$, ค่า $\sum XY$ ที่ได้จากคะแนนของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (X) และคะแนนของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Y)

คนที่	X	Y	X ²	Y ²	XY
-------	---	---	----------------	----------------	----

1	21	23	441	529	483
2	23	26	529	676	598
3	22	25	484	625	550
4	25	26	625	676	650
5	24	26	576	676	624
6	25	27	625	729	675
7	27	28	729	784	756
8	26	26	676	676	676
9	25	28	625	784	700
10	24	26	576	676	624
11	25	27	625	729	675
12	25.5	28	650.25	784	714
13	28	29	784	841	812
14	25	26	625	676	650
15	24.5	25	600.25	625	612.5
16	29	30	841	900	870
17	27	27	729	729	729
18	25	27	625	729	675
19	23.5	26	552.25	676	611
20	23	26	529	676	598
21	22	26	484	676	572
22	27	28	729	784	756
23	26	27	676	729	702
24	29	30	841	900	870
25	28	29	784	841	812

ตาราง 18 (ต่อ)

คนที่	X	Y	X ²	Y ²	XY
26	29	29	841	841	841

27	26	26	676	676	676
28	30	30	900	900	900
29	28	28	784	784	784
30	29	29	841	841	841
31	28.5	28	812.25	784	798
32	27	28	729	784	756
33	26	26	676	676	676
34	25	25	625	625	625
35	25	27	625	729	675
36	25	26	625	676	650
37	26	27	676	729	702
38	26.5	28	702.25	784	742
39	27	27	729	729	729
40	25	25	625	625	625
41	24	27	576	729	648
42	24	26	576	676	624
43	28	27	756	729	784
44	27	27	729	729	729
45	27	29	729	841	783
46	26	26	676	676	676
47	26	27	676	729	702
48	25	27	625	729	675
49	26	28	676	784	728
50	28	28	784	784	784

สถิติที่ใช้ในการหาค่าความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบเพียร์สัน (Pearson product-moment correlation coefficient) โดยคำนวณจากสูตร

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

จากตารางจะได้ $N = 50$, $\sum XY = 35119.5$, $\sum X = 1293.5$, $\sum Y = 1353$,
 $\sum X^2 = 33658.25$, $\sum Y^2 = 36715$

$$\text{ดังนั้น} \quad r_{xy} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$r_{xy} = \frac{(50)(35119.5) - (1293.5)(1353)}{\sqrt{[(50)(33658.25) - (1293.5)^2][(50)(36715) - (1353)^2]}}$$

$$r_{xy} = \frac{1755975 - 1750105.5}{\sqrt{[1682912.5 - 1673142.25][1835750 - 1830609]}}$$

$$r_{xy} = \frac{5869.5}{\sqrt{[9770.25][5141]}}$$

$$r_{xy} = \frac{5869.5}{\sqrt{50228855.25}}$$

$$r_{xy} = \frac{5869.5}{7087.232}$$

$$r_{xy} = 0.828$$

(ค่าความสัมพันธ์ (r_{xy}) ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ 0.828 ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ความสัมพันธ์กันสูง ($r_{xy} \geq 0.80$ หรือ $r_{xy} \leq -0.80$))

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบค่าความสัมพันธ์ คือ สถิติ t-test เพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างความคิดรวบยอดกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยคำนวณจากสูตร

$$t = \frac{r\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

จากตารางจะได้ $r = 0.828$, $N = 50$

ดังนั้น

$$t = \frac{r\sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

$$t = \frac{0.828\sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0.828^2}}$$

$$t = \frac{0.828\sqrt{48}}{\sqrt{0.314}}$$

$$t = \frac{5.737}{0.56}$$

$$t = 10.245$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤติของ t จากการแจกแจงแบบ t , t เท่ากับ 2.423 ที่ระดับ
นัยสำคัญที่ .01 เมื่อ $df = 50 - 1 = 49$)

ภาคผนวก ค

1. แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง เส้นขนาน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. ตัวอย่างแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง แผนผังมโนทัศน์



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้ : คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง : แผนผังมโนทัศน์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เวลา 2 คาบเรียน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของแผนผังมโนทัศน์ได้
2. เขียนแผนผังมโนทัศน์ของเรื่องต่างๆ เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้เรื่องนั้นๆ ผ่านมาแล้ว

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. สื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอได้
2. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. ทำงานเป็นระบบและรอบคอบ
3. สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

สาระการเรียนรู้

แผนผังมโนทัศน์ หมายถึง วิธีการที่ใช้อธิบายหรือการนำเสนอกรอบความรู้/ความคิดในรูปแบบของแผนภูมิ แผนภาพ หรือแผนผัง โดยแสดงความสัมพันธ์เป็นลำดับขั้นตอนระหว่างมโนทัศน์ตั้งแต่ 2 มโนทัศน์ขึ้นไป ด้วยเส้นและคำเชื่อมระหว่างมโนทัศน์ ซึ่งอาจจะใช้เป็นแนวทางในการวางแผนหรือการประเมินผลในกิจกรรมต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว

สื่อการเรียนรู้

1. เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 เรื่อง แผนผังมโนทัศน์
2. แบบฝึกหัดที่ 1 และ 2
3. แผนผังการจัดลำดับมโนทัศน์
4. กระดาษและปากกาเมจิกสีต่างๆ

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับแผนผังมโนทัศน์ โดยครูใช้วิธีการถาม – ตอบ เพื่อลองดูว่านักเรียนมีความรู้ในเรื่อง แผนผังมโนทัศน์ มากน้อยเพียงใด

ขั้นสอน (40 นาที)

1. ครูอธิบายความหมายของแผนผังมโนทัศน์ จากนั้นครูยกตัวอย่างแผนผังมโนทัศน์

แต่ละประเภทบนกระดาน (ตัวอย่างประเภทของแผนผังมโนทัศน์ต่างๆ เหมือนในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 เรื่อง แผนผังมโนทัศน์) แล้วใช้วิธีการถาม-ตอบกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดพิจารณาในการแยกแยะกลุ่มคำต่างๆ ในแผนผังมโนทัศน์ (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ) ประกอบกับการอธิบายองค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์ การจัดลำดับมโนทัศน์ การสร้างแผนผังมโนทัศน์ และประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์

2. จากการที่นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับเรื่อง แผนผังมโนทัศน์แล้ว ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อ 1 ซึ่งเป็นการตอบคำถามเกี่ยวกับเรื่อง แผนผังมโนทัศน์ ที่ได้เรียนผ่านมา โดยครูใช้เวลา 5 นาที ในการตอบคำถาม

3. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมาเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อ 1 หน้าชั้นเรียน โดยครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอีกครั้ง

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อ 2 ซึ่งเป็นการสร้างแผนผังมโนทัศน์จากกลุ่มคำที่กำหนดให้ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดพิจารณากลุ่มคำในกรอบข้อความที่กำหนดให้ ว่ากำหนดอะไรมาให้บ้าง และกลุ่มคำเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย)

5. ครูใช้วิธีการถาม – ตอบเพื่อให้นักเรียนได้คิดและตอบคำถามในการแยกแยะกลุ่มคำที่กำหนดให้ว่ากลุ่มคำใดอยู่ในกลุ่มเดียวกันและมีความสำคัญมากน้อยเพียงใดในกลุ่มนั้นๆ (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

6. ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการเขียนแผนผังมโนทัศน์ โดยมีการจัดลำดับลดหลั่นในความสำคัญของกลุ่มคำ และครูจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหารูปแบบแผนผังมโนทัศน์ที่เหมาะสม (คิดแบบอริยสัจหรือแบบแก้ปัญหา)

7. ครูให้นักเรียนเขียนแผนผังมโนทัศน์ลงในพื้นที่ของกระดาษที่กำหนดให้ และให้ดำเนินการตามที่นักเรียนได้คิดวางแผนการเขียนแผนผังมโนทัศน์ไว้ ซึ่งจะต้องสอดคล้องกับกลุ่มคำที่กำหนดให้ ขณะนั้นครูจะเดินดูการทำงานของนักเรียนรอบๆ ห้องเรียน และให้คำแนะนำกับนักเรียนที่มีปัญหาแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบวิรัชชาวาท)

8. ครูสุ่มให้นักเรียนออกมานำเสนอผลงานของตนเอง ซึ่งครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของแผนผังมโนทัศน์

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับปัญหาที่พบในแบบฝึกหัดที่ 1 ข้อ 2 ในเรื่องการสร้างแผนผังมโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในวิธีการสร้างแผนผังมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น จากนั้นครูใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียนในการสรุปความรู้เรื่อง แผนผังมโนทัศน์ ที่ได้เรียนในคาบเรียนนี้

คาบที่ 2

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 1 เพื่อทบทวนความรู้ในคาบเรียนที่ผ่านมา จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2 – 3 คนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อนนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

ขั้นสอน (35 นาที)

1. ครูให้นักเรียนจับกลุ่มกลุ่มละ 5 คนทำแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 2 เรื่อง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ จากนั้นครูแจกกระดาษและปากกาเมจิกสีต่างๆ ให้นักเรียนทุกๆ กลุ่ม และให้นักเรียนพิจารณาบทความในแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 2 แล้วครูดำเนินการสอนโดยใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดพิจารณาบทความเรื่อง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ในกรอบข้อความที่กำหนดให้ ว่ามีกลุ่มคำใดที่สำคัญ และกลุ่มคำเหล่านั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย)

2. ครูใช้วิธีการถาม – ตอบให้นักเรียนได้คิดและตอบคำถามในการแยกแยะกลุ่มคำที่สำคัญของบทความ และจัดกลุ่มคำที่มีความสัมพันธ์กันให้อยู่ในกลุ่มเดียวกัน พร้อมทั้งเรียงลำดับความสำคัญมากไปน้อยของกลุ่มคำในกลุ่มนั้นๆ แล้วครูให้นักเรียนเขียนกลุ่มคำที่ได้ลงในกระดาษ (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

3. เมื่อนักเรียนแยกแยะกลุ่มคำออกเป็นกลุ่มและเรียงลำดับความสำคัญของกลุ่มคำแล้ว ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการเขียนแผนผังมโนทัศน์เรื่อง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยมีความลดหลั่นในสำคัญของกลุ่มคำ ซึ่งครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหารูปแบบแผนผังมโนทัศน์ที่เหมาะสม (คิดแบบอริยสัจหรือแบบแก้ปัญหา)

4. ครูให้นักเรียนเขียนแผนผังมโนทัศน์เรื่อง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ลงในกระดาษที่แจกให้ และให้ดำเนินการตามที่นักเรียนได้คิดวางแผนการเขียนแผนผังมโนทัศน์ไว้พร้อมทั้งตกแต่งให้สวยงาม ขณะนั้นครูจะเดินดูการทำงานของนักเรียนรอบๆ ห้องเรียน และให้คำแนะนำกับนักเรียนที่มีปัญหาแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบวิภาษวาท)

5. ครูให้นักเรียนส่งตัวแทนของแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องและครบถ้วนของคำตอบอีกครั้ง

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับปัญหาที่พบในแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 2 ซึ่งเป็นการสร้างแผนผังมโนทัศน์เรื่อง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในวิธีการสร้าง

แผนผังมโนทัศน์จากบทความให้ความรู้มากขึ้น จากนั้นครูใช้วิธีการถาม – ตอบกับนักเรียนในการสรุปความรู้เรื่อง แผนผังมโนทัศน์ ที่ได้เรียนในคาบเรียนนี้

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล	เครื่องมือ
ด้านความรู้ - ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดที่ 1 และ 2	- แบบฝึกหัดเรื่องที่ 1 และ 2 ถูกต้องไม่ต่ำกว่า 70% - เกณฑ์ขั้นต่ำแบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนระดับคุณภาพเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 70%	1.แบบฝึกหัดเรื่องที่ 1 และ 2. แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์
ด้านทักษะ/กระบวนการ - ตรวจจากการทำกิจกรรมในแบบฝึกหัดที่ 1 และ 2 - สังเกตจากการนำเสนอหน้าชั้นเรียน		
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมอภิปราย - ตรวจจากการทำกิจกรรมในแบบฝึกหัดที่ 1 และ 2 - สังเกตจากการร่วมทำกิจกรรม		

บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

..... ผู้สอน

(นางสาวชมพูนุท วนสันเทียะ)



เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 1 เรื่อง แผนผังมโนทัศน์



ชื่อ ชั้น เลขที่

#####

แผนผังมโนทัศน์

คำว่า “มโนทัศน์” มีความหมายตรงกับภาษาอังกฤษว่า “Concept” มาจากรากศัพท์ภาษาละตินว่า Conceptus หรือ Concipere (Conceive) ซึ่งคำนี้ในภาษาไทยได้บัญญัติคำที่มีความหมายเดียวกันหลายคำ เช่น สังกัป ความคิดรวบยอด มโนภาพ มโนทัศน์ มโนมติ เป็นต้น ดังนั้น **มโนทัศน์** หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองเห็นสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันได้เป็นสิ่งที่เดียวกัน นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่างๆ เช่น เรียนมโนทัศน์สัตว์บก ก็คือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่นๆ ส่วนแผนผังมโนทัศน์ตรงกับคำในภาษาอังกฤษที่ปรากฏในเอกสารอยู่หลายคำ ได้แก่ Concept Mapping, Concept Maps หรือ C-Maps, Conceptual Framework, Semantic Mapping, Semantic Maps, Plot Maps, Concept webs เป็นต้น ส่วนในภาษาไทยพบว่ามีการใช้อยู่หลายคำเช่นกัน เช่น กรอบมโนทัศน์ กรอบมโนมติ ผังมโนภาพ แผนที่มโนมติ ผังมโนทัศน์ แผนผังมโนทัศน์ ผังมโนมติ หรือ แผนภูมิโนทัศน์ เป็นต้น

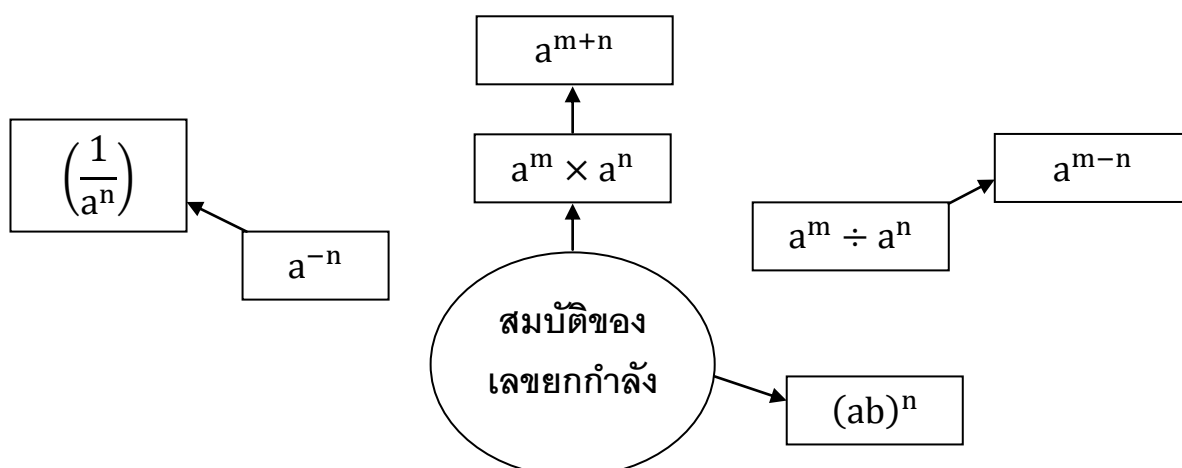
ความหมายของแผนผังมโนทัศน์

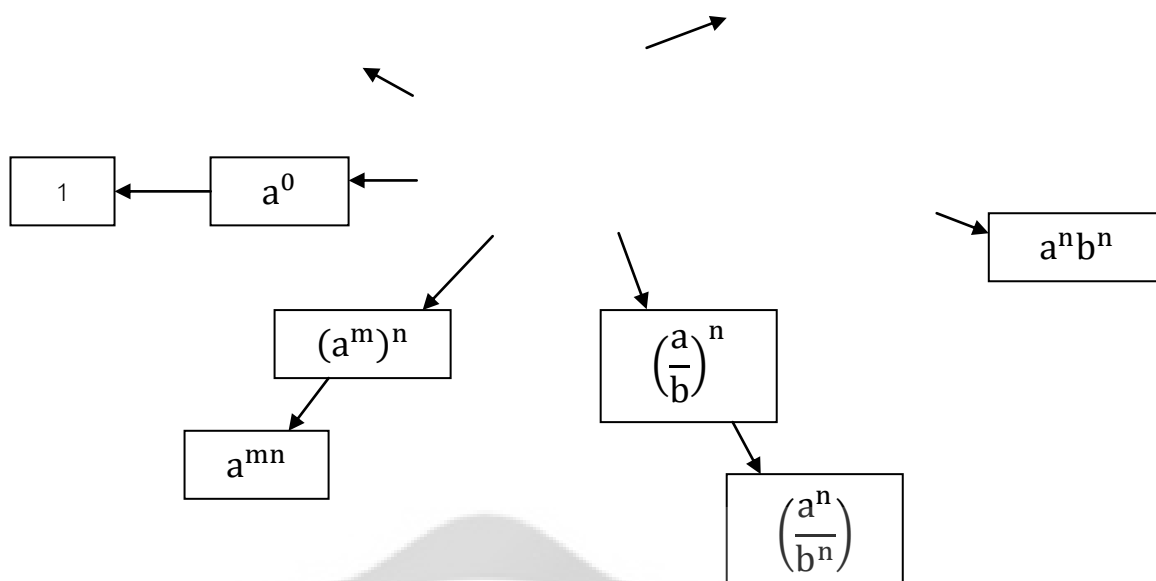
แผนผังมโนทัศน์ หมายถึง วิธีการที่ใช้อธิบายหรือการนำเสนอกรอบความรู้/ความคิดในรูปแบบของแผนภูมิ แผนภาพ หรือแผนผัง โดยแสดงความสัมพันธ์เป็นลำดับขั้นตอนระหว่างมโนทัศน์ตั้งแต่ 2 มโนทัศน์ขึ้นไป ด้วยเส้นและคำเชื่อมระหว่างมโนทัศน์ ซึ่งอาจจะใช้เป็นแนวทางในการวางแผนหรือการประเมินผลในกิจกรรมต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว

ประเภทของแผนผังมโนทัศน์

การจัดแผนผังมโนทัศน์แบ่งออกเป็น 5 ประเภท ดังนี้

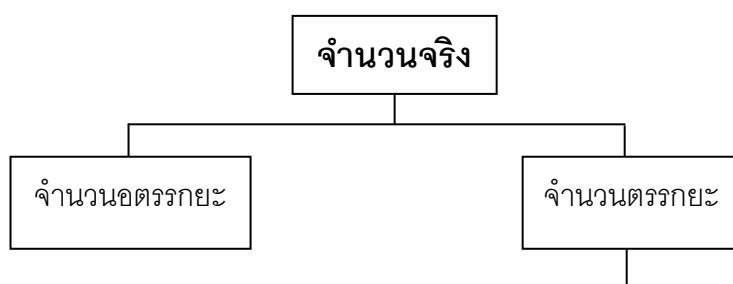
1. **ชนิดกระจายออก (pointed grouping)** จากคำมโนทัศน์หลักจะแสดงการเชื่อมโยงกันกับมโนทัศน์อื่นๆ กระจายออกไปทุกทิศทุกทาง ซึ่งบางท่านเรียกผังมโนทัศน์ประเภทนี้ว่า Mind Mapping หรือ Spidergram ดังภาพ

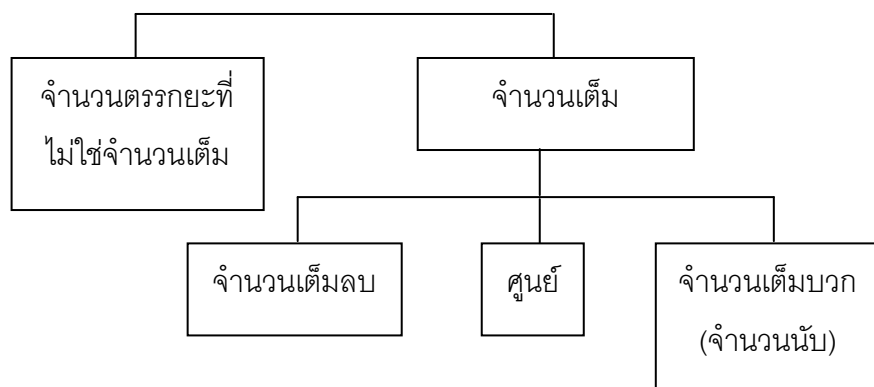




ภาพประกอบ ผังมโนทัศน์ของสมบัติของเลขยกกำลัง

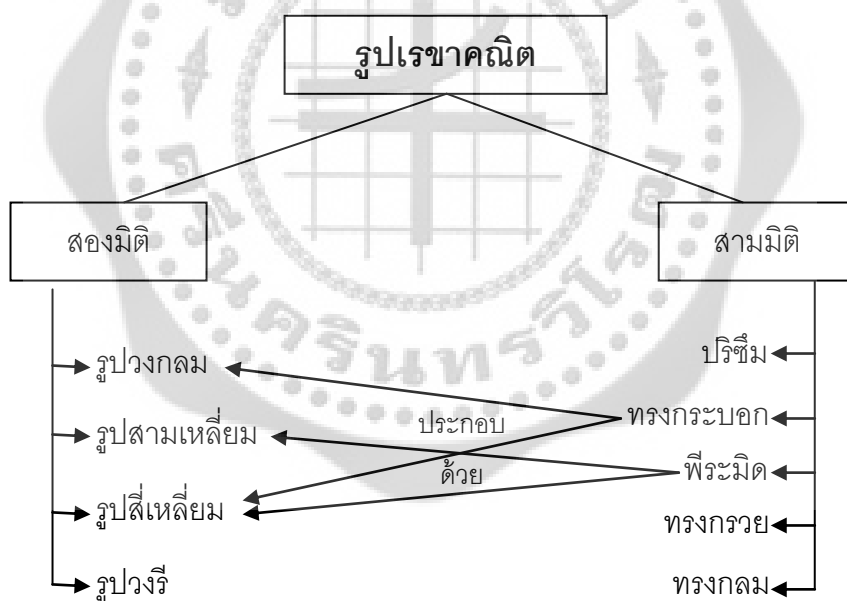
2. ชนิดปลายเปิด (opened grouping) เป็นผังมโนทัศน์ที่แสดงการเชื่อมโยงระหว่างกลุ่มคำมโนทัศน์จากบนลงล่าง ลดหลั่นลงไปเรื่อยๆ ตามลำดับและความสำคัญของด้านมโนทัศน์ที่ผู้เขียนกำหนดไว้ ดังภาพ





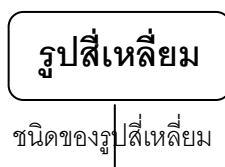
ภาพประกอบ ผังมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่อง จำนวนจริง

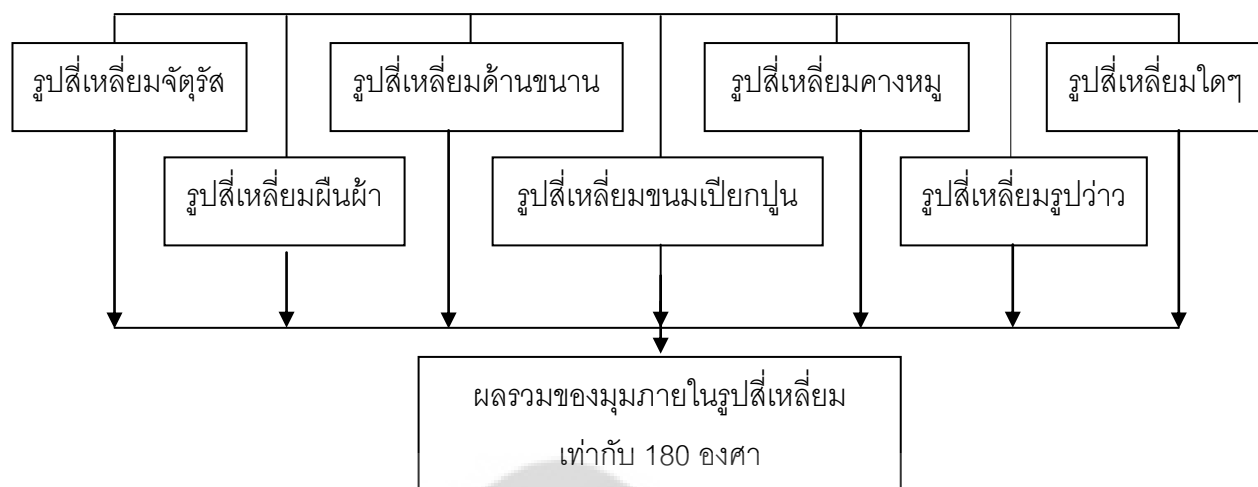
3. ชนิดเชื่อมโยง (linked grouping หรือ cross link) มีลักษณะคล้ายกับชนิดปลายเปิด หากแต่มีการเชื่อมโยงข้ามชุดระหว่างคำมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กันและมักเขียนแสดงหัวลูกศรเพื่อแสดงทิศทางของความสัมพันธ์ ดังภาพ



ภาพประกอบ ผังมโนทัศน์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

4. ชนิดปลายเปิด หรือปิดล้อมเป็นวง (closed grouping) ผังมโนทัศน์ชนิดนี้ค่อนข้างจะมีลักษณะจำกัดอยู่ในตัวเองค่อนข้างมาก เนื่องจากจะต้องเขียนให้คำมโนทัศน์มีการเชื่อมต่อเป็นวงปิด ดังภาพ

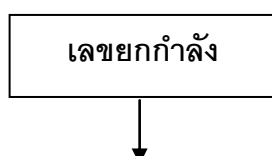


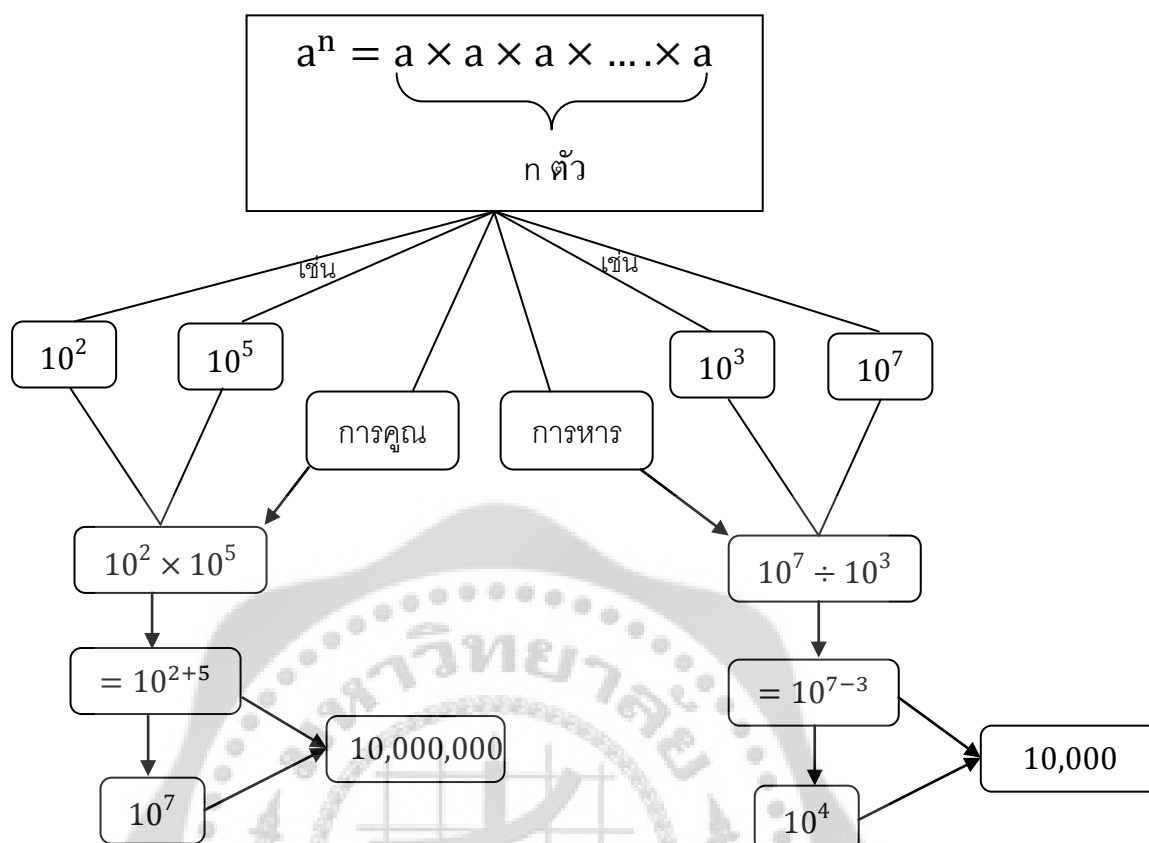


ภาพประกอบ ผังมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยม



5. **ชนิดผสม (combined grouping)** บางครั้งผังมโนทัศน์ที่เขียนขึ้นมาอาจมีลักษณะผสมกันหลายแบบได้ ดังภาพ





ภาพประกอบผังมโนทัศน์เกี่ยวกับสมบัติการคูณและการหารของเลขยกกำลัง

องค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์

ในการสร้างแผนผังมโนทัศน์นั้น เราจะต้องรู้ถึงส่วนประกอบที่สำคัญของแผนผัง เพื่อจะได้สร้างแผนผังมโนทัศน์ให้ครบถ้วนและชัดเจน ซึ่งมีองค์ประกอบของแผนผังมโนทัศน์ดังนี้

1. **ชื่อมโนทัศน์ (Concept names)** เป็นชื่อมโนทัศน์ของเรื่องที่จะนำมาสร้างผังมโนทัศน์นั้นๆ โดยจะเขียนชื่อมโนทัศน์ไว้ในกรอบรูปร่างใดก็ได้

2. **เส้นเชื่อมโยงความสัมพันธ์ (Linking lines)** เป็นเส้นที่ลากเชื่อมกันระหว่างมโนทัศน์สองมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กัน โดยอาจจะมีหรือไม่มีหัวลูกศรก็ได้

3. **คำหรือวลีที่แสดงความสัมพันธ์ (Linking phrases)** เป็นคำ วลี หรือประโยคที่เขียนไปตามเส้นเชื่อมโยงความสัมพันธ์เพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์สองมโนทัศน์ใดๆ

การสร้างแผนผังมโนทัศน์ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเลือกเรื่องที่จะสร้างแผนผังมโนทัศน์ อาจนำมาจากตำรา สมุดจดคำบรรยาย คำอธิบายก่อนการปฏิบัติการเริ่มจากการอ่านข้อความอย่างน้อย 1 ครั้ง แล้วระบุมโนทัศน์ที่สำคัญโดย

ขีดเส้นใต้คำหรือประโยคที่สำคัญ ซึ่งอาจจะเป็นวัตถุหรือเหตุการณ์ แล้วลอกมโนทัศน์เหล่านั้นลงในแผ่นกระดาษเล็กๆ เพื่อสะดวกในการจัดความสัมพันธ์

ขั้นที่ 2 จัดลำดับนามโนทัศน์ที่สำคัญซึ่งได้เขียนลงในแผ่นกระดาษเล็กๆ แล้วมาจัดลำดับมโนทัศน์ที่มีความกว้างไปสู่มโนทัศน์ที่มีความเฉพาะเจาะจง

ขั้นที่ 3 จัดกลุ่ม นามโนทัศน์มาจัดกลุ่มเข้าด้วยกัน โดยมีเกณฑ์ 2 ข้อ คือ

- จัดกลุ่มมโนทัศน์ที่อยู่ในระดับเดียวกัน
- จัดกลุ่มมโนทัศน์ที่มีความเกี่ยวข้องกันอย่างใกล้ชิด

ขั้นที่ 4 จัดระดับ เมื่อจัดกลุ่มมโนทัศน์แล้วนำมโนทัศน์ที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันมาจัดระบบตามลำดับความเกี่ยวข้อง ซึ่งในขั้นนี้ยังสามารถเปลี่ยนแปลงได้หรืออาจหา มโนทัศน์อื่นๆ มาเพิ่มเติมได้อีก

ขั้นที่ 5 เชื่อมมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กัน เมื่อจัดระบบมโนทัศน์ที่สำคัญแล้ว นำมโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์กันมาเชื่อมโยงกัน โดยการลากเส้นเชื่อมโยงกัน และมีคำเชื่อมระบุความสัมพันธ์ไว้ทุกเส้น และหลังจากใส่คำเชื่อมแล้วจะสามารถอ่านได้เป็นประโยค เส้นที่เชื่อมโยงนี้อาจเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ชุดเดียวกันหรือเชื่อมโยงระหว่างชุดของมโนทัศน์ที่ต่างกันได้

ประโยชน์ของแผนผังมโนทัศน์

1. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสำรวจความรู้พื้นฐานของนักเรียน โดยใช้สำรวจความรู้ที่นักเรียนมีมาก่อนเพื่อนำไปใช้ในการเตรียมการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียน
2. ใช้แผนผังมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ต่างๆ ที่อยู่ในความคิดของนักเรียน ซึ่งจะทำให้ทราบว่านักเรียนกำลังคิดอะไร และกำลังจะคิดทำอะไรเพื่อให้บรรลุตามเป้าหมายที่วางไว้ คล้ายกับการเดินทางโดยใช้แผนที่
3. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสรุปความหมายจากตำรา ซึ่งจะช่วยให้ประหยัดเวลาในการอ่านครั้งต่อไป และไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการอ่าน
4. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการสรุปความหมาย จากการทำปฏิบัติการในห้องปฏิบัติการหรือในการปฏิบัติภาคสนาม แผนผังมโนทัศน์จะเป็นแนวทางให้นักเรียนว่าควรจะทำอย่างไรบ้าง สังเกตสิ่งใดบ้างเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่วางไว้
5. ใช้แผนผังมโนทัศน์เป็นเครื่องมือในการจดบันทึกต่างๆ ในการวงกลมรอบมโนทัศน์หลักหรือข้อความสำคัญ แล้วนำมาสร้างเป็นกรอบมโนทัศน์จะทำให้จดจำได้ง่าย และกรอบมโนทัศน์จะทำให้จับใจความสำคัญได้ทั้งๆ ที่เป็นข้อความหรือเรื่องที่ไมคุ้นเคยมาก่อน
6. ใช้แผนผังมโนทัศน์ในการวางแผน การเขียนรายงาน หรือการบรรยาย



แบบฝึกหัดที่ 1

คำชี้แจง : 1. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) แผนผังมโนทัศน์ หมายถึง

2) ส่วนประกอบของแผนผังมโนทัศน์มี ส่วน ได้แก่

3) ให้นักเรียนบอกวิธีการสร้างแผนผังมโนทัศน์

4) จงบอกประโยชน์ที่ได้จากการทำแผนผังมโนทัศน์

คำชี้แจง : 2. ให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์จากคำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ตัวประกอบ	ตัวหารร่วม	จำนวนเฉพาะ	จำนวนคู่
จำนวนคู่	จำนวนเต็ม	ตัวประกอบร่วม	จำนวนนับ
ตัวหารร่วมมาก	วิธีหารแบบยุคลิด	ตัวคูณร่วมน้อย	พหุคูณ
การแยกตัวประกอบ	วิธีการหารสั้น		



แบบฝึกหัดที่ 2

คำชี้แจง : 1. ให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์จากคำมโนทัศน์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

รูปสามเหลี่ยม	มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมทั้งสามมุมรวมกันได้เท่ากับ 180 องศา	
แบ่งตามลักษณะของด้าน	รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม
รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า	แบ่งตามลักษณะของมุม	รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน



คำชี้แจง : 2. ให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์จากบทความที่กำหนดให้ต่อไปนี้



โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Structure)

มนุษย์มีความจำเป็นต้องใช้ภาษาเพื่อสื่อความหมายไม่ว่าจะเป็นการพูด
ท่าทาง อากาหร สิ่งที่สำคัญที่สุด คือ ภาษาเขียนและภาษาพูด มนุษย์จะสร้างคำ
ต่างๆ ขึ้นมา เป็นคำพื้นฐานที่เข้าใจความหมายได้ โดยใช้สามัญสำนึกหรือมี
ความคุ้นเคยกับสมบัติของคำเหล่านั้น คำพวกนี้จัดเป็น คำนิยาม ต่อมามนุษย์
เจริญขึ้น รู้จักสร้างคำเพิ่มขึ้น โดยมีความหมายรัดกุม สามารถอธิบายความหมาย
ได้ คำเหล่านี้จัดเป็นพวก คำนิยาม ต่อมามนุษย์มักจะมี ความขัดแย้งกันในเรื่อง
ต่างๆ ที่ไม่สามารถตกลงกันได้ว่าใครถูกใครผิด มนุษย์จึงสร้างความจริงขึ้นพื้นฐาน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้ : คณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง : เส้นขนานและมุมภายใน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เวลา 3 คาบเรียน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานกับมุมภายในได้

2. บอกเหตุผลและแก้ปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในได้ เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหามาให้

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. สื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. ทำงานเป็นระบบและเป็นขั้นตอน
3. ทำงานร่วมกับผู้อื่น

สาระการเรียนรู้

เส้นขนานและมุมภายใน

ในสิ่งแวดล้อมรอบตัวเรา มีตัวอย่างของสิ่งที่มีลักษณะของเส้นขนาน เช่น รางรถไฟ ราวบันได รั้ว แนวกระเบื้องปูพื้น เส้นบรรทัดในสมุด เป็นต้น ซึ่งเราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเส้นขนานไปประยุกต์ใช้ในการตกแต่งสรรค์สร้างวัสดุอุปกรณ์ต่างๆ ในชีวิตประจำวันได้

บทนิยามที่ 1 เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกันก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน

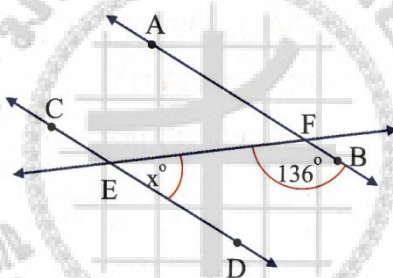
บทนิยามที่ 2 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ และในทางกลับกัน ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

ทฤษฎีบท 1 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ทฤษฎีบท 2 ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

ทฤษฎีบท 3 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

ปัญหาที่ 1 จงหาค่า x เมื่อกำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$



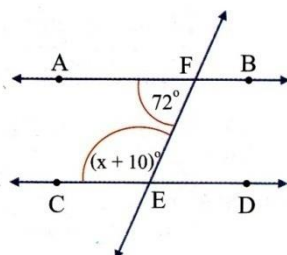
วิธีทำ เนื่องจาก $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ และจากบทนิยามที่ว่า “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา”

$$\text{จะได้ว่า} \quad x + 136 = 180$$

$$x = 180 - 136 = 44$$

ดังนั้น x มีค่า 44 องศา

ปัญหาที่ 2 จงหาค่า x เมื่อกำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$

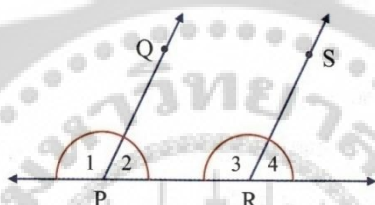


วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และจากบทนิยามที่ว่า “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่หนึ่งขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา”

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า} \quad (x + 10) + 72 &= 180 \\ x + 82 &= 180 - 82 \\ x &= 98\end{aligned}$$

ดังนั้น x มีค่า 98 องศา

ปัญหาที่ 3 จากรูป กำหนดให้ $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$



พิสูจน์ 1) $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$

กำหนดให้

$$2) \hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$$

ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180°

ของ

$$3) \hat{2} + \hat{1} = 180^\circ$$

ขนาดของมุมตรงเท่ากับ 180°

$$4) \hat{2} + \hat{3} = \hat{2} + \hat{1}$$

สมบัติของการเท่ากัน

ดังนั้น 5) $\hat{1} = \hat{3}$

นำ $\hat{2}$ มาลบจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ

สื่อการเรียนรู้

- ตัวอย่างภาพสิ่งต่างๆที่มีลักษณะเป็นเส้นขนานกัน
- ตัวอย่างภาพประกอบที่ 1 - 7
- ใบงานที่ 1, 2, 3
- เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน
- ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน
- แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน
- แบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะของเส้นตรงที่ขนานบนระนาบเดียวกัน พร้อมทั้งสุ่มนักเรียน 2 – 3 คน เพื่อยกตัวอย่างสิ่งต่างๆ ที่เคยเห็นในชีวิตประจำวัน เช่น รางรถไฟ เส้นบรรทัดในสมุด เป็นต้น และครูยกตัวอย่างภาพที่มีลักษณะเป็นเส้นขนานให้นักเรียนสังเกต

ขั้นสอน (40 นาที)

1. ครูให้นักเรียนสังเกตตัวอย่างภาพที่มีลักษณะเป็นเส้นขนาน (จากขั้นนำ) แล้วครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดถึงลักษณะของเส้นขนาน ดังนี้
 - นักเรียนคิดว่า “ทำไมรถไฟถึงตกลากรางรถไฟ”
 - ลักษณะของรางรถไฟมีลักษณะอย่างไร
2. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของเส้นขนานที่ได้จากการตอบคำถามในข้อ 1 จากนั้นครูสรุปซ้ำอีกครั้งดังบทนิยามที่ 1 (ในสาระการเรียนรู้)
3. ครูติดตัวอย่างภาพประกอบที่ 1 และ 2 บนกระดาน พร้อมทั้งอธิบายการเขียนสัญลักษณ์การขนานกันของเส้นตรงสองเส้น
4. ครูติดตัวอย่างภาพประกอบที่ 3 บนกระดาน แล้วสุ่มให้นักเรียน 2 คนออกมาวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองเส้นจากรูป คนละ 1 รูป และครูดำเนินการสอนโดยใช้วิธีการถาม-ตอบ โดยครูถามตัวแทนนักเรียน 2 คนที่ออกมาวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้งสองเส้นว่ามีความยาวเท่าใด จากนั้นครูให้นักเรียนร่วมกันสังเกตและคิดพิจารณาจากสิ่งที่ได้จากการวัดระยะห่างระหว่างเส้นตรงทั้ง 2 รูป (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย)
5. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากการสังเกตการทำกิจกรรมวัดจากตัวอย่างภาพประกอบที่ 3 แล้วครูสรุปซ้ำอีกครั้งดังบทนิยามที่ 2 (ในสาระการเรียนรู้) (คิดแบบวิภาษชาติ)
6. ครูให้นักเรียนจับคู่ทำใบงานที่ 1 ขณะนั้นครูเดินดูการทำงานของนักเรียน และเมื่อนักเรียนมีปัญหาคูครูจะแนะนำการทำใบงานแบบกัลยาณมิตร จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยใบงานที่ 1
7. ครูติดตัวอย่างภาพประกอบที่ 4 บนกระดาน แล้วให้นักเรียนสังเกตภาพ ครูดำเนินการสอนโดยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดพิจารณาจากสิ่งที่เกี่ยวข้องกับภาพที่กำหนดให้ (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) จากนั้นครูให้นักเรียนตอบคำถามที่ได้จากตัวอย่างภาพประกอบที่ 4 (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ) ดังนี้

- เส้นตรงใดเป็นเส้นตัด ($\overleftrightarrow{AB}$)
- มุมภายในคือมุมใด ($\hat{u}$, $\hat{x}$, $\hat{v}$ และ $\hat{y}$)
- มุมคู่ใดที่เรียกว่า “มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{AB}$ ” ($\hat{x}$ กับ $\hat{y}$ และ $\hat{u}$ กับ $\hat{v}$)
- มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีความสัมพันธ์กันอย่างไร (มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

8. ครูแสดงให้นักเรียนเห็นว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศาเป็นจริง โดยครูสุ่มตัวแทนนักเรียน 1 คนออกมาหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูให้ตัวแทนนักเรียนแกะมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจากตัวอย่างภาพประกอบที่ 4 ออกมา 1 คู่ และครูแกะมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดที่เหลืออีก 1 คู่ แล้วนำมุมแต่ละคู่มาวางต่อกัน (ดังตัวอย่างภาพประกอบที่ 4.1)

9. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน จากนั้นครูสรุปซ้ำอีกครั้งดังทฤษฎีบท 1 (ในสาระการเรียนรู้) (คิดแบบวิภาษวาท)

10. ครูแจกใบงานที่ 2 ให้นักเรียนทุกคนทำ ขณะนั้นครูเดินดูการทำงานของนักเรียนรอบๆ ห้องเรียน และหากนักเรียนคนใดมีปัญหา ครูจะเป็นผู้ให้คำแนะนำในการทำใบงานที่ 2 แบบกัลยาณมิตร จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยใบงานที่ 2

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูแจกใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ให้นักเรียนทุกคน แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันสรุปความคิดรวบยอดถึงเรื่องที่เรียนในคาบเรียนนี้ แล้วให้นักเรียนเขียนสรุปความคิดรวบยอดในรูปแบบของแผนผังมโนทัศน์ (แต่เนื่องจากแผนการจัดการเรียนรู้นี้เป็นแผนการจัดการเรียนรู้แผนแรก นักเรียนอาจยังไม่คุ้นเคยในการเขียนแผนผังมโนทัศน์ ครูอาจเขียนแผนผังมโนทัศน์แสดงความคิดรวบยอดของคาบเรียนนี้เป็นตัวอย่างก่อนก็ได้) และนำมาส่งในคาบเรียนถัดไป

คาบที่ 2

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูทบทวนเรื่อง ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน และเรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยครูติดตัวอย่างภาพประกอบที่ 5 บนกระดาน แล้วใช้วิธีการถาม – ตอบกับนักเรียนเพื่อเป็นการทบทวนความรู้ในคาบเรียนที่ 1 ของนักเรียน

ชั้นสอน (40 นาที)

1. ครูติดตัวอย่างภาพประกอบที่ 6 บนกระดาน แล้วให้นักเรียนสังเกตรูปภาพ จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดพิจารณาจากตัวอย่างภาพประกอบที่ 6 ถึงสิ่งที่ได้จากภาพว่า กำหนดให้อะไรมาบ้าง และจะดำเนินการกับสิ่งที่ภาพนี้ให้มาอย่างไร (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) จากนั้นครูใช้คำถามกับนักเรียนให้คิดและตอบคำถามในการแยกแยะจากตัวอย่างภาพประกอบที่ 6 (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ) ดังนี้

- จากภาพกำหนดให้อะไรมาบ้าง ($\hat{1} = 135^\circ$ และ $\hat{2} = 45^\circ$)
- แล้ว $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
(เป็นมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด)
- ถ้านำ $\hat{1} + \hat{2}$ มีค่าเท่าใด (180 องศา)

2. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปจากสิ่งที่ได้จากตัวอย่างภาพประกอบที่ 6 จากนั้นครูสรุปซ้ำอีกครั้งดังทฤษฎีบท 2 (ในสาระการเรียนรู้)

3. ครูติดตัวอย่างภาพประกอบที่ 7 บนกระดาน โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบให้นักเรียนได้สังเกตและคิดพิจารณา ทำความเข้าใจกับตัวอย่างภาพประกอบที่ 7 (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) แล้วครูให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อให้แยกแยะว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร และสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบคืออะไร (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

4. เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาได้ชัดเจนแล้ว ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาวิธีในการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบท 2 (ในสาระการเรียนรู้) มาช่วยในการแก้ปัญหา

5. เมื่อนักเรียนคิดวางแผนในการแก้ปัญหาแล้ว ครูให้นักเรียนตอบคำถาม จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2 คน ออกมาอธิบายแนวทางการหาคำตอบ ซึ่งครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง (คิดแบบวิพากษ์)

6. ครูแจกเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ให้นักเรียนทุกคน จากนั้นครูเริ่มที่ปัญหาที่ 1 โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบให้นักเรียนพิจารณาทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาที่ 1 (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) แล้วครูให้นักเรียนตอบคำถามแยกแยะเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

7. ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่านักเรียนจะใช้วิธีการ หรือกฎ หรือสูตร หรือบทนิยามใด ในการแก้ปัญหา ซึ่งครูจะเป็นผู้ดูแลการทำงานของนักเรียนแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบอริยสัจหรือคิดแบบแก้ปัญหา)

8. เมื่อนักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบแล้ว ครูสุ่มนักเรียนมานำเสนอวิธีการหาคำตอบ จากนั้นครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

9. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ 2 และ 3 ในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบให้นักเรียนพิจารณาทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาที่ 2 และ 3 (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) แล้วครูให้นักเรียนตอบคำถามแยกแยะเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการหา (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

10. ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่านักเรียนจะใช้วิธีการ หรือกฎ หรือสูตร หรือบทนิยามใด ในการแก้ปัญหา ซึ่งครูจะเป็นผู้ดูแลการทำงานของนักเรียนแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบอริยสัจหรือคิดแบบแก้ปัญหา)

11. เมื่อนักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบแล้ว ครูสุ่มนักเรียนมานำเสนอวิธีการหาคำตอบ จากนั้นครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

12. จากนั้นครูให้นักเรียนจับคู่เพื่อทำกิจกรรมในใบงานที่ 3 โดยแจกใบงานที่ 3 ให้นักเรียนคู่ละ 1 ชุด จากนั้นครูให้นักเรียนทำข้อ 1 – 3 ในใบงานที่ 3 ตามลำดับ ซึ่งครูให้อิสระกับนักเรียนคิดแก้ปัญหาในการแสดงเหตุผลเพื่อหาคำตอบ ซึ่งใช้เวลาในการทำกิจกรรมนี้ประมาณ 10 นาที

13. เมื่อนักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบในใบงานที่ 3 เสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคู่ตรวจสอบความถูกต้องของแนวทางการหาคำตอบเพื่อเป็นตัวแทนในการนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและเพื่อนๆ ในชั้นเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบอีกครั้ง

ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนผ่านมาคาบเรียนนี้ดังทฤษฎีบท 1, ทฤษฎีบท 2 และทฤษฎีบท 3 จากนั้นครูให้นักเรียนนำใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ขึ้นมา แล้วเพิ่มเติมเนื้อหาย่อยเรื่อง มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด ลงในแผนผังมโนทัศน์ที่มีอยู่แล้ว เพื่อให้ นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดของเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ซึ่งครูให้นักเรียนนำใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน กลับไปตกแต่งแล้วนำมาส่งในคาบเรียนถัดไป

2. จากนั้นครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน แล้วนำมาส่งในคาบเรียนถัดไป

คาบที่ 3

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียนเพื่อทบทวนความรู้เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน จากนั้นครูแจกแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ให้กับนักเรียนทุกคน พร้อมทั้งครูให้นักเรียนตรวจแบบทดสอบว่ามีจำนวนข้อสอบครบถ้วนหรือไม่ และอธิบายคำชี้แจงของแบบทดสอบ วิธีการทำแบบทดสอบ ตลอดจนตอบคำถามเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยในคำชี้แจงหรือวิธีการทำข้อสอบ

ขั้นสอน (35 นาที)

ครูให้นักเรียนลงมือทำแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ซึ่งระหว่างนั้นครูจะเดินดูนักเรียนทำแบบทดสอบรอบๆ ห้องเรียน ตลอดจนครูจะเป็นผู้แนะนำหากนักเรียนมีข้อสงสัยกับคำถามในแบบทดสอบอย่างเป็นกัลยาณมิตร

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูให้นักเรียนเตรียมความพร้อมที่จะส่งแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน โดยให้นักเรียนตรวจแบบทดสอบของตนเองว่าตอบคำถามครบทุกข้อหรือไม่ ก่อนที่จะส่งแบบทดสอบคืนให้กับครู

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล	เครื่องมือ
ด้านความรู้ - ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่องเส้นขนานและมุมภายใน - ความถูกต้องและความครบถ้วนของเนื้อหาในใบงานความคิดรวบยอดเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน	- ใบงานที่ 1 – 3, เอกสารประกอบการเรียนเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน, แบบฝึกหัดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน และแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ถูกต้องไม่ต่ำกว่า 70% - เกณฑ์ขั้นต่ำจากใบงานความคิดรวบยอดเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน และแบบประเมิน	1. ใบงานที่ 1 – 3 2. เอกสารประกอบการเรียนเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน 3. แบบฝึกหัดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน 4. ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน 5. แบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน 6. แบบประเมิน
ด้านทักษะ/กระบวนการ - ตรวจจากการทำกิจกรรมในใบงานที่ 1 – 3, เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน และแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน - สังเกตจากการนำเสนอหน้าชั้นเรียน	คุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนระดับคุณภาพเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 70%	คุณลักษณะที่พึงประสงค์
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมอภิปราย - ตรวจจากการทำกิจกรรมในใบงานที่ 1 – 3, เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน, แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน และแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน - สังเกตจากการร่วมทำกิจกรรม	คุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนระดับคุณภาพเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 70%	คุณลักษณะที่พึงประสงค์

บันทึกหลังการสอน :



..... ผู้สอน
(นางสาวชมพูนุท วนสันเทียะ)

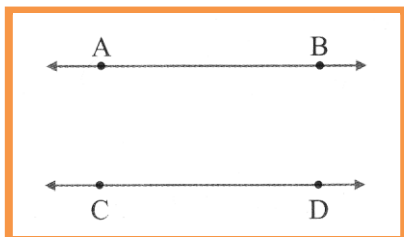


ตัวอย่างภาพสิ่งต่างๆ ที่มีลักษณะเป็นเส้นขนาน



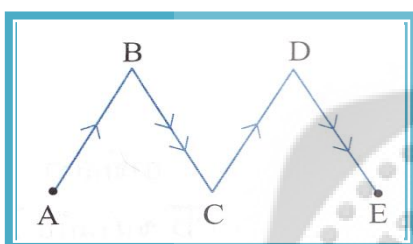
ตัวอย่างภาพประกอบ

ตัวอย่างภาพประกอบที่ 1



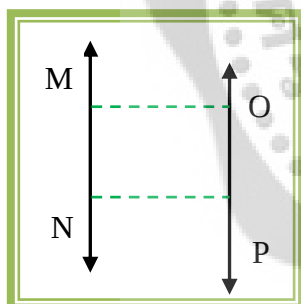
เมื่อ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน อาจกล่าว
ได้ว่า $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ หรือ $\overleftrightarrow{CD}$
ขนานกับ $\overleftrightarrow{AB}$ อาจเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์
 $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ หรือ $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{AB}$

ตัวอย่างภาพประกอบที่ 2

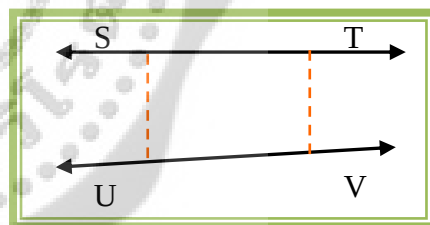


ในการเขียนรูปเส้นตรง ส่วนของเส้นตรง หรือ
รังสี ที่ขนานกัน อาจใช้ลูกศรแสดงเส้นที่ขนานกัน
ดังรูป แสดงว่า $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ และ
 $\overleftrightarrow{BC} // \overleftrightarrow{DE}$

ตัวอย่างประกอบที่ 3

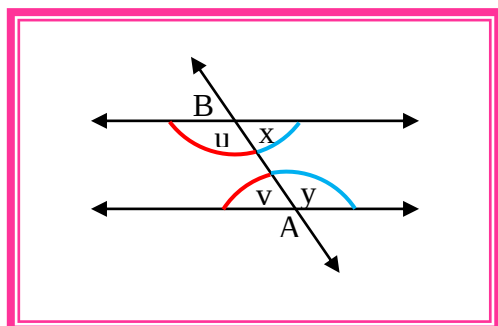


จะเห็นว่า ระยะห่างระหว่าง $\overleftrightarrow{MN}$ และ $\overleftrightarrow{OP}$
มีความยาวเท่ากัน สรุปได้ว่า $\overleftrightarrow{MN} // \overleftrightarrow{OP}$



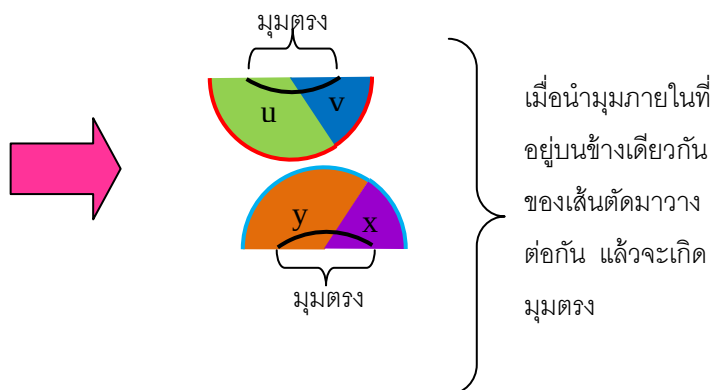
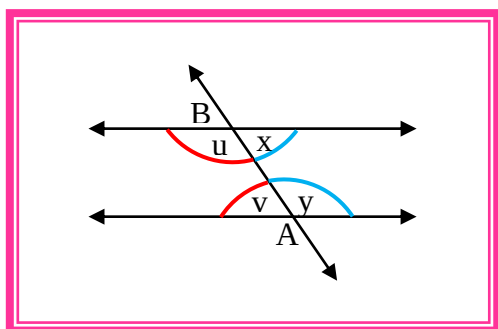
จะเห็นว่า ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $\overleftrightarrow{ST}$
และ $\overleftrightarrow{UV}$ มีความยาวไม่เท่ากัน สรุปได้ว่า
 $\overleftrightarrow{ST}$ ไม่ขนานกับ $\overleftrightarrow{UV}$

ตัวอย่างภาพประกอบที่ 4

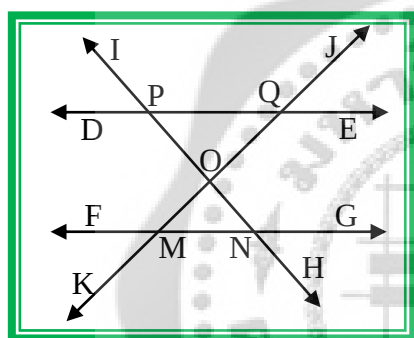


จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่า เส้นตัด AB
เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ว่า มุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB
เรียก $\hat{u}$ และ $\hat{v}$ ว่า มุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

ตัวอย่างภาพประกอบที่ 4.1

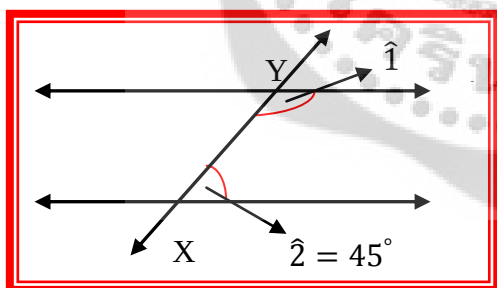


ตัวอย่างภาพประกอบที่ 5 จากรูป จงสำรวจว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



$\widehat{HPE}$ และ $\widehat{ING}$, $\widehat{DPH}$ และ $\widehat{INF}$,
 $\widehat{DQK}$ และ $\widehat{FMJ}$, $\widehat{EQK}$ และ $\widehat{GMJ}$
 เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

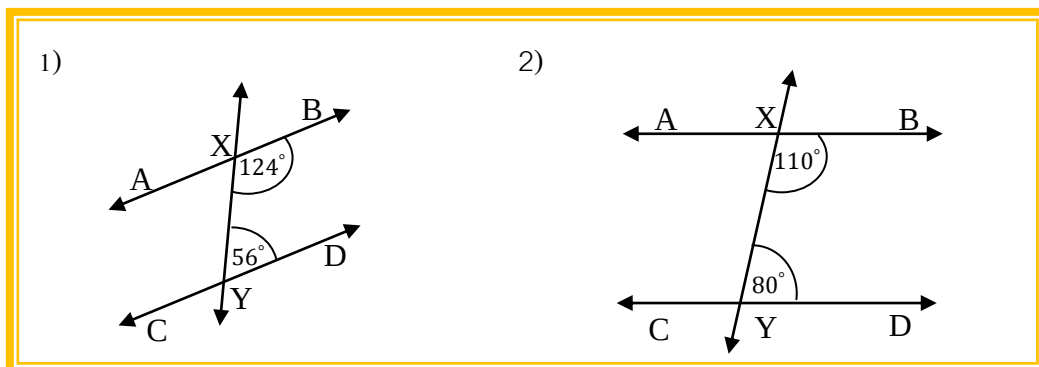
ตัวอย่างภาพประกอบที่ 6



จากรูป $\overleftrightarrow{XY}$ เรียกว่า เส้นตัด XY
 $\widehat{1}$ และ $\widehat{2}$ คือ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ
 เส้นตัด XY และสังเกตว่าผลรวมของขนาดของ
 มุม $\widehat{1}$ และขนาดของมุม $\widehat{2}$ มีค่าเท่ากับ 180°

ดังนั้น สรุปได้ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา”

ตัวอย่างภาพประกอบที่ 7 $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ในแต่ละข้อขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

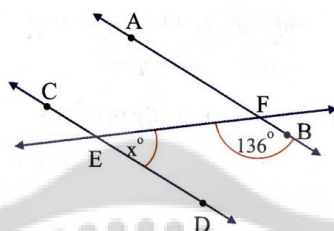


- วิธีทำ 1) $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $124 + 56 = 180$ องศา
- 2) $\overleftrightarrow{AB}$ ไม่ขนานกันกับ $\overleftrightarrow{CD}$ เพราะว่า ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ $110 + 80 = 190$ องศา ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา

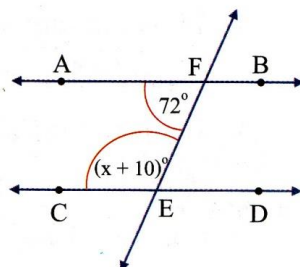
เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 2 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงเหตุผลและวิธีการหาคำตอบ

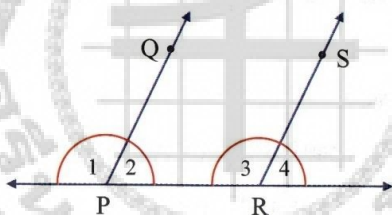
ปัญหาที่ 1 จงหาค่า x เมื่อกำหนดให้ กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



ปัญหาที่ 2 จงหาค่า x เมื่อกำหนดให้ กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$



ปัญหาที่ 3 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{RS}$ จงพิสูจน์ว่า $\hat{1} = \hat{3}$

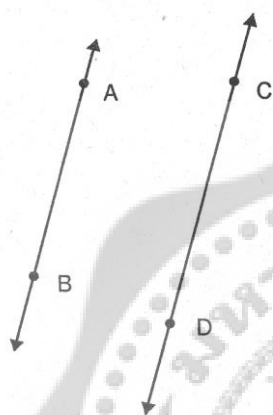




ใบงานที่ 1

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาว่าเส้นขนานคู่ใดขนานกัน โดยให้นักเรียนแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งบอกเหตุผล

1.



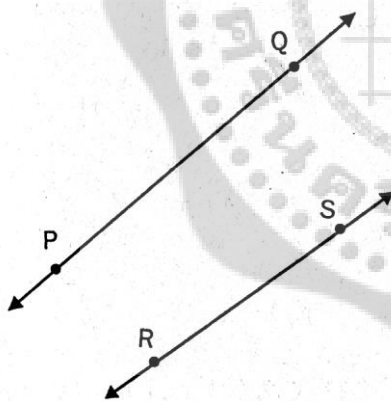
.....

.....

.....

.....

2.



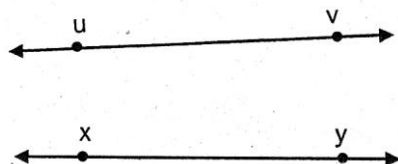
.....

.....

.....

.....

3.



.....

.....

.....

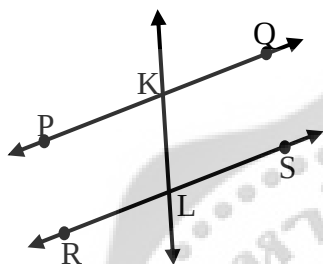
.....

ใบงานที่ 2



คำชี้แจง : ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงบอกว่ามุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1.

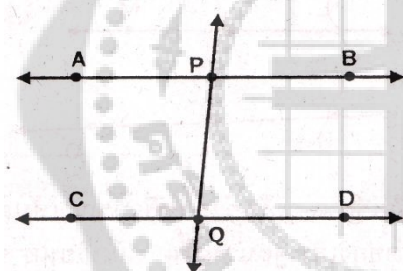


.....

.....

.....

2.

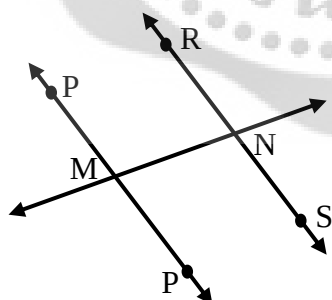


.....

.....

.....

3.



.....

.....

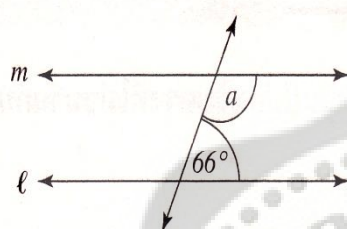
.....

ใบงานที่ 3



คำชี้แจง : กำหนดให้ $\vec{m} \parallel \vec{l}$ และ $\vec{PQ} \parallel \vec{RS}$ ให้นักเรียนหาค่าของตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการหาคำตอบ

1.



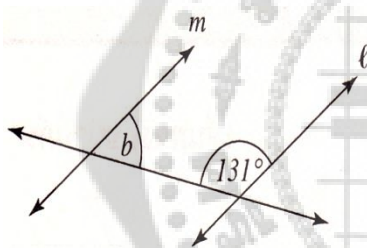
.....

.....

.....

.....

2.



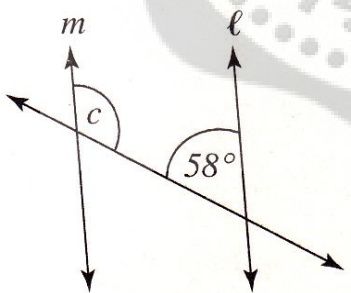
.....

.....

.....

.....

3.



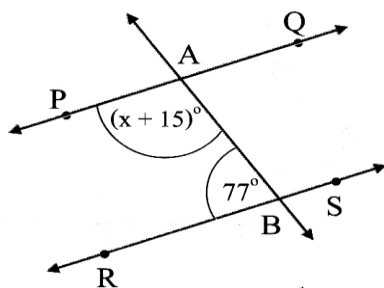
.....

.....

.....

.....

4.



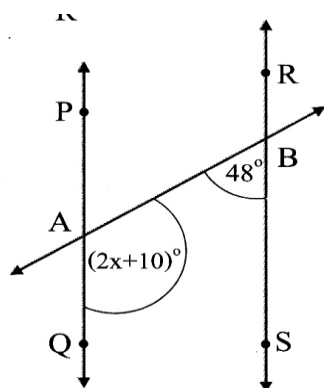
.....

.....

.....

.....

5.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

สุดท้ายเรา 2 คน ก็
ช่วยกันทำสำเร็จจนได้



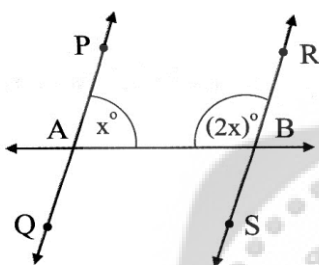


แบบฝึกหัดที่ 3

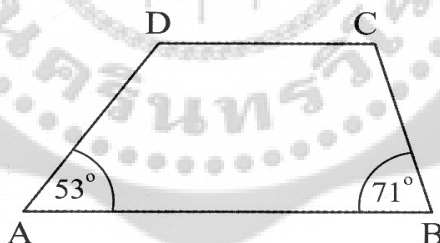
เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน

คำชี้แจง : จงแสดงวิธีการหาคำตอบ

1. จงหาค่า x จากรูปต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{RS}$

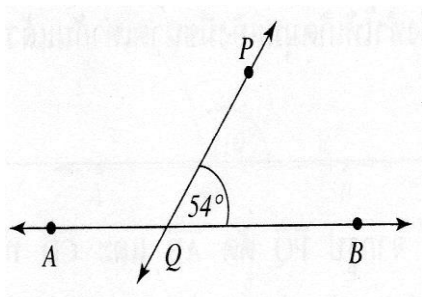


2. จากรูป กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาขนาดของ $\widehat{ADC}$ และขนาดของ $\widehat{BCD}$



3. ให้นักเรียนลากเส้นขนานกับเส้นตรง AB และผ่านจุด P พร้อมทั้งบอกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ $\widehat{BQP}$ ของเส้นตัด PQ

3.1)



.....

.....

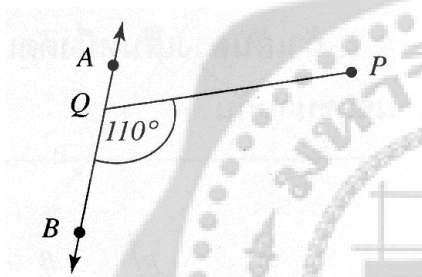
.....

.....

.....

.....

3.2)



.....

.....

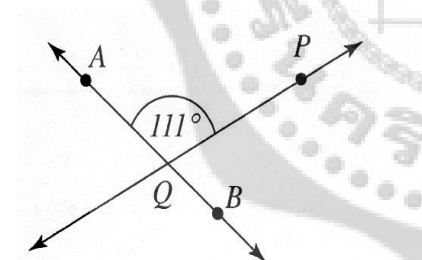
.....

.....

.....

.....

3.3)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

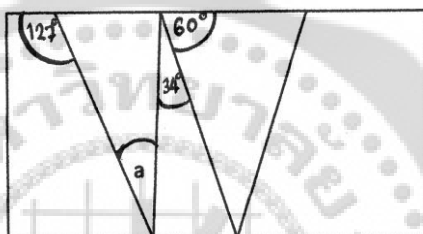
สู้ๆ นะครับเพื่อนๆ ...



4. ให้นักเรียนอ่านบทความ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

... เรื่องของเด็กชาย กรวิก สุดหล่อ ...

ด.ช. กรวิก สุดหล่อ เป็นนักเรียนที่เรียนดีและนั่งอยู่แถวหน้าของชั้นเรียนทุกครั้ง แต่แล้ววันหนึ่ง คุณครูสังเกตเห็นว่า ด.ญ. เอย สุดสวย มองไม่เห็นกระดาน จึงให้ด.ญ. เอย มานั่งแทนที่ ด.ช. กรวิก ในคาบเรียนนั้น วันต่อมา ด.ช. กรวิก จึงนำปากกาลบคำผิดไปเขียนที่โต๊ะของเขา โดยเขียนเป็นอักษรภาษาอังกฤษ คือ W (ดังรูป) ซึ่งเป็นอักษรนำหน้าชื่อเล่นของเขา เพื่อแสดงให้เห็นว่าเขาเป็นเจ้าของโต๊ะนี้ และเขาก็ได้วัดขนาดของมุมไว้ (ดังรูป)



1) ถ้า ด.ช. กรวิก ต้องการทราบขนาดของมุม a โดยที่ไม่ได้ใช้เครื่องมือใดๆ ในการวัดมุม แล้วเขาจะมีวิธีหาขนาดของมุม a ได้อย่างไร และมุม a มีขนาดเท่าไร (แสดงวิธีทำอย่างละเอียด ประกอบกับการให้เหตุผล)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) นักเรียนมีความคิดเห็นอย่างไรกับการกระทำของด.ช. กรวิก

.....

.....

ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแผนผังมโนทัศน์แสดงความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน พร้อมทั้งตกแต่งให้สวยงาม



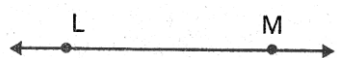
แบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมคำตอบและแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียดพร้อมทั้งบอกเหตุผลในแต่ละข้อต่อไปนี้ (เวลา 35 นาที)

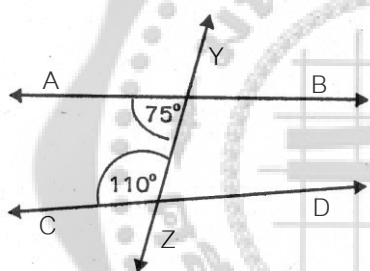
1. จงพิจารณารูปที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1.1



เส้นตรงสองเส้นนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

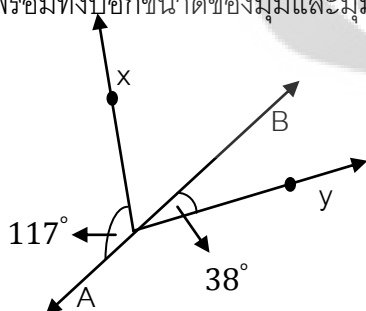
1.2



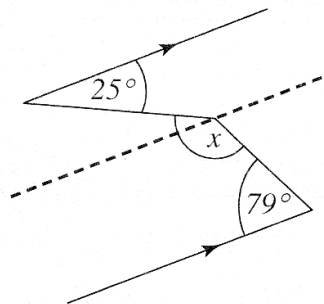
มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด คือ

เส้นตรงทั้งสองเส้นนี้ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

2. จงลากเส้นตรงขนานกับเส้นตรง AB ซึ่งเส้นตรงเส้นหนึ่งผ่านจุด x และเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งผ่านจุด y พร้อมทั้งบอกขนาดของมุมและมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด



3. จงหาค่า x จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



.....

.....

.....

.....

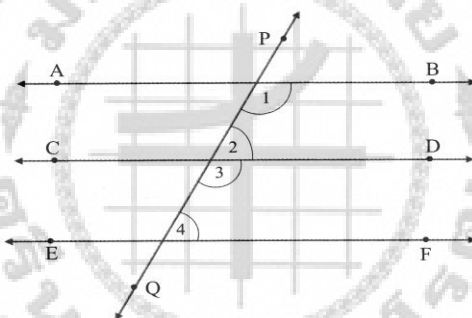
.....

.....

.....

.....

4. ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างต่อไปนี้ โดยกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ ดังรูป
จงพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$



พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$	กำหนดให้
2. $\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$	
3. $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$	กำหนดให้
4. $\hat{3} + \hat{4} = 180^\circ$	
5. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} = 180^\circ + 180^\circ$	สมบัติการเท่ากัน
6. $\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$	
7. $\hat{1} + \hat{4} = 180^\circ$	สมบัติการเท่ากัน
ดังนั้น	

แบบวัดความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน



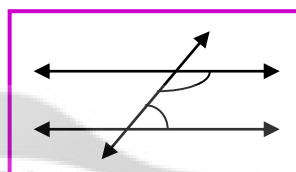
คำชี้แจง : ให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์จากกลุ่มคำที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยต้องใช้กลุ่มคำให้หมด

สัญลักษณ์ของเส้นขนานคือ //

มุมทั้งสองรวมกันได้ 180 องศา

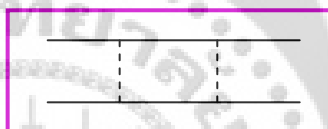
ระยะห่างระหว่างเส้นตรง

มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัด



เส้นขนานและมุมภายใน

ระยะห่างจะต้องมีความยาวเท่ากัน



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4
เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้ : คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง : เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

เวลา 3 คาบเรียน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในได้
2. บอกเหตุและแก้ปัญหาเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในได้ เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหามาให้

ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1. ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้
2. แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
3. สื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : นักเรียน

1. มีความรับผิดชอบ
2. ทำงานเป็นระบบและรอบคอบ
3. สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบท 1 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน

ทฤษฎีบท 2 ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน

ทฤษฎีบท 3 เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

สื่อการเรียนรู้

1. ตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.1 และ 9.2
2. เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
3. ใบงานที่ 5 และ 6
4. ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
5. แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
6. แบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับมุมภายในและมุมแย้ง เพื่อทบทวนความรู้ของนักเรียน โดยครูใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียนพร้อมกับตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.1 บนกระดาน

ขั้นสอน (40 นาที)

1. จากตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.1 (ขั้นนำ) ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและตอบคำถาม (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ) ดังนี้
 - มุมใดเป็นมุมภายนอก (1, 2, 7 และ 8)
 - มุมคู่ใดที่เรียกว่า “มุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด” (1 กับ 5, 3 กับ 7, 2 กับ 6 และ 4 กับ 8)

2. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “นักสำรวจ 1” ปัญหาที่ 1 ลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียน 1 คน ออกมาเฉลยกิจกรรม “นักสำรวจ 1” ปัญหาที่ 1 หน้าชั้นเรียน โดยที่ครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

3. ครูให้นักเรียนสังเกตตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.1 อีกครั้ง จากนั้นครูใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดพิจารณาและตอบคำถาม ดังนี้

- นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีความสัมพันธ์กันอย่างไร (ขนาดของมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากัน)

4. จากนั้นครูแสดงให้นักเรียนเห็นว่า “ขนาดของมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากันจริง” โดยการที่ครูสุ่มนักเรียนออกมาหน้าชั้นเรียน 1 คน และให้นักเรียนแกะ 1 และ 5 ออกมาจากตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.1 (ซึ่งครูได้ตัดมุมไว้ให้แล้ว) แล้วนำ 1

ไปวางแทนที่ 5 และนำ 5 ไปวางแทนที่ 1 ซึ่งครูให้ตัวแทนนักเรียนเปลี่ยนมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่อื่นๆ ด้วย (ดังตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.2)

5. เมื่อนักเรียนสังเกตการทํากิจกรรมหน้าชั้นเรียนแล้ว ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้จากการทํากิจกรรมนี้

6. ครูให้นักเรียนทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ปัญหาที่ 2 โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดพิจารณาและทำความเข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ และจะทำกับปัญหานี้อย่างไร (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) และครูใช้วิธีการถาม-ตอบให้นักเรียนได้คิดและตอบคำถามในการแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบจากกิจกรรม “นักสำรวจ 1” ปัญหาที่ 2 (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

7. ครูให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (กิจกรรม “นักสำรวจ 1” ปัญหาที่ 2) ซึ่งคำตอบที่ได้จะต้องสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และขณะนั้นครูจะเดินดูการทำงานของนักเรียนรอบๆ ห้องเรียน และให้คำแนะนำกับนักเรียนที่มีปัญหาแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบวิพากษ์บาท)

8. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยกิจกรรม “นักสำรวจ 1” ปัญหาที่ 2 โดยครูและนักเรียนที่เหลือร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอีกครั้ง จากนั้นครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่ได้จากการทํากิจกรรมนี้ และให้นักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (กรอบทฤษฎีบท 1) ตามที่ครูสรุปซ้ำอีกครั้งดังทฤษฎีบท 1 (ในสาระการเรียนรู้)

9. ครูให้นักเรียนทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ข้อที่ 1 ครูดำเนินการสอนโดยใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดพิจารณาและทำความเข้าใจกับโจทย์ข้อที่ 1 ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ และจะทำกับปัญหานี้อย่างไร (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) จากนั้นครูใช้วิธีการถาม-ตอบให้นักเรียนตอบคำถามในการแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบจากข้อที่ 1 (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

10. ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนคิดวิธีการหาคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามมาช่วยในการหาคำตอบ (คิดแบบอริยสัจหรือแบบแก้ปัญหา) ดังนี้

- สิ่งี่โจทย์กำหนดให้คืออะไร ($\overline{AB} \parallel \overline{CD}$)
- แล้วเราควรจะใช้เรื่องใดมาช่วยเพื่อพิสูจน์ว่า $A\hat{X}E = C\hat{Y}X$ (มุมภายในหรือมุมแย้ง)

11. ครูให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในโจทย์ข้อที่ 1 ซึ่งคำตอบที่ได้จะต้องสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และขณะนั้นครูจะเดินดูการทำงานของนักเรียนรอบๆ ห้องเรียน และให้คำแนะนำกับนักเรียนที่มีปัญหาแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบวิเศษชาวท)

12. เมื่อนักเรียนทำโจทย์ข้อที่ 1 เสร็จแล้ว ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยและร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับคำตอบที่นักเรียนตอบแตกต่างจากเพื่อนนักเรียนคนอื่นๆ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น

13. ครูให้นักเรียนทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ข้อที่ 2 ครูดำเนินการสอนโดยใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้คิดพิจารณาและทำความเข้าใจกับโจทย์ข้อที่ 2 ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ และจะทำกับปัญหานี้อย่างไร (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) จากนั้นครูใช้วิธีการถาม-ตอบให้นักเรียนตอบคำถามในการแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบจากข้อที่ 2 (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

14. ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนคิดวิธีการหาคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร หรือบทนิยามมาช่วยในการหาคำตอบ (คิดแบบอริยสัจหรือแบบแก้ปัญหา) ดังนี้

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร ($\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$ และ $\widehat{DCB} = 70^\circ$)
- แล้วเราควรจะใช้เรื่องใดมาช่วยในการหาคำตอบ (เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน)

15. ครูให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในโจทย์ข้อที่ 2 ซึ่งคำตอบที่ได้จะต้องสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และขณะนั้นครูจะเดินดูการทำงานของนักเรียนรอบๆ ห้องเรียน และให้คำแนะนำกับนักเรียนที่มีปัญหาแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบวิเศษชาวท)

16. เมื่อนักเรียนทำโจทย์ข้อที่ 2 เสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียน 1 – 2 คนออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบบนกระดาน ซึ่งครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอีกครั้ง

ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียนในการสรุปความรู้ที่ได้เรียนในคาบเรียนนี้ จากนั้นครูสรุปซ้ำอีกครั้งดังทฤษฎีบทที่ 1 (ในสาระการเรียนรู้) จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันเขียนความคิดรวบยอดที่ได้ให้อยู่ในรูปของแผนผังมโนทัศน์ลงในใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 5 แล้วนำมาส่งในคาบเรียนถัดไป

คาบที่ 2

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม “นักสำรวจ 2” ในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน จากนั้นครูสุ่มนักเรียน 2 – 3 คนออกมาเฉลยกิจกรรม “นักสำรวจ 2” หน้าชั้นเรียน โดยครูและเพื่อนนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

ขั้นสอน (35 นาที)

1. จากขั้นนำ ครูให้นักเรียนสังเกตและช่วยกันสรุปจากสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม “นักสำรวจ 2” แล้วให้นักเรียนเขียนลงในเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน (กรอบทฤษฎีบท 2) ตามที่ครูสรุปซ้ำอีกครั้งดังทฤษฎีบท 2 (ในสาระการเรียนรู้)

2. ครูให้นักเรียนทำเอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ข้อที่ 3 ครูดำเนินการสอนโดยใช้คำถามให้นักเรียนได้คิดพิจารณาและทำความเข้าใจกับโจทย์ข้อที่ 3 ว่าจะอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคำตอบ และจะทำกับปัญหานี้อย่างไร (คิดแบบสืบสาวเหตุปัจจัย) แล้วครูใช้วิธีการถาม-ตอบให้นักเรียนได้ตอบคำถามในการแยกแยะสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบจากโจทย์ข้อที่ 3 (คิดแบบแยกแยะองค์ประกอบ)

3. ครูให้นักเรียนคิดวางแผนในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามให้นักเรียนคิดวิธีการหาคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบท ฏ กฏ สูตร หรือบทนิยามมาช่วยในการหาคำตอบ (คิดแบบอริยสัจหรือแบบแก้ปัญหา)

4. ครูให้นักเรียนเขียนคำตอบโจทย์ข้อที่ 3 เพื่อดำเนินการตามที่นักเรียนได้คิดวางแผนการหาคำตอบไว้ ซึ่งคำตอบที่ได้จะต้องสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และขณะนั้นครูจะเดินดูการทำงานของนักเรียนรอบๆ ห้องเรียน และให้คำแนะนำกับนักเรียนที่มีปัญหาแบบกัลยาณมิตร (คิดแบบวิรัชวาท)

5. ครูสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยโจทย์ข้อที่ 3 หน้าชั้นเรียน โดยมีครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบอีกครั้ง

6. ครูให้นักเรียนพิจารณาสิ่งที่ได้จากการทำโจทย์ข้อที่ 3, ทฤษฎีบท 1 และทฤษฎีบท 2 จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปดังทฤษฎีบท 3 (ในสาระการเรียนรู้)

7. ครูให้นักเรียนจับกลุ่มกลุ่มละ 4 – 5 คน จากนั้นครูแจกใบงานที่ 6 ให้แต่ละกลุ่มและอธิบายคำชี้แจง พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามหากนักเรียนไม่เข้าใจคำถามในแต่ละข้อขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบงานที่ 6 ครูเดินดูการทำงานของนักเรียนในแต่ละกลุ่ม และให้

คำแนะนำกับนักเรียนที่มีปัญหาแบบกัลยาณมิตร ซึ่งในการทำกิจกรรมนี้ใช้เวลา 20 นาที

8. เมื่อนักเรียนทำแต่ละกลุ่มทำใบงานที่ 6 เสร็จแล้ว ครูให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาหน้าชั้นเรียน 1 คน เพื่อมานำเสนอวิธีการหาคำตอบหน้าชั้นเรียน โดยมีครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

ขั้นสรุป (5 นาที)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสนทนาถึงข้อคำถามในใบงานที่ 6 ที่นักเรียนมีปัญหานั้น ครูใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียนเพื่อสรุปความรู้ที่เรียนในคาบเรียนนี้ และให้นักเรียนนำความคิดรวบยอดที่ได้มาเขียนเพิ่มเติมลงในแผนผังในทศน์ในใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง พร้อมทั้งนำไปตกแต่งให้สวยงาม แล้วนำมาส่งในคาบเรียนถัดไป

2. ครูแจกแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ให้กับนักเรียน เพื่อนำกลับไปทำเป็นการบ้านและนำมาส่งในคาบเรียนถัดไป

คาบที่ 3

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูใช้วิธีการถาม-ตอบกับนักเรียนเพื่อทบทวนความรู้เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน จากนั้นครูแจกแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ให้กับนักเรียนทุกคน พร้อมทั้งครูให้นักเรียนตรวจแบบทดสอบว่ามีจำนวนข้อสอบครบถ้วนหรือไม่ และอธิบายคำชี้แจงของแบบทดสอบ วิธีการทำแบบทดสอบ ตลอดจนตอบคำถามเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยในคำชี้แจงหรือวิธีการทำข้อสอบ

ขั้นสอน (35 นาที)

ครูให้นักเรียนลงมือทำแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ซึ่งระหว่างนั้นครูจะเดินดูนักเรียนทำแบบทดสอบรอบๆ ห้องเรียน และครูจะเป็นผู้แนะนำหากนักเรียนมีข้อสงสัยเกี่ยวกับคำถามในแบบทดสอบแบบกัลยาณมิตร

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูให้นักเรียนเตรียมความพร้อมที่จะส่งแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน โดยให้นักเรียนตรวจแบบทดสอบของตนเองว่าตอบคำถามครบทุกข้อหรือไม่ ก่อนที่จะส่งแบบทดสอบคืนให้กับครู

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	เกณฑ์การประเมินผล	เครื่องมือ
ด้านความรู้ - ความถูกต้องในการทำแบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน และแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน - ความถูกต้องและความครบถ้วนของเนื้อหาในใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	- ใบงานที่ 5 และ 6, เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน และแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	1. ใบงานที่ 5 และ 6 2. เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน 3. แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
ด้านทักษะ/กระบวนการ - ตรวจจากการทำกิจกรรมในใบงานที่ 5 และ 6, เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน, และแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน - สังเกตจากการนำเสนอหน้าชั้นเรียน	- แบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน ถูกต้องไม่ต่ำกว่า 70% - เกณฑ์ขั้นต่ำจากใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน และแบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์ของผู้เรียนระดับคุณภาพเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 70%	4. ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน 5. แบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน 6. แบบประเมินคุณลักษณะที่พึงประสงค์
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ - สังเกตจากการตอบคำถามและการร่วมอภิปราย - ตรวจจากการทำกิจกรรมในใบงานที่ 5 และ 6, เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน, แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน, ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในและแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน - สังเกตจากการร่วมทำกิจกรรม	- ใบงานที่ 5 และ 6, เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน และแบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	1. ใบงานที่ 5 และ 6 2. เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน 3. แบบฝึกหัดที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

บันทึกหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

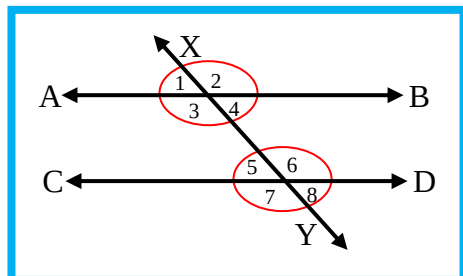
.....

.....



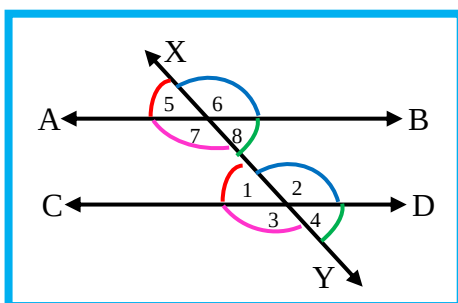
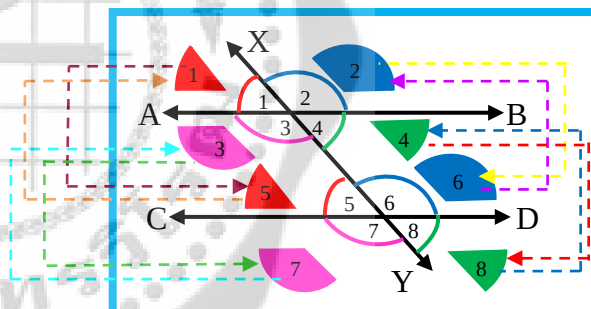
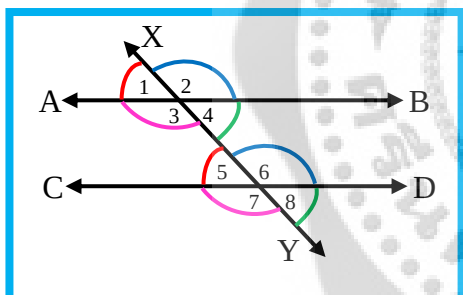
..... ผู้สอน
(นางสาวชมพูนุท วนสันเทียะ)

ตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.1



จากรูป เรียก 1, 2, 7 และ 8 ว่า มุมภายนอก
เรียก 3, 4, 5 และ 6 ว่า มุมภายใน
เรียก 1 กับ 5, 2 กับ 6, 7 กับ 3 และ 8 กับ 4 ว่า
“ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้าง
เดียวกันของเส้นตัด ”

ตัวอย่างภาพประกอบที่ 9.2



เอกสารประกอบการเรียนชุดที่ 5

เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

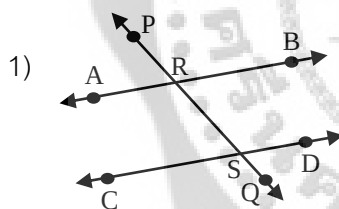
ชื่อ ชั้น เลขที่

#####

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามในแต่ละข้อต่อไปนี้

กิจกรรม นักสำรวจ 1

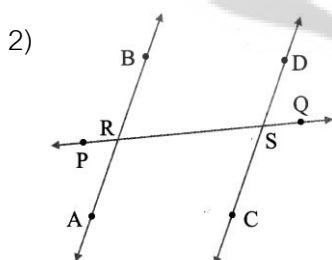
ปัญหาที่ 1 ในแต่ละรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ มี $\overleftrightarrow{PQ}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่ามุมคูใดบ้างเป็น มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด



.....

.....

.....



.....

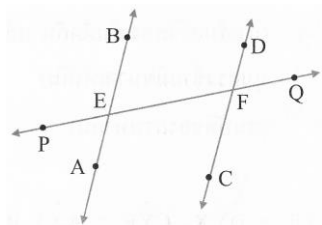
.....

.....



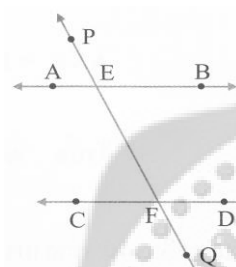
ปัญหาที่ 2 ในแต่ละรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ มี $\overline{EF}$ เป็นเส้นตัด จงสำรวจว่ามุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดคู่ใดบ้างที่มีขนาดเท่ากัน

1)



.....

2)



.....



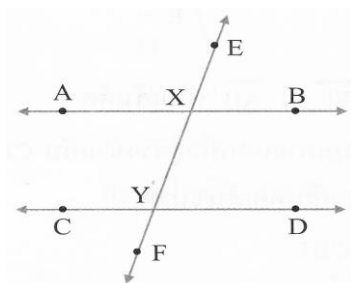
จากข้างต้น นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

ทฤษฎีบท 1

.....

1. ให้นักเรียนพิจารณารูปภาพ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้ โดยกำหนดให้ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ มี $\overrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด ตัด $\overrightarrow{AB}$ ที่จุด X และจุด Y ต้องการพิสูจน์ว่า

$$\widehat{AXE} = \widehat{CYF}, \widehat{BXE} = \widehat{DYX}, \widehat{CYF} = \widehat{AXY} \text{ และ } \widehat{DYF} = \widehat{BXY}$$



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

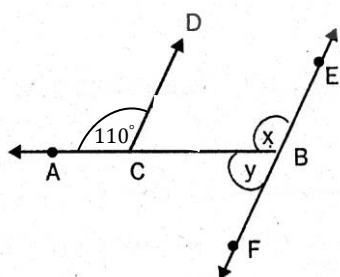
.....

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$	
2. $\widehat{BXY} = \widehat{CYX}$	
3. $\widehat{AXE} = \widehat{BXY}$	
ดังนั้น	

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถพิสูจน์ $\widehat{BXE} = \widehat{DYX}$, $\widehat{CYF} = \widehat{AXY}$ และ $\widehat{DYF} = \widehat{BXY}$ ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

2. กำหนดให้ $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$ และ $\widehat{DCB} = 70^\circ$ จงหาค่าของ x และ y (แสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียด)



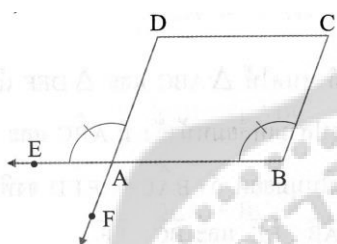
.....

.....

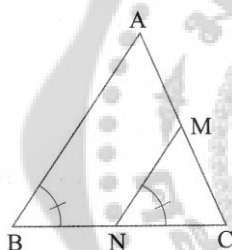
กิจกรรม นักสำรวจ 2

จากรูปกำหนดให้ $\widehat{DAE} = \widehat{CBE}$ และ $\widehat{ABC} = \widehat{MNC}$ จงหาว่าส่วนของเส้นตรง รั้งสี หรือ
เส้นตรงคู่ใดขนานกัน เพราะเหตุใด

1)



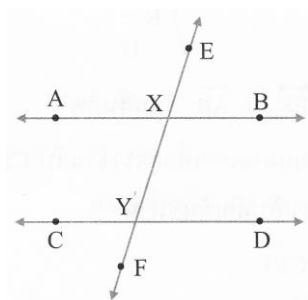
2)



จากข้างต้น นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า

ทฤษฎีบท 2

3. ให้นักเรียนพิจารณารูปภาพ โดยกำหนดให้ $\overrightarrow{EF}$ ตัด $\overrightarrow{AB}$ และ $\overrightarrow{CD}$ ทำให้ $\angle A\hat{X}E = \angle C\hat{Y}X$
ต้องการพิสูจน์ว่า $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\angle A\hat{X}E + \angle A\hat{X}Y = 180^\circ$	
2. $\angle A\hat{X}E = \angle C\hat{Y}X$	
3. $\angle C\hat{Y}X + \angle A\hat{X}Y = 180^\circ$	
ดังนั้น	

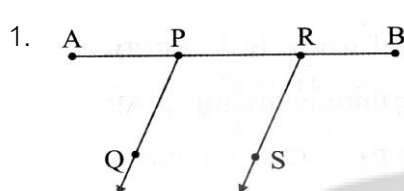
จากทฤษฎีบท 1 และทฤษฎีบท 2 สามารถนำมาเขียนใหม่ได้ดังนี้

ทฤษฎีบท 3



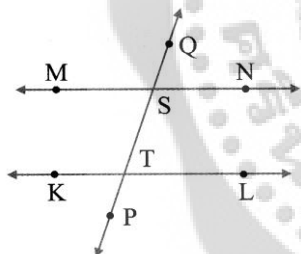
ใบงานที่ 5

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียด



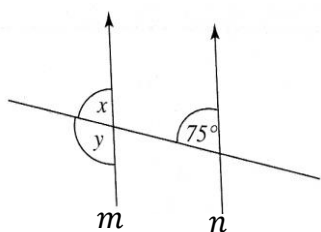
กำหนดให้ $\overrightarrow{PQ} \parallel \overrightarrow{RS}$ และมี $\overline{AB}$ เป็นเส้นตัด จงหามุม
ทุกคู่ที่มีขนาดเท่ากัน พร้อมทั้งบอกเหตุผล

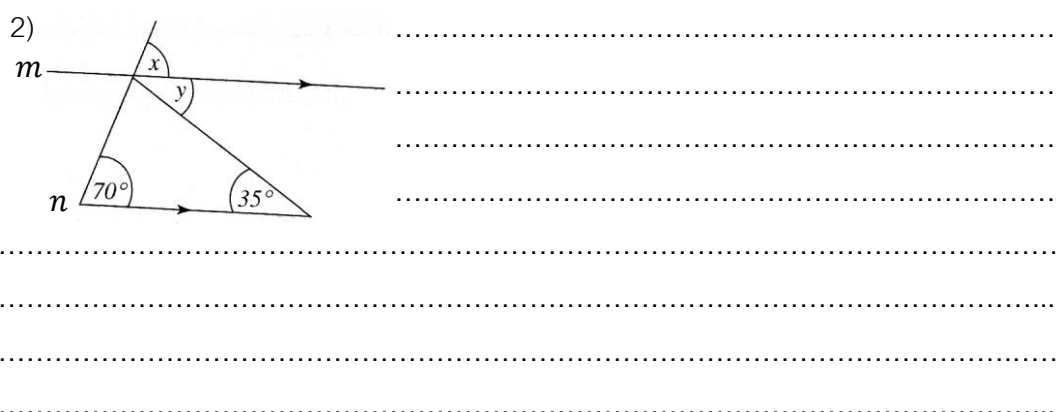
2. จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{MN} \parallel \overrightarrow{KL}$ และมี $\overrightarrow{PQ}$ เป็นเส้นตัด $\angle NST$ มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใดบ้าง
เพราะเหตุใด



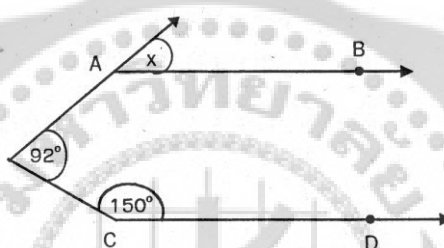
3. ให้นักเรียนหาค่าของ x และ y จากรูปในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overrightarrow{m} \parallel \overrightarrow{n}$

1)





4. ให้นักเรียนหาค่าของ x โดยกำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



เปิดสมอง ประลองปัญญา
กันนะครับเพื่อนๆ



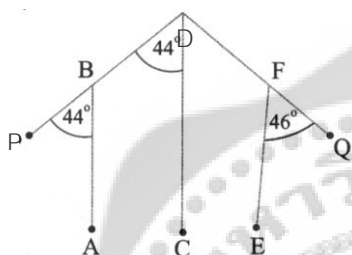


ใบงานที่ 6

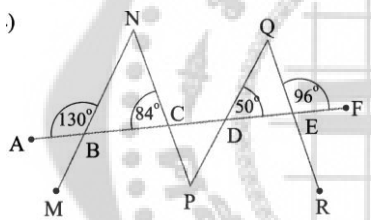
คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาคำตอบในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียด

1. จากรูปต่อไปนี้ จงหาว่าส่วนของเส้นตรง รังสี หรือเส้นตรงคู่ใดขนานกัน เพราะเหตุใด

1)

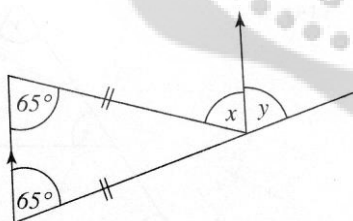


2)

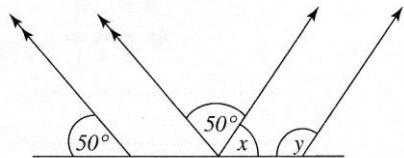


2. ให้นักเรียนหาค่าของ x และ y ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)

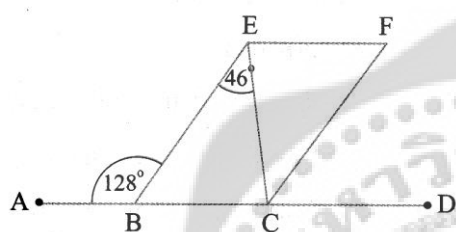


2)



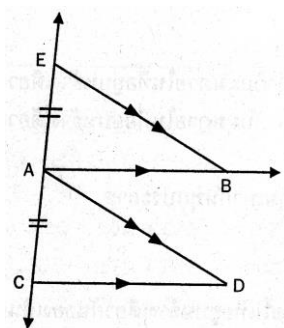
.....

3.

จากรูป กำหนดให้ $\angle BCF = 128^\circ$ จงหาขนาดของ $\angle DCE$

.....

4. ให้นักเรียนเติมเหตุผลในช่องว่างที่กำหนดให้

กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{EB}$ และ $AE = AC$ ต้องการแสดงว่า $AD = EB$ (1) $AE = AC$ เพราะ.....(2) $\angle EAB = \angle ACD$ เพราะ(3) $\angle CAD = \angle AEB$ เพราะ(4) $\triangle ABE \cong \triangle CDA$ เพราะ(5) $AD = EB$ เพราะ

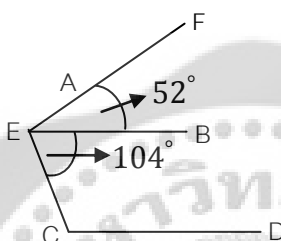
แบบฝึกหัดที่ 5

เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

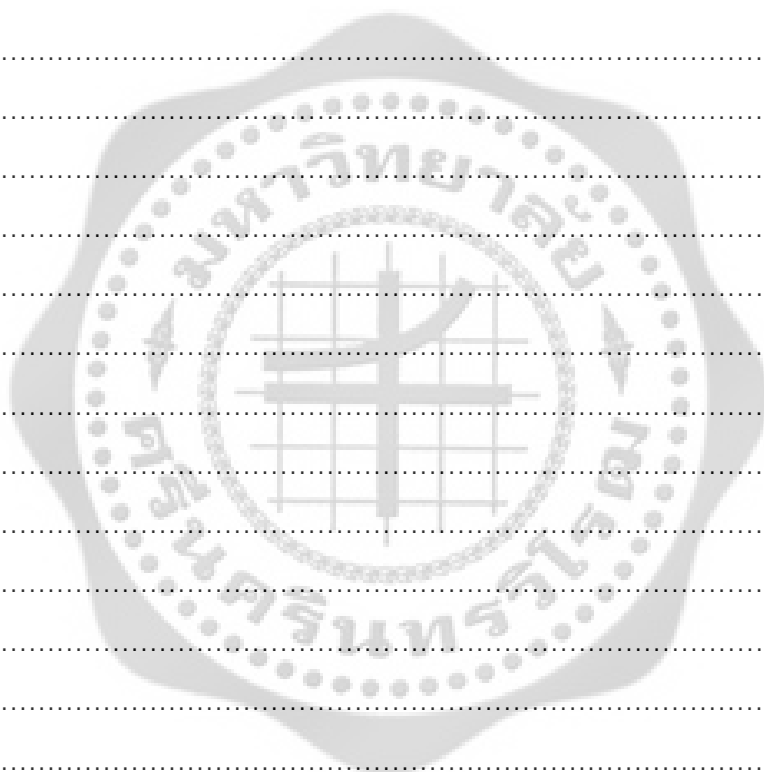
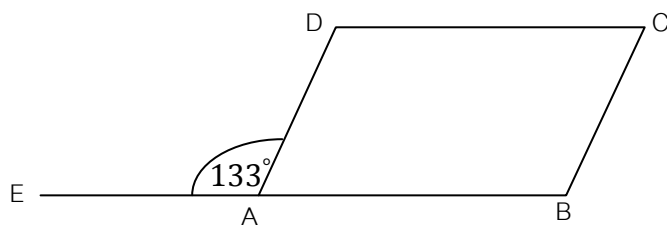


คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามลงในช่องว่าง และแสดงวิธีการหาคำตอบพร้อมทั้งบอกเหตุผลด้วย

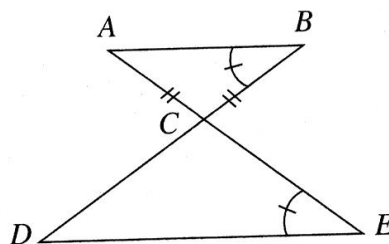
1. จากรูปกำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ถ้า $\angle B\hat{A}F = 52^\circ$ และ $\angle A\hat{E}C = 104^\circ$ จงหาขนาดของ $\angle E\hat{C}D$



2. จากรูป กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ถ้า $\widehat{EAD} = 133^\circ$ จงหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



3. จากรูป กำหนดให้ $AC = BC$ และ $\hat{B} = \hat{E}$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

(1) $AC = BC$ เพราะว่า

(2) $\hat{A} = \hat{B}$ เพราะว่า

(3) $\hat{B} = \hat{E}$ เพราะว่า

(4) $\hat{A} = \hat{E}$ เพราะว่า

(5) $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ เพราะว่า

ถ้าพร้อมแล้ว.....

... ก็ลุยกันเลย ...



ใบงานความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแผนผังมโนทัศน์แสดงความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน พร้อมทั้งตกแต่งให้สวยงาม

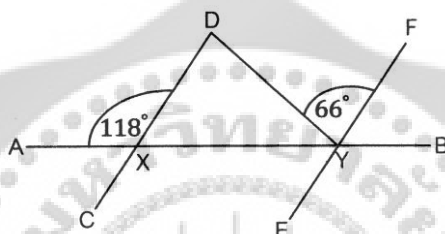


แบบทดสอบหน่วยย่อยชุดที่ 3
เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

ชื่อ ชั้น เลขที่

คำชี้แจง : ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบอย่างละเอียดพร้อมทั้งบอกเหตุผลในแต่ละข้อต่อไปนี้
 (เวลา 35 นาที)

1. จงหาขนาดของ $\angle XYD$ จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{EF}$



.....

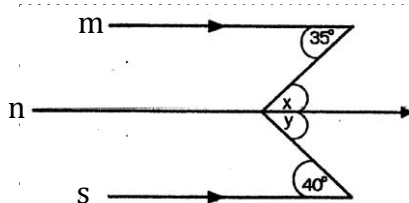
.....

.....

.....

.....

2. จงหาค่า x และ y จากรูปต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overline{m} \parallel \overline{n}$ และ $\overline{n} \parallel \overline{s}$



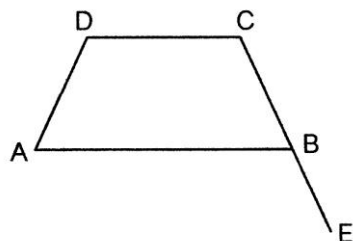
.....

.....

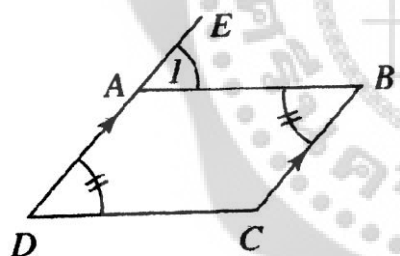
.....

.....

3. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู มี $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ถ้า $\angle ABE = (2x - 17)^\circ$ และ $\angle BCD = (x + 48)^\circ$ จงหาค่า x



4. จากรูปกำหนดให้ $\overline{DE} \parallel \overline{CB}$ และ $\angle B = \angle D$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



กำหนดให้

ต้องการพิสูจน์ว่า

พิสูจน์

แบบวัดความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

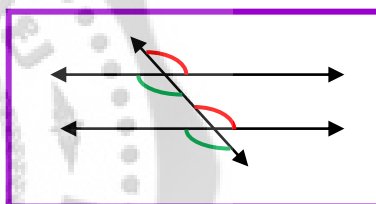


คำชี้แจง : ให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์จากกลุ่มคำที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยต้องใช้กลุ่มคำให้หมด

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีขนาดเท่ากัน

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน



ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่ขนานกัน

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ความรับผิดชอบ

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- ส่งงานก่อนหรือตรงเวลานัดหมาย - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัยและแนะนำชักชวนผู้อื่นได้
2 ดี	- ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด แต่มีการติดต่อชี้แจงกับผู้สอน มีเหตุผลที่รับฟังได้ - รับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมายและปฏิบัติเองจนเป็นนิสัย
1 พอใช้	- ส่งงานช้ากว่าที่กำหนด - ปฏิบัติงานโดยต้องอาศัยการชี้แนะ แนะนำ ดักเตือนหรือให้กำลังใจ
0 ควรปรับปรุง	- ไม่ส่งงาน - ไม่รับผิดชอบงานตามที่ได้รับมอบหมาย

2. ทำงานเป็นระบบและเป็นขั้นตอน

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- มีการวางแผนการดำเนินงานอย่างเป็นระบบ - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน
2 ดี	- มีการวางแผนการดำเนินงาน - การทำงานมีครบทุกขั้นตอน แต่ผิดพลาดบ้าง
1 พอใช้	- ไม่มีการวางแผนการดำเนินงาน - การทำงานไม่มีขั้นตอน มีความผิดพลาดต้องแก้ไข
0 ควรปรับปรุง	- ไม่มีการวางแผนการดำเนินงาน - ไม่พบการทำงานอย่างเป็นขั้นตอน

3. การทำงานร่วมกับผู้อื่น

คะแนน/ ความหมาย	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	- สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข - ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่นอย่างเต็มที่
2 ดี	- สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่น - ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่น
1 พอใช้	- ทำงานร่วมกับผู้อื่นบ้าง เป็นบางครั้ง - ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมร่วมกับผู้อื่นเป็นบางครั้ง
0 ควรปรับปรุง	- ไม่สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ - ไม่ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม



ภาคผนวก ง

1. แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีข้อคำถามทั้งหมด 3 ข้อ ใช้เวลาในการทำข้อสอบ 50 นาที
2. ให้นักเรียนสร้างแผนผังโน้ตสรุปความคิดรวบยอดที่ได้จากคำถามในแต่ละข้อ
3. ห้ามขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใดๆ ลงแบบทดสอบ
4. เมื่อหมดเวลาให้นักเรียนคืนแบบทดสอบและส่งกระดาษเขียนคำตอบ

แบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง เส้นขนาน

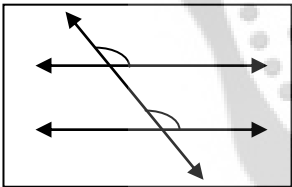
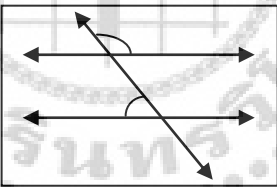
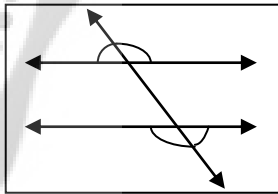
แบบทดสอบมีทั้งหมด 3 ข้อ

ใช้เวลา 50 นาที

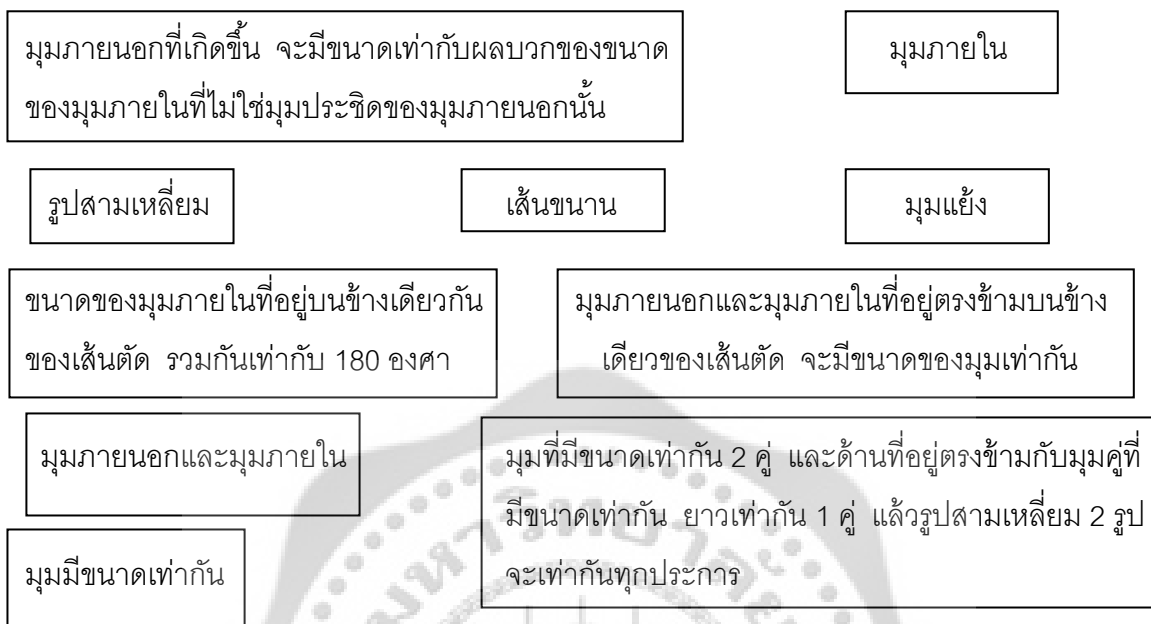
คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนแผนผังมโนทัศน์ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนสร้างแผนผังมโนทัศน์จากการเลือกกลุ่มคำที่กำหนดให้ต่อไปนี้

มุมภายใน	มุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้เท่ากับ 180 องศา
มุมภายนอก	ขนาดของมุมภายในทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา
มุมภายนอกกับมุมภายใน	เส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน
มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	

2. ให้นักเรียนสร้างแผนผังโนทัศน์จากกลุ่มคำที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยต้องใช้กลุ่มคำให้หมดทุกคำ พร้อมทั้งยกตัวอย่างรูปประกอบ



3. ให้นักเรียนเขียนแผนผังโนทัศน์สรุปความคิดรวบยอดเรื่อง เส้นขนาน อย่างละเอียด

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

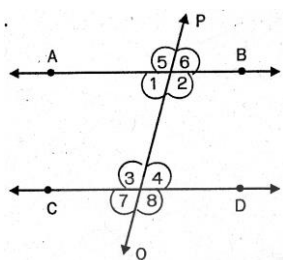
คำชี้แจง

1. เวลาในการทำแบบทดสอบ 90 นาที
2. แบบทดสอบมีจำนวนข้อสอบแบบปรนัย 30 ข้อ
3. แบบทดสอบเป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว โดยเขียนเครื่องหมาย (x) ลงในกระดาษคำตอบที่แนบในท้ายแบบทดสอบ
4. ห้ามขีดเขียนสิ่งใดๆ ลงในข้อสอบ
5. ห้ามนำแบบทดสอบออกจากห้องสอบ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง เส้นขนาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำสั่ง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวลงในกระดาษคำตอบ

1. จากรูปที่กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ผลบวกของขนาดของมุมในข้อใดรวมกันเท่ากับ 180 องศา



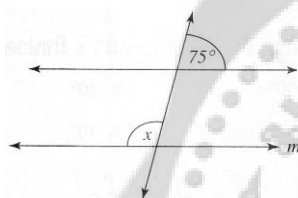
ก. 5 กับ 8

ข. 4 กับ 6

ค. 3 กับ 2

ง. 2 กับ 7

2.



จากรูป ถ้า $m \parallel l$ แล้ว x มีขนาดเท่าใด

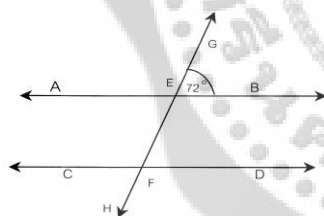
ก. 45°

ข. 75°

ค. 105°

ง. 115°

3. จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{GH}$ เป็นเส้นตัด ถ้า $\angle GEB = 72^\circ$ แล้ว $\angle CFE$ มีขนาดกี่ องศา



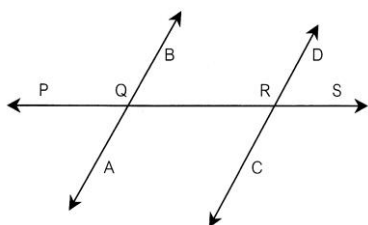
ก. 72°

ข. 108°

ค. 128°

ง. 144°

4. จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{PS}$ เป็นเส้นตัด ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง



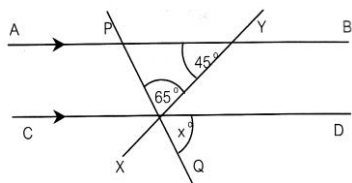
ก. $\angle AQR = \angle QRD$

ข. $\angle AQR + \angle CRQ = 180^\circ$

ค. $\angle PQB = \angle QRD$

ง. $\angle BQR = \angle CRS$

5. จากรูป ถ้า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับกี่องศา



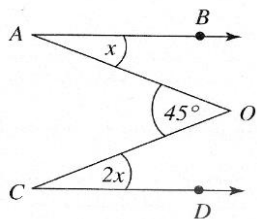
ก. 45°

ข. 65°

ค. 70°

ง. 80°

6.



จากรูป ถ้า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

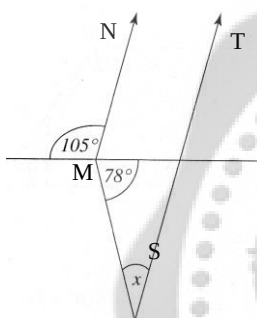
ก. 15°

ข. 18°

ค. 24°

ง. 30°

7.



จากรูปกำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{ST}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

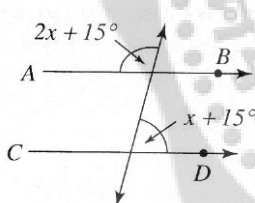
ก. 25°

ข. 26°

ค. 27°

ง. 28°

8.



จากรูป ถ้า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

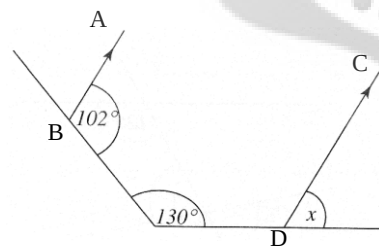
ก. 30°

ข. 50°

ค. 60°

ง. 70°

9.



จากรูป ถ้า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ แล้ว x มีค่าเท่าใด

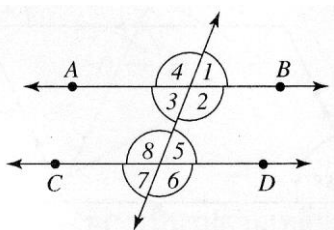
ก. 46°

ข. 48°

ค. 50°

ง. 52°

10.



จากรูป ข้อใดทำให้สามารถสรุปได้ว่า $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

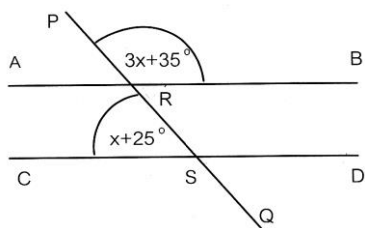
ก. $\hat{1} = \hat{3}$

ข. $\hat{4} = \hat{5}$

ค. $\hat{3} = \hat{7}$

ง. $\hat{6} = \hat{8}$

11.

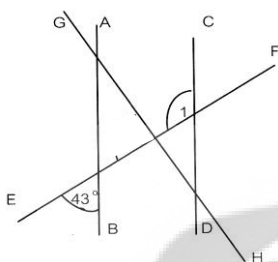


125°

จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ มี $\overline{PQ}$ เป็นเส้นตัดแล้ว $\widehat{RSD}$ มีขนาดกี่องศาก. 30° ข. 55° ค. 115°

ง.

12.

จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ แล้ว $\hat{1}$ มีขนาดเท่าใด

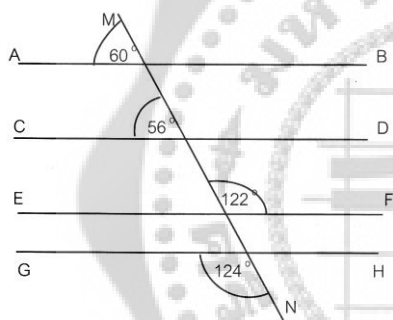
ก. 75 องศา

ข. 105 องศา

ค. 137 องศา

ง. 148 องศา

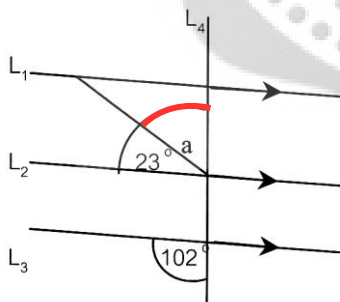
13.



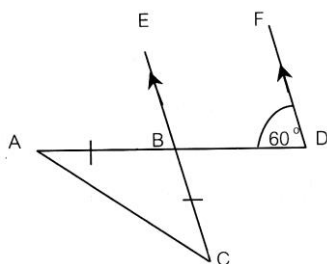
จากรูปส่วนของเส้นตรงใดขนานกับส่วนของเส้นตรง CD

ก. $\overline{AB}$ ข. $\overline{EF}$ ค. $\overline{GH}$ ง. $\overline{MN}$

14.

จากรูป ถ้า L_1 , L_2 และ L_3 เป็นเส้นตรงที่ขนานกัน แล้ว a มีค่าเท่าใดก. 23° ข. 55° ค. 78° ง. 79°

15.

จากรูป ถ้า $\overline{CE} \parallel \overline{DF}$ และ $AB = BC$ แล้ว $\widehat{ACB}$ มีขนาดกี่องศา

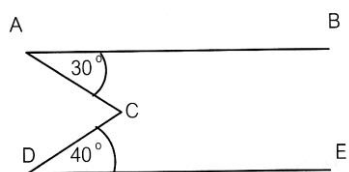
ก. 15 องศา

ข. 30 องศา

ค. 60 องศา

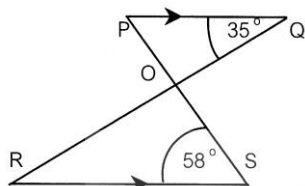
ง. 120 องศา

16. จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ขนาดของ $\widehat{ACD}$ เท่ากับกี่องศา



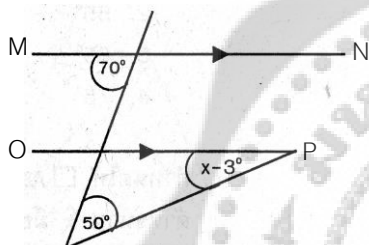
- ก. 30 องศา ข. 40 องศา
ค. 70 องศา ง. 110 องศา

17. กำหนดให้ $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ มุม QOS มีขนาดเท่าใด



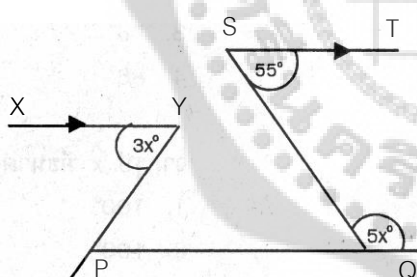
- ก. 35 องศา ข. 58 องศา
ค. 87 องศา ง. 93 องศา

18. จากรูป กำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ แล้ว x มีค่ากี่องศา



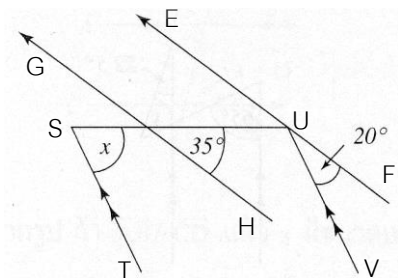
- ก. 17 องศา ข. 20 องศา
ค. 23 องศา ง. 25 องศา

19. จากรูป กำหนดให้ $\overline{ST} \parallel \overline{XY}$ แล้ว $3x$ มีค่าเท่าใด



- ก. 25 องศา ข. 35 องศา
ค. 65 องศา ง. 75 องศา

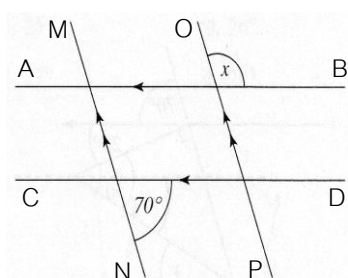
- 20.



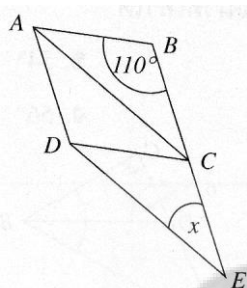
- จากรูปกำหนดให้ $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$ และ $\overline{ST} \parallel \overline{UV}$
แล้ว x มีค่าเท่าใด

- ก. 45° ข. 50°
ค. 55° ง. 60°

21.

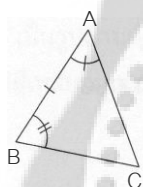
จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} // \overline{CD}$ และ $\overline{MN} // \overline{OP}$ แล้ว x มีค่าเท่าใดก. 100° ข. 110° ค. 120° ง. 140°

22.

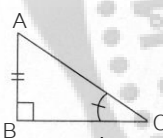
จากรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และ
รูปสี่เหลี่ยม ACED เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมี $\angle ABC = 110^\circ$ แล้ว x มีค่าเท่าใดก. 25° ข. 30° ค. 35° ง. 45°

23. รูปสามเหลี่ยมคู่ใดที่มีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน

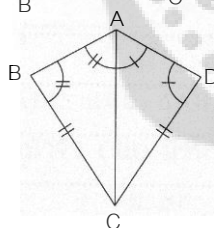
ก.

ถ้า $\angle BAC = \angle EDF, \angle ABC = \angle DEF$ และ $AB = DE$

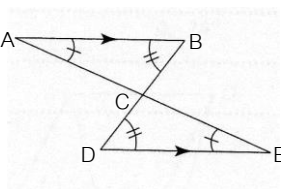
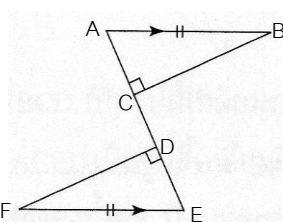
ข.

ถ้า $\angle ACB = \angle DFE$ และ $AB = DF$

ค.

ถ้า $\angle BAC = \angle BDC, \angle ABC = \angle DCB$ และ $BC = CB$

ง.

ถ้า $\overline{AB} // \overline{DE}, \angle BAC = \angle DEC$ และ $\angle ABC = \angle DEC$ 24. กำหนดให้ $\overline{AB} // \overline{FE}$ และ $AB = FE$ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้มีความสัมพันธ์กันแบบใด

ก. ม.ด.ม.

ข. ม.ม.ด.

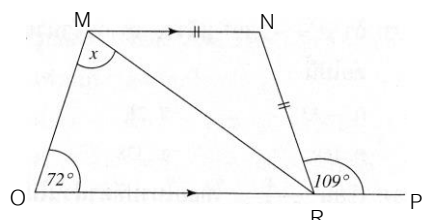
ค. ด.ม.ด.

ง. ค.ด.ค.

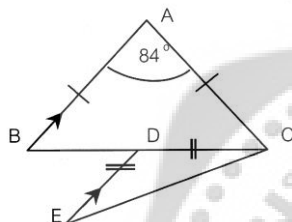
25. ถ้า $2x$ และ $3x + 30^\circ$ เป็นขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานสองเส้น แล้ว x มีค่าเท่าใด

ก. 15° ข. 30° ค. 45° ง. 60°

26. จากรูป x มีค่าเท่าใด เมื่อกำหนดให้ $\overline{MN} \parallel \overline{OP}$ และ $MN = NR$

ก. 71.0° ข. 72.5° ค. 74.0° ง. 76.5°

27. จากรูป $\overline{BA} \parallel \overline{ED}$ ถ้า $AB = AC$ และ $DE = DC$ แล้ว $\angle DCE$ มีขนาดกี่องศา



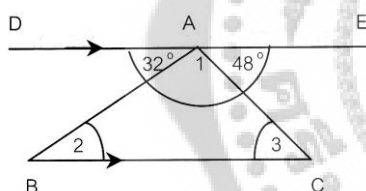
ก. 21 องศา

ข. 24 องศา

ค. 42 องศา

ง. 48 องศา

28. จากรูป ถ้า $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ แล้ว $\angle 2 + \angle 3$ เท่ากับกี่องศา



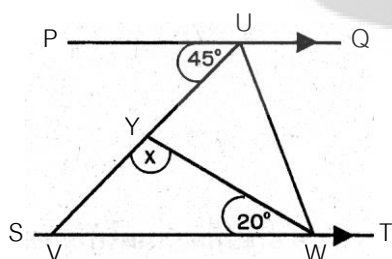
ก. 80 องศา

ข. 100 องศา

ค. 132 องศา

ง. 148 องศา

29. จากรูปกำหนดให้ $\overline{PQ} \parallel \overline{ST}$ แล้ว $2x + 3$ มีค่าเท่าใด



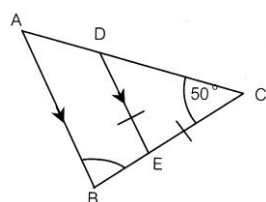
ก. 93 องศา

ข. 133 องศา

ค. 183 องศา

ง. 233 องศา

30. จากรูป ถ้า $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$, $CE = DE$ และ $\angle ACB = 50^\circ$ แล้ว $\angle ABC$ มีขนาดกี่องศา



ก. 50 องศา

ข. 60 องศา

ค. 80 องศา

ง. 100 องศา

กระดาษคำตอบ

ข้อ	ก	ข	ค	ง	ข้อ	ก	ข	ค	ง	ข้อ	ก	ข	ค	ง
1					11					21				
2					12					22				
3					13					23				
4					14					24				
5					15					25				
6					16					26				
7					17					27				
8					18					28				
9					19					29				
10					20					30				

.....ผู้ออกข้อสอบ
(นางสาวชมพูนุท วนสันเทียะ)



ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านการจัดการเรียนรู้ แบบวัดความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และ
แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์

ข้าราชการบำนาญ สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ

2. รศ. ดร. วชิร บูรณสิงห์

สาขาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยรามคำแหง

3. ดร.ชานนท์ จันทร์

ภาควิชาการศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ☐





ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล ชมพูนุท วนสันเทียะ

วันเดือนปีเกิด 20 มกราคม 2527

สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดอุบลราชธานี

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 134/2 ซ.ชยางกูร 2 ถ. ชยางกูร ต. ในเมือง อ.เมือง จ.อุบลราชธานี

ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน -

สถานที่ทำงานปัจจุบัน -

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2545 มัธยมศึกษาตอนปลาย
แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์
จากโรงเรียนนารีอนุกุล จังหวัดอุบลราชธานี

พ.ศ. 2549 ศึกษาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์)
สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ☐
จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

พ.ศ. 2552 การศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์)
จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ