

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน  
และการไหลในท่อแบบขดเป็นวง

ปริญญานิพนธ์  
ของ  
จำเนียร สุวะไกร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
พฤษภาคม 2550

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน  
และการไหลในท่อแบบขดเป็นวง

บทคัดย่อ  
ของ  
จำเนียร สุวะไกร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
พฤษภาคม 2550

จำเนียร สุวะไกร. (2550). การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวง. ปริญญาโท วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: ดร.ไพศาล นาผล, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จุฑารัตน์ คุรุเจริญ.

งานวิจัยนี้ได้เสนอการศึกษา เกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวงที่วางในแนวนอน โดยใช้ท่อทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 8 มิลลิเมตร ขดเป็นท่อแบบขดเป็นวงมีจำนวนรอบของการขดทั้งหมด 5 รอบ ใช้เป็นชุดทดสอบโดยมีอัตราส่วนระหว่างขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของการขดเท่ากับ 0.02, 0.04, 0.05 ตามลำดับ โดยชุดทดสอบถูกกำหนดให้ติดตั้งในแนวนอนในภาชนะที่รักษาอุณหภูมิภายในถึงอย่างสม่ำเสมอ มีน้ำเย็นเป็นของไหลที่ไหลภายในท่อ ซึ่งไหลเข้าท่อที่ตำแหน่งวงในสุดและไหลออกที่ตำแหน่งวงนอกสุด โดยอัตราการไหลของน้ำอยู่ในช่วง 0.05-0.12 กิโลกรัมต่อวินาที ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้ใช้แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน  $k - \epsilon$  มาตรฐาน ในการหาคุณสมบัติการถ่ายเทความร้อนและการไหล โดยใช้ระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมของจำลองการไหลแบบปั่นป่วน ที่มีรูปแบบการวางกริดแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Unstructured grids) ผลที่ได้จากการคำนวณนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองซึ่งพบที่มีความสอดคล้องกันดี จากการศึกษาเชิงพารามิเตอร์พบว่า การเพิ่มขึ้นของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางส่งผลทำให้มีการถ่ายเทความร้อนสูงขึ้นแต่ในขณะเดียวกันก็ส่งผลให้ความดันตกคร่อมเพิ่มขึ้นด้วย

คำสำคัญ : คุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน คุณลักษณะการไหล ท่อแบบขดเป็นวง อัตราส่วนความโค้งของท่อชุดทดสอบ

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS ON THE HEAT TRANSFER  
AND FLOW CHARACTERISTICS IN THE SPIRALLY COILED TUBES

AN ABSTRACT  
BY  
JAMNEAN SUWAKAI

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements  
of the Master of Engineer Degree in Mechanical Engineering  
at Srinakharinwirot University  
May 2007

Jamnean Suwakai. (2007). *Numerical and Experimental Investigations on the Heat Transfer and Flow Characteristics in the Spirally Coiled Tubes*. Master thesis, M.Eng. (Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Paisarn Naphon, Asst. Prof. Dr. Jutarat Kurujareon.

In the present study, the heat transfer and flow characteristics of the horizontal spirally coiled tubes are investigated. The spirally coiled tube is fabricated by bending a 8.00 mm inner diameter straight copper tube into a spiral-coil of five turns. The spirally coiled tube with three different curvature ratios of 0.02, 0.04 and 0.05 under constant wall temperature are tested. Cold water entering the innermost turn flows along the spiral tube and flows out at the outermost turn. The experiments are performed for various water flow rates in the ranging of 0.05 -0.12 kg/s. In the numerical analysis, the  $k - \varepsilon$  standard turbulence model is employed to simulate the heat transfer and flow characteristics. A finite volume method with an unstructured nonuniform grid system is employed for solving the model. The simulated results are validated by comparing with the present experiment. The predicted results for the convective heat transfer and flow characteristics are reasonable agreement with the measured data. In addition, the centrifugal force has significant effect on the enhancements of heat transfer and pressure drop.

Keywords : Heat transfer characteristics, Flow characteristics, spirally coiled tube, Curvature ratio

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน  
และการไหลในท่อแบบขดเป็นวง

ปริญญานิพนธ์  
ของ  
จำเนียร สุวะไกร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

พฤษภาคม 2550

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ปริญญานิพนธ์  
เรื่อง

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน  
และการไหลในท่อแบบขดเป็นวง

ของ  
จำเนียร สุวะไกร

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวិทยกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญศิริ จีระเดชากุล)  
วันที่ .....เดือน.....พ.ศ. 2550

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

.....ประธาน  
(อาจารย์ ดร.ไพศาล นาผล)

.....ประธาน  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมิทธิ์ เอี่ยมสอาด)

.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คุรุเจริญ)

.....กรรมการ  
(อาจารย์ ดร.ไพศาล นาผล)

.....กรรมการ  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คุรุเจริญ)

.....กรรมการ  
(พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อโณทัย สุขแสงพนมรุ้ง)

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงได้นั้น ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ดร. ไพศาล นาผล และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑารัตน์ คุรุเจริญ ในฐานะอาจารย์ที่ปรึกษา และอาจารย์ที่ปรึกษา ร่วม ที่ให้คำปรึกษา และคำแนะนำ ตลอดจนการตรวจสอบความถูกต้องทางเนื้อหาวิชาการ และแก้ไขข้อบกพร่อง เพื่อให้งานออกมามีคุณภาพมากที่สุด

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรรณวิไล ไกรเพ็ชร์ และ พันโท ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อโณทัย สุขแสงพนมรุ้ง ที่เอื้อเฟื้อโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ พร้อมด้วยคณาจารย์ โครงการร่วมมือทางวิชาการระหว่างมหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ กับส่วนการศึกษา โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า ระดับบัณฑิตศึกษา สาขาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ทำให้ผู้วิจัยมีความรู้ ความสามารถทางวิชาการ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณทุกท่านไว้ ณ ที่นี้เป็นอย่างยิ่ง ประโยชน์ และคุณค่าของงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยขอมอบให้ผู้มีพระคุณทุกท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่า งานวิจัย เล่มนี้ จะมีประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจในเนื้อหารายละเอียดต่างๆ เป็นอย่างดี และจะมีส่วนในการ พัฒนาประเทศชาติให้เจริญก้าวหน้าต่อไป หากมีข้อผิดพลาด หรือมีข้อบกพร่องประการใด ผู้วิจัยขออภัยไว้ ณ ที่นี้ด้วย

จำเนียร สุวะไกร

## สารบัญ

| บทที่                                                   | หน้า |
|---------------------------------------------------------|------|
| <b>1 บทนำ</b> .....                                     | 1    |
| ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำวิจัย .....               | 1    |
| วัตถุประสงค์ของการวิจัย .....                           | 1    |
| ขอบเขตของการวิจัย .....                                 | 2    |
| ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย .....                 | 2    |
| การทบทวนเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....               | 2    |
| <b>2 สมการพื้นฐานและการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล</b> ..... | 6    |
| กฎทรงมวล (Conservation of mass) .....                   | 6    |
| สมการโมเมนตัม (Momentum equation) .....                 | 12   |
| สมการพลังงาน (Energy equation) .....                    | 20   |
| แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน .....                         | 22   |
| ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) .....          | 24   |
| การดิสครีตไทเซชัน (Discretisation) .....                | 25   |
| การประมาณค่าของอินทิกรัลพื้นผิว .....                   | 27   |
| กระบวนการหาคำตอบ (Solution algorithm) .....             | 31   |
| เงื่อนไขขอบ (boundary condition) .....                  | 32   |
| การหาจำนวนกริดที่เหมาะสม .....                          | 35   |
| ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการจำลอง .....                  | 38   |
| <b>3 อุปกรณ์และวิธีการทดลอง</b> .....                   | 39   |
| อุปกรณ์ในการทดลอง .....                                 | 39   |
| วิธีการทดลอง .....                                      | 39   |
| เงื่อนไขตัวแปรที่ใช้ในการทดลอง .....                    | 43   |
| <b>4 ผลและการวิเคราะห์</b> .....                        | 47   |
| การเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองและการทำนาย ..... | 47   |
| การศึกษาเชิงพารามิเตอร์ .....                           | 60   |

## สารบัญ (ต่อ)

| บทที่                                 | หน้า   |
|---------------------------------------|--------|
| 5 สรุปและข้อเสนอแนะ .....             | 73     |
| สรุปผลการวิจัย .....                  | 73     |
| ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต ..... | 74     |
| <br>บรรณานุกรม .....                  | <br>75 |
| <br>ภาคผนวก .....                     | <br>78 |
| <br>ประวัติย่อของผู้วิจัย .....       | <br>81 |

## บัญชีตาราง

| ตาราง                                                  | หน้า |
|--------------------------------------------------------|------|
| 1 จำนวนกริดที่เหมาะสม .....                            | 36   |
| 2 ข้อมูลเกี่ยวกับท่อแบบขดเป็นวง (Test section) .....   | 43   |
| 3 เงื่อนไขของตัวแปรอิสระที่ใช้ในการเก็บข้อมูล .....    | 44   |
| 4 ความเที่ยงตรงและความคาดเคลื่อนของเครื่องมือวัด ..... | 44   |

## บัญชีภาพประกอบ

| ภาพประกอบ                                                                                                                                                                  | หน้า |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1 แสดงเอลิเมนต์รูปพื้นผิวทรงกระบอก $dr$ $d\theta$ และ $dz$ .....                                                                                                           | 8    |
| 2 แสดงแรงลัพธ์ที่กระทำต่อเอลิเมนต์รูปพื้นผิวทรงกระบอก .....                                                                                                                | 13   |
| 3 แสดงความแตกต่างๆ ที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในระนาบ $r-\theta$ แสดงแรง<br>ตั้งฉากที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในแกน $r$ และแสดงแรงเฉือนที่กระทำต่อ<br>เอลิเมนต์ในแกน $\theta$ .....      | 14   |
| 4 ปริมาตรควบคุม 3 มิติ .....                                                                                                                                               | 25   |
| 5 การประมาณค่าแบบระเบียบวิธีผลต่างต้นลมอันดับที่หนึ่ง .....                                                                                                                | 27   |
| 6 การประมาณค่าแบบระเบียบวิธีผลต่างต้นลมอันดับที่สอง .....                                                                                                                  | 28   |
| 7 การประมาณค่าแบบระเบียบวิธีผลต่างแบบคิก.....                                                                                                                              | 29   |
| 8 แสดงเงื่อนไขขอบสำหรับการวิเคราะห์ .....                                                                                                                                  | 33   |
| 9 Unstructured grids ที่ใช้ในการวิเคราะห์ระบบของท่อขดเป็นวง.....                                                                                                           | 35   |
| 10 การคำนวณของโปรแกรม.....                                                                                                                                                 | 37   |
| 11 แสดงไดอะแกรมของอุปกรณ์การทดลอง.....                                                                                                                                     | 41   |
| 12 แสดงอุปกรณ์การทดลอง.....                                                                                                                                                | 42   |
| 13 ลักษณะชุดท่อทดสอบแบบขดเป็นวง (Test section).....                                                                                                                        | 45   |
| 14 ลักษณะการติดตั้งสายวัดอุณหภูมิของชุดท่อทดสอบ.....                                                                                                                       | 45   |
| 15 เครื่องมือบันทึกอุณหภูมิ (Data logger).....                                                                                                                             | 46   |
| 16 เครื่องมือวัดแตกต่างของความดัน (Differential pressure transducer)....                                                                                                   | 46   |
| 17 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง<br>ที่สัดส่วนความโค้งท่อ $C_R=0.02$ , $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35^\circ\text{C}$ ..... | 47   |
| 18 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง<br>ที่สัดส่วนความโค้งท่อ $C_R=0.02$ , $T_{w,in}=25^\circ\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35^\circ\text{C}$ ...   | 48   |
| 19 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง<br>ที่สัดส่วนความโค้งท่อ $C_R=0.04$ , $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35^\circ\text{C}$ ...   | 48   |
| 20 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง<br>ที่สัดส่วนความโค้งท่อ $C_R=0.04$ , $T_{w,in}=25^\circ\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35^\circ\text{C}$ ....  | 49   |
| 21 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง<br>ที่สัดส่วนความโค้งท่อ $C_R=0.05$ , $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35^\circ\text{C}$ ....  | 49   |

## บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

| ภาพประกอบ                                                                                                                                                                                      | หน้า |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 22 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง<br>ที่สัดส่วนความโค้งท่อ $C_R=0.05$ , $T_{w,in}=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35\text{ }^{\circ}\text{C}$ ..... | 50   |
| 23 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็น<br>ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง $C_R=0.02$ .....                                                                      | 51   |
| 24 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็น<br>ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง $C_R=0.04$ .....                                                                      | 51   |
| 25 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็น<br>ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง $C_R=0.05$ .....                                                                      | 52   |
| 26 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วน<br>ความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....                                               | 53   |
| 27 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วน<br>ความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....                                               | 53   |
| 28 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วน<br>ความโค้ง $C_R=0.02$ .....                                                                                                   | 54   |
| 29 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วน<br>ความโค้ง $C_R=0.04$ .....                                                                                                   | 54   |
| 30 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วน<br>ความโค้ง $C_R=0.05$ .....                                                                                                   | 55   |
| 31 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง<br>ต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....                                                     | 56   |
| 32 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง<br>ต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ .....                                                     | 56   |
| 33 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง<br>$C_R=0.02$ .....                                                                                                          | 57   |
| 34 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง<br>$C_R=0.04$ .....                                                                                                          | 57   |
| 35 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง<br>$C_R=0.05$ .....                                                                                                          | 58   |

## บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

| ภาพประกอบ                                                                                                                                                                                                | หน้า |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 36 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ $20^{\circ}\text{C}$ .....                                                  | 59   |
| 37 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ $25^{\circ}\text{C}$ .....                                                  | 59   |
| 38 Contours ความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง $C_R=0.02$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35^{\circ}\text{C}$ .....                           | 62   |
| 39 Contours ความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง $C_R=0.02$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $m_w=0.05\text{ kg/s}$ .....                                      | 63   |
| 40 Contours ความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อที่อัตราการไหล $m_w=0.05\text{ kg/s}$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $T_{wall,ave}=35^{\circ}\text{C}$ .....                | 64   |
| 41 Contours การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง $C_R=0.04$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $T_{wall,ave}=50^{\circ}\text{C}$ .....            | 66   |
| 42 Contours การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง $C_R=0.04$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $m_w=0.08\text{ kg/s}$ .....                       | 67   |
| 43 Contours การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อที่อัตราการไหล $m_w=0.08\text{ kg/s}$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $T_{wall,ave}=50^{\circ}\text{C}$ ..... | 68   |
| 44 Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง $C_R=0.05$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $T_{wall,ave}=65^{\circ}\text{C}$ .....                             | 70   |
| 45 Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง $C_R=0.05$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $m_w=0.12\text{ kg/s}$ .....                                        | 71   |
| 46 Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อที่อัตราการไหล $m_w=0.12\text{ kg/s}$ , $T_{w,in}=20^{\circ}\text{C}$ , $T_{wall,ave}=65^{\circ}\text{C}$ .....                  | 72   |

บรรณานุกรม

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน  
และการไหลในท่อแบบขดเป็นวง

บทคัดย่อ  
ของ  
จำเนียร สุวะไกร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา  
ตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
พฤษภาคม 2550

จำเนียร สุวะไกร. (2550). การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวง. ปริญญาโท วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วิศวกรรมเครื่องกล). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: ดร.ไพศาล นาผล, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จุฑารัตน์ คุรุเจริญ.

งานวิจัยนี้ได้เสนอการศึกษา เกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวงที่วางในแนวนอน โดยใช้ท่อทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 8 มิลลิเมตร ขดเป็นท่อแบบขดเป็นวงมีจำนวนรอบของการขดทั้งหมด 5 รอบ ใช้เป็นชุดทดสอบโดยมีอัตราส่วนระหว่างขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ยของการขดเท่ากับ 0.02, 0.04, 0.05 ตามลำดับ โดยชุดทดสอบถูกกำหนดให้ติดตั้งในแนวนอนในภาชนะที่รักษาอุณหภูมิภายในได้อย่างสม่ำเสมอ มีน้ำเย็นเป็นของไหลที่ไหลภายในท่อ ซึ่งไหลเข้าท่อที่ตำแหน่งวงในสุดและไหลออกที่ตำแหน่งวงนอกสุด โดยอัตราการไหลของน้ำอยู่ในช่วง 0.05-0.12 กิโลกรัมต่อวินาที ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้ใช้แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน  $k - \epsilon$  มาตรฐาน ในการหาคุณสมบัติการถ่ายเทความร้อนและการไหล โดยใช้ระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมของจำลองการไหลแบบปั่นป่วน ที่มีรูปแบบการวางกริดแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Unstructured grids) ผลที่ได้จากการคำนวณนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองซึ่งพบว่ามีความสอดคล้องกันดี จากการศึกษาเชิงพารามิเตอร์พบว่า การเพิ่มขึ้นของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางส่งผลทำให้มีการถ่ายเทความร้อนสูงขึ้นแต่ในขณะเดียวกันก็ส่งผลให้ความดันตกคร่อมเพิ่มขึ้นด้วย

คำสำคัญ : คุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน คุณลักษณะการไหล ท่อแบบขดเป็นวง อัตราส่วนความโค้งของท่อชุดทดสอบ

NUMERICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS ON THE HEAT TRANSFER  
AND FLOW CHARACTERISTICS IN THE SPIRALLY COILED TUBES

AN ABSTRACT  
BY  
JAMNEAN SUWAKAI

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements  
of the Master of Engineer Degree in Mechanical Engineering  
at Srinakharinwirot University  
May 2007

Jamnean Suwakai. (2007). *Numerical and Experimental Investigations on the Heat Transfer and Flow Characteristics in the Spirally Coiled Tubes*. Master thesis, M.Eng. (Mechanical Engineering). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Paisarn Naphon, Asst. Prof. Dr. Jutarat Kurujareon.

In the present study, the heat transfer and flow characteristics of the horizontal spirally coiled tubes are investigated. The spirally coiled tube is fabricated by bending a 8.00 mm inner diameter straight copper tube into a spiral-coil of five turns. The spirally coiled tube with three different curvature ratios of 0.02, 0.04 and 0.05 under constant wall temperature are tested. Cold water entering the innermost turn flows along the spiral tube and flows out at the outermost turn. The experiments are performed for various water flow rates in the ranging of 0.05 -0.12 kg/s. In the numerical analysis, the  $k - \varepsilon$  standard turbulence model is employed to simulate the heat transfer and flow characteristics. A finite volume method with an unstructured nonuniform grid system is employed for solving the model. The simulated results are validated by comparing with the present experiment. The predicted results for the convective heat transfer and flow characteristics are reasonable agreement with the measured data. In addition, the centrifugal force has significant effect on the enhancements of heat transfer and pressure drop.

Keywords : Heat transfer characteristics, Flow characteristics, spirally coiled tube, Curvature ratio

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำวิจัย

เมื่ออุตสาหกรรมต่างๆ ได้เจริญก้าวหน้าและเติบโตอย่างรวดเร็ว กระบวนการแต่ละประเภทที่เกี่ยวข้องกับความร้อนได้ถูกพัฒนาจากความต้องการทางด้านเพิ่มผลผลิตจากการลงทุนในอุตสาหกรรมแต่ละชนิด ในแง่ความจำเป็นของการใช้ความร้อนอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น อุตสาหกรรมน้ำมันซึ่งใช้เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนจำนวนมากในการเพิ่มอุณหภูมิของน้ำมันดิบ ควบแน่นไอน้ำที่ออกจากหอกลั่นและการระบายความร้อนออกจากน้ำมันหรือก๊าซ หรือแม้กระทั่งในส่วนระบายความร้อนของเครื่องปรับอากาศและกระบวนการผลิตอาหาร เป็นต้น ดังนั้นการใช้งานอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนจึงมีจำนวนมาก เพราะฉะนั้นรูปร่างและโครงสร้างของอุปกรณ์ก็ได้รับการออกแบบและพัฒนาให้เหมาะสมกับลักษณะการใช้งาน ซึ่งลักษณะที่รูปแบบทรงโค้งจึงถูกนำมาออกแบบและก็ใช้งานอันได้แก่ ท่อขดแบบสปริง (Helical coil) และท่อขดแบบเป็นวง (Spiral coil) เนื่องจากหน้าที่สำคัญของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนคือ การใช้ประโยชน์พลังงานความร้อนอย่างถูกหลักการ ฉะนั้นการศึกษาถึงพารามิเตอร์ต่างๆ จึงมีความสำคัญทำให้เราทราบถึงผลกระทบต่อลักษณะการถ่ายเทความร้อนรวมทั้งลักษณะการไหลภายในท่อ เพื่อนำไปพัฒนาอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนต่อไป ซึ่งที่ผ่านมายังไม่ค่อยมีผลการวิจัยมากนักเกี่ยวกับท่อแบบขดเป็นวง

ดังนั้นจากการสำรวจเอกสารงานวิจัยที่ผ่านมาจะพบว่าส่วนใหญ่จะเป็นการศึกษาภาพกว้างๆ ถึงคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง ฉะนั้นในการทำวิจัยในครั้งนี้จึงได้มุ่งเน้นถึงรายละเอียด การวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการทดลองเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวง รวมทั้งศึกษาผลของ สัดส่วนความโค้งของท่อที่มีต่อการถ่ายเทความร้อนและความดันลด เป็นต้น

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อที่ขดแบบเป็นวง (Spiral-coil) ภายใต้สภาวะอุณหภูมิผนังท่อคงที่
2. เพื่อศึกษาสัดส่วนความโค้งของท่อที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อนและความดันลด

## ขอบเขตของการวิจัย

1. เป็นการศึกษาทั้งทางทฤษฎีและทดลอง
2. ทำการศึกษาคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อที่ขดแบบเป็นวง (Spiral-coil) ที่วางในแนวนอนภายใต้สภาวะอุณหภูมิผนังท่อคงที่
3. น้ำเย็นและน้ำร้อนเป็นสารทำงาน (Working fluid) โดยที่ให้น้ำเย็นไหลในท่อทดสอบ และน้ำร้อนบรรจุในภาชนะควบคุมอุณหภูมิคงที่

## ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย

1. ได้ทราบถึงพฤติกรรมต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นรวมทั้งหลักการการถ่ายเทความร้อนในขดท่อแบบเป็นวง
2. ได้เข้าใจถึงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อน เช่น สัดส่วนความโค้งของท่อและความดันลดในขดท่อแบบเป็นวง

## การทบทวนเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาเกี่ยวกับ คุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน ได้มีนักวิจัยหลายท่านให้ความสำคัญ โดยเฉพาะรูปร่างและโครงสร้างของอุปกรณ์ก็ได้รับการออกแบบและพัฒนาให้เหมาะสมกับลักษณะการใช้งาน ซึ่งลักษณะที่รูปแบบทรงโค้งจึงถูกนำมาพัฒนาเป็นอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนที่นิยมนำมาใช้งานอันได้แก่ ท่อขดแบบสปริงและท่อขดแบบเป็นวง ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการทดลองสามารถนำไปพัฒนาอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกับ โฮ และคณะ (Ho et al. 1995) ได้ศึกษาสมรรถนะของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง โดยสร้างชุดจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยท่อทองแดงขดเป็นวง 8 รอบ จำนวน 9 ชั้น วางซ้อนกัน โดยมีเส้นผ่านศูนย์กลางของชุดทดสอบ 680-230 มิลลิเมตร. ตามลำดับ. นำครีบอลูมิเนียมเส้นผ่านศูนย์กลางกว้าง 29 มิลลิเมตร. ความหนา 0.3 มิลลิเมตร. นำมาขดเป็นวงรอบท่อชุดทดสอบ โดยมีน้ำและอากาศเป็นสารทำงาน ในการวิเคราะห์ได้กระทำภายใต้สภาวะการทำให้เย็นโดยไม่มีการควบแน่น โดยอากาศมีอุณหภูมิและอัตราการไหลเชิงมวล เท่ากับ 50-70 องศาเซลเซียส และ 0.45 กิโลกรัมต่อวินาที ในขณะที่อัตราการไหลของน้ำ 0.06-0.13 กิโลกรัมต่อวินาที อัตราการหมุนเวียนของน้ำถูกควบคุมโดยวาล์วควบคุมการเข้าออกของชุดทดสอบ จากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง กับอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบ Cross-flow พบว่ามีประสิทธิภาพเท่ากัน ในปีต่อมา โฮ และคณะ (Ho et al.1996) ได้ทำการจำลองคุณลักษณะของการถ่ายเทความร้อนของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง ซึ่งลักษณะการทำงานเช่นเดียวกับอุปกรณ์ทำความเย็น ภายใต้สภาวะการทำให้

เย็นโดยไม่มีการควบแน่น โดยให้อากาศไหลแบบไม่ผสมในชุดทดสอบและ Lewis number เท่ากับ 1 ทำให้รู้ว่าประสิทธิภาพของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง มีความสัมพันธ์กันระหว่างอัตราการถ่ายเทความร้อนกับความชันสัมพัทธ์และ NTU เส้นกราฟต่างๆ ที่ได้สามารถนำไปใช้ในการออกแบบและศึกษาสมรรถนะของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวงได้เป็นอย่างดี

ในปีเดียวกันนั้น วิเจชันเดระ และคณะ (Wijeysundera; et al. 1996) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง โดยใช้ชุดทดสอบแบบ Closed-loop เพื่อหาประสิทธิภาพของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง ใช้ท่อทองแดงที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 15 มิลลิเมตร โดยใช้ครีบอลูมิเนียมหนา 0.3 มิลลิเมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 29 มิลลิเมตร นำมาขดรอบท่อชุดทดสอบโดยรอบ ซึ่งชุดทดสอบขดเป็นวง 8 รอบ จำนวน 9 ชั้น วางซ้อนกัน โดยมีเส้นผ่านศูนย์กลางชุดทดสอบ 340-115 มิลลิเมตร ตามลำดับ โดยมีน้ำและอากาศเป็นสารทำงาน ในการวิเคราะห์ได้กระทำภายใต้สภาวะการทำให้เย็นโดยไม่มีการควบแน่น โดยอากาศมีอุณหภูมิและอัตราการไหลเชิงมวล เท่ากับ 50-70 องศาเซลเซียส และ 0.45 กิโลกรัมต่อวินาที ในขณะที่อุณหภูมิน้ำในท่อครั้งที่ 28.4 องศาเซลเซียส อัตราการไหลของน้ำ 0.06-0.13 กิโลกรัมต่อวินาที พบว่าสูตรที่นำไปใช้หาประสิทธิภาพของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวงนั้น ข้อมูลที่ได้จากการทดลองแบบ Closed-loop มีค่าสอดคล้องกับผลการคำนวณ

โฮ และคณะ (Ho; et al. 1999) ได้ทำการจำลองคุณลักษณะของการถ่ายเทความร้อนของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง ซึ่งลักษณะการทำงานเช่นเดียวกับอุปกรณ์ทำความเย็น ภายใต้สภาวะการทำให้เย็นโดยไม่มีการควบแน่น โดยให้อากาศไหลแบบผสมในชุดทดสอบและ Lewis number เท่ากับ 1 ทำให้รู้ว่าประสิทธิภาพของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง มีความสัมพันธ์กันระหว่างอัตราการถ่ายเทความร้อนกับความชันสัมพัทธ์และ NTU เส้นกราฟต่างๆ ที่ได้สามารถนำไปใช้ในการออกแบบและศึกษาสมรรถนะของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวงได้เป็นอย่างดี การประมาณค่าความดันสูญเสียในท่อตรงมีค่าต่ำกว่าที่วัดได้จากอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง

นาพล และวงศ์วิเศษ (Naphon and Wongwises. 2002) ได้ทำการทดลองเพื่อศึกษาอัตราการถ่ายเทความร้อนภายในอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง การศึกษาครั้งนี้เพื่อหาอัตราการถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยในท่อของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง (Spiral coil heat exchanger) ชุดทดสอบประกอบด้วยท่อแบบขดเป็นวงวางซ้อนกันจำนวน 6 ชั้น ซึ่งท่อแต่ละอันได้มาจาก การนำเอาท่อทองแดงที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 9.27 มิลลิเมตร มาขดเป็นวง 5 รอบ การทดสอบทำภายใต้สภาวะที่ไม่มีความชื้น แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองไปเปรียบเทียบกับผลจากการคำนวณที่ระบุไว้ในวรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

นอกจากนี้ได้นำข้อมูลใหม่ไปใช้ในการทำงานจริง ข้อมูลส่วนใหญ่ตกอยู่ในช่วง  $\pm 10$  ของตัวเลขที่นำเสนอ

นาผล และวงศ์วิเศษ (Naphon and Wongwiset. 2003) ได้ทำการศึกษาคูณลักษณะการถ่ายเทความร้อนของอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อขดเป็นวง โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ท่อชุดทดสอบประกอบไปด้วยท่อที่ขดเป็นวง 5 รอบ จำนวน 6 ชั้น วางซ้อนกันโดยมีน้ำและอากาศเป็นสารทำงาน ในการวิเคราะห์ได้กระทำภายใต้สภาวะการทำให้เย็นโดยไม่มีการควบแน่น โดยนำมีอุณหภูมิและอัตราการไหลเชิงมวล เท่ากับ 30-35 องศาเซลเซียส และ 0.08-0.28 กิโลกรัมต่อวินาที ในขณะที่อากาศมีอุณหภูมิและอัตราการไหลเชิงมวล เท่ากับ 50-60 องศาเซลเซียส และ 0.01-0.03 กิโลกรัมต่อวินาที ผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้สามารถใช้เป็นข้อมูลที่สำคัญในการวิเคราะห์และออกแบบอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนชนิดใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นาผล และวงศ์วิเศษ (Naphon and Wongwiset. 2004) ได้ทำการศึกษาคูณสมบัติและความสามารถในการถ่ายเทความร้อนของท่อขดแบบเป็นวง ภายใต้สภาวะควบแน่นที่มีอุณหภูมิต่ำและไม่มีควมชื้น โดยสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยโครงเหล็กและท่อขดเป็นวง 5 รอบ จำนวน 6 ชั้น วางซ้อนกันโดยการนำท่อทองแดงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 9.27 มิลลิเมตร. อากาศและน้ำเป็นสารทำงานในการทดลอง น้ำเย็นกำหนดให้ไหลผ่านท่อจากวงนอกสุดมาออกที่วงในสุดของการขด อากาศร้อนไหลจากศูนย์กลางของโครงเหล็กและไหลตัดผ่านขดลวดออกไปภายนอก การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (ใช้พื้นฐานจากกฎของมวลและพลังงาน) และพิสูจน์โดยใช้ วิธี Newton raphson เพื่อหาคุณลักษณะในการถ่ายเทความร้อน ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณแบบจำลองดังกล่าวสอดคล้องกับผลจากการทดลอง นอกจากนี้ได้ศึกษาเรื่องผลกระทบที่เกิดขึ้นจากสภาวะที่ต่างกันบริเวณทางเข้าของของไหล

นาผล และวงศ์วิเศษ (Naphon and Wongwiset. 2004) ได้ทำการรวบรวมงานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายความร้อนและการไหลในท่อที่มีลักษณะโค้ง โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้. กลุ่มที่หนึ่งได้แก่ท่อขดแบบสปริง (Helical coil tubes) จากการรวบรวมผลงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีผู้ทำการวิจัยมากมายถึงคุณลักษณะการถ่ายความร้อนแบบ Single-phase, Two-phase รวมทั้งศึกษาลักษณะการไหลภายใน Helical coil tubes แบบ Single-phase, Two-phase กลุ่มที่สองได้แก่ท่อแบบขดเป็นวง (Spiral coil tubes) จากการรวบรวมเอกสารผลงานวิจัยที่ผ่านมาพบว่ามีผู้ศึกษาน้อยมาก โดยเฉพาะการถึงศึกษาลักษณะการไหลและความดันสูญเสียภายในท่อ และกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มของท่อโค้งในลักษณะต่างๆ (Other curved tubes) จากการรวบรวมผลงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีผู้ทำการวิจัยมากมายถึงคุณลักษณะการถ่ายความร้อนแบบ Single-phase, Two-phase แต่มีเพียงเอกสารเดียวที่ศึกษาลักษณะการไหลภายในท่อแบบ Two-phase

ในส่วนของงานวิจัยเกี่ยวกับท่อขดแบบสปริง (Helical coil tubes) นั้นได้มีผู้ทำการวิจัยกันอย่างกว้างขวางซึ่งสามารถค้นคว้าได้จาก นาพล และวงศ์พิเศษ (Naphon and Wongwises. 2004) ได้ทำการรวบรวมงานวิจัยต่างๆ เอาไว้ เช่นเดียวกับ ลิน และอีบาดิเยล (Lin and Ebadian. 1997-1999) ได้ศึกษาเกี่ยวกับลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนต่อการพาความร้อนและอัตราสัดส่วนความโค้งของท่อชุดทดสอบ ต่อคุณลักษณะการถ่ายความร้อนและการไหลในท่อแบบขดสปริง ซึ่งในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้ใช้แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน  $k - \epsilon$  มาตรฐาน ในการหาคุณสมบัติการถ่ายเทความร้อนและการไหล โดยใช้ระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมของจำลองการไหลแบบปั่นป่วน ที่มีรูปแบบการวางกริดแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Unstructured grids) ผลที่ได้จากการคำนวณนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ซึ่งพบว่ามีผลสอดคล้องกันดี

จากการสำรวจเอกสารงานวิจัยที่ได้กล่าวมานั้น ทำให้ผู้ทำการวิจัยในครั้งนี้องเห็นปัญหาที่เกิดขึ้นซึ่งจะนำมาทำการวิจัยต่อ ดังนั้นการวิจัยในครั้งนี้จึงมุ่งเน้นถึงการศึกษาเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวงที่วางในแนวนอน โดยศึกษาตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อนและความดันลด เพื่อนำไปสู่การพัฒนาอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนต่อไป

## บทที่ 2

### สมการพื้นฐานและการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

ในส่วนการศึกษาเกี่ยวกับการพื้นฐานการไหลของของไหลนั้น เราจำเป็นต้องเรียนรู้ถึงสมการพื้นฐานและกฎต่างๆ ที่สำคัญ ได้แก่ กฎทรงมวล (Conservation of mass) ซึ่งมีสมการที่เกี่ยวข้องคือ สมการต่อเนื่อง (Continuity equation) หรือกฎข้อที่สองของนิวตัน (Newton's second law) ซึ่งมีสมการที่เกี่ยวข้องคือ สมการโมเมนตัม (Momentum equation) หรือกฎข้อที่หนึ่งและกฎข้อที่สองของเทอร์โมไดนามิกส์ (First law and second law of Thermodynamics) ซึ่งมีสมการที่เกี่ยวข้องคือ สมการพลังงาน (Energy equation) และในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลปัจจัยแห่งความสำเร็จของการจำลองสภาวะการไหล และการถ่ายเทความร้อนในท่อที่ซับซ้อนเป็นวง นอกจากความเข้าใจทางสมการพื้นฐานยังต้องมีความเข้าใจทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลข เนื่องจากเป็นเครื่องมือหลักสำหรับการหาผลเฉลย เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดต่อไป

#### กฎทรงมวล (Conservation of mass)

กฎทรงมวลกล่าวไว้ว่า “ผลรวมของอัตราการผ่านเข้าออกพื้นผิวของเอลิเมนต์เล็กๆ และอัตราการเปลี่ยนแปลงมวลภายในเอลิเมนต์เล็กๆ มีค่าเท่ากับศูนย์” หรือถ้าเขียนในรูปของสมการเชิงอินทิกรัล

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{system}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \eta \rho dV + \int_{cs} \eta \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (2-1)$$

เมื่อ  $\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{system}}$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงปริมาณที่ขึ้นอยู่กับมวลของระบบ

เมื่อพิจารณาระบบเทียบกับเวลา

$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \eta \rho dV$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงปริมาณใดๆ ที่ขึ้นอยู่กับมวลของ

ระบบที่อยู่ภายในปริมาตรควบคุมเทียบกับเวลา โดยที่  $\eta$  คือ

ปริมาณที่ไม่ขึ้นอยู่กับมวลของระบบซึ่งสอดคล้องกับ  $M$

หรือกล่าวได้ว่า  $\eta$  คือ  $M$  ต่อหนึ่งหน่วยมวลของระบบ

$\rho dV$  คือ เอลิเมนต์ของมวลก้อนเล็กๆ ที่อยู่ภายในปริมาตรควบคุม

$\int_{CV} \eta \rho dV$  คือ ผลรวมของปริมาณที่ขึ้นอยู่กับมวลของระบบภายในปริมาตรควบคุม

$\int_{CS} \eta \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$  คือ ผลรวมของอัตราการผ่านเข้าออกสุทธิของปริมาณใดๆ ที่ขึ้นอยู่กับมวลของระบบ  $M$  ที่ผ่านพื้นผิวของปริมาตรควบคุม

$\rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$  คือ อัตราการผ่านเข้าออกของฟลักซ์ของมวล ที่ผ่านพื้นผิวปริมาตรควบคุมเล็กๆ  $dA$  ต่อหนึ่งหน่วยเวลา

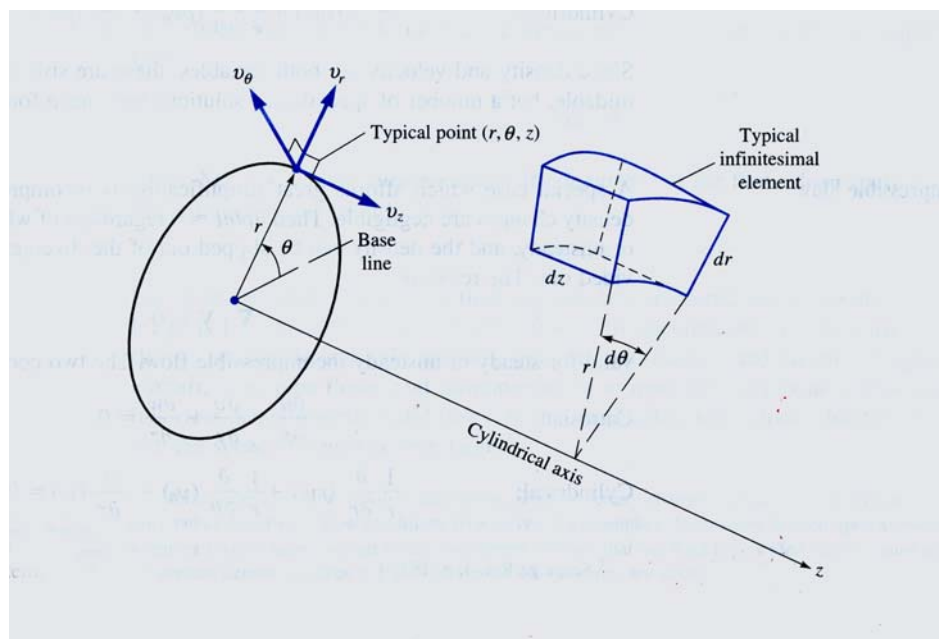
$\eta \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$  คือ อัตราการเคลื่อนที่ผ่านเข้าออกของปริมาณที่ขึ้นอยู่กับมวลของระบบบนพื้นผิวเล็กๆ  $dA$

ในที่นี้เราต้องหาอัตราการผ่านเข้าออกพื้นผิวของเอลิเมนต์เล็กๆ และอัตราการการเปลี่ยนแปลงมวลภายในเอลิเมนต์เล็กๆ ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ ได้แก่

### ระบบแกนทรงกระบอก ( $r-\theta-z$ )

การพิจารณากฎทรงมวลในระบบทรงกระบอก เราใช้เอลิเมนต์เล็กๆ รูปพื้นผิวทรงกระบอกที่มีขนาด  $dr$   $d\theta$  และ  $dz$  เพื่อใช้ในการสร้างสมการเชิงอนุพันธ์ดังแสดงในภาพประกอบที่ 1 กำหนดให้ความหนาแน่นและความเร็วที่จุดศูนย์กลางเอลิเมนต์ มีค่าเท่ากับ  $\rho$  และ  $\vec{V} = V_r \hat{e}_r + V_\theta \hat{e}_\theta + V_z \hat{e}_z$  โดยที่  $\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_z$  คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง  $r, \theta$  และ  $z$  ตามลำดับ ในการหาค่า  $\int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$  สามารถพิจารณาได้จากมวลที่ผ่านเข้าออกพื้นผิวทั้ง 6 ของเอลิเมนต์เล็กๆ ซึ่งคุณสมบัติที่แต่ละด้านของพื้นผิวเอลิเมนต์หาได้โดยการกระจายอนุกรมเทเลอร์ของคุณสมบัตินั้นๆ รอบจุดศูนย์กลางเอลิเมนต์ จากนั้นนำมวลที่ผ่านเข้าออกพื้นผิวทั้ง 6 มารวมกันจะได้สมการที่แสดงถึงค่าอัตราการผ่านเข้า-ออกของมวล  $\int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA$  ตามที่ต้องการ ขั้นตอนโดยสรุปมีดังต่อไปนี้

ทำการหาค่าคุณสมบัติของการไหล (คือ ความเร็วและความหนาแน่น) ที่ผิวทั้ง 6 ด้าน ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 แสดงเอลิเมนต์รูปพื้นผิวทรงกระบอก  $dr$   $d\theta$  และ  $dz$

ที่ผิวด้าน  $r - \frac{dr}{2}$

$$\rho \bigg|_{r - \frac{dr}{2}} = \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \left( -\frac{dr}{2} \right)$$

$$V_r \bigg|_{r - \frac{dr}{2}} = V_r + \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \left( -\frac{dr}{2} \right)$$

ที่ผิวด้าน  $r + \frac{dr}{2}$

$$\rho \bigg|_{r + \frac{dr}{2}} = \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \left( \frac{dr}{2} \right)$$

$$V_r \bigg|_{r + \frac{dr}{2}} = V_r + \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \left( \frac{dr}{2} \right)$$

ที่ผิวด้าน  $\theta - \frac{d\theta}{2}$

$$\rho \bigg|_{\theta - \frac{d\theta}{2}} = \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right) \left( \frac{-d\theta}{2} \right)$$

$$V_\theta \bigg|_{\theta - \frac{d\theta}{2}} = V_\theta + \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \left( \frac{-d\theta}{2} \right)$$

ที่ผิวด้าน  $\theta + \frac{d\theta}{2}$

$$\rho \bigg|_{\theta + \frac{d\theta}{2}} = \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right) \left( \frac{d\theta}{2} \right)$$

$$V_\theta \bigg|_{\theta + \frac{d\theta}{2}} = V_\theta + \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \left( \frac{d\theta}{2} \right)$$

ที่ผิวด้าน  $z - \frac{dz}{2}$

$$\rho \bigg|_{z - \frac{dz}{2}} = \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \left( \frac{-dz}{2} \right)$$

$$V_z \bigg|_{z - \frac{dz}{2}} = V_z + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \left( \frac{-dz}{2} \right)$$

ที่ผิวด้าน  $z + \frac{dz}{2}$

$$\rho \bigg|_{z + \frac{dz}{2}} = \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \left( \frac{dz}{2} \right)$$

$$V_z \bigg|_{z + \frac{dz}{2}} = V_z + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \left( \frac{dz}{2} \right)$$

จากการพิจารณาความหนาแน่นและความเร็วที่แต่ละพื้นผิวของรูปพื้นผิวทรงกระบอก ทำให้เราสามารถหาอัตราการผ่านเข้าออกของมวล  $\left( \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \right)$  ที่แต่ละพื้นผิวของรูปพื้นผิวทรงกระบอกได้ และเมื่อนำมารวมกันจะทำให้ได้อัตราการเคลื่อนผ่านเข้าออกสุทธิของมวลผ่านเอลิเมนต์รูปพื้นผิวทรงกระบอกดังนี้

$$\begin{aligned} \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = & - \left[ \rho - \left( \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \frac{dr}{2} \right] \left[ V_r - \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \frac{dr}{2} \right] \left[ r - \frac{dr}{2} \right] d\theta dz \\ & + \left[ \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \frac{dr}{2} \right] \left[ V_r + \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) \frac{dr}{2} \right] \left[ r + \frac{dr}{2} \right] d\theta dz \\ & - \left[ \rho - \left( \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{2} \right] \left[ V_\theta - \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{2} \right] dr dz \\ & + \left[ \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{2} \right] \left[ V_\theta + \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \frac{d\theta}{2} \right] dr dz \\ & - \left[ \rho - \left( \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right] \left[ V_z - \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right] r d\theta dr \\ & + \left[ \rho + \left( \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right] \left[ V_z + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right] r d\theta dr \end{aligned}$$

$$= \left[ \rho V_r + r \frac{\partial \rho V_r}{\partial r} + \frac{\partial \rho V_\theta}{\partial \theta} + r \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} \right] dr.d\theta.dz \quad (2-2)$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของมวลภายในเอลิเมนต์รูปพื้นผิวทรงกระบอก  $\frac{\partial m}{\partial t}$  มีค่าเท่ากับ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} r dr d\theta dz \quad (2-3)$$

โดยที่ค่า  $(r d\theta) dr dz$  หรือ  $r dr d\theta dz$  คือ ปริมาตรของเอลิเมนต์รูปพื้นผิวทรงกระบอก นำค่าจากสมการที่ (2-2) และ (2-3) มารวมกันเราจะได้สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับกฎทรงมวลบนระบบแกนทรงกระบอก คือ

$$\rho V_r + r \frac{\partial \rho V_r}{\partial r} + \frac{\partial \rho V_\theta}{\partial \theta} + r \frac{\partial \rho V_z}{\partial z} + r \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

ทำการจัดรูปโดยนำ  $r$  หารตลอดทั้งสมการจะได้

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho V_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2-4)$$

หรือเขียนในรูปสั้นๆ โดยใช้ตัวดำเนินการทางเวกเตอร์ “ $\nabla$ ” จะได้ดังนี้

$$\nabla \cdot \rho \vec{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2-5)$$

$$\text{เมื่อกำหนดให้ } \nabla \equiv \frac{\partial}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \hat{e}_z$$

สมการสำหรับกฎทรงมวลในระบบแกนทรงกระบอกดังแสดงในสมการที่ (2-5) สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับรูปแบบการไหลของของไหลที่อัดตัวไม่ได้  $\rho$  มีค่าคงที่ จะได้ดังนี้

$$\text{จาก} \quad \nabla \cdot \rho \vec{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

เมื่อ  $\rho$  คงที่จะทำให้พจน์  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  มีค่าเท่ากับศูนย์ สมการจะลดรูปเหลือ

$$\nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad \text{หรือ} \quad \nabla \cdot \vec{V} = 0$$

หรือ

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(V_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(V_z)}{\partial z} = 0 \quad (2-6)$$

หากนำสมการที่ (2-4) ประยุกต์ใช้กับการไหลแบบคงตัวซึ่งหมายถึง คุณสมบัติต่างๆ ของการไหลไม่ขึ้นกับเวลา จะได้ดังนี้

$$\text{จาก} \quad \nabla \cdot \rho \vec{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

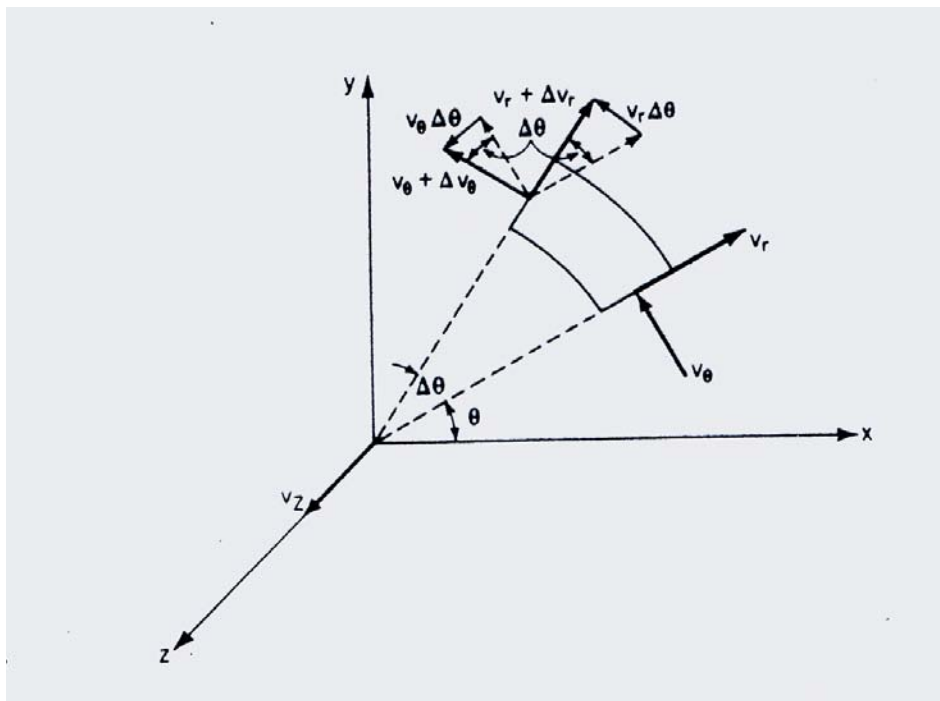
$$\text{เนื่องจาก } \frac{\partial \rho}{\partial t} \text{ มีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้ } \nabla \cdot \vec{V} = 0$$

หรือ

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho V_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0 \quad (2-7)$$

### สมการโมเมนตัม (Momentum equation)

กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันหรือสมการโมเมนตัม เป็นกฎที่กล่าวถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงเส้น (Linear momentum) ของอนุภาคในระบบปิดใดๆ ซึ่งจะเท่ากับ แรงลัพธ์สุทธิที่กระทำต่ออนุภาคนั้น จะเห็นว่าของไหลเมื่อเคลื่อนที่แล้วย่อมจะเกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงเส้นขึ้นด้วย ดังแสดงในภาพประกอบ 2 จากรูปแบบทั่วไปของสมการโมเมนตัม (Yuan.1969) ได้เสนอสมการโมเมนตัมดังสมการที่ (2-8)



ภาพประกอบ 2 แสดงแรงลัพธ์ที่กระทำต่อเอลิเมนต์รูปพื้นผิวทรงกระบอก

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \hat{e}_r \left( \frac{DV_r}{Dt} - V_\theta \frac{d\theta}{dt} \right) + \hat{e}_\theta \left( \frac{DV_\theta}{Dt} + V_r \frac{d\theta}{dt} \right) + \hat{e}_z \frac{DV_z}{Dt} \quad (2-8)$$

เมื่อกำหนดให้

$V_r, V_\theta$  และ  $V_z$  คือ ความเร็วตามแกนในทิศทาง  $r, \theta$  และ  $z$  ตามลำดับ

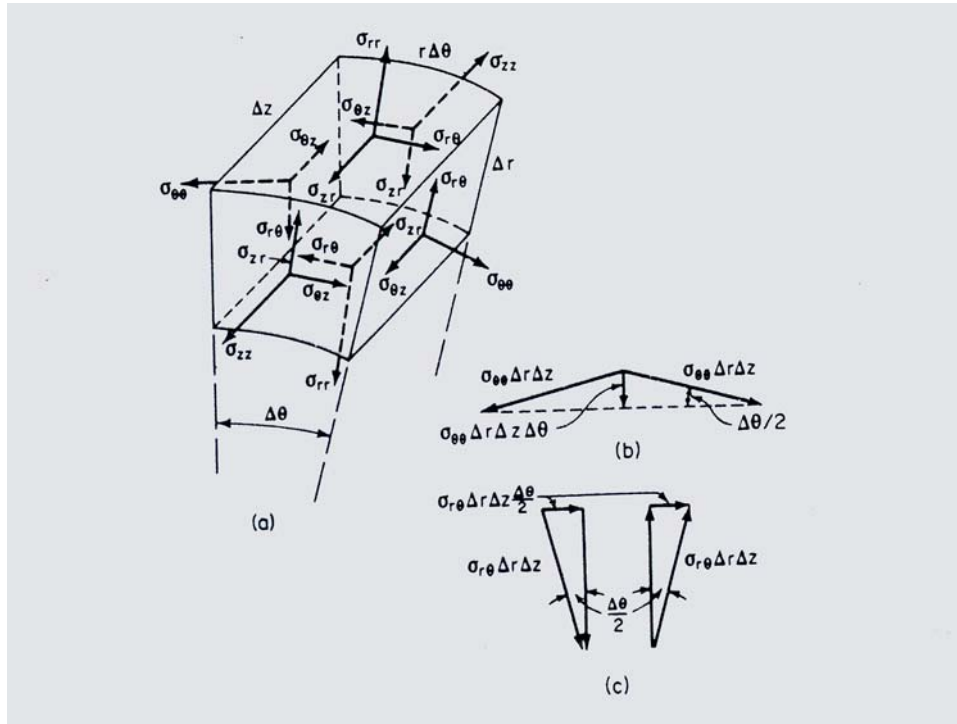
$\hat{e}_r, \hat{e}_\theta$  และ  $\hat{e}_z$  คือ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง  $r, \theta$  และ  $z$  ตามลำดับ

ซึ่งสามารถเขียนความเร็วตามแกนในทิศทางใดๆ ดังนี้

$$V_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$$

จากสมการที่ (2-8) เราสามารถหาแรงเนื่องจากความเฉื่อย (Inertia forces) ที่กระทำต่อพื้นผิวในระบบแกนทรงกระบอก ดังนี้

$$\iiint \rho \frac{D\vec{V}}{Dt} dV = \iiint \left[ \hat{e}_r \left( \frac{DV_r}{Dt} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) + \hat{e}_\theta \left( \frac{DV_\theta}{Dt} + \frac{V_r V_\theta}{r} \right) + \hat{e}_z \frac{DV_z}{Dt} \right] \rho dV \quad (2-9)$$



ภาพประกอบ 3 แสดงความเค้นต่างๆ ที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในระนาบ  $r-\theta$  แสดงแรงตึงฉากที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในแกน  $r$  และแสดงแรงเฉือนที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในแกน  $\theta$

- หมายเหตุ
- a แสดงความเค้นต่างๆ ที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในระนาบ  $r-\theta$
  - b แสดงแรงตึงฉากที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในแกน  $r$
  - c แสดงแรงเฉือนที่กระทำต่อเอลิเมนต์ในแกน  $\theta$

สำหรับแรงกระทำที่ผิววัตถุ (Surfaces forces) ในระบบแกนทรงกระบอก

$$F_{Surfaces} = \hat{e}_r \left( \iint P_r \cdot dA - \iiint \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} r dr dz d\theta \right) + \hat{e}_\theta \left( \iint P_\theta \cdot dA + \iiint \frac{\sigma_{r\theta}}{r} r dr dz d\theta \right) + \hat{e}_z \left( \iint P_z \cdot dA \right) \quad (2-10)$$

จากสมการที่ (2-10) สามารถเปลี่ยนขอบเขตการอินทิเกรตได้โดยใช้ทฤษฎีของเกาส์ (Gauss's theorem) จัดรูปแบบใหม่จะได้สมการสำหรับแรงกระทำที่ผิววัตถุ (Surfaces forces) ในระบบแกนทรงกระบอก ดังนี้

$$F_{Surfaces} = \hat{e}_r \iiint \left( \nabla \cdot P_r - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \right) dV + \hat{e}_\theta \iiint \left( \nabla \cdot P_\theta + \frac{\sigma_{r\theta}}{r} \right) dV + \hat{e}_z \iiint (\nabla \cdot P_z) dV \quad (2-11)$$

เมื่อกำหนดให้

$$P_r = \hat{e}_r \sigma_{rr} + \hat{e}_\theta \sigma_{r\theta} + \hat{e}_z \sigma_{zr} \quad (2-12a)$$

$$P_\theta = \hat{e}_r \sigma_{r\theta} + \hat{e}_\theta \sigma_{\theta\theta} + \hat{e}_z \sigma_{\theta z} \quad (2-12b)$$

$$P_z = \hat{e}_r \sigma_{zr} + \hat{e}_\theta \sigma_{\theta z} + \hat{e}_z \sigma_{zz} \quad (2-12c)$$

สำหรับแรงกระทำที่ตัววัตถุ (Body forces) ในระบบแกนทรงกระบอก

$$F_{Body} = \iiint (\hat{e}_r X_r + \hat{e}_\theta X_\theta + \hat{e}_z X_z) dV \quad (2-13)$$

เมื่อนำเอาสมการที่ (2-9), (2-11), (2-12) และ (2-13) มาจัดรูปใหม่ จะได้สมการสำหรับกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันในระบบแกนทรงกระบอก

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{DV_r}{Dt} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) &= \rho X_r + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r\sigma_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial(r\sigma_{zr})}{\partial z} \right] - \frac{\sigma_{\theta\theta}}{r} \\ &= \rho X_r + \frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial\sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \end{aligned} \quad (2-14a)$$

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{DV_\theta}{Dt} + \frac{V_r V_\theta}{r} \right) &= \rho X_\theta + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r\sigma_{r\theta})}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta} + \frac{\partial(r\sigma_{z\theta})}{\partial z} \right] + \frac{\sigma_{r\theta}}{r} \\
&= \rho X_\theta + \frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta} + \frac{\partial\sigma_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r}
\end{aligned} \tag{2-14b}$$

$$\begin{aligned}
\rho \left( \frac{DV_z}{Dt} \right) &= \rho X_z + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(r\sigma_{zr})}{\partial r} + \frac{\partial\sigma_{\theta z}}{\partial\theta} + \frac{\partial(r\sigma_{zz})}{\partial z} \right] \\
&= \rho X_z + \frac{\partial\sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\sigma_{\theta z}}{\partial\theta} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r}
\end{aligned} \tag{2-14c}$$

เมื่อกำหนดให้

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} + V_z \frac{\partial}{\partial z}$$

เมื่อพิจารณาของไหลที่เป็นของไหลนิวทอนเนียน พบว่าความเค้นในของไหลนั้นมีความเค้นสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเชิงมุม ดังนั้นความเค้นจึงมีทั้งความเค้นตึงฉากและความเค้นเฉือน ซึ่งแต่ละพจน์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\sigma_{rr} = -p + 2\mu\epsilon_{rr} - \frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\vec{V} \tag{2-15a}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -p + 2\mu\epsilon_{\theta\theta} - \frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\vec{V} \tag{2-15b}$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu\epsilon_{zz} - \frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\vec{V} \tag{2-15c}$$

และ

$$\sigma_{r\theta} = \mu\gamma_{r\theta} \tag{2-16a}$$

$$\sigma_{\theta z} = \mu\gamma_{\theta z} \tag{2-16b}$$

$$\sigma_{zr} = \mu\gamma_{zr} \quad (2-16c)$$

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial V_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (2-17a)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{\partial \theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \quad (2-17b)$$

$$\gamma_{\theta z} = \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \quad (2-17c)$$

$$\gamma_{zr} = \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \quad (2-17d)$$

เมื่อนำสมการที่ (2-15), (2-16) และ (2-17) แทนค่าลงในสมการที่ (2-14) จะได้สมการไหลที่มีผลของความหนืดสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้ ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันในระบบแกนทรงกระบอก ดังนี้

**สมการโมเมนตัมในแกน  $r$**

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{DV_r}{Dt} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) = & \rho X_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \right] + \frac{2\mu}{r} \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} - \frac{V_r}{r} \right) \end{aligned} \quad (2-18a)$$

สมการโมเมนตัมในแกน  $\theta$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{DV_\theta}{Dt} + \frac{V_r V_\theta}{r} \right) = & \rho X_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \mu \left( \frac{2}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{2V_r}{r} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) \right] \\ & + \frac{2\mu}{r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} \right) \end{aligned} \quad (2-18b)$$

สมการโมเมนตัมในแกน  $z$

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{DV_z}{Dt} \right) = & \rho X_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{V} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \right] + \frac{\mu}{r} \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (2-18c)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r}$$

สมการสำหรับกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันในระบบทรงกระบอก ดังแสดงในสมการที่ (2-18) นี้เรียกว่า สมการของนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stoke equation) ในระบบแกนทรงกระบอกเราสามารถนำมาพิจารณารูปแบบการไหลได้หลายรูปแบบ

การไหลที่มีผลของความหนืดสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้ และมี  $\mu$  เป็นค่าคงที่ จะสามารถเขียนสมการของนาเวียร์-สโตกส์ในระบบแกนทรงกระบอกได้ดังนี้

$$\rho \left( \frac{DV_r}{Dt} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) = \rho X_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (2-19a)$$

$$\rho \left( \frac{DV_\theta}{Dt} + \frac{V_r V_\theta}{r} \right) = \rho X_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[ \nabla^2 V_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r^2} + \frac{1}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (2-19b)$$

$$\rho \left( \frac{DV_z}{Dt} \right) = \rho X_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \nabla^2 V_z + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (2-19c)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

การไหลที่มีผลของความหนืดสำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ ซึ่งมีค่าของ  $\rho$  และ  $\mu$  เป็นค่าคงตัว จะสามารถเขียนสมการของนาเวียร์-สโตกส์ในระบบแกนทรงกระบอกได้ดังนี้

$$\rho \left( \frac{DV_r}{Dt} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) = \rho X_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[ \nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right] \quad (2-20a)$$

$$\rho \left( \frac{DV_\theta}{Dt} + \frac{V_r V_\theta}{r} \right) = \rho X_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[ \nabla^2 V_\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{r^2} \right] \quad (2-20b)$$

$$\rho \left( \frac{DV_z}{Dt} \right) = \rho X_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 V_z \quad (2-20c)$$

**กรณีการไหลที่ไม่มีผลของความหนืด** ในของไหลบางชนิด อาทิเช่น น้ำและอากาศ เป็นต้น ของไหลเหล่านี้มีค่าความหนืดค่อนข้างต่ำ จึงสมมติว่าการเคลื่อนที่ของของไหลดังกล่าวไม่มีผลของความหนืด (Nonviscous fluid) ดังนั้นจึงสมมติว่าค่าความเค้นเฉือนในของไหลเป็นศูนย์ จะพบว่าความเค้นตั้งฉากในของไหลไม่ขึ้นกับทิศทาง และพบว่าความเค้นตั้งฉากทุกตัวเป็นความเค้นกดตามสมการดังนี้

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = -p \quad (p \text{ คือ ความดันของของไหล})$$

$$\text{และกำหนดให้ } \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta z} = \sigma_{zr} = 0$$

$$\rho \left( \frac{DV_r}{Dt} - \frac{V_\theta^2}{r} \right) = \rho X_r - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2-21a)$$

$$\rho \left( \frac{DV_\theta}{Dt} + \frac{V_r V_\theta}{r} \right) = \rho X_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (2-21b)$$

$$\rho \left( \frac{DV_z}{Dt} \right) = \rho X_z - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (2-21c)$$

### สมการพลังงาน (Energy equation)

พลังงานที่เปลี่ยนแปลงในของของไหลที่พิจารณาประกอบด้วย 2 ส่วน คือ พลังงานภายใน (Internal energy) และพลังงานจลน์ (Kinetic energy) การที่แยกพลังงานจลน์มาพิจารณารวม เป็นเพราะการเคลื่อนที่คือปัจจัยหลักของการศึกษาพฤติกรรมของการไหล หลักการอนุรักษ์พลังงานกล่าวว่าพลังงานไม่สามารถสร้างขึ้น หรือทำลายได้ แต่สามารถเปลี่ยนแปลงรูปแบบได้ จากปรัชญานี้นำไปสู่ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกฎข้อที่หนึ่งของอุณหพลศาสตร์ที่กล่าวว่า ผลรวมพลังงานที่ถ่ายโอนให้กับระบบในรูปแบบความร้อน และงาน เท่ากับพลังงานในระบบที่เปลี่ยนแปลงไปต่อหน่วยเวลา จากรูปแบบต่างๆ ไปของสมการพลังงาน (Yuan.1969) ได้เสนอสมการพลังงานพื้นฐานดังสมการที่ (2-22)

$$\nabla \cdot (K \nabla T) + \Phi = \rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} \quad (2-22)$$

เมื่อพิจารณาจากสมการที่ (2-22) สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับสมการพลังงานสำหรับในระบบทรงกระบอก

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( K \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \Phi = \rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} \quad (2-23)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\nabla T = \hat{e}_r \frac{\partial T}{\partial r} + \hat{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \hat{e}_z \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot (K \nabla T) = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( rK \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{K}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( rK \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rK \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( K \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

$$\Phi = 2\mu \left( \varepsilon_{rr}^2 + \varepsilon_{\theta\theta}^2 + \varepsilon_{zz}^2 + \frac{\gamma_{r\theta}^2}{2} + \frac{\gamma_{\theta z}^2}{2} + \frac{\gamma_{zr}^2}{2} \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \vec{V})^2$$

$$= 2\mu \left[ \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \vec{V})^2 \right]$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial}{\partial z}$$

สมการพลังงานในระบบแกนทรงกระบอก ดังแสดงในสมการที่ (2-23) สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับรูปแบบการไหลได้หลายรูปแบบ ยกตัวอย่างเช่น

การไหลที่มีผลของความหนืดสำหรับการไหลแบบอัดตัวไม่ได้และการไหลแบบอัดตัวได้ เมื่อ  $K$ ,  $\rho$  และ  $\mu$  เป็นค่าคงที่ สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$K \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \Phi_{(i)} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \left( V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2-24)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\Phi_{(i)} = 2\mu \left[ \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - \frac{V_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} + \frac{\partial V_\theta}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_r}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial r} \right)^2 \right]$$

การไหลที่ไม่มีผลของความหนืดสำหรับการไหลแบบอัดตัวได้ เมื่อสมมติว่าค่าความเค้นเฉือนในของไหลเป็นศูนย์

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( K \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} \quad (2-25)$$

สำหรับกระบวนการที่ไม่มีการถ่ายเทความร้อนระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อม (Adiabatic flow) นั่นคือ  $dQ = 0$  จากสมการที่ (2-25) จะมีค่าเท่ากับสมการที่ (2-26)

$$\rho \frac{Dh}{Dt} - \frac{Dp}{Dt} = 0 \quad (2-26)$$

### แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน

สำหรับแบบจำลองความปั่นป่วนมีอยู่ด้วยกันหลายแบบ แต่ที่นำมาใช้ในการจำลองปัญหาสำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ คือ แบบจำลองมาตรฐาน  $k - \varepsilon$  (Standard  $k - \varepsilon$ )

#### แบบจำลอง Standard $k - \varepsilon$

แบบจำลอง Standard  $k - \varepsilon$  เทอมความเค้นเรโนลด์ จะถูกสร้างเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอัตราความเค้นเฉลี่ย (Mean strain rate) (Versteeg & Malalasekera. 1995) โดย

Eddy-viscosity ที่ซึ่งค่า Eddy-viscosity จะกำหนดให้สัมพันธ์กับพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (Turbulent kinetic energy,  $k$ ) และอัตราการสูญเสีย (Dissipation rate,  $\varepsilon$ ) โดยใช้ข้อสมมติฐานของ Boussinesq คือ

$$-\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2-27)$$

โดยที่  $\mu_t$  คือความหนืดของความปั่นป่วน (Eddy-viscosity) ซึ่งหาได้จาก

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2-28)$$

โดยที่ค่า  $C_\mu$  เป็นค่าคงที่ มีค่าเท่ากับ 0.09 และ  $k$  คือ พลังงานจลน์ของความปั่นป่วน  $\left( k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} \right)$  ส่วน  $\varepsilon$  คือ อัตราการสูญเสียของความปั่นป่วน (Turbulent dissipation rate) สำหรับรูปของสมการที่ใช้ในการหาค่า  $k$  และ  $\varepsilon$  เป็นดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \overline{u_i' k}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \rho \varepsilon \quad (2-29)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \overline{u_i' \varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\mu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \varepsilon) \quad (2-30)$$

โดยที่ค่า  $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$  ค่า  $G_k$  แทน อัตราการเกิดของพลังงานจลน์ความปั่นป่วน (Turbulent production rate) ขณะที่  $\rho \varepsilon$  เป็นอัตราการสูญเสีย (Destruction rate) โดย  $G_k$  มีค่าเป็น

$$G_k = \mu_{eff} \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] \quad (2-31)$$

โดยทั่วไปแล้วค่า  $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$  และ  $\sigma_\varepsilon = 1.3$

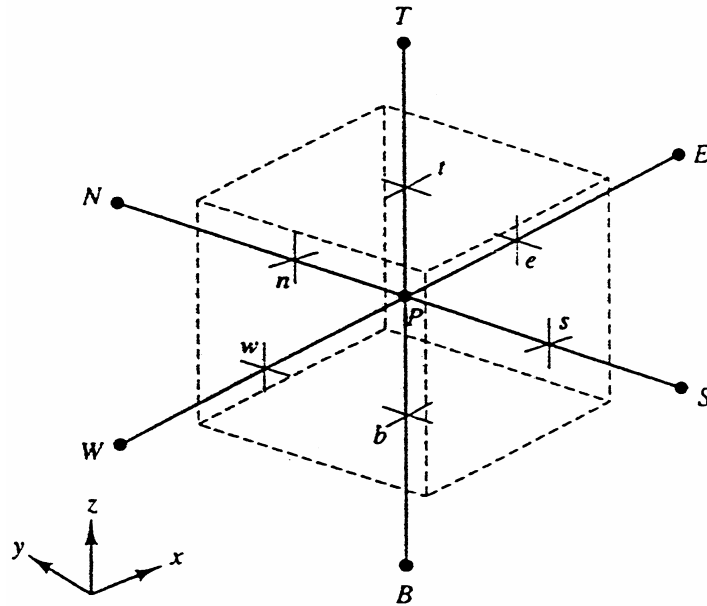
### ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method)

ในการหาผลเฉลยของสมการควบคุม (Governing equation) ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยซึ่งคู่ควบกันอยู่ ได้ใช้หลักวิธีพื้นฐานของปริมาตรควบคุม ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลข โดยแบ่งขอบเขตการคำนวณออกเป็นปริมาตรควบคุมย่อย ๆ ทำการอินทิเกรตสมการควบคุมในแต่ละปริมาตรควบคุม พร้อมทั้งจัดให้อยู่ในรูปของสมการพีชคณิต ทำการดิสครีตสมการควบคุม ซึ่งอยู่ในรูปอินทิกรัล และทำการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปริมาตรต่าง ๆ ในปริมาตรควบคุมย่อยหนึ่ง ๆ กับปริมาตรต่าง ๆ ในปริมาตรควบคุมย่อยข้างเคียงให้อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้น จากนั้นจึงทำการแก้สมการ เพื่อหาผลเฉลยต่อไป ซึ่งระเบียบวิธีดังกล่าวเรียกว่าวิธีการคำนวณแบบปริมาตรสืบเนื่อง (Finite volume method) และจะได้อธิบายต่อไป

รูปทั่วไปของสมการการส่งถ่ายปริมาณสเกลลาร์ ( $\phi$ ) ในปริมาตรควบคุมใด ๆ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอินทิกรัลได้ดังนี้

$$\int_A \rho \phi \vec{u} \cdot \vec{n} dA = \int_A \Gamma \phi \nabla \phi \cdot \vec{n} dA + \int_{CV} S_\phi dV \quad (2-32)$$

โดยที่  $\rho$  คือ ความหนาแน่น  $\vec{u}$  คือ เวกเตอร์ความเร็ว  $A$  คือ พื้นที่ผิวของปริมาตร  $\Gamma \phi$  คือสัมประสิทธิ์การแพร่ของ  $\phi$   $\nabla \phi$  คือ ค่าความชันของ  $\phi$   $S_\phi$  คือ แหล่งกำเนิด (Source) ของ  $\phi$  ต่อหน่วยปริมาตร เทอมต่าง ๆ ในสมการที่ (2-32) มีความหมายดังนี้ เทอมแรกทางด้านซ้ายของสมการเป็นเทอมที่ขึ้นอยู่กับเวลา เทอมแรกทางด้านขวาของสมการ เป็นเทอมของการพา ส่วนเทอมที่สองด้านขวาของสมการเป็นเทอมการแพร่ การหาค่าอินทิเกรตสมการข้างต้นเป็นขั้นตอนต่อไปของการคำนวณแบบปริมาตรสืบเนื่อง ในการวิเคราะห์การไหลแบบ 3 มิติ จะกำหนดให้ค่า  $\phi$  มีค่าเป็น  $u$ ,  $v$  และ  $w$  ต่อไปเราจะพิจารณาปริมาตรควบคุมใดๆ ในภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ปริมาตรควบคุม 3 มิติ

ภาพประกอบ 4 จุด  $P$  ตัวแทนของปริมาตรจะอยู่ตำแหน่งกลางของปริมาตร พื้นผิวแต่ละด้านของปริมาตรเขียนแทนด้วย  $e, w, n, s, t$  และ  $b$  ซึ่งหมายถึง พื้นผิวด้านทิศตะวันออก ทิศตะวันตก ทิศเหนือ ทิศใต้ ด้านบนและด้านล่างของจุด  $P$  ตามลำดับ ต่อไปเป็นการดิสครีตสมการ (2-32)

### การดิสครีตไทเซชัน (Discretisation)

สมการอนุพันธ์ย่อยไม่เชิงเส้นที่ใช้อธิบายการไหลของของไหลนั้น เมื่อทำการดิสครีตในแต่ละเทอมจะได้ดังนี้

#### เทอมการพา (Convection term)

ทำการดิสครีตเทอมการพาจะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \int_A (\rho \phi u) \cdot \vec{n} dA &= [(\rho \phi Au)_e - (\rho \phi Au)_w] \\ &+ [(\rho \phi Av)_n - (\rho \phi Av)_s] \\ &+ [(\rho \phi Aw)_t - (\rho \phi Aw)_b] \end{aligned} \quad (2-33)$$

สามารถเขียนสมการของการพาที่ทำการดีสครีตแล้วให้ง่ายขึ้นโดยการแทนด้วย  $F = \rho u A$  โดยที่ค่า  $F$  คือ ฟลักซ์ของการพา (Convective flux) เขียนสมการ (2-33) ใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \int_A (\rho \phi u) \cdot \vec{n} dA = & [(F\phi)_e - (F\phi)_w] \\ & + [(F\phi)_n - (F\phi)_s] \\ & + [(F\phi)_t - (F\phi)_b] \end{aligned} \quad (2-34)$$

#### เทอมการแพร่ (Diffusion term)

ทำการดีสครีตเทอมการแพร่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & \left[ \left( A \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( A \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \\ & + \left[ \left( A \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left( A \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \\ & + \left[ \left( A \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_t - \left( A \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_b \right] + \bar{S} \Delta V = 0 \end{aligned} \quad (2-35)$$

เมื่อ  $\Gamma$  คือค่าของสัมประสิทธิ์ของการแพร่ เพื่อความสะดวกเราจะใช้ตัวแปร  $D = \frac{\Gamma A}{\delta x}$  แสดงแทนฟลักซ์ของการแพร่ (Diffusive flux) และสามารถเขียนสมการของการพาที่ทำการดีสครีตแล้วได้ใหม่เป็น

$$\begin{aligned} & \left[ D_e (\phi_e - \phi_p) - D_w (\phi_p - \phi_w) \right] \\ & + \left[ D_n (\phi_n - \phi_p) - D_s (\phi_p - \phi_s) \right] \\ & + \left[ D_t (\phi_t - \phi_p) - D_b (\phi_p - \phi_b) \right] \\ & + (S_u + S_p \phi_p) = 0 \end{aligned} \quad (2-36)$$

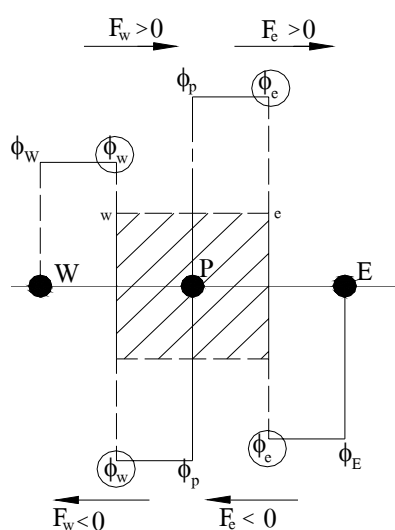
ค่า  $\phi_e$ ,  $\phi_n$ ,  $\phi_s$ ,  $\phi_t$  และ  $\phi_b$  เป็นค่าของ  $\phi$  ที่พื้นผิวผนังของปริมาตร ซึ่งหาได้โดยการประมาณค่า  $\phi$  และการประมาณค่า  $\phi$  ที่บริเวณผิวของปริมาตรนั้นมีหลายวิธีด้วยกัน แต่ที่จะนำเสนอในงานวิจัยนี้ คือระเบียบวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่ง (First order upwind scheme) วิธีผลต่างอันดับที่สอง (Second order upwind scheme) และระเบียบวิธีผลต่างแบบควิก (Quadratic upstream interpolation for convective kinetics differencing scheme, QUICK)

### การประมาณค่าของอินทิกรัลพื้นผิว

ในการประมาณค่าเทอมที่เกิดการพา นั้น งานวิจัยในครั้งนี้ได้นำเสนอระเบียบวิธีแบบต่างๆ ดังต่อไปนี้ ระเบียบวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่ง วิธีผลต่างอันดับที่สอง และระเบียบวิธีผลต่างแบบควิก ซึ่งจะแสดงรายละเอียดต่อไป ซึ่งในงานวิจัยในครั้งนี้ได้เลือกใช้ระเบียบวิธีผลต่างอันดับที่สอง มาใช้ในการประมาณค่าเทอมที่เกิดการพา

#### ระเบียบวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่ง

สำหรับการประมาณค่าแบบระเบียบวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่งนั้น ค่าที่ต้องการหาคือค่า  $\phi$  ในกรณี  $F_e$  เป็นค่าบวก ค่าของ  $\phi_e$  จะถูกกำหนดให้เท่ากับค่า  $\phi_P$  สังเกตว่าจะให้เท่ากับค่าที่อยู่ทางด้านปลายลูกศร กรณีที่  $F_e$  เป็นค่าลบ ค่า  $\phi_e$  จะถูกกำหนดให้เท่ากับ  $\phi_E$  ดังแสดงในภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 5 การประมาณค่าแบบระเบียบวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่ง

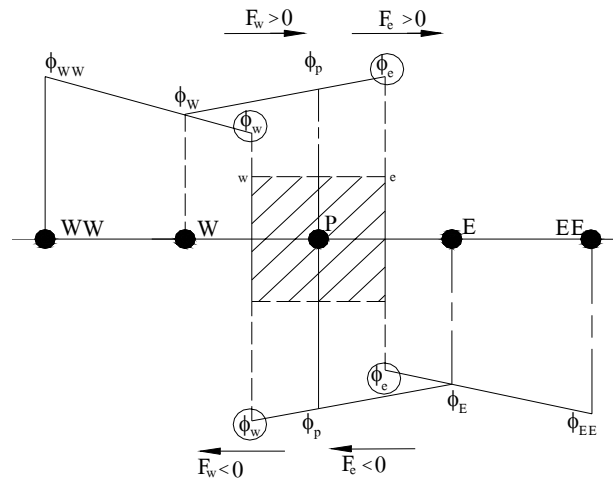
$$\begin{aligned}
 \phi_e = \phi_p & : F_e > 0, & \phi_e = \phi_E & : F_e < 0 \\
 \phi_w = \phi_W & : F_w > 0, & \phi_w = \phi_p & : F_w < 0
 \end{aligned}$$

ดังนั้นสมการเขียนได้ดังนี้

$$F_e \phi_e = \phi_p [F_e] + \phi_e [-F_e] \quad (2-37)$$

ระเบียบวิธีผลต่างต้นลมอันดับที่สอง

ค่า  $\phi$  จะประมาณค่าภายในที่พื้นผิวของปริมาตรโดยใช้ตำแหน่งริข้างเคียงอยู่ที่ท้ายลม ดังแสดงในภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 การประมาณค่าแบบระเบียบวิธีผลต่างต้นลมอันดับที่สอง

$$\phi_e = \frac{3}{2}\phi_p - \frac{1}{2}\phi_w \quad : \quad F_e > 0$$

$$\phi_w = \frac{3}{2}\phi_W - \frac{1}{2}\phi_{WW} \quad : \quad F_w > 0$$

$$\phi_e = \frac{3}{2}\phi_E - \frac{1}{2}\phi_{EE} \quad : \quad F_e < 0$$

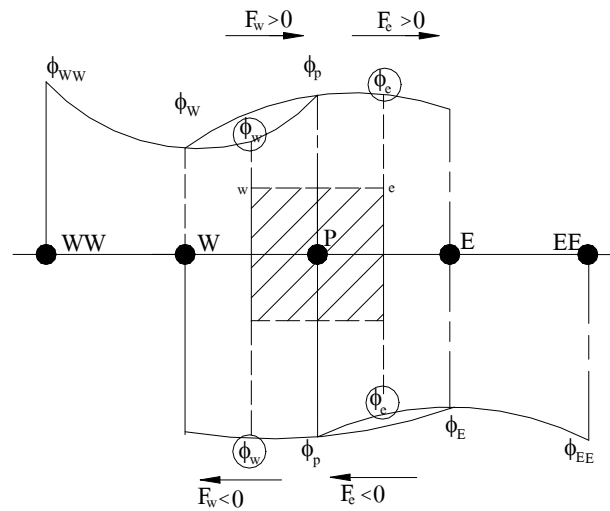
$$\phi_w = \frac{3}{2}\phi_p - \frac{1}{2}\phi_E \quad : \quad F_w < 0$$

ดังนั้นสมการเขียนได้ดังนี้

$$F_e \phi_e = \left( \frac{2}{3} \phi_p - \frac{1}{2} \phi_w \right) [F_e] - \left( \frac{2}{3} \phi_E - \frac{1}{2} \phi_{EE} \right) [-F_e] \quad (2-38)$$

### ระเบียบวิธีผลต่างแบบควิก

การประมาณค่า  $\phi$  ด้วยระเบียบวิธีนี้ ตั้งสมมติฐานอยู่บนค่าเฉลี่ยของระเบียบวิธีผลต่างต้นลมอันดับที่สอง (Versteeg & Malalasekera.1995) การหาค่าพื้นที่ผิวนั้นหาได้จาก 2 กริดข้างเคียงอยู่ที่ปลายลม (Dowstream) และอีก 1 กริดที่อยู่ต้นลม (Upstream)



ภาพประกอบ 7 การประมาณค่าแบบระเบียบวิธีผลต่างแบบควิก

$$\phi_e = \frac{3}{8} \phi_E + \frac{3}{4} \phi_P - \frac{1}{8} \phi_W \quad : F_e > 0$$

$$\phi_w = \frac{3}{8} \phi_P + \frac{3}{4} \phi_W - \frac{1}{8} \phi_{WW} \quad : F_w > 0$$

$$\phi_e = \frac{3}{8} \phi_P + \frac{3}{4} \phi_E - \frac{1}{8} \phi_{EE} \quad : F_e < 0$$

$$\phi_W = \frac{3}{8}\phi_W + \frac{3}{4}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_E \quad : F_w < 0$$

ดังนั้นสมการเขียนได้ดังนี้

$$F_e\phi_e = \left(\frac{3}{8}\phi_E - \frac{3}{4}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_W\right)[F_e] - \left(\frac{3}{4}\phi_E - \frac{3}{8}\phi_P - \frac{1}{8}\phi_{EE}\right)[-F_e] \quad (2-39)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร  $\phi$  ของปริมาตรหนึ่ง ๆ กับตัวแปร  $\phi_{nb}$  ของปริมาตรข้างเคียงสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเชิงเส้นได้ดังนี้

$$a_P\phi_P = \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b \quad (2-40)$$

โดยที่ตัวห้อย  $nb$  หมายถึง ปริมาตรข้างเคียง ส่วน  $a_P$  และ  $a_{nb}$  เป็นสัมประสิทธิ์ของการทำให้อยู่ในรูปเชิงเส้นสำหรับตัวแปร  $\phi_P$  และ  $\phi_{nb}$  ตามลำดับ ซึ่งจำนวนของปริมาตรข้างเคียงมีค่าเท่ากับด้านที่ล้อมรอบปริมาตรที่พิจารณา ส่วน  $b$  เป็นเทอมที่เพิ่มมาจากแหล่งกำเนิดอื่นๆ

การหาผลเฉลยโดยวิธีการแยกพิจารณา (Segregated method) เป็นการแยกส่วนในการคำนวณระหว่างสมการโมเมนตัมและสมการความต่อเนื่อง แต่อย่างไรก็ตามค่าต่างๆ ที่ได้จากการคำนวณต้องสอดคล้องกัน สมการที่ (2-41) เป็นสมการโมเมนตัมที่ดิสครีตแล้วในแนวแกน  $x$  โดยได้พิจารณาผลของแรงที่เกิดจากความดัน ( $pA_f$ ) และกำหนดให้  $\phi = u$

$$a_P u_P = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum pA_f + B \quad (2-41)$$

โดยที่  $A_f$  แทนพื้นที่ผิวที่พิจารณา  $B$  แทนแหล่งกำเนิดอื่นๆ ที่ปราศจากการกระจายความดันสำหรับสมการโมเมนตัม ในแนวแกน  $y$  และแนวแกน  $z$  ก็มีลักษณะคล้ายคลึงกัน ส่วนสมการความต่อเนื่องที่ดิสครีตแล้วแสดงได้ดังนี้

$$\sum_f^{N_{face}} \rho u_n A_f = 0 \quad (2-42)$$

โดยที่  $N_{face}$  เป็นจำนวนผนังล้อมรอบปริมาตร  $u_n$  คือ ความเร็วที่ผนังปริมาตร การประมาณค่าของอินทิกรัลพื้นผิว

### กระบวนการหาคำตอบ (Solution algorithm)

เพื่อให้ค่าความดันและความเร็วในสมการโมเมนตัมสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง ดังนั้นกระบวนการหาคำตอบแบบ SIMPLE (Semi - Implicit Method for Pressure - Linked Equations), SIMPLEC (Semi - Implicit Method for Pressure - Linked Equations Consistent) และ PISO (Pressure Implicit with Splitting of Operators) จึงถูกนำมาใช้เพื่อตรวจสอบค่าความดันและความเร็วให้มีความสอดคล้องกัน (Versteeg & Malalasekera. 1995; FLUENT version 6.0: 2001; Patankar & Spalding. 1972) จากสมการ (2-41) เราจะกำหนด  $p$  เพื่อให้ได้ค่าของ  $u$  และเพื่อปรับค่าที่ได้จากการคำนวณในรอบแรกเพื่อช่วยให้ลู่เข้าหาคำตอบเราจะเพิ่ม  $p'$  ขึ้นมา ดังนั้นสมการสามารถเขียนได้เป็น

$$a_p u_p^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + \sum (p_w^* - p_e^*) A_f + B \quad (2-43)$$

โดยที่  $p_w^*$  และ  $p_e^*$  เป็นค่าความดันของแต่ละปริมาตรที่ติดกัน ในการแก้สมการ จะเริ่มต้นด้วยการสมมติค่าความดัน  $p^*$  เพื่อให้ได้ค่า  $u^*$ ,  $v^*$  และ  $w^*$  และค่าที่ได้จะต้องที่สอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง ดังนั้นความสัมพันธ์ที่ได้เพิ่มเติม  $p'$  เข้ามาเพื่อปรับค่า  $p^*$  ในการคำนวณรอบต่อไป ซึ่งมีดังนี้

$$p = p^* + p', \quad u = u^* + u', \quad v = v^* + v' \quad (2-44)$$

โดยที่  $p'$  เรียกว่า การตรวจสอบค่าความดัน (Pressure correction) ดังนั้นสมการ (2-44) สามารถเขียนได้เป็น

$$a_p u_p' = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}' + \sum (p_w' - p_e') A_f + B \quad (2-45)$$

ในกระบวนการหาคำตอบแบบ SIMPLE จะไม่พิจารณาเทอม  $\sum_{nb} a_{nb} u_{nb}'$  ดังนั้นจะได้สมการที่ดิสครีตของการตรวจสอบค่าความดันในปริมาตรเป็นดังนี้

$$u'_p = d_f (p_w^* - p_e^*) \quad (2-46)$$

โดยที่เทอม  $d_f$  มีค่าเท่ากับ  $d_f = \frac{A_f}{a_p}$  ในสมการโมเมนตัมที่ดีสครีตแล้ว การปรับค่าความดันและอัตราการไหลผ่านผนังปริมาตรในแต่ละครั้งนั้น จะเป็นไปตามสมการนี้

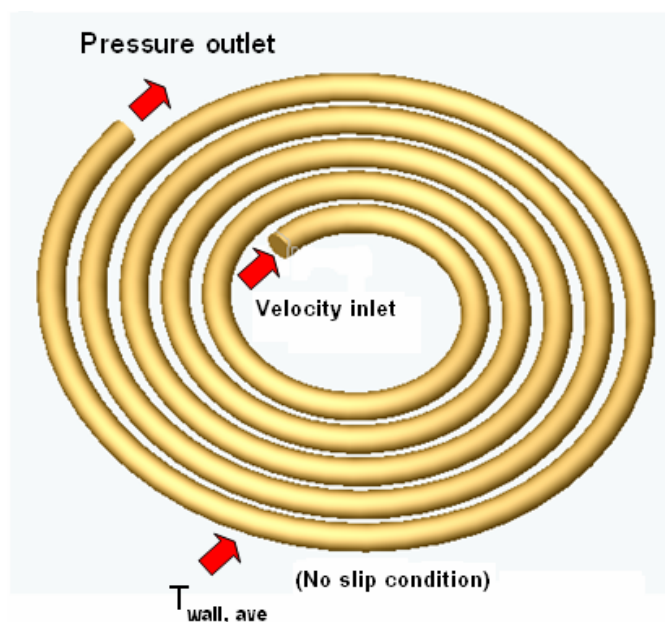
$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (2-47)$$

โดยที่  $\alpha_p$  เป็นค่าแฟคเตอร์ของการปรับค่า สำหรับกระบวนการหาคำตอบแบบ SIMPLEC นั้น เริ่มต้นจะเหมือนกับกระบวนการหาคำตอบแบบ SIMPLE ที่กล่าวมาข้างต้น แต่ต่างกันที่ได้นำเทอม  $\sum_{nb} a_{nb} u'_{nb}$  มาพิจารณาด้วย ซึ่งจะมีสัมประสิทธิ์ของ  $d_f$  เป็นฟังก์ชันของ  $1 - \sum a_{nb} / a_p$  ดังนั้น สมการที่ดีสครีตของการตรวจสอบค่าความดันในปริมาตรที่พิจารณาจะเป็น  $u'_p = \frac{d_f}{1 - \sum a_{nb} / a_p} (p_w^* - p_e^*)$  ส่วนกระบวนการหาคำตอบแบบ PISO นั้น ได้ปรับปรุงประสิทธิภาพของการคำนวณจาก SIMPLE โดยการเพิ่ม Neighbor correction และ Skewness correction ซึ่งได้เพิ่มวงจร (Loop) ในการคำนวณเพื่อให้ค่าความดันและความเร็วของสมการโมเมนตัมสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่องเร็วขึ้น กระบวนการทำซ้ำนี้เรียกว่า การปรับค่าโมเมนตัม (Momentum correction) หรือ Neighbor correction กระบวนการหาคำตอบแบบ PISO นั้น ทำให้การใช้เวลาในการประมวลผลต่อการคำนวณมากขึ้นเพียงเล็กน้อย แต่จะทำให้จำนวนรอบในการทำซ้ำเพื่อเข้าสู่หาคำตอบลดลง สำหรับ Skewness correction นั้นเป็นตัวปรับค่าฟลักซ์ของมวลที่ผนังของปริมาตรและค่าความแตกต่างของการตรวจสอบค่าความดัน

### เงื่อนไขขอบ (Boundary condition)

ในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยสิ่งสำคัญที่ขาดเสียไม่ได้คือเงื่อนไขขอบ ดังนั้นเงื่อนไขขอบเป็นตัวบ่งชี้ถึงลักษณะของความเป็นจริงที่เกิดขึ้นในบริเวณขอบเขตของการคำนวณ ในการกำหนดเงื่อนไขขอบจำเป็นต้องคำนึงถึงความเป็นจริงที่เกิดขึ้น เพื่อให้การจำลองปัญหาเหมือนจริงมากที่สุด ซึ่งจะส่งผลถึงความถูกต้องของผลที่ได้จากการคำนวณ สำหรับการจำลองการไหลในงานวิจัยนี้ ได้ตรวจสอบตัวเลขเรย์โนลด์สอยู่ในช่วง  $6000 \leq Re \leq 18000$  ซึ่งถือว่าอยู่ในช่วงการไหลแบบปั่นป่วน ดังนั้นแบบจำลอง Standard  $k-\varepsilon$  จึงถูกนำมาใช้ในงานวิจัย

ในครั้งนี้โดยที่ตำแหน่งทางเข้ากำหนดให้เป็นค่าความเร็วเฉลี่ย พร้อมทั้งค่าของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนและอัตราการสลายของความปั่นป่วน สำหรับบริเวณภายในของผนังที่กำหนดให้ความเร็วมีค่าเป็นศูนย์และอุณหภูมิผนังที่มีค่าคงที่ในช่วง 35-65 องศาเซลเซียส และตำแหน่งทางออกกำหนดเป็นแบบ Pressure outlet ซึ่งสมมุติให้ค่าความดันเท่ากับความดันบรรยากาศมีค่าเท่ากับศูนย์



ภาพประกอบ 8 แสดงเงื่อนไขขอบสำหรับการวิเคราะห์

#### เงื่อนไขขอบที่ทางเข้า (Inlet boundary condition)

ความเร็วของของไหลที่ไหลเข้าสู่ท่อทดสอบแบบขดเป็นวงนั้น กำหนดเป็นค่าความเร็วเฉลี่ย และค่าของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน ( $k$ ) และอัตราการสลายของความปั่นป่วน ( $\varepsilon$ ) สามารถคำนวณหาค่า  $k$  และ  $\varepsilon$  ได้จากสมการ

$$k = \frac{3}{2}(\bar{u}I)^2 \quad (2-48)$$

$$\varepsilon = C_{\mu} \frac{3}{4} \frac{k^{3/2}}{l} \quad (2-49)$$

เมื่อ  $C_\mu$  คือค่าคงที่ โดยทั่วไปมีค่าประมาณ 0.09 และ  $I = 0.07r_{tu}$  โดยที่  $I$  คือค่าคุณลักษณะความยาว (Turbulence characteristic length) และ  $r_{tu}$  คือรัศมีของเกลียวของท่อชุดทดสอบ สำหรับค่าความเข้มของการปั่นป่วน (Turbulence intensity,  $I$ ) (FLUENT version 6.0: 2001) ซึ่งสามารถหาค่าได้จาก

$$I = 0.16(R_e)^{-1/8} \quad (2-50)$$

### เงื่อนไขขอบที่ผนัง (Wall boundary condition)

สำหรับเงื่อนไขขอบที่บริเวณผนัง กำหนดให้ความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ (No slip condition) และบริเวณใกล้ๆ ผนังกำหนดให้ใช้ฟังก์ชันผนังมาตรฐาน (Standard wall function) (Yakhot & Orzag. 1986) โดยกำหนดให้ค่าความเร็วเฉลี่ย สมการฟังก์ชันผนังมาตรฐานเขียนได้เป็น

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (2-51)$$

โดยที่

$$u^+ \equiv \frac{\bar{u}_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w / \rho} \quad (2-52)$$

$$y^+ \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu} \quad (2-53)$$

โดยที่  $\kappa$  คือค่าคงที่ของวอนการ์มันน์ (Von karman constant) มีค่าเท่ากับ 0.42 ส่วน  $E$  คือ ค่าคงที่จากการทดลองมีค่าเท่ากับ 9.81  $\bar{u}_P$  คือค่าความเร็วเฉลี่ยที่จุด  $P$   $k_P$  คือค่าพลังงานจลน์ของความปั่นป่วนที่จุด  $P$   $y_P$  คือระยะทางจากจุด  $P$  กับผนังและ  $\mu$  คือค่าความหนืดของของไหล โดยทั่วไปแล้ว เมื่อ  $y^+ > 11.25$  ค่าความเร็วเฉลี่ยที่ได้จะเป็นไปตามสมการ (2-53) (Patankar & Spalding. 1972) แต่ที่  $y^+ < 11.25$  ค่าของความเร็วเฉลี่ยจะเป็นไปตามความสัมพันธ์ของความเค้นและความเครียดแบบราบเรียบ (Laminar stress-strain relationship) ดังนี้

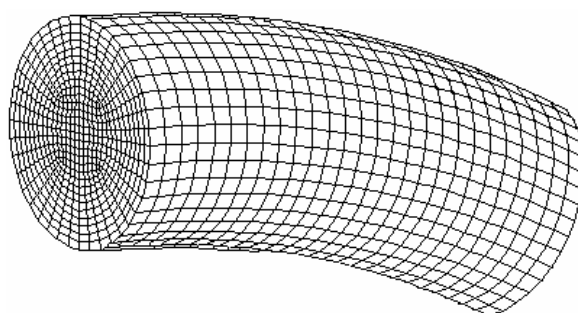
$$u^+ = y^+ \quad (2-54)$$

### เงื่อนไขขอบที่ทางออก (Outlet boundary condition)

สำหรับเงื่อนไขขอบที่ทางออก กำหนดเป็นแบบ Pressure outlet ซึ่งสมมุติให้ค่าความดันเท่ากับความดันบรรยากาศมีค่าเท่ากับศูนย์ โดยไม่คิดผลจากความดันที่ทางออกย้อนกลับ (Back pressure) และการไหลอยู่ในช่วงพัฒนาเต็มที่แล้ว (Fully developed)

### การหาจำนวนกริดที่เหมาะสม

ในส่วนของการคำนวณระเบียบวิธีเชิงตัวเลขนั้น ได้ใช้ระเบียบปริมาตรสี่เหลี่ยม (Finite volume method) ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป FLUENT ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลข และใช้การประมาณค่าภายในด้วยวิธี Second-order upwind เพื่อดีสครีตระบบสมการที่เกี่ยวข้องสำหรับพจน์ของความดันและความเร็วซึ่งคู่ควบกันอยู่ได้ใช้กระบวนการหาคำตอบใช้วิธี SIMPLEC รูปแบบการจัดวางกริดแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Unstructured grids) ซึ่งมีลักษณะกริดเป็นแบบสี่เหลี่ยมขนาดไม่คงที่ ดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 Unstructured grids ที่ใช้ในการวิเคราะห์ระบบของท่อขดเป็นวง

ในงานวิจัยนี้การหาจำนวนกริดที่เหมาะสมสำหรับการคำนวณนั้น พิจารณาโดยเปรียบเทียบผลการคำนวณที่จำนวนกริด  $3.5 \times 10^5$ ,  $5.4 \times 10^5$  และ  $5.8 \times 10^5$  ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 จำนวนกริดที่เหมาะสม

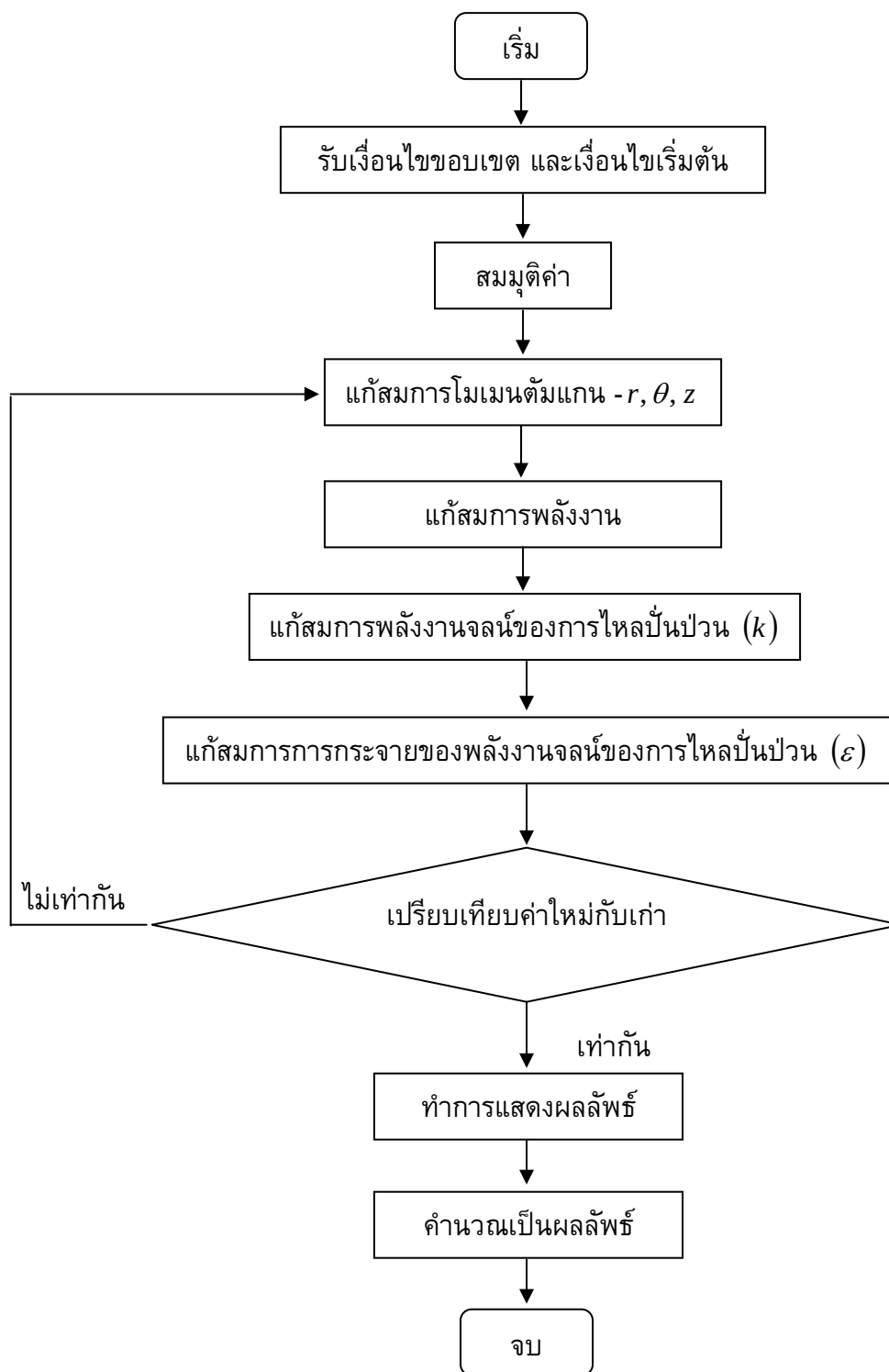
| จำนวนกริด         | ความดันลด<br>( $\Delta p$ , kPa/m) | $(T_{w, ave} - T_{w, in}) /$<br>( $T_{wall, ave} - T_{w, in}$ ) | $N_u$   |
|-------------------|------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------|
| $3.5 \times 10^5$ | 28.6050                            | 0.4694                                                          | 84.8384 |
| $5.4 \times 10^5$ | 28.7974                            | 0.4548                                                          | 85.7703 |
| $5.8 \times 10^5$ | 28.7977                            | 0.4550                                                          | 85.8018 |

$$m_w = 0.12 \text{ kg/s}, T_{w, in} = 25^\circ \text{C}, T_{wall, ave} = 35^\circ \text{C}, C_R = 0.05$$

จากตาราง 1 พบว่าค่าที่ได้จากการคำนวณจะมีความแตกต่างกันน้อยมากเมื่อใช้จำนวนกริดเท่ากับ  $5.4 \times 10^5$  และ  $5.8 \times 10^5$  ดังนั้นจำนวนกริดที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการคำนวณในขั้นตอนต่อไปมีค่าเท่ากับ  $5.4 \times 10^5$

ขั้นตอนการคำนวณของโปรแกรมดังแสดงในภาพประกอบ 10 โดยมีรายละเอียดของขั้นตอนในการหาคำตอบดังต่อไปนี้

1. กำหนดเงื่อนไขขอบเขตเริ่มต้น และทำการสมมุติค่าเริ่มต้นในการคำนวณ
2. กำหนดเงื่อนไขในการคำนวณ เป็นการไหลในท่อแบบขดเป็นวง โดยให้มีการไหลแบบปั่นป่วน รวมทั้งมีการถ่ายเทความร้อน
3. คำนวณสมการโมเมนตัมเพื่อทำการหาความเร็ว จากสมการที่ 2-18
4. คำนวณสมการพลังงานเพื่อหาพลังงานรวมจำเพาะ จากสมการที่ 2-23
5. คำนวณค่าพลังงานจลน์ของการปั่นป่วน และอัตราการสูญเสียพลังงานจลน์ของการปั่นป่วนโดยใช้แบบจำลอง  $k - \varepsilon$  model จากสมการที่ 2-29 และ 2-30
6. กลับไปทำตามขั้นตอนที่ 3-5 ใหม่จนกระทั่งค่าที่ได้จากการคำนวณมีค่าเท่าเดิม จะได้ผลการคำนวณที่ลู่เข้าหาคำตอบโดยใช้ Criterion convergence  $10^{-5}$



ภาพประกอบ 10 การคำนวณของโปรแกรม

## ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการจำลอง

ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการคำนวณด้วยวิธีการเชิงตัวเลขนั้น หลีกเลียงไม่ได้ เนื่องจากการเป็นค่าประมาณค่า และใช้แบบจำลองความปั่นป่วน ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนั้น สามารถแบ่งออกได้ดังนี้ ความผิดพลาดที่เกิดจากแบบจำลองเอง ความผิดพลาดที่เกิดจาก ดีสครีตและค่าความผิดพลาดที่เกิดจากกระบวนการทำซ้ำ (Iteration) รายละเอียดของค่าความผิดพลาดมี ดังต่อไปนี้ ความผิดพลาดที่เกิดจากแบบจำลอง คือ ค่าความแตกต่างระหว่างจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นกับอุปกรณ์ท่อนแบบขดเป็นวงจริง และการไหลจริงกับการไหลในการจำลองที่เราตั้งสมมติฐานขึ้น ซึ่งคุณสมบัติของการไหลไม่สามารถที่จะกำหนดให้ถูกต้องกับของไหลที่เป็นจริงได้ เช่น การเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นที่แปรตามอุณหภูมิในของไหลจริง เงื่อนไขขอบเขตที่เรากำหนดไว้เป็นเพียงคาดคะเน ซึ่งไม่สามารถจะกำหนดให้ตรงกับความเป็นจริงมากที่สุดได้ ความผิดพลาดที่เกิดจากการดีสครีตนั้นคือ ความผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณค่าของสมการอนุพันธ์ย่อย ซึ่งเราจำเป็นที่จะต้องตัดทอนปลายของสมการอนุกรมเทเลอร์ (Taylor Series) ออกไป เพื่อที่จะทำให้เราได้มีการประมาณค่าได้ และเทคนิคการประมาณค่าแต่ละชนิด ก็จะมีค่าความผิดพลาดแตกต่างกันไป สุดท้ายเป็นค่าความผิดพลาดที่เกิดจากกระบวนการทำซ้ำซึ่งในกระบวนการหาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ย่อยที่ได้ทำการดีสครีตแล้วนั้น จำเป็นที่จะต้องใช้กระบวนการทำซ้ำ โดยที่กระบวนการทำซ้ำนี้จะมีการสิ้นสุดที่เป็นไปได้ยากมาก ดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องกำหนดจุดให้กระบวนการทำซ้ำนั้นหยุด จุดนั้น เรียกว่า Criteria ค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นสามารถที่จะลดให้น้อยลงได้โดยการกำหนดค่านี้ให้มากขึ้น แต่อย่างไรก็ตามเราจะต้องใช้เวลาในการจำลองมากขึ้นด้วย นอกจากนี้ยังมีค่าความผิดพลาดที่เกิดจากจำนวนกริดไม่ละเอียดพอ ค่าความผิดพลาดที่เกิดจากแบบจำลองการไหลไม่ดีพอ

## บทที่ 3

### อุปกรณ์และวิธีการทดลอง

ในการทดลองจะใช้ชุดทดสอบแบบขดเป็นวง (Test section) วางในแนวนอน ซึ่งจะใช้ไอน้ำและน้ำร้อนเป็นสารทำงาน (Working fluid) โดยที่ไอน้ำไหลในท่อในชุดทดสอบที่วางในชุดและไหลออกที่วงนอกสุด ส่วนน้ำร้อนจะถูกบรรจุในภาชนะควบคุมอุณหภูมิคงที่

#### อุปกรณ์ในการทดลอง

จากภาพประกอบ 11 แสดงไดอะแกรมของอุปกรณ์การทดลอง ซึ่งประกอบด้วย

1. ชุดทดสอบแบบขดเป็นวง (Test section)
2. ระบบน้ำร้อน ประกอบด้วยถังน้ำร้อน (Hot water tank) ชุดฮีตเตอร์พร้อมชุด

ควบคุม

3. ระบบน้ำเย็น ประกอบด้วยชุดเครื่องทำความเย็น (Air conditioning unit) ถังน้ำเย็น (Cold water tank) พร้อมชุดควบคุม

4. ชุดส่งน้ำ ประกอบด้วย ปั๊มน้ำ วาล์วน้ำ, Flow meter

5. ชุดเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บข้อมูล ประกอบด้วย Differential pressure transducer, Data logger

#### วิธีการทดลอง

การเก็บข้อมูลจากการทดลองเพื่อนำไปวิเคราะห์ผลมีลำดับขั้นตอนในการเก็บดังนี้

1. ประกอบชุดทดสอบแบบขดเป็นวง (Test section)
2. เปิดชุดควบคุมฮีตเตอร์เพื่อควบคุมอุณหภูมิของน้ำร้อนในถังน้ำร้อนให้คงที่ตลอดช่วงของการเก็บข้อมูล

3. เปิดชุดเครื่องทำความเย็นเพื่อควบคุมอุณหภูมิของน้ำเย็นในถังน้ำเย็นให้ได้ตามต้องการ

4. เปิดปั๊มน้ำพร้อมปรับอัตราการไหลของน้ำเย็นที่ไหลผ่านชุดทดสอบแบบขดเป็นวงให้ได้ตามต้องการ และให้ระบบทำงานจนระบบเข้าสู่สภาวะคงที่ (Steady state) หลังจากนั้นจึงเก็บข้อมูลตามที่ต้องการ

5. เปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลผ่านชุดทดสอบแบบขดเป็นวง พร้อมเก็บข้อมูล

6. ทำตามข้อที่ 4-5 โดยการเปลี่ยนแปลงอัตราการไหลของน้ำเย็นและอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลผ่านชุดทดสอบแบบขดเป็นวง

7. ทำตามข้อที่ 1-5 โดยการเปลี่ยนแปลง อัตราส่วนความโค้งของชุดทดสอบ ปรับ  
อัตราการใช้ของน้ำเย็นและอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลผ่านชุดทดสอบแบบขดเป็นวง





## เงื่อนไขตัวแปรที่ใช้ในการทดลอง

จัดตัวแปรที่จะทำการศึกษาวิจัยออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

### 1. กลุ่มตัวแปรอิสระ ได้แก่

- อุณหภูมิน้ำร้อนในถังกำหนดให้อุณหภูมิคงที่
- อัตราส่วนความโค้งงอของท่อที่ใช้ในการทดสอบ
- อัตราการไหลของน้ำเย็นผ่านท่อชุดทดสอบ
- อุณหภูมิน้ำเย็นไหลผ่านท่อชุดทดสอบ

### 2. กลุ่มตัวแปรตามที่ต้องการวัดค่า ได้แก่

- อุณหภูมิของน้ำในถังน้ำร้อน อุณหภูมิของน้ำไหลในท่อและผิวท่อภายในถังน้ำร้อน รวมทั้งอุณหภูมิน้ำทางเข้าและออกนอกท่อชุดทดสอบ
- ความดันลดในขณะน้ำไหลเข้าและออกจากชุดทดสอบ

ตาราง 2 ข้อมูลเกี่ยวกับท่อแบบขดเป็นวง (Test section)

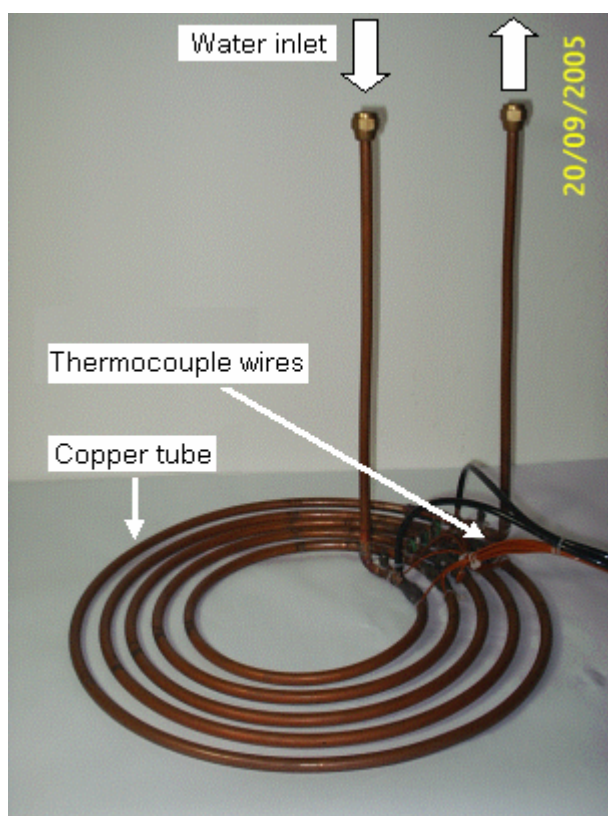
| รายละเอียด                                       | ช่วงการเก็บข้อมูล |
|--------------------------------------------------|-------------------|
| เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกท่อ (มิลลิเมตร)           | 9.52              |
| เส้นผ่านศูนย์กลางภายในท่อ (มิลลิเมตร)            | 8                 |
| รัศมีภายในของชุดท่อทดสอบ (มิลลิเมตร)             | 50, 90, 125       |
| รัศมีภายนอกของชุดท่อทดสอบ (มิลลิเมตร)            | 390, 400, 410     |
| รัศมีเฉลี่ยของชุดท่อทดสอบ (มิลลิเมตร)            | 400, 200, 160     |
| จำนวนรอบของชุดทดสอบ                              | 5                 |
| จำนวนชั้นของชุดทดสอบ                             | 1                 |
| ระยะห่างของท่อชุดทดสอบแต่ละรอบเฉลี่ย (มิลลิเมตร) | 22.7              |
| อัตราส่วนความโค้งงอของท่อของชุดทดสอบ             | 0.02, 0.04, 0.05  |
| ความยาวของท่อชุดทดสอบ (เมตร)                     | 4, 4.80, 5.20     |

ตาราง 3 เงื่อนไขของตัวแปรอิสระที่ใช้ในการเก็บข้อมูล

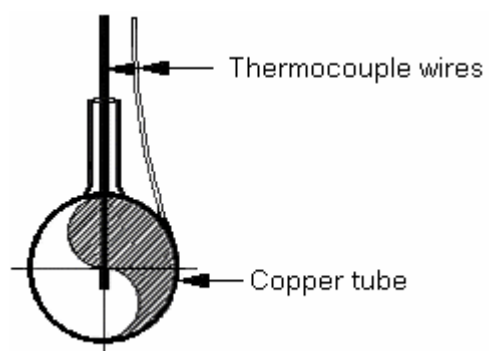
| ตัวแปรอิสระ                                              | ช่วงการเก็บข้อมูล |
|----------------------------------------------------------|-------------------|
| อุณหภูมิน้ำร้อนในถังน้ำร้อนเฉลี่ย (องศาเซลเซียส)         | 35-65             |
| อัตราการไหลของน้ำเย็นผ่านท่อชุดทดสอบ (กิโลกรัมต่อวินาที) | 0.05 - 0.12       |
| อุณหภูมิน้ำเย็นไหลผ่านท่อชุดทดสอบ (องศาเซลเซียส)         | 20-25             |

ตาราง 4 ความเที่ยงตรงและความคลาดเคลื่อนของเครื่องมือวัด

| เครื่องมือวัด                                | ความเที่ยงตรง | ความคลาดเคลื่อน |
|----------------------------------------------|---------------|-----------------|
| เครื่องมือวัดอัตราการไหล (กิโลกรัมต่อวินาที) | 0.2%          | $\pm 0.01$      |
| สายวัดอุณหภูมิ (Type T)                      | 0.1%          | $\pm 0.1$       |
| เครื่องมือบันทึกอุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)      | 0.04%         | $\pm 0.1$       |
| เครื่องมือวัดแตกต่างของความดัน (กิโลปาสกาล)  | 0.04%         | $\pm 0.1$       |



ภาพประกอบ 13 ลักษณะชุดท่อทดสอบแบบขดเป็นวง (Test section)



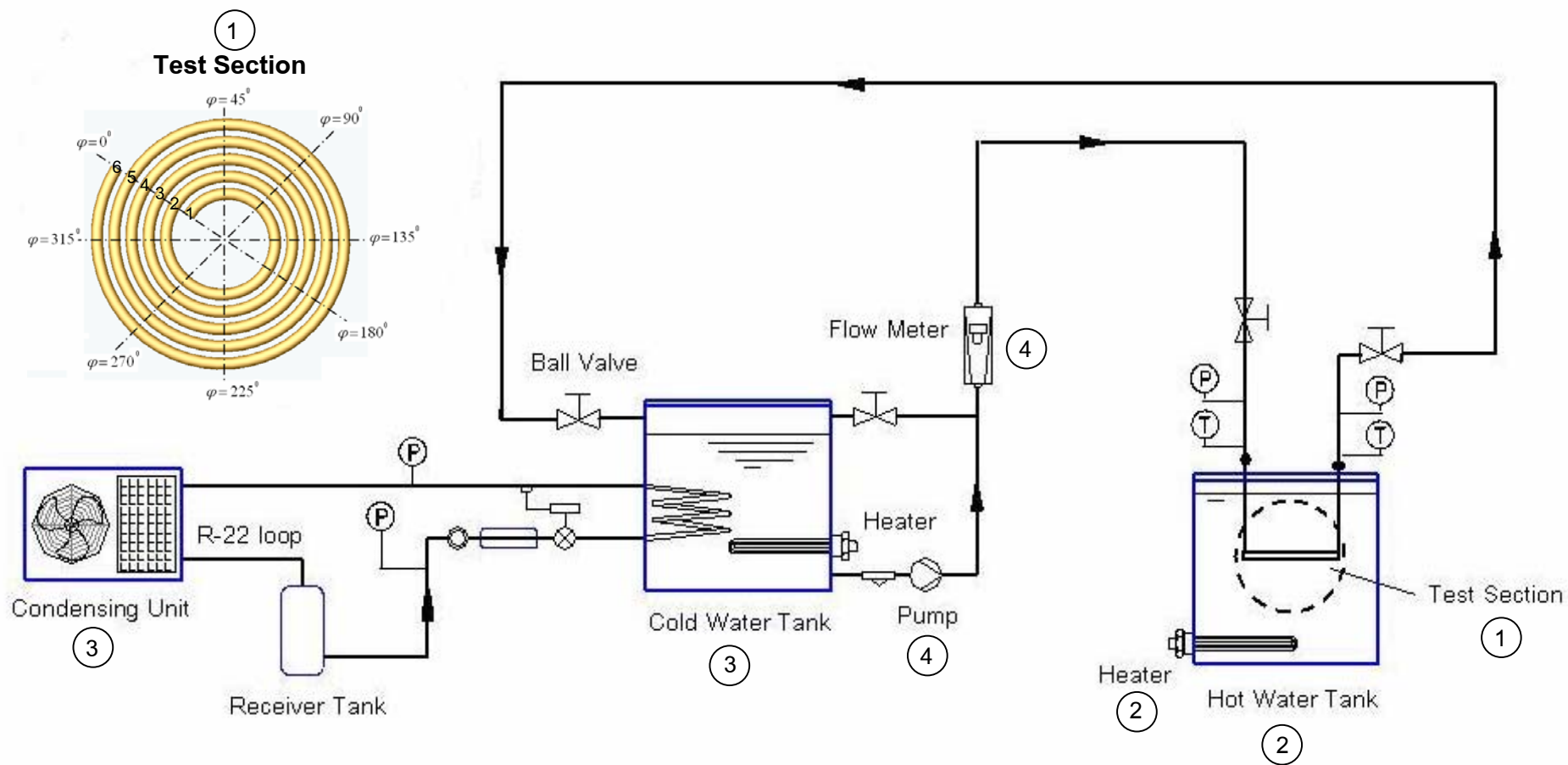
ภาพประกอบ 14 ลักษณะการติดตั้งสายวัดอุณหภูมิของชุดท่อทดสอบ



ภาพประกอบ 15 เครื่องมือบันทึกอุณหภูมิ (Data logger)



ภาพประกอบ 16 เครื่องวัดแตกต่างของความดัน (Differential pressure transducer)



ภาพประกอบ 11 แสดงไดอะแกรมของอุปกรณ์การทดลอง



ภาพประกอบ 12 แสดงอุปกรณ์การทดลอง

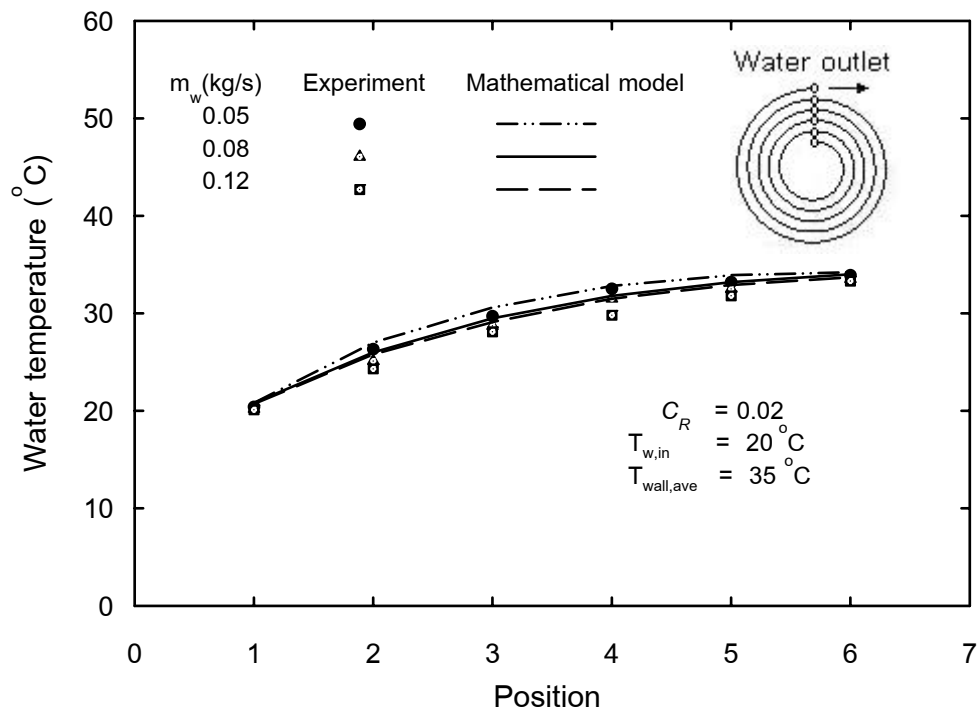
## บทที่ 4

### ผลและการวิเคราะห์

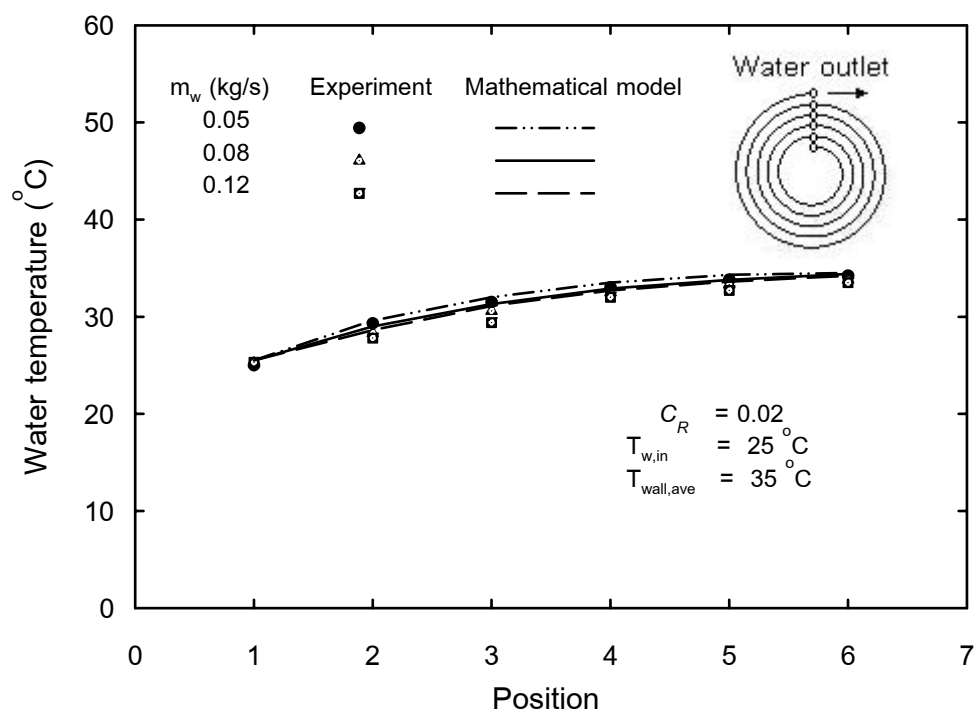
ในบทนี้เป็นการนำเสนอข้อมูลที่ได้จากการทดลองและการคำนวณเกี่ยวกับ ถึงคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวงที่วางในแนวนอน รวมทั้งได้นำแบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วน (Standard  $k - \varepsilon$ ) มาใช้ทำนายลักษณะการไหลในท่อแบบขดเป็นวง (Spiral coil) โดยศึกษาถึงการศึกษาสัดส่วนความโค้งของท่อที่มีผลต่อการการถ่ายเทความร้อนและความดันลด ในการทดลองได้กำหนดให้น้ำเย็นไหลภายในท่อที่ถูกวางในแนวนอนโดยที่วงในสุดซึ่งเป็นจุดเริ่มให้น้ำเย็นไหลเข้า และน้ำเย็นไหลออกที่วงนอกสุด พิจารณาอัตราการไหลของน้ำเย็นอยู่ในช่วง 0.05 - 0.12 กิโลกรัมต่อวินาที ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองและการทำนาย
2. การศึกษาเชิงพารามิเตอร์

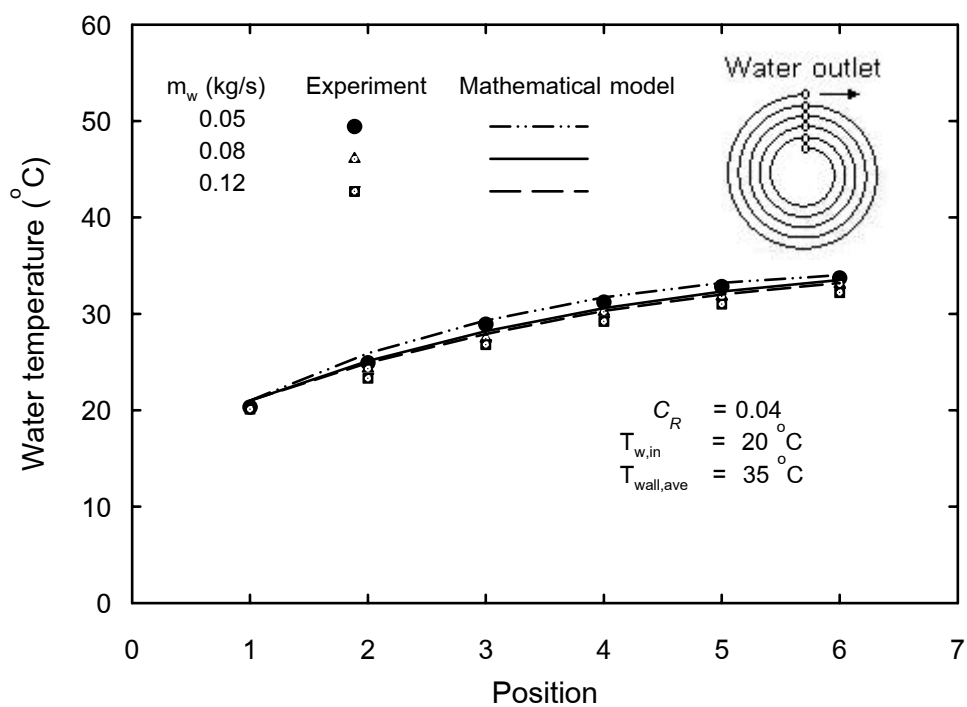
#### การเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองและการทำนาย



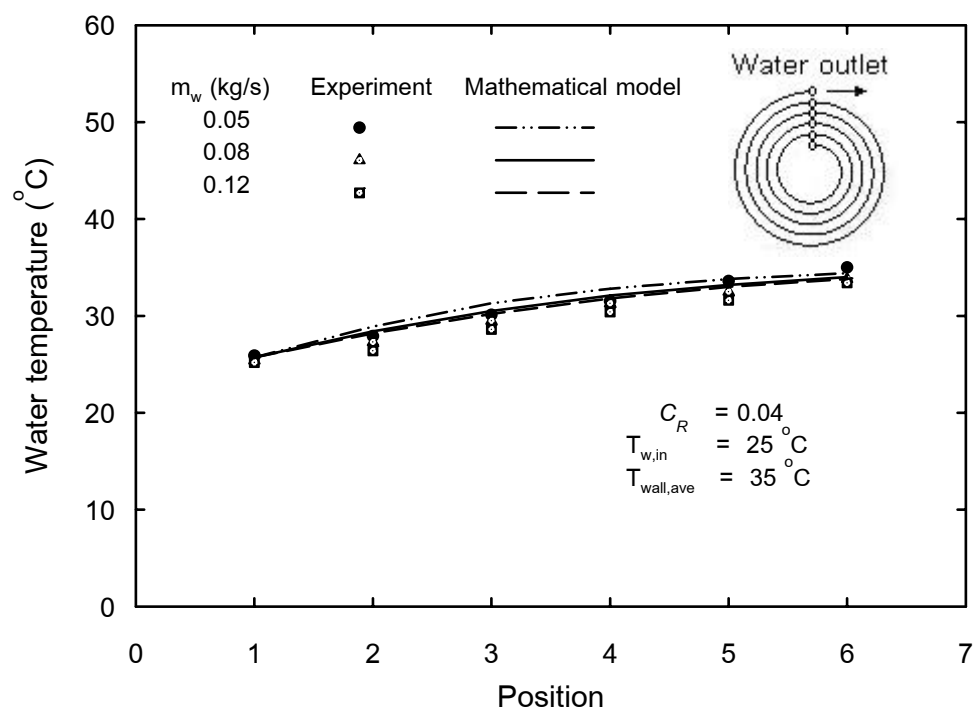
ภาพประกอบ 17 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวงที่ สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.02$



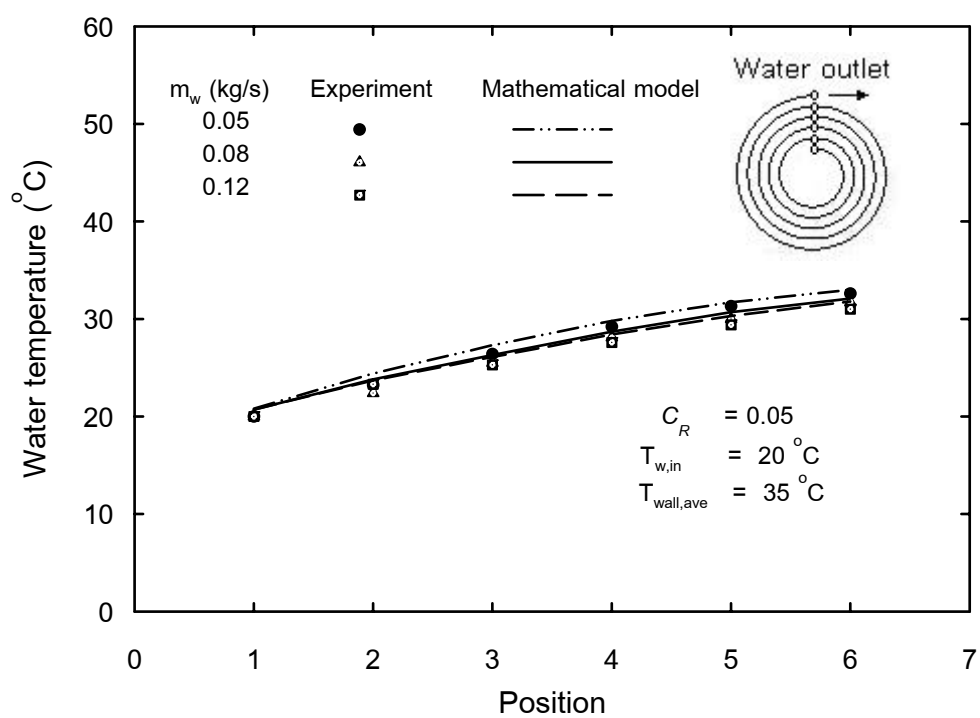
ภาพประกอบ 18 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง ที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.02$



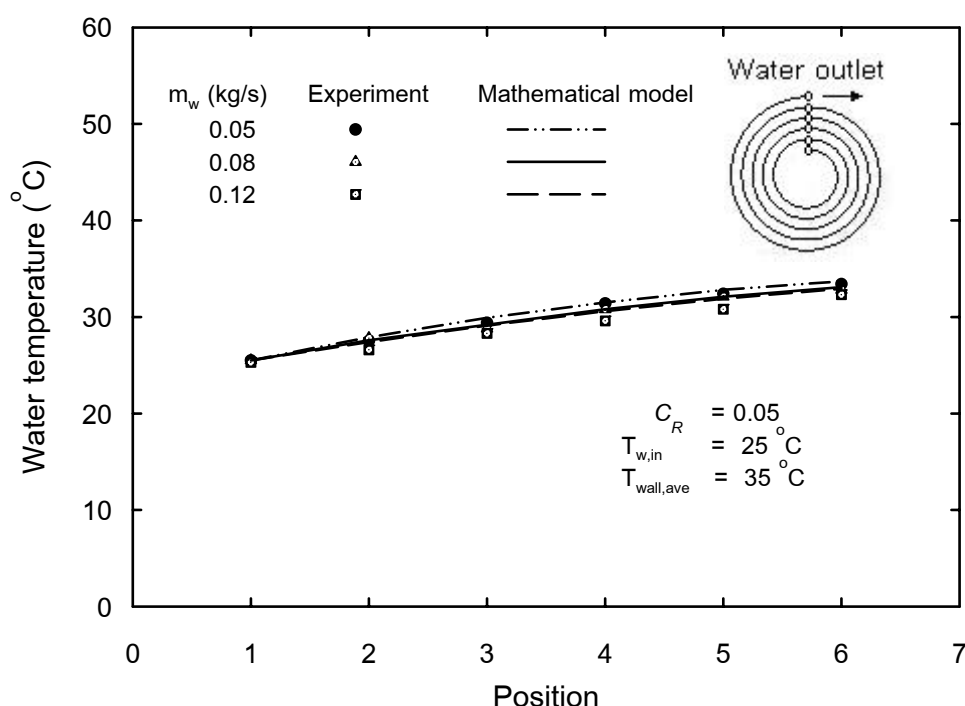
ภาพประกอบ 19 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง ที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.04$



ภาพประกอบ 20 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง ที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.04$

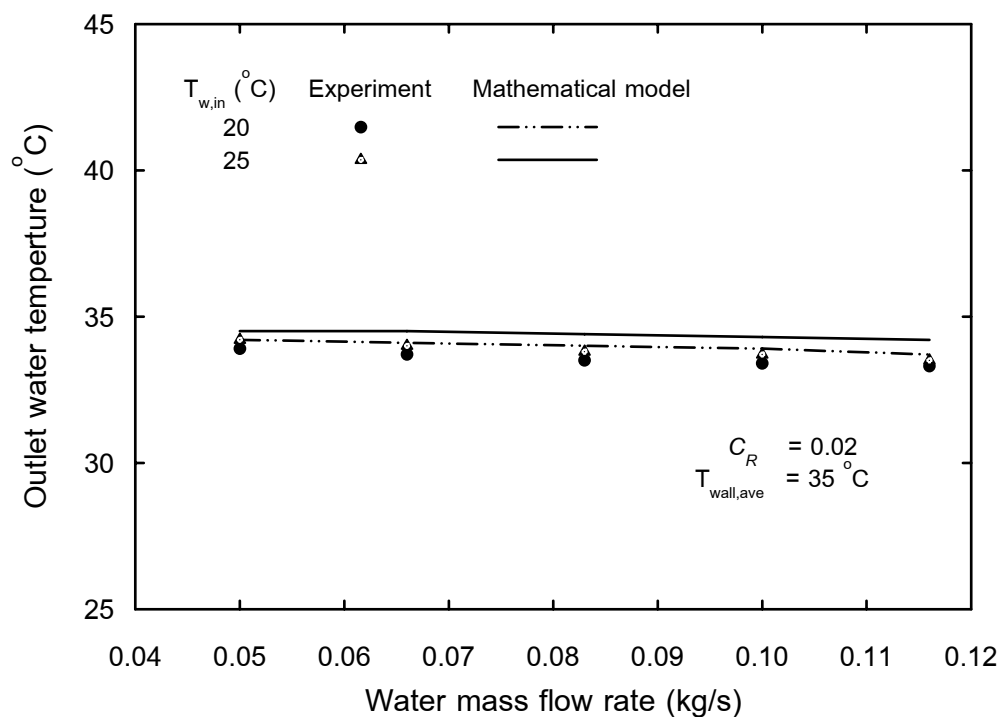


ภาพประกอบ 21 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง ที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.05$

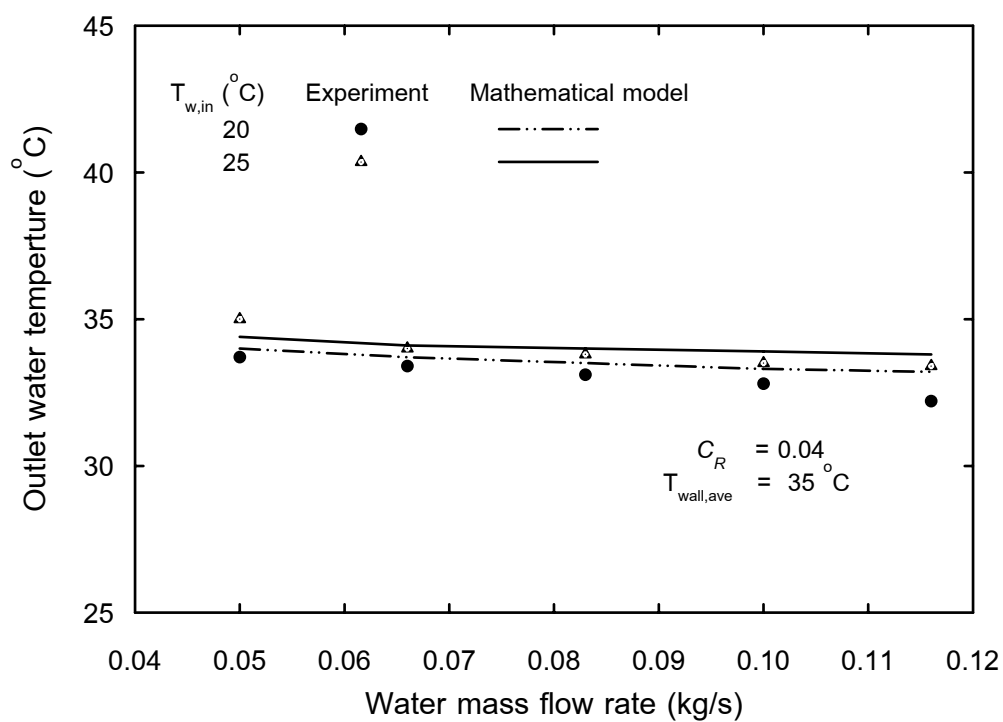


ภาพประกอบ 22 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง ที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.05$

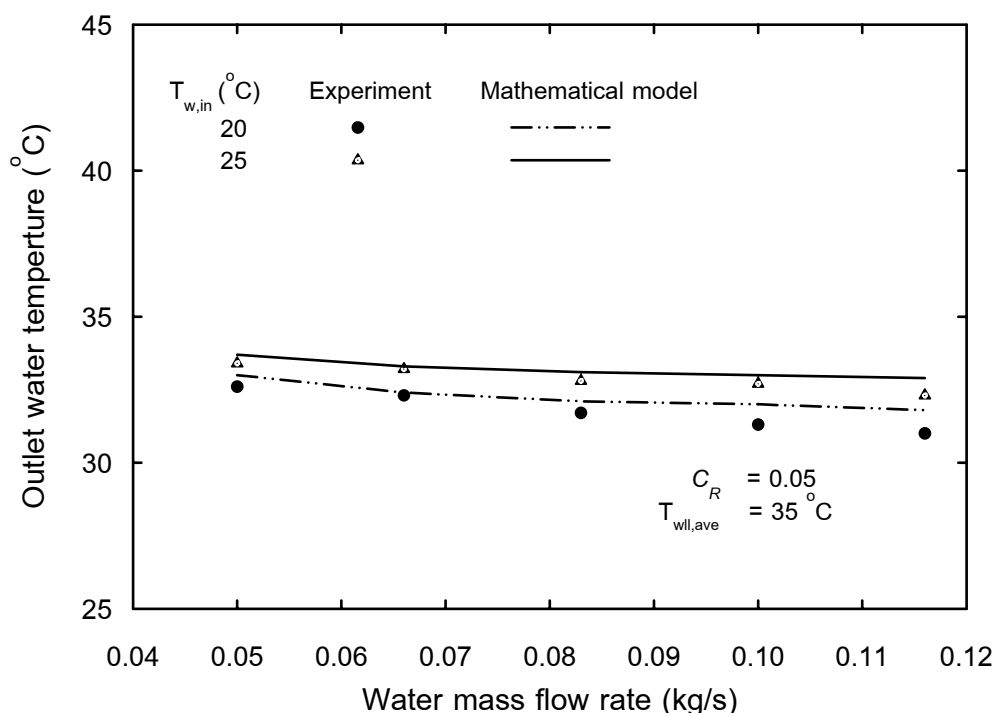
ภาพประกอบ 17-22 กราฟแสดงการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างการกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง โดยตำแหน่งที่ 1 แทนวงที่อยู่ใกล้สุดซึ่งเป็นจุดเริ่มให้น้ำเย็นไหลเข้า และตำแหน่งที่ 6 แทนวงที่อยู่ไกลสุดซึ่งเป็นจุดที่น้ำเย็นไหลออกจากท่อแบบขดเป็นวง การทดลองในครั้งนี้ได้พิจารณาอัตราการไหลของน้ำเย็นอยู่ในช่วง 0.05–0.12 กิโลกรัมต่อวินาที โดยให้อุณหภูมิของน้ำเย็นไหลเข้าที่ 20 และ 25 องศาเซลเซียส โดยพิจารณาที่สัดส่วนความโค้งของท่อเท่ากับ 0.02, 0.04, 0.05 ตามลำดับ ซึ่งมีระยะพิชต์ของท่อเฉลี่ย 22.7 มิลลิเมตร พบว่าเมื่อน้ำเย็นเกิดการเคลื่อนที่ไปตามความยาวของท่อชุดทดสอบขณะเกิดการพาความร้อนแบบบังคับ ซึ่งมีอุณหภูมิของผนังท่อสูงกว่าอุณหภูมิน้ำเย็น พบว่ามีการแลกเปลี่ยนพลังงานความร้อนจากผิวด้านในของท่อไปสู่ น้ำเย็น เนื่องจากความแตกต่างของอุณหภูมิ ส่งผลให้อุณหภูมิของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ของท่อชุดทดสอบมีค่าสูงขึ้น เมื่อน้ำเย็นไหลผ่านจำนวนรอบของชุดทดสอบเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาที่หน้าตัดเดียวกัน พบว่าอุณหภูมิของน้ำลดลงเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้นเพราะอัตราการถ่ายเทความร้อนที่ถ่ายเทจากผิวด้านในของท่อให้กับน้ำเย็น ขึ้นอยู่กับอัตราการระบายความร้อน (Cooling capacity) อย่างไรก็ตามอัตราการเพิ่มขึ้นของอัตราการไหลมีค่าสูงกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของความร้อน ดังนั้นทำให้กระจายตัวของอุณหภูมิน้ำเย็นมีค่าลดต่ำลง และเมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการทำนาย พบว่ามีความสอดคล้องกันดีโดยให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 2.90 เปอร์เซ็นต์



ภาพประกอบ 23 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็นของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.02$

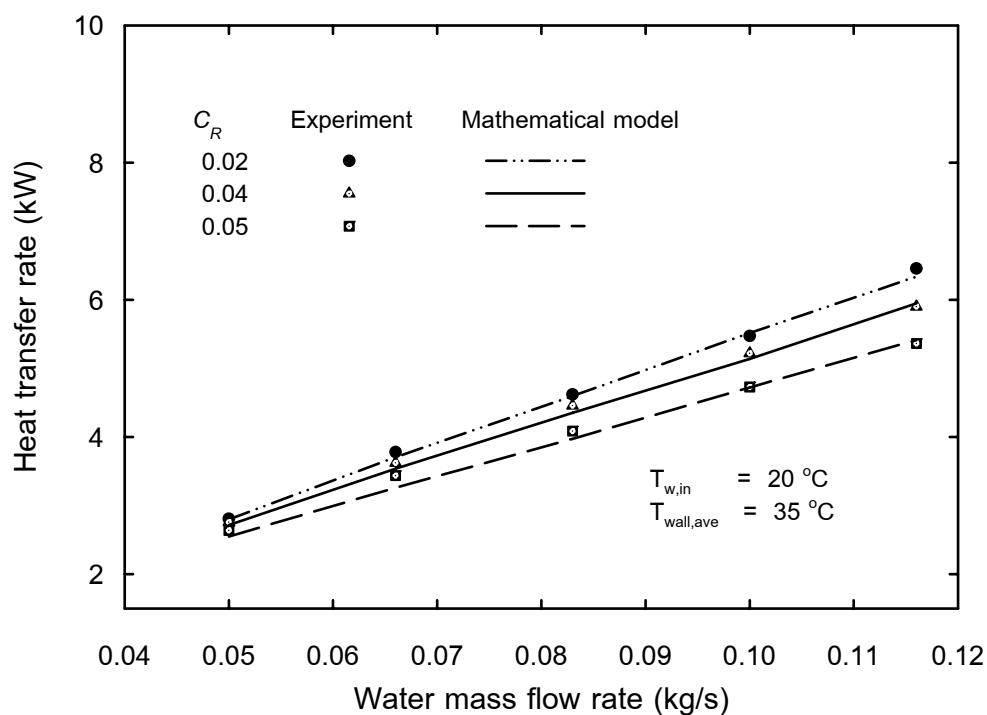


ภาพประกอบ 24 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็นของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.04$

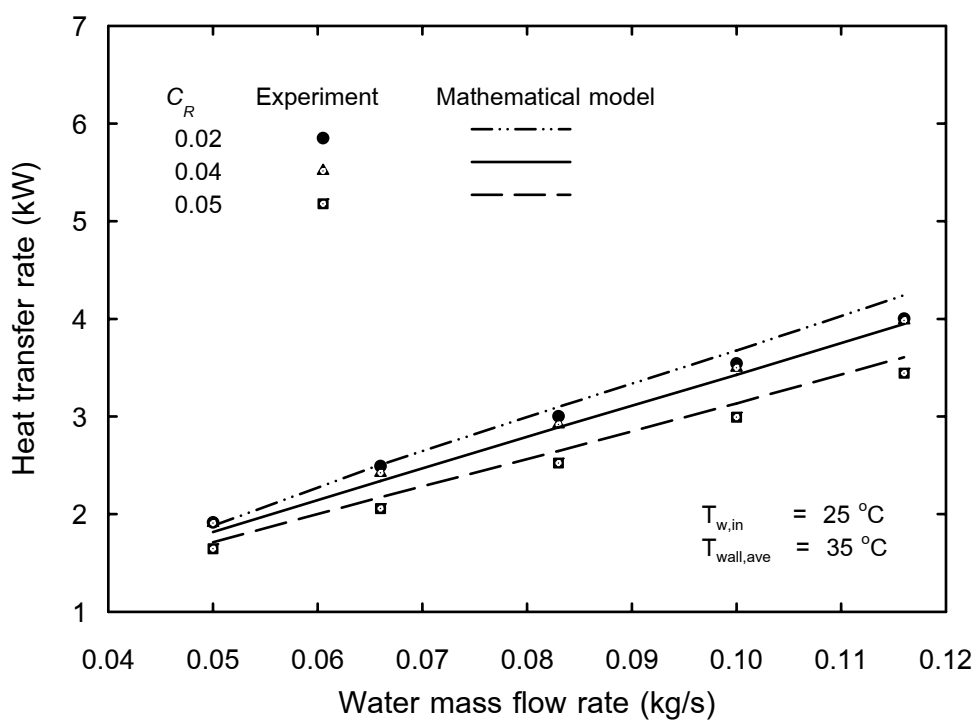


ภาพประกอบ 25 เปรียบเทียบอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็นของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.05$

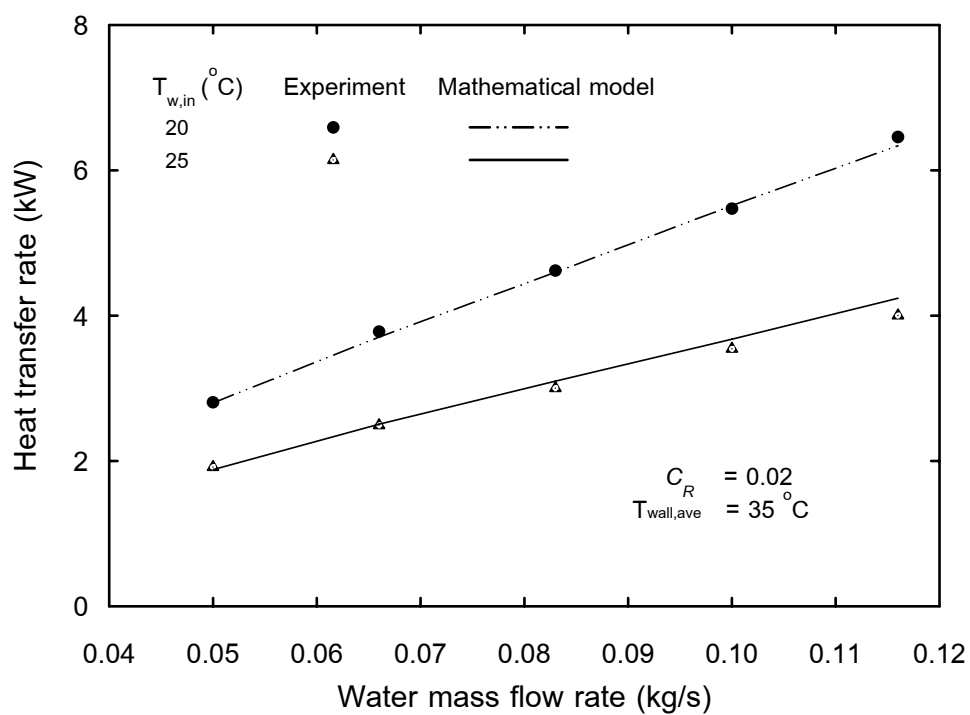
ภาพประกอบ 23-25 กราฟแสดงเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็นของท่อแบบขดเป็นวง เมื่อให้น้ำเย็นไหลผ่านท่อที่วงในสุดซึ่งเป็นจุดเริ่มให้น้ำเย็นไหลเข้า และน้ำเย็นไหลออกที่วงนอกสุด เมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นอยู่ในช่วง 0.05 – 0.12 กิโลกรัมต่อวินาที ให้อุณหภูมิของน้ำเย็นไหลเข้าที่ 20 และ 25 องศาเซลเซียส โดยพิจารณาที่สัดส่วนความโค้งของท่อเท่ากับ 0.02, 0.04, 0.05 ตามลำดับ พบว่าอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกของท่อชุดทดสอบมีค่าลดลง เมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เพราะว่าอัตราการถ่ายเทความร้อนมีค่าสูงขึ้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น แต่อัตราการเพิ่มขึ้นของการไหลของน้ำมีค่าสูงกว่าอัตราการเพิ่มของการถ่ายเทความร้อน นอกจากนี้ยังพบว่า ณ อัตราการไหลของน้ำเย็นเดียวกัน อุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้าที่ 20 องศาเซลเซียส ให้อุณหภูมิที่ทางออกมีค่าต่ำกว่าที่อุณหภูมิของน้ำเย็นไหลเข้าที่ 25 องศาเซลเซียส ดังแสดงในภาพประกอบ 23-25 ผลที่ได้จากการทดลองและผลการทำนายถือว่ามีความสอดคล้องกันดีโดยให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 1.44 เปอร์เซ็นต์



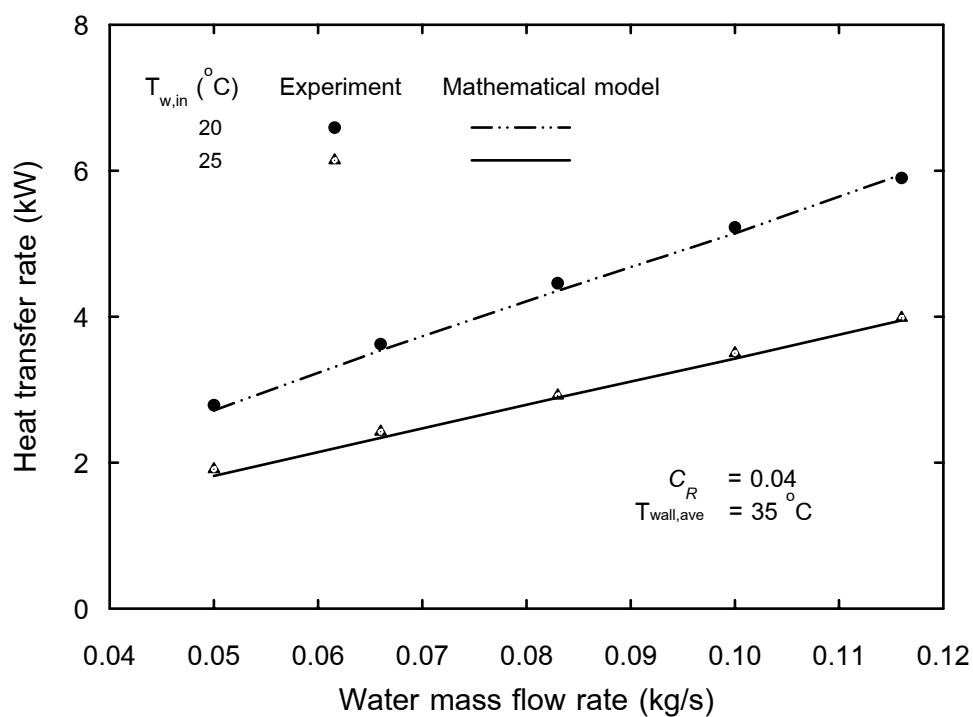
ภาพประกอบ 26 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ 20 °C



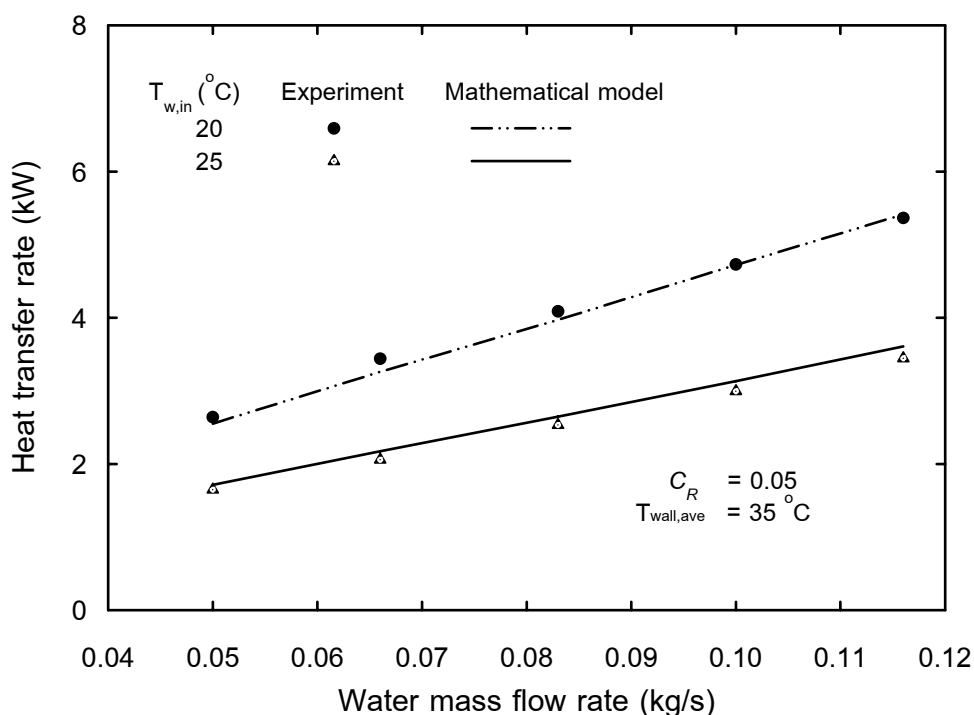
ภาพประกอบ 27 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ 25 °C



ภาพประกอบ 28 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.02$

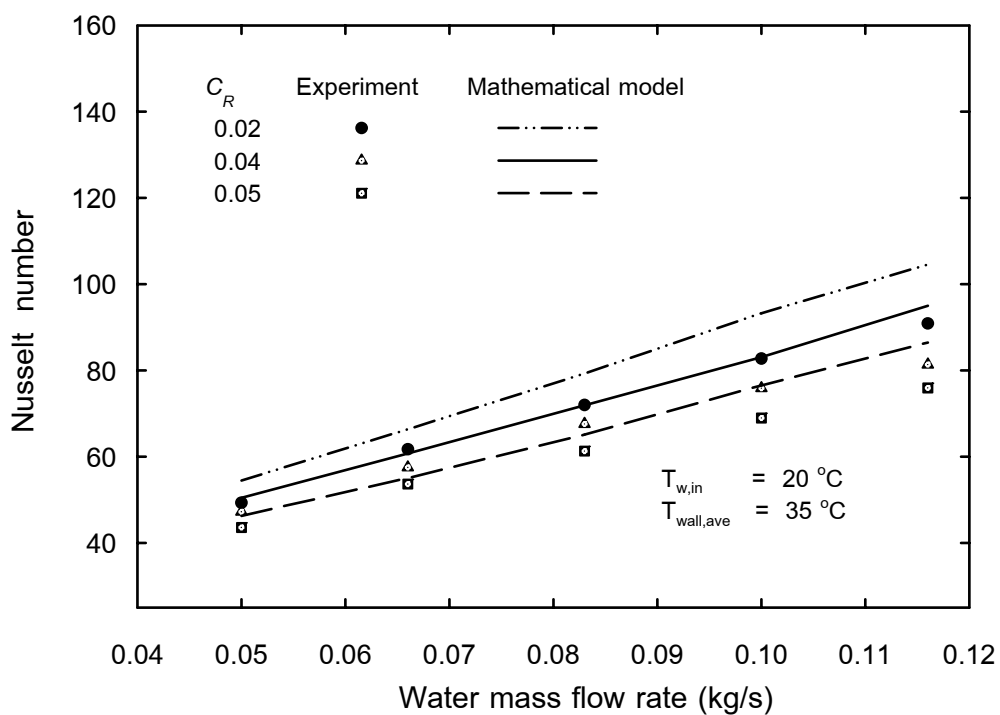


ภาพประกอบ 29 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.04$

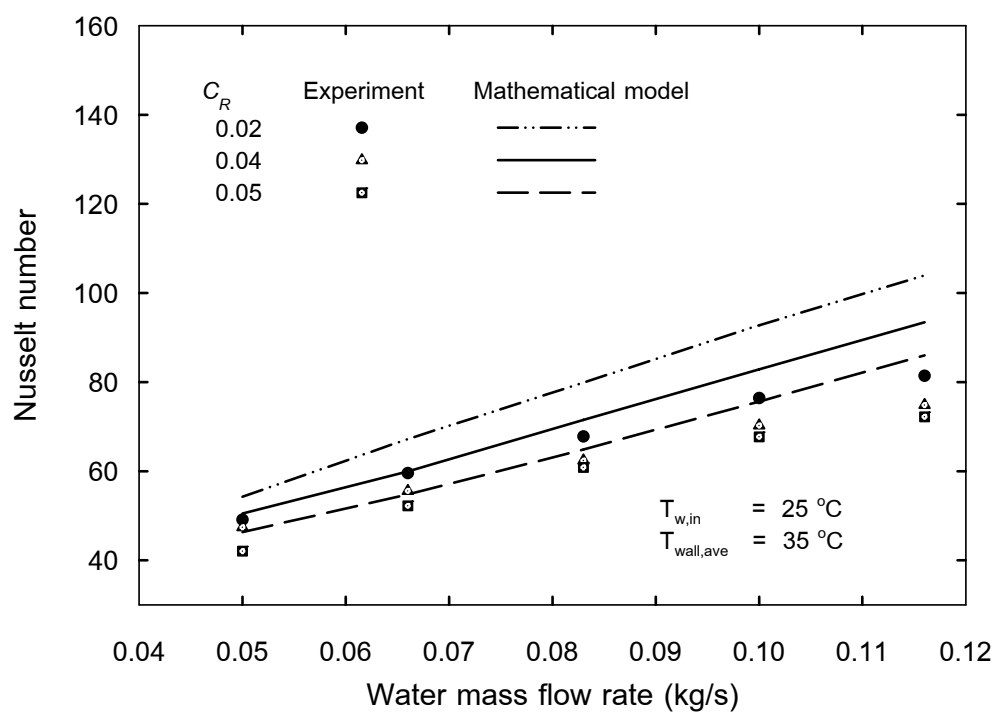


ภาพประกอบ 30 เปรียบเทียบอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.05$

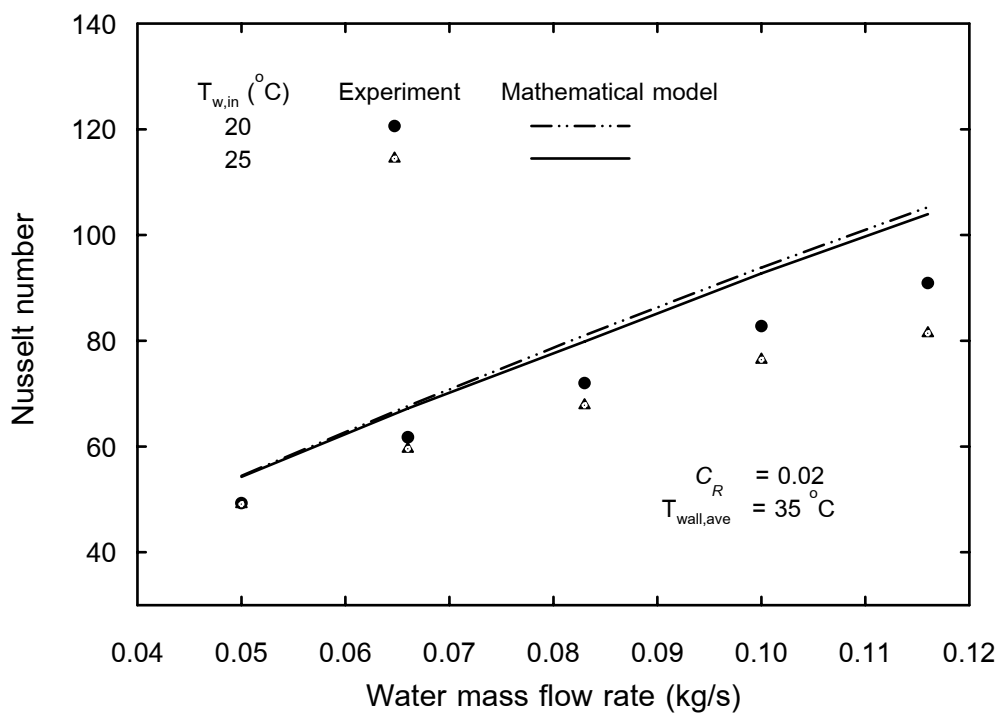
ภาพประกอบ 26-30 กราฟแสดงเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการถ่ายเทความร้อนกับอัตราการไหลของน้ำเย็น เมื่อพิจารณาอัตราการไหลของน้ำเย็นอยู่ในช่วง 0.05 – 0.12 กิโลกรัมต่อวินาที ให้อุณหภูมิของน้ำเย็นไหลเข้าที่ 20 และ 25 องศาเซลเซียส โดยพิจารณาสัดส่วนความโค้งของท่อเท่ากับ 0.02, 0.04, 0.05 ตามลำดับ พบว่าอัตราการถ่ายเทความร้อนของชุดทดสอบมีค่าสูงขึ้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น เพราะอัตราการถ่ายเทความร้อนขึ้นอยู่กับอัตราการไหลของน้ำเย็น จากภาพประกอบ 26-27 พบว่าสัดส่วนความโค้งของท่อแบบขดเป็นวงมีผลต่ออัตราการถ่ายเทความร้อน ซึ่งอัตราการถ่ายเทความร้อนที่สัดส่วนความโค้งของท่อ  $C_R = 0.02$  มีค่าสูงกว่าที่สัดส่วนความโค้งของท่อ  $C_R = 0.04$  และ 0.05 ตามลำดับ เพราะว่าที่สัดส่วนความโค้งของท่อ  $C_R = 0.02$  มีความยาวของท่อมากกว่าที่สัดส่วนความโค้งอื่นและแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางที่กระทำต่อของไหลมีค่าสูงกว่าท่อโค้งอื่นๆ ซึ่งแรงนี้มีผลต่อการคลุกเคล้ากันของน้ำในขณะที่ไหลในท่อ ทำให้มีการแลกเปลี่ยนความร้อนให้กับน้ำเย็นมากขึ้น นอกจากนั้นยังพบว่า ณ อัตราการไหลของน้ำเย็นเดียวกันอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้ายังส่งผลต่ออัตราการถ่ายเทความร้อนเช่นกัน อย่างไรก็ตามผลกระทบนี้จะเห็นได้ชัดเจนขึ้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น ดังแสดงในภาพประกอบ 28-30 และเมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการทำนาย พบว่ามีความสอดคล้องกันดีโดยให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 2.39 เปอร์เซ็นต์



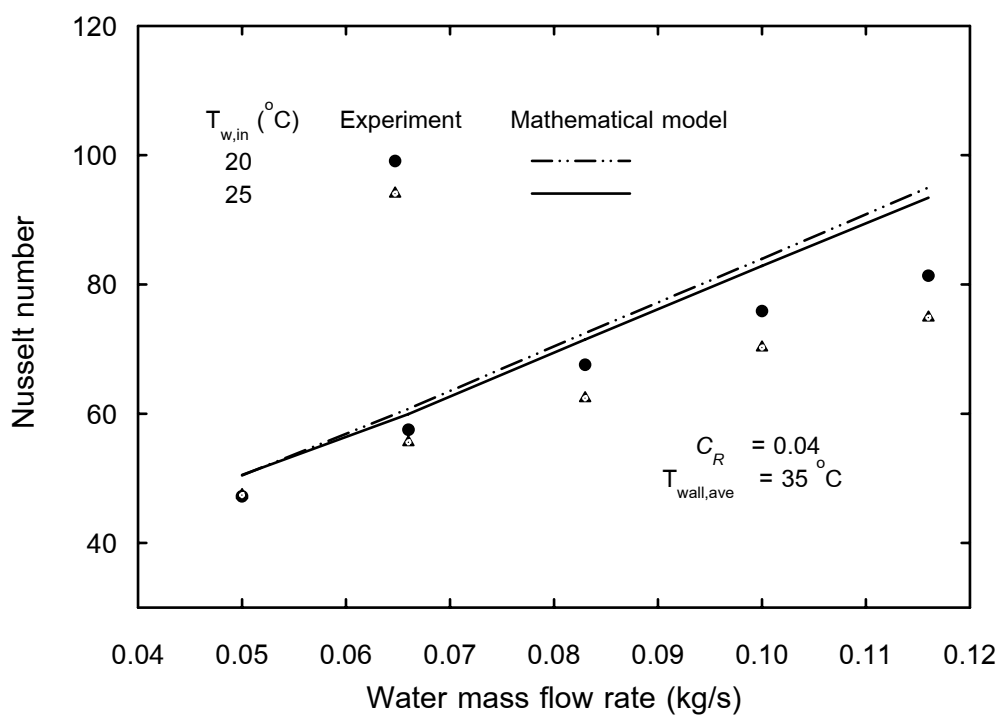
ภาพประกอบ 31 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$



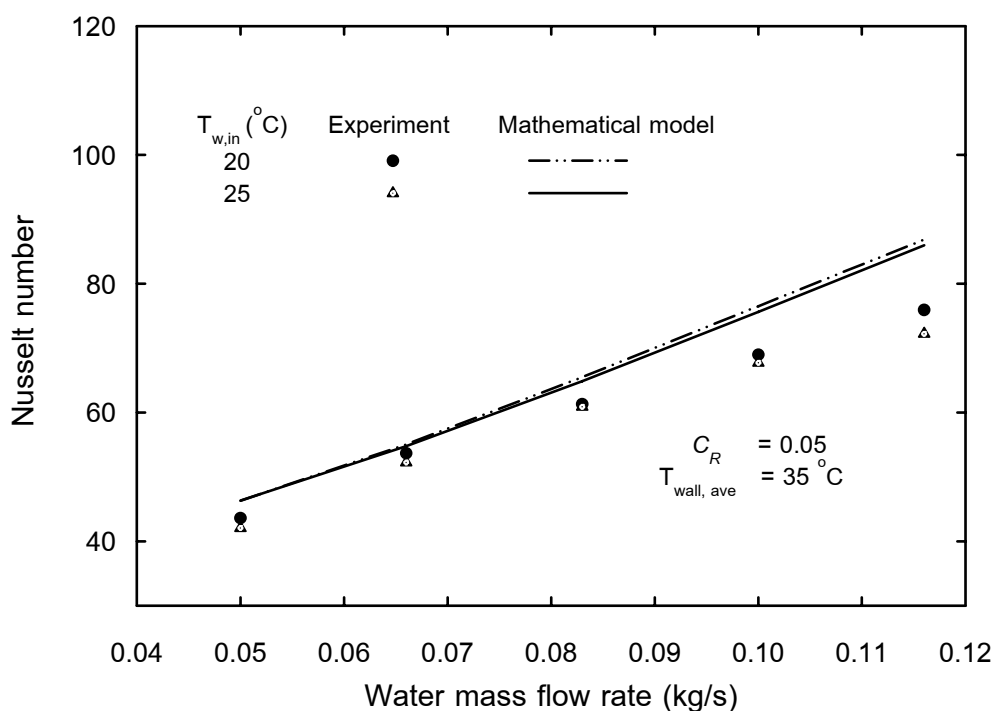
ภาพประกอบ 32 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$



ภาพประกอบ 33 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.02$



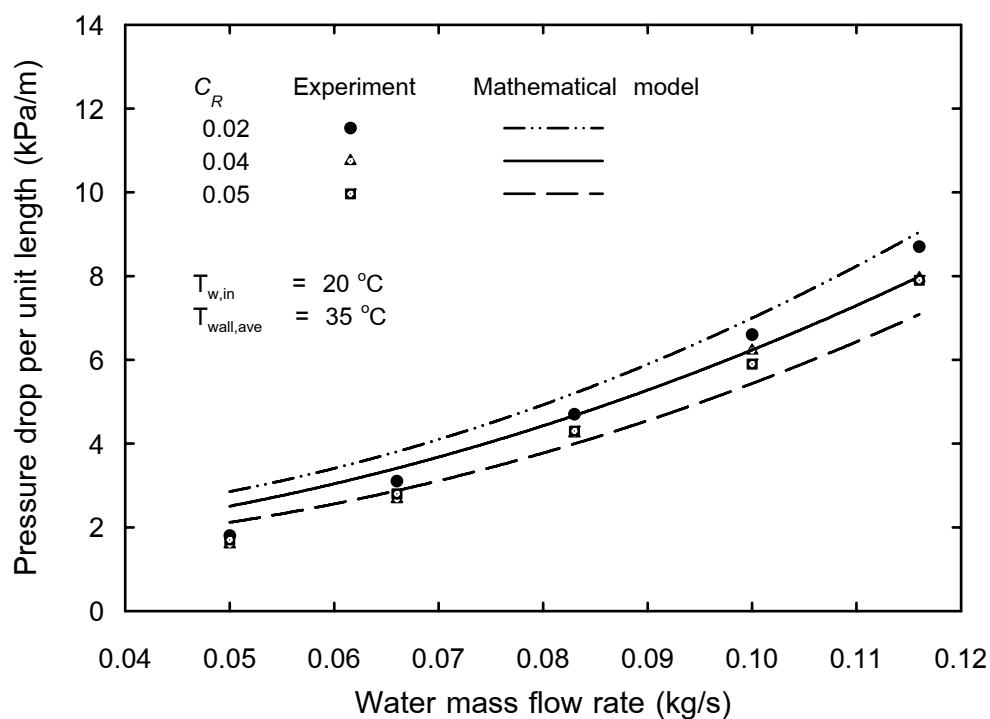
ภาพประกอบ 34 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R = 0.04$



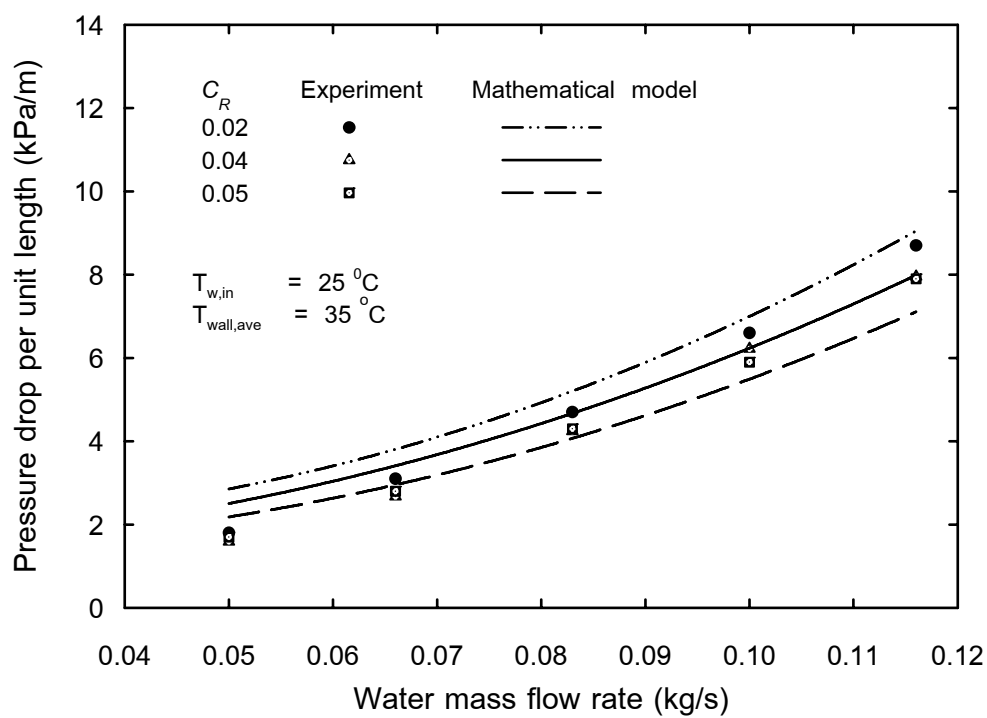
ภาพประกอบ 35 เปรียบเทียบ Nusselt number ของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้ง

$$C_R = 0.05$$

ภาพประกอบ 31-35 กราฟแสดงเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่าง Nusselt number กับอัตราการไหลของน้ำเย็น เมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นอยู่ในช่วง 0.05 – 0.12 กิโลกรัมต่อวินาที ให้อุณหภูมิของน้ำเย็นไหลเข้าที่ 20 และ 25 องศาเซลเซียส โดยพิจารณาสัดส่วนความโค้งของท่อเท่ากับ 0.02, 0.04, 0.05 ตามลำดับ พบว่าค่า Nusselt number มีค่าสูงขึ้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น เพราะค่า Nusselt number มีค่าแปรผันตรงกับอัตราการถ่ายเทความร้อนของน้ำเย็นนอกจากนั้นพบว่าที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.02$  ให้ค่า Nusselt number ค่าสูงกว่าที่สัดส่วนความโค้งอื่น ทั้งนี้เนื่องมาจากที่สัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.02$  ให้อัตราการถ่ายเทความร้อนสูงกว่าที่สัดส่วนความโค้งอื่นซึ่งเป็นผลเนื่องจากแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางเกิดขึ้นมากกว่า จึงส่งผลทำให้ค่า Nusselt number เพิ่มขึ้น และยังพบว่า ณ อัตราการไหลของน้ำเย็นเดียวกัน อุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้าสู่ชุดทดสอบที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ ยังส่งผลต่อค่า Nusselt number เช่นกัน ดังแสดงในภาพประกอบ 33-35 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้าสู่ชุดทดสอบที่ 20 องศาเซลเซียส ให้ค่า Nusselt number สูงกว่าอุณหภูมิของน้ำเย็นไหลเข้าสู่ชุดทดสอบที่ 25 องศาเซลเซียส เพราะอัตราการถ่ายเทความร้อนขึ้นกับความแตกต่างของอุณหภูมิและเมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองและผลที่ได้จากการทำนาย พบว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 10.81 เปอร์เซ็นต์



ภาพประกอบ 36 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อแบบขด เป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$



ภาพประกอบ 37 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อแบบขด เป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กันที่อุณหภูมิน้ำเย็นเท่ากับ  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$

ภาพประกอบ 36-37 กราฟแสดงเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหน่วยความยาวของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กัน ที่อัตราการไหลของน้ำเย็นอยู่ในช่วง 0.05 – 0.12 กิโลกรัมต่อวินาที โดยพิจารณาสัดส่วนความโค้งของท่อเท่ากับ 0.02, 0.04, 0.05 ตามลำดับ พบว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อแบบขดเป็นวงมีค่าสูงขึ้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้นซึ่งสอดคล้องกับกรณีการไหลในท่อตรง จากภาพประกอบ 36-37 แสดงให้เห็นว่าที่สัดส่วนความโค้งของท่อ  $C_R = 0.02$  ให้ค่าความดันต่อหน่วยความยาวของท่อสูงกว่าท่อที่สัดส่วนความโค้งอื่นๆ ซึ่งค่าสัดส่วนความโค้งของท่อหาได้จากอัตราส่วนระหว่างขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของการขดเฉลี่ย ซึ่งการไหลของของไหลภายในท่อที่มีลักษณะรูปทรงโค้งจะเกิดแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง (Centrifugal force) ทำให้เกิดลักษณะการไหลที่เรียกว่า Secondary flow ภายในท่อมีผลต่อการกระจายความเร็วและเกิดความปั่นป่วนภายในท่อ ทำให้เกิดแรงต้านการเคลื่อนที่ของของไหลที่ไหลสัมผัสกับผิวด้านในของท่อ ซึ่งแรงนี้ขึ้นอยู่กับรัศมีความโค้งของท่อ ส่งผลให้อัตราการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหน่วยความยาวของท่อมีค่าสูงขึ้นด้วย และทำให้มีการแลกเปลี่ยนพลังงานความร้อนจากผิวด้านในของท่อไปสู่ของไหลมากขึ้น ดังนั้นจึงทำให้อัตราการถ่ายเทความร้อนสูงขึ้นด้วย ดังแสดงไว้ในภาพประกอบ 26-30 ซึ่งทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนได้ดีกว่าการไหลภายในท่อตรง แต่ก็ทำให้มีผลต่ออัตราการเปลี่ยนแปลงความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อสูงขึ้นด้วย นอกจากนี้ยังพบว่า ณ อัตราการไหลของน้ำเย็นเดียวกัน อุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้ามีผลต่ออัตราการเปลี่ยนความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อน้อยมาก จากภาพประกอบ 36-37 แสดงการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองกับผลการทำนาย พบว่าผลที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าผลการทำนายเล็กน้อยถือว่าผลที่ได้มีความสอดคล้องกันดี แต่เมื่อพิจารณาที่อัตราการไหลของน้ำเย็นที่เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จะสังเกตได้ว่าผลที่ได้จากการทดลองมีแนวโน้มสูงกว่าผลของการทำนาย อาจเป็นเพราะว่าในส่วนของการทำนายในโปรแกรมสำเร็จรูปเราถือว่าที่ผนังท่อภายในของชุดทดสอบไม่มีแรงเสียดทานที่เกิดขึ้น แต่ในการทดลองจริงจะมีแรงเสียดทานที่เกิดขึ้น ซึ่งอาจเกิดจากข้อต่อต่างๆ หรือจากการขดท่อแบบขดเป็นวงที่ไม่ได้รูปร่างที่คงที่ ส่งผลทำให้ความดันต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อแบบขดเป็นวงเปลี่ยนไปในช่วงอัตราการไหลของน้ำเย็นที่เพิ่มขึ้น

### การศึกษาเชิงพารามิเตอร์

ในส่วนการศึกษาเชิงพารามิเตอร์ได้ศึกษาถึงลักษณะ Contours ของความเร็วและ Contours ของอุณหภูมิของน้ำเย็น รวมทั้งลักษณะการไหลแบบ Secondary flow ที่เกิดขึ้นภายในท่อแบบขดเป็นวง โดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วน ดังนี้

### ลักษณะ Contours ของความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวง

จากภาพประกอบ 38-40 แสดง Contours ความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งต่างๆ วงในสุด พบว่าที่ตำแหน่งทางเข้า ( $\varphi = 0$ ) มีลักษณะของ Contours ของความเร็วคล้ายๆ กับการไหลในท่อตรง เมื่อ  $\varphi$  เพิ่มขึ้นทำให้ของไหลเกิดแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง (Centrifugal force) ซึ่งมีทิศทางออกไปทางโค้งด้านนอกสุดของการขด มีผลให้การกระจายความเร็วที่ตำแหน่งสูงสุดขยับออกไปทางโค้งด้านนอกสุดของท่อ ทำให้บริเวณนี้มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วสูงมาก ซึ่ง Contours ของความเร็วที่ตำแหน่งวงในสุดของหน้าตัดท่อที่ตำแหน่งต่างๆ จะมีความเร็วสูงสุด และมีค่าลดลงที่ตำแหน่งใกล้ผนังท่อ และเมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งหน้าตัดเดียวกัน พบว่าลักษณะของ Contours ของความเร็วมีลักษณะคล้ายๆ กัน เมื่ออัตราการไหลของของไหลเพิ่มขึ้นพบว่าผลทำให้ลักษณะของ Contours ของความเร็วเปลี่ยนไปน้อยมาก แต่ขนาดของความเร็วจะเปลี่ยนไปตามอัตราการไหลของของไหล ดังแสดงในภาพประกอบ 38 เมื่อให้อัตราการไหลของน้ำเย็นคงที่และสัดส่วนความโค้งของท่อคงที่ พบว่าลักษณะ Contours ของความเร็วที่ตำแหน่งหน้าตัดเดียวกัน เปลี่ยนไปน้อยมาก เมื่ออุณหภูมิของผนังท่อเพิ่มขึ้น ดังแสดงในภาพประกอบ 39 และเมื่อสัดส่วนความโค้งของท่อเปลี่ยนไป พบว่ามีผลทำให้ลักษณะ Contours ของความเร็วเปลี่ยนไป เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งหน้าตัดเดียวกันพบว่าขนาดของความเร็วที่เกิดขึ้นในตำแหน่งวงในสุดของหน้าตัดท่อที่ตำแหน่งต่างๆ มีขนาดของความเร็วเปลี่ยนไปเช่นกัน และเมื่อให้อุณหภูมิผนังท่อเพิ่มขึ้น พบว่าไม่ส่งผลต่อลักษณะของ Contours ที่เกิดขึ้นดังแสดงในภาพประกอบ 40







### ลักษณะ Contours ของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวง

จากภาพประกอบ 41-43 แสดง Contours การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งต่างๆ วงในสุด พบว่าการกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงมีลักษณะคล้ายๆ กับ Contours ของความเร็ว เมื่อพิจารณา  $\eta$  เพิ่มขึ้น ลักษณะ Contours การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำเย็นจะขยับตำแหน่งออกไปทางโค้งด้านนอกสุดของการขดตาม Contours ของความเร็ว ซึ่งลักษณะ Contours การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำเย็นจะเกิดการเปลี่ยนแปลงช้ากว่าลักษณะ Contours ของความเร็ว ทำให้ตำแหน่งใกล้เคียงที่มีอุณหภูมิสูงกว่าตำแหน่งกลางท่อ ณ หน้าตัดเดียวกัน และลักษณะ Contours ของการกระจายตัวของอุณหภูมิจะค่าสูงขึ้นเรื่อยๆ เมื่อไหลผ่านจำนวนรอบของขดท่อ ชุดทดสอบเพิ่มขึ้นแต่จะมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิของผนังท่อที่กำหนดให้อุณหภูมิคงที่ และการกระจายตัวของอุณหภูมิมียุ่ค่าต่ำลงเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น ดังภาพประกอบ 41 ซึ่งข้อมูลที่ได้จากการทดลองและการทำนายมีความสอดคล้องกันดังแสดงภาพประกอบ 23-25 เมื่อให้อัตราการไหลของน้ำเย็นคงที่และสัดส่วนความโค้งของท่อคงที่ พบว่าลักษณะ Contours ของการกระจายตัวของอุณหภูมิที่ตำแหน่งหน้าตัดเดียวกันยังมีลักษณะคล้ายๆ กับ Contours ของความเร็ว แต่ขนาดของ Contours ของการกระจายตัวของอุณหภูมิเปลี่ยนไปเมื่ออุณหภูมิของผนังท่อเพิ่มขึ้น ดังแสดงในภาพประกอบ 42 และเมื่อพิจารณาสัดส่วนความโค้งของท่อเปลี่ยนไป พบว่ามีผลทำให้ลักษณะ Contours ของการกระจายตัวของอุณหภูมิเปลี่ยนไปเมื่อสัดส่วนความโค้งท่อเปลี่ยนไป ดังแสดงในภาพประกอบ 43

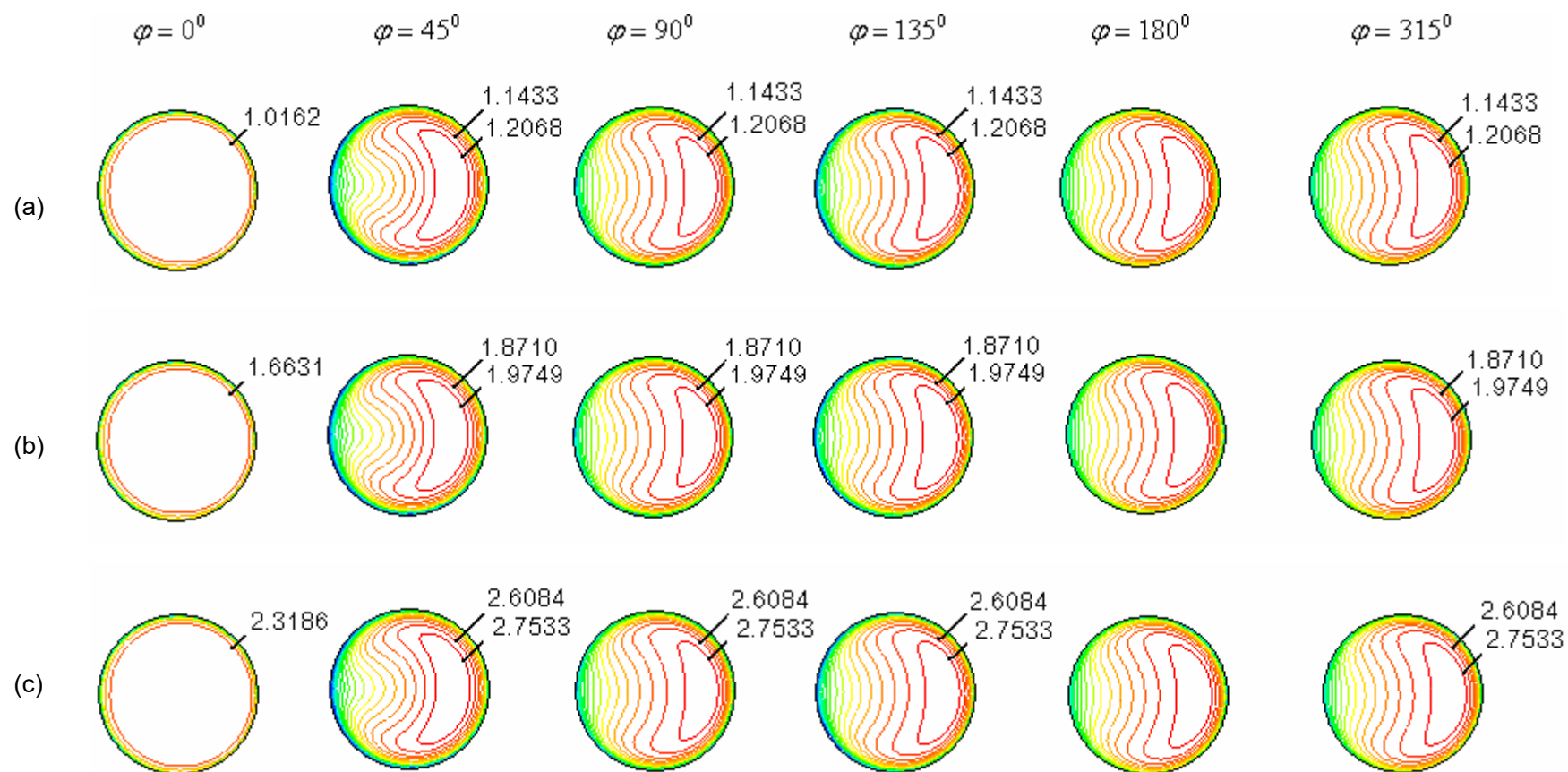




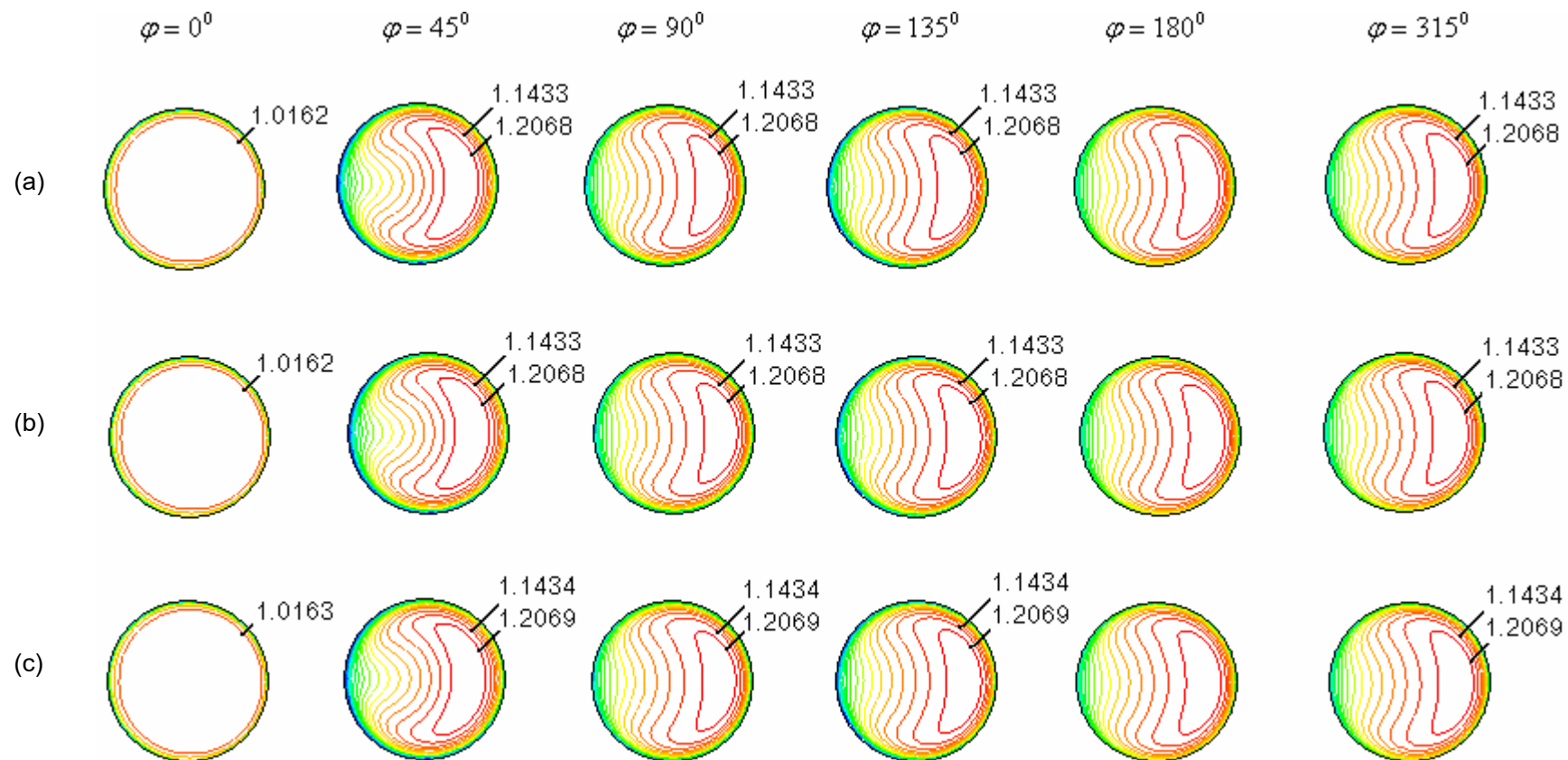


### ลักษณะ Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวง

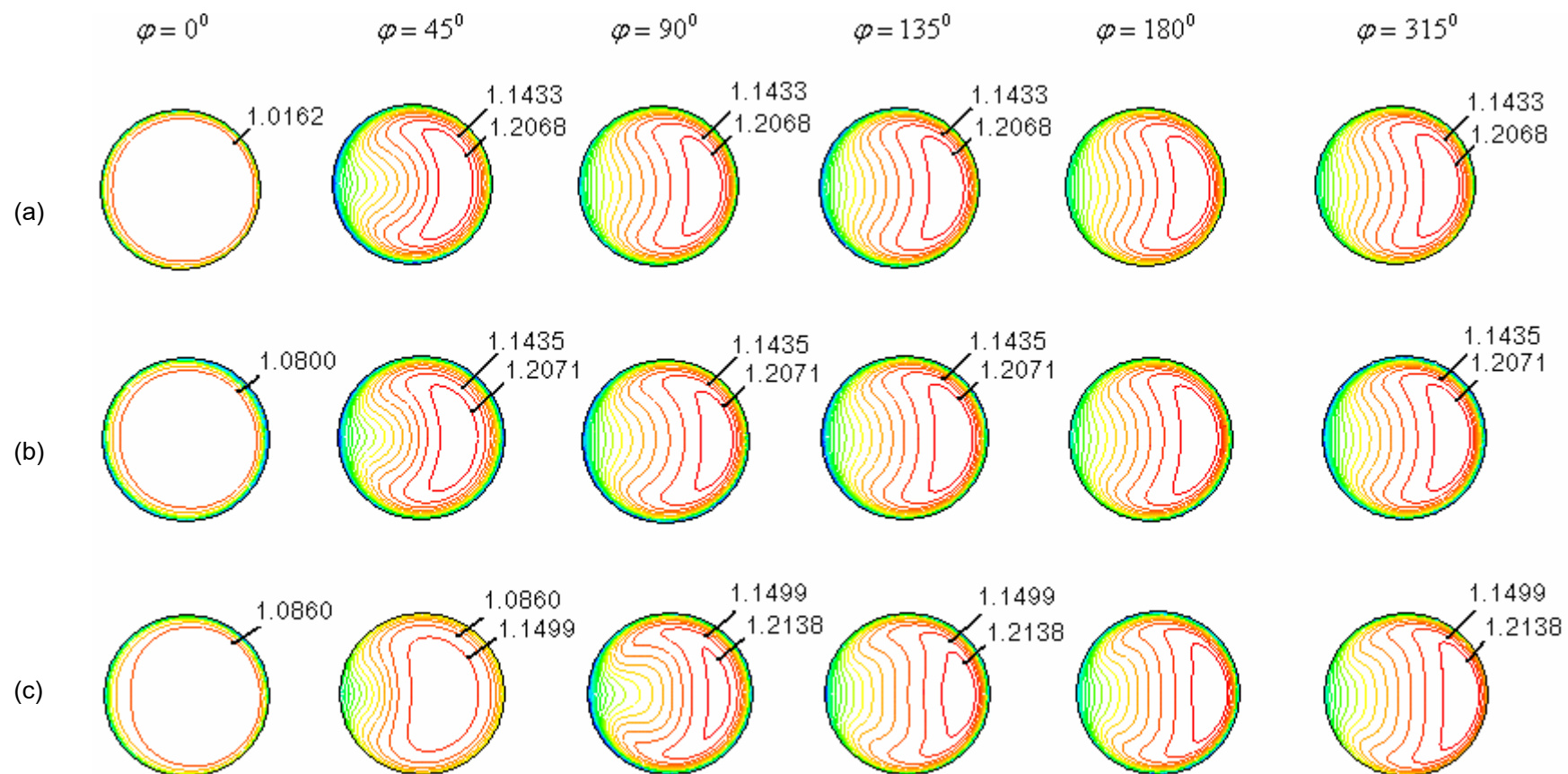
จากภาพประกอบ 44-46 แสดง Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งต่างๆ ของท่อ พบว่า Velocity profile ของน้ำที่ไหลภายในท่อตำแหน่งทางเข้า ( $\varphi = 0$ ) มีลักษณะคล้ายๆ Velocity profile ที่ไหลในท่อตรง เมื่อพิจารณา  $\varphi$  เพิ่มขึ้น ทำให้ของไหลเกิดแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางซึ่งแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางที่เกิดขึ้นจะค่อยๆ ขยับทิศทางออกไปทางผิวโค้งด้านนอกสุด ซึ่งแรงนี้ทำให้เกิดลักษณะการไหลที่เรียกว่า Secondary flow จะพบเฉพาะการไหลของของไหลในท่อที่มีลักษณะทรงโค้งเท่านั้น ซึ่งมีลักษณะของเส้น Contours ของความเร็วสองวงคือส่วนบนและส่วนล่างของพื้นที่หน้าตัดท่อ โดยทิศทางของความเร็วจะออกไปทางผิวโค้งด้านนอกสุด ดังแสดงในภาพประกอบ 44-46 เมื่ออัตราการไหลของของไหลเพิ่มขึ้น อุณหภูมิของผนังและสัดส่วนความโค้งท่อเปลี่ยนไป พบว่าไม่ส่งผลทำให้ลักษณะของเวกเตอร์ความเร็วเปลี่ยนไปเพียงแต่ขนาดของความเร็วจะเปลี่ยนไปตามอัตราการไหลของของไหลและสัดส่วนความโค้งท่อ



ภาพประกอบ 38 Contour ความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.02$ ,  $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ ,  $T_{wall,ave}=35^\circ\text{C}$ , (a)  $m_w=0.05\text{ kg/s}$ , (b)  $m_w=0.08\text{ kg/s}$ , (c)  $m_w=0.12\text{ kg/s}$

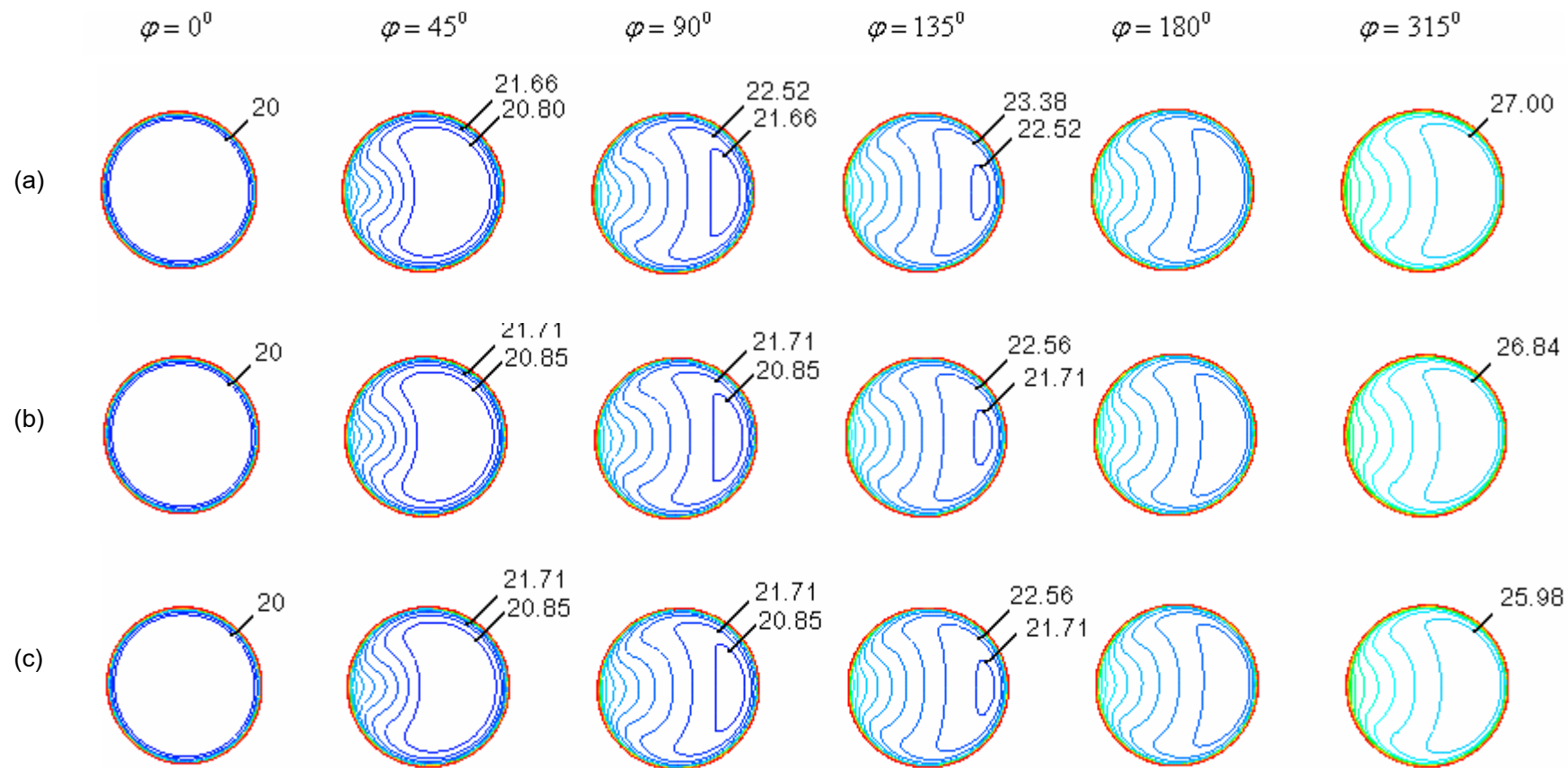


ภาพประกอบ 39 Contour ความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.02$ ,  $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ ,  $m_w=0.05\text{ kg/s}$ , (a)  $T_{\text{wall,ave}}=35^\circ\text{C}$ , (b)  $T_{\text{wall,ave}}=50^\circ\text{C}$ , (c)  $T_{\text{wall,ave}}=65^\circ\text{C}$



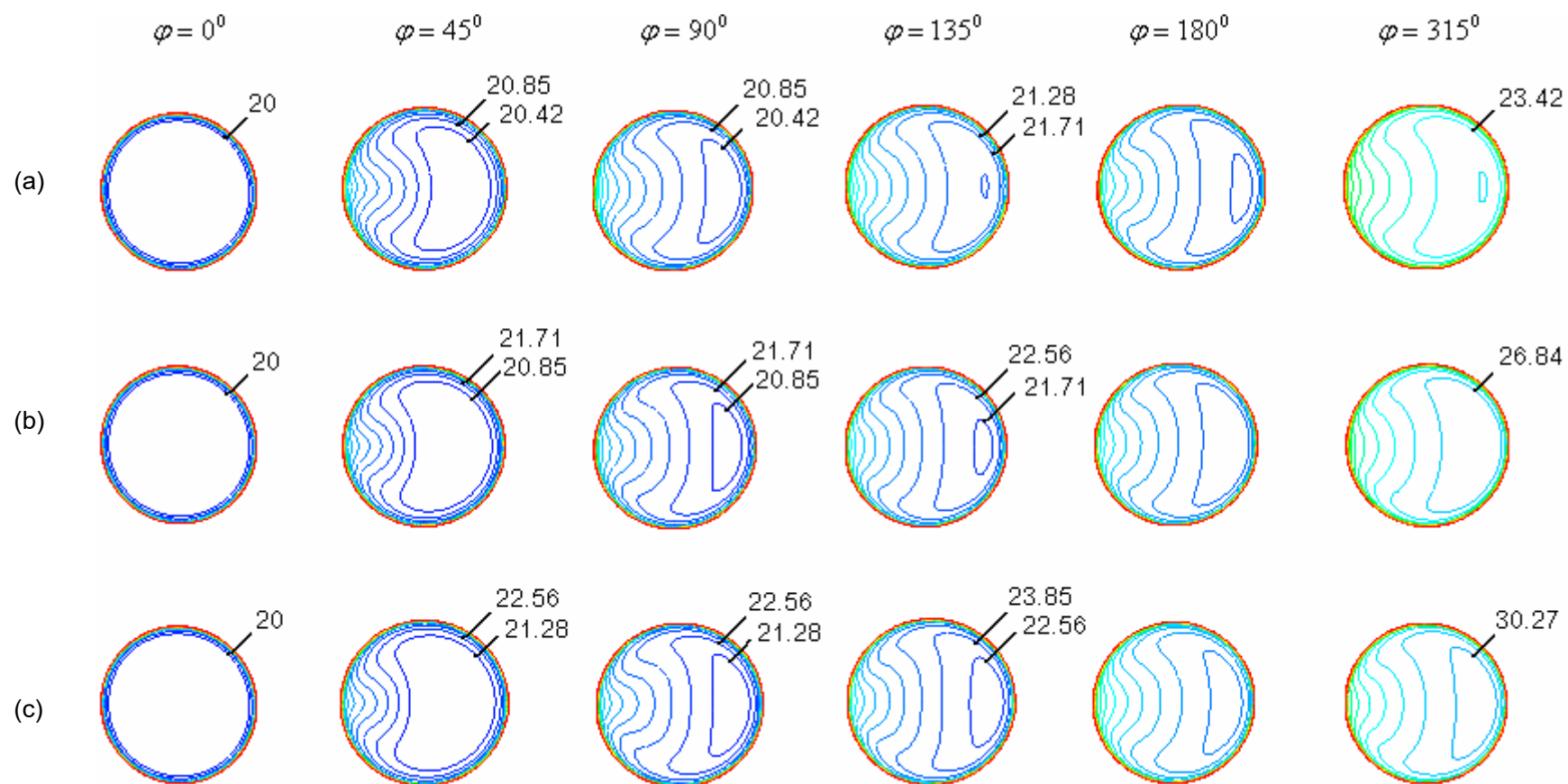
โค้งด้าน  
นอกสุด

ภาพประกอบ 40 Contour ความเร็วของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อที่อัตราการไหล  $m_w=0.05$  kg/s,  $T_{w,in}=20$  °C,  $T_{wall,ave}=35$  °C, (a)  $C_R=0.02$ , (b)  $C_R=0.04$ , (c)  $C_R=0.05$



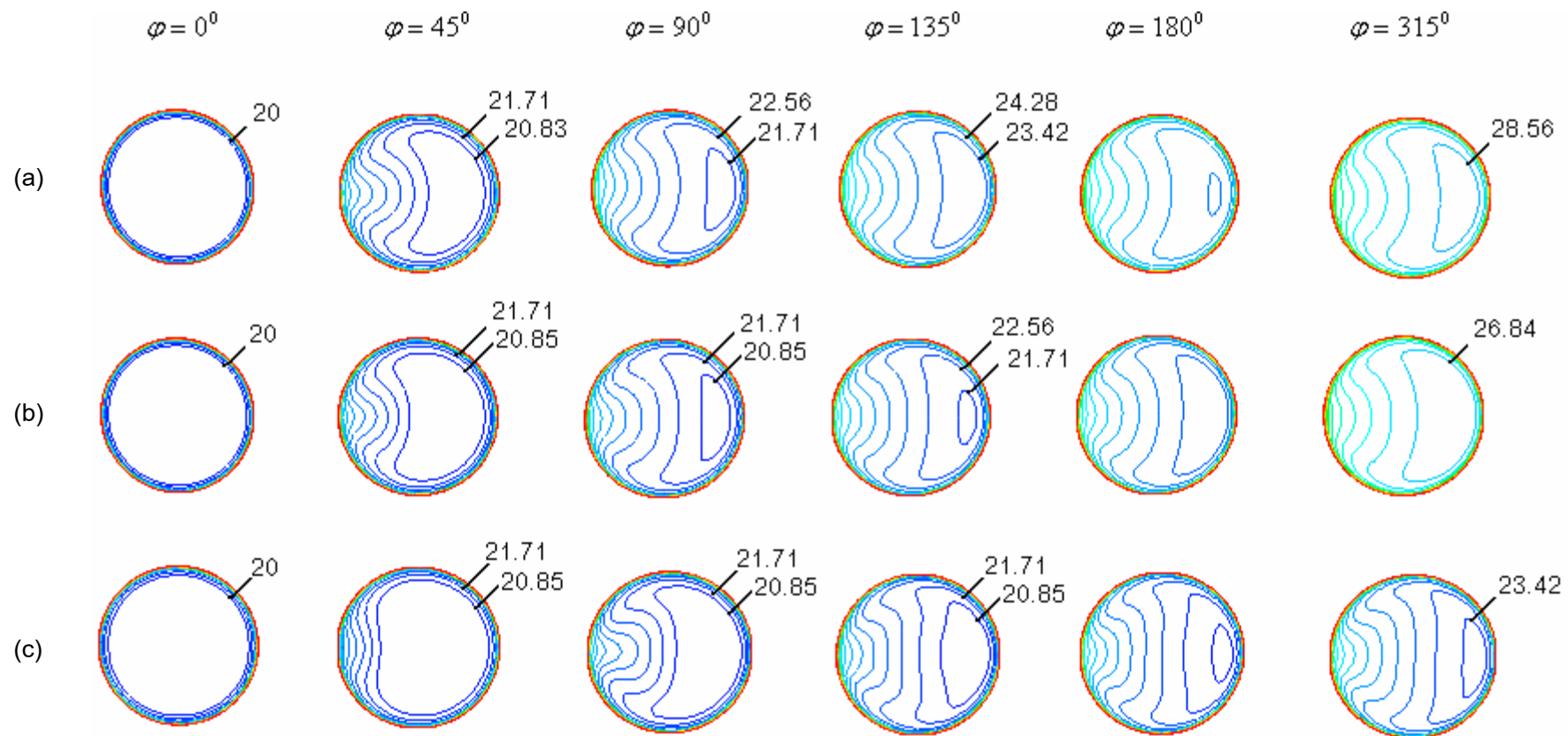
โค้งด้าน  
นอกสุด

ภาพประกอบ 41 Contour การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.04$ ,  $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ ,  $T_{wall,ave}=50^\circ\text{C}$ , (a)  $m_w=0.05\text{ kg/s}$ , (b)  $m_w=0.08\text{ kg/s}$ , (c)  $m_w=0.12\text{ kg/s}$



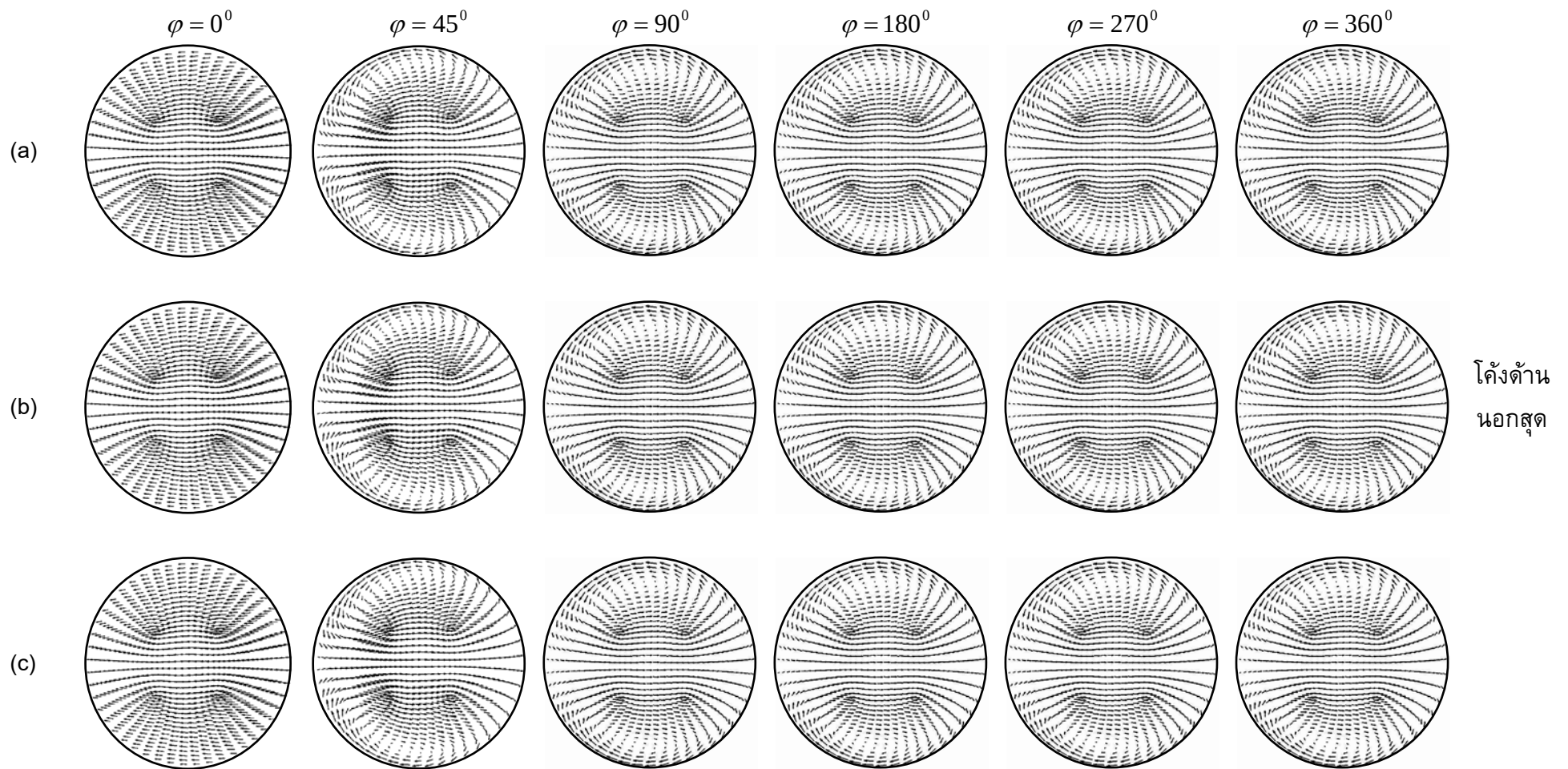
โค้งด้าน  
นอกสุด

ภาพประกอบ 42 Contour การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.04$ ,  $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ ,  $m_w=0.08\text{ kg/s}$ , (a)  $T_{wall,ave}=35^\circ\text{C}$ , (b)  $T_{wall,ave}=50^\circ\text{C}$ , (c)  $T_{wall,ave}=65^\circ\text{C}$

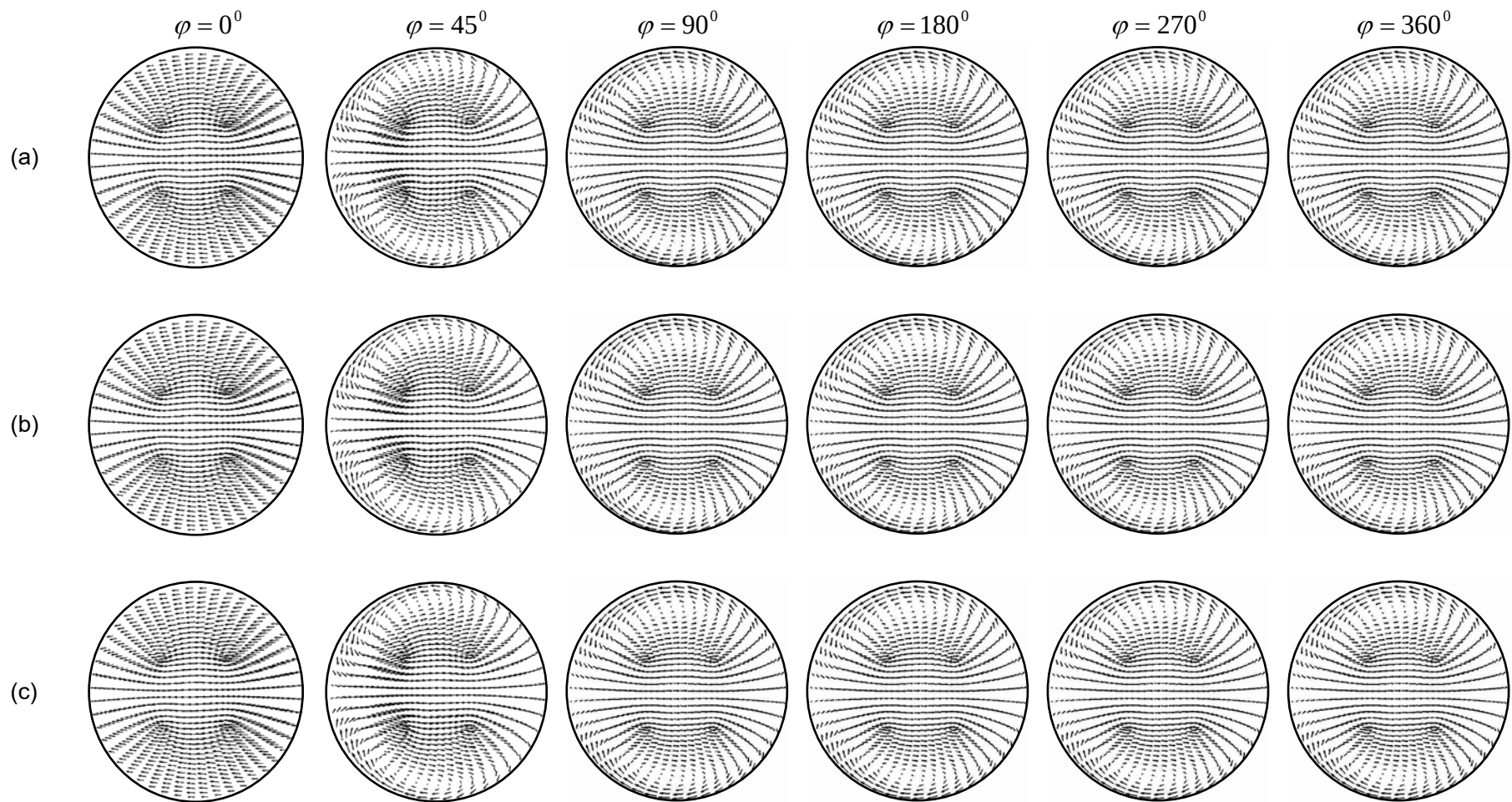


โค้งด้าน  
นอกสุด

ภาพประกอบ 43 Contour การกระจายตัวของอุณหภูมิของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อที่อัตราการไหล  $m_w=0.08$  kg/s,  $T_{w,in}=20$  °C,  $T_{wall,ave}=50$  °C, (a)  $C_R=0.02$ , (b)  $C_R=0.04$ , (c)  $C_R=0.05$



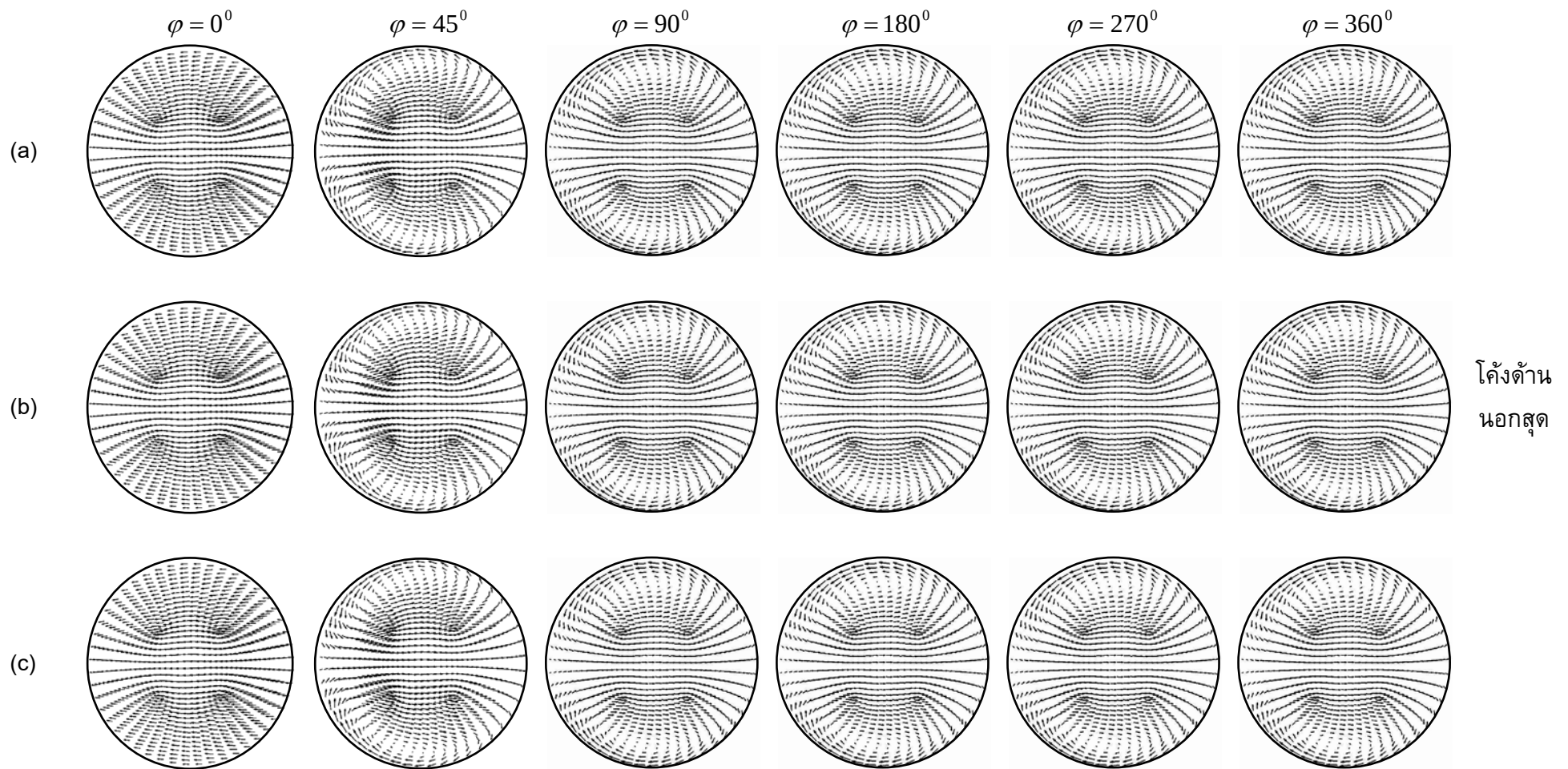
ภาพประกอบ 44 Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.05$ ,  $T_{w,in}=20^\circ\text{C}$ ,  $T_{wall,ave}=65^\circ\text{C}$ , (a)  $m_w=0.05\text{ kg/s}$ , (b)  $m_w=0.08\text{ kg/s}$ , (c)  $m_w=0.12\text{ kg/s}$



ภาพประกอบ 45 Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อสัดส่วนความโค้ง  $C_R=0.05$ ,  $T_{w,in}=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $m_w=0.12\text{ kg/s}$ , (a)

$T_{wall,ave}=35\text{ }^{\circ}\text{C}$ , (b)  $T_{wall,ave}=50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , (c)  $T_{wall,ave}=65\text{ }^{\circ}\text{C}$

โค้งด้าน  
นอกสุด



ภาพประกอบ 46 Secondary flow ของน้ำที่ไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงที่ตำแหน่งวงในสุดของท่อที่อัตราการไหล  $m_w=0.12$  kg/s,  $T_{w,in}=20$  °C,  $T_{wall,ave}=65$  °C,

(a)  $C_R=0.02$ , (b)  $C_R=0.04$ , (c)  $C_R=0.05$



## บทที่ 5

### สรุปและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้เสนอการศึกษา เกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวงที่วางในแนวนอน ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการจำลองสภาวะการไหลแบบไม่คงตัวใน 3 มิติ ที่ใช้ระเบียบวิธีปริมาตรสลับเนื่องจำลองการไหลแบบปั่นป่วน โดยใช้แบบจำลอง  $k - \epsilon$  มีรูปแบบการวางกริดแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Ustructured grids) โดยศึกษาตัวแปรต่างๆ ที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อนและความดันลด ผลจากการคำนวณที่ได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง โดยมีน้ำเป็นของไหลที่ไหลภายในท่อ ซึ่งไหลเข้าท่อที่ตำแหน่งวงในสุดและไหลออกที่ตำแหน่งวงนอกสุด ท่อที่ใช้ในการทดสอบเป็นแบบท่อขดเป็นวงมีจำนวนรอบของการขดทั้งหมดเท่ากับ 5 รอบ อัตราการไหลของน้ำอยู่ในช่วง 0.05-0.12 กิโลกรัมต่อวินาที

### สรุปผลการวิจัย

1. การศึกษาคุณลักษณะการพาความร้อนโดยใช้การจำลองสภาวะการไหลแบบไม่คงตัวใน 3 มิติ ของท่อแบบขดเป็นวง ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป FLUENT เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่ามีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี ดังแสดงในบทที่ 4 ซึ่งสามารถสรุปเป็นหัวข้อหลักๆ ดังนี้

- พบว่าอุณหภูมิเฉลี่ยของน้ำเย็นที่ตำแหน่งต่างๆ ในท่อแบบขดเป็นวง มีค่าสูงขึ้นเมื่อน้ำเย็นไหลผ่านจำนวนรอบของชุดทดสอบเพิ่มขึ้น และมีแนวโน้มลดลงเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองกับผลการทำนาย พบว่ามีความสอดคล้องกันดีโดยให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 2.90 เปอร์เซ็นต์

- พบว่าอุณหภูมิเฉลี่ยของน้ำเย็นที่ทางออกกับอัตราการไหลของน้ำเย็นของท่อแบบขดเป็นวง มีแนวโน้มลดลงเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น และยังพบว่า ณ อัตราการไหลของน้ำเย็นเดียวกันอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้าชุดทดสอบยังส่งผลต่ออุณหภูมิของน้ำเย็นที่ทางออกเช่นกัน และเมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองกับผลการทำนาย พบว่ามีความสอดคล้องกันดีโดยให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 1.44 เปอร์เซ็นต์

- พบว่าอัตราการถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กัน มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น และยังพบว่าสัดส่วนความโค้งของท่อแบบขดเป็นวงยังส่งผลต่ออัตราการถ่ายเทความร้อน นอกจากนั้นยังพบว่า ณ อัตราการไหลของน้ำเย็นเดียวกันอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้าชุดทดสอบยังส่งผลต่ออัตราการถ่ายเท

ความร้อนเช่นกัน เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองกับผลการทำนาย พบว่ามีความสอดคล้องกันดีโดยให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 2.39 เปอร์เซ็นต์

- พบว่า Nusselt number เฉลี่ยของท่อแบบขดเป็นวงที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ กัน มีแนวโน้มสูงขึ้นเมื่ออัตราการไหลของน้ำเย็นเพิ่มขึ้น และยังพบว่า ณ อัตราการไหลของน้ำเย็นเดียวกันอุณหภูมิของน้ำเย็นที่ไหลเข้าสู่ชุดทดสอบที่สัดส่วนความโค้งต่างๆ ยังส่งผลต่อ Nusselt number เช่นกัน และเมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการทดลองกับผลการทำนาย พบว่ามีความสอดคล้องกันดีโดยให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 10.81 เปอร์เซ็นต์

2. การศึกษาเชิงพารามิเตอร์พบว่า การเพิ่มขึ้นของแรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางส่งผลทำให้มีการถ่ายเทความร้อนได้ดีแต่จะส่งผลให้ความดันตกคร่อมเพิ่มขึ้นด้วย ซึ่งข้อมูลที่ได้สามารถนำไปในการวิเคราะห์เพื่อออกแบบอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน

### ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

จากการศึกษาในงานวิจัยนี้พบว่าผลที่ได้จากการคำนวณมีความสอดคล้องกันดีกับผลการทดลอง ในส่วนการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้เราทราบถึงพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้นภายในท่อแบบขดเป็นวง นับว่าเป็นทางเลือกที่ดีอีกอย่างหนึ่ง เพราะจะทำให้ลดค่าใช้จ่าย และระยะเวลาในการออกแบบอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน การจำลองสภาวะการไหลแบบปั่นป่วนแบบไม่คงตัวใน 3 มิติ ภายในท่อแบบขดเป็นวง นั้นสามารถศึกษา เกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวงที่วางในแนวนอน ได้เป็นอย่างดี ซึ่งจัดว่า เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์อย่างยิ่งต่อการออกแบบ อย่างไรก็ตามเพื่อให้การวิจัยมีประสิทธิภาพสูงสุด ผู้วิจัยได้จัดทำข้อเสนอแนะขึ้นเพื่อเป็นแนวทางการต่อไปสำหรับงานวิจัยในอนาคต ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การปรับเปลี่ยนลักษณะการวางของท่อแบบขดเป็นวงในลักษณะต่างๆ กัน เช่น การวางท่อในแนวตั้งหรือแนวเฉียง เพื่อศึกษาเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อแบบขดเป็นวง

2. การปรับเปลี่ยนรูปร่างและขนาดของท่อแบบขดเป็นวง เช่น ท่อในลักษณะทรงสี่เหลี่ยม ปรับเปลี่ยนสัดส่วนความโค้งท่อและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ เพื่อที่จะได้เห็นถึงผลการเปลี่ยนแปลงลักษณะการไหลมากขึ้น

3. การปรับเปลี่ยนสารทำงาน (Working fluid) ในรูปแบบอื่น รวมทั้งศึกษาเกี่ยวกับคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลภายในท่อแบบขดเป็นวงในลักษณะ two-phase

## บรรณานุกรม

- Ho, J.C., Wijesundera, N.E., Rajasekar, S. & T.T. Chandratilleke. (1995, June). Performance of a Compact Spiral Coil Heat Exchanger. *Heat Recovery Systems & CHP*. 15(5) : 457-468.
- Ho, J.C. & N.E. Wijesundera. (1996, January). Study of a Compact Spiral-Coil Cooling and Dehumidifying Heat Exchanger Unit. *Applied Thermal Engineering*. 16(10) : 777–790.
- \_\_\_\_\_. (1999, July). An Unmixed-air Flow Model of A Spiral Cooling Dehumidifying Heat Transfer. *Applied Thermal Engineering*. 19 : 865–883.
- Launder, B.E. & D.B. Spalding. (1974). *The Numerical Computation of Turbulent Flows*. The Numerical Computation of Turbulent Flows. 3 : 269-289.
- Lin, C.X. & M.A. Ebadian. (1997, January). *Developing turbulent Convective Heat Transfer in Helical Pipes*. International Journal of Heat and Mass Transfer. 40(16) : 3861-3873.
- \_\_\_\_\_. (1999, June). The effects of inlet turbulent on the development of fluid flow and heat transfer in a helically coiled pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 42 : 739-751.
- \_\_\_\_\_. (1998, February). Turbulent mixed convective heat transfer in the entrance region of a curved pipe with uniform wall-temperature. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 41 : 3739-3805.
- Patankar, S.V. & D.B. Spalding. (1972). *A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic*. International Journal of Heat and Mass Transfer.
- Naphon, P. & S. Wongwises. (2002). An Experimental Study On The in-Tube Heat Convective Heat Transfer Coefficients. in *A Spiral-Coil Heat Exchanger*. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*. 29(6) : 797–809.
- \_\_\_\_\_. (2003, June). *Experimental and Theoretical Investigation of The Heat Transfer Characteristics and Performance of A Spiral-Coil Heat Exchanger Under Dry-Surface Conditions*. 2<sup>nd</sup> International Conference on Heat Transfer. Fluid Mechanics and Thermodynamics. 24–26 June. Victoria Falls. Zambia.

- Naphon, P. & Wongwises, S. (2004). *A Review of Heat Transfer and Flow Characteristics in Curved Tubes*. Sustainable and Renewable Energy Reviews. (In press)
- Naphon, P. & Wongwises, S. (2004). *On the Performance of a Spiral Coil Finned Tube Heat Exchanger under Dry-Surface Conditions*. The 15<sup>th</sup> International Symposium on Transport Phenomena ISTP-15. May 9-13., Bangkok. Thailand.
- \_\_\_\_\_. (2005, July). *A study of The Heat Transfer Characteristics of A Compact Spiral-Coil Heat Exchanger Under Wet-Surface Conditions Experimental Thermal and Fluid Science*. 29 : 511-521.
- \_\_\_\_\_. (2005). *Heat transfer coefficients of a spirally coiled finned tube heat exchanger*. International communications in Heat and Mass Transfer. 32 : 371-385.
- Necati Ozisik, M. (1995). *Heat Transfer A Basic Approach*. New York : McGraw-Hill. 225-280.
- Versteeg, H.K. & W. Malalasekara. (1995). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics The Finite Volume Method*. 2<sup>nd</sup> ed. Longman : UK. 41-84.
- Wijeysundera, N.E., Ho, J.C. & S. Rajasekar. (1996). *The Effectiveness of A Spiral Coil Heat Exchange*. Int. Comm. Heat Mass Transfer. 23(5) : 623-631.
- Yang, G. & M.A. Ebadian. (1996, August). Turbulent forced convection in a helicoidally pipe with substantial pitch. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 39(10) : 2015-2022.
- Yakhot, V. & S.A. Orzag. (1986, May). Renormalization Group Analysis of Turbulence : 1 Basis Theory. *Journal of Scientific Computing*. 1 : 1-51.
- Yuan, S.W. (1969). *Foundations of Fluid Mechanics*. New Delhi : Prentice-Hall of India Private Limited New Delhi. 130-141.

ภาคผนวก

## คำอธิบายสัญลักษณ์

### สัญลักษณ์

|                      |         |                                                                |
|----------------------|---------|----------------------------------------------------------------|
| $A$                  | หมายถึง | พื้นที่ผิวของปริมาตร                                           |
| $C_P$                | หมายถึง | ค่าความร้อนเฉพาะ                                               |
| $C_R$                | หมายถึง | อัตราส่วนความโค้งของท่อชุดแบบเป็นวง                            |
| $C_{1\varepsilon}$   | หมายถึง | ค่าคงที่ของสมการ $k - \varepsilon$ Model                       |
| $C_{2\varepsilon}$   | หมายถึง | ค่าคงที่ของสมการ $k - \varepsilon$ Model                       |
| $C_\mu$              | หมายถึง | ค่าคงที่ของสมการ $k - \varepsilon$ Model                       |
| $h$                  | หมายถึง | ค่าเอนทาลปีต่อหนึ่งหน่วยของมวล                                 |
| $I$                  | หมายถึง | ค่าความเข้มข้นของการปั่นป่วน                                   |
| $K$                  | หมายถึง | สภาพนำความร้อน                                                 |
| $k$                  | หมายถึง | พลังงานจลน์ของความปั่นป่วน                                     |
| $m$                  | หมายถึง | มวลของของไหล                                                   |
| $Nu$                 | หมายถึง | เลขนัสเซิลท์                                                   |
| $P_r, P_\theta, P_z$ | หมายถึง | ผลลัพธ์ของแรงกระทำที่ผิววัตถุในระบบแกนทรงกระบอก                |
| $p$                  | หมายถึง | ความดันของของไหล                                               |
| $Q$                  | หมายถึง | ปริมาณความร้อนที่ถ่ายเทต่อหนึ่งหน่วยของมวล สำหรับ<br>ไอดีลแก๊ส |
| $Re$                 | หมายถึง | ตัวเลขเรย์โนลด์ส์                                              |
| $T$                  | หมายถึง | อุณหภูมิ                                                       |
| $x, y, z$            | หมายถึง | ระยะตามแกนตั้งฉาก $x, y, z$                                    |
| $u, v, w$            | หมายถึง | ความเร็วตามแกนตั้งฉาก $x, y, z$                                |
| $r, \theta, z$       | หมายถึง | ระยะตามแกนระบบแกนทรงกระบอก $r, \theta, z$                      |
| $V_r, V_\theta, V_z$ | หมายถึง | ความเร็วตามแกนระบบแกนทรงกระบอก $r, \theta, z$                  |

### สัญลักษณ์กรีก

|                                                                  |         |                                                                          |
|------------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------|
| $\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_z$                           | หมายถึง | เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง $r, \theta$ และ $z$                           |
| $\varepsilon$                                                    | หมายถึง | อัตราการสลายของความปั่นป่วน                                              |
| $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{zz}$ | หมายถึง | อัตราความเค้นเชิงเส้นในระบบแกนทรงกระบอก                                  |
| $\mu$                                                            | หมายถึง | ความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล                                                |
| $\mu_t$                                                          | หมายถึง | ค่าความหนืดของความปั่นป่วน                                               |
| $\Phi$                                                           | หมายถึง | ฟังก์ชันการสูญเสียต่อหนึ่งหน่วยของปริมาตร                                |
| $\Phi_{(i)}$                                                     | หมายถึง | ฟังก์ชันการสูญเสียต่อหนึ่งหน่วยของปริมาตร<br>สำหรับของไหลแบบอัดตัวไม่ได้ |
| $\phi$                                                           | หมายถึง | ตัวแปรใดๆ ของการไหล                                                      |
| $\varphi$                                                        | หมายถึง | มุมต่างๆ ของท่อแบบขดเป็นวง                                               |
| $\sigma_k$                                                       | หมายถึง | ค่าคงที่เทมเปอร์เจอร์ของ $k$                                             |
| $\sigma_\varepsilon$                                             | หมายถึง | ค่าคงที่เทมเปอร์เจอร์ของ $\varepsilon$                                   |
| $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$                | หมายถึง | ความเค้นฉากในระบบแกนทรงกระบอก                                            |
| $\sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta z}, \sigma_{zr}$               | หมายถึง | ความเค้นเฉือนในระบบแกนทรงกระบอก                                          |
| $\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{zr}$               | หมายถึง | อัตราความเค้นเฉือนในระบบแกนทรงกระบอก                                     |
| $\rho$                                                           | หมายถึง | ความหนาแน่นของของไหล                                                     |
| $\kappa$                                                         | หมายถึง | ค่าคงที่ของวอนการ์มันน์                                                  |
| $\nabla^2$                                                       | หมายถึง | ตัวดำเนินการของลาปลาซ                                                    |
| $\vec{V}$                                                        | หมายถึง | เวกเตอร์ของความเร็ว                                                      |
| $\forall$                                                        | หมายถึง | ปริมาตร                                                                  |

### ตัวกำกับล่าง

|      |         |           |
|------|---------|-----------|
| ave  | หมายถึง | ค่าเฉลี่ย |
| in   | หมายถึง | ทางเข้า   |
| w    | หมายถึง | น้ำเย็น   |
| wall | หมายถึง | ผนังท่อ   |

ประวัติย่อของผู้วิจัย

## ประวัติย่อของผู้วิจัย

|                              |                                                                                                      |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ชื่อ-สกุล                    | นายจำเนียร สุวะไกร                                                                                   |
| วันเดือนปีเกิด               | 9 กรกฎาคม 2517                                                                                       |
| สถานที่เกิด                  | อำเภอเมือง จังหวัดอำนาจเจริญ                                                                         |
| สถานที่อยู่ปัจจุบัน          | 31/312 หมู่ 1 หมู่บ้านสินธานี ถนนรังสิต-องครักษ์<br>ตำบลรังสิต อำเภอธัญบุรี จังหวัดปทุมธานี 12110    |
| ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน | วิศวกร                                                                                               |
| สถานที่ทำงานปัจจุบัน         | บริษัท สิทธิคุณเอ็นจิเนียริง จำกัด<br>9 ซอยคูบอน 31 แยก 2 แขวงคันนายาว เขตคันนายาว<br>กรุงเทพฯ 10230 |

## ประวัติการศึกษา

|           |                                                                                      |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| พ.ศ. 2539 | ปวส. ช่างจักรกลหนัก<br>จาก สถาบันเทคโนโลยีราชมงคลภาคตะวันออกเฉิยงเหนือ<br>นครราชสีมา |
| พ.ศ. 2542 | คอ.บ. (วิศวกรรมเครื่องกล)<br>จาก มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี               |
| พ.ศ. 2550 | วศ.ม. (วิศวกรรมเครื่องกล)<br>จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ                          |