

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2561

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2561

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2561

พศุทธิ์ ชุตักดี. (2561). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.
ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาณิพนธ์: อาจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
(2) ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านการจัดกิจกรรม
การตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนพระหฤทัยนันทบุรี จังหวัดนันทบุรี
จำนวน 30 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากห้องเรียน
ที่มีนักเรียนแบบละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน
โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำเพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายใน
การศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้เวลาทดลองทั้งสิ้น 12 คาบ
คาบละ 50 นาที โดยใช้แผนการวิจัยแบบ One – Group Posttest-Only Design เครื่องมือที่ใช้ใน
การวิจัยประกอบด้วย (1) แผนการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา (2) แบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ (3) แบบสังเกตพฤติกรรม
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติทดสอบทวินามด้วยสถิติ Z (Z-Test for
Population Proportion) และวิเคราะห์พฤติกรรมตามแบบของอัทซท์ และอมอร์-ทอมัส ผลการวิจัย
พบว่า (1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา
เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีความสามารถในการแก้ปัญหายุ่งยากในระดับที่ยอมรับได้
ผ่านเกณฑ์จำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 (2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แสดงพฤติกรรม
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในสามด้าน ประกอบด้วยด้านการทำความเข้าใจปัญหา
(Understand the problem) ด้านการสำรวจ และการวางแผนการแก้ปัญหา (Exploring and
Planning) และด้านการนำไปใช้ (Implementing)

A STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING ABILITY IN INEQUALITY FOR
MATHAYOMSUKSA III STUDENTS VIA PROBLEM POSING ACTIVITIES



AN ABSTRACT
BY
PASOOT CHOOSUK

Presented in Partial Fulfillment of Requirement for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

April 2018

Pasoot Choosuk. (2018). *A Study of Mathematical Problem-solving Ability In Inequality for Mathayomsuksa III Students via Problem Posing Activities*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Yanin Kongthip.

The purposes of this research were to study the mathematical problem-solving abilities of Mathayomsuksa III students with regard to inequality through problem posing activities before and after learning and then to study problem-solving behaviors with regard to inequality among Mathayomsuksa III students. The subjects of this study included thirty students in the second semester of the 2017 academic year from Phraharuthai Nonthaburi School. They were selected using the cluster random sampling technique. There were four participants selected as target students for a case study on their behavior regarding problem-solving ability regarding inequality. The experiment lasted for twelve fifty minutes period. A One – Group Posttest-Only Design was used in this study. The research instruments included lesson plans with problem posing activities, mathematical problem-solving ability in the inequality test, and observation forms for mathematical problem-solving. The data were statistically analyzed using a Z-test for Population Proportion and their behaviors were analyzed using Artzt, Alice F.; and Armour-Thomas, Eleanor form. The results were as follows: (1) More than sixty percent of students participating in mathematics problem posing activities had the ability to solve mathematical problems on inequality at a .05 level of significance; (2) The mathematical problem-solving behaviors of students participating in mathematical problem posing were expressed in three dimensions: understanding the problem, exploring and planning, and implementing.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรม
การตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ของ
พศุตม์ ชุศักดิ์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์จักรชัย เอกปัญญาสกุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ คณะกรรมการสอบปากเปล่า
.....ที่ปรึกษาหลัก ประธาน
(อาจารย์ ดร.ณานิน กองทิพย์) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)
.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ณหทัย ฤกษ์ฤทัยรัตน์)
.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.ณานิน กองทิพย์)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ได้ เพราะได้รับความอนุเคราะห์อย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร.ญานิน กองทิพย์ ประธานควบคุมปริญญานิพนธ์ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา พร้อมทั้งให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนเสียสละเวลาในการตรวจแก้ไขอย่างละเอียดจนปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วง และสำเร็จด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เรืองวรินทร์ อินทรวงษ์ สราญรักษ์สกุล ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน และอาจารย์ มารศรี โชติกะพุกกณะ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด และ อาจารย์ ดร.ณัทย ฤกษ์ฤทัยรัตน์ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ และคณะอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนจันทร์ประดิษฐาราม ที่ให้คำแนะนำเกี่ยวกับการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยในครั้งนี้ และขอขอบใจนักเรียน ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ และคณะอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนพระหฤทัยนันทบุรี ที่ให้คำแนะนำเกี่ยวกับการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยในครั้งนี้ และขอขอบใจนักเรียน ที่ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ นิสิตปริญญาโท และปริญญาเอก สาขาคณิตศาสตร์ ทุกคน รวมทั้ง พี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ทุกคนที่เกี่ยวข้อง ที่ให้ความช่วยเหลือ คำแนะนำ และกำลังใจ จนทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา และสมาชิกในครอบครัวทุกคนที่ให้ทั้งกำลังใจ และให้การสนับสนุนในการศึกษาต่อ รวมทั้งสนับสนุนในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ในทุกด้าน จนกระทั่งปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ที่เกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณ บิดา มารดา ครู อาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้ให้ความรู้ และความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัย

พศุตม์ ชูศักดิ์

สารบัญ

บทที่

หน้า

1	บทนำ.....	1
	ภูมิหลัง.....	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
	ความสำคัญของการวิจัย	5
	ขอบเขตของการวิจัย.....	5
	ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	5
	กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
	เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	6
	ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	6
	ตัวแปรที่ศึกษา.....	6
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
	กรอบแนวคิดของการวิจัย	8
	สมมติฐานในการวิจัย	8
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
	แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	9
	ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	9
	ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	13
	กระบวนการแก้ปัญหา.....	15
	องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	18
	การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	23
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	29

สารบัญ (ต่อ)

บทที่

หน้า

2 (ต่อ)

แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์	31
ความหมายของการตั้งปัญหา	31
กลวิธีการตั้งปัญหาและประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์	33
รูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียน	36
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์	42

3 วิธีดำเนินการวิจัย

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	45
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	45
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	45
กำหนดกรอบแนวคิดของการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา	46
จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์	46
ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนรู้	46
การสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	52
เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการ จัดกิจกรรมการตั้งปัญหา	52
เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล	55
การเก็บรวบรวมข้อมูล	59
การวิเคราะห์ข้อมูล	60

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	64
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	64
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	64
การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย.....	65
พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	76
การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Understand the problem)	77
การสำรวจ และการวางแผนการแก้ปัญหา (Exploring and Planning).....	84
การนำไปใช้ (Implementing).....	89
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	94
ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป	94
สรุป และอภิปรายผลการวิจัย	97
ข้อเสนอแนะ	99
บรรณานุกรม	100
ภาคผนวก	107
ภาคผนวก ก	108
ภาคผนวก ข.....	111
ภาคผนวก ค	113
ภาคผนวก ง.....	116
ภาคผนวก จ.....	156

สารบัญ (ต่อ)

บทที่

หน้า

ภาคผนวก (ต่อ)

ภาคผนวก ฉ 161

ภาคผนวก ช..... 164

ประวัติย่อผู้วิจัย..... 166



บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	ตารางแสดงแผนการจัดการเรียน เนื้อหาและจำนวนชั่วโมง	6
2	ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์	25
3	กรอบมาตรวัดความสามารถในการแก้ปัญหาของ Szetela & Nicol.....	26
4	กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	48
5	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	53
6	แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์.....	55
7	แบบแผนการวิจัย One – Group Posttest-Only Design.....	59
8	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบความสามารถ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	64
9	ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย	65
10	ความสามารถในการแก้ปัญหตามขั้นของโพลยา	67
11	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ผ่านการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	110
12	ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	112
13	ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	112
14	การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ.....	114

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดของการวิจัย	8
2 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวทางของโพลยา	16
3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ	17
4 ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการ	24
5 แผนภาพแสดงขั้นตอนการตั้งปัญหาตามกระบวนการ What-If-Not	34
6 วงจรกิจกรรมการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Cankoy	41
7 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบ 1-4	50
8 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบ 5-9	51
9 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของคะแนนก่อนช่วงที่ 1	68
10 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของฝึกภาคก่อนช่วงที่ 1	68
11 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของฝึกบึ่งก่อนช่วงที่ 1	68
12 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของแตงกวาก่อนช่วงที่ 1	68
13 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของคะแนนในแบบทดสอบ	69
14 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของฝึกบึ่งในแบบทดสอบ	69
15 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของฝึกภาคในแบบทดสอบ	69
16 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของแตงกวาในแบบทดสอบ	70
17 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบก่อนเรียนของคะแนน	70
18 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบก่อนเรียนของแตงกวา	70
19 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบหลังเรียนของฝึกภาค	71
20 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบหลังเรียนของแตงกวา	71
21 การแก้สมการของฝึกภาคในช่วงที่ 1	72
22 การแก้สมการของแตงกวาในช่วงที่ 1	72
23 การแก้สมการของคะแนนในช่วงที่สอง	73
24 การแก้สมการของฝึกบึ่งในช่วงที่สอง	73
25 การแก้สมการของคะแนนในแบบทดสอบหลังเรียน	74
26 การแก้สมการของแตงกวาในแบบทดสอบหลังเรียน	74
27 การตรวจคำตอบในแบบทดสอบก่อนเรียนของคะแนน	75
28 การตรวจคำตอบในแบบทดสอบหลังเรียนของคะแนน	75

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
29 การตรวจคำตอบในแบบทดสอบก่อนเรียนของแตงกวา.....	76
30 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของผักกาด ในคาบเรียนที่ 5.....	78
31 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของผักกาดในคาบเรียนที่ 7.....	79
32 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของผักบุ้ง ในคาบเรียนที่ 7.....	79
33 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของผักกาด ในคาบเรียนที่.....	80
34 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของผักบุ้ง ในคาบเรียนที่ 8.....	80
35 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของคะน้า ในคาบเรียนที่ 8.....	80
36 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของแตงกวา ในคาบเรียนที่ 8.....	81
37 การเขียนสมการที่สอดคล้องกับข้อความของคะน้า.....	85
38 การเขียนสมการที่สอดคล้องกับข้อความของผักบุ้ง.....	85
39 การเขียนสมการที่สอดคล้องกับข้อความของแตงกวา.....	86
40 การเขียนข้อความที่สอดคล้องกับสมการของคะน้า.....	86
41 การเขียนข้อความที่สอดคล้องกับสมการของแตงกวา.....	87
42 การกำหนดตัวแปร และเขียนสมการของคะน้า.....	87
43 การกำหนดตัวแปร และเขียนสมการของผักกาด.....	88
44 การกำหนดตัวแปร และเขียนสมการของผักบุ้ง.....	88
45 การกำหนดตัวแปร และเขียนสมการของแตงกวา.....	88
46 การตรวจคำตอบของคะน้า.....	90
47 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของคะน้า.....	90
48 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของผักกาด.....	91
49 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของผักบุ้ง.....	91
50 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของแตงกวา.....	91

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การปรับตัวของมนุษย์ เป็นทักษะที่สำคัญเป็นอย่างมาก เนื่องจากสังคมโลกในปัจจุบันมีการพัฒนาไปอย่างรวดเร็ว การศึกษาจึงเป็นปัจจัยสำคัญอย่างมากที่จะช่วยเสริมทักษะ เพื่อพัฒนาความสามารถของมนุษย์ให้เหมาะสมต่อการดำรงชีวิตอยู่ในปัจจุบัน และทรัพยากรมนุษย์เป็นส่วนสำคัญต่อการขับเคลื่อนสังคมในปัจจุบัน การศึกษาจึงยังเป็นส่วนสำคัญที่จะช่วยพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์หลักของแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560–2579 ที่ได้กล่าวไว้ว่า การมุ่งเน้นการประกันโอกาส และความเสมอภาคทางการศึกษา การพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานการศึกษาและการศึกษาเพื่อการทำงาน และสร้างงานได้ภายใต้บริบท เศรษฐกิจ และสังคมของประเทศและของโลกที่ขับเคลื่อนด้วยนวัตกรรม และความคิดสร้างสรรค์ รวมทั้งมีความเป็นพลวัต (กรมวิชาการ. 2560: 1-2) ซึ่งการประเมินคุณภาพผู้เรียนในระดับชาติ จะสะท้อนให้เห็นถึงความสำเร็จ หรือคุณภาพในการจัดการศึกษาของหน่วยงานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในทุกๆ ระดับ รวมทั้งเป็นข้อมูลพื้นฐานประกอบการวางแผน หรือกำหนดทิศทางการพัฒนาคุณภาพของหน่วยงานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษา โดยมีการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขึ้นพื้นฐาน (Ordinary National Education Test : O-NET) ซึ่งจัดสอบให้กับนักเรียนที่กำลังศึกษาในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เป็นมาตรฐานเพื่อการประกันคุณภาพว่าระบบการจัดการศึกษา และระบบการบริหารการทดสอบแห่งชาติมีความชัดเจน มีคุณภาพ เป็นที่ยอมรับและเชื่อถือได้ในระดับชาติ และระดับนานาชาติ (สำนักทดสอบการศึกษา. 2558: 1)

สถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (2559: ออนไลน์) ได้รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขึ้นพื้นฐาน (O-NET) ของระดับชั้นมัธยมศึกษาในปีการศึกษา 2559 พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยสาระพีชคณิต 30.65 จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำมาก ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 จึงจำเป็นต้องได้รับการปรับปรุง โดยที่สาเหตุของการที่คะแนนสอบคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำนั้น อาจจะมีสาเหตุมาจากการเรียนการสอนไม่ตอบสนองต่อความแตกต่างของผู้เรียนในด้านต่าง ๆ โดยเฉพาะในด้านทักษะ ความสามารถในการแก้ปัญหา ระยะเวลาที่จำกัดก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อเนื้อหาที่ยากและมีลักษณะเป็นนามธรรม ซึ่งการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาย่อมมีความสำคัญเป็นอย่างมาก เนื่องจากทักษะการแก้ปัญหามีความจำเป็นต่อการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจ นำกระบวนการแก้ปัญหา

ไปใช้ในชีวิตประจำวัน การฝึกแก้ปัญหาจะทำให้ผู้เรียนรู้จักคิด มีระบบการคิด คิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน มีเหตุผล และตัดสินใจได้อย่างชาญฉลาด (สิริพร ทิพย์คง. 2545: 157) และจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและมีประสิทธิภาพ มีการกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียน โดยเฉพาะสาระที่ 4 พิชคณิต ซึ่งประกอบด้วย แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเรขาคณิต และอนุกรมเรขาคณิต (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 57) สำหรับสาระการเรียนรู้สมการและอสมการ ซึ่งเป็นหนึ่งในสาระพิชคณิต ถ้านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการและอสมการเป็นอย่างดี จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในแง่การนำความรู้ดังกล่าวไปใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น การใช้ประโยคทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายแทนประโยคภาษา การใช้สมการและอสมการแสดงความสัมพันธ์ เพื่อให้อยู่ในรูปที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจ และรวดเร็วต่อการคำนวณ รวมไปถึงการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เช่น สถานการณ์ที่เกี่ยวกับการซื้อขาย เป็นต้น (อัมพร ม้าคะนอง. 2557: 72)

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากงานวิจัยที่เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่าปัญหาของการเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาที่เป็นโจทย์ปัญหา เพราะไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาที่โจทย์กำหนดให้ เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Boualy. 2559: 4-5) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของสุริพร (สุริพร ศิรินามมนตรี. 2554: 134) ที่พบปัญหาในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือนักเรียนจะต้องวิเคราะห์ทำความเข้าใจปัญหา และลักษณะของโจทย์ พร้อมทั้งแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งนักเรียนบางกลุ่มยังขาดความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหอสสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง ภายหลังการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่านักเรียนขาดความเข้าใจในเรื่องของการตีความเพื่อสรุปผล จึงเป็นอุปสรรคในการหาคำตอบที่ถูกต้องให้ตรงตามที่โจทย์ต้องการทราบ (สุมาตรา ไตมวง. 2559: 7-8) นอกจากนี้ ยังพบว่านักเรียนไม่สามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ หรือแสดงคำตอบของอสมการ โดยที่ทสาร์เมอร์ และอัลมอกพบว่า นักเรียนใช้วิธีการเชิงพีชคณิตมากที่สุด แต่ก็พบว่า วิธีนี้หาคำตอบผิดได้มากเช่นกัน เมื่อเทียบกับวิธีการอื่น ๆ ทสาร์เมอร์ และอัลมอก

(Tsamir, P.; & Almog, N. 2001: 513-524) ยังกล่าวอีกว่า วิธีที่นักเรียนเลือกใช้ มักจะเป็นไปตามวิธีการที่ครูสอน ซึ่งก็คือวิธีเชิงพีชคณิต และจากการที่ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนมีปัญหาคือพื้นฐานเดิมไม่เพียงพอต่อการเรียน และต่อยอดในเรื่องอสมการ นักเรียนมีปัญหาในการแสดงวิธีการแก้อสมการ เช่น ไม่ได้กลับเครื่องหมายเวลาย้ายข้างไปคูณ หรือหาร เนื่องจากใช้การย้ายข้างแทนการใช้สมบัติในการแก้อสมการ นักเรียน

มีการตีความข้อความในโจทย์ผิด ทำให้ส่งผลไปสู่กระบวนการแก้ปัญหา นอกจากนี้ในการทำโจทย์ปัญหา นักเรียนจะไม่ได้พิจารณาเงื่อนไขเพิ่มเติม หรือเงื่อนไขแฝง ทำให้คำตอบสุดท้ายไม่ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนด

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา สามารถนำไปประยุกต์ใช้การจัดการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เนื่องจากสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในเรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน ดังนั้นผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ผึกฝน และพัฒนาให้เกิดความสามารถดังกล่าว ทั้งนี้การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวความคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต และเพื่อให้ผู้เรียนเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ สถานการณ์ที่จะนำมาเป็นปัญหาคณิตศาสตร์ ควรเป็นสถานการณ์ที่กระตุ้น และดึงดูดความสนใจของนักเรียน ตลอดจนเป็นสถานการณ์ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียน ประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายในการแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555: 6-7) จะเห็นได้ว่าการที่นักเรียนจะแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น การเรียนคณิตศาสตร์ก็มีส่วนช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาได้ในระดับหนึ่งเลยทีเดียว ทั้งนี้เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นหัวใจของวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องอาศัยความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ และสูตรต่าง ๆ นำไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งนับว่ามีความสำคัญต่อชีวิตและสามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้ (กรมวิชาการ. 2544: 4) ยิ่งไปกว่านั้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ก็สามารถพัฒนาได้หลากหลายวิธีการ ซึ่งการตั้งปัญหา เป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้นได้ (Kapur. 2015: 24)

การตั้งปัญหา (Problem Posing) จะช่วยให้นักเรียนรู้จักโครงสร้างของปัญหาคือดียิ่งขึ้น การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนตั้งปัญหาหรือนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันคิดหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหานั้น ๆ เป็นยุทธวิธีการสอนรูปแบบหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการคิด ผึกทักษะการคิด ผึกทักษะการแก้ปัญหาและช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน (สุริเยส สุขแสง. 2548: 14) ซึ่งสอดคล้องกับอบู-เอลวัน (Abu-Elwan. 1999: 2-3) ที่กล่าวว่า การตั้งปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือสถานการณ์ที่ผู้เรียนสนใจ เป็นกลวิธีที่ครูสามารถใช้เพื่อเชื่อมโยงสถานการณ์ในชีวิตจริงกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ครูต้องการสอนได้ จะช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น การตั้งปัญหามีการให้นิยามที่แตกต่างกันสำหรับนักวิจัยแต่ละท่าน ดังนี้ การตั้งปัญหาเป็นทั้งการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ และการดัดแปลงปัญหาเดิมที่กำหนดให้ สามารถเกิดขึ้นได้ทั้งก่อน ระหว่าง

และหลังกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Silver. 1994: 20-21) หรือการตั้งปัญหาเป็นวิธีการสอนที่เปลี่ยนผู้นำเสนอปัญหาจากครูเป็นนักเรียน โดยผ่านการเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ถาม เพิ่มข้อมูลใหม่ กำหนดข้อมูลบางอย่าง เปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หรือสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ จากสถานการณ์เดิมที่มีอยู่ (Abu-Elwan. 1999: 2-3) การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ หรือดัดแปลงปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม (Demir. 2005: 6; citing Duncker, 1945) เป็นการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ (Demir. 2005: 6; citing Shukkwon, 1993) เป็นกิจกรรมที่ใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นำไปสู่การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ๆ

บราวน์ และวอลเตอร์ (Brown; & Walter. 2005: 18) ได้กล่าวถึงกลวิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 2 ระยะ ได้แก่ การยอมรับ (Accepting) เป็นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยตรง ไม่มีการเปลี่ยนแปลงหรือเพิ่มเติม เพียงแต่ตั้งคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้เท่านั้น การท้าทาย (Challenging) เป็นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยปรับเปลี่ยนข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วจึงตั้งคำถามจากสถานการณ์ใหม่ที่ได้จากการเปลี่ยนเงื่อนไขบางอย่างของสถานการณ์ โดยกลวิธีที่ใช้ในการเปลี่ยนเงื่อนไขของโจทย์ เรียกว่า What-If-Not เป็นกลวิธีที่มีกระบวนการในการเปลี่ยนเงื่อนไขของโจทย์ ทั้งในด้านการเปลี่ยนแปลง เพิ่ม และลดเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา

นอกจากนี้ยังพบว่า การตั้งปัญหา เป็นสามารถนำไปประยุกต์ต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ มีความเกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญ ทั้งยังสร้างทัศนคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย การตั้งปัญหา จะเป็นแหล่งข้อมูลสำคัญต่อการตรวจสอบระดับความเข้าใจของนักเรียน ต่อกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า นักเรียนควรมีโอกาสที่จะได้เรียนรู้การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยพัฒนาความสามารถในการคิดของผู้เรียนให้กว้างขวาง แตกต่าง และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้ดียิ่งขึ้น แสดงให้เห็นว่าการตั้งปัญหามีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา (Kar, T.; et al. 2010. 1578) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยที่กล่าวว่า การตั้งปัญหาจะเป็นตัวบ่งชี้ที่สำคัญต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน อีกทั้งนักเรียนที่ได้รับการฝึกฝนการตั้งสถานการณ์ของปัญหาอย่างสม่ำเสมอ จะมีอิทธิพลเชิงบวกในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน (Silver, E. A.; & Cai Jinfa. 1996: 523) ด้วยความสอดคล้องนี้จะทำให้เห็นถึงผลดี และความสัมพันธ์ของการแก้ปัญหา และการตั้งปัญหาว่ามีความสอดคล้องกัน และไม่สามารถแยกออกจากกันได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นความสอดคล้อง และความเชื่อมโยงระหว่างสมการที่มีความเกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหาในชีวิตประจำวัน ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ที่เป็นความสามารถที่จำเป็นต่อการเรียนการสอน ซึ่งจะต่อยอดไปสู่การแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และการตั้งปัญหาที่เป็นตัวช่วยในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้นได้ ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา จะเป็นกิจกรรมที่สามารถเพิ่มพูนความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนได้ ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เนื่องจากมีความเกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตประจำวันของนักเรียนดังที่กล่าวไปข้างต้น ผลวิจัยจะเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถของผู้เรียน

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ความสำคัญของการวิจัย

1. ข้อมูลจากการวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ข้อมูลจากการวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับครูในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนพระหฤทัยนทบุรี จังหวัดนทบุรี จำนวน 5 ห้องเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนพระหฤทัยนทบุรี จังหวัดนทบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียนจำนวน 30 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 5 ห้องเรียน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่าง ผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คนจำนวน 5 กลุ่ม และกลุ่มละ 5 คน จำนวน 2 กลุ่ม

โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งพิจารณาจากคะแนนของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน และขอคำปรึกษาจากอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 หลังจากนั้นเลือกนักเรียน 1 กลุ่ม เพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะได้นักเรียนเป้าหมายทั้งหมด 4 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นดังตาราง 1

ตาราง 1 ตารางแสดงแผนการจัดการเรียน เนื้อหาและจำนวนชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนชั่วโมง
1	อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
2	สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
3 - 4	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2
5 - 9	โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	5

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ใช้เวลาทั้งหมด 12 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดลองสอน 9 คาบ ทดสอบย่อยเรื่องการแก้สมการ 1 คาบ ทดสอบก่อนเรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คาบ และทดสอบหลังเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งนักเรียนเผชิญสถานการณ์ดังกล่าวอยู่ในขณะที่นักเรียนยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหานั้นได้ทันที

2. **ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การแสดงกระบวนการหาคำตอบของปัญหาของคณิตศาสตร์ โดยผ่านการประมวลความรู้ทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ที่มี เพื่อค้นพบวิธีการหาคำตอบของสถานการณ์คณิตศาสตร์

3. **การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง กระบวนการที่ผู้เรียนนำเสนอสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ซึ่งเกิดขึ้นจากการดัดแปลงสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เดิมโดยเพิ่ม ลด หรือเปลี่ยนเงื่อนไขของปัญหา หรือเกิดขึ้นจากการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นใหม่ จากสถานการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

4. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง วิธีการสอนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา โดยผ่านกิจกรรมการตั้งปัญหา เรื่องอสมการ เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา โดยประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตรวจสอบผล และขั้นตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในขั้นนี้จะแบ่งเป็นชั้นย่อย คือ การปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการของโจทย์ ขั้นลงมือตั้งปัญหา และขั้นวิเคราะห์ปัญหาที่สร้างขึ้น โดยขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมเป็นพลวัต

5. **การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การตรวจสอบผลโดยใช้คะแนนผ่านข้อสอบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric Assessment) ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงการตรวจให้คะแนนของ ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และโอดาฟเฟอร์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 35–42; citing Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 15–61) และสายสุณี สุทธิจักร (2554: 67)

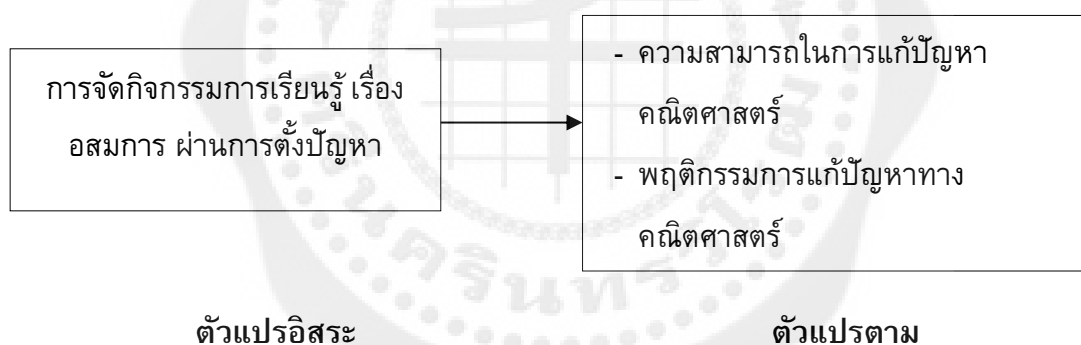
6. **เกณฑ์** หมายถึง คะแนนจุดตัดที่กำหนดการผ่านระดับที่ยอมรับได้ โดยการวิจัยครั้งนี้กำหนดเกณฑ์ที่ร้อยละ 60 หมายความว่า ถ้านักเรียนทำคะแนนที่แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาดังแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ถือว่านักเรียนผ่านเกณฑ์

7. **พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนผ่านทางวาจา และร่องรอยการเขียนของนักเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะลงมือแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัย

สร้างขึ้น โดยผ่านเครื่องมือสังเกตพฤติกรรมแบบตรวจสอบรายการจากการสังเกต และบันทึกวิดีโอ เพื่อใช้บันทึกการแสดงออกของนักเรียนด้วยวาจา ร่องรอยการเขียนของนักเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กรอบแนวคิดของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยต้องการศึกษาความสามารถ และพฤติกรรมในการแก้ปัญหา โดยใช้กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาของ บราวน์ และวอลเตอร์ (Brown; & Walter. 2005: 18) ซึ่งครูจะนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาอย่างหลากหลาย และการตั้งปัญหาจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะผู้เรียนจะมีการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่ตนเองสร้างขึ้น ที่เพื่อนสร้างขึ้น และการทำโจทย์จะช่วยให้มองเห็นโครงสร้างของปัญหา ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดของการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากผ่านการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยวิธีการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่อง อสมการ ผ่านการจัดกิจกรรม การตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 1.1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.3. ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.4. กระบวนการแก้ปัญหา
- 1.5. องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.6. การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 2.1. ความหมายของการตั้งปัญหา
- 2.2. กลวิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3. รูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียน
- 2.4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. แนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์ และกรอสนิเคิล (Bruckner; & Grossnicle. 1957: 301) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณ โดยที่นักเรียนยังไม่สามารถใช้ความเคยชินตอบได้ในทันที และสิ่งที่เคยเป็นปัญหาในอดีตอาจจะไม่เป็นปัญหาในปัจจุบันก็ได้

แอนเดอร์สัน และพินกรี (Anderson; & Pingry. 1973: 228) กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem) ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าเป็นสถานการณ์ หรือคำถาม ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการหาคำตอบในเชิงปริมาณ หรือจำนวน ซึ่งในการแก้ปัญหาทางกล่าว ผู้แก้ปัญหามองหาวิธีการแก้ที่เหมาะสม โดยผ่านการใช้ความรู้ หรือประสบการณ์ของตนเอง และ ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลหนึ่งก็ได้

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (Adams; Ellis; & Beeson. 1977: 173-174) กล่าวว่าปัญหาเป็นปัญหาที่เป็นประโยคภาษา, ปัญหาที่เป็นเรื่องราวสถานการณ์ หรือปัญหาที่บอกเล่าเป็นคำพูด ซึ่งปัญหาต่าง ๆ นั้นมีคำตอบในเชิงปริมาณ หรือจำนวน ที่ผู้แก้ปัญหาสามารถหาคำตอบได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้
3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลา โดยที่สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

กรมวิชาการ (2544: 10) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา

ปรีชา เนาว์เย็นผล; และจรัสรัตน์ สุวรรณ (2554: 44) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ถ้าสถานการณ์ที่นักเรียนรู้วิธีการหาคำตอบหรือรู้คำตอบทันทีแล้ว สถานการณ์นั้นจะไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ และพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ของแต่ละคนด้วย

นักคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน นิยมให้ความหมายปัญหาคณิตศาสตร์ในลักษณะงานคณิตศาสตร์ที่มีการบูรณาการเนื้อหาคณิตศาสตร์เข้ากับวิธีการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยผู้เรียนเป็นผู้ลงมือกระทำด้วยตนเอง งานคณิตศาสตร์เหล่านี้อาจอยู่ในรูปปัญหาปลายเปิด โครงการงาน สถานการณ์ให้ผู้เรียน สำรวจ สังเกต ทดลองหรือสร้างชิ้นงาน และหมายรวมถึงสถานการณ์ประเภทการเขียน และการลงมือปฏิบัติ โดยมุ่งใช้ความรู้หลากหลาย และเชื่อมโยงความรู้ และใช้ยุทธวิธีคิด (อุษาวดี จันทรสนธิ. 2554. บทที่ 10 หน้า 6 อ้างอิงจาก NCTM. 1991: 25-26)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 7) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งเผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากความหมายที่นักการศึกษาได้ให้ไว้เกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ สถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนต้องการคำตอบ แต่ยังไม่รู้วิธีการหรือกลยุทธ์ที่จะได้มาซึ่งคำตอบในทันที

1.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาได้แบ่งเป็นหลายประเภท ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แบ่งประเภทของปัญหาไว้เป็นประเภทต่าง ๆ ตามเกณฑ์ของแต่ละท่าน ดังนี้

รัสเซลล์ (Russell. 1961: 225) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาที่เป็นรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่ว ๆ ไป และปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบได้ในชีวิตประจำวัน

เลอแบลงซ์; พรราวฟิท และพัท (Leblanc; Proudfit; & Putt 1980: 105-106) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นโจทย์ไว้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียนทั่วไป (Standard Textbooks Problem) เป็นปัญหาขั้นนำ หรือทำตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ เป้าหมายของปัญหาคือนักเรียนได้ถึงข้อเท็จจริงขั้นพื้นฐาน เป็นปัญหาที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง
2. ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้วิธีการ หรือกลวิธีที่ไม่เป็นขั้นตอน แต่ก็ยังคงใช้ขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มุ่งเป้าไปสู่กระบวนการที่จะได้มาซึ่งคำตอบ มากกว่าคำตอบ โดยมีการใช้กลยุทธ์หรือกลวิธีที่แตกต่างกันไปในการได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหากระบวนการบางปัญหา อาจมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

โพลยา (Polya. 1985: 123-128) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ข้อบ่งชี้ของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข
2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ข้อบ่งชี้ของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62-63) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ ได้เป็น 2 ประเภท
 - 1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน ให้หาวิธีการ อธิบาย หรือให้เหตุผล
 - 1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ
2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหามust ต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551: 9–10) ได้จำแนกประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยเกณฑ์ต่าง ๆ ดังนี้

1. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา

1.1 ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine Problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับโครงสร้างกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น มักพบเห็นเป็นกิจวัตรในโรงเรียน และเมื่อเผชิญปัญหาก็สามารถแก้ปัญหาเหล่านั้นได้ทันที ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน

1.2 ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-routine Problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา มักไม่ค่อยพบบ่อยในโรงเรียน ซึ่งเมื่อต้องเผชิญปัญหาเหล่านั้น ทำให้ต้องประมวลความรู้ ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน จึงจะแก้ปัญหาได้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน เนื่องจากปัญหาที่ไม่คุ้นเคยเป็นปัญหาที่นักเรียนยังไม่รู้วิธีการ หรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของปัญหานั้นในทันที เลยทำให้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยถูกนำมาใช้ในการประเมินประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

2. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

2.1 ปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบ (Problem to find an answer) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาคำตอบ หรือตัวที่ไม่ทราบค่าซึ่งคำตอบ มักอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการ และคำอธิบายเหตุผล เช่น จงหาคำตอบของสมการ $x^2 - 1 = 0$

2.2 ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียน แสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้ เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ เช่น จงพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

3. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา

3.1 ปัญหาขั้นตอนเดียว หรือปัญหาข้อความอย่างง่าย (One-step problem or simple translation problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหา ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ปัญหาประเภทนี้มักเป็นปัญหาที่มีขั้นตอนเดียว และนักเรียนเคยพบมาก่อนในการเรียนการสอนปกติ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่เป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Operation)

3.2 ปัญหาหลายขั้นตอน หรือปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Multiple-step problems or complex translation problem) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เช่นกัน แต่เป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 ขั้นตอน กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามักเป็นการเลือกการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย (Mathematical Operations)

3.3 ปัญหาปลายเปิด (Open-ended problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนสร้างคำถามขึ้นมาเอง ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้าง และเป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาปลายเปิดจะมีคำตอบที่เปิดกว้าง และเป็นไปได้หลายคำตอบ หรือมีวิธีการและแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อม และวิธีการแก้ปัญหา ปัญหาประเภทนี้จะให้ความสำคัญกับกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญ มากกว่าคำตอบ ซึ่งทำให้นักเรียนต้องหาคำตอบของปัญหา และต้องอธิบาย และแสดงวิธีการที่ได้มาของคำตอบด้วย

3.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problems) เป็นปัญหาที่ไม่สามารถเปลี่ยนข้อความในปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ในทันที นักเรียนต้องค้นหาขั้นตอนและกลยุทธ์ในการหาคำตอบก่อน เช่น การวาดรูป การสร้างตาราง หรือการแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา

3.5 ปัญหาการประยุกต์ หรือปัญหาสถานการณ์ (Applied problems or situation problems) เป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนใช้ข้อเท็จจริง ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้กำหนดไว้ในปัญหามาช่วยแก้ปัญหา ส่วนใหญ่มักเป็น ปัญหาในชีวิตจริง (Real life problems) ซึ่งต้องอาศัยกระบวนการ/วิธีทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการหาคำตอบ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบข้อมูล ประมวลผล/แปลผลข้อมูล และการตัดสินใจ

3.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle problems) เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ เชี่ยวชาญ และความเฉียบคมมาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งอาจจำเป็นต้องใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ ปัญหาประเภทนี้ เป็นปัญหาที่มองได้หลายแง่มุม และมักเป็นปัญหาลับสมอง ปัญหาท้าทาย ซึ่งผู้มีทักษะการแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาประเภทนี้ได้ดี

1.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ในหลากหลายความหมาย เช่น โพลยา (Polya. 1981: ix) กล่าวว่า “การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการ

ที่จะได้ถึงคำตอบ หรือสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หรือเป็นการหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อสรุป หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันที” ในขณะที่กาเย่ (Gagne'. 1970: 63) อธิบายว่า “กระบวนการแก้ปัญหาเป็นรูปแบบของการเรียนรู้อย่างหนึ่ง ที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และการใช้หลักการนั้นประสมประสานกัน จนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่าความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหา การเรียนรู้ประเภทนี้ต้องอาศัยหลักการเรียนรู้มนโคติโดยสามารถมองเห็นลักษณะร่วมกันของสิ่งกระตุ้นทั้งหมด” รวมถึงแฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ด; และบิทเทอร์ (Hatfield; Edwards; & Bitter. 1989: 37) กล่าวว่า “การแก้ปัญหามีความหมายได้ใน 3 ลักษณะ 1. ในฐานะที่เป็นเป้าหมาย (As a goal) คือ ไม่ขึ้นกับวิธีการในการแก้ปัญหาหรือรายละเอียดของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ มุ่งเน้นที่คำตอบสุดท้าย 2. ในฐานะที่เป็นกระบวนการ (As a process) คือ มองการแก้ปัญหเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหา ใช้ทฤษฎี และค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหด้วยตนเอง และ 3. ในฐานะที่เป็นทักษะ (As a skill) คือ ต้องการที่จะระบุประเภทของปัญหา หรือวิธีการในการแก้ปัญหาให้ได้” และสภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 52) ได้ให้คำจำกัดความว่า “การแก้ปัญหาคือ การหาคำตอบที่สร้างขึ้นโดยยังไม่รู้ขั้นตอนวิธีทำในทันทีหรือไม่ทราบมาก่อน”

นักการศึกษาในประเทศไทย ก็ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้แตกต่างกัน หลายความหมายดังนี้ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าเป็น “การหาวิธีการ เพื่อให้มาซึ่งคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหามองต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม มาประยุกต์เข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์” โดยที่สายสุณี สุทธิจักร (2551: 20) ได้กล่าวว่า “กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอนหลักคือ การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา วางแผนแก้โจทย์ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบคำตอบที่ได้ และขยายคำตอบเพื่อหาแนวทางอื่นในการแก้ปัญหา และสามารถเลือกแนวทางที่ใช้ในการหาคำตอบที่เหมาะสมในการแก้โจทย์ปัญหา” นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552: 81) ได้ให้คำจำกัดความว่า “การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการ หรือคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา” นอกจากนี้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 7) ได้ให้ความหมายโดยสรุปของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ “กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์”

สำหรับผู้วิจัย ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของงานวิจัยนี้ไว้ดังนี้
การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการหาคำตอบของปัญหาของคณิตศาสตร์ โดยผ่าน
การประมวลความรู้ทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ที่มีใช้เพื่อบรรลุเป้าหมาย

1.4 กระบวนการแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นที่ยอมรับ คือกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา
(Polya. 1957: 5-19) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem)

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา
และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุ
ส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูล และเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียน
อาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปเข้ามา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง
หรืออาจจะใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ
หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

ขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล
และตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนด
แนวทาง หรือแผนในการแก้ปัญหา และท้ายสุดเลือกยุทธวิธีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

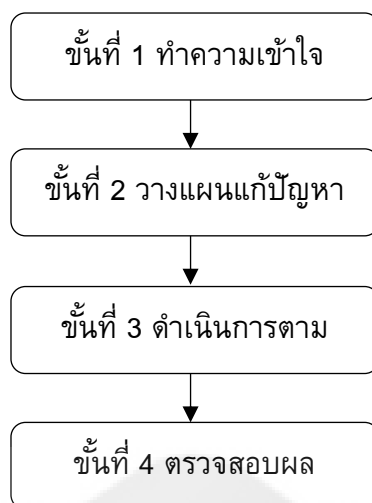
ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจาก
การตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือ
ปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียน
ต้องค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือยุทธวิธีแก้ปัญหาใหม่
ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking Back)

ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาโดยเริ่มจากการตรวจสอบ
ความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบ
หรือมียุทธวิธีแก้ปัญหาย่างอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ
ก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริง
ในขั้นตอนนี้ได้

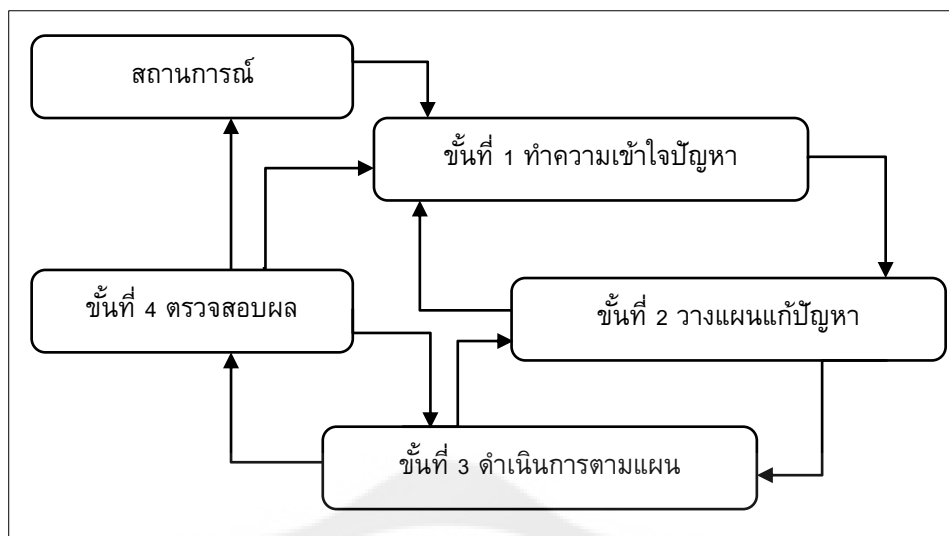
แต่กระบวนการของโพลยาก็ถูกมองว่าต้องดำเนินการทำที่ละขั้นเรียงตามลำดับ
ไม่สามารถข้ามขั้นได้ และเป็นกระบวนการที่เน้นการได้คำตอบมากกว่ากระบวนการแก้ปัญหา
ซึ่ง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 8) ได้แสดงไว้ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวทางของโพลยา

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. หน้า 8.

นอกจากนี้ วิลสัน เฟร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Willson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60-62) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนเวียนไปมาได้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2558: 8) ได้แสดงไว้ดังภาพประกอบ 3 ดังแผนภูมิ



ภาพประกอบ 3 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. หน้า 10.

เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ในที่สุด สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา

สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณา หรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้า เมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นที่ 2 คือขั้นวางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นการดำเนินการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้น นักเรียนจึงไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป เรียกกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของวิลสันและคณะว่าเป็น กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต

1.5 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

บาร์ดี้ (Baroody. 1993: 2-31) กล่าวถึง การสอนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. การสอนโดยผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) แนวทางนี้ให้ความสำคัญกับการใช้การแก้ปัญหาในการสอนเนื้อหา เป็นเครื่องมือสำหรับฝึกการคำนวณ ปัญหาที่ใช้จะแสดงให้เห็นว่ามีความสัมพันธ์กับโลกแห่งความเป็นจริง ปัญหาถูกใช้ในการเริ่มต้น และเป็น การกระตุ้นให้เกิดการพูดคุยและอภิปรายเกี่ยวกับหัวข้อนั้น ๆ ในบางครั้งปัญหาจะถูกใช้ในการ กระตุ้นให้นักเรียนตั้งใจเรียน และเป็นสิ่งที่ใช้ในการกำหนดขอบเขตของเนื้อหา วิธีการหนึ่ง ที่จะสอนโดยใช้ปัญหา คือ แสดงปัญหาลงตั้งแต่เริ่มต้นโดยการแสดงให้นักเรียนเห็นว่า นักเรียน มีความสามารถแก้ปัญหานั้นได้อีกวิธีหนึ่ง คือ ใช้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ในการแสดงทักษะการเรียนรู้
2. การสอนเกี่ยวกับปัญหา (Teaching about problem solving) แนวทางนี้นำไปสู่ การสอนโดยตรงเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป ปัญหาหาเป็นการอธิบายหรือแสดงให้เห็น ถึง กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน และยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้น กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน
3. การสอนสำหรับการแก้ปัญหา (Teaching for problem solving) แนวทางนี้ให้ ความสนใจกับการสอนยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไป โดยให้ออกาสนักเรียนในการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้เรียนรู้ถึงการใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนและยุทธวิธี ในการแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย

นอกจากนี้ บาร์ดี้ (1993: 2-10) กล่าวถึงองค์ประกอบในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนไว้ 3 ประการคือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับโมโนทัศน์ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก ซึ่งจะเป็นแรงขับเคลื่อนในการแก้ปัญหา และแรงขับเคลื่อน มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบสนองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถ นำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 66-74) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจ

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน การอ่านเป็นปัจจัยการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียน มักจะคุ้นเคยกับการอ่านข้อความยาว ๆ ซึ่งเป็นเรื่องราวที่สามารถทำความเข้าใจได้ไม่ยากนัก ต่างกับข้อความของโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่มักจะสั้น ย่นย่อ รวบรัด การอ่านเพื่อทำความเข้าใจจำเป็นต้องใช้สมาธิ ใช้ความพยายามในการเก็บรายละเอียดของข้อมูล

ทั้งหมด และจะต้องสามารถวิเคราะห์ได้ว่าข้อมูลส่วนใดสำคัญบ้าง การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่าน สามารถกระทำได้ในชั่วโมงคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับ การแก้โจทย์ปัญหา ครูยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไปวิธีทำ เพื่อหาคำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ครูต้องใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในโจทย์ปัญหาก่อน โดยอาจฝึกเป็น รายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่มโดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของ คำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้ สำหรับนักเรียนบางคนที่มีปัญหาในการทำความเข้าใจปัญหา ครูต้องจัดประสบการณ์เพิ่มเติมให้ เช่น การให้มีประสบการณ์ จากการอ่านข้อความที่มีข้อมูลเชิงปริมาณจากหนังสือพิมพ์ หรือวารสารต่าง ๆ แล้วตั้งคำถามในสิ่ง ที่เป็นสาระสำคัญให้นักเรียนสามารถจับประเด็นจากสิ่งที่อ่านได้ ความสามารถในการเข้าใจข้อความที่อ่านจากโจทย์ปัญหาในตัวอย่าง แบบฝึกหัด หรือจากสื่ออื่น ๆ จะนำไปสู่ความสามารถในการเข้าใจปัญหาอื่น ๆ

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น

- การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดง ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะ ทำให้มีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น
- การลดขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดในตัวปัญหาลงในแนวทางที่จะเป็นไปได้เมื่อมีปริมาณน้อย ๆ จะช่วยให้โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น การลดขนาดของปริมาณนี้จะต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้องและสมเหตุสมผล เพราะมีฉะนั้นแล้ว แทนที่จะช่วยให้ เข้าใจปัญหาอาจทำให้ปัญหามีความยุ่งยากเพิ่มขึ้นก็ได้
- การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา กลวิธีนี้ใช้ได้ดีกับปัญหาการพิสูจน์ข้อความ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับข้อความที่ต้องการพิสูจน์จะ ทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาดีขึ้น แต่ต้องคอยเตือนนักเรียนไว้เสมอว่า การยกตัวอย่างนั้นมิใช่เป็นการพิสูจน์ข้อความ
- การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว สภาพการณ์ของปัญหา บางปัญหาอาจเป็นเรื่องที่ห่างไกลจากประสบการณ์ของนักเรียน อาจ ทำให้นักเรียนลองปรับเรื่องราวให้ มากลายเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักเรียนยิ่งขึ้น ถ้านักเรียนทำไม่ได้ ครูก็อาจดำเนินการเปลี่ยนแปลงเอง แล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาที่ปรับแล้วนี้ เช่น ปัญหาเกี่ยวกับ วัฒนธรรม หรือปริมาณที่มี หน่วยการวัดอย่างอื่นที่นักเรียนไม่คุ้นเคย อาจปรับสถานการณ์ใหม่ ให้เรื่องที่เป็นวัฒนธรรมไทย หรือใช้ปริมาณที่นักเรียนรับรู้ได้ กลวิธีดังกล่าวนี้ควรเสนอแนะให้นักเรียนใช้อย่างสม่ำเสมอในการทำแบบฝึกหัดจนเกิดความเคยชินในการนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ
- ใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่กำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอเพื่อให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ว่าข้อมูล ที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่จำเป็น หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ ต้องการข้อมูลด้านใดอีกบ้างเพราะปัญหาในชีวิตจริงนั้นมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องมากมาย ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักเลือกเฉพาะปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหามาพิจารณา หรือบางครั้งมีข้อมูลไม่เพียงพอ ซึ่งเป็นหน้าที่

ของผู้แก้ปัญหาจะต้องสืบหาข้อมูลมาให้เพียงพอกับการแก้ปัญหา

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาที่มีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้หลังจากถาม ต้องมีการเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายลง คำตอบหลาย ๆ คำตอบ ของนักเรียนจะทำให้คำตอบของการวางแผนแก้ปัญหา ค่อย ๆ ปรากฏชัดขึ้น หยิบใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้ว

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ คนเดียว การคิดออกมาดัง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือ ทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวม ๆ ของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ได้ทันทีในระยะเริ่มต้น ก่อนที่จะลงมือทำไปแล้วจึงพบว่าหลงทาง ซึ่งทำให้เสียเวลา การทำงานอย่างมีแบบแผน เมื่อมีข้อบกพร่องเกิดขึ้นก็สามารถแก้ไขได้สะดวก ตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้น สำคัญกว่าคำตอบเพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางมากยิ่งขึ้น

2.4 จัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไปอาจไม่เป็นที่สนใจของนักเรียนที่เรียนเก่ง แต่อาจเป็นสิ่งที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะนักเรียนได้มีโอกาสประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้เช่นกัน ถ้าปัญหานั้นเป็นปัญหาที่ยากเกินความสามารถของนักเรียนอาจมีส่วนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย ไม่อยากคิด การให้นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาลด ๆ ทำให้ได้มีการวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ที่หลากหลายสามารถพิจารณาเลือกเพื่อนำไปใช้ในการวางแผนแก้ปัญหาใหม่ ๆ ได้

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดติดอยู่ในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง โดยเฉพาะ การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน หลังจากทำความเข้าใจปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาแล้ว ขั้นตอนต่อไปของการแก้ปัญหาคือ การลงมือแก้ปัญหาดำเนินการตามแผนที่วางไว้ การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน ตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นอย่างช้า ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อน แล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรก คือ การมองย้อนกลับไปขั้นตอน การแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผนโดยพิจารณา ความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์รวมทั้งการพิจารณาหาวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สองคือ เป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่ง สิ้นสุดลง ทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยการสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์ ขึ้นมาใหม่ การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย ในการทำแบบฝึกหัดนี้เมื่อได้คำตอบแล้ว นักเรียนไม่ควรพึงพอใจอยู่เพียงเท่านั้น แต่จะต้อง ตรวจสอบดูความถูกต้องทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการ และคำตอบที่ได้ ครูอาจสร้างกิจกรรม ให้นักเรียนได้ฝึกตรวจสอบความถูกต้อง โดยการหาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหา ที่ครูสร้างขึ้นโดยเฉพาะก็ได้

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ สำหรับปัญหาหรือแบบฝึกหัดที่มีการคิด คำนวณ เมื่อนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก่อนลงมือคิดคำนวณควรฝึกให้นักเรียนประมาณ หรือคาดคะเนคำตอบก่อน จากนั้นลงมือคิดคำนวณ แล้วเทียบเคียงผลลัพธ์ที่ได้กับค่าที่คาดคะเน ไว้พิจารณาความเป็นไปได้

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ เมื่อได้คำตอบของปัญหา แล้วการตรวจสอบ ความถูกต้องของคำตอบแต่เพียงอย่างเดียวนั้นยังไม่เพียงพอ ครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จัก ความหมายของคำตอบ ว่าคำตอบนั้นมีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ และสอดคล้อง มาก น้อยเพียงใด ซึ่งให้นักเรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นมีความสำคัญเท่าเทียม กับวิธีการ หาคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียน ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจจะเป็นวิธีที่คล้ายกับตัวอย่าง หรือวิธีที่นักเรียนสร้างสรรค์ขึ้นมาเองจากประสบการณ์ ของนักเรียน จากนั้นพิจารณาว่าวิธีการเหล่านั้นถูกต้องหรือไม่ แตกต่างจากวิธีการที่แสดง ในตัวอย่างหรือไม่ วิธีการสั้นกระชับกว่าวิธีการที่แสดงในตัวอย่างหรือไม่

4.5 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน โดยอาศัยสถานการณ์ จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งการดัดแปลงโจทย์ปัญหาใน แบบฝึกหัด ซึ่งนักเรียนที่จะทำได้เช่นนี้ได้จะต้องมีความเข้าใจในโครงสร้างของโจทย์ปัญหาเหล่านั้น เป็นการฝึกมองไปข้างหน้าโดยอาศัยประโยชน์จากการ ทำแบบฝึกหัด ซึ่งใช้กระบวนการแก้ปัญหา ความเคยชินจากกระบวนการเหล่านี้ จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถ ต่อไปในอนาคต

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 26) ได้เสนอองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ประกอบด้วย

- 1) ความรู้ ความคิดและประสบการณ์
- 2) ระดับสติปัญญา และความสามารถ
- 3) การรับรู้ และการสังเคราะห์ความคิด
- 4) ทักษะ และความรู้พื้นฐานต่าง ๆ เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการ

และทักษะคณิตศาสตร์

5) ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้ปัญหา ความเชื่อ และเจตคติต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6) ความมั่นใจในตนเอง ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. องค์ประกอบที่เกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ประกอบด้วย

- 1) บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
- 2) วิธีพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา
- 3) มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอ และได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง
- 4) สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดี ก่อให้เกิด

การเรียนรู้ และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ทำลายความสามารถและเหมาะสมกับวัย

สิริพร ทิพย์คง (รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์. 2554: บทที่ 9 หน้าที่ 15 อ้างอิงจากสิริพร ทิพย์คง. 2544: 106– 107) ได้เสนอองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ความซับซ้อนของปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก
2. วิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหา
3. ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา
4. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง
5. การเริ่มต้นการแก้ปัญหา เช่น นักเรียนรู้อยู่แล้วว่าต้องทำอะไรก่อน และขั้นตอนต่อไป

ทำอย่างไร

6. ข้อมูลที่กำหนดให้มีเพียงพอต่อการแก้ปัญหา
7. เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จ

ในการแก้ปัญหา นักเรียนมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาล่าง ๆ

8. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหานักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

สำหรับผู้วิจัยสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาประกอบด้วย ตัวผู้แก้ปัญหา ที่เป็นทั้งในด้านความรู้ และประสบการณ์ โดยสามารถพัฒนาให้เพิ่มขึ้นได้ ด้วยการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับปัญหาที่เหมาะสม ซึ่งเป็นองค์ประกอบภายนอกที่ส่งเสริมกัน

รวมไปถึงบรรยากาศที่เอื้ออำนวย และระยะเวลาที่เพียงพอต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

1.6 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชาร์ลส์; เลสเตอร์ และโอตาฟเฟอร์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 35–42; citing Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 15–61) แนะนำวิธีประเมินผลการแก้ปัญหาไว้ 4 วิธี ดังนี้

1. การสังเกตและการถามคำถามนักเรียน (Observing and questioning)

การสังเกต และการถามคำถามนักเรียนเป็นวิธีการประเมินที่ในขณะที่นักเรียนลงมือแก้ปัญหา โดยข้อมูลที่ได้จะไม่สามารถให้คะแนนได้ ถือเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยการประเมินการแก้ปัญหาด้วยการสังเกต และการถามคำถามสามารถประเมินนักเรียนได้ทั้งรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยครูจะประเมินในขณะที่เดินตรวจตราไปยังกลุ่มต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหา ในขณะที่ครูสังเกตและ ถามคำถามนักเรียน ครูจะต้องบันทึกข้อมูลที่ในทันทีเพื่อให้ตรงกับสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการสังเกต การเตรียมเครื่องมือสำหรับเก็บข้อมูลในการสังเกตจึงสำคัญ เช่น แบบตรวจสอบรายการที่แสดงในภาพประกอบ 4

แบบตรวจสอบรายการ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
ชื่อ.....	วันที่.....
.....1.	ชอบแก้ปัญหา
.....2.	ทำงานร่วมกับผู้อื่นภายในกลุ่ม
.....3.	มีการแสดงความคิดเห็น
.....4.	พยายามในการหาแบบรูป
.....5.	พยายามในการทำความเข้าใจปัญหา
.....6.	นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาแก้ปัญหา
.....7.	เลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้
.....8.	พยายามเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
	เมื่อกลยุทธ์ในครั้งแรกไม่ประสบผลสำเร็จ
.....9.	มีการตรวจคำตอบ
.....10.	อธิบาย หรือวิเคราะห์คำตอบได้

ภาพประกอบ 4 ตัวอย่างแบบตรวจสอบรายการ

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. p. 36.

2. การประเมินโดยใช้ข้อมูลจากการประเมินตนเองของนักเรียน (Using self-assessment data from students)

การให้นักเรียนประเมินตนเองเป็นการประเมินจากการเขียนสะท้อนเกี่ยวกับความรู้สึก ความตั้งใจ วิธีการคิด หรือสิ่งอื่น ๆ โดยจะประเมินได้ดีหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับ การเขียนของนักเรียนให้ตรงตามความเป็นจริง โดยการประเมินตนเองแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1. การให้นักเรียนเขียนสะท้อนความคิดเห็นต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การประเมินตนเองแบบนี้ทำได้หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จใหม่ ๆ ให้นักเรียนหวนนึกถึง ประสบการณ์ ขณะที่กำลังแก้ปัญหา แล้วเขียนอธิบายว่าตนเองคิดอย่างไรในขณะที่กำลังแก้ปัญหา
2. การให้นักเรียนตอบแบบประเมินผลการรายงานหรือการบันทึกประสบการณ์ การแก้ปัญหาเป็นชุดของข้อคำถามที่ให้นักเรียนตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและเจตคติต่อการแก้ปัญหของตนเอง

3. การให้คะแนนแบบรูบรีค (Rubric scoring)

การให้คะแนนแบบรูบรีค เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากงานที่นักเรียนทำ หรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของสิ่งที่นักเรียนแสดงขั้นตอนของการคิด แบ่งออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic scoring) เป็นการประเมินโดยพิจารณา คะแนนแยกแยะจากขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา โดยการแบ่งระดับคะแนนของการวิเคราะห์ ทำได้โดย กำหนดขั้นตอนของการกระทำของนักเรียนที่ครูต้องการประเมิน และกำหนดคะแนน ของแต่ละขั้นตอนของนักเรียน โดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักใช้การสังเกตและการใช้คำถาม เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการประเมิน

ตาราง 2 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์

ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์		
การประเมิน	ความสามารถที่ปรากฏ	คะแนน
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด	0
	นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดบางส่วน	1
	นักเรียนเข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด	2
ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	นักเรียนไม่มีการวางแผนการแก้ปัญหา หรือวางแผนไม่ถูกต้องเหมาะสม	0
	นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมบางส่วน	2
	นักเรียนมีการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม	1
ขั้นได้คำตอบ	ไม่มีคำตอบ หรือคำตอบผิดจากขั้นวางแผนที่ไม่ถูกต้อง	0
	ผิดพลาดในการคำนวณคำตอบ หรือตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน	1
	ตอบคำถามได้ถูกต้องครบถ้วน สมบูรณ์	2

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. p. 41.

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่พิจารณาจากภาพรวมของคำตอบ ไม่ได้พิจารณาเพียงคำตอบอย่างเดียว โดยการให้คะแนนแบบองค์รวม จะไม่กำหนดคะแนนเป็นขั้น แต่กำหนดน้ำหนักคะแนนสำหรับภาพรวมของคำตอบทั้งหมด โดยการให้คะแนนแบบองค์รวมมักใช้การสังเกตและการใช้คำถาม เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการประเมินเช่นเดียวกับการประเมินแบบวิเคราะห์

4. การใช้แบบทดสอบ (Using tests)

1. แบบทดสอบชนิดเลือกตอบ (Multiple-choice test) ประกอบด้วยข้อคำถามซึ่งแต่ละคำถามจะมีตัวเลือกหลายๆ ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกที่คิดว่าถูกต้องมากที่สุดเพียงตัวเลือกเดียว

2. แบบทดสอบชนิดเติมคำตอบ (Completion test) เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อสอบที่เว้นช่องว่างเอาไว้เพื่อให้นักเรียนเติมคำ ตัวเลข ชุดของสัญลักษณ์ วลี หรือประโยคที่คิดว่าถูกต้องลงในช่องว่างที่เว้นไว้

สเตลลา และนิโคล (Szetela, Walter; & Nicol, Cynthia. 1992: 42-45) ได้ให้กรอบมาตรฐานวัดความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังตาราง 3 ดังนี้

ตาราง 3 กรอบมาตรฐานวัดความสามารถในการแก้ปัญหของ Szetela & Nicol

การทำความเข้าใจปัญหา	
0	ไม่มีการทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา
1	เข้าใจผิดทั้งหมดเกี่ยวกับปัญหา
2	เข้าใจผิดเป็นส่วนใหญ่เกี่ยวกับปัญหา
3	เข้าใจผิดเป็นบางส่วนเกี่ยวกับปัญหา
4	มีความเข้าใจปัญหาย่างถูกต้อง
การแก้ปัญหา	
0	ไม่มีการแก้ปัญหา
1	มีการวางแผนที่ไม่เหมาะสม
2	กระบวนการถูกเป็นบางส่วน มีจุดผิดพลาดเป็นส่วนใหญ่
3	กระบวนการถูกเป็นส่วนใหญ่ มีจุดผิดพลาดเป็นบางส่วน
4	กระบวนการนำไปสู่คำตอบได้อย่างถูกต้อง
คำตอบของปัญหา	
0	ไม่มีคำตอบ หรือ คำตอบไม่ถูกต้องที่มาจากกระบวนการที่ผิดพลาด
1	คำตอบไม่ถูกต้องจากการคำนวณ หรือ ได้คำตอบเพียงบางส่วนในคำถามที่ต้องการหลายคำตอบ หรือ ไม่สามารถอธิบายที่มาของคำตอบ หรืออธิบายไม่ถูกต้อง
2	คำตอบถูกต้องตามที่ปัญหาต้องการ

ที่มา: Szetela, Walter; & Nicol, Cynthia. (1992). *Evaluating Problem Solving in Mathematics*. p. 42.

อาร์ทซ์ และอมอร์-ทอมัส (Artzt, Alice F.; & Armour-Thomas, Eleanor. 1992: 147-148) ได้สร้างกรอบวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาเพื่อแยกความแตกต่างระหว่าง พฤติกรรมการแก้ปัญหาด้าน cognitive และ metacognitive ในขั้นตอนการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ที่ดำเนินการในกลุ่มย่อย โดยสังเคราะห์จากขั้นตอนการแก้ปัญหาในงานวิจัยของ Garofalo; & Lester; & Polya และ Schoenfeld และระดับของการรู้คิด (Cognitive) และอภิปัญญา (Metacognitive) ในพฤติกรรมการแก้ปัญหของ Fravell ซึ่งสามารถแบ่งเป็นขั้นได้ดังนี้

1. การอ่านปัญหา (Reading the problem) : การรู้คิด

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนอ่านปัญหด้วยตนเอง หรือฟังเพื่อนคนอื่นอ่าน นักเรียน อาจอ่านอย่างเงียบๆ หรืออ่านเสียงดังเพื่อให้สมาชิกในกลุ่มได้ยิน

2. การทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem) : อภิปัญญา นักเรียน

พิจารณาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งรวมถึงลักษณะของภาษา การตีความหมายและแบบแผน ของปัญหาโดยอธิบายปัญหาใหม่ในภาษาของตัวเอง

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนอาจแสดงพฤติกรรมดังนี้

- 1) อธิบายปัญหาใหม่โดยใช้ภาษาของตัวเอง
- 2) ถามเพื่อให้เข้าใจปัญหาอย่างชัดเจนขึ้น
- 3) นำเสนอปัญหาโดยเขียนประเด็นสำคัญหรือสร้างแผนภาพ
- 4) เตือนตัวเองหรือคนอื่นถึงเงื่อนไขของปัญหา เช่น “จำไว้ละ เราต้องใช้ เฉพาะเลขคี่เท่านั้น”
- 5) บอกหรือถามคนอื่นว่ามีใครเคยทำปัญหาลักษณะนี้มาแล้วบ้าง
- 6) อภิปรายการมีอยู่หรือขาดหายไปของข้อมูลสำคัญ

3. การวิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the problem) : อภิปัญญา นักเรียนย่อยปัญหา

และพิจารณาความสัมพันธ์ของสิ่งที่โจทย์ให้กับเป้าหมายที่ต้องการทั้งที่บอกชัดเจนและบอกโดยนัย

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนพยายามทำปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือกำหนดปัญหาขึ้นใหม่ ตัวอย่างของข้อความที่สะท้อนถึงการวิเคราะห์ปัญหา เช่น “หลังจากลองใช้ข้อมูลที่ให้มาทั้งหมดแล้ว กลายเป็นปัญหาการบวกที่ง่ายขึ้น” หรือ “เพราะว่าผลรวมเป็นพหุคูณของ 5 ฉะนั้นคำตอบ ต้องหารด้วย 5 ลงตัว”

4. การวางแผน (Planning) : อภิปัญญา นักเรียนเลือกขั้นตอนและกลยุทธ์สำหรับ

การแก้ปัญหาที่อาจนำไปสู่คำตอบ นอกจากนี้นักเรียนอาจประเมินสถานะของการแก้ปัญหาและ พิจารณาว่าจะไปต่อได้หรือไม่หรือจำเป็นต้องเปลี่ยนแนวทางหรือกลยุทธ์

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนบรรยายแนวทางที่นักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหา อาจจะ เป็นขั้นตอนหรือกลยุทธ์ที่ใช้ ตัวอย่างของข้อความที่สะท้อนถึงการวางแผน เช่น “ลองใช้ข้อมูล

ที่กำหนดให้ก่อน และดูว่าปัญหามีลักษณะอย่างไร” หรือ “ลองทำย้อนกลับโดยประมาณคำตอบ และดูว่าจะต้องปรับให้เหมาะสมกับปัญหาอย่างไร” หรือ “ลองสร้างตารางแล้วเติมตัวเลขลงไป”

5. การสำรวจ (Exploring) : การรู้จัก นักเรียนแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูก

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนคำนวณในหลายๆทางโดยไม่มีโครงสร้างที่ชัดเจน นักเรียนมองไม่เห็นลำดับของการดำเนินการ

6. การสำรวจ (Exploring) : อภิปัญญา นักเรียนตรวจสอบความก้าวหน้าของตนเอง หรือคนอื่น แล้วพิจารณาว่าจะยกเลิกหรือดำเนินการต่อไป หากมีการค้นพบข้อมูลใหม่ๆในระหว่างการสำรวจ นักเรียนอาจกลับไปวิเคราะห์ด้วยหวังว่าข้อมูลนั้นจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนอาจแสดงพฤติกรรม ดังนี้

1) นักเรียนนอกจากการแก้ปัญหาเพื่อถามตัวเองหรือคนอื่นว่าทำได้ทำ

อะไรบ้าง ตัวอย่างข้อความ เช่น “คุณกำลังทำอะไร” หรือ “ฉันกำลังทำอะไร”

2) นักเรียนให้คำแนะนำแก่นักเรียนคนอื่นเกี่ยวกับสิ่งที่จะลองต่อไปในการสำรวจ ตัวอย่างเช่น “อันนี้ใหญ่เกินไป ลองอีกอันที่เล็กกว่า”

3) นักเรียนนักเรียนประเมินว่าตอนนี้อยู่ขั้นไหนของการสำรวจ ตัวอย่างข้อความเช่น “ฉันคิดว่าได้คำตอบแล้วนะ”

7. การนำไปใช้ (Implementing) : การรู้จัก นักเรียนใช้กลยุทธ์ที่ได้จากการทำความเข้าใจ การวิเคราะห์หรือการวางแผน ขั้นนี้ไม่เหมือนกับการสำรวจเพราะการกระทำในขั้นนี้จะทำอย่างเป็นระบบและมีความรอบคอบในการเปลี่ยนสิ่งที่กำหนดไปสู่เป้าหมาย

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนมีการคำนวณแก้ปัญหาที่เป็นระบบ ตามแบบแผนที่วางไว้

8. การนำไปใช้ (Implementing) : อภิปัญญา ในระหว่างการนำแผนมาใช้ นักเรียนมีการตระหนักในการคิด โดยมีการตรวจสอบ ทบทวนการตัดสินใจที่ผ่านมาอย่างรอบคอบ นอกจากนี้ นักเรียนอาจพิจารณาสถานะว่าอยู่ในขั้นไหนของวิธีการ รวมทั้งพิจารณาข้อจำกัดด้านเวลาที่มีอยู่

ข้อบ่งชี้ : ในระหว่างการปฏิบัติตามแผน นักเรียนนอกจากงานที่ทำอยู่เพื่อดูว่าทำได้ทำอะไรไป หรือสิ่งที่ทำอยู่จะนำไปที่ไหน ตัวอย่างของข้อความที่สะท้อนขั้นตอนนี้ เช่น “โอเค เราใช้เงื่อนไขที่กำหนดมาครบแล้ว ตอนนี้เราจะเริ่มทำสิ่งที่เหลือ” หรือ “รอเดี๋ยว คุณลืมใช้จุดที่สอง” หรือ “วิธีนี้นานเกินไป ลองข้ามจำนวนที่เหลือนี้ก่อนมัย”

9. การตรวจสอบ (Verifying) : การรู้จัก นักเรียนตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้โดยตรวจสอบการคำนวณ

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนทำตรงขึ้นการคำนวณซ้ำอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

10. การตรวจสอบ (Verifying) : อภิปัญญา นักเรียนประเมินวิธีการแก้ปัญหาโดยพิจารณาว่าผลลัพธ์ที่ได้สอดคล้องกับการทำความเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์ การวางแผน หรือการนำไปใช้ หากพบความขัดแย้ง นักเรียนสามารถสร้างการตัดสินใจใหม่เพื่อแก้ไขความสามารถในการปรับการคิดของตนเองบนฐานของการประเมินข้อมูล เป็นข้อบ่งชี้อีกประการของความสามารถในการควบคุมตนเอง

ข้อบ่งชี้ : หลังจากนักเรียนพิจารณาวิธีแก้ปัญหาหรือส่วนหนึ่งของวิธีการปัญหาแล้ว นักเรียนสามารถทบทวนงานได้หลายวิธี

- 1) นักเรียนตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อดูว่าสมเหตุสมผลมั้ย เช่น “เมื่อเราทำปัญหาให้ง่ายขึ้นแล้ว เราได้ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ทั้งหมดไหม”
- 2) นักเรียนตรวจดูว่าวิธีการแก้ปัญหาเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหา เช่น “คำตอบของเราเป็นไปตามสมบัติทั้งสองข้อที่โจทย์ถามหาไหม”
- 3) นักเรียนอธิบายเพื่อนร่วมกลุ่มว่าได้กระบวนการหาคำตอบอย่างไร

11. การดูและการฟัง (Watching and listening) ไม่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มการรู้จัก หรือ อภิปัญญา ขั้นนี้เกี่ยวข้องกับเฉพาะนักเรียนที่ทำงานของคนอื่น นักเรียนเรียนรู้แนวคิดและการทำงานของผู้อื่น

ข้อบ่งชี้ : นักเรียนฟังแนวคิดของสมาชิกในกลุ่มที่กำลังพูด หรือดูสมาชิกที่กำลังเขียน

สำหรับงานวิจัยชิ้นนี้ ผู้วิจัยได้ใช้การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เพื่อประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้แบบตรวจสอบรายการเพื่อบันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาของนักเรียน

1.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาสามารถเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า

นักเรียนจำนวนร้อยละ 75 มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนรู้ และนักเรียนจำนวนร้อยละ 80 มีความพอใจเนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้จะช่วยให้แก่นักเรียนแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

แจ๊คสัน (Jackson, 2000: i) ได้พัฒนาทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในตอนเหนือของรัฐอินเดียน่า กลุ่มตัวอย่างได้รับการฝึกทักษะการคิดขั้นสูง ได้แก่ การวิเคราะห์ สังเคราะห์และประเมินค่า โดยใช้เทคนิคการคิดที่หลากหลาย และสอนกลยุทธ์การแก้ปัญหา ใช้ระยะเวลาในการทดลอง 20 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหามากขึ้น และมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ผู้วิจัยเลือกนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ โดยการวิเคราะห์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์จริง จำนวน 91 คน ซึ่งนักเรียนมีสภาพทางความสามารถและสภาพเศรษฐกิจ จำนวนนักเรียนต่อห้องเรียนมีขนาดใกล้เคียงกัน นักเรียนเฉลี่ยอายุ 12.3 ปี และใช้ผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ก่อนรับการทดลองในการแบ่งกลุ่มทดลอง กลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มละความสามารถกัน เวลาทดลองสอน 5 คาบต่อสัปดาห์ แต่ละคาบแนะนำวิธีสอนประมาณ 10 นาที ฝึกให้ทำกิจกรรม 30 นาที ทบทวนและสรุปสาระสำคัญจากบทเรียน 5 นาที กลุ่มที่ใช้การสอนแบบร่วมมือกับการรู้คิดสอนให้นักเรียนหาคำตอบโดยใช้คำถามตนเอง โดยแบ่งประเภทของคำถามออกเป็น 4 ประเภท ได้แก่ การความเข้าใจปัญหาหรืองานที่ได้รับ การเชื่อมโยงความรู้สู่ปัญหาหรืองานอื่น การเลือกใช้กลวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาหรืองาน และการตอบสนองความเข้าใจและความรู้สึกของตนเอง ส่วนกลุ่มที่ใช้การสอนแบบร่วมมืออย่างเดี่ยว ไม่มีการสอนให้ตั้งคำถามตนเอง ให้นักเรียนอ่านปัญหาหรือทราบงานที่ได้รับ แล้วช่วยกันหาคำตอบและอธิบายเหตุผลของตน เมื่อสมาชิกในกลุ่มมีความเห็นแตกต่างก็จะอภิปรายข้อสรุปออกมาจากนั้นเขียนคำตอบ นักเรียนสามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ งานหรือปัญหาที่ทำเป็นชนิดเดียวกันทั้ง 2 กลุ่ม การวัดประเมินผล โดยการสอบความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือร่วมกับการรู้คิดมีปฏิสัมพันธ์ในเชิงบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง และต่ำ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว

งานวิจัยในประเทศ

สุริเยส สุขแสวง (2548: 73-79) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนจอมพระประชาสรรค์ จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 82 คน เป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 41 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียน

โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 และมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

วรรณพร เลิศอวาส (2554: 99-105) ได้ศึกษาพฤติกรรมการด้านความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผ่านกิจกรรมการแก้ปัญห และการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอนุบาลเพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ปีการศึกษา 2552 จำนวน 10 คน โดยมีนักเรียน 3 คน เป็นนักเรียนเป้าหมายเพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการด้านความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น เรื่องจำนวน ซึ่งผลการศึกษาพฤติกรรมการด้านความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น มีดังนี้

1) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด คิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน คิดแล้วเลือกผลเฉลยหรือกลุ่มของผลเฉลยที่สอดคล้องกับสถานการณ์ หรือเงื่อนไขที่กำหนด และคิดแล้วเลือกเกณฑ์ในการจัดกลุ่มผลเฉลยได้

2) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถ ตั้งสถานการณ์ได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด ตั้งสถานการณ์ได้หลายโครงสร้างที่แตกต่างกัน และคิดแล้วเลือกสถานการณ์ หรือกลุ่มของสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนด

ปริสา วงศ์คำพระ (2556: 43-52) ได้เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญห และความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบ การตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญห และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบวัดผล ความสามารถในการแก้ปัญห และแบบวัดความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนก่อนเรียนสูงกว่าหลังเรียน

2. แนวคิดเกี่ยวกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการตั้งปัญหา

ซิลเวอร์ (Silver. 1994: 20-21) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่า เป็นทั้งการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ และการดัดแปลงปัญหาเดิมที่กำหนดให้ สามารถเกิดขึ้นได้ทั้งก่อน ระหว่าง และหลังกระบวนการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์

อบู-เอลวัน (Abu-Elwan. 2000: 1) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่า เป็นวิธีการสอนที่เปลี่ยนผู้นำเสนอปัญหาจากครูเป็นนักเรียน โดยผ่านการเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ถาม

เพิ่มข้อมูลใหม่ กำจัดข้อมูลบางอย่าง เปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หรือสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ จากสถานการณ์เดิมที่มีอยู่

บราวน์ และวอลเตอร์ (Brown; & Walter. 2005: 22) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่าเป็นการตั้งคำถามจากสถานการณ์ใด ๆ เช่น บทนิยาม ทฤษฎีบท ข้อความ ตาราง แผนภูมิ แผนภาพ หรืออื่น ๆ

เดอเมียร์ (Demir. 2005: 6) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่าเป็นการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ หรือดัดแปลงปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม (Demir, 2005: 6; citing Duncker, 1945) เป็นการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ (Demir, 2005: 6; citing Shukkwon, 1993) เป็นกิจกรรมที่ใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นำไปสู่การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

แอริกกัน และอูนาล (Arikan, E. E.; & Unal, H. 2015: 23) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่าเป็นการสร้างสรรคปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาใหม่ จากสถานการณ์หรือเหตุการณ์ที่กำหนดให้

สุริเยส สุขแสง (2548: 14) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่าเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนตั้งปัญหาหรือนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันคิดหาหนทางหรือวิธีการแก้ปัญหานั้น ๆ เป็นยุทธวิธีการสอนรูปแบบหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมกระบวนการคิด ผึกทักษะการคิด ผึกทักษะการแก้ปัญหาและช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน

สายสุณี สุทธิจักร (2551: 14) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่าเป็นการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ จากสถานการณ์ นิยาม ข้อความ วัตถุหรือปัญหาที่กำหนดให้ การตั้งปัญหาอาจมองเป็นกิจกรรมการสอนที่ครูตั้งคำถามที่ท้าทายเพื่อให้นักเรียนแก้ปัญหา หรืออาจมองเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนตั้งขึ้นเพื่อตอบสนองต่อสถานการณ์ต่าง ๆ

ศุภวรรณ โคตรท่าน (2551: 24) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่า การที่นักเรียนตั้งปัญหาย่อย ๆ จากสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่กำหนดให้ หรือการเห็นแง่มุมต่าง ๆ ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

ทศวรรณ เล็งตามดี (2552: 10) ได้ให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่าเป็นการทำให้เกิดปัญหาใหม่ ซึ่งอาจเกิดขึ้นก่อนการแก้ปัญหา โดยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางส่วน เกิดขึ้นระหว่างการแก้ปัญหาโดยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขหรือการเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหา และเกิดขึ้นหลังการแก้ปัญหาโดยการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางอย่างเพื่อให้เกิดปัญหาที่สัมพันธ์กัน

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยให้ความหมายของการตั้งปัญหาไว้ว่า กระบวนการที่ผู้เรียนนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่ ซึ่งเกิดขึ้นจากการดัดแปลงปัญหาทางคณิตศาสตร์เดิม โดยเพิ่ม ลด หรือเปลี่ยนเงื่อนไขของปัญหา หรือเกิดขึ้นจากการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาใหม่ จากสถานการณ์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

2.2 กลวิธีการตั้งปัญหาและประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์

บราวน์ และวอลเตอร์ (Brown; & Walter. 2005: 18-65) ได้กล่าวถึงกลวิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 2 ระยะ ดังนี้

1) การยอมรับ (Accepting) เป็นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยตรง ไม่มีการเปลี่ยนแปลงหรือเพิ่มเติม เพียงแต่ตั้งคำถามจากสถานการณ์ที่กำหนดให้เท่านั้น โดย Brown & Walter ได้เสนอตัวอย่างคำถามที่สามารถใช้ได้ในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระยะนี้ ดังต่อไปนี้

คำถามเกี่ยวกับคำตอบในกรณีทั่วไป เช่น มีสูตรทั่วไปของคำตอบหรือไม่ สูตรทั่วไปของคำตอบคืออะไร คำตอบทั้งหมดมีแบบรูปหรือไม่ เป็นต้น

คำถามเกี่ยวกับคำตอบที่เฉพาะเจาะจง เช่น คำตอบที่มีค่ามากที่สุดเป็นเท่าใด ช่วงของคำตอบทั้งหมดคือช่วงใด เป็นต้น

คำถามเกี่ยวกับกรณีที่เป็นไปได้ หรือเป็นไม่ได้ เช่น เมื่อใดเป็นจริง เมื่อใดเป็นเท็จ มีตัวอย่างค้านหรือไม่ เป็นต้น

คำถามเกี่ยวกับการนำเสนอคำตอบ เช่น สามารถนำเสนอโดยใช้ตารางได้หรือไม่ หรือสามารถนำเสนอในมุมมองของเรขาคณิต หรือพีชคณิตได้หรือไม่ เป็นต้น

2) การท้าทาย (Challenging) เป็นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยปรับเปลี่ยนข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วจึงตั้งคำถามจากสถานการณ์ใหม่ที่ได้จากการเปลี่ยนเงื่อนไขบางอย่างของสถานการณ์ โดยกลวิธีที่ใช้ในการเปลี่ยนเงื่อนไขของโจทย์ เรียกว่า กลวิธี What-If-Not ซึ่งมีกระบวนการในการเปลี่ยนเงื่อนไขของโจทย์ดังนี้ (Brown; & Walter. 2005: 64)

ขั้นที่ 0 : การเลือกจุดเริ่มต้น (Choosing a Starting point) เป็นขั้นที่เลือกสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นต้นแบบในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

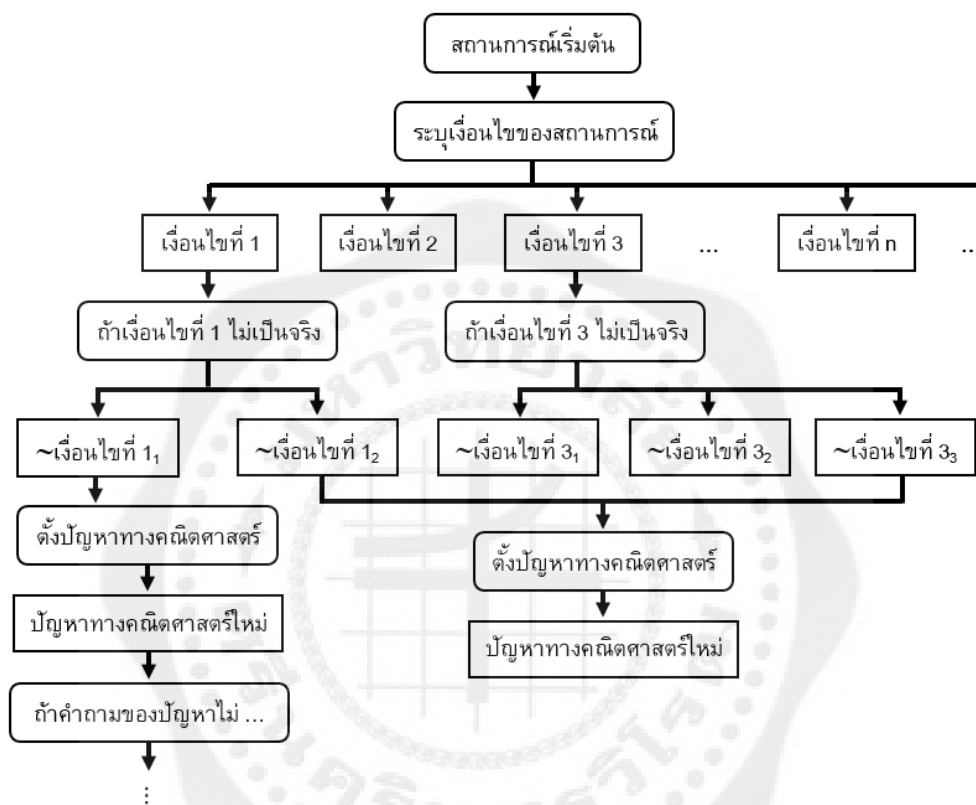
ขั้นที่ 1 : ระบุเงื่อนไขของโจทย์ (Listing Attributes) เป็นการระบุรายละเอียดที่มีในสถานการณ์ของโจทย์เป็นข้อ ๆ ให้มากที่สุด ทั้งนี้ผู้เรียนแต่ละคนอาจจะระบุเงื่อนไขที่แตกต่างกัน หรือได้จำนวนเงื่อนไขที่ไม่เท่ากันก็ได้

ขั้นที่ 2 : การเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการของโจทย์ (What-If-Not-ing) เป็นการเปลี่ยนเงื่อนไขบางอย่างที่ระบุไว้ในขั้นที่ 1 โดยใช้แนวทางจากคำถามว่า “ถ้าเงื่อนไขเป็นแบบนี้แล้วจะเป็นอย่างไรได้บ้าง”

ขั้นที่ 3 : ตั้งคำถามหรือตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Question Asking or Problem Posing) เป็นการตั้งคำถามหรือตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยข้อมูลจากเงื่อนไขเดิมที่มี และเงื่อนไขใหม่ที่ได้จากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 : วิเคราะห์ปัญหา (Analyzing the Problem) เป็นการทำความเข้าใจหรือดำเนินการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ใหม่ที่เกิดขึ้น

กระบวนการ What-If-Not ที่กล่าวข้างต้น มีขั้นตอนในการดำเนินการที่แสดง
 ดังภาพประกอบ 3 ซึ่งจะแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของเงื่อนไขของปัญหา และกลวิธีการตั้งปัญหา
 แบบ What-If-Not นั้นสามารถเปลี่ยนเงื่อนไขของสถานการณ์พร้อมกันได้มากกว่า 1 เงื่อนไข
 และยังสามารถนำปัญหาคณิตศาสตร์ที่ตั้งขึ้นมาใช้เป็นเงื่อนไข เพื่อนำไปสู่ปัญหาคณิตศาสตร์
 ที่จะตั้งต่อไปได้



ภาพประกอบ 5 แผนภาพแสดงขั้นตอนการตั้งปัญหาตามกระบวนการ What-If-Not

ที่มา: Brown, Stephen I; & Walter, Marion I. (2005). *The Art of Problem Posing*. p. 53.

อบู-เอลวัน (Abu-Elwan. 2000: 2-3) ได้กล่าวถึงกลวิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์
 โดยแบ่งเป็น 3 กลวิธี ดังนี้

1) **ประเภทปัญหาอย่างอิสระ (Free Problem Situations)** นักเรียนมีใช้กลวิธี
 การตั้งปัญหา ที่เกิดจากการเชื่อมโยงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน (เป็นปัญหานอกห้องเรียน)
 โดยที่นักเรียนจะสามารถตั้งปัญหานั้นให้เป็นปัญหาที่ง่ายหรือยากขึ้นได้ หรือตั้งปัญหาที่
 เหมาะสม กับการทดสอบทางคณิตศาสตร์ หรือข้อสอบคณิตศาสตร์ ซึ่งการที่ครูผู้สอน

นำไปเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน จะเป็นหนทางที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจได้ง่ายยิ่งขึ้น ประเภทปัญหาที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีดังกล่าว เป็นปัญหาในชีวิตประจำวัน, ปัญหาที่ชอบ, ปัญหาในการแข่งขันคณิตศาสตร์, ปัญหาเกี่ยวกับเพื่อน หรือปัญหาที่ตั้งขึ้นเพื่อความสนุกสนาน

2) **ประเภทปัญหาแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structured Situations)** นักเรียนจะได้รับสถานการณ์แบบเปิด หรือมีเงื่อนไขที่ต้องใช้ความรู้ ความสามารถ มโนทัศน์ และความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่เคยได้รับรู้มาก่อน ประเภทที่เกี่ยวข้องกับกลวิธีดังกล่าว คือ ปัญหาที่เฉพาะเจาะจงกับทฤษฎีบทต่าง ๆ, ปัญหาที่สร้างจากรูปภาพที่กำหนด, โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ปัญหาแบบกึ่งโครงสร้างที่มาจากสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน จะถูกนำเสนอในรูปแบบดังกล่าว นักเรียนสามารถตั้งปัญหาจากการลงเงื่อนไขสถานการณ์ออก และตั้งปัญหาในรูปแบบของตนเอง

3) **ประเภทปัญหาโครงสร้างสมบูรณ์ (Structured Situations)** เป็นกลวิธี การตั้งปัญหาจากปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ครูสามารถให้นักเรียนตั้งปัญหาใหม่โดยการเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ มีการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข และเป้าหมายของโจทย์ให้หลากหลาย ซึ่งกลวิธีดังกล่าวจะส่งผลกระทบต่อนักเรียนในการใช้กลวิธีในการตั้งปัญหาในห้องเรียน

เดอเมียร์ (Demir, 2005: 6) ได้กล่าวถึงกลวิธีในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 5 กลวิธี ดังนี้

1) **การเรียบเรียงปัญหาใหม่ (reformulate problems)** เป็นการเรียบเรียงปัญหาใหม่ โดยไม่มีการเปลี่ยนเงื่อนไขทางคณิตศาสตร์ โดยยังคงความเป็นปัญหาเดิม ตัวอย่างเช่น “จงหาจำนวนวิธีการเลือกหนังสือคณิตศาสตร์ 4 เล่มที่แตกต่างกันจากทั้งหมดที่มี 9 เล่ม” เรียบเรียงใหม่เป็น “มีกี่วิธีการเลือกหนังสือในหนังสือทั้งหมด 9 เล่มโดยจะเลือก 4 เล่มที่แตกต่างกัน”

2) **กลวิธี What if not (What if not Strategy)** จะเป็นกลวิธีที่มีการเริ่มในการอภิปรายกันในกลุ่มเป็นกลวิธีที่ให้ผู้เรียนระบุข้อมูลจากปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้เป็นข้อ ๆ ให้ได้มากที่สุด จากนั้นจึงปรับเปลี่ยนแต่ละข้อ ตามแนวคิดที่ว่า “ถ้าไม่เป็นไปตามเงื่อนไขที่ k แล้ว ...” โดยอาจใช้การเพิ่มเงื่อนไขใหม่แทนแนวคิดข้างต้นได้ ในกรณีที่จำเป็น เช่นเมื่อปรับเปลี่ยนแล้วเงื่อนไขที่ได้กลายเป็นคำตอบของปัญหานั้น หรือเงื่อนไขที่ได้นั้นเป็นไปได้ เป็นต้น

3) **ปัญหาจากข้อมูลที่ไม่เพียงพอ (problem with insufficient information)** เป็นกลวิธีที่ให้ผู้เรียนตั้งโจทย์ปัญหาจากสถานการณ์เปิด หรือสถานการณ์ที่ยังไม่สมบูรณ์ ตัวอย่างเช่น “การเดินทางไป 3 วิธีการจากกรุงเทพฯ ไปเชียงใหม่” เป็นต้น แล้วให้นักเรียนนำข้อมูลข้างต้นไปตั้งโจทย์ปัญหาให้สมบูรณ์

4) **การเปลี่ยนบริบท แต่ใช้วิธีการแก้ปัญหาเดิม (problem with different context but same solutions)** และ **กลวิธีเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหา แต่ใช้บริบทเดิม (problem with same context but different solutions)** เป็นกลวิธีที่ตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นใหม่

โดยปรับเงื่อนไขอย่างใดอย่างหนึ่งของปัญหา นั่นคือบริบทของปัญหา และคำถาม และเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขอีกอย่างแทน

5) กลวิธีการตั้งปัญหาอย่างอิสระ (free situational problems) เป็นกลวิธีการตั้งปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้กว้าง ๆ เท่านั้น เช่น “ให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว” เป็นต้น

คริสเตวาร์ และคณะ (Christou; et al. 2005: 151–152) ได้กล่าวถึงกลวิธีการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งเป็น 4 กลวิธี ดังนี้

1) การเลือก (Selecting) เป็นกลวิธีที่ตั้งปัญหาจากการเลือกข้อมูลมาให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น กำหนดคำตอบของปัญหาว่า “ดินสอ 384 แท่ง” เป็นต้น

2) การแปลความหมาย (Translation) เป็นกลวิธีการตั้งปัญหาจากการแปลความหมายของข้อมูลที่กำหนดมาให้ เช่น การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแผนภูมิวงกลมหรือความหมาย เป็นต้น

3) การทำความเข้าใจ (Comprehending) เป็นกลวิธีการตั้งปัญหาจากการทำความเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ เช่น การตั้งปัญหาคณิตศาสตร์จากสมการ $(12 - 4) + 8 = x$ เป็นต้น

4) การเรียบเรียง (Editing) เป็นกลวิธีการตั้งปัญหาจากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ เช่น โคลัมบัสเดินทางไปยังประเทศอินเดียโดยใช้เรือลำแรกของเขา โดยบนเรือบรรทุกเนื้อหนัก 250 กิโลกรัม แบ่ง 600 กิโลกรัม และมันฝรั่ง 1,200 กิโลกรัม แต่เพราะด้วยอุบัติเหตุ จึงทำให้มันฝรั่งหล่นลงทะเลไปทั้งสิ้น 245 กิโลกรัม บนเรือลำที่สองเขาได้เนื้อเพิ่มอีก 300 กิโลกรัม ทำให้ในที่สุดโคลัมบัสก็ได้ค้นพบทวีปอเมริกา

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้กลวิธีการตั้งปัญหาของบราวน์ และวอลเตอร์ จากขั้นตอนท้าย ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนดังนี้ การเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับเงื่อนไขบางประการของโจทย์ชั้นลงมือตั้งปัญหา และขั้นวิเคราะห์ปัญหาที่สร้างขึ้น

2.3 รูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียน

กอนซาเลส (Gonzales. 1998: 449-453) ได้ระบุรูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียนโดยแบ่งเป็น 6 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. **ขั้นเริ่มต้น (Getting Started)** เป็นการให้นักเรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอในชั้นเรียน โดยครูเริ่มต้นนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนหลาย ๆ ข้อ แล้วให้นักเรียนดำเนินการเฉพาะขั้นที่ 1 ของกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya (ทำความเข้าใจปัญหา) โดยให้นักเรียนเป็นผู้ตั้งคำถามกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น ปัญหานี้เกี่ยวกับอะไร ปัญหานี้ต้องการทราบอะไร รู้ข้อมูลใดจากปัญหานี้บ้าง สิ่งที่ยังไม่ทราบจากปัญหานี้คืออะไร สิ่งที่ต้องดำเนินการจากปัญหานี้คืออะไร

เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในปัญหานี้ให้มากที่สุด แล้วจึงให้นักเรียนดำเนินการในขั้นตอนที่เหลือของกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ต่อไป

2. ขั้นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง (Posing a related problem)

เป็นการเพิ่มขั้นตอนที่ 5 ของกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya นั่นคือ การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง นั่นคือให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ใหม่จากปัญหาเดิมที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาไปแล้วในขั้นตอนที่ 1 โดยปรับเปลี่ยน เพิ่มเติม หรือลดข้อความต่าง ๆ ในโจทย์ไม่ว่าจะเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องทราบ หรือเงื่อนไขข้อจำกัดต่าง ๆ ที่โจทย์ระบุไว้ ทั้งนี้ครูอาจกระตุ้นให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความท้าทายกว่าเดิมได้

3. ขั้นกำหนดคำถาม (Generating a task) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์

ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเงื่อนไขต่าง ๆ แต่ไม่มีคำถามทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเป็นผู้ตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เอง โดยเพิ่มเงื่อนไขต่าง ๆ จากเงื่อนไขเดิมที่มี และตั้งคำถามทางคณิตศาสตร์จากเงื่อนไขเหล่านั้น โดยสถานการณ์ดังกล่าวอาจเป็นแผนภาพ การนำเสนอข้อมูลทางสถิติ หรือเป็นข้อความที่มาจากโจทย์ปัญหาในแบบเรียนแต่ตัดคำถามออกก็ได้ และสามารถนำมาจากแหล่งข้อมูลใด ๆ ก็ได้ เช่น นิตยสาร หนังสือพิมพ์ อินเทอร์เน็ต หรือแหล่งข้อมูลอื่น ๆ นอกจากนี้ครูอาจแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ กลุ่มละ 4 – 5 คน เพื่อช่วยกันตั้งปัญหาให้สมาชิกกลุ่มอื่นเป็นคนแก้ปัญหาก็ได้เช่นกัน

4. ขั้นค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (Finding Mathematics Situations)

เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนเป็นผู้ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ยังไม่มีคำถามด้วยตนเอง โดยหาจากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ เช่น หนังสือพิมพ์ อินเทอร์เน็ต นิตยสาร หรืออาจสอดคล้องกับวิชาต่าง ๆ เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา สังคมศึกษา สุขศึกษา เศรษฐศาสตร์ เป็นต้น เพื่อให้นักเรียนนำเสนอสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น จากนั้นจึงนำปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้มานำเสนอหน้าชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนคนอื่น ๆ ดำเนินการแก้ปัญหา

5. ขั้นสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Generating Problems) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียน

เป็นผู้ตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเอง โดยไม่มีการกำหนดสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ใด ๆ แต่นักเรียนจะได้ตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการจัดกิจกรรมของครูผู้สอน เช่น การให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนเงื่อนไข 1 อย่าง แล้วส่งต่อให้กลุ่มต่อไปเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือคำถามไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งถึงกลุ่มสุดท้ายที่จะต้องเรียบเรียงสิ่งที่มีทั้งหมด ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ แล้วจึงแก้ปัญหานั้น หรืออาจเป็นการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรมการทดลอง เป็นต้น

6. ขั้นเริ่มต้นใหม่ (A new beginning) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนเป็นผู้จัดกิจกรรม

ในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนคนอื่นที่เข้าร่วมกิจกรรม ได้ตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเอง โดยต่อยอดจากกิจกรรมที่ได้ลงมือทำในขั้นตอนที่ผ่านมา

นอกจากนี้ สายสุณี ยังได้อ้างถึงแนวคิดการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กลวิธีการตั้งปัญหาของอัมพร ม้าคะนอง (สายสุณี สุทธิจักร, 2551 อ้างอิงจาก อัมพร ม้าคะนอง, 2546) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. การให้นักเรียนตั้งคำถามที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้ว การที่ผู้สอนถามให้ผู้เรียนคิดต่อจากสิ่งที่รู้แล้ว จะง่ายกว่าการให้ผู้เรียนเริ่มต้นคิดใหม่ ตัวอย่างเรียน ผู้เรียนทราบมาก่อนว่า ปริมาตรของลูกบาศก์ที่กว้าง 1 นิ้ว ยาว 1 นิ้ว และสูง 1 นิ้ว คือ 1 ลูกบาศก์นิ้ว ผู้สอนอาจถามถึงปริมาตร หรือความจุของกล่องที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงด้านละ 2 นิ้ว และให้ผู้เรียนคิดต่อไปถึงปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงไม่เท่ากัน โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ตั้งปัญหาเองตามที่ตนสนใจอยากรู้

2. กำหนดสถานการณ์ให้ เพื่อให้นักเรียนสร้างคำถามที่ตนอยากรู้ คำถามที่นักเรียนสร้างขึ้นอาจเป็นคำตอบที่สร้างได้หรือไม่ได้ โดยที่ผู้สอนไม่ควรเน้นที่จุดนี้ แต่ควรเน้นความหลากหลายของปัญหามากกว่าการหาคำตอบของปัญหา การไม่กำหนดให้ผู้เรียนต้องหาคำตอบจากคำถามที่ตนตั้งขึ้น จะทำให้ผู้เรียนกล้าที่ตั้งคำถามในแง่มุมต่าง ๆ ตัวอย่างของสถานการณ์ที่ผู้สอนอาจกำหนด คือ ธาริณีมีเงินเป็นสามเท่าของทวีป ทวีปมีเงินมากกว่าธนา 75 บาท ธนามีเงิน 60 บาท สิ่งที่คุณเรียนทำคือ ให้ตั้งคำถาม 2-3 คำถามที่สามารถใช้ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาคำตอบได้

3. ให้นักเรียนหาสถานการณ์ หรือข้อมูลจากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ เพื่อสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ หรือปัญหานั้น เช่น หนังสือพิมพ์ วารสาร นิตยสาร อินเทอร์เน็ต หนังสือ และตำรับตำราต่าง ๆ แล้วสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ หรือข้อมูลนั้น ตัวอย่างเช่น หากผู้เรียนหาข้อมูลจากหนังสือพิมพ์ได้ว่า น้ำมันเบนซินออกเทน 95 ราคาเฉลี่ย 15.79 บาท คำถามที่ตั้งอาจเป็น จะเติมน้ำมันได้กี่ลิตรถ้ามีเงินอยู่ 500 บาท หรือต้องการเติมน้ำมัน 15 ลิตร จะใช้เงินกี่บาท เป็นต้น

4. การสร้างปัญหาโดยการส่งต่อเป็นกลุ่ม (Pass Along Problem Posing) โดยครูให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม ให้แต่ละกลุ่มสร้างประโยคแรกแล้วส่งเวียนให้กลุ่มอื่นสร้างประโยคที่มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกัน โดยกลุ่มสุดท้ายต้องสร้างปัญหา ก่อนส่งคือให้เจ้าของกลุ่มที่เขียนประโยคแรก จากนั้นแลกเปลี่ยนกันแก้ปัญหา

อบู-เอลวัน (Abu-Elwan. 2000: 4-5) ได้ระบุรูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียน โดยอาศัยกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของ Polya และเพิ่มขั้นตอนที่ 5 ซึ่งคือ การตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง ตามแนวคิดของกอนซาเลส ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. **ทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem)** เป็นการตั้งคำถามเกี่ยวกับปัญหาที่ได้รับ เช่น สถานการณ์ในปัญหานี้เป็นอย่างไร ข้อมูลที่ได้จากโจทย์และข้อมูลที่ยังไม่ได้จากโจทย์มีอะไรบ้าง โจทย์ต้องการทราบอะไรบ้าง เป็นต้น

2. **วางแผนแก้ปัญหา (Make a plan)** เป็นการตัดสินใจว่า จะเลือกใช้กลยุทธ์ใดเพื่อแก้ปัญหาโจทย์ เช่น การสร้างตาราง การสังเกตแบบรูป การคิดย้อนกลับ เป็นต้น

3. **ดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying out the plan)** เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ โดยใช้การคำนวณที่จำเป็น และคำนึงถึงขั้นตอนแต่ละขั้นที่วางแผนไว้ด้วย

4. **การตรวจสอบคำตอบ (Evaluate Solution)** เป็นการตรวจสอบว่ามีวิธีการอื่นเพื่อหาคำตอบที่ได้อีกหรือไม่ รวมถึงการตั้งคำถามในสิ่งที่ยังไม่เข้าใจจากปัญหาที่ได้รับภายในบริบทของการแก้ปัญหาที่กำหนดให้ คำถามที่ตั้งขึ้นจะให้นักเรียนเข้าใจในปัญหามากยิ่งขึ้น เช่น ข้อมูลที่กำหนดให้ทั้งหมดเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาหรือไม่ ข้อสันนิษฐานต่าง ๆ ถูกพิสูจน์หรือไม่ และมีวิธีการในการแปลงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดให้ นอกจากนี้สิ่งที่สำคัญที่สุดคือ การสร้างแรงจูงใจให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาข้างต้นในขั้นตอนต่อไปได้

5. **การตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง (Pose a related problem)** เป็นการให้ผู้เรียนดัดแปลงปัญหาที่กำหนดให้เป็นปัญหาใหม่ที่แตกต่างจากปัญหาเดิม โดยการเปลี่ยนแปลงค่าของข้อมูลที่กำหนดให้ หรือเปลี่ยนบริบทของปัญหาเดิม โดยไม่จำเป็นต้องคำนึงว่าจะปัญหาใหม่ที่ได้จะใช้วิธีการแก้ปัญหาเหมือนเดิมหรือไม่

สุริเยส สุขแสง (2548 : 14) ได้ระบุรูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียน โดยดัดแปลงจากแนวคิดของกอนซาเลส (Gonzales, 1998: 448–453) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. **เริ่มต้น (Getting Started)** ครูกล่าวถึงสาระที่จะเรียนในชั่วโมงนี้ โดยกล่าวถึงความสำคัญ และเป้าหมายของเรื่องที่จะเรียน โดยครูสอบถามผู้เรียนมีความรู้ในเรื่องที่จะเรียนมาบ้างแล้วหรือไม่อย่างไร ครูให้นักเรียนอธิบายถึงสิ่งที่นักเรียนรู้ และเข้าใจก่อนที่จะเริ่มเรียนเนื้อหาในชั่วโมง ครูพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้นำความรู้ที่มีอยู่มาใช้ในการเรียนเนื้อหาในวันนี้

2. **นำเสนอปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะสอน (Posing a Related Problem)** ครูนำเสนอปัญหา หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียนในชั่วโมงนี้ต่อผู้เรียน และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำเสนอปัญหาด้วย

3. **มอบหมายงาน (Generating a Task)** ครูมอบหมายงาน หรือสถานการณ์เพื่อให้ นักเรียน เรียนรู้แนวคิด สรุปรูปแบบ และเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหา โดยครูอาจแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่ม 4-5 คน แล้วให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มให้มีการคัดเลือกประธานกลุ่ม 1 คน โดยประธานกลุ่มมีหน้าที่ในการรวบรวมปัญหาที่เพื่อนสมาชิกในกลุ่มนำเสนอ

หลังจากนั้นสมาชิกในกลุ่มช่วยกันหาวิธีแก้ปัญหาดังกล่าว แต่ละกลุ่มสามารถแลกเปลี่ยนปัญหา ระหว่างกลุ่มได้

4. ค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ (Finding Mathematics Situations)

โดยนักเรียนในแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดค้นหาสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายที่เกี่ยวข้อง กับหัวข้อที่เรียนในวันนี้ นักเรียนในกลุ่มช่วยกันอภิปราย และแสดงความคิดเห็นว่าสถานการณ์ ที่เพื่อนนักเรียนนำเสนอเกี่ยวข้อง หรือสัมพันธ์กับหัวข้อที่เรียนในวันนี้หรือไม่อย่างไร

5. สร้างเป็นโจทย์ปัญหา (Generating Problem) สืบเนื่องจากขั้นตอนที่ 4 หลังจาก นักเรียนได้ช่วยกันคิดหาสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายแล้ว ให้นักเรียน แต่ละกลุ่มช่วยกันตั้งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่เรียนในวันนี้ แล้วนำเสนอ ปัญหาดังกล่าวให้เพื่อนนักเรียนได้ช่วยกันอภิปราย แสดงความคิดเห็น เพื่อหาวิธีแก้ปัญหาดังกล่าวนั้น

6. เริ่มต้นใหม่ (A New Beginning) ครูให้นักเรียนฝึกฝนการตั้งปัญหา โดยให้นักเรียน ทำกิจกรรมที่ส่งเสริมทักษะในการตั้งปัญหาของผู้เรียน เช่น ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ทั้งนี้กิจกรรม ต่าง ๆ เช่น การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดสามารถใช้เป็นกิจกรรมในการพัฒนาทักษะในการตั้ง ปัญหาของนักเรียนได้

แคนคอย (Cankoy. 2014: 225-226) ได้ระบุรูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา ในชั้นเรียน โดยแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. **ขั้นเปิดประเด็นปัญหา (Ignition)** เป็นขั้นที่ครูระบุข้อความ หรือจำนวน เพื่อเป็นเงื่อนไขเริ่มต้น ของปัญหาทางคณิตศาสตร์

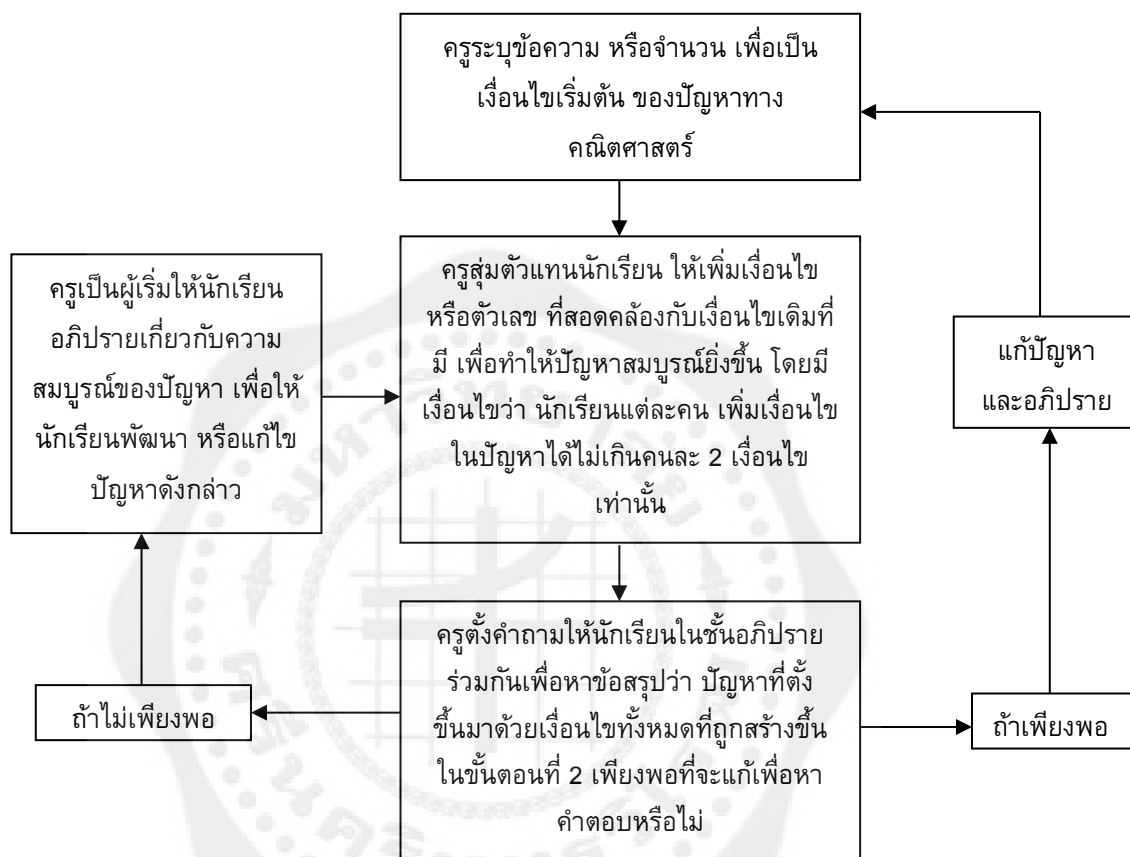
2. **ขั้นสร้างปัญหา (Construction)** เป็นขั้นที่ครูจะสมมติตัวแทนนักเรียน ให้เพิ่มเงื่อนไข หรือตัวเลข ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเดิมที่มี เพื่อทำให้ปัญหาสมบูรณ์ยิ่งขึ้น โดยมีเงื่อนไขว่า นักเรียนแต่ละคน เพิ่มเงื่อนไขในปัญหาได้ไม่เกินคนละ 2 เงื่อนไขเท่านั้น

3. **ขั้นอภิปราย (Discussion)** เป็นขั้นที่ครูตั้งคำถามให้นักเรียนในชั้นอภิปรายร่วมกัน เพื่อหาข้อสรุปว่า ปัญหาที่ตั้งขึ้นมาด้วยเงื่อนไขทั้งหมดที่ถูกสร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 2 เพียงพอ ที่จะแก้เพื่อหาคำตอบหรือไม่

4. **ขั้นพัฒนาหรือหาคำตอบ (Develop/Solution)** ในกรณีที่ได้ข้อสรุปจากการอภิปราย ร่วมกันในขั้นตอนที่ 3 ว่าปัญหานี้สมบูรณ์แล้ว ครูจะให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยที่มีสมาชิก 3 -4 คน เพื่ออภิปรายเกี่ยวกับวิธีการหาคำตอบของปัญหา และลงมือแก้ปัญหานั้น แต่ในกรณีที่ข้อสรุปว่า ปัญหานี้ยังไม่สมบูรณ์ ครูจะให้นักเรียนเข้ากลุ่มย่อยที่มีสมาชิกกลุ่มละเพื่อพัฒนาปัญหาคณิตศาสตร์ ข้อนี้ให้สมบูรณ์ และอภิปรายร่วมกันเพื่อตรวจสอบความสมบูรณ์ของปัญหาอีกครั้งก่อน

จะเห็นได้ว่า รูปแบบการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ของ Cankoy เป็นกระบวนการที่เป็นวงจร นั่นคือจากขั้นตอนที่ 3 หากปัญหาที่ร่วมกันสร้างขึ้นในชั้นเรียน ยังไม่สมบูรณ์ พอที่จะแก้ปัญหานั้นได้แล้ว นักเรียนจะต้องพัฒนาปัญหานั้นต่อให้สมบูรณ์

เหมือนกับการย้อนกลับไปดำเนินกิจกรรมในขั้นที่ 2 อีกครั้ง แล้วจึงอภิปรายร่วมกันใหม่ (ขั้นตอนที่ 3) จนกว่าจะได้ปัญหาที่สมบูรณ์ แล้วจึงดำเนินการแก้ปัญหา และเมื่อการแก้ปัญหาข้อนี้เสร็จสิ้นแล้ว ครูสามารถเริ่มต้นกระบวนการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ได้อีกครั้ง ดังภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 วงจรกิจกรรมการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Cankoy

ที่มา: Cankoy, Osman. (2014). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. *International Journal of Science & Mathematics Education*. p. 226.

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้วิธีการของ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตรวจสอบผล และขั้นตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง ซึ่งในขั้นนี้จะแบ่งเป็นขั้นย่อย คือ การเปลี่ยนแปลงเกี่ยวกับเงื่อนไขบางประการของโจทย์ ขั้นลงมือตั้งปัญหา และขั้นวิเคราะห์ปัญหาที่สร้างขึ้น

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในต่างประเทศ

ซิลเวอร์ (Silver, 1993: 66-85) ได้ศึกษาโดยการสังเคราะห์วรรณกรรมต่าง ๆ เพื่อแสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงระหว่างการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาในทางคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหา ผลการศึกษาทำให้เชื่อว่า การสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาในทางคณิตศาสตร์เป็นยุทธวิธีการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น

เดอเมียร์ (Demir, 2005: IV) ได้ศึกษาผลของการสอนผ่านการตั้งปัญหาของนักเรียนเกรด 10 เรื่องความน่าจะเป็น และทัศนคติต่อเรื่องความน่าจะเป็น โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 10 จำนวน 82 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนผ่านการตั้งปัญหามีความเข้าใจเรื่อง ความน่าจะเป็น และมีทัศนคติที่ดีอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

แคนคอย (Cankoy, 2014: 219) ได้ศึกษาความสามารถในการตั้งปัญหาของนักเรียนในสถานการณ์ที่เป็นอิสระ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจะถูกสุ่มจากนักเรียนเกรด 5 สองห้องเรียน ห้องเรียนละ 30 คน ทั้งสองกลุ่มจะศึกษาการวิเคราะห์เนื้อหาแบบอุปนัย และนิรนัย และจำแนกเป็นประเภท ภายใต้การทดลอง 5 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองนักเรียนมีการตั้งปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้ มีความสมเหตุสมผล และตั้งปัญหาจากสถานการณ์ใหม่ได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม

คาร์เปอร์ (Kapur, 2015: 23-31) ได้ศึกษาระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการตั้งปัญหา โดยที่นักเรียนจะได้เรียนการแก้ปัญหา (ที่หาผลลัพธ์จากโจทย์ปัญหาสถานการณ์สมมติ) และการตั้งปัญหา (ที่ตั้งปัญหาที่สัมพันธ์ผลลัพธ์ที่กำหนด) จากการศึกษาการตั้งปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ 1 คือนักเรียนที่ได้เรียนการตั้งปัญหา ก่อนการแก้ปัญหา สามารถประยุกต์ความรู้กับสถานการณ์ปัญหาใหม่ ๆ ได้ดี แต่ไม่ส่งผลกับความรู้ที่ต้องเรียน หรือกรอบเนื้อหาที่ต้องเรียนเท่าใดนัก กลุ่มตัวอย่างที่ 2 ที่ได้เรียนการแก้ปัญหาก่อน การตั้งปัญหา (โดยการตั้งปัญหานี้คือไม่มีการแก้ปัญหาคั้งขึ้น) พบว่านักเรียนมีความเข้าใจในกรอบเนื้อหามากกว่า แต่การประยุกต์ความรู้ทำได้ไม่ดีเท่ากลุ่มตัวอย่างที่ 1 ดังนั้นแล้วการสอนให้นักเรียนตั้งปัญหาก่อน และแก้ปัญหาคั้งขึ้นจะช่วยให้ได้ทั้งกรอบเนื้อหา และการประยุกต์ความรู้ได้ดียิ่งขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

สุริยส สุขแสง (2548: 73-79) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนจอมพระประชาสรรค์ จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 82 คน เป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 41 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา และนักเรียนกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา

มีความสามารถในการแก้คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 และมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

เครือข่าย วัฒนา (2549: 101-102) ได้ศึกษาบทบาทของการสร้างปัญหาที่มีต่อกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 โรงเรียนมหาวิทยาลัยนุญกุล จังหวัดมหาสารคาม ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 9 คน แบ่งนักเรียนกลุ่มเป้าหมายออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน ให้แต่ละกลุ่มแก้ปัญหาปลายเปิดจำนวน 3 ปัญหา โดยวิธีคิดแบบออกเสียงดัง (Thinking Aloud Method) ในบริบทนอกชั้นเรียน โดยไม่มีการแทรกแซงจากผู้วิจัย ข้อมูลหลักที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ โปรโตคอลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 9 โปรโตคอล งานเขียนของนักเรียน แบบบันทึกภาคสนาม วิเคราะห์ข้อมูลโดยวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ Schienfeld วิเคราะห์บทบาทของการสร้างที่มีต่อกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิดของ Brown & Walter ผลการมีวิจัยพบว่า

1) ลักษณะของการแก้ปัญหา 5 ลักษณะดังต่อไปนี้

ลักษณะที่ 1 การอ่าน-การสำรวจ-การวิเคราะห์-การวางแผน-การนำไปใช้-การตรวจสอบ

ลักษณะที่ 2 การอ่าน-การสำรวจ-การวิเคราะห์-การวางแผน-การนำไปใช้

ลักษณะที่ 3 การอ่าน-การวิเคราะห์-การวางแผน-การนำไปใช้-การสำรวจ-การตรวจสอบ

ลักษณะที่ 4 การอ่าน-การวิเคราะห์-การวางแผน-การนำไปใช้-การตรวจสอบ-การสำรวจ

ลักษณะที่ 5 การอ่าน-การวางแผน-การนำไปใช้-การสำรวจ-การวิเคราะห์-การตรวจสอบ

2) บทบาทของการสร้างปัญหาทั้ง “การยอมรับปัญหา” และ “การทำหายปัญหา”

ที่มีต่อกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังต่อไปนี้

การสร้างปัญหาแบบยอมรับปัญหา ปรากฏให้เห็นในระยะเริ่มต้นของกระบวนการแก้ปัญหา และในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา การยอมรับปัญหาเกิดขึ้นทั้งในช่วงรอยต่อของกลุ่มพฤติกรรมแก้ปัญหาและภายในกลุ่มพฤติกรรมแก้ปัญหา

การสร้างปัญหาแบบการทำหายปัญหา ปรากฏให้เห็นในระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดปัญหาใหม่ กระบวนการแก้ปัญหานักเรียนจะเปลี่ยนไปตามเป้าหมายของปัญหาใหม่ นอกจากนี้ยังทำให้นักเรียนมีอิสระในการกำหนดองค์ประกอบหรือเงื่อนไขของปัญหาใหม่ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมียุทธวิธีในการแก้ปัญหามากมาย

สายสุณี สุทธิจักร (2551: 69-74) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร จังหวัดหนองคาย จำนวน 103 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 51 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม 52 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุมเรียนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 แต่นักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552: 206-215) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดป่าประดู่ จำนวน 100 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 50 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

วรรณพร เลิศอวาส (2554: 99-105) ได้ศึกษาพฤติกรรมการด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น เรื่องจำนวน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผ่านกิจกรรมการแก้ปัญหา และการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนอนุบาลเพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ปีการศึกษา 2552 จำนวน 10 คน โดยมีนักเรียน 3 คน เป็นนักเรียนเป้าหมายเพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการด้านความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น เรื่องจำนวน ซึ่งผลการศึกษาพฤติกรรมการด้านความคิดคล่อง และความคิดยืดหยุ่น มีดังนี้

1) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถคิดหาผลเฉลยได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด คิดหาผลเฉลยได้หลายรูปแบบที่แตกต่างกัน คิดแล้วเลือกผลเฉลยหรือกลุ่มของผลเฉลยที่สอดคล้องกับสถานการณ์ หรือเงื่อนไขที่กำหนด และคิดแล้วเลือกเกณฑ์ในการจัดกลุ่มผลเฉลยได้

2) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนสามารถตั้งสถานการณ์ได้จำนวนมากในเวลาที่กำหนด ตั้งสถานการณ์ได้หลายโครงสร้างที่แตกต่างกัน และคิดแล้วเลือกสถานการณ์ หรือกลุ่มของสถานการณ์หรือเงื่อนไขที่กำหนด

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยในครั้งนี้คือ เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้มาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยใช้การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากคะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียน สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพผู้วิจัยใช้ในการประเมินพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในกลุ่มย่อยของนักเรียน โดยพิจารณาจากการแสดงออกทางวาจา และร่องรอยการเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างของการศึกษา โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรม และกล้องวิดีโอที่ช่วยบันทึกพฤติกรรมเหล่านั้น ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. กำหนดกรอบแนวคิดของการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนพระหฤทัยนันทบุรี จังหวัดนันทบุรี จำนวน 5 ห้องเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนพระหฤทัยนันทบุรี จังหวัดนันทบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 30 คน นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเหล่านี้ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากทั้งหมด 5 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 164 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน

จำนวน 5 กลุ่ม และกลุ่มละ 5 คน จำนวน 2 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ซึ่งพิจารณาจากคะแนนของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 มาเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย แล้วกำหนดให้นักเรียนที่มีคะแนนเป็นลำดับที่ 1-10 อยู่ในกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนที่มีคะแนนเป็นลำดับที่ 11-20 อยู่ในกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ปานกลาง และนักเรียนที่มีคะแนนเป็นลำดับที่ 21-30 อยู่ในกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ หลังจากนั้นเลือกนักเรียน 1 กลุ่มย่อย เพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีนักเรียนเป้าหมายทั้งหมด 4 คน

2. กำหนดกรอบแนวคิดของการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา

ในการดำเนินการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจุดมุ่งหมายหลัก เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 9 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผล และการประเมินผลการเรียนรู้

นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาและตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบเดี่ยว และเป็นกลุ่ม ประกอบด้วยนักเรียน 4 คนแบบละความสามารถ โดยเลือกจากนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนต้องร่วมกันรับผิดชอบในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในกลุ่มและในชั้นเรียน

ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนรู้

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องอสมการผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 9 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์นี้ออกเป็น 2 ช่วง โดยในแต่ละช่วง มีรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

ช่วงที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 – 4) คาบเรียนที่ 1 ตั้งโจทย์เกี่ยวกับประโยคแทนข้อความที่เกี่ยวข้องกับอสมการ โดยเริ่มจากทบทวนการเขียนประโยคเกี่ยวกับจำนวนให้เป็นสมการ ยกตัวอย่างประโยคเกี่ยวกับจำนวนที่มีค่าแสดงความสัมพันธ์ น้อยกว่า มากกว่า น้อยกว่าหรือเท่ากับ มากกว่าหรือเท่ากับ ไม่เท่ากับ การใช้เส้นจำนวน เพื่อให้นักเรียนสังเกตคำตอบที่เป็นช่วงของอสมการได้ชัดเจนยิ่งขึ้น คาบเรียนที่ 2 ตั้งโจทย์เกี่ยวกับการแก้อสมการที่เป็นเครื่องหมายไม่เท่ากับ อสมการที่สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเป็นบวก และเป็นลบ นักเรียนเรียนการใช้สมบัติการบวกและการคูณของการไม่เท่ากัน โดยมีการทบทวนการใช้สมบัติการบวกและสมบัติการคูณในการแก้อสมการ เพื่อนำไปสู่สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันในการแก้อสมการ คาบเรียนที่ 3 ให้นักเรียนตั้งโจทย์เกี่ยวกับอสมการที่มีตัวแปรทั้งสองฝั่งของเครื่องหมาย และมีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเป็นเศษส่วน โดยมีการสอนให้นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับการสมมูลกันของอสมการ ยกตัวอย่างการแก้อสมการที่มีความหลากหลาย และเพิ่มระดับความซับซ้อนเพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น หลังจากนั้นจะมีการทดสอบย่อยพื้นฐานเกี่ยวกับการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คาบเรียนที่ 4 แก้ไขจุดผิดพลาดที่นักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นในการแก้อสมการ เพื่อให้มีความเข้าใจที่ถูกต้อง ครูทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อนำไปสู่การสอนขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยครูฝึกให้นักเรียนวิเคราะห์โจทย์ ถึงเงื่อนไขต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ และเขียนอสมการตามเงื่อนไขของโจทย์ มีการตั้งปัญหา โดยให้นักเรียนเปลี่ยนแปลงจำนวนและบริบทจากตัวอย่างโจทย์ปัญหาอสมการ

ช่วงที่ 2 (คาบเรียนที่ 5 – 9) คาบเรียนที่ 5 เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ครูกำหนดให้เป็นกลุ่ม และให้นักเรียนหาคำที่ความหมายเช่นเดียวกับคำที่มักพบในโจทย์ปัญหา เช่น คำว่า “ไม่ถึง” “ไม่เกิน” “ไม่มากกว่า” “ไม่น้อยกว่า” “อย่างน้อย” และ “อย่างมาก” ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับการตั้งปัญหาโดยการสังเกตเงื่อนไข และนำคำแนะนำเกี่ยวกับอสมการ ไปเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ คาบเรียนที่ 6 มีการเรียนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาอสมการที่มีเงื่อนไขแฝง และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์ของตัวแปร และมีการตั้งปัญหาเกี่ยวกับเงื่อนไขแฝง และสัมประสิทธิ์ของตัวแปร คาบเรียนที่ 7 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมเกี่ยวกับการตั้งปัญหา โดยเพิ่มเติมโจทย์ปัญหาที่มักมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับอสมการ และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน โดยเน้นโจทย์ปัญหาที่มีค่าที่แสดงความสัมพันธ์ในลักษณะอสมการ

เพื่อให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับความหมายของคำ และมีการตั้งปัญหาจากคำตอบ และจากขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งของการแก้สมการ โดยครูเป็นผู้กระตุ้นผ่านคำถาม และกิจกรรมกลุ่ม และให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับปัญหาที่ตั้งขึ้น คาบเรียนที่ 8 เรียนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาที่มีความน่าสนใจ และทำกิจกรรมเกี่ยวกับการตั้งปัญหา มีการแก้ปัญหที่ตนเองตั้งขึ้น วิเคราะห์ปัญหาที่ตนเองตั้งขึ้น และมีการวิเคราะห์ปัญหาของเพื่อนที่น่าสนใจ คาบเรียนที่ 9 เรียนเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน และมีการทำกิจกรรมกลุ่มเกี่ยวกับการตั้งปัญหา โดยที่นักเรียนทุกคนในกลุ่มมีส่วนร่วม

ตาราง 4 กิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

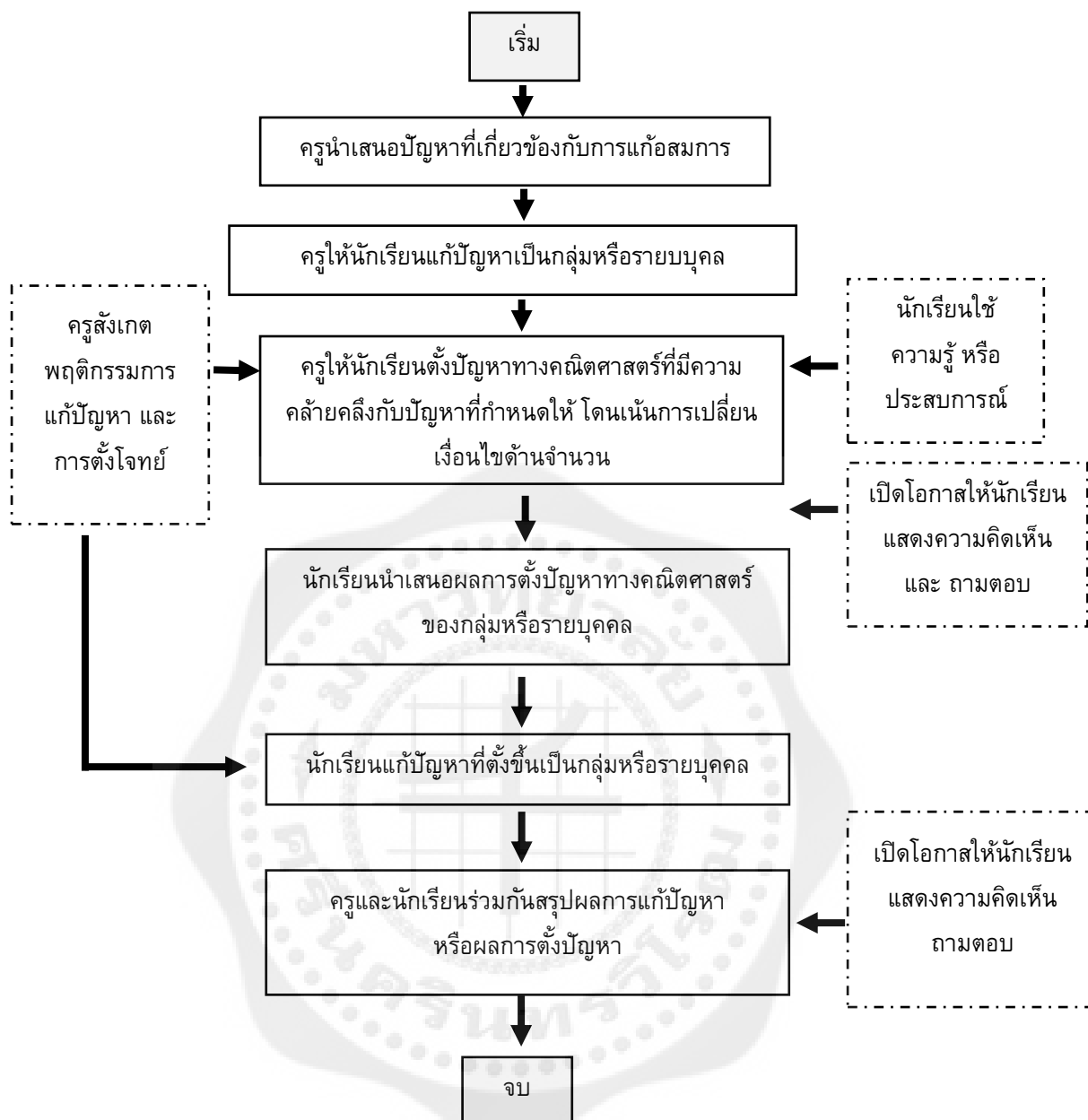
คาบเรียน	กิจกรรมการเรียนรู้
ทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	
1	- ทบทวนการเขียนประโยคสัญลักษณ์เกี่ยวกับจำนวนให้เป็นสมการ - ยกตัวอย่างประโยคเกี่ยวกับจำนวนที่มีค่าแสดงความสัมพันธ์ น้อยกว่า มากกว่า น้อยกว่าหรือเท่ากับ มากกว่าหรือเท่ากับ ไม่เท่ากับ - ทบทวนความรู้เกี่ยวกับเส้นจำนวนและการเขียนจำนวนจริง - การเขียนประโยคสัญลักษณ์เกี่ยวกับจำนวนให้เป็นสมการ - ตั้งปัญหาเกี่ยวกับการใช้ประโยคแทนข้อความที่เกี่ยวข้องกับสมการ
2	- ทบทวนการใช้สมบัติการบวกและสมบัติการคูณในการแก้สมการ - สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันในการแก้สมการ - ตั้งปัญหาเกี่ยวกับการแก้สมการที่เป็นเครื่องหมายไม่เท่ากับ สมการที่สัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเป็นบวก และเป็นลบ
3	- สอนให้นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับการสมมูลกันของสมการ - ยกตัวอย่างการแก้สมการที่มีความหลากหลาย และเพิ่มระดับความซับซ้อนเพื่อให้ นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น - ตั้งปัญหาเกี่ยวกับสมการที่มีตัวแปรทั้งสองฝั่งของเครื่องหมาย และมีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเป็นเศษส่วน

ทดสอบย่อยเนื้อหาเกี่ยวกับการแก้สมการ

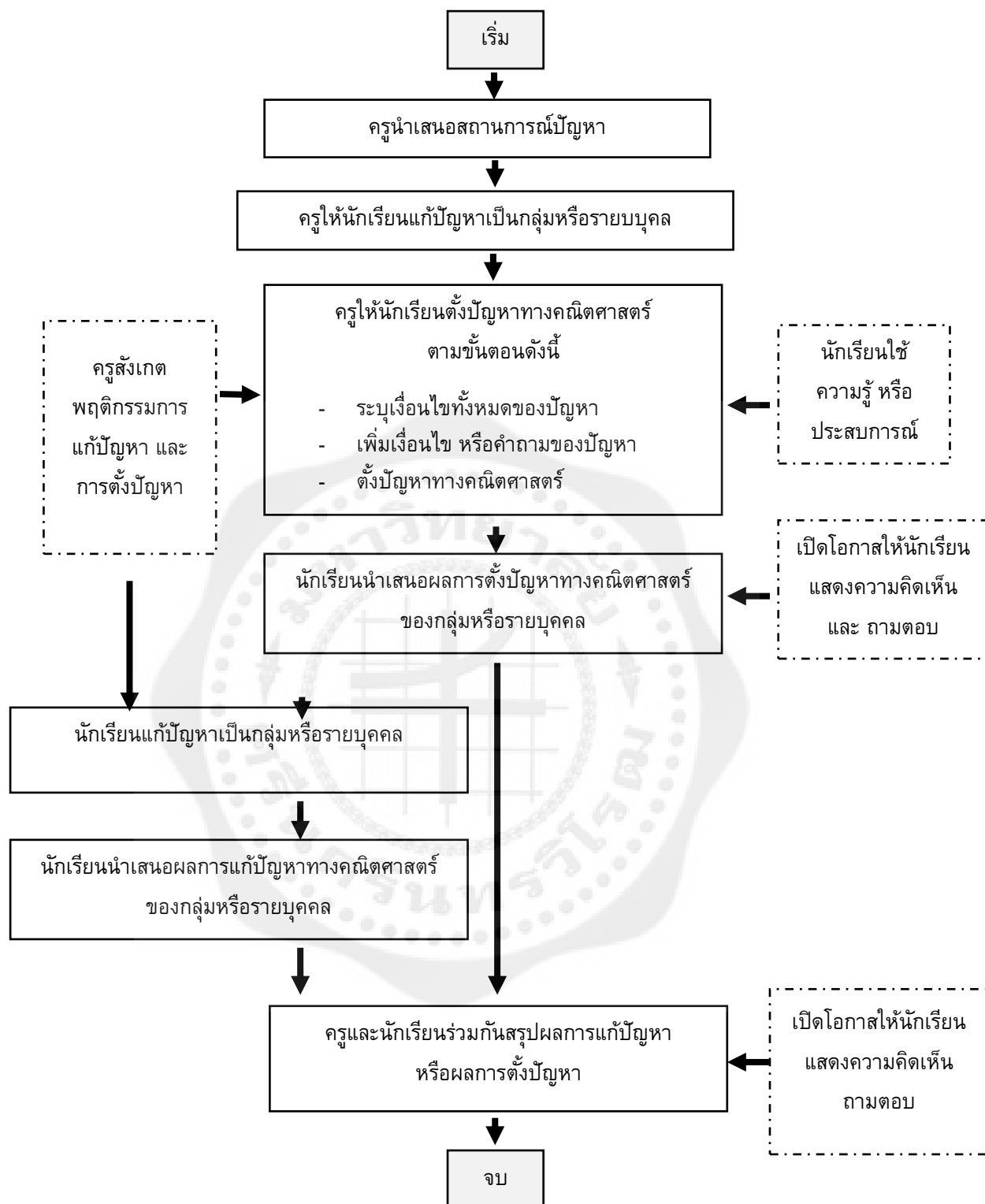
ตาราง 4 (ต่อ)

คาบเรียน	กิจกรรมการเรียนรู้
4	- แก้ไขจุดผิดพลาดที่นักเรียนยังเข้าใจผิด โดยประเมินจากการทดสอบที่ผ่านมา - ทบทวนการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การตั้งปัญหา โดยเปลี่ยนแปลงจำนวน และบริบทจากตัวอย่างโจทย์ปัญหาสมการ
5	- ระบุคำสำคัญที่เกี่ยวข้องกับอสมการ เช่น “ไม่ถึง” “ไม่เกิน” “ไม่มากกว่า” “ไม่น้อยกว่า” “อย่างน้อย” และ “อย่างมาก” เป็นต้น - ตั้งปัญหาโดยใช้คำสำคัญเกี่ยวกับอสมการ โดยเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้
6	- โจทย์ปัญหาที่มีเงื่อนไขแฝง และโจทย์ปัญหาเกี่ยวข้องกับสัมประสิทธิ์ของตัวแปร - เน้นโจทย์ปัญหาที่มีค่าที่แสดงความสัมพันธ์ในลักษณะอสมการ เพื่อให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับความหมายของค่า - การตั้งปัญหา โดยครูเป็นผู้กระตุ้นผ่านคำถาม และกิจกรรมกลุ่ม และให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับปัญหาที่สร้างขึ้น
7	- โจทย์ปัญหาที่มักมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับอสมการ - โจทย์ปัญหาอสมการที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนและร้อยละ - การตั้งปัญหา ที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนในการแก้สมการ และตั้งปัญหาจากคำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของอสมการ - การตั้งปัญหาอสมการ โดยมีความเกี่ยวข้องกับเรื่องต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เช่น เรขาคณิต
8	- โจทย์ปัญหาอสมการที่มีความน่าสนใจ - ทำกิจกรรมเกี่ยวกับการตั้งปัญหา มีการแก้ปัญหที่ตนเองตั้งขึ้น วิเคราะห์ปัญหาที่ตนเองตั้งขึ้น และมีการวิเคราะห์ปัญหาของเพื่อนที่น่าสนใจ
9	- โจทย์ปัญหาอสมการที่มีความซับซ้อน - กิจกรรมกลุ่มเกี่ยวกับการตั้งปัญหา
ทดสอบหลังเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	

สำหรับขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังภาพประกอบ 7-8



ภาพประกอบ 7 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบ 1-4



ภาพประกอบ 8 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบ 5-9

3. การสร้างเครื่องมือและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือวิจัยที่ใช้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการตั้งปัญหา และเครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.1 เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา

3.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา

แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาจำนวน 9 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยการดำเนินการแต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที เนื้อหาที่ใช้ คือเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้พื้นฐาน

ขั้นตอนการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ผลการเรียนรู้ และรายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษา ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. ศึกษาวิธีการสร้างแผนการกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการตั้งปัญหา จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ ที่มีความสอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา
4. จัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีแผนการจัดการเรียนรู้ 9 แผน จำนวน 9 คาบเรียน

ตาราง 5 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนชั่วโมง
1	อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
2	สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
3 - 4	การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2
5 - 9	โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	5

5. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

6. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่านพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหา ความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผล เพื่อนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไข โดยกำหนดระดับการให้คะแนนสำหรับแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

7. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาไปทดลองกับกลุ่มนักร้องจำนวน 40 คนซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจันทร์ประดิษฐารามวิทยาคม จังหวัดกรุงเทพมหานคร

8. ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา ในส่วนของเนื้อหา ความกระชับ ภาษาให้เหมาะสมต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียน

9. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง อสมการ ผ่านการตั้งปัญหา ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโทเพื่อตรวจสอบอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยแล้วเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.1.2 แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นข้อสอบอัตนัย เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 12 คะแนน รวม 48 คะแนน เพื่อนำผลจากการทำข้อสอบมาวิเคราะห์ในการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาพื้นฐานของผู้เรียนก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ศึกษาแนวคิดการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้าง
2. ศึกษาเนื้อหาและผลการเรียนรู้จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
3. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และผลการเรียนรู้
4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวซึ่งเป็นแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียน โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาหลักสูตรการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญาณิพนธ์เพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข
6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบในเรื่องความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ซึ่งจะต้องมีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์มากกว่า 0.5 แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข โดยกำหนดระดับการให้คะแนนสำหรับแต่ละข้อในแบบทดสอบ ดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

7. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจันทร์ประดิษฐารามวิทยาคม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนน

8. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้มาวิเคราะห์รายข้อเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของภาษา และความเข้าใจของผู้เรียนต่อโจทย์

ปัญหาในแบบทดสอบก่อนเรียน และคัดเลือกแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 4 ข้อ

9. ปรับปรุง และจัดทำแบบทดสอบก่อนเรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ฉบับสมบูรณ์ แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.2 เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล

ในงานวิจัยครั้งนี้ เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแต่ละชุดเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ข้อละ 12 คะแนน รวม 48 คะแนน โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีค ซึ่งผู้วิจัยปรับปรุงการตรวจให้คะแนนของ ชาร์ลส์ เลสเตอร์ และโอดาฟเฟอร์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 35–42; citing Charles; Lester; & O'Daffer. 1987: 15–61) และสายสุณี สุทธิจักร (2554: 67) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังตาราง 6

ตาราง 6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การประเมิน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏ	คะแนน
ด้านความเข้าใจปัญหา	มีการเขียน วาดรูป สัญลักษณ์ หรือข้อความที่แสดงถึงการทำความเข้าใจปัญหา ที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้	1
ทางคณิตศาสตร์	ไม่มีการเขียน วาดรูป สัญลักษณ์ หรือข้อความวางแผนการแก้ปัญหา ที่นำไปสู่การแก้ปัญหา	0
ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา	ระบุข้อมูล กำหนดตัวแปรที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน	3
	ระบุข้อมูล กำหนดตัวแปรที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน แต่ไม่สมบูรณ์	2
	ระบุข้อมูล กำหนดตัวแปรที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน	1
	ไม่มีการระบุข้อมูล ไม่กำหนดตัวแปรที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา	0

ตาราง 6 (ต่อ)

การประเมิน	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏ	คะแนน
ด้านการ ดำเนินการ แก้ปัญหา	เขียนสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ถูกต้อง แสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนถูกต้อง อธิบายได้ครบถ้วน	4
	เขียนสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ถูกต้อง แสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนถูกต้อง อธิบายได้บางส่วน หรือ เขียนสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ถูกต้อง แสดงวิธีทำเป็นขั้นตอนถูกต้อง ไม่มีการอธิบาย	3
	เขียนสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ถูกต้อง แสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง	2
	เขียนสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่แสดงวิธีการหาคำตอบสมการนั้นได้ถูกต้อง	1
	ไม่มีการเขียนแสดงวิธีทำ และการอธิบายใด ๆ ที่จะนำไปสู่คำตอบ	0
ด้านคำตอบที่ สอดคล้อง	แสดงคำตอบได้ครบถ้วน สอดคล้องกับเงื่อนไข อธิบายคำตอบได้ถูกต้อง	2
	แสดงคำตอบได้บางส่วน สอดคล้องกับเงื่อนไข แต่ไม่มีการอธิบายคำตอบ หรือ อธิบายคำตอบได้ไม่ถูกต้อง	1
	ไม่มีการแสดงคำตอบ หรือ คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง และไม่สอดคล้องกับเงื่อนไข	0
ด้านการ ตรวจสอบ คำตอบ	มีการแสดงการตรวจคำตอบคำนวณถูกต้อง และสมเหตุสมผลกับทุกเงื่อนไข มีการแสดงการตรวจคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์แต่มีข้อผิดพลาดเล็กน้อย	2
	การแสดงการตรวจคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์แต่มีข้อผิดพลาด หรือ มีการตรวจคำตอบโดยตรวจสอบจากสมการแต่ไม่ตรวจสอบจากเงื่อนไขของโจทย์	1
	ไม่มีการแสดงการตรวจคำตอบ	0

ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ศึกษาแนวคิดการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นแนวทางในการสร้าง
2. ศึกษาเนื้อหาและผลการเรียนรู้จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และผลการเรียนรู้

4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ โดยให้ครอบคลุมเนื้อหา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

5. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข

6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบในเรื่องความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ซึ่งจะต้องมีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์มากกว่า 0.5 แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข โดยกำหนดระดับการให้คะแนนสำหรับแต่ละข้อในแบบทดสอบ ดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

7. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจันทร์ประดิษฐารามวิทยาคม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนน โดยยึดเกณฑ์การให้คะแนนตามที่ได้สร้างไว้

8. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้มาวิเคราะห์รายข้อเพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยมีเกณฑ์ว่าค่าความยากง่าย (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป แล้วคัดแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มา จำนวน 4 ข้อ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ข หน้า 111)

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจันทร์ประดิษฐารามวิทยาคม จังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งไม่ใช่กลุ่มนักเรียนที่ทดลองใช้ไปในข้อ 7 จำนวน 40 คน เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งได้ค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัคเท่ากับ .60

10. ปรับปรุง และจัดทำแบบทดสอบก่อนเรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ฉบับสมบูรณ์ แล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3.2.2 แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้บันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา โดยแบบสังเกตพฤติกรรมในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้แบบตรวจสอบรายการ ที่ปรับปรุงมาจาก อัทซท์ และอมอร์-ทอมัส (Artzt, Alice F.; & Armour-Thomas, Eleanor. 1992: 147-148) โดยในแต่ละคาบผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจำนวน 2 คน เป็นผู้บันทึกพฤติกรรมเหล่านั้นลงในแบบสังเกตพฤติกรรม

ขั้นตอนการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. กำหนดจุดมุ่งหมาย และขอบเขตของแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา
2. สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยเลือกใช้แบบตรวจสอบรายการ โดยดัดแปลงจากแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ อัทซท์ และอมอร์-ทอมัส (Artzt, Alice F.; & Armour-Thomas, Eleanor. 1992: 147-148)
3. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข
4. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหามาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ความชัดเจนของข้อความถาม โดยกำหนดการให้คะแนนของแต่ละข้อความดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

5. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหามาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน
6. นำแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหามาทดลองกับกลุ่มนรารองจำนวน 4 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจันทร์ประดิษฐารามวิทยาคม จังหวัดกรุงเทพมหานคร (กลุ่มเดียวกับที่นำกิจกรรมการเรียนรู้ไปทดลองนรารอง)
7. นำผลที่ได้จากการทดลองกับกลุ่มนรารองมาวิเคราะห์ เพื่อใช้เป็นฐานข้อมูลและแนวทางในการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป
8. ปรับแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหามาให้เหมาะสม เพื่อเป็นเครื่องมือสำหรับนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรม การตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Posttest-Only Design

ตาราง 7 แบบแผนการวิจัย One – Group Posttest-Only Design

กลุ่มตัวอย่าง	ตัวแปรอิสระ	ทดสอบ
ER	X	T

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

ER แทน กลุ่มทดลองที่ได้มาโดยกระบวนการสุ่ม

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

T แทน การทดสอบหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ จำนวน 9 คาบเรียน ทดสอบย่อยความรู้พื้นฐานเรื่องการแก้สมการ 1 คาบ ทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ และหลังเรียน 1 คาบ ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการ ดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีผู้ช่วยสังเกตการณ์อีก 2 คน ช่วยบันทึกพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มเป้าหมายขณะลงมือแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย โดยใช้แบบตรวจสอบรายการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ก่อนเริ่มการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีการทำแบบทดสอบก่อนเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยทำการทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในคาบที่ 1-3 ผู้วิจัยจัดการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเบื้องต้นที่สำคัญเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมบัติที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีการทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน และมีการใช้กล่องวิดีโอ เพื่อบันทึกการรายละเอียด บทสนทนา พฤติกรรม บรรยากาศในชั้นเรียนที่เกิดขึ้น สังเกตพฤติกรรม

ในการแก้ปัญหาไปควบคู่ หลังจากทดสอบวัดความรู้พื้นฐานในการแก้สมการ นำจุดผิดพลาดหรือจุดที่นักเรียนมีความเข้าใจคลาดเคลื่อนมาแก้ไขความเข้าใจให้ถูกต้องในคาบที่ 4

3. ในคาบที่ 4 จะเป็นการเทียบให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหาสมการ และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาสมการ ในขณะที่ดำเนินกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาในคาบที่ 4-9 มีการใช้กล่องวิดีโอเพื่อบันทึกรายละเอียด บทสนทนา พฤติกรรม บรรยากาศในชั้นเรียนที่เกิดขึ้นขณะลงมือตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ และบันทึกพฤติกรรมโดยใช้แบบตรวจสอบรายการ

4. เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากผ่านการจัดการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยวิธีการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินามด้วยสถิติ Z (Z-Test for Population Proportion)

3. นำใบแสดงร่องรอยการเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการสังเกตพฤติกรรม การแก้ปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใบสังเกตพฤติกรรมแบบตรวจสอบรายการของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์ และกล่องวิดีโอที่บันทึกพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาตามกรอบวิเคราะห์พฤติกรรมของอาร์ตซ์ และอมอร์-ทอมัส (Artzt, Alice F.; & Armour-Thomas, Eleanor. 1992: 147-148)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2560: 38)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน
 n แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง
 i แทน จำนวนตั้งแต่ 1 ถึง n
 x_i แทน คะแนนของผู้เรียนคนที่ i

1.2 หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของแบบทดสอบ (Standard Deviation)

โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์. 2560: 77)

$$s = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
 n แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง
 i แทน จำนวนตั้งแต่ 1 ถึง n
 x_i แทน คะแนนของผู้เรียนคนที่ i

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่

2.1 การศึกษาค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับความมุ่งหมายของการวิจัย (ศิริชัย พงษ์วิชัย. 2558: 142)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ
 i แทน จำนวนตั้งแต่ 1 ถึง N
 R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่ i

2.2 หาค่าความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สูตรอย่างง่าย (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2528: 179-180)

$$\text{สูตร} \quad p_i = \frac{(H_i + L_i)}{[T_i(N_H + N_L)]}$$

$$\text{สูตร} \quad r_i = \frac{(H_i - L_i)}{[T_i \times \frac{1}{2}(N_H + N_L)]}$$

- เมื่อ p_i แทน ค่าความยากง่าย ข้อที่ i
 r_i แทน อำนาจจำแนก ข้อที่ i
 H_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง
 L_i แทน คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
 T_i แทน คะแนนเต็มของข้อที่ i
 N_H แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มสูง
 N_L แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มต่ำ

2.3 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ
 เชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้การคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) โดยใช้สูตร
 ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2528: 170-171)

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right]$$

- เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 K แทน จำนวนข้อสอบ
 S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
 S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

$$\text{โดยที่} \quad s_i^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n(n-1)}$$

- เมื่อ n แทน จำนวนคนเข้าสอบ
 i แทน จำนวนตั้งแต่ 1 ถึง n
 S_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 x_i แทน ผลทั้งหมดของคะแนนในข้อที่ i

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมุติฐาน

3.1 ใช้สูตรทางสถิติการทดสอบทวินามด้วยสถิติ Z (Z-Test for Population Proportion) เพื่อแสดงว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากผ่านการจัดการเรียนรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยวิธีการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนของนักเรียนประชากรที่ต้องการทดสอบ

n แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่าง



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และพฤติกรรมในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ ทั้งเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ แล้วนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตอนที่ 2 พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัย นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 8

ตาราง 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
แบบทดสอบ	48	31.07	64.73	11.07

จากตาราง 8 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เท่ากับ 31.07 คิดเป็นร้อยละ 64.73 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 11.07

1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผู้วิจัยได้รวบรวมคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เป็นกลุ่มตัวอย่างแต่ละคน แล้วคำนวณจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม หลังจากนั้นนำคะแนนที่ได้ไปทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ โดยใช้การทดสอบชาฟิโร-วิลค์ ซึ่งพบว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 113) ดังนั้นผู้วิจัยจึงทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบทวินามด้วยสถิติ Z ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย แสดงดังตาราง 9

ตาราง 9 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียนที่ มีความสามารถ ในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ (คน)	ร้อยละนักเรียนที่ มีความสามารถ ในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ (คน)	Z-score	ค่าวิกฤต
30	23	76.67	1.90	1.645*

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 9 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา ผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์จำนวน 2 คน ร่วมกันวิเคราะห์ร่องรอยการเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถตามแนวคิดของโพลยา โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์ความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน โดยในกลุ่มตัวอย่างจะมีนักเรียนเป้าหมายรวมอยู่ด้วยจำนวน 4 คน ได้แก่ คะน่า ผักบุ้ง ผักกาด แดงกวาง โดยที่ คะน่า เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง เป็นนักเรียนที่ให้คำแนะนำกับเพื่อนในกลุ่ม ตอบคำถามในห้องเรียนเป็นประจำ และซักถามเมื่อมีข้อสงสัย ผักบุ้ง และผักกาด เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ปานกลาง ชอบแสดงความคิดเห็น ซักถามเมื่อมีข้อสงสัย แดงกวาง เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ มักรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่ม แสดงความคิดเห็น และซักถามเมื่อมีข้อสงสัยเป็นบางครั้ง

ในแต่ละช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ได้เลือกคาบเรียนที่นักเรียนแสดงความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาอธิบายโดยแบ่งเป็นช่วงตามคาบที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ดังนี้

ช่วงที่ 1 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 1-5 มาอภิปรายว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ว่าเป็นอย่างไร ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา

ช่วงที่ 2 ผู้วิจัยเลือกคาบที่ 6 หรือ 7 มาอภิปรายว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ว่าเป็นอย่างไร ภายหลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา

ช่วงที่ 3 ผู้วิจัยเลือกคาบที่ 8 หรือ 9 มาอภิปรายว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ว่าเป็นอย่างไรจากช่วงที่ 2

สำหรับรายละเอียดของความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้แสดงพัฒนาการของการแก้ปัญหของนักเรียน โดยพิจารณาความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหตามแต่ละขั้นของโพลยา แบบทดสอบก่อนเรียน ใบกิจกรรมของนักเรียนในแต่ละช่วงที่ 1, 2 และ 3 ดังที่ได้กล่าวไปข้างต้น และแบบทดสอบหลังเรียนที่แสดงความเปลี่ยนแปลงดังตาราง 10

ตาราง 10 ความสามารถในการแก้ปัญหาตามชั้นของโพลยาของนักเรียนทั้งห้อง

ความสามารถในการ แก้ปัญหา	แบบทดสอบ ก่อนเรียน (ร้อยละ)	ช่วงที่			แบบทดสอบ หลังเรียน (ร้อยละ)
		1 (ร้อยละ)	2 (ร้อยละ)	3 (ร้อยละ)	
ชั้นทำความเข้าใจปัญหา	23.33	46.67	56.67	70.00	90.00
ชั้นวางแผนการแก้ปัญหา	16.67	53.33	50.00	80.00	76.67
ชั้นดำเนินการตามแผน	16.67	40.00	63.33	56.67	63.33
ชั้นตรวจสอบผล	0	36.67	40.00	60.00	46.67

จากตาราง 10 สำหรับชั้นทำความเข้าใจปัญหา ในช่วงแรก ก่อนคาบเรียนที่ 1 นักเรียนได้ทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อต้องการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อเทียบกับความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยวิเคราะห์จากร่องรอยการเขียนในการทำข้อสอบ พบว่า ไม่มีนักเรียนที่สามารถเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ครบทุกข้อจากแบบทดสอบ มีนักเรียนจำนวน 7 คน (คิดเป็นร้อยละ 23.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ในบางข้อ

สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน จากร่องรอยการเขียนแสดงให้เห็นถึงพัฒนาการในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา พิจารณาจากแบบทดสอบก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา นักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ในบางข้อ และแนวโน้มความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาเพิ่มสูงขึ้นภายหลังได้รับการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา และสามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ครบทุกข้อ ในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา พิจารณาจากร่องรอยการเขียนแสดงให้เห็นถึงการกำหนดตัวแปรได้ครบถ้วน ถูกต้อง และสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ในชั้นดำเนินการตามแผน พิจารณาจากนักเรียนสามารถดำเนินการแก้สมการได้ถูกต้อง โดยลดลงเล็กน้อยในบางช่วง ซึ่งเกิดจากความซับซ้อนของปัญหา ในช่วงที่ 3 และในขั้นตรวจสอบผล พิจารณาจากร่องรอยการเขียนที่แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของวิธีการตรวจสอบคำตอบที่นักเรียนเข้าใจ และวิธีการตรวจคำตอบที่ถูกต้อง และสอดคล้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ รายละเอียดของความสามารถในการแก้ปัญหา แสดงให้เห็นเป็นช่วง ดังภาพประกอบ 9-29

ในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนกลุ่มเป้าหมายสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ในบางข้อ โดยพิจารณาจากร่องรอยการเขียนในแบบทดสอบ ก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ก่อนช่วงที่ 1 ดังภาพประกอบ 9-12

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... มีน้ำอยู่ $\frac{3}{4}$ ของถัง ใช้ไป 15 ลูกบาศก์เมตร เหลืออยู่ $\frac{1}{2}$ ถัง

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... ถังน้ำใบนี้จุน้ำกี่ลูกบาศก์เมตร

ภาพประกอบ 9 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของคะแนนช่วงที่ 1

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... เนื้อกระดาษแผ่นแรกเก็บ 100 กะแผ่นที่รองอีก 50 แผ่นได้ 75 กะแผ่น... กิ่งก้าน 30 กะแผ่น

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... กิ่งก้านของไม้สนกี่ก้านได้ 100 กะแผ่น

ภาพประกอบ 10 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของผักกาดก่อนช่วงที่ 1

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... เนื้อกระดาษแผ่นแรกเก็บ 100 กะแผ่นที่รองอีก 50 แผ่นได้ 75 กะแผ่น... กิ่งก้าน 30 กะแผ่น

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... กิ่งก้านของไม้สนกี่ก้านได้ 100 กะแผ่น

ภาพประกอบ 11 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของผักบุ้งก่อนช่วงที่ 1

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... ดัชนี 100 ดัชนี

ครั้งแรกสอบ ได้ 75 ดัชนี

ครั้งที่สองสอบได้ 80 ดัชนี

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... ครั้งที่สองสอบคณิตศาสตร์ได้กี่คะแนน

ภาพประกอบ 12 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของแตงกวาก่อนช่วงที่ 1

ภายหลังการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา นักเรียนมีพัฒนาการในขั้นการทำ
ความเข้าใจปัญหาที่ดียิ่งขึ้นในแต่ละช่วงดังต่าง 10 และเมื่อนักเรียนได้ทำแบบทดสอบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยวิเคราะห์การรองรับ
การเขียนในการทำข้อสอบ พบว่า นักเรียนที่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์
ต้องการทราบได้ครบทุกข้อจากแบบทดสอบทั้งหมด 4 ข้อ มีจำนวน 27 คน (คิดเป็นร้อยละ 90
ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน สามารถระบุสิ่งที่โจทย์
กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ครบทุกข้อ ดังภาพประกอบ 13-16

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... เงินอายุมากกว่า ๖ ปี... เงินอายุมากกว่า ๖ ปี... พลวงคงของเงินต้น...
 ขาดไม่ได้เกิน ๖ ปี...
 1
 สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... ปัจจุบันอายุของพ่อ...
 1

ภาพประกอบ 13 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของคะแนนในแบบทดสอบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้... ดมจัมปกา 5 ซม ไทรต้นจัมปกา 7 ซม. ไทรต้นจัมปกาได้ระย:ทาง ป็นสองเท่าของระย:ทาง ที่ดมจัมปกา
~~ได้~~ ไทรต้นจัมปกาต้นเดียวจึงมากกว่าดมจัมปกาหนึ่งต้นว่า 43 ก.ก.ม
 /
 สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ... ดมจัมปกาได้ระย:ทางน้อยกว่าไทรต้นจัมปกา

ภาพประกอบ 14 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของฝึกบ่งในแบบทดสอบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้..... เรขบ. กำหนด ก้อนเงิน ๒ ปี และ เงินเกิดก้อนไว้
๑ ปี ปัจจุบัน อายุนั้นกับวัยไม่เท่ากัน ๖ ปี

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ..... จบ ทา ๗ ปี ปีนี้นั้นอายุน้อยกว่าวัยไม่สามารถ
เป็นเท่าตัวได้

ภาพประกอบ 15 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของฟังก์กาดในแบบทดสอบ

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้..... $\frac{1}{2}$ ปี เกิดก่อนหน้า 2 ปี

..... $\frac{1}{2}$ ปี เกิดก่อนหน้า 2 ปี

..... ผลบวกของเวกเตอร์ทำงานของ $\frac{1}{2}$ ปี และ $\frac{1}{2}$ ปี เท่ากับ 194

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ..... $\frac{1}{2}$ ปี เกิดก่อนหน้า 2 ปี ไม่สามารถหาได้

ภาพประกอบ 16 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบของแตงกวาในแบบทดสอบ

สำหรับขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ในช่วงแรก นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่สามารถกำหนดตัวแปร และเขียนสมการได้ถูกต้อง พบว่า ทั้งสี่คนเขียนสมการได้ไม่ครบทุกข้อของแบบทดสอบ มีบางข้อที่กำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง บางข้อไม่สามารถกำหนดตัวแปรได้ หรือกำหนดได้บางส่วน ค่ะ นำ ขาดการระบุหน่วยในการกำหนดตัวแปร แตงกวา มีการกำหนดตัวแปรเป็นสองตัวแปร โดยไม่คำนึงว่าเป็นการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังภาพประกอบ 17-18 ภายหลังการจัดการเรียนรู้ ทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายสามารถกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องทั้งสี่คน การกำหนดตัวแปรของผักกาด และแตงกวายังขาดการแสดงหน่วยในบางข้อ ดังภาพประกอบ 19-20

การกำหนดตัวแปรและสมการ..... $\frac{1}{2}$ ปี เกิดก่อนหน้า 2 ปี ไม่สามารถหาได้

ภาพประกอบ 17 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบก่อนเรียนของคะน้ำ

การกำหนดตัวแปรและสมการ..... $\frac{1}{2}$ ปี เกิดก่อนหน้า 2 ปี ไม่สามารถหาได้

..... $\frac{1}{2}$ ปี เกิดก่อนหน้า 2 ปี ไม่สามารถหาได้

..... $\frac{1}{2}$ ปี เกิดก่อนหน้า 2 ปี ไม่สามารถหาได้

ภาพประกอบ 18 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบก่อนเรียนของแตงกวา

การกำหนดตัวแปร 19 ข 01 ข x ปี 19 ข ทาง 19 ข 19 ข 2 ข
 19 ข มี 01 ข $x-2$ แล้ว 19 ข มี 01 ข ทาง 19 ข 19 ข 2 ข
 19 ข มี 01 ข $(x-2)-2$

ภาพประกอบ 19 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบหลังเรียนของฝึกภาค

การกำหนดตัวแปร 19 ข 01 ข $2x+2$
 19 ข 01 ข 19 ข x
 19 ข 01 ข $-2x-2$

ภาพประกอบ 20 การกำหนดตัวแปรและสมการในแบบทดสอบหลังเรียนของแตงกวา

สำหรับขั้นดำเนินการตามแผน ในช่วงแรก นักเรียนสามารถดำเนินการแก้สมการได้ถูกต้องจากแบบทดสอบการแก้สมการ พบว่า นักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่สามารถแก้สมการได้ถูกต้องผ่านเกณฑ์ คือ ค่ะ และฝึกบ่ง สำหรับฝึกภาค และแตงกวา มีข้อผิดพลาดเล็กน้อยในการแก้สมการในการบวก หรือลบด้วยจำนวนที่เท่ากันทั้งสองข้างของสมการ หรือในขั้นตอนการแจกแจง ซึ่งส่งผลให้การแก้สมการไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 21-22

ในช่วงที่สอง คาบที่ 7 นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้งสี่คนสามารถดำเนินการแก้สมการได้ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 23-24 การทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้งสี่คนสามารถแก้สมการได้ถูกต้อง แม้นักเรียนจะกำหนดตัวแปรไม่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา แต่สามารถดำเนินการแก้สมการดังกล่าวได้ ดังภาพประกอบ 21-24

$$3x+2 > \frac{2}{5}x-11$$

$$5(3x+2) > \cancel{5}\left(\frac{2}{\cancel{5}}x-11\right)$$

$$15x+10 > 2x-11$$

$$15x-2x > -11+10$$

$$13x > -1$$

$$x < -\frac{1}{13}$$

ภาพประกอบ 21 การแก้สมการของผกผันในช่วงที่ 1

2. $3x+2 > \frac{2}{5}x-11$

วิธีทำ $3x+2 > \frac{2}{5}x-11$

$$5(3x+2) > \cancel{5}\left(\frac{2}{\cancel{5}}x-11\right)$$

$$15x+10 > 2x-11$$

$$15x-2x > -11-10$$

$$13x > -21$$

$$x > -\frac{21}{13}$$

ภาพประกอบ 22 การแก้สมการของแตงกวาในช่วงที่ 1

$$10x + 12x \geq 1000$$

$$22x \geq 1000$$

$$x \geq \frac{1000}{22}$$

$$x \geq \frac{500}{11}$$

$$x \geq 45.45...$$

ดังนั้น ต้องเป็นกระดาษอย่างน้อย 46 ครั้ง

ภาพประกอบ 23 การแก้สมการของคะแนนในช่วงที่สอง

เครื่องเขียนได้	10x	ครั้ง
เครื่องสองเขียนได้	12x	ครั้ง

$$10x + 12x \geq 1,000$$

$$22x \geq 1,000$$

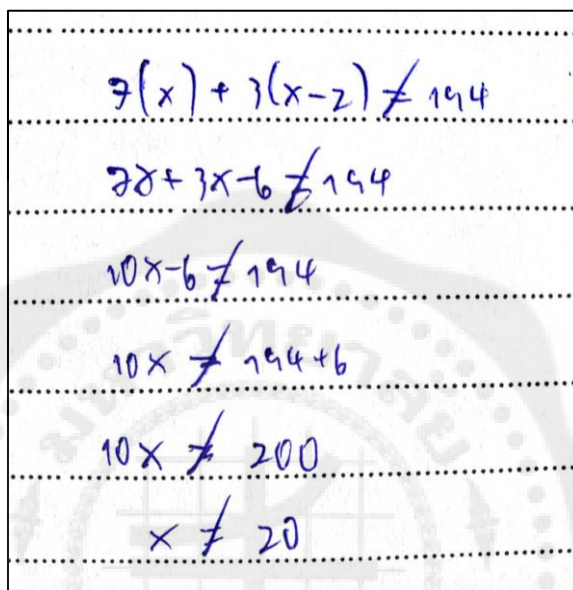
$$x \geq \frac{1000}{22} \rightarrow \frac{500}{11}$$

$$x \geq 45.45$$

ดังนั้น ต้องเขียนกระดาษอย่างน้อย 46 ครั้ง

ภาพประกอบ 24 การแก้สมการของผักนึ่งในช่วงที่สอง

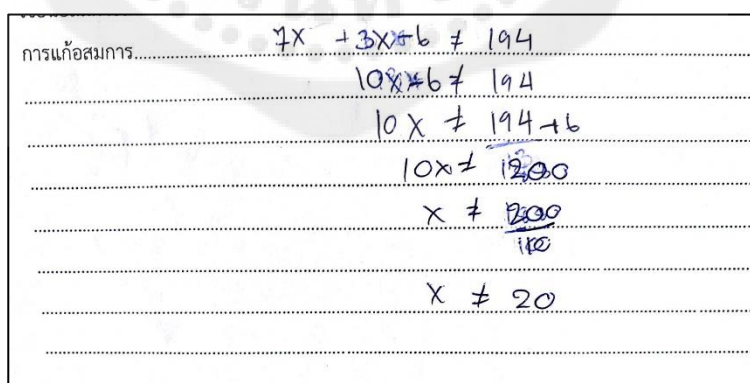
ภายหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา การทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้งสี่คนสามารถแก้สมการได้ถูกต้อง แม้นักเรียนจะกำหนดตัวแปรไม่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา แต่สามารถดำเนินการแก้สมการดังกล่าวได้ ดังภาพประกอบ 25-26



Handwritten student work for problem 25, showing incorrect steps in solving a linear equation:

$$\begin{aligned}
 7(x) + 3(x-2) &\neq 194 \\
 7x + 3x - 6 &\neq 194 \\
 10x - 6 &\neq 194 \\
 10x &\neq 194 + 6 \\
 10x &\neq 200 \\
 x &\neq 20
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 25 การแก้สมการของคะแนนในแบบทดสอบหลังเรียน



Handwritten student work for problem 26, showing incorrect steps in solving a linear equation:

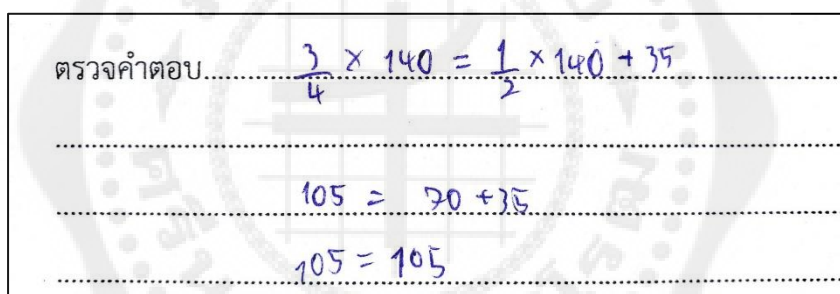
$$\begin{aligned}
 7x + 3x - 6 &\neq 194 \\
 10x - 6 &\neq 194 \\
 10x &\neq 194 + 6 \\
 10x &\neq 200 \\
 x &\neq \frac{200}{10} \\
 x &\neq 20
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 26 การแก้สมการของแตงกวาในแบบทดสอบหลังเรียน

ขั้นการตรวจสอบผล ในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้ก่อนคาบเรียนที่ 1 นักเรียนได้ทำแบบทดสอบก่อนเรียน ภายหลังการทำแบบทดสอบพบว่า ไม่มีนักเรียนคนใดที่มีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน มีนักเรียนบางส่วน ที่มีการตรวจสอบความถูกต้องของตัวแปร ที่คำนวณได้จากสมการ สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย คือนำใช้การตรวจสอบคำตอบ ด้วยการตรวจสอบความถูกต้องของค่าของตัวแปรที่ได้จากการคำนวณ ดังภาพประกอบ 27

และในช่วงจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนมีความเข้าใจในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบเพิ่มมากขึ้น และมีแนวโน้มสูงขึ้น โดยลดลงเล็กน้อยในการทำแบบทดสอบหลังเรียน อาจเนื่องมาจากระยะเวลาที่จำกัดในการทำแบบทดสอบ

สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายภายหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถตรวจสอบผลได้ถูกต้อง และสอดคล้องกับโจทย์ โดยนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้งสิ้น สามารถตรวจสอบได้ถูกต้อง และมีความเข้าใจในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบดังภาพประกอบ 28-29



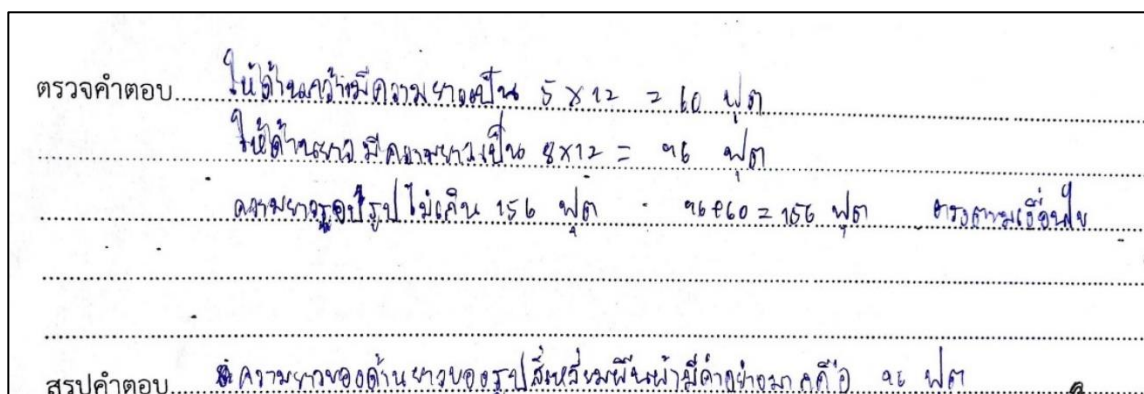
ตรวจคำตอบ..... $\frac{3}{4} \times 140 = \frac{1}{2} \times 140 + 35$

.....

..... $105 = 70 + 35$

..... $105 = 105$

ภาพประกอบ 27 การตรวจคำตอบในแบบทดสอบก่อนเรียนของคะแนน



ตรวจคำตอบ..... ในด้านความยาวด้าน 5 $\times 12 = 60$ ฟุต

..... ในด้านความยาวด้าน 8 $\times 12 = 96$ ฟุต

..... ความยาวรอบรูปไม่เต็ม 156 ฟุต $\cdot 96 + 60 = 156$ ฟุต ตรวจสอบเรียบร้อยแล้ว

.....

.....

สรุปคำตอบ..... ความยาวของด้านยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีค่าเท่ากับคือ 96 ฟุต

ภาพประกอบ 28 การตรวจคำตอบในแบบทดสอบหลังเรียนของคะแนน

คำตอบ	เครื่อง A จำนวน $12 \times 16 = 192$ ขวด
	เครื่อง B จำนวน $14 \times 16 = 224$ ขวด
	รวม $192 + 224 = 416$ ขวด
	ต้องการน้ำดื่ม 400 ขวด

ภาพประกอบ 29 การตรวจคำตอบในแบบทดสอบก่อนเรียนของแตงกวา

ตอนที่ 2 พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ในการศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา ผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ จำนวน 2 คน ร่วมกันวิเคราะห์ (1) ร่องรอยการเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2) ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายขณะลงมือตั้งปัญหา และแก้ปัญหา โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และกล้องวิดีโอ ช่วยบันทึกรายละเอียดของพฤติกรรมเหล่านั้น

สำหรับพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถในด้าน (1) การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Understand the problem) (2) การสำรวจ และการวางแผนการแก้ปัญหา (Exploring and Planning) (3) การนำไปใช้ (Implementing) โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์ พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน

ผู้วิจัยได้ใช้แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อวัดความสามารถพื้นฐานในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และพิจารณาร่องรอยการเรียนรู้ในแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อนำไปใช้ในการจำแนกนักเรียนออกเป็นกลุ่มสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเลือกนักเรียนกลุ่มเป้าหมายจากจำนวน 4 คน ได้แก่ ค่ะน้ำ ผักบุ้ง ผักกาด แตงกวา โดยที่ ค่ะน้ำ เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง เป็นนักเรียนที่ให้คำแนะนำกับเพื่อนในกลุ่ม ตอบคำถามในห้องเรียนเป็นประจำ และซักถามเมื่อมีข้อสงสัย ผักบุ้ง และผักกาด เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ปานกลาง ชอบแสดงความคิดเห็น ซักถามเมื่อมีข้อสงสัย แตงกวา เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ มักรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่ม แสดงความคิดเห็น และซักถามเมื่อมีข้อสงสัยเป็นบางครั้ง

ในแต่ละช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยและผู้ช่วยสังเกตการณ์ได้เลือกคาบเรียนที่นักเรียนแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาอธิบายโดยแบ่งเป็นช่วงตามคาบที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ดังนี้

ช่วงที่ 1 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 1-5 มาอภิปรายว่า นักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ว่าเป็นอย่างไร ในช่วงตอนต้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นที่คาบเรียนที่ 5 เรื่อง โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อแสดงถึงพฤติกรรมที่เกิดขึ้นก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ เรื่อง การตั้งปัญหา

ช่วงที่ 2 ผู้วิจัยเลือกคาบที่ 6 หรือ 7 มาอภิปรายว่า พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ว่าเปลี่ยนแปลงไปเป็นอย่างไร ภายหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา

ช่วงที่ 3 ผู้วิจัยเลือกคาบที่ 8 หรือ 9 มาอภิปรายว่า พฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เปลี่ยนแปลงไปอย่างไรจากช่วงที่ 2 มีพฤติกรรมใดบ้างที่ขาดหายไป หรือแสดงอย่างสม่ำเสมอ

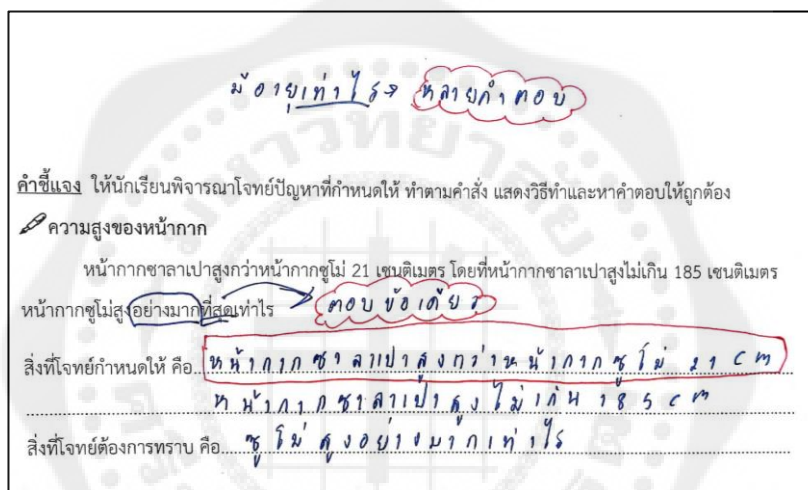
สำหรับรายละเอียดของพฤติกรรมในแต่ละด้าน ผู้วิจัยจะแสดงให้เห็นถึงความเปลี่ยนแปลงของพฤติกรรมนักเรียนในแต่ละช่วงของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงออกผ่านทางร่องรอยการเขียน และจุดเด่นของการใช้ภาษาในการแสดงออกผ่านทางวาจาที่นักเรียนแสดงความคิดเห็น หรือให้คำแนะนำกับเพื่อน ในด้านการสำรวจและการวางแผน นักเรียนมีการกำหนดตัวแปร และอสมการที่เปลี่ยนแปลงไป และในด้านการนำไปใช้ นักเรียนมีการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับปัญหา โดยมีตัวรายละเอียดในแต่ละด้านดังนี้

2.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Understand the problem)

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนผ่านการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ การมีอยู่หรือขาดหายไปของข้อมูลสำคัญ การพิจารณาเงื่อนไขแฝงของโจทย์ปัญหา จากการพิจารณาร่องรอยการเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการสังเกตของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์ และผลการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการ พบว่า นักเรียนมีพฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) การแสดงร่องรอยการเขียนในการทำความเข้าใจปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ (2) การอธิบายปัญหาใหม่โดยใช้ภาษาของตนเอง

(1) การแสดงร่องรอยการเขียนในการทำความเข้าใจปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ

ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 5 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา “ความสูงของหน้ากาก” มีนักเรียนจำนวน 4 คน (คิดเป็นร้อยละ 13.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่มีการแสดงร่องรอยการเขียนในการทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งในช่วงแรกนักเรียนจะแสดงร่องรอยการเขียนด้วยการขีดเส้นใต้คำสำคัญแสดงถึงอสมการ เช่น มากกว่า น้อยกว่า เป็นต้น สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ผักกาดเป็นหนึ่งในสี่คนที่มึร่องรอยการเขียน โดยขีดเส้นใต้คำสำคัญที่แสดงถึงอสมการ ซึ่งแสดงถึงวิธีการตอบคำถามของสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบว่า มีเพียงคำตอบเดียว ดังภาพประกอบ 30



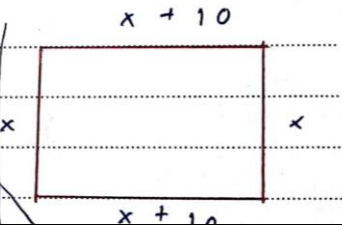
ภาพประกอบ 30 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจปัญหาของผักกาด ในคาบเรียนที่ 5

ในช่วงที่สอง คาบเรียนที่ 7 ขณะนักเรียนทำความเข้าใจปัญหาการล้อมรั้วคอกวัว มีนักเรียนจำนวน 8 คน (คิดเป็นร้อยละ 26.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่มีการแสดงร่องรอยการเขียนด้วยการขีดเส้นใต้ข้อความที่แสดงถึงคำสำคัญของอสมการ และมีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา และมีนักเรียนจำนวน 17 คน (คิดเป็นร้อยละ 56.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่มีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา สำหรับนักเรียนเป้าหมาย ผักกาด มีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา และผักบุ้ง มีการแสดงร่องรอยการเขียนด้วยการขีดเส้นใต้ข้อความที่แสดงถึงคำสำคัญของอสมการ และมีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา ดังภาพประกอบ 31-32

2. สมชายต้องการล้อมรั้วคอกวัวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 10 ฟุต ความยาวโดยรอบของคอกวัวไม่เกิน 140 ฟุต จงหาความกว้างของคอกวัว

ให้คอกกว้าง x ฟุต
คอกจึงยาว $x + 10$ ฟุต

$$x + x + (x + 10) + (x + 10) \leq 140$$

$$4x + 20 \leq 140$$


ภาพประกอบ 31 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหาของผักกาดในคาบเรียนที่ 7

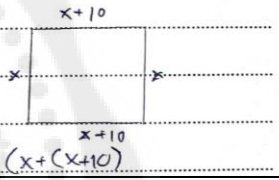
2. สมชายต้องการล้อมรั้วคอกวัวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 10 ฟุต ความยาวโดยรอบของคอกวัวไม่เกิน 140 ฟุต จงหาความกว้างของคอกวัว

ให้คอกกว้าง x ฟุต
คอกจึงยาว $x + 10$ ฟุต

$$x + x + (x + 10) + (x + 10) \leq 140$$

$$4x + 20 \leq 140$$

หรือ $2(x + (x + 10))$



ภาพประกอบ 32 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหาของผักบุ้ง ในคาบเรียนที่ 7

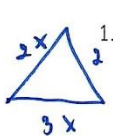
ในขณะที่นักเรียนเป้าหมายที่เหลือ คือ คะหน้า และแดงกวางไม่มีร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา และไม่มีมีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา

สำหรับคาบเรียนที่ 8 ขณะนักเรียนทำความเข้าใจปัญหาอัตราส่วนรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มีนักเรียนจำนวน 21 คน (คิดเป็นร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่มีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา และนักเรียนจำนวน 13 คน (คิดเป็นร้อยละ 43.33 ของนักเรียนทั้งหมด) มีการแสดงร่องรอยการเขียนด้วยการขีดเส้นใต้ข้อความที่แสดงถึงคำสำคัญของการแสดง และมีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาเส้น สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ทุกคนมีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา โดยมีเพียงผักกาด และผักบุ้งที่มีทั้งการแสดงร่องรอยการเขียนด้วยการขีดเส้นใต้ข้อความที่แสดงถึงคำสำคัญของการแสดง และมีการวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา ดังภาพประกอบ 33-36

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ และทำตามคำสั่งที่กำหนดให้

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของด้านประกอบมุมยอดต่อฐาน เท่ากับ $2 : 3$ และรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวมีเส้นรอบรูปไม่เกิน 28 เซนติเมตร จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วดังกล่าวมีความยาวฐานอย่างมากเท่าใด

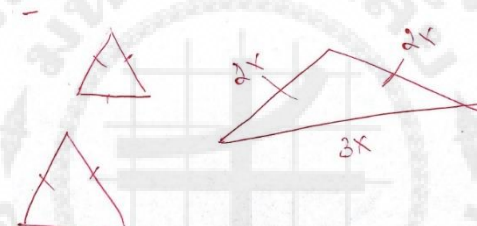
ให้ด้านประกอบมุมยอดยาว $2x$ cm ฐานยาว $(3x)$ cm



ภาพประกอบ 33 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหาของפקקาด ในคาบเรียนที่

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ และทำตามคำสั่งที่กำหนดให้

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของด้านประกอบมุมยอดต่อฐาน เท่ากับ $2 : 3$ และรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวมีเส้นรอบรูปไม่เกิน 28 เซนติเมตร จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วดังกล่าวมีความยาวฐานอย่างมากเท่าใด



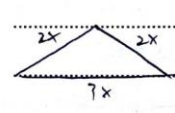
ภาพประกอบ 34 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหาของפקנג ในคาบเรียนที่ 8

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ และทำตามคำสั่งที่กำหนดให้

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของด้านประกอบมุมยอดต่อฐาน เท่ากับ $2 : 3$ และรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวมีเส้นรอบรูปไม่เกิน 28 เซนติเมตร จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วดังกล่าวมีความยาวฐานอย่างมากเท่าใด

ด้านประกอบมุมยอด : ฐาน = $2 : 3$

เส้นรอบรูปไม่เกิน 28 cm.



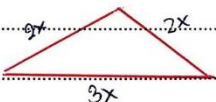
ภาพประกอบ 35 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหาของคะหน้า ในคาบเรียนที่ 8

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ และทำตามคำสั่งที่กำหนดให้

1. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของด้านประกอบมุมยอดต่อฐาน เท่ากับ 2 : 3 และรูปสามเหลี่ยมดังกล่าวมีเส้นรอบรูปไม่เกิน 28 เซนติเมตร จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วดังกล่าวมีความยาวฐานอย่างมากเท่าใด

อัตราส่วนของด้านต่อฐาน = 2 : 3

เส้นรอบรูปไม่เกิน 28 cm



ภาพประกอบ 36 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหาของแตงกวา ในคาบเรียนที่ 8

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวนน้อยที่มีการแสดงร่องรอยการเขียน การขีดเส้นใต้ หรือล้อมรอบข้อความในสถานการณ์ปัญหาขณะทำความเข้าใจปัญหา โดยมีการขีดเส้นใต้ที่สำคัญที่แสดงถึงสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการสัมภาษณ์กับคณะ เกี่ยวกับการไม่แสดงร่องรอยการเขียนในช่วงแรก คณะให้เหตุผลว่าเนื่องจากมีความเข้าใจในโจทย์ปัญหาดังกล่าวแล้ว จึงไม่มีการแสดงร่องรอยการเขียนแสดงว่าพฤติกรรมดังกล่าวมีความสอดคล้องกับความยากง่ายของโจทย์ปัญหา และระดับความสามารถของผู้เรียนด้วย สำหรับในช่วงที่สอง นักเรียนมีการแสดงร่องรอยการเขียนผ่านการขีดเส้นใต้จำนวนเพิ่มมากขึ้น และมีนักเรียนที่ใช้การวาดรูปเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ และในช่วงที่ 3 นักเรียนจำนวนเพิ่มมากขึ้นที่มีการแสดงร่องรอยการเขียนผ่านการขีดเส้นใต้เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา โดยมีการเน้นในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และนักเรียนมีการวาดรูปประกอบเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาเพิ่มมากขึ้น

(2) การอธิบายปัญหาใหม่โดยใช้ภาษาของตนเอง

ช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คาบเรียนที่ 5 นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาวัตถุดิบ นักเรียนส่วนน้อยมีการอธิบายภายในกลุ่ม เป็นการถามตอบสั้น ๆ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจ ยังไม่มีการอธิบายปัญหาใหม่ โดยใช้ภาษาของตนเอง และเมื่อมีการถามสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบยังตอบได้ไม่ถูกต้อง ดังตัวอย่างบทสนทนาของสมาชิกในนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ดังนี้

- ครู : นักเรียนคิดว่าจากโจทย์ปัญหาดังกล่าว สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
- นักเรียนกลุ่มเป้าหมาย : แจกันโบราณอายุอย่างน้อยเท่าไร
- ครู : แสดงว่าข้อนี้ควรตอบหลายคำตอบ หรือคำตอบเดียว ให้ฝึกคาดเป็นคนตอบ
- ฝึกคาด : น่าจะหลายคำตอบ
- ครู : ทำไมถึงคิดว่ามีหลายคำตอบ
- ฝึกคาด : (พิมพ์ แจกันโบราณอายุอย่างน้อย) อย่างน้อย
อ้อ...คำตอบเดียว

จากบทสนทนาข้างต้น นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของคำสำคัญเท่าที่ควร ต้องใช้เวลาในการพิจารณาทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนยังมีความลังเลในการตีความคำสำคัญของอสมการกับความสอดคล้องกับจำนวนคำตอบ แต่นักเรียนก็มีการถามเพื่อนเพื่อทำความเข้าใจปัญหาเพิ่มขึ้น ดังบทสนทนาต่อไปนี้

- ฝึกคาด : ดูนึงว่าข้อไหนมีหลายคำตอบ อันไหนมีคำตอบเดียวอะ
- คะแนน : ก็ลองดูจากข้ออายุ ที่มีหลายคำตอบอะ เพราะโจทย์ถามว่าอายุเป็นเท่าไรได้บ้าง แต่พอเป็นข้อนี้ คำถามอย่างน้อยเท่าไร
- ฝึกคาด : คือดูจากคำว่าอย่างน้อยหรือ
- คะแนน : อืม ก็ลองคิดว่า อย่างน้อยก็คล้ายกับ อย่างน้อยที่สุด ที่สุดมัน ก็คือมีอันเดียวที่เป็นที่สุดแล้วอะ
- ฝึกคาด : อ้อ โอเค ๆ เก๊ทะเล

จากบทสนทนาข้างต้น นักเรียนมีการอธิบายปัญหาใหม่ โดยใช้ภาษาของตนเอง เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น ดังที่คะแนนอธิบายให้ฝึกคาดถึงการตีความสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบจากคำสำคัญที่แสดงถึงอสมการ คือคำว่า “อย่างน้อย” แสดงให้เห็นถึงการหาคำตอบให้สอดคล้องเพียงคำตอบเดียว โดยอธิบายเป็นภาษาของตนเองว่า “อย่างน้อยก็คล้ายกับ อย่างน้อยที่สุด ที่สุดมันก็คือมีอันเดียวที่เป็นที่สุด” แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจคำสำคัญ และเข้าใจในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้อง

ในคาบเรียนที่ 7 หลังจากนักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหา เครื่องเย็บกระดาษ และหลังจากลงมือทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว นักเรียนมีการอธิบายปัญหาใหม่ให้สมาชิกในกลุ่มมีความเข้าใจที่ถูกต้อง ดังบทสนทนาดังนี้

- แตงกวา : ทำไมถึงตอบ 46 ครั้งอะ
 ค่ะ : ก็จำนวนครั้งต้องเป็นจำนวนเต็ม ซึ่งก็ตอบเป็นเศษส่วนไม่ได้ใช่ไหม
 ถึงจะคิดได้เป็นเศษส่วน
 แตงกวา : แต่ถ้าตอบ 46 พอไปคิดมันก็เกิน 1000 ชุดสิ
 ค่ะ : แต่เราต้องการอย่างน้อย ถ้าเกินก็ไม่ใช่ไร เพราะอย่างน้อย คือ
มากกว่าหรือเท่ากับ แสดงว่าเกินได้

จากบทสนทนาข้างต้น จะเห็นได้ว่า ค่ะมีการอธิบายปัญหาใหม่ ในส่วนของคำสำคัญ ของอสมการว่า “ต้องการอย่างน้อย ถ้าเกินก็ไม่ใช่ไร เพราะอย่างน้อย คือมากกว่าหรือเท่ากับ” แสดงให้เห็นถึงการเข้าใจคำสำคัญ ที่มีความหมายเหมือนกัน คือ อย่างน้อย กับมากกว่าหรือเท่ากับ โดยอธิบายด้วยการใช้คำที่มีความหมายเหมือนกันให้กับสมาชิกในกลุ่ม ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ดีมากยิ่งขึ้น

สำหรับคาบเรียนที่ 8 หลังจากนักเรียนฟังเฉลยโจทย์ปัญหาเรื่อง อัตราเร็ว นักเรียน มีการอภิปรายกันภายในกลุ่ม ถึงการตีความคำสำคัญที่เกี่ยวกับอสมการ ในการกำหนดตัวแปร ดังนี้

- ผัดบุง : ทำไมถึงเป็น $x - 20$ ไม่ใช่ $20 - x$ อะ
 ผัดกาด : เราให้สมมติขับได้ระยะทาง x กิโลเมตรใช่ไหม แล้วโจทย์บอกว่าเดชา
กับได้ระยะทางน้อยกว่าสมมติ 20 กิโลเมตร แสดงว่าใครเยอะกว่า
กันอะ
 ผัดบุง : สมมติเยอะกว่า เพราะเดชาน้อยกว่า
 ผัดกาด : ใช่ ก็เลยเอาสมมติลบเดชา เป็น $x - 20$

จากบทสนทนาข้างต้น ประโยคของผัดกาดที่ว่า “เราให้สมมติขับได้ระยะทาง x กิโลเมตร ใช่ไหม แล้วโจทย์บอกว่าเดชา กับได้ระยะทางน้อยกว่าสมมติ 20 กิโลเมตร” การอธิบายปัญหาใหม่ ถึงคำสำคัญของอสมการก็แสดงถึงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนสองจำนวน ซึ่งนักเรียนมีการ อธิบายถึงการลบกันของจำนวนสองจำนวนภายใต้คำสำคัญน้อยกว่าได้ถูกต้อง และมีการใช้คำถาม “แสดงว่าใครเยอะกว่ากันอะ” เพื่อให้เพื่อนเป็นคนตอบคำถามด้วยตัวเอง ซึ่งจะทำให้เพื่อนเข้าใจ ปัญหาได้ดีมากยิ่งขึ้น และแสดงให้เห็นถึงการมีความเข้าใจในปัญหาจนสามารถอธิบายด้วยภาษา ของตนเองให้เพื่อนเข้าใจได้

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในการแก้ปัญหามหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การตีความโจทย์ปัญหา อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีความสำคัญ ดังนั้นการอธิบายปัญหาใหม่ ด้วยภาษาของตนเอง สามารถช่วยให้นักเรียนคนอื่น ๆ มีความเข้าใจได้ดีมากยิ่งขึ้น และการอธิบาย สำคัญเกี่ยวกับอสมการใหม่ ส่งผลต่อสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ รวมไปถึง การสรุปคำตอบให้ถูกต้องครบถ้วนอีกด้วย

ดังที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา นักเรียนจะมีพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา ส่งผลให้มีการแสดงร่องรอยการเขียนมากยิ่งขึ้น ในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา รวมไปถึงการวาดรูปประกอบเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น และการที่นักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มระหว่างการทำปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนเกิดการอธิบายโดยใช้ภาษาของตนเอง ซึ่งหมายถึง นักเรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบเป็นอย่างดี จึงสามารถถ่ายทอดปัญหาเดิมด้วยภาษาใหม่ที่เข้าใจง่ายมากยิ่งขึ้น และโดยเฉพาะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีคำสำคัญต่าง ๆ เช่น อย่างมาก อย่างน้อย น้อยกว่าหรือเท่ากับ ซึ่งคำเหล่านี้ส่งผลต่อคำตอบ และการเขียนอสมการ ซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา ที่ดียิ่งขึ้นเมื่อเรียนด้วยกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.2 การสำรวจ และการวางแผนการแก้ปัญหา (Exploring and Planning)

สำหรับการวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้านการสำรวจ และการวางแผนการแก้ปัญหา ผู้วิจัยพิจารณาร่องรอยการเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และผลการสังเกตของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหานักเรียน ซึ่งพบว่านักเรียนมีพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสำรวจ และการวางแผน คือ การกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการได้ถูกต้อง

(1) การกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการได้ถูกต้อง

ช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ ก่อนคาบเรียนที่ 5 นักเรียนจากการทำแบบทดสอบย่อยในการเขียนข้อความที่สอดคล้องกับอสมการที่กำหนดให้ นักเรียนสามารถเขียนอสมการที่สอดคล้องกับข้อความ และข้อความที่สอดคล้องกับอสมการได้ถูกต้องผ่านเกณฑ์เป็นจำนวน 16 คน (คิดเป็นร้อยละ 53.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย มีคะแนน ผักบุ้ง และผักกาดที่ผ่านเกณฑ์ โดยสามารถเขียนอสมการที่สอดคล้องกับข้อความ และข้อความที่สอดคล้องกับอสมการได้ถูกต้อง สำหรับผักบุ้ง และผักกาดยังทำได้ไม่ถูกต้องมากนัก มีข้อผิดพลาดหลายจุด ดังภาพประกอบ 37-41

คำชี้แจง จงเขียนคำตอบที่ถูกต้องตามคำสั่งที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ

1. กำหนดให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความในแต่ละข้อต่อไปนี้

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 1.1 ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสาม ไม่น้อยกว่าแปด | ตอบ... $x+3 \geq 9$ 1 |
| 1.2 เศษสองส่วนเจ็ดของจำนวนหนึ่งบวกกับสามไม่เท่ากับสี่ | ตอบ... $\frac{2}{3}x+3 \neq 4$ 1 |
| 1.3 เศษสามส่วนสี่ของผลต่างจำนวนหนึ่งกับเจ็ดไม่ถึงเก้า | ตอบ... $\frac{3}{4}x-7 < 9$ 0 |
| 1.4 สิบเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับสามไม่มากกว่าหก | ตอบ... $10(x-3) \leq 6$ 1 |
| 1.5 สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เกินหก | ตอบ... $2(x+4) \leq 6$ 1 |
| 1.6 ผลรวมของจำนวนหนึ่งกับหกสิบ ไม่เกินเจ็ด | ตอบ... $x+60 \leq 7$ 1 |
| 1.7 สามจุดสี่ของจำนวนหนึ่งบวกกับสี่ไม่เท่ากับห้า | ตอบ... $3.4x+4 \neq 5$ 1 |
| 1.8 สองเท่าของผลต่างจำนวนหนึ่งกับหกไม่น้อยกว่าเก้า | ตอบ... $2(x-6) \geq 9$ 1 |
| 1.9 เศษหนึ่งส่วนเจ็ดของผลรวมของจำนวนหนึ่งกับสิบไม่น้อยกว่าหก | ตอบ... $\frac{1}{7}(x+10) \geq 6$ 1 |
| 1.10 ห้าเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับหนึ่งไม่เกินสิบเอ็ด | ตอบ... ~~5(x+1) \leq 11~~ 0 |

ภาพประกอบ 37 การเขียนอสมการที่สอดคล้องกับข้อความของคะแนน

คำชี้แจง จงเขียนคำตอบที่ถูกต้องตามคำสั่งที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ

1. กำหนดให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความในแต่ละข้อต่อไปนี้

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 1.1 ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสาม ไม่น้อยกว่าแปด | ตอบ... $x+3 \geq 8$ 1 |
| 1.2 เศษสองส่วนเจ็ดของจำนวนหนึ่งบวกกับสามไม่เท่ากับสี่ | ตอบ... $\frac{2}{3}x+3 \neq 4$ 1 |
| 1.3 เศษสามส่วนสี่ของผลต่างจำนวนหนึ่งกับเจ็ดไม่ถึงเก้า | ตอบ... $\frac{3}{4}x+7 < 9$ 0 |
| 1.4 สิบเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับสามไม่มากกว่าหก | ตอบ... $10(x+3) \leq 6$ 0 |
| 1.5 สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เกินหก | ตอบ... $2(x+4) \leq 6$ 1 |
| 1.6 ผลรวมของจำนวนหนึ่งกับหกสิบ ไม่เกินเจ็ด | ตอบ... $(x+60) \leq 7$ 1 |
| 1.7 สามจุดสี่ของจำนวนหนึ่งบวกกับสี่ไม่เท่ากับห้า | ตอบ... $3.4x+4 \neq 5$ 1 |
| 1.8 สองเท่าของผลต่างจำนวนหนึ่งกับหกไม่น้อยกว่าเก้า | ตอบ... $2(x+6) \geq 9$ 0 |
| 1.9 เศษหนึ่งส่วนเจ็ดของผลรวมของจำนวนหนึ่งกับสิบไม่น้อยกว่าหก | ตอบ... $\frac{1}{7}(x+10) \geq 6$ 1 |
| 1.10 ห้าเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับหนึ่งไม่เกินสิบเอ็ด | ตอบ... $5(x+1) \leq 11$ 0 |

ภาพประกอบ 38 การเขียนอสมการที่สอดคล้องกับข้อความของผักนึ่ง

คำชี้แจง จงเขียนคำตอบที่ถูกต้องตามคำสั่งที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ

1. กำหนดให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง จงเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1 ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสาม ไม่น้อยกว่าแปด

ตอบ $3x \geq 8$ 0

1.2 เศษสองส่วนเจ็ดของจำนวนหนึ่งบวกกับสามไม่เท่ากับสี่

ตอบ $\frac{2}{7}(x+3) \neq 4$ 0

1.3 เศษสามส่วนสี่ของผลต่างจำนวนหนึ่งกับเจ็ดไม่ถึงเก้า

ตอบ $\frac{3}{4}(x-7) > 9$ 0

1.4 สิบเท่าของผลต่างของจำนวนหนึ่งกับสามไม่มากกว่าหก

ตอบ $10(x+3) \leq 6$ 0

1.5 สองเท่าของผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เกินหก

ตอบ $(2x+4) \leq 6$ 0

1.6 ผลรวมของจำนวนหนึ่งกับหกสิบ ไม่เกินเจ็ด

ตอบ $(x+60) \leq 7$ 1

1.7 สามจุดสี่ของจำนวนหนึ่งบวกกับสี่ไม่เท่ากับห้า

ตอบ $3.4(x+4) \neq 5$ 0

1.8 สองเท่าของผลต่างจำนวนหนึ่งกับหก ไม่น้อยกว่าเก้า

ตอบ $(2x+6) \geq 9$ 0

1.9 เศษหนึ่งส่วนเจ็ดของผลรวมของจำนวนหนึ่งกับสิบ ไม่น้อยกว่าหก

ตอบ $(\frac{1}{7}x + 10) \geq 6$ 0

1.10 ห้าเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับหนึ่งไม่เกินสิบเอ็ด

ตอบ $(5x+1) \leq 11$ 1

ภาพประกอบ 39 การเขียนอสมการที่สอดคล้องกับข้อความของตาราง

2. จงเติมสัญลักษณ์ เติมข้อความ หรือเขียนกราฟแสดงคำตอบในช่องที่หายไปให้ถูกต้อง

ข้อที่	สัญลักษณ์	ข้อความ	
2.1	$x \leq 15$	จำนวนใด ๆ ที่มีค่า ไม่เกิน 15	
2.2	$a \geq 5$	จำนวนใดๆ ที่มีค่าไม่น้อยกว่า 5	0.5
2.3	$-4 \leq x < 2$	จำนวนใดๆ ที่มีค่าไม่น้อยกว่า -4 และน้อยกว่า 2	0
2.4	$x > -1$ 0.5	จำนวนใดๆ ที่มีค่ามากกว่า -1	0.5

ภาพประกอบ 40 การเขียนข้อความที่สอดคล้องกับอสมการของคะแนน

2. จงเติมสัญลักษณ์ เติมข้อความ หรือเขียนกราฟแสดงคำตอบในช่องที่หายไปให้ถูกต้อง			
ข้อที่	สัญลักษณ์	ข้อความ	
2.1	$x \leq 15$	จำนวนใด ๆ ที่มีค่า ไม่เกิน 15	
2.2	$a \geq 5$	จำนวนจริงใดๆ ที่มีค่า ไม่น้อยกว่า 5	0.5
2.3	$-4 \leq x < 2$	จำนวนจริงใดๆ ที่มีค่า ไม่เกิน -4 และไม่น้อยกว่า 2	0
2.4	$X > -1$	จำนวนจริงใดๆ ที่มีค่ามากกว่า -1	0.5

ภาพประกอบ 41 การเขียนข้อความที่สอดคล้องกับอสมการของแตงกวา

ในคาบที่ 7 เมื่อนักเรียนได้ทำโจทย์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดตัวแปร ได้ถูกต้อง และครบถ้วนจำนวน 15 คน (คิดเป็นร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) สำหรับ นักเรียนเป้าหมายที่ สามารถกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน และเขียนอสมการที่สอดคล้อง ได้ถูกต้อง คือ คะน้า ผักบุ้ง และผักกาด สำหรับแตงกวายังขาดหน่วยของตัวแปร จากการสัมภาษณ์ อย่างไม่เป็นทางการ แตงกวามีความเข้าใจในความสำคัญของการกำหนดหน่วยของตัวแปร แต่อาจหลงลืมการใส่หน่วยในบางครั้ง ดังภาพประกอบ 42-45

ในเครื่องเงินกระต่ายเงิน x ครั้ง เครื่องแรกเงินได้ $10x$ ครั้ง เครื่องที่สองเงินได้ $12x$ ครั้ง $10x + 12x \geq 1000$

ภาพประกอบ 42 การกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการของกะน้า

1) ให้ เครื่องเย็บกระดาษเย็บ x ครั้ง
 เครื่องแรกเย็บได้ $10x$ ครั้ง
 เครื่องสองเย็บได้ $12x$ ครั้ง
 $10x + 12x \geq 1000$

ภาพประกอบ 43 การกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการของผักกาด

1) ให้ เครื่องเย็บกระดาษเย็บ x ครั้ง
 เครื่องเย็บได้ $10x$ ครั้ง
 เครื่องสองเย็บได้ $12x$ ครั้ง
 $10x + 12x \geq 1,000$

ภาพประกอบ 44 การกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการของผักบุ้ง

1) ให้ เครื่องเย็บกระดาษเย็บ x ครั้ง
 เครื่องแรกเย็บได้ $10x$
 เครื่องสองเย็บได้ $12x$
 อสมการ $10x + 12x \geq 1000$

ภาพประกอบ 45 การกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการของแตงกวา

ในคาบที่ 8 เมื่อนักเรียนได้ทำโจทย์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง และครบถ้วนจำนวน 24 คน (คิดเป็นร้อยละ 80 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) สำหรับนักเรียนเป้าหมาย สามารถกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน และเขียนสมการที่สอดคล้องได้ถูกต้องทั้งสิ้น

จากรายละเอียดข้างต้น สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแปรจากข้อความที่ยังไม่เป็นโจทย์ปัญหาได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่เมื่อเป็นโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในช่วงแรกยังกำหนดตัวแปรโดยขาดการระบุหน่วยของสิ่งที่กำหนด เมื่อได้คำตอบจากตัวแปรดังกล่าว ทำให้สรุปคำตอบได้ไม่ถูกต้อง ในช่วงหลังเมื่อชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของการระบุหน่วยของตัวแปรที่กำหนดทำให้นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง สำหรับการเขียนอสมการ ในช่วงแรกนักเรียนยังมีการสับสนในการแปลความหมายของคำสำคัญที่แสดงถึงอสมการ กับเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ ในการเขียนอสมการ ภายหลังหลังจากการทำกิจกรรมการตั้งปัญหา นักเรียนสามารถแปลความหมายของคำสำคัญได้ดีมากยิ่งขึ้น สามารถเขียนอสมการได้อย่างถูกต้อง และสอดคล้องกับโจทย์ โดยพฤติกรรมนั้นยังคงแสดงจนสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้

2.3 การนำไปใช้ (Implementing)

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการนำไปใช้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ จากการวิเคราะห์ร่องรอยการเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และผลการสังเกตของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมด้านการนำไปใช้ คือ การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

(1) การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้ก่อนคาบเรียนที่ 1 นักเรียนได้ทำแบบทดสอบก่อนเรียน ภายหลังการทำแบบทดสอบพบว่า ไม่มีนักเรียนคนใดตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน มีนักเรียนบางส่วน จำนวน 6 คน (คิดเป็นร้อยละ 20 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ที่มีการตรวจสอบความถูกต้องของตัวแปร ที่คำนวณได้จากสมการ สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย แนะนำให้ตรวจสอบคำตอบ ด้วยการตรวจสอบความถูกต้องของตัวแปร ดังภาพประกอบ 46

ตรวจสอบคำตอบ.....	$\frac{3}{4} \times 140 = \frac{1}{2} \times 140 + 35$
	$105 = 70 + 35$
	$105 = 105$

ภาพประกอบ 46 การตรวจสอบคำตอบของคะแนน

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนไม่ได้เรียนกระบวนการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนคุ้นเคยกับการตรวจสอบความถูกต้องของตัวแปรที่ได้จากการคำนวณเท่านั้น ซึ่งปัญหาการแสดงผลการแก้ปัญหาดังกล่าว มาจากการจัดการเรียนการสอนของโรงเรียนที่ไม่ได้สอนให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักเรียนจึงไม่มีความเข้าใจ และไม่เห็นความสำคัญของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ช่วงแรกของการเรียน ในคาบที่ 6 เมื่อได้รับโจทย์ปัญหาเรื่องเหรียญ นักเรียนสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์จำนวน 11 คน (คิดเป็นร้อยละ 36.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) โดยประกอบกับคำแนะนำเพื่อเพิ่มความเข้าใจในการเขียนตรวจสอบจากครูผู้สอน สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย พบว่า คะแนน ผักกาด และผักบุ้ง สามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ จากการสัมภาษณ์พบว่า ผักกาด และผักบุ้งยังไม่เข้าใจการตรวจสอบดังกล่าว แต่อาศัยการสอบถาม และดูตัวอย่างของคะแนน สำหรับแตงกวา สามารถตรวจสอบคำตอบได้แต่ยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ดังภาพประกอบ 47-50

ตรวจสอบคำตอบ.....	
มีเหรียญเงิน 17 เหรียญ	คิดเป็นเงิน 170 บาท
มีเหรียญห้า 24-17 = 7 เหรียญ	คิดเป็นเงิน 35 บาท
มูลค่าเหรียญ 10 หากค่า เหรียญห้า = 170-35	
	= 135 ตรงตามเงื่อนไข

ภาพประกอบ 47 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของคะแนน

ตรวจคำตอบ

มีเหรียญสีบ 17 เหรียญ คิดเป็นเงิน 170 บาท

มีเหรียญห้า 24 - 17 = 7 เหรียญ คิดเป็นเงิน 35 บาท

มูลค่าเหรียญ 10 มากกว่าเหรียญห้า = 170 - 35

= 135 ตรงตามเงื่อนไข

ภาพประกอบ 48 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของฝึกภาค

ตรวจคำตอบ

มีเหรียญสีบ 17 เหรียญ คิดเป็นเงิน 170 บาท

มีเหรียญห้า 24 - 17 = 7 เหรียญ คิดเป็นเงิน 35 บาท

มูลค่าเหรียญ 10 มากกว่าเหรียญห้า = 170 - 35

= 135 ตามเงื่อนไข

ภาพประกอบ 49 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของฝึกบั้ง

เหรียญ 10 มากกว่าเหรียญห้า = 170 - 35

= 135 ตรงตามเงื่อนไข

สีบ 170 บาท

ห้า 35 บาท

ภาพประกอบ 50 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของแตงกวา

ในช่วงที่สามของการจัดการเรียนเรียนรู้ ในคาบที่ 8 นักเรียนสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์จำนวน 18 คน (คิดเป็นร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) สำหรับนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้งสี่คนสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดี และมีความเข้าใจในความสำคัญของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบจากพฤติกรรมที่แสดงออกดังกล่าว และจากการสัมภาษณ์ สามารถวิเคราะห์ได้ว่า นักเรียนจะมีความเข้าใจในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เมื่อได้รับคำอธิบายถึงความสำคัญและวิธีการของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนตั้งคำถามว่า “ทำไมหนูตรวจสอบสมการแล้วเลขถูกต้องแล้ว ถึงยังไม่ถูกคะ” เมื่อครูอธิบายถึงความสำคัญว่า “ถ้านักเรียนตั้งสมการที่ไม่สอดคล้องกับโจทย์ แต่แก้สมการนั้นถูกต้อง เลขก็จะถูกใช้หรือไม่ แต่เลขดังกล่าวอาจจะไม่สอดคล้องกับโจทย์ก็ได้” เมื่อนักเรียนได้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการตั้งปัญหา จึงมีการแสดงพฤติกรรมดังกล่าวได้ถูกต้อง และสอดคล้องกับสิ่งที่ครูผู้สอนต้องการ ดังที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า เมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบเพิ่มมากขึ้น และมีความเข้าใจความสำคัญของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ อีกทั้งพฤติกรรมดังกล่าวยังคงเกิดขึ้นจนจบกระบวนการจัดการเรียนรู้

จากการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการตั้งปัญหา พบว่าในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนจะมีการทำความเข้าใจปัญหา ที่ไม่มีการแสดงร่องรอยการเขียน มีการอ่าน และทำความเข้าใจเป็นส่วนใหญ่ ในช่วงหลังของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เมื่อนักเรียนได้เรียนผ่านการตั้งปัญหา นักเรียนมีการทำความเข้าใจปัญหาโดยมีการแสดงร่องรอยการเขียน วาดรูป เพิ่มมากขึ้น โดยมีความสอดคล้องกับการแสดงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนยังมีการทำความเข้าใจปัญหา ด้วยการอธิบายปัญหาใหม่ด้วยภาษาของตนเอง เพราะการตั้งปัญหาจะมีการเพิ่ม ลด หรือเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของปัญหา ทำให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจกับเงื่อนไข คำสำคัญที่เกี่ยวกับอสมการ จึงสามารถอธิบายปัญหาใหม่ด้วยภาษาของตนเองได้ดี เพราะได้ใช้ภาษาของตนตั้งปัญหา นำไปสู่การอธิบายปัญหาได้ดีขึ้น และเข้าใจในปัญหาได้ดี

สำหรับการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการได้ดีมากยิ่งขึ้น เมื่อผ่านการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา แสดงออกมาได้จากพฤติกรรมที่เกิดขึ้นที่อธิบายไปในข้างต้น ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนเขียนความหมายของประโยคข้อความ เป็นอสมการถูกต้องเพียงบางส่วน ภายหลังการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนสามารถพิจารณาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ กำหนดเป็นตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน ทั้งนี้เนื่องมาจาก การตั้งปัญหานักเรียนจะได้กำหนดสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ รวมไปถึงอสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ดังกล่าว เมื่อนักเรียนได้ตั้งปัญหาเพิ่มมากขึ้น จากการทำกิจกรรมการเรียนรู้ จะช่วยเพิ่มความสามารถในการวางแผน

การแก้ปัญหา และสามารถกำหนดตัวแปร และเขียนสมการที่สอดคล้องได้ถูกต้อง ครบถ้วน มีการกำหนดหน่วย และบริบทของคำในการกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง

สำหรับขั้นตรวจสอบผล จะสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านการนำไปใช้ดังที่กล่าวไปข้างต้น ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนไม่เห็นความสำคัญของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และไม่เข้าใจการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เนื่องจากโรงเรียนไม่มีการสอน การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักเรียนจึงเข้าใจว่าการตรวจสอบคือ การตรวจสอบ ว่าคำนวณค่าที่ได้จากสมการถูกต้องหรือไม่ ซึ่งไม่เพียงพอ ในช่วงแรกของการดำเนินกิจกรรม การเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา นักเรียนอาศัยการถามครูผู้สอน เพื่อทำความเข้าใจกับการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ภายหลังจากนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ที่มีความเข้าใจ ในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ สามารถให้คำแนะนำกับเพื่อนได้ และนักเรียน ส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ก่อน และหลังการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากผ่านการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยวิธีการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา หลังผ่านการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา

วิธีดำเนินการวิจัย

1. การกำหนดประชากร และกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนพระหฤทัยนันทบุรี จังหวัดนันทบุรี จำนวน 5 ห้องเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนพระหฤทัยนันทบุรี จังหวัดนันทบุรี จำนวน 30 คน จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียน 30 คน นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเหล่านี้ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากทั้งหมด 5 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 164 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแบบละความสามารถ ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คนและต่ำ 1 คน ซึ่งพิจารณาจากคะแนนของนักเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 มาเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย แล้วกำหนดให้นักเรียนที่มีคะแนนเป็นลำดับที่ 1-10 อยู่ในกลุ่ม

ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนที่มีคะแนนเป็นลำดับที่ 11-20 อยู่ในกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ปานกลาง และนักเรียนที่มีคะแนนเป็นลำดับที่ 21-30 อยู่ในกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ หลังจากนั้นเลือกนักเรียน 1 กลุ่มย่อย เพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรม การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีนักเรียนเป้าหมายทั้งหมด 4 คน

2. กำหนดกรอบแนวคิดของการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการ ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหา

กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 9 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผล และประเมินผลการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ นักเรียนจะได้รู้จัก การแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ที่มีกิจกรรมตั้งปัญหาตามแนวคิดของบราวน์ และวอลเตอร์ นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหา และตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งแบบเดี่ยว และเป็นกลุ่ม ประกอบด้วยนักเรียน 4 คนแบบละความสามารถ โดยเลือกจากนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนต้องร่วมกันรับผิดชอบ ในการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในกลุ่มและในชั้นเรียน

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย (1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 9 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 50 นาทีในการดำเนินการ (2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ (3) แบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบสังเกตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขณะลงมือแก้ปัญหา และตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์

หลังจากสร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ ความยากง่ายของปัญหา และความชัดเจนของข้อคำถาม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

ของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องจำนวน 40 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนจันทร์ประดิษฐารามวิทยาคม แล้วปรับปรุงแก้ไขเครื่องมืออีกครั้งก่อนนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Posttest-Only Design

การดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองทั้งหมด 12 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 9 คาบเรียน ทดสอบย่อยความรู้พื้นฐาน 1 คาบ ทดสอบก่อนเรียน 1 คาบ และหลังเรียน 1 คาบ ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการ ดังนี้ ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ในแต่ละคาบเรียน ผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีผู้ช่วยสังเกตการณ์อีก 2 คน ช่วยบันทึกพฤติกรรมและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายขณะลงมือแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย โดยใช้แบบตรวจสอบรายการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้ สำหรับข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยได้นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากผ่านการจัดการเรียนรู้เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยวิธีการตั้งปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดโดยใช้การทดสอบทวินามด้วยสถิติ Z (Z-Test for Population Proportion)

สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยได้นำไปแสดงร่องรอยการเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

และใบสังเกตพฤติกรรมแบบตรวจสอบรายการของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์ และกล้องวิดีโอ ที่บันทึกพฤติกรรมของกลุ่มตัวอย่างมาวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาตามกรอบวิเคราะห์พฤติกรรมของอัทซท์ และอมอร์-ทอมัส (Artzt, Alice F.; & Armour-Thomas, Eleanor. 1992: 147-148) ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายทั้ง 4 คน

สรุป และอภิปรายผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีจำนวนมากกว่ำร้อยละ 60 ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น นักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับจากครูผู้สอน โจทย์ปัญหาของเพื่อนร่วมชั้น และได้แก้ปัญหาที่ตั้งขึ้นร่วมกันกับสมาชิกภายในกลุ่ม ทำให้นักเรียนได้แนวคิด วิธีการในการทำความเข้าใจปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ สายสุณี สุทธิจักร (2551: 72) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย

2. พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากการวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง พบว่า เมื่อนักเรียนผ่านการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา นักเรียนมีการพัฒนาความสามารถ ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem) ด้านการสำรวจ และการวางแผน การแก้ปัญหา (Exploring and Planning) และด้านการนำไปใช้ (Implementing) ตามกรอบวิเคราะห์ พฤติกรรมของอัทซท์ และอมอร์-ทอมัส (Artzt, Alice F.; & Armour-Thomas, Eleanor. 1992: 147-148)

2.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem)

จากการวิเคราะห์ร่องรอยการเขียนของนักเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อนักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา และผลการสังเกตของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์ พบว่าพฤติกรรมของนักเรียนที่เกิดขึ้นในด้านการทำความเข้าใจปัญหา แสดงให้เห็นจากร่องรอยการเขียนที่เพิ่มมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจปัญหา รวมไปถึงการวาดรูปประกอบ

เพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหามากขึ้น ทั้งนี้เนื่องมาจากในขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการตั้งปัญหา ซึ่งมีขั้นตอนของการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการของโจทย์ ส่งผลให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา พิจารณาความสอดคล้องระหว่างเงื่อนไขที่ส่งผลต่อปัญหา รวมไปถึงการที่นักเรียนได้มีการอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มระหว่างทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้นักเรียนเกิดการอธิบายปัญหาโดยการการใช้ภาษาของตนเอง หมายถึง นักเรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบเป็นอย่างดี จึงสามารถถ่ายทอดปัญหาเดิมด้วยภาษาใหม่ที่เข้าใจง่ายมากขึ้น และโดยเฉพาะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่มีคำสำคัญต่าง ๆ เช่น อย่างมาก อย่างน้อย น้อยกว่าหรือเท่ากับ มากกว่าหรือเท่ากับ ซึ่งคำเหล่านี้ส่งผลต่อคำตอบ และการเขียนอสมการ จึงกล่าวได้ว่าซึ่งพฤติกรรมดังกล่าวข้างต้นมีความสอดคล้องกับกิจกรรมการตั้งปัญหา ในขั้นตอนปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการของโจทย์

2.2 ด้านการสำรวจ และการวางแผนการแก้ปัญหา (Exploring and Planning)

จากการวิเคราะห์ร่องรอยการเขียนของนักเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อนักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา และผลการสังเกตของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์ พบว่าพฤติกรรมด้านการสำรวจ และการวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนได้แสดงออกมาในด้านการเขียนอสมการ และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง และสอดคล้องกับปัญหาในส่วนของการแปลความหมายของคำสำคัญที่แสดงถึงอสมการ กับเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ในการเขียนอสมการ พบว่านักเรียนสามารถแปลความหมายของคำสำคัญได้ดีมากขึ้น สามารถเขียนอสมการได้อย่างถูกต้อง และสอดคล้องกับโจทย์ ทั้งนี้เนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา ในขั้นตอนลงมือตั้งปัญหา นักเรียนจะได้กำหนดสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ รวมไปถึงอสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ดังกล่าว เมื่อนักเรียนเรียนได้ลงมือตั้งปัญหาเพิ่มขึ้น การดำเนินการตั้งปัญหา จะช่วยเพิ่มความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา ในสามารถกำหนดตัวแปร และเขียนอสมการที่สอดคล้องได้ถูกต้อง ครบถ้วน มีการกำหนดหน่วย และบริบทของค่าในการกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง

2.3 ด้านการนำไปใช้ (Implementing)

จากการวิเคราะห์ร่องรอยการเขียนของนักเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อนักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหาและผลการสังเกตของผู้วิจัย และผู้ช่วยสังเกตการณ์ พบว่า เมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา โดยเฉพาะในขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหาที่ตั้งขึ้น ทำให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์คำตอบของปัญหาที่ตนเองตั้งขึ้นว่าถูกต้องและสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ ซึ่งจะเห็นได้ว่าการดำเนินการตั้งปัญหาในขั้นตอนดังกล่าว จะช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์ในตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบเพิ่มมากขึ้น นอกจากนี้ นักเรียนมีความเข้าใจความสำคัญของการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ทั้งนี้เนื่องมาจากการตั้งปัญหา ช่วยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ส่งผลให้มี ความเข้าใจในความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องของคำตอบกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จากพฤติกรรมทั้งสามด้านที่กล่าวไปข้างต้น จะเห็นได้ว่า ด้านการทำความเข้าใจปัญหา มีความสอดคล้องกับกิจกรรมการตั้งปัญหาในขั้นตอนการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการของโจทย์ ด้านการสำรวจและวางแผน มีความสอดคล้องกับขั้นลงมือตั้งปัญหา และด้านการนำไปใช้ มีความสอดคล้องกับขั้นวิเคราะห์ปัญหาที่ตั้งขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ในการตั้งปัญหาเพิ่มมากขึ้น กิจกรรมการตั้งปัญหาในแต่ละขั้นตอนล้วนส่งผลให้เกิดพฤติกรรมในทุกด้านได้อย่างชัดเจน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ครูสามารถนำกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปใช้เพื่อสร้างความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือนำไปใช้ในการสอนปกติ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยครูผู้สอนควรจัดเตรียมการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา และเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูผู้สอนสามารถปรับปรุงให้เป็นปัญหาที่ง่ายขึ้น เพื่อให้เหมาะสมกับความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนในระดับเริ่มต้นการจัดการเรียนรู้ และเพิ่มระดับให้เป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในครั้งถัดไป นอกจากนี้ครูผู้สอนควรพิจารณาการใช้โจทย์ที่หลากหลายมากยิ่งขึ้น และในการตั้งปัญหาควรกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาถึงโจทย์ ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน ใช้ข้อความทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย หรือเป็นโจทย์ที่มีอสมการที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย ควรมีการกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความแตกต่างระหว่างโจทย์เดิมกับโจทย์ที่สร้างใหม่ เพื่อให้เกิดความเข้าใจในเงื่อนไขต่าง ๆ ของโจทย์อย่างลึกซึ้งยิ่งขึ้น อย่างไรก็ตามนักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการวิจัยครั้งต่อไป

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สำหรับการวิจัยในครั้งต่อไป ผู้วิจัยอาจมีการศึกษาเพิ่มสำหรับตัวแปรที่เกี่ยวข้อง เช่น ความสามารถในการให้เหตุผล สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สามารถปรับเปลี่ยนเนื้อหาเป็นเรื่องอื่น ๆ เช่น อัตราส่วน และร้อยละ หรืออสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สำหรับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สามารถเพิ่มคาบเรียนเป็น 10-15 คาบเรียน เพื่อจะได้ศึกษาพฤติกรรมในการแก้ปัญหาเพิ่มเติม หรือสามารถปรับเปลี่ยนเป็นศึกษาพฤติกรรมด้านการให้เหตุผล หรือด้านความคิดคล่อง

บรรณานุกรม



บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem Solving). พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: ชุมนุม สหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- (2560). แผนการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2560 – 2579. สืบค้นเมื่อ 23 มีนาคม 2560, จาก <http://www.onec.go.th/index.php/book/BookView/1540>
- เครือวัลย์ ไฉแสง. (2549). บทบาทของการสร้างปัญหาที่มีต่อกระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ชูศรี วงรัตน์. (2550). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 10. กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตจิงอินเตอร์โปรเกรสซีฟ.
- ทศวรรณ เล็งตามดี. (2552). การสร้างปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้วิธีการแบบเปิด. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา) ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- นวลทิพย์ นวพันธ์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้ง และแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีสา วงศ์คำพระ. (2556). ผลการใช้รูปแบบการสอนการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ต่อความสามารถในการแก้ปัญห และความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการเรียนการสอน). อุตรธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏอุตรธานี. ถ่ายเอกสาร.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์. 38(434-435): 32-74.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล; และจรัสรัตน์ สุวรรณ. (2554). การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ปิยะนาถ เหมวิเศษ. (2551). การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากมาย เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหทาง

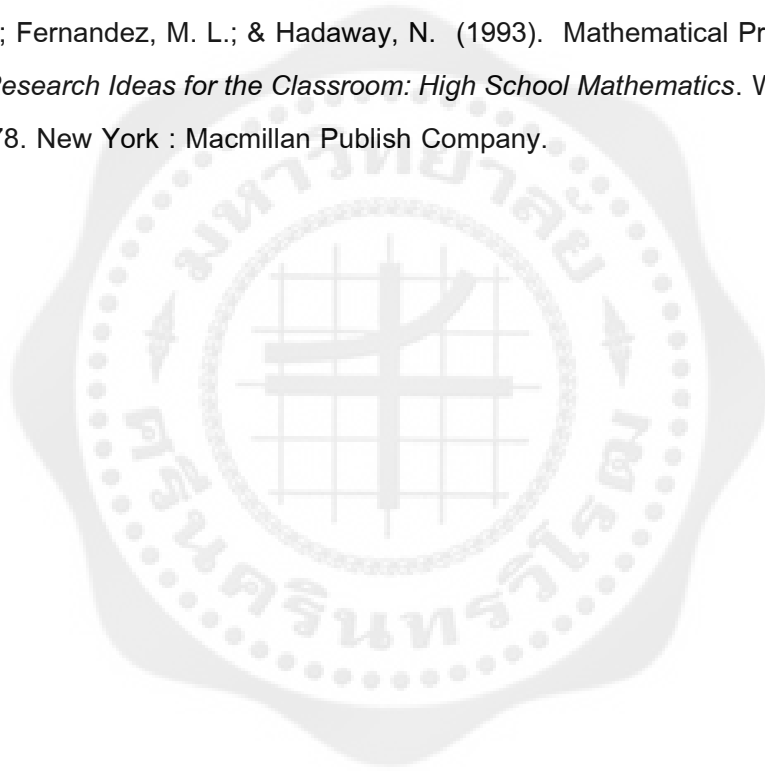
- คณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์. 2554. การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี: สำนักพิมพ์
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2528). หลักการวิจัยทางการศึกษา. กรุงเทพฯ: ศึกษาพร.
วรรณพร เลิศอวาส. (2554). การศึกษาพฤติกรรมด้านความคิดคล่องและความคิดยืดหยุ่น เรื่อง
จำนวน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผ่านกิจกรรมการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา
ทางคณิตศาสตร์. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริชัย พงษ์วิชัย. (2558). การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วยคอมพิวเตอร์. พิมพ์ครั้งที่ 25.
กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศุภวรรณ โคตรท่าน. (2551). การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในสถานการณ์
แก้ปัญหาปลายเปิดโดยอาศัยกระบวนการกลุ่มย่อย. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (คณิตศาสตร์
ศึกษา) ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันทดสอบทดสอบการศึกษาแห่งชาติ. (2559). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติ
ขั้นพื้นฐาน (O-Net) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2559. สืบค้นเมื่อ 23 มีนาคม
2560, จาก http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2559.pdf
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย.
- สำนักทดสอบการศึกษา. (2558). ผลการประเมินคุณภาพผู้เรียนระดับชาติ ปีการศึกษา 2557
บทสรุปและข้อเสนอแนะเชิงนโยบาย. สืบค้นเมื่อ 23 มีนาคม 2560, จาก
<http://bet.obec.go.th/index/?p=2858>
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2547). แนวทางการพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษาแบบอิง
มาตรฐานการศึกษา. กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.
- สมเดช บุญประจักษ์. (2543). การแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏพระนคร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุมาตรา โตม่วง. (2559). การวินิจฉัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวน
กุหลาบมอญ). วิทยานิพนธ์ ค.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยรามคำแหง. ถ่ายเอกสาร.

- สุริพร ศิรินามมนตรี. (2559). ผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ. *วารสารมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม*. 5(1): 134.
- สายสุณี สุทธิจักร์. (2551). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย. วิทยานิพนธ์. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สุริเยส สุขแสงง. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อัมพร ม้าคะนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อุษาวดี จันทรสนธิ. (2554). การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์. นนทบุรี: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- Arikan, E. E.; & Unal, H. (2015). An investigation of eighth grade students' problem posing skills (Turkey sample). *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 1(1): 23-30.
- Artz, Alice F.; & Armour-Thomas, Eleanor. (1992). *Development of a Cognitive-Metacognitive Framework for Protocol Analysis of Mathematical Problem Solving in Small Groups*. *Cognition and Instruction*. 9(2): 137–175. Retrieved June 23, 2017, from http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1207/s1532690xci0902_3
- Abu-Elwan, Reda. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (ed). *Proceeding of the International Conference on Mathematical Education in to the 21st Century: Social challenge, Issue and approaches*. 1-8. Cairo: Egypt. Retrieved October 17, 2009, from math.unipa.it/~grim/AAbuElwan1-6.PDF.
- Adams, Sam.; Leslie Ellis.; & B.F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York: Harper & Row, Publishers.

- Anderson, K.B.; & Pingry, R.E. (1973). *Problem-solving in mathematics*. The learning of mathematics: Its theory and practices. Washington D. C.: The National Council of Teacher of mathematics.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Bitter, Gray G.; Hatfield, Mary M.; & Edwards, Noney T. (1989). *Mathematics Method for Elementary and Middle Schools*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Brown, Stephen. I. & Walter, Marion. I. (2005). *The Art of Problem Posing*. 3rd ed. Lawrence Erlbaum Associates.
- Bruckner, Leo J.; & Grossnicle, Faster E. (1957). *How to Make Arithmetic*. Philadelphia: The John C. Winston Co.
- Cankoy, Osman. (2014). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. *International Journal of Science & Mathematics Education*. 226.
- Christou, Constantinos.; et al. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM*. 37(3): 149–158. Retrieved June 23, 2017
- Demir, Baris Burçin. (2005). *The Effect of Instruction with Problem Posing on Tenth grade students' probability achievement and attitudes toward probability*. Turkey: Middle East Technical University. Retrieved July 1, 2017 , from <https://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12606884/index.pdf>
- Gagne', Robert M. (1970). *The Condition of Learning*. 2nd ed. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Gonzales, Nancy A. (1998). A Blueprint for Problem Posing. *School Science and Mathematics*. 98: 448-456. Retrieved March 9, 2017, from <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1949-8594.1998.tb17437.x/full>
- Hatfield, Mary M.; & Edward, Nancy T.; & Bitter, Gary G. (1989). *Mathematics Methods for Elementary and Middle School: A Comprehensive Approach*. Boston: Allyn and Bacon
- Jackson, L. (2000). *Increasing Critical Thinking Skills to Improve Problem – Solving Ability in Mathematics*. Master of Arts Action Research Project. Graduate Faculty, Saint Xavier University.

- Kapur, M. (2015). The preparatory effects of problem solving versus problem posing on learning from instruction. *Learning and Instruction*, 39, 23–31.
- Kar, T.; et al. (2010). *The relation between the problem posing and problem solving skills of prospective elementary mathematics teachers*. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1577–1583. Retrieved June 19, 2017, from <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187704281000279X>
- Keovongsa, Boualy. (2559). *Mathematical Learning achievement problem solving ability and attitude towards Mathematical Learning by using cooperative learning STAD technique of grad 8 students invientane caoutal, Lao people's democratic republic*. Master of Education program in curriculum and instruction. Graduate Faculty, Burapa University.
- Leblanc, J. F.; Proudfit, L.; and Putt I. J. (1980). *Teaching Problem Solving in the Elementary School*. In S. Krulik and R. E. Reys (eds.), *Problem solving in school mathematics*. Reston, VA: NTCM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, George. (1957). *How to Solve It*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- (1981). *Mathematical Discovery: On Understand, Learning, and Teacher Problem Solving*. New York: John Wiley & Son.
- (1985). *How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday and Company Garden City.
- Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.
- Russell & Person V. (1961). *Essentials of Mathematics*. New York: John Wiley, Inc.
- Silver, E. A.; & Cai Jinfa. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school student. *Journal for Research in Mathematics Education*. 27(5): pp.521- 539.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28
- Silver, E. A. (June 1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical

- problem solving and problem posing. *ZDM*. 29(3): pp.75-80. Retrieved March 26, 2009, from <http://www.emis.de/journals/ZDM/zdm973a3.pdf>.
- Szetela, Walter; & Nicol, Cynthia. (1992). *Evaluating Problem Solving in Mathematics*. Educational Leadership.
- Tsamir, P.; & Almog, N. (2001). *Students' strategies and difficulties: the case of algebraic inequalities*. *International Journal of Mathematical Education in Science & Technology*, 32(4), pp. 513-524.
- William, Kenneth M. (2003). Writing About the Problem-Solving Process to Improve Problem – Solving Performance. *Mathematics Teacher*. 96(3): 185.
- Wilson, J. W.; Fernandez, M. L.; & Hadaway, N. (1993). Mathematical Problem Solving. In *Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics*. Wilson P.S pp. 57-78. New York : Macmillan Publish Company.





ภาคผนวก



ภาคผนวก ก
การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านการจัดกิจกรรมการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และแบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1.1 นำเครื่องมือที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณา ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่ามีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญไม่แน่ใจว่ามีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา หรือไม่

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าไม่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา

1.2 คำนวณค่า IOC ของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วเลือกกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีค่า IOC ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับลักษณะพฤติกรรม

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

i แทน จำนวนตั้งแต่ 1 ถึง N

R_i แทน คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญคนที่ i

ตาราง 11 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว ผ่านการตั้งปัญหาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แผนที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้



การหาคุณภาพแบบทดสอบ

แบบทดสอบที่ใช้เป็นเครื่องมือในการวัดผล คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1 ฉบับ ประกอบด้วยข้อสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของแบบทดสอบดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC)

ตาราง 12 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

2. หาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ตาราง 13 ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อ	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)
1	0.66	0.51
2	0.41	0.50
3	0.48	0.41
4	0.48	0.41

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ .60



ตาราง 14 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ

Tests of Normality						
	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
VAR00001	.193	30	.006	.940	30	.090
a. Lilliefors Significance Correction						

จากตาราง 13 ค่าพี (p-value) ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเท่ากับ .090 ซึ่งมากกว่า .05 ดังนั้น คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงปกติ

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เนื่องจากข้อมูลมีภาวะการแจกแจงปกติ การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว จึงใช้สถิติทดสอบทวินามด้วยสถิติ Z (Z – test for Population Proportion) ดังนี้

ให้ p แทน สัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

$\hat{p}$ แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ต้องการทดสอบ

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เนื่องจาก มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ 23 คน จาก 30 คน ดังนั้น $\hat{p} = 0.77$

และ $p_0 = 0.60$

ดังนั้น สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

เพราะว่า $n = 30$, $\hat{p} = 0.77$ และ $p_0 = 0.60$

$$\text{ดังนั้น } z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.77 - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{30}}} = 1.90$$

เนื่องจาก $Z_{.05} = 1.645$ จะได้ว่า $Z > Z_{.05}$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการตั้งปัญหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05





ภาคผนวก ง
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5			
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	
หน่วยการเรียนรู้	อสมการ		
หัวข้อเรื่อง	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (1)		
ปีการศึกษา	2560	ภาคเรียนที่ 2	เวลา 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1.1 เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- 1.1.2 อธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้
- 1.1.3 ระบุศัพท์เฉพาะสำหรับโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนสามารถ

- 1.2.1 แก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา หรือวิลสันและคณะได้
- 1.2.2 สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมี

- 1.3.1 มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

2. สาระการเรียนรู้

คำถามนำเข้าสู่บทเรียน

“ถ้าตอนที่พี่ชายอายุ 6 ขวบ น้องสาวมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพี่ชาย แล้วถ้าปัจจุบันพี่ชายอายุ 28 ปี น้องสาวจะมีอายุเท่าใด”

ตัวอย่างที่ 1 หน้ากากซาลาเปาสูงกว่าหน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตร โดยที่หน้ากากซาลาเปาสูงไม่เกิน 185 เซนติเมตร หน้ากากซูโม่สูงอย่างมากที่สุดเท่าไร

<u>วิธีทำ</u>	กำหนดให้	หน้ากากซูโม่สูง	X	เซนติเมตร
		หน้ากากซาลาเปาสูง	X + 21	เซนติเมตร
		$x + 21$	$\leq$	185
		$x + 21 - 21$	$\leq$	$185 - 21$
		x	$\leq$	164

ตรวจคำตอบ ให้หน้ากากซูโม่สูงอย่างมาก 164 เซนติเมตร หน้ากากซาลาเปาสูงไม่เกิน 185 เซนติเมตร จะได้ว่าหน้ากากซาลาเปาสูงกว่าหน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตรตรงตามเงื่อนไข

ตอบ หน้ากากซูโม่สูงอย่างมาก 164 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 แจกกันโบราณอายุมากกว่าไหโบราณ 102 ปี ถ้าแจกกันโบราณและไหโบราณมีอายุรวมกันอย่างน้อย 1,200 ปี แจกกันโบราณอายุอย่างน้อยเท่าไร

<u>วิธีทำ</u>	กำหนดให้	แจกกันโบราณอายุ	X	ปี
		ไหโบราณอายุ	X - 102	ปี
		$x + x - 102$	$\geq$	1200
		$2x - 102$	$\geq$	1200
		$2x$	$\geq$	1302
		x	$\geq$	651

ตรวจคำตอบ ให้แจกกันโบราณมีอายุอย่างน้อย 651 ซึ่งมากกว่าอายุไหโบราณ 102 ปี แสดงว่าอายุไหโบราณ คือ 549 ปี ซึ่งรวมกันได้อย่างน้อย 1,200 ปีตามโจทย์

ตอบ แจกกันโบราณมีอายุอย่างน้อย 651 ปี

3. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (3 นาที)

- 4.1.1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4–5 คน และแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งชี้แจงการทำกิจกรรม
- 4.1.2 ครูสนทนากับนักเรียนด้วยคำถามนำเข้าสู่บทเรียน “ถ้าตอนที่พี่ชายอายุ 6 ปี น้องสาวมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพี่ชาย ถ้าปัจจุบันพี่ชายมีอายุ 28 ปี น้องสาวจะอายุเท่าใด” โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย และหาคำตอบ [นักเรียนควรตอบว่า น้องสาวจะมีอายุ 25 ปี เพราะอายุน้องสาวห่างจากพี่ชาย 3 ปี]

4.2 ขั้นสอน (44 นาที)

- 4.2.1 จากโจทย์ที่ครูได้กล่าวไปในขั้นนำ ถ้าครูเปลี่ยนโจทย์จาก “ถ้าตอนที่ครูอายุ 6 ปี น้องสาวของครูอายุเป็นครึ่งหนึ่งของครู ถ้าปัจจุบันครูมีอายุ 28 ปี น้องสาวของครูจะมีอายุเท่าใด” เป็นโจทย์ใหม่ที่ว่า “ถ้าตอนที่ครูอายุ 6 ปี น้องสาวของครูอายุไม่เกินครึ่งหนึ่งของอายุครู ถ้าปัจจุบันครูมีอายุ 28 ปี น้องสาวของครูจะอายุเท่าใด” นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร [นักเรียนควรตอบว่า อายุของน้องสาวที่เป็นไปได้ คือ 23, 24 และ 25 ปี] และครูให้นักเรียนสังเกตว่าคำตอบที่เป็นไปได้มีมากกว่า 1 คำตอบ และให้นักเรียนจดสิ่งที่ประเด็นสำคัญลงในใบกิจกรรมของตนเอง
- 4.2.2 ครูตั้งคำถามกับนักเรียน โดยให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย นักเรียนคิดว่าทำไมอายุ 22 ปีจึงไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้อง [นักเรียนควรตอบว่า เนื่องจากอายุเป็นจำนวนนับเท่านั้น ถ้าอายุ 22 ปี จะทำให้ไม่ตรงกับเงื่อนไข จึงไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้อง]
- 4.2.3 จากการตั้งคำถามดังกล่าว ครูให้นักเรียนสังเกตว่าสำหรับโจทย์ปัญหาสมการบางข้อ จะมีเงื่อนไขแฝงโดยที่โจทย์ไม่ได้กล่าวถึงโดยตรง แต่ต้องนำมาพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วย ดังนั้นการพิจารณาโจทย์ และตีความโจทย์ปัญหาต้องพิจารณาอย่างละเอียดรอบคอบมากยิ่งขึ้น

- 4.2.4 จากโจทย์ปัญหาใหม่ที่ว่า “ถ้าตอนที่ครูอายุ 6 ปี น้องสาวของครูอายุไม่เกินครึ่งหนึ่งของอายุครู ถ้าปัจจุบันครูมีอายุ 28 ปี น้องสาวของครูจะอายุเท่าใด” นักเรียนจะเห็นได้ว่าครูได้เพิ่มคำว่า “ไม่เกิน” ลงไปในโจทย์ปัญหา และทำให้คำตอบที่ได้เป็นคำตอบใหม่ที่แตกต่างจากเดิม ดังนั้นจากการที่นักเรียนได้เรียนเรื่องสมการในคาบที่ผ่าน ๆ มา นักเรียนคิดว่า คำสำคัญใดบ้างที่จะสื่อถึงโจทย์ปัญหาสมการ [นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายคำตอบ เช่น มากกว่า น้อยกว่า มากกว่าหรือเท่ากับ น้อยกว่าหรือเท่ากับ ไม่มากกว่า ไม่เกิน ไม่น้อยกว่า อย่างน้อย เกิน ต่ำกว่า สูงกว่า ไม่เท่ากับ ไม่เท่ากัน เป็นต้น]
- 4.2.5 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม นำคำสำคัญที่นำเสนอ มาใช้ในการตั้งปัญหา โดยเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของโจทย์ดังกล่าว “ถ้าตอนที่ครูอายุ 6 ปี น้องสาวของครูอายุเป็นครึ่งหนึ่งของครู ถ้าปัจจุบันครูมีอายุ 28 ปี น้องสาวของครูจะมีอายุเท่าใด” โดยให้แต่ละกลุ่มร่วมกันตั้งปัญหา หลังจากนั้นนำเสนอปัญหาของแต่ละกลุ่ม ครูเลือกปัญหาที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนร่วมกันสังเกตจุดเด่นของปัญหาดังกล่าว เช่น คำสำคัญที่นำไปสู่คำตอบต่าง ๆ ของปัญหา (ใช้เวลาประมาณ 8 นาที)
- 4.2.6 ครูยกตัวอย่างที่ 1 และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการดังกล่าว และครูตั้งคำถามดังนี้
- 1) จากการทำความเข้าใจปัญหาตัวอย่างที่ 1 สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบมีอะไรบ้าง
[นักเรียนควรตอบว่า สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ หน้ากากซาลาเปาสูงกว่า หน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตร โดยที่หน้ากากซาลาเปาสูงไม่เกิน 185 เซนติเมตร และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ หน้ากากซูโม่สูงอย่างมากที่สุดเท่าไร]
 - 2) คำสำคัญที่แสดงถึงโจทย์ปัญหาสมการจากตัวอย่างที่ 1 คือคำว่าอะไรบ้าง
[นักเรียนควรตอบว่า คำว่า “ไม่เกิน” และ “อย่างมาก”]
 - 3) หลังจากนักเรียนทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนจะดำเนินการอย่างไรกับโจทย์ดังกล่าว
[นักเรียนควรตอบว่า กำหนดตัวแปรให้แทนส่วนสูงของหน้ากากซูโม่ หรือ ส่วนสูงของหน้ากากซาลาเปา และแสดงสมการที่สอดคล้องกับโจทย์]
 - 4) สมการที่สอดคล้องกับโจทย์ดังกล่าวคืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า อสมการคือ $x + 21 \leq 185$ เมื่อ x คือส่วนสูงของหน้ากากซูโม]

5) คำตอบที่ได้จากการแก้สมการคืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า $x \leq 164$]

6) สรุปคำตอบได้อย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า หน้ากากซูโมสูงอย่างมาก 164 เซนติเมตร]

4.2.7 ครูให้นักเรียนสังเกตคำสำคัญของโจทย์ปัญหาดังกล่าว และตั้งคำถามกับนักเรียนว่า สำหรับโจทย์ปัญหาทั้งสองข้อ คือข้อเรื่องอายุ และข้อเรื่องส่วนสูง ทำไมข้อเรื่องอายุถึงมีหลายคำตอบ แต่ข้อเรื่องส่วนสูงถึงมีเพียงคำตอบเดียว แม้ว่าจะเป็นโจทย์ปัญหาอสมการเช่นเดียวกัน ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย [นักเรียนควรตอบว่า เนื่องจากคำสำคัญในโจทย์เรื่องส่วนสูง ในส่วนของสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ หน้ากากซูโม สูงได้ “อย่างมาก” เท่าใด ทำให้ต้องมีคำตอบเดียว]

4.2.8 ครูให้นักเรียนสังเกตว่า โจทย์ปัญหาที่ครู และนักเรียนได้เปลี่ยนเงื่อนไข จะมีการเปลี่ยนเงื่อนไขในส่วนของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ หรือเปลี่ยนในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หลังจากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหา จากโจทย์ปัญหาส่วนสูงที่กำหนดให้ แต่ให้เงื่อนไขว่า ใช้คำสำคัญที่ทำให้ได้คำตอบที่มากกว่าหนึ่งคำตอบ โดยให้ทำลงในใบกิจกรรมของตนเอง โดยสามารถปรึกษากับเพื่อนในกลุ่มของตนได้ ในระหว่างนั้นครูกระตุ้นผู้เรียนด้วยคำถามต่าง ๆ [ครูควรใช้คำถามให้นักเรียนวิเคราะห์ เช่น ทำไม...จึง...? อธิบายว่าเพราะอะไร, จะเป็นอย่างไร ถ้า..., นักเรียนจะอย่างไร หาก..., ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น, มีแนวทางอื่นที่ดีกว่านี้หรือไม่, ถ้า...แล้ว... นักเรียนคิดว่าอย่างไร]

เป็นต้น] (ใช้เวลาประมาณ 12 นาที)

4.2.9 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำตัวอย่างที่ 2 ลงในใบกิจกรรมของตนเองด้วยตนเอง ครูให้คำแนะนำ และกระตุ้นนักเรียน [ครูควรใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เช่น การหาคำตอบควรเริ่มจากวิธีการใด, คำสำคัญบ่งบอกถึงเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ใด, ทำไม...จึง...? อธิบายว่าเพราะอะไร, จะเป็นอย่างไร ถ้า..., นักเรียนจะอย่างไร หาก..., ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น, มีแนวทางอื่นที่ดีกว่านี้หรือไม่, ถ้า...แล้ว...นักเรียนคิดว่าอย่างไร เป็นต้น] หลังจากนั้นครูให้ตัวแทนนักเรียนคนเฉลยตัวอย่างที่ 2 พร้อมทั้ง

อธิบายวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

- 4.2.10 จากโจทย์ปัญหา “แจกันโบราณอายุมากกว่าไหโบราณ 102 ปี ถ้าแจกันโบราณและไหโบราณมีอายุรวมกันอย่างน้อย 1,200 ปี แจกันโบราณอายุอย่างน้อยเท่าไร” ครูตั้งคำถามกับนักเรียนว่า ถ้าเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบเป็น แจกันโบราณอายุอย่างน้อยเท่าไร การแสดงวิธีทำจะเปลี่ยนไปรวมถึงคำตอบที่ได้จะเปลี่ยนไป หรือไม่ อย่างไร ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย [นักเรียนควรตอบว่า การแสดงวิธีทำไม่เปลี่ยนแปลง แต่ไม่สามารถระบุคำตอบได้] ครูเน้นย้ำว่าการเปลี่ยนเงื่อนไขโจทย์ปัญหาจำเป็นต้องพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยเช่นกัน
- 4.2.11 ครูให้นักเรียนเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขของโจทย์ปัญหาเรื่องของโบราณด้วยตนเอง โดยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนในกลุ่ม หลังจากนั้นให้อภิปรายกับเพื่อนในกลุ่ม ครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนแสดงร่องรอยการเขียนลงในใบกิจกรรม หลังจากนั้นให้นักเรียนเขียนปัญหาของเพื่อนที่นักเรียนสนใจลงในใบกิจกรรมของตนเอง พร้อมทั้งแสดงเหตุผลว่าปัญหาของเพื่อนน่าสนใจอย่างไร [นักเรียนควรตอบว่า มีการใช้คำสำคัญที่น่าสนใจ, มีการเปลี่ยนสิ่งที่โจทย์ต้องการถามให้ได้คำถามมากกว่า 1 คำตอบ, มีการเพิ่มเงื่อนไขบางประการที่น่าสนใจ เป็นต้น] (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

4.3 ขั้นสรุป (3 นาที)

- 4.3.1 ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปคำสำคัญในโจทย์ปัญหาสมการ [นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายคำตอบ เช่น มากกว่า น้อยกว่า มากกว่าหรือเท่ากับ น้อยกว่าหรือเท่ากับ ไม่มากกว่า ไม่เกิน ไม่น้อยกว่า อย่างน้อย เกิน ต่ำกว่า สูงกว่า ไม่เท่ากับ ไม่เท่ากัน เป็นต้น]
- 4.3.2 ครูให้นักเรียนสังเกตว่าโจทย์ปัญหาสมการ จะมีความหลากหลายทั้งที่สามารถมีได้หลายคำตอบ มีได้เพียงคำตอบเดียว โดยขึ้นอยู่กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และคำสำคัญภายในโจทย์
- 4.3.3 ครูเน้นย้ำคำตอบที่ได้ของโจทย์ปัญหาจะต้องพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบเสมอ และต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขแฝงที่ไม่ได้แสดงให้เห็นโดยตรงของโจทย์ด้วย

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	วิธีวัดผล : พิจารณาจาก การทำใบงาน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อคำถาม ถ้า นักเรียนกำหนดตัวแปรและเขียนสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา จะได้คะแนน 4 คะแนน ถ้า นักเรียนกำหนดตัวแปรแต่เขียนสมการที่สอดคล้องกับไม่เงื่อนไขของโจทย์ปัญหาได้ จะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียนไม่กำหนด ตัวแปรและเขียนสมการที่สอดคล้องกับไม่เงื่อนไขของโจทย์ปัญหาได้ จะได้ คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียนได้คะแนนมากกว่า 4 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. อธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบได้	วิธีวัดผล : พิจารณาจากการตอบคำถามในกิจกรรมการเรียนรู้ ชั้นสอน ข้อที่ 4.2.7 และ 4.2.10	เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อคำถาม ถ้า นักเรียนตอบได้ถูกต้อง และสมเหตุสมผล จะได้คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่สมเหตุสมผล จะได้คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล :

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
3. ระบุศัพท์เฉพาะสำหรับ โจทย์ปัญหาสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียวได้	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> คำถามที่ครูถามนักเรียนใน กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสรุป ข้อที่ 4.2.7 และ 4.2.10 <u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจากการตอบ คำถามในกิจกรรมการ เรียนรู้ ขั้นสรุป ข้อที่ 4.3.1 <u>เครื่องมือวัดผล :</u> คำถามที่ครูถามนักเรียนใน กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นสรุป ข้อที่ 4.3.1	ถ้า นักเรียนได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน <u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อคำถาม ถ้า นักเรียนสามารถระบุศัพท์เฉพาะ สำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นได้ มากกว่า “น้อยกว่า” “มากกว่า” “น้อยกว่า หรือเท่ากับ” “มากกว่าหรือเท่ากับ” จะได้ 3 คะแนน ถ้า นักเรียนสามารถระบุศัพท์เฉพาะ สำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นได้ว่า “น้อยกว่า” “มากกว่า” “น้อยกว่าหรือ เท่ากับ” “มากกว่าหรือเท่ากับ” จะได้ 2 คะแนน ถ้า นักเรียนไม่สามารถระบุศัพท์เฉพาะ สำหรับโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นได้จะ ได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
<u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> <u>ทางคณิตศาสตร์ :</u> 1.แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว ตาม ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โพลยา หรือวิลสันและคณะ ได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก การทำใบงาน เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมี ทั้งหมด 2 ข้อ	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อคำถาม ถ้า นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง และหาคำตอบได้อย่างถูกต้องจะได้ คะแนน 4 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
2. สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์และนำเสนอ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	เครื่องมือวัดผล : ใบงาน เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ วิธีวัดผล : พิจารณา ความถูกต้องและ ชัดเจน ของการอธิบายและ นำเสนอ คำตอบ ในใบ กิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรม เรื่อง โจทย์ ปัญหาสมการเชิงเส้นตัว แปรเดียวซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ	ถ้า นักเรียนแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง แต่ คำตอบไม่ถูกต้องจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียนแสดงวิธีทำผิดพลาดเล็กน้อย แต่คำตอบถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนแสดงวิธีทำไม่ได้ไม่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่เขียนจะได้ คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 6 คะแนน ถือว่าผ่าน เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละกรณี ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ในการทำโจทย์ปัญหาสมการ ได้ถูกต้อง และชัดเจนจะได้ คะแนน 3 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การทำโจทย์ปัญหาสมการ พอสื่อให้เข้าใจ ได้ครบถ้วนจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การทำโจทย์ปัญหาสมการ พอสื่อให้เข้าใจ ได้ไม่ครบถ้วนจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การทำโจทย์ปัญหาสมการ ไม่ถูกต้องจะ ได้ คะแนน 0 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
		<u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 5 คะแนน ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะอันพึง</u> <u>ประสงค์ :</u> 1. มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและ รับผิดชอบในการทำงานที่ มอบหมาย	<u>วิธีวัดผล :</u> สังเกตพฤติกรรมหรือการ แสดงออกของนักเรียน ขณะ ทำงานที่มอบหมาย โดยมี ครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกใน แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานของนักเรียน <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานของนักเรียน	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นเพียง เล็กน้อย จะได้คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียน ไม่แสดงออกเลย จะได้คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่าน

แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน

วันที่ : เวลา.....

ชื่อกิจกรรม:

การให้คะแนน: ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน

 ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน

 ถ้าไม่แสดงพฤติกรรมเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน

ข้อ	พฤติกรรมที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	นักเรียนคนที่ 1 – 10									
		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
1	มี “ความรับผิดชอบ” ในการ ทำงานที่ได้รับมอบหมาย (รายบุคคล)										
2	มี “ส่วนร่วม” ในการทำงานของ กลุ่ม										
3	มี “ความรับผิดชอบ” ในการ ทำงานของกลุ่ม										
4	มี “ส่วนร่วมในการอภิปราย” ของ ชั้นเรียน										
รวมคะแนน											

หมายเหตุ อาจสังเกตนักเรียนมากกว่า 10 คนได้ ทั้งนี้ขึ้นกับความต้องการของครูผู้สอน

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้/ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของ
นักเรียนที่พบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.3 ด้านอื่น ๆ (ถ้ามี)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรม เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการ 1”

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

🌟 คำถามชวนคิด 🌟

✍️ อายุของพี่น้อง

“ถ้าตอนที่พี่ชายอายุ 6 ขวบ น้องสาวมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพี่ชาย แล้วถ้า
ปัจจุบันพี่ชายอายุ 28 ปี น้องสาวจะมีอายุเท่าใด”



ประเด็นที่น่าสนใจ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

😊 คำสำคัญ

.....

.....

.....

.....

😊 พื้นที่สำหรับทบทวน

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ทำตามคำสั่ง แสดงวิธีทำและหาคำตอบให้

ถูกต้อง

 ความสูงของหน้ากาก

หน้ากากซาลาเปาส่งกว่าหน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตร โดยที่หน้ากากซาลาเปาส่งไม่เกิน 185 เซนติเมตร หน้ากากซูโม่สูงอย่างมากที่สุดเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ.....

คำสำคัญที่แสดงถึงสมการ คือ.....

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

ตั้งโจทย์ปัญหาที่ได้คำตอบที่มากกว่า 1 คำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....



วัตถุโบราณ

แจกันโบราณอายุมากกว่าไหโบราณ 102 ปี ถ้าแจกันโบราณและไหโบราณมีอายุรวมกันอย่างน้อย 1,200 ปี แจกันโบราณอายุอย่างน้อยเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ.....

คำสำคัญที่แสดงถึงสมการ คือ.....

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

ตั้งโจทย์ปัญหาจากโจทย์ดังกล่าวโดยเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข

.....

.....

.....

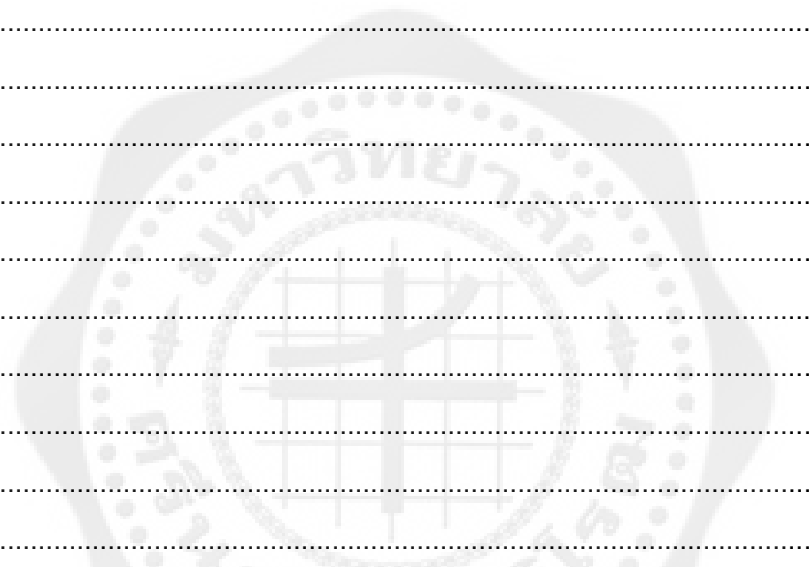
.....

.....

.....



 ให้นักเรียนเลือกโจทย์ของเพื่อนที่ไม่ใช่กลุ่มของตนเองที่นักเรียนสนใจ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลที่เลือกโจทย์ข้อดังกล่าว



😊 พี่ที่สำหรับทด

เฉลยใบกิจกรรม เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการ 1”

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

❁ คำถามชวนคิด ❁

 อายุของพี่น้อง

“ถ้าตอนที่พี่ชายอายุ 6 ขวบ น้องสาวมีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของพี่ชาย แล้วถ้า
ปัจจุบันพี่ชายอายุ 28 ปี น้องสาวจะมีอายุเท่าใด”



ประเด็นที่น่าสนใจ

.....

.....

.....

.....

😊 คำสำคัญ

มากกว่า, น้อยกว่า, มากกว่าหรือเท่ากับ, น้อยกว่าหรือเท่ากับ, ไม่มากกว่า, ไม่เกิน, ไม่น้อยกว่า,
, อย่างน้อย, เกิน, ต่ำกว่า, สูงกว่า, ไม่เท่ากับ, ไม่เท่ากัน

😊 พื้นที่สำหรับทด

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ ทำตามคำสั่ง แสดงวิธีทำและหาคำตอบให้ถูกต้อง

 ความสูงของหน้ากาก

หน้ากากซาลาเปาสูงกว่าหน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตร โดยที่หน้ากากซาลาเปาสูงไม่เกิน 185 เซนติเมตร หน้ากากซูโม่สูงอย่างมากที่สุดเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ หน้ากากซาลาเปาสูงกว่าหน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตร, หน้ากากซาลาเปาสูงไม่เกิน 185 เซนติเมตร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ หน้ากากซูโม่สูงอย่างมากที่สุดเท่าไร

คำสำคัญที่แสดงถึงสมการ คือ ไม่เกิน, อย่างมาก

วิธีทำ	กำหนดให้	หน้ากากซูโม่สูง	x	เซนติเมตร
		หน้ากากซาลาเปาสูง	$x + 21$	เซนติเมตร
		$x + 21$	$\leq$	185
		$x + 21 - 21$	$\leq$	$185 - 21$
		x	$\leq$	164

ตรวจคำตอบ ให้หน้ากากซูโม่สูงอย่างมาก 164 เซนติเมตร หน้ากากซาลาเปาสูงไม่เกิน 185 เซนติเมตร จะได้ว่าหน้ากากซาลาเปาสูงกว่าหน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตรตรงตามเงื่อนไข

ตอบ หน้ากากซูโม่สูงอย่างมาก 164 เซนติเมตร

ตั้งโจทย์ปัญหาที่ได้คำตอบที่มากกว่า 1 คำตอบ

หน้ากากซาลาเปาสูงกว่าหน้ากากซูโม่ 21 เซนติเมตร โดยที่หน้ากากซาลาเปาสูงไม่เกิน 185 เซนติเมตร หน้ากากซูโม่สูงเท่าไรได้บ้าง



วัตถุโบราณ

แจกันโบราณอายุมากกว่าไหโบราณ 102 ปี ถ้าแจกันโบราณและไหโบราณมีอายุรวมกันอย่างน้อย 1,200 ปี แจกันโบราณอายุอย่างน้อยเท่าไร

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ แจกันโบราณอายุมากกว่าไหโบราณ 102 ปี, ไหโบราณมีอายุรวมกันอย่างน้อย 1,200 ปี

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ แจกันโบราณอายุอย่างน้อยเท่าไร

คำสำคัญที่แสดงถึงอสมการ คือ มากกว่า, อย่างน้อย

วิธีทำ กำหนดให้ แจกันโบราณอายุ x ปี

ไหโบราณอายุ $x - 102$ ปี

$$x + x - 102 \geq 1200$$

$$2x - 102 \geq 1200$$

$$2x \geq 1302$$

$$x \geq 651$$

ตรวจคำตอบ ให้แจกันโบราณมีอายุอย่างน้อย 651 ซึ่งมากกว่าอายุไหโบราณ 102 ปี

แสดงว่าอายุไหโบราณ คือ 549 ปี ซึ่งรวมกันได้อย่างน้อย 1,200 ปีตามโจทย์

ตอบ แจกันโบราณมีอายุอย่างน้อย 651 ปี

ตั้งโจทย์ปัญหาจากโจทย์ดังกล่าวโดยเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข

แจกันโบราณอายุมากกว่าไหโบราณ 100 ปี ถ้าแจกันโบราณและไหโบราณมีอายุรวมกันอย่างน้อย 1,200 ปี แจกันโบราณอายุไม่ต่ำกว่าเท่าไร



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7			
รายวิชา	คณิตศาสตร์พื้นฐาน	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	
หน่วยการเรียนรู้	อสมการ		
หัวข้อเรื่อง	โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (3)		
ปีการศึกษา	2560	ภาคเรียนที่ 2	เวลา 50 นาที

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 1.1.1 เขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- 1.1.2 ตรวจคำตอบ แสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบของโจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการ นักเรียนสามารถ

- 1.2.1 แก้โจทย์ปัญหาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา หรือวิลสันและคณะได้
- 1.2.2 ตั้งปัญหาอสมการตามกรอบแนวคิดของบราวน์ และวอลเตอร์ได้
- 1.2.3 สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอเรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนมี

- 1.3.1 มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและรับผิดชอบในการทำงานที่มอบหมาย

2. สาระการเรียนรู้

คำถามนำเข้าสู่บทเรียน

$$\text{จงตั้งโจทย์โดยมีอสมการ } \frac{3}{4}x \geq 24 \text{ เกี่ยวข้อง}$$

ตัวอย่างที่ 1 เครื่องเย็บกระดาษ 2 เครื่อง เป็นวงจรเดียวกันเปิดใช้พร้อมกัน เย็บด้วยจำนวนครั้งเท่ากัน แต่เครื่องแรกสามารถเย็บกระดาษได้ครั้งละ 10 ชุด ส่วนเครื่องที่สองสามารถเย็บกระดาษได้ครั้งละ 12 ชุด ถ้าต้องการเอกสารอย่างน้อย 1,000 ชุด แต่ละเครื่องต้องเย็บกระดาษอย่างน้อยกี่ครั้ง

<u>วิธีทำ</u>	กำหนดให้เครื่องเย็บกระดาษ	x	ครั้ง
	เครื่องแรกเย็บกระดาษได้	10x	ชุด
	เครื่องที่สองเย็บกระดาษได้	12x	ชุด
	10x + 12x	≥	1000
	22x	≥	1000
	x	≥	45.45454...

ดังนั้น ต้องเย็บกระดาษอย่างน้อย 46 ครั้ง

ตรวจคำตอบ กำหนดให้เย็บกระดาษ 46 ครั้ง เครื่องแรกเย็บได้ 460 ชุด เครื่องที่สองเย็บได้ 552 ชุด ทั้งสองชุดเย็บรวมกันได้ $460 + 552 = 1,012$ ชุด

ตัวอย่างที่ 2 สมชายต้องการล้อมรั้วคอกวัวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านข้าง 10 ฟุต ความยาวโดยรอบของคอกวัวไม่เกิน 140 ฟุต จงหาความกว้างของคอกวัว

วิธีทำ ให้ความยาวด้านกว้างของคอกวัวยาว x ฟุต
 ความยาวรอบของคอกวัวไม่เกิน 140 ฟุต
 ดังนั้นความยาวด้านกว้างของคอกวัวจะเป็น $x + 10$ ฟุต
 เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 2x + 2(x + 10) &\leq 140 \\ 2x + 2x + 20 &\leq 140 \\ 4x + 20 &\leq 140 \\ 4x &\leq 120 \\ x &\leq 30 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวด้านกว้างของคอกวัวจะไม่เกิน 30 ฟุต

ตรวจคำตอบ ให้คอกวัวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้างด้านละ 30 ฟุต และมีความยาวด้านละ 40 ฟุต ซึ่งรวมความยาวโดยรอบคือ $30 + 30 + 40 + 40 = 140$ ฟุต ตรงตามเงื่อนไข

3. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมประกอบการเรียนรู้ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560

3.2 ใบงานประกอบการเรียน เรื่อง อสมการ

3.3 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

- 4.1.1 ครูคืนการบ้านที่นักเรียนนำมาส่งจากคาบที่แล้ว และให้นักเรียนสังเกตข้อผิดพลาดที่นักเรียนทำ และอภิปรายว่ามีจุดผิดพลาดใดบ้าง
- 4.1.2 ครูให้นักเรียนร่วมกันทบทวนคำสำคัญในโจทย์ปัญหาอสมการ [นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลายคำตอบ เช่น มากกว่า น้อยกว่า มากกว่าหรือเท่ากับ น้อยกว่าหรือเท่ากับ ไม่มากกว่า ไม่เกิน ไม่น้อยกว่า อย่างน้อย เกิน ต่ำกว่า สูงกว่า ไม่เท่ากับ ไม่เท่ากัน เป็นต้น]

4.4 ขั้นสอน (43 นาที)

- 4.4.1 ครูแจกใบกิจกรรม และให้สถานการณ์ให้นักเรียนแต่ละคนตั้งโจทย์โดยที่ใช้อสมการ $\frac{3}{4}x \geq 24$ โดยนักเรียนสามารถปรึกษากันในกลุ่มได้ ครูกระตุ้น และให้คำแนะนำนักเรียน [ครูควรกระตุ้น หรือให้คำแนะนำ เช่น นำคำสำคัญที่ทบทวนมาใช้อย่างไร, ปัญหาหรือสถานการณ์ใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน, จะเป็นอย่างไรถ้าจัดรูปอสมการที่สมมูลกัน, จะเป็นอย่างไรถ้าหาคำตอบของอสมการก่อน, สมาชิกในกลุ่มมีความคิดอย่างไรบ้าง, มีจุดเด่นหรือข้อสังเกตเกี่ยวกับอสมการนี้อย่างไรบ้าง เป็นต้น] (ใช้เวลาประมาณ 15 นาที)
- 4.4.2 ครูให้แต่ละกลุ่มเลือกโจทย์ที่น่าสนใจของแต่ละกลุ่มมานำเสนอ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสังเกตความหลากหลายของโจทย์ และครูถามว่าคำตอบของอสมการดังกล่าวคืออะไร [นักเรียนควรตอบว่า $x \geq 32$] แสดงว่ามีคำตอบมากมายไม่จำกัดที่มากกว่าหรือเท่ากับ 32 และสำหรับโจทย์ปัญหาอสมการ ถ้าต้องการคำตอบเพียงคำตอบเดียว ก็จะมีหลายวิธีการที่จะให้ได้คำตอบเดียว เช่น การกำหนดเงื่อนไขให้เป็นจำนวนนับหรือจำนวนเต็ม, การใช้เงื่อนไขอย่างน้อยในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เป็นต้น และครูสามารถนำโจทย์ที่นักเรียนเป็นคนตั้งขึ้นมาเป็นตัวอย่างประกอบได้ถ้ามีโจทย์ที่นักเรียนตั้งตรงตามเงื่อนไข และถูกต้อง
- 4.4.3 ครูให้นักเรียนแสดงวิธีทำตัวอย่างที่ 1 และหาคำตอบลงในใบกิจกรรม โดยครูคอยเดินสังเกตนักเรียน และให้คำแนะนำ และสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยคำตอบหน้าห้อง หลังจากให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าจากตัวอย่างดังกล่าวมีข้อสังเกตอย่างไรบ้าง [นักเรียนควรตอบว่า คำตอบที่ได้จากประโยคสัญลักษณ์เป็น ทศนิยมไม่รู้จบ, ต้องตอบ

เป็นจำนวนเต็มเพราะเป็นจำนวนครั้งของการเย็บ, มีการปัดเป็นจำนวนเต็ม] ครูให้นักเรียนสังเกตว่าคำตอบที่ได้คือ ประมาณ 45.46 ซึ่งตามหลักการปัดเศษเป็นจำนวนเต็มคือ 45 แต่ในความเป็นจริงแล้วสิ่งที่ได้คือ $x \geq 45.45454...$ ซึ่งต้องตอบเป็น 46 ดังนั้นแล้วต้องพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ ที่สอดคล้องกับความเป็นจริง และเงื่อนไขของโจทย์ด้วย (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

4.4.4 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตั้งโจทย์ปัญหา โดยครูให้เงื่อนไขว่าคำตอบที่ได้จากประโยคสัญลักษณ์ในขั้นตอนสุดท้ายคือ $x < 30$ ลงในใบกิจกรรม ครูคอยเดินดูนักเรียน คอยกระตุ้นผู้เรียน และให้คำแนะนำ เน้นย้ำว่าให้มีการทบทวน มีร่องรอยการเขียนเพื่อจะได้เข้าใจสิ่งที่นักเรียนกำลังทำมากยิ่งขึ้น นักเรียน [ครูควรกระตุ้น หรือให้คำแนะนำ เช่น นำคำสำคัญที่ทบทวนมาใช้อย่างไร, ปัญหาหรือสถานการณ์ใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับสมการน้อยกว่า, จะเป็นอย่างไรถ้าจัดรูปสมการที่สมมูลกัน, ถ้าสมการที่ได้คือคำตอบนักเรียนจะย้อนกลับไปสมการที่สมมูลก่อนอย่างไรบ้าง, สมาชิกในกลุ่มมีความคิดอย่างไรบ้าง, มีจุดเด่นหรือข้อสังเกตเกี่ยวกับสมการนี้อย่างไรบ้าง เป็นต้น] (ใช้เวลาประมาณ 12 นาที)

4.4.5 ครูเลือกนักเรียน 1 คนที่มีโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ และให้นักเรียนลองอธิบายแนวคิดในการทำของตนให้เพื่อนฟัง ครูคอยเสริมในจุดที่น่าสนใจ เช่น ความสละสลวยของคำ, การใช้สมการที่สมมูลกันที่มีความซับซ้อนขึ้น และให้นักเรียนจดเพิ่มเติมในใบกิจกรรมของตน (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

4.4.6 ครูให้นักเรียนสังเกตว่าโจทย์สมการดังกล่าว สามารถนำไปประยุกต์ในหลาย ๆ เรื่องที่นักเรียนได้เรียนมาก่อนหน้า เช่น อัตราส่วนและร้อยละ การหาพื้นที่ของรูปเรขาคณิต อัตราเร็ว ดังนั้นนักเรียนควรทบทวนความรู้ในเรื่องที่เรียนมาก่อนหน้าด้วยเช่นกัน

4.4.7 ครูให้นักเรียนทำตัวอย่างที่ 3 และการตั้งโจทย์ปัญหาจากเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในใบกิจกรรมด้วยตนเองเป็นการบ้านทำลงในใบงานที่ 2 โดยสามารถปรึกษากับเพื่อนได้ แต่ห้ามลอกกัน หรือมีความคล้ายกันมากเกินไป และนำมาส่งครูก่อนเรียนในคาบถัดไป

4.3 ขั้นสรุป (2 นาที)

4.3.1 ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความสำคัญของการตรวจคำตอบ และความสมเหตุสมผลของคำตอบ ซึ่งเป็นสิ่งที่จะต้องให้ความสำคัญเสมอในการทำโจทย์ปัญหาสมการ

- 4.3.2 ครูทบทวนเรื่องการบ้านที่นักเรียนต้องส่ง และแนะนำว่านักเรียนสามารถปรึกษาเพื่อนหรือครูได้ในสิ่งที่สงสัย หรือยังไม่เข้าใจ เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และเพิ่มความเข้าใจให้กับตนเอง

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

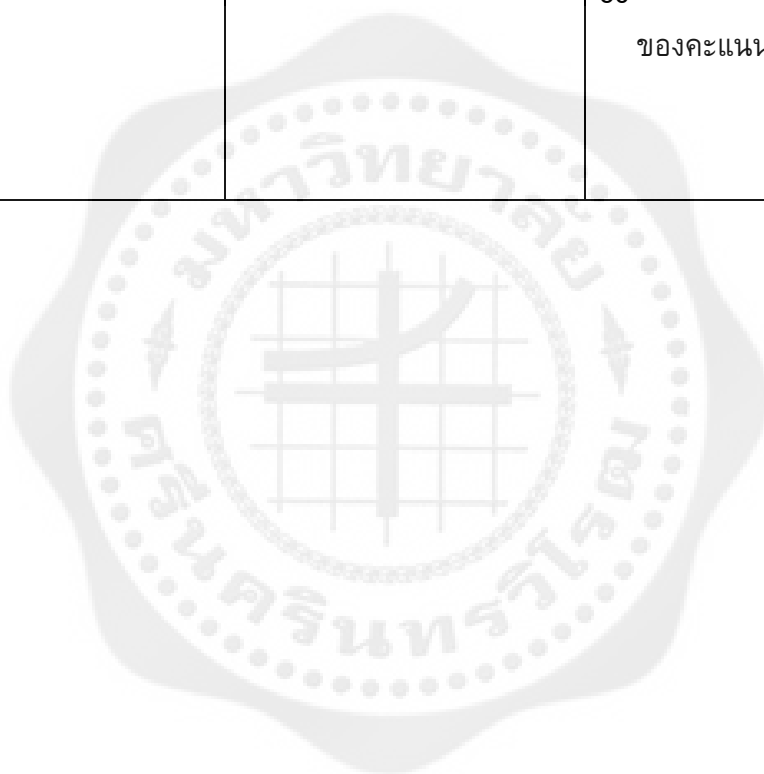
จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดผลและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์</u> : 1. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจาก การทำใบงาน เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อคำถาม ถ้า นักเรียนกำหนดตัวแปรและเขียนสมการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา จะได้คะแนน 4 คะแนน ถ้า นักเรียนกำหนดตัวแปรแต่เขียนสมการที่สอดคล้องกับไม่เงื่อนไขของโจทย์ปัญหาได้ จะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียนไม่กำหนด ตัวแปรและเขียนสมการที่สอดคล้องกับไม่เงื่อนไขของโจทย์ปัญหาได้ จะได้ คะแนน 0 คะแนน
2. ตรวจคำตอบ แสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบของโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาจากความถูกต้องของคำตอบของนักเรียนในใบกิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 2 ข้อ	<u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียนได้คะแนนมากกว่า 7 คะแนน ถือว่าผ่าน <u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อคำถาม

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
	เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 2 ข้อ	ถ้า นักเรียนมีการตรวจคำตอบที่ถูกต้อง หรือ แสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ได้อย่างถูกต้อง จะได้ 2 คะแนน ถ้า นักเรียนสามารถมีการตรวจคำตอบ ถูกต้องบางส่วน หรือ แสดงความ สมเหตุสมผลของคำตอบพอเข้าใจได้ จะได้ 1 คะแนน ถ้า นักเรียนไม่มีตรวจคำตอบ หรือ ไม่ แสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ จะได้ 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 1. แก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามขั้นตอนการแก้ปัญหของ โพลยา หรือวิลสันและคณะ ได้	วิธีวัดผล : พิจารณาจาก การทำใบงาน เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ และการบ้าน 1 ข้อ เครื่องมือวัดผล : ใบงาน เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อคำถาม ถ้า นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง และหาคำตอบได้อย่างถูกต้องจะได้ คะแนน 4 คะแนน ถ้า นักเรียนแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง แต่ คำตอบไม่ถูกต้องจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียนแสดงวิธีทำผิดพลาดเล็กน้อย แต่คำตอบถูกต้องจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนแสดงวิธีทำไม่ได้ไม่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่เขียนจะได้ คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล :

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
2. ตั้งปัญหาสมการตาม กรอบแนวคิดของบราวน์ และ วอลเตอร์ได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณา ความถูกต้องและ ชัดเจน ของการอธิบายและ นำเสนอ คำตอบ ในใบ กิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ และ การบ้าน 2 ข้อ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรม เรื่อง โจทย์ ปัญหาสมการเชิงเส้นตัว แปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ	ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 6 คะแนน ถือว่าผ่าน <u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละกรณี ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ในการตั้งโจทย์ปัญหาสมการ ได้ถูกต้อง และชัดเจนตามขั้นตอนจะได้ คะแนน 4 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การตั้งโจทย์ปัญหาสมการ พอสื่อให้เข้าใจ ได้ครบถ้วนจะได้ คะแนน 3 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การตั้งโจทย์ปัญหาสมการ พอสื่อให้เข้าใจ ได้ไม่ครบถ้วนจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การทำโจทย์ปัญหาสมการ ไม่ถูกต้องจะ ได้ หรือไม่มีการเขียนใดจะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 4 คะแนน ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
3. สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์และนำเสนอ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณา ความถูกต้องและ ชัดเจน ของการอธิบายและ นำเสนอ คำตอบ ในใบ กิจกรรม เรื่อง โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรม เรื่อง โจทย์ ปัญหาสมการเชิงเส้นตัว แปรเดียว ซึ่งมีทั้งหมด 2 ข้อ	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละกรณี ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ในการทำโจทย์ปัญหาสมการ ได้ถูกต้อง และชัดเจนจะได้ คะแนน 3 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การทำโจทย์ปัญหาสมการ พอสื่อให้เข้าใจ ได้ครบถ้วนจะได้ คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การทำโจทย์ปัญหาสมการ พอสื่อให้เข้าใจ ได้ไม่ครบถ้วนจะได้ คะแนน 1 คะแนน ถ้า นักเรียนอธิบายและนำเสนอวิธีการคิด ใน การทำโจทย์ปัญหาสมการ ไม่ถูกต้องจะ ได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า 4 คะแนน ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะอันพึง</u> <u>ประสงค์ :</u> 1. มีส่วนร่วมในชั้นเรียนและ รับผิดชอบในการทำงานที่ มอบหมาย	<u>วิธีวัดผล :</u> สังเกตพฤติกรรมหรือการ แสดงออกของนักเรียน ขณะ ทำงานที่มอบหมาย โดยมี ครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกใน แบบสังเกตพฤติกรรมการ ทำงานของนักเรียน	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้คะแนน 2 คะแนน ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นเพียง <u>เล็กน้อย</u> จะได้คะแนน 1 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดผลและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงาน ของนักเรียน	ถ้า นักเรียน <u>ไม่แสดงออกเลย</u> จะได้คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนน มากกว่า ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ถือว่าผ่าน



แบบสังเกตพฤติกรรมการทำงานของนักเรียน

วันที่ : เวลา.....

ชื่อกิจกรรม:

การให้คะแนน: ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน

ถ้าแสดงพฤติกรรมให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน

ถ้าไม่แสดงพฤติกรรมเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน

ข้อ	พฤติกรรมที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	นักเรียนคนที่ 1 – 10									
		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
1	มี “ความรับผิดชอบ” ในการ ทำงานที่ได้รับมอบหมาย (รายบุคคล)										
2	มี “ส่วนร่วม” ในการทำงานของ กลุ่ม										
3	มี “ความรับผิดชอบ” ในการ ทำงานของกลุ่ม										
4	มี “ส่วนร่วมในการอภิปราย” ของ ชั้นเรียน										
รวมคะแนน											

หมายเหตุ อาจสังเกตนักเรียนมากกว่า 10 คนได้ ทั้งนี้ขึ้นกับความต้องการของครูผู้สอน

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้/ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของ
นักเรียนที่พบ)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.3 ด้านอื่น ๆ (ถ้ามี)

.....

.....

.....

.....

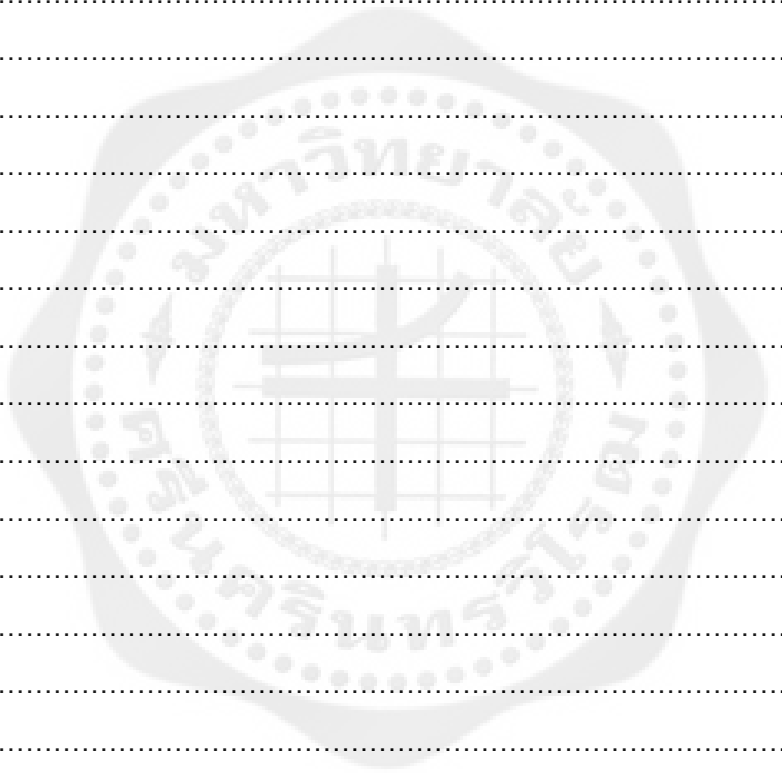
.....

.....

ใบกิจกรรม เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการ 3”

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

1. เครื่องเย็บกระดาษ 2 เครื่อง เมื่อเปิดเครื่องจะทำงานพร้อมกัน เย็บด้วยจำนวนครั้งเท่ากัน แต่เครื่องแรกสามารถเย็บกระดาษได้ครั้งละ 10 ชุด ส่วนเครื่องที่สองสามารถเย็บกระดาษได้ครั้งละ 12 ชุด ถ้าต้องการเอกสารอย่างน้อย 1,000 ชุด แต่ละเครื่องต้องเย็บกระดาษอย่างน้อยกี่ครั้ง



😊 พื้นที่สำหรับทอด

จงตั้งโจทย์ที่มีขั้นตอนสุดท้ายของการแก้สมการคือ $x < 30$

เงื่อนไขที่นักเรียนใช้มีอะไรบ้าง.....

.....

.....

.....

โจทย์ปัญหาที่ได้คือ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

วิเคราะห์จุดเด่นของโจทย์ตนเอง

.....

.....

.....

😊 พื้นที่สำหรับทด

ใบงานที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

คำชี้แจง ตั้งโจทย์ปัญหาจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

โจทย์ที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิต

เงื่อนไขที่นักเรียนใช้มีอะไรบ้าง.....

.....

.....

โจทย์ปัญหาที่ได้คือ

.....

.....

.....

วิธีทำ

😊 พื้นที่สำหรับทด

เฉลยใบกิจกรรม เรื่อง “โจทย์ปัญหาสมการ 3”

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

1. เครื่องเย็บกระดาษ 2 เครื่อง เป็นวงจรเดียวกันเปิดใช้พร้อมกัน เย็บด้วยจำนวนครั้งเท่ากัน แต่เครื่องแรกสามารถเย็บกระดาษได้ครั้งละ 10 ชุด ส่วนเครื่องที่สองสามารถเย็บกระดาษได้ครั้งละ 12 ชุด ถ้าต้องการเอกสารอย่างน้อย 1,000 ชุด แต่ละเครื่องต้องเย็บกระดาษอย่างน้อยกี่ครั้ง

วิธีทำ

กำหนดให้เครื่องเย็บกระดาษ	x	ครั้ง
เครื่องแรกเย็บกระดาษได้	10x	ชุด
เครื่องที่สองเย็บกระดาษได้	12x	ชุด
10x + 12x	≥	1000
22x	≥	1000
x	≥	45.45454...

ดังนั้น ต้องเย็บกระดาษอย่างน้อย 46 ครั้ง

ตรวจคำตอบ

กำหนดให้เย็บกระดาษ 46 ครั้ง เครื่องแรกเย็บได้ 460 ชุด เครื่องที่สองเย็บได้ 552 ชุด ทั้งสองชุดเย็บรวมกันได้ $460 + 552 = 1,012$ ชุด

😊 พื้นที่สำหรับทด

2. สมชายต้องการล้อมรั้วคอกวัวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านข้าง 10 ฟุต ความยาวโดยรอบของคอกวัวไม่เกิน 140 ฟุต จงหาความกว้างของคอกวัว

วิธีทำ

ให้ความยาวด้านกว้างของคอกวัวยาว x ฟุต

ความยาวรอบของคอกวัวไม่เกิน 140 ฟุต

ดังนั้นความยาวด้านกว้างของคอกวัวจะเป็น $x + 10$ ฟุต

เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$2x + 2(x + 10) \leq 140$$

$$2x + 2x + 20 \leq 140$$

$$4x + 20 \leq 140$$

$$4x \leq 120$$

$$x \leq 30$$

ดังนั้น ความยาวด้านกว้างของคอกวัวจะไม่เกิน 30 ฟุต

ตรวจคำตอบ

ให้คอกวัวรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความกว้างด้านละ 30 ฟุต และมีความยาวด้านละ 40 ฟุต ซึ่งรวมความยาวโดยรอบคือ $30 + 30 + 40 + 40 = 140$ ฟุต ตรงตามเงื่อนไข

☺ พื้นที่สำหรับทอด

จงตั้งโจทย์ที่มีขั้นตอนสุดท้ายของการแก้สมการคือ $x < 30$

เงื่อนไขที่นักเรียนใช้มีอะไรบ้าง.....

.....

.....

.....

โจทย์ปัญหาที่ได้คือ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

วิเคราะห์จุดเด่นของโจทย์ตนเอง

.....

.....

.....

😊 พื้นที่สำหรับทด

ใบงานที่ 2

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

คำชี้แจง ตั้งโจทย์ปัญหาจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

โจทย์ที่เกี่ยวข้องกับเรขาคณิต

เงื่อนไขที่นักเรียนใช้มีอะไรบ้าง.....

.....

โจทย์ปัญหาที่ได้คือ

.....

วิธีทำ

.....

😊 พื้นที่สำหรับทด



ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

1. ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้องสามคน เจย์เป็นพี่คนโต แจนเป็นพี่คนกลาง และโจเป็นน้องคนสุดท้อง โดยเจย์เกิดก่อนแจน 2 ปี และแจนเกิดก่อนโจ 2 ปี ในปัจจุบัน ผลบวกของเจ็ดเท่าของอายุแจน กับสามเท่าของอายุโจไม่เท่ากับ 194 ปี จงหาว่าในปัจจุบัน อายุของเจย์ไม่สามารถเป็นเท่าใดได้

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

การกำหนดตัวแปร.....

.....

.....

.....

เขียนอสมการได้ดังนี้.....

การแก้สมการ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
ตรวจคำตอบ.....

.....
.....
.....
.....
สรุปคำตอบ.....

พื้นที่สำหรับทด



2. ดอมขับรถ 5 ชั่วโมง ไบรอันขับรถ 7 ชั่วโมง ไบรอันขับรถได้ระยะทางเป็นสองเท่าของระยะทางที่ดอมขับได้ ถ้าไบรอันขับรถด้วยอัตราเร็วมากกว่าดอมไม่น้อยกว่า 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดอมขับรถได้ระยะทางอย่างน้อยที่สุดกี่กิโลเมตร

$$(\text{กำหนดให้ อัตราเร็ว} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}})$$

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

.....

การกำหนดตัวแปร.....

.....

.....

.....

.....

เขียนสมการได้ดังนี้.....

การแก้สมการ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

พื้นที่สำหรับทด



ภาคผนวก จ
แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหาทาคณิตศาสตร์



แบบสังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหา

วันที่ _____ คาบที่ _____

นักเรียนคนที่ 1. _____ 2. _____
3. _____ 4. _____

ข้อ	พฤติกรรมที่เกิดขึ้น	นักเรียนคนที่				ข้อสังเกตเพิ่มเติม
		1	2	3	4	
1.	นักเรียนอธิบายปัญหาใหม่โดยใช้ภาษาของตัวเอง เพื่อช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น					
2.	นักเรียนถามครู หรือเพื่อนเพื่อทำความเข้าใจปัญหาให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น					
3.	นักเรียนมีการกล่าวถึงการมีอยู่ หรือขาดหายไปของข้อมูลสำคัญ					
4.	นักเรียนมีการแสดงร่องรอยการเขียนประเด็นสำคัญ ทำความเข้าใจ โจทย์ หรือปัญหาด้วยวิธีการต่าง ๆ เช่น วาดภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ ตาราง					
5.	นักเรียนมีการพูดคุยกับเพื่อนถึงเงื่อนไข หรือเงื่อนไขแฝง					
6.	นักเรียนมีการพูดคุย หรือปรึกษากันถึงแนวทางที่นักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหา อาจจะเป็นขั้นตอน หรือกลยุทธ์ที่ใช้					
7.	นักเรียนมีการแสดงการลองแก้ปัญหา โดยการทำอย่างไม่เป็นขั้นเป็นตอน หรือคาดเดาวิธีการหรือคำตอบ					
8.	นักเรียนให้คำแนะนำวิธีการแก้เป็นปัญหาแก่นักเรียนคนอื่นเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์					
9.	นักเรียนขอคำแนะนำจากเพื่อนเกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา					
10.	นักเรียนมีการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ ตามแบบแผนที่วางไว้					
11.	นักเรียนมีการคำนวณซ้ำอีกครั้งเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ					



รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เรืองวรินทร์ อินทรวงษ์ สราญรักษ์สกุล

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน

ภาควิชาหลักสูตร การสอน และเทคโนโลยีการศึกษา

สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3. อาจารย์ มารศรี โชติกะพุกกณะ

กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ โรงเรียนพระหฤทัยนบุรี



ประวัตย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นายพศุทธิ์ ชูศักดิ์
 วันเดือนปีเกิด 31 กรกฎาคม 2535
 สถานที่เกิด อำเภอเมืองตราด จังหวัดตราด
 สถานที่อยู่ปัจจุบัน 455 ม.2 ต.เนินทราย อ.เมืองตราด จ.ตราด 23000
 ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2554 มัธยมศึกษาตอนปลาย
 จาก โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด
 พ.ศ. 2559 ครุศาสตร์บัณฑิต (ค.บ.) เกียรตินิยมอันดับ 1
 ภาควิชา หลักสูตรและการสอน
 สาขาวิชา มัธยมศึกษา (วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์)
 จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
 พ.ศ. 2561 การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชา คณิตศาสตร์
 จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ