

ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2548

๕๑๐.๑๐

๖๖๖.๖๖

๖.๖

ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

บทคัดย่อ

ของ

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

พฤษภาคม 2548

๒๗๗๙๔

20 ก.ย. 2548

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร. (2548). ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน
กระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.

ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์,
ผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิตติวงศ์

การวิจัยครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน
กระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลการเรียนของนักเรียนจากการ
เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธวราราม จังหวัด
กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 จำนวน 15 คน ที่ได้จากการอาสาสมัคร

ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
การให้เหตุผลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นเวลา 16 วัน รวมเวลาทั้งหมด 24 ชั่วโมง หลังจากเรียนจบการเรียนรู้
การสอนในแต่ละหน่วย ผู้วิจัยทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย
เมื่อสอนจบทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้แล้วทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิง
คณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และสัมภาษณ์นักเรียนเพื่อวัดความสามารถทางการคิด
เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล คะแนนที่ได้ทั้งหมดรวมเป็นผลการเรียนของนักเรียนซึ่ง
คิดเป็นคะแนนเต็ม 100% โดยแบ่งคะแนนของแต่ละส่วนดังนี้ คะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วย
การเรียนรู้แต่ละหน่วยคิดเป็น 40% ของคะแนนเต็ม คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการ
คิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลคิดเป็น 50% ของคะแนนเต็ม และคะแนนจากแบบ
สัมภาษณ์ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลคิดเป็น 10% ของ
คะแนนเต็ม

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการ
คิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ
50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับ
นัยสำคัญ .01

AN INSTRUCTIONAL PACKAGE EMPHASIZING REASONING AS A PART OF
MATHEMATICAL THINKING AT MATHAYOMSUKSA III LEVEL

AN ABSTRACT
BY
ITTHITHEP NAVARASUCHITR

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

May 2005

Itthithep Navarasuchitr. (2005). *An Instructional Package Emphasizing Reasoning as a Part of Mathematical Thinking at Mathayomsuksa III Level*. Master thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Asst. Prof. Supaporn Sriburin, Asst. Prof. Apichai Bowarnkitiwong.

Mathematical Thinking can be defined in a broader term of process involving four key processes, that is, reasoning, communication, metacognition and problem solving. In a related fashion, mathematical thinking involves a use mathematically rich thinking skills to understand ideas in mathematics which are related to the various branches of mathematics such as arithmetic, algebra, geometry and so on.

The main purpose of this study was to determine the effectiveness of an instructional package emphasizing reasoning as a part of mathematical thinking when used with students at Mathayomsuksa III level.

Fifteen Mathayomsuksa III students from Watsuthiwararam School in Bangkok voluntarily took part in the study during the second semester of the 2004 academic year. They were taught by the researcher with using the instructional package over 24 hours for the period of 16 days. The package was divided into 4 learning units. At the end of each unit, the students were given test for each unit. At the end of the experimentals, the students were given an achievement test and an interview test in reasoning, which are part of mathematical thinking. The total score tests were divided as follows : 40% for four learning unit test, 50% for the achievement test, and 10% for the interview test.

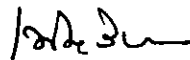
An analysis of these combined scores at the .01 level of significance revealed that more than 50% of the subject scored more than the criterion test of 50%. It can be concluded that this instructional package is appropriate for students at this level.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
อิทธิเทพ นวาระสุจิตร

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

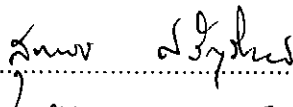


..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)

วันที่ 12 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2548

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์



ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์)



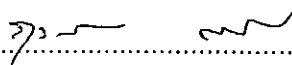
กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิตติวงศ์)



กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วีรวัฒน์ งามสันติกุล)



กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(อาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดี ด้วยความอนุเคราะห์อย่างสูงสุดจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิตติวงศ์ ที่กรุณารับเป็นประธานและกรรมการ ควบคุมปริญญานิพนธ์ พร้อมทั้งคอยดูแลและให้คำปรึกษา คำแนะนำ ข้อคิดและตรวจแก้ไข ข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดีตลอดมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาจึงขอกราบ ขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ใน ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์วิวรรณ งามสันติกุล และอาจารย์สุวรรณา คล้ายกระแสน ที่กรุณาเป็นกรรมการในการสอบปริญญานิพนธ์ และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมทำให้ ปริญญานิพนธ์นี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤต ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุภาพร ศรีบุรินทร์ และอาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ ที่กรุณาตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และขอขอบพระคุณ ดร.ประไพพรรณ เอมชู ที่กรุณาสละเวลาตรวจแก้ไขบทคัดย่อ(Abstract) จนถูกต้องและสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนวัดสุทธิวาราม ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการอำนวยความสะดวกในเรื่องสถานที่เพื่อใช้ในการเก็บข้อมูล อาจารย์พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยสกุล ที่ให้ความกรุณา ในการประสานงานกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อใช้ในการวิจัยและคอยอำนวยความสะดวกในการ ทดลองครั้งนี้

ขอขอบคุณ คุณรังสรรค์ ทองสุกนอกที่คอยให้คำปรึกษา และคำแนะนำในการทำวิจัย และ ขอบคุณเพื่อนปริญญานิพนธ์ทุกคนที่ได้ให้คำแนะนำและความช่วยเหลือต่าง ๆ

ขอขอบพระคุณทุกท่านที่ไม่ได้กล่าวนามไว้ ณ ที่นี้ ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือสนับสนุนและ เป็นกำลังใจจนทำให้ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จสมบูรณ์

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์นี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครู อาจารย์ ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้แก่ผู้วิจัย และขอยกคุณความดีนี้ให้แก่ผู้มีพระคุณหรือ ผู้ที่เกี่ยวข้องในการทำปริญญานิพนธ์นี้ ทุก ๆ ท่าน

อิทธิเทพ นวาระสุจิตร

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	6
ความสำคัญของการวิจัย.....	6
ขอบเขตของการวิจัย.....	6
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	6
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	7
ตัวแปรที่ศึกษา.....	7
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	8
สมมติฐานของการวิจัย.....	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้	
คณิตศาสตร์ ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3).....	11
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 3	
(ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3).....	11
คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3	
(ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3).....	16
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	18
ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	18
แนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	18
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล.....	22
ความหมายของการให้เหตุผล.....	22
ความสำคัญของการให้เหตุผล.....	23
ประเภทของการให้เหตุผล.....	24
แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล.....	27

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนา	
ความสามารถในการให้เหตุผล.....	28
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	29
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิด การคิดเชิงสร้างสรรค์ และ	
การคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	29
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล.....	32
3. วิธีการดำเนินการวิจัย.....	36
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	36
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	36
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	37
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	45
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	46
4. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	47
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	48
5. สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	57
สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัย.....	57
สรุปผลการวิจัย.....	59
อภิปรายผล.....	59
ข้อสังเกตจากงานวิจัย.....	61
ข้อเสนอแนะ.....	62
บรรณานุกรม.....	64

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก.....	72
ภาคผนวก ก คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	73
ภาคผนวก ข ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง.....	77
ภาคผนวก ค ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	82
ภาคผนวก ง รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....	99
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	101

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ แต่ละหน่วยทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้.....	42
2	เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถทาง การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	43
3	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนรวม ที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิง คณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	49
4	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้.....	50
5	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้อง กับสถานการณ์ปัญหา.....	51
6	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฝึกการตั้งข้อคาดการณ์ จากสถานการณ์ปัญหา.....	51
7	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์ จากสถานการณ์ปัญหา.....	52
8	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิด เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	52
9	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน จากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	53

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง

หน้า

10	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนน จากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	54
11	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิด เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และ แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม.....	55
12	ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจาก แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน กระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถ ทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด.....	56
13	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1.....	74
14	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2.....	74
15	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3.....	75
16	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4.....	75

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
17	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	76
18	คะแนนของนักเรียนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้.....	78
19	คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิด เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	79
20	คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิด เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล.....	80
21	คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลและคะแนนรวม.....	81

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์.....	19
2 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย.....	26

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

เนื่องจากสภาพสังคมไทยในปัจจุบัน มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว โดยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้เข้ามามีบทบาทต่อการดำเนินชีวิตมากขึ้นในทุกด้าน แนวโน้มของสังคมในอนาคตจะเป็นสังคมที่ใช้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และเป็นสังคมข่าวสารหรือสังคมสารสนเทศมากขึ้น ซึ่งการที่แต่ละประเทศจะพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้นั้น ประเทศจะต้องมีการพัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์แล้วเป็นอย่างดี เพราะความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและเป็นเครื่องมือที่มนุษย์จะนำไปใช้ในการพัฒนาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีให้เจริญก้าวหน้า นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของคน ทำให้คนมีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ ระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (สสวท. 2544 : 1) อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่มนุษย์สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการแสวงหาความรู้อื่น ๆ นอกจากความรู้ในคณิตศาสตร์ที่มีคุณค่ามหาศาล เพราะอย่างน้อยคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่จะช่วยพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความสามารถที่มนุษย์พึงมี ได้แก่ ความสามารถในการคิดคำนวณ ซึ่งเป็นความสามารถที่ใช้ในชีวิตประจำวันของคนทุกชนชั้น ทุกระดับ ทุกชาติ ทุกภาษา และทุกศาสนา (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2546 : 13)

จากการประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์นานาชาติ (The Third International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS) ที่จัดโดยสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (The International Association for the Evaluation of Education Achievement หรือ IEA) ในปี 1999 พบว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยของนักเรียนในระดับเกรด 8 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2) อยู่ที่ 467 คะแนน จากคะแนนเฉลี่ย 487.21 ซึ่งอยู่ในอันดับที่ 27 จากประเทศที่เข้าร่วมโครงการทั้งหมด 38 ประเทศ (TIMSS 1999 Assessment Result. 1999: Online) อีกทั้งการสอบวัดคุณภาพการศึกษาระดับชาติ (NT) ในปีการศึกษา 2546 ที่จัดโดยสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (สพฐ.) ได้ทำการทดสอบวัดคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มัธยมศึกษาปีที่ 3 และ ประถมศึกษาปีที่ 6 เพื่อดูผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ของนักเรียนทุกคนในทุกสังกัดทั่วประเทศ โดยในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (GAT) ซึ่งชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สอบทั้งหมด 4 วิชา ได้แก่ วิชาภาษาไทย, วิชาคณิตศาสตร์, วิชาภาษาอังกฤษ และวิชาวิทยาศาสตร์

ในขณะที่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สอบทั้งหมด 5 วิชา โดยเพิ่มวิชาสังคมศึกษา และมีคะแนนเต็ม 40 คะแนนในทุกวิชา พบว่าในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทำคะแนนเฉลี่ยได้ 16.678 ซึ่งเป็นคะแนนเฉลี่ยอยู่ในอันดับที่ 3 มากกว่าคะแนนเฉลี่ยวิชาภาษาอังกฤษอยู่ 0.222 และในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนทำคะแนนเฉลี่ยได้ 14.00 และเมื่อวิเคราะห์เป็นร้อยละแล้วถือว่า วิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ต้องปรับปรุงมากที่สุดใน 5 วิชา ในขณะที่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้วัดความถนัดทางการเรียน (SAT) ซึ่งแยกประเภทเป็น เพศชาย เพศหญิง และไม่ระบุเพศ ความสามารถทางการคิดคำนวณซึ่งมีคะแนนเต็ม 35 คะแนน เพศชายมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 13.653 เพศหญิงมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 13.559 และไม่ระบุเพศคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 16.333 และเมื่อนำมาคิดเป็นทุกเพศพบว่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 13.599 (สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2547 : ออนไลน์) ซึ่งสาเหตุหนึ่งอาจมาจากการจัดการเรียนการสอน ดังที่ กิตติ พัฒนตระกูลสุข (กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2546 : 54-58) ได้กล่าวถึงปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศไทย ดังนี้

ประการแรก สภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา โดยทั่ว ๆ ไป ครูมักจะเน้นความจำในเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยสอนให้นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ด้วยวิธีการที่แน่นอนวิธีเดียว

ประการที่สอง ด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จะแยกกล่าวเป็น 5 ประเด็น ดังต่อไปนี้ ประเด็นที่ 1 การแก้ปัญหา ครูมักจะให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา โดยการนำเอาสูตร และบทนิยามที่ท่องจำไว้มาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาเป็นการฝึกใช้สูตร และฝึกการทำตามขั้นตอนที่ครูสอนไว้มากกว่าฝึกกระบวนการการคิด และการแก้ปัญหา ประเด็นที่ 2 การให้เหตุผลและการพิสูจน์ ครูมักใช้วิธีอธิบาย และแสดงเหตุผล ในขั้นตอนต่าง ๆ แล้วครูเขียนสิ่งที่อธิบายทั้งหมด ให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งนี้นักเรียนได้จะเป็นความรู้และความจำเท่านั้น ประเด็นที่ 3 การสื่อสาร นักเรียนจะสื่อสารกับครูผู้สอนโดยการตอบคำถามของครูเท่านั้น บางครั้งตอบผิดนักเรียนจะไม่ทราบเหตุผลว่าผิดเพราะอะไร แต่ครูจะใช้วิธีถามนักเรียนคนต่อไปจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องที่ครูต้องการ ประเด็นที่ 4 ด้านปฏิสัมพันธ์ ครูและนักเรียนจะมีปฏิสัมพันธ์กันเฉพาะในเวลาเรียน และในห้องเรียนเท่านั้น ประเด็นที่ 5 การนำเสนอ ครูจะให้นักเรียนใช้เวลาส่วนใหญ่ ในการทำแบบฝึกหัดที่เน้นความจำลงในสมุดแบบฝึกหัด

ประการที่สาม ในด้านคุณลักษณะของนักคณิตศาสตร์ ครูขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่มีจิตสำนึก รู้จักการสำรวจ การตั้งข้อคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

จากข้างต้นจะเห็นได้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังไม่ถูกพัฒนาเท่าที่ควร โดยเฉพาะในด้านการให้เหตุผล ซึ่งการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และ

การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องได้ (The National Council of Teachers of Mathematics(NCTM). 1989 : 6, 29, 81) และในปัจจุบันเป็นที่ยอมรับว่าการคิดอย่างมีเหตุผลนับเป็นหัวใจอย่างหนึ่งของการเรียนคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการเรียนรู้อย่างมีเหตุผล อย่างเข้าใจ มีส่วนที่ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ ถึงแม้ว่าการจำจะนำไปสู่การหาคำตอบที่ถูกต้องได้รวดเร็วกว่า แต่ผู้ที่เรียนด้วยความเข้าใจจะมีความสามารถในการปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ จำได้ดีกว่า นานกว่า เพราะนักเรียนมีกระบวนการที่ได้มาซึ่งสูตร สามารถนำวิธีไปใช้ปรับสถานการณ์ทำนองเดียวกันได้ นักเรียนจะตระหนักว่าแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกัน ไม่ได้แยกจากกัน จึงเชื่อว่าการสอนในแนวนี้นับเป็นการพัฒนาทางสติปัญญาได้ดีกว่าการสอนด้วยการให้จดจำ โดยไม่มีเหตุผล (ปิยวดี วงษ์ใหญ่. ม.ป.ป. : 1-2) ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนา นอกเหนือ ไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผล ช่วยให้นักเรียน เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้ (Baroody. 1993 : 2-59 – 2-60) ด้วยเหตุนี้การพัฒนาทักษะทางด้านการให้เหตุผลจึงต้องถือเป็นเป้าหมายแรกของครูทุกคนในทุกชั้นเรียน ครูควรส่งเสริมการให้เหตุผลของนักเรียนในทุกสถานการณ์ของชั้นเรียน และมีการประเมินว่านักเรียนมีทักษะทางด้านการให้เหตุผลหรือทักษะการคิดเชิงเหตุผลมากน้อยเพียงใด ในหลักสูตรขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ในกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ได้กล่าวถึงสาระการเรียนรู้ ซึ่งเป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคน โดยประกอบไปด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ ซึ่งได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ในมาตรฐาน ค 6.2 ว่ามีความสามารถในการให้เหตุผล และได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 3 ไว้ว่า สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงหรือสร้างแผนภาพ (กรมวิชาการ. 2545 : 6-7) และสมาคมครูคณิตศาสตร์ แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 56) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งซึ่งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง และได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาล – เกรด 12 ไว้ ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

4. เลือกและใช้ชนิดของการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ที่หลากหลายได้

และได้กำหนดจุดเน้นของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในเกรด 6 – 8 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 – ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2) ไว้ดังนี้

1. สามารถตรวจสอบและเข้าใจโครงสร้างของแบบรูป (patterns)

2. สามารถสร้างรูปแบบทั่วไป (generalization) และข้อคาดการณ์ (conjectures)

3. สามารถประเมินข้อคาดการณ์

4. สามารถสร้างและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

ด้วยความสำคัญของการให้เหตุผลดังกล่าว จึงควรมีการพัฒนาความสามารถทางการให้เหตุผลในการเรียนการสอน ซึ่งองค์ประกอบหลักที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักเหตุผลเป็นสิ่งสำคัญ คือ ควรให้ผู้เรียนได้พบสถานการณ์ปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผลในการหาคำตอบ ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง ให้ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ บอกพร้อมอย่างไร และผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ควรเป็นปัญหาปลายเปิด(open-ended problem) ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้ (กรมวิชาการ. 2545 : 195–196) จากความสำคัญของการให้เหตุผลข้างต้น หลักสูตรคณิตศาสตร์จึงกำหนดให้ การพัฒนาความสามารถในการคิดและการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นจุดเน้นหลัก และเป็นเป้าหมายที่สำคัญอันหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาพยายามชี้ให้เห็นว่า การให้เหตุผลและการคิดมีส่วนเกี่ยวข้องกัน (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 35)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นแบบพลวัต (dynamic) ที่รวบรวมรูปแบบการคิดที่หลากหลาย การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical thinking) ในด้านที่เกี่ยวข้องกับ การหารูปแบบทั่วไป การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด (O'Daffer & Thornquist. 1990 : 43) แต่อย่างไรก็ตามในการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นมีการคิดเป็นปัจจัยสำคัญ โดยเริ่มตั้งแต่การทำความเข้าใจในทศน์ทางคณิตศาสตร์ การฝึกฝนให้เกิดทักษะและการนำโน้ตศน์เหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือใช้ศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลจากปรากฏการณ์ต่าง ๆ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ จึงเป็นสิ่งที่กำหนดความแตกต่างในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน นักเรียนบางคนสามารถแสดงวิธีคิดโจทย์คณิตศาสตร์ได้อย่างแจ่มชัด กระชับ มีมุมมองที่คาดไม่ถึง ขณะที่วิธีคิดของเด็กคนอื่น ๆ อาจจะเยิ่นเย้อ

วทวน หรือบางคนไม่รู้ว่าจะคิดแก้โจทย์นั้นอย่างไร การประสบกับสถานการณ์ปัญหาที่เชื่อมโยงกับตัวนักเรียนจะช่วยเร่งเร้าให้ต้องใช้การคิดบ่อยครั้ง ซึ่งช่วยให้การคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง สอดคล้องกับแนวคิดของ ยูซิสกิน (Usiskin. 1990 : 5–11) ที่สนับสนุนว่า การคิดเชิงคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาเพิ่มขึ้นได้โดยนำมาใช้ มิใช่รอให้เกิดขึ้นเอง ในขณะที่ เมสัน และคณะ (Mason, et al. 1994 : 47, 131, 146–159) ได้เสนอรูปแบบในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์บนความเชื่อที่ว่า กระบวนการสำคัญที่อยู่เบื้องหลังการคิดเชิงคณิตศาสตร์ คือ การพิจารณากรณีเฉพาะ (specializing) การสรุปนัยทั่วไป (generalizing) การสร้างข้อความคาดการณ์ (conjecturing) และการสร้างความน่าเชื่อถือ (convincing) กระบวนการดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่

- 1) ขั้นเข้าสู่การคิด (entry phase)
- 2) ขั้นดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด (attack phase) และ
- 3) ขั้นทบทวนการคิด (review phase)

แต่ละระยะจะมีเกณฑ์บ่งชี้ (rubric) เช่น ระยะขั้นเข้าสู่การคิด มีเกณฑ์ สิ่งที่อยู่ สิ่งที่ต้องการรู้ และ ความรู้ที่นำมาใช้ (แผนภาพ สัญลักษณ์ ตัวแทน หรืออื่นๆ) เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมประสิทธิภาพในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น

จากเหตุผลและความสำคัญของการให้เหตุผลและการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อศึกษาความสามารถทางการให้เหตุผลของนักเรียน หลังจากเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ผลจากการวิจัยครั้งนี้จะทำให้ได้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเป็นแนวทางในการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่น ๆ เช่น การแก้ปัญหา การสื่อสาร และการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ได้ อีกทั้งการที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลองในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพราะนักเรียนในระดับชั้นนี้มีอายุอยู่ในช่วง 13 – 15 ปี ซึ่งอยู่ในขั้นปฏิบัติการคิดแบบนามธรรม (formal operational thinking) ตามขั้นของการพัฒนาทางสติปัญญาของเพียเจต์ โดยในขั้นนี้เด็กจะมีแบบของการให้เหตุผลที่เป็นระบบและเริ่มรู้จักอธิบายเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งเด็กในขั้นนี้จะใช้ความคิดมากกว่าเด็กที่อยู่ในขั้นที่ต่ำกว่า กล่าวคือ เมื่อเขาเห็นอะไร ต้องพยายามตรวจสอบให้แน่ใจไม่ใช่ยอมรับง่าย ๆ (บุญมา จาริก. 2524 : 52–53) และในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ยังเป็นระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานที่ทุกคนต้องเรียนคณิตศาสตร์ อีกทั้งเพื่อเสริมสร้างการคิดเชิงคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนในการที่จะเรียนต่อในระดับที่สูงขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน กระบวนการ การให้เหตุผล

ความสำคัญของการวิจัย

1. ผลจากการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ได้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน กระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ผลจากการวิจัยครั้งนี้ อาจนำไปเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิด เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. ผลจากการวิจัยครั้งนี้ อาจนำไปเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิด เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ในระดับชั้นประถมศึกษาซึ่งเป็นระดับพื้นฐานของชั้น มัธยมศึกษา
4. ผลจากการวิจัยครั้งนี้ อาจนำไปเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิด เชิงคณิตศาสตร์ในด้านกระบวนการอื่น ๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและการนำเสนอ และการ เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวาราม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ประมาณ 600 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวาราม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ซึ่งได้จากการอาสาสมัครจำนวน 15 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ประกอบไปด้วย

1. ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีทั้งหมด 4 ชุด แต่ละชุดประกอบด้วย

1.1 เนื้อหา

1.2 ใบกิจกรรม

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้

1.4 แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

เนื้อหาที่ใช้ประกอบการเรียนการสอน เป็นสถานการณ์ปัญหาที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ซึ่งสถานการณ์ปัญหาที่สร้างขึ้นนี้มีขอบเขตของเนื้อหาไม่เกินพื้นฐานความรู้ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

2. แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

3. แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

ตัวแปรตาม ได้แก่ ความสามารถในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลของนักเรียน ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โดยใช้เวลานาน 6 ชั่วโมงเรียน แบ่งเป็นเวลาที่ให้สอนกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล จำนวน 16 ชั่วโมง การทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย 4 ชั่วโมง การทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล จำนวน 2 ชั่วโมง และการสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล 2 ชั่วโมง รวมเวลาที่ใช้ในการทดลอง 24 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการคิดที่เกี่ยวกับ การคิดด้านมโนทัศน์ (concept) และการคิดด้านกระบวนการ (process) ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. การคิดด้านมโนทัศน์ เป็นการคิดที่เกี่ยวกับ ความเข้าใจในมโนทัศน์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การดำเนินการ(operation) ความสัมพันธ์(relation) ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ และการทำตามขั้นตอนวิธี(algorithm) ได้อย่างยืดหยุ่น ถูกต้อง มีประสิทธิภาพและเหมาะสม

2. การคิดด้านกระบวนการ เป็นการคิดที่เกี่ยวกับ การให้เหตุผล การแก้ปัญหา การสื่อสารและการนำเสนอ และการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ

2. การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล หมายถึง ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการให้เหตุผล เพื่อการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้การสำรวจ แก้ปัญหา ตั้งข้อคาดการณ์ หรือแสดงการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ ได้อย่างสมเหตุสมผล

3. ชุดการเรียนรู้การสอน หมายถึง ชุดของวัสดุอุปกรณ์และกระบวนการที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนที่ประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน ได้แก่ เนื้อหาที่ใช้เป็นสถานการณ์ปัญหา ใบกิจกรรม แผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งแต่ละกิจกรรมเน้นให้นักเรียนปฏิบัติทั้งแบบคนเดียว และแบบเป็นกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล โดยเริ่มต้นจากสิ่งที่ยากไปยาก โดยครูมีบทบาทในการกำหนดกิจกรรมที่หลากหลาย ตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเองและสามารถให้เหตุผล ตลอดจนฝึกการแก้ปัญหาต่าง ๆ ตามสถานการณ์ปัญหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งประกอบไปด้วย 2 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 เตรียมความพร้อมทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฝึกการหาข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา

ช่วงที่ 2 สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มี 1 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิง
คณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

และเมื่อนักเรียนได้เรียนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ จะมีการทดสอบความรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

5. แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
การให้เหตุผล หมายถึง แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์
ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล โดยทดสอบหลังจากที่นักเรียนได้เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน
ที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล จบทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้แล้ว มีลักษณะ
เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ

6. แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
การให้เหตุผล หมายถึง แบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีลักษณะของข้อคำถามครอบคลุมทั้ง 4
หน่วยการเรียนรู้

7. ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล หมายถึง
ความสามารถในการใช้ความรู้ที่ได้จากกิจกรรมการเรียนการสอนในหน่วยที่ 1 – 4 มาใช้ในการแก้
สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยดูคะแนนรวมของนักเรียนจาก 3 ส่วน ซึ่งคิดเป็นคะแนน 100 คะแนน
โดยแบ่งคะแนนแต่ละส่วน ดังนี้

7.1 คะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย คิดเป็นหน่วยการ
เรียนละ 10 คะแนน รวมเป็น 40 คะแนน

7.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน
กระบวนการ การให้เหตุผล คิดเป็น 50 คะแนน

7.3 คะแนนจากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน
กระบวนการ การให้เหตุผล คิดเป็น 10 คะแนน

8. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 50 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนรวมจากการทำ
แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ในแต่ละ
หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้
เหตุผลและ แบบสัมภาษณ์ได้ตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่าผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์
(กระทรวงศึกษาธิการ. 2534 : 28)

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิง
คณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน
กระบวนการ การให้เหตุผลผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย โดยเสนอตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)
 - 1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)
 - 1.2 คุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 2.2 แนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์
3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล
 - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผล
 - 3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล
 - 3.3 ประเภทของการให้เหตุผล
 - 3.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
 - 3.5 หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิด การคิดเชิงสร้างสรรค์ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์
 - 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

1. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้เน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนด มาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการของผู้เรียนเป็น 4 ช่วงชั้น คือช่วงชั้นที่ 1 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 – 3 ช่วงชั้นที่ 2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 – 6 ช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 และช่วงชั้นที่ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 และกำหนดสาระการเรียนรู้ที่เป็นสาระหลักและมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน สาระหลักประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับช่วงชั้นที่ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3 หลักสูตรมุ่งเน้นการศึกษาเพื่อสำรวจตรวจสอบความสามารถ และความถนัดของตนเอง โดยสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้เป็นมาตรฐานที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วย 6 สาระ และ 19 มาตรฐาน มีดังนี้

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ ศูนย์ และจำนวน

ตรรกยะ

2. รู้จักจำนวนตรรกยะ และจำนวนจริง
3. เข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้
4. เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และสามารถเขียนให้อยู่

ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ ($A \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม) ได้

5. เข้าใจเกี่ยวกับรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. บวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง และนำไปใช้

แก้ปัญหาได้

2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม โดยการแยกตัวประกอบและนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้

3. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการหารากของจำนวนเต็มและจำนวนตรรกยะ พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของการดำเนินการของจำนวนต่าง ๆ ได้

4. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลที่ได้จากการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและการนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

2. หารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง โดยการประมาณ การเปิดตาราง หรือการใช้เครื่องคำนวณ และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจระบบจำนวนและสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. มีความเข้าใจสมบัติต่าง ๆ เกี่ยวกับระบบจำนวนเต็มและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

2. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนในระบบจำนวนจริง

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. เข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตรของรูปเรขาคณิตสามมิติ

2. เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. คาดคะเนเวลา ระยะทาง ขนาด และน้ำหนัก อย่างใกล้เคียง และอธิบายวิธีที่ใช้คาดคะเนได้

2. ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

เหมาะสม

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ พื้นที่ผิว และปริมาตรในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
2. สร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่ายโดยไม่เน้นการพิสูจน์ได้
3. วิเคราะห์ลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้
2. เข้าใจเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนทางขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้
3. บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบ และสามารถอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. แก่สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. เขียนสมการหรืออสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์ หรือปัญหาที่กำหนดไว้และนำไปใช้แก้ปัญหาพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้
3. เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดหรือสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้
4. อ่านและแปลความหมายกราฟที่กำหนดให้ได้
5. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

6. อธิบายลักษณะของรูปที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนบนระนาบพิกัดฉากได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. กำหนดประเด็น เขียนข้อความ กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลได้
2. เข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม

3. นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม อ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้ อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3

1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
2. เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

สาระที่ 6 : ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐานการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 3

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหาได้
2. ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐานการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 3

1. สามารถแสดงเหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐานการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 3

1. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

มาตรฐานการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 3

1. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิต

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มาตรฐานการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 3

1. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการทำงาน

จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ข้างต้น จะพบว่าในมาตรฐาน ค 6.2 ในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการ ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผล ซึ่งการให้เหตุผลนั้นจะแทรกอยู่ในสาระการเรียนรู้ต่างๆ โดยในแต่ละสาระการเรียนรู้นั้น จะต้องให้ผู้เรียนตระหนักถึงความสมเหตุสมผลในการหาคำตอบ หรือการคาดการณ์ข้อมูลต่าง ๆ และใน สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.2 ได้กำหนด เรื่องของการให้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิไว้ และสามารถนำการให้เหตุผลไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทของพีทาโกรัส และบทกลับ และในสาระที่ 4 พีชคณิต ในมาตรฐาน ค 4.1 อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่าง ๆ ได้ โดยการวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์ของแบบรูป ต้องใช้การให้เหตุผลมาวิเคราะห์ เพราะการวิเคราะห์แบบรูป อาศัยการให้เหตุผลแบบอุปนัย มาใช้ในการวิเคราะห์ อีกทั้ง ในช่วงชั้นที่ 4 ได้มีการสอนเรื่องของการให้เหตุผลไว้ในสาระการเรียนรู้พื้นฐาน โดยการนำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัย และนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความจริงหรือข้อสรุปและช่วยในการตัดสินใจ บางอย่างได้ จากความสำคัญของการให้เหตุผลที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2 คุณภาพของผู้เรียน

เมื่อผู้เรียนจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน 12 ปีแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปพัฒนาคุณภาพชีวิตตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และเป็นพื้นฐานในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

การที่ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีคุณภาพนั้น จะต้องมีความสมดุลระหว่างสาระทางด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ ควบคู่ไปกับคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูล และความน่าจะเป็น พร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ได้

2. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสาขาอื่น ๆ

3. มีความสามารถในการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง พร้อมทั้งตระหนักในคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

สำหรับคุณภาพของผู้เรียนเมื่อเรียนจบการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 3 ผู้เรียนควรมีความสามารถ ดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง และสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. สามารถนิยามภาพและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

4. มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่อง การเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้

5. สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์ปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ในการแก้ปัญหาได้

6. มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูล รวมทั้งอ่าน แปลความหมายและวิเคราะห์ ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลต่าง ๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจน เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

7. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

8. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

9. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

จากคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 นั้นสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ในแต่ละสาระการเรียนรู้ โดยทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผู้เรียนเมื่อเรียนจบในช่วงชั้นที่ 3 แล้ว ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ได้

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ได้มีผู้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ไฮเด (Hyde. 1991 : 29) ได้นิยาม การคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้อย่างกว้าง ๆ ว่าเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการที่สำคัญ 4 กระบวนการ คือ การให้เหตุผล การสื่อสาร การสังเคราะห์ ความคิด และการแก้ปัญหา

โอดาฟเฟอร์ และธอนควิสท์ (O'Daffer and Thornquist. 1993 : 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลายในการทำ ความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับ แนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

กรีนวูด (Greenwood. 1993 : 144) ได้กล่าวถึง การคิดเชิงคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถ ในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และการสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิด เชิงคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้และการ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ กรีนวูดยัง กล่าวย่ำว่า ถ้านับสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ ไม่เพียงแต่การ เรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

เมสันและคณะ (Mason, et al. 1994 : 158) ได้ให้ความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการที่ดำเนินไปเป็นพลวัต ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถจัดการสิ่งที่มีความซับซ้อนและขยาย ความเข้าใจของเราได้

เฮนเดอร์สัน (Henderson. 2002 : 1) ได้นิยามการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในงานวิจัยของเขาว่า เป็นการประยุกต์เทคนิคที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในด้านมโนทัศน์และด้านกระบวนการ เพื่อใช้ในการ แก้ปัญหา

จากความหมายของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้น จะเห็นได้ว่าการกล่าวถึงความหมายของ การคิดเชิงคณิตศาสตร์ ในแนวทางที่สอดคล้องกัน สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้ ผู้วิจัยยึดถือตามความหมาย ของเฮนเดอร์สัน ที่ว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 2 ส่วนคือส่วนที่เป็นด้านมโนทัศน์ และส่วนที่ เป็นด้านกระบวนการ ซึ่งด้านกระบวนการนั้นเกี่ยวข้องกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

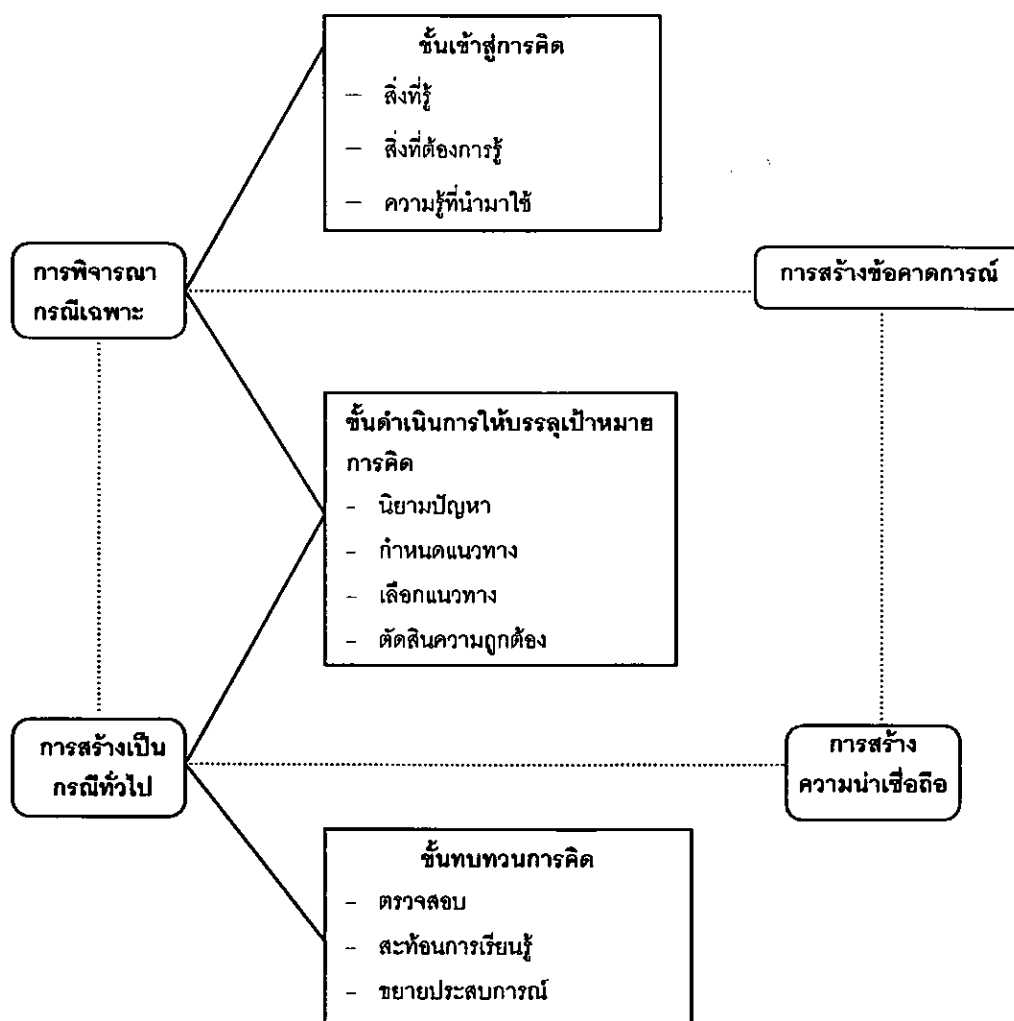
2.2 แนวทางในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

เมสันและคณะ (Mason, et al. 1994 : 47 ; 131 ; 146-159) ได้เสนอรูปแบบในการ พัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์บนความเชื่อที่ว่ากระบวนการสำคัญที่อยู่เบื้องหลังการคิดเชิง

คณิตศาสตร์ คือ การพิจารณากรณีเฉพาะ การสรุปทั่วไป การสร้างข้อความคาดการณ์และการสร้างความน่าเชื่อถือ กระบวนการดังกล่าวแบ่งออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่

- 1) ขั้นเข้าสู่การคิด
- 2) ขั้นดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด
- 3) ขั้นทบทวนการคิด

แต่ละระยะจะมีเกณฑ์บ่งชี้ เพื่อเป็นแนวทางในการบันทึกการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยเสริมประสิทธิภาพในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวความคิดของเมสันและคณะ

(Mason, et al. 1994 : 47)

การพิจารณากรณีเฉพาะ เมื่อเผชิญคำถามหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ ถ้าเราสามารถหาหรือหยาบยกตัวอย่างของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้ จะทำให้เกิดความเข้าใจ และอาจมองเห็นลู่ทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น การพิจารณากรณีเฉพาะจึงมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกกรณีเฉพาะมาพิจารณา อาจเลือกโดยวิธีการสุ่ม เลือกอย่างเป็นระบบ หรือเลือกในลักษณะผู้เชี่ยวชาญ

ตัวอย่างการพิจารณากรณีเฉพาะ เช่น “ถ้าร้านค้าขายส่งแห่งหนึ่งมอบส่วนลด 20% ให้กับลูกค้า แต่ต้องชำระภาษี 15% ด้วย ลูกค้าควรจะคำนวณสิ่งใดก่อนเป็นอันดับแรกระหว่างส่วนลดหรือภาษี

ทดลองกำหนดราคาสินค้าขึ้นมาเพื่อพิจารณา เช่น ให้สินค้าที่ซื้อมีราคา 100 บาท

วิธีที่ 1 คำนวณส่วนลด 20% ก่อน แล้วค่อยคิดภาษีทีหลัง

สินค้านี้ราคา 100 บาท เมื่อคิดส่วนลด 20% จ่ายในราคา 80 บาท

เมื่อนำมาคิดภาษีต้องจ่ายเงิน $1.15 \times 80 = 92$ บาท [$1.15 \times (0.80 \times 100)$]

วิธีที่ 2 คำนวณภาษี 15% ก่อน แล้วค่อยคิดส่วนลดทีหลัง

สินค้านี้ราคา 100 บาท เมื่อคิดภาษี 15% จ่ายในราคา 115 บาท

เมื่อหักส่วนลดต้องจ่ายเงิน $0.80 \times 115 = 92$ บาท [$0.80 \times (1.15 \times 100)$]

จะเห็นว่าทั้งวิธีที่ 1 และวิธีที่ 2 ต้องจ่ายเงินเท่ากัน [$1.15 \times (0.80 \times 100) = 0.80 \times (1.15 \times 100)$]

การสร้างเป็นกรณีทั่วไป เป็นการขยายจากการยกตัวอย่างเพียงไม่กี่กรณีไปสู่การคาดการณ์ที่ครอบคลุมกรณีต่าง ๆ ที่กว้างขวางหรือมีลักษณะทั่วไปมากขึ้น เช่นการซื้อสินค้าในร้านค้าขายส่งที่ได้กล่าวมา หากพิจารณาราคาสินค้าในราคาอื่น ๆ อีก หนึ่งหรือสองชิ้น จะเริ่มมองเห็นถึงแบบรูปที่เป็นเบื้องหลังได้ว่า “ลำดับของการคิดคำนวณส่วนลดก่อนหรือคิดภาษีก่อนไม่ส่งผลที่แตกต่างกันต่อราคาสินค้าที่ลูกค้าต้องจ่ายจริง” แบบรูปนี้เป็นตัวอย่างหนึ่งของการสร้างกรณีทั่วไปของสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา

กรณีเฉพาะที่นำมาพิจารณา ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงไปสู่การสร้างกรณีทั่วไปสำหรับราคาสินค้าใด ๆ (สมมติให้ราคาสินค้าเป็น P) ได้คือ

$$1.15 \times (0.80 \times P) = 0.80 \times (1.15 \times P)$$

การสร้างกรณีทั่วไปตามธรรมชาติของมนุษย์และคณะ หมายถึง การพบและการนำเสนอแบบรูปที่นำไปสู่

- สิ่งที่เราคาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (ข้อคาดการณ์ (conjecture))
- สาเหตุที่ทำให้คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง (การตัดสินความถูกต้อง (justifying))

- ขอบเขตที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง คือ เป็นความจริงที่ครอบคลุมปัญหาอื่นทั่ว ๆ ไปมากขึ้น

การสร้างข้อคาดการณ์ หมายถึง การเสนอสิ่งที่คาดหมายว่าน่าจะถูกต้อง แต่ยังไม่มีผู้ใดสรุปหรือแสดงเหตุผลให้เป็นที่ยอมรับ ข้อคาดการณ์ที่มีชื่อเสียงและมีความโดดเด่นในทางคณิตศาสตร์มีอยู่หลากหลาย หนึ่งในจำนวนนั้นคือ ข้อคาดการณ์ของโกลด์บาค (Goldbach's conjecture) ที่กล่าวว่า "จำนวนคู่ทุกจำนวนที่มีค่ามากกว่า 2 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวนได้" จากข้อคาดการณ์นี้ทำให้มีการสำรวจจำนวนคู่ที่มากกว่า 2 เป็นจำนวนนับล้าน ๆ และทุก ๆ จำนวนคู่ที่นำมาทดสอบ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวนได้อย่างไรก็ตามยังไม่มีใครสามารถพิสูจน์ได้ว่า ทุก ๆ จำนวนคู่มีสมบัติตามข้อคาดการณ์ของโกลด์บาค จึงยังไม่มีใครกล้ายืนยันว่าข้อคาดการณ์ของโกลด์บาคเป็นจริง

ดังนั้น ข้อคาดการณ์จึงเป็นเพียงคำกล่าว หรือข้อความ หรือประโยคที่พบว่ามีความเป็นไปได้ แต่ยังไม่มีการตัดสินความถูกต้องอย่างเป็นที่น่าเชื่อถือ ข้อคาดการณ์ส่วนใหญ่มักไม่มีความสำคัญ ซึ่งโดยแท้จริงแล้วส่วนใหญ่มักจะเป็นข้อคาดการณ์ที่ผิด หรืออาจนำไปปรับให้มีความเป็นไปได้มากขึ้น แต่การสร้างข้อคาดการณ์ก็ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกระบวนการของความรู้สึก (sensing) หรือการเดาว่าบางสิ่งน่าจะถูกต้อง แล้วสำรวจความถูกต้องของสิ่งนั้น

การสร้างที่น่าเชื่อถือ ระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหา กระบวนการค้นหาสิ่งที่ถูกต้องเพื่อปะติดปะต่อเป็นข้อคาดการณ์ จะมีอีกกระบวนการหนึ่งที่เกิดควบคู่กันไปด้วย คือกระบวนการค้นหาเหตุผลว่าทำไมสิ่งเหล่านั้นจึงถูกต้อง (หรือไม่ถูกต้องสำหรับบางกรณี) ซึ่งจะช่วยสร้างความน่าเชื่อถือให้กับคำตอบหรือสิ่งที่ค้นพบต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ข้อคาดการณ์ของโกลด์บาค จะเห็นว่ามีมีการพิจารณากรณีเฉพาะเป็นจำนวนมาก จนกระทั่งคนจำนวนมากมีความเชื่อว่าเป็นข้อคาดการณ์ที่สมเหตุสมผล แต่ยังไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องที่จะทำให้มีการยอมรับอย่างไม่มีข้อโต้แย้ง ความน่าเชื่อถือจึงมีขอบเขตที่จำกัด ในการสร้างความน่าเชื่อถือเกี่ยวกับประเด็นต่าง ๆ จากคำถามหรือปัญหา สิ่งที่ต้องการจึงไม่ใช่แค่เพียงการยกตัวอย่างแบบผิวเผิน แต่ควรเป็นเหตุผลที่เกี่ยวกับแบบรูปหรือโครงสร้างบางอย่างเพื่อเป็นกรอบในการอธิบายเพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถืออย่างแท้จริงมากกว่า

กระบวนการที่อยู่เบื้องหลังการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา จะดำเนินไปตามระยะของการคิด 3 ระยะ ได้แก่

1. ระยะเข้าสู่การคิด เป็นระยะการหาข้อมูลเพื่อตอบคำถามต่าง ๆ เช่น รู้อะไรบ้าง ต้องการอะไร นำความรู้ใดมาใช้ได้บ้าง

2. ระยะดำเนินการให้บรรลุเป้าหมายการคิด เป็นระยะการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้กระบวนการสร้างข้อคาดการณ์ การคิดหาเหตุผล การตัดสินใจถูกต้อง และการสร้างความน่าเชื่อถือ

3. ระยะทบทวนการคิด เป็นระยะที่ต้องตรวจสอบการแก้ปัญหา สะท้อนและขยายความรู้และประสบการณ์ที่ได้จากแก้ปัญหา

เมสันและคณะมีความคิดว่า แนวทางการฝึกการคิดไปพร้อมกับการสะท้อนการเรียนรู้จากการคิด เป็นแนวทางที่ช่วยพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและเชื่อมโยงกับการแก้ปัญหาและการคิดอย่างมีวิจารณญาณโดยตรง

3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

3.1 ความหมายของการให้เหตุผล

โอดาฟเฟอร์และธอร์นควิส (O'Daffer & Thornquist. 1990 : 43) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านที่เกี่ยวข้องกับ การหารูปแบบทั่วไป การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1999 : 7) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการสำรวจ การสืบสวนสอบสวน การนำเสนอ การอธิบายข้อคาดการณ์ และการตรวจสอบข้อคาดการณ์

อลิชและชีเรล (Alice & Shirel. 1999 : 114) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 37) ได้สรุปความหมายของการให้เหตุผลไว้ในงานวิจัยของเขาว่าเป็นการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผล ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

จากความหมายของการให้เหตุผลข้างต้น พอสรุปเป็นความหมายของการให้เหตุผล ได้ว่าเป็น การแสดงแนวคิดในการสำรวจสถานการณ์ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อคาดการณ์ และสามารถตรวจสอบ ข้อคาดการณ์นั้นด้วยความรู้ต่างๆ ได้อย่างสมเหตุสมผลและการคิดเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความ เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล โดยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการใน การคิดเชิงคณิตศาสตร์ในด้านที่เกี่ยวข้องกับ การหารูปแบบทั่วไป การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และ การหาความสัมพันธ์ของแนวคิด (O'Daffer & Thornquist. 1990 : 43) อีกทั้งครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 3) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลและการคิดไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นการรวมถึง การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดสร้างสรรค์ ในขณะที่การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการ คิดเชิงคณิตศาสตร์ แสดงว่าการคิดเชิงคณิตศาสตร์นั้นจะมี การคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดสร้างสรรค์ เป็นส่วนประกอบด้วย

3.2 ความสำคัญของการให้เหตุผล

การให้เหตุผลเป็นองค์ประกอบสำคัญที่ทำให้การดำรงชีวิตของคนเรามีความแตกต่างจากสัตว์ โลก นักจิตวิทยาทางด้านความคิดได้กล่าวถึงการให้เหตุผลว่า เป็นวิธีการที่คนเราสร้างตัวแทนหรือทำ ความเข้าใจปัญหา (Kahney. 1993 : 103) ขณะที่นักการศึกษาบางคน เช่น ครูลิกและรูดนิค (Krulik & Rudnick. 1993 : 3-5; Laird. 1990 : 85) จัดให้การให้เหตุผล เป็นการคิดชนิดหนึ่งที่คนเรา ได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยการตั้งข้อคาดการณ์ สร้างสมมติที่เป็นนามธรรม จากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา จากนั้นจึงตรวจสอบเหตุผลเพื่ออธิบายและยืนยันข้อสรุป ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดใหม่ที่ได้ หรือกล่าวว่าการให้เหตุผลเป็นกระบวนการได้มาซึ่งข้อมูลใหม่จากข้อมูล เก่า โดยการคิดที่เริ่มจากสมมติฐาน (premises) กลุ่มหนึ่งไปยังอีกกลุ่มหนึ่ง อาจเริ่มจากสมมติฐาน หลาย ๆ ข้อก็ได้ อาจเริ่มจากสมมติฐานที่เป็นภาษา สิ่งที่พบเห็น หรือจากเรื่องราวที่คิดขึ้นมา และ ผลสรุปที่ได้อาจออกมาในรูปของภาษาหรือการกระทำที่เป็นผลโดยตรงจากข้อสรุปนั้น

สำหรับคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 56) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียน การสอนวิชาคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็น แนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง กว้างขวาง และได้กำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาล – เกรด 12 ไว้ ดังนี้

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
2. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

4. เลือกและใช้ชนิดของการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ที่หลากหลายได้

และได้กำหนดจุดเน้นของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในเกรด 6 – 8 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 – ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2) ไว้ดังนี้

1. สามารถตรวจสอบและเข้าใจโครงสร้างของแบบรูป
2. สามารถสร้างรูปแบบทั่วไป และข้อคาดการณ์
3. สามารถประเมินข้อคาดการณ์
4. สามารถสร้างและประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ เชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผลและนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และเขายังสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ ๆ ได้เองด้วย นักเรียนที่เรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบและจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของผู้เรียน (ปิยวดี วงษ์ใหญ่, ม.ป.ป. : 1)

ดังนั้น ในการพัฒนานักเรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้น ต้องพัฒนาให้เขาสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการพิจารณาตัดสินใจได้

3.3 ประเภทของการให้เหตุผล

บาร์วูดี้ (Baroody, 1993 : 59) ได้จำแนกชนิดของการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับชั้นเรียนคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ชนิด คือ การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ (intuitive reasoning) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) และการให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) โดยเหตุผลแต่ละชนิดมีความหมาย ดังนี้

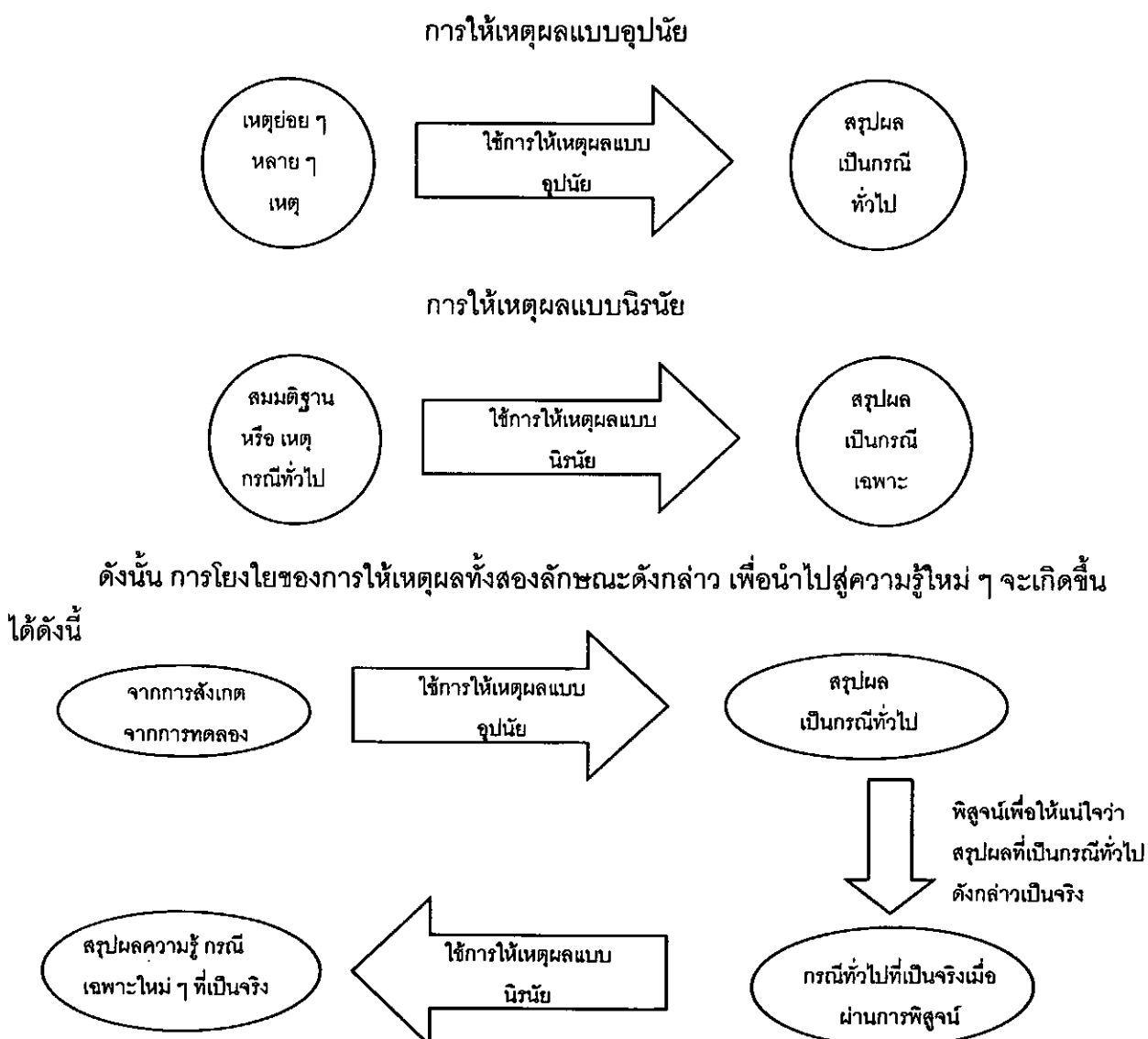
การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่คนเรามีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะตัดสินใจ จึงตัดสินใจบนข้อมูลที่เห็นและตามความรู้สึก การให้เหตุผลแบบสหัชญาณจึงเป็นเหตุผลที่ขึ้นอยู่กับสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสันนิษฐาน ซึ่งทั้งสิ่งที่ปรากฏและข้อสันนิษฐานนี้อาจถูกหรือผิดก็ได้ (Baroody, 1993 : 60)

การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้การสังเกตเป็นพื้นฐานเพื่อค้นหาแบบรูป หรือสร้างข้อคาดการณ์แล้วสรุปเป็นกรณีทั่วไป (ปิยวดี วงษ์ใหญ่, ม.ป.ป. : 3) มีผู้ให้ความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยในลักษณะที่คล้าย ๆ กัน คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยเป็นกระบวนการทางปัญญาที่ช่วยให้คนเราสร้างหรือสรุปกฎจากประสบการณ์ เกิดจากการนำข้อมูลของสมาชิกบางส่วนมาสร้างเป็นนัย

ทั่วไปเกี่ยวกับสมาชิกตัวอื่นหรือสมาชิกทั้งหมดของเซต เป็นกระบวนการตั้งสมมติฐานที่เป็นกฎทั่วไป ซึ่งแทนลักษณะร่วมกันของกลุ่มของวัตถุสิ่งของหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะ การให้เหตุผลเชิงอุปนัยจึงเป็นการหาสมบัติร่วมกัน หาแบบรูป กฎ และข้อสรุปจากตัวอย่างที่ต่างกัน เป็นเหตุผลที่โดยตัวของมันเองไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าผลสรุปนั้นจริง เป็นการให้เหตุผลที่ยังมีความเสี่ยง กล่าวคือ กฎที่ได้มาจากตัวอย่างบางตัวอย่างนั้นอาจเป็นจริงสำหรับตัวอย่างเฉพาะบางกลุ่ม แต่อาจไม่จริงสำหรับสมาชิกทั้งหมดหรืออาจไม่จริงเสมอไป (Baroody. 1993 : 65; Kahney. 1993 : 105; O'Daffer & Thornquist. 1993 : 93) เช่น เมื่อนักเรียนเห็นตัวอย่าง $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$ และ $\frac{19}{95} = \frac{1}{5}$ โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย นักเรียนอาจคิดว่าเลขโดดที่เหมือนกันในเศษส่วนสามารถตัดทิ้งได้ แต่เมื่อได้ทดลองกับจำนวน $\frac{17}{76}$ ก็พบว่าสิ่งที่คิดไว้นั้นเป็นสิ่งที่ไม่ถูกต้อง กล่าวคือ $\frac{17}{76} \neq \frac{1}{6}$ การแก้ปัญหาของเราจะเริ่มต้นด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยตั้งข้อสันนิษฐานหรือข้อคาดการณ์ก่อน จากนั้นจึงค่อยหาเหตุผลสนับสนุนหรือคัดค้านข้อคาดการณ์นั้นด้วยการให้เหตุผลแบบนิรนัย เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่จะใช้เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจหรืออ้างอิงต่อไป (Baroody. 1993 : 79)

การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการสรุปอย่างสมเหตุสมผลบนพื้นฐานของข้อตกลงหรือกฎ ซึ่งยอมรับว่าเป็นจริงแล้ว หรือที่เรียกว่าเหตุ (ปิยวดี วงษ์ใหญ่. ม.ป.ป. : 4) สามารถกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลเชิงนิรนัยมีลักษณะตรงข้ามกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพราะการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีจุดเริ่มจากกรณีเฉพาะไปสู่ข้อสรุปที่เป็นกรณีทั่วไป ในขณะที่การให้เหตุผลแบบนิรนัยมีทิศทางตรงกันข้าม คือ จะใช้ความรู้กรณีทั่วไปในการแก้ปัญหากรณีเฉพาะ (Kahney. 1993 : 105) เชื่อกันว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่น่าเชื่อถือได้มากที่สุด เนื่องจากเป็นการให้เหตุผลที่สร้างบนพื้นฐานทางตรรกศาสตร์ จุดประสงค์ของการให้เหตุผลแบบนิรนัย เพื่อเป็นการรับประกันความสมเหตุสมผลของข้อสรุป หรือใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยมีความสมเหตุสมผลเป็นจริงกรณีทั่วไปหรือไม่ โดยการหาเหตุผลสนับสนุนหรือคัดค้านข้อคาดการณ์ที่ตั้งไว้ การให้เหตุผลแบบนิรนัยจึงสามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วนใหญ่ ๆ คือ การหาเหตุผลสนับสนุนสมมติฐานที่ตั้งไว้ และการหาเหตุผลคัดค้านสมมติฐานที่มี นักทฤษฎีเชิงจิตวิทยาจึงเน้นและถือว่าการให้เหตุผลเชิงนิรนัยเป็นรูปแบบที่สำคัญที่สุดของการให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์ (Laird. 1990 : 86) โดยทั่วไปการให้เหตุผลแบบนิรนัยจะเป็นการให้เหตุผลที่ได้ข้อสรุปจากสิ่งที่เรารู้ กล่าวคือ จากข้อมูลที่กำหนดให้มา ทำให้เราสามารถมั่นใจในสิ่งอื่นได้ เช่น กำหนดให้ว่า เราสามารถบวกจำนวนใด ๆ เพิ่มอีก 1 ได้เสมอ ทำให้เราสามารถสรุปได้ว่าไม่มีจำนวนที่ใหญ่ที่สุดเป็นต้น

ในปัจจุบันนี้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมีความสำคัญอย่างยิ่งในการนำไปสู่ความรู้ใหม่ ๆ ถึงแม้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่สวนทางกัน กล่าวคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย ใช้กรณีเฉพาะเป็นเหตุ มุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีทั่วไป ซึ่งต้องตรวจสอบต่อไปว่า ผลสรุปดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ ส่วนการให้เหตุผลแบบนิรนัย ใช้กรณีทั่วไปเป็นเหตุ มุ่งไปสู่การสรุปผลที่เป็นกรณีเฉพาะ ดังภาพประกอบที่ 2



ภาพประกอบ 2 ความสัมพันธ์ของการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
(สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. 2546 :157)

3.4 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเป็นการสอนที่เน้นให้นักเรียนเกิดทักษะการคิด ให้เหตุผลเพื่อแสวงหาความรู้และค้นหาคำตอบต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยที่ผู้สอนเป็นผู้ที่มีหน้าที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้และสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ให้เป็นไปในทิศทางที่ส่งเสริมและเอื้อให้นักเรียนเกิดทักษะดังกล่าว

การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ได้ปรับเปลี่ยนรูปแบบการเรียนการสอนแบบเดิมที่ผู้สอนจัดบทเรียน โดยยึดตัวผู้สอนเป็นศูนย์กลาง คือความรู้ที่นักเรียนจะได้รับออกมาจากผู้สอน ผู้สอนจะบอก สอน อธิบาย ถ่ายทอดเนื้อหาทางวิชาการเองทั้งหมด โดยนักเรียนไม่มีบทบาทหรือมีส่วนร่วมใด ๆ ในการเรียนการสอนเลย มาเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ กล่าวคือ ความรู้ที่นักเรียนได้รับเกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนเอง ภายหลังจากการค้นคว้า แสวงหาคำตอบของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง ส่วนผู้สอนเป็นผู้กระตุ้น ช่วยเหลือ และสร้างบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ คอยอำนวยความสะดวก จัดหาแหล่งการเรียนรู้ เป็นพี่เลี้ยงช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล เป็นกระบวนการที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดใช้เหตุผล วิเคราะห์แสดงความคิดเห็น และแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้น บทบาทของผู้สอนจึงไม่ใช่การจัดบทเรียน โดยคำนึงว่า “จะสอนอะไร” แต่เป็นการจัดบทเรียนต่าง ๆ โดยคำนึงว่า “จะให้นักเรียนเรียนรู้อะไร” (อัศรยา สังขจันทร์. 2543 : 95–96)

นักการศึกษาได้ให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบ และมีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษา ทดลองเพื่อหาว่า ทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไร จึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้เกิด (teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (teaching of thinking) และแนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิด (thinking about thinking) (กฤษณะ โสขมา. 2546 : 11; อ้างอิงจาก Brandt. 1984 : 3) ซึ่งมีรายละเอียดพอสังเขป ดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในการคิดของนักเรียน
2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน
3. การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร

ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (metacognition) ของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่น่าสนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้เพื่อหาแนวทางการแก้ไขได้ตรงจุด

ดังนั้นแนวทางในการพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยที่ครูผู้สอนนั้นมีหน้าที่ในการจัดบรรยากาศในชั้นเรียน คอยกระตุ้นให้นักเรียนเป็นผู้ช่างสังเกต จัดบทเรียนที่เสริมสร้างการเรียนรู้ที่ฝึกให้ผู้เรียนคิดเอง แก้ปัญหาที่เกิดขึ้นเอง

3.5 หลักการของกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

อัศรยา สังขจันทร์ (อัศรยา สังขจันทร์. 2543 : 102) ได้กล่าวถึงหลักการสำคัญของกระบวนการเรียนการสอน เป็นสิ่งที่ผู้สอนจำเป็นต้องตระหนักอยู่เสมอ เพื่อช่วยให้กระบวนการเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ของความพยายามที่จะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผลเป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาความสามารถทางการให้เหตุผล ดังวิธีการสอน และการประเมินผลดังต่อไปนี้

วิธีการสอน

1. กิจกรรมที่เลือกนำมาใช้ต้องเหมาะสมกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผล
2. ผู้สอนมีหน้าที่เป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวก และผู้สร้างบรรยากาศแห่งการเรียนรู้
3. กระบวนการเรียนการสอนต้องเป็นกระบวนการแบบมีส่วนร่วม คือ ระหว่างผู้สอนกับนักเรียน และระหว่างนักเรียนกับนักเรียนด้วยกันเอง
4. เน้นให้ผู้เรียนใช้ศักยภาพของตนให้มากที่สุด
5. ผู้เรียนเป็นผู้ค้นพบสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง
6. การสื่อสารในกระบวนการเรียนการสอนต้องเป็นการสื่อสารแบบ 2 ทาง
7. วิธีการสอน สภาพแวดล้อมของการเรียน ระบบการให้คำปรึกษา และระบบการวัดและประเมินผล ล้วนเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อการพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผล

วิธีการประเมินผล

1. การสอบไม่สำคัญเท่ากับการกระตุ้น ให้นักเรียนใฝ่รู้และคิดเป็น

2. มีวิธีการวัดและประเมินผลความสามารถในการคิดให้เหตุผลที่เหมาะสมกับรูปแบบการเรียนการสอน

นอกจากการเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม และแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow. 1993 : 16–18) ยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว แต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

สำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล กิลฟอร์ดและฮอฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner. 1971 : 28–32) ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

จากกระบวนการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ข้างต้น สามารถทำให้นักเรียนได้ตระหนักถึงกระบวนการคิดของตนเอง โดยทำให้นักเรียนได้มีโอกาสทบทวน และค้นพบตัวเอง ว่า ขณะนี้เรารู้อะไร ไม่รู้อะไร คิดอะไร จะตัดสินใจอย่างไร ทำไมถึงตัดสินใจเช่นนั้น และเสริมสร้างลักษณะนิสัยการทำงานอย่างเป็นระบบให้กับนักเรียน เพราะเมื่อนักเรียนเริ่มมีการคิดอย่างมีเหตุผล จะทำให้นักเรียนเริ่มตระหนักว่า ไม่ว่าจะทำอะไรก็ตามนักเรียนจะต้องดำเนินการอย่างเป็นระบบ โดยเริ่มจากการคิดวางแผนในสิ่งที่จะทำ กำหนดขั้นตอนการดำเนินงาน หาวิธีการที่เหมาะสม คิดถึงผลดีและผลเสียที่ตามมา อีกทั้งยังสร้างให้นักเรียนรู้จักประเมินตนเอง โดยนักเรียนต้องตระหนักว่า ความรู้ที่ตนเองมีอยู่ มีส่วนไหนที่ตนเองยังไม่เข้าใจแท้จริง และส่วนไหนที่เข้าใจดีแล้วจนสามารถที่จะถ่ายทอดให้กับผู้อื่นด้วยหลักการของการให้เหตุผลได้

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิด การคิดเชิงสร้างสรรค์ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

มาร์ติโน (จรรยา ภูอุดม. 2544 : 52 ; อ้างอิงจาก Martino. 1992 : 1833–A) ได้ศึกษาว่านักเรียนสร้างความเข้าใจในแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์อย่างไร ขณะทำกิจกรรมแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กับกลุ่มย่อยในบรรยากาศชั้นเรียนที่ส่งเสริมการสนทนาเชิงคณิตศาสตร์และการแลกเปลี่ยนยุทธวิธีการ

แก้ปัญหาอย่างเปิดเผย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 3 คนของ Harding School ในรัฐนิวเจอร์ซีย์ ซึ่งครูได้เข้าร่วมโครงการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์ที่มุ่งสร้างและพัฒนาศักยภาพครูให้เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน และการสร้างบรรยากาศชั้นเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีการสื่อสารคณิตศาสตร์กับครูและเพื่อน ๆ ดังนั้นนักเรียนที่ใช้ในการศึกษาค้นครั้งนี้จึงอยู่ในชั้นเรียนที่ครูส่งเสริมให้นักเรียนสร้างแนวคิดเชิงคณิตศาสตร์เอง การศึกษาใช้วิธีศึกษาเป็นรายกรณี (case study) กับนักเรียน 3 คน ติดต่อกันเป็นเวลา 3 ปี โดยเริ่มขึ้นขณะนักเรียนอยู่ในเกรด 2 การศึกษามุ่งเน้นเกี่ยวกับการสร้างแนวคิดในการหาคำตอบปัญหา และปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มย่อยที่มีผลต่อการสร้างแนวคิด เก็บข้อมูลโดยการอัดวีดิทัศน์กิจกรรมการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยของนักเรียนเฉพาะส่วนที่ต้องการพิจารณาอย่างเป็นระบบ และการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล มีการสร้างประวัติโดยย่อของนักเรียนแต่ละคนเกี่ยวกับงานแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์กรณีศึกษาของนักเรียนทั้ง 3 คน พบว่านักเรียนจะมีการสร้างแนวคิดเริ่มต้นของตนเองก่อนที่จะแนวคิดของคนอื่นจะเข้ามา และเมื่อเวลาผ่านไปการแก้ปัญหามองของนักเรียนจะเปลี่ยนจากผลลัพธ์ไปสู่กระบวนการพร้อม ๆ กับการเริ่มให้ความสำคัญกับการติดตามกิจกรรมของตนเองมากขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นการกลับมาสู่กิจกรรมปัญหาในสถานการณ์ที่เหมือนกันหรือปัญหาที่ขยายขึ้นในเวลาต่อมา ทำให้นักเรียนมีโอกาสดำเนินการหาเหตุผลเชิงคณิตศาสตร์และแนวคิดที่สัมพันธ์กับการพิสูจน์มากขึ้น

จูดิธ (Judith. 1999 : 148–170) ได้สร้างโครงการสร้างความก้าวหน้าทางการคิดของนักเรียน (Advancing Children's Thinking (ACT)) โดยโครงการนี้ประกอบไปด้วย 3 ส่วน คือ

1. การดึงเอาวิธีการแก้ปัญหามองของนักเรียนออกมา
2. สนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์
3. ขยายการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผลจากการวิจัยพบว่า โครงการนี้สามารถดึงเอาความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนเกิดการคิดเชิงคณิตศาสตร์มากขึ้น โดยโครงการ ACT นี้สามารถที่จะนำไปใช้ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา การสอนของครู และนำไปเป็นแนวทางในการออกแบบหลักสูตรทางคณิตศาสตร์ได้

คามิอิ (Kamii. 2003 : 20–6) ได้ปรับเปลี่ยนกระดานเกมส์เพื่อส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ในเชิงตรรกวิทยากับนักเรียนระดับอนุบาลในประเทศญี่ปุ่นจำนวน 12 คน เพื่อพัฒนาทักษะทางการคิดของนักเรียน โดยครูมีหน้าที่เป็นผู้แนะนำการเล่นเกมส์ และนำเสนอสิ่งที่เด็กนักเรียนได้แสดงออกมาในขณะที่เล่นเกมส์ ผลจากการวิจัยพบว่า การปรับเปลี่ยนกระดานเกมส์เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนพัฒนาความสามารถทางการคิด และยกระดับการคิดให้สูงขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

พิเชษฐ ตั้งเจตนาภิรมย์ (2529 : 94–105) ได้สร้างแบบทดสอบการคิดนอกกรอบ (divergent Thinking) ด้านสัญลักษณ์ตัวเลขตามทฤษฎีโครงสร้างทางสมองของกิลฟอร์ด จำนวน 6 ฉบับ คือ การคิดนอกกรอบด้านสัญลักษณ์ตัวเลข แบบหน่วย จำพวก ความสัมพันธ์ ระบบการแปลงรูป และการประยุกต์ โดยให้คะแนนเป็น 3 ด้าน คือ ความคล่องในการคิด ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2528 ของโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ จังหวัดระยอง จำนวน 625 คน คุณภาพของแบบทดสอบได้ผลดังนี้ คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบทุกข้อในทุกฉบับมีค่าสูง ความเชื่อมั่นรวมทั้ง 6 ฉบับ มีค่า .8270 และมีความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภาวดี ตั้งบุปผา (2533 : 72–76) ได้สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถทางคณิตศาสตร์ 7 ด้าน คือ ความสามารถในการตั้งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่แปลกใหม่ ความสามารถในการคาดคะเนถึงผลที่จะเกิดขึ้นจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการตรวจสอบคำตอบและวิธีการคิด ความสามารถในการนำหลักการ หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นกรณีทั่วไป ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ของกลุ่มตัวเลขหรือเรขาคณิต หรือการจัดกระทำ (operation) ทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2532 ของโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษาในกรุงเทพมหานครทั้งที่เขตการศึกษา 2 มีจำนวนทั้งหมด 367 คน คุณภาพของแบบทดสอบได้ผลดังนี้ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบทุกข้อของคะแนนมีค่าสูงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ .789 และมีความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างสูง

นฤมล ปิ่นดอนทอง (2544 : 50–52) ได้ทำการเปรียบเทียบการคิดเชิงเหตุผลของเด็กปฐมวัยที่ได้รับการเล่นเกมสร้างมโนทัศน์ด้านจำนวน และการเล่นปกติ เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้ปกครองและผู้ที่เกี่ยวข้อง ในการส่งเสริมและพัฒนาการคิดเชิงเหตุผล รวมทั้งการจัดกิจกรรมการเล่นให้เหมาะสมยิ่งขึ้น โดยกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ เป็นเด็กปฐมวัยชาย-หญิง อายุ 5–6 ปีที่กำลังศึกษาอยู่ในชั้นอนุบาลปีที่ 3 ผลจากการทดลองพบว่า เด็กปฐมวัยที่ได้รับการเล่นเกมสร้างมโนทัศน์ด้านจำนวน และเด็กปฐมวัยที่ได้รับการเล่นปกติ มีการคิดเชิงเหตุผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรสาธ ผาสุก (2546 : 80) ได้ทำการศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จากการใช้ตัวแบบที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น และศึกษาเจตคติของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการปฏิบัติกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยการประเมินความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการประเมินเกี่ยวกับ

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง
2. การเชื่อมโยงสถานการณ์จริงไปสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
3. การหาข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
4. การทดสอบและขัดเกลากฎตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
5. การเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริง

ส่วนการประเมินเจตคติ เป็นการประเมินความรู้สึก ความคิดเห็นและท่าทีของนักเรียนที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยการประเมินด้วยแบบวัดเจตคติหลังจากที่นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการจัดกิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนในกลุ่มทดลองไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 มีคะแนนความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 75 ของคะแนนรวม ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
2. นักเรียนในกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบวัดเจตคติเป็น 3.52 แสดงว่านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ภายหลังจากการทดลองการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี เป็นไปตามสมมติฐาน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิด การคิดสร้างสรรค์ และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ อาจกล่าวโดยสรุปว่า ก่อนที่จะพัฒนาทางด้านการคิด เราต้องยอมรับก่อนว่า การคิดนั้นไม่ใช่พรสวรรค์ แต่เป็นทักษะที่สามารถพัฒนาได้ การจะพัฒนาความสามารถในการคิดระดับสูงไม่ได้เกิดขึ้นได้ชั่วข้ามคืน ต้องใช้เวลาในการฝึกหัด ต้องอาศัยการกระตุ้น และการสนับสนุน โดยการจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้ออำนวยต่อการคิด

4.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

งานวิจัยในต่างประเทศ

เลชเชอร์ (Leshner. 1971 : 2487-A) ได้ศึกษาถึง การคิดหาเหตุผลเชิง

ตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4 – 7 พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ระหว่างระดับชั้นมีความแตกต่างกัน นั่นคือ นักเรียนชั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนระดับชั้นที่ต่ำกว่า

พอนแลนด์ (Pallrand. 1979 : 445–451) ได้ศึกษาชั้นการคิดแบบรูปธรรมที่กำลังเปลี่ยนแปลงไปสู่ชั้นการคิดแบบนามธรรม และได้ข้อสรุปที่สำคัญ ดังนี้

1. เด็กในช่วงการคิดแบบนามธรรมสามารถคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ได้
2. ระดับการศึกษาต่างกันทำให้ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกัน
3. การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรด (Reid. 1996 : 1067A) ได้ศึกษาและพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาและนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัย เกี่ยวกับเรื่องสิ่งที่จำเป็นในการพิสูจน์ (The Need to Prove) โดยการสังเกตและการสัมภาษณ์ ผลการวิจัยปรากฏว่า

1. นักเรียนและนักศึกษาสามารถให้เหตุผลแบบนิรนัยได้ และโดยการได้รับความช่วยเหลือก็จะสามารถเขียนการพิสูจน์ได้
2. การพิสูจน์เป็นแนวทางในการสำรวจและการอธิบาย
3. การให้เหตุผลของนักเรียนและนักศึกษาจะได้รับอิทธิพลจากกิจกรรมที่ได้รับรวมทั้งจากคนรอบข้าง

เคท (Kate. 2004 : 87) ได้ศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของการให้เหตุผลการพิสูจน์ทางเรขาคณิตในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยได้ทำการสำรวจคำถาม 4 ข้อต่อไปนี้

1. นักเรียนต้องมีความสามารถในการให้เหตุผลในระดับไหน ถึงจะพร้อมสำหรับการพิสูจน์
2. อะไรเป็นสิ่งที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการพิสูจน์
3. ครูจะมีวิธีการอย่างไรในการที่จะสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์
4. อะไรเป็นสิ่งที่สนับสนุนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และทักษะในการเขียนการพิสูจน์ของนักเรียน

จากการสำรวจ พบว่านักเรียนไม่เข้าใจในทัศนทางเรขาคณิตและการพิสูจน์ ซึ่งจะมีผลทำให้การพิสูจน์ของนักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จ ดังนั้นครูจึงมีหน้าที่ในการปรับปรุงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเรขาคณิตกับนักเรียน เพื่อทำให้นักเรียนเข้าใจและประสบความสำเร็จในการพิสูจน์

งานวิจัยในประเทศ

สมเจตน์ ไวยากรณ์. (2530 : 93) ได้ศึกษารูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการให้เหตุผล เน้นกระบวนการสอนที่ใช้เนื้อหาเป็นสื่อ ประกอบด้วยการสอน 4 ขั้นตอน คือ การวางแผน การสร้างความคิดรวบยอด การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และการประเมินผล โดยการทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนราชินีบูรณะ จังหวัดนครปฐม เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ผลการทดลองพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมการสอนในการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นอย่างดี

กนิษฐา อุณนันต์. (2532 : 94) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการให้เหตุผลของนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ธนกัทร เตชาภิรมย์. (2546 : 36-37) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนสามารถบอกความหมายของการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ สามารถยกตัวอย่างการให้เหตุผลแบบอุปนัยได้ สามารถสรุปผลโดยวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยเมื่อกำหนดสถานการณ์ที่เป็นกรณีย่อย ๆ ได้ สามารถบอกความหมายของการให้เหตุผลแบบนิรนัยได้ สามารถสรุปผลโดยวิธีการให้เหตุผลแบบนิรนัยเมื่อกำหนดเหตุมาให้ 2 เหตุได้อย่างสมเหตุสมผล สามารถใช้กฎอ้างอิงไปใช้ทดสอบความสมเหตุสมผลของผลสรุปจากสมมติฐานที่กำหนดให้ได้ สามารถบอกได้ว่าสถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นการให้เหตุผลแบบอุปนัยหรือนิรนัย และสามารถใช้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ในการทดสอบความสมเหตุสมผลของการอ้างเหตุผลได้

กฤษณะ โสขุม (2546 : 34-35) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเป็นชุดกิจกรรมที่เรียกว่า ชุดกิจกรรมเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล ซึ่งแต่ละกิจกรรมเน้นให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 1-4 คน เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการสังเกต หาความสัมพันธ์ หาข้อคาดการณ์ ให้เหตุผลสนับสนุนหรือคัดค้านข้อคาดการณ์ ภายใต้การแนะนำของครู พบว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ชีรา ลำดวนหอม. (2546 : 36) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง แบบรูปและการให้เหตุผลสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผลของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น พบว่าจำนวนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนี้สำคัญ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผล อาจกล่าวโดยสรุปว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จัดบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหา ร่วมกัน การคิดอย่างมีเหตุผลสามารถพัฒนาได้โดยใช้กิจกรรมที่เป็นการผสมผสานการฝึกคิด และให้เหตุผลควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาวิชาปกติ

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวาราม กรุงเทพมหานคร ประมาณ 600 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวาราม กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ซึ่งได้จากการอาสาสมัครจำนวน 15 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีทั้งหมด 4 ชุด แต่ละชุด ประกอบด้วย

- 1.1 เนื้อหาที่ใช้เป็นสถานการณ์ปัญหา
- 1.2 ใบกิจกรรม
- 1.3 แผนการจัดการเรียนรู้
- 1.4 แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

2. แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

3. แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เพื่อเป็น
แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และกำหนดขอบเขตเนื้อหา เอกสารดังกล่าวได้แก่

1.1 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรมัธยมศึกษา
ตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ได้แก่

1.1.1 รายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
(สสวท. 2539)

1.1.2 รายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
(สสวท. 2539)

1.1.3 รายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
(สสวท. 2540)

1.1.4 รายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
(สสวท. 2538)

1.1.5 วิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (สสวท. 2541)

1.1.6 วิชาคณิตศาสตร์ ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (สสวท. 2541)

1.1.7 หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 1 ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 (สสวท. 2546)

1.1.8 หนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 1 ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 (สสวท. 2546)

1.1.9 หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 (สสวท. 2546)

1.1.10 หนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 1 (สสวท. 2546)

1.1.11 หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 3 ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 (สสวท. 2547)

1.1.12 หนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 3 ชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2 (สสวท. 2547)

1.2 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3) และ ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6) (สสวท. 2546)

2. ศึกษาหนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหาที่จะนำมาเป็นแนวทางในการสร้างสถานการณ์ปัญหาใน กิจกรรมการเรียนการสอนจากหนังสือและเอกสาร ดังนี้

2.1.1 ทฤษฎีจำนวน (สมวงศ์ แปลงประสพโชค. 2535)

2.1.2 รวมปัญหาอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์และสารพันปัญหาคณิตศาสตร์ (ดำรง ทิพย์โยธา. 2541)

2.1.3 สารพันปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาคณิตศาสตร์จากง่ายไปหายาก (ดำรง ทิพย์โยธา. 2542)

2.1.4 คณิตคิดสนุก คณิตศาสตร์รอบตัวเรา (ธิดาสิริ ภัทรกาญจน์ และคณะ. 2545)

2.1.5 คณิตศาสตร์โอลิมปิก (วัลลภ เฉลิมสุวิวัฒนาการ. 2545)

2.1.6 เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น (สสวท. 2545)

2.1.7 คณิตศาสตร์ 1 พื้นฐาน + เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6) (สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชพรณ เหล่าวานิชย์. 2546)

2.1.8 คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1 สาระการเรียนรู้พื้นฐาน (กมล เอกไทยเจริญ. 2546)

2.1.9 ข้อสอบคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา. 2547)

2.1.10 เลข (ชมรมคณิตศาสตร์โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา. 2547)

2.1.11 An introduction to the history of mathematics (Eves, Howard. 1969)

2.1.12 Mathematical Ideas (Charles D. Miller and others. 1993)

2.1.13 Reasoning and Problem Solving (Stephen Krulik and Jesse A. Rudnick. 1993)

2.1.14 Patterns in Mathematics (Mccown Jack R. 1994)

2.1.15 Thinking Mathematically (John Mason et al. 1994)

2.1.16 The Nature of Mathematics (Karl J. Smith. 2001)

2.1.17 Mathematics for Elementary Teachers : A Conceptual Approach (Albert B. Bennett and others. 2001)

2.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดเชิงคณิตศาสตร์

2.3 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล

2.4 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน

3. สร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละรายชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งกิจกรรมออกเป็น 2 ช่วง ใช้เวลารวม 16 ชั่วโมง ดังนี้

3.1 ช่วงที่ 1 เตรียมความพร้อมทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล จำนวน 8 ชั่วโมง ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา จำนวน 2 ชั่วโมง
ในหน่วยการเรียนรู้นี้ จะเป็นกิจกรรมที่เน้นการฝึกให้นักเรียนตรวจสอบเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหา และสามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเป็นระบบ เพื่อเป็นพื้นฐานของการให้เหตุผลหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งมีวิธีการดำเนินการ ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1 ฝึกให้นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาอย่างไม่เป็นระบบ

ชั่วโมงที่ 2 ฝึกให้นักเรียนยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาอย่างเป็นระบบและสรุปเนื้อหากิจกรรมและมโนทัศน์ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฝึกการหาข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จำนวน 3 ชั่วโมง
ในหน่วยการเรียนรู้นี้ จะเป็นกิจกรรมที่เน้นการฝึกให้นักเรียนตั้งข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ และสามารถบอกเหตุผลของการตั้งข้อคาดการณ์อย่างไม่เป็นทางการได้ ซึ่งมีวิธีการดำเนินการ ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1 ฝึกการสังเกต และการให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูปเบื้องต้น และอธิบายความหมายของแบบรูป

ชั่วโมงที่ 2-3 ฝึกการหาความสัมพันธ์ของแบบรูป การใช้แบบรูปในการตั้งข้อคาดการณ์ อธิบายเหตุผลของการตั้งข้อคาดการณ์จากแบบรูปและจากสถานการณ์ปัญหาทั่ว ๆ ไป และสรุปเนื้อหากิจกรรมและมโนทัศน์ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จำนวน 3 ชั่วโมง ในหน่วยการเรียนรู้นี้ จะเป็นกิจกรรมที่เน้นการฝึกให้นักเรียนสามารถหาข้อโต้แย้งข้อคาดการณ์ เพื่อใช้ในการตรวจสอบข้อคาดการณ์ โดยสถานการณ์ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 และหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 มาช่วยในการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งมีวิธีการดำเนินการ ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1-3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา โดยใช้ความรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 และหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 มาช่วยในการอธิบาย และสรุปเนื้อหากิจกรรมและมโนทัศน์ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

3.2 ช่วงที่ 2 สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ ให้เหตุผล จำนวน 8 ชั่วโมง ซึ่งมี 1 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ ให้เหตุผล

ในหน่วยการเรียนรู้นี้ จะเป็นกิจกรรมที่กำหนดสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ที่หลากหลายมาให้ โดยให้นักเรียนนำความรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 มาประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งมีวิธีการดำเนินการ ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1-8 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยใช้ความรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1-3 มาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา และสรุปเนื้อหากิจกรรมและมโนทัศน์ทั้งหมดหลังจากเรียนจบในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

4. สร้างสถานการณ์ปัญหาที่จะใช้สำหรับการพัฒนาความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล โดยกำหนดเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ สร้างใบกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งประกอบไปด้วยเนื้อหาที่ใช้เป็นสถานการณ์ปัญหา และแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรม

5. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ของชุดการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย

5.1 ชื่อเรื่อง

5.2 เวลาที่ใช้

5.3 สาระการเรียนรู้

5.4 จุดประสงค์การเรียนรู้

5.5 ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

5.6 เนื้อหา

5.7 สื่อการเรียนรู้

5.8 กิจกรรมการเรียนรู้

5.9 ใบกิจกรรม

5.10 การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

6. นำชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบปรับปรุงแก้ไข พิจารณาความเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่อง

7. นำชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มาปรับปรุงแก้ไขตามคำชี้แนะของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญในข้อ 6

8. นำชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วในข้อ 7 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญให้พิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยอีกครั้ง

9. นำชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อ 8 ไปทดลองใช้ (try out) กับนักเรียนจำนวน 10 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อดูความเหมาะสมของเนื้อหา ความยากง่ายของกิจกรรม ภาษาที่ใช้และเวลาในการทดลอง

10. นำชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ได้จากการทดลองใช้ตามข้อ 9 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำชุดการเรียนรู้การสอนที่ปรับปรุงแก้ไขเรียบร้อยแล้วไปใช้ทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

11. สร้างแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ หน่วยการเรียนรู้ละ 1 ฉบับ จำนวน 4 ฉบับ มีลักษณะเป็นแบบทดสอบอัตนัยฉบับละ 5 ข้อ โดยใช้เวลาในการทดสอบฉบับละ 1 ชั่วโมง

การสร้างแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ มีวิธีการดำเนินการ ดังนี้

11.1 วิเคราะห์กิจกรรมและจุดประสงค์การเรียนรู้ของกิจกรรม ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้

11.2 กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ โดยใช้แนวทางในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนจาก คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา (สสวท. 2546 : 123) ดังตารางที่ 1

ตาราง 1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 ดี	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 ต้องปรับปรุง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0 ไม่พยายาม	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

11.3. สร้างแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยการเรียนรู้ จำนวนหน่วยการเรียนรู้ละ 10 ข้อ ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ โดยมีลักษณะข้อสอบอัตนัย แล้วนำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยการเรียนรู้ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อ คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและคุณวุฒิวิชาชีพ ให้พิจารณาตรวจสอบคุณภาพ ความเที่ยงตรง เชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มีเกณฑ์ ดังนี้

คะแนน + 1 สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน 0 สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน -1 สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

12. นำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย ที่ได้รับการตรวจจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและคุณวุฒิวิชาชีพมาคำนวณค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และปรับปรุงข้อคำถามที่บกพร่อง

13. นำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยการเรียนรู้ ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และข้อคำถามที่ได้ปรับปรุงแล้วในข้อ 13 ไปหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยนำไปทดลองกับนักเรียนจำนวน 10 คน กลุ่มเดียวกับที่ใช้ทดลองชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) 0.2 – 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.2 ขึ้นไปให้ได้แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยการเรียนรู้ จำนวน 5 ข้อ พร้อมกับหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 และหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เท่ากับ 0.41, 0.61, 0.63 และ 0.68 ตามลำดับ

แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล โดยทดสอบหลังจากที่นักเรียนได้เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล จบทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้แล้ว มีลักษณะเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ใช้เวลา 2 ชั่วโมง การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีวิธีการดำเนินการ ดังนี้

1. วิเคราะห์กิจกรรมและจุดประสงค์การเรียนรู้ของกิจกรรม ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ในภาพรวม
2. กำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล โดยใช้แนวทางในการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนจาก คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา (สสวท. 2546 : 123) ดังตารางที่ 2

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา สามารถตั้งข้อคาดการณ์และตรวจสอบข้อคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล บอกเหตุผลของการได้มาของคำตอบได้อย่างถูกต้อง
3 ดี	ยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา สามารถตั้งข้อคาดการณ์และตรวจสอบข้อคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล แต่ยังไม่สามารถบอกเหตุผลถึงการได้มาของคำตอบได้อย่างชัดเจน
2 พอใช้	ยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา สามารถตั้งข้อคาดการณ์แต่ไม่สามารถตรวจสอบข้อคาดการณ์ได้
1 ต้องปรับปรุง	ยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่สามารถตั้งข้อคาดการณ์ได้ หรือไม่สามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา แต่สามารถตั้งข้อคาดการณ์ได้
0 ไม่พยายาม	ไม่แสดงการหาคำตอบ หรือไม่สามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

3. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล จำนวน 15 ข้อ ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ โดยมีลักษณะข้อสอบอัตนัย แล้วนำแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ ให้พิจารณาตรวจสอบคุณภาพ ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) มีเกณฑ์ ดังนี้

- คะแนน + 1 สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน 0 สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน -1 สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

4. นำแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ได้รับการตรวจจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป และปรับปรุงข้อคำถามที่บกพร่อง

5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไปและข้อคำถามที่ปรับปรุงแล้วในข้อ 4 ไปหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยนำไปทดลองกับนักเรียนจำนวน 10 คน กลุ่มเดียวกับที่ใช้ทดลองชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) 0.2 – 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.2 ขึ้นไปให้ได้แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล จำนวน 10 ข้อ พร้อมกับหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล เท่ากับ 0.68

แบบสัมภาษณ์ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

แบบสัมภาษณ์ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล เป็นแบบสัมภาษณ์ซึ่งมีลักษณะของข้อคำถามครอบคลุมหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนเช่นเดียวกับแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ในตารางที่ 2 (หน้า 43) ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. ศึกษาหลักการ และวิธีการสัมภาษณ์

2. สร้างแบบสัมภาษณ์ ซึ่งมีลักษณะของข้อคำถามครอบคลุมหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้

3. นำแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของภาษา วิธีการสัมภาษณ์ แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขข้อบกพร่อง จากนั้นนำไปทดลองใช้กับนักเรียนจำนวน 10 คน กลุ่มเดียวกับที่ใช้ทดลองชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล โดยสัมภาษณ์ทีละคน ใช้เวลาสัมภาษณ์คนละ 8 นาที เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของภาษา วิธีการสัมภาษณ์ แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขข้อบกพร่อง ก่อนที่จะนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ ซึ่งสอนนอกเวลาปกติ โดยแบ่งออกเป็น

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา จำนวน 2 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฝึกการหาข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จำนวน 3 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จำนวน 3 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน

กระบวนการ การให้เหตุผล จำนวน 8 ชั่วโมง

รวมใช้เวลา 16 ชั่วโมง เป็นระยะเวลา 16 วัน

2. เมื่อสิ้นสุดการสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย ซึ่งผู้วิจัยได้คัดเลือกและปรับปรุงแล้ว ทั้งหมด 4 ฉบับ ฉบับละ 5 ข้อ โดยแต่ละฉบับใช้เวลา 1 ชั่วโมง รวมเวลาทั้งหมด 4 ชั่วโมง

3. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยได้คัดเลือกและปรับปรุงแล้ว ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง

4. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

5. สัมภาษณ์นักเรียน โดยใช้แบบสัมภาษณ์ ซึ่งมีลักษณะของข้อคำถามครอบคลุมหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และใช้เวลาในการสัมภาษณ์คนละประมาณ 8 นาที

6. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์มาหาค่าสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนรวมที่ได้จาก การทำแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลและแบบสัมภาษณ์ ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีคะแนนความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีคะแนนรวมผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. สถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ ค่า IOC ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น โดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ของครอนบัค
3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบทวินาม (Binomial Test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนรวมที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้
3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
5. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม
6. การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์คือคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างซึ่งประกอบด้วยคะแนนจาก 3 ส่วน คือแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็นดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนรวมที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

คะแนนรวมที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ซึ่งคิดเป็นคะแนนเต็ม 100 คะแนน โดยแบ่งคะแนนแต่ละส่วน ดังนี้

1. คะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ รวมเป็น 40% ของคะแนนเต็ม หรือ 40 คะแนน
2. คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล คิดเป็น 50% ของคะแนนเต็ม หรือ 50 คะแนน
3. คะแนนจากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล คิดเป็น 10% ของคะแนนเต็ม หรือ 10 คะแนน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏผลในตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนรวมที่ได้จากแบบทดสอบ
 ประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิง
 คณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิง
 คณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนรวม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	100	62.97	10.81

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่าผลการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ
 คะแนนเป็น 62.97 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 10.81

คะแนนรวมของนักเรียนที่มาจากคะแนน 3 ส่วน (คะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการ
 เรียนทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
 การให้เหตุผล แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้
 เหตุผล) คิดเป็นคะแนนเต็ม 100 คะแนน เมื่อวิเคราะห์คะแนนแต่ละส่วน จะปรากฏรายละเอียดใน
 หัวข้อที่ 2 – 4 ตั้งแต่ตาราง 4 – 10 ดังนี้

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ ปรากฏผลในตาราง 4 – 8

ตาราง 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	40	29.13	72.83	4.66

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 29.13 คิดเป็นร้อยละ 72.83 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 4.66

คะแนนรวมของนักเรียนที่มาจากหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ (หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฝึกการตั้งข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล) คิดเป็นคะแนนเต็ม 40 คะแนน เมื่อวิเคราะห์คะแนนแต่ละหน่วยการเรียนรู้ จะปรากฏผลดังตาราง 5 – 8 ดังนี้

ตาราง 5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เมื่อการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	10	7.43	74.37	1.00

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 7.43 คิดเป็นร้อยละ 74.37 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.00

ตาราง 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เมื่อการตั้งข้อคำถามจากสถานการณ์ปัญหา

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	10	7.13	71.30	1.58

จากตาราง 6 แสดงให้เห็นว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 7.13 คิดเป็นร้อยละ 71.30 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.58

ตาราง 7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	10	6.18	61.87	1.37

จากตาราง 7 แสดงให้เห็นว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 6.18 คิดเป็นร้อยละ 61.87 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.37

ตาราง 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	10	7.18	71.87	1.35

จากตาราง 8 แสดงให้เห็นว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 7.18 คิดเป็นร้อยละ 71.87 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 1.35

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ปรากฏผลในตาราง 9

ตาราง 9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	50	25.66	51.33	5.99

จากตาราง 9 แสดงให้เห็นว่าคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 25.66 คิดเป็นร้อยละ 51.33 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 5.99

4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ปรากฏผลในตาราง 10

ตาราง 10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิตคิดเป็น ร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	10	8.16	81.66	2.20

จากตาราง 10 แสดงให้เห็นว่าคะแนนจากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 8.16 คิดเป็นร้อยละ 81.66 ของคะแนนเต็ม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.20

5. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ปรากฏผลในตาราง 11

ตาราง 11 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม(คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	13	86.67

จากตาราง 11 แสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 86.67 ของนักเรียนทั้งหมด

6. การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ปรากฏผลในตาราง 12

ตาราง 12 ผลการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้ คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม (คน)	ค่าสัดส่วนของจำนวน นักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 50 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม	p – value
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3	15	13	0.87	0.0036

จากตาราง 12 แสดงให้เห็นว่าจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีคะแนนรวมจากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีคะแนนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

(p – value < .01)

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีการดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีการดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดสุทธิวราวม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 ซึ่งได้จากการอาสาสมัครจำนวน 15 คน
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มีดังต่อไปนี้
 - 2.1 ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีทั้งหมด 4 ชุด แต่ละชุดประกอบไปด้วย
 - 2.1.1 เนื้อหาที่ใช้เป็นสถานการณ์ปัญหา
 - 2.1.2 ใบกิจกรรม
 - 2.1.3 แผนการจัดการเรียนรู้
 - 2.1.4 แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

2.2 แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
การให้เหตุผล

2.3 แบบสัมภาษณ์ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
การให้เหตุผล

3. วิธีการดำเนินการวิจัย

3.1 ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิด
เชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้ง 4 หน่วยการ
เรียน ซึ่งสอนนอกเวลาปกติ โดยแบ่งออกเป็น

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา จำนวน 2 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฝึกการหาข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จำนวน 3 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จำนวน 3 ชั่วโมง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน
กระบวนการ การให้เหตุผล จำนวน 8 ชั่วโมง

รวมใช้เวลา 16 ชั่วโมง เป็นระยะเวลา 16 วัน

3.2 เมื่อสิ้นสุดการสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำ
แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละหน่วยการเรียนรู้ มีข้อสอบ 5 ข้อ โดยข้อสอบประจำหน่วย
การเรียนรู้แต่ละฉบับใช้เวลาในการทำ 1 ชั่วโมง พร้อมทั้งตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นดัง
ตาราง 1 หน้า 42

3.3 เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดความสามารถ
ทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ
ใช้เวลาทดสอบ 2 ชั่วโมง พร้อมทั้งตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นดังตาราง 2 หน้า 43

3.4 สัมภาษณ์นักเรียน โดยใช้แบบสัมภาษณ์ ซึ่งมีมีลักษณะของข้อคำถามครอบคลุม
หน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และใช้เวลาในการสัมภาษณ์คนละประมาณ 8
นาที พร้อมทั้งตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์โดยใช้เกณฑ์เดียวกับแบบทดสอบวัดความสามารถทางการ
คิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

3.5 นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย แบบทดสอบ
วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์มาหา
ค่าสถิติพื้นฐาน และทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอน
โดยชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล มีความสามารถ

ทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

สรุปผลการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

อภิปรายผล

จากผลการวิจัยที่พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลการเรียนผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1. นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนอาชีวศึกษาที่มีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ และมีผลการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเกรด 2 – 4 จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนรู้ต่าง ๆ และให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ต่าง ๆ เป็นอย่างดี

2. กิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยได้ใช้รูปแบบในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของแมสันและคณะ (Mason, et al. 1994 : 47 ; 131 ; 146–159) เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

- | | |
|-----------------------|--|
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 | ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา |
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 | ฝึกการหาข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา |
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 | ฝึกการตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา |
| หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 | ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้าน |

กระบวนการ การให้เหตุผล

โดยในหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย ผู้วิจัยได้เรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก และนักเรียน สามารถนำความรู้ในหน่วยการเรียนรู้ที่ผ่านมาใช้เป็นแนวทางในการเรียนหน่วยการเรียนรู้ถัดไปได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ทูกอร์ (Tougaw. 1994 : 2935–A) ที่กล่าวว่า การสอนโดยให้นักเรียนได้ตั้งข้อคาดการณ์ สำรอง อภิปราย สร้างข้อค้นพบ ตรวจสอบหาเหตุผลสนับสนุนและทำเป็นกรณีทั่วไปบนพื้น

ฐานความรู้ ทักษะและเจตคติที่มีมาก่อนของนักเรียน โดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้น

3. บทเรียนที่ใช้ในการจัดกิจกรรมที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ประกอบไปด้วย ใบกิจกรรม และแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรม มีส่วนช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน ดังต่อไปนี้

3.1 ใบกิจกรรม มีลักษณะเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนใช้ฝึกแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดความรู้ในหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย โดยเรียงสถานการณ์ปัญหาจากง่ายไปหายาก และมีลักษณะเป็นสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ทำให้นักเรียนสามารถแสดงความคิดในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

3.2 แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรม เป็นส่วนที่เตรียมไว้ให้นักเรียนได้ทบทวนและพัฒนาความสามารถของตนเองในการแก้สถานการณ์ปัญหา ทำให้นักเรียนได้ฝึกประสบการณ์การแก้ปัญหามากขึ้น

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยใช้วิธีการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีกระบวนการเรียนรู้อย่างเป็นขั้นตอน เสริมสร้างกระบวนการคิด วิเคราะห์ เกิดทักษะในการคิดหาเหตุผล ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสตีล (Steele, 1996 : 4309-A) ที่พบว่าการเรียนรู้โดยการสร้างความรู้ด้วยตนเองของนักเรียนทำให้นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นและคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลมากขึ้น และในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้บางกิจกรรมผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยที่มีสมาชิกในกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยในแต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยนักเรียนที่เรียนเก่งและนักเรียนที่เรียนปานกลาง เพื่อให้นักเรียนที่เรียนเก่งในกลุ่มช่วยให้นักเรียนที่เรียนปานกลางได้เกิดการเรียนรู้ในการคิดหาเหตุผล เพื่อนำไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาและสามารถคิดหาเหตุผลเพื่อใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น ดังผลการวิจัยของ โอธแมน (Othman, 1997 : 5090-A) ที่พบว่าการใช้ทีมช่วยแก้ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Team Assists Individualization) เป็นวิธีที่ดีที่ทำให้เจตคติเปลี่ยนไป และสอดคล้องกับงานวิจัยของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 102) ที่พบว่า การแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย ทำให้นักเรียนรู้สึกสบาย ไม่เครียด และลดความวิตกกังวลว่าจะทำไม่ได้ เพราะมีเพื่อนช่วยคิดหลายคน

5. สถานการณ์ปัญหาที่ใช้เป็นกิจกรรมในการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด มีวิธีการคิดหาคำตอบที่หลากหลาย เน้นให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น เช่นในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 นักเรียนสามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้มากกว่า 1 ตัวอย่าง ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 นักเรียนสามารถสร้างข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหาได้มากกว่า 1 ข้อคาดการณ์ โดยสังเกตจากแบบรูป

หรือจากตัวอย่างที่นักเรียนยกมาประกอบ ในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 นักเรียนสามารถยกตัวอย่างด้านเพื่อตรวจสอบข้อคาดการณ์ว่าเป็นเท็จได้อย่างหลากหลาย และในหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 สถานการณ์ปัญหาส่วนใหญ่จะมีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 – 3 หรือใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว มาใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในหน่วยการเรียนรู้นี้ได้

6. การประเมินผลการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ประเมินผลการเรียนของนักเรียนจาก 3 ส่วน ซึ่งคิดเป็นคะแนนรวม 100 คะแนน โดยแบ่งเป็นคะแนนจากแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วย การเรียนรวมเป็นคะแนนเต็ม 40 คะแนน แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล 50 คะแนน และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล 10 คะแนน ซึ่งการทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ในแต่ละหน่วยจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจในเนื้อหานั้นมากยิ่งขึ้น และทำให้นักเรียนทราบข้อบกพร่องของตนเองว่ายังไม่เข้าใจส่วนใด อีกทั้งยังช่วยให้ครูสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนได้ ก่อนที่จะเรียนในหน่วยการเรียนรู้ถัดไปสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุนันท์ แสงงามมงคล (2541 : 33) ที่พบว่า การทดสอบย่อยในแต่ละคาบทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะพยายามทำความเข้าใจเนื้อหานั้นมากยิ่งขึ้น ส่วนแบบสัมภาษณ์จะเป็นการพิจารณานักเรียนแต่ละคนว่ามีความสามารถในการให้เหตุผลอยู่ในระดับใด ทำให้สามารถประเมินนักเรียนได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจในบทเรียนที่เรียนมาอย่างแท้จริงหรือไม่

ข้อสังเกตจากงานวิจัย

จากการทดลองสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้พบข้อสังเกตบางประการ ดังนี้

1. การฝึกให้นักเรียนสามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนเห็นแนวทางในการหาคำตอบ หรือแนวทางในการพิสูจน์ข้อความต่าง ๆ ได้มากขึ้น และยังช่วยให้นักเรียนมีความรอบคอบในการตรวจสอบเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาว่าตัวอย่างที่นักเรียนยกมาสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่

2. การฝึกให้นักเรียนตั้งข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จะเป็นการฝึกให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต สำนวญ จากแบบรูปหรือจากตัวอย่างที่นักเรียนยกมา และใช้เหตุผลมาประกอบการตั้งข้อคาดการณ์

3. การฝึกให้นักเรียนตรวจสอบข้อคาดการณ์จากสถานการณ์ปัญหา จะเป็นการฝึกให้นักเรียนสร้างเหตุผลมาประกอบการพิจารณาสถานการณ์ปัญหาหรือข้อความต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล

มากยิ่งขึ้น และการฝึกให้นักเรียนยกตัวอย่างด้านจะเป็นการช่วยให้นักเรียนมีความระมัดระวังในการสรุปหรือตอบคำถามมากยิ่งขึ้น

4. สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลควรเป็นปัญหาที่ฝึกให้นักเรียนได้ตั้งข้อคาดการณ์ สำรวจ สังเกต สร้างข้อคาดการณ์ และตรวจสอบหาเหตุผลสนับสนุน ซึ่งจะทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น และควรใช้ภาษาที่ทำให้นักเรียนเข้าใจง่ายเพื่อให้นักเรียนสามารถตรวจสอบเงื่อนไขหรือยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้

5. ครูควรมีบทบาทในการสนับสนุนหรือส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยการชี้แนะความสนใจของนักเรียนด้วยการสนทนาหรือตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดการสำรวจ สังเกต เพื่อนำไปสู่การสร้างหรือขยายมโนทัศน์ แนะนำให้นักเรียนรู้จักใช้ภาษาและสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

6. เวลาที่ใช้ในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลจะต้องมีความเหมาะสมกับความยากง่ายของเนื้อหา การฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะการให้เหตุผลจะต้องให้เวลากับนักเรียนพอสมควร เพราะถ้าให้เวลากับนักเรียนน้อยเกินไป จะทำให้นักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบหรือทำให้นักเรียนเร่งรีบสรุปการหาคำตอบโดยขาดการให้เหตุผลที่ดีได้

7. การใช้กิจกรรมกลุ่มในกิจกรรมการเรียนการสอน โดยการจัดกลุ่มแบบความสามารถจะช่วยให้นักเรียนแต่ละคนได้แสดงความสามารถและช่วยเหลือสนับสนุนซึ่งกันและกัน อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในตนเองมากยิ่งขึ้น

8. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในงานวิจัยครั้งนี้ ได้ฝึกให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลในระหว่างการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้ความรู้ในหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยมาใช้เป็นแนวทางในการแก้สถานการณ์ปัญหาหรือประกอบกาให้เหตุผล โดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเช่นนี้ จะทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการให้เหตุผลมากยิ่งขึ้น มีความละเอียดรอบคอบมากยิ่งขึ้น อีกทั้งยังพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 เนื่องจากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้แบ่งสาระการเรียนรู้ออกเป็น 6 สาระ โดยในสาระที่ 6 ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลไว้ใน มาตรฐาน ค 6.2 กำหนดเป็นมาตรฐานไว้ในทุกช่วงชั้น และจากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ดังนั้นชุดการเรียน

การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นอาจใช้เป็นตัวอย่างหรือแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะการให้เหตุผลในช่วงชั้นที่ 3 หรือช่วงชั้นอื่น ๆ ได้

1.2 ควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผลนอกเวลาเรียนปกติ โดยอาศัยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั่วโมงอิสระ หรือชุมนุมคณิตศาสตร์ เพราะสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ฝึกไม่ได้เน้นเนื้อหาเรื่องใดเรื่องหนึ่งในหลักสูตรโดยเฉพาะ แต่เป็นการนำความรู้ที่นักเรียนได้เรียนมาช่วยแก้สถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนอกเวลาเรียนปกติ จะทำให้นักเรียนเรียนด้วยความสบายใจและไม่กังวลเกี่ยวกับการสอบวัดผลปลายภาค

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น และร่วมกันอภิปรายในห้องเรียน เพื่อฝึกให้นักเรียนกล้าคิด กล้าพูด กล้าแสดงออกมากขึ้น และเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเองยิ่งขึ้น

1.4 เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ค่อยแสดงวิธีทำหรืออธิบายเหตุผลในการแก้สถานการณ์ปัญหา เพราะนักเรียนคิดว่าเหตุผลของตนเองไม่ถูกต้องหรือไม่ทราบว่าจะเขียนอธิบายเหตุผลอย่างไร ส่วนหนึ่งอาจเป็นเพราะนักเรียนยังไม่ชินกับการทำข้อสอบที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนครูผู้สอนจึงควรสอดแทรกกิจกรรมที่ทำให้นักเรียนได้ฝึกการแก้สถานการณ์ปัญหา ซึ่งอาจเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน หรือเรื่องอื่น ๆ พร้อมทั้งฝึกการให้เหตุผล

1.5 เมื่อนักเรียนอธิบายเหตุผลไม่ถูกต้องหรือยังไม่สมบูรณ์ ครูผู้สอนควรอธิบายให้นักเรียนทราบว่า ทำไมเหตุผลของนักเรียนไม่ถูกต้องหรือไม่สมบูรณ์ และควรแก้ไขอย่างไรจึงจะถูกต้องหรือสมบูรณ์ โดยอาจให้เพื่อนในชั้นเรียนช่วยกันพิจารณาถึงข้อบกพร่องและช่วยกันแก้ไขให้ถูกต้องสมบูรณ์

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรมีการนำชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการการให้เหตุผลที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปปรับปรุงแก้ไข และนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้น

2.2 ควรทำการวิจัยศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสอนและเวลาที่เหมาะสมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผลของนักเรียน

2.3 ควรศึกษาเนื้อหาอื่นที่เหมาะสม เพื่อนำไปสร้างชุดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ในระดับชั้นอื่น ๆ

2.4 ควรมีการศึกษากำหนดการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลในชั้นเรียนปกติ ที่ประกอบด้วยนักเรียนซึ่งมีทั้งนักเรียนที่เรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน

2.5 ควรมีการวัดเจตคติของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กนิษฐา อุ่นอนันต์. (2532). การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วย
รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผลกับการสอนตามคู่มือครูของ
สสวท. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กมล เอกไทยเจริญ. (2546). คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1 สารการเรียนรู้พื้นฐาน. กรุงเทพฯ:
ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- กรมวิชาการ. (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือ
การจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: กรมฯ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2534). หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).
กรุงเทพฯ :คุรุสภาลาดพร้าว
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2545, พฤศจิกายน-ธันวาคม – 2546, มกราคม). การเรียนการสอน
คณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์.
46(530-532): 54-58.
- กฤษณะ โสขุม. (2546). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องแบบรูปและการให้เหตุผล
สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปริญญานิพนธ์ กศ. ม.(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- คณะกรรมการโครงการ TUGMOS. (2547). ข้อสอบคณิตศาสตร์ โครงการสรรหาผู้มี
ความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ เตรียมอุดมศึกษา. กรุงเทพฯ: สหมิตรการพิมพ์.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้าง
ความรู้. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชมรมคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา. (2547). เลข. กรุงเทพฯ: สหมิตรการพิมพ์.
- ชีรา ลำดวนหอม. (2546). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องแบบรูปและการให้
เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดำรง ทิพย์โยธา. (2541). รวมปัญหาอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์และสารพันปัญหาคณิตศาสตร์จาก
ง่ายไปหายาก. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- _____. (2542). สารพันปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาคณิตศาสตร์จากง่ายไปหายาก. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธนภัทร เตชากิริมย์. (2546). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการให้เหตุผลของ นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ธิดาสิริ ภัทรกาญจน์, ก่องกัญจน์ ภัทรกาญจน์ และธนากาญจน์ ภัทรกาญจน์. (2545). คณิตคิด สนุก คณิตศาสตร์รอบตัวเรา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.
- นฤมล ปิ่นดอนทอง. (2544). การคิดเชิงเหตุผลของเด็กปฐมวัยที่ได้รับการเล่นเกมสร้างมโนทัศน์ด้าน จำนวน. ปริญญาโท กศ.ม. (การศึกษาปฐมวัย). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พิเชษฐ์ ตั้งเจตนาภิรมย์. (2529). การสร้างแบบทดสอบการคิดอเนกนัยด้านสัญลักษณ์ตัวเลข ตามทฤษฎีโครงสร้างของกิลฟอร์ด. ปริญญาโท กศ.ม. (จิตวิทยาทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญมา จาริก. (2524). เพียเจต์ (PIAGET) และคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม – มีนาคม). "ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM: Principle and Standard for School Mathematics ในปี 2000," สสวท. 28(108): 15.
- _____. (พฤศจิกายน – ธันวาคม 2546). "ความสำคัญของคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 46(530 – 532): 11 – 15
- ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (ม.ป.ป.). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. (เอกสารประกอบการสอน). กรุงเทพฯ: ม.ป.พ. อัดสำเนา.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2539). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.
- วัลลภ เฉลิมสุขวัฒนาการ. (2545). คณิตศาสตร์โอลิมปิก. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2538). คู่มือครูรายวิชา ค 204 คณิตศาสตร์ 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2539). คู่มือครูรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.

- _____. (2539). คู่มือครูรายวิชา ค 102 คณิตศาสตร์ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2540). คู่มือครูรายวิชา ค 203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2541). คู่มือครูรายวิชา ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2541). คู่มือครูรายวิชา ค 012 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- _____. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2545). เอกสารเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: พรวนเพชร.
- _____. (2546). หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2546). หนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2546). หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2546). หนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3) และ ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6). กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2547). หนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- _____. (2547). หนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สมเจตน์ ไวยากรณ์. (2530). รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล. ปริญญาโท กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมวงศ์ แปลงประสพโชค. (2535). *ทฤษฎีจำนวน*. กรุงเทพฯ: ชมรมคณิตศาสตร์วิทยาลัยครูพระนคร.
- สมัย เหล่าวานิชย์ และพัชรพรณ เหล่าวานิชย์. (2546). *คณิตศาสตร์ 1 พื้นฐาน + เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)*. กรุงเทพฯ: ไอเอ็ดพับลิชชิง.
- สุภาวดี ตั้งบุปผา. (2533). *การสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กรุงเทพมหานคร*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (จิตวิทยาทางการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรสาธ ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุนันท์ แสงงามมงคล. (2541). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึมโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2547). *ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับชาติ*. (ออนไลน์). แหล่งที่มา: <http://www.obec.co.th>. 28 มิถุนายน 2547.
- อัศรยา สังขจันทร์. (2543). *การสอนเพื่อพัฒนาการใช้เหตุผล. คู่มือการเรียนการสอน การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ คณะอนุกรรมการส่งเสริมการเรียนการสอนเน้นการพัฒนาความคิด วิเคราะห์วิจารณ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Alice, F Artzt. and Shirel, Yaloe-Femia. (1999). "Mathematical Reasoning During Small-Group Problem Solving". *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 1999 Yearbook*. Virginia: The National Council of teachers of Mathematics, Inc.

- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communication, K–8 : Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.
- Bennett, Albert B. and Nelson, Leonard T. (2001). *Mathematics for Elementary Teachers : A Conceptual Approach*. 5th ed. New York: McGraw–Hill.
- Charles, D. Miller and Vern ,E. Heeren. (1993). *Mathematical Ideas*. 7th ed. New York: HarperCollins College.
- Eves, Howard. (1969). *An Introduction to the History of Mathematics*. revised ed. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Greenwood, Jonathan Jay. (1993, November). "On the Nature of Teaching and Assessing 'Mathematical Power' and 'Mathematical Thinking'," *Arithmetic Teacher*. 41(3): 144–152.
- Guilford, J.P. and Hoepfner. (1971). *The Analysis of Intelligence*. New York: McGraw–Hill book.
- Henderson, Peter B. (2002). *Materials Development in Support of Mathematical Thinking*. Indiana: Department of Computer Science and Software Engineering Bulter University.
- Hyde, Arthur and Hyde, Pamela R. (1991). *Teaching Mathematical Thinking and Problem Solving*. Illinois: National–Louis University.
- Judith, Fraivilling. (1999, April). "Strategies for Advancing Children's Mathematical Thinking". *Dissertation Abstracts International*. 2(30) : 148–170.
- Kahney, Hank. (1993). *Problem Solving Current Issues*. 2nd ed. Philadelphia: Open University Press.
- Kamii, Constance. (2003). "Modifying a Board Game to Foster Kindergartners' Logico–Mathematical Thinking". *Dissertation Abstracts International*. 20–6: 1538–6619.
- Karl J. Smith. (2001). *The Nature of Mathematics*. 9th ed. California: Thomson Learning.
- Kate, Elizabeth. (2004). "Reasoning and Geometric Proof in Mathematics Education". *Dissertation Abstracts International*. 87: 42/04
- Krulik, Stephen and Rudnick, Jesse A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.

- Laird, Johnson P.N. (1990). "The Development of Reasoning Ability," in *Cause of Development Interdisciplinary Perspectives*. Edited by George ButterWorth and Peter Bryant. pp. 85–108. New York.: Wheatsheaf.
- Lappan, Glenda and Schram, Pamela W. (1989). "Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics," in *New Directions for Elementary School Mathematics 1989 Yearbook*. pp. 14–30. Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics, Inc.
- Leshner, Roland E. (1971, November). "A Study of Logical Thinking in Grade Four through Seven." *Dissertation Abstracts International*. 32: 2487–A.
- Martino, Amy Marie. (1992, December). "Elementary Students' Construction of Mathematical Knowledge : Analysis by Profile," in *Dissertation Abstracts International*. 53(6). 1833–A. Michigan: Bell Howell.
- Mason, John and Stacey, Kaye. (1994). *Thinking Mathematically*. revised ed. London : Addison–Wesley.
- Mccown, Jack R. (1994). *Patterns in Mathematics : Problem Solving from Counting to Chaos/*. Boston: ITP.
- O'Daffer, Phares G. and Thornquist, Bruce A. (1990, May). "Inductive and Deductive Reasoning," *The Mathematics Teacher*. 93(6): 379–380.
- _____. (1993). "Critical Thinking, Mathematical Reasoning, and Proof," in *Reasoning Ideas for the Classroom, High School Mathematics*. pp.39–56. New York: Macmillan.
- Othman, Norhayati. (1997, June). "The Effects of Cooperative Learning and Traditional Mathematics Instruction in Grades k–12 : A Meta–Analysis of Findings," in *Dissertation Abstracts International*. 57(12) : 5090–A. Michigan : Bell Howell.
- Palland, G.J. (1979, November). "The Transition to Formal Thought," *Journal research in Science Teaching*. 5(6) : 445–451
- Reid, David Alexander. (1996). "The Need to Prove." *Dissertation Abstracts*. 57(3): 1067A ; September, 1996.
- Rowan, Thomas E. and Morrow, Lorna J. (1993). *Implementting K–8 Curriculum and Evaluation Standards : Reading from the Arithmetic Teacher*. Virginia: The National Council of teachers of Mathematics, Inc.

- Steel, Diana Fern. (1996, May). "A Constructivist Approach to Mathematics Teaching and Learning by a Fourth-Grade Teacher," in *Dissertation Abstracts International*. 56(11). 4309-A. Michigan : Bell Howell.
- Sternberg, R., J. and Ben Zeev. (1996). What is Mathematical Thinking. *The Nature of Mathematical Thinking*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc, Publisher.
- The Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). (1999). *TIMSS 1999 Assessment Results*. (Online). Available: <http://nces.ed.gov/timss/results.asp>. Retrieved September 17, 2003.
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of teachers of Mathematics, Inc.
- _____. (1999). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 1999 Yearbook*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- _____. (2000). *Principle and Standard for School Mathematics*. Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Tougaw, Paul William. (1994, February). "A Study of the Effect of Using an Open "Approach" to Teaching Mathematics Upon the Mathematical Problem Solving Behaviors of Secondary School Students," in *Dissertation Abstracts International*. 54(8). 2934-2935-A. Michigan : Bell Howell.
- Usiskin, Z. (1990). *If Everybody Counts, Why do so few Survive?*. University of Chicago School Mathematics Project Newsletter, 6.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้
- ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

ตาราง 13 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.75	0.20
2	0.70	0.20
3	0.68	0.25
4	0.48	0.75
5	0.38	0.25

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 คำนวณโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา
(α – Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.41

ตาราง 14 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.80	0.40
2	0.70	0.30
3	0.33	0.45
4	0.40	0.30
5	0.63	0.35

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 คำนวณโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา
(α – Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.61

ตาราง 15 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.55	0.30
2	0.43	0.55
3	0.48	0.35
4	0.65	0.40
5	0.40	0.20

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 คำนวณโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา
(α – Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.63

ตาราง 16 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
ประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.65	0.20
2	0.68	0.25
3	0.78	0.25
4	0.55	0.30
5	0.73	0.45

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4 คำนวณโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา
(α – Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.68

ตาราง 17 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.75	0.30
2	0.63	0.35
3	0.53	0.25
4	0.55	0.30
5	0.73	0.35
6	0.20	0.20
7	0.30	0.40
8	0.70	0.30
9	0.35	0.20
10	0.70	0.50

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ
การให้เหตุผล คำนวณโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) มีค่าเท่ากับ 0.68

ภาคผนวก ข
ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

- คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้
- คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
- คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
- คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลและคะแนนรวม

ตาราง 18 คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้

นักเรียน คนที่	คะแนนจากแบบทดสอบย่อย ของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ (คะแนนเต็มหน่วยการเรียนรู้ละ 10 คะแนน)				คะแนนเต็ม 40 คะแนน
	หน่วยการ เรียนที่ 1	หน่วยการ เรียนที่ 2	หน่วยการ เรียนที่ 3	หน่วยการ เรียนที่ 4	
1	6.50	8.00	5.00	7.50	27.00
2	7.00	6.00	5.00	6.50	24.50
3	7.00	6.50	6.00	7.50	27.00
4	9.50	9.50	8.50	9.00	36.50
5	9.00	9.00	6.00	8.50	32.50
6	6.50	6.50	5.00	5.00	23.00
7	7.50	8.00	6.00	6.50	28.00
8	7.50	5.50	7.50	9.00	26.00
9	8.50	9.50	8.50	7.50	34.00
10	8.50	8.50	7.00	6.50	30.50
11	7.50	6.00	5.00	6.00	24.50
12	7.00	4.50	5.50	6.00	23.00
13	8.00	7.50	7.50	9.00	32.00
14	8.50	7.50	6.00	9.50	31.50
15	9.50	9.50	9.00	9.00	37.00

หมายเหตุ คะแนนเต็มของแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยเป็น 20 คะแนน โดยคะแนนที่แสดงในตาราง 18 ได้จากการปรับให้เป็น 10% ของคะแนนรวม ซึ่งคิดเป็น 10 คะแนน

ตาราง 19 คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์
ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

นักเรียนคนที่	คะแนนเต็ม
	50
	คะแนน
1	22.50
2	18.75
3	31.25
4	23.75
5	21.25
6	18.75
7	21.25
8	21.25
9	23.75
10	31.25
11	22.50
12	25.00
13	37.50
14	31.25
15	35.00

หมายเหตุ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้
เหตุผล มีจำนวนข้อสอบทั้งหมด 10 ข้อ คะแนนเต็มข้อละ 4 คะแนน รวมเป็นคะแนนเต็ม 40 คะแนน
และเมื่อปรับเป็นคะแนนเต็ม 50 คะแนน จะได้คะแนนของกลุ่มตัวอย่าง เป็นดังตาราง 19

✓

ตาราง 20 คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์
ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

นักเรียนคนที่	คะแนนเต็ม
	10
	คะแนน
1	10.00
2	5.00
3	7.50
4	10.00
5	10.00
6	5.00
7	5.00
8	5.00
9	10.00
10	7.50
11	10.00
12	5.00
13	10.00
14	10.00
15	10.00

หมายเหตุ แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้
เหตุผล มีจำนวน 1 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนนและเมื่อปรับเป็นคะแนนเต็ม 4 คะแนน จะได้คะแนนของ
กลุ่มตัวอย่างเป็นดังตาราง 20

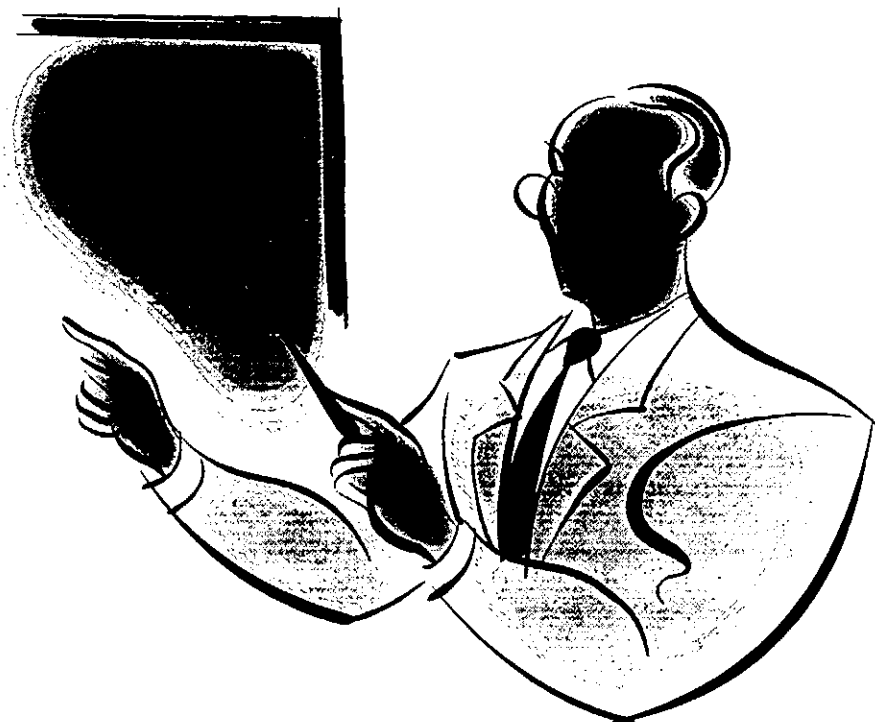
ตาราง 21 คะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ แบบทดสอบวัด
 ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล แบบสัมภาษณ์วัด
 ความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผลและคะแนนรวม

นักเรียน คนที่	คะแนนจาก แบบทดสอบประจำ หน่วยการเรียนรู้ทั้ง 4 หน่วยการเรียนรู้ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	คะแนนจาก แบบทดสอบวัด ความสามารถ ทางการคิดเชิง คณิตศาสตร์ด้าน กระบวนการ การให้ เหตุผล (คะแนนเต็ม 50 คะแนน)	คะแนนจากแบบ สัมภาษณ์วัด ความสามารถทางการ คิดเชิงคณิตศาสตร์ ด้านกระบวนการ การ ให้เหตุผล (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)	คะแนน รวม
				100 คะแนน
1	27.00	22.50	10.00	59.50
2	24.50	18.75	5.00	48.25
3	27.00	31.25	7.50	65.75
4	36.50	23.75	10.00	70.25
5	32.50	21.25	10.00	63.75
6	23.00	18.75	5.00	46.75
7	28.00	21.25	5.00	54.25
8	26.00	21.25	5.00	52.25
9	34.00	23.75	10.00	67.75
10	30.50	31.25	7.50	69.25
11	24.50	22.50	10.00	57.00
12	23.00	25.00	5.00	53.00
13	32.00	37.50	10.00	79.50
14	31.50	31.25	10.00	72.75
15	37.00	35.00	10.00	82.00

ภาคผนวก ค

ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชุดการเรียนรู้การสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



จัดทำโดย

นายอิทธิเทพ นวาระสุจิตร

นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์

หมายเหตุ ชุดการเรียนรู้การสอนที่นำเสนอในที่นี้ จะนำเสนอเพียงหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา นอกจากนั้นได้นำเสนอ แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยที่เหลือ แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล และแบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ถ้าหากผู้ใดสนใจหน่วยการเรียนรู้อื่น ๆ ที่เหลือ กรุณาติดต่อผู้วิจัยได้โดยตรง

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา จำนวน 2 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

1. สาระการเรียนรู้

เมื่อเผชิญคำถามหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ ถ้าเราสามารถยกตัวอย่างของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้ จะทำให้เกิดความเข้าใจ และอาจมองเห็นลู่ทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น การยกตัวอย่างเป็นการพิจารณากรณีเฉพาะ ซึ่งมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกกรณีเฉพาะมาพิจารณา อาจเลือกโดยวิธีการสุ่ม เลือกอย่างเป็นระบบ หรือเลือกในลักษณะผู้เชี่ยวชาญ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่เป็นเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้
2. ให้นักเรียนสามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้

3. ความรู้พื้นฐาน

1. สมบัติของจำนวนเต็ม
2. สมบัติของจำนวนคู่และจำนวนคี่

4. เนื้อหา

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 พาลินโดรม (Palindrome)

คำหรือวลีที่สามารถเขียนตัวอักษรเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้า หรือจากขวาไปซ้าย แล้วยังคงอ่านออกเสียงได้เหมือนเดิม เช่น กนก ยาย นาน DAD MOM EYE เรียกว่า พาลินโดรม คำว่า พาลินโดรม เป็นภาษากรีก แปลว่า วิ่งกลับไปที่เดิม

ในทางคณิตศาสตร์ พาลินโดรม เป็นจำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้า หรือจากขวาไปซ้ายแล้วได้จำนวนเดิม

ให้นักเรียนหาตัวเลขพาลินโดรม ดังต่อไปนี้

1. ตัวเลขพาลินโดรมที่มีหนึ่งหลัก
2. ตัวเลขพาลินโดรมที่มีสองหลัก
3. ตัวเลขพาลินโดรมที่มีสามหลัก

สถานการณ์ปัญหาที่ 2 จำนวนสมบูรณ์ (Perfect Number)

บทนิยาม จำนวนนับซึ่งมีค่าเท่ากับผลบวกของตัวหารของจำนวนนับนั้นทุกตัวที่ไม่ใช่ตัวเอง เรียกว่า จำนวนสมบูรณ์

จากบทนิยามข้างบน ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนนับขึ้นมา 5 จำนวน
2. ให้นักเรียนหาตัวหารของจำนวนนับที่นักเรียนยกมาในข้อ 1
3. ให้นักเรียนนำจำนวนนับที่ยกตัวอย่างมาตรวจสอบกับบทนิยามของ จำนวนสมบูรณ์ ว่าจำนวนนับที่นักเรียนยกมา ใช่จำนวนสมบูรณ์หรือไม่ ถ้ายังไม่ใช่ให้ตรวจสอบดูว่าจำนวนนับที่นักเรียนยกมา ขาดสมบัติใด เมื่อเทียบกับบทนิยาม จำนวนสมบูรณ์
4. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนสมบูรณ์มา 3 จำนวน

สถานการณ์ปัญหาที่ 3 จำนวนสามเหลี่ยม (Triangular Numbers)

บทนิยาม จำนวนเต็มบวก n จะเรียกว่า จำนวนสามเหลี่ยม ก็ต่อเมื่อ สามารถเขียน n ให้อยู่ในรูป $n = 1 + 2 + 3 + \dots + k$ สำหรับจำนวนเต็มบวก k บางจำนวน

จากบทนิยามของจำนวนสามเหลี่ยม จงหาจำนวนสามเหลี่ยมทั้งหมดที่มีค่าน้อยกว่า 50

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1.1
2. แบบฝึกหัดที่ 1.1

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูอธิบายถึงความสำคัญของการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา และยกตัวอย่างง่าย ๆ ประกอบเช่น เมื่อนำจำนวนคู่สองจำนวนบวกกัน จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ ถ้าเราต้องการทราบคำตอบ ให้เราลองยกตัวอย่างจำนวนคู่สองจำนวนขึ้นมา และนำมาบวกกัน เพื่อดูผลลัพธ์ว่าเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

ชั้นสอน

1. ครูอธิบายเกี่ยวกับความสำคัญของการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาว่า เมื่อเราเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ ถ้าเราสามารถยกตัวอย่างของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้ จะทำให้เราเข้าใจ และมองเห็นช่องทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น
2. ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาที่ 1 จากใบกิจกรรมที่ 1.1 และคิดวิธีหาคำตอบ
3. ครูให้นักเรียนตอบคำถามสถานการณ์ปัญหาที่ 1
4. ครูให้นักเรียนผลัดกันออกมาเขียนคำตอบและแนวคิดของแต่ละข้อลงบนกระดาน
5. จากคำตอบในใบกิจกรรมข้อที่ 4 นักเรียนและครูช่วยกันอภิปรายคำตอบและแนวคิด โดยครูซักถามเหตุผลของนักเรียน ในการได้มาของคำตอบ
6. จากคำถามข้อที่ 3 ในสถานการณ์ปัญหาที่ 1 ครูชี้ให้นักเรียนเห็นถึงคำตอบของแต่ละคนที่เขียนลงบนกระดาน โดยคำตอบที่นักเรียนเขียนอาจจะมีตัวเลขซ้ำกันบ้าง หรือมีตัวเลขอื่น ๆ อีก ที่นักเรียนยังไม่ได้เขียน
7. ครูนำตัวเลขพาลินโดรมที่มีสามหลักของนักเรียนทุกคนมาเขียนเรียงใหม่ โดยเรียงจากจำนวนที่มีค่าน้อยไปหาจำนวนที่มีค่ามาก และให้นักเรียนพิจารณาว่าตัวเลขพาลินโดรมสามหลักที่ครูเขียนลงบนกระดานครบหรือยัง ถ้ายังนักเรียนคิดว่าน่าจะมีตัวเลขตัวใดอีก พร้อมทั้งแสดงเหตุผล
8. เมื่อเขียนตัวเลขพาลินโดรมที่มีสามหลักจนครบแล้ว ครูถามนักเรียนถึงหลักหรือวิธีการของการเขียนตัวเลขพาลินโดรมที่มีสามหลัก
9. ให้นักเรียนทำกิจกรรมในสถานการณ์ปัญหาที่ 2 และสถานการณ์ปัญหาที่ 3 และครูให้นักเรียนออกมาเขียนคำตอบของแต่ละคนบนกระดาน และร่วมกันอภิปรายคำตอบที่ได้ว่า สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่

ขั้นสรุป

ครูร่วมกันสรุปกับนักเรียนเกี่ยวกับความสำคัญของการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา เพื่อที่จะนำไปเป็นแนวทางในการหาคำตอบ

กิจกรรมหน่วยที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

ใบกิจกรรมที่ 1.1

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 พาลินโดรม (Palindrome)

คำหรือวลีที่สามารถเขียนตัวอักษรเรียงย้อนกลับจากหลังไปหน้า หรือจากขวาไปซ้าย แล้ว
ยังคงอ่านออกเสียงได้เหมือนเดิม เช่น กนก ยาย นาน DAD MOM EYE เรียกว่า พาลินโดรม คำ
ว่า พาลินโดรม เป็นภาษากรีก แปลว่า วิ่งกลับไปทีเดิม (running back again)

ในทางคณิตศาสตร์ พาลินโดรม เป็นจำนวนนับที่เมื่อเขียนเลขโดดเรียงย้อนกลับจากหลังไป
หน้า หรือจากขวาไปซ้ายแล้วได้จำนวนเดิม

ให้นักเรียนหาตัวเลขพาลินโดรม ดังต่อไปนี้

1. ตัวเลขพาลินโดรมที่มีหนึ่งหลัก

.....

.....

2. ตัวเลขพาลินโดรมที่มีสองหลัก

.....

.....

.....

3. ตัวเลขพาลินโดรมที่มีสามหลัก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ปัญหาที่ 2 จำนวนสมบูรณ์ (Perfect Number)

บทนิยาม จำนวนนับซึ่งมีค่าเท่ากับผลบวกของตัวหารของจำนวนนับนั้นทุกตัวที่ไม่ใช่ตัวเอง เรียกว่า จำนวนสมบูรณ์

จากบทนิยามข้างบน ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนนับขึ้นมา 5 จำนวน

.....

2. ให้นักเรียนหาตัวหารของจำนวนนับที่นักเรียนยกมาในข้อ 1

.....

.....

3. ให้นักเรียนนำจำนวนนับที่ยกตัวอย่างมาตรวจสอบกับบทนิยามของ จำนวนสมบูรณ์ ว่าจำนวนนับที่นักเรียนยกมา ใช่จำนวนสมบูรณ์หรือไม่ ถ้ายังไม่ใช่ให้ตรวจสอบดูว่าจำนวนนับที่นักเรียนยกมา ขาดสมบัติใด

.....

.....

.....

4. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนสมบูรณ์มา 3 จำนวน

.....

.....

.....

สถานการณ์ปัญหาที่ 3 จำนวนสามเหลี่ยม (Triangular Numbers)

บทนิยาม จำนวนเต็มบวก n จะเรียกว่า จำนวนสามเหลี่ยม ก็ต่อเมื่อ สามารถเขียน n ให้อยู่ในรูป $n = 1 + 2 + 3 + \dots + k$ สำหรับจำนวนเต็มบวก k บางจำนวน

จากบทนิยามของจำนวนสามเหลี่ยม จงหาจำนวนสามเหลี่ยมทั้งหมดที่มีค่าน้อยกว่า 50

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 1.1

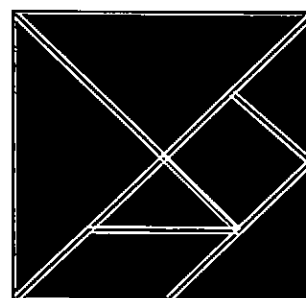
1. จำนวนเฉพาะคู่แฝด (Twin primes)

จำนวนเต็มคู่ที่เป็นจำนวนเฉพาะสองจำนวนเรียงติดกัน เรียกว่า
จำนวนเฉพาะคู่แฝด

ให้นักเรียนหาจำนวนเฉพาะคู่แฝดคู่อื่น ๆ มา 5 คู่ พร้อมทั้งแสดงเหตุผลว่า จำนวนเหล่านั้น
เป็นจำนวนเฉพาะคู่แฝด

2. ปริศนา แทนแกรม (Tangram)

แทนแกรม เป็นปริศนาที่นิยมมากที่สุดอย่างหนึ่งของจีน
ประกอบด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ตัดออกเป็นชิ้นส่วนต่าง ๆ 7 ชิ้นด้วยกัน
คือ สามเหลี่ยมมุมฉาก 5 รูป สี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป และ
สี่เหลี่ยมขนานเบี้ยกปูน 1 รูป ดังรูป



ชิ้นส่วนต่าง ๆ เหล่านี้สามารถนำมาประกอบเป็นรูปต่าง ๆ ได้มากกว่า 1,600 แบบ

ให้นักเรียนลองนำแทนแกรมมาประกอบเป็นรูปต่าง ๆ ให้ได้มากที่สุด

3. จำนวนบกพร่อง (Deficient Numbers)

จำนวนนับซึ่งมีค่าน้อยกว่าผลบวกของตัวหารของจำนวนนับนั้นทุกตัวที่ไม่ใช่ตัวเอง เรียกว่า
จำนวนบกพร่อง

ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนบกพร่องมา 5 จำนวน พร้อมทั้งแสดงเหตุผลว่า จำนวนเหล่านั้น
เป็นจำนวนเฉพาะคู่แฝด

4. รากปฐมฐาน (Primitive Roots)

เราจะเรียกคำตอบของสมการ $x^2 + y^2 = n$ ว่า รากปฐมฐาน เมื่อ ห.ร.ม. ของ x และ y เป็น 1

ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการที่อยู่ในรูป $x^2 + y^2 = n$ ที่มีรากปฐมฐาน

5. จำนวนแฟร์มาต์ (Fermat Number)

เราจะเรียกจำนวนเต็มที่อยู่ในรูป $F_n = 2^{2^n} + 1, n \geq 0$ ว่า จำนวนแฟร์มาต์

และ ถ้า F_n เป็นจำนวนเฉพาะจะเรียกว่า จำนวนเฉพาะแฟร์มาต์ (Fermat Prime)

ให้นักเรียนยกตัวอย่างประกอบการอธิบายค่า n ที่ทำให้ F_n เป็นจำนวนเฉพาะแฟร์มาต์ และค่า
 n ที่ทำให้ F_n ไม่เป็นจำนวนเฉพาะแฟร์มาต์

หน่วยที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา จำนวน 2 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

1. สาระการเรียนรู้

เมื่อเผชิญคำถามหรือสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ ถ้าเราสามารถยกตัวอย่างของสิ่งที่กล่าวถึงในคำถามได้ จะทำให้เกิดความเข้าใจ และอาจมองเห็นลู่ทางในการหาคำตอบได้มากขึ้น การยกตัวอย่างเป็นการพิจารณากรณีเฉพาะ ซึ่งมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การเลือกกรณีเฉพาะมาพิจารณา อาจเลือกโดยวิธีการสุ่ม เลือกอย่างเป็นระบบ หรือเลือกในลักษณะผู้เชี่ยวชาญ

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

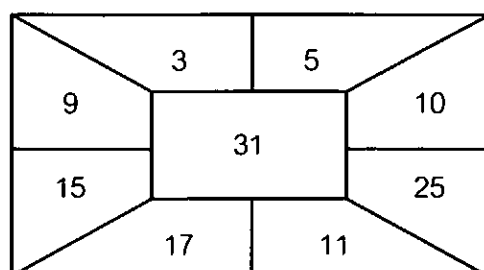
1. ให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่เป็นเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาได้
2. ให้นักเรียนสามารถยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้

3. ความรู้พื้นฐาน

1. สมบัติของจำนวนเต็ม
2. สมบัติของจำนวนคู่และจำนวนคี่

4. เนื้อหา

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 นาย ก เล่นเกมปาลูกดอก โดยปาทีละดอก ลงบนกระดานที่มีคะแนนตามรูปข้างล่าง

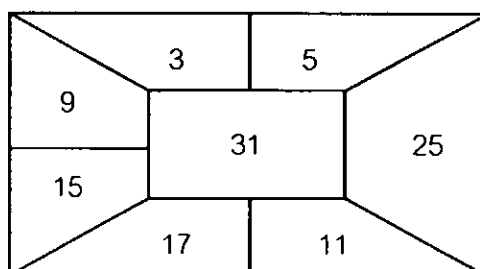


จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้านาย ก ต้องการปาลูกดอก ให้ได้คะแนนรวมเท่ากับ 55 คะแนน นาย ก จะต้องปาลูกดอกให้ได้แต้มอะไรบ้าง

2. ถ้านาย ก ปลูกดอกเพียง 4 ดอก ให้ได้คะแนนรวมเท่ากับ 55 คะแนน นาย ก จะต้องปลูกดอกให้ได้แต้มอะไรบ้าง

3. ถ้าเขาแต้ม 10 คะแนนออก และต้องการปลูกดอกเพียง 4 ลูก ให้ได้คะแนนรวมเท่ากับ 55 คะแนน นาย ก จะต้องปลูกดอกให้ได้แต้มอะไรบ้าง



สถานการณ์ปัญหาที่ 2

ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวกสองจำนวนที่แตกต่างกัน โดยเลือกมาจากจำนวนเต็มบวก 50 จำนวนแรก (1, 2, 3, ..., 50) อย่างไม่เจาะจง

จงหาค่าที่มากที่สุดของ $\frac{x+y}{x-y}$

จากคำถามข้างต้น ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมหรือตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวน 2 จำนวน เพื่อนำไปแทนค่า x และ y ใน $\frac{x+y}{x-y}$

2. ให้นักเรียนนำค่าของ $\frac{x+y}{x-y}$ ที่นักเรียนได้จากข้อที่ 1 ไปเปรียบเทียบกับของเพื่อน ว่าใครมี

ค่ามากกว่ากัน แล้วเขียนค่าของ $\frac{x+y}{x-y}$ ของคนที่มากที่สุด

3. จงอธิบายแนวคิดว่าคุณนักเรียนมีวิธีการหาค่าของ $\frac{x+y}{x-y}$ อย่างไร ให้ได้ค่าที่มากที่สุด

ปัญหาที่ 3

กำหนดให้ $\frac{1}{3} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ เมื่อ A และ B เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 0

จงหาค่าของ A และ B

5. สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1.2
2. แบบฝึกหัดที่ 1.2

6. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นนำ

ครูพูดถึงความสำคัญของการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาจากกิจกรรมที่ 1.1 และพูดถึงการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาให้เป็นระบบมากขึ้น เพื่อใช้เป็นแนวทางในการหาคำตอบได้รวดเร็วขึ้น

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาที่ 1 จากใบกิจกรรมที่ 1.2 และคิดวิธีหาคำตอบ
2. ครูให้นักเรียนตอบคำถามในปัญหาที่ 1
3. จากนั้นครูให้นักเรียนผลัดกันออกมาเขียนคำตอบ และอธิบายแนวคิดของแต่ละข้อลงบนกระดาน
4. ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบแต่ละข้อว่าถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด
5. จากคำถามข้อที่ 3 ครูซักถามนักเรียนถึงเหตุผลว่า ทำไมเราจึงไม่สามารถปลูกดอก 4 ลูก ให้มีผลรวมของแต้มเท่ากับ 55 ได้
6. ให้นักเรียนที่ตอบได้ ออกมาอธิบายเหตุผลให้เพื่อนฟัง และถามคนที่เหลือว่าเหตุผลของเพื่อนถูกต้องหรือไม่ อย่างไร จากนั้นให้นักเรียนสรุปผลที่เกิดขึ้น ถ้าไม่มีนักเรียนคนใดตอบได้ ให้นักเรียนย้อนกลับไปดูคำตอบในข้อที่ 2 จากคำตอบในข้อที่ 2 ถ้าคำตอบของนักเรียนคนใดมีตัวเลข 10 อยู่ด้วย ให้นักเรียนเอาตัวเลข 10 ออกแล้วนำตัวเลขอื่นที่ไม่ใช่ตัวเลข 10 มาใส่แล้วหาผลรวม
7. ให้นักเรียนสังเกตผลรวมที่ได้จากข้อ 6 แล้วนำมาอภิปรายกับคำถามข้อที่ 3
8. ให้นักเรียนทำกิจกรรมสถานการณ์ปัญหาที่ 2 และสถานการณ์ปัญหาที่ 3 ในใบกิจกรรมที่ 2 และให้นักเรียนช่วยกันออกมาเขียนคำตอบบนกระดาน พร้อมทั้งอภิปรายประกอบการแสดงเหตุผลร่วมกันว่าถูกหรือผิดตรงส่วนใด

ขั้นสรุป

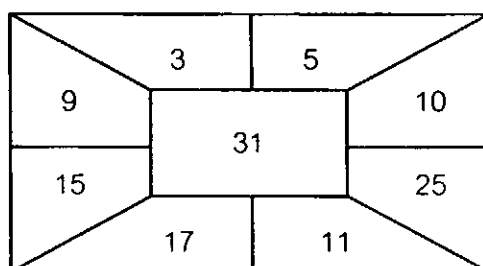
ครูสรุปถึงความสำคัญของการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา เพื่อใช้เป็นแนวทางในการหาคำตอบ และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1.2 เป็นการบ้าน

กิจกรรมหน่วยที่ 1 ฝึกการยกตัวอย่างให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

ใบกิจกรรมที่ 1.2

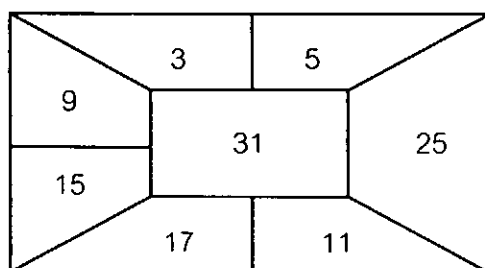
สถานการณ์ปัญหาที่ 1

นาย ก เล่นเกมปลูกดอก โดยปาทีละดอก ลงบนกระดานที่มีคะแนนตามรูปข้างล่าง



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้านาย ก ต้องการปลูกดอก ให้ได้คะแนนรวมเท่ากับ 55 คะแนน นาย ก จะต้องปลูกดอกให้ได้แต้มอะไรบ้าง
.....
2. ถ้านาย ก ปลูกดอกเพียง 4 ดอก ให้ได้คะแนนรวมเท่ากับ 55 คะแนน นาย ก จะต้องปลูกดอกให้ได้แต้มอะไรบ้าง
.....
3. ถ้าเอาแต้ม 10 คะแนนออก และปลูกดอกเพียง 4 ลูก ให้ได้คะแนนรวมเท่ากับ 55 คะแนน นาย ก จะต้องปลูกดอกให้ได้แต้มอะไรบ้าง



.....

.....

.....

สถานการณ์ปัญหาที่ 2

ให้ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวกสองจำนวนที่แตกต่างกัน โดยเลือกมาจากจำนวนเต็มบวก 50 จำนวนแรก (1, 2, 3, ..., 50) อย่างไม่เจาะจง

จงหาค่าที่มากที่สุดของ $\frac{x+y}{x-y}$

จากคำถามข้างต้น ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมหรือตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนขึ้นมา 2 จำนวน เพื่อนำไปแทนค่า x และ y ใน $\frac{x+y}{x-y}$

.....

2. ให้นักเรียนนำค่าของ $\frac{x+y}{x-y}$ ที่นักเรียนได้จากข้อที่ 1 ไปเปรียบเทียบกับของเพื่อน ว่าใครมีค่ามากกว่ากัน แล้วเขียนค่าของ $\frac{x+y}{x-y}$ ของคนที่มากที่สุด

.....

3. จงอธิบายแนวคิดที่นักเรียนมีวิธีการหาค่าของ $\frac{x+y}{x-y}$ อย่างไร ให้ได้ค่าที่มากที่สุด

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ปัญหาที่ 3

กำหนดให้ $\frac{1}{3} = \frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ เมื่อ A และ B เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 0

จงหาค่าของ A และ B

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 1.2

1. จำนวนที่หารด้วย 109 แล้วมีเศษเหลือเป็น 4 มีหลายจำนวน จงหาจำนวนที่มีสองหลักทั้งหมดที่มีสมบัติดังกล่าวข้างต้น

2. สมมติว่าจำนวนนับทั้งหมดเรียงกันเป็นคอลัมน์ (แนวดิ่ง) ดังแสดงในรูป

A	B	C	D	E	F	G
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...

จำนวน 1,000 จะอยู่ในคอลัมน์ใด

3. A และ B เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ และ $\frac{A}{11} + \frac{B}{3} = \frac{31}{33}$

จงหาค่าของ A และ B

4. จำนวนนับใด ๆ คูณกับตัวเองจะได้จำนวนนับ เรียกผลคูณที่ได้ว่า จำนวนจัตุรัส

(Square Numbers) ตัวอย่างของจำนวนจัตุรัส เช่น $1 \times 1 = 1$, $2 \times 2 = 4$, $3 \times 3 = 9$

เรียก 1, 4, 9 ว่าจำนวนจัตุรัส

จงหาว่าระหว่าง 1,000 และ 2,000 มีจำนวนจัตุรัสกี่จำนวน

5. มีจำนวนสองหลักอยู่ 4 จำนวน คือ 19, 75, 48, 26 ซึ่งเมื่อนำมาบวกเข้าด้วยกันจะมีค่าเท่ากับ 168 จงสลับตัวเลขในหลักสิบและหลักหน่วยของจำนวนเหล่านี้ (เช่น สลับ 19 เป็น 91) เท่าที่จำเป็น เพื่อให้ได้ผลบวกใหม่เป็น 222

6. a, b, c และ d แทนจำนวน 4 จำนวน ซึ่งเมื่อนำมาบวกกันทั้งหมด จะมีค่าเท่ากับ 90 และถ้าผลลัพธ์ของ $a + 2$, $b - 2$, $c \times 2$ และ $d \div 2$ มีค่าเท่ากันหมด จงหาค่าของ a, b, c และ d

7. สำหรับ $n = 1$ จะได้ว่า 10 หาร $1^n + 2^n + 3^n + 4^n = 10$ ลงตัว จงหาจำนวนเต็มบวก n ที่ต่างจาก 1 ซึ่งเมื่อนำ 10 ไปหาร $1^n + 2^n + 3^n + 4^n = 10$ แล้วลงตัว

8. พิจารณาจำนวนเต็ม 10 เราจะเขียน 10 ในรูปผลบวกของจำนวนเต็มบวกอย่างไร จึงจะทำให้ผลคูณของจำนวนเต็มบวกเหล่านั้นมีค่ามากที่สุด

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 1

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 1 ชั่วโมง

ชื่อ..... ชั้นม.3/.....

1. จำนวนเต็มบวก p , $p + 2$, $p + 6$ ซึ่งต่างก็เป็นจำนวนเฉพาะทั้งหมด เรียกว่า

จำนวนเฉพาะแฝดสาม (Prime – Triplet)

ให้นักเรียนยกตัวอย่าง จำนวนเฉพาะแฝดสาม มา 4 ชุด

p	$p + 2$	$p + 6$

2. โจเซฟ หลุยส์ ลากรองจ์ (Joseph Louis Lagrange) ได้ตั้งข้อคาดการณ์ไว้ว่า

“ทุก ๆ จำนวนเต็มบวกคี่ที่มากกว่า 5 สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $a + 2b$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนเฉพาะทั้งคู่”

ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนเต็มบวกคี่ที่มากกว่า 5 ที่สอดคล้องกับข้อคาดการณ์ข้างต้น โดยแสดงให้เห็นจริงว่าสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ $a + 2b$ ได้ ให้นักเรียนยกตัวอย่าง a และ b มา 4 คู่

a	b	$a + 2b$	จำนวนเต็มบวกคี่ ที่มากกว่า 5

3. กำหนดให้ A, B และ C แทนจำนวนหนึ่งหลัก ซึ่งบวกกันได้ AB ซึ่งแทนจำนวนสองหลัก ดังนี้

$$\begin{array}{r} A \\ + \end{array}$$

$$\begin{array}{r} B \\ + \end{array}$$

$$\hline$$

$$AB$$

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 นักเรียนคิดว่า $A + C$ ควรมีค่าเป็นอย่างไร จงอธิบายเหตุผล

.....

.....

.....

.....

3.2 นักเรียนคิดว่า A, B และ C ควรมีค่าเป็นอย่างไร จงอธิบายเหตุผล

.....

.....

.....

.....

4. มีการพิสูจน์ได้ว่า จำนวนเต็มบวกใด ๆ จะหารด้วย 9 ลงตัว ก็ต่อเมื่อผลบวกของเลขโดดในแต่ละหลักของจำนวนนั้นหารด้วย 9 ลงตัว

จากความรู้ข้างบน ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ตัวเลขสี่หลัก 3AA1 หารด้วย 9 ลงตัว ตัวเลขหนึ่งหลักที่แทน A คืออะไร สามารถหา A ได้กี่จำนวน เพราะอะไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ถ้าจำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วย 3 หรือ 5 มีเศษเหลือเป็น 1 และหารด้วย 7 จะไม่มีเศษเหลือ
จงแสดงวิธีคิดเพื่อหาจำนวนที่อยู่ระหว่าง 1 ถึง 100 ที่มีสมบัติดังกล่าว

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 2

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 1 ชั่วโมง

ชื่อ..... ชั้นม.3/.....

1. ให้นักเรียนหาจำนวนถัดไปจากแบบรูปต่อไปนี้

1.1 6, 9, 12, 15, 18, ...

1.2 13, 18, 23, 28, 33, ...

1.3 32, 16, 8, 4, 2, ...

1.4 1, 4, 9, 16, 25, ...

1.5 $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \dots$

1.6 2, 4, 8, 16, ...

1.7 2, 5, 10, 17, ...

1.8 2, 4, 6, 10, 16, ...

1.9 2, 3, 2, 8, 2, 13, ...

1.10 -3, 9, -27, 81, ...

2. ให้นักเรียนหาจำนวนถัดไปจากแบบรูปต่อไปนี้

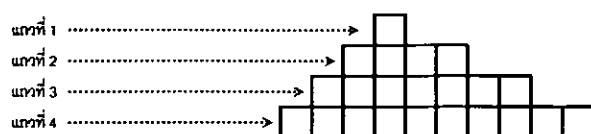
2.1 4, 8, 15, 25, ...

2.2 15, 24, 39, 60, ...

2.3 21, 34, 51, 72, 97, ...

2.4 11, 18, 29, 44, 63, ...

3. จากการปูแผ่นกระเบื้องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เป็นแถว ๆ ดังในรูปข้างล่าง จงตอบคำถามต่อไปนี้



3.1 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ 5 แถวที่ 6 แถวที่ 7 จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น มีข้อสังเกตอย่างไร

.....

.....

.....

3.2 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ 100 และแถวที่ 200 จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น มีข้อสังเกตอย่างไร

.....

.....

.....

.....

3.3 นักเรียนคิดว่าในแถวที่ n จะต้องใช้กระเบื้องกี่แผ่น เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

3.4 นักเรียนคิดว่าจะมีแถวใดหรือไม่ ที่ต้องใช้กระเบื้องจำนวน 834 แผ่น หรือ 1,226 แผ่น และถ้ามี จะอยู่ในแถวที่เท่าใด เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

4. กำหนดให้ $i = \sqrt{-1}$ และ $i^2 = -1$ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 ให้นักเรียนหาค่าในข้อต่อไปนี้

i	$=$		i^5	$=$		i^9	$=$	
i^2	$=$		i^6	$=$		i^{10}	$=$	
i^3	$=$		i^7	$=$		i^{11}	$=$	
i^4	$=$		i^8	$=$		i^{12}	$=$	

4.2 ให้นักเรียนตั้งข้อคาดการณ์เกี่ยวกับค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ โดยพิจารณาจากการใช้ 4 เป็นตัวหารของ n

.....

.....

.....

4.3 ให้นักเรียนใช้ข้อคาดการณ์ที่นักเรียนได้ในข้อที่ 4.2 หาค่าของ i ²⁵⁴⁸

.....

.....

5. คริสเตียน โกลบาค (Christian Goldbach) นักคณิตศาสตร์ชาวรัสเซีย ซึ่งมีชีวิตอยู่ในช่วงปี ค.ศ.1690 – 1764 ได้สร้างข้อคาดการณ์ที่มีชื่อเสียง โดยแบบรูปต่อไปนี้เป็นตัวอย่งที่มาจาก ข้อคาดการณ์ของโกลบาค

9	=	3 + 3 + 3	11	=	3 + 3 + 5
13	=	3 + 3 + 7	15	=	3 + 5 + 7
17	=	3 + 7 + 7	19	=	5 + 7 + 7

ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

5.1 ให้นักเรียนสังเกตจำนวนที่อยู่ทางด้านซ้ายและทางด้านขวาของแต่ละตัวอย่าง จากนั้นให้นักเรียน ยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับแบบรูปมา 3 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

5.2 จากแบบรูปดังกล่าว ข้างต้นให้นักเรียนเขียนข้อคาดการณ์ของโกลบาค

.....

.....

.....

5.3 จากข้อคาดการณ์ที่นักเรียนได้ในข้อ 5.2 สามารถใช้กับจำนวนที่น้อยกว่า 9 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 3

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 1 ชั่วโมง

ชื่อ..... ชั้น ม.3/.....

ให้นักเรียนใช้แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์เพื่อตรวจสอบการอ้างเหตุผลที่กำหนดต่อไปนี้ว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ เมื่อกำหนดให้เหตุแต่ละเหตุเป็นจริง

1. เหตุ 1. นกทุกตัวเป็นสัตว์มีปีก
2. สัตว์มีปีกทุกตัวบินได้
ผล นกเป็นสัตว์บินได้

2. เหตุ 1. นกทุกตัวมีปีก
2. ค้างคาวมีปีก
ผล ค้างคาวเป็นนก

3. ให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่า ทำไมประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

3.1 ถ้า $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแล้ว $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

.....

.....

.....

3.2 ถ้า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าแล้ว เส้นที่ลากจากจุดยอดมาตั้งฉากกับฐานจะแบ่งครึ่งฐาน

.....

.....

.....

3.3 คำตอบของสมการ $x^2 + 1 = 0$ ไม่เป็นจำนวนจริง

.....

.....

.....

3.4 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $a \neq 0$ ถ้า 5 หาร a ลงตัว และ a หาร b ลงตัวแล้ว ab ต้องลงท้ายด้วย 0 หรือ 5

.....

.....

.....

4. ให้นักเรียนยกตัวอย่างค้านเพื่อแสดงว่า ประโยคต่อไปนี้เท็จ

4.1 ไม่มีสี่เหลี่ยมด้านขนานใด ที่มีมุมทั้งสี่มุมเป็นมุมฉาก

.....

.....

.....

4.2 ถ้า $a^2 = 25$ แล้ว $a = 5$

.....

.....

.....

4.3 ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$ สำหรับทุกจำนวนจริง a, b และ c

.....

.....

.....

4.4 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์ทั้งคู่ ถ้า a หาร b ลงตัว และ b หาร a ลงตัว แล้ว $a = b$

.....

.....

.....

5. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ฐาน BC อยู่บนเส้นตรง XY
ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

5.1 ให้นักเรียนวาดรูปที่สอดคล้องกับสิ่งที่กำหนดให้

5.2 ให้นักเรียนสำรวจความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาดของมุม $\widehat{ABX}$ และมุม $\widehat{ACY}$ แล้วเขียน
ข้อคาดการณ์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของขนาดของมุม $\widehat{ABX}$ และมุม $\widehat{ACY}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อคาดการณ์คือ.....

.....

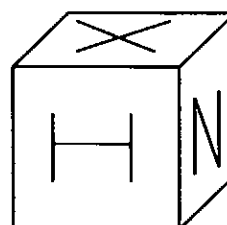
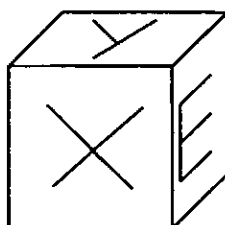
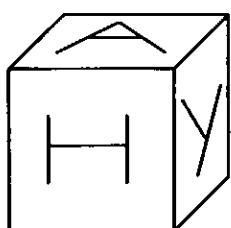
แบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ที่ 4

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

เวลา 1 ชั่วโมง

ชื่อ..... ม.3/.....

1. ภาพข้างล่างนี้ เป็นภาพของลูกบาศก์เดียวกัน แต่มองคนละมุม



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 อักษรบนหน้าที่อยู่ตรงข้ามกับ H คืออะไร เพราะอะไร

.....

.....

1.2 อักษรบนหน้าที่อยู่ตรงข้ามกับ X คืออะไร เพราะอะไร

.....

.....

1.3 อักษรบนหน้าที่อยู่ตรงข้ามกับ Y คืออะไร เพราะอะไร

.....

.....

2. กำหนดให้ A, B และ C แทนเลขโดดที่แตกต่างกัน [] แทนเลขโดด ซึ่งไม่ใช่ 0

จงพิจารณาปัญหาการคูณในกรอบข้างล่าง

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \\ \times \quad \quad X \\ \hline A \ B \ C \end{array}$$

$$[] \ [] \ [] \ 9$$

$$[] \ [] \ [] \ 4$$

$$[] \ [] \ [] \ 1$$

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 นักเรียนคิดว่า C แทนเลขโดดตัวใดได้บ้าง เพราะอะไร

.....

2.2 นักเรียนคิดว่า B แทนเลขโดดตัวใดได้บ้าง เพราะอะไร

.....

.....

2.3 นักเรียนคิดว่า A แทนเลขโดดตัวใดได้บ้าง เพราะอะไร

.....

.....

2.4 A, B และ C แทนตัวเลขใด

.....

.....

3. O เป็นผลบวกของจำนวนคี่ตั้งแต่ 1 ถึง 99 และ E เป็นผลบวกของจำนวนคู่ตั้งแต่ 2 ถึง 98 นั่นคือ

$$O = 1 + 3 + 5 + \dots + 95 + 97 + 99 \quad \text{และ} \quad E = 2 + 4 + 6 + \dots + 94 + 96 + 98$$

O หรือ E มีค่ามากกว่ากัน และมากกว่ากันอยู่เท่าไร ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

4. การแข่งขันฟุตบอลระหว่างทีมสีแดง และทีมหงส์แดง โดยมีกติกาว่า ทีมใดที่ชนะ 3 ครั้ง ทีมนั้นจะเป็นผู้ชนะ (กำหนดให้ผลการแข่งขันแต่ละครั้งมีชนะ หรือแพ้เท่านั้น) จงหาจำนวนวิธีแข่งขันจนกว่าจะมีทีมที่ชนะในการแข่งขันครั้งนี้ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. สำหรับจำนวนที่ลงท้ายด้วยศูนย์ เรียกเลขโดดศูนย์เหล่านั้นว่า **ศูนย์สิ้นสุด** เช่น 520,000 มีศูนย์สิ้นสุด 4 ตัว แต่ 502,000 มีศูนย์สิ้นสุดเพียง 3 ตัว

ให้ $N = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 20$

N มีศูนย์สิ้นสุดก็ตัว ให้นักเรียนแสดงวิธีทำในการหาคำตอบ

[illegible]

แบบทดสอบวัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์

ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

คะแนนเต็ม 50 คะแนน

เวลา 2 ชั่วโมง

ชื่อ..... ม.3/.....

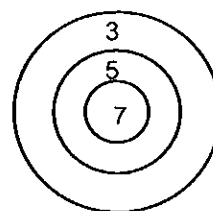
ให้นักเรียนแสดงวิธีทำทุกข้อ

1. ปาลูกดอก 6 ดอกถูกเป้า ซึ่งแสดงในรูปทางขวามือ

ลูกดอกแต่ละดอกอยู่บนบริเวณใดบริเวณหนึ่งของเป้า

จงพิจารณาว่าแต้มรวมใดที่เป็นไปได้ เพราะเหตุใด

[16, 19, 26, 31, 41, 44]



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. พิจารณาปัญหาการหารในรูปทางด้านขวามือ

A และ B แทนเลขโดดที่แตกต่างกัน [] แทนเลขโดดใด ๆ

ถ้าการหารไม่มีเศษเหลือ จงหาค่าของ $A + B$

		B A	
AB	[] [] [] []	[] [] []	
		[] [] []	
		[] [] 1	
		[] [] []	

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ถ้าเติมจำนวนต่าง ๆ ลงในช่องว่างของจัตุรัสเลขกล
ในรูปทางด้านขวามือ โดยที่ผลบวกของจำนวน 3 จำนวน
ในแต่ละแถว แต่ละหลัก และแต่ละแนวทแยงมุมเท่ากันเสมอ
ช่องว่างตรงกลางคือเลขอะไร

5		13
9	7	

.....

.....

.....

.....

.....

4. ผลบวกของจำนวนนับ 25 จำนวนแรกเท่ากับ 325

นั่นคือ $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 25 = 325$

ผลบวกของจำนวนนับ 25 จำนวนถัดไป นั่นคือ $26 + 27 + 28 + \dots + 50$ เท่ากับเท่าไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. พิจารณาแบบรูปของจำนวนต่อไปนี้

1, 11, 111, 1111, 11111, ...

เลขโดดในหลักสิบของผลบวกของ 30 จำนวนแรกในแบบรูปข้างต้นนี้คืออะไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. มีตารางตัวเลขเรียงลำดับอยู่ตารางหนึ่ง โดยแต่ละแถวจะเรียงกัน 7 ตัว (ดังรูป) ถ้าเราเอากรอบมุมจากมาครอบตัวเลขทั้งสามที่อยู่ในกรอบดู (เช่น ในรูปจะได้ผลบวกเท่ากับ $10 + 11 + 18 = 39$) ปรากฏว่าได้ผลบวกเท่ากับ 328

จงหาว่าต้องวางกรอบนี้ในตำแหน่งใดและในทิศทางอย่างไร

(กรอบวางกรอบได้ 4 แบบ คือ )

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24				

9. น้ำหวานพูดความจริงเสมอ น้ำตาลพูดเท็จเสมอ น้ำอ้อยพูดจริงบ้างเท็จบ้าง เด็ก 3 คนนั่งเรียงกัน ถ้าถามคนที่นั่งซ้ายสุดว่า "ใครนั่งถัดจากเธอ" ผู้นั้นตอบว่า "น้ำหวาน" ถ้าถามคนที่นั่งขวาสุดว่า "ใครนั่งข้างเธอ" ผู้นั้นตอบว่า "น้ำตาล" ถ้าถามคนที่นั่งกลางว่า "เธอชื่ออะไร" ผู้นั้นตอบว่า "น้ำอ้อย" จากข้อมูล ใครนั่งซ้ายสุด, กลาง และขวาสุด ตามลำดับ เพราะอะไร

10. A, B, C และ D วิ่ง 100 เมตรแข่งกัน โดยที่ก่อนแข่ง ทั้ง 4 ได้ทำนายผลการแข่งไว้ดังตาราง

	ကံ ၁	ကံ ၂	ကံ ၃	ကံ ၄
①	D	B	C	A
②	D	A	B	C
③	A	B	C	D
④	C	A	B	D

① เป็นคำทำนายของ B หลังการวิ่งปรากฏว่าทั้ง 4 ทำนายอันดับที่ของตัวเองผิดหมด แต่ทั้ง 4 คนได้ทำนายอันดับที่ 1 ถึง 3 อันใดอันหนึ่งถูกต้อง และไม่มีคนไหนทำนายอันดับ 4 ถูกเลย คนที่ทำนายอันดับ 3 ถูกมี 2 คน

จงหาว่าใครเป็นผู้ทำนาย ②, ③ และ ④ และผลการวิ่งที่แท้จริงเป็นอย่างไร

This image shows a single sheet of white paper with ten evenly spaced horizontal dotted lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are black and extend across the full width of the page. There is no text or other markings on the paper.

แบบสัมภาษณ์วัดความสามารถทางการคิดเชิงคณิตศาสตร์
ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล

คะแนนเต็ม 4 คะแนน

เวลา 8 นาที

พิจารณาปัญหาการคูณในกรอบทางด้านขวา

A, B และ C แทนเลขโดดที่แตกต่างกัน

[] แทนเลขโดด ซึ่งไม่ใช่ 0

A, B และ C แทนเลขโดดตัวใด

$$\begin{array}{r} \text{A B C} \\ \times \text{A B C} \\ \hline \text{[] [] [] 6} \\ \text{[] [] 6} \\ \hline \text{[] [] 2} \end{array}$$

ภาคผนวก ง
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ ที่ช่วยตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหากิจกรรมการเรียนการสอนและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการประเมินผลการเรียนกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการ การให้เหตุผล ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนูฤๅติ

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายอิทธิเทพ นวาระสุจิตร
วัน เดือน ปีเกิด	22 กรกฎาคม พ.ศ. 2523
สถานที่เกิด	จังหวัดกรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	2058/3 ซ.นราธิวาสราชนครินทร์ 18 ถ.จันทร์ แขวงช่องนนทรี เขตยานนาวา กรุงเทพมหานคร 10120
สถานที่ทำงาน	ยังไม่ได้ทำงาน
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2535	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนพระแม่มาลีชาย กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2538	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนวัดสุทธิวาราม กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2541	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนวัดสุทธิวาราม กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2545	กศ.บ. คณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2548	กศ.ม. คณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ