การทดลองใช้เวคเตอร์ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์

THE LIBRARY
COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK. THAILAND

ปริญญานิพนธ์

ของ

ยงยุทธ ชนูกฤติ

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
9 มีนาคม 2516

การทดลองใช้เวคเตอร์สอนเรขาคณิตวิเคราะห์

บทคัดย่อ

ของ

ยงยุทธ ชนูกฤติ

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
9 มีนาคม 2516

จุดมุ่งหมายของการทดลองครั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ ด้วยวิธีการเดิม กับวิธีการเวคเตอร์ โดยทำการทดลองสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สองวิธีกับนักเรียนชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิทยาลัยครูสวนสุนันทา จำนวน 83 คน แบ่งเป็น กลุ่มทดลองจำนวน 45 คน สอนด้วยวิธีการเวคเตอร์ กลุ่มควบคุม 38 คน สอนด้วยวิธีการเดิม ผลการทดลองปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมของการเรียนด้วยวิธีการเวคเตอร์และวิธีการเดิมไม่แตกต่างกัน แต่ผลสัมฤทธิ์ในด้านความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเดิมสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเวคเตอร์

THE EXPERIMENTAL TEACHING OF ANALYTIC GEOMETRY BY VECTOR APPROACH

ABSTRACT

BY

YONGYUTH TANUKRIT

Presented in Partial Fulfilment of the Requirement

for the Master of Education Degree

at the College of Education

March 9, 1973

THE EXPERIMENTAL TEACHING OF ANALYTIC GEOMETRY BY VECTOR APPROACH

ABSTRACT

BY

YONGYUTH TANUKRIT

Presented in Partial Fulfilment of the Requirement

for the Master of Education Degree

at the College of Education

March 9, 1973

The main purpose of this experiment was to compare the achievement of learning Analytic Geometry by the traditional approach and by the vector approach. Experimental subject was 83 higher-certificate of educational students who studied at Suan Sunanta Teachers' Training College. The sample was divided into two groups, experimental group of 45 students who were taught Analytic Geometry by the vector approach and control group of 38 students who were taught by the traditional approach. The resualt of this study was that there was no difference as a whole between the Analytic Geometry achievements teaching by these two approaches; but the students who were taught by the traditional approach had a higher achievement in proving than those who were taught by the vector approach.

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของวิทยาลัยวิชาการศึกษาได้

.....ประธาน

.....กรรมการ

9 มีนาคม 2516

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ เพราะผู้วิจัยได้รับคำแนะนำและช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พจน์ สะเพียรชัย และผู้ช่วยศาสตราจารย์สุพจน์ วะนะมา ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอขอบพระคุณอาจารย์จาระไน เกษมศิริ อาจารย์สุนทรี ศาสตรสาระ อาจารย์สงัด ฉายพันธ์ และอาจารย์นิภา ศรีเลตวัฒ อาจารย์แผนกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูสวนสุนันทา ที่ให้ความช่วยเหลือเกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่าง และอำนวยความสดวกเป็นอย่างดีในขณะดำเนินการทดลอง

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้รับคำแนะนำช่วยเหลืออย่างดียิ่ง จากอาจารย์เมตต์ แย้มวงษ์ อาจารย์วิทยาลัยวิชาการศึกษา พระนคร คุณเชิดศักดิ์ โฆวาสินธุ์ นิสิตปริญญาโทสาขาการวัดผลการศึกษา ผู้วิจัยขอขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย.

ยงยุทธ ชนูกฤติ

สารบาญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการค้นคว้า	5
	ความสำคัญของการค้นคว้า	6
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	6
	ตัวแปร	6
	คำนิยามศัพท์เฉพาะ	7
	การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง	7
	สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า	13
2.	วิธีดำเนินการทดลองและการวิเคราะห์ข้อมูล	14
	กลุ่มตัวอย่าง	14
	เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	15
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	16
	ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ	18
	การดำเนินการทดลอง	20
	การวิเคราะห์ข้อมูล	20
3.	ผลการทดลอง	24
	เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์รวม	24
	เปรียบเทียบความเข้าใจ	26
	เปรียบเทียบความสามารถในการนำไปใช้	27
	เปรียบเทียบความสามารถในการเขียนกราฟ	29
	เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์	30

บทที่ หน้า

4. สรุปผล อภิปราย และเสนอแนะ 32
ความมุ่งหมายในการทำวิจัย 32
กลุ่มตัวอย่าง 32
เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง 33
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 33
การดำเนินการทดลอง 33
การวิเคราะห์ข้อมูล 34
สรุปผลการทดลอง 34
อภิปรายผล 35
ข้อเสนอแนะ 37
บรรณานุกรม 40
ภาคผนวก 45
ภาคผนวก ก. 46
ภาคผนวก ข. 53
ภาคผนวก ค. 57
ภาคผนวก ง. 66

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1.	จำแนกแบบทดสอบของโจทย์ปัญหาตอนที่ 1	18
2.	แสดงค่าเฉลี่ย (Means)ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (Adjust Means) ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ข้อมูลตาราง 13 ภาคผนวก ก.	24
3.	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนจากการทำแบบทดสอบรวม ข้อมูลตาราง 12 และ 13 ภาคผนวก ก.	25
4.	แสดงค่าเฉลี่ย (Means) และค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (Adjust Means) ของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบความเข้าใจ ข้อมูลตาราง 14 ภาคผนวก ก.	26
5.	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนความเข้าใจ ข้อมูล ตาราง 12 และ 14 ภาคผนวก ก.	26
6.	แสดงค่าเฉลี่ย (Means) และค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (Adjust Means) ของคะแนนแบบทดสอบความสามารถในการนำไปใช้ ข้อมูลตาราง 15 ภาคผนวก ก.	27
7.	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนแบบทดสอบความสามารถในการนำไปใช้ ข้อมูลตาราง 12 และ 15 ภาคผนวก ก...	28
8.	แสดงค่าเฉลี่ย (Means)และค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (Adjust Means) ของคะแนนความสามารถในการเขียนกราฟ ข้อมูลตาราง 16 ภาคผนวก ก.	29
9.	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนแบบทดสอบความสามารถในการเขียนกราฟ ข้อมูลตาราง 12 และ 16 ภาคผนวก ก.	29
10.	แสดงค่าเฉลี่ย (Means) ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ ข้อมูลตาราง 17 ภาคผนวก ก.	30

ตาราง หน้า

11. แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ ข้อมูลตาราง 12 และ 17 ภาคผนวก ก. ... 31
12. แสดงคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนก่อนการทดลอง ... 47
13. แสดงคะแนนผลการสอบวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนแต่ละคน 48
14. แสดงคะแนนความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยาม และคำนิยามของนักเรียนแต่ละคน 49
15. แสดงคะแนนความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนแต่ละคน ... 50
16. แสดงคะแนนความสามารถในการเขียนกราฟของนักเรียนแต่ละคน... 51
17. แสดงความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนแต่ละคน 52
18. แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) ความยากมาตรฐาน (Δ) ของแบบทดสอบตอนที่ 1 54

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

วิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อวิชาวิทยาศาสตร วิศวกรรมศาสตร์ ศิลปศาสตร์ และคณิตศาสตร์ด้วยกันเองอย่างมาก[1] เดอคา (Rene Descartes) นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสเป็นผู้ให้กำเนิดวิชาเรขาคณิต ขึ้นเมื่อปี ค.ศ.1637 เป็นการนำเอาวิธีการทางพีชคณิตมาใช้กับเรขาคณิต[2] แนวความคิดของเรขาคณิตวิเคราะห์ เกี่ยวข้องกับการกำหนดจุดบนระนาบ และในมิติ (Space) สามมิติ ให้อยู่ในรูปพิกัด (Coordinates) เป็น (x,y) และ (x,y,z) ตามลำดับ ซึ่งจะบอกให้เราทราบว่า จุดนั้นห่างจากแกนพิกัด (Coordinates axis)เท่าใด วิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ได้จัดเข้าไว้ในหลักสูตรมัธยมศึกษาและอุดมศึกษาในประเทศไทยเป็นเวลานานแล้ว เพื่อให้นักเรียนมัธยมศึกษาได้เข้าใจมโนภาพเบื้องต้นของเรขาคณิตวิเคราะห์ และได้ศึกษารายละเอียดอย่างลึกซึ้ง เพื่อการนำเอาไปใช้กับวิชาอื่นๆ ในระดับอุดมศึกษา

ในขณะที่วิชาเรขาคณิตวิเคราะห์กำลังมีความสำคัญอยู่นี้ วิชาพีชคณิตเชิงเส้น(Linear Algebra)และวิชาเวคเตอร์วิเคราะห์ (Vecters Analysis) ก็เริ่มมีความสำคัญขึ้นด้วย มโนภาพเกี่ยวกับเวคเตอร์(Vector)นั้นมีความสำคัญต่อวิชาฟิสิกส์และวิชาวิศวกรรมศาสตร์มาก ผู้เรียนในระดับอุดมศึกษาที่เกี่ยวข้องกับวิชาเหล่านี้จำเป็นที่จะต้องเข้าใจมโนภาพและคุณสมบัติต่าง ๆ ของเวคเตอร์เพื่อใช้กับวิชาเหล่านั้น นอกจากจะใช้เวคเตอร์กับวิชาดังกล่าวแล้ว มโนภาพเกี่ยวกับเวคเตอร์ก็สามารถใช้ได้กับวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วย[3] มโนภาพ

---

[1]Cell,John W, Analytic Geometry, preface.

[2]Fuller, Gordon, Analytic Geometry.

[3]Wexler, Charles. Analytic Geometry '' A Vectors Approach,'' preface.

เวคเตอร์ในเรื่องความหมายของเวคเตอร์ สเกลล่าร์ (Scalars) พีชคณิตของเวคเตอร์ การคูณเวคเตอร์ด้วยสเกลล่าร์ และการคูณเวคเตอร์ด้วยเวคเตอร์ จะช่วยในการพิสูจน์กฎเกณฑ์และทฤษฎีต่าง ๆ ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ได้

ความเปลี่ยนแปลงวิธีการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์อย่างหนึ่งคือ พยายามที่จะสอนเรื่องราวเกี่ยวกับเวคเตอร์ และนำเวคเตอร์กับคุณสมบัติของเวคเตอร์เข้ามาใช้กับเรขาคณิตวิเคราะห์[1] สิ่งที่ต้องระมัดระวังอย่างหนึ่งในการเปลี่ยนแปลงนี้ก็คือ การเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์นั้นจะให้ผลลัพธ์เท่ากันหรือดีกว่าวิธีการสอนแบบเดิมหรือไม่ ถึงแม้ว่าวิชาเวคเตอร์จะมีความสำคัญและนำมาใช้กับเรขาคณิตวิเคราะห์ได้ แต่มโนภาพของเวคเตอร์เป็นของใหม่ จึงเป็นการยากที่จะตัดสินได้ว่าเป็นวิธีที่ดีกว่าวิธีเดิม

ศาสตราจารย์วอห์น (Herbert Vaughan)แห่ง UICSM (The University of Illinois Committee of School Mathematics) ของมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ ได้พยายามใช้มโนภาพของเวคเตอร์ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์วอห์นได้สร้างอุปกรณ์การสอน เนื้อหาวิชาและโครงร่างของวิชาเรขาคณิต**ด้วยวิธีเ**วคเตอร์ขึ้น และได้ให้มโนภาพของการกระทำ (Operation) ต่าง ๆ ในวิชาเวคเตอร์ ตลอดจนคุณสมบัติของการบวกและการลบเวคเตอร์ เช่น กฎการสลับที่ (Commutative Law)กฎการจัดหมู่ (Associative Law) การคูณเวคเตอร์ด้วยสเกลล่าร์ การเท่ากันและขนานกันของเวคเตอร์ และใช้คุณสมบัติเหล่านี้พิสูจน์กฎ และทฤษฎีต่าง ๆ ในวิชาเรขาคณิตแทนวิธีการเดิม[3]

---

[1]Willaughby, Stephen S., Contemporary Teaching of Secondary, pp. 344-345.

[2]Szabo, Steven, "An Approach to Euclidean Geometry Through Vectors, "The Mathematics Teacher, March, 1966, p. 218.

เพตโตเฟรซโซ (Anthony Pettofrezzo) ได้สนับสนุนว่าการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติด้วยวิธีการเวคเตอร์นั้นได้ผลไม่แตกต่างกับการเรียนด้วยวิธีการเดิม[1] ซึ่งความคิดเช่นนี้ ชอมเบอร์เกอร์ (Schaumberger) ได้ให้การสนับสนุนด้วย แต่อย่างไรก็ตามชอมเบอร์เกอร์ได้คัดค้านว่าถึงแม้ว่าวิธีการเวคเตอร์จะสามารถใช้ได้กับเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติ แต่กับเรขาคณิตสองมิติยังใช้ได้ผลไม่ดีเท่ากับวิธีการเดิม[2]

แรนดอล์ฟ (Randolf) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการใช้วิธีการเวคเตอร์สอนเรขาคณิตวิเคราะห์ไว้ว่า ถึงแม้ว่าวิธีการเวคเตอร์จะใช้สอนเรขาคณิตวิเคราะห์ทั้งสองมิติ และสามมิติได้ แต่จะต้องเสียเวลาสอนเรื่องราวเกี่ยวกับเวคเตอร์เสียก่อนเพื่อให้เข้าใจคุณสมบัติพื้นฐาน ซึ่งไม่ใช่เรื่องง่ายนัก และยิ่งกว่านั้นวิธีการเวคเตอร์ก็หาได้สอนเนื้อหาในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ได้ทุกเรื่องไปไม่ เช่น เรื่องราวของภาคตัดกรวย (Conic Sections) ในเรขาคณิตบนระนาบ (Plane Analytic Geometry) และเรื่องราวของสมการของผิว (Surface) ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติ (Solid Analytic Geometry) เป็นต้น[3]

ซัสเตอร์ (Seymour Schuster)ได้ให้ข้อเสนอแนะว่าในระดับมัธยมศึกษาวิชาหนึ่งที่ควรจะจัดสอนให้แก่นักเรียนก็อวิชาเวคเตอร์หรือวิชาพีชคณิตเชิงเส้น เพราะในระดับวิทยาลัยวิชานี้จำเป็นสำหรับนักเรียน แต่เขาก็ยังให้ข้อแนะนำว่าจะต้องทำด้วยความระมัด

---

[1]Pettofrezzo, Anthony J., "A comparison of the relative effectiveness of two methods of teaching certain topics in solid analytic geometry," Dissertation Abstracts, June, 1960, p. 4604.

[2]Schaumberger, N, "A comparison of two methods of teaching certain topics in analytic geometry," Dissertation Abstracts, August, 1962, p. 758.

[3]Randolf, John F, Calculus and Analytic Geometry, p. VII.

ระวัง เพราะเวกเตอร์เป็นเรื่องนามธรรมมาก[1]

แบบเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ที่ใช้วิธีการเวกเตอร์แบ่งได้เป็นสองพวกคือ พวกหนึ่งใช้วิธีการเวกเตอร์เฉพาะเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติเท่านั้น ส่วนเรขาคณิตวิเคราะห์สองมิติใช้วิธีการเดิม อีกพวกหนึ่งใช้วิธีการเวกเตอร์กับเรขาคณิตวิเคราะห์ในระนาบและในมิติสามมิติ แบบเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ทั้งสองแบบทำให้มองเห็นว่ามีความแตกแยกในแนวความคิดเกี่ยวกับการใช้วิธีการเวกเตอร์ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์

ความพยายามประการหนึ่งในการเรียนการสอนเรขาคณิต คือ พยายามที่จะให้นักเรียนระดับมัธยมได้เรียนรู้ถึงมโนภาพเกี่ยวกับเวกเตอร์ แฟร์ (Fehr)ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับความคิดเช่นนี้ว่า การจะให้นักเรียนมัธยมเรียนหรือไม่นั้นควรพิจารณาถึงโครงร่างและหลักสูตรของวิชาเรขาคณิตในระดับวิทยาลัยประกอบด้วย[2] เพราะการจะให้เวกเตอร์เข้ามามีส่วนในเรขาคณิตนั้นจะมีผลกระทบกระเทือนหลักสูตรของวิชาคณิตศาสตร์ทุกสาขา

จากการพิจารณาหนังสือ แบบเรียนคณิตศาสตร์ ตอนที่ 1 ของจุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย[3] ซึ่งเป็นแบบเรียนสำหรับ นิสิตชั้นปีที่ 1. ของมหาวิทยาลัย พบว่ามีเรื่องราวเกี่ยวกับเวคเตอร์และเรขาคณิตวิเคราะห์ ในแบบเรียนนี้ได้ใช้วิธีการเวคเตอร์กับเรื่องราวของเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วย คือ ให้ความหมายของเวกเตอร์และสเกลล่าร์ พิสูจน์คุณสมบัติของเวคเตอร์ แล้วนำคุณสมบัตินั้นสร้างกฎเกณฑ์ และพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ นั่นคือความตื่นตัวในการใช้วิธีการเวคเตอร์กับวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ในประเทศไทยเริ่มปรากฏขึ้นแล้ว

---

[1] Schuster, Seymor, "If not solid geometry, then what ?" The Mathematics Teacher, May, 1961, p. 313.

[2] Fehr, Howard F, "New thinking in mathematical education," The Mathematics Teacher, October, 1960, p. 428.

[3] จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย, คณะวิทยาศาสตร์, แผนกคณิตศาสตร์ กณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 1, 2515

หลักสูตรวิชาต่าง ๆ จำเป็นจะต้องเปลี่ยนแปลงให้ทันสมัยเสมอ ในการจัดหลักสูตรวิชาต่าง ๆ นั้น หลักสูตรจะต้องไม่มีจุดหมายเฉพาะอย่างหนึ่งอย่างใดตลอดไป โดยไม่เปลี่ยนแปลง[1] วิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ก็เช่นเดียวกันจะต้องเปลี่ยนแปลงได้ การใช้มโนภาพเกี่ยวกับ เวคเตอร์สอนเรขาคณิตวิเคราะห์นั้น ก็เท่ากับเรากำลังจะปรับปรุงหลักสูตรวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เปลี่ยนไปในลักษณะที่เมื่อใช้วิธีการนี้แล้ว หลักสูตรก็จะมีจุดมุ่งหมายกว้างขึ้น เพราะนอกจากนักเรียนจะได้เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์แล้วนักเรียนยังจะได้เรียนมโนภาพเกี่ยวกับเวคเตอร์ด้วย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียน ประหยัดเวลาที่จะต้องเรียนเวคเตอร์ใหม่เมื่อจะเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นหรือวิชาเวคเตอร์วิเคราะห์เมื่อเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นสูงอีกครั้งหนึ่ง

จากการศึกษาข้างต้น ผู้วิจัยเกิดความคิดว่า การสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ในประเทศไทยนั้นน่าจะเป็นการสอนด้วยวิธีเวคเตอร์ได้ แต่อย่างไรก็ตามวิธีการเวคเตอร์เป็นมโนภาพที่เป็นนามธรรม และเป็นสิ่งใหม่สำหรับนักเรียนไทย สิ่งนามธรรมและสิ่งใหม่ย่อมยากที่จะตัดสินได้ว่าดี ความไม่แน่ใจว่าเวคเตอร์จะใช้สอนได้ดีจึงทำให้เกิดการทดลองค้นคว้าครั้งนี้ขึ้น โดยตั้งจุดมุ่งหมายของการค้นคว้าครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

<u>ความมุ่งหมายของการค้นคว้า</u>

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ในหัวข้อต่อไปนี้

1. ผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมในการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์แตกต่างกับการเรียนด้วยวิธีการเดิมหรือไม่

2. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์และด้วยวิธีการเดิมมีความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยาม และคำนิยาม ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์แตกต่างกันหรือไม่

---

[1] Kandel, I.L, History of <u>Secondary Education</u>, p. 401.

3. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์และด้วยวิธีการเดิม มีความสามารถในการนำไปใช้แตกต่างกันหรือไม่

4. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ และด้วยวิธีการเดิม มีความสามารถในการเขียนกราฟของความสัมพันธ์แตกต่างกันหรือไม่

5. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ และด้วยวิธีการเดิม มีความสามารถในการพิสูจน์แตกต่างกันหรือไม่

ความสำคัญของการค้นคว้า

ผลจากการค้นคว้าเรื่องนี้จะมีประโยชน์ดังนี้

1. เป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรและวิธีการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์

2. ถ้าการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ได้ผลจะช่วยให้การเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูงเรียนได้ง่ายและเร็วขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

การทดลองค้นคว้าเรื่องนี้จะทำกับนักเรียนชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง ปีที่ 1 ของวิทยาลัยครูสวนสุนันทา ที่เลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 17 (เรขาคณิตวิเคราะห์ 1) ในภาคเรียนที่สอง ปีการศึกษา 2515 จำนวน 83 คน

ตัวแปร

ตัวแปรที่จะศึกษาครั้งนี้มีดังต่อไปนี้

ตัวแปรอิสระ

วิธีสอน

ก. สอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์

ข. สอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเดิม

ตัวแปรตาม

ก. ผลสัมฤทธิ์รวม

ข. ความเข้าใจ

ค. ความสามารถในการนำไปใช้

ง. ความสามารถในการเขียนกราฟ

จ. ความสามารถในการพิสูจน์

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

1. เรขาคณิตวิเคราะห์ หมายถึงวิชาเรขาคณิตที่ใช้ระบบแกนพิกัด (Coordinate axes) และพีชคณิตเข้าช่วย ในการทดลองครั้งนี้หมายถึงวิชาคณิตศาสตร์ 17 (เรขาคณิตวิเคราะห์ 1) ตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง

2. เวคเตอร์ หมายถึงปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง

3. การสอนด้วยวิธีการเดิม หมายถึงการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์โดยเริ่มจากการกำหนดแกนพิกัดฉาก และใช้คุณสมบัติทางพีชคณิตเบื้องต้น สร้างกฎเกณฑ์ ทฤษฎีในเรขาคณิตวิเคราะห์

4. การสอนด้วยวิธีการเวคเตอร์ หมายถึงการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์โดยเริ่มจากการสอนมโนภาพเกี่ยวกับเวคเตอร์ คุณสมบัติของเวคเตอร์ พีชคณิตของเวคเตอร์ การคูณเวคเตอร์ แล้วใช้คุณสมบัติเหล่านั้นสร้างแกนพิกัด พิสูจน์กฎเกณฑ์ ทฤษฎีในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์

5. ความสัมพันธ์ หมายถึงความสัมพันธ์ของคำอนิยาม คำนิยาม ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ และความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร x และ y ซึ่งจะปรากฏในรูปของ กฎ ทฤษฎี หรือสมการ

การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

มโนภาพเกี่ยวกับเวคเตอร์นำมาใช้ครั้งแรกเพื่อศึกษาวิชาเรขาคณิตระบบแกนพิกัด หรือวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ ใช้ความสัมพันธ์ของเวคเตอร์สามมิติ และพีชคณิตของเวคเตอร์

เฉพาะอย่างยิ่งกับเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติ ต่อมาได้พยายามใช้เวคเตอร์เพื่อการศึกษาวิชาอื่น ๆ ด้วย ผู้วิจัยจะได้กล่าวถึงบทบาทของเวคเตอร์ต่อวิชาต่าง ๆ ที่สำคัญ และบทบาทของเวคเตอร์ต่อวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์โดยตรง ที่เกี่ยวข้องกับการทดลองครั้งนี้ดังต่อไปนี้

แฮมิลตัน (Hamilton, W.R.) ได้กล่าวถึงจำนวนจินตภาพ (imaginary number) ในการศึกษาวิชาจำนวนเชิงซ้อน (complex numbers) ซึ่งแต่เดิมเราศึกษาจำนวนเชิงซ้อนในรูป $a + bi$ เมื่อ a,b เป็นจำนวนจริงและ i เป็นหน่วยจินตภาพ (imaginary unit) ซึ่งการบวกและคูณจำนวนเชิงซ้อนรูปนี้ยุ่งยากมากให้อยู่ในรูปคู่ลำดับหรือพิกัด (a,b) เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง ซึ่ง (a,b) นี้ก็คือเวคเตอร์นั่นเอง แฮมิลตันได้สร้างนิยามการบวก และการคูณของจำนวนเชิงซ้อนรูปนี้ขึ้น ซึ่งเป็นนิยามที่ง่ายแก่การเข้าใจ และการอธิบายคุณสมบัติของจำนวนเชิงซ้อน การกระทำเช่นนี้เท่ากับเขาได้สร้างพีชคณิตของจำนวนจริงระบบใหม่ขึ้นโดยใช้เวคเตอร์[1]

แฮมิลตันได้พยายามที่จะให้เวคเตอร์ซึ่งอยู่ในลักษณะคู่ลำดับของเขาใช้ประโยชน์ได้มาก ๆ โดยพยายามเพิ่มมิติของเวคเตอร์เป็นสามมิติ คือให้เวคเตอร์อยู่ในลักษณะ (a,b,c) และพยายามที่จะใช้กับเรขาคณิตสามมิติด้วย ในผลงานของเขาครั้งนี้เขาได้พบว่าการคูณเวคเตอร์ที่เขาสร้างขึ้นนั้นไม่เป็นไปตามกฎการสลับที่[2] หลังจากงานของแฮมิลตันแล้ว เวคเตอร์ก็วิวัฒนาการเป็น 4 มิติ และสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนในปัจจุบันจะเห็นเวคเตอร์มีรูปร่างเป็น n มิติ คือ $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ แฮมิลตันได้ศึกษาพบอีกว่าเวคเตอร์สี่มิติและทฤษฎีของเวคเตอร์สี่มิตินั้นมีความสำคัญต่อวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาฟิสิกส์[3] เวคเตอร์ได้วิวัฒนาการต่อมาเรื่อย ๆ เพื่อใช้ประโยชน์กับวิชาฟิสิกส์สาขาต่าง ๆ และโดยที่เราสามารถใช้เวคเตอร์กับจำนวนเชิงซ้อนได้ดังนั้นเวคเตอร์จึงมีความสำคัญต่อวิชาไฟฟ้าด้วย

---

[1] E.T.Bell, Men of Mathematics, p. 357.

[2] E.T.Bell, The Development of Mathematics, p. 199.

[3] Ibid., p. 202.

จากหนังสือ Vector Analysis ของวิลสัน (Wilson) ซึ่งเป็นแบบเรียนวิชาเวคเตอร์วิเคราะห์ที่สำคัญเล่มหนึ่ง[1] พบว่าหนังสือนี้แบ่งออกเป็นสามตอนคือ ตอนแรกกล่าวถึงเรื่องราวของเวกเตอร์ได้แก่การบวกเวคเตอร์ การคูณเวคเตอร์ด้วยสเกลลาร์ และการคูณเวกเตอร์ด้วยเวกเตอร์ ในตอนนี้วิลสันได้นำเอาเวกเตอร์มาใช้กับการแก้ปัญหาต่าง ๆ ทางเรขาคณิตบนระนาบและตรีโกณมิติในรูปพิกัดทรงกลม (Spherical Coordinates) ด้วย นอกจากหนังสือของวิลสันแล้วหนังสือเวกเตอร์วิเคราะห์เล่มอื่น ๆ จะมีตอนที่กล่าวถึงการนำเวคเตอร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิตอยู่ด้วยเสมอ

เพตโตเฟรซโซ เป็นผู้ที่มีแนวความคิดในการนำเวกเตอร์มาใช้กับเรขาคณิตวิเคราะห์ผู้หนึ่ง เขาได้เขียนหนังสือชื่อ Vectors And Their Applications[2] เป็นหนังสือที่แสดงให้เห็นการใช้วิธีการเวคเตอร์กับวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์นั้นทำได้ ในหนังสือเล่มนี้ได้กล่าวถึงเรื่องราวของเวคเตอร์ พีชคณิตของเวกเตอร์และใช้คุณสมบัติของเวกเตอร์พิสูจน์เรื่องราวทางเรขาคณิตวิเคราะห์ เช่น ระยะทางระหว่างจุด สมการเส้นตรง และเรื่องราวในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติด้วย

เวคเลอร์ (Charles Wexlers) ได้เขียนหนังสือชื่อ Analytic Geometry A Vector Approach[3] หนังสือเล่มนี้ชี้ให้เห็นว่าเขามีความคิดในเรื่องการใช้วิธีการเวกเตอร์กับเรขาคณิตวิเคราะห์อย่างแจ่มชัด เวกเลอร์ได้เขียนหนังสือเล่มนี้ โดยพยายามที่จะใช้วิธีการเวคเตอร์ กับทุกเรื่องในเรขาคณิตวิเคราะห์ สองมิติและสามมิติ หนังสือเล่มนี้นับเป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นว่าความพยายามใช้วิธีการเวคเตอร์กับเรขาคณิตวิเคราะห์นั้น

---

[1] C.E. Weatherburn, Elementary Vectors Analysis p. XXIV.

[2] Pettofrezzo, Anthony, J, Vectors And Their Applications (New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1966).

[3] Wexler, Charles, Analytic Geometry A Vectors Approach (Japan: Addison-Wesley, Inc., 1964).

ปรากฏขึ้นมากแล้ว

ในหนังสือคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 1[1] ซึ่งจัดพิมพ์ขึ้นโดยแผนกคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย นับเป็นหนังสือที่จัดพิมพ์ขึ้นเป็นภาษาไทยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เวคเตอร์พิสูจน์ ทฤษฎี และกฎเกณฑ์ ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์

ในปี 1957 National Council of Teachers of Mathematics ได้รวมเอาเนื้อเรื่องของวิชาเวคเตอร์วิเคราะห์ และบทประยุกต์ของวิชาเวคเตอร์วิเคราะห์เข้าไว้ในหนังสือประจำปีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวน 23 เล่ม การรวมเช่นนี้ก็เพื่อมุ่งหวังที่จะให้สอนเนื้อหาเหล่านั้นแก่เด็กมัธยมศึกษาตอนปลาย[2]

ชัสเตอร์(Schuster, Seymour) แห่งมหาวิทยาลัย Carleton ได้เขียนบทความลงในหนังสือ The Mathematics Teachers เกี่ยวกับการใช้เวกเตอร์ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ ในบทความของเขาได้เสนอแนะว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาเกรดสิบสองนั้นควรสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติและควรใช้วิธีการเวคเตอร์สอนด้วย ทั้งนี้เพราะรายวิชานี้มีความสำคัญในการศึกษาวิชาวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์มาก เขากล่าวว่าการเสนอแนะข้างต้นเขาเสนอแนะโดยอาศัยประสบการณ์ของเขาในการสอนที่ National Science Foundation Institues[3] ก่อนปี ค.ศ. 1962 ชัสเตอร์ได้เขียนหนังสือเล่มหนึ่งชื่อ Elementary Vector Geometry[4] หนังสือเล่มนี้เขาเขียนขึ้นเพื่อให้เป็น

---

[1]จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย, คณะวิทยาศาสตร์, แผนกคณิตศาสตร์, คณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 1, 2512.

[2]Walter Prenowitz, "Geometric Vector Analysis And The Concept of Veclor Space," Insight Into Modern Mathematics, 1957, pp. 145-99.

[3]Schuster. Seymour, "If Not Solid Geometry,Then What ?" The Mathematics Teachers, May, 1961, pp. 313-15.

[4]Schuster, Seymour, Elementary Vector Geometry, 1962.

แบบเรียนดังที่เขาเสนอแนะข้างต้น ความคิดของชัสเตอร์มีผู้สนับสนุนมาก และได้พยายามสร้างแบบเรียนทำนองเดียวกันนี้ด้วย

ในปี ค.ศ. 1959 เพาโตเฟรซโซ (Pettofrezzo) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติบางหัวข้อด้วยวิธีการเวคเตอร์และวิธีการเดิม[1] โดยทำการสอนนักเรียนสองกลุ่ม กลุ่มละ 24 คน โดยแยกเป็นกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง กลุ่มควบคุมเขาสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติตามแบบเดิม ส่วนกลุ่มทดลองนั้นเขาใช้วิธีการเวคเตอร์ เขาใช้เวลาสอนอยู่หนึ่งเดือน จึงทำการทดสอบผลการทดสอบปรากฏว่าการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติทั้งสองวิธีได้ผลไม่แตกต่างกัน

ในปี ค.ศ. 1962 ชอมเบอร์เกอร์ (Schaumberger, Norman) ได้ศึกษาถึงการใช้วิธีการเวคเตอร์ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สองมิติและสามมิติกับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อเปรียบเทียบการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สองมิติและสามมิติสองวิธีคือการสอนด้วยวิธีการเดิมกับการสอนด้วยวิธีการเวคเตอร์ เขาจัดนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 4 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบความถนัด (Scholastic Aptitude Test) ในการ equate กลุ่มทั้ง 4 ให้มีความสามารถเฉลี่ยก่อนเริ่มการทดลองเท่าเทียมกัน และได้แบ่งนักเรียนในแต่ละกลุ่มออกเป็น 3 พวก ตามคะแนนความถนัดคือ พวกคะแนนสูง กลาง และต่ำ ใช้เวลา 1 เดือน เพื่อทำการสอนเรขาคณิตแก่นักเรียนทั้ง 4 กลุ่ม โดย 2 กลุ่มสอนเรขาคณิต 2 มิติ และอีก 2 กลุ่มสอนเรขาคณิต 3 มิติ โดยใช้วิธีการสอนแบบ

---

[1] Pettofrezzo, Anthony J, "A Comparison of The Relative Effectiveness of Two Methods of Teaching Certain Topics in Solid Analytic Geometry to College Freshmen," Dissertation Abstracts, June, 1969, p. 4604.

[2] Schaumberger, N. "A Comparison of Two Method of Teaching Certain Topics in Analytic Geometry," Dissertation Abstracts, August, 1962. p. 758.

เดิมและแบบใช้วิธีเวคเตอร์ พวกละวิธี ภายหลังจากสอนเสร็จได้ทดสอบนักเรียน และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้ด้วยวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of variance) ปรากฏผลการทดลองดังนี้

1. วิธีการเวคเตอร์ได้ผลดีกว่าวิธีการเดิมในการสอนเรขาคณิตสามมิติ
2. วิธีการเวคเตอร์ใช้ได้ผลดีในบางหัวข้อเรื่อง แต่บางหัวข้อเรื่องในสองมิติยังใช้ไม่
3. วิธีการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ทั้งสองวิธีไม่ส่งผลต่อระดับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ในปี ค.ศ. 1966 UICSM (The University of Illinois Committee of School Mathematics) ของมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ ได้พยายามใช้มโนภาพของเวคเตอร์เพื่อสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ ศาสตราจารย์ วอห์น (Herbert Vaughan) ได้สร้างอุปกรณ์การสอน เตรียมเนื้อหาวิชาและโครงร่างของเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ขึ้น เขาได้ให้มโนภาพของเวคเตอร์ พีชคณิตของเวคเตอร์ ความหมายของปริมาณเวคเตอร์ และปริมาณสเกลล่าร์ คุณสมบัติของเวคเตอร์แล้วใช้คุณสมบัติที่ได้พิสูจน์กฎเกณฑ์ และทฤษฎีในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์แทนวิธีการเดิม[1]

เครียกแมน (Kriegsman)[2] ได้ศึกษาถึงมโนภาพของเด็กชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเกี่ยวกับเรื่องราวของมิติ โดยเสนอมโนภาพที่กลายคลึงกันของมิติ ในวิชาเรขาคณิตสองและสามมิติ ถ้านักเรียนมีความเข้าใจมิติ ในการเรียนเรขาคณิตสองและสามมิติแล้วเราก็อาจจะรวมมโนภาพของมิติทั้งสองเข้าด้วยกันได้ ในการทดลองครั้งนี้เขาได้พบว่าสามารถสอนมโนภาพของมิติสูง ๆ แก่นักเรียนในขณะเรียนเรขาคณิตสองและสามมิติได้และนักเรียนในกลุ่มทดลองได้ให้ความเห็นว่ามโนภาพเกี่ยวกับมิติสูง ๆ นั้นเป็นสิ่งน่าสนใจ

---

[1] Szabo, Steven, "An Approach to Euclidean Geometry Through Vectors," The Mathematics Teacher, March, 1966, p. 218.

[2] Kriegsman, H.F, "Proposal for integrating the concepts of plane and solid geometry based on student thinking about the concept of dimension," Dissertation Abstract, August, 1964, pp. 1064-47.

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

จากการศึกษาเอกสารประกอบการวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมุติฐานในการทดลองครั้งนี้ ดังต่อไปนี้

1. ผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมของนักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์สูงกว่า หรือเท่ากับผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเดิม

2. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์มีความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยามและคำนิยามสูงกว่าหรือเท่ากับนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเดิม

3. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์มีความสามารถในการนำไปใช้สูงกว่าหรือเท่ากับนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเดิม

4. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์มีความสามารถในการเขียนกราฟสูงกว่าหรือเท่ากับนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเดิม

5. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์มีความสามารถในการพิสูจน์สูงกว่าหรือเท่ากับนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเดิม

บทที่ 2

วิธีดำเนินการทดลองและการวิเคราะห์ข้อมูล

การทดลองครั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์สองวิธีคือ วิธีเวคเตอร์และวิธีการเดิม โดยจะทำการสอนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์สองวิธี ดังกล่าวแล้ว เปรียบเทียบผลหลังจากการสอน ผู้วิจัยจะทำการสร้างแบบเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เพื่อการเรียนทั้งสองวิธี สร้างแบบทดสอบเพื่อสอบเมื่อทำการสอนเสร็จ การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance) คือค่าสถิติที่ผู้วิจัยจะใช้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของการเรียนทั้งสองวิธี ตัวแปรร่วม (Covariate)สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมครั้งนี้ ผู้วิจัยจะใช้คะแนนผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2515

<u>กลุ่มตัวอย่าง</u>

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงปีที่ 1 วิทยาลัยครูสวนสุนันทา ซึ่งเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 17 (เรขาคณิตวิเคราะห์ 1) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2515 จำนวน 83 คน นักเรียนทั้ง 83 คนเลือกหมู่เรียนตามตารางเวลาเรียนของนักเรียนซึ่งแบ่งออกเป็น 2 หมู่เรียน มีจำนวน 45 และ 38 คน ตามลำดับ ผู้วิจัยเลือกหมู่เรียนเพื่อใช้ทดลองโดยกำหนดเป็นกลุ่มดังนี้

กลุ่มควบคุม (Control Group) ใช้หมู่เรียนที่มีนักเรียน 38 คน

กลุ่มทดลอง (Experimental Group)ใช้หมู่เรียนที่มีนักเรียน 45 คน

คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 83 คน เมื่อภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2515 ซึ่งใช้เป็นตัวแปรร่วม (Covariate) แสดงไว้ในตาราง 12 ภาคผนวก ก.

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

นักเรียนทั้งกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์กลุ่มละวิธี โดยมีเนื้อหาวิชาอย่างเดียวกัน เนื้อหาวิชาที่ใช้ในการสอนครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ 17 ตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. ระบบพิกัดการ์ทีเซียน (Cartesian)
   1.1 การกำหนดจุดบนระนาบ (Plane) ระบบต่าง ๆ
   1.2 ระบบพิกัดฉาก
2. ระยะทาง จุดแบ่ง พื้นที่
   2.1 ระยะทางระหว่างจุดสองจุด
   2.2 พิกัดของจุดแบ่ง (ภายในและภายนอก) ในอัตราส่วนที่กำหนดให้
   2.3 พิกัดของจุดกึ่งกลาง
   2.4 พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม
   2.5 พื้นที่ของรูปหลายเหลี่ยม
   2.6 การแก้ปัญหาในเรขาคณิต ด้วยวิธีการเรขาคณิตวิเคราะห์
3. โลกัส (Locus) และสมการ
   3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างโลกัสและสมการ
   3.2 กราฟของความสัมพันธ์
   3.3 อินกลิเนชั่น (Inclination) และความเอียง (Slope)
4. การสร้างสมการ
   4.1 การสร้างสมการเมื่อกำหนดเงื่อนไขของโลกัส
   4.2 การหาสมการแบบการ์ทีเซียนของวงกลม เอลลิปส์ (Ellipse) พาราโบลา (Parabola) และไฮเปอร์โบลา (Hyperbola)
5. เส้นตรงในระบบพิกัดการ์ทีเซียน
   5.1 สมการแบบทั่วไป และแบบอื่น ๆ ของเส้นตรง
   5.2 มุมระหว่างเส้นตรง

5.3 ระยะทางระหว่างจุดถึงเส้นตรง

5.4 สมการของเส้นตรงที่แบ่งครึ่งมุมระหว่างเส้นตรงสองเส้น

5.5 พิกัดของจุดตัดกันของเส้นตรง 2 เส้น

5.6 เงื่อนไขสำหรับเส้นตรงสามเส้นพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง

<u>เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง</u>

1. แบบเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์

แบบเรียนที่ใช้ในการสอนครั้งนี้มี 2 แบบสำหรับกลุ่มทดลองเป็นแบบใช้เวกเตอร์และกลุ่มควบคุมเป็นแบบเดิม แบบเรียนทั้งสองยึดเนื้อหาข้างต้นเป็นเกณฑ์ ลักษณะของแบบเรียนทั้งสองมีดังนี้

แบบเดิม เนื้อหาเรียงลำดับจากข้อ 1 - 5 ข้างต้นและใช้วิธีการเดิม

แบบใช้เวกเตอร์ จะมีเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับมโนภาพของเวกเตอร์อันได้แก่ นิยามของเวกเตอร์การบวกเวกเตอร์ การลบเวกเตอร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลลาร์ การคูณเวกเตอร์ด้วยเวกเตอร์ ผลคูณของเวกเตอร์ คุณสมบัติอื่น ๆ เกี่ยวกับเวกเตอร์ พร้อมกันนี้ก็มีเนื้อหาในเรื่องใดตามเนื้อหาข้างต้นเกี่ยวข้อง และสามารถใช้วิธีการเวกเตอร์ได้ในขณะนั้นก็สอดแทรกเข้าไว้เลย เนื้อหาตอนอื่น ๆ จะอยู่หลังจากนี้ และใช้วิธีการเวกเตอร์

ผู้วิจัยได้แสดงตัวอย่างของแบบเรียนบางตอนซึ่งใช้วิธีการเดิมและวิธีการเวกเตอร์ไว้ในภาคผนวก ค.

2. แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์

แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง โดยศึกษาวิธีสร้าง

แบบทดสอบจากหนังสือการวัดผลการศึกษา 2 เล่ม[1] แบบทดสอบชุดนี้แบ่งออกเป็น 2 ตอนคือ

ตอนที่ 1 แบบทดสอบตอนนี้เป็นแบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ในหัวข้อ

1. ความเข้าใจ
2. การนำไปใช้
3. การเขียนกราฟ

ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบตอนนี้จำนวน 60 ข้อ และได้นำแบบทดสอบนี้ทดสอบเพื่อคัดเลือกที่วิทยาลัยครูเพชรบุรีวิทยาลงกรณ์ และวิทยาลัยครูพระนคร นักเรียน 120 คน และวิเคราะห์แบบทดสอบโดยอาศัยหลักการตัดกลุ่ม 27 % เป็นกลุ่มสูงและ 27 % เป็นกลุ่มต่ำ เปิดตารางสำเร็จ[2] หาค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความยากมาตรฐาน (Δ) แล้วคัดเลือกข้อที่มีคุณภาพสูงที่สุดเหลือข้อสอบ 40 ข้อ ได้ข้อสอบความเข้าใจ 15 ข้อ การนำไปใช้ 15 ข้อ และการเขียนกราฟ 10 ข้อ จำแนกไว้ในตารางต่อไปนี้

---

[1]ชวาล แพรัตกุล, เทคนิคการวัดผล หน้า 193-287.

Cerberich, Joseph R., Measurment and Evaluation in the Modern School, 1962, pp. 408-438.

[2]Fan, Chung Teh, Item Analysis Table pp. 6-34.

ตาราง 1 จำแนกแบบทดสอบของโจทย์ปัญหาตอนที่ 1

แบบของโจทย์ปัญหา	ลำดับที่ของโจทย์ปัญหา	จำนวน
ความเข้าใจ	1, 2, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 15, 18, 23, 26, 28, 32, 37,	15
การนำไปใช้	4, 6, 12, 13, 17, 19, 20, 21, 22, 27, 29, 30, 33, 34, 38,	15
การเขียนกราฟ	3, 14, 16, 24, 25, 31, 35, 36, 39, 40,	10

รายละเอียดการวิเคราะห์แบบทดสอบแสดงไว้ในภาคผนวก ข.

ตอนที่ 2 แบบทดสอบตอนที่ 2 นี้เป็นแบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์เกี่ยวกับความสามารถในการพิสูจน์ ซึ่งเป็นข้อสอบแสดงวิธีทำ จำนวน 4 ข้อ ข้อสอบ 4 ข้อนี้สามารถทำได้ด้วยการใช้วิธีการเวกเตอร์และวิธีการเดิม ข้อสอบตอนนี้แต่ละข้อการตรวจให้กะแนนยึดถือเกณฑ์ต่อไปนี้

1. แสดงความหมายของสิ่งที่กำหนดให้และสิ่งที่จะพิสูจน์ได้
2. การเขียนรูปประกอบการพิสูจน์ และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์
3. ความสามารถในการเขียนบทพิสูจน์ได้ตามลำดับอย่างสมเหตุสมผล
4. สัญญลักษณ์และความสามารถในการคิดคำนวณ
5. สรุปผลที่ได้จากการพิสูจน์ได้

<u>ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ</u>

ในการหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ ผู้วิจัยแยกออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ตอนที่ 1 หลังจากการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างแล้ว โดยใช้สูตร[1]

$$r_{tt} = \frac{NS_t^2 - M(N-M)}{S_t^2 (N-1)}$$

ได้ความเชื่อมั่นเป็น .60 รายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข. วิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดโดยใช้สูตร[2]

$$SE_{meas} = S_x \sqrt{1-r_{tt}}$$

ได้ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเป็น 3.1064 รายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข.

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 ผู้วิจัยหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนนี้ โดยใช้วิธีทดสอบและทดสอบซ้ำ (test and retest)กับนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้สูตร[3]

$$r_{tt} = \frac{N \Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{\sqrt{\{N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2\} \{N \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2\}}}$$

ได้ความเชื่อมั่นเป็น .88 รายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข. วิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบตอนนี้ โดยใช้สูตร

---

[1] Guilford, J.P., Psychometric Method, p. 381.

[2] Ibid., p. 289.

[3] Ibid., p. 67.

$$SE_{meas} = S_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

ได้ความคลาดเกลื่อนมาตรฐานในการวัดเป็น 1.87 รายละเอียดแสดงไว้ในภาคผนวก ข.

การดำเนินการทดลอง

1. ทำการสอนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์แก่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2515 โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง เนื้อหาเหมือนกันใช้เวลาเท่ากัน วิธีสอนแตกต่างกันคือ กลุ่มทดลองใช้วิธีการเวคเตอร์และกลุ่มควบคุมใช้วิธีการเดิม

2. ระยะเวลาที่ทำการสอน ใช้เวลาสอนกลุ่มละ 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์เป็นเวลา 1 ภาคเรียน

3. ทำการทดสอบด้วยข้อสอบที่สร้างขึ้น ใช้เวลาสอบแบบทดสอบทั้งสองตอน 150 นาที

4. ตรวจให้คะแนน โดยตรวจรวมทั้งหมดและตรวจแต่ละพวก คือ พวกวัดความเข้าใจ การนำไปใช้ การเขียนกราฟและความสามารถในการพิสูจน์

5. นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ค่าสถิติต่าง ๆ ของข้อมูลดังนี้

1. วิเคราะห์ค่าเฉลี่ย (mean) จากสูตร[1]

---

[1] Furguson, George, Statistical Analysis in Psychology and Education, p. 297.

THE LIBRARY
COLLEGE OF EDUCATION
BANGKOK, THAILAND

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทนค่าเฉลี่ย

ΣX แทนผลรวมของคะแนน

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

2. วิเคราะห์หาค่าความแปรผัน (Variance) ของคะแนนโดยใช้สูตร[1]

$$S_t^2 = \frac{N \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ S_t^2 แทนความแปรปรวนของคะแนน

ΣX แทนผลรวมของคะแนน

ΣX^2 แทนผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

3. วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability)ของแบบทดสอบแต่ละตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ใช้สูตร[2]

$$r_{tt} = \frac{NS_t^2 - M(N-M)}{(N-1)S_t^2}$$

เมื่อ r_{tt} แทนความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

N แทนจำนวนข้อของแบบทดสอบ

S_t^2 แทนค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

M แทนค่าเฉลี่ยของคะแนนจากการสอบด้วยแบบทดสอบ

---

[1]Furguson, George A, Statistical Analysis in Psychology and Education, p. 67.

[2]Guilford, Joy P., Psychometric Methods, p. 381.

320

ตอนที่ 2 ใช้สูตร[1]

$$r_{tt} = \frac{N \Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{\sqrt{\{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2\}\{N\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2\}}}$$

เมื่อ r_{tt} แทนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$\Sigma X, \Sigma Y$ แทนผลรวมของคะแนนจากการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

$\Sigma X^2, \Sigma Y^2$ แทนผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสองของการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

ΣXY แทนผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละข้อในการสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

4. วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement) โดยใช้สูตร[2]

$$SE_{meas} = S_X \sqrt{1-r_{tt}}$$

เมื่อ SE_{meas} แทนความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_X แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบ

r_{tt} แทนความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

5. วิเคราะห์คาเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (adjust means) ใช้สูตร[3]

---

[1] Guilford, J.P, Psychometric Methods, p. 67.

[2] Ibid., p. 289.

[3] Furguson, George A, Statistical Analysis in Psychology and Education, p. 297.

$$\bar{X}_j'' = b_w (\bar{Y} - \bar{Y}_j) + \bar{X}_j$$

เมื่อ $\bar{X}_j''$ แทนค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของกลุ่มที่ j

b_w แทน within-group regression slope

$\bar{X}_j$ แทนค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ j

$\bar{Y}$ แทนค่าเฉลี่ยรวมของคะแนนที่ใช้เป็นตัวแปรร่วม

$\bar{Y}_j$ แทนค่าเฉลี่ยของคะแนนซึ่งใช้เป็นตัวแปรร่วมกลุ่มที่ j

6. วิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance)ตามวิธีของเฟอร์กูสัน[1] เพื่อทดสอบสมมุติฐานในบทที่ 1

---

[1] Ibid., p. 288-300.

บทที่ 3

ผลการทดลอง

ในบทนี้จะได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล การแปลความหมายโดยกระทำตามลำดับดังนี้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม
2. เปรียบเทียบความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยามและคำนิยามในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม
3. เปรียบเทียบความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม
4. เปรียบเทียบความสามารถในการเขียนกราฟของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม
5. เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

I. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์รวม

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์รวมในการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมปรากฏผลดังนี้

ตาราง 2 แสดงค่าเฉลี่ย(means) และค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (adjust means) ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ข้อมูลตาราง 13 ภาคผนวก ก.

	Means	Adjust Means
กลุ่มทดลอง	25.8888	26.2607
กลุ่มควบคุม	29.9210	28.4806

ตาราง 3 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนจากการทำแบบทดสอบรวม ข้อมูล ตาราง 12 และ 13 ภาคผนวก ก.

Source of Variation	Between	Within	Total	F
Sum of Squares: Y	94.1240	14347.4182	14441.5422	2.3549
Sum of Squares: X	189.4189	5499.2077	5688.6266	
Sum of Products	133.5247	5454.5235	5588.0482	
Degree of freedom	1	81	82	
Adjust Sum of Squares: X	100.8365	3425.5361	3526.3726	
Degree of Freedom for Adjust Sum of Squares	1	80	81	
Variance Estimates	s_b^2=100.8365	s_w^2= 42.8192		

จากตาราง 3 ได้ค่า F เท่ากับ 2.3549 ค่าวิกฤตของ F ที่ระดับนัยสำคัญ .05 คือ 3.69 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนกลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลอง ตาราง 2 คือ 26.2607 และ 28.4806 นั้นแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวกเตอร์ และวิธีการเดิมนั้นทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญในทางสถิติ

II. เปรียบเทียบความเข้าใจ

การเปรียบเทียบความเข้าใจในคำ อนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยามและคำนิยาม ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมปรากฏผลดังนี้

ตาราง 4 แสดงค่าเฉลี่ย(Means) และค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว(Adjust means) ของนักเรียนจากการทำแบบทดสอบความเข้าใจ ข้อมูลตาราง 14 ภาคผนวก ก.

	Means	Adjust Means
กลุ่มทดลอง	7.3555	7.4107
กลุ่มควบคุม	7.6052	7.5398

ตาราง 5 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนความเข้าใจ ข้อมูล ตาราง 12 และ 14 ภาคผนวก ก.

Source of Variation	Between	Within	Total	F
Sum of Squares: Y	94.1240	14347.4182	14441.5422	.0599
Sum of Squares: X	1.2845	499.3902	500.6747	
Sum of Products	10.9961	811.1726	822.1687	
Degrees of freedom	1	81	82	
Adjusted Sum of Sauares: X	.3397	453.5283	453.8680	
Degree of Freedom for Adjust Sum of Sauares	1	80	81	
Variance Estimates	s_b^2=.3397	s_w^2=5.6691		

จากตาราง 5 ได้ค่า F = .0599 ค่าวิกฤตของ F ที่ระดับนัยสำคัญ .05 คือ 3.69 แสดงว่าค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมคือ 7.4107 และ 7.5398 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ ด้วยวิธีการเวคเตอร์ และวิธีการเดิม ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์เกี่ยวกับความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยาม และคำนิยามในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

III. <u>เปรียบเทียบความสามารถในการนำไปใช้</u>

การเปรียบเทียบความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง ปรากฏผลดังนี้

ตาราง 6 แสดงค่าเฉลี่ย (Means) และค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (Adjust Means) ของกะแนนแบบทดสอบความสามารถในการนำไปใช้ ข้อมูลตาราง 15 ภาคผนวก ก.

	Means	Adjust Means
กลุ่มทดลอง	7.6888	7.7369
กลุ่มควบคุม	7.3684	7.3114

ตาราง 7 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนแบบทดสอบความสามารถในการนำไปใช้ ข้อมูลตาราง 12 และ 15 ภาคผนวก ก.

Source of Variation	Between	Within	Total	F
Sum of Squares: Y	94.1240	14347.4182	14441.5422	.7168
Sum of Squares: X	2.1158	454.4867	456.6025	
Sum of Products	-14.1122	721.0761	706.9639	
Degree of Freedom	1	81	82	
Adjusted Sum of Sauares:X	3.7475	418.2467	421.9942	
Degree Freedom for Adjust Sum of Squares	1	80	81	
Variance Estimates	s_b^2=3.7475	s_w^2=5.2280		

จากตาราง 7 ได้ค่า F = .7168 ค่าวิกฤตของ F ที่ระดับนัยสำคัญ .05 คือ 3.69 แสดงว่าค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มกวบคุมคือ 7.7369 และ 7.3114 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 นั่นคือการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ และวิธีการเดิม มีผลต่อความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

IV. เปรียบเทียบความสามารถในการเขียนกราฟ

การเปรียบเทียบความสามารถในการเขียนกราฟของความสัมพันธ์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มกวบกุมปรากฏผลดังนี้

ตาราง 8 แสดงค่าเฉลี่ย (Means) ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (Adjust Means) ของคะแนนความสามารถในการเขียนกราฟ ข้อมูลตาราง 16 ภาคผนวก ก.

	Means	Adjust Means
กลุ่มทดลอง	5.0444	5.0572
กลุ่มกวบคุม	4.7894	4.7743

ตาราง 9 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนความสามารถในการเขียนกราฟ ข้อมูลตาราง 12 และ 16 ภาคผนวก ก.

Source of Variation	Between	Within	Total	F
Sum of Squares: Y	94.1240	14347.4182	14441.5422	.4899
Sum of Squares: X	1.3293	270.2270	271.5663	
Sum of Products	-11.2280	188.4329	177.2049	
Degree of freedom	1	81	82	
Adjusted Sum of Squares: X	1.6397	267.7523	269.3920	
Degree of Freedom for Adjust Sum of Squares	1	80	81	
Variance Estimates	s_b^2=1.6397	s_w^2=3.3469		

จากตาราง 9 ได้ค่า F = .4899 ค่าวิกฤตของ F ที่ระดับนัยสำคัญ .05 คือ 3.69 แสดงว่าค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมคือ 5.0572 และ 4.7749 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ และวิธีการเดิม มีผลต่อความสามารถในการเขียนกราฟของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

<u>เปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์</u>

การเปรียบเทียบความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมปรากฏผลดังนี้

ตาราง 10 แสดงค่าเฉลี่ย (Means) ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ข้อมูลตาราง 17 ภาคผนวก ก.

	Means	Adjust Means
กลุ่มทดลอง	5.8000	6.0239
กลุ่มควบคุม	9.1578	8.8927

ตาราง 11 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของความสามารถในการพิสูจน์ ข้อมูล ตาราง 12 และ 17 ภาคผนวก ก.

Source of Variation	Between	Within	Total	F
Sum of Squares: Y	94.1240	14347.4182	14441.5422	8.8498
Sum of Squares: X	232.3016	2274.2527	2506.5543	
Sum of Products	147.8687	3283.8422	3431.7109	
Degree of Freedom	1	81	82	
Adjust Sum of Squares: X	168.4389	1522.6458	1691.0847	
Degree of Freedom for Adjust Sum of Squares	1	80	81	
Variance Estimates	s_b^2=169.4389	s_w^2=19.0330		

จากตาราง 11 ได้ค่าF = 8.8498 ค่าวิกฤตของF ที่ระดับนัยสำคัญ .05 คือ 3.69 แสดงว่าค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมคือ 6.0239 และ 8.8927 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงว่าการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์และวิธีการเดิม มีผลต่อความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกัน คือการเรียนด้วยวิธีการเดิมทำให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์สูงกว่าการเรียนด้วยวิธีการเวคเตอร์

บทที่ 4

สรุปผล อภิปราย และเสนอแนะ

ความมุ่งหมายในการค้นคว้า

เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ในหัวข้อต่อไปนี้

1. ผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมในการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีเวคเตอร์แตกต่างกับผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมในการเรียนด้วยวิธีการเดิมหรือไม่

2. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวกเตอร์ และวิธีการเดิมมีความเข้าใจในคำอนิยาม คานิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยามและคำนิยามในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์แตกต่างกันหรือไม่

3. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ และด้วยวิธีการเดิมมีความสามารถในการนำไปใช้แตกต่างกันหรือไม่

4. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์ และด้วยวิธีการเดิมมีความสามารถในการเขียนกราฟของความสัมพันธ์แตกต่างกันหรือไม่

5. นักเรียนที่เรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวกเตอร์และด้วยวิธีการเดิมมีความสามารถในการนำไปใช้แตกต่างกันหรือไม่

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงปีที่ 1 ของวิทยาลัยครูสวนสุนันทา ซึ่งเลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 17 (เรขาคณิตวิเคราะห์ 1) ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2515 จำนวน 83 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ตามตารางเวลาเรียนของนักเรียน ได้กลุ่มทดลอง 45 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

นักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ โดยมีเนื้อหาอย่างเดียวกันคือวิชาคณิตศาสตร์ 17 (เรขาคณิตวิเคราะห์ 1) ตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง โดยใช้วิธีสอนต่างกันคือ กลุ่มทดลองใช้วิธีการเวกเตอร์และกลุ่มควบคุมใช้วิธีการเดิม

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. แบบเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ที่สร้างขึ้นสำหรับการเรียนทั้ง 2 วิธี
2. แบบทดสอบเรขาคณิตวิเคราะห์ 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 40 ข้อ มีความเชื่อมั่น .60 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด 3.1064 ค่าความยากมาตรฐานเฉลี่ย 11.21 อำนาจจำแนกเฉลี่ย .40 และความยากเฉลี่ย .57

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบให้แสดงวิธีทำ จำนวน 4 ข้อ มีความเชื่อมั่น .88 และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด 1.87

การดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยทำการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์แก่นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2515 โดยมีเนื้อหาอย่างเดียวกัน แต่ต่างกันที่วิธีสอนคือกลุ่มทดลองใช้วิธีการเวคเตอร์และกลุ่มควบคุมใช้วิธีการเดิม
2. ผู้วิจัยใช้เวลาทำการสอนสัปดาห์ละ 3 ชั่วโมงต่อกลุ่มเป็นเวลา 1 ภาคเรียน
3. ทดสอบภายหลังจากสอนเสร็จด้วยแบบทดสอบที่สร้างขึ้น
4. ตรวจให้คะแนน
5. วิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ค่าสถิติดังต่อไปนี้

1. รายเฉลี่ยของคะแนน (Means)
2. รายเฉลี่ยที่ปรับแล้ว (Adjust Means)
3. ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability)
4. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด(Standard Error of Measurement)
5. การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance)

สรุปผลการทดลอง

1. คะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วจากการทำแบบทดสอบทั้งฉบับของนักเรียนกลุ่มทดลองเท่ากับ 26.2607 ของกลุ่มควบคุมเท่ากับ 28.4806 เมื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแล้วได้ค่า F เท่ากับ 2.3549 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 นั่นคือการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์และวิธีการเดิมไม่ทำให้ผลการเรียนเรขาคณิตแตกต่างกัน

2. คะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วจากการทำแบบทดสอบความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยามและคำนิยาม ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนกลุ่มทดลองเป็น 7.4107 กลุ่มควบคุมเป็น 7.5398 เมื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแล้วได้ค่า F เท่ากับ .0599 แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 นั่นคือการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์และวิธีการเดิมส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์เกี่ยวกับความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยาม และคำนิยามในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

3. ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วจากการทำแบบทดสอบความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 7.7369 กลุ่มควบคุมคือ 7.3114 เมื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมเพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนทั้งสองกลุ่มได้ค่า F

เท่ากับ .7168 แสดงว่าค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 นั่นคือการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวกเตอร์และวิธีการเดิม ส่งผลต่อความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

4. ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วจากการทำแบบทดสอบความสามารถในการเขียนกราฟของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 5.0572 และกลุ่มควบคุมคือ 4.7749 เมื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมเพื่อทดสอบ ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ได้ค่า F เท่ากับ .4899 แสดงว่าค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 นั่นคือการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวกเตอร์ และวิธีการเดิมส่งผลต่อความสามารถในการเขียนกราฟของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

5. ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วในการทำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนกลุ่มทดลองคือ 6.0239 และกลุ่มควบคุมคือ 8.8927 เมื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมเพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของทั้งสองกลุ่มได้ค่า F เท่ากับ 8.8498 แสดงว่าการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวกเตอร์และวิธีการเดิมส่งผลต่อความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ .05 นั่นคือการสอนเรขาคณิตด้วยวิธีการเดิม ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์สูงกว่าการสอนด้วยวิธีการเวกเตอร์

อภิปรายผล

การทดลองค้นคว้าครั้งนี้เพื่อเปรียบเทียบผลการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์โดยใช้วิธีสอน 2 วิธีคือ วิธีการเวกเตอร์ และวิธีการเดิม การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จะช่วยในการปรับปรุงหลักสูตร และวิธีการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์

ผลการทดลองครั้งนี้ปรากฏว่าการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวกเตอร์และวิธีการเดิมไม่ทำให้ผลการเรียนของนักเรียนแตกต่างกันโดยส่วนรวม แต่ในส่วนย่อย

บางส่วนผลการเรียนของนักเรียนแตกต่างกันคือ

1. ความสามารถในการเข้าใจคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยามและคำนิยามของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

2. ความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

3. ความสามารถในการเขียนกราฟของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

4. ความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการเดิมสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการเวคเตอร์

จะเห็นได้ว่าความเข้าใจ การนำไปใช้ และการเขียนกราฟ ในวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน แต่ความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเดิมสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการเวคเตอร์ ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ สาเหตุที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องจาก

1. วิธีการเวคเตอร์เป็นเรื่องที่เป็นนามธรรมมากกว่าวิธีการเดิม[1] สิ่งที่เป็นนามธรรมย่อมทำให้เข้าใจยาก โดยเฉพาะเรื่องของการพิสูจน์ ซึ่งนักเรียนจะต้องใช้ความสามารถหลายด้านประกอบกัน จึงจะสามารถเขียนบทพิสูจน์ได้

2. แนวการพิสูจน์ด้วยวิธีการเดิมมีส่วนคล้ายคลึงกับแนวทางการพิสูจน์ของเรขาคณิตแบบยูคลิด (Euclidean Geometry) เช่น ใช้ทฤษฎีและความจริงในวิชาเรขาคณิตแบบยูคลิดมาใช้ ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคยและได้รับการฝึกฝนมาอย่างมากในชั้นมัธยม

3. การพิสูจน์ด้วยวิธีการเวคเตอร์นั้นนักเรียนจะต้องเรียนรู้ทฤษฎีเกี่ยวกับเวคเตอร์ซึ่งเป็นของใหม่ และแตกต่างออกไปจากสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมา ทำให้ความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนด้อยลง

---

[1] Schuster, Seymor, "If not solid geometry, then what ?" The Mathematics Teachers, October, 1960, p. 428.

4. กระบวนการเรียนคณิตศาสตร์ใหม่ สัญญลักษณ์ใหม่อาจทำให้ความสามารถของนักเรียนแตกต่างกัน การเรียนเรขาคณิตแบบเดิมมักจะเน้นการฝึกฝนให้นักเรียนทำได้ แต่วิธีการเวคเตอร์เป็นไปตามโครงสร้างของคณิตศาสตร์ คือเริ่มจากอนิยาม นิยาม กติกา และผลสรุป ความเปลี่ยนแปลงเช่นนี้อาจทำให้ความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเวคเตอร์ด้อยกว่าวิธีการเดิม

5. นักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการเวคเตอร์ได้รับการฝึกน้อยกว่านักเรียนที่เรียนแบบเดิม เพราะต้องใช้เวลาในการเรียนเนื้อหาเกี่ยวกับเวคเตอร์ก่อน

6. ทัศนคติของนักเรียนกลุ่มทดลองต่อวิธีสอนแบบเวคเตอร์ เป็นเหตุผลหนึ่งที่ทำให้ผลการเรียนของนักเรียนต่ำลง ความไม่เข้าใจว่าวิธีการเวกเตอร์จะช่วยเขาได้อย่างไร ประกอบกับการสอบคัดเลือกเพื่อศึกษาต่อทำให้นักเรียนคิดว่าเขาจะได้เรียนเนื้อหาวิชาน้อยลงเพราะจะต้องเรียนเรื่องของเวคเตอร์ด้วย และการเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วยวิธีการเวคเตอร์นั้นเนื้อหาอาจผิดไปจากหลักสูตร ทำให้ได้เรียนเนื้อหาไม่เหมือนกับนักเรียนทั่ว ๆ ไป ซึ่งจะทำให้สอบแข่งขันไม่ได้

จากผลการทดลองจะเห็นว่าผลสัมฤทธิ์โดยส่วนรวมของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน จะมีแตกต่างกันในส่วนย่อยเกี่ยวกับความสามารถในการพิสูจน์ ถ้าหากนักเรียนมีเวลาสำหรับการฝึกฝนพอเพียง ปัญหาดังกล่าวก็จะหมดไป และการสอนเรขาคณิตวิธีการเวกเตอร์ก็น่าจะได้ผลดี

ข้อเสนอแนะ

ก. ข้อเสนอแนะสำหรับการปรับปรุงการเรียนการสอน

1. ควรสอนเรขาคณิตวิเคราะห์โดยใช้วิธีการเวคเตอร์ แต่ควรให้พื้นฐานเกี่ยวกับมโนภาพของเวคเตอร์แก่นักเรียนให้แจ่มชัดและให้เวลาสำหรับการฝึกฝนเพื่อให้เคยชินกับวิธีการเวคเตอร์บ้าง

2. การรวมเนื้อหาวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์สองและสามมิติเข้าด้วยกัน โดยสอนเรื่องราวเกี่ยวกับเวคเตอร์และเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติก่อน สำหรับเรขาคณิตวิเคราะ

สองมิติให้เป็นกรณีพิเศษของเรขาคณิตสามมิติ โดยใช้วิธีลดมิติ (Demonsion)ลง ซึ่งอาจจะให้เป็นแบบฝึกหัดหรือหัวข้อที่กรูเสนอแนะให้นักเรียนได้ค้นคว้าศึกษาด้วยตนเอง

3. ในระดับมัธยมศึกษาควรได้มีการสอนมโนภาพเบื้องต้นของเวกเตอร์ ซึ่งจะช่วยเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ในชั้นสูง ๆ ต่อไป

ข. ข้อเสนอแนะสำหรับการปรับปรุงหลักสูตร

1. หลักสูตรในชั้นประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงวิชาคณิตศาสตร์ 17 คณิตศาสตร์ 18 และ คณิตศาสตร์ 25 และในหลักสูตรปริญญาการศึกษาบัณฑิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ 221 คณิตศาสตร์ 222 และ คณิตศาสตร์ 323 ซึ่งเป็นเรื่องของเรขาคณิตวิเคราะห์สองและสามมิติ แยกจากกันจะต้องใช้เวลาสอน 1 ปี ดังนั้นถ้าได้มีการพิจารณาใช้วิธีการเวคเตอร์ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ดังกล่าวแล้วจะช่วยให้ลดเวลาการเรียนลงได้ โดยรวมเรื่องราวของเรขาคณิตสองและสามมิติเข้าด้วยกัน

2. จากข้อ 1 จะเห็นได้ว่าหลักสูตรระดับปริญญาตรีทางการศึกษาและหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูงมีวิชาเรียนซ้ำกัน ผู้ที่เข้าเรียนในชั้นปีที่ 3 ของระดับปริญญาตรีจะได้เรียนวิชาเดิม ซึ่งเป็นการสูญเปล่า ดังนั้น จึงควรมีการสอบถามและจัดวิชาที่แตกต่างกันซึ่งอาจเป็นวิชาเลือกแทนดีกว่าที่จะให้เรียนซ้ำวิชาเดิมอีก

ค. ข้อเสนอแนะสำหรับผู้ที่จะทำการค้นคว้าต่อไป

1. ความเที่ยงตรงในการใช้ข้อมูลประกอบการวิจัย ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Coveriance)ซึ่งจำเป็นต้องมีตัวแปรร่วม (Coveriate)ผู้วิจัยที่จะใช้วิธีการคล้ายคลึงกันนี้ ควรใช้ตัวแปรร่วมที่เหมาะสม เช่นอาจใช้ความถนัดในการเรียน หรือถ้าจะใช้คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ควรใช้ย้อนหลังมากพอควร

2. ทัศนคติของกลุ่มตัวอย่างเป็นสิ่งจำเป็น การเปิดเผยจุดมุ่งหมายของการวิจัยแก่กลุ่มตัวอย่างหรือไม่ควรได้รับการพิจารณาอย่างละเอียด

3. การทดลองใช้เวกเตอร์ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติเป็นเรื่องที่น่าจะได้ทดลองค้นคว้าต่อไป

4. ถ้าการทดลองในข้อ 3 ได้ผลการทดลองที่ควรจะทำต่อไปอีกก็คือ การรวมเอาเรื่องราวของเรขาคณิตวิเคราะห์สองมิติและสามมิติเข้าด้วยกัน โดยสอนเรขาคณิตวิเคราะห์สามมิติด้วยเวคเตอร์ และให้เรขาคณิตสองมิติเป็นแบบฝึกหัด หรืองานที่นักเรียนจะศึกษาได้ด้วยตนเอง โครงงานดังกล่าวควรได้ทำการทดลองวิจัยว่าจะทำได้ผลหรือไม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย คณะวิทยาศาสตร์ แผนกคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 1 ตอนที่ 1, คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย, 2512, 278 หน้า.

ชวาล แพรัตกุล. เทคนิคการวัดผล, โรงเรียนแพรัตนอนุสรณ์, 2506, 367 หน้า.

Agnew, Ralph Parmer, Analytic Geometry and Calculus with Vectors, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1962, 730 pp.

Apostal, Tom M., Calculus, Blaisdell Publishing Company, 1961, 515 pp.

Bell, E.T., The Development of Mathematics, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1945, 637 pp.

Bell, E.T., Men of Mathematics, Simon and Schuster, New York, 1937, 592 pp.

Boyer, Carl B., History of Analytic Geometry, Mack Printing Company Easton, Pennsylvania 1956, 291 pp.

Cell, John W., Analytic Geometry, Wiley International, Tokyo, 1960, 330 pp.

Charles, Waxler., Analytic Geometry, "A Vectors Approach' Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Tokyo, 1961, 291 pp.

Fan, Chung Deh., Item Analysis Table, Princeton New Jursey, Educational Services, 1952, 32 pp.

Fehr, Howard F., New Thingking in Mathematical Education, The Mathematics Teacher, 53: 426-428, October, 1960.

Fuller, Gordon., Analytic Geometry, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., London, 1962, 230 pp.

Furguson, George A., Statistical Analysis in Psychology and Education, McGraw-Hill book Co., New York, 1966, 437 pp.

Garberich, Joseph R., Measurement and Evaluation in the Modern School, David Mckay Company, Inc., New York, 1962, 622 pp.

Garrett, Henry E., Statistical in Psychology and Education, New York, 1958, 475 p.

Guilford, Joy. p., Psychometric Methods, McGraw-Hill, New York, 1954, 597 pp.

Hsu, Hwei P., Vector Analysis, Simon and Schuster, New York, 1969, 260 pp.

Kandel, I.L., History of Secondary Education, Houghton Mifflin Company, Boston, 1930, 765 pp.

Kriegsman, N.F., 'Proposol for integrating the concepts of plane and solid geometry based on student thinking about the concept of dimension," Dissertation Abstracts, 25 : 1046 - 1047, August, 1964.

Pettofrezzo, Anthony J., "A comparison of the relative effectiveness of two methods of teaching certain topics in solid analytic geometry to college freshmen, Dissertation Abstracts, 20, 12:4604, Jan , 1960.

Pettofrezzo, Anthony J., Vectors And Their Applications Prentice - Hall, Inc., Japan, 1966, 123 pp.

Prenowitz, Walter., "Geometric Vector Analysis and Concept of Vector Space," Insight Into Modern Mathematics, Washington, D.C., 1957.

Randolf, John F. Calculus and Analytic Geometry Wadsworth Publishing Company, San Francisco, 1961, 618 pp.

Schaumberger, N., "A comparison of two methods of teaching certain topics in analytic geometry," Dissertation Abstracts, 23:753 August, 1962.

Schuster, Seymor, "If not solid geometry, then what ?" The Mathematics Teacher, 54:313-15 May, 1961.

_____. Elementary Vector Geometry, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1962, 213 pp.

Schwartz, Abraham, Analytic Geometry and Calculus, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York, 1960, 364 pp.

Sherwood, C.E.F., and Angus E. Taylor., Calculus,Prentice-Hall, Inc., Englewoods Cliffs, 1954, 579 pp.

Steven, Szabo, "An Approach to Euclidean Geometry Through Vectors," The Mathematics Teacher, 54:218-235, March, 1966.

Taylor, Angus E., Calculus with Analytic Geometry, Prentice-Hall, Inc., Englewood, 1960, 762 pp.

Thomas, George B. Jr., Calculus and Analytic Geometry, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1960, 912 pp.

Weatherburn, C.E., Elementary Vector Analysis, G.Bell and Sons, Ltd., London, 1921, 184 pp.

Willaughby, Stephen S., Contemporary Teaching of Secondary, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1967, 430 pp.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

แสดงรายละเอียดของคะแนนของนักเรียนแต่ละคน

ตาราง 12 แสดงคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคนก่อนการทดลอง

กลุ่มทดลอง						กลุ่มควบคุม			
X_{101}	= 46	X_{121}	= 73	X_{141}	= 56	X_{201}	= 79	X_{221}	= 52
X_{102}	= 70	X_{122}	= 75	X_{142}	= 56	X_{202}	= 60	X_{222}	= 84
X_{103}	= 50	X_{123}	= 75	X_{143}	= 30	X_{203}	= 86	X_{223}	= 60
X_{104}	= 68	X_{124}	= 42	X_{144}	= 66	X_{204}	= 65	X_{224}	= 60
X_{105}	= 62	X_{125}	= 80	X_{145}	= 86	X_{205}	= 51	X_{225}	= 67
X_{106}	= 71	X_{126}	= 80			X_{206}	= 50	X_{226}	= 72
X_{107}	= 54	X_{127}	= 70			X_{207}	= 75	X_{227}	= 54
X_{108}	= 74	X_{128}	= 81			X_{208}	= 54	X_{228}	= 63
X_{109}	= 76	X_{129}	= 33			X_{209}	= 60	X_{229}	= 56
X_{110}	= 82	X_{130}	= 48			X_{210}	= 50	X_{230}	= 61
X_{111}	= 69	X_{131}	= 48			X_{211}	= 68	X_{231}	= 72
X_{112}	= 53	X_{132}	= 53			X_{212}	= 67	X_{232}	= 64
X_{113}	= 90	X_{133}	= 61			X_{213}	= 65	X_{233}	= 63
X_{114}	= 45	X_{134}	= 49			X_{214}	= 54	X_{234}	= 75
X_{115}	= 53	X_{135}	= 41			X_{215}	= 90	X_{235}	= 68
X_{116}	= 37	X_{136}	= 48			X_{216}	= 76	X_{236}	= 68
X_{117}	= 76	X_{137}	= 82			X_{217}	= 52	X_{237}	= 50
X_{118}	= 66	X_{138}	= 70			X_{218}	= 64	X_{238}	= 60
X_{119}	= 76	X_{139}	= 58			X_{219}	= 57		
X_{120}	= 66	X_{140}	= 40			X_{220}	= 61		

ตาราง 13 แสดงคะแนนผลการสอบวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์รวมของนักเรียนแต่ละคน

กลุ่มทดลอง						กลุ่มควบคุม			
X_{101}	= 19	X_{121}	= 28	X_{141}	= 23	X_{201}	= 34	X_{221}	= 35
X_{102}	= 35	X_{122}	= 29	X_{142}	= 19	X_{202}	= 11	X_{222}	= 37
X_{103}	= 26	X_{123}	= 27	X_{143}	= 15	X_{203}	= 48	X_{223}	= 28
X_{104}	= 31	X_{124}	= 17	X_{144}	= 22	X_{204}	= 12	X_{224}	= 25
X_{105}	= 30	X_{125}	= 40	X_{145}	= 32	X_{205}	= 22	X_{225}	= 25
X_{106}	= 32	X_{126}	= 36			X_{206}	= 19	X_{226}	= 43
X_{107}	= 16	X_{127}	= 21			X_{207}	= 24	X_{227}	= 25
X_{108}	= 33	X_{128}	= 31			X_{208}	= 40	X_{228}	= 31
X_{109}	= 32	X_{129}	= 30			X_{209}	= 30	X_{229}	= 29
X_{110}	= 35	X_{130}	= 20			X_{210}	= 15	X_{230}	= 35
X_{111}	= 20	X_{131}	= 27			X_{211}	= 46	X_{231}	= 34
X_{112}	= 18	X_{132}	= 24			X_{212}	= 22	X_{232}	= 18
X_{113}	= 39	X_{133}	= 28			X_{213}	= 25	X_{233}	= 37
X_{114}	= 20	X_{134}	= 20			X_{214}	= 33	X_{234}	= 25
X_{115}	= 24	X_{135}	= 18			X_{215}	= 52	X_{235}	= 32
X_{116}	= 18	X_{136}	= 21			X_{216}	= 37	X_{236}	= 33
X_{117}	= 31	X_{137}	= 36			X_{217}	= 32	X_{237}	= 13
X_{118}	= 25	X_{138}	= 24			X_{218}	= 29	X_{238}	= 18
X_{119}	= 30	X_{139}	= 20			X_{219}	= 20		
X_{120}	= 22	X_{140}	= 21			X_{220}	= 25		

ตาราง 14 แสดงคะแนนความเข้าใจในคำอนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำอนิยามและคำนิยามของนักเรียนแต่ละคน

กลุ่มทดลอง						กลุ่มควบคุม			
X_{101}	7	X_{121}	7	X_{141}	8	X_{201}	10	X_{221}	9
X_{102}	7	X_{122}	7	X_{142}	5	X_{202}	3	X_{222}	10
X_{103}	5	X_{123}	7	X_{143}	5	X_{203}	12	X_{223}	9
X_{104}	6	X_{124}	7	X_{144}	8	X_{204}	7	X_{224}	6
X_{105}	12	X_{125}	14	X_{145}	5	X_{205}	6	X_{225}	12
X_{106}	10	X_{126}	15			X_{206}	6	X_{226}	9
X_{107}	4	X_{127}	9			X_{207}	7	X_{227}	8
X_{108}	9	X_{128}	9			X_{208}	10	X_{228}	9
X_{109}	9	X_{129}	14			X_{209}	6	X_{229}	7
X_{110}	8	X_{130}	8			X_{210}	5	X_{230}	8
X_{111}	7	X_{131}	7			X_{211}	11	X_{231}	5
X_{112}	6	X_{132}	7			X_{212}	4	X_{232}	6
X_{113}	10	X_{133}	8			X_{213}	6	X_{233}	8
X_{114}	6	X_{134}	7			X_{214}	8	X_{234}	6
X_{115}	6	X_{135}	7			X_{215}	14	X_{235}	9
X_{116}	6	X_{136}	6			X_{216}	8	X_{236}	8
X_{117}	5	X_{137}	8			X_{217}	7	X_{237}	7
X_{118}	5	X_{138}	3			X_{218}	6	X_{238}	8
X_{119}	6	X_{139}	5			X_{219}	4		
X_{120}	4	X_{140}	7			X_{220}	5		

ตาราง 15 แสดงคะแนนความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียนแต่ละคน

กลุ่มทดลอง						กลุ่มควบคุม			
X_{101}	= 7	X_{121}	= 9	X_{141}	= 14	X_{201}	= 7	X_{221}	= 12
X_{102}	= 10	X_{122}	= 6	X_{142}	= 6	X_{202}	= 3	X_{222}	= 10
X_{103}	= 8	X_{123}	= 6	X_{143}	= 5	X_{203}	= 10	X_{223}	= 10
X_{104}	= 9	X_{124}	= 7	X_{144}	= 5	X_{204}	= 2	X_{224}	= 9
X_{105}	= 7	X_{125}	= 11	X_{145}	= 9	X_{205}	= 4	X_{225}	= 8
X_{106}	= 10	X_{126}	= 9			X_{206}	= 6	X_{226}	= 11
X_{107}	= 6	X_{127}	= 4			X_{207}	= 7	X_{227}	= 8
X_{108}	= 8	X_{128}	= 5			X_{208}	= 12	X_{228}	= 3
X_{109}	= 9	X_{129}	= 8			X_{209}	= 7	X_{229}	= 7
X_{110}	= 8	X_{130}	= 9			X_{210}	= 5	X_{230}	= 8
X_{111}	= 3	X_{131}	= 9			X_{211}	= 13	X_{231}	= 8
X_{112}	= 6	X_{132}	= 9			X_{212}	= 7	X_{232}	= 5
X_{113}	= 12	X_{133}	= 7			X_{213}	= 6	X_{233}	= 7
X_{114}	= 8	X_{134}	= 6			X_{214}	= 7	X_{234}	= 9
X_{115}	= 7	X_{135}	= 8			X_{215}	= 11	X_{235}	= 8
X_{116}	= 6	X_{136}	= 6			X_{216}	= 9	X_{236}	= 8
X_{117}	= 8	X_{137}	= 9			X_{217}	= 7	X_{237}	= 4
X_{118}	= 11	X_{138}	= 7			X_{218}	= 6	X_{238}	= 6
X_{119}	= 9	X_{139}	= 5			X_{219}	= 4		
X_{120}	= 7	X_{140}	= 8			X_{220}	= 6		

ตาราง 16 แสดงความสามารถในการเขียนกราฟของนักเรียนแต่ละคน

กลุ่มทดลอง						กลุ่มควบคุม			
X_{101}	= 3	X_{121}	= 6	X_{141}	= 1	X_{201}	= 7	X_{221}	= 7
X_{102}	= 8	X_{122}	= 4	X_{142}	= 5	X_{202}	= 5	X_{222}	= 3
X_{103}	= 4	X_{123}	= 4	X_{143}	= 5	X_{203}	= 6	X_{223}	= 5
X_{104}	= 8	X_{124}	= 1	X_{144}	= 4	X_{204}	= 3	X_{224}	= 5
X_{105}	= 8	X_{125}	= 8	X_{145}	= 6	X_{205}	= 2	X_{225}	= 5
X_{106}	= 4	X_{126}	= 7			X_{206}	= 2	X_{226}	= 6
X_{107}	= 3	X_{127}	= 5			X_{207}	= 5	X_{227}	= 4
X_{108}	= 6	X_{128}	= 5			X_{208}	= 8	X_{228}	= 3
X_{109}	= 4	X_{129}	= 7			X_{209}	= 7	X_{229}	= 4
X_{110}	= 4	X_{130}	= 3			X_{210}	= 5	X_{230}	= 2
X_{111}	= 7	X_{131}	= 6			X_{211}	= 7	X_{231}	= 9
X_{112}	= 3	X_{132}	= 6			X_{212}	= 5	X_{232}	= 7
X_{113}	= 5	X_{133}	= 6			X_{213}	= 4	X_{233}	= 4
X_{114}	= 4	X_{134}	= 6			X_{214}	= 3	X_{234}	= 4
X_{115}	= 8	X_{135}	= 3			X_{215}	= 7	X_{235}	= 5
X_{116}	= 6	X_{136}	= 7			X_{216}	= 3	X_{236}	= 5
X_{117}	= 5	X_{137}	= 5			X_{217}	= 8	X_{237}	= 2
X_{118}	= 3	X_{138}	= 5			X_{218}	= 2	X_{238}	= 4
X_{119}	= 4	X_{139}	= 3			X_{219}	= 5		
X_{120}	= 6	X_{140}	= 6			X_{220}	= 4		

ตาราง 17 แสดงความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนแต่ละคน

กลุ่มทดลอง						กลุ่มควบคุม			
X_{101}	2	X_{121}	6	X_{141}	0	X_{201}	10	X_{221}	7
X_{102}	10	X_{122}	12	X_{142}	0	X_{202}	0	X_{222}	14
X_{103}	9	X_{123}	10	X_{143}	3	X_{203}	20	X_{223}	4
X_{104}	8	X_{124}	2	X_{144}	12	X_{204}	0	X_{224}	5
X_{105}	3	X_{125}	7	X_{145}	5	X_{205}	10	X_{225}	0
X_{106}	8	X_{126}	5			X_{206}	5	X_{226}	17
X_{107}	3	X_{127}	3			X_{207}	5	X_{227}	5
X_{108}	10	X_{128}	12			X_{208}	10	X_{228}	16
X_{109}	10	X_{129}	1			X_{209}	10	X_{229}	11
X_{110}	15	X_{130}	0			X_{210}	0	X_{230}	17
X_{111}	3	X_{131}	5			X_{211}	15	X_{231}	12
X_{112}	3	X_{132}	2			X_{212}	6	X_{232}	0
X_{113}	12	X_{133}	7			X_{213}	9	X_{233}	18
X_{114}	2	X_{134}	1			X_{214}	15	X_{234}	6
X_{115}	3	X_{135}	0			X_{215}	20	X_{235}	10
X_{116}	0	X_{136}	2			X_{216}	17	X_{236}	12
X_{117}	13	X_{137}	14			X_{217}	10	X_{237}	0
X_{118}	6	X_{138}	9			X_{218}	10	X_{238}	0
X_{119}	11	X_{139}	7			X_{219}	7		
X_{120}	5	X_{140}	0			X_{220}	10		

ภาคผนวก ข

การวิเคราะห์แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์

1. การวิเคราะห์แบบทดสอบตามหลักตัดกลุ่ม 27 % กลุ่มสูง และ 27 % กลุ่มต่ำ เปิดตารางสำเร็จ(Item Analysis) ปรากฏผลต่าง ๆ ดังนี้

ตาราง 18 แสดงค่าความยากง่าย(p) อำนาจจำแนก(r)ความยากมาตรฐาน (Δ) ของแบบทดสอบตอนที่ 1

ข้อที่	P_H	P_L	P	r	Δ	ข้อที่	P_H	P_L	P	r	Δ
1	.90	.66	.79	.34	9.8	21	.90	.36	.65	.58	11.
2	.90	.66	.79	.34	9.8	22	.84	.42	.64	.45	11.
3	.90	.60	.76	.39	10.1	23	.96	.18	.61	.78	11.
4	.90	.60	.76	.39	10.1	24	.66	.36	.51	.30	12.
5	.90	.60	.76	.39	10.1	25	.78	.24	.51	.54	12.
6	.90	.60	.76	.39	10.1	26	.66	.30	.48	.36	13.
7	.90	.60	.76	.39	10.1	27	.72	.24	.48	.48	13.
8	.90	.60	.76	.39	10.1	28	.54	.30	.42	.25	13.
9	.90	.60	.76	.39	10.1	29	.66	.18	.41	.49	13.
10	.90	.60	.76	.39	10.1	30	.54	.06	.40	.29	14.
11	.96	.48	.76	.62	10.2	31	.54	.24	.39	.32	14.
12	.96	.48	.76	.62	10.2	32	.48	.24	.36	.26	14.
13	.72	.48	.72	.53	10.6	33	.60	.12	.34	.52	14.6
14	.90	.48	.71	.49	10.8	34	.48	.18	.32	.34	14.8
15	.60	.69	.69	.21	11.0	35	.48	.18	.32	.34	14.8
16	.78	.60	.69	.21	11.0	36	.60	.06	.30	.62	15.2
17	.84	.48	.67	.40	11.2	37	.54	.06	.27	.58	15.5
18	.84	.48	.67	.40	11.2	38	.36	.18	.27	.22	15.5
19	.78	.54	.66	.27	11.3	39	.42	.12	.26	.38	15.6
20	.78	.54	.66	.27	11.3	40	.36	.12	.23	.32	15.9

2. วิเคราะห์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) วิชาเรขาคณิตวิเคราะ

ก. ตอนที่ 1 ใช้สูตร

$$r_{tt} = \frac{NS_t^2 - M(N - M)}{S_t^2 (N - 1)}$$

เมื่อ r_{tt} แทนความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

N แทนจำนวนข้อของแบบทดสอบ

S_t^2 แทนความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

M แทนรายเฉลี่ยของคะแนนจากการทดสอบด้วยแบบทดสอบ

$$r_{tt} = \frac{40\ (24.1304) - (19.9397)(40 - 19.9397)}{(24.1304)(39)}$$

$$= .60$$

นั่นคือความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 1 มีค่าเป็น .60

ข. ตอนที่ 2 ใช้สูตร

$$r_{tt} = \frac{N\Sigma XY - \Sigma X \Sigma Y}{\sqrt{\{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2\}\ \{N\Sigma Y^2 - (\Sigma Y^2)\}}}$$

เมื่อ r_{tt} แทนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ΣX, ΣY แทนผลรวมของคะแนนจากการทดสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

ΣX^2, ΣY^2 แทนผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังของการสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

ΣXY แทนผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละข้อในการสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

$$r_{tt} = \frac{(38)(\text{.307}) - (368)(346)}{(38)(4694) - (368)^2 \quad (38)(4202) - (346}$$

$$= .88$$

นั่นคือความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 มีค่าเป็น .88

3. วิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด โดยใช้สูตร

$$SE_{meas} = S_X \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ SE_{meas} แทนความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_X แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานจากการทดสอบ

r_{tt} แทนความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ก. ตอนที่ 1

$$SE_{meas} = 4.9122 \quad 1 - .60$$

$$= (4.9122)(.6324)$$

$$= 3.1064$$

∴ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบตอนที่ 1 คือ 3.1064

ข. ตอนที่ 2

$$SE_{meas} = 5.5 \quad 1 - .88 \quad = (5.5)(.34)$$

$$= 1.87$$

∴ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบตอนที่ 2 คือ 1.87

ภาคผนวก ค.

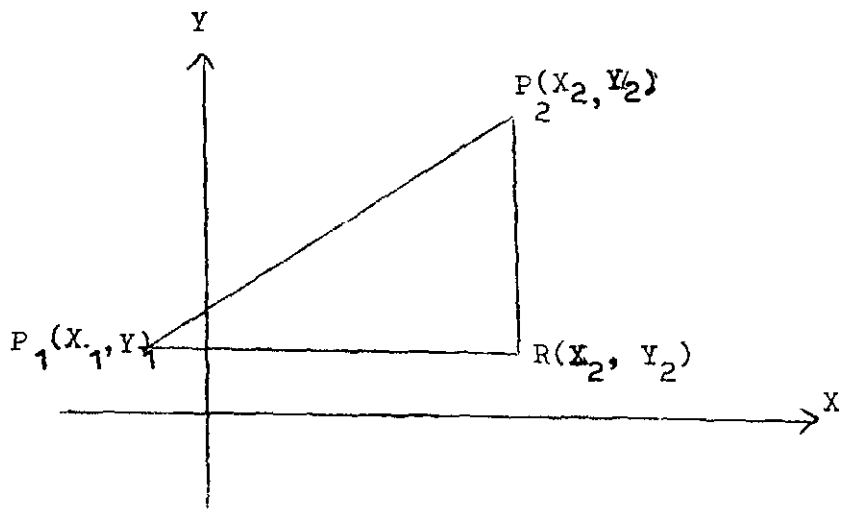
ตัวอย่างแบบเรียนเรขาคณิตวิเคราะห์ด้วย วิธีการเวคเตอร์และวิธีการเดิม

ตัวอย่าง 1 เรื่องระยะทางระหว่างจุด 2 จุด

เนื้อหา ระยะทางระหว่างจุด $P_1(X_1, Y_1)$ และ $P_2(X_2, Y_2)$ คือ

$$d = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

วิธีการเดิม



$P_1R = X_2 - X_1$

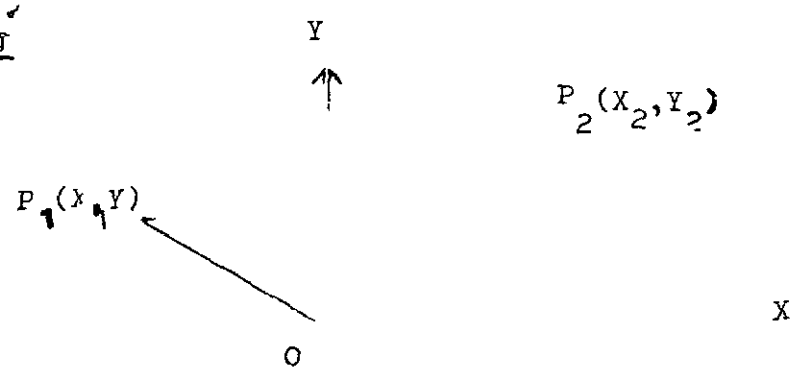
$RP_2 = Y_2 - Y_1$

โดยทฤษฎีของพีทากอรัส (Pythagorus)

$$(P_1P_2)^2 = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2$$

$$d = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

วิธีการเวคเตอร์



$$d = \left|\overrightarrow{P_1P_2}\right|$$

$$= \left|\overrightarrow{OP_2} - \overrightarrow{OP_1}\right|$$

$$= \left|(X_2 - X_1)\vec{I} + (Y_2 - Y_1)\vec{J}\right|$$

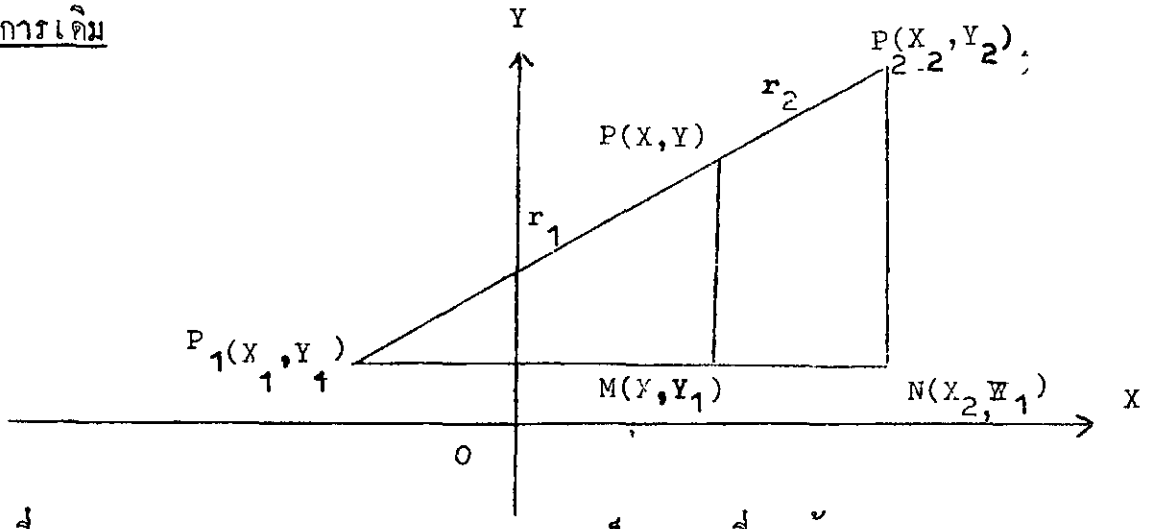
$$= \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

ตัวอย่าง 2 เรื่องจุดแบ่ง (Point of Division)

เนื้อเรื่อง ให้ $P(X,Y)$ เป็นจุด ซึ่งแบ่งส่วนของเส้นตรง P_1P_2 อย่างภายใน ในอัตรา $P_1P : PP_2 = r_1 : r_2$ จะได้ว่า

$$X = \frac{X_1r_2 + X_2r_1}{r_1 + r_2} \quad \text{และ} \quad Y = \frac{Y_1r_2 + Y_2r_1}{r_1 + r_2}$$

วิธีการเดิม



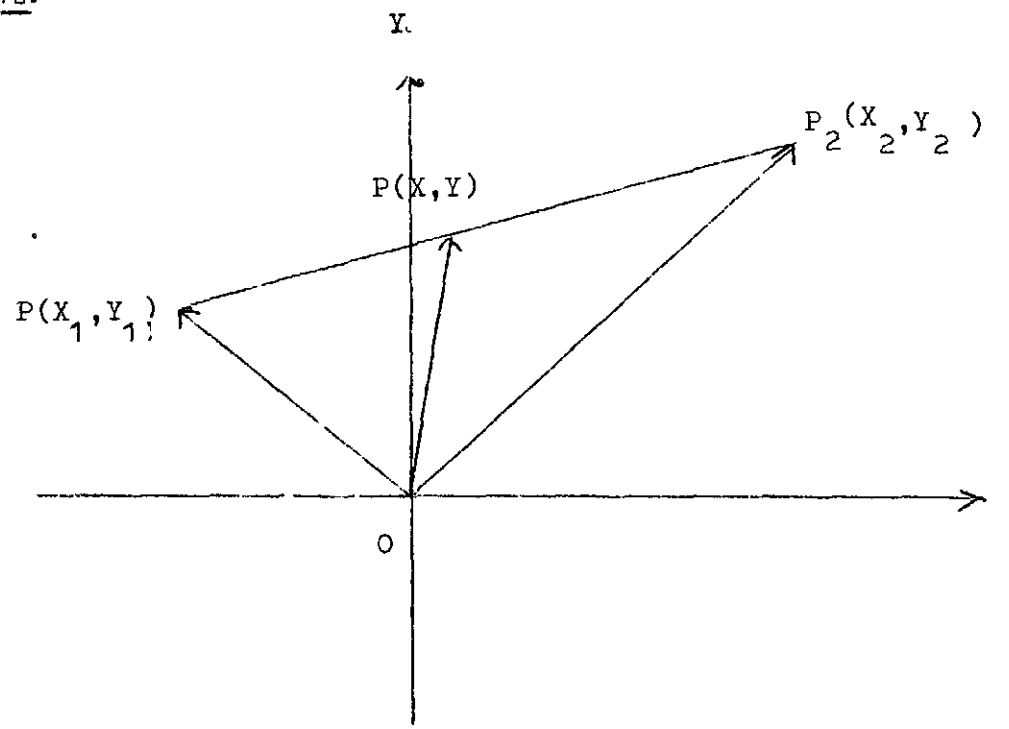
โดยที่ P_1PM และ P_1P_2N เป็นสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{P_1M}{P_1N} = \frac{MP}{NP_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{P_1M}{PN} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{r_1}{r_2} \quad \text{และ} \quad \frac{MP}{NP_2} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{r}{r}$$

$$X = \frac{X_1 r_2 + X_1 r_1}{r_1 + r_2} \quad \text{และ} \quad Y = \frac{Y_1 r_2 + Y_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

วิธีการเวคเตอร์



$$\overrightarrow{OP} = \frac{r_1}{r_1 + r_2}\overrightarrow{OP}_2 + \frac{r_2}{r_1 + r_2}\overrightarrow{OP}_1$$

$$X\vec{i} + Y\vec{j} = \frac{r_1}{r_1 + r_2}(X_2\vec{i} + Y_2\vec{j}) + r_2(X_1\vec{i} + Y_1\vec{j})$$

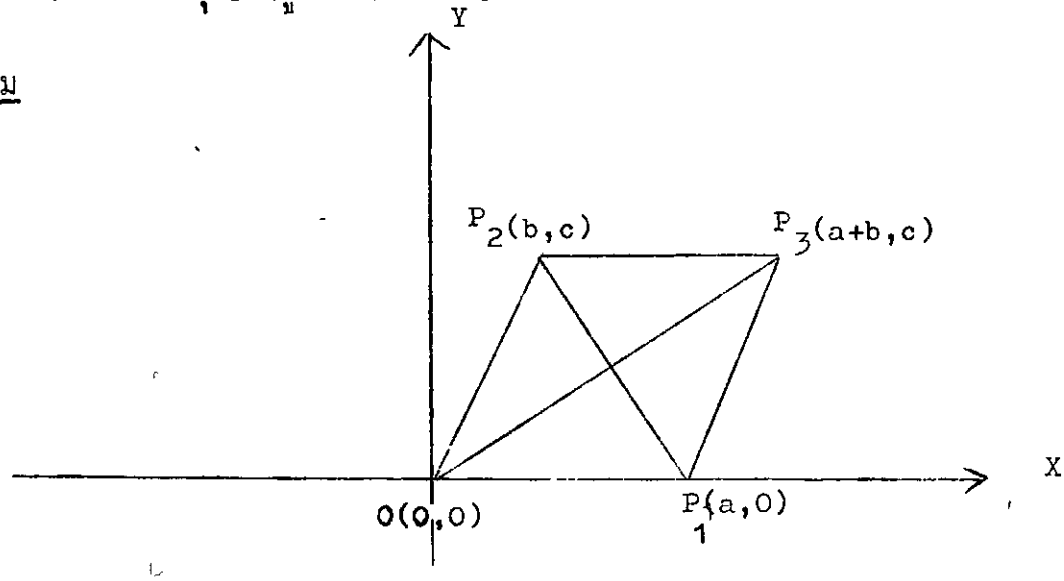
$$= \frac{(r_2X_1 + r_1X_2)}{r_1 + r_2}\vec{i} + \frac{(r_2Y_1 + r_1Y_2)}{r_1 + r_2}\vec{j}$$

$$X = \frac{r_2X_1 + r_1X_2}{r_1 + r_2} \quad \text{และ} \quad Y = \frac{r_2Y_1 + r_1Y_2}{r_1 + r_2}$$

ตัวอย่าง 3 การพิสูจน์ด้วยวิธีเรขาคณิตวิเคราะห์

เนื้อเรื่อง เส้นทะแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานจะแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

วิธีการเดิม



จุดกึ่งกลางของเส้นทะแยงมุม OP_3 คือ

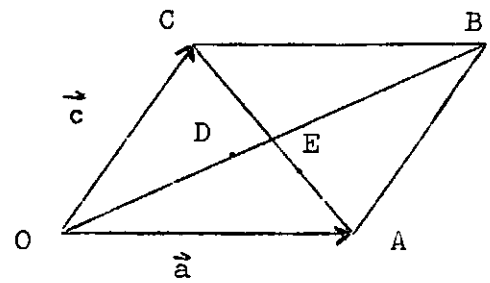
$$X = \frac{a+b}{2}, \quad Y = \frac{c}{2}$$

จุดกึ่งกลางของเส้นทะแยงมุม P_1P_2 คือ

$$X = \frac{a+b}{2}, \quad Y = \frac{c}{2}$$

OP_3 และ P_1P_2 แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

วิธีการเวคเตอร์



$$OD = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{a})$$

$$OE = a + \frac{1}{2}(\vec{c} - \vec{a}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{a})$$

$\therefore$ D และ E ทับกัน

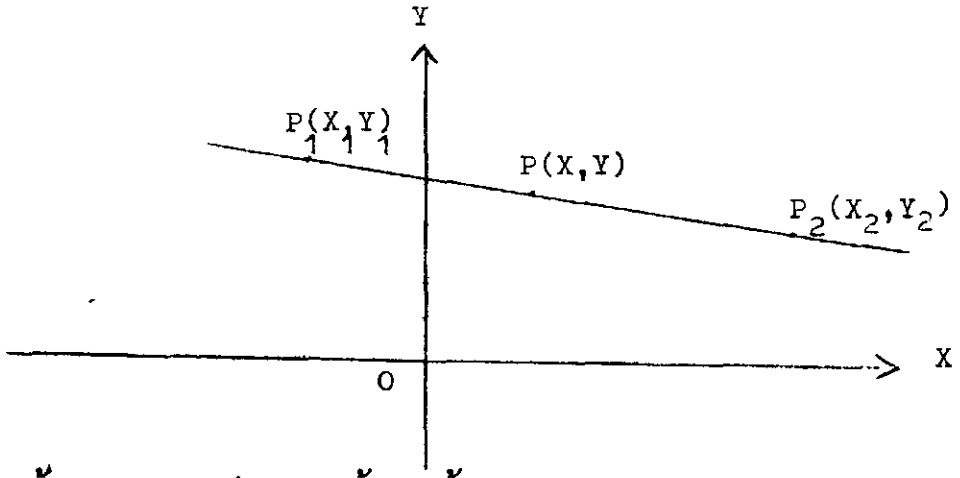
นั่นคือเส้นทะแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

ตัวอย่าง 4 เรื่องสมการเส้นตรง

เนื้อเรื่อง สมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด (X_1 , Y_1)และ (X_2 , Y_2) คือ

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - Y_1} \quad \text{.....(two-points form)}$$

วิธีการเดิม



ให้ P(X , Y)เป็นจุดบนเส้นตรงนี้

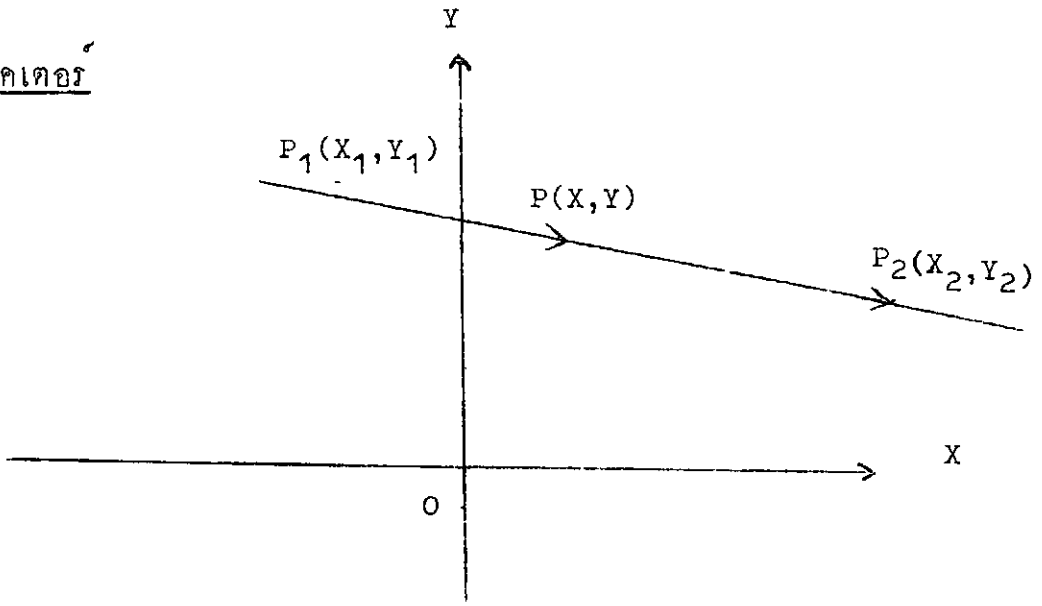
Slope ของเส้นตรงนี้คือ $\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$ หรือ $\frac{Y - Y_1}{X - X_1}$

แต่ Slope ของเส้นตรงเส้นเดียวกันย่อมเท่ากัน

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

นั่นคือสมการของเส้นตรงนี้คือ $\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

วิธีการเวคเตอร์



Vector ที่ผ่านทางเดียวกับเส้นตรงนี้คือ

$$(X_2 - X_1)\vec{i} + (Y_2 - Y_1)\vec{j} \text{ หรือ } (X - X_1)\vec{i} + (Y - Y_1)$$

$$\therefore (X - X_1)\vec{i} + (Y - Y_1)\vec{j} = t\{(X_2-X_1)\vec{i} + (Y_2-Y_1)\vec{j}\}$$

$$\therefore \frac{Y - Y_2}{Y_2 - Y_1} = \frac{X - X_1}{X_2 - X_1} = t$$

$\therefore$ สมการของเส้นตรงคือ

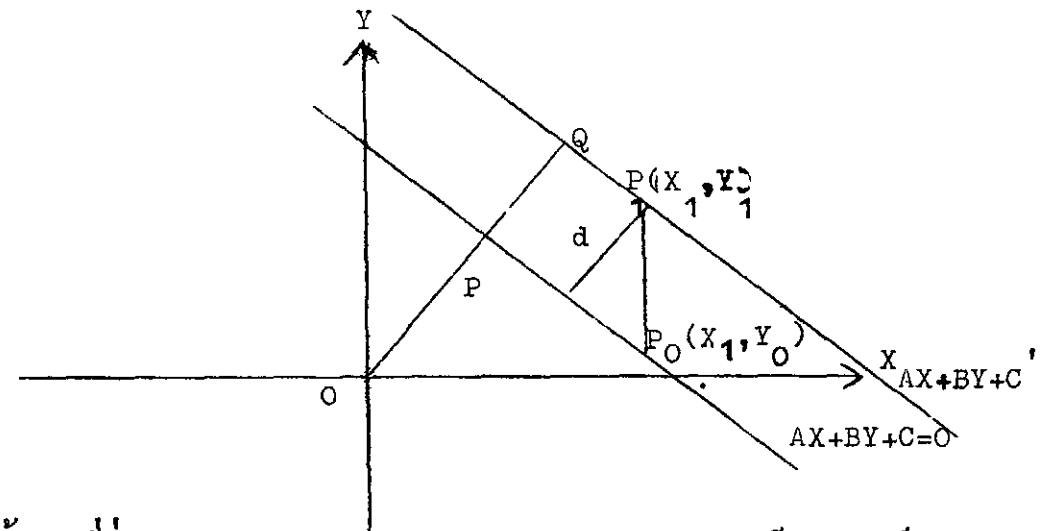
$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

ตัวอย่าง 5 ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

เนื้อเรื่อง ระยะทางระหว่าง $P_1(X_1,Y_1)$ ถึงเส้นตรง $AX + BY + C = 0$

คือ $$d = \frac{|AX_1 + BY_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

วิธีการเดิม



เส้นตรงที่ผ่าน P_1 ขนานกับ $AX + BY + C = 0$ มีสมการเป็น

$$AX + BY + C' = 0$$

เส้นตรงที่ผ่านจุด Origin และตั้งฉากกับ $AX + BY + C = 0$ มีสมการเป็น

$$BX - AY = 0$$

∴ จุด P และ Q ซึ่งเป็นจุดตัดระหว่าง $AX + BY + C = 0$ และ $AX + BY + C' = 0$ กับ $BX - AY = 0$ มีพิกัดเป็น

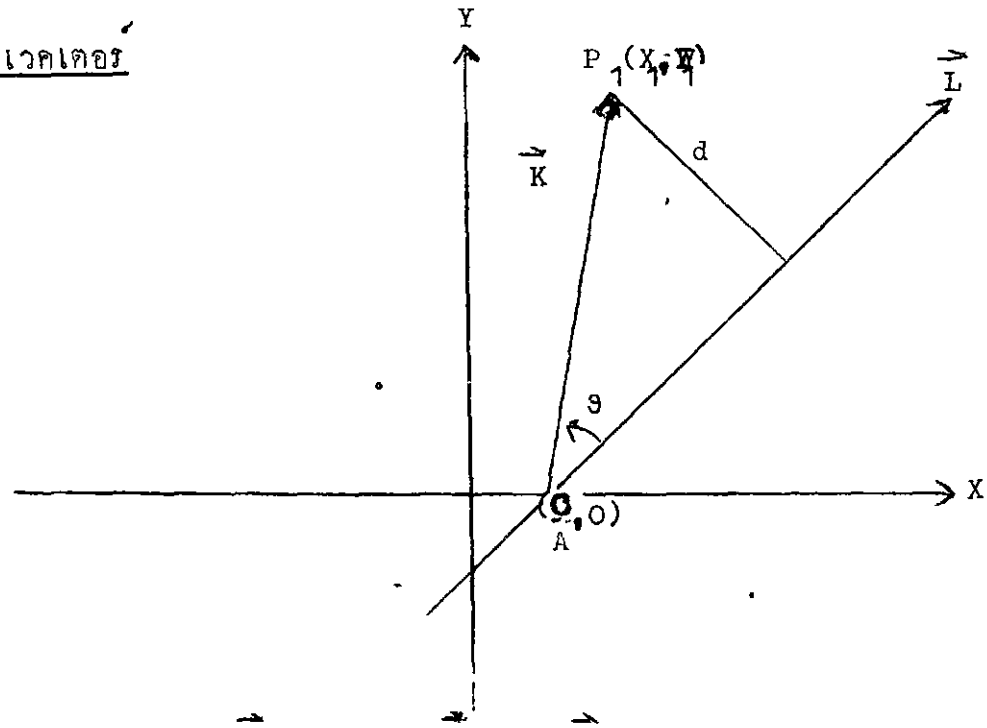
$$P\left(\frac{-AC}{A^2+B^2}, \frac{-BC}{A^2+B^2}\right) \text{ และ } Q\left(\frac{-AC'}{A^2+B^2}, \frac{-BC'}{A^2+B^2}\right)$$

∴ ระยะทาง $$PQ = \frac{|C - C'|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

แต่ $C' = -(AX_1 + BY_1)$ P_1 อยู่บน $AX + BY + C = 0$

∴ $$d = \frac{|AX_1 + BY_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

วิธีการเวคเตอร์



$$\vec{L} = B\vec{i} - A\vec{j}$$

$$\vec{K} = (X_1 + \frac{C}{A})\vec{i} + Y_1\vec{j}$$

$$d = |\vec{K}| \sin\theta$$

$$= \frac{|\vec{K}|\,|\vec{L}| \sin\theta}{|\vec{L}|}$$

$$= \frac{|\vec{L} \times \vec{K}|}{|\vec{L}|}$$

$$= \frac{\left| BY_1 + A(X_1 + \frac{C}{A}) \right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\frac{|AX_1 + BY_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ภาคผนวก ง.
แบบทดสอบวิชาเวชาคณิตวิเคราะห์

แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์

ชื่อ ..... สกุล ..... เพศ ..... อายุ ..... ปี

วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... เวลา ๑๘๐ นาที

ตอนที่ ๑ ให้นักเรียนเขียน X ให้ตรงกับข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียวเท่านั้น ในกระดาษคำตอบ

๑. Projection ของจุด (x,y) บน $x = k$ คือ

ก. (x, k)

ข. (k, x)

ค. (y, k)

ง. (k, y)

จ. (k, k)

๒. จุด $P(x, y)$ ซึ่งแบ่ง line segment ที่เชื่อมระหว่างจุด $P_1(1, 7)$ และ $P_2(6, -3)$ ออกเป็นอัตราส่วน $\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{2}{3}$ คือ

ก. $(3, 3)$

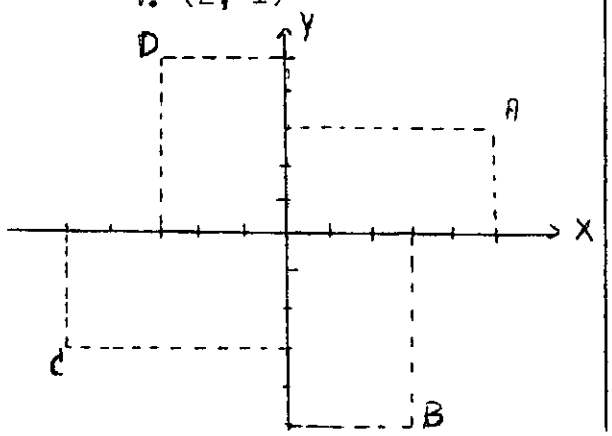
ข. $(2, 5)$

ค. $(5, 2)$

ง. $(1, 2)$

จ. $(2, 1)$

๓.



จุด $(-3, 5)$ คือจุด

ก. A

ข. B

ค. C

ง. D

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๔. จุด $A(-1, 4)$, $B(2, 6)$, $C(8, 10)$

ก. อยู่บนเส้นตรงเส้นเดียวกัน

ข. อยู่บนเส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกัน

ค. จุดยอดของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

ง. จุดยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๕. เส้นตรง $ax + by + c = 0$ ซึ่ง $b \neq 0$ มี slope เป็น

ก. $-\frac{b}{a}$

ข. $\frac{b}{a}$

ค. $-\frac{a}{b}$

ง. $\frac{a}{b}$

จ. $\frac{c}{b}$

๖. จุดกึ่งกลางของ line segement ที่เชื่อมระหว่างจุด (-3, -5) กับ (-1, 7) คือ

ก. (1, 3)

ข. (1, -2)

ค. (-2, 1)

ง. (3, 1)

จ. (1, 2)

๗. เส้นตรงที่ผ่านจุด (0, k) และมี Slope λ คือ

ก. $y = k$

ข. $y = \lambda x$

ค. $y = \lambda x + k$

ง. $y = \lambda x - k$

จ. $y = k - \lambda x$

๘. สมการ $3x + 2y = 6$ ทำเป็น intercept form ได้เป็น

ก. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = -1$

ข. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

ค. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 0$

ง. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 0$

จ. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

๙. สมการ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ $A \neq 0$ และ $B \neq 0$ เป็นเส้นตรงซึ่ง

ก. Slope $\frac{A}{B}$, y - interecpt $\frac{C}{B}$

ข. Slope $-\frac{A}{B}$, y - intercept $\frac{C}{B}$

ค. Slope $-\frac{A}{B}$, y - intercept $-$

ง. Slope $\frac{A}{B}$, y - intercept $-\frac{C}{B}$

จ. ถูกทุกข้อ

๑๐. สมการของเส้นตรงที่มี x - intercept 3 และ y - intercept -2 คือ

ก. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 0$

ข. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$

ค. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$

ง. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 0$

จ. $\frac{y}{3} - \frac{x}{2} = 1$

๑๑. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ตัดแกน x และ y ห่างจาก origin

ก. a และ b หน่วย ตามลำดับ

ข. -a และ b หน่วย ตามลำดับ

ค. -a และ -b หน่วย ตามลำดับ

ง. a และ -b หน่วย ตามลำดับ

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๑๒. สมการของโลกัสของจุด P(x, y) ซึ่งเมื่อเคลื่อนที่ไปห่างจากจุด (0, 0) 5 หน่วยเสมอ คือ

ก. $x^2 + y^2 = 9$

ข. $x^2 + y^2 = 16$

ก. $x^2 + y^2 = 25$

ง. $x^2 + y^2 = 36$

จ. $x^2 + y^2 = 49$

๑๓. จุก centriod ของรูปสามเหลี่ยมที่มีจุกยอดเป็น (1, 1), (2, 1) และ (3, 1) คือจุก

ก. (6, 3)

ข. (3, 6)

ก. (2, 1)

ง. (1, 2)

จ. (3, 3)

๑๔. ลักษณะของกราฟ $y = x + 1$ คือ

ก. เส้นตรงผ่านจุด (0, 1) และมี Slope 1

ข. เส้นตรงผ่านจุด (0, 1) และมี Slope -1

ก. เส้นตรงผ่านจุด (1, 0) และมี Slope 1

ง. เส้นตรงผ่านจุด (1, 0) และมี Slope -1

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๑๕. Projection ของจุด (3, 5) บนแกน Y คือ

ก. (0, 5)

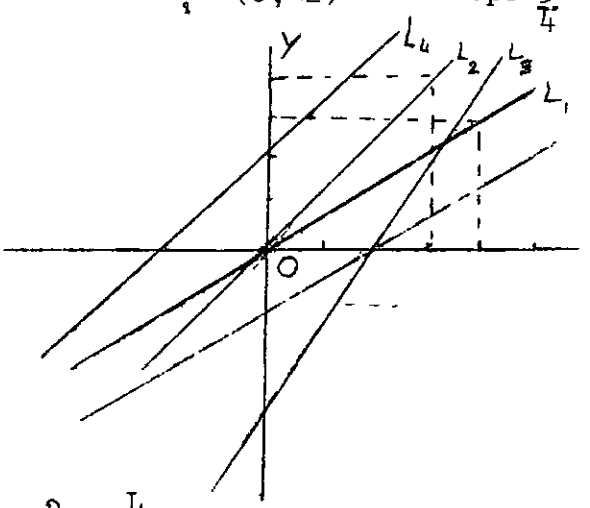
ข. (5, 0)

ก. (3, 0)

ง. (0, 3)

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๑๖. เส้นตรงที่ผ่านจุด (0, 2) และมี Slope $\frac{3}{4}$



ก. L_1

ข. L_2

ก. L_3

ง. L_4

จ. L_5

๑๗. Coordinates ของจุด P ซึ่งแบ่ง line segment ที่เชื่อมระหว่างจุด $P_1(2, -2)$ และ $P_2(-4, 1)$ อย่างภายนอกด้วยอัตราส่วน $\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{5}{2}$ คือ

ก. (8, 3)

ข. (-8, 3)

ค. (3, 8)

ง. (5, 3)

จ. (3, 5)

๑๘. จาก $P_1(10, -2)$, $P_2(5, 3)$, $P_3(0, 10$ และ L คือเส้นตรง $2x + 5y - 10 = 0$

ก. P_1 อยู่บน L

ข. P_2 อยู่บน L

ก. P_3 อยู่บน L

ง. P_1, P_2 อยู่บน L

จ. P_1, P_2, P_3 อยู่บน L

๑๙. รูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็น A(6, 8), B(3,5) และ C(9, 5) เป็น

ก. สามเหลี่ยมมุมฉาก

ข. สามเหลี่ยมด้านเท่า

ก. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ง. สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

จ. จุดบนเส้นตรงเส้นเดียวกัน

๒๐. ถ้า (x, 3) ห่างจาก (3, -2) และ (7, 4) เท่ากันแล้ว

ก. $x = 2$

ข. $x = 1$

ค. $x = 0$

ง. $x = -1$

จ. $x = -2$

๒๑. สมการเส้นตรงที่ขนานกับ $3x - 5y = 0$ และผ่านจุด (2, 4) คือ

ก. $3x - 5y - 4 = 0$

ข. $3x - 5y - 2 = 0$

ก. $y - 4 = \frac{3}{5}(x - 2)$

ง. $5x - 3 = 10$

จ. ถูกทุกข้อ

๒๒. ถ้า $ax - 9y = o$ และ $x - ay = 5$ ขนานกันแล้ว

ก. $a = \pm 3$

ข. $a = \pm 9$

ก. $a = 3$

ง. $a = -3$

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๒๓. เส้นตรง $2x + 3y - 10 = 0$ กับ $2x - 3y - 10 = 0$

ก. ขนานกัน

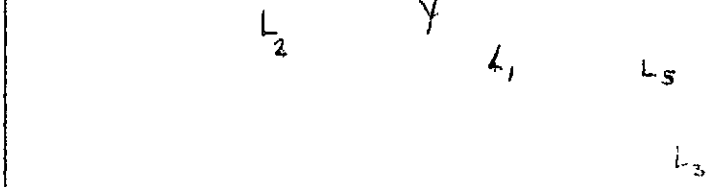
ข. ตั้งฉากกัน

ก. ก. ถูก ข. ผิด

ง. ก. ผิด ข. ถูก

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๒๔. กราฟของ $2x + y - 1 = 0$ คือ



ก. L_1

ข. L_2

ก. L_3

ง. L_4

จ. L_5

๒๕. จุด (0, 3), (0, -3), (3, 0), (-3, เป็นจุดบน graph ของสมการ

ก. $x^2 + (y - 3)^2 = 1$

ข. $(x - 3)^2 + y^2 = 1$

ก. $(x^2 + y^2) = 9$

ง. $(x - 3)^2 + y^2 = 1$

จ. $(x + 3)^2 + y^2 = 1$

๒๖. เส้นตรงใดที่ขนานกับแกน x

ก. $x + y = k$

ข. $y = 3$

ค. $x = -3$

ง. ก. ข. ถูก

จ. ข. ค. ถูก

๒๗. เส้นตรงที่ผ่านจุด (3, 2) และตั้งฉากกับ $x + 3y = 9$ คือ

ก. $x - 3y - 7 = 0$

ข. $x + 3y + 7 = 0$

ค. $3y - x + 1 = 0$

ง. $y - 3x - 1 = 0$

จ. $y - 3x + 7 = 0$

๒๘. Slope - intercept form ของสมการเส้นตรง คือ

ก. $Ax + By + C = 0$

ข. $\frac{X}{a} + \frac{Y}{b} = 1$

ค. $Y - b = \lambda (x - a)$

ง. $Y = x + b$

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๒๙. ถ้า line segment ที่เชื่อมระหว่าง (0, 0) และ (2, 3) ตั้งฉากกับเส้นตรงที่เชื่อมระหว่าง (1, 1) และ (-2,y) แล้ว y มีค่าเท่ากับ

ก. 4

ข. 3

ค. 2

ง. -2

จ. -3

๓๐. รูปสี่เหลี่ยมที่มีจุดยอด A(-6, -1), B(-2, 5), C(1, 3), D(-3, -3) เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

ก. สี่เหลี่ยมดาวหมู

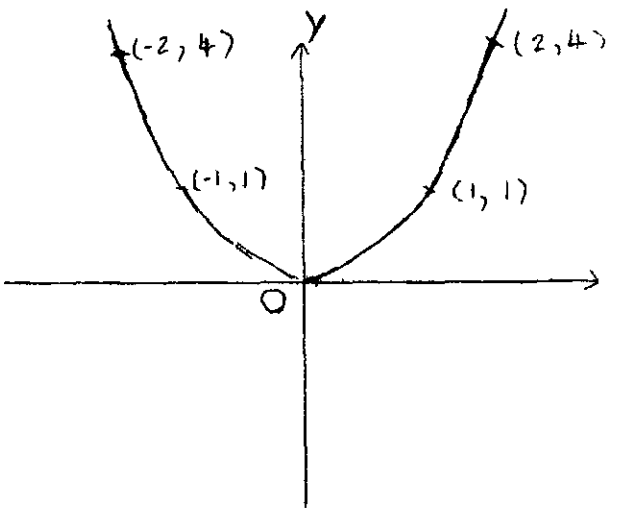
ข. สี่เหลี่ยมด้านขนาน

ค. สี่เหลี่ยมมุมฉาก

ง. สี่เหลี่ยมจัตุรัส

จ. สี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

๓๑.



กราฟข้างบนเป็นกราฟของสมการ

ก. $y = x^2$

ข. $x = y^2$

ค. $x + y = 0$

ง. $x - y = 0$

จ. $2x + y = 1$

๓๖. ความยาวของ Projection ของ line segment ที่เชื่อมระหว่าง (1, 1) และ (3, -5) บนแกน x คือ

ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. ก. ข. ผิด

จ. ข. ก. ผิด

๓๗. สมการของโลคัสของจุด P(x, y) ซึ่งห่างจาก (-1, -3) และ (3, 5) เท่ากัน คือ

ก. $2x - y - 3 = 0$

ข. $2x + y - 3 = 0$

ค. $x + 2y - 3 = 0$

ง. $x - 2y - 3 = 0$

จ. $x + 2y = 0$

๓๘. รัศมีของวงกลมจุดศูนย์กลาง C(-2, 5) ซึ่งมี $x + 3y = 9$ เป็นเส้นสัมผัส คือ

ก. $2\sqrt{10}$

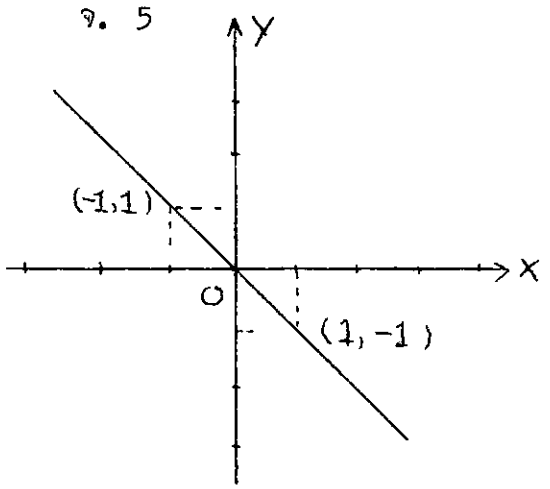
ข. $\frac{2}{5}\sqrt{10}$

ค. $5\sqrt{10}$

ง. $\sqrt{10}$

จ. 5

๓๙.



กราฟข้างบนเป็นกราฟของ

ก. $x + y = 0$

ข. $2x + y = 0$

ค. $x + 2y = 0$

ง. $x - y = 0$

จ. $x - 2y = 0$

๔๖. ลักษณะของกราฟ $y = x + 1$ คือ

ก. เส้นตรงที่ผ่านจุด (0, 1) และมี Slope

ข. เส้นตรงที่ผ่านจุด (0, 1) และมี Slope

ค. เส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 2) และมี Slope

ง. เส้นตรงที่ผ่านจุด (1, 2) และมี Slope

จ. ก. ค. ถูก

๔๗. เส้นตรง $3x + y - 1 = 0$ กับ $3y - x + 5 = 0$

ก. ขนานกัน

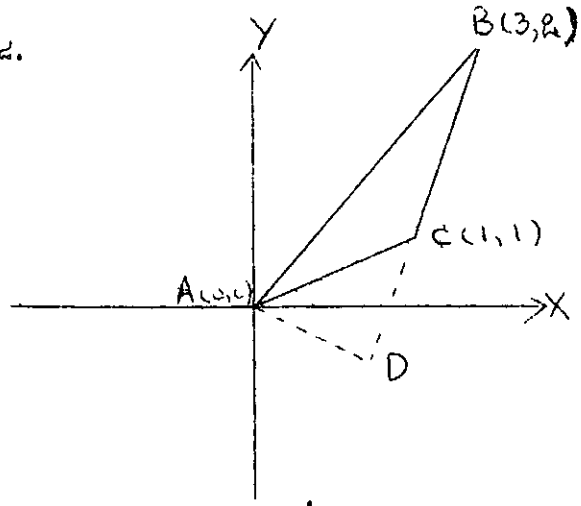
ข. ตั้งฉากกัน

ค. ก. ถูก ข. ผิด

ง. ก. ผิด ข. ถูก

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๓๘.



ส่วนสูง AD ของรูปสามเหลี่ยม ABC ยาว

ก. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

ข. $\sqrt{5}$

ค. 1

ง. 5

จ. 0

๓๙. จุด (1, 2), (2, 4), (4, 6) อยู่บนกราฟของสมการ

ก. $2x + 2y = 0$

ข. $x + 2y = 0$

ก. $x = 2y$

ง. $y = 2x$

จ. ไม่ถูกทุกข้อ

๔๐. ลักษณะของกราฟของสมการ $x + 2y - 5 = 0$

ก. เส้นตรงผ่านจุด (1, 2) และ (3, 1)

ข. เส้นตรงผ่านจุด (5, 0) และ (0, -5)

ค. เส้นตรงผ่านจุด (-3, 4) และ (4, -3)

ง. เส้นตรงผ่านจุด (4, $\frac{1}{2}$) และ (2, 3)

จ. เส้นตรงผ่านจุด (0, 0) และ (3, 1)

ตอนที่ ๒ ให้ทำข้อสอบตอนนี้ลงในสมุดคำตอบ (ข้อละ ๑๕ คะแนน)

๑. จงพิสูจน์ว่าระยะทาง d จากจุด (h, k) ถึงเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ คือ

$$d = \left| \frac{Ah + Bk + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

๒. จงพิสูจน์ว่าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็น (x_1, y_1), (x_2, y_2) และ (x_3, y_3) คือ

$$A = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \right|$$

๓. จงพิสูจน์ว่าจุดซึ่งแบ่ง line segment P_1P_2 ออกในอัตราส่วน $\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{r_1}{r_2}$ อย่างภายใน มี coordinates เป็น

$$\left(\frac{x_1r_2 + x_2r_1}{r_1 + r_2} , \frac{y_1r_2 + y_2r_1}{r_1 + r_2} \right)$$

เมื่อ P_1 มี coordinates (x_1, y_1) และ P_2 มี coordinates (x_2, y_2)

๔. จงพิสูจน์ว่าเส้นทะแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน