

ผลของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
และเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปริญญานิพนธ์

ของ

มาลัยทอง นันทสุวรรณ

ห้องสมุดบัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
กันยายน 2529

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๒ ๔๙๓๗๐

178497

๕-8 พ.ค. 2535

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิต และคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปฏิญานินพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

Arada Long ประธาน
..... กรรมการ
หม่อม กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

Arada Long ประธาน
..... กรรมการ
..... กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือและการให้คำปรึกษาอย่าง
ดียิ่งจาก อาจารย์ คร.เม่งจิต อินทสุวรรณ อาจารย์นิรมล แจ่มจำรัส และ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คร.วิชัย คิสสระ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คร.โชติ เพชรชื่น ที่ได้กรุณา
ให้ความช่วยเหลือตรวจและแก้ไขมาตราวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
และผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพโรจน์ เมาใจ ที่ได้กรุณาตรวจและให้คำแนะนำเกี่ยวกับ
บทเรียนสำเร็จรูปที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ชัยฤทัยดิษฐ์ จ้อยเจริญ ผู้อำนวยการโรงเรียน
นารีรัตนจังหวัดแพร่ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ในการใช้กลุ่มตัวอย่าง ขอบขอบคุณ
คณาจารย์โรงเรียนนารีรัตนจังหวัดแพร่ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อาจารย์อำนาจ
ตันจันทร์พงศ์ อาจารย์อนันต์ วันดี และอาจารย์สมปอง ป้อมนาค และขอขอบใจ
นักเรียนโรงเรียนนารีรัตนจังหวัดแพร่ ที่ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็น
อย่างดียิ่ง

คุณค่าและประโยชน์ใด ๆ อันอาจมีจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็น
เครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา และอาจารย์ทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลืออย่าง
ดียิ่ง

มาลัยทอง นันทสุวรรณ

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	5
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	6
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	6
	นิยามศัพท์เฉพาะ	7
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริม	9
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการให้เพื่อนช่วยสอน	21
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการ เรียนจากบทเรียน สำเร็จรูป	27
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับเทคนิคการสอนซ่อมเสริม วิชาคณิตศาสตร์	39
	สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า	45
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	46
	ประชากร	46
	กลุ่มตัวอย่าง	46
	วิธีเลือกกลุ่มตัวอย่าง	46
	เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง	47
	ระยะเวลาในการทดลอง	47

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	48
แบบแผนของการทดลอง	53
วิธีดำเนินการ	54
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้	55
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	57
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	57
การวิเคราะห์ข้อมูล	57
5 สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ	69
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	69
สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า	69
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	70
การวิเคราะห์ข้อมูล	71
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	72
อภิปรายผลการศึกษาค้นคว้า	73
ขอเสนอแนะ	77
บรรณานุกรม	79
ภาคผนวก	90
ภาคผนวก ก แนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอน	91
ภาคผนวก ข บทเรียนสำเร็จรูป	143
ภาคผนวก ค แบบทดสอบอิงโคเมน	255
ภาคผนวก ง มาตรการวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม	288
ภาคผนวก จ คะแนนผลการสอบ	292
ภาคผนวก ฉ ผลการวิเคราะห์เจตคติของนักเรียนทั้งหมด	297

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แบบแผนการทดลอง	53
2	คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 จากการสอบก่อนการ ทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง	58
3	คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 จากการสอบก่อนการ ทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง	59
4	คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของเจตคติต่อการสอน ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 จากการสอบ ก่อนการทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง	60
5	คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของเจตคติต่อการสอน ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 จากการสอบ ก่อนการทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง	61
6	การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมแบบทางเดียวของคะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่าง	62
7	การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของ กลุ่มตัวอย่าง	63

8	การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียวของคะแนน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่าง	64
9	การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของ กลุ่มตัวอย่าง	65
10	การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียวของคะแนน เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่าง	66
11	การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ของเจตคติ ต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่าง	67
12	การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียวของคะแนน เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่าง	68

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แผนผังแสดงลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง ...	34
2 แผนผังแสดงลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขา ...	34

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่งและมีส่วนสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์ทั้งโดยตรงและโดยอ้อม ความเจริญก้าวหน้าของวิชาการแขนงต่าง ๆ ทั้งทางคณิตศาสตร์และสังคมศาสตร์ล้วนแต่อาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานทั้งสิ้น คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สามารถช่วยให้ผู้เรียนใช้ความคิดใช้เหตุผลและผลใช้วิจารณ์ญาณที่ถูกต้องในการดำรงชีวิตต่อไปข้างหน้า (กระทรวงศึกษาธิการ 2528 : 1 - 2) ดังนั้นจึงจะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายระดับอุดมศึกษาควรต้องจัดอย่างชัดเจน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผล สามารถใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม มีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีความสามารถในการแก้ปัญหา คิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ 2528 : 12)

การเรียนการสอนในโรงเรียนทั่วไปเป็นการสอนแบบกลุ่มใหญ่โดยจัดให้นักเรียนอยู่กันเป็นห้อง ๆ ซึ่งในแต่ละห้องมีนักเรียนอยู่เป็นจำนวนมาก ในการสอนนักเรียนแต่ละห้องนั้นใช้หนังสือหรือตำราเล่มเดียวกัน ใช้เวลาในการสอนเท่ากัน ครูผู้สอนเป็นคนเดียวกัน ใช้วัสดุอุปกรณ์และสื่อการสอนอย่างเดียวกัน และครูก็หวังจะให้นักเรียนสอบได้ทุกคนเช่นเดียวกันอีกด้วย โดยไม่คำนึงถึงความแตกต่างของนักเรียน ซึ่งตามความเป็นจริงแล้วนักเรียนบางคนก็เรียนได้ก็มีความเข้าใจในบทเรียนนี้ บางคนก็อาจจะไม่เข้าใจเลย จึงเป็นเหตุให้ผลการสอบไม่ดีเท่าที่ควรหรือประเมินผลแล้วนักเรียนยังไม่บรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ได้ครบทุกจุดประสงค์ (อุไรวรรณ อินทรีย์ 2520 : 27 และสาโรช บัวศรี 2528 : 3 - 4) ทั้งนี้ถ้าหากว่าผู้สอนได้มีการสนใจผู้เรียน

ได้ใช้วิธีการสอนหลาย ๆ วิธี ได้ใช้เวลาเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การเรียนการสอนได้จัดกิจกรรมให้เป็นไปตามลำดับขั้นการเรียนรู้แล้วก็เชื่อได้ว่านักเรียน 80 % สามารถจะเรียนให้บรรลุผลตามจุดประสงค์ได้ (สมศักดิ์ สิ้นธุระเวช 2523 : 22) ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ บลูม (Bloom. 1971 : 43) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนส่วนใหญ่ซึ่งบางครั้งเกินกว่า 90 % จะสามารถรอบรู้ในสิ่งที่ครูได้สอนไปแล้วนั้น ต้องมาจากการใช้การสอนหลายวิธี และใช้สื่อการเรียนการสอนหลายอย่าง แต่การที่จะทำให้นักเรียนรอบรู้ตามสัดส่วนที่สูงที่สุด กล่าวได้นั้นเป็นภาระที่หนักมากสำหรับครู จึงทำให้มีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่สามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ดังนั้นการสอนซ่อมเสริมจึงมีความจำเป็นมากในการช่วยเหลือนักเรียนให้มีโอกาสแก้ไขข้อบกพร่องก่อนจะสายเกินไป และได้เสริมเติมความรู้ในวิชาที่ตนสนใจด้วย อย่างไรก็ตามยังมีโรงเรียนอีกหลายโรงเรียนที่มิได้ให้ความสนใจต่อคาบซ่อมเสริมอย่างจริงจัง หรือใช้ไม่ถูกต้องตามวัตถุประสงค์ ชั่วโมงการสอนซ่อมเสริมจึงมักถูกปล่อยว่างไว้เฉย ๆ ครูคนใดต้องการใช้ก็จัดกันเองตามสะดวก ใช้สอนซ่อมเสริมบาง ใช้สอนพิเศษบาง ใช้ประชุมบาง จัดกิจกรรมบ้าง เป็นต้น จึงทำให้ไม่ได้ใช้ประโยชน์ในการสอนซ่อมเสริมอย่างเต็มที่ (วิชณี วิเศษสังข์ 2526 : 31 - 35) นอกจากนี้ยังมีปัญหาคำนวณตัวครู คือจำนวนครูไม่เพียงพอกับจำนวนนักเรียน ครูมีชั่วโมงสอนมาก ครูมีหน้าที่ที่จะต้องรับผิดชอบงานนอกเหนือจากการสอน การสอนซ่อมเสริมเป็นการเพิ่มภาระให้แก่ครู และครูขาดคำแนะนำเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริม เป็นต้น จึงทำให้การสอนซ่อมเสริมไม่เป็นผลสำเร็จเท่าที่ควร (จิราพร ประยูรวงษ์ 2527 : 69)

แนวทางในการสอนซ่อมเสริมเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนะไว้ดังนี้ บลูม (Bloom. 1976 : 125) ได้เสนอแนะให้แก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพราะวิธีนี้นับเป็นการตอบสนองความต้องการของนักเรียนเป็นรายบุคคล แต่ความคิดนี้ขัดกับ

แนวคิดของ กรีเบน (Dreeben . 1978 : 9) ที่ว่าการจัดการเรียนการสอนควรคำนึงถึงว่าในห้องเรียนย่อมประกอบด้วยกลุ่มบุคคล และแนวคิดของ เวสต์เบอรี (Westbury . 1978 : 6) ที่กล่าวว่า นักวิจัยควรจะหาเทคนิคของการเรียนการสอนเป็นกลุ่มบุคคลมากกว่าจะสอนเป็นรายบุคคล จากข้อคิดเหล่านี้จะเห็นว่าแนวทางการจัดการสอนซ่อมเสริมให้แก่แก่นักเรียนนั้นอาจจะทำได้สองทางคือ จัดการซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลและจัดเป็นกลุ่ม อย่างไรก็ตามในการสอนซ่อมเสริมควรทำให้บรรลุจุดประสงค์สองประการคือ สามารถจัดสอนซ่อมเสริมได้ตรงต่อความต้องการของผู้เรียน และสามารถสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการสอนซ่อมเสริมได้เหมาะสมกับจุดประสงค์ของการ เรียนรู้ที่จะสอนซ่อมเสริม (กรมสามัญศึกษา 2524 : 33)

การจัดสอนซ่อมเสริมไม่ว่าจะจัดเป็นกลุ่มหรือเป็นรายบุคคลมีหลายวิธี วิธีที่ดีและมีประโยชน์มากวิธีหนึ่งคือ การสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน กลุ่มเพื่อนมีอิทธิพลต่อความคิด เจตคติ และพฤติกรรมของนักเรียนโดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนที่อยู่ในระยะวัยรุ่น เด็กวัยรุ่นเป็นวัยที่ต้องการการยอมรับจากเพื่อนมากเป็นพิเศษกว่าวัยอื่น ๆ และการกระทำตามกลุ่มเพื่อนก็เป็นหนทางหนึ่งที่จะได้รับการยอมรับจากเพื่อน พฤติกรรมของกลุ่มเพื่อนจึงเข้ามามีบทบาทต่อพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นอันมาก ฉะนั้นการจัดนักเรียนที่เรียนดีและมีความสนใจต่อวิชานั้นเป็นพิเศษมาสอนเพิ่มเติมให้มีความรู้มากยิ่งขึ้นแล้วให้นักเรียนกลุ่มนี้ทำหน้าที่เป็นเพื่อนช่วยสอนในการสอนซ่อมเสริม ซึ่งการกระทำเช่นนั้นนอกจากจะเป็นการช่วยแบ่งเบาภาระครูแล้วยังเป็นการฝึกการทำงานร่วมกัน การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และฝึกความรับผิดชอบอีกด้วย (กระทรวงศึกษาธิการ 2526 : 15 และอุทัย เพชรช่วย 2528 : 19) การพูดคุยกับเพื่อนฝูงในวัยเดียวกันช่วยให้นักเรียนเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้จากกันและกันมาก สามารถสื่อความหมายได้ง่ายและรวดเร็ว การให้โอกาสนักเรียนได้ถ่ายทอดความรู้ให้แก่กันนั้นจึงน่าจะช่วยให้เกิดความเข้าใจในวิชาที่เรียนได้มาก ทำให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู้จากเพื่อนและจะเรียนรู้มากยิ่งขึ้นด้วยการสอนเพื่อน (Young . 1972

: 60, Allen. 1976 : 371 และละออง จันทรเจริญ 2526 : 102 อ้างอิง
มาจาก Garther and others. 1976 : 1)

หนึ่งจากผลการวิจัยของ พรณี โสชะโร (พรณี โสชะโร 2527 : 50)
แสดงให้เห็นว่า การจัดให้เพื่อนช่วยสอนนี้ถ้าครูเตรียมแผนการสอนไว้ให้แล้วการสอน
นั้นจะได้รับผลดียิ่งกว่าการให้เพื่อนช่วยสอนอย่างอิสระ เพราะในแบบแรกเพื่อนช่วยสอน
ได้เตรียมตัวมาดี มีแบบแผนในการสอนอย่างดี การเรียงลำดับการสอนก็ดีกว่า ฉะนั้น
จึงเป็นการง่ายสำหรับเพื่อนที่จะรับฟัง จะทำความเข้าใจ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนดีขึ้น และมีความรู้สึกที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย ดังนั้นในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้
จึงเลือกใช้วิธีให้เพื่อนช่วยสอนโดยมีแบบแผนหรือมีแนวทางในการสอนซ่อมเสริม

นอกจากวิธีการให้เพื่อนช่วยสอนแล้วยังมีอีกวิธีหนึ่งที่จะช่วยส่งเสริมพัฒนาทาง
การเรียนของนักเรียน และสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้ วิธีการนี้ก็คือ
วิธีการทำให้นักเรียนได้เรียนด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูป เพื่อใช้ทดแทนการเรียน
ที่นักเรียนได้เรียนไปแล้วให้เข้าใจ สามารถจำได้มากขึ้น และยังเป็นการสรุปผล
การสอนของครู (วิจิตร ศรีสะอาน 2516 : 106) ทั้งนี้เพราะการให้นักเรียนเรียน
จากบทเรียนสำเร็จรูปจะทำให้นักเรียนสามารถเรียนได้ด้วยตนเองตามความสามารถและ
ความแตกต่างระหว่างบุคคล มีอิสระในการใช้เวลาและสถานที่เรียน แก้ไขข้อบกพร่อง
ในเรื่องความชัดเจนของเนื้อหา และลำดับขั้นของการสอนของครูได้ เพราะบทเรียน
สำเร็จรูปสร้างขึ้นโดยอาศัยพื้นฐานทางจิตวิทยาการศึกษาค้นการเรียนรู้ การเสริมแรง
และความแตกต่างระหว่างบุคคล ทำให้บทเรียนสำเร็จรูปสามารถแก้ไขปัญหาการเรียน
การสอนที่เนื่องมาจากความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ นั่นคือ ผู้ที่มีความสามารถในการ
เรียนสูงจะเรียนไปได้เร็ว ส่วนผู้ที่มีความสามารถในการเรียนต่ำจะค่อย ๆ เรียน
ไปตามความสามารถของตน ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาวิชาอย่างละเอียดและเข้าใจ
โดยตลอดด้วยอัตราเร็วของตน วิธีนี้จึงเป็นการช่วยแบ่งเบาภาระของครูด้วยเช่นกัน

(Calvin. 1969 : 3 - 36) การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จึงเลือกใช้บทเรียนสำเร็จรูปเป็นวิธีที่สองในการสอนซ่อมเสริม

จากเหตุผลดังกล่าวแล้วสรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน และการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป สามารถแก้ปัญหาการเรียนการสอน หรือสามารถช่วยให้นักเรียนที่เรียนซ่อมเสริมบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ได้ ถ้าหาก การสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนและการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ประสบผลสำเร็จแล้วย่อมเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนในอันที่จะช่วยสนับสนุน ความสามารถของผู้ที่เรียนเก่งและช่วยเหลือผู้ที่เรียนอ่อนต่อไป สิ่งเหล่านี้เป็นมูลเหตุ จูงใจให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาเพื่อให้ทราบอย่างแน่ชัดว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี คือการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียน สำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติ ต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันหรือไม่เพียงใด

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชา เป็นผู้สอนเอง
2. เพื่อเปรียบเทียบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชา เป็นผู้สอนเอง

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

1. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นแนวทางสำหรับครูในการสอนซ่อมเสริมซึ่งสามารถนำไปจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และสามารถช่วยลดภาระการสอนซ่อมเสริมที่ครูเป็นผู้สอนเอง ทำให้ครูได้มีเวลาสำหรับตรวจงานและเตรียมการสอนมากขึ้น
2. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ทำให้ทราบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมด้วยวิธีทั้ง 3 ซึ่งสามารถช่วยให้ครูและผู้บริหารโรงเรียนใช้เป็นข้อมูลประกอบในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนหญิงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียน วิทยาศาสตร์-คณิต ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2529 ของโรงเรียนนารีรัตน์จังหวัดแพร่ อำเภอแพร่ จังหวัดแพร่ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องระบบจำนวนจริง และสอบได้คะแนนต่ำกว่าจุดตัดในแต่ละโคเมน
2. ระยะเวลาในการทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2529 โดยที่กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้เวลาในการสอนซ่อมเสริมกลุ่มละ 8 คาบ คาบละ 50 นาที
3. เนื้อหาที่นำมาใช้ในการทดลอง เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องระบบจำนวนจริง ตามหลักสูตรของกระทรวงศึกษาธิการ
4. ตัวแปรที่ศึกษา
 - 4.1 ตัวแปรอิสระ คือการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี ได้แก่

- 4.1.1 การสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน
- 4.1.2 การสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป
- 4.1.3 การสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง
- 4.2 ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 4.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 4.2.2 เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนซ่อมเสริม หมายถึง กิจกรรมการสอนที่จัดขึ้นเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนจุดตัดในแต่ละโคเมนของเรื่องระบบจำนวนจริง เมื่อได้เรียนผ่านไปแล้ว

คะแนนจุดตัด หมายถึง คะแนนที่ใช้ตัดสินการเรียนรู้ขั้นต่ำสุดของนักเรียนที่จะยอมรับว่าเป็นผู้รอบรู้ ในครั้งนี้ใช้เกณฑ์ 80% ในแต่ละโคเมน ตามระเบียบของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

2. การสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน หมายถึง การสอนซ่อมเสริมที่มีนักเรียนที่ได้รับคัดเลือกเป็นผู้สอนให้แก่ นักเรียนที่เรียนซ่อมเสริม สำหรับแนวทางการสอนในแต่ละกลุ่มผู้วิจัยได้เตรียมไว้ให้

เพื่อนช่วยสอน หมายถึง นักเรียนในกลุ่มทดลอง ที่สอบวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องระบบจำนวนจริง ได้คะแนนสูงสุดสิบเปอร์เซ็นต์แรกของนักเรียนที่ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนจุดตัดในแต่ละโคเมน และเป็นผู้ที่สมัครใจช่วยสอน การทดลองครั้งนี้ใช้นักเรียนช่วยสอน 1 คน ต่อผู้เรียนซ่อมเสริม 3 คน

3. การสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป หมายถึง การสอนซ่อมเสริมโดยให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บทเรียนสำเร็จรูป หมายถึง บทเรียนสำเร็จรูปเชิงเส้นตรง เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง โดยแบ่งเนื้อหาของบทเรียนออกเป็นหน่วยย่อย ๆ เรียงจากง่ายไปหายาก แต่ละกรอบจะบรรจุคำอธิบายและคำถามต่อเนื่องกันไปตามลำดับขั้นตอน จากง่ายไปหายาก คำถามอาจเป็นชนิดให้เติมคำในช่องว่างหรือชนิดให้เลือกตอบ และมีคำเฉลยไว้ทุกกรอบ เพื่อให้ผู้เรียนได้เปรียบเทียบคำตอบของตนเอง ซึ่งเป็นการเสริมแรงให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจในการเรียน

4. การสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง หมายถึง การสอนซ่อมเสริมที่ครูประจำวิชาซึ่งเป็นคนเดียวกันกับครูผู้สอนในเรื่องระบบจำนวนจริงในชั้นเรียนตามปกติเป็นผู้สอน การสอนซ่อมเสริมมีการบรรยาย การอภิปราย และการถามตอบ

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคำนวณ—ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ในเรื่องระบบจำนวนจริง ซึ่งวัดผลในรูปคะแนนจากการที่นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบอิงโคเมนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.1 โคเมน (Domain) หมายถึง มวลพฤติกรรมหรือกลุ่มพฤติกรรมในขอบเขตเนื้อหาวิชาเรื่องระบบจำนวนจริง ที่ได้ทำการวิเคราะห์ไว้แล้วเพื่อที่จะสร้างข้อสอบ (ประเทือง ทาสีแสง 2527 : 6 อ้างอิงมาจาก Hively. 1974 : 5)

5.2 แบบทดสอบอิงโคเมน หมายถึง แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สร้างขึ้นโดยยึดมวลพฤติกรรมในขอบเขตเนื้อหาวิชาเรื่องระบบจำนวนจริงเป็นหลัก ข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของประชากรของข้อคำถามทั้งหมดในเนื้อหาและพฤติกรรมนั้น ๆ

6. เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม หมายถึง ท่าที ความคิดเห็น ความรู้สึกของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมที่มีต่อการสอนซ่อมเสริมซึ่งวัดได้จากผลที่นักเรียนตอบมาควรวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1.1

ในบทนี้ผู้วิจัยขอเสนอหลักฐานที่เป็นเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยตามลำดับดังต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริม
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการให้เพื่อนช่วยสอน
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชา

คณิตศาสตร์

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริม

ความหมายของการสอนซ่อมเสริม

ศิริกาญจน์ โกลุมภ์ (ศิริกาญจน์ โกลุมภ์ 2522 : 10) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมไม่ใช่การสอนพิเศษแต่เป็นการสอนจริง ๆ เพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนไม่ทันเพื่อน กระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ 2524 : 97) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมว่าเป็นการสอนกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากแผนการสอนตามปกติเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องที่พบในตัวนักเรียน อ่ำไพ สุจริตกุล (อ่ำไพ สุจริตกุล 2516 : 46) ให้ความหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า การสอนซ่อมเสริมคือ การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องและเสริมลักษณะการเรียนรู้ใหม่ ให้แก่เด็ก เป็นการสอนที่จัดขึ้นสำหรับเด็กที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษจากครู และสมศักดิ์ สิ้นธุระเวช (สมศักดิ์ สิ้นธุระเวช 2523 : 24) กล่าวว่า การสอนซ่อมเสริมคือ การให้โอกาสแก่ผู้เรียนได้มีเวลาเรียนเพิ่มขึ้น ได้เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพิ่มขึ้นและเข้าใจขึ้นจนสามารถบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้

ดังนั้นจึงสรุปความหมายของการสอนซ่อมเสริมได้ว่า การสอนซ่อมเสริม หมายถึง การสอนเป็นกรณีพิเศษนอกเหนือไปจากแผนการสอนตามปกติ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนจนสามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

ลักษณะของการสอนซ่อมเสริม

สมศักดิ์ สิ้นธุระเวช (สมศักดิ์ สิ้นธุระเวช 2523 : 24) ได้กล่าวถึงลักษณะของการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า เป็นการให้โอกาสแก่ผู้เรียนได้มีเวลาเรียนเพิ่มขึ้น เรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพิ่มขึ้นและเข้าใจจนสามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ ส่วนกระทรวงศึกษาธิการ (กระทรวงศึกษาธิการ 2524 : 98) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับลักษณะของการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้ การสอนซ่อมเสริมเป็นวิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนที่เรียนช้าสามารถเรียนได้ทันเพื่อน ช่วยให้นักเรียนที่เรียนไม่เข้าใจมีความเข้าใจมากขึ้น ช่วยให้นักเรียนที่เรียนมาแล้วแต่ยังไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดมุ่งหมายหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมได้สัมฤทธิ์ผล

กาเย (Gagne, 1971 : 2 - 8) กล่าวว่า ถ้ารู้ลักษณะของวิชาและวัตถุประสงค์ของการสอนจะช่วยให้สามารถกำหนดวิธีการสอนได้ เขาเชื่อว่าเนื้อหาวิชาแต่ละวิชาใช้วิธีสอนและการวัดผลต่างกัน กาเย ทั้งสมมุติฐานไว้ว่า การเรียนรู้คือการไขสัญลักษณ์ ภาษา และตัวเลขต้องเป็นไปตามลำดับขั้นตอนของการเรียนรู้ และเป็นการให้พื้นฐานความรู้ที่มีประสิทธิภาพมากกว่าเป็นบทเรียนช้า ๆ กาเย เน้นว่าการสอนซ่อมเสริมมีวิธีการทำแบบฝึกหัดคล้ายการสอนเหมือนเดิม แต่ต้องสร้างแบบเรียนขึ้นใหม่เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคน

ในปี 1968 เคลเลอร์ (Keller, 1968 : 79 - 89) ซึ่งได้ศึกษาค้นคว้าการสอนด้วยบทเรียนสำเร็จรูปโดยนำทฤษฎีการวางเงื่อนไขของ สกินเนอร์มาใช้ กล่าวว่า การที่จะให้นักเรียนบรรลุจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ ครูเป็นบุคคลสำคัญเพราะเป็นผู้ใช้หลักสูตรระดับห้องเรียน และวิธีการหนึ่งที่ครูจะช่วยนักเรียนให้บรรลุจุดประสงค์ในการเรียนแต่ละระดับก็คือ การสอนซ่อมเสริม

เป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มย่อย ข้อเสนอแนะของเคลเลอร์สอดคล้องกับความคิดของบลูม (Bloom. 1968 : 1 - 12) ที่กล่าวว่าสิ่งที่มีส่วนช่วยให้การสอนบรรลุถึงขั้นมาตรฐานได้คือ ใช้วิธีการสอบย่อยเมื่อจบการเรียน และสอนซ่อมเสริมในกรณีที่เด็กเรียนอ่อนหรือยังไม่สามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ บลูม สรุปว่าวิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จตามเกณฑ์ของจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ได้ถึง 90%

นอกจากนี้ แฮร์ริส (Harris. 1970 : 117 - 125) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า ครูสอนซ่อมเสริมที่คั้นจะคงเป็นครูที่รักเด็กอย่างแท้จริง เพราะเด็กที่มีความล้มเหลวมักขาดกำลังใจและความเชื่อมั่นในตนเอง ฉะนั้นถ้าผู้ใหญ่มีท่าทีแสดงว่าให้การยอมรับ ให้ความเห็นใจเด็กจะเกิดความอบอุ่นและมีมานะที่จะเอาชนะอุปสรรคในการเรียนได้

สาเหตุที่ห้องมีการสอนซ่อมเสริมและการวินิจฉัย

สมศักดิ์ สันธุระเวช (สมศักดิ์ สันธุระเวช 2523 : 24 - 25)

ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ห้องมีการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. นักเรียนมีความสามารถในการเรียนต่ำ เช่น ในระหว่างการสอนคณิตศาสตร์เราจะพบว่าเมื่อกำหนดงานใหม่ให้นักเรียนทำ นักเรียนมักจะทำไม่ได้ จนกว่าจะมีการสอนซ้ำสองหรือสามครั้ง
2. การสอนที่ไม่ได้ผล มีผู้สอนเป็นจำนวนไม่น้อยไม่รู้ว่าสอนเนื้อหาที่อยู่ในบทเรียนอย่างไร หรือจะใช้วิธีสอนอย่างไร จึงจะทำให้นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้
3. นักเรียนแต่ละคนจะมีความแตกต่างในด้านทัศนคติ ความถนัด และความซำซึ้ง
4. เพื่อการสอนซ้ำในเรื่องที่สอนไม่ดีหรือยังไม่ได้สอนทั้งหมด โดยปกติ นักเรียนมักจะพยายามเอาหลักการ วิธีการที่เคยเรียนมาเพียงเล็กน้อยไปใช้ ซึ่งเป็นการไม่ถูกต้อง อันที่จริงแล้วควรจะได้เรียนหลักการเหล่านั้นทั้งหมดเสียก่อน

5. สื่อการเรียนต่าง ๆ ยังไม่ดีพอ เช่น หนังสือเรียนใช้ภาษาไม่เหมาะกับนักเรียน นักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจว่าหมายความว่าอย่างไร ตัวอย่างต่าง ๆ ที่อยู่ในหนังสือเรียนยังไม่ดี วัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ไม่ได้รับการพัฒนาที่ดีพอ

6. จุดประสงค์ต่าง ๆ ที่ตั้งไว้บางจุดประสงค์อยู่ในระดับสูงหรือต้องใช้เวลามากในการที่ผู้เรียนจะบรรลุ ดังนั้นการที่ผู้เรียนจะบรรลุได้ภายหลังการสอนจึงเป็นไปได้ยากจำเป็นจะต้องมีการสอนซ่อมเสริมเป็นบางส่วน

7. จุดประสงค์บางจุดประสงค์เป็นลำดับขั้นการเรียนรู้ ฉะนั้นการที่นักเรียนจะผ่านจุดประสงค์ขั้นสูงต้องผ่านจุดประสงค์ขั้นต้นก่อน จึงจำเป็นจะต้องสอนซ่อมเสริมเพื่อให้ผ่านจุดประสงค์ขั้นต้น

ก่อนการสอนซ่อมเสริมจะเริ่มขึ้นผู้สอนจำเป็นจะต้องเรียนรู้เสียก่อนว่าผู้เรียนนั้นมีจุดบกพร่องตรงไหน เช่น เกี่ยวข้องกับหมอก่อนที่จะให้ยาผู้ป่วยก็จะต้องวินิจฉัยโรคเสียก่อนว่าผู้ป่วยป่วยด้วยโรคอะไร

ในการสอนซ่อมเสริมครูมีบทบาทสำคัญที่จะทำให้การสอนบรรลุผลหรือไม่เพียงใด ขึ้นอยู่กับการวินิจฉัยอย่างระมัดระวัง การกำหนดเนื้อหาและอุปกรณ์ที่เหมาะสม ตลอดจนการประเมินผล ซึ่งจะช่วยให้การสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ (ณรงค์ สารทัศนานันท์ 2521 : 15)

ออกโท (Otto. 1973 : 43 - 44) ได้แบ่งการวินิจฉัยออกเป็น

3 ระดับ คือ

1. ขั้นสำรวจ (Survey Level) เป็นการวินิจฉัยเบื้องต้น ส่วนมากครูประจำชั้นเป็นผู้ทำโดยอาจจะได้ข้อมูลจากการทดสอบ ระเบียบสะสม หรือการสังเกต

2. ขั้นเฉพาะ (Special Level) เป็นการวินิจฉัยเด็กเป็นรายบุคคลอย่างละเอียด เพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนหรือด้านทักษะต่าง ๆ การวินิจฉัยแบบนี้มักใช้แบบทดสอบเฉพาะ เช่น แบบทดสอบสติปัญญาเป็นรายบุคคล

3. ขั้นละเอียด (Intensive Level) การวินิจฉัยขั้นนี้กระทำกับเด็กที่เรียนอ่อนมาก ๆ และมีปัญหาต่าง ๆ อยู่อย่างซับซ้อนโดยใช้การศึกษาเฉพาะราย (Case Study) หรือใช้ผู้เชี่ยวชาญคนต่าง ๆ

จุดมุ่งหมายในการสอนซ่อมเสริม

อ่ำไพ สุจริตกุล (อ่ำไพ สุจริตกุล 2516 : 46 - 47) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายในการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. เพื่อช่วยแก้ปัญหาของเด็กที่มีความบกพร่องในด้านร่างกาย ด้านสติปัญญา ด้านอารมณ์ และด้านการเรียนรู้
2. เพื่อขจัดปัญหาต่าง ๆ ในโรงเรียนอันมีสาเหตุมาจากตัวนักเรียนที่เรียนไม่ทันเพื่อนแล้วกลายเป็นตัวก่อกวนในภายหลัง
3. เพื่อให้นักเรียนแข่งขันกับตนเองจนสามารถเรียนได้ดีกว่าเดิม
4. เพื่อให้นักเรียนเรียนเก่งยิ่งขึ้นจนเต็มขีดความสามารถของตนเอง

หลักและวิธีการการสอนซ่อมเสริม

สุภากร ราชากรกิจ (สุภากร ราชากรกิจ 2521 : 8) ได้รวบรวมหลักการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนจะต้องเรียนจากจุดและสภาพที่เขาเป็นอยู่ได้เรียนตรงกับ ความบกพร่องเฉพาะอย่างของเขาแล้วขยายวงความสามารถออกไปจนเกิดความก้าวหน้าขึ้นตามลำดับ
2. การสอนซ่อมเสริมที่ประสบความสำเร็จจะต้องเปลี่ยนเทคนิค วิธีสอน กิจกรรม สื่อการสอน ฯลฯ จากที่ใช้สอนเด็กปกติเพื่อให้เหมาะสมกับผู้เรียนให้มากที่สุด
3. ในขณะที่สอนซ่อมเสริมครูจะต้องแก้ไขความคิดของเด็กที่เกี่ยวกับตน และเจตคติต่อการเรียนให้เป็นไปได้ในทางบวก

เทคนิคที่ควรคำนึงในการสอนซ่อมเสริมมีดังนี้ (Blair. 1957 : 83)

1. เริ่มจากสภาพที่เป็นจริงของนักเรียน การสอนส่วนใหญ่อย่าคิดว่านักเรียนรู้นอกจากสภาพที่เป็นจริง เนื้อหาวิชาหรืองานที่ให้นักเรียนนั้นควรคำนึงถึงสิ่งที่ทำให้นักเรียนประสบผลสำเร็จและควรคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก
 2. ครูควรรายงานความก้าวหน้าในการเรียนให้นักเรียนทราบ อาจแสดงเป็นกราฟหรือสมุดรายงาน
 3. งานและกิจกรรมที่จัดให้นักเรียนควรตรงกับความต้องการของนักเรียน
 4. นักเรียนควรทำงานด้วยความพอใจเพื่อให้การเรียนดำเนินไปอย่างรวดเร็ว
- สำหรับวิธีสอนในการสอนซ่อมเสริมนั้นมีหลายวิธี ครูอาจเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือผสมผสานกัน สมศักดิ์ สิ้นธุระเวช (สมศักดิ์ สิ้นธุระเวช 2523 : 24 - 25) ได้เสนอวิธีสอนที่น่าสนใจไว้ดังนี้

1. นักเรียนสอนกันเอง ในการสอนซ่อมเสริมผู้สอนอาจจะคัดเลือกนักเรียนเก่งช่วยสอนนักเรียนที่ยังไม่บรรลุจุดประสงค์ โดยให้ช่วยสอนตัวต่อตัวหรือสอนเป็นกลุ่มย่อย ข้อดีของการที่ให้นักเรียนสอนกันเองก็คือ นักเรียนใช้ภาษาแบบเดียวกัน ดังนั้นการถ่ายทอดความรู้ก็ การใช้ถ้อยคำอธิบายที่ดี ย่อมจะทำให้เข้าใจง่ายกว่าภาษาที่ครูใช้ และทั้งยังทำให้ผู้ช่วยสอนสนใจในการเรียนเพิ่มขึ้นเพราะต้องมีความรับผิดชอบมากขึ้น จากรายงานการวิจัยในเรื่องนี้พบว่าทั้งผู้ช่วยสอนและผู้เรียนได้มีการเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดี นักเรียนแสดงความชื่นชมกับระบบการช่วยสอนนี้ และมีความรู้สึกที่ดีต่อเพื่อนนักเรียนด้วยกัน การคัดเลือกผู้ช่วยสอนนอกจากจะคัดเลือกนักเรียนเก่งในชั้นเดียวกันแล้วอาจจะใช้นักเรียนที่อยู่ในระดับชั้นสูงกว่าที่ยอมทำได้

2. การสอนแบบตัวต่อตัว การสอนซ่อมเสริมแบบตัวต่อตัวระหว่างครูผู้สอนกับนักเรียนเป็นวิธีที่ดีที่สุด เพราะผู้สอนสามารถเลือกใช้ถ้อยคำหรือวิธีการใดที่เหมาะสมกับนักเรียน สามารถจะชักจูงความสนใจของนักเรียนได้อย่างใกล้ชิด และสามารถสอนได้ตรงตามที่นักเรียนกำลังมีปัญหา ผู้สอนนอกจากจะเป็นครูประจำชั้นหรือประจำวิชาแล้วถ้าหากใช้ครูคนอื่น ๆ ได้ก็ยิ่งดี เพราะผู้สอนจะได้ให้ความรู้ความเข้าใจแก่นักเรียนในแนวใหม่

3. การสอนเป็นกลุ่มย่อย เพื่อความสะดวกควรวัดนักเรียนที่มีปัญหาเหมือนกันอยู่ในกลุ่มเดียวกัน กลุ่มหนึ่งประมาณ 2 - 3 คน ผู้สอนอาจจะใช้วิธีการสอนและให้งานสลับหมุนเวียนกันไปทีละกลุ่ม ข้อดีคือนักเรียนในแต่ละกลุ่มจะช่วยกันแก้ปัญหาความเข้าใจในบทเรียนซึ่งกันและกัน ร่วมมือซึ่งกันและกัน ไม่ทำให้ใครรู้สึกว่ามีปัญหาคือหรือปมเค้น ผู้สอนนอกจากจะใช้ครูที่สอนประจำแล้วก็อาจเปลี่ยนให้ผู้อื่นสอนแทนหรือหมุนเวียนกันก็ได้

4. แบบเรียนสำเร็จรูป ในกรณีที่ผู้สอนพบว่านักเรียนมีปัญหาคือการเรียนในบางเรื่องก็อาจจะใช้แบบเรียนสำเร็จรูปแบบง่าย ไม่ซับซ้อน เป็นสื่อในการเรียน โดยนักเรียนแต่ละคนจะต้องอ่าน ทำแบบฝึกหัด และตรวจคำตอบของตนเองในแบบฝึกหัดสำเร็จรูปนั้น ๆ

5. สมุดแบบฝึกหัดเรียนด้วยตนเอง ลักษณะของสมุดแบบฝึกหัดด้วยตนเองคล้ายแบบเรียนสำเร็จรูป เพราะเริ่มต้นด้วยการให้บทเรียนแล้วให้แบบฝึกหัด ต่อจากนั้นจึงเฉลยคำตอบ ลักษณะที่แตกต่างกันก็คือ สมุดแบบฝึกหัดมีแบบฝึกหัดมากกว่าแบบเรียนสำเร็จรูป เพราะมีจุดมุ่งหมายที่จะให้ผู้เรียนได้ทำแบบฝึกหัดเป็นการฝึกทักษะให้มากขึ้น

6. เขียนคำถามเอง โดยการมอบหมายให้นักเรียนอ่านบทเรียนแล้วเขียนคำถามจากบทเรียนนั้นลงบนบัตรคำ บัตรคำถาม จำนวนคำถามแล้วแต่จะกำหนดต่อจากนั้นจึงเขียนคำตอบลงบนอีกด้านหนึ่ง เมื่อเขียนเสร็จแล้วนักเรียนจับคู่เพื่อฝึกโดยการถาม-ตอบ เริ่มด้วยคำถามของตนเองเสียก่อนต่อจากนั้น ถาม-ตอบโดยใช้คำถามของเพื่อน

7. ให้ทำกิจกรรมเพิ่มเติม ภายหลังการวินิจฉัยปัญหาพบว่าผู้เรียนมีความเข้าใจแล้วแต่สมควรได้รับการฝึกทักษะเพิ่มขึ้น ผู้สอนอาจใช้วิธีการมอบหมายงานให้ทำ เช่น ทำแบบฝึกหัดเพิ่มขึ้น โดยจะอยู่ที่โรงเรียนหรือที่บ้านแล้วแต่ความเหมาะสม

ระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมและการประเมินผล

ระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมควรจัดให้เหมาะสมกับวัย ระดับการศึกษา และลักษณะปัญหาของนักเรียนแต่ละคน เกอชานท์ (Dechant. 1971 : 286) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับระยะเวลาในการสอนซ่อมเสริมไว้ว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาควรใช้เวลาในการสอนซ่อมเสริมประมาณครึ่งชั่วโมง ส่วนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาสามารถเรียนซ่อมเสริมได้ทั้งชั่วโมง

การประเมินผลการเรียนซ่อมเสริมนั้นกระทำเพื่อวินิจฉัยว่านักเรียนมีความรู้ความสามารถหรือบกพร่องในเรื่องใดหรือในจุดประสงค์ใด ดังนั้นวิธีการประเมินผลที่เหมาะสมคือ การประเมินผลแบบอิงเกณฑ์

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

ณรงค์ สารทัศนันทน์ (ณรงค์ สารทัศนันทน์ 2521 : 65 - 66) ได้สร้างบทเรียนสำเร็จรูปขึ้นเพื่อสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ 1 ระดับ ป.กศ. วิทยาลัยครูบุรีรัมย์ โดยใช้กลุ่มตัวอย่าง 40 คน ที่สอบไม่ผ่านเกณฑ์ 60% ผลการทดลองปรากฏว่า บทเรียนสำเร็จรูปที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 96.09/84.28 คะแนนจากแบบทดสอบก่อนและหลังเรียนบทเรียนสำเร็จรูปแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จินนภา สีกบุตร (จินนภา สีกบุตร 2521 : 51 - 56) ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2520 โรงเรียนวัดรวก เขตบางกอกน้อย กรุงเทพมหานคร โดยสุ่มกลุ่มตัวอย่างมา 90 คน จากจำนวนทั้งหมด 136 คน ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 80% โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่

กลุ่มที่ 1 สอนซ่อมเสริมตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมด้วยบทเรียนโมดูลและมีการทดสอบย่อยท้ายบทเรียน

กลุ่มที่ 2 สอนซ่อมเสริมโดยไม่คำนึงถึงจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมด้วยบทเรียน
โมดูล และมีการทดสอบย่อยท้ายบทเรียน

กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมสอนตามปกติ

ผลการทดสอบปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ 1 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมตาม
จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมด้วยบทเรียนโมดูล และมีการทดสอบย่อยท้ายบทเรียน มีผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่า
กลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รุจิรุ ภู่สาระ (รุจิรุ ภู่สาระ 2523 : 65 - 67) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ
วิธีสอนคณิตศาสตร์ 6 วิธี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเปรียบเทียบว่า
วิธีสอนแบบใดจะทำให้เกิดผลสัมฤทธิ์สูงสุด มีความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ต่ำ และ
ใช้เวลาในการเรียนการสอนน้อยที่สุด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
โรงเรียนมัธยมสาธิตรามคำแหงจำนวน 180 คน การดำเนินการทดลอง ให้กลุ่ม
ควบคุม 2 กลุ่ม เรียนจากครูเป็นผู้สอนและเรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูป โดย
ไม่มีการสอนซ่อมเสริม กลุ่มทดลองสองกลุ่มแรกเรียนจากครูและเรียนเองจากบทเรียน
สำเร็จรูป ได้รับการตรวจสอบพื้นฐานก่อนเริ่มบทเรียนด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย เมื่อ
จบหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยจะได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อย ถ้านักเรียนคนใด
ไม่ผ่านเกณฑ์จะได้รับการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคล ส่วนกลุ่มทดลองอีก 2 กลุ่ม ซึ่ง
เรียนจากครูและเรียนเองจากบทเรียนสำเร็จรูปจะได้รับการตรวจสอบพื้นฐานก่อนเริ่ม
บทเรียน เมื่อจบหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยจะได้รับการทดสอบจากแบบทดสอบย่อย
ถ้านักเรียนคนใดไม่ผ่านเกณฑ์จะได้รับการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่ม ผลการทดลอง
ปรากฏว่า กลุ่มที่ครูเป็นผู้สอนและมีการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่ม และกลุ่มที่เรียนเอง
จากบทเรียนสำเร็จรูปที่มีการสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงสุด
ความแปรปรวนภายในกลุ่มน้อย และใช้เวลาในการเรียนการสอนปานกลาง การสอน
ซ่อมเสริมมีผลโดยตรงต่อนักเรียนที่มีความถนัดต่ำ คือ จะช่วยให้นักเรียนที่มีความถนัด
ต่ำมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่มีความถนัดต่ำที่เรียนแบบไม่มีการสอน
ซ่อมเสริม

สาธร แก่นมณี (สาธร แก่นมณี 2525 : 64 – 65) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเจตคติที่มีต่อวิชาเรียน และความสนใจในวิชาเรียน จากการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี ในกระบวนการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning) อันได้แก่ การสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยเพิ่มแบบฝึกหัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่บกพร่อง การสอนซ่อมเสริมเป็นรายบุคคลโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่บกพร่อง และการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มโดยเฉลยแบบทดสอบย่อย-อธิบายข้อบกพร่องเป็นการรวม ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โพลิโนเมียล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2524 โรงเรียนนารีนรินทร์จังหวัดแพร่ จำนวน 120 คนโดยแบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม นักเรียนแต่ละกลุ่มมี 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมเป็นกลุ่มโดยการเฉลยแบบทดสอบย่อย-อธิบายข้อบกพร่องเป็นการรวม ๆ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนซ่อมเสริม ภายหลังจากการสอนซ่อมเสริมแล้วเจตคติที่มีต่อวิชาเรียนของกลุ่มทดลองทุกกลุ่มสูงขึ้นกว่าก่อนการทดลองสอน และการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป สามารถลดความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ลงได้มากที่สุด

วิรัช พุทธิกุล (วิรัช พุทธิกุล 2527 : 174) ได้ทำการทดลองสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปในวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2526 ของโรงเรียนบ้านหามะกา อำเภอยะหา จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 25 คน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และโดยครูเป็นผู้สอนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สุกัน เทียนทอง (สุกัน เทียนทอง 2527 : 67 – 71) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2526 โรงเรียนชุมชนบ้านลำควน และโรงเรียนบ้านตะเคียน

กิ่งอำเภอละควน จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 64 คน ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ เรื่องทัศนียม
โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 3 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม กลุ่มละ 16 คน ดังนี้

กลุ่มทดลองที่ 1 ครูสอนโดยคำนึงถึงความบกพร่องของนักเรียน

กลุ่มทดลองที่ 2 สอนโดยกลุ่มเพื่อนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์

กลุ่มทดลองที่ 3 ให้ศึกษาค้นคว้าตนเอง

กลุ่มควบคุม ครูสอนโดยไม่คำนึงถึงความบกพร่องของนักเรียน

ผลจากการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ซ่อมเสริมคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

และสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้นักเรียนใน
กลุ่มทดลองที่ 1 กับกลุ่มทดลองที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนถึง 80% และ 60%
ตามลำดับ นอกนั้นไม่ผ่านเกณฑ์ได้ทั้งไว้

จากงานวิจัยที่กล่าวมาแล้วสรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
ช่วยให้นักเรียนมีโอกาสเรียนรู่มากขึ้นจนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้ทั้งไว้

งานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

โฮกวน (Hogwan. 1969 : 123 - 124) ได้ทดลองสอนคณิตศาสตร์

ตามทฤษฎีของบลูมโดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 272 คน กลุ่มทดลอง
ครึ่งหนึ่งสอนตามแบบของบลูม คือใช้การสอบย่อยเมื่อจบบทเรียน และกิจกรรมการสอน
ซ่อมเสริมในกรณีที่เด็กยังเรียนอ่อน ส่วนกลุ่มทดลองอีกครึ่งหนึ่งสอนตามแบบเดิม เมื่อ
นำผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่มมาเปรียบเทียบกัน ปรากฏว่า นักเรียน
กลุ่มทดลอง 74% ที่ตอบข้อสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ได้ถึง 80%
ส่วนนักเรียนกลุ่มควบคุมมีเพียง 40% เท่านั้นที่ตอบข้อสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ได้ถึง 80%

นอร์แมน (Norman. 1971 : 5673 - A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ

การสอนซ่อมเสริมวิชาพีชคณิตในโรงเรียนประถมศึกษา โดยใช้สื่อทัศนอุปกรณ์การสอน

กับการสอนโดยวิธีบรรยาย-โต้ตอบ กลุ่มตัวอย่างในการทดลองนี้มีสามกลุ่ม กลุ่มที่หนึ่งสอนโดยใช้สื่อทัศนอุปกรณ์ซึ่งเป็นบทเรียนสำเร็จรูปและเทปประกอบการสอน อีกสองกลุ่มที่เหลือสอนโดยวิธีบรรยาย-โต้ตอบ ซึ่งเป็นบทเรียนธรรมดาแบบฝึกหัดแก้ปัญหามือจับแต่ละหน่วย โดยมีผู้วิจัยและครูอีกคนหนึ่งเป็นผู้สอน ผลการทดลองปรากฏว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่สอนโดยใช้สื่อทัศนอุปกรณ์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างจากกลุ่มควบคุมที่สอนโดยวิธีบรรยาย-โต้ตอบอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

แรลคอลล (Randall. 1972 : 1422 - A) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ในวิทยาลัยชุมชน คาลิฟอร์เนีย ผลจากการศึกษาสรุปได้ว่า

1. การสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ในวิทยาลัยชุมชนทำให้นักเรียนมีทักษะทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. การสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีบรรยายจะช่วยเปลี่ยนเจตคติของนักเรียนไปในทางบวกได้ดีกว่าสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
3. มีความสัมพันธ์กันเล็กน้อยระหว่างการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาทางเจตคติ
4. การสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปจะมีผลต่อการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์มากกว่าการสอนแบบบรรยาย

ลินคอล์น (Lincoln. 1975 : 460 - 463) ได้ทำการทดลองให้การศึกษาชุดเซตและสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนเกรด 4 ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 3.0 และเป็นพวกที่มีความสามารถในการศึกษาต่ำกว่าเกรด 10 ใช้เวลาในการทดลอง 6 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 ครั้ง ครั้งละ 1 ชั่วโมง หลังเวลาเลิกเรียนโดยใช้ผู้ปกครองอาสาสมัครมาช่วยสอน ผลการทดลองพบว่า ค่าเฉลี่ยของการทดสอบหลังการทดลองสูงกว่าค่าเฉลี่ยของการทดสอบก่อนการทดลอง

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นว่าการสอนซ่อมเสริมเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อนหรือเรียนไม่ผ่านเกณฑ์ โดยจะทำได้หลายวิธี แต่สำหรับการศึกษาค้นคว้าวิจัยว่าการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน และใช้บทเรียนสำเร็จรูป ซึ่งน่าจะเป็นวิธีการที่เหมาะสม และเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนมากยิ่งขึ้น

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการให้เพื่อนช่วยสอน

การให้นักเรียนสอนกันเองเป็นกิจกรรมที่มีคุณค่าทั้งในแง่ของผู้เรียนและผู้สอน ในแง่ของผู้เรียนนั้นนักเรียนมีความสามารถเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ในระดับที่แตกต่างกัน บางครั้งการ เรียนจากเพื่อนทำให้เกิดความเข้าใจได้ดีกว่าการเรียนจากครู เพราะภาษาที่นักเรียนใช้สื่อสารสื่อสารกันนั้น สามารถสื่อความหมายได้ดีและเหมาะสมกว่า ภาษาของครู เนื่องจากวัยของนักเรียนใกล้เคียงกัน และถ้ามองในแง่ของผู้สอน การที่นักเรียนได้ถ่ายทอดสิ่งที่ได้เรียนรู้มาให้เพื่อนของเขาฟังด้วยภาษาของเขาเอง และในรูปแบบของเขา จะช่วยให้เขาเข้าใจอย่างแจ่มแจ้งในเรื่องที่เขาได้เรียนรู้มาทั้งหมด เพราะการได้พูดหรือได้อธิบายจะช่วยให้สามารถเข้าใจ และมองเห็นอย่างชัดเจนว่ามโนคติของเรื่องนั้น ๆ คืออะไร (อุทัย เพชรช่วย 2528 : 19) นอกจากนี้ ประคินันท์ อุปรมัย และลาวัลย์ พลกลา (ประคินันท์ อุปรมัย 2525 : 131 และลาวัลย์ พลกลา 2526 : 261) ได้กล่าวไว้ว่าเพื่อนในชั้นเรียนมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้อย่างมาก เนื่องจากเด็กในระดับชั้นมัธยมศึกษาเป็นเด็กวัยรุ่นซึ่งเป็นวัยที่นิยมเพื่อน ชอบอยู่เป็นกลุ่มเป็นพวก และชอบทำตามเพื่อน เพื่อต้องการการยอมรับจากกลุ่มเพื่อน ดังนั้นพฤติกรรมของกลุ่มเพื่อนจึงเข้ามามีบทบาทต่อพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นอันมาก ในการจัดระบบการเรียนการสอน ถ้าครูวินิจฉัยได้ว่าเด็กคนใดเป็นที่ยอมรับหรือได้รับการยกย่องจากเพื่อนในห้องมากที่สุดแล้วพยายามส่งเสริมให้เด็กคนนั้นเป็นตัวแทนที่ดีของเพื่อน ก็จะเป็นส่วนหนึ่งที่ช่วยให้ครูดำเนินการเรียนการสอนไปได้ด้วยดี และถ้าครูวินิจฉัยได้ว่าเด็กคนใดเป็นเด็กเก้ง เด็กคนใด

เป็นเด็กเรียนอ่อน และในระหว่างเด็กเก่งกับเด็กอ่อนนั้นเด็กเก่งคนใดเป็นที่ชื่นชอบ หรือถูกอิจฉาด้วยกับเด็กอ่อนคนใด ครูก็ยังอาจช่วยให้เด็กเก่งช่วยเหลือเด็กอ่อนได้อีกส่วนหนึ่ง และอุทัย เพชรช่วย (อุทัย เพชรช่วย 2528 : 19) ได้กล่าวไว้อีกว่า การให้เพื่อนช่วยสอนนั้นยังใช้ในกรณีที่ครูผู้สอนต้องการให้ช่วยเหลือเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจในเนื้อหาที่เรียนไปแล้วทั้งหมด หรือไม่บรรลุจุดประสงค์ในลักษณะของการสอนซ้ำ ซึ่งต้องใช้เวลาในการสอนที่นอกเหนือไปจากเวลาสอนตามปกติ

ในต่างประเทศเรื่องการช่วยสอนเพื่อนมีมานานแล้ว แต่นักการศึกษาได้ให้ความสนใจอย่างจริงจังในปีค.ศ. 1960 เนื่องมาจากปัญหาการขาดแคลนครู จึงได้มีการค้นคว้าเกี่ยวกับวิธีสอนโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ซึ่งมีวิธีการสอนที่แตกต่างกันออกไปตามจุดมุ่งหมายในการสอน เช่น สอนเด็กในถิ่นยากจน เด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ตลอดจนเด็กที่มีปัญหาทางด้านความประพฤติ เป็นต้น (Paolillo, 1976 : 216 - 219)

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับการให้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนหรือถ่ายทอดสิ่งกับการให้เพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนมีดังนี้

ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ (ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ 2522 : 59)

ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการให้นักเรียนสอนกันเองในวิชาภาษาอังกฤษ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนอ่อนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 84 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 42 คน กลุ่มทดลองให้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงเป็นผู้สอน สำหรับกลุ่มควบคุมนั้นไม่มีการสอน ใช้เวลาทดลองหลังจากเลิกเรียนสัปดาห์ละ 3 วัน วันละ 1 ชั่วโมง เป็นเวลา 3 เดือน ผลการทดลองปรากฏว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้รับการสอนจากเพื่อนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาภาษาอังกฤษสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

X¹⁰⁰¹ ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์ (ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์ 2524 : 144) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาทักษะอ่าน 2 (ภาษาอังกฤษ) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการเรียนซ่อมเสริมด้วยชุดการเรียนรู้ ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาทักษะอ่าน 2 ของกลุ่มที่มีนักเรียนผู้ช่วยสอนเป็นผู้ดำเนินการ นักเรียนผู้ช่วยสอนกับครูร่วมเป็นผู้ดำเนินการ และกลุ่มที่ครูเป็นผู้ดำเนินการแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่อย่างไรก็ดีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างได้ผ่านเกณฑ์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ตั้งไว้

X¹⁰⁰² ช่อแก้ว โภคย์สุภัทร (ช่อแก้ว โภคย์สุภัทร 2525 : 122) ก็ได้ทดลองเกี่ยวกับวิธีการให้นักเรียนสอนกันเอง โดยทดลองในวิชาหลักภาษาไทย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 66 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 กลุ่มละ 33 คน กลุ่มทดลองที่ 1 ให้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงเป็นผู้สอน กลุ่มทดลองที่ 2 ให้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางเป็นผู้สอน ระยะเวลาในการสอน 14 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มภายหลังการทดลองเพิ่มสูงขึ้น และนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ที่สอนโดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 2 ที่สอนโดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

อุทัย เพชรช่วย (อุทัย เพชรช่วย 2527 : 61 - 64) ได้ทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยให้กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและปานกลางเป็นผู้สอนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ กลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 48 คน แบ่งออกเป็นกลุ่มทดลองที่ 1 สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กลุ่มทดลองที่ 2 สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และกลุ่มควบคุมสอนโดยครู มีจำนวนกลุ่มละ 16 คน โดยทำการทดลองสอนในตอนเช้าก่อนเข้าเรียนเป็นเวลา 4 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 วัน วันละ 3 คาบ

ผลการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์
ต่ำที่สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและสอนโดยครูสูงกว่าผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำที่สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มี
ผลสัมฤทธิ์ปานกลาง

พรวณี โสชะโร (พรวณี โสชะโร 2527 : 49 - 50) ได้ศึกษา
ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน อย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน ที่มี
ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เจกคคติทัศนคติศาสตร์ และความคงทนใน
การเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชัน โดยกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอน
ใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนตามปกติในชั้นเรียนสัปดาห์ละ 2 คาบ คาบละ
50 นาที รวม 7 คาบ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่มีเพื่อน
ช่วยสอนและไม่มีเพื่อนช่วยสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
เจกคคติทัศนคติศาสตร์ของกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผนกับกลุ่มที่ไม่มีเพื่อน
ช่วยสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 สำหรับความคงทนใน
การเรียนรู้ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

จากผลงานวิจัยที่กล่าวมาแล้วแสดงให้เห็นถึงผลดีของการให้เพื่อนช่วยสอน
โดยเฉพาะอย่างยิ่งการให้เพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผน ซึ่งสามารถทำให้นักเรียน
ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีนี้มีผลการเรียนและเจกคคติวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มอื่น ๆ

งานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการให้เพื่อนช่วยสอน

คิลเนอร์ (Dillner. 1971 : 6095 - 6096 - A) ได้ศึกษา
เกี่ยวกับการให้นักเรียนสอนกันเองในการเรียนบทเสริมการอ่าน โดยใช้เพื่อนช่วย
สอนที่เรียนเก่งและมีความสมัครใจช่วยสอนกับไม่มีเพื่อนช่วยสอน ปรากฏว่า
นักเรียนกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนมีความสามารถในการอ่านดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่มีเพื่อน
ช่วยสอน และทำให้เกิดมโนคติและเจกคคติที่ดีด้วย

ไลบลิช (Lieblich. 1976 : 660 - 681 - A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทักษะคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ที่เรียนโดยให้เพื่อนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงเป็นผู้ช่วยสอน โดยสอนเป็นคู่ ๆ การใช้บทเรียนสำเร็จรูป และการเรียนช่วยตนเอง ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในสามกลุ่มดังกล่าวแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติและนักเรียนที่มีเพื่อนเป็นผู้ช่วยสอนมีผลการเรียนสูงกว่่านักเรียนที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอน

ปีเตอร์สัน (Peterson. 1977 : 6626 - A) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระหว่างการใช้ให้นักเรียนสอนกันเอง การสอนแบบบรรยาย และการให้นักเรียนเรียนช่วยตนเอง ผลของการวิจัยสรุปได้ว่าการให้นักเรียนสอนกันเองให้ผลสัมฤทธิ์สูงกว่า ส่วนการสอนแบบบรรยายได้รับความนิยมนมากกว่า และการให้นักเรียนสอนกันเองสามารถใช้ร่วมกับการสอนแบบบรรยายได้ดี

โฟการ์ตี้ และแวง (Fogarty and Wang. 1982 : 450 - 469) ได้ศึกษาเกี่ยวกับวิธีการให้นักเรียนสอนกันเองโดยใช้นักเรียนในระดับ 6, 7 และ 8 สอนนักเรียนระดับ 1, 2, 3, 4 และ 5 ในวิชาคณิตศาสตร์และวิชาคอมพิวเตอร์ กลุ่มนักเรียนที่เป็นผู้สอนได้รับคำแนะนำจากครูประจำวิชาและผู้วิจัยก่อนทำการสอน การสอนในวิชาคณิตศาสตร์ใช้อัตราส่วนระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนเท่ากับ 1 : 2 ส่วนในวิชาคอมพิวเตอร์ใช้อัตราส่วน 1 : 1 ทำการสอนสัปดาห์ละ 2 ครั้ง ๆ ละ 30 นาที เป็นเวลา 5 สัปดาห์ ผลจากการศึกษาปรากฏว่า วิธีการให้นักเรียนสอนกันเองทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มสูงขึ้น

แมคเคธัน (McKethan. 1982 : 710 - A) ได้เปรียบเทียบเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นปีที่ 1 ในมหาวิทยาลัยลินคอล์น ที่ได้รับการสอนจากเพื่อนและไม่ได้รับการสอนจากเพื่อน ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ส่วนเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แต่นักเรียนทั้งสองกลุ่มต่างก็มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ในทางบวกทั้งคู่

จากเอกสารและงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับการให้นักเรียนสอนกันเองในค่านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติ สามารถสรุปได้ว่าการให้นักเรียนสอนกันเองส่วนใหญ่ทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มสูงขึ้น ถึงแม้ในบางกรณีการให้นักเรียนสอนกันเองผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนจะไม่แตกต่างกันไปจากการไม่ให้นักเรียนสอนกันเองก็ตาม แต่ก็สามารถกล่าวได้ว่าการให้นักเรียนสอนกันเองนั้นมีประโยชน์ต่อนักเรียนทั้งผู้สอนและผู้เรียนในด้านการเรียนเป็นอย่างมาก การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จึงต้องการค้นคว้าในการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนนั้นทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างจากการสอนซ่อมเสริมวิธีอื่น ๆ หรือไม่

สำหรับขนาดของกลุ่มที่ใช้ในการให้เพื่อนช่วยสอนเป็นกลุ่มนั้นอาจจัดในลักษณะผู้ช่วยสอนกับผู้เรียนในอัตราส่วน 1 : 1 หรือ 1 : 3 หรือ 1 : 5 หรือมากกว่าก็ได้ ตามความเหมาะสม ซึ่งจากการวิจัยของ พรรณี เกษกมล (พรรณี เกษกมล 2522 : 76) ได้ศึกษาพบว่า

1. กลุ่มขนาด 5 คน มีคะแนนความพึงพอใจสูงกว่ากลุ่มขนาด 3 คน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. กลุ่มขนาด 5 คน และกลุ่มขนาด 3 คน มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

เซฟเวอร์ และนีน (Shaver and Nuhn . 1971 : 107) ก็ได้ศึกษาการให้เด็กสอนกันเองโดยให้เด็กเก่งสอนเด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ระดับ 4 และระดับ 7 ในวิชาการอ่านและเขียนโดยเปรียบเทียบผลการให้เด็กสอนกันเองในอัตราส่วนระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนเท่ากับ 1 : 1 และ 1 : 3 ตามลำดับ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการอ่านและเขียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ดังนั้นในการศึกษารั้วนี้ผู้วิจัยจึงจัดให้มีการสอนโดยใช้เพื่อนช่วยสอนในลักษณะที่แบ่งกลุ่มทดลองเป็นกลุ่มย่อย ๆ และมีอัตราส่วนระหว่างผู้สอนกับผู้เรียนเท่ากับ 1 : 3

๗.๑๐๑ อภิธานและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป

บทเรียนสำเร็จรูปเป็นนวัตกรรมทางการศึกษาที่น่าสนใจและเป็นประโยชน์ทางการศึกษามาก มีนักการศึกษาหลายท่านให้ความหมายของบทเรียนสำเร็จรูปดังนี้

เปรี๊ยะ กุมุท (เปรี๊ยะ กุมุท 2515 : 1) ได้ให้ความหมายของบทเรียนสำเร็จรูปไว้ดังนี้ บทเรียนสำเร็จรูป หมายถึง ลักษณะประสบการณ์ที่จัดวางไว้สำหรับนำผู้เรียนไปสู่ความสามารถ โดยอาศัยหลักสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการตอบสนองซึ่งได้พิสูจน์แล้วว่ามีประสิทธิภาพ บทเรียนสำเร็จรูปจึงเป็นเครื่องมือทางการศึกษาอย่างหนึ่งซึ่งสามารถทำให้ผู้เรียนรับรู้ประสบการณ์ที่จัดไว้เป็นอนุกรมไปตามลำดับขั้นตามที่ถูกจัดทำบทเรียนเชื่อว่าจะทำให้ผู้เรียนไปสู่ขีดความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้น

อุทัย บุญประเสริฐ (อุทัย บุญประเสริฐ 2517 : 88) ได้กล่าวถึงบทเรียนสำเร็จรูปว่า เป็นผลผลิตจากเทคโนโลยีทางการศึกษาที่อำนวยความสะดวกการสอนเป็นอย่างมาก ผู้เรียนจะสามารถเรียนได้ด้วยตนเอง เรียนได้ตามความสนใจตามความสามารถและความถนัด จุดหมายสูงสุดของบทเรียนสำเร็จรูปคือ ให้ผู้เรียนเกิดความรู้ เกิดการเรียนรู้ บทเรียนจะถูกสร้างขึ้นเพื่อตอบสนองความสามารถของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาวิชา สามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง มีความรู้ในเรื่องราวต่าง ๆ ตามต้องการ

ไพโรจน์ เบาลี (ไพโรจน์ เบาลี 2520 : 1) กล่าวว่า บทเรียนสำเร็จรูปเป็นสื่อการสอนแบบหนึ่งซึ่งผู้เรียนสามารถเรียนได้ด้วยตนเอง และเรียน

ได้เร็วหรือช้าตามความสามารถของแต่ละบุคคลโดยผู้เรียนไม่ต้องเสียเวลารอคอยกัน การเรียนนั้นผู้เรียนต้องปฏิบัติตามคำแนะนำของบทเรียนอย่างเคร่งครัดและด้วยความซื่อสัตย์

ชม ภูมิภาค (ชม ภูมิภาค 2521 : 11 - 12) กล่าวถึงบทเรียนสำเร็จรูปว่า เป็นการสอนที่แบ่งเนื้อเรื่องที่สอนออกเป็นหน่วยย่อย ๆ ต่อเนื่องกันตามลำดับเพื่อให้บรรลุตามจุดหมายที่ผู้สอนกำหนดไว้ล่วงหน้า เนื้อหาที่เรียนแบ่งเป็นตอนย่อย ๆ แต่ละตอนเรียกว่า กรอบ ซึ่งผู้เรียนจะต้องอ่านและตอบสนองทุกกรอบเป็นลำดับต่อเนื่องกันจนจบบทเรียน เมื่อมีการตอบสนองแต่ละกรอบผู้เรียนจะทราบผลทันทีว่าตอบถูกหรือผิด เพราะแต่ละกรอบจะมีคำตอบที่ถูกเฉลยไว้ให้

จากความหมายของบทเรียนสำเร็จรูปข้างต้นสรุปได้ว่า บทเรียนสำเร็จรูปเป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้มีบทบาทในการเรียนมากขึ้น ส่งเสริมให้เด็กได้ศึกษาด้วยตนเอง และทราบผลของการมีบทบาทในการเรียนนั้น เนื้อหาของบทเรียนจะถูกแบ่งเป็นหน่วยย่อย ๆ เล็ก ๆ เรียกว่า กรอบ ในแต่ละกรอบผู้เรียนจะมีส่วนร่วมในการตอบและทราบผลของการตอบทันที ผู้เรียนสามารถเรียนใดตามความสามารถของตนเอง ไม่มีการจำกัดเวลาซึ่งสามารถสนองความแตกต่างของแต่ละบุคคลได้

แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับการเรียนการสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป

หลักจิตวิทยาการเรียนรู้นำมาใช้ในบทเรียนสำเร็จรูป มีดังนี้ (ชม

ภูมิภาค 2521 : 12)

1. การเกิดขึ้นพร้อมหรือใกล้เคียงกันของสิ่งเร้ากับการตอบสนองหรือที่เรียกว่า Contiguity ซึ่งเป็นหลักทฤษฎีการเรียนรู้ของ Guthrie โดยเสนอสิ่งเร้าเป็นกรอบเล็ก ๆ แล้วให้นักเรียนตอบสนองทันที

2. การเสริมแรง เมื่อกระทำแล้วรู้ผลทันทีว่าถูกหรือผิดเป็นไปตามหลัก

Reinforcement Theory ของ Hull

3. การตอบสนองมาก ผู้เรียนย่อมต้องการตอบสนองมากซึ่งเป็นไปตามหลักทฤษฎีการเรียนรู้ของ Skinner คือ Operant Conditioning จึงมีการตอบสนองมากเท่ากับจำนวนการตอบและการเรียนในเรื่องหนึ่ง ๆ หรือบทหนึ่ง ๆ มีหลายสิบหรือหลายร้อยกรอบ

4. การดำเนินการสร้างบทเรียน ธรรมดา ๆ จะมีเครื่องชี้นำทำให้มีคั่นย่อส่วนมากนักเรียนจะทำถูกทำให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจในตนเองเป็นการสร้างการภูมิใจอย่างหนึ่งแล้วเขาจะค่อย ๆ ลดเครื่องชี้นำทางลงไปเรื่อย ๆ จนในที่สุดไม่มีการชี้นำ

5. เป็นการประเมินผลการเรียนของตนเองไปช่วยทำให้รู้ความก้าวหน้าของการเรียนด้วยตนเองเป็นการสร้างแรงภูมิใจอย่างหนึ่ง

6. เป็นการยอมรับให้ผู้เรียนเรียนได้ความ जिज्ञासा ของตนเอง จะช้าหรือเร็วตามความสามารถของแต่ละบุคคลเป็นการนำเอาความแตกต่างของบุคคลเข้ามาใช้ในการเรียนการสอน

7. เป็นการเรียนด้วยการกระทำทำให้เข้าใจได้และมีความคงทนในการจำ

8. เป็นการส่งเสริมให้คนรู้จักเรียนด้วยตนเอง อันเป็นกิจกรรมปกติในชีวิตการเรียนของมนุษย์นอกสถานศึกษา

9. การเรียนจะกระทำเมื่อบุคคลนั้นต้องการจะเรียน เมื่อเรียนไปถึงกรอบใดจะหยุดก็ได้ทันทีพร้อมและสะดวกมาเรียนต่อเมื่อใดก็ได้

10. เป็นเสมือนผู้สอนประจำตัวดีกว่าการเรียนเป็นกลุ่มใหญ่

ทฤษฎีการเรียนรู้อีกทฤษฎีหนึ่งที่เป็นพื้นฐานสำคัญของบทเรียนสำเร็จรูปก็คือ ทฤษฎีความต่อเนื่อง (Connectionism) ของธอร์นไดค์ ซึ่งวางหลักเกณฑ์ไว้ดังนี้ (วาณี ทวีศิริพิศาล 2517 : 20 - 21)

1. มีสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้าให้ผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรม

ตอบสนองออกมา

2. ผู้เรียนจะแสดงการตอบสนองหลายอย่าง เพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น
3. การตอบสนองที่ไม่ทำให้เกิดการพอใจจะถูกตัดทิ้งไป การตอบสนองที่ได้ผลดีที่สุดจะถูกเลือกไว้ใช้ในคราวต่อไป

กฎเกณฑ์การเรียนรู้ที่ได้จากการทดลองของธอร์นไดค์ที่นำมาใช้ในบทเรียนสำเร็จรูป คือ

1. กฎแห่งผล (Law of Effect) มีหลักการว่า สิ่งมีชีวิตจะเรียนรู้ในสิ่งที่ก่อให้เกิดผลตอบสนองที่ตนมีความพอใจได้เร็ว และจะเรียนรู้ในสิ่งที่ก่อให้เกิดผลตอบสนองที่ตนไม่พอใจได้ช้ากว่า
2. กฎแห่งการฝึกหัด (Law of Exercise) มีหลักการว่า พฤติกรรมใด ๆ ที่ทำอยู่เสมอย่อมเกิดความชำนาญ สิ่งที่ยิ่งไปนาน ๆ ย่อมจะลื่น หรือทำได้ไม่เหมือนเดิม
3. กฎแห่งความพร้อม (Law of Readiness) มีหลักการว่า เมื่อผู้เรียนมีความพร้อมที่จะเรียน ถ้าได้เรียนจะทำให้เกิดความพอใจ ถ้าไม่ได้เรียนก็จะเกิดความรำคาญใจ แต่ผู้เรียนที่ยังไม่พร้อมที่จะเรียน ถ้าถูกบังคับให้เรียนย่อมก่อให้เกิดความไม่พอใจ

ลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูป

พรณี ชูทัย (พรณี ชูทัย 2520 : 27) กล่าวว่า บทเรียนสำเร็จรูปควรมีลักษณะดังนี้

1. บทเรียนแต่ละชุดประกอบด้วยหลาย ๆ กรอบ แต่ละกรอบจะมีข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะให้เรียนที่ละขั้นตอนเชื่อมโยงกันตลอด การให้ข้อมูลที่ละขั้นตอนเพื่อช่วยให้ผู้เรียนจำเรื่องราวที่เรียนคิดต่อกันโดยไม่ขาดตอน ข้อมูลต่าง ๆ เหล่านี้จัดเรียงลำดับไว้เป็นระเบียบต่อเนื่องกันจากง่ายไปหายาก

2. ในการเรียนนั้นได้กำหนดไว้ว่าจะต้องให้นักเรียนเลือกคำตอบได้ถูกต้องมากที่สุด โดยทั่วไปหนึ่งคำตอบในแต่ละกรอบ แต่อาจจะเป็นสี่หรือห้าคำตอบในหนึ่งกรอบก็ได้ นักเรียนจะต้องเป็นผู้คิดหาคำตอบเอง ตอนแรกของบทเรียนมีลักษณะชี้แนะช่องทางให้เพื่อให้ตอบได้ถูกต้องและมีลักษณะที่จะช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจด้วยตนเองและการชี้ช่องทางนี้จะค่อย ๆ หายไปในที่สุด

3. บทเรียนแต่ละกรอบมีลักษณะสอนและสอนสลับกันไป โดยที่บทเรียนกรอบต้น ๆ จะมีลักษณะสอนและกรอบต่อไปจะเป็นการทดสอบหรือบางกรอบอาจเป็นการทดสอบอย่างเดียวกันถ้าเนื้อเรื่องนั้นเกี่ยวข้องกับข้อความข้างต้น

4. ผู้เรียนรู้ผลการกระทำอย่างทันทีทันใดว่าคำตอบนั้นถูกหรือผิด จะช่วยให้การเรียนดีขึ้นและบทเรียนสำเร็จรูปจะต้องพยายามแบ่งเนื้อหาที่จะเรียนออกเป็นกรอบเล็ก ๆ ทัดต่อกันเพื่อให้นักเรียนตอบถูกมากที่สุด

ชนาทร เจียรกุล (ชนาทร เจียรกุล 2523 : 6 - 7) ได้สรุปลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูปของ ฟราย (Fry) แชรรม (Schramm) จาคอปส์ (Jacobs) เคอ เซคโก (De Cecco) และรอธแมน และโจนส์ (Rothman and Jones) ไว้ว่าบทเรียนสำเร็จรูปควรมีลักษณะดังนี้

1. มีจุดหมายที่ชัดเจน กล่าวคือ พฤติกรรมขั้นสุดท้ายของนักเรียนจะต้องกำหนดลงไปเพื่อให้ นักเรียนได้บรรลุจุดหมายที่วางไว้

2. เนื้อหาของบทเรียนถูกแบ่งออกเป็นหน่วยเล็ก ๆ เรียงลำดับไว้สร้างความสนใจของนักเรียน ซึ่งแต่ละหน่วยเรียกว่า กรอบ

3. นักเรียนต้องแสดงการตอบสนองความรู้ในแต่ละกรอบเพื่อให้เกิดความเข้าใจเนื้อหาอย่างต่อเนื่อง

4. การตอบสนองของนักเรียนจะได้รับการเสริมแรงโดยให้ทราบผลการตอบทันที

5. นักเรียนค่อย ๆ เรียนเพิ่มขึ้นทีละขั้นจากสิ่งที่รู้แล้วไปสู่ความรู้ใหม่ ซึ่งบทเรียนได้จัดลำดับไว้ให้

6. ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง
7. นักเรียนมีโอกาสเรียนด้วยตนเอง เวลาที่ใช้เรียนจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความสามารถของแต่ละคน
8. เนื้อหาบทเรียนได้ผ่านการทดลองใช้แล้วและนำข้อมูลมาปรับปรุงโดยผู้เขียนบทเรียนสำเร็จรูป

สรุปบทเรียนสำเร็จรูปควรมีลักษณะดังนี้

1. เนื้อหาวิชาจะถูกแบ่งเป็นหน่วยย่อย ๆ เรียกว่า กรอบ ซึ่งแต่ละกรอบจะมีขนาดต่าง ๆ กัน
2. กรอบแต่ละกรอบต้องการให้นักเรียนตอบทันทีอาจด้วยการตอบคำถามหรือเติมคำลงในช่องว่าง เพื่อต้องการทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนหรือไม่เพียงใด
3. นักเรียนจะได้รับการตอบกลับทันทีว่าคำตอบที่ตนทำไปนั้นถูกต้องหรือเหมาะสมหรือไม่ ลักษณะเช่นนี้ให้ประโยชน์ในการสร้างแรงจูงใจแก่นักเรียนที่จะเรียนบทเรียนต่อไป
4. บทเรียนแต่ละหน่วยจัดทำขึ้นเป็นหน่วยเล็ก ๆ สัมพันธ์ต่อเนื่องกันตั้งแต่ต้นจนจบโดยใช้หลักการให้รางวัลโดยตลอด
5. การสร้างบทเรียนสำเร็จรูปจะต้องตั้งจุดมุ่งหมายที่แน่นอนจะได้มีหลักการประเมินผลที่ถูกต้อง เพื่อให้ทราบว่าได้ผลตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการหรือไม่
6. การทบทวนหรือทบทวนบทเรียนซ้ำอีกขึ้นอยู่กับการสนองตอบที่จะถูกบันทึกไว้ทุกครั้ง ทำให้ทราบว่านักเรียนมีความรู้มากขึ้นเพียงใด ถ้าปรากฏว่านักเรียนตอบผิดมากแสดงว่าการสอนไม่ไฉไล และเป็นเครื่องบ่งชี้ว่าควรมีการปรับปรุงบทเรียนให้มีคุณภาพดีขึ้นด้วย
7. นักเรียนมีอิสระภาพในการเรียนอย่างเต็มที่ โดยสามารถเรียนได้ช้าหรือเร็วตามอัธยาศัยกำลังความสามารถของแต่ละบุคคลซึ่งต่างจากการสอนธรรมดาทั่วไป

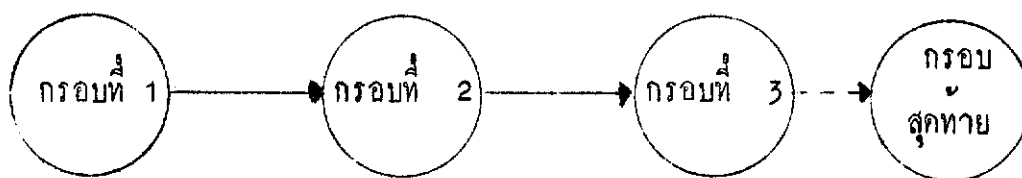
ด้วยลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูปดังที่กล่าวมาแล้ว บทเรียนชนิดนี้จึงมีประโยชน์ในแง่ต่าง ๆ ดังนี้ (วิจิตร ศรีสะอาน 2516 : 106)

1. ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองตามอัตราความสามารถของตน
2. สนองความสามารถและความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เป็นอย่างดี เด็กเรียนเร็วก็ก้าวหน้าไปเร็ว เด็กเรียนช้าก็ก้าวหน้าไปช้าตามความสามารถ ไม่จำเป็นต้องเรียนรอไปพร้อมกัน
3. ช่วยแบ่งเบาภาระของครูในการสอนข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทำให้ครูมีเวลาเตรียมบทเรียนที่ต้องการความคิดสร้างสรรค์มากยิ่งขึ้น
4. อาจช่วยแก้ปัญหาการขาดแคลนครูได้บ้าง โดยการช่วยลดอัตราการสอน และเพิ่มชั่วโมงเรียนตามลำพังของนักเรียน

ชนิดของบทเรียนสำเร็จรูป

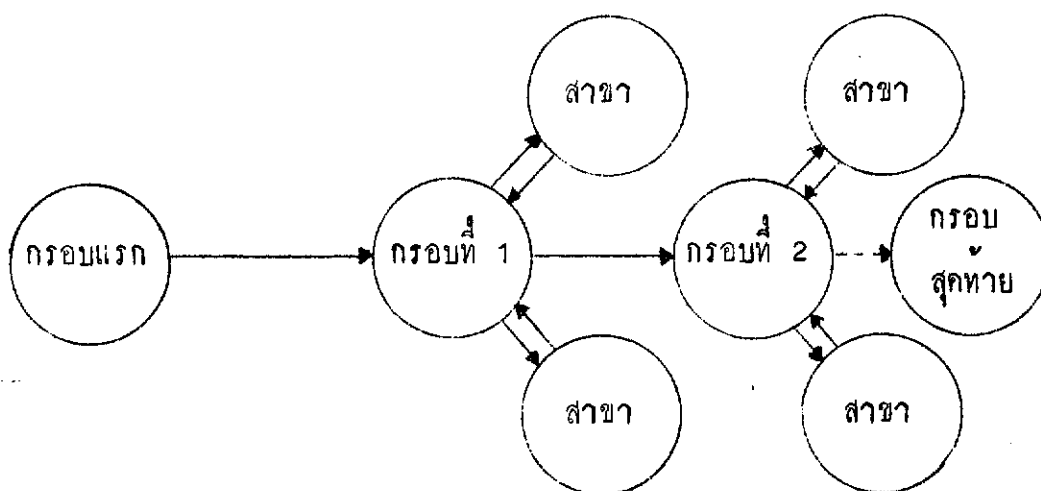
การเขียนบทเรียนสำเร็จรูปส่วนมากแบ่งออกเป็น 2 แบบดังนี้ (วิจิตร ศรีสะอาน 2516 : 104 - 106 และไพโรจน์ เบาใจ 2520 : 3 - 8)

1. บทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง (Linear Programming)
คือ บทเรียนที่จัดขึ้นเป็นหน่วยย่อย ๆ ของบทเรียนตั้งแต่ง่ายไปหายาก ผู้เรียนจะต้องเริ่มต้นจากหน่วยแรกแล้วก้าวไปตามลำดับจนกระทั่งถึงหน่วยย่อยสุดท้ายของบทเรียนจะข้ามหน่วยใดหน่วยหนึ่งของบทเรียนไปไม่ได้ สิ่งที่ยึดจากหน่วยแรก ๆ จะเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนหน่วยถัดไป การแบ่งบทเรียนออกเป็นหน่วยย่อยเพื่อหลีกเลี่ยงการผิดพลาดในการเรียนการตอบสนองของผู้เรียน มักจะใช้วิธีให้คำตอบประเภทถูกผิด หรือให้เติมลงในช่องว่างโดยให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบในหน่วยย่อยถัดไป โดยมีลักษณะตามแผนผังดังนี้



ภาพประกอบ 1 แผนผังแสดงลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง

2. บทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขาหรือแบบจกัลลาคับ (Branching Program) การสร้างบทเรียนชนิดนี้จักให้มีการเรียงลำดับข้อความย่อย โดยอาศัยคำตอบของผู้เรียนเป็นเกณฑ์ ถ้าผู้เรียนตอบคำถามของข้อความย่อย ๆ ที่เป็นหลักของบทเรียนได้ถูกต้อง ผู้เรียนอาจถูกสั่งให้ข้ามหน่วยย่อยใดจำนวนหนึ่ง แต่ถ้าผู้เรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องก็ถูกสั่งให้ศึกษาข้อความย่อยต่าง ๆ เพิ่มเติมก่อนที่จะก้าวหน้าต่อไป บทเรียนประเภทนี้บางทีเรียกว่า Serambled Book เพราะผู้เรียนจะต้องพยายามทำตามคำสั่งที่ปรากฏในแต่ละกรอบ การเรียนจะไม่คำนึงตามขั้นตั้งแต่กรอบแรกจนถึงกรอบสุดท้ายอย่างบทเรียนประเภทแรก ผู้เรียนจะต้องย้อนไปย้อนมาในหน้าต่าง ๆ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสามารถในการตอบคำถามของผู้เรียน บทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขามีลักษณะตามแผนผังดังนี้



ภาพประกอบ 2 แผนผังแสดงลักษณะของบทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขา

การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป

พราย (Fry. 1963 : 38 - 41) ได้กล่าวไว้ว่า การสร้างบทเรียนสำเร็จรูปควรคำนึงถึงเรื่องต่อไปนี้

1. ตัวผู้เรียน จะต้องพิจารณาถึงองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับตัวผู้เรียน เช่น อายุ พื้นฐานทางสังคม ความสามารถทางการเรียน ประสบการณ์เดิม ระดับการศึกษา และความต้องการของผู้เรียน
 2. ผลที่ต้องการ ผู้สร้างจะต้องเริ่มต้นด้วยการเขียนวัตถุประสงค์ในการสอน ก่อนว่าต้องการให้ผู้เรียนรู้อะไร บทเรียนจะต้องไม่สอนนอกเหนือวัตถุประสงค์
 3. เนื้อหาวิชาควรเขียนขอบเขตและโครงสร้างของเนื้อหาวิชาอย่างคร่าว ๆ ก่อน จากนั้นจึงแบ่งเนื้อหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ เพื่อจะได้นำบทเรียนมาเขียนเป็นกรอบตามลำดับ
 4. วิธีสอน ก่อนจัดทำบทเรียนจะต้องพิจารณาว่ามีวิธีสอนอื่น ๆ อีกว่า การสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปหรือไม่ จะใช้บทเรียนที่สอนตามความแตกต่างระหว่างบุคคลหรือจะใช้บทเรียนเพื่อซ่อมเสริมหรือเพื่อจุดประสงค์อื่น สิ่งเหล่านี้ควรพิจารณาจนสร้างบทเรียน
 5. ค่าใช้จ่าย ควรพิจารณาว่าสิ้นเปลืองมากน้อยเพียงใดและคุ้มค่ากันหรือไม่
 6. แบบของบทเรียนสำเร็จรูป ควรพิจารณาว่าจะสร้างบทเรียนชนิดใดถึงจะเหมาะสมกับเนื้อหาวิชา ตัวผู้เรียน และวัตถุประสงค์ที่ต้องการ
- การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป จะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนต่าง ๆ ของการสร้าง ซึ่ง เปเรอริง กุมุท (เปเรอริง กุมุท 2518 : 2 - 7) ได้เสนอลำดับขั้นในการสร้างบทเรียนสำเร็จรูปไว้ 3 ขั้น ดังนี้
1. ขั้นวางแผนทางวิชาการ แบ่งเป็น
 - 1.1 กำหนดเนื้อหาวิชาและลำดับขั้น
 - 1.2 ตั้งจุดมุ่งหมายของเนื้อหาวิชาซึ่งแบ่งเป็นจุดมุ่งหมายทั่วไปและจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

1.3 วิเคราะห์เนื้อหาเพื่อแยกเนื้อหาให้ละเอียดแล้วเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก

1.4 สร้างแบบทดสอบเพื่อนำไปใช้

2. ขั้นตอนการเขียน

2.1 การเขียนกรอบสอบ (Criterion Frame)

2.2 การเขียนกรอบสอนและกรอบฝึก (Teaching Frame, Practice Frame)

2.3 นำออกทดลองใช้เป็นรายบุคคล มีจำนวนอย่างน้อย 5 คน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.4 นำออกทดลองกับกลุ่มย่อย มีจำนวนอย่างน้อย 10 คน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.5 นำออกทดลองใช้กับห้องเรียนจริง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เข้ากับมาตรฐาน

3. ขั้นตอนการใช้ผลิตผล คือ นำบทเรียนสำเร็จรูปที่ทดลองตามขั้นตอนการมาใช้กับผู้เรียนต่อไป

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวกับบทเรียนสำเร็จรูป

การสร้างบทเรียนสำเร็จรูปและการวิจัยเกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติเป็นที่สนใจของนักการศึกษา นักวิจัย ผู้สอน และโดยเฉพาะอย่างยิ่ง นิสิต นักศึกษาในระดับปริญญาโทของสถาบันชั้นอุดมศึกษา ต่อไปนี้ขอกล่าวเฉพาะการวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปในวิชาคณิตศาสตร์

สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ (สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ 2518 : 30) ได้เปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเซต ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติ บทเรียนสำเร็จรูปที่ใช้เป็นแบบเส้นตรง พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

ปรีปรี คิมแจ่ม (ปรีปรี คิมแจ่ม 2518 : 43) ได้ทดลองเปรียบเทียบ
ผลการสอนวิชาตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดย
ใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติ บทเรียนสำเร็จรูปที่ใช้เป็นแบบเส้นตรง
ผลการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

วิภา ศิริเสวีวรรณ (วิภา ศิริเสวีวรรณ 2518 : 30 - 33)
ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ในระดับชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติ บทเรียนสำเร็จรูป
ที่ใช้เป็นแบบเส้นตรง ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม
ไม่แตกต่างกัน

เอื้อน ปิ่นเงิน (เอื้อน ปิ่นเงิน 2518 : 29) ได้ทดลองเปรียบเทียบ
ผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องในระดับ ป.กศ.สูง
วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติ บทเรียนสำเร็จรูป
ที่ใช้เป็นแบบสาขา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนจาก
บทเรียนสำเร็จรูปสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ

เทอดศักดิ์ จันทรอรุณ (เทอดศักดิ์ จันทรอรุณ 2519 : 32) ได้ทดลอง
เปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ระดับ ป.กศ.สูง
วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนปกติ บทเรียนที่ใช้เป็นแบบ
เส้นตรง พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ
ทางสถิติ แต่กลุ่มที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน
ด้านความรู้และการนำไปใช้สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนตามปกติ

งานวิจัยในต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนสำเร็จรูป

อีสเตอร์เคย์ (Easterday. 1963 : 303 - 307) ได้ทดลองสอน
พีชคณิตโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติแก่นักเรียนเกรด 9 ผลปรากฏว่า
ผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ของกลุ่มที่เรียนตามปกติ

บางฮาร์ท และคณะ (Banghart and others . 1963 : 199 - 204)
ได้เปรียบเทียบการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนปกติแก่นักเรียน
เกรด 4 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปได้ผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่ม
ที่เรียนตามปกติ

เฟลคฮูเซ็น แรมฮาร์เตอร์ และเบิร์ท (Schramm . 1964 : 43 citing
Feldhusen, Ramharter and Birt . 1962 : 8 - 10) ได้ทดลองสอนทักษะ
พื้นฐานทางเลขคณิตแก่นักเรียนเกรด 7 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนตามปกติ
พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

โคเนลล์ (เซเจน คันจอย 2529 : 26 อ้างอิงมาจาก Donald .
1967 : 190) ได้ทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาเรขาคณิต เรื่อง เส้นขนานและ
เส้นตั้งฉาก โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรงกับบทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขา
ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน นักเรียนที่
เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปแบบสาขาใช้เวลามากกว่านักเรียนที่เรียนจากบทเรียน
สำเร็จรูปแบบเส้นตรง และนักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อบทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรงมาก
กว่าแบบสาขา

จากการที่ได้ศึกษาผลงานที่เกี่ยวกับการเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปแล้ว
ปรากฏว่า ผลของการสอนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปนั้นส่วนใหญ่ทำให้นักเรียนมี
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าหรือไม่แตกต่างไปจากการสอนตามปกติ
และโดยทั่วไปเป็นการนำบทเรียนสำเร็จรูปไปใช้สำหรับการเรียนการสอนตามปกติใน
ชั้นเรียน แต่ในการศึกษาเรื่องนี้ผู้วิจัยของการศึกษาค้นคว้าว่า การนำบทเรียน
สำเร็จรูปแบบเส้นตรงไปใช้ในการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่ยังมีข้อบกพร่องใน
การเรียนนั้น ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม
วิชาคณิตศาสตร์แตกต่างจากการสอนซ่อมเสริมวิธีอื่น ๆ หรือไม่ เพื่อจะได้เป็นแนวทาง
แก่ครูในการพิจารณาเลือกบทเรียนสำเร็จรูปไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในกระบวนการเรียน
การสอนมากที่สุด

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

ในค่านความหมายของเจตคติ ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายที่แตกต่างกัน
 กูด (Good. 1959 : 48) ได้ให้คำจำกัดความของเจตคติไว้ว่า
 เจตคติ คือ ความพร้อมที่จะแสดงออกในลักษณะหนึ่งอาจเป็นการต่อต้านสถานการณ์
 บางอย่าง บุคคล หรือสิ่งใด ๆ เช่น รักเกลียด หรือกลัว หรือไม่พอใจมากน้อย
 เพียงใดต่อสิ่งนั้น

เทอร์สโตน (Thurstone. 1967 : 77) กล่าวว่า เจตคติเป็น
 การแสดงออกทางค่านผลรวมของความโน้มเอียงทางความรู้สึก ความมีอคติ
 ความรู้สึกที่เกิดขึ้นอยู่ในใจมาก่อน ความคิด ความกลัว การบังคับขู่เข็ญ และ
 การลงความเห็นของมนุษย์เกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

สมบุญ ชิตพงศ์ (สมบุญ ชิตพงศ์ 2519 : 14) ได้ให้ความหมาย
 ของเจตคติว่า หมายถึง ท่าที ความคิดเห็น ความรู้สึกเอนเอียงทางจิตใจของบุคคล
 ที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดภายหลังจากการที่บุคคลได้มีประสบการณ์ในสิ่งนั้น พฤติกรรมที่
 อาจไม่สามารถวัดได้โดยตรง แต่สามารถสังเกตและวัดได้จากพฤติกรรมที่บุคคล
 แสดงออกต่อสิ่งนั้น โดยแสดงออกให้เห็นได้ในลักษณะความเชื่อ ท่าทาง ความคิด
 ซึ่งอาจแบ่งออกได้เป็น 3 ลักษณะ

1. เจตคติเชิงนิมิต เป็นการแสดงออกในลักษณะของความพึงพอใจ
 เห็นด้วย ชอบ สนับสนุน ปฏิบัติตามด้วยความเต็มใจ
2. เจตคติเชิงนิเสธ เป็นการแสดงออกในลักษณะตรงข้ามกับเจตคติ
 เชิงนิมิต เช่น ไม่พึงพอใจ ไม่เห็นด้วย ไม่ยินดี ไม่ร่วมมือ และไม่ทำตาม เป็นต้น
3. เจตคติที่เป็นกลาง เป็นการแสดงออกในลักษณะที่ไม่เป็นทั้งเจตคติ
 เชิงนิมิตและเจตคติเชิงนิเสธ แต่อยู่ระหว่างกลางไม่เข้าข้างใดข้างหนึ่ง เช่น
 รู้สึกเฉย ๆ ไม่ถึงกับชอบหรือเกลียด เป็นต้น

เชคคัก โนวาสินธุ (เชคคัก โนวาสินธุ 2520 : 38) กล่าวว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ อันเป็นผลเนื่องจากการเรียนรู้ ประสบการณ์ และเป็นตัวกระตุ้นให้บุคคลแสดงพฤติกรรมหรือแนวโน้มที่จะตอบสนอง สิ่งเร้านั้น ๆ ไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่ง อาจเป็นไปในทางสนับสนุนหรือคัดค้านก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขบวนการอบรมให้รู้ระเบียบวิธีของสังคมซึ่งเจตคตินี้จะแสดงออกหรือปรากฏให้เห็นได้ชัดในกรณีที่สิ่งเร้านั้นเป็นสิ่งเร้าทางสังคม

ประภาเพ็ญ สุวรรณ (ประภาเพ็ญ สุวรรณ 2526 : 3 - 4) กล่าวว่า เจตคติเป็นความคิดเห็นซึ่งมีอารมณ์เป็นส่วนประกอบ เป็นส่วนที่พร้อมที่จะมีปฏิกิริยา เฉพาะอย่างต่อสถานการณ์ภายนอก และได้บอกถึงประโยชน์ของเจตคติไว้ดังนี้คือ

1. ช่วยทำให้เข้าใจสิ่งแวดล้อมรอบ ๆ ตัว โดยการจับรูปหรือจัดระบบ สิ่งของต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเขา
2. ช่วยให้มี self - esteem โดยช่วยให้บุคคลหลีกเลี่ยงสิ่งที่ไม่ดี หรือปกป้องความจริงบางอย่างซึ่งนำความไม่พอใจมาสู่ตัวเขา
3. ช่วยในการปรับตัวให้เข้ากับสิ่งแวดล้อมที่สลับซับซ้อน ซึ่งการมีปฏิกิริยา ตอบโต้หรือการกระทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดลงไปนั้นส่วนมากจะทำในสิ่งที่นำความพอใจมาให้ หรือเป็นบำเหน็จรางวัลจากสิ่งแวดล้อม
4. ช่วยให้บุคคลสามารถแสดงออกถึงค่านิยมของตนเอง ซึ่งแสดงว่าเจตคตินั้นนำความพอใจมาให้บุคคลนั้น

การทดสอบวัดเจตคติของนักเรียนต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ทราบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ และจัดสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ให้ถูกต้องและเหมาะสมต่อการเรียนการสอน และเครื่องมือวัดเจตคตินี้ ผู้วิจัย สร้างขึ้นโดยใช้วิธี Summated Ratings ของ Likert

การวัดเจตคติโดยใช้วิธี Summated Ratings หรือ Likert Method วิธีนี้ต้องสร้างข้อความที่แสดงเจตคติขึ้นมาหลาย ๆ ข้อความให้ครอบคลุมหัวข้อที่จะศึกษา การตอบแบบสอบถามนี้มีข้อให้เลือกว่าคือ 1) เห็นด้วยอย่างมาก 2) เห็นด้วย 3) ไม่แน่ใจ 4) ไม่เห็นด้วย 5) ไม่เห็นด้วยอย่างมาก ให้เลือกตอบเพียงข้อใดข้อหนึ่งในแต่ละข้อ การให้คะแนนนั้นขึ้นอยู่กับชนิดของข้อความ เช่น ข้อความที่เป็นไปในทางบวกถ้าผู้ตอบตอบว่าไม่เห็นด้วยอย่างมาก ให้คะแนน 1 คะแนน แล้วเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงตอบว่าเห็นด้วยอย่างมากให้ 5 คะแนน ส่วนข้อความที่เป็นไปในทางลบ ถ้าผู้ตอบตอบว่าไม่เห็นด้วยอย่างมากให้ 5 คะแนน แล้วลดลงเรื่อย ๆ จนถึงตอบว่าเห็นด้วยอย่างมากให้ 1 คะแนน

การสร้างแบบสอบถามตามขั้นตอนของ ลิเกอร์ท์ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณาว่าจะวัดเจตคติของใครที่มีต่ออะไรและให้ความหมายของเจตคติและสิ่งที่จะวัดนั้นให้แน่นอน

ขั้นที่ 2 เมื่อตีความหมายของสิ่งที่จะวัดแน่นอนแล้วก็สร้างข้อความในแต่ละหัวข้อนั้น ๆ โดยให้คลุมเนื้อหาในหัวข้อเหล่านั้น และข้อความที่จะถามจะต้องเป็นข้อความที่ถามเกี่ยวกับความรู้สึกหรือความเชื่อของผู้ตอบ ลิเกอร์ท์ได้กล่าวถึงหลักในการสร้างแบบสอบถามไว้ดังนี้

1. ข้อความควรเขียนในแง่ความรู้สึก ความเชื่อ หรือความตั้งใจที่จะทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดไม่ใช่เป็นข้อเท็จจริง

2. ข้อความที่บรรจุในสเกลจะต้องประกอบด้วยข้อความที่เป็นไปในทางบวก และข้อความที่เป็นไปในทางลบคละกันไป

3. ข้อความแต่ละข้อความจะต้องสั้น เข้าใจง่าย และชัดเจน

ขั้นที่ 3 ใช้แบบสอบถามกับกลุ่มบุคคลที่มีลักษณะพื้นฐานคล้าย ๆ กันกลุ่มที่เราจะศึกษา เพื่อเป็นการปรับปรุงข้อความและคัดเลือกข้อความ โดยวิธีวิเคราะห์ข้อความ จำนวนบุคคลที่เราจะใช้ทดลองทำแบบสอบถามนี้อาจจะประมาณ 80 - 100 คน

แล้วใช้การคำนวณหาค่า t ของแต่ละข้อความ ถ้าค่า t เท่ากับหรือมากกว่า 1.75 เป็นเครื่องชี้ว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนข้อข้อความนั้นในกลุ่มสูงกับกลุ่มคะแนนต่ำซึ่งมีกลุ่มละ 25% มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

งานวิจัยในประเทศ

จากการศึกษาผลงานที่ผ่านมาส่วนใหญ่ทำการศึกษา เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แต่ยังไม่มีผู้ใดทำการวิจัยเกี่ยวกับเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ถึงผลการวิจัยที่ปรากฏดังต่อไปนี้

สุเทพ บุตรกันหา (สุเทพ บุตรกันหา 2517 : 57 - 58) ได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ คือ นักเรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงตามไปด้วย และนักเรียนที่มีเจตคติที่ไม่พึงประสงค์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำด้วย

สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 2518 : 30) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลของการศึกษาพบว่า เจตคติมีความสัมพันธ์ในทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์

सानนท์ ฉายศรีศิริ (सानนท์ ฉายศรีศิริ 2522 : 103) ได้ศึกษาองค์ประกอบบางประการที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดนครปฐมพบว่า เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์เป็นตัวพยากรณ์ที่ดี กล่าวคือ นักเรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นด้วย

วัฒนา หงษ์ภู (วัฒนา หงษ์ภู 2523 : 50 - 51) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเจตคติทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า เจตคติทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สาธร แก่นมณี (สาธร แก่นมณี 2525 : 64 - 65) ได้ศึกษาเปรียบเทียบเจตคติที่มีต่อวิชาเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี ในกระบวนการเรียนรู้อีกพบว่า ผลจากการศึกษาพบว่า เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มทดลองทุกกลุ่มสูงขึ้นกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างกลุ่ม

พรรณี โสชะโร (พรรณี โสชะโร 2527 : 50) ก็ได้ศึกษาเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผนโดยใช้เวลานอกเหนือเวลาเรียนตามปกติในชั้นเรียน และไม่มีเพื่อนช่วยสอน ผลปรากฏว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยในต่างประเทศ การศึกษาวิจัยเกี่ยวกับเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์มีผู้วิจัยไว้ดังนี้

แมสแตนต์ทอน (Mastantuono. 1970 : 248) ได้ศึกษาเจตคติต่อวิชาเลขคณิตของนักเรียนเกรด 3 และเกรด 5 จำนวน 602 คน โดยใช้แบบทดสอบสี่ฉบับ ผลปรากฏว่า ค่าสหสัมพันธ์ภายในของแบบทดสอบเจตคติทั้งสี่ฉบับมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ทั้งระดับชั้นเรียนและเพศ นอกจากนี้ยังกล่าวว่า คะแนนเจตคติต่อวิชาเลขคณิตใช้พยากรณ์ผลการเรียนของนักเรียนได้ด้วย

ฟรานซิส (Francies . 1971 : 1333 - A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาเลขคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 ในโรงเรียนประถมศึกษา จำนวน 180 คน ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเลขคณิตในระดับปานกลางและระดับสูงมี เจตคติต่อวิชาเลขคณิตดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับต่ำ นอกจากนี้ยังพบอีกว่านักเรียนเกรด 4 และเกรด 6 มีเจตคติต่อวิชาเลขคณิตต่าง ๆ กัน โดยนักเรียนเกรด 6 มีเจตคติในเรื่องความรู้สึกรู้สึกส่วนตัวต่อวิชาเลขคณิตดีกว่านักเรียนเกรด 4 และนักเรียนเกรด 6 มีเจตคติในเรื่องความสำคัญของวิชาเลขคณิตดีกว่านักเรียนเกรด 4

บราวน์ และโฮลซแมน (Brown and Holtzman, 1976 : 4) ได้ศึกษาเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า

1. เจตคติในการเรียนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความสัมพันธ์กันอย่างน้อยมีนัยสำคัญ
2. นักเรียนที่มีสติปัญญาเท่าเทียมกันแต่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกัน เป็นเพราะมีเจตคติและแรงจูงใจในการเรียนแตกต่างกัน
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่ที่มีเจตคติไปในทางลบได้คะแนนต่ำกว่าระดับคะแนนที่คาดหวัง ส่วนนักเรียนที่มีเจตคติไปในทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์สามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้เหนือกว่าระดับคะแนนเดียวกัน

จากผลของการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้มองเห็นว่าการเรียนการสอน ถ้าได้นำเอาวิธีการและเทคนิคการสอนใหม่ ๆ มาใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาวิชาแล้ว จะทำให้นักเรียนสนใจในการเรียนมากขึ้น และก่อให้เกิดเจตคติที่ดีต่อบทเรียน วิชา และต่อวิธีการเรียนการสอน ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาว่า เจตคติของนักเรียนต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองจะดีขึ้นหรือไม่ เพื่อนำมาใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงการสอนซ่อมเสริมต่อไป

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

จากเอกสารและงานวิจัยที่ได้อ้างอิงมาแล้วทั้งหมด สามารถประมวลเป็นสมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้ดังต่อไปนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง แตกต่างกัน
2. เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2529 ของโรงเรียนนารีรัตน์จังหวัดแพร่ อำเภอเมืองแพร่ จังหวัดแพร่ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องระบบจำนวนจริง

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนหญิงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์-คณิต ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2529 ของโรงเรียนนารีรัตน์ จังหวัดแพร่ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องระบบจำนวนจริง และสอบได้คะแนนต่ำกว่าจุดตัดในแต่ละโคเมนโดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม คือ

กลุ่มทดลองที่ 1 สอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน

กลุ่มทดลองที่ 2 สอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป

กลุ่มควบคุม สอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง

วิธีเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. สุ่มห้องเรียนที่มีนักเรียนคละกันมา 3 ห้องเรียนจาก 4 ห้องเรียนโดยใช้วิธีสุ่มอย่างง่าย ในโรงเรียนนี้มีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์-คณิต อยู่ 5 ห้องเรียน ห้องเรียนหนึ่งเป็นนักเรียนที่เรียนดี ส่วนอีก 4 ห้องเรียนเป็นนักเรียนที่จัดนักเรียนเข้าห้องเรียนอย่างสุ่ม ผู้วิจัยจึงจำกัดขอบเขตของประชากรเพียง 4 ห้องเรียนดังเท่านั้น

2. สุ่มห้องเรียนทั้ง 3 ห้องเรียน โดยใช้วิธีสุ่มอย่างง่าย ให้ห้องเรียนที่ 1 เป็นกลุ่มทดลองที่ 1 ห้องเรียนที่ 2 เป็นกลุ่มทดลองที่ 2 และห้องเรียนสุดท้ายเป็นกลุ่มควบคุม

3. นักเรียนที่สอบได้คะแนนต่ำกว่าจุดตัดในแต่ละโคเมนของแต่ละห้องเรียน ได้รับการสอนซ่อมเสริมตามวิธีการในกลุ่มนั้น ๆ

ในโคเมนที่ 1 จำนวนนักเรียนดังกล่าวมี 44 คน เป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 จำนวน 16 คน กลุ่มทดลองที่ 2 จำนวน 15 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 13 คน ส่วนในโคเมนที่ 2 มี 45 คน เป็นนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 จำนวน 16 คน กลุ่มทดลองที่ 2 จำนวน 14 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 15 คน จำนวนนักเรียนในทั้งสองโคเมนดังกล่าวแล้วมีซ้ำกันอยู่ 22 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือ วิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องระบบจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อยได้ 2 หน่วยคือ จำนวนจริง และการแกสมการ ซึ่งหน่วยย่อยทั้งสองนี้ผู้วิจัยยึดเป็นหลักในการสร้างแบบทดสอบอิงโคเมน คือ โคเมนที่ 1 เป็นมวลพฤติกรรมเรื่องจำนวนจริง และโคเมนที่ 2 เป็นมวลพฤติกรรมเรื่องการแกสมการ (มวลพฤติกรรมในทั้งสองโคเมนปรากฏอยู่ในภาคผนวก ก)

ระยะเวลาในการทดลอง

การทดลองใช้เวลาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2529 จำนวน 8 คาบ โดยสอนสัปดาห์ละ 3 คาบ คาบละ 50 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. แนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอนหรือกลุ่มทดลองที่ 1 ผู้วิจัยจัดทำขึ้นโดยมีลำดับขั้นตอนของการสร้างดังนี้

1.1 กำหนดข้อปฏิบัติในกลุ่มเพื่อนช่วยสอน ให้แต่ละคาบประกอบด้วยเรื่องที่จะสอน จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม เนื้อหาซึ่งแบ่งออกเป็นตอนย่อย ๆ แล้วมีแบบฝึกหัดสลับกันในแต่ละตอน และเฉลยคำตอบ

1.2 นำแนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอนไปให้ผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 3 ท่าน ช่วยตรวจสอบในเรื่องความสอดคล้องของจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม เนื้อหา และวิธีการ

1.3 นำแนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอนไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มย่อย 3 กลุ่ม มีจำนวนกลุ่มละ 3 คน เพื่อหาข้อบกพร่องและปรับปรุงแก้ไขในขั้นเนื้อหาและเวลา

1.4 นำแนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้ในการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างสำหรับการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้

แนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอนหรือกลุ่มทดลองที่ 1 ปรากฏอยู่ในภาคผนวก ก

(2) บทเรียนสำเร็จรูปสำหรับกลุ่มทดลองที่ 2 การสร้างบทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง เริ่มจากการที่ผู้วิจัยได้ศึกษาหลักและวิธีการสร้างบทเรียนสำเร็จรูป พร้อมทั้งศึกษาขอบเขตเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนจริง จากหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 คู่มือครู บทเรียน และจากตำราอื่น ๆ ที่ได้รับอนุญาตให้ใช้ประกอบการสอนในวิชานี้ เพื่อนำมาสร้างบทเรียนสำเร็จรูปที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ โดยมีวิธีดำเนินการสร้างตามลำดับขั้น ดังนี้

2.1 ศึกษาจุดมุ่งหมายทั่วไปและจุดมุ่งหมายเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องระบบจำนวนจริง

2.2 กำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของบทเรียนแต่ละตอน

2.3 วางเค้าโครงเรื่องที่จะเขียนเนื้อหาเป็นกรอบ กำหนดเนื้อหา

ของแต่ละกรอบ ทั้งแต่ละกรอบแรกจนถึงกรอบสุดท้ายตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่
ได้กำหนดไว้ และให้สอดคล้องกับเนื้อหาของกลุ่มเพื่อนช่วยสอน

2.4 เขียนรายละเอียดของแต่ละกรอบตามที่กำหนดไว้ในข้อ 2.3

2.5 นำบทเรียนที่สร้างขึ้นไปปรึกษาผู้เชี่ยวชาญเกี่ยวกับบทเรียน
สำเร็จรูปและผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ท่าน เพื่อตรวจสอบในส่วนของ
รูปแบบ เนื้อหา ความถูกต้องและความเหมาะสม

2.6 ทดลองใช้บทเรียนสำเร็จรูป ผู้วิจัยนำบทเรียนสำเร็จรูปที่
สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2529 โรงเรียน
นาริรัตน์จังหวัดแพร่ ที่ไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างและยังไม่เคยเรียนในเรื่องระบบจำนวนจริง
มาก่อน โดยปฏิบัติตามขั้นตอนดังนี้

2.6.1 การทดลองเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยสังเกตอย่างใกล้ชิด
เพื่อบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละคนที่เกิดขึ้นในขณะที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป
และตรวจคำตอบในการเรียนของนักเรียน พร้อมทั้งซักถามปัญหาที่เกิดขึ้นในขณะที่
เรียนจากบทเรียน เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขบทเรียนต่อไป ในขั้นนี้ใช้นักเรียนจำนวน
5 คน

2.6.2 การทดลองกับกลุ่มย่อย นำบทเรียนที่แก้ไขปรับปรุง
แล้วตามข้อ 2.6.1 ไปทดลองกับนักเรียนอีกกลุ่มหนึ่งที่ไม่ใช่ นักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
และไม่ใช่นักเรียนในข้อ 2.6.1 จำนวน 10 คนและปรับปรุงแก้ไขรอบที่นักเรียนทำ
ผิดเกิน 50%

2.6.3 การทดลองใช้กับห้องเรียนจริง นำบทเรียนที่แก้ไข
แล้วในข้อ 2.6.2 ไปทดลองใช้กับนักเรียนอีกกลุ่มหนึ่งที่ไม่ใช่ นักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
และไม่ใช่นักเรียนในข้อ 2.6.1 และ 2.6.2 จำนวน 30 คน เพื่อตรวจสอบ
ปัญหาต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นได้ และนำมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่งก่อนที่จะนำไปทดลอง
กับกลุ่มตัวอย่างที่เป็นกลุ่มทดลองที่ 2

ในการหามาตรฐานของบทเรียนสำเร็จรูปใช้ "มาตรฐาน 90/90"

ตัวเลข 90 ตัวแรก หมายถึง คะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละของผลสอบจากการทำแบบทดสอบของนักเรียนทั้งหมดหลังจากที่เรียนบทเรียนแล้ว

ตัวเลข 90 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนเฉลี่ยเป็นร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ตอบข้อสอบแต่ละข้อ ถูก (เปรื่อง กุมุท 2527 : 77)

บทเรียนสำเร็จรูปสำหรับกลุ่มทดลองที่ 2 ปรากฏอยู่ในภาคผนวก ข

3. แบบทดสอบอิงโคเมนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ระบบจำนวนจริง โดยที่ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบอิงโคเมน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบอิงโคเมน

3.2 ศึกษาเนื้อหาและจุดมุ่งหมายของหลักสูตร เพื่อวิเคราะห์เนื้อหา กำหนดโคเมน และกำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในแต่ละโคเมน

ตารางวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง ปรากฏอยู่ในภาคผนวก ค

3.3 พิจารณาคุณภาพด้านความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้วิธีของ ไรวินेलลีและแสมเบลกัน (อังกฤษ สวดยศ 2526 : 29 - 31) คือนำเอาเนื้อหา และจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมให้ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาวิชาจำนวน 3 ท่าน ประเมินว่า จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่เขียนขึ้นนั้นครอบคลุมและสอดคล้องกับเนื้อหาวิชาหรือไม่

ผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน นำมาหาค่าเฉลี่ยจากคะแนนการประเมิน คะแนนที่ตกอยู่ระหว่าง 0.5 ถึง 1.0 คะแนน ถือว่าจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนั้นวัดได้ ครอบคลุมและสอดคล้องกับเนื้อหา คะแนนเฉลี่ยนอกเหนือจากนี้ต้องนำไปปรับปรุงแก้ไข จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมใหม่แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญประเมินอีกครั้งหนึ่ง เมื่อจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมสอดคล้องกับเนื้อหาแล้ว จึงนำไปเขียนข้อสอบ

แบบประเมินและผลการประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม กับเนื้อหา ปรากฏอยู่ในภาคผนวก ค

3.4 เขียนข้อสอบโดยยึดลักษณะเฉพาะของป๊อปแอม (ประเทือง
ทาสีแสง 2527 : 18 - 19 อ้างอิงมาจาก Popham. 1978 : 16)

ข้อสอบที่เขียนขึ้นนี้มี 2 ฉบับ คือฉบับแรกสำหรับโคเมนที่ 1 และฉบับที่ 2
สำหรับโคเมนที่ 2 ในแต่ละฉบับมีข้อคำถามจำนวน 70 ข้อ แล้วให้ผู้เชี่ยวชาญ
ประเมินว่าข้อคำถามแต่ละข้อสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมหรือไม่ ผลการ
ประเมินนำมาปรับปรุงแก้ไขข้อคำถามที่ยังไม่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมซึ่ง
ปรับปรุงแก้ไขแล้วได้ข้อคำถามทั้งหมดโคเมนละ 70 ข้อ

3.5 นำข้อสอบที่ผ่านการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญและปรับปรุงแล้วไป
ทดลองสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้เรียนเนื้อหาเรื่องนี้ไปแล้ว นำคะแนน
ที่ตรวจได้มาวิเคราะห์หาคุณภาพ ดังนี้ (อิงคณา สายยศ 2526 : 29 - 36)

3.5.1 ความยากง่าย ใช้สูตรอย่างง่าย โดยพิจารณาข้อสอบ
ที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป

3.5.2 ค่าอำนาจจำแนก ใช้สูตรการหาดัชนี บี โดยพิจารณา
จากค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.00 ขึ้นไป

3.5.3 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ใช้สูตรของคาร์เวอร์

3.6 สำหรับข้อสอบในแต่ละโคเมนพิจารณาคัดเลือกข้อคำถามที่มี
คุณภาพคือ มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกในระดับตามเกณฑ์ จับคู่ข้อคำถาม
ที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกใกล้เคียงกันและอยู่ในพฤติกรรมเดียวกัน แล้วสุ่ม
แยกเป็น 2 ฉบับ ฉะนั้นในแต่ละโคเมนจึงมีข้อสอบ 2 ฉบับที่เป็นคู่ขนานกันโคเมนละ
25 ข้อ

แบบทดสอบอิงโคเมนวิชาคณิตศาสตร์ และผลการวิเคราะห์หาคุณภาพ
ปรากฏอยู่ในภาคผนวก ค

4. มาตราวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็น
มาตราส่วนประมาณค่าตามวิธีของลิเกอร์ท โดยมิขึ้นตอนในการสร้างดังนี้

4.1 สร้างข้อความที่แสดงความรู้สึก ต่อการสอนซ่อมเสริมวิชา
คณิตศาสตร์ มีจำนวน 28 ข้อ โดยกำหนดตัวเลือกในการตอบดังนี้คือ เห็นด้วย
อย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง แล้วนำข้อความ
ที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และด้านเจตคติ
พิจารณาความถูกต้องและตรวจแก้ไขเพื่อให้ข้อความที่เขียนนั้นสอดคล้องและเหมาะสม
กับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

4.2 กำหนดน้ำหนักในการตอบตัวเลือก โดยกำหนดข้อที่เป็นข้อความ
ทางบวกให้ตัวเลือกในข้อ 4.1 มีน้ำหนักเป็น 5 4 3 2 1 และข้อที่เป็นข้อความ
ทางลบตัวเลือกมีน้ำหนักเป็น 1 2 3 4 5 ตามลำดับ

4.3 นำมาตราวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ไป
ทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนารีรัตน์จังหวัดแพร่ ที่เคยได้รับ
การสอนซ่อมเสริมมาแล้วจำนวน 80 คน

4.4 นำผลจากการตรวจให้คะแนนมาตราวัด เจตคติต่อการสอน
ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาหาค่าอ่านจำแนกเป็นรายข้อ โดยใช้
การทดสอบ t (t - test) ซึ่งใช้เกณฑ์การแบ่งกลุ่มสูง - กลุ่มต่ำ เป็น 25%
แล้วเลือกข้อที่มีอ่านจำแนกสูงคือค่า t ที่ เท่ากับหรือมากกว่า 1.75

4.5 หาค่าความเชื่อมั่นของมาตราวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม
วิชาคณิตศาสตร์โดยใช้การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient)

มาตราวัดเจตคติที่ได้อ้างอิงมีจำนวน 20 ข้อ และการหาค่าความเชื่อมั่นของ
มาตราวัด ปรากฏอยู่ในภาคผนวก ง

แบบแผนของการทดลอง

แบบแผนการทดลอง คือ Randomized Control - Group Pretest - Posttest Design ซึ่งมีลักษณะดังนี้ (ลวัน สายยศ และอังคณา สายยศ 2528 : 216)

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E ₁ R	T ₁	X _a	T ₂
E ₂ R	T ₁	X _b	T ₂
C R	T ₁	X _c	T ₂

เมื่อ R แทน การกำหนดกลุ่มตัวอย่างแบบสุ่ม
 E แทน กลุ่มทดลอง
 C แทน กลุ่มควบคุม
 E₁R แทน กลุ่มทดลองที่ 1 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน
 E₂R แทน กลุ่มทดลองที่ 2 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป
 CR แทน กลุ่มควบคุม ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง
 T₁ แทน การสอบก่อนที่จะจัดกระทำการทดลอง

- T_2 แทน การสอบหลังจากที่จักระทำการทดลอง
 X แทน การจักระทำ
 X_a แทน การสอนซ่อมเสริมโดยใช่เพื่อนช่วยสอน
 X_b แทน การสอนซ่อมเสริมโดยใช่บทเรียนสำเร็จรูป
 X_c แทน การสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง

วิธีดำเนินการ

1. เตรียมการก่อนการทดลอง มีลำดับขั้นดังนี้

1.1 หลังจากนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างได้เรียนจบแต่ละโคเมนในเรื่องระบบจำนวนจริงแล้วทำการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนด้วยแบบทดสอบอิงโคเมนโดยใช้เวลา 50 นาที นักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนจุดตัดในแต่ละโคเมนโดยใช่เกณฑ์ 80% ถูกคัดเลือกไว้ และวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ใช้เวลา 10 นาที

1.2 ผู้วิจัยประชุมนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม เพื่อชี้แจงเกี่ยวกับจุดมุ่งหมายของการทดลอง วิธีการซ่อมเสริมในแต่ละกลุ่ม ตลอดจนเงื่อนไขต่าง ๆ ในการทดลอง

1.3 ผู้วิจัยร่วมกับครูประจำวิชาคัดเลือกนักเรียนที่จะให้เป็นผู้ช่วยสอนโดยพิจารณาจากนักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ที่ได้เรียนในเรื่องระบบจำนวนจริงไปแล้วและได้คะแนนสูงสุดสิบเปอร์เซ็นต์แรกของนักเรียนที่ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนจุดตัดในแต่ละโคเมน พร้อมทั้งแนะแนวทางในการสอนซ่อมเสริมในกลุ่มทดลองที่ 1

2. การดำเนินการทดลอง การสอนซ่อมเสริมสำหรับแต่ละโคเมนกระทำภายหลังการเรียนแต่ละโคเมนจบแล้ว ดังนั้นจึงได้มีการทดลองสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ในโคเมนที่ 1 และสำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านเกณฑ์ในโคเมนที่ 2 ในภายหลัง วิธีการทดลองการสอนซ่อมเสริมในแต่ละโคเมนมีวิธีการสำหรับ

ในแต่ละกลุ่มการทดลอง ดังนี้

2.1 กลุ่มทดลองที่ 1 สอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ให้นักเรียนผู้ช่วยสอนที่ได้รับการคัดเลือกแล้วเป็นผู้สอนซ่อมเสริมในกลุ่มนี้ โดยมีแนวทางการสอนของแต่ละกลุ่มย่อยเหมือนกัน

2.2 กลุ่มทดลองที่ 2 สอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปนักเรียนที่เรียนซ่อมเสริมศึกษาและทำกิจกรรมในบทเรียนสำเร็จรูปด้วยตนเอง

2.3 กลุ่มควบคุม สอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ครูสอนนักเรียนที่เรียนซ่อมเสริมทั้งหมดในกลุ่มโดยใช้การบรรยาย การอภิปรายหรือ การถามตอบ เช่นเกี่ยวกับการสอนในชั้นเรียนตามปกติ

3. หลังการทดลอง

เมื่อสิ้นสุดการสอนซ่อมเสริมของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมในแต่ละโคเมน แล้วทำการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยแบบทดสอบอิงโคเมนซึ่งเป็นข้อสอบคู่ขนานกับฉบับที่สอบก่อนการสอนซ่อมเสริม โดยใช้เวลา 50 นาที และวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นมาตรวัดฉบับเดียวกันกับที่ใช้วัดก่อนการทดลองใช้เวลา 10 นาที โดยสอบต่อเนื่องกันทั้ง 2 ฉบับ

คะแนนผลการสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลอง ปรากฏอยู่ในภาคผนวก จ

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) มีคะแนนผลการสอบหลังการทดลองเป็นตัวแปรตาม และคะแนนผลการสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม

2. เปรียบเทียบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม โดยใช้การวิเคราะห์ความ
แปรปรวนรวม (ANCOVA) มีคะแนนผลการสอบหลังการทดลองเป็นตัวแทน
และคะแนนผลการสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแทนร่วม

ในกรณีที่การทดสอบแล้วพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
จึงทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ ตามวิธีของเชฟเฟ้
(Scheffe') (ลวน สายยศ และอังคณา สายยศ 2528 : 119 - 122)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
S^2	แทน	คะแนนความแปรปรวน
SS	แทน	ผลรวมกำลังสองของการปรับคะแนนจากตัวแปรรวม
df	แทน	ชั้นของความเป็นอิสระ
MS	แทน	คะแนนความแปรปรวนที่ปรับแล้วระหว่างกลุ่ม
MS	แทน	คะแนนความแปรปรวนที่ปรับแล้วภายในกลุ่ม
F	แทน	อัตราส่วนระหว่างค่าความแปรปรวนที่ปรับแล้วระหว่างกลุ่ม กับค่าความแปรปรวนที่ปรับแล้วภายในกลุ่ม
$\bar{X}'$	แทน	คะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้ว
n	แทน	จำนวนคนแต่ละกลุ่ม
N	แทน	จำนวนคนทั้งหมดในกลุ่มตัวอย่าง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากการศึกษาครั้งนี้ มีดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ จากการสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมปรากฏผลในตาราง 2 - 5 ตามลำดับดังนี้

ตาราง 2 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 จากการสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
 ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	n	ก่อนการทดลอง		หลังการทดลอง	
		$\bar{X}$	S^2	$\bar{X}$	S^2
กลุ่มทดลองที่ 1	16	15.8750	7.4500	22.8750	1.0500
กลุ่มทดลองที่ 2	15	16.8000	5.7429	21.3333	1.8095
กลุ่มควบคุม	13	15.5385	2.4359	19.2308	3.1923

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 วิชาคณิตศาสตร์จากการสอบก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และ
 กลุ่มควบคุม เป็น 15.8750, 16.8000 และ 15.5385 ส่วนความแปรปรวน
 เป็น 7.4500, 5.7429 และ 2.4359 ตามลำดับ สำหรับคะแนนเฉลี่ยของ
 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการสอบหลังการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1
 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม เป็น 22.8750, 21.3333 และ 19.2308
 ส่วนความแปรปรวนเป็น 1.0500, 1.8095 และ 3.1923 ตามลำดับ
 จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยหลังการทดลองของทุกกลุ่มสูงขึ้นและค่าความแปรปรวนลดลง
 ยกเว้นกลุ่มควบคุมที่ค่าความแปรปรวนกลับสูงกว่าก่อนการทดลอง

ตาราง 3 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 จากการสอบก่อน การทดลองและหลังการทดลอง
ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	n	ก่อน การทดลอง		หลัง การทดลอง	
		$\bar{X}$	S^2	$\bar{X}$	S^2
กลุ่มทดลองที่ 1	16	16.3750	3.8500	22.1875	1.2292
กลุ่มทดลองที่ 2	14	16.6429	5.9396	20.9286	1.3022
กลุ่มควบคุม	15	15.6667	7.3810	18.7333	1.6381

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
วิชาคณิตศาสตร์จากการสอบก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และ
กลุ่มควบคุม เป็น 16.3750 16.6429 และ 15.6667 ส่วนความแปรปรวน
เป็น 3.8500 5.9396 และ 7.3810 ตามลำดับ สำหรับคะแนนเฉลี่ยของ
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการสอบหลังการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1
กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม เป็น 22.1875 20.9286 และ 18.7333
ส่วนความแปรปรวน เป็น 1.2292 1.3022 และ 1.6381 ตามลำดับ จะเห็นว่า
ค่าเฉลี่ยหลังการทดลองของทุกกลุ่มสูงขึ้น และค่าความแปรปรวนลดลง

ตาราง 4 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม
 วิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 จากการสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
 ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	n	ก่อนการทดลอง		หลังการทดลอง	
		$\bar{x}$	s^2	$\bar{x}$	s^2
กลุ่มทดลองที่ 1	16	69.8125	21.0958	74.2500	40.8667
กลุ่มทดลองที่ 2	15	76.4000	74.5429	80.8000	23.1714
กลุ่มควบคุม	13	72.3077	81.2308	74.1538	45.8077

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม
 วิชาคณิตศาสตร์จากการสอบก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2
 และกลุ่มควบคุม เป็น 69.8125 76.4000 และ 72.3077 ส่วนความแปรปรวน
 เป็น 21.0958 74.5429 และ 81.2308 ตามลำดับ สำหรับคะแนนเฉลี่ยของ
 เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์จากการสอบหลังการทดลองของกลุ่มทดลอง
 ที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม เป็น 74.2500 80.8000 และ
 74.1538 ตามลำดับ ส่วนความแปรปรวนเป็น 40.8667 23.1714 และ
 45.8077 ตามลำดับ จะเห็นว่า ค่าคะแนนเฉลี่ยหลังการทดลองของทุกกลุ่มสูงขึ้น
 และความแปรปรวนลดลง ยกเว้นกลุ่มทดลองที่ 1 ที่ค่าความแปรปรวนกลับสูงกว่า
 ก่อนการทดลอง

ตาราง 5 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม
 วิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 จากการสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
 ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	n	ก่อนการทดลอง		หลังการทดลอง	
		$\bar{x}$	s^2	$\bar{x}$	s^2
กลุ่มทดลองที่ 1	16	69.6250	36.3833	73.5000	43.6000
กลุ่มทดลองที่ 2	14	76.3571	81.0165	81.2143	17.7198
กลุ่มควบคุม	15	72.2667	95.3524	72.9333	56.3524

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่า คะแนนเฉลี่ยของเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม
 วิชาคณิตศาสตร์จากการสอบก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2
 และกลุ่มควบคุม เป็น 69.6250 76.3571 และ 72.2667 ส่วนความแปรปรวน
 เป็น 36.3833 81.0165 และ 95.3524 ตามลำดับ สำหรับคะแนนเฉลี่ยของ
 เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์จากการสอบหลังการทดลองของกลุ่ม
 ทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม เป็น 73.5000 81.2143
 และ 72.9333 ส่วนความแปรปรวน เป็น 43.6000 17.7198 และ 56.3524
 ตามลำดับ จะเห็นว่า หลังการทดลองกลุ่มทดลองที่ 2 มีค่าคะแนนเฉลี่ยมากกว่า
 ทุกกลุ่ม และมีความแปรปรวนน้อยกว่าทุกกลุ่ม

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เงื่อนไขช่วยสอน ใช้นิทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ปรากฏผลในตาราง 6

ตาราง 6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียวของคะแนน
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งของตัวแปร	SS'	df	MS'	F
ระหว่างกลุ่ม (b)	93.1210	2	46.5605	24.1961 **
ภายในกลุ่ม (w)	76.9734	40	1.9243	
รวม (t)	170.0944	42		

$$F_{.01 (2, 40)} = 5.18$$

ตาราง 6 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1

การทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วระหว่างกลุ่มทั้งสาม
ตามวิธีของเชฟเฟ (Scheffé) ปรากฏผลในตาราง 7

ตาราง 7 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ของผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 กลุ่มควบคุม			
	$\bar{X}'$	22.8976	21.2592	19.2885
กลุ่มทดลองที่ 1	22.8976	—	1.6384**	3.6091**
กลุ่มทดลองที่ 2	21.2592		—	1.9707**
กลุ่มควบคุม	19.2885			—

ตาราง 7 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโคเมนที่ 1
ของกลุ่มทดลองที่ 1 สูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโคเมนที่ 1 ของ
กลุ่มทดลองที่ 2 สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ปรากฏผลในตาราง 8

ตาราง 8 การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวมแบบทางเดียวของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งของตัวแปร	SS'	df	MS'	F
ระหว่างกลุ่ม (b)	86.3528	2	43.1764	33.1514 **
ภายในกลุ่ม (w)	53.3975	41	1.3024	
รวม (t)	139.7503	43		

$$F_{.01} (2, 41) = 5.17$$

ตาราง 8 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1

การทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วระหว่างกลุ่มทั้งสามตามวิธีของเชฟเฟ (Scheffe') ปรากฏผลในตาราง 9

ตาราง 9 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง		กลุ่มทดลองที่ 1	กลุ่มทดลองที่ 2	กลุ่มควบคุม
	$\bar{x}$	22.1656	20.8683	18.8130
กลุ่มทดลองที่ 1	22.1656	—	1.2973*	3.3526**
กลุ่มทดลองที่ 2	20.8683		—	2.0553**
กลุ่มควบคุม	18.8130			

ตาราง 9 แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มทดลองที่ 1 สูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มทดลองที่ 2 สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

4. การเปรียบเทียบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
ในโคเมนที่ 1 ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน
ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ปรากฏผลในตาราง 10

ตาราง 10 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียวของคะแนน
เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งของตัวแปร	SS'	df	MS'	F
ระหว่างกลุ่ม (b)	123.5196	2	61.7598	3.5216*
ภายในกลุ่ม (w)	701.4973	40	17.5374	
รวม (t)	825.0169	42		

$$F_{.05} (2, 40) = 3.23$$

ตาราง 10 แสดงว่า เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ
.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 2

การทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วระหว่างกลุ่มทั้งสาม
ตามวิธีของเชฟเฟ้ (Scheffé) ปรากฏผลในตาราง 11

ตาราง 11 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ของเจตคติ
ต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 กลุ่มควบคุม			
	$\bar{x}'$	75.9842	78.7120	74.4342
กลุ่มทดลองที่ 1	75.9842	—	2.7278	1.5500
กลุ่มทดลองที่ 2	78.7120		—	4.2778*
กลุ่มควบคุม	74.4342			—

ตาราง 11 แสดงว่า เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
ในโคเมนที่ 1 ของกลุ่มทดลองที่ 2 สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่
ระดับ .05 ส่วนกลุ่มอื่น ๆ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

5. เปรียบเทียบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใ้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ปรากฏผลในตาราง 12

ตาราง 12 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียวของคะแนน
เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งของตัวแปร	SS'	df	MS'	F
ระหว่างกลุ่ม (b)	260.1428	2	130.0714	2.3539
ภายในกลุ่ม (w)	2265.5541	41	55.2574	
รวม (t)	2525.6969	43		

$$F_{.05(2, 41)} = 3.23$$

ตาราง 12 แสดงว่า เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
ในโคเมนที่ 2 ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการทดลองสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใ้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง สรุปผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใ้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง
2. เพื่อเปรียบเทียบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใ้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใ้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง แตกต่างกัน
2. เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใ้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนหญิงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แผนการเรียนวิทย์-คณิต ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2529 โรงเรียนนารีรัตน์จังหวัดแพร่ ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องระบบจำนวนจริง และสอบไล่คะแนนต่ำกว่าจุดตัดในแต่ละโคเมน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

2.1 แนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอน จำนวน 8 ชุด

2.2 บทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรง จำนวน 8 ชุด

2.3 แบบทดสอบอิงโคเมนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ฉบับ เรื่องระบบจำนวนจริง ซึ่งแยกออกเป็น 2 โคเมน ในแต่ละโคเมนมีแบบทดสอบ 2 ฉบับที่คู่ขนานกัน แต่ละฉบับมีข้อคำถามจำนวน 25 ข้อ แบบทดสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก แบบทดสอบสำหรับโคเมนที่ 1 มีความเชื่อมั่น .72 และโคเมนที่ 2 มีความเชื่อมั่น .69

2.4 มาตรการวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็น มาตรการส่วนประมาณค่าตามแบบลิเกอร์ท หากความเชื่อมั่นโดยใช้การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ได้ความเชื่อมั่น .82

3. วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 ก่อนการทดลอง สำหรับแต่ละโคเมนทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้เรียนเรื่องระบบจำนวนจริงจากครูประจำวิชาไปแล้วด้วยแบบทดสอบอิงโคเมน เพื่อหาว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนจุดตัดในโคเมนนั้น พร้อมทั้งวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ แล้วทรวใจให้คะแนน

3.2 คัดนักเรียนที่ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนจุดตัดในแต่ละโคเมน จากผลการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งถือเกณฑ์ 80% เป็นนักเรียนในกลุ่ม ตัวอย่าง

3.3 กำหนดการทดลอง ทำการทดลองสอนซ่อมเสริมสำหรับแต่ละ โคเมนภายหลังจากที่ครูประจำวิชาได้สอนจบแล้วทั้ง 2 โคเมน โดยใช้เวลา ในการสอนซ่อมเสริมกลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่ม ๆ ละ 8 คาบ คาบละ 50 นาที วิธีการสอนในแต่ละกลุ่มแตกต่างกันดังนี้

3.3.1 กลุ่มทดลองที่ 1 สอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อน ช่วยสอน

3.3.2 กลุ่มทดลองที่ 2 สอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียน สำเร็จรูป

3.3.3 กลุ่มควบคุม สอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็น ผู้สอนเอง

3.4 หลังการทดลอง ทำการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ นักเรียนด้วยแบบทดสอบอิงโคเมน ซึ่งเป็นข้อสอบคู่ขนาน กับฉบับที่สอบก่อนการทดลอง พร้อมทั้งวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ด้วยมาตราวัดเจตคติฉบับเดิม หลังจากการสอนซ่อมเสริมเสร็จในแต่ละโคเมน แล้วตรวจให้คะแนน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม มีคะแนนผลการสอบหลังการทดลองเป็นตัวแปรตาม และคะแนนผลการสอบก่อน การทดลองเป็นตัวแปรร่วม

2. เปรียบเทียบเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตของนักเรียน กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม มีคะแนนผลการสอบหลังการทดลองเป็นตัวแทน และคะแนนผลการสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแทนรวม

ในกรณีที่การทดสอบแล้วพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จึงทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ ตามวิธีของเซฟเฟ่

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทุกกลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์จากการสอบหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลองทั้งสองโคเมน

อนึ่งหลังจากการสอนซ่อมเสริม ผลการสอบในโคเมนที่ 1 ปรากฏว่านักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 และ 2 ผ่านเกณฑ์ทุกคน (100%) ส่วนในกลุ่มควบคุมมีผ่านเกณฑ์เพียง 38% ส่วนในโคเมนที่ 2 นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ผ่านเกณฑ์ทุกคน (100%) กลุ่มทดลองที่ 2 ผ่านเกณฑ์แทบทุกคน (93%) ส่วนกลุ่มควบคุมมีผ่านเกณฑ์ 27% เท่านั้น

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโคเมนที่ 1 ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปและครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สำหรับในโคเมนที่ 2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มที่ครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นอกจากนี้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสองโคเมนของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมในโคเมนที่ 1 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนกลุ่มอื่น ๆ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สำหรับเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมในโคเมนที่ 2 โดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

อย่างไรก็ดีเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหมดที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏอยู่ในภาคผนวก ฉ)

อภิปรายผลการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ทั้ง 2 ข้อ สามารถอภิปรายได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1 (จำนวนจริง) และในโคเมนที่ 2 (การแกสมการ)

1.1 ผลการศึกษาพบว่า ในทั้งสองโคเมนนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ทั้งนี้เพราะกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนซึ่งมีผู้สอนเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความเข้าใจในเรื่องที่สอนเป็นอย่างดี มีความรับผิดชอบ และการแบ่งกลุ่มย่อยโดยใช้อัตราส่วนระหว่างผู้สอนและผู้เรียนเท่ากับ 1 : 3 ได้กระทำความความสนใจ ทำให้นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมรู้สึกสบายใจ รู้สึกเป็นอิสระ กล้าซักถามปัญหาข้อข้องใจต่าง ๆ จากเพื่อนช่วยสอน อีกทั้งภาษาที่ใช้พูดอธิบายก็เป็นภาษาที่ใช้ในท้องถิ่นทำให้ถ่ายทอดการเข้าใจ ตามข้อเสนอแนะของ ยัง และแอลเลน (Young. 1972 : 630 และ Allen. 1976 : 371) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจึงแตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับ

การสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปซึ่งเรียนด้วยตนเองเพียงลำพัง ส่วนการสอนโดยครูนั้นก็สอนเป็นกลุ่มรวมกันทั้งหมด ผู้สอนอาจจะดูแลไม่ทั่วถึง และสอนโดยการบรรยายหรือการอภิปรายแบบเดิมที่สอนเป็นประจำ ทำให้นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนมีโอกาสและมีกำลังใจในการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และที่ครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ซึ่งผลการศึกษานี้สอดคล้องกับงานวิจัยทำนองเดียวกันทั้งในประเทศและต่างประเทศ และทั้งในการสอนปกติและการสอนซ่อมเสริม นั่นคืองานวิจัยของ ทรงสถิตย์ กิตติคุณวัจนะ (ทรงสถิตย์ กิตติคุณวัจนะ 2521 : 154) ที่พบว่า นักเรียนที่เรียนออนไลน์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนซึ่งมีผลสัมฤทธิ์สูงเป็นผู้สอน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาอังกฤษสูงกว่ากลุ่มที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ งานวิจัยของ พรณี โสชะโร (พรณี โสชะโร

2527 : 49 – 50) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนสูงกว่ากลุ่มที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และมีงานวิจัยของ ชะเจน ตันจ้อย (ชะเจน ตันจ้อย 2529 : 72) พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนซ่อมเสริมวิชาวิทยาศาสตร์โดยใช้เพื่อนช่วยสอน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปและครูเป็นผู้สอนเอง ในต่างประเทศมีงานวิจัยของ ดิลเนอร์ (Dillner. 1971 : 6095 – 6096 – A) ที่ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมการอ่าน โดยใช้เพื่อนช่วยสอนกับไม่มีเพื่อนช่วยสอน ปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่มีเพื่อนช่วยสอนมีความสามารถในการอ่านดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่มีเพื่อนช่วยสอน และงานวิจัยของ แมคเคธัน (McKethan. 1982 : 710 – A) ที่ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ในมหาวิทยาลัยลินคอล์น โดยวิธีที่ได้รับการสอนจากเพื่อนและไม่ได้รับการสอนจากเพื่อน ผลปรากฏว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนจากเพื่อนและไม่ได้รับการสอนจากเพื่อน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

1.2 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม โดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ทั้งนี้เพราะนักเรียนที่ได้เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปแบบเส้นตรงซึ่งไม่ซับซ้อน ง่ายต่อการเข้าใจ นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเองอย่างเป็นอิสระเร็วหรือช้า อัตราการเรียนจะ

ขึ้นอยู่กับความสามารถของแต่ละบุคคล ไม่ต้องเสียเวลารอคอยกันหรือไม่จำเป็นต้องเรียน
 รอไปพร้อมกัน โดยได้เรียนตั้งแต่ง่ายไปหายาก และเป็นการประเมินผลการเรียนของตนเอง
 ไปด้วย ทำให้รู้ความก้าวหน้าของการเรียนด้วยตนเองซึ่งเป็นการสร้างแรงจูงใจได้เป็นอย่างดี
 และอีกประการหนึ่งนักเรียนกลุ่มนี้ยังไม่เคยเรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปมาก่อนเลย จึงเป็น
 สิ่งแปลกใหม่สำหรับนักเรียนจึงยิ่งทำให้นักเรียนมีความสนใจ มีความกระตือรือร้นในการเรียน
 มากขึ้น และไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน ส่วนการสอนที่ครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองนั้น
 นักเรียนมีความคุ้นเคยกับวิธีการเรียนแบบบรรยายหรือแบบอภิปรายนั้นมาแล้วจึงไม่มีความ
 กระตือรือร้นในการเรียน อาจจะไม่มีความเบื่อหน่ายต่อการเรียน นอกจากนั้นการเรียนเป็น
 กลุ่มใหญ่ทำให้นักเรียนบางคนไม่กล้าซักถามเมื่อไม่เข้าใจหรือตามไม่ทัน ด้วยเหตุนี้ที่กล่าว
 มาแล้วจึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในกลุ่มที่ครูประจำวิชาเป็นผู้สอนซ่อมเสริม
 เองต่ำกว่ากลุ่มที่เรียนโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ซึ่งผลของการศึกษานี้สอดคล้องกับงานวิจัย
 ทำนองเดียวกันทั้งในประเทศและต่างประเทศ และทั้งในการสอนปกติและการสอนซ่อมเสริม
 นั่นคือ งานวิจัยของ เอ็อน ปิ่นเงิน (เอ็อน ปิ่นเงิน 2518 : 29) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์
 ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับ ป.กศ.สูง ที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป
 สูงกว่ากลุ่มที่ได้เรียนตามปกติ ในต่างประเทศมีงานวิจัยของ อีสเตอร์เคย์ (Easterday.
 1963 : 303 - 307) ที่พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาพีชคณิตของนักเรียนเกรด 9
 ที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปสูงกว่ากลุ่มที่เรียนตามปกติ และยังมีงานวิจัยของ บางฮาร์ท
 และคณะ (Banghart and others. 1963 : 199 - 204) พบว่า นักเรียนเกรด 4
 กลุ่มที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูปให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียน
 ตามปกติ และแรดลอลล์ (Randall. 1972 : 1422 - A) ซึ่งได้ศึกษาผลของการสอน
 ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ในวิทยาลัยชุมชน คาลิฟอร์เนีย แล้วพบว่า การสอนโดยใช้บทเรียน
 สำเร็จรูปมีผลต่อการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์มากกว่าการสอนแบบบรรยายตามปกติ

2. เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

2.1 ในโคเมนที่ 1 เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของ

นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปคือนักเรียนที่ได้รับการสอน
 ซ่อมเสริมที่มีครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ทั้งนี้เพราะบทเรียนสำเร็จรูปเป็นสิ่งแปลกใหม่

สำหรับนักเรียนในกลุ่มทดลอง ทำให้มีความสนใจที่อยากจะศึกษาและได้รับความก้าวหน้าของการเรียน เป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนได้อย่างหนึ่ง (ชม ภูมิภาค 2521 : 2) ไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาซึ่งส่วนใหญ่อยู่ในระยะวัยเริ่มมีความอยากรู้อยากเห็น และรักความเป็นอิสระ จึงมีความรู้สึกที่ดีต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป ส่วนการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนและครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองนั้นนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมมีความคุ้นเคยกับเพื่อนและครูมาแล้วเป็นอย่างดี ประกอบกับการสอนเนื้อหาในเรื่องที่ได้เรียนมาแล้ว ผู้เรียนจึงอาจจะเกิดความเบื่อหน่ายเมื่อเล่า ไม่เปลี่ยนความรู้สึกที่มีอยู่เดิม สิ่งนี้อาจจะเป็นสาเหตุที่ทำให้เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนและที่ครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองไม่แตกต่างกัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อุทัย เพชรช่วย (อุทัย เพชรช่วย 2527 : 64) พบว่า เจตคติในเรื่องเศษส่วนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ค่าที่สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงและปานกลาง กับนักเรียนที่มีครูสอนเองไม่แตกต่างกัน

2.2 ในโคเมนที่ 2 เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองแตกต่างกันอย่างไรไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะ นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมในโคเมนที่ 2 นี้เป็นนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมมาแล้วในโคเมนที่ 1 นักเรียนที่ไม่ผ่านทั้งสองโคเมนเข้าซ้อนกันมีทั้งหมด 32.84% นักเรียนจึงมีความคุ้นเคยกับการสอนทั้ง 3 วิธี อีกทั้งเป็นการเรียนในเรื่องที่เคยได้เรียนมาแล้วยิ่งทำให้เกิดความซ้ำซาก เบื่อหน่าย ความกระตือรือร้นในการเรียนจึงลดลง ไม่ค่อยสนใจในการเรียน สิ่งเหล่านี้อาจจะเป็นสาเหตุที่ทำให้เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มในโคเมนที่ 2 ไม่แตกต่างกัน

กล่าวโดยสรุป ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งเป็นคุณลักษณะด้านสติปัญญาความคิดพัฒนาได้รวดเร็วด้วยวิธีการสอนที่แปลกใหม่และคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

แต่วิธีการสอนดังกล่าวแล้วมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงเจตคติซึ่งเป็นคุณลักษณะในทาง
อารมณ์ ความรู้สึก ใฝ่คว้า

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อ
การเรียนการสอนโดยเฉพาะอย่างยิ่งการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ และ
 การศึกษาค้นคว้าในเรื่องที่เกี่ยวข้องในโอกาสต่อไป ดังนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากผลการศึกษาพบว่า การสอนซ่อมเสริมโดยใช้
 เพื่อนช่วยสอนให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าการสอนซ่อมเสริม
 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง ดังนั้นในการสอน
 ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนจึงสามารถให้นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 สูงเป็นผู้สอนซ่อมเสริมแทนได้ ซึ่งสามารถช่วยลดภาระงานสอนของครูได้มากขึ้น
 แต่ทั้งนี้ต้องฝึกนักเรียนที่จะเป็นผู้ช่วยสอนก่อน รวมทั้งมีแนวทางการสอนไว้ให้
 พร้อมด้วย

1.2 ควรส่งเสริมและสนับสนุนให้มีการสร้างบทเรียนสำเร็จรูปขึ้น
 ใช้ในการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เพราะผลจากการวิจัยแสดงว่าวิธีนี้ทำ
 ให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ที่สูงกว่า และมีเจตคติที่ดีว่าการสอนซ่อมเสริมที่มีครูประจำวิชา
 เป็นผู้สอนเอง อนึ่งผู้ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมยังสามารถนำไปศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง
 ทั้งนอกเวลาเรียนและที่บ้านได้อีกด้วย

ผลจากการวิจัยเชิงทดลองครั้งนี้ชี้ให้เห็นแนวทางในการใช้วิธีการสอน
 ซ่อมเสริมว่า การใช้วิธีสอนแปลกใหม่ และจัดกลุ่มนักเรียนเล็กลง ก่อให้เกิด
 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าต่อไป

2.1 การมี การศึกษาของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ โดยให้เพื่อนช่วยสอน และใช้บทเรียนสำเร็จรูป ที่มีคุณสมบัติทางการเรียน และ เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่มีเพศต่างกัน หรือในโรงเรียน สหศึกษา

2.2 การมี การศึกษาของการสอนซ่อมเสริมโดยให้เพื่อนช่วยสอน และใช้บทเรียนสำเร็จรูป ที่มีคุณสมบัติทางการเรียน และ เจตคติต่อการสอน ซ่อมเสริมในวิชาอื่น ๆ

ข้อสังเกตที่พบระหว่างทำการทดลอง

1. การสอนซ่อมเสริมโดยให้เพื่อนช่วยสอน ในคาบหลัง ๆ นักเรียน บางคนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมไม่ค่อยสนใจซักถามเพื่อนช่วยสอนเหมือนคาบต้น ๆ ของการทดลอง

2. การสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป นักเรียนไม่มีปัญหาในการ อ่านบทเรียน นักเรียนมีความกระตือรือร้น เพราะบทเรียนสำเร็จรูปเป็นสิ่งแปลกใหม่ สำหรับนักเรียน อีกทั้งเป็นนักเรียนหญิงในแผนการเรียนวิทย์ – คณิต ของโรงเรียน สตรีประจำจังหวัด แต่ในคาบหลัง ๆ ก็มีบางคนที่แสดงความกระตือรือร้นลงไปบ้างโดย ริม ๆ อ่านเพื่อให้จบบทเรียนเท่านั้น

การที่นักเรียนไม่ค่อยมีความกระตือรือร้นในการเรียนคาบหลัง ๆ นั้น เนื่องจากการทดลองครั้งนี้ใช้เวลาซ่อมเสริมมากกว่าที่นักเรียนเคยได้รับการสอน ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์มาแล้ว และยังมีนักเรียนบางส่วนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม ข้างซ้อนกันทั้งสองโคเมนอีกด้วย ดังนั้นในการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอน ควรเลือกใช้วิธีสอนหลาย ๆ วิธีในแต่ละรายวิชา ทั้งนี้ย่อมให้เหมาะสมกับลักษณะของ เนื้อหาในรายวิชานั้น ๆ

မတုမတု

บรรณานุกรม

- ชะเจน กันจ้อย การศึกษาลักษณะพฤติกรรมการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนโปรแกรม..ใช้เพื่อน
ช่วยสอน และครูเป็นผู้สอน ปริญญาพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2529, 174 หน้า อักสำเนา
- จินนากา สิกบุตร การศึกษาลักษณะพฤติกรรมการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ วิธีการ
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่มีและไม่มีการสอนย่อย ปริญญาพนธ์
กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2521, 71 หน้า
อักสำเนา
- จิราพร ประยูรวงษ์ สภาพและปัญหาการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยม
ศึกษาตอนต้น เขตการศึกษา 5 วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2527, 101 หน้า อักสำเนา
- ชม ภูมิภาค "ตำราแบบเรียนโปรแกรมกับมหาวิทยาลัยเปิด" วารสารการศึกษา
14 : 11 - 12 มิถุนายน - กรกฎาคม 2521
- ช่อนแก้ว โภคสุพัทธ์ การศึกษาลักษณะพฤติกรรมการเรียนและความสนใจในวิชา
หลักภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ค่าที่เรียนโดยวิธีการให้นักเรียนสอนกันเอง ปริญญาพนธ์ กศ.ม.
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2525, 122 หน้า อักสำเนา
- เชิดศักดิ์ ไชวสินธุ์ การวัดทัศนคติและบุคลิกภาพ สำนักงานทดสอบทางการศึกษา
และจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 132 หน้า

ณรงค์ สารทัศนานนท์ การใช้บทเรียนโปรแกรมซ่อมเสริมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 2
ในระดับชั้น ป.กศ. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2521,
 247 หน้า อักสำเนา

ทรงสถิต กิตติคุณวัจนะ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของการให้นักเรียนสอนกันเอง
วิทยานิพนธ์ ศ.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2522, 59 หน้า อักสำเนา
 เทอดศักดิ์ จันทร์อรุณ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง
เรขาคณิตวิเคราะห์ระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียน
โปรแกรมกับการสอนปกติ วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2519, 45 หน้า อักสำเนา

ชนาธร เจียรกุล การเปรียบเทียบผลการจัดลำดับการสอนในบทเรียนโปรแกรม
ด้วยวิธีอุปมานและวิธีอนุมาน ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2523, 50 หน้า อักสำเนา

ประคินันท์ อุประนัย "จิตวิทยาเกี่ยวกับผู้เรียนในระบบการเรียนการสอน"
วิทยาการการสอน เล่ม 1 หน้า 337 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
รังศิลป์การพิมพ์ 2525

ประภาเพ็ญ สุวรรณ ทัศนคติ : การวัด การเปลี่ยนแปลง และพฤติกรรมอนามัย
พิมพ์ครั้งที่ 2 โอเคียนสโตร์ 2526, 211 หน้า

ปรีชา วิเทศวิทยานุศาสตร์ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริม
วิชาทักษะอ่าน 2 ด้วยชุดการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเป็น
กลุ่มโดยครูเป็นผู้ดำเนินการ นักเรียนผู้ช่วยสอนเป็นผู้ดำเนินการ และนักเรียน
ผู้ช่วยสอนกับครูรวมเป็นผู้ดำเนินการ วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2524, 144 หน้า อักสำเนา

ปรีปติ จิมแจ่ม การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส
สัญลักษณ์เบื้องต้น ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับ
การสอนปกติ ปรียาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
 2518, 158 หน้า อักสำเนา

เป็รื่อง กุมท การสร้างบทเรียนสำเร็จรูป วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร
 2515, 131 หน้า อักสำเนา

_____ บทเรียนโปรแกรมกับเครื่องช่วยสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร 2518, 182 หน้า อักสำเนา

_____ คู่มือการเขียนบทเรียนโปรแกรมเชิงเส้น ภาควิชาเทคโนโลยีทาง
 การศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 2527, 80 หน้า
 อักสำเนา

พรณี เกษมกล การร่วมมือ-การแข่งขันที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และความคิดสร้างสรรค์ ปรียาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร 2522, 76 หน้า อักสำเนา

พรณี โสระโร ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรียาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร 2527, 172 หน้า อักสำเนา

ไพโรจน์ เบาใจ คู่มือการเขียนบทเรียนโปรแกรม ภาควิชาเทคโนโลยีทาง
 การศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520, 34 หน้า

รัชณี วิเศษสังข์ "การสอนซ่อมเสริมที่โรงเรียนสุโขทัย" สารพัฒนาหลักสูตร
 31 : 31 - 33 สิงหาคม 2526

รุจิร ภูสาระ การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการสอนคณิตศาสตร์ระดับ ม.1 6 วิธี
ที่จะให้ผลสัมฤทธิ์สูงสุด โดยมีความแปรปรวนของผลสัมฤทธิ์ค่าและใช้เวลาใน
การเรียนการสอนน้อยที่สุด ปรียาณพนธ์ กศ.ค. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร 2523, 128 หน้า อักสำเนา

ลวน สายยศ และอังคณา สายยศ หลักการวิจัยทางการศึกษา ศึกษาพร

2528, 314 หน้า

ละออง จันทรเจริญ "นักเรียนสอนกันเอง : รูปแบบหนึ่งของการเรียนที่นักเรียน
เป็นศูนย์กลาง" ศึกษาศาสตร์สาร 11 : 102 - 108 เมษายน - กันยายน

2526

ลาววัลย์ พลกล้า "การจัดสิ่งแวดล้อมและห้องปฏิบัติการคณิตศาสตร์" การสอน
คณิตศาสตร์ เล่ม 2 หน้า 561 มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช โรงพิมพ์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2526

วัฒนา หงษ์ภู ความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สังกัดการบริหารส่วนจังหวัด
ฉะเชิงเทรา วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2523, 93 หน้า
อัครสำเนา

วณีย์ ศรีศิริพิศาล การสร้างบทเรียนโปรแกรม เรื่อง จำนวนเชิงซ้อนสำหรับ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิทยานิพนธ์ ค.ม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2517,
181 หน้า อัครสำเนา

วิชาการ, กรม กองวิจัยทางการศึกษา รายงานผลการปฏิบัติงานของกรมวิชาการ
ประจำปีงบประมาณ 2524 - 2525 พงศสยามการพิมพ์ 2527, 100 หน้า

วิจิตร ศรีสะอาด "เทคนิคทางการศึกษา" ในการพิจารณานำนวัตกรรมและ
เทคโนโลยีมาปรับปรุงคุณภาพการประถมศึกษา ในโรงเรียนที่มีครูไม่ครบชั้น
กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ 2516, 150 หน้า

วิศา ศรีเสวีวรรณ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น
(Probability) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับ
การสอนปกติ วิทยานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2518, 41 หน้า อัครสำเนา

วิรัช พงศฉีกุล การทดลองสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปในวิชา

คณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ปริญญาโท กศ.ม.

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2527, 172 หน้า อักษรย่อ
ศิริกาญจน์ โกสุมภ์ "การสอนซ่อมเสริมไม่ใช้การสอนพิเศษ" ประถมศึกษา

8 : 10 - 12 มีนาคม 2522

ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ บทคัดย่อรายงานการวิจัยทางการศึกษาของ

กระทรวงศึกษาธิการ 2519 - 2524 โรงพิมพ์การศาสนา 2523,

195 หน้า

รายงานการตรวจสอบคุณภาพการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 6 ปีการศึกษา 2526 โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว 2528, 180 หน้า

ศึกษาธิการ, กระทรวง คู่มือการบริหารการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย

พุทธศักราช 2524 อมรินทร์การพิมพ์ 2526, 202 หน้า

คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย

พุทธศักราช 2524 โรงพิมพ์การศาสนา 2523, 111 หน้า

(ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน รายงานการวิจัยฉบับที่

3/2518 2518, 30 หน้า อักษรย่อ

สมบูรณ์ ชิตพงษ์ การประเมินหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ปริญญาโท

กศ.ค. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 119 หน้า

อักษรย่อ

สมวงษ์ ทรัพย์เจริญ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง

เซต ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ

ปริญญาโท กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518,

96 หน้า อักษรย่อ

สมศักดิ์ สันธุระเวช "การสอนซ่อมเสริม" นิตยกร 8 : 24 - 25 เมษายน

2523

सानนท์ ฉายศรีศิริ องค์ประกอบบางประการที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดนครปฐม ปรินิพนธ์ กศ.ม.

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2522, 103 หน้า อักษร
สาร แก่นมณี การทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะคิดและ
ความสนใจในวิชาเรียนจากการสอนซ่อมเสริม 3 วิธี ในทฤษฎีการเรียนรู้เพื่อ
รอบรู้ (Mastery Learning) วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องโพลิโนเมียล
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2525, 74 หน้า อักษร

ลาโรช บัศวรี "การศึกษา" สารานุกรมศึกษาศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ 1 : 3 - 6 กรกฎาคม - กันยายน 2528
สุกัน เทียนทอง การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง
ทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 5 ที่สอนโดย ครู กลุ่มเพื่อน และศึกษาด้วย
ตนเอง ปรินิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
2527, 207 หน้า อักษร

สุภากร ราชกรกิจ "การอ่านและเรียนแบบซ่อมเสริม" เอกสารประกอบการสอน
วิชา กศ.วท. 525 คณะศึกษาศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2521, 24 หน้า

สุเทพ บุตรกันหา การศึกษความสัมพันธ์ระหว่างทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
ความคิดสร้างสรรค์การยอมรับตนเอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรินิพนธ์
กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2517, 83 หน้า อักษร

อำไพ สุจริตกุล "การสอนซ่อมเสริม" วิทยาสาร 24 : 46 กุมภาพันธ์ 2516

อุทัย บุญประเสริฐ "เทคโนโลยีทางการศึกษา" บัณฑิตวิทยาลัย 8 : 80

มกราคม - มิถุนายน 2517

อุทัย เพชรช่วย การทดลองสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยในกลุ่ม

นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงและปานกลางเป็นผู้สอนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ

ปริญญาโท กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2527,

230 หน้า อักสำเนา

_____ "การให้นักเรียนสอนกันเอง : กิจกรรมที่ช่วยลดยางงานสอนของครู"

สารพัฒนาหลักสูตร 30 : 18 - 20 มีนาคม 2528

อุไรวรรณ อินทรีย์ "จะจัดการศึกษาเพื่อสนองความต้องการของบุคคลได้อย่างไร"

ศึกษาศาสตร์ 1 : 26 - 28 มกราคม - เมษายน 2520

เชื่อน ปิ่นเงิน การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลิมิต

(Limits) และความต่อเนื่อง (Continuity) ในระดับชั้น ป.กศ.สูง

วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญาโท

กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518, 31 หน้า

อักสำเนา

Allen, Vernon L. and Robert S. Peldman. "Learning Through Tutoring," The Journal of Experimental. 42 : 1 - 5, Fall, 1973.

Allen, Vernon L. and others. "Research on Children Tutoring Children : A critical Review," Review of Educational Research. 46 : 355 - 380, Summer, 1976.

Banghart, Frank W. and others. "An Experimental Study of Programmed Versus Traditional Elementary School Mathematics," The Arithmetic Teacher. 10 : 199 - 204, April, 1963.

Blair, Glenn Myers. Diagnostic and Remedial Teaching Guide to Practice in Elementary and Secondary School. New York, Macmillan, 1957. 141 p.

Bloom, Benjamin S. Human Characteristics and School Learning. New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1976. 281 p.

_____ Teaching in the Secondary School. New York, Harper and Row Inc., 1968. 528 p.

- Bloom, Benjamin S. and others. Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning. New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1971. 923 p.
- Brown, William F. and Wayne H. Holtzman. SSHA Manual Survey of Study Habits and Attitudes. New York Psychological Corporation, 1976. 145 p.
- Calvin, Allen D. Programmed instruction, Bold New Venture. Blomington, Indiana University Press, 1969. 250 p.
- Dechant, Emerald V. Detection and Correction of Reading Difficulties. New York : Appleton - Century - Crofts. 1971. 86 p.
- Dillner, Martha Harriet. "The Effectiveness of A Cross - Age Tutoring Design in Teaching Remedial Reading in the Secondary School," Dissertation Abstracts. 32 : 6095 - 6096 - A, May, 1972.
- Dreeben, Robert. The Collective of Instruction. Paper presented at the Annual Meeting of the American Education Research Association, March, 1978. 33 p.
- Easterday, Keneth and Helen Easterday. "Ninth - Grade Algebra, Programmed Instruction, and Sex Differences, : An Experiment," The Mathematics Teacher. 3 : 302 - 307, March, 1963.
- Fogarty, Joan L. and Margaret C. Wang. "An Investigation of the Cross - Age Peer Tutoring Progress : Some Implications for Instructional Design and Motivation," The Elementary School Journal. 82 : 450 - 469, 1982.
- Francis, Hallie Davis. "Arithmetic Attitudes and Arithmetic Achievement of Fourth and Sixth Grade Students in Urban Poverty - Area Elementary School," Dissertation Abstracts. 32 : 1333 - A, September, 1971.
- Fry, Edward B. Teaching Machines and Programmed Instruction. New York, McGraw-Hill, 1963. 244 p.
- Gagné, R.M. Domain of Learning. Paper Presented at the American Educational Research Association Annual Meeting, New York, 1971. 20 p.
- Good, Carter V. Dictionary of Education. Prepared Under the Auspices of Phi Delta Kappa. 2nd, New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1959. 676 p.
- Harris, A.J. How to Increase Reading Ability. 5th ed., New York, David McKay, 1970. 342 p.

Hogwan, Kim. "A Study of the Bloom Strategies for Mastery Learning," Mastery Learning Theory and Practices. Holt, Rinehart and Winston Inc., 122 - 126, 1969.

Keller, Fred S. "Good-bye Teacher," Journal of Applied Behavior Analysis. 1 : 79 - 89, 1968.

Liebllich, Gerald Steward. "Peer Tutoring and Academic Success," Dissertation Abstracts. 38 : 680 - A, August, 1977.

Lincoln, Eugene A. "Parents Make Difference in Teaching in Urban School," Arithmetic Teacher. 22 : 460 - 463, 1975.

/ Mastantuono, A.K. "An Examination of Four Arithmetic Attitude Scale," Dissertation Abstracts. 32 : 248 - A, 1970.

McKethan, Lillian Dolores. "An Attitudinal and Achievement Comparison of Mathematics Deficient Lincoln University Freshmen Resulting from Structured Peer Tutoring Versus No Peer Tutoring in Mathematics," Dissertation Abstracts. 43 : 710 - A, September, 1982.

Norman, Sheba Jean. "A Comparison of an Audio-Tutorial Approach and the traditional lecture-discussion approach to the teaching of remedial Algebra in a Junior College setting," Dissertation Abstracts. 32 : 5673 - 5674 - A, April, 1971.

Otto, Wagne. and Richard, McManemy A. Corrective and Remedial Teaching. Boston, Houghton, 1973. 447 p.

Peterson, John Louis. "Peer - Tutoring Beside Independent - Study and Lecture - Study : A Comparison of Three Teaching Paradigms in a Three - Year Nursing Class," Dissertation Abstracts. 11 : 6626 - A, May, 1978.

Politto, Diana Pritchard. "The Effect of Cross - Age Tutoring on Adolescence : An Inquiry into Theoretical Assumptions," Review of Educational Research. 46 : 215 - 237, 1976.

Randall, John Diuglar. "The Effectiveness of Remedial Arithmetic Courses in three Selected California Community Colleges as Measured by Improvement in Arithmetic Skills and Attitudes toward Mathematics," Dissertation Abstracts. 33 : 1422 - A, October, 1972.

Schramm, Wilbur. The Research on Programmed Instruction and Annotated Bibliography. U.S. Department of Health, Education and Welfare, Washington D.C., 1964. 114 p.

- shaver, Janes P. and Nuhn, Dec. "The Effectiveness of Tutoring Underachieve in Reading and Writing." The Journal of Educational Research. 65 : 107, November, 1971. 39 p.
- Thurstone, L.L. Attitude Theory and Measurement. New York, John Wiley and Sons, Inc., 1967.
- Young, Carolyn. "Team Learning," The Arithmetic Teacher. 19 : 630 - 634, December, 1972.

ආරක්ෂා

ภาคผนวก ก

แนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอนหรือกลุ่มทดลองที่ 1

แนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอน

แนวทางการสอนในกลุ่มเพื่อนช่วยสอนหรือกลุ่มทดลองที่ 1 เป็นแนวทางที่เพื่อนช่วยสอนใช้ในการสอนผู้เรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริงในแต่ละคาบให้ปฏิบัติดังนี้

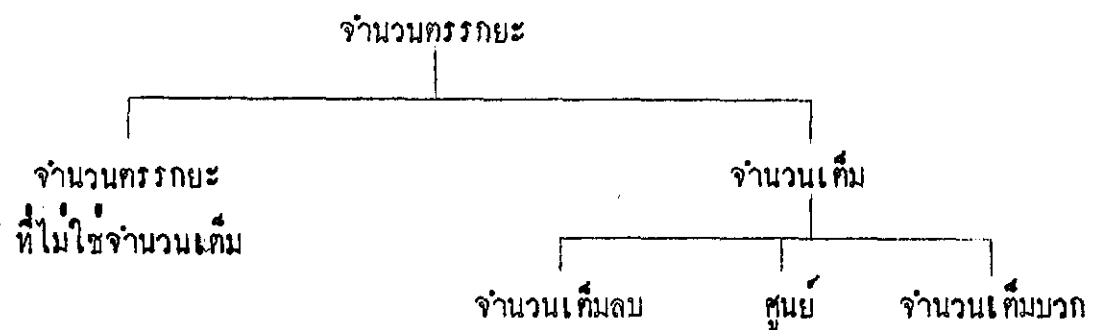
1. บอกเรื่องที่จะสอนและจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
2. แจกเนื้อหาท่อนย่อย ๆ ให้ผู้เรียนทีละท่อน
3. อธิบายเนื้อหาพร้อมทั้งให้ผู้เรียนดูตามไปด้วย ถ้ามีข้อสงสัยก็ให้ซักถาม
4. เฉลยแบบฝึกหัด (ผู้วิจัยเตรียมไว้ให้) พร้อมทั้งอธิบายข้อที่เพื่อน

ทำผิดหรือทำไม่ได้

ตอนที่ 1 จำนวนจริง

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถจำแนกได้ว่าจำนวนจริงที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใด พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของจำนวนจริงต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริงได้



จำนวนตรรกยะ หมายถึง จำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม โดยที่ส่วนไม่เป็นศูนย์

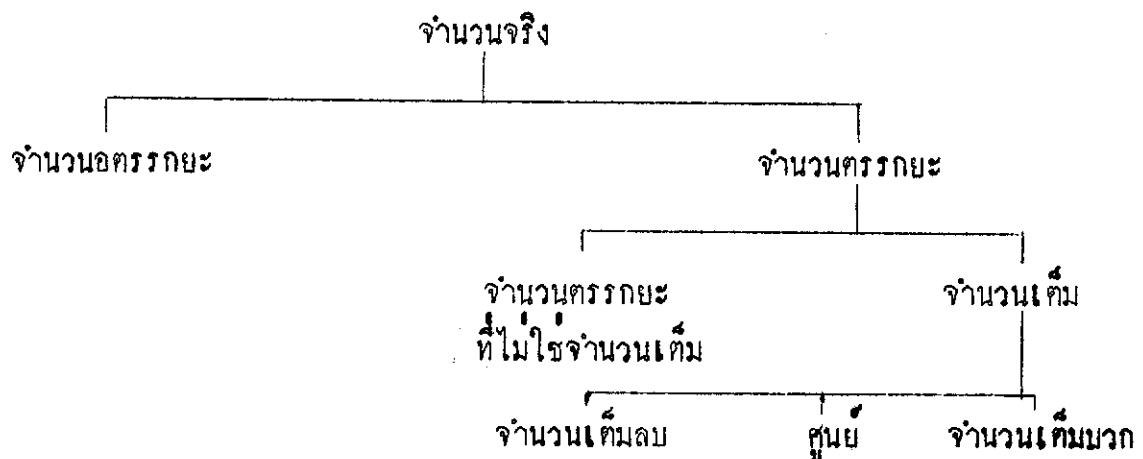
จำนวนตรรกยะประกอบด้วย

1. จำนวนเต็ม
2. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มและตัวหารไม่เป็นศูนย์
3. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น 5.71, $0.\dot{2}4$, $0.232323\dots$

แบบฝึกหัด ก.

จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็น จริง หรือ เท็จ

1. 0 เป็นจำนวนตรรกยะ _____
2. 4.123 เป็นจำนวนตรรกยะ _____
3. $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ _____
4. $\sqrt{16}$ เป็นจำนวนตรรกยะ _____
5. 5.1236479... เป็นจำนวนตรรกยะ _____
6. $9.\dot{3}\dot{7}$ เป็นจำนวนตรรกยะ _____
7. จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม _____
8. จำนวนเต็มลบทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ _____
9. จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็มบวก _____
10. มีจำนวนตรรกยะบางจำนวนเป็นจำนวนเต็มลบ _____



จำนวนจริงประกอบด้วย จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

จำนวนอตรรกยะ หมายถึง จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มไม่ได้ แต่เขียนแทนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ และสามารถกำหนดค่าโดยประมาณได้ เช่น $\sqrt{2}$, $\sqrt{5} + 1$, π , 3.4165983 ...

แบบฝึกหัด ข.

จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็น จริง หรือ เท็จ

1. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
2. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
3. $\frac{\pi}{5}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
4. $\sqrt[3]{-27}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
5. 6.565656 ... เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
6. จำนวนอตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง _____
7. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ _____
8. มีจำนวนจริงที่เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
9. มีจำนวนตรรกยะที่เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
10. จำนวนที่เขียนได้ในรูปทศนิยมซ้ำไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ _____

เฉลยแบบฝึกหัด

- ก. 1. จริง
2. จริง
3. เท็จ
4. จริง
5. เท็จ
6. จริง
7. เท็จ
8. จริง
9. เท็จ
10. จริง

- ข. 1. จริง
2. เท็จ
3. จริง
4. เท็จ
5. เท็จ
6. จริง
7. เท็จ
8. จริง
9. เท็จ
10. จริง

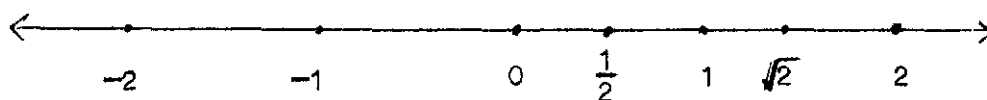
คาบที่ 2 เส้นจำนวนและจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกำลังและราก

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

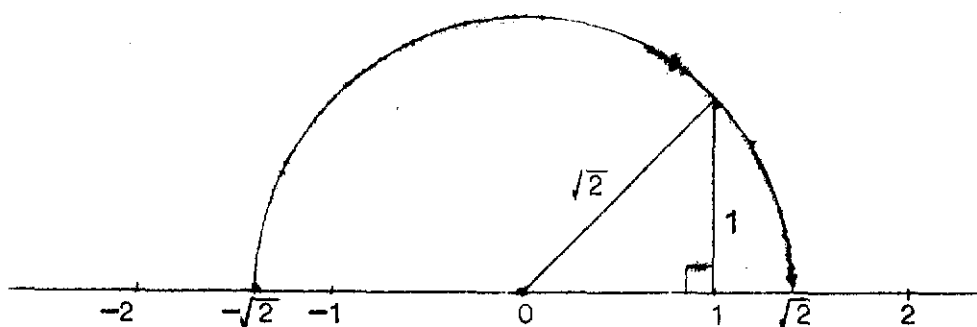
ให้นักเรียนสามารถหาตำแหน่งที่แทนจำนวนจริงบางจำนวนบนเส้นจำนวนได้

เส้นจำนวน หมายถึง เส้นตรงที่เขียนขึ้นเพื่อใช้จุดบนเส้นจำนวนแทนเลขจำนวนจริง

- เราสามารถจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งระหว่างสมาชิกในเซตของจำนวนจริงและสมาชิกในเซตของจุดบนเส้นจำนวน



เราสามารถเขียนจุดบนเส้นจำนวนแทนจำนวนอตรรกยะได้ เช่น $\sqrt{2}$ มีวิธีทำ ดังนี้



แบบฝึกหัด ก.

จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็น จริง หรือ เท็จ

1. จำนวนจริงหนึ่งจำนวนสามารถเขียนรูปบนเส้นจำนวนแทนจำนวนนั้นได้
หลายจุด _____
2. รูปบนเส้นจำนวนแทนได้ด้วยจำนวนตรรกยะเท่านั้น _____
3. จำนวนอตรรกยะทุกจำนวนจะมีรูปบนเส้นจำนวนที่แทน
จำนวนนั้นได้หนึ่งจุดต่อหนึ่งจำนวน _____
4. จุดที่แทน -5 มีระยะห่างจาก 0 น้อยกว่าจุด
ที่แทน 5 _____
5. จุดที่แทน $\sqrt{3}$ อยู่ใกล้จุดที่แทน 2 มากกว่า
จุดที่แทน $\sqrt{5}$ _____

จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกำลังและราก

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถหาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกำลังและรากได้

กำหนดให้ x และ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกจะได้กฎของเลขยกกำลังดังนี้

$$\text{ข้อที่ 1 } x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$\text{ข้อที่ 2 } (xy)^n = x^n \cdot y^n$$

$$\text{ข้อที่ 3 } (x^m)^n = x^{mn} \quad \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } m = n \\ x^{m-n} & \text{ถ้า } m > n \\ \frac{1}{x^{n-m}} & \text{ถ้า } n > m \end{cases}$$

$$\text{ข้อที่ 4 } \text{เมื่อ } x \neq 0, \frac{x^m}{x^n} = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } m = n \\ x^{m-n} & \text{ถ้า } m > n \\ \frac{1}{x^{n-m}} & \text{ถ้า } n > m \end{cases}$$

$$\text{ข้อที่ 5 } \text{เมื่อ } y \neq 0, \left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$$

กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์และ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า

$$x^0 = 1$$

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

แบบฝึกหัด ข.

จงทำจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปที่ง่ายและมีกำลังเป็นบวก
โดยกำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$1. x^2 \cdot x^5 \cdot x^9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2. (x^3)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3. \frac{x^7}{x^4} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0$$

$$4. \frac{1}{y^{-2}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0$$

$$5. x^{-10} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0$$

$$6. (2x + y)^0 = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{เมื่อ } 2x + y \neq 0$$

คุณสมบัติของรากที่ n

นิยาม y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$ และ x, y เป็นจำนวนจริง
 n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1

ทฤษฎีบทที่ 1 ถ้า $x > 0$ และ $y > 0$ แล้ว $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$

ทฤษฎีบทที่ 2 ถ้า $x > 0$ และ $y > 0$ แล้ว $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$

หมายเหตุ

1. ถ้า $x < 0$ และ $y < 0$ ข้อ 1 และข้อ 2 จะเป็นจริงเมื่อ n เป็นจำนวนคี่บวกเท่านั้น

2. ถ้า $n \in \mathbb{R}$, n เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 1

ก. $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

ข. $\sqrt[n]{x^n} = x$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่

3. ในระบบจำนวนจริงจะใช้สัญลักษณ์ $\sqrt{x}$ เมื่อ $x \geq 0$ เท่านั้น

ตัวอย่างเช่น

1. $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{3 \times 2 \times 3} = 3\sqrt{2}$
2. $\sqrt{4x^2} = \sqrt{2 \times 2 \times x \times x} = 2|x|$
3. $\sqrt[3]{-64y^3} = \sqrt[3]{(-4) \times (-4) \times (-4) \times y \times y \times y} = -4y$

แบบฝึกหัด ค.

จงทำให้้อยู่ในรูปที่ง่าย เมื่อ a, b, x และ y เป็นจำนวนจริง

1. $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ = _____
2. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ = _____
3. $\sqrt{18a^2}$ = _____
4. $4\sqrt{256(a+b)^4}$ = _____
5. $3\sqrt{54} \times 3\sqrt{4b^3}$ = _____
6. $\sqrt[6]{64x^{12}}$ = _____
7. $\sqrt{9x^2}$ = _____
8. $3\sqrt{8y^3}$ = _____
9. $4\sqrt{16y^4}$ = _____
10. $5\sqrt{-32x^5}$ = _____

การทํากรณฑ์ให้อยู่ในรูปที่ง่าย

การทําส่วนของจำนวนจริงให้อยู่ในรูปที่ไม่ติดกรณฑ์ เช่น $\sqrt{\frac{2}{3}}$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

การทําให้เป็นผลสำเร็จ เช่น

$$1. \quad \sqrt[3]{2a^2} \cdot \sqrt[3]{4a} = \sqrt[3]{2a^2 \times 4a} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times a \times a \times a} = 2a$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 4\sqrt{27} + 5\sqrt{3} - \sqrt{12} &= 4\sqrt{3 \times 3 \times 3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{2 \times 2 \times 3} \\ &= 4 \times 3 \sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= (12 + 5 - 2)\sqrt{3} \\ &= 15\sqrt{3} \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด ง.

จงทำให้ส่วนของจำนวนต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่ติดกรณฑ์

1. $\sqrt{\frac{6}{7}}$

2. $\sqrt{\frac{2}{5}}$

3. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

4. $3\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{32}$

5. $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$

6. $4\sqrt{5} + \frac{2}{\sqrt{5}}$

7. $\sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}$

8. $\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}$

เฉลยแบบฝึกหัด

ด. 1. เท็จ

2. เท็จ

3. จริง

4. เท็จ

5. เท็จ

ข. 1. x^{16}

2. x^{18}

3. x^3

4. y^2

5. $\frac{1}{x^{10}}$

6. 1

ก. 1. $\sqrt{15}$

2. $\sqrt{5}$

3. $3\sqrt{2} |a|$

4. $4 |a + b|$

5. $6b$

6. $2x^2$

7. $3 |x|$

8. $2y$

9. $2 |y|$

10. $-2x$

ง. 1. $\frac{\sqrt{42}}{7}$

2. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

3. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4. $9\sqrt{2}$

5. $2\sqrt{3}$

6. $\frac{22\sqrt{5}}{5}$

7. 6

8. $2\sqrt{5}$

ตอนที่ 3 คุณสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด และนำคุณสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

คุณสมบัติ	การบวก	การคูณ
การปิด	$a + b \in R$	$ab \in R$
การสลับที่	$a + b = b + a$	$ab = ba$
การเปลี่ยนกลุ่มได้	$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(ab)c = a(bc)$
การมีเอกลักษณ์	มีจำนวนจริง 0 โดยที่ $0 + a = a = a + 0$	มีจำนวนจริง 1 โดยที่ $1 \times a = a = a \times 1$
การมีอินเวอร์ส	ถ้า a เป็นจำนวนจริงจะมี จำนวนจริง $-a$ โดยที่ $(-a)+a=0=a+(-a)$	ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ ศูนย์จะมีจำนวนจริง a^{-1} โดยที่ $(a^{-1}) a = 1 = a(a^{-1})$
การแจกแจง	$a(b + c) = ab + ac$	

แบบฝึกหัด ก.

จงบอกว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด
โดยกำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $(a + b) + c = (b + a) + c$ _____

2. $a(bc) = (ab)c$ _____

3. $ab + cb = (a + c)b$ _____

4. $a + b = a$ _____

5. $bc = 1$ _____

6. ac เป็นจำนวนจริง _____

กำหนดเซตมาให้คือ $A = \{-1, 0, 1\}$ จะได้ว่า

1. เซตนี้มีเอกลักษณ์การบวก คือ 0
2. เซตนี้มีเอกลักษณ์การคูณ คือ 1
3. เซตนี้สมาชิกทุกตัวมีอินเวอร์สการบวกอยู่ในเซต
4. เซตนี้สมาชิกทุกตัวมีอินเวอร์สการคูณอยู่ในเซต
5. เซตนี้มีคุณสมบัติปิดของการคูณ (ไม่ว่าจะนำสมาชิกตัวใดในเซต A มาคูณกันแล้ว ผลลัพธ์จะอยู่ในเซต A เสมอ)
6. เซตนี้ไม่มีคุณสมบัติปิดของการบวก
เช่น $1 + 1 = 2$ ซึ่ง $2 \notin A$

แบบฝึกหัด ข.

กำหนดคุณสมบัติให้ คือ

- ก. เอกลักษณะการบวก
- ข. เอกลักษณะการคูณ
- ค. สมาชิกทุกตัวมีอินเวอร์สการบวกอยู่ในเซต
- ง. สมาชิกทุกตัวยกเว้นศูนย์มีอินเวอร์สการคูณอยู่ในเซต
- จ. คุณสมบัติปิดของการคูณ
- ฉ. คุณสมบัติปิดของการบวก

จงพิจารณาว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้ มีคุณสมบัติข้อใดบ้าง

1. เซตของจำนวนนับ	มีคุณสมบัติข้อ	_____
2. เซตของจำนวนเต็ม	มีคุณสมบัติข้อ	_____
3. เซตของจำนวนคู่	มีคุณสมบัติข้อ	_____
4. เซตของจำนวนคี่	มีคุณสมบัติข้อ	_____
5. เซตของจำนวนลบ	มีคุณสมบัติข้อ	_____
6. $\{ 1 \}$	มีคุณสมบัติข้อ	_____
7. $\{ -1, 0 \}$	มีคุณสมบัติข้อ	_____
8. $\{ 0, 1 \}$	มีคุณสมบัติข้อ	_____
9. $\{ -1, 0, 1 \}$	มีคุณสมบัติข้อ	_____
10. $\{ 1, 2, -3, \dots \}$	มีคุณสมบัติข้อ	_____

เฉลยแบบฝึกหัด

- ก. 1. คุณสมบัติการสลับที่ของการบวก
 2. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณ
 3. คุณสมบัติการแจกแจง
 4. เอกลักษณ์การบวก
 5. อินเวอร์สการคูณ
 6. คุณสมบัติปิดของการคูณ

- ข. 1. ข, จ, น
 2. ก, ข, ค, จ, น
 3. ก, ค, จ, น
 4. ข, ค, จ
 5. ข, ง, น
 6. ข, ง, จ
 7. ก, ง
 8. ก, ข, ง, จ
 9. ก, ข, ค, ง, จ
 10. ข, จ, น

ตอนที่ 4 คุณสมบัติของการเท่ากันและการไม่เท่ากัน

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด และนำคุณสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

คุณสมบัติของการเท่ากัน

กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

คุณสมบัติ	การเท่ากัน
สะท้อน	$a = a$
สมมาตร	ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
ถ่ายทอด	ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน	ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน	ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$
การตัดออกสำหรับการบวก	ถ้า $a + c = b + c$ แล้ว $a = b$
การตัดออกสำหรับการคูณ	ถ้า $ac = bc$ และ $c \neq 0$ แล้ว $a = b$

แบบฝึกหัด ก.

จงบอกว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด
โดยกำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $a + b = a + b$ _____
2. ถ้า $b = c$ แล้ว $c = b$ _____
3. ถ้า $a = c$ แล้ว $a + b = c + b$ _____
4. ถ้า $b = a$ แล้ว $b - c = a - c$ _____
5. ถ้า $a - c = b$ แล้ว $b = a - c$ _____
6. ถ้า $a = c$ และ $c = b$ แล้ว $a = b$ _____
7. ถ้า $(a + b) = c$ แล้ว $c = (a + b)$ _____
8. ถ้า $bc = ba$ และ $b \neq 0$ แล้ว $c = a$ _____
9. ถ้า $ab + c = ac + c$ แล้ว $ab = ac$ _____
10. ถ้า $(b - c) = (a - b)$ แล้ว $c(b - c) = c(a - b)$ _____

คุณสมบัติของการไม่เท่ากัน

กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ

คุณสมบัติ	การไม่เท่ากัน
สะท้อน	—
สมมาตร	—
ถ่ายทอด	ถ้า $a > b$ และ $b > c$ แล้ว $a > c$
การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน	ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$
การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน	ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$ ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$
การตัดออกสำหรับการบวก	ถ้า $a + c > b + c$ แล้ว $a > b$
การตัดออกสำหรับการคูณ	ถ้า $ac > bc$ และ $c > 0$ แล้ว $a > b$ ถ้า $ac > bc$ และ $c < 0$ แล้ว $a < b$

แบบฝึกหัด ข.

จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ เป็น จริง หรือ เท็จ
โดยกำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $ab < ac$	แล้ว $b < c$	_____
2. ถ้า $a+b > a+c$	แล้ว $b > c$	_____
3. ถ้า $a < b$	แล้ว $a^2 < b^2$	_____
4. ถ้า $a < b$	แล้ว $a(c+1) < b(c+1)$	_____
5. ถ้า $a < b$	แล้ว $a - b < 0$	_____
6. ถ้า $a < b$	แล้ว $b - a > 0$	_____
7. ถ้า $b < c$	แล้ว $-c < -b$	_____
8. ถ้า $b < a$	แล้ว $b - c < a - c$	_____
9. ถ้า $a < c$	แล้ว $\frac{1}{a} < \frac{1}{c}$, ($a \neq 0, c \neq 0$)	_____
10. ถ้า $a < b$	แล้ว $-\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$, ($a \neq 0, b \neq 0$)	_____

เฉลยแบบฝึกหัด

ก. 1. คุณสมบัติสะท้อน 2. คุณสมบัตินิสมมาตร 3. คุณสมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน 4. คุณสมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน 5. คุณสมบัตินิสมมาตร 6. คุณสมบัติการถ่ายทอด 7. คุณสมบัตินิสมมาตร 8. คุณสมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ 9. คุณสมบัติการตัดออกสำหรับการบวก 10. คุณสมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน	ข. 1. เท็จ 2. จริง 3. เท็จ 4. เท็จ 5. จริง 6. จริง 7. จริง 8. จริง 9. เท็จ 10. เท็จ

ตอนที่ 5 ช่วง

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถบอกความหมายของช่วง ความสัมพันธ์ของช่วง เขียนกราฟแทนช่วง และเขียนช่วงแทนกราฟที่กำหนดให้ได้

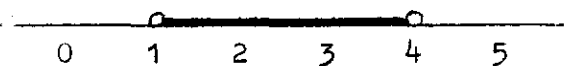
ช่วง

เมื่อกำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง และ $a < b$

(1) ช่วงเปิด (a, b) หมายถึง $\{x/a < x < b\}$

เช่น ช่วงเปิด $(1, 4)$ หมายถึง $\{x/1 < x < 4\}$

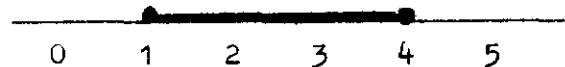
แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้คือ



(2) ช่วงปิด $[a, b]$ หมายถึง $\{x/a \leq x \leq b\}$

เช่น ช่วงปิด $[1, 4]$ หมายถึง $\{x/1 \leq x \leq 4\}$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้คือ



(3) ช่วงครึ่งเปิด $(a, b]$ หมายถึง $\{x/a < x \leq b\}$

ช่วงครึ่งเปิด $[a, b)$ หมายถึง $\{x/a \leq x < b\}$

เช่น ช่วงครึ่งเปิด $(2, 4]$ หมายถึง $\{x/2 < x \leq 4\}$

ก.

ช่วงครึ่งเปิด $[2, 4)$ หมายถึง $\{x/2 \leq x < 4\}$

ข.

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้คือ

ก.



ข.



แบบฝึกหัด ก.

ให้นักเรียนเขียนช่วงต่อไปนี้ในรูปเซต พร้อมทั้งเขียนภาพลงบนเส้นจำนวน

1. $(1, 3)$

2. $[-2, 1)$

3. $(0, 2]$

4. $[-3, 1]$

5. $(-4, -1)$

(4) ช่วง (a, ∞) หมายถึง $\{x/x > a\}$

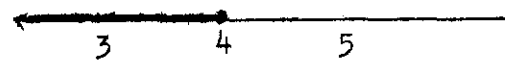
ช่วง $[a, \infty)$ หมายถึง $\{x/x \geq a\}$

ช่วง $(-\infty, a)$ หมายถึง $\{x/x < a\}$

ช่วง $(-\infty, a]$ หมายถึง $\{x/x \leq a\}$

เช่น ช่วง $(-\infty, 4]$ หมายถึง $\{x/x \leq 4\}$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ คือ



ช่วง $(-6, \infty)$ หมายถึง $\{x/x > -6\}$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ คือ

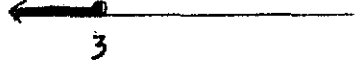
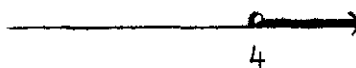


แบบฝึกหัด ข.

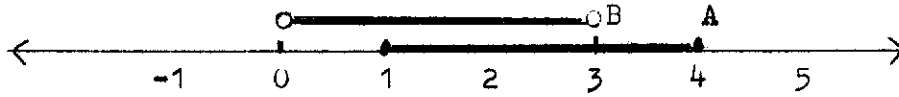
ให้นักเรียนเขียนช่วงต่อไปนี้ในรูปเซต พร้อมทั้งเขียนภาพลงบนเส้นจำนวน

1. $(-\infty, 0)$ _____
2. $[-4, \infty)$ _____
3. $(-\infty, 2]$ _____
4. $[5, \infty)$ _____
5. $(-1, \infty)$ _____

ให้นักเรียนเขียนเซตและช่วงแทนภาพบนเส้นจำนวนต่อไปนี้

6.  _____
7.  _____
8.  _____
9.  _____
10.  _____

กำหนดให้ $A = [1, 4]$ และ $B = (0, 3)$
 จาก A และ B เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้ คือ



ดังนั้นเราจะได้ว่า

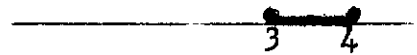
1. $A \cup B = (0, 4]$



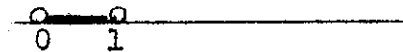
2. $A \cap B = [1, 3)$



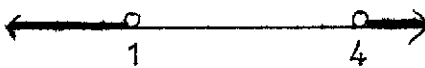
3. $A - B = [3, 4]$



4. $B - A = (0, 1)$

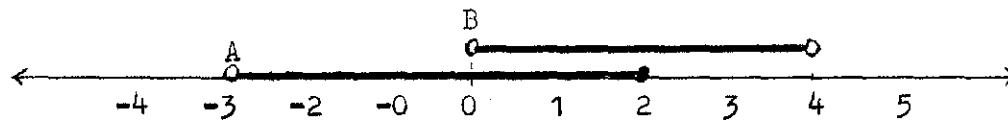


5. $A' = (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$



แบบฝึกหัด ก

กำหนดให้ $A = (-3, 2]$ และ $B = (0, 4)$
 จาต A และ B เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้ คือ



จงหาช่วงต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนภาพลงบนเส้นจำนวน

1. $A \cup B$ = _____

2. $A \cap B$ = _____

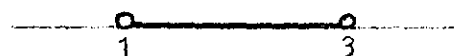
3. $A - B$ = _____

4. $B - A$ = _____

5. B' = _____

การเขียนแบบแผน

II. 1. $\{x/1 < x < 3\}$



2. $\{x/-2 \leq x < 1\}$



3. $\{x/0 < x \leq 2\}$



4. $\{x/-3 \leq x \leq 1\}$



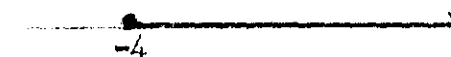
5. $\{x/-4 < x < -1\}$



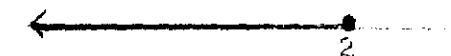
I. 1. $\{x/x < 0\}$



2. $\{x/x \geq -4\}$



3. $\{x/x \leq 2\}$



4. $\{x/x \geq 5\}$



5. $\{x/x > -1\}$



6. $\{x/3 < x \leq 4\}$, $(3, 4]$

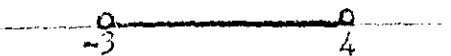
7. $\{x/3 \leq x < 4\}$, $[3, 4)$

8. $\{x/3 \leq x \leq 4\}$, $[3, 4]$

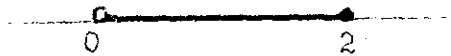
9. $\{x/x \leq 3\}$, $(-\infty, 3]$

10. $\{x/x > 4\}$, $(4, \infty)$

III. 1. $(-3, 4)$



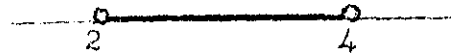
2. $[0, 2]$



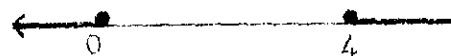
3. $(-3, 0]$



4. $(2, 4)$



5. $(-\infty, 0] \cup [4, \infty)$



คาบที่ 6 - 7 อสมการ

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของการเท่ากัน การไม่เท่ากัน และช่วง
แก้อสมการที่ไม่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ได้

อสมการ

ส่วนใหญ่เราจะใช้คุณสมบัติของการไม่เท่ากันเพียง 2 ข้อ ในการแก้อสมการ
คือ

1. คุณสมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน
2. คุณสมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 1

การแก้อสมการ $3x - 5 > x + 1$

วิธีทำ

$$\therefore 3x - 5 > x + 1$$

$$3x - 5 + 5 > x + 1 + 5$$

$$3x > x + 6$$

$$3x + (-x) > x + 6 + (-x)$$

$$2x > 6$$

$$x > 3$$

เซตคำตอบของอสมการ คือ $\{ x / x > 3 \}$

แบบฝึกหัด ก.

จงหาคำของ x จากอสมการต่อไปนี้

$$1. \quad x + 8 > 5x - 2$$

$$2. \quad 2x - 3 \leq 6x + 5$$

$$3. \quad 4 - x < 17$$

$$4. \quad 19 - 2x \geq 8x + 5$$

$$5. \quad 5x - 6 \leq x + 3$$

ตัวอย่างที่ 2 หาค่าของ x จากอสมการ $x^2 - 5x + 4 > 0$

วิธีทำ $\therefore x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$

ดังนั้น $(x-1)(x-4) > 0$

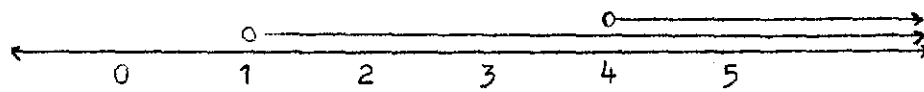
แสดงว่า $(x-1)$ และ $(x-4)$ เป็นจำนวนบวกทั้งคู่หรือเป็นจำนวนลบทั้งคู่

กรณีที่ 1 $x - 1 > 0$ และ $x - 4 > 0$

$$x - 1 + 1 > 0 + 1 \text{ และ } x - 4 + 4 > 0 + 4$$

$$x > 1 \quad \text{และ} \quad x > 4$$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



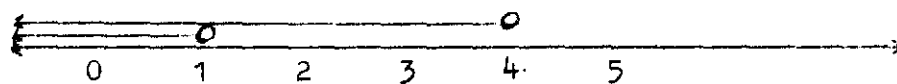
ค่าของ x ซึ่งมากกว่า 1 และมากกว่า 4 ในขณะเดียวกันคือ $x > 4$

กรณีที่ 2 $x - 1 < 0$ และ $x - 4 < 0$

$$x - 1 + 1 < 0 + 1 \text{ และ } x - 4 + 4 < 0 + 4$$

$$x < 1 \quad \text{และ} \quad x < 4$$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า 1 และน้อยกว่า 4 ในขณะเดียวกันคือ $x < 1$

ฉะนั้นจากกรณีที่ 1 และ 2 ค่าของ x ที่ทำให้อสมการเป็นจริงคือ $x > 4$

หรือ $x < 1$ และเซตคำตอบของอสมการคือ $\{ x/x > 4 \text{ หรือ } x < 1 \}$

แบบฝึกหัด ข.

จงหาค่าของ x จากอสมการต่อไปนี้

$$1. \quad (x - 1)(x + 5) > 0$$

$$2. \quad x^2 + 2x > 15$$

$$3. \quad x^2 - 4x \geq 0$$

ตัวอย่างที่ 3 หาค่าของ x จากอสมการ $x^2 < 3 - 2x$

วิธีทำ $x^2 < 3 - 2x$

$$x^2 + 2x - 3 < 0$$

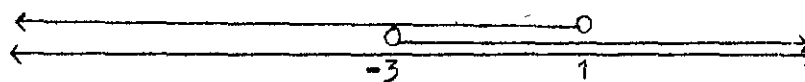
$$(x + 3)(x - 1) < 0$$

แสดงว่า $(x + 3)$ และ $(x - 1)$ เป็นจำนวนบวกจำนวนหนึ่งและเป็นจำนวนลบจำนวนหนึ่ง

กรณีที่ 1 $x + 3 > 0$ และ $x - 1 < 0$

$$x + 3 + (-3) > 0 + (-3) \text{ และ } x - 1 + 1 < 0 + 1$$

$$x > -3 \text{ และ } x < 1$$



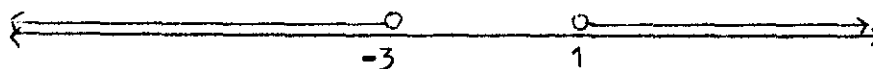
ค่าของ x ซึ่งมากกว่า -3 และน้อยกว่า 1 ในขณะเดียวกันคือ

$$-3 < x < 1$$

กรณีที่ 2 $x + 3 < 0$ และ $x - 1 > 0$

$$x + 3 + (-3) < 0 + (-3) \text{ และ } x - 1 + 1 > 0 + 1$$

$$x < -3 \text{ และ } x > 1$$



ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า -3 และมากกว่า 1 ในขณะเดียวกันนั้นไม่มี

ดังนั้น จากทั้ง 2 กรณีจะได้เซตคำตอบของอสมการ คือ

$$\{ x / -3 < x < 1 \}$$

แบบฝึกหัด ค.

จงหาค่าของ x จากอสมการต่อไปนี้

1. $(x - 5)(x - 2) < 0$

2. $(3 - x)(4 + x) \leq 0$

3. $6x - x^2 \leq 0$

ตัวอย่างที่ 4 หาค่าของ x จากอสมการ $\frac{1}{x} > 3$

วิธีทำ $\frac{1}{x} > 3$

$$\frac{1}{x} - 3 > 0 \quad (\text{นำ } -3 \text{ บวกทั้งสองข้าง})$$

$$\frac{1 - 3x}{x} > 0$$

$$\frac{3x - 1}{x} < 0 \quad (\text{นำ } -1 \text{ คูณทั้งสองข้าง})$$

$$x(3x - 1) < 0 \quad (\text{นำ } x^2 \text{ คูณทั้งสองข้าง})$$

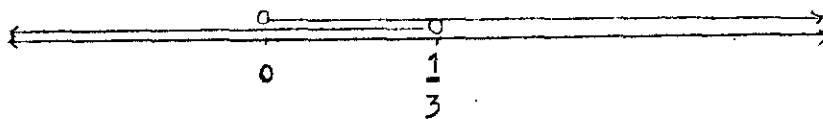
กรณีที่ 1 $x > 0$ และ $3x - 1 < 0$

$$3x - 1 + 1 < 0 + 1$$

$$3x < 1$$

$$\frac{1}{3} \times 3x < \frac{1}{3} \times 1$$

$$x < \frac{1}{3}$$



ค่าของ x ซึ่งมากกว่า 0 และน้อยกว่า $\frac{1}{3}$ ในขณะเดียวกันคือ

$$0 < x < \frac{1}{3}$$

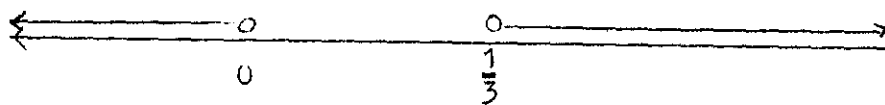
กรณีที่ 2 $x < 0$ และ $3x - 1 > 0$

$$3x - 1 + 1 > 0 + 1$$

$$3x > 1$$

$$\frac{1}{3} \times 3x > \frac{1}{3} \times 1$$

$$x > \frac{1}{3}$$



ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า 0 และมากกว่า $\frac{1}{3}$ ในขณะเดียวกันนั้นไม่มี
 ดังนั้นจากทั้ง 2 กรณี ได้เซตคำตอบของอสมการ คือ $\{x/0 < x < \frac{1}{3}\}$

แบบฝึกหัด ง.

จงหาค่าของ x จากอสมการต่อไปนี้

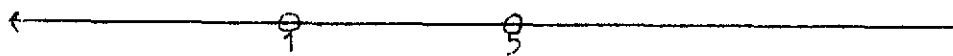
1. $\frac{1}{x} \leq 5$

2. $\frac{x-1}{x+6} \leq 0$

3. $\frac{1}{x+4} > 2$

ตัวอย่างที่ 5 หาค่าของ x จากอสมการ $(x - 5)(x - 1) < 0$
 นักเรียนจะหาค่าของ x ในทำนองเดียวกันกับวิธีที่ได้เรียนมาแล้ว
 หรือจะใช้วิธีคิดดังต่อไปนี้

วิธีคิด ถ้า $(x - 5)(x - 1) = 0$
 จะได้คำตอบของสมการคือ 5 กับ 1



ถ้า $x < 1$ จะทำให้ $(x - 5)(x - 1) < 0$ เป็นเท็จ
 ถ้า $1 < x < 5$ จะทำให้ $(x - 5)(x - 1) < 0$ เป็นจริง
 ถ้า $x > 5$ จะทำให้ $(x - 5)(x - 1) < 0$ เป็นเท็จ

ดังนั้น เซตคำตอบของอสมการ $(x - 5)(x - 1) < 0$
 คือ $\{ x/1 < x < 5 \}$

แบบฝึกหัด จ.

จงหาเซตคำตอบของอสมการต่อไปนี้

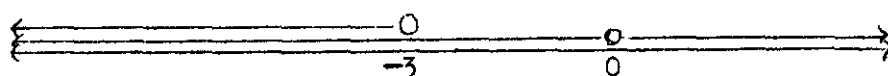
1. $(x - 4)(x + 2) < 0$
2. $(3 - x)(6 + x) > 0$
3. $(x - 1)(x - 5)(x + 8) > 0$

ตัวอย่างที่ 6 หาเซตคำตอบของอสมการ $x^2(x+3) < 0$

วิธีคิด $x^2(x+3) < 0$ หมายความว่า x^2 และ $(x+3)$ เป็นจำนวนบวก
จำนวนหนึ่ง และเป็นจำนวนลบอีกจำนวนหนึ่ง โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 $x^2 > 0$ และ $x+3 < 0$

ถ้า $x^2 > 0$ แล้วค่าของ x เป็นจำนวนจริงได้ทุกค่ายกเว้น 0 ค่าเดียว
แสดงว่า $x \in \mathbb{R}$ และ $x \neq 0$ ส่วน $x+3 < 0$ แสดงว่า $x < -3$
เขียนภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ค่าของ x ซึ่งเป็นจำนวนจริงยกเว้น 0 และน้อยกว่า -3 ในขณะเดียวกัน
คือ $x < -3$

กรณีที่ 2 $x^2 < 0$ และ $x+3 > 0$

จะเห็นว่าไม่มีจำนวนจริงใดที่ทำให้ $x^2 < 0$ เป็นจริง
แสดงว่า ในกรณีนี้ไม่มีค่าของ x

ดังนั้นจากทั้ง 2 กรณีจะได้เซตคำตอบของอสมการ $x^2(x+3) < 0$

คือ $\{x / x < -3\}$

แบบฝึกหัด น.

จงหาเซตคำตอบของอสมการต่อไปนี้

1. $x^2(x-7) < 0$

2. $(x-6)x^2 > 0$

3. $(x-1)^2(x+4) > 0$

เฉลยแบบฝึกหัด

- ก. 1. $x < \frac{5}{2}$
 2. $x \geq -2$
 3. $x > -13$
 4. $x \leq \frac{7}{5}$
 5. $x \leq \frac{9}{4}$

- ข. 1. $2 < x < 5$
 2. $x \leq -4$ หรือ $x \geq 3$
 3. $x \leq 0$ หรือ $x \geq 6$

- จ. 1. $\{x / -2 < x < 4\}$
 2. $\{x / -6 < x < 3\}$
 3. $\{x / -8 < x < 1 \text{ หรือ } x > 5\}$

- ฉ. 1. $x < -5$ หรือ $x > 1$
 2. $x < -5$ หรือ $x > 3$
 3. $x \leq 0$ หรือ $x \geq 4$

- ง. 1. $x < 0$ หรือ $x \geq \frac{1}{5}$
 2. $-6 < x \leq 1$
 3. $-4 < x < -\frac{7}{2}$

- ณ. 1. $\{x / x < 7 \text{ และ } x \neq 0\}$
 2. $\{x / x > 6\}$
 3. $\{x / x > -4 \text{ และ } x \neq 1\}$

คาบที่ 8 ค่าสัมบูรณ์

จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม

ให้นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของค่าสัมบูรณ์ แก้สมการและอสมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ได้

$|a|$ หมายถึง ระยะทางจากจุดแทน 0 ถึงจุดแทน x บนเส้นจำนวน
 $|x| = 2$ หมายถึง ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้นจำนวนมีค่าเท่ากับ 2 หน่วย นั่นคือ $x = -2$ หรือ $x = 2$

$$\text{สรุปได้ว่า } |a| = \begin{cases} a & \text{ถ้า } a > 0 \\ 0 & \text{ถ้า } a = 0 \\ -a & \text{ถ้า } a < 0 \end{cases}$$

คุณสมบัติบางประการของค่าสัมบูรณ์

- (1) $|x| = |-x|$
- (2) $|xy| = |x| |y|$
- (3) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$ เมื่อ $y \neq 0$
- (4) $|x - y| = |y - x|$
- (5) $|x|^2 = x^2$

แบบฝึกหัด ก.

1. จงหาค่าของ

1.1 $|-3 + 10|$ _____

1.2 $|-14| - |5|$ _____

1.3 $|\frac{-6}{20}|$ _____

1.4 $|-9| + |-12| - |10|$ _____

2. จากคุณสมบัติของค่าสัมบูรณ์ จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้เป็น จริง หรือ เท็จกำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง

2.1 $|a| = |-a|$

2.2 $|a - b| = |b - a|$

2.3 $|a - b| \geq |a| - |b|$

2.4 $|a + b| \leq |a| + |b|$

2.5 $|a| |b| = a \cdot b$

2.6 $|a + b| = |a| + |b|$

2.7 ถ้า $|a + b| = |a| + |b|$ แล้ว $a \cdot b \geq 0$

คุณสมบัติของค่าสัมบูรณ์ (ต่อ)

กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ

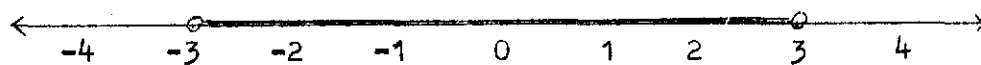
$$(6) |x| < a \quad \text{มีความหมายเช่นเดียวกับ} \quad -a < x < a$$

$$|x| \leq a \quad \text{มีความหมายเช่นเดียวกับ} \quad -a \leq x \leq a$$

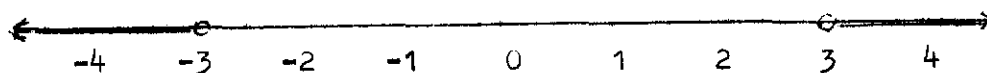
$$(7) |x| > a \quad \text{มีความหมายเช่นเดียวกับ} \quad x < -a \quad \text{หรือ} \quad x > a$$

$$|x| \geq a \quad \text{มีความหมายเช่นเดียวกับ} \quad x \leq -a \quad \text{หรือ} \quad x \geq a$$

เช่น $|x| < 3$ หมายความว่า ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้น
จำนวนน้อยกว่า 3 หน่วย แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้คือ



$|x| > 3$ หมายความว่า ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้น
จำนวนมากกว่า 3 หน่วย แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้คือ



แบบฝึกหัด ข.

จงเติมข้อความต่อไปนี้ให้ถูกต้อง

1. $|x| < 1$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____
2. $|x| \geq 4$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____
3. $|x - 5| > 2$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____
4. $|2x + 1| \leq 8$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____
5. $|6 - 5x| \geq 3$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____

ตัวอย่างที่ 1 หาค่าของ x จากสมการ $|3x + 1| = 4$

วิธีทำ $3x + 1 = 4$ หรือ $3x + 1 = -4$

$3x + 1 + (-1) = 4 + (-1)$ หรือ $3x + 1 + (-1) = -4 + (-1)$

$3x = 3$ หรือ $3x = -5$

$\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times 3$ หรือ $\frac{1}{3} \times 3x = \frac{1}{3} \times (-5)$

ดังนั้น $x = 1$ หรือ $x = -\frac{5}{3}$

แบบฝึกหัด ก.

จงหาค่าของ x จากสมการต่อไปนี้

1. $|x| = 10$ _____

2. $|2x + 1| = 7$ _____

3. $|x - 6| = 12$ _____

4. $|5x + 2| = 5x - 2$ _____

5. $|x - 5| = x - 1$ _____

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ x จากอสมการ $|2x - 1| < 7$

วิธีทำ $\because |2x - 1| < 7$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $-7 < 2x - 1 < 7$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } -7 + 1 &< 2x - 1 + 1 < 7 + 1 \\ -6 &< 2x < 8 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \times (-6) < \frac{1}{2} \times 2x < \frac{1}{2} \times 8$$

$$-3 < x < 4$$

ดังนั้นค่าของ x ที่สอดคล้องกับอสมการ คือ $-3 < x < 4$

เซตคำตอบของอสมการ คือ $\{x / -3 < x < 4\}$

ตรวจสอบคำตอบ $-3 < x < 4$ เช่น $x = 0$

$$\therefore |2 \times (0) - 1| < 7$$

$$|-1| < 7$$

นั่นคือ $1 < 7$ เป็นจริง

ฉะนั้นค่าของ x เมื่อ $|2x - 1| < 7$ คือ $-3 < x < 4$

แบบฝึกหัด ง.

จงหาค่าของ x จากอสมการต่อไปนี้

$$1. \quad |7x + 2| \leq 5$$

$$2. \quad |3 - 8x| > 19$$

$$3. \quad |x - 3| \geq 4$$

$$4. \quad |6x - 7| < 10$$

$$5. \quad |2x + 1| < |x - 5|$$

เฉลยแบบฝึกหัด

- ก. 1. 1.1 7
 1.2 9
 1.3 $\frac{3}{10}$
 1.4 11

2. 2.1 จริง
 2.2 จริง
 2.3 จริง
 2.4 จริง
 2.5 เท็จ
 2.6 เท็จ
 2.7 จริง

- ก. 1. - 10, 10
 2. - 4, 3
 3. - 6, 18
 4. ไม่มีค่าของ x
 5. 3

- ข. 1. $-1 < x < 1$
 2. $x \leq -4$ หรือ $x \geq 4$
 3. $x-5 < -2$ หรือ $x-5 > 2$
 4. $-8 \leq 2x + 1 \leq 8$
 5. $6 - 5x \leq -3$ หรือ $6 - 5x \geq 3$

- ง. 1. $-1 \leq x \leq \frac{3}{7}$
 2. $x < -2$ หรือ $x > \frac{11}{4}$
 3. $x \leq -1$ หรือ $x \geq 7$
 4. $-\frac{1}{2} < x < \frac{17}{6}$
 5. $-6 < x < \frac{4}{3}$

ภาคผนวก ข

บทเรียนสำเร็จรูปสำหรับกลุ่มทดลองที่ 2

คำแนะนำในการใช้บทเรียน

1. บทเรียนนี้เรียกว่า บทเรียนสำเร็จรูป เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นสำหรับให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง นักเรียนจะได้รับประโยชน์มากถ้านักเรียนปฏิบัติตามคำแนะนำในการเรียนอย่างเคร่งครัด

2. บทเรียนนี้จะเขียนเป็นกรอบ ๆ ให้นักเรียนเริ่มอ่านบทเรียนจากกรอบที่ 1 ทางขวามือ และให้นักเรียนปิดคำตอบซึ่งอยู่ทางซ้ายมือด้วยกระดาษที่แจกให้

3. อ่านข้อความในแต่ละกรอบโดยละเอียดและศึกษาคำถาม เมื่ออ่านจบในกรอบหนึ่ง ๆ แล้ว ให้ตอบคำถามในกรอบนั้น ๆ

4. นักเรียนจะตรวจคำตอบของนักเรียนใต้พื้นที่จากเฉลยที่อยู่หน้ากรอบถัดไป ถ้าตอบถูกต้องให้ทำกรอบต่อไป ถ้าตอบผิดให้ทบทวนกรอบนั้นอีกครั้งหนึ่ง

5. ให้นักเรียนทำทุกกรอบเรื่อยไปตามลำดับ อย่าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งไป

6. คำถามในแต่ละกรอบไม่ใช่ข้อสอบแต่เป็นสิ่งที่จะทำให้ นักเรียนเข้าใจบทเรียนยิ่งขึ้น

7. นักเรียนต้องมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง โดยไม่คัดลอกเฉลยมาตอบ

นักเรียนพร้อมที่จะเรียนหรือยัง ถ้าพร้อมแล้วเริ่มเรียนได้

ชุดที่ 1

จำนวนจริง

	1. จำนวนที่มนุษย์คิดขึ้นครั้งแรกโดยใช้นับสิ่งของต่าง ๆ นั้น เรียกว่า <u>จำนวนนับ</u> เช่น 1, 2, 3, ... <u>หนึ่ง</u> เป็นจำนวนนับจำนวนแรก ปากกาในกล่องนี้มีจำนวน 3 <u>ก้าม</u> ไข่ในตระกร้าใบหนึ่งมีจำนวน 15 <u>ฟอง</u> นักเรียนในโรงเรียนนี้มีจำนวน 2700 <u>คน</u> 3, 15, 2700 เป็นจำนวนนับหรือไม่ _____
เป็น	2. 0, 1, -1, -2, 5, -8, 10.2, 126 จำนวนเหล่านี้จำนวนที่เป็นจำนวนนับ ได้แก่ _____
1, 5, 126	3. สมาชิกของจำนวนนับทั้งหมดเขียนแทนด้วยตัวเลขในลักษณะดังนี้ 1, 2, 3, ... ดังนั้น จำนวนนับได้แก่เลข _____ และเราแสดงจำนวนนับในรูปเซตได้ดังนี้ { 1, 2, 3, ... }
1, 2, 3, ...	4. ถ้าให้ N แทน <u>เซต</u> ของจำนวนนับ จะได้ว่า $N =$ _____

{1, 2, 3, ...}	5. จำนวนนับได้แก่เลข 1, 2, 3, ... 100 เป็นจำนวนนับหรือไม่ _____ ก. 1, 2, 3, ... เป็นจำนวนนับหรือไม่ _____ ข. -1, -2, -3, ... เป็นจำนวนนับหรือไม่ _____ ค. 0 เป็นจำนวนนับหรือไม่ _____ ง.
ก. เป็น ข. เป็น ค. ไม่เป็น ง. ไม่เป็น	6. 0, -1, -2, -3, ... ไม่ใช่จำนวนนับ แต่เป็นจำนวนที่มนุษย์ได้คิดขึ้นมาอีก เนื่องจากการนำจำนวนนับบางจำนวนมาลบกันแล้วเราจะใช้จำนวนนับเป็นคำตอบไม่ได้ เช่น 1-1 หรือ 3-7 เป็นต้น ดังนั้น 0 จึงไม่ใช่จำนวนนับ และ -4 ไม่ใช่จำนวนนับ อยากทราบว่า -100 เป็นจำนวนนับหรือไม่ _____ ก. และ 0, -1, -2, -3, ... เป็นจำนวนนับหรือไม่ _____ ข.
ก. ไม่เป็น ข. ไม่เป็น	7. 1, 2, 3, ... และ 0, -1, -2, -3, ... ประกอบกันแล้วเรียกว่า <u>จำนวนเต็ม</u> ∴ จำนวนเต็ม ได้แก่ ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... และเราสามารถเขียนเซตของจำนวนเต็มโดยการแจกแจงสมาชิกได้ดังนี้ { _____ }

$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$	8. ถ้าให้ I แทน <u>เซตของจำนวนเต็ม</u> จะได้ว่า $I =$ _____
$\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$	9. จำนวนนับ $1, 2, 3, \dots$ เราเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า <u>จำนวนเต็มบวก</u> $\therefore -1, -2, -3, \dots$ เราเรียกว่า จำนวนเต็ม _____ ก. และเราเขียนเซตโดยการแจกแจงสมาชิกของเซต ได้ดังนี้ เซตของจำนวนเต็มบวก _____ ข. เซตของจำนวนเต็มลบ _____ ค.
ก. ลบ ข. $\{1, 2, 3, \dots\}$ ค. $\{-1, -2, -3, \dots\}$ หรือ $\{\dots, -3, -2, -1\}$	10. <u>จำนวนเต็มบวก</u> <u>จำนวนเต็มศูนย์</u> และ <u>จำนวนเต็มลบ</u> ประกอบกันแล้วเรียกว่า <u>จำนวนเต็ม</u> ฉะนั้น จำนวนเต็มจะประกอบไปด้วยจำนวน ชนิดต่าง ๆ ต่อไปนี้ ก. จำนวนนับ หรือ จำนวน _____ ข. _____ และ ค. _____

ก. เต็มบวก ข. จำนวนเต็มศูนย์ หรือ 0 ค. จำนวนเต็มลบ	11. $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ เป็นเซตของจำนวน _____ ก, หรือ $\{0, -1, 1, -2, 2, \dots\}$ ก็เป็นเซตของ จำนวน _____ ข. ดังนั้น จำนวนเต็มบวกทุกตัวจึงเป็นจำนวนเต็ม จำนวนเต็มลบทุกตัวเป็นจำนวนเต็ม ใช่หรือไม่ _____ ค. และจำนวนเต็มทุกตัวเป็นจำนวนนับ ใช่หรือไม่ _____ ง.
ก. เต็ม ข. เต็ม ค. ใช่ ง. ไม่ใช่	12. ให้เขียนวงกลมล้อมรอบจำนวนต่อไปนี้ เฉพาะที่ เป็นจำนวนเต็ม $-8, 2, \sqrt{2}, -\frac{4}{5}, 0$ $\sqrt{7}, -1, 3\pi$
$\textcircled{-8}, \textcircled{2}, \textcircled{0},$ $\textcircled{-1}$	13. ถ้าหากนักเรียนนำจำนวนเต็มมาหารกันโดยที่<u>ตัวหาร</u> <u>ไม่เป็นศูนย์</u> เราจำเป็นต้องสร้างจำนวนชนิดใหม่ขึ้นมา เรียกว่า <u>จำนวนตรรกยะ</u> เช่น $\frac{1}{2}, -\frac{8}{4}, -\frac{1}{3},$ $-\frac{3}{5}, -\frac{0}{9}$ เป็นต้น จำนวนเหล่านี้เป็นจำนวน _____

ตรรกยะ	14. ฉะนั้นเรากล่าวได้ว่า จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวน _____ และส่วนไม่เป็น 0 ก. นั่นคือ ถ้าจำนวนใดเขียนได้ในรูปเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 แล้ว เราจะเรียกจำนวนนั้น ๆ ว่า จำนวน _____ ข.
ก. เต็ม ข. ตรรกยะ	15. จำนวนเต็ม 2 เขียนเป็นเศษส่วนได้คือ $\frac{2}{1}$ หรือ $\frac{8}{4}$ จำนวนเต็ม -2 เขียนเป็นเศษส่วนได้คือ $-\frac{2}{1}$ หรือ $-\frac{12}{6}$ จำนวนเต็ม 0 เขียนเป็นเศษส่วนได้คือ $\frac{0}{3}$ หรือ $\frac{0}{4}$ จะเห็นได้ว่า จำนวนเต็มสามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น _____

0 หรือ ศูนย์	16. เนื่องจากจำนวนตรรกยะทุกจำนวนสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 2 เขียนเป็นเศษส่วนได้ $\therefore$ 2 เป็นจำนวนตรรกยะใช่หรือไม่ _____ ก. -2 เขียนเป็นเศษส่วนได้ $\therefore$ -2 เป็นจำนวนตรรกยะใช่หรือไม่ _____ ข. 0 เขียนเป็นเศษส่วนได้ $\therefore$ 0 เป็นจำนวนตรรกยะใช่หรือไม่ _____ ค. 9 เขียนเป็นเศษส่วนได้ $\therefore$ 9 เป็นจำนวนตรรกยะใช่หรือไม่ _____ ง.
ก. ใช่ ข. ใช่ ค. ใช่ ง. ใช่	17. จำนวนเต็มทุกตัวเป็นจำนวนตรรกยะ เพราะจำนวนเต็มทุกตัวสามารถเขียนได้ในรูปเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวน _____ และส่วนไม่เป็น _____
เต็ม, 0	18. ให้นักเรียนพิจารณาจำนวนต่อไปนี้ 0.4 = 0.40000 ... -2.35 = -2.35000 ... 1.$\dot{7}$ = 1.77777 ... -3.24 = _____ 0.$\dot{6}\dot{1}$ = _____ เราเรียกทศนิยมเหล่านี้ว่า <u>ทศนิยมซ้ำ</u>

ก. $-3.240000 \dots$ ข. $0.616161 \dots$	19. จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำ เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ เช่น $0.4 = \frac{4}{10}$ $-1.37 = -1\frac{37}{100}$ $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$ $5.\dot{3}8\dot{9} = 5\frac{389}{999}$ $-1.29 = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $0.\dot{6}\dot{1} = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. ฉะนั้น จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมซ้ำเป็นจำนวนตรรกยะใช่หรือไม่ $\underline{\hspace{2cm}}$ ค.
ก. $-1\frac{29}{100}$ ข. $\frac{61}{99}$ ค. ไซ	20. ให้เขียนวงกลมล้อมรอบข้อที่เป็นจำนวนตรรกยะ ก. $\frac{4}{7}$ จ. 0 ข. -2.5 ฉ. -82 ค. $-6.1\dot{2}\dot{3}$ ช. $\sqrt{7}$ ง. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ญ. 100
(ก) , (ข) , (ค) , (ง) , (ฉ) , (ญ)	21. สรุปได้ว่า จำนวนตรรกยะได้แก่จำนวนต่อไปนี้ ก. จำนวนเต็ม ข. จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปของเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวน $\underline{\hspace{2cm}}$ และส่วนไม่เป็น $\underline{\hspace{2cm}}$ ค. จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยม $\underline{\hspace{2cm}}$

ข. เต็ม, ศูนย์ หรือ 0 ค. ซ้ำ	22. นักเรียนจะเห็นว่า จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ จำนวนตรรกยะทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม ใช่หรือไม่ _____ ก. มีจำนวนตรรกยะบางจำนวนเป็นจำนวนเต็ม ใช่หรือไม่ _____ ข. จำนวนนับเป็นจำนวนตรรกยะใช่หรือไม่ _____ ค.
ก. ไม่ใช่ ข. ใช่ ค. ใช่	23. จากรูป $\triangle$ มุมฉาก ABC $AC^2 = AB^2 + \underline{\hspace{2cm}} \text{ ก.}$ $= 1^2 + \underline{\hspace{2cm}} \text{ ข.}$ $= \underline{\hspace{2cm}} \text{ ค.}$
ก. BC^2 ข. 1^2 ค. 2	24. นักเรียนหาเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็นศูนย์ ใด ๆ ที่คุณตัวเองแล้วมีค่าเป็น 2 <u>ไม่ได้</u> $\therefore$ เราจะหาเศษส่วนโดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 ใด ๆ มาแทน AC (ในกรอบที่ 23) แล้วทำให้ $AC^2 = 2$ ได้หรือไม่ _____
ไม่ได้	25. นักคณิตศาสตร์ได้สร้างจำนวน $\sqrt{2}$ ขึ้น ซึ่งจะได้ว่า $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ หรือ $(\sqrt{2})^2 = 2$ $\therefore AC^2 = (\sqrt{2})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ นั่นคือ $AC = \sqrt{2}$

2	26. เนื่องจากเราไม่สามารถเขียน $\sqrt{2}$ ให้อยู่ในรูปของเศษส่วน โดยที่เศษและส่วนเป็นจำนวนเต็ม และส่วนไม่เป็น 0 ได้ ดังนั้นเราจึงเรียก $\sqrt{2}$ ว่าเป็น<u>จำนวนอตรรกยะ</u> เมื่อ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนอตรรกยะแล้ว $\sqrt{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะด้วย ใช่หรือไม่ _____
ไม่ใช่	27. จำนวนที่อยู่ในลักษณะเดียวกันกับ $\sqrt{2}$ ยังมีอีกมากเช่น $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $3\sqrt{2}$, $-\frac{\sqrt{1}}{2}$, $1 \pm \sqrt{2}$ เป็นต้น $\therefore$ จำนวนเหล่านี้เป็นจำนวน _____
อตรรกยะ	28. $\therefore \sqrt{2} = 1.414213 \dots$ $\sqrt{6} = 2.449489 \dots$ $\pi = 3.141592 \dots$ จำนวนเหล่านี้เขียนได้ในรูป <u>ทศนิยมไม่ซ้ำ</u> เมื่อ $\sqrt{2}$ เป็นจำนวน<u>อตรรกยะ</u> ดังนั้น 1.414213 ... จึงเป็นจำนวน _____ ด. และ 3.141592 ... ก็เป็นจำนวน _____ ด้วย ข.
ก. อตรรกยะ ข. อตรรกยะ	29. ในทำนองเดียวกัน 0.010010001 ... และ 0.252552555 ... ก็เป็นทศนิยม _____ ฉะนั้นจำนวนที่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำจึงไม่ใช่จำนวนตรรกยะ แต่เป็นจำนวนอตรรกยะใช่หรือไม่ _____

ก. ไม่ซ้ำ ข. ใช่	30. เราสรุปได้ว่า ก. จำนวนที่เป็นทศนิยมไม่ซ้ำซึ่งเขียนอยู่ในรูปรากกำลังต่าง ๆ และ ข. จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำอื่น ๆ เช่น π และ $0.010010001\dots$ เป็นต้น จำนวนในลักษณะเหล่านี้เรียกว่าจำนวน_____
อตรรกยะ	31. 3 เป็นจำนวนเต็ม และเป็นจำนวนตรรกยะ 3 จึงไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ ฉะนั้น $\sqrt{9}$ เป็นจำนวนอตรรกยะใช่หรือไม่ _____ ก. $-\sqrt{4}$ เป็นจำนวนอตรรกยะใช่หรือไม่ _____ ข.
ก. ไม่ใช่ (เพราะ $\sqrt{9}=3$) ข. ไม่ใช่ (เพราะ $-\sqrt{4}=-2$)	32. ข้อความต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด ก. $\sqrt{16}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____ ข. $\sqrt{6}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____ ค. $1.123123123\dots$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____ ง. $1.11011101110\dots$ เป็นจำนวนอตรรกยะ _____
ก. ผิด ข. ถูก ค. ผิด ง. ถูก	33. กำหนดจำนวนให้ดังนี้ $-\frac{7}{5}, \sqrt{5}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{49}, 3\sqrt{10}, \frac{2\pi}{3}, 2.7165$ และ $2.7165\dots$ ก. จำนวนตรรกยะ ได้แก่ _____ ข. จำนวนอตรรกยะ ได้แก่ _____

ก. จำนวนตรรกยะ ข. จำนวนเต็ม ค. ศูนย์ หรือ 0 ง. จำนวนเต็มบวก หรือ จำนวนนับ	37. จงเขียนแผนผังของจำนวนจริง จำนวนจริง 1. _____ 2. _____ 3. _____ 4. _____ 5. _____ 6. _____ 7. _____
1. จำนวนอตรรกยะ 2. จำนวนตรรกยะ 3. จำนวนตรรกยะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม 4. จำนวนเต็ม 5. จำนวนเต็มลบ 6. ศูนย์ 7. จำนวนเต็มบวก หรือ จำนวนนับ	38. กำหนดให้ $x^2 = -1$ นักเรียนจะหา<u>จำนวนจริง</u>ที่ยกกำลังสองแล้วได้ผลลัพธ์เป็น -1 ได้หรือไม่ _____ ฉะนั้น x <u>จึงไม่ใช่จำนวนจริง</u> แต่เป็นจำนวนอีกประเภทหนึ่ง ซึ่งเราเรียกว่า <u>จำนวนไม่จริง</u> หรือ <u>จำนวนจินตภาพ</u>

ไม่ได้

39. เมื่อ $x^2 = -1$
 ดังนั้น $x = \sqrt{-1}$ นักเรียนทราบ
 แล้วว่า x ในที่นี้เป็นจำนวนไม่จริง ฉะนั้น $\sqrt{-1}$
 จึงเป็นจำนวนไม่จริงด้วย

ในทำนองเดียวกัน $\sqrt{-4}$, $\sqrt[4]{-2}$ ก็เป็น
จำนวนไม่จริง

ดังนั้น ก. $\sqrt[5]{-8}$ เป็นจำนวนไม่จริงใช่หรือไม่ _____
 ข. $\sqrt{-36}$ เป็นจำนวนไม่จริงใช่หรือไม่ _____
 ค. $-\sqrt[4]{64}$ เป็นจำนวนไม่จริงใช่หรือไม่ _____

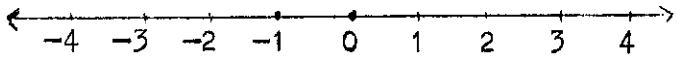
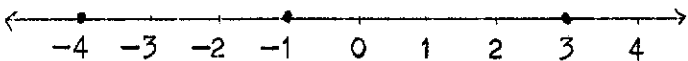
ก. ใช่
 ข. ใช่
 ค. ไม่ใช่

40. กำหนดให้ $-\sqrt{7}$, $\sqrt{-1}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{-9}$,
 $\sqrt[5]{-32}$, $1-\sqrt{3}$ จำนวนเหล่านี้ จำนวนใดบ้างที่เป็น
 ก. จำนวนจริง _____
 ข. จำนวนไม่จริง _____

ก. $-\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{2}$,
 $\sqrt[5]{-32}$, $1-\sqrt{3}$
 ข. $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-9}$

ชุดที่ 2

เส้นจำนวน

	41.  เราจะกำหนดจุด ๆ หนึ่งบนเส้นจำนวนแทน 0 เส้นตรงที่เราเขียนขึ้นเพื่อใช้จุดบนเส้นจำนวนแทน เลขจำนวนจริงเราเรียกว่า <u>เส้นจำนวน</u> ดังนั้น เส้นจำนวน หมายถึง เส้นตรงที่เราเขียน ขึ้นเพื่อใช้จุดบนเส้นจำนวนแทนเลขจำนวน _____
จริง	42. เราจะเขียนจุดบนเส้นจำนวนแทน -4, -1 และ 3 ได้ดังนี้  -4 แทนได้ด้วยจุดที่ห่างจาก 0 ไปทาง <u>ซ้าย</u> เป็นระยะทาง 4 หน่วย -1 แทนได้ด้วยจุดที่ห่างจาก 0 ไปทาง _____ เป็นระยะทาง _____ หน่วย ก. 3 แทนได้ด้วยจุดที่ห่างจาก 0 ไปทาง _____ เป็นระยะทาง _____ หน่วย ข.

- ก. ซ้าย, 1
ข. ขวา, 3

43.

ถ้าเราต้องการหาคำแทนของ $\frac{6}{5}$ บนเส้นจำนวน เราจะต้องแบ่งแต่ละ 1 หน่วยออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน จำนวน $\frac{6}{5}$ จะแทนได้ด้วยจุดที่อยู่ระหว่าง 1 และ 2 ดังรูป เพราะว่า $\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$



จากรูป ตำแหน่งของจุด P จะแทนจำนวน

ก.

ตำแหน่งของจุด Q จะแทนจำนวน

ข.

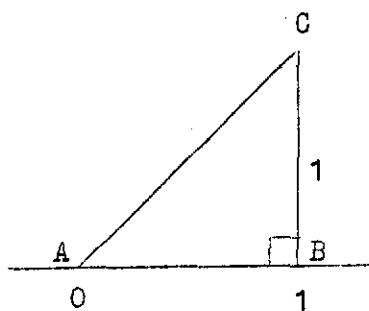
- ก. $\frac{9}{5}$ หรือ $1\frac{4}{5}$
ข. $-\frac{2}{5}$

44.

ถ้าให้ $\frac{a}{b}$ เป็นเศษส่วนใด ๆ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$ แล้วเราจะหาคำแทนของ จุดบนเส้น _____ แทนจำนวน $\frac{a}{b}$ ได้เสมอ

45.

จำนวน



จากรูป พิจารณา $\triangle$ มุมฉาก

ABC ตามทฤษฎีของ

พีทาโกรัส จะได้ว่า

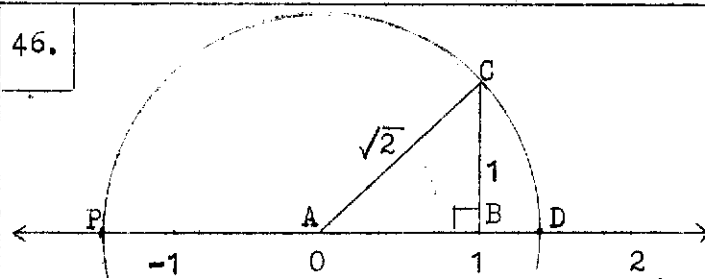
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 1^2 + 1^2$$

$$AC^2 = 2$$

$$\therefore AC = \underline{\hspace{2cm}}$$

46.



ใช้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี $\sqrt{2}$ หน่วย
เขียนส่วนโค้งตัดเส้นจำนวนทางขวาและซ้ายของจุด A
ที่จุด D และ P ตามลำดับ

ดังนั้น จุด D และ P อยู่ห่างจาก O เป็น

ระยะทาง _____ หน่วย ก.

จุด D ซึ่งอยู่ทางขวาของจุด A จะแทน
จำนวนจริงคือ _____ ข.

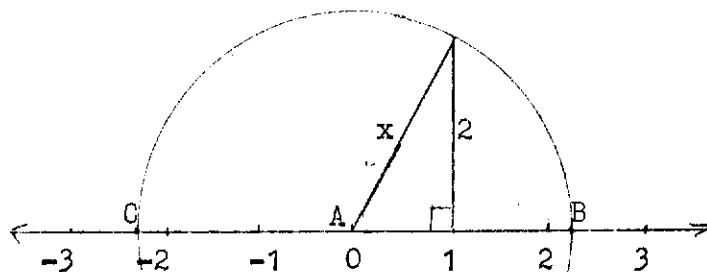
จุด P ซึ่งอยู่ทางซ้ายของจุด A จะแทน
จำนวนจริงคือ _____ ค.

ก. $\sqrt{2}$

ข. $\sqrt{2}$

ค. $-\sqrt{2}$

47. เราจะหาตำแหน่งของจุดบนเส้นจำนวนที่ใส่แทน
จำนวน $\pm\sqrt{5}$ ได้ดังนี้



จากรูป $x^2 = 1^2 + \underline{\hspace{2cm}}$ ก.

$\hspace{2cm} = \underline{\hspace{2cm}}$ ข.

$x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ค.

$\therefore x = \underline{\hspace{2cm}}$ ง.

ใช้ A เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี x ซึ่งยาว $\underline{\hspace{2cm}}$ หน่วย จ.
เขียนส่วนโค้งตัดเส้นจำนวนทางขวาและซ้ายของจุด A ที่จุด B
และ C ตามลำดับ

$\therefore$ จุด B บนเส้นจำนวนแทนจำนวนจริงคือ

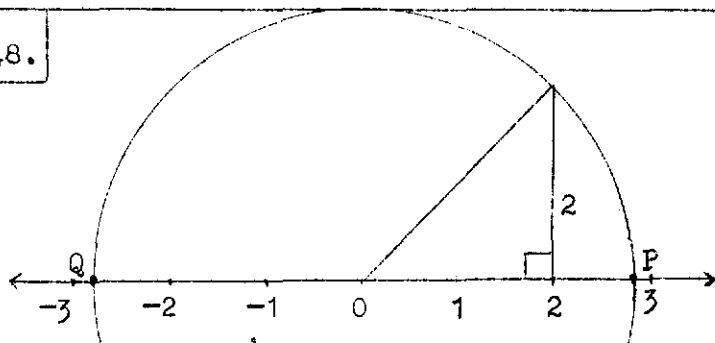
ด.

และ จุด C บนเส้นจำนวนแทนจำนวนจริง คือ

ข.

- ก. 2^2
 ข. $1 + 4$
 ค. 5
 ง. $\sqrt{5}$
 จ. $\sqrt{5}$
 ฉ. $\sqrt{5}$
 ช. $-\sqrt{5}$

48.



จากรูป จุด P บนเส้นจำนวนแทนจำนวนจริง คือ _____ ก.
 จุด Q บนเส้นจำนวนแทนจำนวนจริง คือ _____ ข.

- ก. $\sqrt{8}$
 ข. $-\sqrt{8}$

49.

เราจะได้ว่าจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ
 สามารถแทนได้ด้วยจุดบนเส้นจำนวน

ทั้งนี้จำนวนจริงสามารถแทนได้ด้วยจุดบน _____ ก.
 และในทำนองเดียวกันจุดบนเส้นจำนวนแทนได้ด้วยจำนวน
 _____ ข.

อยากทราบว่า เราสามารถเขียนจุดบนเส้นจำนวน
 แทนจำนวนตรรกยะเท่านั้นใช่หรือไม่ _____ ค.

- ก. เส้นจำนวน
 ข. จริง
 ค. ไม่ใช่

50.

จะเห็นว่า ถ้ากำหนดจำนวนจริงจำนวนหนึ่งมาให้
 จะมีจุดบนเส้นจำนวนได้เพียงจุดเดียวเท่านั้นที่แทนจำนวนนั้น
 และในทำนองเดียวกัน ถ้ากำหนดจุด ๆ หนึ่งบน
 เส้นจำนวนมาก็จะมีจำนวน _____ จำนวนเดียวเท่านั้น
 ที่แทนจุดนั้น

จริง	51. เราสามารถจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งระหว่างสมาชิกในเซตของจำนวนจริงและสมาชิกในเซตของจุดบนเส้นจำนวนได้ ∴ จุดบนเส้นจำนวนแทนได้ด้วยจำนวน _____ ก. จำนวนจริงหนึ่งจำนวนจับคู่กับจุดบนเส้นจำนวนได้ _____ จุด ข. และจุดใดจุดหนึ่งบนเส้นจำนวนจะแทนจำนวนจริงได้หลายจำนวน ใช่หรือไม่ _____ ค.
ก. จริง ข. หนึ่ง ค. ไม่ใช่	52. -1 กับ 1 บนเส้นจำนวนเป็นจำนวนที่แทนได้ด้วยจุดที่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง _____ แต่อยู่คนละข้างของ 0 _____ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน) ก. เราจึงเรียก -1 กับ 1 ว่าเป็น<u>จำนวนตรงข้าม</u> ซึ่งกันและกัน เพราะอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากัน แต่อยู่คนละข้างของ 0 ดังนั้น -3 กับ 3, $-\frac{2}{5}$ กับ $\frac{2}{5}$, -6 กับ 6 เป็นจำนวนตรงข้ามซึ่งกันและกันหรือไม่ _____ ข.
ก. เท่ากัน ข. เป็น	53. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้วจะได้ว่า ก. จำนวนตรงข้ามของ a คือ _____ ข. จำนวนตรงข้ามของ $-a$ คือ _____
ก. $-a$ ข. $-(-a)$ หรือ a (ตอบอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้)	54. โดยทั่วไปถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 จุดแทนจำนวน a จะอยู่ทางซ้ายหรือทางขวาของ 0 ก็ได้ ถ้า a แทนได้ด้วยจุดทางขวาของ 0 เรียกว่าเป็น<u>จำนวนบวก</u> ถ้า a แทนได้ด้วยจุดทางซ้ายของ 0 เรียกว่าเป็นจำนวน _____

ลป	55. จุดแทนจำนวนลบอยู่ทาง _____ ของจุดแทนจำนวน 0 $\therefore$ จำนวนลบ _____ 0 ก. (น้อยกว่า/มากกว่า) และจุดแทนจำนวนบวกอยู่ทาง _____ ของจุดแทน จำนวน 0 $\therefore$ จำนวนบวก _____ 0 ข. (น้อยกว่า/มากกว่า)
ก. ซ้าย , น้อยกว่า ข. ขวา , มากกว่า	

จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกำลังและราก

	56. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ $x \cdot x$ เขียนแทนด้วย x^2 $x \cdot x \cdot x$ เขียนแทนด้วย x^3 $\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots x}_n$ เขียนแทนด้วย x^n เมื่อ n เป็นจำนวน n ตัว คูณ x^n อ่านว่า กำลังที่ n ของเอกซ์ หรือเอกซ์ยก กำลัง n x^n เป็นเลขยกกำลัง มี x เป็นฐาน และ n เป็น เลขชี้กำลัง x^5 อ่านว่า เอกซ์ยกกำลังห้า x^8 อ่านว่า _____ ก. x^4 อ่านว่า _____ ข.

ก. เอกซัยกกำลังแปด ข. เอกซัยกกำลังสี่	57. ถ้า a, b, x, y เป็นจำนวนจริงใด ๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้กฎของเลขยกกำลังดังนี้ (1) $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ เช่น ก. $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ ข. $a^4 \cdot a^5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. $b \cdot b^7 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $2^3 \cdot 2^2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
ข. a^{4+5}, a^9 ค. b^{1+7}, b^8 ง. $2^{3+2}, 2^5$	58. (2) $(xy)^n = x^n \cdot y^n$ เช่น ก. $(xy)^2 = x^2 \cdot y^2$ ข. $(ab)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. $(xy)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $(3)^4 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
ข. $a^3 \cdot b^3$ ค. $x^6 \cdot y^6$ ง. $3^4, 81$	59. (3) $(x^m)^n = x^{mn}$ เช่น ก. $(x^2)^3 = x^{2 \times 3} = x^6$ ข. $(x^5)^4 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. $(a^3)^6 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $(2^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

ข. $x^{5 \times 4}$, x^{20} ค. $a^{3 \times 6}$, a^{18} ง. $2^{3 \times 2}$, 2^6	60. (4) เมื่อ $x \neq 0$, $\frac{x^m}{x^n} = \begin{cases} 1 & \text{ถ้า } m = n \\ x^{m-n} & \text{ถ้า } m > n \\ \frac{1}{x^{n-m}} & \text{ถ้า } n > m \end{cases}$ เช่น ก. $\frac{x^2}{x^2} = 1$ (เมื่อ $m = n$) ข. $\frac{x^5}{x^2} = x^{5-2} = x^3$ ค. $\frac{a^7}{a^4} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$, ($a \neq 0$) ง. $\frac{b}{b^3} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$, ($b \neq 0$)
ค. a^{7-4} , a^3 ง. $\frac{1}{b^2}$	61. (5) เมื่อ $y \neq 0$, $(\frac{x}{y})^n = \frac{x^n}{y^n}$ เช่น ก. $(\frac{x}{y})^3 = \frac{x^3}{y^3}$ ข. $(\frac{x}{y})^5 = \underline{\hspace{1cm}}$ ค. $(\frac{a}{b})^{10} = \underline{\hspace{1cm}}$
ข. $\frac{x^5}{y^5}$ ค. $\frac{a^{10}}{b^{10}}$	62. $\therefore \frac{x^3}{x^3} = x^{3-3} = x^0$, ($x \neq 0$) และ $\frac{x^3}{x^3} = 1$ ดังนั้น $\frac{x^3}{x^0} = 1$ ในทำนองเดียวกัน $a^0 = 1$, ($a \neq 0$) $b^0 = \underline{\hspace{1cm}}$, ($b \neq 0$)

1	63. จะได้ว่า $x^0 = 1$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0 ดังนั้น $5^0 = 1$ $20^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $(-100)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. $(1+ab)^0 = \underline{\hspace{2cm}}, (1+ab \neq 0)$ ค. และ $(x+y)^0 = \underline{\hspace{2cm}}, (x+y \neq 0)$ ง..
ก. 1 ข. 1 ค. 1 ง. 1	64. $\frac{x^2}{x^5} = x^{2-5} = x^{-3}, (x \neq 0)$ และ $\frac{x^2}{x^5} = \frac{1}{x^{5-2}} = \frac{1}{x^3}$ $\therefore x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ ดังนั้น ก. $x^{-5} = \frac{1}{x^5}, (x \neq 0)$ ข. $a^{-6} = \underline{\hspace{2cm}}, (a \neq 0)$ ค. $b^{-10} = \underline{\hspace{2cm}}, (b \neq 0)$
ข. $\frac{1}{a^6}$ ค. $\frac{1}{b^{10}}$	65. จะได้ว่า $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริง ใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น ก. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ ข. $4^{-2} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. $\frac{1}{5^{-6}} = \frac{1}{\frac{1}{5^6}} = 5^6$ ง. $\frac{1}{7^{-4}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

ข. $\frac{1}{4^2}$, $\frac{1}{16}$ ง. $\frac{1}{7^4}$, 7^4	66. <u>นิยาม</u> y เป็นรากที่สองของ x ก็ต่อเมื่อ $y^2=x$ และ x,y เป็นจำนวนจริงใด ๆ เช่น 3 เป็นรากที่สองของ 9 เพราะ $3^2 = 9$ -6 เป็นรากที่สองของ 36 เพราะ _____ _____ = _____ ก. 0 เป็นรากที่สองของ 0 เพราะ _____ _____ = _____ ข. $\sqrt{7}$ เป็นรากที่สองของ 7 เพราะ _____ _____ = _____ ค.
ก. $(-6)^2$, 36 ข. 0^2 , 0 ค. $(\sqrt{7})^2$, 7	67. <u>นิยาม</u> y เป็นรากที่ n ของ x ก็ต่อเมื่อ $y^n=x$ โดยที่ x,y เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 1 เช่น 2 เป็นรากที่ 3 ของ 8 เพราะ $2^3 = 8$ -3 เป็นรากที่ 4 ของ 81 เพราะ $(-3)^4$ $=$ _____ ก. -2 เป็นรากที่ 4 ของ 16 เพราะ _____ ข. 3 เป็นรากที่ 5 ของ 243 เพราะ _____ ค.

- ก. 81
 ข. $(-2)^4 = 16$
 ค. $3^5 = 243$

68.

คุณสมบัติของรากที่ n (1) ถ้า $x > 0$ และ $y > 0$ แล้ว

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

(2) ถ้า $x > 0$ และ $y > 0$ แล้ว

$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

เช่น

$$\text{ก. } \sqrt[5]{5} \cdot \sqrt[5]{6} = \sqrt[5]{5 \times 6} = \sqrt[5]{30}$$

$$\text{ข. } \sqrt{2} \cdot \sqrt{7} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{ค. } \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3 \times 9} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{ง. } \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{9}} = \sqrt[3]{\frac{2}{9}}$$

$$\text{จ. } \frac{\sqrt[6]{4}}{\sqrt[6]{7}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- ข. $\sqrt{2 \times 7}$, $\sqrt{14}$
 ค. $\sqrt[4]{27}$
 จ. $\sqrt[6]{\frac{4}{7}}$

69.

(3) ถ้า $x < 0$ และ $y < 0$ แล้ว

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy} \text{ และ } \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

เมื่อ n เป็นจำนวนคี่บวกเท่านั้น

$$\text{เช่น ก. } \sqrt[3]{-6} \cdot \sqrt[3]{-7} = \sqrt[3]{(-6) \times (-7)} = \sqrt[3]{42}$$

$$\text{ข. } \sqrt[5]{-2} \cdot \sqrt[5]{-10} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{ค. } \frac{\sqrt[7]{-4}}{\sqrt[7]{-5}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ข. $\sqrt[5]{(-2) \times (-10)}$, $\sqrt[5]{20}$ ค. $\sqrt[7]{\frac{-4}{-5}}$, $\sqrt[7]{\frac{4}{5}}$	70. (4) ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 1 แล้วจะได้ว่า 4.1 $\sqrt[n]{x^n} = x$ เมื่อ n เป็นจำนวนคี่ เช่น $\sqrt[4]{4x^4} = 2 x$ $\sqrt[4]{16y^4} = 2 y$ $\sqrt[4]{81x^8} = 3x^2$ $\sqrt[4]{81y^4} = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. 4.2 $\sqrt[n]{x^n} = x$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ เช่น $\sqrt[3]{-27y^3} = -3y$ $\sqrt[3]{64y^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. $\sqrt[5]{-32x^5} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค.
ก. $-3 y$ ข. $4y$ ค. $-2x$	71. จงหาคำรากของจำนวนจริงต่อไปนี้ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง ก. $\sqrt{9x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. $\sqrt[3]{8y^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. $\sqrt[5]{32y^5} = \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $\sqrt[4]{16y^4} = \underline{\hspace{2cm}}$ จ. $\sqrt{25x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

ก. $3 \mid x \mid$ ข. $2y$ ค. $2y$ ง. $2 \mid y \mid$ จ. $5 \mid x \mid$	72. ทำให้เป็นผลสำเร็จ ก. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{2 \times 12} = \sqrt{2 \times 2 \times 6} = 2\sqrt{6}$ ข. $3\sqrt{2a^2} \cdot 3\sqrt{4a} = 3\sqrt{2a^2 \times 4a} = 3\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times a \times a \times a} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. $3\sqrt{54} \cdot 3\sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = \underline{\hspace{2cm}}$ จ. $\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$
ข. $2a$ ก. $3\sqrt{54 \times 4}$ $= 3\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2}$ $= 3 \times 2 = 6$ ง. $\sqrt{2 \times 3 \times 6}$ $= \sqrt{2 \times 3 \times 2 \times 3}$ $= 2 \times 3 = 6$ จ. $\sqrt{10 \times 2}$ $= \sqrt{5 \times 2 \times 2}$ $= 2\sqrt{5}$	73. การทำให้ส่วนของจำนวนต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่ติดกรณฑ์ ก. $\sqrt{\frac{6}{7}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6 \times 7}}{7} = \frac{\sqrt{42}}{7}$ ข. $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $\sqrt{\frac{2}{10}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ จ. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

ข. $\frac{\sqrt{2 \times 3}}{\sqrt{3 \times 3}}, \frac{\sqrt{6}}{3}$ ค. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}, \frac{\sqrt{5 \times 7}}{\sqrt{7 \times 7}},$ $\frac{\sqrt{35}}{7}$ ง. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}, \frac{\sqrt{2 \times 10}}{\sqrt{10 \times 10}},$ $\frac{\sqrt{20}}{10}$ จ. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{3 \times 6}}{\sqrt{6 \times 6}}, \frac{\sqrt{18}}{6}$	74. $3\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{32}$ ทำให้เป็นผลสำเร็จได้ดังนี้ $3\sqrt{8} - \sqrt{2} + \sqrt{32} = 3\sqrt{4 \times 2} - \sqrt{2} + \sqrt{16 \times 2}$ $= 3 \times 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ $= 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ $= (6 - 1 + 4)\sqrt{2}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$
$9\sqrt{2}$	75. $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$ ทำให้เป็นผลสำเร็จได้ดังนี้ $5\sqrt{3} - \sqrt{27} = 5\sqrt{3} - \sqrt{9 \times 3}$ $= 5\sqrt{3} - \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ก.}$ $= (5 - \underline{\hspace{1cm}}) \sqrt{3} \quad \text{ข.}$ $= \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ค.}$
ก. $3\sqrt{3}$ ข. 3 ค. $2\sqrt{3}$	76. $4\sqrt{5} + \frac{2}{\sqrt{5}}$ ทำให้เป็นผลสำเร็จได้ดังนี้ $4\sqrt{5} + \frac{2}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5} + \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \right)$ $= 4\sqrt{5} + \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ก.}$ $= (\underline{\hspace{1cm}}) \sqrt{5} \quad \text{ข.}$ $= \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ค.}$
ก. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ข. $4 + \frac{2}{5}$ ค. $\frac{22\sqrt{5}}{5}$	

ชุดที่ 3

คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวกและการคูณ

	77. ในการบวกจำนวนจริงทุก ๆ ครั้งเราจะสังเกต ไควว่า ผลบวกของจำนวนจริงสองจำนวนจะเป็น<u>จำนวนจริง</u> เสมอ เช่น $\frac{4}{3} + \frac{7}{3} = \frac{11}{3}$ $2 + (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ เป็นต้น เราเรียกคุณสมบัติเช่นนี้ว่า <u>คุณสมบัติปิดของการบวก</u>
-3	78. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $a + b$ จะเป็น<u>จำนวนจริง</u> เสมอ ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ <u> </u>
ปิดของการบวก	79. กำหนดให้ $a + b$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a + b = c$ โดยคุณสมบัติปิดของการบวก เราจะได้ว่า c เป็นจำนวน <u> </u>
จริง	80. ในการบวกจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่ จำนวนทั้งสองแล้ว ผลบวกจะยังคงเท่าเดิมเสมอ เช่น $2 + 3 = 3 + 2$ $(-4) + 6 = \underline{\hspace{2cm}} + (-4)$ เราเรียกคุณสมบัตินี้ว่า <u>คุณสมบัติการสลับที่ของ การบวก</u>

6	81. ถ้า p และ q เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $p + q = q + p$ โดยเป็นไปตามคุณสมบัติ _____ ของการบวก
การสลับที่	82. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $a + b = b + \underline{\hspace{2cm}}$ ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ _____ ข.
ก. a ข. การสลับที่ของการบวก	83. ให้เขียนวงกลมล้อมรอบตัวอักษรหน้าข้อความที่เป็นจริงตามคุณสมบัติการสลับที่ของการบวก ก. $(2 + 5) + 6 = 6 + (2 + 5)$ ข. $(2 + 5) + 6 = (5 + 2) + 6$
ก ข	84. ในการบวกจำนวนจริงสามจำนวน เราจะบวกทีละสองจำนวน โดยจะบวกสองจำนวนแรกก่อน หรือสองจำนวนหลังก่อนก็ได้ ผลบวกจะเท่ากันเสมอ เช่น $(2 + 4) + 5 = 11$ $2 + (4 + 5) = 11$ เมื่อได้ผลลัพธ์เท่ากันก็แสดงว่า $(2 + 4) + 5 = 2 + (\underline{\hspace{2cm}})$ เราเรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มไคของการบวก

4 + 5	85. $(3 + 1) + 9 = 3 + (1 + 9)$ ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ _____
การเปลี่ยนกลุ่มไคของการบวก	86. ถ้าให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่เป็นไปตามคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มไคของการบวก คือ $(a + b) + c = a + \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $a + (b + c) = \underline{\hspace{2cm}}$ ข.
ก. $(b + c)$ ข. $(a + b) + c$	87. ในระบบจำนวนจริง เราเรียกจำนวนจริงที่บวกกับ จำนวนจริง จำนวนใดก็ตามและได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงนั้น ว่าเป็น <u>เอกลักษณ์การบวก</u> ถ้าให้ z เป็นเอกลักษณ์การบวก และ a เป็น จำนวนจริงใด ๆ แล้วจะได้ว่า $z + a = a$ และ $a + z = \underline{\hspace{2cm}}$
a	88. ถ้าจำนวนจริง z บวกกับจำนวนจริง a ใด ๆ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง a เราเรียกจำนวนจริง z ว่าเป็น เอกลักษณ์การบวก ดังนั้น $z + a = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. และ $a + z = \underline{\hspace{2cm}}$ ข.
ก. a ข. a	89. ถ้าจำนวนจริง b บวกกับจำนวนจริง c ใด ๆ แล้ว ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง c เราเรียกจำนวนจริง b ว่าเป็น _____

เอกลักษณ์การบวก	90. ในระบบจำนวนจริง จะได้ว่า 0 เป็นจำนวนจริงที่บวกกับจำนวนจริงใด ๆ ก็ตาม ผลลัพธ์จะเป็นจำนวนจริงนั้น ๆ เช่น $2 + 0 = 2, \quad 0 + (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ดังนั้นในระบบจำนวนจริงเราจะได้ว่า 0 เป็น <u> </u> ข.
ก. -5 ข. เอกลักษณ์การบวก	91. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้วจะได้ว่า $a + \underline{\hspace{2cm}} = a \quad \text{ก.}$ $\underline{\hspace{2cm}} + a = a \quad \text{ข.}$ ซึ่งเป็นข้อความที่แสดงว่า 0 เป็น <u> </u> ค.
ก. 0 ข. 0 ค. เอกลักษณ์การบวก	92. ถ้าผลบวกของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่าเป็น 0 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การบวกแล้ว เราเรียกจำนวนจริงทั้งสองนั้นว่าเป็น <u>อินเวอร์สการบวก</u> ซึ่งกันและกัน เช่น 2 กับ -2 เป็นอินเวอร์ส <u> </u> ซึ่งกันและกัน
การบวก	93. จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้ ก. อินเวอร์สการบวกของ $-\frac{3}{4}$ คือ <u> </u> ข. อินเวอร์สการบวกของ $\sqrt{5}$ คือ <u> </u> ค. -8 กับ 8 เป็น <u> </u> ซึ่งกันและกัน
ก. $\frac{3}{4}$ ข. $-\sqrt{5}$ ค. อินเวอร์สการบวก	94. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะมีจำนวนจริง -a ซึ่งทำให้ $a + (-a) = 0$ และ $(-a) + a = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. นั่นคือ -a เป็นอินเวอร์สการบวกของ <u> </u> ข. และ a เป็น <u> </u> ของ -a ค.

ก. 0 ข. a ค. อินเวอร์สการบวก	95. กำหนดให้ b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก. อินเวอร์สการบวกของ b คือ _____ ข. อินเวอร์สการบวกของ $-c$ คือ _____ ค. อินเวอร์สการบวกของ $-(a+b)$ คือ _____ ง. อินเวอร์สการบวกของ $-(a-b)$ คือ _____
ก. $-b$ ข. c ค. $a + b$ ง. $-(a - b)$	96. พิจารณาลักษณะของ ผลบวกของจำนวนจริงใด ๆ กับอินเวอร์สการบวก ของจำนวนนั้น ๆ มีค่าเท่ากับ _____ เสมอ
0	97. $\therefore$ จำนวนตรงข้ามของ 1 คือ -1 และอินเวอร์สการบวกของ 1 คือ -1 นั่นคือ จำนวนตรงข้ามของ 1 และอินเวอร์สการบวกของ 1 จะเป็นจำนวนเดียวกัน คือ _____
-1	98. จำนวนตรงข้ามของ 5 และอินเวอร์สการบวกของ 5 คือ _____ ก. จำนวนตรงข้ามของ -3 และอินเวอร์สการบวกของ -3 คือ _____ ข.
ก. -5 ข. 3	99. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ a และอินเวอร์สการบวกของ a จะเป็นจำนวนเดียวกัน คือ _____ ดังนั้นจำนวนตรงข้าม และอินเวอร์สการบวกของจำนวนจริงใด ๆ จะเป็นจำนวนเดียวกันเสมอ

- a	100. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ขอความต่อไปนี้เป็นจริงตามคุณสมบัติของจำนวนจริงอะไร ก. $a + b = a$ _____ ข. $a + (b + c) = (b + c) + a$ _____ ค. $(b + c) + b = a + (c + b)$ _____ ง. $b + c = 0$ _____
ก. เอกลักษณะการบวก ข. การสลับที่ของการบวก ค. การเปลี่ยนกลุ่มได้ของการบวก ง. อินเวอร์สการบวก	101. <u>นิยาม</u> การลบจำนวนจริง ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า $a - b = a + (-b)$ เช่น $5 - 2 = 5 + (\quad)$ ก. $1 - 8 = 1 + (\quad)$ เป็นต้น ข.
ก. -2 ข. -8	102. จาก $a - b = a + (-b)$ หรือเรากล่าวได้ว่า $a - b$ คือผลบวกของ a กับ อินเวอร์สการบวกของ _____ ขอความดังกล่าวนี้นี้เป็น <u>นิยามการลบจำนวนจริง</u>
b	103. ในการบวกจำนวนจริงมี <u>คุณสมบัติปิดของการบวก</u> กล่าวคือ ถ้าให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $a + b$ เป็นจำนวนจริง ในการคูณ a, b จะเป็นจำนวนจริงด้วย เช่น $2 \times 7 = 14, \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ จะเห็นว่า 14 และ $\frac{1}{3}$ เป็นจำนวนจริง ดังนั้นจำนวนจริงจะมี <u>คุณสมบัติปิดของการ</u> _____

คุณ	104. จากคุณสมบัติปิดของการคูณ ก. $2 \times (-5) = -10$ เป็นจำนวนจริง ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ _____ ข. $-\frac{4}{7} \times (-2) = \frac{8}{7}$ เป็นจำนวน _____ (จริง/ไม่จริง) ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ _____ ดังนั้น ถ้าให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $a \cdot b = c$ จะได้ว่า c เป็นจำนวนจริงเสมอ ข้อความนี้เป็นไปตามคุณสมบัติ _____
ก. ปิดของการคูณ ข. จริง, ปิดของการคูณ ค. ปิดของการคูณ	105. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a + b = b + a$ เรียกว่ามีคุณสมบัติการสลับที่ของ _____ การบวก ในการคูณจะได้ $a \cdot b = b \cdot a$ ด้วย เช่น $2 \times (-4) = (-4) \times 2$ $(-5) \times (-3) = (-3) \times (\quad)$ ก. ฉะนั้นเราจะได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติ _____ ข. ของการคูณ
ก. -5 ข. การสลับที่	106. จงเขียนวงกลมล้อมรอบตัวอักษรหน้าข้อความที่เป็นจริง ตามคุณสมบัติการสลับที่ของการคูณ ให้ m, n และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก. $(m \cdot n) \cdot k = (n \cdot m) \cdot k$ ข. $(m \cdot n) \cdot k = m \cdot (n \cdot k)$ ค. $(m \cdot n) \cdot k = k \cdot (m \cdot n)$ ง. $m \cdot (n + k) = mn + mk$

ก. ก.	107. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ $(a + b) + c = a + (b + c)$ เราจะเรียกว่า ข้อความนี้มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการบวก สำหรับการคูณแล้วจะได้ว่า $(2 \times 3) \times 5 = 2 \times (3 \times 5)$ เพราะต่างก็มีผลลัพธ์เท่ากับ _____ ก. $(-2 \times 4) \times (-1) = (-2) \times (4 \times (-1))$ เพราะต่างก็มีผลลัพธ์เท่ากับ _____ เป็นต้น ข. ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติ _____ ค.
ก. 30 ข. 8 ค. การเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณ	108. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่เป็นไปตามคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณคือ คือ $(x \cdot y) \cdot z = \underline{\hspace{2cm}}$
$x \cdot (y \cdot z)$	109. จากคุณสมบัติของการบวกจำนวนจริง เราทราบว่าถ้าจำนวนจริง z บวกกับจำนวนจริง a ได้ _____ แล้วได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง a เราเรียกจำนวนจริง z ว่าเป็น <u>เอกลักษณ์การบวก</u> ดังนั้น ถ้าจำนวนจริง u คูณกับจำนวนจริง a ได้ _____ แล้ว ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง a เราจะเรียกจำนวนจริง u ว่าเป็น <u>เอกลักษณ์การคูณ</u>

ก. a ข. a	110. ถ้าให้ u เป็นเอกลักษณ์การคูณแล้ว จะได้ว่า $u.a = a$ และ $a.u = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. โดยที่ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ นั่นคือ $u.a = \underline{\hspace{2cm}} = a.u$ ข.
ก. a ข. a	111. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a.b = a$ และ $a \neq 0$ แล้วแสดงว่า b เป็นเอกลักษณ์การคูณ ถ้า $b.c = b$ และ $b \neq 0$ แล้วแสดงว่า c เป็น $\underline{\hspace{2cm}}$ ก. และถ้า b เป็นเอกลักษณ์การคูณแล้วจะได้ว่า $b.a = \underline{\hspace{2cm}}$ ข.
ก. เอกลักษณ์การคูณ ข. a	112. ถ้า a, b, c เป็นจำนวนจริง และ a เป็นเอกลักษณ์การคูณ จะได้ว่า $a.c = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $b.a = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. $(c+b)a = \underline{\hspace{2cm}}$ ค.
ก. c ข. b ค. $(c+b)$	113. $1 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $1 \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. $\left(-\frac{3}{7}\right) \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. จะเห็นได้ว่า 1 เป็นจำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริงใด ๆ แล้วผลลัพธ์จะเป็นจำนวนจริงนั้น ๆ แสดงว่า ในระบบจำนวนจริงมี 1 เป็น $\underline{\hspace{2cm}}$ ง.

ก. 4 ข. -5 ค. $-\frac{3}{7}$ ง. เอกลัษณ์การคูณ	114. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก. $a \times 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. $\underline{\hspace{2cm}} \times b = b$ ค. $b \times \underline{\hspace{2cm}} = b$ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า $1 \times a = a = a \times \underline{\hspace{2cm}}$. เป็นข้อความที่แสดงว่า 1 เป็นเอกลัษณ์การคูณ
ก. a ข. 1 ค. 1 ง. 1	115. ในระบบจำนวนจริง ถ้าผลบวกของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่าเป็น 0 ซึ่งเป็นเอกลัษณ์การบวกแล้ว เราเรียกจำนวนจริงทั้งสองนั้นว่า เป็นอินเวอร์สการบวกซึ่งกันและกัน ดังนั้น ถ้าผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ มีค่าเป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลัษณ์การคูณแล้วเราจะเรียกจำนวนจริงทั้งสองนั้นว่า เป็นอินเวอร์ส $\underline{\hspace{2cm}}$ ซึ่งกันและกัน เช่น $3 \times \frac{1}{3} = 1$ แสดงว่า 3 กับ $\frac{1}{3}$ เป็นอินเวอร์สการคูณ ซึ่งกันและกัน
การคูณ	116. $\therefore \frac{1}{2} \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ ข. $(-5) \times \frac{1}{(-5)} = \underline{\hspace{2cm}}$ ค. จะเห็นว่า ผลคูณของจำนวนจริงสองจำนวนใด ๆ เท่ากับ $\underline{\hspace{2cm}}$. ซึ่งเป็นเอกลัษณ์การคูณ $\therefore \frac{1}{2}$ กับ 2 เป็นอินเวอร์สการคูณซึ่งกันและกัน $\frac{1}{\sqrt{2}}$ กับ $\underline{\hspace{2cm}}$ เป็นอินเวอร์สการคูณซึ่งกันและกัน จ. (-5) กับ $\frac{1}{(-5)}$ เป็น $\underline{\hspace{2cm}}$ ซึ่งกันและกัน ฉ.

ก. 1 ข. 1 ค. 1 ง. 1 จ. $\sqrt{2}$ ฉ. อินเวอร์สการคูณ	117. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ จะมีจำนวนจริงจำนวนหนึ่งเขียนได้ในรูป $\frac{1}{a}$ ซึ่งทำให้ $a \cdot \frac{1}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $\therefore a$ กับ $\frac{1}{a}$ จะเป็น <u> </u> ซึ่งกันและกันข. นั่นคือ a เป็นอินเวอร์สการคูณของ <u> </u> ค. และ $\frac{1}{a}$ เป็น <u> </u> ของ a ง.
ก. 1 ข. อินเวอร์สการคูณ ค. $\frac{1}{a}$ ง. อินเวอร์สการคูณ	118. ถ้าให้ $a = 0$ เราจะสามารถหาจำนวนจริงที่คูณกับ 0 แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณได้หรือไม่ <u> </u>
ไม่ได้	119. เมื่อเราไม่สามารถหาจำนวนจริงใด ๆ ที่คูณกับ 0 แล้วมีผลลัพธ์เป็น 1 ซึ่งเป็นเอกลักษณ์การคูณได้ $\therefore 0$ มีอินเวอร์สการคูณหรือไม่ <u> </u>
ไม่มี	120. ก. อินเวอร์สการคูณของ -4 คือ <u> </u> ข. อินเวอร์สการคูณของ 1 คือ <u> </u> ค. อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{5}{6}$ คือ <u> </u> ง. อินเวอร์สการคูณของ 0 คือ <u> </u> จ. อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{7}$ คือ <u> </u>

ก. $-\frac{1}{4}$ ง. ไม่มี ข. 1 จ. $\frac{1}{\sqrt{7}}$ ค. $-\frac{6}{5}$	121. พิจารณาลูกไม้สี่เหลี่ยมที่แสดงว่า ผลคูณของจำนวนจริงใด ๆ กับอินเวอร์สการคูณของจำนวนนั้น ๆ มีค่าเท่ากับ _____ เสมอ
1	122. $\therefore 2 \times (3 + 4) = 2 \times 7 = 14$ และ $(2 \times 3) + (2 \times 4) = 6 + 8 = 14$ $\therefore 2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4)$ เพราะเหตุนี้จึงมีผลลัพธ์ $=$ _____
14	123. จะเห็นได้ว่า การคูณจำนวนจริงกับผลบวกของจำนวนจริงอีกสองจำนวน <u>กับ</u> การคูณทีละจำนวนแล้วบวกกัน ผลลัพธ์จะ _____ เราเรียกคุณสมบัตินี้ว่า <u>คุณสมบัติการแจกแจง</u>
เท่ากัน	124. ถ้าให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a(b + c) = ab +$ _____ ก. หรือ $(b + a)c =$ _____ + ac ข. ขอความเหล่านี้นี้เป็นไปตามคุณสมบัติ _____ ค.
ก. ac ข. bc ค. การแจกแจง	125. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ขอความที่เป็นไปตามคุณสมบัติการแจกแจง เช่น ก. $a(c + b) = ac + ab$ ข. $(b + a)c =$ _____ + ac ค. $c(a + b) =$ _____ ง. $(3 + b)a =$ _____

ข. bo ค. $ca + cb$ ง. $3a + ba$	126. กำหนดเซตให้คือ $A = \{-1, 0, 1\}$ - สมาชิกในเซต A มีเอกลักษณ์การบวก คือ 0 - สมาชิกในเซต A มีเอกลักษณ์การคูณหรือไม่ _____ - และเซต A <u>ไม่มี</u>คุณสมบัติปิดของการบวก เพราะนำสมาชิกบางตัวในเซต A มาบวกกันแล้วผลลัพธ์ไม่อยู่ในเซต A เช่น $1 + 1 = 2$ ซึ่ง 2 ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เป็นต้น
มี	127. กำหนดให้ $A = \{-1, 0, 1\}$ เซต A มีคุณสมบัติปิดของการคูณหรือไม่ _____
มี (เพราะถ้าหากนำสมาชิกของเซต A ไม่ว่าจำนวนใดก็ตามมาคูณกันแล้วผลลัพธ์ยังเป็นสมาชิกในเซต A)	128. กำหนดเซตให้ คือ เซตของจำนวนอตรรกยะ เซตนี้ <u>ไม่มี</u>คุณสมบัติปิดของการบวก เพราะสามารถนำสมาชิกบางตัวในเซตนี้มาบวกกันแล้วผลลัพธ์ไม่อยู่ในเซตของจำนวนอตรรกยะ เช่น $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ ซึ่ง 0 ไม่เป็นสมาชิกของเซตของจำนวนอตรรกยะ และเซตนี้มีคุณสมบัติปิดของการคูณหรือไม่ _____

ไม่มี (เช่น $\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$) ซึ่ง 1 ไม่เป็นสมาชิกของ เซตของจำนวนอตรรกยะ)	129. กำหนดเซตให้ดังนี้ ก. เซตของจำนวนเต็ม ข. เซตของจำนวนตรรกยะ ค. เซตของจำนวนคี่ ง. $\{1\}$ อยากรวบรวมว่า เซตที่กำหนดให้เซตในข้อใดที่มี 1. เอกลักษณะของการบวก _____ 2. เอกลักษณะของการคูณ _____ 3. อินเวอร์สการบวก _____ 4. คุณสมบัติปิดของการบวก _____ 5. คุณสมบัติปิดของการคูณ _____

1. ก, ข 2. ก. ข. ค. ง. 3. ก, ข, ค. 4. ก, ข 5. ก, ข, ค, ง	130. กล่าวโดยสรุป จำนวนจริงมีคุณสมบัติในการบวกและ การคูณ ดังนี้ ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ <u>การบวก</u> <u>การปิด</u> $a + b$ เป็นจำนวนจริง <u>การสลับที่</u> $a + b = b + \underline{\hspace{2cm}}$ ก. <u>การเปลี่ยนกลุ่มได้</u> $(a + b) + c = a + \underline{\hspace{2cm}}$ <u>เอกลักษณ์</u> $0 + a = a = a + \underline{\hspace{2cm}}$ <u>อินเวอร์ส</u> $a + (-a) = \underline{\hspace{2cm}}$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง <u>การคูณ</u> <u>การปิด</u> $a \cdot b$ เป็น <u> </u> ข. <u>การสลับที่</u> $a \cdot b = \underline{\hspace{2cm}}$ <u>การเปลี่ยนกลุ่มได้</u> $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ <u>เอกลักษณ์</u> $1 \cdot a = a = a \cdot \underline{\hspace{2cm}}$ <u>อินเวอร์ส</u> $a \cdot \frac{1}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ เมื่อ $a \neq 0$ <u>การแจกแจง</u> $a(b + c) = ab + \underline{\hspace{2cm}}$

ก. a (b + c) 0 0 1 ac	131. กำหนดให้ m, n และ k เป็นจำนวนจริง ขอความต่อไปนี้ เป็นจริงตามคุณสมบัติของจำนวนจริงอะไร ก. $(mn)k = m(nk)$ _____ ข. $(-12) + (5)$ เป็นจำนวนจริง _____ ค. $n(m+k) = nm + nk$ _____ ง. $m(3 + k) = m(k + 3)$ _____ จ. $(-4) + n = 0$ _____ ฉ. $k \times (\sqrt{5}) = \sqrt{5}$ _____
ก. การเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณ ข. การปิดของการบวก ค. การแจกแจง ง. การสลับที่ของการบวก จ. อินเวอร์สการบวก ฉ. เอกลักษณ์การคูณ	

ชุดที่ 4

คุณสมบัติของการเท่ากันและการไม่เท่ากัน

	132. คุณสมบัติของการเท่ากัน จำนวนจริงใด ๆ ย่อมเท่ากับจำนวนจริงนั้น ๆ เสมอ เช่น $5 = 5$ $-\frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$ $1 = \underline{\hspace{1cm}}$ $\sqrt{2} = \underline{\hspace{1cm}}$ กล่าวได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติสะท้อนในการเท่ากัน
ก. 1 ข. $-\sqrt{2}$	133. $-6 = -6$ เป็นจริงตามคุณสมบัติ _____ ก. ในการเท่ากัน $\sqrt{7} = \sqrt{7}$ เป็นจริงตามคุณสมบัติ _____ ข. ในการเท่ากัน ดังนั้นถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $a = a$ แสดงว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติ _____ ในการเท่ากัน ค.
ก. สะท้อน ข. สะท้อน ค. สะท้อน	134. จำนวนจริงสองจำนวน ถ้าจำนวนแรกเท่ากับจำนวนหลังแล้วจำนวนหลังจะเท่ากับจำนวนแรกด้วย เช่น $2 = \frac{8}{4} \quad \therefore \frac{8}{4} = 2$ $\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \quad \therefore 2\sqrt{2} = \underline{\hspace{1cm}}$ กล่าวได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติสมมาตร ในการเท่ากัน

$\sqrt{8}$	135. ให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก. ถ้า $a = 5$ แล้ว $5 = \underline{\hspace{2cm}}$ ข้อความนี้มีคุณสมบัติ <u> </u> ในการเท่ากัน ข. ถ้า $\sqrt{2} = b$ แล้ว $\underline{\hspace{2cm}} = \sqrt{2}$ ข้อความนี้มีคุณสมบัติ <u> </u> ในการเท่ากัน ค. ข้อความที่แสดงว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติสมมาตร ในการเท่ากันคือ ถ้า $a = b$ แล้ว $\underline{\hspace{2cm}}$
ก. a , สมมาตร ข. b , สมมาตร ค. $b = a$	136. จำนวนจริงสามจำนวน ถ้าจำนวนแรกเท่ากับ จำนวนที่สอง และจำนวนที่สองเท่ากับจำนวนที่สามแล้ว จำนวนแรกจะเท่ากับจำนวนที่สามด้วย เช่น $\sqrt{4} = 2$ และ $2 = \frac{4}{2}$ แล้ว $\sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$ แสดงว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติถ่ายทอดในการเท่ากัน
$\frac{4}{2}$	137. ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a = c$ และ $c = 5$ แล้ว $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. ข้อความนี้มีคุณสมบัติถ่ายทอดในการเท่ากัน ถ้า $b = (-3)$ และ $(-3) = a$ แล้ว $\underline{\hspace{2cm}}$ ข. ข้อความนี้มีคุณสมบัติ <u> </u> ในการเท่ากัน
ก. 5 ข. $b = a$, ถ่ายทอด	138. ให้ a, b, c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อความที่แสดงว่าจำนวนจริงมีคุณสมบัติถ่ายทอดในการ เท่ากันคือ ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $\underline{\hspace{2cm}}$

ก. bc ข. การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน	143. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a + 2 = b + 2$ แล้วจะได้ว่า $a = b$ เราจะเรียกข้อความนี้ว่า ในการเท่ากันจำนวนจริง <u>มีคุณสมบัติการตัดออกของการบวก</u> ในทำนองเดียวกัน ข้อความที่แสดงว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติการตัดออกของการบวก คือ ถ้า $(-3) + b = (-3) + a$ แล้วจะได้ว่า _____
$b = a$	144. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a + c = b + c$ แล้ว $a = b$ ข้อความนี้เป็นจริงตามคุณสมบัติ _____
การตัดออกของการบวก	145. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $3 \times a = 3 \times b$ แล้วจะได้ว่า $a = b$ เราจะเรียกข้อความนี้ว่า ในการเท่ากันจำนวนจริง <u>มีคุณสมบัติการตัดออกของการคูณ</u> ก. ในทำนองเดียวกัน ข้อความที่แสดงว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติการตัดออกของการคูณ คือ ถ้า $b \times (-5) = a \times (-5)$ แล้วจะได้ว่า _____ ข.
ก. คูณ ข. $b = a$	146. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $ac = bc$ และ $c \neq 0$ แล้ว $a = b$ ข้อความนี้เป็นจริงตามคุณสมบัติ _____

การตัดออกของการคูณ	147.	จากคุณสมบัติการตัดออกของการคูณ ถ้า $ab = ac$ แล้ว $b = c$ แสดงว่า a เทากับ 0 ได้หรือไม่ _____ เพราะการตัดออกของการคูณก็ได้จากการนำ a ไปหารทั้ง 2 ข้างนั่นเองซึ่งตัวหารเป็น 0 ไม่ได้
ไม่ได้	148.	$5 \times 0 =$ _____ ก. $0 \times (-5) =$ _____ ข. ข้อความเหล่านี้เป็นจริงตามคุณสมบัติของศูนย์ที่เกี่ยวข้องกับการคูณ
ก. 0 ข. 0	149.	ถ้ากำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง เราจะได้ว่า $a \times 0 =$ _____ ก. $0 \times a =$ _____ ข. แสดงว่าข้อความเหล่านี้เป็นจริงตามคุณสมบัติ _____ ที่เกี่ยวข้องกับการ _____ ก.
ก. 0 ข. 0 ค. ของศูนย์, ศูนย์	150.	จากคุณสมบัติของศูนย์ ถ้า $a \cdot b = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$ (ประโยคที่เชื่อมด้วยคำว่า "หรือ" หมายความว่า เป็นจริงเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างก็ได้) ดังนั้นถ้า $(a + b) \cdot c = 0$ แล้วจะได้ว่า $(a + b) = 0$ หรือ _____

$c = 0$	151.	<u>นิยาม</u> การหารจำนวนจริง ถ้า a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $b \neq 0$ แล้ว $\frac{a}{b} = a \cdot b^{-1} \text{ หรือ } \frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$ เช่น $\frac{12}{4} = 12 \times \frac{1}{4} = 3$ หรือ $\frac{20}{2} = 20 \times \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$
10	152.	กำหนดให้ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $b \neq 0$ ถ้า $\frac{a}{b} = c$ แล้ว $a = cb$ เช่น $\frac{a}{2} = 3 \therefore a = 3 \times 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. $\frac{b}{4} = -5 \therefore b = \underline{\hspace{2cm}} = -20$ ข. $\frac{c}{-\sqrt{2}} = 2 \therefore c = \underline{\hspace{2cm}} = -\sqrt{2}a$ ค.
ก. 6 ข. -5×4 ค. $a \times (-\sqrt{2})$	153.	$\frac{8}{2} = \underline{4}$ ดังนั้น $8 = \underline{4} \times \underline{2}$ $\frac{15}{3} = \underline{5}$ ดังนั้น $15 = \underline{5} \times \underline{3}$ $\frac{6}{0}$ จะมีผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงจำนวนใด ถ้าสมมติให้ $\frac{6}{0} = c$ แล้วได้ $6 = c \times 0$ ฉะนั้นนักเรียนจะสามารถหาค่าของ c ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้ $c \times 0 = 6$ ได้หรือไม่ <u> </u>
ไม่ได้	154.	เมื่อเราไม่สามารถหาค่าของ c ที่เป็นจำนวนจริง ซึ่งทำให้ $c \times 0 = 6$ ได้ ดังนั้น $\frac{6}{0}$ จะมีผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง ได้หรือไม่ <u> </u>

ไม่ได้	155.	ในทำนองเดียวกัน $\frac{1}{0}, \frac{-4}{0}, \frac{-5}{0}, \frac{7}{0}$ จะมีผลลัพธ์เป็นจำนวนจริง ได้หรือไม่ _____
ไม่ได้	156.	$\frac{0}{0} = 1$ เพราะว่า $0 = 1 \times 0$ $\frac{0}{0} = 2$ เพราะว่า $0 = 2 \times 0$ $\frac{0}{0} = -7$ เพราะว่า $0 = -7 \times 0$ ในทำนองเดียวกัน $\frac{0}{0}$ จะมีผลลัพธ์เท่ากับ 100, -500 หรือจำนวนจริงอื่น ๆ อีก เพราะจำนวนจริง เหล่านี้คูณ 0 แล้วได้เท่ากับ 0 ซึ่งเป็นตัวตั้ง ฉะนั้น $\frac{0}{0}$ จะมีผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงจำนวนใด ก็ได้ ใช่หรือไม่ _____
ใช่	157.	จะเห็นได้ว่าการหารด้วย 0 มีสองกรณี <u>กรณีหนึ่ง</u> ตัวตั้งไม่เป็นศูนย์ ปรากฏว่า ไม่มีผลลัพธ์เป็น จำนวนจริง <u>อีกกรณีหนึ่ง</u> ตัวตั้งเป็นศูนย์ ปรากฏว่า มีผลลัพธ์มากกว่า หนึ่งจำนวน ฉะนั้นเราจึงถือว่าการหารด้วยศูนย์ <u>ไม่มีความหมาย</u> นั่นคือ $\frac{a}{b}$ จะมีความหมายก็ต่อเมื่อ _____ ต้องไม่เท่ากับ _____

b , 0	158.	$\therefore \frac{100}{0}$ ไม่มีความหมาย $-\frac{100}{0}$ มีความหมายหรือไม่ _____ ก. $-\frac{\sqrt{7}}{0}$ มีความหมายหรือไม่ _____ ข. $\frac{a}{0}$ มีความหมายหรือไม่ _____ ค. และ $\frac{0}{8}$ มีความหมายหรือไม่ _____ ง.
ก. ไม่มี ข. ไม่มี ค. ไม่มี ง. มี (เพราะ $\frac{0}{8} = 0$)	159.	ดังนั้น $\frac{a}{b}$ จะมีความหมายเมื่อไร ก. $a \neq 0$ ข. $b \neq 0$
ข.	160.	การไม่เท่ากัน กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ a มากกว่า b เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $a > b$ a น้อยกว่า b เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $a < b$ นั่นคือสัญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "มากกว่า" คือ _____ ก. และ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "น้อยกว่า" คือ _____ ข.
ก. > ข. <	161.	ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว เราจะได้ว่า $a = b$ หรือ $a < b$ หรือ $a > b$ เป็นจริงได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้นในสามอย่าง เราจึงเรียกคุณสมบัติของจำนวนจริงนี้ว่า <u>คุณสมบัติการเป็นอย่างหนึ่งใน</u> _____ อย่าง

ถาม	162. 2 และ 7 เป็นจำนวนจริง เราจะได้ว่า $2 = 7$ หรือ $2 < 7$ หรือ $2 > 7$ เป็นจริงเพียงอย่างใด อย่างหนึ่งเท่านั้น นั่นคือ $2 < 7$ ดังนั้น ก. 6 และ 1 เป็นจริงอย่างเดียว คือ $6 > 1$ ข. 4 และ 4 เป็นจริงอย่างเดียว คือ _____ ค. -10 และ 0 เป็นจริงอย่างเดียว คือ _____ ง. $-\sqrt{2}$ และ $-\sqrt{7}$ เป็นจริงอย่างเดียว คือ _____
ข. $4 = 4$ ค. $-10 < 0$ ง. $-\sqrt{2} > \sqrt{7}$	163. ดังนั้นจากคุณสมบัติการ เป็นอย่างหนึ่งในสามอย่าง ถ้า m และ n เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว เราจะได้ว่า $m = n$ หรือ $m < n$ หรือ _____ ซึ่งจะเป็นจริงได้เพียง _____ ใน _____ อย่าง
$m > n$ อย่างเดียวหรือหนึ่งอย่าง, ถาม	164. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a > b$ อ่านว่า a มากกว่าหรือเท่ากับ และ $a < b$ อ่านว่า a น้อยกว่าหรือเท่ากับ สัญลักษณ์ $>$ ใช้แทนคำว่า มากกว่าหรือเท่ากับ สัญลักษณ์ $<$ ใช้แทนคำว่า _____
น้อยกว่าหรือเท่ากับ	165. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a > b$ เป็นจริงเมื่อ $a > b$ เป็นจริง หรือ $a = b$ เป็นจริง $a < b$ เป็นจริงเมื่อ $a < b$ เป็นจริง หรือ _____ เป็นจริง เช่น ก. $5 > 5$ เป็นจริงเพราะ $5 = 5$ เป็นจริง ข. $(-2) < (-2)$ เป็นจริงเพราะ _____ เป็นจริง ค. $(-1) < (3)$ เป็นจริงเพราะ _____ เป็นจริง ง. $1 > 0$ เป็นจริงเพราะ _____ เป็นจริง

$a = b$ ข. $-2 = -2$ ก. $(-1) < 3$ ง. $1 > 0$	166. จงเติมเครื่องหมาย $\leq$ หรือ $\geq$ แล้วทำให้ข้อความต่อไปนี้เป็นจริง ก. $6 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 7$ ข. $(-1) \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad (-10)$ ค. $\sqrt{7} \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad \sqrt{3}$ ง. $8 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 8$
ก. $\leq$ ข. $\geq$ ค. $\geq$ ง. $\leq$ หรือ $\geq$	167. เราจะพิจารณาคุณสมบัติของการไม่เท่ากัน โดยเปรียบเทียบกับคุณสมบัติของการเท่ากันดังต่อไปนี้ ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\therefore a = a$ กล่าวได้ว่า จำนวนจริงมีคุณสมบัติสะท้อนในการเท่ากัน แต่ $a > a$ เป็นไปไม่ได้ หรือ $a < a$ ก็เป็นไปไม่ได้ ฉะนั้นกล่าวได้ว่าในการไม่เท่ากันจำนวนจริง <u>ไม่มีคุณสมบัติสะท้อน</u> (มี/ไม่มี)
ไม่มี	168. $1 > 1$ เป็นไปไม่ได้ $2 > 2$ เป็นไปได้หรือไม่ _____ ก. $-10 < -10$ เป็นไปได้หรือไม่ _____ ข. $\sqrt{5} < \sqrt{5}$ เป็นไปได้หรือไม่ _____ ค. ดังนั้นในการไม่เท่ากันจำนวนจริง <u>ไม่มีคุณสมบัติ</u> _____ ง.

ก. ไม่ได้ ข. ไม่ได้ ค. ไม่ได้ ง. สะท้อน	169. ให้ a และ b เป็นจำนวนใด ๆ ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$ เป็นไปตามคุณสมบัติ สมมาตรในการเท่ากัน แต่ถ้า $a > b$ แล้ว $b > a$ เป็นไปไม่ได้ ดังนั้น จำนวนจริงไม่มีคุณสมบัติสมมาตรในการ _____ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
ไม่เท่ากัน	170. $2 > 1$ แล้ว $1 > 2$ เป็นไปไม่ได้ $6 > 0$ แล้ว $0 > 6$ เป็นไปได้หรือไม่... ก. $7 > -7$ แล้ว $-7 > 7$ เป็นไปได้หรือไม่... ข. ดังนั้นในการไม่เท่ากันจำนวนจริงไม่มีคุณสมบัติ _____ ค.
ก. ไม่ได้ ข. ไม่ได้ ค. สมมาตร	171. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ เป็นไปตามคุณสมบัติถ่ายทอดในการเท่ากัน สำหรับการไม่เท่ากัน ถ้า $a > b$ และ $b > c$ แล้ว $a > c$ เป็นจริงตามคุณสมบัติถ่ายทอดในการไม่เท่ากัน หรือถ้า $a < b$ และ $b < c$ แล้ว $a < c$ เป็นจริง ตามคุณสมบัติ _____ ในการไม่เท่ากัน
ถ่ายทอด	172. $10 > 5$ และ $5 > 1$ แล้ว $10 > 1$ เป็นไปตามคุณสมบัติถ่ายทอดในการไม่เท่ากัน ฉะนั้น $1 > 0$ และ $0 > -7$ แล้ว _____ เป็นไปตามคุณสมบัติ _____ ในการไม่เท่ากัน

$1 > -7$, ถ้ายทอด	173.	จากการเท่ากันและการไม่เท่ากัน ก. มีคุณสมบัติสะท้อนเหมือนกันหรือไม่ _____ ข. มีคุณสมบัติสมมาตรเหมือนกันหรือไม่ _____ ค. มีคุณสมบัติถ้ายทอดเหมือนกันหรือไม่ _____
ก. ไม่เหมือนกัน ข. ไม่เหมือนกัน ค. เหมือนกัน	174.	$6 > 2$ นำ 3 บวกทั้งสองข้าง ฉะนั้น $6 + 3 > 2 + 3$ ดังนั้น $6 > 2$ แล้ว $6 + 3$ _____ $2 + 3$ ก. เราจึงสรุปได้ว่าการไม่เท่ากันจำนวนจริงมีคุณสมบัติการบวก ด้วยจำนวนที่เท่ากัน ในทำนองเดียวกัน $6 < 9$ ดังนั้น $6 + 2$ _____ $9 + 2$ ข. $8 > 3$ ดังนั้น $8 + (-1)$ _____ $3 + (-1)$ ค.
ก. $>$ ข. $<$ ค. $>$	175.	ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c$ _____ $b + c$ ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c$ _____ $b + c$ ก. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c$ _____ $b + c$ ข. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c$ _____ $b + c$ ค. ข้อความเหล่านี้แสดงว่าการไม่เท่ากันจำนวนจริง มีคุณสมบัติ _____ ง.

ก. $<$ ข. $\geq$ ค. $\leq$ ง. การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน	176. $7 > 5$ นำ 3 ซึ่ง $3 > 0$ มาคูณทั้งสองข้าง นั่นคือ $7 \times 3 > 5 \times 3$ ดังนั้นเมื่อ $7 > 5$ แล้ว 7×3 <u> </u> 5×3 ก. ในทำนองเดียวกัน $-10 < -5$ ดังนั้น -10×3 <u> </u> -5×3 ข.
ก. $>$ ข. $<$	177. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $a \cdot c$ <u>$>$</u> $b \cdot c$ ถ้า $a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $a \cdot c$ <u> </u> $b \cdot c$ ก. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $a \geq b$ และ $c > 0$ แล้ว $a \cdot c$ <u> </u> $b \cdot c$ ข. ถ้า $a \leq b$ และ $c > 0$ แล้ว $a \cdot c$ <u> </u> $b \cdot c$ ค.
ก. $<$ ข. $\geq$ ค. $\leq$	178. $\because 6 > 3$ นำ -2 ซึ่ง $-2 < 0$ มาคูณทั้งสองข้าง ข้างซ้ายได้ $6 \times (-2) = -12$ ข้างขวาได้ $3 \times (-2) = -6$ จะได้ว่า $-12 < -6$ ฉะนั้น $6 \times (-2) < 3 \times (-2)$ ดังนั้นเมื่อ $6 > 3$ แล้ว $6 \times (-2)$ <u> </u> $3 \times (-2)$ ก. ในทำนองเดียวกัน $-8 < -4$ ดังนั้น $(-8) \times (-1)$ <u> </u> $(-4) \times (-1)$ ข.

ก. < ข. >	179. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $a \cdot c < b \cdot c$ ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว $a \cdot c \underline{\hspace{1cm}} b \cdot c$ ก. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $a \geq b$ และ $c < 0$ แล้ว $a \cdot c \underline{\hspace{1cm}} b \cdot c$ ข. ถ้า $a \leq b$ และ $c < 0$ แล้ว $a \cdot c \underline{\hspace{1cm}} b \cdot c$ ค.
ก. > ข. $\leq$ ค. $\geq$	180. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ก. ถ้า $a > b$ และ $c \underline{\hspace{1cm}} 0$ แล้ว $a \cdot c > b \cdot c$ ข. ถ้า $a > b$ และ $c \underline{\hspace{1cm}} 0$ แล้ว $a \cdot c < b \cdot c$ ในทำนองเดียวกัน ก. ถ้า $a \geq b$ และ $c \underline{\hspace{1cm}} 0$ แล้ว $a \cdot c \leq b \cdot c$ ง. ถ้า $a \geq b$ และ $c \underline{\hspace{1cm}} 0$ แล้ว $a \cdot c \geq b \cdot c$
ก. > ข. < ค. < ง. >	181. ในการไม่เท่ากันของจำนวนจริง 1. ถ้าหากเรานำจำนวนบวกมากคูณหรือหารกันแล้วเครื่องหมายของอสมการจะไม่เปลี่ยน 2. ถ้าหากเรานำจำนวนลบมากคูณหรือหารกันแล้วเครื่องหมายของอสมการจะเปลี่ยนเป็นเครื่องหมายตรงกันข้ามทันที เช่น ถ้า $x > y$ เป็นจำนวนจริง และ $x \leq y$ แล้วจะได้ว่า $-x \geq -y$ เพราะนำ (-1) มาคูณทั้งสองข้างของอสมการ และถ้า $x > y$ แล้วจะได้ว่า $-x \underline{\hspace{1cm}} -y$

<

182. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง
จงพิจารณาว่า ข้อใดต่อไปนี้ ถูก หรือ ผิด แล้วเขียนลง
หน้าข้อนั้น ๆ

___ ก. ถ้า $a < b$ แล้ว $-a > -b$

___ ข. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $-b \geq -a$

___ ค. ถ้า $0 < a < b$ แล้ว $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

___ ง. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $-\frac{1}{a} \geq -\frac{1}{b}$

___ จ. ถ้า $a \leq b$ และ $c > 0$ แล้ว $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

___ ฉ. ถ้า $ac \leq bc$ และ $c < 0$ แล้ว $a \geq b$

___ ช. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $c - a \geq c - b$

ก. ถูก

ข. ผิด

ค. ผิด

ง. ผิด

จ. ถูก

ฉ. ถูก

ช. ถูก

ชุดที่ 5
ช่วง

	183. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง 2 กับ 5 (ไม่รวมจำนวน 2 และ 5) จะได้ว่า $2 < x$ และ $x < 5$ หรือเขียนได้ว่า $2 < x < 5$
	184. ถ้า x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง 3 กับ 5 จะได้ว่า $3 < x$ และ $x < 5$ หรือเขียนได้ว่า $\_\_\_\_\_\_ < x < \_\_\_\_\_\_$
3 , 5	185. ถ้า x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง 1 กับ 8 จะได้ว่า $1 < x$ และ $\_\_\_\_\_\_ < x < \_\_\_\_\_\_$ หรือเขียนได้ว่า $\_\_\_\_\_\_ < x < \_\_\_\_\_\_$
$x < 8, 1 < x < 8$	186. ถ้า x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง -5 กับ 4 จะได้ว่า $\_\_\_\_\_\_ < x < \_\_\_\_\_\_$ หรือเขียนได้ว่า $\_\_\_\_\_\_ < x < \_\_\_\_\_\_$
$-5 < x, x < 4,$ $-5 < x < 4$	187. ถ้า x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง -3 กับ 0 จะได้ว่า $\_\_\_\_\_\_ < x < \_\_\_\_\_\_$ หรือเขียนได้ว่า $\_\_\_\_\_\_ < x < \_\_\_\_\_\_$

$2 \leq x \leq 6$	193. เซตของจำนวนจริง x โดยที่ $2 \leq x \leq 6$ เขียนแทนได้ด้วย $[2, 6]$ ซึ่งเรียกว่า <u>ช่วงปิด</u> $\therefore$ ช่วงปิด $[2, 6]$ จะหมายถึง {_____}
$x/2 \leq x \leq 6$	194. ในทำนองเดียวกัน ก. ช่วงปิด $[3, 7]$ หมายถึง $\{x/3 \leq x \leq 7\}$ ข. ช่วงปิด $[-1, 1]$ หมายถึง _____ ค. ช่วงปิด $[0, 9]$ หมายถึง _____ ง. ช่วงปิด $[-5, 2]$ หมายถึง _____ จ. ช่วงปิด $[-10, -3]$ หมายถึง _____
ข. $\{x/-1 \leq x \leq 1\}$ ค. $\{x/0 \leq x \leq 9\}$ ง. $\{x/-5 \leq x \leq 2\}$ จ. $\{x/-10 \leq x \leq -3\}$	195. นักเรียนจะสังเกตได้ว่า เมื่อเราใช้สัญลักษณ์ () แทนช่วงใด ๆ แสดงว่าจำนวนที่เป็นจุดปลายของช่วง<u>ไม่</u>เป็นสมาชิกของเซตของจำนวนจริงในช่วงนั้น และเมื่อเราใช้สัญลักษณ์ [] แทนช่วงใด ๆ แสดงว่าจำนวนที่เป็นจุดปลายของช่วง _____ (เป็น / ไม่เป็น) สมาชิกของจำนวนจริงในช่วงนั้น ๆ
เป็น	196. ให้สังเกตช่วงครึ่งเปิด $[-4, 2)$ -4 จะเป็นสมาชิกของเซตของจำนวนจริงในช่วงครึ่งเปิด $[-4, 2)$ หรือไม่ _____ ก. 2 จะเป็นสมาชิกของเซตของจำนวนจริงในช่วงครึ่งเปิด $[-4, 2)$ หรือไม่ _____ ข.

ก. เป็น ข. ไม่เป็น	197. ช่วงครึ่งเปิด $[2,4)$ หมายถึง เซตของจำนวนจริง x โดยที่ $2 \leq x < 4$ ดังนั้น ช่วงครึ่งเปิด $[2,4)$ หมายถึง $\{x/2 \leq x < 4\}$ ในทำนองเดียวกัน ช่วงครึ่งเปิด $(2,4]$ หมายถึง เซตของจำนวนจริง x โดยที่ $2 < x \leq 4$ ดังนั้นช่วงครึ่งเปิด $(2,4]$ หมายถึง $\{x/ \text{_____}\}$
$2 < x \leq 4$	198. ให้นักเรียนเขียนความหมายของช่วงต่อไปนี้ ก. ช่วงครึ่งเปิด $(1,3]$ หมายถึง $\{x / 1 < x \leq 3\}$ ข. ช่วงครึ่งเปิด $(-6,-2]$ หมายถึง _____ ค. ช่วงครึ่งเปิด $[\frac{3}{4},0)$ หมายถึง _____ ง. ช่วงครึ่งเปิด $[0,100)$ หมายถึง _____ จ. ช่วงครึ่งเปิด $(-7,\frac{1}{2}]$ หมายถึง _____

ข. $\{x/-6 < x \leq -2\}$

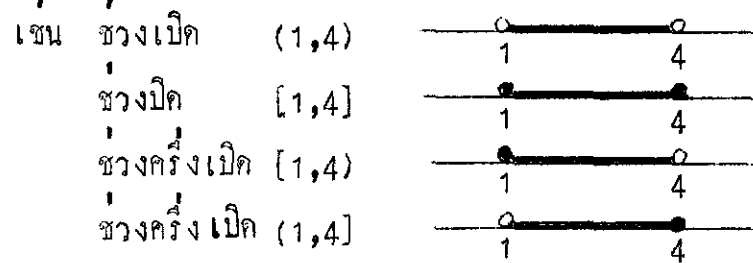
ค. $\{x/-\frac{3}{4} \leq x < 0\}$

ง. $\{x/0 \leq x < 100\}$

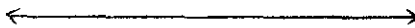
จ. $\{x/-7 < x \leq \frac{1}{2}\}$

199. ช่วงเปิด ช่วงปิด และช่วงครึ่งเปิดที่กล่าวมาแล้ว

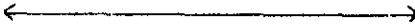
แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



ให้นักเรียนแสดงช่วงต่อไปนี้ด้วยภาพบนเส้นจำนวนที่กำหนดให้

ก. $(1,3)$ 

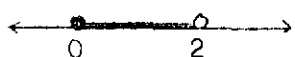
ข. $[-2,1]$ 

ค. $[0,2)$ 

ง. $(-3,1]$ 

ก. 

ข. 

ค. 

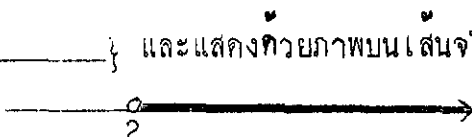
ง. 

200. ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $x > 2$

เราเขียนให้อยู่ในรูปของเซตได้ คือ $\{x/x > 2\}$

และเซต $\{x/x > 2\}$ เขียนแทนได้ด้วยช่วง $(2, \infty)$

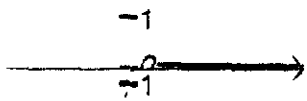
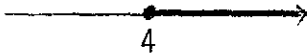
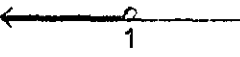
นั่นคือ เราจะได้ว่า ช่วง $(2, \infty)$ หมายถึง

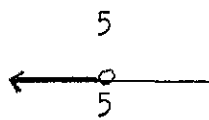
 และแสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้คือ

$x/x > 2$

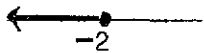
201. ในทำนองเดียวกัน ช่วง $(-1, \infty)$ หมายถึง

$\{x/x > \text{---}\}$ เขียนภาพบนเส้นจำนวนได้คือ

	202. ช่วง $[4, \infty)$ หมายถึง $\{x/x \geq 4\}$ และเขียนภาพบนเส้นจำนวนได้คือ _____
	203. ให้นักเรียนเขียนเซตของจำนวนจริง x ที่แทนช่วงต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนภาพบนเส้นจำนวน ก. ช่วง $(-3, \infty)$ หมายถึง {_____} ข. ช่วง $[-5, \infty)$ หมายถึง _____ ค. ช่วง $[0, \infty)$ หมายถึง _____
ก. $x/x > -3$  ข. $\{x/x \geq -5\}$  ค. $\{x/x \geq 0\}$ 	204. ถ้าหาก x เป็นจำนวนจริงที่น้อยกว่า 1 แล้วเราจะเขียนในรูปเซตได้คือ $\{x/x < 1\}$ และเซต $\{x/x < 1\}$ เขียนแทนได้ด้วยช่วง $(-\infty, 1)$ ดังนั้นช่วง $(-\infty, 1)$ หมายถึง {_____} แล้วเขียนภาพบนเส้นจำนวนได้คือ 
$x/x < 1$	205. ในทำนองเดียวกัน ช่วง $(-\infty, 5)$ หมายถึง $\{x/x < \_\_\_\_\_\}$ และเขียนภาพบนเส้นจำนวนได้คือ _____ 5



206. ช่วง $(-\infty, -2]$ หมายถึง $\{x/x \leq -2\}$
และเขียนภาพบนเส้นจำนวนก็คือ _____



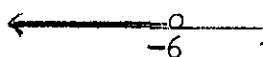
207. ให้นักเรียนเขียนเซตของจำนวนจริง x ที่
แทนช่วงต่อไปนี้พร้อมทั้งเขียนภาพบนเส้นจำนวน
ก. ช่วง $(-\infty, -6)$ หมายถึง {_____}

ข. ช่วง $(-\infty, 0]$ หมายถึง _____

ค. ช่วง $(-\infty, 10)$ หมายถึง _____

ง. ช่วง $(-\infty, -9]$ หมายถึง _____

ก. $x/x < -6$



ข. $\{x/x \leq 0\}$



ค. $\{x/x < 10\}$



ง. $\{x/x \leq -9\}$



208. ให้นักเรียนเขียนภาพลงบนเส้นจำนวนที่แทน
เซตและช่วงของจำนวนจริง x ต่อไปนี้

ก. $\{x/x > -8\}$

ข. $\{x/x \geq 0\}$ _____

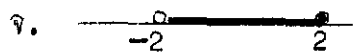
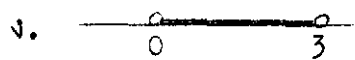
ค. $\{x/x < -5\}$ _____

ง. $\{x/0 < x < 3\}$ _____

จ. $\{x/-2 < x \leq 2\}$ _____

ฉ. $(-\infty, 6]$ _____

ช. $[-3, 1)$ _____



209. เมื่อกำหนดให้เอกพจน์สัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

และ $a < b$ เราจะสรุปได้ว่า

ก. ช่วงเปิด (a, b) หมายถึง $\{x/a < x < b\}$

ข. ช่วงปิด $[a, b]$ หมายถึง _____

ค. ช่วงครึ่งเปิด $(a, b]$ หมายถึง _____

ง. ช่วงครึ่งเปิด $[a, b)$ หมายถึง _____

จ. ช่วง (a, ∞) หมายถึง _____

ฉ. ช่วง $[a, \infty)$ หมายถึง _____

ช. ช่วง $(-\infty, a)$ หมายถึง _____

ฅ. ช่วง $(-\infty, a]$ หมายถึง _____

ข. $\{x/a \leq x \leq b\}$

ค. $\{x/a < x \leq b\}$

$\{x/a \leq x < b\}$

ง. $\{x/x > a\}$

$\{x/x \geq a\}$

จ. $\{x/x < a\}$

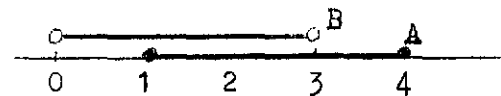
$\{x/x \leq a\}$

210. กำหนดให้ $A = [1, 4]$ และ

$B = (0, 3)$

จาก A และ B เขียนภาพสองบนเส้นจำนวน

ได้คือ



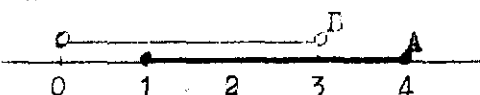
ดังนั้น $A \cup B = (0, 4]$

และ $(0, 4]$ เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้คือ



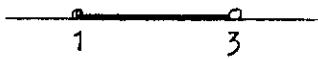
211. กำหนดให้ $A = [1, 4]$ และ $B = (0, 3)$

จาก A และ B เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้คือ



ดังนั้น $A \cap B = [1, 3)$

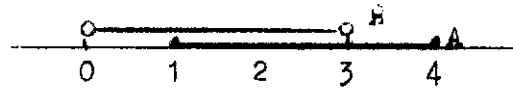
เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้คือ



212.

กำหนดให้ $A = [1, 4]$ และ $B = (0, 3)$

จาก A และ B เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้คือ

ดังนั้น $A \cap B = [1, 3]$

เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้คือ



213.

กำหนดให้ $A = [1, 4]$ และ $B = (0, 3)$

จาก A และ B เขียนภาพลงบนเส้นจำนวน

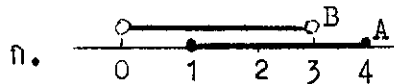
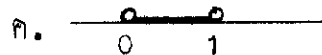
ได้คือ

_____ ก.

ดังนั้น $B - A =$ _____ ข.

เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้คือ

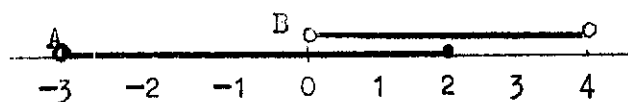
_____ ค.

ข. $(0, 1)$ 

214.

กำหนดให้ $A = [-3, 2]$ และ $B = (0, 4)$

จาก A และ B เขียนภาพบนเส้นจำนวนได้คือ

จงหา ก. $A \cup B =$ _____ข. $A \cap B =$ _____ค. $A - B =$ _____ง. $B - A =$ _____

ก. $(-3, 4)$ ข. $(0, 2]$ ค. $(-3, 0]$ ง. $(2, 4)$

215. กำหนดให้ $A = (-1, 4]$ เราเขียนภาพบนเส้นจำนวนได้คือ



ดังนั้น $A' = (-\infty, -1] \cup (4, \infty)$
เขียนภาพได้คือ _____



(A' หมายถึง เซตที่มีสมาชิกเป็นจำนวนจริงแต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A)

216. กำหนดให้ $B = [0, 8)$ เราเขียนภาพบนเส้นจำนวนได้คือ

_____ ก.

ดังนั้น $B' =$ _____ ข.

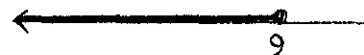
เขียนภาพได้คือ _____ ค.

ก.

ข. $(-\infty, 0) \cup [8, \infty)$

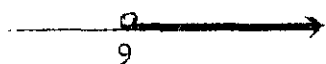
ค.

217. กำหนดให้ $C = (-\infty, 9.]$ เราเขียนภาพได้คือ



ดังนั้น $C' = (9, \infty)$

เขียนภาพได้คือ _____

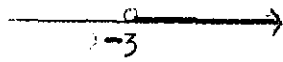


218. กำหนดให้ $D = (-3, \infty)$

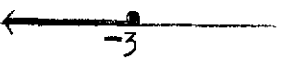
เราเขียนภาพได้คือ _____ ก.

ดังนั้น $D' =$ _____ ข.

เขียนภาพได้คือ _____ ค.

ก. 

ข. $(-\infty, -3]$

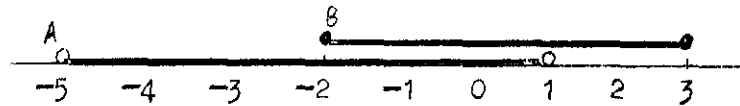
ค. 

219.

กำหนดให้ $A = \{x / -5 < x < 1\}$

$B = \{x / -2 \leq x \leq 3\}$

จาก A และ B เขียนภาพลงบนเส้นจำนวนได้คือ



ดังนั้น ก. $A \cup B =$ _____

ข. $A' = (-\infty, -5] \cup$ _____

ค. $B' =$ _____

ก. $(-5, 3]$

ข. $[1, \infty)$

ค. $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$

220.

กำหนดให้ $A = \{x / -5 < x < 1\}$

$B = \{x / -2 \leq x \leq 3\}$

ก. $A \cap B = [-2, 1)$

ข. $A - B =$ _____

ค. $A' \cap B =$ _____

ข. $(-5, -2)$

ค. $[1, 3]$

ชุดที่ 6

การแก้อสมการ

	221. ประโยคคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรและกล่าวถึงการเท่ากัน เช่น $2y = 5$, $x^2 + 5x + 6 = 0$, $x^2 + x = 2$ ฯลฯ ประโยคเหล่านี้เราเรียกว่า _____ (สมการ/อสมการ)
สมการ	222. $y - 4 > 16$, $x^2 - 2x - 3 \leq 0$ ประโยคเช่นนี้เราเรียกว่าสมการหรือไม่ _____
ไม่เรียก	223. $3x + 1 < 8$, $3 - x^2 > 0$ เราไม่เรียกประโยคคณิตศาสตร์เหล่านี้ว่าสมการแต่เรียกว่า _____ (สมการ/อสมการ)
อสมการ	224. ฉะนั้นอสมการ หมายถึง ประโยคคณิตศาสตร์ ที่มีตัวแปร และกล่าวถึงการ _____ (เท่ากัน/ไม่เท่ากัน)
ไม่เท่ากัน	225. อสมการที่มีตัวแปรเป็น x เราเรียกว่า <u>อสมการใน x</u> $\therefore$ อสมการใน x หมายถึง ประโยคคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรเป็น _____ และกล่าวถึงการไม่เท่ากัน

x	226. $2x < 10, x^2 \geq 0, x^2 + 4 \leq 0$ อสมการเหล่านี้เป็นอสมการใน _____
x	227. นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า การแก้สมการ หมายถึง การหาจำนวนจริงที่นำมาแทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง ในทำนองเดียวกัน การหาจำนวนจริงที่นำมาแทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง เราเรียกว่า _____
การแก้สมการ	228. กำหนดสมการให้คือ $2x + 1 = 7$ เราจะได้ว่า $2x + 1 + (-1) = 7 + (-1)$ $2x = 6$ $\frac{1}{2} \cdot 2x = \frac{1}{2} \cdot 6$ ดังนั้น $x = 3$ จากการแก้สมการนี้ เราใช้คุณสมบัติของการเท่ากัน ในข้อใดในการแก้สมการ (ให้วงกลมล้อมรอบตัวอักษรหน้าข้อความนั้น) ก. คุณสมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันและคุณสมบัติการถ่ายทอด ข. คุณสมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันและคุณสมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

๒.

229. การแก้อสมการ เรากระทำได้ในทำนองเดียวกับ
กับการแก้อสมการ โดยใช้คุณสมบัติการไม่เท่ากันของจำนวน
จริงที่ได้กล่าวมาแล้ว แต่ส่วนใหญ่เราจะใช้คุณสมบัติเพียง
2 ข้อ คือ

ก. คุณสมบัติการบวกด้วยจำนวนที่ _____

ข. คุณสมบัติการคูณด้วยจำนวนที่ _____

ก. เท่ากัน

ข. เท่ากัน

230. การแก้อสมการ $3x - 5 > x + 1$

วิธีทำ

$$3x - 5 > x + 1$$

$$3x - 5 + 5 > x + 1 + 5$$

(การบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน)

$$3x > x + 6$$

$$3x + (-x) > x + 6 + (-x)$$

(การ _____) ก.

$$2x > 6$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2x > \frac{1}{2} \cdot 6$$

(การ _____) ข.

$$x > 3$$

ตรวจสอบคำตอบ $x > 3$ เช่น $x = 4$

นำค่า $x = 4$ แทนในโจทย์ $3x - 5 > x + 1$

$$\therefore 3(4) - 5 > 4 + 1$$

นั่นคือ $7 > 5$ เป็นจริง

ดังนั้นค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้อสมการ

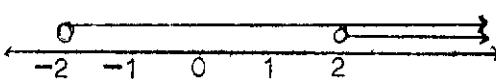
$$3x - 5 > x + 1 \text{ เป็นจริงคือ } x > 3$$

เซตของคำตอบคือ $\{x/x > \_\_\_\_\_\_\}$

ค.

R	235. $x^2 > 0$ มีเซตคำตอบ คือ $R - \{0\}$ หมายความว่า เมื่อนำจำนวนจริงทุกตัวมาแทนค่า x ใน อสมการแล้วจะทำให้สมการนี้เป็นจริง แยกเว้น _____ ค่าเดียวเท่านั้น เพราะ $x^2 > 0$ (ไม่มีเครื่องหมายเท่ากับ)
0	236. $x^2 + 4 > 0$ มีเซตคำตอบคือ _____
R	237. $x^2 < 0$ มีเซตคำตอบคือ _____
$\emptyset$ (เพราะไม่มีจำนวนจริงใดที่ ยกกำลังสองแล้วน้อยกว่า 0)	238. $x^2 \leq 0$ มีเซตคำตอบคือ _____
$\{0\}$ (เพราะ $x = 0$ เท่านั้น ที่ทำให้สมการ $x^2 \leq 0$ เป็นจริง)	239. $(x+5)^2 \leq 0$ มีเซตคำตอบคือ $\{-5\}$ เนื่องจาก $x = -5$ จะทำให้ $(x+5)^2 = 0$ ได้ค่าเดียวเท่านั้น ส่วนค่า x ที่ทำให้ $(x+5)^2 < 0$ นั้นไม่มี ในทำนองเดียวกัน $(x-3)^2 \leq 0$ มีเซต คำตอบคือ _____ ก. และ $(2x-7)^2 \leq 0$ มีเซตคำตอบคือ _____ ข.

ก. $\{3\}$ ข. $\left\{\frac{7}{2}\right\}$	240. จากกรอบที่ 236 เราได้เซตคำตอบของ $x^2 + 4 > 0$ คือ R แต่ถ้า $x^2 - 4 > 0$ แล้วเซตคำตอบจะไม่ใช่ R นักเรียนจะหาค่าของ x ตามวิธีที่จะเรียนในกรอบต่อไป และ $x^2 - 4$ แยกตัวประกอบได้คือ $(\quad)(\quad)$
$x - 2, x + 2$ (เขียนจำนวนใดก่อนก็ได้)	241. เมื่อ $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$ เราจะได้ว่า $x^2 - 4 > 0$ ก็คือ $(x-2)(x+2) > 0$ นั่นเอง และ $(x-2)(x+2) > 0$ หมายความว่า $(x-2)$ และ $(x+2)$ จะต้องมีความหมายเหมือนกัน โดยเป็น จำนวนบวกทั้งคู่ หรือเป็นจำนวน $\quad$ ทั้งคู่
ลบ	242. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $(x-1)(x-5) > 0$ หมายความว่า $(x-1)$ และ $(x-5)$ เป็นจำนวน $\quad$ ทั้งคู่ หรือเป็นจำนวน ลบ ทั้งคู่ ก. นั่นคือ <u>กรณีที่ 1</u> $(x-1) > 0$ และ $(x-5) > 0$ ข. หรือ <u>กรณีที่ 2</u> $(x-1) < 0$ และ $(x-5) < 0$ ค.
ก. บวก ข. $>$ ค. $<$, $<$	243. ถ้าหากว่า $(x+4)(x-3) < 0$ หมายความว่า $(x+4)$ และ $(x-3)$ มีความหมายตรงกัน นั่นคือ <u>กรณีที่ 1</u> $(x+4) < 0$ และ $x-3 > 0$ ก. หรือ <u>กรณีที่ 2</u> $(x+4) > 0$ และ $x-3 < 0$ ข.

ก. > ข. > , <	244. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $(x-7)(x+2) \leq 0$ จะได้ <u>กรณีที่ 1</u> $(x-7) \leq 0$ และ $(x+2) \geq 0$ หรือ <u>กรณีที่ 2</u> $(x-7) \geq 0$ และ $(x+2) \leq 0$
$\geq$, $\leq$	245. ในการหาค่าของ x จากอสมการ $x^2 - 4 > 0$ ทำได้ดังนี้ $\therefore x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$ ดังนั้น $(x-2)(x+2) > 0$ จะได้ <u>กรณีที่ 1</u> $(x-2)$ และ $(x+2)$ เป็นจำนวนบวกทั้งคู่ นั่นคือ $(x-2) > 0$ และ $(x+2) \geq 0$ ก. หรือ <u>กรณีที่ 2</u> $(x-2)$ และ $(x+2)$ เป็นจำนวนลบทั้งคู่ นั่นคือ $(x-2) \leq 0$ และ $(x+2) < 0$ ข.
ก. > ข. < , <	246. หาค่าของ x ในกรณีที่ 1 $x-2 > 0$ และ $x+2 > 0$ $x-2+2 > 0+2$ และ $x+2+(-2) > 0+(-2)$ $x > 2$ และ $x > -2$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้  ค่าของ x ซึ่งมากกว่า 2 และมากกว่า -2 ในขณะเดียวกัน คือ $x > 2$ ซึ่งเป็นคำตอบในกรณีที่ 1 <u>ตรวจสอบคำตอบ</u> $x > 2$ เช่น $x = 3$ นำค่า $x = 3$ แทนในโจทย์ $x^2 - 4 > 0$ $\therefore (3)^2 - 4 > 0$ $9 - 4 > 0$ นั่นคือ $5 > 0$ เป็นจริง ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ $x > 2$

2

247.

หาค่าของ x ในกรณีที่ 2

$$x-2 < 0$$

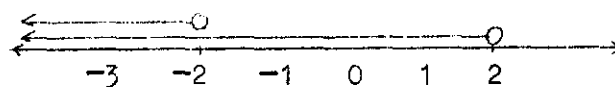
$$\text{และ } x+2 < 0$$

$$x-2+2 < 0+2$$

$$\text{และ } x+2+(-2) < 0+(-2)$$

$$\text{และ } x < -2 \quad \text{ก.}$$

แสดงควายภาพบนเส้นจำนวนดังนี้

ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า 2 และน้อยกว่า -2ในขณะเดียวกัน คือ $x < \underline{\hspace{1cm}}$ ซึ่งเป็นคำตอบในกรณีที่ 2 ข.ตรวจสอบคำตอบ $x < -2$ เช่น $x = -5$ นำค่า $x = -5$ แทนค่าในโจทย์ $x^2 - 4 > 0$

$$\therefore (-5)^2 - 4 > 0$$

$$25 - 4 > 0$$

$$\text{นั่นคือ } 21 > 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 2 คือ $\underline{\hspace{1cm}}$ ค.

$$\text{ก. } x < 2$$

$$\text{ข. } -2$$

$$\text{ค. } x < -2$$

248.

จากกรอบที่ 246 และ 247 เราจะได้ว่าค่าของ x ที่ทำให้สมการ $x^2 - 4 > 0$ เป็นจริงคือ $x > 2$ หรือ $x < -2$ และเซตคำตอบคือ $\{x/ \underline{\hspace{1cm}} \text{ หรือ } \underline{\hspace{1cm}}\}$

แสดงควายภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



$$x > 2, x < -2$$

249. หาค่าของ x เมื่อ $x^2 - 5x + 4 > 0$

วิธีทำ $\therefore x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$

ดังนั้น $(x-1)(x-4) > 0$ ก็ต่อเมื่อ

กรณีที่ 1 $(x-1)$ และ $(x-4)$ เป็นจำนวนบวกทั้งคู่

นั่นคือ $(x-1) > 0$ และ $\underline{\hspace{2cm}} > 0$ ก.

หรือ

กรณีที่ 2 $(x-1)$ และ $(x-4)$ เป็นจำนวนลบทั้งคู่

นั่นคือ $(x-1) \underline{\hspace{1cm}} 0$ และ $(x-4) \underline{\hspace{1cm}} 0$ ข.

ก. $(x-4)$

ข. $< , <$

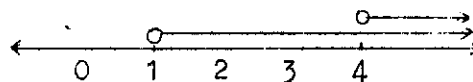
250. หาค่าของ x ในกรณีที่ 1

$(x-1) > 0$ และ $(x-4) > 0$

$x-1+1 > 0+1$ และ $x-4+4 > 0+4$

$x > 1$ และ $\underline{\hspace{2cm}}$ ก..

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้



ค่าของ x ซึ่งมากกว่า 1 และมากกว่า 4 ในขณะเดียวกันคือ

$x > 4$

ตรวจสอบคำตอบ $x > 4$ เช่น $x = 7$

นำค่า $x = 7$ แทนค่าในโจทย์ $x^2 - 5x + 4 > 0$

$\therefore (7)^2 - 5(7) + 4 > 0$

$49 - 35 + 4 > 0$

นั่นคือ $18 > 0$ เป็นจริง

ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ $\underline{\hspace{2cm}}$ ข.

ก. $x > 4$

ข. $x > 4$

251.

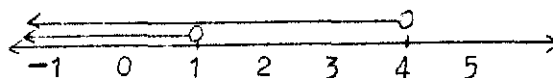
หาค่าของ x ในกรณีที่ 2

$$(x-1) < 0 \quad \text{และ} \quad (x-4) < 0$$

$$x-1+1 < 0+1 \quad \text{และ} \quad x-4+4 < 0+4$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad \text{และ} \quad x < 4 \quad \text{ก.}$$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้



$\therefore$ ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า 1 และน้อยกว่า 4 ใน

ขณะเดียวกัน คือ $x < \underline{\hspace{1cm}}$ ข.

ตรวจสอบคำตอบ $x < 1$ เช่น $x = -1$

นำค่า $x = -1$ แทนค่าในโจทย์ $x^2 - 5x + 4 > 0$

$$\therefore (-1)^2 - 5(-1) > 0$$

$$1 + 5 + 4 > 0$$

นั่นคือ $10 > 0$ เป็นจริง

ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 2 คือ $\underline{\hspace{2cm}}$ ก.

ก. $x < 1$

ข. 1

ค. $x < 1$

252.

หาค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้สมการ

$$x^2 - 5x + 4 > 0 \quad \text{เป็นจริงคือ} \quad x > 4 \text{ หรือ } x < 1$$

และเซตของคำตอบคือ $\{x / \underline{\hspace{1cm}} \text{ หรือ } \underline{\hspace{1cm}}\}$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้

$\underline{\hspace{10cm}}$

$$x > 4, x < 1$$



253.

วิธีทำ

แก้สมการ $x^2 + 2x > 3$

$$x^2 + 2x > 3$$

$$x^2 + 2x + (-3) > 3 + \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ก.}$$

$$x^2 + 2x - 3 > \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ข.}$$

$$\therefore x^2 + 2x - 3 = (x + \underline{\hspace{1cm}})(x - \underline{\hspace{1cm}}) \quad \text{ค.}$$

$$\therefore (x+3)(x-1) > 0 \quad \text{ก็ต่อเมื่อตัวประกอบ } (x+3)$$

และ $(x-1)$ เป็นจำนวนบวกทั้งคู่ หรือเป็นจำนวน ทั้งคู่ ง.

$$\text{กรณีที่ 1 } (x+3) > 0 \quad \text{และ } x-1 > 0 \quad \text{จ.}$$

$$\text{กรณีที่ 2 } (x+3) < 0 \quad \text{และ } x-1 < 0 \quad \text{ด.}$$

ก. (-3)

ข. 0

ค. 3, 1

ง. ลบ

จ. >

ด. <

254.

หาค่าของ x ในกรณีที่ 1

$$x+3 > 0 \quad \text{และ } x-1 > 0$$

$$x+3+(-3) > 0+(-3) \quad \text{และ } x-1+1 > 0+1$$

$$\therefore x > \underline{\hspace{1cm}} \quad \text{และ } x > \underline{\hspace{1cm}} \quad \text{ก.}$$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

$$\therefore \text{ค่าของ } x \text{ ซึ่งมากกว่า } -3 \text{ และมากกว่า } 1$$

ในขณะเดียวกันคือ $x > \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ข.}$

ตรวจสอบคำตอบ $x > 1$ เช่น $x = 3$

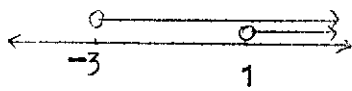
นำค่า $x = 3$ แทนในโจทย์ $x^2 + 2x > 3$

$$\therefore (3)^2 + 2(3) > 3$$

$$9 + 6 > 3$$

นั่นคือ $15 > 3$ เป็นจริง

ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ ค.

ก. $-3, 1$ 

ข. 1

ค. $x > 1$

255.

หาค่าของ x ในกรณีที่ 2

$$x + 3 < 0 \quad \text{และ} \quad x - 1 < 0$$

$$x + 3 + (-3) < 0 + (-3) \quad \text{และ} \quad x - 1 + 1 < 0 + 1$$

$$x < \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{และ} \quad x < \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ก.}$$

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้ดังนี้

ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า -3 และน้อยกว่า 1 ในขณะเดียวกัน

$$\text{คือ } x < \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{ข.}$$

ตรวจสอบคำตอบ $x < -3$ เช่น $x = -4$

นำค่า $x = -4$ แทนในโจทย์ $x^2 + 2x > 3$

$$\therefore (-4)^2 + 2(-4) > 3$$

$$16 + (-8) > 3$$

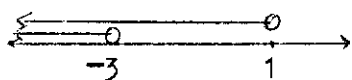
นั่นคือ $8 > 3$ เป็นจริง

ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 2 คือ $\underline{\hspace{2cm}}$ ค.

ฉะนั้นจากทั้งสองกรณีจะได้ว่า ค่าของ x ที่ทำให้

อสมการ $x^2 + 2x > 3$ เป็นจริงคือ $x > \underline{\hspace{2cm}}$

หรือ $x < \underline{\hspace{2cm}}$ ง.

ก. $-3, 1$ ข. -3 ค. $x < -3$ ง. $1, -3$

ชุดที่ 7

การแกสมการ (ต่อ)

256

แกสมการ $(x-4)(x+1) < 0$ $(x-4)(x+1) < 0$ ก็ต่อเมื่อ $(x-4)$ และ $(x+1)$ เป็นจำนวนบวกจำนวนหนึ่ง และเป็น

จำนวน _____ อีกจำนวนหนึ่ง

ก.

โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ถ้า $(x-4)$ เป็นจำนวนบวกและ $(x+1)$ จะต้องเป็นจำนวนลบแสดงว่า $(x-4) > 0$ และ $x+1 < 0$ ข.กรณีที่ 2 ถ้า $(x-4)$ เป็นจำนวนลบและ $(x+1)$ จะต้องเป็นจำนวน _____ ค.แสดงว่า $(x-4) < 0$ และ $x+1 > 0$ ง.

ก. ลบ

ข. <

ค. บวก

ง. >

257

หาค่าของ x ในกรณีที่ 1 $x - 4 > 0$ และ $x + 1 < 0$ $x - 4 + 4 > 0 + \underline{\hspace{1cm}}$ และ $x + 1 + (-1) < 0 + \underline{\hspace{1cm}}$ ก. $x > \underline{\hspace{1cm}}$ และ $x < \underline{\hspace{1cm}}$ ข.

แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนดังนี้

ค่าของ x ซึ่งมากกว่า 4 และน้อยกว่า -1

ในขณะเดียวกันมีหรือไม่ _____

ค.

 $\therefore$ ค่าของ x ในกรณีที่ 1 นี้จึง _____
(มี/ไม่มี)

ง.

ก. 4 , (-1)

ข. 4 , -1

ค. ไม่มี

ง. ไม่มี

258

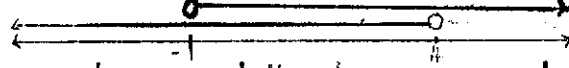
ค่าของ x ในกรณีที่ 2

$$x-4 < 0 \quad \text{และ} \quad x+1 > 0$$

$$x-4+4 < 0+4 \quad \text{และ} \quad x+1+(-1) > 0+ \quad \text{ก.}$$

$$x < \quad \text{และ} \quad \quad \quad \text{ข.}$$

แสดงกราฟบนเส้นจำนวนดังนี้

ค่าของ x ซึ่งน้อยกว่า 4 และ มากกว่า -1ในขณะเดียวกัน คือ $-1 < x < \quad \text{ก.}$ ตรวจสอบคำตอบ $-1 < x < 4$ เช่น $x = 2$ นำค่า $x = 2$ แทนในโจทย์ $(x-4)(x+1) < 0$

$$(2-4)(2+1) < 0$$

$$(-2)(3) < 0$$

$$-6 < 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 2 คือ

$$\quad < x < \quad \quad \quad \text{ง.}$$

ก. (-1)

ข. 4 , $x > -1$

ค. 4

ง. -1 , 4

259

จากทั้ง 2 กรณี จะได้อค่าของ x ที่เป็นจำนวนจริงซึ่งทำให้สมการ $(x-4)(x+1) < 0$ เป็นจริงคือ $\quad < x < \quad$

-1 , 4

260

แก้สมการ $x^2 + 2x < 3$

นักเรียนจะต้องทำตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

ก. จัดสมการให้ข้างใดข้างหนึ่งเท่ากับ 0

ข. แยกตัวประกอบ

ค. ใช้วิธีการแก้สมการ

จาก $x^2 + 2x < 3$ $x^2 + 2x + (-3) < 3 + \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $x^2 + 2x - 3 < \underline{\hspace{2cm}}$ ข.

เมื่อข้างใดข้างหนึ่งของสมการเท่ากับ 0

แล้ว ก็แยกตัวประกอบ $x^2 + 2x - 3$ ซึ่งได้เท่ากับ $(x + \underline{\hspace{1cm}})(x - \underline{\hspace{1cm}})$ ค.

ก. (-3)

ข. 0

ค. 3 , 1

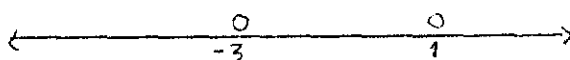
261

สำหรับการแก้อสมการ $x^2 + 2x < 3$

หรือ $(x + 3)(x - 1) < 0$ จะหาค่าของ x
 ในทำนองเดียวกันกับวิธีที่ได้เรียนมาแล้วหรือจะใช้
 วิธีคิดดังต่อไปนี้

วิธีคิด ถ้า $(x + 3)(x - 1) = 0$

จะได้คำตอบของสมการ คือ -3 กับ 1



ถ้าแทนที่ x ด้วยจำนวนจริงที่มากกว่า 1

จะทำให้ $(x + 3)(x - 1) < 0$ เป็นเท็จ

ถ้าแทนที่ x ด้วยจำนวนจริงที่อยู่ระหว่าง

-3 กับ 1 จะทำให้ $(x + 3)(x - 1) < 0$ เป็นจริง

ถ้าแทนที่ x ด้วยจำนวนที่น้อยกว่า -3

จะทำให้ $(x + 3)(x - 1) < 0$ เป็น _____ ก.

(จริง/เท็จ)

ดังนั้นเซตคำตอบของอสมการ

$$(x + 3)(x - 1) < 0$$

คือ $\{x / \underline{\hspace{2cm}}\} = (-3, \underline{\hspace{2cm}})$ ข.

ก. เท็จ

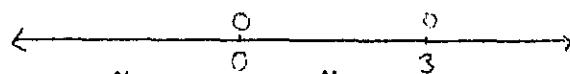
ข. $-3 < x < 1$, 1

262

ในทำนองเดียวกัน แก้อสมการ $3x - x^2 > 0$ วิธีคิด

$$3x - x^2 = x(3 - x)$$

$$x(3 - x) > 0$$

ถ้า $x(3 - x) = 0$ จะได้คำตอบของสมการ คือ 0 กับ 3ถ้า $x > 3$ จะทำให้ $x(3 - x) > 0$ เป็นเท็จถ้า $0 < x < 3$ จะทำให้ $x(3 - x) > 0$

เป็น _____

ก.

ถ้า $x < 0$ จะทำให้ $x(3 - x) > 0$

เป็น _____

ข.

ดังนั้นเซตคำตอบของอสมการ

$$3x - x^2 > 0$$

คือ { _____ } = ช่วง _____ ก.

ก. จริง ข. เท็จ ค. $x/0 < x < 3$, $(0, 3)$	263	แก้สมการ $\frac{1}{5-x} > 4$ $\frac{1}{5-x} - 4 > 0$ $\frac{1 - 4(5-x)}{5-x} > 0$ $\frac{1 - 20 + 4x}{5-x} > 0$ $\frac{-19 + 4x}{5-x} > 0$ $\frac{4x - 19}{-(x - 5)} > 0$ $\frac{4x - 19}{x - 5} < 0$ นำ -1 คูณ $\frac{(4x - 19)(x - 5)^2}{x - 5} < 0$ นำ $(x-5)^2$ คูณ $\therefore (\quad) (\quad) < 0$

$$4x - 19, \quad x - 5$$

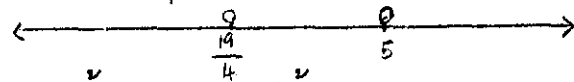
264

อสมการ $\frac{1}{(4x-19)(x-5)} > 4$ หรือเขียนได้เป็น

$$(4x-19)(x-5) < 0$$

วิธีคิด ถ้า $(4x-19)(x-5) = 0$ จะได้คำตอบ

ของสมการ คือ $\frac{19}{4}$ กับ 5



ถ้า $x > 5$ จะทำให้ $(4x-19)(x-5) < 0$

เป็นเท็จ

ถ้า $\frac{19}{4} < x < 5$ จะทำให้ $(4x-19)(x-5) < 0$

เป็น _____ ก.

ถ้า $x < \frac{19}{4}$ จะทำให้ $(4x-19)(x-5) < 0$

เป็น _____ ข.

ดังนั้นค่าของ x จากอสมการ คือ

$\frac{19}{4} < x < \underline{\hspace{2cm}}$ ค.

หรือเซตคำตอบของอสมการ คือ _____ ง.

ก. จริง

ข. เท็จ

ค. 5

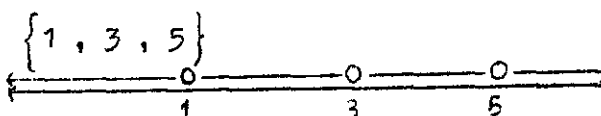
$$ง. \left\{ x/\frac{19}{4} < x < 5 \right\}$$

265

แก้สมการ $(x-1)(x-3)(x-5) < 0$ วิธีคิด

$$\text{ถ้า } (x-1)(x-3)(x-5) = 0$$

จะได้เซตคำตอบของสมการ คือ

ถ้า $x > 5$ จะทำให้ $(x-1)(x-3)(x-5) < 0$

เป็น _____ ก.

ถ้า $3 < x < 5$ จะทำให้ $(x-1)(x-3)(x-5) < 0$

เป็น _____ ข.

ถ้า $1 < x < 3$ จะทำให้ $(x-1)(x-3)(x-5) < 0$

เป็น _____ ค.

ถ้า $x < 1$ จะทำให้ $(x-1)(x-3)(x-5) < 0$ เป็นจริง

ดังนั้นเซตคำตอบของสมการ คือ

$$\left\{ x/x < 1 \right\} \cup \left\{ \text{_____} \right\} =$$

$$(-\infty, 1) \cup \text{_____} \quad \text{ง.}$$

ก. เท็จ

ข. จริง

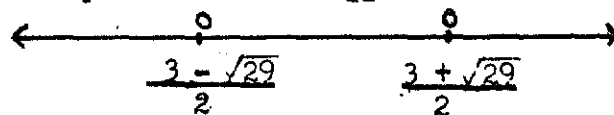
ค. เท็จ

ง. $\{x/3 < x < 5\}$,
(3,5)

266

แก้สมการ $x^2 - 3x - 5 > 0$

วิธีคิด

ถ้า $x^2 - 3x - 5 = 0$ จะได้คำตอบของสมการ คือ $\frac{3 + \sqrt{29}}{2}$ กับ $\frac{3 - \sqrt{29}}{2}$ (เนื่องจาก $x^2 - 3x - 5$ แยกตัวประกอบไม่ได้จึงหาค่า x โดยสูตร $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ถ้า $x > \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$ จะทำให้ $x^2 - 3x - 5 > 0$

เป็นจริง

ถ้า $\frac{3 - \sqrt{29}}{2} < x < \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$ จะทำให้ $x^2 - 3x - 5 > 0$

เป็น _____

ก.

ถ้า $x < \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$ จะทำให้ $x^2 - 3x - 5 > 0$

เป็น _____

ข.

ดังนั้นเซตคำตอบของสมการ $x^2 - 3x - 5 > 0$ คือ $\{x/x < \frac{3 - \sqrt{29}}{2}\} \cup \{ \text{_____} \} =$ $(-\infty, \frac{3 - \sqrt{29}}{2}) \cup (\text{_____})$ ค.

ก. เท็จ

ข. จริง

ค. $x/x > \frac{3 + \sqrt{29}}{2},$

$\frac{3 + \sqrt{29}}{2}, \infty$

267

แก้สมการ $x^2(x+3) < 0$

$x^2(x+3) < 0$ หมายความว่า x^2

และ $(x+3)$ เป็นจำนวนบวกจำนวนหนึ่ง

และเป็นจำนวน _____ อีกจำนวนหนึ่ง

ก.

โดยแบ่งเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 $x^2 > 0$ และ $(x+3) < 0$ ข.

กรณีที่ 2 _____ และ _____ ค.

ก. ลบ

ข. <

ค. $x^2 < 0, (x+3) > 0$

268

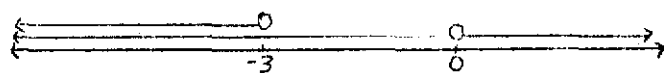
จากกรณีที่ 1 $x^2 > 0$ และ $x+3 < 0$

ถ้า $x^2 > 0$ แล้วค่า x เป็นจำนวนจริง

ใดทุกค่ายกเว้น 0 ค่าเดียว แสดงว่า $x \in \mathbb{R}$ และ $x \neq 0$

ส่วน $x+3 < 0$ แสดงว่า $x < -3$

แสดงภาพบนเส้นจำนวนดังนี้

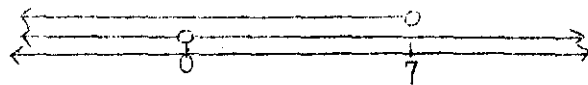
ค่าของ x ซึ่งเป็นจำนวนจริงยกเว้น 0 และ
น้อยกว่า -3 ในขณะเดียวกัน คือ _____ ก.ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ _____ ข.

ก. $x < -3$ ข. $x < -3$	269	จากกรณีที่ 2 $x^2 < 0$ และ $x + 3 > 0$ จะเห็นว่าไม่มีจำนวนจริงใดที่ทำให้ $x^2 < 0$ เป็นจริง แสดงว่าค่าของ x ในกรณีนี้จึง _____ ก. (มี/ไม่มี) ดังนั้นจากทั้ง 2 กรณีจะได้เซตคำตอบของ อสมการ $x^2(x + 3) < 0$ คือ _____ ข.
ก. ไม่มี ข. $\{x/x < -3\}$	270	แก้อสมการ $x^2(x - 7) \leq 0$ ประโยค นี้แยกได้ 2 ประโยค คือ 1. $x^2(x - 7) = 0$ หรือ 2. $x^2(x - 7) < 0$ จากประโยคที่ 1 $x^2(x - 7) = 0$ เราจะได้ว่า $x^2 = 0$ หรือ $(x - 7) = 0$ นั่นคือ $x = 0$ หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$
7	271	จากประโยคที่ 2 $x^2(x - 7) < 0$ แบ่งได้เป็น 2 กรณี กรณีที่ 1 $x^2 > 0$ และ $(x - 7) < 0$ กรณีที่ 2 $x^2 < 0$ และ _____

$$(x - 7) > 0$$

272

จากกรณีที่ 1 $x^2 > 0$ และ $(x - 7) < 0$
 ถ้า $x^2 > 0$ จะได้ค่าของ x เป็น
 จำนวนจริงที่ทุกค่า ยกเว้น 0 ค่าเดียว ส่วน
 $x - 7 < 0$ จะได้ว่า $x < 7$



ค่าของ x ซึ่งเป็นจำนวนจริงยกเว้น 0
 และน้อยกว่า 7 ในขณะเดียวกันคือ $x < 7$
 และ $x \neq 0$

ดังนั้นค่าของ x ในกรณีที่ 1 คือ

ก.

จากกรณีที่ 2 $x^2 < 0$ และ $x - 7 > 0$
 ซึ่งเป็นไปไม่ได้

นั่นคือจากทั้ง 2 กรณี จะได้ค่าของ x
 จากอสมการ $x^2(x - 7) \leq 0$ คือ $x < 7$
 และ $x \neq 0$

ดังนั้นจากการแก้สมการ $x^2(x - 7) \leq 0$
 ทั้งหมดรอบที่ 270 - 272 ได้เซตคำตอบคือ

ข.

ก. $x < 7$ และ $x \neq 0$

ข. $\{x/x \leq 7\}$

ชุดที่ 8

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงในสมการและอสมการ

	273. บนเส้นจำนวน จุดแทน 4 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 4 หน่วย จุดแทน -4 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 4 หน่วย จุดแทน -5 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง ___ หน่วย ก. จุดแทน $\sqrt{2}$ อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง ___ หน่วย ข.
ก. 5 ข. $\sqrt{2}$	274. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แทนได้ด้วย จุดบนเส้นจำนวนเราเรียกระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน a บนเส้นจำนวนว่าค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a $\therefore$ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a คือ ระยะทางจาก ___ ถึงจุดแทน ___ บนเส้นจำนวน
0 , a	275. $\therefore$ ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน -4 ยาว ___ หน่วย ก. จะได้ว่าค่าสัมบูรณ์ของ -4 คือ 4 ไม่ว่ามองกี่ด้าน ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน 3 ยาว ___ หน่วย จะได้ว่าค่าสัมบูรณ์ของ 3 คือ ___ ข. ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน $-\sqrt{6}$ ยาว ___ หน่วย จะได้ว่าค่าสัมบูรณ์ของ $-\sqrt{6}$ คือ ___ ค.

ก. 4 ข. 3, 3 ค. $\sqrt{6}$, $\sqrt{6}$	276. ค่าสัมบูรณ์ 5 คือ _____ ก. ค่าสัมบูรณ์ -6 คือ _____ ข. ค่าสัมบูรณ์ $-\frac{4}{7}$ คือ _____ ค.
ก. 5 ข. 6 ค. $\frac{4}{7}$	277. เราใช้สัญลักษณ์ " " แทนคำว่า "ค่าสัมบูรณ์ของ" 5 อ่านว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 5 $-\sqrt{2}$ อ่านว่า ค่าสัมบูรณ์ของ $-\sqrt{2}$ $-\frac{4}{7}$ อ่านว่า _____
ค่าสัมบูรณ์ของ $-\frac{4}{7}$	278. ค่าสัมบูรณ์ของ -8 เขียนสัญลักษณ์ได้คือ -8 ค่าสัมบูรณ์ของ $\frac{1}{2}$ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้คือ _____ ก. ค่าสัมบูรณ์ของ $-\frac{5}{6}$ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้คือ _____ ข.
ก. $\frac{1}{2}$ ข. $-\frac{5}{6}$	279. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้วจะได้ว่า ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน a บนเส้นจำนวน เราเรียกว่า a ดังนั้น a หมายถึง _____

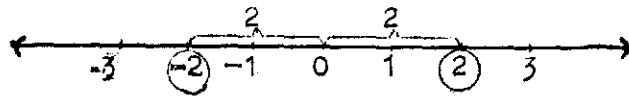
ระยะทางจาก 0 ถึง จุดแทน a บนเส้นจำนวน	280. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า $ a = \begin{cases} a & \text{ถ้า } a > 0 \\ 0 & \text{ถ้า } a = 0 \\ -a & \text{ถ้า } a < 0 \end{cases}$ นั่นคือ $a = a$ เมื่อ a เป็นจำนวน _____ ก. (บวก/ลบ) $a = 0$ เมื่อ $a =$ _____ ข. และ $a = -a$ เมื่อ a เป็นจำนวน _____ ค. (บวก/ลบ)
ก. บวก ข. 0 ค. ลบ	281. ถ้าให้ a เป็นจำนวนบวกใด ๆ หรือ $a > 0$ แล้ว จะได้ว่า $a =$ _____ ก. เช่น $3 = 3$ $20 =$ _____ ข.
ก. a ข. 20	282. ถ้าให้ a เป็นศูนย์ หรือ $a = 0$ แล้ว จะได้ว่า $a =$ _____ ก. $\therefore 0 =$ _____ ข.
ก. 0 ข. 0	283. ถ้าให้ a เป็นจำนวนลบใด ๆ หรือ $a < 0$ แล้ว จะได้ว่า $a =$ _____ ก. เช่น $-5 = -(-5) = 5$ $-8 =$ _____ ข. $-35 =$ _____

ก. $-(-8), 8$ ข. $-(-35), 35$	284. การหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงต่อไปนี้ ก. $7 = 7$ ข. $-9 = 9$ ค. $-40 = \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $100 = \underline{\hspace{2cm}}$ จ. $\sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$
ค. 40 ง. 100 จ. $\sqrt{2}$	285. เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว a จะมากกว่าหรือเท่ากับ 0 เสมอ นั่นคือ $a \geq \underline{\hspace{2cm}}$ เสมอ
0	286. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริง เราทราบแล้วว่า x หมายถึง ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้นจำนวน ดังนั้น $x = 2$ หมายความว่า ระยะทางจาก 0 ถึงจุดแทน x บนเส้นจำนวนมีค่าเท่ากับ $\underline{\hspace{2cm}}$ หน่วย ก. หรือ x จะเป็นจำนวนจริงที่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากับ $\underline{\hspace{2cm}}$ หน่วย บนเส้นจำนวน ข.

ก. 2

ข. 2

287.



จากรูป จะเห็นว่าบนเส้นจำนวนมีจำนวนจริง
2 จำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทางเท่ากับ 2 หน่วย
คือ -2 กับ _____ ก.

ดังนั้นถ้า x เป็นจำนวนจริงที่อยู่ห่างจาก 0 เป็น
ระยะทางเท่ากับ 2 หน่วย แล้วจะได้ว่า

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ข.

นั่นคือถ้า $|x| = 2$ แล้วจะได้ว่า

$x = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ค.

ก. 2

ข. -2 , 2

ค. -2 , 2

288.

ในทำนองเดียวกัน

ถ้า $|x| = 5$ แล้วจะได้ว่า $x = -5$ หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ก.

ถ้า $|x| = \sqrt{2}$ แล้วจะได้ว่า $x = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ข.

ก. 5

ข. $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$

289.

กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ

ถ้า $|x| = a$ แล้ว $x = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{2cm}}$

 $-a$, a

290.

ถ้า $|x + 5| = 4$ แล้วได้

$(x + 5) = -4$ หรือ $(x + 5) = 4$

ข้อความที่กล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ _____

ถูก	291. เมื่อ $x + 5 = 4$ เราได้ว่า $(x + 5) = -4$ หรือ $(x + 5) = 4$ ดังนั้นถ้า $x - 3 = 8$ แล้วจะได้ $(x - 3) = \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $(x - 3) = \underline{\hspace{2cm}}$ ก. ถ้า $x + 1 = 6$ แล้วจะได้ _____ หรือ _____ ข.
ก. $-8, 8$ ข. $(x + 1) = -6$ $(x + 1) = 6$	292. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ $x < 3$ หมายความว่า ระยะทางจากจุด 0 ไปยังจุดแทน x บนเส้นจำนวนน้อยกว่า 3 หน่วย นั่นคือ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง _____ 3 หน่วยบนเส้นจำนวน (น้อยกว่า/มากกว่า)
น้อยกว่า	293. จาก $x < 3$ เราสามารถแสดงค่าของ x บนเส้นจำนวนได้ดังนี้  จะเห็นว่า x มีค่าอยู่ระหว่าง -3 กับ _____ ก. หรือเขียนได้ว่า $\underline{\hspace{2cm}} < x < \underline{\hspace{2cm}}$ ข.

ก. 3 ข. -3 , 3	294. ในทำนองเดียวกัน ถ้า $x \leq 3$ จะมีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-3 \leq x \leq 3$ ดังนั้น ก. $x \leq 1$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____ ข. $x < 5$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____ ค. $x \leq 20$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____
ก. $-1 \leq x \leq 1$ ข. $-5 < x < 5$ ค. $-20 \leq x \leq 20$	295. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ จะสรุปได้ว่า $x < a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____ ก. $x \leq a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____ ข.
ก. $-a < x < a$ ข. $-a \leq x \leq a$	296. $2x + 3 < 4$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-4 < 2x + 3 < 4$ ข้อความที่กล่าวนี้ถูกต้องหรือไม่ _____
ถูก	297. เมื่อ $2x + 3 < 4$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-4 < 2x + 3 < 4$ ก. $2x + 5 \leq 2$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____ ข. $3x - 4 < 7$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____

ก. $-2 \leq 2x + 5 \leq 2$ ข. $-7 \leq 3x - 4 \leq 7$	298	ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ $x > 2$ หมายความว่า ระยะทางจากจุด 0 ไปยังจุดแทน x บนเส้นจำนวนมากกว่า 2 หน่วย $\therefore x$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง _____ 2 หน่วย บนเส้นจำนวน (มากกว่า/น้อยกว่า)
มากกว่า	299.	จาก $x > 2$ เราสามารถแสดงค่าของ x บนเส้นจำนวนได้ดังนี้ จะเห็นได้ว่า x มีค่าน้อยกว่า -2 หรือ x มากกว่า 2 หรือเขียนได้ว่า $x < -2$ หรือ $x > 2$
>	300.	ดังนั้น $x > 2$ จะมีความหมายเช่นเดียวกับ $x < -2$ หรือ $x > \underline{\hspace{2cm}}$
2	301.	ในทำนองเดียวกัน $x \geq 2$ จะมีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x \leq \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $x \geq \underline{\hspace{2cm}}$ ดังนั้น ก. $x \geq 5$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x \leq -5$ หรือ $x \geq 5$ ข. $x > 10$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____ ค. $x \geq 8$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____

$-2, 2$ ข. $x < -10$ หรือ $x > 10$ ค. $x \leq -8$ หรือ $x \geq 8$	302. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ จะได้ว่า $ x > a$ มีความหมายเช่นเดียวกับ _____ หรือ _____ ก. $ x \geq a$ มีความหมายเช่นเดียวกับ _____ หรือ _____ ข.
ก. $x < -a, x > a$ ข. $x \leq -a, x \geq a$	303. $ x + 1 > 6$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $x + 1 < -6$ หรือ $x + 1 > 6$ ข้อความที่กล่าวมานี้ถูกต้องหรือไม่ _____
ถูก	304. $ x + 1 > 6$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $x + 1 < -6$ หรือ $x + 1 > 6$ ในทำนองเดียวกัน ก. $ x + 5 > 1$ มีความหมายเช่นเดียวกับ _____ ข. $ 3x + 1 \geq 2$ มีความหมายเช่นเดียวกับ _____ ค. $ 6x - 7 > 4$ มีความหมายเช่นเดียวกับ _____

ก. $x + 5 < -1$ หรือ $x + 5 > 1$ ข. $3x + 1 \leq -2$ หรือ $3x + 1 \geq 2$ ค. $6x - 7 < -4$ หรือ $6x - 7 > 4$	305. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดบ้างที่ไม่ถูกต้อง (ให้วงกลมล้อมรอบตัวอักษรหน้าข้อความนั้น ๆ) ก. $x + 3 > 2$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x + 3 < -2$ หรือ $x + 3 > 2$ ข. $x \leq 5$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x \leq -5$ หรือ $x \geq 5$ ค. $3x - 7 \geq 12$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-12 \leq 3x - 7 \leq 12$ ง. $x < 9$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-9 < x < 9$ จ. ถ้า $x = b$ เมื่อ $b \geq 0$ แล้ว $x = b$
ข. ค.	306. ในการแก้สมการและอสมการที่มีค่าสัมบูรณ์รวมอยู่ด้วย ขั้นแรก เราจะต้องเปลี่ยนสมการหรืออสมการให้อยู่ในรูปที่ไม่ติดค่าสัมบูรณ์ จากนั้นก็ใช้วิธีการแก้สมการหรืออสมการตามที่เรียนมาแล้ว การเปลี่ยนสมการหรืออสมการให้อยู่ในรูปที่ไม่ติดค่าสัมบูรณ์ ทำได้โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์แล้ว ซึ่งรวบรวมไว้ดังนี้ ให้ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ a เป็นจำนวนจริงบวก ก. $x ^2 = x^2$ ข. ถ้า $x = a$ แล้ว $x = -a$ หรือ $x = a$ ค. $x < a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $-a < x < a$ และ $x \leq a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____ ง. $x > a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x < -a$ หรือ $x > a$ และ $x \geq a$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ _____

ก. $-a \leq x \leq a$

ง. $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$

307.

หาคำของ x เมื่อ $|x - 3| = 8$

วิธีทำ $\therefore$ ถ้า $|x - 3| = 8$ แล้ว

$$x - 3 = -8 \quad \text{หรือ} \quad x - 3 = 8$$

ดังนั้น $x - 3 + 3 = -8 + 3$ หรือ $x - 3 + 3 = 8 + \underline{\hspace{1cm}}$ ก.

$x = \underline{\hspace{1cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ข.

ตรวจสอบคำตอบ ในกรณีที่ $x = -5$

แทนค่า $x = -5$ ในโจทย์ $|x - 3| = 8$

$$\therefore |(-5) - 3| = 8$$

$$|-8| = 8$$

นั่นคือ $8 = 8$ เป็นจริง

ตรวจสอบคำตอบ ในกรณีที่ $x = 11$

แทนค่า $x = 11$ ในโจทย์ $|x - 3| = 8$

$\therefore \underline{\hspace{2cm}}$ ค.

นั่นคือ $\underline{\hspace{2cm}}$ เป็นจริง

ฉะนั้น คำของ x เมื่อ $|x - 3| = 8$

คือ $x = \underline{\hspace{1cm}}$ หรือ $x = \underline{\hspace{1cm}}$ ง.

ก. 3

ข. -5, 11

ค. $|11 - 3| = 8$

$|8| = 8$

$8 = 8$

ง. -5, 11

308.

หาค่าของ x เมื่อ $|x + 2| < 5$ วิธีทำ $\because |x + 2| < 5$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ

$-5 < x + 2 < 5$

ดังนั้น

$-5 < x + 2 < 5$

$-5 + (-2) < x + 2 + (-2) < 5 + (-2)$

ก.

ตรวจสอบคำตอบ $-7 < x < 3$ เช่น $x = 1$

$\therefore |(1) + 2| < 5$

$|3| < 5$

นั่นคือ

_____ เป็นจริง ข.

ฉะนั้นค่าของ x เมื่อ $|x + 2| < 5$ คือ _____ ค.

ก. $-7 < x < 3$ ข. $3 < 5$ ค. $-7 < x < 3$	309. หาค่าของ x เมื่อ $x - 3 \geq 4$ <u>วิธีทำ</u> $\therefore x-3 \geq 4$ มีความหมายเช่นเดียวกันกับ $x - 3 \leq -4$ หรือ $x - 3 \geq \underline{\hspace{2cm}}$ ก. ดังนั้น $\underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $\underline{\hspace{2cm}}$ ข. $\underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $\underline{\hspace{2cm}}$ ค. <u>ตรวจสอบคำตอบ</u> ในกรณีที่ $x \leq -1$ เช่น $x = -2$ $\therefore \underline{\hspace{2cm}}$ ง. $\underline{\hspace{2cm}}$ นั่นคือ $\underline{\hspace{2cm}}$ เป็นจริง <u>ตรวจสอบคำตอบ</u> ในกรณีที่ $x \geq 7$ เช่น $x = 9$ $\underline{\hspace{2cm}}$ จ. $\underline{\hspace{2cm}}$ นั่นคือ $\underline{\hspace{2cm}}$ เป็นจริง ฉะนั้นค่าของ x เมื่อ $x - 3 \geq 4$ คือ $x \leq \underline{\hspace{2cm}}$ หรือ $x \geq \underline{\hspace{2cm}}$ ฉ.

ก. 4

ข. $x - 3 + 3 \leq -4 + 3$

$x - 3 + 3 \geq 4 + 3$

ค. $x \leq -1, x \geq 7$

ง. $|(-2) - 3| \geq 4$

$|-5| \geq 4$

$5 \geq 4$

จ. $|9 - 3| \geq 4$

$|6| \geq 4$

$6 \geq 4$

ฉ. $-1, 7$

310.

หาค่าของ x เมื่อ $|2x + 1| < |x - 5|$

วิธีทำ ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้างของอสมการ

$|2x + 1|^2 < |x - 5|^2$

$(2x + 1)^2 < (x - 5)^2$

$4x^2 + 4x + 1 < x^2 - 10x + 25$

$3x^2 + 14x - 24 < 0$

$(3x - 4)(x + 6) < 0$

ถ้า $(3x - 4)(x + 6) = 0$ จะได้

คำตอบของสมการคือ _____ กับ _____ ก.

ถ้า $x < -6$ จะทำให้ $(3x - 4)(x + 6) < 0$ เป็นเท็จถ้า $-6 < x < \frac{4}{3}$ จะทำให้ $(3x - 4)(x + 6) < 0$

เป็น _____ ข.

ถ้า $x > \frac{4}{3}$ จะทำให้ $(3x - 4)(x + 6) < 0$

เป็น _____ ค.

ดังนั้นเซตคำตอบของอสมการคือ

_____ ง.

ก. $\frac{4}{3}, -6$ ข. จริง ค. เท็จ ง. $\{x/-6x < \frac{4}{3}\}$	311. จากคุณสมบัติของค่าสัมบูรณ์ เราจะได้ว่า $3 = -3$ ดังนั้นถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $a = -a$ เป็นจริงหรือไม่ _____
จริง	312. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a - b = b - a$ เป็นจริงหรือไม่ _____
จริง	313. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a - b \geq a - b$ เป็นจริงหรือไม่ _____
จริง (เพราะ $a - b$ อาจจะเป็นจำนวนลบได้)	314. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a + b \leq a + b$ เป็นจริงหรือไม่ _____
จริง (เพราะถ้า a, b มีเครื่องหมายต่างกันแล้ว $a+b$ จะน้อยกว่า $a + b$)	315. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a b = a \cdot b$ เป็นจริงหรือไม่ _____
ไม่จริง (ในกรณีที่ a, b มีเครื่องหมายต่างกัน)	316. ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริงแล้ว $a + b = a + b$ เป็นจริงหรือไม่ _____

ไม่จริง (ในกรณีที่ a, b มี เครื่องหมายต่างกัน)	317. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง $\text{ก} \quad a + b = a + b$ แล้ว $a \cdot b \geq 0$ เป็นจริงหรือไม่ _____
จริง (เพราะ a, b มี เครื่องหมายเหมือนกัน)	

ภาคผนวก ค

การวางวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง
แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมกับเนื้อหา
ผลการประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมกับเนื้อหา
แบบทดสอบอิงโคเมเนวิชาคณิตศาสตร์
ผลการวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบอิงโคเมเนวิชาคณิตศาสตร์

ตาราง 13 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบ
จำนวนจริงในโคเมนที่ .1 (จำนวนจริง) มีข้อสอบจำนวน 50 ข้อ

เนื้อหา \ พฤติกรรม	ความรู้-ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม	อันดับความสำคัญ
1. จำนวนจริง	3	5	3	2	13	2
2. เส้นจำนวน	1	1	1	1	4	5
3. จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกำลัง และราก	2	2	2	1	7	4
4. คุณสมบัติของจำนวนจริงที่ เกี่ยวกับการบวกและ การคูณ	3	3	5	1	12	3
5. คุณสมบัติของการเท่ากัน และการไม่เท่ากัน	3	4	4	3	14	1
รวม	12	15	15	8	50	
อันดับความสำคัญ	3	1	1	4		

ตาราง 14 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง
ในโคเมนที่ 2 (การแก้สมการ) มีข้อสอบจำนวน 50 ข้อ

เนื้อหา	พฤติกรรม					อันดับความสำคัญ
	ความรู้-ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม	
1. ช่วง	2	5	6	2	15	3
2. อสมการ	2	6	7	4	19	1
3. คำสมมูล	2	4	8	2	16	2
รวม	6	15	21	8	50	
อันดับความสำคัญ	4	2	1	3		

แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมกับเนื้อหา
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง

คำชี้แจง ให้ท่านพิจารณาว่าจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมเหล่านี้ครอบคลุมและสอดคล้องกับ
เนื้อหาที่กำหนดหรือไม่ ดังนี้

- +1 ถ้าแน่ใจว่าจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนั้นวัดได้ครอบคลุมจริง
0 ถ้าไม่แน่ใจว่าจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนั้นวัดได้ครอบคลุมจริง
-1 ถ้าแน่ใจว่าจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนั้นวัดไม่ครอบคลุม

ลำดับที่	เนื้อหา	จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม	คะแนนการประเมิน		
			-1	0	+1
1.	จำนวนจริง	<u>ให้นักเรียนสามารถ</u> - จำแนกได้ว่าจำนวนจริงที่กำหนด ให้เป็นจำนวนชนิดใด พร้อมทั้ง บอกความสัมพันธ์ของจำนวน ชนิดต่าง ๆ ในระบบจำนวนจริง ได้			
2.	เส้นจำนวน	- หาค่าแทนที่แทนจำนวนจริง บางจำนวนบนเส้นจำนวนได้			
3.	จำนวนจริงที่อยู่ใน รูปกำลังและราก	- หาผลบวก ผลต่าง ผลคูณ และผลหารของจำนวนจริง ที่อยู่ในรูปกำลังและรากได้			

ลำดับที่	เนื้อหา	จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม	คะแนนการประเมิน		
			-1	0	+1
4.	คุณสมบัติของจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวกและการคูณ	- บอกได้ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด และนำคุณสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้			
5.	คุณสมบัติของการเท่ากันและการไม่เท่ากัน	- บอกได้ว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด และนำคุณสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้			
6.	ช่วง	- บอกความหมายของช่วง ความสัมพันธ์ของช่วง เขียนกราฟแทนช่วง และเขียนช่วงแทนกราฟที่กำหนดให้ได้			
7.	อสมการ	- ใช้คุณสมบัติของการเท่ากัน การไม่เท่ากัน และช่วงแก้อสมการที่ไม่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ได้			
8.	ค่าสัมบูรณ์	- ใช้คุณสมบัติของค่าสัมบูรณ์ และแก้อสมการ และอสมการที่อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ได้			

ตาราง 15 ผลการประเมินความสอดคล้องระหว่างจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม
กับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง

ลำดับที่	คะแนนการประเมิน
1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1

แบบทดสอบอิงโคเนววิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบจำนวนจริง

.....

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนเขียนชื่อ นามสกุล ชั้น และห้องในกระดาษคำตอบ
2. แบบทดสอบฉบับนี้มีจำนวน 25 ข้อ ให้เวลาทำ 50 นาที
3. ห้าม ขีด เขียน ข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบ
4. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมาย
+ ในช่อง ก, ข, ค, ง, หรือ จ ในกระดาษคำตอบ
5. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ให้ทำเครื่องหมาย = ทับ
คำตอบเดิมที่ไม่ใช่ แล้วไปทำเครื่องหมาย + ใหม่ลงในข้อที่ต้องการ
6. ส่งกระดาษคำตอบพร้อมทั้งแบบทดสอบคืนอาจารย์ผู้ควบคุมการสอบหลัง
จากทำเสร็จแล้ว

โตนเมนต์ 1 ฉบับ A

1. เซตในข้อใดไม่เป็นเซตของจำนวนเต็ม

- ก. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- ข. $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$
- ค. $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- ง. $\{0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, \dots\}$
- จ. $\{x / x \text{ เป็นจำนวนเต็ม}\}$

2. จำนวนในข้อใดเป็นจำนวนตรรกยะ

- ก. จำนวนนับ
- ข. จำนวนเต็ม
- ค. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ
- ง. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนเมื่อเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มและส่วนไม่เป็นศูนย์
- จ. ถูกทุกข้อ

3. ข้อความในข้อใดไม่เป็นจริง

- ก. $\sqrt{121}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ข. $2.04\bar{5}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ค. $\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
- ง. $\sqrt{(-2)(-3)}$ เป็นจำนวนจริง
- จ. $\sqrt{-9}$ เป็นจำนวนไม่จริง

4. จงพิจารณาว่า $\sqrt{9}$

- 1. เป็นจำนวนเต็มบวก
- 2. เป็นจำนวนเต็มลบ
- 3. เป็นจำนวนตรรกยะ
- 4. เป็นจำนวนอตรรกยะ

ข้อที่ถูกคือข้อใด

- ก. ข้อ 1, 2
- ข. ข้อ 1, 3
- ค. ข้อ 1, 4
- ง. ข้อ 1, 2, 3
- จ. ข้อ 4

5. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดไม่ถูกต้อง

- ก. $\frac{\sqrt{7}-2}{\sqrt{7}+2}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
- ข. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ค. $3\sqrt{3}+3$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
- ง. $(6+\sqrt{2})(6-\sqrt{2})$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
- จ. $\sqrt[3]{-64}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

6. เซตในข้อใดไม่เป็นเซตของจำนวนตรรกยะ

- ก. $\{\sqrt[3]{-8}, -\frac{1}{5}, 0.99, (\sqrt{3})^2\}$
- ข. $\{7, 7\sqrt{11}, \sqrt[3]{9}, -1\}$
- ค. $\{1+\sqrt{4}, -0.5\}$
- ง. $\{x / x^3 = -27\}$ จ. $\{x/x = \sqrt{(-5)^2}\}$

7. กำหนดให้ $S = \{n \in \mathbb{I} / \sqrt{n} \in \mathbb{I}\}$

เมื่อ $\mathbb{I}$ แทนเซตของจำนวนเต็ม

ถ้า $a, b \in S$ แล้วพิจารณาว่าข้อใดไม่ถูกต้อง

- ก. $a \geq 0$ และ $b \geq 0$
- ข. $\frac{a}{b}$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ค. $a + b$ เป็นจำนวนตรรกยะ
- ง. $\sqrt{ab}$ เป็นจำนวนเต็ม
- จ. $\sqrt{a+b}$ ไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนตรรกยะ

เสมอ

8. จำนวนที่แทนจุดทุกจุดบนเส้นจำนวนใดแก่จำนวนอะไร

ก. จำนวนนับ

ข. จำนวนเต็ม

ค. จำนวนตรรกยะ

ง. จำนวนอตรรกยะ

จ. จำนวนจริง

9. " a เป็นจุดบนเส้นจำนวนอยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 4 หน่วย b เป็นอีกจุดหนึ่งบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะทาง 3 หน่วย" ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก

$a-b$ มีค่าเป็นลบ

ข. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มลบแล้ว

$a > b$

ค. ถ้า a เป็นจำนวนเต็มลบ b จะอยู่ห่างจาก a เท่ากับ 1 หน่วย

ง. ถ้า a เป็นจำนวนเต็มบวก และ b เป็นจำนวนเต็มลบแล้ว a อยู่ห่างจาก b เท่ากับ 7 หน่วย

จ. ถ้า a เป็นจำนวนเต็มบวก และ b เป็นจำนวนเต็มลบ $a + b$ มีค่าเป็นลบ

10. ค่าของ $4\sqrt{63} + 5\sqrt{7} - 8\sqrt{28}$ เท่ากับเท่าไร

ก. $\sqrt{7}$

ข. $2\sqrt{7}$

ค. $6\sqrt{7}$

ง. $7\sqrt{7}$

จ. $9\sqrt{7}$

11. ผลลัพธ์ของจำนวนจริง $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x} \cdot 3\sqrt{x^2}$ มีค่าเท่าไร

ก. $3\sqrt{x^6}$

ข. $3\sqrt{x^5}$

ค. $x^2 3\sqrt{x^2}$

ง. $x^2 6\sqrt{x^2}$

จ. $x 3\sqrt{x^2}$

12. ถ้า $\sqrt{4-x}$ เป็นจำนวนจริงแล้ว ข้อใดเป็นค่าของ x

ก. $x \geq 0$

ข. $x \geq 4$

ค. $x < 4$

ง. $x \leq 4$

จ. $x \in \mathbb{R}$ เมื่อ $\mathbb{R}$ แทน เซตของจำนวนจริง

13. ข้อใดมีคุณสมบัติการสลับที่

ก. $(a+1)(b-3) = (b-3)(a+1)$

ข. $(a+1)-(b-3) = (b-3)-(a+1)$

ค. $(a+b)+c = a+(b+c)$

ง. $a(b+4) = ab+4a$

จ. ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

14. กำหนดให้ k และ m เป็นจำนวนจริงใด ๆ

เราจะได้ว่า $m \times k = k = k \times m$

ฉะนั้นเราจะเรียก m ว่าเป็นอะไร

ก. อินเวอร์สการบวก

ข. อินเวอร์สการคูณ

ค. เอกลักษ์การบวก

ง. เอกลักษ์การคูณ

จ. จำนวนตรงข้ามของ k

15. ข้อความในข้อใดไม่มีคุณสมบัติปิด

ก. เซตของจำนวนคี่ กับการบวก

ข. เซตของจำนวนคู่ กับการคูณ

ค. เซตของจำนวนนับ กับการบวก

ง. เซตของจำนวนเต็ม กับการคูณ

จ. เซตของจำนวนตรรกยะ กับการบวก

16. ถ้า x เป็นอินเวอร์สการบวกของ y

แล้วค่าของ z ที่ทำให้

$2x + 2y + 3z = 5$ คือข้อใด

ก. $\frac{5}{3}$

ข. $\frac{3}{5}$

ค. $\frac{5}{2}$

ง. $\frac{2}{3}$

จ. 5

17. เซตในข้อใดมีคุณสมบัติปิดของการคูณ

ก. $\{-1\}$

ข. $\{-1, 0, 1\}$

ค. $\{2, 4, 8\}$

ง. $\{-1, -2, -3, \dots\}$

จ. $\{-1, -3, -5, \dots\}$

18. ถ้าให้ $A = \{x, y, z\}$

มี y เป็นเอกลักษ์การคูณแล้วข้อใด

ถูกต้อง

ก. $xy = y^{-1}$

ข. $(x^{-1})y = x$

ค. $xy = x^{-1}$

ง. $xyz = yz$

จ. $x(yz)^{-1} = \frac{x}{z}$

19. ข้อใดมีคุณสมบัติของการถ่ายทอด เมื่อ
กำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวน
จริง

ก. $a(b + c) = ab + ac$

ข. ถ้า $ac = bc$ และ $c \neq 0$ แล้ว $a = b$

ค. ถ้า $a = 2b + 1$ แล้ว $2b + 1 = a$

ง. ถ้า $a = b + 5$ และ $b + 5 = c$ แล้ว $a = c$

จ. ถ้า $a = 2$ และ $a + b = 4$

แล้ว $2 + b = 4$

20. การเท่ากันและการไม่เท่ากันมีคุณสมบัติข้อ
ใดที่เหมือนกัน

ก. คุณสมบัติสะท้อน

ข. คุณสมบัติสมมาตร

ค. คุณสมบัติการถ่ายทอด

ง. การคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

จ. การหารด้วยจำนวนที่เท่ากัน

21. $5 > 3$ และ ถ้า a เป็นจำนวนจริงซึ่งน้อยกว่า
 0 แล้วข้อใดเป็นจริง

ก. $5 + a < 3 + a$

ข. $5 - a < 3 - a$

ค. $5a < 3a$

ง. $5a > 3a$

จ. $\frac{5}{a} > \frac{3}{a}$

22. กำหนดให้ a, x และ y เป็นจำนวน
จริง ถ้า $0 < x < y$ แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

ข. $-\frac{1}{x} < -\frac{1}{y}$

ค. $-y > -x$

ง. $10 - y > 10 - x$

จ. $x - a > y - a$

23. $\frac{x+5}{x^2-4}$ จะไม่มีความหมายเมื่อ x
มีค่าเท่าไร

ก. $0, -5$

ข. $-5, 2$

ค. $-2, 2$

ง. $-4, 4$

จ. $-5, -2, 2$

24. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริง
และ a ไม่น้อยกว่า b จงพิจารณาว่า
ข้อความข้อใดเป็นจริง

ก. a มากกว่า b

ข. a เท่ากับ b

ค. $a - b$ เป็นจำนวนบวก

ง. $b - a$ เป็นจำนวนลบ

จ. ถ้า a เป็นจำนวนลบแล้ว b จะ
เป็นจำนวนลบด้วย

25. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง

จงพิจารณาว่าข้อความในข้อใดเป็นจริง

ก. ถ้า $ab = ba$ แล้ว $a = b$

ข. ถ้า $ac = bc$ แล้ว $a = b$

ค. ถ้า $a+b = b+a$ แล้ว $a = b$

ง. ถ้า $a^2 = b^2$ แล้ว $a = b$

จ. ถ้า $(a-b)^2 = 0$ แล้ว $a = b$

1. จำนวนในข้อใดที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ

ก. $0.100101010\dots$

ข. $0.010010001\dots$

ค. $0.001000000\dots$

ง. $0.110110110\dots$

จ. $0.1010101\dots$

2. จำนวนต่อไปนี้จำนวนใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

ก. $-\sqrt[3]{-8}$

ข. $\sqrt{(-6)^2}$

ค. $\sqrt[3]{27}$

ง. $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{2}$

จ. $\sqrt{-4}$

3. จำนวนในข้อใดที่ไม่เป็นจำนวนจริง

ก. $-\sqrt[3]{2}$

ข. $\sqrt[3]{-1}$

ค. $-\sqrt{4}$

ง. $1 - \sqrt{3}$

จ. $1 + \sqrt{-3}$

4. ถ้า x เป็นจำนวนจริงลบแล้วข้อที่เป็นจำนวนจริงลบคือข้อใด

ก. $-x^2$ และ x^3

ข. x และ $-x^3$

ค. $-x$ และ $-x^2$

ง. $(-x)^2$ และ $-x^3$

จ. x^5 และ $-x^7$

5. จำนวนในข้อใดไม่ใช่จำนวนอตรรกยะ

ก. $2 + \sqrt{2}$

ข. $\frac{1}{2} + \sqrt{27}$

ค. $\frac{2}{3} + \sqrt{\frac{5}{3}}$

ง. $\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}}$

จ. $\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{4}{9}}$

6. กำหนดให้ N แทน เซตของจำนวนนับ

ถ้า $a \in N$ และ $b \in N$

แล้วจงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. $\sqrt{a^2 + b^2}$ เป็นจำนวนนับ

2. $\frac{a}{b}$ เป็นจำนวนตรรกยะ

3. $\sqrt{a + a}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ
ข้อความดังกล่าว

ก. ถูกข้อเดียว คือ ข้อ 1

ข. ถูกข้อเดียว คือ ข้อ 2

ค. ถูกข้อเดียว คือ ข้อ 3

ง. ถูก 2 ข้อ คือ ข้อ 1, 2

จ. ถูกทั้ง 3 ข้อ

7. จำนวนตรงข้ามของ $-\frac{1}{3}$ บนเส้นจำนวนคือข้อใด

ก. 3

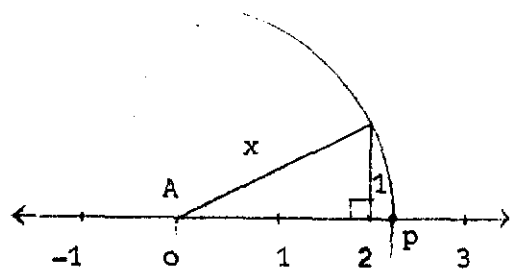
ข. -3

ค. -3^{-1}

ง. $\frac{1}{3}$

จ. $\sqrt{3}$

8.



จากรูป ใช้ A เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาว x เขียนส่วนโค้งตัดเส้นจำนวนที่จุด P และจุด P จะแทนจำนวนในข้อใด

ก. $\sqrt{2}$

ข. $\sqrt{3}$

ค. $\sqrt{5}$

ง. $\sqrt{6}$

จ. $\sqrt{8}$

9. $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{6}{5}}$ ได้ผลลัพธ์เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

ข. $\frac{\sqrt{20}}{5}$

ค. $\frac{2\sqrt{20}}{5}$

ง. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

จ. $\frac{4}{5}$

10. ค่าของ $10 - \frac{1}{2^{-3}} + 7(1025)^0$ จะเท่ากับเท่าไร

ก. 3

ข. 5

ค. 9

ง. 11

จ. 19

11. ผลลัพธ์ของจำนวนจริง $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ เท่ากับข้อใด

ก. $a - b$

ข. $a^2 - b^2$

ค. $a^2 + b^2$

ง. $a + b$

จ. $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

12. ถ้า $\sqrt{(-3)(-3)} = -3$ แล้วแสดงว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็น

ก. ถูก เพราะเป็นรากที่ 2 ของ $(-3)(-3)$ จึงได้เป็น -3

ข. ถูก เพราะรากที่ 2 จะมีค่า ๆ หนึ่ง เป็นคาบสมมาตร

ค. ผิด เพราะคำตอบต้องมี 2 ค่า คือ 3 กับ -3

ง. ผิด เพราะว่ารากที่ 2 ที่เป็นบวกต้องมีค่าเดียว คือ 3 เท่านั้น

จ. ผิด เพราะจะหารากที่ 2 ไม่ได้เลย

13. ข้อใดมีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้

ก. $bc + ac = (b + a)c$

ข. $(ab)c = (ba)c$

ค. $(b + a) + c = b + (a + c)$

ง. $(c + b) + a = (b + c) + a$

จ. ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

14. เซตในข้อใดไม่มีเอกลักษณ์การบวก

ก. เซตของจำนวนนับ

ข. เซตของจำนวนเต็ม

ค. เซตของจำนวนตรรกยะ

ง. เซตของจำนวนจริง

จ. เซตของจำนวนจริงที่ไม่ใช่ค่าลบ

15. อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{-2+\sqrt{3}}$ คือข้อใด

ก. 1

ข. $\sqrt{3} - 2$

ค. $2 - \sqrt{3}$

ง. $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

จ. $-2 - \sqrt{3}$

16. อินเวอร์สการบวกของ $\frac{1}{a} - b$

คือข้อใด

ก. $\frac{1}{a} + b$

ข. $\frac{a}{1 + ab}$

ค. $\frac{a}{1 - ab}$

ง. $\frac{1 + b}{-a}$

จ. $\frac{ab - 1}{a}$

17. เซตในข้อใดต่อไปนี้ไม่มีคุณสมบัติทั้ง

การบวกและการคูณ

ก. เซตของจำนวนตรรกยะ

ข. เซตของจำนวนตรรกยะ

ค. เซตของจำนวนเต็มบวก

ง. เซตของจำนวนเต็มลบ

จ. เซตของจำนวนคี่บวก

18. จงพิจารณาการพิสูจน์ต่อไปนี้

กำหนดให้ $a = b$

$$(1) a + b = b + b$$

$$(2) a + b = 2b$$

$$(3) a + b - 2a = 2b - 2a$$

$$(4) b - a = 2(b - a)$$

$$(5) \frac{b - a}{b - a} = 2$$

$$(6) 1 = 2$$

การพิสูจน์ดังกล่าวนี้ถูกหรือผิด เพราะเหตุใด

ก. ถูก เพราะบรรทัดที่ 1 บวกด้วยจำนวน
ที่เท่ากัน

ข. ถูก เพราะบรรทัดที่ 4 ใช้คุณสมบัติ
การแจกแจง

ค. ผิด บรรทัดที่ 1 เพราะนำ b ไปบวกเข้า
ทั้ง 2 ข้าง ซึ่งไม่ทราบว่าเป็นบวกหรือ
เป็นลบ

ง. ผิด บรรทัดที่ 3 เพราะนำ $2a$ ไปลบออก
ทั้ง 2 ข้าง

จ. ผิด บรรทัดที่ 5 เพราะ $a = b$ ซึ่ง $b - a = 0$
การนำ $b - a$ ไปหารจึงเท่ากับหารด้วย
ศูนย์

19. ถ้า $x = y$ แล้ว $y = x$ เป็นไปตาม
คุณสมบัติข้อใด เมื่อ x และ y เป็นจำนวน
จริง

ก. คุณสมบัติสะท้อน

ข. คุณสมบัติการสลับที่

ค. คุณสมบัติสมมาตร

ง. คุณสมบัติการถ่ายทอด

จ. คุณสมบัติปิด

20. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง
ถ้า $a < b < 0$ แล้วข้อใดไม่ถูกต้อง

$$ก. a + b < 0$$

$$ข. a - b < 0$$

$$ค. ab > 0$$

$$ง. b - a > 0$$

$$จ. ab < 0$$

21. ถ้า $0 < y < x + 2$ แล้วข้อใดถูกต้อง

$$ก. y^2 < (x + 2)^2$$

$$ข. y^2 > (x + 2)^2$$

$$ค. (x + 2)^2 = y^2$$

$$ง. (x + 2)^2 < 0$$

$$จ. (x + 2)^2 \leq 0$$

22. สองเท่าของจำนวนหนึ่งลบด้วย 5 แล้วน้อยกว่า 15 จำนวนนั้นคือข้อใด

ก. $x < 5$

ข. $x < 9$

ค. $x < 10$

ง. $x < 15$

จ. $x > -11$

23. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง และ $a < b$ จะต้องทำอย่างไรจึงจะทำให้ a มากกว่า b

ก. นำจำนวนจริงมาลบทั้ง 2 ข้าง

ข. นำจำนวนจริงมากลบทั้ง 2 ข้าง

ค. นำจำนวนจริงบวกมากลบทั้ง 2 ข้าง

ง. นำจำนวนจริงลบมากลบทั้ง 2 ข้าง

จ. นำจำนวนจริงลบมาบวกทั้ง 2 ข้าง

24. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง ข้อความใดเป็นจริง

ก. ถ้า $ab > 5b$ แล้ว $a > 5$

ข. ถ้า $a > 5$ และ $b > 5$ แล้ว $a = b$

ค. ถ้า $a+5 > b+5$ แล้ว $a > 5$

ง. ถ้า $a-5 > 0$ แล้ว $a > 5$

จ. ถ้า $(a+5) > b$ แล้ว $c(a+5) > cb$

25. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิจารณาว่าข้อใดเป็นจริง

ก. ถ้า $a < b$ แล้ว $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

ข. ถ้า $a > b$ แล้ว $-a > -b$

ค. ถ้า $a^2b > 0$ แล้ว $b > 0$

ง. ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$

จ. ถ้า $a < b$ และ $c \neq 0$ แล้ว $ac < bc$

โคเมนที่ 2 ฉบับ A

1. $\{ x / 2 \leq x < 4 \}$ แทนด้วยช่วงในข้อใด

ก. $(2, 4]$

ข. $[2, 4)$

ค. $(2, 4)$

ง. $[2, 4]$

จ. $[2, \infty)$

2. เซตของจำนวนจริงบวกเขียนเป็นช่วงใด
อย่างไร

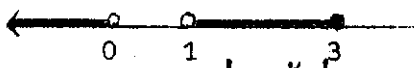
ก. $[0, \infty)$

ข. $(0, \infty)$

ค. $[1, \infty)$

ง. $(1, \infty)$

จ. $(-\infty, 0)$

3. 

จากกราฟเขียนเป็นช่วงใดอย่างไร

ก. $(-\infty, 0) \cap (1, 3]$

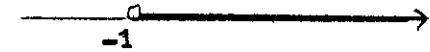
ข. $(-\infty, 0) \cap [1, 3)$

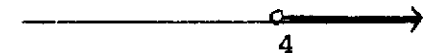
ค. $(-\infty, 0) \cup (1, 3]$

ง. $(-\infty, 0] \cup [1, 3)$

จ. $(0, 1) \cup [3, \infty)$

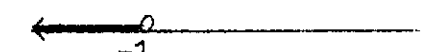
4. ช่วง $(-1, 4]$ เป็นสับเซตของ
ช่วงที่เขียนกราฟได้ในข้อใด

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

จ. 

5. $(1, 3] \cap (2, 6]$ เท่ากับ
ข้อใด

ก. $(2, 3]$

ข. $[1, 2)$

ค. $(1, 6]$

ง. $[2, 3)$

จ. $[3, 6]$

6. กำหนดให้ $A = (-1, 3)$ และ $B =$
 $[0, 5]$ จะได้ $A - B$ ตรงกับข้อใด

ก. $(-1, 0]$

ข. $(-1, 0)$

ค. $[0, 3]$

ง. $(-1, 5]$

จ. $(3, 5]$

7. กำหนดให้ $A = \{x / 2 \leq x < 9\}$

และ $B = \{x / x < 7\}$

$A \cap B$ เท่ากับข้อใด

ก. $(-\infty, 7)$

ข. $(-\infty, 9)$

ค. $(-\infty, 2]$

ง. $[2, 7)$

จ. $[2, 9)$

8. กำหนดให้ $P = [-4, 2]$

$Q = (-1, 6)$

และ $R = (-\infty, 1)$

จงพิจารณาว่าข้อความในข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $P \cup Q = [-4, 6)$

ข. $P \cap Q = (-1, 2)$

ค. $P - Q = [-4, -1]$

ง. $R - Q = (-\infty, -1]$

จ. $Q \cap R = (-1, 1)$

9. ในการหาค่าของ x จากสมการ

$$\frac{3x - 1}{5} < \frac{x + 13}{3}$$

นักเรียนจะต้องทำขั้นตอนในข้อใดก่อน
จึงจะเหมาะสมและถูกต้องที่สุด

ก. นำตัวแปร x มาบวกหรือลบกัน

ข. นำ 1 มาบวกเข้าทั้งสองข้าง

ค. นำตัวคูณที่มารวมกัน

ง. นำ 5 มาคูณเข้าทั้ง 2 ข้าง

จ. นำ 15 มาคูณเข้าทั้ง 2 ข้าง

10. $x^2 > 0$ มีเซตคำตอบเท่ากับ
ข้อใด

ก. $\{0\}$

ข. $\{x / x > 0\}$

ค. $\{x / x < 0\}$

ง. $\{x / x \in \mathbb{R}\}$

จ. $\{x / x \in \mathbb{R} \text{ และ } x \neq 0\}$

11. $\frac{1}{x - 4} \geq 0$ จะเป็นจริงเมื่อ
 x มีค่าเท่าใด

ก. $x \neq 4$

ข. $x > 4$

ค. $x \geq 4$

ง. $x < 4$

จ. ไม่มีค่าของ x

12. กำหนดอสมการให้คือ $-3 < x - 2 < -1$
ข้อความในข้อใดไม่ถูกต้อง

- ก. $x - 2 > -3$ และ $x - 2 < -1$
- ข. $x - 2 > -3$ หรือ $x - 2 < -1$
- ค. $x - 2$ มีค่าอยู่ระหว่าง -3 กับ -1
- ง. มีค่าของ x ที่เป็นจำนวนบวก
- จ. ค่าของ x ที่มากที่สุดเป็นจำนวนบวก

13. เซตคำตอบของอสมการ $\frac{1}{3}x + 2 < -3$
คือข้อใด

- ก. $\{x / x < -15\}$
- ข. $\{x / x < -5\}$
- ค. $\{x / x > 15\}$
- ง. $\{x / x < -3\}$
- จ. $\{x / x > -3\}$

14. $(x + 4)(1 - x) > 0$

มีเซตคำตอบเท่ากับข้อใด

- ก. $\{x / x < 1\}$
- ข. $\{x / x < 4\}$
- ค. $\{x / -4 < x < 1\}$
- ง. $\{x / x < -4 \text{ หรือ } x > 1\}$
- จ. $\{x / x < -1 \text{ หรือ } x > 4\}$

15. เซตคำตอบของอสมการ $\frac{(x + 3)^2}{(x - 4)^6} \geq 0$
คือข้อใด

- ก. R
- ข. $R - \{3\}$
- ค. $R - \{-3\}$
- ง. $R - \{4\}$
- จ. $R - \{-3, 4\}$

16. ข้อความในข้อใดไม่เป็นจริง

- ก. $x^2 > 0$ มีเซตคำตอบ คือ R
- ข. $x^2 + 1 > 0$ มีเซตคำตอบ คือ R
- ค. $x^2 \geq 0$ มีเซตคำตอบ คือ R
- ง. $x^2 < 0$ มีเซตคำตอบ คือ $\emptyset$
- จ. $x^2 \leq 0$ มีเซตคำตอบ คือ $\{0\}$

17. ถ้าให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ถ้า $\frac{1}{a} < 1$ แล้ว $a > 1$
2. ถ้า $\frac{1}{a} > 1$ แล้ว $a < 1$
3. ถ้า $a^2 < 1$ แล้ว $a < \pm 1$

ข้อความดังกล่าวนี้

- ก. ถูก 2 ข้อ คือ ข้อ 1 และ 2
- ข. ถูก 2 ข้อ คือ ข้อ 2 และ 3
- ค. ถูกข้อเดียว คือ ข้อ 2
- ง. ถูกทั้ง 3 ข้อ
- จ. ผิดทั้ง 3 ข้อ

18. ถ้า b เป็นจำนวนจริงใด ๆ จงพิจารณาว่าข้อความในข้อใดถูกต้อง

ก. $|b| = b$ เมื่อ $b > 0$

ข. $|b| = -b$ เมื่อ $b < 0$

ค. $|b| = b$ เมื่อ $b \geq 0$

ง. $|b| = 0$ เมื่อ $b = 0$

จ. ถูกทุกข้อ

19. ค่าของ x จากอสมการ $|x - 1| \leq -1$ แทนจำนวนจริงในข้อใด

ก. $(0, 2)$

ข. $(-2, 0)$

ค. $(-2, 2)$

ง. $(-1, 0)$

จ. $\emptyset$

20. ข้อความในข้อใดไม่ถูกต้อง

กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ก. $|a| \geq 0$

ข. $|a| \geq a$

ค. $|a^2| = a^2$

ง. $|a| = \sqrt{a^2}$

จ. $|-a| = a$

21. ค่าของ x จากสมการ $|2x - 7| = 15$ คือข้อใด

ก. 11 หรือ 22

ข. 11 หรือ -4

ค. 11

ง. -4

จ. 15 หรือ -15

22. $|7 - 3x| \geq 2$ มีเซตคำตอบเท่ากับข้อใด

ก. $[-3, \infty)$

ข. $(-\infty, \frac{5}{3}] \cup [3, \infty)$

ค. $(-\infty, -3) \cup [3, \infty)$

ง. $(-\infty, \frac{5}{3}] \cup [3, \infty)$

จ. $[\frac{5}{3}, 3]$

23. $|x| \geq 2$ มีคำตอบเท่ากับคำตอบของสมการในข้อใด

ก. $x \geq \pm 2$

ข. $(x - 2)^2 \geq 0$

ค. $x^2 \geq 4$

ง. $x^2 \geq 2$

จ. $|x| \leq 2$

24. $\{x / |x| > 4\} \cap \{x / |x - 2| \leq 5\}$

เท่ากับข้อใด

ก. $\{x / -3 \leq x \leq 7\}$

ข. $\{x / -3 \leq x < 4\}$

ค. $\{x / 4 < x \leq 7\}$

ง. $\{x / -4 < x \leq 7\}$

จ. $\{x / -4 < x \leq -3\}$

25. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงที่มีเครื่องหมายต่างกันแล้วขอความในข้อใด

ถูกต้อง

ก. $x \cdot y = |x| |y|$

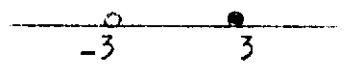
ข. $x \cdot y = -|x| |y|$

ค. $|x \cdot y| = -|x| |y|$

ง. $|x + y| = |x| + |y|$

จ. $|x - y| = |x| - |y|$

1. ช่วง $(-3, 3]$ แสดงภาพบนเส้นจำนวนได้ในข้อใด

- ก. 
- ข. 
- ค. 
- ง. 
- จ. 

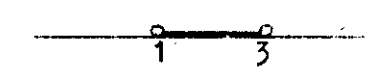
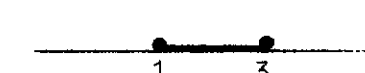
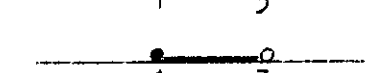
2. ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ $\{a / a \leq -1\}$ แสดงด้วยภาพบนเส้นจำนวนได้คือ

- ก. 
- ข. 
- ค. 
- ง. 
- จ. 

3. ช่วงในข้อใดเป็นสับเซตของช่วง $[-5, 2)$

- ก. $[0, 2)$
- ข. $(-\infty, 2)$
- ค. $(-6, 1)$
- ง. $(-4, 3]$
- จ. $(-5, 2]$

4. $[1, 3) \cup [3, \infty)$ เขียนกราฟได้ตามข้อใด

- ก. 
- ข. 
- ค. 
- ง. 
- จ. 

จงใช้โจทย์ต่อไปนี้กำหนดตามข้อ 5-6
กำหนดให้ $A = \{x / 2 \leq x < 9\}$
และ $B = \{x / x < 7\}$

5. $A \cup B$ เท่ากับข้อใด

- ก. $(-\infty, 7)$
- ข. $(-\infty, 9)$
- ค. $(-\infty, 2]$
- ง. $[2, 7)$
- จ. $[2, 9)$

6. B' เท่ากับข้อใด

- ก. $(-\infty, 7)$
- ข. $(-\infty, 7]$
- ค. $(7, \infty)$
- ง. $[7, \infty)$
- จ. $[-7, 7]$

7. กำหนดให้ $A = (0, 15]$

$$B = (5, 15]$$

ดังนั้น $A - B$ เป็นสับเซตของข้อใด

ก. $(0, 5)$

ข. $[0, 5)$

ค. $(0, 5]$

ง. $(5, 15)$

จ. $(5, 10]$

8. $(x - 5)(2x + 1) < 0$

หมายความว่าอย่างไร

ก. ค่า x ที่ใดมีค่าเป็นลบ

ข. ค่า x และ $2x$ มีค่าเป็นลบ

ค. $x - 5$ และ $2x + 1$ มีค่าเป็นลบทั้งคู่

ง. $x - 5$ และ $2x + 1$ มีค่าเป็นบวกทั้งคู่

จ. $x - 5$ และ $2x + 1$ มีเครื่องหมายต่าง
กัน

9. ข้อใดเป็นคำตอบของอสมการ $7 - 2x < 1$

ก. $(0, 3]$

ข. $[0, 3]$

ค. $(3, \infty)$

ง. $(-\infty, 3)$

จ. $(-\infty, 3]$

10. ถ้า $a > 0$ แล้วข้อใดเป็นจริง

ก. $\frac{1}{a} = 0$

ข. $\frac{1}{a} < 0$

ค. $\frac{1}{a} > 0$

ง. $a^{-1} \geq 0$

จ. $(-a)^2 \leq 0$

11. ค่าของ x จาก $(x - 6)^2 \leq 0$
เท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 6

ค. $x \leq 6$

ง. $-6 \leq x \leq 6$

จ. $x \leq -6$ หรือ $x \geq 6$

12. $(x + 3)(x - 2) \geq 0$

มีเซตคำตอบเท่ากับข้อใด

ก. $[-2, 3]$

ข. $[-3, 2]$

ค. $(-\infty, 2]$

ง. $(-\infty, -3] \cup [2, \infty)$

จ. $(-\infty, -2] \cup [3, \infty)$

13. ค่าของ x ที่สอดคล้องกับอสมการ

$$\frac{x}{3-x} < 2 \text{ คือ ข้อใด}$$

ก. $x > -3$

ข. $x < 2$

ค. $-3 < x < -2$

ง. $2 < x < 3$

จ. $x < 2$ หรือ $x > 3$

14. ข้อใดเป็นเซตคำตอบของอสมการ

$$3x^2 + 2x + 2 < 2x^2 + x + 4$$

ก. $(-2, 1)$

ข. $(-\frac{6}{5}, 1)$

ค. $(-1, \frac{5}{2})$

ง. $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$

จ. $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

15. เซตคำตอบของอสมการ $x^2(x-5) < 0$

คือข้อใด

ก. R

ข. $R - \{5\}$

ค. $\{x / x < 5\}$

ง. $\{x / x < -5\}$

จ. $\{x / x < 5 \text{ และ } x \neq 0\}$

16. เซตคำตอบของ $3x + 10 \geq x^2$

เป็นสับเซตของข้อใด

ก. $\{x / x < 5\}$

ข. $\{x / x \geq -3\}$

ค. $\{x / x > -2\}$

ง. $\{x / 2 < x < 5\}$

จ. $\{x / -2 < x < 5\}$

17. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ถ้า $a < b$ แล้ว $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

2. ถ้า $a < b$ แล้ว $a^2 < b^2$

3. ถ้า $a < b$ แล้ว $a < \frac{a+b}{2} < b$

ข้อความดังกล่าว

ก. ถูกข้อเดียว คือ ข้อ 1

ข. ถูกข้อเดียว คือ ข้อ 2

ค. ถูกข้อเดียว คือ ข้อ 3

ง. ถูกทั้ง 3 ข้อ

จ. ผิดทั้ง 3 ข้อ

18. $|x| \leq (a-b)$ เมื่อ $(a-b) \geq 0$

หมายถึง

ก. $x \leq (a-b)$

ข. $x \leq -(a-b)$

ค. $x \geq (a-b)$

ง. $-(a-b) \leq x \leq (a-b)$

จ. $x \leq -(a-b)$ หรือ $x \geq (a-b)$

19. คำตอบของอสมการ $|x| > -1$

คือข้อใด

ก. $(-\infty, \infty)$

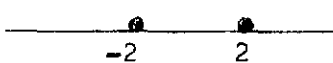
ข. $(-1, \infty)$

ค. $(0, \infty)$

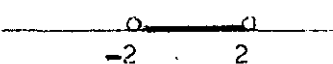
ง. $(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \infty)$

จ. $(-\infty, -1)$

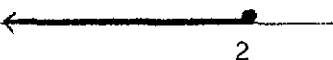
20. ค่าของ x ซึ่งอยู่ห่างจาก 0 ไม่เกิน 2 หน่วย เขียนกราฟได้ในข้อใด

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

จ. 

21. เซตคำตอบของอสมการ $|x - 3| = x - 3$ คือข้อใด

ก. $\emptyset$

ข. $\{0\}$

ค. $\{3\}$

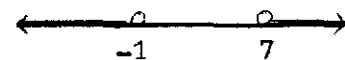
ง. $\{-3\}$

จ. ไม่มีคำตอบข้อใดถูก

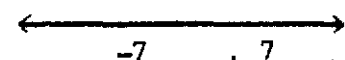
22. ข้อใดเป็นกราฟของ $|x - 3| < 4$

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

จ. 

23. $-3 < x < 9$ เขียนในรูปค่าสัมบูรณ์ได้คือ

ก. $|x - 2| < 6$

ข. $|x + 3| > 6$

ค. $|x - 3| < 6$

ง. $|x + 3| > 9$

จ. $|x - 3| < 9$

24. " x ซึ่งมีค่าห่างจาก 4 ไม่เกิน 3 หน่วย" ข้อความนี้สอดคล้องกับอสมการในข้อใด

ก. $|x - 4| < 3$

ข. $|x - 4| \leq 3$

ค. $|x + 4| \leq 3$

ง. $x - 4 < 3$

จ. $x + 4 \leq 3$

25. ข้อใดไม่เป็นจริง

ก. $|x - y| = |y - x|$

ข. $|x - y| \geq |x| - |y|$

ค. $|x + y| \leq |x| + |y|$

ง. ถ้า $|x| = |y|$ แล้ว $x^2 \leq y^2$

จ. ถ้า $|x+y| = |x| + |y|$ แล้ว $x+y \geq 0$

ตาราง 16 ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบ
 อิงโคเมนิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง ในโคเมนท์ 1 ฉบับ A

ข้อที่	P	B	ข้อที่	P	B
1	.55	.22	14	.78	.07
2	.85	.13	15	.54	.37
3	.60	.33	16	.70	.22
4	.52	.27	17	.74	.21
5	.56	.34	18	.59	.30
6	.62	.43	19	.88	.09
7	.51	.02	20	.50	.07
8	.75	.15	21	.82	.04
9	.89	.04	22	.69	.15
10	.66	.28	23	.73	.09
11	.61	.27	24	.55	.03
12	.52	.27	25	.54	.19
13	.55	.15			

ตาราง 17 ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบ
 อิงโคเมนิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง ในโคเมนที่ 1 ฉบับ B

ข้อที่	P	B	ข้อที่	P	B
1	.71	.03	14	.63	.25
2	.52	.18	15	.53	.34
3	.70	.36	16	.53	.21
4	.55	.36	17	.59	.16
5	.80	.12	18	.77	.03
6	.51	.05	19	.60	.10
7	.88	.04	20	.77	.03
8	.67	.09	21	.83	.03
9	.50	.34	22	.65	.21
10	.71	.16	23	.85	.09
11	.70	.18	24	.67	.36
12	.52	.22	25	.60	.36
13	.70	.64			

ตาราง 18 ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบ
อิงโคเมน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง ในโคเมนที่ 2 ฉบับ A

ข้อที่	P	B	ข้อที่	P	B
1	.91	.04	14	.52	.11
2	.54	.43	15	.62	.26
3	.73	.06	16	.56	.20
4	.69	.31	17	.55	.07
5	.80	.11	18	.51	.12
6	.60	.22	19	.55	.28
7	.77	.07	20	.59	.29
8	.59	.29	21	.73	.26
9	.52	.32	22	.51	.33
10	.60	.15	23	.50	.40
11	.53	.10	24	.51	.33
12	.50	.40	25	.52	.32
13	.76	.29			

ตาราง 19 ค่าความยากง่าย (P) และค่าอำนาจจำแนก (B) ของแบบทดสอบ
 อิงโคเนวิชคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริงในโคเนต 2 ฉบับ B

ข้อที่	P	B	ข้อที่	P	B
1	.97	.04	14	.50	.34
2	.90	.05	15	.54	.09
3	.69	.04	16	.53	.34
4	.81	.03	17	.55	.01
5	.70	.23	18	.56	.06
6	.50	.34	19	.52	.38
7	.53	.37	20	.60	.15
8	.50	.40	21	.53	.30
9	.58	.38	22	.55	.41
10	.86	.04	23	.54	.43
11	.59	.23	24	.52	.24
12	.63	.32	25	.52	.44
13	.51	.19			

ภาคผนวก ง.

มาตรการแก้'เจตคติ'ต่อการ'สอน'ซ่อม'เสริม'วิชาคณิตศาสตร์

อำนาจ'จำ'แนก'เป็น'รายชื่อ'ของ'มาตรการ'แก้'เจตคติ'ต่อการ'สอน'ซ่อม'เสริม'วิชาคณิตศาสตร์

ความ'เชื่อ'มั่น'ของ'มาตรการ'แก้'เจตคติ'ต่อการ'สอน'ซ่อม'เสริม'วิชาคณิตศาสตร์

มาตราวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

คำชี้แจง มาตราวัดเจตคตินี้มีอยู่ 20 ข้อ ให้ตอบทุกข้อโดยในแต่ละข้อให้
กาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความรู้สึกของท่านมากที่สุด

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่ เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
<u>การสอนซ่อมเสริมทำให้นักเรียน</u>					
1. เกิดความสนุกสนาน					
2. ได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง					
3. เสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์					
4. รู้สึกสับสน					
5. เกิดความมั่นใจในตนเอง					
6. เกิดความซ้ำซาก					
7. เกิดความเบื่อหน่าย					
8. ได้ฝึกการแก้ปัญหาด้วยตนเอง					
9. ไม่สบายใจทุกครั้งที่เรียน					
10. มีโอกาสใช้ความคิดได้เต็มที่					
11. รู้สึกไม่อยากเรียน					
12. ไม่เห็นความสำคัญในการเรียน ซ่อมเสริม					
13. มีความสนใจเรียนยิ่งขึ้น					

ข้อความ	เห็นด้วย อย่างยิ่ง	เห็นด้วย	ไม่แน่ใจ	ไม่เห็นด้วย	ไม่เห็นด้วย อย่างยิ่ง
14. สรุปลักษณะของบทเรียนได้ดี					
15. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์					
16. มีความรู้ลึกภาคภูมิใจ					
17. จำใจรวมกิจกรรมในการเรียน ชอบเสริม					
18. สามารถคิดแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น					
19. มีความมานะพยายาม					
20. รู้ลึกทุกองค์					

ตาราง 22 ค่าอ่านาจจำแนกเป็นรายชื่อของมาตราวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริม
วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวนจริง

ข้อที่	t	ข้อที่	t
1	8.04	11	5.17
2	7.21	12	5.00
3	6.66	13	5.00
4	6.59	14	4.60
5	5.91	15	4.60
6	5.89	16	4.41
7	5.83	17	4.05
8	5.83	18	3.96
9	5.37	19	3.89
10	5.19	20	3.57

การหาความเชื่อมั่นของมาตราวัดเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

$$\text{จากสูตร } \alpha = \frac{n}{n-1} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\}$$

n แทน จำนวนข้อของมาตราวัด

s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของมาตราวัดเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของมาตราวัดทั้งฉบับ

$$\text{เมื่อ } n = 20, \quad s_i^2 = 30.42 \quad \text{และ} \quad s_t^2 = 136.14$$

$$\text{แทนค่า } \alpha = \frac{20}{20-1} \left\{ 1 - \frac{30.42}{136.14} \right\} = .82$$

ภาคผนวก จ.

คะแนนผลการสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มตัวอย่าง

ตาราง 23 คะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในไตรมาสที่ 1
จากการสอบก่อนการทดลอง (Y) และหลังการทดลอง (X) ของกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	กลุ่มทดลองที่ 1		กลุ่มทดลองที่ 2		กลุ่มควบคุม	
	Y	X	Y	X	Y	X
1	18	25	19	23	16	20
2	13	22	17	20	14	21
3	17	23	19	21	15	21
4	18	23	16	22	14	23
5	17	23	18	21	16	17
6	13	23	13	21	16	18
7	18	25	15	20	13	19
8	19	23	16	21	16	19
9	14	22	17	21	19	19
10	15	24	19	22	17	20
11	18	22	16	22	16	19
12	16	22	19	20	14	17
13	19	23	19	25	16	17
14	14	22	11	21		
15	16	22	18	20		
16	9	22				
n	16		15		13	
$\sum Y$ $\sum X$	254	366	252	320	202	250
$\sum Y^2$ $\sum X^2$	4144	8386	4314	6852	3168	4846
YX	5829		5368		3877	

ตาราง 24 คะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเนนที่ 2
จากการสอบก่อนการทดลอง (Y) และหลังการทดลอง (X) ของกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	กลุ่มทดลองที่ 1		กลุ่มทดลองที่ 2		กลุ่มควบคุม	
	Y	X	Y	X	Y	X
1	12	24	18	21	18	20
2	17	22	19	23	20	20
3	18	21	18	22	17	19
4	16	21	19	20	14	18
5	18	23	19	20	14	21
6	16	23	12	19	18	20
7	17	20	19	21	11	17
8	19	22	13	21	14	16
9	15	21	19	21	16	19
10	16	22	17	23	17	19
11	15	23	15	20	15	18
12	19	22	15	21	17	19
13	19	24	15	20	18	18
14	14	22	15	21	16	19
15	16	22			10	18
16	15	23				
n	16		14		15	
$\sum Y$ $\sum X$	262	355	233	293	235	281
$\sum Y^2$ $\sum X^2$	4348	7895	3955	6149	3785	5287
$\sum YX$	5807		4891		4428	

ตาราง 25 คะแนนของเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 1

จากการสอบก่อนการทดลอง (Y) และหลังเรียนการทดลอง (X) ของกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	กลุ่มทดลองที่ 1		กลุ่มทดลองที่ 2		กลุ่มควบคุม	
	Y	X	Y	X	Y	X
1	73	79	82	89	80	78
2	72	84	78	78	84	80
3	74	73	80	81	61	64
4	65	66	81	82	59	70
5	66	67	76	81	79	79
6	65	70	77	74	78	82
7	74	76	90	91	77	70
8	67	71	73	75	63	67
9	71	77	73	83	79	75
10	72	75	74	81	70	79
11	70	75	67	78	80	81
12	72	76	52	74	59	62
13	79	82	80	81	71	77
14	65	69	79	81		
15	71	85	84	83		
16	61	63				
n	16		15		13	
$\sum Y \sum X$	1117	1188	1146	1212	940	964
$\sum Y^2 \sum X^2$	78297	88822	88598	98254	68944	72034
$\sum YX$	83290		93001		70302	

ตาราง 26 คะแนนของเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ ในโคเมนที่ 2
จากการสอบก่อนการทดลอง (Y) และหลังการทดลอง (X) ของกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	กลุ่มทดลองที่ 1		กลุ่มทดลองที่ 2		กลุ่มควบคุม	
	Y	X	Y	X	Y	X
1	73	79	73	79	81	76
2	69	76	81	82	80	78
3	65	73	76	81	76	67
4	66	67	90	91	84	80
5	65	70	67	78	59	63
6	64	65	74	82	69	72
7	76	77	52	74	60	80
8	70	70	75	79	88	84
9	73	70	84	88	77	70
10	86	87	80	81	63	67
11	70	75	75	78	62	61
12	72	76	79	81	79	75
13	70	74	79	80	70	79
14	63	69	84	83	77	80
15	71	85			59	62
16	61	63				
n	16		14		15	
$\sum Y$ $\sum X$	1114	1176	1069	1137	1084	1094
$\sum Y^2$ $\sum X^2$	78108	87090	82679	92571	79672	80578
$\sum YX$	82359		87235		79751	

ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์เจตคติของนักเรียนทั้งหมด

ตาราง 27 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบทางเดียวของคะแนนเจตคติ
ต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหมดที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม
ของกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งของตัวแปร	SS'	df'	MS'	F
ระหว่างกลุ่ม (b)	216.0605	2	108.0303	5.8192**
ภายในกลุ่ม (w)	1169.5582	63	18.5644	
รวม (t)	1385.6187	65		

$$F_{.01(2, 63)} = 4.95$$

ตาราง 27 แสดงว่า เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ทั้งหมดที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 2

ทดสอบความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วระหว่างกลุ่มทั้งสามตามวิธีของ
เชฟเฟ่ (Scheffé) ปรากฏผลในการวาง 28

ตาราง 28 การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วเป็นรายคู่ของเจตคติต่อการสอน
ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหมดที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมของกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 กลุ่มควบคุม			
	$\bar{X}'$	75.5742	78.7372	74.1456
กลุ่มทดลองที่ 1	75.5742	—	3.1630	1.4286
กลุ่มทดลองที่ 2	78.7372		—	4.5916*
กลุ่มควบคุม	74.1456			—

ตาราง 28 แสดงว่า เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ทั้งหมดที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมของกลุ่มทดลองที่ 2 สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนกลุ่มอื่น ๆ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ตาราง 29 คะแนนของเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์

จากการสอบก่อนการทดลอง (Y) และหลังการทดลอง (X)

ของกลุ่มตัวอย่างจากทั้งสองโคเมน

คนที่	กลุ่มทดลองที่ 1		กลุ่มทดลองที่ 2		กลุ่มควบคุม	
	Y	X	Y	X	Y	X
1	73	79	82	89	81	76
2	69	76	78	78	80	79
3	72	84	73	79	76	67
4	65	73	80	81	84	80
5	74	73	81	82	61	64
6	65	66	76	81	59	70
7	66	67	77	74	59	63
8	64	65	90	91	69	72
9	74	76	73	75	60	80
10	76	77	73	83	79	79
11	67	71	74	81	88	84
12	71	77	67	78	78	82
13	72	75	74	82	77	70
14	70	70	52	74	63	67
15	73	70	75	79	62	61
16	86	87	84	88	79	75
17	70	75	80	81	70	79
18	72	76	75	78	80	81

ตาราง 29 (ต่อ)

คนที่	กลุ่มทดลองที่ 1		กลุ่มทดลองที่ 2		กลุ่มควบคุม	
	Y	X	Y	X	Y	X
19	70	74	79	81	77	80
20	79	82	79	80	59	62
21	65	69	84	83	71	77
22	63	69				
23	71	85				
24	61	63				
25	65	70				
n	25		21		21	
$\sum Y$ $\sum X$	1753	1849	1606	1698	1512	1547
$\sum Y^2$ $\sum X^2$	123649	137687	123950	137688	110640	115029
$\sum YX$	130310		130323		112369	

ผลของการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
และเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ

ของ

มาลัยทอง นันทสุวรรณ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

กันยายน 2529

การศึกษารังนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน ใ้บทเรียนสำเร็จรูป และครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษารังนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนารีนครจังหวัดแพร่ ปีการศึกษา 2529 ใน 3 ห้องเรียน ที่สอบได้คะแนนต่ำกว่าจุดตัดในโคเมนจำนวนจริง และโคเมนการแก้สมการ ในเรื่องระบบจำนวนจริง นักเรียนจาก 3 ห้องเรียนดังกล่าวถูกสุ่มเพื่อได้รับการทดลอง 3 แบบ คือ นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ 1 ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอน กลุ่มทดลองที่ 2 ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูป และกลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเอง การสอนซ่อมเสริมใช้เวลานอกเวลาเรียนสัปดาห์ละ 3 คาบ คาบละ 50 นาที รวมทั้งหมด 8 คาบ แบบแผนการทดลองคือ Randomized Control-Group Pretest-Posttest Design และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนรวม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในโคเมนจำนวนจริง และโคเมนการแก้สมการมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ในระหว่างกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่ม โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เพื่อนช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนอีกสองกลุ่มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. เฉพาะโคเมนจำนวนจริง เจตคติต่อการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปมีเจตคติสูงกว่านักเรียน

ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยครูประจำวิชาเป็นผู้สอนเองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ที่ระดับ .05 ส่วนกลุ่มอื่น ๆ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สำหรับโคเมนการแก้อสมการไม่พบวากลุ่มตัวอย่างทั้งสามกลุ่มมีเจตคติต่อ
การสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

อย่างไรก็ดีถ้าพิจารณารวมกันทั้งสองโคเมนแล้วพบว่า เจตคติต่อการสอน
ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งหมดที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมของกลุ่มตัวอย่าง
ทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECTS OF MATHEMATICS REMEDIAL TEACHING METHODS ON ACHIEVEMENT
AND ATTITUDE TOWARDS THE REMEDIAL TEACHING METHODS
OF MATHAYOM SUKSA IV STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

MALAITONG NUNTASUWAN

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University
September 1986

The purpose of this study was to compare the mathematics achievement and attitude towards the mathematics remedial teaching of students in three groups. The remedial teaching methods used were peer tutoring, programmed instruction and the teacher's instruction.

The subjects were in the fourth year of the secondary level, the academic year 1986, in Nareerat School, Phrae province. These students received scores on a mathematics achievement test lower than the criterion. The test was designed to measure the achievement in the real number system, which was divided into two sub-topics (or domains) : real number and inequality. The three remedial teaching methods were assigned randomly to the three groups of students. The groups taught by peers and by using programmed instruction were called experimental groups and the one taught by the teacher was the control group. Each group was taught for eight periods, three periods a week, and each period lasted 50 minutes. The experimental design employed was the Randomized Control - Group Pretest - Posttest Design and the data were analyzed by using the analysis of covariance technique. The results were as follows :

1. The mathematics achievement means of the three groups were statistically significantly different at the .01 level. The achievement mean of the peer tutoring group, which was the highest, was significantly different from the other two.

2. The means of the attitude towards the remedial teaching of the three groups were statistically significantly different at the .05 level, for the first domain.

The attitude mean of the programmed instruction group, which was the highest, was significantly different from the teacher's instruction group, but not significantly different from the peer tutoring group.

For the second domain the means of the attitude towards the remedial teaching of all three groups were not found to be significantly different.

However, when considered both domains together, the attitude means for the three groups were statistically significantly different at the .01 level.