อุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน

ปริญญานิพนธ์

ของ

ประเวศ วงษ์เฉลียง

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
มีนาคม 2526

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

กรรมการที่ปรึกษา

สุทัศน์ บกสัน ประธาน

[illegible] กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

สุทัศน์ บกสัน ประธาน

[illegible] กรรมการ

[illegible] กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือและแนะนำอย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุทัศน์ ยกส้าน ประธานกรรมการที่ปรึกษา และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. หรงศรี วิมลวนิชย์ กรรมการที่ปรึกษา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอขอบพระคุณอย่างยิ่ง

ประเวศ วงษ์เฉลียง

สารบาญ

บทที่	หน้า

บัญชีตาราง

ตาราง หน้า

บัญชีภาพประกอบ

บทที่ 1

บทนำ

<u>ภูมิหลัง</u>

ในปี ค.ศ. 1911 ออนเนส (Onnes. 1911 : 1206 1226) พบว่า ปรอท (Hg) สามารถเปลี่ยนจากตัวนำปกติ (conductors) ไปเป็นตัวนำยิ่งยวด (superconductors) ได้เมื่ออุณหภูมิลดต่ำลงถึง 4.2 K ได้มีผู้พยายามอธิบายสาเหตุการเกิดสภาพตัวนำยิ่งยวดมานับเป็นเวลานาน จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1956 คูเปอร์ (Cooper. 1956 : 1189) ได้ใช้ทฤษฎีควอนตัมอธิบายสาเหตุการเกิดสภาพตัวนำยิ่งยวด (superconductivity) โดยได้เสนอผลงานว่า สภาพตัวนำยิ่งยวดของตัวนำเกิดจากการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนอิสระ ในปีต่อมา บาร์ดีน คูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper and Schrieffer. 1957 : 1195) ได้พัฒนาทฤษฎีการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มิ (Fermi surface) และได้วิเคราะห์โดยการคำนวณพบว่า สภาพตัวนำยิ่งยวดเกิดจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน (electron - phonon interaction) ในตัวนำ ทฤษฎีนี้เรียกโดยย่อว่า ทฤษฎี บี ซี เอส (BCS theory) และผลที่ได้จากการคำนวณสอดคล้องกับข้อเสนอของโฟรหลิช (Frohlich. 1950 : 845) ซึ่งกล่าวว่า อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน เป็นกลไกสำคัญในการทำให้เกิดสภาพตัวนำยิ่งยวด อย่างไรก็ดี ทฤษฎี บี ซี เอส ได้ตั้งสมมติฐานไว้ว่า อันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน (electron - phonon coupling) λ มีค่าคงที่สำหรับสารแต่ละชนิด ในปี ค.ศ. 1958 ไซเดล และคีซอม (Seidel and Keesom. 1958 : 1083) ได้ใช้ทฤษฎี บี ซี เอส หาค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน (λ) ของสังกะสี (Zn) โดยการวัดอุณหภูมิวิกฤติ (critical temperature) T_c และเมื่อทราบค่าอุณหภูมิดีบาย (Debye temperature) ω_D ที่ได้จากการทดลอง

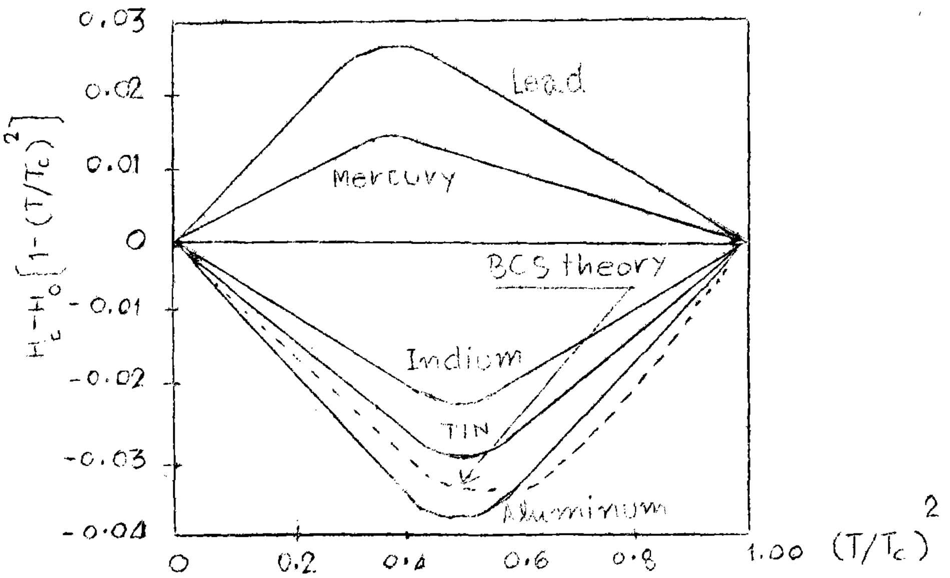
เขาพบว่า λ มีค่าเท่ากับ 0.38 ตั้งแต่นั้นมามีผู้สนใจหาค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนในตัวนำยิ่งยวดชนิดต่าง ๆ มากขึ้น ดังผลที่ปรากฏในตาราง 1

ตาราง 1 ค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนในตัวนำยิ่งยวด ซึ่งแมคมิลแลน (McMillan. 1968 : 331) เป็นผู้รวบรวม

ตัวนำยิ่งยวด	T_c(K)	ω_D	ค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน (λ)
Be	0.026	1390	0.23
Al	1.16	426	0.35
Zn	0.85	309	0.38
Ga	1.08	225	0.42
In	3.40	112	0.69
Sn	3.72	200	0.60
Hg	4.16	72	1.00
Tl	2.38	79	0.71
Pb	7.19	105	1.21
Ti	0.39	425	0.37
Zr	0.55	290	0.41
Nb	9.22	277	0.82
Mo	0.92	460	0.41
Hf	0.09	252	0.34
Ta	4.48	258	0.65
W	0.012	390	0.28

จากตาราง 1 จะเห็นว่า λ ของตะกั่ว (Pb) และปรอท (Hg) มีค่า 1.12 และ 1.00 ตามลำดับ ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับสารอื่น ๆ จะเห็นว่า สารทั้งสองมีค่า λ มาก แสดงว่า สารตะกั่ว (Pb) และปรอท (Hg) มีอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนแบบรุนแรง(strong-coupling interaction) และสมบัติต่าง ๆ ทั้งทางด้านอุณหภูมิพลศาสตร์(thermodynamics) และพลศาสตร์(dynamics) ในตัวนำยิ่งยวดดังกล่าวนี้ ต้องอธิบายด้วยทฤษฎีการคู่ควบแบบรุนแรง(strong-coupling theory) ดังนั้น เมื่อใช้ทฤษฎี บี ซี เอส พยากรณ์สมบัติต่าง ๆ ของสารตัวนำยิ่งยวดประเภทตะกั่ว(Pb) และปรอท(Hg) ผลที่ได้จะมีความเบี่ยงเบน(deviation) อย่างเห็นได้ชัด ในปี ค.ศ. 1962 เกียร์เวอร์ ฮาร์ท และ เมเกอเล (Giaever, Hart and Megerla. 1962 : 941) ได้ทำการทดลองวัดอัตราส่วน $2\Delta(0)/kT$ ของสารตะกั่ว(Pb) เมื่อ $2\Delta(0)$ คือช่องว่างพลังงาน(energy gap) ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ K คือค่าคงที่ของ โบลซ์แมน(Boltzmann's constant) T คือ อุณหภูมิสัมบูรณ์ ปรากฏว่า ผลที่ได้เป็น 4.6 และอีกสองปีต่อมา เบอร์มอน และกินซเบิร์ก (Bermon and Ginzburg. 1964 : 306) ได้วัดอัตราส่วนนี้ในสารปรอท(Hg) ผลที่ได้เป็น 4.3 โดยที่ทฤษฎี บี ซี เอส ได้พยากรณ์ไว้ว่า ค่า $2\Delta(0)/kT$ ของสารทั้งสองมีค่าเท่ากันเป็น 3.53 ในปี ค.ศ. 1964 บาร์ดีน และ สตีเฟน (Bardeen and Stephen. 1964 : 1485) ได้วัดพลังงานการกลั่นตัว(condensation energy) ของอิเล็กตรอนในสารตะกั่ว(Pb) ปรากฏว่า ผลที่ได้ต่ำกว่าค่าที่ทฤษฎี บี ซี เอส พยากรณ์ไว้ถึง 25 เปอร์เซนต์ นอกจากนี้ยังมีการทดลองอื่น ๆ อีกมากมายที่สนับสนุนว่า สารทั้งสองชนิดนี้ไม่ได้เป็นตัวนำยิ่งยวดแบบ บี ซี เอส เช่น ผลงานของฟินนิมอร์ และ มาพอเธอร์ (Finnemore and Mapother. 1960 : 127) โดยเขาทั้งสองได้หาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับสนามแม่เหล็กวิกฤติ(critical magnetic fields) ของสารต่าง ๆ พบว่า อินเดียม(In) ดีบุก(Sn) ให้กราฟความสัมพันธ์ไปในทางที่สอดคล้องกับทฤษฎี บี ซี เอส ซึ่งตั้งสมมุติฐานว่า อันตรกิริยาคู่ควบระหว่าง

อิเล็กตรอนกับโฟนอนเป็นแบบอ่อน ๆ (weak - coupling interaction)แต่ตะกั่ว(Pb) และปรอท(Hg) ให้ความสัมพันธ์ไปในแนวทางที่ตรงกันข้าม กล่าวคือ ผลที่ได้เบี่ยงเบนไปมาก ดังภาพ 1



ภาพประกอบ 1 กราฟสนามแม่เหล็กวิกฤติกับกำลังสองของอุณหภูมิลดหอน

ต่อมา เนเบอร์ โคแครน และ ชีฟแมน (Neighbor, Cochran and Shiffman. 1967 : 384) ได้วัดขนาดของช่วงความร้อนจำเพาะที่ไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤติสำหรับสารทั้งสอง ปรากฏว่า ค่าที่ได้สูงกว่าค่าที่ทฤษฎี บี ซี เอส พยากรณ์ไว้อย่างมีนัยสำคัญด้วย วัตสัน และ แกรแฮม (Watson and Graham. 1963 : 1738) ได้วัดอัตราส่วนระหว่างสภาพนำความร้อน(thermal conductivity) ของตัวนำยิ่งยวดกับตัวนำปกติ พบว่า ความชัน(slope) ที่ T_c มีค่าประมาณ 10 ผลที่ได้นี้ไม่สอดคล้องกับผลการคำนวณของ เทเวิร์ด(Tewordt. 1963 : 657) ที่ใช้ทฤษฎี บี ซี เอส

ความไม่สอดคล้อง เกิดขึ้น เนื่องจากเขาไม่ได้พิจารณาสมบัติของโฟนอน

ซึ่งมีความสำคัญในการทำให้ตัวนำปกติกลายเป็นตัวนำยิ่งยวด กล่าวคือ เมื่อแลตทิส (lattice) สั่นจะทำให้เกิดคลื่นยืดหยุ่น(elastic wave) ในรูปของโฟนอน และอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน จะมีอิทธิพลต่อสมบัติต่าง ๆ ของอิเล็กตรอนในรูปพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอน(electron self-energy) ซึ่งค่าพลังงานนี้มีผลที่สำคัญสองประการ คือ (1) นอกจากจะไปรีนอมัลไลซ์(renormalize) มวลของอิเล็กตรอนแล้ว (2) มันจะไปทำให้เกิดอันตรกิริยาแบบดึงดูด(attractive interaction) ระหว่างอิเล็กตรอนซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญของการกลายเป็นตัวนำอีกด้วย และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับขบวนการดังกล่าวนี้เรียกว่า ทฤษฎีการคู่ควบแบบรุนแรง(Strong - coupling theory) แมคมิลแลน(McMillan. 1968 : 167) ได้ใช้ทฤษฎีนี้คำนวณหาค่าอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงที่บริสุทธิ์ ผลการคำนวณปรากฏว่า ได้ค่าอุณหภูมิวิกฤติค่อนข้างสูง และแมคมิลแลนพบว่า สูตรที่ใช้หาค่าอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงมีสูตรเป็น

$$T_c = \frac{\omega_D}{1.45} \exp\left[\frac{-1.04(1+\lambda)}{\lambda - \mu^*(1+0.6\lambda)}\right] \quad \ldots \quad (1)$$

เมื่อ μ^* คือศักย์เทียมแบบคูลอมบ์(Coulomb pseudopotential) ของมอเรลและแอนเดอร์สัน(Morel and Anderson. 1962 : 1263) ในเวลาต่อมานักวิจัยหันมาสนใจว่า เมื่อนำสิ่งเจือปนผสมลงไปในตัวนำยิ่งยวดที่บริสุทธิ์ ทำให้ตัวนำยิ่งยวดนั้นกลายเป็นตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์(impure superconductors) อุณหภูมิวิกฤติได้เปลี่ยนแปลงอย่างไรและเพียงใด แมททิอัส และคณะ (Mathias and others. 1958 : 1597) ได้ศึกษาค่าอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กผสมอยู่ พบว่าอุณหภูมิวิกฤติจะลดลงเรื่อย ๆ เมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเพิ่มขึ้น ต่อมา คูซากาเบ้ (Kusakabe. 1970 : 907) ได้ศึกษาสภาพตัวนำยิ่งยวดของโลหะทรานซิชัน (transition metals) เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กผสมอยู่ ผลการศึกษาพบว่า

อุณหภูมิวิกฤติจะลดลง เมื่อสิ่งเจือปนมีความเข้มสูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลงานของมอสกาเลนโก และพาลิสทรานซ์ (Moskalenko and Palistrant. 1965 : 770) และซุงกับวอง (Sung and Wong. 1976 : 1933)

งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการหาอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันผสมอยู่ว่า อุณหภูมิวิกฤติของระบบที่ได้ขึ้นกับความเข้มข้นและชนิดของสิ่งเจือปนอย่างไรและเพียงใด

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันผสมอยู่

ความสำคัญของการวิจัย

เพื่อทำให้เกิดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงดียิ่งขึ้น

ข้อตกลงสำหรับการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้พิจารณาว่า

1. ความเข้มข้นของสิ่งเจือปนน้อยมากจนเราไม่ต้องคำนึงถึงอันตรกิริยาระหว่างอะตอมของสิ่งเจือปน
2. อะตอมของสิ่งเจือปนเรียงตัวกันอย่างไม่เป็นระเบียบ (แบบสุ่ม)
3. อุณหภูมิวิกฤติของสารผสมน้อยกว่าอุณหภูมิคอนโดของสิ่งเจือปน

คำนิยามศัพท์

ตัวนำยิ่งยวด หมายถึงตัวนำไฟฟ้าบริสุทธิ์ หรือไม่บริสุทธิ์ เมื่ออุณหภูมิลดลงต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤติแล้ว ตัวนำไฟฟ้าเหล่านี้อยู่ในสภาพไร้ความต้านทาน

ตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง หมายถึงตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนรุนแรงมาก ตัวนำเหล่านี้ได้แก่ ตะกั่ว(Pb) และปรอท(Hg)

อุณหภูมิวิกฤติ หมายถึงอุณหภูมิสัมบูรณ์ที่ตัวนำปกติกลายเป็นตัวนำยิ่งยวด หรือตัวนำยิ่งยวดกลายเป็นตัวนำปกติ

โฟนอน หมายถึงกลุ่มก้อน (quantum) ที่อยู่ในคลื่นยืดหยุ่น อันเกิดจากการสั่นของแลตทิส (lattice) ในทำนองเดียวกับโฟตอน (photons) ที่เป็นกลุ่มก้อนในคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic wave) และกลุ่มก้อนนี้เป็นได้ทั้งคลื่นและอนุภาคซึ่งมีพลังงาน (energy) และโมเมนตัม (momentum) เป็น $nh\nu$ และ $\hbar\vec{K}$ ตามลำดับ เมื่อ n เป็นเลขควอนตัม (quantum number) $\vec{K}$ เป็นเวคเตอร์คลื่น(wave vector)

สิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน หมายถึงสิ่งเจือปนซึ่งมีสมบัติการเป็นแม่เหล็กหรือไม่เป็นแม่เหล็กก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นกับสมบัติของโลหะเจ้าบ้าน อุณหภูมิและอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนของโลหะเจ้าบ้านและอิเล็กตรอนของสิ่งเจือปน และพฤติกรรมของสิ่งเจือปนเหล่านี้ อธิบายได้ด้วยแบบจำลองของแอนเดอร์สัน สิ่งเจือปนเหล่านี้ได้แก่ สิ่งเจือปนประเภทโลหะทรานซิชัน ชนิด แมงกานีส(Mn) เหล็ก(Fe) หรือ โคบอลท์(Co) เป็นต้น

บทที่ 2

เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

<u>ทฤษฎี</u>

ในระบบที่ประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดซึ่งมีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันผสมอยู่อย่างเจือจางจนถือว่า อันตรกิริยาระหว่างอะตอมของสิ่งเจือปนมีค่าน้อยมาก เราสามารถบรรยายได้ด้วยแฮมิลโทเนียน

$$H = H_0 + H_{imp} \qquad \ldots (4)$$

H_0 คือแฮมิลโทเนียนของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง

H_{imp} คือแฮมิลโทเนียนของสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน

$$H_0 = \sum_k \epsilon_k \psi_k^+ \hat{\tau}_k \psi_k + \sum_{q\lambda} \omega_{q\lambda} a_{q\lambda}^+ a_{q\lambda}$$
$$+ \sum_{kk's'} g_{kk'\lambda} \varphi_{kk'\lambda} \psi_{k'} \hat{\tau}_3 \psi_k$$
$$+ \frac{1}{2} \sum \langle \vec{k}_3 \vec{k}_4 | V_c | \vec{k}_1 \vec{k}_2 \rangle (\psi_{k_3}^+ \hat{\tau}_3 \psi_{k_1}) \times (\psi_{k_4}^+ \hat{\tau}_3 \psi_{k_2})$$

เมื่อ $$\psi_k = \begin{pmatrix} c_{k\sigma} \\ c_{k\sigma}^+ \end{pmatrix}$$

$c_{k\sigma}$ คือโอเปอร์เรเตอร์ที่ทำลายอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$ และสปิน $\vec{\sigma}$

$c_{k\sigma}^+$ คือโอเปอร์เรเตอร์ที่สร้างอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$ และสปิน $\vec{\sigma}$

$$\varphi = a_{q\lambda} + a_{-q\lambda}^+$$

เมื่อ $a_{q\lambda}$ และ $a_{-q\lambda}^+$ คือโอเปอร์เรเตอร์ที่ทำลายและสร้างโฟนอนที่มีโมเมนตัม $\vec{q}$

และโพลาไรเซชันทิศ λ

ϵ_k คือพลังงานของอิเล็กตรอนที่วัดเทียบจากพลังงานเฟอร์มิ

$\hat{\tau}_1$, $\hat{\tau}_2$ และ $\hat{\tau}_3$ เป็นเมตริกซ์ที่ 1, 2 และ 3 ของเพาลี(Pauli matrices)

$\omega_{q\lambda}$ คือความถี่ของโฟนอนที่มีโมเมนตัม $\vec{q}$ และมีโพลาไรเซชันทิศ λ

g คือค่าคงที่ของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน

V_c คืออันตรกิริยาแบบคูลอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอนที่เกิดจากการแลกเปลี่ยนโฟนอนซึ่งกันและกัน

โดยที่

$$V_c = \left[\frac{\left|g^{\sigma\sigma'}_{kk'\lambda}\right|^2 \hbar\omega_{q\lambda}}{(\epsilon_k - \epsilon_{k'})^2 - (\hbar\omega_{q\lambda})^2}\right] C^+_{k'\sigma'} C^+_{k\sigma} C_{k\sigma} C_{k'\sigma'}$$

และ

$$H_{imp} = H_{od} + H_{corr} + H_{sd}$$

ในโลหะอย่างง่ายที่มีอิเล็กตรอนชนิดเอสและพี (s and p electron) ซึ่งเป็นอิเล็กตรอนกึ่งอิสระ

$$H_{od} = E_d(N_{d+} + N_{d-})$$

N_{d+} คือความหนาแน่นเชิงจำนวน(number density)ของดี - อิเล็กตรอนที่มีสปินขึ้น

คือความหนาแน่นเชิงจำนวนของดี - อิเล็กตรอนที่อยู่ในอะตอมของสิ่งเจือปน

คือแฮมิลโทเนียนของการผลักระหว่างดี-อิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้าม

ในที่นี้ แรงผลักแบบคูลอมบ์ แอนเดอร์สัน กำหนด H_{corr} ให้อยู่ในลักษณะ

$$H_{corr} = U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow}$$

ซึ่ง

$$U = \int |\psi_d(\vec{r}_1)|^2 |\psi_d(r_2)|^2 |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^{-1} d\tau_1 d\tau_2$$

โดยที่ $\psi(\vec{r}_1)$ คือเวฟฟังก์ชันของดี - อิเล็กตรอนที่อยู่ที่ตำแหน่ง $\vec{r}$

U คือพลังงานแลกเปลี่ยนในตัวเอง (exchange self energy) ระหว่างดี - อิเล็กตรอนที่มีเวฟฟังก์ชันเป็น ψ_d

H_{sd} คือแฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยาระหว่าง S ซึ่งเป็นอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ได้โดยอิสระ กับดี - อิเล็กตรอนซึ่งเป็นอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่รอบอะตอมของสิ่งเจือปนเท่านั้น (localized d-electron)

$$H_{sd} = \sum_k V_{dk}\left(C^+_{k\sigma} C_{d\sigma} + C^+_{dk} C_{k\sigma}\right)$$

โดยที่ V_{dk} คือความรุนแรงของอันตรกิริยาการผสมกัน (strength of mixing interaction)

เอกสารการวิจัยในต่างประเทศ

อะบริกอซอฟ และกอร์คอฟ (Abrikosov and Gor'kov. 1961 : 1243) ได้ศึกษาพฤติกรรมของตัวนำยิ่งยวดเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบพาราแมกเนติกผสมอยู่เป็นครั้งแรก เมื่อปี ค.ศ. 1961 โดยอาศัยทฤษฎี บี ซี เอส และฟังก์ชันที่เป็นเมตริกซ์แบบ 2×2 ของนามบู (Nambu. 1960 : 648) พบว่าอุณหภูมิวิกฤติที่เปลี่ยนแปลงไปเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปน ต่อมาในปี ค.ศ. 1965 แอมบีโกการ์ และกรีฟฟิน (Ambegaoka and Griffin. 1965 : 1151) ได้ขยายขอบเขตของทฤษฎีดังกล่าวให้ได้ผลกว้างขวางยิ่งขึ้น โดยการใช้ฟังก์ชันกรีนที่เป็นเมตริกซ์แบบ 4×4 อธิบายกรณีที่ตัวนำยิ่งยวดมีสิ่งเจือปนที่เป็นทั้งแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็ก โดยกำหนดว่าศักย์การกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยอะตอมของสิ่งเจือปนสามารถอธิบายได้ด้วยศักย์เฉลี่ยในรูปของ

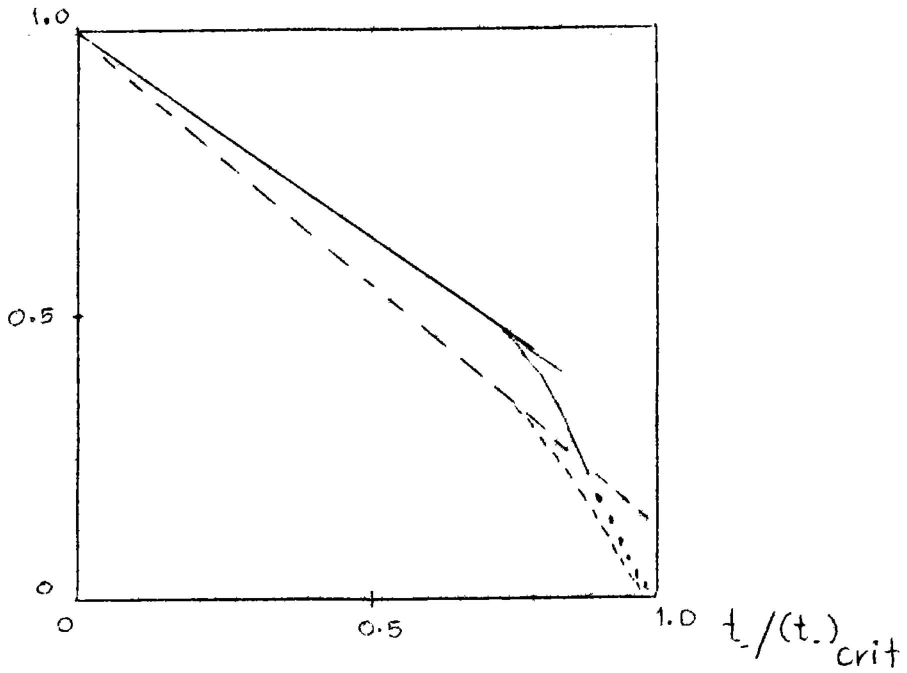
$$V(\vec{x}) = V_1(\vec{x}_1) + V_2(\vec{x}_2)\cdot(\vec{S}\cdot\tfrac{1}{2}\vec{\sigma}) \qquad \ldots (2)$$

ในเมื่อ $V_1(\vec{x}_1)$ เป็นศักย์การกระเจิงของสิ่งเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็กและ $V_2(\vec{x}_2)$ เป็นศักย์การกระเจิงของการแลกเปลี่ยนสปิน $\vec{S}$ เป็นสปินของอะตอมสิ่งเจือปนและ $\vec{\sigma}$ เป็นสปินอิเล็กตรอน ในการศึกษาพฤติกรรมของตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนผสมอยู่นั้นหากว่าอะตอมของสิ่งเจือปนอยู่กระจัดกระจายแบบสุ่มและเจือจาง เราต้องทำการเฉลี่ยฟังก์ชันกรีนของอิเล็กตรอนดังที่อะบริกอซอฟ และกอร์คอฟ (Abrikosov and Gor'kov. 1959 : 1090) ได้เคยใช้ เพราะโดยปกติแล้ว สปินโมเมนตัมของอิเล็กตรอนและสิ่งเจือปนอยู่กันอย่างไม่เป็นระเบียบ อัตราการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสิ่งเจือปนสามารถแทนได้ด้วยส่วนกลับของช่วงชีวิต ($1/\tau_s$) ของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะถูกกระตุ้น จากวิธีการดังกล่าวทำให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่างการลดลงของอุณหภูมิวิกฤติ (T_c) ของตัวนำยิ่งยวดกับความเข้มของสิ่งเจือปนมีสมการเป็น

$$\ln(T_c/T_{co}) = \psi\left(\tfrac{1}{2}\right) + \psi\left(\tfrac{1}{2}+\alpha\right) \qquad \ldots \quad (3)$$

เมื่อ $\alpha = 1/\pi\tau_p T_c$ และ $1/\tau_s \sim V_F/\ell_p$ $\psi(x)$ คือไดแกรมม่าฟังก์ชัน อุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ V_F เป็นความเร็วของอิเล็กตรอนที่มีบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มิ ℓ_p คือระยะทางอิสระเฉลี่ยของอิเล็กตรอนในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนผสมอยู่ ในปี ค.ศ. 1964 สคาลสกิ เบตบีเดอร์ มาติเบต และไวส์ (Skalski, Batbeder, Matibet and Weiss. 1964 : 1500) ได้ศึกษาสมบัติทางด้านอุณหพลศาสตร์ของตัวนำยิ่งยวดเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบพาราแมกเนติก เขาได้คำนวณหาค่าความร้อนจำเพาะของสาร ปรากฏว่าไม่มีความต่อเนื่องที่อุณหภูมิวิกฤติ ต่อมา เด็กเกอร์ และฟินนิมอร์ (Decker and Finnemore. 1968 : 430) ได้ทดลองวัดค่าความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤติ พบว่าให้ผลใกล้เคียงกันมากกับผลการคำนวณของสคาลสกิและคณะ ในปี ค.ศ. 1978 อัลเลน (Allen. 1978 : 3195) ได้คำนวณการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กผสมอยู่ พบว่า ขึ้นกับพารามิเตอร์สองตัว คือ ค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตรอนกับ

โฟนอน (λ) และสมบัติการกระเจิงในการกลับสปิน(spin flip) ของอิเล็กตรอนโดยอะตอมของสิ่งเจือปน (τ_p) ซาคชิงเกอร์ ดามส์ และคาร์บอตต์ (Schachinger, Daams and Carbott. 1980 : 3194) ได้คำนวณผลของสิ่งเจือปนแบบพาราแมกเนติกที่มีต่อสมบัติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง พบว่าอุณหภูมิวิกฤติลดทอนเป็นฟังก์ชันของช่วงชีวิตลดทอนของอิเล็กตรอนและอยู่ในสถานะถูกกระตุ้นอันเนื่องมาจากการกระเจิงโดย**สปินของสิ่ง**เจือปน และเส้นกราฟที่ได้ไม่เป็นเส้นเดียวกับเส้นกราฟของ บี ซี เอส ที่คำนวณโดยอะบริกอซอฟและกอร์คอฟ แต่เส้นกราฟของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง และอยู่เหนือเส้นกราฟของ บี ซี เอส และขนาดของอุณหภูมิลดทอนก็แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ดังภาพที่ 2



ภาพประกอบ 2 กราฟแสดงอุณหภูมิวิกฤติลดทอนเป็นฟังก์ชันของช่วงชีวิตลดทอนของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะถูกกระตุ้นอันเกิดจากการกระเจิงของสปิน เส้นประคือผลของทฤษฎี บี ซี เอส เส้นจุดแทนผลของทฤษฎีการคู่ควบแบบรุนแรงที่คำนวณโดยวิธีการเอ็กตราโพเลชัน (extrapolation)

นอกจากนี้ ชาคนิงเกอร์ คามส์ และการ์บอตท์ ยังพบอีกว่า ค่าความสมนัยวิกฤติของอุณหภูมิวิกฤติของสารบริสุทธิ์เป็น 2.7 ซึ่งมากกว่าค่าที่พบในสารประเภท บี ซี เอส ประมาณ 0.88 อีกทั้งยังมากกว่าค่า (2.25) ที่อัลเลนเคยคำนวณไว้อีกด้วย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการ

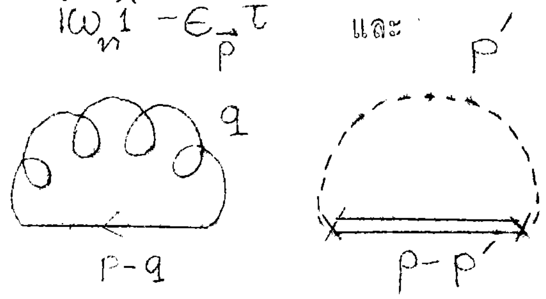
หากรีนฟังก์ชันของอิเล็กตรอนอิสระที่อยู่ในโลหะโดยการพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน และอิเล็กตรอนกับสิ่งเจือปน

<u>กรีนฟังก์ชันของอิเล็กตรอน</u>

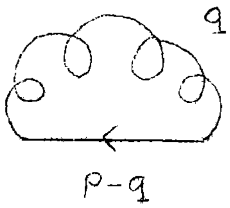
$$g^{-1}(\vec{p}, i\omega_n) = g_0^{-1}(\vec{p}, i\omega_n) - \Sigma(\vec{p}, i\omega_n) \qquad \ldots (5)$$

เมื่อ $g_0^{-1}(\vec{p}, i\omega_n) = i\omega_n \hat{1} - \epsilon_{\vec{p}} \hat{\tau}$ และ

$\Sigma(\vec{p}, i\omega_n) =$



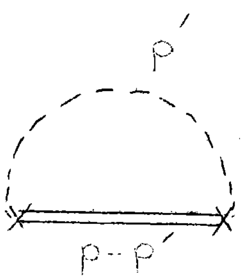
โดยที่



คือพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนอันเกิดจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน

$$= -T \sum_{ph} \hat{\tau}_3 g(\vec{p}, i\omega_n) \hat{\tau}_3$$

$$\times \sum_j |g_j(\vec{p}, \vec{p}')|^2 D_j^0(\vec{p}-\vec{p}', i\omega_n - i\omega_n')$$



คือพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนอันเกิดจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับสิ่งเจือปน

$$= N_i V^2 \hat{\tau}_3 g_d \hat{\tau}_3$$

ในเมื่อ g_d คือกรีนฟังก์ชันของ ดี - อิเล็กตรอน และมีส่วนกลับเป็น

$$g_d^{-1}(i\omega_n) = i\omega_n \hat{1} - \Sigma_d(i\omega_n)$$

เมื่อ

$$\Sigma_d(i\omega_n) = V^2 \hat{\tau}_3 \sum_{\vec{p}} g(\vec{p}, \omega_n) \hat{\tau}_3 - \Sigma_d'(i\omega_n)$$

โดยที่ N_i จำนวนอะตอมของสิ่งเจือปน

$$\Sigma_d'(i\omega_n) = -i\omega_n (\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} - 1) \hat{\tau}_0 - \Delta_d \hat{\tau}_1$$

Δ_d คือศักย์คู่ของ ดี - อิเล็กตรอน 2 ตัว ในอะตอมของสิ่ง สิ่งเจือปน

$\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}$ เป็นความซาบซึมได้ของแม่เหล็กของ ดี - อิเล็กตรอน ซึ่งขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาแบบคูลอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอนที่มีสปินตรงข้ามกัน

$D_j(\vec{p}, \omega)$ กรีนฟังก์ชันของโฟนอนที่มีโมเมนตัม $\vec{p}$ ความถี่ ω_n และโพลาไรเซชัน j

บทที่ 4

ผลการวิจัย

อุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน มีสมการแฮมิลโทเนียน ดังนี้

$$H_{\Delta} = \int d\vec{r}\left(\sum_{\alpha}\psi^{+}_{\alpha}(\vec{r})H_{0}(\vec{r})\psi_{\alpha}(\vec{r}) + \Delta(\vec{r})\psi^{+}_{\uparrow}(\vec{r})\psi_{\downarrow}(\vec{r}) + \Delta^{+}(\vec{r})\psi_{\uparrow}(\vec{r})\psi_{\downarrow}(\vec{r})\right) \quad \ldots (6)$$

เทอมแรกเป็นโอเปอร์เรเตอร์ของอิเล็คตรอน สองเทอมต่อมาเป็นโอเปอร์เรเตอร์พลังงานที่สร้างสรรค์และทำลายอิเล็กตรอน

$\psi_{\alpha}(\vec{r})$ คือโอเปอร์เรเตอร์ของอิเล็กตรอน

$$H_{int} = \int d\vec{r}\, g(\vec{r})\sum_{\alpha}\psi^{+}_{\alpha}(\vec{r})\hat{1}\psi_{\alpha}(\vec{r})\phi(\vec{r}) + \frac{1}{2}\int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2\, U(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\sum_{\alpha\beta}\psi^{+}_{\alpha}(\vec{r}_1)\psi^{+}_{\beta}(\vec{r}_2)\psi_{\beta}(\vec{r}_2)\psi_{\alpha}(\vec{r}_1) \quad \ldots (7)$$

$g(\vec{r})$ เป็นพลังงานที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน $\phi(\vec{r})$ เป็นโอเปอร์เรเตอร์สนามโฟนอน และ $U(\vec{r}_1-\vec{r}_2)$ เป็นพลังงานศักย์แบบคูลอมบ์ของอิเล็กตรอน

ในการแทนตามแบบฉบับของนามบุ

$$\Psi(\vec{r}) = \begin{pmatrix} \psi_{\uparrow}(\vec{r}) \\ \psi^{+}_{\downarrow}(\vec{r}) \end{pmatrix}$$

ดังนั้น $$\overset{+}{\psi}(\vec{r}) = \left(\psi_{\uparrow}^{+}(\vec{r}) \;,\; \psi_{\downarrow}(\vec{r})\right)$$

จาก (7) $$H_{int} = \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 U(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\left(\overset{+}{\psi}(\vec{r}_1)\hat{\tau}_3\psi(\vec{r}_1)\right)\left(\overset{+}{\psi}(\vec{r}_2)\hat{\tau}_3\psi(\vec{r}_2)\right)$$

$$+ \int d\vec{r} g(\vec{r})\left(\overset{+}{\psi}(\vec{r})\hat{\tau}_3\psi(\vec{r})\right)\phi(\vec{r}) \qquad \ldots \quad (8)$$

$$\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \hat{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & +i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\tau}_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad , \quad \hat{\tau}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_{\Delta} = \int d\vec{r}\,\overset{+}{\psi}(\vec{r})\hat{\tau}_3 H_0(\vec{r})\psi(\vec{r})$$

เขียน $$g(x,x') = -\langle T\psi(x)\psi(x')\sigma(\beta)\rangle / \langle \sigma(\beta)\rangle \qquad \ldots \quad (9)$$

เมื่อ $\sigma(\beta)$ เป็นอุณหภูมิที่ขึ้นอยู่กับแมตริกซ์ของการกระเจิง

$$\sigma(\beta) = \sum \frac{(-1)^n}{n!}\int_0^{\beta} d\tau_1 \int_0^{\beta} d\tau_n T\left[H_{int}(\tau_1)\ldots H_{int}(\tau_n)\right]$$

และแปลงโอเปอร์เรเตอร์สนาม $\psi_{\alpha}(\vec{r})$ และ $\psi_{\beta}(\vec{r})$ ไปเป็นโอเปอร์เรเตอร์โมเมนตัม

$$\psi_{p\alpha} = \frac{1}{\sqrt{V}}\int d\vec{r}\, e^{-i\vec{p}\cdot\vec{r}}\, \psi_{\alpha}(\vec{r})$$

$$\psi^{+}_{p\alpha} = \frac{1}{\sqrt{V}}\int d\vec{r}\, e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}}\, \psi^{+}_{\alpha}(\vec{r})$$

เราจะได้ $$\psi_{\vec{p}} = \begin{pmatrix} \psi_{\vec{p}\uparrow} \\ \psi_{-\vec{p}\downarrow} \end{pmatrix}$$

และ $$\psi^{+}_{\vec{p}} = \begin{pmatrix} \psi^{+}_{\vec{p}\uparrow} & \psi_{-\vec{p}\downarrow} \end{pmatrix}$$

จากรูปแบบเหล่านี้ เราสร้างฟังก์ชันของกรีน ดังนี้

$$g(p,\tau-\tau') = -\left\langle T\psi_{\vec{p}}(\tau)\psi^{+}_{\vec{p}}(\tau')\right\rangle$$

$$= \begin{pmatrix} -\left\langle T\psi_{\vec{p}\uparrow}(\tau)\psi^{+}_{\vec{p}\uparrow}(\tau')\right\rangle & -\left\langle T\psi_{\vec{p}\uparrow}(\tau)\psi_{\vec{p}\downarrow}(\tau')\right\rangle \\ -\left\langle T\psi^{+}_{\vec{p}\downarrow}(\tau')\psi^{+}_{\vec{p}\uparrow}(\tau')\right\rangle & -\left\langle T\psi^{+}_{\vec{p}\downarrow}(\tau)\psi_{\vec{p}\uparrow}(\tau')\right\rangle \end{pmatrix}$$

ถ้าใช้โอเปอร์เรเตอร์โมเมนตัม แฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยา H_{int} อาจเขียนได้ว่า เป็นผลรวมของสามเทอม คือ

$$H_{int} = H^{c}_{int} + H^{e\text{-}ph}_{int} + \underset{\downarrow\, H}{H^{mixing}_{int}}{}^{MIN} \qquad \ldots (10)$$

H^{c}_{int} ใช้อธิบายอันตรกิริยาแบบคูลอมบ์

$$H^{c}_{int} = \frac{1}{2}\sum_{\vec{p}_1+\vec{p}_2=\vec{p}_1'+\vec{p}_2'} \langle \vec{p}_1, \vec{p}_2 | V_c | \vec{p}_1', \vec{p}_2' \rangle \left(\psi^{+}_{\vec{p}_1}\hat{\tau}_3\psi_{\vec{p}_2'}\right)\left(\psi^{+}_{\vec{p}_2}\hat{\tau}_3\psi_{\vec{p}_2'}\right) \quad \ldots \quad (11)$$

และ H^{e-ph}_{int} ใช้อธิบายอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน

$$H^{e-ph}_{int} = \sum_{\vec{p}-\vec{p}'=\vec{q}}\sum_{j} g_j(\vec{p},\vec{p}')\left(\psi^{+}_{\vec{p}}\hat{\tau}_3\psi_{\vec{p}}\right)\left(b_{\vec{q}j} + b^{+}_{-\vec{q}j}\right) \quad \ldots \quad (12)$$

อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน $g_j(\vec{p},\vec{p}')$ สามารถแสดงได้ในเทอมของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับอิออนซึ่งสมาชิกแมตริกซ์เป็น

$$g(\vec{p},\vec{p}') = -\sum \frac{1}{\sqrt{2NM_k\omega_j(\vec{q})}} \langle \vec{p} | \vec{\varepsilon}_j(\vec{q},k)\vec{\nabla}U_k(\vec{r}) | \vec{p}' \rangle e^{i\vec{p}\cdot\vec{P}_k}$$

เมื่อ $\omega_j(\vec{q})$ และ $\vec{\varepsilon}_j(\vec{q},k)$ แทนความถี่ของโฟนอนและโพลาไรเซชันในทิศ j ซึ่งมีโมเมนตัม $\vec{q} = \vec{p}-\vec{p}'$ U_k เป็นศักย์อิออนที่ $\vec{P}_k$ และมีมวล M_k N เป็นจำนวนหน่วยเซลในผลึก

ถ้าเรากระจาย $U(\vec{r})$ ให้อยู่ในรูปอนุกรมกำลังของโอเปอร์เรเตอร์โฟนอนและโอเปอร์เรเตอร์ทำลายโฟนอน

$$U(\vec{r}) = \sum_{qjk\ell} \frac{\vec{\lambda}(\vec{q},k)}{\sqrt{2NM_k\omega_j(\vec{q})}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}\left(b_{\vec{q}j} + b^{+}_{-\vec{q}j}\right)\delta(\vec{r}-\vec{R}_\ell-\vec{P}_k)$$

เมื่อ $\vec{R}_\ell$ เป็นเวคเตอร์รัศมีของเซลที่ ℓ

$$H_o = \sum_{\vec{p}} \xi_{\vec{p}} \left(\psi^{+}_{\vec{p}} \hat{\tau}_3 \psi_{\vec{p}} \right) \quad \ldots (13)$$

เมื่อ $\xi_{\vec{p}}$ เป็นพลังงานของหนึ่งอนุภาค ในที่นี้พลังงานวัดจากระดับเฟอร์มิของโลหะปกติ โดยการเขียน

$$g(x,x') = T \sum_n \int \frac{d\vec{p}}{(2\pi)^3} exp\left[i\left\{ \vec{p}.(\vec{r}-\vec{r}') - \omega_n(\tau-\tau') \right\} \right] g(\vec{p},\omega_n)$$

$$\omega = (2n+1)\pi T$$

$$T = \frac{1}{\beta}$$

กรีนฟังชันลำดับที่ศูนย์มีรูปแบบเป็น

$$\left[i\omega_n \hat{\tau}_o - \xi_{\vec{p}} \hat{\tau}_3 \right] g_o(\vec{p},\omega_n) = \hat{\tau}_o \quad \ldots (14)$$

$$g_o^{-1}(\vec{p},\omega_n) = i\omega_n \hat{\tau}_o - \xi_{\vec{p}} \hat{\tau}_3 \quad \ldots (15)$$

ฟังก์ชันของกรีนที่แน่นอนสามารถแสดงได้ในเทอมของพลังในตนเองทั้งหมด $\Sigma(\vec{p},\omega_n)$ ตามแบบของกลวิธีที่เคยใช้มา

$$g^{-1}(\vec{p},\omega_n) = g_o^{-1}(\vec{p},\omega_n) - \Sigma(\vec{p},\omega_n) \quad \ldots (16)$$

เมื่อ
$$\Sigma(\vec{p},\omega_n) = 1-Z(\vec{p},\omega_n) i\omega_n \hat{\tau}_o + \chi(\vec{p},\omega_n)\hat{\tau}_3 + \phi(\vec{p},\omega_n)\hat{\tau}_1 \quad \ldots (17)$$

การกระจายนี้ไม่มีแมตริกซ์ $\hat{\tau}_2$ เมื่อแทน (15) และ (17) ลงใน (16) เราจะได้

$$g^{-1}(\vec{p},\omega_n) = i\omega_n\hat{\tau}_0 - \xi_{\vec{p}}\hat{\tau}_3 - \left[1-Z(\vec{p},\omega_n)\right]i\omega_n\hat{\tau}_0 - \chi(\vec{p},\omega_n)\hat{\tau}_3$$

$$- \phi(\vec{p},\omega_n)\hat{\tau}_1$$

$$g^{-1}(\vec{p},\omega_n) = Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n\hat{\tau}_0 - \left[\xi_{\vec{p}} + \chi(\vec{p},\omega_n)\right]\hat{\tau}_3 - \phi(\vec{p},\omega_n)\hat{\tau}_1 \qquad \ldots (18)$$

$$\epsilon_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n) = \xi_{\vec{p}} + \chi(\vec{p},\omega_n)$$

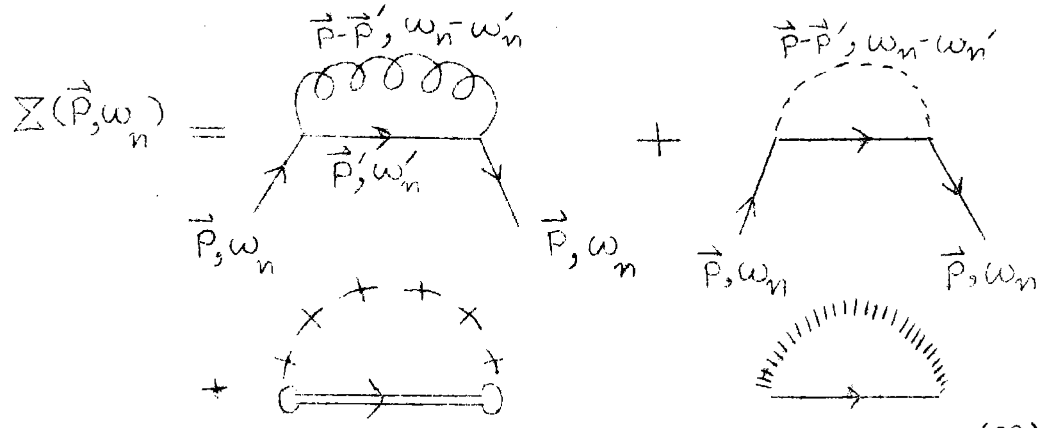
$$g(\vec{p},\omega_n) = \begin{pmatrix} Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n - \epsilon_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n) & -\phi(\vec{p},\omega_n) \\ -\phi(\vec{p},\omega_n) & \epsilon_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n)+Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n \end{pmatrix}^{-1}$$

$$g(\vec{p},\omega_n) = \frac{1}{\left(\left[Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n\right]^2 - \epsilon^2_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n) - \phi^2(\vec{p},\omega_n)\right)}$$

$$\times \begin{pmatrix} Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n + \epsilon_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n) & \phi(\vec{p},\omega_n) \\ \phi(\vec{p},\omega_n) & Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n - \epsilon_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n\hat{\tau}_0 + \epsilon_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n)\hat{\tau}_3 + \phi(\vec{p},\omega_n)\hat{\tau}_1}{\left[Z(\vec{p},\omega_n)i\omega_n\right]^2 - \epsilon^2_{\vec{p}}(\vec{p},\omega_n) - \phi^2(\vec{p},\omega_n)} \qquad \ldots (19)$$

เทอมของ $\Sigma(\vec{p},\omega_n)$ สามารถหาได้ตามทฤษฎีการรบกวน โดยการรวมไดอะแกรม



... (20)

เส้นประแทนอันตรกิริยาการกำบังแบบคูลอมบ์ และเส้นเกลียวแทนฟังก์ชันของกรีนที่ใช้รีนอร์มัลไลซ์โฟนอน สองเทอมสุดท้ายเป็นเทอมของพลังงานในตนเองที่ใช้อธิบายผลของสิ่งเจือปนแบบคอนโดในสภาวะการนำยิ่งยวด

$$\Sigma^{MIN}(\omega) = N_i V^2 \hat{\tau}_3 g_d(\omega)\hat{\tau}_3 + \Sigma'(\omega') \qquad \ldots (21)$$

$$g_d^{-1}(i\omega_n) = i\omega_n\hat{\tau}_0 - \Sigma_d(i\omega_n)$$

$$\Sigma_d(i\omega_n) = V^2\hat{\tau}_3\bar{g}(i\omega_n)\hat{\tau}_3 + \Sigma'_d(i\omega_n)$$

$\Sigma'_d(\omega)$ เนื่องมาจากศักย์แบบผลัก U และสามารถเขียนได้ว่า

$$\Sigma'_d(i\omega_n) = -i\omega_n(\tilde{\chi}_{1k}-1)\hat{\tau}_0 - \Delta_d\hat{\tau}_1$$

$$\tilde{\chi}_{1k} = \pi\Gamma/4T_k$$

$$\Gamma = \pi N(0)V^2$$

$$\Sigma'_d(i\omega_n) = \begin{pmatrix} i\omega_n(\tilde{\chi}_{1\downarrow}-1) & -\Delta_d \\ -\Delta_d & -i\omega_n(\tilde{\chi}_{1\downarrow}-1) \end{pmatrix}$$

$$\bar{g}(\omega_n) = \sum_K g(K,\omega_n)$$

$$= -N(0)\int \frac{d\epsilon}{\left[\epsilon^2+\phi^2-z^2(i\omega_n)^2\right]} \begin{bmatrix} z(\omega)i\omega_n+\epsilon & \phi(\omega) \\ \phi(\omega) & z(\omega_n)i\omega_n-\epsilon \end{bmatrix}$$

$$= \frac{-N(0)\pi}{\sqrt{\phi^2(\omega_n)-z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}} \begin{pmatrix} z(\omega_n)i\omega_n & \phi(\omega_n) \\ \phi(\omega_n) & z(\omega_n)i\omega_n \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_d(\omega_n) = \frac{-V^2N(0)\pi}{\sqrt{\phi^2(\omega_n)-z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z(\omega_n)i\omega_n & \phi(\omega_n) \\ \phi(\omega_n) & z(\omega_n)i\omega_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -i\omega_n(\tilde{\chi}_{1\downarrow}-1) & -\Delta_d \\ -\Delta_d & -i\omega_n(\tilde{\chi}_{1\downarrow}-1) \end{pmatrix}$$

$$\Sigma_d(\omega_n) = \frac{\Gamma}{\sqrt{\phi^2(\omega_n)-z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}} \begin{pmatrix} z(\omega)i\omega_n & -\phi(\omega_n) \\ -\phi(\omega_n) & z(\omega_n)(i\omega_n) \end{pmatrix}$$

$$- \begin{pmatrix} i\omega_n(\tilde{\chi}_{1\downarrow}-1) & \Delta_d \\ \Delta_d & i\omega_n(\tilde{\chi}_{1\downarrow}-1) \end{pmatrix} \qquad \ldots (22)$$

$$\Sigma_d(\omega_n) = \frac{-\Gamma\left[Z(\omega_n)i\omega_n\hat{\tau}_0 - \phi(\omega_n)\hat{\tau}_1\right]}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}} - i\omega_n(\tilde{\chi}_{1\downarrow} - 1)\hat{\tau}_0 - \Delta_d\hat{\tau}_1$$

$$g_d^{-1}(\omega_n) = i\omega_n\hat{\tau}_0 - \Sigma_d(\omega_n)$$

$$= \frac{\Gamma\left[Z(\omega_n)i\omega_n\hat{\tau}_0 - \phi(\omega_n)\hat{\tau}_1\right]}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}} + i\omega_n\tilde{\chi}_{1\downarrow}\hat{\tau}_0 + \Delta_d\hat{\tau}_1$$

$$= \hat{\tau}_0\left(\frac{\Gamma Z(\omega_n)(i\omega_n)}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}} + i\omega_n\tilde{\chi}_{1\downarrow}\right)$$

$$+ \hat{\tau}_1\left(\Delta_d - \frac{\Gamma\phi(\omega)}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}}\right)$$

จาก MIN

$$\Sigma'(\omega_n) = N_i\left(\frac{\tilde{J}(\omega_n)}{2N}\right)^2 S(S+1)\sum_K g(K,\omega_n) \qquad \ldots (23)$$

$$\tilde{J}(\omega_n) = -\frac{N}{N(0)}\left(\ln^2\left[\frac{\pi\sqrt{(i\omega_n)^2 \mp \Delta^2(\omega_n)}}{4T_K}\right] + \pi^2 S(S+1)\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Sigma'(\omega_n) = -Ni\left[\frac{\tilde{J}(\omega_n)}{2N}\right]^2 \frac{S(S+1)\pi N(0)}{\sqrt{\phi^2(\omega_n)-Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}}\begin{pmatrix} Z(\omega_n)i\omega_n & \phi(\omega_n) \\ \phi(\omega_n) & Z(\omega_n)(i\omega_n) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{-1}{2\tau_s}\frac{1}{\sqrt{\phi^2(\omega_n)-Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}}\begin{pmatrix} Z(\omega_n)i\omega_n & \phi(\omega_n) \\ \phi(\omega_n) & Z(\omega_n)(i\omega_n) \end{pmatrix}$$

เมื่อ $$\frac{1}{2\tau_s} = \frac{Ni\tilde{J}(\omega_n)S(S+1)\pi N(0)}{4N^2}$$

$$= \frac{n}{4\rho}\frac{\pi^2 S(S+1)}{\left[\ln^2\frac{(\omega)\pi}{4T_K} + \pi^2 S(S+1)\right]}$$

$\frac{1}{\tau_s}$ เป็นเวลาผ่อนคลายของการกลับสปินในการกระเจิง ซึ่งเราจะใช้ทฤษฎีของมูลเลอร์ ฮาร์แมนและซิลลาร์ตี้ ดังนั้น

$$\Sigma^{MIN}(\omega_n) = NiV^2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} g_d(\omega_n)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \Sigma'(\omega_n)$$

$$g_d^{-1}(\omega_n) = A\hat{\tau}_0 + B\hat{\tau}_1$$

$$= \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$$

$$g_d(\omega_n) = \frac{1}{(A^2-B^2)}\begin{pmatrix} A & -B \\ -B & A \end{pmatrix}$$

ในที่นี้ $$A(\omega) = \frac{\Gamma Z(\omega_n) i\omega_n}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z(\omega_n)(i\omega_n)^2}} + i\omega_n \tilde{\chi}_{1k}$$

$$B(\omega) = \Delta_d - \frac{\Gamma \phi(\omega_n)}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z(\omega_n)(i\omega_n)^2}}$$

$$\overset{MIN}{\Sigma}(\omega_n) = \frac{NiV^2}{\left[A^2 - B^2\right]} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & -B \\ -B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \Sigma'(\omega_n)$$

$$= \frac{Ni\Gamma}{\pi N(0)(A^2 - B^2)} \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} - \frac{1}{2\tau_s} \frac{\left(Z(\omega_n) i\omega_n \hat{\tau}_0 + \phi(\omega_n)\hat{\tau}_1\right)}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}}$$

$$= \frac{Ni\Gamma\left[A\hat{\tau}_0 + B\hat{\tau}_1\right]}{\pi N(0)\left[A^2 - B^2\right]} - \frac{1}{2\tau_s} \frac{\left(Z(\omega_n) i\omega_n \hat{\tau}_0 + \phi(\omega_n)\hat{\tau}_1\right)}{\sqrt{\phi^2(\omega_n) - Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}}$$

$$\overset{MIN}{\Sigma}(\omega_n) = \frac{n\Gamma\left[A\hat{\tau}_0 + B\hat{\tau}_1\right]}{\pi\rho\left[A^2 - B^2\right]} - \frac{1}{2\tau_s} \frac{\left(Z(\omega_n) i\omega_n \hat{\tau}_0 + \phi(\omega_n)\hat{\tau}_1\right)}{\sqrt{\phi^2(\omega n) - Z^2(\omega_n)(i\omega_n)^2}} \qquad \ldots (24)$$

พิจารณาสองเทอมแรกของพลังงานในตนเอง

$$\Sigma(\vec{P},\omega_n) = T \sum_{n'} \int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3} \hat{\tau}_3 g_0(\vec{P}', \omega_{n'}) \hat{\tau}_3$$

$$\times \left[\sum_j g_j(\vec{P}, \vec{P}') D_j^0(\vec{P} - \vec{P}', \omega_n - \omega_n') g_j(\vec{P}', \vec{P}) + V_c(\vec{P} - \vec{P}') \right]$$

$$\Sigma(\vec{p},\omega_n) = \Sigma_{Ph}(\vec{p},\omega_n) + \Sigma_{C}(\vec{p},\omega_n)$$

$$\Sigma_{Ph}(\vec{p},\omega_n) = -T\sum_{n'}\int\frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3}\hat{\tau}_3 g(\vec{p}',\omega_{n'})\hat{\tau}_3\sum_j |g_j(\vec{p},\vec{p}')|^2 D_j^{\circ}(\vec{p}-\vec{p}',\omega_n-\omega_{n'})$$

และ $$\Sigma_{C}(\vec{p},\omega_n) = -T\sum_{n'}\int\frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3}\hat{\tau}_3 g(\vec{p}',\omega_{n'})\hat{\tau}_3 V_c(\vec{p}-\vec{p}')$$

ขณะนี้ได้ว่า

$$\hat{\tau}_3 g(\vec{p}',\omega_{n'})\tau_3 = \frac{\hat{\tau}_3\left(Z(\vec{p}',\omega_{n'})i\omega_{n'}\hat{\tau}_0 + \epsilon_{\vec{p}'}(\omega_{n'})\hat{\tau}_3 + \phi(\vec{p}',\omega_{n'})\hat{\tau}_1\right)\hat{\tau}_3}{\left[Z(\vec{p}',\omega_{n'})i\omega_{n'}\right]^2 - \epsilon^2_{\vec{p}'}(\omega_{n'}) - \phi^2(\vec{p}',\omega_{n'})}$$

$$= \frac{\left[Z(\vec{p}',\omega_{n'})i\omega_{n'}\hat{\tau}_0 + \epsilon_{\vec{p}'}(\omega_{n'})\hat{\tau}_3 + \phi^2(\vec{p}',\omega_{n'})\hat{\tau}_1\right]}{\left[Z(\vec{p}',\omega_{n'})i\omega_{n'}\right]^2 - \epsilon^2_{\vec{p}'}(\omega_{n'}) - \phi^2(\vec{p}',\omega_{n'})} \qquad \ldots (25)$$

ฉะนั้น พลังงานในตนเองเป็นปฏิภาคโดยตรงกับ $\hat{\tau}_1$

$\Sigma(\vec{p},\omega) \propto \hat{\tau}_1$ เป็นการแสดงให้เห็นถึงการเกิดสภาวะการนำยิ่งยวด ในการคิดผลรวมความถี่เพื่อสะดวก เราจะแทนฟังก์ชันกรีนของอิเล็กตรอนและโฟนอนในรูป

$$g(\vec{p},\omega_n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dz'\,\frac{a(\vec{p},z')}{i\omega_n - z'}$$

$$D_j^{\circ}(\vec{p},\omega_n) = \frac{1}{2\pi}\int_{\infty}^{\infty} dz\,\frac{b_j(\vec{p},z)}{i\omega_n - z}$$

ซึ่ง $$a(\vec{P},z) = -2\,Im\left[g(\vec{P},z)\right]$$

เมื่อแทนสมการเหล่านี้ลงใน $\Sigma_{Ph}(\vec{P},\omega_n)$ และ $\Sigma_c(\vec{P},\omega_n)$ และผลรวมความถี่สามารถหาได้จากสูตร

$$T\sum_{n'}\frac{1}{i\omega_n-z'}\cdot\frac{1}{i\omega_n-i\omega_{n'}-z} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\tanh z'/2T+\coth z/2T}{i\omega_n-z-z'}\right)$$

$$T\sum_{n'}\frac{1}{i\omega_{n'}-z'} = -\frac{1}{2}\tanh\frac{z'}{2T}$$

ดังนั้น

$$\Sigma_{Ph}(\vec{P},\omega_n) = -T\sum_{n'}\int\frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3}\sum_j|g_j(\vec{P},\vec{P}')|^2$$

$$\times\int\frac{dz'}{2\pi}\frac{b_j(\vec{P}-\vec{P}',z')}{i(\omega_n-\omega_{n'})-z'}\hat{\tau}_3\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dz'}{2\pi}\frac{a(\vec{P},z)\hat{\tau}_3}{(i\omega_{n'}-z)}$$

$$= -T\sum_{n'}\int\frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3}\sum_j|g_j(\vec{P},\vec{P}')|^2\int\frac{dz'}{2\pi}$$

$$\times\frac{b_j(\vec{P}-\vec{P}',z')\hat{\tau}_3}{i(\omega_n-\omega_{n'})-z'}\int\frac{dz}{2\pi}\frac{2\,Im\left(g(\vec{P}',z)\right)\hat{\tau}_3}{(i\omega_{n'}-z')}$$

$$= \int\frac{dz}{2\pi}\int\frac{dz'}{2\pi}b_j(\vec{P}-\vec{P}',z)\hat{\tau}_3\,Im\left(g(\vec{P},z')\right)\hat{\tau}_3$$

$$\times \int \frac{d\vec{P}'}{(2\pi)^3} \sum_j |g(\vec{P},\vec{P}')|^2 \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{i\omega_n - z - z'} \right]$$

... (26)

$$\sum_c (\vec{P},\omega_n) = -\int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3} \hat{\tau}_3 \int \frac{dz'}{2\pi} \mathrm{Im}\, g(\vec{P}',z')\hat{\tau}_3 \tanh \frac{z'}{2T} V_c(\vec{P}-\vec{P}')$$

$$= \int \frac{d\vec{P}'}{(2\pi)^3} V_c(\vec{P}-\vec{P}') \int \frac{dz'}{2\pi} \hat{\tau}_3 \mathrm{Im}\left[g(\vec{P}',z') \right] \hat{\tau}_3 \tanh \frac{z'}{2T}$$

หลังจากวิเคราะห์ตอนตินิวเอชัน (Continuation) คือ แทน $i\omega_n$ ด้วย $\omega + i\delta$ เราจะได้

$$\sum_{Ph} (\vec{P},\omega) = -\int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3} \sum_j |g_j(\vec{P},\vec{P}')|^2 \int \frac{dz'}{2\pi} \int \frac{dz'}{2\pi} b_j(\vec{P}-\vec{P}',z)$$

$$\times \hat{\tau}_3 \mathrm{Im}\left[g(\vec{P}',z') \right] \hat{\tau}_3 \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{\omega - z - z' + i\delta} \right]$$

$$\sum_c (\vec{P},\omega_n) = \int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3} V_c(\vec{P}-\vec{P}') \int \frac{dz'}{2\pi} \hat{\tau}_3 \mathrm{Im}\left[g(\vec{P}',z') \right] \hat{\tau}_3 \tanh \frac{z'}{2T}$$

นั่นคือ

$$\sum^{MIN}(\omega) = \frac{n\Gamma\left(A(\omega)\hat{\tau}_0 + B(\omega)\hat{\tau}_1\right)}{\pi\rho\left(A^2(\omega) - B^2(\omega)\right)} - \frac{\left(Z(\omega)\omega\hat{\tau}_0 + \phi(\omega)\hat{\tau}_1\right)}{2\tau_s\sqrt{\phi^2(\omega) - Z^2(\omega)\omega^2}}$$

$$A(\omega) = \frac{\Gamma Z(\omega)\omega}{\sqrt{\phi^2(\omega) - Z^2(\omega)\omega^2}} + \omega\tilde{\chi}_{1l}$$

$$B(\omega) = \Delta_d - \frac{\Gamma\phi(\omega)\omega}{\sqrt{\phi^2(\omega) - Z^2(\omega)\omega^2}}$$

$$\Sigma(\vec{p},\omega) = \left(1 - Z(\vec{p},\omega)\right)\omega\hat{\tau}_0 + \chi(\vec{p},\omega)\hat{\tau}_3 + \phi(\vec{p},\omega)\hat{\tau}_1$$

สมการเหล่านี้ สามารถสร้างเป็นสมการแมตริกซ์สำหรับหาปริมาณทั้งสาม $Z(\vec{p},\omega)$ $\phi(\vec{p},\omega)$ และ $\chi(\vec{p},\omega)$ ปริมาณ $\chi(\vec{p},\omega)$ นำไปสู่ความแตกต่างของศักย์ทาง-เคมี ซึ่งมีผลเพียงเล็กน้อยต่อการเกิดสภาพการนำยิ่งยวด

เพราะฉะนั้น เราให้ $\chi(\vec{p},\omega) = 0$

ดังนั้น $$\Sigma(\vec{p},\omega) = \left(1 - Z(\vec{p},\omega)\right)\omega\hat{\tau}_0 + \phi(\vec{p},\omega)\hat{\tau}_1 \qquad \ldots (27)$$

$$\hat{\tau}_3 g(\vec{p},\omega)\hat{\tau}_3 = \frac{Z(\vec{p},\omega)\omega\hat{\tau}_0 + \xi_{\vec{p}}\hat{\tau}_3 - \phi(\vec{p},\omega)\hat{\tau}_1}{\left[Z(\vec{p},\omega)\omega\right]^2 - \xi_{\vec{p}}^2 - \phi^2(\vec{p},\omega)} \qquad \ldots (28)$$

เป็นสมการแมตริกซ์สมการหนึ่งเพื่อใช้หา $Z(\vec{p},\omega)$ และ $\phi(\vec{p},\omega)$

อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงสภาวะของอิเล็กตรอนบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มีในช่วงซึ่งมีความกว้างเท่ากับความถี่สูงสุด ω_D ของสเปคตรัมโฟนอน และเราจะคำนวณหา $\Sigma_{Ph}(\vec{p},\omega)$ ซึ่งมีโมเมนตัมอยู่ในช่วงนี้ โดยการใช้อินทริกราล

$$\int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3} = \int d\xi \int \frac{d^2\vec{p}'}{V_{\vec{p}'}}$$

เมื่อ $V_{\vec{p}}$ เป็นความเร็วบนผิวเฟอร์มิ และ $d^2\vec{p}$ เป็นส่วนหนึ่งของพื้นที่ผิวในโมเมนตัมสเปซการอินทีเกรชันตลอด $d\xi$ อาจจะหามาได้โดยการขยายขีดจำกัดของการอินทีเกรชันจาก $-\infty$ ถึง $+\infty$ ทั้งนี้เพราะฟังก์ชันภายใต้เครื่องหมายอินทีกราลลดลงอย่างรวดเร็วสำหรับค่ามาก ๆ

โดยการใช้สูตร $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi}{\xi^2 - A} = \frac{i\pi}{\sqrt{A}}\, \mathrm{sgn}\left(\sqrt{A}\right)$$

เราจะได้สมการ ๆ หนึ่ง คือ

$$\Sigma(\vec{p},\omega) = -\int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int \frac{d^2\vec{p}\,'}{V_{\vec{p}\,'}} \sum_j \left| g_j(\vec{p},\vec{p}\,') \right|^2 \int \frac{dz}{2\pi} \int \frac{dz'}{2\pi}\, b_j(\vec{p}-\vec{p}\,',z)$$

$$\times\ \hat{\tau}_3 \,\mathrm{Im}\, g(\vec{p},z')\,\hat{\tau}_3 \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{\omega - z - z' + i\delta}\right]$$

$$= \int \frac{d^2\vec{p}\,'}{V_{\vec{p}\,'}} \sum_j \left| g_j(\vec{p},\vec{p}\,') \right|^2 \int \frac{dz}{2\pi} \int \frac{dz'}{2\pi}\, b_j(\vec{p}-\vec{p}\,',z)$$

$$\times\ i\pi \,\mathrm{Re} \left[\frac{Z(\vec{p}\,',z')\,z'\hat{\tau}_0 - \phi(\vec{p}\,',z')\,\hat{\tau}_1}{\sqrt{Z^2(\vec{p}\,',z')\,z'^2 - \phi^2(\vec{p}\,',z')}}\right]$$

$$\times\ \mathrm{sgn}(z') \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{\omega - z - z' + i\delta}\right]$$

โมเมนตัมทั้งหมดในสมการนี้อยู่บนผิวเฟอร์มิ

$$\Sigma_{Ph}(\omega) = \frac{\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \Sigma_{Ph}(\vec{p},\omega)}{\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}}}$$

สมการพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนอันเนื่องมาจากอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน คือ

$$\Sigma_{Ph}(\omega) = \int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \left[\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \right]^{-1} \int \frac{d^2\vec{p}\,'}{V_{\vec{p}}} \sum_j |g_j(\vec{p},\vec{p}\,')|^2$$

$$\times \int \frac{dz}{2\pi} \int \frac{dz'}{2\pi} b_j(\vec{p}-\vec{p}\,',z)\pi$$

$$\times Re \left[\frac{Z(z',\vec{p}\,')z'\hat{\tau}_0 - \phi(\vec{p}\,',z')\hat{\tau}_1}{\sqrt{Z^2(\vec{p}\,',z')z'^2 - \phi^2(\vec{p}\,',z')}} \right]$$

$$\times \operatorname{sgn}(z') \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{\omega - z - z' + i\delta} \right] \qquad \ldots (29)$$

$$= \int dz' \int \frac{dz}{4\pi} \int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \int \frac{d^2\vec{p}\,'}{V_{\vec{p}\,'}} \sum_j |g_j(\vec{p},\vec{p}\,')|^2 b_j(\vec{p}-\vec{p}\,',z)$$

$$\times \left(\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \right)^{-1} \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{\omega - z - z' + i\delta} \right]$$

$$\times \operatorname{sgn}(z')\,\mathrm{Re}\left[\frac{z' Z(z')\hat{\tau}_0 - \phi(z')\hat{\tau}_1}{\sqrt{z'^2 Z^2(z') - \phi^2(z')}}\right]$$

ในที่นี้กำหนดว่า ตัวนำยิ่งยวดเป็นแบบแอนนิโซโทป $Z(\vec{p}', z')$ และ $\phi(\vec{p}', z)$ เป็นค่าเฉลี่ยที่เทียบเท่ากับผิวเฟอร์มิ และเราแทนสมการเหล่านี้ด้วยค่า $Z(z')$ และ $\phi(z')$ ข้างบน

จากสมการ $\quad \Sigma_{ph}(\omega) = \left(1 - Z_{ph}(\omega)\right)\omega\hat{\tau}_0 + \phi_{ph}(\omega)\hat{\tau}_1$

$$\left(1 - Z_{ph}(\omega)\right)\omega\hat{\tau}_0 + \phi_{ph}(\omega)\hat{\tau}_1 = \int dz' \int \frac{dz'}{4\pi} \int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \int \frac{d^2\vec{p}'}{V_{\vec{p}'}} \sum_j \left| g_j(\vec{p}, \vec{p}') \right|^2$$

$$\times\, b_j(\vec{p} - \vec{p}', z) \left(\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \right)^{-1}$$

$$\times \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{\omega - z - z' + i\delta} \right]$$

$$\times \operatorname{sgn} z'\,\mathrm{Re}\left[\frac{z' Z(z')\hat{\tau}_0 - \phi(z')\hat{\tau}_1}{\sqrt{z'^2 Z^2(z') - \phi^2(z')}} \right] \qquad \ldots (30)$$

โดยการเปรียบเทียบสมาชิกเราจะได้

$$\left(1 - Z_{ph}(\omega)\right)\omega = \int dz' \int \frac{dz}{4\pi} \int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \int \frac{d^2\vec{p}'}{V_{\vec{p}'}} \sum_j \left| g_j(\vec{p}, \vec{p}') \right|^2 2\pi$$

$$\times\left[\delta\left[z-\omega_j(\vec{p}-\vec{p}')\right]-\delta\left[z+\omega_j(\vec{p}-\vec{p}')\right]\right]\left(\int\frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}}\right)^{-1}$$

$$\times\left[\frac{\tanh z'/2T+\coth z/2T}{\omega-z-z'+i\delta}\right]\mathrm{Re}\left[\frac{z'Z(z')}{\sqrt{z'^2Z^2(z')-\phi^2(z')}}\right] \qquad \cdots (31)$$

$$\left(1-Z_{ph}(\omega)\right)\omega=\int dz\int dz'\frac{1}{2}\left[\frac{\tanh z'/2T+\coth z/2T}{\omega-z-z'+i\delta}\right]$$

$$\times\,\mathrm{sgn}z'\,\alpha^2(z)F(z)\,\mathrm{Re}\left[\frac{z'Z(z')}{\sqrt{z'^2Z^2(z')-\phi^2(z')}}\right]$$

$$-\int dz\int dz'\frac{1}{2}\left[\frac{\tanh z'/2T+\coth z/2T}{\omega-z-z'+i\delta}\right]$$

$$\times\,\mathrm{sgn}z'\,\alpha^2(z)F(z)\,\mathrm{Re}\left[\frac{z'Z(z')}{\sqrt{z'^2Z^2(z')-\phi^2(z')}}\right] \qquad \cdots (32)$$

$$=\int dz'\int dz\,\alpha^2(z)F(z)$$

$$-\frac{1}{2}\left[\frac{\tanh z'/2T+\coth z/2T}{z'+z-\omega-i\delta}-\frac{\tanh z'/2T-\coth z/2T}{z'-z-\omega-i\delta}\right]$$

$$\times\,\mathrm{sgn}z'\,\mathrm{Re}\left[\frac{z'Z(z')}{\sqrt{z'^2Z^2(z')-\phi^2(z')}}\right] \qquad \cdots (33)$$

กำหนดให้

$$K_{Ph}(z',\omega) = \int_0^{\infty} dz\, \alpha^2(z) F(z) \times \frac{1}{2}\left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z/2T}{z'-z-\omega-i\delta} - \frac{\tanh z'/2T - \coth z/2T}{z'-z-\omega-i\delta}\right]$$

นั่นก็คือ $$\left[1 - Z_{Ph}(\omega)\right]\omega = \int dz'\, K_{Ph}(z',\omega)\, Re\left[\frac{z' Z(z')}{\sqrt{z'^2 Z^2(z') - \phi^2(z')}}\right] sgn z'$$

เมื่อให้

$$\Delta_{Ph}(\omega) = \frac{\phi_{Ph}(\omega)}{Z_{Ph}(\omega)}$$

$$\Delta_c(\omega) = \frac{\phi(\omega)}{Z(\omega)}$$

เราจะได้ $$\left[1 - Z_{Ph}(\omega)\right]\omega = -\int dz'\, K_{Ph}(z',\omega)\, Re\left[\frac{z'}{\sqrt{z'^2 - \phi^2(\omega)}}\right] sgn z'$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าเรากำหนด

$$\phi_{Ph}(\omega) = -\int dz' \int \frac{dz}{4\pi} \int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \int \frac{d^2\vec{p}'}{V_{\vec{p}'}} \sum_j \left|g_j(\vec{p},\vec{p}')\right|^2 \times b_j(\vec{p}-\vec{p}', z)\left(\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}'}}\right)^{-1} \left[\frac{\tanh z'/2T + \coth z'/2T}{\omega - z - z' + i\delta}\right]$$

$$\times \operatorname{Sgn} z' \, Re\left[\frac{(z')}{\sqrt{z'^2 z^2(z') + \phi^2(z')}}\right]$$

แล้วจะได้

$$Z_{ph}(\omega)\Delta_{ph}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' K_{ph}(z',\omega)\, Re\left[\frac{\Delta(z')}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right] \operatorname{sgn} z'$$

ปริมาณ $\Delta(\omega)$ เรียกว่า ฟังก์ชันช่องว่างพลังงาน เพราะว่า ใช้หาช่องว่างพลังงานภายในสเปคตรัมของการกระตุ้นพื้นฐานในตัวนำยิ่งยวด

สมบัติทั่ว ๆ ไปของฟังก์ชัน K_{ph}, Z_{ph} และ Δ_{ph} มีดังนี้

$$K_{ph}(z',-\omega) = K^{*}_{ph}(z',\omega)$$

$$Z_{ph}(-\omega) = Z^{*}_{ph}(\omega)$$

$$\Sigma_{ph}(-\omega) = \Delta^{*}_{ph}(\omega)$$

ในการคำนวณพลังงานในตนเองของอิเลกตรอนอันเนื่องจากอันตรกิริยาคูลอมบ์ $\Sigma_c(\vec{p},\omega)$ เราจะได้

$$\Sigma_c(\vec{p},\omega) = -\int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3} V_c(\vec{p}-\vec{p}') \int \frac{dz'}{2\pi} \hat{\tau}_3 \, Im\left[g(\vec{p}',z')\right] \hat{\tau}_3 \tanh\frac{z'}{2T}$$

$$= -\int \frac{d\vec{p}'}{(2\pi)^3} V_c(\vec{p}-\vec{p}')$$

$$\times \int \frac{dz'}{2\pi} \, \mathrm{Im} \left\{ \frac{Z(\vec{p}\,',z')z'\hat{\tau}_0 + \vec{\epsilon}(\vec{p},z')\hat{\tau}_3 - \phi(\vec{p}\,',z')\hat{\tau}_1}{(Z(\vec{p}\,',z')z')^2 + \phi^2(\vec{p}\,',z') - \vec{\epsilon}^{\,2}(\vec{p}\,',z')} \right\} \tanh \frac{z'}{2T}$$

เพราะว่า $\qquad Z(-\omega) = Z^*(\omega)$

ฉะนั้น
$$\int \frac{Z(\vec{p}\,',z')z'\,dz}{(Z(\vec{p}\,',z')z')^2 - \phi^2(\vec{p}\,',z') - \vec{\epsilon}^{\,2}(\vec{p},z')} = 0$$

อันตรกิริยาแบบคูลอมบ์จะไม่มีส่วนต่อการเกิดนอร์มัลไลเซชันของ $Z(\vec{p},\omega)$ เพราะฉะนั้น

$$\phi(\vec{p},\omega) = -\int \frac{d\vec{p}\,'}{(2\pi)^3} V_c(\vec{p}-\vec{p}\,')$$
$$\times \int_0^\infty \frac{dz'}{\pi} \, \mathrm{Im} \left\{ \frac{-\phi(\vec{p}\,',z')}{(Z(\vec{p}\,',z')z')^2 - \phi^2(\vec{p}\,',z') - \vec{\epsilon}^{\,2}(\vec{p}\,',z')} \right\} \tanh \frac{z'}{2T} \qquad \ldots (35)$$

$Z(\vec{p}\,',z) \longrightarrow Z(z')$ เพราะว่า โมเมนตัม p' มีค่าประมาณ p_F และ Z หาได้จากอันตรกิริยาระหว่างอิเลกตรอนกับโฟนอน $\phi_c(\vec{p},\omega) \longrightarrow \phi_c(\vec{p})$ และถ้าเราเฉลี่ยฟังก์ชันนี้ตลอดผิวพลังงาน เราจะได้

$$\phi_c(\vec{p}) = \frac{\int \frac{d\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \phi_c(\vec{p})}{\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}}}$$

$$\phi_c(\vec{p}) = \int \frac{d^2\vec{p}}{} \phi_c(\vec{p}) \left(\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \right)^{-1} \int \frac{d^2\vec{p}'}{(2\pi)^3} V_c(\vec{p}-\vec{p}') \int \frac{dz'}{2\pi}$$

$$\times \mathrm{Im} \left[\frac{\phi(\vec{p}', z')}{(Z(\vec{p}', z')z')^2 - \phi^2(\vec{p}', z') - \bar{\epsilon}^2(\vec{p}', z')} \right] \tanh \frac{z'}{2T}$$

เมื่อกำหนด $N(0)V_c(\vec{p}, \vec{p}') = \dfrac{\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}} \int \frac{d^2\vec{p}'}{V_{\vec{p}'}} V_c(\vec{p}-\vec{p}')}{\int \frac{d^2\vec{p}}{V_{\vec{p}}}}$

$$\phi_c(\vec{p}) = \int \frac{d\xi}{\pi} \int dz' V_c(\vec{p}\cdot\vec{p}') N(0)$$

$$\times \mathrm{Im} \left[\frac{\phi(\vec{p}', z')}{(Z(\vec{p}', z')z')^2 - \phi^2(\vec{p}', z') - \xi^2(\vec{p}', z')} \right] \tanh \frac{z'}{2T} \qquad \ldots (36)$$

$V_c(\vec{p}, \vec{p}')$ เป็นปริมาณ $V(\vec{p}, \vec{p}')$ เฉลี่ยเทียบกับผิวเฟอร์มิและ $N(0)$ เป็นความหนาแน่นของอิเลกตรอนที่ผิวนั้น $\phi_c(\vec{p})$ เป็นฟังก์ชันของโมเมนตัมอย่างเดียว การประมาณค่านี้ถือว่า ผิวเฟอร์มิมีไอโซโทรปิคอย่างอ่อน ๆ เท่านั้น

ช่วงพลังงานของอันตรกิริยาแบบคูลอมบ์มีขนาดน้อยกว่าพลังงานเฟอร์มิ E_F มาก

นั่นคือ $\omega_D \ll \omega_c \ll E_F$

เราแยกอินทิกราลตลอด z' ออกเป็นสองส่วน สมนัยกับการอินทิเกรชันระหว่าง

0 และ ω_c และระหว่าง ω_c และ ∞

ตลอดพิสัยความถี่ $z > \omega_c$ มีอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนมีผลเป็น

$$Z(z') \longrightarrow 1$$

$$\phi(\vec{p}', z') \longrightarrow \phi_c(\vec{p}')$$

เพราะว่า $T_c \ll \omega_c$ เพราะฉะนั้นค่า $\tanh \frac{z'}{2T} \longrightarrow 1$

ส่วนของ $\phi_c(\vec{p}) = \frac{1}{\pi}\int dz' \int d\xi\, V_c(\vec{p}, \vec{p}')N(0)\, Im\left[\frac{\phi(\vec{p}')}{z^2 - \phi^2(\vec{p}') - \xi^2(\vec{p}')}\right]$

$$= \int d\xi \frac{\phi(\vec{p}')}{\pi} V_c(\vec{p}, \vec{p}')N(0)\int dz'\, Im\left[\frac{1}{(z'+i\delta)^2 - E_p^2}\right]$$

ในเมื่อ $E_{p'}^2 = \phi^2(\vec{p}') + \xi^2(\vec{p}')$

และส่วนของ $\phi_c(\vec{p}) = \int d\xi\, \frac{\phi(\vec{p}')}{\pi} V_c(\vec{p}, \vec{p}')N(0)\frac{\pi}{2E_p}\theta(E_{p'} - \omega_c)$

$$\phi_c(\vec{p}) + \int \frac{d\xi'}{2E_{p'}}\theta(E_{p'} - \omega_c)N(0)V_c(\vec{p}', \vec{p})\phi_c(\vec{p}') = \int d\xi_p V_c(\vec{p}, \vec{p}')E_{p'} \qquad \ldots (37)$$

เมื่อ $E_{p'} = N(0)\int dz' \frac{1}{\pi} Im\left[\frac{\phi(\vec{p}', z')}{z'^2 Z^2(z') - \phi^2(\vec{p}', z') - \xi^2(\vec{p}')}\right]\tanh \frac{z'}{2T}$

จากการแก้สมการ (37) เราจะได้

$\phi_c(\vec{p}) = \int d\xi_p\, U_c(\vec{p}, \vec{p}')E_{p'}$ สำหรับปริมาณ $U_c(\vec{p}, \vec{p}')$ แล้ว

$$U_c(\vec{p},\vec{p}') + \int \frac{d\xi_{p''}}{2E_{p''}} \Theta(E_{p''}, \omega_c) N(0) V_c(\vec{p},\vec{p}') U_c(\vec{p}'',\vec{p}') = V_c(\vec{p},\vec{p}') \quad \ldots (38)$$

$U_c(\vec{p},\vec{p}')$ เป็นศักย์เทียบมีอิทธิพลต่อผลของอันตรกิริยาระหว่างอิเลกตรอนใกล้ผิวเฟอร์มิในการกระเจิงแบบคูลอมบ์ของอิเลกตรอนที่ถูกกระตุ้น

จากสมการ (38)

$$\phi_c(\vec{p}) = U_c \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_{p'} r_{p'}$$

$$= U_c \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_{p'} N(0) \int_{0}^{\omega_c} dz' \frac{1}{\pi} \operatorname{Im}\left[\frac{\phi(\vec{p}', z')}{z'^2 Z^2(z') - \phi^2(\vec{p}', z') - \xi_{p'}^2}\right]$$

$$\times \tanh \frac{z'}{2T}$$

ในที่สุด $\phi_c(\vec{p}) = -N(0) U_c \int dz' \operatorname{Re}\left[\frac{\pi\Delta(z')}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right] \tanh \frac{z}{2T}$

ถ้าเราประมาณว่า $V_c(\vec{p},\vec{p}') = \begin{cases} V_c & \xi_p, \xi_{p'} < E_F \\ 0 & \xi_p, \xi_{p'} > E_F \end{cases}$

เราจะได้ $U_c + N(0) V_c \int_{E_F}^{E_p} \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 + \phi_c^2}} \left[\sqrt{(\xi^2 + \phi_c^2 - \omega_c)}\right] U_c = V_c$

นั่นคือ $$U_c = \frac{V_c}{1 + V_c N(0) \ln (E_F/\omega_c)} \qquad \ldots (39)$$

สมการพื้นฐานสำหรับตัวนำยิ่งยวด คือ

$$\Sigma(\omega) = \Sigma_{Ph}(\omega) + \Sigma_{c}(\omega) + \Sigma_{MIN}(\omega)$$

ในที่นี้ $$\Sigma_{MIN}(\omega) = \frac{n\Gamma(A\hat{\tau}_0 + B\hat{\tau}_1)}{\pi \rho (A^2 - B^2)} - \frac{(\omega\hat{\tau}_0 + \Delta(\omega)\hat{\tau}_1)}{2\tau_s\sqrt{\Delta^2(\omega) - \omega^2}}$$

$$\Sigma_{Ph}(\omega) = \left(1 - Z_{Ph}(\omega)\right)\omega\hat{\tau}_0 + \phi_{Ph}(\omega)\hat{\tau}_1$$

$$\Sigma_{c}(\omega) = -U_c N(0)\int dz' \tanh\frac{z'}{2T} Re\left[\frac{\Delta(z')}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right]\hat{\tau}_1$$

$$A(\omega) = \frac{\Gamma\omega}{\sqrt{\Delta^2(\omega) - \omega^2}} + \omega\tilde{\chi}_{1l}$$

และ $$B(\omega) = \Delta_d - \frac{\Gamma\Delta(\omega)}{\sqrt{\Delta^2(\omega) - \omega^2}}$$

$$(1 - Z_{Ph}(\omega))\omega = -\int dz' K_{Ph}(z';\omega)\, Re\left[\frac{z'}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right] \operatorname{sgn} z'$$

$$\phi_{Ph}(\omega) = \Delta_{Ph}(\omega) Z_{Ph}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' K_{Ph}(z',\omega) Re\left[\frac{\Delta(z')}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right] sgn z'$$

จากการที่ $\qquad \sum(\omega) = \left(1 - Z(\omega)\right)\omega\hat{\tau}_0 + \phi(\omega)\hat{\tau}_1 \qquad \ldots (40)$

เราจะได้ $\left(1 - Z(\omega)\right)\omega = \left(1 - Z_{Ph}(\omega)\right)\omega + \frac{n\Gamma A}{\pi\rho(A^2 - B^2)} - \frac{\omega}{2\tau_s\sqrt{\omega^2 - \Delta^2(\omega)}}$

$$\phi(\omega) = \phi_{Ph}(\omega) - U_c N(0)\int dz' \tanh\frac{z'}{2T}$$

$$\times Re\left[\frac{\Delta(z')}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right] + \frac{n\Gamma B}{\pi\rho(A^2 - B^2)}$$

$$- \frac{\Delta(\omega)}{2\tau_s\sqrt{\Delta^2(\omega) - \omega^2}} \qquad \ldots (41)$$

$$(1 - Z(\omega))\omega = -\int dz' K_{Ph}(z',\omega) Re\left[\frac{z'}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right] sgn z'$$

$$+ \frac{n\Gamma A}{\pi\rho(A^2 - B^2)} - \frac{\omega}{2\tau_s\sqrt{\omega^2 - \Delta^2(\omega)}}$$

$$Z(\omega)\Delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' K_{Ph}(z',\omega) Re\left[\frac{\Delta(z')}{\sqrt{z'^2 - \Delta^2(z')}}\right] sgn z'$$

$$+ \frac{n\Gamma B}{\pi\rho(A^2-B^2)} - \frac{\Delta(\omega)}{2\tau_s\sqrt{\omega^2-\Delta^2(\omega)}}$$

$$- U_c N(0)\int_0^{\omega_c} dz' \tanh\frac{z'}{2T} Re\left[\frac{\Delta(z')}{\sqrt{z'^2-\Delta^2(z')}}\right]$$

... (42)

สมการ (41) คือสมการเชิงเส้นสำหรับอุณหภูมิวิกฤติของอีไลส์เบอร์ก(Eliasbburg's equation) ในก ที่มีสิ่งเจือปน

ในการหาอุณหภูมิวิกฤติ T_c นั้น เราทราบว่า เมื่อใกล้ T_c, $\Delta^2(\omega) \longrightarrow 0$

ดังนั้น

$$(1-Z(\omega))\omega = -\int dz' K_{Ph}(z',\omega) Re\left(\frac{z'}{z'}\right) sgn z'$$

$$+ \frac{n\Gamma\left(\Gamma+\frac{\omega\pi\Gamma}{4T_K}\right)}{\pi\rho\left[(1+\omega X_{1L})^2-\Delta_d^2\right]} - \frac{\omega}{2\tau_s\omega}$$

$$= -\int dz' K_{Ph}(z',\omega) + \frac{n\Gamma^2\left(1+\frac{\omega\pi}{4T_K}\right)}{\pi\rho\left(\Gamma+\frac{\pi\omega\Gamma}{4T_K}\right)^2} - \frac{1}{2\tau_s}$$

เพราะว่า $\Delta_d^2 \longrightarrow 0$ และ $\Delta_d(\omega) = d_1\Delta(\omega)$

$$(1-Z(\omega))\omega = -\int_{-\infty}^{\infty} dz' K_{Ph}(z',\omega) + \frac{n\Gamma\left(1+\frac{\pi|\omega|}{4T_K}\right)}{\pi\rho\Gamma\left(1+\frac{\pi|\omega|}{4T_K}\right)^2} - \frac{1}{2\tau_s}$$

$$Z(\omega)\Delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' K_{Ph}(z',\omega)\, Re\left(\frac{\Delta(z')}{z'}\right) - \frac{n(\Delta_d - \Gamma\Delta(\omega)/\omega)}{\pi\rho\Gamma\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2}$$

$$- \frac{\Delta(\omega)}{2\tau_s(\omega)} - U_c N(0)\int dz' \tanh\frac{z'}{2T}\, Re\left(\frac{\Delta(z')}{z'}\right)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dz' K_{Ph}(z',\omega)\, Re\left(\frac{\Delta(z')}{z'}\right) + \frac{n\Delta\omega\left(d_1 - \frac{\Gamma}{\omega}\right)}{\pi\rho\Gamma\left(1+\frac{\pi|\omega|}{4T_K}\right)^2}$$

$$- \frac{\Delta(\omega)}{\omega 2\tau_s} - U_c N(0)\int_0^{\omega_c} dz' \tanh\frac{z'}{2T}\, Re\left(\frac{\Delta(z')}{\sqrt{z'^2}}\right) \qquad \ldots.(42.1)$$

$$\Delta(\omega)\left(1+\frac{1}{\tau_s\omega}\right) = \left[(\lambda) - U_c N(0)\right]\pi T \sum \frac{\Delta(\omega')}{\omega'} \qquad \ldots (43)$$

ข้างขวาและข้างซ้ายของสมการ (42.1) ต่างก็เป็นฟังก์ชันของ ω', ω ที่ไม่ขึ้นกับกันและกัน ดังนั้นจึงมีค่าคงที่

นั่นคือ $$\Delta(\omega)\left(1+\frac{1}{\tau_s\omega}\right) = C$$

$$\Delta(\omega) = \frac{C}{\left(1-\frac{1}{\tau_s\omega}\right)}$$

โดยการแทนค่ากลับเราจะได้

$$C = \left(\lambda - U_c N(0)\right)\pi T \sum \frac{C}{\left(1+\frac{1}{\tau_s\omega}\right)\omega}$$

$$\frac{1}{\lambda - U_c N(0)} = \pi T \Sigma \frac{1}{\left(\omega + \frac{1}{\tau_s}\right)}$$

$$= \psi\left(\frac{\omega_D'}{2\pi T_c} + 1 + \frac{1}{2\tau_s}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi T_c \tau_s}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda - \mu^*} = \psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi T_c} + 1 + \frac{1}{2\tau_s}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi T_c \tau_s}\right)$$

เมื่อ $\frac{1}{2\tau_s} = 0$ ในกรณีสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

เราจะได้ $$\frac{1}{\lambda - \mu^*} = \psi\left(\frac{\omega_D}{2\pi T_{co}} + 1\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{\omega_D}{\pi T_{co}}\right)$$

$$T_{co} = 1B\omega_D e^{-\left(\frac{1}{\lambda - \mu^*}\right)}$$ ซึ่งเป็นผลของ บี ซี เอส

แต่ถ้า $\frac{1}{2\tau_s} \neq 0$ สูตรที่ได้จะเป็นผลของอะบริกอซอฟและกอร์กอฟ

$K_{ph}(z',\omega)$ จะมีค่าลดลงเมื่อ $|\omega| \geqslant \omega_D$ ดังนั้น เรากำหนดปริมาณ $K_{ph}(z',\omega)$ เป็นค่าคงที่ในช่วง $0 < \omega < \omega_D$

$$K(0,0) = \frac{\lambda}{2} \tanh \frac{z'}{2T}$$

เมื่อ $$\lambda = 2\int dz' \frac{\alpha^2(z)F(z)}{z}$$

λ ในที่นี้คือ ค่าคงที่ของการคู่ควบระหว่างอิเลกตรอนกับโฟนอน

$$K_{Ph}(z',\omega) = \frac{\lambda}{2}\tanh\frac{z'}{2T}\,\theta(\omega_D-|z'|)(\omega_D-|\omega|)\theta$$

ดังนั้น
$$(1-Z(\omega))\omega = -\int_{\infty}^{\infty} dz'\frac{\lambda}{2}\tanh\frac{z'}{2T}\,\theta(\omega_D-|z'|)\,\theta(\omega_D-|\omega|) + \frac{nr\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)}{\pi\rho r\left(1+\frac{\pi|\omega|}{4T_K}\right)^2} - \frac{1}{2\tau_S}$$

$$= -\int_{-\omega_D}^{\omega_D} dz'\frac{\lambda}{2}\tanh\frac{z'}{2T}\,\theta(\omega_D-|\omega|) + \frac{nr\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)}{\pi\rho r\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2} - \frac{1}{2\tau_S} \qquad \ldots (44)$$

$$(1-Z(\omega))\omega = 0 + \frac{nr\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)}{\pi\rho r\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2} - \frac{1}{2\tau_S}$$

$$Z(\omega) = 1 - \frac{nr\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)}{\pi\rho r\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2\omega} + \frac{1}{2\tau_S\omega}$$

$$\left[1 - \frac{n\Gamma\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)}{\pi\rho\Gamma\omega\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2} + \frac{1}{2\tau_s\omega}\right]\Delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dz' \tanh\frac{z'}{2T}\,\theta(\omega_D - |z'|)$$

$$\times\,\theta(\omega_D - |\omega|)\,R_e\left(\frac{\Delta(z')}{z'}\right) + \frac{n\Delta(\omega)(d_1 - \Gamma/\omega)}{\pi\rho\Gamma\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2}$$

$$- \frac{\Delta(\omega)}{2\omega\tau_s} - U_c N(0)\int_0^{\omega_c} dz' \tanh\frac{z'}{2T_c} R_e\left(\frac{\Delta(z')}{z'}\right) \quad \ldots (45)$$

โดยการจัดเทอมในสมการ (45) ใหม่

$$\Delta(\omega)\left[1 - \frac{n\Gamma\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)}{\pi\rho\Gamma\omega\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2} + \frac{1}{\tau_s\omega} - \frac{n\left(d_1 - \frac{\Gamma}{\omega}\right)}{\pi\rho\Gamma\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2}\right]$$

$$= \lambda\theta(\omega_D - |\omega|)\int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'} \tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

$$- U_c N(0)\int_0^{\omega_c} \frac{dz'}{z'} \tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

$$\Delta(\omega)\left|1 - \frac{n}{\rho\pi\omega\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)} + \frac{1}{\tau_s\omega} - \frac{\left(d_1 - \frac{\Gamma}{\omega}\right)}{\pi\rho\Gamma\left(1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right)^2}\right|$$

$$= \lambda\theta(\omega_D - |\omega|)\int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z') - U_c N(0)\int \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

ถ้า $T_c >> T_K$ คือเป็นกรณีหนึ่งซึ่งสิ่งเจือปนเป็นสารที่เป็นแม่เหล็กมาก ๆ เราจะได้

$$\Delta(\omega)\left[1 - 0 + \frac{1}{\tau_s\omega} - 0\right] = \lambda\theta(\omega_D - |\omega|)\int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

$$- U_c N(0)\int_0^{\omega_c} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

$$\Delta(\omega)\left(1 + \frac{1}{\tau_s\omega}\right) = \lambda\theta(\omega_D - |\omega|)\int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}$$

$$- U_c N(0)\int_0^{\omega_c} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

ถ้า $T_c << T_K$ คือเป็นกรณีหนึ่งซึ่งสิ่งเจือปนเป็นสารที่ไม่เป็นแม่เหล็กมากนัก เราจะได้

$$\Delta(\omega)\left[1 - \frac{n}{\pi\rho\omega} - \frac{n}{\pi\rho\Gamma}\left(d_1 - \frac{\Gamma}{\omega}\right)\right] = \lambda\theta(\omega_D - |\omega|)\int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T}\Delta(z')$$

$$- U_c N(0)\int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

$$\Delta(\omega)\left(1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\right) = \lambda\theta(\omega_D - |\omega|)\int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'}\tanh\frac{z'}{2T_c}\Delta(z')$$

$$- U_c N(0) \int_0^{\omega_0} \frac{dz'}{z'} \tanh \frac{z'}{2T_c} \Delta(z') \qquad \ldots (46)$$

รากของสมการ (46) นี้ อาจจะถูกกำหนดให้มีรูปเป็น

$$\Delta(\omega) = \begin{cases} \Delta_{ph} & |\omega| < \omega_D \\ \Delta_c & \omega_D < |\omega| < \omega_c \end{cases}$$

เมื่อ Δ_{Ph} และ Δ_c เป็นค่าคงที่ ซึ่งเราจะหาได้จากชุดของสมการพีชคณิตโฮโม-จีเนียสสองชุด คือ

$$\left[1 - \frac{nd_1}{\pi \rho \Gamma}\right] \Delta_{Ph} = \lambda \int_0^{\omega_D} \frac{dz'}{z'} \tanh \frac{z'}{2T_c} \Delta_{Ph}$$

$$- U_c N(0) \left[\int_0^{\omega_0} \frac{dz'}{z'} \tanh \frac{z'}{2T_c} \Delta_{Ph} + \int_0^{\omega_c} \frac{dz'}{z'} \tanh \frac{z'}{2T_c} \Delta_c \right] \qquad \ldots (47)$$

$$\Delta_{Ph} \left[1 - \lambda K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) + U_c N(0) K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) - \frac{nd_1}{\pi \rho \Gamma} \right] = - U_c N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{dz'}{z'} \Delta_c$$

$$K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) = \int_0^{\omega_D/2T_c} \frac{dx}{x} \tanh x \qquad \ldots (48)$$

จากสมการทั้งสองเราได้

$$\Delta_{Ph}\left[1 \begin{matrix} -\left[\lambda - U_c N(0)\right] K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) \\ - \dfrac{nd_1}{\pi\rho\Gamma} \end{matrix} \right] + \left[U_c N(0) \ln \frac{\omega_c}{\omega_D} \right] = 0 \ldots (49)$$

$$\Delta_{Ph}\left[1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma} + U_c N(0) \ln \frac{\omega_c}{\omega_D} \right] + U_c N(0) K\left(\frac{\omega}{2T_c}\right) \Delta_{Ph} = 0 \ldots (50)$$

เงื่อนไขที่ใช้แก้สมการ (49) และ (50) เพื่อจะได้สมการอุณหภูมิวิกฤติ T_c คือ

$$\left[1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma} - \left[\lambda - U_c N(0)\right] K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) \right] \left[1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma} + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_0}{\omega_D}\right) \right]$$

$$= \left[U_c N(0) \right]^2 \ln\left(\frac{\omega_0}{\omega_D}\right) K\left(\frac{\omega}{2T_c}\right) \ldots (51)$$

เราให้ $\quad A = 1 - \dfrac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}$

แทนค่า A ลงในสมการ (51) เราจะได้

$$\left[(A) - \lambda - U_c N(0) K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) \right] \left[(A) + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_0}{\omega_D}\right) \right]$$

$$= \left[U_c N(0) \right]^2 \ln\left(\frac{\omega_0}{\omega_D}\right) K\left(\frac{\omega}{2T_c}\right) \ldots (52)$$

โดยการแก้สมการ (52) ซึ่งเป็นสมการกำลังสอง เราจะได้

$$K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) = \frac{(A)\left[(A) + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)\right]}{U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right) + (A)\left[\lambda - U_c N(0)\right]} \quad \ldots (53)$$

เมื่อแทนค่า A จากที่กำหนดให้ลงในสมการ (53) เราจะได้

$$K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) = \frac{1 - \frac{2nd_1}{\pi\rho\Gamma} + \left(1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\right) U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)}{\lambda\left[1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma} + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)\right] - U_c N(0)\left(1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\right)}$$

$$= \frac{1 + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right) - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\left[2 + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)\right]}{\lambda\left[1 + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)\right] - U_c N(0) - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\left[\lambda - U_c N(0)\right]}$$

$$K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) = \frac{1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\left[\frac{1}{1 + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)}\right]}{\lambda - \mu^* - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma} \frac{\left[\lambda - U_c N(0)\right]}{\left[1 + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)\right]}} \quad \ldots (54)$$

ในที่นี้ $\mu^* = \dfrac{U_c N(0)}{1 + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)}$

จากสมการ (54) เราจะได้

$$K\left(\frac{\omega_D}{2T_c}\right) = \frac{1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\left[1 + \frac{\mu^*}{U_c N(0)}\right]}{\lambda - \mu^* - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\left[\lambda - U_c N(0)\right]\frac{\mu^*}{U_c N(0)}}$$

$$\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) = \frac{1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\left[1 + \frac{\mu^*}{U_c N(0)}\right]}{\lambda - \mu^* - \frac{n_1 d_1}{\pi\rho\Gamma}\left[\frac{\lambda}{U_c N(0)} - 1\right]\mu^*}$$

$$\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{c0}}\right) = \frac{1}{\lambda - \mu^*}$$

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{\left[1 - \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma}\left[1 + \frac{\mu^*}{U_c N(0)}\right]\right]}{(\lambda - \mu^*)\left[1 - \frac{nd_1\mu^*}{\pi\rho\Gamma(\lambda - \mu^*)}\left(\frac{\mu}{U_c N(0)} - 1\right)\right]} - \frac{1}{\lambda - \mu^*}$$

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma(\lambda - \mu^*)}\left[1 + \frac{\mu^*}{U_c N(0)} - \frac{\mu^*}{(\lambda - \mu^*)}\left(\frac{\lambda}{U_c N(0)} - 1\right)\right]$$

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma(\lambda - \mu^*)}\left[1 + \mu^*\left\{\frac{1}{U_c N(0)} - \frac{1}{\lambda - \mu^*}\left(\frac{\lambda}{U_c N(0)} - 1\right)\right\}\right]$$

ถ้า $\mu^* = 0$ และ $\lambda = gN\rho$ ... (55)

เราจะได้ $\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{nd_1}{\pi\rho\Gamma\lambda}$

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{nd_1}{\pi\rho^2\Gamma gN}$$

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{n}{4T_K\rho^2 gN}\left[\phi_1(T)\right]$$

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{n}{4T_K gN\rho^2}\ln\left(\frac{T_K}{T_{c0}}\right) \quad \text{... (56)}$$

บทที่ 5

บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

บทย่อ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้มีความมุ่งหมายที่จะคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันผสมอยู่ว่า อุณหภูมิวิกฤติของระบบที่ได้ขึ้นกับความเข้มข้น และชนิดของสิ่งเจือปนอย่างไรและเพียงใด

วิธีดำเนินการวิจัย

คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงเมื่อมีสิ่งเจือปน สมการอินทีกราลที่ได้หาได้จากพลังงานของอิเลกตรอนในตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิใกล้อุณหภูมิวิกฤติ ทั้งนี้โดยการคำนวณหากรีนฟังก์ชันของอิเลกตรอนอิสระโดยพิจารณาทั้งอันตรกิริยาระหว่างอิเลกตรอนกับโฟนอน และอิเลกตรอนกับสิ่งเจือปน

การวิเคราะห์ผล

นำสมการอินทีกราลที่ได้จากการคำนวณมาวิเคราะห์ และเปรียบเทียบกับสูตรที่ได้จากผลงานวิจัยอื่น ๆ ในกรณีต่าง ๆ ว่าผลที่ได้ครอบคลุมผลงานวิจัยอื่น ๆ อย่างไร

สรุปผลการวิจัย

ในการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงในกรณีที่มีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน เมื่อใช้ทฤษฎีของแมคมิลแลน และแบบจำลองของแอนเดอร์สันได้ผลดังนี้

อุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันผสมอยู่ เป็นไปตามสมการ (55) นั่นคือ

$$\ln\left(\frac{T_{c0}}{T_c}\right) = \frac{N_i d_1}{N(0)\pi\Gamma(\lambda-\mu^*)} \times \left[1+\mu^*\left\{\frac{1}{U_c N(0)} - \frac{1}{\lambda-\mu^*}\left(\frac{\lambda}{U_c N(0)} - 1\right)\right\}\right]$$

$$\Gamma = \pi N(0) V^2$$

$N(0)$ เป็นความหนาแน่นสถานะของอิเลกตรอนที่ผิวเฟอร์มิ

V เป็นอันตรกิริยาแบบคูลอมบ์ระหว่างอิเลกตรอนที่เกิดจากการแลกเปลี่ยนโฟนอนซึ่งกันและกัน

N_i เป็นจำนวนอะตอมของสิ่งเจือปน

μ^* เป็นศักย์เทียมแบบคูลอมบ์ของมอเรลและแอนเดอร์สัน

$$d_1 = \frac{\pi\Gamma}{4T_K} \frac{\phi_1(T)}{\left[1+\frac{N_i\phi_2(T)}{4N(0)T_K}\right]}$$

และ

$$\phi_1(T) = \pi T \sum_{\omega} \frac{1}{\left[1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right]^2\left[\omega+\frac{1}{\tau_s}\right]}$$

$$\phi_2(T) = \pi T \sum_{\omega} \frac{1}{\left[1+\frac{\pi\omega}{4T_K}\right]^4\left[\omega+\frac{1}{\tau_s}\right]}$$

T_k เป็นอุณหภูมิคอนโดของสารเจือปนนั้น ๆ

$$\mu^* = \frac{U_c N(0)}{1 + U_c N(0) \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right)}$$

U_c เป็นอันตรกิริยาระหว่างอิเลกตรอนแบบคูลอมบ์

λ เป็นค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเลกตรอนกับโฟนอน

$$\lambda = 2\int_0^{\omega_0} \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q) \frac{d\omega_q}{\omega_q}$$

อภิปรายผลการวิจัย

1. เมื่อระบบที่ไม่มีสิ่งเจือปนผสมอยู่เลย $\frac{1}{T} = 0$ $N_i = 0$ และ $= 0$ ผลที่ได้จะตรงทฤษฎี บี ซี เอส ที่ว่า อุณหภูมิวิกฤติมีรูปแบบเป็นเอ็กโพเน็นเทียล (exponential)ของค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเลกตรอนกับโฟนอน (λ) และอันตรกิริยาแบบคูลอมบ์ของมอเรลและแอนเดอร์สัน (μ^*)

2. เมื่อระบบที่เราพิจารณามีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันผสมอยู่ ผลที่ได้จะเป็นไปตามสมการ (55) นั่นคือ อุณหภูมิวิกฤติของระบบขึ้นกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปน และมีความสัมพันธ์กันแบบเอกโพเน็นเทียล(exponential) โดยที่อุณหภูมิวิกฤติจะลดลงตาม-ความเข้มข้นของสิ่งเจือปน อัตราการลดจะลดมากหรือน้อยขึ้นกับ λ, μ^* และ N_i

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการวิจัยต่อ ๆ ไปเป็นดังนี้

1. พิจารณากรณีสิ่งเจือปนมีความเข้มข้นสูง นั่นหมายความว่า ต้องพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอะตอมของสิ่งเจือปนด้วย

2. พิจารณากรณีที่อันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเลคตรอนกับโฟนอน (λ) มีค่าประมาณ 1 เช่น ในโลหะไนโอเบียม (Nb) และเทียลเลียม (Tl) เป็นต้น น้อยกว่า 1 มาก ๆ เช่น เบอริลเรียม (Be) ฮาฟเนียม (Hf) และทังสเตน (W) และ มีขนาดปานกลาง เช่น ดีบุก (Sn) และเรเดียม (Ra)

3. สิ่งเจือปนเป็นแบบอื่น ๆ เช่น สิ่งเจือปนแบบคอนโด อาจจะเป็นชนิดเป็นแม่เหล็กหรือไม่เป็นแม่เหล็ก หรืออาจจะเป็นพวกอนุกรมแลนทาไนด์ (Lanthanide series) ซึ่งเป็นธาตุที่ 58 ถึง 71

4. คำนวณหาความร้อนจำเพาะ สภาพนำความร้อน สนามแม่เหล็กวิกฤติ สมบัติเกี่ยวกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การกลับสปิน และสมบัติการดูดกลืนรังสีอุลตราโซนิค

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

Abrikosov, A.A. and L.P. Gor'kov. Soviet Physical JETP. 1959 1090 p.

Abrikosov, A.A. and L.P. Gor'kov. Soviet Physical JETP. 1961. 1243 p.

Allen, P.B. In lecture Notes for the XVI Karpac Winter School theoretical Physics. Dapacz, Lopuszanski, 1979. 3195 p.

Ambegaokar, V and A. Griffin. Physical Review 137 1965. A1151 p.

Animalu, Alexander OE. Intermediate Quantum Theory of Crystalline Solids. Cliff, Prentice-Hall, 1977. 515 p.

Bardeen, T., L.N. Cooper and J.R. Schrieffer. Physical Review 108 1975. 1175 p.

Bardeen, J. and M. Stephen. Physical Review 136 1964. A1485 p.

Bermon, S. and D.M. Ginsburg. Physical Review 135. 1964. A306 p.

Cooper, L.N. Physical Review 104. 1956. 1185 p.

Daams, J.M. and J.P. Carbotte. Canadian Journal Physics. 1978. 1248 p.

Dekker, W.K. and D.K. Finnemore. Physical Review 172. 1968. 430 p.

Finnemore, D.K. and D.K. Mapother. Physical Review 118. 1960 127 p.

Frohlieh, J. Physical Review 79. 1950. 845 p.

Giaever, I., H.R. Hart, Jr. and K. Megerle. Physical Review 126. 1962. 941 p.

Kusakabe, T. "Superconductivity in Transition Metals with Nonmagnetic Impurities." Progress of Theoretical Physics 43. 1970. 907 p.

McMillan, W.L. Physical Review 167. 1968. 331 p.

Matthias, B.T. and others. Physical Review 115. 1959. 1263 p.

Morel, P. and P.W. Anderson, Physical Review 125. 1962. 1263 p.

Moskalenko, V.A. and M.E. Palistrant. JETP 22. 1066. 536 p.

Nambu, Y. Physical Review 117. 1960. 648 p.

Neighbor, J.E., J.E. Cocharn and C.A. Shiffman. Physical Review 155. 1967. 384 p.

Onnes, Kamerling H. Comm. Physical. Lab. Lieden 119. 1191. 120 - 121

Schachinger, E., J.M. Daams and J.P. Carbotte. Physical Review 22. 1980. 3195 p.

Diedel, G. and P.H. Keesom. Physical Review 112. 1958. 1803 p.

Skalski, S.O. Betbeder - Matibet and Weiss. Physical Review 136 1964. 1500 p.

Sung, C.C. and V.K. Wong. Journal of Physical Chemistry Solid 28. 1967. 1933 p.

Tewordt, L. Physical Review 129. 1963. 657 p.

ภาคผนวก

ตามทฤษฎีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง อุณหภูมิวิกฤติของสารตัวนำยิ่งยวดจะขึ้นกับค่าคงที่ของอันตรกิริยาคู่ควบระหว่างอิเล็กตอรนกับโฟนอน และอิเล็กตรอนกับอิเล็กตรอน ซึ่งตามทฤษฎีนี้ เราสามารถหาค่าเอ็มไพริกัลของอันตรกิริยาคู่ควบ เมื่อทราบโครงสร้างแถบพลังงานของอิเล็กตรอนในโลหะบริสุทธิ์ และโลหะผสมได้ซึ่งค่าคงที่นี้จะขึ้นกับความถี่ของโฟนอน

สมการอินทีกราลที่ใช้หาพลังงานของอิเล็กตรอนและช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิใกล้อุณหภูมิวิกฤติ คือ

$$\left[1-Z(\omega)\right]\omega = \int_0^{\infty} d\omega' \int_0^{\omega_0} d\omega_q\, \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q) \left[f'(\omega)\left\{ \frac{1}{\omega'+\omega_q+\omega} - \frac{1}{\omega'+\omega_q-\omega} \right\} + f(\omega)\left\{ \frac{1}{-\omega'+\omega_q+\omega} - \frac{1}{-\omega'+\omega_q-\omega} \right\} \right] \quad \ldots \quad (A.1)$$

$$\Delta(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} \int_0^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega'} \mathrm{Re}\left[\Delta(\omega')\right] \int_0^{\omega_0} d\omega_q\, \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)$$

$$\times \left[\left\{ N(\omega) + f(-\omega') \right\} \left\{ \frac{1}{\omega'+\omega_q+\omega} + \frac{1}{\omega'+\omega_q-\omega} \right\} - \left\{ N(\omega_q) - f'(\omega) \right\} \left\{ \frac{1}{-\omega'+\omega_q+\omega} - \frac{1}{-\omega'+\omega_q-\omega} \right\} \right]$$

$$- \frac{N(0)V_c}{Z(\omega)} \int_0^{E_D} \frac{d\omega'}{\omega'} \mathrm{Re}\left[\Delta(\omega')\right] \left[1 - 2f'(\omega')\right] \quad \ldots \quad (A.2)$$

เมื่อ $F(\omega_q)$ คือความหนาแน่นสถานะของโฟนอน

ω_o คือความถี่สูงสุดของโฟนอน

$\alpha^2(\omega_q)$ คือค่าเฉลี่ยของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน

V_c คืออันตรกิริยากำบังแบบคูลอมบ์ เมื่อเฉลี่ยทั่วผิวเฟอร์มิ

E_B คือความกว้างแถบพลังงานของอิเล็กตรอน

$N(\omega)$ และ $f(\omega)$ คือโอกาสการมีสถานะความถี่ ω ในสถิติแบบของโบสและแบบเฟอร์มิ

ในการหารากโดยประมาณ(approximation solution) ของสมการ (A.1) เราสมมติฟังก์ชันทดลอง $\Delta(\omega)$ แล้วแทนลงทางขวาของสมการ (A.1) ทำการอินทีกราลและจุดมุ่งหมายของเราคือ ฟังก์ชันทดลอง $\Delta(\omega)$ และ $\Delta(\omega)$ ที่คำนวณได้ต้องมีค่าคงที่ไม่ขัดกัน

$$\left.\begin{array}{llll} \text{สมมติให้} & \Delta(\omega) = \Delta_o & 0 < \omega < \omega_o \\ \text{และ} & \Delta(\omega) = \Delta_\infty & \omega_o < \omega \end{array}\right\} \quad \ldots \text{(A.3)}$$

และคำนวณ $\Delta(0)$ กับ $\Delta(\infty)$ ได้จากสมการ (A.2)

จากสมการ (A.1)

$$\Delta(0) = \frac{1}{Z(0)} \int_0^{\omega_o} \frac{d\omega'}{\omega'} \Re_e(\omega') \int_0^{\omega_o} d\omega_q \, \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)$$

$$\times \left[f'(\omega) \left\{ \frac{1}{\omega' + \omega_q} - \frac{1}{-\omega' + \omega} \right\} \right.$$

$$+ f(\omega')\left\{\frac{1}{\omega'+\omega_q} - \frac{1}{-\omega'+\omega_q}\right\}\Bigg]\Bigg]$$

$$= \frac{2\Delta_0}{Z(0)}\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega'}{\omega'} Re(\omega_0)\int_0^{\omega_0} d(\omega_q)\,\alpha^2(\omega_q)F(\omega_q)\ ,$$

$$\times\left[\frac{2f(-\omega')}{\omega'+\omega_q} - \frac{2f(\omega')}{-\omega'+\omega_q}\right]$$

$$= \frac{i\Delta_0}{Z(0)}\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega'}{\omega'}\int_0^{\omega_0} d\omega_q\,\alpha^2(\omega_q)F(\omega_q)$$

$$\times\left[\frac{1}{\omega'+\omega_q} f(-\omega) - \frac{1}{-\omega'+\omega_q} f(\omega')\right]$$

ทั้งนี้เพราะว่า $\omega' \ll \omega_q$ เราจะได้ว่า

$$\Delta'(0) = \frac{2\Delta(0)}{Z(0)}\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega'}{\omega'}\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega_q\,\alpha^2(\omega_q)F(\omega_q)}{\omega_q}\left[f(-\omega') - f(\omega')\right] \qquad \ldots \quad (\text{ก}.4)$$

$$f(-\omega') = \frac{1}{e^{-\beta_c\omega'}+1} \qquad f(\omega') = \frac{1}{e^{\beta_c\omega'}+1}$$

$$f(-\omega')+f(\omega') = \frac{1}{e^{-\beta_c\omega'}+1} - \frac{1}{e^{\beta_c\omega'}+1}$$

$$= \frac{e^{\beta_c\omega'} + 1 - e^{-\beta_c\omega'} - 1}{\left[e^{-\beta_c\omega'} + 1\right]\left[e^{\beta_c\omega'} + 1\right]}$$

ฉะนั้น $$f(-\omega')\cdot f(\omega') = \tanh\left(\frac{\beta_c\omega'}{2}\right) \qquad \ldots \quad (A.5)$$

แทนสมการ (A.5) ลงในสมการ (A.4) จะได้ว่า

$$\Delta'(0) = \frac{\Delta_0}{Z(0)}\int_0^{\omega_0}\frac{d\omega'}{\omega'}\,2\int_0^{\omega_0}\frac{d\omega_q\,\alpha^2(\omega_q)F(\omega_q)}{\omega_q}\tanh\left(\frac{\beta_c\omega'}{2}\right)$$

กำหนดให้ $$\lambda = 2\int_0^{\omega_0}\frac{d\omega_q\,\alpha^2(\omega_q)F(\omega_q)}{\omega_q}$$

$$\Delta'(0) = \frac{\Delta_0\lambda}{Z(0)}\int_0^{\omega_0}\frac{d\omega'}{\omega'}\tanh\left(\frac{\beta_c\omega'}{2}\right)$$

$$\Delta'(0) = \frac{\Delta_0\lambda}{Z(0)}\ln\frac{2\gamma\omega_0}{\pi T_c}$$

$$\Delta^2(0) = \frac{2}{Z(0)}\int_{\omega_0}^{\infty}\frac{d\omega'}{\omega'}\mathrm{Re}\left(\Delta_\infty\right)\int_0^{\omega_0}d\omega_q\,\alpha^2(\omega_q)f(-\omega')F(\omega_q)$$

$$\times\left[\frac{f(-\omega')}{\omega'+\omega_q} - \frac{f(\omega')}{\omega'+\omega_q}\right]$$

$$\Delta^2(0) = \frac{2\Delta_\infty}{Z(0)} \int_{\omega_0}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega'} \int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)$$

$$\times \left[\frac{f(-\omega')}{\omega' + \omega_q} - \frac{f(\omega')}{\omega' + \omega_q} \right]$$

ครั้งนี้เราให้ $\omega' \gg \omega_q$ และ

$$f(-\omega') = 1$$

$$f(\omega') = 0$$

$$\Delta^2(0) = \frac{2\Delta_\infty}{Z(0)} \int_{\omega_0}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega'} \int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q) \left(\frac{1}{\omega'}\right)$$

$$\Delta^2(0) = \frac{\Delta_\infty}{Z(0)} \int_{\omega_0}^{\infty} \frac{d\omega'}{\omega'} 2 \int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)$$

$$\Delta^2(0) = \frac{\Delta_\infty}{Z(0)} \left(\frac{1}{\omega'}\right)\Bigg|_{\omega_0}^{\infty} 2 \int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q) \frac{\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)}{\omega_q}}{\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)}{\omega_q}}$$

$$\Delta^2(0) = \frac{\Delta_\infty}{Z(0)\omega_0} \langle \omega \rangle \lambda$$

โดยที่ $$\langle \omega \rangle = \frac{\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)}{\omega_q}}{\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)}{\omega_q}} \quad \ldots \quad (A.6)$$

ถ้าเราพิจารณาเทอมอันตรกิริยาแบบคูลอมบ์

ให้ $$\overset{3}{\Delta}(0) = \frac{-N(0)V_c}{Z(0)} \int_0^{E_B} \frac{d\omega'}{\omega'} \Delta_0 \left[1 - 2f(\omega') \right]$$

$$\overset{3}{\Delta}(0) = \frac{-N(0)V_c}{Z(0)} \left[\Delta_0 \int_0^{\omega_0} \frac{d\omega'}{\omega'} \left\{ \frac{e^{\beta_c \omega'} - 1}{e^{\beta_c \omega'} + 1} \right\} + \Delta_\infty \int_{\omega_0}^{E_B} \frac{d\omega'}{\omega'} \left\{ \frac{e^{\beta_c \omega'} - 1}{e^{\beta_c \omega} + 1} \right\} \right]$$

ซึ่งสามารถเปลี่ยนใหม่เป็น

$$\overset{3}{\Delta}(0) = \frac{-N(0)V_c}{Z(0)} \left[\Delta_0 \int_0^{\omega_0} \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh\left(\frac{\beta_c \omega'}{2}\right) + \Delta_\infty \int_{\omega_0}^{E_D} \frac{d\omega'}{\omega'} \tan\left(\frac{\beta_c \omega'}{2}\right) \right]$$

เมื่อแยกช่วงการอินทิกราล

$$\overset{3}{\Delta}(\omega) = \frac{-N(0)V_c}{Z(0)} \left[\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_\infty \left\{ \int_0^{E_B} \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh\left(\frac{\beta_c \omega'}{2}\right) - \int_0^{E_D} \frac{d\omega'}{\omega'} \tanh\left(\frac{\beta_c \omega'}{2}\right) \right\} \right]$$

$$\overset{3}{\Delta}(0) = \frac{-N(0)V_c}{Z(0)}\left[\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_\infty\left\{\ln\left(\frac{E_D}{T_c}\right) - \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right)\right\}\right]$$

$$\overset{3}{\Delta}(0) = \frac{-N(0)V_c}{Z(0)}\left[\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_\infty \ln\left(\frac{E_B}{\omega_0}\right)\right]$$

ที่พลังงานสูง ๆ อันตรกิริยาแบบคูลอมบ์เท่านั้นที่เป็นสิ่งสำคัญ ดังนั้น

$$\Delta_\infty = \frac{-N(0)V_c}{Z(0)}\left[\int_0^{\omega_0}\frac{d\omega'}{\omega'}\Delta_0\left\{1-2f(\omega')\right\} + \Delta_\infty\int_{\omega_0}^{E_B}\frac{d\omega'}{\omega'}\left\{1-2f(\omega')\right\}\right]$$

จากสมการ (A.1) จะได้

$$\left[1-Z(\omega)\right] = \frac{1}{\omega}\int_0^\infty d\omega'\int_0^{\omega_0} d\omega_q\,\alpha^2(\omega_q)F(\omega_q)\left[\left\{\frac{1}{\omega'+\omega_q+\omega} - \frac{1}{\omega'+\omega_q-\omega}\right\}f(-\omega')\right.$$

$$\left. + f(\omega')\left\{\frac{1}{-\omega'+\omega_q+\omega} - \frac{1}{-\omega'+\omega_q-\omega}\right\}\right] \quad \ldots \quad (A.7)$$

เมื่อ ω เข้าใกล้อินฟินิตี้ (infinity) แล้ว

$$1 - Z(\infty) = 0$$

$$Z(\infty) = 1$$

จากสมการ (A.1) เราจะได้

$$\left[1-Z(\omega)\right]\omega = \int_0^\infty d\omega' \int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)$$

$$\times \left[f(-\omega')\left\{ \frac{\omega'+\omega_q-\omega-\omega'-\omega_q-\omega}{(\omega'+\omega_q)^2-\omega^2} \right\} + f(\omega')\left\{ \frac{-\omega'+\omega_q-\omega+\omega'-\omega_q-\omega}{(-\omega'+\omega_q)^2-\omega^2} \right\} \right]$$

$$\left[1-Z(\omega)\right]\omega = \int_0^\infty d\omega' \int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q) \left[\frac{-2\omega f(-\omega')}{(\omega'+\omega_q)^2-\omega^2} - \frac{-2\omega f(\omega')}{(-\omega'+\omega_q)^2-\omega^2} \right]$$

$$\left[1-Z(\omega)\right]\Big|_{\omega\to 0} = \int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q) \int_0^\infty d\omega' \left[\frac{-2f(-\omega')}{(\omega'+\omega_q)^2} - \frac{2f(\omega')}{(-\omega'+\omega_q)^2} \right]$$

$$= -2\int_0^{\omega_0} d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q) \left[\left\{ \frac{-f(-\omega')}{(\omega'+\omega_q)} - \frac{f(\omega')}{(-\omega'+\omega_q)} \right\}_0^\infty \right]$$

$f(-\omega') = 1$ และ $f(\omega') = 0$

$$\left[1-Z(0)\right] = 2\int_0^{\omega_0} \frac{d\omega_q \alpha^2(\omega_q) F(\omega_q)}{\omega_q}$$

$$= -\lambda$$

นั่นคือ $$1 + \lambda = Z(0)$$

เงื่อนไขนี้จะต้องไม่ขัดกันทั้งที่พลังงานต่ำ ๆ และสูง ๆ

ดังนั้น $$\Delta(0) = \Delta_0$$

$$\Delta(0) = \Delta^1(0) + \Delta^2(0) + \Delta^3(0)$$

เราจะได้ $$\Delta_0 = \frac{\Delta_0\lambda}{Z(0)} \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \frac{\Delta_\infty}{Z(0)}\langle\omega\rangle\lambda - \left[\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_\infty \ln\left(\frac{E_B}{\omega_0}\right)\right]$$

และ $$\Delta(\infty) = \Delta_\infty$$

$$\Delta_\infty = \frac{-N(0)V_c}{Z(\infty)}\left[\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_\infty \ln\left(\frac{E_D}{\omega_0}\right)\right]$$

$$Z(\infty) = 1$$

เพราะว่า $$\Delta_\infty = -N(0)V_c\left[\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_\infty \ln\left(\frac{E_B}{\omega_0}\right)\right]$$

เพราะฉะนั้น $$\frac{\Delta_\infty \ln\left(\frac{E_B}{\omega_0}\right)}{\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right)} = \frac{1}{1 + N(0)V_c \ln\left(\frac{E_B}{\omega_0}\right)}$$

นั่นคือ $$\Delta(\infty) = \Delta_\infty = \frac{N(0)V_c\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right)}{1 + N(0)V_c \ln\left(\frac{E_B}{\omega_0}\right)}$$

เมื่อ μ^* คือศักย์เทียมแบบคูลอมบ์และแอนเดอร์สัน และ

$$\mu^* = \frac{N(0)V_c}{1 + N(0)V_c \ln\left(\frac{E_B}{T_c}\right)}$$

ดังนั้นจาก $\Delta_0 = \frac{\Delta_0 \lambda}{Z(0)} \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \frac{\Delta_\infty \langle\omega\rangle \lambda}{Z(0)\omega_0}$

$$- \frac{N(0)V_c}{Z(0)} \left[\Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_\infty \ln\left(\frac{E_D}{\omega_0}\right)\right]$$

เมื่อแทน $Z(0)$ ด้วย $1+\lambda$ และ Δ_∞ ด้วย $-\mu^* \Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right)$

และ $\ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) + \Delta_0 \ln\left(\frac{E_B}{\omega_0}\right)$ ด้วย $\frac{\Delta_\infty}{N(0)V}$

เราจะได้ $\Delta_0 = \frac{\Delta_0 \lambda}{1+\lambda} \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) - \frac{\mu^* \langle\omega\rangle \Delta_0 \ln(\omega_0/T_c)}{(1+\lambda)} - \frac{\mu^* \Delta_0 \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right)}{1+\lambda}$

$$1+\lambda = \lambda \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) - \mu^* \frac{\langle\omega\rangle}{\omega_0} \lambda \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) - \mu^* \ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right)$$

$$\ln\left(\frac{\omega_0}{T_c}\right) = \frac{1+\lambda}{\lambda - \mu^* \frac{\langle\omega\rangle}{\omega_0}\lambda - \mu^*}$$

$$\frac{\omega_0}{T_c} = \exp\left[\frac{1+\lambda}{\lambda - \mu^* \frac{\langle\omega\rangle}{\omega_0}\lambda - \mu^*}\right]$$

$$T_c = \omega_0 \exp\left[\frac{-(1+\lambda)}{\lambda - \mu^* - \mu^* \frac{\langle\omega\rangle}{\omega_0}\lambda}\right] \qquad \ldots \text{(ก.8)}$$

นี้คือสูตรอุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง เมื่อบริสุทธิ์ของแมค-มิลแลน

เมื่ออันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนเป็นแบบอ่อน ๆ นั่นคือ $\lambda \ll 1$ แล้ว สมการ (17) จะกลายเป็น

$$T_c = \omega_0 \exp\left[-\frac{1}{\lambda-\mu^*}\right]$$

$$\lambda-\mu^* = N(0)V$$

ตรงตามทฤษฎี บี ซี เอส

ข้อที่น่าสังเกตคือ ในอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรงนั้น

(1) ค่าคงที่ของอันตรกิริยาจะถูกนอร์มัลไลโดยแฟกเตอร์ $Z = 1+\lambda$

(2) อันตรกิริยาแบบคูลอมบ์ จะเปลี่ยนแปลงช่องว่างพลังงานซึ่งในการเปลี่ยนแปลงนั้น λ จะลดลงไปเป็น $\lambda\left[1-(\langle\omega\rangle/\omega_0)\mu^*\right]$

อุณหภูมิวิกฤติของตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง
เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน

บทคัดย่อ

ของ

ประเวศ วงษ์เฉลียง

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
มีนาคม 2526

ในการศึกษาผลของสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันต่อตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง ได้แก้สมการช่องว่างพลังงานของอีไลช์เบิร์ก พบว่าการเปรเปลี่ยนของอุณหภูมิวิกฤติ ขึ้นกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนแบบเอ็กโพเนนเชียล และได้นำผลที่คำนวณได้มาเปรียบเทียบกับทฤษฎีของ บี ซี เอส และทฤษฎีของมัตสุบูระ อิชิโนเซะและนากาโอกะ ทำให้เราทราบว่า ในทั้งสองกรณี อันตรกิริยาคู่ควบแบบรุนแรง มีส่วนสำคัญในการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤติ

CRITICAL TEMPERATURE OF STRONG-COUPLING SUPERCONDUCTORS WITH ANDERSON IMPURITIES

AN ABSTRACT

BY

PRAWES WONGCHALIENG

Present in paetial fulfillment of the requirement

for the Master of Education degree

at Srinakharinwirot University

March 1983

The effect of Anderson inpurities on strong coupling superconductor is studied. Solutions of the Eliashburg gap equation form the basis of this work. The critical temperature decreases exponentially with increasing impurities concentration. The exact temperature variation is computed and compared with the results of the BCS and Matsuura-Ichinose-Nagaoka theory. In these cases, important strong-coupling corrections are obtained.