

อุณหภูมิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำที่มีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก

ปริญญานิพนธ์
ของ
ปิติเชต ผู้รักษา

1 6 ต.ค. 2535

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอก ฟิสิกส์
กรกฎาคม 2534

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

180163

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปฏิญานี้เรียบร้อยแล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนตัวหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
วิชาเอกนิสิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

.....ประธาน
(ศ. ดร. สุทัศน์ ยกส้าน)
.....กรรมการ
(ผศ. ดร. ณสวรรค์ ผลโคต)

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน
(ศ. ดร. สุทัศน์ ยกส้าน)
.....กรรมการ
(ผศ. ดร. ณสวรรค์ ผลโคต)
.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผศ. ดร. เปื่องลดา วีระสัย)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปฏิญานี้ฉบับนี้ เป็นส่วนตัวหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกนิสิต ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศ. ดร. สมพร บัวทอง)

วันที่...12...เดือน...พฤษภาคม.....พ.ศ. 2534.....

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ศาสตราจารย์ ดร. สุทัศน์ ยกส้าน ที่ได้ให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนได้ถ่ายทอด “วิธีการรื้อฟื้นกลิ่น” ซึ่งเป็นคณิตศาสตร์ที่ใช้เป็นเครื่องมือในงานวิจัย อีกทั้งได้ช่วยตรวจสอบแก้ไขงานวิจัยตั้งแต่เริ่มทำงานเป็นผลสำเร็จผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาเป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ณสรณ์ ผลโคก และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เปื้องลดา วีระสัย ที่ได้เมตตาให้ความอนุเคราะห์แนะนำด้านวิชาการและช่วยปรับปรุงการใช้ภาษาในงานวิจัยมาโดยตลอด

ขอขอบคุณ คุณันทา แทนธานี และคุณอภิทธิมิ บุญพิด้า ที่ได้ให้คำแนะนำและช่วยเหลือทางด้านการพิมพ์

ขอขอบคุณ รศ. ศรีสะอาด และ คุณเจนัย ตั้งประเสริฐ ที่ได้ให้ทุนอุดหนุนการพิมพ์ เผยแพร่ปริญญานิพนธ์

คุณความดีที่ได้จากงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยขอถวายพระพรแด่ สมเด็จพระเทพรัตนราชสุดาฯ สยามบรมราชกุมารี ด้วยพระมหากรุณาธิคุณงานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนวิจัย “สิรินธร”

คุณประโยชน์ที่ได้จากงานวิจัยนี้ขอบอบแต่คุณพ่อ คุณแม่ และทุก ๆ มือที่ร่วมสร้างผู้วิจัยมา

ปิติเชต สุรักษา

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	12
3 วิธีการวิจัย	28
ตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์	28
4 ผลการวิจัย	35
4.1 กรณีที่ระบบบริสุทธิ์มีจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในแนวนาน 1 ชั้น ..	35
4.2 กรณีที่ระบบบริสุทธิ์มีจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในแนวนาน 2 ชั้น ..	39
4.2.1 สารเจือในระบบมีทั้งสมมาตรการสะท้อน และอสมมาตรการสะท้อน	39
4.2.2 สารเจือในระบบมีสมมาตรการสะท้อนเพียงอย่างเดียว ..	45
4.2.3 สารเจือในระบบมีอสมมาตรการสะท้อนเพียงอย่างเดียว ..	46
4.2.4 ระบบบริสุทธิ์มีการเข้าคู่ของอิเล็กตรอนข้ามชั้น และสารเจือในระบบมีเพียงอสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น	46
5 สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ	47
สรุปผลการวิจัย	47
อภิปรายผล	48
ข้อเสนอแนะ	49

สารบัญ

บทที่	หน้า
บรรณานุกรม	50
ภาคผนวก	54
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	61
บทคัดย่อ	62

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	ภาพความสัมพันธ์ระหว่างสภาพความต้านทานไฟฟ้ากับ อุณหภูมิวิกฤตของปรอทบริสุทธิ์	1
2	ภาพปรากฏการณ์ "ไมสส์เนอร์"	2
3	ภาพโครงสร้างผลึกของสารประกอบตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (ก) $(\text{LaSr})_2 \text{CuO}_4$	4
	(ข) $\text{YBa}_2 \text{Cu}_3 \text{O}_7$	5
	(ค) $\text{Tl}_2 \text{Ba}_2 \text{CuO}_6$	6
	(ง) $\text{Tl}_2 \text{Ca}_1 \text{Ba}_2 \text{Cu}_2 \text{O}_8$	7
	(จ) $\text{Tl}_2 \text{Ca}_2 \text{Ba}_2 \text{Cu}_3 \text{O}_{10}$	8
4	ภาพแสดงแถบพลังงานยับยาร์ด	14
5	ภาพสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอโรในสองมิติ	16
6	ภาพสปินนอนในสถานะ RVB	17
7	ภาพอันตรกิริยาระหว่างออร์บิทัลของ Cu กับ O ในระนาบ Cu-O	18
8	ภาพตำแหน่งของไฮลบนอะตอม O	20
9	ภาพการเข้าคู่ระหว่างอิเล็กตรอนระหว่างจุดบนแลตทิซ	22
10	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับจำนวนชั้น คอปเปอร์ออกไซด์ของ $\text{Tl}_2 \text{Ca}_{x-1} \text{Ba}_2 \text{Cu}_x \text{O}_x$	25

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- 1 ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์กับ
อุณหภูมิวิกฤตของ $Tl_2Ca_{n-1}BaCu_nO_x$ 24

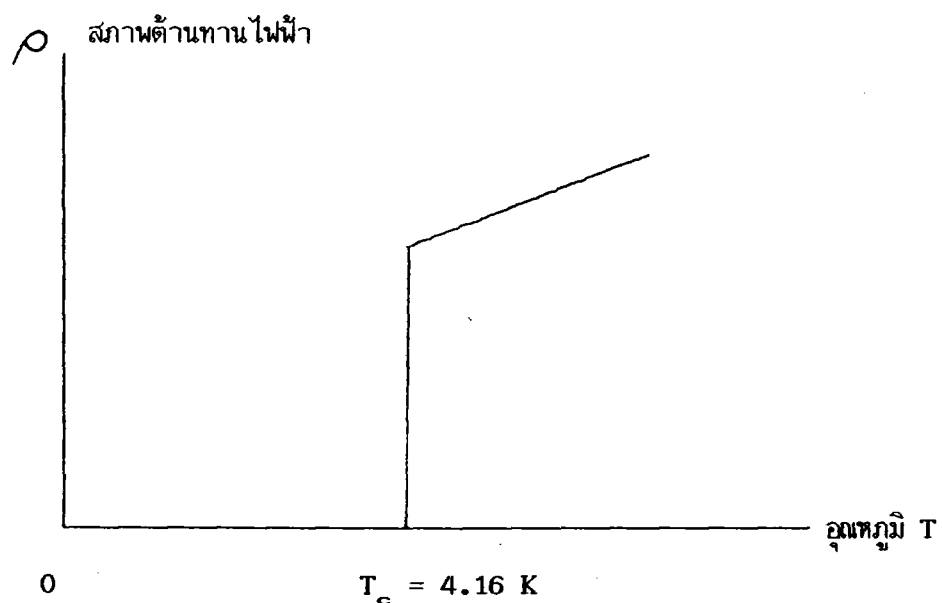
๑

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

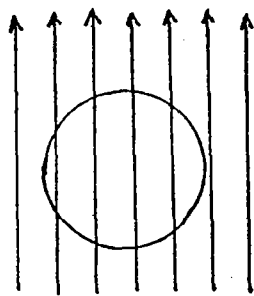
ในปี ค.ศ. 1911 ฮอนเนส⁽¹⁾ ได้ทดลองวัดค่าสภาพความต้านทานไฟฟ้าของปรอทบริสุทธิ์ พบว่าปรอทหมดสภาพต้านทานไฟฟ้าอย่างฉับพลันที่อุณหภูมิ 4.16 K ดังภาพประกอบ 1 เราเรียกอุณหภูมิที่ตัวนำใด ๆ หมดสภาพต้านทานไฟฟ้าว่า "อุณหภูมิวิกฤต" (critical temperature) T_c ของสารตัวนำนั้น ๆ และเรียกตัวนำที่ไร้ความต้านทานไฟฟ้าว่า "ตัวนำยิ่งยวด" (superconductor)



ภาพประกอบ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์

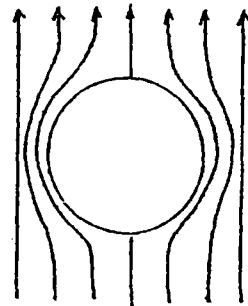
ในปี ค.ศ. 1933 ไนส์สเนอร์และออกเซนเฟลด์⁽²⁾ ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต สนามแม่เหล็กภายนอกจะไม่สามารถพุ่งผ่านตัวนำยิ่งยวดได้

กล่าวคือ สารตัวนำยิ่งยวดจะผลักสนามแม่เหล็กให้เบนออกจากตนเอง ทำให้สารตัวนำยิ่งยวดมีสมบัติของสารแม่เหล็กไดอา (diamagnetic) สาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำอันเกิดที่ผิวของสารตัวนำยิ่งยวดยุติ สร้างสนามแม่เหล็กต่อต้านการผ่านเข้ามาของเส้นแรงแม่เหล็กไว้ ปรากฏการณ์นี้เรารู้จักกันในนามของ "ปรากฏการณ์ไมสส์เนอร์" (Meissner's effect) ดังภาพประกอบ 2



ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก

$$T > T_c, \quad H > 0$$



ตัวนำยิ่งยวดในสนามแม่เหล็ก

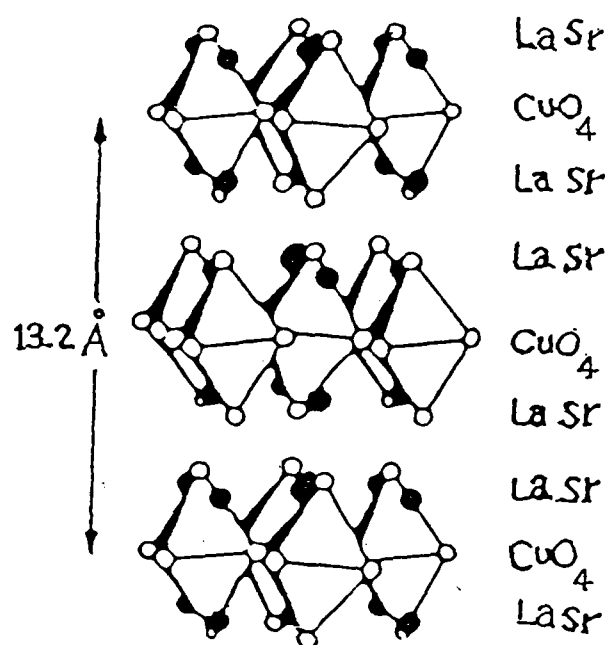
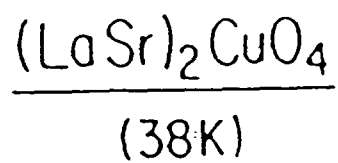
$$T < T_c, \quad 0 < H < H_c$$

ภาพประกอบ 2 การเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กบริเวณตัวนำยิ่งยวด ถ้าสนามแม่เหล็กมีความเข้มไม่สูงมาก ตัวนำยิ่งยวดจะผลักเส้นแรงแม่เหล็กออกอย่างสมบูรณ์

ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1911 เป็นต้นมาการค้นคว้าวิจัยหาตัวนำยิ่งยวดชนิดใหม่ ๆ ที่อุณหภูมิสูงขึ้นก็ได้พัฒนาอย่างช้า ๆ และในปี ค.ศ. 1973 นักวิทยาศาสตร์⁽³⁾ ได้พบโลหะผสมของไนโอเบียมกับเจอร์มาเนียมคือ Nb_3Ge ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต 23.2 K และจากนั้นมาเป็นเวลานานสิบปี นักวิทยาศาสตร์ได้พยายามค้นคว้าเพื่อให้ได้ตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิสูงกว่า 23.2 K แต่ไม่ประสบความสำเร็จ ซึ่งในขณะนั้นผลงานวิจัยทั้งเชิงทฤษฎีและเชิงปฏิบัติทำให้เชื่อว่า ตัวนำยิ่งยวดในธรรมชาติน่าจะมีอุณหภูมิวิกฤตจำกัดอยู่ที่ประมาณ 30 K

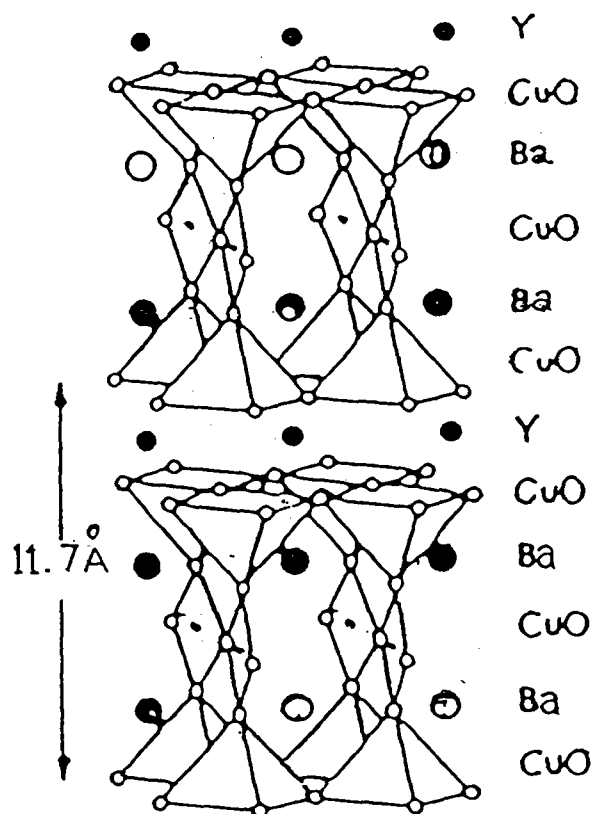
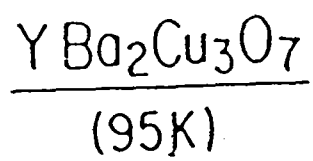
ในปี ค.ศ. 1986 เบตเนอร์ชและมุลเลอร์⁽⁴⁾ ได้พบปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดในสารประกอบ La-(Ba,Sr) - CuO ซึ่งมีอุณหภูมิ 40 K ซึ่งนับเป็นปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่พบเป็นครั้งแรกและเราเรียกตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิสูงกว่า 30 K ว่า "ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง" (high- T_c superconductor) ต่อมาได้มีการค้นพบ⁽⁵⁾ ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงใหม่หลายชนิด ทั้งที่มีออกไซด์และไม่มีออกไซด์ของพวกธาตุหายาก (rare earth elements)

ในปี ค.ศ. 1988 มาอิตะและคนอื่น ๆ ⁽⁶⁾ ได้พบตัวนำยิ่งยวดชนิดใหม่ในสารประกอบของบิสมัทและแทลเลียม (bismuth and thallium, $\text{Bi}_2\text{Ca}_{s-1}\text{Sr}_2\text{Cu}_x\text{O}_x$ และ $\text{Tl}_2\text{Ca}_{s-1}\text{BaCu}_x\text{O}_x$ $s=1, 2$ และ 3 , $x = 6, 8$ และ 10) การค้นพบของ มาอิตะและคนอื่น ๆ ไม่เพียงแต่จะเป็นการค้นพบตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงเท่านั้น แต่การค้นพบสภาพนำยิ่งยวดในสารประกอบบิสมัทและแทลเลียมนี้ ยังให้ข้อมูลที่สามารถใช้เป็นแนวทางสู่ความเข้าใจเกี่ยวกับกลไกของการที่ตัวนำยิ่งยวดบางชนิดมีอุณหภูมิวิกฤตสูงอีกด้วย ข้อมูลที่ว่าคือ สารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงแทบทุกชนิด มีโครงสร้างที่ประกอบด้วยชั้นของคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO) เรียงซ้อนกันดังภาพประกอบ 3 และค่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิที่สูงขึ้น มีความสัมพันธ์กับจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ (s) กล่าวคือ จะมีค่าสูงขึ้นเมื่อจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในหนึ่งหน่วยเซลล์ (unit cell) เพิ่มขึ้น (ค่า s เพิ่มขึ้น)



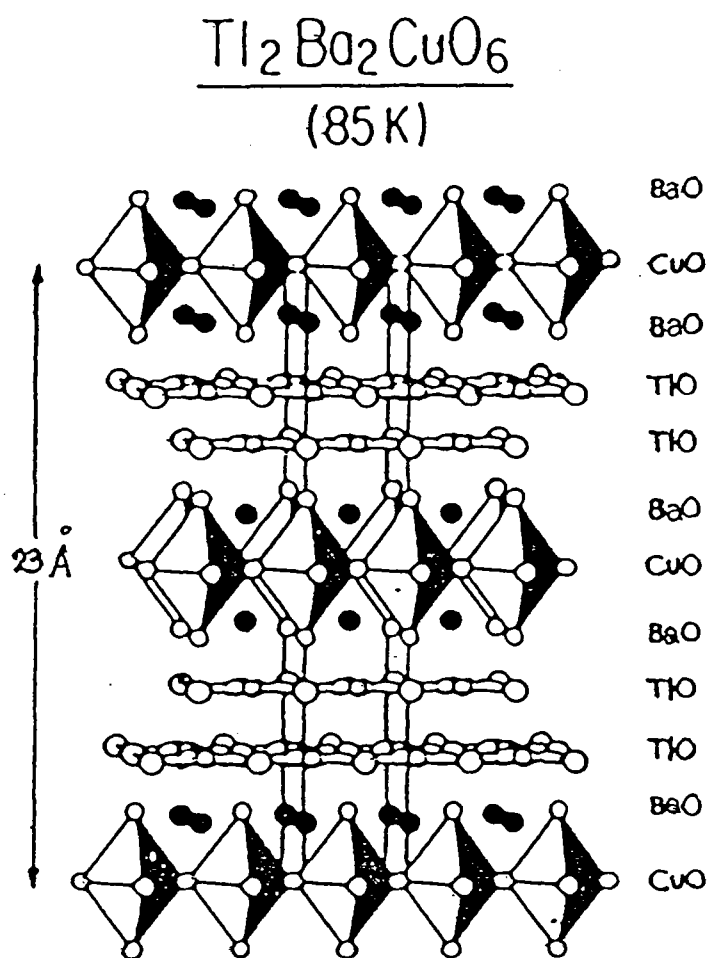
- ----- แทนโมเลกุลของ LaSr
- ----- แทนโมเลกุลของ CuO₄

ภาพประกอบ 3 (ก) โครงสร้างผลึก⁽⁷⁾ ของ (LaSr)₂ CuO₄



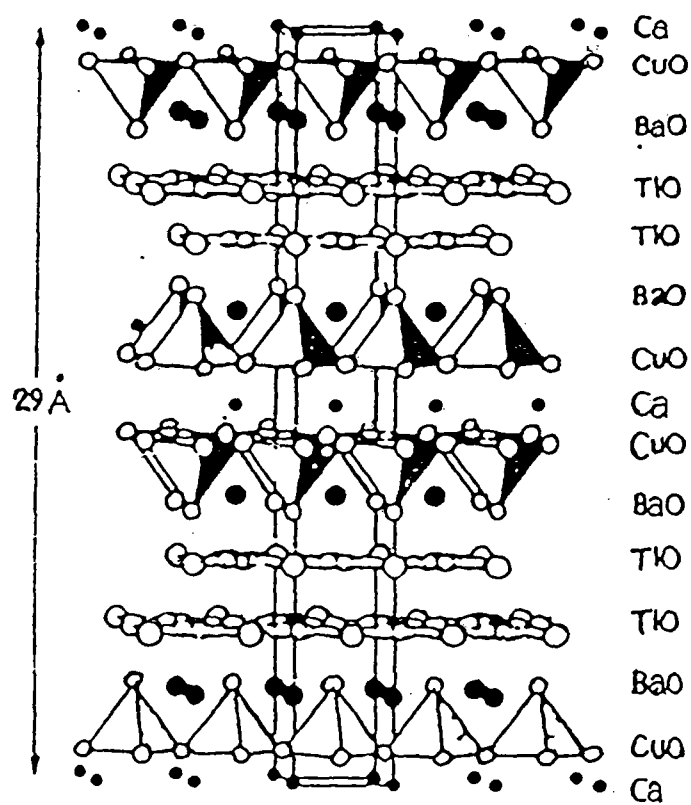
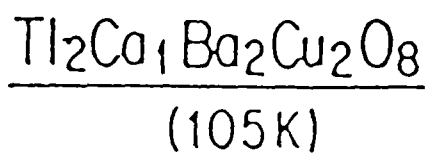
- ----- แทนอะตอมของ Y
- ----- แทนโมเลกุลของ CuO
- ----- แทนอะตอมของ Ba

ภาพประกอบ 3 (ข) โครงสร้างผลึก⁽⁷⁾ ของ $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$



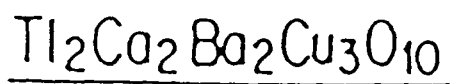
- ----- แทนโมเลกุลของ BaO
- ----- แทนโมเลกุลของ CuO
- ⊙ ----- แทนโมเลกุลของ TlO

ภาพประกอบ 3 (ค) โครงสร้างผลึก⁽⁷⁾ ของ $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_6$

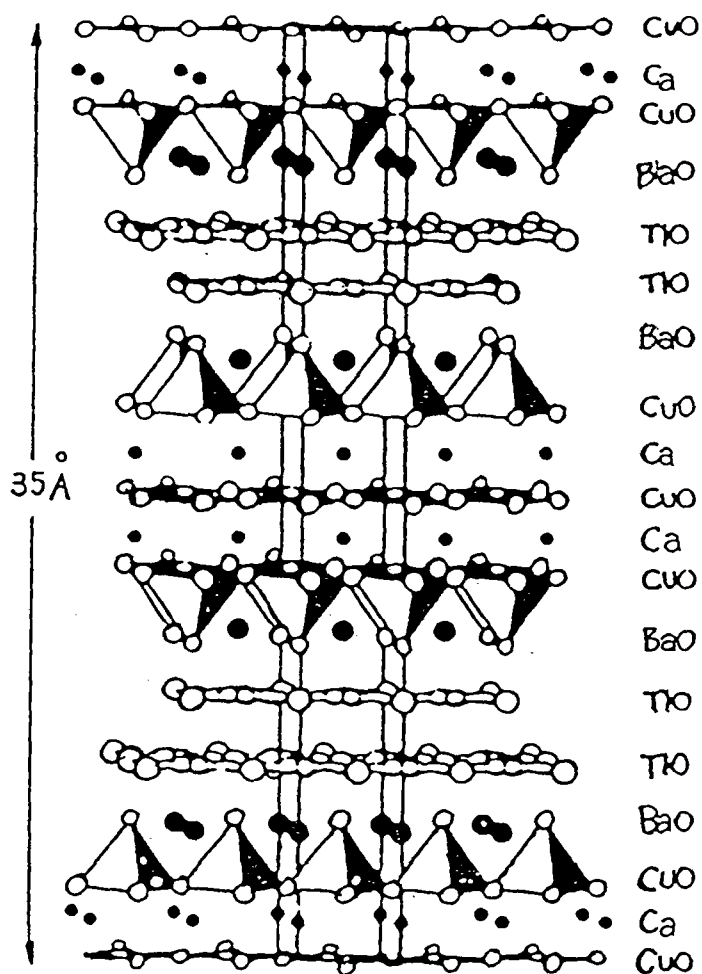


- ----- แทนอะตอมของ Ca
- ----- แทนโมเลกุลของ BaO
- ----- แทนโมเลกุลของ CuO
- ----- แทนโมเลกุลของ TlO

ภาพประกอบ 3 (ง) โครงสร้างผลึก⁽⁷⁾ ของ $\text{Tl}_2\text{Ca}_1\text{Ba}_2\text{Cu}_2\text{O}_8$



(125 K)



- ----- แทนอะตอมของ Ca
- ----- แทนโมเลกุลของ BaO
- ----- แทนโมเลกุลของ CuO
- ⊙ ----- แทนโมเลกุลของ TlO

ภาพประกอบ 3 (จ) โครงสร้างผลึก⁽⁷⁾ ของ $\text{Tl}_2\text{Ca}_2\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$

ปัจจุบันนักวิทยาศาสตร์ทราบเอกลักษณ์เฉพาะที่สำคัญของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงว่าสารนี้มีโครงสร้างแบบเพอรอฟสไกต์ (perovskite) กึ่งสองมิติ (quasi-two-dimensional) และผลการทดลองทำให้นักวิทยาศาสตร์ทราบอีกว่า ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมีสมบัติต่าง ๆ ที่ขึ้นกับทิศทาง (anisotropic) เป็นอย่างยิ่ง^(๘) ในขณะที่สมบัติขึ้นกับทิศทางของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำมีค่าน้อยกว่ามาก อย่างไรก็ตามทั้งตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงและอุณหภูมิต่ำต่างก็แสดงสมบัติที่เด่นชัดเหมือนกันดังต่อไปนี้^(๙) คือ

- (1) ไร้ความต้านทาน
- (2) แสดงปรากฏการณ์ไมส์สเนอร์
- (3) ฟลักซ์แม่เหล็กมีความเข้มเป็นควอนไท (quantisation of magnetic flux) ณ บริเวณที่ว่างภายในตัวนำยิ่งยวด

- (4) แสดงปรากฏการณ์โจเซฟสัน (Josephson effect)

เพื่อขยายรายละเอียดของความคล้ายคลึงและความแตกต่างระหว่างตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง และอุณหภูมิต่ำให้ชัดเจนขึ้น เราจะแสดงสมบัติสำคัญ ๆ โดยการเปรียบเทียบกันดังต่อไปนี้

ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ⁽¹⁰⁾

- (1) ไร้สภาพความต้านทาน
- (2) ความลึกของการทะลุทะลวง (penetration depth)
 $\lambda \sim 1,000 \text{ \AA}$
- (3) มี 2 ชนิดคือ ชนิดที่ I และชนิด II
 ชนิด I จะเปลี่ยนเป็นตัวนำปกติทันทีเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต (critical field) $H > H_c$ ส่วนชนิดที่ II นั้นจะมีสนามแม่เหล็กวิกฤตสองค่าคือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่หนึ่ง (first critical field) H_{c1} และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สอง (second critical field) H_{c2} โดยจะแสดงสถานะกระแสวน (vortex state) เมื่อสนามแม่เหล็กมีความเข้มระหว่าง H_{c1} กับ H_{c2}
- (4) หน่วยประจุตัวนำในสถานะนำยิ่งยวดมีค่า $-2e$ และระยะระหว่างคู่ของอิเล็กตรอน หรือระยะอาพันธ์ (coherence length) ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ $\xi(0)$ ประมาณ 10^{-7} เมตร
- (5) ช่องว่างพลังงาน (energy gap) Δ มีค่า $\sim 3.5 kT_c$ ช่องว่างพลังงานนี้แยกอิเล็กตรอนในสถานะนำยิ่งยวดให้อยู่ภายใต้ ช่องว่างพลังงานและอิเล็กตรอนในสถานะนำปกติอยู่เหนือช่องว่างพลังงาน

ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง

- (1) ไร้สภาพความต้านทาน⁽¹¹⁾
- (2) ความลึกของการทะลุทะลวงในแนวระนาบ⁽¹²⁾
 (ในชั้น CuO_2)
 $\lambda_{||} \sim 2,000 \text{ \AA}$ และแนวตั้งฉากกับระนาบ CuO_2 $\lambda_{\perp} \sim 5-10$ เท่าของ $\lambda_{||}$
- (3) พบว่าเป็นชนิดที่ II เท่านั้น⁽¹³⁾
 ทั้งสนามแม่เหล็กวิกฤตที่หนึ่ง และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สอง มีสมบัติขึ้นกับทิศทาง
- (4) แต่ละฟลักซ์ควอนตัม⁽¹³⁾ (flux quantum) มีค่า $\frac{hc}{2e}$ (หน่วยประจุตัวนำมีค่า $2e$) และความยาวอาพันธ์ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์มีลำดับขนาดประมาณ 10^{-10} เมตร⁽¹⁴⁾ โดยที่
 $\xi_{||} \sim 20 - 30 \text{ \AA}$ และ $\xi_{\perp} \sim 2-3 \text{ \AA}$

- (5) ช่องว่างพลังงานมีสองค่า⁽¹⁵⁾ ตั้งแต่ $2.4 kT_c$ ถึง $8 kT_c$

ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ⁽¹⁰⁾

ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง

ขึ้นไปเราทราบค่าช่องว่างพลังงานจากการ
วัดค่าความจุความร้อนหรือจากการ
ทดลองเรื่องการดูดกลืนรังสีอินฟราเรด
หรือการทะลุทะลวง (tunneling)
ของอิเล็กตรอน

- (6) อุณหภูมิวิกฤตแปรตามมวลไอโซโทป
(isotopic mass) ตามสมการ
 $T_c \sim M^{-\alpha}$ โดยพารามิเตอร์ $\alpha = 0.5$
สำหรับสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำโดยทั่วไป

- (6) พบปรากฏการณ์ไอโซโทป⁽¹⁷⁾ (isotope effect) ค่า α ประมาณ 0.25 เมื่อ
แทน O^{16} ในสารประกอบ $La_{2-x}Ba_xCuO_4$
ด้วย O^{18} และปรากฏการณ์ไอโซโทป
ในกรณี⁽¹⁸⁾ YBaCuO ค่าพารามิเตอร์
 α มีค่าน้อยกว่ากรณีของ LaBaCuO ถึง 5
เท่า

- (7) สารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก เช่น
Gd ใน $LaAl_2$ จะไม่ทำลายสภาพนำ
ยิ่งยวด

- (7) ในสารประกอบ $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ มีความ
แปรปรวนของวาเลนซ์ Cu^{2+} ในสถานะนำ
ยิ่งยวด และในการแทนที่ Cu^{2+} , $S = 1/2$
ด้วยสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็ก Zn^{2+} หรือ
สารเจือที่เป็นแม่เหล็ก ($S = 1$) Ni^{2+}
เพียงเล็กน้อยจะทำลายสภาพนำยิ่งยวด⁽²⁰⁾
ทันที

สำหรับการวิจัยเชิงทฤษฎี เมื่ออธิบายสภาพนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงนั้น ยังไม่มีทฤษฎี
ใดที่สามารถอธิบายสมบัติต่าง ๆ ของสภาพนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงได้ทั้งหมด จนเป็นที่ยอมรับกัน
โดยทั่วไป

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ประเด็นหนึ่งที่กำลังเป็นที่โต้แย้งกันอยู่ในปัจจุบันคือ ทฤษฎีบีซีเอส⁽²¹⁾ (BCS-theory) ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันทั่วไปนั้น จะสามารถใช้อธิบายการมีอุณหภูมิวิกฤตสูงของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงได้หรือไม่ ทฤษฎีนี้อธิบายโดยย่อว่า สภาพนำยิ่งยวดเกิดขึ้นจากการเข้าคู่ของอิเล็กตรอน โดยอาศัยการแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างกันและกัน (electron-phonon coupling) ทำให้เกิดแรงดึงดูดที่สามารถเอาชนะแรงผลักรังสีอันตรกิริยาลัฟท์ระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสองจึงเป็นแรงดึงดูดอย่างอ่อน (weak attractive interaction) คู่อิเล็กตรอนนี้เรียกว่า คู่คูเปอร์ (Cooper pair) และระยะระหว่างอิเล็กตรอนในคู่นั้นนั้น เราเรียกว่า ความยาวอาพันธ์ (coherent length)

จากการทดลองศึกษาปรากฏการณ์ไอโซโทปของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง⁽¹⁷⁾ ได้พบว่าพารามิเตอร์ α มีค่าน้อยกว่ากรณีของ ค่าพารามิเตอร์ α ที่ทำนายโดยทฤษฎีบีซีเอสมาก ซึ่งผลการทดลองนี้ชี้ให้เห็นว่ามีกลไกอื่น ๆ ที่ไม่ใช่โฟนอนซึ่งมีอิทธิพลต่ออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง และในขณะนี้มีนักทฤษฎีหลายท่านได้พยายามอธิบาย สมบัติของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงโดยใช้แบบจำลองต่าง ๆ กัน เช่น มีการเสนอแนะว่า มีโบซอน⁽²²⁾ (boson) ชนิดอื่น หรือ เอ็กซิตอน⁽²³⁾ (exciton) ซึ่งเป็นคู่อิเล็กตรอนกับโฮล (an electron-hole pair) พลาสมอน^(24,25) (plasmon) หรือความแปรปรวนคลื่นสปิน⁽²⁶⁾ (spin wave fluctuation) หรือไบโพลารอน⁽²⁷⁾ (bipolaron) เป็นต้น ทำหน้าที่แทนโฟนอนในการเป็นสื่อกลางของอันตรกิริยาแบบดึงดูดระหว่างคู่อิเล็กตรอน

สำหรับแบบจำลองที่เป็นที่น่าสนใจในขณะนี้คือ แบบจำลองของฮับบาร์ด (Hubbard model) แบบจำลอง RVB, แบบจำลอง d-p, แบบจำลอง t-J และอื่น ๆ ในที่นี้จะกล่าวถึงแนวความคิดสำคัญ ๆ ของแบบจำลองทั้งสี่ที่กล่าวถึงมาในข้างต้น ดังนี้คือ

แบบจำลองของฮับบาร์ด

ฮับบาร์ดได้เสนอแบบจำลอง⁽²⁸⁾ ซึ่งมีแฮมิลโทเนียน ดังนี้

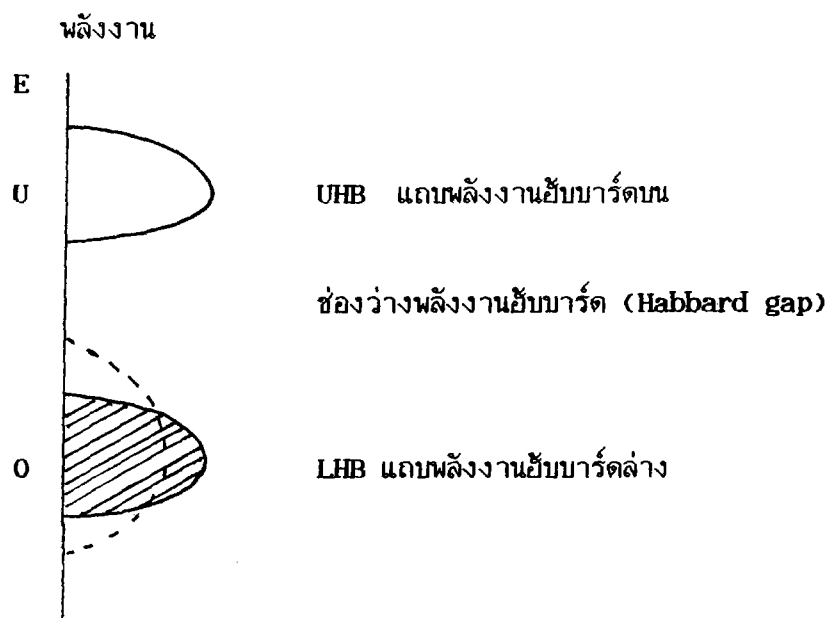
$$H = -t \sum_{\langle n,n' \rangle} a_{1n}^\dagger \cdot a_{1n'} + U \sum_i n_{1\uparrow} n_{1\downarrow} \quad (2.1)$$

ในที่นี้ $n_{1n} = a_{1n}^\dagger a_{1n}$ และสมมติว่ามีอิเล็กตรอนเพียงตัวเดียวที่ทุก ๆ แลตทิซ (lattice) ซึ่งอิเล็กตรอนจะลอยเลื่อนจากแลตทิซหนึ่งไปสู่อีกแลตทิซหนึ่ง ด้วยพลังงานในการส่งผ่านเท่ากับ t (transfer integral) และอิเล็กตรอนสองตัวที่มีสปินตรงกันข้าม จะผลักกันด้วยแรงผลัก U เมื่ออิเล็กตรอนดังกล่าวทั้งคู่อยู่บนแลตทิซเดียวกัน

แบบจำลองนี้สมมติว่า t จะมีค่าเมื่อมีการส่งผ่านอิเล็กตรอนไปยังแลตทิซข้างเคียง $\langle n,n' \rangle$ เท่านั้น ในกรณีที่ $U = 0$ แฮมิลโทเนียนนี้จะแทนระบบของอิเล็กตรอนอิสระ (free band electron)

ถ้า $U \neq 0$ และ $U \ll t$ อิเล็กตรอนในแถบพลังงานใด ๆ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลง อย่างไรก็ตาม เมื่อ $U \gg t$ จะเห็นได้ว่าอิเล็กตรอนทุกตัวจะอยู่บนแลตทิซของตน เพื่อหลีกเลี่ยงแรงผลัก ในเมื่ออิเล็กตรอนแต่ละตัวมีสปินเป็น $1/2$ สถานะอิเล็กตรอนิกที่เกิดขึ้นจะเป็นสถานะฉนวนแบบมอตต์ (Mott insulator)

อิเล็กตรอนในแถบพลังงานดังกล่าวข้างต้น ซึ่งเรียกว่า แถบพลังงานฮับบาร์ด (Hubbard band) ได้แสดงในภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 แผนภาพแสดงแถบพลังงานยับยาร์ด : แถบพลังงานของอิเล็กตรอนที่ไว้อันตรกิริยาคูลอมบ์ U แสดงโดยเส้นประ แถบพลังงานก่อนการแยกนั้นจะเต็มเพียงครึ่งเดียว ดังนั้นเมื่อแยกเป็น UHB และ LHB แถบพลังงาน LHB จึงมีสถานะอิเล็กตรอนอยู่เต็ม (แรเงา)

พิจารณาภาพประกอบ 4 ความหนาแน่นสถานะของแถบพลังงานที่ $U = 0$ จะเป็นดังเส้นประและเมื่อ $U \gg t$ ความหนาแน่นสถานะของแถบพลังงานจะถูกแยกออกจากกันเป็นสองแถบคือ แถบพลังงานยับยาร์ดบน UHB และแถบพลังงานยับยาร์ดล่าง LHB สถานะพลังงานที่มี $E = 0$ นั้นเป็นการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนไปในท่ามกลางแลตทิซที่ว่างเปล่า ส่วนสถานะที่มีพลังงาน $E \approx U$ แทนการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน ณ บริเวณแลตทิซที่มีอิเล็กตรอนตัวอื่นครอบครองอยู่ก่อนแล้ว เมื่อแถบพลังงานมีสถานะเพียงครึ่งเดียว LHB จะเต็ม UHB จะว่าง เรียกช่องว่างพลังงานระหว่าง UHB และ LHB เรียกว่า ช่องว่างพลังงานยับยาร์ดพลังงานเฟอร์มิจะอยู่ในช่องว่างนี้ ดังนั้นสสารสถานะนี้จึงเป็นฉนวน

แบบจำลองยับยาร์ดสามารถอธิบายของค่าแห่งเสรีภาพ (degree of freedom) ทางไฟฟ้าได้บ้าง แต่ยังไม่สามารถอธิบายของค่าแห่งเสรีภาพของสปินได้ ที่จริงแล้วแบบจำลอง

ชั้นบาร์ดประสบความสำเร็จในการอธิบายสมบัติของ $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ ในสภาวะปกติ⁽²⁹⁾ La_2CuO_4 เป็นฉนวน (กรณี $x = 0$) แบบจำลองชั้นบาร์ดอธิบายว่าใน La_2CuO_4 นั้น $U \gg t$ ดังนั้นจะไม่มี การส่งผ่านของอิเล็กตรอนหรือเปลี่ยนตำแหน่งแลตทิซ อิเล็กตรอนจะคงสภาพอยู่บนแลตทิซของตนเพราะถูกอิทธิพลของอันตรกิริยาคุลมบ์ที่มีความรุนแรง La_2CuO_4 จึงแสดงสภาพฉนวน แต่เมื่อมีอะตอมของ Sr เข้าไปแทนที่ x อะตอม (กรณี $x \neq 0$) ในกรณีนี้จำนวนอิเล็กตรอนในอะตอมของทองแดง (Cu) จะลดลงตามจำนวน x ซึ่งเสมือนกับเราไปเพิ่มจำนวนโฮลในแลตทิซ ซึ่งหากใช้คำอธิบายในแบบจำลองชั้นบาร์ดแล้ว ในสภาวะที่มีการโด๊ปโฮล (hole doping) อิเล็กตรอนบางส่วนของฉนวนแบบมอตต์จะถูกกำจัดออกจากแลตทิซซึ่งเดิมมีอิเล็กตรอนครอบครองทุกตำแหน่งในแลตทิซ จึงทำให้เกิดการนำไฟฟ้า

อย่างไรก็ตามแบบจำลองชั้นบาร์ด ก็ยังไม่สามารถอธิบายสาเหตุที่ทำให้เกิดภาวะนั้นยิ่งยวดได้ กระนั้นก็ถือเป็นแนวความคิดสำคัญเป็นแรงผลักดันให้เกิดแบบจำลองต่าง ๆ เช่น แบบจำลอง RVB (Resonance Valence Bond) เป็นต้น

แบบจำลอง RVB

แวนแวลเลน⁽³⁰⁾ เสนอแอมัลโทเนียนของสถานะ RVB ซึ่งแสดงด้วยคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้คือ

$$H_{\text{RVB}} = J \sum_{\langle i,j \rangle} \bar{S}_i \cdot \bar{S}_j = J \sum_{\langle i,j \rangle} b_{ij}^+ b_{ij} \quad (2.2)$$

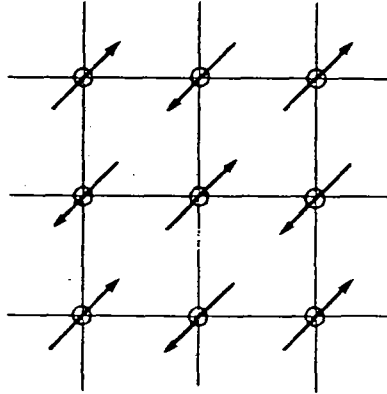
$$b_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_{i\uparrow} a_{j\downarrow} - a_{i\downarrow} a_{j\uparrow}) \quad (2.3)$$

โดยที่ S_i คืออิเล็กตรอนสปินที่มีขนาด $= 1/2$

J คือค่าคงที่ของอันตรกิริยาการจับคู่ของสปินที่อยู่ใกล้กันแบบแอนติเฟอร์โรซึ่งจะมีทิศสวนกัน

b_{ij} คือตัวปฏิบัติการซิงเกิลท์ (singlet operator)

แบบจำลองนี้กล่าวว่า ^(31,32) H_{eff} ในสถานะพลังงานต่ำสุด (ground state) มีสภาพเป็นแม่เหล็กแอนติเฟอโร (antiferromagnetic) ดังแสดงในภาพประกอบ 5 แต่ก็มีโอกาสเป็นสถานะของเหลวควอนตัม (quantum liquid state) ที่มีพลังงานต่ำ ของเหลวในสถานะนี้ มีสปินที่จับคู่แบบซิงเกิลท์ สถานะแบบนี้เราเรียก RVB

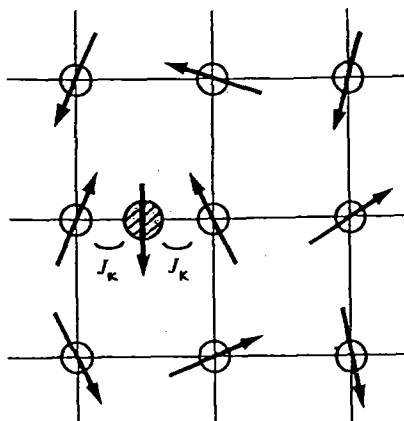


ภาพประกอบ 5 สภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอโรในสองมิติ

โดยใช้วิธีประมาณแบบสนามโมเลกุล (molecular field approximation) กับสมการ (2.2) และให้พารามิเตอร์ของความไม่เป็นระเบียบ (order parameter) $\langle b_{1j} \rangle = \Delta$ เราจะได้สเปกตรัมการกระตุ้นตามทฤษฎีสถานะโมเลกุลของตัวนำยิ่งยวด ดังนี้คือ

$$\begin{aligned} E_{\pm}(k) &= \pm \Delta \sqrt{\cos k_x a + \cos k_y a} \\ &= \pm E(k) \end{aligned} \quad (2.4)$$

ในที่นี้ เราให้ Δ เป็นจำนวนจริงบวกและไม่ขึ้นกับทิศทางของสปินในแลตทิซ โดยการกำหนดว่ามีอิเล็กตรอนจำนวนเท่าแลตทิซ เราพบว่าที่พลังงาน $-E(k)$ จะมีอิเล็กตรอนอยู่เต็มและขอบเขตของสถานะที่ยังไม่เต็มเป็นไปตามสมการ $-E(k) = 0$ แอนเดอสันเรียกขอบเขตของการครอบครองว่าเป็นผิวเฟอร์มิเทียม (virtual Fermi surface) และอนุภาคเฟอร์มิออนของผิวนี้ว่า "สปินนอน" (spinon) แบบจำลอง RVB ของแอนเดอสันปฏิเสธการมีผิวเฟอร์มิอยู่ในระบบ ⁽³³⁾ และสปินนอนมีลักษณะคล้ายเป็นสปินเดี่ยวที่ลอยอยู่ท่ามกลางของเหลว สปินคู่แบบซิงเกิลท์ (singlet pair) บนแลตทิซดังภาพประกอบ 6



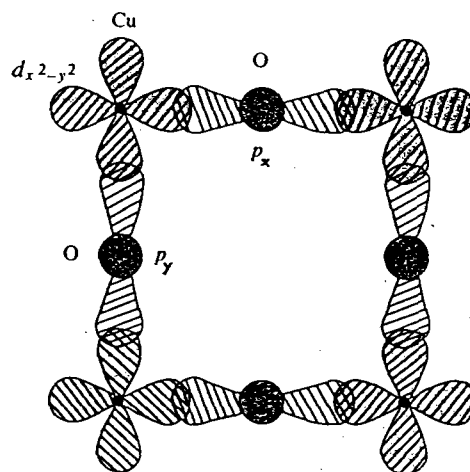
ภาพประกอบ 6 แสดงสปินนอนในสถานะ RVB เส้นประแสดงการเข้าคู่แบบซิงเกิลท์

เมื่อมีการโคปโฮลจะเกิดปรากฏการณ์ดังภาพประกอบ 6 โฮลที่เพิ่มเข้าไปในระบบจะทำลายอิเล็กตรอนซึ่งก็คือ การทำลายสปินนอนนั่นเอง เมื่อทำลายแล้วบริเวณที่เคยมีอิเล็กตรอนครอบครองอยู่จะเกิดที่ว่าง (vacancy) แอนเดอสันเรียกว่าที่ว่างที่เดิมเคยมีอิเล็กตรอนครอบครองนี้ว่า "โฮลอน" (holon) เมื่อโฮลอนเคลื่อนที่จะมีประจุเคลื่อนตามไปด้วย จะเห็นได้ว่าสปินนอนประพฤติตนเป็นอนุภาคเฟอร์มิออน ส่วนโฮลอนซึ่งอยู่บนแลตทิซและไม่มีสปินจะประพฤติตนเป็นอนุภาคโบซอน ตามสถิติแบบโบส (Bose statistics) ที่อุณหภูมิต่ำ และโฮลอนนี้จะเคลื่อนที่ไปอย่างไร้ความต้านทาน ทำให้เกิดสภาวะนำยิ่งยวดในระบบ

แบบจำลองของแอนเดอสันที่ใหม่และแปลกนี้ได้รับการอ้างอิงในงานวิจัยเป็นจำนวนมาก^(๑)

แบบจำลอง d-p

แบบจำลองนี้สร้างขึ้นจากการนิยามโครงสร้างของอะตอมออกซิเจนและของทองแดงในระบบดังภาพประกอบ 7



ภาพประกอบ 7⁽²⁹⁾ แสดงอันตรกิริยาระหว่างออร์บิทัล (orbital coupling)

ของ Cu : $3d_{x^2-y^2}$ กับ O : $2p_x, 2p_y$ ในระนาบ Cu-O

แบบจำลองนี้ใช้แฮมิลโทเนียนที่อธิบายการสร้างและการทำลายโฮลในวงโคจร d ของ Cu และวงโคจร p ของ O ดังนี้⁽²⁴⁾ คือ

$$\begin{aligned}
 H = & t. \sum_{\langle i, \alpha \rangle} (d_{i\alpha}^\dagger p_{\alpha} + h.c) + U_d \sum_i n_{d i \uparrow} n_{d i \downarrow} + U_p \sum_{\alpha} n_{p \alpha \uparrow} n_{p \alpha \downarrow} \\
 & + V. \sum_{\langle i, \alpha \rangle} n_{d i} n_{p \alpha} + E_d \sum_i n_{d i} + E_p \sum_{\alpha} n_p \\
 & - t_1 \sum_{\langle \alpha, \beta \rangle} p_{\alpha}^\dagger p_{\beta} + t_2 \sum_{\langle \alpha, \beta \rangle} p_{\alpha}^\dagger p_{\beta} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $n_{d i \uparrow} = d_{i \uparrow}^\dagger d_{i \uparrow}$, $n_{p \alpha \uparrow} = p_{\alpha \uparrow}^\dagger p_{\alpha \uparrow}$, $n_{d i} = n_{d i \uparrow} + n_{d i \downarrow}$,
 $n_{p \alpha} = n_{p \alpha \uparrow} + n_{p \alpha \downarrow}$

โดยที่ i และ α แทนจุดบนแลตทิซของ Cu และ O ตามลำดับ สัญลักษณ์ (i, α) แทนการรวบรวมทุกค่าของ O ทั้งสี่ที่อยู่รอบอะตอมของ Cu ดังแสดงในภาพประกอบ 7 พารามิเตอร์ U_d, U_p แทนอันตรกิริยาคูลอมบ์แบบผลักระหว่างไฮลด์ที่อยู่บนแลตทิซเดียวกันของ Cu และ O ตามลำดับ ในที่นี้ V แทนแรงผลักระหว่างไฮลด์ 2 ตัวที่อยู่บนแลตทิซข้างเคียงของ Cu และ O

ค่าคงที่ในแฮมิลโทเนียนของสมการ (2.5) นั้นยากต่อการคำนวณหา จึงต้องเขียนสมการ (2.5) ในรูปใหม่โดยใช้วิธีการรบกวนน้อย ๆ (perturbation expansion) ⁽³⁵⁾ ในเทอม t และใช้สมมติฐานว่า อะตอม Cu เสียอิเล็กตรอนเนื่องจาก U_d มีค่ามาก หากไม่กำหนดตั้งข้างต้นในกรณีทั่วไปแล้วสมการจะมีรูปซับซ้อนมาก และหากเราพิจารณากรณีเฉพาะ $U_p = V_o$ ^(36,37) เราจะได้สมการ

$$H = \sum_i \sum_\beta [J_k \bar{S}_i \cdot p_{\alpha i}^\dagger \bar{S}_{\beta i} p_{\beta i} - T_{\alpha\beta} p_{\beta i} p_{\alpha i}] + J_{\alpha\beta} \sum_{i \neq j} \bar{S}_i \cdot \bar{S}_j \quad (2.6)$$

$$\text{ในที่นี้ } J_k = t_o^2 / \Delta + t^2 / U_d - \Delta$$

$$\text{และ } T_{\alpha\beta} = -[t^2 / \Delta - t_o^2 (U_d - \Delta)] / 2 + [(t_1 - t_2) - m_{\alpha\beta} (t_1 + t_2)] / 2$$

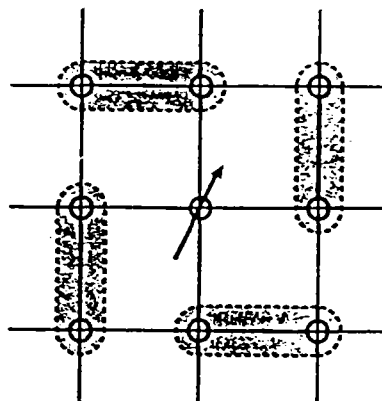
$m_{\alpha\beta}$ เป็นค่าคงที่ ซึ่งจะมีค่า -1 สำหรับอะตอม O ที่อยู่ใกล้กัน
 1 สำหรับกรณี O ที่อยู่สองข้างของอะตอม Cu

$J_{\alpha\beta}$ แทนอันตรกิริยาแลกเปลี่ยนแบบแม่เหล็กแอนติเฟอร์ระหว่างสปินของ Cu ในสถานะจำนวน

J_k แทนอันตรกิริยาแลกเปลี่ยนระหว่างสปินของ Cu และสปินของไฮลด์ที่อยู่บน O

$T_{\alpha\beta}$ แทนพลังงานจลน์ของไฮลด์

ตามแบบจำลองนี้ เมื่อมีการโคปไฮลเข้าไปในระบบ ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แสดงตำแหน่งของไฮลบนอะตอม 0 (วงกลมที่แรเงา)

เมื่อมีไฮล 2 ตัวในระบบ ไฮลจะเคลื่อนที่เข้าหากันทำให้ความไม่เป็นระเบียบของสปินลดน้อยลง เมื่อเป็นเช่นนั้น พลังงานจะลด แรงดึงดูดจะเกิดขึ้นระหว่างไฮลแรงนี้เป็นสาเหตุทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวด⁽³⁸⁾

ในขณะนี้แบบจำลอง d-p ยังมีปัญหาที่ยังไม่ได้ข้อสรุปที่แน่นอนลงไปว่า อันตรกิริยาการแลกเปลี่ยนระหว่างไฮลกับสปินบน Cu เป็นแบบอ่อนหรือแบบรุนแรง⁽³⁹⁾ และยังเป็นที่ยังสงสัยกันว่านอกจากประจุแบบ d และ p แล้ว ประจุแบบอื่น ๆ จะมีความเกี่ยวข้องกับสภาพความเป็นตัวนำยิ่งยวดมากน้อยเพียงไร อย่างไรก็ตามได้มีการศึกษา⁽⁴⁰⁾ แบบจำลองนี้ในกรณี Cu : $d_{x^2-y^2}$ กับ O : p_z มีอันตรกิริยากันแบบรุนแรง

แบบจำลอง t - J

แบบจำลอง t - J ได้จากการรวมแนวคิดตามแบบจำลองของฮับบาร์ดกับแบบจำลอง RVB เข้าด้วยกัน แต่แบบจำลองนี้ต่างจากแบบจำลอง RVB ตรงที่แบบจำลอง t-J มีการยอมรับที่ยอมรับการมีผิวเฟอร์มิ⁽⁴¹⁾

แฮมิลโทเนียนของแบบจำลองนี้คือ

$$H_{t-J} = -t \sum_{\langle i,j \rangle} a_{i\sigma}^\dagger (1-n_{i-\sigma}) a_{j\sigma} (1-n_{j-\sigma}) + H_{\sigma} \quad (2.7)$$

โดยที่เทอมแรกของการเป็นแฮมิลโทเนียนของฮับบาร์ดในกรณีที่มี U เป็นอันตรกิริยาลักระหว่างอิเล็กตรอนที่อยู่บนจุดแลตทิซคนละตำแหน่ง และ H_{σ} คือแฮมิลโทเนียนในสมการ (2.2) ตามแบบจำลอง RVB

ในกรณีที่มีการโคปโพล์เข้าในระบบ สมการ (2.7) จะมีรูปยากไม่เหมาะสมกับการหาคำตอบ จึงต้องอาศัยการแปลงรูปสมการโดยวิธีสเลฟโบซอน (slave boson method) โดยวิธีนี้เราจะกำหนดให้สถานะที่ว่างถูกรอบครองโดยอนุภาคโบซอน และตัวปฏิบัติการสร้างและทำลายอนุภาคโบซอนจะใช้แทนด้วย $b_i^\dagger$ และ b_i ตามลำดับ และให้อิเล็กตรอนปกติมีตัวปฏิบัติการเป็น $c_{i\sigma}^\dagger = f_{i\sigma}^\dagger b_i$ และ $c_{i\sigma} = b_i^\dagger f_{i\sigma}$ โดยที่ $f_{i\sigma}$ เป็นปฏิบัติการสำหรับอนุภาคเฟอร์มิออน ซึ่งมีสปีนสอดคล้องตามสมการ ⁽⁴³⁾

$$b_i^\dagger b_i + \sum_{\sigma} f_{i\sigma}^\dagger f_{i\sigma} = 1 \quad (2.8)$$

หากเขียนในเทอมของตัวปฏิบัติการโบส (Bose operator) และตัวปฏิบัติการเฟอร์มิ (Fermi operator) แล้ว เราสามารถเขียนสมการ (2.7) ได้ใหม่เป็น ⁽⁴⁴⁾

$$H = -t \sum b_i^\dagger b_j^\dagger f_{i\sigma}^\dagger f_{j\sigma} - J/2 \sum (f_{i\sigma}^\dagger f_{j-\sigma}^\dagger f_{j-\sigma} f_{i\sigma} + f_{i\sigma}^\dagger f_{j-\sigma}^\dagger f_{i-\sigma} f_{j\sigma}) \quad (2.9)$$

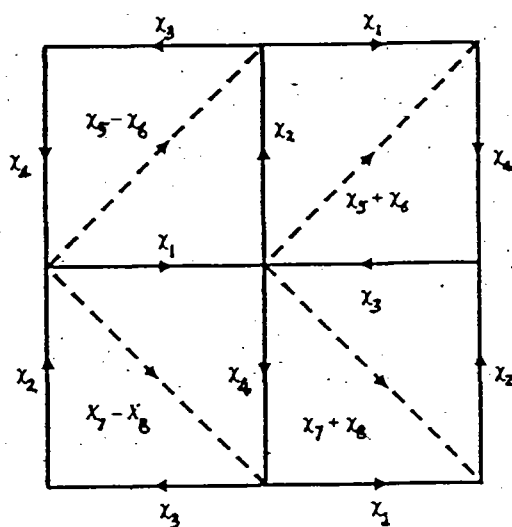
จากการใช้การประมาณแบบสนามโมเลกุล ในสมการพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบตามทฤษฎี RVB ตามสมการ (2.3) เราจะได้ ⁽⁴⁵⁾

$$\langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger \rangle \sim \langle b_i^\dagger b_j \rangle \langle f_{i\uparrow}^\dagger f_{j\downarrow}^\dagger \rangle$$

ซึ่ง $\langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger \rangle$ คือพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบตามทฤษฎี BCS ซึ่งหมายถึงมีการเข้าคู่กันระหว่างอิเล็กตรอนที่อยู่บนแลตทิซในตำแหน่งหนึ่งกับอิเล็กตรอนในตำแหน่งข้างเคียง

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของทุก ๆ โบซอน และค่าเฉลี่ยของทุก ๆ เฟอर्मิออน ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ตามแบบ RVB จะเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงคุณลักษณะของสภานำยิ่งยวดตั้งจะกล่าวในลำดับต่อไป

ในกรณีที่ค่าเฉลี่ยของจำนวนอิเล็กตรอนต่อจุดแลตทิซมีค่าเป็น $\langle n \rangle = 1$ ในกรณีนี้พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบตามแบบจำลอง RVB จะเท่ากับ $\langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow} \rangle$ ซึ่งในความหมายของทฤษฎี BCS ค่านี้มีความหมายแทนการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนบนแลตทิซหนึ่งกับอิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่งบนแลตทิซอื่น เรากำหนดให้ $\langle c_{i\uparrow}^\dagger c_{i\downarrow} \rangle = X_{1,i}$ และโดยการสมมติให้มีพันธะระหว่างแลตทิซซึ่งแทนด้วยเส้นทึบในภาพประกอบ 9 โดยที่ $X_i = IXe^{iH/4}$ ($i = 1-4$) กลไกดังกล่าวนี้เองทำให้ระบบมีพลังงานต่ำ จึงเป็นสาเหตุให้เกิดภาวะนำยิ่งยวด (47)



ภาพประกอบ 9 แสดงการเข้าคู่ระหว่างอิเล็กตรอนระหว่างจุดบนแลตทิซโดยมีพารามิเตอร์ เป็น $X_{1,i}$ และใช้ทฤษฎีสันามโมเลกุล (47)

จะเห็นได้ว่าทฤษฎีต่าง ๆ ที่กล่าวมาในข้างต้นมีรูปแบบและวิธีการที่ต่างไปจากทฤษฎี BCS นอกจากทฤษฎีเหล่านี้แล้ว ยังมีทฤษฎีอื่นๆ อีกมากมายในรูปแบบต่าง ๆ ที่มุ่งอธิบายสาเหตุการเกิดสภานำยิ่งยวดในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง แต่ทฤษฎีใดจะถูกต้องหรือประสบความสำเร็จนั้น ผลการทดลองในอนาคตเท่านั้นที่จะเป็นตัวตัดสิน

ในปัจจุบันนี้ ยังไม่มีทฤษฎีใดเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป แม้แต่แบบจำลอง RVB ก็มีปัญหา ที่จะต้องอธิบายให้ได้ว่าอันตรกิริยาระหว่างชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ ที่อยู่ห่างกันถึง 11 Å เหตุใดจึงมีค่าสูงกว่าที่ควรจะเป็น⁽⁴⁸⁾

ตามทฤษฎีบีซีเอส ค่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นกับพารามิเตอร์พื้นฐานสามตัว คือ w , N และ V โดยที่พารามิเตอร์ทั้งสามแทนความถี่การสั่นของแลตทิซในผลึกสาร ความหนาแน่นสถานะที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ และค่าคงที่ของอันตรกิริยาจากการเข้าสู่ของอิเล็กตรอน ตามลำดับ ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับพารามิเตอร์ทั้งสามปรากฏดังสมการ⁽²¹⁾

$$kT_c = 1.14 \hbar w \exp(-1/NV)$$

ในประเด็นความหนาแน่นสถานะ (density of states) นั้น ได้มีรายงานการคำนวณ⁽⁴⁹⁾ ความหนาแน่นสถานะในสารประกอบ $Tl_2CaBa_2Cu_2O_8$ และ $Tl_2Ca_2Ba_2Cu_3O_{10}$ ได้พบว่าค่าความหนาแน่นสถานะของคอปเปอร์ออกไซด์ มีค่าคงที่ไม่ว่าจำนวนชั้นของคอปเปอร์ออกไซด์ s จะเป็นเท่าไร

งานวิจัยของชไนเดอร์และเบริสวิล⁽⁵⁰⁾ (Schneider and Baeriswyl) ได้กล่าวถึงสาเหตุของการที่อุณหภูมิวิกฤตในสารประกอบเทลเลียมมีค่าสูงกว่าเป็นเพราะ มีการทะลุทะลวงระหว่างชั้น (interlayer tunneling) โดยอิเล็กตรอน และความน่าจะเป็นไปได้ของการทะลุทะลวงมากขึ้น เมื่อชั้นคอปเปอร์ออกไซด์มีจำนวนเพิ่มขึ้น แต่แบบจำลองนี้ยังไม่ได้อธิบายกลไกการจับคู่ของอิเล็กตรอนในชั้นคอปเปอร์ออกไซด์

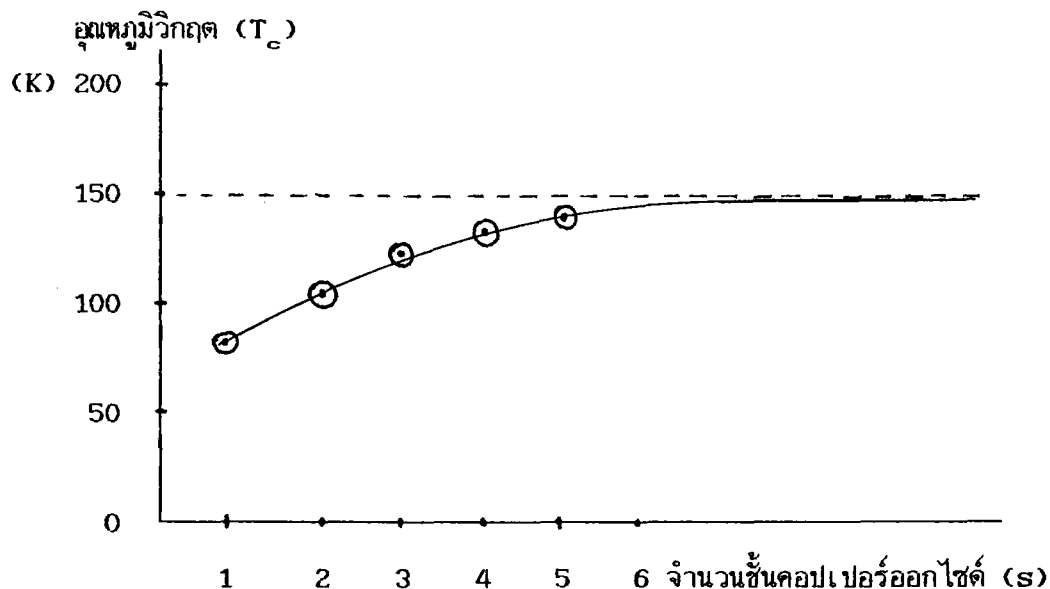
แอฟเพลและเฟย์⁽⁵¹⁾ (Appel and Fay) ได้สร้างสมมติฐานว่า อิเล็กตรอนภายในชั้นจับคู่โดยใช้อันตรกิริยาแบบบีซีเอส และคู่อิเล็กตรอนมีการทะลุทะลวงระหว่างชั้นแบบโจเซฟสัน (Josephson tunneling) แอฟเพลและเฟย์ สรุปว่า การที่สารตัวนำยิ่งยวดมีอุณหภูมิวิกฤตสูงเป็นเพราะความแปรปรวน (fluctuation) ในการจับคู่ของอิเล็กตรอนในสองมิติทำให้มีเสถียรภาพ โดยอาศัยการทะลุทะลวงแบบโจเซฟสันระหว่างชั้น

งานวิจัยของกุลแลคซี⁽⁵²⁾ (Gulacsi) ได้แสดงให้เห็นว่าการที่อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง มีค่าสูงนั้น เป็นผลเนื่องมาจากอันตรกิริยาระหว่างชั้น

เมื่อเร็ว ๆ นี้ งานวิจัยของอิมและยู⁽⁵³⁾ (Ihm and Yu) ได้แสดงว่า อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่เป็นสารประกอบเทลเลียม ขึ้นกับจำนวนชั้นของคอปเปอร์ออกไซด์ อิมและยูคำนวณหาสมการของอุณหภูมิวิกฤต โดยใช้ทฤษฎีบีซีเอสเป็นหลักและอาศัยสมมติฐานว่า มีอันตรกิริยาแบบดึงดูดระหว่างคู่อิเล็กตรอนภายในชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ (แต่สาเหตุของการจับคู่นั้น ไม่ได้กล่าวถึง) และอันตรกิริยาระหว่างคู่อิเล็กตรอนภายในชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในแต่ละชั้นรุนแรงพอที่จะเกิดสภาพนำยิ่งยวดในแต่ละชั้นได้ นอกจากนี้ยังมีอันตรกิริยาระหว่างชั้น ซึ่งมีผลทำให้สารตัวนำยิ่งยวดมีอุณหภูมิวิกฤตสูงเพิ่มขึ้น อิมและยูได้คำนวณอุณหภูมิวิกฤตเป็นฟังก์ชันของจำนวนชั้นของ CuO_2 ดังตาราง 1 และภาพประกอบ 10

ตาราง 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์กับอุณหภูมิวิกฤต⁽⁵³⁾ ของ $\text{Tl}_2 \text{Ca}_{n-1} \text{Ba}_2 \text{Cu}_n \text{O}_x$

จำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ (s)	1	2	3	4	5	
อุณหภูมิวิกฤต (T_c) (K)	80	108	125	133	138	150



ภาพประกอบ 10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตกับจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ โดยใช้ข้อมูลจากตาราง 1

งานวิจัยของอิมและยู⁽⁵³⁾ ได้คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของสารประกอบ $Tl_2Ca_{s-1}Ba_2Cu_sO_x$ โดยพิจารณาว่ามีอันตรกิริยาชนิดรูแรงภายในชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ V_u และมีอันตรกิริยาแบบอ่อนเฉพาะระหว่างชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ที่อยู่ติดกันโดยกำหนดให้มีสัญลักษณ์เป็น V_{or} โดยไม่นำอันตรกิริยาระหว่างชั้นของคอปเปอร์ออกไซด์ที่ไม่ได้อยู่ติดกันมาพิจารณา

แบบจำลองของอิมและยู⁽⁵³⁾ มีความคล้ายคลึงกันกับแบบจำลองแถบพลังงานคู่⁽⁵⁴⁾ (two band superconductor) ของตัวนำยิ่งยวด แต่แบบจำลองนี้แตกต่างจากแบบจำลองแถบพลังงานคู่ คือ ตัวนำยิ่งยวดชนิดแถบพลังงานคู่เป็นแบบ 3 มิติ แต่ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงนี้เป็น 2 มิติ ทั้งนี้เป็นเพราะ โครงสร้างของสารประกอบทั้งสองชนิดแตกต่างกัน

อิมและยู กำหนดให้ H แทน แฮมิลโทเนียนของระบบซึ่งประกอบด้วย อนุภาคอิเล็กตรอนในระนาบ ab และให้ s แทนชั้นของคอปเปอร์ออกไซด์ โดยชั้น s จะเรียงกันตามแนวแกน c แฮมิลโทเนียนของระบบ คือ

$$H = \sum_{sk\theta} \varepsilon_k C_{sk\theta}^+ C_{sk\theta} - \sum_{skk'} V_a C_{sk\uparrow}^+ C_{s-k\downarrow} C_{s-k'\downarrow} C_{sk'\uparrow} - \sum_{skk'} V_{er} C_{sk\uparrow}^+ C_{s-k\downarrow} C_{s-k'\downarrow} C_{sk'\uparrow} \quad (2.10)$$

โดยที่ ε_k เป็นพลังงานของอิเล็กตรอนในสถานะปกติ

$C_{sk\theta}^+$ เป็นตัวปฏิบัติการที่แสดงการสร้างอนุภาค (creation operator)

โมเมนตัม k สปิน θ ในชั้น s

$C_{sk\theta}$ เป็นตัวปฏิบัติการที่แสดงการทำลายอนุภาค (annihilation operator)

โมเมนตัม k สปิน θ ในชั้น s

อิมและยู สมมติว่า V_a และ V_{er} ไม่ขึ้นกับ s, s', k และ k' ในที่นี้
ที่ $s \neq s'$ และในการรวมทุกค่า k นั้น อิมและยูกระทำในลักษณะที่ระบบเป็นสองมิติในทุก ๆ ชั้น s
การรวมทุกพจน์ในสมการ (2.10) เป็นการรวมภายในพลังงาน $\pm \hbar\omega$
(คิดจากผิวเฟอร์มิ) และให้อิเล็กตรอนมีอันตรกิริยาจับคู่กันโดยมีอันตรกิริยาแบบบีซีเอส
จากสมการ (2.10) โดยอาศัยการแปลงแบบโบโกลิวอฟ (Bogoliubov transformation) อิมและยูได้สมการช่องว่างพลังงาน (gap equation) ดังนี้

$$\Delta_s [1 - V_a \text{NF}(\Delta_s)] = \sum_{s'} \Delta_{s'} V_{er} \text{NF}(\Delta_{s'}) \quad (2.11)$$

$$F = F(\Delta_s) = \int_0^{\hbar\omega} d \tanh [(\varepsilon_k^2 + \Delta_s^2)^{1/2} / 2kT] / (\varepsilon_k^2 + \Delta_s^2)^{1/2} \quad (2.12)$$

$$F = \frac{1}{NV_a + p(s)NV_{er}} = \frac{1}{\lambda_a + p(s)\lambda_{er}} \quad (2.13)$$

เมื่อ $\lambda_a = NV_a, \lambda_{er} = NV_{er}$ และ $p(s) = 0, 1, \sqrt{2}, (\sqrt{5} + 1)/2, \sqrt{3}$ และ 2
สำหรับ $s = 1, 2, 3, 4, 5$ และ ∞ ตามลำดับ

N แทนความหนาแน่นสถานะต่อชั้นคอปเปอร์ออกไซด์

จากผลงานทฤษฎีที่ได้กล่าวมาทั้งหมดในข้างต้นของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ไม่ว่าจะ เป็นทฤษฎี BCS, ฮับบาร์ด, d-p, t-J, อันตรกิริยาระหว่างชั้น จะเห็นได้ว่าทฤษฎีและงานวิจัยในข้างต้นได้มุ่งสนใจศึกษากรณีของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

ประเด็นหนึ่งที่น่าสนใจก็คือ กรณีที่ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงไม่บริสุทธิ์ คือ มีสารเจือปนประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก งานวิจัยนี้สนใจที่จะศึกษาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือปนประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก โดยใช้แบบจำลองของอิมและยูเป็นหลัก โดยจะขยายขอบข่ายงานวิจัยของอิมและยูข้างต้นด้วยวิธีกรีนส์ฟังก์ชัน และคำนวณหา t-matrix ของการกระเจิงอย่างละเอียด

งานวิจัยนี้จะคำนวณหา

- (1) อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ โดยใช้แบบจำลองเดียวกันกับงานวิจัยข้างต้นแต่จะใช้คณิตศาสตร์โดยวิธีกรีนส์ฟังก์ชัน (Green's function) และ
- (2) อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง เมื่อมีสารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็กเป็นฟังก์ชันของความเข้มข้นของสารเจือ

โดยจะพิจารณาผลกระทบที่เกิดจากอันตรกิริยาการเข้าคู่ระหว่างชั้น อันตรกิริยาในชั้น และอิทธิพลของสารเจือ ต่ออุณหภูมิวิกฤตของสารประกอบตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง

ผลการวิจัยนี้ จะทำให้เราได้รับความรู้ ความเข้าใจและได้สมการที่สามารถอธิบายและทำนายอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ครอบคลุมทั้งกรณี ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ และตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก

วิธีการวิจัย

ตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

การวิจัยครั้งนี้ใช้สมมติฐานที่แน่นอนตามแบบจำลองของอิมและยู คือ

$$H_0 = \sum_{s,k\sigma} \epsilon_k C_{s,k\sigma}^\dagger C_{s,k\sigma} - \sum_{s,k,k'} V_a C_{s,k\uparrow}^\dagger C_{s-k,\downarrow}^\dagger C_{s-k',\downarrow} C_{s,k'\uparrow} - \sum_{s,s',k,k'} V_{er} C_{s,k\uparrow}^\dagger C_{s-k,\downarrow}^\dagger C_{s'-k',\downarrow} C_{s',k'\uparrow} \quad (3.1)$$

- เมื่อ ϵ_k เป็นพลังงานของอิเล็กตรอนในสถานะปกติ
 $C_{s,k\sigma}^\dagger$ เป็นตัวปฏิบัติการสร้างสำหรับอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k สปิน σ ในชั้น s
 $C_{s,k\sigma}$ เป็นตัวปฏิบัติการทำลายสำหรับอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k สปิน σ ในชั้น s
 V_a แทนอันตรกิริยาการจับคู่ภายในชั้น
 V_{er} แทนอันตรกิริยาการจับคู่ระหว่างชั้น

โดยอาศัยการประมาณแบบ ฮาร์ทรี-ฟ็อก (Hartree-Fock approximation) กับสมการ

(3.1) เราจะได้สมการเคลื่อนที่ของ $C_{s,k\uparrow}^\dagger$, $C_{s-k,\downarrow}^\dagger$, $C_{s-k,\downarrow}$, $C_{s,k\uparrow}$ ดังนี้

$$\frac{id}{dt} C_{s,k\uparrow} = [C_{s,k\uparrow}, H_0] = \epsilon_k C_{s,k\uparrow} - (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{V_{er}}{V_a} \Delta_{s'}) C_{s-k,\downarrow}^\dagger \quad (3.2)$$

$$\frac{id}{dt} C_{s-k,\downarrow} = [C_{s-k,\downarrow}, H_0] = \epsilon_k C_{s-k,\downarrow} + (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{V_{er}}{V_a} \Delta_{s'}) C_{s,k\uparrow}^\dagger \quad (3.3)$$

$$\frac{id}{dt} C_{s,k\uparrow}^\dagger = [C_{s,k\uparrow}^\dagger, H_0] = -\epsilon_k C_{s,k\uparrow}^\dagger - (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{V_{er}}{V_a} \Delta_{s'}) C_{s-k,\downarrow} \quad (3.4)$$

$$\frac{d}{dt} C_{s-k\downarrow}^+ = [C_{s-k\downarrow}^+, H.] = -\epsilon_k C_{s-k\downarrow} - (\Delta_s^+ + \sum_s' \frac{v_{or}}{v_a} \Delta_s^+) C_{sk\uparrow} \quad (3.5)$$

$$\Delta_s^+ = \sum_k v_a \langle C_{sk\uparrow}^+ C_{s-k\downarrow}^+ \rangle$$

$$\Delta_s = \sum_k v_a \langle C_{s-k\downarrow} C_{sk\uparrow} \rangle$$

เราจะหากรีนฟังก์ชัน จาก

$$G_k^0(iw_n) = G_{1,j}^s(k, k', w_n) = \langle\langle A_{k1}^+; A_{k'j}^+ \rangle\rangle_w$$

$$\text{เมื่อ } A_k = \begin{bmatrix} C_{sk\uparrow} \\ C_{s-k\downarrow} \\ C_{sk\uparrow}^+ \\ C_{s-k\downarrow}^+ \end{bmatrix} \quad A_{k'}^+ = [C_{sk'\uparrow}^+ \ C_{s-k'\downarrow}^+ \ C_{sk'\uparrow} \ C_{s-k'\downarrow}]$$

$$\langle\langle A_k^+; A_{k'}^+ \rangle\rangle = \begin{bmatrix} \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{sk'\uparrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{s-k'\downarrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{s-k'\downarrow} \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{sk'\uparrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{s-k'\downarrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{s-k'\downarrow} \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{s-k'\downarrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{sk\uparrow}^+; C_{s-k'\downarrow} \rangle\rangle \\ \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{s-k'\downarrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle C_{s-k\downarrow}^+; C_{s-k'\downarrow} \rangle\rangle \end{bmatrix}$$

$$G^s(k, k', w_n) = \begin{bmatrix} G_{11}^s(k, k', w_n) & G_{12}^s(k, k', w_n) & G_{13}^s(k, k', w_n) & G_{14}^s(k, k', w_n) \\ G_{21}^s(k, k', w_n) & G_{22}^s(k, k', w_n) & G_{23}^s(k, k', w_n) & G_{24}^s(k, k', w_n) \\ G_{31}^s(k, k', w_n) & G_{32}^s(k, k', w_n) & G_{33}^s(k, k', w_n) & G_{34}^s(k, k', w_n) \\ G_{41}^s(k, k', w_n) & G_{42}^s(k, k', w_n) & G_{43}^s(k, k', w_n) & G_{44}^s(k, k', w_n) \end{bmatrix}$$

จากสมการเคลื่อนที่ (3.2) โดยการใช้การแปลงรูปแบบฟูเรียร์ (Fourier Transform) เราจะได้

$$(i\omega_n - \varepsilon_k) \langle\langle C_{s-k\downarrow}; C_{sk'\uparrow}^\dagger \rangle\rangle = 0 + (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) \langle\langle C_{s-k\downarrow}^\dagger; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle$$

$$(i\omega_n - \varepsilon_k) G_{23}^s(k, k', \omega_n) - (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) G_{33}^s(k, k', \omega_n) = 0 \quad (3.6)$$

จากสมการที่ (3.3) ในทำนองเดียวกันเราจะได้

$$(i\omega_n + \varepsilon_k) \langle\langle C_{sk'\uparrow}^\dagger; C_{s-k\downarrow} \rangle\rangle = \delta_{kk'} + (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) \langle\langle C_{s-k\downarrow}; C_{sk'\uparrow} \rangle\rangle$$

$$(i\omega_n + \varepsilon_k) G_{33}^s(k, k', \omega_n) - (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) G_{23}^s(k, k', \omega_n) = \delta_{kk'} \quad (3.7)$$

(3.6) x (i\omega_n + \varepsilon_k) + (3.7) x (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) จะได้

$$(i\omega_n + \varepsilon_k) (i\omega_n - \varepsilon_k) G_{23}^s(k, k', \omega_n) + (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) (G_{23}^s(k, k', \omega_n) - \delta_{kk'}) = 0$$

$$G_{23}^s(k, k', \omega_n) = (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) \delta_{kk'} \{ \omega_n^2 + \varepsilon_k^2 + (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) \} \quad (3.8)$$

จากสมการ (3.8) เราแก้สมการหาอนุกรมวิกฤต T_c ได้จากการแทนค่า $G_{23}^s(k, k', \omega_n)$

$$\Delta_s = V_a T \sum_{k, k', \omega_n} G_{23}^s(k, k', \omega_n) \quad (3.9)$$

และที่ $T_c, |\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}|^2 \longrightarrow 0$ จะได้

$$\Delta_s = -V_a T \sum_{k, k', \omega_n} (\Delta_s + \sum_{s'} \frac{v_{er}}{\bar{V}_a} \Delta_{s'}) \delta_{kk'} / [\omega_n^2 + \varepsilon_k^2]$$

$$\Delta_s \{ 1 + V_a T \sum_{k, \omega_n} \frac{1}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2} \} = - \sum_{s'} v_{er} (T \sum_{k, \omega_n} \frac{1}{\omega_n^2 + \varepsilon_k^2}) \Delta_{s'}$$

$$\Delta_s \{1 + v_a N \ln \left(\frac{2\gamma w}{\pi T_c} \right) \} = - \sum_s' v_{er} N \ln \left(\frac{2\gamma w}{\pi T_c} \right) \Delta_s' /$$

$$\Delta_s [1 + NV_a F(\Delta_s)] = - \sum_s' NV_{er} F(\Delta_s') \Delta_s' / \quad (3.10)$$

$$\text{โดยที่ } F(\Delta_s) = \ln \left(\frac{2\gamma w}{\pi T_c} \right) \quad (3.11)$$

คือค่าคงที่ของ ออยเลอร์ (Euler)

เราจะให้ $\lambda_a = NV_a$ และ $\lambda_{er} = NV_{er}$ ซึ่งแทนอันตรกิริยาแบบดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอน โดยแทนด้วยเครื่องหมายลบลงไปในสมการ (3.10) จะได้

$$\Delta_s [1 - NV_a F(\Delta_s)] = \sum_s' NV_{er} F(\Delta_s') \Delta_s' / \quad (3.12)$$

$$\Delta_s [1 - \lambda_a F(\Delta_s)] = \sum_s' \lambda_{er} F(\Delta_s') \Delta_s' / \quad (3.13)$$

เราจะแก้สมการช่องว่างพลังงาน (3.13) เพื่อหา $F(\Delta_s)$ ในกรณีสารประกอบ TI มีจำนวนชั้น CuO_2 (s) เท่ากับ 1, 2, 3, 4, 5 และ ∞ ตามลำดับ

$$\text{กรณี } \frac{\Delta_s}{T_c} = 1 \quad \Delta_1 [1 - \lambda_a F(\Delta_1)] = 0 \quad (3.14)$$

$$S = 1 \quad F = 1 / \lambda_a \quad (3.15)$$

$$\text{กรณี } \frac{\Delta_s}{T_c} = 2 \quad \Delta_1 [1 - \lambda_a F(\Delta_1)] = \lambda_{er} F(\Delta_2) \Delta_2 / \quad (3.16)$$

$$S = 2 \quad \Delta_2 [1 - \lambda_a F(\Delta_2)] = \lambda_{er} F(\Delta_1) \Delta_1 / \quad (3.17)$$

จากการแก้สมการ (3.16) (3.17) ภายใต้ง่ายที่ T_c ,
 $F(\Delta_1) = F(\Delta_2) = F$ จะได้

$$F = 1 / \lambda_a + \lambda_{er} \quad (3.18)$$

$$\text{กรณี } s = 1 \quad \Delta_1 [1 - \lambda_a F(\Delta_1)] = \lambda_{er} F(\Delta_2) \Delta_2 \quad (3.19)$$

$$s = 2 \quad \Delta_2 [1 - \lambda_a F(\Delta_2)] = \lambda_{er} F(\Delta_1) \Delta_1 + \lambda_{er} F(\Delta_3) \Delta_3 \quad (3.20)$$

$$\Delta_3 [1 - \lambda_a F(\Delta_3)] = \lambda_{er} F(\Delta_2) \Delta_2 \quad (2.21)$$

จากสมการ (3.19) (3.20) (3.21) ภายใต้เงื่อนไขที่ T_c ,

$$F(\Delta_1) = F(\Delta_2) = F(\Delta_3) = F$$

โดยการแก้สมการดีเทอร์มิแนนต์ 3×3 มิติ เราจะได้

$$F = \frac{1}{\lambda_a + 2 \lambda_{er}} \quad (3.22)$$

สำหรับในกรณี $s = 4$ และ $s = 5$ โดยวิธีการเดียวกันกับวิธีข้างต้นเราจะได้

$$F = \frac{1}{\lambda_a + \frac{(\sqrt{5} + 1)}{2} \lambda_{er}} \quad \text{สำหรับ } s = 4 \quad (3.23)$$

$$\text{และ } F = \frac{1}{\lambda_a + 3 \lambda_{er}} \quad \text{สำหรับ } s = 5 \quad (3.24)$$

กรณี $s = \infty$ จากสมการ (3.13) เราจะได้เมทริกซ์ $s \times s$ มิติ

$$\text{ให้ } 1 - \lambda_a F = y, \quad -\lambda_{er} F = x \quad \text{จะได้}$$

$$D_s = \begin{bmatrix} y & x & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ x & y & x & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & y & x & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x & y & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & x & y \end{bmatrix}_{s \times s} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \vdots \\ \Delta_{s-1} \\ \Delta_s \end{bmatrix}_{s \times 1} = 0_{s \times s} \quad (3.25)$$

จากการแก้สมการ (3.25) ภายใต้เงื่อนไขที่ T_c ,

$$F(\Delta_1) = F(\Delta_2) = \dots = F(\Delta_s) = F \quad \text{ให้ } 1 - \lambda_a F = y, \quad -\lambda_{er} F = x \quad \text{จะได้}$$

$$D_s = \begin{vmatrix} y & x & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ x & y & x & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x & y & x & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x & y & x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & x & y \end{vmatrix} = 0$$

$s \times s$

$$D_s = yD_{s-1} - x^2 D_{s-2}, \quad s > 2 \quad (3.26)$$

จาก (3.26) โดยวิธีการแก้สมการความสัมพันธ์รีเคชัน (recursion relation) และใช้
ลิมิต $s \longrightarrow \infty$ จะได้

$$\begin{aligned} y &= 2x \\ 1 - \lambda_a F &= 2\lambda_{er} F \\ F &= \frac{1}{\lambda_a + 2\lambda_{er}} \end{aligned} \quad (3.27)$$

จากสมการ (3.15), (3.18), (3.22), (3.23), (3.24) และ (3.27) เราอาจ
เขียนใหม่ได้ว่า

$$F = \frac{1}{\lambda_a + p(s)\lambda_{er}} \quad (3.28)$$

$$\text{เมื่อ } p(s) = 0, 1, \sqrt{2}, \frac{(\sqrt{5}+1)}{2}, \sqrt{3} \quad \text{และ } 2$$

$$\text{เมื่อ } s = 1, 2, 3, 4, 5 \quad \text{และ } \infty \quad \text{ตามลำดับ}$$

จากสมการ (3.11) เราหา T_{co} ได้ดังนี้

$$F(\Delta_s) = \ln\left(\frac{2Y_w}{T_c \pi}\right)$$

$$T_{co} = \frac{2Y_w}{\pi} \exp[-F(\Delta_s)]$$

แทนค่า $F(\Delta_s)$ จาก (3.28) จะได้

$$T_{co} = \frac{2Y_w}{\pi} \exp\left[-\frac{1}{\lambda_a + p(s)\lambda_{er}}\right] \quad (3.29)$$

เมื่อ $\lambda_a = NV_a$, $\lambda_{er} = NV_{er}$ และ N และความหนาแน่นสถานะต่อชั้นคอปเปอร์ออกไซด์
 T_{co} แทนอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์

ผลการวิจัย

การวิจัยที่ดำเนินการมาในบทก่อนแล้วนั้น เป็นการวิจัยหาคุณสมบัติของตัวนำยิ่งยวด
อุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ที่มีขนาดจำนวน s ชั้น ($s = 1, 2, 3, 4, \dots, \infty$) ในบทนี้เราจะพิจารณา
กรณีที่ชั้นของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กซึ่งเราจะพิจารณากรณีที่สาร
เจือในแต่ละชั้นมีความเข้มข้นต่าง ๆ กัน โดยแยกพิจารณาเป็นกรณีต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. กรณีที่ระบบบริสุทธิ์มีจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในแนวนาน 1 ชั้น ($s=1$)
2. กรณีที่ระบบบริสุทธิ์มีจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในแนวนาน 2 ชั้น ($s=2$)
 - 2.1 สารเจือในระบบมีทั้งสมมาตรการสะท้อน (reflection symmetry)
และอสมมาตรการสะท้อน (break reflection symmetry)
 - 2.2 สารเจือในระบบมีเพียงสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น
 - 2.3 สารเจือในระบบมีเพียงอสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น
 - 2.4 ระบบบริสุทธิ์มีการเข้าสู่ของอิเล็กตรอนข้ามชั้น และสารเจือในระบบมีเพียง
อสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น

1. กรณีที่ระบบบริสุทธิ์มีจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในแนวนาน 1 ชั้น ($s=1$)

แฮมิลโทเนียนของระบบนี้ คือ

$$H = H_0 + H_{imp} \quad (4.1)$$

$$H_0 = \sum_{k\downarrow} \epsilon_k c_{k\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow} - \sum_{kk'} V_s c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow} \quad (4.2)$$

$$H_{imp} = \sum_{kk'} V_s c_{k\downarrow}^\dagger c_{k'\downarrow} \quad (4.3)$$

โดยที่ H คือบีซีเอสแฮมิลโทเนียนของกรณีที่ $s = 1$
 H_{imp} คือ แฮมิลโทเนียนของสารเจือ
 V_s คืออันตรกิริยาการกระเจิงของสารเจือ

ในที่นี้พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ

$$\Delta^+ = V_a \langle C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ \rangle, \quad \Delta = V_a \langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle \quad (4.4)$$

จากสมการ (4.1), (4.2), (4.3) โดยการประมาณแบบฮาร์ทรี ฟอค เราจะได้สมการการเคลื่อนที่ดังนี้

$$\frac{d}{dt} C_{k\uparrow} = [C_{k\uparrow}, H] = \epsilon_k C_{k\uparrow} - \Delta C_{-k\downarrow}^+ + V_a C_{k\uparrow} \quad (4.5)$$

$$\frac{d}{dt} C_{-k\downarrow} = [C_{-k\downarrow}, H] = \epsilon_k C_{-k\downarrow} + \Delta C_{k\uparrow}^+ + V_a C_{-k\downarrow} \quad (4.6)$$

$$\frac{d}{dt} C_{k\uparrow}^+ = [C_{k\uparrow}^+, H] = -\epsilon_k C_{k\uparrow}^+ + \Delta^+ C_{-k\downarrow} + V_a C_{k\uparrow}^+ \quad (4.7)$$

$$\frac{d}{dt} C_{-k\downarrow}^+ = [C_{-k\downarrow}^+, H] = -\epsilon_k C_{-k\downarrow}^+ - \Delta^+ C_{k\uparrow} - V_a C_{-k\downarrow}^+ \quad (4.8)$$

โดยอาศัยการแปลงรูปแบบฟูรีเยร์ (Fourier Transform) และโดยวิธีการประมาณแบบบอร์น (Born Approximation) สมการ (4.5) - (4.8) จะสามารถเขียนได้ในรูปสมการเมตริกซ์

$$G^{-1}(k, k', i\omega_n) = G_0^{-1}(k, k', i\omega_n) - \sum_k \quad (4.9)$$

$$G_0(k, i\omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_k \rho_3 - \Delta \rho_2 \sigma_2)^{-1} \quad (4.10)$$

ในกรณีนี้สารเจือ

$$G(k, i\omega_n) = (i\tilde{\omega}_n - \epsilon_k \rho_3 - \tilde{\Delta} \rho_2 \sigma_2)^{-1} \quad (4.11)$$

โดยที่ $G_0(k, i\omega_n)$ คือกรีนฟังก์ชันของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

$G(k, i\omega_n)$ คือกรีนฟังก์ชันของตัวนำยิ่งยวดเมื่อมีสารเจือ

ω_n เป็นความถี่ Matsubara frequency

$\rho_i (i = 1, 2, 3)$ เป็นเพาลีเมตริกซ์ (Pauli matrices)

และ พลังงานในตนเอง (self energy) มีค่าเท่ากับ

$$\sum_k (i\omega_n) = \frac{n_1 V_s^2}{N} \sum_k \rho_3 G \rho_3 \quad (4.12)$$

จากสมการ (4.9) - (4.12) เราจะได้

$$G(k, \omega_n) = \frac{i\tilde{\omega}_n + \epsilon_k \rho_3 + \tilde{\Delta} \rho_2 \sigma_2}{\tilde{\omega}_n^2 + \epsilon_k^2 + \tilde{\Delta}^2} \quad (4.13)$$

แทนค่า (4.13) ใน (4.12) แล้วแทนลงใน (4.9)

$$\text{โดยที่ } \tilde{\omega}_n = \omega_n + \frac{\tilde{\omega}_n}{2\tau} \left\langle \frac{1}{\sqrt{\tilde{\omega}_n^2 + \tilde{\Delta}^2}} \right\rangle \quad (4.14)$$

$$\tilde{\Delta} = \Delta + \frac{\tilde{\Delta}}{2\tau} \left\langle \frac{1}{\sqrt{\tilde{\omega}_n^2 + \tilde{\Delta}^2}} \right\rangle \quad (4.15)$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2\pi n_1 V_s^2 N(0)}{N} \quad (4.16)$$

ในสมการ (4.16) n_1 เป็นความเข้มข้นของสารเจือ

จากสมการ (4.4) และ (4.13) จะได้

$$\Delta = V_s T \sum_{k, \omega_n} G_{23}(k, \omega_n)$$

$$\Delta = V_a T \sum_{k, \omega} \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\omega}_n^2 + \varepsilon_k^2 + \Delta^2} \quad (4.17)$$

จากสมการหาอุณหภูมิวิกฤตของอิมและอยู่ในกรณี $S = 1$

$$\ln \left(\frac{2\gamma w}{\pi T_{co}} \right) = \pi T \sum_{\omega_n} \frac{1}{\omega_n} = \pi T \sum_{\omega_n} \frac{1}{(\omega_n + \Delta^2)^{1/2}} = - \frac{1}{N(0) V_a} \quad (4.18)$$

$$\text{จาก (4.14)} \quad \tilde{\omega}_n \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) = \omega_n$$

$$\text{และ (4.15)} \quad \tilde{\Delta} \left(1 - \frac{1}{2\tau} \right) = \Delta$$

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\omega}_n} &= \frac{\omega_n}{\Delta} \\ \text{จาก (4.17)} \quad \Delta &= -V_a N(0) T \sum \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\omega}_n} \\ &= -V_a N(0) T \sum \frac{\Delta}{\omega_n} \\ \frac{1}{N(0) V_a} &= \pi T \sum \frac{1}{\omega_n} = \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right) \end{aligned}$$

$$T_c = 1.13 w_D \exp (-1/N(0) V_a) \quad (4.19)$$

สมการ (4.19) หมายถึง สารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก ไม่ทำให้ T_c เปลี่ยน

2. กรณีที่ระบบบริสุทธิ์มีจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ในแนวนอน 2 ชั้น ($s=2$)

2.1 สารเจือในระบมมีทั้งสมมาตรการสะท้อน (reflection symmetry) และอสมมาตรการสะท้อน (break reflection symmetry)

แฮมิลโทเนียนของระบบนี้ คือ

$$H = H_0 + H_{imp} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} H_0 = & \sum_{k6} \epsilon_k c_{k6}^\dagger c_{k6} + \sum_{kk'} v_a c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow} \\ & + \sum_{k6} \epsilon_k d_{k6}^\dagger d_{k6} + \sum_{kk'} v_a d_{k\uparrow}^\dagger d_{-k\downarrow}^\dagger d_{-k'\downarrow} d_{k'\uparrow} \\ & + \sum_{kk'} v_{or} (c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow} + d_{k\uparrow}^\dagger d_{-k\downarrow}^\dagger d_{-k'\downarrow} d_{k'\uparrow}) \quad (4.21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } H_{imp} = & \sum_{kk'} v_{11} c_{k6}^\dagger c_{k'6} + \sum_{kk'} v_{22} d_{k6}^\dagger d_{k'6} \\ & + \sum_{kk'} v_{12} (c_{k6}^\dagger d_{k'6} + d_{k6}^\dagger c_{k'6}) \quad (4.22) \end{aligned}$$

โดยที่ v_{11} , v_{22} คืออันตรกิริยาการกระเจิงภายในชั้นที่ 1 และ 2 ของสารเจือตามลำดับ
 v_{12} คือ อันตรกิริยาการกระเจิงระหว่างชั้นของสารเจือ ($v_{12} = v_{21}$)

จากการหาสมการการเคลื่อนที่สำหรับ $G^{11}(k, k', w_n)$ โดยอาศัยสมการ (4.20), (4.21), และ (4.22) ด้วยวิธีแยกแฟกเตอร์แบบกอร์กอฟ^(55,56) (Gor'kov factorization) และการแปลงรูปแบบฟูเรียร์ เราจะได้

$$\begin{aligned} G^{11}(k, k', w_n) = & G_0^{11}(k, w_n) \delta_{kk'} + G_0^{11}(k, w_n) \rho_3 \sum_{k''} [v_{11} G^{11}(k'', k', w_n) \\ & + v_{12} G^{21}(k'', k', w_n)] \quad (4.23) \end{aligned}$$

$$\text{ซึ่ง } G_0^{11}(k, w_n) = (i w_n - \epsilon_k \rho_3 - \Gamma_1 \rho_2 \delta_2)^{-1} \quad (4.24)$$

$$\Gamma_1 = \Delta_1 + \frac{v_{or}}{v_a} \Delta_2 \quad (4.25)$$

$$\Delta_1 = \sum_k v_a \langle C_{-k\downarrow} C_{k\uparrow} \rangle, \Delta_2 = \sum_k v_a \langle d_{-k\downarrow} d_{k\uparrow} \rangle \quad (4.26)$$

$$\text{โดยที่ } G_{ij}^{11}(k, k', \omega_n) = \langle \langle A_{ki}; A_{kj'} \rangle \rangle_\omega \quad (4.27)$$

$$\text{ซึ่ง } A_k = \begin{pmatrix} C_{k\uparrow} \\ C_{-k\downarrow} \\ C_{k\uparrow}^+ \\ C_{-k\downarrow}^+ \end{pmatrix}, A_k = (C_{k\uparrow}^+ C_{k\downarrow}^+ C_{k\uparrow} C_{-k\downarrow}) \quad (4.28)$$

ในสมการข้างต้น G^{11} และ Δ_1 คือ บัซีสกรีนฟังก์ชันและพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบในชั้นที่ 1 ตามลำดับ

และในทำนองเดียวกันกับข้างต้น

$$D = \begin{pmatrix} d_{k\uparrow} \\ d_{-k\downarrow} \\ d_{k\uparrow}^+ \\ d_{-k\downarrow}^+ \end{pmatrix}, D_k = (d_{k\uparrow}^+ d_{-k\downarrow}^+ d_{k\downarrow} d_{k\uparrow}) \quad (4.29)$$

$$\text{และ } G_{ij}^{22}(k, k', \omega_n) = \langle \langle D_{ki}; D_{kj'} \rangle \rangle_\omega \quad (4.30)$$

$$G_{ij}^{21}(k, k', \omega_n) = \langle \langle D_{ki}; A_{kj'} \rangle \rangle_\omega \quad (4.31)$$

$$G_{ij}^{12}(k, k', \omega_n) = \langle \langle A_{ki}; D_{kj'} \rangle \rangle_\omega \quad (4.32)$$

จากการหาสมการการเคลื่อนที่ของ (4.30), (4.31) และ (4.32) ด้วยวิธีแยกแฟกเตอร์แบบกอร์ดอนและอาศัยการแปลงรูปแบบฟูเรียร์ จะได้

$$G^{22}(k, k', w_n) = G_0^{22}(k, w_n) \delta_{kk'} + G_0^{22}(k, w_n) \rho_3 \sum_{k''} [V_{22} G^{22}(k, k', w_n) + V_{12} G^{12}(k'', k', w_n)] \quad (4.33)$$

$$G^{21}(k, k', w_n) = G_0^{21}(k, w_n) \rho_3 \sum_{k''} [V_{22} G^{21}(k'', k', w_n) + V_{12} G^{11}(k'', k', w_n)] \quad (4.34)$$

$$G^{12}(k, k', w_n) = G_0^{12}(k, w_n) \rho_3 \sum_{k''} [V_{11} G^{12}(k'', k', w_n) + V_{22} G^{22}(k'', k', w_n)] \quad (4.35)$$

$$G_0^{22}(k, w_n) = G_0^{21}(k, w_n) = [i w_n - \xi_k \rho_3 - \Gamma_2 \rho_2 \epsilon_2]^{-1} \quad (4.36)$$

$$\Gamma_2 = \Delta_2 + \frac{V_{er}}{V_a} \Delta_1 \quad (4.37)$$

จากสมการ (4.23), (4.34) และโดยวิธีการประมาณแบบบอร์นจะได้

$$G^{11}(k, k', w_n) = G_0^{11}(k, w_n) + G_0^{11}(k, w_n) \sum_k \rho_3 V_{11} G^{11}(k, k', w_n) V_{11} \rho_3 + G_0^{11}(k, w_n) \sum_k \rho_3 V_{12} G^{21}(k, k', w_n) V_{12} \rho_3 \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{1 \xrightarrow{G^{11}} 1}} &= \overline{1 \xrightarrow{G_0^{11}} 1} + \overline{1 \xrightarrow{G_0^{11}} \times \xrightarrow{\rho_3 V_{11}} \overline{1 \xrightarrow{G^{11}} \times \xrightarrow{V_{11} \rho_3} 1}} \\ &+ \overline{1 \xrightarrow{G_0^{11}} \bullet \xrightarrow{\rho_3 V_{12}} \overline{1 \xrightarrow{G^{11}} \bullet \xrightarrow{V_{12} \rho_3} 1}} \quad (4.39) \end{aligned}$$

และจาก (4.33), (4.35) จะได้

$$G^{22}(k, k', w_n) = G_0^{22}(k, w_n) + G_0^{22}(k, w_n) \sum_k \rho_3 V_{22} G^{22} V_{22} \rho_3 + G_0^{22}(k, w_n) \sum_k \rho_3 V_{12} G^{12} V_{12} \rho_3 \quad (4.40)$$

$$\begin{array}{c} 2 \\ \text{---} G^{22} \text{---} 2 \end{array} = \begin{array}{c} 2 \\ \text{---} G_0^{22} \text{---} 2 \end{array} + \begin{array}{c} 2 \\ \text{---} G_0^{22} \text{---} \end{array} \begin{array}{c} G^{22} \\ \rho_3 V_{22} \text{---} \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ \text{---} V_{22} \rho_3 \end{array} + \begin{array}{c} 2 \\ \text{---} G_0^{22} \text{---} \end{array} \begin{array}{c} G^{12} \\ \rho_3 V_{12} \text{---} \end{array} \begin{array}{c} 2 \\ \text{---} V_{12} \rho_3 \end{array} \quad (4.41)$$

(4.39), (4.41) แสดงแผนภาพพลังงานในตนเอง (self-energy diagrams) ของชั้น 1 และชั้น 2 ตามลำดับ และจากสมการไดสัน (Dyson equations) ข้างต้น จะได้

$$[G^{11}]^{-1} = [G_0^{11}]^{-1} - \Sigma_1(w_n) = (i\tilde{w}_n - \epsilon_k \rho_3 - \tilde{\Gamma}_1 \rho_2 \delta_2) \quad (4.42)$$

$$[G^{22}]^{-1} = [G_0^{22}]^{-1} - \Sigma_2(w_n) = (i\tilde{w}_n - \epsilon_k \rho_3 - \tilde{\Gamma}_2 \rho_2 \delta_2) \quad (4.43)$$

$$\Sigma_1(w_n) = \frac{n_1 V_{11}^2}{N} \sum_k \rho_3 G^{11} \rho_3 + \frac{n_2 V_{12}^2}{N} \sum_k \rho_3 G^{21} \rho_3 \quad (4.44)$$

$$\Sigma_2(w_n) = \frac{n_2 V_{22}^2}{N} \sum_k \rho_3 G^{22} \rho_3 + \frac{n_1 V_{12}^2}{N} \sum_k \rho_3 G^{12} \rho_3 \quad (4.45)$$

โดยที่ $\Sigma_1(w_n), \Sigma_2(w_n)$ เป็นพลังงานในตนเองของชั้นที่ 1 และชั้นที่ 2 ของตัวนำยิ่งยวดตามลำดับ และ n_1, n_2 เป็นความเข้มข้นของสารเจือในชั้นที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

แทนค่า $[G^{11}]^{-1}, \Sigma_1(w_n)$ ลงใน (4.42), แล้วเทียบสัมประสิทธิ์เมตริกซ์ จะได้

$$\tilde{w}_n = w_n + \frac{\tilde{w}_n}{2\tau_{11}} \left\langle \frac{1}{\sqrt{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_1^2}} \right\rangle + \frac{\tilde{w}_n}{2\tau_{12}} \left\langle \frac{1}{\sqrt{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_2^2}} \right\rangle \quad (4.46)$$

$$\tilde{\Gamma}_1 = \Gamma_1 + \frac{\tilde{\Gamma}_1}{2\tau_{11}} \left\langle \frac{1}{\sqrt{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_1^2}} \right\rangle + \frac{\tilde{\Gamma}_2}{2\tau_{12}} \left\langle \frac{1}{\sqrt{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_2^2}} \right\rangle \quad (4.47)$$

ในการทำงานเดียวกันแทนค่า $[G^{22}]^{-1}$, $\Sigma_2(w_n)$ ลงใน (4.43) จะได้

$$\tilde{w}_n = w_n + \frac{1}{2\mathcal{C}_{22}} \left\langle \frac{\tilde{w}_n}{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_2^2} \right\rangle + \frac{1}{2\mathcal{C}_{21}} \left\langle \frac{\tilde{w}_n}{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_2^2} \right\rangle \quad (4.48)$$

$$\tilde{\Gamma}_2 = \Gamma_2 + \frac{1}{2\mathcal{C}_{22}} \left\langle \frac{\tilde{\Gamma}_2}{\sqrt{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_2^2}} \right\rangle + \frac{1}{2\mathcal{C}_{21}} \left\langle \frac{\tilde{\Gamma}_1}{\sqrt{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_1^2}} \right\rangle \quad (4.49)$$

$$\text{กำหนดให้ } \alpha_{ij} = \frac{1}{2\mathcal{C}_{ij}} = \frac{2\pi n_1 N(0)V_{1j}^2}{N}, \quad i, j = 1, 2 \quad (4.50)$$

จากสมการ (4.25), (4.26), (4.37) จะได้

$$\Gamma_1 = V_a T \sum_{k, w_n} G_{23}^{11}(k, w_n) + V_{er} T \sum_{k, w_n} G_{23}^{22}(k, w_n) \quad (4.51)$$

$$\Gamma_2 = V_a T \sum_{k, w_n} G_{23}^{22}(k, w_n) + V_{er} T \sum_{k, w_n} G_{23}^{11}(k, w_n) \quad (4.52)$$

$$\text{โดยที่ } G_{23}(k, w_n) = \frac{\tilde{\Gamma}_1}{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_k^2 + \tilde{\Gamma}_1^2}, \quad G_{23}(k, w_n) = -\frac{\tilde{\Gamma}_2}{\tilde{w}_n^2 + \tilde{\Gamma}_k^2 + \tilde{\Gamma}_2^2} \quad (4.53)$$

แทนค่า $\tilde{\Gamma}_1, \tilde{\Gamma}_2$ จาก (4.47), (4.49) ลงใน (4.53) แล้วแทนลงใน (4.51), (4.52) จะได้สมการเมตริกซ์

$$\begin{bmatrix} 1 - \cancel{\lambda_a A_o} - \cancel{\lambda_{er} A_1} & -\cancel{\lambda_a A_2} - \cancel{\lambda_{er} A_3} \\ -\cancel{\lambda_a A_1} - \cancel{\lambda_{er} A_o} & 1 - \cancel{\lambda_a A_3} - \cancel{\lambda_{er} A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$\text{โดยที่ } A_o = \pi T \sum_{w_n} \frac{(w_n + \alpha) - \alpha_{12}}{w_n (w_n + \alpha)}, \quad \alpha = \alpha_{12} + \alpha_{21} \quad (4.55)$$

$$A_1 = \pi T \sum_{w_n} \frac{\alpha_{21}}{w_n(w_n + \alpha)} \quad (4.56)$$

$$A_2 = \pi T \sum_{w_n} \frac{\alpha_{12}}{w_n(w_n + \alpha)} \quad (4.57)$$

$$A_3 = \pi T \sum_{w_n} \frac{(w_n + \alpha) - \alpha_{21}}{w_n(w_n + \alpha)} \quad (4.58)$$

จาก (4.54)

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda_a A_0 - \lambda_{er} A_1 & -\lambda_a A_2 - \lambda_{er} A_3 \\ -\lambda_a A_1 - \lambda_{er} A_0 & 1 - \lambda_a A_3 - \lambda_{er} A_2 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.59)$$

จากการแก้สมการ (4.55), (4.56), (4.57), (4.58) แล้วแทนลงใน (4.59) จะได้

$$(\lambda_a^2 - \lambda_{er}^2) F^2 - [2\lambda_a + (\lambda_a^2 - \lambda_{er}^2) k] F + [1 + (\lambda_a - \lambda_{er}) k] = 0 \quad (4.60)$$

$$\text{โดยที่ } F(T) = \ln \left(\frac{2Yw}{T_c \pi} \right) = 2\pi T \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{w_n} \quad (4.61)$$

$$k(\rho) = 2\pi T \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{w_n} - \frac{1}{w_n + \alpha} \right) \quad (4.62 \text{ ก})$$

$$k(\rho) = [\psi(1/2 + \rho) - \psi(1/2)] \quad (4.62 \text{ ข})$$

เมื่อ $\psi(z)$ คือ ไดแกมมาฟังก์ชัน (Digamma function)

$$\gamma = 1.781 \quad \text{และ} \quad \rho = \alpha / T_c \pi$$

แก้สมการควอดราติก (4.60) จะได้

$$F(T) = \ln \left(\frac{2Yw}{T_c \pi} \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{2\lambda_a}{(\lambda_a^2 - \lambda_{er}^2)} + k \right] \pm \left[k^2 + \frac{4\lambda_{er}^2}{(\lambda_a^2 - \lambda_{er}^2)} + \frac{4\lambda_{er}}{(\lambda_a^2 - \lambda_{er}^2)} k \right]^{1/2} \quad (4.63)$$

เนื่องจาก $\lambda_a^2 \gg \lambda_{er}^2$ จึงเป็นกรณีที่เหมาะสมกับการใช้เครื่องหมาย

$$\text{จะได้ } \ln \left(\frac{2W}{\pi T_c} \right) = 1/2 \left[\frac{2\lambda_a}{(\lambda_a^2 - \lambda_{er}^2)} - \frac{2\lambda_{er}}{(\lambda_a^2 - \lambda_{er}^2)} \right]$$

$$T_c = 1.13 W \exp \left[- \frac{1}{\lambda_a + \lambda_{er}} \right] \quad (4.64)$$

สมการ (4.64) หมายถึงสารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก
ไม่ทำให้ T_c เปลี่ยน

2.2 สารเจือในระบบมีเพียงสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น

แฮมิลโทเนียนของระบบนี้ คือ

$$H = H_o + H_{imp} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} H_o = & \sum_{k\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + \sum_{kk'} v_a c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow} \\ & + \sum_{k\sigma} \epsilon_k d_{k\sigma}^\dagger d_{k\sigma} + \sum_{kk'} v_a d_{k\uparrow}^\dagger d_{-k\downarrow}^\dagger d_{-k'\downarrow} d_{k'\uparrow} \\ & + \sum_{kk'} v_{er} (c_{k\uparrow}^\dagger c_{-k\downarrow}^\dagger c_{-k'\downarrow} c_{k'\uparrow} + d_{k\uparrow}^\dagger d_{-k\downarrow}^\dagger d_{-k'\downarrow} d_{k'\uparrow}) \end{aligned} \quad (4.66)$$

$$\text{และ } H_{imp} = \sum_{kk'} v_{12} (c_{k\sigma}^\dagger d_{k'\sigma} + d_{k\sigma}^\dagger c_{k'\sigma}) \quad (4.67)$$

โดยวิธีการเดียวกัน จะได้ผลเช่นเดียวกับสมการ (4.64)

2.3 สารเจือในระบบมีเพียงอสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น

สำหรับระบบนี้ H_0 มีรูปเดิม และ

$$H_{\text{imp}} = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_{11} c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{k}'\downarrow} + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_{22} d_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger d_{\mathbf{k}'\downarrow}$$

ได้ผลเหมือนสมการ (4.64) เช่นกัน

2.4 ระบบบริสุทธิ์ที่มีการเข้าคู่ของอิเล็กตรอนข้ามชั้น และสารเจือในระบบมีเพียงอสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น

$$\begin{aligned} H_0 = & \sum_{\mathbf{k}\downarrow} \epsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{k}\downarrow} + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_a c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow} \\ & + \sum_{\mathbf{k}\downarrow} \epsilon_{\mathbf{k}} d_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger d_{\mathbf{k}\downarrow} + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_a' d_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger d_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger d_{-\mathbf{k}\downarrow} d_{\mathbf{k}'\uparrow} \\ & + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_{er} (c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow} + d_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger d_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger d_{-\mathbf{k}\downarrow} d_{\mathbf{k}'\uparrow}) \\ & + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_b (d_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{-\mathbf{k}\downarrow} d_{\mathbf{k}'\uparrow} + c_{\mathbf{k}\uparrow}^\dagger d_{-\mathbf{k}\downarrow}^\dagger d_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow}) \end{aligned} \quad (4.68)$$

$$\text{และ} \quad H_{\text{imp}} = \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_{11} c_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger c_{\mathbf{k}'\downarrow} + \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} v_{22} d_{\mathbf{k}\downarrow}^\dagger d_{\mathbf{k}'\downarrow} \quad (4.69)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= v_a \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle = v_a \sum_{\mathbf{k}'} \langle d_{-\mathbf{k}\downarrow} d_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \\ \Delta_2 &= v_b \sum_{\mathbf{k}} \langle c_{\mathbf{k}\downarrow} d_{\mathbf{k}\uparrow} \rangle = v_b \sum_{\mathbf{k}'} \langle d_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle \end{aligned}$$

v_b คือ อันตรกิริยาการจับคู่ข้ามชั้นของอิเล็กตรอน

โดยอาศัยวิธีเดียวกับข้างต้นผลที่ได้ยังคงเดิม

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหา

1. คุณทรมิวิฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ โดยวิธีกรีนส์ฟังก์ชัน
2. คุณทรมิวิฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง เมื่อมีสารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก เป็นฟังก์ชันของความเข้มข้นของสารเจือ

การคำนวณหาอุณหภูมิวิฤตดังกล่าวข้างต้น มีกระบวนการคำนวณ เริ่มต้นจากการใช้ แอมัลโทเนียนของอิมและยู หาสมการการเคลื่อนที่ ทากรีนส์ฟังก์ชันของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง บริสุทธิ์ แล้วคำนวณหาอุณหภูมิวิฤต

จากนั้นจึงได้แอมัลโทเนียนของอิมและยูกับแอมัลโทเนียนของสารเจือ ทากรีนส์ฟังก์ชัน ของตัวนำยิ่งยวดเมื่อมีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก และหาพลังงานในตนเอง แล้วคำนวณหา อุณหภูมิวิฤต

เมื่อคำนวณหาอุณหภูมิวิฤต ของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือประเภทไม่เป็น แม่เหล็กได้แล้ว นำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยอุณหภูมิวิฤตของสารตัวนำยิ่งยวด อุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ ว่าผลที่ได้แตกต่างกันหรือเหมือนกันอย่างไร

สรุปผลการวิจัย

ผลการคำนวณหาอุณหภูมิวิฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ พบว่าอุณหภูมิวิฤต เปลี่ยนแปลงตามสมการ

$$T_c = 1.13 \quad w \quad \exp \left[- \frac{1}{N(0)V_u + p(s)N(0)V_{or}} \right]$$

โดยที่ $p(s) = 0, 1, \sqrt{2}, (\sqrt{5} + 1)/2, \sqrt{3}$ และ 2

เมื่อ $s = 1, 2, 3, 4, 5$ และ ∞ ตามลำดับ

ผลการคำนวณอุณหภูมิวิกฤติของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กพบว่า อุณหภูมิวิกฤติเปลี่ยนแปลงตามกรณีต่าง ๆ ดังนี้

กรณี	อุณหภูมิวิกฤต
ระบบบริสุทธิ์มี 1. จำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ 1 ชั้น	$T_c = 1.13w \exp [-1/N(0)V_a]$
2. จำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์ 2 ชั้น และสารเจือในแต่ละชั้นมีความเข้มข้นไม่เท่ากัน 2.1 สารเจือในระบบมีทั้งสมมาตรและอสมมาตรการสะท้อน 2.2 สารเจือในระบบมีเพียงสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น 2.3 สารเจือในระบบมีเพียงอสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น 2.4 ระบบบริสุทธิ์มีการเข้าคู่ของอิเล็กตรอนข้ามชั้น และสารเจือในระบบมีเพียง อสมมาตรการสะท้อนเท่านั้น	$T_c = 1.13w \exp \left[-\frac{1}{N(0)V_a + N(0)V_{er}} \right]$

อภิปรายผล

จากผลการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ โดยวิธีกรีนส์ฟังก์ชัน พบว่าให้ผลตรงกันกับผลการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของอิมและยู⁽⁵³⁾ โดยวิธีการประมาณแบบ โบโกลิวอฟ

และจากผลการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่มีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กในกรณีที่ 1 และ 2 จะเห็นได้ว่าให้ผลตรงกับอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ กรณีที่ $s = 1$ และ 2 ตามลำดับ ซึ่งหมายความว่า สารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กไม่มีผลต่ออุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง

ในกรณีที่ระบบบริสุทธิ์มีการจับคู่ของอิเล็กตรอนข้ามชั้น โดยมีอันตรกิริยาต่อกันเป็น λ_{sc} พบว่า T_c ไม่เปลี่ยน ทั้งนี้เนื่องจากว่า ณ อุณหภูมิวิกฤต สารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็กประเภทที่มีสมบัติสมมาตรการสะท้อนทำให้การจับคู่ข้ามชั้นของอิเล็กตรอนถูกทำลาย ดังนั้นระบบ 2.4 จึงมีสมบัติเหมือนกับระบบ 2.2 ดังผลการวิจัยข้างต้น

อนึ่งในการวิจัยครั้งนี้แบบจำลองระบบบริสุทธิ์มี λ_{sc} ซึ่งเป็นอันตรกิริยาภายในชั้นมีค่าเท่ากันทุกชั้น ซึ่งในความจริงแล้ว λ_{sc} ในแต่ละชั้น อาจจะไม่เท่ากันก็ได้ ในทำนองเดียวกัน λ_{or} ซึ่งเป็นอันตรกิริยาระหว่างชั้นก็อาจมีค่าไม่เท่ากัน ดังนั้นสูตรอุณหภูมิวิกฤตที่ได้จึงครอบคลุมเพียงแบบจำลองนี้เท่านั้น ผู้วิจัยมีความเห็นว่าการวิจัยครั้งต่อไปควรพิจารณากรณีที่ λ_{sc} และ λ_{or} มีค่าไม่เท่ากันด้วยโดยอาศัยงานวิจัยฉบับนี้เป็นแนวทาง ผู้วิจัยมีความเห็นเพิ่มเติมดังจะกล่าวในข้อเสนอแนะข้างล่างนี้

ข้อเสนอแนะ

1. สูตรการหาอุณหภูมิวิกฤตของงานวิจัยนี้ ครอบคลุมกรณีที่ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมีสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็กหรือเป็นตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์เท่านั้น ผู้วิจัยจึงใคร่เสนอว่าในงานวิจัยต่อไป ควรทำการวิจัยให้ครอบคลุมถึงกรณีที่มีสารเจือเป็นสารประเภทอื่น เช่น สารเจือแบบเป็นแม่เหล็ก หรือ สารแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร (antiferro magnetics)
2. การวิจัยครั้งนี้ มีเงื่อนไขให้ความหนาแน่นสถานะต่อจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์มีค่าคงที่เท่ากับ $N(0)$ ในการวิจัยครั้งต่อไปผู้วิจัยมีความเห็นว่าควรขยายการวิจัยให้ครอบคลุมถึงกรณีที่ความหนาแน่นสถานะต่อจำนวนชั้นคอปเปอร์ออกไซด์มีค่าไม่คงที่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

1. Onnes, K.H. Communication - Laboratory of Leiden. 119
1226 - 1266, 1911.
2. Messner, W.L. Physical Review. 109 : 606, 1958.
3. Testardi, L.R., Wernick J.H. and Roger W.A. Solid State Communications. 15 : 1, 1974.
4. Bednorz, J.G. and Muller K.A. Zeitschrift Fur Physik.
B 64 : 189, 1986.
5. Chu, C.W. et al. Physical Review Letters. 58 : 908, 1987.
6. Maeda, H. et al. Applied Physics. 27 : 209, 1988.
7. Birgineau, R.J. American Journal of Physics. 58 : 30, 1990.
8. Welch, D.O. et al. Physical Review. B 36 : 2390, 1987.
9. Hidetoshi, F. Asia - Pacific Physics News. 4 : 3, 1989.
10. Kittel, C. Introduction to Solid State Physics. New York :
Wiley, 1986. chapter 12.
11. Mattheiss, L.F. Physical Review Letters. 58 : 1028, 1987.
12. Umezawa, A. et al. Physical Review. B 38 : 2849, 1989.
13. Gemmel, P. et al. Physical Review Letters. 59 : 2592, 1987.
14. Worthington, T.K., Gallagher W.J. and Dinger T.R.
Physical Review Letters. 59 : 1160, 1987.
15. Warren, W.W. et al. Physical Review Letters. 59 (16) :
1860 - 1863, 1987.
16. Mali, D. et al. Physical Review Letters. A 124 : 112 - 116,
1987.
17. Faltens, T.A. et al. Physical Review Letters.
59 : 945, 1987.
18. Leary, K.J. et al. Physical Review Letters. 59 : 1236, 1987.
19. Maple, M.B. Physical Review Letters. A 26 : 513, 1968.
20. Xiao, G. et al. Physical Review. B 39 : 315, 1989.
21. Bardeen, J., Cooper K.N. and Schriffer J.R. Physical Review.
106 : 162, 1957.
22. Bardeen, J. Theories of High Temperature Superconductivity.
California : Addison - Wesley, 1988. p. 30.
23. Tesanovic, Z. Theories of High Temperature Superconductivity.
California : Addison - Wesley, 1988. P. 35.
24. Kresin, V. Physical Review. B 35 : 8716, 1987.

25. Ruvalds, J. Physical Review. B 35 : 8869, 1987.
26. Kee, P.A. and Read N. Physical Review. B 35 : 2691, 1987.
27. Tesanovic, Z. Physical Review. B 36 : 2364, 1987.
28. Shiba, H. Mathematical Sciences. 26 : 29, 1988.
29. Torrance, J.B. et al. Physical Review Letters. 61 : 1127, 1988.
30. Anderson, P.W. Physical Review. 115 : 2, 1959.
31. Anderson, P.W. Science. 235 : 1196, 1987.
32. Chakravarty, S., Halperin B.I. and Nelson D.R. Physical Review Letters. 60 : 1057, 1988.
33. Nagaoka, Y., and Miyake K. Mathematical Sciences. 26 : 12, 1988.
34. Park, K.T. et al. Journal of Physics Society of Japan. 57 : 3445, 1988.
35. Fukuyama, H. et al. Journal of Physics Society of Japan. 58 : 364, 1989.
36. Prelovsek, P. Physical Review Letters. A 126 : 287, 1988.
37. Ogata, M. and Shiba H. Journal of Physics Society of Japan. 57 : 3074, 1988.
38. Aharony, A. et al. Physical Review Letters. 60 : 1330, 1988.
39. Nishino, T., Kikuchi M. and Kanamori J. Solid State Communications. 68 : 3455, 1988.
40. Zhang, F.C., and Rice T.M. Physical Review. B 37 : 3759, 1988.
41. Kotliar, G. Physical Review. B 37 : 3663, 1988.
42. Kane, C.L., Lee P.A. and Read N. Physical Review. B 39 : 6880, 1989.
43. Schraiman, B.I., and Siggia E. Physical Review Letters. 61 : 367, 1988.
44. Ruckenstein, A.Ex, Hirshfeld P.J. and Appel J. Physical Review. B. 36 : 857, 1987.
45. Baskaran, G., Zou Z. and Anderson P.W. Solid State Communications. 63 : 973, 1987.
46. Affleck, I., Zou Z., Hsu T. and Anderson P.W. Physical Review. B 38 : 745, 1988.
47. Affleck, I., and Marston J.B. Physical Review. B 37 : 3774, 1988.
48. Wheatly, J.M., Hsu T.C. and Anderson P.W. Physical Review. B 37 : 5877, 1988.
49. Yu, J., Massidda S. and Freeman A.J. Physical Review. B 73 : 5, 1989.
50. Schnzider T., and Baeriswyl D., Zeitschrift Fur Physik. B 73 : 5, 1988.

51. Appel, J., and Fay D. Physical Review. B 41 : 873, 1990.
52. Gulacsi, Z., and Gulacsi M. Physical Review. B 37 : 2247, 1988.
53. Ihm, J., and Y B.D. Physical Review. B 39 : 4760, 1989.
54. Entel, P. et al. Journal of Low Temperature Physics.
23 : 157, 1976.
55. Abrikosov, A.A., Gor'kov L.P. and Dzyaloshinskii Quantum
Field Theoretical Methods in Statistical Physics. London :
Pergamon, 1960.
56. Doniach, S. and Sondheimer E.H. Green's Functions for Solid
State Physicists. London : Benjamin, 1974.

ภาคผนวก ก

วิธีการคำนวณหาดีเทอร์มิแนนต์ลำดับขนาด n โดยวิธีความสัมพันธ์แบบรีเคอร์เรนซ์

สมมติว่า เรามีความสัมพันธ์แบบรีเคอร์เรนซ์ ในรูป

$$D_n = pD_{n-1} + qD_{n-2}, \quad n > 2 \quad (1-n)$$

โดยที่ D_n คือ ดีเทอร์มิแนนต์ $n \times n$ มิติ
 p, q เป็นค่าคงที่ ซึ่งเป็นอิสระจาก n

ก. กรณีที่ $q = 0$

$$D_n \text{ จะอยู่ในพจน์ของลำดับเรขาคณิต จะได้}$$

$$D_n = p^{n-1} D_1 \quad (2-n)$$

ในที่นี้ D_1 เป็นดีเทอร์มิแนนต์ลำดับแรก (first - order determinant)
 ซึ่งก็คือ สมาชิกตัวแรกที่อยู่มุมซ้ายบนสุดของรูปแบบ D_n ที่กำหนดให้

ข. กรณีที่ $q \neq 0$

ให้ α, β เป็นรากของสมการควอดราติก

$$X^2 - pX + q = 0 \quad (3-n)$$

$$\text{แล้ว } P = \alpha + \beta$$

$$q = \alpha\beta$$

ดังนั้น สมการที่ (1-n) อาจเขียนได้ในรูป

$$D_n - \beta D_{n-1} = \alpha(D_{n-1} - \beta D_{n-2}) \quad (4-n)$$

$$\text{หรือ} \quad D_n - \alpha D_{n-1} = \beta(D_{n-1} - \alpha D_{n-2}) \quad (5-n)$$

ในขั้นตอนนี้เราจะสมมติให้ $\alpha \neq \beta$ และ โดยการใช้สูตรลำดับเรขาคณิตสำหรับ
 $(n-1)$ พจน์ เราจะเขียน สมการ (4-n) และ (5-n) ได้ใหม่เป็น

$$D_n - \beta D_{n-1} = \alpha^{n-2} (D_2 - \beta D_1) \quad (6-n)$$

และ

$$D_n - \alpha D_{n-1} = \beta^{n-2} (D_2 - \alpha D_1) \quad (7-n)$$

จาก (6-n) , (7-n) จะได้

$$D_n = \frac{\alpha^{n-1} (D_2 - \beta D_1) - \beta^{n-1} (D_2 - \alpha D_1)}{\alpha - \beta}$$

$$D_n = C_1 \alpha^n + C_2 \beta^n \quad (8-n)$$

เมื่อ

$$C_1 = (D_2 - \beta D_1) / \alpha (\alpha - \beta)$$

$$C_2 = (-D_2 - \alpha D_1) / \beta (\alpha - \beta)$$

ผลเฉลยสุดท้ายในสมการ (8-n) เป็นรูปที่สะดวกต่อการนำไปใช้คำนวณ หาค่า D_n เมื่อ $n > 2$ สำหรับกรณี $n = 1$ และ $n = 2$ นั้นเราสามารถคำนวณหาได้โดยตรง

ถ้าให้ $\alpha = \beta$ สมการ (4-n) และ (5-n) จะอยู่ในรูป

$$D_n - \alpha D_{n-1} = \alpha (D_{n-1} - \alpha D_{n-2}) = A \alpha^{n-2} \quad (9-n)$$

โดยที่ $A = (D_2 - \alpha D_1)$

จากการเปลี่ยน n เป็น $n - 1$ จะได้

$$D_{n-1} - \alpha D_{n-2} = A \alpha^{n-3}$$

$$D_{n-1} = \alpha D_{n-2} + A \alpha^{n-3} \quad (10-n)$$

แทน (10-ก) ลงใน (9-ก) จะได้

$$D_n = \alpha^2 D_{n-2} + 2A\alpha^{n-2} \quad (11-ก)$$

ด้วยวิธีการแทนค่าในทำนองเดียวกันกับข้างต้น จะได้

$$D_n = \alpha^{n-1} D_1 + (n-1)A\alpha^{n-2} \quad (12-ก)$$

หรือ

$$D_n = \alpha^n [(n-1) C_1 + C_2] \quad (13-ก)$$

โดยที่

$$C_1 = \frac{A}{\alpha^2}, \quad C_2 = \frac{D_1}{\alpha} \quad (\text{ในที่นี้ } \alpha \neq 0 \text{ เนื่องจาก } q \neq 0)$$

ภาคผนวก ข
ที่ - เมตริกซ์

พิจารณาแฮมิลโทเนียนของระบบที่ถูกกรบกวน

$$H = H_0 + V \quad (1-ข)$$

โดยที่ H_0 เป็นแฮมิลโทเนียนที่ไม่ถูกรบกวน
 V เป็นอันตรกิริยาของการกระเจิง

เราจะพิจารณาระบบโดยอาศัยตัวปฏิบัติการกรีนฟังก์ชันสองตัวคือ

$$G(z) = (z - H)^{-1} \quad \text{และ} \quad G_0(z) = (z - H_0)^{-1} \quad (2-ข)$$

โดยที่ z เป็นพารามิเตอร์ที่เป็นจำนวนเชิงซ้อน มีค่าเท่ากับค่าไอเกน ของ H หรือ H_0
 เรานิยามตัวปฏิบัติการ $T(z)$ โดยมีความสัมพันธ์

$$G(z) = G_0(z) + G_0(z) T(z) G(z) \quad (3-ข)$$

เราเรียก $T(z)$ ว่า ที-เมตริกซ์ ซึ่งมีสมบัติและความสัมพันธ์ต่อการกระเจิง

ดังจะแสดงในลำดับต่อไปนี้

จากสมการ (3-ข)

$$\begin{aligned} G_0 T G_0 &= G - G_0 \\ T &= G_0^{-1} G G_0^{-1} - G_0^{-1} \\ &= (z - H_0) (G G_0^{-1} - 1) \\ &= (z - H_0) G V \end{aligned} \quad (4-ข)$$

เนื่องจากสมการมีสมมาตรจากซ้ายไปขวา และ ขวาไปซ้าย เป็นสมมาตรแบบภาพเงา
 กระจก (mirror image)

$$\text{เราจะได้} \quad T = V G (z - H_0) \quad (5-ข)$$

จาก (4-ข), (5-ข) ดังนั้น

$$G_o T = GV, \quad T G_o = VG \quad (6-ข)$$

จาก (6-ข) เราจะเขียน (3-ข) ได้ใหม่ในรูป

$$G(z) = G_o(z) + G(z)VG_o(z) = G_o(z) + G_o(z)VG(z) \quad (7-ข)$$

และจาก (6-ข) จะได้

$$\begin{aligned} T - V &= G_o^{-1}GV - V \\ &= (G_o^{-1}G - 1)V \\ &= (G_o^{-1} - G^{-1})GV \\ &= VGV \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$T = V + VGV \quad (8-ข)$$

จากการแทนค่าซ้ำ (iteration) สมการ (7-ข) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปง่ายเป็นรูปนิยามอนุกรมของการรบกวน ได้ดังนี้

$$G = G_o + G_oVG + G_oVG_oVG_o + \dots \quad (9-ข)$$

แทนค่า (9-ข) ลงใน (8-ข) จะได้

$$T = V + VG_oV + VG_oVG_oV + \dots \quad (10-ข)$$

อนุกรม (9-ข) และ (10-ข) สามารถใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการประมาณ (basis for systematic approximation)

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นายปิติเชต ชื่อสกุล สุริรักษา
เกิดวันที่ 22 เดือน มิถุนายน พุทธศักราช 2509
สถานที่เกิด จังหวัดสุพรรณบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน บ้านเลขที่ 189 ซอย รามคำแหง 32
ถนนรามคำแหง กรุงเทพมหานคร 10250
สถานที่ทำงานปัจจุบัน -

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2527 เติร์ยมอุดมศึกษา (แผนกวิทยาศาสตร์) จากโรงเรียนธรรมโชติศึกษาลัย
พ.ศ. 2530 กศ.บ. (เกียรตินิยม) วิชาเอกฟิสิกส์ จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ปทุมวัน
พ.ศ. 2534 วท.ม. (วิชาเอกฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร

อุทกภูมิวิฤตของต้วน้ำยังยวตอุทกภูมิสูงที่มีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก

บทคัดย่อ
ของ
ปิติเชต สุริรักษา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอก ฟิสิกส์
กรกฎาคม 2534

การคำนวณได้อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ที่มีสารเจือ
ประเภทไม่เป็นแม่เหล็กโดยวิธีกรีนส์ฟังก์ชัน แบบจำลองที่พิจารณามีอันตรกิริยา
แบบรุนแรงภายในชั้นของทองแดงออกไซด์ และมีอันตรกิริยาแบบอ่อนระหว่างชั้นของ
ทองแดงออกไซด์ที่อยู่ติดกัน

ผลการคำนวณพบว่า ความเข้มข้นของสารเจือไม่มีผลต่ออุณหภูมิวิกฤต
และสูตรอุณหภูมิวิกฤตที่ได้นี้เหมือนกับสูตรของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ และ
สูตรคำนวณที่ได้ในที่นี้ ครอบคลุมผลของอิมและยูในกรณีของสารตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง
บริสุทธิ์อีกด้วย

CRITICAL TEMPERATURE OF HIGH T_c SUPERCONDUCTORS
CONTAINING NONMAGNETIC IMPURITIES

AN ABSTRACT
BY
PITIKHATE SOORAKASA

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Science degree in Physics
at Srinakharinwirot University
JULY 1991

Explicit expressions for the critical temperature of high- T_c superconductors containing nonmagnetic impurities are derived by means of the Green's function method. Our model considers a strong intralayer interaction in the copper oxide plane and a weak interlayer interaction between adjacent planes.

It is found that the critical temperature is independent of the nonmagnetic impurity concentration and the our T_c equations are exactly the same as those of the pure high- T_c superconductors. Our analytical formulas recover the results of Ihm and Yu for the pure high- T_c superconductor case.