

536-63

825

93

ความรอนจำเพาะของระบบที่ประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดประกบกับโลหะปกติ
เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด

ปริญญานิพนธ์

ของ

เฉลิม คงยี่หวา

๕๓ ก.พ. ๒๕๒๗

สำนักหอสมุดกลาง มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สุขุมวิท ๒๓ พระโขนง กรุงเทพฯ ๑๑ โทร. ๓๙๒๑ ๕๗๕, ๓๙๑ ๕๐๕๘

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

มิถุนายน ๒๕๒๖

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

153258

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

สุทนต์ โกลาน

ประธาน

ช. งาม

กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

สุทนต์ โกลาน

ประธาน

ช. งาม

กรรมการ

ช. งาม

กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือและคำแนะนำจาก
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุทัศน์ ยกส้าน ประธานกรรมการที่ปรึกษา
รองศาสตราจารย์ ดร.ชัยวัฒน์ ตูประตกุล กรรมการที่ปรึกษา และ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงศรี วิมลวิชัย ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอขอบพระคุณ
เป็นอย่างยิ่ง

เฉลิม ดวงยี่หวา

สารบัญ

บทที่

หน้า

1	บทนำ	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
	ความสำคัญของการวิจัย	4
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
	แบบจำลองการทะลุทะลวงของแมกนีทิลแลน	5
	ทฤษฎี KZ : พรอกซีมิติเอฟเฟคในโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็ก อย่างเจือจาง	7
	ทฤษฎีของนาซิคะ : พรอกซีมิติเอฟเฟคในโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนที่เป็น โลหะทรานซิชัน	9
	ทฤษฎี MHZ : สภาวะนำยิ่งยวดที่เกิดจากการเหนี่ยวนำในโลหะผสมคอนโด ทฤษฎีของสตูว์สัน ยกส่วน	10 12
	สมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ของสารตัวนำยิ่งยวด	13
	การขึ้นกับอุณหภูมิของออร์เดอร์พารามิเตอร์	13
	ความร่อนจำเพาะ	16
	ผลการคำนวณค่าความร่อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตของ สารตัวนำยิ่งยวดแบบต่าง ๆ	20
3	วิธีดำเนินการ	24
4	ผลการวิจัย	28
	กรีนฟังก์ชันและพลังงานในตนเอง	28
	สมการเชลฟ์-คอนสแตนต์สำหรับตัวนำยิ่งยวด $n_S(N)$	37

ออร์เคอราฟารามิเตอร์ที่อุณหภูมิ T	45
ค่าความร่อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่อง ณ ที่อุณหภูมิวิกฤต	50
ความร่อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตสำหรับกรณีเฉพาะกรณีต่าง ๆ	53
5 บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ	60
บทย่อ	60
ความมุ่งหมายของการวิจัย	60
วิธีดำเนินการวิจัย	60
การวิเคราะห์ผล	60
สรุปผลการวิจัย	60
อภิปรายผลการวิจัย	63
ข้อเสนอแนะในการวิจัย	66
บรรณานุกรม	67

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

- 1 การหาแนวสถานะในแผ่นฟิล์ม S และ N ของระบบ S-N เมื่อ
 $\Gamma_S = 0.1\Delta_S^{\text{ph}}$, $\Gamma_N = 0.2\Delta_S^{\text{ph}}$, $y_0 = 0.5$ และ $\Gamma = 0.07\Delta_S^{\text{ph}}$ 11
- 2 ออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ 15
- 3 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงความร่อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤต 19
- 4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta C)_S/\Delta C)_S^0$ กับ Γ_S/T_{cS}^B และ T_c/T_{cS}^B
 ในด้าน Sn ของระบบ Sn-X เมื่อ Γ_N/T_{cS}^B คงที่ ในกรณี $\lambda_N = 0$ 21
- 5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta C)_S/\Delta C)_S^0$ กับ Γ_S/T_{cS}^B และ T_c/T_{cS}^B
 ในด้าน Sn ของระบบ Sn-Al เมื่อ Γ_N/T_{cS}^B คงที่ (กรณี $\lambda_N \neq 0$) 22
- 6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta C)_N/\Delta C)_N^0$ กับ Γ_S/T_{cS}^B และ T_c/T_{cS}^B
 ในด้าน Al ของระบบ Sn-Al เมื่อ Γ_N/T_{cS}^B คงที่ (กรณี $\lambda_N \neq 0$) 23

บทที่ 1

บทนำ

เป็นที่ทราบกันดีว่า เมื่อเราทำให้อุณหภูมิของโลหะลดต่ำลงมาก ๆ จะมีโลหะบางชนิดหมดสภาพต้านทานไฟฟ้า อุณหภูมิขณะที่โลหะหมดสภาพต้านทานไฟฟ้านั้นเรียกว่า อุณหภูมิวิกฤต (transition or critical temperature, T_c) เราจะเรียกโลหะพวกนี้ว่า ตัวนำยิ่งยวด (superconductor, S) มีโลหะบางชนิดไม่เป็นตัวนำยิ่งยวดได้เลยไม่ว่าจะทำให้อุณหภูมิลดต่ำลงเท่าใดก็ตาม เราจะเรียกโลหะพวกนี้ว่า โลหะปกติ (normal metal, N) ตัวอย่างของโลหะปกติได้แก่ ทอง ทองแดง เป็นต้น

ต่อมา ไมสส์เนอร์ (Meissner, 1958 : 686) ได้ทำการทดลองพบว่า โลหะปกติที่อยู่ติดกับตัวนำยิ่งยวดกลายเป็นตัวนำยิ่งยวดได้ ที่เป็นเช่นนี้เพราะ ขณะที่โลหะปกติ N อยู่ติดกับตัวนำยิ่งยวด S คูเปอร์ (Cooper pairs) จะไหลจาก S ไปยัง N และอิเล็กตรอนปกติจะไหลจาก N ไปยัง S ซึ่งมีผลให้ N กลายเป็นตัวนำยิ่งยวด เราเรียกปรากฏการณ์ว่า พรอกซีมิตีเอฟเฟกต์ (proximity effect) หลังจากนั้น นักวิทยาศาสตร์ก็สนใจศึกษาพรอกซีมิตีเอฟเฟกต์กันมากขึ้นทั้งทางด้านทฤษฎีและการทดลอง

ในบรรดานักวิทยาศาสตร์เหล่านั้น เดอ เจนเนส (de Gennes, 1964 : 225) ได้แก้สมการของโบโกลิบูบอฟ (Bogoliubov equation) สำหรับพรอกซีมิตีเอฟเฟกต์ ในกรณีที่ N มีความหนาแน่นมาก ๆ และหาการเปลี่ยนแปลงเชิงระยะทางของแพร์โฟเทนเชียล (superconducting pair potential) ใน N และได้พบเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสม ตรงรอยต่อของ N กับ S เพื่อมีสิ่งเจือปนอยู่ด้วย ในทางตรงข้าม แมคมิลแลน (McMillan, 1968 : 537) ได้ใช้แบบจำลองการทะลุทะลวง (McMillan Tunneling Model, MTM) คำนวณการส่งผ่านอิเล็กตรอนระหว่างรอยต่อ N-S โดยสมมุติว่าระหว่างรอยต่อนั้นมีกำแพงศักย์ และเพื่อให้การคำนวณง่ายขึ้น แมคมิลแลน ถือว่า ศักย์ระหว่างคู่อิเล็กตรอนนี้เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่และคำนวณค่าที่ต้องการแบบเซล์ฟ-คอนซิสแตนท์ (self-consistent) แต่การคำนวณนี้ใช้ได้เฉพาะกรณีที่แผ่น

N กับ S บางมากพอ หลังจากนั้น แอดกินส์ และ คิงตัน (Adkins and Kington. 1969 : 777) ได้วัดช่องว่างพลังงาน (energy gap) ทางด้าน N อันเนื่องมาจากพรอกซิมิตีเอฟเฟคต์ ปรากฏว่าได้ผลสอดคล้องกับทฤษฎีของแมคมิลแลน ส่วนการทะลุทะลวงของอิเล็กตรอนจากด้าน N เข้าไปทางด้าน S นั้น ฟรีค และ แอดกินส์ (Freake and Adkins. 1969 : 382) วัดช่องว่างพลังงานทางด้าน S ได้ผลสอดคล้องกับทฤษฎีของแมคมิลแลนเช่นกัน

ความสนใจอย่างมากเกี่ยวกับพรอกซิมิตีเอฟเฟคต์อีกแง่มุมหนึ่งคือ การนำปรากฏการณ์นี้ไปใช้ในการตรวจสอบอันตรกิริยาแบบแม่เหล็กในตัวนำปกติที่เป็นโลหะผสมอย่างเจือจาง ไกเซอร์ และ ซุคเกอร์มานน์ (Kaiser and Zuckermann. 1970 : 229) ได้เสนอทฤษฎีพรอกซิมิตีเอฟเฟคต์ใน N ที่มีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กอย่างเจือจาง โดยใช้ทฤษฎีของอะบริโกซอฟ และ กอร์โกฟ (Abrikosov and Gor'kov. 1961 : 1243) รวมกับแบบจำลอง MTM ของแมคมิลแลน มาซิดะ (Machida. 1977 : 737) ได้เสนอทฤษฎีพรอกซิมิตีเอฟเฟคต์โดยใช้ทฤษฎีของ ชิบา (Shiba. 1973 : 50) ซึ่งใช้การกะประมาณแบบฮาร์ทรี่-ฟอค เมื่อเร็ว ๆ นี้ ไกเซอร์ (Kaiser. 1980 : 2323) ได้เสนอทฤษฎีดังกล่าวนี้อีก โดยใช้ทฤษฎีของ มุลเลอร์-ฮาร์ทมานน์ และ ซิตทาร์ทซ์ หรือ MMHZ (Müller-Hartmann and Zittartz. 1971 : 428) ทฤษฎีเหล่านี้ต่างก็ใช้แบบจำลอง MTM ของแมคมิลแลนเป็นพื้นฐานในการอธิบายพรอกซิมิตีเอฟเฟคต์ทั้งสิ้น

สำหรับงานวิจัยของ ไกเซอร์ หรือ ทฤษฎี MMHZ (Kaiser. 1980 : 2323) นั้น ได้ศึกษาพรอกซิมิตีเอฟเฟคต์ระหว่างแผ่นฟิล์มบาง ๆ ของ S และ N ที่มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด (Kondo impurities) โดยใช้แบบจำลอง MTM อธิบายพรอกซิมิตีเอฟเฟคต์ และใช้ทฤษฎี MMHZ อธิบายผลของสิ่งเจือปนแบบคอนโดที่มีต่อสภาพนำยิ่งยวด จากทฤษฎีของไกเซอร์ นี้ ทำนายว่าพฤติกรรมรีเอนทรานซ์ (reentrant behavior) สามารถเกิดขึ้นได้ที่อุณหภูมิต่ำ ๆ นั่นคือ ที่ความเข้มข้นหนึ่งจะมีอุณหภูมิวิกฤตถึงสามค่าเกิดขึ้นได้ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ ดูมูลิน และ คนอื่น ๆ (Dumoulin and others. 1977 : 1086) ไกเซอร์ พบว่า ความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในสิ่งเจือปนจะเคลื่อนที่ไปที่ขอบเร็วกว่าที่ทำนายโดยทฤษฎี MMHZ เมื่ออุณหภูมิคอนโด (Kondo

temperature, T_K) เพิ่มขึ้น นอกจากนั้นความหนาแน่นสถานะ อุณหภูมิวิกฤต และ พารามิเตอร์การแตกคู่ (pair-breaking parameter) ต่างก็มีค่าประมาณเป็นห้าเท่า ของค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎี MMHZ ไกเซอร์ยังสรุปอีกว่า ทฤษฎี MMHZ นี้ใช้ได้ในช่วง T_K ค่าต่ำ ๆ และใช้ได้ไม่ดีสำหรับ T_K ค่าสูง ๆ

เนื่องจากทฤษฎีของมัตสึอุระ อิชิโนเซ และ นากาโอกะ หรือ ทฤษฎี MIN (Matsuura, Ichinose and Nagaoka. 1977 : 713) เกี่ยวกับผลคอนโด (Kondo effect) ในตัวนำยิ่งยวด ได้ชี้ให้เห็นว่า ทฤษฎี MHZ ใช้ได้ในช่วง $T \gg T_K$ เท่านั้น เพราะเมื่อ $T \ll T_K$ นั้นการทำลายคู่เปอร์เกือบจะไม่มีเลย แต่จะมีอันตรกิริยาคูลอมบ์แบบผลักระหว่างอิเล็กตรอนในคู่เปอร์เกิดขึ้น และได้เสนอว่า พฤติกรรมของสิ่งเจือปนที่อุณหภูมิสูง ๆ และที่อุณหภูมิต่ำ ๆ นั้นสามารถจะอธิบายได้เป็น พฤติกรรมอย่างเดียวกันโดยวิธีการเอกตราโพลชัน (extrapolation) และจากความขัดแย้งระหว่างผลการทดลองของคูลิน กับ ทฤษฎี MMHZ ของไกเซอร์ดังกล่าว สุกิตัน ยกसान (Yoksan. 1982 : 33) ได้เสนอทฤษฎีผลคอนโดในพรวดซิมิตีเอฟเฟค โดยใช้ทฤษฎี MIN อธิบายผลคอนโด และใช้ MTM อธิบายพรวดซิมิตีเอฟเฟค คำนวณ อุณหภูมิวิกฤตของระบบ ผลการคำนวณได้ให้คำอธิบายเกี่ยวกับพฤติกรรมของสิ่งเจือปน ตลอดช่วงกว้างของอุณหภูมิกอนโดทั้งสูงและต่ำ และได้พบพารามิเตอร์การแตกคู่แบบใหม่ ที่ได้รวมเอาผลของอันตรกิริยาคูลอมบ์แบบผลักรเข้าไว้ด้วย ทฤษฎีนี้ทำนายว่าจะไม่มี อุณหภูมิต่ำที่สามหรือพฤติกรรมรีเอนทรานซ์ดังที่ทฤษฎี MMHZ ทำนายไว้ แต่จะมีอุณหภูมิ วิกฤตเพียงสองค่าเท่านั้นเมื่ออุณหภูมิลดลง

ในด้านสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ เช่น ความร้อนจำเพาะ นั้น ฟุลเด และ มัวร์มานน์ (Fulde and Moormann. 1976 : 403) ได้เสนอทฤษฎีขึ้นมาอธิบายสมบัติ ทางเทอร์โมไดนามิกส์เนื่องจากพรวดซิมิตีเอฟเฟค โดยใช้สมการของกินส์เบิร์ก-แลนเดา (Ginsberg-Landau equation) ในทฤษฎีนี้การเปลี่ยนแปลงระยะทางของออร์เดอร์ พารามิเตอร์มีบทบาทสำคัญมากที่สุด สูตรของความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่อง (ΔC) ที่ อุณหภูมิวิกฤตตามที่คำนวณได้สอดคล้องกับผลการทดลองของชิฟแมน และ คนอื่น ๆ (Shiffman and others. 1964 : 129) ซึ่งวัดค่า ΔC ที่ T_c ของระบบ Pb-Sn

หลังจากนั้น โมฮาเบียร์ และ นาگی (Mohabir and Nagi. 1979 : 307) ใช้แบบจำลอง MTM ในการคำนวณ ΔC ที่ T_c ระหว่างแผ่น N และ S ที่บางมาก ๆ ที่อยู่ติดกัน ในกรณีนี้ออร์เตอร์พารามิเตอร์มีค่าคงที่ตลอดทั้งแผ่น ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลองของเบโวโล และ คนอื่น ๆ (Bevolo and others. 1976 : 144) ซึ่งวัดค่า ΔC ที่ T_c ของระบบ Pb-Cd เมื่อเร็ว ๆ นี้ ไกเซอร์ และ เคเลเซอร์ (Kaiser and Keleher. 1982 : 1) ได้ขยายงานวิจัยของไกเซอร์ (Kaiser. 1980 : 2323) โดยคำนวณ ΔC ที่ T_c และสมมุติอื่น ๆ ของระบบอื่นเนื่องจากพروقซิมีตีเอฟเฟกต์ซึ่ง N มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด นั่นคือ คำนวณโดยใช้ทฤษฎี MHZ อธิบายผลคอนโด

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยทางทฤษฎี ผู้วิจัยต้องการคำนวณความร้อนจำเพาะ (ΔC) ที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤต (T_c) ของระบบที่ประกอบด้วยแผ่นบาง ๆ ของ N และ S ซึ่งติดกัน เมื่อ N มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด โดยใช้แบบจำลอง MTM อธิบายพروقซิมีตีเอฟเฟกต์ และใช้ทฤษฎี MIN อธิบายผลคอนโด

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อคำนวณค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตของระบบซึ่งประกอบด้วยแผ่น S และ N บาง ๆ ที่อยู่ติดกันและแผ่น N มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด
2. เพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณนี้กับผลงานวิจัยซึ่งมีผู้วิจัยมาก่อนแล้ว

ความสำคัญของการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยให้มีการศึกษาปรากฏการณ์ต่าง ๆ เกี่ยวกับพروقซิมีตีเอฟเฟกต์ในขอบเขตที่กว้างขวางยิ่งขึ้น

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แบบจำลองการทะลุทะลวงของแมคมิลแลน (McMillan Tunneling Model)

แมคมิลแลน (McMillan, 1968 : 537) ได้ใช้แบบจำลองการทะลุทะลวง หรือ NTH อธิบายพหุคูณที่มีดีเอฟเฟกต์โดยพิจารณาแบบที่ประกอบด้วยแผ่นฟิล์ม S และ N ซึ่งอยู่ติดกัน สภาพทางไฟฟ้าตรงผิวสัมผัสถูกแทนด้วยค่าทางศักย์ และอธิบายการทะลุทะลวงของอิเล็กตรอนผ่านกำแพงศักย์ที่ใช้แฮมิลโทเนียนส่งผ่าน (transfer Hamiltonian) แบบจำลองนี้ใช้สำหรับกรณีที่ความหนาของแผ่นฟิล์มแต่ละแผ่นมีค่าน้อยกว่าระยะอาพันธ์ ดังนั้นออร์เตอร์ราโมเตอร์ในแต่ละแผ่นถือว่ามีความถี่ที่ตลอดความหนาของแผ่นฟิล์ม

ในแบบจำลอง NTH นั้น แฮมิลโทเนียนของระบบเขียนได้เป็น

$$H = H_S + H_N + H_t \quad (2.1)$$

เมื่อ

H_S เป็นแฮมิลโทเนียนสำหรับแผ่นฟิล์ม S ซึ่งกำหนดโดย

$$H = H_{oS} + H_S^{BCS} \quad (2.2)$$

$$H_{oS} = \sum_{k\sigma} E_{kS} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} \quad (2.3a)$$

$$H_S^{BCS} = \lambda_S \sum_k a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k\uparrow} a_{k\downarrow} \quad (2.3b)$$

H_{oS} คือ แฮมิลโทเนียนของอิเล็กตรอนอิสระในแผ่นฟิล์ม S

H_S^{BCS} คือ แฮมิลโทเนียนศักย์อันตรกิริยาดึงดูดระหว่างคูเปอร์ซึ่งมีค่าคงที่ในการจับคู่ (coupling constant) เท่ากับ λ_S

E_{kS} คือ พลังงานของอิเล็กตรอนอิสระในแผ่นฟิล์ม S

a_{k0}^+, a_{k0} คือ โอเปอเรเตอร์สร้างสรรค์และโอเปอเรเตอร์ทำลายสำหรับ
อิเล็กตรอนในแผ่นฟิล์ม S ตามลำดับ

H_N เป็น แฮมิลโทเนียนสำหรับแผ่นฟิล์ม N ซึ่งกำหนดโดย

$$H_N = H_{oN} = \sum_{k0} \epsilon_{kN} b_{k0}^+ b_{k0} \quad (2.4)$$

H_{oN} คือ แฮมิลโทเนียนของอิเล็กตรอนอิสระในแผ่นฟิล์ม N

ϵ_{kN} คือ พลังงานของอิเล็กตรอนอิสระในแผ่นฟิล์ม N

b_{k0}^+, b_{k0} คือ โอเปอเรเตอร์สร้างสรรค์และโอเปอเรเตอร์ทำลายสำหรับ
อิเล็กตรอนในแผ่นฟิล์ม N ตามลำดับ

H_t เป็น แฮมิลโทเนียนส่งผ่าน ซึ่งกำหนดโดย

$$H_t = t \sum_{kk'} (a_{k0}^+ b_{k'0} + h.c.) \quad (2.5)$$

t คือ อินทิกรัลของการส่งผ่าน ซึ่งถือว่าเป็นฟังก์ชันกับโมเมนตัม k, k'

โดยใช้ทฤษฎีเพอร์เทอเบชัน (perturbation theory) พิจารณาแฮมิลโทเนียน-
ส่งผ่านแบบเซลล์-คอนซิดเทรทและได้ถึงกำลังสองของ t แมคมีกนสามารถคำนวณค่า
อุณหภูมิวิกฤตของระบบดังกล่าวเมื่อไม่มีสิ่งเจือปนได้ตามสมการ

$$\ln(T_c^B/T_c) = \frac{\Gamma_S}{\Gamma_N + \Gamma_S} \psi\left(\frac{\Gamma_N + \Gamma_S}{\pi k T_c}\right) \quad (2.6)$$

$$\psi(x) = \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}x\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Gamma_N(s) = \pi \text{Ad}_{S(N)} N_{S(N)}(0) t^2$$

เมื่อ

$\psi(x)$ เป็นโคไซน์มาฟังก์ชัน

- T_C^B เป็นอนุกรมวิภาคของแผ่นฟิล์ม S ซึ่งอยู่เดี่ยว ๆ
- T_C เป็นอนุกรมวิภาคของแผ่นฟิล์ม S ซึ่งอยู่ติดกับแผ่นฟิล์ม N
- A เป็นพื้นที่หน้าตัดของแผ่นฟิล์มทั้งสอง
- $d_{S(N)}$ เป็นความหนาของแผ่นฟิล์ม S และ N ตามลำดับ
- $N_{S(N)}(0)$ เป็นความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนในแผ่นฟิล์ม S และ N ที่ปริมาตร

ทฤษฎี KZ : พรอกซิมิตีเอฟเฟกต์ในโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กอย่างเจือจาง

ไคเซอร์ และ ซุกเกอร์มานน์ (Kaiser and Zuckermann. 1970 : 229) ได้ขยายแบบจำลอง MTM ของแมดกิลแลนเพื่อใช้อธิบายพรอกซิมิตีเอฟเฟกต์ในโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กอย่างเจือจาง ทฤษฎี KZ นี้ได้พิจารณาระบบซึ่งประกอบด้วยแผ่นฟิล์มของตัวนำซึ่งยาวซึ่งมีความหนาประมาณ 1000 Å และแผ่นฟิล์มของโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กอย่างเจือจางซึ่งมีความหนาขนาดเดียวกัน แผ่นฟิล์มทั้งสองประกบติดกันโดยที่แผ่นฟิล์มแต่ละแผ่นจะต้องมีระยะอิสระเฉลี่ยในระดับขนาดเดียวกันกับความหนาของแผ่นฟิล์ม และระยะอิสระนี้ควรจะมากกว่าความหนาของแผ่นฟิล์มแต่ละแผ่น

แฮมิลโทเนียนของระบบทั้งหมดเป็นเช่นเดียวกันกับในแบบจำลอง MTM นอกจาก H_N ซึ่งเขียนได้เป็น

$$H_N = H_{ON} + H'_N + H_N^{sd} \quad (2.7)$$

เมื่อ

- H'_N เป็นแฮมิลโทเนียนที่อธิบายการกระเจิงชนิดไม่เป็นแม่เหล็กของสิ่งเจือปนที่มีความคงที่ของอันตรกิริยาเป็น U
- H_N^{sd} เป็นอันตรกิริยาแลกเปลี่ยนระหว่างสปินของอิเล็กตรอนอิสระกับสปินของสิ่งเจือปนในแผ่น N ที่มีค่าคงที่ของอันตรกิริยาเป็น J

สมการ (2.7) ถูกพิจารณาโดยใช้การกะประมาณของบอร์น อันเป็นวิธีการที่ อบริโกซอฟ และ กอร์โกฟ (Abrikosov and Gor'kov, 1961 : 1243) ใช้ ซึ่งไม่ได้ครอบคลุมถึงผลคอนโด ผลการคำนวณได้สมการของอุณหภูมิวิกฤต เป็น

$$\ln(T_c^B/T_c) = \pi k T_c \Gamma_S \sum_n \frac{1 + \Gamma/|w_n^c|}{|w_n^c|^2 + (\Gamma + \Gamma_S + \Gamma_N) |w_n^c| + \Gamma \Gamma_S} \quad (2.8)$$

เมื่อ

Γ เป็นพารามิเตอร์การแตกคู่ ที่กำหนดโดย

$$\Gamma = (1/2) \pi N_i N_N(0) J^2 S(S+1)$$

N_i เป็นจำนวนอะตอมของสิ่งเจือปน

S เป็นสปินของอะตอมของสิ่งเจือปน

และ

$$w_n^c = (2n+1) \pi k T_c$$

ในกรณีที่ไม่มีสิ่งเจือปน $\Gamma \rightarrow 0$ สมการ (2.8) จะกลายเป็นสมการ (2.6)

นอกจากนี้ ทฤษฎี KZ นี้ยังทำนายว่า ความหนาแน่นสถานะในแผ่นฟิล์มทั้งสองเป็นชนิดที่ไม่มีช่องว่างพลังงาน แม้ว่าอุณหภูมิวิกฤตของระบบจะไม่เป็นศูนย์ อย่างไรก็ตาม เนื่องจากการคำนวณโดยใช้การกะประมาณของบอร์นจะไม่ทำนายการเกิดสถานะที่ถูกจำกัด (bound state) ขึ้นภายในช่องว่างพลังงานของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ได้ และสถานการณ์เช่นนี้ จากการทดลอง พบว่า จะเกิดขึ้นกับระบบ S-N จึงปรากฏว่า ทฤษฎีนี้ขัดแย้งกับผลการทดลองของ ดูมูลิน และ คนอื่น ๆ (Dumoulin and others, 1973 : 1021) ที่ทดลอง และพบว่ามีสถานะที่ถูกจำกัดอยู่ภายในช่องว่างพลังงานยังผล

ทฤษฎีของมาซิดะ : พรอกซิมิตีเอฟเฟกต์ในโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนที่เป็นโลหะทรานซิชัน

มาซิดะ (Machida. 1977 : 732) ได้ขยายทฤษฎี KZ โดยใช้แบบจำลองของแอนเดอร์สันในการบรรยายแผ่นฟิล์ม N ซึ่งมีสิ่งเจือปนที่เป็นโลหะทรานซิชันอยู่อย่างเจือจาง และใช้การกระเจิงของสสารฟรี-เฟอร์มิออนเป็นวิธีการของ ชิบา (Shiba. 1973 : 50) ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีว่า จะทำให้เกิดสถานะที่ถูกจำกัด ในการอธิบายพรอกซิมิตีเอฟเฟกต์นั้น เขาใช้แบบจำลอง MTM กับระบบซึ่งมีลักษณะเดียวกันกับในทฤษฎี KZ

แฮมิลโทเนียน H_N ในสมการ (2.1) ที่ใช้ในทฤษฎีนี้ เขียนอยู่ในรูป

$$H_N = \sum_{k\sigma} \epsilon_{kN} b_{k\sigma}^+ b_{k\sigma} + E_d^0 \sum_{\sigma} n_{d\sigma} - U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow} + V \sum_{k\sigma} (b_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c.) \quad (2.9)$$

เมื่อ

$a^+(a)$ เป็นโอเปอเรเตอร์สร้างสสารค์(ทำลาย) d-อิเล็กตรอนของสิ่งเจือปน
 $n_{d\sigma}$ เป็นโอเปอเรเตอร์จำนวนสำหรับ d-อิเล็กตรอนที่มีสปิน σ ซึ่งกำหนดโดย

$$n_{d\sigma} = d_{\sigma}^+ d_{\sigma}$$

E_d^0 เป็นพลังงานของ d-อิเล็กตรอน
 U เป็นอันตรกิริยาแบบผลักระหว่าง d-อิเล็กตรอน
 V เป็นความเข้มข้นของอันตรกิริยาสัม

ผลการคำนวณได้อุณหภูมิจากสมการ

$$\ln(T_c^B/T_c) = 2\pi k T_c \Gamma_S \sum_{n \neq 0} \frac{1 + 1/\tau w_n^c}{(w_n^c)^2 + (1/\tau + \Gamma_S + \Gamma_N) w_n^c + \Gamma_S/\tau} \quad (2.10)$$

เมื่อ

$1/\tau$ เป็นพารามิเตอร์การแตกคู่ ซึ่งกำหนดโดย

$$1/\tau = c(1-r^2)/2\pi A d_N N_N(0)$$

c เป็นความเข้มข้นของสิ่งเจือปน

$$r = (E_{d\uparrow}E_{d\downarrow} + \Gamma^2) / [(E_{d\uparrow}E_{d\downarrow} + \Gamma^2) + \Gamma^2(E_{d\uparrow} - E_{d\downarrow})^2]^{1/2}$$

$$\Gamma = \pi V^2 A_d N_N(0) \quad ; \quad E_{d6} = E_d^0 + U \langle n_{d-6} \rangle$$

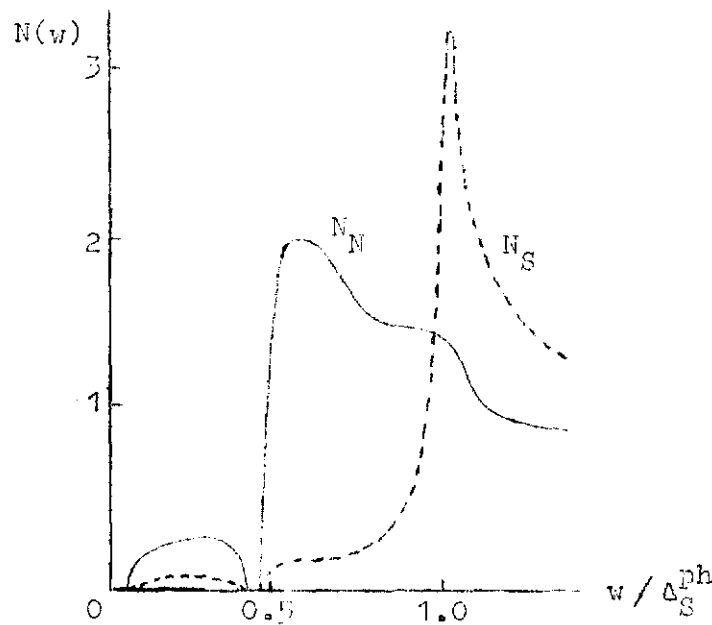
จะเห็นว่า สมการของอนุกรมวิวิฤต (2.10) นี้ มีรูปแบบเดียวกันกับสมการของ ทฤษฎี KZ [สมการ (2.8)] ยกเว้นในส่วนของการแปรการแตกคู่ τ นอกจากนี้ยัง ได้พบความเข้มข้นวิฤตที่จะเกิดสถานการณ์ซึ่งไม่มีช่องว่างพลังงาน (ค่าที่เริ่มทำให้ช่องว่าง-พลังงานเป็นศูนย์) และพบสถานะที่ถูกจำกัดในช่องว่างพลังงานกับสถานะที่ถูกจำกัดซึ่งเต็ม ช่องว่างพลังงานนี้เหนือค่าความเข้มข้นที่แน่นอนค่าหนึ่ง ตำแหน่งของสถานะที่ถูกจำกัดกำหนด โดย r อย่างไรก็ตาม ทฤษฎีนี้ยังอธิบายผลการทดลองได้ไม่ลึกนัก

ทฤษฎี MMHZ : สถานะนำยิ่งยวดที่เกิดจากการเหนี่ยวนำในโลหะผสมคอนโด

ไคเซอร์ (Kaiser. 1980 : 2323) ได้เสนอทฤษฎีสถานะนำยิ่งยวดที่เกิดจาก การเหนี่ยวนำ (พรวดฮิมีตีเอฟเฟก) ในโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด (โลหะผสมคอนโด) โดยใช้แบบจำลอง MTM อธิบายพรวดฮิมีตีเอฟเฟก และทฤษฎี MHZ อธิบายผลคอนโดใน โลหะปกติ

ทฤษฎี MMHZ นี้ ได้พิจารณาแบบซึ่งมีแผ่นฟิล์มของโลหะปกติที่มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด ที่ประกบติดกับแผ่นของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ ลักษณะอื่น ๆ ของระบบเป็นเช่นเดียวกันกับใน ทฤษฎี KZ การคำนวณในทฤษฎี MMHZ นี้ จะเป็นเช่นเดียวกับในทฤษฎี KZ แต่จะใช้ พลังงานในตนเองของแผ่น N ซึ่งได้จากทฤษฎี MHZ ในการบรรยายปรากฏการณ์ของ สิ่งเจือปนแบบคอนโดที่มีต่อสถานะนำยิ่งยวด ในทฤษฎี MHZ นั้น อันปลิจูดของการกระเจิง ของสิ่งเจือปนแบบคอนโดหาได้จากอันปลิจูดของการกระเจิงของสปินของสิ่งเจือปนตามทฤษฎี- กลาสสิก สิ่งที่แตกต่างกันไปจากทฤษฎีกลาสสิก คือ ตำแหน่ง (y_0) ของสถานะที่ถูกจำกัดจะ เป็นฟังก์ชันของอนุกรมวิวิฤตแทนที่จะเป็นค่าคงที่

ผลการคำนวณความหนาแน่นสถานะของแผ่นฟิล์ม S และ N พบว่า สิ่งเจือปนแบบคอนโดจะทำให้เกิดแถบพลังงานของสิ่งเจือปนขึ้นในช่องว่างพลังงานของทั้งสองแผ่น เมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเพิ่มขึ้น แถบพลังงานของสิ่งเจือปนจะกว้างขึ้นและความหนาแน่นสถานะจะลดลง จนทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวดที่ไม่มีช่องว่างพลังงานขึ้น ความหนาแน่นสถานะสำหรับค่า y_0 หนึ่งแสดงในภาพประกอบ 1 จะเทียบกับค่าในทฤษฎีของมาซิดะที่กล่าวมาแล้ว ความแตกต่างที่สำคัญเมื่อพิจารณาถึงผลคอนโดด้วย คือ สถานะที่ถูกจำกัดจะเปลี่ยนตำแหน่งไปเมื่อออร์เดอร์พารามิเตอร์ (Δ_S^{ph}) เปลี่ยนแปลง



ภาพประกอบ 1 ความหนาแน่นสถานะในแผ่นฟิล์ม S และ N ของ

ระบบ S-N เมื่อ $\Gamma_S = 0.1\Delta_S^{ph}$, $\Gamma_N = 0.2\Delta_S^{ph}$,
 $y_0 = 0.5$ และ $\Gamma = 0.07\Delta_S^{ph}$

ผลการคำนวณอุณหภูมิวิกฤตของระบบ ได้สูตร

$$\ln(T_c^B/T_c) = 2\pi kT_c \Gamma_S \sum_{n \neq 0} \frac{1 + \Gamma/w_n^c}{(w_n^c)^2 + (\Gamma + \Gamma_S + \Gamma_N)w_n^c + \Gamma\Gamma_S} \quad (2.11)$$

เมื่อ พารามิเตอร์การแตกคู่ Γ กำหนดโดย

$$\Gamma = \frac{c}{2\pi N_N(0)} \frac{\pi^2 s(s+1)}{[\ln^2(T_K^*/T_0) + \pi^2 s(s+1)]} \quad (2.12)$$

T_K^* นี้ได้จากการแทนค่า T_K ด้วย $T_K^* = T_K/12.9$ เพื่อให้ได้ค่าตรงกับผลการทดลอง ทฤษฎีนี้ยังทำนายว่าจะมีพฤติกรรมรีเอนทรานซ์เกิดขึ้นที่ $T \rightarrow 0$ เมื่ออุณหภูมิลดลง เมื่อเปรียบเทียบข้อมูลจากการทดลองกับผลการคำนวณ ไกเซอร์ พบว่า

1. สถานะที่ถูกจำกัดเคลื่อนที่ไปที่ขอบเร็วกว่าที่ทำนายโดยทฤษฎี MMHZ
2. พารามิเตอร์การแตกคู่ Γ สำหรับ $N_N(s)(w)$ และ T_0 มีค่าเป็น 5 เท่าของค่าที่ได้จากทฤษฎี

ทฤษฎีของสุทัศน์ ยกส้าน

สุทัศน์ ยกส้าน (Yoksan. 1982 : 33) ได้เสนอทฤษฎีพรอกซิมิตีเอฟเฟกต์ของระบบ S-N เมื่อ N มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด ซึ่งพิจารณาระบบเช่นเดียวกันกับในทฤษฎี MMHZ แต่ทฤษฎีนี้ใช้ทฤษฎี MIN อธิบายผลของสิ่งเจือปนแบบคอนโด และใช้แบบจำลอง MTM อธิบายพรอกซิมิตี

แฮมิลโทเนียนของระบบดังกล่าวยังคงเป็นเช่นเดียวกันในแบบจำลอง MTM ยกเว้น H_N ซึ่งใช้แฮมิลโทเนียนของแอนเดอร์สันที่ได้จากการขยายทฤษฎี KZ ให้รวมถึงผลที่เกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนในแผ่น N มีการจับคู่กัน โดยบรรยายการจับคู่ดังกล่าวด้วยแฮมิลโทเนียน

$$H_N^{BCS} = -\Delta_N \sum_k (b_{k\uparrow}^+ b_{-k\downarrow}^+ + h.c.) \quad (2.13)$$

เมื่อ

Δ_N เป็นออร์เดอร์พารามิเตอร์ในแผ่น N

โดยใช้ทฤษฎี MIN ในการอธิบายผลของสิ่งเจือปนแบบคอนโดในแผ่น N ทำให้ได้ค่ายังผลของพารามิเตอร์การแตกคู่แบบใหม่

$$1/\tau_S^* = 1/\tau_S + n\bar{w}/\pi\rho(1+\bar{w})^2 \quad (2.14)$$

ซึ่งรวมเอา $1/T_0$ ตามทฤษฎี MHZ และพจน์ที่สองในสมการ (2.14) เกิดจากการพิจารณาแรงผลักรวมที่ทำให้การจับคู่อ่อนตัวลง ดังนั้น พารามิเตอร์การแตกคู่ในทฤษฎี MMHZ จึงเป็นกรณีเฉพาะของงานวิจัยนี้

ผลการคำนวณได้สูตรของอุณหภูมิวิกฤต และพบว่า สูตรสำหรับอุณหภูมิวิกฤตที่ได้จากทฤษฎี BCS, แบบจำลอง MTH, ทฤษฎี MIN, ทฤษฎีของโมฮาเบียร์ และ นากิ และ ทฤษฎี MMHZ นั้น เป็นกรณีเฉพาะของสูตรในทฤษฎีนี้ นอกจากนี้ยังทำนายว่า พฤติกรรมรีเอนทรานซ์จะไม่เกิดขึ้นตามที่ทฤษฎี MMHZ ทำนายไว้ แต่จะมีอุณหภูมิวิกฤตเพียง 2 ค่า เมื่ออุณหภูมิลดลงสมบัติทางเฟอร์โรอิเล็กทริกของสารตัวนำยิ่งยวด

การขึ้นกับอุณหภูมิของออร์เดอร์พารามิเตอร์

ที่อุณหภูมิ T ใด ๆ ออร์เดอร์พารามิเตอร์หรือช่องว่างพลังงาน Δ ของสารตัวนำยิ่งยวด จะหาได้จากเงื่อนไข

$$1 = |\lambda| T (2\pi)^{-3} \sum_n \int d\mathbf{p} (w_n^2 + \epsilon^2 + \Delta^2)^{-1} \quad (2.15)$$

เมื่อ ϵ เป็นพลังงานของอิเล็กตรอนอิสระที่วัดจากผิวเฟอร์มิ ซึ่งกำหนดโดย

$$\epsilon = v(|\mathbf{k}| - p_0), \quad v = p_0/m$$

ในที่นี้ $\mathbf{k}$ คือเวกเตอร์คลื่นของอิเล็กตรอนอิสระ p_0 คือเฟอร์มิ-โมเมนตัม และ m คือมวลของอิเล็กตรอน เมื่อบวกค่าของความสัมพันธ์ w_n ในสมการ (2.15) จะได้ความสัมพันธ์ที่ใช้หาออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่อุณหภูมิ $T \neq 0$ คือ

$$1 = \frac{|\lambda| m p_0}{2\pi^2} \int_0^{w_D} \frac{\tanh \left[\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2(T)} / 2T \right]}{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2(T)}} d\epsilon \quad (2.16)$$

ที่อุณหภูมิวิกฤต ($T=T_0$) ออร์เดอร์พารามิเตอร์ $\Delta(T)$ มีค่าเป็นศูนย์ เมื่อแทนลงในสมการ (2.16) จะได้เงื่อนไขที่ใช้สำหรับหาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวด

ในกรณีของอุณหภูมิต่ำ ๆ ($T \ll T_0$) เมื่อกระจายพจน์ทางด้านขวาของสมการ (2.16) จะได้

$$\frac{1}{\eta} = \int_0^{w_D} \frac{d\varepsilon}{(\varepsilon^2 + \Delta^2)^{1/2}} - 2 \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon}{(\varepsilon^2 + \Delta^2)^{1/2}} \frac{1}{\exp[(\varepsilon^2 + \Delta^2)^{1/2}/T] + 1} \quad (2.17)$$

เมื่อ $\eta = |\lambda| m p_0 / 2\pi^2$ (เนื่องจากอินทิกรัลอันที่สองนี้ค่อนข้างเร็ว เราสามารถให้ลิมิตข้างบนเป็นอนันต์) โดยการกระจายพจน์เอกซ์โพเนนเชียลในสมการ (2.17) จากนั้นเปลี่ยนให้เป็นการอินทิเกรตเทียบกับ ε [$\varepsilon = (\varepsilon^2 + \Delta^2)^{1/2}$] และเลือกใช้เบสเซลฟังก์ชันที่เหมาะสม เราสามารถจะแทนสมการ (2.17) ด้วยอนุกรมของเบสเซลฟังก์ชันอันดับคู่ นั่นคือ

$$\ln(\Delta_0/\Delta) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} K_0(n\Delta/T) \quad (2.18)$$

เมื่อ $\Delta_0 = \Delta(T=0)$ ที่อุณหภูมิต่ำ $\Delta \gg T$ ดังนั้น เราใช้การกระจายแบบอิมพัลส์ของเบสเซลฟังก์ชัน พบว่า

$$\Delta = \Delta_0 - (2\pi T \Delta_0)^{1/2} (1 - T/8\Delta_0) \exp(-\Delta_0/T) \quad (2.19)$$

เพื่อจะศึกษาพฤติกรรมของออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่อุณหภูมิต่ำ ๆ กับอุณหภูมิวิกฤต เราควรเริ่มจากสมการ (2.15) เนื่องจากออร์เดอร์พารามิเตอร์มีค่าน้อยที่ใกล้ ๆ T_0 ดังนั้นเราสามารถจะกระจายสมการ (2.15) เป็นอนุกรมของ Δ^2/T^2 ได้

$$\frac{1}{\eta} = T \sum_n \int_{-w_D}^{w_D} d\varepsilon \left[\frac{1}{w_n^2 + \varepsilon^2} - \frac{\Delta^2}{(w_n^2 + \varepsilon^2)^2} + \frac{\Delta^4}{(w_n^2 + \varepsilon^2)^3} + \dots \right]$$

สลบคำติของการบวกทุกค่าของ w_n ด้วยการอินทิเกรตเทียบกับ ε ในพจน์ทางด้านขวาที่ค่อนข้างเร็ว จะได้

$$\frac{1}{\eta} = \int_0^{w_D} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \tanh \frac{\varepsilon}{2T} - \frac{\Delta^2}{(\pi T)^2} \sum \frac{1}{(2n+1)^3} + \frac{3}{4} \frac{\Delta^4}{(\pi T)^4} \sum \frac{1}{(2n+1)^5} + \dots \quad (2.20)$$

เนื่องจากเรามี เซตาฟังก์ชันของรีมันน์ $\zeta(z)$ ซึ่ง

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^z} = \frac{2^z - 1}{2^z} \zeta(z) \quad (2.21)$$

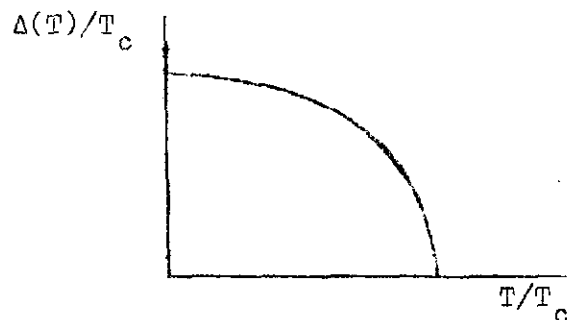
แทนสมการ (2.21) ลงในสมการ (2.20) จะพบว่า

$$\ln \frac{T}{T_c} = - \frac{7\zeta(3)}{8} \frac{\Delta^2}{(\pi T)^2} + \frac{95\zeta(5)}{128} \frac{\Delta^4}{(\pi T)^4}$$

ถ้าใช้การประมาณให้ละเลยถึงกำลังหนึ่งของ Δ จะได้ออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่อุณหภูมิใกล้ ๆ อุณหภูมิวิกฤต เป็น

$$\Delta = \pi T_c (8/7\zeta(3))^{1/2} (1-T/T_c)^{1/2} \approx 3.06 (1-T/T_c)^{1/2} \quad (2.22)$$

เส้นกราฟที่แสดงพฤติกรรมของออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิตลอดช่วงของ อุณหภูมิทั้งหมด แสดงไว้ในภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 ออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ

ความรุนแรงเฉพาะ

ในการคำนวณหาสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ชนิดต่าง ๆ ซึ่งจะแสดงลักษณะเฉพาะของสารตัวนำยิ่งยวดนั้น เราใช้ความสัมพันธ์

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} = \frac{1}{\lambda} \langle H_{int} \rangle \quad (2.23)$$

เมื่อ Ω เป็นศักย์ทางเทอร์โมไดนามิกส์ H_{int} เป็นแฮมิลโทเนียนที่แสดงอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน เมื่อคำนวณโดยเฉลี่ยในตัวนำที่ไม่เป็นศูนย์ในสถานะที่เป็นตัวนำยิ่งยวด จะได้ว่า

$$\frac{\partial \Omega}{\partial |\lambda|} = - \frac{1}{\lambda^2} |\Delta|^2 \quad (2.24)$$

เนื่องจาก $\lambda < 0$ (ปริมาตร $V = 1$) ความสัมพันธ์ระหว่าง $1/|\lambda|$ กับ Δ ที่อุณหภูมิที่กำหนดให้ ได้จากสมการ (2.17) ดังนั้น ผลต่างของค่าของศักย์ทางเทอร์โมไดนามิกส์สำหรับสถานะที่เป็นตัวนำยิ่งยวดกับสถานะที่เป็นตัวนำปกติมีค่าเป็น

$$\Omega_S - \Omega_N = \int_0^{\Delta} \frac{d(1/|\lambda|)}{d\Delta} \Delta^2 d\Delta \quad (2.25)$$

จากหลักทั่วไปของทฤษฎีเชิงสถิติ สมการ (2.25) นี้จะถูกต้องสำหรับศักย์ทางเทอร์โมไดนามิกส์ทุกชนิด เนื่องจากแสดงไว้ในรูปของตัวแปรที่เหมาะสม

จากสมการ (2.18) ได้

$$\frac{1}{|\lambda|} = \frac{mp_0}{2\pi^2} \left[\ln \frac{2w_D}{\Delta} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} K_0 \left(\frac{n\Delta}{T} \right) \right]$$

และใช้สูตรจากทฤษฎีของเบสเซลฟังก์ชัน

$$K_0'(x) = -K_1(x)$$

จะได้ ผลต่างของพลังงานอิสระระหว่างสถานะที่เป็นตัวนำยิ่งยวดกับสถานะที่เป็นตัวนำปกติ
เป็น

$$F_S - F_N = - \frac{mp_o}{2\pi^2} \left[\frac{\Delta^2}{2} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{T^2}{n^2} \int_0^{n\Delta/T} K_1(x) x^2 dx \right]$$

ในการคำนวณค่าทางขวา เราเขียน

$$\int_0^{n\Delta/T} K_1(x) x^2 dx = 2 - \int_{n\Delta/T}^{\infty} K_1(x) x^2 dx$$

และเนื่องจาก $\Delta/T \gg 1$ ที่อุณหภูมิต่ำ ดังนั้นเราต้องการเพียงค่าของอินทิกรัลทางขวา
สำหรับ $n = 1$ เท่านั้น ซึ่งจะทำได้โดยใช้การกระจายแบบบอซ-ไอน์สไตน์ของฟังก์ชัน $K_1(x)$
ที่เหลือ คือ การบวกทุกค่าของ n ซึ่งจะหาได้ง่าย ๆ ในที่สุดจะพบว่า

$$F_S - F_N = \frac{mp_o T^2}{6} - \frac{mp_o}{2\pi^2} \left[\frac{\Delta^2}{2} + (2\pi \Delta_o^3 T)^{1/2} \left(1 + \frac{15}{8} \frac{T}{\Delta_o} \right) e^{-\Delta_o/T} \right] \quad (2.26)$$

พจน์แรกทางด้านขวาของสมการ (2.26) คือ ค่าลบของพจน์ที่สำคัญในการกระจายของ
พลังงานอิสระของโลหะปกติในรูปของกำลังของ T ซึ่งเป็นที่ทราบกันดีว่า พจน์นี้จะทำให้ได้
สูตร

$$C_N = \frac{mp_o T}{3} \quad (2.27)$$

นั่นคือ ความร้อนจำเพาะอันเนื่องมาจากอิเล็กตรอนของโลหะปกติเป็นปฏิภาคโดยตรงกับ T
เมื่อแทนสมการ (2.19) ลงในสมการ (2.26) แล้วจะได้ เอนโทรปี ในสถานะที่เป็น
ตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิต่ำ เป็น

$$S_S = \frac{mp_o}{\pi^2} (2\pi \Delta_o^3 T)^{1/2} e^{-\Delta_o/T} \quad (2.28)$$

ในขณะที่ความร้อนจำเพาะมีค่า เป็น

$$C_S = \frac{mp_0}{\pi^2} (2\pi \Delta_0^5/T^3)^{1/2} e^{-\Delta_0/T} \quad (2.29)$$

จากค่าของออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่อุณหภูมิศูนย์สัมบูรณ์

$$\Delta_0 = (\pi/r)T_c \quad (2.30)$$

เมื่อ r คือค่าคงที่ของออยเลอร์ แทนค่า Δ_0 ลงในสมการ (2.25) และใช้สมการ (2.27) จะได้อัตราส่วนของความร้อนจำเพาะในช่วงอุณหภูมิ $T \ll T_c$ คือ ความร้อนจำเพาะของโลหะปกติที่ $T = T_c$ เป็น

$$C_S(T)/C_N(T_c) = (3/r)(2/\pi)^{1/2} (\Delta_0/T)^{3/2} \exp(-\Delta_0/T) \quad (2.31)$$

ต่อไปเราจะหาสูตรอิมพีโทดิกสำหรับอุณหภูมิในช่วงใกล้ ๆ อุณหภูมิวิกฤต โดยเริ่มจากสมการ (2.26) ซึ่งจะได้

$$\delta(1/|\lambda|) = - (mp_0/2\pi^2) 7\zeta(3) (2\pi T)^{-2} \Delta \delta \Delta$$

ใช้สมการ (2.22) และ (2.26) จะได้ผลต่างของพลังงานอิสระเป็น

$$F_S - F_N = - \frac{mp_0}{2\pi^2} \frac{7\zeta(3)}{16(\pi T)^2} \Delta^4 = - \frac{2mp_0 T_c^2}{7\zeta(3)} (1 - T/T_c)^2 \quad (2.32)$$

ดังนั้น เอนโทรปีในสถานะที่เป็นสารตัวนำยิ่งยวด มีค่าเท่ากับ

$$S_S = - \frac{4mp_0 T_c}{7\zeta(3)} (1 - T/T_c) + S_N \quad (2.33)$$

ถ้าเราแทนที่ในสมการ (2.33) โดยเก็บไว้เฉพาะพจน์ที่สำคัญ จะได้ ความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิวิกฤต เป็น

$$C_S(T_c) = C_N(T_c) + \frac{4mp_0}{7\zeta(3)} T_c \quad (2.34)$$

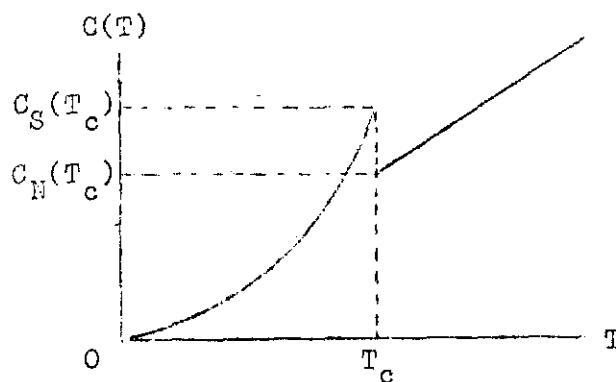
ดังนั้นจะเห็นว่า เมื่อโลหะปกติเปลี่ยนสภาพไปเป็นตัวนำยิ่งยวด ความร้อนจำเพาะจะเปลี่ยนไปอย่างไม่ต่อเนื่องด้วยค่า

$$\Delta C = C_S(T_C) - C_N(T_C) = 4mp_0 T_C / 7C(3) \quad (2.35)$$

เมื่อคิดรวมถึงพจน์ของ $T_C - T$ ที่มีกำลังสูงขึ้นไปในสมการ (2.32) จะได้อัตราส่วนของความร้อนจำเพาะของสารตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิใกล้ ๆ T_C ต่อความร้อนจำเพาะของโลหะปกติที่ $T = T_C$ เป็น

$$C_S(T)/C_N(T) = 2.43 + 3.77(T/T_C - 1)$$

พฤติกรรมของความร้อนจำเพาะในส่วนที่เกิดจากอิเล็กตรอนของโลหะนั้น สรุปได้ดังในภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤต

ผลการคำนวณค่าความร่อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดแบบต่าง ๆ

1. สารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

ผลการคำนวณของทฤษฎี BCS (Bardeen, Cooper and Schrieffer.

1957 : 1175) ได้

$$\Delta C = 8 \pi^2 T_c^B V N_S(0) / 7 \zeta(3) \quad (2.36)$$

เมื่อ

T_c^B เป็นอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

V เป็นปริมาตรของสารตัวนำยิ่งยวด

$N_S(0)$ เป็นความหนาแน่นสถานะที่ผิวเฟอร์มิของอิเล็กตรอนในสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

2. สารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด

ผลการคำนวณของทฤษฎี MEZ ได้

$$\frac{\Delta C}{\Delta C_0} = \frac{T_c}{T_c^B} \frac{\psi^{(2)}(1/2) [1 - \alpha_c \psi^{(1)}(1/2 + \alpha_c)]^2}{\psi^{(2)}(1/2 + \alpha_c) + (1/3) \alpha_c \psi^{(3)}(1/2 + \alpha_c)} \quad (2.37)$$

$$\alpha_c = 1/2 \pi T_c T_S$$

เมื่อ ΔC_0 และ ΔC เป็นค่าความร่อนจำเพาะของสารตัวนำยิ่งยวดเมื่อไม่มีสิ่งเจือปนและมีสิ่งเจือปน ตามลำดับ และ $\psi^{(n)}(x)$ เป็นโพลีแกมมาฟังก์ชัน

3. สารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็ก

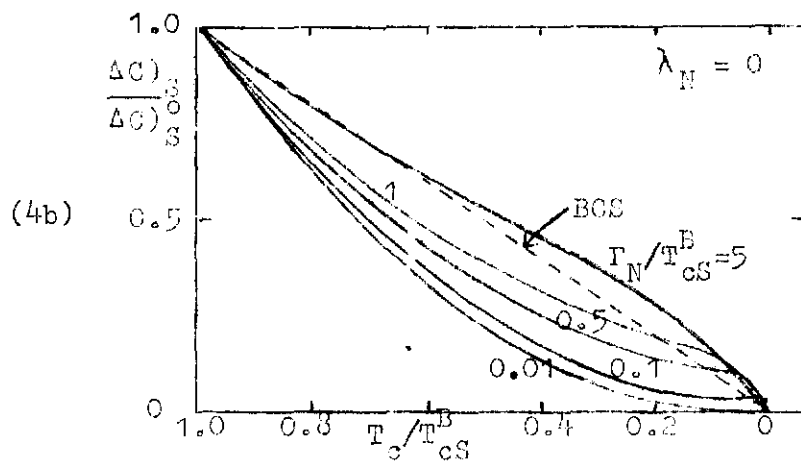
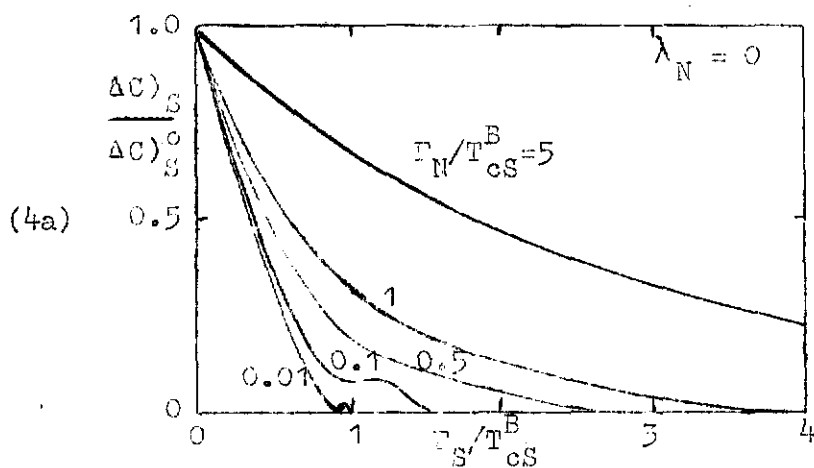
ผลการคำนวณของอิชิโนเซ (Ichinose. 1977 : 404) ได้

$$\frac{\Delta C}{\Delta C_0} = \frac{T_c}{T_c^B} \left(1 + \frac{n}{4 T_K^D} \right) \quad (2.38)$$

เมื่อ n เป็นความเข้มข้นของสิ่งเจือปน และ ρ เป็นความหนาแน่นสถานะที่ผิวเฟอร์มิของอิเล็กตรอนต่ออะตอม

4. ระบบที่ประกอบด้วยแผ่นฟิล์มของสารตัวนำยิ่งยวดและโลหะปกติที่ประกบติดกันเมื่อไม่มีสิ่งเจือปน

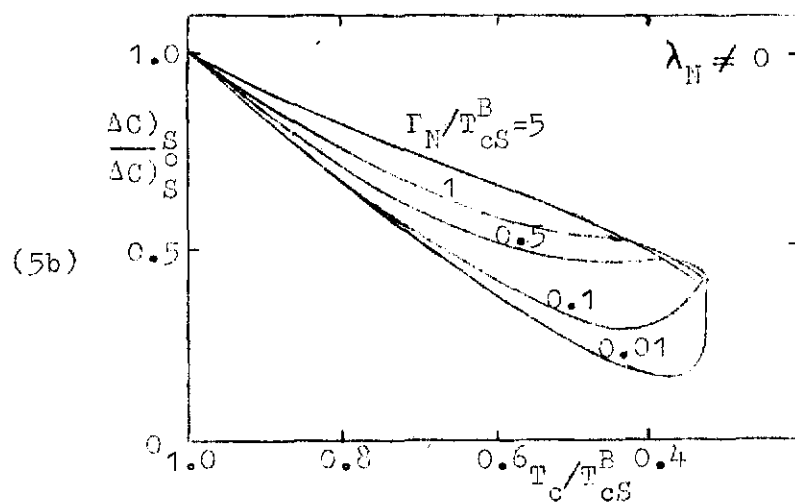
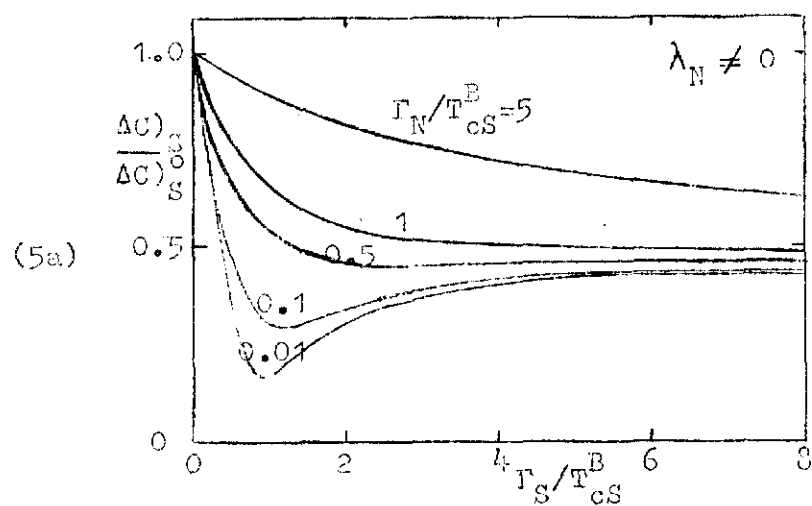
ผลการคำนวณของ โฆฮาเบียร์ และ นาگی (Mohabir and Nagi. 1979 : 307) ได้กราฟของ $\Delta C/\Delta C_0$ สำหรับแผ่นฟิล์ม S และ N ที่เป็นฟังก์ชันของ Γ_S และ T_c ทั้งในกรณีที่ $\lambda_N = 0$ (คือ $T_{cN}^B = 0$) และกรณีที่ $\lambda_N \neq 0$ ดังในภาพประกอบ 4 - 6



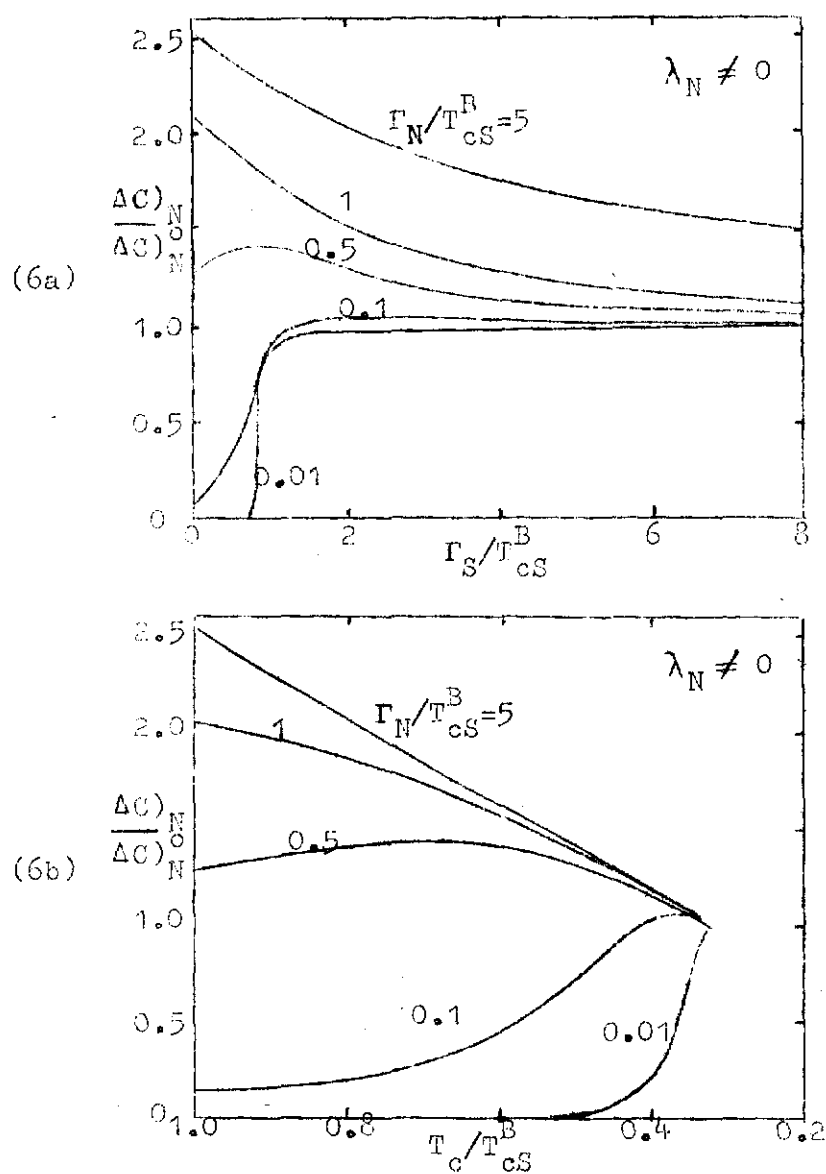
ภาพประกอบ 4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta C_S/\Delta C_S^0$ กับ Γ_S/T_{cS}^B

[ภาพ(4a)] และ T_c/T_{cS}^B [ภาพ(4b)] ในด้าน Sn ของระบบ Sn-X

เมื่อ Γ_N/T_{cS}^B ดังที่ ในกรณีที่ $\lambda_N = 0$



ภาพประกอบ 5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta C_S/\Delta C_S^0$ กับ Γ_S/T_{cS}^B [ภาพ(5a)] และ T_c/T_{cS}^B [ภาพ(5b)] ในด้าน Sn ของระบบ Sn-Al เมื่อ Γ_N/T_{cS}^B คงที่ (กรณี $\lambda_N \neq 0$)



ภาพประกอบ 6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta C'_N/\Delta C_N^0$ กับ Γ_N/Γ_{CS}^B [ภาพ(6a)] และ T_c/T_{CS}^B [ภาพ(6b)] ในด้าน Al ของระบบ Sn-Al เมื่อ Γ_N/Γ_{CS}^B คงที่ (กรณี $\lambda_N \neq 0$)

วิธีดำเนินการ

การคำนวณค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่อง (ΔC) ที่อุณหภูมิวิกฤตของระบบที่ประกอบด้วยแผ่นฟิล์มบาง ๆ ของ N และ S เมื่อแผ่น N มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด มีขั้นตอนการคำนวณ ดังนี้

1. ใช้แฮมิลโทเนียน

$$H = H_S + H_N + H_t \quad (3.1)$$

$$H_S = \sum_{k\sigma} \epsilon_{kS} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} - \Delta_S \sum_k (a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ + \text{h.c.}) \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} H_N = & \sum_{k\sigma} \epsilon_{kN} b_{k\sigma}^+ b_{k\sigma} - \Delta_N \sum_k (b_{k\uparrow}^+ b_{-k\downarrow}^+ + \text{h.c.}) \\ & + E_d^0 \sum_{i\sigma} n_{di\sigma} + U \sum_i n_{di\uparrow} n_{di\downarrow} \\ & + V \sum_{ik\sigma} (b_{k\sigma}^+ d_{i\sigma} e^{ik \cdot \vec{R}_i} + \text{h.c.}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$H_t = t \sum_{kk'\sigma} (a_{k\sigma}^+ b_{k'\sigma} + \text{h.c.}) \quad (3.4)$$

เมื่อ

$\epsilon_{kS(N)}$	เป็นพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนอิสระในแผ่น S(N) (S-อิเล็กตรอนหรือ N-อิเล็กตรอน) ที่มีโมเมนตัม k
E_d^0	เป็นพลังงานของอิเล็กตรอนบนสิ่งเจือปน (d-อิเล็กตรอน)
U	เป็นอันตรกิริยาคูลอมบ์ระหว่าง d-อิเล็กตรอน
V	เป็นความเข้มข้นของอันตรกิริยาผสม

t	เป็นอินทิกรัลของการส่งผ่าน
$a_{k6}^+(b_{k6}^+)$	เป็นโอเปอเรเตอร์สร้างสรรคสำหรับ $S(N)$ -อิเล็กตรอน ที่มีโมเมนตัม k สปิน 6
$a_{k6}(b_{k6})$	เป็นโอเปอเรเตอร์ทำลายสำหรับ $S(N)$ -อิเล็กตรอน ที่มีโมเมนตัม k สปิน 6
$d_{i6}^+(d_{i6})$	เป็นโอเปอเรเตอร์สร้างสรรค(ทำลาย)สำหรับ d -อิเล็กตรอน ที่มีสปิน 6 บนอะตอมตัวที่ i ของสิ่งเจือปน
n_{di6}	เป็นโอเปอเรเตอร์จำนวนสำหรับ d -อิเล็กตรอน ที่มีสปิน 6 บนอะตอมตัวที่ i ของสิ่งเจือปน

ซึ่ง

$$n_{di6} = d_{i6}^+ d_{i6} \quad (3.5)$$

$\Delta_{S(N)}$	เป็นออร์เคอราฟารามิเตอร์ในแผ่น $S(N)$
$h.c.$	แทนเฮอริมิทเชียนคอนจูเกตของปริมาณที่อยู่ข้างหน้า เครื่องหมายบวกในวงเล็บเดียวกัน

ในนั้น

H_S	แทนแฮมิลโทเนียนสำหรับแผ่น S ตามทฤษฎี BCS ซึ่ง ประกอบด้วยแฮมิลโทเนียนของอิเล็กตรอนอิสระและ แฮมิลโทเนียนศักย์อันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนตามลำดับ
H_N	แทนแฮมิลโทเนียนสำหรับแผ่น N ซึ่งประกอบด้วยแฮมิลโทเนียน ของแอนเดอร์สัน และแฮมิลโทเนียนสำหรับโอกาสที่จะเกิด ออร์เคอราฟารามิเตอร์ในแผ่น N ที่ไ้จากการขยายทฤษฎี KZ

และ

H_t	แทนแฮมิลโทเนียนส่งผ่านที่บรรยายการส่งผ่านอิเล็กตรอน ระหว่างแผ่น S กับ N ที่ผิวสัมผัส
-------	---

2. หากกรีนส์ฟังก์ชัน $G_{S(N)}$ ของอิเล็กตรอนในแผ่นฟิล์ม $S(N)$ และกรีนส์ฟังก์ชัน G_d ของ d-อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน กรีนส์ฟังก์ชัน G_S และ G_N ในแผ่นฟิล์ม S และ N นั้นหาได้จากวิธีของแมคมิลแลน (McMillan, 1968 : 537) และทฤษฎี BCS กรีนส์ฟังก์ชัน G_d หาได้จากทฤษฎี MIN

3. จากกรีนส์ฟังก์ชันที่ได้นำไปใช้ออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ $[\Delta_{S(N)}(T)]$ ที่อุณหภูมิ T ใด ๆ ออร์เดอร์พารามิเตอร์ $\Delta_{S(N)}$ จะสอดคล้องกับสมการ

$$\Delta_{S(N)} = 2\pi T \lambda_{S(N)} \sum \frac{1}{(u_{S(N)}^2 + 1)^{1/2}} \quad (5.6)$$

เมื่อ

$\lambda_{S(N)}$ เป็นค่าคงที่ของอันตรกิริยา BCS ระหว่างอิเล็กตรอนในแผ่น $S(N)$

$u_{S(N)}$ เป็นฟังก์ชันของ $\Delta_{S(N)}$

โดยการถอดสมการ (3.6) แบบเซล์-คอนวีสเคนท์ จะได้ $\Delta_{S(N)}(T)$

4. คำนวณหาความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่อง (ΔC) ที่อุณหภูมิวิกฤตจากความผันแปร

$$\Delta C)_{S(N)} = -T \left. \frac{\partial^2 \Delta F)_{S(N)}}{\partial T^2} \right|_{T=T_{CS(N)}} \quad (3.7)$$

เมื่อ

$\Delta F)_{S(N)}$ เป็นผลต่างของพลังงานอิสระในแผ่น S และ N

$T_{CS(N)}$ เป็นอุณหภูมิวิกฤตของแผ่น S และ N

สำหรับค่าของ $\Delta F)_{S(N)}$ นั้นคำนวณได้จากสูตร

$$\Delta F)_{S(N)} = \int_0^{E_{S(N)}} \delta\left(\frac{1}{E_{S(N)}}\right) \Delta_{S(N)}^2 \quad (3.8)$$

ซึ่ง

$\Delta_{S(N)}$ ได้จากขบวนการในขั้นตอน 3

$E_{S(N)}$ เป็นอันตรกิริยาของสภาพนำยิ่งยวดในแผ่น $S(N)$

โดยที่

$$E_{S(N)} = \lambda_{S(N)} / N_{S(N)}(0) \quad (3.9)$$

ผลการวิจัย

กรีนส์ฟังก์ชันและพลังงานในตนเอง

แฮมิลโทเนียนของระบบที่ประกอบด้วยแผ่นฟิล์มบาง ๆ ของ S และ N ที่อยู่ติดกัน เมื่อ N มีสิ่งเจือปนแบบคอนโด คือ

$$H = H_S + H_N + H_t \quad (4.1)$$

$$H_S = \sum_{k\sigma} \epsilon_{kS} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} - \Delta_S \sum_k (a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ + \text{h.c.}) \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} H_N = & \sum_{k\sigma} \epsilon_{kN} b_{k\sigma}^+ b_{k\sigma} - \Delta_N \sum_k (b_{k\uparrow}^+ b_{-k\downarrow}^+ + \text{h.c.}) \\ & + E_d^0 \sum_{i\sigma} n_{di\sigma} + U \sum_i n_{di\uparrow} n_{di\downarrow} \\ & - V \sum_{ik\sigma} (b_{k\sigma}^+ d_{i\sigma} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_i} + \text{h.c.}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$H_t = t \sum_{kk\sigma} (a_{k\sigma}^+ b_{k\sigma} + \text{h.c.}) \quad (4.4)$$

ความหมายของสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในสมการ (4.1)-(4.4) ได้บรรยายไว้แล้วในบทที่ 3

จากแฮมิลโทเนียนข้างต้น กรีนส์ฟังก์ชัน $G_{S(N)}$ ของอิเล็กตรอนในแผ่นฟิล์ม S(N) และกรีนส์ฟังก์ชัน G_d ของอิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน เขียนได้ในรูป

$$\begin{aligned} G_S^{-1}(k, \omega) &= i\tilde{\omega}_S \hat{\tau}_0 - \epsilon_{kS} \hat{\tau}_3 - \tilde{\Delta}_S \hat{\tau}_1 \\ &= i\omega \hat{\tau}_0 - \epsilon_{kS} \hat{\tau}_3 - \Delta_S \hat{\tau}_1 - \Sigma_S(\omega) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned}
 G_N^{-1}(k, w) &= i\tilde{w}_N \hat{\tau}_0 - \epsilon_{kN} \hat{\tau}_3 - \tilde{\Delta}_N \hat{\tau}_1 \\
 &= iw \hat{\tau}_0 - \epsilon_{kN} \hat{\tau}_3 - \Delta_N \hat{\tau}_1 - \Sigma_N(w)
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned}
 G_d(w) &= i\tilde{w}_d \hat{\tau}_0 - \tilde{\Delta}_d \hat{\tau}_1 \\
 &= iw \hat{\tau}_0 - \Sigma_d(w)
 \end{aligned} \quad (4.7)$$

เมื่อ $\Sigma_{S(N)}(w)$ และ $\Sigma_d(w)$ เป็นพลังงานในตนเองของ $S(N)$ -อิเล็กตรอนและ d -อิเล็กตรอนตามลำดับ $\tilde{w}_{S(N)}$ และ $\tilde{w}_d$ เป็นความถี่รีนอร์มัลไลซ์ของ $S(N)$ -อิเล็กตรอนและ d -อิเล็กตรอน ตามลำดับ $\tilde{\Delta}_{S(N)}$ และ $\tilde{\Delta}_d$ เป็นรีนอร์มัลไลซ์ค่อร์เทอร์พารามิเตอร์ของแผ่นฟิล์ม $S(N)$ และสิ่งเจือปน ตามลำดับ $\hat{\tau}_0$ เป็น 2×2 ฐานิตเมตริก $\hat{\tau}_1$ และ $\hat{\tau}_3$ เป็นเพาลีเมตริกซ์

$$\hat{\tau}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{\tau}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

เมื่อพิจารณาอันตรกิริยาของ $S(N)$ อิเล็กตรอนกับสิ่งเจือปน และศักย์ตรงตัวสัมพันธ์ของแผ่น S และ N โดยการประมาณอย่างหยาบที่สุด ได้พลังงานในตนเอง ดังนี้

$$\Sigma_S(w) = t^2 A d_N \hat{\tau}_3 \overline{G_N(w)} \hat{\tau}_3 \quad (4.8)$$

$$\Sigma_N(w) = t^2 A d_S \hat{\tau}_3 \overline{G_S(w)} \hat{\tau}_3 + N_1 v^2 \hat{\tau}_3 G_d(w) \hat{\tau}_3 + \Sigma'_N(w) \quad (4.9)$$

$$\Sigma_d(w) = v^2 \hat{\tau}_3 \overline{G_N(w)} \hat{\tau}_3 + \Sigma'_d(w) \quad (4.10)$$

เพื่อ

$$\overline{G_{S(N)}(w)} = \sum_k G_{S(N)}(k, w) \quad (4.11)$$

และ

$\tilde{\Sigma}'_N(w)$ เป็นพลังงานในตนเองอันเป็นผลมาจากการกระเจิงของ N -อิเล็กตรอน โดยสปินของสิ่งเจือปน

$\tilde{\Sigma}'_d(w)$ เป็นพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนอันเป็นผลมาจากแรงผลักรวมระหว่าง d -อิเล็กตรอนด้วยกัน

เพื่อให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\tilde{w}_{S(N)}$, $\tilde{\Delta}_{S(N)}$, w และออร์เคอร์พารา-อิเล็กเตอร์ $\Delta_{S(N)}$ เราเริ่มจาก $G_{S(N)}$ ที่เขียนในรูปของ $\tilde{w}_{S(N)}$ และ $\tilde{\Delta}_{S(N)}$ ในสมการ (4.5) และ (4.6)

จากสมการ (4.5)

$$\begin{aligned} G_S^{-1}(k, w) &= i\tilde{w}_S \hat{\tau}_0 - \epsilon_{kS} \hat{\tau}_3 - \tilde{\Delta}_S \hat{\tau}_1 \\ &= i\tilde{w}_S \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \epsilon_{kS} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \tilde{\Delta}_S \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} i\tilde{w}_S - \epsilon_{kS} & -\tilde{\Delta}_S \\ -\tilde{\Delta}_S & i\tilde{w}_S + \epsilon_{kS} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้

$$G_S(k, w) = \frac{1}{(-\tilde{w}_S^2 - \epsilon_{kS}^2 - \tilde{\Delta}_S^2)} \begin{pmatrix} i\tilde{w}_S + \epsilon_{kS} & \tilde{\Delta}_S \\ \tilde{\Delta}_S & i\tilde{w}_S - \epsilon_{kS} \end{pmatrix}$$

หรือ

$$G_S(k, \omega) = - \frac{1}{\epsilon_{kS}^2 + (\tilde{\omega}_S^2 + \tilde{\Delta}_S^2)} \begin{pmatrix} i\tilde{\omega}_S + \epsilon_{kS} & \tilde{\Delta}_S \\ \tilde{\Delta}_S & i\tilde{\omega}_S - \epsilon_{kS} \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

แทนค่า $G_S(k, \omega)$ จากสมการ (4.12) ลงในสมการ (4.11) และเปลี่ยนการบวกทุกค่าของ k เป็นอินทิเกรตเทียบกับ ϵ_{kS} ได้

$$\begin{aligned} \overline{G_S(\omega)} &= - N_S(0) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\epsilon_{kS}}{\epsilon_{kS}^2 + (\tilde{\omega}_S^2 + \tilde{\Delta}_S^2)} \begin{pmatrix} i\tilde{\omega}_S + \epsilon_{kS} & \tilde{\Delta}_S \\ \tilde{\Delta}_S & i\tilde{\omega}_S - \epsilon_{kS} \end{pmatrix} \\ &= - \frac{\pi N_S(0)}{(\tilde{\omega}_S^2 + \tilde{\Delta}_S^2)^{1/2}} \begin{pmatrix} i\tilde{\omega}_S & \tilde{\Delta}_S \\ \tilde{\Delta}_S & i\tilde{\omega}_S \end{pmatrix} \\ &= - \frac{\pi N_S(0)}{(\tilde{\omega}_S^2 + \tilde{\Delta}_S^2)^{1/2}} (i\tilde{\omega}_S \hat{\tau}_0 + \tilde{\Delta}_S \hat{\tau}_1) \\ &= - \frac{\pi N_S(0)}{((\tilde{\omega}_S/\tilde{\Delta}_S)^2 + 1)^{1/2}} i(\tilde{\omega}_S/\tilde{\Delta}_S) \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1 \end{aligned}$$

ในขั้น

$N_{S(N)}(0)$ คือความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่ผิวเฟอร์มิในแผ่น $S(N)$ เมื่อกำหนดให้

$$u_{S(N)} = \tilde{\omega}_{S(N)} / \tilde{\Delta}_{S(N)} \quad (4.13)$$

จะได้

$$\overline{G_S(w)} = - \frac{\pi N_S(0)(iu_S \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1)}{(u_S^2 + 1)^{1/2}} \quad (4.14)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$\overline{G_N(w)} = - \frac{\pi N_N(0)(iu_N \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \quad (4.15)$$

แทนสมการ (4.15) ลงในสมการ (4.8) ได้

$$\begin{aligned} \Sigma_S(w) &= t^2 \text{Ad}_N \hat{\tau}_3 \left[- \frac{\pi N_N(0)(iu_N \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_3 \\ &= - \frac{\pi t^2 \text{Ad}_N N_N(0)(iu_N \hat{\tau}_0 - \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \end{aligned}$$

กำหนดให้

$$\Gamma_S(N) = \pi t^2 \text{Ad}_{N(S)} N_{N(S)}(0) \quad (4.16)$$

ดังนั้น

$$\Sigma_S(w) = - \frac{\Gamma_S(iu_N \hat{\tau}_0 - \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \quad (4.17)$$

ตามทฤษฎี MIZ หรือ $\Sigma'_N(w)$ ได้จาก

$$\Sigma'_N(w) = N_1 \left[\tilde{J}(w)/2N \right]^2 s(s+1) \overline{G_N(w)} \quad (4.18)$$

$$\tilde{J}(w) = - \frac{N}{N_N(0)} \left[\ln^2 \left(\frac{\pi (w^2 + \Delta_N^2(w))^{\frac{1}{2}}}{4T_K} \right) + \pi^2 s(s+1) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (4.19)$$

เมื่อ N เป็นจำนวนอะตอมทั้งหมดของตัวนำยิ่งยวด และ s เป็นสปินควอนตัมชั้นเบอร์ของอะตอมของสิ่งเจือปน แทนสมการ (4.15) ลงในสมการ (4.13) จะได้ว่า

$$\Sigma'_N(w) = - \frac{N_i [\tilde{J}(w)/2N]^2 s(s+1) \pi N_N(0) (iu_N \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

หรือเขียนเป็น

$$\Sigma'_N(w) = - \frac{1}{2T_S} \frac{iu_N \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1}{(u_N^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.20)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_S} &= 2\pi N_i [\tilde{J}(w)/2N]^2 s(s+1) N_N(0) \\ &= \frac{N_i}{2\pi N_N(0)} \frac{\pi^2 s(s+1)}{\ln^2 \left[\pi (w^2 + \Delta_N^2(w))^{\frac{1}{2}} / 4T_K \right] + \pi^2 s(s+1)} \end{aligned} \quad (4.21)$$

เป็นช่วงชีวิตของการกระเจิงซึ่งอิเล็กตรอนกลับสปิน

จากทฤษฎี MIN พลังงานในตนเอง $\tilde{Z}'_d(w)$ เขียนได้เป็น

$$\tilde{Z}'_d(w) = -(\tilde{X}_{\uparrow\uparrow} - 1) i w \hat{\tau}_0 - \Delta_d \hat{\tau}_1 \quad (4.22)$$

เมื่อ $\tilde{X}_{\uparrow\uparrow}$ เป็นค่าทั่วไปของความเข้มควบแน่นเล็กไต่ของอิเล็กตรอนสองตัวที่มีสปินขนานกัน ซึ่ง

$$\tilde{X}_{\uparrow\uparrow} = \pi\Gamma/4T_K \Delta_N, \quad \Gamma = \pi v^2 \Delta_N N_N(0) \quad (4.23)$$

และ Δ_d เป็นออร์เดอร์พารามิเตอร์ของการจับคู่ระหว่าง d-อิเล็กตรอนอันเนื่องมาจากการเติมยวณค่า ซึ่งคำนวณโดย

$$-\Delta_d \hat{\tau}_1 = UT \sum_w \hat{\tau}_3 G_d(w) \hat{\tau}_3 |_{O.D.} \quad (4.24)$$

แทนสมการ (4.15) และ (4.22) ลงในสมการ (4.10) ได้

$$\begin{aligned} \Sigma_d(w) &= v^2 \hat{\tau}_3 \left[-\frac{\pi N_N(0)(iu_N \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_3 - (\tilde{X}_{\uparrow\uparrow} - 1)iw \hat{\tau}_0 - \Delta_d \hat{\tau}_1 \\ &= -\frac{\pi v^2 N_N(0)(iu_N \hat{\tau}_0 - \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} - (\tilde{X}_{\uparrow\uparrow} - 1)iw \hat{\tau}_0 - \Delta_d \hat{\tau}_1 \end{aligned}$$

จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\Sigma_d(w) = -\left[(\tilde{X}_{\uparrow\uparrow} - 1)iw + \frac{\pi v^2 N_N(0)iu_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_0 - \left[\Delta_d - \frac{\pi v^2 N_N(0)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_1 \quad (4.25)$$

แทนค่า $\Sigma_d(w)$ ที่ได้นี้ลงในสมการ (4.7) ได้

$$G_d^{-1}(w) = \left[iw\tilde{X}_{\uparrow\uparrow} + \frac{iu_N \pi v^2 N_N(0)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_0 + \left[\Delta_d - \frac{\pi v^2 N_N(0)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_1$$

แทนค่า $\tilde{X}_{\uparrow\uparrow}$ และ Γ จากสมการ (4.23) ได้

$$G_d^{-1}(w) = \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \left[\frac{i\pi w}{4T_K} + \frac{i u_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_0 + \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \left[\frac{\text{Ad}_N \Delta_d}{\Gamma} - \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_1$$

กำหนดให้

$$\bar{w} = \pi w / 4T_K \quad (4.26)$$

จะได้

$$\begin{aligned} G_d^{-1}(w) &= \frac{i\Gamma}{\text{Ad}_N} \left[\bar{w} + \frac{u_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_0 + \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \left[\frac{\text{Ad}_N \Delta_d}{\Gamma} - \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_1 \\ &= P(w) \hat{\tau}_0 + Q(w) \hat{\tau}_1 \end{aligned} \quad (4.27)$$

เมื่อ

$$P(w) = \frac{i\Gamma}{\text{Ad}_N} \left[\bar{w} + \frac{u_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right], \quad Q(w) = \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \left[\frac{\text{Ad}_N \Delta_d}{\Gamma} - \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \quad (4.28)$$

จากสมการ (4.27) จะได้

$$G_d^{-1}(w) = \begin{pmatrix} P(w) & Q(w) \\ Q(w) & P(w) \end{pmatrix}$$

ดังนั้น

$$G_d(w) = \frac{1}{P^2(w) - Q^2(w)} \begin{pmatrix} P(w) & -Q(w) \\ -Q(w) & P(w) \end{pmatrix} = \frac{P(w) \hat{\tau}_0 - Q(w) \hat{\tau}_1}{P^2(w) - Q^2(w)} \quad (4.29)$$

แทนค่า $G_d(w)$ นี้อยู่ในสมการ (4.24) จะได้

$$\begin{aligned} -\Delta_d \hat{\tau}_1 &= UT \sum_w \hat{\tau}_3 \left(\frac{P(w) \hat{\tau}_0 - Q(w) \hat{\tau}_1}{P^2(w) - Q^2(w)} \right) \hat{\tau}_3 \Big|_{O.D.} \\ &= UT \sum_w \frac{P(w) \hat{\tau}_0 + Q(w) \hat{\tau}_1}{P^2(w) - Q^2(w)} \Big|_{O.D.} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\Delta_d = - UT \sum_w \frac{Q(w)}{P^2(w) - Q^2(w)} \quad (4.30)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการเขียน ให้ $P = (i\Gamma/\text{Ad}_N)p$ และ $Q = (\Gamma/\text{Ad}_N)q$ แทนลงในสมการ (4.30) ได้

$$\Delta_d = - \frac{(\text{Ad}_N/\Gamma) UT \sum (u_N^2 + 1)^{-1/2} (p^2 + q^2)^{-1}}{1 - (\text{Ad}_N/\Gamma)^2 UT \sum (p^2 + q^2)^{-1}}$$

พิจารณากรณีที่ $U \rightarrow \infty$ ดังนั้น $UT \gg 1$ จะได้

$$\begin{aligned} \Delta_d &= \frac{(\text{Ad}_N/\Gamma) T \sum (u_N^2 + 1)^{-1/2} (p^2 + q^2)^{-1}}{(\text{Ad}_N/\Gamma)^2 T \sum (p^2 + q^2)^{-1}} \\ &= (\text{Ad}_N/\Gamma) U^* T \sum (u_N^2 + 1)^{-1/2} (p^2 + q^2)^{-1} \end{aligned}$$

เมื่อ

$$U^* = \left[(\text{Ad}_N/\Gamma)^2 T \sum (p^2 + q^2)^{-1} \right]^{-1}$$

ที่ $T \rightarrow 0$ ค่าล็กยังผล u^* นี้ค่าประมาณ $(\pi \Gamma / \text{Ad}_N)^2 / 4T_K$ ดังนั้นได้

$$\Delta_d = (\pi \Gamma / 4T_K \text{Ad}_N) \pi T \sum (u_N^2 + 1)^{-1/2} \left[\left(\tilde{w} + u_N (u_N^2 + 1)^{-1/2} \right)^2 + \left(\text{Ad}_N \Delta_d / \Gamma - (u_N^2 + 1)^{-1/2} \right)^2 \right]^{-1} \quad (4.31)$$

แทนสมการ (4.14), (4.20) และ (4.29) ลงในสมการ (4.3) ได้

$$\begin{aligned} \Sigma_N(w) = & - \frac{\pi t^2 \text{Ad}_S N_S(0)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} (iu_S \hat{\tau}_0 - \hat{\tau}_1) - \frac{1}{2\tau_S} \frac{(iu_N \hat{\tau}_0 + \hat{\tau}_1)}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \\ & + \frac{N_i}{\pi N_N(0)} \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \frac{(P \hat{\tau}_0 + Q \hat{\tau}_1)}{P^2 - Q^2} \end{aligned}$$

ใช้ค่า Γ_N จากสมการ (4.15) และจัดรูปใหม่ได้

$$\begin{aligned} \Sigma_N(w) = & \left[\frac{N_i}{\pi N_N(0)} \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \frac{P}{P^2 - Q^2} - \frac{1}{2\tau_S} \frac{iu_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} - \frac{iu_S \Gamma_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_0 \\ & + \left[\frac{N_i}{\pi N_N(0)} \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \frac{Q}{P^2 - Q^2} - \frac{1}{2\tau_S} \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} + \frac{\Gamma_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right] \hat{\tau}_1 \end{aligned} \quad (4.32)$$

สมการเชลล์-คอนวิสแทนต์สำหรับตัวไม่ทราบค่า $u_S(N)$

จากสมการ (4.5) เรามี

$$i\tilde{w}_S \hat{\tau}_0 - \varepsilon_{KS} \hat{\tau}_3 - \tilde{\Delta}_S \hat{\tau}_1 = iw \hat{\tau}_0 - \varepsilon_{KS} \hat{\tau}_3 - \Delta_S \hat{\tau}_1 - \Sigma_S(w)$$

นั่นคือ

$$i(w - \tilde{w}_S) - (\tilde{\Delta}_S - \Delta_S) = \Sigma_S(w) \quad (4.33)$$

แทนค่า $\Sigma_S(w)$ จากสมการ (4.16) แล้วเปรียบเทียบกับสมาชิกของเมตริกซ์ทั้งสองข้าง
จะได้

$$w - \tilde{w}_S = -\Gamma_S (u_{N+1}^2)^{-1/2}$$

$$\tilde{\Delta}_S - \Delta_S = \Gamma_S (u_{N+1}^2)^{-1/2}$$

จากสมการทั้งสองนี้และความสัมพันธ์ $u_S = \tilde{w}_S / \tilde{\Delta}_S$ จะได้

$$\begin{aligned} w &= u_S \tilde{\Delta}_S - u_N \Gamma_S (u_{N+1}^2)^{-1/2} \\ &= u_S \left[\Delta_S + \Gamma_S (u_{N+1}^2)^{-1/2} \right] - \Gamma_S u_N (u_{N+1}^2)^{-1/2} \end{aligned}$$

ดังนั้น ได้

$$\frac{w}{\Delta_S} = u_S + \frac{\Gamma_S}{\Delta_S} \frac{u_S - u_N}{(u_{N+1}^2)^{1/2}} \quad (4.34)$$

ในทำนองเดียวกัน จากสมการ (4.6) ใช้ค่า $\Sigma_N(w)$ จากสมการ (4.32) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{w}{\Delta_N} &= u_N \left[1 + \frac{N_i}{\pi N_N(0) \Delta_N} \frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \frac{Q}{(P^2 - Q^2)} - \frac{1}{2\Gamma_S \Delta_N} \frac{1}{(u_{N+1}^2)^{1/2}} + \frac{\Gamma_N}{\Delta_N} \frac{1}{(u_{N+1}^2)^{1/2}} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2\Gamma_S \Delta_N} \frac{u_N}{(u_{N+1}^2)^{1/2}} - \frac{\Gamma_N}{\Delta_N} \frac{u_S}{(u_{N+1}^2)^{1/2}} + \frac{N_i}{\pi N_N(0) \Delta_N} \left(\frac{\Gamma}{\text{Ad}_N} \right)^2 \frac{1}{P^2 - Q^2} \left[\bar{w} + \frac{u_N}{(u_{N+1}^2)^{1/2}} \right] \end{aligned} \quad (4.35a)$$

เมื่อแทนค่า P, Q จากสมการ (4.28) ลงในสมการ (4.35) จะได้

$$\frac{v}{\Delta_N} = u_N \left\{ 1 - \frac{N_i \left[\frac{Ad_N \Delta_d}{\Gamma} - \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right]}{\pi N_N(0) \Delta_N \left[\left(\bar{w} + \frac{u_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right)^2 + \left(\frac{Ad_N \Delta_d}{\Gamma} - \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right)^2 \right]} \right. \\ \left. - \frac{1}{2u_S \Delta_N} \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} + \frac{\Gamma_N}{\Delta_N} \frac{1}{(u_S^2 + 1)^{1/2}} \right\} - \frac{1}{2u_S \Delta_N} \frac{u_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} + \frac{\Gamma_N}{\Delta_N} \frac{u_S}{(u_S^2 + 1)^{1/2}} \\ - \frac{N_i \left[\bar{w} + \frac{u_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right]}{\pi N_N(0) \Delta_N \left[\left(\bar{w} + \frac{u_N}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right)^2 + \left(\frac{Ad_N \Delta_d}{\Gamma} - \frac{1}{(u_N^2 + 1)^{1/2}} \right)^2 \right]}$$

(4.35b)

สมการ (4.34) และ (4.35) เป็นสมการเรโซแนนซ์-คอนฟิเดนท์สำหรับ u_S และ u_N ตามลำดับ

ที่อนุกรมวิธาน ๆ อนุกรมวิธานของแบบ S และ N นั้น $u_{S(N)} \gg 1$ ดังนั้น
จะได้

$$\left(u_{S(N)}^2 + 1 \right)^{1/2} \simeq u_{S(N)}$$

และออร์เดอร์พารามิเตอร์ $\Delta_{S(N)}$ มีค่าน้อย ถ้าเราประมาณค่า $u_{S(N)}$ ด้วย $u_{S(N)}^0$ และคิดละเอียดถึงค่ากำลังหนึ่งของ $\Delta_{S(N)}$ จากสมการ (4.34) จะได้

$$u_S^0 = \frac{w + \Gamma_S}{\Delta_S + \Gamma_S/u_N^0} \quad (4.36)$$

ค่าประมาณของ Δ_d จากสมการ (4.31) เขียนได้เป็น

$$\Delta_d = \frac{\pi \Gamma}{4 T_K \Delta_N} \frac{d_1}{\Delta_N} \quad (4.37)$$

จากทฤษฎี HIN (Hatsuura. 1977 : 1323) ได้

$$d_1 = \frac{\phi_1(T)}{1 + (n/4 T_K \rho) \phi_2(T)} \quad (4.38)$$

$$\phi_k(T) = 2 \pi T \sum_{w=0}^{w_{DN}} \frac{1}{(1+\bar{w})^{2k} (w+1/\bar{S})^*} \quad (4.39)$$

เมื่อ n เป็นความเข้มข้นของสิ่งเจือปน ρ เป็นความหนาแน่นสถานะของแถบ N ต่ออะตอม
ซึ่ง $n/\rho = N_i/N_N(0)$, w_{DN} เป็นความถี่ขีดขายของแถบ N และ $1/\bar{S}^*$ เป็นค่ายังผล
ของพารามิเตอร์การแตกคู่ ซึ่ง

$$\frac{1}{\bar{S}^*} = \frac{1}{\bar{S}} + \frac{n\bar{w}}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} \quad (4.40)$$

แทนค่า Δ_d จากสมการ (4.37) ลงในสมการ (4.35b) และใช้การประมาณเช่นเดิม
จะได้

$$w = u_N^0 \left[\Delta_N - \frac{n}{\pi \rho} \frac{(\pi \Delta_N d_1 / 4 T_K - 1/u_N^0)}{(1+\bar{w})^2} - \frac{1}{2 \bar{S} u_N^0} + \frac{\Gamma_N}{u_S^0} \right] - \frac{n}{\pi \rho (1+\bar{w})} - \frac{1}{2 \bar{S}} - \Gamma_N \quad (4.41)$$

เมื่อแทนค่า u_S^0 จากสมการ (4.36) แล้วจัดรูปใหม่ จะได้

$$u_N^0 = \frac{w(w+\Gamma_N+\Gamma_S) + (w+\Gamma_S)/\tau_S^*}{\Delta_N \left[w + \Gamma_S + \Gamma_N/y - nd_1(w+\Gamma_S)/4T_K\rho(1+\bar{w})^2 \right]} \quad (4.42)$$

เมื่อ y เป็นอัตราส่วนของออร์เตอร์พารามิเตอร์ ที่กำหนดโดย

$$y = \Delta_N/\Delta_S$$

แทนค่า u_N^0 จากสมการ (4.42) ลงในสมการ (4.36) จะได้

$$u_S^0 = \frac{w(w+\Gamma_S+\Gamma_N) + (w+\Gamma_S)/\tau_S^*}{\Delta_S \left[w + \Gamma_N + 1/\tau_S^* + y\Gamma_S \left(1 - nd_1/4T_K\rho(1+\bar{w})^2 \right) \right]} \quad (4.43)$$

สำหรับการประมาณที่จะเอียงยิ่งขึ้น เรากำหนดให้

$$u_{S(N)} = u_{S(N)}^0 + u_{S(N)}^1 \quad (4.44)$$

โดยที่ $u_{S(N)}^1 \ll u_{S(N)}^0$ ดังนั้นเราคิดจะเอียงถึงแค่พจน์ที่มีระดับขนาดเดียวกันกับ $u_{S(N)}^1/(u_{S(N)}^0)^2$ จึงจะได้

$$\frac{1}{\left[(u_{S(N)}^0)^2 + 1 \right]^{3/2}} = \frac{1}{u_{S(N)}^0} - \frac{u_{S(N)}^1}{(u_{S(N)}^0)^2} - \frac{1}{2(u_{S(N)}^0)^3} \quad (4.45)$$

แทนสมการ (4.45) ลงในสมการ (4.34) และใช้การกะประมาณดังกล่าว จะได้

$$u_{S+N}^0 + u_{S+N}^1 = \frac{w+\Gamma_S}{\Delta_S} + \frac{\Gamma_S}{\Delta_S} \left[-\frac{u_S^0}{u_N^0} - \frac{u_S^1}{u_N^0} + \frac{u_S^0 u_N^1}{(u_N^0)^2} - \frac{1}{2(u_N^0)^2} + \frac{u_S^0}{2(u_N^0)^3} \right] \quad (4.46)$$

จากสมการ (4.36) จัดรูปใหม่เป็น

$$u_S^o = \frac{w + \Gamma_S}{\Delta_S} - \frac{\Gamma_S}{\Delta_S} \frac{u_S^o}{u_N^o} \quad (4.47)$$

จากสมการ (4.46) และ (4.47) จะได้อัตราสัมพันธ์

$$u_S^1 \left[1 + \frac{\Gamma_S}{u_N^o \Delta_S} \right] - u_N^1 \left[\frac{\Gamma_S u_S^o}{\Delta_S (u_N^o)^2} \right] = \frac{\Gamma_S}{2 \Delta_S (u_N^o)^2} \left[\frac{u_S^o}{u_N^o} - 1 \right] \quad (4.48)$$

ในการประมาณเช่นเดียวกันกับสมการ (4.35b) ได้

$$\begin{aligned} w = & u_N^o \left[\Delta_N - \frac{nx}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} - \frac{1}{2 \tau_S u_N^o} - \frac{\Gamma_N}{u_S^o} \right] - \frac{1}{2 \tau_S} - \Gamma_N - \frac{n}{\pi \rho (1+\bar{w})} \\ & + u_N^o \left[- \frac{nx}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} \left(\frac{1}{(1+\bar{w})(u_N^o)^2} - \frac{x^2}{(1+\bar{w})^2} \right) - \frac{n(u_N^1 + 1/2 u_N^o)}{\pi \rho (u_N^o (1+\bar{w}))^2} \right. \\ & + \left. \frac{u_N^1}{2 \tau_S (u_N^o)^2} + \frac{1}{4 \tau_S (u_N^o)^3} - \frac{\Gamma_N u_S^1}{(u_S^o)^2} - \frac{\Gamma_N}{2 (u_S^o)^3} \right] + \frac{1}{4 \tau_S (u_N^o)^2} + \frac{\Gamma_N}{2 (u_S^o)^2} \\ & + u_N^1 \left[\Delta_N - \frac{nx}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} - \frac{1}{2 \tau_S u_N^o} + \frac{\Gamma_N}{u_S^o} \right] + \frac{n}{2 \pi \rho (u_N^o (1+\bar{w}))^2} \\ & - \frac{n}{\pi \rho (1+\bar{w})} \left[\frac{1}{(1+\bar{w})(u_N^o)^2} - \frac{x^2}{(1+\bar{w})^2} \right] \quad (4.49) \end{aligned}$$

๑
๑๒๐

$$x = \frac{\pi \Delta_N d_1}{4 \tau_K} - \frac{1}{u_N^o}$$

จากสมการ (4.41) และ (4.49) จะได้

$$u_N^1 \left[\Delta_N + \frac{\Gamma_N}{u_S^0} - \frac{nd_1 \Delta_N}{4T_K \rho (1+\bar{w})^2} \right] - u_S^1 \left[\frac{u_N^0 \Gamma_S}{(u_S^0)^2} \right] + \frac{1}{2T_S (u_N^0)^2} - \frac{u_N^0 \Gamma_N}{2(u_S^0)^3} + \frac{\Gamma_N}{2(u_S^0)^2} \\ - \frac{1}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} \left[\frac{1}{(u_N^0)^2} - \frac{x^2}{(1+\bar{w})} \right] \left[1 + \frac{xu_N^0}{(1+\bar{w})} \right] = 0 \quad (4.50)$$

ใช้สมการ (4.48) และ (4.50) จะได้

$$\frac{u_S^1}{u_S^0} = \frac{\Gamma_S}{2\Delta_S (u_N^0)^2} \left[\left(\frac{1}{u_N^0} - \frac{1}{u_S^0} \right) \left(u_S^0 + \frac{\Gamma_N}{\Delta_N} - \frac{\Gamma_N u_N^0}{\Delta_N u_S^0} \right) - \frac{nd_1}{4T_K \rho (1+\bar{w})^2} \left(\frac{u_S^0}{u_N^0} - 1 \right) \right. \\ \left. - \frac{u_S^0}{T_S \Delta_N (u_N^0)^2} + \frac{2nu_S^0}{\pi \rho \Delta_N (1+\bar{w})^2} \left[\frac{1}{(u_N^0)^2} - \frac{1}{(1+\bar{w})} \left(\frac{\pi \Delta_N d_1}{4T_K} - \frac{1}{u_N^0} \right)^2 \right] \right. \\ \left. \times \left[1 + \frac{u_N^0}{(1+\bar{w})} \left(\frac{\pi \Delta_N d_1}{4T_K} - \frac{1}{u_N^0} \right) \right] \right] \left[u_S^0 \left(1 - \frac{nd_1}{4T_K \rho (1+\bar{w})^2} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\Delta_S u_N^0} \right) + \frac{\Gamma_N}{\Delta_N} \right]^{-1} \quad (4.51)$$

จากสมการ (4.48) จัดรูปใหม่ได้

$$\frac{u_N^1}{u_N^0} = \frac{\Delta_S u_N^0}{\Gamma_S} \left[\frac{u_S^1}{u_S^0} \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\Delta_S u_N^0} \right) - \frac{\Gamma_S}{2\Delta_S (u_N^0)^2} \left(\frac{1}{u_N^0} - \frac{1}{u_S^0} \right) \right] \quad (4.52)$$

แทนค่า u_S^0/u_N^0 จากสมการ (4.51) ลงในสมการ (4.52) สุดท้ายจะได้

$$\begin{aligned}
\frac{u_N^1}{u_N^0} = & \frac{\Gamma_N}{2\Delta_N(u_S^0)^2} \left[\left(\frac{1}{u_S^0} - \frac{1}{u_N^0} \right) \left(u_N^0 + \frac{\Gamma_S}{\Delta_S} - \frac{\Gamma_S u_S^0}{\Delta_S u_N^0} \right) + \frac{\Delta_N}{\Gamma_N} \left(u_S^0 + \frac{\Gamma_S u_S^0}{\Delta_S u_N^0} \right) \right] \left\{ - \frac{u_S^0}{\tau_S \Delta_N (u_N^0)^2} \right. \\
& + \frac{2nu_S^0}{\pi \rho \Delta_N (1+\bar{w})^2} \left[\frac{1}{(u_N^0)^2} - \frac{1}{(1+\bar{w})} \left(\frac{\pi \Delta_N d_1}{4T_K} - \frac{1}{u_N^0} \right)^2 \right] \left[1 + \frac{u_N^0}{(1+\bar{w})} \left(\frac{\pi \Delta_N d_1}{4T_K} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{u_N^0} \right) \right] \right\} \left[u_N^0 \left(1 - \frac{nd_1}{4T_K \rho (1+\bar{w})^2} \right) \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\Delta_S u_N^0} \right) + \frac{\Gamma_N u_N^0}{\Delta_N u_S^0} \right]^{-1} \quad (4.53)
\end{aligned}$$

เพื่อให้การคำนวณค่า $u_{S(N)}$ ทำได้ง่ายขึ้น เราเขียน

$$u_{S(N)} = P_{S(N)} / \Delta_{S(N)} - Q_{S(N)} \Delta_{S(N)} \quad (4.54)$$

เปรียบเทียบกับสมการ (4.44) กับ (4.54) จะได้ว่า

$$u_{S(N)}^0 = P_{S(N)} / \Delta_{S(N)} \quad (4.55)$$

$$u_{S(N)}^1 = -Q_{S(N)} \Delta_{S(N)} \quad (4.56)$$

จากสมการ (4.43) และ (4.42) ใช้ความสัมพันธ์ (4.55) ได้

$$P_S = \frac{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*}{w + \Gamma_N + 1/\tau_S^* + y\Gamma_S \left[1 - nd_1/4T_K \rho (1+\bar{w})^2 \right]} \quad (4.57)$$

$$P_N = \frac{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*}{w + \Gamma_S \left[1 - nd_1/4T_K \rho (1+\bar{w})^2 \right] + \Gamma_N/y - nd_1 \bar{w} / \pi \rho (1+\bar{w})^2} \quad (4.58)$$

แทนค่า $n_{S(N)}^0$ และ $n_{S(N)}^1$ จากสมการ (4.55) และ (4.56) ลงในสมการ (4.51) และ (4.53) จัดรูปใหม่ จะได้

$$Q_S = \frac{y^2 \Gamma_S}{2P_N^2} \left[\left(1 - \frac{yP_S}{P_N} \right) \left(P_S + \frac{\Gamma_N}{y} - \frac{\Gamma_N P_N}{y^2 P_S} \right) + \frac{yP_S^2}{\Gamma_S P_N^2} + \frac{nd_1 P_S}{4T_K \rho (1+\bar{w})^2} \left(\frac{yP_S}{P_N} - 1 \right) \right. \\ \left. - \frac{2nyP_S^2}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} \left(\frac{1}{P_N^2} - \frac{(\pi d_1 / 4T_K - 1/P_N)^2}{(1+\bar{w})} \right) \left(1 + \frac{P_N (\pi d_1 / 4T_K - 1/P_N)}{(1+\bar{w})} \right) \right] \\ \times \left[P_S \left(1 - \frac{nd_1}{4T_K \rho (1+\bar{w})^2} \right) \left(1 + \frac{y\Gamma_S}{P_N} \right) + \frac{\Gamma_N}{y} \right]^{-1} \quad (4.59)$$

$$Q_N = \frac{\Gamma_N}{2y^2 P_S^2} \left[\left(1 - \frac{P_N}{yP_S} \right) \left(P_N + y\Gamma_S - \frac{y^2 P_S \Gamma_S}{P_N} \right) - \frac{yP_S P_N}{\Gamma_N} \left(1 + \frac{y\Gamma_S}{P_N} \right) \left[- \frac{yP_S}{\Gamma_S P_N^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2nyP_S}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} \left(\frac{1}{P_N^2} - \frac{(\pi d_1 / 4T_K - 1/P_N)^2}{(1+\bar{w})} \right) \left(1 + \frac{P_N (\pi d_1 / 4T_K - 1/P_N)}{(1+\bar{w})} \right) \right] \right] \\ \times \left[P_N \left(1 - \frac{nd_1}{4T_K \rho (1+\bar{w})^2} \right) \left(1 + \frac{y\Gamma_S}{P_N} \right) + \frac{\Gamma_N P_N}{yP_S} \right]^{-1} \quad (4.60)$$

สมการ (4.57)-(4.59) เป็นสมการที่กำหนดอุณหภูมิวิกฤตและความร้อนจำเพาะที่ T_K -
ถวณองของระบบ

ออร์เตอร์พารามิเตอร์ของอนุกรม T

ที่อนุกรม T ใน ๆ ออร์เตอร์พารามิเตอร์ $\Delta_{S(N)}$ จะหาได้จากสมการเชลล์-คอนสแตนท์

$$\Delta_{S(N)} = \lambda_{S(N)} 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS(N)}} \left[u_{S(N)}^2(w) + 1 \right]^{-1/2} \quad (4.61)$$

เมื่อ $\lambda_{S(N)}$ เป็นศักย์อันตรกิริยาคตามทฤษฎี BCS สำหรับแผ่น S และ N ดัง

$$1/\lambda_{S(N)} = \ln(2rw_{DS(N)}/\pi T_{CS(N)}^B) \quad (4.62)$$

ในทันที $T_{CS(N)}^B$ เป็นอุณหภูมิวิกฤตของ S หรือ N บริสุทธิ์ที่ไม่ได้อยู่ติดกัน $w_{DS(N)}$ เป็นความถี่ของแผ่น S(N) และ $r \approx 1.781$

กระจายพลังงานทางขวามือของสมการ (4.61) โดยใช้ค่าจากสมการ (4.54) ได้

$$\Delta_{S(N)} = \lambda_{S(N)} 2\pi T \sum \left[\frac{\Delta_{S(N)}}{P_{S(N)}} + \Delta_{S(N)}^3 \left(\frac{Q_{S(N)}}{P_{S(N)}^2} - \frac{1}{2P_{S(N)}^3} \right) \right] \quad (4.63)$$

กำหนดให้

$$f(T) \equiv 2\pi T \sum_{n=0}^{n_{DS}} (1/w_n) = \ln(2rw_{DS}/\pi T) \quad (4.64a)$$

$$g(T) \equiv 2\pi T \sum_{n=0}^{n_{DN}} (1/w_n) = \ln(2rw_{DN}/\pi T) \quad (4.64b)$$

เมื่อ $w_n = 2\pi T(n+1/2)$ และ $n_{DS(N)} = w_{DS(N)}/2\pi T$

ถ้า $n_{DN} > n_{DS}$ จะได้ว่า

$$g(T) = f(T) + X \quad (4.65)$$

$$X = \ln(w_{DN}/w_{DS}) \quad (4.66)$$

จากสมการ (4.63) ใช้ $\Delta_{S(N)}$ หาคัดออก ได้

$$\frac{1}{\lambda_{S(N)}} = 2\pi T \sum \left[\frac{1}{P_{S(N)}} + \Delta_{S(N)}^2 \left(\frac{Q_{S(N)}}{P_{S(N)}^2} - \frac{1}{2P_{S(N)}^3} \right) \right] \quad (4.67)$$

จากสมการ (4.62), (4.64) และ (4.67) จะได้

$$\ln\left(\frac{T}{T_{cS(N)}^B}\right) = 2\pi T \sum \left(\frac{1}{P_{S(N)}} - \frac{1}{w} \right) + \Delta_{S(N)}^2 2\pi T \sum \left(\frac{Q_{S(N)}}{P_{S(N)}^2} - \frac{1}{2P_{S(N)}^3} \right) \quad (4.68)$$

ถ้าให้ q อุณหภูมิวิกฤตของแผ่นฟิล์มทั้งสอง ($T \rightarrow T_{cS(N)}$) นั้น $\Delta_{S(N)} \rightarrow 0$ แทนค่าลงในสมการ (4.68) จะได้สมการสำหรับอุณหภูมิวิกฤตเป็น

$$\ln(T_{cS(N)}/T_{cS(N)}^B) = 2\pi T_{cS(N)} \sum \left(\frac{1}{P_{S(N)}} - \frac{1}{w} \right) \quad (4.69)$$

เขียนสมการ (4.69) ใหม่ในรูป

$$\ln(T_{cS(N)}^B/T) = B_{oS(N)}(n, T) + (\frac{1}{2})(\Delta_S/2\pi T)^2 B_{1S(N)}(n, T) \quad (4.70)$$

เมื่อ

$$B_{oS(N)}(n, T) = -2\pi T \sum \left(\frac{1}{P_{S(N)}} - \frac{1}{w} \right) \quad (4.71)$$

$$B_{1S(N)}(n, T) = -2(2\pi T)^3 \sum \left(\frac{Q_{S(N)}}{P_{S(N)}^2} - \frac{1}{2P_{S(N)}^3} \right) \quad (4.72)$$

แทนค่า P_S จากสมการ (4.57) ลงในสมการ (4.71) แล้วจัดรูปใหม่ จะได้

$$B_{OS}(n,T) = \Gamma_S \left[(1-y) \bar{K}_S + (nd_1 y / 4T_K \rho) \bar{R}_S + \bar{L}_S \right] \quad (4.73)$$

เพื่อหาค่า $\bar{K}_S$, $\bar{L}_S$ และ $\bar{R}_S$ กำหนดโดย

$$\bar{K}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{1}{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*} \quad (4.74a)$$

$$\bar{L}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{(1/w\tau_S^*)}{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*} \quad (4.74b)$$

$$\bar{R}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{1}{(1+w)^2 \left[w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^* \right]} \quad (4.74c)$$

จากสมการ (4.69), (4.71) และ (4.73) จะหาได้ว่า

$$\ln(T_{CS}^B/T_{CS}) = \Gamma_S \left[(1-y_c) \bar{K}_S + (nd_1/4T_K \rho) y_c \bar{R}_S + \bar{L}_S \right] \quad (4.75)$$

ในที่นี้ $y_c = (\Delta_N/\Delta_S)|_{T=T_c}$ เมื่อ T_c เป็นอุณหภูมิวิกฤตของระบบ S-N ที่อยู่ติดกัน
กรณีแผ่นฟิล์ม S และ N อยู่ติดกันเป็นระบบ S-N นั้น $T_{CS} = T_{CN} = T_c$ ดังนั้นค่าของ
 y_c หาได้ดังต่อไปนี้

พิจารณาทางด้าน S ของระบบ ที่อุณหภูมิ T_c ($T_c = T_{CS}$) จากสมการ
(4.64a) และ (4.67) จะได้

$$\frac{1}{\lambda_S} - f(T_c) = 2\pi T_c \sum_{w=0}^{w_{DS}} \left(\frac{1}{P_S} - \frac{1}{w} \right) \quad (4.76)$$

จากสมการ (4.71) จะเห็นว่าค่าทางด้านขวาของสมการ (4.76) คือ ค่า $B_{OS}(n,T_c)$
ซึ่งหาได้จากสมการ (4.73) ดังนั้น

$$\frac{1}{\lambda_S} - f(T_c) = \Gamma_S \left[(1-y_c) \bar{K}_S + (nd_1/4T_K \rho) y_c \bar{R}_S + \bar{L}_S \right]$$

จัดรูปใหม่ สุดท้ายจะได้

$$y_c = \frac{1/\lambda_S - f(T_c) + \Gamma_S (\bar{K}_S + \bar{L}_S)}{\Gamma_S [\bar{K}_S - (nd_1/4T_K \rho) \bar{R}_S]} \quad (4.77)$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับทางเดิน N ของระบบ ที่อุณหภูมิ T_c จะได้

$$\frac{1}{\lambda_N} - f(T_c) - \ln \left(\frac{w_{DN}}{w_{DS}} \right) = 2\pi T_c \sum_{w=0}^{w_{DN}} \left(\frac{1}{P_N} - \frac{1}{w} \right) \quad (4.78)$$

ใช้ค่า P_N จากสมการ (4.58) แทนลงในสมการ (4.78) จัดรูปใหม่ สุดท้ายจะได้

$$y_c = \Gamma_N \bar{K}_N \left[1/\lambda_N - f(T_c) - \ln(w_{DN}/w_{DS}) + \Gamma_N \bar{K}_N + \bar{Q}_N + \Gamma_S \bar{L}_N + (nd_1/4T_K \rho) (\bar{S}_N + \Gamma_S \bar{R}_N) \right]^{-1} \quad (4.79)$$

เมื่อ

$$\bar{Q}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{1/\tau_S^*}{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*} \quad (4.80a)$$

$$\bar{S}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{w}{(1+w)^2 \left[w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^* \right]} \quad (4.80b)$$

ถ้ากำจัด y_c ออกจากสมการ (4.77) และ (4.79) จะได้สมการกำลังสองของ $f(T_c)$

ซึ่งเป็นสมการ (53) ในงานวิจัยของ สุทัศน์ ยกส้าน (Yoksan. 1982 : 33)

จากสมการ (4.70) สำหรับทางเดิน S จะได้

$$\ln(T_{cs}^B/T) - \ln(T_{cs}^B/T_{cs}) = B_{oS}(n,T) + (\frac{1}{2})(\Delta_S/2\pi T)^2 B_{1S}(n,T) - B_{oS}(n,T_{cs})$$

จัดรูปใหม่ได้

$$\Delta_S^2 = \frac{2(2\pi T)^2}{B_{1S}(n, T)} \left[\ln(T_{cS}/T) - B_{0S}(n, T) + B_{0S}(n, T_{cS}) \right] \quad (4.81)$$

ถ้า $T \rightarrow T_{cS}$ เราเขียน $T = T_{cS} + \Delta T$ จะได้

$$\begin{aligned} \ln(T_{cS}/T) &= -\ln(1 + \Delta T/T_{cS}) \\ &= -(1 + \Delta T/T_{cS}) = -1 - T/T_{cS} \end{aligned} \quad (4.82)$$

โดยการกระจาย $B_{0S}(n, T)$ รอบ T_{cS} จะได้

$$B_{0S}(n, T) = B_{0S}(n, T_{cS}) + (T - T_{cS}) \frac{\partial B_{0S}(n, T_{cS})}{\partial T_{cS}} + \dots \quad (4.83)$$

แทนค่าสมการ (4.82) และ (4.83) ลงในสมการ (4.81) จัดรูปใหม่ได้

$$\Delta_S^2 = \frac{2(2\pi T_{cS})^2}{B_{1S}(n, T_{cS})} \left[1 + T_{cS} \frac{\partial B_{0S}(n, T_{cS})}{\partial T_{cS}} \right] (1 + T/T_{cS}) \quad (4.84)$$

จากวิธีการเช่นเดียวกันนี้ สำหรับทางแผน N สูตรของ Δ_N^2 จะได้จากการเปลี่ยน S ในสมการ (4.85) เป็น N

ค่าความร้อนจำเพาะที่ต่ำต่อเนื่อง ณ จุดวิกฤต

ผลต่างของพลังงานอิสระระหว่างสถานะที่เป็นตัวนำยิ่งยวดกับสถานะที่เป็นตัวนำธรรมดา สำหรับแผน S หาได้จากสูตร

$$(\Delta F)_S = \int_0^{\epsilon_S} \delta(1/\epsilon_S) \Delta_S^2 \quad (4.85)$$

จากทฤษฎี BCS

$$1/\lambda_S = 1/\epsilon_S N_S(0) A_{DS} = \ln(2rw_D/\pi T_{cS}^B)$$

หรือ

$$1/g_S = Ad_S N_S(0) \ln(2rw_D / \pi T_{CS}^B)$$

ดังนั้นได้

$$\delta(1/g_S) = - Ad_S N_S(0) \left[\delta(T_{CS}^B) / T_{CS}^B \right] \quad (4.86)$$

จากการใช้เฟอเรนทีเอล สมการ (4.70) จะได้

$$\delta(T_{CS}^B) / T_{CS}^B = B_{1S}(n, T) (2\pi T)^{-2} \Delta_S \delta \Delta_S \quad (4.87)$$

จากสมการ (4.86) และ (4.87) ได้

$$\delta(1/g_S) = - Ad_S N_S(0) B_{1S}(n, T) (2\pi T)^{-2} \Delta_S \delta \Delta_S \quad (4.88)$$

แทนค่าจากสมการ (4.88) ลงในสมการ (4.85) ได้

$$\begin{aligned} \Delta F)_S &= - \int_0^{\Delta_S} Ad_S N_S(0) B_{1S}(n, T) (2\pi T)^{-2} \Delta_S^3 \delta \Delta_S \\ &= - \frac{Ad_S N_S(0) B_{1S}(n, T) \Delta_S^4}{4(2\pi T)^2} \end{aligned}$$

ที่อุณหภูมิวิกฤต ($T = T_{CS}$) ได้

$$\Delta F)_S = - \frac{Ad_S N_S(0) B_{1S}(n, T_{CS}) \Delta_S^4}{4(2\pi T_{CS})^2} \quad (4.89)$$

ความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่อง ที่อุณหภูมิวิกฤตสำหรับแผน S หาได้จากสูตร

$$\Delta C)_S = - T_{CS} \left. \frac{\partial^2 \Delta F)_S}{\partial T^2} \right|_{T=T_{CS}} \quad (4.90)$$

แทนค่า Δ_S^2 จากสมการ (4.84) ลงในสมการ (4.89) จะได้

$$\Delta F)_S = - \frac{Ad_{SN}(0)(2\pi T_{cS})^2}{B_{1S}(n, T_{cS})} \left[1 + T_{cS} \frac{\partial B_{oS}(n, T_{cS})}{\partial T_{cS}} \right]^2 (1 - T/T_{cS})^2 \quad (4.91)$$

แทนค่าจากสมการ (4.91) ลงในสมการ (4.90) สุดท้ายจะได้

$$\Delta C)_S = \frac{8\pi^2 T_{cS} Ad_{SN}(0)}{B_{1S}(n, T_{cS})} \left[1 + T_{cS} \frac{\partial B_{oS}(n, T_{cS})}{\partial T_{cS}} \right]^2 \quad (4.92)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$\Delta C)_N = \frac{8\pi^2 T_{cN} Ad_{NN}(0)}{B_{1N}(n, T_{cN})} \left[1 + T_{cN} \frac{\partial B_{oN}(n, T_{cN})}{\partial T_{cN}} \right]^2 \quad (4.93)$$

สมการ (4.92) และ (4.93) เป็นสูตรที่ใช้หาค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องของระบบเมื่อคิดทางด้าน S และ N ตามลำดับ

จากทฤษฎี BCS ความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตของแผ่นฟิล์ม S บริสุทธิ์ที่ไม่ได้อยู่ติดกับ N มีค่าเป็น

$$\Delta C)_S^0 = 8\pi^2 T_{cS}^B Ad_{SN}(0)/7\zeta(3) \quad (4.94)$$

จากสมการ (4.92) และ (4.94) จะได้ อัตราส่วนของค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤต เป็น

$$\frac{\Delta C)_S}{\Delta C)_S^0} = \frac{T_{cS}}{T_{cS}^B} \frac{7\zeta(3)}{B_{1S}(n, T_{cS})} \left[1 + T_{cS} \frac{\partial B_{oS}(n, T_{cS})}{\partial T_{cS}} \right]^2 \quad (4.95)$$

ความร่อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิจากสำหรับกรณีเฉพาะกรณีต่าง ๆ

กรณีที่ 1 เมื่อแผ่น S และ N ไม่มีสิ่งเจือปนและไม่ให้อา่งอยู่ติดกัน นั่นคือ $n = N_i = 0$ และ $t = 0$

ในกรณีนี้ $T_{oS(N)} = T_{oS(N)}^B$, $P_{S(N)} = 0$ และ $1/T_S^* = 0$ แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.57)-(4.60) จะได้ว่า

$$P_{S(N)} = w, \quad Q_{S(N)} = 0$$

แทนค่าที่ได้ลงในสมการ (4.71) และ (4.72) จะได้

$$B_{oS(N)}(n, T) = 0$$

$$B_{1S(N)}(n, T) = (2\pi T)^3 \sum_{w>0} \frac{1}{w^3} = 7\zeta(3)$$

เมื่อ $\zeta(m)$ เป็นเซตาฟังก์ชันรีมานน์ ซึ่งกำหนดโดย

$$\psi^{(m)}(\frac{1}{2}) = (-1)^m m! (2^{m+1} - 1) \zeta(m+1)$$

โดยที่ $\psi^{(m)}(\frac{1}{2})$ เป็นโพลิแกมมาฟังก์ชัน ซึ่ง

$$\psi(\frac{1}{2}) = \sum_{n \geq 0} \frac{1}{2n+1}$$

$$\psi^{(m)}(\frac{1}{2}) = \sum_{n \geq 0} \frac{1}{(2n+1)^{m+1}}$$

ดังนั้นจากสมการ (4.92) และ (4.93) จะได้

$$\Delta C)_{S(N)} = 8\pi^2 A d_{S(N)} N_{S(N)}(0) T_{oS(N)}^B / 7\zeta(3)$$

ซึ่งเป็นค่าความร่อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิจากสำหรับสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ตาม

ทฤษฎี BCS

กรณีที่ 2 เมื่อแผ่น S และ N ไม่มีสิ่งเจือปน และวางติดกัน นั่นคือ $n = 0$ และ $t \neq 0$

ในกรณีที่ $\Gamma_{S(N)} \neq 0$ และ $1/\epsilon_S^* = 0$ เราสามารถแยกพิจารณาได้เป็น 2 กรณีย่อย คือ

2.1) เมื่อแผ่น N ไม่เป็นตัวนำยิ่งยวด นั่นคือ $\lambda_N = 0$ ดังนั้น $\Delta_N = 0$,
 $y = 0$ จะได้

$$P_S = \frac{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S)}{w + \Gamma_N}$$

$$P_N = \frac{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S)}{w + \Gamma_S + \Gamma_N/y} = 0$$

$$Q_{S(N)} = 0$$

แทนค่าที่ได้ลงในสมการ (4.71) และ 4.72) จะได้

$$\begin{aligned} B_{oS}(n,T) &= 2\pi T \Gamma_S \sum \frac{1}{w(w+\Gamma)} \\ &= 2\pi T \frac{\Gamma_S}{\Gamma} \sum \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{w+\Gamma} \right) \\ &= \frac{\Gamma_S}{\Gamma} \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\rho_{cS}}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\rho_{cS} = \Gamma/2\pi T_{cS} , \quad \Gamma = \Gamma_S + \Gamma_N$$

$$\psi\left(\frac{1}{2} + x\right) = \sum_{n \geq 0} \frac{1}{n + \frac{1}{2} + x}$$

ดังนั้น จะได้

$$\frac{\partial B_{oS}}{\partial T_{cS}} = - \frac{\rho_{cS} \Gamma_S}{2 T_{cS} \Gamma} \psi(1) \left(\frac{1}{2} + \frac{\rho_{cS}}{2} \right)$$

และ

$$\begin{aligned} B_{1S}(n, T) &= (2\pi T)^3 \sum \left(\frac{w + \Gamma_N}{w(w + \Gamma_S + \Gamma_N)} \right)^3 \\ &= (2\pi T)^3 \sum \left[\frac{1}{w + \Gamma} + \frac{\Gamma_N}{\Gamma} \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{w + \Gamma} \right) \right]^3 \end{aligned}$$

ถ้ากำหนดให้ $r_{S(N)} = \Gamma_{S(N)}/\Gamma$ แล้ว

$$B_{1S}(n, T) = (2\pi T)^3 \sum \left(\frac{r_S}{w + \Gamma} + \frac{r_N}{w} \right)^3$$

จัดรูปใหม่ ได้

$$B_{1S} = - \frac{3r_S^2 r_N}{\Gamma} (2\pi T_{cS}) \psi(1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS} \right) - \frac{3r_S r_N^2}{\Gamma^2} (2\pi T_{cS})^2 K(\rho_{cS})$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} K(\rho_{cS}) &= \psi \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \\ &= 2\pi T \sum \left(\frac{1}{w} - \frac{1}{w + \Gamma} \right) \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้

$$\Delta C)_S = \frac{8\pi^2 T_{cS}^2 \text{Ad}_S N_S(0) \left[1 - (K) r_S \rho_{cS} \psi(1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS} \right) \right]^2}{\frac{3r_S^2 r_N}{\Gamma} (2\pi T_{cS}) \psi(1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS} \right) - \frac{3r_S r_N^2}{\Gamma^2} (2\pi T_{cS})^2 K(\rho_{cS})}$$

ผลที่ได้นี้ตรงกับผลการคำนวณของโมฮาบีร์และนาจี (Mohabir and Nagi. 1979 : 713) และจะได้

$$B_{oN} = \frac{\Gamma_N}{\Gamma} \left(1 - \frac{1}{y_c} \right) \left[\psi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \rho_{cs} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$B_{1N} \rightarrow \infty$$

ดังนั้นได้

$$\Delta C)_N = 0$$

2.2) เมื่อแผ่น N เป็นตัวนำซึ่งยาว นั่นคือ $\lambda_N \neq 0$ ดังนั้น $\Delta_N \neq 0$, $y \neq 0$ จะได้

$$P_S = \frac{w(w + \Gamma_S + \Gamma_N)}{w + \Gamma_N + y\Gamma_S}$$

$$P_N = \frac{w(w + \Gamma_S + \Gamma_N)}{w + \Gamma_S + \Gamma_N/y}$$

$$Q_S = \frac{(y^2 \Gamma_S / 2 P_N^2) (1 - y P_S / P_N) (P_S + \Gamma_N / y - \Gamma_N P_N / y^2 P_S)}{P_S (1 + y \Gamma_S / P_N) + \Gamma_N / y}$$

$$Q_N = \frac{(\Gamma_N / 2 y^2 P_S^2) (1 - P_N / y P_S) (P_N + y \Gamma_S - y^2 \Gamma_S P_S / P_N)}{P_N (1 + y \Gamma_S / P_N) + \Gamma_N P_N / y P_S}$$

แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.71) และ (4.72) จะได้

$$B_{oS} = r_S (1 - y_c) \left[\psi \left(\frac{1}{2} + \rho_{cs} / 2 \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$B_{oN} = r_N (1 - 1/y_c) \left[\psi \left(\frac{1}{2} + \rho_{cs} / 2 \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$B_{1S(N)} = -2(2\pi T)^3 \sum \left(\frac{Q_{S(N)}}{P_{S(N)}^2} - \frac{1}{2P_{S(N)}^3} \right)$$

แทนค่าลงในสมการ (4.95) จะได้

$$\frac{\Delta C)_S}{\Delta C)_S^0} = \frac{7\zeta(3)T_{cS}}{B_{1S}(0, T_{cN})T_{cN}^B} \left[1 - \frac{r_S \rho_{cS}}{2} (1-y_c) \psi(1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS} \right) \right]^2$$

$$\frac{\Delta C)_N}{\Delta C)_N^0} = \frac{7\zeta(3)T_{cN}}{B_{1N}(0, T_{cN})T_{cN}^B} \left[1 - \frac{r_N \rho_{cN}}{2} (1-1/y_c) \psi(1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cN} \right) \right]^2$$

ผลที่ได้ตรงกับผลการคำนวณของโมฮาเบียร์และนากิอีกเช่นกัน

กรณี 3 เมื่อแผ่น N มีสิ่งเจือปนและไม่ได้วางติดกับแผ่น S นั่นคือ $n \neq 0$ และ $t = 0$

ในกรณีนี้ $1/\tau_S^*$, $1/\tau_S \neq 0$ และ $\Gamma_{S(N)} = 0$ จะได้

$$P_S = w$$

$$P_N = \frac{w + 1/\tau_S^*}{1 - nd_1/4T_K \rho(1+\bar{w})^2}$$

$$Q_S = 0$$

$$Q_N = \frac{1}{2\tau_S P_N^2 \left[1 - nd_1/4T_K \rho(1+\bar{w})^2 \right]} \\ - \frac{n \left[\frac{1}{P_N^2} - \frac{(\pi d_1/4T_K - 1/P_N)^2}{(1+\bar{w})} \right] \left[1 + \frac{P_N(\pi d_1/4T_K - 1/P_N)}{(1+\bar{w})} \right]}{\pi \rho(1+\bar{w})^2 \left[1 - nd_1/4T_K \rho(1+\bar{w})^2 \right]}$$

เราแยกพิจารณาได้เป็น 2 กรณีย่อย คือ

3.1) เมื่อสิ่งเจือปนเป็นแม่เหล็ก นั่นคือ $\mu > 1$ ดังนั้น $1/\tau_S^* \rightarrow 1/\tau_S$
และ $d_1 \rightarrow 0$ จะได้

$$P_S = w$$

$$P_N = w + 1/\tau_S$$

$$Q_S = 0$$

$$Q_N = 1/2\tau_S(w + 1/\tau_S)^2$$

ดังนั้นได้

$$B_{oS} = 0$$

$$B_{1S} = 7\zeta(3)$$

$$B_{oN} = \psi(1/2 + \alpha_c) - \psi(1/2)$$

$$B_{1N} = (1/2!) \psi^{(2)}(1/2 + \alpha_c) + (\alpha_c/3!) \psi^{(3)}(1/2 + \alpha_c)$$

เมื่อ

$$\alpha_c = 1/2\pi\tau_S T_{cN}^B$$

แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (4.95) ได้

$$\frac{\Delta C)_N}{\Delta C)_N^0} = \frac{T_{cN}}{T_{cN}^B} \frac{\psi^{(2)}(1/2) [1 - \alpha_c \psi^{(1)}(1/2 + \alpha_c)]^2}{[\psi^{(2)}(1/2 + \alpha_c) + (\alpha_c/3) \psi^{(3)}(1/2 + \alpha_c)]}$$

ผลที่ได้ตรงกับผลการคำนวณในทฤษฎี MHz

ค่าของ $\Delta C)_S$ ในกรณีนี้จะเป็นค่าสำหรับตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ตามทฤษฎี BCS
เช่นเดียวกับกรณี 1

3.2) เมื่อสิ่งเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก นั่นคือ $\mu < 1$ ดังนั้น $1/T_S^* = nw/4T_K\rho$ ซึ่งจะได้

$$P_S = w$$

$$P_N = w(1 + n/4T_K\rho)$$

$$Q_S = 0$$

$$Q_N = -n\pi/(4T_K)^2\rho$$

ดังนั้น ได้

$$E_{oS} = 0$$

$$B_{1S} = 7\zeta(3)$$

$$B_{oN} = (n/4T_K\rho)\ln(2rw_D/\pi T_{cN})$$

$$B_{1N} = 7\zeta(3) + (n/4T_K\rho)(\pi^2/2)\zeta(2)$$

แทนค่าลงในสมการ (4.95) ในที่สุดจะได้

$$\frac{\Delta C)_N}{\Delta C)_O} = \frac{T_{cN}}{T_{cN}^B} \left(1 + \frac{n}{4T_K\rho} \right)$$

ผลที่ได้ตรงกับผลการคำนวณของอิชิโนเซ (Ichinose. 1977 : 404)

ค่า $\Delta C)_S$ เป็นค่าตามทฤษฎี BCS เช่นกัน

บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

บทย่อ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การวิจัยนี้มีความมุ่งหมายที่จะคำนวณความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตของระบบที่ประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดประกบกับโลหะปกติเมื่อโลหะปกติมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด

วิธีดำเนินการวิจัย

การคำนวณค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตของระบบที่ประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดประกบกับโลหะปกติเมื่อโลหะปกติมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด เริ่มจากการใช้แฮมิลโทเนียนซึ่งได้จากทฤษฎี BCS ทฤษฎี MIN และแบบจำลอง MTM หากเริ่มต้นฟังก์ชันของอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวด โลหะปกติ และอะตอมของสิ่งเจือปน แล้วนำกรีนฟังก์ชันที่ได้ไปใช้หาออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ต่อจากนั้นคำนวณหาผลต่างของพลังงานอิสระจากออร์เดอร์พารามิเตอร์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิ และคำนวณค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องจากผลต่างพลังงานอิสระที่คำนวณไว้แล้ว

การวิเคราะห์ผล

นำสูตรที่ได้จากการคำนวณมาวิเคราะห์โดยการพิจารณากรณีเฉพาะหลายๆ กรณีแล้วเปรียบเทียบสูตรสำหรับกรณีเฉพาะแต่ละกรณีที่ได้จากงานวิจัยนี้กับสูตรจากงานวิจัยอื่นๆ ที่ทำสำหรับกรณีเฉพาะนั้นๆ เพื่อจะได้เห็นว่าผลการคำนวณในงานวิจัยนี้ครอบคลุมถึงงานวิจัยอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกันหรือไม่ เพียงใด

สรุปผลการวิจัย

จากการคำนวณความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตของระบบที่ประกอบด้วยแผ่นบางๆ ของตัวนำยิ่งยวด และโลหะปกติ ที่อยู่ติดกัน เมื่อโลหะปกติมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด

โดยใช้แบบจำลอง KTM อธิบายพลาสมาในกรณีนี้ และทฤษฎี MIN อธิบายผลคอนโด ได้
สูตรสำหรับการรบกวนจำเพาะที่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤต ดังนี้

$$\Delta C)_{S(N)} = \frac{8\pi^2 T_{cS(N)} A_{dS(N)} N_{S(N)}(0)}{B_{1S(N)}(n, T_{cS(N)})} \left[1 + T_{cS(N)} \frac{\partial B_{oS(N)}(n, T_{cS(N)})}{\partial T_{cS(N)}} \right]^2$$

$$B_{oS(N)}(n, T) = -2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS(N)}} \left(\frac{1}{P_{S(N)}} - \frac{1}{w} \right)$$

$$B_{1S(N)}(n, T) = -2(2\pi T)^3 \sum_{w=0}^{w_{DS(N)}} \left(\frac{Q_{S(N)}}{P_{S(N)}} - \frac{1}{2P_{S(N)}^2} \right)$$

$$P_S = \frac{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*}{w + \Gamma_N + 1/\tau_S^* + y\Gamma_S \left[1 - nd_1/4T_K \rho(1+\bar{w})^2 \right]}$$

$$F_N = \frac{w^2 + w(\Gamma_N + \Gamma_S + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*}{w + \Gamma_S \left[1 - nd_1/4T_K \rho(1+\bar{w})^2 \right] + \Gamma_N/y - nd_1 \bar{w}/\pi \rho(1+\bar{w})^2}$$

$$Q_S = \frac{y^2 P_S}{2P_N^2} \left[\left(1 - \frac{yP_S}{P_N} \right) \left(P_S + \frac{\Gamma_N}{y} - \frac{\Gamma_N P_N}{y^2 P_S} \right) + \frac{yP_S^2}{\tau_S P_N^2} + \frac{nd_1 P_S}{4T_K \rho(1+\bar{w})^2} \left(\frac{yP_S}{P_N} - 1 \right) \right. \\ \left. - \frac{2nyP_S^2}{\pi \rho(1+\bar{w})^2} \left(\frac{1}{P_N^2} - \frac{(\pi d_1/4T_K - 1/P_N)^2}{(1+\bar{w})} \right) \left(1 + \frac{P_N(\pi d_1/4T_K - 1/P_N)}{(1+\bar{w})} \right) \right]$$

$$\times \left[P_S \left(1 - \frac{nd_1}{4T_K \rho(1+\bar{w})^2} \right) \left(1 + \frac{y\Gamma_S}{P_N} \right) + \frac{\Gamma_N}{y} \right]^{-1}$$

$$Q_N = \frac{\Gamma_N}{2y^2 P_S^2} \left[\left(1 - \frac{P_N}{y P_S} \right) \left(P_N + y \Gamma_S - \frac{y^2 P_S \Gamma_S}{P_N} \right) - \frac{y P_S P_N}{\Gamma_N} \left(1 + \frac{y \Gamma_S}{P_N} \right) \left[- \frac{y P_S}{\Gamma_S P_N^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2ny P_S}{\pi \rho (1+\bar{w})^2} \left(\frac{1}{P_N^2} - \frac{(\pi d_1 / 4 T_K^{-1/P_N})^2}{(1+\bar{w})} \right) \left(1 + \frac{P_N (\pi d_1 / 4 T_K^{-1/P_N})}{(1+\bar{w})} \right) \right] \right] \\ \times \left[P_N \left(1 - \frac{nd_1}{4 T_K \rho (1+\bar{w})^2} \right) \left(1 + \frac{y P_S}{P_N} \right) + \frac{\Gamma_N P_N}{y P_S} \right]^{-1}$$

$$y = \frac{\Delta_N}{\Delta_S} \Big|_{T=T_c} = \frac{1/\lambda_S - f(T_c) + \Gamma_S (\bar{K}_S + \bar{L}_S)}{\Gamma_S (\bar{K}_S - nd_1 \bar{R}_S / 4 T_K \rho)} \\ = \Gamma_N \bar{K}_N \left[1/\lambda_N - f(T_c) - \ln(w_{DN}/w_{DS}) + \Gamma_N \bar{K}_N + \bar{Q}_N \right. \\ \left. + \Gamma_S \bar{L}_N + (nd_1 / 4 T_K \rho) (\bar{S}_N + \Gamma_S \bar{R}_N) \right]^{-1}$$

$$\bar{K}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{1}{w^2 + w(\Gamma_S + \Gamma_N + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*}$$

$$\bar{Q}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{1/\tau_S^*}{w^2 + w(\Gamma_S + \Gamma_N + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*}$$

$$\bar{L}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{1/w \tau_S^*}{w^2 + w(\Gamma_S + \Gamma_N + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^*}$$

$$\bar{R}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{1}{(1+\bar{w})^2 \left[w^2 + w(\Gamma_S + \Gamma_N + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^* \right]}$$

$$\bar{S}_S(N) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DS}(N)} \frac{w}{(1+\bar{w})^2 \left[w^2 + w(\Gamma_S + \Gamma_N + 1/\tau_S^*) + \Gamma_S/\tau_S^* \right]}$$

$$\Gamma_{S(N)} = \pi t^2 \text{Ad}_{N(S)} N_{S(N)}(0)$$

$$1/\tau_S^* = 1/\tau_S + n\bar{w}/\pi\rho(1+\bar{w})^2$$

$$\bar{w} = \pi w / 4T_K$$

$$d_1 = \frac{\phi_1(T)}{1 + (n/4T_K\rho)\phi_2(T)}$$

$$\phi_m(T) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_{DN}} \frac{1}{(1+\bar{w})^{2m} (w+1/\tau_S^*)}$$

$$1/\lambda_{S(N)} = \ln(2rw_{DS(N)})/\pi T_{CS(N)}^B$$

$$f(T) = 2\pi T \sum_{w=0}^{w_D} \frac{1}{w} = \ln(2rw_D/\pi T)$$

อภิปรายผลการวิจัย

จากสูตรความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตที่คำนวณได้ เมื่อพิจารณากรณีเฉพาะกรณีต่าง ๆ เพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยอื่น ๆ จะได้ผลดังต่อไปนี้

1. เมื่อแผ่น S และ N ไม่มีสิ่งเจือปนและไม่ได้วางติดกัน นั่นคือ $n = 0$ และ

$$\Gamma_S = \Gamma_N = 0 \text{ จะได้}$$

$$\Delta C_{S(N)}^0 = 8\pi^2 T_{CS(N)}^B \text{Ad}_{S(N)} N_{S(N)}(0) / 7\zeta(3)$$

ซึ่งตรงกับค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องสำหรับตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ของทฤษฎี BCS

2. เมื่อแผ่น S และ N ไม่มีสิ่งเจือปนและวางติดกัน นั่นคือ $n = 0$ และ

$$\Gamma_{S(N)} \neq 0 \text{ แยกพิจารณาได้เป็น}$$

2.1 ถ้าแผ่น N ไม่เป็นตัวนำยิ่งยวด คือ $\lambda_N = 0$ ได้

$$\Delta C)_S = \frac{8\pi^2 T_{cS} \text{Ad}_S N_S(0) \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right) r_S \rho_{cS} \psi^{(1)}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS}\right) \right]^2}{\frac{3r_S^2 r_N^2}{\Gamma} (2\pi T_{cS}) \psi^{(1)}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS}\right) - \frac{3r_S^2 r_N^2}{\Gamma^2} (2\pi T_{cS})^2 K(\rho_{cS})}$$

เมื่อ

$$K(\rho_{cS}) = \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS}\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\rho_{cS} = \Gamma / 2\pi T_{cS}$$

$$r_{S(N)} = \Gamma_{S(N)} / \Gamma$$

$$\Gamma = \Gamma_S + \Gamma_N$$

และ

$$\Delta C)_N = 0$$

ซึ่งตรงกับผลการคำนวณของโมฮาเบียร์และนาگی (Mohabir and Nagi. 1979 : 713)

2.2 ถ้าแผ่น N เป็นตัวนำยิ่งยวด คือ $\lambda_N \neq 0$ ได้

$$\frac{\Delta C)_S}{\Delta C)_S^0} = \frac{7\zeta(3)}{B_{1S}(0, T_{cS})} \frac{T_{cS}}{T_{cS}^B} \left[1 - \frac{r_S \rho_{cS}}{2} (1-y) \psi^{(1)}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cS}\right) \right]^2$$

$$\frac{\Delta C)_N}{\Delta C)_N^0} = \frac{7\zeta(3)}{B_{1N}(0, T_{cN})} \frac{T_{cN}}{T_{cN}^B} \left[1 - \frac{r_N \rho_{cN}}{2} (1-1/y) \psi^{(1)}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho_{cN}\right) \right]^2$$

ซึ่งตรงกับผลการคำนวณของโมฮาเบียร์และนาگیอีกเช่นกัน

3. เมื่อแผ่น S และ N ไม่ได้วางติดกัน และแผ่น N มีสิ่งเจือปน นั่นคือ

$\Gamma_{S(N)} = 0$ และ $n \neq 0$ แยกพิจารณาได้เป็น

3.1 ถ้าสิ่งเจือปนเป็นแม่เหล็ก คือ $\psi > 1$ ได้

$$\frac{\Delta C)_N}{\Delta C)_N^0} = \frac{T_{cN}}{T_{cN}^B} \frac{\psi^{(2)}(\frac{1}{2}) [1 - \alpha_c \psi^{(1)}(\frac{1}{2} + \alpha_c)]^2}{\psi^{(2)}(\frac{1}{2} + \alpha_c) + (\alpha_c/3) \psi^{(3)}(\frac{1}{2} + \alpha_c)}$$

เมื่อ

$$\alpha_c = 1/2 \pi \tau_S T_{cN}^B$$

ซึ่งตรงกับผลการคำนวณตามทฤษฎี MHZ

3.2 ถ้าสิ่งเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก คือ $\psi < 1$ ได้

$$\frac{\Delta C)_N}{\Delta C)_N^0} = \frac{T_{cN}}{T_{cN}^B} \left(1 + \frac{n}{4T_K \rho} \right)$$

ซึ่งตรงกับผลการคำนวณของอิชิโนเซ (Ichinose. 1977 : 404)

จะเห็นว่าสูตรของความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤตในสมการ (4.92) และ (4.93) นั้นใช้โคโรบลอฟสกีต่าง ๆ ของระบบของตัวนำยิ่งยวดและโลหะปกติทั้งที่วางติดกันและไม่ได้วางติดกัน และทั้งในกรณีที่มีสิ่งเจือปนและไม่มีสิ่งเจือปน อย่างไรก็ตาม สำหรับกรณีที่แผ่นตัวนำยิ่งยวดและโลหะปกติอยู่ติดกันโดยที่โลหะปกติมีสิ่งเจือปนและมี $\lambda_N \neq 0$ นั้น ไม่สามารถหาค่าออกมาเป็นสูตรสำเร็จเหมือนกรณีเฉพาะซึ่ง $\lambda_N = 0$ แต่สามารถจะทำได้โดยใช้สูตรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับค่าออกมาเป็นตัวเลข ด้วยวิธีเช่นนี้จะทำได้ ตัวเลขที่สามารถจะนำไปเปรียบเทียบหรือตรวจสอบกับข้อมูลที่ได้อาจจากการทดลอง นอกจากนั้นการคำนวณนี้จะถูกต้องภายใต้เงื่อนไขที่ว่า ความหนาของแผ่นตัวนำยิ่งยวดและโลหะปกติมีค่าน้อยกว่าระยะอาพันธ์ยาว ๆ เพื่อว่า ออร์เดอร์พารามิเตอร์ในแต่ละแผ่นจะมีค่าคงที่ตลอดความหนาของแต่ละแผ่น

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. จากงานวิจัยนี้ การศึกษาขั้นต่อไป คือ การคำนวณค่า ΔC ออกเป็นตัวเลขโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ และเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ΔC กับปริมาณต่าง ๆ เช่น $T_{S(N)}$, $T_{cS(N)}$ เป็นต้น เพื่อดูว่า ΔC จะขึ้นอยู่กับปริมาณเหล่านี้อย่างไร
2. เนื่องจากงานวิจัยนี้หาค่า ΔC ที่ใกล้สูญพันธุ์วิกฤต เพื่อที่จะหาค่า ΔC ที่สูญพันธุ์ใด ๆ นั้นจะต้องคำนวณโดยคิดละเอียดถึงพจน์ที่มีกำลังสูงขึ้นไปอีก
3. การคำนวณในกรณีที่ $d_{S(N)}$ มีความหนาแน่นมาก ๆ คือหนาประมาณระยะอาพันธ์ และมากกว่า อาจทำได้โดยการพิจารณาผลต่าง ๆ ที่มีเพิ่มขึ้นเป็นการเปลี่ยนแปลงเชิงระยะทางของออร์เดอร์พารามิเตอร์ เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- Abrikosov, A.A. and L.P. Gor'kov. Soviet Physics JETP. 12 : 1243, 1961.
- ✓ Adkins, C.J. and B.W. Kingdon. Physical Review. 177 : 777, 1969.
- Bardeen, J., L.N. Cooper and J.R. Schrieffer. Physical Review. 108 : 1175, 1957.
- Bevolo, A.J. and others. Physical Review. B14 : 114, 1976.
- ✓ de Gennes, P.G. Review of Modern Physics. 36 : 225, 1964.
- Dumoulin, L. and others. Physical Review. B16 : 1086, 1977.
- ✓ Fiske, S.M. and C.J. Adkins. Physical Review Letters. A29 : 332, 1969.
- Fulde, P. and W. Moorman. Physical Kondense Materie. 6 : 403, 1976.
- Ichinose, S. Progress of Theoretical Physics. 58 : 404, 1977.
- Kaiser, A.B. Physical Review. B22 : 2323, 1980.
- Kaiser, A.B. and C.J. Keleher. Journal of Low Temperature Physics. 48 : 1, 1982.
- Kaiser, A.B. and M.J. Zuckermann. Physical Review. B1 : 229, 1970.
- Machida, K. Journal of Low Temperature Physics. 27 : 737, 1977.
- Matsuura, T. Progress of Theoretical Physics. 57 : 1823, 1977.
- Matsuura, T., S. Ichinose and Y. Nagaoka. Progress of Theoretical Physics. 57 : 713, 1977.
- ✓ McMillan, W.L. Physical Review. 175 : 537, 1968.
- ✓ Meissner, H. Physical Review. 109 : 686, 1958.
- Mohabir, S. and A.D.S. Nagi. Journal of Low Temperature Physics. 35 : 307, 1979.
- Müller-Hartmann, E. and J. Zittartz. Physical Review Letters. 26 : 428, 1971.

Shiba, H. Progress of Theoretical Physics. 53 : 50, 1973.

Shiffman, C.A. and others. Review of Modern Physics. 36 :
129, 1964.

Yoksan, S. Journal of Low Temperature Physics. 49 : 33, 1982.

ความร้อนจำเพาะของระบบที่ประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดประกบกับโลหะปกติ
เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด

บทคัดย่อ

ของ

เฉลิม คงยี่หวา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
มิถุนายน 2526

ได้คำนวณหาสูตรสำหรับค่าความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องของระบบที่ประกอบด้วย
ตัวนำยิ่งยวดประกบกับโลหะปกติเมื่อโลหะปกติมีสิ่งเจือปนแบบคอนโด ในกรณีที่ความหนาของ
แผ่นตัวนำทั้งสองมีค่าน้อยกว่าระยะอาพันธ์มาก ๆ โดยใช้แบบจำลองการทะลุทะลวงของ
แมคมิลแลนเกี่ยวกับพารอกซิมีตีเอฟเฟค และทฤษฎีของ มัตสึอุระ อิกิโนเซ และนาคาโอกะ
เกี่ยวกับผลคอนโดในสารตัวนำยิ่งยวด พบว่าสูตรที่ได้ครอบคลุมทั้งระบบที่ประกอบด้วย
ตัวนำยิ่งยวดประกบกับโลหะปกติเมื่อไม่มีสิ่งเจือปน ตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ และโลหะปกติ
ที่มีสิ่งเจือปน

SPECIFIC HEAT OF A SUPERCONDUCTOR-NORMAL PROXIMITY SANDWICH SYSTEM
CONTAINING KONDO IMPURITIES

AN ABSTRACT

BY

CHALERM DUANGYEEMAH

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University

June 1983

The formulas for determining the specific heat discontinuity of a superconductor-normal proximity sandwich system containing Kondo impurities are derived, by using the McMillan's tunneling model on the proximity-effect and the theory of Matsuura, Ichinose and Nagaoka on the Kondo effect in superconductor, in the limit of film thicknesses being much smaller than a coherence length. It is found that the formulas cover the formulas for the pure superconductor-normal proximity sandwich system, the pure superconductor and the dirty normal metal.