

การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์
ของ
วราภรณ์ เสาวะพาน

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ธันวาคม 2546
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

511.320712

๐๓๒/ก

ร.๒

การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ

ของ

วราภรณ์ เสาวะพาน

24 ก.พ. 2547

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา
ธันวาคม 2546

h 238107 ร.๒

วราภรณ์ เสาวะพาน. (2546). การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).

กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม:
รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ, รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์.

การวิจัยครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียน ที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่เรียน วิชาคณิตศาสตร์ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน โดยใช้แบบแผนการวิจัย

One – Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูลคือ t – test Dependent ผลการศึกษาพบว่า

1. ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 88.88 / 88.05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LESSONS ON " SETS AND REASONING "
FOR MATHAYOMSUKSA IV STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
WARAPORN SAOWAPAN

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
December 2003

Warapron Saowapan. (2003). *Development of Mathematics lessons on "Sets and Reasoning" for mathayomsuksa IV students*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this study were to development mathematics lessons on sets and set reasoning for mathayomsuksa IV students after taught by using these of mathematics lessons.

The subjects of this study were 35 mathayomsuksa IV students in science – math program of Thanyapattanawit School, Kamalasai, Kalasin the first semester of 2003 academic year obtained for simple random sampling. The one group pretest – posttest design was used in this study. The t – test for dependent sample was used for data analysis.

The results of this study revealed that

1. Development of mathematics lessons on sets and reasoning for mathayomsuksa IV students possessed the efficiency of 80/80 criteria with the efficiency of 88.88/88.05.

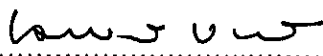
2. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using development of mathematics lessons on sets and reasoning for mathayomsuksa IV students was higher than that before the experiment at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

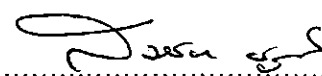
การพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

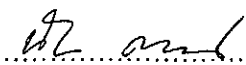
ของ
นางสาว วราภรณ์ เสาวะพาน

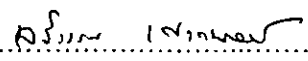
ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

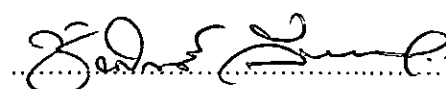
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. นภาพร หะวานนท์)
วันที่ 11 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2546

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

 ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

 กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร. จีววรรณ เสวตมาลัย)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาและแนวทางจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีสัจรสกุล กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม เป็นอย่างยิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาท สะอ้านวงศ์ รองอธิบดีกรมวิชาการ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีสัจรสกุล และ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ ที่กรุณาให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องของ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ หัวหน้าฝ่ายวิชาการ อาจารย์พิณทอง แก่นนาคำ คณะครูอาจารย์โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ คณะครูอาจารย์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โรงเรียน ฟ้าแดดสูงยางวิทยาการ และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนฟ้าแดดสูงยางวิทยาการ ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมือในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ รวมทั้งดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้ สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอขอบคุณพี่ ๆ และเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ทุกคนที่คอยช่วยเหลือและเป็นที่กำลังใจ ให้แก่ผู้วิจัยตลอดมา

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อวาสนา คุณแม่สมคิด เสาวะพาน คุณยายปิ่น กอหาญ คุณป้าสี ชาติเดช ที่ให้การสนับสนุนช่วยเหลือ คอยให้กำลังใจ และกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยความรักและห่วงใยตลอดมา ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดาและครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

วรภรณ์ เสาวะพาน

ปริญญาพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนอุดหนุน
และส่งเสริมปริญญาพนธ์ของ
“ทบวงมหาวิทยาลัย”

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	4
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	4
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	4
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	4
	ตัวแปรที่ศึกษา	5
	นิยามศัพท์เฉพาะ	5
	กรอบแนวคิดในศึกษาค้นคว้า	7
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	8
2.	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน	10
	หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544	10
	หลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกา	14
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนคณิตศาสตร์	15
	ขอบเขตสาระการเรียนรู้เรื่องเซตและการให้เหตุผล	15
	การให้เหตุผล	18
	ความสำคัญของการให้เหตุผล	20
	รูปแบบการให้เหตุผล	21
	แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล	23
	ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล	26
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบเรียน(บทเรียน)และคู่มือครู	28
	ความหมายของแบบเรียน	29
	ความสำคัญของหนังสือแบบเรียน	29
	ลักษณะของแบบเรียนที่ดี	30
	เกณฑ์มาตรฐานคุณภาพของหนังสือเรียน	31
	คู่มือครู	32

สารบัญ(ต่อ)

บทที่		หน้า
2(ต่อ)	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของบทเรียน.....	34
	การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียน.....	35
	วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพของบทเรียน.....	36
	การทดลองหาประสิทธิภาพของบทเรียน.....	37
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	38
	ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	38
	ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	39
	การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	42
	แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	43
	องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	45
	สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	46
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดอย่างมีเหตุผล.....	47
	งานวิจัยในต่างประเทศ.....	47
	งานวิจัยในประเทศ.....	48
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	50
	การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	50
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	50
	การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	59
	การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	60
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	66
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	66
	การวิเคราะห์ข้อมูล.....	66
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67
5	สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	69
	ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีการศึกษาค้นคว้า.....	69
	สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	72

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
5(ต่อ) อภิปรายผล.....	72
บรรณานุกรม.....	79
ภาคผนวก.....	86
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....	87
ภาคผนวก ข ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	89
ภาคผนวก ค ผลการตรวจสอบบทเรียนคณิตศาสตร์.....	92
ภาคผนวก ง คู่มือครูบทเรียนคณิตศาสตร์.....	99
ประวัติย่อผู้วิจัย	274

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แสดงสาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เลือก.....	10
2	แบบแผนการทดลอง.....	59
3	ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์.....	67
4	ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอน.....	68
5	ค่าความยาก(p)ค่าอำนาจจำแนก(r)ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์เรื่องเซตและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 4 ตอนที่ 1 จำนวน 30 ข้อ.....	90
6	ค่าความยาก(p)ค่าอำนาจจำแนก(r)ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ตอนที่ 2 จำนวน 5 ข้อ.....	91
7	คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเซตและการให้เหตุผลก่อนเรียนและ หลังเรียน.....	93
8	คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต.....	96
9	คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล.....	97
10	ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล	98

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 ลำดับขั้นของการคิด.....	18

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในสังคมปัจจุบันได้มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว จะเห็นได้จากภาวะเศรษฐกิจ สภาพสังคม วัฒนธรรม ความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี ก่อให้เกิดปัญหา และผลกระทบมากมาย ทั้งต่อสังคม และตัวบุคคล โดยเฉพาะโลกปัจจุบันเป็นโลกที่ไร้พรมแดน เนื่องจากการสื่อสารที่ทันสมัย มนุษย์ต้องเผชิญปัญหาต่างๆ อย่างหลากหลาย ซับซ้อนมากขึ้น ดังนั้น การที่มนุษย์จะอยู่ในสังคมได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น จะต้องรู้จักคิดวิเคราะห์ ในการรับ ข้อมูลข่าวสาร และปัญหาในชีวิตประจำวัน โดยการใช้เหตุผลต่างๆ มาประกอบการแก้ปัญหาให้ สำเร็จได้ด้วยดี เด็กจึงจำเป็นจะต้องได้รับการเรียนคณิตศาสตร์ให้เข้าใจอย่างถูกต้อง เนื่องจาก วิชาคณิตศาสตร์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้เป็นคนที่มีสมบูรณ์ คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และมีความสมดุลทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และอารมณ์ สามารถอยู่ ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. 2544 : 1)

คณิตศาสตร์เป็นวิทยาการแขนงหนึ่งที่มีแบบแผนเกี่ยวกับการคิด การพิสูจน์ กระบวนการและเหตุผล ซึ่งมีบทบาทสำคัญและมีประโยชน์ต่อมนุษย์อย่างยิ่ง ทั้งในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาวิทยาการต่างๆ ทั้งในกลุ่มวิชาสาขาวิทยาศาสตร์ และกลุ่มวิชา สังคมศาสตร์ อีกทั้งคณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระบบ มีทักษะในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา และคิดอย่างมีเหตุผล ทำให้ผู้เรียนเป็นผู้รู้และใช้ความรู้อย่างรอบคอบ ละเอียดถี่ถ้วนและมีความคิด สร้างสรรค์ กระทรวงศึกษาธิการได้ตระหนักถึงความสำคัญดังกล่าว จึงจัดให้มีการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น ทั้งเป็นวิชาบังคับและวิชาเลือก จัดให้เนื้อหามีความสัมพันธ์กันและ มุ่งให้ผู้เรียนมีมโนคติที่ถูกต้อง (พนิดา พิสิฐอมรชัย. 2528 :1) ซึ่งสอดคล้องกับ สมชาย ชูชาติ (2542 : 77) ที่กล่าวว่า การศึกษาคณิตศาสตร์นอกจากจะมีบทบาทสำคัญต่อวงการศึกษาในด้าน ที่ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้เป็นคนที่มีเหตุผลแล้ว คณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญ ต่อโลกในวิทยาการทุกแขนง เช่น ด้านเทคโนโลยี เศรษฐกิจ สังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับ การค้นคว้าวิจัยทุกประเภท และได้ชื่อว่าเป็นเครื่องนำทางไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยหลักการใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์อย่างขาดไม่ได้ และดวงเดือน อ่อนน้อม (2537 : 51) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องมีการเปลี่ยนแปลงไปเพื่อพัฒนาศักยภาพทางสมองใน การคิด การให้เหตุผล ตลอดจนการรู้จักแก้ปัญหาให้สูงขึ้น เพราะผู้คนในยุคข้อมูลข่าวสารจำเป็น ต้องเป็นผู้มีศักยภาพสมองสูงจึงจะสามารถดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics) เป็นสภาครูที่มีบทบาทหน้าที่ในการจัดทำมาตรฐาน (Standards) ของวิชาคณิตศาสตร์ขึ้น เพื่อเผยแพร่ให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกานั้น อยู่ในเกณฑ์มาตรฐานเดียวกันโดยได้จัดพิมพ์เอกสารที่ชื่อ Principles and Standards for School Mathematics ปี ค.ศ.2000 เพื่อเป็นมาตรฐานหลักสูตรที่จะใช้ต่อไปสำหรับให้นักเรียนทุกคนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้อย่างมีศักยภาพและมีประสิทธิภาพ โดยได้เสนอมาตรฐาน (Standards) เพื่อให้ครูได้ใช้เป็นแนวทางในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 11)

มาตรฐาน (Standards) เนื้อหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมีทั้งหมด 5 มาตรฐาน ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations)
2. พีชคณิต (Algebra)
3. เรขาคณิต (Geometry)
4. การวัด (Measurement)
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)

มาตรฐาน (Standards) ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนมีทั้งหมด 5 มาตรฐาน ดังนี้

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
3. การสื่อสาร / การสื่อความหมาย (Communication)
4. การเชื่อมโยง (Connection)
5. การแสดง / การนำเสนอ (Representation)

นอกจากความเคลื่อนไหวในการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงหลักสูตรในต่างประเทศแล้ว ประเทศไทยก็ได้มีการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ทั้งในระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา เพื่อให้สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้รับมอบหมายให้ดำเนินการจัดทำหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และได้จัดทำเอกสารคู่มือขึ้น ซึ่งภายในเอกสารได้กำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาพื้นฐาน 12 ปี แล้วผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความสามารถดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 2-3)

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้ นั้นไปประยุกต์ได้

2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และ การนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและเจตคติ ที่ดีต่อคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ก็ได้กำหนดมาตรฐาน และสาระ การเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ไว้ 6 สาระ และในสาระที่ 4 พีชคณิต ได้มีการกำหนดมาตรฐาน การเรียนรู้ ไว้ 2 มาตรฐาน ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 7)

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ต่างๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้บรรจุสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ไว้ในสาระที่ 4 พีชคณิต โดยในเรื่องดังกล่าว ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 18 – 19)

1. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต
2. เขียนแผนภาพแทนเซต (Venn – Euler Diagram) และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ที่เกี่ยวกับการหาสมาชิกของเซตได้
3. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
4. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพแทนเซต (Venn – Euler Diagram)

จากความสำคัญดังกล่าวนอกจากได้บรรจุอยู่ในสาระที่ 4 พีชคณิต แล้วยังเป็นทักษะ/ กระบวนการ ในการจัดการเรียนการสอนอีกด้วย ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาบทเรียนเรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เพราะนักเรียนจำเป็นต้องนำเอา เนื้อหาของเซตเป็นพื้นฐานในการศึกษา ส่วนเรื่องการให้เหตุผลนั้นเป็นเรื่องใหม่ที่บรรจุลงใน

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เพื่อให้นักเรียนสามารถเลือกใช้วิธีการในการให้เหตุผลต่างๆได้อย่างเหมาะสมต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ ต่อไป

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการใช้บทเรียนเรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

จากผลการวิจัยในครั้งนี้ทำให้ได้บทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์มาตรฐานการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งมีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ได้ดังนี้

1. ผลการวิจัยช่วยให้ครูผู้สอนมีแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ทำให้เกิดแนวคิดหรือหลักการในการพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาอื่นๆ ได้

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิทย – คณิตฯ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 35 คน รวม 70 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิทย – คณิตฯ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จากโรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากจำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนในห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียน

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ตามแนวทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6) โดยผู้วิจัยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต 10 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล 8 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลองทั้งหมด 20 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ทดลองสอน 18 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการใช้บทเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล หมายถึงบทเรียนคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น โดยยึดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จากคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ซึ่งในบทเรียนประกอบด้วยหัวข้อดังต่อไปนี้

- ชื่อบทเรียน
- ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
- สาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย 2 หน่วยการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้
 - หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต
 - หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล
- กิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้
- สื่อประกอบกิจกรรมการเรียนรู้
- การวัดและการประเมินผล

2. ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง คุณภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนด้วย บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนด้วย บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

การยอมรับประสิทธิภาพของบทเรียน คือ ประสิทธิภาพของบทเรียนที่ใกล้เคียงกับ เกณฑ์ที่ตั้งไว้สูงหรือต่ำกว่าเกณฑ์ได้ไม่เกิน 2.5 % (ฉลองชัย สุววัฒนบุรณ. 2528: 215)

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของ นักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ซึ่งประเมินได้จากแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นและได้ตรวจสอบคุณภาพเรียบร้อยแล้ว โดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cogniton Domain) ตามที่ วิลสัน (Wilson . 1971 : 643 – 685) จำแนกไว้ 4 ระดับ ดังนี้

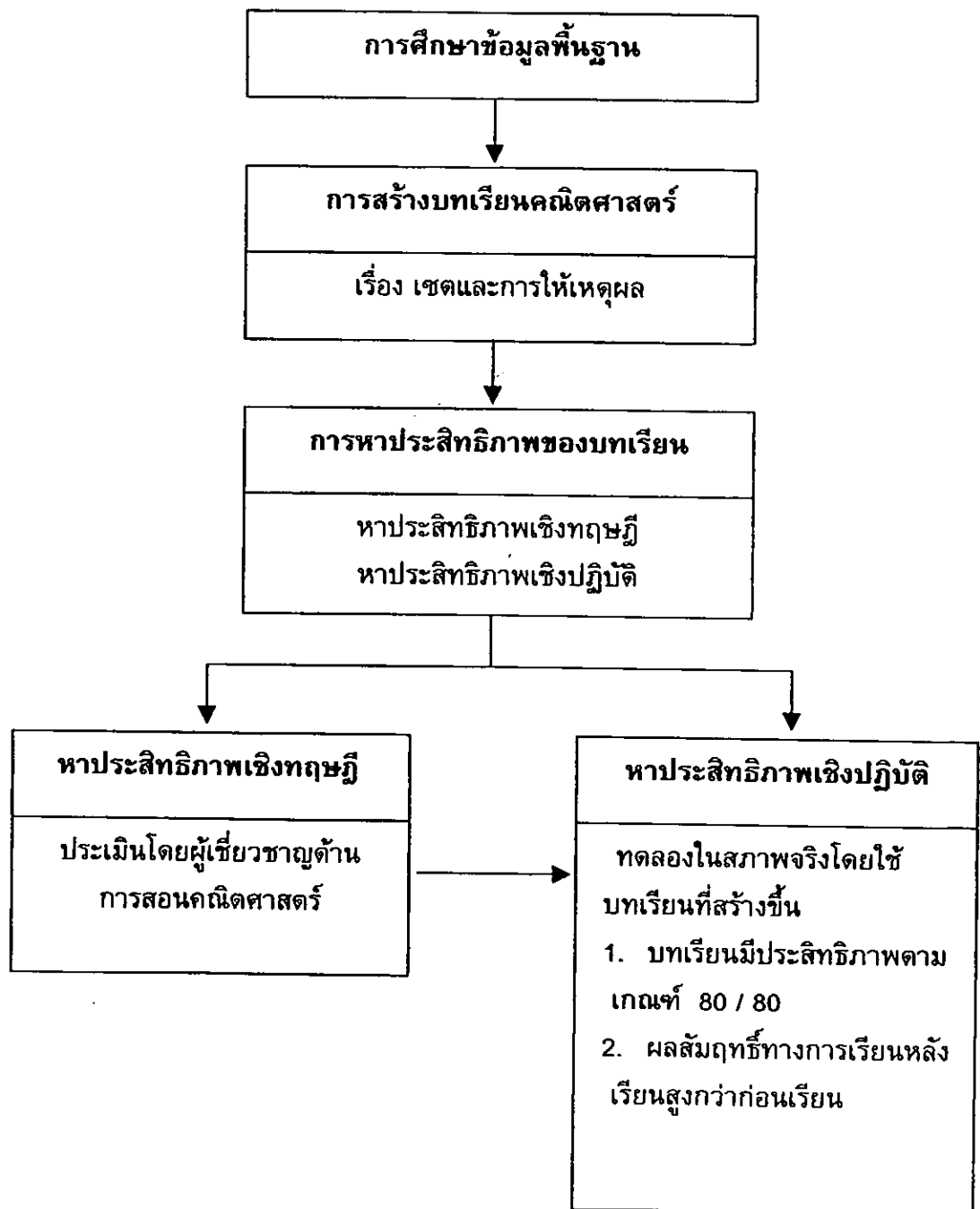
3.1 ความรู้ความจำในด้านคำนวณ (Computation) หมายถึง ความรู้ ความจำ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ศัพท์และนิยาม ความสามารถในการใช้กระบวนการเรขาคณิตคำนวณลำดับ ขั้นตอนที่เคยเรียนมาแล้ว

3.2 ความเข้าใจ (Comprehension) หมายถึงความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ หลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไปความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทาง คณิตศาสตร์ ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นแบบหนึ่ง การคิดตาม เหตุผล การอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 การนำไปใช้ (Application) หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ หรือ หวังว่าจะนำมาใช้แก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เรื่องการเปรียบเทียบ การวิเคราะห์ข้อมูล และ การมองเห็นลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร

3.4 การวิเคราะห์ (Analysis) หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ที่เคยประสบมาก่อนเป็นปัญหาที่ซับซ้อนไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างความสามารถในการค้นพบ ความสัมพันธ์โดยการจัดส่วนต่างๆที่โจทย์กำหนดให้ใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา ความสามารถในการ พิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน ซึ่งอาศัยนิยาม ทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยแก้ปัญหา

กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน

1.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)

1.2 หลักสูตรคณิตศาสตร์ของประเทศสหรัฐอเมริกา

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

2.1 ขอบเขตสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

2.2 การให้เหตุผล

2.3 ความสำคัญของการให้เหตุผล

2.4 รูปแบบการให้เหตุผล

2.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

2.6 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบเรียน (บทเรียน) และคู่มือครู

3.1 ความหมายของแบบเรียน

3.2 ความสำคัญของหนังสือแบบเรียน

3.3 ลักษณะของแบบเรียนที่ดี

3.4 เกณฑ์มาตรฐานคุณภาพของหนังสือเรียน

3.5 คู่มือครู

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของบทเรียน

4.1 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียน

4.2 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพของบทเรียน

4.3 การทดลองหาประสิทธิภาพของบทเรียน

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.5 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.6 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดอย่างมีเหตุผล

6.1 งานวิจัยต่างประเทศ

6.2 งานวิจัยในประเทศ

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียน

1.1 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ใช้อยู่ในปัจจุบันนี้เป็นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 โดยกำหนดคุณภาพของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 5)

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบการศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6) ไว้ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง และสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้
2. นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คาดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด
3. มีความเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
4. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซตสามารถบอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพแทนเซต มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้
5. สามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ เข้าใจความหมายของผลบวกของ n พจน์แรก ของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและการนำไปใช้ได้
6. สามารถสำรวจรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจบางอย่างได้
7. นำความรู้เรื่องความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไปใช้ได้
8. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

ปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ประกอบด้วย สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นเป้าหมายในการพัฒนาการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานของผู้เรียนให้มีคุณภาพดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 6 – 7)

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายผลและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial Reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric Model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับมาตรฐานการเรียนรู้ เรื่องเซตและการให้เหตุผล ที่ได้ทำการวิจัยนี้ได้ถูกกำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้น ม.4 – ม.6) ตรงกับสาระการเรียนรู้ที่ 4 : พิชคณิต และได้กำหนดรายละเอียดตามมาตรฐานการเรียนรู้ไว้ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 : 18-20)

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้

1. มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซตและการดำเนินการของเซต
2. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

1. เขียนแผนภาพแทนเซต (Venn – Euler Diagram) และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาสมาชิกของเซตได้
2. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพแทนเซต (Venn – Euler Diagram)

สาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เลือกช่วงชั้นที่ 4
ตาราง 1 แสดงสาระการเรียนรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เลือก

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน	สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เลือก
1) จำนวน • จำนวนจริง • เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ 2) พีชคณิต • ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน • ลำดับและอนุกรม • เซต • การให้เหตุผล 3) เรขาคณิต • - 4) การวัด • อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้ 5) สถิติและความน่าจะเป็น • สถิติเบื้องต้น • ความน่าจะเป็น	1) จำนวน • ระบบจำนวนจริง • ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น • จำนวนเชิงซ้อน • คณิตศาสตร์การเงิน 2) พีชคณิต • ตรรกศาสตร์เบื้องต้น • ฟังก์ชัน • เมทริกซ์ • กำหนดการเชิงเส้น 3) เรขาคณิต • เรขาคณิตวิเคราะห์ • เวกเตอร์ในสามมิติ • เรขาคณิตเพื่อศิลปะและการออกแบบ 4) การวัด • แผนที่และการสำรวจ 5) สถิติและความน่าจะเป็น • การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น • การแจกแจงปกติ • ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล • การวางแผนการทดลองเบื้องต้น • ความน่าจะเป็น 6) แคลคูลัส • ลำดับอนันต์และอนุกรมอนันต์ • แคลคูลัสเบื้องต้น 7) วิกฤตคณิต • กราฟเบื้องต้น

1.2 หลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศสหรัฐอเมริกา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา หรือ NCTM ได้จัดทำเอกสารหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน เพื่อเป็นแนวทางกำหนดทิศทางการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้น K- 12 ให้ได้มาตรฐานเดียวกันทั่วประเทศ การจัดการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์สำหรับประเทศสหรัฐอเมริกานั้นมุ่งหวังให้เยาวชนเป็นผู้ที่มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) เยาวชนอเมริกันทุกคนจะต้องมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต้องการให้เน้นกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Thinking)

เอกสารหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่จัดทำขึ้นนั้น ได้กำหนดหลักการ (Principles) และมาตรฐานทางการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ไว้ 10 มาตรฐาน (Standards) เพื่อให้ครูและผู้วางนโยบายทางการศึกษาคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้กำหนดเป็นแนวทาง และวางกรอบงาน (frameworks) ในการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของแต่ละชั้นดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 11)

หลักการ (Principles) มีทั้งหมด 6 หลักการ ได้แก่

1. การเสมอภาค (Equity)
2. หลักสูตรคณิตศาสตร์ (Mathematics Curriculum)
3. การสอน (Teaching)
4. การเรียนรู้ในชั้นเรียน (Student Learning)
5. การวัดผลประเมินผล (Assessment)

มาตรฐานเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Content Standards) มี 5 มาตรฐาน ได้แก่

1. จำนวนและโอเปอเรชัน
2. รูปแบบ ฟังก์ชัน และพีชคณิต
3. เรขาคณิต และความรู้สึกเชิงมิติ/มิติสัมพันธ์
4. การวัด
5. การวิเคราะห์ข้อมูล สถิติ และความน่าจะเป็น

มาตรฐานที่เกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Process Standards)

มี 5 มาตรฐาน ได้แก่

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
3. การสื่อสาร / การสื่อความหมาย (Communicating)
4. การเชื่อมโยง (Connection)

5. การแสดง / การนำเสนอ (Representation)

มาตรฐาน (Standards) วิชาคณิตศาสตร์ เกรด 9-12

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกาได้กำหนดสำหรับหลักสูตรมาตรฐาน (Standards) วิชาคณิตศาสตร์ ระดับเกรด 9 -12 ของนักเรียนในประเทศสหรัฐอเมริกาว่าควรเรียนเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 10-360)

1. จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operations)
2. พีชคณิต (Algebra)
3. เรขาคณิต (Geometry)
4. การวัด (Measurement)
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)
6. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
7. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning and Proof)
8. การสื่อสาร / การสื่อความหมาย (Communication)
9. การเชื่อมโยง (Connection)
10. การแสดง / การนำเสนอ (Representation)

จากการศึกษารายละเอียดของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของประเทศไทยจะพบว่ามีการเรียนรู้เรื่อง เซตและการให้เหตุผลบรรจุอยู่ในกลุ่มสาระที่ 4 พีชคณิต ในกลุ่มคณิตศาสตร์พื้นฐาน เพื่อให้ให้นักเรียนช่วงชั้นที่ 4(ม.4-ม.6) เรียนเป็นรายวิชาพื้นฐาน และในมาตรฐานหลักสูตรของประเทศสหรัฐอเมริกาก็ได้บรรจุสาระการเรียนรู้เรื่อง เซตและการให้เหตุผล อยู่ในมาตรฐานเนื้อหาของพีชคณิต (Algebra) จากความสำคัญของสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผลดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะนำสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล มาทดลองสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

2.1 ขอบเขตสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

2.1.1 สาระการเรียนรู้ เซต

จากการศึกษาหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2533 : 1 – 37) และคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษา

ตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2533 : 1 – 27) พบว่าสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับ เขต ประกอบด้วย รายละเอียดของแต่ละหัวข้อดังต่อไปนี้

1. เขต เป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเขต
 - 1.1 การเขียนเขตแบบแจกแจงสมาชิก
 - 1.2 สมาชิกของเขต เขตจำกัดและเซตอนันต์
 - 1.3 บทนิยาม เอกภพสัมพัทธ์
2. สับเซตเป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึง บทนิยามสับเซตและเพาเวอร์เซต การแสดงเซตต่าง ๆ โดยใช้แผนภาพเวนน - ออยเลอร์
3. ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน และคอมพลิเมนต์ของเซต เป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึง บทนิยามยูเนียน บทนิยามอินเตอร์เซกชัน บทนิยามของคอมพลิเมนต์ และบทนิยาม ผลต่างระหว่างเซต A และ เซต B

จากการศึกษาสาระการเรียนรู้รายภาค และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายภาค จากคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 พบว่าสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับ เขต มีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 :156)

สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
เขต	1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเซต สามารถหา ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลิเมนต์และ ผลต่างของ เซต
1. เขต	
2. การดำเนินการของเซต	
3. แผนภาพเวนน-ออยเลอร์ และ การแก้ปัญหา	2. เขียนแผนภาพแทนเซต และนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาสมาชิกของเซตได้

2.1.2 สาระการเรียนรู้ การให้เหตุผล

จากการศึกษาเอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1 สำหรับนักเรียนในโครงการ พัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีพบว่าสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับ การให้เหตุผล ประกอบด้วยรายละเอียดในแต่ละหัวข้อดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2535 :25 – 47)

การให้เหตุผลเป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึงรูปแบบการให้เหตุผลดังนี้

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย
- การให้เหตุผลแบบนิรนัย การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพของ เวนน์-ออยเลอร์ แทนเซต

จากการศึกษาสาระจากจากคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 พบว่าสาระการเรียนรู้เกี่ยวกับการให้เหตุผล มีรายละเอียดดังต่อไปนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2544 :156)

สาระการเรียนรู้	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
การให้เหตุผล	1. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้
1. การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย	2. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่โดยใช้แผนภาพแทนเซต
2. การอ้างเหตุผล	

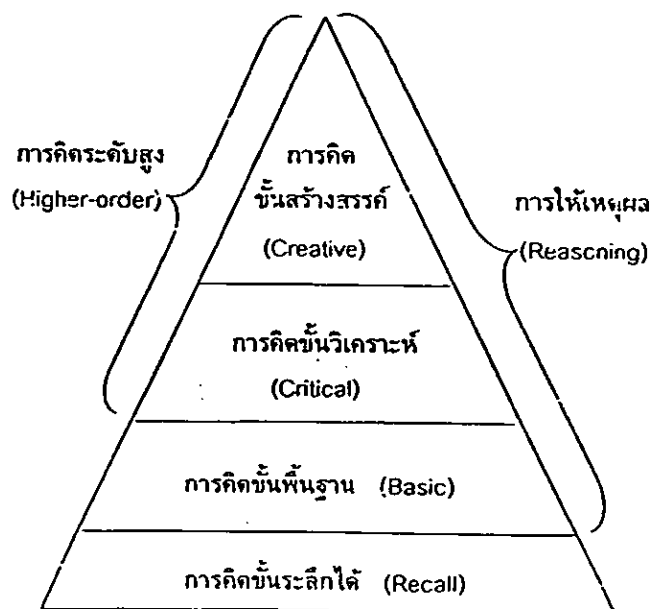
เนื่องจากสาระการเรียนรู้ การให้เหตุผล ที่กล่าวถึงนี้เป็นสาระการเรียนรู้การให้เหตุผล ที่อยู่ในเอกสารวิชาคณิตศาสตร์เล่ม 1 ซึ่งเป็นเอกสารที่ใช้ในโปรแกรมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ของโครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (พสวท.) ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนมีความรู้ในสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งและกว้างขวางกว่าในหลักสูตรปกติแต่ในปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้ดำเนินการปรับปรุงเปลี่ยนแปลงหลักสูตรคณิตศาสตร์ใหม่ โดยมีเนื้อหาการให้เหตุผลเป็นวิชาพื้นฐาน ซึ่งบังคับให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายทุกคนได้เรียน ดังนั้นผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่าควรนำเอกสาร เรื่องการให้เหตุผล ที่มีอยู่แล้วมาปรับปรุงให้มีความง่ายขึ้นและเปลี่ยนแปลงแนวทางการนำเสนอเนื้อหาบางประการ และผู้วิจัยเลือกเนื้อหาเรื่องเซตมาทดลองด้วย เหตุผลที่เลือกเนื้อหาเรื่องนี้คือเซตเป็นพื้นฐานในการอธิบายเนื้อหาอื่นๆ เช่นระบบจำนวนจริง ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน อันตรภาคและอนุกรม รวมทั้ง เรื่องการให้เหตุผลที่ผู้วิจัยนำมาทดลอง เพื่อให้ได้บทเรียนที่มีความเหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทุกคน

2.2 การให้เหตุผล

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ดังนี้

โอดาฟเฟอร์ (O'Daffer.1990 : 378) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า การให้เหตุผล เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993: 3) ได้กล่าวว่า การคิดหมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหาแล้วแสดงเหตุผล พร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยัน ข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายเป็นความรู้ใหม่ โดยครูลิกและรูดนิค ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้น คือการคิดขั้นระลึกได้ (Recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (Basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (Critical) การคิดขั้นสร้างสรรค์ (Creative) ส่วนการให้เหตุผล ครูลิกและรูดนิคมองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ดังแผนภาพ ต่อไปนี้



ภาพประกอบ 2 ลำดับขั้นการคิด

ซึ่งครูลิกและรูดนิค กล่าวไว้ว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในแผนภาพไม่ได้แยกออกจากกันทีเดียวจะเห็นว่า “การให้เหตุผล” เป็นกระบวนการของการคิดซึ่งเริ่มตั้งแต่ การคิดขั้นระลึกได้ การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ซึ่งเป็นการคิดระดับสูง(Higher Order Thinking) เป็นการคิดที่อยู่ในขั้นวิเคราะห์และการคิดสร้างสรรค์

สำหรับคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล สภาครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกาได้กล่าวถึงจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ ดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 29)

ระดับอนุบาล -เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่าง ๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ
4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5 – 8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

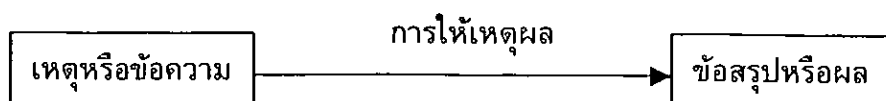
1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและให้เหตุผลจากกราฟ
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9 – 12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล
5. อ้างเหตุผลอย่างง่าย ๆ ได้

อาริสตา จัตรกิจวรุณ (2529 : 1) กล่าวถึงการให้เหตุผลว่าเป็น ขบวนการซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นเหตุหรือข้อกำหนด (Hypothesis) อาจจะหลาอื่นมาวิเคราะห์และแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องเพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่ หรือปรากฏการณ์ใหม่ซึ่งเรียกว่า ข้อสรุป หรือผล (Conclusion)

เขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้



จากความหมายของการให้เหตุผล และคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลตามที่กล่าวมาข้างต้นนั้นกล่าวโดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลัก การหาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ พร้อมทั้งสามารถที่จะยืนยันหรือคัดค้านข้อความคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

2.3 ความสำคัญของการให้เหตุผล

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : 6,29,81) ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนานอกเหนือไปจากการจดจำ ข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ และมีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่นๆ ได้ (Baroody. 1993 : 2-59 – 2-60) การเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ การแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือในงานอาชีพของบุคคลจะไม่มีใครบอกว่าถูกหรือผิด จะต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองด้วยเหตุและผล (Lappan and Schram. 1989 : 18) ดังนั้นในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้นต้องพัฒนาให้เขาสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการคิดพิจารณาตัดสินใจได้

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา ได้กำหนดการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาล – ระดับ 12 ดังนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 2000 : 56)

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลในการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543 : 21) กล่าวว่า โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นในเรื่องการให้เหตุผล และการสร้างความสามารถในการพิสูจน์ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. สามารถเข้าใจและตระหนักในคุณค่าของการเรียนเกี่ยวกับการให้เหตุผลและการพิสูจน์สิ่งที่สำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป
2. สามารถที่จะคาดการณ์และสืบสวนการคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
3. สามารถพัฒนาและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ และสามารถพัฒนาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

4. สามารถเลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลต่างๆ ที่มีความเหมาะสมได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544 : คำนำ) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ ยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นกล่าวโดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมากในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถพัฒนาให้ผู้เรียนมีเหตุผล สามารถใช้เหตุผลในการคิดพิจารณา ก่อนการตัดสินใจได้ และในการทำวิจัยนี้ ผู้วิจัยมุ่งให้ผู้เรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล ด้าน การวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล การหาข้อสรุป การแสดงข้อสรุป และการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

2.4 รูปแบบการให้เหตุผล

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา(The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : 81) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลว่าในการสร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์จากสถานการณ์ที่กำหนดจำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

โอตาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990 : 378) มองว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมี 2 ประเภท

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นนิยามหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลายๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเน้นการใช้ข้อความ หรือแบบรูปที่เป็นจริงสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป จากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินใจถูกต้องของขั้นตอนการคิด

การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

บาร์ดูดี (Baroody. 1993 : 2-59) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์และแบ่งการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากกลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัยเช่นเดียวกับของ โอตาฟเฟอร์ เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวของกับการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภทบาร์ดูดี กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึกหรือแบบอุปนัยที่เรียกว่า การสร้างข้อความคาดการณ์ (Conjecture) แล้วตรวจสอบข้อความคาดการณ์โดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

อารีธา ฉัตรกิจวรุณ (2529 : 1) ได้แบ่งการให้เหตุผลออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการสรุปผลจากการทดลองหรือการสังเกตจากปรากฏการณ์ต่างๆในกรณีหลายๆ กรณีแล้วนำมาสรุปผลเป็นกรณีทั่วไป
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เริ่มต้นด้วยเหตุหรือข้อกำหนดต่างๆ และมีบางเหตุเป็นกฎเกณฑ์อยู่ในรูปทั่วไป จากความสัมพันธ์ของเหตุเหล่านี้ จึงมีผลบังคับให้เกิดผลสรุป

3. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (Intuitive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่แต่ละคนได้สะสมพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ตลอดจนข้อคิดต่างๆ ไว้ในจิตใต้สำนึกแล้วจึงผลให้เกิดข้อคิดอันใหม่ ซึ่งไม่ได้อยู่ในรูปของสัญชาตญาณตามธรรมชาติ ข้อคิดอันใหม่นี้จะผุดขึ้นมาจากจิตใต้สำนึก อาจจะผุดขึ้นมาแวบเดียวแล้วก็หายไป หรือบางครั้งก็ปรากฏอยู่นานๆ

สมวงศ์ แปลงประสพโชค (2544 : 2-11) กล่าวว่า การให้เหตุผลที่ใช้กันอยู่มี 2 แบบ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยอ้างจากตัวอย่าง หรือประสบการณ์ย่อยหลายๆ ตัวอย่างหลายแง่หลายมุม และสรุปเป็นความรู้ทั่วไป
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการอ้างเหตุผลจากความรู้พื้นฐานชุดหนึ่งที่ยอมรับมาก่อน ความรู้พื้นฐานที่ต้องยอมรับมาใช้อ้างเหตุผลนี้มีชื่อเรียกต่าง ๆ กัน เช่น เหตุ (Premise) สมมุติฐาน (Hypothesis) หรือสัจพจน์ (Axiom หรือ Postulate)

สำหรับการทำวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการให้เหตุผล 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

2.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

สำหรับการพัฒนาการให้เหตุผล กิลฟอร์ดและฮอฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner . 1971 : 28-32) ได้ให้ความเห็นว่าการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำและเป็นสิ่งที่สามารถสอนได้ควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆที่เหมาะสม

นิคเคอร์สัน (Nickerson.1984 : Kind of thinking taught in Current Programs) ได้สรุปรูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผลตามที่เป็นอยู่ในปัจจุบันออกเป็น 5กลุ่มดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางการกระบวนการคิด (Cognitive Process Approaches) กลุ่มนี้กำหนดข้อตกลงไว้ว่าความสามารถในการคิดนั้นเป็นสิ่งที่ขึ้นอยู่กับกระบวนการคิดพื้นฐานบางประการ เช่น การเปรียบเทียบ การจัดลำดับ การจำแนกประเภท การอ้างอิง และการทำนายกระบวนการคิดพื้นฐานนี้เป็นกระบวนการคิดอย่างมีระบบเหตุผลซึ่งนำไปใช้ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางยุทธศาสตร์การคิด (Artificial Intelligence) โปรแกรมนี้มุ่งเน้นเกี่ยวกับกลวิธีที่นำมาใช้การแก้ปัญหา ซึ่งเป็นแนวทางที่นำไปสู่เป้าหมายที่เชื่อว่ามีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จสูง โปรแกรมนี้มักจะพบในงานวิจัยทางด้านจิตวิทยาที่เกี่ยวกับการคิดโดยเฉพาะในด้านการแก้ปัญหาหรือในงานวิจัยที่เกี่ยวกับปัญญาประดิษฐ์

3. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางเกี่ยวกับการพัฒนาการของการคิดตามทักษะของเพียเจต์ (Formal Thinking or Stage Development) โปรแกรมในกลุ่มนี้สร้างขึ้นตามแนวทักษะจากการคิดเฉพาะด้าน และลักษณะที่เป็นรูปธรรม ให้สามารถคิดในแนวกว้างและคิดในสิ่งที่เป็นามธรรมได้ซึ่งเป็นพัฒนาการในระดับการใช้เหตุผลเชิงตรรกวิทยาได้

4. กลุ่มโปรแกรมที่เน้นในแนวทางของการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ (Language and Symbol Manipulation) โปรแกรมนี้มีความเชื่อว่า การเขียนที่มีประสิทธิภาพนั้นเป็นกิจกรรมที่มีแบบแผนจำเป็นต้องใช้ความสามารถในการแสดงความคิดออกมาให้แจ่มชัด และมีความต่อเนื่องซึ่งลักษณะดังกล่าวนี้จำเป็นต้องมีการวางแผน ตลอดจนกำหนดแนวทางปฏิบัติเพื่อนำไปสู่เป้าหมายโดยมีการแบ่งงานออกเป็น ส่วนๆหรือเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องซึ่งเป็นการฝึกทักษะ

การคิดอย่างมีเหตุผลด้านการวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อความ โดยใช้การเขียนเป็นวิธีการแสดงความคิดออกมาเป็นเครื่องมือในการพัฒนา

5. กลุ่มโปรแกรมที่ยึดการคิดเป็นเนื้อหาสาระของการฝึก หรือเป็นโปรแกรมที่ใช้แนวทางของการคิดที่เกี่ยวกับการคิด (Thinking About Thinking) โปรแกรมในแนวทางนี้เชื่อว่า การเรียนรู้เกี่ยวกับการคิดจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถพัฒนากระบวนการคิดของตนเองให้ดีขึ้น เพราะผู้เรียนจะรู้ถึงสิ่งที่ เป็นความคิดของตนเอง รู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และต้องการอะไรอันเป็นแนวทางที่ช่วยการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกยะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักแล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สุดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

ในการสอนนักเรียนเพื่อให้เกิดการคิดนั้นผู้สอนจำเป็นจะต้องหาวิธีการสอน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบและมีเหตุผลมากขึ้นและได้มีนักศึกษาท่านหนึ่งได้ให้ความสนใจและพยายามที่จะศึกษาและทดลองหาวิธีว่า ทักษะการคิดอะไรบ้างที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล และสอนอย่างไรจึงจะทำให้ นักเรียนเกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 แนวทางซึ่ง มีรายละเอียดดังนี้ (Brandt. 1984 : 3)

1. การสอนเพื่อให้คิด (Teaching for Thinking) การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด (Teaching of Thinking) การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทางตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด (Teaching About Thinking) การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่ เป็นความคิดของตนเองโดยรู้ว่าตนเองกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (Metacognition) ของตนเองแนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้นโดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้เพื่อหาแนวทางการแก้ไขได้ตรงจุด

เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลต้องใช้การฝึก และฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลายและควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่องจากบรรยากาศของชั้นเรียนที่

สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิดชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน ดังนั้นในการพัฒนาการให้เหตุผลควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาคการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยการอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพหรือจำลองแบบและตอบคำถามแบบต่างๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงยกตัวอย่างของ...” “สามารถที่จะใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่ถ้าการดำเนินการไม่บรรลุผล” ล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อความคาคการณ์ การกำหนดรูปแบบ (Modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ (Lappan and Schram. 1989 : 18-19)

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. 1989 : 29,81) กล่าวว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” และเพื่อให้ให้นักเรียน เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริงจำเป็นจะต้องจัดให้มีการให้เหตุผล แทรกอยู่ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่หลากหลายในการ พัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปอันสมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อ สรุปของบุคคลอื่น

นอกจากการเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมที่เป็น การฝึกทักษะและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow. 1993 : 16-18) ยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ ถูกต้องและบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัวแต่เป็นบรรยากาศที่ สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อม ทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักให้เหตุผลมีดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการ สอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 194 -196)

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกิน ความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบได้
2. ให้ผู้เรียนมีโอกาและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้ เหตุผลของตนเอง
3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่าเหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลัก เกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร

จากแนวคิดข้างต้นอาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนควร เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย ใช้วิธีการให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล

โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด (open – ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

2.6 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

ฉันทนา ภาคบงกช (2528 : 7) ได้กล่าวว่า ในวงการศึกษานี้ได้ให้ความสำคัญเกี่ยวกับการคิดในเชิงสติปัญญา เพราะสติปัญญามีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับความสามารถในการเรียนรู้ ความสามารถในการแก้ปัญหา การควบคุมพฤติกรรมและอารมณ์ของบุคคลตลอดจนควบคุมสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ และ ประสาท อิศรปริดา (2538 : 75) ได้กล่าวว่า ความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของแต่ละขั้นพัฒนาการทางปัญญาจะเป็นประโยชน์ต่อครูและนักการศึกษาที่นำไปพัฒนาการเรียนการสอนและหลักสูตรให้สอดคล้องกับระดับพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละกลุ่มและแต่ละคน

2.6.1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์

เพียเจท์ แบ่งพัฒนาการของมนุษย์ออกเป็น 4 ขั้น ซึ่งเด็กแต่ละขั้นจะมีลักษณะสำคัญดังนี้ คือ (ดวงเดือน ศาสตราภรณ์. 2520 : 23-74)

1. ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (The Sensory – Motor Period) อายุแรกเกิด – 2 ปี พฤติกรรมของเด็กในวัยนี้ขึ้นอยู่กับ การเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่ เด็กจะเรียนรู้สิ่งรอบตัวจากการสัมผัสและการกระทำเท่านั้น เช่น การพูด การกำมือ การไขว่คว้า การร้องไห้ การมอง การดูด ในวัยนี้เด็กแสดงให้เห็นว่ามีสติปัญญาด้วยการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้ แม้ว่าจะไม่สามารถอธิบายได้ด้วยคำพูด เด็กจะต้องมีโอกาสที่จะปะทะกับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเองซึ่งถือว่าเป็นสิ่งจำเป็น เด็กจะสนใจสิ่งต่างๆ และจะเลียนแบบในสิ่งที่พบในตอนปลายของขั้นนี้ เด็กทำสิ่งต่างๆซ้ำๆด้วยวิธีต่างๆที่แปลกออกไป และเริ่มสร้างภาพความคิดในใจได้

2. ขั้นคิดก่อนปฏิบัติการ (The Period of Preoperation Thought) อายุ 2-7 ปี เป็นขั้นการเตรียมตัวเพื่อปฏิบัติการทางความคิด เด็กจะมีพัฒนาการจากการทำอะไรเป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวมาเป็นการกระทำอะไรที่ต้องคิดคำนึงโดยใช้สัญลักษณ์เป็นส่วนมาก เด็กจะเพิ่มความสามารถในการคิดถึงสิ่งต่างๆภายในสมองมากขึ้น และพฤติกรรมเนื่องจากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวจะมีน้อยลง ฉะนั้นเขาจึงสามารถเข้าใจสิ่งๆเกี่ยวกับการอนุรักษ์ การจัดกลุ่มหรือแบ่งหมู่ การจัดเรียงลำดับของสิ่งของ อย่างไรก็ตามความสามารถเข้าใจสิ่งๆดังกล่าวยังจำกัดอยู่เฉพาะเรื่องที่เป็นรูปธรรมเท่านั้น

3. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยรูปธรรม (Period of Concrete Operations) อายุ 7 – 11 ปี วัยนี้เด็กสามารถที่จะใช้ปฏิบัติการคิดทางสมอง เริ่มมีความสามารถให้เหตุผลแบบตรรกศาสตร์ และคิดอย่างมีเหตุผลรู้จักแก้ปัญหาเกี่ยวกับสิ่งๆที่เป็นรูปธรรมได้ การมองในสิ่งต่างๆมีลักษณะ Decentration คือสามารถมองได้ถึง 2 ลักษณะในเวลาเดียวกัน เช่น สามารถ

คิดถึงขนาดและน้ำหนักหรือขนาดและปริมาตรไปพร้อมๆกันได้ ลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility)

4. ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม (The Period of Formal Operation)
อายุ 11 – 15 ปี ขั้นนี้เป็นการพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นสุดยอด โครงสร้างของสมองจะพัฒนาสูงสุดเมื่ออายุ 15 ปี เด็กเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ เด็กจะมีความสามารถคิดแก้ปัญหาหรือสรุปเหตุผลอย่างเป็นระบบ สามารถสรุปเหตุผลนอกเหนือจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเหตุและผลตามหลักตรรกศาสตร์ และสามารถคิดสมมุติฐานหรือความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ต่างๆ อย่างสมเหตุสมผล และสรุปกฎเกณฑ์จากการตรวจสอบสมมุติฐานที่กำหนดขึ้นด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมุติฐาน ทฤษฎี และกฎเกณฑ์ต่างๆขึ้นและเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ไม่สำคัญเท่ากับความคิดถึงในสิ่งที่อาจจะเป็นไปได้(Possible) ในขั้นนี้ศักยภาพของเด็กในด้านความคิดจะพัฒนาอย่างมีคุณภาพที่สุด

พรณี ชูทัย (2522 : 53) กล่าวถึงทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาความคิดของเพียเจต์ว่าเป็นทฤษฎีที่ได้ศึกษาถึงกระบวนการการคิดถึงสติปัญญาของเด็กแรกเกิดจนถึงวัยรุ่น ความคิดของเขามีอิทธิพลต่อจิตวิทยาการเป็นอย่างมาก เขาได้กระตุ้นให้คนสนใจกับขั้นตอนของพัฒนาการ โดยเฉพาะในส่วนของความรู้ความเข้าใจ (Cognition) เพียเจต์ มีความเชื่อว่าเป้าหมายของการพัฒนาการนั้นคือ

1. ความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลกับสิ่งที่เป็นนามธรรม
2. ความสามารถที่จะคิดตั้งสมมุติฐานอย่างสมเหตุสมผล
3. ความสามารถที่จะตั้งกฎเกณฑ์ และแก้ปัญหา

เพียเจต์ เรียกความสามารถในการใช้สมองในระดับนี้ว่า Operation ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของพัฒนาการทางสติปัญญา ลักษณะของ การ Operation คือ ความสามารถคิดย้อนกลับได้ (Reversibility) คือสามารถคิดย้อนกลับระหว่างจุดสุดท้ายกับเริ่มต้นได้

2.6.2 ปัจจัยของการพัฒนาการทางสติปัญญา

เพียเจต์ ได้มีการอธิบายถึงปัจจัยที่มีผลต่อพัฒนาการทางสติปัญญาไว้ดังนี้คือ (วราภรณ์ สุรัตนกร. 2540 : 7- 8)

1. วุฒิภาวะ (Maturation) เป็นการทำงานของระบบประสาทที่ถูกต้องเหมาะสมกับระดับอายุต่างๆเป็นสภาพการเปลี่ยนแปลงทางร่างกายซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะของแต่ละบุคคลโดยมียีนส์ที่เป็นตัวกำหนดทำให้เด็กสามารถทำกิจกรรมต่างๆได้เช่น คลาน ยืน วิ่ง วุฒิภาวะมีผลต่อการพัฒนาสติปัญญาทางอ้อมกล่าวคือ วุฒิภาวะเป็นเครื่องมือของบุคคลในการที่จะมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม

2. ประสบการณ์ (Experience) เป็นการเรียนรู้สิ่งต่างๆจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น เด็กพูดได้ต้องเคยได้ยินเสียงพูดมาก่อน เพียเจต์กล่าวถึง

ประสบการณ์ว่ามีอยู่ 2 ลักษณะคือ

2.1 ประสบการณ์ทางกายภาพ(Physical Experience) เป็นการเรียนรู้คุณสมบัติของวัตถุด้วยการกระทำต่อวัตถุ เป็นประสบการณ์ของมนุษย์ที่ได้รับการรับรู้ทางประสาทสัมผัส เช่นเด็กยอมรับว่ารูปสี่เหลี่ยมเกิดจากเส้นตรงที่วางขนานกัน 2 คู่มาประกอบกันเข้า

2.2 ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ (Logical Mathematics Experience) เป็นการเรียนรู้คุณสมบัติของวัตถุโดยการไต่ตรองจากการกระทำต่อวัตถุเป็นประสบการณ์ที่ได้รับโดยผ่านการปฏิบัติจริง เช่น เด็กจะยอมรับว่าส่วนโค้งที่รองรับคอร์ดของวงกลมเดียวกันจะยาวกว่าคอร์ดก็ต่อเมื่อเข้าได้ทำการยืดส่วนโค้งให้เป็นเส้นตรงและวางขนานกับคอร์ดจึงจะเห็นว่ามันยาวกว่าหรือการทดสอบเด็กเรื่องการอนุรักษ์จำนวน ผู้ทดสอบวางลูกปัด 2 แถว แถวละ 10 เม็ด แถวหนึ่งวางเป็นวงกลมอีกแถวหนึ่งวางเป็นเส้นตรงผู้ทดสอบจะนับจำนวนลูกปัดทั้ง 2 แถว ให้เด็กดูแล้วถามว่ามีจำนวนเท่ากันหรือไม่ จากประสบการณ์ทางกายภาพเด็กจะเห็นลูกปัดเป็นวงกลมและเป็นแถวทำให้คิดว่าลูกปัดไม่เท่ากันต้องใช้ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ด้วยการไต่ตรอง จากการนั้นจึงจะตอบได้ว่าลูกปัดมีจำนวนเท่ากัน

3. ปฏิสัมพันธ์ทางสังคม (Social Interaction) เป็นการเรียนรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์กับบุคคลอื่นและสิ่งแวดล้อม เช่น จากวัฒนธรรม คำสอน การอบรมเลี้ยงดู ทำให้เด็กมีการปรับตัวให้เข้ากับสังคมอย่างไรก็ตามการมีปฏิสัมพันธ์กับสังคมเป็นเพียงปัจจัยหนึ่งซึ่งอาจจะทำให้เกิดพัฒนาการทางด้านสติปัญญาแต่ไม่ได้เป็นตัวกำหนดเพราะเด็กมีพัฒนาการทางด้านสติปัญญาตามลำดับขั้นอยู่แล้ว

4. การดำเนินการเข้าสู่ภาวะสมดุล (Equilibration) เป็นปัจจัยสำคัญที่สำคัญเพราะเป็นการผสมผสานที่ได้จากปัจจัยทั้ง 3 ประการที่กล่าวมาแล้วมาใช้ให้เป็นประโยชน์ การดำเนินการเข้าสู่ภาวะสมดุลเป็นกระบวนการภายในร่างกายในการจัดระบบความคิดให้มีการเปลี่ยนแปลงและพัฒนาเนื่องจากมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม การได้พบสิ่งใหม่ๆเด็กต้องมีการปรับเข้าโครงสร้างควบคู่กันไปส่งผลให้เกิดสภาพสมดุลเด็กจะมีความมั่นใจและสามารถคิดแก้ปัญหาต่างๆได้

จากพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์ทั้ง 4 ขั้น พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นเด็กที่อยู่ในระดับพัฒนาการทางสติปัญญาขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม ซึ่งเด็กในขณะนี้ เป็นระยะที่เด็กเริ่มรู้จักอธิบายเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล เด็กจะใช้คณิตศาสตร์ตรรกวิทยาหรือนามธรรม แก้ปัญหาได้ ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

3. เอกสารที่เกี่ยวกับแบบเรียน (บทเรียน) และคู่มือครู

เนื่องจากความหมายของบทเรียนไม่ได้มีผู้ใดให้นิยามไว้ แต่ได้มีนักวิชาการให้ความหมายของแบบเรียนไว้ดังต่อไปนี้

3.1 ความหมายของแบบเรียน

ไดตัน (Deighton. 1971 : 210 – 214) กล่าวถึงหนังสือแบบเรียนว่าเป็นการเสนอข้อมูลในวิชานั้น ในด้านความคิดรวบยอด กฎและหลักการต่างๆ หนังสือแบบเรียนอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ซึ่งอาจเกี่ยวกับเวลา สาเหตุและผล ความแตกต่าง การจัดความสัมพันธ์ของความรู้ว่าจะกว้างและลึกซึ้ง ทั้งนี้ขึ้นกับความสามารถและวุฒิภาวะของผู้เรียน การนำเสนอความสัมพันธ์อาจเป็นในรูปของแผนภูมิ แผนภาพ รูปภาพและรูปวาด

ประพิมพ์พรรณ สุธรรมวงศ์ และคณะ. (2521 : 61) ให้ความหมายว่า แบบเรียนเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการสอน มีขอบข่ายเนื้อหาวิชาซึ่งให้ข้อมูลในเบื้องต้น การเรียงลำดับเนื้อหาเป็นสิ่งที่สำคัญ จะต้องเรียงจากง่ายไปยาก สิ่งที่เหมือนกันไปสู่สิ่งที่ไม่เหมือนกัน และจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

วิชัย ราษฎร์ศิริ (2526 : 138) ได้ให้ความหมายของแบบเรียนไว้ว่า หมายถึง หนังสือที่เขียนตามแนวของหลักสูตรแต่ละระดับ ใช้เป็นหลักในการเรียนการสอน วิชาต่างๆ ระหว่างครูกับนักเรียน

จินตนา ไบกาชุย (2530 : 32) ได้ให้ความหมายของหนังสือแบบเรียนไว้ว่า หมายถึง หนังสือประเภทหนึ่งที่รวบรวมวิชาความรู้ในหมวดวิชาหนึ่ง ซึ่งมีเรื่องตรงตามหลักสูตรครบถ้วน หนังสือแบบเรียนมีจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนโดยเฉพาะ จึงมีกฎเกณฑ์การเขียนพิเศษ เช่น เขียนในรายวิชาสำหรับเรียนตามระดับชั้นต่างๆ มีความหมายง่ายตามวัยผู้เรียน ลักษณะการเรียบเรียง เป็นพิธีการเชิงวิชาการให้แต่ข้อเท็จจริงที่ถูกต้อง เทียงธรรม เมื่อจบบทเรียนแต่ละท้ายเล่มมักจะมียกกิจกรรมเสนอแนะการเรียนการสอน

จากแนวคิดข้างต้น สรุปได้ว่า แบบเรียน หมายถึง หนังสือที่เขียนตามแนวของหลักสูตรของแต่ละระดับ และบรรจุเนื้อหาตามหลักวิชา ประกอบด้วย ความคิดรวบยอด กฎ และหลักการต่างๆ ซึ่งใช้เป็นหลักในการเรียนการสอน วิชาต่างๆ ระหว่างครูกับนักเรียน

3.2 ความสำคัญของหนังสือแบบเรียน

ในด้านความสำคัญและประโยชน์ของแบบเรียนนั้นมีนักวิชาการไทยและต่างประเทศหลายท่าน เช่น ประทีป จรัสรุ่งรวิรร (2514 : 4) ธาดาศักดิ์ วชิรปรีชาพงษ์ (2515 : 28) จอห์นสัน และไรซ์ซิง (Johnson and Rising.1972 : 370 – 371) เบนท์(Bent.1956 : 162) ได้ให้ความเห็นในเรื่องดังกล่าว ซึ่งพอสรุปได้เป็นประเด็นสำคัญดังนี้

1. เป็นอุปกรณ์สำคัญที่มีบทบาทต่อการรวบรวมเนื้อหาวิชา จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอน
2. เป็นอุปกรณ์ที่มีเนื้อหาวิชาตรงตามหลักสูตร เพื่อให้นักเรียนศึกษาความรู้ได้ตามความมุ่งหมายของหลักสูตร และตามวัตถุประสงค์ของโรงเรียน

3. เป็นศูนย์กลางให้นักเรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคลให้ร่วมเรียนในเรื่องเดียวกัน และเข้าใจในแนวเดียวกัน
4. ช่วยแนะนำกิจกรรม และวัสดุประกอบการสอนที่เกี่ยวข้องกับแบบเรียน
5. ช่วยสื่อความหมายให้ครูและนักเรียนเข้าใจเนื้อหาเรื่องเดียวกันได้ตรงกัน เพื่อดำเนินการสอนให้บรรลุผลสำเร็จ
6. ช่วยรวบรวมเนื้อหาวิชาในการเรียนการสอน และเรียงลำดับเนื้อหาต่างๆให้เป็นขั้นตอน
7. ช่วยให้ครูตั้งจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนได้อย่างเหมาะสม
8. เป็นแหล่งความรู้ เพื่อช่วยในการศึกษา ค้นคว้า และสรุปบทเรียนของนักเรียน
9. เป็นคู่มือวางแผนการสอนของครู และเป็นคู่มือวางแผนการเรียนของนักเรียน
10. เป็นเอกสารอ้างอิงในการวัด และประเมินผลตามหลักสูตร

3.3 ลักษณะของแบบเรียนที่ดี

อินโลว์ (Inlow, 1963 : 157 – 159) ได้ให้เกณฑ์การเลือกหนังสือแบบเรียนที่ดีไว้ดังนี้

1. เป็นแบบเรียนที่ทันสมัยต่อเหตุการณ์
2. ผู้เขียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาและระดับชั้นนั้นเป็นอย่างดี
3. เนื้อหาของแบบเรียนได้มาตรฐานตามหลักวิชาการเป็นที่ยอมรับในด้านต่างๆ เช่น จุดมุ่งหมายและวิธีการเสนอเนื้อหาที่ดีเหมาะสมกับวัยและระดับชั้นของนักเรียน มีบทอภิปราย แสดงความคิดเห็นและให้ความคิดรวบยอด มีการขยายความข้อความสำคัญและกล่าวถึงสิ่งที่เกิดใหม่หรือสิ่งประดิษฐ์ใหม่

4. แนวการเขียนตรงตามมาตรฐาน ซึ่งเป็นที่ยอมรับในปัจจุบัน เช่น ความแจ่มแจ้งของข้อความ ถ้อยคำที่น่าสนใจ ใช้ศัพท์เหมาะกับวัยของผู้อ่าน อ่านแล้วได้ความคิดรวบยอด และมีวิธีการนำเสนอเนื้อหาอย่างเหมาะสม

5. มีรูปเล่มสวยงาม เช่น กระดาษมีคุณภาพดี ตัวพิมพ์เหมาะสมอ่านง่าย ขนาดรูปเล่มพอเหมาะ ปกสีสวยงาม

6. มีเอกสารอ้างอิงบอกที่มาของข้อมูล
7. มีสารบัญ คำนำ อภิธานศัพท์ และดรรชนี

รัญจวน อินทรกำแหง (2515 : 47) ได้ให้หลักเกณฑ์การเลือกหนังสือแบบเรียนดังนี้

1. เนื้อหาวิชาและสาระของหนังสือ มีสาระเป็นแก่นสารที่แน่นอน มีความสมบูรณ์ และสมดุลเหมาะสำหรับผู้อ่านระดับใด เช่น บุคคลทั่วไป นักศึกษา ครูอาจารย์ หรือผู้เชี่ยวชาญ

2. วิธีเสนอหนังสือชวนให้อ่าน เข้าใจง่าย สำนวนภาษาสละสลวย และความยากง่ายเหมาะสมกับผู้อ่านในระดับที่ผู้เขียนตั้งใจเขียนให้อ่าน

3. การวางเค้าโครงลำดับเรื่อง ไม่ซับซ้อนจนจับเรื่องหรือใจความไม่ได้ เรียงลำดับความยากง่ายที่ชวนให้เกิดความเข้าใจและความคิดต่อเนื่องเป็นอันดี

4. คุณวุฒิและประสบการณ์ของผู้เขียนเป็นที่เชื่อถือได้ เพราะมีความรู้จริง และมีประสบการณ์ในเรื่องนี้มาจริง

5. ส่วนประกอบต่างๆ ของหนังสือซึ่งเป็นประโยชน์แก่ผู้อ่าน ให้สามารถเข้าใจสาระของเรื่องได้เร็ว ค้นคว้าเรื่องที่ต้องการจากหนังสือเล่มนี้ได้รวดเร็วขึ้นและกว้างขวางขึ้น ส่วนประกอบนี้ได้แก่ สารบัญ ดัชนี

6. ลักษณะรูปเล่มและคุณภาพของการพิมพ์ หมายถึง ความถูกต้องชัดเจนในการพิมพ์ทั้งตัวหนังสือและภาพประกอบ

7. ความถูกต้องแม่นยำของเนื้อหาสาระของหนังสือเป็นสิ่งสำคัญที่สุด ถ้าเนื้อหาสาระของหนังสือคลาดเคลื่อนจากข้อเท็จจริง หนังสือวิชาการนั้นจะหมดความหมาย

ดังนั้นกล่าวโดยสรุปได้ว่า แบบเรียนที่ดี จะต้องมีความถูกต้องเที่ยงตรงของเนื้อหาสาระ ตรงตามหลักสูตร ใช้สำนวนภาษาถูกต้อง เข้าใจง่าย และเป็นแบบเรียนที่ทันสมัยต่อเหตุการณ์

3.4 เกณฑ์มาตรฐานคุณภาพของหนังสือเรียน

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 มาตรา 64 ได้กำหนดไว้ว่า "รัฐต้องส่งเสริม และสนับสนุนให้มีการผลิต และพัฒนาแบบเรียนตำรา หนังสือทางราชการ สื่อสิ่งพิมพ์อื่น วัสดุอุปกรณ์ และเทคโนโลยีเพื่อการศึกษาอื่น โดยเร่งพัฒนาขีดความสามารถในการผลิต จัดให้มีเงินสนับสนุนการผลิตและมีการให้แรงจูงใจแก่ผู้ผลิต และพัฒนาเทคโนโลยีเพื่อการศึกษา ทั้งนี้ โดยเปิดให้มีการแข่งขันโดยเสรี และอย่างเป็นธรรม" โดยมีนโยบายการผลิตและพัฒนาหนังสือเรียนดังนี้ (สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. 2524 : 133 – 134)

นโยบายการผลิตและพัฒนาหนังสือเรียนและสื่อการเรียนการสอน

1. รัฐต้องมีนโยบายการผลิตหนังสือเรียนร่วมกันระหว่างรัฐกับบุคคลทั่วไปหรือนิติบุคคล โดยวิธีรัฐลดบทบาทลงในการผลิตและควบคุมคุณภาพหนังสือเรียน ให้มีการควบคุมคุณภาพและราคา ส่วนการผลิตสื่อการเรียนการสอนให้เอกชนทั้งระดับบุคคลทั่วไปหรือนิติบุคคลเป็นผู้ผลิตทั้งหมดโดยไม่มีการควบคุมคุณภาพและราคา

2. ด้านการผลิต รัฐต้องเปิดเสรีให้ทั้งบุคคลทั่วไปและนิติบุคคลทำการผลิตหนังสือเรียนได้ทุกวิชา และทุกระดับชั้น โดยมีเนื้อหาที่ถูกต้องและสอดคล้องกับสาระมาตรฐาน (area standard) ของหลักสูตรใหม่ ซึ่งเป็นหลักสูตรที่ยึดผลการเรียนรู้ (learning outcome) เป็นหลัก ส่งเสริมการผลิตและพัฒนาหนังสือเรียนโดยผลวิจัยและใช้กระบวนการวิจัย

3. ด้านการควบคุมคุณภาพ เพื่อให้เกิดความเป็นธรรมต่อผู้บริโภค และสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 มาตรา 69 รัฐจำเป็นต้องมีบทบาทในการควบคุมคุณภาพหนังสือเรียนต่อไป

ก. กำหนดเกณฑ์มาตรฐานคุณภาพของหนังสือเรียน

- 1) มีเนื้อหาสาระถูกต้องและสอดคล้องกับหลักสูตรรวมทั้งยึดผลการเรียนรู้ (learning outcome) และสาระมาตรฐานตามหลักสูตร (area standard) เป็นหลัก
- 2) มีเนื้อหาและเทคนิคการนำเสนอเนื้อหาที่ส่งเสริมการอ่าน เพิ่มพูนทักษะการคิดและชี้นำไปในทางที่ถูกต้อง ภาษาที่ใช้เหมาะสมและสอดคล้องกับพัฒนาการของผู้เรียน เนื้อหาที่นำเสนอสอดคล้องกับจิตวิทยาการเรียนรู้ของผู้เรียน
- 3) ไม่ขัดต่อความมั่นคงและศีลธรรมอันดีอีกทั้งสอดแทรกเรื่องคุณธรรม จริยธรรม วัฒนธรรม ประเพณีที่ดีงามและสิ่งแวดล้อม
- 4) ส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการใช้ทักษะและวิธีทางวิทยาศาสตร์ ครอบคลุมการใช้เทคโนโลยีเพื่อแสวงหาความรู้และทักษะด้วยตนเองได้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิตและสามารถประยุกต์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน
- 5) ส่งเสริมให้เกิดความรักและภาคภูมิใจในแผ่นดิน มีความเสียสละ กตัญญูต่อชาติบ้านเมือง ส่งเสริมภูมิปัญญาไทย และภูมิปัญญาท้องถิ่น

ข. กำหนดขอบเขตของเนื้อหาสาระและผลที่คาดว่าจะได้รับ จากการใช้นหนังสือเรียน ในแต่ละรายวิชา โดยส่งเสริมให้มีการผลิตหนังสือเรียนที่มีมาตรฐาน แต่มีความหลากหลายได้ และประกาศให้ผู้เกี่ยวข้องที่สนใจในการผลิตหนังสือเรียนได้ทราบอย่างทั่วถึง

ค. ประกันคุณภาพผู้ตรวจหนังสือเรียน รัฐต้องจัดให้มีระบบการออก พักใช้ และเพิกถอนใบอนุญาตสำหรับผู้ตรวจหนังสือเรียนและสื่อการเรียนการสอน

ง. ให้มีระบบประกันคุณภาพการผลิตและพัฒนาหนังสือเรียน และสื่อการเรียนการสอน

จ. รัฐโดยคณะกรรมการส่วนกลางเป็นผู้จัดทำประกาศรายชื่อหนังสือเรียนในรายวิชาแกน เพื่อให้สถานศึกษาเป็นผู้ตัดสินใจเลือกหนังสือเรียนแต่ละวิชา ส่วนรายชื่อหนังสือเรียนในหลักสูตรท้องถิ่น ให้คณะกรรมการเขตพื้นที่เป็นผู้ประกาศให้สถานศึกษาทราบ

3.5 คู่มือครู

ในการจัดทำคู่มือครูนั้น ได้มีการจัดทำในลักษณะที่แตกต่างกันไปโดยเฉพาะอย่างยิ่ง คู่มือครูคณิตศาสตร์อาจจะจัดทำในรูปแบบต่าง ๆ กันนี้แล้วแต่จุดประสงค์ของผู้ที่จัดทำว่าต้องการเน้นในเรื่องใดซึ่งมีลักษณะแตกต่างกัน จะขอยกตัวอย่างพอสังเขปดังนี้ (ยุพิน พิพิษฐกุล, 2523 : 380-382)

แบบที่ 1 จัดทำเป็นคู่มือรายคาบ โดยเอาเนื้อหาในแต่ละบทมาแบ่งเป็นคาบเสียก่อน แล้วเขียนคู่มือครูแต่ละคาบ ตามหัวข้อต่อไปนี้

1.1 หัวข้อเรื่องที่จะสอน บอกหัวข้อเรื่องย่อๆ เช่น ความหมายของเซต วิธีเขียนเซต วิธีอ่านเซต

1.2 จุดประสงค์ เขียนเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1.3 เนื้อเรื่องที่จะสอน เป็นรายละเอียดลงไปว่าแต่ละข้อต้องการสอนอะไร

1.4 ตัวอย่างกิจกรรมการสอน ยกตัวอย่างว่า แต่ละตอนจะสอนอย่างไรให้นักเรียนร่วมกิจกรรมอย่างไร ครูเป็นผู้แสดงหรือนักเรียนเป็นผู้แสดง

แบบที่ 2 คู่มือที่เฉพาะตอนมาแสดงไว้ เพราะเนื้อหาเหล่านั้นจะนำไปสอน เมื่อประสบปัญหา ในคู่มือแบบนี้ มักจะบอกหัวข้อต่างๆ ไว้ดังนี้

2.1 จุดประสงค์ของแต่ละหัวข้อเขียนในรูปจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2.2 ความมุ่งหมายของการสอนเนื้อหาบางเรื่องหมายถึงเหตุผลในการนำเนื้อหาเข้ามาสอน

2.3 คำอธิบายเนื้อหาเพิ่มเติม ความรู้ให้แก่ครู

2.4 แบบฝึกหัดและเฉลยแบบฝึกหัด

2.5 แนววิธีสอนของบางเนื้อเรื่องที่เห็นว่าอธิบายยาก

แบบที่ 3 คู่มือประเภทบอกเนื้อหา และให้แบบฝึกหัด ไม่ใช่แบบฝึกหัด ไม่ใช่หนังสือแบบเรียนในห้องแต่เป็นหนังสืออ่านประกอบ ผู้เขียนคู่มือประเภทนี้พยายามที่จะอธิบายเนื้อหาให้แจ่มชัดกว่าบทเรียน ที่มีอยู่ในแบบเรียน

แบบที่ 4 คู่มือครูประเภทสมุดแบบฝึกหัด คู่มือครูประเภทนี้ ผู้เขียนคู่มือพยายามสร้างโจทย์แบบฝึกหัดให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่ได้เรียนในบทเรียน การทำแบบฝึกหัดนี้ให้นักเรียนทำลงในสมุด แบบฝึกหัดได้เลย เป็นคู่มือครูที่สะดวกในการให้นักเรียนฝึกทักษะ

แบบที่ 5 เอกสารเสริมประสบการณ์ สำหรับครูคณิตศาสตร์ ได้จัดทำในลักษณะที่แตกต่างกัน บ้างก็เอาเนื้อหามาเขียนให้ง่ายหรือสนุกขึ้นกว่าเดิม หาแนวคิดแปลกๆ ใหม่ๆ บ้างก็อธิบายให้ผู้สอนเข้าใจรายละเอียดยิ่งขึ้น ในเนื้อหานั้นมีปัญหาอะไรที่ควรเน้นบ้างโดยทำรายละเอียดเพิ่มเติม เพื่อช่วยในการสอนของครู และนอกจากนี้ยังมีบทต่อท้ายเกี่ยวกับอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจ บทเรียนยิ่งขึ้น

แบบที่ 6 คู่มือครูที่แสดงกิจกรรมเรียนการสอนคู่มือครูแบบนี้ จะเน้นวิธีสอนและมีภาพประกอบเพื่อให้ผู้สอนเข้าใจยิ่งขึ้น

แบบที่ 7 คู่มือรายคาบ ได้กล่าวมาแล้วในตอนต้น แต่บางเล่มก็เขียนละเอียดโดยการเอาเนื้อหาแบ่งออกเป็นรายคาบ และเขียนตามตามหัวข้อย่อยต่อไป

7.1 จุดประสงค์ เขียนจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

- 7.2 มโนคติ (Concept) ต้องการให้นักเรียนเกิดมโนคติอะไรบ้าง
- 7.3 กิจกรรมเสนอแนะ แสดงให้เห็นว่าครูและนักเรียนจะร่วมกิจกรรมการสอนอย่างไร
- 7.4 สรุป ในคู่มือแบบนี้ได้เขียนไว้แต่ละตอน
- 7.5 แนวความคิดและวิธีทำ
- 7.6 สื่อการเรียนการสอนได้บอกไว้ว่าจะใช้สื่อการเรียนการสอนอะไรบ้าง
- 7.7 แบบฝึกหัดเพิ่มเติม คือแบบฝึกหัดที่ครูร่างเพิ่มขึ้น นอกเหนือจากบทเรียน

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ในการจัดทำคู่มือครูสามารถจัดทำได้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ของผู้จัดทำว่าต้องการเน้นในเรื่องใด ซึ่งคู่มือครูจะช่วยอำนวยความสะดวกในการเตรียมการสอนของครู ในที่นี้ผู้วิจัยได้สร้างคู่มือครูคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย ชี้อบทเรียน ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โครงการจัดการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ประจำบท แผนการจัดการเรียนรู้ประจำหน่วย และแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการหาประสิทธิภาพของบทเรียน

ในการจัดการเรียนการสอน สื่อทุกประเภทที่จะนำมาประกอบการเรียนจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการหาประสิทธิภาพก่อน เพราะในการผลิตระบบการดำเนินงานทุกประเภทจำเป็นต้องมีการตรวจสอบคุณภาพของระบบนั้น เพื่อเป็นการประกันว่าจะมีประสิทธิภาพจริงตามที่มุ่งหวัง ซึ่งสื่อที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ซึ่งการหาประสิทธิภาพมีความจำเป็นด้วยเหตุผลหลายประการคือ (ชัยยงค์ พรหมวงศ์ 2523 : 134 –142)

1. สำหรับหน่วยงานผลิตสื่อการสอน เป็นการประกันคุณภาพของสื่อการสอนว่าอยู่ในขั้นสูง เหมาะสมที่จะลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก หากไม่มีประสิทธิภาพเสียก่อนแล้วหากผลิตออกมาใช้ประโยชน์ไม่ได้ดี ก็จะต้องทำใหม่เป็นการสิ้นเปลืองทั้งเวลา แรงงานและเงินทอง
2. สำหรับผู้ใช้สื่อการเรียนการสอน สื่อการสอนจะทำหน้าที่สอนโดยที่ช่วยสร้างสภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเปลี่ยนพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง บางครั้งต้องช่วยครูผู้สอนบางครั้งต้องสอนแทนครู ดังนั้นก่อนนำสื่อการสอนไปใช้ครูจึงมั่นใจว่าสื่อการสอนนั้นมีประสิทธิภาพในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จริง การหาประสิทธิภาพตามลำดับขั้นจะช่วยให้เราใช้สื่อการสอนที่มีคุณค่าทางการสอนจริงตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้
3. สำหรับผู้ผลิตสื่อการสอน การทดสอบประสิทธิภาพจะทำให้ผลิตมั่นใจได้ว่าเนื้อหาสามารถที่บรรจุลงในสื่อการสอนเหมาะสม ง่ายต่อความเข้าใจ อันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น เป็นการประหยัดแรงสมอง แรงงาน เวลาและเงินทองในการเตรียมต้นแบบ

4.1 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพบทเรียน

เกณฑ์ประสิทธิภาพ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของสื่อการสอนที่จะช่วยให้เรียนเกิดการเรียนรู้ เป็นระดับที่ผู้ผลิตสื่อการสอนจะพึงพอใจว่าหากชุดการสอนมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้วสื่อการสอนนั้นก็มีความคุ้มค่าที่จะนำไปสอนนักเรียนและคุ้มค่าแก่การลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพกระทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียน 2 ประเภท คือ พฤติกรรมต่อเนื่อง (กระบวนการ) และพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (ผลลัพธ์) โดยกำหนดค่าประสิทธิภาพเป็น E_1 (ประสิทธิภาพของกระบวนการ) E_2 (ประสิทธิภาพของผลลัพธ์) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ประเมินพฤติกรรมต่อเนื่อง (Transitional Behavior) คือ ประเมินผลต่อเนื่องซึ่งประกอบด้วยพฤติกรรมย่อยหลายๆ พฤติกรรม เรียกว่า “ กระบวนการ ” ของผู้เรียนที่สังเกตจากการประกอบกิจกรรมกลุ่ม (รายงานของกลุ่ม) และรายงานบุคคลได้แก่ งานที่มอบหมายและกิจกรรมอื่นใดที่ผู้สอนกำหนดไว้

2. ประเมินพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (Terminal Behavior) คือ ประเมินผลลัพธ์ของผู้เรียน โดยพิจารณาจากการสอบหลังเรียนและการสอบไล่

ประสิทธิภาพของสื่อการสอน จะกำหนดเป็นเกณฑ์ที่ผู้สอนคาดหวังว่าผู้เรียนจะเปลี่ยนพฤติกรรมเป็นที่พึงพอใจโดยกำหนดให้เป็นเปอร์เซ็นต์ของผลเฉลี่ยของคะแนนการทำงานและการประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมด ต่อเปอร์เซ็นต์ของผลสอบหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด นั่นคือ E_1 / E_2 คือประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ เช่น 80/80 หมายความว่าเรียนจากสื่อการสอนแล้ว ผู้เรียนสามารถทำแบบฝึกหัดหรือไปงานได้ผลเฉลี่ย 80% ส่วน 80 ตัวที่สอง หมายความว่า เมื่อผู้เรียนเรียนจากสื่อการสอนแล้ว ผลการเรียนจะต้องได้เฉลี่ยร้อยละ 80%

ระดับประสิทธิภาพของบทเรียนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเป็นระดับที่ผู้สร้างบทเรียนพอใจว่า หากบทเรียนมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้ว บทเรียนก็มีความคุ้มค่าในการกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 มีค่าเท่าใดนั้น โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำจะตั้งไว้ 80/80 85/85 หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะกระบวนการหรือเจตคติตั้งต่ำกว่า เช่น 75/75

การยอมรับประสิทธิภาพของบทเรียน มี 3 ระดับคือ (สุกิจ ศรีพรหม. 2541: 71)

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของบทเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เกินกว่าร้อยละ 2.5

2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของบทเรียนเท่ากับเกณฑ์หรือสูงกว่าเกินกำหนดแต่ไม่เกินร้อยละ 2.5

3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของบทเรียน ต่ำกว่าเกณฑ์แต่ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 2.5 ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

4.2 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพของบทเรียน

1. โดยใช้สูตร กระทำได้โดยสูตรต่อไปนี้ (เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต.2528 : 295)

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A}$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกกิจกรรมระหว่างเรียน

$\sum X$ แทน คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดหรือดำเนินกิจกรรมระหว่างเรียน

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกกิจกรรมระหว่างเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B}$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์(พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปในตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล) คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน

$\sum F$ แทน คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนของผู้เรียน

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

B แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

การคำนวณหาประสิทธิภาพโดยใช้สูตรดังกล่าวข้างต้นก็จะมีการนำคะแนนแบบฝึกหัดหรือผลงานในขณะประกอบกิจกรรมกลุ่ม / เดี่ยว และคะแนนสอบหลังเรียนมาเข้าตารางแล้วจึงคำนวณหาค่า E_1/E_2

2. โดยวิธีการคำนวณธรรมชาติ

หากไม่ยากใช้สูตร ก็สามารถใช่วิธีการคำนวณธรรมชาติหาค่า E_1 และ E_2 ได้ สำหรับค่า E_2 ของแต่ละชุดการสอนไม่มีปัญหาในการคำนวณมากนัก เพราะอาจทำได้โดยการเอาคะแนนของนักเรียนทั้งหมดรวมกัน หาค่าเฉลี่ยแล้วเทียบส่วนร้อย เพื่อหาค่าร้อยละ

หลังจากคำนวณหาค่า E_1 และ E_2 ผลลัพธ์ที่ได้มักจะใกล้เคียงกันและห่างกันไม่เกิน 5% ซึ่งเป็นตัวยืนยันได้ว่า นักเรียนได้มีการเปลี่ยนพฤติกรรมขั้นสุดท้าย หรืออีกนัยหนึ่ง การที่นักเรียนจะสอบได้เท่าใด เช่น 90 % นั้น นักเรียนมีความรู้จริง หรือทำได้เพราะการเดาสุ่ม เมื่อมีการรายงานคะแนนเป็นเลข 2 ตัว เช่น 78/83 นั้นทำให้ทราบว่านักเรียนทำงานและแบบฝึกหัดทั้งปีได้ 78% และ สอบไล่ได้ 83% เป็นการยืนยันการเปลี่ยนพฤติกรรมนักเรียนค่อนข้างแน่นอน

4.3 การทดสอบหาประสิทธิภาพของบทเรียน

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 127-129) ได้กล่าวว่า การประเมินสื่อเป็นการพิจารณาประสิทธิภาพและคุณภาพของสื่อการเรียนการสอน สื่อที่ใดจะต้องได้รับการประเมินประสิทธิภาพ ส่วนใหญ่จะเป็นสื่อที่ผลิตขึ้นมาตามหลักการสอน การประเมินสื่อโดยวิธีนี้จำเป็นต้องคำนึงจุดมุ่งหมายของสื่อการเรียนการสอนและวัตถุประสงค์ทางการเรียนของผู้เรียน ภายหลังจากที่เรียนจากสื่อ นั้นแล้ว

เสาวณีย์ ศึกษบัณฑิต (2528 : 290-291) กล่าวถึง การสร้างสื่อก่อนที่จะนำไปใช้ ควรจะได้ทดลองแก้ไขปรับปรุงให้ได้มาตรฐานเสียก่อน เพื่อให้ทราบว่าสื่อนั้นมีคุณภาพเพียงใด มีสิ่งใดที่ยังบกพร่องอยู่ ซึ่งการประเมินนี้ไม่ใช้การประเมินผลผู้เรียนแต่เป็นการประเมินผลสื่อ โดยการนำสื่อไปทดลองใช้กับคนหลายๆคน หลายๆกลุ่ม แล้วจึงเผยแพร่ใช้ออกใช้จริง เกณฑ์การหาประสิทธิภาพของสื่อ นั้น อาจจะเป็น 90/90 หรือ 85/85 หรือ 80/80 ขึ้นอยู่กับลักษณะวิชา การที่จะกำหนดเกณฑ์เท่าใดนั้นไม่ได้กำหนดขึ้นเองตามใจชอบ แต่ควรจะเป็นผลจากการทดลองใช้ก่อนในกรณีการศึกษาแบบสมรรถฐาน ถือเกณฑ์ 90/90 จึงจะถือว่าใช้ได้ ความหมายของตัวเลข 90/90 หมายความว่า 90 ตัวแรก เป็นคะแนนที่ได้จากการทำกิจกรรมการเรียนหรือแบบฝึกหัดโดยเฉลี่ยร้อยละ 90 ส่วน 90 ตัวหลังเป็นคะแนนที่ได้จากการทำแบบประเมินผลการเรียนโดยเฉลี่ยร้อยละ 90

เมื่อสร้างบทเรียนเป็นต้นฉบับแล้ว นำบทเรียนไปทดลองโดยกำหนดขั้นตอนการตรวจสอบและหาประสิทธิภาพของบทเรียน 3 ครั้ง ตามข้อเสนอแนะของ ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ (2528 : 214 – 216) ดังต่อไปนี้

1. การทดลองเป็นรายบุคคล เป็นการทดลองใช้บทเรียน ครั้งที่ 1 เพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของบทเรียนในด้านต่างๆ ดังนี้ ความเหมาะสมของภาษา ความยากง่ายของเนื้อหา กิจกรรม ที่ให้ปฏิบัติเวลาที่ใช้ในการเรียน และอื่นๆ

2. การทดลองกลุ่มย่อย เป็นการทดลองใช้บทเรียน ครั้งที่ 2 โดยใช้กับนักเรียน 10 คน ที่ยังไม่เคยเรียนบทเรียนดังกล่าว ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องของบทเรียนในด้านต่างๆ และหาประสิทธิภาพของบทเรียน เช่นเดียวกับครั้งที่ 1

3. การทดลองภาคสนาม เป็นการทดลองใช้บทเรียนครั้งที่ 3 มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของบทเรียน โดยทดลองกับนักเรียนทั้งชั้นเรียน ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับ เกณฑ์ที่กำหนดไว้หากต่ำกว่าเกณฑ์ ไม่เกินร้อยละ 2.5 ยอมรับได้ ถ้าแตกต่างกันมาก ต้องกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียนใหม่ โดยยึดหลักความเป็นจริง

กล่าวโดยสรุปได้ว่า การหาประสิทธิภาพของบทเรียน คือการตรวจสอบคุณภาพของบทเรียน และจะต้องนำบทเรียนที่สร้างขึ้นนั้นไปทดลองใช้กับหลายๆ คน หรือหลายๆ กลุ่ม ก่อน เพื่อเป็นการประกันว่าบทเรียนที่สร้างขึ้นมานั้นมีคุณภาพ

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2526 : 76) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน(academic achievement) ว่าหมายถึง คุณลักษณะและความสามารถของบุคคลอันเกิดจากการเรียนการสอน เป็นการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และประสบการณ์การเรียนรู้ที่เกิดจากการฝึกฝน หรือจากการสอน การวัดผลสัมฤทธิ์จึงเป็นการตรวจสอบระดับความสามารถหรือความสัมฤทธิ์ผล (level of accomplishment) ของบุคคลว่า เรียนแล้วรู้เท่าไร มีความสามารถชนิดใด

อัจฉรา สุขารมณ์ และอรพินท์ ชูชม (2530 : 10) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง ขนาดของความสำเร็จที่ได้จากการทำงานที่ต้องอาศัยความพยายามจำนวนหนึ่งซึ่งอาจเป็นผลมาจากการกระทำที่อาศัยความสามารถทางร่างกายหรือสมองดังนั้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจได้มาจากการเรียนโดยอาศัยความสามารถเฉพาะตัวบุคคล ตัวที่บ่งชี้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอาจได้มาจากการบวนการที่ไม่ต้องอาศัยการทดสอบที่เรียกว่า (Non Testing Procedures) เช่น การสังเกตหรือตรวจการบ้านหรืออาจอยู่ในรูปของเกรดที่ได้มาจากโรงเรียน ซึ่งต้องอาศัยกรรมวิธีที่ซับซ้อนและช่วงเวลาในการประเมินอันยาวนานหรืออีกวิธีหนึ่งอาจวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วไป (Published Achievement Test) จะพบว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่นิยมใช้กันทั่วไปมักอยู่ในรูปของเกรดที่ได้จากโรงเรียนให้ผลที่เชื่อถือได้มากกว่าอย่างน้อยก่อนที่จะทำการประเมินผลการเรียนของนักเรียนครูจะต้องพิจารณา

องค์ประกอบอื่นๆอีกหลายๆด้านจึงย่อมดีกว่าการแสดงความล้มเหลวหรือความสำเร็จทางการเรียนจากการทดสอบนักเรียนด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทุกๆไปเพียงครั้งเดียว

จากแนวความคิดดังกล่าว สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นคุณลักษณะและความสามารถของผู้เรียนอันเกิดจากการเรียนการสอน เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถหรือความสัมฤทธิ์ผลของผู้เรียนว่า เรียนแล้วรู้เท่าไร มีความสามารถอะไรบ้าง

5.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wislon. 1971 : 643-685) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) และวิลสัน ได้นำเอาการจำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาโดยแบ่งพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive domain) ออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่

1. ความรู้ความจำด้านคำนวณ (Computation) เป็นความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนมาแล้ว เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับพื้นฐานแรกสุด แบ่งออกได้เป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆที่ได้เรียนมาแล้ว คำถามที่วัดความสามารถในระยะนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้ พื้นฐานที่ได้สะสมมาเป็นระยะเวลานาน

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกถึงศัพท์ และนิยามต่างๆ ได้ คำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อม แต่ไม่ต้องอาศัยการคำนวณหรือความรู้อื่นมาช่วย

1.3 ความรู้ในกระบวนการคำนวณ ((Ability of carry out f algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริง นิยามหรือ กระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคำนวณตามกระบวนการที่เคยเรียนรู้อยู่แล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายตัวอย่าง ผู้เรียนไม่ต้องพบความสามารถในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ เป็นพฤติกรรมที่ถัดจากความรู้ด้านการคำนวณ แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Knowledge of concepts) เป็นความสามารถในการนำข้อเท็จจริงที่มีอยู่มาประมวลเข้าเป็นความคิดรวบยอดซึ่งจะต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของความคิดรวบยอดนั้นโดยใช้คำพูดของตัวเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป (Knowledge of principles, rules and generalization) พฤติกรรมขั้นนี้เป็นการนำเอาหลักการ กฎ และความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดไปสัมพันธ์กับปัญหาได้

2.3 ความรู้ในโครงสร้างคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical structure) คำถามที่วัดขั้นนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการแปลงโจทย์จากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) พฤติกรรมในขั้นนี้เป็นการสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ ซึ่งมีความหมายคงเดิม เช่น เปลี่ยนโจทย์ให้อยู่ในรูปของสมการที่มีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงวิธีการหาคำตอบ (Algorithms) จากสมการเพื่อแก้ปัญห

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วไป สามารถบอกได้ว่าผลสรุปในแต่ละขั้นมาจากเหตุผลใด

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) สามารถบอกว่าโจทย์ต้องการอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง สิ่งที่โจทย์กำหนดยังขาดส่วนใด รวมถึงการแปลความหมายข้อความ สมการ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนหรือคล้ายกับแบบฝึกหัด ผู้เรียนสามารถเลือกกระบวนการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย (Ability to solve routine problems) ผู้เรียนต้องอาศัยความรู้ด้านการคำนวณและความเข้าใจมาเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลระหว่างข้อมูล 2 ชุด ซึ่งอาจใช้วิธีการคิดคำนวณและเข้าใจ เพื่อสรุปการตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการจำแนกและตัดสินใจว่าข้อมูลส่วนใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา โจทย์ และพิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม สามารถแยกปัญหาออกมาพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบแผน ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to recognize patterns, isomorphism and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปแบบปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการสำรวจหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของสมรรถภาพทางสติปัญญาในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งรวมถึงพฤติกรรมในขั้นการวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินผลของ บลูม (Bloom) การค้นคว้าอย่างอิสระ การแก้ปัญหาที่ไม่เคยแก้มาก่อน ประสบการณ์เกี่ยวกับการค้นพบและพฤติกรรมสร้างสรรค์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มีการถ่ายโยงไปยังสิ่งที่ไม่เคยทำมาก่อน การทดสอบระดับนี้ต้องอาศัยพฤติกรรมการหยั่งรู้โดยรวม (heuristic behavior) อย่างมาก วัตถุประสงค์สูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะอยู่ในระดับการวิเคราะห์ซึ่งแบ่งได้เป็น 5 ขั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ผู้เรียนไม่เคยเห็นมาก่อนต้องอาศัยความสามารถผสมผสานกับความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอด นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาไม่ใช่เพียงแต่นำเอาความสัมพันธ์เดิมที่จำได้มาใช้ในข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาสื่อสารเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลโดยอาศัยนิยาม ลัทธิ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วพิสูจน์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถในการควบคุมกับความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์อาจเป็นพฤติกรรมที่มีความซับซ้อนน้อยกว่าพฤติกรรมในการสร้างพฤติกรรมในการพิสูจน์ พฤติกรรมในขั้นนี้ต้องการตรวจสอบข้อพิสูจน์ว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาด

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตรและการทดสอบความถูกต้องของข้อสรุปอ้างอิงทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหา และพิสูจน์ว่าใช้ในกรณีทั่วไป

กล่าวโดยสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นเกณฑ์ที่จะนำมาใช้ในการวัดความสามารถทางด้านสติปัญญาของผู้เรียน และประเมินประสิทธิภาพของการสอน

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสนใจที่จะเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

5.3 การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ไพศาล หวังพานิช (2526 : 79) กล่าวว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้ 2 แบบตามจุดมุ่งหมายและลักษณะวิชาที่สอนคือ

1. การวัดด้านปฏิบัติ เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถในการปฏิบัติหรือทักษะของผู้เรียนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้แสดงความสามารถออกมาในรูปการกระทำจริง เช่น วิชาศิลปะ ละคร งานช่าง

2. การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาอันเป็นประสบการณ์การเรียนรู้ของผู้เรียนสามารถวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ (Achievement test)

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2530: 61) กล่าวว่า การวัดพฤติกรรมด้านความรู้ความจำ คือ การวัดความสามารถในการระลึกเกี่ยวกับความรู้และประสบการณ์ต่างๆ ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยตรง คำถามที่ใช้วัดพฤติกรรมด้านความรู้ความจำมีอยู่ 3 ชนิด คือ

1. ถามความรู้ในเรื่องเป็นการถามรายละเอียดในลักษณะที่เป็นการบ่งถึงความหมายและข้อเท็จจริงต่างๆ หรือเรื่องราวที่เป็นเนื้อเรื่องทั้งหลาย มีแนวคำถามได้ 2 แบบ คือ

1.1 ถามคำศัพท์และนิยาม ได้แก่ การถามเกี่ยวกับความหมายต่างๆ ไป ความหมายเฉพาะ นิยาม คำจำกัดความ และสัญลักษณ์ที่มีอยู่ในเนื้อหา

1.2 ถามสูตร กฎ ความจริง ความสำคัญ ได้แก่ การถามสูตร กฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎี ความจริงเกี่ยวกับเนื้อเรื่องและใจความสำคัญต่างๆ

2. ถามความรู้เกี่ยวกับวิธีดำเนินการ เป็นการถามเกี่ยวกับวิธีประพจน์ ปฏิบัติ และวิธีดำเนินการตามขั้นตอน คำถามประเภทนี้จะยังไม่คำนึงถึงผลของการปฏิบัติ (Products) แต่จะเน้นถามเกี่ยวกับวิธีปฏิบัติ (Processes) เท่านั้น มีแนวคำถามได้ 5 แบบ คือ

2.1 ถามเกี่ยวกับระเบียบแบบแผน ได้แก่ การถามเกี่ยวกับวิธีปฏิบัติตามระเบียบแบบแผนและธรรมเนียมประเพณีของเรื่องราวนั้นๆ

2.2 ถามเกี่ยวกับลำดับขั้นและแนวโน้ม เป็นการถามเกี่ยวกับวิธีปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน และการคาดคะเนเกี่ยวกับแนวโน้มของเรื่องราวและเหตุการณ์ต่างๆ ได้แก่ การถามลำดับขั้น หรือขั้นตอนในการปฏิบัติ ลำดับเวลาของเหตุการณ์หรือเรื่องราว และการเปลี่ยนแปลงของสิ่งต่างๆ หรือเรื่องราวว่าจะเป็นไปในทางใด

2.3 ถามเกี่ยวกับการจัดประเภท ได้แก่ การวัดความสามารถในการจำแนก แจกแจงสิ่งต่างๆ หรือเรื่องราวต่างๆ ให้เป็นหมวดหมู่ โดยมีกฎเกณฑ์และวิธีการอย่างใดอย่างหนึ่งเป็นหลัก

2.4 ถามเกี่ยวกับเกณฑ์ ได้แก่ การถามเกี่ยวกับเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณา วินิจฉัยหรือตรวจสอบสิ่งต่างๆ ข้อเท็จจริงต่างๆ ว่ามีความสำคัญหรือไม่สำคัญต่างกันหรือเหมือนกัน

2.5 ถามวิธีการหรือวิธีดำเนินการ ได้แก่ การถามเกี่ยวกับวิธีปฏิบัติหรือกรรมวิธีต่างๆ ที่จะทำให้เกิดกิจการนั้นๆ หรือเรื่องราวนั้น ดำเนินสำเร็จลุล่วงไปได้ตามหลักการหรือตามกฎ การเขียนคำถามลักษณะนี้มี 2 แบบ คือ ถามวิธีการซึ่งเป็นการถามถึงวิธีการ หรือเทคนิคที่ใช้ปฏิบัติ และถามเปรียบเทียบว่าวิธีใดจะดีกว่า หรือมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีอื่นตามที่เราจะรู้

3. ถามความคิดรวบยอด เป็นการวัดความสามารถของผู้เรียนว่าสามารถจดจำสิ่งที่เรียน หลักการหรือหลักวิชาของเรื่องราวเนื้อหาต่างๆ ได้มากน้อยเพียงใด ความคิดรวบยอดนี้เป็นความรู้ความจำประเภทสุดท้ายที่มีความสำคัญมาก มีแนวคำถามอยู่ 2 แบบ คือ

3.1 การถามเกี่ยวกับหลักวิชาและการขยายหลักวิชา ได้แก่ การถามความจำในสิ่งที่เป็นคติ สาระสำคัญ หรือหลักการซึ่งเป็นข้อสรุปของเรื่องราวนั้นๆ เฉพาะเรื่องราวถึงความสามารถขยายคติ สาระสำคัญหรือหลักการของเรื่องราวนั้นๆ ไปสู่เรื่องราวอื่นๆ ที่มีสถานการณ์เดียวกันตามที่ได้เรียนรู้

3.2 การถามเกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้างได้แก่การถามในสิ่งที่เป็นหลักการซึ่งเป็นข้อสรุปรวมจากหลายๆ หลักวิชาที่เป็นเรื่องราวเดียวกันผสมผสานกันเป็นทฤษฎี หรือโครงสร้างขึ้นมา คำถามแบบนี้ต่างจากแบบแรกจะถามเกี่ยวกับหลักการของเนื้อหาต่างๆ ที่ไม่สัมพันธ์กันหรือเป็นชนิดเดียวกันโดยตรงแต่อยู่ในสกุลเดียวกัน ส่วนคำถามแบบนี้จะถามเกี่ยวกับหลักการจากของหลายสิ่งหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันจะอยู่ในสกุลเดียวกัน เพื่อค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างที่เป็นตัวส่วนของเนื้อหาเหล่านั้น

กล่าวโดยสรุปได้ว่า การวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสามารถวัดได้ 2 ด้าน คือ ด้านทักษะ เป็นการตรวจสอบระดับความสามารถในการปฏิบัติ และด้านความรู้ เป็นการตรวจสอบความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหา

5.4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ประกิจ รัตนสุวรรณ (2525 : 55) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดพฤติกรรมและประสบการณ์ทางการเรียนรู้ แบบทดสอบประเภทนี้จึงมุ่งวัด

คุณลักษณะด้านความรู้ ความคิดในเรื่องที่เรียน ลักษณะการวัดผลสัมฤทธิ์จะขึ้นอยู่กับลักษณะ และธรรมชาติของรายวิชาที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นๆ โดยอาจจะเป็นการวัดผล สัมฤทธิ์ ในแง่เนื้อหาวิชาโดยตรงหรืออาจจะวัดผลสัมฤทธิ์ในเชิงลงมือปฏิบัติหน้าที่สำคัญของ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก็คือมุ่งตรวจสอบความสามารถในการเรียนของบุคคลทั้งในส่วนที่ เกี่ยวกับระดับความสามารถในการเรียน ความก้าวหน้า หรือพัฒนาการในการเรียน

สมเกียรติ ปติฐพร (2526 : 6 – 7) ได้กล่าวไว้ว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่วัดความรู้ ทักษะ และสมรรถภาพสมองด้านต่าง ๆ ที่เด็กได้รับ จากประสบการณ์ทั้งปวง ทั้งจากโรงเรียนและทางบ้าน ข้อสอบประเภทวัดผลสัมฤทธิ์นี้ จะเน้นวัด ความสัมฤทธิ์ผลทางด้านวิชาการเป็นสำคัญ มักเป็นคำถามที่ให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและ ดินสอ (Paper and pencil test) กับชนิดที่ให้นักเรียนปฏิบัติจริง (Performance test) เป็นการ วัดว่าเด็กเรียนรูมาแล้วจากอดีตเท่าไร ข้อสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher – made test) หมายถึง ข้อสอบที่ใช้ กันทั่วๆ ไปในโรงเรียนครูเป็นผู้สร้างกันขึ้นเอง ข้อสอบแบบนี้มีข้อเสียตรงที่ครูส่วนมากไม่ค่อยสนใจ ว่าข้อสอบที่ออกมาใช้ไปแล้วนั้นดี – เลว ประการใด

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้น แล้วนำไปใช้ทดสอบ และวิเคราะห์ผลการสอนตามวิธีการทางสถิติหลายครั้งหลายหน เพื่อปรับปรุง ให้มีคุณภาพและเป็นแบบทดสอบที่มาตรฐานสำหรับใช้กับเด็กทั่วๆ ไป มีการหาเกณฑ์ปกติ (Norms) เพื่อใช้เป็นหลักในการเปรียบเทียบ แบบทดสอบมาตรฐานนี้เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัด และประเมินค่าการเรียนการสอน การสร้างแบบทดสอบมาตรฐาน ต้องใช้เวลาและค่าใช้จ่ายมาก จึงมักเป็นงานของสถาบันใหญ่ๆ หรือเป็นงานระดับชาติและคำว่า “มาตรฐาน” หมายถึงมาตรฐาน 2 ประเด็น คือ มาตรฐานในการดำเนินการสอบและในวิธีการแปลคะแนน

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2536 : 146 – 147) กล่าวว่า แบบวัดผล สัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้ของนักเรียนที่ได้เรียนไปแล้วซึ่งมักเป็นข้อ คำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอกับให้นักเรียนปฏิบัติ

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2529 : 20 – 21) ได้จำแนกประเภทของแบบทดสอบวัดผล สัมฤทธิ์ตามลักษณะการสร้างไว้ดังนี้

1. แบบทดสอบที่ครูสร้าง (Teacher made test) เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น เพื่อวัดและประเมินผลการเรียนการสอนในห้องเรียน ส่วนมากมักเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ ในวิชา ต่างๆ โดยยึดเนื้อหาตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร โดยปรกติใช้เพื่อวัตถุประสงค์ 2 กรณี คือ

- 1.1 เพื่อการสอบย่อย (Formative test) คือใช้เพื่อวัดผลการเรียนภายหลัง การสิ้นสุดการเรียนการสอนในแต่ละตอนหรือหน่วยของความรู้ โดยเนื้อแท้แล้ว การสอบย่อย

มุ่งจะนำผลการสอบไปปรับปรุงการเรียนการสอนของนักเรียนหรือเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนหน่วยที่ผ่านมา ก่อนที่จะผ่านไปเรียนในหน่วยต่อไป

1.2 เพื่อการสอบรวม (Summative test) คือใช้เพื่อวัดผลรวบยอด ภายหลังจากการเรียนการสอนวิชาหนึ่ง ๆ จบลง จึงมักเป็นการสอบเมื่อสิ้นสุดภาคเรียนหรือเมื่อสิ้นปี

2. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized test) หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้นอย่างมีหลักเกณฑ์ มีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ วิเคราะห์และแก้ไขปรับปรุงจนแบบทดสอบมีประสิทธิภาพสูง สามารถนำไปใช้กว้างขวางทั่วประเทศ เป็นการสอบความรู้ที่เรียนตามหลักสูตรในแต่ละรายวิชา นอกจากนี้ แบบทดสอบมาตรฐานยังมีคุณสมบัติที่สำคัญอีก 2 ประการ คือ

2.1 มีมาตรฐานในวิธีดำเนินการสอบ หมายถึงว่า แบบทดสอบนั้นจะมีวิธีดำเนินการสอบที่เป็นเช่นเดียวกัน โดยตัวแบบทดสอบจะบอกวิธีปฏิบัติ ซึ่งต้องดำเนินการให้เหมือนกันหมด ไม่ว่าใครก็ตามจะนำแบบทดสอบนั้นไปสอบในที่ใด ๆ ก็ตาม

2.2 มีมาตรฐานในการแปลความหมายคะแนน หมายถึงว่า แบบทดสอบนั้นจะมีสเกลมาตรฐานไว้เทียบคะแนนเรียกว่า เกณฑ์ปรกติ (Norm) เพื่อที่จะนำไปสู่การแปลความหมายว่าบุคคลที่ได้คะแนนการสอบแต่ละค่า นั้นมีความสามารถเป็นอย่างไร

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้เครื่องมือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยสร้างเป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และแบบทดสอบอัตนัย

5.5 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott, 1961 : 14 – 15) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียนดังนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางกาย และบุคลิกท่าทาง
2. จำหลักเกณฑ์หรือมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านไปแล้วไม่ดี
3. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
4. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์ทั่วไป
5. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ สังเกตได้จากการสอบตกในวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
6. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียน และโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์
7. มีความกดดันและรู้สึกว้าวุ่นต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเอง และบางครั้งเกิดความรู้สึกถูกกดดันเอง
8. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตน

9. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน

10. ขาดทักษะในการฟังและไม่ตั้งใจเรียน หรือตั้งใจเรียนในช่วงระยะเวลาสั้น

11. มีข้อบกพร่องทางด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง หรือมีข้อบกพร่องในด้านการใช้มือ เป็นต้น

12. ไม่ประสบความสำเร็จในด้านการเรียนทั่วไป

13. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่า ตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ

14. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

5.6 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่ง เรวัต และคุปตะ (Rawat and Gupta. 1970 : 7-9) ได้กล่าวว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน

2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน

3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร

4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์

5. ความยากจนของผู้ปกครอง

6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม

7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี

8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี

9. อายุน้อยหรือมากเกินไป

10. สาเหตุอื่น ๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก อพยพย้ายที่อยู่ เป็นต้น

สำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์ วชิร บุณยสิงห์ (2525 : 435) ได้กล่าวว่า เป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีระดับสติปัญญา (I.Q) อยู่ระหว่าง 75 ถึง 90 (ระดับสติปัญญา 90 – 110 ถือว่ามีสติปัญญาปานกลาง) และคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30

2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต่ำกว่านักเรียนคนอื่น ๆ

3. มีความสามารถในการอ่านต่ำ ต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเรียนที่นักเรียนผู้นั้นเรียนอยู่

4. จำหลักเกณฑ์และมโนคติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านมาแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในด้านการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์

โดยทั่วไป

7. มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง

8. เจตคติไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะต่อเวลาคณิตศาสตร์
9. มีความรู้สึกกดดันและรู้สึกว่าการเรียนต่อความล้มเหลวทางการเรียนของตน และบางครั้งรู้สึกถูกดูถูกตัวเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตน
11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียนหรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงช่วงเวลาสั้น
13. มีข้อบกพร่องด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง และมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ
14. ไม่ประสบความสำเร็จในด้านการเรียนโดยทั่ว ๆ ไป
15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางอารมณ์และสังคม

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้นมาจากหลายสาเหตุด้วยกัน แต่สาเหตุหลัก คือ สาเหตุการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา และสาเหตุจากนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดอย่างมีเหตุผล

งานวิจัยต่างประเทศ

เลชเชอร์ (Leshner, 1971 : A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียน เกรด 4 – 7 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ในระหว่างชั้นมีความแตกต่างกันกล่าวคือ นักเรียนที่เรียนในชั้นที่สูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนในชั้นที่ต่ำกว่า

เรย์ (Ray. 1979 : 3220 – A) ได้ทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำกับคำถามในระดับสูงที่มีต่อความมีเหตุผลในเรื่องที่เป็นนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในวิชาเคมี ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูงสามารถทำข้อสอบในเรื่องของความมีเหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลได้คะแนนสูงกว่าอีกกลุ่มหนึ่งอย่างมีนัยสำคัญ

วิลเลียม (William. 1981 : 1605 – A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาการเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลระหว่างการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้กับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง วิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่สอนแบบสืบเสาะหาความรู้สูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

วิท (Witt. 1988 : 72 – A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการให้เหตุผลโดยเฉพาะยุทธวิธีแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยา ซึ่งได้แก่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้ปัญหาเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นเครื่องมือที่ใช้วัดทั้งยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการให้เหตุผลของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการให้เหตุผลมีความเกี่ยวข้องโดยตรงกับวิธีการแก้ปัญหาซึ่งบางส่วนของกระบวนการให้เหตุผลมีความสัมพันธ์กับวิธีการแก้ปัญหาเป็นอย่างมาก ขณะที่อีกส่วนหนึ่งของกระบวนการให้เหตุผลมีความเกี่ยวข้องกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาถึงสัดส่วนของยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนของโพลยาพบว่าในกลุ่มนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้สำเร็จมีขั้นตอนการตามแผนแตกต่างกันส่วนใหญ่นักเรียนที่แก้ปัญหาไม่สำเร็จพบความแตกต่างในขั้นตอนการตามแผนและใช้เวลาส่วนมากในขั้นทำความเข้าใจปัญหาและขึ้นวางแผนไม่มีใครใช้ขั้นตอนตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

สามารถ วีระสัมฤทธิ์ (2512 : 48 -103) ได้ศึกษาสมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 โดยใช้แบบทดสอบการคิดหาเหตุผลประเภทการจัดเข้าพวกและการอุปมาอุปมัย พบว่า นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลไม่แตกต่างกัน นอกจากนั้นยังพบว่าสมรรถภาพด้านเหตุผลเป็นองค์ประกอบร่วมอันหนึ่งต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

สมเจตน์ ไวยากรณ์ (2530 : 100 –102) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผลเน้นกระบวนการสอนที่ใช้เนื้อหาเป็นสื่อซึ่งประกอบด้วยการสอน 4 ขั้นตอน คือ การวางแผน การสร้างความคิดรวบยอด การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ และการประเมินผลโดยทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบการตามรูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผลให้นักเรียนได้ดีกว่าการสอนตามปกติ เหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการใช้เหตุผลของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

กนิษฐา อุ่นอนันต์ (2532 : 94) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาวิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการใช้เหตุผลและการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผลกับนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภนันท์ เสถียรศรี (2536 : 125 – 128) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิด กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกกิจกรรมการคิดสามารถพัฒนาการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนได้

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542 : 86) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและนอกประเทศ จะเห็นถึงความสำคัญของการพัฒนาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอน วิชาคณิตศาสตร์ควรที่จะมุ่งให้นักเรียนแสดงเหตุผลในการตัดสินใจ ซึ่งการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดและการใช้เหตุผล สามารถทำได้กับนักเรียนในทุกระดับการเรียนการกิจกรรมการเรียนการสอนให้กับผู้เรียนนั้น ควรเริ่มจากการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผล จัดบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอธิบายแลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผล ร่วมกันแก้ปัญหาอย่างสมเหตุสมผล โดยสามารถสอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของคณิตศาสตร์ และวิชาอื่นๆ ด้วย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการพัฒนาบทเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 แผนการเรียนสายวิทย์-คณิตฯ โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 35 คน รวม 70 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์-คณิตฯ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จากโรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากจำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนในห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้สอนใน 18 ชั่วโมง โดยแบ่งสาระการเรียนรู้ออกเป็น 2 หน่วยการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต (10 ชั่วโมง)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เซตและการให้เหตุผล (8 ชั่วโมง)

2. คู่มือครู ประกอบด้วย

2.1 ชี้อบทเรียน

2.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

2.3 โครงการจัดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่บอกว่าจะสอนเรื่องใด ใช้เวลาเท่าใด

2.4 หน่วยการเรียนรู้ประจำบทประกอบด้วย

- ชื่อหน่วยการเรียนรู้
- ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประจำหน่วย
- เนื้อหาการเรียนรู้ประจำหน่วย
- แบบฝึกหัด / แบบเฉลย

2.5 แผนการจัดการเรียนรู้ประจำหน่วย

2.6 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล จำนวน 35 ข้อ ตามที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ซึ่งประกอบด้วย

3.1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ 30 ข้อ

3.2 แบบทดสอบอัตนัย 5 ข้อ

การสร้างและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาโครงสร้างหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาบทเรียน จากหนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 ศึกษาสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาบทเรียนโดยศึกษาจากหนังสือและตำราที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1.2.1 หนังสือประกอบความรู้วิชาคณิตศาสตร์ เซต (สุเทพ จันทรสมศักดิ์. 2514 : 1-17)

1.2.2 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2533: 1-37)

1.2.3 คู่มือครู วิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2533: 1-27)

1.2.4 หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์ (สมัย เหล่าวานิชย์. 2525 : 4-10)

1.2.5 รากฐานเรขาคณิตศาสตร์ (อาริสสา ฉัตรกิจวรณ. 2529: 1-15).

1.2.6 เอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1 สำหรับนักเรียนในโครงการพัฒนาและส่งเสริมผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535 : 25-47)

1.2.7 การให้เหตุผล (สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2544 : 1-27)

1.2.8 หนังสือชุดปฏิรูปการเรียนรู้หลักสูตรคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-6) สาระที่ 4 พีชคณิต (จิวิวรรณ เสวตมัลย์ และคณะ. 2545 : 1-84)

1.2.9 เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการจัดทำสาระของหลักสูตรระดับสถานศึกษา เพื่อพัฒนาครูแกนนำวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย วันที่ 25-29 มีนาคม 2545 เรื่อง การให้เหตุผล(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2545 : 1-13)

1.2.10 Beginning Algebra (MINNICK, JOHN H. 1969 : 18-36)

1.2.11 New College Algebra (Marcus. 1968 : 1-12)

1.3 กำหนดสาระการเรียนรู้ ความคิดรวบยอด และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วนำเสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาณพนธ์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาและความเหมาะสมกับวัยและเวลา โดยผู้วิจัยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ขึ้น 2 หน่วยการเรียนรู้ ใช้เวลาในการสอน 18 ชั่วโมง ดังต่อไปนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต (10 ชั่วโมง)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล (8 ชั่วโมง)

1.4. สร้างบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ตามสาระการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้ โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 หน่วยการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดของสาระการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้เพื่อใช้สอนในเวลา 18 ชั่วโมง มีดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เขต (10 ชั่วโมง)

- ความหมายของเขตและสมาชิกของเขต พร้อมทั้งการเขียนเขตแบบ แจกแจงสมาชิกและแบบกำหนดเงื่อนไข (2 ชั่วโมง)
- ประเภทของเขต ประกอบด้วย เขตว่าง เขตจำกัด และ เซตอนันต์ (1 ชั่วโมง)
- รูปแบบของเขต ประกอบด้วย เขตที่เท่ากัน และเซตที่เทียบเท่ากัน (1 ชั่วโมง)
- สับเซต และเพาเวอร์เซต ประกอบด้วย ความหมายของสับเซต และ เพาเวอร์เซต สมบัติของสับเซต และเพาเวอร์เซต การหาจำนวน สับเซต และเพาเวอร์เซต (1 ชั่วโมง)
- แผนภาพของ เวนน์ – ออยเลอร์ ประกอบด้วย เอกภพสัมพัทธ์ การเขียนแผนภาพ ของเวนน์ – ออยเลอร์ (1 ชั่วโมง)
- การดำเนินการของเซต ประกอบด้วย ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ ผลต่าง (2 ชั่วโมง)
- เซตกับการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย การหาจำนวนสมาชิกของ เซตจำกัด และเซตกับการแก้โจทย์ปัญหา (2 ชั่วโมง)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล (8 ชั่วโมง)

- การให้เหตุผล ประกอบด้วย ความหมายของการให้เหตุผล (1 ชั่วโมง)
- การให้เหตุผลแบบอุปนัย ประกอบด้วย ความหมายของการให้เหตุผล แบบอุปนัย การสรุปความรู้โดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย (3 ชั่วโมง)
- การให้เหตุผลแบบนิรนัย ความหมายของการให้เหตุผลแบบนิรนัย (2 ชั่วโมง)
- การตรวจสอบความสมเหตุสมผล (2 ชั่วโมง)

1.5 นำบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นไปเสนอ ต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้ที่เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบ แก้ไข ปรับปรุง เพื่อวิจารณ์และชี้แนะข้อบกพร่อง

1.6 นำบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ได้รับการตรวจสอบจาก คณะกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ตรวจสอบแก้ไขชี้แนะ ข้อบกพร่องไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

1.7 นำบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่คณะกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญให้พิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขในส่วนที่บกพร่องให้เรียบร้อยพร้อมที่จะนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพของบทเรียน

1.8 การหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ตามเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียน / ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ ซึ่งกำหนดไว้ 80/80 ตามขั้นตอนต่อไป

1.8.1 หาประสิทธิภาพครั้งที่ 1 ทดลองเป็นรายบุคคล โดยผู้วิจัยนำบทเรียน ทดลองใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียน รัชฎาพัฒนวิทย์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 4 คน ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน ระดับละ 1 : 2 : 1 ตามลำดับ ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกข้อบกพร่องในด้านความยากง่ายของเนื้อหา ภาษา และเวลาที่ใช้สอนของบทเรียน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ความยากง่ายของเนื้อหา ภาษา และเวลาที่ใช้สอน อีกครั้งหนึ่ง

1.8.2 หาประสิทธิภาพครั้งที่ 2 ทดลองกลุ่มย่อย โดยนำบทเรียนที่ปรับปรุงแล้ว จากครั้งที่ 1 ไปทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนรัชฎาพัฒนวิทย์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 8 คน ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน ระดับละ 2 : 4 : 2 ตามลำดับ ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกข้อบกพร่องในด้านความยากง่ายของเนื้อหาภาษาและเวลาที่ใช้สอนของบทเรียน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ความยากง่ายของเนื้อหา ภาษา และเวลาที่ใช้สอน

1.8.3 หาประสิทธิภาพครั้งที่ 3 ทดลองภาคสนาม โดยนำบทเรียนที่ปรับปรุงแล้ว จากครั้งที่ 2 ไปทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนรัชฎาพัฒนวิทย์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 23 คน ซึ่งมีความรู้ความสามารถระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน ระดับละ 6 : 11 : 6 ตามลำดับ ผู้วิจัยสังเกตและบันทึกข้อบกพร่องในด้านความยากง่ายของเนื้อหาภาษา และเวลาที่ใช้สอนของบทเรียน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข ความยากง่ายของเนื้อหา ภาษา และเวลาที่ใช้สอน

1.8.4 นำบทเรียนที่ปรับปรุงแล้วจากครั้งที่ 3 ให้คณะกรรมการควบคุม ปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญตรวจแก้ไขอีกครั้ง ซึ่งเป็นการปรับปรุงเพื่อนำไปใช้ในการ ทดลองกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนสายวิทยาศาสตร์ - คณิตศาสตร์ โรงเรียน รัชฎาพัฒนวิทย์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 กลุ่มตัวอย่าง ตามเกณฑ์ 80 /80

2. คู่มือครู

ผู้วิจัยสร้างคู่มือครู ซึ่งปรับปรุงมาจากแนวคิดในการสร้างคู่มือครูของ ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 380 - 382) ตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

2.1 ศึกษาขั้นตอนการสร้างคู่มือครูจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

2.2 จัดทำคู่มือครู โดยยึดตามบทเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ซึ่งใน

คู่มือครูประกอบด้วย

- 2.2.1 ชี้อบทเรียน
- 2.2.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
- 2.2.3 โครงการจัดการเรียนรู้
- 2.2.4 หน่วยการเรียนรู้ประจำบทประกอบด้วย
 - ชี้อหน่วยการเรียนรู้
 - ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประจำหน่วย
 - เนื้อหาการเรียนรู้ประจำหน่วย
 - แบบฝึกหัด / แบบเฉลย
- 2.2.5 แผนการจัดการเรียนรู้ประจำหน่วย
- 2.2.6 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2.3 นำคู่มือครูที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว ในข้อ 2 เสนอต่อกณะกรรมกรการควบคุม
ปริญญานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม

2.4 ปรับปรุงแก้ไขคู่มือครู ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยปรับปรุงความ
เหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา และเวลาที่ใช้สอน แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี
ที่ 4 โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 35 คน

ในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ผู้วิจัยสร้างแผนการ
จัดการเรียนรู้เรื่องเซตและการให้เหตุผล ตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และแนวการจัดการ
เรียนรู้ ของกลุ่มสาระคณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) จากหนังสือคู่มือการจัดการเรียนรู้
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
กระทรวงศึกษาธิการ

2. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง เซตและการให้เหตุผล จากหนังสือและตำราที่เกี่ยวข้อง

3. วิเคราะห์สาระเพื่อกำหนดขอบข่ายของสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่
คาดหวัง เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

4. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์
การเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละหน่วย ประกอบด้วย

- 4.1 รายวิชา / หน่วยการเรียนรู้ / ชั้น / เรื่อง / เวลา
- 4.2 จุดประสงค์การเรียนรู้ประกอบด้วยด้านความรู้ ด้านทักษะ / กระบวนการ
- 4.3 สาระการเรียนรู้

4.4 ลำดับขั้นการเรียนการสอน เช่น นำเข้าสู่บทเรียนโดยการสร้างความสนใจ การแจ้งจุดประสงค์ สืบค้นความรู้เดิมพร้อมทั้งเสนอบทเรียนใหม่ ให้แนวทางการเรียนรู้ และให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม

4.5 สื่อการเรียนการสอน เช่น ใบความรู้ ใบงาน แผ่นใส

4.6 การวัดผลประเมินผล เช่น ทำใบงาน ทำแบบฝึกประสบการณ์

5. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว ในข้อ 4 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมในหัวข้อต่อไปนี้

5.1 ความถูกต้องชัดเจนของจุดประสงค์การเรียนรู้

5.2 ความสอดคล้องของสาระ ลำดับขั้นการเรียนการสอน และสื่อการเรียนการสอน

5.3 ความสอดคล้องในเรื่องการวัดผลประเมินผล

6. ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง 3 คน เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรม เวลาและการใช้สื่อ เพื่อให้เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2 แบบ คือ แบบทดสอบปรนัยแบบเลือก 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตร และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากเอกสารและตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง และการวิเคราะห์ข้อสอบของ ขวาล แพร่ตกุล (2520 : 1-40) ไพศาล หวังพานิช (2526:57 -62) พร้อมพรรณ อุดมสิน (2538 : 109-150) และ ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2539 : 196-198)

3.2 วิเคราะห์เนื้อหา ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของสาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เซต และการให้เหตุผล ซึ่งผู้วิจัยสร้างตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือก 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ และเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

3.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตและการให้เหตุผล ที่สร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้ที่เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบคุณภาพความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าข้อสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้อง กับเนื้อหาและจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์การประเมินดังนี้

3.4.1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527 : 69)

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์
เชิงพฤติกรรม

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.4.2 แบบทดสอบอัตนัย (พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2538 : 117)

4 เหมาะสมมากที่สุด

3 เหมาะสมมาก

2 เหมาะสมปานกลาง

1 เหมาะสมน้อย

0 เหมาะสมน้อยที่สุดหรือไม่เหมาะสมเลย

3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเซตและการให้เหตุผล ที่ได้รับ จากการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้ที่เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง ดังนี้

3.5.1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2527 : 169)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

3.5.2 แบบทดสอบอัตนัย นำมาคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานของคะแนนโดยใช้สูตรของพร้อมพรรณ อุดมสิน (2538 : 117-118)

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ได้จะเป็นดัชนีความเหมาะสม โดยแปลความหมายได้ดังนี้

3.50 - 4.00 ข้อสอบมีความเหมาะสมกับจุดประสงค์มากที่สุด

2.50 - 3.49 ข้อสอบมีความเหมาะสมกับจุดประสงค์มาก

1.50 - 2.49 ข้อสอบมีความเหมาะสมกับจุดประสงค์ปานกลาง

0 - 0.49 ข้อสอบมีความเหมาะสมกับจุดประสงค์น้อยที่สุด

สำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความคิดเห็นจะเป็นดัชนีชี้ว่าเป็นเอกฉันท์หรือขัดแย้งกัน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นศูนย์ แสดงว่า การลงความเห็นมีมติเป็นเอกฉันท์ แต่ถ้าค่ามากขึ้นเท่าไรแสดงว่าการลงความเห็นมีความขัดแย้งไม่ตรงกันมากเท่านั้น

3.6. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล มาคัดเลือกข้อสอบดังนี้

3.6.1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ คัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ≥ 0.50 ขึ้นไป พบว่ามีข้อที่คัดเลือก 40 ข้อ มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 – 1.00

3.6.2 แบบทดสอบอัตนัย คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตตั้งแต่ 2.50 - 4.00 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.0 พบว่ามีข้อที่คัดเลือก 5 ข้อ ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตตั้งแต่ 3.60 และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.20

3.7 นำแบบทดสอบไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาร่องทางการศึกษา ในเขตจังหวัดกาฬสินธุ์ ที่ผ่านการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล มาแล้วจำนวน 100 คน

3.8 นำกระดาษคำตอบของนักเรียนมาตรวจให้คะแนน ดังนี้

3.8.1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ โดยข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน

3.8.2 แบบทดสอบอัตนัย โดยมีเกณฑ์ให้คะแนนดังนี้ (สิริพร ทิพย์คง. 2544 : 119 - 200)

4 คะแนน สำหรับการแสดงวิธีทำและคำตอบถูกต้องสมบูรณ์

3 คะแนน สำหรับการแสดงวิธีทำและคำตอบที่เกือบถูกต้องและสมบูรณ์ มีที่ผิดเพียงเล็กน้อย เช่น คำนวนผิด ใช้สูตรผิด

2 คะแนน สำหรับการแสดงวิธีทำได้ถูกต้องเพียงครั้งเดียว หรือแสดงวิธีทำถูกแต่คำตอบผิดหรือไม่ชัดเจนว่าหาคำตอบมาได้
อย่างไร

1 คะแนน สำหรับการทำถูกไม่ถึงครึ่งหนึ่ง และขาดเหตุผลในการคิด

0 คะแนน สำหรับแสดงวิธีทำผิดทั้งข้อ และคำตอบผิด

3.9 เมื่อตรวจรวมคะแนนเรียบร้อยแล้วนำมาวิเคราะห์หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อ ดังนี้

3.9.1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ โดยใช้เทคนิค 27% และใช้ตารางสำเร็จของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 – 52)

3.9.2 แบบทดสอบอัตนัย โดยใช้วิธีแบ่งกลุ่มนักเรียนที่เข้าสอบออกเป็นกลุ่ม เก่ง-อ่อน ด้วยเทคนิค 25% ใช้สูตรของ วิทนี (D.R Whitney and D.L Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 : 198 -201)

3.10 คัดเลือกแบบทดสอบที่อยู่ในเกณฑ์ คือมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยแบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบมีค่าความยาก (p) 0.20 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.20 – 0.88 แบบทดสอบอัตนัยมีค่าความยาก (p) 0.36 – 0.71 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.22 – 0.47

3.11 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาร่องทางการศึกษาในเขตจังหวัดกาฬสินธุ์ ที่ผ่านการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล มาแล้วจำนวน 100 คน เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบดังนี้

3.11.1 แบบทดสอบปรนัยแบบเลือกตอบ ใช้สูตรของ คูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (KR – 20) (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 198 -199) ได้ความเชื่อมั่น 0.83

3.11.2 แบบทดสอบอัตนัย ใช้สูตรของสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2539 : 218) ได้ความเชื่อมั่น 0.75

3.12. จัดพิมพ์เป็นฉบับ แล้วนำแบบทดสอบไปใช้เป็นแบบทดสอบก่อนเรียนและแบบทดสอบหลังเรียนกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการพัฒนาและทดลองที่ศึกษาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์และ ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ผู้วิจัยได้ใช้แบบแผนการทดลอง One - Group Pretest – Posttest (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 200-202)

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E หมายถึง กลุ่มทดลอง

X หมายถึง การสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

T_1 หมายถึง การทดสอบก่อนที่จะจัดกระทำการทดลอง(Pretest)

T_2 หมายถึง การทดสอบหลังการจัดกระทำการทดลอง(Posttest)

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ชี้แจงให้กลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล เพื่อให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจนได้ถูกต้อง

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pretest)

3. ผู้วิจัยนำบทเรียนที่เรียบเรียงขึ้นไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในกลุ่มตัวอย่าง 35 คน โดยใช้เวลาสอนในชั่วโมงเรียนของชั้นเรียนตามปกติเป็นเวลาทั้งหมด 18 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง ซึ่งในระหว่างการเรียนการสอนในแต่ละชั่วโมงก็จะมี การเก็บคะแนนจากการทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียนเรื่อง เซตและการให้เหตุผล ของแต่ละหัวข้อ เพื่อใช้ในการประเมินผลตามเกณฑ์ประสิทธิภาพของบทเรียนดังรายละเอียดต่อไปนี้

ชั่วโมงที่ 1	เซตและสมาชิกของเซต
ชั่วโมงที่ 2	วิธีการเขียนเซต
ชั่วโมงที่ 3	ประเภทของเซต
ชั่วโมงที่ 4	รูปแบบของเซต
ชั่วโมงที่ 5	สับเซตและเพาเวอร์เซต
ชั่วโมงที่ 6	แผนภาพของ เวนน์ – ออยเลอร์
ชั่วโมงที่ 7-8	การดำเนินการของเซต
ชั่วโมงที่ 9-10	เซตกับการแก้โจทย์ปัญหา
ชั่วโมงที่ 11	การให้เหตุผล
ชั่วโมงที่ 12-14	รูปแบบการให้เหตุผลแบบอุปนัย
ชั่วโมงที่ 15-16	การให้เหตุผลแบบนิรนัย
ชั่วโมงที่ 17-18	การตรวจสอบความสมเหตุสมผล

4. เมื่อดำเนินการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ครบแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกครั้ง แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบหลังเรียน (Posttest)

5. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐาน

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูลได้แก่

1.1 คะแนนเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) จำนวนจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 73)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จำนวนจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 79)

$$S = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
 $(\sum X)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
 $\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

2.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

2.1.1 ค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา หมายถึง ค่าที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและประเมิน เป็นการตรวจสอบและพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นมาแต่ละข้อนั้นสอดคล้องกับเนื้อหาวิชาและจุดมุ่งหมายหรือไม่ ค่าที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ เรียกว่าค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Item Objective Congruence) ซึ่งจะมีค่าระหว่าง -1 ถึง +1 ถ้าค่า IOC ที่ได้น้อยกว่า 0.5 แสดงว่า ข้อสอบหรือแบบวัดผลนั้นไม่สอดคล้องกับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการจะวัดต้องปรับปรุงใหม่โดยการนำคะแนนที่ได้มาแทนค่าในสูตรดังนี้ (บุญเชิด ภิญญอนันตพงษ์. 2527 : 169)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.1.2 หาค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเซตและการให้เหตุผล โดยใช้เทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ของ จุง เทห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 – 52)

2.1.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล โดยคำนวณจากสูตร KR- 20 (Kuder-Richardson 20) ซึ่งมีสูตรดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 198-199)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_i^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบคูเดอร์-ริชาร์ดสัน
 n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 p แทน สัดส่วนผู้ที่ทำถูกกับคนทั้งหมด
 q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดหรือคือ $1 - p$
 S_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ

2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแบบอัตนัย

2.2.1 ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา หมายถึง ค่าที่ได้ประเมินจากผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหา และผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลและประเมินผล เป็นการตรวจสอบและพิจารณาว่าแบบสอบถามวัดเจตคติที่สร้างขึ้นมาแต่ละข้อนั้นสอดคล้องกับเนื้อหาวิชาและจุดมุ่งหมายหรือไม่ ซึ่งคำนวณได้จากสูตรดังนี้ (พร้อมพรรณ อุดมสิน. 2538 : 117)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

$$S = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผู้เชี่ยวชาญ
 $\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2.2. ดัชนีค่าความง่าย (P_E) โดยเทคนิค 25 % ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตร ที่ D.R Whitney and D.L Sabers ใช้สถิติดังนี้ (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539 : 199 – 200) คำนวณจากสูตร ดังนี้

$$P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ P_E แทน ดัชนีค่าความง่าย
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
 $X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 $X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.2.3 ดัชนีค่าอำนาจจำแนก โดยเทคนิค 25 % ของนักเรียนที่เข้าสอบทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตร ที่ D.R Whitney and D.L Sabers ซึ่งคำนวณได้จากสูตรดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 : 201)

$$D = \frac{S_U - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ D แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนก
 S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
 S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
 $X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
 $X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด
 N แทน จำนวนผู้เข้าสอบของกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อน

2.2.4. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผลโดยคำนวณจากสูตร สัมประสิทธิ์แอลฟา ของครอนบัค
(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539 : 218)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
 k แทน จำนวนข้อสอบ
 s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
 s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

3.1 สถิติที่ใช้ในการหาประสิทธิภาพของบทเรียนเรื่อง เซต และการให้เหตุผล ใช้
สูตร E_1/E_2 เพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อที่ 1 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ใช้สูตร ดังนี้
(เสาวณีย์ ศึกษบัณฑิต.2528 : 295)

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A}$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในบทเรียน
 คณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล คิดเป็นร้อยละของ
 คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกกิจกรรม
 ระหว่างเรียน

$\sum X$ แทน คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดหรือดำเนินกิจกรรม
 ระหว่างเรียน

N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหรือแบบฝึกกิจกรรมระหว่างเรียน

สูตรที่ 2

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B}$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของผลลัพธ์(พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปใน
ตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนรู้ด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง เซตและการให้เหตุผล) คิดเป็นร้อยละของคะแนน
เฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน
 $\sum F$ แทน คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนของผู้เรียน
 N แทน จำนวนผู้เรียนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง
 B แทน คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน

3.2 สถิติเพื่อทดสอบสมมุติฐานข้อที่ 2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อน
และหลังได้รับการสอน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล โดยใช้ t-test Dependent คำนวณได้จาก
สูตรดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N - 1}}} ; df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t - distribution
 $\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบ
ก่อนและหลังและใช้บทเรียน
 $\sum D^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนน
การทดสอบหลังและก่อนใช้บทเรียน
 N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

$\bar{x}$	แทน ค่าเฉลี่ย
N	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน จำนวนของข้อสอบ
E_1	แทน คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน
E_2	แทน คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียน
S	แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน ค่าที่ใช้พิจารณาใน t – Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลอง มีลำดับขั้นดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
ปรากฏผลในตาราง 3

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามเกณฑ์ 80 / 80

บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล	เกณฑ์ 80/80	
	E ₁	E ₂
1. เซต	87.41	84.96
2. การให้เหตุผล	90.35	91.13
เฉลี่ย	88.88	88.05

จากตาราง 3 พบว่า ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 88.88 / 88.05
แสดงว่าบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล มีประสิทธิภาพ

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการคำนวณความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ โดยใช้ t – test Dependent ปรากฏในตาราง 4

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

การทดสอบ	N	k	$\bar{x}$	S	t
ก่อนการทดลอง	33	35	6.66	3.27	
หลังการทดลอง	33	35	29.42	6.21	23.68**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนาโดยมีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ซึ่งสามารถสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ดังนี้

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก่อนและหลังการใช้บทเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

วิธีการศึกษาค้นคว้า

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 แผนการเรียนสายวิทย์-คณิตฯ โรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทย์ อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 35 คน รวม 70 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิทยาศาสตร์-คณิตฯ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 จากโรงเรียนธัญญาพัฒน์วิทยา อำเภอกมลาไสย จังหวัดกาฬสินธุ์ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน ได้มาจากการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling Unit) จากจำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนในห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนของแต่ละห้องเรียนแบบกระจายความสามารถของนักเรียน

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัย

สาระการเรียนรู้ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นสาระการเรียนรู้ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ตามแนวทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ใช้เวลาทดลองทั้งหมด 20 ชั่วโมง โดยทำการทดสอบก่อนเรียน 1 ชั่วโมง ทดลองสอน 18 ชั่วโมง และทำการทดสอบหลังเรียน 1 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้สอนใน 18 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต	10 ชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล	8 ชั่วโมง

2. คู่มือครู ประกอบด้วย

- 2.1 ชื่อบทเรียน
- 2.2 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
- 2.3 โครงการจัดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่บอกว่าจะสอนเรื่องใด ใช้เวลาเท่าใด
- 2.4 หน่วยการเรียนรู้ประจำบทประกอบด้วย
 - ชื่อหน่วยการเรียนรู้
 - ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังประจำหน่วย

- เนื้อหาการเรียนรู้ประจำหน่วย
- แบบฝึกหัด / แบบเฉลย

2.5 แผนการจัดการเรียนรู้

2.6 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เซตและการให้เหตุผล จำนวน 35 ข้อ

3.1 แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 30 ข้อ

3.2 แบบทดสอบอัตนัย 5 ข้อ

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนที่จะทำการศึกษาดทดลองจำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล เพื่อนักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre-test)
4. ดำเนินการทดลองโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล จำนวน 18 ชั่วโมง ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1	เซตและสมาชิกของเซต
ชั่วโมงที่ 2	วิธีการเขียนเซต
ชั่วโมงที่ 3	ประเภทของเซต
ชั่วโมงที่ 4	รูปแบบของเซต
ชั่วโมงที่ 5	สับเซตและเพาเวอร์เซต
ชั่วโมงที่ 6	แผนภาพของ เวนน์ – ออยเลอร์
ชั่วโมงที่ 7 -8	การดำเนินการของเซต
ชั่วโมงที่ 9-10	เซตกับการแก้โจทย์ปัญหา
ชั่วโมงที่ 11	การให้เหตุผล
ชั่วโมงที่ 12-14	รูปแบบการให้เหตุผลแบบอุปนัย
ชั่วโมงที่ 15-16	การให้เหตุผลแบบนิรนัย
ชั่วโมงที่ 17-18	การตรวจสอบความสมเหตุสมผล

5. ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน
6. ตรวจสอบคะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. ใช้สูตร E_1/E_2 เพื่อทดสอบหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ตามเกณฑ์ 80/80
2. ใช้ค่าสถิติ t - test เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 88.88 / 88.05
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากผลการพัฒนาบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการศึกษาค้นคว้าได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ทำการวิจัยและพัฒนา มีประสิทธิภาพ 88.88 / 88.05 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้ 80 / 80 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 โดยที่ 80 ตัวแรก หมายถึง ประสิทธิภาพที่ได้จากคะแนนเฉลี่ยในการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล แต่ละหน่วยการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งหมดแล้วได้ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80 และ 80 ตัวหลัง หมายถึง ประสิทธิภาพที่ได้จากคะแนนเฉลี่ยในการทำแบบทดสอบหลังเรียนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล แต่ละหน่วยการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งหมดแล้วได้ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 80 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- 1.1 บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น มีการแบ่งเนื้อหาเป็นหัวข้อย่อย ๆ เรียงลำดับต่อเนื่องกันจากง่ายไปยาก ใช้ภาษาที่ผู้เรียนอ่านแล้ว

เข้าใจง่ายแต่หัวข้อย่อยจะแยกเนื้อหาออกเป็นคาบเรียน และในเนื้อหาแต่ละคาบเรียน มีการนำเสนอปัญหาหรือตัวอย่างให้ศึกษาก่อนที่จะอธิบายรายละเอียดของเนื้อหา มีกิจกรรมในใบงานหรือในใบกิจกรรมให้ผู้เรียนปฏิบัติระหว่างเรียน และมีแบบฝึกหัดประกอบ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสกินเนอร์ (Skinner) ที่กล่าวว่า “ ถ้าแบ่งเนื้อหาวิชาที่จะถ่ายทอดให้ผู้เรียนเป็นตอนๆ ที่ละน้อย เหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน ผู้เรียนจะสามารถรับรู้ได้ดีกว่าการให้ความรู้แก่ผู้เรียนครั้งละมาก ๆ ” (นิพนธ์ สุขปรีดี. 2531 : 24) และในบทเรียนคณิตศาสตร์มีการกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้นักเรียนได้ทราบ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ตรงตามเนื้อหาและทราบแนวทางวัดผลในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ทั้งยังสามารถตรวจสอบความเข้าใจใน เนื้อหา จากการทำแบบฝึกหัดของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งเป็นไปตามลำดับขั้นการเรียนรู้ 9 ขั้น ของ กาเย (Gagne') ที่กล่าวว่า การบอกให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์การเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์ปลายทางของการเรียนการสอน เพื่อแนวทางไปสู่จุดหมายนั้น ทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพ สร้างความจำและความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น (ไชยยศ เรืองสุวรรณ. 2533 : 65) และสอดคล้องกับแนวคิดของเวสเลย์ (Wesley. 1950 : 237) ได้กล่าวถึงบทเรียนที่ดีไว้ว่า ควรมีเนื้อเรื่อง คำอธิบาย รูปภาพ กิจกรรม แบบฝึกหัดสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของวิชานั้นๆ และใช้ภาษาสละสลวยเหมาะกับวุฒิภาวะกับผู้เรียน มีการจัดระเบียบวางลำดับบทเรียนก่อนหลังตามหลักวิชา เพื่อความสะดวกต่อการเรียนการสอน แบ่งบทเรียนออกเป็นหน่วย มีเนื้อหาวิชาเหมาะสมที่จะให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเข้าใจในแต่ละหน่วยได้ในเวลาอันสมควร มีเวลาทบทวนและหาเวลาเพิ่มเติมได้ นั่นคือ การแบ่งเนื้อหาเป็นคาบเรียนทำให้ง่ายต่อการเรียนการสอน และทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่เนื้อหาไม่ยุ่งยากซับซ้อน

1.2 การดำเนินการสร้างบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์หลักสูตร ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง จุดประสงค์เนื้อหาวิชา กระบวนการเรียนรู้ กำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ และวิธีการประเมินที่ยึดถือความสอดคล้องของเนื้อหาจุดประสงค์ในการเรียนเป็นหลัก จึงทำให้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผลที่เรียบเรียงขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของกฤษมันต์ วัฒนานรงค์ (2538 : 11) ที่กล่าวไว้ว่า กระบวนการดังกล่าวเป็นองค์ประกอบสำคัญที่ทำให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียนได้

1.3 การหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ก่อนนำไปทดลองจริง ผู้วิจัยได้ทำการทดลองหาประสิทธิภาพทั้งหมด 3 ครั้ง โดยเก็บข้อมูลในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียดเพื่อหาจุดบกพร่องเบื้องต้น และทำการปรับปรุงแก้ไขอยู่ตลอดเวลา ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงช่วงเวลาในการนำเสนอเนื้อหา ช่วงเวลาในการทำกิจกรรม และปรับปรุงแบบฝึกหัด แบบทดสอบย่อยให้เหมาะสมกับเวลาในการเรียน แล้วนำไปทดลองจริงกับผู้เรียน จึงทำให้ได้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยใช้วิธีการสอนที่มีความหลากหลาย เช่น วิธีการศึกษาจากปัญหา วิธีการสอนแบบอุปนัย วิธีการสอนแบบนิรนัย วิธีการอภิปราย เป็นต้น และจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นรายบุคคล เป็นคู่ เป็นกลุ่มย่อยและเป็นกลุ่มใหญ่ทั้งชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเนื้อหาและเวลาที่ใช้สอน ซึ่งในระหว่างเรียนนั้นผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน ผู้เรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนสิ่งที่ตนสงสัยและสิ่งที่น่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้องกับเพื่อน หรือถ้าเพื่อนคนหนึ่งไม่เข้าใจ อีกคนจะเป็นคนอธิบายตลอด จนนำเทคนิคต่าง ๆ ทำให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาที่มีอยู่ได้อย่าง หลากหลาย ซึ่งจากการกระทำดังกล่าว ทำให้เกิดบรรยากาศที่ดีในชั้นเรียนและทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของเบนเนทท์ (Bennett. 1996 : 9) ที่กล่าวว่า “ นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดเมื่อพวกเขาได้สื่อสารกันเป็นกลุ่ม เป็นสิ่งกระตุ้นที่ดีที่สุด ทำให้เกิดแนวคิดที่หลากหลายและยังช่วยให้เพื่อนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้มากขึ้น” ส่วนในการทำแบบฝึกหัด เมื่อผู้เรียนทำแบบฝึกหัดแล้วผู้วิจัยจะเป็นผู้ตรวจแบบฝึกหัดเองและคืนให้ผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเอง และผู้วิจัยได้ทราบถึงข้อบกพร่องต่างๆ ในการเรียนของผู้เรียน และยังได้ชี้แนะข้อบกพร่องให้ผู้เรียนทราบและช่วยกันแก้ไขต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของสภาวะสารุการ (2540 : 109 – 119) ที่กล่าวว่า การให้ทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนและแบบทดสอบหลังเรียน และให้ทราบผลทันทีทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

1.5 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นได้ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจท์ ที่กล่าวไว้ว่า วัยนี้เป็นวัยที่มีการพัฒนาการทางสติปัญญาอยู่ในขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอด และให้เหตุผลในสิ่งที่ซับซ้อนได้ (ดวงเดือน ศาสตรภักดิ์. 2520 : 74) ในขณะที่ดำเนินการทดลอง ผู้เรียนมีความสนใจ ตั้งใจเป็นอย่างดี โดยสังเกตได้จากขณะที่ผู้วิจัยกำลังสอน นักเรียนกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่ตั้งใจเรียน เมื่อมีปัญหาและข้อสงสัยอะไรก็จะถามผู้วิจัย ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากจากลักษณะเนื้อหาเรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น เป็นเนื้อหาวิชาใหม่ ที่มีลักษณะท้าทายความสามารถของผู้เรียน และผู้เรียนไม่เคยเรียนมาก่อน อีกทั้งยังเป็นเรื่อง πουผู้เรียนต้องเรียนตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 จึงทำให้ผู้เรียนตั้งใจเรียนและเอาใจใส่การเรียน

จากลักษณะทั้งหมดที่กล่าวมา ส่งผลต่อประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล ทำให้มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ซึ่งได้เท่ากับ

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 2 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ เพลินพิศ ม่วงนุ่ม (2545 : 42) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนและตัวเลข ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนรายวิชาเสริมทักษะของคณิตศาสตร์ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไข ตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ และด้านการวัดผล ประเมินผล มาแล้ว และผ่านการหาประสิทธิภาพได้ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นตามมาด้วย

2.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นกับเพื่อนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้กล้าพูด กล้าแสดงออก และมีความเชื่อมั่นในตนเอง ทำให้ผู้เรียนมีความสนใจ กระตือรือร้นที่จะเรียน ส่งเสริมบรรยากาศการเรียนรู้ให้สนุกสนาน เป็นกันเอง

2.3 ในการเรียนการสอนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล นั้นก่อนที่ผู้เรียนจะได้ศึกษาเนื้อหาผู้เรียนจะได้รับทราบจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ และในระหว่างเรียนเนื้อหาแต่ละคาบผู้เรียนจะได้ทำกิจกรรมในใบงานและ ใบกิจกรรม แบบฝึกหัดระหว่างเรียน แบบทดสอบหลังเรียน หลังจากที่ได้เรียนเนื้อหาแล้ว ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้ทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเองอยู่ตลอดเวลา ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ วีระ ไทยพานิช (2529 : 137) ที่ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยมีการวัดผล การเรียนบ่อยๆ ช่วยให้นักเรียนรู้การกระทำของตนเอง และสร้างแรงจูงใจในการเรียน และสอดคล้องกับคำกล่าวของ ชัยวัฒน์ สิทธิรัตน์ (2537 : 8) ที่กล่าวว่า ยิ่งได้ทำแบบฝึกหัดมากเท่าใดการเรียนย่อมมั่นคงมากขึ้นด้วย

2.4 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งมี 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ และตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย ผู้วิจัยพบว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบทั้ง 2 ของกลุ่มตัวอย่าง ไม่แตกต่างกันมากนัก ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก กลุ่มตัวอย่างคุ้นเคยกับการทำโจทย์ประเภทแสดงวิธีทำจากการทำกิจกรรมระหว่างเรียน และแบบฝึกหัดเป็นส่วนใหญ่ ฝึกฝนจนกระทั่งนักเรียนเกิดความชำนาญ และในการให้คะแนนได้ให้คะแนนเป็นขั้นตอนซึ่งจะทำให้นักเรียนได้คะแนนบ้างบางส่วน แต่โจทย์ประเภทเดียวกันนี้ถ้าเป็นข้อสอบปรนัยผู้เรียนทำพลาดจะไม่ได้คะแนนในข้อนั้นเลย ดังนั้นจึงทำให้คะแนนจากการทำ

แบบทดสอบอัตนัยของกลุ่มตัวอย่างอยู่ในเกณฑ์ดี แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจใน เนื้อหาของบทเรียนคณิตศาสตร์ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

ด้วยเหตุดังกล่าวมาแล้วจึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผลของผู้เรียนภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยบทเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองสอนเรื่อง เซตและการให้เหตุผล กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้บทเรียนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ได้พบข้อสังเกตบางประการซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนมีความสนใจในการเรียน ตั้งใจเรียน เอาใจใส่ในการเรียน และมีความกระตือรือร้นในการเรียน สังเกตได้จากเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัยอะไรก็จะมีการซักถามกันเองระหว่างเรียน การซักถามครู กล้าแสดงออกในการตอบคำถามและการหาคำตอบ
2. การให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาเองครูมีหน้าที่ให้คำแนะนำช่วยเหลือทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน ซึ่งสามารถสร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียนการสอน
3. การนำเสนอตัวอย่างและปัญหาให้นักเรียนศึกษาก่อนที่จะบอกรายละเอียดของเนื้อหาในการเรียน และการทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรมก่อนที่จะทำแบบฝึกหัด เรื่อง เซตและการให้เหตุผล เป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาและเกิดความคิดรวบยอดในสิ่งที่เรียนมากขึ้น
4. การตรวจแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอของครูจะทำให้ทราบข้อบกพร่องต่าง ๆ ของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งทำให้ครูแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้
5. การทดสอบหลังเรียนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนตั้งใจเรียน และมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 เนื่องจากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้นำเนื้อหา เรื่อง เซตและการให้เหตุผล รวมอยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ในช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) โดยหลักสูตรดังกล่าวกำหนดให้สถานศึกษาดำเนินการจัดสาระการเรียนรู้ของเนื้อหาวิชาเองตามมาตรฐานการเรียนรู้ ดังนั้นบทเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ซึ่งมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่เหมาะสม ครูผู้สอน จึงอาจใช้เป็นตัวอย่างในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเซตและการให้เหตุผล เพื่อให้สอดคล้องกับหลักสูตรการศึกษา

ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ โดยสามารถเลือกกิจกรรมการเรียนการสอนเพียงบางส่วนหรือทั้งหมดก็ได้ และในแต่ละกิจกรรมครูผู้สอนสามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมกับระดับสติปัญญาของผู้เรียน หรืออาจจะใช้เป็นตัวอย่างของบทเรียนเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนในเนื้อหาอื่นของสถานศึกษาต่อไป

1.2 ครูควรฝึกนักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้คอยให้คำแนะนำช่วยเหลือมากกว่าจะเป็นผู้บอกความรู้ให้แก่นักเรียน

1.3 การสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตและการให้เหตุผล เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาในบทเรียนด้วยตนเอง ดังนั้นนักเรียนที่เรียนอ่อนจะไม่ชอบการเรียนการสอนในลักษณะนี้ เนื่องจากนักเรียนที่เรียนอ่อนจะไม่ชอบอ่านด้วยตนเอง และเมื่อไม่เข้าใจจะไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้และไม่กล้าซักถามเพื่อนและครู ทำให้นักเรียนเกิดการท้อแท้ เบื่อหน่าย ไม่ตั้งใจเรียน ดังนั้นครูผู้สอนควรดูแลและให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด

1.4 การที่นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานหรือในใบกิจกรรมก่อนทำแบบฝึกหัด ทำให้นักเรียน เข้าใจเนื้อหามากขึ้น ซึ่งทำให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง

1.5 การที่นักเรียนทราบผลคะแนนโดยทันทีหลังจากทำแบบทดสอบย่อยจะทำให้ นักเรียนตั้งใจเรียน และกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น

1.6 ก่อนสอนโดยใช้บทเรียนควรแนะนำวิธีการใช้บทเรียนแต่ละเนื้อหาให้นักเรียน มีความเข้าใจวิธีการเรียนก่อน เพราะถ้าผู้เรียนไม่เข้าใจจะทำให้การเรียนไม่ประสบผลสำเร็จ

1.7 ถ้าผู้เรียนมีผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ครูควรเรียกพบเป็นรายบุคคล แล้วสอนเสริมให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาและจะทำให้ผู้เรียนเกิดกำลังใจในการเรียน

1.8 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรจัดให้มีหลากหลายรูปแบบ ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนไม่เกิดความเบื่อหน่าย

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรทำการวิจัยในเรื่องดังกล่าว เพื่อพัฒนาตัวแปรอื่น เช่น ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความคงทนในการเรียนรู้ เจตคติต่อคณิตศาสตร์

2.2 การสอนโดยใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง นักเรียนเกิดการเรียนรู้ มีความคิดรวบยอด สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง กล้าแสดงออก และมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะทักษะการแก้ปัญหาและทักษะการให้เหตุผล ดังนั้นจึงควรใช้บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล เป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนในวิชาคณิตศาสตร์หรือในรายวิชาอื่นต่อไป

2.3 ควรนำบทเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเซตและการให้เหตุผลไปทดลองสอนกับ ผู้เรียนกลุ่มตัวอย่างอื่น เช่น นักเรียนที่เรียนแผนศิลป์ - คำนวณ เพื่อตรวจสอบว่าบทเรียนที่เรียบเรียงขึ้นนี้มีประสิทธิภาพในทุกแผนการเรียนหรือไม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กนิษฐา อุ่นอนันต์. (2532). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผลกับการสอนตามคู่มือครู
ของสสวท. ปริญญาโท กศ.ม. (วิทยาศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2533). หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง
พ.ศ. 2533) .กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2536). คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2539). หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. พิมพ์ครั้งที่ 6.
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2544). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา
ลาดพร้าว.
- กฤษมันต์ วัฒนานรงค์. (2538, มิถุนายน). “แนวคิดการหาประสิทธิภาพบทเรียน CAI,” วิชาการ
พระจอมเกล้าพระนครเหนือ. 5(3) : 11 – 14.
- จินตนา ไบกาชุย. (2530, มีนาคม). “หนังสือเรียนที่ไม่ใช่แบบเรียน,” ประชากรศึกษา. 28 (8) :32.
- ฉลองชัย สุรวัฒนบุรณ. (2528). การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. จัดสำเนา.
- ฉวีวรรณ เศวตมัลย์ และคณะ. (2545). ชุดปฏิบัติการเรียนรู้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ม.4 – 6 สาระที่ 4 พีชคณิต. กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์ประสานมิตร.
- ฉันทนา ภาควงกข. (2528). สอนให้เด็กคิด : โมเดลการพัฒนาทักษะการคิดเพื่อคุณภาพชีวิต
และสังคม. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชวาล แพรัตกุล. (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2523). เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อการศึกษาเล่มที่ 1
หน่วยที่ 1 - 5. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์เกษตรแห่งประเทศไทย.

- ชัยวัฒน์ สิทธิรัตน์. (2537). *การเขียนบทเรียนสำเร็จรูป*. พิษณุโลก : สำนักงานพัฒนาการศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม เขตการศึกษา 7.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2526). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน*. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- _____. (2533). *เทคโนโลยีการศึกษา : ทฤษฎีและการวิจัย*. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- ดวงเดือน ศาสตรภัทร. (2520). *พัฒนาการทางสติปัญญาตามทฤษฎีของเพียเจต์ = Piaget's theory of Cognitive development / [Barry Wadsworth]*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม. (2537). *เรื่องน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ธาดาศักดิ์ วชิรปรัชญาพจน์. (2515). *การวิเคราะห์หนังสือเรียนแบบเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ในแง่รูปแบบวิธีการเสนอเนื้อหา*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (บรรณารักษ์ศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิพนธ์ สุขปรีดี. (2531, มิถุนายน – กรกฎาคม). “คอมพิวเตอร์และพฤติกรรมการเรียนการสอน,” *ส.ค.พ.ท. คอมพิวเตอร์*. 15(78) : 24 – 28.
- บุญเชิด ภิญโญนันต์พงษ์. (2527) *การวัดและการประเมินผลการศึกษา : ทฤษฎีและการประยุกต์*. กรุงเทพฯ : อักษรเจริญทัศน์.
- ประกิจ รัตนสุวรรณ. (2525). *การวัดและประเมินผลทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ประทีป จรัสรุ่งรวิวร. (2514). *การวิเคราะห์หนังสือแบบเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในแง่รูปแบบและวิธีการนำเสนอเนื้อหา*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (บรรณารักษ์ศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประพิมพ์พรรณ สุธรรมวงศ์ และคณะ. (2521). *การวิเคราะห์หนังสือแบบเรียน*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ประสาธ อิศรปรีดา. (2538). *สารัตถะจิตวิทยาการคิด*. มหาสารคาม : โครงการตำรามหาวิทยาลัย มหาสารคาม.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543,มกราคม – มีนาคม) “ ความเคลื่อนไหว... เกี่ยวกับ NCTM : Pinciple and Standard for School Mathematics ในปี 2000,” *สสวท.* 28(108) : 21.
- พรรณี ชูทัย. (2522). *จิตวิทยาการเรียนการสอน : จิตวิทยาการศึกษาสำหรับครูในชั้นเรียน*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

- พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2529). การสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- _____. (2530). การสร้างและพัฒนาแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- _____. (2540). วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอน โดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เพลินพิศ ม่วงนุ้ม. (2545). การพัฒนาบทเรียนรายวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 3 (ค 033) ระดับชั้น ม. 2 เรื่องจำนวนและตัวเลข. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิชย์.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2523). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- รัฐจวน อินทรกำแหง. (2515). การเลือกหนังสือและสื่อโสตทัศนวัสดุ. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- เลิศ สิทธิโกศล. (2540). คณิตศาสตร์พื้นฐาน. กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2536). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- _____. (2538). เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : ภาควิชาวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- _____. (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- _____. (2540). สถิติวิทยาทางการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วราภรณ์ สุรัตนกร. (2540). ผลของการฝึกแก้ปัญหาปริศนาคณิตศาสตร์ต่อการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.1 ที่มีการรับรู้ความสามารถของตนเองทางด้านคณิตศาสตร์ต่างกัน. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาพัฒนาการ). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- วัชร บวรสิงห์. (2525). " การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล," เอกสาร
การสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัย
ธรรมาธิราช.
- วิชัย ราชวรศิริ. (2526). หลักสูตรและแบบเรียนมัธยมศึกษา (ศึกษา 431) และประกอบการเรียน
เรียนวิชาศึกษา 31 : การมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- วีระ ไทยพานิช. (2529). 57 วิธีสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตร.
- สมเกียรติ ปติฐพร. (2526). การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สมเจตน์ ไวยการณ. (2530). รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล.
ปริญญาณพนธ์ กศ.ด.(การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมชาย ชูชาติ. (2542,กันยายน). "ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์," บัณฑิตศึกษา. 3(3) : 77– 78.
- สมวงศ์ แปลงประสพโชค. (2544). การให้เหตุผล. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : Learn and Play
MATHGROUP.
- สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. (2524). 41 ปี กรมวิชาการ. กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กระทรวงศึกษาธิการ. (2535). เอกสารวิชา
คณิตศาสตร์ เล่ม 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- _____. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สถาพร สาธุการ. (2540, ภาคเรียนที่ 2). " การประยุกต์ใช้คอมพิวเตอร์มัลติมีเดียทางการศึกษา, "
ทับแก้ว. หน้า 109 – 120.
- สมัย เหล่าวานิชย์. (2525). หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สามารถ วีระสัมฤทธิ์. (2512). สมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับความสามารถทาง
การเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7. ปริญญาณพนธ์ กศ.ม.
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร. อัดสำเนา.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ :โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สุกิจ ศรีพรหม. (2541, กันยายน). "ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน," วารสารวิชาการ.
1(9) : 68 – 72.

- เสาวนีย์ สิกขามันต์. (2528). เทคนิคทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- สุภานันท์ เสถียรศรี. (2536). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินซ์นิพนธ์ กศ. ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุเทพ จันทร์สมศักดิ์. (2514). หนังสือประกอบความรู้วิชาคณิตศาสตร์ : เขต. กรุงเทพฯ : หน่วยศึกษานิเทศก์. กรมการฝึกหัดครู.
- อชิพร ศรียมก. (2529). "การประเมินผลสื่อประสม," ในชุดวิชาสื่อการสอนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น หน่วยที่ 11-15. บุชิตา รัตนไธสงต์ และอังคณา นันท์ธิพาพรรณ. หน้า 245-252. นนทบุรี : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- อารีสา นัตรกิจารุณ. (2529). รากฐานเรขาคณิตศาสตร์. สงขลา : ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย สงขลานครินทร์.
- อัจฉรา สุขารมณ และอรพินทร์ ชูชม. (2530). การศึกษาเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ. รายงานการวิจัยฉบับที่ 39. กรุงเทพฯ : สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8, Helping Children Think Mathematically*. New York : Macmillan Publishing Company.
- Bennett, Dan. (1996). *Exploring Geometry with Geometer's Sketchpad*. Berkelen, Calif : Key Curriculum Press.
- Bent, Rudyard K. (1956). "Sources of Curriculum Material," in *The High School Curriculum*, ed. Harl R. Douglass. New York : Ronald Press.
- Brandt, Ron. (1984, September). "Teaching of Thinking, for Thinking, about Thinking," *Education Leadership*. 42(1) : 3.
- Deighton, Lee C. (1971). *The Encyclopedia of Education*. Vol.9. New York : Mcmillan Co & Free Press.
- Fan, Chung – The. (1952). *Item Analysis Table*. Princeton. New Jersey : Educational Testing Service.

- Good, C.V. (1965). *Dictionary of Education*. New York : Mcgraw-Hill Book Company.
- Guilford, J.P. and Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York : McGraw-Hill.
- Inlow, Gail M. (1963). *Maturity in High School Teaching*. Englewood Califs, New Jersey : Prentice Hall, Inc.
- Johnson and Rising. (1972). *Guilines for Teaching Mathematics*. California : Wardsworth Publishing.
- Krulik, Stephen and Rudnick Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston : Allyn and Bacon, Inc.
- Lappan, Glena and Pamela W, Schram. (1989). "Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics," in *New Directions for Elementary School Mathematics*. 1989 yearbook. p. 14 - 30 Reston. Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Levin, Tamer. (1979). "Instruction Which Enable Students to Develop Higher Mental Process, in *Evaluation in Education*. Vol 3 : 174 - 220 Choppin B.H. and Postletation (e.d.) Pergamon Press Ltd.
- Leshner, Ronald E (1971, November). " A Study of Logical Thinking in Grade Four through Seven," *Dissertation Abstracts International*. 32(5) : 2487- A.
- Marcus, Marvin and Henryh Minc. (1968). *New College Algebra*. Boston : Houghton Mifflin Company.
- Minnick, John H. and Raymond, C. (1969). *Beginning Algebra*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall, Inc.
- Nickerson, Raymond S. (1984, September). "Kinds of Thinking Taught in Current Programs," *Educational Leadership*. 42(1) : 26 – 36.
- O'Daffer, Phares G. (1990 May). " Inductive and deductive Reasoning " *The mathematics Teacher*. 93(6) : 379 – 380.
- Prescott, Banial A. (1961). "Report of Conference on Child Students," *Education Bulletin*, Bangkok : Faculty of Education. Chulalongkorn University.
- Rawat, D.S. and Gupta, S.L. (1970). *Educational Wastage at the Primary Level A Handbook for Teacher*. New Delhi : SK. Kitchula at Nalanda Press.

- Ray, Charles Lear. (1979, December). "A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and Higher Level Question on Students' Abstract Reasoning and Critical Thinking in Two Non – Directive High School chemistry Classrooms," *Dissertation Abstracts International*. 40 : 3220 – A.
- Rowan, Thomas E. and Lorna J. Morrow. (1993). *Implementing the K – 8 Curriculum and Evaluation Standards Readings From the Arithmetic Teacher*. Reston Virginia : National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- The National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* : Reston Virginia. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- _____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Wesley, Edgar Bruce. (1950). *Teaching Social Studies in High School*. Boston : B.C. Heath.
- William, James Melford. (1981, October). "A Comparison Study of the Tradition Teaching Procedures on Student Attitude, Achievement, and Critical Thinking Ability in Eleventh Grade United States History," *Dissertation Abstracts International*. 42(4) : 1605 – A.
- Wilson, James W. (1971). "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," in *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. P. 643–696. Edited by Benjamin S. Bloom. U.S.A., McGraw – Hill.
- Writt, Patrick James. (1988, July). "Mathematical Problem – Solving : An Exploration of the Relationship between Strategies and Heuristics," *Dissertation Abstracts International*. 48(1) : 72 – A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล และแผนการจัดการเรียนรู้

1. รศ.ดร.ณวีวรรณ เศวตมัลย์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กรมวิชาการ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์

1. รศ.ดร.ณวีวรรณ เศวตมัลย์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กรมวิชาการ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
4. รศ.นิภา ศรีไพโรจน์
ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ภาคผนวก ข

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 1 จำนวน 30 ข้อ
2. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 2 จำนวน 5 ข้อ

ตาราง 5 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 1
 จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.58	0.28	16	0.24	0.24
2	0.54	0.84	17	0.32	0.40
3	0.52	0.64	18	0.50	0.36
4	0.54	0.84	19	0.50	0.28
5	0.40	0.56	20	0.26	0.28
6	0.36	0.72	21	0.52	0.72
7	0.40	0.72	22	0.22	0.28
8	0.48	0.56	23	0.20	0.24
9	0.28	0.24	24	0.62	0.68
10	0.52	0.96	25	0.66	0.44
11	0.38	0.44	26	0.62	0.44
12	0.58	0.84	27	0.54	0.36
13	0.52	0.88	28	0.62	0.68
14	0.36	0.28	29	0.64	0.24
15	0.50	0.20	30	0.24	0.32

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) = 0.83

ตาราง 6 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตอนที่ 2
 จำนวน 5 ข้อ

ข้อที่	p	r
1	0.36	0.47
2	0.71	0.22
3	0.66	0.25
4	0.58	0.31
5	0.63	0.26

$$\text{ความเชื่อมั่น } (r_{tt}) = 0.75$$

ภาคผนวก ค

ผลการตรวจสอบบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล

1. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง
2. ตารางคะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

ตาราง 7 คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง เซตและการให้เหตุผล ก่อนเรียนและของกลุ่มทดลอง

คนที่	คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ (30 คะแนน)		คะแนนแบบทดสอบอัตนัย (20 คะแนน)	
	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1	6	15	0	12
2	7	17	0	16
3	5	11	0	16
4	15	24	0	16
5	9	12	0	14
6	6	17	0	16
7	4	10	0	0
8	5	16	0	16
9	3	17	0	16
10	2	20	0	14
11	7	18	0	16
12	8	13	0	14
13	6	18	0	16
14	4	18	0	11
15	5	15	0	0
16	15	20	0	16
17	11	20	0	14
18	3	9	0	14

ตาราง 7 (ต่อ)

คนที่	คะแนนแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ (30 คะแนน)		คะแนนแบบทดสอบอัตนัย (20 คะแนน)	
	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ก่อนเรียน	หลังเรียน
19	3	12	0	13
20	5	17	0	13
21	4	12	0	16
22	5	10	0	16
23	7	16	0	16
24	6	14	0	14
25	8	24	0	16
26	4	16	0	14
27	8	19	0	16
28	10	15	0	16
29	11	19	0	14
30	5	10	0	10
31	3	15	0	13
32	8	16	0	10
33	11	16	0	14

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad ; \quad df = N - 1$$

$$= \frac{748}{\sqrt{\frac{(33 \times 17922) - (748)^2}{33-1}}} \quad ; \quad df = 33 - 1$$

$$= \frac{748}{\sqrt{\frac{(591426 - 559504)}{32}}} \quad ; \quad df = 32$$

$$= \frac{748}{\sqrt{\frac{31922}{32}}}$$

$$= \frac{748}{\sqrt{997.56}}$$

$$= 23.68^{**}$$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตาราง 8 คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (156 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (56 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (156 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (56 คะแนน)
1	131	45	18	133	47
2	139	47	19	132	45
3	137	46	20	137	48
4	140	54	21	141	49
5	126	45	22	133	46
6	137	45	23	142	48
7	131	46	24	138	49
8	137	46	25	146	48
9	142	47	26	140	47
10	129	49	27	138	47
11	141	47	28	137	49
12	133	46	29	137	47
13	133	48	30	134	49
14	133	47	31	139	49
15	133	49	32	135	49
16	140	50	33	138	49
17	138	47			

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N} \times 100}{A} = \frac{\frac{4500}{33} \times 100}{156} = 87.41$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B} = \frac{\frac{1570}{33} \times 100}{56} = 84.96$$

ตาราง 9 คะแนนการหาประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (65 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (55 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (65 คะแนน)	คะแนน แบบทดสอบย่อย (55 คะแนน)
1	56	47	18	61	51
2	59	52	19	62	52
3	57	48	20	56	51
4	59	52	21	62	52
5	55	46	22	61	51
6	61	51	23	62	52
7	56	51	24	61	51
8	60	50	25	56	46
9	59	52	26	58	49
10	59	52	27	60	53
11	58	51	28	61	52
12	58	46	29	62	52
13	57	47	30	56	47
14	56	46	31	62	53
15	56	46	32	55	46
16	58	47	33	61	52
17	58	51			

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100 = \frac{1938}{33} \times 100 = 90.35$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{1654}{33} \times 100 = 91.13$$

ตาราง 10 ประสิทธิภาพของบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล	เกณฑ์ 80/80	
	E_1	E_2
1. เซต	87.41	84.96
2. การให้เหตุผล	90.35	91.13
เฉลี่ย	88.88	88.05

ภาคผนวก ง

คู่มือครูบทเรียนคณิตศาสตร์

1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แผนการจัดการเรียนรู้
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

คู่มือบทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและการให้เหตุผล

บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเซตและการให้เหตุผล จัดทำขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ และเพื่ออำนวยความสะดวกในการเตรียมสอนและในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งบทเรียนคณิตศาสตร์นี้จะครอบคลุมเนื้อหา ความรู้ เรื่องเซต ที่เป็นพื้นฐานในการอธิบายเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ เช่น การให้เหตุผล ระบบจำนวนจริง ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน อันดับและอนุกรม และครอบคลุมเนื้อหาความรู้เรื่อง การให้เหตุผล ที่เป็นเนื้อหาใหม่ ที่บรรจุในหลักสูตรการศึกษาระดับพื้นฐาน พ.ศ. 2544 กลุ่มสาระคณิตศาสตร์พื้นฐาน ให้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) ทุกคนได้เรียน โดยบทเรียนคณิตศาสตร์นี้ แบ่งเป็น 2 หน่วยการเรียนรู้ คือ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล

แต่ละหน่วยการเรียนรู้นี้จะแบ่งเป็นหัวข้อย่อย ซึ่งแต่ละหัวข้อย่อยจะจัดทำในรูปแบบของรายละเอียดของเนื้อหา ใบบงาน ใบกิจกรรม และในแต่ละใบบงานและใบกิจกรรมจะมี กิจกรรมหลายลักษณะตามรายละเอียดที่ปรากฏอยู่ในแต่ละหัวข้อย่อย และมีแบบฝึกหัดปรากฏต่อจากใบบงานและใบกิจกรรม

ในการจัดการเรียนการสอนครูอาจปรับเปลี่ยนกิจกรรมและวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ตามความเหมาะสมกับเนื้อหาในแต่ละหัวข้อ โดยคำนึงถึงระดับสติปัญญา และความสามารถของผู้เรียนเป็นสำคัญ ควรให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาด้วยตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้คอยชี้แนะ และตั้งคำถามให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถาม ร่วมกันทำกิจกรรมในห้องเรียน และให้นักเรียนสรุปบทเรียนในแต่ละหัวข้อเอง โดยครูอาจเสริมแต่งบ้างตามความเหมาะสม

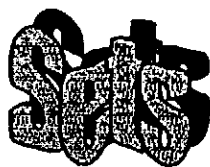
คู่มือครูบทเรียนคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. ชื่อบทเรียน
2. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ในบทเรียนจะระบุผลการเรียนรู้ที่คาดหวังรายปีตามที่ปรากฏอยู่ในหนังสือ **คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์** โดยครูจะต้องคำนึงเสมอว่า จะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไร เพื่อให้นักเรียนเกิดผลการเรียนรู้ตามที่กำหนด
3. โครงการจัดการเรียนรู้ จะระบุจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการเรียนการสอนของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ และแต่ละหัวข้อย่อยไว้โดยประมาณ ซึ่งครูอาจยืดหยุ่นได้ตามที่เห็นสมควร
4. หน่วยการเรียนรู้ประจำบทเรียนประกอบด้วย
 - ชื่อหน่วยการเรียนรู้
 - จุดประสงค์การเรียนรู้
 - เนื้อหาการเรียนรู้
 - ใบบงาน และใบกิจกรรม
 - แบบฝึกหัด / แบบเฉลย
5. แผนการจัดการเรียนรู้
6. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

บทเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง

เซตและการให้เหตุผล



Reasoning

สาระการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เซต

- เซต
- ดำเนินการของเซต
- แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ และการแก้ปัญหา

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล

- การให้เหตุผลแบบอุปนัย และนิรนัย
- การตรวจสอบความสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง



1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเซต สามารถหา ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์และ ผลต่างของเซตได้
2. เขียนแผนภาพแทนเซต และนำไปใช้ในการ แก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการหาสมาชิกของ เซตได้
3. เข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและ นิรนัยได้
4. บอกได้ว่าการอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพแทนเซต

โครงการจัดการเรียนรู้

ชื่อหน่วยการเรียนรู้	แผนการจัด การเรียนรู้ที่	เรื่อง	จำนวนชั่วโมง
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เขต	1	เขตและสมาชิกของเขต	1
	2	วิธีการเขียนเขต	1
	3	ประเภทของเขต	1
	4	รูปแบบของเขต	1
	5	สับเขตและเพาเวอร์เซต	1
	6	แผนภาพของ เวนน์ – ออยเลอร์	1
	7	การดำเนินการของเขต	2
	8	เขตกับการแก้โจทย์ปัญหา	2
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล	9	การให้เหตุผล	1
	10	การให้เหตุผลแบบอุปนัย	3
	11	การให้เหตุผลแบบนิรนัย	2
	12	การตรวจสอบ ความสมเหตุสมผล	2
รวม			18

หมายเหตุ กำหนดเวลาที่ให้ไว้นี้เป็นเวลาโดยประมาณสำหรับผู้เรียนระดับปานกลาง ส่วนผู้เรียนที่มีสติ
ปัญญาสูงหรือต่ำกว่าปานกลาง ผู้สอนอาจลดหรือเพิ่มเวลาได้ตามความเหมาะสม สำหรับผู้เรียน
ที่เรียนดีมากควรให้ค้นคว้าหรือทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เซต (Sets)



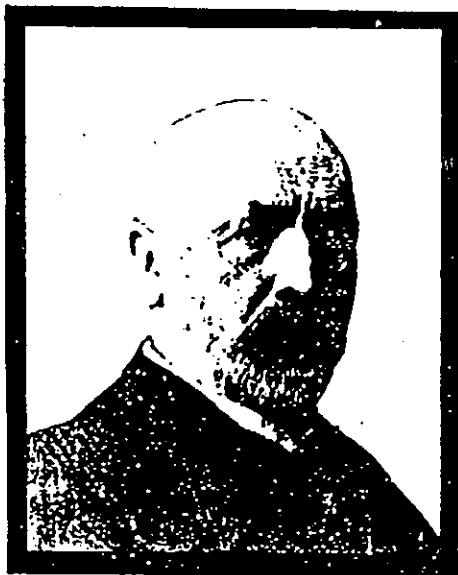
จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำหน่วยการเรียนรู้

มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้หรือไม่และสามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตที่กำหนดให้ได้
2. ใช้สัญลักษณ์ $\in, \notin$ ได้อย่างถูกต้อง
3. เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกหรือแบบบอกเงื่อนไขได้
4. บอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้เป็นเซตว่างหรือไม่
5. บอกได้ว่าเซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์
6. บอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นเซตที่เท่ากัน หรือ เซตที่เทียบเท่ากัน
7. บอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นสับเซตกันหรือไม่
8. ใช้สัญลักษณ์ $\subset, \supset$ ได้อย่างถูกต้อง
9. หาสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้
10. บอกจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้
11. หายูเนียนและอินเตอร์เซกชันระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้
12. หาคอมพลีเมนต์ของเซตที่กำหนดให้ เมื่อระบุเอกภพสัมพัทธ์ให้ได้
13. หาผลต่างระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้
14. แสดงเซตต่างๆโดยใช้แผนภาพเวนน - ออยเลอร์ และเมื่อกำหนดแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ สามารถแสดงเซตต่างๆได้
15. นำความรู้เกี่ยวกับเซตและการเขียนแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

เซต



เกออร์ก คันทอร์ (Georg Cantor)

เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมนี ในช่วงปลายศตวรรษที่ 19 ค.ศ.1845-1918 คันทอร์เกิดที่ สหภาพโซเวียต เป็นผู้ริเริ่มใช้คำว่า “เซต” และมีส่วนช่วยในการพัฒนาความรู้เรื่องเซตอย่างมาก โดยเฉพาะทางด้านทฤษฎีเซต ต่อจากนั้น นักคณิตศาสตร์จึงใช้คำนี้กันอย่างแพร่หลายซึ่งความรู้ในเรื่องเซตสามารถนำไปใช้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องอื่นๆ ต่อไปได้ เช่น การให้เหตุผล , ฟังก์ชัน, ความน่าจะเป็น ฯลฯ

เซตและสมาชิกของเซต

เซต (Sets)

จงพิจารณาว่ากลุ่มที่เราสนใจต่อไปนี้ เป็นเซตหรือไม่

- สนใจเพื่อนในห้องที่ใส่แว่นตามาโรงเรียน
- สนใจดาราที่สวยที่สุดในประเทศไทย 3 คน
- สนใจนักกีฬาฟุตบอลที่หล่อที่สุดในโลก
- สนใจผลไม้ที่อร่อยที่สุดในประเทศไทย 3 ชนิด



คำว่า "เซต" เป็นคำหนึ่งที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงการรวมกันของสิ่งต่าง ๆ เข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งอาจรวมกันเป็นหมวดหมู่ กลุ่ม กอง พวก ผุ่ง ไชยง ชุดหรือเป็นคนละ เราใช้คำว่า เซต เมื่อกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ ที่ทราบแน่นอนว่ามีสิ่งใดอยู่ในกลุ่มและสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม เช่น

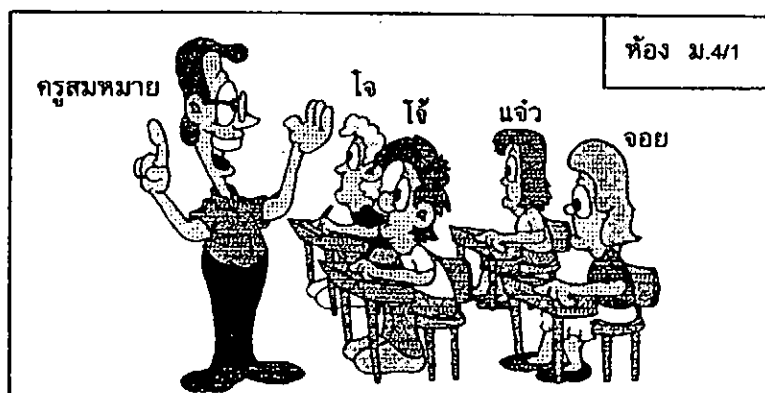
- เซตของสระในภาษาอังกฤษ หมายถึง กลุ่มของสระในภาษาอังกฤษซึ่งประกอบด้วย a,e,i,o,u
- เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์ หมายถึง กลุ่มของวันในหนึ่งสัปดาห์ซึ่งประกอบด้วย วันอาทิตย์ วันจันทร์ วันอังคาร วันพุธ วันพฤหัสบดี วันศุกร์ และวันเสาร์
- เซตของจังหวัดที่มีชื่อขึ้นต้นด้วยคำว่า "นคร" หมายถึง กลุ่มของจังหวัดที่มีชื่อขึ้นต้นด้วยคำว่า "นคร" ซึ่งประกอบด้วย นครพนม, นครราชสีมา, นครศรีธรรมราช, นครสวรรค์, นครนายก
- เซตของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 10 หมายถึง กลุ่มของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 10 ซึ่งประกอบด้วย 2, 3, 5 และ 7

ที่กล่าวมาเป็นเพียงตัวอย่างส่วนหนึ่งของสิ่งของที่ถือว่าเป็นเซต โดยทั่วไปกลุ่มของสิ่งของที่ไม่สามารถทราบได้แน่ชัดว่าสิ่งใดอยู่ในกลุ่ม เราจะไม่เรียกกลุ่มที่กล่าวถึงนี้ว่าเป็นเซต เช่น เซตของขนมที่อร่อยหรือเซตของคนดี เพราะคำว่า อร่อย และ ดี เป็นสิ่งซึ่งแต่ละคนอาจคิดเห็นไม่ตรงกัน

เรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า สมาชิก (Element) ของเซต

สมาชิกของเซต

สิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในเซตที่เรากล่าวถึง เรียกว่า สมาชิก (Element or member) ของเซตนั้น เช่น เมื่อกล่าวถึง เซตของนักเรียนในห้อง ม. 4/1



จากภาพ ให้ A เป็นเซตของนักเรียนห้อง ม.4/1

ดังนั้น เซต A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก โจ, ใจ, แจ้ว, จอย หรือกล่าวว่า โจ, ใจ, แจ้ว และ จอย เป็นสมาชิกของเซต A

ข้อสรุปข้างต้น เขียนโดยใช้สัญลักษณ์ “ $\in$ ” แทนคำว่า “เป็นสมาชิกของ” หรือ “อยู่ใน”
ได้ดังนี้ โจ $\in A$, ใจ $\in A$, แจ้ว $\in A$, และ จอย $\in A$

และโดยที่ ครูสมหมายไม่ใช่ นักเรียน จึงกล่าวได้ว่า ครูสมหมายไม่ใช่สมาชิกของ A เขียนเป็น
สัญลักษณ์ได้ดังนี้ ครูสมหมาย $\notin A$



จากตัวอย่างจะเห็นว่า เซต A มีสมาชิก 4 ตัว เราใช้ $n(A)$ เพื่อบอกจำนวนสมาชิกของเซต A
นั่นคือ $n(A) = 4$

ข้อตกลงที่เกี่ยวกับเซต

- โดยทั่ว ๆ ไป เรานิยมใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ $A, B, C, \dots, Z$ แทนชื่อของเซต
เช่น A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่หาร 20 ลงตัว
สมาชิกของ A ได้แก่ 1, 2, 4, 5, 10 และ 20
และนิยมใช้สัญลักษณ์ของอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก $a, b, c, \dots, z$ แทนสมาชิกของเซต
- สัญลักษณ์แทนเซตของจำนวนต่างๆ

I แทน เซตของจำนวนเต็ม	N แทน เซตของจำนวนนับ
I^+ แทน เซตของจำนวนเต็มบวก	P แทน เซตของจำนวนเฉพาะ
I^- แทน เซตของจำนวนเต็มลบ	R แทน เซตของจำนวนจริง
Q แทน เซตของจำนวนตรรกยะ	R^+ แทน เซตของจำนวนจริงบวก
Q' แทน เซตของจำนวนอตรรกยะ	R^- แทน เซตของจำนวนจริงลบ

ใบงานที่ 1



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น.....

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้หรือไม่
2. บอกจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้
3. ใช้สัญลักษณ์ $\in$, $\notin$ ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเติมคำในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. ให้บอกสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1.1 เซตของสัญชาติไทย มีสมาชิก ตัว

คือ.....

1.2 เซตของเดือนในรอบปีที่ลงท้ายด้วย “ยน” มีสมาชิก ตัว

คือ.....

1.3 เซตของพยัญชนะของคำว่า “คณิตศาสตร์” มีสมาชิก ตัว

คือ.....

1.4 เซตของจำนวนคู่ที่มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 30 มีสมาชิก ตัว

คือ.....

2. ให้เขียนคำอ่านแทนสัญลักษณ์ต่อไปนี้

2.1 $x \in A$ อ่านว่า

2.2 $x \notin A$ อ่านว่า

2.3 $a \in A$ อ่านว่า

2.4 $x \notin A$ อ่านว่า

3. x เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย

4. x ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย

5. x เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วย



วิธีการเขียนเซต



การกล่าวถึงเซตใดเซตหนึ่ง นอกเหนือจากการบรรยายลักษณะของสมาชิกในเซตนั้น ดังที่กล่าวมาแล้ว เรามีวิธีการเขียนเซตในรูปแบบสัญลักษณ์ ซึ่งเขียนได้ 2 แบบ คือ

1. แบบแจกแจงสมาชิก (Tabular Form) เป็นวิธีการเขียนเซต โดยเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตอยู่ในเครื่องหมายปีกกา “{ }” และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 100 ที่หารด้วย 10 ลงตัว เขียนแทนด้วย

$$A = \{ 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 \}$$

ในกรณีที่เซตนั้นมีสมาชิกมากตัว จนไม่สะดวกที่จะเขียนให้ครบทุกตัว เราจะใช้สัญลักษณ์ “...” เพื่อแสดงว่า มีสมาชิกตัวอื่น ๆ ในเซตอีก ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ B เป็นเซตของอักษรภาษาอังกฤษ a ถึง z เขียนแทนด้วย

$$B = \{ a, b, c, d, \dots, z \}$$

ในกรณีที่เซตนั้นมีสมาชิกมากมายนับไม่ถ้วน ไม่สามารถแจกแจงสมาชิกได้ครบทุกตัว เราจะใช้สัญลักษณ์ “...” เพื่อแสดงว่า มีสมาชิกต่อไปอีกเรื่อย ๆ ไม่มีที่สิ้นสุด ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ C เป็นเซตของจำนวนเต็มคู่ เขียนแทนด้วย

$$C = \{ \dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots \}$$

ข้อตกลง 1. การเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกจะเขียนสมาชิกแต่ละตัวเพียงครั้งเดียวเท่านั้น นั่นคือสมาชิกแต่ละตัวที่เราแจกแจงจะต้องไม่ซ้ำกัน เช่น เซตของพยัญชนะในคำว่า “กรรมกร” คือ { ก, ร, ม }

2. การแจกแจงสมาชิก ตำแหน่งของสมาชิกแต่ละตัวไม่มีความสำคัญ นั่นคือ สมาชิกที่แจกแจงอาจสลับตำแหน่งกันได้ โดยยังถือว่าเป็นเซตเดียวกันอยู่ เช่น { 1, 2 } และ { 2, 1 }

2. แบบบอกเงื่อนไข (Builder Form) เป็นวิธีการเขียนเซต โดยใช้ตัวแปรแทนสมาชิกทุกตัวของเซต และหลังตัวแปร มีเครื่องหมาย “|” ตามด้วยการบรรยายสมบัติของสมาชิกที่อยู่ในรูปของตัวแปร เช่น $A = \{ x \mid x \text{ เป็นสระในภาษาอังกฤษ} \}$ อ่านว่า A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก x โดยที่ x เป็นสระในภาษาอังกฤษ เครื่องหมาย “|” อ่านว่าโดยที่

ตัวอย่างที่ 4 กำหนดให้ $A = \{ 2, 4, 6, 8, \dots \}$

เขียนแบบบอกเงื่อนไขได้คือ $A = \{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มคู่} \}$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ $B = \{ -4, 4 \}$

เขียนแบบบอกเงื่อนไขได้คือ $A = \{ x \mid x \in I \text{ และ } x^2 = 16 \}$

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้ $C = \{ ก, ข, ช, ค, \dots, ฮ \}$

เขียนแบบบอกเงื่อนไขได้คือ $C = \{ x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะในภาษาไทย} \}$



ใบงานที่ 2



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น.....

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. เขียนเขตแบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไขได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเขตแบบแจกแจงสมาชิก และแบบบอกเงื่อนไขมาอย่างละ 4 ข้อ

เขตแบบแจกแจงสมาชิก

1.
2.
3.
4.

เขตแบบบอกเงื่อนไข

1.
2.
3.
4.

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.1



(1) ข้อความต่อไปนี้เป็นการใช้เซตถูกต้องหรือไม่พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. เซตของจำนวนจริง

2. เซตของคนอ้วน

3. เซตของชื่อจังหวัดที่อยู่ในภาคใต้ของประเทศไทย

4. เซตของประเทศที่มีพรมแดนติดต่อกับประเทศไทย

5. เซตของจำนวนจริงที่หาร 50 ลงตัว

6. เซตของผลไม้ที่อร่อย

7. เซตของคาราที่แสดงเก่งที่สุดในประเทศไทย

8. เซตของภาพเขียนที่สวยงาม

(2) จงหาจำนวนสมาชิกของเซตต่อไปนี้

1. $\{abcd\}$

2. $\{a, bc, xyz\}$

3. $\{1, 2, 2, 3, 3, 3\}$

4. $\{\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$

5. $\{1, 2, 3, \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, 6\}$

6. $\{x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะในคำว่า "กรรมกร"}\}$

7. $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 10 และ 20}\}$

8. $\{x \mid x \in I \text{ และ } -2 \leq x \leq 6\}$

9. $\{x \mid x^2 + 1 = 0\}$

(3) จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1. เซตของสระในคำว่า "mathematics"

2. เซตของสี่รูกินน้ำ

3. เซตของจำนวนจริง x ที่สอดคล้องกับสมการ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

4. เซตของจำนวนเต็มลบที่มากกว่า -5

5. $\{x \mid x \in \mathbb{I}\}$

6. $\{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } -2 \leq x < 6\}$

7. $\{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x^2 = 49\}$

8. $\{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x^2 - 11x + 28 = 0\}$

(4) จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไข

1. $A = \{0, 2, 4, \dots, 100\}$

2. $B = \{-2\}$

3. $C = \{-1, -3, -5, -7, -9\}$

4. $D = \{0, 5, -5, 10, -10, \dots, 100, -100\}$

5. $E = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

6. $F = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$

7. $G = \{\text{กุมภาพันธ์}\}$

8. $H = \{\text{นครพนม, นครราชสีมา}\}$

ประเภทของเซต

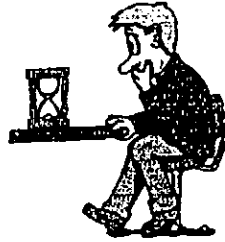
1. เซตว่าง (Empty or Null Set)

พิจารณาเซตต่อไปนี้

$$A = \{ x \mid x \in I \text{ และ } x^2 + 1 = 0 \}$$

$$B = \{ x \mid x \in N \text{ และ } x < 1 \}$$

$$C = \{ x \mid x \in N \text{ และ } x^2 < 0 \}$$



สำหรับเซต A เราไม่สามารถแทน x ด้วยจำนวนเต็มใดแล้วทำให้สมการเป็นจริงได้ เช่นเดียวกับเซต B และ เซต C ก็ไม่สามารถแทน x ด้วยจำนวนนับใดแล้วทำให้สมการเป็นจริงได้
เราเรียก เซต A, เซต B และ เซต C ว่า เซตว่าง

เซตว่าง คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกเลย หรือจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ ใช้สัญลักษณ์ $\{ \}$ หรือ ϕ
แทนเซตว่าง (ϕ อ่านว่า Phi)



2. เซตจำกัด (Finite Sets)

พิจารณาจากเซตต่อไปนี้

$$A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

$$B = \{ x \mid x^2 + 9x + 20 = 0 \}$$

จะเห็นได้ว่า เซต A มีสมาชิก 4 ตัว คือ 2, 4, 6 และ 8

เซต B มีสมาชิก 2 ตัว คือ -4 และ -5

เราเรียก เซต A และเซต B ว่า เซตจำกัด

เซตจำกัด คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใดๆ หรือศูนย์

3. เซตอนันต์ (Infinite Sets)

พิจารณาเซตต่อไปนี้

$$A = \{ 2, 4, 6, \dots \}$$

$$B = \{ x \mid x \in I \text{ และ } x < 0 \}$$

$$C = \{ x \mid x \in R \}$$

จะเห็นได้ว่า เซต A, B และ C มีจำนวนสมาชิกล้นนับได้ไม่สิ้นสุด

เราเรียก เซต A, B และ C ว่า เซตอนันต์



เซตอนันต์ คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

 ใบงานที่ 3

ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น.....

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้เป็นเซตว่างหรือไม่
2. บอกได้ว่าเซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนเซตว่าง เซตจำกัด และเซตอนันต์ มาอย่างละ 4 เซต

เซตว่าง

1.
2.
3.
4.

เซตจำกัด

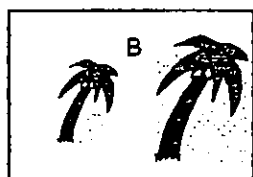
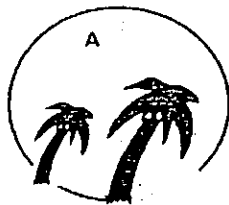
1.
2.
3.
4.

เซตอนันต์

1.
2.
3.
4.

ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

1. เซตที่เท่ากัน (Equal Sets)



จากภาพจะเห็นว่า เซต A และ เซต B มีสมาชิกเหมือนกัน คือ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และ สมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A กรณีเช่นนี้เรียกว่าเซต A เท่ากับ เซต B เขียนแทนด้วย $A = B$

เซต A จะเท่ากับ เซต B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว

เช่น $A = \{ a, i, o \}$ และ $B = \{ o, a, i \}$

จะได้ว่า $A = B$ (เซตทั้งสองนี้มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว แม้ลำดับของสมาชิกจะต่างกันถือว่าเซตทั้งสองคือเซตเดียวกัน)

$A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$

$B = \{ x \mid x \in I \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคู่ที่น้อยกว่า } 10 \}$

จะได้ว่า $A \neq B$ (B มี $\{ \dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8 \}$ เป็นสมาชิก ส่วน A มี 2, 4, 6, และ 8 เป็นสมาชิก)

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดให้ $A = \{ 1, 3, 5 \}$, $B = \{ 1, 5, 3 \}$ และ $C = \{ 3, 5 \}$

จะได้ว่า $A \neq C$ เพราะ เซตทั้งสองไม่มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว

$A = B$ เพราะ

$B \neq C$ เพราะ

2. เซตที่เทียบเท่ากัน (Equivalent Sets)



จากภาพจะเห็นว่า เซต A และ เซต B มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน หรือ สมาชิกของเซตทั้งสองสามารถจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

กรณีเช่นนี้เรียกว่า เซต A เทียบเท่า เซต B เขียนแทนด้วย $A \leftrightarrow B$

เซต A จะเทียบเท่ากับ เซต B ก็ต่อเมื่อ จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับจำนวนสมาชิกของ เซต B หรือสมาชิกสามารถจับคู่กันได้แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

เช่น $A = \{ 1, 2, 3 \}$

$\updownarrow \updownarrow \updownarrow$

$B = \{ 1, 3, 5 \}$

ดังนั้น $A \neq B$ แต่ $A \leftrightarrow B$ เพราะ $n(A) = 3 = n(B) = 3$

ใบงานที่ 4



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น.....

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. บอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่

คำชี้แจง ให้นักเรียนบอกว่าเซตคู่ใดเท่ากัน โดยใช้สัญลักษณ์ = หรือ $\neq$

ตัวอย่าง $A = \{ a, b, c, d \}$, $B = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

ดังนั้น $A \neq B$

1. $A = \{ 0, 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 1, 3, 0, 2 \}$

ดังนั้นเพราะ.....

2. $A = \{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มคู่ที่น้อยกว่า } 10 \}$, $B = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$

ดังนั้นเพราะ.....

3. $A = \{ a, b, c, \dots, z \}$, $B = \{ 1, 2, 3, \dots, 26 \}$

ดังนั้นเพราะ.....

4. $A = \{ 7, 14, 21, \dots, 343 \}$, $B = \{ x \mid x = 7n \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนนับที่น้อยกว่า } 50 \}$

ดังนั้นเพราะ.....

5. $A = \{ x \mid x \text{ แทนพยัญชนะในคำว่า " มรรคา " } \}$

$B = \{ x \mid x \text{ แทนพยัญชนะในคำว่า " รากไม้ " } \}$

ดังนั้นเพราะ.....

6. $A = \{ 1, 2 \}$, $B = \{ 1, 1, 2, 2, 2 \}$

ดังนั้นเพราะ.....

7. $A = \{ \text{มังคุด, เงาะ, ทุเรียน} \}$, $B = \{ \text{เงาะ, มังคุด, ทุเรียน, กัลย} \}$

ดังนั้นเพราะ.....

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.2



(1) เซตในแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นเซตว่างหรือไม่ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. $\{x \mid x \in I \text{ และ } x+x = x-x\}$

2. $\{x \mid x \in I \text{ และ } x \geq 2x\}$

3. $\{x \mid x \in I \text{ และ } x^2 \leq 0\}$

4. $\{x \mid x \in R \text{ และ } x^2+x+1 = 0\}$

5. $\{x \mid x \in I \text{ และ } 0 < x < 1\}$

6. $\{x \mid \sqrt{x^2} = x\}$

7. $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง } 3 \text{ และ } 4\}$

8. $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ และ } 3x - 4 = 2\}$

9. $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย } 2 \text{ ลงตัว และ } x+2 = 2\}$

(2) จงพิจารณาว่าเซตต่อไปนี้ เซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์ พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

1. $\{0, \{0\}, \{\{0\}\}, \{\{\{0\}\}\}, \dots\}$

2. $\{R\}$ โดยที่ R แทนเซตของจำนวนจริง

3. $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$

4. เซตของพลเมืองในประเทศไทยในขณะนี้

5. เซตของจำนวนเต็มที่หาร 0 ลงตัว

6. $\{x \mid x \in I \text{ และ } x^2 < 0\}$

7. $\{x | x \in I \text{ และ } -6 < x < 7\}$

8. $\{x | x \in I^+ \text{ และ } x^2 = 5\}$

9. $\{x | x \in I \text{ และ } 2x^2 + 5x + 2 = 0\}$

(3) จงจับคู่เซตที่เท่ากันระหว่างเซตในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

กลุ่มที่ 1

$$A = \{x | x \in I \text{ และ } x^2 = 4\}$$

$$B = \{x | x \in I \text{ และ } x = \sqrt{4}\}$$

$$C = \{x | x \in I \text{ และ } x = -\sqrt{4}\}$$

$$D = \{y | y \in R \text{ และ } y^2 + 5 = 0\}$$

$$E = \{p | p \in I \text{ และ } 3p^2 - 5p - 2 = 0\}$$

$$F = \{n | n \in N \text{ และ } 3n < 40\}$$

$$G = \{x | x \text{ เป็นพยัญชนะในคำว่า "สุดสววย"}\}$$

$$H = \{x | x \text{ เป็นพยัญชนะในคำว่า "สายสวาท"}\}$$

กลุ่มที่ 2

$$M = \{\text{ส, ย, ว, ท}\}$$

$$N = \{2, -2\}$$

$$O = \{-\frac{1}{3}, 2\}$$

$$P = \{1, 2, 3, \dots, 13\}$$

$$Q = \{\text{ส, ค, ว, ย}\}$$

$$R = \{\}$$

$$S = \{2\}$$

$$T = \{-2\}$$

(4) จงพิจารณาว่าเซตใดต่อไปนี้ เป็นเซตที่เทียบเท่ากัน

$$A = \{x | x \in I^+\}$$

$$B = \{x | x \in I^-\}$$

$$C = \{1, 3, 9\}$$

$$D = \{m, n, o, p\}$$

$$E = \{x | x \in I^+ \text{ และ } x^2 < 16\}$$

$$F = \{x | x \in I \text{ และ } x^2 = 16\}$$

$$G = \{3, 6, 9, 12\}$$

$$H = \{\text{ลิ้นจี่, มังคุด}\}$$

สับเซต (Subsets)

พิจารณา $A = \{ 1, 2 \}$

$B = \{ 1, 2, 3 \}$

$C = \{ 3, 4 \}$

$D = \{ x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 2 < x < 7 \}$

จะเห็นได้ว่า สมาชิกทุกตัวของเซต A คือ 1 และ 2 ซึ่งต่างก็เป็นสมาชิกของเซต B

และสมาชิกทุกตัวของเซต C คือ 3 และ 4 ซึ่งต่างก็เป็นสมาชิกของเซต D

ในกรณีเช่นนี้เรียก A ว่าเป็นสับเซตของ B และเรียก C ว่าเป็นสับเซตของ D

นิยาม เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B
เซต A เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกของ A อย่างน้อยหนึ่งตัวที่ไม่เป็นสมาชิกของ B เซต

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

เช่น $A = \{ 1, 2 \}$, $B = \{ 1, 3, 4 \}$, $C = \{ 2, 3, 4 \}$

จะได้ว่า $A \not\subset C$ เพราะ $1 \in A$ แต่ $1 \notin C$

$B \not\subset C$ เพราะ $1 \in B$ แต่ $1 \notin C$

ตัวอย่างที่ 8 1) ถ้า $A = \{ 5, 7, 9, 11, 13, 15 \}$, $B = \{ 2, 3, 5 \}$

ดังนั้น $B \not\subset A$ เพราะ.....

2) ถ้า $A = \{ 5, 2, 3 \}$, $B = \{ 2, 3, 5 \}$

ดังนั้น $A \subset B$ เพราะ

นอกจากนี้จะได้ว่า $B \subset A$ ด้วย เพราะสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ A เมื่อเงื่อนไขทั้งสองเป็นจริงพร้อมกัน จะได้ว่า $A = B$

นั่นคือ $A \subset B$ และ $B \subset A$ แล้ว $A = B$

3) ถ้า $A = \{ 5, 7, 9, 11, 13, 15 \}$, $B = \{ 7, 13, 15 \}$

ดังนั้น $B \subset A$ เพราะ

แต่สมาชิกบางตัวของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B

นั่นคือ $B \neq A$ เราเรียกเซต B ว่าเป็นสับเซตแท้ของ A

นิยาม เซต A เป็นสับเซตแท้ของเซต B ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ และ $A \neq B$

การหาจำนวนสับเซต

กำหนดให้ $A = \phi$

สับเซตทั้งหมดของเซต A คือ ϕ

$\therefore$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A เท่ากับ 1 เซต

$B = \{ 1 \}$

สับเซตทั้งหมดของเซต B คือ $\{ 1 \}, \phi$

$\therefore$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต B เท่ากับ 2 เซต

$C = \{ 2, 4 \}$

สับเซตทั้งหมดของเซต C คือ $\{ 2 \}, \{ 4 \}, \{ 2, 4 \}, \phi$

$\therefore$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต C เท่ากับ 4 เซต

$D = \{ a, b, c \}$

สับเซตทั้งหมดของเซต D คือ $\{ a \}, \{ b \}, \{ c \}, \{ a, b \}, \{ a, c \},$
 $\{ b, c \}, \{ a, b, c \}, \phi$

$\therefore$ จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต D เท่ากับ 8 เซต

เราจะได้ว่า ในการหาสับเซตทั้งหมดของเซตที่กำหนดให้ หาได้โดยเขียนเซตทั้งหมดที่ประกอบด้วยสมาชิก ของเซตที่กำหนดให้ และเซตว่าง

สรุป ถ้าเซต A เป็นเซตจำกัดใดๆ ที่มีจำนวนสมาชิก n ตัว แล้ว จำนวนสับเซตของเซต A จะเท่ากับ 2^n เซต เสมอ และถ้า $n(A) = n$ แล้ว จำนวนสับเซตแท้ของเซต A เท่ากับ $2^n - 1$ เซต

สมบัติเกี่ยวกับสับเซตบางประการที่น่าสนใจ

เมื่อ A, B, C เป็นเซตใด ๆ

1. เซตทุกเซตเป็นสับเซตของตัวเอง คือ ถ้า A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $A \subset A$
2. เซตว่างเป็นสับเซตของเซตทุกเซต คือ ถ้า A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $\phi \subset A$
3. ให้ A, B, C เป็นเซต ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
 เรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการถ่ายทอด (Transitive property)
4. $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \subset C$
5. $A \subset B$ และ $B \subset A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$



ใบงานที่ 5



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น

- จุดประสงค์การเรียนรู้
- 1. บอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นสับเซตกันหรือไม่
 - 2. ใช้สัญลักษณ์ $\subset, \not\subset$ ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- กำหนดให้
- $A = \{ \text{นก} \}$
 - $B = \{ 5, 6 \}$
 - $C = \{ a, b, c, d \}$
 - $D = \{ \text{ส้ม, มังคุด, เงาะ} \}$

- 1). จากสิ่งที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้
- 1.1 เซต A มีสับเซตทั้งหมด เซต คือ.....
 - 1.2 เซต B มีสับเซตทั้งหมด เซต คือ.....
 - 1.3 เซต C มีสับเซตทั้งหมด เซต คือ.....
 - 1.4 เซต D มีสับเซตทั้งหมด เซต คือ.....

- 2). จากสิ่งที่กำหนดให้ จงเติมเครื่องหมาย $\subset, \not\subset$ ให้ถูกต้อง
- 2.1 $\{ a \}$ C
 - 2.2 $\{ \text{ส้ม, เงาะ} \}$ A
 - 2.3 $\{ 5, 9 \}$ B
 - 2.4 $\{ \text{นก} \}$ A
 - 2.5 $\{ \}$ D

เพาเวอร์เซต (Power sets)

กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$

จะได้สับเซตทั้งหมดของ A คือ $\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

เซตของสับเซตทั้งหมดของ A คือ $\{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

เราเรียกเซตของสับเซตทั้งหมดของ A ว่า เพาเวอร์เซตของ A

นิยาม ให้ A เป็นเซตจำกัดใด ๆ เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เพาเวอร์เซตของเซต A เขียนแทนด้วย $P(A)$

ตัวอย่างที่ 9 ให้ $A = \phi$

สับเซตทั้งหมดของ A คือ ϕ

$$\therefore P(A) = \{\phi\}$$

$$B = \{1, \{2, 3\}\}$$

สับเซตทั้งหมดของ B คือ $\{1\}, \{\{2, 3\}\}, \{1, \{2, 3\}\}, \phi$

$$\therefore P(B) = \{\{1\}, \{\{2, 3\}\}, \{1, \{2, 3\}\}, \phi\}$$

ข้อสังเกต ถ้า A เป็นเซตจำกัด มีสมาชิก n ตัว

จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A มี 2^n เซต

ดังนั้น จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับ 2^n เซต

สมบัติเกี่ยวกับเพาเวอร์เซตบางประการที่น่าสนใจ

เมื่อ A, B, C เป็นเซตใด ๆ

1. $x \in P(A)$ ก็ต่อเมื่อ $x \subset A$
2. สำหรับทุกเซต A จะได้ว่า $\phi \in P(A)$ และ $\phi \subset P(A)$ ด้วย
3. $P(A) \neq \phi$ สำหรับทุก ๆ เซต A
4. $P(\phi) = \{\phi\}$
5. $A \in P(A)$
6. $A \subset B$ ก็ต่อเมื่อ $P(A) \subset P(B)$
7. ถ้า A เป็นเซตจำกัด ซึ่ง $n(A) = n$ แล้ว $n(P(A)) = 2^n$
8. ถ้า A เป็นเซตอนันต์ แล้ว $P(A)$ จะเป็นเซตอนันต์

ใบงานที่ ๕



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. หาสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้
2. บอกจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้

กำหนดให้ $M = \{ x, y, c \}$

$N = \{ 2, 4 \}$

$O = \{ 5 \}$

$P = \phi$

คำชี้แจง จงบอกจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตที่กำหนดให้พร้อมทั้งเขียนสมาชิกของเพาเวอร์เซตทั้งหมด

1. เพาเวอร์เซตของเซต M มีสมาชิกเซต

คือ

2. เพาเวอร์เซตของเซต N มีสมาชิกเซต

คือ

3. เพาเวอร์เซตของเซต O มีสมาชิกเซต

คือ

4. เพาเวอร์เซตของเซต P มีสมาชิกเซต

คือ

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.3



- (1) จงจับคู่เซตทางซ้ายมือกับเซตทางขวามือที่เป็นสับเซตกันให้ถูกต้อง พร้อมทั้งเขียนเป็นสัญลักษณ์การเป็นสับเซตกัน

$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$	$I = \{ \text{ร้อยเอ็ด, กาฬสินธุ์, สระบุรี} \}$
$B = \{ \text{เสาร์, อาทิตย์} \}$	$J = \{ \text{มิด, หม้อ, กระทะ} \}$
$C = \{ \text{ร้อยเอ็ด} \}$	$K = \{ \text{สุนัข, นก, ปลา, แมว} \}$
$D = \{ \text{เงาะ, ทูเรียน} \}$	$L = \{ \text{มกราคม, กุมภาพันธ์, มีนาคม, ..., ธันวาคม} \}$
$E = \{ \text{ปลา, แมว} \}$	$M = \{ 3, 4, 5 \}$
$F = \{ \text{มิถุนายน, กันยายน} \}$	$N = \{ \text{อาทิตย์, จันทร์, อังคาร, ..., เสาร์} \}$
$G = \{ \text{มิด} \}$	$O = \{ \text{ญี่ปุ่น, อเมริกา, สิงคโปร์, ลาว} \}$
$H = \{ \text{ญี่ปุ่น, สิงคโปร์, ลาว} \}$	$P = \{ \text{ส้ม, เงาะ, ทูเรียน, แดงโม} \}$

- (2) จงหาสับเซตทั้งหมดของเซตต่อไปนี้

- $\{ 1 \}$ สับเซตทั้งหมดของเซต $\{ 1 \}$ คือ _____
- $\{ 1, 3 \}$ สับเซตทั้งหมดของเซต $\{ 1, 3 \}$ คือ _____
- $\{ -1, 0, 1 \}$ สับเซตทั้งหมดของเซต $\{ -1, 0, 1 \}$ คือ _____

- (3) จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

- $P(\phi)$ _____
- $P(\{ \phi \})$ _____
- $P(\{ 1, \{ 1, 2 \} \})$ _____

- (4) พิจารณาข้อต่อไปนี้เป็นถูก หรือ ผิด เมื่อกำหนดให้ $A = \{ \phi, \{ 1 \}, 2, \{ 3 \}, \{ 1, 3 \} \}$

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1. $\phi \in P(A)$ | 5. $\{ 1 \} \in P(A)$ |
| 2. $\{ \phi \} \in P(A)$ | 6. $\{ \{ 1, 3 \} \} \in P(A)$ |
| 3. $\{ \{ 2 \} \} \in P(A)$ | 7. $\{ 2 \} \in P(A)$ |
| 4. $\{ 1, 3 \} \in P(A)$ | 8. $A \in P(A)$ |

(5) ถ้า $A = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{\phi\}\}$, $B = \{\{1\}, \{2\}, 3, \{1, 2, 3\}, \phi\}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1. $\phi \in A$ | 9. $\{1, \{3\}, 2\} \subset A$ |
| 2. $\phi \in B$ | 10. $\{\{1\}, \{2\}, 3\} \subset B$ |
| 3. $\{\phi\} \subset A$ | 11. $\{1, 2\} \subset A$ |
| 4. $\{\phi\} \in B$ | 12. $\{\{1\}, \{2\}\} \subset A$ |
| 5. $\phi \subset B$ | 13. $\{1, 2\} \in A$ |
| 6. $A \subset A$ | 14. $\{\{\phi\}\} \in B$ |
| 7. $\{1, 2, 3\} \subset A$ | 15. $\{\{2\}\} \in A$ |
| 8. $\{1, 2, 3\} \in B$ | 16. $\{\{1, 2\}, \{\phi\}\} \in A$ |

(6) กำหนดให้ $A = \{a, b, \{c\}, d\}$, $B = \{a, b\}$

จงเขียนสัญลักษณ์ $\in$, $\notin$, $\subset$ หรือ $\not\subset$ ที่เหมาะสมลงในช่องว่างของแต่ละข้อต่อไปนี้

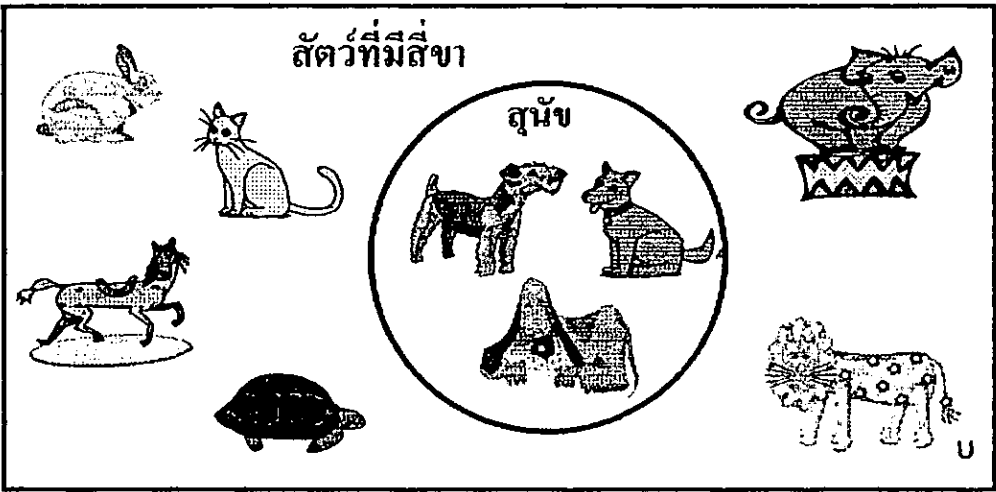
- | | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| 1. a B | 10. c B |
| 2. B B | 11. $\{\{c\}\}$ $P(A)$ |
| 3. ϕ B | 12. B $P(A)$ |
| 4. $\{a\}$ $P\{B\}$ | 13. $\{\phi\}$ $P(A)$ |
| 5. $\{c\}$ A | 14. $\{a, b, \phi\}$ $P(A)$ |
| 6. A B | 15. $\{\phi\}$ $P(B)$ |
| 7. $\{a, b\}$ B | 16. $\{d\}$ $P(A)$ |
| 8. ϕ $P(B)$ | 17. $\{a, d\}$ A |
| 9. B A | 18. $\{a, \{c\}\}$ A |

แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ (Venn - Euler Diagram)

เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe)

โดยทั่วไปการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์มักจะจำกัดขอบเขตของสิ่งที่เราต้องการศึกษา เช่น ในระดับประถมศึกษา การศึกษาเรื่องระบบจำนวนจะจำกัดขอบเขตเฉพาะจำนวนตรรกยะบวกและศูนย์ แต่ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น การศึกษาเรื่องระบบจำนวนจะเปลี่ยนแปลงขอบเขตเป็นจำนวนจริง ขอบเขตสิ่งที่เราต้องการศึกษาเช่นนี้เรียกว่า “ เอกภพสัมพัทธ์ ”

นิยาม เอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตที่กำหนดขอบเขตของสิ่งที่เราต้องการศึกษา ซึ่งถือว่าเป็นเซตที่ใหญ่ที่สุด โดยมีข้อตกลงว่า ต่อไปจะกล่าวถึงแต่ สมาชิกของเซตนี้เท่านั้น จะไม่มีการกล่าวถึงสิ่งใดที่ไม่เป็นสมาชิกของเซตนี้ ใช้สัญลักษณ์ U แทนเอกภพสัมพัทธ์



จากแผนภาพข้างบน กำหนดให้ U เป็นเซตของสัตว์ที่มีสี่ขา
จะเห็นว่าเซตอื่น ๆ ที่เราพิจารณาต้องเป็นเป็นสับเซตของ U เช่น

- A = { ช้าง }
- B = { กระต่าย, แมว, สุนัข }
- C = { เต่า, กระต่าย }
- D = { แมว, ม้า, เต่า, สิงโต }

ถ้า U เป็นเซตของชื่อเดือนใน 1 ปี ผู้เรียนลองยกตัวอย่างเซตอื่น ๆ ที่เป็นสับเซตของ U

.....

.....

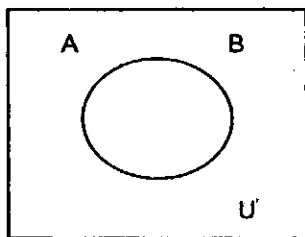
.....

การเขียน แผนภาพของเวนน – ออยเลอร์

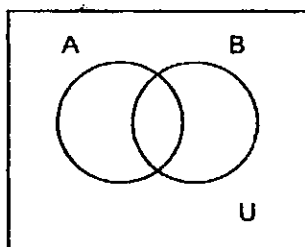


เพื่อให้การศึกษาเกี่ยวกับเซตง่าย และเข้าใจยิ่งขึ้น จึงมีการใช้แผนภาพแทนเซต ชื่อของแผนภาพนี้มาจากชื่อนักคณิตศาสตร์สองท่าน คือนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ จอห์น เวนน (John Venn พ.ศ. 2377 – 2466) และนักคณิตศาสตร์ชาวสวิสเซอร์แลนด์ เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler พ.ศ. 2377 – 2466) ซึ่งเป็นผู้คิดแผนภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซต จึงเรียกแผนภาพดังกล่าวว่า **แผนภาพของเวนน – ออยเลอร์**

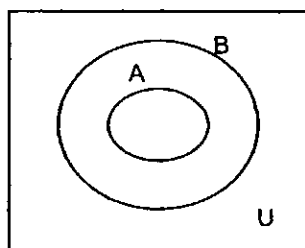
การเขียนแผนภาพมักจะแทนเอกภพสัมพัทธ์ (U) ด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือรูปปิดใดๆ และเขียนแทนเซต A, B, C ใดๆ ที่เป็นสับเซตของ U ด้วยวงกลม วงรี หรือรูปที่มีพื้นที่จำกัดใดๆ ภายในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ถ้า A และ B เป็นสับเซตของ U จะเขียนแสดงแผนภาพแทนความสัมพันธ์ระหว่าง A และ B ในกรณีต่างๆ ดังนี้



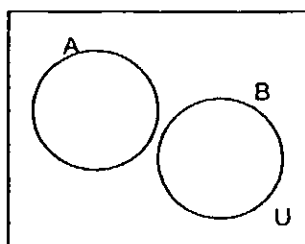
แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $A = B$
($A \subset B$ และ $B \subset A$)



แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ A และ B มีสมาชิกซ้ำกันบางส่วน แต่ $A \not\subset B$ และ $B \not\subset A$



แผนภาพแสดงเซต A และ B โดยที่ $A \subset B$ และ $A \neq B$
(A เป็นสับเซตแท้ของ B)



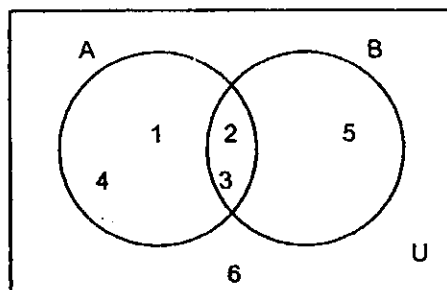
แผนภาพแสดงเซต A และ B ซึ่งเป็นสับเซตของ U และเป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย

ตัวอย่างที่ 10 กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$$A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$$

$$B = \{ 2, 3, 5 \}$$

จงเขียนแผนภาพของเวนน์ ออยเลอร์แทนเซตที่กำหนดให้



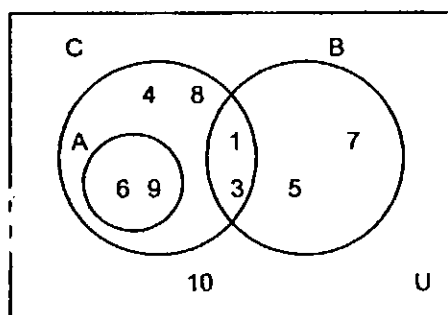
ตัวอย่างที่ 11 กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$

$$A = \{ 6, 9 \}$$

$$B = \{ 1, 3, 5, 7 \}$$

$$C = \{ 1, 3, 4, 6, 8, 9 \}$$

จงเขียนแผนภาพของเวนน์ ออยเลอร์แทนเซตที่กำหนดให้



ใบงานที่ 7



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. เขียนแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์ จากเซตที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงเขียนแสดงแผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์

1. A เป็นสับเซตของ B และ B กับ C ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

2. A เป็นสับเซตแท้ของ C, B เป็นสับเซตแท้ของ C, A กับ B ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

3. $U = \{ 1, 3, 4, 5, 7, 9 \}$, $A = \{ 1, 4, 5, 7 \}$, $B = \{ 4, 5, 9 \}$

4. $U = \{ 1, 2, 3, \dots, 8 \}$, $A = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 7 \}$, $B = \{ 2, 3, 4, 5 \}$, $C = \{ 1, 2, 3 \}$

การดำเนินการของเซต (Operation of Set)

การดำเนินการของจำนวนที่เราคุ้นเคย และรู้จักมานานแล้วได้แก่ การบวก, การลบ, การคูณ และการหาร แต่ถ้าเป็นการดำเนินการของเซต หมายถึง การกระทำกันระหว่างเซตใดๆ โดยใช้เซตที่กำหนดให้ มากระทำกัน (Operation of Set) ทำให้เกิดเซตใหม่ขึ้นซึ่งได้แก่ ยูเนียน (Union), อินเตอร์เซกชัน (Intersection), คอมพลีเมนต์ (Complement) และผลต่าง (Difference)

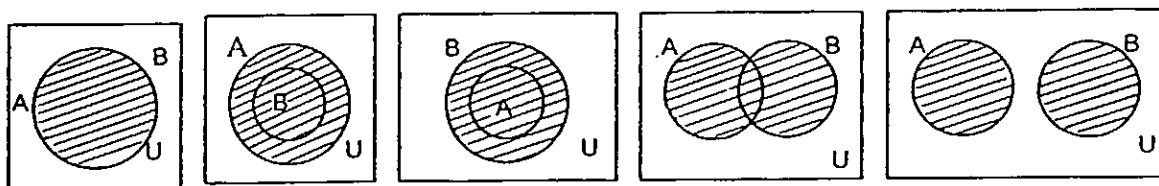
1. ยูเนียน (Union)

ถ้ากำหนดเซต A และ B ใด ๆ ยูเนียนของเซต A และ B คือเซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน A หรือ B หรือ ทั้งเซต A และเซต B

ยูเนียนของเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A \cup B$ หรือ $B \cup A$

นั่นคือ $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B \text{ หรือ } x \text{ เป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B } \}$

สามารถใช้แผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นกรณีต่าง ๆ ของ $A \cup B$ ได้จากส่วนที่แรเงา 5 กรณี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 12 กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$A = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคู่} \}$

$B = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ} \}$

$C = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว} \}$

จะเห็นว่า $A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$, $B = \{ 2, 3, 5, 7 \}$, $C = \{ 3, 6, 9 \}$

ดังนั้น $A \cup B = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

$B \cup A = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

แสดงว่า $A \cup B = B \cup A$

โดยทั่วไป ถ้า A และ B เป็นเซตใดๆ แล้ว $A \cup B = B \cup A$ เรียกสมบัตินี้ว่า

สมบัติการสลับที่

และจะได้ $(A \cup B) \cup C = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$B \cup C = \{ 2, 3, 5, 6, 7, 9 \}$

$A \cup (B \cup C) = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

โดยทั่วไปถ้า A, B, C เป็นเซตใดๆ แล้ว $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ เรียกสมบัตินี้ว่า

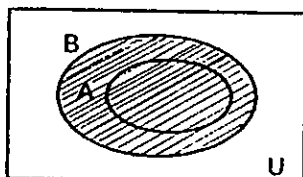
สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

สมบัติเกี่ยวกับยูเนียนของเซตบางประการที่น่าสนใจ

ถ้า A , B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U



1. $A \cup B = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$



ใช้แผนภาพของเวนน์ - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า
 $A \cup B = B$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$ ได้จากส่วนที่แรเงา

2. $A \cup \phi = A = \phi \cup A$

(จากสมบัติข้อ 1 กล่าวคือ $\phi \subset A$ ดังนั้น $A \cup \phi = A$)

3. $A \cup U = U$

(จากสมบัติข้อ 1 กล่าวคือ $A \subset U$ ดังนั้น $A \cup U = U$)

4. $A \cup A = A$

(จากสมบัติของสับเซต จะได้ว่า $A \subset A$ ดังนั้นจากสมบัติ ข้อ 1 จะได้ว่า $A \cup A = A$)

5. $A \cup B = B \cup A$

(สมบัติการสลับที่)

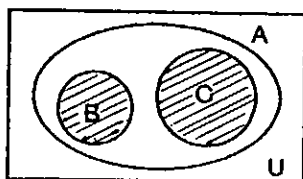
6. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

(สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)

7. $A \subset (A \cup B)$ และ $B \subset (A \cup B)$

(จากนิยาม $A \cup B$ จะพบว่าสมาชิกของ A ทุกตัวเป็นสมาชิกของ $A \cup B$ และสมาชิกทุกตัวของ B เป็นสมาชิกของ $A \cup B$ ด้วยเช่นกัน ดังนั้น $A \subset (A \cup B)$ และ $B \subset (A \cup B)$)

8. ถ้า $B \subset A$ และ $C \subset A$ แล้ว $(B \cup C) \subset A$



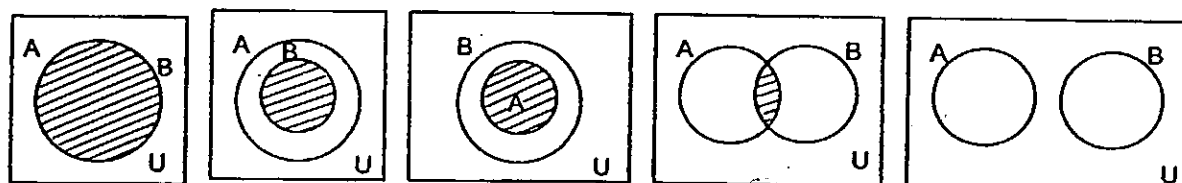
2. อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

ถ้ากำหนดให้เซต A และ B ใด ๆ อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B คือ เซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน A และ B

อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A \cap B$

$$\text{นั่นคือ } A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ และ } x \in B \}$$

สามารถใช้แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นกรณีต่าง ๆ ของ $A \cap B$ ได้จากส่วนที่แรก 5 กรณี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 13

กำหนดให้

$$U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$A = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{หารด้วย 3 ลงตัว} \}$$

$$B = \{ x \mid x \in U \text{ และ } 1 < x \leq 9 \}$$

$$C = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{เป็นจำนวนเฉพาะ} \}$$

จงหา

1. $A \cap B$
2. $B \cap A$
3. $(A \cap B) \cap C$
4. $A \cap (B \cap C)$

วิธีทำ

$$\text{จะได้ว่า } A = \{ 3, 6, 9 \}$$

$$B = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$$

$$C = \{ 2, 3, 5, 7 \}$$

$$1. A \cap B = \{ 3, 6, 9 \}$$

$$2. B \cap A = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 1 และข้อ 2 จะพบว่า $A \cap B = B \cap A$

โดยทั่วไป ถ้า A และ B เป็นเซตใด ๆ แล้ว $A \cap B = B \cap A$ เรียกสมบัตินี้ว่า

สมบัติการสลับที่

$$3. (A \cap B) \cap C = \{3, 6, 9\} \cap \{2, 3, 5, 7\} \\ = \{3\}$$

$$4. A \cap (B \cap C) = \dots\dots\dots \\ = \{3\}$$

จากข้อ 3 และ ข้อ 4 จะพบว่า

โดยทั่วไป ถ้า A, B และ C เป็นเซตใดๆ แล้ว $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ เรียกสมบัตินี้ว่า
สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

สมบัติเกี่ยวกับอินเตอร์เซกชันบางประการที่น่าสนใจ

ถ้า A, B และ C เป็นเซตใดๆ ที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

1. $A \cap \phi = \phi$
2. $A \cap A = A$
3. $A \cap B = B \cap A$
4. $A \cap B = A$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
5. $(A \cap B) \subset A$ และ $(A \cap B) \subset B$
6. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
7. ถ้า $A \subset B$ และ $A \subset C$ แล้ว $A \subset (B \cap C)$
8. ถ้า $A \subset C$ และ $B \subset C$ แล้ว $(A \cap B) \subset C$



ใบงานที่ 8



ชื่อผู้เรียน/กลุ่ม.....ชั้น.....

- จุดประสงค์การเรียนรู้
1. หายูเนียนของเซตที่กำหนดให้ได้
 2. หาอินเตอร์เซกชันของเซตที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง จงเติมช่องว่างพร้อมทั้งเขียนแผนภาพของเวนน – ออยเลอร์ และแรเงาส่วนที่แสดงเซต

1. กำหนดให้ $U = \{ 0, 1, 2, \dots, 8 \}$

$M = \{ 0, 1, 3, 4, 8 \}$

$N = \{ 2, 2, 6, 8 \}$

$M \cup N = \dots\dots\dots$

2. กำหนดให้ $U = \{ a, b, c, d, e, f, g, h \}$

$C = \{ a, c, e, g \}$

$D = \{ b, d, f \}$

$C \cup D = \dots\dots\dots$

3. กำหนดให้ $U = \{ a, c, d, f, i \}$

$A = \{ a, c, i \}$

$B = \{ a, c, d, f, i \}$

$A \cap B = \dots\dots\dots$

4. กำหนดให้ $U = \{ 5, 10, 15, 20 \}$

$E = \{ 10, 20 \}$

$F = \{ 5, 10 \}$

$E \cap F = \dots\dots\dots$

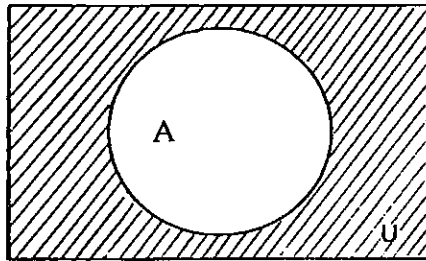
3. คอมพลีเมนต์ (Complement)

เมื่อกำหนดเซต A ที่มี U เป็นเอกภพสัมพัทธ์ เรียกเซตที่สมาชิกเป็นสมาชิกของ U ที่ไม่ใช่สมาชิกของ A ว่า คอมพลีเมนต์ของเซต A

คอมพลีเมนต์ของเซต A เขียนแทนด้วย A' (อ่านว่า เอ ไพร์ม)

$$\text{นั่นคือ } A' = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \notin A \}$$

ใช้แผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นคอมพลีเมนต์ของเซต A ได้จากส่วนที่แรเงา ดังนี้



ตัวอย่างที่ 14 กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$$A = \{ x \mid x \in U \text{ และ } 2 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว} \}$$

$$B = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคี่ที่มากกว่า } 1 \}$$

จงหา

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $(A')'$ | 5. $A' \cap B'$ |
| 2. $A \cup A'$ | 6. $A \cap B$ |
| 3. $A \cap A'$ | 7. $(A \cap B)'$ |
| 4. $(A \cup B)'$ | 8. $A' \cup B'$ |

วิธีทำ

$$\text{จะได้ว่า } A = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

$$B = \{ 3, 5, 7, 9 \}$$

$$A' = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$$

$$B' = \{ 1, 2, 4, 6, 8 \}$$

$$1. (A')' = \{ 2, 4, 6, 8 \}$$

จากข้อ 1 จะพบว่า $(A')' = A$

$$\begin{aligned} 2. A \cup A' &= \{ 2, 4, 6, 8 \} \cup \{ 1, 3, 5, 7, 9 \} \\ &= \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \} \end{aligned}$$

จากข้อ 2 จะพบว่า $A \cup A' = U$

$$3. A \cap A' = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

=

จากข้อ 3 จะพบว่า $A \cap A' = \phi$

$$4. (A \cup B)' = \dots\dots\dots$$

$$5. A' \cap B' = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 4 และ ข้อ 5 จะพบว่า

$$6. A \cap B = \dots\dots\dots$$

$$7. (A \cap B)' = \dots\dots\dots$$

$$8. A' \cup B' = \dots\dots\dots$$

จากข้อ 7 และ ข้อ 8 จะพบว่า

สมบัติเกี่ยวกับคอมพลีเมนต์บางประการที่น่าสนใจ

ให้ A, B เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U แล้ว

$$1. (A')' = A$$

$$2. \phi' = U$$

$$3. U' = \phi$$

$$4. A \cap A' = \phi$$

$$5. A \cup A' = U$$

$$6. (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$7. (A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$8. A \subset B \text{ ก็ต่อเมื่อ } B' \subset A'$$

$$9. A \cap B = \phi \text{ ก็ต่อเมื่อ } A \subset B'$$



ใบงานที่ ๑



ชื่อผู้เรียน/กลุ่ม..... ชั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. หาคอมพลีเมนต์ของเซตที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง จงเติมช่องว่างพร้อมทั้งเขียนแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ และแรเงาส่วนที่แสดงเซต

1. กำหนดให้ $U = \{ 0, 1, 2, \dots, 9 \}$

$A = \{ 0, 2, 4 \}$

$B = \{ 1, 2, 5, 7 \}$

$A' = \dots\dots\dots$

$B' = \dots\dots\dots$

$A' \cap B' = \dots\dots\dots$

$(A \cap B)' = \dots\dots\dots$

$A' \cup B' = \dots\dots\dots$

$(A \cup B)' = \dots\dots\dots$

เขียนแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ได้ดังนี้

A'

B'

$A' \cap B'$

$A' \cup B'$

4. ผลต่าง (Difference or Relative Complement)

ถ้ากำหนดเซต A และ B ใด ๆ ผลต่างระหว่าง A และ B คือ เซตใหม่ที่ประกอบด้วยสมาชิกของ A แต่ไม่เป็นสมาชิกของ B

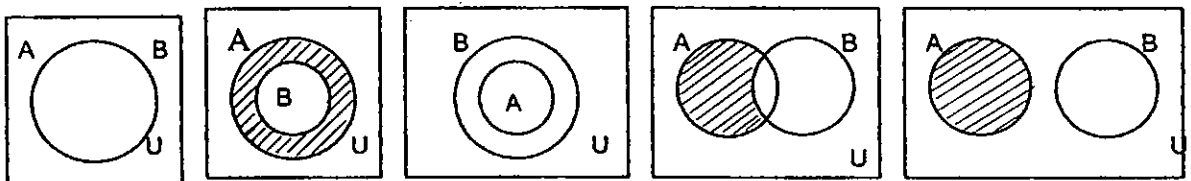
ผลต่างระหว่างเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A - B$

$$\text{นั่นคือ } A - B = \{ x \mid x \in A \text{ และ } x \notin B \}$$

และผลต่างระหว่างเซต B และ A เขียนแทนด้วย $B - A$

$$\text{นั่นคือ } B - A = \{ x \mid x \in B \text{ และ } x \notin A \}$$

สามารถใช้แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นกรณีต่าง ๆ ของ $A - B$ ได้จากส่วนที่แรก 5 กรณี ดังนี้



ตัวอย่างที่ 15 กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$$A = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคู่} \}$$

$$B = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ} \}$$

$$\text{จะได้ว่า } A = \{ 2, 4, 6, 8 \}, \quad B = \{ 2, 3, 5, 7 \}$$

$$A - B = \{ 4, 6, 8 \}$$

$$B - A = \{ 3, 5, 7 \}$$

ตัวอย่างที่ 16 กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

$$A = \{ 2, 5 \}, \quad B = \{ 2, 3, 5, 6 \}$$

$$A - B = \dots\dots\dots$$

$$B' = \dots\dots\dots$$

$$A \cap B' = \dots\dots\dots$$

$$A - B \dots\dots\dots A \cap B'$$

$$(=, \neq)$$

ตัวอย่างที่ 17 กำหนดให้ $A = \{ 2, 5, 4, 8, 9 \}$, $B = \{ 2, 3, 5, 9 \}$ และ $C = \{ 1, 3, 5, 7 \}$

จะได้ $B \cap C = \{ 3, 5 \}$

$A - (B \cap C) = \dots\dots\dots$

$A - B = \dots\dots\dots$

$A - C = \dots\dots\dots$

$(A - B) \cup (A - C) = \dots\dots\dots$

แสดงว่า $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

$B \cup C = \{ 1, 2, 3, 5, 7, 9 \}$

$A - (B \cup C) = \dots\dots\dots$

$(A - B) \cap (A - C) = \dots\dots\dots$

แสดงว่า $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

สมบัติเกี่ยวกับผลต่างระหว่างเซตบางประการที่น่าสนใจ

ให้ A , B และ C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U

1. $A - B \subset A$
2. $A - B = A$ ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = \phi$
3. $A - B = \phi$ ก็ต่อเมื่อ $A \subset B$
4. $A - A = \phi$
5. $A - B = A \cap B'$
6. $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
7. $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
8. $A - \phi = A$ และ $\phi - A = \phi$



ใบงานที่ 10



ชื่อผู้เรียนกลุ่ม..... ชั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. ทาผลต่างของระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง จงเติมช่องว่างพร้อมทั้งเขียนแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์ และแรเงาส่วนที่แสดงเซต

1. กำหนดให้ $M = \{ 0, 2, 4, 6, 8 \}$

$N = \{ 0, 2, 6, 7 \}$

$M - N =$

$M - N$

2. กำหนดให้ $C = \{ a, b, c, d, e \}$

$D = \{ x, y, z \}$

$C - D =$

$C - D$

3. กำหนดให้ $A = \{ 0, 2, 4, 6 \}$

$B = \{ 0, 2 \}$

$A - B =$

$A - B$

4. กำหนดให้ $E = \{ 5, 10, 15, 20 \}$

$F = \{ 10, 30 \}$

$F - E =$

$F - E$

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.4



(1) กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$

$$A = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคู่} \}$$

$$B = \{ x \mid x \in U \text{ และ } 5 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว} \}$$

$$C = \{ x \mid x \in U \text{ และ } 3 \text{ หาร } x \text{ ลงตัว} \}$$

จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

1. $A =$ _____

2. $B =$ _____

3. $C =$ _____

4. $B \cap C =$ _____

5. $A \cup (B \cap C) =$ _____

6. $A \cup B =$ _____

7. $(A \cup B) \cap (A \cup C) =$ _____

8. $B \cup C =$ _____

9. $A \cap (B \cup C) =$ _____

10. $A \cap B =$ _____

11. $A \cap C =$ _____

12. $(A \cap B) \cup (A \cap C) =$ _____

(2) ให้ $U = \{ x \mid x \in I \}$, $A = \{ x \mid x \in I^+ \}$, $B = \{ x \mid x \in I^+ \}$, $C = \{ 0 \}$, $D = \{ x \mid x \in I \text{ และ } x = 2n \text{ เมื่อ } n \in I^+ \}$

จงหา 1. $A \cup B =$ _____

2. $B \cup C =$ _____

3. $D \cup B =$ _____

4. $A \cup B \cup C =$ _____

5. $A \cap B =$ _____

(3) ให้ $U = \{ 0, 1, 2, 3, \dots, 12 \}$

$$A = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ} \}$$

$$B = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ หารด้วย 3 ลงตัว} \}$$

$$C = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคู่} \}$$

$$D = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x = 2^n \text{ เมื่อ } n \in I \}$$

จงหา 1. $A \cap (B \cup C) =$ _____

2. $(B \cup D) \cap (B \cup A) =$ _____

3. $(B \cap D) \cup C =$ _____

(4) ให้ A, B, C เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U จงพิจารณาว่าข้อต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด

- 1. ถ้า U เป็นเซตอนันต์แล้ว $A \cup B$ จะเป็น เซตอนันต์
- 2. ถ้า U เป็นเซตอนันต์แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตจำกัด
- 3. ถ้า U เป็นเซตจำกัดแล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตอนันต์
- 4. ถ้า U เป็นเซตจำกัดแล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตจำกัด
- 5. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์แล้ว U จะเป็น เซตอนันต์
- 6. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตจำกัดแล้ว U จะเป็นเซตจำกัด
- 7. ถ้า A หรือ B เป็นเซตอนันต์แล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตอนันต์
- 8. ถ้า A หรือ B เป็นเซตจำกัดแล้ว $A \cup B$ จะเป็นเซตจำกัด
- 9. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตอนันต์แล้ว A และ B จะเป็นเซตอนันต์
- 10. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตจำกัดแล้ว A และ B จะเป็นเซตจำกัด
- 11. ถ้า A และ B เป็นเซตอนันต์แล้ว $A \cap B$ จะเป็นเซตอนันต์
- 12. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัดแล้ว $A \cap B$ จะเป็นเซตจำกัด
- 13. ถ้า A หรือ B เป็นเซตอนันต์แล้ว $A \cap B$ จะเป็นเซตอนันต์
- 14. ถ้า A หรือ B เป็นเซตจำกัดแล้ว $A \cap B$ จะเป็นเซตจำกัด
- 15. ถ้า $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์แล้ว A และ B จะเป็นเซตอนันต์
- 16. ถ้า $A \cap B$ เป็นเซตจำกัดแล้ว A และ B จะเป็นเซตจำกัด
- 17. ถ้า $A \cap B$ เป็นเซตจำกัดแล้ว $A \cap B \cap C$ จะเป็นเซตจำกัด
- 18. ถ้า $A \cap B$ เป็นเซตอนันต์แล้ว $(A \cap B) \cup C$ จะเป็นเซตอนันต์
- 19. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตจำกัดแล้ว $(A \cup B) \cap C$ จะเป็นเซตจำกัด
- 20. ถ้า $A \cup B$ เป็นเซตจำกัดแล้ว $(A \cup B) \cap C$ จะเป็นเซตอนันต์

(5) กำหนดให้ $U = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots, 9 \}$

$$A = \{ x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ ทหาร 20 ลงตัว} \}$$

$$B = \{ x \mid x \in U \text{ และ } 4 \text{ ทหาร } x \text{ ลงตัว} \}$$

$$C = \{ x \mid x \in U \text{ และ } \sqrt{x} \in U \}$$

- จงหา
- 1. $A' =$ _____
 - 2. $B' =$ _____
 - 3. $C' =$ _____
 - 4. $(A \cap B)' =$ _____
 - 5. $(A \cup B)' =$ _____
 - 6. $A' - B' =$ _____
 - 7. $(A - B)' =$ _____
 - 8. $(B - A)' =$ _____
 - 9. $(A - B)' - C =$ _____
 - 10. $A - (B - C)' =$ _____

(6) กำหนดให้ $U = \{x \mid x \in I^+ \text{ และ } 2 \leq x \leq 12\}$

และ $A = \{x \mid x \in U \text{ และ } 5 < x < 10\}$

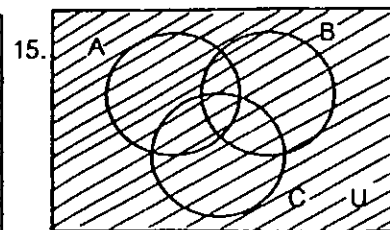
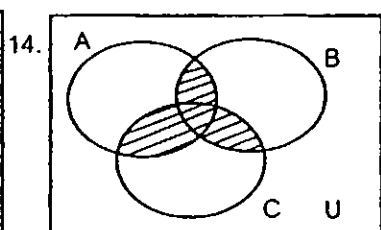
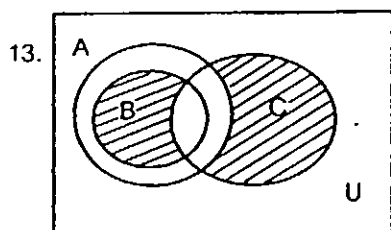
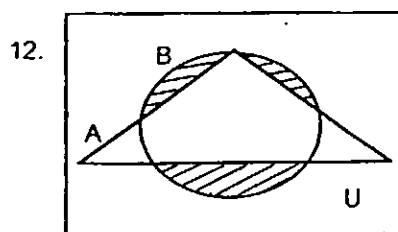
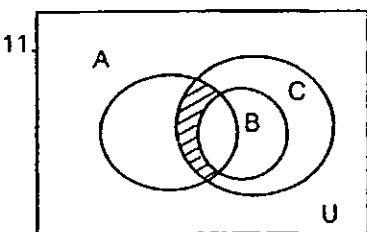
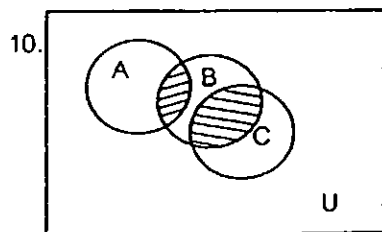
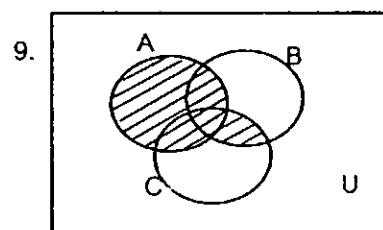
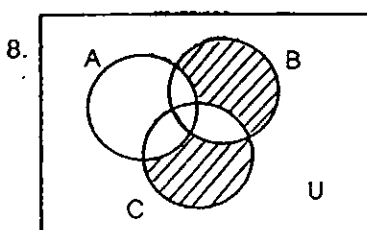
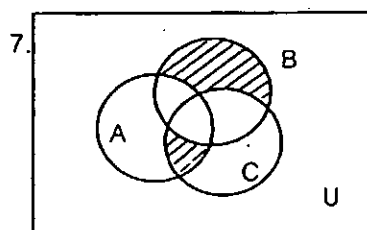
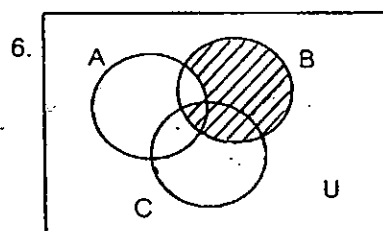
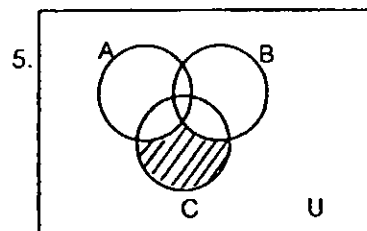
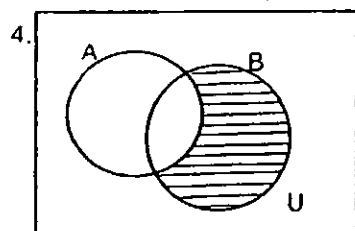
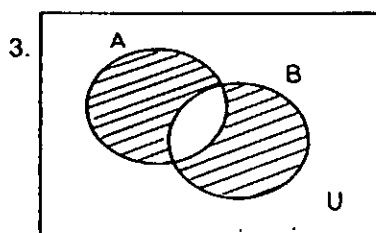
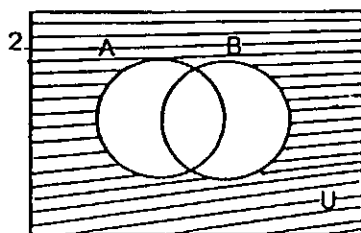
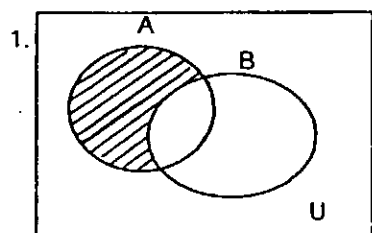
$B = \{x \mid x \in U \text{ และ } 2 \leq x < 8\}$

$C = \{x \mid x \in U \text{ และ } 6 < x \leq 12\}$

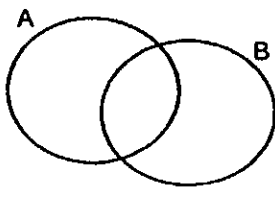
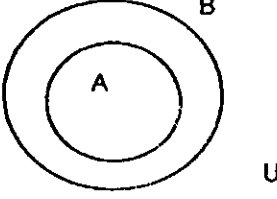
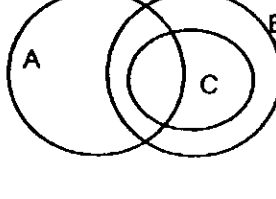
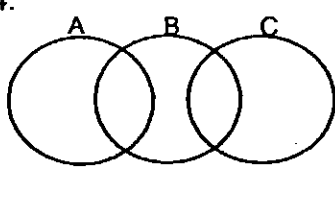
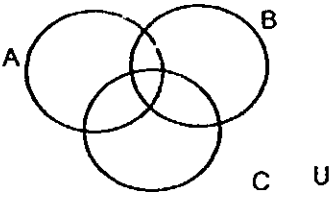
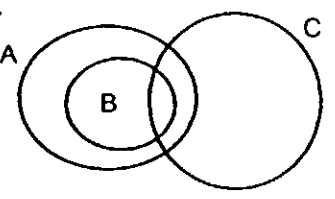
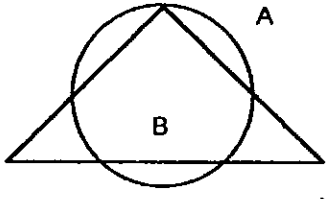
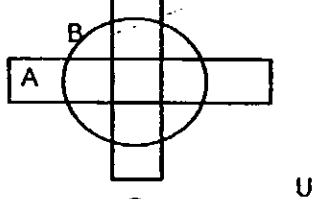
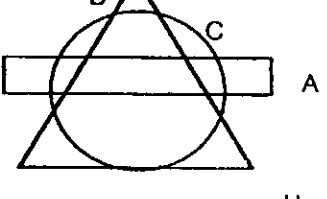
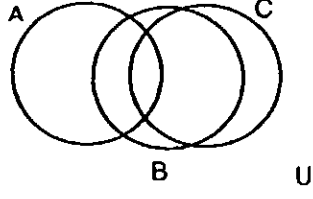
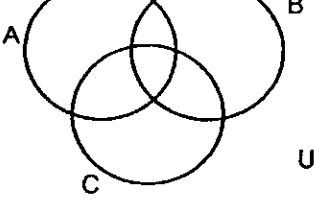
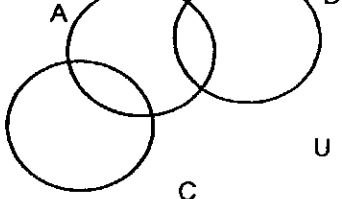
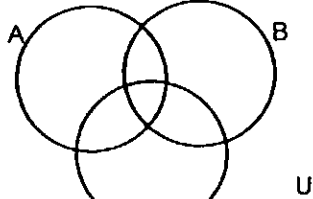
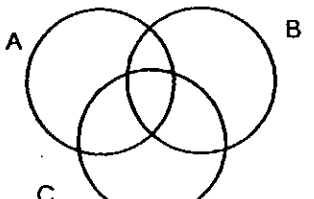
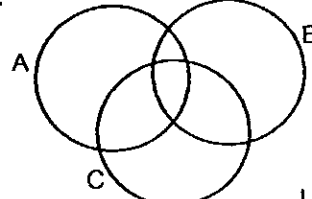
- จงหา
1. $A \cap B \cap C' =$ _____
 2. $(B - C)' =$ _____
 3. $A \cap B' =$ _____
 4. $C \cap (B - A)' =$ _____
 5. $(C - A)' \cap B =$ _____

แบบฝึกประสมการที่ 1.5

1. ส่วนที่แรเงาเขียนแทนด้วยเซตใด



2. จงเรียงแผนภาพที่กำหนดให้แทนเซตต่อไปนี้

1. 	2. 	3. 
$A \cap B'$	$A \cup B'$	$(A \cap B) - C$
4. 	5. 	6. 
$(A \cap B) - C'$	$(A - B) \cup (B - C)$	$(A \cap B) - C'$
7. 	8. 	9. 
$(A - B) \cup (B - A)$	$B - (A \cup C)$	$A \cap B \cap C$
10. 	11. 	12. 
$(A \cap B) \cup (C - B)$	$(A - B) \cup A \cap C$	$(A \cap B) \cap (A - C)'$
13. 	14. 	15. 
$A' \cap B \cap C'$	$A' - (B \cup C)'$	$C - (B \cup C)'$



เซตกับการแก้โจทย์ปัญหา

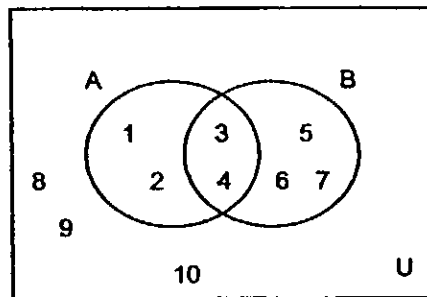
จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด A ใด ๆ จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $n(A)$

พิจารณาเซตจำกัดต่อไปนี้

กำหนดให้ $U = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$, $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$, $B = \{ 3, 4, 5, 6, 7 \}$

เขียนแผนภาพเวน-ออยเลอร์ ได้ดังนี้



จากแผนภาพแสดงว่า $n(U) = 10$, $n(A) = 4$, $n(B) = 5$

$n(A \cup B) = 7$, $n(A \cap B) = 2$

วิธีการหาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดสามารถทำได้ 2 วิธี คือ

1. การใช้แผนภาพของเวน-ออยเลอร์
2. การใช้สูตร

2.1 ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด จำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B$ หรือ $n(A \cup B)$ หาได้

จาก

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

และในกรณีที่ A และ B เป็นเซตที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย คือ $A \cap B = \phi$ จะได้ว่า

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

2.2 ถ้า A , B และ C เป็นเซตจำกัด จำนวนสมาชิกของเซต $A \cup B \cup C$ หรือ

$n(A \cup B \cup C)$ หาได้จาก

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

ตัวอย่างที่ 18 กำหนดให้ $A = \{ 2, 4, 6, 8, \}$

$$B = \{ 2, 3, 5, 7 \}$$

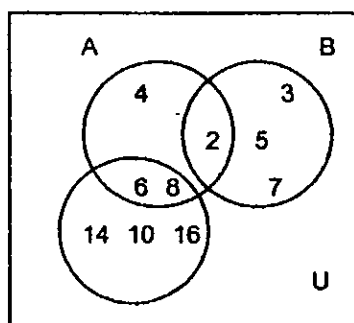
จะได้ $n(A) = 4$

$$n(B) = 4$$

$$n(A \cap B) = 1$$

$$n(A \cup B) = 7$$

ตัวอย่างที่ 19



จากแผนภาพ จะได้ $n(A) = 4$

$$n(B) = \dots\dots\dots$$

$$n(C) = \dots\dots\dots$$

$$n(A \cap B) = \dots\dots\dots$$

$$n(A \cap C) = \dots\dots\dots$$

$$n(B \cap C) = \dots\dots\dots$$

$$n(A \cap B \cap C) = \dots\dots\dots$$

$$n(A \cup B \cup C) = \dots\dots\dots$$



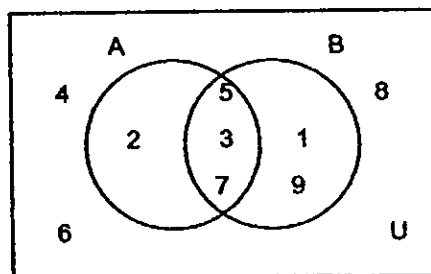
ใบงานที่ 11



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. หาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง จากแผนภาพ จงหาจำนวนสมาชิกของเซตแต่ละข้อต่อไปนี้

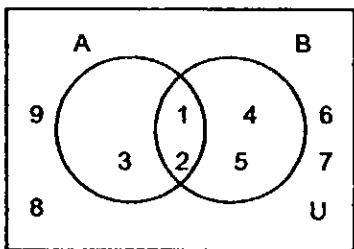


1. $n(U)$ = _____
2. $n(A)$ = _____
3. $n(B)$ = _____
4. $n(A \cup B)$ = _____
5. $n(A \cap B)$ = _____
6. $n(A - B)$ = _____
7. $n(B - A)$ = _____
8. $n(A')$ = _____
9. $n(B')$ = _____
10. $n(B \cup A')$ = _____
11. $n(A' - B')$ = _____
12. $n(A' \cup B')$ = _____
13. $n(A' \cap B')$ = _____

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.6



(1) กำหนดแผนภาพเวนนี้อยู่ในเซต U , A และ B ดังนี้



จงหา

1. $n(A \cap B) =$ _____
2. $n(A \cup B) =$ _____
3. $n(A - B) =$ _____
4. $n(A \cap B)' =$ _____
5. $n(A)' =$ _____

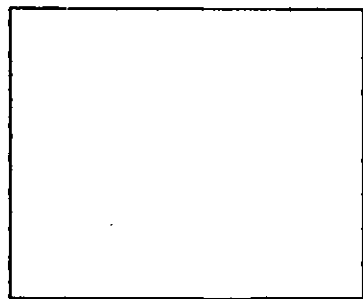
(2) กำหนดให้ $U = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } 1 \leq x < 10\}$

$A = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ}\}$

$B = \{x \mid x \in U \text{ และ } x \text{ หารด้วย 2 ลงตัว}\}$

จงหา

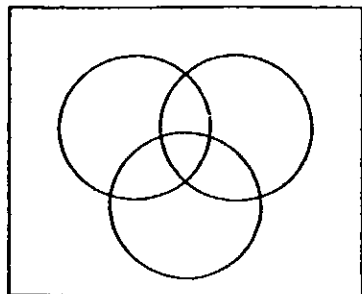
1. $n(A \cup B) =$ _____
2. $n(A') =$ _____
3. $n(B') =$ _____
4. $n(B - A) =$ _____
5. $n(A' \cap B') =$ _____
6. $n(A' - B') =$ _____



(3) กำหนด $n(U) = 80$, $n(A) = 35$, $n(B) = 28$, $n(C) = 21$, $n(A \cap B) = 12$, $n(A \cap C) = 14$, $n(B \cap C) = 10$, $n(A \cap B \cap C) = 4$

จงหา

1. $n(A \cup B) =$ _____
2. $n(A \cup B \cup C)' =$ _____
3. $n(A \cap B \cap C') =$ _____
4. $n(A' \cap B \cap C') =$ _____
5. $n(A - B) =$ _____



(4) กำหนดให้ $n(U) = 150$, $n(A) = 62$, $n(B) = 55$, $n(A \cap B) = 11$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด พร้อมทั้งแสดงเหตุผล

1. $n(A \cup B) = 103$

เหตุผล

2. $n(B') = 95$

เหตุผล

3. $n(A \cup B') = 106$

เหตุผล

4. $n(A - B) = 35$

เหตุผล

5. $n(B \cup A') = 79$

เหตุผล

6. $n(A') = 88$

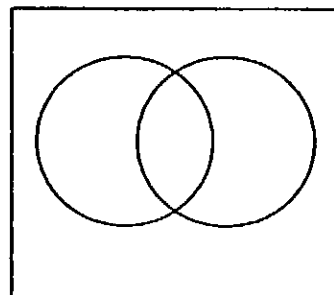
เหตุผล

7. $n(A' \cap A') = 40$

เหตุผล

8. $n(A' - B') = 44$

เหตุผล



(5) กำหนดให้ $n(U) = 70$, $n(A) = 40$, $n(B) = 20$, $n(A \cup B)' = 20$

จงเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ แล้วหาจำนวนสมาชิกของเซตแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $n(A \cap B) =$

2. $n(A - B) =$

3. $n(B - A) =$

4. $n(A') =$

5. $n(B') =$

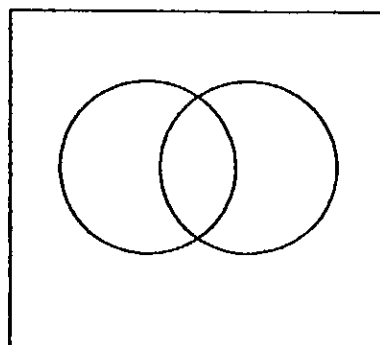
6. $n(A \cup B') =$

7. $n(B \cup A') =$

8. $n(A' - B') =$

9. $n(B' - A') =$

10. $n(A' \cup B') =$



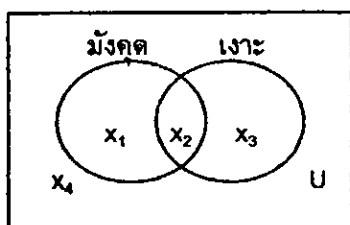
โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด

การแก้โจทย์ปัญหาที่เราพบในชีวิตประจำวันข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดอาจกล่าวถึงจำนวนหรือกลุ่มของจำนวนที่มีความสัมพันธ์กันอย่างซับซ้อน การแก้ปัญหาอาจต้องอาศัยรูปภาพและสัญลักษณ์เข้าช่วย

กรณีของเซตก็เช่นกัน การใช้แผนภาพของแวน-ออยเลอร์ ก็อาจทำให้เรามองเห็นภาพ หรือคลี่คลายสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ซับซ้อนให้มีความชัดเจนขึ้น โดยเราจะใช้การแทนตัวแปรลงไปที่ละส่วนในแผนภาพ

ตัวอย่างที่ 18 จากการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จำนวน 40 คน พบว่า มี 8 คน ที่ไม่ชอบกินผลไม้เลย มี 25 คน ชอบกินมังคุด และมี 20 คน ชอบกินเงาะ จงหาว่ามีกี่คนที่ชอบกินมังคุดเพียงอย่างเดียว

วิธีทำ กำหนดตัวแปรลงในแผนภาพที่ละส่วน



U แทนจำนวนของนักเรียนทั้งหมด

x_1 แทนจำนวนของคนที่ชอบกินมังคุดอย่างเดียว

x_2 แทนจำนวนของคนที่ชอบกินมังคุดและเงาะ

x_3 แทนจำนวนของคนที่ชอบกินเงาะอย่างเดียว

x_4 แทนจำนวนของคนที่ไม่ชอบกินมังคุดและเงาะ

กำหนดความสัมพันธ์ต่าง ๆ จากสิ่งที่รู้จากโจทย์โดยดูแผนภาพประกอบ

$$U = 40$$

$$x_1 + x_2 = 25$$

$$x_2 + x_3 = 20$$

$$x_4 = 8$$

เลือกใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการเลือกจาก

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = U$$

$$x_1 + 20 + 8 = 40$$

$$x_1 = 40 - 20 - 8$$

$$x_1 = 12$$

เพราะฉะนั้น จำนวนคนที่ชอบกินมังคุดเพียงอย่างเดียวมี 12 คน

ตัวอย่างที่ 19 จากการสำรวจกลุ่มผู้ดูแลการโทรทัศน์ 100 ครอบครัว พบว่า

มี 45 ครอบครัวชอบดูข่าว

มี 40 ครอบครัวชอบดูกีฬา

มี 36 ครอบครัวชอบดูเกม

มี 20 ครอบครัวชอบดูทั้งข่าวและกีฬา

มี 15 ครอบครัวชอบดูกีฬาและเกม

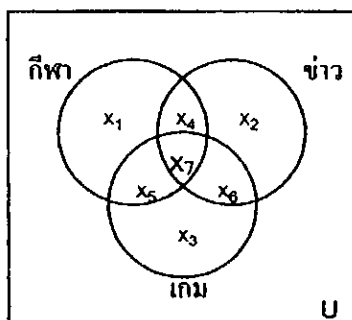
มี 8 ครอบครัวชอบดูข่าวและเกม

มี 5 ครอบครัวชอบดูทั้งข่าว กีฬา และเกม

จงหาว่า มีกี่ครอบครัวที่ดูกีฬาเพียงอย่างเดียว และกี่ครอบครัวที่ไม่ดูข่าว



วิธีทำ กำหนดตัวแปรลงในแผนภาพที่ส่วน



U แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูรายการโทรทัศน์ทุกครอบครัว

x_1 แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูกีฬาอย่างเดียว

x_2 แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูข่าวอย่างเดียว

x_3 แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูเกมอย่างเดียว

x_4 แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูกีฬาและข่าวแต่ไม่ดูเกม

x_5 แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูกีฬาและเกมแต่ไม่ดูข่าว

x_6 แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูข่าวและเกมแต่ไม่ดูกีฬา

x_7 แทนจำนวนของครอบครัวที่ดูทั้งสามประเภท

กำหนดความสัมพันธ์ต่างๆ จากสิ่งที่รู้จากโจทย์โดยดูแผนภาพประกอบ

$$U = 100$$

$$x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 40$$

$$x_2 + x_4 + x_6 + x_7 = 45$$

$$x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 36$$

$$x_4 + x_7 = 20$$

$$x_5 + x_7 = 15$$

$$x_6 + x_7 = 8$$

$$x_7 = 5$$

แทนค่า $x_7 = 5$ ก็จะได้หา x_4, x_5, x_6 ได้คือ

$$x_5 = 10$$

$$x_6 = 3$$

$$x_4 = 15$$

เลือกใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ

เลือกจาก $x_1 + x_4 + x_5 + x_7 = 40$

$$x_1 + 15 + 10 + 5 = 40$$

$$x_1 = 10 \quad (1)$$

เลือกจาก $x_3 + x_5 + x_6 + x_7 = 36$

$$x_3 + x_5 + 3 + 5 = 36$$

$$x_3 + x_5 = 28 \quad (2)$$

จาก (1) และ (2) : $x_1 + x_3 + x_5 = 10 + 28$

$$= 38$$

เพราะฉะนั้น จำนวนครอบครัวที่ดูเกมเพียงอย่างเดียวมี 10 ครอบครัว และจำนวนครอบครัวที่ไม่ดูข่าวมี 38 ครอบครัว



ใบงานที่ 12

ชื่อผู้เรียน/กลุ่ม.....ชั้น.....

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. นำความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

คำชี้แจง จงแสดงใจหายปัญหา โดยอาจใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ประกอบความเข้าใจ
จากการสำรวจความนิยมน้ำดื่ม 2 ยี่ห้อ คือ ดื่มติดกับเย็นชื่นใจ ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จำนวน 45 คน
พบว่า มี 25 คน ที่นิยมยี่ห้อดื่มติด

มี 30 คน ที่นิยมยี่ห้ออื่นขึ้นใจ

มี 35 คน ที่นิยมอย่างน้อยหนึ่งยี่ห้อ

จงหาว่ามีกี่คนที่นิยมมากกว่าหนึ่งยี่ห้อ

[illegible]

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.7



- (1) ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง ประกาศลดราคาเสื้อและผุ่ซ้กฟอกพบว่า

มีผู้มำซื้อเสื้อจำนวน 1,250 คน

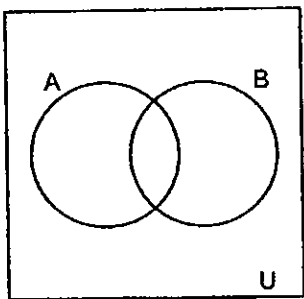
มีผู้มำซื้อผุ่ซ้กฟอก 980 คน

มีผู้มำซื้อทั้งเสื้อและผุ่ซ้กฟอก 365 คน

- จงหา 1. จำนวนคนที่ซื้อเสื้อหรือผุ่ซ้กฟอกอย่างน้อย 1 อย่าง..... คน
2. จำนวนคนที่ซื้อเสื้อหรือผุ่ซ้กฟอกเพียงอย่างเดียว..... คน

วิธีทำ ให้ A แทน _____

B แทน _____



- (2) จากการสำรวจจำนวนบ้านที่รับหนังสือพิมพ์ 50 หลังคาเรือน ซึ่งรับหนังสือพิมพ์ไทยรัฐและเดลินิวส์

พบว่า มี 35 หลังคาเรือน รับหนังสือพิมพ์ไทยรัฐ

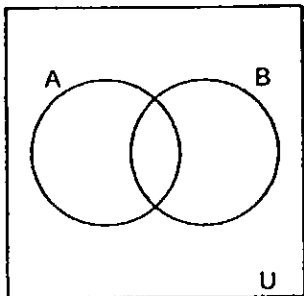
มี 43 หลังคาเรือน รับหนังสือพิมพ์เดลินิวส์

จงหาจำนวนบ้านที่รับทั้งหนังสือพิมพ์ไทยรัฐและเดลินิวส์

วิธีทำ ให้ A แทน _____

B แทน _____

ดังนั้น $n(U) = 50$, $n(A) = 35$, $n(B) = 43$



- (3) ในการสอบถามนักเรียนหญิงชั้น ม.4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัด กาฬสินธุ์ จำนวน 50 คน เกี่ยวกับ
 นักร้องที่ชอบ 3 คน คือ บิ๊ก, แดน และบีม พบว่า

มี 37 คน ชอบบ๊ัก

มี 38 คน ชอบดื่ม

มี 28 คน ชอบแอดน

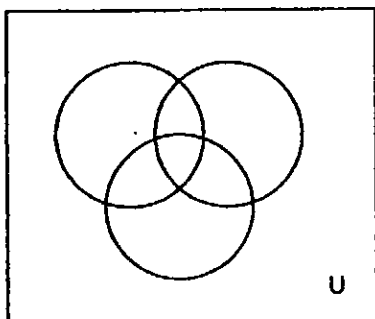
มี 22 คน ชอบบ๊ิกและแดน

มี 19 คน ชอบแคนและบีม

มี 15 คน ชอบทั้งสามคน

- จงหา
1. จำนวนคนที่ชอบบิกและบีม..... คน
 2. จำนวนคนที่ชอบแดนแต่ไม่ชอบบีม..... คน
 3. จำนวนคนที่ชอบอย่างน้อยสองคน คน
 4. จำนวนคนที่ชอบบิกเท่านั้น คน
 5. จำนวนคนที่ชอบแดนและบีมแต่ไม่ชอบบิก คน

วิธีทำ

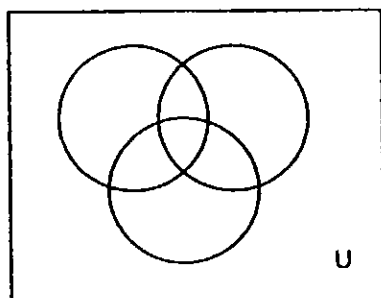


- (4). นักเรียนโรงเรียนแห่งหนึ่งมี 800 คน แต่ละคนชอบทำกิจกรรมยามว่างอย่างน้อย 1 ประเภท ดังนี้คือ
- | | | | |
|--------|---------|--------------------|-------|
| คูหนัง | ฟังเพลง | และเล่นกีฬา | พบว่า |
| มี | 300 คน | ไม่คูหนัง | |
| มี | 350 คน | ไม่ฟังเพลง | |
| มี | 400 คน | ไม่เล่นกีฬา | |
| มี | 200 คน | คูหนังและเล่นกีฬา | |
| มี | 220 คน | ฟังเพลงและเล่นกีฬา | |
| มี | 230 คน | คูหนังและฟังเพลง | |

จงหาว่า

1. มีนักเรียนกี่คนที่ทำกิจกรรมยามว่างทั้ง 3 ประเภท คน
2. มีนักเรียนกี่คนที่ทำกิจกรรมยามว่างชนิดเดียวคน
3. มีนักเรียนกี่คนที่ทำกิจกรรมยามว่าง 2 ชนิด คน

วิธีทำ

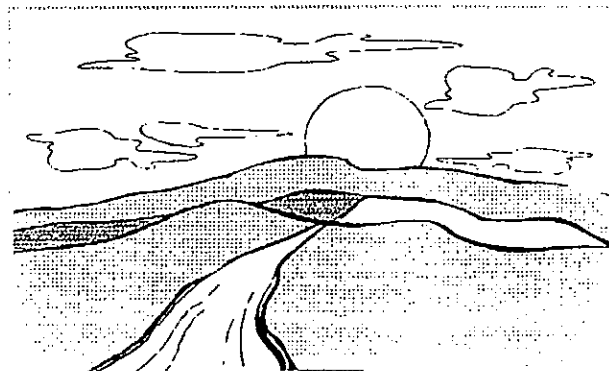
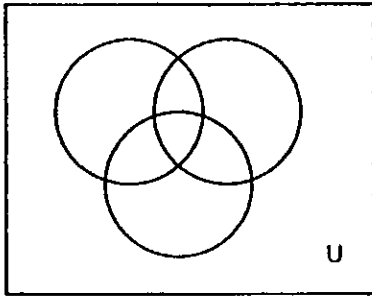
[illegible]

- (5). ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ วิชาภาษาไทย วิชาภาษาอังกฤษ ของนักเรียนชั้น ม.4 แห่งหนึ่ง พบว่า มีนักเรียนที่สอบได้ทั้งสามวิชา จำนวน 26% ของผู้เข้าสอบ
 มีนักเรียนที่สอบวิชาคณิตศาสตร์และวิชาภาษาไทย 39% ของผู้เข้าสอบ
 มีนักเรียนที่สอบวิชาภาษาไทยและวิชาอังกฤษแต่ตกวิชาคณิตศาสตร์ 15% ของผู้เข้าสอบ
 มีนักเรียนที่สอบได้เพียงสองวิชา 45% ของผู้เข้าสอบ
 มีนักเรียนที่สอบได้วิชาอังกฤษ 60% ของผู้เข้าสอบ
 มีนักเรียนที่สอบได้วิชาภาษาไทย 59% ของผู้เข้าสอบ
 มีนักเรียนที่สอบได้เพียงวิชาเดียว 10% ของผู้เข้าสอบ

จงหาว่า

1. มีนักเรียนที่สอบตกทั้งสามวิชาจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์
2. มีนักเรียนที่สอบตกวิชาคณิตศาสตร์จำนวนกี่เปอร์เซ็นต์
3. มีนักเรียนที่สอบได้อย่างน้อยสองวิชาจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์
4. มีนักเรียนที่สอบได้อย่างมากสองวิชาจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

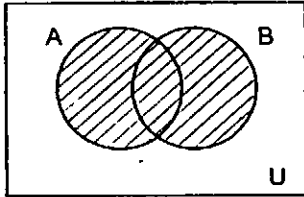


สิ่งที่ควรทราบเกี่ยวกับเซต

ให้ A, B และ C เป็นเซตใด ๆ ซึ่งเป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U เซตเหล่านี้กับโอเปอเรชันของเซตจะเป็นไปตามกฎดังนี้

1. กฎการสลับที่ (Commutative laws)

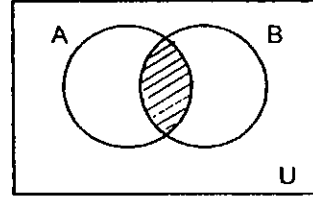
1.1 $A \cup B = B \cup A$



แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า

$A \cup B = B \cup A$ ได้จากส่วนที่แรเงา

1.2 $A \cap B = B \cap A$

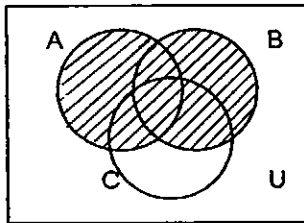


แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า

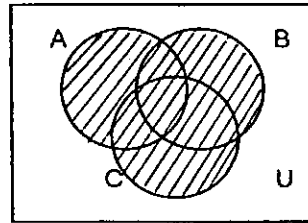
$A \cap B = B \cap A$ ได้จากส่วนที่แรเงา

2. กฎการเปลี่ยนกลุ่ม (Associative laws)

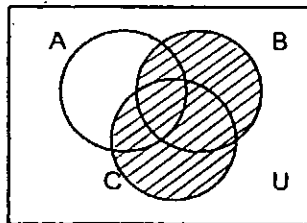
2.1 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$



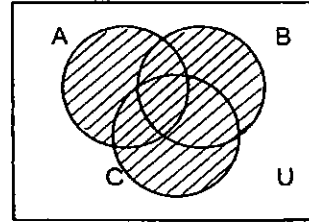
$A \cup B$



$(A \cup B) \cup C$



$B \cup C$

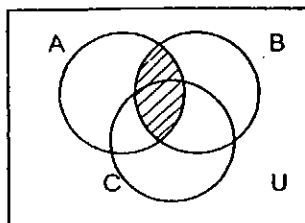


$A \cup (B \cup C)$

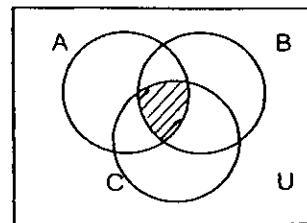
แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

ได้จากส่วนที่แรเงา

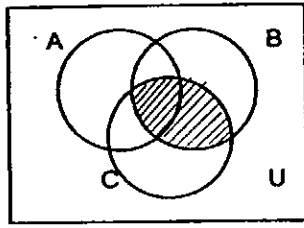
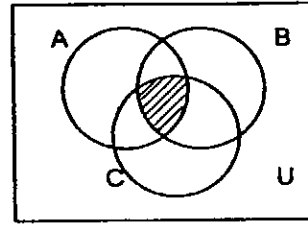
2.2 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$



$A \cap B$



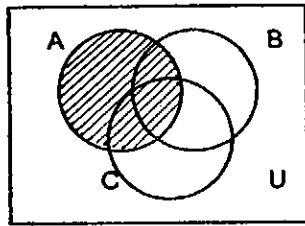
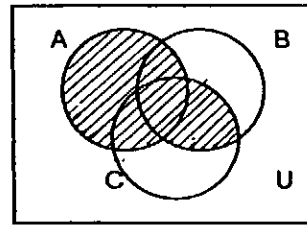
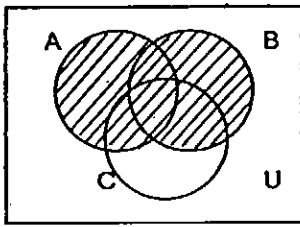
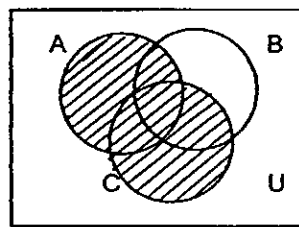
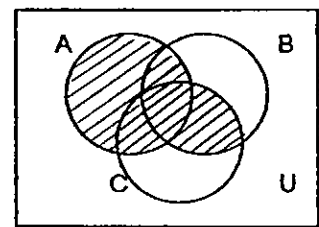
$(A \cap B) \cap C$

 $B \cap C$  $A \cap (B \cap C)$

จากแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
ได้จากส่วนที่แรเงา

3. กฎการแจกแจง (Distributive laws)

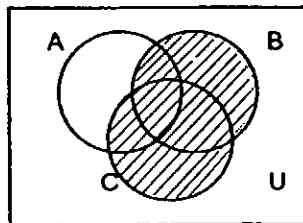
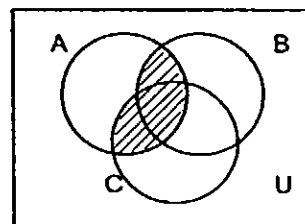
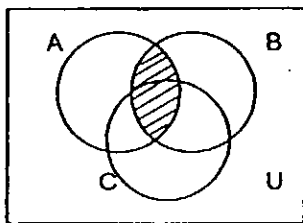
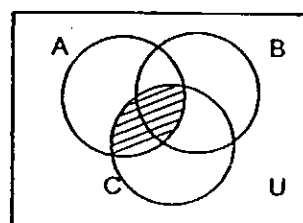
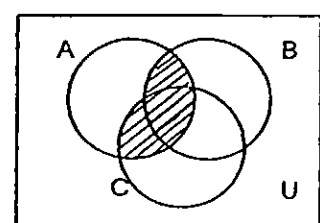
$$3.1 \ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

 A  $A \cup (B \cap C)$  $A \cup B$  $A \cup C$  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

จากแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $(A \cup B) \cap C = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

ได้จากส่วนที่แรเงา

$$3.2 \ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

 $B \cup C$  $A \cap (B \cup C)$  $A \cap B$  $A \cap C$  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

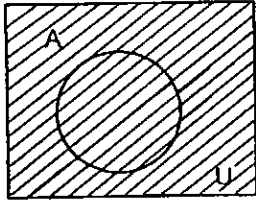
จากแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ได้จากส่วนที่แรเงา

4. กฎเอกลักษณ์ (Identity laws)

$$4.1 \ A \cup \phi = A$$

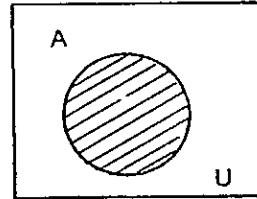
$$4.3 \ A \cup U = U$$



แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า
 $A \cup U = U$ ได้จากส่วนที่แรเงา

$$4.2 \ A \cap \phi = \phi$$

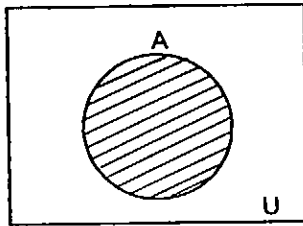
$$4.4 \ A \cap U = A$$



แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า
 $A \cap U = A$ ได้จากส่วนที่แรเงา

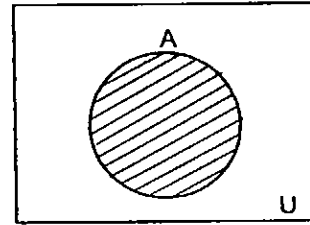
5. กฎการเหมือนกัน (Idempotent laws)

$$5.1 \ A \cup A = A$$



แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า
 $A \cup A = A$ ได้จากส่วนที่แรเงา

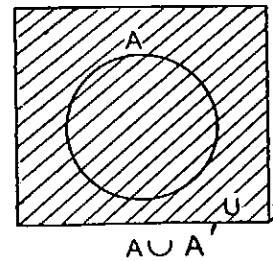
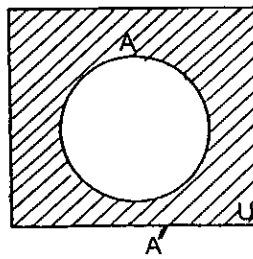
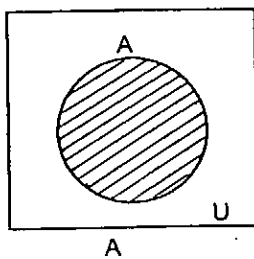
$$5.2 \ A \cap A = A$$



แผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า
 $A \cap A = A$ ได้จากส่วนที่แรเงา

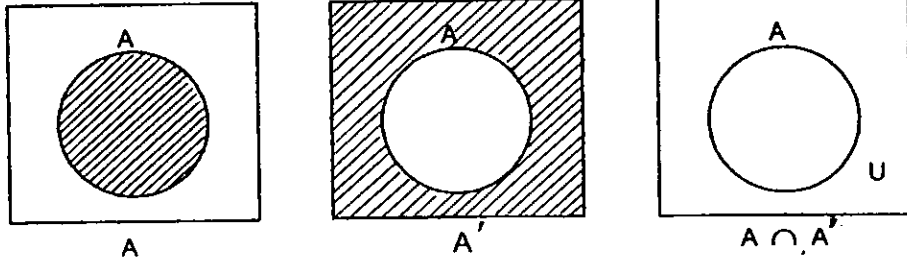
6. กฎการคอมพลีเมนต์ (Complement laws)

$$1.1 \ A \cup A' = U$$



จากแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $A \cup A' = U$ ได้จากส่วนที่แรเงา

$$6.2 \quad A \cap A' = \phi$$

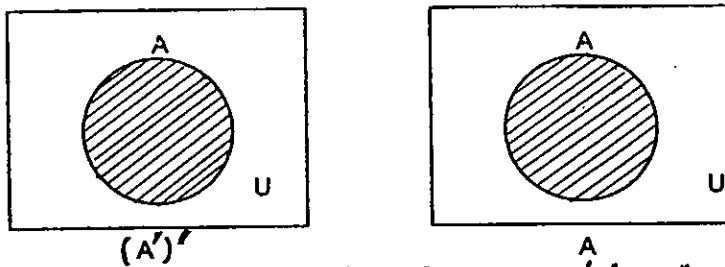


จากแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $A \cap A' = \phi$ ได้จากส่วนที่แรเงา

$$6.3 \quad U' = \phi$$

$$6.4 \quad \phi = U$$

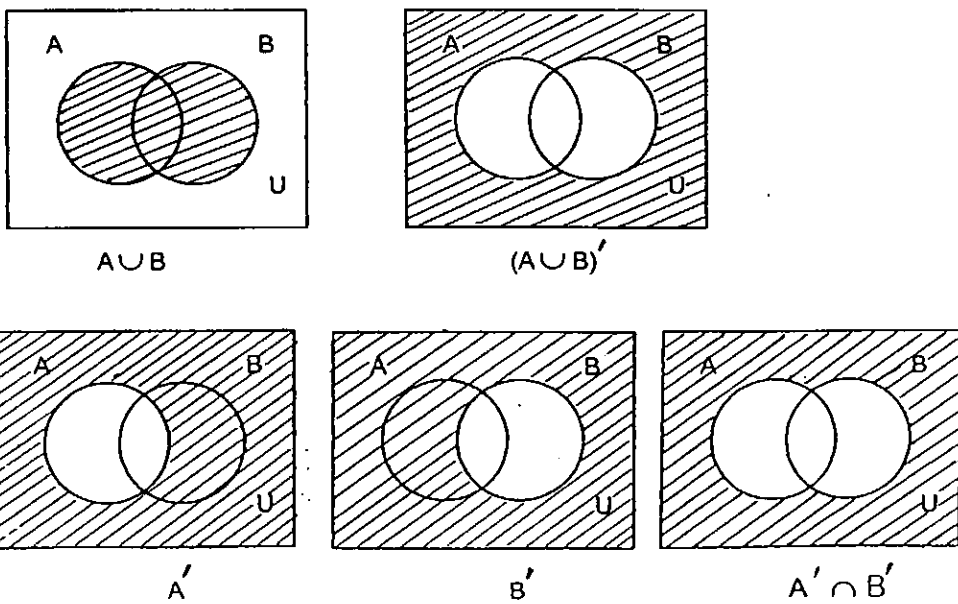
$$6.5 \quad (A')' = A$$



จากแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $(A')' = A$ ได้จากส่วนที่แรเงา

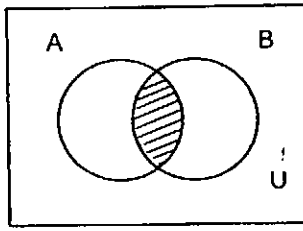
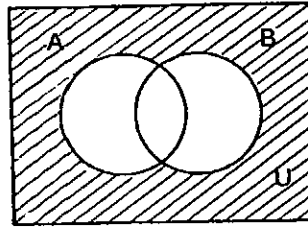
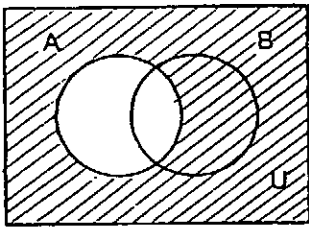
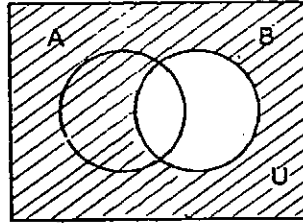
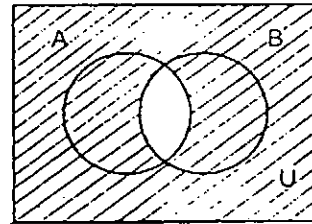
7. กฎของเดอมอแกน (De Morgan's laws)

$$7.1 \quad (A \cup B)' = A' \cap B'$$



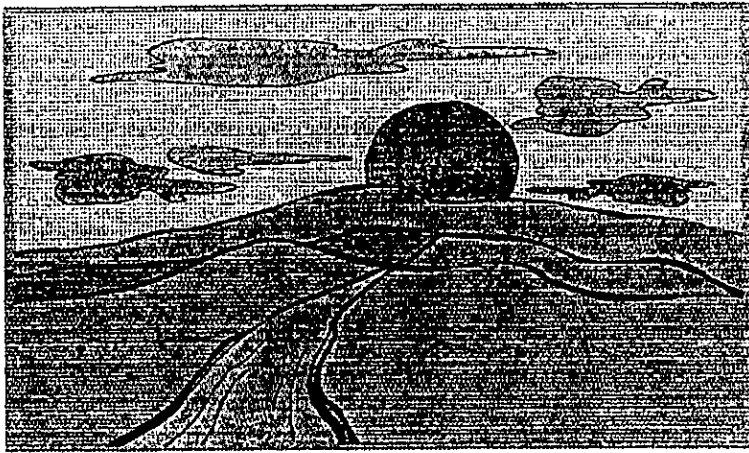
จากแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ได้จากส่วนที่แรเงา

$$7.2 \quad (A \cap B)' = A' \cup B'$$


 $A \cap B$

 $(A \cap B)'$

 A'

 B'

 $A' \cup B'$

จากแผนภาพเวนน - ออยเลอร์ แสดงให้เห็นว่า $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ได้จากส่วนที่แรเงา

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล (Reasoning)



จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำหน่วยการเรียนรู้

มุ่งให้ผู้เรียนสามารถ

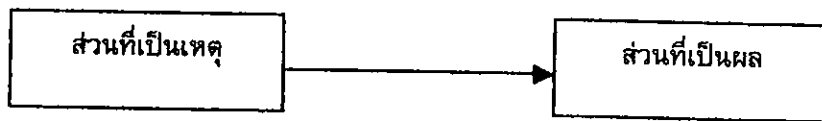
1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผล
2. บอกรูปแบบการให้เหตุผลได้
3. เมื่อกำหนดสถานการณ์การให้เหตุผลมาให้ สามารถบอกได้ว่าเป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย
4. สรุปความรู้ โดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย เมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เป็นกรณีย่อย ๆ ได้
5. เมื่อกำหนดสถานการณ์การให้เหตุผลมาให้ สามารถบอกได้ว่าเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย
6. สามารถเขียนแผนภาพแสดงความหมายของข้อความได้
7. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลสรุปจากสมมุติฐานที่กำหนดให้ได้
8. สรุปความรู้ที่สมเหตุสมผลจากสมมุติฐานที่กำหนดให้ได้



หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การให้เหตุผล

แม้ว่าในปัจจุบันโลกมนุษย์จะก้าวหน้าไปถึง การสร้างสมองกลขึ้นมาให้ทำตามคำสั่ง แต่สมองกลนั้นสามารถทำตามในสิ่งที่มนุษย์เรียบเรียงไว้อย่างเป็นระเบียบเท่านั้น ไม่อาจคิดในเรื่องของการให้เหตุผลได้เหมือนสมองจริง การคิดในเรื่องเหตุผลนี้เองที่ทำให้มนุษย์เหนือกว่าสิ่งอื่นใด

กระบวนการของการให้เหตุผลนั้นเป็นการตอบคำถามว่า “ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น” “ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น” ซึ่งประกอบด้วยส่วนสำคัญสองส่วนคือ



ในชีวิตจริงของเราบ่อยครั้งที่เราถูกถามว่าทำไม เราจึงต้องมีการให้เหตุผล และในบางครั้งเราก็ไม่อาจบอกเหตุผลได้ บางครั้งเราก็ตอบได้เป็นที่พอใจของผู้ถาม หรือผู้ถามก็อาจถามทำไมต่อไปอีกเรื่อยๆ อาจทำให้ต้องอ้างเหตุผลกันไปไม่รู้จบสิ้น หรือไม่ในที่สุดก็อาจจะวนเวียนมาอ้างเหตุผลเดิมอีก

ในการตอบคำถามทำไม บางครั้งผู้ตอบอาจใช้วิธียกตัวอย่าง เช่น “ทำไมคุณรู้ว่าคุณแพ้อาหารทะเล” ผู้ตอบอาจตอบว่า “ที่ผ่านมามีฉันกินอาหารทะเล ไม่ว่าจะเป็นกุ้ง หอย ปลาทู ปูทะเล ดิฉันจะมีผื่นคันขึ้นมาทุกที” การอ้างแบบนี้เป็นการอ้างเหตุผลอีกแบบหนึ่งโดยใช้ประสบการณ์ในอดีต

การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นเหตุ หรือ ข้อกำหนด (hypothesis) อาจจะหลาอย่างมาวิเคราะห์และแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องเพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่ หรือปรากฏการณ์ใหม่ซึ่งเรียกว่า ข้อสรุป หรือผล (conclusion)

มนุษย์รู้จักใช้การให้เหตุผล เพื่อสนับสนุนความเชื่อ หรือเพื่อการหาความจริง หรือข้อสรุปเรื่องใดเรื่องหนึ่งมาแต่ครั้งโบราณ การให้เหตุผลที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธี คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

กิจกรรมที่ 1



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม..... ชั้น

- จุดประสงค์การเรียนรู้**
1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผล
 2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คำชี้แจง ข้อความต่อไปนี้ นำเชื่อถือหรือไม่ จงอธิบายเหตุผล

- 1) ดารา 9 ใน 10 คน ใช้สบู่อัลกซ์ ดังนั้นเราควรใช้สบู่อัลกซ์

ตอบ _____

- 2) มาทำนาทุ่งกันเถอะ

ตอบ _____

- 3) อย่าไปเลยบางกอกจะบอกให้ พี่เคยไปมาแล้วน้องแก้วเอ๋ย

ตอบ _____

- 4) กระทรวงสาธารณสุขประกาศว่าคนสูบบุหรี่มักเป็นมะเร็งปอด ดังนั้นไม่ควรสูบบุหรี่

ตอบ _____

กิจกรรมที่ 2



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม ชั้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

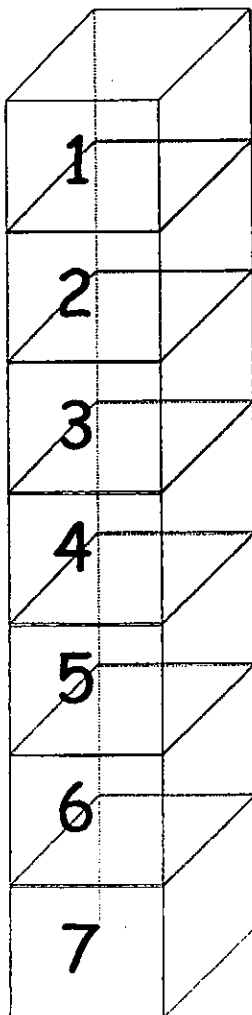
1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผล
2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนพิจารณาเหตุการณ์ต่อไปนี้ และช่วยกันอภิปรายหาคำตอบ

กล่อง 7 ใบ

กล่อง 7 ใบวางเรียงซ้อนกัน แต่ละใบมีสีต่างกันดังนี้

สีเขียว สีเหลือง สีดำ สีแดง
สีชมพู สีฟ้า และ สีขาว



ถามว่า กล่องแต่ละใบมีสีอะไร ถ้า

- 1) กล่องสีเขียวอยู่ใต้กล่องสีเหลือง
- 2) มีกล่องหนึ่งกล่องอยู่ระหว่างกล่องสีดำและสีเขียว
- 3) มีกล่องสีส้มอยู่ระหว่างกล่องสีชมพูและสีแดง
- 4) กล่องสีชมพูอยู่บนกล่องสีฟ้า
- 5) กล่องสีขาวไม่ใช่กล่องใบที่อยู่ล่างสุด

ดังนั้น

กล่องใบที่ 1 สี กล่องใบที่ 2 สี
กล่องใบที่ 3 สี กล่องใบที่ 4 สี
กล่องใบที่ 5 สี กล่องใบที่ 6 สี
กล่องใบที่ 7 สี

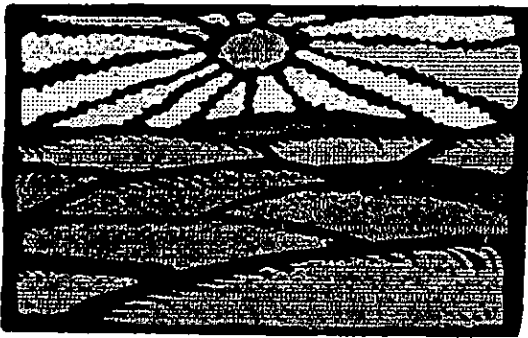


รูปแบบของการให้เหตุผล



1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)

การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยยึดความจริงจากส่วนย่อยที่พบเห็นไปสู่ความจริงที่เป็นส่วนรวม เช่น เราพบว่า ทุกเช้าพระอาทิตย์จะขึ้นทางทิศตะวันออก และตอนเย็นพระอาทิตย์จะตกทางทิศตะวันตก จึงให้ข้อสรุปว่า พระอาทิตย์ขึ้นทางทิศตะวันออก และตกทางทิศตะวันตก

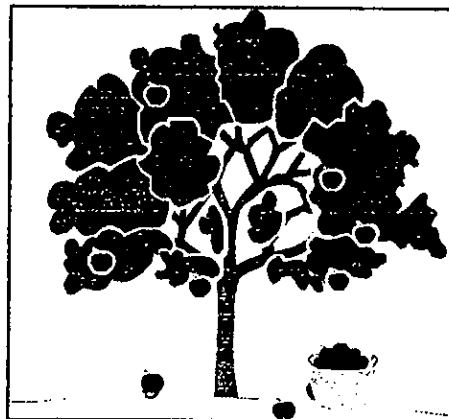


พระอาทิตย์ขึ้น



พระอาทิตย์ตก

ชาวสวนมะม่วงสังเกตมาหลายปีพบว่า ถ้าปีใดหมอกแรงจัดมะม่วงจะติดลูกน้อย เขาจึงสรุปว่าหมอกเป็นสาเหตุให้มะม่วงติดลูกน้อย ต่อมา มีชาวสวนหลายคนทดลองฉีดน้ำล้างข่อมะม่วงเมื่อมีหมอกลงจัด พบว่ามะม่วงติดลูกมาก เขาจึงสรุปว่า การล้างข่อมะม่วงเมื่อมีหมอกลงจัดช่วยให้มะม่วงติดลูกมาก



ในวิชาคณิตศาสตร์ก็มีการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อสรุปคำตอบหรือช่วยในการแก้ปัญหาเช่นกัน เช่น จากแบบรูป 1, 3, 5, 7, 9 ถ้าต้องการหาจำนวนนับถัดจาก 9 อีก 5 จำนวน เมื่อใช้ข้อสังเกตจากแบบรูปของจำนวนที่กำหนดให้พบว่า แต่ละจำนวนมีค่าเพิ่มขึ้นทีละสอง โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยที่ได้จากการสังเกตข้างต้น จะได้จำนวนนับอีก 5 จำนวน ซึ่งได้แก่ 11, 13, 15, 17 และ 19

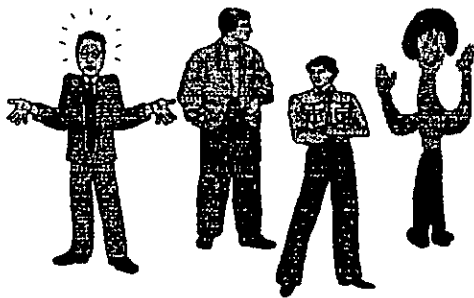
สรุปความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ดังนี้

การให้เหตุผลแบบอุปนัย หมายถึง วิธีการสรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกต หรือ การทดลองหลายครั้งจากกรณีย่อยๆ แล้วนำมาสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

ตัวอย่างที่ 1 บังอรพบว่า ทุกครั้งที่ซื้อกล้วยเดี่ยวจะมีกล้วยงอกด้วยทุกครั้ง จึงสรุปว่ากล้วยเดี่ยวต้องใส่กล้วยงอก

ตัวอย่างที่ 2 นางอุษพบาว่า ทุกครั้งที่สวดมนต์ก่อนนอนจะนอนหลับฝันดี จึงสรุปว่า การสวดมนต์ก่อนนอน จะทำให้นอนหลับฝันดี

ตัวอย่างที่ 3 สมหวังเป็นหมออยู่ที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่งเขาได้สังเกตเห็นว่า คนที่เป็นโรคมะเร็ง ถ้ากิน กินกระเทียมแล้วจะหายจากการเป็นมะเร็ง ซึ่งเขาได้สังเกตเห็นดังนี้



นายดำเป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วหายจากการเป็นมะเร็ง
 นายแดงเป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วหายจากการเป็นมะเร็ง
 นายขาวเป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วหายจากการเป็นมะเร็ง
 นายเขียวเป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วหายจากการเป็นมะเร็ง

ดังนั้น หมอสมหวังจึงสรุปว่า คนทุกคนที่เป็นมะเร็ง กินกระเทียมแล้วจะหายจากการเป็นมะเร็ง

ตัวอย่างที่ 4



สมหญิงเป็นแม่ค้าขายกล้วยทอด เขาสังเกตเห็นว่า ถ้ากล้วยทอด ใส่เกลือและมะพร้าวเป็นส่วนผสมในแป้งที่ทอด ปรากฏว่ากล้วยทอดกรอบหอม แต่เมื่อลดมะพร้าวให้น้อยลง ปรากฏว่ากล้วยทอดกรอบน้อยลง หลังจากสังเกตหลายครั้ง สมหญิงจึงได้ข้อสรุปว่าควรใส่เกลือและมะพร้าวปริมาณเท่าใด จึงจะทำให้กล้วยทอดกรอบพอดี

การสรุปความรู้โดยใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย

ตัวอย่างที่ 5 จากรูปแบบของจำนวน 2, 4, x จงใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย แสดงให้เห็นว่า x ควรเป็นจำนวนใด

เหตุผลที่ 1 เนื่องจาก 2, 4 แต่ละจำนวนเป็นจำนวนคู่ ดังนั้น $x = 6$

เหตุผลที่ 2 เนื่องจาก $2 = 2^1$, $4 = 2^2$ ดังนั้น $x = 2^3 = 8$

เหตุผลที่ 3

ตัวอย่างที่ 6 จงใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อหาสมการหรือคำตอบจากแบบรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1) $(1 \times 8) + 1 = 9$

$(12 \times 8) + 2 = 98$

$(123 \times 8) + 3 = 957$

2) $(1 \times 9) - 1 = 8$

$(21 \times 9) - 1 = 188$

$(321 \times 9) - 1 = 2,888$

.....

3) $1 + 10 = 11$

$1 + 10 + 100 = 111$

$1 + 10 + 100 + 1,000 = 1,111$

.....

4) $1 = 1$

$1 + 2 = 3$

$1 + 2 + 3 = 6$

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

.....

5) $1 = 1 \times 1$

$1 + 5 = 2 \times 3$

$1 + 5 + 9 = 3 \times 5$

.....

6) $9 \times 9 = 81$

$99 \times 9 = 891$

$999 \times 9 = 8,991$

.....

7) $1^2 + 1 = 2^2 - 2$

$2^2 + 2 = 3^2 - 3$

$3^2 + 3 = 4^2 - 4$

.....

8) $3^2 - 1^2 = 2^3$

$6^2 - 3^2 = 3^3$

$10^2 - 6^2 = 4^3$

.....

ตัวอย่างที่ 7 จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย สรุปผลเกี่ยวกับผลบวกของจำนวนคู่สองจำนวนใด ๆ

วิธีทำ

$2 + 0 = 2$

$4 + 2 = 6$

$6 + 4 = 10$

$8 + 6 = 14$

$10 + 8 = 18$

สรุป ผลบวกของจำนวนคู่สองจำนวนใด ๆ เป็นจำนวนคู่เสมอ

ตัวอย่างที่ 8 พิจารณาสมการผลคูณต่อไปนี้

$$1) \quad 11 \times 11 = 121$$

$$2) \quad 111 \times 11 = 1221$$

$$3) \quad 1111 \times 11 = 12221$$

$$4) \quad 11111 \times 11 = 122221$$

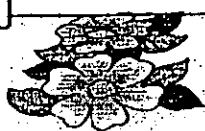
จากสมการผลคูณข้างต้น สามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไปเกี่ยวกับตัวคูณและผลคูณได้ดังนี้

$$111 \dots 1 \text{ (มี 1 อยู่ } n \text{ ตัว)} \times 11 = 122 \dots 21 \text{ (มี 2 อยู่ } n - 1 \text{ ตัว)}$$

อย่างไรก็ดี การหาข้อสรุปหรือความจริงโดยใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยนั้นไม่จำเป็นต้องถูกต้องทุกครั้ง เนื่องจากการให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการสรุปผลเกิดจากหลักฐานข้อเท็จจริงที่มีอยู่ ดังนั้น ข้อสรุปจะเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลหลักฐานและข้อเท็จจริงที่นำมาอ้างด้วย

แม้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยยังมีข้อจำกัดบางประการตามที่ได้กล่าวมา แต่การให้เหตุผลแบบอุปนัยก็เป็นวิธีที่ใช้กันอย่างมาก เช่น การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การตั้งข้อสังเกตเพื่อใช้เป็นสมมติฐานทางวิทยาศาสตร์ ความรู้ทางวิทยาศาสตร์ที่สร้างความเจริญให้กับโลกปัจจุบันมีรากฐานมาจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย นักวิทยาศาสตร์เป็นคนช่างสังเกต ช่างคิด ช่างทดลอง ต้องใช้เวลาและกว่าจะสรุปผลออกมาได้ ต้องตรวจสอบแล้วตรวจสอบอีก จึงกล้าประกาศให้สาธารณชนทราบและกว่าจะเป็นที่ยอมรับ บางท่านต้องใช้เวลานาน บางท่านเสียชีวิตไปก่อนที่ผลงานของตนจะเป็นที่ยอมรับ บางท่านมีคนยอมรับเชื่อกันมาเป็นร้อยปี ภายหลังมีผู้พบว่าความรู้นั้นไม่ถูกต้องก็มี สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์ก่อนที่จะสรุปข้อความหรือข้อสรุปใดเป็นจริงหรือไม่ จำเป็นต้องใช้วิธีการที่เรียกว่า การพิสูจน์ เพื่อยืนยันข้อความหรือข้อสรุปว่าถูกต้องหรือสมเหตุสมผลหรือไม่เสียก่อน

กิจกรรมที่ 4



ชื่อผู้เรียน / กลุ่ม ชั้น

- ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง 1. สรุปความรู้โดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย เมื่อกำหนดแบบรูปได้
2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คำชี้แจง จากแบบรูปที่กำหนดให้ จงหาจำนวนที่หายไปพร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบคำตอบ

1)

2
6

3
0

4
3

9

เหตุผล

2)

3	6
24	12

2	4
16	8

1	2
8	4

5	10
40	

เหตุผล

3)

	1	
5	1	3
	2	

	3	
3	1	3
	3	

	2	
5	1	2
	3	

	6	
4	7	2
	1	

เหตุผล

4)

2	2
16	
3	5

4	7
26	
2	3

5	2
3	6

เหตุผล

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.1



1. ความรู้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ ข้อใดได้มาด้วยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย พร้อมทั้งบอกเหตุผล

1.1 สูตรผลหารักรัษาโรค

1.2 สูตรอาหาร

1.3 วิธีการปลูกพืชแบบเกษตรธรรมชาติ

1.4 $1+1 = 2$

ตอบ _____

2. ชันช่วยทดลองแทนค่า n ใน $n^2 - n + 11$ ดังนี้

ถ้า $n = 1$ จะได้ $1^2 - 1 + 11 = 11$ เป็นจำนวนเฉพาะ

ถ้า $n = 2$ จะได้ $2^2 - 2 + 11 = 13$ เป็นจำนวนเฉพาะ

ถ้า $n = 3$ จะได้ $3^2 - 3 + 11 = 17$ เป็นจำนวนเฉพาะ

ชันช่วยจึงสรุปว่า ไม่ว่าจะแทนค่า n ด้วยจำนวนนับใดๆ ใน $n^2 - n + 11$ จะได้ผลเป็นจำนวนเฉพาะเสมอ ผู้เรียนคิดว่าผลสรุปนี้น่าเชื่อถือหรือไม่เพราะเหตุใด

ตอบ _____

3. พิจารณาจำนวน 2, 4, 6,... ครูถามนักเรียนว่า จำนวนถัดไปคืออะไร

- คำตอบว่า จำนวนถัดไปคือ 8 เพราะนับเพิ่มทีละ 2

- หนึ่งตอบว่า จำนวนถัดไปคือ 10 เพราะจำนวนหลังเกิดจากสองจำนวนหน้าบวกกัน เช่น 6 เกิดจาก $4+2$ ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ 10 เพราะเกิดจาก $6+4$

- แห่งตอบว่า 12 เพราะจำนวนหลังเกิดจาก 3 จำนวนแรกบวกกัน คือ $6+4+2 = 12$

3.1 ผู้เรียนคิดว่าคำตอบของใครถูกต้อง

ตอบ _____

3.2 ผู้เรียนมีคำตอบที่แตกต่างจากนี้หรือไม่ อย่างไร

ตอบ _____

4. จากแบบรูปของจำนวนต่อไปนี้ จงหาจำนวนที่หายไป โดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย

4.1 1, 3, 6, 10,, 21

เหตุผล _____

4.2 1, 3, 7,, 21

เหตุผล _____

4.3 21, 20, 18, 15,, 6, 0

เหตุผล _____

4.4 5, 3, 1, -1, -3,

เหตุผล _____

4.5 1, -1, 1, -1, 1,

เหตุผล _____

4.6 12, 10, 8, 6,

เหตุผล _____

4.7 1, 4, 9, 16, 25,

เหตุผล _____

4.8 12, 22, 32, 42,

เหตุผล _____

5. จงใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย หาข้อสรุปต่อไปนี้

5.1 ผลบวกของจำนวนคู่สองจำนวนใด ๆ

5.2 ผลคูณของจำนวนนับสองจำนวนใด ๆ

6. พิจารณาสมการผลคูณต่อไปนี้

1) $9 \times 9 = 81$

2) $99 \times 9 = 891$

3) $999 \times 9 = 8991$

จากสมการผลคูณข้างต้น ให้ผู้เรียนสรุปเป็นกรณีทั่วไปเกี่ยวกับตัวคูณและผลคูณ

7. จงใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อหาสมการหรือคำตอบจากแบบรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$$7.1 \quad \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$7.2 \quad 1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$7.3 \quad 9 \times 9 = 81$$

$$909 \times 9 = 8181$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$7.4 \quad (1 \times 9) + 2 = 11$$

$$(12 \times 9) + 3 = 111$$

$$(123 \times 9) + 4 = 1111$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความรู้พื้นฐานเดิมในรูปทั่วไป แล้วนำไปสรุปความรู้ที่เป็นผลมาจากความรู้พื้นฐานเหล่านั้น เช่น

เราทราบว่า มนุษย์ทุกคนต้องตาย

นายขาวเป็นมนุษย์

จึงสรุปว่า นายขาวต้องตาย

เราทราบว่า ดาวฤกษ์ทุกดวงมีแสงสว่างในตัวเอง

ดวงอาทิตย์เป็นดาวฤกษ์

จึงสรุปว่า ดวงอาทิตย์มีแสงสว่างในตัวเอง

เราทราบว่า สุนัขทุกตัวเป็นสัตว์เลี้ยง 4 ขา

คูบเป็นสุนัข

จึงสรุปว่า คูบมี 4 ขา

เมื่อเราใช้การสรุปที่ขึ้นอยู่กับข้อความที่เรายอมรับว่าเป็นจริง กระบวนการดังกล่าวนี้เรียกว่า “การให้เหตุผลแบบนิรนัย”

สรุปความหมายของการให้เหตุผลแบบนิรนัยได้ดังนี้

การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลจากการนำความรู้พื้นฐานชุดหนึ่งที่ยอมรับมาก่อน ซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือบทนิยาม ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุป โดยไม่ต้องอาศัยการสังเกตหรือการทดลองใด ๆ

ตัวอย่างที่ 9 เหตุ 1. คนทุกคนต้องตาย

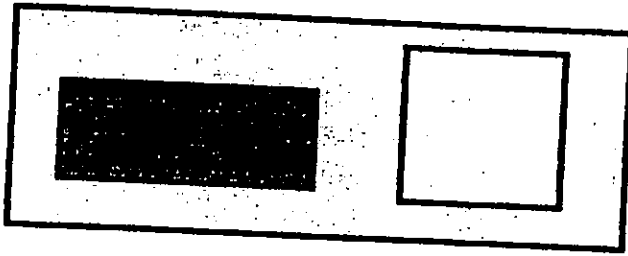
2. ไชกุลเป็นคน



ผล ไชกุลต้องตาย



- ตัวอย่างที่ 10 เหตุ 1. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน 2 คู่
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน 2 คู่ และด้านทุกด้านยาวเท่ากัน



ผล รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



- ตัวอย่างที่ 11 เหตุ 1. คาวเรืองทุกชนิดเป็นดอกไม้
2. ดอกไม้ทุกชนิดมีกลิ่นหอม



ผล คาวเรืองทุกชนิดมีกลิ่นหอม



- ตัวอย่างที่ 12 เหตุ 1. จำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว เรียกว่าจำนวนคู่
2. x เป็นจำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว

ผล x เป็นจำนวนคู่

จากตัวอย่างที่กล่าวมา เรียกข้อความหรือประโยคในข้อ 1 และข้อ 2 ว่า เหตุ หรือข้อกำหนด
ที่ให้มา (Premise) เรียกข้อความหรือประโยคในข้อ 3) ว่า ผล หรือข้อสรุป (Conclusion)



การตรวจสอบความสมเหตุสมผล



ในการตรวจสอบว่าข้อสรุปสมเหตุสมผลหรือไม่นั้น สามารถตรวจสอบได้หลายวิธี แล้วแต่ลักษณะของข้อความ หรือข้อกำหนดที่ให้มา วิธีการหนึ่งที่ใช้ตรวจสอบความสมเหตุสมผล คือ วิธีของอาร์ิสโตเติล ซึ่งในปัจจุบันได้พัฒนามาใช้แผนภาพแทนเซตของ เวน - ออยเลอร์ ซึ่งใช้สำหรับข้อความที่เขียนแทนด้วยแผนภาพแทนเซตได้

การเขียนแผนภาพ เวน - ออยเลอร์

วิธี เวน - ออยเลอร์ จะวาดแผนภาพให้สอดคล้องกับเหตุ หรือ การเขียนแผนภาพตามข้อกำหนดที่ให้มาทุกกรณีที่เป็นไปได้ แล้วพิจารณาว่าแผนภาพที่วาดแต่ละกรณีแสดงผลสรุปตามที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้าแผนภาพที่วาดเป็นไปไม่ได้ทุกกรณีและแสดงผลตามที่กำหนด กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลสมเหตุสมผล แต่ถ้ามีบางกรณีที่แผนภาพไม่แสดงผลตามที่สรุปไว้ กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลนั้นไม่สมเหตุสมผล

ก่อนที่จะเราจะใช้แผนภาพของ เวน - ออยเลอร์ ช่วยในการตรวจสอบความสมเหตุสมผล เราจะต้องตกลงกันก่อนว่า ข้อความแต่ละแบบจะวาดแผนภาพแสดงได้อย่างไร

แบบของแผนภาพที่ใช้ในการอ้างเหตุผลมี 6 แบบ แตกต่างกันดังนี้

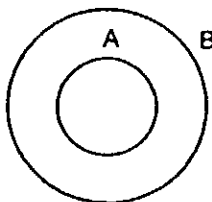
ให้ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B

- 1) สมาชิกของ A ทุกตัวเป็นสมาชิกของ B

เช่น ดาราทุกคนเป็นคนสวย

ให้ A แทนเซตของดารา

B แทนเซตของคนสวย

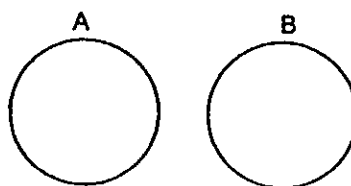


- 2) ไม่มีสมาชิกของ A ตัวใดเป็นสมาชิกของ B

เช่น ไม่มีดาราคนใดเป็นคนสวย

ให้ A แทนเซตของดารา

B แทนเซตของคนสวย

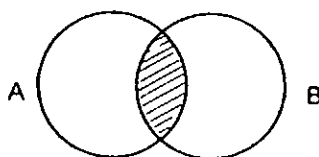


- 3) สมาชิกของ A บางตัวเป็นสมาชิกของ B

เช่น นักเรียนบางคนเป็นคนสวย

ให้ A แทนเซตของนักเรียน

B แทนเซตของคนสวย

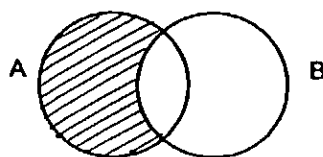


- 4) สมาชิกของ A บางตัวไม่เป็นสมาชิกของ B

เช่น นักเรียนบางคนเป็นคนไม่สวย

ให้ A แทนเซตของนักเรียน

B แทนเซตของคนสวย

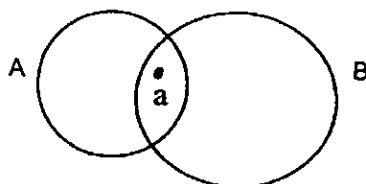


- 5) สมาชิกของ A หนึ่งตัวเป็นสมาชิกของ B

เช่น มะม่วงในสวนฉันเป็นพันธุ์น้ำดอกไม้

ให้ A แทนเซตของมะม่วงในสวนฉัน

B แทนเซตของมะม่วงพันธุ์น้ำดอกไม้

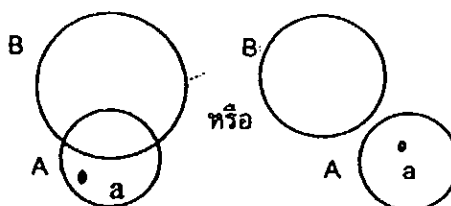


- 6) สมาชิกของ A หนึ่งตัวไม่เป็นสมาชิกของ B

เช่น มะม่วงในสวนฉันไม่ใช่พันธุ์น้ำดอกไม้

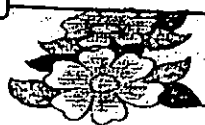
ให้ A แทนเซตของมะม่วงในสวนฉัน

B แทนเซตของมะม่วงพันธุ์น้ำดอกไม้



เมื่อตัดสินใจว่าจะใช้แบบใดเป็นเครื่องมือแล้ว เราก็สามารถจะนำไปใช้ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลสรุปได้

กิจกรรมที่ 6



ชื่อผู้เรียน/กลุ่ม..... ชั้น.....

จุดประสงค์การเรียนรู้ 1. สามารถเขียนแผนภาพแสดงความหมายของข้อความได้

คำชี้แจง จงเขียนแผนภาพที่แสดงความหมายของข้อความที่ใช้ในการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

- 1) นักเรียนทุกคนเป็นคนฉลาด
- 2) นักเรียนทุกคนเป็นคนไม่ฉลาด
- 3) นักเรียนบางคนเป็นคนฉลาด
- 4) นักเรียนบางคนเป็นคนไม่ฉลาด
- 5) ค.ช. แดงเป็นคนฉลาด
- 6) ค.ช. แดงเป็นคนไม่ฉลาด

ตัวอย่างที่ 13 จงตรวจสอบการให้เหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ 1. ชาวเชียงใหม่ทุกคนเป็นชาวเหนือ

2. ชาวเหนือทุกคนเป็นชาวไทย

ผล ชาวเชียงใหม่ทุกคนเป็นชาวไทย

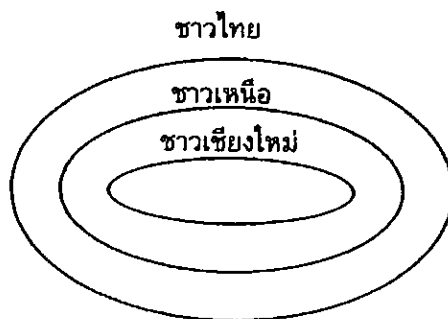
วิธีตรวจสอบ วาดแผนภาพให้สอดคล้องตามเหตุทั้งสองข้อ จะได้ดังนี้
จากเหตุที่ 1 จะได้ว่า ชาวเชียงใหม่ทุกคนเป็นชาวเหนือ



จากเหตุที่ 2 จะได้ว่า ชาวเหนือทุกคนเป็นชาวไทย



จากเหตุที่ 1 และ 2 จะได้ว่า ชาวเชียงใหม่ทุกคนเป็นชาวไทย



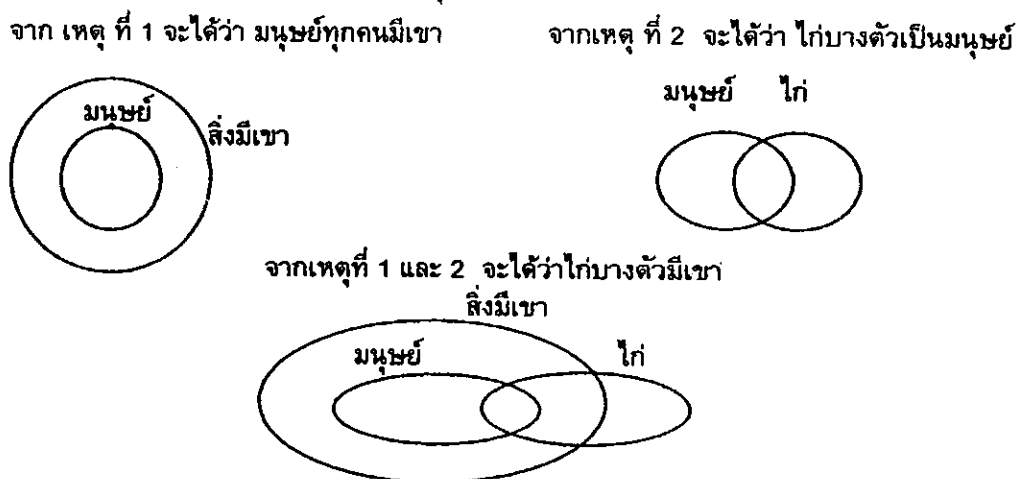
จากแผนภาพข้างบน แสดงว่า ชาวเชียงใหม่ทุกคนต้องเป็นชาวไทย
ดังนั้น การให้เหตุผลจึง สมเหตุสมผล



ตัวอย่างที่ 14 จงตรวจสอบว่าผลสรุปสมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. มนุษย์ทุกคนมีเขา
 2. ไก่บางตัวเป็นมนุษย์
 ผล ไก่บางตัวมีเขา

วิธีตรวจสอบ วาดแผนภาพให้สอดคล้องตามเหตุทั้งสองข้อ จะได้ดังนี้



จากแผนภาพข้างต้น แสดงว่า ไก่บางตัวมีเขา

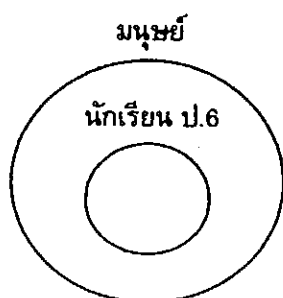
ดังนั้น การให้เหตุผลจึง สมเหตุสมผล แต่ไม่ตรงกับความเป็นจริง เพราะว่าไก่ไม่มีเขา

ตัวอย่างที่ 15 จงตรวจสอบว่าผลสรุปสมเหตุสมผลหรือไม่

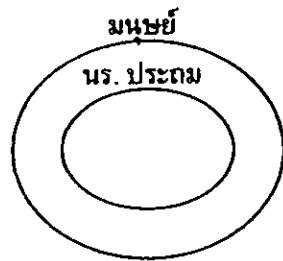
- เหตุ 1. นักเรียน ป. 6 ทุกคนเป็นมนุษย์
 2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาทุกคนเป็นมนุษย์
 ผล นักเรียน ป.6 ทุกคนเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา

วิธีตรวจสอบ วาดแผนภาพตามเหตุทั้ง 2 ข้อ จะได้ดังนี้

จากเหตุที่ 1 จะได้ว่า นักเรียน ป. 6 ทุกคนเป็นมนุษย์

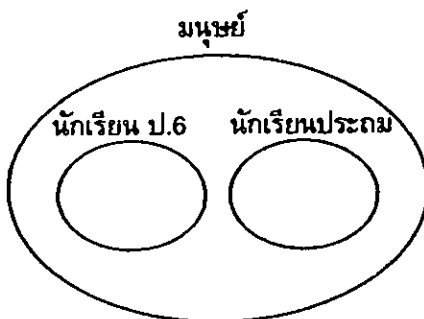


จากเหตุที่ 2 จะได้ว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาทุกคนเป็นมนุษย์



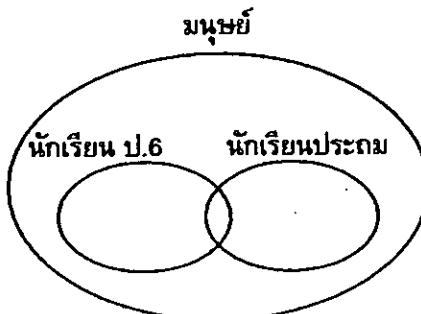
จากเหตุที่ 1 และ 2 จะได้ว่า

กรณีที่ 1



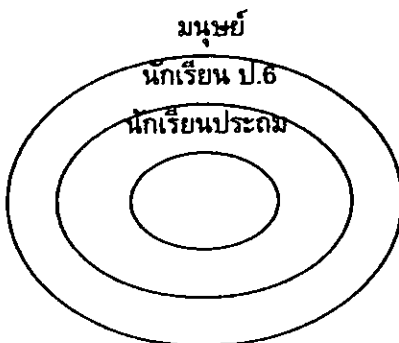
นักเรียน ป.6 ทุกคนไม่เป็นนักเรียนประถม

กรณีที่ 2



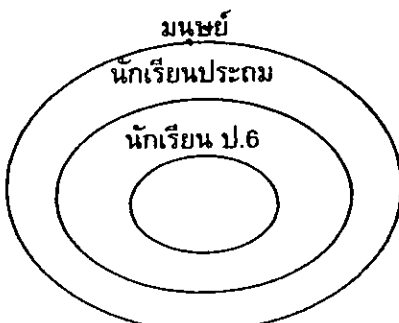
นักเรียน ป.6 บางคนเป็นนักเรียนประถม

กรณีที่ 3



นักเรียนประถมทุกคนเป็นนักเรียน ป.6

กรณีที่ 4



นักเรียน ป.6 ทุกคนเป็นนักเรียนประถม

จากแผนภาพแสดงว่า นักเรียน ป.6 และนักเรียนชั้นประถมศึกษาต่างก็เป็นมนุษย์ แต่ไม่สามารถสรุปได้ว่านักเรียน ป.6 ทุกคนเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา

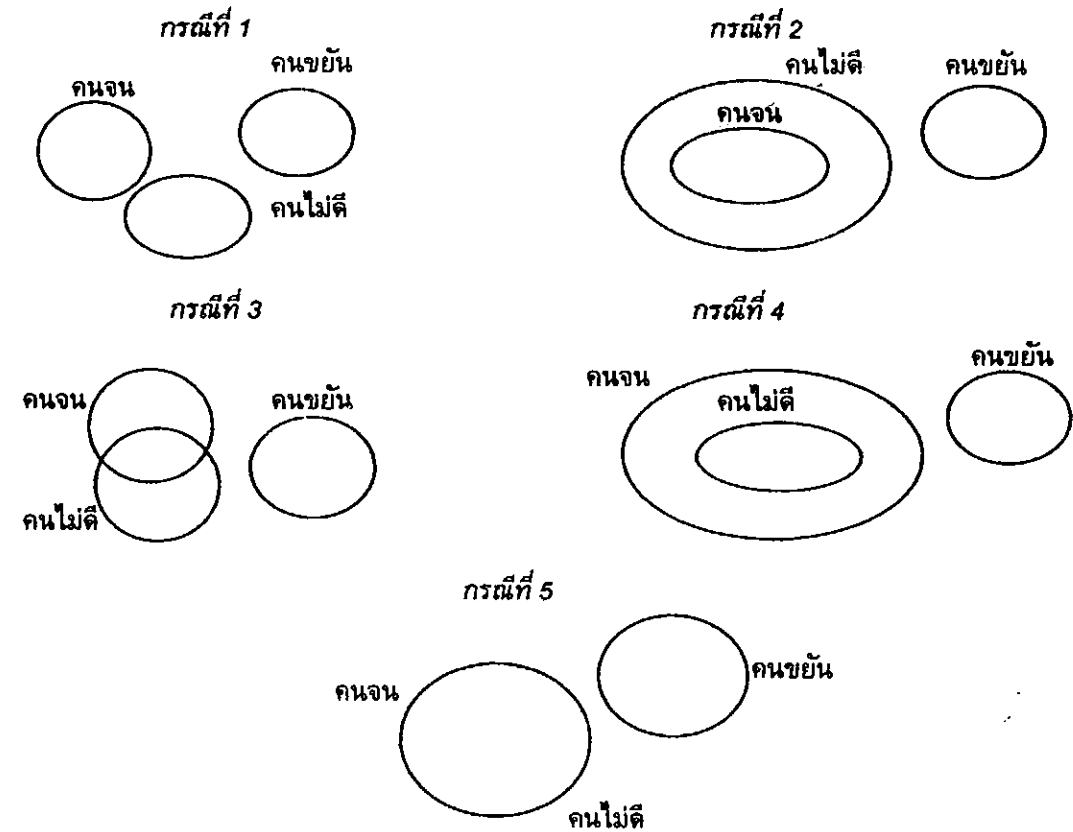
ดังนั้น การให้เหตุผลจึง ไม่สมเหตุสมผล แต่ความจริงแล้ว นักเรียน ป.6 ทุกคนเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษา

ตัวอย่างที่ 16 จงตรวจสอบว่าผลสรุปสมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. ไม่มีคนจนคนใดเป็นคนขยัน
2. ไม่มีคนขยันคนใดเป็นคนไม่ดี

ผล ไม่มีคนจนคนใดเป็นคนไม่ดี

วิธีตรวจสอบ วาดแผนภาพตามเหตุทั้ง 2 ข้อ จะได้หลายกรณี ดังนี้



จากแผนภาพข้างต้น เราพบบางกรณีที่ผลสรุปไม่สอดคล้องกับแผนภาพ ดังนั้น การให้เหตุผลจึง ไม่สมเหตุสมผล

หมายเหตุ ในการแสดงว่าไม่สมเหตุสมผล เราไม่จำเป็นต้องวาดแผนภาพทั้งหมดทุกกรณี ให้ยกกรณีที่ผลสรุปไม่สอดคล้องเพียง 1 กรณีก็พอ

ตัวอย่างที่ 17 จงตรวจสอบว่าผลสรุปสมเหตุสมผลหรือไม่

- เหตุ 1. จำนวนนับเป็นจำนวนเต็ม
2. จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนเต็มลบ

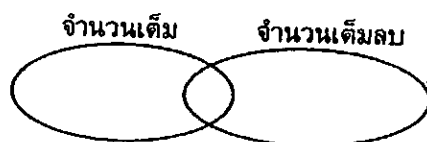
ผล มีจำนวนนับบางจำนวนเป็นจำนวนเต็มลบ

วิธีตรวจสอบ วาดแผนภาพตามเหตุทั้ง 2 ข้อ ได้ดังนี้

จากเหตุที่ 1 จะได้ว่า จำนวนนับเป็นจำนวนเต็ม

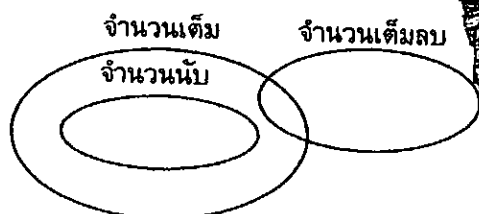


จากเหตุที่ 2 จะได้ว่า จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวนเต็มลบ



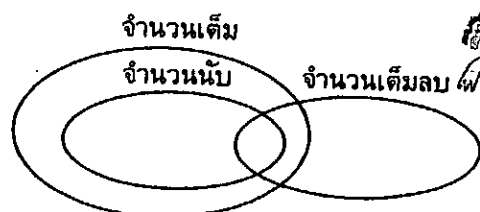
จากเหตุที่ 1 และ 2 จะได้

กรณีที่ 1



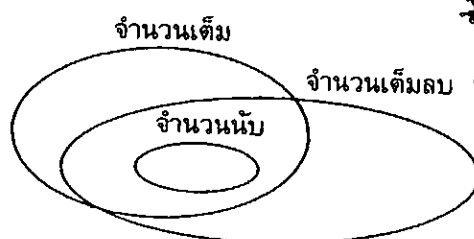
จำนวนนับเป็นจำนวนเต็มและมี
จำนวนเต็มบางจำนวนเป็นจำนวน
เต็มลบ แต่จำนวนนับบางจำนวน
ไม่เป็นจำนวนเต็มลบ

กรณีที่ 2



จำนวนเต็มและจำนวนนับ
บางจำนวนเป็นจำนวนเต็มลบ

กรณีที่ 3

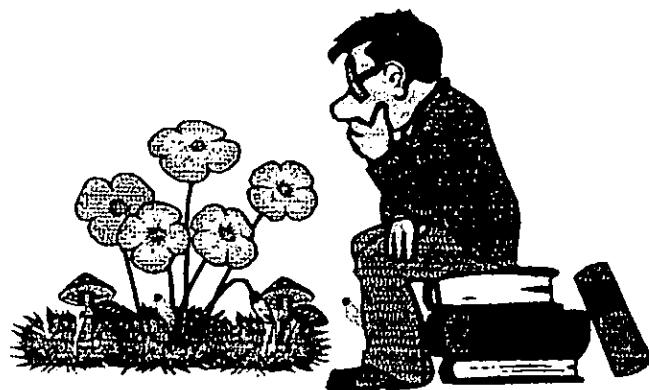


จำนวนเต็มบางจำนวนและ
จำนวนนับทุกจำนวนเป็น
จำนวนเต็มลบ

จากแผนภาพ เราพบบางกรณีที่ผลสรุปไม่สอดคล้องกับแผนภาพ
 ดังนั้น การให้เหตุผลจึง ไม่สมเหตุสมผล แม้ว่าเหตุที่อ้างมาจะเป็นจริงทั้งหมดก็ไม่จำเป็น
 ว่า ผลสรุปจะต้องเป็นจริงตามไปด้วยเสมอ

สรุปการตรวจสอบความสมเหตุสมผลได้ดังนี้

- ยอมรับว่าเหตุเป็นจริงเสมอ
- เฉพาะผลเท่านั้นที่จะมีการตรวจสอบความถูกต้อง
- ถ้าผลที่ได้นั้นมาจากเหตุที่กำหนดให้แล้ว การให้เหตุผลที่ได้นั้นจะ สมเหตุสมผล หรือ Valid
- ถ้าผลที่ได้นั้นไม่ได้มาจากเหตุที่กำหนดให้แล้ว การให้เหตุผลที่ได้นั้นจะ ไม่สมเหตุสมผล หรือ Invalid



กิจกรรมที่ 7



ชื่อผู้เรียน/กลุ่ม..... ชั้น

- จุดประสงค์การเรียนรู้**
1. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลสรุป จากสมมุติฐานที่กำหนดให้ได้
 2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนตรวจสอบการให้เหตุผลต่อไปนี้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพเวน-ออยเลอร์

1. เหตุ 1. ต้นไม้ทุกชนิดมีใบสีเขียว
 2. ท้อเป็นต้นไม้ชนิดหนึ่ง
 ผล ท้อมีใบสีเขียว

2. เหตุ 1) แดงเป็นกษัตริย์
 2) กษัตริย์บางคนเป็นคนมีความสุข
 ผล แดงเป็นคนไม่มีความสุข

กิจกรรมที่ 8



ชื่อผู้เรียนกลุ่ม..... ชั้น

- จุดประสงค์การเรียนรู้**
1. สรุปความรู้ที่สมเหตุสมผลจากสมมุติฐานที่กำหนดให้ได้
 2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

คำชี้แจง ให้ผู้เรียนหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากสมมุติฐานที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. สมมุติฐาน
 - 1) นักเรียนทุกคนต้องอ่านหนังสือ
 - 2) คนอ่านหนังสือบางคนสอบตก

ข้อสรุป

2. สมมุติฐาน
 - 1) นักเรียนทุกคนต้องอ่านหนังสือ
 - 2) คนอ่านหนังสือทุกคนสอบได้

ข้อสรุป

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.2



(1) จงตรวจสอบว่าผลสรุปสมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพ เวน – ชอยเลอร์

- 1). เหตุ 1. มนุษย์ทั้งหมดมีหาง
 2. ไก่ทุกตัวเป็นมนุษย์
ผล ไก่ทุกตัวมีหาง

- 2). เหตุ 1. นกทุกตัวมีปีก
 2. ค้างคาวทุกตัวมีปีก
ผล ค้างคาวทุกตัวเป็นนก

- 3). เหตุ 1. สัตว์ทุกชนิดมี 6 ขา
 2. ไก่เป็นสัตว์ชนิดหนึ่ง
ผล ไก่ มี 6 ขา

- 4). เหตุ 1. คนที่ไปงานเลี้ยงจะได้รับของขวัญ
 2. นัทไม่ได้รับของขวัญ
ผล นัทไม่ได้ไปงานเลี้ยง

- 5). เหตุ 1. นักเรียนที่ชอบเรียนวิทยาศาสตร์บางคนชอบเรียนคณิตศาสตร์
 2. ปุชอบเรียนวิทยาศาสตร์
ผล ปุชอบเรียนคณิตศาสตร์

- 6). เหตุ 1. ดาวบางดวงไม่มีแสงสว่างในตัวเอง
 2. สัตว์บางตัวไม่มีแสงสว่างในตัวเอง
ผล สัตว์บางตัวไม่ใช่ดาว

- 7). เหตุ 1. คนที่กินข้าวทุกคนเป็นคนไทย
 2. สุกากินข้าวเป็นอาหาร
ผล สุกาเป็นคนไทย

- 8). เหตุ 1. เด็กฉลาดทุกคนเป็นเด็กที่สอบคณิตศาสตร์ได้
 2. สายสมรเป็นเด็กที่สอบคณิตศาสตร์ได้
ผล สายสมรแดงเป็นเด็กฉลาด

9) เหตุ 1. จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

2. $\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

ผล $\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนเต็ม

10) เหตุ 1. จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง

2. จำนวนจริงบางจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

ผล จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

11) เหตุ 1. ชาวเกาหลีทุกคนเป็นชาวอีสาน

2. ชาวร้อยเอ็ดทุกคนเป็นชาวอีสาน

ผล ชาวเกาหลีทุกคนเป็นชาวร้อยเอ็ด

(2) จากข้อความที่กำหนดให้ จงแสดงการให้เหตุผล โดยใช้แผนภาพ เวน – ออยเลอร์ พร้อมทั้งสรุปผล

1. เหตุ 1) นักเรียนทุกคนต้องอ่านหนังสือ

2) คนอ่านหนังสือทุกคนสอบได้

สรุปผล _____

2. เหตุ 1) จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม
2) 8 เป็นจำนวนเต็ม

สรุปผล _____

3. เหตุ 1) ไม่มีจำนวนเฉพาะใดเลยที่หารด้วย 2 ลงตัว
2) 15 หารด้วย 2 ไม่ลงตัว

สรุปผล _____

4. เหตุ 1) มีนักเรียนบางคนเป็นคนดี
2) ไม่มีคนดีทอดทิ้งพ่อแม่

สรุปผล _____

5. เหตุ 1) ครูทุกคนเป็นคนใจดี
2) ไม่มีคนใจดีคนใดเป็นคนดูร้าย

สรุปผล _____

6. เหตุ 1) นักศึกษาแพทย์ทุกคนเป็นคนฉลาด
 2) ดวงจันทร์เป็นนักศึกษาแพทย์

สรุปผล _____

7. เหตุ 1) คนทำดีบางคนได้ดี
 2) คนได้ดีทุกคนร่ำรวย

สรุปผล _____

8. เหตุ 1) ไม่มีตลยแพทย์คนใดเป็นผู้หญิง
 2) นางสาวไทยทุกคนเป็นผู้หญิง

สรุปผล _____

9. เหตุ 1) ถ้าฝนไม่ตกต้องตามฤดูกาล ชาวนาจะอพยพเข้าเมือง
 2) ถ้าชาวนาอพยพเข้าเมือง จะเกิดปัญหาในชุมชนเมือง
 3) ถ้าเกิดปัญหาในชุมชนเมือง ตำรวจจะต้องทำงานหนัก

สรุปผล _____

แบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.3



จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ

-1. คนในยุคโบราณจะถ่ายทอดความรู้ให้คนรุ่นหลังๆ ด้วยวิธีบอกต่อกันมาโดยเน้นให้ทราบถึงวิธีการว่าทำอะไรแต่ไม่เห็นว่าทำอย่างนั้นเพราะเหตุผลอะไร
-2. การให้เหตุผลแบบนิรนัยจะอ้างอิงจากสิ่งที่เคยพบมาแล้วหลายครั้งโดยเชื่อว่าครั้งต่อไปจะได้ผลลัพธ์เป็นแบบเดียวกันกับหลายครั้งที่ผ่านมา
-3. การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นการนำสิ่งที่กำหนดให้หรือสิ่งที่เคยทราบมาก่อนแล้วว่าเป็นจริงมาพิจารณาตามหลักเกณฑ์ต่างๆ เพื่อสรุปหาความจริงใหม่ออกมาโดยไม่จำเป็นต้องเคยพบเห็นเรื่องนั้นมาก่อน
-4. สมชายทดลองคูณจำนวนดังนี้

$$1 \times 2 = 2 \times 1$$

$$3 \times 4 = 4 \times 3$$

$$5 \times 6 = 6 \times 5$$

$$7 \times 8 = 8 \times 7$$
 ดังนั้นจึงสรุปผลว่า สำหรับจำนวนเต็ม x, y ใดๆ จะได้ $x \times y = y \times x$
 การสรุปของสมศรีเป็นการสรุปโดยใช้วิธีการให้เหตุผลแบบนิรนัย
-5. สมหญิงเคยเห็นไม้ผ่านหนึ่งลอยมาในแม่น้ำ ต่อมาเขาพบบานหน้าต่างที่ทำด้วยไม้ลอยน้ำตอนมีน้ำท่วมหลังจากนั้นเขาพบสิ่งที่ทำด้วยไม้ลอยอยู่ในสระน้ำ ครึ่งสุดท้ายเขาพายเรือและทำพายตกน้ำ เขาพบว่าพายที่ทำด้วยไม้ก็ลอยน้ำ เขาจึงเชื่อว่า “ ไม้ย่อมลอยน้ำ ” ความเชื่อแบบนี้ของ สมหญิงเป็นวิธีการให้เหตุผลแบบนิรนัย
-6. สมพรชิมขนมในร้านค้าแห่งหนึ่ง พบว่า

ถ้วยที่ 1 รสหวาน

ถ้วยที่ 2 รสหวาน

ถ้วยที่ 3 รสหวาน

ถ้วยที่ 4 รสหวาน

 ดังนั้นจึงสรุปผลว่า ขนมทุกถ้วยในร้านนี้มีรสหวาน
 การสรุปของสมพรเป็นการสรุปโดยใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย
-7. จากความรู้ที่ว่า จำนวนเต็มคู่ทุกจำนวนหารด้วย 2 ลงตัว และเราทราบว่า 8 เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น 8 หารด้วย 2 ลงตัว การสรุปลักษณะนี้เป็นการสรุปโดยใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย
-8. ข้อสรุปที่สมเหตุสมผลได้มาจากการพิจารณาไปตามหลักฐานและกฎเกณฑ์ต่างๆ โดยไม่ต้องใช้การสังเกตหรือการทดลอง
-9. เหตุ ที่กำหนดให้ไม่จำเป็นต้องเป็นจริงทุกข้อ

-10. เราจะยอมรับว่า ข้อสรุปใดสมเหตุสมผลได้ก็ต่อเมื่อเราเขียนแผนภาพที่สอดคล้องกับเหตุทุกข้อ
ครบทุกแบบของแผนภาพที่จะเป็นไปได้ แล้วไม่มีแผนภาพใดขัดแย้งกับข้อสรุปแม้แต่เพียง
แบบเดียว
-11. ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล คือข้อสรุปที่สอดคล้องกับเหตุและไม่สามารถโต้แย้งได้แม้แต่กรณีเดียว
-12. วิธีการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเป็นวิธีการให้เหตุผลแบบนิรนัย
-13. การหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพนั้นจะต้องเริ่มจากการเขียนแผนภาพให้สอดคล้อง
กับเหตุทุกข้อ
-14. ถ้าสามารถเขียนแผนภาพที่สอดคล้องกับเหตุทุกข้อแต่แผนภาพนั้นขัดแย้งกับข้อสรุป แสดงว่า
ข้อสรุปนั้น “ ไม่สมเหตุสมผล ”
-15. ข้อสรุปที่ไม่สมเหตุสมผลอาจจะเขียนแผนภาพโต้แย้งได้หลายแผนภาพ เราควรเขียนแผนภาพ
โต้แย้งทุกแผนภาพ จึงจะบอกว่าข้อสรุปไม่สมเหตุสมผล



คำตอบแบบฝึกประสการณ์ที่ 1.1

- (1) 1. เป็นการใช้เซตที่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นสามารถจำแนกได้เสมอว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่
 2. เป็นการใช้เซตที่ไม่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นไม่สามารถจำแนกได้ว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่
 3. เป็นการใช้เซตที่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นสามารถจำแนกได้เสมอว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่
 4. เป็นการใช้เซตที่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นสามารถจำแนกได้เสมอว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่
 5. เป็นการใช้เซตที่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นสามารถจำแนกได้เสมอว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่
 6. เป็นการใช้เซตที่ไม่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นไม่สามารถจำแนกได้ว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่
 7. เป็นการใช้เซตที่ไม่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นไม่สามารถจำแนกได้ว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่
 8. เป็นการใช้เซตที่ไม่ถูกต้อง เพราะ ทุกคนนั้นไม่สามารถจำแนกได้ว่าเป็นสมาชิกของเซตหรือไม่

- (2) 1. 1 ตัว 2. 3 ตัว 3. 3 ตัว 4. 1 ตัว 5. 5 ตัว
 6. 3 ตัว 7. 9 ตัว 8. 9 ตัว 9. ไม่มี

- (3) 1. { a, e, i } 5. { ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... }
 2. { ม่วง, คราม, น้ำเงิน, เขียว, เหลือง, แสด, แดง } 6. { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 }
 3. $\{-\frac{1}{2}, 3\}$ 7. { -7 }
 4. { -4, -3, -2, -1 } 8. { 4, 7 }

- (4) 1. $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่ และ } 0 \leq x \leq 100\}$
 2. $\{x \mid x \in I \text{ และ } -3 < x < -1\}$
 3. $\{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่ลบ และ } -1 \leq x \leq -9\}$
 4. $\{x \mid x \in I \text{ และ } x = 5n \text{ โดยที่ } -20 \leq n \leq 20\}$
 5. $\{x \mid x \in I\}$
 6. $\{x \mid x \in R^+ \text{ และ } x = \frac{1}{n} \text{ โดยที่ } n = 1, 2, 3, \dots\}$
 7. $\{x \mid x \text{ เป็นเดือนที่มี 28 วัน หรือ 29 วัน}\}$
 8. $\{x \mid x \text{ เป็นชื่อจังหวัดในภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทยที่มีชื่อขึ้นด้วย "นคร"}\}$



ง่ายจังเลย

คำตอบแบบฝึกประสพการณ์ที่ 1.2

- (1) 1. ไม่เป็นเซตว่าง เพราะ $0 + 0 = 0 - 0$
 2. ไม่เป็นเซตว่าง เพราะ $0 \geq 2(0)$
 3. ไม่เป็นเซตว่าง เพราะ $0^2 \leq 0$
 4. เป็นเซตว่าง เพราะไม่มีจำนวนจริงใดที่ทำให้ $x^2 + x + 1 = 0$
 5. เป็นเซตว่าง เพราะไม่มีจำนวนเต็มใดที่ทำให้ $0 < x < 1$
 6. ไม่เป็นเซตว่าง เพราะมี $\sqrt{2^2} = 2$
 7. เป็นเซตว่าง เพราะไม่มีจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 3 และ 4
 8. ไม่เป็นเซตว่าง เพราะ $3(2) - 4 = 2$
 9. ไม่เป็นเซตว่าง เพราะ 0 หารด้วย 2 ลงตัว และ $0 + 2 = 2$
- (2) 1. เซตอนันต์ เพราะไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้
 2. เซตจำกัด เพราะไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้
 3. เซตจำกัด เพราะสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้
 4. เซตจำกัด เพราะไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้
 5. เซตอนันต์ เพราะไม่สามารถบอกจำนวนสมาชิกได้
 6. เซตจำกัด เพราะสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้
 7. เซตจำกัด เพราะสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ คือ
 8. เซตจำกัด เพราะสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ คือ
 9. เซตจำกัด เพราะสามารถบอกจำนวนสมาชิกได้ คือ
- (3) $A = N$, $B = S$, $C = T$, $D = R$, $E = O$, $F = P$, $G = Q$, $H = M$
- (4) A เทียบเท่า B , D เทียบเท่า G, C เทียบเท่า E, F เทียบเท่า H



ฉันทำถูกทุกข้อเลย

คำตอบแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.3

(1) $M \subset A, B \subset N, C \subset I, D \subset R, E \subset Q, F \subset L, G \subset J, H \subset O$

- (2) 1. $\phi, \{1\}$
 2. $\phi, \{1\}, \{1,3\}, \{3\}$
 3. $\phi, \{-1,0,1\}, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1,0\}, \{-1,1\}, \{0,1\}$

- (3) 1. $\{\phi\}$
 2. $\{\phi, \{\phi\}\}$
 3. $\{\phi, \{1\}, \{(1,2)\}, \{1, \{1,2\}\}\}$

(4) ข้อที่ถูก (✓) คือ ข้อ 1, 2, 6, 7, 8
 ข้อที่ผิด (✗) คือ ข้อ 3, 4, 5

(5) ข้อที่ถูก (✓) คือ ข้อ 2, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13
 ข้อที่ผิด (✗) คือ ข้อ 1, 3, 4, 7, 12, 14, 15, 16

(6) ข้อที่เป็นสับเซต ($\subset$) คือ ข้อ 2, 3, 7, 8, 9, 13, 15, 17, 18
 ข้อที่ไม่เป็นสับเซต ($\not\subset$) คือ ข้อ 1, 4, 5, 6, 10, 11, 12, 14, 16

ยากจังเลย



คำตอบแบบฝึกประสการณ์ที่ 1.4

- (1) 1. $\{2, 4, 6, 8\}$ 7. $\{2, 4, 6, 8\}$
 2. $\{5\}$ 8. $\{3, 5, 6, 9\}$
 3. $\{3, 6, 9\}$ 9. $\{2, 4, 6, 8\} \cap \{3, 5, 6, 9\} = \{6\}$
 4. ϕ 10. ϕ
 5. $\{2, 4, 6, 8\}$ 11. $\{6\}$
 6. $\{2, 4, 5, 6, 8\}$ 12. $\phi \cup \{6\} = \{6\}$
- (2) 1. I^+ 2. $I^+, \{0\}$ 3. I^+ 4. $I^+, \{0\}$ 5. I^+
- (3) $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$, $B = \{0, 3, 6, 9, 12\}$, $C = \{0, 2, 4, \dots, 12\}$, $D = \{1, 4, 8\}$
 1. $\{2, 3\}$
 2. $\{0, 3, 6, 9, 12\}$
 3. $\{0, 2, 4, 6, \dots, 12\}$
- (4) ข้อที่ถูก (✓) คือ ข้อ 1, 4, 5, 7, 10, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19
 ข้อที่ผิด (✗) คือ ข้อ 2, 3, 6, 8, 9, 11, 13, 20
- (5) $A = \{0, 2, 4, 5\}$, $B = \{0, 4, 8\}$, $C = \{0, 4, 9\}$
 1. $\{1, 3, 6, 7, 8, 9\}$ 6. $\{9\}$
 2. $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}$ 7. $\{0, 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$
 3. $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ 8. $\{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9\}$
 4. $\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 9. $\{1, 3, 6, 7, 8\}$
 5. $\{1, 3, 6, 7, 9\}$ 10. ϕ
- (6) 1. $\{6\}$ 4. $\{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 2. $\{7, 8, 9, 10, 11\}$ 5. $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 3. $\{8, 9\}$



ไม่ยากเลย

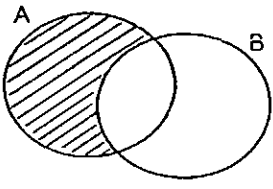
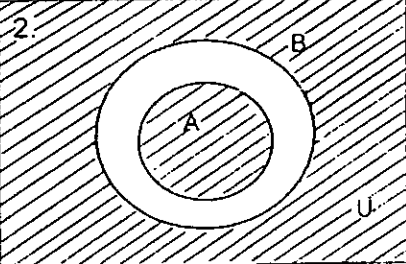
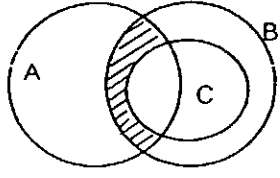
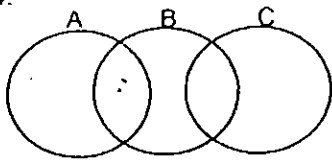
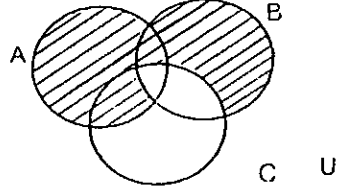
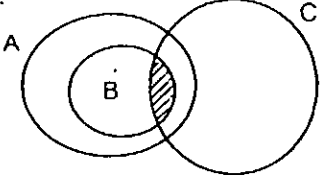
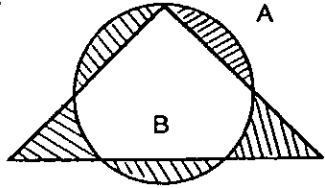
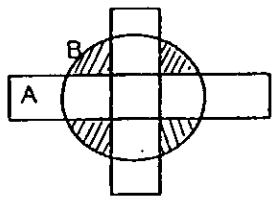
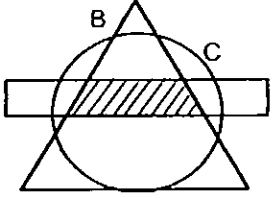
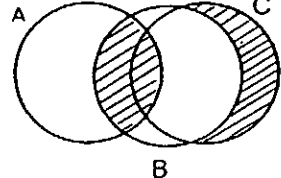
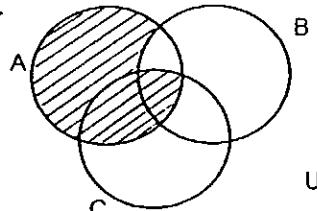
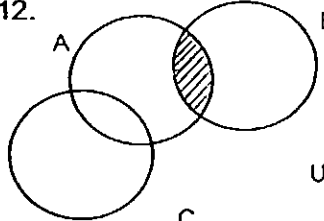
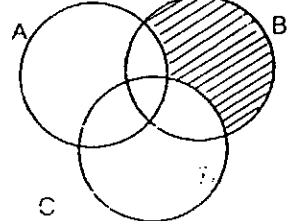
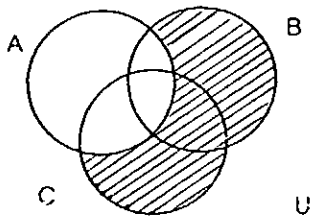
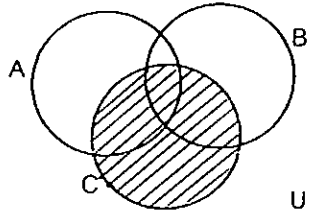
คำตอบแบบฝึกประสมการณ์ที่ 1.5

- (1)
1. $A - B$
 2. $(A \cup B)$
 3. $(A - B) \cup (B - A)$
 4. $B - A$
 5. $(A - B) - C$ หรือ $C - (A \cup B)$
 6. $(B - A) \cup (B \cap C)$
 7. $[(A \cap C) - B] \cup [B - (A \cap C)]$
 8. $[B - (A \cup C)] \cup [C - (A \cup B)]$
 9. $A \cup (B \cap C)$
 10. $(A \cap B) \cup (B \cap C)$
 11. $(A \cap C) - B$
 12. $B - A$
 13. $(C - A) \cup (B - C)$
 14. $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$
 15. U
 16. $(A \cup B \cup C)$



ไชโย ถูกหมดเลย

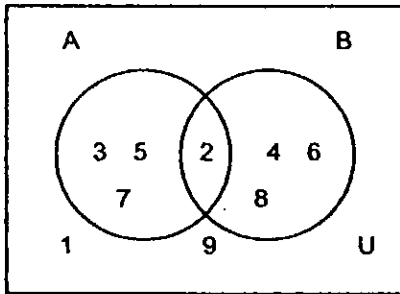
2.

1.  U	2.  U	3.  U
$A \cap B'$	$A \cup B'$	$(A \cap B) - C$
4.  U	5.  C U	6.  U
$(A \cap B) - C'$	$(A - B) \cup (B - C)$	$(A \cap B) - C'$
7.  U	8.  U	9.  U
$(A - B) \cup (B - A)$	$B - (A \cup C)$	$A \cap B \cap C$
10.  U	11.  U	12.  U
$(A \cap B) \cup (C - B)$	$(A - B) \cup A \cap C$	$(A \cap B) \cap (A - C)$
13.  U	14.  U	15.  U
$A' \cap B \cap C'$	$A' - (B \cup C)'$	$C - (B \cup C)'$

คำตอบแบบฝึกประสมการณ์ที่ 1.6

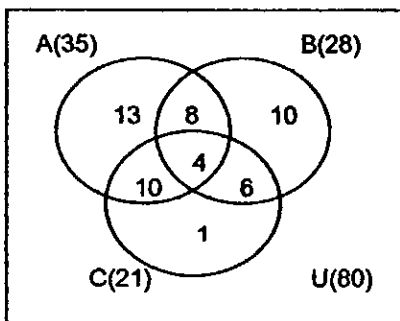
(1) 1. 2 2. 5 3. 1 4. 7 5. 6

(2) $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$



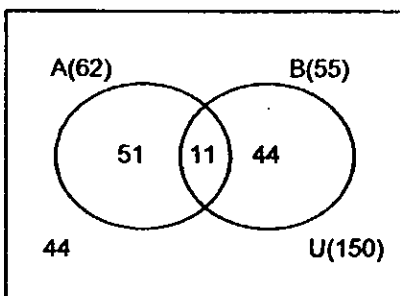
1. 7 4. 3
2. 5 5. 2
3. 5 6. 3

(3)



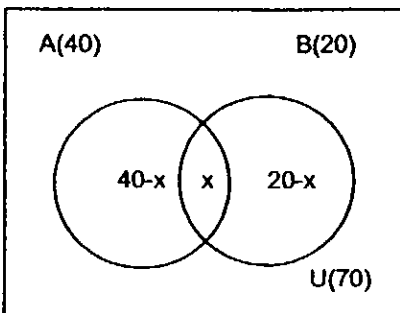
1. 51
2. 28
3. 8
4. 10
5. 23

(4)



1. ผิด เพราะ $51 + 11 + 44 = 106$
2. ถูก เพราะ $51 + 44 = 95$
3. ถูก เพราะ $51 + 11 + 44 = 106$
4. ผิด เพราะ จะได้ 51
5. ผิด เพราะ $150 - 51 = 99$
6. ถูก เพราะ $150 - 62 = 88$
7. ผิด เพราะ $A' \cap A' = A' = 88$
8. ถูก เพราะ จะได้ $U = 44$

(5)

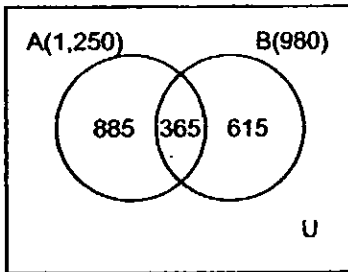


จะได้ $(40 - x) + x + (20 - x) = 70$
 $x = 10$

1. 10 6. 60
2. 30 7. 40
3. 10 8. 10
4. 30 9. 30
5. 50 10. 60

คำตอบแบบฝึกประสมการณ์ที่ 1.7

(1)



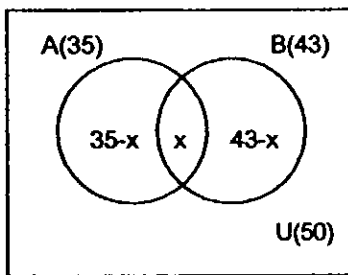
ให้ A แทน เซตของจำนวนผู้มาซื้อสบู่

B แทน เซตของจำนวนผู้มาซื้อผงซักฟอก

$$1. 885 + 365 + 615 = 1,865$$

$$2. 885 + 615 = 1,500$$

(2)



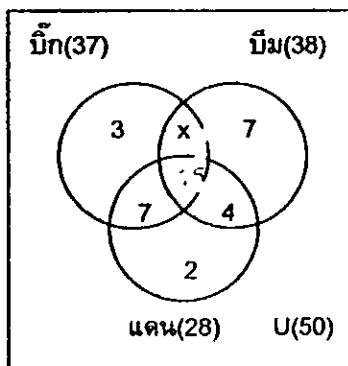
ให้ x แทน เซตของจำนวนบ้านที่รับทั้งหนังสือพิมพ์

ไทยรัฐและเดลินิวส์

$$\text{จะได้ } (35 - x) + x + (43 - x) = 50$$

$$x = 28$$

(3)



ให้ x แทน จำนวนคนที่ชอบบิ๊กและบีม

$$\text{จะได้ } 37 + 38 + 28 - (15+x) - 19 - 22 + 15 = 50$$

$$x = 12$$

$$1. 27$$

$$2. 9$$

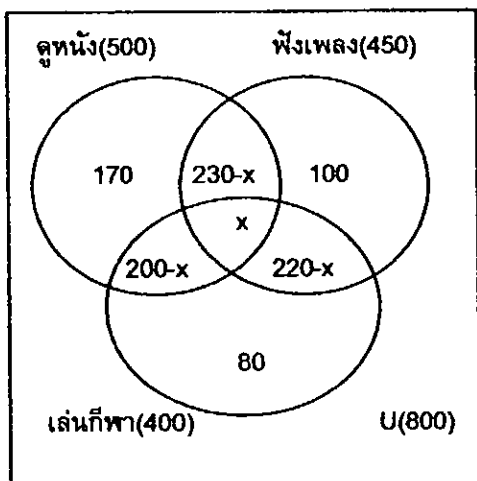
$$3. 38$$

$$4. 3$$

$$5. 4$$



(4)

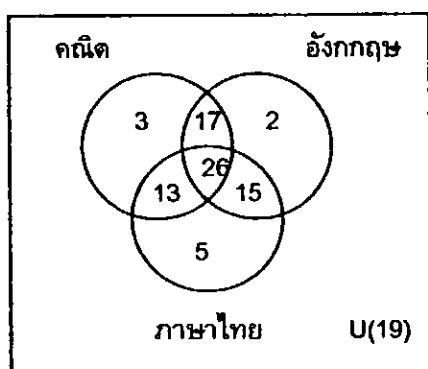
ให้ x แทนจำนวนคนที่ชอบบิกและบีม

$$\text{จะได้ } 170 + (230-x) + x + (200-x) + 100 + (220-x) + 80 = 800$$

$$x = 100$$

1. 100
2. 350
3. 350

(5)



ให้จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมดเท่ากับ 100 คน

1. 19 %
2. 41%
3. 71%
4. 45%



ถูกหมดเลย

คำตอบแบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.1

(1). วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย ได้แก่

1.1 สูตรผลยารักษาโรค

1.2 สูตรอาหาร

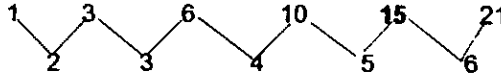
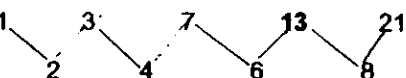
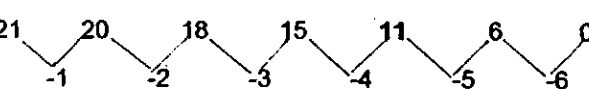
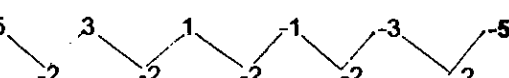
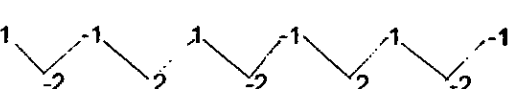
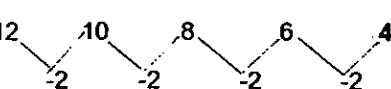
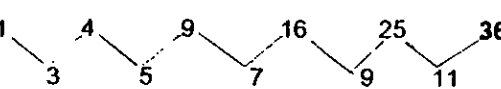
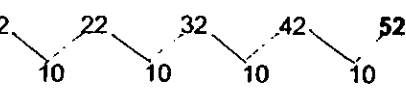
1.3 วิธีการปลูกพืชแบบเกษตรธรรมชาติ

เพราะ ทั้ง 3 ข้อ จะอ้างอิงจากสิ่งที่เคยพบมาแล้วหลายครั้ง กล่าวคือ เชื่อว่าสิ่งนั้นเป็นจริงเพราะเคยเห็นมาหลายครั้งแล้วว่ามันเป็นเช่นนั้น ดังนั้นในเหตุการณ์แบบเดียวกันครั้งต่อไป จึงเชื่อว่า จะได้ผลลัพธ์เหมือนกับที่เคยเห็นมาแล้วหลายครั้งด้วย

(2). นำเชือกถือ เพราะว่า ไม่ว่าจะแทนค่า n ด้วยจำนวนนับใด ๆ ใน $n^2 - n + 11$ จะได้ผลเป็นจำนวนเฉพาะเสมอ เช่น แทนค่า $n = 10$ จะได้ $(10)^2 - 10 + 11 = 101$

(3). 3.1 เต้า, หม่อม และแท่ง

3.2 มี คำตอบคือ 10 เพราะจำนวนหน้าเกิดจาก สองจำนวนหลังลบกัน เช่น 2 เกิดจาก $4 - 6$ ดังนั้นจำนวนถัดไปคือ 10 เพราะ 4 ต้องเกิดจาก $10 - 6$

- (4). 4.1 15 เหตุผลคือ 
- 4.2 13 เหตุผลคือ 
- 4.3 11 เหตุผลคือ 
- 4.4 -5 เหตุผลคือ 
- 4.5 -1 เหตุผลคือ 
- 4.6 4 เหตุผลคือ 
- 4.7 36 เหตุผลคือ 
- 4.8 52 เหตุผลคือ 

(5). 5.1 พิจารณาผลบวกของจำนวนที่หลาย ๆ จำนวน ดังนี้

$1+1 = 2$	$3+11 = 14$	$-5+3 = -2$	$-5+(-1) = -6$
$1+3 = 4$	$3+13 = 16$	$-5+5 = 0$	$-5+(-3) = -8$
$1+5 = 6$	$3+15 = 18$	$-5+7 = 2$	$-5+(-5) = -10$
$1+7 = 8$	$3+17 = 20$	$-5+9 = 4$	$-5+(-7) = -12$
$1+9 = 10$	$3+19 = 22$	$-5+11 = 6$	$-5+(-9) = -14$

จากตัวอย่างการหาผลบวกของจำนวนที่สองจำนวนข้างต้น มีข้อสังเกตว่า ผลบวกที่ได้จะเป็นจำนวนคู่
สรุปว่า ผลบวกของจำนวนที่สองจำนวนใด ๆ จะเป็นจำนวนคู่ โดยการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย

5.2 พิจารณาผลคูณของจำนวนนับที่เป็นจำนวนที่หลาย ๆ จำนวน ดังนี้

$1 \times 1 = 1$	$3 \times 3 = 9$	$5 \times 7 = 35$	$7 \times 9 = 63$
$1 \times 3 = 3$	$3 \times 5 = 15$	$5 \times 9 = 45$	$7 \times 11 = 77$
$1 \times 5 = 5$	$3 \times 7 = 21$	$5 \times 11 = 55$	$7 \times 13 = 91$
$1 \times 7 = 7$	$3 \times 9 = 27$	$5 \times 13 = 65$	$7 \times 15 = 105$
$1 \times 9 = 9$	$3 \times 11 = 33$	$5 \times 15 = 75$	$7 \times 17 = 119$

จากตัวอย่างการหาผลคูณของจำนวนนับที่เป็นจำนวนที่ข้างต้น มีข้อสังเกตว่า ผลคูณที่ได้จะเป็น
จำนวนคี่

สรุปว่า ผลคูณของจำนวนนับที่เป็นจำนวนคี่ จะเป็นจำนวนคี่ โดยการใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย

- (6). - ข้อสังเกตข้อเกี่ยวกับตัวคูณและผลคูณ คือ จำนวนหลักของผลคูณจะเท่ากับจำนวนหลักของตัวคูณ
ทั้งสองตัวบวกกัน
- สรุป ผลลัพธ์ที่ได้ คือ หลักที่มากที่สุดเป็นเลข 8 หลักหน่วยจะเป็นเลข 1 หลักที่อยู่ตรงกลางจะเป็น
เลข 9 ซึ่งจะมีจำนวนเท่ากับจำนวนหลักของตัวคูณทั้งสองตัวบวกกันแล้วลบด้วยสอง

(7). 7.1 $\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

7.2 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$

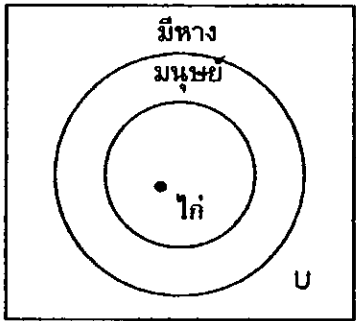
7.3 $90909 \times 9 = 818181$

7.4 $(1234 \times 9) + 5 = 11111$

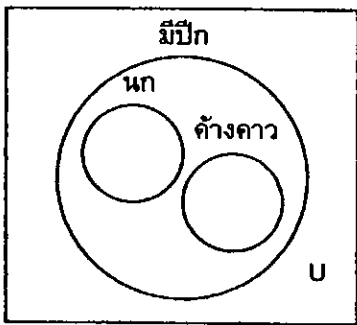


คำตอบแบบฝึกประสการณ์ที่ 2.2

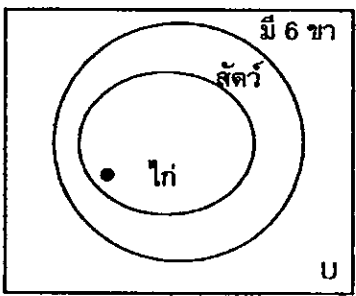
(1) 1). สมเหตุสมผล



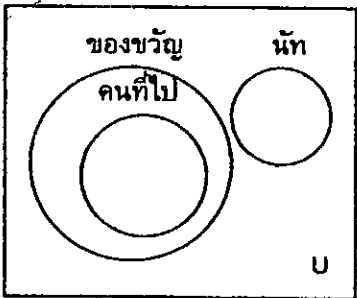
2) ไม่สมเหตุสมผล



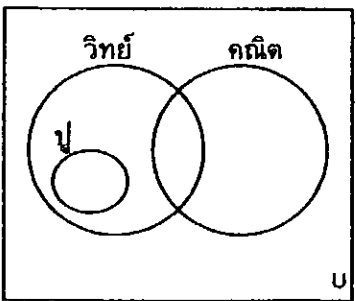
3). สมเหตุสมผล



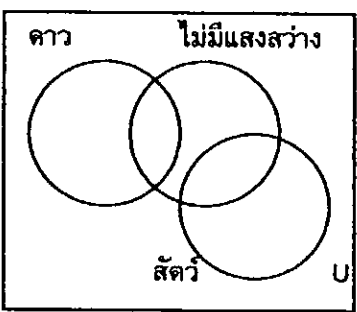
4). สมเหตุสมผล



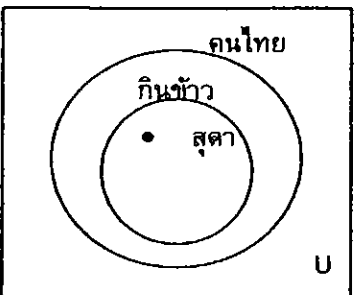
5). ไม่สมเหตุสมผล



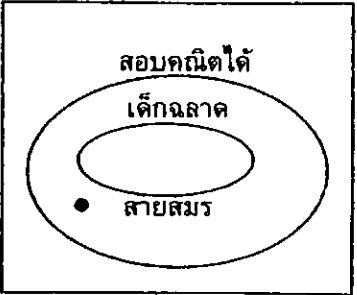
6). ไม่สมเหตุสมผล



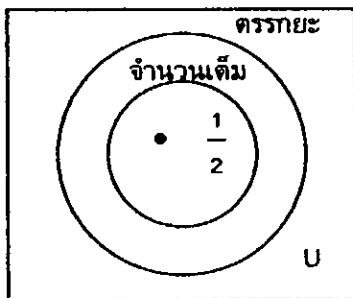
7). สมเหตุสมผล



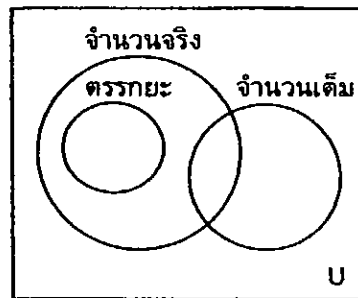
8). ไม่สมเหตุสมผล



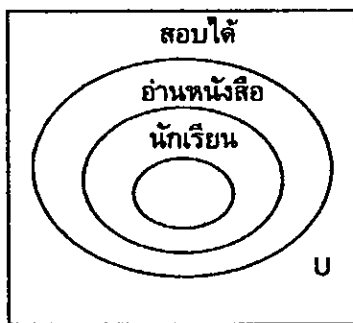
9). สมเหตุสมผล



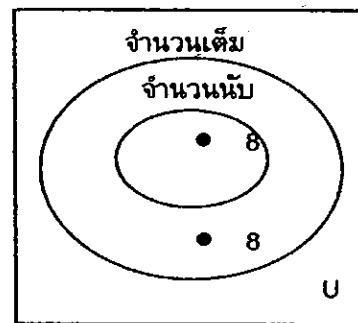
10). ไม่สมเหตุสมผล



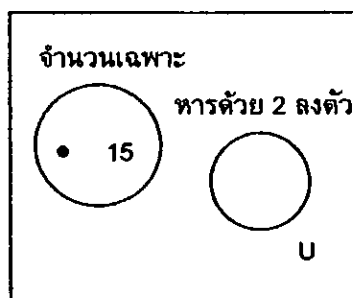
(2) 1. นักเรียนทุกคนสอบได้



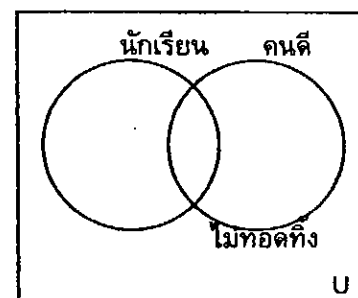
2. สรุปไม่ได้ เพราะสรุปได้หลายกรณี



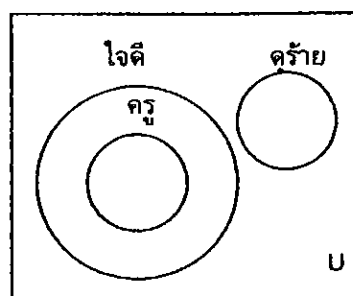
3. 15 เป็นจำนวนเฉพาะ



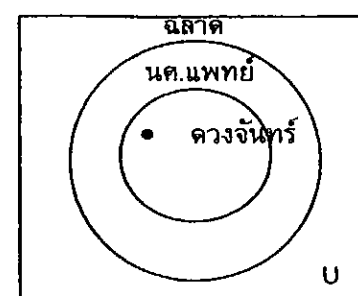
4. มีนักเรียนบางคนไม่ทอดทิ้งพ่อแม่



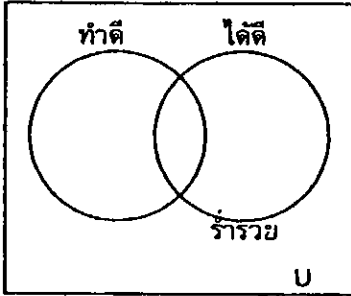
5. ครูไม่เป็นคนดุร้าย



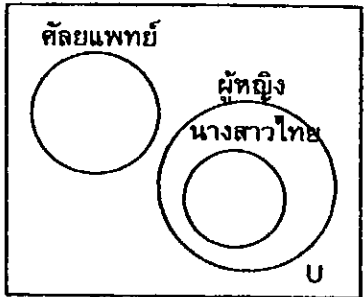
6. ดวงจันทร์เป็นคนฉลาด



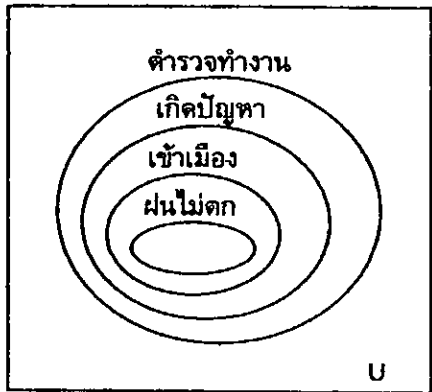
7. คนทำดีบางคนร่ำรวย



8. ไม่มีศัลยแพทย์คนใดเป็นนางสาวไทย



9. ถ้าฝนไม่ตกต้องตามฤดูกาลตำรวจจะต้องทำงานหนัก



คำตอบแบบฝึกประสพการณ์ที่ 2.3

ข้อที่เป็นจริง คือ ข้อ 1, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 14

ข้อที่เป็นเท็จ คือ ข้อ 2, 3, 5, 7, 9, 11, 15

The end



แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
เรื่อง เซตและสมาชิกของเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้หรือไม่
2. สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตที่กำหนดให้ได้
3. ใช้สัญลักษณ์ $\in$ และ $\notin$ ได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ / กระบวนการ มีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

คำว่า “ เซต ” เป็นคำหนึ่งที่ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงการรวมกันของสิ่งต่างๆเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งอาจรวมกันเป็นหมวดหมู่ กลุ่ม กอง พวก ฟุ้ง ไชลอง ชุดหรือเป็นคณะ เราใช้คำว่า เซต เมื่อกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ และจะใช้กรณีที่ทราบแน่นอนว่ามีสิ่งใดอยู่ในกลุ่มและสิ่งใดไม่อยู่ในกลุ่ม และเรียกสิ่งที่อยู่ในเซตว่า **สมาชิกของเซต**

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แจกบทเรียน เรื่องเซตและสมาชิกของเซต ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
3. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นคู่ ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู่มากขึ้น
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 1 เป็นคู่ ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้

ครูดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนอย่างใกล้ชิด

6. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
7. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
8. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.1 เป็นคู่และตรวจคำตอบจากเฉลย
9. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 1 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและสมาชิกของเซต
- 2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรม ระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง เซตและ สมาชิกของเซต	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์ - แบบทดสอบย่อยชุดที่ 1

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อย ชุดที่ 1
เรื่อง เซตและสมาชิกของเซต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงในข้อสอบที่แจกให้

จุดประสงค์ที่ 1 บอกได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นสมาชิกของเซตที่กำหนดให้หรือไม่

2. { มะม่วง } เป็นสมาชิกของเซตใด
- { มะละกอ, มะม่วง, แดงโม }
 - { {ทุเรียน, มะม่วง, ฝรั่ง} }
 - { มะม่วง }
 - { {มะม่วง} }

จุดประสงค์ที่ 2 สามารถบอกจำนวนสมาชิกของเซตที่กำหนดให้ได้

3. ให้ $A = \{ \{ดำ\}, แดง, \{ขาว, เขียว, แดง\} \}$ A มีสมาชิกทั้งหมดกี่ตัว
- 3 ตัว
 - 4 ตัว
 - 5 ตัว
 - 8 ตัว

จุดประสงค์ที่ 3 ใช้สัญลักษณ์ $\in$ และ $\notin$ ได้ถูกต้อง

4. ข้อใดถูกต้อง
- $\{ สมุด \} \in \{ ดินสอ, สมุด \}$
 - $\{ เงาะ, ลำไย \} \notin \{ เงาะ, ลำไย \}$
 - $\{ ดาวเรือง \} \notin \{ บานชื่น, \{ ดาวเรือง, ชบา \} \}$
 - $\{ ช้อน \} \notin \{ มีด, \{ ช้อน \}, จาน \}$



เฉลยแบบทดสอบย่อยชุดที่ 1
เรื่อง เขตและสมาชิกของเซต

1. ง
2. ก
3. ค

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง วิธีการเขียนเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ เมื่อกำหนดเซตแบบแจกแจงสมาชิกให้
2. เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ เมื่อกำหนดเซตแบบบอกเงื่อนไขให้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การเขียนเซตมีวิธีเขียนได้ 2 แบบ คือ

1. แบบแจกแจงสมาชิก (Tabular Form) เป็นวิธีการเขียนเซต โดยเขียนสมาชิกทุกตัวของเซตอยู่ในเครื่องหมายปีกกา “ { } ” และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว
2. แบบบอกเงื่อนไข (Builder Form) เป็นวิธีการเขียนเซต โดยใช้ตัวแปรแทนสมาชิกทุกตัวของเซต และหลังตัวแปร มีเครื่องหมาย “ | ” ตามด้วยการบรรยายสมบัติของสมาชิกที่อยู่ในรูปของตัวแปร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจ้งคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 1
 2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
 3. แจกบทเรียน เรื่องวิธีการเขียนเซต ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
 4. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นคู่ (เปลี่ยนคู่) ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้อย่างมากขึ้น
 5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
 6. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 2 เป็นคู่ ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้
- ครูดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนอย่างใกล้ชิด

- 7. นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
- 8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
- 9. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.1 เป็นคู่ และตรวจคำตอบจากเฉลย
- 10. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 2 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1. บทเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีการเขียนเซต
- 2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 2

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรม ระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่องวิธีการ เขียนเซต	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์ - แบบทดสอบย่อยชุดที่ 2

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
เรื่อง วิธีการเขียนเซต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงในข้อสอบที่แจกให้
จุดประสงค์ที่ 4 สามารถเขียนเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ เมื่อกำหนดเซตแบบแจกแจงสมาชิกให้

1. กำหนดให้ $A = \{ 25, 36, 49, 64, 81, 100 \}$ เขียนเซต A แบบบอกเงื่อนไขได้ดังข้อใด

- ก. $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนถกตรรกที่ 2 ได้} \}$
- ข. $\{ x \mid x = y^2 \text{ และ } y \in I \}$
- ค. $\{ x \mid x = y^2 \text{ และ } 5 \leq y \leq 10 \}$
- ง. $\{ x \mid x = y^2 \text{ และ } y \in I, 4 \leq y \leq 11 \}$

2. กำหนดให้ $B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$ เขียนเซต B แบบบอกเงื่อนไขได้ดังข้อใด

- ก. $\{ x \mid x \in I^+ \text{ และ } 1 \leq x < 10 \}$
- ข. $\{ x \mid x \in I^+ \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ} \}$
- ค. $\{ x \mid x \in N \text{ และ } x \leq 9 \}$
- ง. $\{ x \mid x \in N \text{ และ } x < 10 \text{ และ } x \text{ เป็นจำนวนคี่} \}$

จุดประสงค์ที่ 5 สามารถเขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ เมื่อกำหนดเซตแบบบอกเงื่อนไขให้

3. $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 5 ลงตัว} \}$ เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ดังข้อใด

- ก. $\{ 0, 5, 10, 15, 20, 25, \dots \}$
- ข. $\{ 0, \pm 5, \pm 10, \pm 15, \pm 20, \pm 25 \}$
- ค. $\{ 0, \pm 5, \pm 10, \pm 15, \pm 20, \pm 25, \dots \}$
- ง. $\{ 0, \pm 1, \pm 5 \}$

4. $\{ x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะของคำว่า “คณิตศาสตร์”} \}$ เขียนเซตแบบแจกแจงสมาชิกได้ดังข้อใด

- ก. $\{ ค, ณ, ต, ศ, ส, ร \}$
- ข. $\{ ค, ณ, ต, ศ, ำ, ส, ต, ร \}$
- ค. $\{ ค, ณ, ต, ศ, ำ, ส, ร \}$
- ง. $\{ ค, ณ, ต, ศ, ต, ร \}$



เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
เรื่อง วิธีการเขียนเซต

1. ค
2. ง
3. ค
4. ก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง ประเภทของเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้เป็นเซตว่างหรือไม่
2. บอกได้ว่าเซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและการนำเสนอ
2. ให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความมีวินัย

สาระการเรียนรู้

ประเภทของเซต

1. เซตว่าง (Empty Sets) คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกเลย หรือจำนวนสมาชิกเป็นศูนย์ ใช้สัญลักษณ์ $\{ \}$ หรือ ϕ แทนเซตว่าง
2. เซตจำกัด (Finite Sets) คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์
3. เซตอนันต์ (Infinite Sets) คือ เซตที่ไม่ใช่เซตจำกัด

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจ้งคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 2
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. แบ่งกลุ่มนักเรียนโดยการจับสลาก กลุ่มละ 4 คน
4. ทบทวนวิธีการเขียนเซตโดยสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคล
5. แจกบทเรียน เรื่องประเภทของเซต ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
6. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นกลุ่ม ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
7. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
8. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 3 เป็นกลุ่ม ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้
9. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

10. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
11. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.2 เป็นกลุ่ม และส่งให้ครูตรวจ
12. สุ่มแบบฝึกประสบการณ์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งขึ้นมาเพื่อร่วมกับนักเรียนช่วยกันอภิปราย

ผลงาน

13. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
14. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 3 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ประเภทของเซต
2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 3

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่องประเภทของเซต	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์
		- แบบทดสอบย่อยชุดที่ 3

บันทึกผลหลังการสอน

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3
เรื่อง ประเภทของเซต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงในข้อสอบที่แจกให้
จุดประสงค์ที่ 6 บอกได้ว่าเซตที่กำหนดให้เป็นเซตว่างหรือไม่

1. เซตในข้อใดเป็นเซตว่าง
 - ก. เซตของจำนวนจริงที่ไม่เป็นจำนวนบวกและจำนวนลบ
 - ข. เซตของจำนวนจริงที่มากกว่า 3 และน้อยกว่า 2
 - ค. เซตของจำนวนจริงบวกที่มากกว่า 0 และน้อยกว่า 1
 - ง. $\{ \phi \}$
2. เซตในข้อใดเป็นเซตว่าง
 - ก. $\{ \phi \}$
 - ข. $\{0\}$
 - ค. ϕ
 - ง. ถูกทุกข้อ

จุดประสงค์ที่ 7 บอกได้ว่าเซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์

3. เซตใดเป็นเซตจำกัด
 - ก. $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนเฉพาะ และ } 23 < x < 29 \}$
 - ข. $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนจุดที่อยู่บนระนาบ} \}$
 - ค. $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนธรรมชาติ} \}$
 - ง. $\{ x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } x < 10 \}$
4. เซตใดเป็นเซตอนันต์
 - ก. $\{ 7, 8, 9, 10, \dots, 40 \}$
 - ข. $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนนับ} \}$
 - ค. $\{ x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } -4 < x < 4 \}$
 - ง. $\{ x \mid x \text{ เป็นพยัญชนะของคำว่า "mathematics"} \}$



เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3
เรื่อง ประเภทของเซต

1. ข
2. ค
3. ก
4. ข

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

บอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้ เป็นเซตที่เท่ากันหรือเทียบเท่ากัน

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ

2. ให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ

2. ความร่วมมือ

3. ความมีวินัย

สาระการเรียนรู้

ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

1. การเท่ากันของเซต (Infinite Sets) เซต A จะเท่ากับ เซต B ก็ต่อเมื่อ เซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว

2. เซตที่เทียบเท่ากัน (Equivalent Sets) คือ เซต A จะเทียบเท่ากับ เซต B ก็ต่อเมื่อ จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับจำนวนสมาชิกของ เซต B หรือสมาชิกสามารถจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่งได้

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจ้งคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 3

2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

3. นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมจากชั่วโมงที่แล้ว กลุ่มละ 4 คน

4. แจกบทเรียน เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างเซต ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

5. นักเรียนศึกษาเนื้อหา ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้

6. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 4 เป็นกลุ่ม ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

7. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง

8. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.2 เป็นกลุ่มและตรวจคำตอบจากเฉลย

9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

10. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 4 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้

- 1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างเซต
- 2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 4

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรม ระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง ความ สัมพันธ์ระหว่างเซต	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์ - แบบทดสอบย่อยชุดที่ 4

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

จุดประสงค์ที่ 8 บอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นเซตที่เท่ากันหรือเทียบเท่ากัน

1. จงเติมเครื่องหมาย = หรือ $\leftrightarrow$ ในช่องว่าง

ก. $A = \{2, 3, 4\}$ $B = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } 2 < x \leq 5\}$

ข. $A = \{2, 4, 6\}$ $B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่บวกที่น้อยกว่า } 7\}$

ค. $A = \{0\}$ $B = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x < 2\}$

ง. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ และ } x < 5\}$

จ. $A = \{\text{ทองหยิบ, ทองหยอด}\}$ $B = \{\text{ทองหยอด, ทองหยิบ}\}$

ฉ. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{0, 1, 3, 3, 4, 4, 5, 5\}$

ช. $A = \{\text{ทุเรียน, มังคุด, เงาะ}\}$ $B = \{\text{นก, กระต่าย, สุนัข}\}$

ซ. $A = \{t, t, s, s, y\}$ $B = \{y, s, t\}$

2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างเซตที่เท่ากัน มา 1 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

1. ก. $\leftrightarrow$

ข. $=$

ค. $\leftrightarrow$

ง. $=$

จ. $=$

ฉ. $\leftrightarrow$

ช. $\leftrightarrow$

ซ. $=$

2. $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$B = \{x \mid x \in I \text{ และ } 2 \leq x \leq 6\}$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง สับเซตและเพาเวอร์เซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นสับเซตกันหรือไม่
2. เลือกใช้สัญลักษณ์ $\subset$ และ $\not\subset$ ได้อย่างถูกต้อง
3. หาสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้
4. บอกจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความมีวินัย

สาระการเรียนรู้

สับเซต (Subsets) เซต A เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ สมาชิกทุกตัวของ A เป็นสมาชิกของ B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

เซต A ไม่เป็นสับเซตของเซต B ก็ต่อเมื่อ มีสมาชิกของ A อย่างน้อยหนึ่งตัวที่ไม่เป็นสมาชิกของ B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$

เพาเวอร์เซตของเซต (Power sets) เพาเวอร์เซตของเซต A คือ เซตของสับเซตทั้งหมดของเซต A เขียนแทนด้วย $P(A)$

ถ้าเซต A เป็นเซตจำกัดและมีสมาชิก n ตัว แล้วเพาเวอร์เซตของเซต A จะมีสมาชิก 2^n เซต

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจ้งคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 4
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. แจกบทเรียน เรื่อง สับเซต และ เพาเวอร์เซต ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
4. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นคู่ ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
6. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 5 และ 6 เป็นคู่ ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้

- 7. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละคนอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนคู่ใดหาคำตอบไม่ได้ควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
- 8. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน 5 คน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
- 9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
- 10. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 5 เป็นรายบุคคล (10 นาที)
- 11. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.3 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

- 1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สับเซตและเพาเวอร์เซต
- 2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 5

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วม ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%-	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่องสับเซต และเพาเวอร์เซต	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์ - แบบทดสอบย่อยชุดที่ 5

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5
เรื่อง สับเซตและเพาเวอร์เซต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงในข้อสอบที่แจกให้
จุดประสงค์ที่ 9 บอกได้ว่าเซตสองเซตที่กำหนดให้เป็นสับเซตกันหรือไม่

1. กำหนดให้ $A = \{\text{เงาะ}, \{\text{ส้ม}, \text{ลำไย}\}, \text{มังคุด}, \{\text{ทุเรียน}\}\}$ ข้อใดไม่เป็นสับเซตของ A

ก. $\{\text{ส้ม}, \text{ลำไย}\}$	ข. $\{\text{มังคุด}, \{\text{ทุเรียน}\}, \text{เงาะ}\}$
ค. $\{\text{เงาะ}\}$	ง. $\{\text{เงาะ}, \{\text{ส้ม}, \text{ลำไย}\}, \text{มังคุด}, \{\text{ทุเรียน}\}\}$
2. กำหนดให้ $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 3\}$
ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $A \subset C$	ข. $B \subset C$
ค. $B \subset A$	ง. $C \subset A$

จุดประสงค์ที่ 10 เลือกใช้สัญลักษณ์ $\subset$ และ $\not\subset$ ได้อย่างถูกต้อง

3. ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $\{\{4, 5\}\} \subset \{\{0\}, 4, 5\}$	ข. $\{\text{กุหลาบ}\} \subset \{\{\text{กุหลาบ}, \{\text{เฟื่องฟ้า}\}\}\}$
ค. $\{\{\text{แดงขาว}\}\} \subset \{\{\text{แดงขาว}, \text{ขาว}\}\}$	ง. $\{\text{มิด}, \text{ช้อน}, \text{จาน}\} \subset \{\text{ช้อน}, \text{จาน}, \text{มิด}\}$
4. ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

ก. $\{2\} \subset \{2, 3, 4\}$	ข. $\{2\} \subset \{\{2\}, 3, 4\}$
ค. $\{2, 5\} \subset \{2, 3, 5, 6\}$	ง. $\{-2, 2\} \subset \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

จุดประสงค์ที่ 11 หาเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้

5. กำหนดให้ $A = \{\phi, \{1\}\}$ ข้อความใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

ก. $\{\phi, \{\phi\}, \{1\}\}$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A
ข. $\{\{\phi\}, \{1\}\}$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A
ค. $\{\phi, \{\{1\}\}, \{\phi, \{1\}\}\}$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A
ง. $\{\phi, \{\phi\}, \{\{1\}\}, \{\phi, \{1\}\}\}$ เป็นเพาเวอร์เซตของเซต A

จุดประสงค์ที่ 12 บอกจำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของเซตจำกัดที่กำหนดให้ได้

6. กำหนดให้ $B = \{1, 2, \{2, 4\}\}$ เพาเวอร์เซตของเซต B มีสมาชิกกี่ตัว

ก. 3 ตัว	ข. 6 ตัว
ค. 8 ตัว	ง. 9 ตัว

เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5
เรื่อง สัมพัทธ์และเพาเวอร์เซต

1. ก
2. ก
3. ง
4. ข
5. ง
6. ค

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง แผนภาพเวนน – ออยเลอร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนแผนภาพเวนน – ออยเลอร์ จากเซตที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ไต่เหตุผล
3. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความมีวินัย
3. ความร่วมมือ

สาระการเรียนรู้

เอกภพสัมพัทธ์ (Relative Universe) คือ เซตที่กำหนดขอบเขตของสิ่งที่เราต้องการศึกษาซึ่งถือว่าเป็นเซตที่ใหญ่ที่สุด โดยมีข้อตกลงว่า ต่อไปจะกล่าวถึงแค่ สมาชิกของเซตนี้เท่านั้นจะไม่มีมีการกล่าวถึงสิ่งใดที่ไม่เป็นสมาชิกของเซตนี้ ใช้สัญลักษณ์ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

การเขียนแผนภาพของเวนน – ออยเลอร์ จะแทน U ด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือรูปปิดใด ๆ ส่วนเซต $A, B, C, \dots$ ซึ่งเป็นสับเซตของ U นั้น อาจเขียนแทนด้วยวงกลม วงรีหรือด้วยรูปที่มีพื้นที่จำกัด

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจกคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 5
 2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
 3. ทบทวนสับเซตโดยสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคล
 4. แจกบทเรียน เรื่อง แผนภาพเวนน-ออยเลอร์ ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด และนักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นคู่โดยจับคู่ใหม่ ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น จนสังเกตเห็นว่านักเรียนทุกคนมีความเข้าใจและสามารถตอบคำถามได้ทุกคน
 5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
 6. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 7 เป็นคู่ ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้
- ครูดูแลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนอย่างใกล้ชิด
7. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
 8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
 9. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 6 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้

- 1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์
- 2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 6

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรม ระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง แผนภาพเวนน์ – ออยเลอร์	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยชุดที่ 6

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6
เรื่อง แผนภาพเวเน - ออยเลอร์

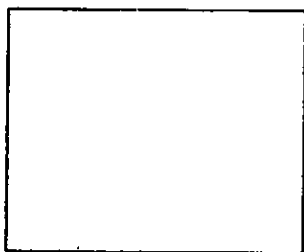
ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

จุดประสงค์ที่ 13 เขียนแผนภาพเวเน - ออยเลอร์ จากเซตที่กำหนดให้ได้

1. จงเขียนแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ของเซตแต่ละคู่ต่อไปนี้ พร้อมทั้งใส่สมาชิกและเขียนชื่อกำกับภาพ

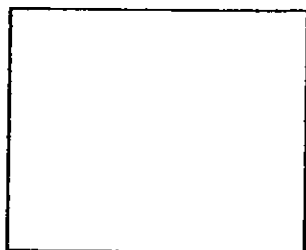
1.1



$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{b, c, a\}$$

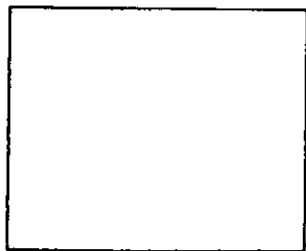
1.2



$$C = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$D = \{4, 6\}$$

1.3

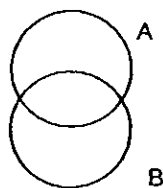


$$A = \{ม, ย, ว\}$$

$$B = \{ก, ข, ว\}$$

$$C = \{ก, ข, ม, ย, ร, ล, ว\}$$

2.



ให้ $A = \{x \mid x \text{ เป็นเซตของนักเรียนชาย ชั้นม.4/1}\}$

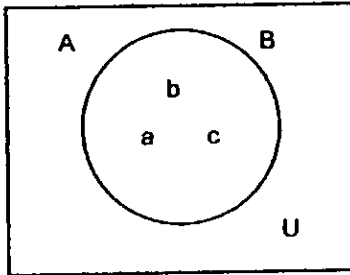
$B = \{x \mid x \text{ เป็นเซตของนักกีฬาฟุตบอล}\}$

จากแผนภาพจงเขียนความหมายที่แสดงความสัมพันธ์ของเซต A และ B ให้ถูกต้อง

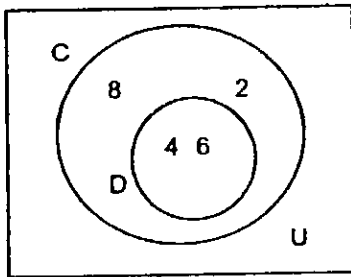
ตอบ

เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6
เรื่อง แผนภาพเวนน – ออยเลอร์

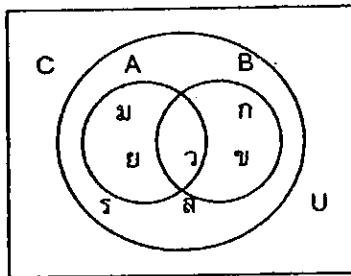
1.



2.



3.



4. นักเรียนชาย ชั้น ม.4/1 บางคนเป็นนักกีฬาฟุตบอล

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง การดำเนินการระหว่างเซต

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หายูเนียนระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้
2. หาอินเตอร์เซกชันระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้
3. หาคอมพลีเมนต์ของเซตที่กำหนดให้ เมื่อระบุเอกภพสัมพัทธ์ให้ได้
4. หาผลต่างระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและการนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความมีระเบียบวินัย
3. ความร่วมมือ

สาระการเรียนรู้

การดำเนินการระหว่างเซต (Operation of Set)

1. ยูเนียน (Union)

ยูเนียนของเซต A และ B คือ เซตที่ประกอบด้วย สมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือทั้งเซต A และเซต B ยูเนียนของเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A \cup B$

2. อินเตอร์เซกชัน (Intersection)

อินเตอร์เซกชันของเซต A และ B คือ เซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ทั้งในเซต A และเซต B อินเตอร์เซกชันของ A และ B เขียนแทนด้วย $A \cap B$

3. คอมพลีเมนต์ (Complement)

ถ้า A เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U คอมพลีเมนต์ ของเซต A คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของ U ที่ไม่ใช่สมาชิกของ A คอมพลีเมนต์ ของเซต A เขียนแทนด้วย A'

4. ผลต่าง (Difference or Relative Complement)

ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วย สมาชิกของ A ที่ไม่ใช่สมาชิกของ B ผลต่างระหว่างเซต A และ B เขียนแทนด้วย $A - B$

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. แจ้งคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 6
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 3 คน
4. ทบทวนการเขียนแผนภาพเวกเนอร์-ออยเลอร์ แทนเซตโดยผู้ถามนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น
5. แจกบทเรียน เรื่องการดำเนินการระหว่างเซต (ยูเนียน, อินเตอร์เซกชัน) ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
6. นักเรียนศึกษาเนื้อหา โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น ถ้ามีข้อสงสัยให้ ชักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้
7. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 8 เป็นกลุ่ม ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนใน แต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่ม นั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
8. นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ ถูกต้อง
7. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.4 เป็นรายบุคคล และส่งให้ครูตรวจ
8. สุ่มแบบฝึกประสบการณ์ของนักเรียนขึ้นมาเพื่อร่วมกับนักเรียนช่วยกันอภิปรายผลงาน
9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 2

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ของการเรียนในเรื่องนี้ให้นักเรียนทราบ
2. นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมจากชั่วโมงที่แล้ว กลุ่มละ 3 คน
3. แจกบทเรียน เรื่องการดำเนินการระหว่างเซต (คอมพลีเมนต์, ผลต่าง) ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
4. นักเรียนศึกษาเนื้อหา และทำกิจกรรมในใบงานที่ 9 และ 10 เป็นกลุ่ม ถ้ามีข้อสงสัยให้ชักถาม ครูและอภิปรายกับเพื่อนได้
5. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียน กลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
6. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
7. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.4 เป็นรายบุคคล แล้วส่งให้ครูตรวจ
8. สุ่มแบบฝึกประสบการณ์ของนักเรียนขึ้นมาเพื่อร่วมกับนักเรียนช่วยกันอภิปรายผลงาน
9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
10. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 7 เป็นรายบุคคล (10 นาที)
11. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.5 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การดำเนินการระหว่างเซต
2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 7

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรม ระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การดำเนินการระหว่างเขต	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์ - แบบทดสอบย่อยชุดที่ 7

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7
เรื่อง การดำเนินการระหว่างเซต

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

จุดประสงค์ที่ 14 หายูเนียนระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้

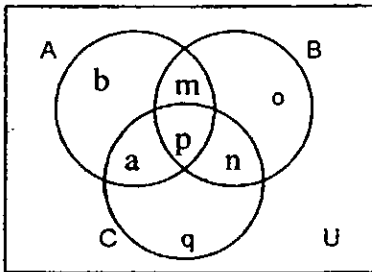
1. กำหนดให้ $A = \{ \text{เงาะ, ลำไย, ทุเรียน, มังคุด} \}$, $B = \{ \text{ทุเรียน, ทุเรียน, องุ่น} \}$
 $C = \{ \text{ทุเรียน, ลำไย} \}$, $D = \{ \text{มะละกอ} \}$

จงหา

1. $A \cup D =$
2. $B \cup C =$
3. $C \cup D =$
4. $(A \cup D) \cup C =$

จุดประสงค์ที่ 15 หาอินเตอร์เซกชันระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้

2.



จากแผนภาพ จงหา

1. $A \cap B =$
2. $A \cap C =$
3. $B \cap C =$
4. $(A \cap B) \cap C =$

จุดประสงค์ที่ 16 หาคอมพลีเมนต์ของเซตที่กำหนดให้ เมื่อระบุเอกภพสัมพัทธ์ให้ได้

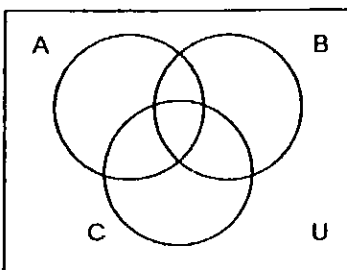
3. กำหนดให้ $U = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 5, 7\}$, $C = \{8, 9\}$

- จงหา
1. $A' =$
 2. $B' =$
 3. $C' =$
 4. $(A \cup B)' =$

จุดประสงค์ที่ 17 หาผลต่างระหว่างเซตที่กำหนดให้ได้

4. จงร่างแผนภาพเพื่อแสดงเซตที่กำหนดให้

$$(A - B) \cup (A - C)$$



เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7
เรื่อง การดำเนินการระหว่างเซต

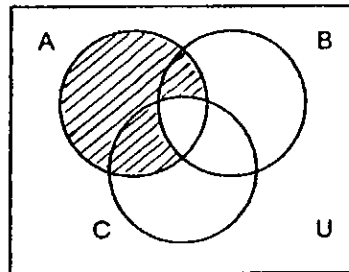
1. 1. { เงาะ, ลำไย, ทุเรียน, มังคุด, มะละกอ }
2. { ทุเรียน, ทุเรียน, ทุเรียน, ลำไย }
3. { ลำไย, ทุเรียน, มะละกอ }
4. { เงาะ, ลำไย, ทุเรียน, มังคุด, มะละกอ }

2. 1. { m, p }
2. { a, p }
3. { p, n }
4. { p }

3. 1. { 2, 5, 6, 7, 8, 9 }
2. { 0, 1, 2, 4, 6, 8, 9 }
3. { 0, 1, 2, 3, ..., 7 }
4. { 0, 6, 8, 9 }

4.

$$(A - B) \cup (A - C)$$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์
 เรื่อง เซตกับการแก้โจทย์ปัญหา

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. แก้ปัญหา
3. ให้เหตุผล
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดสามารถหาได้ 2 วิธี คือ

1. การใช้แผนภาพของเวเน – ออยเลอร์
2. การใช้สูตร

$$2.1 \quad n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$2.2 \quad n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. แจ้งคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 7
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. ทบทวนการดำเนินการระหว่างเซต โดยสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อให้นักเรียนเข้าใจ

ยิ่งขึ้น

4. แจกบทเรียน เรื่อง จำนวนสมาชิกของเซตจำกัด ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
5. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นคู่ โดยจับคู่ใหม่ ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้

มากขึ้น

6. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ

- 7. นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานที่ 11 ระหว่างเรียนเป็นรายคู่ ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
- 8. นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
- 9. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.6 เป็นรายคู่ แล้วส่งให้ครูตรวจ
- 10. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 2

- 1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
- 2. นักเรียนจับคู่เดิมจากชั่วโมงที่แล้ว
- 3. แจกบทเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด และให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นคู่ ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้ นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
- 4. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
- 5. นักเรียนทำกิจกรรมใบงานเป็นคู่ ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
- 6. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
- 7. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
- 8. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 1.7 เป็นรายบุคคล แล้วส่งให้ครูตรวจ
- 9. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 8 เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนรู้

- 1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เซตกับการแก้โจทย์ปัญหา
- 2. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 8

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการร่วมมือ และความรับผิดชอบ	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่องเซตกับการแก้โจทย์ปัญหา	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์
		- แบบทดสอบย่อยชุดที่ 8

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8
เรื่อง เซตกับการแก้โจทย์ปัญหา

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบให้ถูกต้อง

จุดประสงค์ที่ 18 หาจำนวนสมาชิกของเซตจำกัด ตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้

1. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของ U โดยที่ $n(A) = 32$, $n(B) = 20$, $n(A \cup B) = 35$ และ $n(U) = 45$

จงหา $n(A \cap B)'$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุดประสงค์ที่ 19 นำความรู้เกี่ยวกับจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

3. จากการสำรวจความนิยมของผู้ชมโทรทัศน์จำนวน 200 คน พบว่า มี 120 คน ชอบชมละคร มี 108 คน ชอบชมคอนเสิร์ต และ มี 25 คน ไม่ชอบชมทั้งสองรายการ จงหาว่าจะมีกี่คนที่ชอบชมทั้งสองรายการ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8
เรื่อง เซตกับการแก้ปัญหา

1. ตอบ 10

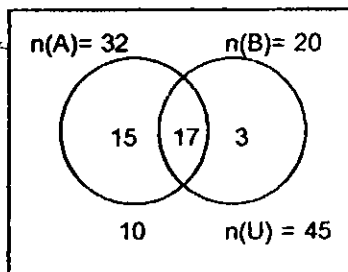
แนวคิด

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$35 = 32 + 20 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 52 - 35$$

$$= 17$$



2. ตอบ 53

แนวคิด

ให้ A แทน จำนวนคนที่ชอบชมละคร

B แทน จำนวนคนที่ชอบชมคอนเสิร์ต

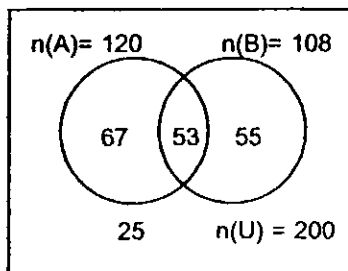
จะได้ $n(U) = 200$, $n(A) = 120$, $n(B) = 108$, $n(A \cup B)' = 25$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$175 = 120 + 108 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 228 - 175$$

$$= 53$$



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง การให้เหตุผล

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการให้เหตุผล
2. บอกรูปแบบการให้เหตุผลได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการซึ่งนำเอาข้อความหรือปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่เป็นเหตุ หรือ ข้อกำหนด (hypothesis) ซึ่งอาจจะหลายอย่างมาวิเคราะห์และแจกแจงแสดงความสัมพันธ์หรือความต่อเนื่องเพื่อทำให้เกิดข้อความใหม่ หรือปรากฏการณ์ใหม่ซึ่งเรียกว่า ข้อสรุป หรือผล (conclusion)

การให้เหตุผลที่สำคัญมีอยู่ 2 วิธี คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning)
2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning)

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจกคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 8
2. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. แจกบทเรียน เรื่องการให้เหตุผล ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
4. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นรายบุคคล ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
6. นักเรียนทำกิจกรรมในกิจกรรมที่ 1 และ 2 เป็นรายบุคคล ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและ

อภิปรายกับเพื่อนได้

- 7. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละคนอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนคนใดหาคำตอบไม่ได้ควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
- 8. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
- 9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

สื่อการเรียนรู้

บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การให้เหตุผล

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรม ระหว่างเรียน

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 3 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เมื่อกำหนดสถานการณ์การให้เหตุผลมาให้ สามารถบอกได้ว่าเป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย
 2. สรุปความรู้ โดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย เมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เป็นกรณีย่อย ๆ ได้
- ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) หมายถึง วิธีการสรุปผลในการค้นหาความจริงจากการสังเกต หรือการทดลองหลายครั้งจากกรณีย่อยๆ แล้วนำมาสรุปเป็นความรู้ทั่วไป

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 3 – 4 คน
3. แจกบทเรียน เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด
4. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นกลุ่ม ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
6. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยมาคนละ 1 สถานการณ์
7. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 3 เป็นกลุ่ม ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนในกลุ่มของตนได้

คนได้

8. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
9. นักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง

10. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 2

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมจากชั่วโมงที่แล้ว กลุ่มละ 3-4 คน
3. ใช้แผ่นโปรงใสอธิบายตัวอย่างการสรุปความรู้โดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย เมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เป็นกรณีย่อย ๆ มาให้ (ในบทเรียน) และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่างๆ ที่ไม่เข้าใจ
4. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 4 เป็นกลุ่ม ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนในกลุ่มของตนได้
5. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
6. ครูสุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง
7. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 3

1. นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมจากชั่วโมงที่แล้ว กลุ่มละ 3-4 คน
2. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.1 เป็นรายบุคคล แล้วส่งให้ครูตรวจ
3. ครูสุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติแบบฝึกประสบการณ์ หน้าชั้นเรียน และให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกัน
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
5. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 9 (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย
2. แผ่นโปรงใส
3. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 9

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการร่วมรับผิดชอบความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์ - แบบทดสอบย่อยชุดที่ 9

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9
เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

จุดประสงค์ที่ 1 เมื่อกำหนดสถานการณ์การให้เหตุผลมาให้ สามารถบอกได้ว่าเป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยมา 2 ตัวอย่าง

[illegible]

จุดประสงค์ที่ 2 สรุปความรู้โดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย เมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เป็นกรณี
ย่อย ๆ ได้

2. จงใช้เหตุผลแบบอุปนัยหาข้อสรุปว่า ผลคูณของจำนวนนับสองจำนวนที่เป็นจำนวนคู่หนึ่งจำนวนและจำนวนคี่หนึ่งจำนวนจะเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

[illegible]

เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ ๑
เรื่อง การให้เหตุผลแบบอุปนัย

1. แม้ก้ามกล้วยทอด ใส่จาน และมะพร้าวเป็นส่วนผสมในแป้งที่ทอด
 ปรากฏว่ากล้วยทอด กรอบ หอม เมื่อลดมะพร้าวให้น้อยลง
 ปรากฏว่ากล้วยทอดกรอบน้อยลง หลังจากสังเกตหลายครั้ง
 แม้คำจึงได้ข้อสรุปว่าควรจะได้มะพร้าวปริมาณเท่าใด จึงจะทำ
 ให้อกกล้วยทอดกรอบพอดี

2. $1 \times 2 = 2$
 $3 \times 4 = 12$
 $5 \times 6 = 30$
 $7 \times 8 = 56$

สรุปว่า ผลคูณของจำนวนนับสองจำนวนที่เป็นจำนวนคู่หนึ่งจำนวน
 และจำนวนคี่หนึ่งจำนวนจะเป็นจำนวนคู่ เสมอ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 11
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. เมื่อกำหนดสถานการณ์การให้เหตุผลมาให้ สามารถบอกได้ว่าเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย
2. สามารถเขียนแผนภาพแสดงความหมายของข้อความได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการอ้างเหตุผลจากการนำความรู้พื้นฐานชุดหนึ่งที่ยอมรับมาก่อนซึ่งอาจเป็นความเชื่อ ข้อตกลง กฎ หรือทฤษฎี ซึ่งเป็นสิ่งที่รู้มาก่อนและยอมรับว่าเป็นจริง เพื่อหาเหตุผลนำไปสู่ข้อสรุป

กิจกรรมการเรียนรู้

1. แจกคะแนนทดสอบย่อยชุดที่ 9
2. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
3. แจกบทเรียน เรื่องการให้เหตุผลแบบนิรนัย (ตัวอย่างการให้เหตุผลแบบนิรนัย) ให้นักเรียน

คนละ 1 ชุด

4. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นคู่ ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
6. นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยมาคนละ 1 สถานการณ์
7. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 5 เป็นคู่ ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้
8. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียน

กลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

9. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน หน้าชั้นเรียน

10. นักเรียนอภิปรายผล และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง

11. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

ชั่วโมงที่ 2

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. แจกบทเรียน เรื่องการตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ให้นักเรียน

คนละ 1 ชุด และให้นักเรียนศึกษาเป็นคู่

3. ใช้แผ่นโปร่งใสอธิบาย รูปแบบของแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ ที่ใช้ในการอ้างเหตุผล(ในบทเรียน) และตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ

5. แจกแผ่นโปร่งใสให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 6 เป็นคู่ ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้

6. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

7. ครูสุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนโดยใช้แผ่นโปร่งใส และตรวจคำตอบให้ถูกต้อง

8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา

สื่อการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย

2. แผ่นโปร่งใส

- 3. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 10

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมการร่วมมือ และความรับผิดชอบ	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรมระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบทดสอบย่อยชุดที่ 10

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

แบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10
เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

จุดประสงค์ที่ 3 เมื่อกำหนดสถานการณ์การให้เหตุผลมาให้ สามารถบอกได้ว่าเป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย

- ให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ที่เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยมา 1 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

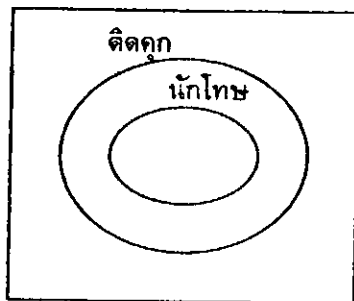
จุดประสงค์ที่ 4 สามารถเขียนแผนภาพแสดงความหมายของข้อความได้

- จงเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ที่แสดงความหมายของข้อความ “มีแต่นักโทษเท่านั้นที่ติดคุก”

เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10
เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย

1. **เหตุ** 1. ดอกกุหลาบทุกชนิดเป็นดอกไม้
 2. ดอกไม้บางชนิดมีกลิ่นเหม็น
ข้อสรุป ดอกกุหลาบบางชนิดมีกลิ่นเหม็น

2.



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 12
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
 เรื่อง การตรวจสอบความสมเหตุสมผล

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 จำนวน 2 ชั่วโมง

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลสรุปจากสมมุติฐานที่กำหนดให้ได้
2. สรุปความรู้ที่สมเหตุสมผลจากสมมุติฐานที่กำหนดให้ได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1. สื่อสารและนำเสนอ
2. ให้เหตุผล
3. แก้ปัญหา
4. เชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1. ความรับผิดชอบ
2. ความร่วมมือ
3. มีระเบียบวินัย

สาระการเรียนรู้

การตรวจสอบความสมเหตุสมผล วิธี เวน – ออยเลอร์ จะวาดแผนภาพให้สอดคล้องกับเหตุ ที่ให้มา ทุกกรณีที่เป็นไปได้ แล้วพิจารณาว่าแผนภาพที่วาดแต่ละกรณีแสดงผลสรุปตามที่กำหนดไว้หรือไม่ ถ้าแผนภาพที่วาดเป็นไปได้ทุกกรณีและแสดงผลตามที่กำหนด กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลสมเหตุสมผล

กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 3 คน
3. แจกบทเรียน เรื่อง การให้เหตุผลแบบนิรนัย (ตัวอย่างการตรวจสอบความสมเหตุสมผล) ให้

นักเรียนคนละ 1 ชุด

4. นักเรียนศึกษาเนื้อหาเป็นกลุ่ม ครูตั้งคำถามนำเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
6. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 7 ระหว่างเรียนเป็นกลุ่ม ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อน

ในกลุ่มของตนได้

7. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
8. ครูสุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน หน้าชั้นเรียน และให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกัน
9. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
10. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.2 เป็นกลุ่ม และตรวจคำตอบจากเฉลย

ชั่วโมงที่ 2

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมจากชั่วโมงที่แล้ว กลุ่มละ 3 คน
3. ใช้แผ่นโปสเตอร์อธิบาย การสรุปความรู้ที่สมเหตุสมผลจากสมมุติฐานที่กำหนดให้ และครูใช้วิธีการถาม-ตอบ กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้มากขึ้น
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามปัญหาต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจ
5. นักเรียนทำกิจกรรมที่ 8 ระหว่างเรียนเป็นกลุ่ม ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนในกลุ่มของตนได้
6. ขณะปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียนครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ควรใช้วิธีการถามตอบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ
7. ครูสุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน หน้าชั้นเรียน และให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกัน
8. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหา
9. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.2 เป็นกลุ่ม แล้วส่งให้ครูตรวจ
10. นักเรียนทำแบบฝึกประสบการณ์ที่ 2.3 เป็นการบ้าน
11. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยชุดที่ 10 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการเรียนรู้

1. บทเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การตรวจสอบความสมเหตุสมผล
2. แผ่นโปสเตอร์
3. แบบทดสอบย่อยชุดที่ 10

การวัดผลและการประเมินผล

วิธีวัด	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้วัด
1. สังเกตพฤติกรรมความรับผิดชอบ ความร่วมมือ และมีระเบียบวินัย	คะแนนรวม 80% ขึ้นไป	- แบบสังเกตพฤติกรรม
2. ตรวจผลงาน	ผ่านเกณฑ์ 80%	- แบบประเมินกิจกรรม ระหว่างเรียน
3. ทดสอบความรู้ความเข้าใจ เรื่อง การตรวจสอบความสมเหตุสมผล	ถูกต้อง 80% ขึ้นไป	- แบบฝึกประสบการณ์ - แบบทดสอบย่อยชุดที่ 11

บันทึกผลหลังการสอน

.....

.....

.....

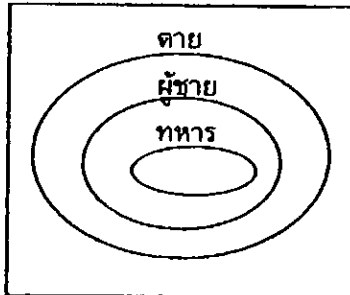
.....

.....

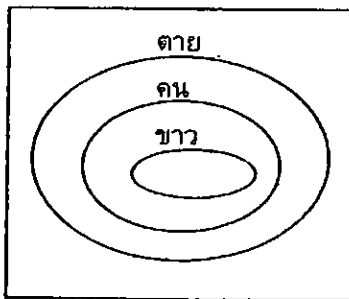
.....

เฉลยแบบทดสอบย่อยวิชาคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11
เรื่อง การตรวจสอบความสัมพันธ์

1. สมเหตุสมผล



2. นายขาวต้องตาย



โชคดีนะจ๊ะ

แบบประเมินผลงานการทำงานกลุ่ม

เรื่อง

กลุ่มที่ จำนวนสมาชิก คน

เลขที่	ชื่อ - สกุล	ความรับผิดชอบ					รวม	ความร่วมมือ					รวม	ระเบียบวินัย					รวม
		ครั้งที่						ครั้งที่						ครั้งที่					
		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
1																			
2																			
3																			
4																			
5																			
น้ำหนัก		2						2						1					

ความรับผิดชอบ หมายถึง

4 หมายถึง

3 หมายถึง

2 หมายถึง

1 หมายถึง

0 หมายถึง

การปฏิบัติงานต่าง ๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้ โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ปฏิบัติงานต่าง ๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมายทุกครั้ง

ปฏิบัติงานต่าง ๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 2 ครั้ง

ปฏิบัติงานต่าง ๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 1 ครั้ง

ได้มอบหมายเกินกว่า 1 ครั้ง

ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ความร่วมมือ หมายถึง

4 หมายถึง

3 หมายถึง

2 หมายถึง

1 หมายถึง

0 หมายถึง

การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ร่วมแสดงความคิดเห็น และเข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง

ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 2 ครั้ง ไม่ได้ร่วม

แสดงความคิดเห็นหรือแสดงความคิดเห็นบ้าง แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง

ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 1 ครั้ง

ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็น และไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ระเบียบวินัย หมายถึง

4 หมายถึง

3 หมายถึง

2 หมายถึง

การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม

โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด ทุกครั้งที่ปฏิบัติงาน

ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 2 ครั้งที่ปฏิบัติงาน

ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 1 ครั้งที่ปฏิบัติงาน

- 1 หมายถึง ปฏิบัติตนไม่สม่ำเสมอในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
 0 หมายถึง ไม่ปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดไว้ในกลุ่มเลย

น้ำหนักคะแนน

ความรับผิดชอบ : ความร่วมมือ : ระเบียบวินัย

2 :

2 :

1

ระดับคะแนน (ต่อกลุ่ม)

- คะแนน 50 - 60 หมายถึง ดีมาก
 คะแนน 40 - 49 หมายถึง ดี
 คะแนน 30 - 39 หมายถึง ปานกลาง
 คะแนน 20 - 29 หมายถึง พอใช้
 คะแนน 0 - 19 หมายถึง ปรับปรุง

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
 (.....)

ตำแหน่ง.....
/...../.....

แบบสังเกตพฤติกรรม

วันที่ เดือน พ.ศ.

[illegible]

264

เลขที่	ชื่อ - สกุล	พฤติกรรม															รวม	
		ความกระตือรือร้น			ตรวจสอบงาน			ทำงานเสร็จทันเวลา			ผลสำเร็จของงาน			อภิปรายร่วมกับเพื่อน				
		2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0		
31																		10
32																		
33																		
34																		
35																		

เกณฑ์การให้คะแนน

ความกระตือรือร้น หมายถึง		นักเรียน ตั้งใจเรียน ไม่คุย ไม่เล่น ไม่ง่วง
2 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคน ตั้งใจเรียน ไม่คุย ไม่เล่น ไม่ง่วง
1 คะแนน หมายถึง		นักเรียนบางคน ตั้งใจเรียน ไม่คุย ไม่เล่น ไม่ง่วง
0 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคน ไม่ตั้งใจเรียน คุย เล่น หรือง่วง
ตรวจสอบงาน หมายถึง		นักเรียน ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่มอบหมาย
2 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคน ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่มอบหมาย
1 คะแนน หมายถึง		นักเรียนบางคน ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่มอบหมาย
0 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคน ไม่ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้องของงานที่มอบหมาย
ทำงานเสร็จทันเวลา หมายถึง		นักเรียน ทำแบบฝึกเสร็จตามที่ได้รับมอบหมาย
2 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกเสร็จตามที่ได้รับมอบหมาย
1 คะแนน หมายถึง		นักเรียนบางคนทำแบบฝึกเสร็จตามที่ได้รับมอบหมาย
0 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคนทำแบบฝึกไม่เสร็จตามที่ได้รับมอบหมาย
ผลสำเร็จของงาน หมายถึง		ผลของการทำใบงาน
2 คะแนน หมายถึง		ทำใบงานได้ถูกต้อง
1 คะแนน หมายถึง		ทำใบงานผิด
0 คะแนน หมายถึง		ไม่ทำใบงาน
อภิปรายร่วมกับเพื่อน หมายถึง		นักเรียนให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานกลุ่ม
2 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคนให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานกลุ่ม
1 คะแนน หมายถึง		นักเรียนบางคนให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานกลุ่ม
0 คะแนน หมายถึง		นักเรียนทุกคนไม่ให้ความสำคัญกับการวิเคราะห์และอภิปรายผลงานกลุ่ม

การแปลผล ใช้เกณฑ์ ดังนี้

- คะแนน 8 – 10 หมายถึง ดีมาก
- คะแนน 5 – 7 หมายถึง ดี
- คะแนน 4 – 6 หมายถึง ปานกลาง
- คะแนน 0 – 3 หมายถึง ควรปรับปรุง

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
(.....)

ตำแหน่ง.....
...../...../.....

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์**เรื่อง เซตและการให้เหตุผล****ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4****เวลา 90 นาที****คำชี้แจง**

1. แบบทดสอบฉบับนี้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเซตและการให้เหตุผล แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มี 30 ข้อ
ให้นักเรียนกากบาท (x) ลงในกระดาษคำตอบข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบ
ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย มี 5 ข้อ
ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียดทุกขั้นตอนและทุกข้อ โดยทำลงในกระดาษคำตอบ
ที่แจกให้
2. อย่าขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใด ๆ ในแบบทดสอบ ถ้าต้องการทดเลขให้ทำในด้านหลัง
กระดาษคำตอบ
3. เมื่อสอบเสร็จให้ส่งกระดาษคำตอบ พร้อมข้อสอบให้กรรมการคุมสอบ

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

1. 2, 3, 5, 7 เป็นสมาชิกของเซตใดต่อไปนี้

ก. เซตของจำนวนนับตั้งแต่ 2 ขึ้นไป

ข. เซตของจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 2 ถึง 9

ค. เซตของจำนวนเต็มคี่ระหว่าง 0 ถึง 9

ง. เซตของจำนวนเฉพาะระหว่าง 2 ถึง 10

2. กำหนดให้ $A = \{ \text{มะละกอ, กล้วยหอม}, \text{มะพร้าว} \}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\{ \text{กล้วยหอม} \} \in A$

ข. $\{ \text{มะพร้าว} \} \in A$

ค. $\text{กล้วยหอม} \in A$

ง. $\text{มะพร้าว} \in A$

3. เซตของจำนวนนับระหว่าง 20 ถึง 30 เขียนแบบแจกแจงสมาชิกได้ดังข้อใดต่อไปนี้

ก. $\{ 20, 21, 22, \dots, 30 \}$

ข. $\{ 20, 21, 22, \dots, 29 \}$

ค. $\{ 21, 22, 23, \dots, 29 \}$

ง. $\{ 21, 22, 23, \dots, 30 \}$

4. กำหนดให้ $A = \{ 3, 9, 27, 81, \dots \}$ เขียนเซต A แบบบอกเงื่อนไขได้ดังข้อใด

ก. $\{ x \mid x = 3^n \text{ เมื่อ } n \in I^+ \}$

ข. $\{ x \mid x \in I^+ \text{ และ } x \geq 3 \}$

ค. $\{ x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่ที่หารด้วย 3 ลงตัว} \}$

ง. $\{ x \mid x \in I^+ \text{ และ } x \text{ หารด้วย 3 ลงตัว} \}$

5. เซตใดต่อไปนี้ เป็นเซตว่าง

ก. $\{ \emptyset \}$

ข. เซตของจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 2 แต่น้อยกว่า 3

ค. เซตของจำนวนจริงบวกที่มากกว่า 0 และน้อยกว่า 1

ง. เซตของจำนวนเต็มที่ไม่เป็นจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ

6. เซตใดไม่เป็นเซตว่าง

ก. $\{ x \mid x \in I \text{ และ } x^2 + 1 = 0 \}$

ข. $\{ x \mid x \in I^+ \text{ และ } x < 0 \}$

ค. $\{ x \mid x \in I \text{ และ } x^2 = 1 \}$

ง. $\{ x \mid x \in I \text{ และ } 3x = 4 \}$

7. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตจำกัด

ก. เซตของจำนวนเต็มคู่ที่มีหลักสิบเป็น 3

ข. เซตของจำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ลงตัว

ค. เซตของจำนวนพลเมืองในโลกในขณะนี้

ง. เซตของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน

8. เซตคู่ใดเป็นเซตที่ไม่เท่ากัน

ก. $A = \{x \mid x \in \mathbb{I} \text{ และ } 0 < x < 3\}$

$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มคู่บวกที่เป็นจำนวนเฉพาะ}\}$

ข. $A = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{I}\}$

$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนคี่}\}$

ค. $A = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x < 3\}$

$B = \{x \mid x \in \mathbb{I}^+ \text{ และ } x^2 - 3x + 2 = 0\}$

ง. $A = \{x \mid x \text{ เป็นสีของธงชาติไทย}\}$

$B = \{\text{ขาว, แดง, น้ำเงิน}\}$

9. เซตใดต่อไปนี้ไม่เป็นสับเซตของเซต $\{\emptyset, 2, \{2, 4\}\}$

ก. $\{\emptyset, \{2, 4\}\}$

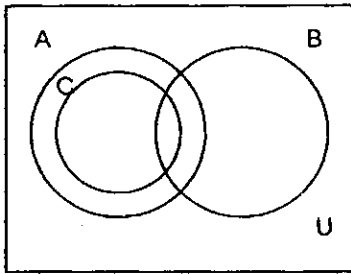
ข. $\{\emptyset, 2, \{2, 4\}\}$

ค. $\{\{2, 4\}\}$

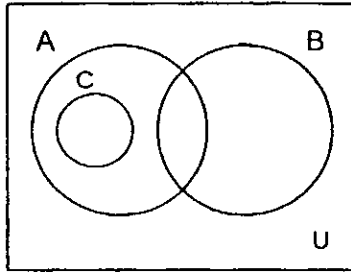
ง. $\{\{2\}, \{2, 4\}\}$

10. แผนภาพของเวนนัย-ออยเลอร์ ในข้อใดต่อไปนี้แสดงเซต $C \subset A$ และ $C \not\subset B$ ไม่ถูกต้อง

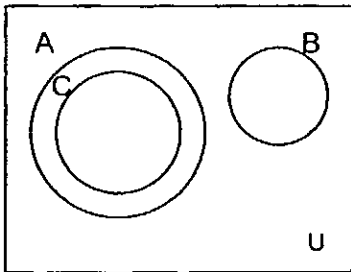
ก.



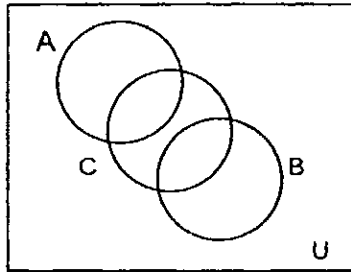
ข.



ค.



ง.



11. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดผิด

ก. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cap B = A$

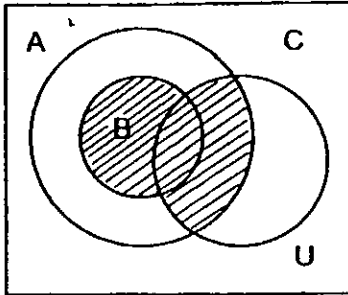
ข. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $A \cup B = B$ หรือ $B \cup A = B$

ค. ถ้า $A \cup B = U$ แล้ว $B \cap A = \emptyset$

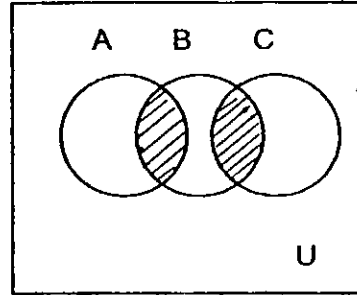
ง. ถ้า $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$ แล้ว $A \cap B = \emptyset$

12. ส่วนที่แรเงาในแผนภาพของข้อใดเป็นเซต $(A \cup B) \cap (B \cup C)$

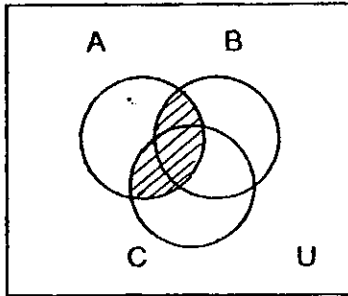
ก.



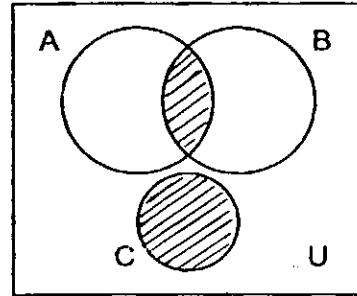
ข.



ค.



ง.



13. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{3, 4, 5\}$$

ข้อใดคือ $(A \cup B') \cap (A \cap C)'$

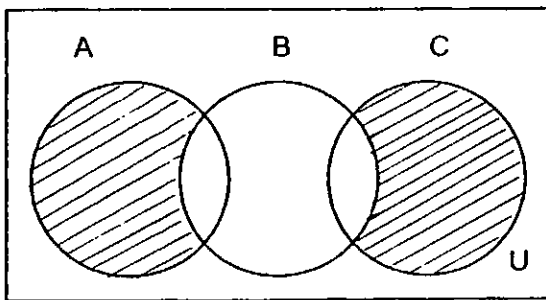
ก. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

ข. $\{1, 2, 5\}$

ค. $\{1, 2\}$

ง. $\{5\}$

14. จากแผนภาพส่วนที่แรเงาตรงกับเซตในข้อใด



ก. $(A \cup C) - B$

ข. $(A - B) \cup (C - B)$

ค. $(C - B) \cup (A - B)$

ง. ถูกทุกข้อ

15. กำหนดให้ A และ B เป็นสับเซตของ U โดยที่ $n(A) = 32$, $n(B) = 20$, $n(A \cup B) = 35$ และ $n(U) = 45$

ข้อใดถูกต้อง

ก. $n(A \cap B)' = 28$

ข. $n(A - B) = 14$

ค. $n(A \cap B) = 8$

ง. $n(A \cup B)' = 15$

คำชี้แจง ใช้ตัวเลือกต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 16 – 19 ว่าเป็นการให้เหตุผลแบบใด จากตัวเลือก ก – ง ต่อไปนี้

- ก. แบบอุปนัย เพราะ เป็นการอ้างอิงจากสิ่งที่เคยพบเห็นมาแล้วหลายครั้ง
- ข. แบบนิรนัย เพราะ เป็นการอ้างอิงจากสิ่งที่เคยพบเห็นมาแล้วหลายครั้ง
- ค. แบบอุปนัย เพราะ เป็นการนำสิ่งที่กำหนดให้หรือสิ่งที่เคยรับทราบมาก่อนแล้วว่าเป็นจริงมาพิจารณา
- ง. แบบนิรนัย เพราะ เป็นการนำสิ่งที่กำหนดให้หรือสิ่งที่เคยรับทราบมาก่อนแล้วว่าเป็นจริงมาพิจารณา

16. หมอดูอาศัยประสบการณ์จากตัวอย่างชีวิตคนทั้งที่ดี และไม่ดีในอดีตมาหลายชั่วอายุคนแล้วสรุปเป็นวิชาหมอดูทำนายโชคชะตาราศีสำหรับคนในปัจจุบัน

17. อาจารย์สุชาติอธิบายตัวอย่างการแก้สมการ 2 สมการดังต่อไปนี้ (ความเข้าใจ)

$$x + y = 5 \quad \text{_____ (1)}$$

$$3x - y = 3 \quad \text{_____ (2)}$$

อาจารย์สุชาติอธิบายว่านำสมการ (1) + (2) จะได้

$$4x = 8$$

$$\therefore x = 2$$

แทน $x = 2$ ลงในสมการ (1) จะได้

$$2 + y = 5$$

$$y = 3$$

18. เหตุ 1. ดอกกุหลาบทุกชนิดเป็นดอกไม้
 2. ดอกไม้บางชนิดมีกลิ่นเหม็น
 ข้อสรุป ดอกกุหลาบบางชนิดมีกลิ่นเหม็น

19. เหตุ 1. เมื่อวานนี้รถติดมาก
 2. วันนี้รถติดมาก
 ข้อสรุป พรุ่งนี้รถติดมาก

20. ข้อใดเป็นการสรุปความรู้ โดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยที่น่าเชื่อถือมากที่สุด

- ก. มดทำคึกกับช้างคู่ใจได้เกือบเดือนแล้ว อีกไม่นานคงจะไปทำคึกกับหมียวคู่ใจอีกคนหนึ่ง
- ข. เห็นหมียวชวนมดไปกินข้าวด้วยกันสามวันแล้ว เต็มวันนี้จะชวนกันไปอีก
- ค. มดหลบหน้าช้างมาหลายวันแล้ว คิดว่าสาเหตุมาจากช้างเอาเปรียบมดมาตลอด
- ง. เห็นมดกับหมียวอยู่ด้วยกันที่ไรทะเลาะกันทุกที สองคนนี้นคงมีอะไรที่เข้ากันไม่ได้

21. ปิติ มานี มานะ และชูใจ มีอาการแพ้เป็นผื่นแดงขึ้นตามตัวซึ่งเรียกว่า ลมพิษ ส่วนปิตีมีอาการปวดท้องด้วย เมื่อซักประวัติการกินอาหาร พบว่า

ปิติ กิน ข้าว ยำปลาหมึก น้ำพริก แตงโม
 มานี กิน ข้าว ยำปลาหมึก แกงไก่ มะละกอ
 มานะ กิน ข้าว ยำปลาหมึก ผัดเผ็ดไก่ เจาะ
 ชูใจ กิน ข้าว ยำปลาหมึก ผัดพริกขิง น้อยหน่า

จากเหตุการณ์ข้างต้นจะสรุปโดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ดังข้อใดต่อไปนี้

- ก. ปิตีอาจจะเป็นโรคกระเพาะ
 ข. ปิตีกินน้ำพริกและแตงโม จึงทำให้มีอาการปวดท้อง
 ค. ทุกคนมีอาการแพ้เป็นผื่นแดงขึ้นตามตัวเหมือนกันโดยบังเอิญ
 ง. ทุกคนไม่ควรกินข้าวและยำปลาหมึก เพื่อป้องกันการเกิดลมพิษ
22. วินัยทดลองนำแมว 10 ตัว มาไว้ในห้องสี่เหลี่ยมขนาดกว้าง 5 เมตร ยาว 5 เมตร สูง 4 เมตร วันละ 1 ตัว และนำอาหารกับน้ำไว้ที่มุมห้องทั้ง 4 มุม เพื่อให้แมวกิน โดยตั้งรูปสุนัขขนาดตัวยาว 1 เมตร ไว้ที่มุมห้องมุมหนึ่ง ปรากฏว่าแมวทั้ง 10 ตัว มีพฤติกรรมเหมือนกัน คือกินอาหารกับน้ำที่มุมห้อง 3 มุม แต่ไม่ยอมไปกินในมุมรูปปั้นของสุนัข และไม่เดินเข้าไปใกล้รูปปั้นของสุนัข พฤติกรรมของแมวแบบนี้จะสรุปโดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ดังข้อใดต่อไปนี้
- ก. พฤติกรรมของแมวเหมือนกันโดยบังเอิญ ข. แมวรอให้สุนัขวิ่งเข้ามาหาแล้วจึงจะวิ่งหนี
 ค. แมวกลัวรูปปั้นของสุนัข ง. แมวไม่ได้คิดอะไร

23. สूरชัยออกจากบ้านไปทำงาน เขาสังเกตว่า (การนำไปใช้)

ถ้าเขาออกจากบ้านเวลา 7.30 น. เขาจะไปถึงที่ทำงาน 8.30 น.

ถ้าเขาออกจากบ้านเวลา 7.20 น. เขาจะไปถึงที่ทำงาน 8.18 น.

ถ้าเขาออกจากบ้านเวลา 7.08 น. เขาจะไปถึงที่ทำงาน 8.05 น.

สूरชัยอยากไปถึงที่ทำงาน ก่อนเวลา 8.00 น. เล็กน้อย สूरชัยควรออกจากบ้านเวลาเท่าใด

ข้อใดต่อไปนี้ สรุปสถานการณ์ที่ใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย

- ก. ออกจากบ้านก่อนเวลา 7.00 น. เล็กน้อย ข. ออกจากบ้านระหว่างเวลา 7.05 - 7.15 น.
 ค. ออกจากบ้านก่อนเวลา 6.00 น. ง. ออกจากบ้านเวลา 7.00 น.
24. จากคำกล่าวที่ว่าถ้าพื้นที่ใดมีการตัดไม้ทำลายป่ามาก พบว่า พื้นที่นั้นประสบปัญหาภัยแล้งและอุทกภัย ปัจจุบันพบว่า พื้นที่ในเขตภาคตะวันออกเฉียงเหนือประสบปัญหาภัยแล้งและอุทกภัยบ่อย ๆ ข้อใดต่อไปนี้ สรุปสถานการณ์ที่ใช้วิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย
- ก. ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีภัยแล้งและอุทกภัยบ่อย ทำให้มีการตัดไม้ทำลายป่ามากขึ้น
 ข. ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีการตัดไม้ทำลายป่ามาก ทำให้เกิดภัยแล้งและอุทกภัย
 ค. ภาคตะวันออกเฉียงเหนือควรสร้างเขื่อน เพื่อป้องกันภัยแล้งและอุทกภัย
 ง. ภาคตะวันออกเฉียงเหนือควรเร่งทำฝนเทียมในฤดูแล้งให้มากยิ่งขึ้น

25. เหตุ 1. แม่ทุกคนเป็นคนใจดี
 2. ไม่มีคนใจดีคนใดเป็นคนชั่วร้าย
 จากเหตุทั้งสองข้อดังกล่าว ข้อใดถูกต้อง
 ก. ไม่มีผลสรุปที่ทำให้สมเหตุสมผล
 ข. ไม่มีแม่คนใดเป็นคนชั่วร้าย เป็นผลสรุปที่ทำให้สมเหตุสมผล
 ค. มีคนชั่วร้ายบางคนเป็นแม่ เป็นผลสรุปที่ทำให้สมเหตุสมผล
 ง. มีแม่บางคนเป็นคนชั่วร้าย เป็นผลสรุปที่ทำให้สมเหตุสมผล

26. กำหนดเหตุให้ดังต่อไปนี้

- เหตุ 1) นักเรียนชายบางคนเป็นคนเรียนเก่ง
 2) คนเรียนเก่งทุกคนเป็นคนตรงต่อเวลา

ผลสรุปข้อใดไม่จริง

- ก. คนตรงต่อเวลาทุกคนเป็นคนเรียนเก่ง ข. นักเรียนชายบางคนเป็นคนตรงต่อเวลา
 ค. คนตรงต่อเวลาบางคนเป็นคนเรียนเก่ง ง. นักเรียนชายบางคนเป็นคนเรียนเก่งและตรงต่อเวลา

คำชี้แจง จาก ข้อ 27 – 30 ให้นักเรียนหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

27. จำนวนเต็มทุกจำนวนเขียนเป็นเศษส่วนได้ 6 เขียนเป็นเศษส่วนได้ ดังนั้น

- ก. 6 เป็นจำนวนเต็ม ข. 6 เป็นจำนวนนับ
 ค. 6 ไม่ใช่จำนวนเต็ม ง. สรุปไม่ได้

28. แมวทุกตัวเกลียดหมา หนูทุกตัวเกลียดหมา ดังนั้น

- ก. หนูทุกตัวเกลียดแมว ข. แมวทุกตัวเกลียดหนู
 ค. แมวบางตัวเกลียดหนู ง. สรุปไม่ได้

29. จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง ดังนั้น

- ก. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม ข. จำนวนนับทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
 ค. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนนับ ง. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนนับ

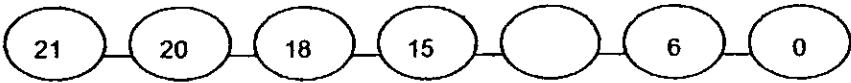
30. นักเรียนทุกคนต้องแต่งกายสุภาพ นายแดงแต่งกายสุภาพ ดังนั้น

- ก. นายแดงเป็นนักเรียน ข. นายแดงไม่ใช่ นักเรียน
 ค. นายแดงอาจเป็นนักเรียน ง. สรุปไม่ได้

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำอย่างละเอียด

1. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์ $U = \{ 1, 2, 3, \dots, 8 \}$
ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ และ $C = \{2, 4, 6, 7\}$
จงหาเซต $[(B \cup C) - A] \cup (A \cup B \cup C)'$
2. จากการสอบถามนักเรียนโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งมี จำนวน 100 คน พบว่า มีนักเรียน 30 คน ชอบเรียนวิชาคอมพิวเตอร์ มีนักเรียน 60 คนชอบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และมีนักเรียน 20 คน ที่ชอบเรียนวิชาคอมพิวเตอร์และวิชาคณิตศาสตร์ จงหาจำนวนนักเรียนที่ไม่ชอบเรียนทั้งสองวิชานี้เลย

3. จากแบบรูปของจำนวนต่อไปนี้ จงหาจำนวนที่อยู่ใน  พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบคำตอบ



4. จงหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล
- เหตุ 1. นักเรียนทุกคนชอบช่วยเหลือผู้อื่น
2. ผู้ช่วยเหลือผู้อื่นบางคนได้รางวัล
- ผล
5. จงตรวจสอบการให้เหตุผลต่อไปนี้สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยใช้แผนภาพเวน-ออยเลอร์
- เหตุ 1. นักกีฬาทุกคนมีร่างกายแข็งแรง
2. นักเรียน ม.4 บางคนเป็นนักกีฬา
- ผล นักเรียน ม. 4 บางคนแข็งแรง

%%%%%%%%%

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาว วราภรณ์ เสาวะพาน
วันเดือนปีเกิด	2 มิถุนายน 2516
สถานที่เกิด	อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	16 หมู่ 9 ตำบลบึงนคร อำเภอธวัชบุรี จังหวัดร้อยเอ็ด 45170
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 4 โรงเรียนคำเขื่อนแก้วชนูปถัมภ์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนคำเขื่อนแก้วชนูปถัมภ์ อำเภอคำเขื่อนแก้ว จังหวัดยโสธร
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2532	มัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนเสลภูมิพิทยาคม จังหวัดร้อยเอ็ด
พ.ศ. 2535	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนธวัชบุรีวิทยาคม จังหวัดร้อยเอ็ด
พ.ศ. 2539	ค.บ. วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากสถาบันราชภัฏสุรินทร์ จังหวัดสุรินทร์
พ.ศ. 2546	กศ.ม. วิชาเอกการมัธยมศึกษา(การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ