

ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีสลี
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์
ของ
อาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
มีนาคม 2548
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

516-00712

๑๕๘๙ ๘

๙๒

ชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ

ของ

อาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

มีนาคม 2548

๒ 264 296

อาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์ (2548) ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้น
การเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ปริญญานิพนธ์ กศ ม (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ คณะกรรมการควบคุม อาจารย์เมตต์ แยม่วงษ์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินวรณ์ เพ็ญเพียร

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับ
ชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พร้อมทั้งศึกษาระดับ
ความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนตามระดับชั้นการเรียนรู้ของแวนฮิลส์ตั้งแต่
ระดับ 0 ถึงระดับ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ใน
การเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังการใช้ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้น
ระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547
โรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอทับสะแก จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ซึ่งได้มา
จากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จากทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวน 218 คน

ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้น
ระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ เมื่อจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำ
แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตในแต่ละระดับ และเมื่อสิ้นสุดการสอน
ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ

ผลการวิจัยพบว่า

1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3
ของระดับชั้นของแวนฮิลส์ มีจำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ดังนั้น
จากข้อมูลที่ได้จึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต
ระดับ 2 และมีนักเรียนบางคนเท่านั้นมีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3

2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่
เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้มีจำนวนมากกว่า
ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้
เรขาคณิตของแวนฮิลส์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

THE INSTRUCTIONAL PACKAGE ON CONGRUENCE EMPHASIZING
THE VAN HIELE LEVEL FOR MATHAYOMSUKSA II STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
ARKHANE CHATBUNYONG

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

March 2005

Arkhan Chatbunyong (2005) *The Instructional Package on Congruence Emphasizing The van Hiele Level for Mathayomsuksa II Students* Master thesis,
M Ed (Mathematics) Bangkok Graduate School, Srinakharinwirot University
Advisor Committee Mr Male Yamwong, Asst Prof Chutiwon Penpean

The purposes of this study were (1) to create Instructional Package on Congruence Emphasizing the van Hiele Level for Mathayomsuksa II students (2) to study the level of knowledge and understanding on Geometry of student according to the van Hiele Level 0 to level 3 and (3) to study the learning achievement of Mathayomsuksa II students on Congruence after using Instructional Package on Congruence Emphasizing the van Hiele Level

The study was conducted during the second semester of the 2004 academic year at Arunvithaya School in Phrachuab Khiri Khan province The experimental group with 40 students was using cluster sampling approach The researcher was taught the experimental group by using the Instructional Package on Congruence Emphasizing the van Hiele Level At the end of each unit, these students were given test on the level of knowledge and understanding on Geometry in each unit At the end of experiment they were given an achievement test on Congruence

Research findings were as follows

(1) Base on their scores on the level of knowledge and understanding on Geometry test, the number of students at level 3 of the van Hiele Level less than or equal 50% of the total number of students This shows that the Mathayomsuksa II students have the level of knowledge and understanding on Geometry at level 2 and some students have the level of knowledge and understanding on Geometry at level 3

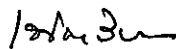
(2) Base on their scores on the achievement test, the number of students who scores more than criterion on the test was more than 50% of the total number of students The statistics test was analyzed at .01 level of significance This shows that the Mathayomsuksa II students are able to learn the concept of Congruence through the Instructional Package on Congruence Emphasizing the van Hiele Level that create by the researcher

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ของ
นายอาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

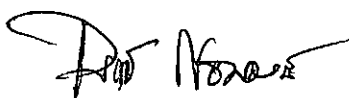


คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ 11 มีนาคม พ.ศ. 2548

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์



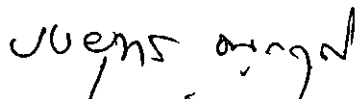
ประธาน

(อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์)



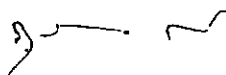
กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร)



กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ยงยุทธ รุ่งฤดี)



กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ เนื่องจากได้รับความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ ประธานคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่กรุณาให้ความอนุเคราะห์ดูแลและให้คำแนะนำปรึกษา รวมถึงให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่มีประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจแก้ไขปริญญานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน และ อาจารย์อัมพร ทองเกิด ที่ช่วยกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ และ อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดในสิ่งที่ เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้จัดการและครูใหญ่ คณะครูอาจารย์หมวดคณิตศาสตร์ และ ขอขอบคุณนักเรียนโรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอทับสะแก จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ที่ให้ความอนุเคราะห์และความสะดวกต่าง ๆ ในการดำเนินการเก็บข้อมูลการวิจัยด้วยความเต็มใจ

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดาและบุคคลในครอบครัวทุกท่านที่ให้กำลังใจ และกำลังทรัพย์สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด

ขอขอบคุณ คุณพรพิศ ศรีชาคำ ที่ให้ความช่วยเหลือผู้วิจัยตลอดเวลาในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ และพี่ เพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโทสาขาวิชาคณิตศาสตร์ รุ่นปี 2545 ทุกคน ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจด้วยดีเสมอมา

คุณตาและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

อาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย	5
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	5
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	5
ตัวแปรที่ศึกษา	6
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
สมมติฐานในการวิจัย	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์	10
ความสำคัญของระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์	10
ระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์และพฤติกรรมแต่ละระดับ	11
แนวการสอนเพื่อยกระดับการคิดทางเรขาคณิต	20
โครงการวิจัยระดับชั้นความคิดของนักเรียนเทียบกับระดับชั้นของแวนฮิลล์	24
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตของแวนฮิลล์	25
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต	27
ความรู้เกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิต	27
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต	30
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน	32
ความหมายของชุดการเรียนการสอน	32
ประเภทของชุดการเรียนการสอน	34
องค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน	35
การสร้างชุดการเรียนการสอน	37
ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน	39
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน	41

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3	วิธีดำเนินการวิจัย
	การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
	การเก็บรวบรวมข้อมูล
	การวิเคราะห์ข้อมูล
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล
5	สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ
	ความมุ่งหมายของการวิจัย
	สมมติฐานในการวิจัย
	วิธีดำเนินการวิจัย
	สรุปผลการวิจัย
	อภิปรายผล
	ข้อเสนอแนะ
	บรรณานุกรม
	ภาคผนวก
	ภาคผนวก ก การวิเคราะห์ข้อมูล
	ภาคผนวก ข แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต
	และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ
	ภาคผนวก ค บทเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้น
	การเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี
	ภาคผนวก ง คู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ
	ภาคผนวก จ รายนามผู้เชี่ยวชาญ
	ประวัติย่อผู้วิจัย

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 คาร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียน ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชา เรขาคณิต ระดับ 0 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	53
2 คาร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียน ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชา เรขาคณิต ระดับ 1 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	53
3 คาร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียน ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชา เรขาคณิต ระดับ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	54
4 คาร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียน ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชา เรขาคณิต ระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	54
5 คาร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียน ที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากัน ทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	55
6 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจ ในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3	55
7 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องความเท่ากันทุกประการ	56
8 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	72
9 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	73
10 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0	74
11 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1	74

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
12 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2	75
13 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3	75
14 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการ ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ	76

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า	11
2 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	12
3 รูปกิจกรรมจัดกลุ่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส	14
4 รูปมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยม	14
5 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู	15
6 รูปแสดงการสร้างรูปโดยใช้ดีสติกซ์ (D-stix)	15
7 รูปแสดงการบอกสัญลักษณ์ของมุม	15
8 รูปการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากปริศนาแทนแกรม	16
9 รูปแสดงการอธิบายการหาผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม	17
10 รูปแสดงลำดับขั้นในการพับกระดาษ	17
11 รูปห้าเหลี่ยม	19
12 ตัวอย่างกิจกรรมของการทำกิจกรรมที่กำหนดทิศทาง	21
13 ตัวอย่างกิจกรรมของการทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง	22
14 กิจกรรมระบุรูปสี่เหลี่ยม	23
15 กิจกรรมการจัดประเภทรูปสามเหลี่ยม	24

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มนุษย์สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการแสวงหาความรู้อื่น ๆ เพราะคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความสามารถที่มนุษย์พึงมี และยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยพัฒนาเยาวชนให้เป็นผู้มีศักยภาพ (ปานทอง กุลนาถศิริ 2545 13) อีกทั้งในปัจจุบันความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีสารสนเทศได้ถูกพัฒนาก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว ทำให้เกิดความเจริญก้าวหน้าของวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งประเทศที่จะพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ ก็ต่อเมื่อประเทศนั้นได้พัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี ดังนั้นในการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จึงจำเป็นต้องพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ก่อน เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์จะเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็น และเป็นเครื่องมือที่มนุษย์จะได้นำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีต่อไป (ปานทอง กุลนาถศิริ 2543 15)

นอกจากคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่ช่วยก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแล้ว คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ แบบแผน สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ได้อย่างถึกถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ (วรารมณ์ มีหนัก 2545 38) ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นวิชาที่เข้าใจยาก นักเรียนส่วนมากสอบได้คะแนนไม่ค่อยดี มีนักเรียนสอบตกค่อนข้างมาก เพราะเนื้อหาวิชาเป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอด การคิดคำนวณ หลักการ กฎ สูตร และการแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา นักเรียนจะเรียนด้วยความเข้าใจ ต้องใช้ความคิดอย่างมีขั้นตอน มีเหตุผลและคิดในเชิงระบบได้ (มาลีนท์ อธิธิรส 2544 25)

หลักสูตรคณิตศาสตร์ไม่ว่าในยุคสมัยใด จะมีการพัฒนาปรับปรุงอย่างไร เราคณิตจะต้องเป็นสาขาหนึ่งที่ผู้พัฒนาเห็นสมควรให้บรรจุลงในหลักสูตร ธรรมชาติของวิชาเรขาคณิตเป็นวิชาที่เอื้อที่จะสอนให้ผู้เรียนเป็นผู้ที่มีวิจาร์ณญาณ ช่างสังเกต ช่างสำรวจ มีเหตุผล เรขาคณิตจึงเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญและจำเป็นเนื้อหาหนึ่งที่จะต้องบรรจุไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในทุกระดับ (ปานทอง กุลนาถศิริ 2541 65) นอกจากนี้วิชาเรขาคณิตยังเป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากเรขาคณิตเป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกความจริง (Geddes & Fortunato 1993 199) ซึ่งมีคำกล่าวที่ว่า ถ้าไม่มีเรขาคณิต วิชากลศาสตร์เกิดขึ้นไม่ได้ ถ้าไม่มีกลศาสตร์ซึ่งเป็นรากฐานของทฤษฎีทางวิทยาศาสตร์ วิทยาศาสตร์ก็เกิดขึ้นไม่ได้ เมื่อวิทยาศาสตร์เกิดขึ้นไม่ได้ เทคโนโลยีก็เกิดขึ้นไม่ได้ เพราะฉะนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับมนุษย์ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข 2545 36) นอกจากนี้เรขาคณิตยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์แขนงอื่น เช่น พีชคณิต ตรรกศาสตร์ แคลคูลัส และเป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่น

เช่น ฟิสิกส์ ดาราศาสตร์ เคมี ชีววิทยา และยังเป็นทักษะสำคัญในการเรียนสถาปัตยกรรม การออกแบบและวิศวกรรม อีกทั้งพัฒนาผู้เรียนให้มีเหตุผล ทำงานเป็นขั้นตอนอย่างมีระบบ และช่วยพัฒนาความสามารถในการค้นพบ (โกลด์ ไฟศาล 2540 2) ในปัจจุบันพบว่าการเรียนการสอนเรขาคณิตเป็นปัญหามากสำหรับครูคณิตศาสตร์และเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร จากผลการวิจัยของ สุพจน์ ไชยสังข์ พบว่า ผลการเรียนรู้ของนักเรียนในวิชาเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ไม่น่าพอใจ นักเรียนส่วนใหญ่ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความคิดทางเรขาคณิตต่ำ และมีประมาณร้อยละ 1 ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เข้าใจความหมายของบทนิยาม ทฤษฎีบท และโครงสร้างในการพิสูจน์ (สุพจน์ ไชยสังข์ 2539 1-13)

ผู้วิจัยได้ทำการสำรวจเกี่ยวกับปัญหาการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา โดยการสอบถามครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา จำนวน 46 คน พบว่า ปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิตส่วนใหญ่เป็นปัญหาเกี่ยวกับการพิสูจน์ ซึ่งปัญหาที่มีปัญหามากที่สุดคือนักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นการพิสูจน์อย่างไร ส่วนปัญหาอื่น ๆ ที่มีปัญหารองลงมาได้แก่นักเรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิต นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลในการพิสูจน์ได้ นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาเป็นเหตุผลในการพิสูจน์ นักเรียนไม่สามารถหาแนวทางในการพิสูจน์ได้ นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ นักเรียนไม่สามารถนำสมบัติของรูปเรขาคณิตมาช่วยในการพิสูจน์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วัฒนา มณีวงศ์ ที่ว่าปัญหาการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาเกี่ยวกับการพิสูจน์ นักเรียนไม่ชอบการพิสูจน์เรขาคณิต ไม่ทราบแนวทางในการพิสูจน์ นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นการพิสูจน์อย่างไร ไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่มียูหรือสิ่งที่ทราบมาเป็นเหตุผลในการพิสูจน์ นักเรียนขาดทักษะการให้เหตุผล (วัฒนา มณีวงศ์ 2542ก 3)

จากปัญหาในการเรียนการสอนเรขาคณิตที่กล่าวมานั้น ได้มีครูและนักคณิตศาสตร์หลายท่าน ได้พยายามศึกษาค้นคว้าเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งในปี ค.ศ. 1954 ปีแอร์ แวน ฮีลี (Pierre van Hiele) และไดนา แวน ฮีลี (Dina van Hiele) ได้ศึกษาวิจัยและสร้างแวนฮีลีโมเดล ที่กล่าวถึงพัฒนาการทางความคิดทางเรขาคณิตไว้ 5 ระดับชั้น ดังนี้ (Crowley 1987 2-3, Fuys, Geddes & Tischler 1988 5)

- ระดับ 0 ชั้นพื้นฐานหรือขั้นการมองเห็น (Visualization)
- ระดับ 1 ขั้นการวิเคราะห์ (Analysis)
- ระดับ 2 ขั้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)
- ระดับ 3 ขั้นการพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน (Formal Deduction)
- ระดับ 4 ขั้นการคิดขั้นสุดยอด (Rigor)

งานวิจัยของแวนฮีลี กล่าวถึงระดับ 4 ซึ่งเป็นระดับสุดท้ายแต่มีการกล่าวถึงเพียงเล็กน้อย จะเห็นได้จากหลักสูตรในการเรียนการสอนวิชาเรขาคณิตในโรงเรียนนั้นส่วนมากครอบคลุมถึงระดับ 3 คือ การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผนเท่านั้น

แวนฮิลส์ ได้ระบุสมบัติของพัฒนาการทางความคิดเรขาคณิตดังกล่าวไว้ดังนี้ (Crowley 1987 4, วรณวิภา สุธฤเกียรติ 2542 22)

1 นักเรียนจะต้องผ่านระดับขั้นของความคิดจากระดับแรกไปสู่ระดับที่สูงกว่า โดยไม่มีการข้ามระดับ

2 การที่นักเรียนจะผ่านแต่ละระดับขั้นขึ้นขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีสอนมากกว่าขึ้นกับอายุ ไม่มีวิธีสอนใดที่จะทำให้ให้นักเรียนข้ามระดับได้ เช่น ข้ามจากระดับ 0 ไปเป็นระดับ 3 ไม่ได้

3 ลักษณะของสิ่งที่อยู่ในระดับหนึ่งจะกลายเป็นสิ่งที่ต้องศึกษาในระดับถัดไป เช่น ในระดับ 0 เพียงรู้จักรูป เมื่อถึงระดับ 1 จึงจะวิเคราะห์รูปและองค์ประกอบของรูป และค้นพบสมบัติต่าง ๆ

4 ในแต่ละระดับมีลักษณะเฉพาะของการนำไปใช้ และมีลักษณะของการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับการนำไปใช้

5 ถ้าใช้การสอนของระดับที่สูงกว่าไปสอนนักเรียนที่อยู่ระดับต่ำกว่าแล้ว ความก้าวหน้าทางการเรียนของนักเรียนจะไม่เกิดขึ้น

ดังนั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์นั้นจะต้องผ่านไปทีละขั้นตอน โดยแต่ละขั้นตอนจะต้องเรียนรู้อย่างสมบูรณ์ จะข้ามขั้นตอนไม่ได้ (Crowley 1987 2-3) จะเห็นว่าหลักสูตรของวิชาเรขาคณิตนั้นครอบคลุมความสามารถของนักเรียนตั้งแต่ระดับ 0 ถึงระดับ 3 ซึ่งการพิสูจน์ทางเรขาคณิตนั้นต้องการความคิดตามระดับขั้นอย่างน้อยที่สุดคือระดับ 2 และได้พบว่า นักเรียนที่สามารถพิสูจน์ได้มีจำนวนน้อยกว่า 22% และนักเรียนส่วนมากไม่สามารถจะพัฒนาความสามารถของตนจนถึงระดับ 3 ของระดับขั้นของแวนฮิลส์ได้ (Senk 1989 309-321) ซึ่งตรงกับโครงการบรูคลิน (Brooklyn) (Fuys, Geddes & Tischler 1984 119-121) ที่ได้ศึกษาความรู้เรขาคณิตของนักเรียนแต่ละคนในเกรด 6 ถึงเกรด 9 เพื่อเทียบกับระดับขั้นความรู้ของแวนฮิลส์ พบว่านักเรียนมีความสามารถทางเรขาคณิตในระดับ 0 ถึงระดับ 1 และมีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่มีการพัฒนาความสามารถถึงระดับ 2 ซึ่งจากการพิจารณาความล้มเหลวของการเรียนการสอนเรขาคณิต พบว่าการสอนส่วนใหญ่จะข้ามขั้นตอนละเลยขั้นตอนแรก ๆ แต่รับมุ่งสู่การพิสูจน์เท่านั้น (วรณวิภา สุธฤเกียรติ 2542 3) และสาเหตุอีกประการหนึ่งมาจากหลักสูตรเรขาคณิตแต่เดิมไม่ได้มีการเตรียมตัวนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นอย่างเป็นระบบเพื่อเรียนเรขาคณิตต่อในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และไม่ได้เน้นระดับการคิดของแวนฮิลส์มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต (นวลศรี ชำนาญกิจ 2544 1) ซึ่งยูซึสกิน (Teppo 1991 215-216, citing Usiskin 1982) ได้ทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตกับระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา พบว่า การสอนเรขาคณิตอย่างเป็นระบบให้นักเรียนก่อนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีความจำเป็นเพราะจะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและโดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนที่มีระดับการคิดระดับ 2 (การพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน) จะพบความสำเร็จในการเรียนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา

ตอนปลาย สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teacher of Mathematics NCTM) ได้วางมาตรฐานของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน โดยเฉพาะในส่วนของเรียนการสอนเรขาคณิต มีจุดมุ่งหมายที่ควรเน้นให้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์และการพัฒนาความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) โดยการสร้าง การวาด การวัด การมองเห็น การเปรียบเทียบ การแปลง และการจำแนกรูปเรขาคณิต ซึ่งการเรียนการสอนเรขาคณิตควรเน้นกิจกรรมในลักษณะการสำรวจ การตั้งข้อคาดการณ์ (Conjecturing) การสืบเสาะเพื่อตรวจสอบข้อคาดการณ์ (NCTM 1989 112-115) ดังนั้นในการเรียนการสอนเรขาคณิต ควรจัดกิจกรรมที่เป็นขั้นตอน เน้นการมองเห็นและการจำแนกรูปเรขาคณิต เพราะเรขาคณิตเป็นวิชาที่เรียนรู้โดยผ่านการมองเห็นเป็นพื้นฐาน เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล มองเห็นความหมายและความสำคัญของการพิสูจน์ (มานะ เอกจริยวงศ์ 2537 1-5) ซึ่งจะช่วยพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และสร้างชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผลของการวิจัยจะทำให้ได้ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และยังเป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนสอนเรขาคณิตโดยใช้ระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

- 1 เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 2 เพื่อศึกษาระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนตามระดับขั้นการเรียนรู้ของแวนฮิลลีตั้งแต่ระดับ 0 ถึงระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการใช้ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี
- 3 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี

ความสำคัญของการวิจัย

1 ได้ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของ แวนฮิลล์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2 ทำให้ทราบระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียน รวมถึงปัญหาในการเรียนของนักเรียน เพื่อให้ครูผู้สอนรวมถึงผู้เกี่ยวข้อง ได้จัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต ได้อย่างเหมาะสม ทำให้ช่วยแก้ปัญหาและช่วยพัฒนาการเรียนการสอนเรขาคณิตให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

3 เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตตาม ระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอทับสะแก จังหวัดประจวบคีรีขันธ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอทับสะแก จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จากทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวน 218 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียน คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ซึ่งใช้เวลาในการทดลอง 21 คาบ คาบละ 60 นาที โดยใช้เวลาเรียนปกติ แบ่งเป็นเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอน จำนวน 15 คาบ เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนในแต่ละระดับ จำนวน 4 คาบ และเวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 2 คาบ

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ ในสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งประกอบด้วย

- 1 ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต (3 คาบ)
- 2 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม (4 คาบ)

- 3 ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ (5 คาบ)
- 3 1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน
 - 3 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม
 - 3 3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน
 - 3 4 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- 4 การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ(7 คาบ)

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี

ตัวแปรตาม คือ 1 ระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียน
2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

นิยามศัพท์เฉพาะ

1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี หมายถึง ชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้น โดยใช้เนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งในชุดการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ซึ่งมีทั้งหมด 4 ระดับ จากทั้งหมด 5 ระดับ ดังนี้ (Crowley 1987 2-3 , Fuys, Geddes & Tischler 1988 5)

1 1 ระดับ 0 ขั้นพื้นฐานหรือขั้นการมองเห็น (Visualization)

นักเรียนสามารถบอกชื่อรูปเรขาคณิตที่มองเห็นได้ แต่ไม่สามารถบอกแยกเป็นส่วน ๆ ได้

1 2 ระดับ 1 ขั้นการวิเคราะห์ (Analysis)

นักเรียนสามารถวิเคราะห์เกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ ของรูป และสามารถแยกรูปชนิดต่าง ๆ ได้ สามารถบอกสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ และสามารถบอกได้ว่าเป็นรูปชนิดใดโดยดูจากส่วนประกอบต่าง ๆ ของรูป

1 3 ระดับ 2 ขั้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปได้ สามารถสรุปสมบัติต่าง ๆ ของรูป แยกรูปเป็นกลุ่ม ๆ ได้ตามสมบัติ และสามารถให้เหตุผลอย่างไม่เป็นแบบแผนได้

1 4 ระดับ 3 ขั้นการพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน (Formal Deduction)

นักเรียนสามารถเข้าใจบทบาทของการใช้ระบบสัจพจน์ในการสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ทางเรขาคณิต เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง อนิยาม นิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ นักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ และเห็นความเป็นไปได้ที่จะหาวิธีพิสูจน์มากกว่า 1 วิธี เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ และสามารถเข้าใจความแตกต่างระหว่างทฤษฎีและบทกลับ

1 5 ระดับ 4 ขั้นการคิดขั้นสุดยอด (Rigor)

นักเรียนสามารถเข้าใจและสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกันได้ เข้าใจเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด สามารถมองเรขาคณิตในลักษณะที่เป็นนามธรรมได้

ซึ่งในชุดการเรียนรู้จะเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ในระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 และระดับ 3 เท่านั้น

2 ระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียน หมายถึง

ความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาเรขาคณิต ซึ่งวัดจากคะแนนของแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยทำการทดสอบหลังเรียนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนได้แบ่งเป็น 5 ระดับตามระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ ดังนี้

ระดับ 0 นักเรียนจะมีความสามารถในระดับ 0

ระดับ 1 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0 และ 1

ระดับ 2 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0, 1 และ 2

ระดับ 3 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0, 1, 2 และ 3

ระดับ 4 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0, 1, 2, 3 และ 4

3 แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต หมายถึง

แบบทดสอบที่ใช้วัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตในแต่ละระดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงมาจากแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไชยสังข์ เป็นแบบทดสอบปรนัย 5 ตัวเลือกและแบบทดสอบอัตนัย ประกอบด้วย

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 จำนวน 10 ข้อ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 จำนวน 10 ข้อ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 จำนวน 10 ข้อ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 จำนวน 10 ข้อ

4 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อ

วัดผลการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด จำนวน 18 ข้อ ประกอบด้วย แบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

5 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ซึ่งวัดจากคะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6 เกณฑ์การวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต หมายถึง ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มในแต่ละระดับ กล่าวคือ ในแต่ละระดับจะมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ดังนั้นนักเรียนจะต้องทำคะแนนให้ได้อย่างน้อย 6 คะแนน จึงถือว่านักเรียนมีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตในระดับนั้น (Usiskin 1982)

7 เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์

สมมติฐานในการวิจัย

1 จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 3 ของระดับขั้นของแวนฮิลลี มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ได้มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสร้างชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่อไปนี้

- 1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี
 - 1 1 ความสำคัญของระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี
 - 1 2 ระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลีและพฤติกรรมแต่ละระดับ
 - 1 3 แนวการสอนเพื่อยกระดับการคิดทางเรขาคณิต
 - 1 4 โครงการวิจัยระดับขั้นความคิดของนักเรียนเทียบกับระดับขั้นของแวนฮิลลี
 - 1 5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตของแวนฮิลลี
- 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต
 - 2 1 ความรู้เกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิต
 - 2 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต
- 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน
 - 3 1 ความหมายของชุดการเรียนการสอน
 - 3 2 ประเภทของชุดการเรียนการสอน
 - 3 3 องค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน
 - 3 4 การสร้างชุดการเรียนการสอน
 - 3 5 ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน
 - 3 6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน

1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี

1.1 ความสำคัญของระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี

ปัญหาการเรียนการสอนเรขาคณิตเป็นเรื่องที่นาสนใจมานาน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การพิสูจน์ทางเรขาคณิต ซึ่งในปี ค.ศ. 1954 ปีแอร์ แวน ฮิลี (Pierre van Hiele) และไดนา แวน ฮิลี (Dina van Hiele) สองสามีภรรยา ชาวดัตช์ ได้ศึกษาวิจัยและสร้างแวนฮิลีโมเดล ที่กล่าวถึง พัฒนาการทางความคิดทางเรขาคณิต ซึ่งสาเหตุที่ทำให้ให้นักเรียนประสบความยุ่งยากในการเรียน เรขาคณิต นั่นคือ ระดับการคิดทางเรขาคณิต (level of geometric thought) ในการเรียนการสอน เรขาคณิตนั้นระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนเป็นอุปสรรคที่สำคัญต่อการสื่อสารระหว่าง นักเรียนกับครูและเพื่อนนักเรียนด้วยกัน เพราะนักเรียนและครูมีระดับการคิดทางเรขาคณิตต่าง ระดับกันทำให้สื่อสารกันไม่เข้าใจ ถ้าเนื้อหาในหนังสือเรียนอยู่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียน หรือ ครูใช้วิธีการสอนโดยให้แนวคิดที่อยู่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียนจะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถ เข้าใจปัญหาในหนังสือเรียนหรืองานที่ครูกำหนดให้ จึงทำกิจกรรมไม่ได้ ตอบไม่ตรงคำถาม เป็นต้น ต่อมาแนวคิดนี้ได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางในสหรัฐอเมริกา แต่ก็ยังไม่ได้มีการนำแนวคิด เกี่ยวกับทฤษฎีของระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน เรขาคณิตในโรงเรียนแต่อย่างใด จนกระทั่งมีการตีพิมพ์หนังสือเล่มหนึ่งของ สมาคมครูคณิตศาสตร์ แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) ที่ชื่อว่า Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 1989 จึงมีการนำทฤษฎีของ แวน ฮิลี ไปใช้เป็นเครื่องมือในการสอน เรขาคณิตในโรงเรียน ที่เน้นให้เห็นความสำคัญของการเรียนรู้ว่ามีระดับขั้นในลักษณะเดียวกับ ระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีกล่าวเอาไว้ โดยเริ่มต้นให้นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับรูป เรขาคณิตในลักษณะเป็นภาพรวมๆ และวิเคราะห์สมบัติที่มีลักษณะเฉพาะระหว่างรูปร่างต่างๆ และใช้ การนิรนัยแบบง่าย ๆ การสอนมีข้อเสนอแนะให้คำนึงถึงระดับขั้นของระดับการคิด (NCTM 1989 48) และนอกจากนี้ยังเสนอแนะวิธีการเรียนซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดเกี่ยวกับระดับขั้นการเรียนรู้ เรขาคณิตของแวนฮิลี โดยนำเสนอมุมมองของการจัดสิ่งแวดล้อมภายในห้องเรียนที่เอื้อให้นักเรียนมี ความก้าวหน้าทางเรขาคณิตโดยการได้ทำกิจกรรมในรูปแบบต่าง ๆ ได้แก่ การอภิปราย การอธิบาย และการสาธิต การบูรณาการกระบวนการทางสังคม ใช้การสื่อสารโดยให้มีการแลกเปลี่ยนแนวคิด ทำการทดสอบเพื่อยืนยันข้อคาดการณ์ (conjectures) ความรู้ได้มาจากการสนทนาพูดคุยกัน การ เขียน การฟัง และการอ่าน (NCTM 1989 214) และยูซึสกิน (Teppo 1991 215-216, citing Usiskin 1982) ได้ทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตกับระดับการคิด ทางเรขาคณิตของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา พบว่า การสอนเรขาคณิตอย่างเป็นระบบให้นักเรียน ก่อนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีความจำเป็นเพราะจะช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียน เรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและโดยเฉพาะอย่างยิ่งนักเรียนที่มีระดับการคิดระดับ 2 (การพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน) จะพบความสำเร็จในการเรียนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา ตอนปลาย

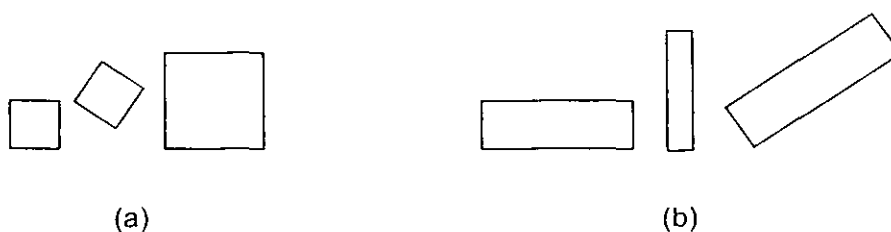
1 2 ระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลีและพฤติกรรมแต่ละระดับ

ระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลี

ปีแอร์ แวน ฮีลี (Pierre van Hiele) และไดนา แวน ฮีลี (Dina van Hiele) สองสามีภรรยาชาวดัตช์ ได้ศึกษาวิจัยและสร้างแวนฮีลีโมเดล ซึ่งเป็นระดับขั้นของการพัฒนาทางความคิดเรขาคณิต และเป็นที่ยอมรับว่าสามารถใช้เป็นแนวทางในการสอนและประเมินความสามารถของนักเรียนในวิชาเรขาคณิตได้ จากการศึกษาค้นคว้าวิจัยของพวกเขาเกี่ยวกับระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของผู้เรียน เขาได้แบ่งระดับขั้นของการพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับดังนี้ (Crowley 1987 2-3 , Fuys, Geddes & Tischler 1988 5)

ระดับ 0 ขั้นพื้นฐานหรือขั้นการมองเห็น (Visualization)

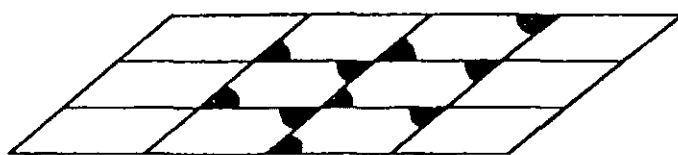
ความสามารถในระดับนี้นักเรียนระลึกถึงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือคุณลักษณะของรูป เช่น ถ้ากำหนดรูปเรขาคณิตให้นักเรียนบอกรูปร่างภายนอกได้แต่บอกสมบัติต่าง ๆ ของรูปไม่ได้ ไม่สามารถแยกส่วนประกอบเป็นด้าน มุมได้ นักเรียนที่มีความคิดในระดับนี้สามารถเรียนคำศัพท์ทางเรขาคณิตบอกชื่อรูปได้ เมื่อให้ดูรูปจะสร้างรูปบนกระดานตะปู หรือวาดรูปคร่าว ๆ ได้ คำถามต่าง ๆ ในระดับนี้จะเป็นคำถามที่ถามเกี่ยวกับรูปร่างที่เห็นจากภายนอก เช่น เมื่อให้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังภาพประกอบ 1 สามารถบอกได้ว่ารูปกลุ่ม a เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือรูปกลุ่ม b เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพราะมีลักษณะคล้ายรูปที่เคยเห็นมาก่อน แต่ไม่สามารถบอกได้ว่ามีมุมเป็นมุมฉาก หรือ ด้านตรงข้ามขนานกัน



ภาพประกอบ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ระดับ 1 ขั้นการวิเคราะห์ (Analysis)

ความสามารถในระดับนี้เป็นการเริ่มต้นการคิดวิเคราะห์หมโนมิติทางเรขาคณิต จากการสังเกตและการทดลอง นักเรียนเริ่มเห็นคุณลักษณะเฉพาะของรูป และจัดกลุ่มรูปตามลักษณะเฉพาะได้ สามารถแยกรูปชนิดต่าง ๆ ได้ จะมองรูปเรขาคณิตแบบแยกส่วนได้ เช่น เมื่อดูรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังภาพประกอบ 2 สามารถระบายสีมุมที่เท่ากันได้ บอกได้ว่ามุมตรงข้ามเท่ากัน และเมื่อให้ตัวอย่างที่มากพอนักเรียนสามารถบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้ แต่ไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปที่เห็นกับรูปที่ยังไม่เห็นได้ และยังไม่เข้าใจนิยาม



ภาพประกอบ 2 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ระดับ 2 ขั้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)

ผู้เรียนสามารถบรรยายละเอียดปลีกย่อยเกี่ยวกับสมบัติของรูปต่าง ๆ ทางเรขาคณิต สร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปได้ เปรียบเทียบและบอกความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกัน รวมทั้งบอกลักษณะที่แตกต่างกันได้ เช่นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านตรงข้ามเท่ากันและขนานกัน มีมุมตรงข้ามเท่ากัน บอกภาพรวมของรูปได้ เช่น บอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทุกรูปคือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า นักเรียนสามารถสรุปสมบัติต่าง ๆ ของรูปได้ และแยกรูปเป็นกลุ่ม ๆ ได้ตามสมบัติอย่างที่เขาใจ บอกความหมายได้ สามารถพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผนจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถสรุปโดยใช้สัจพจน์ ทฤษฎีบท บทนิยามต่าง ๆ ได้ ไม่สามารถให้เหตุผลในลักษณะที่เป็นโครงสร้างได้

ระดับ 3 ขั้นการพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน (Formal Deduction)

ความสามารถในระดับนี้นักเรียนสามารถสรุปเรขาคณิตภายใต้สัจพจน์ ทฤษฎีบท อนิยาม และบทนิยามต่าง ๆ ได้อย่างเข้าใจและถูกโครงสร้างการให้ลำดับเหตุผล เห็นความสัมพันธ์ระหว่างสัจพจน์ ทฤษฎีบท อนิยาม บทนิยาม และการพิสูจน์ และเห็นความเป็นไปได้ที่จะหาวิธีพิสูจน์มากกว่า 1 วิธี เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ สามารถทำการพิสูจน์ได้หลายรูปแบบภายใต้ข้อเท็จจริง สามารถทำทฤษฎีบทกลับได้ สามารถสรุปจากสิ่งที่กำหนดให้ได้ถูกต้องตามลำดับของเหตุผล

ระดับ 4 ขั้นการคิดขั้นสุดยอด (Rigor)

ความสามารถในระดับนี้นักเรียนต้องมีความรอบรู้ระบบสัจพจน์อย่างหลากหลาย เช่น สามารถศึกษาเรขาคณิตที่ไม่ใช่ของระบบยูคลิดได้ สามารถเปรียบเทียบเนื้อหาในระบบต่าง ๆ ได้ และสามารถมองเรขาคณิตในลักษณะของนามธรรม สามารถจัดทฤษฎีบทต่าง ๆ เข้าเป็นระบบ เรียบและสร้างทฤษฎีใหม่ ๆ ทางเรขาคณิต

งานวิจัยของแวนฮิลี กลาวถึงระดับ 4 ซึ่งเป็นระดับสุดท้ายแต่มีการกลาวถึงเพียงเล็กน้อย จะเห็นได้ว่าหลักสูตรในการเรียนการสอนวิชาเรขาคณิตในโรงเรียนนั้นสวนมาครอบคลุมถึงระดับ 3 คือ การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผนเท่านั้น

แวนฮิลี ได้ระบุสมบัติของพัฒนาการทางความคิดเรขาคณิตดังกล่าวไว้ดังนี้ (Crowley 1987 4, วรณวิภา สุทธเกียรติ 2542 22)

1 นักเรียนจะต้องผ่านระดับขั้นของความคิดจากระดับแรกไปสู่ระดับที่สูงกว่า โดยไม่มีการข้ามระดับ

2 การที่นักเรียนจะผ่านแต่ละระดับขั้นขึ้นอยู่กับเนื้อหาและวิธีสอนมากกว่าขึ้นอยู่กับอายุ ไม่มีวิธีสอนใดที่จะทำให้นักเรียนข้ามระดับได้ เช่น ข้ามจากระดับ 0 ไปเป็นระดับ 3 ไม่ได้

3 ลักษณะของสิ่งที่อยู่ในระดับหนึ่งจะกลายเป็นสิ่งที่ต้องศึกษาในระดับถัดไป เช่น ในระดับ 0 เพียงรู้จักรูป เมื่อถึงระดับ 1 จึงจะวิเคราะห์รูปและองค์ประกอบของรูป และค้นพบสมบัติต่าง ๆ

4 ในแต่ละระดับมีลักษณะเฉพาะของการนำไปใช้ และมีลักษณะของการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้อกับการนำไปใช้

5 ถ้าใช้การสอนของระดับที่สูงกว่าไปสอนนักเรียนที่อยู่ระดับต่ำกว่าแล้ว ความก้าวหน้าทางการเรียนของนักเรียนจะไม่เกิดขึ้น

ดังนั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีนั้นจะต้องผ่านไปทีละขั้นตอน โดยแต่ละขั้นตอนจะต้องเรียนรู้อย่างสมบูรณ์ จะข้ามขั้นตอนไม่ได้ (Crowley 1987 2-3) ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียน จึงมีความจำเป็นที่ครูจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี เพื่อช่วยในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตให้เหมาะสมกับความสามารถและพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียนต่อไป

การที่ครูเข้าใจเนื้อหาวิชาที่สอน รู้ว่าควรสอนเนื้อหาวิชานั้นอย่างไรจึงจะเหมาะสมกับระดับความคิดของนักเรียน รู้พัฒนาการของระดับขั้นความรู้ทางวิชาเรขาคณิตของนักเรียนจากระดับหนึ่งไปสู่ระดับหนึ่ง ช่วยให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตลอดจนประสบการณ์ให้สอดคล้องกับความสามารถและพัฒนาการทางด้านความรู้และสติปัญญาของนักเรียน ซึ่งจะมีผลให้นักเรียนสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตด้วยความเข้าใจมากกว่าการท่องจำเพียงอย่างเดียว

จะเห็นว่าหลักสูตรของวิชาเรขาคณิตนั้นครอบคลุมความสามารถของนักเรียนตั้งแต่ระดับ 0 ถึงระดับ 3 ซึ่งการพิสูจน์ทางเรขาคณิตนั้นต้องการความคิดตามระดับขั้นอย่างน้อยที่สุดคือระดับ 2

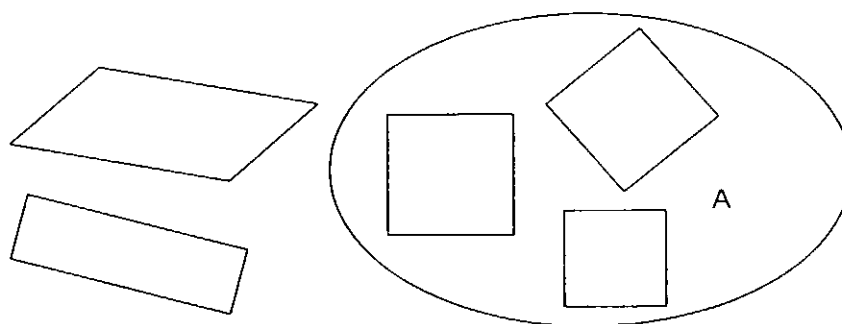
และพบว่า นักเรียนที่สามารถพิสูจน์ได้มีจำนวนน้อยกว่า 22% และนักเรียนส่วนมากไม่สามารถพัฒนาความสามารถของตนจนถึงระดับ 3 ของระดับของแวนฮิลล์ได้ (Senk 1989 309-321) ดังนั้น การสอนให้นักเรียนพัฒนาในแต่ละระดับขึ้นอย่างสมบูรณ์ มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาเรขาคณิตที่กำลังเรียนอยู่อย่างแจ่มแจ้ง ก็จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้จากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งอย่างชัดเจน ทำให้นักเรียนทุกคนสามารถพัฒนาความรู้ความสามารถของตนไปจนถึงระดับ 3 ซึ่งเป็นขั้นการพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ทางเรขาคณิตได้ถูกต้อง หรือพัฒนาต่อไปจนถึงระดับ 4 ซึ่งเป็นขั้นสูงสุดของการเรียนเรขาคณิต

ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในแต่ละระดับ

พฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 0 (Crowley 1987 16-23 , Fuys Geddes & Tischler 1988 56-71)

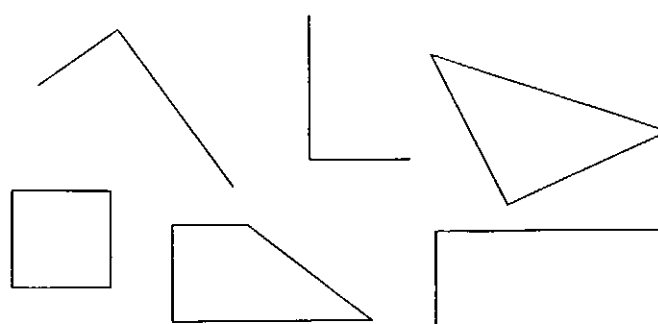
1 นักเรียนสามารถยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตโดยมองภาพรวม ๆ ตัวอย่างเช่น

1.1 เมื่อกำหนดรูปให้ นักเรียนสามารถระบุได้ว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังภาพประกอบ 3 จะได้ว่า เซต A แทนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



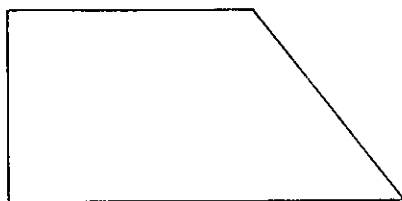
ภาพประกอบ 3 รูปกิจกรรมจัดกลุ่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

1.2 นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่าง ๆ จากรูปภาพหรือแผนภาพ



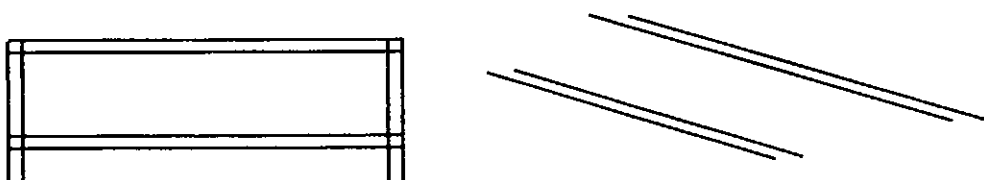
ภาพประกอบ 4 รูปมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยม

1 3 นักเรียนสามารถมองเห็นมุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังภาพประกอบ 5



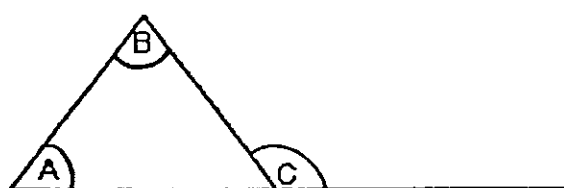
ภาพประกอบ 5 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

2 นักเรียนสามารถสร้างรูปหรือวาดรูปหรือตัดลอกรูปได้ เช่น สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เส้นขนาน โดยใช้ ดีสติกซ์ (D-stix) ดังภาพประกอบ 6 เป็นต้น



ภาพประกอบ 6 รูปแสดงการสร้างรูปโดยใช้ดีสติกซ์ (D-stix)

3 นักเรียนสามารถเรียกชื่อรูปโดยใช้คำศัพท์เฉพาะหรือศัพท์สามัญได้ เช่น เรียกชื่อมุม โดยใช้สี ฟ้า มุมแดง หรือใช้สัญลักษณ์ เช่น มุม A รวมกับ มุม B เท่ากับมุม C ดังภาพประกอบ 7

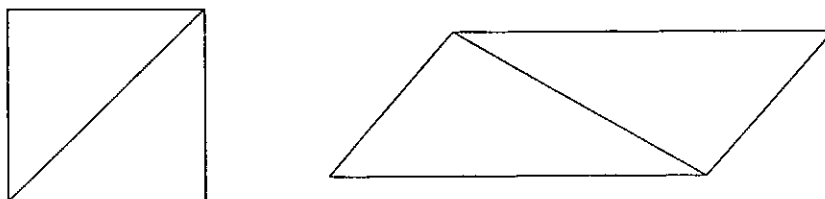


ภาพประกอบ 7 รูปแสดงการบอกสัญลักษณ์ของมุม

4 นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและจัดประเภทของรูปเรขาคณิตโดยใช้การมองภาพรวม ๆ เช่น ให้คำอธิบายความแตกต่างของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “รูปหนึ่งใหญ่กว่าอีกรูปหนึ่ง”

5 นักเรียนอธิบายรูปเรขาคณิตโดยใช้ถ้อยคำที่แสดงถึงภาพรวม ๆ ของรูป เช่น นักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “มองดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส”

6 นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่เคยพบโดยดูจากรูปมากกว่านำสมบัติของรูปไปใช้ เช่น การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริศนาแทนแกรม (Tangram puzzle) เช่น สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 2 ชิ้น ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 รูปการสร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากปริศนาแทนแกรม

7 นักเรียนสามารถระบุส่วนต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิต แต่ไม่สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบหรือสมบัติของรูปเรขาคณิต และนอกจากนี้ยังไม่สามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไป

พฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 1

1 นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน โดยการวัดขนาดของมุมและความยาวของด้านหรือใช้วิธีอื่น ๆ เป็นต้น

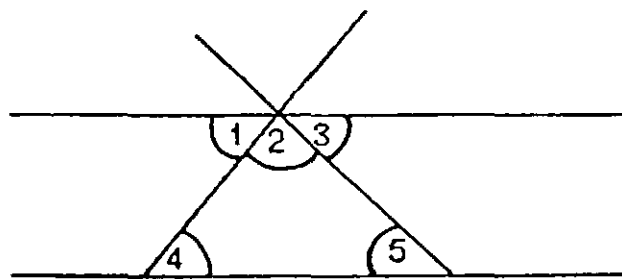
2 นักเรียนสามารถเรียกชื่อส่วนต่าง ๆ ของรูปได้ เช่น สามารถสังเกตเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านตรงข้ามขนานกัน และใช้วิธีตรวจสอบว่าด้านตรงข้ามจะไม่ตัดกัน และมีระยะเท่ากันเสมอ

3 นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมและด้านจากชิ้นส่วนต่าง ๆ ของรูป

4 นักเรียนสามารถจัดประเภทของรูปโดยการแยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างออกมาจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง เช่น สามารถแยกกรวยาวออกมาจากรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้

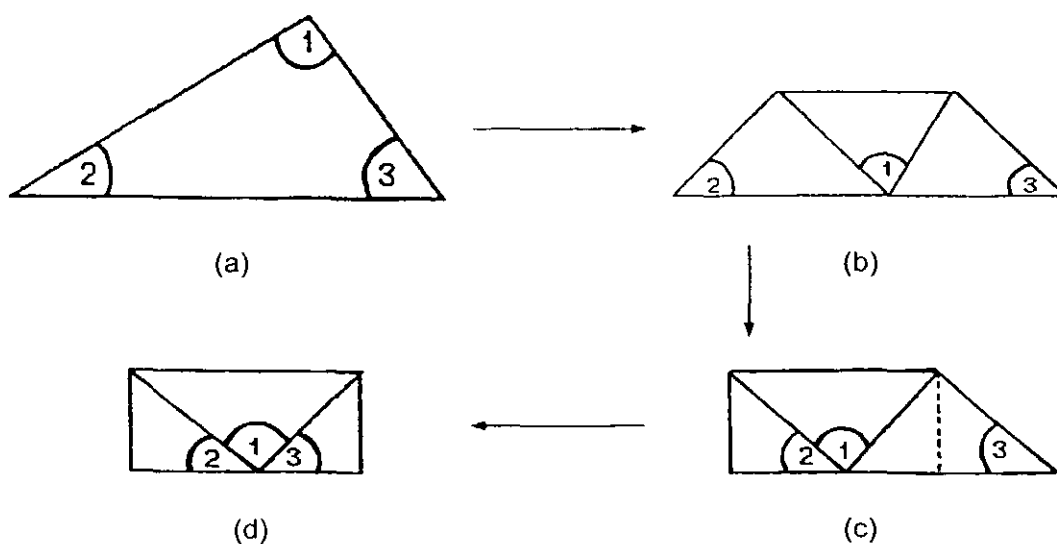
5 นักเรียนสามารถใช้สมบัติของรูปในการตีความและอธิบายลักษณะของรูปและนำสมบัติไปสร้างหรือวาดรูป เช่น นักเรียนรู้จักรูปสี่เหลี่ยมและนำสมบัติสองอย่างคือ “มี 4 ด้าน” และ “ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน” แต่ไม่ใช้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไปใช้เพื่อค้นหาว่ารูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่มีลักษณะดังกล่าว ซึ่งพบว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านยาวเท่ากันสี่ด้าน เป็นต้น

6 นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยการสรุปเป็นสมบัติทั่วไปได้ เช่น พบว่า เราสามารถหามุมสามมุมรวมกันเป็นมุมตรงและมุมทั้งสามเท่ากันทุกประการกับมุมสามมุมของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 รูปแสดงการอธิบายการหาผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

จากภาพประกอบ 9 จะได้ว่า $\hat{5} = \hat{3}$ และ $\hat{4} = \hat{1}$ ซึ่งสามารถแสดงได้โดยการเจาะ $\hat{5}$, $\hat{3}$, $\hat{1}$ และ $\hat{4}$ แล้วนำ $\hat{5}$ ไปแทนที่ $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ไปแทนที่ $\hat{1}$ จะได้ว่า $\hat{1}$, $\hat{2}$, และ $\hat{3}$ รวมกันเป็นมุมตรงจึงมีขนาดเท่ากับ 180° ดังนั้น $\hat{4}$, $\hat{2}$, และ $\hat{5}$ รวมกันได้ 180° นั่นคือมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°



ภาพประกอบ 10 รูปแสดงลำดับขั้นตอนในการพับกระดาษ

จากภาพประกอบ 10 เป็นการแสดงลำดับขั้นตอนในการพับกระดาษเพื่อแสดงว่าผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเป็น 180° มีลำดับขั้นดังนี้คือ ขั้นที่ 1 (รูป (a)) เป็นขั้นส่วนของรูปสามเหลี่ยม รูปหนึ่ง ขั้นที่ 2 (รูป (b)) แสดงการพับมุม 1 ให้มุมยอดอยู่บนด้านด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมและขั้นที่ 3 (รูป (c)) แสดงการพับมุม 2 มาบรรจบกับมุม 1 และให้มุมยอดอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ขั้นที่ 4 (รูป (d)) แสดงการพับมุม 3 ให้มุมยอดมาบรรจบกับมุม 1 และอยู่บนเส้นตรง

เดียวกับมุม 2 และมุม 1 ดังนั้นจะได้ว่ามุม 1, มุม 2 และมุม 3 รวมกันได้ 180° เพราะเป็นมุมประชิดบนเส้นตรงเดียวกัน ดังนั้นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180°

7 นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยใช้สมบัติของรูป เช่น อธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังนี้ มีด้าน 4 ด้าน มี 4 มุมฉาก ทุกด้านยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามขนานกัน

8 นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติของรูปที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน เช่น เมื่อรู้จักรูปาวแล้ว ต่อมาสามารถค้นพบและบอกสมบัติของรูปาวได้

9 นักเรียนแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น เมื่อทราบสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวด้านประกอบมุมฉากสามารถนำไปหาความยาวของเส้นทแยงมุมได้

10 นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของรูปได้ เช่น ไม่เข้าใจว่าถ้าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีความยาวเท่ากันแล้วจะทำให้ได้ขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากันด้วย

11 นักเรียนยังไม่สามารถสร้างและใช้บทนิยามอย่างเป็นแบบแผน เช่น ไม่สามารถบอกบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้

12 นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตได้ เช่น ไม่เข้าใจว่ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นต้น นักเรียนยังไม่เห็นความสำคัญของการพิสูจน์หรือไม่ใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งที ค้นพบ เช่น จากการวัด พบว่ามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180° องศา ก็ยังไม่เห็นความจำเป็นของการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อหาเหตุผลประกอบ

พฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 2

1 นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปเรขาคณิตและตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถเลือกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และทดสอบโดยการวาดรูปประกอบ

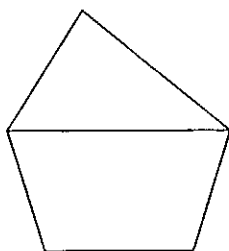
2 นักเรียนระบุสมบัติขั้นต่ำในการกำหนดลักษณะของรูป เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน เป็นต้น

3 สามารถสร้างบทนิยามและใช้บทนิยามในการจัดประเภทของรูป เช่น อธิบายว่าเหตุใดรูปสี่เหลี่ยมเหล่านี้นจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปาว

4 นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาผลสรุปโดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ เช่น ถ้า $\hat{A} = \hat{B}$ และ $\hat{C} = \hat{B}$ แล้ว $\hat{A} = \hat{C}$ (เพราะต่างเท่ากับ $\hat{B}$)

5 นักเรียนสามารถเรียงลำดับสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น

6 นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติใหม่ ๆ จากการนิรนัย เช่น พบว่า ผลบวกของมุมภายในรูปห้าเหลี่ยมเป็น 540 องศา จากการแบ่งมุมของรูปห้าเหลี่ยมเป็นมุมของรูปสามเหลี่ยมและมุมของรูปสี่เหลี่ยม ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 รูปห้าเหลี่ยม

จากภาพประกอบ 11 จะได้ว่า ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ 180° และผลบวกของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม เท่ากับ 360° ดังนั้น ผลบวกของมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยม เท่ากับ $180^\circ + 360^\circ = 540^\circ$

7 นักเรียนสามารถพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผนได้ เช่น สามารถพิสูจน์ว่า ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา แต่ผู้สอนต้องใช้คำถามนำทาง

8 นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลในการพิสูจน์มากกว่าหนึ่งแบบ

9 นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาอย่างเป็นแบบแผนได้

10 นักเรียนยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างประโยคเงื่อนไขและบทกลับได้

11 นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของเครือข่ายของทฤษฎีบทได้

พฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 3

1 นักเรียนเห็นความจำเป็นของ คำนิยาม บทนิยาม และสมมติฐานพื้นฐาน เช่น นักเรียนสามารถยกตัวอย่างสัจพจน์และทฤษฎีบททางเรขาคณิตระบบยูคลิดและอธิบายสิ่งที่เกี่ยวข้องได้

2 นักเรียนยอมรับคุณลักษณะของบทนิยามอย่างเป็นแบบแผน (เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ) เช่น นักเรียนบอกสมบัติที่เพียงพอสำหรับการให้นิยามรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและแสดงสมบัติอื่นจากสมบัติที่เพียงพอ ได้แก่ บอกว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอประการหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นต้น

3 นักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่อยู่ในระบบสัจพจน์ซึ่งนักเรียนในระดับ 2 ยังทำไม่ได้ เช่น สามารถพิสูจน์ได้ว่า ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180 องศา โดยใช้การพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน

4 พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทและข้อความที่เกี่ยวข้อง (บทกลับ ประพจน์แย้ง สลับที่) เช่น นักเรียนสามารถพิสูจน์ว่า ถ้าเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแล้ว มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากัน และถ้ามุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นต้น

พฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 4

- 1 นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีบทได้อย่างถูกต้องในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เช่น รากฐานเรขาคณิตของฮิลแบร์ต
- 2 นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ เช่น เรขาคณิตระบบยูคลิดและเรขาคณิตนอกระบบยูคลิด
- 3 นักเรียนยอมรับสัจพจน์ที่สอดคล้องกัน ความเป็นอิสระของสัจพจน์ และความสมมูลกันของสัจพจน์
- 4 สามารถคิดวิธีแก้ปัญหาที่เป็นกรณีทั่วไปได้
- 5 สามารถศึกษาได้อย่างลึกซึ้งเพื่อพัฒนาไปถึงวิธีการใหม่และวิธีทางตรรกศาสตร์

1.3 แนวการสอนเพื่อยกระดับการคิดทางเรขาคณิต

สำหรับระบบการเรียนการสอนทั้งเนื้อหาและสื่อที่ใช้เป็นสิ่งสำคัญสำหรับการสอน ไดนา แวน ฮิลลี (Crowley 1987 5, Fuys, Geddes & Tischler 1988 8) ได้พัฒนาวิธีสอนอย่างเป็นลำดับขั้นเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาระดับความคิดของตนเองให้มีความก้าวหน้าไปสู่ระดับที่สูงขึ้นที่อยู่ถัดไปที่ละระดับ ขั้นตอนในการสอนเพื่อยกระดับการคิดทางเรขาคณิตมี 5 ขั้นตอน ได้แก่ การสืบสวนสอบสวน/การแสวงหาความรู้ การทำกิจกรรมที่กำหนดทิศทาง การให้การอธิบาย การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง และการบูรณาการ

ตัวอย่างกิจกรรมการสอนเพื่อยกระดับการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน สำหรับนักเรียนที่มีระดับการคิดพื้นฐานอยู่ที่ระดับ 2 (ขั้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน) ตามระดับขั้นทั้ง 5 ขั้นให้ทำกิจกรรมดังนี้คือ

1 การสืบสวนสอบสวน/การแสวงหาความรู้

วัตถุประสงค์

ในขั้นนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนและให้นักเรียนเห็นแนวทางในการศึกษาเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนในขั้นตอนต่อไป

กิจกรรม

ครูนำรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ให้นักเรียนดู และให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่เหมือนกันและแตกต่างกัน แล้วตอบคำถามเพื่อโยงความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนกับรูปสี่เหลี่ยมชนิดอื่น ตัวอย่างคำถาม เช่น รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคืออะไร รูปเหล่านี้เหมือนกัน

อย่างไร แตกต่างกันอย่างไร นักเรียนคิดว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนได้หรือไม่ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้หรือไม่ เหตุใดจึงเป็นเช่นนั้น

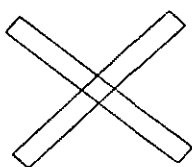
2 การทำกิจกรรมที่กำหนดทิศทาง

วัตถุประสงค์

เพื่อให้นักเรียนเรียนรู้คำศัพท์เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนในรูปแบบต่าง ๆ

กิจกรรม

1 ครูให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมโดยกำหนดให้มีเส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน โดยใช้กระดาษตะปูหรือคุ้ไข่แถบเรขาคณิตที่แสดงเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมที่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน มีลักษณะดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 ตัวอย่างกิจกรรมของการทำกิจกรรมที่กำหนดทิศทาง

แล้วให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมและค้นหาว่ามีรูปสี่เหลี่ยมประเภทใดบ้างที่มีเส้นทแยงมุมตั้งฉากกัน นักเรียนจะพบว่ามียี่รูปสี่เหลี่ยมอยู่สามชนิด คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่รูปที่มีด้านยาวเท่ากันทุกด้านคือ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2 ครูให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนให้มีขนาดของรูปเล็กใหญ่แตกต่างกัน เพื่อให้นักเรียนเห็นขนาดของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนไม่ใช่ตัวกำหนดสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนอาจจะมีความยาวแตกต่างกัน

3 ให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีมุมฉาก หนึ่งมุม สองมุม สามมุม สี่มุม เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าไม่มีรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีมุมฉากหนึ่งหรือสองมุมหรือสามมุม แต่จะมีรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีมุมฉากสี่มุม คือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส การมีมุมฉากสี่มุมจะเป็นตัวกำหนดสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังนั้นเส้นทแยงมุมที่ตั้งฉากกันจะเป็นตัวกำหนดว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และการมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากเป็นตัวกำหนดว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนนั้นจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนไม่ใช่ตัวกำหนดสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

4 ครูแนะนำสมบัติสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เช่น เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกันและตั้งฉากกัน ด้านตรงข้ามขนานกัน และด้านทุกด้านยาวเท่ากัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน เส้นทแยงมุมหนึ่งเส้นแบ่งรูปออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ เป็นต้น

3 การให้การอธิบาย

วัตถุประสงค์

เพื่อให้นักเรียนได้มีทักษะในการอธิบายโดยใช้ภาษาของตนเองและสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตัวเอง

กิจกรรม

ครูส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายและอภิปรายเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนจากการสังเกต การสำรวจ และการคิด โดยที่ครูจะช่วยกล่อมเกลாதำเนินภาษาให้มีความเหมาะสม นักเรียนเรียนรู้ศัพท์เทคนิคและแสดงแนวคิดเกี่ยวกับสมบัติรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเพิ่มเติมจากการทำกิจกรรม เช่น การพับกระดาษ การใช้แถบเรขาคณิต กระดาษตะปู การลากเส้นทแยงมุม การวัดมุม การใช้สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นต้น

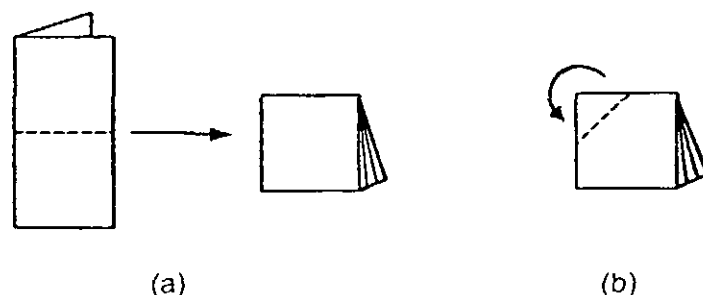
4 การทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

วัตถุประสงค์

เพื่อให้นักเรียนมีอิสระในการทำกิจกรรม ในการค้นหาวิธีแก้ปัญหาของตนเองและนำสิ่งที่รู้แล้วไปค้นหาสิ่งที่ยังไม่รู้

กิจกรรม

ให้นักเรียนพับกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป (a) แล้วให้นักเรียนใช้จินตนาการว่าเมื่อพับเสร็จแล้วถ้าใช้กรรไกรตัดมุมดังรูป (b) จะได้รูปชนิดใด



ภาพประกอบ 13 ตัวอย่างกิจกรรมของการทำกิจกรรมที่ไม่กำหนดทิศทาง

เมื่อนักเรียนบอกคำตอบแล้วจึงให้นักเรียนลงมือตัดกระดาษจริง ๆ เพื่อตรวจสอบว่าคำตอบที่คิดไว้เป็นจริงหรือไม่ โดยให้นักเรียนตัดเป็นมุมขนาดต่าง ๆ แล้วอภิปรายถึงรูปที่ได้ และอภิปรายเกี่ยวกับมุมที่เกิดจากเส้นทแยงมุมตัดกัน เพื่อโยงไปสู่สมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนซึ่งตั้งฉากซึ่งกันและกัน นอกจากนี้ให้นักเรียนอภิปรายว่าเหตุใดพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนจึงเท่ากับครึ่งหนึ่งของผลคูณของเส้นทแยงมุม

5 การบูรณาการ

วัตถุประสงค์

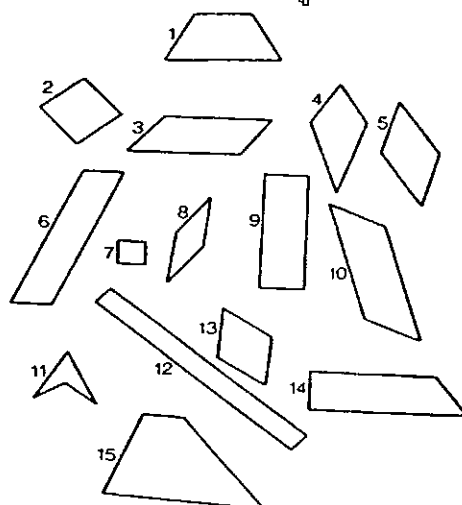
เพื่อตรวจสอบความนักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนและสามารถนำสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมาใช้ได้หรือไม่ มากน้อยเพียงไร

กิจกรรม

ให้นักเรียนสรุปเกี่ยวกับสมบัติทั้งหมดของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

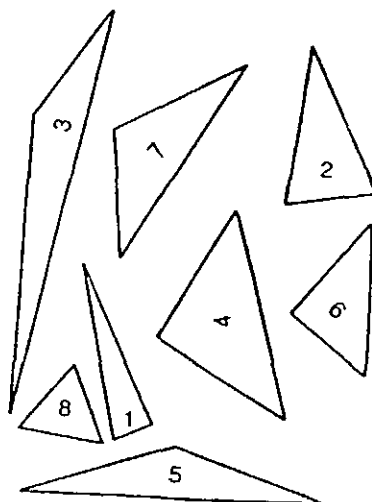
เมื่อสิ้นสุดในขั้นตอนที่ 5 นักเรียนจะก้าวไปสู่ระดับการคิดใหม่ (ระดับ 3 ขั้นการพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน) ความคิดใหม่จะไปแทนที่ความคิดเก่าและพร้อมที่จะเรียนรู้ในระดับต่อไปนี้

การประเมินระดับของแวนฮิลีทำได้โดยการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนจากการทำกิจกรรมทางเรขาคณิตในเรื่องที่เกี่ยวข้อง (Teppo 1991 217) สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกาได้เสนอแนะไว้ในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียนไว้ว่าครูสามารถทำการประเมินเชิงวิจักษ์ได้ โดยการสังเกต การถามปากเปล่า การให้นักเรียนอธิบายคำตอบของตนเองเพื่อวัดความเหมาะสมของภาษาที่นักเรียนใช้ และระดับพัฒนาการของมโนทัศน์ ตัวอย่างกิจกรรมที่ใช้สำหรับวิจักษ์เพื่อระดับการคิดของนักเรียนในระดับ 0-2 (Burger & Shaughnessy 1986 31-47) โดยการแจกชิ้นส่วนของรูปสี่เหลี่ยมดังภาพประกอบ 14 แล้วให้นักเรียนระบุรูปที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล หรือจัดประเภทของรูปสามเหลี่ยมพร้อมอธิบายเหตุผล ดังภาพประกอบ 15 การจัดระดับการคิดทำได้โดยการวิเคราะห์จากคำตอบของนักเรียน ตัวอย่างเช่น ถ้านักเรียนไม่สามารถระบุรูปสี่เหลี่ยม (ภาพประกอบ 14) หรือไม่สามรถจัดประเภทของรูปสามเหลี่ยม (ภาพประกอบ 15) แสดงวาระดับการคิดยังไม่ถึงระดับ 0 แต่ถ้าสามารถทำกิจกรรมนี้ได้แต่อธิบายเหตุผลไม่ได้ แสดงวาระดับการคิดอยู่ที่ระดับ 0 แต่ถ้าอธิบายเหตุผลได้ด้วยแสดงวาระดับการคิดอยู่ที่ระดับ 1 และถ้าสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมหรือรูปสามเหลี่ยมมาจัดประเภทเป็นหมวดหมู่ตามสมบัติที่เหมือนกัน แสดงวาระดับการคิดอยู่ที่ระดับ 2 เป็นต้น



ภาพประกอบ 14 กิจกรรมระบุรูปสี่เหลี่ยม

(Burger & Shaughnessy 1986 35)



ภาพประกอบ 15 กิจกรรมการจัดประเภทรูปสามเหลี่ยม
(Burger & Shaughnessy 1986 35)

1.4 โครงการวิจัยระดับชั้นความคิดของนักเรียนเทียบกับระดับชั้นของแวนฮิลลี

ในสหรัฐอเมริกาได้มีโครงการวิจัยอย่างน้อย 3 โครงการ คือ โครงการออเรกอน (Oregon) โครงการบรูคลิน (Brooklyn) และโครงการชิคาโก (Chicago) เพื่อศึกษาระดับชั้นความคิดของนักเรียนเทียบกับระดับชั้นของแวนฮิลลี อันจะนำไปสู่ความเข้าใจในการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนการสอนวิชาเรขาคณิตให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โครงการดังกล่าวมีดังนี้

1 โครงการออเรกอน (Burger & Shaughnessy 1986 31-47) เป็นการศึกษาในระดับชั้นความสามารถในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาถึงชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายเทียบกับระดับชั้นการเรียนรู้ของแวนฮิลลี โดยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนแต่ละคนและให้นักเรียนอธิบายพร้อมทั้งให้เหตุผลในการแก้โจทย์เรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่านักเรียนสามารถอธิบายได้ตามระดับ 0 ถึงระดับ 2 แต่นักเรียนส่วนมากไม่มีความสามารถในระดับ 3

2 โครงการบรูคลิน (Fuys, Geddes & Tischler 1984 119-121) เป็นการศึกษาวิเคราะห์ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตของนักเรียนแต่ละคนในเกรด 6 ถึง เกรด 9 เพื่อเทียบกับระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วยคำถามเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมต่าง ๆ ผลบวกของมุมภายนอกและมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ และการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความสามารถทางเรขาคณิตในระดับ 0 ถึงระดับ 1 และมีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่มีการพัฒนาความสามารถถึงระดับ 2

3 โครงการชิคาโก (Teppo 1991 215-216 , citing Usiskin 1982) เป็นการศึกษาความสามารถของนักเรียนตามระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี เพื่อช่วยในการอธิบายและทำนายผลการเรียนวิชาเรขาคณิตของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษา ในการวิจัยครั้งนี้

นักเรียนจำนวน 2 699 คน ได้ทำแบบทดสอบ 4 ชุด ผลการวิจัยพบวาระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีสามารถใช้อธิบายความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาเรขาคณิตได้

โครงการวิจัยทั้งสามได้เสนอปัญหาที่พบในการเรียนการสอนวิชาเรขาคณิตดังตัวอย่างต่อไปนี้

1 นักเรียนคุ้นเคยกับคำศัพท์ในวิชาเรขาคณิต เช่นคำว่า รูปสามเหลี่ยม แต่นักเรียนเข้าใจผิดว่ารูปสามเหลี่ยมคือรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าเท่านั้น

2 นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่ารูปที่มองเห็นนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมถ้าด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมนั้นไม่ขนานกับเส้นบรรทัดหรือรอยเส้นบรรทัดในหน้ากระดาษแผ่นนั้น

3 นักเรียนมักเข้าใจผิดคิดวรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่มีด้านสี่ด้านจะต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเสมอ

4 นักเรียนมีความเข้าใจผิดคิดวรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่มีเส้นรอบรูปยาวเท่ากันจะมีพื้นที่เท่ากันเสมอ

ผลจากงานวิจัยสรุปได้ว่า การที่นักเรียนมีปัญหาในการเรียนวิชาเรขาคณิตนั้นเนื่องมาจากการที่นักเรียนไม่มีการพัฒนาในแต่ละระดับชั้นของแวนฮิลีอย่างสมบูรณ์ จึงอาจกล่าวได้ว่าถ้า นักเรียนสองคนมีความสามารถในแต่ละระดับที่แตกต่างกัน ก็ยากที่จะเข้าใจบทเรียนนั้นเหมือนกัน

ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูผู้สอนจะต้องเข้าใจระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับการพัฒนาในแต่ละชั้น ให้ความสำคัญในการเรียนการสอนในแต่ละชั้นอย่างเพียงพอ ใช้คำถามในการส่งเสริมให้นักเรียนสังเกต อภิปราย เพื่อให้นักเรียนจะได้มีประสบการณ์และพัฒนาความรู้ในแต่ละชั้นอย่างกว้างขวาง ไม่ใช่การเรียนโดยท่องจำเท่านั้น

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิตของแวนฮิลี

แสง (Senk 1983 417-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระดับชั้นของแวนฮิลี กับผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์เรขาคณิตและเนื้อหาเรขาคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 241 คน ที่ได้ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตหนึ่งปีเต็ม โดยได้ทำการวัดระดับการคิดและความรู้เรขาคณิตตามระดับชั้นของแวนฮิลีของนักเรียนก่อน เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนจึงทำการทดสอบผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์ ทดสอบผลสัมฤทธิ์ด้านเนื้อหาเรขาคณิต และทำการวัดระดับการคิดและความรู้เรขาคณิตตามระดับชั้นของแวนฮิลีอีกครั้ง ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์มีความสัมพันธ์กับระดับการคิดและความรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีทั้งก่อนและหลังการทดลอง และผลสัมฤทธิ์ในการเขียนพิสูจน์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ด้านเนื้อหาเรขาคณิตด้วย

ซูน (Soon 1989 online) ได้ศึกษาระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์กับเรขาคณิตการแปลง โดยนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนเรขาคณิตการแปลง ประกอบด้วย การสะท้อน การหมุน การเลื่อนขนาน และการย่อขยาย โดยเพิ่มระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์เข้าในแบบเรียน ซึ่งจะเป็นการจัดการเรียนเรขาคณิตการแปลงตามระดับชั้นของแวนฮิลส์ ผลการวิจัยพบว่า เปอร์เซนต์ของระดับการเรียนรู้ของแวนฮิลส์ มีดังนี้ ระดับพื้นฐานหรือระดับ 0 มี 42.5% ระดับ 1 มี 36.25% ระดับ 2 มี 12.5% และระดับ 3 มี 6.25% และจากการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนแสดงให้เห็นว่า

1 นักเรียนไม่เข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับการย่อขยาย ซึ่งการย่อขยายมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนต่ำที่สุด

2 นักเรียนมองการแปลงเป็นการเคลื่อนที่ก่อนที่จะเข้าใจคุณสมบัติของการแปลง

3 นักเรียนขาดความถูกต้องเกี่ยวกับคำศัพท์ในเรื่องของการแปลง

4 นักเรียนไม่เข้าใจความสัมพันธ์ของรูปที่เกิดจากการแปลง

5 นักเรียนแสดงวิธีทำโดยอ้างเหตุผลจากครูหรือในแบบเรียนเท่านั้น

6 การพิสูจน์จะใช้เฉพาะตัวอย่างที่เจาะจงเท่านั้น ไม่มีความหลากหลาย

แมคเคลนดอน (McClendon 1990 online) ได้ศึกษาพื้นฐานความรู้ความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตตามระดับชั้นของแวนฮิลส์ของครูที่สอนเรขาคณิต โดยกิจกรรมที่ใช้กับครูเป็นกิจกรรมที่จัดตามระดับชั้นของแวนฮิลส์ เพื่อศึกษาความสัมพันธ์ของระดับชั้นของแวนฮิลส์กับเจตคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า ระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตและเจตคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตก่อนและหลังการทดลองแตกต่างกัน และความสัมพันธ์ของระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตและเจตคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตมีความสัมพันธ์กันในทางบวก กล่าวคือ เมื่อระดับการเรียนรู้เรขาคณิตเพิ่มขึ้น เจตคติที่มีต่อวิชาเรขาคณิตก็จะเพิ่มขึ้นด้วย

ทอมสัน (Thompson 1993 2724-A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการใช้การสอน 3 แบบ โดยศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ความคงทน และเจตคติเกี่ยวกับเรขาคณิตของนักเรียนที่เรียนวิชาเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

กลุ่มที่ 1 เรียนโดยใช้การสอนแบบร่วมมือในกลุ่มขนาดเล็กพร้อมจัดกิจกรรมตามระดับชั้นของแวนฮิลส์ ที่ใช้กระดานและดินสอ

กลุ่มที่ 2 เรียนโดยใช้การสอนแบบร่วมมือในกลุ่มขนาดเล็กที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ พร้อมจัดกิจกรรมตามระดับชั้นของแวนฮิลส์

กลุ่มที่ 3 เรียนโดยใช้การสอนแบบปกติในกลุ่มขนาดใหญ่ และใช้กิจกรรมตามหนังสือเรียน

ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 สูงกว่ากลุ่มที่ 3 ในด้านความคงทนพบว่ากลุ่มที่ 1 มีความคงทนสูงกว่ากลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 ส่วนในด้านเจตคติพบว่า ทั้งสามกลุ่มไม่แตกต่างกัน

สวาฟฟอร์ด โจนส์ และ ธอร์นตัน (Swaford, Jones & Thornton 1997 467-483) ได้ทำการวิจัยเรื่องการเพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตและการปฏิบัติเกี่ยวกับการสอนเรขาคณิต เป็นการสำรวจผลกระทบของการสอนเพื่อยกระดับความรู้ทางเรขาคณิตของครู และงานวิจัยของครู เกี่ยวกับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน ซึ่งมีครูจำนวน 8 คนที่เข้าร่วม โดยใช้เวลา 4 สัปดาห์ โปรแกรมนี้ประกอบด้วย เนื้อหาและการเรียนรู้เรขาคณิตตามระดับชั้นของแวนฮิลี และการสัมมนาเกี่ยวกับงานวิจัยที่อยู่บนพื้นฐานทฤษฎีของแวนฮิลี ผลของการทดสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองแสดงให้เห็นถึงความก้าวหน้าเกี่ยวกับการสอนเรขาคณิตของครู ที่ระดับนัยสำคัญ 01 และผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนเป้าหมายและสิ่งที่คาดหวังในระดับของแวนฮิลีในชั้นที่สูงขึ้นไป การหาข้อมูลเพิ่มเติมจากการสังเกตครูจำนวน 8 คน พบว่าความคิดและลักษณะการแสดงออกของครูมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเห็นได้ชัดเจน

ลอว์รี (Lawrie 1998 online) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการสำรวจแบบประเมินผลของนักเรียน โดยใช้ระดับชั้นความเข้าใจในเรขาคณิตของแวนฮิลี เป็นการสำรวจปัญหาเกี่ยวกับการออกแบบประเมินผลที่เหมาะสมและจุดเด่นของวิธีประเมินผลความเข้าใจของนักเรียนที่แตกต่างกันภายใต้ทฤษฎีการเรียนรู้ของแวนฮิลี และศึกษาระดับชั้นของแวนฮิลีของนักเรียนจากแบบประเมินผลที่ได้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้พัฒนามาจากแบบประเมินผลของ Mayberry การดำเนินการในครั้งนี้เป็นการสัมภาษณ์นักเรียนจำนวน 60 คน โดยอาสาสมัครซึ่งเป็นครูฝึกสอนในระดับชั้นประถมศึกษา โดยทำการทดสอบสองครั้ง ในครั้งแรกนั้นคำตอบของนักเรียนได้ถูกนำไปใช้เพื่อออกแบบปัญหาในแบบประเมินผลฉบับเดิม และนำมาแก้ไขปรับปรุง สุดท้ายนำแบบประเมินผลของ Mayberry ที่ได้รับการแก้ไขแล้วมาเปรียบเทียบกับแบบประเมินผลของ Gutierrez, Jaime and Fortuny แล้วนำไปทดสอบ พบว่าความสามารถทางเรขาคณิตสูงสุดของนักเรียนอยู่ในระดับชั้น 2 เมื่อเทียบกับระดับชั้นของแวนฮิลี

2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต

2.1 ความรู้เกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิต

ในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญที่เลือกสรรวิธีการสอนและการจัดลำดับขั้นการสอนเนื้อหาสาระที่สอดคล้องกับระดับของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีความรู้ความเข้าใจเนื้อหาสาระเหล่านั้นได้อย่างถูกต้อง และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาเรขาคณิต ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ครูต้องมีความรู้เกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิต ซึ่งที่สำคัญกล่าวไว้ดังนี้

มานะ เอกจริยวงศ์ (2537 1-5) ได้กล่าวถึง จุดมุ่งหมายของการสอนเรขาคณิตในโรงเรียนว่าเรขาคณิตเป็นวิชาที่เรียนรู้โดยผ่านทาง การมองเห็น (Visual Subject) ดังนั้นการสอนเรขาคณิตควรมีจุดมุ่งหมายดังต่อไปนี้

1 เพื่อให้ตระหนักถึงคุณค่าของเรขาคณิตว่ามีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตในโลกที่เป็นจริง

2 เพื่อท้าทายความคิด ปลุกฝังความสามารถเชิงปริภูมิ และพัฒนาแบบความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Cast of Mind) ในส่วนที่เป็นแบบความคิดที่เกิดจากการใช้ภาพ และความสามารถในการคิดเชิงนามธรรม โดยอาศัยองค์ประกอบด้านภาษาเพื่อการใช้เหตุผล (Verbal-Logical)

3 เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ มองเห็นความหมายและความสำคัญของการพิสูจน์

4 เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางเรขาคณิตกับคณิตศาสตร์แขนงอื่น ๆ อันเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 272) กล่าวว่าการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับชั้นต่าง ๆ ก็เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้และนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับศิลปะ สามารถอธิบายสิ่งแวดล้อมที่นักเรียนพบเห็นในชีวิตประจำวัน มีความเข้าใจและซาบซึ้งในวิชาเรขาคณิต ตลอดจนการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาและการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นสูงต่อไป ในชั้นประถมศึกษาให้นักเรียนควรได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยใช้สื่อรูปธรรม เช่น การตัดกระดาษเป็นรูปต่าง ๆ การสร้างรูปเรขาคณิตบนกระดาษตะปูล การพับกระดาษให้เป็นรูปเรขาคณิต การใช้กระจกเงาให้เกิดภาพสะท้อนในการเรียนเรื่องการสมมาตร

โกมล ไพศาล (2540 : 22) ได้เสนอแนะว่าการเรียนการสอนเรขาคณิตควรดำเนินการดังนี้

- 1 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
- 2 ทบทวนความรู้ที่เป็นพื้นฐานของสิ่งที่จะเรียนต่อไป
- 3 การจัดกิจกรรมที่นักเรียนต้องศึกษาโดยการสังเกต และการสำรวจ เพื่อให้เห็นแนวทางในการสรุปมโนมติหรือแก้ปัญหาโจทย์

4 การสอนบทนิยาม ทฤษฎีบท และบทสร้าง ควรให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม เช่น ใช้วิธีการถามตอบ ใช้อุปกรณ์การสอนสำเร็จรูปและการเขียนรูปในแต่ละขั้นตอนจนกระทั่งได้ข้อสรุปที่ต้องการ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2541 : 65-68) กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต ควรเอื้อต่อการค้นพบ เพื่อเสริมสร้างความรู้ ความเข้าใจ และเพื่อให้เกิดมโนมติต่าง ๆ ทางเรขาคณิต กิจกรรมต่าง ๆ ควรท้าทาย น่าสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองปฏิบัติ สังเกต สัมผัส สำรวจ วิพากษ์วิจารณ์ พูดยุติ คิด แก้ปัญหา และแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมเรขาคณิตเพื่อให้เกิดวิสัยทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงปริภูมิ ตลอดจนการสร้างเจตคติที่ดี และการให้นักเรียนเห็นถึงความงดงามของเรขาคณิตกับศิลปะเป็นสิ่งที่ควรตระหนักด้วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิต

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542 : 27) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตต้องอาศัยบทบาทของครูในการกำหนดกิจกรรม การวางขั้นตอนที่เหมาะสม รวมทั้งบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และให้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเพื่อค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ซึ่งเป็นสิ่ง

ท้าทายความสามารถ ความอยากรู้อยากเห็นตามลักษณะของวัยของนักเรียน เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และยังส่งผลให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีจินตนาการพร้อมที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ

สมเดช บุญประจักษ์ (สสวท 2544ข 2) กล่าวว่า เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเรขาคณิต สามารถใช้ความรู้และเชื่อมโยงความรู้เรขาคณิตกับความรู้แขนงอื่น ๆ ได้ ผู้เรียนจะต้องได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ โดยเริ่มจากกิจกรรมง่าย ๆ ไปสู่สถานการณ์ปัญหาที่ท้าทาย ผู้เรียนจะต้องทำการสืบค้น ทดลองและสำรวจสิ่งที่อยู่รอบตัว เช่น ฝึกการมองภาพ สร้างภาพ และเปรียบเทียบรูปร่างในตำแหน่งต่าง ๆ กัน

สิธุ (Sidhu 1981 291) ได้ให้ข้อคิดในการสอนเรขาคณิตว่าในการเริ่มต้นเรียนเรขาคณิต ถ้าผู้เรียนสามารถใช้ตรรกศาสตร์ได้ ครูผู้สอนก็อย่าไปขัดขวาง ในความเป็นจริงแล้วผู้เรียนสามารถเริ่มใช้เหตุผลตั้งแต่วัยเด็ก ผู้เรียนสามารถมองเห็นการเชื่อมโยงระหว่างข้อเท็จจริงโดยใช้ตรรกศาสตร์ ครูผู้สอนก็ควรสนับสนุนแต่ต้องไม่ลืมว่าเป้าหมายหลักในการเรียนเรขาคณิตก็คือ เพื่อเก็บรวบรวมข้อความเป็นข้อเท็จจริง ถ้าผู้เรียนคนใดไม่สามารถตอบสนองทางตรรกศาสตร์เป็นที่พอใจก็ไม่ต้องเร่งรีบหรือกังวลเกี่ยวกับเรื่องนั้น

นอกจากนั้นสิธุยังได้แนะนำการสอนเรขาคณิตดังนี้

- 1 งานที่ให้ผู้เรียนฝึกทำ ควรได้สัดส่วนและชัดเจน
- 2 ครูควรให้ผู้เรียนสังเกตสิ่งต่าง ๆ ด้วยตัวเอง โดยการทดลองวัดจริงหรือประสบการณ์
- 3 กระดานดำที่ใช้ควรได้สัดส่วน สะอาดและถูกต้องเพื่อหลีกเลี่ยงความสงสัยและความเข้าใจผิดของผู้เรียน ขณะเดียวกันครูควรใช้ภาษาที่ถูกต้องชัดเจน และใช้ชอล์กสีเพื่อเน้นรายละเอียดที่สำคัญ
- 4 การให้แบบฝึกหัดผู้เรียน ไม่ควรทิ้งค้างไว้เพื่อให้ทำตอนท้ายของภาคเรียน แต่ควรจะให้ทำพร้อมกับทฤษฎีบทนั้น
- 5 ควรฝึกผู้เรียนให้เขียนรูปจากทฤษฎีบทและแบบฝึกหัดที่เห็นสมควรแล้วแต่กรณี
- 6 ครูควรมีการทบทวน โดยการถามผู้เรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่ได้เรียนผ่านมาแล้วเท่าที่สามารถทำได้
- 7 ศัพท์ทางเรขาคณิต ครูผู้สอนต้องนำมาใช้ให้ถูกต้อง
- 8 ครูผู้สอนควรสนับสนุนผู้เรียนให้แสดงเนื้อหาสาระ โดยการเขียนรูป การสร้างและถ้อยคำเท่าที่เป็นไปได้
- 9 ครูผู้สอนควรให้ผู้เรียนสรุปผลลัพธ์สุดท้ายด้วยตนเอง

นิเวน (Niven 1987 37) ได้ให้ข้อเสนอแนะของการนำเรขาคณิตเข้ามาสอนในระดับมัธยมศึกษาไว้ 9 ประการ ดังต่อไปนี้

- 1 สอนเรขาคณิตเบื้องต้นในแบบเดียวกับการสอนพีชคณิตเบื้องต้นและแคลคูลัสเบื้องต้น โดยไม่เน้นในสิ่งที่เกินความจำเป็นหรือกฎเกณฑ์ที่เข้มงวดก่อน

2 ในการเขียนหนังสือหรือบทเรียนควรเขียนถึงแก่นของเรขาคณิตให้เร็วที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้

3 ใช้วิธีการของพีชคณิตและเรขาคณิตวิเคราะห์ เช่นเดียวกับวิธีการของยูคลิด

4 ใช้รูปหรือแผนผังในการอธิบายโดยเฉพาะอย่างยิ่งในการพิสูจน์

5 นำเรขาคณิตไปสัมพันธ์กับการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปรากฏการณ์ในชีวิต

จริง

6 ลดการใช้คำที่เป็นย่อหลักเลี่ยงการให้รายละเอียดกับสิ่งที่เห็นได้ชัดว่าจริง

7 เลื่อนหรือเลื่อนการพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ยากไปก่อน

8 หนังสือหรือบทเรียนควรมีปัญหาที่มีความยากปานกลางจำนวนมากให้นักเรียนได้ฝึก

9 บอกให้นักเรียนทราบถึงเรื่องราวทั้งหมดของการแบ่งมุมใด ๆ ออกเป็นสามส่วน

จากการศึกษาเอกสารดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยพบว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตควรดำเนินการดังนี้

1 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน

2 ทบทวนความรู้ที่เป็นพื้นฐานของสิ่งที่จะเรียนต่อไป

3 จัดกิจกรรมที่นักเรียนต้องศึกษาโดยการสังเกตและสำรวจ เพื่อให้เห็นแนวทางในการสรุปโน้มนมติหรือแก้ปัญหาโจทย์

4 การสอนบทนิยาม ทฤษฎีบท และบทสร้างควรให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วม เช่น ใช้วิธีการถามตอบ ใช้อุปกรณ์การสอนสำเร็จรูป และการเขียนรูปในแต่ละขั้นตอน จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่ต้องการ

5 การสอนแบบเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นการศึกษาในลักษณะค้นพบด้วยตนเอง ให้ผู้เรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่ผู้เรียนเห็นว่าสำคัญ

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต

งานวิจัยในประเทศ

กรองทิพย์ พงษ์ลิขศรี (2535 : 38-40) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสอนการพิสูจน์เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาและนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ

นวลศรี ชำนาญกิจ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์ในทัศนทางเรขาคณิตสำหรับนักศึกษาครู ตัวแบบที่ผู้วิจัยพัฒนานั้นได้ดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ การสร้างตัวแบบ การตรวจสอบตัวแบบฉบับร่างโดยผู้เชี่ยวชาญ

การปรับปรุงตัวแบบตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ การทดลองใช้ตัวแบบและปรับปรุงแก้ไขตัวแบบ ผลการวิจัยปรากฏว่า ผู้เชี่ยวชาญมีความคิดเห็นว่าตัวแบบมีความเหมาะสม และผลการทดลองใช้ตัวแบบปรากฏว่าตัวแบบมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

เชวงศักดิ์ ช้อนบุญ (2546 70-74) ได้ทำการวิจัยเรื่อง บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กิจกรรม คิด-จับคู่-เลาสู้กันฟัง ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กิจกรรม คิด-จับคู่-เลาสู้กันฟัง สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมของผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย โดยใช้กิจกรรม คิด-จับคู่-เลาสู้กันฟัง สูงกว่าผู้เรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01 และผู้เรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังจากเรียนบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย โดยใช้กิจกรรม คิด-จับคู่-เลาสู้กันฟัง ดีกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01

บุษบา โคตพันธ์ (2546 34-37) ได้ทำการวิจัยเรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตเรื่องรูปสี่เหลี่ยม รูปทรงและปริมาตร ที่เน้นความรู้สึกร่วมกันเชิงปริภูมิ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาความรู้สึกร่วมกันเชิงปริภูมิ ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่องรูปสี่เหลี่ยม รูปทรงและปริมาตร และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความรู้สึกร่วมกันเชิงปริภูมิและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า คะแนนความรู้สึกร่วมกันเชิงปริภูมิหลังการทดลองสูงกว่าคะแนนความรู้สึกร่วมกันเชิงปริภูมิก่อนการทดลอง ที่ระดับนัยสำคัญ 01 และนักเรียนสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องรูปสี่เหลี่ยม รูปทรงและปริมาตร มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 01 และความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนความรู้สึกร่วมกันเชิงปริภูมิและคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเป็นไปในทางเดียวกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 01

วลีพร เดชเดชา (2547 35-40) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์มโนทัศน์ทางเรขาคณิตทุกเนื้อหาวิชา ที่ระดับนัยสำคัญ 01

งานวิจัยต่างประเทศ

จอง (Jeon 1988 1410-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนเกาหลีระดับมัธยมศึกษา โดยเน้นการวิเคราะห์การพิสูจน์และการถ้อยความรู้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 ผลการวิจัยพบว่า

- 1 ความยากของปัญหาเรขาคณิตเป็นผลจากเงื่อนไขที่ให้อำนาจในโจทย์ปัญหา

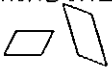
2 การเสนอปัญหาโดยการเขียนรูปและมีสัญลักษณ์ให้ จะทำให้นักเรียนเก่งและประสบความสำเร็จมากกว่าการนำเสนอปัญหาแบบอื่น

3 นักเรียนส่วนมากยกเว้นนักเรียนเก่งบางคน ไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้

4 นักเรียนพิสูจน์ปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้ายได้น้อยกว่าปัญหาเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการ

5 ปัญหาที่ต้องใช้เส้นช่วยในการพิสูจน์ (Auxiliary lines) จะยากกว่าปัญหาที่ไม่ใช้เส้นช่วยในการพิสูจน์

6 ความสำเร็จของการแก้ปัญหาส่วนมากขึ้นอยู่กับความรู้พื้นฐานมากกว่าการเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา

คลีเมนต์และซารามา (Clements & Sarama 2000 482-488) ได้ศึกษาความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต โดยการสัมภาษณ์นักเรียนอายุ 3-6 ปี จำนวน 128 คน พบว่าส่วนใหญ่ยังมีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิต เช่น เข้าใจว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่อยู่ในลักษณะยาว เช่น  เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือนักเรียนเข้าใจว่ารูปสามเหลี่ยมคือรูปที่มีด้านสามด้านหรือจุดสามจุด พวกเขาไม่เข้าใจถ้าบอกว่ารูปสามเหลี่ยมคือรูปที่มีมุมสามมุม นอกจากนี้คลีเมนต์และซารามาได้เสนอแนะกิจกรรมเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดที่แท้จริงของรูปเรขาคณิต เช่น ในระดับเบื้องต้นให้บอกรูปเรขาคณิตที่พบในห้องเรียน โรงเรียนและชุมชน จัดรูปเรขาคณิตเป็นพวก และบอกเกณฑ์ที่ใช้ในการจัด ลอกและสร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้แบบรูปได้ และในระดับการมองภาพให้นักเรียนบอกได้ว่าทำไมรูปที่กำหนดให้เป็นหรือไม่เป็นรูปเรขาคณิต หรือให้พับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนเพื่อหาเส้นสมมาตรและให้เห็นถึงความเท่ากันของความยาวด้านหรือขนาดของมุม เป็นต้น

ทั้งนี้ การเรียนการสอนเรขาคณิตยังต้องอาศัยบทบาทของครูในการกำหนดกิจกรรมการวางขั้นตอนที่เหมาะสม รวมทั้งบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะเรียนรู้สิ่งต่างๆ และให้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองเพื่อค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ซึ่งเป็นสิ่งท้าทายความสามารถ ความอยากรู้อยากเห็นตามลักษณะของวัยของนักเรียน เพื่อทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น และยังส่งผลให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีจินตนาการพร้อมที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ

3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน

3.1 ความหมายของชุดการเรียนการสอน

ชุดการสอนหรือชุดการเรียน มาจากคำว่า Instructional Package หรือ Learning Package เดิมทีเดิมมักใช้คำว่า ชุดการสอน เพราะเป็นสื่อที่ครูนำมาใช้ประกอบการสอน แต่ต่อมาแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางได้เข้ามามีบทบาทมากขึ้น จึงมีผู้เรียกชุดการสอน เป็นชุดการเรียน ชุดการเรียนการสอน หรือชุดกิจกรรม เพราะการเรียนรู้เป็นกิจกรรม

ของนักเรียน และการสอนเป็นกิจกรรมของครู การเรียนการสอนของครูกับนักเรียนจะต้องเกิดคู่กัน ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้คำว่า ชุดการเรียน ในการวิจัย

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของชุดการเรียนไว้ต่าง ๆ กันดังต่อไปนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) กล่าวว่า ชุดการเรียนเป็นระบบการผลิตและการนำเสนอการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการเรียนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อความเร้าความสนใจ ในขณะที่อีกอย่างใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหา และอีกอย่างอาจใช้เพื่อก่อให้เกิดการเสาะแสวงหาอันนำไปสู่ความเข้าใจลึกซึ้ง และป้องกันการเข้าใจความหมายผิด สื่อการเรียนเหล่านี้ เรียกอีกประการหนึ่งว่าสื่อประสมที่เรานำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537 : 214) ให้ความหมายของชุดการเรียนว่าเป็นการจัดระบบการเรียนการสอนที่สมบูรณ์ ผู้เรียนรายบุคคลสามารถเรียนได้ด้วยตนเอง หรือชุดการเรียนที่ครูสามารถนำไปใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนกับนักเรียนเป็นกลุ่ม และสามารถใช้ชุดการเรียนในระบบการเรียนการสอนมวลชน โดยที่ในชุดการเรียนจะมีสื่อประสมของผู้เรียนและผู้สอนครบถ้วน

ยุพิน พิพิธกุล (2537 : 176) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนเป็นรายบุคคลว่าเป็นชุดการเรียนที่ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนจะประกอบด้วย บัตรคำสัง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลยและบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนนั้นจะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อมเพื่อที่ผู้เรียนจะใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้น ๆ

บุญเกื้อ คอระหาเวช (2542 : 91) ให้ความหมายว่าชุดการเรียนนั้นจัดเป็นสื่อการสอนชนิดหนึ่ง ซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (Multi Media) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้ตามหัวข้อเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยที่ต้องการให้ผู้เรียนได้รับ โดยจัดเอาไว้เป็นชุด ๆ บรรจุอยู่ในซอง กล่อง หรือกระเป๋า

แคปเฟอร์และแคปเฟอร์ (Kapfer & Kapfer 1972 : 3-10) ให้ความหมายว่า ชุดการเรียนเป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำที่ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้จนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ การรวบรวมเนื้อหาที่นำมาสร้าง ชุดการเรียนนั้น ได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ และเนื้อหาจะต้องตรงและชัดเจนที่จะสื่อความหมายให้ผู้เรียนได้เกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

ดูวน (Duane 1973 : 169) ให้ความหมายของชุดการเรียนไว้ว่า ชุดการเรียนคือชุดของวัสดุทางการเรียนซึ่งรวบรวมไว้อย่างมีระบบ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเป้าหมาย

กู๊ด (Good 1973 : 306) ได้อธิบายถึงชุดการเรียนว่า ชุดการเรียนคือโปรแกรมทางการสอนที่ทุกอย่างจัดไว้โดยเฉพาะ มีวัสดุอุปกรณ์ที่ใช้ในการสอน อุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียน คู่มือครู เนื้อหา แบบทดสอบ มีการกำหนดจุดมุ่งหมายของการเรียนไว้อย่างชัดเจน

จากความหมายของชุดการเรียนที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ชุดการเรียนเป็นสื่อการเรียนการสอนอย่างหนึ่งที่เกิดขึ้นอย่างมีระบบ โดยการนำสื่อต่าง ๆ มาสัมพันธ์กัน เพื่อให้ผู้เรียนเกิด

การเรียนรู้ด้วยตนเองและเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยในชุดการเรียนรู้จะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด บัตรทดสอบ พร้อมเฉลย และมีการจัดสื่อและอุปกรณ์ต่าง ๆ ไว้เพื่อให้ผู้เรียนได้ใช้ในการศึกษา ซึ่งมีคำอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับวิธีการใช้อย่างชัดเจน สำหรับชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้จัดทำขึ้นนั้นจะประกอบด้วย บทเรียนและคู่มือครู ซึ่งคู่มือครูจะประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับครู

3.2 ประเภทของชุดการเรียนการสอน

ในการจัดทำชุดการเรียนนั้นผู้สร้างจะต้องตัดสินใจว่าจะสร้างชุดการเรียนรู้รูปแบบใด โดยจะต้องศึกษาประเภทของชุดการเรียนรู้ว่ามีอยู่กี่ประเภท ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์

(ทบวงมหาวิทยาลัย 2524 250-251) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภทคือ

1 ชุดการเรียนรู้สำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการควบคุมการเรียนการสอนทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน โดยมีครูเป็นผู้ดูแล

2 ชุดการเรียนรู้สำหรับนักเรียน เป็นชุดการเรียนรู้สำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดการเรียนรู้ให้ และคอยรับรายงานผลเป็นระยะ ๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดการเรียนนี้จะฝึกการเรียนรู้ด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

3 ชุดการเรียนรู้ที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และชุดแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดูและกิจกรรมบางอย่างนักเรียนต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนแบบนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้ดูแล

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง (2531 161-197) ได้แบ่งชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1 ชุดการเรียนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนนี้จะประกอบไปด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรมและบัตรเฉลย บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน พร้อมเฉลย และบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนนั้นจะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อม เพื่อผู้เรียนจะใช้ประกอบในการเรียนเรื่องนั้น

2 ชุดการเรียนรู้สำหรับครู เป็นชุดการเรียนรู้ที่ครูใช้ ประกอบด้วยรายละเอียดในการสอนแต่ละคาบ วิธีการใช้สื่อการเรียนการสอน แบบฝึกหัดเพื่อฝึกทักษะ ตลอดจนการวัดผลและการประเมินผล นอกจากนี้ยังประกอบด้วยปัญหาต่าง ๆ ที่ควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึก

3 ชุดการเรียนรู้แบบผสม เป็นชุดการเรียนรู้ซึ่งนักเรียนสามารถใช้เรียนด้วยตนเองหรือครูใช้สอนก็ได้ จึงเป็นชุดการเรียนรู้ที่ประกอบด้วยชุดการเรียนรู้รายบุคคลกับชุดการเรียนรู้สำหรับครูรวมกัน ในการสร้างชุดการเรียนรู้ลักษณะนี้จะต้องเตรียมกิจกรรมสำหรับครูและนักเรียนให้ครบทุกกิจกรรม และในขณะที่ชุดการเรียนรู้ครูอาจสอนเองหรือให้นักเรียนใช้วิธีการศึกษาด้วยตนเองก็ได้

บุญเกื้อ คอราเวช (2542 : 94-95) ได้แบ่งชุดการเรียนรู้ที่ใช้อยู่เป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1 ชุดการเรียนรู้ประกอบการบรรยาย เป็นชุดการเรียนรู้สำหรับผู้สอนจะใช้สอนผู้เรียนเป็นกลุ่มใหญ่ หรือเป็นการสอนที่ต้องการปูพื้นฐานให้ผู้เรียนส่วนใหญ่รู้และเข้าใจ ในเวลาเดียวกันมุ่งในการขยายเนื้อหาให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

2 ชุดการเรียนรู้แบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการเรียนรู้สำหรับให้นักเรียนเรียนรวมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 5-7 คน โดยใช้สื่อการสอนที่บรรจุไว้ในชุดการเรียนรู้แต่ละชุด มุ่งที่จะฝึกทักษะในเนื้อหาวิชาที่เรียน และให้นักเรียนมีโอกาสดำเนินงานร่วมกัน

3 ชุดการเรียนรู้แบบรายบุคคล หรือชุดการเรียนรู้ตามเอกัตภาพ เป็นชุดการเรียนรู้สำหรับเรียนด้วยตนเองเป็นรายบุคคล คือผู้เรียนจะต้องศึกษาหาความรู้ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนเพิ่มเติม ผู้เรียนสามารถจะประเมินผลการเรียนด้วยตนเองได้ด้วย

จากประเภทของชุดการเรียนรู้ที่ได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปประเภทของชุดการเรียนรู้ได้ 3 ประเภทใหญ่ ๆ ได้แก่ ชุดการเรียนรู้สำหรับครู ชุดการเรียนรู้รายบุคคล และชุดการเรียนรู้แบบผสม ซึ่งทุกชุดการเรียนรู้มุ่งให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองตามความสามารถของแต่ละคนเพื่อเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพทั้งสิ้น สำหรับชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นนั้น เป็นชุดการเรียนรู้แบบผสม ซึ่งครูและนักเรียนจะใช้ชุดการเรียนรู้รวมกันในการเรียนการสอน

3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนรู้การสอน

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (ทบวงมหาวิทยาลัย 2524 : 251-252) ได้จัดองค์ประกอบต่าง ๆ ของชุดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1 คำชี้แจง คำชี้แจงนี้มีไว้เพื่ออธิบายลักษณะของชุดการเรียนรู้ ข้อปฏิบัติในการใช้ชุดการเรียนรู้

2 หลักการและเหตุผล เป็นการบอกให้รู้ถึงความสำคัญและความจำเป็นในการที่จะต้องศึกษาเนื้อหา และเรื่องราวต่าง ๆ ของหัวข้อนั้น ๆ สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์ก็จะต้องระบุนิยามและเนื้อหาที่จะสอน

3 จุดประสงค์ของการเรียน สำหรับจุดประสงค์นี้จะเขียนในรูปของจุดประสงค์ทั่วไป (General objective) หรือจุดประสงค์เฉพาะหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral objective) ก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเนื้อหาและกิจกรรมต่าง ๆ เพราะบางกิจกรรมยากที่จะระบุพฤติกรรมที่คาดหวังก็เขียนให้อยู่ในรูปจุดประสงค์ทั่วไป

4 พื้นความรู้เดิม การเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนจำเป็นจะต้องอาศัยความรู้เดิมเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ในหัวข้อนี้จะต้องระบุว่าผู้เรียนต้องมีความรู้เรื่องใดมาก่อนและรู้แค่ไหนจึงจะมีความพร้อมพอที่จะศึกษาชุดการเรียนรู้ ถ้าไม่พอดังนั้นให้ทราบว่าจะเฝ้าหาความรู้ที่ได้อาจได้จากแหล่งใด โดยวิธีใด

5 การประเมินผลเบื้องต้น มีไว้เพื่อวัตถุประสงค์ 2 ประการ คือ

5 1 เพื่อทดสอบดูว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอที่จะเรียนเนื้อหาในชุดการเรียนรู้หรือไม่ การทดสอบนี้ทำได้โดยใช้แบบทดสอบ

5 2 เพื่อทดสอบดูว่าผู้เรียนมีความรู้ในเนื้อหาของชุดการเรียนรู้เพียงใด ถ้าผู้เรียนสามารถทำได้ตามเกณฑ์ของจุดประสงค์ของการสอนแล้วก็ไม่จำเป็นต้องศึกษาชุดการเรียนรู้ การทดสอบนี้ทำได้โดยแบบทดสอบรวมของชุดการเรียนรู้

6 สื่อการเรียนการสอน ระบุทั้งหมดที่ใช้ในชุดการเรียนรู้ถ้าเป็นตำราหรือเอกสารควรระบุชื่อผู้แต่ง แหล่งที่มา ถ้าเป็นเอกสารที่เรียบเรียงขึ้นเฉพาะชุดการเรียนรู้ก็ควรใส่รหัสหมายเลขตามที่เห็นสมควร

7 กิจกรรมการเรียนการสอน องค์กรประกอบส่วนนี้นับว่าเป็นหัวใจของชุดการเรียนรู้ เป็นส่วนที่จะบอกว่าจะต้องทำหน้าที่และมีบทบาทอย่างไร นักเรียนจะต้องทำอะไร ต้องใช้วัสดุอุปกรณ์อะไร จะทำเมื่อไร ทำอย่างไร ทำแค่ไหน

8 เวลาที่ใช้ กำหนดเวลาที่ใช้สำหรับการศึกษาค้นคว้าการเรียนรู้โดยประมาณ ทั้งนี้ให้ยืดหยุ่นได้ตามเหมาะสม

9 การประเมินผล เพื่อเป็นการสำรวจว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถดังจุดประสงค์หรือไม่อย่างไร การประเมินผลจะทำได้โดยใช้แบบทดสอบ โดยการสัมภาษณ์ และการสังเกต

10 การซ่อมเสริม เมื่อประเมินผลแล้วผู้เรียนยังมีความสามารถไม่ครบตามเกณฑ์ที่วางไว้ในข้อ 9 ก็ต้องมีการซ่อมเสริม โดยระบุวิธีการของการซ่อมเสริมนั้น แล้วประเมินผลใหม่อีกครั้ง

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542 95-102) ได้กำหนดองค์ประกอบที่สำคัญ ๆ ภายในชุดการเรียนรู้ สามารถจำแนกออกเป็น 4 ส่วนด้วยกันคือ

1 คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับครู หรือผู้เรียนตามแต่ชนิดของชุดการเรียนรู้ ภายในคู่มือจะชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการเรียนรู้เอาไว้อย่างละเอียด ประกอบด้วย

- 1 1 คำนำ (สำหรับคู่มือที่เป็นเล่ม)
- 1 2 ส่วนประกอบของชุดการเรียนรู้
- 1 3 คำชี้แจงสำหรับผู้เรียน
- 1 4 สิ่งที่คุณสอนและผู้เรียนต้องเตรียม
- 1 5 บทบาทของผู้สอนและผู้เรียน
- 1 6 การจัดห้องเรียน
- 1 7 แผนการจัดการเรียนรู้
- 1 8 เนื้อหาสาระของชุดการเรียนรู้

1 9 แบบฝึกหัดปฏิบัติหรือกระตาดตอบคำถาม

1 10 แบบทดสอบก่อนและหลังเรียน (พร้อมเฉลย)

2 บัตรคำสังหรือคำแนะนำ จะเป็นส่วนที่บอกให้ผู้เรียนดำเนินการเรียนหรือประกอบกิจกรรมแต่ละอย่าง ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ ประกอบด้วย

2 1 คำอธิบายในเรื่องที่จะศึกษา

2 2 คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินการกิจกรรม

2 3 การสรุปบทเรียน

3 เนื้อหาสาระและสื่อ จะบรรจุไว้ในรูปของสื่อการสอนต่าง ๆ อาจจะประกอบด้วยบทเรียนโปรแกรม สไลด์ เทปบันทึกเสียง फिल्मสตริป แผนภาพโปร่งใส วัสดุกราฟฟิก หุ่นจำลอง ของตัวอย่าง รูปภาพ เป็นต้น

4 แบบประเมินผล ผู้เรียนจะทำการประเมินผลความรู้ด้วยตนเอง ก่อนและหลังเรียน แบบประเมินผลที่อยู่ในชุดการเรียนอาจจะเป็นแบบฝึกหัด ให้เติมคำในช่องว่าง เลือกคำตอบที่ถูก จับคู่ ผลการทดลองหรือให้ทำกิจกรรม เป็นต้น

สำหรับชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของ แวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นประกอบด้วย บทเรียนและคู่มือครู ในบทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาที่ใช้ในการเรียนการสอน และแบบฝึกหัด คู่มือครูประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดการเรียน และแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับครู

3 4 การสร้างชุดการเรียนการสอน

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 189-192) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

1 ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่เราจะนำมาทำเป็นชุดการเรียนนั้นจะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างกับผู้เรียน นำเนื้อหาสาระของวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์แล้วมาแบ่งเป็นหน่วยการเรียนการสอน ในแต่ละหน่วยนั้นจะมีหัวเรื่องย่อย ๆ รวมอยู่อีกที่เราจะต้องศึกษาพิจารณาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในหน่วยอื่น ๆ อันจะสร้างความสับสนให้แก่ผู้เรียนได้ และการแบ่งหน่วยการเรียนการสอนของแต่ละเนื้อหาสาระของวิชานั้น ควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งที่จำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อนอันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

2 เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนการสอนได้แล้ว จะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งว่าจะทำชุดการเรียนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร จะทำอะไรกับผู้เรียน จะให้ทำกิจกรรมอย่างไร และจะทำได้ได้อย่างไร สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

3 กำหนดหน่วยการเรียนการสอน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ตามชั่วโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนใจ น่าเรียนรู้ ให้ความรู้ที่นาน

ที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียนและไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วย การเรียนรู้ในสิ่งใดนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นมาก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณค่า

10 การทดลองใช้ชุดการเรียนรู้เพื่อหาประสิทธิภาพ พิจารณาถึงรูปแบบของชุดการเรียนรู้ว่าจะผลิตออกมาในขนาดใดและรูปแบบของการเรียนการสอนจะออกมาเป็นแฟ้มหรือกล่อง สุดแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษา และความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้เพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดี แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือเด็กกลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

10 1 ชุดการเรียนรู้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

10 2 การนำเข้าสูบทเรียนของชุดการเรียนรู้เหมาะสมหรือไม่

10 3 การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียน และดำเนินไปตามลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

10 4 การสรุปผลการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอดหรือหลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจปรับเพิ่มเติมอย่างไร

10 5 การประเมินผลการเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นมากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

นอกจากนี้มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2533 495) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์เนื้อหา ได้แก่ การกำหนดหน่วย หัวเรื่องและมโนคติ

ขั้นที่ 2 การวางแผน เป็นการวางแผนไว้ล่วงหน้าโดยกำหนดรายละเอียดไว้

ขั้นที่ 3 การผลิตสื่อการเรียนรู้ เป็นการผลิตสื่อประเภทต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ในแผน

ขั้นที่ 4 หาประสิทธิภาพ เป็นการประเมินคุณภาพของชุดการเรียนรู้ โดยนำไปทดลองใช้ปรับปรุงให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

จากหลักการสร้างชุดการเรียนรู้ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ในการสร้างชุดการเรียนรู้นั้นสิ่งแรกที่ต้องศึกษาคือเนื้อหาที่จะใช้ในการสอน แยกเนื้อหาออกเป็นหมวดหมู่ กำหนดหน่วยการเรียน การสอน ความคิดรวบยอด จุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นก็กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน จัดสื่อการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอน จัดทำแบบประเมินผล และหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้ แล้วนำชุดการเรียนรู้ไปใช้

3 5 ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน

ในการใช้ชุดการเรียนรู้เพื่อช่วยในการจัดการเรียนการสอนนั้น นักการศึกษาได้กล่าวถึงคุณประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537 : 215) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนรู้ที่มีผลต่อการเรียนการสอนดังนี้

- 1 ครูลดเวลาการเตรียมการสอนลงโดยเฉพาะการสอนเรื่องเดิมหลายกลุ่ม
 - 2 ระบบการเรียนการสอนได้มาตรฐานใกล้เคียงกันระหว่างครูและคนที่ใช้ชุดการเรียนการสอนเดียวกัน
 - 3 มาตรฐานการวัดและประเมินผลเป็นมาตรฐานเดียวกัน
 - 4 เป็นการส่งเสริมให้เกิดเครือข่ายการเรียนรู้ที่เกิดความเสมอภาคในโอกาสทางการศึกษาของผู้เรียนต่างท้องถิ่นกัน
 - 5 ผู้เรียนมีโอกาสเรียนจากประสบการณ์ใกล้เคียงประสบการณ์ตรงจากสื่อประสมในชุดการเรียน
 - 6 โอกาสที่ผู้เรียนทุกคนจะเรียนได้บรรลุเป้าหมายของระบบการเรียนการสอนใกล้เคียงกัน เพียงแต่ใช้เวลาแตกต่างกันตามความแตกต่างแต่ละบุคคล
 - 7 เปลี่ยนบทบาทของครู จากผู้บรรยายมาเป็นผู้แนะนำ และเสนอแนะการแก้ปัญหาการเรียนการสอน
 - 8 ประหยัดทรัพยากร เพราะสื่อประสมต่าง ๆ ในชุดการเรียนจะสามารถนำมาใช้ได้หลาย ๆ ครั้ง
 - 9 ส่งเสริมให้ครูเตรียมกิจกรรมอย่างมีระบบ
- บุญเกื้อ คอรวาเวช (2542 : 110-111) กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนดังนี้
- 1 ส่งเสริมการเรียนรู้แบบรายบุคคล ผู้เรียนเรียนได้ตามความสามารถ ความสนใจ ตามเวลาและโอกาสที่เหมาะสมของแต่ละคน
 - 2 ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครู เพราะชุดการเรียนช่วยให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเอง หรือต้องการความช่วยเหลือจากผู้สอนเพียงเล็กน้อย
 - 3 ช่วยในการศึกษานอกระบบโรงเรียน เพราะผู้เรียนสามารถนำเอาชุดการเรียนไปใช้ได้ทุกสถานที่และทุกเวลา
 - 4 ช่วยลดภาระและช่วยสร้างความพร้อมและความมั่นใจให้แก่ครู เพราะชุดการเรียนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที
 - 5 เป็นประโยชน์ในการสอนแบบศูนย์การเรียน
 - 6 ช่วยให้ครูวัดผลผู้เรียนได้ตรงตามความมุ่งหมาย
 - 7 เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และมีความรับผิดชอบตนเองและสังคม
 - 8 ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากได้รับความรู้แนวเดียวกันอย่างมีประสิทธิภาพ
 - 9 ช่วยฝึกให้ผู้เรียนรู้จักเคารพนับถือความคิดเห็นของผู้อื่น

จากการศึกษาประโยชน์ของชุดการเรียนที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ชุดการเรียนจะช่วยส่งเสริมให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเองตามจุดประสงค์อย่างมีประสิทธิภาพ

โดยมีผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ผู้เรียนจะมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ตามความสามารถของตนเองในแต่ละบุคคล นอกจากนี้แล้วยังทำให้ทราบผลการปฏิบัติกิจกรรมนั้น ๆ อย่างรวดเร็ว ทำให้ไม่เกิดความเบื่อหน่ายหรือเกิดความท้อถอยในการเรียน เพราะผู้เรียนมีสิทธิ์ที่จะกลับไปศึกษาเรื่องที่ตนเองไม่เข้าใจได้ตลอดเวลา แม้ว่าจะไม่มีครูก็ตาม

3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน

งานวิจัยในประเทศ

สุนันท์ แสงงามมงคล (2541 : 30-32) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01

สุกัญญา ยีภา (2545 : 40-44) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่อง เรขาคณิตการแปลงสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องเรขาคณิตการแปลงมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546 : 61-68) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ผลการวิจัยพบว่า

1 ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องอัตราส่วนและร้อยละมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

3 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

4 จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องอัตราส่วนและร้อยละจากการเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ สอบผ่านเกณฑ์ในการเรียนได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

คำโงน เขียนทิลม (2547 34-38) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่อง สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว ผลการวิจัยพบว่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนมีค่าเป็น 72 19/71 15 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ 01 และความพึงพอใจของผู้เรียนในการเรียนด้วยชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากขึ้นไป ที่ระดับนัยสำคัญ 01

งานวิจัยต่างประเทศ

เดล (Dale 1974 6481-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนระหว่างการสอนปกติกับการเรียนโดยใช้ชุดการสอนของนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่มหาวิทยาลัย Wisconsin ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนด้วยชุดการสอนสูงกว่านักศึกษาที่เรียนด้วยการสอนปกติ

เอนิไอเยจุ (Eniayeju 1983 795-801) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการสอนโดยครูสาธิต กับการสอนโดยศึกษาจากชุดการเรียนด้วยตนเอง และทักษะในการแก้ปัญหาในวิชาเคมีระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกสอนโดยให้นักเรียนศึกษาด้วยชุดการเรียนด้วยตนเอง กลุ่มที่สองสอนโดยครู ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยศึกษาด้วยชุดการเรียนด้วยตนเองส่งผลต่อมโนคติและทักษะในการแก้ปัญหอยางมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01 และนักเรียนส่วนมากชอบชุดการเรียนด้วยตนเองมากกว่าการสอนโดยครูสาธิต

วิลสัน (Wilson 1989 416-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการเรียนของครู เพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นปัญหาเกี่ยวกับขั้นตอนที่ถูกต้องในการบวกและการลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการเรียนมีผลดีมากกว่าการสอนตามปกติอันเป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ได้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน พบว่า การเรียนการสอนที่ใช้ชุดการเรียนมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอน สร้างความพึงพอใจให้ผู้เรียน และทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีขึ้น

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- 1 การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
- 2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- 3 การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- 4 การเก็บรวบรวมข้อมูล
- 5 การวิเคราะห์ข้อมูล
- 6 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอบ้านดง จังหวัดประจวบคีรีขันธ์

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอบ้านดง จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จากทั้งหมด 5 ห้องเรียน จำนวน 218 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียน คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของ แวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยประกอบด้วย

1.1 คำชี้แจงการใช้ชุดการเรียนรู้

1.2 บทเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ เป็นบทเรียนที่ประกอบด้วยเนื้อหาและ กิจกรรม ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลีในระดับ 0 ถึงระดับ 3 ที่สอดคล้องกับเนื้อหา ซึ่งแบ่งเป็น 4 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่

เท่ากันทุกประการ

1 3 คู่มือครู ประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ และแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับครู

2 แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต

3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาหนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้และการจัดการเรียนการสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ดังนี้

1 1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ดังนี้

1 1 1 แบบรูปของพัฒนาการทางความคิดในวิชาเรขาคณิตของแวนฮิลี (สุพจน์ ไซสังข์ ม ป ป)

1 1 2 The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought (Crowley 1987)

1 1 3 The van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents (Fuys, Geddes & Tischler 1988)

1 1 4 Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs (Senk 1989 309-321)

1 1 5 Characterising the van Hiele levels of development in geometry (Burger & Shaughnessy 1986 37-48)

1 1 6 The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teacher (Mayberry 1983 58-69)

1 1 7 Van Hiele Levels of Geometry Thought Revisited (Teppo 1991)

1 1 8 Restructuring Geometry (Burger & Culpeper 1993 140-151)

1 1 9 Geometric Shapes The van Hiele and Learning Geometry (Musser & Burger 1994 527-531)

1 1 10 The van Hiele Levels of Geometric Thinking (Cathcart, et al n d online)

1 1 11 The van Hiele Theory (Murray 1997 online)

1 1 12 The van Hiele Theory (Mike's Report n d online)

1 1 13 Teaching with Discovering Geometry (Teacher Resource Center n d online)

1 2 ศึกษาหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ และเนื้อหาเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยศึกษาจากหนังสือและเอกสารดังนี้

1 2 1 การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา (สสวท 2546?)

1 2 2 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ 2545)

1 2 3 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ 2545)

1 2 4 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (สสวท 2547)

1 2 5 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 021 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (สสวท 2541)

1 2 6 คู่มือครู คณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (สสวท 2539)

1 2 7 เรขาคณิต (สสวท 2546)

1 2 8 Geometry teacher edition (Jurgensen 1975)

1 2 9 Geometry for high school (Science Education Center 1978)

1 2 10 Discovering Geometry an inductive approach (Serra 1993)

1 3 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการเรียนรู้

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ซึ่งดำเนินการดังนี้

2 1 กำหนดกรอบเนื้อหาของบทเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยแบ่งเป็น 4 หน่วยการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดของเนื้อหา ดังนี้

2 1 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต จำนวน 3 คาบ ดังนี้

คาบที่ 1 การจำแนกรูปเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการของรูปสองรูป

คาบที่ 2 ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรง ความเท่ากัน

ทุกประการของมุม

คาบที่ 3 การทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0

2 1 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
จำนวน 4 คาบ ดังนี้

- คาบที่ 1 วิเคราะห์เกี่ยวกับส่วนประกอบต่าง ๆ ของรูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ
- คาบที่ 2 สมบัติของรูปเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ (ต่อ)
- คาบที่ 3 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
- คาบที่ 4 การทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1

2 1 3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากัน
ทุกประการ จำนวน 5 คาบ ดังนี้

- คาบที่ 1 ความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- คาบที่ 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน
- คาบที่ 3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม
- คาบที่ 4 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน
- คาบที่ 5 การทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2

2 1 4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม
ที่เท่ากันทุกประการ จำนวน 7 คาบ ดังนี้

- คาบที่ 1-3 ขั้นตอนในการพิสูจน์ สมบัติที่ช่วยในการพิสูจน์ การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
- คาบที่ 4-6 สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนาน การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
- คาบที่ 7 การทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3

2 2 สร้างคู่มือครูของชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้น
การเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ซึ่งดำเนินการดังนี้

- 2 2 1 สร้างคู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ ประกอบด้วย
 - 1 หลักการและเหตุผล
 - 2 วัตถุประสงค์
 - 3 สารการเรียนรู้
 - 4 แนวทางในการใช้ชุดการเรียนรู้
 - 5 ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนการสอน
 - 6 ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนรู้

2.2.2 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้น
การเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ประกอบด้วย

- 1 ชื่อเรื่อง
- 2 เวลาที่ใช้
- 3 จุดประสงค์การเรียนรู้
- 4 สารการเรียนรู้
- 5 สื่อการเรียนรู้
- 6 กิจกรรมการเรียนรู้
- 7 การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

2.3 นำชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิต
ของแวนฮิลลี ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น เสนอต่คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและวิชาชีพ
จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมในด้านของเนื้อหา จุดประสงค์
กิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งแนะข้อบกพร่อง และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

2.4 นำชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิต
ของแวนฮิลลี ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและวิชาชีพ
ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

2.5 นำชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิต
ของแวนฮิลลี ที่ผู้วิจัยได้ทำการปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและ
วิชาชีพให้พิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย

2.6 นำชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิต
ของแวนฮิลลี ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ไม่ใช่
กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 10 คน เพื่อดูความเหมาะสมของเนื้อหา ขั้นตอนในการสอน ความชัดเจนของ
ภาษาและเวลาที่ใช้ในการสอน

2.7 นำชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิต
ของแวนฮิลลี ในข้อ 2.6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำชุดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไป
ใช้ในการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2 แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต เป็นแบบทดสอบที่ใช้ในการ
วัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนในแต่ละระดับ ตามระดับชั้นการเรียนรู้
เรขาคณิตของแวนฮิลลี โดยทำการทดสอบหลังเรียนจบแล้วในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้

ปรับปรุงมาจากแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไซยสังข์ โดยแบ่งระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตตามระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ ดังนี้

ระดับ 0 นักเรียนจะมีความสามารถในระดับ 0

ระดับ 1 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0 และ 1

ระดับ 2 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0, 1 และ 2

ระดับ 3 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0, 1, 2 และ 3

ระดับ 4 นักเรียนจะมีความสามารถทั้งระดับ 0, 1, 2, 3 และ 4

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต เป็นแบบทดสอบปรนัย 5 ตัวเลือกและแบบทดสอบอัตนัย ประกอบด้วย

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 จำนวน 10 ข้อ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 จำนวน 10 ข้อ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 จำนวน 10 ข้อ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 จำนวน 10 ข้อ

โดยมีเกณฑ์ในการวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต คือ ในแต่ละระดับนักเรียนจะต้องทำคะแนนจากแบบทดสอบให้ได้อย่างน้อยร้อยละ 60 ของคะแนนในแต่ละระดับ กล่าวคือ ในแต่ละระดับจะมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ดังนั้นนักเรียนจะต้องทำคะแนนให้ได้อย่างน้อย 6 คะแนน จึงถือว่านักเรียนมีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตในระดับนั้น (Usiskin 1982) โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

2.1 นำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของ ผศ.ดร. สุพจน์ ไซยสังข์ มาปรับปรุง โดยแบ่งแบบทดสอบออกเป็นแต่ละระดับ ซึ่งมีทั้งหมด 4 ระดับ ได้แก่ ระดับ 0 ระดับ 1 ระดับ 2 และระดับ 3 แบบทดสอบระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 เป็นแบบทดสอบปรนัย 5 ตัวเลือก ส่วนแบบทดสอบระดับ 3 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวนระดับละ 15 ข้อ รวมทั้งหมดจำนวน 60 ข้อ

2.2 นำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตที่ปรับปรุงแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและปริญญาตรีจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแบบทดสอบ

2.3 นำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ในข้อ 2.2 ไปทดลองใช้กับนักเรียน จำนวน 10 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและเป็นกลุ่มเดียวกันกับกลุ่มที่ใช้ทดลองชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์

2.4 นำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ในข้อ 2.3 มาวิเคราะห์หาความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อที่มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกแบบทดสอบในแต่ละระดับจำนวน

ระดับละ 10 ข้อ จากทั้งหมด 15 ข้อ และเนื่องจากแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 0 เป็นแบบทดสอบที่ให้นักเรียนมองรูปเรขาคณิตและแยกประเภทของรูปเรขาคณิตที่เห็นเพียงอย่างเดียว ไม่ได้มีการวิเคราะห์ที่ซับซ้อน ดังนั้นค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 0 จึงไม่ได้อยู่ในช่วงที่กำหนด

2 5 นำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ที่ได้ในข้อ 2 4 มาหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งแบบทดสอบแต่ละระดับมีค่าความเชื่อมั่นดังนี้

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0 76 แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0 77 แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0 81 แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0 80

3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบหลังการเรียนการสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ที่สอนด้วยชุดการเรียนรู้ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ โดยดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

3 1 ศึกษาทฤษฎีและหลักการการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเขียนข้อสอบ และการวัดผลการเรียนรู้

3 2 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ

3 3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามที่กำหนด

3 4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่สร้างขึ้น เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและปริญญาตรีจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1	สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน 0	สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน -1	สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

3 5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ทั้งแบบปรนัยและอัตนัย ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและคุณวุฒิมาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

3 6 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ในข้อ 3 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียน จำนวน 10 คน ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและเป็นกลุ่มเดียวกันกับกลุ่มที่ใช้ทดลองชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี

3 7 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ในข้อ 3 6 มาวิเคราะห์หาความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อที่มีความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนก 0.20 ขึ้นไป โดยคัดเลือกแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ จากทั้งหมด 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ จากทั้งหมด 6 ข้อ

3 8 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ทั้งแบบปรนัยและแบบอัตนัยที่ได้ในข้อ 3 7 มาหาความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งแบบทดสอบมีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.83

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1 ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ โดยใช้เวลาในการเรียนการสอนทั้งสิ้น 15 คาบ คาบละ 60 นาที

2 เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ รวมเวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต จำนวน 4 คาบ คาบละ 60 นาที

3 ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตไม่ผ่าน (คะแนนน้อยกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม) ในแต่ละระดับ ผู้วิจัยจะทำการสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่สอบไม่ผ่าน โดยใช้ชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี นำมาสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างอีกครั้ง ซึ่งจะใช้เวลานอกคาบเรียนในการสอนซ่อมเสริม

4 เมื่อสิ้นสุดการสอนให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ จำนวน 18 ข้อ เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ โดยใช้เวลาทดสอบ 2 คาบ คาบละ 60 นาที

5 นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต มาวิเคราะห์หาสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อ 1 ที่ว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 3 ของระดับชั้นของแวนฮิลี มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

6 นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการของกลุ่มตัวอย่าง มาทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อ 2 ที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนได้มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

การวิเคราะห์ข้อมูล

1 ทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อ 1 ที่ว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 3 ของระดับชั้นของแวนฮิลี มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด โดยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for population proportion)

2 ทดสอบสมมติฐานของการวิจัยข้อ 2 ที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนได้มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมดโดยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for population proportion)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

- 1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- 2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือ ได้แก่ ค่า IOC ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)
- 3 สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ สถิติทดสอบ Z (Z-test for population proportion)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1 คำร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชา ระดับ 0 ถึง ระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2 คำร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3

4 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอทับสะแก จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน ด้วยแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ

1 คำร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ถึง ระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปรากฏผลดังตาราง

ตาราง 1 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	40	10	8.48	84.80	1.32

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 8.48 คิดเป็นร้อยละ 84.80 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.32

ตาราง 2 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	40	10	7.90	79.00	1.08

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 7.90 คิดเป็นร้อยละ 79.00 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.08

ตาราง 3 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	40	10	6.93	69.30	0.86

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 6.93 คิดเป็นร้อยละ 69.30 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 0.86

ตาราง 4 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	40	10	4.90	49.00	1.55

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 4.90 คิดเป็นร้อยละ 49.00 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.55

2 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	40	30	17.60	58.67	3.99

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่า คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 17.60 คิดเป็นร้อยละ 58.67 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 3.99

3 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3

ปรากฏผลดังตาราง 6

ตาราง 6 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ค่าสถิติทดสอบ Z
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	40	15	-1.58

จากตาราง 6 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ของระดับชั้นของแวนฮิลลี มีจำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

4 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ

ปรากฏผลดังตาราง 7

ตาราง 7 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ (คน)	ค่าสถิติทดสอบ Z
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	40	29	2.85 ^{**}

^{**} มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากตาราง 7 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานในการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย ความมุ่งหมายของการวิจัย

- 1 เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 2 เพื่อศึกษาระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนตามระดับขั้นการเรียนรู้ของแวนฮิลลีตั้งแต่ระดับ 0 ถึงระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการใช้ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี
- 3 เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี

สมมติฐานในการวิจัย

- 1 จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 3 ของระดับขั้นของแวนฮิลลี มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด
- 2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ได้มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนอรุณวิทยา อำเภอทับสะแก จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547
1 ห้องเรียน จำนวน 40 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- 1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 2 แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต
- 3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

วิธีดำเนินการวิจัย

- 1 ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน โดยใช้ชุดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ใช้เวลาในการเรียนการสอน 15 คาบ คาบละ 60 นาที
- 2 เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ เมื่อสิ้นสุดการสอนในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ใช้เวลาในการทดสอบ 1 คาบ รวมใช้เวลาในการทดสอบทั้งสิ้น 4 คาบ คาบละ 60 นาที
- 3 ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตไม่ผ่านในแต่ละระดับ ผู้วิจัยจะทำการสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่สอบไม่ผ่าน ซึ่งจะใช้เวลานอกคาบเรียนในการสอนซ่อมเสริม
- 4 เมื่อสิ้นสุดการสอนแล้ว ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ คาบละ 60 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ หลังจากทดลองแล้วผู้วิจัยได้นำข้อมูลมาวิเคราะห์ผลตามลำดับดังนี้

- 1 คำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต สวนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ถึง ระดับ 3 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 2 คำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต สวนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
- 3 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3
- 4 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ

สรุปผลการวิจัย

1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 8.48 คิดเป็นร้อยละ 84.80 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.32

2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 7.90 คิดเป็นร้อยละ 79.00 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.08

3 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 6.93 คิดเป็นร้อยละ 69.30 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 0.86

4 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 4.90 คิดเป็นร้อยละ 49.00 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.55

5 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 17.60 คิดเป็นร้อยละ 58.67 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 3.99

6 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ของระดับชั้นของแวนฮิลส์ มีจำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ดังนั้น จากข้อมูลที่ได้จึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 และมีนักเรียนบางคนเท่านั้นมีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3

7 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่ เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้มีจำนวนมากกว่า ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

อภิปรายผล

1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 และมีนักเรียนบางคนเท่านั้นมีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเสน (Senk 1989 309-321) ที่ได้ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ในวิชาเรขาคณิต ซึ่งการพิสูจน์ทางเรขาคณิตนั้นต้องการความคิดตามระดับขั้นอย่างน้อยที่สุดคือ ระดับ 2 และได้พบว่านักเรียนที่สามารถพิสูจน์ได้มีจำนวนน้อยกว่า 22% และนักเรียนส่วนมากไม่สามารถพัฒนาความสามารถของตนจนถึงระดับ 3 ของระดับขั้นของแวนฮิลล์ได้ และโครงการบูรณาการที่ได้ศึกษาความรู้ทางเรขาคณิตของนักเรียนในเกรด 6 ถึงเกรด 9 พบว่านักเรียนมีความสามารถทางเรขาคณิตในระดับ 0 ถึงระดับ 1 และมีนักเรียนบางคนเท่านั้นที่มีการพัฒนาความสามารถถึงระดับ 2 (Fuys, Geddes & Tischler 1984 119-121) ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 เท่านั้น และมีนักเรียนบางคนที่มีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 เป็นแบบทดสอบที่เกี่ยวกับการให้เหตุผลในการพิสูจน์ ทำให้นักเรียนอาจมีปัญหาในด้านของภาษาที่ใช้ในการพิสูจน์ ซึ่งมีวัวร์ (Moore 1990 137-144) ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้นักเรียนประสบปัญหาในการพิสูจน์ คือ นักเรียนไม่เข้าใจและไม่สามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งภาษาที่ใช้ในการพิสูจน์เป็นภาษาที่เข้าใจยาก ซึ่งนักเรียนอาจตีความโจทย์ไม่ได้ และไม่สามารถเขียนการพิสูจน์ได้

2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วยบทเรียน และกิจกรรม ซึ่งมีการเรียบเรียงลำดับเนื้อหาตามระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลล์ โดยเริ่มจากการมองรูป การวิเคราะห์ และเริ่มการให้เหตุผลที่เป็นขั้นตอนจนถึงการพิสูจน์ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาที่เป็นขั้นตอนจากเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานก่อนแล้วจึงเพิ่มเนื้อหาที่ยากขึ้น โดยเริ่มตั้งแต่พื้นฐานเกี่ยวกับลักษณะของรูปเรขาคณิตจนถึงการพิสูจน์อย่างเป็นแบบแผน

2.2 บทเรียน และกิจกรรมที่ผู้วิจัยใช้ในการเรียนการสอน มีตัวอย่างและแบบฝึกหัดเป็นจำนวนมาก ทำให้นักเรียนได้ฝึกคิดและทำโดยเห็นตัวอย่างที่หลากหลาย ซึ่งตัวอย่างจะมีทั้งง่ายและที่ซับซ้อน อีกทั้งในบทเรียนได้มีกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สร้างรูปเรขาคณิต ทำให้นักเรียนมีความสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน และเป็นการเสริมสร้างความสามารถทางเรขาคณิต

2.3 เมื่อสิ้นสุดการสอนในแต่ละหน่วย จะมีการทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตในแต่ละระดับ เพื่อตรวจสอบดูว่านักเรียนมีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตในระดับนั้นหรือไม่ ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน สนใจที่จะเรียน เพื่อที่จะดูระดับ

ความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของตนเอง และทำให้นักเรียนเกิดความภาคภูมิใจในตนเอง และกระตือรือร้นที่จะเรียนในเนื้อหาต่อไป

3 ค่าเฉลี่ยของคะแนนในการทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 มีค่าต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม (มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 49.00 ของคะแนนเต็ม) ซึ่งแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 นั้นเป็นแบบทดสอบที่ทำให้ให้นักเรียนให้เหตุผลในการพิสูจน์ ซึ่งอาจเนื่องมาจากพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนค่อนข้างต่ำ ทำให้นักเรียนไม่มีพื้นฐานในการเรียนที่เพียงพอ ไม่สามารถให้เหตุผลในการพิสูจน์อย่างมีแบบแผนได้

4 ค่าเฉลี่ยของคะแนนในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ไม่สูงมากนัก ซึ่งกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่ทำคะแนนในส่วนที่เป็นแบบทดสอบปรนัยได้ดีกว่าส่วนที่เป็นแบบทดสอบอัตนัย ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก แบบทดสอบอัตนัยเป็นการพิสูจน์ซึ่งค่อนข้างยาก และนักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ต่ำ (ดูจากคะแนนจากการทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ซึ่งจะทำการศึกษาทดสอบก่อนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน) จึงทำให้นักเรียนทำคะแนนจากแบบทดสอบอัตนัยได้ไม่ดีขึ้น แต่นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ได้ แต่ในขั้นตอนของการพิสูจน์นั้นนักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลได้

5 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0 ระดับ 1 และระดับ 2 สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้ทั้งหมด แสดงว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2 และมีคะแนนเฉลี่ยของแต่ละระดับเป็นที่น่าพอใจ

ข้อเสนอแนะ

1 ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการนำชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไว้ ควรศึกษาระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ให้เข้าใจเสียก่อน เพราะจะทำให้ผู้สอนเข้าใจเนื้อหาและลำดับขั้นตอนในการสอนเป็นอย่างดี

1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรนำเทคโนโลยีมาช่วยในการเรียนการสอน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ มีความกระตือรือร้นที่จะเรียนมากขึ้น อีกทั้งยังเป็นการลดเวลาในการเรียนการสอนที่มีรูปเรขาคณิตเข้ามาเกี่ยวข้อง และง่ายสำหรับการสร้างรูปและยกตัวอย่างประกอบในการเรียนการสอน

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในขั้นการให้เหตุผล ควรเพิ่มเวลาในการเรียนให้มากขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลและเห็นตัวอย่างที่หลากหลายขึ้น

2 ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2 1 ควรมีการวิจัยที่เกี่ยวกับบทเรียนที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์กับนักเรียนในระดับอื่น ๆ โดยเฉพาะในระดับประถมศึกษา

2 2 ควรมีการวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนการพิสูจน์ที่เน้นระดับการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลส์ในเนื้อหาเรขาคณิตอื่นๆ ที่เน้นการพิสูจน์ เช่น ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน วงกลม เป็นต้น

2 3 ควรมีการศึกษาระดับชั้นความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอน

2 4 ควรมีการศึกษาระดับชั้นความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต กับนักเรียนในระดับอื่น ๆ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี (2535) การสอนการพิสูจน์เรื่องการเท่ากันทุกประการ ปรินิพนธ์
การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- กระทรวงศึกษาธิการ, กรมวิชาการ (2545) หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544
กรุงเทพฯ โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์
- _____ (2545) คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ
โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข (2545, สิงหาคม-ตุลาคม) เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม วารสารคณิตศาสตร์
46(527-529) 35-39
- โกลม ไพศาล (2540) การพัฒนาชุดการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครูคณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปรินิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)
กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524) ชุดการเรียน
การสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ ทบวงมหาวิทยาลัย
- คำโงน เขียนทิลม (2547) การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง
สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัย
แห่งชาติลาว ปรินิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- เชวงศักดิ์ ช้อนบุญ (2546) บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่องความเท่ากันทุก
ประการของรูปสามเหลี่ยม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กิจกรรม คิด-จับคู่-เล่าสู่กัน
ฟัง ปรินิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- นวลศรี ชำนาญกิจ (2544) การพัฒนาตัวแบบเพื่อสร้างสมรรถภาพการสอนภาพลักษณ์โน้ตค้น
ทางเรขาคณิต สำหรับนักศึกษาครู ปรินิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์
ศึกษา) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- บุญเกื้อ คอระหาเวช (2542) นวัตกรรมการศึกษา พิมพ์ครั้งที่ 4 กรุงเทพฯ ภาควิชาเทคโนโลยี
ทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- บุษบา โคตพันธ์ (2546) กิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตเรื่องรูปสี่เหลี่ยม รูปทรงและ
ปริมาตร ที่เน้นความรู้สึกเชิงปริภูมิ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปรินิพนธ์
การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร

- ปานทอง กุลนาถศิริ (2541, มีนาคม-เมษายน) การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาใน
ศตวรรษที่ 21 วารสารคณิตศาสตร์ 41(474-475) 65-68
- _____ (2543, มกราคม-มีนาคม) ความเคลื่อนไหวเกี่ยวกับ NCTM Principles and
Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000 วารสารสสวท 28(108) 14-22
- _____ (2545, พฤศจิกายน-ธันวาคม-2546, มกราคม) ความสำคัญของคณิตศาสตร์
วารสารคณิตศาสตร์ 46(530-532) 11-15
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2533) เอกสารการสอนชุดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์
(หน่วยที่ 8-15) กรุงเทพฯ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช
- _____ (2537) ประมวลสาระชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อการสอน (หน่วยที่ 9-12)
กรุงเทพฯ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- มานะ เอกจริยวงศ์ (2537, พฤษภาคม-มิถุนายน) จุดมุ่งหมายของการสอนเรขาคณิตในโรงเรียน
วารสารคณิตศาสตร์ 38(428-429) 1-5
- มาลินท์ อีทธีรส (2544, กันยายน-ธันวาคม) การแก้ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น วารสารศึกษาศาสตร์ปริทัศน์ 16(3) 25-30
- ยุพิน พิพิธกุล (2537) การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ เอ็ดสันเพรสโปรดักส์
- ยุพิน พิพิธกุล, และ อรพรรณ ดันบรรจง (2531) สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542) การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็น
เครื่องมือในการเรียนรู้ ปริญญานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา)
กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ทยเอกสาร
- วราภรณ์ มีหนัก (2545 พฤษภาคม-กรกฎาคม) การตั้งคำถาม ยุทธศาสตร์การจัดการเรียน
การสอน วารสารคณิตศาสตร์ 46(524-526) 38-44
- วลีพร เดชเดชา (2547) การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ทางเรขาคณิต ปริญญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ทยเอกสาร
- วัฒนา มณีวงศ์ (2542ก) ผลการเรียนแบบรวมมือที่มีต่อความสามารถทางการเรียนเรขาคณิต
และเห็นคุณค่าในตนเอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปริญญานิพนธ์ศิลปศาสตร
มหาบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์-การสอน) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์ ทยเอกสาร
- วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525) พัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่ กรุงเทพฯ ภาควิชาหลักสูตรและ
การสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

- ศิริพร รัตนโกสินทร์ (2546) การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปรินูญานินพนธ์การศึกษา
มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
กายเอกสาร
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2539) คู่มือครู คณิตศาสตร์ ชั้นประถม
ศึกษาปีที่ 6 พิมพ์ครั้งที่ 4 กรุงเทพฯ โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
- _____ (2541) หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 021 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพฯ
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
- _____ (2546) เรขาคณิต กรุงเทพฯ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- _____ (2546?) การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา กรุงเทพฯ
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- _____ (2547) หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
กรุงเทพฯ โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
- สมเดช บุญประจักษ์ (2544ข) เรขาคณิต กรุงเทพฯ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี
- สิริพร ทิพย์คง (2537) แนวโน้มการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สารัตถะและวิทย
วิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15 กรุงเทพฯ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- สุกัญญา ยีกา (2545) การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องเรขาคณิตการแปลง สำหรับนักเรียน
ระดับประถมศึกษาปีที่ 6 ปรินูญานินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์)
กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กายเอกสาร
- สุนันท์ แสงงามมงคล (2541) การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ลอการิทึม
โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตร
วิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ปรินูญานินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กายเอกสาร
- สุพจน์ ไชยสังข์ (2539) การสำรวจระดับความคิดเห็นและความสามารถในการพิสูจน์ในวิชา
เรขาคณิตของนักเรียนไทย ม ป พ
- _____ (ม ป พ) แบบรูปของพัฒนาการทางความคิดในวิชาเรขาคณิตของแวนฮีลี
(เอกสารประกอบการสอน) ม ป พ
- Burger, William F , & Culpeper, B (1993) *Restructuring Geometry Research Ideas for the
Classroom, High School Mathematics* Macmillan, New York National Council of
Teacher of Mathematics
- Burger, W F , & Shaughnessy, J M (1986) Characterising the van Hiele Levels of
Development in Geometry *Journal for Research in Mathematics Education*
17 37-48

- Cathcart et al (n d) *The van Hiele Levels of Geometric Thinking* (online) Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools pp 282-283 Available http://www.math.uncc.edu/droyster/courses/spring01/van_hiele.html
- Clements, Douglas H , & Sarama, Julie (2000, April) Young Children's Ideas about Geometric Shape *Teaching Children Mathematics* 6(8) 482-488
- Crowley, Mary L (1987) The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought *In Learning and Teaching Geometry, K-12 Yearbook* Reston, Virginia National Council of Teacher of Mathematics
- Dale, M E (1974, April) A Comparative Study of Achievement Between College Student Being Taught in the Traditional Manner and Those Taught with Learning Modulus *Dissertation Abstracts International* 34(10) 6481-A
- Duane, James E (1973) *Individualized Instructional Program and Materials* Englewood Cliffs N J Education Technology Publication
- Eniayeju, Paul A (1983, November) The Comparative Effect of Teacher-Demonstration and Self-Paced Instruction on Concept Acquisition and Problem-Solving Skill of College Level Chemistry Student *Journal of Research in Science Teaching* 20(8) 795-801
- Fuys D J , Geddes, D , & Tischler, R (1984) *English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele Geldof and Pierre M van Hiele* New York Brooklyn College
- _____ (1988) *The van Hiele Model of Thinking In Geometry among Adolescents* Journal for Research in Mathematics Education Monograph Number 3 Reston, Virginia National Council of Teachers of Mathematics
- Geddes, Dorothy, & Fortunato, Irene (1993) Geometry Research and Classroom Activities *In Research Ideas for the Classroom Middle Grades Mathematic* pp 199-222 New York Macmillan
- Good, Carter V (1973) *Dictionary of Education* New York McGraw-Hill
- Jeon, Pyung Kook (1988, December) Geometry Problem Solving of Korean Middle School Students an Analysis of Representation and Transfer *Dissertation Abstracts International* 49(6) 1410-A
- Jurgensen, Ray C (1975) *Geometry Teacher Edition* Boston Houghton Mifflin
- Kapfer, Phillip G , & Kapfer, Mirian B (1972) *Learning Package in American Education* Englewood Cliffs N J Education Technology Publication

- Lawrie, C (1998) *An Investigation into the Assessment of Student' van Hiele Levels of Understanding in Geometry* (online) Available <http://fehps.unc.edu.au/flr/curric/CriLt/phd.html>
- Mayberry, J (1983) *The van Hiele levels of Geometric Thought in Undergraduate Preservice Teacher* *Journal of Research in Mathematics Education* 14(1) 58-69
- McClendon, Mary Ellen (1990) *Application of the van Hiele model in evaluating elementary teachers understanding of geometric concepts and improving their attitudes toward teaching geometry* Available <http://www.lib.umi.com/dissertation/fullcit/9024906> July 21, 2004
- Mike's Report (n.d.) *The van Hiele Theory* (online) Available <http://nunic.nu.edu/frosamon/history/mike.html>
- Moore, R C (1990) *College Students difficulties in learning to do Mathematical Proofs* Dissertation Ed D Athens Graduate School The University of Georgia Photocopied
- Murray, J C (1997) *The van Hiele Theory* (online) Paper presented at the MALATI EMSCEP Geometry Thinkshop, University of Stellenbosch, South Africa
- Musser, Gary L , & Burger, William F (1994) *Geometric Shapes The van Hiele and Learning Geometry Mathematics for Elementary Teacher, A Contemporary Approach* pp 527-531 New York Macmillan College
- Niven, Ivan (1987) *Can Geometry Survive in the Secondary Curriculum In Learning and Teaching Geometry, K-12 Yearbook* Reston, Virginia National Council of Teacher of Mathematics
- Science Education Center (1978) *Geometry for High School* The Philippine University Curriculum Development Center for Science and Mathematics Philippines Depart of Education and Culture
- Senk, S L (1983, December) *Proof-writing achievement and van Hiele levels among secondary school geometry* *Dissertation Abstracts International* 44(12) 417-A
- _____ (1989, February) *Van Hiele Levels and Achievement in Writing Geometry Proofs* *Journal of Research in Mathematics Education* 20(3) 309-321
- Serra, Michael (1993) *Discovering Geometry An Inductive Approach* Berkeley, California Key Curriculum Press
- Sidhu, Kulbir Singh (1981) *The Teaching of Mathematics* 3rd ed New Delhi Sterling Printer

- Soon, Yee-Ping (1989) *An investigation of van Hiele-like levels of learning in transformation geometry of secondary school students in Singapore* Available <http://www.lib.umi.com/dissertation/fullcit/8915764> July 21, 2004
- Swaford, J O , Jones, G A , & Thornton, C A (1997, July) Increased Knowledge in Geometry and Instructional Practice *Journal for Research in Mathematics Education* 28(4) 467-483
- Teacher Resource Center (n d) *Discovering Geometry Teaching with Discovering Geometry* (online) Available [http://www.keypress.com/DG/resources/Teaching with DG.html](http://www.keypress.com/DG/resources/Teaching%20with%20DG.html)
- Teppo, Anne (1991, March) Van Hiele Levels of Geometry Thought Revisited *Mathematics teacher* pp 210-221
- The National Council of Teacher of Mathematics (1989) *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* Reston, Virginia National Council of Teacher of Mathematics
- Thompson, Edward Otis (1993, February) Three Methods of Instruction in High School Geometry and the Affection, They have on Achievement, Retention and Attitude *Dissertation Abstracts International* 53(8) 2724-A
- Usiskin, Zalman (1982) *Van Hiele levels of achievement in secondary school geometry* Chicago University of Chicago
- Wilson, Cynthia Louise (1989, August) An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word Problem Solving to Learning Disabled Student *Dissertation Abstracts International* 50(2) 416-A

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 8 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้

ตาราง 8 (ต่อ)

แบบทดสอบข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
29	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	1 00	ใช้ได้

หมายเหตุ คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ตาราง 9 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	p	r
1	0 80	0 47
2	0 60	0 38
3	0 70	0 30
4	0 20	0 48
5	0 30	0 30
6	0 80	0 45
7	0 70	0 43
8	0 30	0 45
9	0 50	0 29
10	0 70	0 26
11	0 40	0 59
12	0 20	0 24
13	0 60	0 22
14	0 40	0 26
15	0 80	0 21

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0 83

ตาราง 10 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 0

ข้อที่	p	r
1	1 00	0 00
2	0 90	0 06
3	0 90	0 06
4	0 70	0 31
5	0 40	0 76
6	0 90	0 06
7	1 00	0 00
8	0 40	0 76
9	0 90	0 06
10	0 80	0 09

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0 76

ตาราง 11 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 1

ข้อที่	p	r
1	0 80	0 39
2	0 80	0 39
3	0 60	0 39
4	0 40	0 34
5	0 60	0 34
6	0 60	0 39
7	0 80	0 68
8	0 70	0 44
9	0 80	0 24
10	0 70	0 57

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0 77

ตาราง 12 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 2

ข้อที่	p	r
1	0.80	0.26
2	0.80	0.26
3	0.80	0.26
4	0.50	0.34
5	0.30	0.34
6	0.50	0.45
7	0.50	0.34
8	0.50	0.34
9	0.40	0.51
10	0.60	0.41

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.81

ตาราง 13 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต ระดับ 3

ข้อที่	p	r
1	0.30	0.21
2	0.40	0.43
3	0.40	0.43
4	0.70	0.34
5	0.80	0.46
6	0.50	0.87
7	0.20	0.26
8	0.80	0.26
9	0.70	0.67
10	0.20	0.69

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.80

ตาราง 14 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ

x	f	fx	x ²	fx ²
10	1	10	100	100
11	1	11	121	121
12	3	36	144	432
13	3	39	169	507
14	3	42	196	588
15	2	30	225	450
16	2	32	256	512
17	4	68	289	1156
18	2	36	324	648
19	5	95	361	1805
20	4	80	400	1600
21	5	105	441	2205
22	1	22	484	484
24	3	72	576	1728
26	1	26	676	676
ผลรวม	40	704		13012

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum fx}{\sum f} \\ &= \frac{704}{40} \\ &= 17.6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{40(13012) - (704)^2}{40(39)}} \\ &= 3.99\end{aligned}$$

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 3 ของระดับชั้นของแวนฮิลี ซึ่งใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (z-test for population proportion)

สมมติฐาน คือ $H_0 \quad p \leq 0.50$

$H_1 \quad p > 0.50$

สถิติทดสอบ
$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทนสัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

$$\hat{p} = \frac{15}{40} = 0.375$$

$$p_0 = 0.50$$

n แทนจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน

แทนค่า
$$Z = \frac{0.375 - 0.50}{\sqrt{\frac{0.50(1-0.50)}{40}}} = \frac{-0.125}{\sqrt{0.00625}}$$

ดังนั้น
$$Z = -1.58$$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z > Z_{0.1}$

จากตารางได้ $Z_{0.1} = 2.33$

แต่ $-1.58 < 2.33$ ไม่อยู่ในบริเวณวิกฤต

เพราะฉะนั้น จากข้อมูลที่ได้ไม่สามารถปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 3 ของระดับชั้นของแวนฮิลี มีจำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ซึ่งใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (z-test for population proportion)

สมมติฐาน คือ $H_0 \quad p \leq 0.50$

$H_1 \quad p > 0.50$

สถิติทดสอบ
$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทนสัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

$$\hat{p} = \frac{29}{40} = 0.725$$

$$p_0 = 0.50$$

n แทนจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 40 คน

แทนค่า
$$Z = \frac{0.725 - 0.50}{\sqrt{\frac{0.50(1-0.50)}{40}}} = \frac{0.225}{\sqrt{0.00625}}$$

ดังนั้น
$$Z = 2.85$$

จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z > Z_{0.1}$

จากตารางได้ $Z_{0.1} = 2.33$

และ $2.85 > 2.33$ อยู่ในบริเวณวิกฤต

เพราะฉะนั้น ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

ภาคผนวก ข

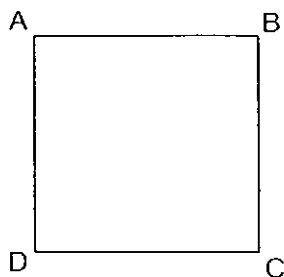
- แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต

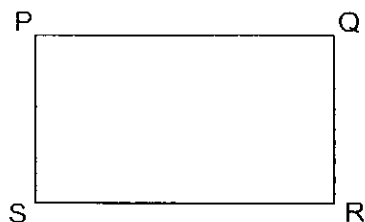
คำชี้แจง

- 1 แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อสำรวจระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนในระดับ 1 โดยยึดลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลี (Van Hiele levels)
- 2 แบบทดสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
- 3 ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในแต่ละข้อ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว
- 4 ในแต่ละข้อคำถามจะมีคำตอบที่ถูกต้องเพียง 1 คำตอบเท่านั้น
- 5 ห้ามนักเรียนขีดเขียนหรือคิดคำนวณในแบบทดสอบนี้
- 6 ให้นักเรียนคิดคำนวณหรือวาดรูปประกอบในการหาคำตอบในกระดาษทดที่จัดให้
- 7 เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 20 นาที

- 1 กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใด ๆ

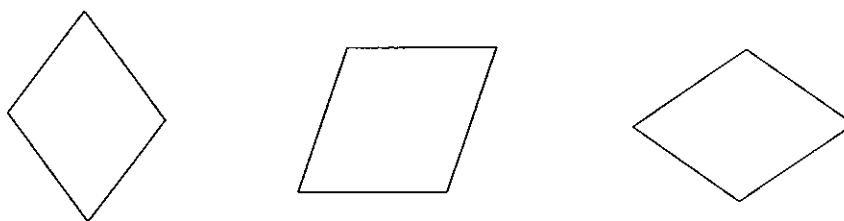


- ก $\overline{AC}$ และ $\overline{CD}$ ยาวเท่ากัน
 ข $\overline{BD}$ และ $\overline{AC}$ ตั้งฉากกัน
 ค $\overline{AD}$ และ $\overline{BC}$ ตั้งฉากกัน
 ง $\overline{AD}$ และ $\overline{BD}$ ยาวเท่ากัน
 จ $\angle ABC$ มีขนาดใหญ่กว่า $\angle C D$
- 2 กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ข้อความใดต่อไปนี้ไม่เป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใด ๆ



- ก มีมุมฉากสี่มุม
 ข มีด้านสี่ด้าน
 ค เส้นทแยงมุมทั้งสองยาวเท่ากัน
 ง ด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน
 จ ทุกข้อเป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใด ๆ

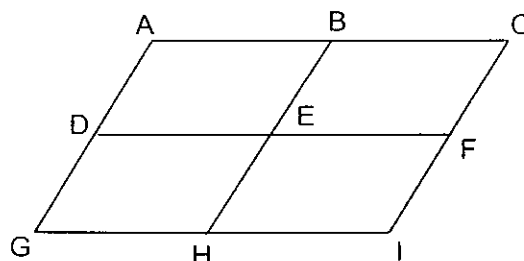
- 3 รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน และมุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก ตัวอย่างเช่น



ตัวเลือกในข้อใดต่อไปนี้ ไม่เป็นจริง สำหรับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนใด ๆ

- ก เส้นทแยงมุมทั้งสองยาวเท่ากัน
- ข เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นจะแบ่งครึ่งมุมทั้งสองที่อยู่ตรงข้ามกัน
- ค เส้นทแยงมุมทั้งสองตั้งฉากกัน
- ง มุมที่อยู่ตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน
- จ ทุกข้อเป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนใด ๆ

- 4 จากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ข้อใด ไม่ถูกต้อง



- ก $\hat{ABE} = \hat{EFI}$
- ข $\hat{DGH} = \hat{DEH}$
- ค $\hat{CBE} = \hat{EHI}$
- ง $\hat{ACI} = \hat{AGI}$
- จ $\hat{BHG} = \hat{FIH}$

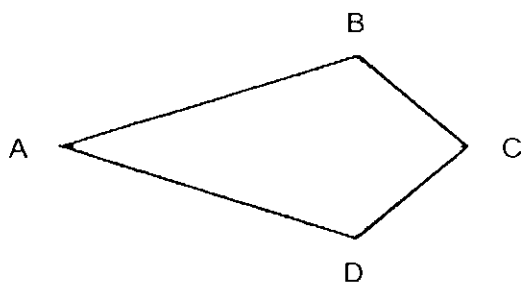
5 ทุกข้อต่อไปนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีเส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน ยกเว้นข้อใดต่อไปนี้

- ก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
- ข รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
- ค รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
- ง รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
- จ รูปสี่เหลี่ยมรูปวาว

6 ทุกข้อต่อไปนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีเส้นทแยงมุมแต่ละเส้นตัดกันเป็นมุมฉาก ยกเว้นข้อใดต่อไปนี้

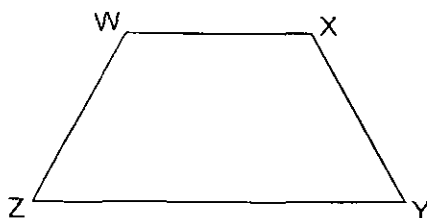
- ก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
- ข รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
- ค รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
- ง รูปสี่เหลี่ยมรูปวาว
- จ ทุกข้อเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีเส้นทแยงมุมแต่ละเส้นตัดกันเป็นมุมฉาก

7 กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปวาว ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมรูปวาวใด ๆ



- ก เส้นทแยงมุมทั้งสองยาวเท่ากัน
- ข เส้นทแยงมุมทั้งสองตั้งฉากกัน
- ค ด้านตรงข้ามขนานกัน
- ง มุมที่อยู่ตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน
- จ ทุกข้อเป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมรูปวาวใด ๆ

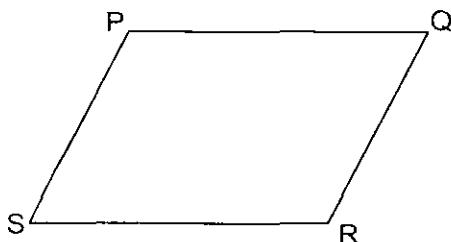
- 8 กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยม WXYZ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูใด ๆ



- ก มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน
 ข มีด้านขนานกันเพียงคู่เดียว
 ค เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
 ง เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นตัดกันเป็นมุมฉาก
 จ ทุกข้อเป็นจริงสำหรับรูปสี่เหลี่ยมคางหมูใด ๆ
- 9 ทุกข้อต่อไปนี้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกันสองคู่ ยกเว้นข้อใดต่อไปนี้

- ก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
 ข รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า
 ค รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
 ง รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน
 จ รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

- 10 กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ข้อความใดต่อไปนี้ไม่เป็นจริง



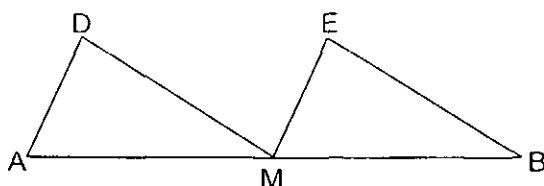
- ก $\angle PQR = \angle PSR$
 ข $\angle SPQ = \angle QRS$
 ค เส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก
 ง เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน
 จ ตั้งแต่ข้อ ก ถึงข้อ ง เป็นจริงทุกข้อ

แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต

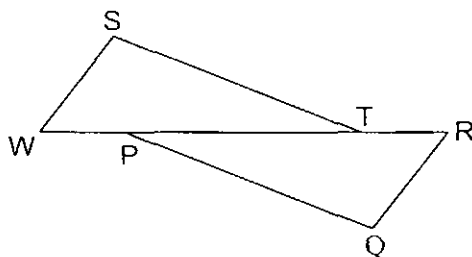
คำชี้แจง

- 1 แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อสำรวจระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนในระดับ 3 โดยยึดลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลี (Van Hiele levels)
- 3 แบบทดสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
- 3 ให้นักเรียนเขียนคำตอบที่ถูกต้อง
- 4 เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 60 นาที

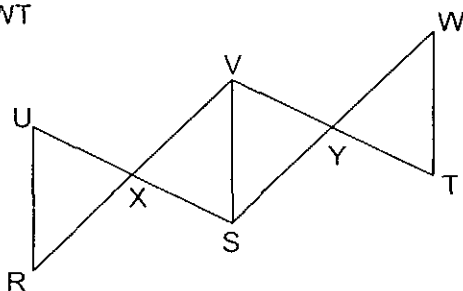
- 1 กำหนดให้ $\overline{AD} \parallel \overline{ME}$, $\overline{MD} \parallel \overline{BE}$ และ M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$
 เพราะเหตุใด $\hat{D} = \hat{E}$



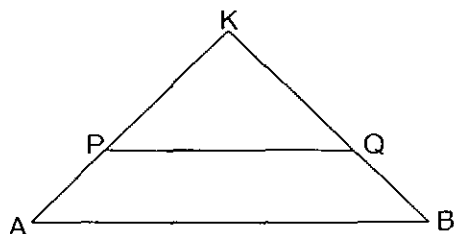
- 2 กำหนดให้ $WS = RQ$, $ST = QP$ และ $WP = RT$ เพราะเหตุใด $WT = RP$



- 3 กำหนดให้ X เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{US}$ และ $\overline{RV}$
 Y เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{VT}$ และ $\overline{SW}$
 เพราะเหตุใด $UR = WT$



- 4 กำหนดให้ $KA = KB$ และ $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ จงแสดงว่า $KP = KQ$

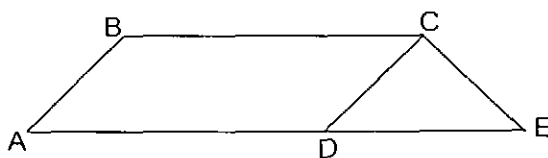


กำหนดให้ $KA = KB$ และ $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$

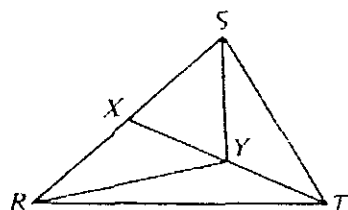
สิ่งที่ต้องพิสูจน์ $KP = KQ$

ข้อความ	เหตุผล
1 $KA = KB$	1 กำหนดให้
2 $\hat{K}AB = \hat{K}BA$	2 สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ $KA = KB$
3 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$	3 กำหนดให้
4 $\hat{K}PQ = \hat{K}AB$ และ $\hat{K}QP = \hat{K}BA$	4 _____ _____
5 $\hat{K}PQ = \hat{K}QP$	5 สมบัติการถ่ายทอด จากข้อ 2 และข้อ 4
6 $KP = KQ$	6 _____ _____

- 5 กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และ $CD = CE$ เพราะเหตุใด $\hat{A} = \hat{E}$



6 กำหนดให้ $RX = SX = SY$ และ $XY = YT$ จงแสดงว่า $ST = RY$

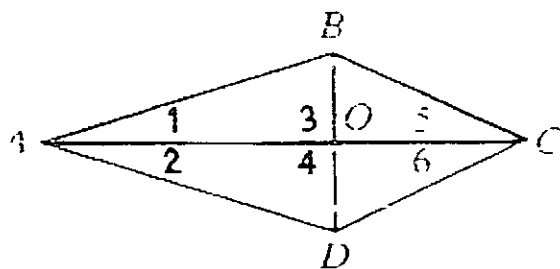


กำหนดให้ $RX = SX = SY$ และ $XY = YT$

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ $ST = RY$

ข้อความ	เหตุผล
1 $SX = SY$	1 กำหนดให้
2 $\hat{SXY} = \hat{SYX}$	2 _____
3 $\hat{RXY} = \hat{SYT}$	3 _____
4 $\triangle RXY \cong \triangle SYT$	4 มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน
5 $ST = RY$	5 $\triangle RXY \cong \triangle SYT$

7 กำหนดให้ $\hat{1} = \hat{2}$ และ $\hat{5} = \hat{6}$ จงแสดงว่า $\overline{AC} \perp \overline{BD}$



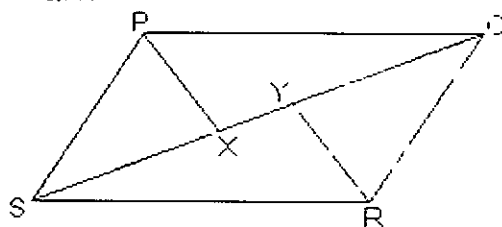
กำหนดให้ $\hat{1} = \hat{2}$ และ $\hat{5} = \hat{6}$

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

ข้อความ	เหตุผล
1 $\hat{1} = \hat{2}$ และ $\hat{5} = \hat{6}$	1 กำหนดให้
2 $AC = AC$	2 ด้านร่วม
3 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$	3 มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม
4 $AB = AD$	4 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$
5 $\hat{1} = \hat{2}$	5 กำหนดให้
6 $AO = AO$	6 ด้านร่วม
7 $\triangle ABO \cong \triangle ADO$	7 มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน
8 $\hat{3} = \hat{4}$	8 $\triangle ABO \cong \triangle ADO$
9 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$	9 _____ _____ _____

8 กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน และ $\angle XPQ = \angle YRS$

เพราะเหตุใด $\angle SPX = \angle QRY$



**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องความเท่ากันทุกประการ**

คำชี้แจง

1 แบบทดสอบนี้มีจำนวนทั้งหมด 18 ข้อ คะแนนเต็ม 30 คะแนน

2 แบบทดสอบนี้มีทั้งหมด 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 15 คะแนน
ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในแต่ละข้อ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียง
คำตอบเดียว

ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คะแนนเต็ม 15 คะแนน ให้นักเรียน
แสดงวิธีการพิสูจน์ลงในกระดาษคำตอบที่จัดไว้

3 ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในแต่ละข้อ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

1 รูปสองรูปใดที่เท่ากันทุกประการ

- ก รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสองรูปใด ๆ
- ข รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน
- ค รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความยาวของเส้นรอบรูปเท่ากัน
- ง วงกลมวงแรกที่มีรัศมียาว 2 นิ้ว วงกลมวงที่สองมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 4 นิ้ว

2 จากข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ข้อความที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อมีพื้นที่เท่ากัน

ข้อความที่ 2 รูปวงกลมสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อมีรัศมีเท่ากัน

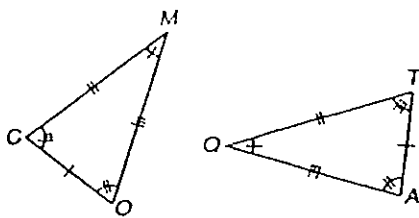
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก ข้อความที่ 1 ถูกเพียงข้อความเดียว
- ข ข้อความที่ 2 ถูกเพียงข้อความเดียว
- ค ถูกทั้งข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2
- ง ผิดทั้งข้อความที่ 1 และข้อความที่ 2

3 ถ้า $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ แล้วข้อใดกล่าวถูกต้องตามความสมนัย

- ก $\triangle ACB \cong \triangle YXZ$
- ข $\triangle BAC \cong \triangle XZY$
- ค $\triangle CAB \cong \triangle ZYX$
- ง $\triangle BCA \cong \triangle YZX$

- 4 จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ข้อใดเขียนสัญลักษณ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากัน
ทุกประการได้ถูกต้องตามความสมนัย



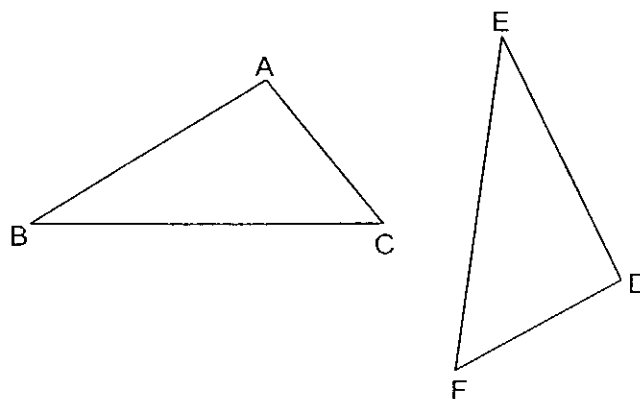
- ก $\triangle OCM \cong \triangle ATQ$
 ข $\triangle COM \cong \triangle TQA$
 ค $\triangle MOC \cong \triangle QTA$
 ง $\triangle CMO \cong \triangle TAQ$

- 5 ถ้า $\triangle DEF \cong \triangle LMN$ แล้วข้อใดถูกต้อง

- ก $EF = MN$
 ข $DF = LM$
 ค $\hat{D}\hat{F}\hat{E} = \hat{L}\hat{M}\hat{N}$
 ง $\hat{E}\hat{D}\hat{F} = \hat{L}\hat{N}\hat{M}$

- 6 จากรูปที่กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน
แล้วข้อใดกล่าวถูกต้อง

- ก $\overline{AB}$ สมนัยกับ $\overline{DE}$
 ข $\overline{BC}$ สมนัยกับ $\overline{EF}$
 ค $\overline{AC}$ สมนัยกับ $\overline{DF}$
 ง ถูกทุกข้อ



- 7 ถ้า $AO = CO$ และ $BO = DO$ แล้วเงื่อนไขที่ทำให้ $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ โดยมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน

- ก $\hat{A}BO = \hat{C}DO$
- ข $\hat{B}AO = \hat{C}DO$
- ค $\hat{A}OB = \hat{C}OD$
- ง ถูกทุกข้อ

- 8 ถ้า $\hat{C}AD = \hat{A}CB$ และ $AC = CA$ แล้วเงื่อนไขที่ทำให้ $\triangle ACD \cong \triangle CAB$ โดยมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

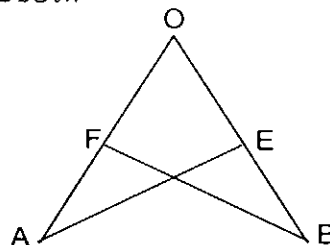
- ก $\hat{A}CD = \hat{C}AB$
- ข $\hat{A}DC = \hat{A}BC$
- ค $\hat{A}DC = \hat{B}AC$
- ง ถูกทุกข้อ

- 9 ถ้า $\triangle ABC \cong \triangle LMN$ โดยมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน แล้วข้อใดต่อไปนี้ผิด

- ก $AB = LM$
- ข $BC = MN$
- ค $CA = NL$
- ง $BC = LM$

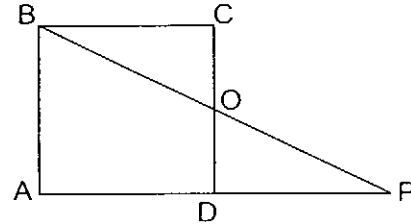
- 10 จากรูป กำหนดให้ $AO = BO$ และ $\hat{O}AE = \hat{O}BF$ แล้วเงื่อนไขที่ทำให้ $\triangle AOE \cong \triangle BOF$ โดยมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม ตรงกับข้อใด

- ก $OE = OF$
- ข $AE = BF$
- ค $\hat{A}OE = \hat{B}OF$
- ง $\hat{O}EA = \hat{O}FB$



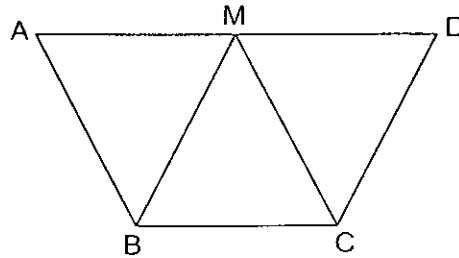
- 11 จากรูป กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีจุด O เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{CD}$ และต่อ $\overline{BO}$ พบ $\overline{AD}$ ที่ต่อออกไปที่จุด P ดังรูป แล้ว $\triangle BCO \cong \triangle PDO$ เพราะมีความสัมพันธ์กันแบบใด

- ก ด้าน-มุม-ด้าน
ข มุม-ด้าน-มุม
ค ด้าน-ด้าน-ด้าน
ง มุม-มุม-ด้าน



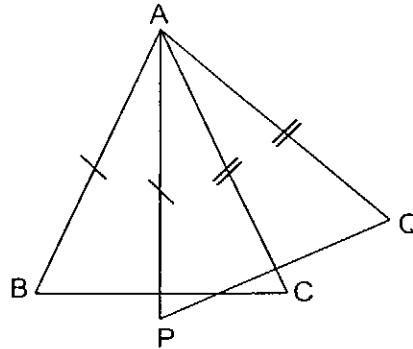
- 12 จากรูป กำหนดให้ M เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{AD}$, $\hat{BAM} = \hat{CDM}$ และ $AB = CD$ แล้วข้อสรุปในข้อใด ไม่ถูกต้อง

- ก $BM = CM$
ข $AB = BM$
ค $\hat{AMB} = \hat{DMC}$
ง $\hat{ABM} = \hat{DCM}$



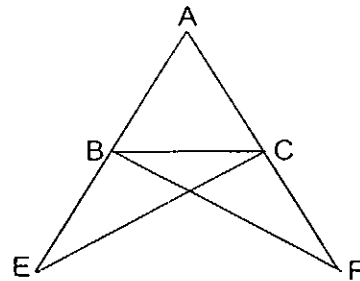
- 13 จากรูป $AB = AP$, $AC = AQ$ และ $BC = PQ$ ถ้า $\hat{BAC} = 72^\circ$ และ $\hat{PAC} = 34^\circ$ แล้ว $\hat{QAC}$ มีขนาดกี่องศา

- ก 32 องศา
ข 34 องศา
ค 36 องศา
ง 38 องศา

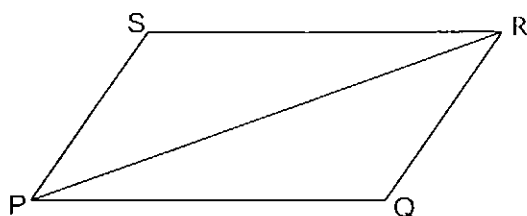


- 14 จากรูป กำหนดให้ $AE = AF$ และ $\hat{AEC} = \hat{AFB}$ แล้ว $\triangle ACE \cong \triangle ABF$ โดยมีความสัมพันธ์กันแบบใด

- ก ด้าน-มุม-ด้าน
ข มุม-ด้าน-มุม
ค ด้าน-ด้าน-ด้าน
ง มุม-มุม-ด้าน



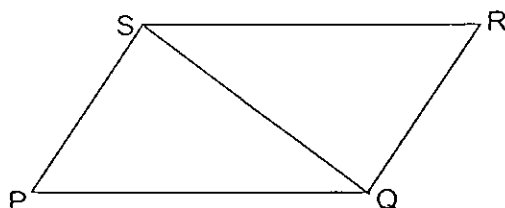
15 จากรูป กำหนดให้ PQRS เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $\triangle PQR \cong \triangle RSP$ หรือไม่เพราะเหตุใด



- ก เท่ากันทุกประการเพราะมีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน
 ข เท่ากันทุกประการเพราะมีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม
 ค เท่ากันทุกประการเพราะมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน
 ง ไม่เท่ากันทุกประการเพราะไม่มีความสัมพันธ์แบบใดเลย
-

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการพิสูจน์และวาดรูปประกอบในข้อที่กำหนด

1 กำหนดให้ $PS = RQ$ และ $\angle PSQ = \angle RQS$ ดังรูป จงแสดงว่า $\triangle PQS \cong \triangle RSQ$



ภาคผนวก ค

บทเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ
ที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

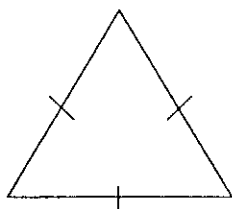
ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

รูปเรขาคณิตที่ควรรู้จัก

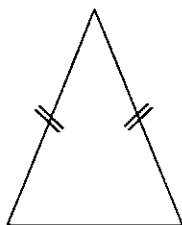
รูปสามเหลี่ยม

รูปสามเหลี่ยมเป็นรูปปิดที่มีด้านสามด้าน มุมสามมุม ซึ่งชนิดของรูปสามเหลี่ยมแบ่งตามลักษณะความยาวของด้านและแบ่งตามขนาดของมุม ดังนี้

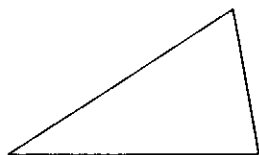
แบ่งตามความยาวของด้าน



1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน

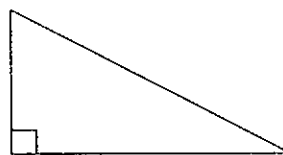


2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน

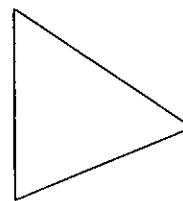


3 รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน

แบ่งตามขนาดของมุม



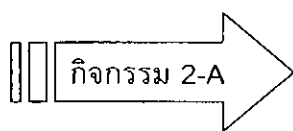
1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก



2 รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม



3 รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน



ชนิดของรูปสามเหลี่ยม

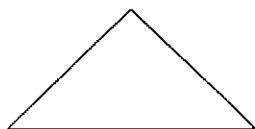
คำสั่ง จงบอกชนิดของรูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้

- 1 รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน เรียกว่า _____
- 2 รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามมุมเป็นมุมแหลม เรียกว่า _____
- 3 รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน เรียกว่า _____
- 4 รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน เรียกว่า _____
- 5 รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก เรียกว่า _____

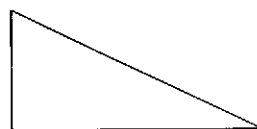
คำสั่ง จงพิจารณารูปต่อไปนี้ แล้วตอบคำถาม



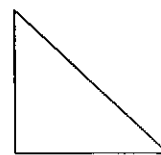
ก



ข



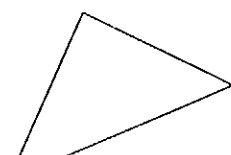
ค



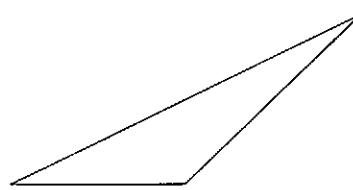
ง



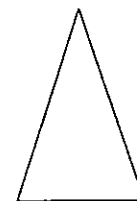
จ



ฉ



ช



ซ

- 1 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

- 2 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

- 3 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

- 4 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

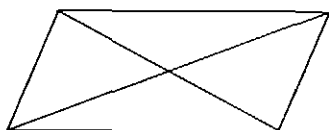
- 5 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

- 6 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

รูปสี่เหลี่ยม

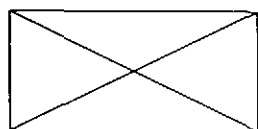
รูปสี่เหลี่ยมเป็นรูปปิดที่มีด้านสี่ด้าน มีมุมสี่มุม ซึ่งชนิดของรูปสี่เหลี่ยมมีดังนี้

1



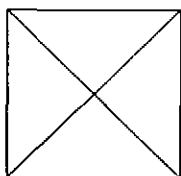
รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันทั้ง 2 คู่ และด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน ด้วย เส้นทแยงมุมทั้งสองแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน แต่ยาวไม่เท่ากัน และมุมตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน

2



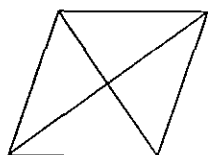
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีมุมเป็นมุมฉาก ด้านประชิดยาวไม่เท่ากัน มีผลทำให้ด้านตรงข้ามขนานกันและยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมยาวเท่ากันและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

3



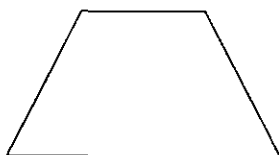
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน มีผลทำให้เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และตัดกันเป็นมุมฉาก

4



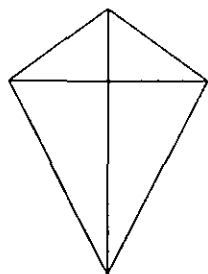
รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมยาวไม่เท่ากัน แต่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และตัดกันเป็นมุมฉาก และมุมตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน

5



รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันเพียงคู่เดียว

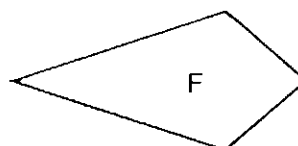
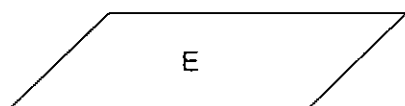
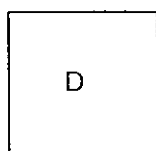
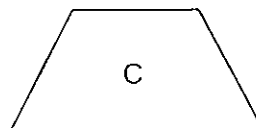
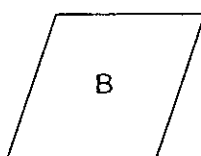
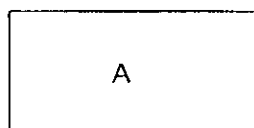
6



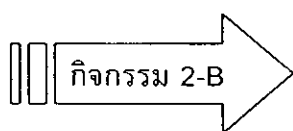
รูปสี่เหลี่ยมรูปวาว คือรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านประชิดยาวเท่ากันเพียง 2 คู่เท่านั้น เส้นทแยงมุมยาวไม่เท่ากัน ไม่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน แต่ตัดกันเป็นมุมฉาก

การจำแนกรูปสี่เหลี่ยมตามจำนวนของด้านคู่ขนาน

นักเรียนพิจารณารูปสี่เหลี่ยมทั้ง 6 ชนิด แล้วจำแนกรูปสี่เหลี่ยมตามจำนวนของด้านคู่ขนาน



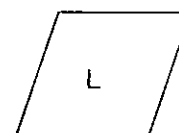
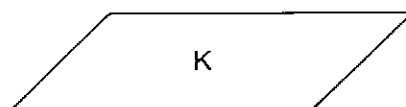
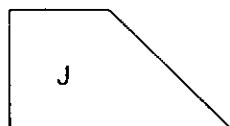
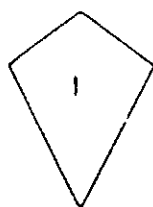
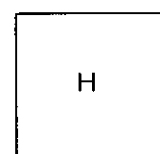
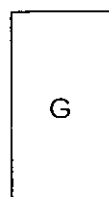
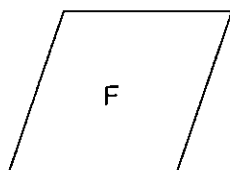
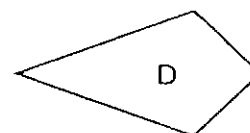
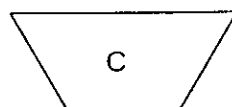
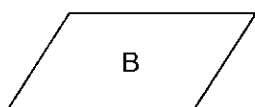
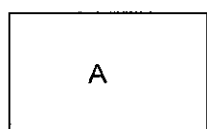
รูปสี่เหลี่ยมทั้ง 6 ชนิด จำแนกตามลักษณะจำนวนของด้านคู่ขนานได้เป็น _____ กลุ่ม ดังนี้



กิจกรรม 2-B

ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม

คำสั่ง พิจารณารูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แล้วตอบคำถาม



1 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เพราะเหตุใด

2 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพราะเหตุใด

3 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพราะเหตุใด

4 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เพราะเหตุใด

5 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู เพราะเหตุใด

6 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปดาว เพราะเหตุใด

คำสั่ง รูปสี่เหลี่ยมที่มีลักษณะต่อไปนี้ เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

1 มีด้านตรงข้ามขนานกัน 2 คู่ มุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก

2 มีด้านขนานกันคู่หนึ่ง มีมุมสองมุมเป็นมุมฉาก

3 มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน มุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก

4 มีด้านคู่หนึ่งขนานกัน และอีกคู่หนึ่งยาวเท่ากันแต่ไม่ขนานกัน

5 มีด้านขนานกัน 2 คู่ มุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก

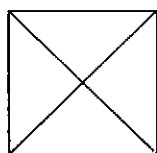
6 มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน มุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก

7 มีด้านทั้งสี่ยาวไม่เท่ากัน แต่มีด้านขนานกันเพียงคู่หนึ่ง

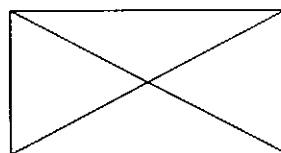
เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม

คุณสมบัติของเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม

เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน

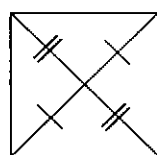


รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

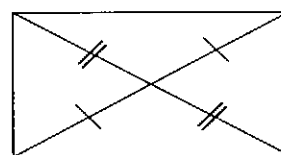


รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

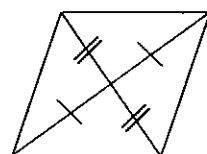
เส้นทแยงมุมแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน



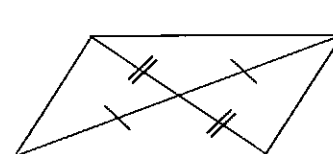
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

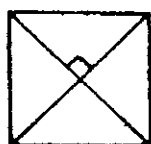


รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน

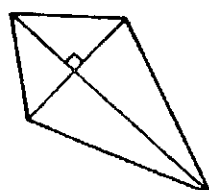


รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

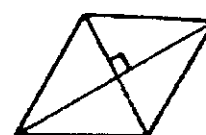
เส้นทแยงมุมตัดกันเป็นมุมฉาก



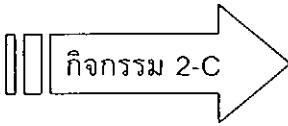
รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



รูปสี่เหลี่ยมรูบาว



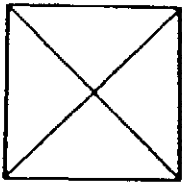
รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน



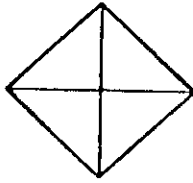
กิจกรรม 2-C

พิจารณารูปที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

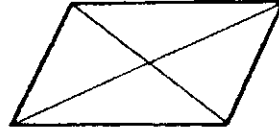
(1)



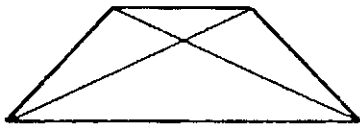
(2)



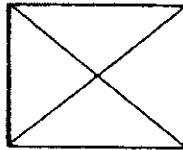
(3)



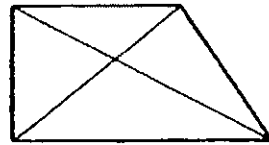
(4)



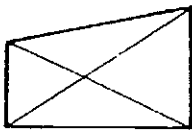
(5)



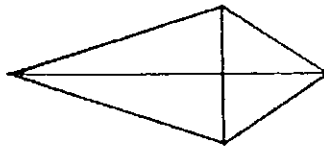
(6)



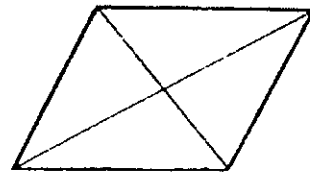
(7)



(8)



(9)



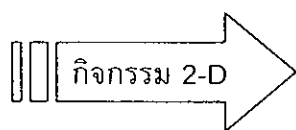
1 รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

2 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดยาวเท่ากัน

3 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

4 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดตัดกันเป็นมุมฉาก

5 เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นของรูปสี่เหลี่ยม แบ่งรูปสี่เหลี่ยมเป็นกี่ส่วน แต่ละส่วนเป็นรูปอะไร



จากรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนบอกชื่อรูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น

1



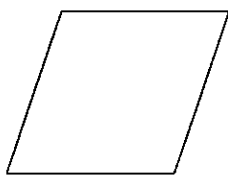
2



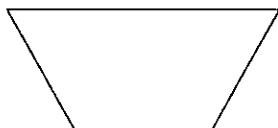
3



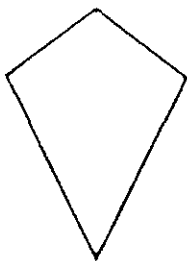
4



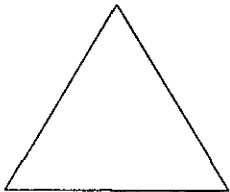
5



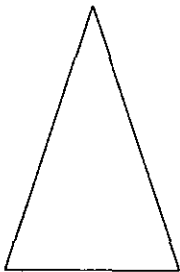
6

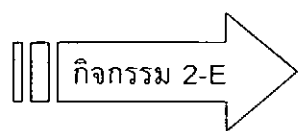


7



8

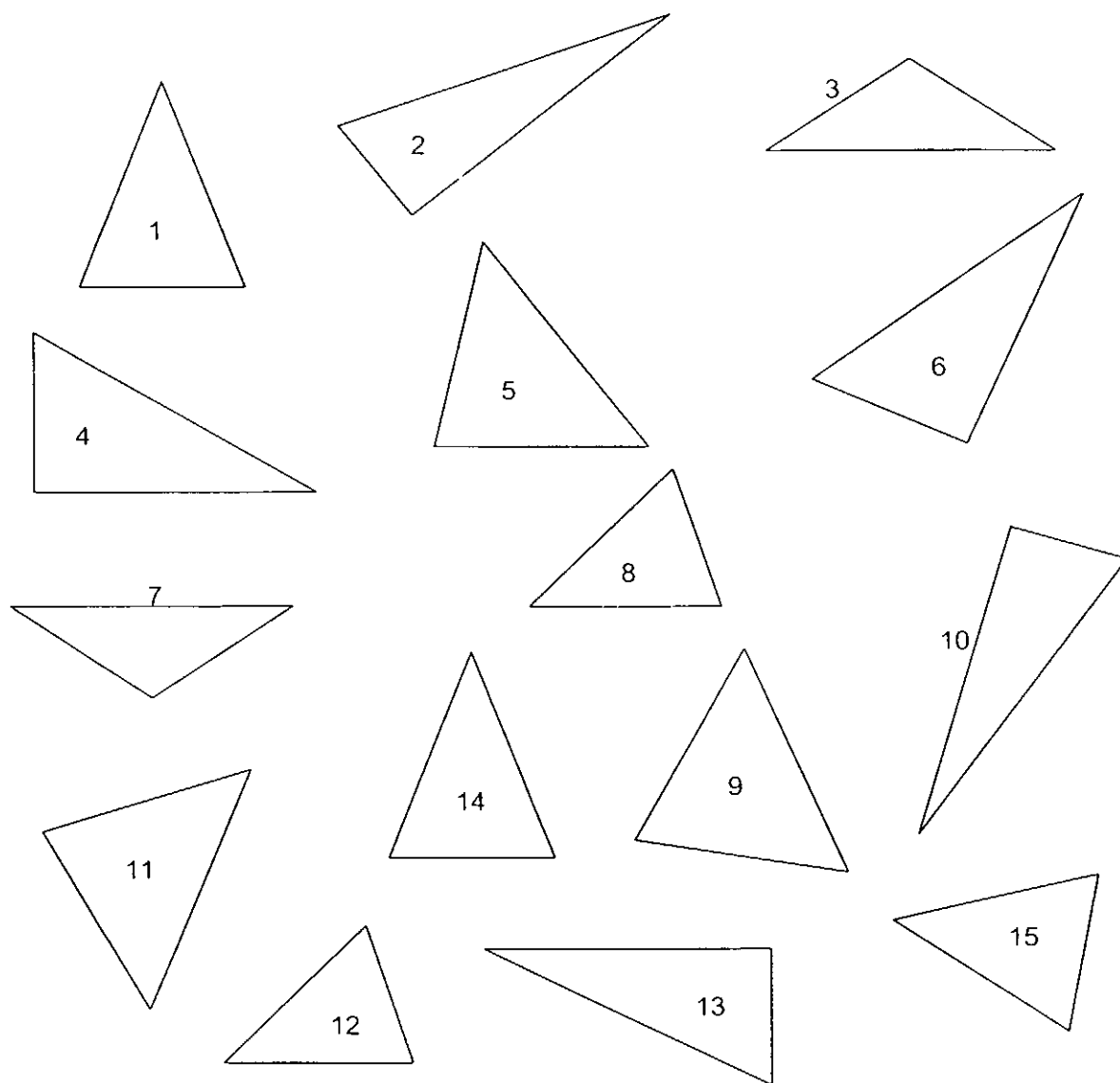


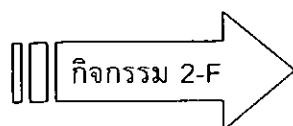


กิจกรรม 2-E

ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ รูปใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งเขียน
สัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์





ครูแจกกระดาษแข็งที่ตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
ให้นักเรียนคนละ 1 รูป โดยแต่ละรูปจะมีรูปที่เท่ากันทุกประการเพียงคู่
เดียวเท่านั้น ซึ่งรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปนั้นกำหนดมุมและด้านของรูปไว้
แล้วให้นักเรียนหารูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม
ของตนเอง นำรูปที่ได้มาซ้อนทับกัน และตอบคำถาม

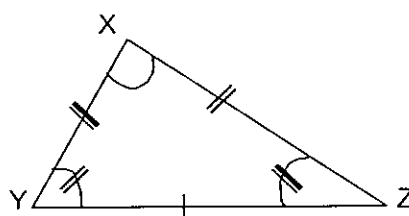
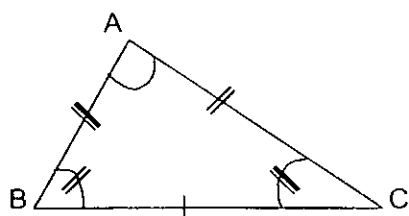
- 1 มีจุดใดบ้างที่ทับกัน _____
- 2 มีด้านใดบ้างที่ทับกัน _____
- 3 มีมุมใดบ้างที่ทับกัน _____

บทนิยาม ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

เราใช้สัญลักษณ์ _____ แทนความเท่ากันทุกประการ

ตัวอย่าง

ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการต่อไปนี้



รูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม XYZ

เขียนสัญลักษณ์แทนด้วย _____

และมีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

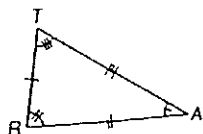
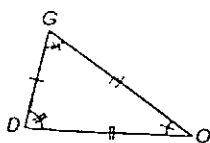
$$AB = XY, \quad BC = YZ, \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\hat{A}BC = \hat{X}YZ, \quad \hat{A}CB = \hat{X}ZY, \quad \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

แบบฝึกหัด

คำสั่ง ให้นักเรียนบอกชื่อรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งบอกด้านและมุมที่สมนัยกัน

1



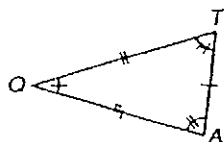
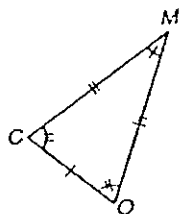
$$\triangle DGO \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

$$DO = \underline{\hspace{1cm}}, OG = \underline{\hspace{1cm}}, GD = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\angle DGO = \underline{\hspace{1cm}}, \angle GDO = \underline{\hspace{1cm}}, \angle DOG = \underline{\hspace{1cm}}$$

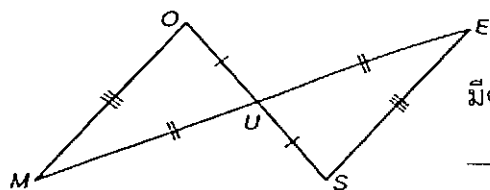
2



$$\triangle COM \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

3

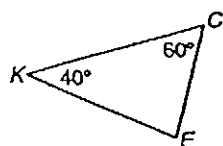
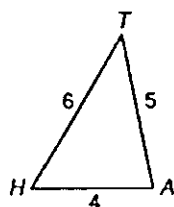


$$\triangle MOU \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

4 กำหนดให้ $\triangle HAT \cong \triangle CEK$ ดังรูป

จงหาขนาดของมุมและด้านที่กำหนดให้ต่อไปนี้



$$\text{ขนาดของมุม H} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{ขนาดของมุม A} = \underline{\hspace{2cm}}$$

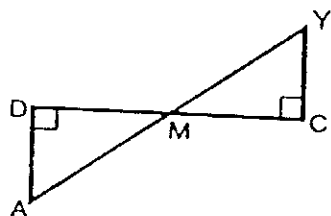
$$\text{ขนาดของมุม T} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$CE = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$EK = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$CK = \underline{\hspace{2cm}}$$

5



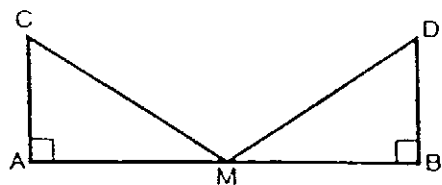
$$\triangle ADM \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

$$AD = \underline{\hspace{1cm}}, DM = \underline{\hspace{1cm}}, MA = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$\hat{ADM} = \underline{\hspace{1cm}}, \hat{DMA} = \underline{\hspace{1cm}}, \hat{MAD} = \underline{\hspace{1cm}}$$

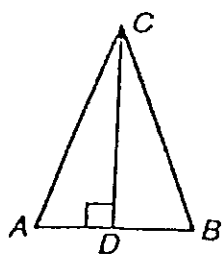
6



$$\triangle CAM \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

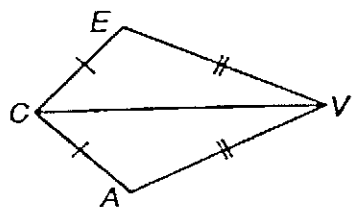
7



$$\triangle DCB \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

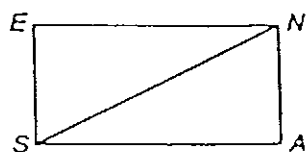
8



$$\triangle CVE \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

9 กำหนดให้ ENAS เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า



$$\triangle ESN \cong \underline{\hspace{2cm}}$$

มีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาคำถามต่อไปนี้ และตรวจสอบโดยการวาดภาพประกอบ

- 1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ พื้นที่จะเท่ากันหรือไม่
- 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีพื้นที่เท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่
- 3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความยาวรอบรูปเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการหรือไม่

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

ขั้นตอนในการพิสูจน์

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์

- หาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
- วาดรูปโดยใช้ข้อมูลจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ (ในกรณีที่โจทย์ให้วาดรูปประกอบ)
- หาสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 2 วางแผนการพิสูจน์

- พิจารณาว่าจากด้านและมุมที่ได้ส่งผลให้รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีความสัมพันธ์

กันแบบใด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการพิสูจน์

- ดำเนินการพิสูจน์เพื่อแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

ขั้นที่ 4 สรุปผล

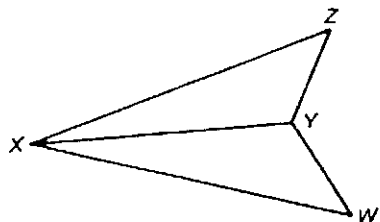
- ผลจากการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ทำให้ได้ด้านและมุมคู่ที่

สมนัยกัน

- สรุปผลโดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

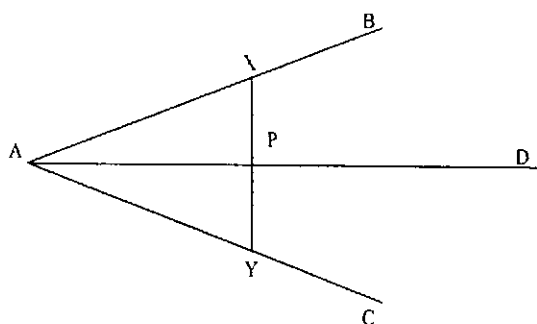
ตัวอย่างการพิสูจน์

1

กำหนดให้ $XZ = XW$ และ $YZ = YW$ จงแสดงว่า $\triangle XYZ \cong \triangle XYW$ กำหนดให้ $XZ = XW$ และ $YZ = YW$ สิ่งที่ต้องพิสูจน์ $\triangle XYZ \cong \triangle XYW$

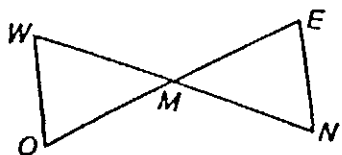
ข้อความ	เหตุผล
1 $XZ = XW$	1 กำหนดให้
2 $XY = XY$	2 ด้านรวม
3 $YZ = YW$	3 กำหนดให้
4 $\triangle XYZ \cong \triangle XYW$	4 ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

2

 $\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $\angle BAC$ และ $\overline{XY} \perp \overline{AD}$ ที่จุด Pจงพิสูจน์ว่า $\triangle AXP \cong \triangle AYP$ กำหนดให้ $\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $\angle BAC$ และ $\overline{XY} \perp \overline{AD}$ ที่จุด Pสิ่งที่ต้องพิสูจน์ $\triangle AXP \cong \triangle AYP$

ข้อความ	เหตุผล
1 $\angle XAP = \angle YAP$	1 กำหนดให้ ($\overline{AD}$ แบ่งครึ่ง $\angle BAC$)
2 $AP = AP$	2 _____
3 $\angle APX = \angle APY$	3 กำหนดให้ ($\overline{XY} \perp \overline{AD}$)
4 _____	4 _____

3

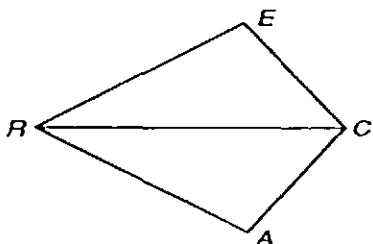


M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{WN}$ และ $\overline{OE}$
 จงแสดงว่า $WO = NE$

กำหนดให้ _____
 สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $WM = NM$	1 _____
2 $\widehat{WMO} = \widehat{NME}$	2 _____
3 $OM = EM$	3 _____
4 _____	4 _____
5 $WO = NE$	5 _____

4



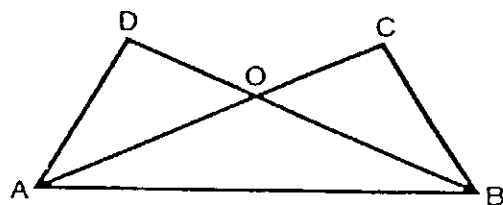
กำหนดให้ $AR = ER$ และ $EC = AC$
 จงแสดงว่า $\widehat{REC} = \widehat{RAC}$

กำหนดให้ _____
 สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $AR = ER$	1 _____
2 $EC = AC$	2 _____
3 _____	3 _____
4 _____	4 _____
5 _____	5 _____

5 กำหนดให้ $\overline{DB}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{ABC}$, $\overline{AC}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{DAB}$ และ $\widehat{DAB} = \widehat{CBA}$

จงพิสูจน์ว่า $\triangle DAB \cong \triangle CBA$

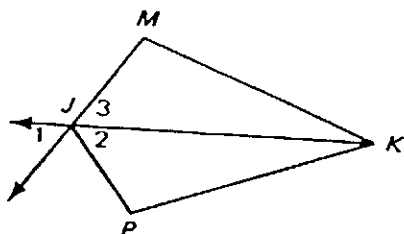


กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $\widehat{DAB} = \widehat{CBA}$	1 _____
2 $AB = BA$	2 _____
3 $\widehat{CAB} = \widehat{DBA}$	3 _____
4 _____	4 _____

6



กำหนดให้ $\overline{KJ}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{MKP}$ และ $KM = KP$
จงแสดงว่า $\hat{1} = \hat{2}$

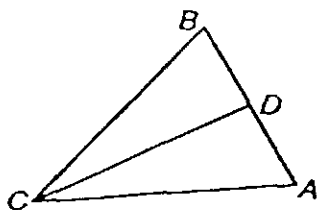
กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $KM = KP$	1 _____
2 $\widehat{MKJ} = \widehat{PKJ}$	2 _____
3 _____	3 _____
4 _____	4 _____
5 $\hat{3} = \hat{2}$	5 _____
6 $\hat{1} = \hat{3}$	6 _____
7 _____	7 _____

แบบฝึกหัด

1



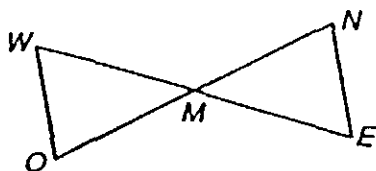
$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว $\overline{CD}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{ACB}$ จงแสดงว่า $\triangle ADC \cong \triangle BDC$

กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

[illegible]

2

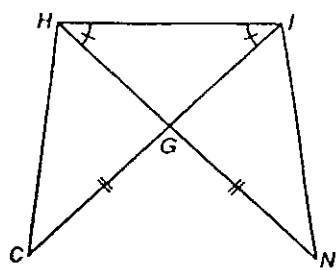


กำหนดให้ $M\hat{E}N = M\hat{W}O$ และ M เป็น
จุดกึ่งกลางของ $\overline{WE}$ จงแสดงว่า $MO = MN$

กำหนดให้ _____
 สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

[illegible]

5



กำหนดให้ $\widehat{GHI} = \widehat{GIN}$ และ $CG = NG$
จงแสดงว่า $\triangle HGC \cong \triangle IGN$

กำหนดให้ _____
สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

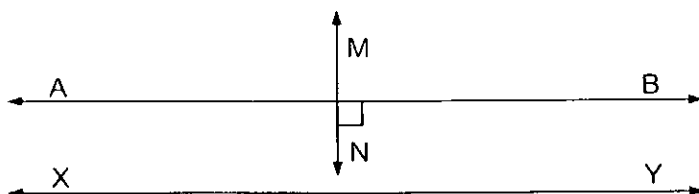
ข้อความ	เหตุผล

6 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACE ซึ่งมีจุด C เป็นมุมฉาก
รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก LOG ซึ่งมีจุด O เป็นมุมฉาก
 $AC = LO$ และ $\angle A = \angle L$

6.1 จงสร้างรูปจากข้อมูลที่กำหนดให้

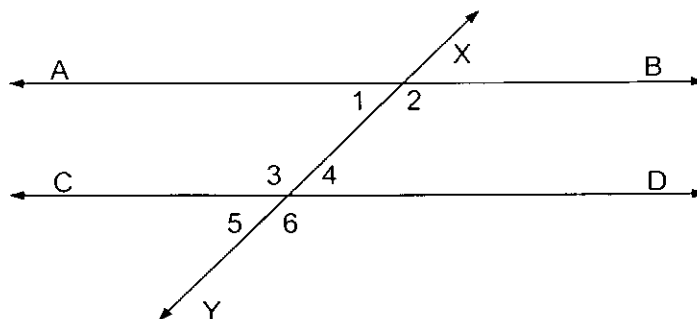
สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนาน

ถ้าเส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันตัดกัน ทำให้มุมที่เกิดขึ้นมีขนาดเท่ากับ 90° องศา จะกล่าวว่า เส้นตรงสองเส้นนั้น ตั้งฉากกัน แต่ถ้าเส้นตรงทั้งสองไม่ตัดกัน จะกล่าวว่าเส้นตรงสองเส้นนั้น ขนานกัน เช่น



จากรูป $\overline{AB}$ ตั้งฉากกับ $\overline{MN}$ เขียนแทนด้วย $\overline{AB} \perp \overline{MN}$
 $\overline{AB}$ ขนานกับ $\overline{XY}$ เขียนแทนด้วย $\overline{AB} \parallel \overline{XY}$

กรณีที่เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง ดังรูป



$\overline{XY}$ ตัดเส้นขนาน $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เรียก $\overline{XY}$ ว่า เส้นตัด เอ็กซ์วาย

ผลจากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง จะเกิดมุมและสมบัติที่สำคัญดังนี้

1 มุมที่แย้งกัน

จากรูป จะได้ 1 กับ 4 เป็นมุมแย้งกัน และ 2 กับ 3 เป็นมุมแย้งกัน

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

จะได้ $\hat{1} = \hat{4}$ และ $\hat{2} = \hat{3}$

2 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY

จากรูป จะได้ $\hat{1}$ และ $\hat{3}$ เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY และ

$\hat{2}$ และ $\hat{4}$ เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา

จะได้ $\hat{1} + \hat{3} = 180^\circ$ และ $\hat{2} + \hat{4} = 180^\circ$

3 มุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

จากรูป จะได้ $\hat{5}$ กับ $\hat{1}$ เป็นมุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด และ

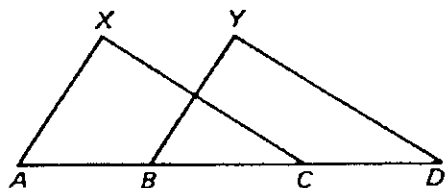
$\hat{6}$ กับ $\hat{2}$ เป็นมุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

จะได้ $\hat{5} = \hat{1}$ และ $\hat{6} = \hat{2}$

ตัวอย่างการพิสูจน์

1 กำหนดให้ $\overline{AX} \parallel \overline{BY}$, $AB = CD$ และ $\hat{ACX} = \hat{BDY}$ จงแสดงว่า $\triangle ACX \cong \triangle BDY$

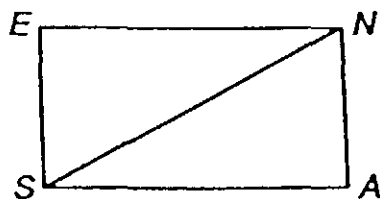


กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $\hat{ACX} = \hat{BDY}$	1 _____
2 $AB = CD$	2 _____
3 $AB + BC = CD + BC$	3 _____
4 $AC = BD$	4 _____
5 $\hat{XAC} = \hat{YBD}$	5 _____
6 _____	6 _____

2 กำหนดให้ $\overline{SA} \parallel \overline{NE}$ และ $\overline{SE} \parallel \overline{NA}$ จงแสดงว่า $SA = NE$

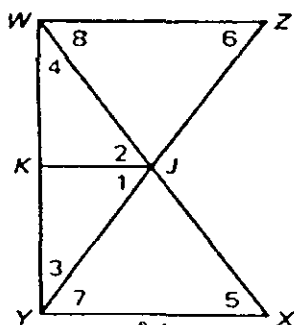


กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $\hat{E}SN = \hat{A}NS$	1 _____
2 _____	2 _____
3 _____	3 _____
4 _____	4 _____
5 _____	5 _____

3



กำหนดให้ $\overline{ZW} \perp \overline{WY}$, $\overline{JK} \perp \overline{WY}$, $\overline{XY} \perp \overline{WY}$

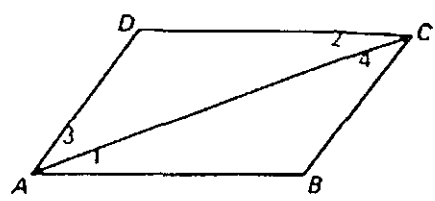
และ $\hat{7} = \hat{8}$ จงแสดงว่า $\triangle ZWY \cong \triangle XYW$

กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $\hat{8} + \hat{4} = \underline{\hspace{2cm}}$	1 _____
2 $\hat{7} + \hat{3} = \underline{\hspace{2cm}}$	2 _____
3 $\angle ZWY = \angle XYW$	3 _____
4 $\hat{8} + \hat{4} = \hat{7} + \hat{3}$	4 _____
5 $\hat{7} = \hat{8}$	5 _____
6 $\hat{4} = \hat{3}$	6 _____
7 $WY = YW$	7 _____
8 _____	8 _____

4

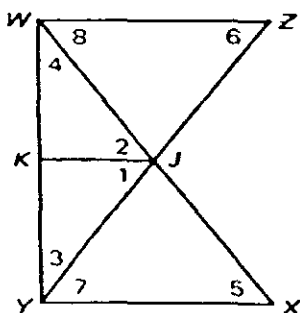


กำหนดให้ $\hat{3} = \hat{4}$ และ $BC = DA$
จงแสดงว่า $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

กำหนดให้ _____
สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 $BC = DA$	1 _____
2 $\hat{3} = \hat{4}$	2 _____
3 $AC = CA$	3 _____
4 _____	4 _____
5 _____	5 _____
6 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$	6 _____

3



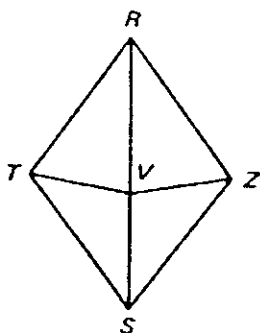
กำหนดให้ $\overline{ZW} \perp \overline{WY}$, $\overline{JK} \perp \overline{WY}$, $\overline{XY} \perp \overline{WY}$
และ $\hat{1} = \hat{2}$ จงแสดงว่า $\triangle ZWY \cong \triangle XYW$

กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

[illegible]

7



กำหนดให้ $TV = ZV$ และ $T\hat{V}S = Z\hat{V}S$

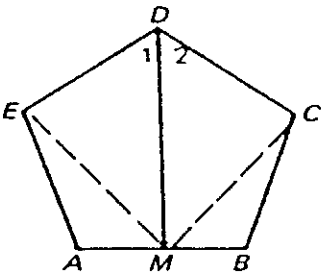
จงแสดงว่า $RT = RZ$

กำหนดให้ _____

สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

[illegible]

9 กำหนดรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า ABCDE มี M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$ จงแสดงว่า $\hat{1} = \hat{2}$



กำหนดให้ _____
สิ่งที่ต้องพิสูจน์ _____

ข้อความ	เหตุผล
1 ลาก $\overline{EM}$ และ $\overline{CM}$	1 _____
2 $EA = CB$	2 _____
3 $\hat{A} = \hat{B}$	3 _____
4 M เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$	4 _____
5 $AM = BM$	5 _____
6 $\triangle EAM \cong \triangle CBM$	6 _____
7 $EM = CM$	7 _____
8 $ED = CD$	8 _____
9 $DM = DM$	9 _____
10 $\triangle EMD \cong \triangle CMD$	10 _____
11 $\hat{1} = \hat{2}$	11 _____

ภาคผนวก ง

คู่มือครูและแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ

คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

1 หลักการและเหตุผล

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มนุษย์สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการแสวงหาความรู้อื่น ๆ เพราะคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความสามารถที่มนุษย์พึงมี และยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยพัฒนาเยาวชนให้เป็นผู้มีศักยภาพ คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ แบบแผน สามารถวิเคราะห์สถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

เรขาคณิตเป็นเนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ เนื่องจากเรขาคณิตเป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกความจริง เราใช้เรขาคณิตในชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่าง ๆ รอบตัว ในปัจจุบันพบว่าการเรียนการสอนเรขาคณิตเป็นปัญหามากสำหรับครูคณิตศาสตร์และเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการสำรวจเกี่ยวกับปัญหาการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาพบว่า ปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิตส่วนใหญ่เป็นปัญหาเกี่ยวกับการพิสูจน์ นักเรียนไม่ชอบการพิสูจน์เรขาคณิต ไม่ทราบแนวทางในการพิสูจน์ นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นการพิสูจน์อย่างไร ไม่สามารถเชื่อมโยงสิ่งที่มีอยู่หรือสิ่งที่ทราบมาเป็นเหตุผลในการพิสูจน์ นักเรียนขาดทักษะการให้เหตุผล

ซึ่งได้มีครูและนักคณิตศาสตร์หลายท่าน ได้พยายามศึกษาค้นคว้าเพื่อหาวิธีแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งในปี ค.ศ. 1954 ปีแอร์ แวน ฮิลี และไดนา แวน ฮิลี ได้ศึกษาวิจัยและสร้างแวนฮิลีโมเดล ที่กล่าวถึงพัฒนาการทางความคิดทางเรขาคณิตไว้ 5 ระดับชั้น ดังนี้

- ระดับ 0 ขั้นพื้นฐานหรือขั้นการมองเห็น (Visualization)
- ระดับ 1 ขั้นการวิเคราะห์ (Analysis)
- ระดับ 2 ขั้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction)
- ระดับ 3 ขั้นการพิสูจน์อย่างเป็นทางการแบบแผน (Formal Deduction)
- ระดับ 4 ขั้นการคิดขั้นสุดยอด (Rigor)

ดังนั้นในการเรียนการสอนเรขาคณิต ควรจัดกิจกรรมที่เป็นขั้นตอน เน้นการมองเห็นและการจำแนกรูปเรขาคณิต เพราะเรขาคณิตเป็นวิชาที่เรียนรู้โดยผ่านการมองเห็นเป็นพื้นฐาน เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล มองเห็นความหมายและความสำคัญของการพิสูจน์ ซึ่งจะช่วยพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน

ด้วยเหตุผลและความสำคัญดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2 วัตถุประสงค์

เพื่อให้ครูใช้เป็นเครื่องมือในการสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ต้องการพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตตามระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลี

3 สารการเรียนรู้

ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วย 4 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

- 1 ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต
- 2 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
- 3 ความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
 - 3 1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน
 - 3 2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม
 - 3 3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน
 - 3 4 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- 4 การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ

4 แนวทางในการใช้ชุดการเรียนรู้

ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้ บทเรียนที่ประกอบด้วยเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ ในการใช้ชุดการเรียนรู้ให้ปฏิบัติตามคู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้ กิจกรรมต่าง ๆ ให้ปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้และฝึกทักษะด้วยแบบฝึกหัดในบทเรียนที่สร้างขึ้น เมื่อเสร็จสิ้นการสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิต และเมื่อเสร็จสิ้นการสอนในทุกหน่วยการเรียนรู้แล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ

- หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ทดสอบระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 0
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ทดสอบระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 1
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ทดสอบระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 2
 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ทดสอบระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตระดับ 3

5 ลักษณะของกิจกรรมที่ใช้ในการเรียนการสอน

ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีประกอบด้วยกิจกรรม 3 ลักษณะคือ

1 กิจกรรมที่ครูเป็นผู้ดำเนินการสอน เป็นชั้นการสอนเพื่อให้เกิดความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาต่าง ๆ

2 กิจกรรมที่นักเรียนร่วมกันปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย เพื่อร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นต่าง ๆ ซึ่งมีลักษณะเป็นกิจกรรมการสำรวจ กิจกรรมการค้นหา และกิจกรรมที่สร้างสรรค์เพื่อให้ นักเรียนเกิดแนวคิดทางเรขาคณิต

3 กิจกรรมการเรียนรู้เป็นรายบุคคล ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบฝึกทักษะรายบุคคล

6 ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนรู้

ในการใช้ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลีนี้ ครูควรศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนทุกขั้นตอนก่อนดำเนินการสอน จัดเตรียมสื่อการเรียนรู้ในแต่ละครั้งให้พร้อม นอกจากนี้ในขณะที่ดำเนินการสอนครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้รวม แสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลต่าง ๆ และควรให้คำแนะนำสำหรับบางกิจกรรมที่นักเรียนไม่คุ้นเคย

แผนการจัดการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 32101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต

จำนวน 3 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1 จำแนกรูปเรขาคณิตได้จากการมองเห็น
- 2 บอกชื่อรูปเรขาคณิตได้
- 3 บอกบทนิยามของความเท่ากันทุกประการได้
- 4 บอกบทนิยามของความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงได้
- 5 บอกนิยามของความเท่ากันทุกประการของมุมได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

- 1 ในการให้เหตุผล
- 2 สื่อสารและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ

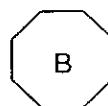
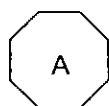
- 1 มีความร่วมมือและรับผิดชอบ
- 2 มีความสนใจและกระตือรือร้น
- 3 กล้าแสดงความคิดเห็น

สาระการเรียนรู้

- 1 ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต

บทนิยาม รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี

ใช้สัญลักษณ์ $\cong$ แทนคำว่าเท่ากันทุกประการ



รูป A และรูป B ทับกันสนิทพอดี จะได้ว่ารูป A เท่ากันทุกประการกับรูป B

เขียนแทนด้วย รูป $A \cong$ รูป B

2 ความเท่ากันทุกประการของเส้นตรง

บทนิยาม ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ เมื่อส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน

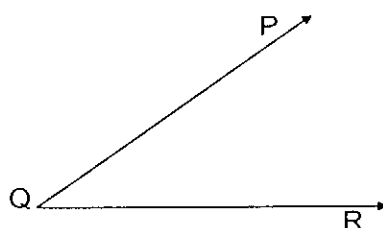
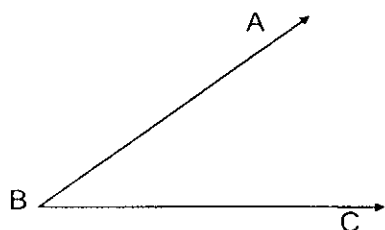
A ————— B

C ————— D

จากรูป $\overline{AB}$ เท่ากันทุกประการกับ $\overline{CD}$ เขียนว่า $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

3 ความเท่ากันทุกประการของมุม

บทนิยาม มุมสองมุมเท่ากันทุกประการเมื่อมุมทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน



จากรูป $\angle ABC$ เท่ากันทุกประการกับ $\angle PQR$ เขียนว่า $\angle ABC \cong \angle PQR$

สื่อการเรียนรู้

- 1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ
- 2 กระดาษลอกลาย ไม้บรรทัด วงเวียนและเครื่องวงกลม
- 3 กิจกรรม 1-A, กิจกรรม 1-B, กิจกรรม 1-C, กิจกรรม 1-D, กิจกรรม 1-E, กิจกรรม 1-F

กิจกรรมการเรียนรู้

1 ครูแจกชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ แล้วให้นักเรียนทำกิจกรรม 1-A โดยให้นักเรียนแยกประเภทของรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ และให้นักเรียนนำเสนอถึงประเภทของรูปเรขาคณิตที่ตนเองแบ่งและเหตุผลที่แบ่งเป็นประเภทเหล่านั้น

2 ครูแจกวงเวียนและเครื่องวงกลมให้นักเรียนคนละ 1 ชุด แล้วให้นักเรียนทำกิจกรรม 1-B โดยให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ และครูตรวจสอบความถูกต้อง (ครูจะไม่พิจารณาถึงความถูกต้องของรูป แต่จะพิจารณาว่านักเรียนรู้จักรูปที่กำหนดให้หรือไม่ และตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจหรือไม่ว่ารูปที่กำหนดให้มีลักษณะอย่างไรโดยดูจากรูปที่นักเรียนวาด)

จากนั้นนักเรียนพิจารณารูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ในชุดการสอน แล้วให้นักเรียนบอกชื่อของรูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ และครูตรวจสอบความถูกต้อง

3 ครูแจกกระดาษลอกลาย แล้วให้นักเรียนทำกิจกรรม 1-C โดยพิจารณาดังนี้

3 1 นักเรียนแต่ละคนสามารถบอกได้หรือไม่ว่ารูปเรขาคณิตใดมีรูปร่างเหมือนกัน และขนาดของรูปเท่ากัน

3 2 นักเรียนแต่ละคนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่ารูปสองรูปนั้นมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดของรูปเท่ากัน

3 3 นักเรียนคิดว่าถ้ารูปสองรูปมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดของรูปเท่ากัน รูปสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการหรือไม่

3 4 นักเรียนแต่ละคนพิจารณาสิ่งเกิดสิ่งที่อยู่รอบตัวที่มีลักษณะเท่ากันทุกประการ สุ่มนักเรียนแต่ละคนออกมานำเสนอว่านักเรียนมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่ารูปสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ

จากกิจกรรม นักเรียนแต่ละคนอาจจะใช้วิธีในการตรวจสอบได้หลายวิธีแตกต่างกัน ซึ่งไม่ว่าจะใช้วิธีใดก็ตามนักเรียนจะสังเกตเห็นว่าเมื่อนำรูปหนึ่งไปทับกับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี นั้นหมายความว่ารูปสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

4 นักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามของความเท่ากันทุกประการว่า “รูปสองรูปจะเท่ากันทุกประการเมื่อสามารถนำรูปหนึ่งทับอีกรูปหนึ่งได้สนิทพอดี” ลงในชุดการเรียนรู้ของนักเรียน โดยครูแนะนำสัญลักษณ์ “ $\cong$ ” แทนคำว่าเท่ากันทุกประการและยกตัวอย่างประกอบ

5 นักเรียนทำกิจกรรม 1-D โดยนักเรียนแต่ละคนสร้างรูปเรขาคณิตชนิดใดก็ได้สองรูปให้มีขนาดเท่ากันทุกประการลงบนกระดาษจุดในชุดการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งกำหนดชื่อของรูปเรขาคณิตนั้น และเขียนสัญลักษณ์แสดงความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิตทั้งสอง ครูตรวจสอบความถูกต้องของนักเรียนแต่ละคน

6 นักเรียนทำกิจกรรม 1-E โดยนักเรียนสร้างส่วนของเส้นตรงสองเส้นลงในกระดาษจุดให้มีความยาวเท่ากัน แล้วนักเรียนทั้งชั้นช่วยกันคิดและอภิปรายว่า ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นที่นักเรียนสร้างนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่

7 นักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามของความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรงลงในชุดการเรียนรู้ว่า “ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อส่วนของเส้นตรงสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน” พร้อมพิจารณาตัวอย่างประกอบ

8 นักเรียนทำกิจกรรม 1-F โดยนักเรียนสร้างมุม ABC และมุม PQR ให้แต่ละมุมมีขนาด 60 องศา แล้วนักเรียนพิจารณาว่า ถ้า $\angle ABC$ และ $\angle PQR$ มีขนาดเท่ากันแล้ว $\angle ABC \cong \angle PQR$ หรือไม่

9 นักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามของความเท่ากันทุกประการของมุมลงในชุดการเรียนรู้ว่า “มุมสองมุมเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อมุมทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากัน” พร้อมพิจารณาตัวอย่างประกอบ

10 นักเรียนทำแบบฝึกหัดในชุดการเรียนรู้ และครูตรวจสอบความถูกต้อง

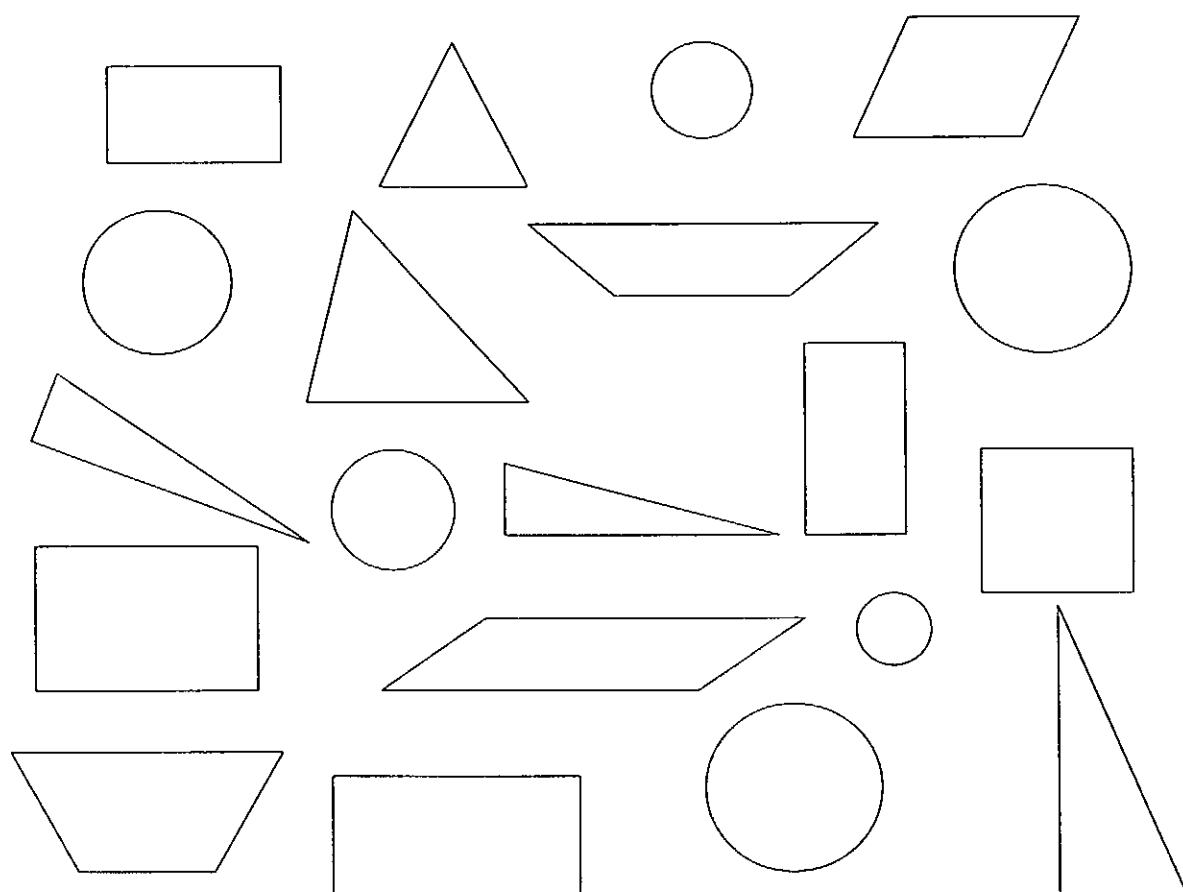
11 นักเรียนพิจารณาคำถามในชุดการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนช่วยกันคิดและตรวจสอบโดยการวาดภาพประกอบโดยใช้ความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ และนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้องและการให้เหตุผลของนักเรียน

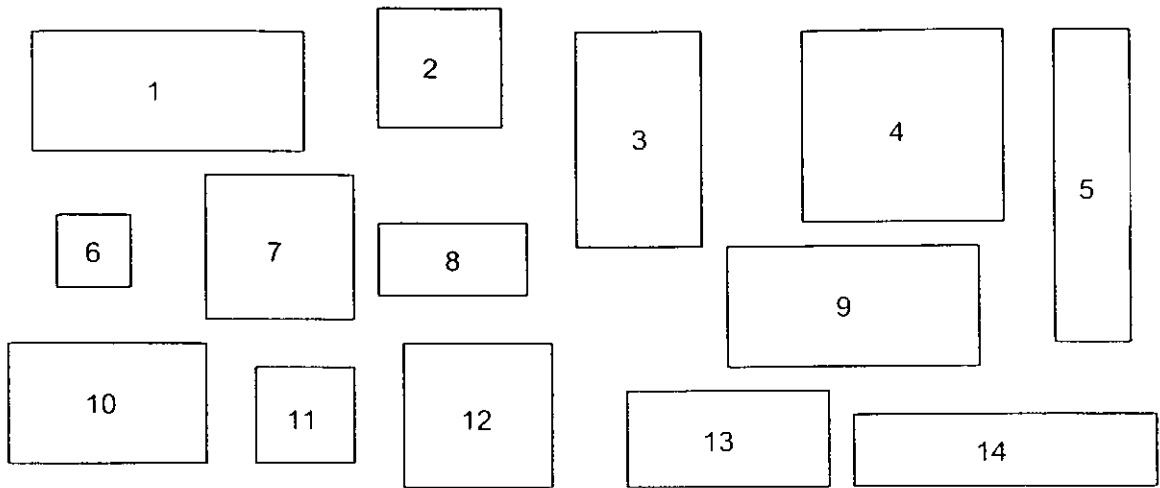
การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

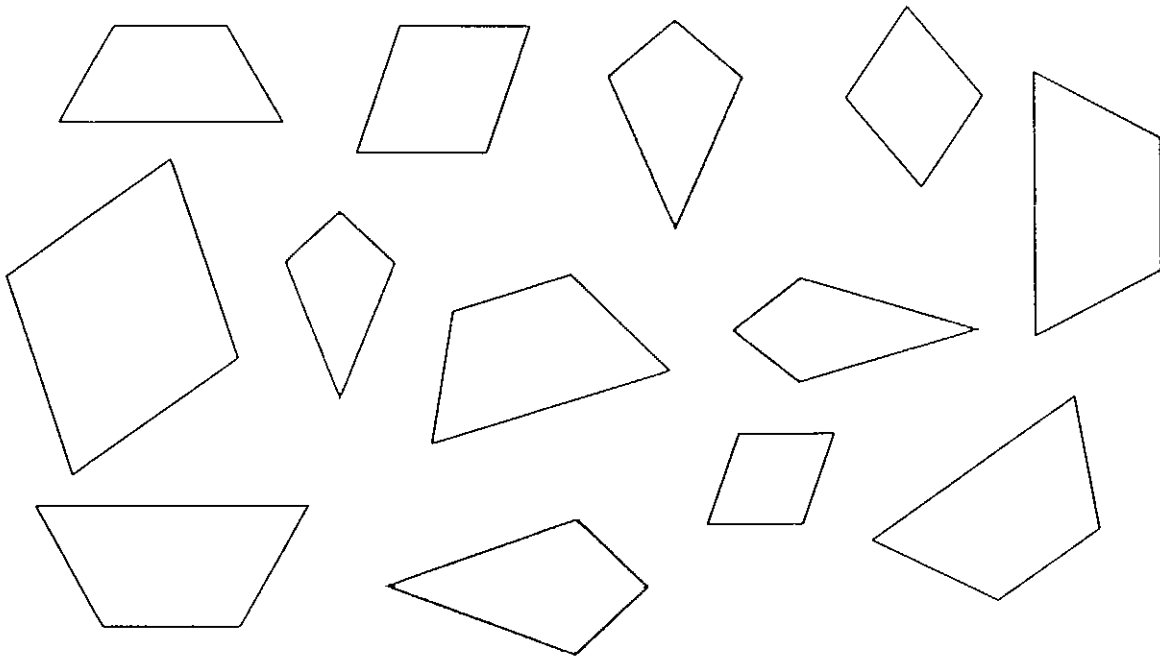
การวัดผล	การประเมินผล
1 สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน	
2 สังเกตจากการตอบคำถาม การให้เหตุผลในการตอบคำถามและการนำเสนอ	
3 สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	

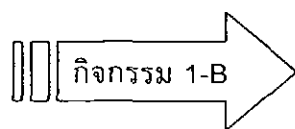
กิจกรรม 1-A → การแยกแยะรูปเรขาคณิต

คำสั่ง ให้นักเรียนจัดประเภทรูปเรขาคณิตต่อไปนี้





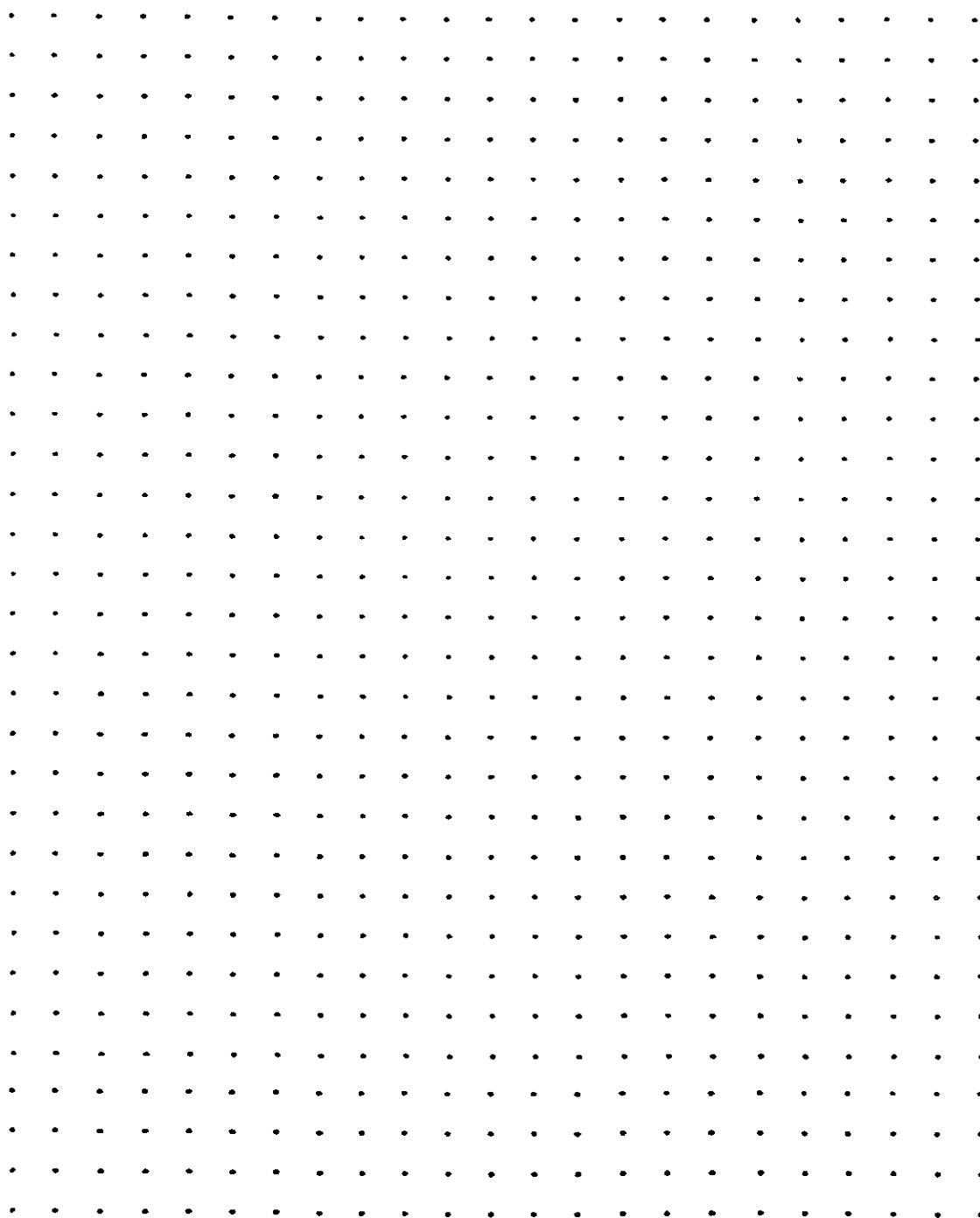




ให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตต่อไปนี้บนกระดาษจุด (โดยใช้อุปกรณ์ช่วย)

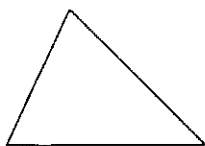
รูปสามเหลี่ยม, รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส, รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า, รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน,
รูปสี่เหลี่ยมคางหมู, รูปสี่เหลี่ยมรูปร่าง, รูปวงกลม

กระดาษจุด

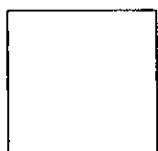


คำสั่ง จากรูป ให้นักเรียนบอกชื่อของรูปเรขาคณิต

1



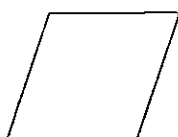
2



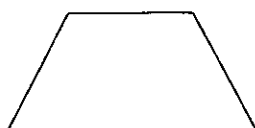
3



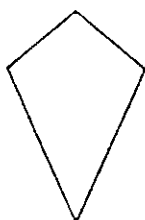
4



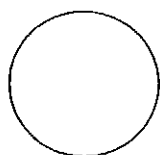
5

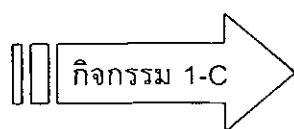


6



7

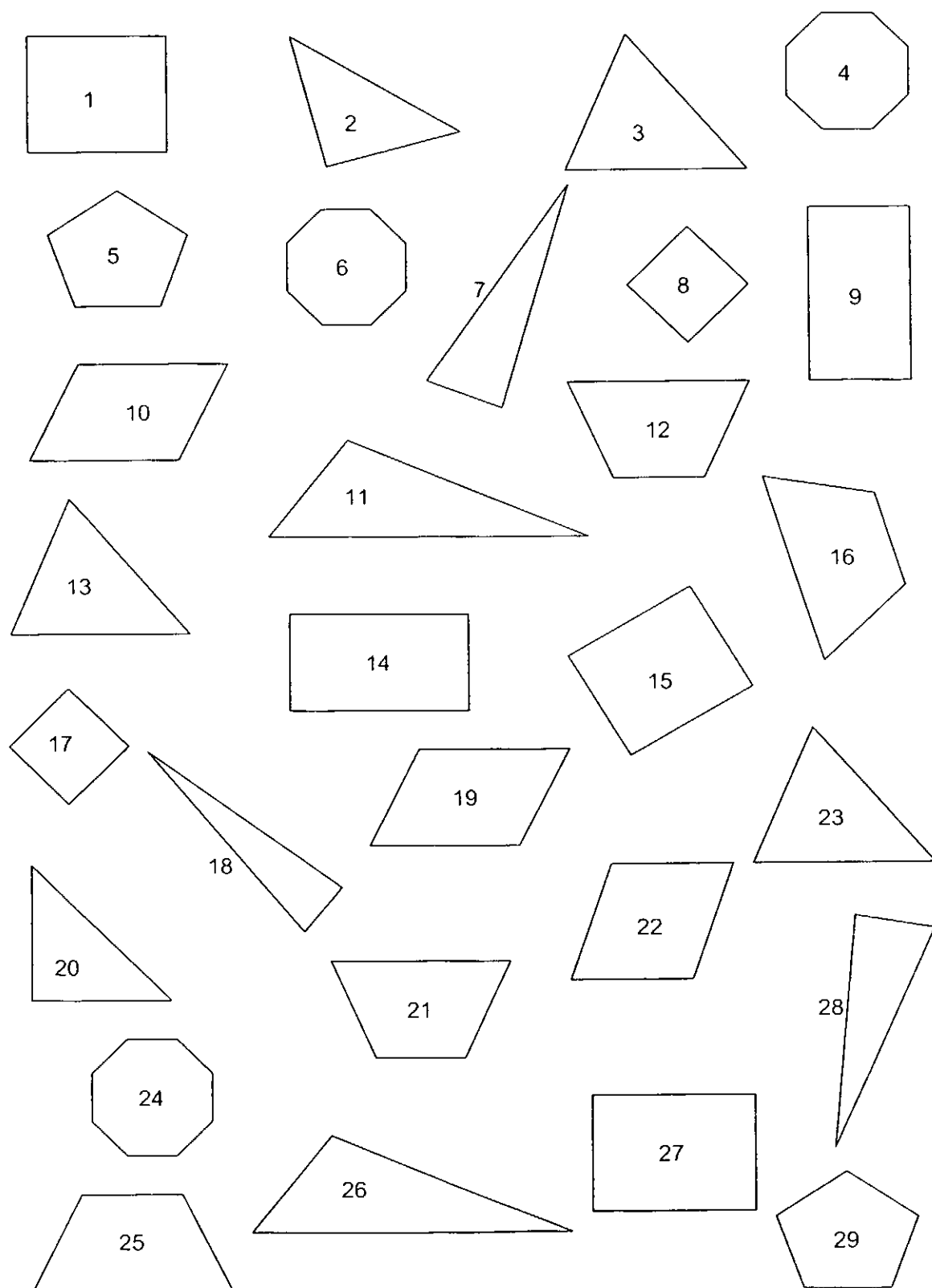




กิจกรรม 1-C

ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณารูปเรขาคณิตที่กำหนดให้ และตอบคำถามต่อไปนี้

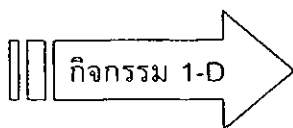


1 รูปใดบ้างมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดของรูปเท่ากัน

2 นักเรียนมีวิธีตรวจสอบอย่างไรว่ารูปสองรูปนั้น มีรูปร่างเหมือนกันและขนาดของรูปเท่ากัน

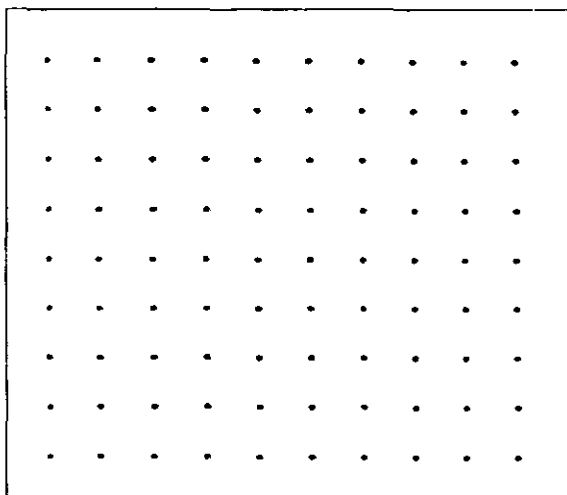
3 นักเรียนคิดว่าถ้ารูปสองรูปมีรูปร่างเหมือนกันและขนาดของรูปเท่ากัน รูปสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการหรือไม่

4 นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่อยู่รอบตัวที่มีลักษณะเท่ากันทุกประการ

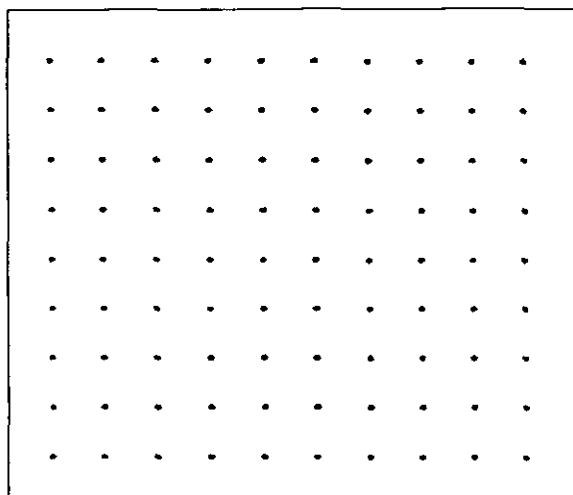


ให้นักเรียนสร้างรูปเรขาคณิตชนิดใดก็ได้ที่เท่ากันทุกประการลงใน
กระดาษจุดพร้อมทั้งกำหนดชื่อของรูปเรขาคณิตนั้น และเขียนสัญลักษณ์
แสดงความเท่ากันทุกประการของรูปทั้งสองด้วย

กระดาษจุด



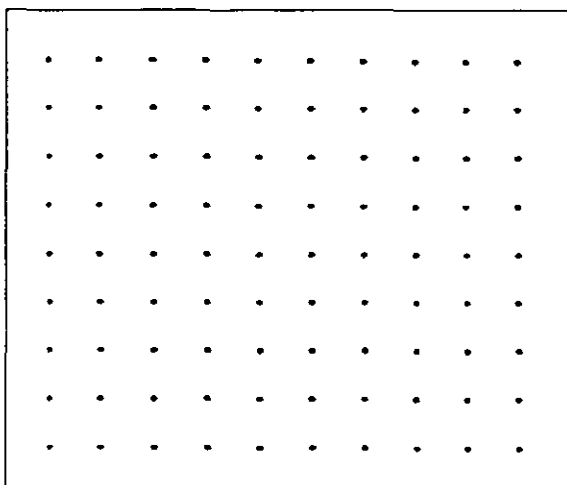
กระดาษจุด



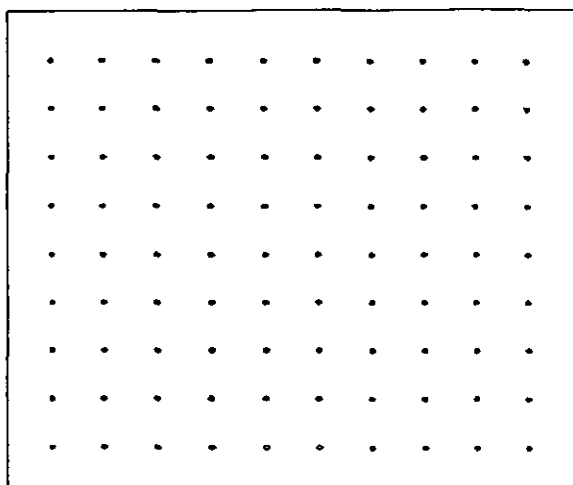
เขียนแทนด้วย _____

เขียนแทนด้วย _____

กระดาษจุด

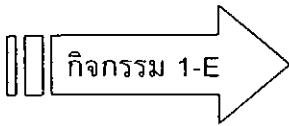


กระดาษจุด

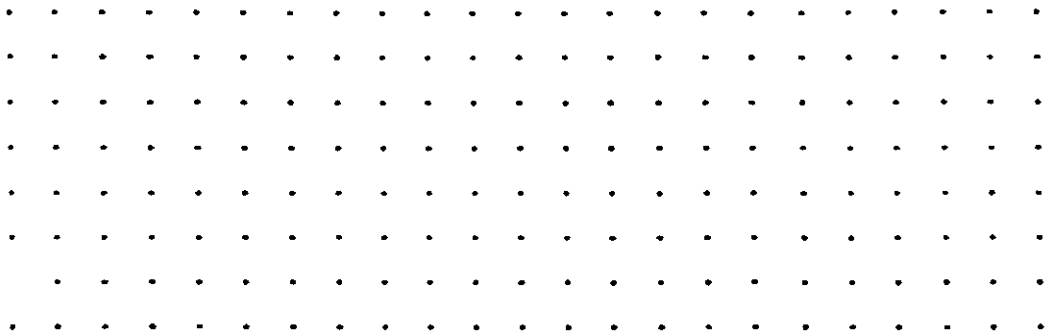


เขียนแทนด้วย _____

เขียนแทนด้วย _____



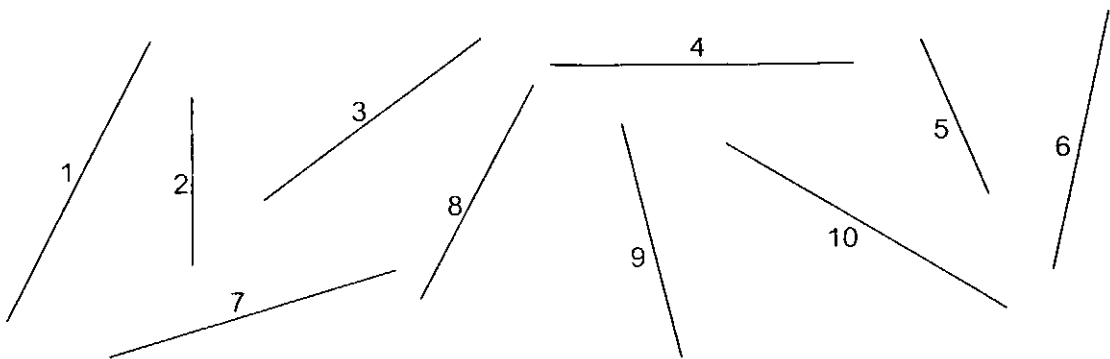
ให้นักเรียนสร้างส่วนของเส้นตรงสองเส้น ลงในกระดาษจุดให้มีความยาวเท่ากันและตอบคำถาม

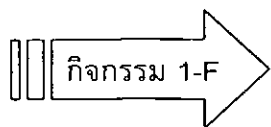


นักเรียนคิดว่าส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้น เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

บทนิยาม ความเท่ากันทุกประการของส่วนของเส้นตรง

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณาส่วนของเส้นตรงต่อไปนี้ ส่วนของเส้นตรงใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์





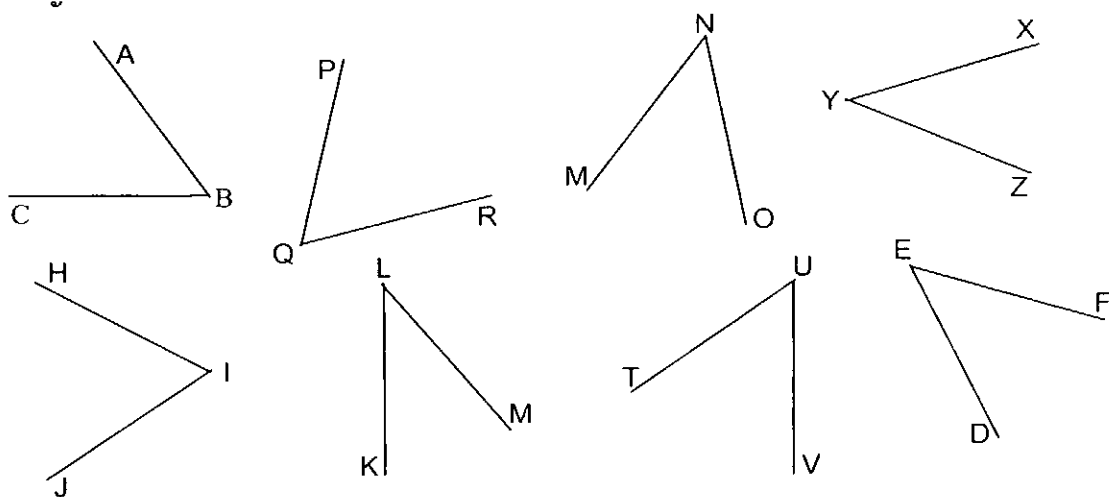
กิจกรรม 1-F

ให้นักเรียนสร้างมุม ABC และมุม PQR ให้แต่ละมุมมีขนาด 60 องศา และตอบคำถาม

นักเรียนคิดว่ามุม ABC และมุม PQR เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

บทนิยาม ความเท่ากันทุกประการของมุม

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณารูปของมุมต่อไปนี้ รูปของมุมใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์



แผนการจัดการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 32101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

จำนวน 4 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1 บอกลักษณะของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้ได้
- 2 บอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้ได้
- 3 บอกบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการได้
- 4 บอกด้านคู่ที่เท่ากันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการได้
- 5 บอกมุมคู่ที่เท่ากันของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

- 1 ในการให้เหตุผล
- 2 สื่อสารและการนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะ

- 1 มีความร่วมมือและรับผิดชอบ
- 2 มีความสนใจและกระตือรือร้น
- 3 มีความรอบคอบและมีระเบียบวินัย
- 4 กล้าแสดงความคิดเห็น

สาระการเรียนรู้

1 รูปสามเหลี่ยม

- 1 1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน
- 1 2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาวเท่ากันสองด้าน
- 1 3 รูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน
- 1 4 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก
- 1 5 รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามเป็นมุมแหลม
- 1 6 รูปสามเหลี่ยมมุมป้าน คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน

2 รูปสี่เหลี่ยม

2 1 รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันทั้ง 2 คู่ และด้านตรงข้ามยาวเท่ากันด้วย เส้นทแยงมุมทั้งสองแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน แต่ยาวไม่เท่ากัน และมุมตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน

2 2 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีมุมเป็นมุมฉาก ด้านประชิดยาวไม่เท่ากัน มีผลทำให้ด้านตรงข้ามขนานกันและยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมยาวเท่ากันและแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

2 3 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส คือ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน มีผลทำให้เส้นทแยงมุมยาวเท่ากัน แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และตัดกันเป็นมุมฉาก

2 4 รูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน คือ รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน เส้นทแยงมุมยาวไม่เท่ากัน แต่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน และตัดกันเป็นมุมฉาก และมุมตรงข้ามกันมีขนาดเท่ากัน

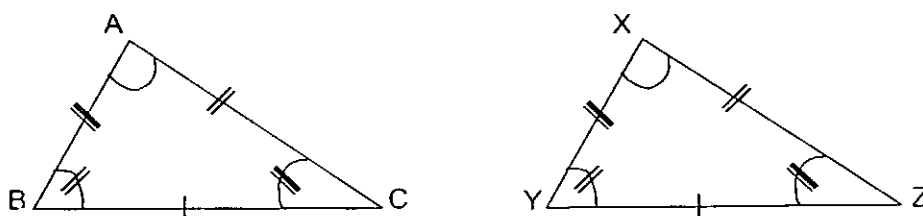
2 5 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านตรงข้ามขนานกันเพียงคู่เดียว

2 6 รูปสี่เหลี่ยมรูบาว คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านประชิดยาวเท่ากันเพียง 2 คู่เท่านั้น เส้นทแยงมุมยาวไม่เท่ากัน ไม่แบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน แต่ตัดกันเป็นมุมฉาก

3 ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

บทนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมทั้งสองนั้นทับกันสนิท

ใช้สัญลักษณ์ $\cong$ แทนคำว่าเท่ากันทุกประการ



รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม XYZ เท่ากันทุกประการ เมื่อนำรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมาซ้อนทับกัน จะทับกันสนิท จะมีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

$$\begin{array}{lll} AB = XY, & BC = YZ, & AC = XZ \\ \hat{A}BC = \hat{X}YZ, & \hat{A}CB = \hat{X}ZY, & \hat{B}AC = \hat{Y}XZ \end{array}$$

สื่อการเรียนรู้

- 1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ
- 2 กระดาษแข็งตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
- 3 กิจกรรม 2-A, กิจกรรม 2-B, กิจกรรม 2-C, กิจกรรม 2-D, กิจกรรม 2-E, กิจกรรม 2-F

กิจกรรมการเรียนรู้

1 นักเรียนเรียนรู้รูปร่างเรขาคณิตที่ควรรู้จักในชุดการเรียนรู้ โดยเริ่มจากรูปสามเหลี่ยม และให้นักเรียนทำกิจกรรม 2-A เรื่องชนิดของรูปสามเหลี่ยม (เมื่อบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยม นักเรียนสามารถบอกชื่อของรูปสามเหลี่ยมนั้นได้ และสามารถแยกประเภทของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ได้) และครูตรวจสอบความถูกต้อง

2 นักเรียนเรียนรู้เรื่องรูปสี่เหลี่ยมเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมในชุดการเรียนรู้ และให้นักเรียนจำแนกรูปสี่เหลี่ยมตามจำนวนของด้านคูขนาน

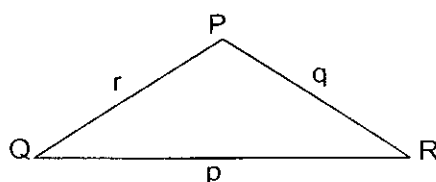
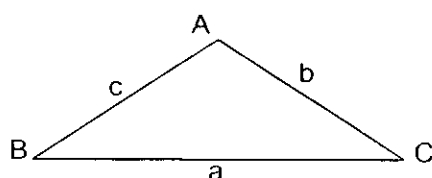
นักเรียนทำกิจกรรม 2-B เรื่องชนิดของรูปสี่เหลี่ยม (เมื่อบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม นักเรียนสามารถบอกชื่อของรูปสี่เหลี่ยมนั้นได้ และสามารถแยกประเภทของรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้ได้) และครูตรวจสอบความถูกต้อง

3 นักเรียนเรียนรู้เรื่องเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมในชุดการเรียนรู้ และทำกิจกรรม 2-C (นักเรียนสามารถแยกประเภทรูปสี่เหลี่ยมตามสมบัติของเส้นทแยงมุมได้) และครูตรวจสอบความถูกต้อง

4 นักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับสมบัติของรูปเรขาคณิตโดยทำกิจกรรม 2-D และนักเรียนนำเสนอหน้าชั้น โดยครูตรวจสอบความถูกต้อง

5 ทบทวนเรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยนักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมในกิจกรรม 2-E แล้วพิจารณารูปใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์ของความสัมพันธ์ และครูตรวจสอบความถูกต้อง

6 นักเรียนทำกิจกรรม 2-F โดยครูแจกกระดาษแข็งตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการให้นักเรียนคนละ 1 รูป โดยแต่ละรูปจะมีรูปที่เท่ากันทุกประการเพียงคู่เดียวเท่านั้น ซึ่งรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปนั้นกำหนดมุมและด้านของรูปสามเหลี่ยมไว้ดังรูป แล้วให้นักเรียนหารูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยมของตนเอง นำรูปที่ได้มาซ้อนทับกัน และตอบคำถาม

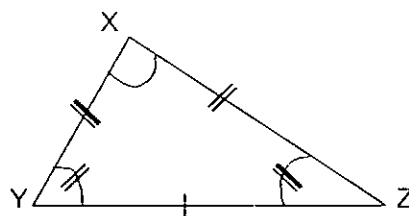
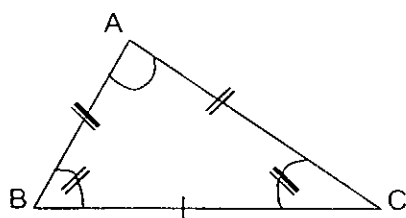


6 1 มีจุดใดทับกัน (จุด A ทับจุด P, จุด B ทับจุด Q, และจุด C ทับจุด R)

6 2 ด้านใดทับกันได้สนิท (ด้าน a ทับด้าน p, ด้าน b ทับด้าน q, และด้าน c ทับด้าน r)

6 3 มุมใดทับกันได้สนิท ($\hat{A}$ ทับ $\hat{P}$, $\hat{B}$ ทับ $\hat{Q}$ และ $\hat{C}$ ทับ $\hat{R}$)

7 จากกิจกรรมที่ผ่านมานักเรียนช่วยกันสรุปบทนิยามของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชุดการเรียนรู้ว่า ‘รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะเท่ากันทุกประการก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมทั้งสองนั้นซ้อนทับกันได้สนิท’ โดยครูแนะนำสัญลักษณ์ $\cong$ แทนคำว่าเท่ากันทุกประการ พร้อมยกตัวอย่างประกอบดังนี้



รูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม XYZ

เขียนสัญลักษณ์ได้ดังนี้ $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$

และมีด้านและมุมที่สมนัยกันเท่ากันเป็นคู่ ๆ ดังนี้

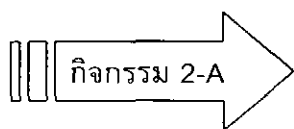
$$\begin{array}{lll} AB = XY & , & BC = YZ & , & AC = XZ \\ \hat{A} = \hat{X} & , & \hat{B} = \hat{Y} & , & \hat{C} = \hat{Z} \end{array}$$

8 นักเรียนทำแบบฝึกหัดในชุดการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และครูตรวจสอบความถูกต้อง

9 นักเรียนพิจารณาคำถามในชุดการเรียนรู้ โดยให้นักเรียนช่วยกันคิดและตรวจสอบโดยการวาดภาพประกอบโดยใช้ความรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ และนำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยครูตรวจสอบความถูกต้องและการให้เหตุผลของนักเรียน

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1 สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน	
2 สังเกตจากการตอบคำถาม การให้เหตุผลในการตอบคำถามและการนำเสนอ	
3 สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	

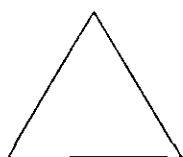


ชนิดของรูปสามเหลี่ยม

คำสั่ง จงบอกชนิดของรูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้

- 1 รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวไม่เท่ากัน เรียกว่า _____
- 2 รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมทั้งสามมุมเป็นมุมแหลม เรียกว่า _____
- 3 รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาวเท่ากัน เรียกว่า _____
- 4 รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน เรียกว่า _____
- 5 รูปสามเหลี่ยมที่มีมุมมุมหนึ่งเป็นมุมฉาก เรียกว่า _____

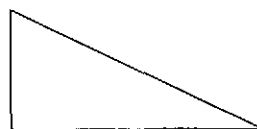
คำสั่ง จงพิจารณารูปต่อไปนี้ แล้วตอบคำถาม



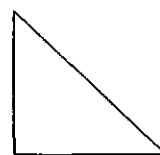
ก



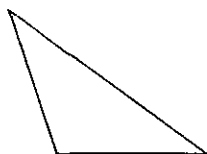
ข



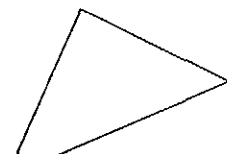
ค



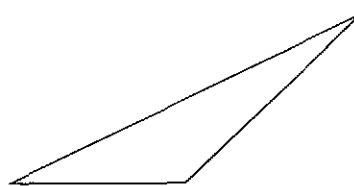
ง



จ



ฉ



ช



ซ

- 1 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม

- 2 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมมาก

- 3 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน

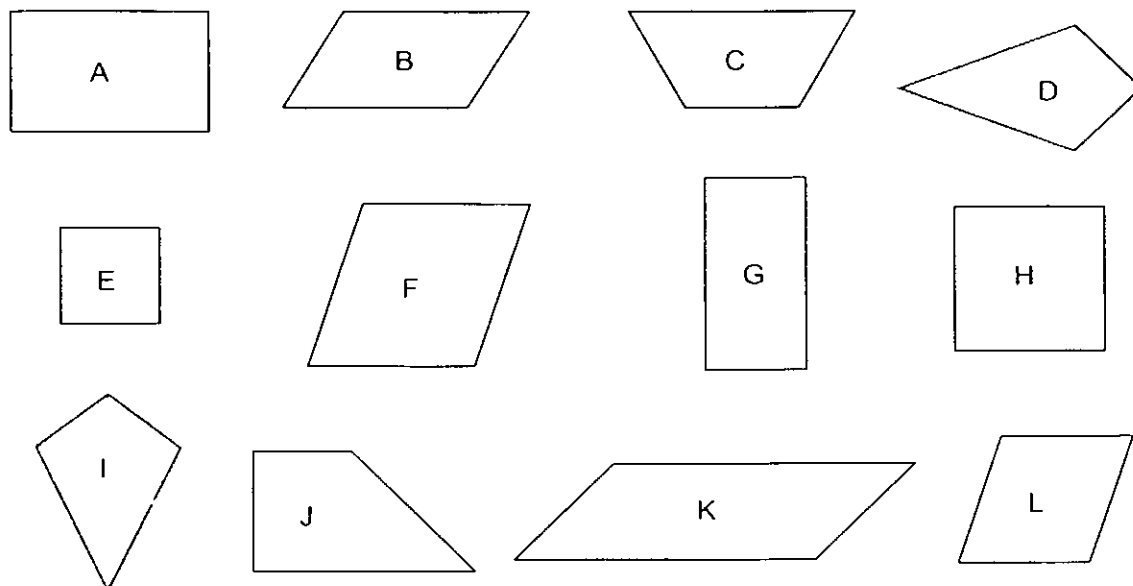
- 4 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

- 5 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า

- 6 รูปสามเหลี่ยมใดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านไม่เท่า

กิจกรรม 2-B ชนิดของรูปสี่เหลี่ยม

คำสั่ง พิจารณารูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แล้วตอบคำถาม



1 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เพราะเหตุใด

2 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพราะเหตุใด

3 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เพราะเหตุใด

4 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน เพราะเหตุใด

5 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู เพราะเหตุใด

6 รูปใดบ้างเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปดาว เพราะเหตุใด

คำสั่ง รูปสี่เหลี่ยมที่มีลักษณะต่อไปนี้เป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

1 มีด้านตรงข้ามขนานกัน 2 คู่ มุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก

2 มีด้านขนานกันคู่หนึ่ง มีมุมสองมุมเป็นมุมฉาก

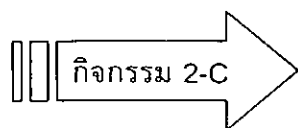
3 มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน มุมแต่ละมุมเป็นมุมฉาก

4 มีด้านคู่หนึ่งขนานกัน และอีกคู่หนึ่งยาวเท่ากันแต่ไม่ขนานกัน

5 มีด้านขนานกัน 2 คู่ มุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก

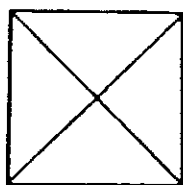
6 มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน มุมแต่ละมุมไม่เป็นมุมฉาก

7 มีด้านทั้งสี่ยาวไม่เท่ากัน แต่มีด้านขนานกันเพียงคู่หนึ่ง

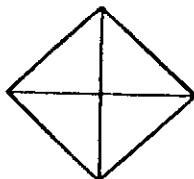


พิจารณารูปที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

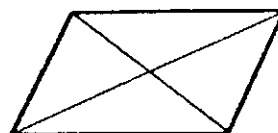
(1)



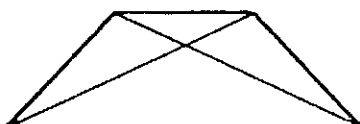
(2)



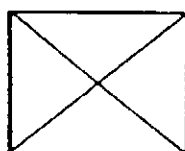
(3)



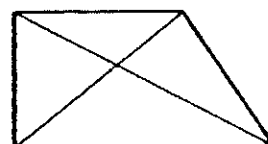
(4)



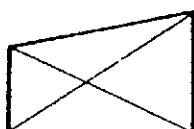
(5)



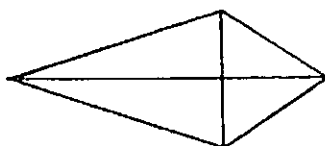
(6)



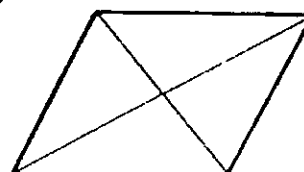
(7)



(8)



(9)



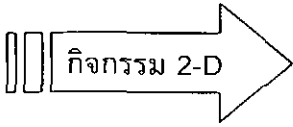
1 รูปสี่เหลี่ยมแต่ละรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด

2 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดยาวเท่ากัน

3 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน

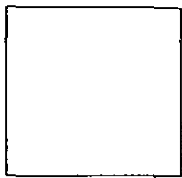
4 เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมชนิดใดตัดกันเป็นมุมฉาก

5 เส้นทแยงมุมแต่ละเส้นของรูปสี่เหลี่ยม แบ่งรูปสี่เหลี่ยมเป็นกี่ส่วน แต่ละส่วนเป็นรูปอะไร

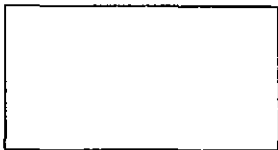


จากรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนบอกชื่อรูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิตนั้น

1



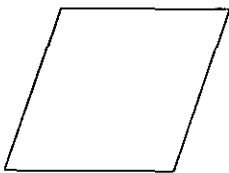
2



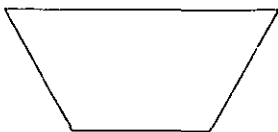
3



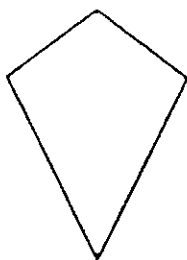
4



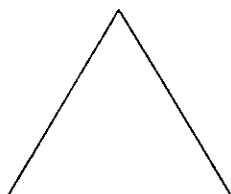
5



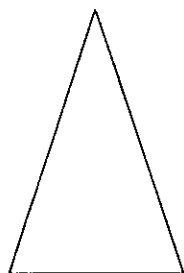
6

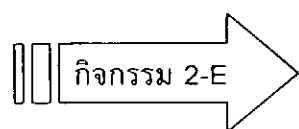


7



8

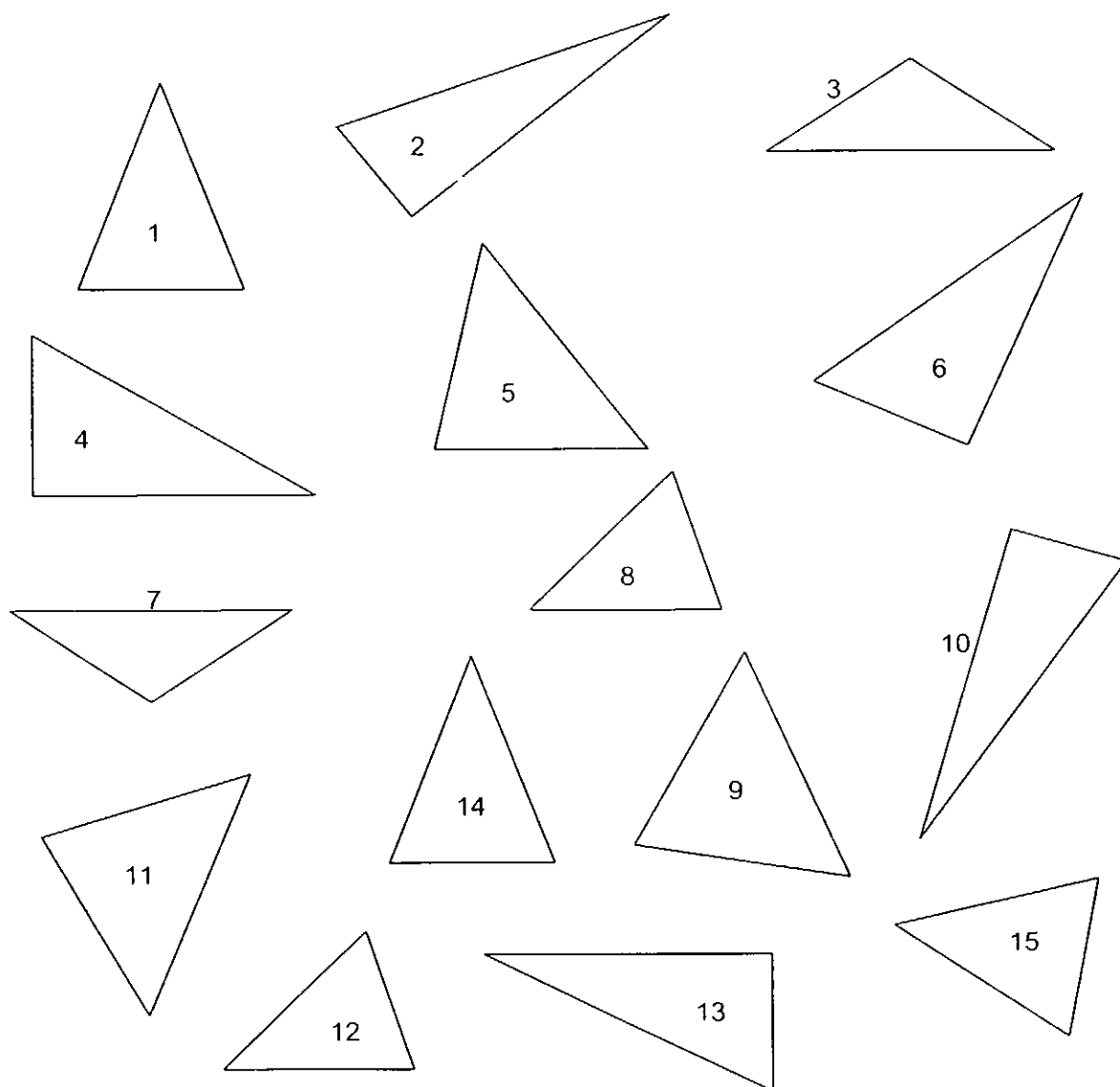


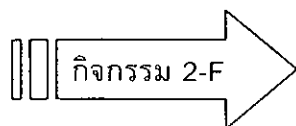


กิจกรรม 2-E

ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม

คำสั่ง ให้นักเรียนพิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ รูปใดบ้างที่เท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งเขียน
สัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์





ครูแจกกระดาษแข็งที่ตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
ให้นักเรียนคนละ 1 รูป โดยแต่ละรูปจะมีรูปที่เท่ากันทุกประการเพียงคู่
เดียวเท่านั้น ซึ่งรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปนั้นกำหนดมุมและด้านของรูปไว้
แล้วให้นักเรียนหารูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม
ของตนเอง นำรูปที่ได้มาซ้อนทับกัน และตอบคำถาม

- 1 มีจุดใดบ้างที่ทับกัน _____
- 2 มีด้านใดบ้างที่ทับกัน _____
- 3 มีมุมใดบ้างที่ทับกัน _____

แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ที่ 3

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 32101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
(ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม และ ด้าน-ด้าน-ด้าน)

จำนวน 5 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1 บอกความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วได้
- 2 สร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีขนาดของมุม และความยาวของด้านตามที่กำหนดให้ได้
- 3 นำความรู้พื้นฐานทางเรขาคณิตไปประยุกต์ใช้ได้
- 4 บอกลักษณะของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการแบบด้าน-มุม-ด้าน,

มุม-ด้าน-มุม และ ด้าน-ด้าน-ด้านได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

- 1 ในการให้เหตุผล
- 2 สื่อสารและการนำเสนอ
- 3 เชื่อมโยงในศาสตร์เดียวกันและศาสตร์อื่นได้

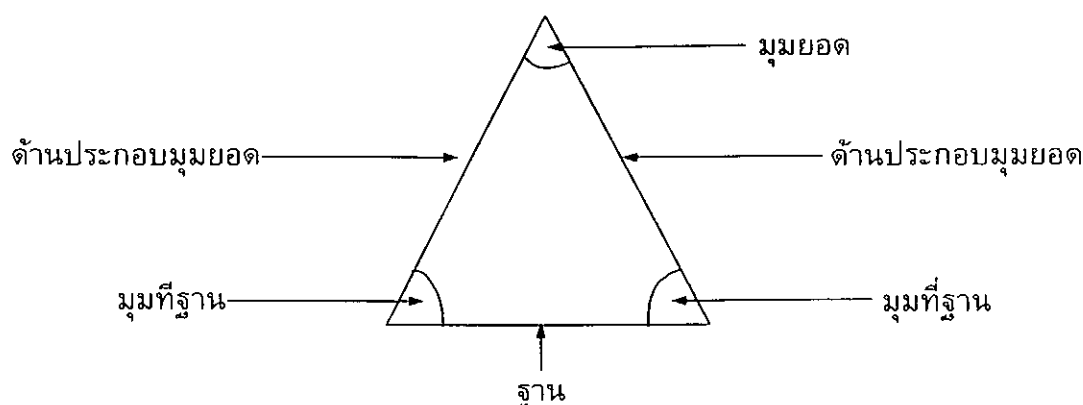
ด้านคุณลักษณะ

- 1 มีความร่วมมือและรับผิดชอบ
- 2 มีความสนใจและกระตือรือร้น
- 3 มีความรอบคอบ และมีระเบียบวินัย
- 4 กล้าแสดงความคิดเห็น

สาระการเรียนรู้

- 1 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือ รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านเท่ากันสองด้าน มุมที่เกิดจากด้านที่เท่ากันเรียกว่า มุมยอด มุมซึ่งอยู่ตรงข้ามกับด้านที่เท่ากันเรียกว่า มุมฐาน และแขนรวมของมุมที่เท่ากันเรียกว่า ฐาน ดังนี้



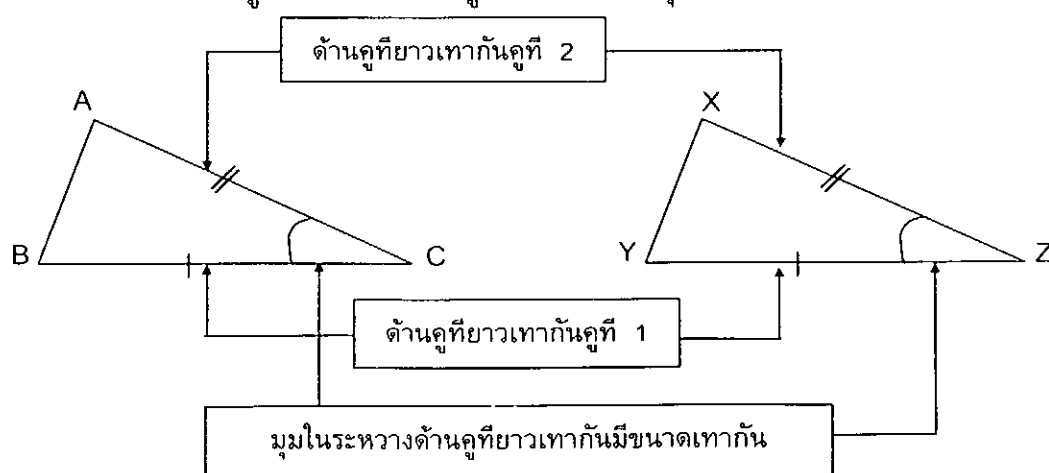
รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วทุกรูป มีสมบัติดังต่อไปนี้

- ด้านประกอบมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาวเท่ากัน
- มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน
- เมื่อลากเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดมาพบฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดจะแบ่งครึ่งฐานออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน
- เมื่อลากเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดมาพบฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดจะตั้งฉากกับฐาน
- เมื่อลากเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดมาพบฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดจะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปเดิมออกเป็นสามเหลี่ยมสองรูปซึ่งเท่ากันทุกประการ

2 ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

2.1 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

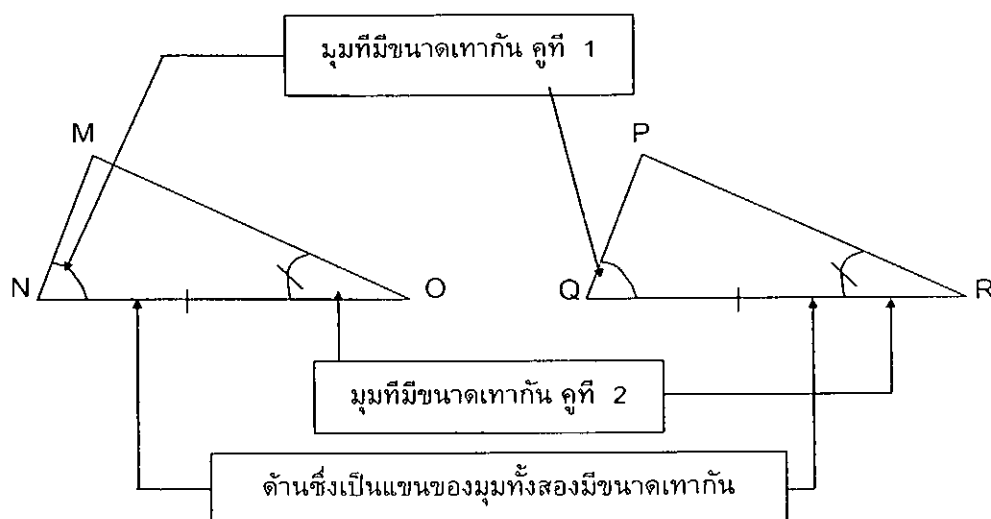


เมื่อ $BC = YZ$, $AC = XZ$ และ $\angle ACB = \angle XZY$

จะได้ว่า $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ โดยความสัมพันธ์แบบด้าน-มุม-ด้าน

2.2 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีมุมขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนของมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ

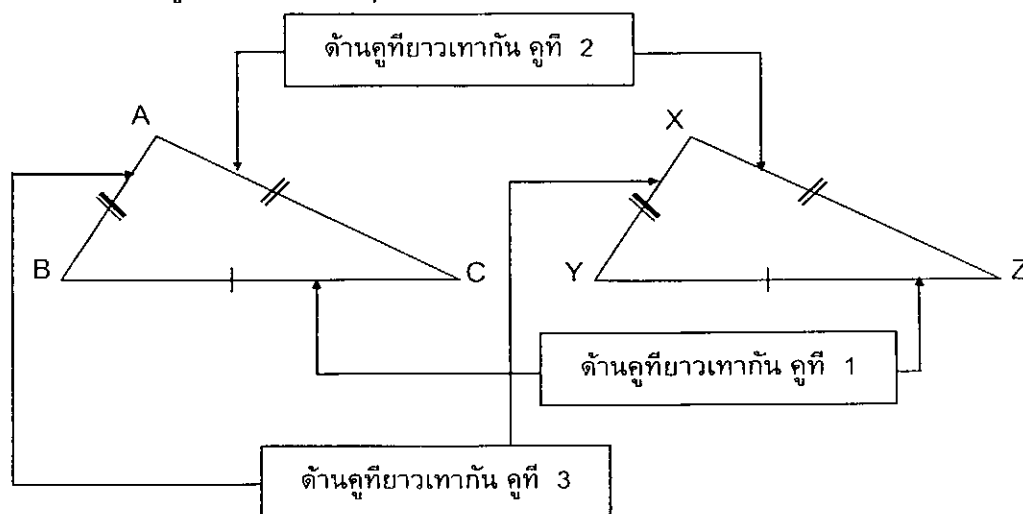


เมื่อ $\angle MNO = \angle PQR$, $\angle M\hat{O}N = \angle P\hat{R}Q$ และ $NO = QR$

จะได้ว่า $\triangle MNO \cong \triangle PQR$ โดยความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม

2.3 รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีความยาวเท่ากันสามคู่ แบบด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ



เมื่อ $AB = XY$, $BC = YZ$ และ $AC = XZ$

จะได้ว่า $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ โดยความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

สื่อการเรียนรู้

- 1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ
- 2 ภาพสิ่งประดิษฐ์ที่เป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
- 3 หลอดกาแฟ เชือก กรรไกร
- 4 กระดาษแข็ง ตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ
- 5 กระดาษลอกลาย
- 6 กิจกรรม 3-A, กิจกรรม 3-B, กิจกรรม 3-C

กิจกรรมการเรียนรู้

1 นักเรียนศึกษาเรื่องรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วในชุดการเรียนรู้ และช่วยกันสรุปความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

2 ครูกล่าวถึงความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมกับสิ่งที่อยู่รอบตัว เพื่อให้นักเรียนเห็นประโยชน์ และเหตุผลในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ พร้อมทั้งยกตัวอย่างภาพสิ่งประดิษฐ์ที่มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ เช่น สะพานแขวน จะใช้ลวดสลิงสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการทั้งสองด้านของสะพานเพื่อพยุงและรับน้ำหนักของสะพานเป็นต้น หลังจากนั้นครูให้นักเรียนดูภาพสิ่งประดิษฐ์อื่น ๆ ประกอบ เช่น หลังคาศาลา และให้นักเรียนร่วมกันคิดและอภิปรายถึงประโยชน์นำเสนอหน้าชั้นเรียน

3 นักเรียนทำกิจกรรม 3-A โดยนักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมตามที่กำหนดให้ โดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ เครื่องวงกลม หรือวงเวียนในการสร้างมุม และใช้ไม้บรรทัดวัดความยาว โดยปฏิบัติตามขั้นตอนดังนี้

3 1 สร้างรูปสามเหลี่ยม ABC มี $\overline{BC}$ ยาว 5 ซม และ $\angle ABC = 40^\circ$ และ $AB = 4$ ซม

สร้างรูปสามเหลี่ยม DEF มี $\overline{EF}$ ยาว 5 ซม และ $\angle DEF = 40^\circ$ และ $DE = 4$ ซม

3 2 นักเรียนใช้กระดาษลอกลายเพื่อตรวจสอบดูว่า รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่

จากกิจกรรมที่ผ่านมา นักเรียนจะสังเกตเห็นว่าถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีด้านยาวเท่ากันสองคู่และมีมุมที่มีขนาดเท่ากันอยู่ระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ เราจะเรียกรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนี้ว่า เท่ากันทุกประการโดยความสัมพันธ์แบบด้าน-มุม-ด้าน โดยนักเรียนช่วยกันสรุปลงในชุดการเรียนรู้ พร้อมทั้งพิจารณาดูอย่างในชุดการเรียนรู้ (ให้นักเรียนบอกด้านและมุมที่เท่ากัน พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์ และบอกความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)

4 นักเรียนทำกิจกรรม 3-B โดยนักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมตามที่กำหนดให้ดังนี้

4 1 สร้างรูปสามเหลี่ยม MNO มี $\overline{NO}$ ยาว 5 ซม และ $\angle MNO = 80^\circ$ และ $\angle MON = 30^\circ$

สร้างรูปสามเหลี่ยม PQR มี $\overline{QR}$ ยาว 5 ซม และ $\angle PQR = 80^\circ$ และ $\angle PRQ = 30^\circ$

4 2 นักเรียนใช้กระดาษลอกลายเพื่อตรวจสอบดูว่า รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่

จากกิจกรรมที่ผ่านมานครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปสิ่งที่นักเรียนสังเกตเห็นและให้นักเรียนช่วยกันสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม และพิจารณาตัวอย่างในชุดการเรียนรู้ (ให้นักเรียนบอกด้านและมุมที่เท่ากัน พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์ และบอกความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)

5 นักเรียนทำกิจกรรม 3-C โดยครูแจกอุปกรณ์ให้นักเรียนแต่ละคน คือ หลอดกาแฟ เชือกกรรไกร และไม้บรรทัด นักเรียนแต่ละคนสร้างรูปสามเหลี่ยมตามที่กำหนดให้ โดยปฏิบัติตามขั้นตอนดังนี้

5 1 ตัดหลอดกาแฟสีแดง ยาว 10 ซม 8 ซม และ 6 ซม ใช้เชือกร้อยหลอดกาแฟเข้าด้วยกัน นักเรียนจะได้หลอดกาแฟเป็นรูปสามเหลี่ยมสีแดง

5 2 ตัดหลอดกาแฟสีขาว ยาว 10 ซม 8 ซม และ 6 ซม ใช้เชือกร้อยหลอดกาแฟเข้าด้วยกัน นักเรียนจะได้หลอดกาแฟเป็นรูปสามเหลี่ยมสีขาว

5 3 นักเรียนตรวจสอบดูว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการหรือไม่ และนักเรียนมีวิธีการในการตรวจสอบอย่างไร

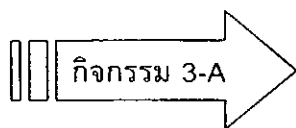
จากกิจกรรมที่ผ่านมา นักเรียนจะสังเกตเห็นว่าถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ด้านยาวเท่ากันสามคู่ ด้านต่อด้านแล้ว รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ เราจะเรียกรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนี้ว่า เท่ากันทุกประการโดยความสัมพันธ์แบบด้าน-ด้าน-ด้าน และพิจารณาตัวอย่างในชุดการเรียนรู้ (ให้นักเรียนบอกด้านที่เท่ากัน พร้อมทั้งเขียนสัญลักษณ์และบอกความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ)

6 นักเรียนพิจารณาคำถามในชุดการเรียนรู้ แล้วช่วยกันคิดและอภิปรายและนำเสนอหน้าชั้นเรียน

7 นักเรียนทำแบบฝึกหัดในชุดการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ และครูตรวจสอบความถูกต้อง

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1 สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน	
2 สังเกตจากการตอบคำถาม การให้เหตุผลใน การตอบคำถามและการนำเสนอ	
3 สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	



กิจกรรม 3-A

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC มี $\overline{BC}$ ยาว 5 ซม และ $\angle B = 40^\circ$
และ $AB = 4$ ซม

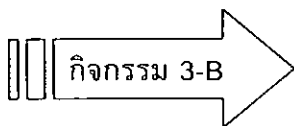
สร้างรูปสามเหลี่ยม DEF มี $\overline{EF}$ ยาว 5 ซม และ $\angle E = 40^\circ$ และ $DE = 4$ ซม

วิธีการสร้าง

- 1 ลาก $\overline{BC}$ ยาว 5 ซม
- 2 ที่จุด B ใช้เครื่องวงกลมทำมุมให้มีขนาด 40°
- 3 ที่จุด B ลาก $\overline{AB}$ ยาว 4 ซม
- 4 ที่จุด A และจุด C ลาก $\overline{AC}$

ให้นักเรียนตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

สรุป ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-มุม-ด้าน



กิจกรรม 3-B

ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม MNO มี $\overline{NO}$ ยาว 5 ซม และ $\widehat{MNO} = 80^\circ$ และ $\widehat{MON} = 30^\circ$

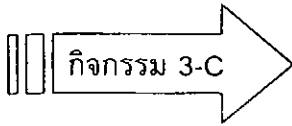
สร้างรูปสามเหลี่ยม PQR มี $\overline{QR}$ ยาว 5 ซม และ $\widehat{PQR} = 80^\circ$ และ $\widehat{PRQ} = 30^\circ$

วิธีการสร้าง

- 1 ลาก $\overline{NO}$ ยาว 5 ซม
- 2 ที่จุด N ใช้เครื่องวงกลมทำมุมให้มีขนาด 80°
- 3 ที่จุด O ใช้เครื่องวงกลมทำมุมให้มีขนาด 30°
- 4 ที่จุด N และจุด O ลากเส้นตรงต่อไปเรื่อย ๆ ให้เส้นทั้งสองตัดกันที่จุด M

ให้นักเรียนตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

สรุป ความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม



กิจกรรม 3-C

ตัดหลอดกาแฟ

- 1 ตัดหลอดกาแฟสีแดง ยาว 10 ซม 8 ซม และ 6 ซม ใช้เชือกร้อยหลอดกาแฟเข้าด้วยกัน แล้วจัดวางเป็นรูปสามเหลี่ยม
- 2 ตัดหลอดกาแฟสีขาว ยาว 10 ซม 8 ซม และ 6 ซม ใช้เชือกร้อยหลอดกาแฟเข้าด้วยกัน แล้วจัดวางเป็นรูปสามเหลี่ยม

ให้นักเรียนตรวจสอบวารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น เท่ากันทุกประการหรือไม่ เพราะเหตุใด

สรุป ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

แผนการจัดการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชา คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค 32101

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เรื่อง การพิสูจน์โดยใช้ความสัมพันธ์ที่เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ จำนวน 7 คาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1 บอกความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการในแต่ละคู่ที่กำหนดให้ได้

2 พิสูจน์รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการโดยใช้ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน, มุม-ด้าน-มุม และด้าน-ด้าน-ด้าน

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนมีความสามารถ

1 ในการให้เหตุผล

2 ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ

3 ในการเชื่อมโยง

ด้านคุณลักษณะ

1 มีความร่วมมือและรับผิดชอบ

2 มีความสนใจและกระตือรือร้น

3 กล้าแสดงความคิดเห็น

สาระการเรียนรู้

1 ขั้นตอนในการพิสูจน์

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์

ขั้นที่ 2 วางแผนการพิสูจน์

ขั้นที่ 3 ดำเนินการพิสูจน์

ขั้นที่ 4 สรุปผล

2 สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนาน

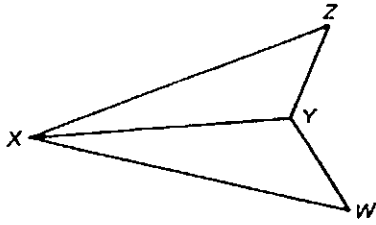
2 1 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน

2 2 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180 องศา

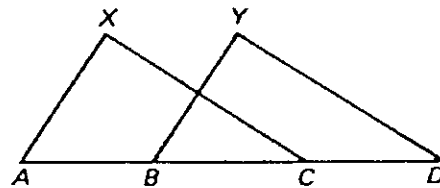
2 3 ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

3 การพิสูจน์

ตัวอย่าง 3 1

กำหนดให้ $XZ = XW$ และ $YZ = YW$ จงแสดงว่า $\triangle XYZ \cong \triangle XYW$ กำหนดให้ $XZ = XW$ และ $YZ = YW$ สิ่งที่ต้องพิสูจน์ $\triangle XYZ \cong \triangle XYW$

ข้อความ	เหตุผล
1 $XZ = XW$	1 กำหนดให้
2 $XY = XY$	2 ด้านร่วม
3 $YZ = YW$	3 กำหนดให้
4 $\triangle XYZ \cong \triangle XYW$	4 ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

ตัวอย่าง 3 2 กำหนดให้ $\overline{AX} \parallel \overline{BY}$, $AB = CD$ และ $\angle C = \angle D$ จงแสดงว่า $\triangle ACX \cong \triangle BDY$ กำหนดให้ $\overline{AX} \parallel \overline{BY}$, $AB = CD$ และ $\angle C = \angle D$ สิ่งที่ต้องพิสูจน์ $\triangle ACX \cong \triangle BDY$

ข้อความ	เหตุผล
1 $\angle C = \angle D$	1 กำหนดให้
2 $AB = CD$	2 กำหนดให้
3 $AB + BC = CD + BC$	3 สมบัติการเท่ากัน
4 $AC = BD$	4 จากข้อ 3
5 $\angle A = \angle B$	5 $\overline{AX} \parallel \overline{BY}$
6 $\triangle ACX \cong \triangle BDY$	6 ความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม

สื่อการเรียนรู้

- 1 ชุดการเรียนรู้เรื่องความเท่ากันทุกประการ

กิจกรรมการเรียนรู้

- 1 นักเรียนศึกษาขั้นตอนในการพิสูจน์จากชุดการเรียนรู้ และพิจารณาตัวอย่างการพิสูจน์ประกอบ
- 2 นักเรียนศึกษาตัวอย่างการพิสูจน์ในชุดการเรียนรู้ พร้อมศึกษาการให้เหตุผลประกอบในการพิสูจน์ โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
- 3 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องการพิสูจน์ในชุดการเรียนรู้ และครูสุ่มนักเรียนให้แสดงการพิสูจน์หน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
- 4 นักเรียนศึกษาสมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานจากชุดการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและยกตัวอย่างประกอบ
- 5 นักเรียนศึกษาตัวอย่างการพิสูจน์ในชุดการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง
- 6 นักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่องการพิสูจน์ในชุดการเรียนรู้ และครูสุ่มนักเรียนให้แสดงการพิสูจน์หน้าชั้นเรียน โดยครูเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้

การวัดผล	การประเมินผล
1 สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมของนักเรียน	
2 สังเกตจากการตอบคำถาม การให้เหตุผลในการตอบคำถามและการนำเสนอ	
3 สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	

ภาคผนวก จ
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของชุดการเรียนรู้ เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับชั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮิลลี ความเที่ยงตรงของ เนื้อหาและความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีดังนี้

- 1 อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- 2 อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- 3 อาจารย์อัมพร ทองเกิด
หมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียนอรุณวิทยา จังหวัดประจวบคีรีขันธ์

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายอาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์
วันเดือนปีเกิด	10 มกราคม 2523
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดราชบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	4 หมู่ 2 ตำบลแสงอรุณ อำเภอทับสะแก จังหวัดประจวบคีรีขันธ์ 77130 โทร 0-3257-4537
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2535	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนอรุณวิทยา จังหวัดประจวบคีรีขันธ์
พ.ศ. 2538	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอรุณวิทยา จังหวัดประจวบคีรีขันธ์
พ.ศ. 2541	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนเบญจมราชูทิศ จังหวัดราชบุรี
พ.ศ. 2545	ค.บ (คณิตศาสตร์) สถาบันราชภัฏเพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี
พ.ศ. 2548	กศ.ม (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ