

19.72
244ก
.2
142.4

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง (Linear Programming)
โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน (Instructional Module)
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนการ

ปริญญานิพนธ์

ของ

สุทธิพงษ์ พะลัง

สำนักหอสมุดกลาง มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ศูนย์ ๑๑ ถนนจันทน์ กรุงเทพมหานคร ๑๐๑๑๐๑
โทร ๐๒๒๑๐๖๑, ๐๒๒๑๐๐๑

เสนอมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
๖ มีนาคม ๒๕๒๑

การศึกษาลักษณะของการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง (Linear Programming)

โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน (Instructional Module)

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนการ

บทคัดย่อ

ของ

สุทธิพงษ์ พะลัง

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้า

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

มีนาคม 2521

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง (Linear Programming) โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน (Instructional Module) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนศึกษา ตามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเป็นแนวทางในการพิจารณาว่าการเริ่มสอนตั้งแต่ชั้นใด

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 ปีการศึกษา 2520 ของวิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตพัฒนศึกษาพระนคร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ซึ่งสุ่มมาชั้นละ 30 คน

ผลการทดลอง

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนศึกษา มีความสามารถที่จะเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ตามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้
2. ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 ไม่แตกต่างกัน
3. การเริ่มสอนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายพัฒนศึกษา.

A STUDY OF ACHIEVEMENT IN LEARNING LINEAR PROGRAMMING
OF COMMERCIAL STUDENTS IN NATHAYOM SUKSA
4 AND 5 BY INSTRUCTIONAL MODULE

ABSTRACT

BY

SUTTIPONG BHALANG

Presented in Partial Fulfillment of the Requirement
for the Master of Education Degree

Sri Nakharinwirod University

March , 1978.

The purpose of this study was two-fold : (1) to find out whether the commercial students at MS 4 - 5 level could learn basic concepts in linear programming through the use of instructional module and (2) to compare the achievement of both grades in learning linear programming. The results of this study would indicate whether linear programming should be incorporated into the curriculum for commercial students and the grade at which the topic to be taught.

The sample comprised 30 MS 4 students and 30 MS 5 students. They were randomly selected from the students of the Institute of Technology and Vocational Education, Bangkok Commercial College Campus, Bangkok, in the academic year 1977.

The results are as follows :

1. Commercial students of both grades were able to learn basic concepts in linear programming through the use of instructional module.
2. There was no significant difference on the achievement in learning linear programming using instructional module between the students of both grades.
3. Linear Programming could be introduced to students at MS 4 level.

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำคณะได้พิจารณาปัญหานี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

(ศิริพร)

ประธาน

กรรมการ

กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงด้วยดี เนื่องจากผู้วิจัยได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ลาวัลย์ พลกล้า และ อาจารย์สุรพล วัฒนวิทย์กิจ ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาที่ได้ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือในหลักการวิจัย ตลอดจนการเขียนปริญญานิพนธ์ ดังนั้นผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์ทั้งสองเป็นอย่างสูง

ณ ทนทวย

ขอขอบคุณผู้อำนวยการ และหัวหน้าสายคณิตศาสตร์ วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตพัฒนการพระนคร ที่กรุณาให้ความสะดวกต่าง ๆ ในการทดลองและการทดสอบ

ขอขอบคุณ พ.อ. นายแพทย์เสวก ชารมณี ที่ให้ยืมเครื่องฉายสไลด์ และคุณณิทร หิรัโศภ ที่ให้ใช้เครื่องโรเนียวกลอกมา นอกจากนี้ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ และคุณแม่ และขอบคุณเพื่อน ๆ และพี่ ๆ ทุกคนที่ให้ความสนใจในการทำปริญญานิพนธ์จนสำเร็จลงด้วยดี.

สุทธิพงษ์ พะลัง

มีนาคม 2521

10 อันดับ
 (2) ลงมือได้ / ลงมือได้ 100%
 ทางโรงเรียน เดิมที

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
1 ภูมิหลัง	1
2 ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	7
3 สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	7
4 ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	7
5 ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	8
6 ข้อตกลงเบื้องต้น	8
7 นิยามศัพท์เฉพาะ	9
2 เอกสาร และการวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
การสำรวจแผนการเรียนการสอน	20
ข้อดีของแผนการเรียนการสอน	21
หน่วยการเรียนการสอนในต่างประเทศ	22
หน่วยการเรียนการสอนในประเทศไทย	24
3 วิธีดำเนินการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูล	26
กลุ่มทดลอง	26
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	26
วิธีดำเนินการทดลอง	27
การวิเคราะห์ข้อมูล	28
4 ผลการศึกษาค้นคว้า	30

บทที่	หน้า
5	บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า
	สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า
	วิธีดำเนินการวิจัย
	การวิเคราะห์ข้อมูล
	ผลการทดลอง
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า
	อภิปรายผล
	ข้อเสนอแนะ
	บรรณานุกรม
	ภาคผนวก ก
	ภาคผนวก ก. ก.
	ภาคผนวก ก. ข.
	ภาคผนวก ก. ค.

บัญชีการวาง

ตาราง

หน้า

- | | | |
|---|--|----|
| 1 | จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป
จำแนกตามชั้น | 30 |
| 2 | ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนจากการทดสอบกลุ่มทดลอง | 31 |

บัญชีภาพประกอบ

ภาพ		หน้า
1	แสดงกระบวนการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน	13
2	แสดงองค์ประกอบของหน่วยการเรียนรู้การสอน	16

บทนำ

นับแต่สมัยสงครามโลกครั้งที่ 2 ได้มีการจัดสร้างเทคโนโลยีและเครื่องมือต่าง ๆ ขึ้นมาช่วยนักบริหารเป็นจำนวนมาก เทคโนโลยีใหม่ ๆ ก็ได้แก่การวิจัยปฏิบัติการ, การวิเคราะห์ระบบ, การค้นหาวิธีปฏิบัติและวิธีประเมินคุณค่าของระบบ, วิทยาการควบคุมคอมพิวเตอร์และข่าวสาร และบริหารศาสตร์ เป็นต้น ส่วนเครื่องมืออย่างหนึ่งได้แก่ โปรแกรมเส้นตรง (Linear Programming) (อาชวัน วายวานนท์ และ วีนิต พงษ์ประทุม, 2520 : 3)

โปรแกรมเส้นตรงเป็นเครื่องมือที่ใหม่ทางวิทยาศาสตร์อย่างหนึ่ง ที่ช่วยการตัดสินใจของฝ่ายจัดการ นักเศรษฐศาสตร์ และนักคณิตศาสตร์ต่างมีส่วนร่วมในการพัฒนาเครื่องมือนี้ โปรแกรมเส้นตรงเริ่มต้นขึ้นในระหว่างปี 1920 - 1929 จากวิธีวิเคราะห์ที่เรียกว่า "input-output method of analysis" ซึ่งคิดค้นโดยนักเศรษฐศาสตร์ชื่อ วาสซิลี คับบลิฟ เลียนตีฟ (Wassily W. Leontief) แต่โปรแกรมเส้นตรงที่ใช้ในปัจจุบัน มาจากผลงานของนักคณิตศาสตร์ชื่อ ยอร์จบี แดนท์ซิก (George B. Dantzig) โปรแกรมเส้นตรง เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์อย่างหนึ่ง ในการหาทางใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้เกิดประโยชน์มากที่สุด คุณสมบัติคำว่า "แบบเส้นตรง" ในที่นี้ใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวหรือมากกว่านั้น ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเหล่านั้น เป็นความสัมพันธ์ที่เป็นปฏิภาคโดยตรงและแน่นอน ตัวอย่างเช่น ถ้าจำนวนชั่วโมงการผลิตที่ใช้ในการดำเนินงานอย่างหนึ่งเปลี่ยนแปลงไป 10 % จะทำให้จำนวนผลผลิตเปลี่ยนแปลงไปเป็นจำนวน 10 % เช่นกัน คำว่า "โปรแกรม" หมายถึงการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์บางอย่างในการหาค่าเฉลยที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด

(เอกชัย ชัยประเสริฐสิทธิ์, 2516 : 204 - 205)

ตัวอย่างปัญหา ช่างตัดเสื้อมีผ้าฝ้าย 16 หลา ผ้าไหม 11 หลา และผ้าขนสัตว์ 15 หลา ต้องการเอาผ้าตัดเสื้อสูท และเสื้อคลุม ขายส่งร้านขายเสื้อ เสื้อสูทตัวหนึ่ง ๆ ใช้ผ้าฝ้าย 2 หลา ผ้าไหม 1 หลา ผ้าขนสัตว์ 1 หลา และร้านรับซื้อตัวละ 300 บาท เสื้อคลุมตัวหนึ่ง ๆ ใช้ผ้าฝ้าย 1 หลา ผ้าไหม 2 หลา ผ้าขนสัตว์ 3 หลา และร้านรับซื้อตัวละ 500 บาท

เขาควรตัดเสื้อสูทและเสื้อคลุมอย่างละกี่ตัว จึงจะขายส่งได้เงินมากที่สุด

อภิปราย ช่างตัดเสื้อคนนี้ต้องตัดสินใจในการปฏิบัติ โดยมีข้อพิจารณา ดังนี้ คือ

1. วัตถุประสงค์ ต้องการขายส่งให้ได้เงินมากที่สุด
2. การกำหนดทางเลือก อาจแบ่งตัดไปเรื่อย ๆ หรือมีการคำนวณโดยอาศัยคณิตศาสตร์เข้ามาช่วย เพื่อหาทางเลือกที่ดี
3. วิเคราะห์ทางเลือก
4. เลือกหนทางที่ดีที่สุด คือได้เงินมากที่สุด

สมการทางคณิตศาสตร์ คือ

สมมติ x เป็นจำนวนเสื้อสูทที่จะตัด

และ y เป็นจำนวนเสื้อคลุมที่จะตัด

ต้องการความากที่สุด (Max.) ของ $300x + 500y$

ข้อจำกัด $2x + y \leq 16$

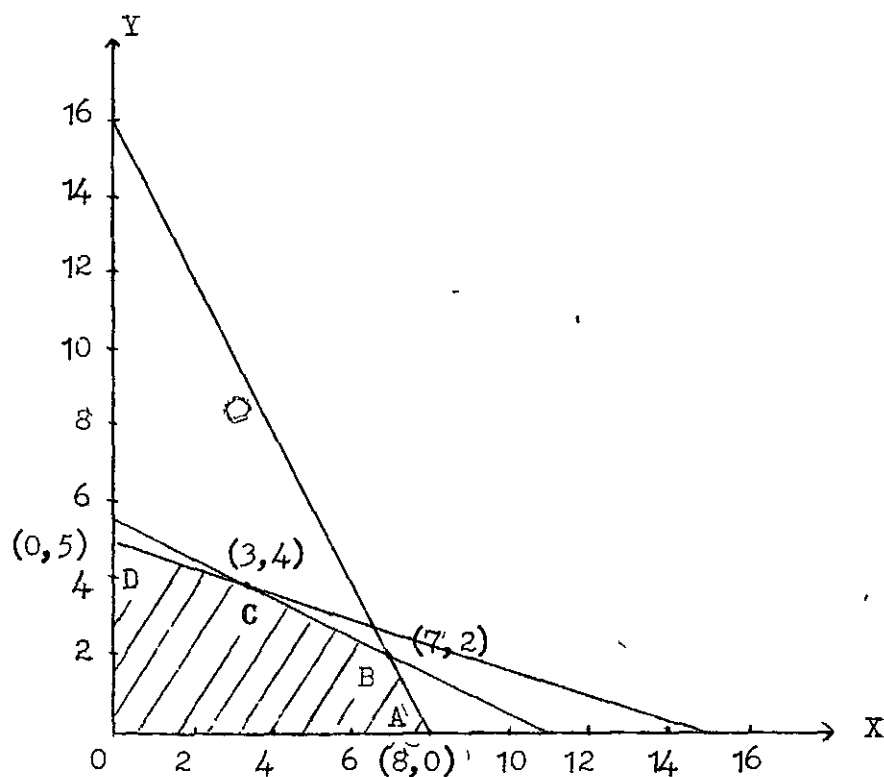
$$x + 2y \leq 11$$

$$x + 3y \leq 15$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

วิเคราะห์ทางเลือก



ทางเลือกที่

1. $f(A) = (300 \times 8) + (500 \times 0) = 2400$ บาท
2. $f(B) = (300 \times 7) + (500 \times 2) = 3100$ บาท
3. $f(C) = (300 \times 3) + (500 \times 4) = 2900$ บาท
4. $f(D) = (300 \times 0) + (500 \times 5) = 2500$ บาท

จะเห็นว่าทางเลือกที่ 2 จะได้เงินมากที่สุด คือ 3100 บาท โดยตัดเสื้อสุท 7 ตัว และตัดเสื้อคลุม 2 ตัว (การบริหารทรัพยากรเพื่อป้องกันประเทศ, 2518) ปัญหาตัวอย่างที่ยกมานั้นเป็นตัวอย่างที่ดีให้เห็นว่าวิธีการโปรแกรมเส้นตรงช่วยในการตัดสินใจปัญหาได้

เจสส์ (Gass) กล่าวว่า การประยุกต์โปรแกรมเส้นตรงไปใช้ในการแก้ปัญหาทางงานบริหาร งานด้านเศรษฐศาสตร์ ในอุตสาหกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับรายรับรายจ่าย

และโปรแกรมเส้นตรงยังมีความสัมพันธ์กับทฤษฎีเกม (Theory of Games) ท้าย เจสส์ ได้กล่าวถึงการประยุกต์ของโปรแกรมเส้นตรงไว้ดังนี้

1. ประยุกต์กับการเกษตร (Agricultural applications) ซึ่งเกี่ยวข้องกับเศรษฐกิจของฟาร์ม ผลผลิตของฟาร์ม การสนองธรรมชาติแก่ฟาร์ม และงานด้านการจัดการของฟาร์มในปัญหาต่าง ๆ
2. เงินใจและข้อตกลง (Contract awards) ซึ่งเกี่ยวข้องกับการทำสัญญาต่าง ๆ
3. ประยุกต์ทางอุตสาหกรรม (Industrial applications) เช่นอุตสาหกรรมเคมี ถ่านหิน เหล็ก เหล็กกล้า กระดาษ ปิโตรเลียม การบินพาณิชย์ การติดต่อ และอื่น ๆ
4. การวิเคราะห์เศรษฐกิจ (Economic analysis) เกี่ยวกับการเลือกสรรการลงทุนต่าง ๆ การหาแนวทางเพื่อกำไรของกิจการร้านค้า ปัญหาด้านการวิเคราะห์ตลาด การควบคุมคุณภาพแผนโภชนาการ
5. ประยุกต์ทางทหาร (Military applications) เกี่ยวกับปัญหาการบิน ซึ่งเกี่ยวข้องกับจำนวนนักบิน เครื่องบิน และงบประมาณ - และยังประยุกต์กับยุทธวิธีในการดำเนินการรบซึ่งขึ้นอยู่กับข้อจำกัดของทรัพยากรอื่น ๆ
6. การบริหารงานบุคคล (Personnel assignment) ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและคุณภาพของคนที่ใช้ในเวลากำหนด
7. การบัญชีและการควบคุมการผลิต (Production scheduling and inventory control)
8. การออกแบบโครงสร้าง (Structural design) เกี่ยวไปถึงพื้นฐานทางวิศวกรรม เช่น การควบคุมความสามารถของวัสดุอุปกรณ์ เพื่อไม่ให้ใช้งานเกินที่อุปกรณ์นั้นจะทนได้ หรือการควบคุมคุณภาพต่าง ๆ
9. การวิเคราะห์การจราจร (Traffic analysis) ที่เกี่ยวกับการให้สัญญาณ-

จราจรในรบบวงจรของไฟฟ้าไฟแฉ และที่เกี่ยวกับการควบคุมเวลาของสัญญาณการเปิด
การปิด

10. ปัญหาการขนส่งและทฤษฎีเน็ตเวิร์ค (Transportation problems and
Network theory)

11. ปัญหาสายทางของเซลแมน (Traveling-salesman problem) เพื่อที่
ได้สายงานที่ดีที่สุดในการดำเนินงานที่สมบูรณ์

12. ประยุกต์อื่น ๆ (Other applications) เช่นเกี่ยวกับการควบคุมด้าน
พลังงานต่าง ๆ และที่เกี่ยวข้องกับ Operations research และการประยุกต์อื่น ๆ

(Gass, 1969 : 11 - 19)

ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าโปรแกรมเส้นตรงเป็นคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่มีประโยชน์
ในวงการธุรกิจต่าง ๆ มากมาย และนักเรียนสายพาณิชย์การเป็นสายหนึ่งที่เกี่ยวข้องอยู่ใน
วงการนี้ ผู้วิจัยจึงนำเรื่องโปรแกรมเส้นตรงมาสอนนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ
ปีที่ 5 สายพาณิชย์การ

การจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับปัญหาด้านปริมาณ และในขณะเดียวกันให้คุณภาพ
ที่ดีด้วย ยอมรับของอาศัยเทคโนโลยีมาช่วย (Apter, 1968 : 7 - 14) เทคโนโลยี
ที่สามารถจะช่วยให้บรรลุวัตถุประสงค์ทั้งที่ผู้เสนอแนะไว้ในรูปแบบและวิธีการต่าง ๆ
นานา ซึ่งได้แก่ 1) เครื่องมือหรืออุปกรณ์ เช่น ภาพยนตร์ วิทยุ โทรทัศน์ เป็นต้น
2) วัสดุ เช่น แบบเรียน ตำรา รูปภาพ แผนภูมิ เป็นต้น 3) เทคนิคหรือวิธีการใหม่ ๆ
(วัจิตร ศรีสอาน, 2516 : 99 - 100) หน่วยการเรียนรู้การสอน (Instructional
Module) เป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ช่วยแก้ปัญหาการศึกษาได้
หน่วยการเรียนรู้การสอนเป็นกระบวนการเรียนการสอนที่ระเบียบแบบแผน สร้างขึ้นสำหรับ
ให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าเอง โดยมีวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้แน่นอน (บุญมี กอนทอง,
2519 : 1)

หน่วยการเรียนรู้การสอนยังช่วยปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

เพราะในการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน ต้องมีการวางแผนและเตรียมตัวอย่างรอบคอบ ระวัง มากการครูหรือผู้บรรยายเตรียมการสอนปกติ (ธีระ จิตต์จนะ, 2519 : 2) รูปของหน่วย การเรียนการสอนจะแตกต่างกันตามแต่ละเนื้อหาวิชา หรือระดับของผู้เรียนและไม่มีรูปแบบตายตัว แต่เนื้อหาภายในหน่วยการเรียนรู้การสอนจะจัดลำดับขั้นตอน อย่างมีระเบียบและสัมพันธ์กัน อย่างเกนชัค (Lawrence, 1973 : 2) หน่วยการเรียนรู้การสอนหนึ่งจะประกอบด้วย องค์ประกอบ 7 ประการ คือ (ชมพันธุ์ ภูษธร ณ อยู่ชยา, 2519 : 1 – 2)

1. หลักการและเหตุผล (Rationale or Prospectus) เป็นการบรรยาย อย่างสั้น ๆ ถึงความสำคัญในหน่วยการเรียนรู้การสอนนั้น
 2. จุดมุ่งหมาย (Objectives) เป็นจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนที่จะให้ ผู้เรียนแสดงออก
 3. ความรู้พื้นฐาน (Pre-requisites) เป็นพื้นฐานทั่วไปที่จะใช้ในการ เรียนตนหน่วยการเรียนรู้การสอน
 4. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-assessment) เป็นการทดสอบพื้นฐานก่อน จะเรียนหน่วยการเรียนรู้การสอน
 5. กิจกรรมการเรียนรู้ (Instructional Alternative or Instructional Activities) เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนกระทำเพื่อผู้เรียนได้เรียนรู้ และ บรรลุถึงจุดมุ่งหมาย
 6. การประเมินผลหลังการเรียนรู้ (Post-assessment) เป็นการทดสอบเพื่อ ใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาว่า การเรียนรู้ได้ผลตามจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้หรือไม่ หรือว่า ผู้เรียนจำเป็นต้องกระทำกิจกรรมซ่อมเสริม
 7. การเรียนซ่อมเสริม (Remediation) อาจจะทำหรือไม่ทำก็ได้ เป็นกิจกรรมที่จะช่วยเหลือผู้เรียนที่ไม่ผ่านการทดสอบหลัง การเรียน
- ควยเหตุถึงกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง เพื่อใช้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพิเศษการ

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพหุวิชาการ
2. เพื่อศึกษานักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพหุวิชาการ สามารถเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้หรือไม่
3. เพื่อศึกษากว่าควรเริ่มต้นสอนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หรือปีที่ 5

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพหุวิชาการสามารถเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนได้
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายพหุวิชาการมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายพหุวิชาการ

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนแบบหน่วยการเรียนรู้การสอน
2. ผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จะทำให้ทราบถึงระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพหุวิชาการ ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน
3. เป็นแนวทางในการพัฒนาปรับปรุง และเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสายพหุวิชาการ
4. เป็นแนวทางสำหรับผู้ที่จะเขียนบทเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเป็นรากฐานของการศึกษาคณิตศาสตร์ สถิติ และการวิจัยทั่วไป

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้กระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตพัฒนการพรณกร เขตคูสิต กรุงเทพมหานคร ชั้นละ 30 คน รวมนักเรียนทั้งหมด 60 คน
2. การทดลองกระทำในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2520 โดยใช้เวลาในการทดลองสอนชั้นละ 10 ชั่วโมง และทดสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที
3. เนื้อหาที่ใช้สอนในการทดลองเป็นเนื้อหาวิชาโปรแกรมเส้นตรง ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ 2 ตัวแปร โดยใช้กราฟในการวิเคราะห์ปัญหา (Graphical Method)
4. ในการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยควบคุมการเรียนรู้โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนด้วยตนเอง

ข้อกอลงเบองตน

1. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการศึกษาในลักษณะของการวิจัยแบบทดลอง เพื่อไ้ทราบถึงความสามารถในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนการ
2. หน่วยการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในการวิจัยครั้งนี้ มีมาตรฐานเพียงพอสำหรับใช้สอน
3. นักเรียนกลุ่มใดสามารถทำคะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบได้ตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป และนักเรียนที่ไ้คะแนนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป มีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มทดลองชั้นนั้น ถือว่านักเรียนชั้นนั้นมีความสามารถในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. หน่วยการเรียนรู้การสอน (Instructional Module) หมายถึง หน่วยการเรียนรู้การสอนวิชาโปรแกรมเส้นตรง ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายสายพัฒนการที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
2. นักเรียน หมายถึงนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 วิทยาลัยเทคโนโลยี-และอาชีวศึกษา วิทยาเขตพัฒนการพระนคร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2520
3. การสอนโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน หมายถึง การสอนที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองจากหน่วยการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และผู้วิจัยเป็นผู้ควบคุม
4. ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง หมายถึง ผลการเรียนรู้ซึ่งวัดจากคะแนนที่ได้จากการสอบควมแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น.

บทที่ 2

เอกสารและการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งเป็น 2 เรื่อง คือ ที่เกี่ยวกับโปรแกรมเส้นตรง และหน่วยการเรียนรู้การสอน ดังต่อไปนี้

แชตฟิลด์ (Chatfield, 1970 : 347) กล่าวว่า โปรแกรมเส้นตรงเป็นเทคนิคที่ใช้อย่างหนึ่งในการแบ่งปันทรัพยากร หรือเลือกทางเลือกที่ดีไปตามเป้าหมาย และโปรแกรมเส้นตรงมีความสัมพันธ์กับ Operations Research

เดนตซิก (Dentzig, 1951 : 330 - 335) ได้พิสูจน์ไว้ว่า ทฤษฎีเกม (Game Theory) กับโปรแกรมเส้นตรงมีความสัมพันธ์กัน

สตอกตัน (Stockton, 1963 : 1 - 3) กล่าวว่า โปรแกรมเส้นตรงเป็นเทคนิคในการแก้ปัญหาธุรกิจต่าง ๆ และสัมพันธ์กับ Operations Research โปรแกรมเส้นตรงมีคณิตศาสตร์และสถิติเป็นพื้นฐาน ช่วยในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เช่น การแบ่งปันทรัพยากร การคำนวณองค์ประกอบเพื่อพิจารณาจะได้ผลกำไรตามคาดหวัง การหาส่วนผสม เช่น ส่วนผสมของสี การควบคุมการผลิต การบัญชี การควบคุมคุณภาพของอุปกรณ์ต่าง ๆ การขนส่งและปัญหาโครงสร้างอื่น ๆ

โบเวน (Bowen, 1967 : 109) กล่าวว่าทางเลือกที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายซึ่งเกี่ยวข้องกับข้อจำกัดของทรัพยากรนั้นมีมากมาย ดังนั้นการหาค่ามากที่สุด (หรือน้อยที่สุด) ตามเป้าหมาย โปรแกรมเส้นตรงจะช่วยได้เสมอ

ซิงเกิลตัน และ ทันเดิล (Singleton and Tyndall, 1974) กล่าวว่า โปรแกรมเส้นตรงได้เจริญขึ้น และขยายไปทั่วในวงการธุรกิจ ในวงการรัฐบาล ในวงการวิศวกรรมและอื่น ๆ และเป็นพื้นฐานของทฤษฎีการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์

พินซ์ เพมพอร์ท (คณิตศาสตร์, 2518 : 206) กล่าวว่า เราใช้วิชาโปรแกรมเส้นตรงเพื่อแก้ปัญหาทางกายภาพสูงสุดและต่ำสุดของการลงทุน และของกำไรต่าง ๆ

เพื่อที่จะไต่ถามซึ่ง "คนทุนค่ากำไรสูง"

จากการอบรมและสัมมนา ระบบการบริหารทรัพยากร เพื่อป้องกันประเทศ ไคม์ผู้กล่าวถึงโปรแกรมเส้นตรงไว้หลายท่าน ถึงต่อไป (อบรมและสัมมนา ระบบบริหารทรัพยากร เพื่อป้องกันประเทศ, 2518)

จิรายุ อิศรางกูร ณ อยุธยา กล่าวว่า ในกรณีที่มีทรัพยากรจำกัด หรือมีน้อยกว่าที่จะบริการ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ช่วยตัดสินใจในการที่จะใช้ทรัพยากรจำกัดให้ได้ประโยชน์มากที่สุด

ประสาร - ฆมาตยกุล กล่าวว่า ผู้รับผิดชอบในการบริหารงานระดับสูง ควรมีความรู้ ความเข้าใจในการใช้วิธีการทางสถิติ และคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับเรื่องโปรแกรมเส้นตรง มาประกอบกับทฤษฎีการบริหาร เพื่อที่จะได้ใช้ทรัพยากรที่มีอยู่จำกัดให้บังเกิดประสิทธิภาพมากที่สุด

สังค ชลออยู่ กล่าวว่า เป็นหน้าที่ของผู้บริหารจะต้องอาศัยการจัดสรรทรัพยากร ที่ให้เหมาะสมกับปัจจัยสิ่งแวดล้อมของประเทศ และจะต้องควบคุมการใช้ทรัพยากรให้บรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ

ศวีปริญญารามโกมุท กล่าวว่า การจัดสรรทรัพยากรให้งานอย่างหนึ่งมากเกินไปอย่างหนึ่งน้อย ต้องคำนึงถึงเป้าหมายที่กำหนดไว้ ซึ่งจะก่อให้เกิดขึ้นจากทางหนึ่งแล้วจะคู่กับการที่จะต้องลดลงในอีกทางหนึ่ง ต้องพิจารณาว่าจะคุ้มค่ามากน้อยเพียงใด

คณิตศาสตร์ เรื่องวิธีการ โปรแกรมเส้นตรงช่วยแก้ปัญหาทางงานบริหารในการตัดสินใจ เพื่อให้ได้กำไรเป้าหมาย ถึงแม้ว่าการตัดสินใจไม่ใช่ว่าจะแก้คณิตศาสตร์อย่างเดียวก็ได้ แต่วิธีทางคณิตศาสตร์จะเป็นเครื่องมือวิเคราะห์ที่ประโยชน์มากต่อทางเลือก ที่จะเลือกตัดสินใจ

กระบวนการตัดสินใจ (ซึ่งเป็นวิธีการตามขั้นตอนของ โปรแกรมเส้นตรง)

การที่จะตัดสินใจเลือกแนวทางที่จะดำเนินการให้ได้ดีที่สุดนั้น จำเป็นต้องพิจารณาไว้กรวดยังสิ่งต่อไปนี้

1. จุดประสงค์ของงาน (หรือหน่วยงาน) โดยปกติจุดประสงค์มักกล่าวในลักษณะการแสดงความตกลงการไว้อย่างกว้าง ๆ

2. เป้าหมายของงาน เป้าหมายเป็นเรื่องราวที่แปลความหมายของจุดประสงค์ออกมาให้ชัดเจนว่า จุดหมายของการดำเนินงานอยู่ที่ไหน ก็อะไร เป้าหมายที่ออกมาจะอยู่ในรูปที่สามารถวัดได้

3. ทางเลือกต่าง ๆ ในอันที่จะทำให้บรรลุเป้าหมาย

4. ข้อจำกัดต่าง ๆ ที่สำคัญที่สุด คือทรัพยากรซึ่งจะทำให้ไม่สามารถเลือกทางเลือกบางทางเลือกได้

5. การวิเคราะห์เพื่อหาความเกี่ยวพันระหว่างทางเลือกกับทางเลือกด้วยกันและระหว่างทางเลือกกับเป้าหมายภายใต้ข้อจำกัดดังกล่าว

6. การตัดสินใจโดยยึดเป้าหมายเป็นหลัก

วิธีนี้ ชุมวรฐายี (การประชุมเชิงปฏิบัติการในการเขียน Module) กล่าวว่า การสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน คือการแปลจุดมุ่งหมายหลักสูตรหรือบทเรียนให้เป็นโปรแกรมการเรียนรู้การสอน หน่วยการเรียนรู้การสอนเป็นภาระสำคัญในการเรียนและฝึกฝนผู้เรียนตามหลักสูตร

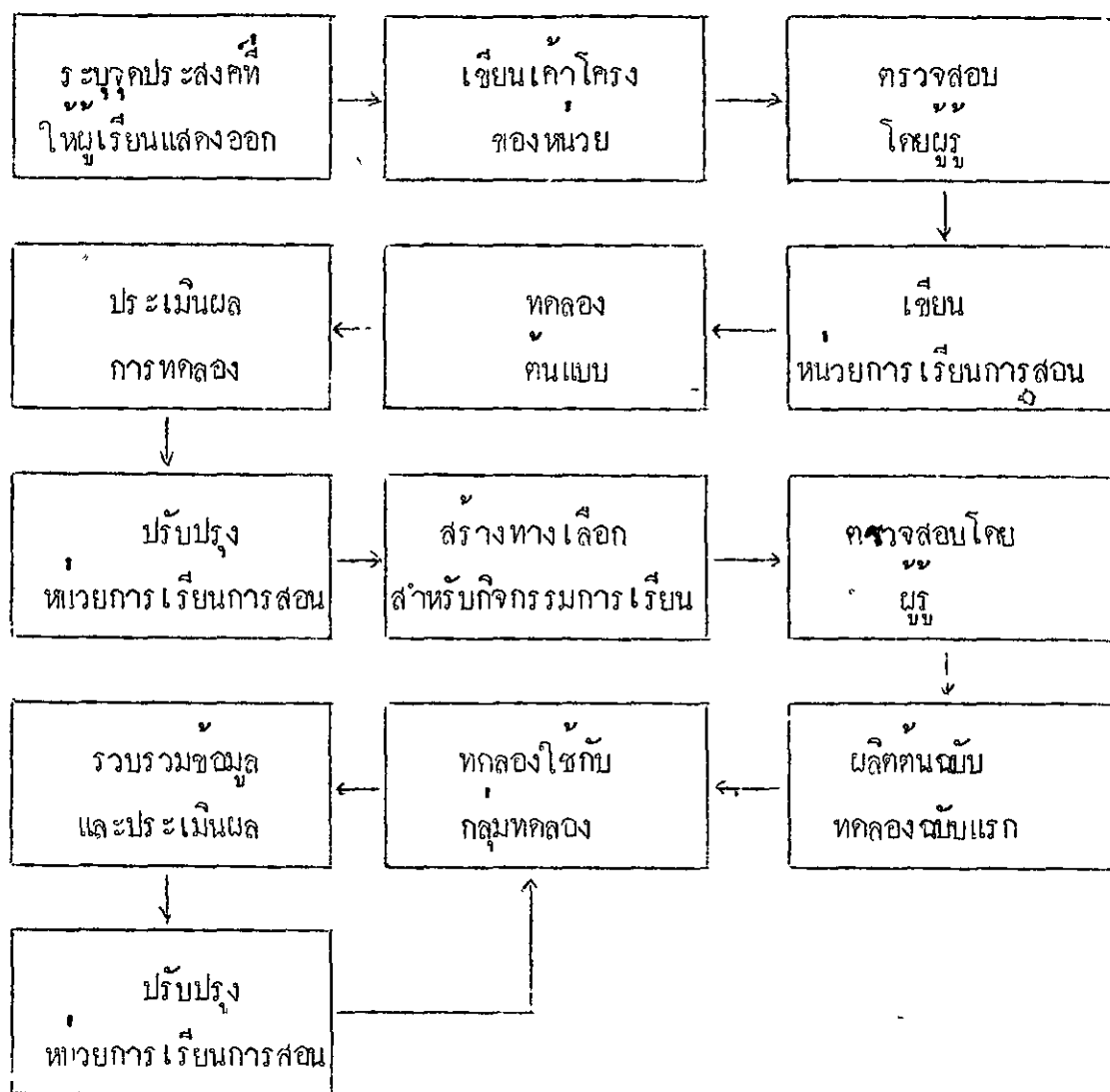
ในการดำเนินการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนควรคำนึงถึงหลักสำคัญ 3 ประการ คือ

1. หลักการและเหตุผล และความเชื่อมั่นพื้นฐานเกี่ยวกับหลักสูตรและบทเรียนจะรองรับและออกมาให้ชัดเจน

2. ความมุ่งหมายขั้นสุดท้าย หวังที่จะให้ผู้เรียนเป็นอย่างไร ต้องรองรับให้ชัดเจน

3. จุดประสงค์เฉพาะสำหรับผู้จบหลักสูตรมีอย่างไร

กระบวนการในการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน ก็แผนภาพต่อไปนี้



ภาพ 1 กระบวนการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน

การเขียนรายละเอียดของหน่วยการเรียนรู้การสอน และสร้างอุปกรณ์ต่าง ๆ เพื่อช่วยเหลือนั้น ต้องอาศัยความรู้ความสามารถเป็นอย่างสูง

ผู้มี กอนทอง (บทเรียนแบบมอญ) ไกลลวถึงบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ การสอนว่า อุปสรรคในการเรียนการสอนอาจจะแก้ไขโดยหน่วยการเรียนรู้การสอน เพราะ หน่วยการเรียนรู้การสอนอาจทำให้ นักเรียนสามารถเลือกเรียนได้ตามความสามารถของตนเองได้

หน่วยการเรียนรู้การสอน หมายถึงบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้หนึ่งหน่วยหนึ่งสำเร็จในตัว
สร้างขึ้นสำหรับให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าเอง โดยมีวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้แน่นอน และ
บทเรียนจะต้องประกอบด้วยสิ่งสำคัญบางประการ (บางมอดูลอาจไม่จำเป็นต้องมีครบ
ทุกรายการ) ดังต่อไปนี้

1. วัตถุประสงค์ทั่วไปของบทเรียน
2. ความรู้และทักษะพื้นฐาน
3. วัตถุประสงค์การสอน
4. การทดสอบเพื่อความรู้อย่างไร
5. อุปกรณ์ประกอบการเรียน
6. โปรแกรมการเรียนในบทเรียน

สิ่งที่นำมาใช้ในโปรแกรมการเรียนการสอนมีดังต่อไปนี้

- 1) หนังสือตำรา โน้ตคำสอน ตลอดจนสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ
- 2) ปรากฏการณ์จริง เป็นพิเศษสำหรับบทเรียน (ปกติไม่ค่อยได้ใช้กันนัก)
- 3) สื่อทัศนอุปกรณ์ต่าง ๆ เช่น ภาพเคลื่อนไหว ภาพนิ่ง เทปบันทึกเสียง
แถบบันทึกภาพ filmloop แผนภาพ แผนภูมิ และภาพต่างๆ ฯลฯ
- 4) การทดลองบางประการที่ไม่มีอันตราย ทำได้ง่ายและไม่ต้องการ
ทักษะในการปฏิบัตินัก ก็อาจนำมาใช้ในโปรแกรมการเรียน
การสอนได้

ฯลฯ

ข้อสำคัญคือโปรแกรมที่จัดไม่ว่าจะใช้กิจกรรมใดสำหรับให้ศึกษาก็ตาม
กิจกรรมนั้นจะต้องปฏิบัติได้จริง และต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้

7. ประสิทธิภาพที่เกี่ยวข้องกับบทเรียน เช่นอาจมีการแนะนำให้ไปชมพิพิธภัณฑ์
สวนสัตว์ ชมนิทรรศการ หรือกำหนดให้อ่านเพิ่มเติม ฯลฯ

8. การทดสอบผลการเรียน ไม่ใช่ขอทดสอบความรู้ใดหรือถาม แล้วความมี-

ความรู้ความสามารถถึงวัตถุประสงค์ทางไว้หรือไม่

9. การประเมินผลบทเรียนเพื่อทราบว่าบทเรียนที่สร้างขึ้นมีคุณภาพปานใด มีสิ่งที่ยังบกพร่องสมควรแก้ไขปรับปรุง ไม่ใช่เป็นการประเมินผลนักเรียน

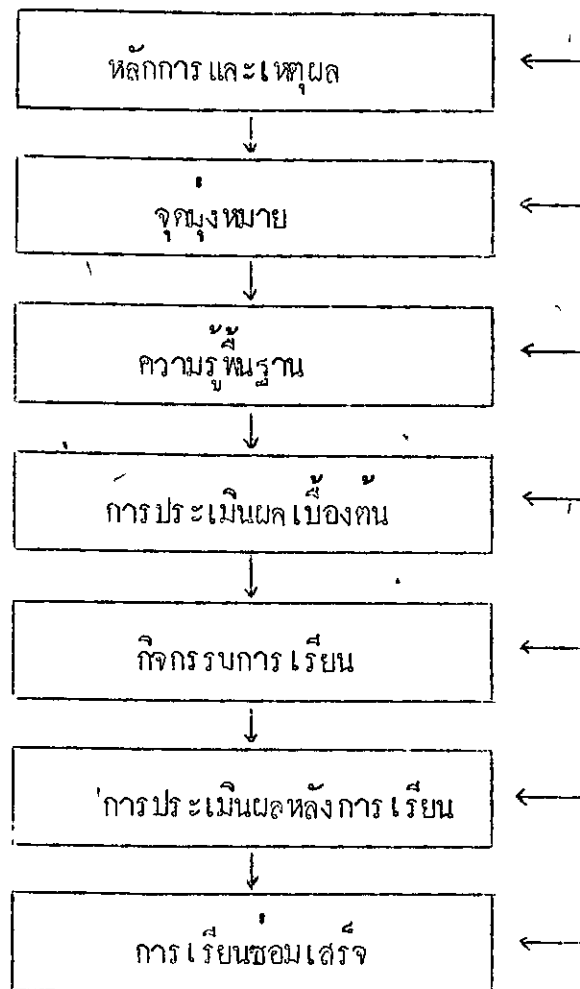
ชมพันธุ์ ญชร ณ อยุธยา (ชมพันธุ์ ญชร ณ อยุธยา, 2519 : 1 - 2)

โดยมีรายละเอียดของหน่วยการเรียนรู้การสอนไว้ว่า หน่วยการเรียนรู้การสอนหมายถึงกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งจัดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และแสดงสมรรถภาพในการเป็นครูอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลาย ๆ อย่าง ถึงแม้หน่วยการเรียนรู้การสอนจะสร้างขึ้นเพื่อใช้กับหลักสูตรฝึกหัดครูแบบสมรรถฐาน (Competency Based Teacher Education) แต่ก็สามารถนำไปสร้างเป็นบทเรียนในระดับอื่นได้ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้บทเรียนนั้น ๆ อย่างแท้จริง ประสิทธิภาพของหน่วยการเรียนรู้การสอนขึ้นอยู่กับระดับที่หน่วยการเรียนรู้การสอนนั้น ๆ ช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตามที่ระบุไว้ในจุดมุ่งหมาย

หน่วยการเรียนรู้การสอนประกอบด้วยองค์ประกอบ 7 ประการ คือ

1. หลักการและเหตุผล (Rationale or Prospectus)
2. จุดมุ่งหมาย (Objectives)
3. ความรู้พื้นฐาน (Pre-requisites)
4. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-assessment)
5. กิจกรรมการเรียนรู้ (Instructional Alternative)
6. การประเมินผลหลังการเรียนรู้ (Post-assessment)
7. การเรียนซ่อมเสริม (Remediation)

ทั้งแสดงในภาพประกอบ



ภาพ 2 องค์ประกอบของหน่วยการเรียนรู้การสอน

หลักการและเหตุผล (Rationale) บางคนเรียกว่า Prospectus

หลักการและเหตุผลมีวัตถุประสงค์ 2 ประการ คือ

1. เพื่ออธิบายวัตถุประสงค์และความสำคัญของจุดมุ่งหมายของหน่วยการเรียนรู้
การสอน ในแง่ของการสร้างขบวนการ ทักษะ และ/หรือปฏิบัติ
2. เพื่อจัดหน่วยการเรียนรู้การสอนและจุดมุ่งหมายให้สอดคล้องกับเนื้อหา

หลักการและเหตุผลจะช่วยให้เข้าใจถึงความสำคัญของหน่วยการเรียนรู้ การสอน และช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงถึงความคาดหวังของหลักสูตรทั้งหมด ทั้งยังช่วยให้นักเรียน เข้าใจถึงความสัมพันธ์ของหน่วยการเรียนรู้ การสอนที่กำลังเรียนกับเนื้อหาอื่น ๆ ที่เขาจะต้อง เรียนต่อไป

จุดมุ่งหมาย (Objectives)

จุดมุ่งหมายแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. จุดมุ่งหมายในการเรียนการสอน (Instructional Objectives)

ระบุความสามารถที่ผู้เรียนจะต้องแสดงออก

2. จุดมุ่งหมายในการแสดงออก (Expressive Objectives)

ระบุเหตุการณ์ที่ผู้เรียนจะต้องมีประสบการณ์

จุดมุ่งหมายทำหน้าที่ 2 ประการ คือ

1) ช่วยเป็นสื่อที่เชื่อมโยงจุดมุ่งหมายของวิชา ความคาดหวังและ วิธีสอนต่าง ๆ ในผู้เรียนและอาจารย์ผู้สอนได้ทราบ

2) ช่วยให้อาจารย์ผู้สอนได้วางแผนและประเมินผลจุดมุ่งหมายวิธีสอน และผลการสอนของตนได้

ดังนั้นจุดมุ่งหมายจึงเป็นส่วนที่ช่วยวางโครงสร้างของหน่วยการเรียนรู้ การสอน และช่วยเสนอแนะกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะช่วยให้นักเรียนได้บรรลุถึงความรู้ความเข้าใจตามที่ระบุไว้ อย่างไรก็ตาม หน่วยการเรียนรู้ การสอนต่าง ๆ ย่อมแตกต่างกันตามจำนวนของ จุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ หน่วยการเรียนรู้ การสอนบางหน่วยอาจจะมีจุดมุ่งหมายเพียงอย่างเดียว แต่บางหน่วยอาจจะระบุจุดมุ่งหมายไว้หลายอย่าง

ความรู้พื้นฐาน (Pre-requisites)

ความรู้พื้นฐาน แบ่งออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือ

1. ความสามารถพื้นฐานทั่วไปที่จะใช้ในการ เริ่มต้นหน่วยการเรียนรู้ การสอน หรือกระบวนการของหน่วยการเรียนรู้ การสอน

2. ความสามารถเฉพาะซึ่งได้เรียนมาแล้วในหน่วยการเรียนรู้การสอนก่อน ๆ โดยทั่วไป ควรจัดหน่วยการเรียนรู้การสอนพัฒนาความรู้พื้นฐานของเรียนมาก่อนในน้อยที่สุด ทั้งนี้ เพื่อสะดวกในการยึดหยุ่นของโปรแกรมการเรียน นอกจากนั้นการสร้างแบบประเมินผลเบื้องต้น ควรให้ครอบคลุมถึงความรู้พื้นฐานทั่วไปด้วย

การประเมินผลเบื้องต้น (Pre-assessment)

การประเมินผลเบื้องต้น หมายถึงการจัดในเรื่องต่าง ๆ ดังนี้

1. เพื่อความรู้นักเรียนสามารถแสดงความรู้ที่เป็นพื้นฐานนั้น ๆ ก่อนเรียน หน่วยการเรียนรู้การสอน
2. เพื่อความรู้นักเรียนมีความรู้ความสามารถบางส่วนที่ระบุไว้ในหน่วยการเรียนรู้การสอนที่กำลังจะเรียนแล้วหรือยัง หรือเขาควรจะได้รับความช่วยเหลือในกิจกรรมการเรียนต่าง ๆ เพื่อให้บรรลุถึงจุดมุ่งหมายของหน่วยการเรียนรู้การสอนนั้น
3. เพื่อความรู้นักเรียนมีความรู้ความสามารถบางส่วนที่ระบุไว้ในหน่วยการเรียนรู้การสอนที่กำลังจะเรียนหรือไม่ ถ้ามีเขาอาจจะเรียนในกิจกรรมการเรียนของกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เขายังไม่เคยเรียนรู้เท่านั้น

โดยปกติการประเมินผลเบื้องต้น มักจะใช้การทดสอบโดยการเขียน อย่างไรก็ตาม ในการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนควรพิจารณาถึงประโยชน์ของการทดสอบอย่างอื่นด้วย ทั้งชนิดที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ ทั้งทางตรงและทางอ้อม ทั้งแบบปรนัยและไม่เป็นปรนัยทั้งหมด การอภิปรายระหว่างอาจารย์และนักเรียนก็อาจจะเป็นการประเมินผลเบื้องต้นได้

กิจกรรมการเรียน (Instructional Alternatives or Instructional Activities)

กิจกรรมการเรียน หมายถึงงานที่จะทำให้นักเรียนทำเพื่อช่วยให้เกิดการเรียนรู้และบรรลุถึงจุดมุ่งหมายที่ระบุไว้ กิจกรรมการเรียนจึงควรจัดดังนี้

1. จัดกิจกรรมการเรียนหลาย ๆ อย่าง เพื่อให้ผู้เรียนได้เลือกเรียน รวมทั้งให้ผู้เรียนได้จัดกิจกรรมของตนเองด้วย

2. ประสิทธิภาพต่าง ๆ ที่จกษณควรเป็นแนวทางที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้
3. ควรจะจัดทำแผนผัง หรือคำอธิบายของการจัดลำดับกิจกรรมที่จะเรียน ถ้าหากจุดมุ่งหมายหรือกิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะที่ต่อเนื่องกัน
4. ควรจะจัดโอกาสให้ผู้เรียนได้ฝึกหัดหาเติมกันในการที่จะบรรลุถึงจุดมุ่งหมาย

การประเมินผลหลังการเรียนรู้ (Post-assessment)

วิธีการประเมินผลหลังการเรียนรู้ อาจจะเหมือนหรือแตกต่างจากวิธีการประเมินผลเบื้องต้น และสามารถจัดได้หลาย ๆ วิธี ซึ่งการประเมินหลังการเรียนรู้ควรมีลักษณะดังนี้

1. ประเมินผลทั้งหมทที่ระบุไว้ในจุดมุ่งหมายด้วยวิธีที่เชื่อถือได้
2. ประเมินผลเฉพาะที่ระบุไว้เป็นพื้นฐานก่อนเรียนหน่วยการเรียนรู้การสอนนั้น หรือก่อนเริ่มโปรแกรม

3. การประเมินผลหลังการเรียนรู้ควรจัดทำทั้งในระหว่างการเรียน (Formative Evaluation) และหลังการเรียนรู้ (Summative Evaluation)

4. การประเมินผลหลังการเรียนรู้จะต้องเป็นจริงและมีเหตุผล โดยคำนึงถึงเวลาทั้งของผู้เรียนและของผู้สอน

การเรียนรู้ซ่อมเสริม (Remediation)

การเรียนรู้ซ่อมเสริม อาจจะกำหนดไว้ในบทเรียนหรือไม่ก็ได้ จัดเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะช่วยเหลือผู้เรียนที่ไม่ผ่านการทดสอบภายหลังบทเรียน มีโซลงโทษ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้บรรลุผลสำเร็จโดยทั่วไป กิจกรรมการเรียนรู้ซ่อมเสริมนั้นผู้สอนและผู้เรียนจะกำหนดรวมกัน โดยพิจารณาจากความสามารถของผู้เรียนและการประเมินผลหลังการเรียนรู้

การสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน

ในการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน ผู้สร้างจะต้องคำนึงถึงจุดมุ่งหมายทั่วไปของวิชานั้น ๆ อยู่เสมอ เรื่องเหล่านี้ควรระบุไว้อย่างชัดเจนในการเขียนหลักการและเหตุผล

หลังจากกำหนดจุดมุ่งหมายแล้ว ผู้สร้างจะต้องกำหนดความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน ความรู้พื้นฐานควรกำหนดเฉพาะเรื่องที่จำเป็นพื้นฐานจริง ๆ ของหน่วยการเรียนรู้การสอน ถ้าเป็นไปได้ ความรู้พื้นฐานควรจมน้อยที่สุด เพื่อให้การเรียนรู้สอนอีกขั้นไปได้ สำหรับการสร้างแบบประเมินผลเบื้องต้น ผู้สร้างควรเชื่อมั่นใจว่า เกณฑ์สร้างขึ้นไว้วัดความรู้ความสามารถของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับจุดมุ่งหมายที่ระบุไว้อย่างแท้จริง ข้อควรคำนึงเกี่ยวกับการประเมินผลก็คือ การประเมินผลจะต้องให้ข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนได้

การสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สร้างควรพยายามใช้วิธีการเรียนหลาย ๆ อย่าง เพื่อให้ผู้เรียนจะได้เลือกเรียนในสิ่งที่ช่วยทำให้เขาได้รับความสำเร็จหรือเพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและจะทำให้การเรียนรู้การสอนเป็นที่มาสนใจ ถ้ากิจกรรมการเรียนรู้ต่อเนื่องกันควรจัดเรียงลำดับ การจัดลำดับกิจกรรมก็ควรจะทำให้ชัดเจน เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงลักษณะแผนการสอนได้ทั้งหมด ส่วนวิธีการสร้างแบบประเมินผลหลังการเรียนรู้ การใช้วิธีการตามที่เสนอแนะในการสร้างแบบประเมินผลเบื้องต้น และขอทดสอบการเชื่อถือได้

สำหรับกิจกรรมซ่อมเสริม ผู้สร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนอาจระบุได้ตามความเหมาะสม โดยปกติแล้วกิจกรรมการเรียนรู้ซ่อมเสริมควรจะขึ้นอยู่กับสถานการณ์เฉพาะเมื่อใดสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนสมบูรณ์ ทั้งโปรแกรมแล้ว กิจกรรมการเรียนรู้ซ่อมเสริมอาจนำมาใช้เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเลือกเรียนได้

นอกจากนี้ในการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน ผู้สร้างควรคำนึงถึง

1. คำอธิบายของหน่วยการเรียนรู้การสอนควรจะสั้นและชัดเจน
2. ผู้สร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนควรจะให้ผู้ร่วมงานหลาย ๆ ท่าน และผู้เรียนช่วยกันวิจารณ์ เพื่อจะได้นำข้อวิจารณ์เหล่านั้นมาปรับปรุงแก้ไข
3. เมื่อสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนเรียบร้อยแล้ว ผู้สร้างควรจะต้อง

บทวนอีกครั้ง หนึ่งว่า หน่วยการเรียนรู้การสอนนั้นเน้นถึงความสามารถที่สัมพันธ์กับ
จุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนและเป็นแบบอย่างที่ดีในการเรียนการสอนหรือไม่

4. ในชั้นสุดท้าย บุคลากร หน่วยงาน เรียนการสอน จะต้องคำนึงอยู่เสมอว่าบทเรียนที่สร้างขึ้น ย่อมเปลี่ยนแปลงแก้ไขได้เสมอ

ขอของหน่วยการเรียนรู้การสอน

หน่วยการเรียนรู้การสอนมีประโยชน์ต่อครู นักเรียน และวงการศึกษ ได้มีผู้กล่าวถึงผลของหน่วยการเรียนรู้สอนไวหลายท่าน ไคแก วิทนีญ์ ชุมวรราชย์ (วิทนีญ์ ชุมวรราชย์, 2519 : 2 - 3) บุญมี กอนทอง (บุญมี กอนทอง, 2519 : 21 - 23) วีระ จิตจันะ (วีระ จิตจันะ, 2519 : 23 - 24) และ ลอเรนซ์ (Lawrence 1973 : 1 - 3) เบญจา โสทรโยม (เบญจา โสทรโยม, 2520 : 15) เป็นต้น ซึ่งพอจะสรุปข้อของหน่วยการเรียนรู้สอนได้ดังต่อไปนี้ คือ

1. หน่วยการเรียนรู้การสอนเป็นอุปกรณ์การสอนและวิธีสอนช่วยพัฒนาครูและปรับปรุงทักษะที่เกี่ยวข้องกับการสอนเฉพาะอย่างไรให้แก่ผู้เรียน

2. หน่วยการเรียนรู้การสอนเป็นวิชาสอนใหม่ระบบแบบแผน มีวิธีการศึกษาหาความรู้หลาย ๆ วิธี หรือลักษณะที่รวมเอาแบบการสอนหลายอย่างเข้าไว้ด้วยกัน แทนที่จะใช้การสอนเพียงอย่างเดียว ซึ่งเหมาะสมควรกับผู้เรียนที่มีความรู้แตกต่างกัน ผู้เรียนควรมีอายุตั้งแต่ 9 ขวบขึ้นไป

3. หน่วยการเรียนรู้การสอน เป็นวิธีการสอนอย่างหนึ่งที่ครูได้เตรียมการ
สอนไว้ตรงเป้าหมาย และใช้ตรวจวิธีการสอนนั้น ๆ ใดก่อนอย่างรอบคอบก่อนสอน

4. หน่วยการเรียนรู้การสอน สามารถแยกแยะเนื้อหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ
คำชี้แจงเรียนเข้าใจใ้กาย

5. ผู้เรียนสามารถเรียนรู้โดยใช้หรือเร็วกว่าตามขีดความสามารถของตนเอง หรือจัดเป็นการเรียนแบบรายบุคคล (individualized) และเวลาที่เข้าศึกษา

ไม่จำเป็นต้องเป็นเวลาเรียนปกติในชั้น

หน่วยการเรียนรู้การสอนในต่างประเทศ

ในปี ค.ศ. 1967 คณะการศึกษาแพทยศาสตร์มหาวิทยาลัยฟลอริดาในโครงการ EPDA B-2 มีโครงการที่จะพัฒนาเครื่องมือหรืออุปกรณ์ที่ใช้สำหรับการฝึกหัดครูเป็นรายบุคคล เครื่องมือต่าง ๆ เหล่านี้จะเป็นอุปกรณ์การสอนที่ช่วยครูและให้บริการแก่อาจารย์ผู้สอนวิชาการศึกษา (Charistian, 1970 : 1 - 5) ต่อมาในปี ค.ศ. 1969 โครงการ EPDA B-2 ได้จัดสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนโดยทดสอบวิจัยและนำออกเผยแพร่ (The Florida Department of Education, 1970 : 1) ปี ค.ศ. 1975 โครงการ EPDA B-2 จัดสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนเกี่ยวกับสมรรถภาพในการสอนคณิตศาสตร์ (Mathematics Teaching Competencies) ถึง 22 หน่วยการเรียนรู้การสอน (Turlington, 1975 : 1)

นอกจากนี้วิทยาลัยเวเบอร์สเตท (Weber State College) แพทยศาสตร์มหาวิทยาลัยยูทาห์ (Utah University) จัดสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนที่เรียนด้วยตนเองขึ้นเมื่อ ค.ศ. 1971 โดยเรียกโปรแกรมนี้ว่า WILKITS (Weber Individualized Learning Kits) และในปี ค.ศ. 1973 ได้มีการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา วิชาที่ชื่อว่า U-Sall Project-Mathematics.

เมื่อ ค.ศ. 1967 ได้มีนักการศึกษาและนักศึกษาให้ความสนใจเกี่ยวกับหน่วยการเรียนรู้การสอน ส่วนใหญ่ผลงานที่ปรากฏเป็นวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอกในสหรัฐอเมริกา สาขาการศึกษา อย่างเช่น ผลงานวิจัยของ คอกก (Caucci, 1971 : 3000-A) คอกกได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการสอนโดยใช้หน่วยการเรียนรู้ (Module Method of Instruction) กับการสอนแบบบรรยาย - อภิปราย (Lecture discussion) ของนักเรียนจำนวน 32 คน ใช้เวลาทดลอง 2 สัปดาห์ ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนขอการสอนโดยใช้หน่วยการเรียนรู้และการสอนแบบบรรยาย ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ เช่นเดียวกับ เดล (Dale, 1974 : 6481-A)

ก็พบว่า การสอนโดยใช้หน่วยการสอนไม่แตกต่างกับการสอนแบบบรรยาย — อภิปราย อย่างไร
 ก็ตามจากการวิจัยของ คอกกั ชี้ให้เห็นว่า การเรียนโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนนั้น
 นักเรียนมีอิสระในการศึกษาหาความรู้ตลอดจนเนื้อหาวิชาที่นักเรียนได้รับแตกต่างกัน คอกกั
 ยังได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสร้างหน่วยการเรียนการสอนว่า หลักการเบื้องต้นหรือข้อแจ้ง
 ของหน่วยการเรียนการสอนควร เขียนให้กว้าง ครอบคลุมไปถึงจุดหมายของหน่วยการเรียน
 การสอน และก่อนที่นักเรียนจะกระทำกิจกรรมการเรียน ผู้เรียนควรมีความรู้เกี่ยวกับ
 กิจกรรมต่าง ๆ หรือเข้าใจคำสั่งที่มุ่งไว้ในกิจกรรมนั้น ๆ ก่อน กลวิธีที่ใช้ในการพบพจนการ
 จะมีความพอสมควร ทั้งการเสริมแรง ก็ควรนำมาใช้เป็นเครื่องช่วยในการเรียนของผู้เรียน
 เช่น ให้ผู้เรียนทราบผลตอบสนองทันที

ในปี ค.ศ. 1975 โรเบิร์ตสัน (Robertson, 1976 : 5112-A) ได้
 ทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
 (Mathematics Modules) กับการสอนโดยใช้ตำราวิชาคณิตศาสตร์ (Text book for
 Mathematics) กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้หน่วยการสอนเป็นรายบุคคล และกลุ่ม
 ควบคุมได้รับการสอนโดยใช้ตำราเรียน โดยใช้ระยะเวลาในการทดลอง 4 เดือน
 โรเบิร์ตสัน ได้สรุปว่า การสอนทั้งสองวิธีไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
 ผลปรากฏว่าคะแนนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 0.05

เฮอส์ท (Hurst, 1973 : 1752-A) ให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนโดยใช้
 หน่วยการเรียนการสอนที่เป็นรายบุคคลและการสอนเป็นกลุ่ม เขาศึกษาผลการใช้หน่วย
 การเรียนการสอนเกี่ยวกับสมรรถภาพพื้นฐานของครูระดับประถมศึกษา โดยแบ่งนักศึกษา
 เป็น 5 กลุ่ม ให้กลุ่มทดลองที่ 1 สอนนักศึกษาเป็นรายบุคคล กลุ่มที่ 2 สอนนักศึกษาเป็น
 กลุ่ม ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ผลปรากฏว่ากลุ่มทดลองซึ่งสอนนักศึกษาเป็น
 รายบุคคลโดยใช้หน่วยการเรียนการสอนใช้เวลาในชั้นเรียนน้อยกว่ากลุ่มทดลอง ซึ่งสอน
 นักศึกษาเป็นกลุ่ม โดยใช้หน่วยการเรียนการสอนเช่นกัน แต่คะแนนเฉลี่ยทั้งสามกลุ่มไม่แตก
 ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เทรไซส์ (Trezise, 1972 : 2091-A) ได้ศึกษาทัศนคติของนักศึกษาต่อการเรียนโดยิขหน่วยการเรียนการสอน ผลปรากฏว่านักศึกษาจำนวนมากเห็นควยเกี่ยวกับการเรียน โดยิขหน่วยการเรียนการสอนและเหมาะสำหรับระดับมหาวิทยาลัย เทรไซส์ได้เสนอแนะว่า หน่วยการเรียนการสอนควรจ่นำเอาการเรียนรูหลาย ๆ อย่างมาใช้ให้สัมพันธ์กันอย่างเหมาะสม ส่วน เชเพ (Cheyney, 1976 : 6016-A) ได้ศึกษาผลของหน่วยการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในการฝึกผู้ที่จะเป็นครู ผลปรากฏว่าหน่วยการเรียนการสอนที่ปรับปรุงและแก้ไขใหม่นั้น ได้รับผลสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ และสามารถใช้เป็นประโยชน์ในการสอนสมรรถภาพในการเป็นครูได้

ที่กล่าวมาข้างต้นนี้เป็นผลงานการวิจัยในต่างประเทศ ต่อไปจะขอกล่าวถึงหน่วยการเรียนการสอนในประเทศไทย

หน่วยการเรียนการสอนในประเทศไทย

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ได้จัดให้มีการสัมมนาปฏิบัติการเกี่ยวกับการสร้างหน่วยการเรียนการสอนเพื่อใช้ในการสอนวิชาชีววิทยาและวิทยาศาสตร์ สาขาอื่น ๆ ขึ้น ระหว่างวันที่ 28 ตุลาคม - 6 พฤศจิกายน พ.ศ. 2517 โดยมีอาจารย์ สมศักดิ์ แสนสุข และศาสตราจารย์ ดร. อี คอส (E. KOS) เป็นผู้นำในการสัมมนา (บุญมี กอนทอง, 2518 : 21) จากการประเมินผลการสัมมนารั้งนี้ ปรากฏว่าสมาชิกร่วมสัมมนา ร้อยละ 97 เห็นควยที่หน่วยการเรียนการสอนช่วยใหการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น สมาชิกร้อยละ 91 เห็นควยที่หน่วยการเรียนการสอนให้ความรู้ในแต่ละหน่วยเนื้อหาวิชา และสมาชิกร้อยละ 94 เห็นควยว่าหน่วยการเรียนการสอนจะช่วยทำให้ผู้เรียนกระปรี้กระเปร่า (มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2517 : 1 - 2)

ธีระ จิตจั่นะ (ธีระ จิตจั่นะ, 2519 : 21 - 25) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิทยาศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องไฟฟ้า โดยิขหน่วยการเรียนการสอน กับการสอนปกติ ผลปรากฏว่า คะแนนที่ได้จากข้อทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการสอน โดยใช้หน่วยการสอนค่าเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ แต่เมื่อกำหนดทางสถิติไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ส่วน เบญจา โสทรโยม (เบญจา โสทรโยม, 2520 : 28 - 30) ทำการทดลองเปรียบเทียบผลการสอนสมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปร โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน กับการสอนปกติ ปรากฏผลว่า ผลสัมฤทธิ์ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น .05

ผลงานวิจัยของ โสภณ วงศ์ใหญ่ (โสภณ วงศ์ใหญ่, 2520 : 35) ซึ่งได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ และความคงทนของการเรียนรู้ในวิชาเทคโนโลยีทางการสอน ของนิสิตระดับปริญญาตรีทางการศึกษา โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติ สรุปผลได้ว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษาก่อนเรียนของนักเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปสูงกว่ากลุ่มที่เรียนจากวิธีสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. ในช่วง 1 สัปดาห์ ภายหลังการเรียน กลุ่มที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปและกลุ่มที่เรียนจากการสอนตามปกติมีความคงทนไม่แตกต่างกัน แต่ในช่วง 2 สัปดาห์ ภายหลังการเรียน กลุ่มที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปมีความคงทนของการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มที่เรียนจากการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

จากผลการศึกษาดังกล่าววิจัยที่เกี่ยวข้องกับหน่วยการเรียนรู้การสอนทั้งในประเทศและต่างประเทศ จะเห็นว่าหน่วยการเรียนรู้การสอนสามารถนำมาใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนการสอนได้เป็นอย่างดี ผู้วิจัยศึกษาจากผู้สอนจะเลือกใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหาวิชา ก็จะทำให้ช่วยปรับปรุงกระบวนการสอนได้มากขึ้น ดังนั้นจึงควรสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนให้แพร่หลายยิ่งขึ้น.

บทที่ 3

วิธีดำเนินการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 วิทยาลัยเทคโนโลยีและ-
อาชีวศึกษา วิทยาเขตพัฒนการพระนคร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร โดยการสุ่มมา
ชั้นละ 30 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. หน่วยการเรียนรู้การสอน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างขึ้น ดังนี้

1.1 ศึกษาการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน และศึกษาตัวอย่างหน่วยการ-
เรียนการสอน

1.2 กำหนดจุดมุ่งหมายของหน่วยการเรียนรู้การสอน

1.3 ศึกษาและกำหนดเนื้อหา เรื่อง โปรแกรมเส้นตรง โดยจัดแบ่ง
เนื้อหาออกเป็น 3 หน่วยย่อย

หน่วยย่อยที่ 1 การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

หน่วยย่อยที่ 2 ระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ

หน่วยย่อยที่ 3 การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

1.4 กำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของแต่ละหน่วยย่อย

1.5 สร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนตามหัวข้อ 1.1 และ 1.2

1.6 การปรับปรุงหน่วยการเรียนรู้การสอน

ครั้งที่ 1 นำหน่วยการเรียนรู้การสอนที่สร้างแล้วไปทดลองกับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนการ ซึ่งไม่ใช่กลุ่มทดลองที่ทำการวิจัยชั้นละ 1 คน

รวม 2 คน ผู้วิจัยสังเกตบันทึกข้อบกพร่อง และนำมาปรับปรุง

ครั้งที่ 2 นำหน่วยการเรียนรู้การสอนที่ปรับปรุงในครั้งที่ 1 ไปทดลอง กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนการ ซึ่งไม่ใช่ชั้นนักเรียนในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มทดลองชั้นละ 3 คน รวม 6 คน ผู้วิจัยสังเกตบันทึกข้อบกพร่อง และนำมาปรับปรุง อีกครั้ง

ครั้งที่ 3 นำหน่วยการเรียนรู้การสอนที่ปรับปรุงในครั้งที่ 2 ไปทดลอง กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพัฒนการ ซึ่งไม่ใช่ชั้นนักเรียนในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 และไม่ใช่กลุ่มทดลอง ชั้นละ 15 คน รวม 30 คน ผู้วิจัยสังเกตบันทึกข้อบกพร่อง และนำมาปรับปรุง เป็นการปรับปรุงเพื่อใช้ในการทดลองกับกลุ่มทดลอง

2. แบบทดสอบ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งสร้างความมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก ประมวล 70 ข้อ และนำแบบทดสอบชุดนี้ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มทดลอง ของวิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตพัฒนการพจนคร เขตอุตสาหกรรม กรุงเทพมหานคร ที่เรียนโปรแกรมเส้นตรงโดย ใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ชั้นละ 30 คน รวม 60 คน จากนั้นนำผลมาวิเคราะห์เพื่อ คัดเลือกข้อสอบที่ค่าหลักการ 27 % กลุ่มสูงกลุ่มต่ำ เปิดตารางสำเร็จรูปของ จุง - เทรฟาน (Chung-Teh Fan, 1952 : 6 - 32) เพื่อหาความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r) ของข้อสอบทุกข้อ แล้วคัดเอาเฉพาะข้อที่มีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และ ความยากง่ายระหว่าง 0.20 - 0.80 เพื่อเป็นข้อสอบทดลองการ 50 ข้อ

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 โดยใช้หน่วย การเรียนรู้การสอนวิชาโปรแกรมเส้นตรงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาทั้งสิ้น กลุ่มละ 10 ชั่วโมง
2. เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนแล้ว จึงทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทาง-

การเรียนรู้วิจัย ได้คัดเลือกและปรับปรุงแล้ว เป็นข้อสอบปรนัย 50 ข้อ

3. รวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาวิเคราะห์ต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติในการใช้วิเคราะห์ข้อมูล

1. คะแนนเฉลี่ย (Mean) ของคะแนน คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนน

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

2. ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร

$$S = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนน

$\sum x^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของคะแนน

3. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) คำนวณจากสูตร คูเทอรวิธาร์คสัน

$$r_{tt} = \frac{N}{N-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right\}$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

N แทน จำนวนของแบบทดสอบ

$$p = \frac{\text{จำนวนคนที่ตอบข้อนี้ถูก}}{\text{จำนวนคนที่ตอบข้อนี้ทั้งหมด}}$$

$$q = 1 - p$$

S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ
(ซึ่งเท่ากับกำลังสองของค่า S ในข้อ 2)

4. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement) คำนวณจากสูตร

$$SE_{\text{meas}} = S_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ SE_{meas} แทน ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_x แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

5. ระบุความยากง่ายและอำนาจจำแนกของข้อสอบตามวิธีการของ ฟาน (Fan, 1962 : 3 - 32)

6. วิเคราะห์หาค่า t (t-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างของนักเรียน 2 กลุ่ม

คำนวณจากสูตร

$$t = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{S_2^2}{N_2} + \frac{S_1^2}{N_1}}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

S_1^2, S_2^2 แทน ค่าความแปรปรวนของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

N_1, N_2 แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

กลุ่มที่ 1 แทน กลุ่มทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กลุ่มที่ 2 แทน กลุ่มทดลองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ผลการศึกษาค้นคว้า

เมื่อเสร็จสิ้นการทดลองสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้ การสอนกับกลุ่มทดลอง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพิเศษการแล้วผู้วิจัยได้ทดสอบควมแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คะแนนที่ได้จากการสอบนี้ใช้เป็นข้อมูลในการศึกษาค้นคว้าโดยนำมาวิเคราะห์หาร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป และหาความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของทั้ง 2 กลุ่มโดยใช้ $t - test$

จากการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไปมีจำนวน 17 คน และ 19 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 56.66 และ 63.33 ตามลำดับ ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไปจำแนกตามชั้น

ระดับชั้น	จำนวนนักเรียนทั้งหมด	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป	ร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไป
มัธยมศึกษาปีที่ 4	30	17	56.66
มัธยมศึกษาปีที่ 5	30	19	63.33
เฉลี่ยทั้งหมด	30	18	59.99

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ 50% ขึ้นไปของมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 มีมากกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนในแต่ละกลุ่มทดลอง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สามารถเรียนโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้ การสอนได้

จากการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และปีที่ 4 ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 28.73 และ 28.43 และความแปรปรวนของคะแนนเป็น 95.99 และ 81.33 ตามลำดับ และหาความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มได้ดังตาราง 2

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนจากการทดสอบกลุ่มทดลอง

กลุ่มทดลอง	N	$\bar{X}$	S^2	t
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	30	28.73	95.99	.1233
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	30	28.43	81.33	

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กับคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับความเชื่อมั่น .05 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายพัฒนการมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนไม่แตกต่างกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายพัฒนการ

ทวิภาค

บทที่ 5

บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพหุวิชาการ
2. เพื่อศึกษานักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพหุวิชาการ สามารถเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้หรือไม่
3. เพื่อศึกษาวรรณกรรมต้นสอนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนการสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หรือปีที่ 5

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพหุวิชาการสามารถเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนได้
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายพหุวิชาการมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายพหุวิชาการ

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้กระทำกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตพหุวิชาการพระนคร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2520 โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงพีช 2 ตัวแปร และใช้กราฟในการวิเคราะห์ปัญหา

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มทดลอง กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา วิทยาเขตพัฒนวิชาการพระนคร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร โดยการสุ่มมาชั้นละ 30 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

2.1 หน่วยการเรียนรู้การสอน หน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามหลักและวิธีการของการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน ประกอบด้วยหน่วยย่อยเนื้อหา 3 หน่วยย่อย ดังนี้

หน่วยย่อยที่ 1 การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

หน่วยย่อยที่ 2 ระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ

หน่วยย่อยที่ 3 การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

2.2 แบบทดสอบ แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมี 3 ชุด

ชุดที่ 1 แบบทดสอบประเมินผลเบื้องต้น (แบบทดสอบชุด ก.) สอบก่อนการเรียนรู้หน่วยการเรียนรู้การสอน เพื่อจะได้ทราบว่าผู้เรียนมีความรู้ในเรื่องโปรแกรมเส้นตรงอยู่แ่ละมากน้อยเพียงใด และเพื่อเปรียบเทียบความรู้ความสามารถเพิ่มขึ้นกว่าเดิมเท่าไร หลังจากการเรียนรู้หน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่องโปรแกรมเส้นตรงจบแล้ว

ชุดที่ 2 แบบทดสอบย่อย ใช้สำหรับทดสอบหลังการเรียนรู้แต่ละหน่วยย่อย เพื่อเป็นเครื่องชี้ให้เห็นว่า นักเรียนมีความรู้ตรงจุดมุ่งหมายหรือไม่ มี 3 ฉบับ

ชุดที่ 3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง (แบบทดสอบชุด ข.) จำนวน 50 ข้อ ซึ่งมีความเชื่อมั่น 0.83 กำหนดเวลาสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที

3. การกำเนิการทดลอง

3.1 ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาดังกลุ่มละ 10 ชั่วโมง

3.2 เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนรู้แล้วจึงทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้เวลาในการสอน 1 ชั่วโมง 30 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลใช้วิธีการทางสถิติดังต่อไปนี้

1. ทหารยะของจำนวนนักเรียนที่ไคเคะแนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป ของกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่ม
2. หาคะแนเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มทดลองแต่ละกลุ่ม
3. หาค่าความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม โดยใช้ t-test

ผลการทดลอง

1. นักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ทำคะแนนไคเคะแนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป มีจำนวนเท่ากับ 17 และ 19 คน ซึ่งเป็นร้อยละ 56.66 และ 63.33 ตามลำดับ จากผลดังกล่าวสรุปได้ว่า จำนวนนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไคเคะแนตั้งแต่ 50 % ขึ้นไป มีมากกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มนั้น ๆ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มทดลองไคเคะแนคิดเป็นร้อยละ 56.86 และ 57.46 ตามลำดับ สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สอบไคเคะแนเฉลี่ยสูงกว่า 50 %

3. การวิเคราะห์หาค่า t (t -test) ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น .05

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สาขาพัฒนศิลป์ มีความสามารถที่จะเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้
2. ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สาขาพัฒนศิลป์ ไม่แตกต่างกัน

อภิปรายผล

ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นั้นจะสูงกว่าของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แต่ได้ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ของนักเรียนทั้งสองชั้นไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้เนื่องจาก

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ส่วนมากจะเตรียมตัวเพื่อการสอบเข้ามหาวิทยาลัย จึงทำให้ความสนใจการเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง ไม่มากเท่าที่ควร
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรียนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรเก่า แต่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรียนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรใหม่ พ.ศ. 2519 ซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวกับกราฟของสมการเส้นตรงมากกว่าในหลักสูตรเก่า

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากผลการทดลองพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 สายพิเศษการ สามารถเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนได้ ทั้งนี้ ควรบรรจุเนื้อหาเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายสายพิเศษการ

1.2 ควรเริ่มสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายพิเศษการ

1.3 ครูและผู้บริหารการศึกษา ควรสนับสนุนให้มีการเรียนการสอนโดย หน่วยการเรียนรู้การสอน

1.4 สถาบันที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา ควรส่งเสริมให้มีการสร้างหน่วย การเรียนการสอนในวิชาต่าง ๆ และแก้ปัญหาในการทดลองเกี่ยวกับหน่วยการเรียนรู้การสอน โดยสนับสนุนให้มีการฝึกอบรมวิธีการสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยต่อไป

2.1 นำหน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงนี้ไปปรับปรุง และ ทดลองสอนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อศึกษาว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถ เรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนได้หรือไม่

๙ 2.2 ควรสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงที่มีหลายตัวแปร และไม่ใช่กราฟวิเคราะห์ปัญหาและทดลองสอนในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย และ/หรือ ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อศึกษาว่าควร เริ่มสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรงที่มีหลายตัวแปร และไม่ใช่ กราฟวิเคราะห์ปัญหา โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนกับนักเรียนในชั้นใด

បរិច្ចាគ

บรรณานุกรม

การบริหารทรัพยากรเพื่อป้องกันประเทศ อบรมและสัมมนา ระบบบริหารทรัพยากร เพื่อป้องกันประเทศ เอกสารอัครา 2518.

ชวาล แพทย์กุล เทคนิคการวัดผล โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช 2508, 452 หน้า.

ธีระ จิตจันะ การศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนวิทยาศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องไฟฟ้า โดยใช้บทเรียนโมดูลกับการสอนปกติ ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 28 หน้า.

บุญมี กอนทอง "บทเรียนมอดูลเพื่อเสริมความรู้" วิทยาสาร : ฉบับที่ 1, 1 มกราคม 2518.

บุญมี กอนทอง บทเรียนมอดูล เอกสารอัครา 2519.

เบญจมา โสทรโยม การศึกษาเปรียบเทียบผลการสอน สมการเชิงเส้นหนึ่งตัวแปรโดยใช้ - หน่วยการเรียนรู้การสอน (Instructional Module) กับการสอนปกติ ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 37 หน้า.

พินิจ เพ็ญพิพัฒน์, "Linear Programming", วารสารคณิตศาสตร์, ฉบับที่ 206 - 207 พฤศจิกายน - ธันวาคม 2518.

โรเบิร์ต คัมเบลล์, อูสตัน การสร้างหน่วยการเรียนรู้การสอน วิชาญ ชุมวรรฐายี แปลและเรียบเรียง เอกสารอัครา 2519, 4 หน้า.

โรเบิร์ต แอล, อาเรนคส์ และคณะ หน่วยการเรียนรู้การสอน จมพันธ์ ภูธร ณ อยุธยา แปลและเรียบเรียง เอกสารอัครา 2519, 12 หน้า.

ลวิน ริชาร์ด โอ. วิธีเชิงปริมาณสำหรับฝ่ายจัดการ เอกชัย ชัยประเสริฐสิทธิ์ แปลและเรียบเรียง โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช 2516, 360 หน้า.

- วิจิตร ศรีสอาน "เทคนิควิทยาทางการศึกษา" การพิจารณานำนวัตกรรมและเทคโนโลยีมาปรับปรุงคุณภาพการประณศึกษาในโรงเรียนที่มีครูไม่ครบชั้น คุรุสภา 2516, 150 หน้า.
- ศรีนครินทร์วิโรฒ, มหาวิทยาลัย การประเมินผลการสัมมนาปฏิบัติการใช้ Modules เอกสารอัสสำเนา 2517, 5 หน้า.
- สวัสดิ์ สุนทรังษี การบริหารเชิงทฤษฎีคณิตศาสตร์ โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช 2517, 66 หน้า.
- โสภณ วงศ์เพ็ญ การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนของการเรียนรู้ ในวิชาเทคโนโลยีทางการสอน ของนิสิตระดับปริญญาตรีทางการศึกษา โดยเ้าบทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนปกติ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 36 หน้า.
- อาชวน วาทยานนท์ และวินิต ทรงประทุม ปัญหาและการบริหารงานฝึกอบรม โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2520, 490 หน้า.
- Anthony, Robert N., Management Accounting, Richard D. Irwin, Inc., Illinois, 1974, 790 pp.
- Anton, Howard, Applied Finite Mathematics, Academic Press, New York, 1974, 475 pp.
- Apter, Micheal J., The New Technology of Education, Macmillan Company Co. Ltd., London, 1968, p. 7 - 14.
- Begle, Edward Griffith, The Mathematics of the Elementary School, McGraw-Hill Book Company, New York, 1975, 453 pp.
- Bierman, Harold, Quantitative Analysis for Business Decisions, Richard D. Irwin, Inc. Illinois, 1973, 527 pp.
- Bowen, Earl K., Mathematics with Applications in Management and Economics, Richard D. Irwin Inc., Illinois, 1967, 631 pp.

- Buffa, Elwood S., Modern Production Management, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1973, 704 pp.
- Bush, Grace A., Foundation of Mathematics, McGraw - Hill Book Company, New York, 1973, 536 pp.
- Campbell, Hugh G. Finite Mathematics, Macmillan Publishing Co., Inc., New York, 1974, 326 pp.
- Caucci, David John, "A Summative Evaluation of a Module Method of Instruction", Dissertation Abstract, 32(6) 3000-A
December 1971.
- Charistian, Floyd T., Florida Modules on Individualized Teacher Education Materials, The State of Florida Department of Education, Tallahassee, Florida, 1970.
- Chatfield, Christopher, Statistics for Technology, Middlesex, Penguin Books, 1970, 358 pp.
- Cheyney, Frazier Ray, "The Development of a Series of Instructional Modules Utilizing Simulation Techniques to Train Prospective Teachers Selected Specific Reading Skills," Dissertation Abstract, 36(9) : 6010-A, March 1976.
- Connelly, James F., Precalculus Mathematics, Macmillan Publishing Co., Inc., New York, 1975, 431 pp.
- Dale, Mary Elizabeth W., "A Comparative Study of Achievement Between College Students Being Taught in the traditional Manner and Those Taught with Learning Modules," Dissertation Abstract, 34(10) : 6481-A, April 1974.
- Dentzig, George B., Activity Analysis of Production and Allocation, John Wiley and Son, Inc., New York, 1951, p. 330 - 335.
- Fabrycky, Walter J., Economic Decision Analysis, Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 1974, 390 pp.

- Fan, Chung-Teh, Item Analysis Table, Education Testing Service, New York, 1952, 36 pp.
- Freund, John E., College Mathematics with Business Applications, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1969, 624 pp.
- Gass, Saul I., Linear Programming, McGraw-Hill Book Company, New York, 1969, 358 pp.
- Goodman, Adolph Wirkler, Finite Mathematics with Applications, The Macmillan Company, New York, 1971, 490 pp.
- Hadley, George F., Finite Mathematics in Business and Economics, North-Holland Publishing Company, London, 1972, 521 pp.
- Hein, Leonard W., The Quantitative Approach to Managerial Decision, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 386 pp.
- Hillier, Frederick S., Introduction to Operations Research, Holden-Day, Inc., San Francisco, 1970, 639 pp.
- Hough, Louis, Modern Research for Administrative Decisions, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1970, 609 pp.
- Hurst, Joseph B., "Competency-Based Learning Modules in Elementary Teacher Training : A Comparison of Individual and Group Instruction for Probing-Inquiry Teacher," Dissertation Abstract, 33(11) : 1752-A, May 1973.
- Kreko, Bela, Linear Programming, Sir Isaac Pitman and Sons Ltd., 1968, 355 pp.
- Lawrence, Gordon, Florida Module on Generic Teaching Competencies: Module of Modules, University of Florida, Gainesville, Florida 32607, 1973.
- Levin, Richard I., Quantitative Approaches to Management, McGraw-Hill Book Company, New York, 1971, 461 pp.

- Luenberger, David G., Introduction to Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley Publishing Company, California, 1973, 356 pp.
- Malkevitch, Joseph, Graphs, Models, and Finite Mathematics, Prentice - Hall, Inc., New Jersey, 1974, 515 pp.
- Mantell, Leroy H., Economics for Business Decisions, McGraw-Hill Book Company, New York, 1972, 460 pp.
- Morris, William T., The Analysis of Management Decisions, Richard D. Irwin, Inc., Illinois, 1966, 551 pp.
- Newmark, Joseph, Mathematics as a Second Language, Addison-Wesley Publishing Company, California, 1974, 482 pp.
- Robertson, Joseph Devert, "An Experimental Evaluation of the Comparison of Mathematics Modules with an Individualized Guide and Textbook for Mathematics," Dissertation Abstract, 36(8) : 5112-A, February 1976.
- Singleton, Robert R., Introduction to Linear Programming, Wadsworth Publishing Company, Inc., 1973, 482 pp.
- Stockton, R.S., Introduction to Linear Programming, Allyn and Bacon, Inc., 1963, 122 pp.
- Trezise, Marilyn Joan, "A Study of the Feasibility of Using Instructional Modules in a Children's Literature Class", Dissertation Abstract, 33(5) : 2091-A, November 1972.
- The Florida Department of Education, The Florida Module, University of Florida, Florida, 1970.
- Turlington, Ralph D., Florida Modules on Mathematics Teaching Competencies, The Florida Education Research and Development Program, Department of Education, Tallahassee, Florida 32304, 1975.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

คะแนนจากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง
โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายพิเศษการ

เลขที่	ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4	ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5	เลขที่	ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4	ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 5
1	26	20	16	27	23
2	32	27	17	30	34
3	19	14	18	30	28
4	44	35	19	39	12
5	20	25	20	18	41
6	16	39	21	24	19
7	19	42	22	35	26
8	13	36	23	33	37
9	48	18	24	37	31
10	39	23	25	23	16
11	23	21	26	28	46
12	44	40	27	33	19
13	22	34	28	24	39
14	34	17	29	32	45
15	17	26	30	24	29

การเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ในการเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายพิเศษการ

ระดับชั้น	$\bar{X}$	S^2
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	28.43	81.35
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	28.73	95.99

ค่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยจากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่อง โปรแกรมเส้นตรง โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สายอาชีพการ

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } t &= \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}} \\
 &= \frac{28.73 - 28.43}{\sqrt{\frac{95.99}{30} + \frac{81.35}{30}}} \\
 &= 0.1233
 \end{aligned}$$

ค่า t ไม่นับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น .05

$$t_{(58, .05)} = 1.671 ; df = 30 + 30 - 2 = 58$$

ภาคผนวก ข.
หน่วยการ เรียนการสอน

หน่วยการเรียนรู้

เรื่อง

โปรแกรมเส้นตรง
(Linear Programming)

โดย

นายสุทธิพงษ์ กระจ่าง

หน่วยการเรียนรู้การสอนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง

หน่วยการเรียนรู้การสอน (Module Cluster) เรื่องโปรแกรมเส้นตรง ประกอบด้วยองค์ประกอบดังต่อไปนี้

หลักการและเหตุผล (Module Cluster Rationale)

โปรแกรมเส้นตรงหรือ Linear Programming เป็นเรื่องของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการใช้ทรัพยากรที่มีอยู่ "จำกัด" ให้ได้ผล "มากที่สุด" และการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาสิ่งหนึ่งสิ่งใดให้ได้ตาม "เงื่อนไข" ที่ต้องการโดยใช้ทรัพยากร "น้อยที่สุด" โปรแกรมเส้นตรงจึงเป็นวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหาดัง ๆ ในวงการธุรกิจและนักเรียนสายพาณิชย์การ เป็นสายหนึ่งที่เกี่ยวข้องอยู่ในวงการนี้ จึงควรเรียนเรื่องโปรแกรมเส้นตรง

วิธีการแก้ปัญหของ โปรแกรมเส้นตรงมีหลายวิธี ซึ่งใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในระดับสูงแตกต่างกันออกไป แต่ในหน่วยการเรียนรู้สอนนี้ เป็นวิธีการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงที่มี 2 ตัวแปร โดยใช้กราฟในการวิเคราะห์ปัญหา

จุดมุ่งหมาย (Module Cluster Objective)

เมื่อผู้เรียนได้ศึกษาหน่วยการเรียนรู้การสอนนี้จบแล้ว จะมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. บอกเป้าหมายของปัญหาและตั้งสมการเป้าหมายได้
2. บอกข้อจำกัดของปัญหาและตั้งสมการข้อจำกัดได้
3. ตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรงจากโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง
4. เขียนกราฟของสมการข้อจำกัดได้ถูกต้อง
5. บอกจุดมุมของกราฟที่สอดคล้องกับสมการข้อจำกัดได้ถูกต้อง
6. หาค่าตอบที่สอดคล้องกับสมการเป้าหมายได้ถูกต้อง

ความรู้พื้นฐาน (Module Cluster Pre-requisites)

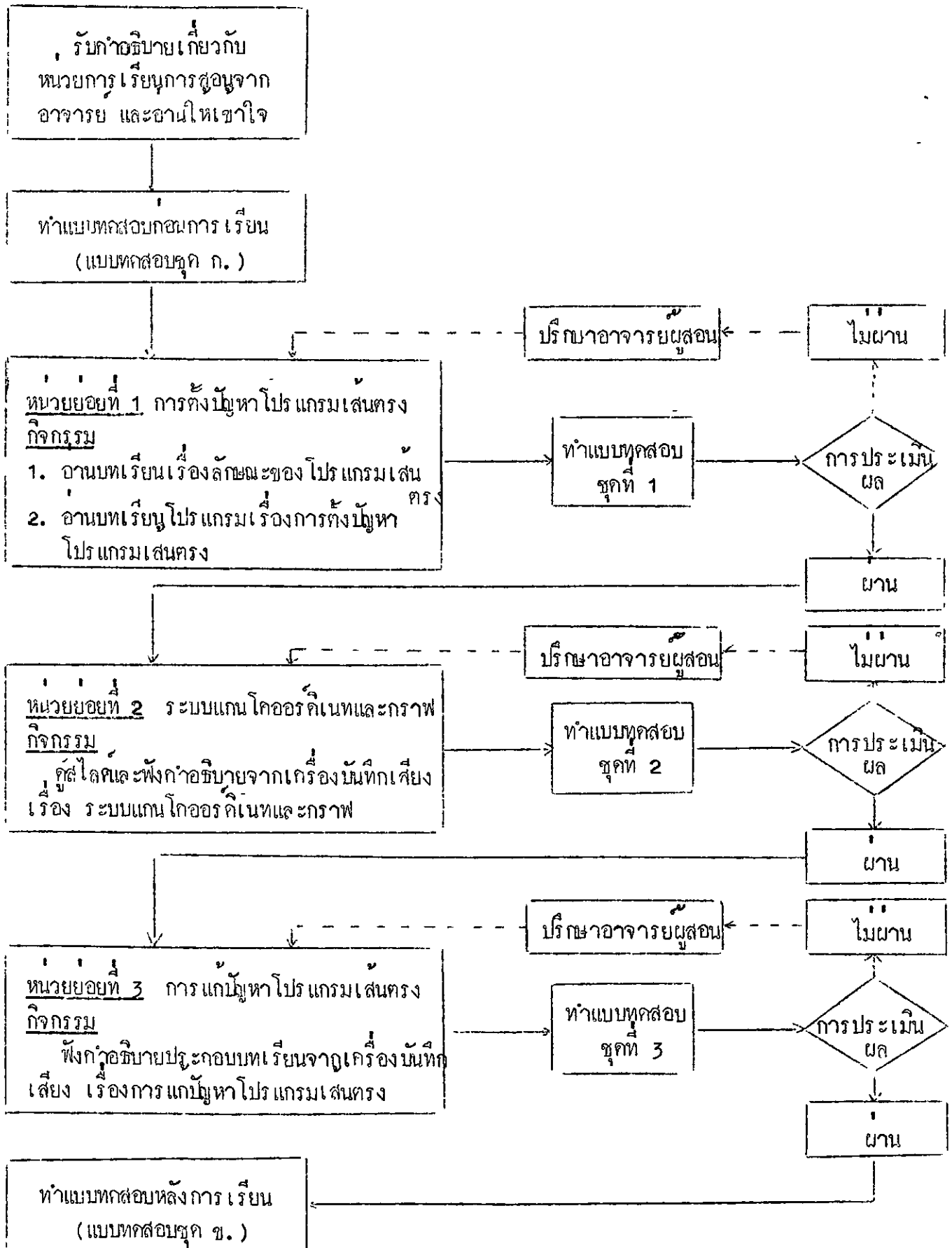
ผู้ที่จะเรียนโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอนนี้ ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสมการเส้นตรงและ
อสมการเชิงเส้นเพิ่ม 2 ตัวแปร และสามารถตรวจสอบค่าของตัวแปรทั้งสองที่สอดคล้องกับสมการ
และอสมการได้

ผู้สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ถือว่ามีความรู้พื้นฐานในการเรียนหน่วยการเรียนรู้
การสอน

การประเมินผลเบื้องต้น (Module Cluster Pre-assessment)

ทำแบบทดสอบชุด ก. ก่อนที่ผู้เรียนจะเรียนหน่วยการเรียนรู้การสอน เพื่อจะได้ทราบว่า
ผู้เรียนมีความรู้ในเรื่องนี้อยู่แล้วมากน้อยเพียงใด และเพื่อเปรียบเทียบความรู้ผู้เรียนที่มีความรู้
ความสามารถเพิ่มขึ้นกว่าเดิมเท่าไร หลังจากการเรียนหน่วยการเรียนรู้การสอนจบแล้ว.

แผนผังกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง โปรแกรมเส้นตรง



อธิบายประกอบแผนผังการเรียนรู้ เมื่อผู้เรียนรับคำอธิบายเกี่ยวกับการเรียนการสอนจาก
อาจารย์ อ่านให้เข้าใจแล้วทำแบบทดสอบชุด ก. หลังจากนั้นเรียนหน่วยย่อยที่ 1

หน่วยย่อยที่ 1 การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

อุปกรณ์

1. บทเรียนเรื่องลักษณะของ โปรแกรมเส้นตรง
2. แบบฝึกหัดชุดที่ 1 ก.
3. บทเรียนโปรแกรม (Programmed textbook) เรื่องการตั้งปัญหา
โปรแกรมเส้นตรง
4. แบบฝึกหัดชุดที่ 1 ข.
5. แบบทดสอบชุดที่ 1

กิจกรรม (4 ชั่วโมง)

ชั่วโมงที่ 1 อ่านบทเรียนเรื่องลักษณะของ โปรแกรมเส้นตรง และทำแบบ
ฝึกหัดชุดที่ 1 ก.

ชั่วโมงที่ 2 และ 3 อ่านบทเรียนโปรแกรม เรื่องการตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

ชั่วโมงที่ 4 ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 ข. และทำแบบทดสอบชุดที่ 1

ผู้ผ่านเกณฑ์ประเมินผลจะศึกษาหน่วยย่อยที่ 2 ต่อไป ส่วนผู้ที่ไม่ผ่าน
เกณฑ์ประเมินผล จะต้องปรึกษาอาจารย์ผู้สอน เพื่อกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ซ่อมเสริม ก่อนที่จะ
เรียนหน่วยย่อยที่ 2

หน่วยย่อยที่ 2 ระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ

อุปกรณ์

1. สไลด์เกี่ยวกับระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ
2. เทปและเครื่องบันทึกเสียง
3. บทเรียนสำหรับทบทวน
4. แบบฝึกหัดชุดที่ 2
5. แบบทดสอบชุดที่ 2

กิจกรรม (3 ชั่วโมง)

ชั่วโมงที่ 1 และ 2 ครูได้และฟังคำอธิบายจากเครื่องบันทึกเสียงเกี่ยวกับระบบแกนโกออร์คิเน็ตและกราฟ

ชั่วโมงที่ 3 ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 2 และทำแบบทดสอบชุดที่ 2

ผู้ผ่านเกณฑ์ประเมินผลจะได้ศึกษาหน่วยย่อยที่ 3 ต่อไป ส่วนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ประเมินผล จะต้องปรึกษาอาจารย์ผู้สอน เพื่อกระทำกิจกรรมการเรียนรู้ซ่อมเสริม ก่อนที่จะเรียนหน่วยย่อยที่ 3

หน่วยย่อยที่ 3 การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

อุปกรณ์

1. บทเรียนเรื่องการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง
2. เทปและเครื่องบันทึกเสียง
3. แบบฝึกหัดชุดที่ 3
4. แบบทดสอบชุดที่ 3

กิจกรรม (3 ชั่วโมง)

ชั่วโมงที่ 1 ฟังคำอธิบายประกอบบทเรียนเรื่องการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงจากเครื่องบันทึกเสียง

ชั่วโมงที่ 2 ฟังคำอธิบายประกอบบทเรียนเรื่องการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงจากเครื่องบันทึกเสียง และทำแบบฝึกหัดชุดที่ 3

ชั่วโมงที่ 3 ทำแบบทดสอบชุดที่ 3

ผู้ผ่านเกณฑ์ประเมินผลถือว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถตรงตามจุดมุ่งหมายที่คาดหวังไว้ในหน่วยการเรียนรู้การสอน ส่วนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ประเมินผล จะต้องปรึกษาอาจารย์ผู้สอน เพื่อกระทำกิจกรรมการเรียนรู้ซ่อมเสริม

การประเมินผลหลังการเรียนรู้ (Module Cluster Post-assessment)

ทำแบบทดสอบชุด ข.

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

แบบทดสอบเบื้องต้น

(แบบทดสอบชุด ก.)

เวลา 20 นาที

จงตอบคำถามแต่ละข้อ โดยเขียนวงกลม ☐ ล้อมรอบตัวอักษร ก, ข, ค. หรือ ง.
 หน้าที่ทดสอบทุกข้อเพียงข้อเดียว

ตอนที่ 1 การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

จากปัญหาโจทย์ต่อไปนี้ จงตอบคำถามข้อ 1 ถึงข้อ 4

โจทย์ มีผ้าอยู่ 60 เมตร จะตัดกางเกงหรือกระโปรงได้ขายส่งร้านจำหน่ายเสื้อผ้า กางเกง
 ตัวหนึ่ง ๆ ใ้ผ้า 1.2 เมตร และร้านรับซื้อตัวละ 30 บาท กระโปรงตัวหนึ่ง ๆ ใ้ผ้า 1.5 เมตร
 และร้านรับซื้อตัวละ 35 บาท การตัดกางเกงและกระโปรงอย่างละกี่ตัว ? จึงจะขายส่งได้เงิน
 มากที่สุด และมากเท่าไร ?

ข้อ 1) เป้าหมายของโจทย์ปัญหานี้คืออะไร

- ก. ต้องการตัดกางเกงและกระโปรง ข. ต้องการตัดผ้าให้หมด 60 เมตร
 ค. ต้องการเลือกตัดอย่างใดอย่างหนึ่ง ง. ต้องการขายส่งให้ได้เงินมากที่สุด

ข้อ 2) เมื่อสมมติให้ x = จำนวนกางเกงที่จะตัด
 y = จำนวนกระโปรงที่จะตัด
 และ P = จำนวนเงินที่ขายได้

ดังนั้นจากโจทย์ปัญหานี้สามารถเป้าหมายคือข้อใด

ก. $\text{Min}; P = 30x + 35y$ ข. $\text{Max}; P = 30x + 35y$

ค. $\text{Min}; x = 30P$ ง. $\text{Max}; y = 35P$

ข้อ 3) ข้อจำกัดของโจทย์ปัญหานี้คืออะไร

- ก. ใ้ผ้าตัดเฉพาะกางเกงและกระโปรงเท่านั้น ข. จำนวนผ้าที่มีอยู่ 60 เมตรเท่านั้น
 ค. ราคากางเกงตัวละ 30 บาท และกระโปรงตัวละ 35 บาทเท่านั้น
 ง. กางเกงตัวหนึ่ง ๆ ใ้ผ้า 1.2 เมตร และกระโปรงตัวหนึ่ง ๆ ใ้ผ้า 1.5 เมตรเท่านั้น

ข้อ 4) จากการสมมติ x, y และ P ตามข้อ 2 ดังนั้นสมการข้อจำกัดคือข้อใด

$$\text{ก. } \begin{cases} 1.2x + 1.5y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ข. } \begin{cases} 30x + 35y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค. } \begin{cases} 1.2x + 1.5y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ง. } \begin{cases} 30x + 35y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข้อ 5) อาหารชนิด A ชูตหนึ่ง ๆ มีแป้ง 8 กรัม มีน้ำตาล 5 กรัม ราคาชูตละ 4 บาท ส่วนอาหารชนิด B ชูตหนึ่ง ๆ มีแป้ง 7 กรัม มีน้ำตาล 3 กรัม ราคาชูตละ 3 บาท ต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุดในการซื้ออาหารให้ไก่แป้ง 56 กรัม และน้ำตาล 72 กรัม ดังนั้นควรซื้ออาหารชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ชูต ? และจ่ายเงินเท่าไร ?

จากปัญหานี้เมื่อสมมติให้ x = จำนวนชูตของอาหารชนิด A ที่จะซื้อ

y = จำนวนชูตของอาหารชนิด B ที่จะซื้อ

และ P = จำนวนเงินที่ต้องจ่ายทั้งหมด

ดังนั้นจึงเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ดังข้อใด

ก.
$$\begin{cases} \text{Min; } P = 4x + 3y \\ 8x + 7y \leq 56 \\ 5x + 3y \leq 72 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 - สมการเป้าหมาย
- อสมการข้อจำกัด

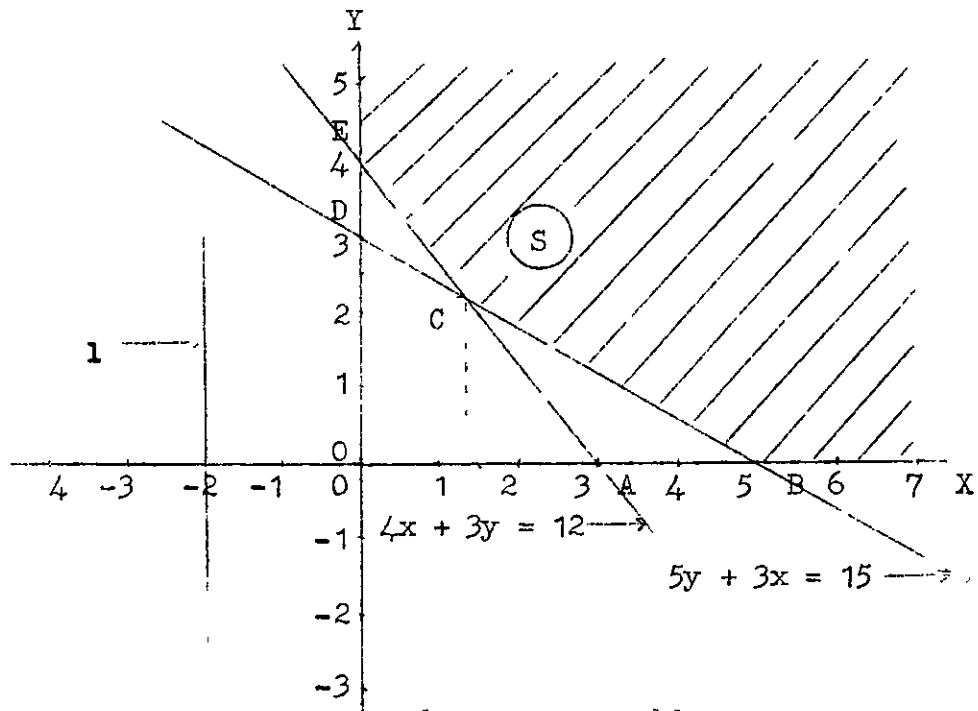
ข.
$$\begin{cases} \text{Min; } P = 4x + 3y \\ 8x + 7y \geq 56 \\ 5x + 3y \geq 72 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 - สมการเป้าหมาย
- อสมการข้อจำกัด

ค.
$$\begin{cases} \text{Max; } P = 4x + 3y \\ 8x + 7y \leq 56 \\ 5x + 3y \leq 72 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 - สมการเป้าหมาย
- อสมการข้อจำกัด

ง.
$$\begin{cases} \text{Max; } P = 4x + 3y \\ 8x + 7y \geq 56 \\ 5x + 3y \geq 72 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 - สมการเป้าหมาย
- อสมการข้อจำกัด

ตอนที่ 2 ระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ

จากกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงตอบคำถามข้อ 6 ถึงข้อ 10



ข้อ 6) จุด C มีโคออร์ดิเนต ดังจุดในข้อใด

ก. (0, 2.2)

ข. (1.3, 0)

ค. (1.3, 2.2)

ง. (2.2, 1.3)

ข้อ 7) เส้นตรง 1 ขนานกับแกน Y มีสมการตามข้อใด

ก. $y = 2x$

ข. $y = 2$

ค. $x = -2y$

ง. $x = -2$

ข้อ 8) จุด C ได้จากการแก้สมการ หรือการหาจุดรวมจากสมการข้อใด

ก. $3x + 5y = 12$ กับ $3x + 4y = 15$

ข. $3y + 4x = 12$ กับ $5x + 3y = 15$

ค. $3x + 5y = 15$ กับ $3y + 4x = 12$

ง. $3x + 4y = 12$ กับ $3x + 5y = 15$

ข้อ 9) จุด (x, y) ต่าง ๆ ในรูป XBCEY หรือรูปแรเงาบริเวณ $\textcircled{S}$ นั่นคือจุดที่สอดคล้องกับอสมการข้อใด

$$\text{ก.} \begin{cases} 5x + 3y \leq 15 \\ 4x + 3y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ข.} \begin{cases} 3x + 5y \geq 15 \\ 3y + 4x \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค.} \begin{cases} 4x + 3y \leq 12 \\ 5x + 3y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ง.} \begin{cases} 4x + 3y \leq 12 \\ 3x + 5y \geq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข้อ 10) จุด (x, y) ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับทุกอสมการ $\begin{cases} 3x + 5y \leq 15 \\ 4x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ คือรูปในข้อใด

ก. รูป ABC

ข. รูปแรเงา XBCEY หรือบริเวณ $\textcircled{S}$

ค. รูป OACD

ง. รูป OBCE

ตอนที่ 3 การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

ข้อ 11) จากวิธีการของโปรแกรมเส้นตรงนั้น ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดได้จากการแทนค่า x และ y ของจุดตามข้อใด

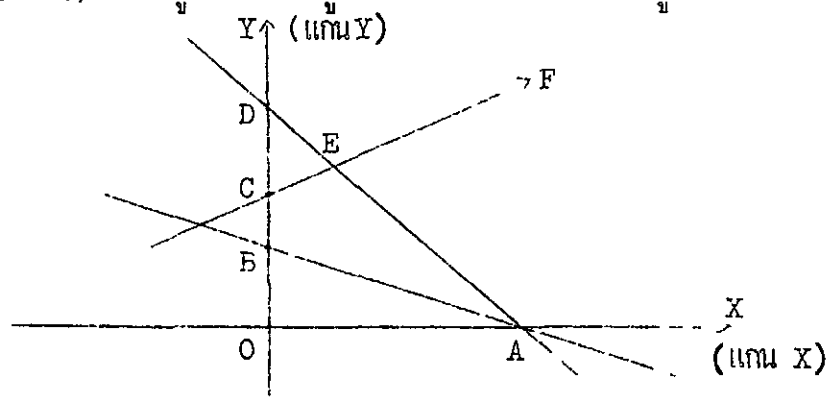
ก. จุดตัดกันของกราฟ ณ จุดต่าง ๆ

ข. จุดมุมเฉพาะรูปปิด

ค. จุดมุมที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

ง. จุดตัดกันของกราฟของสมการ เป้าหมายกับกราฟของอสมการข้อจำกัด

ข้อ 12) จากรูปกราฟ มีรูปเปิดในกาวตเกเรนท์ 1 กัรป



ก. 3 รูป

ข. 4 รูป

ค. 5 รูป

ง. 6 รูป

ข้อ 13) จากรูปกราฟ ในข้อ 12 รูปเปิด XABCEF มีจุดมุมกี่จุด

ก. 3 จุด

ข. 4 จุด

ค. 5 จุด

ง. 6 จุด

ข้อ 14) จุด (x, y) ที่ให้ค่าสมการเป้าหมายมากที่สุด (หรือน้อยที่สุด) มีกี่จุด

ก. ไม่เกิน 1 จุด

ข. ไม่เกิน 2 จุด

ค. เท่ากับจำนวนจุดมุมลบคย 2

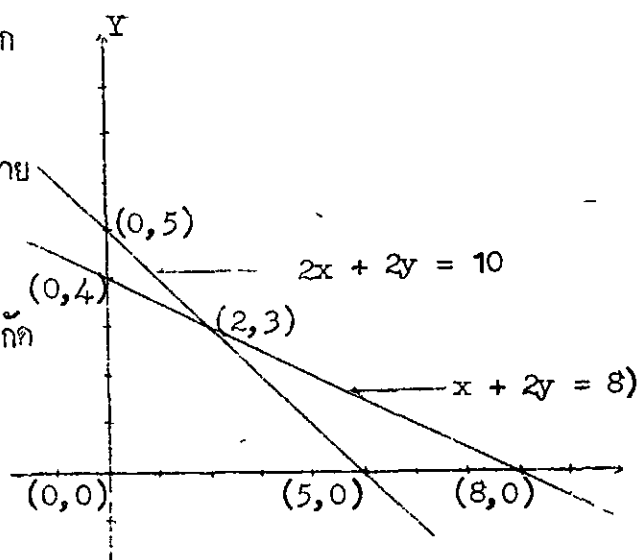
ง. ไม่จำกัดแน่นอน

ข้อ 15) จากปัญหาโปรแกรมเส้นตรงและกราฟต่อไปนี้ ความลักษณะวิธีการแก้ปัญหาของโปรแกรมเส้นตรงนั้น ข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

$$\begin{array}{l} \text{Max; } P = 3x + 4y \\ \left. \begin{array}{l} x + 2y = 8 \\ 2x + 2y \leq 10 \\ x = 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

สมการเป้าหมาย

อสมการข้อจำกัด



ก. เมื่อ $x = 0$ และ $y = 4$ ให้ค่า P มากที่สุดเป็น 16

ข. เมื่อ $x = 2$ และ $y = 3$ ให้ค่า P มากที่สุดเป็น 18

ค. เมื่อ $x = 0$ และ $y = 5$ ให้ค่า P มากที่สุดเป็น 20

ง. เมื่อ $x = 8$ และ $y = 0$ ให้ค่า P มากที่สุดเป็น 24

การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

จุดมุ่งหมาย

เมื่อจบบทเรียนแล้ว ผู้เรียนจะมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. บอกเป้าหมาย ของปัญหาต่าง ๆ ได้ทั้งประเภทหาค่า "มากที่สุด" และประเภทหาค่า "น้อยที่สุด"
2. บอกข้อจำกัดของปัญหาต่าง ๆ ได้ทั้งประเภท "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" และประเภท "มากกว่าหรือเท่ากับ"
3. แปลเป้าหมายของปัญหาให้อยู่ในรูป สมการเป้าหมายได้ถูกต้อง
4. แปลข้อจำกัดของปัญหาให้อยู่ในรูป อสมการข้อจำกัดได้ถูกต้อง
5. ตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรงจากโจทย์ได้ถูกต้อง

ความรู้พื้นฐาน

ผู้เรียนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับสมการ เส้นตรง และอสมการเชิงเส้นที่มี 2 ตัวแปร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. อ่านบทเรียนเรื่องลักษณะโปรแกรมเส้นตรง
2. ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 ก.
3. อ่านบทเรียนโปรแกรม (Programmed textbook) เรื่องการตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง
4. ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 ข.

การประเมินผล

ทำแบบทดสอบชุดที่ 1

การเรียนรู้เพิ่มเติม

หลังจากตรวจแบบทดสอบชุดที่ 1 แล้ว ผู้ที่ทำถูกต้องตั้งแต่ 2 ข้อขึ้นไป จากทั้งหมด 3 ข้อ ถือว่าผ่าน ส่วนผู้ที่ทำถูกต้องกว่า 2 ข้อ ให้ปรึกษาอาจารย์ผู้สอน โดยนับเวลาลงหนา.

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

บทเรียนนี้ลักษณะเป็นคำบรรยายและมีเนื้อหาเกี่ยวกับความเป็นมาของโปรแกรมเส้นตรง และอธิบายถึงลักษณะของปัญหาโปรแกรมเส้นตรง ผู้เรียนศึกษาโดยการอ่านและทำความเข้าใจจากบทเรียนยกยตนเอง และทำแบบฝึกหัดชุดที่ 1 ก.

เมื่อผู้เรียนเข้าใจคำชี้แจงก็แล้วเปิดหน้าต่างไปและศึกษาได้.

ลักษณะของ โปรแกรมเส้นตรง

โปรแกรมเส้นตรง คืออะไร

โปรแกรมเส้นตรงหรือ Linear Programming เป็นเรื่องของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการใช้ทรัพยากรที่มีอยู่เพื่อให้ได้ผลมากที่สุด เช่น การใช้เครื่องยนต์ที่มีเวลาจำกัดในการทำงานผลิตสินค้าให้ได้จำนวนมากที่สุด และการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งให้สำเร็จโดยใช้ทรัพยากรน้อยที่สุด เช่น ซื้ออุปกรณ์หรือวัตถุดิบเข้าโรงงานให้ครบถ้วนตามต้องการ โดยจ่ายเงินน้อยที่สุด

โปรแกรมเส้นตรงได้เริ่มมีบทบาทในการแก้ปัญหาในสมัยสงครามโลกครั้งที่สอง สหรัฐอเมริกาต้องการอาวุธยุทโธปกรณ์ เช่น เรือดำน้ำ เรือรบ เรือพิฆาต เรือลาดตระเวน และอื่น ๆ เพื่อใช้ในการต่อสู้ทางศึก แต่ราคาหรือการลงทุนสร้างเรือแต่ละชนิดไม่เท่ากัน เช่น เรือรบแต่ละลำมีราคาสูงมาก และกำลังในการทำลายข้าศึกมากมาย ส่วนเรือลาดตระเวนลงทุนสร้างถูกกว่าและกำลังในการทำลายข้าศึกน้อย เรื่องเหล่านี้ทำให้รัฐบาลสหรัฐอเมริกามีปัญหาว่าควรลงทุนสร้างเรือชนิดใดอย่างละเท่าไร เพื่อผลที่ได้มากที่สุด โดยใช้งบประมาณน้อยที่สุด จึงทำให้รัฐบาลสหรัฐอเมริกานำเอาโปรแกรมเส้นตรงเข้าแก้ปัญหา คือช่วยหาทางเลือกว่าควรสร้างเรือแต่ละชนิดอย่างละกี่ลำ โดยใช้งบประมาณที่มีอยู่จำกัดให้เกิดประโยชน์ในการรบมากที่สุด

ต่อมาโปรแกรมเส้นตรงได้พัฒนาและช่วยแก้ปัญหาในวงการต่าง ๆ มากมาย เช่น วงการเศรษฐกิจ ในวงการอุตสาหกรรม และวงการธุรกิจทุกประเภท ในอันที่จะช่วยให้แผนงานบรรลุผลดีที่สุดตามจุดหมายของหน่วยงานนั้น ๆ

ตัวอย่างโจทย์ที่แก้โดยวิธีของ โปรแกรมเส้นตรง

บริษัทแห่งหนึ่งมีหัวเชื้อน้ำตาล 9,000 กรัม และหัวเชื้อน้ำส้ม 20,000 กรัม ต้องการผลิตน้ำอัดลมสองชนิด คือชนิด A และชนิด B ซึ่งแต่ละชนิดใช้ส่วนผสมของหัวเชื้อน้ำตาล และหัวเชื้อน้ำส้มไม่เท่ากัน ดังตารางต่อไปนี้

ชนิดที่ผลิต	ใช้น้ำตาล	ใช้น้ำส้ม	ขายไคววละ
A  (1 ขวด)	1 กรัม	4 กรัม	1.50 บาท
B  (1 ขวด)	3 กรัม	2 กรัม	1.50 บาท
บริษัทที่ซื้อ	9,000 กรัม	20,000 กรัม	

อธิบาย น้ำอัดลมชนิด A ขวดหนึ่ง ๆ ใช้หัวใช้น้ำตาล 1 กรัม กับหัวใช้น้ำส้ม 4 กรัม และขายไคววละ 1.50 บาท ส่วนน้ำอัดลมชนิด B ขวดหนึ่ง ๆ ใช้หัวใช้น้ำตาล 3 กรัม กับหัวใช้น้ำส้ม 2 กรัม และขายไคววละ 1.50 บาท แต่ทางบริษัทที่ซื้อใช้น้ำตาลเพียง 9,000 กรัม และหัวใช้น้ำส้ม 20,000 กรัม เท่านั้น

ปัญหา : บริษัทควรจะผลิตน้ำอัดลมชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ขวด ? เพื่อที่จะให้ได้เงินจากการขายมากที่สุด และมากเท่าไร ?

โจทย์ข้อนี้เมื่อเราใช้วิธีการของโปรแกรมเส้นตรงเข้าแก้หากำตอบ เราจะได้อาการผลิตน้ำอัดลมชนิด A 4200 ขวด และชนิด B 1600 ขวด แล้วจะได้เงินมากที่สุด

$$\begin{aligned}\text{และมากที่สุด} &= (1.50 \times 4,200) + (1.50 \times 1,600) \text{ บาท} \\ &= 8,700 \text{ บาท}\end{aligned}$$

ลักษณะของ โปรแกรมเส้นตรง

เพื่อให้เข้าใจถึงลักษณะของ โปรแกรมเส้นตรง และรู้จักขั้นตอนของการแก้ปัญหาของ โปรแกรมเส้นตรงยิ่งขึ้น จึงยกตัวอย่างปัญหาต่อไปนี้ประกอบการอธิบาย

ปัญหา

ช่างตัดเสื้อมีผ้าฝ้าย 64 หลา ผ้าไหม 44 หลา และผ้าขนสัตว์ 60 หลา ต้องการเอาผ้าเหล่านี้ตัดเสื้อคลุมกันหนาวชนิดของผู้ชาย และชนิดของผู้หญิง เพื่อขายส่งตามร้านจำหน่ายเสื้อ เสื้อคลุมชนิดของผู้ชายตัวหนึ่ง ๆ ใช้ผ้าฝ้าย 2 หลา ผ้าไหม 1 หลา ผ้าขนสัตว์ 1 หลา และร้านรับซื้อตัวละ 300 บาท ส่วนเสื้อคลุมของผู้หญิงตัวหนึ่งใช้ผ้าฝ้าย 1 หลา ผ้าไหม 2 หลา ผ้าขนสัตว์ 3 หลา และร้านรับซื้อตัวละ 500 บาท

ช่างควรตัดสินใจเลือกตัดเสื้อคลุมชนิดของผู้ชายและของผู้หญิงอย่างละกี่ตัว ?
จึงจะขายส่งได้เงินมากที่สุด และมากเท่าไร ?

อธิบาย จากปัญหามันจะพบจุดประสงค์ของปัญหาหรือเป้าหมาย ก็ต้องการขายให้ได้เงินมากที่สุด และจะพบข้อจำกัด ก็คือผ้าแต่ละชนิดอยู่จำกัด ดังนั้นช่างจะต้องพิจารณาว่าจะใช้ผ้าที่มีอยู่ตัดเสื้อคลุมชนิดของผู้ชายและของผู้หญิงอย่างละกี่ตัว จึงจะได้เงินมากที่สุด

ปัญหานี้แม้จะไม่ซับซ้อนมากนัก แต่ถ้าใช้วิธีสามัญใครบางคน แทนส่วนหรือทัศนคติ มาคิดแก้หาคำตอบ อาจจะยุ่งยากและเสียเวลามากมาย ถ้าปัญหายากและซับซ้อนมากขึ้น ก็อาจยากที่จะหาคำตอบออกมาได้ ด้วยเหตุนี้เราจึงใช้วิธีการของโปรแกรมเส้นตรง ซึ่งมีลักษณะของการตั้งปัญหาและวิธีการแก้ปัญห ทำให้การแก้ปัญหายากและซับซ้อนกลับง่ายขึ้น

ขั้นตอนของ โปรแกรมเส้นตรง

วิธีการของ โปรแกรมเส้นตรง แบ่ง เป็นสองขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

คือการแปลความจากโจทย์ปัญหา ให้อยู่ในรูปของสมการ และ อสมการ ที่มีตัวแปร x และ y (เพื่อใช้กราฟแก้ปัญห) ในโจทย์ปัญหาทุกข้อ สามารถแปลความจากโจทย์ออกได้เป็น 2 ลักษณะเสมอ คือ

1 - 1 สมการเป้าหมาย คือการแปลจุดประสงค์หรือเป้าหมายของโจทย์ ให้อยู่ในรูปของสมการเป้าหมายที่มีตัวแปร x และ y โจทย์บางข้อต้องการให้หาค่ามากที่สุด

(Maximum หรือ Max.) เช่น หากจำนวนเงินมากที่สุด หากกำไรมากที่สุด หากผลประโยชน์มากที่สุด เป็นต้น และโจทย์บางข้อต้องการให้หาค่าน้อยที่สุด (Minimum หรือ Min) เช่น หากค่าใช้จ่ายต่ำสุด หากเวลาน้อยที่สุดในการทำงาน หากจำนวนคนงานน้อยที่สุด (โดยโรงงานครบตามต้องการ) เป็นต้น

จากปัญหาข้างต้นเสียหยาบๆ เมื่อเราสมมติว่า

x = จำนวนเสื้อคลุมขนิกของชายที่ต้องการตัด

y = จำนวนเสื้อคลุมขนิกของผู้หญิงที่ต้องการตัด

และ P = จำนวนเงินที่ขายได้ทั้งหมด

จะได้อสมการเป้าหมาย คือ (หากค่ามากที่สุดของ) $P = 300x + 500y$

หรือเขียนแทนโดยย่อ ๆ ก็คือ

$$\text{Max}; P = 300x + 500y$$

1 - 2 อสมการข้อจำกัด คือการแปลข้อจำกัดของโจทย์ให้อยู่ในลักษณะของอสมการข้อจำกัดที่ตัวแปร x และ y เช่นกัน ซึ่งรูปอสมการที่เกี่ยวข้องในลักษณะของโปรแกรมเส้นตรงมี 2 ประเภท คือ "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" ซึ่งมีความหมายเช่นเดียวกับ ไม่น้อยกว่า ($\geq$) และ "มากกว่าหรือเท่ากับ" ซึ่งมีความหมายเช่นเดียวกับ ไม่น้อยกว่า ($\geq$) ในโจทย์บางข้ออาจมีทั้ง 2 ประเภท และบางข้ออาจมีประเภทเดียว แต่สิ่งสำคัญคือในโจทย์ปัญหาทุกข้อ จะมีข้อจำกัดเพิ่มเติม คือ $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ เสมอ (มีความหมายว่า x และ y ไม่เป็นจำนวนลบ)

อสมการข้อจำกัดสำหรับโจทย์ข้างต้นเสีย คือ

$$2x + 1y \leq 64$$

$$1x + 2y \leq 44$$

$$1x + 3y \leq 60$$

$$\text{และ} \quad x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง ทั้งสมการเป้าหมายและอสมการข้อจำกัด เป็นเรื่องที่จะศึกษากันต่อไป

ขั้นที่ 2 การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

คือการนำปัญหาโปรแกรมเส้นตรงที่ได้ไว้ในขั้นที่ 1 เช่น

$\begin{aligned} \text{Max; } P &= 300x + 500y \\ 2x + y &\leq 64 \\ x + 2y &\leq 44 \\ x + 3y &\leq 60 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	— สมการเป้าหมาย — - - - - - ข้อสมการข้อจำกัด
--	--

ไปเขียนกราฟหาคู่คำตอบที่สอดคล้องกับทุกข้อสมการข้อจำกัด และหาคำตอบตามสมการเป้าหมาย ในขั้นที่ 2 นี้ ใช้องค์ความรู้เกี่ยวกับสิ่งที่ได้ไปในการแก้ปัญหา คือ

2 - 1 กราฟของสมการเส้นตรง

2 - 2 กราฟของข้อสมการเชิงเส้น

การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง กราฟของสมการเส้นตรงและกราฟของข้อสมการเส้นตรง เป็นเรื่องที่จะศึกษากันต่อไป.

แบบฝึกหัด ชุดที่ 1 ก.

จงตอบคำถามต่อไปนี้แต่ละข้อ โดยหาเครื่องหมายวงกลม ☐ รอบตัวอักษร ก, ข, ค.
หรือ ง. หน้าที่ตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ข้อ 1) วิธีการของโปรแกรมเส้นตรงมีประโยชน์อย่างไร

- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ก. ช่วยแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ทุกประเภท | ข. ช่วยหาค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุด |
| ค. ช่วยหาค่าใช้จ่ายต่ำสุดในการทำงาน | ง. ช่วยหากำไรสูงสุดในการทำงาน |

ข้อ 2) การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรงคืออะไร

- | |
|---|
| ก. คือการหาค่ามากที่สุดและค่าน้อยที่สุด |
| ข. คือการเขียนกราฟของสมการและอสมการ |
| ค. คือการแปลโจทย์ให้อยู่ในรูปของสมการและอสมการ |
| ง. คือการวิเคราะห์การหาค่าที่เพิ่มประโยชน์มากที่สุด |

ข้อ 3) ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงที่ทั้งเรียบร้อยแล้ว จะประกอบด้วย

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| ก. ค่ามากที่สุดและค่าน้อยที่สุด | ข. สมการเป้าหมายและอสมการข้อจำกัด |
| ค. สมการเป้าหมายและกราฟ | ง. อสมการข้อจำกัดและกราฟ |

ข้อ 4) ถ้า x และ y ที่สมมุติในปัญหาโปรแกรมเส้นตรงในโจทย์ทุก ๆ ข้อ ต้องมีคุณสมบัติข้อใด

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| ก. $x > 0$ และ $y > 0$ | ข. $x < 0$ และ $y < 0$ |
| ค. $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ | ง. $x \leq 0$ และ $y \leq 0$ |

ข้อ 5) สัญลักษณ์ที่ใช้ในอสมการข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเส้นตรงมีอะไรบ้าง

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| ก. " $<$ " เพียงอย่างเดียว | ข. " $\leq$ " เพียงอย่างเดียว |
| ค. " $<$ " และ " $>$ " | ง. " $\leq$ " และ " $\geq$ " |

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

บทเรียนนี้เรียกว่า บทเรียนโปรแกรม (Programmed Textbook) เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนได้ด้วยตนเอง ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามคำสั่งของบทเรียนอย่างเคร่งครัดจึงจะได้ผล

รายละเอียดเกี่ยวกับบทเรียน มีดังนี้

1. บทเรียนโปรแกรมนี้เป็นบทเรียนโปรแกรมวิชาโปรแกรมเส้นตรง ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5 โดยมีเนื้อหาเฉพาะการทักทายโปรแกรมเส้นตรง

2. เนื้อหาในบทเรียนนี้แบ่งออกเป็นชั้นเล็ก ๆ เรียกว่า กรอบ เรียงจากง่ายไปหายาก ตามลำดับ

3. ในแต่ละกรอบจะมีความรู้ที่นักเรียนอ่านและคำถามนำให้คิด นักเรียนจะเรียนรู้ไปทีละขั้น และสามารถทดสอบความเข้าใจไปพร้อม ๆ กับการเรียน การตอบคำถามเป็นกรอบ ๆ ไป

4. ผู้เรียนจะทราบทันที คำตอบของผู้เรียนถูกหรือผิด เพราะจะมีเฉลยคำตอบไว้คอย

5. ในแต่ละกรอบ แบ่งออกเป็น 2 ช่อง ดังนี้

ก. ช่องซ้ายมือ เป็นข้อความที่ให้ผู้เรียนอ่านและศึกษาทำความเข้าใจ และจะมีคำถามนำให้คิดตอบ ผู้เรียนจะตอบคำถามโดยเติมข้อความในช่องว่าง หรือเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยการวงกลม  รอบอักษร ก. ข. ค. หรือ ง. หมายความว่าให้ไว้

ข. ช่องขวามือ เป็นคำตอบของกรอบที่แล้วมา

ตัวอย่างเช่น

ข้อ 5. ช่องนี้ข้อความและเนื้อหา พร้อมทั้งคำถาม และมีช่องว่างให้ตอบหรือคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้เลือกตอบ

ช่องนี้เป็นคำตอบของกรอบที่แล้วมา คือของข้อ 4.

คำชี้แจงเพิ่มเติม

1. เมื่อผู้เรียนเฉลยแล้ว จงเปรียบเทียบคำตอบของผู้เรียนดูว่า ถ้าตรงกันหรือคล้ายกันก็ทำต่อไปได้ แต่ถ้าผิดหรือไม่คล้ายกัน ให้กลับไปอ่านและทำความเข้าใจกับเรื่องราวในกรอบที่แล้ว ๆ มาอีกครั้ง แล้วตอบใหม่
2. ผู้เรียนจะต้องข้อสคัญ คือเรียนจากการอ่านแล้วพยายามทำความเข้าใจในแต่ละกรอบให้ถี่ถ้วนก่อน ถ้ายังไม่ตอบไม่เสร็จห้ามเปิดดูคำตอบที่ให้อีก เพราะถ้าเปิดดูเฉลยเสียก่อน ก็เท่ากับว่าลอกคำตอบ และจะไม่ได้อะไรเลย
3. ทำทุก ๆ กรอบ อย่าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่ง ระลึกไว้เสมอว่า คำถามและคำตอบแต่ละกรอบไม่ใช่ข้อสอบ แต่เป็นบทเรียนที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาทำความเข้าใจ ดังนั้นไม่ต้องรีบ (ก่อนศึกษาบทเรียน ให้ผู้เรียนอ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีเรียนให้เข้าใจเสียก่อน)

ข้อ 1. ในวงการธุรกิจจะมีจุดประสงค์หรือเป้าหมาย ของการทำงานเสมอ ตัวอย่างเช่น

1. ให้ผลตอบแทนจากการทำงานสูงสุด
2. ต้องการจ้างคนงานน้อยที่สุด
3. ใช้วัสดุที่มีราคาถูกให้คุ้มค่าที่สุด
4. ลงทุนน้อยที่สุด แต่ให้ผลงานครบตามต้องการ

กล่าว

จากข้อความต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าอะไรคือเป้าหมาย

"ผู้รับเหมาต้องการใช้เวลาน้อยที่สุดในการสร้างบ้าน 2 หลัง
ราคา 400,000 บาท"

- ก. ต้องการจ่ายเงินในการสร้างบ้านน้อยที่สุด
- ข. ต้องการจ้างคนงานในการสร้างบ้านน้อยที่สุด
- ค. ต้องการให้ได้เงินมากที่สุดจากการรับเหมาสร้างบ้าน
- ง. ต้องการใช้เวลาในการสร้างบ้านน้อยที่สุด

ข้อ 2. มีเงิน 100 บาท ต้องการซื้อหนังสือแก่นักเรียนให้
จำนวนคนมากที่สุด

ดังนั้น เป้าหมาย ของเขาคืออะไร

- ก. ต้องการให้นักเรียนแต่ละคนได้หนังสือมากที่สุด
- ข. ต้องการซื้อหนังสือให้หมดเงิน 100 บาท
- ค. ต้องการจำนวนนักเรียนที่ได้รับแจกมากที่สุด โดยใช้เงิน
100 บาท
- ง. ต้องการซื้อหนังสือคุณภาพที่สุด

ง. ต้องการใช้เวลาในการ
สร้างบ้านน้อยที่สุด

ข้อ 3. ในจำพวกเป้าหมายต่าง ๆ เราแยกได้เป็น 2 ประเภทคือ

1. ประเภท Max. คือต้องการหาค่ามากที่สุด (Maximum)

2. ประเภท Min. คือต้องการหาค่าน้อยที่สุด (Minimum)

ดังนั้นจากเป้าหมายข้อ ก. ถึง ง. ต่อไปนี้ จึงแยกหาข้อใด

บ้างเป็นประเภท Max. และข้อใดบ้างเป็นประเภท Min.

ก. ต้องการผลผลิตมากที่สุด ข. ต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุด

ค. ต้องการใช้เวลาอย่างน้อยที่สุด ง. ต้องการกำไรมากที่สุด

ดังนั้น เป้าหมายประเภท Max. คือข้อ

และ เป้าหมายประเภท Min. คือข้อ

ค. ต้องการจำนวนนักเรียน
ที่ได้รับแจกมากคนที่สุด
โดยใช้เงิน 100 บาท

ข้อ 4. รถเก๋งคันหนึ่ง ๆ มีที่นั่งพอสำหรับ 5 คน หากมีรถเก๋ง

9 คัน เราจะมีที่นั่ง $5 \times 9 = 45$ ที่นั่ง หรือเมื่อให้ P เป็น

จำนวนที่นั่งทั้งหมด ดังนั้น $P = 5 \times 9$ ที่นั่ง

จงหาค่า P ในข้อ ก. และข้อ ข. ต่อไปนี้

ก. ถ้ามีรถเก๋ง x คัน ดังนั้น $P = \underline{\hspace{2cm}}$ ที่นั่ง

ข. ถ้ามีรถเก๋ง y คัน ดังนั้น $P = \underline{\hspace{2cm}}$ ที่นั่ง

ประเภท Max. คือข้อ ก., ง.

ประเภท Min. คือข้อ ข., ค.

ข้อ 5. แท็กซี่และสามล้อมีที่นั่งพอสำหรับผู้โดยสาร 4 คน

และ 3 คน ตามลำดับ

ถ้า $x =$ จำนวนคันของแท็กซี่

$y =$ จำนวนคันของสามล้อ

และ $P =$ จำนวนผู้โดยสารที่ใช้โดยสารทั้งหมด

ดังนั้น $P = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

ก. $P = 5x$ ที่นั่ง

ข. $P = 5y$ ที่นั่ง

ข้อ 6. จากสมการ $P = 4x + 3y$ ถ้าหากต้องการหาค่ามากที่สุดของ P ตามลักษณะของโปรแกรมเส้นตรง เราเขียนเป็นสมการเป้าหมายใดดังนี้ คือ $\text{Max}; P = 4x + 3y$

และถ้าหากต้องการหาค่าน้อยที่สุดของ P ตามลักษณะของโปรแกรมเส้นตรง เราเขียนเป็นสมการเป้าหมายใดดังนี้คือ

$$\text{Min}; P = 4x + 3y$$

ดังนั้นจากสมการ $P = 5x + 6y$ และตามลักษณะของโปรแกรมเส้นตรง เมื่อต้องการหาค่ามากที่สุดของ P เราเขียนเป็นสมการเป้าหมายใดดังนี้ คือ
และเมื่อต้องการหาค่าน้อยที่สุดของ P เราเขียนเป็นสมการเป้าหมายใดดังนี้คือ

$$P = 4x + 3y$$

ข้อ 7. นอกจากวัตถุประสงค์หรือเป้าหมายแล้ว ในการทำงานต่างๆ ยังมีเงื่อนไขหรือข้อจำกัดของการทำงานนั้นๆ ทั่วตัวอย่างเช่น

1. มีเงินในการลงทุนจำกัด
2. มีทรัพยากรหรือวัตถุดิบอยู่จำกัด
3. ต้องทำงานให้ทันตามกำหนดเวลา
4. ต้องทำงานให้โรงงานครบตามเงื่อนไข
5. เครื่องยนต์ทำงานได้เพียงวันละ 8 ชั่วโมงเท่านั้น
6. ปลาในบ่อเลี้ยงไวของไคอาหารวันละ 10 กิโลกรัม
7. มีผ้าสำหรับตัดเสื้อเพียง 60 เมตร
8. ผู้ป่วยต้องไคอาหารประเภทโปรตีนวันละ 12 กรัม

ก ล ๗

ดังนั้นขอไปข้อไหนที่ไม่ใช่ข้อจำกัด ของการทำงาน

- | | |
|--------------------------------|-------------------------|
| ก. มีเงินสำหรับอาหารปลา 80 บาท | ข. มีคนงาน 300 คน |
| ค. มีผลกำไรมากที่สุด | ง. มีวัตถุดิบน้อยที่สุด |

$$\text{Max}; P = 5x + 6y$$

$$\text{Min}; P = 5x + 6y$$

ข้อ 8. จากข้อจำกัดที่ว่า "ผู้ขายต้องได้โปรตีนวันละ 12 กรัม" นั้น
ข้อใดต่อไปนี้ ข้อใดที่ไม่สอดคล้องตามข้อจำกัดที่กำหนด

- ก. ผู้ขายได้โปรตีนวันละ 10 กรัม
- ข. ผู้ขายได้โปรตีนวันละ 12 กรัม
- ค. ผู้ขายได้โปรตีนวันละ 15 กรัม
- ง. ผู้ขายได้โปรตีนวันละมากกว่า 15 กรัม

ค. มีเงิน กำไรมากที่สุด

ข้อ 9. ตามลักษณะของโปรแกรมเส้นตรง เราแปลข้อจำกัดให้อยู่
ในรูปของอสมการข้อจำกัด ซึ่งอสมการในโปรแกรมเส้นตรง
มีเพียง 2 ประเภท คือ

- 1. ประเภท "น้อยกว่าหรือเท่ากับ" ให้สัญลักษณ์แทนด้วย " $\leq$ "
- 2. ประเภท "มากกว่าหรือเท่ากับ" ให้สัญลักษณ์แทนด้วย " $\geq$ "

ก. ผู้ขายได้โปรตีนวันละ
10 กรัม

ข้อ 10. ครูออกข้อสอบชุดหนึ่งมีข้อสอบปรนัย 25 ข้อละ 2 คะแนน
และข้อสอบอัตนัย 10 ข้อละ 5 คะแนน รวมทั้งหมก 100 คะแนน
และตั้งเกณฑ์หรือข้อจำกัดไว้ว่า "ถ้านักเรียนทำได้น้อยกว่า 60 คะแนน
ขึ้นไปถือว่าสอบผ่าน" มีนักเรียนคนหนึ่งทำข้อสอบปรนัยถูก x ข้อ
และอัตนัยถูก y ข้อ และสอบผ่าน

ทั้งนี้เขียนความสัมพันธ์ของคะแนนของนักเรียนคนนั้น หรือ

อสมการข้อจำกัด ได้ดังนี้

$$\begin{array}{ll} \text{ก.} & \begin{cases} 2x + 5y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \\ \text{ข.} & \begin{cases} 2x + 5y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{ค.} & \begin{cases} 2x + 5y < 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \\ \text{ง.} & \begin{cases} 2x + 5y > 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

" $\geq$ "

ข้อ 11. ในมหาวิทยาลัยมีลานจอดรถสำหรับจอดรถเก๋งได้ 12 ที่
 แถวจอดรถบัสจะใช้ที่ 3 เท่าของที่รถเก๋งจอดบัส 1 คัน ถ้า
 จอดรถเก๋ง x คัน และรถบัส y คัน เขียนเป็นอสมการ
ข้อจำกัดได้ดังนี้

$$\text{ก. } \begin{cases} x + 3y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{ข. } \begin{cases} 3x + y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค. } \begin{cases} x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{ง. } \begin{cases} 3x + y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{ฉ. } \begin{cases} 2x + 5y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข้อ 12. ที่สนามบินมีคน 600 คน และสัมภาระ 45 คัน ที่จะออก
 ทางประเทศ เครื่องบินชนิด A ใ้คนโดยสารได้ 50 คน และ
 บรรทุกสัมภาระได้อีก 6 คัน ต่อหนึ่งลำ และเครื่องบินชนิด B
 ใ้คนโดยสารได้ 80 คน และบรรทุกสัมภาระได้อีก 3 คัน
 ต่อหนึ่งลำ

ถ้าต้องการใช้เครื่องบินน้อยลำที่สุด ขนส่งคนและสัมภาระ
 จะต้องใช้เครื่องบินชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ลำ ?

จากนี้หาข้ออะไรคือเป้าหมาย

- ต้องการให้เครื่องบินแต่ละลำบรรทุกน้อยที่สุด
- ต้องการให้เครื่องบินแต่ละลำบรรทุกมากที่สุด
- ต้องการเครื่องบินที่ปลอดภัยที่สุด
- ต้องการจำนวนเครื่องบินน้อยที่สุด

$$\text{ค. } \begin{cases} x + 3y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข้อ 13. จากปัญหาเครื่องบินในข้อ 12 เมื่อสมมติให้

x = จำนวนเครื่องบินชนิด A ที่จะนำมารับรรทุก

y = จำนวนเครื่องบินชนิด B ที่จะนำมารับรรทุก

และ P = จำนวนเครื่องบินทั้งหมด

ดังนั้นสมการเป้าหมายคือ

ก. $\text{Max}; P = 600x + 45y$ ข. $\text{Min}; P = 600x + 45y$

ค. $\text{Max}; P = x + y$

ง. $\text{Min}; P = x + y$

จ. ต้องการจำนวนเครื่องบิน
น้อยที่สุด

ข้อ 14. จากปัญหาเครื่องบินในข้อ 12 ข้อจำกัดคืออะไร

ก. เครื่องบินเหล่านั้นต้องบรรทุกคนให้ได้หมด 600 คน

ข. เครื่องบินเหล่านั้นต้องบรรทุกสัมภาระให้ได้หมด 45 ตัน

ค. เครื่องบินเหล่านั้นรวมกันแล้วต้องใส่จำนวนลำน้อยที่สุด

ง. ข้อ ก. และข้อ ข.

จ. $\text{Min}; P = x + y$

ข้อ 15. จากข้อจำกัดในข้อ 14

ข้อ ก. เครื่องบินเหล่านั้นต้องบรรทุกคนให้ได้หมด 600 คน

หมายความว่าเครื่องบินเหล่านั้นต้องบรรทุกคน

≥ 600 คน

ข้อ ข. เครื่องบินเหล่านั้นต้องบรรทุกสัมภาระให้ได้หมด 45 ตัน

หมายความว่าเครื่องบินเหล่านั้นต้องบรรทุกสัมภาระ

..... ตัน

ข้อ 16. โดยที่เครื่องบินชนิด A หนึ่งลำบรรทุกคนได้ 50 คน

และสัมภาระได้ 6 ตัน ดังนั้นถ้าเครื่องบินชนิด A 7 ลำ จะ

บรรทุกคนได้ คน และบรรทุกสัมภาระได้ ตัน

≥ 45 ตัน

ข้อ 17. คน 600 คน กับสัมภาระ 45 คัน จะออกต่างประเทศ

โดยที่เครื่องบินชนิด A ลำหนึ่งๆ บรรทุกคนได้ 50 คน และ
สัมภาระ 6 คัน ส่วนเครื่องบินชนิด B ลำหนึ่งๆ บรรทุกคนได้
80 คน และสัมภาระ 3 คัน

จะต้องใช้เครื่องบินชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ลำ
โดยต้องการใช้จำนวนลำน้อยที่สุด
จากปัญหานี้เมื่อสมมติ

x = จำนวนเครื่องบินชนิด A ที่จะนำมาบรรทุก

y = จำนวนเครื่องบินชนิด B ที่จะนำมาบรรทุก

และ P = จำนวนเครื่องบินทั้งหมดที่นำมาบรรทุก

และ ตามข้อจำกัดในข้อ 14 เขียนเป็นอสมการข้อจำกัดได้ดังข้อใด

$$\text{ก. } \begin{cases} 50x + 80y \geq 600 \\ 6x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ข. } \begin{cases} 50x + 80y \leq 600 \\ 6x + 3y \leq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค. } \begin{cases} 50x + 6y \geq 600 \\ 80x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ง. } \begin{cases} 50x + 6y \leq 600 \\ 80x + 3y \leq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

350 คน

42 คัน

ข้อ 18. จากปัญหาเครื่องบินชนิด A และชนิด B ตามข้อ 17

นั้น เราตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงที่ถูกต้องและสมบูรณ์
ดังนี้ คือ

$$\begin{array}{l} \text{Min; } P = x + y \\ \left. \begin{array}{l} 50x + 80y \geq 600 \\ 6x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

— สมการเป้าหมาย
— อสมการข้อจำกัด

และจากปัญหาเครื่องบินชนิด A ถ้าค่าใช้จ่ายในการบินของ

เครื่องบินชนิด A และเครื่องบินชนิด B ล่าละ a

และ b บาท ตามลำดับ โดยต้องการให้ใช้จ่ายกานน้อยที่สุด

ดังนั้นจึงตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงใหม่ โดยเพิ่ม

สมการเป้าหมายให้สมบูรณ์ เมื่อให้ $P' =$ ค่าใช้จ่ายในการบิน

$$\begin{array}{l} \text{---} \\ \left. \begin{array}{l} 50x + 80y \geq 600 \\ 6x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

— สมการเป้าหมาย
— อสมการข้อจำกัด

$$\text{ก. } \left\{ \begin{array}{l} 50x + 80y \geq 600 \\ 6x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right.$$

ก่อนที่จะศึกษาต่อไป ให้ผู้เรียนทบทวนและทำความเข้าใจ

ในสิ่งที่เรียนมาแล้ว

$$\text{Min; } P' = ax + by$$

ข้อ 19. โจทย์เกี่ยวกับโปรแกรมเส้นตรงจะต้องประกอบด้วย

เป้าหมาย และ ข้อจำกัด เสมอ จงพิจารณาโจทย์ต่อไปนี้

บริษัทผลิตน้ำอัดลมชนิด A และชนิด B โดยทั้งสองชนิดใช้ส่วนผสมของน้ำตาลและน้ำส้มแตกต่างกัน ดังตารางต่อไปนี้

ชนิดน้ำอัดลม/ขวด	น้ำตาล	น้ำส้ม	ขายได้ขวดละ
A	1 กรัม	4 กรัม	1.50 บาท
B	3 กรัม	2 กรัม	1.50 บาท
บริษัทมีหัวเชื้อ	9,000 กรัม	20,000 กรัม	

บริษัทควรใช้หัวเชื้อน้ำตาลและน้ำส้มที่มีอยู่ผลิตน้ำอัดลมชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ขวด ? จึงจะได้เงินจากการขายมากที่สุด และมากเท่าไร ?

จากปัญหานี้ เป้าหมายคืออะไร

- ก. ผลิตชนิด A มากที่สุด
- ข. ผลิตชนิด B มากที่สุด
- ค. ต้องการเงินจากการขายมากที่สุด
- ง. ต้องการให้เหลือหัวเชื้อมากที่สุด

ข้อ 20. จากปัญหาน้ำอัดลมข้อ 19 นั้น ข้อจำกัดคืออะไร

- ก. มีหัวเชื้อน้ำตาล 9,000 กรัม
- ข. มีหัวเชื้อน้ำส้ม 20,000 กรัม
- ค. มีหัวเชื้อมากเหลือเพื่อ
- ง. ทั้งข้อ ก. และข ข.

- ก. ต้องการเงินจากการขายมากที่สุด

ข้อ 21. จากปัญหาน้ำอัดลมข้อ 19 เมื่อสมมุติ

x = จำนวนขวดของชนิด A ที่จะผลิต

y = จำนวนขวดของชนิด B ที่จะผลิต

และ P = จำนวนเงินที่ขายได้ทั้งหมด

ดังนั้น สมการเป้าหมายคือข้อใด

ก. $\text{Min}; P = 1.5x + 1.5y$

ข. $\text{Min}; P = x + y$

ค. $\text{Max}; P = 1.5x + 1.5y$

ง. $\text{Max}; P = x + y$

ง. ทั้งข้อ ก. และข้อ ข.

ข้อ 22. เมื่อขอจากคัสตัมหัวเซนต์ทาล 9,000 กรัม กับหัวเซนต์น้ำส้ม 20,000 กรัม และเมื่อให้ x และ y เป็นจำนวนขวดชนิด A และ B ที่จะผลิตตามลำดับ

จงพิจารณาจากตารางแล้วตั้งเป็นอสมการข้อจำกัดตามข้อใด

ชนิดน้ำอัดลม/ขวด	น้ำตาล	น้ำส้ม	ขายได้ขวดละ
A	1 กรัม	4 กรัม	1.50 บาท
B	3 กรัม	2 กรัม	1.50 บาท
บริษัทหัวเซนต์	9,000 กรัม	20,000 กรัม	

ก. $\begin{cases} x + 3y \geq 9,000 \\ 4x + 2y \geq 20,000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

ข. $\begin{cases} x + 3y \leq 9,000 \\ 4x + 2y \leq 20,000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

ค. $\begin{cases} x + 3y \leq 9,000 \\ 4x + 2y \geq 20,000 \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

ง. $\begin{cases} x + 3y \leq 9,000 \\ 4x + 2y \leq 20,000 \\ x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$

ก. $\text{Max}; P = 1.5x + 1.5y$

ข้อ 23. เลี้ยงปลาไว้อึ่งหนึ่ง ปลาในบ่อจะต้องได้โปรตีนไม่ต่ำกว่า 20 กรัม และคาร์โบไฮเดรต อย่างน้อยที่สุด 12 กรัม อาหารชนิด A ถูหนึ่ง ๆ มีโปรตีน 10 กรัม มีคาร์โบไฮเดรต 2 กรัม ส่วนอาหารชนิด B ถูหนึ่ง ๆ มีโปรตีน 4 กรัม มีคาร์โบไฮเดรต 6 กรัม และชนิด A และ B ราคาถุงละ 5 บาท และ 2 บาท ตามลำดับ จะเลือกซื้ออาหารชนิด A และ B อย่างละกี่ถุง ? เพื่อให้ปลาได้อาหารครบและจ่ายเงินน้อยที่สุดและจ่ายเท่าไร ?

จากปัญหานี้เป้าหมายคืออะไร

- ก. ซื้ออาหารชนิด B มากที่สุด (เพราะถูกกว่า)
- ข. ต้องการได้อาหารครบจนถึงจ่ายเงินมากที่สุดตาม
- ค. อาหารไม่ครบก็ได้ แต่ต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุด
- ง. ต้องการได้อาหารครบถ้วน และต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุด

ข.
$$\begin{cases} x+3y \leq 9,000 \\ 4x+2y \leq 20,000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข้อ 24. จากปัญหาเลี้ยงปลาในข้อ 23 เพื่อสะดวกในการพิจารณา จึงเพิ่มตารางให้สมบูรณ์

ชนิดอาหาร / ถู	โปรตีน	คาร์โบไฮเดรต	ราคา/ถุง
A	10 กรัม	2 กรัม	บาท
B	4 กรัม	กรัม	2 บาท
ปลาต้องการอาหาร	...กรัม	12 กรัม	

ง. ต้องการได้อาหารครบถ้วน และต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุด

ข้อ 25. จากปัญหาเลี้ยงปลาในข้อ 23 และตารางในข้อ 24
เราสมมติให้

x = จำนวนถุงของอาหารชนิด A ที่จะซื้อ

y = จำนวนถุงของอาหารชนิด B ที่จะซื้อ

และ P = จำนวนเงินที่ต้องจ่ายทั้งหมด

ดังนั้น สมการเป้าหมายคือข้อใด

ก. $\text{Max}; P = 5x + 2y$

ข. $\text{Max}; P = 2x + 5y$

ค. $\text{Min}; P = 2x + 5y$

ง. $\text{Min}; P = 5x + 2y$

..... 5 บาท

..... 6 กรัม

..... 20 กรัม

ข้อ 26. จากปัญหาเลี้ยงปลาซึ่งมีข้อจำกัด 2 ข้อ จำกัดคือ

1. ปลาต้องได้โปรตีนไม่ต่ำกว่า กรัม

และ 2. ปลาต้องได้คาร์โบไฮเดรตไม่ต่ำกว่า กรัม

ง. $\text{Min}; P = 5x + 2y$

ข้อ 27. สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "ไม่ต่ำกว่า" คือข้อใด

ก. $\neq$

ข. $\neq$

ค. $\leq$

ง. $\geq$

20 กรัม

12 กรัม

ข้อ 28. จากปัญหาเลี้ยงปลาในข้อ 23 และตารางจากข้อ 24 ดังนี้

ชนิดอาหาร/ถุง	โปรตีน	คาร์โบไฮเดรต	ราคา/ถุง
A	10 กรัม	2 กรัม	5 บาท
B	4 กรัม	6 กรัม	2 บาท
ปลาต้องการอาหาร	20 กรัม	12 กรัม	

จงตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรง (โดยเติมในกรอบสี่เหลี่ยมที่เว้นว่างไว้ให้)

$\text{Min; } P = 5x + 2y$ $10x + 4y \geq 20$ $2x + 6y \geq 12$ $x \geq 0$ $y \geq 0$	สมการเป้าหมาย ข้อสมการข้อจำกัด
--	-----------------------------------

ง. ≥

ข้อ 29. จากปัญหาเลี้ยงปลาในข้อ 23 เมื่อปลาโตขึ้น ปลาจะต้องได้ไขมันอีกไม่ต่ำกว่า 20 กรัม และโปรตีนกับคาร์โบไฮเดรตคงเดิม ซึ่งในอาหารชนิด A และชนิด B มีไขมันอยู่แล้วอย่างละ 5 กรัม เท่ากัน นอกนั้นคงเดิม ดังนั้น ควรเลือกซื้ออาหารชนิด A และ B อย่างละกี่ถุง? โดยให้ปลาได้อาหารครบและจ่ายเงินน้อยที่สุด และจ่ายเท่าไร? ดังนั้นจงเติมตารางให้สมบูรณ์

ชนิดอาหาร/ถุง	โปรตีน (กรัม)	คาร์โบไฮเดรต (กรัม)	ไขมัน (กรัม)	ราคา/ถุง
A	10	2		5
B	4	6		2
ปลาต้องการอาหาร	20	12		

$$\text{Min; } P = 5x + 2y$$

$$10x + 4y \geq 20$$

$$2x + 6y \geq 12$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

สมการเป้าหมาย
 ข้อสมการข้อจำกัด

ข้อ 30. เมื่อปลาโตขึ้น และเงื่อนไขเพิ่มขึ้นตามข้อ 29 ดังนั้น
จึงตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรง โดยเติมให้สมบูรณ์

.....	สมการเป้าหมาย
.....	อสมการข้อจำกัด
.....	
.....	
.....	
.....	

5

5

20

ก่อนที่จะศึกษาต่อไป ให้ผู้เรียนได้ทบทวนและทำความเข้าใจในสิ่งที่
ที่เรียนไปแล้ว และชวนไปทำความเข้าใจในบทเรียนบรรยาย
ในตอนแรกเกี่ยวกับปัญหาทางคัดเลือกกลุ่มชนิกของผู้ชายและของผู้หญิง
เพิ่มเติมด้วย จะทำให้เข้าใจยิ่งขึ้น

$$\text{Min}; P = 5x + 2y$$

สมการเป้าหมาย

$$10x + 4y \geq 20$$

$$2x + 6y \geq 12$$

$$5x + 5y \geq 20$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

อสมการข้อจำกัด

แบบฝึกหัดที่ 1 : ข.

ข้อ-1) จากโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ จงเติมตารางให้ถูกต้องสมบูรณ์

ช่วงคัดเลือกของการคัดเลือกสองชนิด คือ สีสุนัขขาวไล่ตั้งแต่ 300 บาท สีสุนัข
ขาวไล่ตั้งแต่ 500 บาท ช่วงมีอายุสามชนิด คือ ผาผาย 16 หลา ผาไหม 11 หลา
ผาขนสัตว์ 15 หลา สัตว์หนึ่ง ๆ ใช้ผาผาย 2 หลา ผาไหม 1 หลา ผาขนสัตว์ 1 หลา
ส่วนเสื้อคลุมตัวหนึ่งใช้ผาผาย 1 หลา ผาไหม 2 หลา ผาขนสัตว์ 3 หลา ช่วงควรเลือก
เสื้อสุนัขและเสื้อคลุมอย่างละกี่ตัว ? จึงจะขายได้เงินมากที่สุด และมากเท่าไร ?

ชนิดของเสื้อที่จะตัด (ตัว)	ผาผาย (หลา)	ผาไหม (หลา)	ผาขนสัตว์ (หลา)	ราคาเสื้อ/ตัว (บาท)
เสื้อสุนัข	(ก) _____	(ข) _____	(ค) _____	(ง) _____
เสื้อคลุม	(จ) _____	(ฉ) _____	(ช) _____	(ซ) _____
ช่วงมีอายุเพียง	(ด) _____	(ญ) _____	(ฎ) _____	

เฉลยตารางของข้อ 1)

ก. 2	ข. 3	ค. 500	ง. 16	จ. 11	ฉ. 15
ด. 1	ข. 1	ค. 300	ง. 1	จ. 1	ฉ. 1

ข้อ 2) จากโจทย์และการร่างที่ตรวจแล้ว และเติมถูกต้องตามข้อ 2 เมื่อสมมติให้

x = จำนวนเสื้อตัวที่คิดจะตัด

y = จำนวนเสื้อคลุมที่คิดจะตัด

และ P = จำนวนเงินที่ขายได้ทั้งหมด

จึงตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรง โดยแก้ไขสมบูรณ์

_____	(ก)	— สมการเป้าหมาย
_____	(ข)	
_____	(ค)	— อสมการข้อจำกัด
_____	(ง)	
_____	(จ)	
_____	(ฉ)	

เขียนการตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

$$\begin{array}{llll}
 (1) \text{ Max: } P = 300x + 500y & (2) \ 2x + y \leq 16 & (3) \ x + 2y \leq 11 & (4) \ x + 3y \leq 15 \\
 (5) \ x \geq 0 & (6) \ y \geq 0 & &
 \end{array}$$

แบบทดสอบชุดที่ 1 (25 นาที)

ข้อ 1) จากโจทย์ต่อไปนี้ทั้งยังเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรง โดยเติมในช่องว่างให้ถูกต้อง และสมบูรณ์

โรงงานผลิตตุ๊กตาชนิด A และชนิด B ทั้งสองชนิดมีกรรมวิธีทำและขายได้กำไรแตกต่างกันดังนี้ ทุกตุ๊กตาชนิด A ตัวหนึ่ง ๆ ต้องใช้เครื่องอบที่ I นาน 4 นาที และใช้เครื่องอบที่ II นาน 2 นาที และขายได้กำไรตัวละ 2 บาท ส่วนทุกตุ๊กตาชนิด B ตัวหนึ่ง ๆ ต้องใช้เครื่องอบที่ I นาน 1 นาที และใช้เครื่องอบที่ II นาน 6 นาที และขายได้กำไรตัวละ 3 บาท แต่ในวันหนึ่ง ๆ เครื่องอบแต่ละเครื่องทำงานได้ นานเพียงวันละ 2 ชั่วโมงเท่านั้น

ปัญหามีอยู่ว่า ทางโรงงานควรจะผลิตตุ๊กตาชนิด A และชนิด B อย่างละเท่าไรต่อวัน ? จึงจะขายได้กำไรมากที่สุด และมากเท่าไร ?
จากโจทย์เขียนเป็นตารางได้ดังนี้

ชนิดตุ๊กตา \ ใช้เครื่องอบ	เครื่องอบที่ I (นาที)	เครื่องอบที่ II (นาที)	กำไรตัวละ (บาท)
ชนิด A (1 ตัว)	4	2	2
ชนิด B (1 ตัว)	1	6	3
เครื่องอบทำงานได้เพียงวันละ	120	120	

เมื่อสมมติให้ x = จำนวนตุ๊กตาชนิด A ที่จะผลิต

y = จำนวนตุ๊กตาชนิด B ที่จะผลิต

และ P = กำไรที่ได้ทั้งหมดต่อวัน (บาท)

ดังนั้นทั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ดังนี้

_____	(ก)	} สมการเป้าหมาย
_____	(ข)	
_____	(ค)	} อสมการข้อจำกัด
_____	(ง)	
_____	(จ)	

ข้อ 2) จากโจทย์ปัญหาต่อไปนี้จึงตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงโดยเติมให้สมบูรณ์ตามที่เว้นว่างไว้ให้

มีน้ำอยู่ 60 เมตร จะตัดทางแกวและกระโปรงเด็กขายส่งร้านจำหน่ายเสื้อผ้าเด็ก โดยที่ทางแกวตัวหนึ่ง ไซส์ 1.2 เมตร และร้านรับซื้อตัวละ 30 บาท ส่วนกระโปรงตัวหนึ่ง ไซส์ 1.5 เมตร และร้านรับซื้อตัวละ 35 บาท ควรเลือกตัดทางแกวและกระโปรงอย่างละเท่าไร ? จึงจะได้เงินจากการขายมากที่สุด และมากเท่าไร ?

วิธีทำ เป้าสมมติ x = จำนวนทางแกวที่จะตัด

y = จำนวนกระโปรงที่จะตัด

และ P = จำนวนเงินที่ขายได้ทั้งหมด

ดังนั้นทั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ดังนี้

_____	}

ขอ, 3) ผู้ป่วยคนหนึ่งต้องกินอาหารให้ได้แคลเซียม, โปรตีน และคาร์โบไฮเดรต ไม่ต่ำกว่า 12, 15, 20 หน่วยตามลำดับ แต่ในอาหารชนิดที่ 1 มีแคลเซียม, โปรตีน, และคาร์โบไฮเดรต 1, 3, 5 หน่วยตามลำดับ และในอาหารชนิดที่ 2 มีแคลเซียม, โปรตีน, และคาร์โบไฮเดรต 2, 4, 6 หน่วยตามลำดับ ส่วนอาหารชนิดที่ 1 และชนิดที่ 2 ราคาชุดละ 7, 9 บาท ตามลำดับ

ผู้ป่วยควรเลือกซื้ออาหารชนิดที่ 1 และชนิดที่ 2 อย่างละกี่ชุด ? จึงจะจ่ายเงินน้อยที่สุด และจ่ายเท่าไร ? โดยให้ได้อาหารครบถ้วน

จากโจทย์ข้อนี้ จึงตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรง โดยเติมในช่องว่างข้อ 1 ถึงข้อ 9 ในชุดของสมบูรณ์

โดยสมมติ $x = (1)$ _____

$y = (2)$ _____

และ $P = (3)$ _____

ดังนั้นตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ดังนี้

(4)	_____	_____
(5)	_____	_____
(6)	_____	_____
(7)	_____	_____
(8)	_____	_____
(9)	_____	_____

เมื่อทำเสร็จเรียบร้อยแล้ว 3 ข้อแล้ว ขอคำเฉลยจากอาจารย์เพื่อตรวจคำตอบ

เลือกแบบทดสอบชุดที่ 1

ผู้ทำถูกต้องสมบูรณ์กว่า 2 ข้อ จากทั้งหมด 3 ข้อ ให้พิจารณาจารย์ผู้สอน
ข้อ 1) ข้อ 2)

$$\begin{array}{l} \text{Max; } P = 2x + 3y \\ \left. \begin{array}{l} 4x + y \leq 120 \\ 2x + 6y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Max; } P = 30x + 35y \\ \left. \begin{array}{l} 1.2x + 1.5y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

- ข้อ 3) (1) x = จำนวนชุกของอาหารชนิดที่ 1 ทั้งข้อ
(2) y = จำนวนชุกของอาหารชนิดที่ 2 ทั้งข้อ
(3) P = จำนวนเงินที่ต้องจ่ายทั้งหมด

ดังนั้นจึงเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ดังนี้ คือ

$$\begin{array}{l} (4) \text{ Max; } P = 7x + 9y \\ (5) \quad x + 2y \geq 12 \\ (6) \quad 3x + 4y \geq 15 \\ (7) \quad 5x + 6y \geq 20 \\ (8) \quad x \geq 0 \\ (9) \quad y \geq 0 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} (4) \\ (5) \\ (6) \\ (7) \\ (8) \\ (9) \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{สมการเป้าหมาย} \\ \text{อสมการข้อจำกัด} \end{array}$$

หน่วยย่อยที่ 2

ระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ

จุดมุ่งหมาย

เมื่อจบบทเรียนนี้แล้ว ผู้เรียนจะมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. บอกโคออร์ดิเนตของจุดทางไคถูกทอง
2. เขียนกราฟของสมการเส้นตรงไคถูกทอง
3. แกสมการเส้นตรงไคถูกทอง
4. เขียนกราฟของอสมการไคถูกทอง
5. บอกบริเวณเพิ่มจุด (x, y) ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับหลายอสมการไคถูกทอง

ความรู้พื้นฐาน

ผู้เรียนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับการกำหนดจุดและการอ่านค่า x และ y ของจุดในระบบแกนโคออร์ดิเนต และสามารถตรวจสอบค่าของตัวแปร x และ y ที่สอดคล้องกับสมการเส้นตรง และอสมการเชิงเส้นได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูไล่ลัดเกี่ยวกับระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ และฟังคำอธิบายภาพเหล่านั้นจากเกรงอนันท์กเศียง
2. ศึกษาบทเรียนทบทวนเกี่ยวกับระบบแกนโคออร์ดิเนตและกราฟ
3. ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 2

การประเมินผลการเรียนรู้

ทำแบบทดสอบชุดที่ 2

การเรียนรู้ซ่อมเสริม

หลังจากตรวจแบบทดสอบชุดที่ 2 แล้ว ผู้ทำถูกทั้ง 5 ข้อขึ้นไปถือว่าผ่าน ส่วนผู้ทำถูกต่ำกว่า 5 ข้อ ให้ปรึกษาอาจารย์ผู้สอน โดยน้กเวลาล่วงหน้า.

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

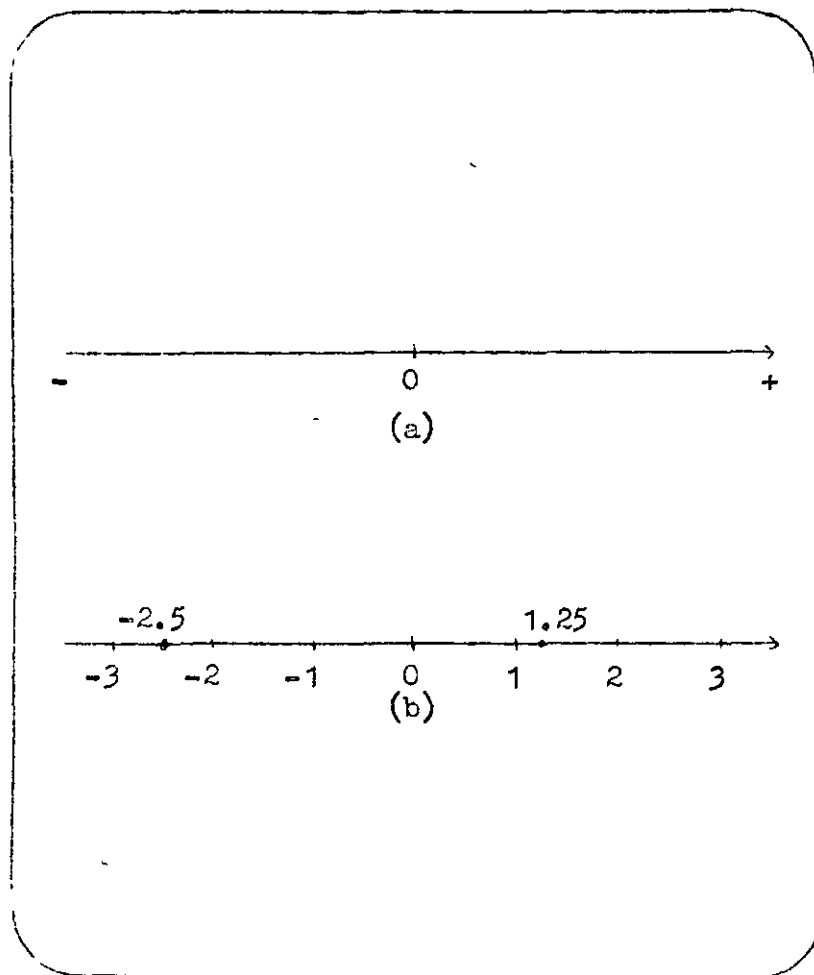
บทเรียนนี้ เป็นบทเรียนสไลด์ ประกอบคำบรรยายจากเครื่องบันทึกเสียง เพื่อให้ผู้เรียนได้ศึกษาอย่างเต็มที่ ผู้เรียนต้องดูสไลด์และฟังคำอธิบายไปควบกันให้เข้าใจ ถ้าหากผู้เรียนไม่ได้ศึกษาคอเนื่องกัน อาจทำให้ขาดความเข้าใจที่ถูกต้องได้

เมื่อผู้เรียนเข้าใจคำชี้แจง และถึงสมาธิเรียบร้อยแล้ว -โปรดดูภาพจากสไลด์และศึกษาได้

เนื้อหาในหน่วยย่อยที่ 2 ทั้งภาพและคำอธิบาย .

ใช้เป็นแบบเรียนทดแทน

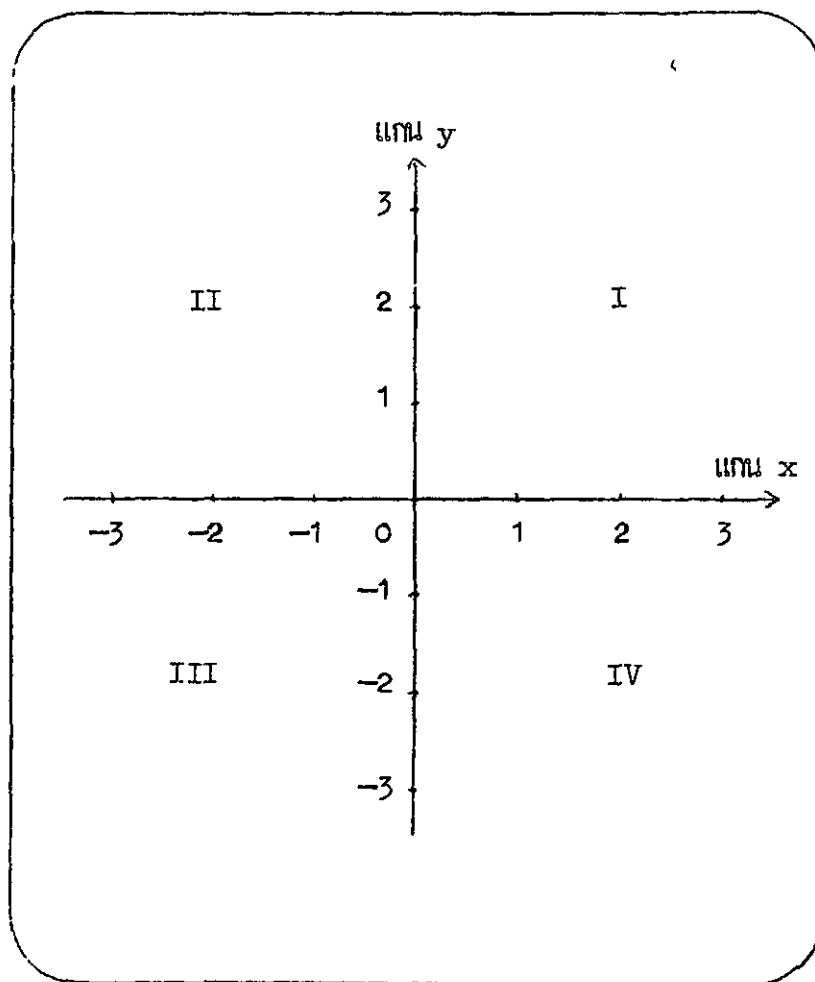
สำหรับผู้เรียน



อธิบายภาพที่ 1

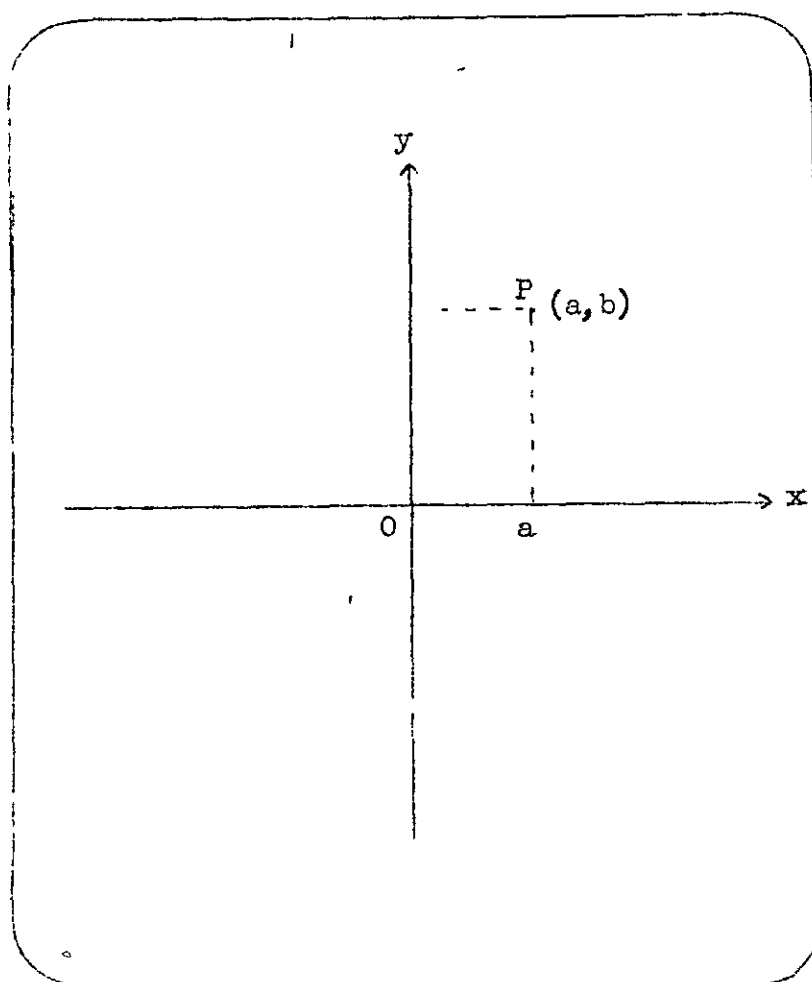
ถ้าเราลากเส้นตรง เราสามารถที่จะแทนจำนวนต่าง ๆ บนเส้นตรงนี้ได้โดยวิธีการดังต่อไปนี้ กำหนดจุดใดจุดหนึ่งให้แทนจำนวน "0" (ศูนย์) และให้จุดทางขวาของ "0" แทนจำนวนที่เป็นบวก และจุดทางซ้ายมือของ "0" แทนจำนวนลบ เส้นตรงที่สร้างขึ้นนี้เรียกว่าเส้นจำนวน ดังเส้น (a) ในภาพ

เราสามารถกำหนดหน่วยมาตรฐานขึ้นมา และให้หน่วยนี้แบ่งเส้นตรงทางขวามือของ "0" และทางซ้ายมือของ "0" ออกเป็นช่องเท่า ๆ กัน โดยกำหนดให้จุดที่แบ่งทางขวาเป็น 1, 2, 3 ไปเรื่อย ๆ และทางซ้ายมือเป็น -1, -2, -3 ไปเรื่อย ๆ และโดยใช้หน่วยมาตรฐานนี้ เราจะสามารถกำหนดค่าอื่น ๆ ได้ด้วย ดังเช่น 1.25 และ -2.5 ดังเส้น (b) ในภาพ



อธิบายภาพที่ 2

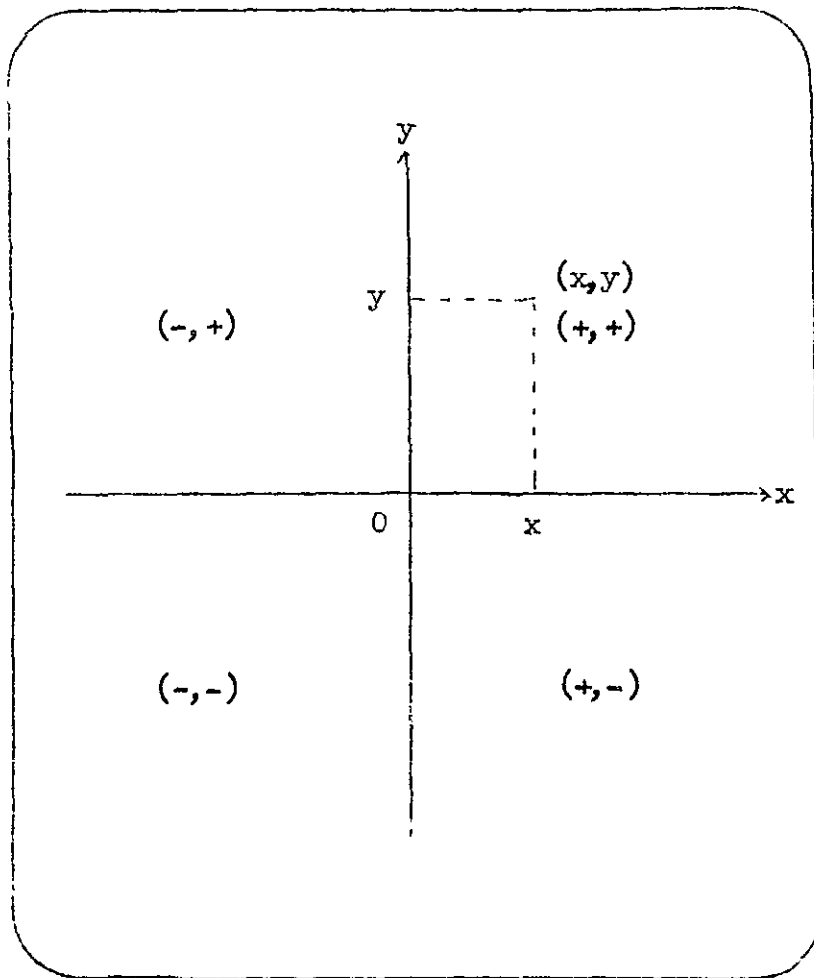
ถ้าเราลากเส้นจำนวนสองเส้นให้ตัดกัน และตัดกันที่จุด "0" เส้นทั้ง 2 ก็จะแบ่งระนาบออกเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนให้ชื่อว่า Quadrant ดังนั้นจะได้ Quadrant ที่ I, II, III และ IV ดังในภาพ จุด "0" หรือจุดที่เส้นจำนวนตัดกันเรียกว่า origin หรือจุดกำเนิด เส้นจำนวนในแนวนอนเรียกว่าแกน x ซึ่งทางขวาของ "0" เป็นค่าของจำนวนบวก (+) และทางซ้ายของ "0" เป็นค่าจำนวนลบ (-) และเส้นจำนวนในแนวตั้งเรียกว่าแกน y ซึ่งทางตอนบนของ "0" เป็นจำนวนบวก (+) และทางตอนล่างของ "0" เป็นจำนวนลบ (-)



อธิบายภาพที่ 3

ให้ P เป็นจุดบนระนาบ เราสามารถหาระยะทางที่ P ห่างจากแกน X และ แกน Y ได้เสมอ ถ้าให้ a เป็นระยะ (คิดเครื่องหมาย) จากแกน Y ไปยัง P และ เรียก a ว่า *abscissa* ให้ b เป็นระยะ (คิดเครื่องหมาย) จากแกน X ไปยัง P และเรียก b ว่า *ordinate* เราเรียก (a, b) ว่าเป็น *Coordinates* ของจุด P

ในทางกลับกัน ถ้ากำหนด *Coordinates* ของจุด P มาให้เราสามารถกำหนดจุด P ได้เช่นกัน



อธิบายภาพที่ 4

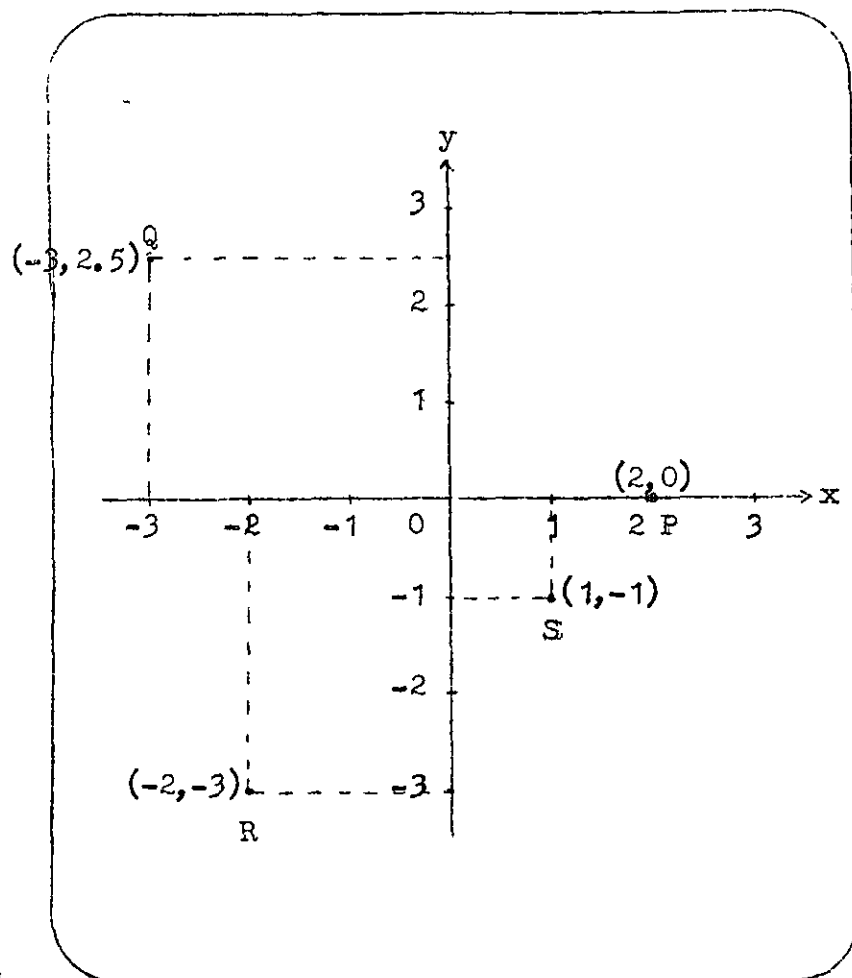
คล้ายกับภาพที่ 3 เราใช้ตัวแปร x แทนระยะห่างจากแกน Y และตัวแปร y แทนระยะห่างจากแกน X ดังนั้นจุดต่างๆในระนาบนี้ประกอบด้วย Coordinates(x, y) ของจุด

ให้นักเรียนสังเกตจุดใน Quadrant ที่ I จะประกอบด้วยค่า x ซึ่งเป็นค่าที่อยู่ทางขวาของแกน Y และค่า y ซึ่งเป็นค่าที่อยู่ตอนบนของแกน X ดังนั้นจุดใน Quadrant ที่ I จึงประกอบด้วยค่า x และ y ที่เป็น + ทั้งคู่ ในทำนองเดียวกันจุดใน Quadrant อื่นๆ ก็จะประกอบด้วย Coordinates (x, y) โดยค่า x จะอยู่ทางขวาหรือทางซ้ายของแกน Y และค่า y จะอยู่ทางตอนบนและตอนล่างของแกน X ซึ่งจะให้เป็น + และ - ต่างๆ กัน เช่น

ใน Quadrant ที่ II จะประกอบด้วยค่า x ที่เป็น - และค่า y ที่เป็น +

ใน Quadrant ที่ III จะประกอบด้วยค่า x และค่า y ที่เป็น - ทั้งคู่

ใน Quadrant ที่ IV จะประกอบด้วยค่า x ที่เป็น + และค่า y ที่เป็น -



อธิบายภาพที่ 5

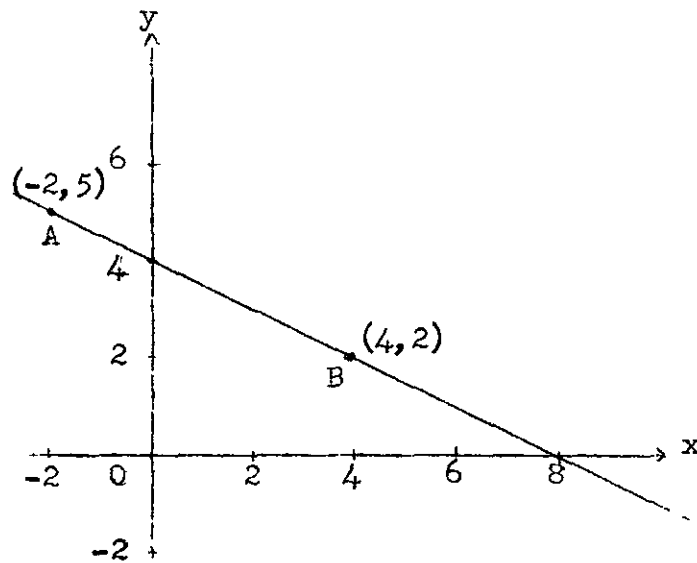
ในภาพนี้เป็นตัวอย่าง Coordinates (x,y) ของจุดต่างๆ บนระนาบ นักเรียนดูจุด P จะเห็นว่าจุด P อยู่ทางขวาของแกน Y เป็นระยะ 2 หน่วย และอยู่บนแกน X ดังนั้นจุด P จึงมี Coordinates เป็น (2,0) จุด Q อยู่ทางซ้ายของแกน Y เป็นระยะ 3 หน่วย และอยู่เหนือแกน X เป็นระยะ 2.5 หน่วย ดังนั้นจุด Q จึงมี Coordinates เป็น (-3, 2.5)

ในทำนองเดียวกัน จุด R มี Coordinates เป็น (-2,-3) Coordinates (-2,-3) ของจุด R นั้น หมายความว่าจุด R อยู่ทางซ้ายของแกน Y เป็นระยะ 2 หน่วย และอยู่ใต้แกน X เป็นระยะ 3 หน่วยนั่นเอง เช่นเดียวกับจุด S อยู่ทางขวาของแกน Y และแกน X เป็นระยะ 1 หน่วยเท่ากัน แต่เป็นจุดใน Quadrant ที่ IV ค่าของ x จึงเป็น + ค่าของ y จึงเป็น - ดังนั้นจุด S จึงมี Coordinates เป็น (1,-1)

ต่อไปเราจะสร้างเส้นตรงบนพิกัด ตามปกติ เมื่อกำหนดจุดมาสองจุด เราย่อมสร้างเส้นตรงได้ 1 เส้นเท่านั้นผ่าน 2 จุดนี้ และเส้นตรงนี้จะมีสมการที่รูปทั่วไปเป็น $ax + by = c$ โดยที่ a, b, c เป็นค่าคงที่

จงเขียนกราฟของสมการ $x + 2y = 8$

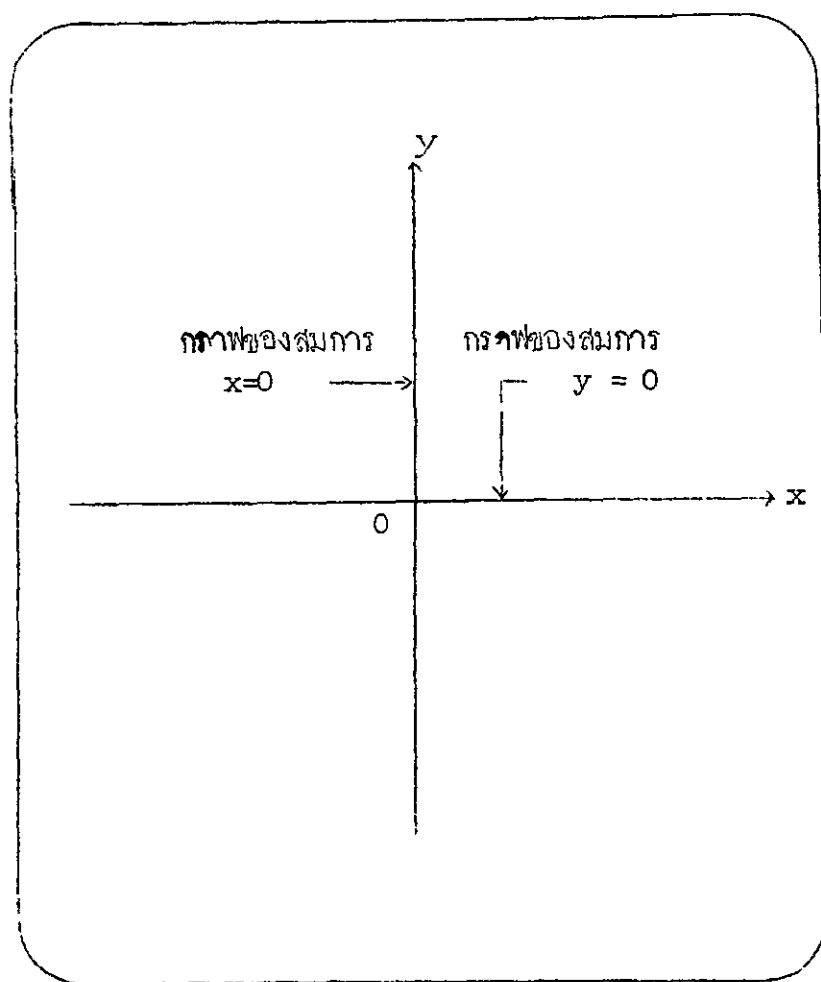
สมมติ x	-2	4
$y = 4 - x/2$	5	2
(x, y)	$(-2, 5)$	$(4, 2)$



อธิบายภาพที่ 6

ในภาพนี้ค่าสั่งให้เขียนกราฟของสมการ $x + 2y = 8$ เราทราบมาแล้วว่า การที่เราจะเขียนเส้นตรงได้นั้น เราต้องมีจุดอย่างน้อย 2 จุด และเมื่อลากเชื่อมจุดทั้งสองก็จะได้เป็นเส้นตรง

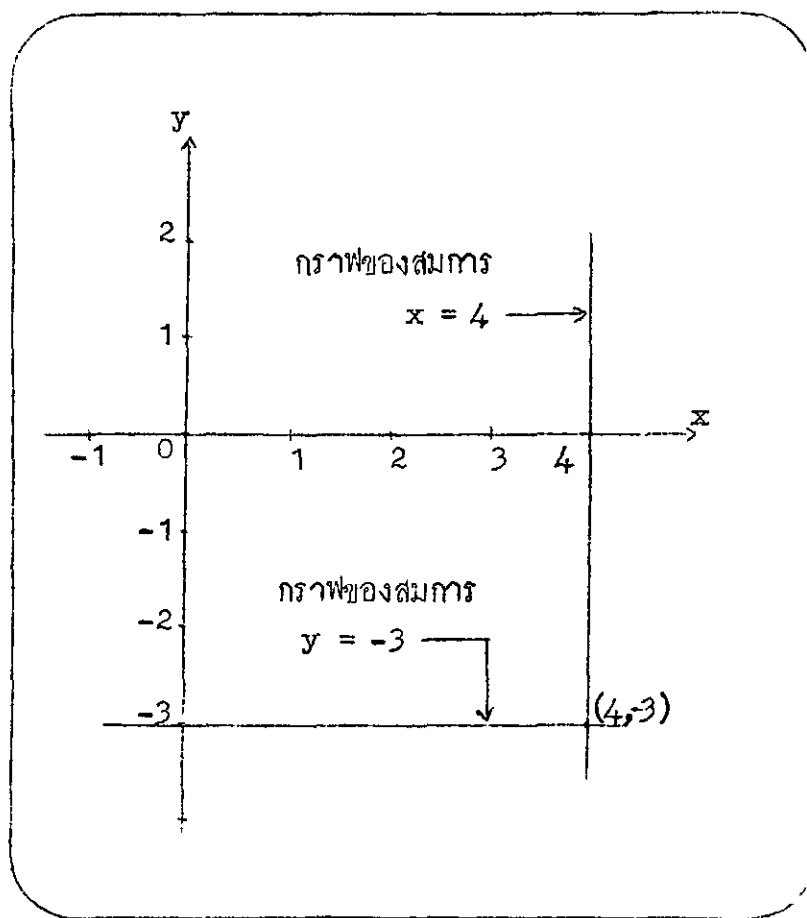
ในภาพนี้เราจะต้องหาจุดที่สอดคล้องกับสมการ $x + 2y = 8$ อย่างน้อย 2 จุด ด้วยการสมมติในการหา เมื่อให้ $x = -2$ จะได้ $y = 5$ เป็นค่าที่สอดคล้องกับสมการ $x + 2y = 8$ และเมื่อสมมติให้ $x = 4$ จะได้ $y = 2$ เป็นค่าที่สอดคล้องกับสมการ $x + 2y = 8$ ดังนั้นเราได้ Coordinates $(-2, 5)$ และ Coordinates $(4, 2)$ เมื่อเรากำหนดจุดทั้งสองทั้งในภาพ จุด A มี Coordinates $(-2, 5)$ จุด B มี Coordinates $(4, 2)$ และเมื่อลากเชื่อมจุด A และ B ก็จะได้ออกกราฟเส้นตรงของสมการ $x + 2y = 8$ ตามต้องการ



อธิบายภาพที่ 7

ในภาพนี้เราจะพิจารณาสมการของแกน X และแกน Y โดยที่ Coordinates (x,y) ของทุก ๆ จุดบนแกน Y มีค่า abscissa x เป็น 0 เสมอ ดังนั้นสมการของแกน Y คือ $x = 0$

และ Coordinates (x,y) ของทุก ๆ จุดบนแกน X มีค่า ordinate y เป็น 0 เสมอ ดังนั้น สมการของแกน X คือ $y = 0$



อธิบายภาพที่ 8

ในภาพนี้จะมีเส้นกราฟที่ขนานกับแกน Y และอยู่ทางขวาของแกน Y เป็นระยะ 4 หน่วย เส้นกราฟที่มีสมการเป็น $x = 4$ จะเห็นว่าทุกจุดบนกราฟ $x = 4$ จะมี Coordinates (x, y) ที่ค่า x เป็น 4 เสมอ โดยที่ค่า y เป็นอะไรก็ได้

และกราฟอีกเส้นหนึ่งขนานกับแกน X และอยู่ใต้แกน X เป็นระยะ 3 หน่วย เส้นกราฟที่มีสมการเป็น $y = -3$ จะเห็นว่าทุกจุดบนกราฟ $y = -3$ จะมี Coordinates (x, y) โดยค่า x เป็นอะไรก็ได้ แต่ค่า y จะเป็น -3 เสมอ

เมื่อกำหนดเส้นตรงที่ต่างกัน 2 เส้น

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

เราจะพบว่าเส้นตรงทั้ง 2 จะต้อง

ก. ขนานกัน หรือ

ข. ตัดกันที่จุดจุดหนึ่ง

และการหาจุดตัดกันทำได้

โดยการแก้สมการทั้ง 2

อธิบายภาพที่ 9

ต่อไปเราจะพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเส้นตรง 2 เส้น บนพิกัด เมื่อกำหนดเส้นตรงที่ต่างกัน 2 เส้น เราจะพบว่าเส้นตรง 2 เส้นนั้นจะต้อง

ก. ขนานกัน หรือ

ข. ตัดกันที่จุดจุดหนึ่ง

และการหาจุดตัดกันโดยการแก้สมการทั้ง 2

จงแก้สมการ $2x + 2y = 10 \dots (a)$

$x + 2y = 8 \dots (b)$

วิธีทำ (a) - (b) $\therefore x = 2$

แทน $x=2$ ใน (b) $\therefore 2 + 2y = 8$ Ans

$\therefore y = 3$

อธิบายภาพที่ 10

ในภาพนี้คือสิ่งที่ให้แก้สมการระหว่างสมการ $2x + 2y = 10$ เป็นสมการ (a) และสมการ $x + 2y = 8$ เป็นสมการ (b)

การแก้สมการหมายถึงการหาค่า x และ y ที่สอดคล้องทั้งสองสมการ ดังนั้นเมื่อเอาสมการ (a) ลบด้วยสมการ (b) จะได้ $x = 2$ และเมื่อนำค่า $x = 2$ ไปแทนค่าในสมการ (b) จะได้ $2 + 2y = 8$ หรือ $y = 3$

ดังนั้นจากการแก้สมการทั้งสองได้ค่า $x = 2$ และ $y = 3$ เป็นค่าที่สอดคล้องทั้งสองสมการ ภาาต่อไป

จงแก้สมการ $2x + 2y = 10 \dots (a)$

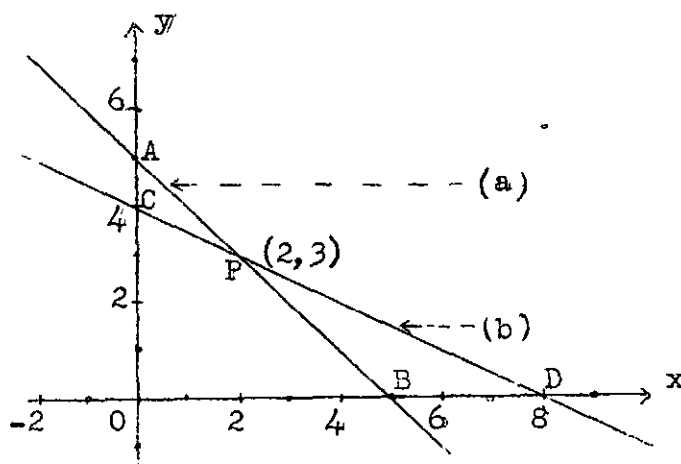
$x + 2y = 8 \dots (b)$

วิธีทำ $(a) - (b) \therefore x = 2$

แทน $x=2$ ใน $(b) \therefore 2 + 2y = 8$ Ans

$\therefore y = 3$

กราฟของสมการ (a) และ (b)



อธิบายภาพ 11

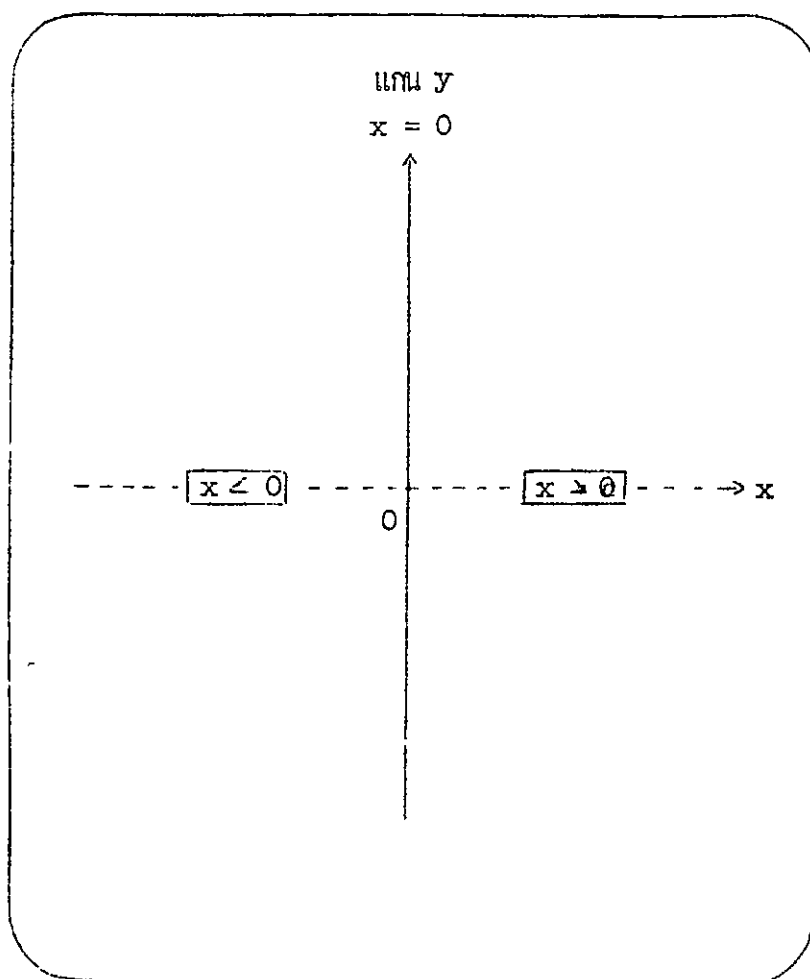
แก้สมการ $2x + 2y = 10$ และ $x + 2y = 8$ ได้ $x = 2$ และ $y = 3$
เป็นคำตอบของทั้ง 2 สมการ

และเมื่อเราเขียนกราฟของสมการทั้ง 2 สมการ ก็ได้กราฟดังในภาพ เส้น AB เป็นกราฟของสมการ $2x + 2y = 10$ และเส้น CD เป็นกราฟของสมการ $x + 2y = 8$
จะพบว่าการแก้ 2 สมการที่จุด P โดยที่จุด P มี Coordinates (x, y) เป็น $(2, 3)$

ซึ่งให้ค่า $x = 2$ และ $y = 3$ เช่นเดียวกับการแก้สมการ

เราสามารถหา Coordinates ของจุดที่กราฟตัดกับแกน X หรือแกน Y ได้ดังนี้

เช่น จุด A ในภาพเกิดจากกราฟของสมการ $2x + 2y = 10$ ตัดแกน Y- หรือตัดกราฟ $x = 0$
ดังนั้น abscissa หรือค่า x ของ Coordinates ณ จุด A เป็น 0 นำ $x=0$
ไปแทนในสมการ $2x + 2y = 10$ หาค่า y หรือ ordinate ได้ $y = 5$ ดังนั้น
Coordinates ของจุด A คือ $(0, 5)$ และจุดอื่นก็หาได้เหมือนกัน



อธิบายภาพที่ 12

ในภาพจะมีแกน Y หรือกราฟของสมการ $x = 0$ นักเรียนจะเห็นว่าแกน Y หรือกราฟของสมการ $x = 0$ แบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วน คือส่วนทางซ้ายของกราฟ $x = 0$ จะเป็นพื้นที่ของ $x < 0$ และส่วนทางขวาของกราฟ $x = 0$ จะเป็นพื้นที่ของ $x > 0$

จุดบนพื้นที่ $x < 0$ และ $x > 0$ นี้ สอดคล้องกับสมการ $x < 0$ และสมการ $x > 0$ ตามลำดับ และพหุพจน์ (x, y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับสมการ คือกราฟของสมการนั่นเอง

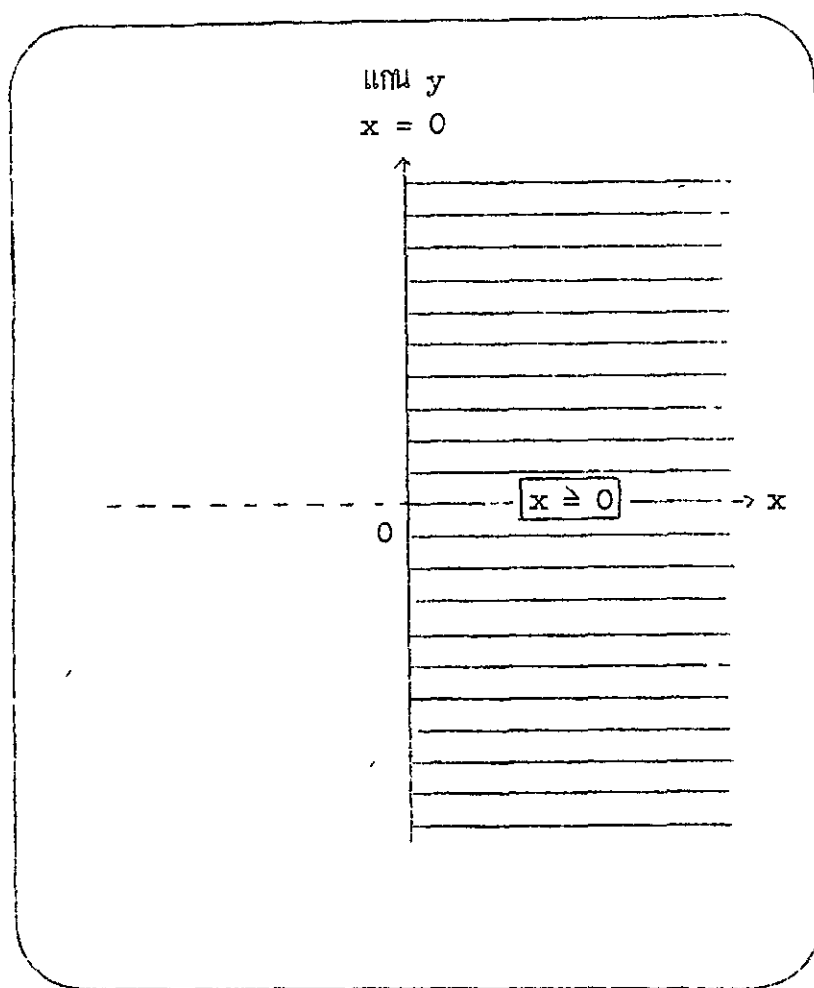
ดังนั้นในภาพมีกราฟอยู่ 3 กราฟ คือ

พื้นที่ทางซ้ายของแกน Y เป็นกราฟของสมการ $x < 0$

ตรงกลางคือแกน Y เป็นกราฟของสมการ $x = 0$

และพื้นที่ทางขวาของแกน Y เป็นกราฟของสมการ $x > 0$

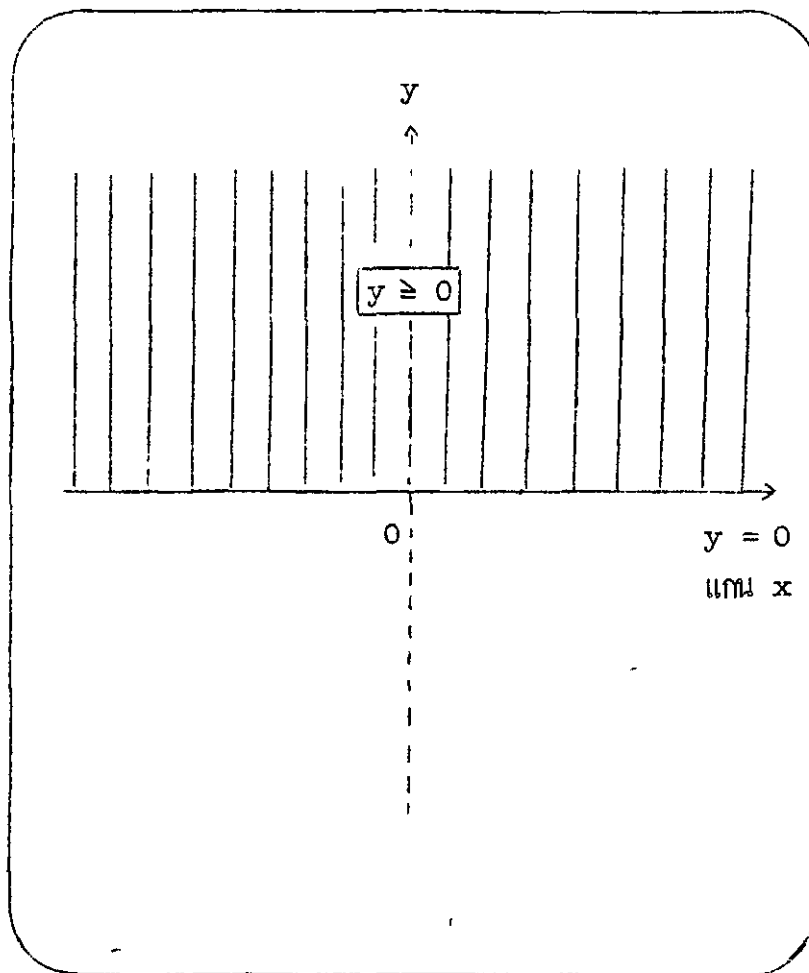
โดยที่กราฟของสมการ $x < 0$ และสมการ $x > 0$ จะไม่รวมกราฟของ $x = 0$



อธิบายภาพที่ 13

ในภาพนี้จะเห็นกราฟที่รวมแกน Y หรือกราฟ $x = 0$ เข้าด้วยกันกับกราฟทางขวาของแกน Y หรืออสมการ $x \geq 0$

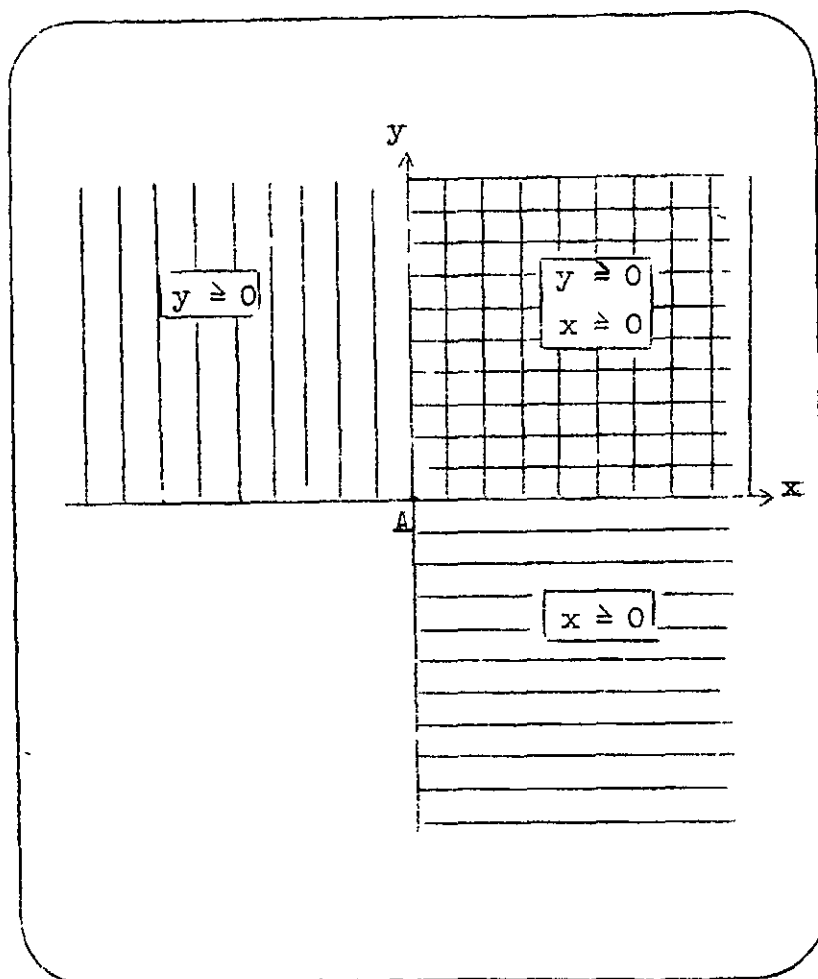
ดังนั้น กราฟ $x = 0$ รวมกับกราฟของอสมการ $x \geq 0$ จะได้กราฟของอสมการ $x \geq 0$ คือพื้นที่แรเงาทั้งหมดและต่อไปทางขวาเรื่อย ๆ โดยรวมแกน Y ด้วยนั่นเอง



อธิบายภาพที่ 14

คล้ายกับภาพที่ 13 แต่แทนที่เป็นกราฟของอสมการ $x \geq 0$ แต่เป็นกราฟของอสมการ $y \geq 0$ คือพื้นที่แรเงาทั้งหมด และต่อไปตอนบนเรื่อย ๆ โดยรวมแกน x หรือกราฟของสมการ $y = 0$ ภาย

ก่อนที่จะดูภาพที่ 14 นักเรียนคิดว่าถ้าเรานำกราฟของ $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ มาเขียนในแกนรวมกัน ส่วนไหนที่เป็นกราฟที่สอดคล้องทั้ง 2 อสมการ คือสอดคล้องทั้งอสมการ $x \geq 0$ และอสมการ $y \geq 0$



อธิบายภาพที่ 15

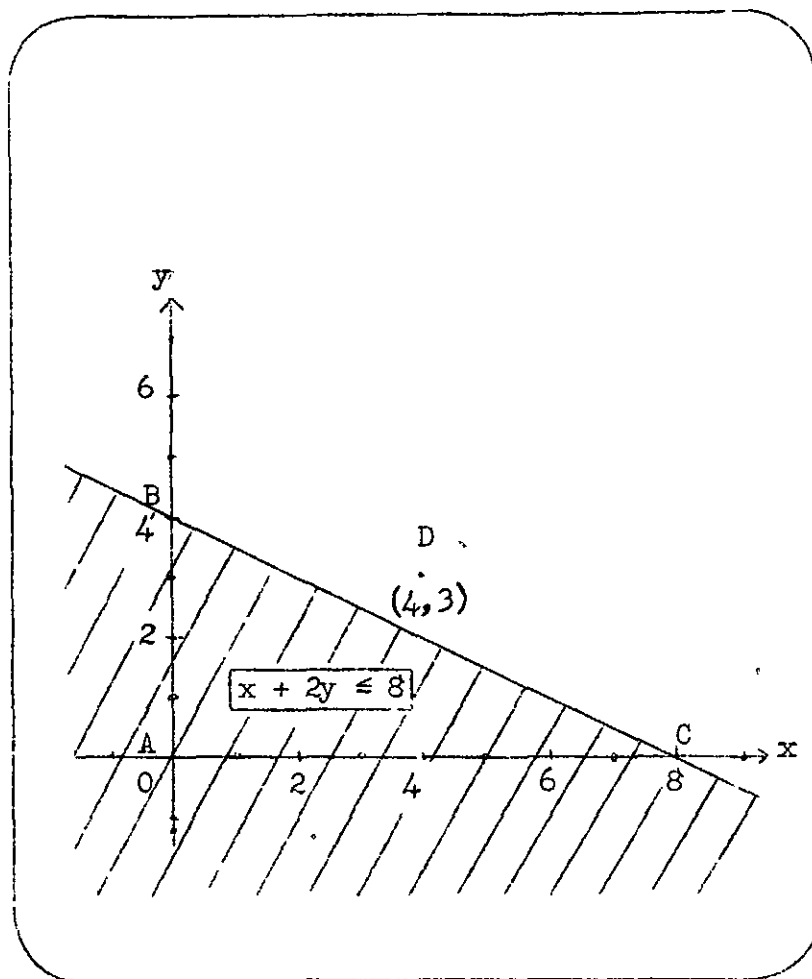
ในภาพนี้เป็นการเขียนกราฟของ 2 อสมการในแกนเดียวกัน คือกราฟของอสมการ $x \geq 0$ และอสมการ $y \geq 0$ จะเห็นว่าพื้นที่แรเงาตัดกันเป็นตารางสี่เหลี่ยมในบริเวณ xAY หรือใน Quadrant ที่ I จะเป็นพื้นที่ของกราฟที่สอดคล้องกับทั้ง 2 อสมการ คือทั้งอสมการ $x \geq 0$ และอสมการ $y \geq 0$ โดยรวมเส้น AX และ AY ด้วย

ส่วนใน Quadrant ที่ II จะสอดคล้องเฉพาะอสมการ $y \geq 0$

และใน Quadrant ที่ III จะสอดคล้องเฉพาะอสมการ $x \geq 0$

ก่อนที่มันไปยังภาพอื่นๆ ต่อไปนั้น นักเรียนจำไว้ว่ากราฟที่เกี่ยวข้องในเรื่องของโปรแกรมเส้นตรงนั้นจะต้องเป็นกราฟที่อยู่ใน Quadrant ที่ I เท่านั้น เพราะในปัญหาโปรแกรมเส้นตรงเรามีสสมการเพิ่มเติมทุก ๆ ปัญหา คือ $x \geq 0$ และ $y \geq 0$

เส้นตรงที่มีรูปสมการ $ax + by = c$ จะแบ่งพื้นที่ออกเป็น 2 ส่วนเสมอ คือทางด้านหนึ่งจะเป็นกราฟของอสมการ $ax + by < c$ และอีกด้านหนึ่งจะเป็นกราฟของอสมการ $ax + by > c$ โดยกราฟทั้งสองจะไม่รวมเส้น $ax + by = c$



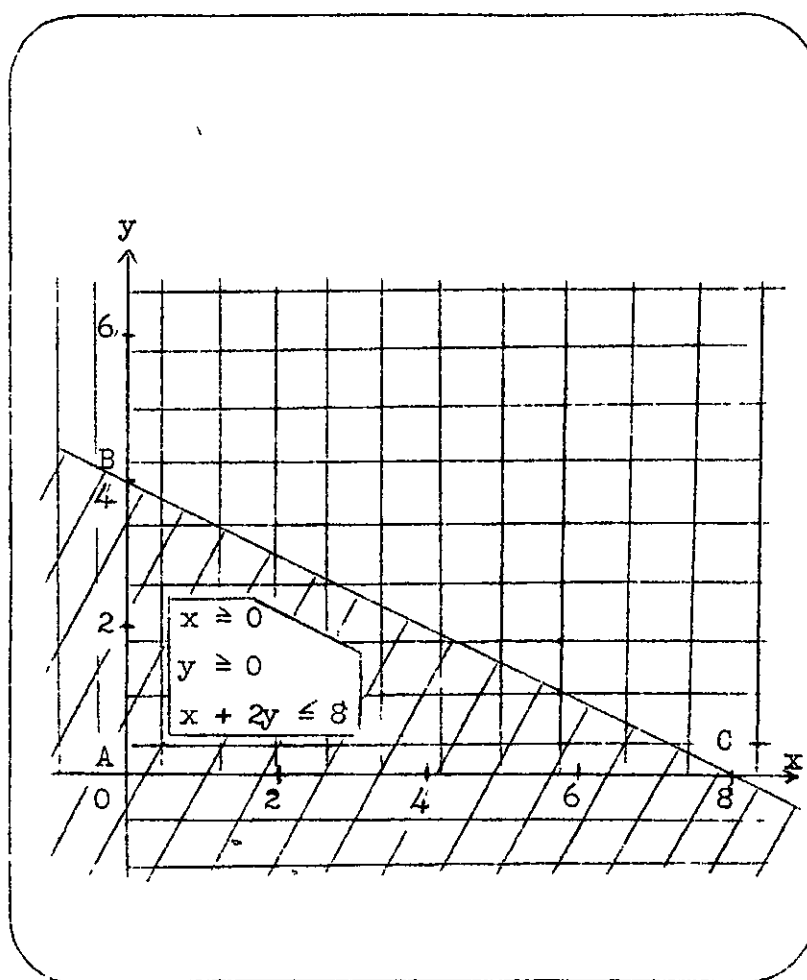
อธิบายภาพ 16

ในภาพจะมีพื้นที่ 2 ส่วน คือส่วนที่แรเงารวมเส้น BC ด้วย และอีกส่วนคือตรงกันข้าม หรือส่วนที่ไม่แรเงา เส้น BC เป็นกราฟของสมการ $x + 2y = 8$ ซึ่งเราเคยเขียนมาแล้ว พื้นที่แรเงาใต้เส้น BC และรวมเส้น BC ด้วยนั้น เป็นพื้นที่พหุจุด (x, y) สอดคล้องกับ

อสมการ $x + 2y \leq 8$

สามารถตรวจจุดใดโดยแทนค่า x และ y ของจุดใดๆ จุดหนึ่ง เช่นจุด A มี Coordinates เป็น $(0, 0)$ เมื่อแทน $x = 0$ และ $y = 0$ จะได้ว่า $0 + (2 \times 0)$ ผลลัพธ์ เป็น 0 ซึ่งน้อยกว่า 8 จริง แต่ถาแทนค่า $x = 4$ และ $y = 3$ ของ Coordinates ของจุด D จะได้ว่า $4 + (2 \times 3)$ ผลลัพธ์เป็น 10 ซึ่งมากกว่า 8 ดังนั้นจุด D อยู่นอกกราฟ $x + 2y \leq 8$ จริง

พื้นที่แรเงาในภาพเป็นกราฟของอสมการ $x + 2y \leq 8$ เพียงอสมการเดียว นักเรียน คิดว่าแทนกราฟไปเขียนรวมแกนเดียวกันกับกราฟของ $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว บริเวณใด เป็นบริเวณที่สอดคล้องทั้ง 3 อสมการ คือทั้ง $x \geq 0$, $y \geq 0$ และ $x + 2y \leq 8$ นักเรียนพอจะ สังเกตได้อาจจะเป็นบริเวณสามเหลี่ยม ABC ซึ่งจะดีกว่าใช่หรือไม่ในภาพต่อไป.

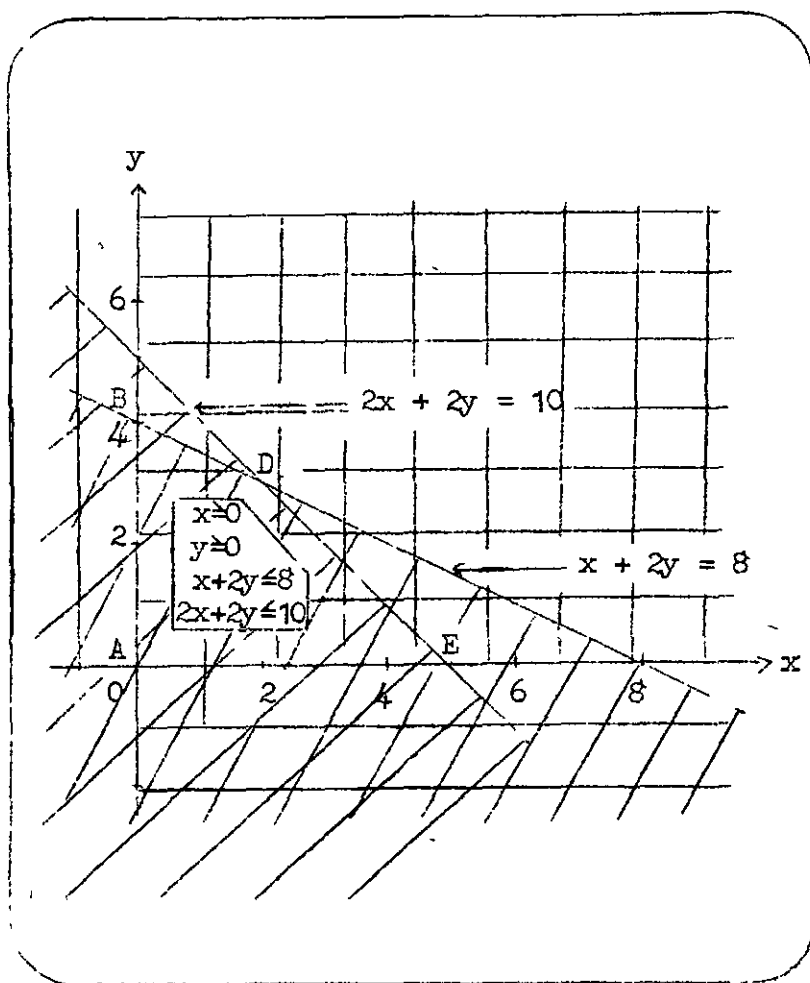


อธิบายภาพที่ 17

ในภาพนี้ บริเวณแรเงารูป ABC เป็นบริเวณที่จุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องทั้ง 3 อสมการ คือทั้ง $x \geq 0$, $y \geq 0$ และ $x + 2y \leq 8$

นักเรียนจะสังเกตได้ว่านอกบริเวณ ABC จะเป็นบริเวณที่จุด (x,y) สอดคล้องกับอสมการเพียงหนึ่งหรือสองอสมการเท่านั้น ด้จากแนวของเส้นที่แรเงา

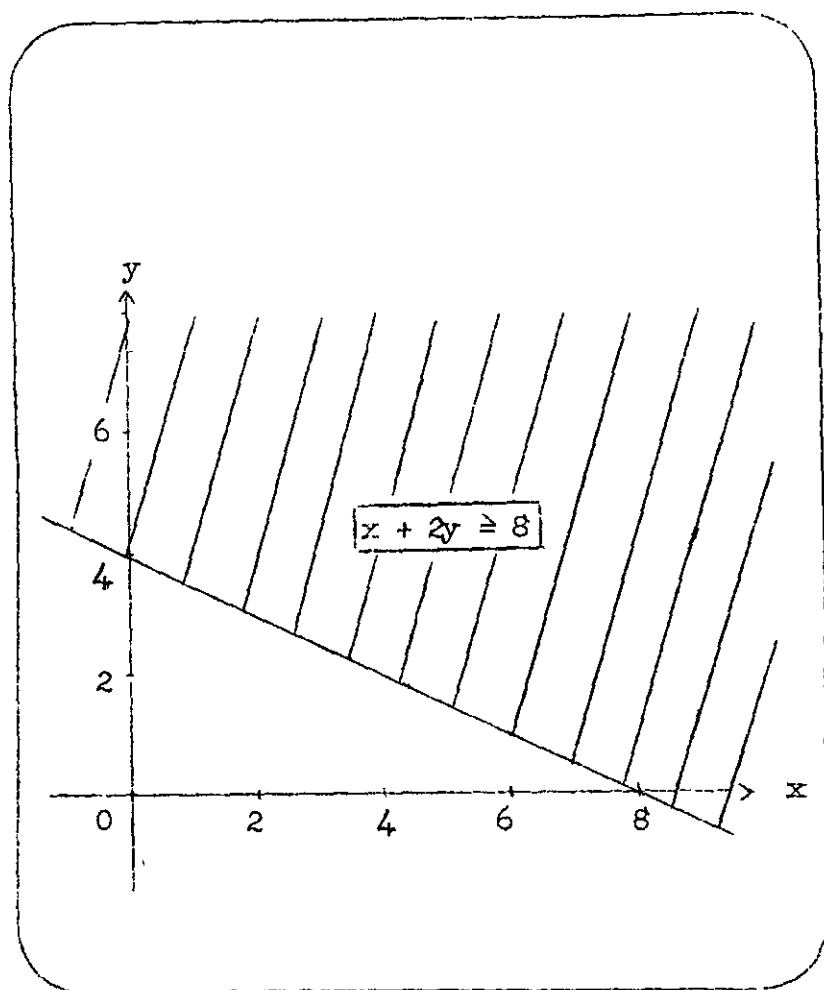
รูปเหล่านี้เป็นรูปของกราฟที่สอดคล้องกับทุกอสมการของอสมการข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเส้นตรง แต่อสมการข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเส้นตรงบางข้อไม่ใช่มีเพียง 3 อสมการ อาจมี 4 หรือมากกว่า ดังเช่นกราฟที่สอดคล้องกับ 4 อสมการในภาพต่อไป.



อธิบายภาพที่ 18

ในภาพนี้ เราจะพิจารณาบริเวณที่เป็นกราฟที่สอดคล้องทั้ง 4 อสมการ คือ อสมการ $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + 2y \leq 8$ และ $2x + 2y \leq 10$

นักเรียนสังเกตเส้นแวงของกราฟแต่ละอสมการ จะพบว่าบริเวณ ABDE มีกราฟของทั้ง 4 อสมการซ้อนกันอยู่ ดังนั้นบริเวณ ABDE นี้ เป็นกราฟที่สอดคล้องทั้ง 4 อสมการ ส่วนบริเวณนอก ABDE จะเป็นกราฟที่สอดคล้องกับ 1 หรือ 2 หรือ 3 อสมการเท่านั้น.

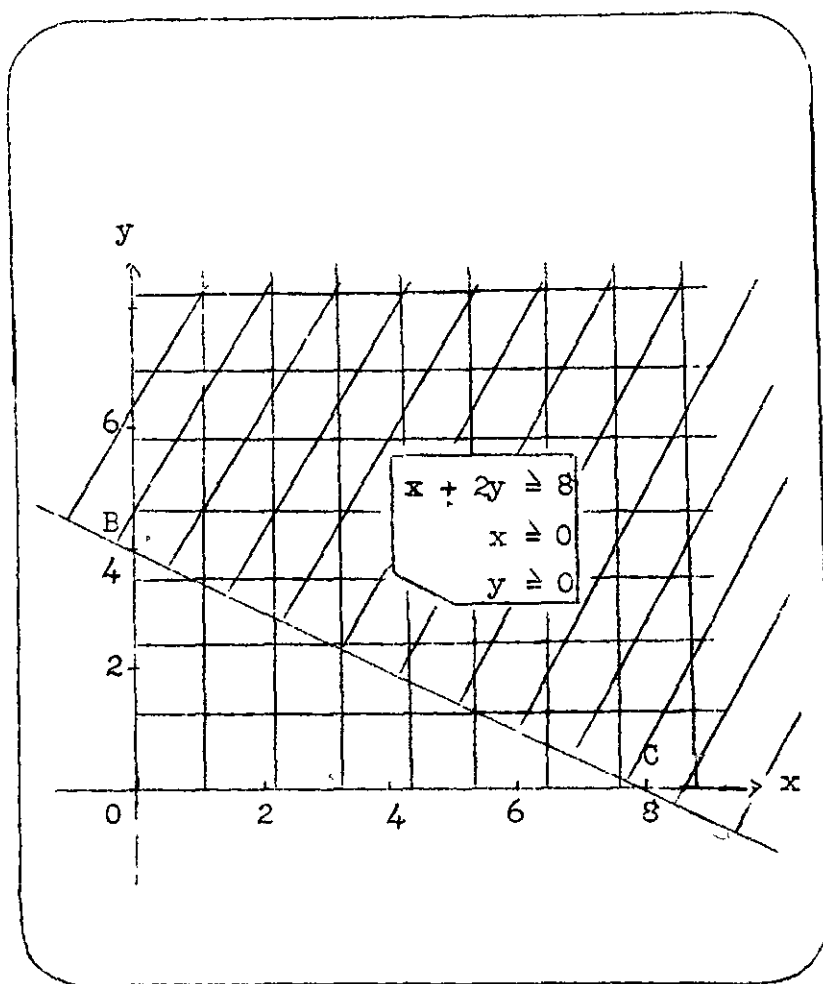


อธิบายภาพที่ 19

กราฟของอสมการ $x + 2y \geq 8$ รวมกับกราฟเส้นตรง $x + 2y = 8$ ได้เป็นกราฟของอสมการ $x + 2y \geq 8$ บริเวณแรเงาทั้งหมดในภาพ โดยที่รวมเส้นตรง $x + 2y = 8$ ด้วยนั้น เป็นกราฟของอสมการ $x + 2y \geq 8$

สามารถตรวจได้โดยการแทนค่า x และ y ของ Coordinates ของจุดใด ๆ ถ้าจุดนั้นอยู่ในบริเวณกราฟนี้ ก็จะสอดคล้องกับอสมการนี้ แต่ถ้าจุดนั้นอยู่นอกบริเวณกราฟนี้ ก็จะ ไม่สอดคล้องกับอสมการนี้ เช่นจุดกำเนิดอยู่นอกบริเวณกราฟนี้ เมื่อแทน $x = 0$ และ $y = 0$ ของ Coordinates ของจุดกำเนิดจะได้ $0 + 2 \times 0$ ผลลัพธ์เป็น 0 ซึ่งไม่สอดคล้องกับอสมการ $x + 2y \geq 8$

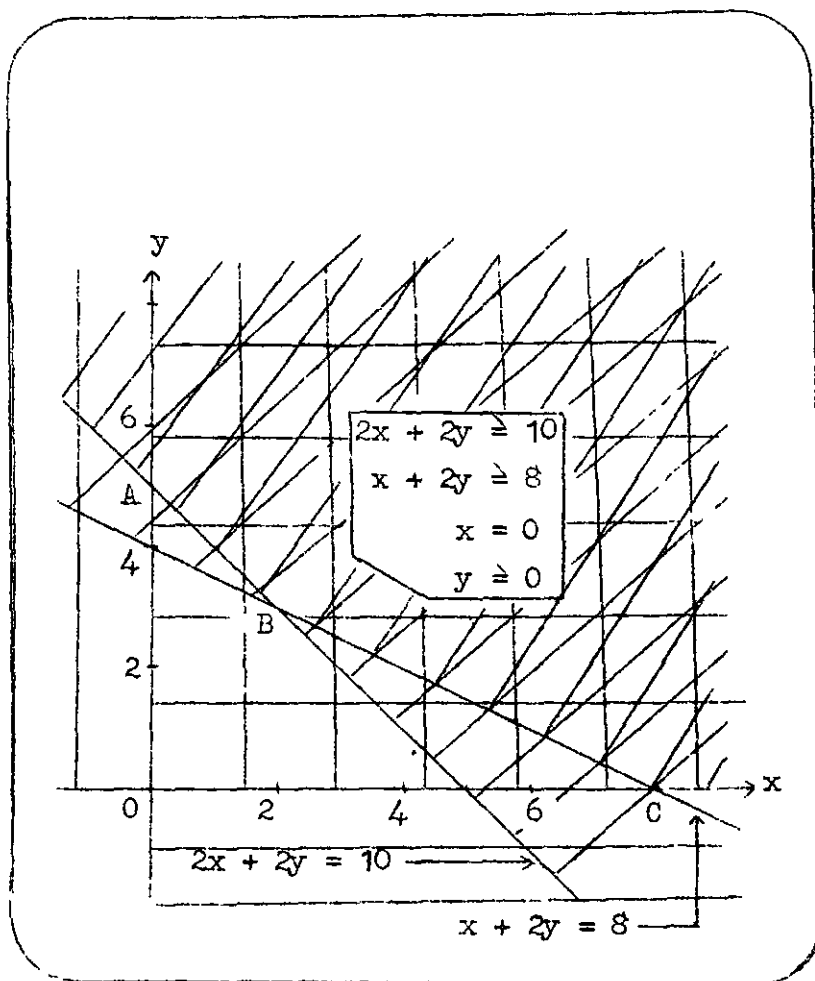
ในภาพนี้ มีเพียงกราฟของอสมการ $x + 2y \geq 8$ ถ้าไปเราจะเขียนกราฟของอสมการนี้ รวมแทนเกี่ยวกับอสมการ $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ เพื่อหาบริเวณที่จุดต่าง ๆ สอดคล้องทั้ง 3 อสมการ



อธิบายภาพที่ 20

ในภาพนี้มีกราฟ 3 อสมการ คืออสมการ $x + 2y \geq 8$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ นักเรียนพิจารณาวัดบริเวณ XCBY จะเห็นว่า บริเวณ XCBY เป็นบริเวณที่รวมกันอยู่ในทั้ง 3 อสมการ หรือบริเวณ XCBY มีกราฟของทั้ง 3 อสมการซ้อนกันอยู่นั่นเอง ดังนั้นบริเวณ XCBY มีจุด (x, y) ใดๆ สอดคล้องทั้ง 3 อสมการ คือ อสมการ $x + 2y \geq 8$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$

ต่อไปเราจะเขียนกราฟของอสมการ $2x + 3y \geq 10$ ซ้อนลงในกราฟของภาพนี้ อีก 1 อสมการ และพิจารณาวัดบริเวณที่มีจุดใดๆ สอดคล้องทั้ง 4 อสมการ

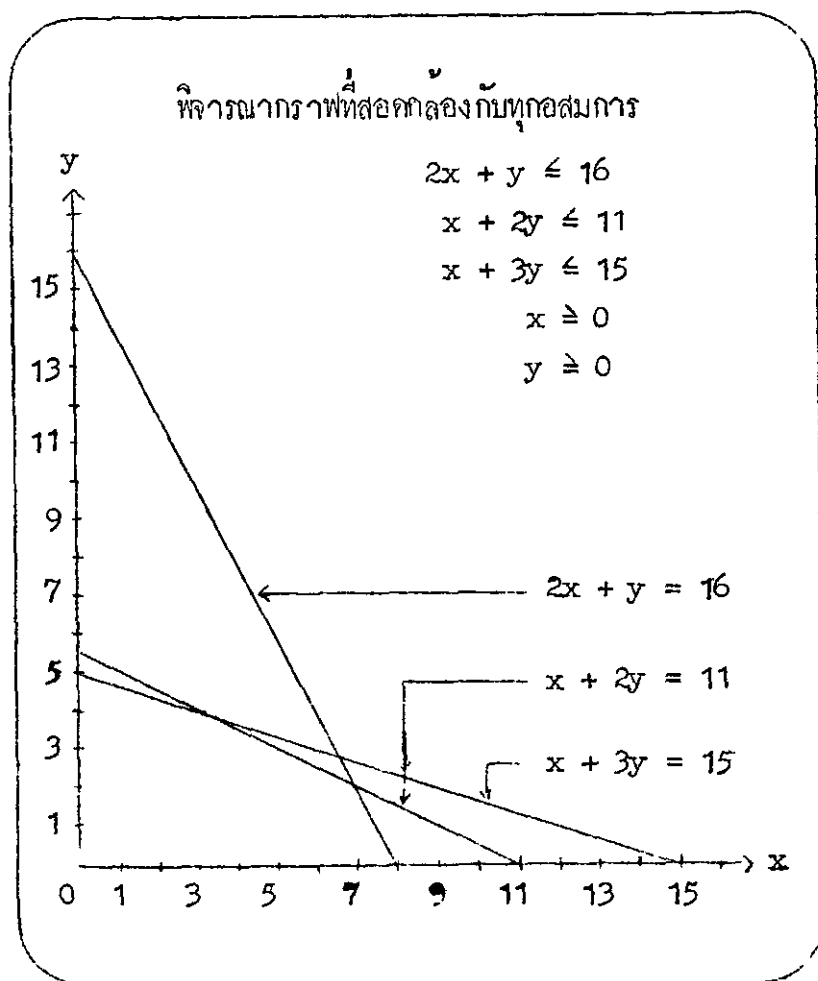


อธิบายภาพที่ 21

ในภาพนี้ เราจะพิจารณาบริเวณที่เป็นกราฟ สอดคล้องทั้ง 4 อสมการ คือ อสมการ $2x + 2y \geq 10$, $x + 2y \geq 8$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ บริเวณ XCBAY เป็นบริเวณที่เป็นกราฟพร้อมอยู่ในทั้ง 4 อสมการ หรือบริเวณ XCBAY เป็นบริเวณที่เกิดจากกราฟของทั้ง 4 อสมการ ซ้อนกันอยู่ ดังนั้นจุด (x, y) ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับทั้ง 4 อสมการ จะเป็นจุดที่อยู่ในบริเวณ XCBAY การหาบริเวณที่มีจุดที่สอดคล้องกับหลายอสมการ กระทำไ้ดังนี้

1. เปลี่ยนจากอสมการเป็นสมการ แล้วเขียนกราฟของสมการนั้นรวมแกนด้วย
2. พิจารณารอบบริเวณที่สอดคล้องกับทุกอสมการ

ถึงในภาพต่อไป

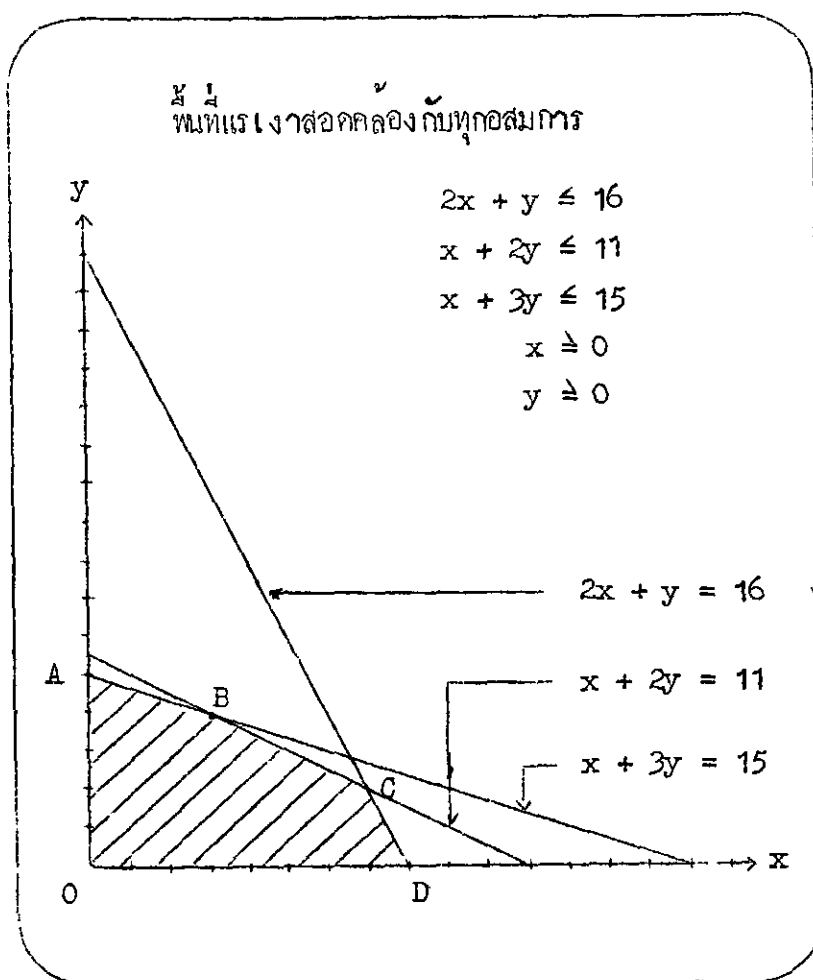


อธิบายภาพที่ 22

ในภาพนี้คำสั่งให้พิจารณากราฟที่สอดคล้องกับ 5 อสมการ คืออสมการ $2x + y \leq 16$
 $x + 2y \leq 11$, $x + 3y \leq 15$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$

ตอนแรกเปลี่ยนจากอสมการเป็นสมการแล้วเขียนกราฟของสมการนั้น ๆ ทั้งในภาพ จะมี
 กราฟของสมการ $2x + y = 16$, $x + 2y = 11$, $x + 3y = 15$ และแกน y , แกน x
 ซึ่งมีสมการเป็น $x = 0$ และ $y = 0$ ตามลำดับ

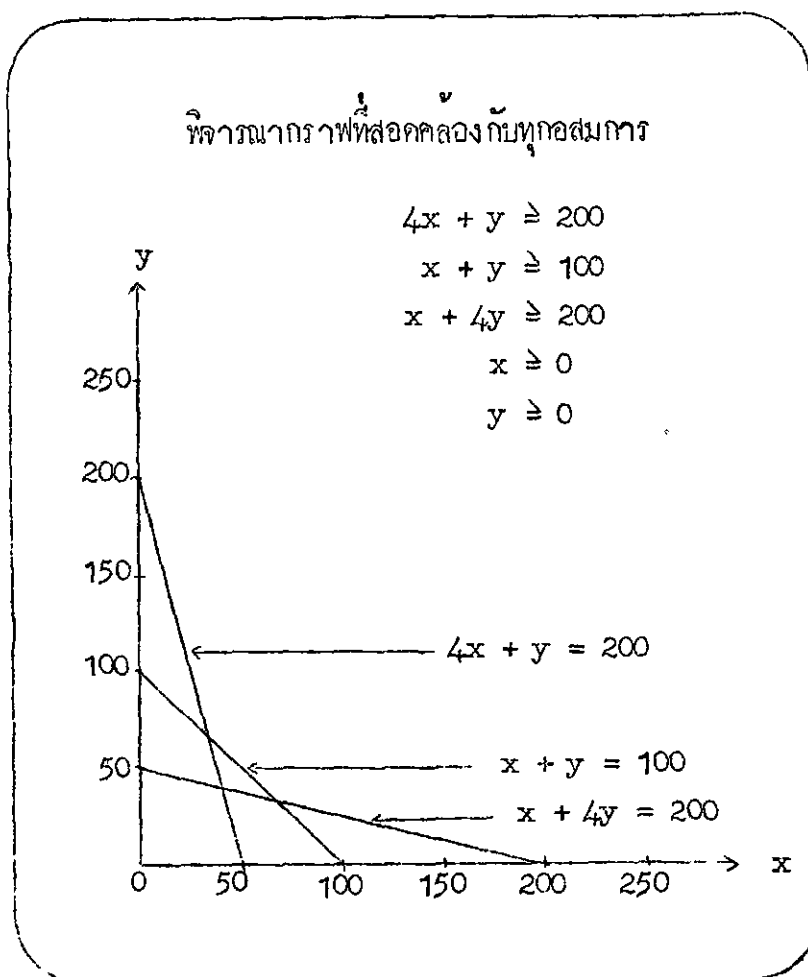
หลังจากนั้นพิจารณาบริเวณที่สอดคล้องกับทุกอสมการ คือสอดคล้องกับอสมการ $2x + y \leq 16$
 $x + 2y \leq 11$, $x + 3y \leq 15$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ ซึ่งเราจะได้บริเวณที่จุดสอดคล้องกับ
 5 อสมการ ทั้งภาพต่อไป



อธิบายภาพที่ 23

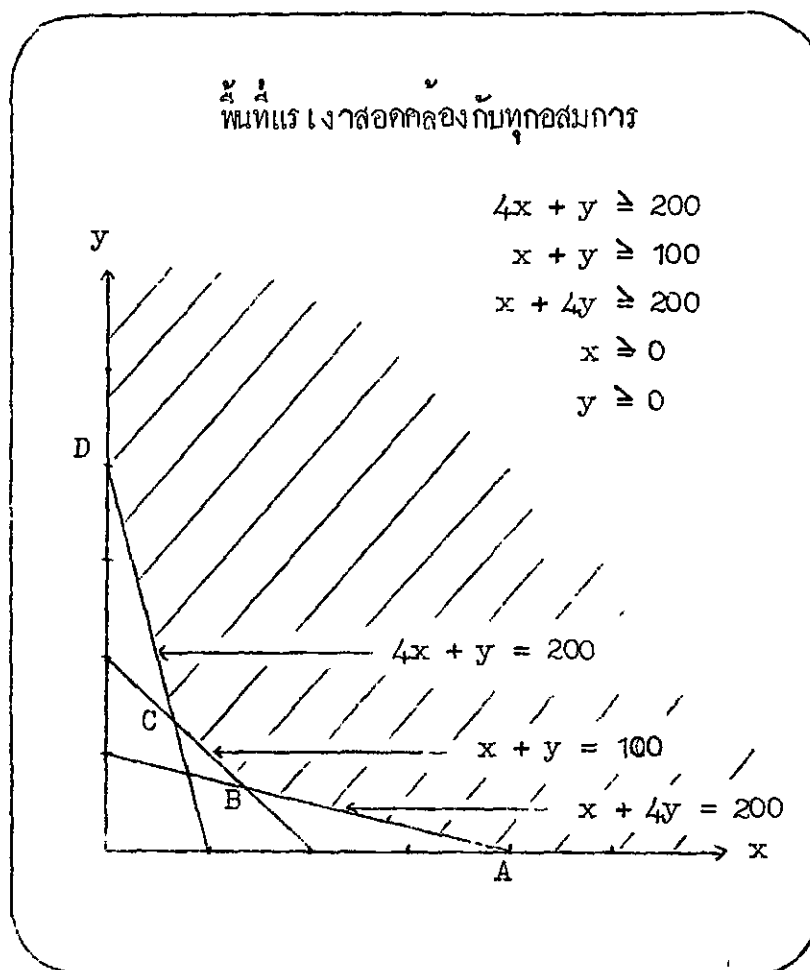
พื้นที่เรขาคณิตรูป ABCDO มีจุดต่าง ๆ สอดคล้องกับทั้ง 5 อสมการ คืออสมการ $2x + y \leq 16$, $x + 2y \leq 11$, $x + 3y \leq 15$, $x \geq 0$, และ $y \geq 0$ โดยรวมเส้นขอบ AB, BC, C, D, DO และ OA ด้วย

รูป ABCDO ในภาพนี้เป็นกราฟที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเส้นตรง ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง



อธิบายภาพที่ 24

ในภาพนี้ พิจารณากราฟที่สอดคล้องกับ 5 อสมการ คือ อสมการ $4x + y \geq 200$, $x + y \geq 100$, $x + 4y \geq 200$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ โดยการเปลี่ยนจากอสมการเป็นสมการ และเขียนกราฟของสมการทั้งในภาพ จะมีกราฟของสมการต่าง ๆ คือ $4x + y = 200$, $x + y = 100$, $x + 4y = 200$ และ $x = 0$ และ $y = 0$ ของแกน y และแกน x ตามลำดับ หลังจากนั้นพิจารณาบริเวณที่สอดคล้องกับทั้ง 5 อสมการ



อธิบายภาพที่ 25

พื้นที่แรเงารูป $XABCDY$ มีจุดต่าง ๆ สอดคล้องทั้ง 5 อสมการ คืออสมการ $4x + y \geq 200$, $x + y \geq 100$, $x + 4y \geq 200$, $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ โดยรวมเส้นขอบ XA , AB , BC , CD และ DY ด้วย

รูป $XABCDY$ ในภาพนี้เป็นกราฟที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเส้นตรงปัญหาใดปัญหาหนึ่ง.

แบบฝึกหัดชุดที่ 2

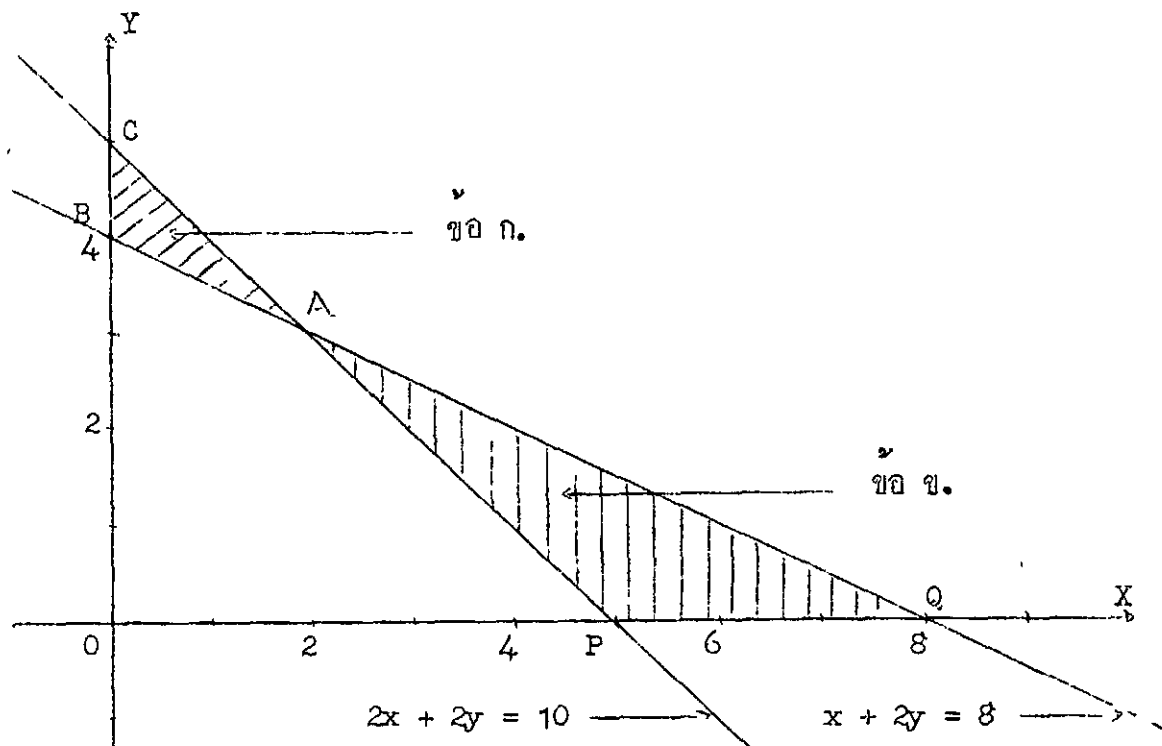
จงเขียนกราฟและหาเงาพื้นที่ที่ห้มีจุด (x, y) ต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับทุกอสมการของข้อต่อไปนี้

$$\text{ข้อ ก. } \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 0 \\ x + 2y \geq 8 \\ 2x + 2y \leq 10 \end{cases}$$

$$\text{ข้อ ข. } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 8 \\ 2x + 2y \geq 10 \end{cases}$$

และจงหาจุดมุมของรูปที่สอดคล้องกับทุกอสมการ ทั้งข้อ ก. และข้อ ข.

แบบฝึกหัดที่ 2



รูป ABC เป็นรูปที่สอดคล้องกับทุกสมการของข้อ ก. (มีจุด A, B, C เป็นจุดมุม)

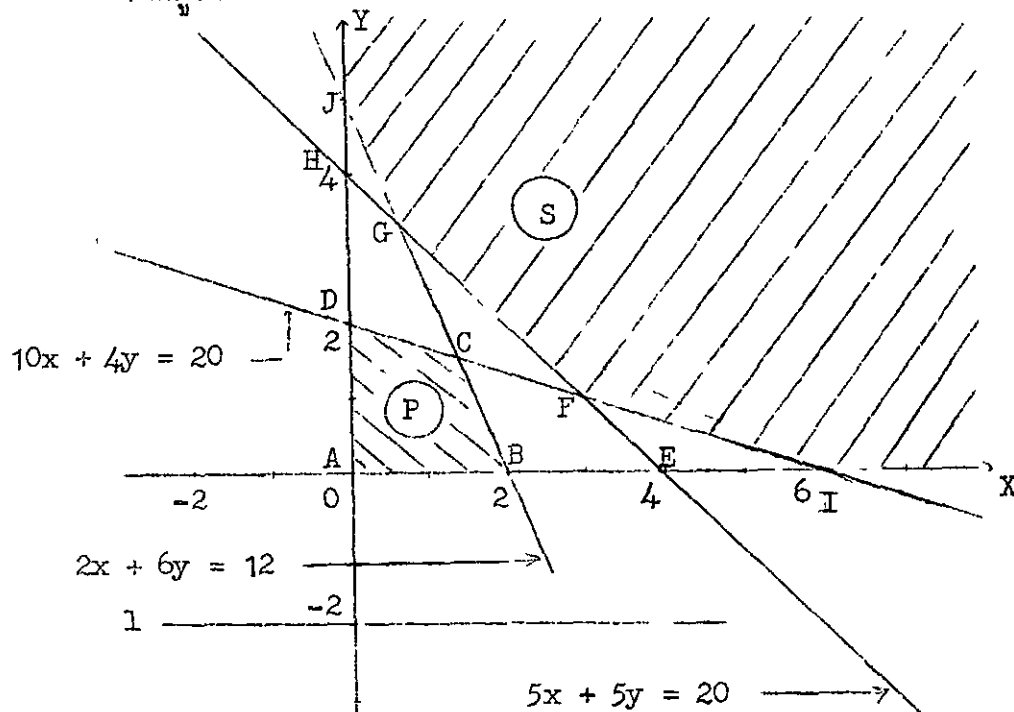
รูป APQ เป็นรูปที่สอดคล้องกับทุกสมการของข้อ ข. (มีจุด A, P, Q เป็นจุดมุม)

จากการแก้สมการได้ Coordinates ของจุดมุมดังนี้

จุดต่าง ๆ	A	B	C	P	Q
(x, y)	(2, 3)	(0, 4)	(0, 5)	(5, 0)	(8, 0)

แบบทดสอบชุดที่ 2 (25 นาที)

จากกราฟที่กำหนดให้ จงตอบแบบทดสอบต่อไปนี้



ก่อน ก. จงตอบคำถามข้อ 1 ถึงข้อ 3 โดยวงกลม ☐ ล้อมรอบตัวอักษร ก., ข., ค.

หรือ ง. หมายความว่าถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

ข้อ 1) จุด F มีโคออร์ดิเนตเป็น

ก. (0, 3) ข. (1, 0) ค. (3, 1) ง. (1, 3)

ข้อ 2) เส้นตรง 1 ที่ขนานกับแกน X มีสมการเป็น

ก. $x = 2$ ข. $x = -2$ ค. $y = 2$ ง. $y = -2$

ข้อ 3) จุด C ได้จากการแก้สมการ หรือหาจุดรวมของสมการคู่ใด

ก. $2x + 6y = 12$ กับ $5x + 5y = 20$ ข. $10x + 4y = 20$ กับ $5x + 5y = 20$

ค. $4x + 10y = 20$ กับ $2x + 6y = 12$ ง. $10x + 4y = 20$ กับ $6y + 2x = 12$

ก่อน ข. ข้อใดต่อไปนี้ทางซ้ายมือเป็นรูปในกราฟที่กำหนดให้ ทางขวามือเป็นชื่อของสมการที่กำหนดให้
จงจับคู่ระหว่างรูป และชื่อของสมการที่สอดคล้องกับรูปนั้น ๆ โดยตัวอักษร ก., ข., ค.
ง. หรือ จ. หมายความว่าชื่อของสมการทางขวามือให้หาข้อ 4, 5, 6, และ 7 ทางซ้ายมือ

รูปที่กำหนดให้

- ข้อ 4) รูป XIFGJY หรือบริเวณแรเงา S
 ข้อ 5) รูป ABCD หรือบริเวณแรเงา P
 ข้อ 6) รูป AEFCH
 ข้อ 7) รูป CFG

ชุดของอสมการที่กำหนดให้

$$\text{ก.} \begin{cases} 5x + 5y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ข.} \begin{cases} 10x + 4y \geq 20 \\ 2x + 6y \geq 12 \\ 5x + 5y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค.} \begin{cases} 10x + 4y \leq 20 \\ 2x + 6y \leq 12 \\ 5x + 5y \leq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ง.} \begin{cases} 10x + 4y \geq 20 \\ 2x + 6y \geq 12 \\ 5x + 5y \geq 20 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{จ.} \begin{cases} \text{ไม่มีชุดของอสมการ} \\ \text{ที่สอดคล้องกับรูป} \end{cases}$$

เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 2

ผู้ทำถูกต้องกว่า 5 ข้อ ให้พิจารณาจารย์ผู้สอน

ก. ขอ 1) ก. ข. ขอ 2) ง. ค. ขอ 3) ง.

ด. ขอ 4) ข. ขอ 5) ค. ขอ 6) ง. ขอ 7)

หน่วยย่อยที่ 3

การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

จุดมุ่งหมาย

เมื่อจบบทเรียนนี้แล้วผู้เรียนจะมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. บอกจุดมุมต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดได้ถูกต้อง
2. หาค่าสมการเป้าหมาย ณ จุดมุมได้ถูกต้อง
3. หาค่าขอบของปัญหาโปรแกรมเส้นตรงที่หาค่าได้แล้วได้ถูกต้อง
4. ทำโจทย์ที่เกี่ยวกับโปรแกรมเส้นตรงได้ถูกต้อง

ความรู้พื้นฐาน

ผู้เรียนจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับ การตั้งปัญหาโปรแกรมเส้นตรง และกราฟของอสมการเชิงเส้นต่าง ๆ

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ศึกษาบทเรียนที่ได้อธิบายและแสดงวิธีการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง ประกอบกับการฟังคำอธิบายจากเครื่องบันทึกเสียง
2. ทำแบบฝึกหัดชุดที่ 3

การประเมินผลการเรียนรู้

ทำแบบทดสอบชุดที่ 3

การเรียนรู้ซ่อมเสริม

หลังจากอาจารย์ตรวจแบบทดสอบชุดที่ 3 แล้ว ผู้ที่ทำถูกต้องตั้งแต่ 60 เปอร์เซ็นต์ ขึ้นไปถือว่าผ่าน ส่วนผู้ที่ทำถูกต้องต่ำกว่า 60 เปอร์เซ็นต์ ให้ปรึกษาอาจารย์ผู้สอน โดยนัดเวลาลงมา.

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน

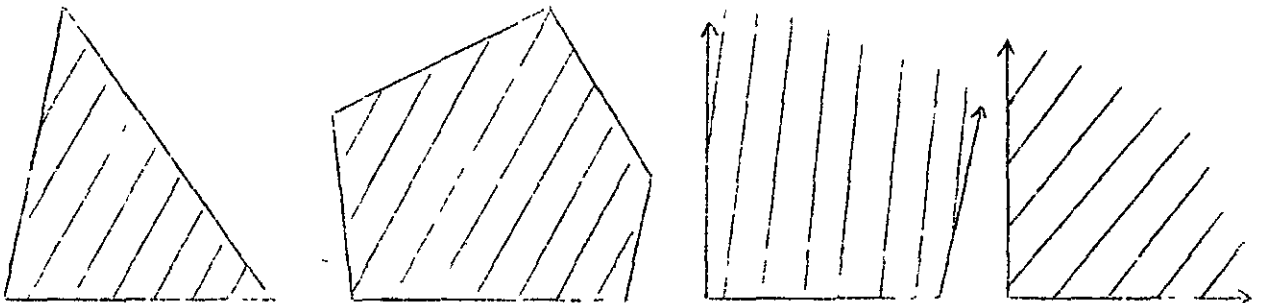
บทเรียนนี้เน้นบทเรียนที่อธิบายวิธีการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง และมีตัวอย่าง
การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง เป็นต่อ ๆ ไป ผู้เรียนก็ศึกษาการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง
พร้อมกับฟังคำอธิบายจากเครื่องบันทึกเสียง

การศึกษาให้ใกล้ชิด ผู้เรียนจะต้อง ดู ฟัง และคิดตามไปพร้อมๆ กัน และใน
ตอนท้ายให้ผู้เรียนฝึกทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง เมื่อผู้เรียนได้ศึกษาและทำตามไปโดยตลอดแล้ว
จะทำให้เข้าใจดีที่สุด

เมื่อเข้าใจคำชี้แจงก็แล้วศึกษาได้ในหน้าต่อไป.

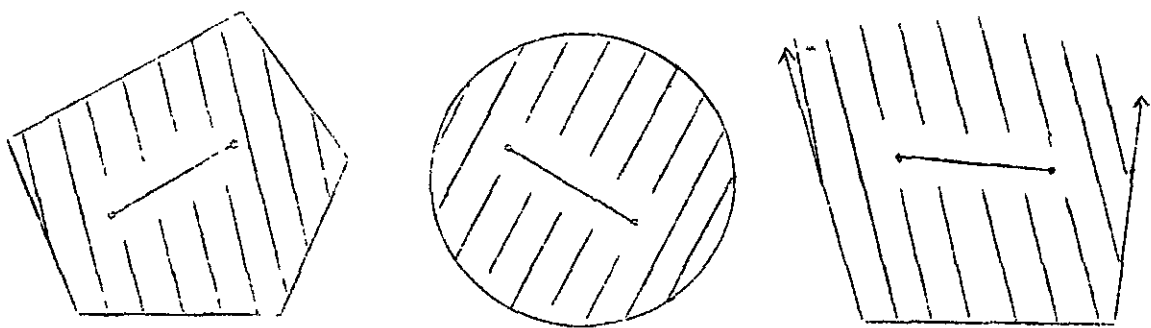
ทฤษฎีโปรแกรมเส้นตรง

จากปัญหาโปรแกรมเส้นตรง เมื่อเขียนกราฟของอสมการข้อจำกัด จะได้บริเวณที่มีจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับทุกอสมการเป็นรูปเหลี่ยมต่าง ๆ ที่มีลักษณะดังนี้

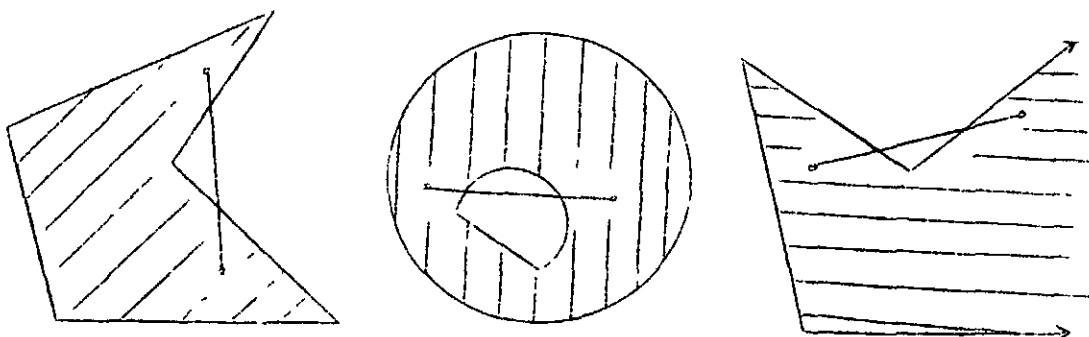


รูปเหลี่ยมที่ใดคุณสมบัติอย่างหนึ่ง คือ "เมื่อลากเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดใด ๆ ในรูปแล้ว เส้นตรงนั้นอยู่ในรูปเสมอ" รูปเหลี่ยมที่มีคุณสมบัตินี้เรียกว่า คอนเวกซ์เซต (Convex set)

ตัวอย่างรูปคอนเวกซ์เซต

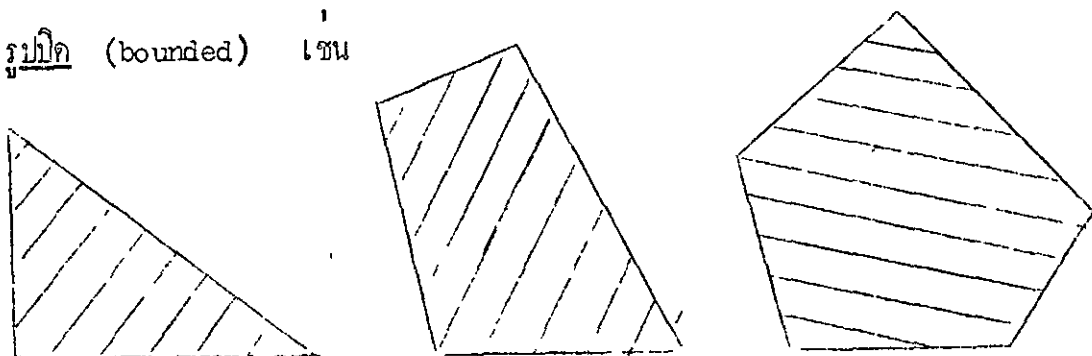


ตัวอย่างรูปที่ไม่เป็นคอนเวกซ์เซต

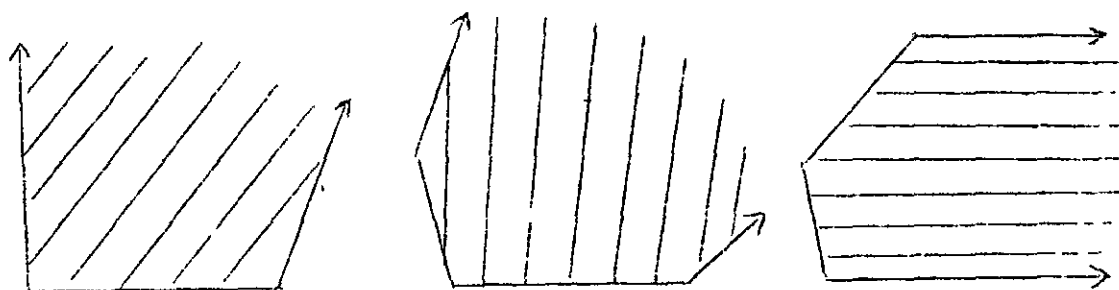


รูป Convex set มี 2 ประเภท คือ

1. รูปปิด (bounded) เช่น



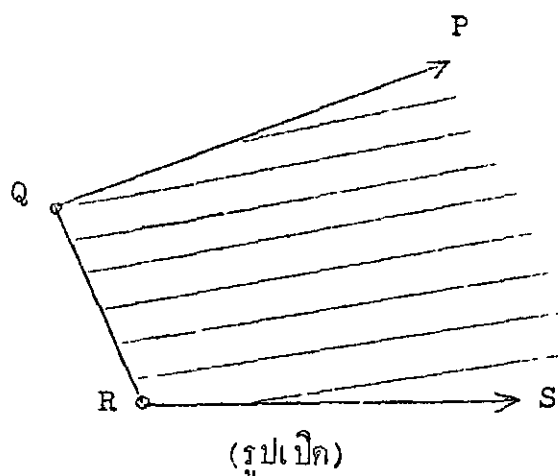
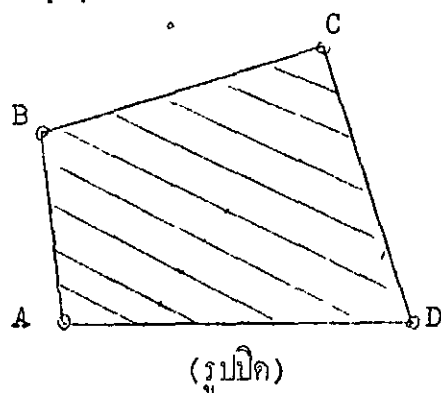
2. รูปเปิด (unbounded) เช่น



จุดมุม (Corner point)

จุดมุมของคอนเวกซ์ เซต คือจุดที่เกิดจากการตัดกันของเส้นตรง 2 เส้น ที่เป็นเส้นขอบของคอนเวกซ์ เซต

ตัวอย่างจุดมุมของคอนเวกซ์เซต



รูปปิด ABCD มีจุดมุม 4 จุด คือจุด A, B, C และ D

รูปเปิด PQRS มีจุดมุม 2 จุด คือจุด Q และจุด R

การแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงเรามีเทคนิคนี้

กราฟของอสมการข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเส้นตรง เป็นคอนเวกซ์เซต ถ้า
คอนเวกซ์เซต เป็นรูปเปิด ค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดของสมการเป้าหมาย

$$P = ax + by$$

จะเกิดขึ้นที่จุดมุมของคอนเวกซ์เซต

ถ้าคอนเวกซ์เซตเป็นรูปเปิด สมการเป้าหมาย

$$P = ax + by$$

อาจจะมีหรือไม่มีค่ามากที่สุด หรือน้อยที่สุด แต่ถ้ามี่จะเกิดขึ้นที่จุดมุมของคอนเวกซ์เซต

ขั้นตอนของการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรง

โดยทฤษฎีโปรแกรมเส้นตรง เราดำเนินการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงเป็น 3 ขั้นตอน
ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำทุกอสมการข้อจำกัด ไปเขียนกราฟหาพื้นที่ feasible region (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับ
ทุกอสมการ

ขั้นที่ 2 หาสมการหา Coordinates เฉพาะจุดมุมของคอนเวกซ์เซต ที่ได้จากขั้นที่ 1

ขั้นที่ 3 นำค่า x และ y ของแต่ละจุดมุมในขั้นที่ 2 ไปแทนในสมการเป้าหมาย แล้ว
เปรียบเทียบค่าสมการเป้าหมาย จุดมุมที่ให้ค่าสมการเป้าหมาย มากที่สุด หรือ
น้อยที่สุด ตามสมการเป้าหมายของปัญหาโปรแกรมเส้นตรงนั้น ๆ เป็นจุดที่ให้คำตอบ

ตัวอย่างที่ 1

จงแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงจากปัญหาโปรแกรมที่ส่งเอาไว้อย่างนี้

$\begin{aligned} \text{Max; } P &= 10x + 12y \\ (0.2)x + (0.4)y &\leq 30 \\ (0.2)x + (0.2)y &\leq 20 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	สมการเป้าหมาย อสมการข้อจำกัด
---	--

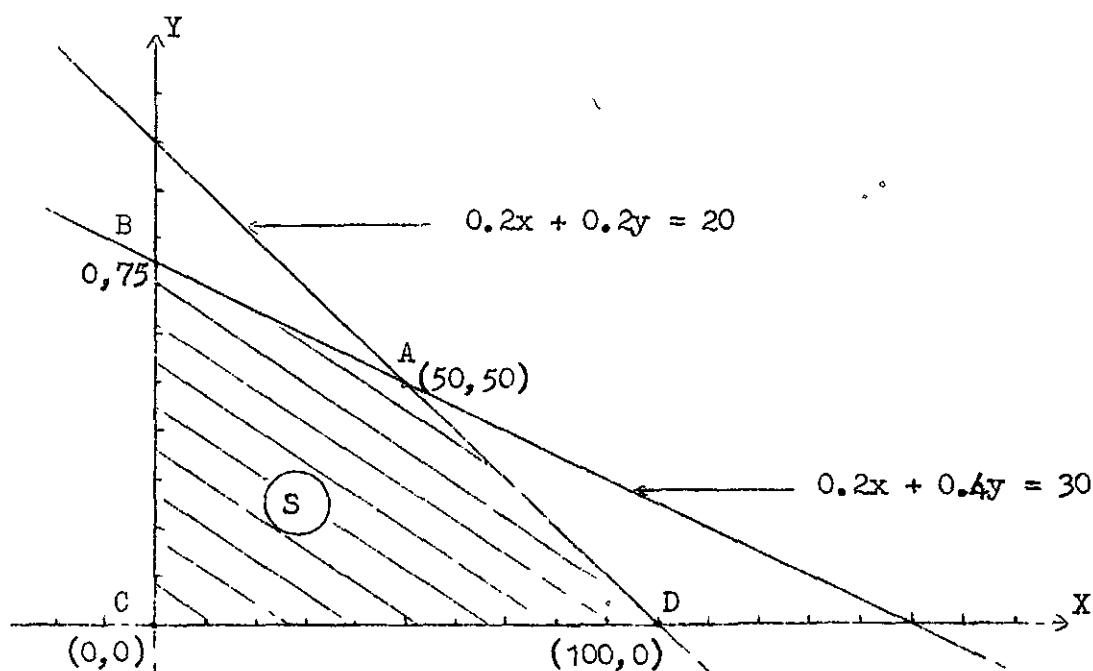
วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่มีจุด (x,y) สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการ โดยทำตามลำดับดังนี้

ก. เขียนกราฟของสมการ $(0.2)x + (0.4)y = 30$

ข. เขียนกราฟของสมการ $(0.2)x + (0.2)y = 20$

ค. พิจารณาคำอธิบายบริเวณที่มีจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด



∴ พื้นที่แรเงาบริเวณ (S) หรือรูป ABCD เป็นพื้นที่ที่มีจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

ขั้นตอนที่ 2 แกสมการหา Coordinates ของจุดมุมของรูป ABCD

จุด A ได้จากการแก้สมการ $0.2x + 0.4y = 30 \dots\dots\dots(a)$

และ $0.2x + 0.2y = 20 \dots\dots\dots(b)$

$(a) - (b) \dots\dots\dots 0.2y = 10$

$\dots\dots\dots y = 50$

แทน $y = 50$ ใน (b) $\dots\dots\dots 0.2x = 20 - 10$

$\dots\dots\dots x = 50$

ดังนั้น Coordinates ของจุด A คือ $(50, 50)$

จุด B เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดแกน Y ดังนั้น $x = 0$

$$\text{เอา } x = 0 \text{ แทนใน (a) } \therefore 0 + 0.4y = 30$$

$$\therefore y = 75$$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(0, 75)$

จุด C คือจุดกำเนิด มี Coordinates เป็น $(0, 0)$

จุด D เกิดจากกราฟของสมการ (b) ตัดแกน X ดังนั้น $y = 0$

$$\text{เอา } y = 0 \text{ แทนใน (b) } \therefore 0.2x + 0 = 20 \therefore x = 100$$

ดังนั้น Coordinates ของจุด D คือ $(100, 0)$

นั่นคือ Coordinates ของจุด A, B, C, D คือ $(50, 50)$,

$(0, 75)$, $(0, 0)$, $(100, 0)$

ขั้นที่ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x, y)	$P = 10x + 12y$
$(50, 50)$	1,100 Max
$(0, 75)$	1,900
$(0, 0)$	0
$(100, 0)$	1,000

จากการเปรียบเทียบ จุด $(50, 50)$ ให้ค่า P มากที่สุด คือ $P = 1,100$ ดังนั้น

เมื่อ $x = 50$ และ $y = 50$ จะให้ P มากที่สุด คือ 1,100

Ans

ตัวอย่างที่ 2

จงแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงจากปัญหาโปรแกรมเส้นตรงที่เพิ่งเอาไว้แล้ว ดังนี้

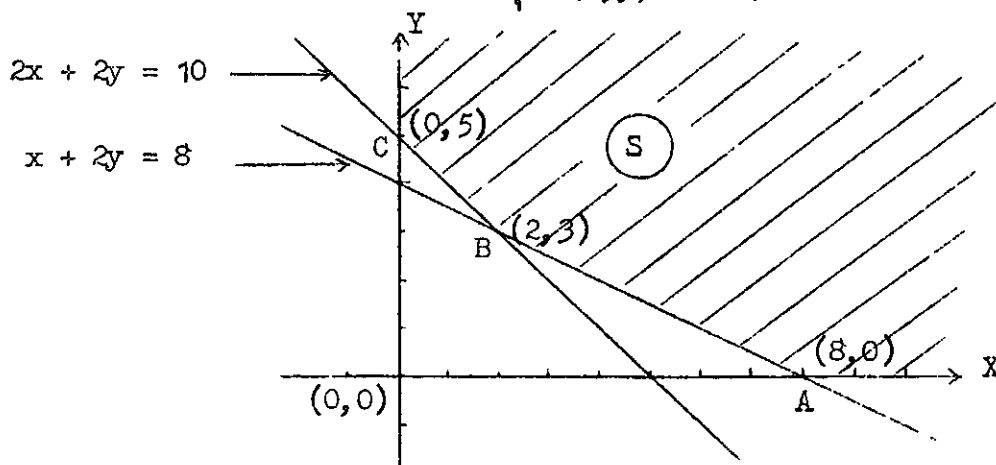
$\begin{aligned} \text{Min; } P &= 3x + 4y \\ x + 2y &\geq 8 \\ 2x + 2y &\geq 10 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	$\left. \begin{array}{l} \text{สมการเป้าหมาย} \\ \text{อสมการข้อจำกัด} \end{array} \right\}$
---	--

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่จุด (x, y) สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

ทั้ง 4 อสมการ โดยทำตามลำดับดังนี้

- ก. เขียนกราฟของสมการ $x + 2y = 8$
- ข. เขียนกราฟของสมการ $2x + 2y = 10$
- ค. พิจารณาบริเวณที่จุด (x, y) ต่างๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด



∴ พื้นที่แรเงาบริเวณ (S) หรือรูป XABCY เป็นพื้นที่ที่จุด (x, y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

ข้อ 2 แกสมการหา Coordinates ของจุดมุมของรูป XBCY

จุด B ได้จากการแก้สมการ $x + 2y = 8$ (a)

และ $2x + 2y = 10$ (b)

$$(b) - (a) \therefore x = 2$$

แทน $x = 2$ ใน (a) $\therefore 2 + 2y = 8$

$$\therefore y = 3$$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ (2,3)

จุด A เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดกับแกน X ดังนั้น $y = 0$

เอา $y = 0$ แทนใน (a) $\therefore x = 8$

ดังนั้น Coordinates ของจุด A คือ (8,0)

จุด C เกิดจากกราฟของสมการ (b) ตัดกับแกน Y ดังนั้น $x = 0$

เอา $x = 0$ แทนใน (b) $\therefore 2y = 10$

$$\therefore y = 5$$

ดังนั้น Coordinates ของจุด C คือ (0,5)

นั่นคือ Coordinates ของจุดมุม B,A,C คือ (2,3),

(8,0), (0,5)

ข้อ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x,y)	$P = 3x + 4y$
(2,3)	18 Min
(8,0)	24
(0,5)	20

จากการเปรียบเทียบ จุด (2,3) ให้ค่า P น้อยที่สุด คือ $P = 18$

ดังนั้นเมื่อ $x = 2$ และ $y = 3$ จะให้ค่า P น้อยที่สุด คือ 18

Ans

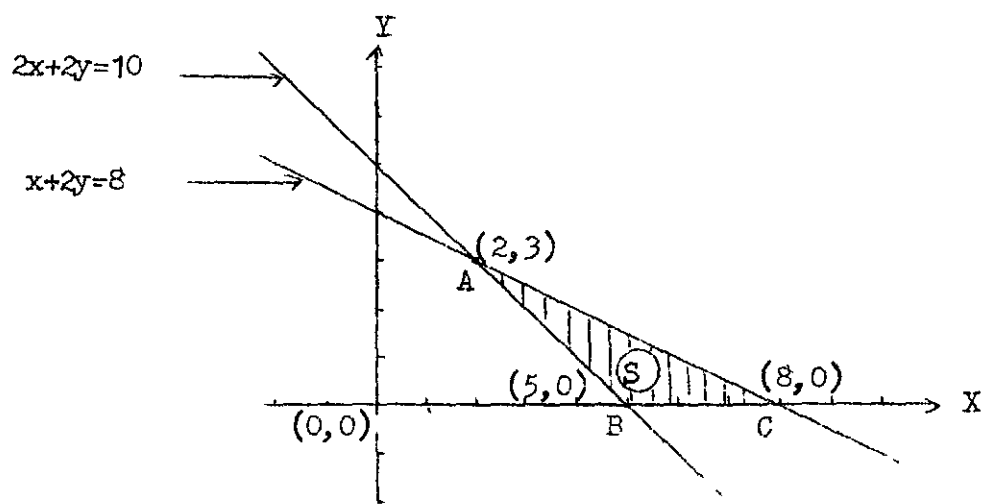
ตัวอย่างที่ 3 จงแก้ปัญหโปรแกรมเส้นตรงจากปัญหโปรแกรมเส้นตรงที่หามาไว้แล้ว ดังนี้

$\begin{aligned} \text{Max; } P &= 3x + 6y \\ x + 2y &\leq 8 \\ 2x + 2y &\geq 10 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	สมการเป้าหมาย อสมการข้อจำกัด
---	---

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่เติมจุด (x,y) สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 โดยทำตามลำดับดังนี้

- ก. เขียนกราฟของสมการ $x + 2y = 8$
- ข. เขียนกราฟของสมการ $2x + 2y = 10$
- ค. พิจารณาบริเวณที่เติมจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด



$\therefore$ พื้นที่ภายในบริเวณ (S) เป็นพื้นที่เติมจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับ

4 อสมการ

ขั้นที่ 2 แก่สมการหา Coordinates ของจุดมุมของรูป ABC

จุด A ได้จากการแก้สมการ $x + 2y = 8 \dots\dots\dots(a)$

และ $2x + 2y = 10 \dots\dots\dots(b)$

$$(b) - (a) \therefore x = 2$$

$$\text{แทน } x = 2 \text{ ใน } (a) \therefore 2 + 2y = 8$$

$$\therefore y = 3$$

ดังนั้น Coordinates ของจุด A คือ $(2, 3)$

จุด B เกิดจากกราฟของสมการ (b) ตัดกับแกน X ดังนั้น $y = 0$

$$\text{เอา } y = 0 \text{ แทนใน } (b) \therefore 2x + 0 = 10$$

$$\therefore x = 5$$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(5, 0)$

จุด C เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดกับแกน X ดังนั้น $y = 0$

$$\text{เอา } y = 0 \text{ แทนใน } (a) \therefore x = 8$$

ดังนั้น Coordinates ของจุด C คือ $(8, 0)$

นั่นคือ Coordinates ของจุด A, B, C คือ $(2, 3),$

$(5, 0), (8, 0)$

ขั้นที่ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x, y)	$P = 3x + 6y$
$(2, 3)$	24 Max
$(5, 0)$	15
$(8, 0)$	24 Max

จากการเปรียบเทียบจุด $(2, 3)$ และจุด $(8, 0)$ ให้ค่า P มากที่สุด คือ $P = 24$

ดังนั้น เมื่อ $x = 2$ และ $y = 3$ จะให้ค่า P มากที่สุด คือ 24

หรือ $x = 8$ และ $y = 0$ จะให้ค่า P มากที่สุด คือ 24

Ans

การแก้ปัญหาโดยวิธีของการโปรแกรมเส้นตรง กระทำดังนี้ คือ

1. แปลโจทย์ และตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรง ตามที่ได้ศึกษาแล้วในหน่วยย่อยที่ 1
2. แก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงนั้น

ตัวอย่างที่ 4

ปลาในบ่อแต่ละวันจะต้องได้โปรตีน คาร์โบไฮเดรต และไขมัน ไม่ต่ำกว่า 6, 8 และ 9 กรัม ตามลำดับ ในอาหารชนิด A ลูกหนึ่ง ๆ มีโปรตีน คาร์โบไฮเดรต และไขมัน เท่ากับ 1, 2 และ 1 กรัมตามลำดับ และราคาถุงละ 7 บาท ในอาหารชนิด B ลูกหนึ่ง ๆ มีโปรตีน คาร์โบไฮเดรต และไขมัน เท่ากับ 1, 1 และ 2 กรัมตามลำดับ และราคาถุงละ 5 บาท ควรซื้ออาหารชนิด A และ B อย่างละกี่ถุง จึงจ่ายเงินน้อยที่สุด และน้อยเท่าไร

วิธีทำ สมมติให้ x = จำนวนถุงของอาหารชนิด A ที่จะซื้อ

y = จำนวนถุงของอาหารชนิด B ที่จะซื้อ

และ P = จำนวนเงินที่ต้องจ่าย (บาท)

ตั้งเป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ ดังนี้

$\begin{aligned} \text{Max; } P &= 7x + 5y \\ x + y &\geq 6 \\ 2x + y &\geq 8 \\ x + 2y &\geq 9 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	สมการเป้าหมาย } อสมการข้อจำกัด
--	---

ขั้นที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่บรรจุ (x, y) สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดทั้ง

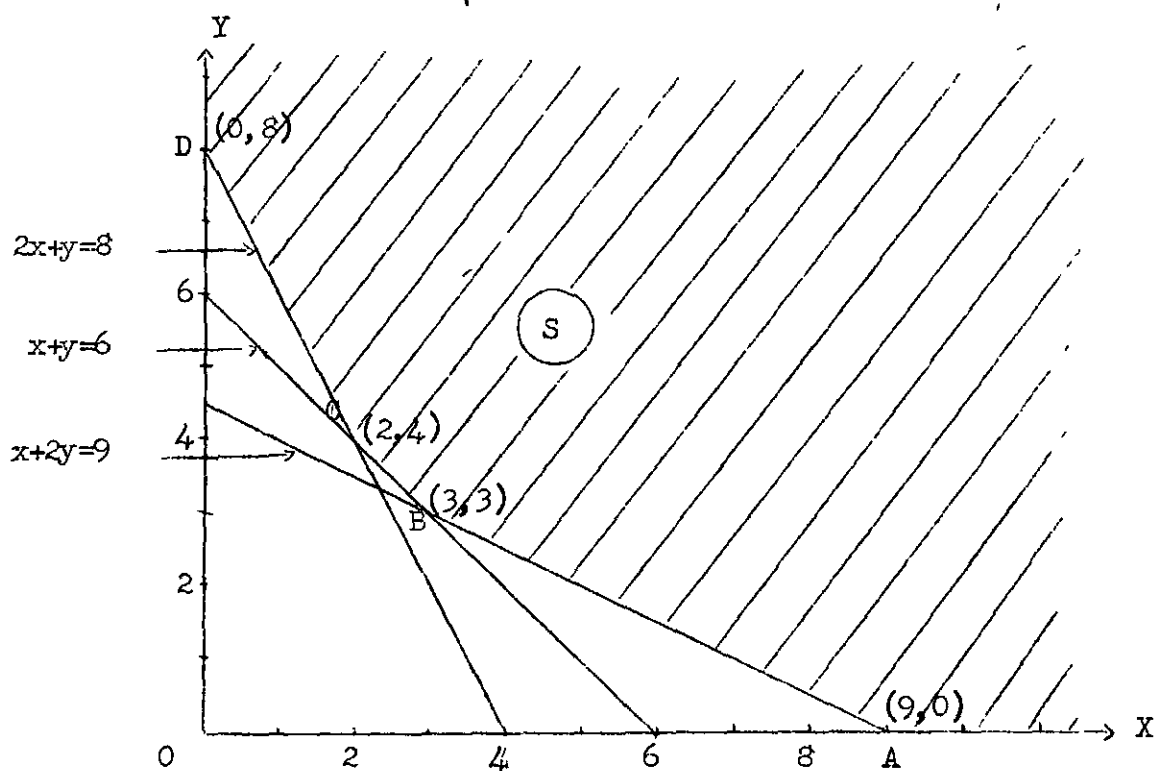
5 อสมการ โดยทำตามลำดับดังนี้

ก. เขียนกราฟของสมการ $x + y = 6$

ข. เขียนกราฟของสมการ $2x + y = 8$

ก. เขียนกราฟของสมการ $x + 2y = 9$

ง. พิจารณาวงบริเวณที่มีจุด (x, y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับสมการข้อจำกัด



$\therefore$ พื้นที่แรเงาบริเวณ (S) เป็นพื้นที่ที่มีจุด (x, y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับ

5. อสมการ

ขั้นที่ 2 แทนสมการหา Coordinates ของจุดมุมรูป XABCY

จุด B ได้จากการแก้สมการ $x + 2y = 9$ (a)

และ $x + y = 6$ (b)

(a) - (b) $\therefore y = 3$

แทน $y = 3$ ใน (b) $\therefore x = 3$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(3, 3)$

จุด C ได้จากการแก้สมการ $x + y = 6$ (b)

และ $2x + y = 8$ (c)

(c) - (b) $\therefore x = 2$

แทน $x = 2$ ใน (b) $\therefore y = 4$

ดังนั้น Coordinates ของ c คือ $(2, 4)$

จุด A เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดแกน X ดังนั้น $y = 0$

แทน $y = 0$ ใน (a) $\therefore x = 9$

ดังนั้น Coordinates ของจุด A คือ $(9, 0)$

จุด D เกิดจากกราฟของสมการ (c) ตัดแกน Y ดังนั้น $x = 0$

แทน $x = 0$ ใน (c) $\therefore y = 8$

ดังนั้น Coordinates ของจุด D คือ $(0, 8)$

นั่นคือ Coordinates ของจุด A, B, C, D คือ $(9, 0),$

$(3, 3), (2, 4), (0, 8)$

ขั้นที่ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x, y)	$P = 7x + 5y$
$(9, 0)$	63
$(3, 3)$	36
$(2, 4)$	34.....Min
$(0, 8)$	40

จากการเปรียบเทียบจุด $(2, 4)$ ให้ค่า P น้อยที่สุด คือ $P = 34$

ดังนั้นควรซื้ออาหารชนิด A 2 ถัง และชนิด B 4 ถัง จะจ่ายเงินน้อยที่สุด
คือจ่ายเงินเพียง 34 บาท

Ans

แบบฝึกหัดที่ 3

จงแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากปัญหาคณิตศาสตร์ที่ส่งมาให้แล้ว

ข้อ 1

$$\begin{array}{l} \text{Min; } P = 6x + 3y \\ \left. \begin{array}{l} x + y \geq 7 \\ 2x + y \geq 10 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

ข้อ 2

$$\begin{array}{l} \text{Max; } P = 30,000x + 10,000y \\ \left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 80 \\ x + y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

เมื่อทำเสร็จเรียบร้อยแล้ว ขอเชิญอาจารย์ไปตรวจ.

เฉลยแบบฝึกหัดชุดที่ 3

ข้อ 1) วิธีทำ

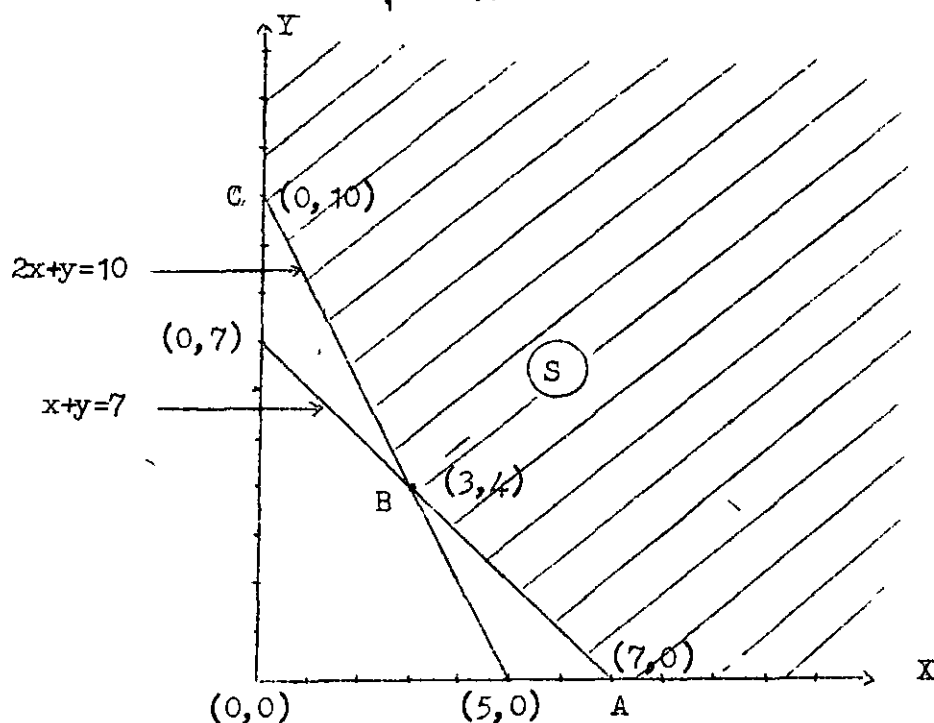
ขั้นที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่มุมจุด (x,y) สอดคล้องกับข้อสมการข้อจำกัด

พ 4 ข้อสมการ โดยทำตามลำดับดังนี้

ก. เขียนกราฟของสมการ $x + y = 7$

ข. เขียนกราฟของสมการ $2x + y = 10$

ค. พิจารณาคำบริเวณที่มุมจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับข้อสมการข้อจำกัด



∴ รูป YABCX หรือบริเวณแรเงา (S) เป็นบริเวณที่มุมจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับข้อสมการข้อจำกัด

ขั้นที่ 2 ขั้นตอนที่ 2 แทนสมการหา Coordinates ของจุดมุมของรูป XABCY

จุด B ได้จากการแก้สมการ $x + y = 7$ (a)

$2x + y = 10$ (b)

(b) - (a) ∴ $x = 3$

แทน $x = 3$ ใน (a) ∴ $y = 4$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(3, 4)$

จุด A เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดแกน X ดังนั้น $y = 0$

เอา $y = 0$ แทนใน (a) $\therefore x = 7$

ดังนั้น Coordinates ของจุด A คือ $(7, 0)$

จุด C เกิดจากกราฟของสมการ (b) ตัดแกน Y ดังนั้น $x = 0$

เอา $x = 0$ แทนใน (b) $\therefore y = 10$

ดังนั้น Coordinates ของจุด C คือ $(0, 10)$

นั่นคือ Coordinates ของจุด A, B, C คือ $(7, 0)$, $(3, 4)$, $(0, 10)$

ขั้นที่ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x, y)	$P = 6x + 3y$
$(0, 10)$	30 Min.
$(3, 4)$	30 Min
$(7, 0)$	42

จากการเปรียบเทียบจุด $(0, 10)$ และจุด $(3, 4)$ ใ้ค่า P น้อยที่สุด คือ $P = 30$

ดังนั้น เมื่อ $x = 0$ และ $y = 10$ จะให้ค่า P น้อยที่สุด คือ 30

หรือ $x = 3$ และ $y = 4$ จะให้ค่า P น้อยที่สุด คือ 30

Ans

ข้อ 2) วิธีทำ

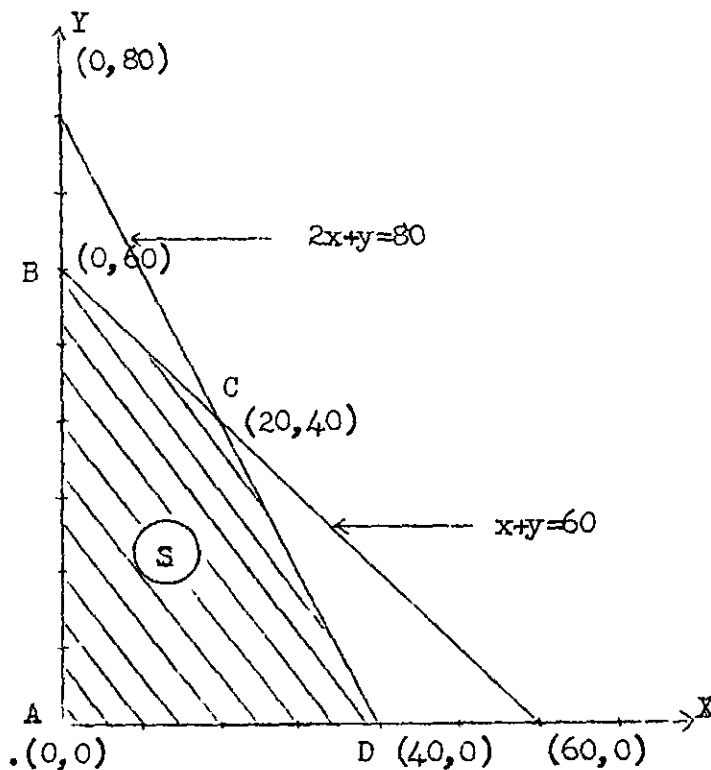
ขั้นที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่จุด (x, y) สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด

ทั้ง 4 อสมการ โดยทำตามลำดับดังนี้

ก. เขียนกราฟของสมการ $2x + y = 80$

ข. เขียนกราฟของสมการ $x + y = 60$

ค. พิจารณาระบบอสมการ (x, y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด



∴ รูป ABCD หรือบริเวณแรเงา (S) เป็นบริเวณที่จุด (x,y) ต่างๆ สอดคล้องกับ
อสมการข้อจำกัด

ขั้นที่ 2 แกสมการหา Coordinates ของจุดมุมของรูป ABCD

จุด A คือจุดกำเนิด Coordinates เป็น $(0,0)$

จุด C ได้จากการแก้สมการ $2x + y = 80$ (a)

และ $x + y = 60$ (b)

(a) - (b) ∴ $x = 20$

แทน $x = 20$ ใน (b) ∴ $y = 40$

ดังนั้น Coordinates ของจุด C คือ $(20,40)$

จุด B เกิดจากกราฟของสมการ (b) ตัดแกน Y ดังนั้น $x = 0$

เอา $x = 0$ แทนใน (b) ∴ $y = 60$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(0,60)$

จุด D เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดแกน X ดังนั้น $y = 0$

เอา $y = 0$ แทนใน (a) ∴ $2x = 80$

ดังนั้น Coordinates ของจุด D คือ $(40,0)$

นั่นคือ Coordinates ของจุด A, B, C, D คือ $(0,0)$, $(0,60)$, $(20,40)$, $(40,0)$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x,y)	$P = 30,000x + 10,000y$
(0,0)	0
(0,60)	600,000
(20,40)	1,000,000
(40,0)	1,200,000 Max.

จากการเปรียบเทียบจุด (40,0) ให้ค่า P มากที่สุด คือ $P = 120,000$
 ดังนั้น เมื่อ $x = 40$ และ $y = 0$ จะให้ค่า P มากที่สุด คือ 120,000

Ans

แบบทดสอบชุดที่ 3 (50 นาที)

จงแก้ปัญหาต่อไปนี้

ข้อ 1) บริษัทผลิตอาหารกระป๋องชนิด A และชนิด B โดยที่ชนิด A แต่ละกระป๋อง ต้องเสียเวลาในโรงงานที่ I นาน 12 ชั่วโมง และในโรงงานที่ II นาน 4 ชั่วโมง และขายได้กระป๋องละ 24 บาท ส่วนชนิด B แต่ละกระป๋องต้องเสียเวลาในโรงงานที่ I นาน 4 ชั่วโมง และในโรงงานที่ II นาน 8 ชั่วโมง และขายได้กระป๋องละ 8 บาท แต่โรงงานที่ I และที่ II มีเวลาทำงานไ้กันละ 60 และ 40 ชั่วโมง ตามลำดับ จงคำนวณหาทางบริษัทควรจะผลิตอาหารกระป๋องชนิด A และชนิด B อย่างละกี่กระป๋องต่อวัน จึงจะได้เงินจากการขายมากที่สุด และได้มากเท่าไร

สมมติให้ x = จำนวนกระป๋องของอาหารชนิด A ที่จะผลิต

y = จำนวนกระป๋องของอาหารชนิด B ที่จะผลิต

และ P = จำนวนเงินที่ขายได้ (บาท)

ทั้งนี้เป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงใดดังนี้

$\begin{aligned} \text{Max; } P &= 24x + 8y \\ 12x + 4y &\leq 60 \\ 4x + 8y &\leq 40 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	$\left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\}$	สมการเป้าหมาย อสมการข้อจำกัด
---	---	--

ข้อ 2) คน 9 คน ต้องการนาสัมภาระ 12 คัน เดินทางข้ามประเทศโดยทางเรือ
 เรือชนิด A ลำหนึ่ง ๆ มีที่ให้นอนโดยสาร 1 คน และมีที่สำหรับสัมภาระอีก 1 คัน
 เรือชนิด B ลำหนึ่ง ๆ มีที่ให้นอนโดยสาร 2 คน และมีที่สำหรับสัมภาระอีก 3 คัน
 อยากทราบว่า จะต้องจ้างเรือชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ลำ จึงจะจ่ายเงินน้อยที่สุด
 และน้อยเท่าไร โดยที่ค่าจ้างเรือชนิด A และชนิด B ลำละ 4,200 บาท และ
 10,000 บาท ตามลำดับ

ข้อ 3) ช่างตัดเสื้อมีผ้าฝ้าย 16 หลา ผ้าไหม 11 หลา และผ้าขนสัตว์ 15 หลา
 เขาต้องการเอาผ้าเหล่านี้ตัดเสื้อสูท และเสื้อคลุม ขายส่งตามร้านขายเสื้อต่าง ๆ เสื้อสูท
 ตัวหนึ่ง ๆ ใช้ผ้าฝ้าย 2 หลา ผ้าไหม 2 หลา ผ้าขนสัตว์ 1 หลา และร้านรับซื้อตัวละ
 300 บาท เสื้อคลุมตัวหนึ่ง ๆ ใช้ผ้าฝ้าย 1 หลา ผ้าไหม 2 หลา ผ้าขนสัตว์ 3 หลา
 และร้านรับซื้อตัวละ 500 บาท

เขาควรถัดเสื้อสูท และเสื้อคลุมอย่างละกี่ตัว จึงจะขายส่งได้เงินมากที่สุด และ
 มากเท่าไร

เฉลยแบบทดสอบชุดที่ 3

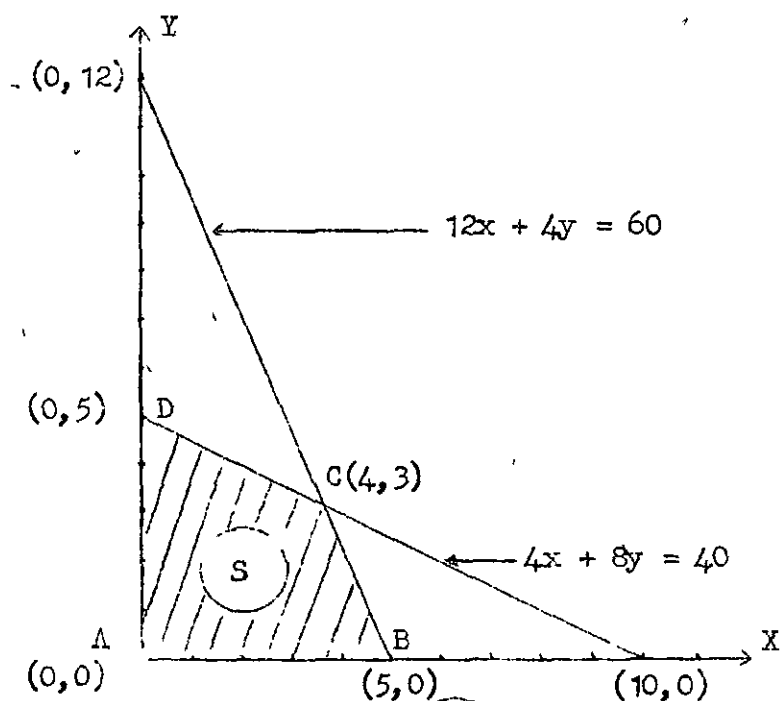
ข้อ 1)

ขั้นที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่เพิ่มจุด (x,y) สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดทั้ง 4 อสมการ โดยหาตามลำดับดังนี้

ก. เขียนกราฟของสมการ $12x + 4y = 60$

ข. เขียนกราฟของสมการ $4x + 8y = 40$

ค. พิจารณาบริเวณที่เพิ่มจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด



∴ พื้นที่เงาบริเวณ (S) เป็นพื้นที่เพิ่มจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับ

4 อสมการ

ขั้นตอนที่ 2 แก่สมการหา Coordinates ของจุดมุมรูป ABCD

จุด C ได้จากการแก้สมการ $12x + 4y = 60$ (a)

และ $4x + 8y = 40$ (b)

$$2(a) - (b) \therefore x = 4$$

แทน $x = 4$ ใน (b) $\therefore y = 3$

ดังนั้น Coordinates ของจุด C คือ $(4, 3)$

จุด B เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดแกน X ดังนั้น $y = 0$

แทน $y = 0$ ใน (a) $\therefore x = 5$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(5, 0)$

จุด D เกิดจากกราฟของสมการ (b) ตัดแกน Y ดังนั้น $x = 0$

แทน $x = 0$ ใน (b) $\therefore y = 5$

ดังนั้น Coordinates ของจุด D คือ $(0, 5)$

จุด A เป็นจุดกำเนิดมี Coordinates เป็น $(0, 0)$

นั่นคือ Coordinates ของจุด A, B, C, D คือ $(0, 0), (5, 0), (4, 3), (0, 5)$

ขั้นตอนที่ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x,y)	$P = 24x + 8y$
$(0, 0)$	0
$(5, 0)$	120 --- Max.
$(4, 3)$	120 --- Max.
$(0, 5)$	40

จากการเปรียบเทียบจุด $(5, 0)$ และ $(4, 3)$ ในค่า P มากที่สุด คือ $P = 120$

ดังนั้นควรผลิตอาหารกระป๋องชนิด A อย่างเดียว 5 กระป๋อง จึงขายได้เงิน

มากที่สุด 120 บาท

หรือควรผลิตอาหารกระป๋องชนิด A 4 กระป๋อง และชนิด B 3 กระป๋อง
จึงขายได้เงินมากที่สุด 120 บาท

Ans

ข้อ 2) สมมติให้ $x =$ จำนวนลำของเรือชนิด A ที่จะจ้าง

$y =$ จำนวนลำของเรือชนิด B ที่จะจ้าง

$P =$ จำนวนเงินค่าจ้างทั้งหมด (บาท)

ทั้งนี้เป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ดังนี้

$\begin{aligned} \text{Max; } P &= 4,200x + 10,000y \\ x + 2y &\geq 9 \\ x + 3y &\geq 12 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$	สมการเป้าหมาย อสมการข้อจำกัด
---	---	-------------------------------------

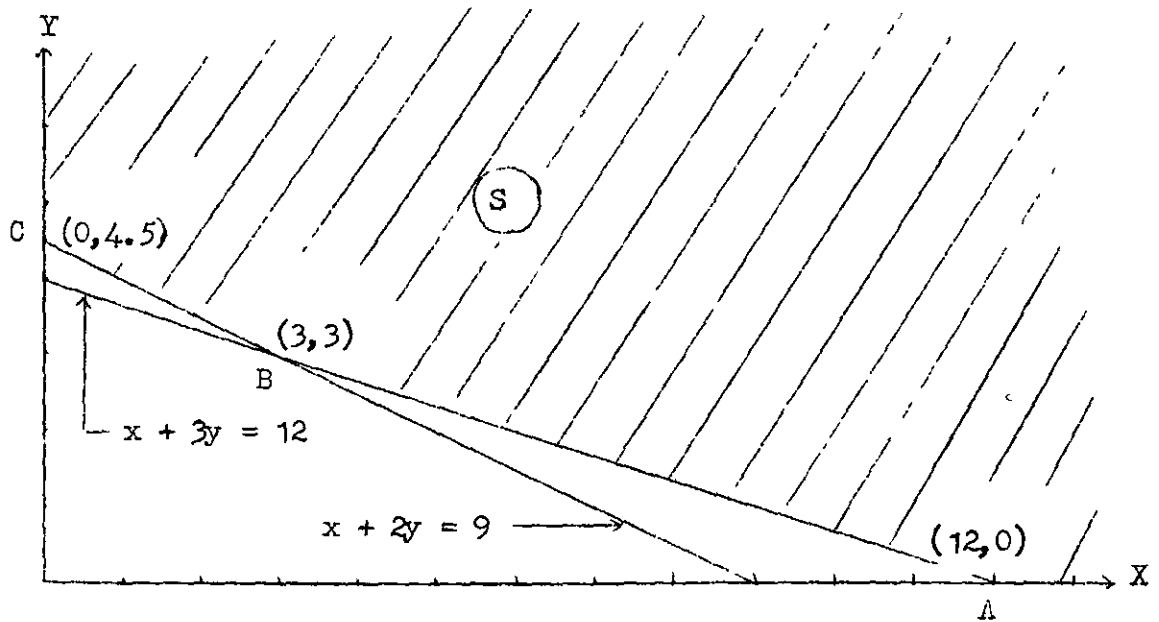
ขั้นที่ 1 เขียนกราฟหาบริเวณเพิ่มจุด (x,y) สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดทั้ง

4 อสมการ โดยทำตามลำดับดังนี้

ก. เขียนกราฟของสมการ $x + y = 9$

ข. เขียนกราฟของสมการ $2x + 3y = 12$

ค. พิจารณาเพิ่มจุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัด



∴ พื้นที่ภายใต้บริเวณ (S) เป็นพื้นที่ที่มีจุด (x, y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับ

4 อสมการ

ขั้นที่ 2 แก่สมการหา Coordinates ของจุดมุมรูป XABCY

จุด B ได้จากการแก้สมการ $x + 2y = 9$ (a)

และ $x + 3y = 12$ (b)

(b) - (a) ∴ $y = 3$

แทน $y = 3$ ใน (b) ∴ $x = 3$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(3, 3)$

จุด C ได้จากกราฟของสมการ (a) ตัดแกน Y ดังนั้น $x = 0$

แทน $x = 0$ ใน (a) ∴ $y = 4.5$

ดังนั้น Coordinates ของจุด C คือ $(0, 4.5)$

จุด A ได้จากกราฟของสมการ (b) ตัดแกน X ดังนั้น $y = 0$

แทน $y = 0$ ใน (b) ∴ $x = 12$

ดังนั้น Coordinates ของจุด A คือ $(12, 0)$

นั่นคือ Coordinates ของจุด A, B, C คือ $(12, 0), (3, 3), (0, 4.5)$

ข้อ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม (x,y)	$P = 4,200x + 10,000y$
(12,0)	50,400
(3,3)	42,600 ----- Min.
(0,4.5)	45,000

จากการเปรียบเทียบจุด (3,3) ในค่า P น้อยที่สุด คือ $P = 42,600$
 ดังนั้นการจ้างเรือชนิด A 3 ลำ และชนิด B 3 ลำ จึงจ่ายเงินน้อยที่สุด

42,600 บาท

Ans

ข้อ 3) สมมติให้ x = จำนวนเสื้อสูทที่จะตัด
 y = จำนวนเสื้อคลุมที่จะตัด
 และ P = จำนวนเงินที่ขายได้ (บาท)
 ก็เป็นปัญหาโปรแกรมเส้นตรงได้ดังนี้

$\begin{aligned} \text{Max; } P &= 300x + 500y \\ 2x + y &\leq 16 \\ x + 2y &\leq 11 \\ x + 3y &\leq 15 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\}$	สบการเป้าหมาย ข้อสมการข้อจำกัด
--	---	---

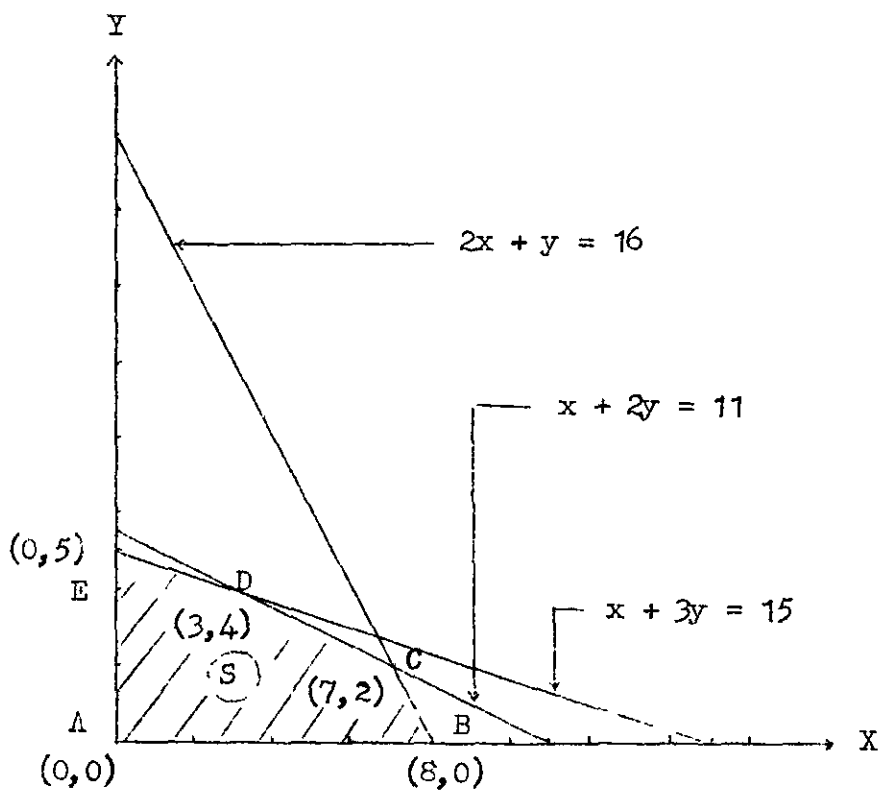
ข้อ 1 เขียนกราฟหาบริเวณที่จุด (x,y) สอดคล้องกับสมการข้อจำกัดทั้ง 5 ข้อ โดยทำตามลำดับดังนี้

ก. เขียนกราฟของสมการ $2x + y = 16$

ข. เขียนกราฟของสมการ $x + 2y = 11$

ค. เขียนกราฟของสมการ $x + 3y = 15$

ง. พิจารณหาบริเวณที่จุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับสมการข้อจำกัด



∴ พื้นที่หาบริเวณ (S) เป็นพื้นที่จุด (x,y) ต่าง ๆ สอดคล้องกับ

5 ข้อ

ข้อ 2 แก่สมการหา Coordinates ของจุดมุมรูป ABCD

จุด C ไ้จากการแก้สมการ $2x + y = 16$ (a)

และ $x + 2y = 11$ (b)

$2(a) - (b)$ ∴ $x = 7$

แทน $x = 7$ ใน (a) ∴ $y = 2$

ดังนั้น Coordinates ของจุด C คือ $(7, 2)$

จุด D ได้จากการแก้สมการ $x + 2y = 11$ (b)

และ $x + 3y = 15$ (c)

$$(c) - (b) \quad \therefore \quad y = 4$$

แทน $y = 4$ ใน (b) $\therefore \quad x = 3$

ดังนั้น Coordinates ของจุด D คือ $(3, 4)$

จุด B เกิดจากกราฟของสมการ (a) ตัดแกน X ดังนั้น $y = 0$

แทน $y = 0$ ใน (a) $\therefore \quad x = 8$

ดังนั้น Coordinates ของจุด B คือ $(8, 0)$

จุด E เกิดจากกราฟของสมการ (c) ตัดแกน y ดังนั้น $x = 0$

แทน $x = 0$ ใน (c) $\therefore \quad y = 5$

ดังนั้น Coordinates ของจุด E คือ $(0, 5)$

จุด A เป็นจุดกำเนิด มี Coordinates เป็น $(0, 0)$

ดังนั้น Coordinates ของจุด A, B, C, D, E คือ $(0, 0), (8, 0), (7, 2),$

$(3, 4), (0, 5)$

ขั้นที่ 3 หาค่าสมการเป้าหมาย

จุดมุม	$P = 300x + 500y$
$(0, 0)$	0
$(8, 0)$	2400
$(7, 2)$	3100 ← Max.
$(3, 4)$	2900
$(0, 5)$	2500

จากการเปรียบเทียบจุด $(7, 2)$ ในค่า P มากที่สุดคือ $P = 3100$

ดังนั้นชาวควรตัดเสื้อสูท 7 ตัว และตัดเสื้อคลุม 2 ตัว จึงจะขายได้เงินมากที่สุด คือได้ 3100 บาท.

ภาคผนวก ค.
แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบวิชาโปรแกรมเส้นตรง

แบบทดสอบชก ช.

จำนวน 50 ข้อ เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

จงตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยวงกลม ☐ รอบอักษร ก., ข., ค. หรือ ง.
หน้าคำตอบที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว

- 1) วิธีการแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงมีประโยชน์อย่างไร
 - ก. หาทางเลือกที่ดีที่สุดในการทำงาน
 - ข. หาค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดภายใต้ข้อจำกัด
 - ค. ใช้ทรัพยากรน้อยที่สุดเพื่อให้เกิดผลมากที่สุด
 - ง. หากกำไรสูงสุดหรือค่าใช้จ่ายต่ำสุดในการทำงาน
- 2) ตัวแปร x และ y ในปัญหาโปรแกรมเส้นตรงมีคุณสมบัติอย่างไร
 - ก. แทนจำนวนทุกจำนวน
 - ข. แทนเฉพาะจำนวนเต็ม
 - ค. แทนเฉพาะจำนวนเต็มบวก
 - ง. แทนเฉพาะจำนวนที่ไม่เป็นลบ
- 3) ถ้ากำหนดเส้นตรงที่ต่างกัน 2 เส้น คือ $a_1x + b_1y = c_1$ และ $a_2x + b_2y = c_2$ แล้วเส้นตรงทั้งสองจะต้องมีคุณสมบัติอย่างไร
 - ก. $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$
 - ข. ขนานกัน
 - ค. ตัดกัน
 - ง. ข้อ ข. หรือ ข้อ ค.
- 4) จุดใดอยู่บนกราฟของสมการ $2x + 4y = 12$
 - ก. (6,3)
 - ข. (4,-2)
 - ค. (-2,4)
 - ง. (3,6)
- 5) จุดใดไม่อยู่บนกราฟของสมการ $4x + 3y > 12$
 - ก. (0,4)
 - ข. (4,0)
 - ค. (2,3)
 - ง. (3,2)

6) จุดใดอยู่บนกราฟของอสมการ $2x + 3y \geq 18$

ก. (2,4)

ข. (2,5)

ค. (3,3)

ง. (4,3)

7) จุด (4,2) อยู่บนกราฟของอสมการใด

ก. $4x + 3y \leq 20$

ข. $3x + 4y \geq 18$

ค. $3x + 5y \leq 20$

ง. ทั้งข้อ ข. และ ข้อ ค.

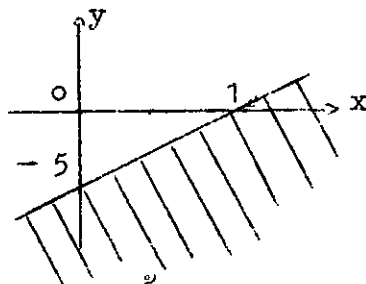
8) บริเวณแรเงาของกราฟทางขวามือเป็นกราฟของอสมการใด

ก. $x - 2y \geq 1$

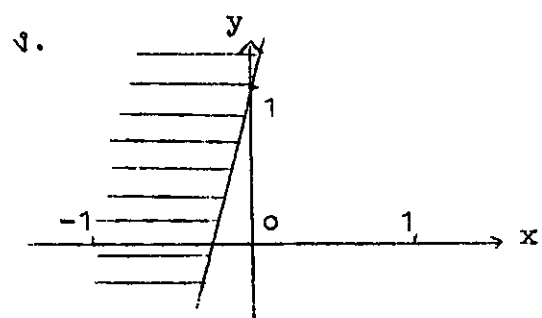
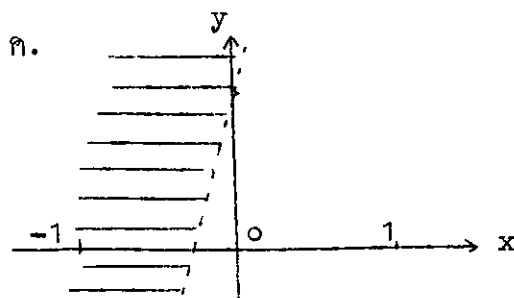
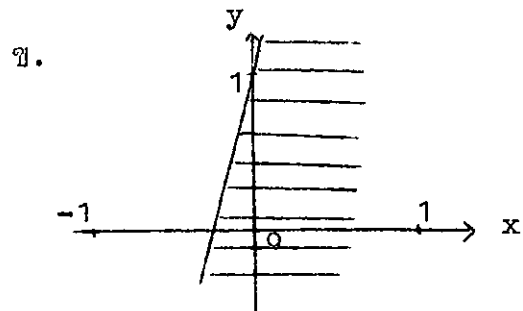
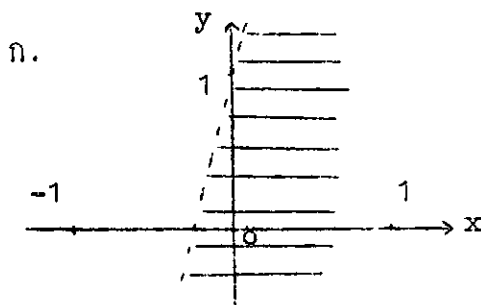
ข. $x - 2y \leq 1$

ค. $y - 2x \geq 1$

ง. $y - 2x \leq 1$

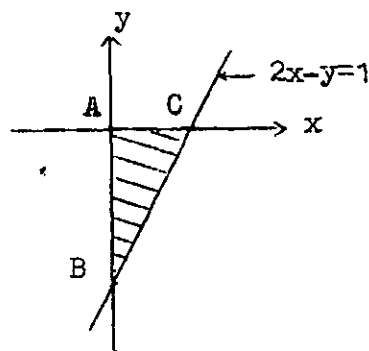


9) พื้นที่บริเวณแรเงาของกราฟต่อไปนี้ มีจุดสอดคล้องกับอสมการ $y - 4x \geq 1$

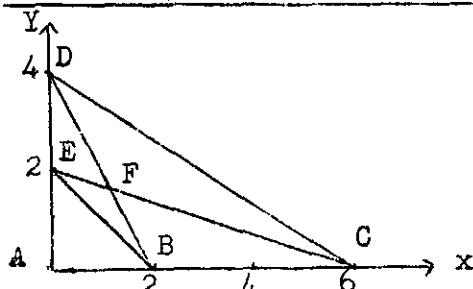


- 10) จากรูปกราฟทางขวามือพื้นที่เรขาคณิต ABC เป็นพื้นที่ที่มีจุดสอดคล้องกับทุกอสมการของข้อใด

- ก. $2x - y \geq 1, x \geq 0; y \geq 0$
 ข. $2x - y \geq 1, x \geq 0; y \leq 0$
 ค. $2x - y \leq 1, x \geq 0; y \geq 0$
 ง. $2x - y \leq 1, x \geq 0; y \leq 0$



จากกราฟต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อ 11 ถึงข้อ 13



- เส้นตรง BE มีสมการเป็น $x + y = 2$
 เส้นตรง BD มีสมการเป็น $2x + y = 4$
 เส้นตรง CE มีสมการเป็น $x + 3y = 6$
 เส้นตรง CD มีสมการเป็น $2x + 3y = 12$

- 11) จุดในรูป CDEF เป็นจุดที่สอดคล้องกับทุกอสมการตามข้อใด

- ก. $2x + y \geq 4; x + 3y \geq 6; 2x + 3y \leq 12$
 ข. $x + y \geq 2; 2x + y \leq 4; y \geq 0$
 ค. $x + y \geq 2; 2x + y \leq 4; x + 2y \leq 6$
 ง. $2x + y \geq 4; x + 2y \leq 6; x \geq 0; y \geq 0$

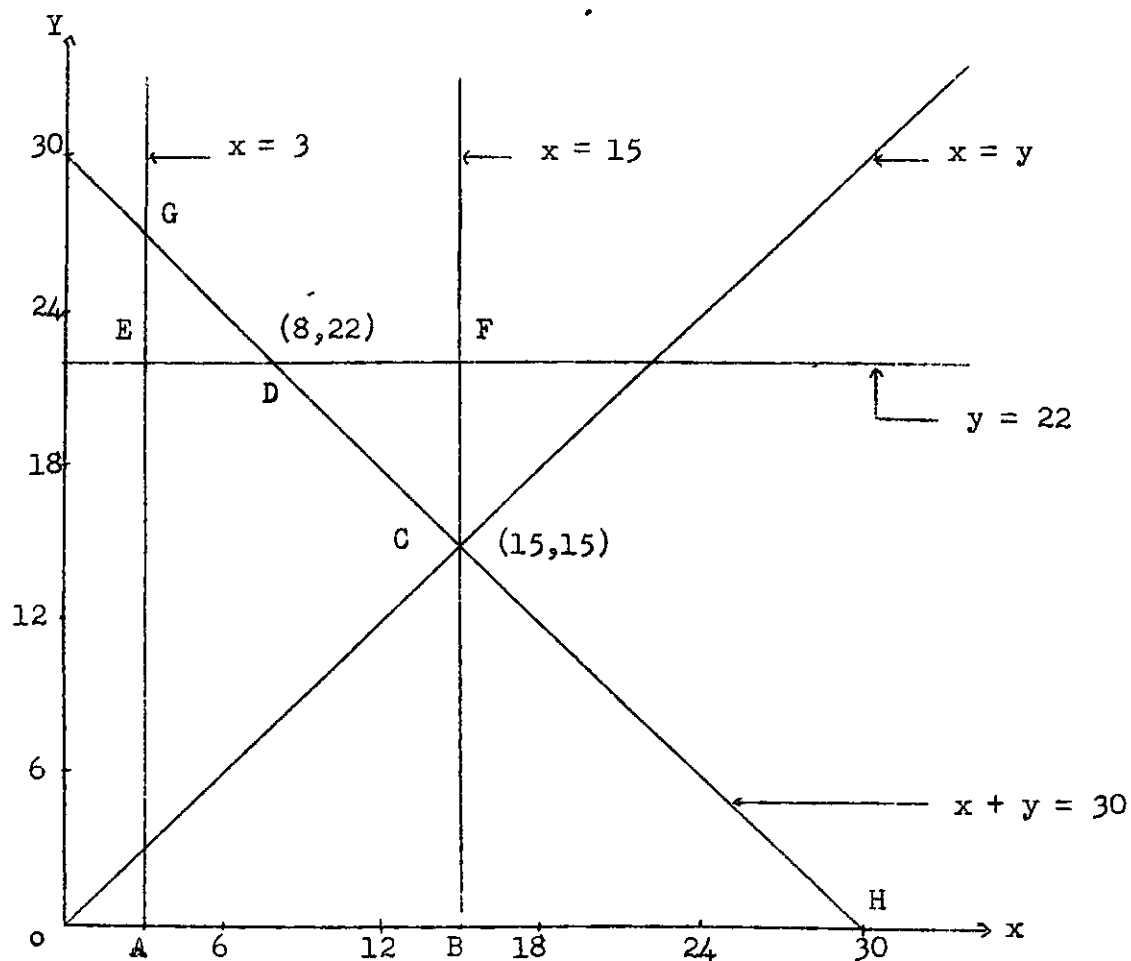
- 12) จุดในรูป DBE เป็นจุดที่สอดคล้องกับทุกอสมการตามข้อใด

- ก. $2x + 3y \leq 12; 2x + y \geq 4; x + 2y \geq 6$
 ข. $x + 3y \leq 6; 2x + y \geq 4; x \geq 0; y \geq 0$
 ค. $x + 3y \leq 6; 2x + y \leq 4; x \geq 0; y \geq 0$
 ง. $x + y \geq 2; 2x + y \leq 4; x \geq 0$

- 13) ข้อความใดถูกต้อง

- ก. รูปเปิด XCFDY มีจุดมุม 2 จุด ข. รูปเปิด XCFEDY มีจุดมุม 2 จุด
 ค. รูปปิด CFD มีจุดมุม 2 จุด ง. รูปปิด CBEF มีจุดมุม 4 จุด

จากกราฟต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อ 14 ถึงข้อ 18



14) จุดในรูปใดสอดคล้องกับทุกอสมการ $x + y \leq 30$; $x \geq 15$; $y \geq 0$

ก. รูป DEG

ข. รูป CDF

ค. รูป BCH

ง. รูป OCH

15) จุดต่าง ๆ ในรูป ABFE สอดคล้องกับทุกอสมการของข้อใด

ก. $x + y \leq 30$; $x \leq y$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

ข. $x + y \leq 30$; $x \geq y$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

ค. $x \geq 3$; $x \leq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

ง. $x \geq 3$; $x \leq 15$; $y \leq 22$; $y \geq 0$

16) จุดต่าง ๆ ในรูป ABCDE สอดคล้องกับทุกอสมการของข้อใด

ก. $x + y \geq 30$; $x \geq 3$; $y \leq 22$; $y \geq 0$

ข. $x + y \leq 30$; $y \leq 22$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

ค. $x + y \leq 30$; $y \leq 22$; $x \geq 15$; $x \geq 0$; $y \geq 0$

ง. $x + y \leq 30$; $y \leq 22$; $x \leq 15$; $x \geq 3$; $y \geq 0$

17) รูป ABCFDE มีจุดมุมกี่จุด

ก. 2 จุด

ข. 4 จุด

ค. 5 จุด

ง. 6 จุด

18) รูป HBAEDC มีจุดมุมกี่จุด

ก. 2 จุด

ข. 4 จุด

ค. 5 จุด

ง. 6 จุด

19) จากชุดของอสมการข้อจำกัดต่อไปนี้ ข้อใดเป็นรูปปิด

(a) $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \leq 7 \\ x \geq y \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq 7 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \leq y \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq x \\ y \leq 7 \end{cases}$

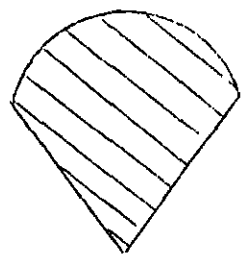
ก. (a) และ (b)

ข. (b) และ (c)

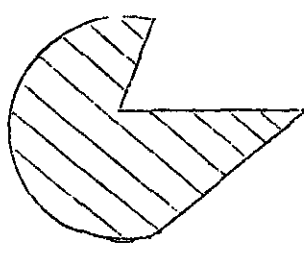
ค. (c) และ (d)

ง. (d) และ (a)

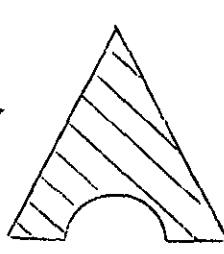
20) จากบริเวณแรเงาของรูปต่อไปนี้ รูปใดไม่มีคุณสมบัติคอนเวกซ์เซต



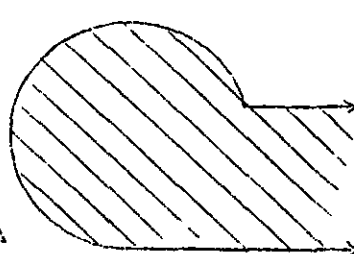
(a)



(b)



(c)



(d)

ก. รูป (a)

ข. รูป (b)

ค. รูป (b) และรูป (c)

ง. รูป (b), (c) และรูป (d)

21) ข้อความต่อไปนี้ข้อใดผิด

ก. คอนเวกซ์เซตที่เป็นรูปปิดหาค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดของสมการ เป้าหมายได้เสมอ

ข. คอนเวกซ์เซตที่เป็นรูปเปิดหาค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดของสมการ เป้าหมายได้เสมอ

ค. ค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดของสมการ เป้าหมายของคอนเวกซ์เซตรูปปิดถ้าปีจะเกิดขึ้นที่จุดมุม

ง. ค่ามากที่สุดหรือน้อยที่สุดของสมการ เป้าหมายของคอนเวกซ์เซตรูปเปิดถ้าปีจะเกิดขึ้นที่จุดมุม

จากโจทย์ต่อไปนี้จึงตอบคำถามข้อ 22 ถึงข้อ 24

ข้อสอบฉบับหนึ่งมีทั้งปรนัยและอัตนัย ปรนัยข้อละ 1 คะแนนใช้เวลาทำ 2 นาที
 อัตนัยข้อละ 10 คะแนนใช้เวลาทำ 20 นาที อยากทราบว่าควรทำข้อสอบปรนัยและ
 อัตนัยอย่างละกี่ข้อ เพื่อที่จะได้คะแนนมากที่สุดภายในเวลา 3 ชั่วโมงโดยสมมติว่าข้อที่
ทำถูกต้องทุกข้อ

22) อะไรคือเป้าหมาย

ก. ต้องการทำข้อสอบให้ครบทุกข้อ

ข. ต้องการใช้เวลาน้อยที่สุดในการทำข้อสอบฉบับนี้

ค. ต้องการใช้เวลาน้อยที่สุดในการทำข้อสอบอัตนัยให้มากที่สุดข้อ

ง. ต้องการทำข้อสอบให้ได้คะแนนมากที่สุด

23) สมมติ x = จำนวนข้อสอบปรนัยที่จะทำ y = จำนวนข้อสอบอัตนัยที่จะทำและ p = คะแนนที่ได้ทั้งหมด

ดังนั้นสมการ เป้าหมายคืออะไร

ก. Max ; $P = x + 10 y$

ข. Max ; $P = 2x + 20 y$

ค. Min ; $P = 2x + 20 y$

ง. Min ; $P = x + 10 y$

24) จากการสมมติข้อ 23 ดังนั้น อสมการข้อจำกัดคืออะไร

ก.
$$\begin{cases} x + 10 y \geq 3 \\ 2x + 20 y \geq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข.
$$\begin{cases} x + 10 y \leq 180 \\ 2x + 20 y \geq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ค.
$$\begin{cases} 2x + 20 y \leq 180 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ง.
$$\begin{cases} 2x + 20 y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

จากโจทย์ต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อ 25 และข้อ 26

ช่างไม้ทำเก้าอี้และโต๊ะขายส่งให้โรงเรียนแห่งหนึ่ง โดยที่ช่างมีไม้ 400 ลูกบาศก์ฟุตและทางโรงเรียนต้องการเก้าอี้และโต๊ะภายในเวลา 450 ชั่วโมง เก้าอี้แต่ละตัวใช้ไม้ 5 ลูกบาศก์ฟุตใช้เวลา 10 ชั่วโมงและขายได้กำไร 45 บาท โต๊ะแต่ละตัวใช้ไม้ 20 ลูกบาศก์ฟุต ใช้เวลา 15 ชั่วโมงและขายได้กำไร 80 บาท ช่างไม้ควรทำเก้าอี้และโต๊ะอย่างละกี่ตัว จึงจะได้กำไรมากที่สุด และเป็นเท่าไร

25) อะไรคือข้อจำกัดของโปรแกรมเส้นตรง

ก. เก้าอี้และโต๊ะแต่ละตัวใช้ไม้และเวลาจำกัด

ข. กำไรจากการขายเก้าอี้และโต๊ะแต่ละตัวจำกัด

ค. จำนวนไม้และเวลาที่ช่างมีจำกัด

ง. จำนวนเก้าอี้และโต๊ะที่จะทำมีจำกัด

26) สมมติ $x =$ จำนวนเก้าอี้

$y =$ จำนวนโต๊ะ

ดังนั้นข้อสมการข้อจำกัดคืออะไร

$$\text{ก.} \quad \begin{cases} 10x + 15y \leq 450 \\ 5x + 20y \leq 400 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ข.} \quad \begin{cases} 5x + 10y \leq 450 \\ 20x + 15y \leq 400 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค.} \quad \begin{cases} 10x + 15y \geq 450 \\ 5x + 10y \geq 400 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ง.} \quad \begin{cases} 10x + 15y \geq 450 \\ 5x + 20y \leq 400 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

จากโจทย์ต่อไปนี้จึงตอบคำถามข้อ 27 และข้อ 28

สัปดาห์หนึ่ง ๆ ผู้จัดรายการทีวีทราบว่าจะจัดรายการแบบ A ซึ่งมีคนตรี 20 นาที และโฆษณา 1 นาที แต่ละครั้งจะมีผู้ชมรายการ 30,000 คน แต่ถ้าวัดรายการแบบ B ซึ่งมีคนตรี 10 นาที และโฆษณา 1 นาที แต่ละครั้งจะมีผู้ชมรายการ 10,000 คน บริษัทผลิตสินค้าต้องการโฆษณาสินค้าทางทีวีโดยมีเงื่อนไขคือ ต้องโฆษณาสินค้าสัปดาห์ละอย่างน้อย 6 นาที และมีคนตรีสัปดาห์ละไม่เกิน 80 นาที โดยให้ผู้ชมรายการมากที่สุด อยากทราบว่าผู้จัดรายการทีวีจะต้องจัดรายการแบบ A และแบบ B อย่างละกี่ครั้งต่อสัปดาห์

27) อะไรคือข้อจำกัดของโปรแกรมเส้นตรง

ก. รายการที่สามารถจัดมี 2 แบบเท่านั้น

ข. ผู้ชมรายการแบบ A มี 30,000 คน และแบบ B มี 10,000 คนเท่านั้น

ค. เวลาในการโฆษณาและแสดงดนตรีของการจัดแต่ละแบบจำกัด

ง. เวลาในการโฆษณาและแสดงดนตรีที่ทางบริษัทให้จัดนั้นจำกัด

- 28) สมมุติ $x =$ จำนวนครั้งของการจัดรายการแบบ A ต่อสัปดาห์
 $y =$ จำนวนครั้งของการจัดรายการแบบ B ต่อสัปดาห์
 ดังนั้นข้อสมการข้อจำกัดคืออะไร

$$\begin{array}{ll} \text{ก.} \left\{ \begin{array}{l} x + y \leq 6 \\ 20x + 10y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right. & \text{ข.} \left\{ \begin{array}{l} x + y \geq 6 \\ 20x + 10y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right. \\ \text{ค.} \left\{ \begin{array}{l} x + y \geq 6 \\ 20x + 10y \geq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right. & \text{ง.} \left\{ \begin{array}{l} x + y \leq 6 \\ 20x + 10y \geq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

จากโจทย์และข้อย่อย a, b, c ต่อไปนี้จึงตอบคำถามข้อ 29 ถึงข้อ 32

ผู้ป่วยคนหนึ่งแต่ละวันต้องรับประทานอาหารให้ได้วิตามิน A อย่างน้อย 24 กรัม แต่ไม่เกิน 60 กรัม และให้ได้วิตามิน B อย่างน้อย 45 กรัม โดยที่ในอาหารชนิดที่ I แต่ละชักรมีวิตามิน A 2 กรัม มีวิตามิน B 5 กรัม และราคาชักรละ 2 บาท ในอาหารชนิดที่ II แต่ละชักรมีวิตามิน A 3 กรัม มีวิตามิน B 3 กรัม และราคาชักรละ 4 บาท อยากทราบว่าวันหนึ่ง ๆ ผู้ป่วยควรซื้ออาหารชนิดที่ I และชนิดที่ II อย่างละกี่ชักรเพื่อให้ได้วิตามินครบตามเงื่อนไข โดยที่

- ข้อ a. ต้องการน้ำหนักรวมของวิตามินทั้งสองน้อยที่สุด
 ข้อ b. ต้องการน้ำหนักวิตามิน B มากที่สุด
 ข้อ c. ต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุด

โดยสมมุติ $x =$ จำนวนชักรของอาหารชนิดที่ I ที่ผู้ป่วยจะซื้อ

$y =$ จำนวนชักรของอาหารชนิดที่ II ที่ผู้ป่วยจะซื้อ

และ $P_a =$ น้ำหนักรวมของวิตามินทั้งสองชนิด

29) สมการ เป้าหมายของข้อ a คืออะไร

ก. Min ; $Pa = 7x + 6y$

ข. Min ; $Pa = 2x + 4y$

ค. Max ; $Pa = 5x + 3y$

ง. Min ; $Pa = 5x + 8y$

30) อสมการข้อจำกัดตามข้อ a คืออะไร

ก.
$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 24 \\ 2x + 3y \geq 60 \\ 5x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข.
$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 24 \\ 2x + 3y \leq 60 \\ 5x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ค.
$$\begin{cases} 2x + 5y \geq 24 \\ 2x + 5y \leq 60 \\ 3x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ง.
$$\begin{cases} 2x + 5y \leq 24 \\ 5x + 2y \geq 60 \\ 3x + 3y \leq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

31) อสมการข้อจำกัดตามข้อ b คืออะไร

ก.
$$\begin{cases} 2x + 5y \geq 24 \\ 2x + 5y \geq 45 \\ 3x + 3y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ข.
$$\begin{cases} 2x + 5y \geq 24 \\ 2x + 5y \leq 60 \\ 3x + 3y \geq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ค.
$$\begin{cases} 5x + 3y \leq 60 \\ 5x + 3y \geq 24 \\ 2x + 3y \leq 45 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

ง.
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 60 \\ 5x + 3y \geq 45 \\ 2x + 3y \geq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

32) อสมการข้อจำกัดตามข้อ c คืออะไร

$$\text{ก.} \quad \begin{cases} 5x + 3y \geq 45 \\ 2x + 3y \leq 60 \\ 2x + 3y \geq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ข.} \quad \begin{cases} 3x + 3y \geq 45 \\ 2x + 5y \geq 24 \\ 2x + 5y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค.} \quad \begin{cases} 2x + 3y \geq 60 \\ 5x + 3y \leq 24 \\ 5x + 3y \leq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ง.} \quad \begin{cases} 5x + 3y \leq 45 \\ 2x + 3y \leq 24 \\ 2x + 3y \geq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

33) อาหารชนิด A ชนิดหนึ่ง ๆ มีแป้ง 8 กรัม มีน้ำตาล 5 กรัม ราคาชุกละ 4 บาท
ส่วนอาหารชนิด B ชนิดหนึ่ง ๆ มีแป้ง 7 กรัม มีน้ำตาล 3 กรัม ราคาชุกละ 3 บาท
ต้องการจ่ายเงินน้อยที่สุดในการซื้ออาหารให้ได้แป้งอย่างน้อย 56 กรัม และน้ำตาล 72 กรัม
ดังนั้น ควรซื้ออาหารชนิด A และชนิด B อย่างละกี่ชุกและจ่ายเงินเท่าไร

สมมติ x = จำนวนชุกของอาหารชนิด

y = จำนวนชุกของอาหารชนิด

และ p = จำนวนเงินที่จ่ายทั้งหมด

ดังนั้น ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงคืออะไร

$$\text{ก.} \quad \begin{array}{l} \text{Min ; } P = 4x + 3y \\ 8x + 7y \leq 56 \\ 5x + 3y \leq 72 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}$$

$$\text{ข.} \quad \begin{array}{l} \text{Min ; } P = 4x + 3y \\ 8x + 7y \geq 56 \\ 5x + 3y \geq 72 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}$$

ค. และ ง. $\rightarrow$

ก.
$$\begin{aligned} \text{Max ; } P &= 4x + 3y \\ 8x + 7y &\leq 56 \\ 5x + 3y &\leq 72 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

ง.
$$\begin{aligned} \text{Max ; } P &= 4x + 3y \\ 8x + 7y &\geq 56 \\ 5x + 3y &\geq 72 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

- 34) บริษัทต้องการใช้สารเคมี Q, R, S ที่มีอยู่เพียง 12, 15, 30 กรัมตามลำดับผลิตสับซึนิก A และซึนิก B โดยต้องการผลิตให้ได้จำนวนก่อนมากที่สุด โดยที่ส่วนผสมของสารเคมีแต่ละซึนิกต่างกันดังตาราง

		สารเคมี Q	สารเคมี R	สารเคมี S
สับซึนิก A	1 ก่อนมี	3 กรัม	5 กรัม	5 กรัม
สับซึนิก B	1 ก่อนมี	4 กรัม	1 กรัม	12 กรัม

อยากทราบว่าทางบริษัทควรผลิตสับซึนิก A และซึนิก B อย่างละเท่าไร

สมมติ $x =$ จำนวนสับซึนิก A

$y =$ จำนวนสับซึนิก B

และ $P =$ จำนวนก่อนทั้งหมด

ดังนั้น ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงคืออะไร

ก.
$$\begin{aligned} \text{Min ; } P &= 13x + 18y \\ 3x + 4y &\leq 12 \\ 5x + y &\geq 15 \\ 5x + 12y &\geq 30 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

ข.
$$\begin{aligned} \text{Min ; } P &= x + y \\ 3x + 4y &\geq 12 \\ 5x + y &\geq 15 \\ 5x + 12y &\geq 30 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

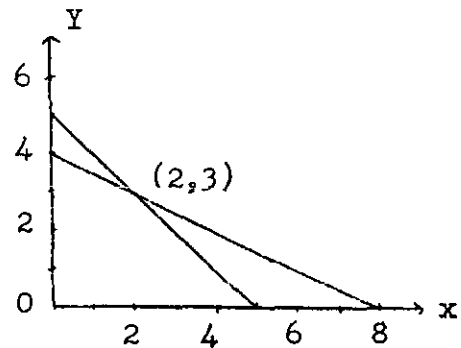
ก. และ ง. $\longrightarrow$

ก.
$$\begin{aligned} \text{Max ; } P &= x + y \\ 3x + 4y &\leq 12 \\ 5x + y &\leq 15 \\ 5x + 12y &\leq 30 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

ง.
$$\begin{aligned} \text{Max ; } P &= 12x + 18y \\ 3x + 4y &\leq 12 \\ x + 5y &\geq 15 \\ x + 12y &\leq 30 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

35) จุดมุมที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเส้นตรงต่อไปนี้คือข้อใด

$$\begin{aligned} \text{Max ; } P &= 3x + 4y \\ x + 2y &\geq 8 \\ 2x + 2y &\leq 10 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

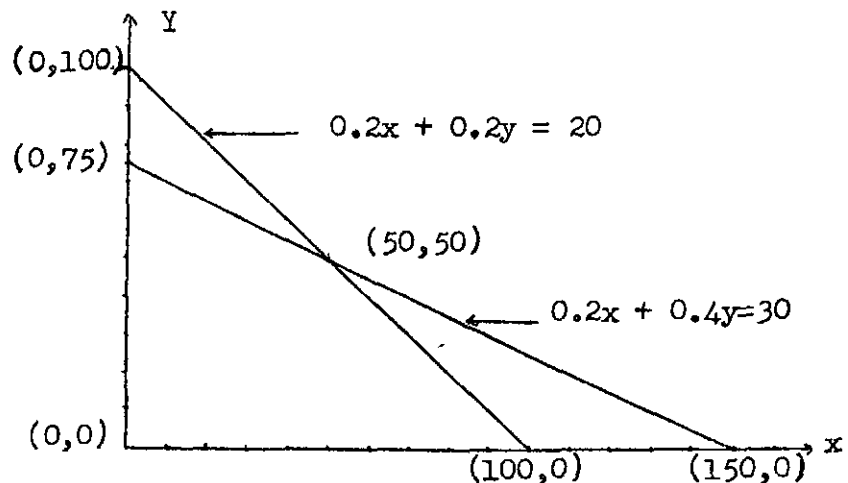


ก. (0,0), (5,0), (2,3), (0,4) ข. (8,0), (2,3), (0,5)

ค. (0,4), (0,5), (2,3) ง. (5,0), (8,0), (2,3)

จงแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงต่อไปนี้โดยตอบคำถามข้อ 36 ถึงข้อ 37

$$\begin{aligned} \text{Max ; } P &= 10x + 8y \\ 0.2x + 0.4y &\leq 30 \\ 0.2x + 0.2y &\leq 20 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$



36) จุดมุมที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดคือข้อใด

ก. $(0,75)$, $(0,100)$, $(50,50)$

ข. $(0,0)$, $(0,75)$, $(50,50)$, $(0,100)$

ค. $(0,0)$, $(0,75)$, $(100,0)$, $(50,50)$

ง. $(0,100)$, $(50,50)$, $(150,0)$

37) ค่า P ที่ถูกต้องเป็นเท่าไร

ก. $P = 0$

ข. $P = 900$

ค. $P = 1,000$

ง. $P = 1,500$

จงแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงต่อไปนี้ โดยตอบคำถามข้อ 38 ถึงข้อ 40

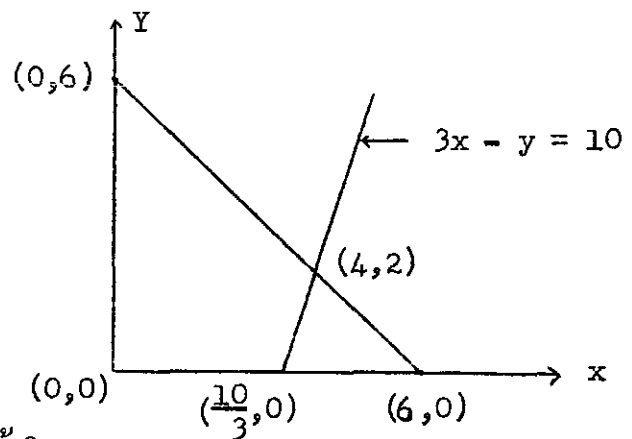
$$\text{Max ; } P = x + 2y$$

$$x + y \leq 6$$

$$3x - y \leq 10$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$



38) จุดมุมที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดคือข้อใด

ก. $(0,0)$, $(10/3,0)$, $(4,2)$, $(6,0)$

ข. $(4,2)$, $(10/3,0)$, $(6,0)$

ค. $(4,2)$, $(6,0)$

ง. $(0,0)$, $(4,2)$, $(0,6)$, $(10/3,0)$

39) คำตอบคืออะไร

ก. $x = 10/3$ และ $y = 0$

ข. $x = 6$ และ $y = 0$

ค. $x = 4$ และ $y = 2$

ง. $x = 0$ และ $y = 6$

40) ถ้า P ที่ถูกต้องเป็นเท่าไร

ก. $10/3$

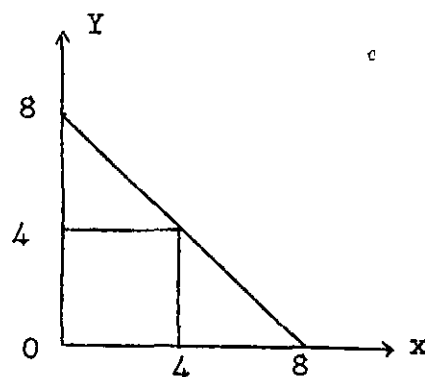
ข. 6

ค. 8

ง. 12

จงแก้ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงต่อไปนี้ โดยตอบคำถามข้อ 41 และข้อ 42

$$\begin{aligned} \text{Max ; } P &= 4x + 4y \\ x + y &\leq 8 \\ x &\geq 4 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$



41) จุดมุมที่สอดคล้องกับข้อสมการข้อจำกัดคือข้อใด

ก. $(0,0)$, $(0,4)$, $(4,0)$, $(4,4)$

ข. $(0,0)$, $(0,8)$, $(8,0)$

ค. $(4,0)$, $(8,0)$, $(4,4)$

ง. $(0,4)$, $(0,8)$, $(4,4)$

42) จุดใดให้ค่าสมการ เป้าหมายถูกต้อง

ก. $(0,8)$

ข. $(8,0)$

ค. $(0,8)$, $(8,0)$

ง. $(4,4)$, $(8,0)$

จงแก้โจทย์ต่อไปนี้โดยตอบคำถามข้อ 43 ถึงข้อ 50

โรงงานผลิตตุ๊กตาชนิด A และชนิด B แต่ละชนิดต้องผ่านการอบจากเครื่องอบที่ I, II และ III และขายได้กำไรตามตารางต่อไปนี้

ชนิดตุ๊กตา (1 ตัว)	ผ่านเครื่องอบ ที่ I (นาที)	ผ่านเครื่องอบ ที่ II (นาที)	ผ่านเครื่องอบ ที่ III (นาที)	กำไร/ตัว (บาท)
ชนิด A	10	6	9	3
ชนิด B	5	12	9	5

เครื่องอบที่ I, II, III ทำงานได้วันละไม่เกิน 450, 480, 450 นาฬิกาตามลำดับ อยากรทราบว่าทางโรงงานควรผลิตคุกตาชนิด A และชนิด B วันละกี่ตัว จึงจะได้กำไรมากที่สุดและวันละเท่าไร

43) อะไรคือเป้าหมาย

- ก. ต้องการกำไรมากที่สุด
- ข. ต้องการผลิตคุกตาจำนวนมากที่สุด
- ค. ต้องการให้เครื่องทำงานเต็มที่
- ง. ต้องการใช้เวลาในการผลิตน้อยที่สุด

44) อะไรคือข้อจำกัดของโปรแกรมเส้นตรง

- ก. มีเครื่องอบ 3 เครื่องเท่านั้น
- ข. เครื่องอบแต่ละเครื่องมีเวลาทำงานต่อวันจำกัด
- ค. เวลาในการอบคุกตาแต่ละชนิดจำกัด
- ง. กำไรของคุกตาแต่ละชนิดจำกัด

45) สมมติ $x =$ จำนวนคุกตาชนิด

$y =$ จำนวนคุกตาชนิด

และ $P =$ กำไรทั้งหมด

ดังนั้นสมการ เป้าหมายคืออะไร

ก. Min ; $P = 450x + 480y$

ข. Min ; $P = 25x + 26y$

ค. Max ; $P = 3x + 5y$

ง. Max ; $P = 10x + 5y$

46) จากการสมมติตั้งข้อ 45 ดังนั้นข้อสมการข้อจำกัดคืออะไร

$$\text{ก. } \begin{cases} 10x + 5y \leq 450 \\ 6x + 12y \geq 480 \\ 9x + 9y \leq 450 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ค. } \begin{cases} 10x + 5y \leq 480 \\ 6x + 12y \leq 480 \\ 9x + 9y \leq 450 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ข. } \begin{cases} 10x + 5y \geq 450 \\ 6x + 12y \geq 480 \\ 9x + 9y \geq 450 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{ง. } \begin{cases} 10x + 5y \leq 450 \\ 6x + 12y \leq 480 \\ 9x + 9y \leq 450 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

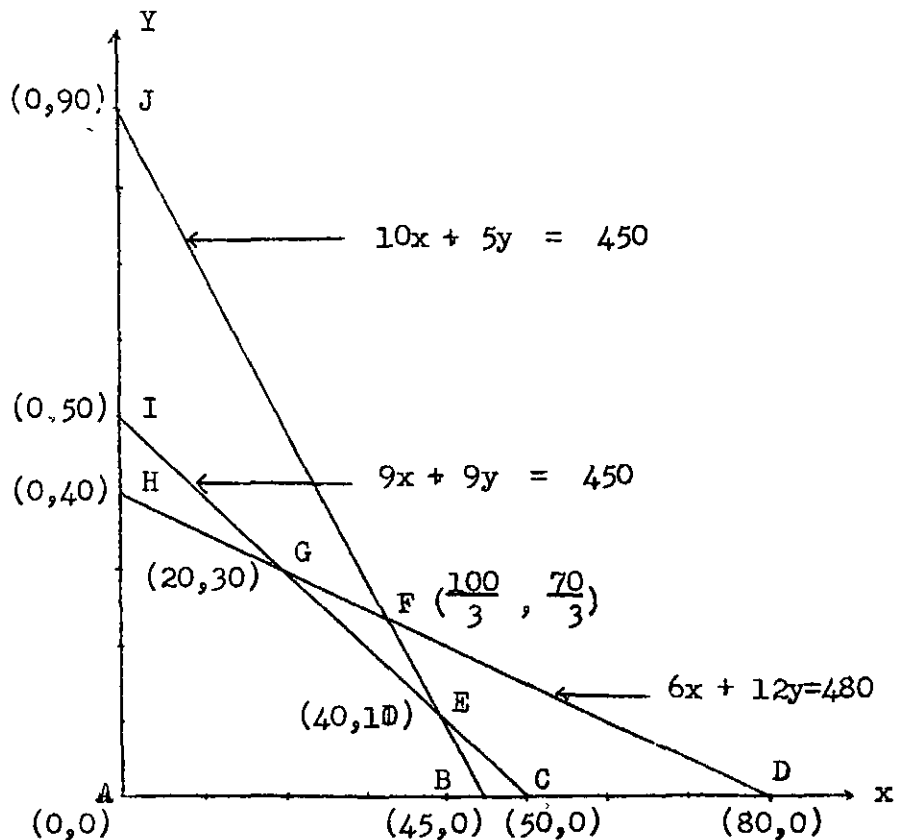
47) รูปใดต่อไปนี้ตรงกับข้อสมการข้อจำกัดข้อ 46

ก. รูป XDFJY

ข. รูป CDFGE

ค. รูป ABEGH

ง. รูป FGHILJ



48) จุดมุมที่สอดคล้องกับอสมการข้อจำกัดข้อ 46 คือข้อใด

ก. $(0,0)$, $(45,0)$, $(40,10)$, $(20,30)$, $(0,40)$

ข. $(\frac{100}{3}, \frac{70}{3})$, $(20,30)$, $(0,40)$, $(0,50)$, $(0,90)$

ค. $(50,0)$, $(80,0)$, $(\frac{100}{3}, \frac{70}{3})$, $(20,30)$, $(40,10)$

ง. $(80,0)$, $(\frac{100}{3}, \frac{70}{3})$, $(0,90)$

49) ค่า P ที่ถูกต้องเป็นเท่าไร

ก. 170

ข. $\frac{650}{3}$

ค. 210

ง. 240

50) คำตอบที่ถูกต้องคือข้อใด

ก. ผลิตภัณฑ์จากเทคนิค A 20 ตัว และเทคนิค B 30 ตัว

ข. ผลิตภัณฑ์จากเทคนิค A $\frac{100}{3}$ ตัว และเทคนิค B $\frac{70}{3}$ ตัว

ค. ผลิตภัณฑ์จากเทคนิค A 10 ตัว และเทคนิค B 10 ตัว

ง. ผลิตภัณฑ์จากเทคนิค A อย่างเดียว 80 ตัว

ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ

ข้อ ข้อที่	p	r	ข้อ ข้อที่	p	r
1	.60	.20	26	.75	.56
2	.30	.43	27	.60	.32
3	.34	.21	28	.66	.34
4	.60	.45	29	.63	.27
5	.73	.39	30	.63	.71
6	.69	.29	31	.65	.54
7	.73	.39	32	.60	.45
8	.30	.43	33	.78	.51
9	.50	.38	34	.78	.51
10	.25	.56	35	.66	.34
11	.66	.21	36	.71	.44
12	.68	.49	37	.40	.20
13	.37	.40	38	.40	.32
14	.51	.73	39	.31	.29
15	.53	.44	40	.30	.43
16	.68	.49	41	.60	.32
17	.66	.21	42	.57	.51
18	.57	.26	43	.78	.51
19	.20	.47	44	.69	.29
20	.60	.45	45	.78	.51
21	.34	.21	46	.75	.56
22	.78	.51	47	.63	.71
23	.78	.51	48	.63	.71
24	.78	.51	49	.55	.68
25	.56	.78	50	.57	.51

ค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบ

ใช้สูตร

$$r_{tt} = \frac{N}{N-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{S^2} \right\}$$

โดยที่ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

N แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

S^2 แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนทดสอบ

$p = \frac{\text{จำนวนคนที่ทำข้อนี้ถูก}}{\text{จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด}}$

$q = 1 - p$

แทนค่า

$$\begin{aligned} r_{tt} &= \frac{60}{59} \left\{ 1 - \frac{10.92}{59.08} \right\} \\ &= 1.020 \left\{ 1 - 0.185 \right\} \\ &= (1.020) (0.815) \\ &= .83 \end{aligned}$$