

การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์
ของ
กัลยา ทองสุ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2545
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กัลยา ทองสุ. (2545). การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมาลย์, รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ.

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ที่ได้มาโดยการสุ่มตัวอย่าง จำนวน 50 คน จำนวน 1 ห้องเรียน ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ใช้เวลาในการสอน 17 คาบ คาบละ 50 นาที แบบแผนการทดลองครั้งนี้เป็นแบบ One – Group Pretest – Posttest Design และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบค่าสถิติ t – test Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS ACTIVITY PACKAGES
THROUGH INQUIRY METHOD TO PROMOTE THE UTILITY OF
REPRESENTATION ON "THE SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS"
AT MATHAYOM SUKSA III LEVEL

AN ABSTRACT
BY
KANLAYA TONGSU

Presented in partial fulfillment of the requirements
For the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
November 2002

Kanlaya Tongsu. (2002). *The Development of Mathematics Activity Packages Through Inquiry Method to Promote the Utility of Representation on " The System of Linear Equations " at Mathayom Suksa III Level* . Master Thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee: Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Dr.Chanwit Tiamboonprasert.

The purposes of this research were to develop mathematics activity packages through inquiry method to promote the utility of representation on " The system of linear equations " at Mathayom Suksa III level and to study mathematics achievement and intention in learning mathematics of Mathayom Suksa III level students by using mathematics activity packages through inquiry method to promote the utility of representation

The subjects were 50 Mathayom Suksa III students in the first semester of the 2002 academic year at Mathayomwatsing, Jomtong District, Bangkok. They were randomly selected by using the simple random sampling technique. The experimental group was taught by using mathematics activity packages through inquiry method to promote the utility of representation for 17 fifty - minute periods. The One – Group Pretest – Posttest Design was used for this study. The data were statistically analyzed by using t – test Dependent.

The findings were as follow :

1. The mathematics activity packages through inquiry method to promote the utility of representation possessed the efficiency of 80/80 criteria.
2. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using mathematics activity packages through inquiry method to promote the utility of representation was statistically higher than that before being taught at the .01 level of significance.

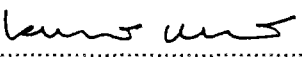
3.The retention of the experimental group after being taught by using mathematics activity packages through inquiry method to promote the utility of representation was statistically significant at the .01 level.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

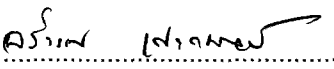
การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
(Representation) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
นางสาวกัลยา ทองสุ

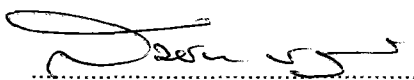
ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

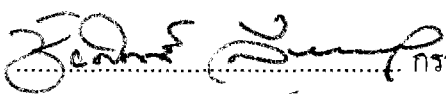

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. นภาพร หะวานนท์)
วันที่ เดือน พฤศจิกายน พ.ศ.2545

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์


..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร. นวีวรรณ เสวตมาลย์)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)


..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)


..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรสกุล)

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนอุดหนุน
และส่งเสริมปริญญานิพนธ์ของ
“ทบวงมหาวิทยาลัย”

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เทวคมาลย์ รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาไว้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เทวคมาลย์ รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ อาจารย์ประสาท สอนวงศ์ ดร.จรรยา ภูอุดม และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่อง และให้คำแนะนำในเรื่องแผนการสอน ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์ และอาจารย์ทุกท่านของโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ ที่ได้อำนวยความสะดวกในการทดลองหาคุณภาพเครื่องมือและดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพเครื่องมือและดำเนินการทดลองในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อสมัย – คุณแม่วิไลรัตน์ ทองสุ ที่ให้การอบรมเลี้ยงดูด้วยความรัก ความเอื้ออาทร ให้การสนับสนุนด้านการศึกษาและด้านทุนทรัพย์ และขอขอบคุณพี่น้องในครอบครัว และเพื่อนๆ เอกการมัธยมศึกษาที่ให้การช่วยเหลือและเป็นกำลังใจทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดามารดา ครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

กัลยา ทองสุ

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	4
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	4
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	5
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	5
	เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	5
	ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	5
	ตัวแปรที่ศึกษา	6
	นิยามศัพท์เฉพาะ	6
	สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า	9
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแทน	12
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน	23
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้คำถาม	38
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดกิจกรรม	52
	เอกสารที่เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	66
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้	70
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	78
	การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง	78
	การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	78
	การเก็บรวบรวมข้อมูล	84
	การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล	85

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	89
5 สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	93
สังเขป ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีการศึกษาค้นคว้า.....	93
สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า.....	93
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	94
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	96
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	97
อภิปรายผล.....	98
ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า.....	102
ข้อเสนอแนะ.....	102
บรรณานุกรม.....	105
ภาคผนวก.....	118
ภาคผนวก ก.....	119
ภาคผนวก ข.....	121
ภาคผนวก ค.....	138
ภาคผนวก ง.....	288
ภาคผนวก จ.....	298
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	300

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ลักษณะการสอนแบบสืบสวนสอบสวนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.....	32
2 แบบแผนการทดลอง.....	84
3 ค่าประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	90
4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการทดลอง.....	91
5 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง.....	92
6 สรุปผลประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	97
7 ค่าความยาก(p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น(r_u)ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 30 ข้อ.....	120
8 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	122
9 คะแนนทดสอบหลังเรียนและทดสอบซ้ำของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	125
10 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	128
11 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	130
12 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	132
13 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่องวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	134
14 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร.....	136

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาของนักเรียน.....	14
2 การใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการ ของพนักงาน.....	15
3 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหการหาจำนวนกระเบื้องขอบสระน้ำ	16
4 แสดงจุดยอด และเส้นเชื่อมที่ช่วยในการจัดตารางเวลา	18
5 แสดงขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนของวิรุฬห์ บุญสมบัติ.....	28
6 แสดงลำดับกระบวนการเรียนรู้ของกาเย่	71
7 แผนภาพแสดงทฤษฎีความจำสองกระบวนการของแอทคินสันและชิฟฟริน	73
8 แสดงกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน.....	82

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 มีความมุ่งหมายในการจัดการศึกษาต้องเป็นไปเพื่อพัฒนาคนไทยให้เป็นมนุษย์ที่สมบูรณ์ทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติปัญญา ความรู้และคุณธรรม มีจริยธรรมและวัฒนธรรมในการดำรงชีวิตสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข นั้นหมายถึง การศึกษาต้องการให้ผู้เรียน เป็นคนดี คนเก่ง และคนมีความสุข สามารถดำเนินชีวิตอย่างมีคุณภาพ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้จริง พึ่งพาตนเองได้ และใช้ความรู้อย่างสร้างสรรค์เพื่อประโยชน์ของส่วนรวม เพื่อให้การจัดการศึกษาบรรลุตามความมุ่งหมายและทันต่อการเปลี่ยนแปลงของโลกในยุคปัจจุบันและอนาคตที่เราเรียกว่า ยุคโลกาภิวัตน์ (Globalization) ซึ่งเป็นยุคที่มีความเปลี่ยนแปลงรวดเร็ว การจัดการศึกษาไทยต้องปฏิรูป

ปรับปรุงให้เหมาะสมกับยุคสมัย ผู้เรียนควรมีโอกาสได้เรียนรู้ตลอดเวลา ตามความสนใจจากสื่อหรือแหล่งความรู้อื่นๆ ที่นอกจากตำราเรียน การเปลี่ยนแปลงบทบาทของผู้เรียนจากเป็น “ผู้รับ” มาเป็น “ผู้เรียน” และเปลี่ยนบทบาทครูจากเป็น “ผู้สอน” หรือ “ผู้ถ่ายทอดข้อมูลความรู้” มาเป็น “ผู้จัดประสบการณ์การเรียนรู้” ให้ผู้เรียน ซึ่งการเปลี่ยนแปลงบทบาทนี้เป็นการเปลี่ยนจุดเน้นของการเรียนรู้ว่าอยู่ที่ผู้เรียนมากกว่าอยู่ที่ผู้สอน (ทศนา แคมมณี, 2542 : 4) แต่ครูยังมีบทบาทที่สำคัญในการสนับสนุนเสริมสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีความหมายแก่ผู้เรียน ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มากที่สุด ดีที่สุด ตามศักยภาพของแต่ละบุคคล (ธนุ ฤทธิกุล, 2542 : 43) และการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นได้ทุกที่ทุกเวลาสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เป็นบุคคลแห่งการเรียนรู้ เป็นทรัพยากรมนุษย์ที่มีคุณภาพ ซึ่งเป็นปัจจัยหนึ่งที่สำคัญในการพัฒนาประเทศ

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญกับผู้เรียนทุกคน ผู้เรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงต่อไป และวิชาคณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาศักยภาพของแต่ละคนให้เป็นคนที่สมบูรณ์ ช่วยส่งเสริมความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมายและมีความสามารถในการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง, 2543 : 17) แต่ในสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตั้งแต่ในอดีตจนถึงปัจจุบันยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร เนื่องจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์เป็นทักษะการคิดคำนวณ สรุปเป็นความคิดรวบยอด มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนและทักษะโครงสร้างที่มีเหตุผล สื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ มีลักษณะที่เป็นนามธรรม จึงยากต่อการเรียนรู้และทำความเข้าใจอย่างรวดเร็ว (ยุพิน พิพิธกุล, 2530 : 1-3) และจากการประเมินคุณภาพการศึกษา

ของวิชาคณิตศาสตร์ผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540 ในด้านโครงสร้างความรู้ ทักษะกระบวนการและการอภิปรายวิเคราะห์ พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศคิดเป็น ร้อยละ 36.91 ต่ำกว่าเกณฑ์การประเมินขั้นผ่านร้อยละ 15.60 และร้อยละของผู้เรียนที่ต้อง ปรับปรุงเป็น 80.94 (กรมวิชาการ. 2542 : 24-29) ซึ่งอาจจะมีสาเหตุมาจากผู้เรียนมีความรู้ พื้นฐานคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ขาดการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์หรือขาดความรู้และทักษะใน การสอน (สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. 2543) การสอนของครูเป็นบทบาทที่สำคัญที่จะพัฒนาความรู้ และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน วิธีการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูบรรยายอย่างเดียว ตลอด หลังจากนั้นผู้สอนสั่งให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด แล้วผู้สอนก็เดินออกจากห้องไปทิ้งผู้เรียนไว้ เพียงลำพัง การที่ผู้สอนใช้วิธีการสอนและพฤติกรรมการสอนอย่างนี้เป็นประจำ ย่อมทำให้ผู้เรียน ที่กำลังอยู่ในวัยอยากรู้อยากเห็น อยากคิดและอยากทำในสิ่งต่างๆ อย่างจริงจังเกิดความ เบื่อหน่ายไม่สนใจ และไม่ตั้งใจเรียน ผู้เรียนบางคนอาจจะเริ่มเกลียดวิชาคณิตศาสตร์ได้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2526 : 520) ผู้สอนควรใช้วิธีการที่หลากหลาย ให้ผู้เรียน ศึกษาด้วยตนเองในเนื้อหาที่สามารถทำได้ ถ้าผู้เรียนยังไม่เข้าใจผู้สอนก็ต้องใช้การถามตอบ เพื่อแนะแนวทางให้คิด ถ้ายังไม่ได้ก็ก็ต้องใช้การอธิบายและแสดงเหตุผล การสอนแบบสืบสวน สอบสวนเป็นวิธีการหนึ่งที่จะทำให้ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้กำหนด สถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ต้องค้นหาคำตอบเพื่อจะอธิบายปัญหานั้น ตามขั้นตอนการสังเกต การอธิบาย พยากรณ์และทดสอบ และการนำความรู้ไปใช้ โดยครูใช้ คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดในขณะเดียวกันก็ฝึกให้ผู้เรียนใช้คำถามเพื่อแสวงหาคำตอบด้วย (วีระยุทธ วิเชียรโชติ. 2524 : 68) ซึ่งวิธีการนี้จะช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มี ประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักคิดแก้ปัญหา ใช้กระบวนการทางความคิดหาเหตุผล จนค้นพบความรู้หรือแนวทางในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ทักษะการใช้ตัวแทน (Representation) เป็นทักษะกระบวนการหนึ่งที่มีความสำคัญ ซึ่งสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics หรือ NCTM) ได้กำหนดทักษะการใช้ตัวแทน (Representation) ใน หลักการและมาตรฐานหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ (Principles and Standards of School Mathematics 2000 :279 -284) ว่าการจัดโปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับ Pre-K ถึงเกรด 12 ควรจัดให้ผู้เรียนสามารถ

1. คิดหาวิธีการใช้ตัวแทน และใช้ตัวแทนในการรวบรวมความรู้ จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้
2. เลือก ประยุกต์ และแปลความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้
3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลอง และสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดรูป ตาราง แผนภูมิ กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยผู้เรียนในการแก้ปัญหา พัฒนาความเข้าใจคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้นและสามารถสื่อสารความเข้าใจคณิตศาสตร์ของตนกับคนอื่น ๆ ได้

ตัวอย่างการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

ในการแก้ระบบสมการ $3x + y = 9$ กับ $x + 2y = 8$ ผู้เรียนสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ดังนี้

ตัวแทนที่ 1 ใช้การสร้างโจทย์ปัญหาให้เป็นรูปธรรม โดยการวาดรูปประกอบ

สถานการณ์ปัญหาโดยแปลงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ $3x + y = 9$ กับ $x + 2y = 8$ เป็นโจทย์ปัญหา เช่น ในการซื้อปากกา 3 ด้าม กับสมุด 1 เล่ม ต้องจ่ายเงิน 9 ดอลลาร์ และ ซื้อปากกา 1 ด้าม และสมุด 2 เล่ม ต้องจ่ายเงิน 8 ดอลลาร์ แล้วหาว่าปากกา 10 ด้ามราคาเท่าใด และสมุด 1 เล่มราคาเท่าใด

ตัวแทนที่ 2 ใช้ตารางในการหาคำตอบ โดยใช้การเดาหรือการลองผิดลองถูก เพื่อหาค่า x และ ค่า y ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นจริง

ตัวแทนที่ 3 ใช้การเขียนกราฟในการหาคำตอบ จุดตัดของกราฟจะเป็นคำตอบของระบบสมการ

ตัวแทนที่ 4 ใช้การคำนวณทางพีชคณิต โดยใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบระบบสมการ ซึ่งเป็นวิธีที่ผู้เรียนส่วนมากคุ้นเคยดี

ตัวแทนที่ 5 ใช้ความรู้เรื่องเมทริกซ์ในการแก้ระบบสมการ (Schultz and Waters. 2000 : 448-453)

การเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนในแต่ละแบบที่แตกต่างกันดังตัวอย่างข้างต้นจะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอดและพัฒนากระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน และในสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ขั้นพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2544 (สสวท. 2544 : 7) ได้ให้ความสำคัญถึงทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดมาตรฐาน ค.6.3 ให้ผู้เรียนมีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ซึ่งหมายถึงเมื่อผู้เรียนจบการศึกษาในช่วงชั้นที่ 3 คือในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้เรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมายได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ซึ่งการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาจะช่วยให้ผู้เรียนสร้างความเข้าใจในคณิตศาสตร์และการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีอภิปรายวิธีหาคำตอบของตนในชั้นเรียนจะเป็นการให้โอกาสผู้เรียนได้สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะส่งเสริมความเข้าใจในเรื่องนั้นได้มากยิ่งขึ้น เฟนเนลและโรวัน (Fennell and Rowan.2001 : 288-292) กล่าวว่า การใช้ตัวแทนของผู้เรียนจะช่วยให้เขาสามารถแก้ปัญหาและ

แลกเปลี่ยนความคิดเห็นในเรื่องต่างๆ กับเพื่อนๆ จะช่วยพัฒนาความคิดไปสู่ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น และเบลลาร์ด (Bellard.2000 : 61-09A) ได้เสนอแนะจากการทำการวิจัยการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาของผู้เรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (Finite Mathematics)ว่า การใช้ตัวแทนที่หลากหลายเป็นทักษะที่จำเป็นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ควรส่งเสริมให้ผู้เรียนฝึกการแปลความหมายของตัวแทน ต้องเข้าใจลักษณะการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและต้องฝึกการใช้ตัวแทนในลักษณะที่แตกต่างกัน

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงสนใจการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หลังจากการเรียนการสอนด้วยชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ผลการศึกษาที่ได้จะเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมาย ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
3. เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลจากการศึกษาค้นคว้านี้ สามารถใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครูคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา เพื่อปรับปรุงและพัฒนาคุณภาพของเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3

โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011)

ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 14 ห้องเรียน รวม 720 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน โดยการสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากนักเรียนจำนวน 14 ห้องเรียน 720 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนละความสามารถของผู้เรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โดยผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง จำนวน 17 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

คาบที่ 1	ทดสอบก่อนเรียน
คาบที่ 2-3	ชุดกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
คาบที่ 4-6	ชุดกิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
คาบที่ 7-8	ชุดกิจกรรมที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
คาบที่ 9-11	ชุดกิจกรรมที่ 4 เรื่องวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คาบที่ 12-15 ชุติกิจกรรมที่ 5 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คาบที่ 16 ทดสอบหลังเรียน

ทั้งระยะเวลาไว้ 2 สัปดาห์

คาบที่ 17 ทดสอบหลังเรียนซ้ำอีกครั้งเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้

ตัวแทน

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
3. ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การใช้ตัวแทน (Representation) ทางคณิตศาสตร์

หมายถึง การใช้ตัวแทนที่เป็น วัตถุจริง การวาดภาพ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ในการรวบรวมความคิดเพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และสามารถเลือกใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดความเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องระบบสมการเชิงเส้น

2. การสอนแบบสืบสวนสอบสวน

หมายถึง การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและมุ่งให้ผู้เรียนค้นหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูมีหน้าที่ส่งเสริม ช่วยเหลือ และใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ค้นพบวิธีการแก้ปัญหา นั้นๆ โดยมีขั้นตอนการสืบสวนสอบสวนที่ปรับปรุงจากเบล (Bell.1978 : 240-340) แบ่งเป็น

4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นสังเกต เป็นขั้นที่ครูให้ผู้เรียนวิเคราะห์ ประเมินสถานการณ์ที่ครูเป็นผู้จัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนได้สืบสวนสอบสวน ครูใช้คำถามกับผู้เรียนเพื่อให้เกิดการสำรวจปัญหา โดยผู้สอนจะใช้คำถามที่มีถามด้วยคำว่า “ทำไม” “อะไร” “ใคร” “ที่ไหน” “อย่างไร” ถามผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้สำรวจปัญหาในกิจกรรมที่กำหนดให้

2. ขั้นอธิบาย ครูกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบด้วยการใช้เหตุผล โดยผู้เรียนรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์และค้นหาวิธีที่จะอธิบายปัญหาในขั้นสังเกต โดยผู้สอนจะใช้คำถามที่ถามด้วยคำว่า “ทำไม” “เพราะเหตุใด” “อะไรคือสาเหตุ” “เหตุใด”

3. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นขั้นที่ผู้เรียนตั้งสมมติฐานหรือค้นหาคำตอบ แล้วทดสอบสมมติฐานว่าถูกต้องหรือไม่เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

4. ชื่อนำไปใช้ เป็นขั้นที่ครูให้สถานการณ์ใหม่หรือตัวอย่างใหม่ที่คล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยสืบสวนสอบสวนมาแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนได้นำหลักการที่ค้นพบมาปรับขยายโครงสร้างการรับรู้ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

3. ชุติกิจกรรมคณิตศาสตร์

หมายถึง ชุติการเรียนรู้ที่นำนวัตกรรมทางการศึกษา อันได้แก่ สื่อ อุปกรณ์ และกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมาบูรณาการ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และบรรลุตามจุดประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยชุติกิจกรรมที่สร้างขึ้นประยุกต์จากรูปแบบของคาร์ดาเรลลี (Cardarelli.1973 : 150) ดวน (Duane.1973 : 169) และกิดานันท์ มลิทอง (2531 :18) ประกอบด้วย

คู่มือการใช้ชุติกิจกรรม เป็นส่วนอธิบายรายละเอียดของการใช้ชุติกิจกรรม

ชื่อชุติกิจกรรม

คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายของชุติกิจกรรมและลักษณะของชุติกิจกรรม

จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากการทำชุติกิจกรรมจบลง

เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดในการทำชุติกิจกรรม

สื่อ เป็นส่วนที่ระบุว่าในชุติกิจกรรมนี้มีวัสดุ-อุปกรณ์อะไรบ้าง

เนื้อหาสาระ เป็นส่วนอธิบายความรู้กับผู้เรียน

กิจกรรม เป็นส่วนที่กำหนดให้ผู้เรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์

โดยจัดเป็นกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวน ที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ผู้เรียนต้องค้นคว้าหาสาเหตุเพื่อนำมาอธิบายปัญหานั้น โดยผู้เรียนเป็นผู้สืบสวนสอบสวนตามขั้นตอนการสังเกต การอธิบาย พยากรณ์และทดสอบ และการนำความรู้ไปใช้ครูใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด เพื่อให้ผู้เรียนสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง

การประเมินผล เป็นส่วนที่ผู้เรียนประเมินความรู้ความสามารถของตนเอง หลังจากที่ได้ศึกษาชุติกิจกรรม โดยประเมินจากแบบทดสอบย่อยประจำชุด

4. ชุติกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

หมายถึง ชุติกิจกรรมที่มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์และดำเนินการตามขั้นตอนของการสืบสวนสอบสวน โดยผู้เรียนศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง แต่ถ้าพบปัญหาสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ ประสพการณ์ซึ่งกันและกันกับเพื่อนหรือกับครู ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นนำ

1.1 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้ทราบ

1.2 ทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ใหม่ด้วยวิธีการต่างๆ เช่น การซักถาม ให้ตัวอย่างจากของจริง ฯลฯ

1.3 ครูแจกชุดกิจกรรมให้ผู้เรียนแต่ละคน

2. ขั้นสอน

2.1 ผู้เรียนศึกษาเนื้อหาจากชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ใบความรู้ ใบงาน เอกสารแนะแนวทาง บัตรงาน หรือสื่อที่เป็นของจริง เป็นรายการกลุ่ม รายการคู่ หรือรายบุคคล

2.2 ครูให้การส่งเสริม ช่วยเหลือ และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และให้คำแนะนำเมื่อผู้เรียนต้องการความช่วยเหลือ

2.3 ผู้เรียนอภิปรายผลและตรวจสอบคำตอบกันเอง หลังจากที่ได้ใช้เวลาพอสมควร ในการศึกษาชุดกิจกรรม ครูจะช่วยชี้แจงและแก้ไขข้อผิดพลาด

2.4 ในกรณีที่ผู้เรียนไม่สามารถสรุปเองได้ ครูจะแนะแนวทางโดยใช้คำถามในระดับต่างๆ เช่น คำถามที่ให้แสดงความคิดเห็น คำถามให้คาดเดา คำถามที่ให้ระลึกถึงข้อเท็จจริงหรือนิยาม คำถามที่ให้ค้นหาความสัมพันธ์ ฯลฯ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนนำไปสู่ข้อสรุปที่ถูกต้อง

3. ขั้นสรุป

3.1 เมื่อผู้เรียนสรุปข้อเท็จจริง มโนคติ นิยาม หรือหลักการได้แล้ว สุ่มผู้เรียนมา รายงานผลเพื่อให้เพื่อนคนอื่นๆ ได้ซักถาม ครูจะช่วยตอบคำถามที่ผู้รายงานตอบไม่ได้

3.2 ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดหรืองานที่ได้รับมอบหมายเพิ่มเติมตามความเหมาะสม

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งประเมินได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือกที่ได้ตรวจสอบคุณภาพแล้วโดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่วิลสัน (Wilson.1971 : 643-685) ได้จำแนกไว้ 4 ระดับคือ ด้านความรู้ความจำ (Computation) ด้านความเข้าใจ (Comprehension) การนำไปใช้ (Application) และ การวิเคราะห์ (Analysis)

6. ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เมื่อนำไปสอนแล้วทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ตามเกณฑ์ที่กำหนด โดยการศึกษาครั้งนี้ได้กำหนดเกณฑ์ไว้ที่ระดับ 80/80

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนในแต่ละชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนแต่ละกิจกรรม

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดกิจกรรมหลังเรียนในแต่ละชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ทั้งหมด คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดกิจกรรมหลังเรียน

7. ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

หมายถึง ความสามารถในการจำและระลึกเนื้อหาที่เรียนผ่านไปแล้วหลังจากที่ทิ้งไว้ในช่วงระยะเวลาหนึ่ง ซึ่งวัดได้จากแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นฉบับเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบหลังเรียน โดยทำการทดสอบต่อมาในช่วงระยะเวลา 2 สัปดาห์ หลังจากการสอนสิ้นสุดลง

สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากที่มีการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
3. หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแทน (Representation)
 - 1.1 ความหมายของการใช้ตัวแทน
 - 1.2 การใช้ตัวแทนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
 - 1.3 บทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น
 - 1.4 ความสำคัญของการใช้ตัวแทน
 - 1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.1 ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.2 เป้าหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.3 รูปแบบของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.4 บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
 - 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้คำถาม
 - 3.1 จุดประสงค์ของการใช้คำถามในการเรียนการสอน
 - 3.2 ลักษณะคำถาม
 - 3.3 ประเภทของคำถามในวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.4 เทคนิคการใช้คำถาม
 - 3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้คำถาม
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดกิจกรรม
 - 4.1 ความหมายของชุดกิจกรรม
 - 4.2 ประเภทของชุดกิจกรรม
 - 4.3 องค์ประกอบของชุดกิจกรรม
 - 4.4 ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรม

- 4.5 การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม
- 4.6 คุณค่าของชุดกิจกรรม
- 4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดกิจกรรม
- 5. เอกสารที่เกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 5.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 5.3 สาเหตุที่ทำให้การเกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- 6. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้
 - 6.1 ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้
 - 6.2 ขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้
 - 6.3 ระบบความจำ
 - 6.4 ขั้นตอนของกระบวนการจำ
 - 6.5 ปัจจัยที่มีผลต่อความคงทนในการเรียนรู้
 - 6.6 การวัดความคงทนในการเรียนรู้
 - 6.7 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน (Representation)

1.1 ความหมายของการใช้ตัวแทน

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ซึ่งรู้จักกันในนาม National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) ได้จัดทำเอกสารหลักการและมาตรฐานหลักสูตรที่มีชื่อว่า Principles and Standards for School Mathematics ปี 2000 โดยมีมาตรฐานที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Content Standards) 5 มาตรฐานและมาตรฐานที่เกี่ยวข้องกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards) 5 มาตรฐาน

มาตรฐานด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Content Standards)

5 มาตรฐาน มีดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ (Number and Operation)
2. พีชคณิต (Algebra)
3. เรขาคณิต (Geometry)
4. การวัด (Measurement)
5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น (Data Analysis and Probability)

มาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Process Standards)

5 มาตรฐาน มีดังนี้

1. การแก้ปัญหา (Problem Solving)
2. การให้เหตุผลและการพิสูจน์ (Reasoning & Proof)
3. การสื่อสาร (Communication)
4. การเชื่อมโยง (Connection)
5. การใช้ตัวแทน (Representation)

ในมาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐานที่ 5 การใช้ตัวแทน (Representation) เป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์หนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้งมากขึ้น สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา ได้อธิบายมาตรฐานหลักสูตรการใช้ตัวแทน (Representation) ในชั้น Pre-K ถึง เกรด 12 ไว้ดังนี้

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้น Pre-K ถึง เกรด 12 ควรจัดให้นักเรียนสามารถ

1. คิดหาวิธีการใช้ตัวแทน และใช้ตัวแทนในการรวบรวมความรู้ จัดบันทึก ตลอดจนสื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้
2. เลือก ประยุกต์ และแปลความหมายการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไปสู่การแก้ปัญหาได้

3. ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแบบจำลอง และสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางด้านกายภาพ สังคม และคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบจำลองนั้นได้

การใช้ตัวแทนเป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง สามารถหาความสัมพันธ์ในสิ่งที่เขาได้สร้างขึ้นหรือเปรียบเทียบกับสิ่งต่างๆ ได้ด้วยการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวแทนเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนสื่อสารความคิดของตนเองได้

ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีตัวแทนมากมายที่อยู่ในหลักสูตรระดับนี้ เช่น การเรียนในเรื่องสัดส่วนและความสัมพันธ์เชิงเส้น เป็นเรื่องที่นักเรียนเรียนรู้โดยใช้ตัวแปรแทนในสิ่งที่ตนเองไม่รู้ ใช้ตาราง กราฟ และสมการ เป็นเครื่องมือที่เป็นตัวแทนและใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจะต้องเรียนรู้วิธีการในการรวบรวมความรู้ การเปรียบเทียบ และการใช้ตัวแทนอย่างมากมายในเรื่องของ เศษส่วน ทศนิยม ร้อยละ และระบบจำนวนเต็ม นักเรียนจะต้องเรียนรู้การใช้ตัวแทนจากเลขยกกำลังหรือสัญลักษณ์ทางวิทยาศาสตร์ในกรณีที่จำนวนที่ใช้เป็นจำนวนที่มากมาย หรือ น้อยๆ และเรียนรู้การใช้กราฟเป็นตัวแทนและวิเคราะห์ข้อมูล

จากการศึกษามาตรฐานการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ว่า การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้แก่ วัตถุจริง การวาดภาพ แผนภูมิ ตาราง กราฟ และสัญลักษณ์ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งเป็นทักษะหนึ่งที่ควรส่งเสริมให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์

1.2 การใช้ตัวแทนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

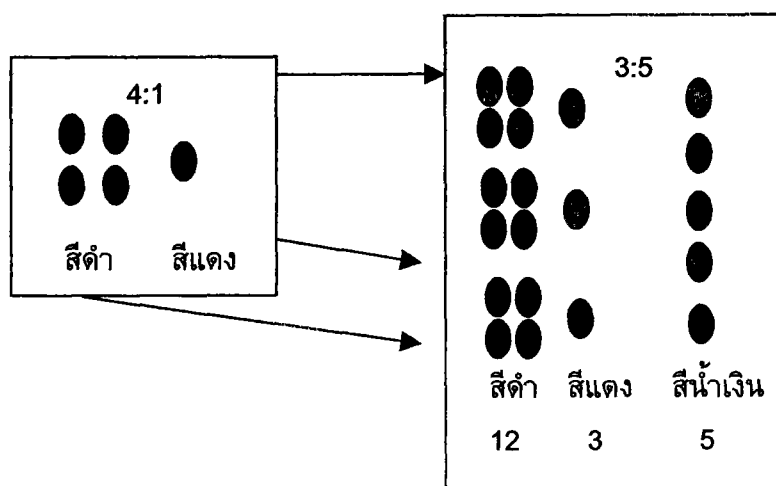
สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM.2000 : 279-283) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องเรียนรู้การแก้ปัญหาต่างๆ มากมาย ซึ่งเขาต้องแปลงปัญหาให้เป็นรูปธรรมและใช้ตัวแทนในการรวบรวมข้อมูลและบันทึกเกี่ยวกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของเขา เช่น นักเรียนใช้ตัวแทนในการพัฒนาหรือประยุกต์ความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องสัดส่วน เมื่อเขาต้องทำหรือตีความหมายมาตราการวัดจากรูปหรือสร้างมาตราวัดจากวัตถุ เมื่อนักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในเรื่องเรขาคณิตเข้ากับอัตราส่วนจำนวน เมื่อนักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นฮิสโทแกรม ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย นักเรียนต้องใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐาน แต่ก่อนที่จะใช้ตัวแทนที่เป็นมาตรฐานได้ นักเรียนต้องพัฒนาการใช้ตัวแทนที่ไม่เป็นมาตรฐานในการแก้ปัญหาให้ได้ดีก่อน

ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นการใช้ตัวแทนในปัญหาเรื่องสัดส่วน นักเรียนคิดหาวิธีใช้ตัวแทนจากการผสมผสานข้อมูลจากการสังเกตกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแก้ปัญหา ดังนี้

ร้านคอปปี แคท ปรีนดิง มีเครื่องพิมพ์ที่ใช้สีเพียง 3 สี คือ สีดำ สีแดง และสีน้ำเงิน โดยที่ทั้งสามสีนี้จะพิมพ์เอกสารได้จำนวนเท่ากัน ในการใช้งาน หมึกสีดำเปลี่ยนได้ 4 กล่อง ในขณะที่หมึกสีแดงเปลี่ยน 1 กล่อง และถ้าเปลี่ยนหมึกสีแดงได้ครบ 3 กล่อง จะต้องเปลี่ยนหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง ถามว่า

1. ร้านคอปปี แคท ปรีนดิงนี้ ใช้หมึกสีดำคิดเป็นเศษส่วนเท่าใด
2. ร้อยละของการพิมพ์โดยใช้หมึกสีน้ำเงินคิดเป็นเท่าใด
3. ในเวลา 1 เดือน ถ้าใช้หมึกสีดำจำนวน 60 กล่อง หมึกสีแดงและหมึกสีน้ำเงินใช้ไปอย่างละกี่กล่อง

นักเรียนสามารถใช้วิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ซึ่งรวมถึงการใช้ตัวแทนทั้งที่เป็นมาตรฐานและไม่เป็นมาตรฐาน นักเรียนบางคนสามารถหาคำตอบได้โดยการใช้วิธีที่เป็นธรรมชาติ และใช้แบบจำลอง ดังรูป



ภาพประกอบ 1 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาของนักเรียน

นักเรียนจะพบว่า เมื่อทุกสีใช้ไปจำนวน 20 กล่อง จะใช้หมึกสีดำจำนวน 12 กล่อง หมึกสีแดงจำนวน 3 กล่อง และหมึกสีน้ำเงินจำนวน 5 กล่อง เขียนเป็นสัดส่วนของจำนวนหมึกสีดำต่อจำนวนทั้งหมดได้เป็น $12/20$ (หรือ $6/10$, $3/5$, 0.6) ซึ่งเป็นคำตอบของข้อที่ 1

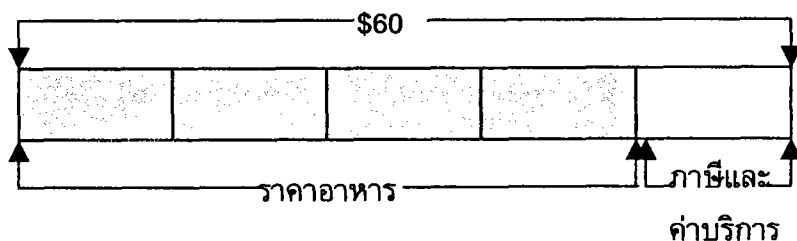
คำตอบข้อที่ 2 นักเรียนต้องสร้างแบบจำลองในใจที่เป็นชุดของกล่องสีทุกสีจำนวน 20 กล่อง เป็น 5 เท่า ซึ่งพบว่า ต้องใช้หมึกสีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ในทุกจำนวนสีที่เป็น 100 กล่อง ดังนั้นจะได้คำตอบข้อ 2 คือ ใช้จำนวนสีน้ำเงินคิดเป็นร้อยละ 25

คำตอบข้อ 3 นักเรียนจะพบว่า ถ้าใช้หมึกสีดำ 60 กล่อง ซึ่งก็คือ 5 เท่า ของจำนวน 12 กล่อง และหมึกสีแดงกับหมึกสีน้ำเงินจำนวน 8 กล่อง คิดเป็น 40 กล่อง โดยเป็นหมึกสีแดง 15 กล่อง และหมึกสีน้ำเงินจำนวน 25 กล่อง ที่ใช้ในแต่ละเดือน

พลังของการใช้ตัวแทนจะอยู่ที่การผสมผสานการมองภาพและจำนวนของข้อมูลที่กำหนดให้ในการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องจ่ายเงินค่าอาหารรวมเป็นจำนวน 60 ดอลลาร์ ซึ่งเป็นราคาอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงานแล้ว โดยค่าภาษีและค่าบริการของพนักงานคิดเป็นร้อยละ 25 ของราคาอาหารที่ปรากฏอยู่ในรายการอาหาร นักเรียนกลุ่มนี้ต้องจ่ายค่าอาหารเท่าใดเมื่อราคาอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานเป็น 60 ดอลลาร์

ในปัญหานี้มีหลายวิธีที่จะหาคำตอบได้ มีนักเรียนบางคนหาคำตอบโดยใช้แถบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular Bar) เป็นตัวแทนของเงินค่าอาหารรวมภาษีและค่าบริการของพนักงานจำนวน 60 ดอลลาร์ ซึ่งราคารวมนี้เงินค่าอาหารกับเงินค่าภาษีและค่าบริการพนักงานร้อยละ 25 สามารถแสดงความสัมพันธ์ได้โดยการแบ่งแถบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 5 ส่วนเท่าๆ กัน 4 ส่วนเป็นค่าอาหาร อีก 1 ส่วนเป็นค่าภาษีและค่าบริการของพนักงาน และ 5 ส่วนเท่าๆ กัน แทนด้วยเงินรวมทั้งหมด 60 ดอลลาร์ 1 ส่วนจะมีค่าเป็น 12 ดอลลาร์ ดังนั้นค่าอาหาร 4 ส่วน คิดเป็นเงินได้ 48 ดอลลาร์



ภาพประกอบ 2 การใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาค่าอาหารรวมกับภาษีและค่าบริการของพนักงาน

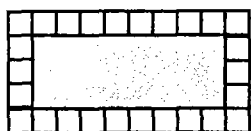
ในรูปแบบของการใช้แถบสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้อีก เช่น เรื่องเศษส่วน ร้อยละ อัตราส่วน และสัดส่วน จากตัวอย่างข้างต้นสามารถอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้มองเห็นภาพและเข้าใจในเรื่องจำนวนมากขึ้น จะได้ว่า 60 คิดเป็น 125 % ของ 48 หรือ 48 คิดเป็น 80% ของ 60

ในการเรียนเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น ซึ่งเป็นเรื่องที่มีความสำคัญในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยพิจารณาจากปัญหาที่หลากหลายบริบท นักเรียนควรจะมี ความเข้าใจและคุ้นเคยกับความสัมพันธ์เชิงเส้นซึ่งรวมถึง ตาราง กราฟ และสมการ ซึ่งนักเรียนต้องเรียนรู้ตัวแทนเหล่านี้เพื่อสามารถเลือกใช้ได้อย่างหลากหลายและเหมาะสม

นักเรียนจะสามารถแก้ปัญหาพีชคณิตได้ดีขึ้นถ้านักเรียนเลือกใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา จากง่ายไปหายากได้อย่างเหมาะสม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนักเรียนจะเริ่มต้นการใช้ตัวแทนด้วยตารางเพื่อหาแบบรูปของฟังก์ชันเชิงเส้น แต่นักเรียนสามารถเรียนรู้ที่จะใช้ตัวแทน

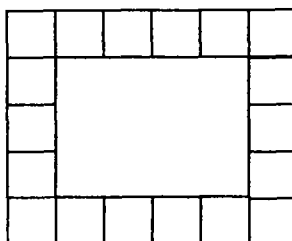
ได้จากกราฟหรือสมการได้เมื่อต้องการแสดงลักษณะและการเกิดความสัมพันธ์เชิงเส้น นักเรียนควรจะมีวิธีการที่หลากหลายในการเข้าใจเรื่องสมการจากสมการเชิงเส้นหรือนิพจน์ วิธีการที่หลากหลายนี้จะปรากฏออกมาเมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์จากการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สระน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง ขอบสระปูด้วยกระเบื้องเซรามิก 1 แถวโดยรอบให้นักเรียนอธิบายจำนวนของกระเบื้องที่ใช้ในการปูรอบๆ สระที่มีความยาวและความกว้างหลายๆรูปแบบ ด้วยภาษาพูด จำนวน ตาราง ภาพ และสัญลักษณ์



นักเรียนบางคนสามารถแก้ปัญหานี้ได้โดยใช้ตารางบันทึกความกว้างและความยาวของสระในรูปแบบที่แตกต่างกัน จากตารางนักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของสมการที่เกิดขึ้นและสามารถสรุปเป็นสูตรทั่วไปได้ว่า $T = 2(L+W) + 4$ เมื่อ T แทนด้วย จำนวนกระเบื้อง L แทนด้วยความยาวของสระ และ W แทนด้วยความกว้างของสระ ดังรูป

ความยาว	ความกว้าง	จำนวนกระเบื้อง
1	1	8
2	1	10
3	1	12
3	2	14
3	3	16
3	4	18



ภาพประกอบ 3 แสดงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาคำถามหาจำนวนกระเบื้องขอบสระน้ำ

นักเรียนคนอื่นๆ อาจจะใช้เหตุผลในสถานการณ์ทางเรขาคณิต ดังตัวอย่างต่อไปนี้ เป็นลักษณะของการอธิบายวิธีหาคำตอบที่แตกต่างกันของนักเรียน 3 กรณี

กรณีที่ 1 ผมหาคำตอบโดยการวาดรูปหลายๆ รูปแล้วหาความสัมพันธ์ของแบบรูปที่วาด เราต้องการหาจำนวนของกระเบื้องเป็น $L + 2$ แผ่น สำหรับวางด้านบนและด้านล่างของขอบสระ

และต้องการจำนวนกระเบื้อง W แผ่น สำหรับวางด้านซ้ายและด้านขวาของขอบสระ ดังนั้น จำนวนกระเบื้องทั้งหมดหาได้จาก $T = 2(L+W) + 2W$

คนที่ 2 หนูวาดรูปของสระน้ำในใจ แล้ววางกระเบื้อง 1 อันที่แต่ละมุมของสระ แล้วจะพบว่าด้านบนและด้านล่างของสระต้องใช้กระเบื้องจำนวน L แผ่น และด้านข้างทั้งสองของสระใช้กระเบื้องจำนวน W แผ่น ดังนั้น จำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ต้องใช้เป็น $4 + 2L + 2W$

คนที่ 3 คุณสามารถหาจำนวนกระเบื้องที่ใช้ได้จากพื้นที่ทั้งหมดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า (พื้นที่ของสระ + พื้นที่ของกระเบื้อง) ลบออกด้วยพื้นที่ของสระ โดยพื้นที่ของสระที่ตกแต่งด้วยกระเบื้องเป็น $(L+2)(W+2)$ พื้นที่ของสระอย่างเดียวเป็น LW ดังนั้นจำนวนกระเบื้องทั้งหมดที่ใช้เป็น $(L+2)(W+2) - LW$

จากตัวอย่างทั้งสามกรณีนี้ มีลักษณะเด่นที่ควรพิจารณาดังนี้ ตัวอย่างที่ 1 และ 2 จำนวนกระเบื้องของขอบสระสัมพันธ์กับความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ที่ประกอบด้วยกระเบื้องและสระ แต่จะแตกต่างกันที่การแยกกันเป็นส่วนๆ ของเส้นรอบรูป สำหรับตัวอย่างที่ 3 คำตอบหาได้จากพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปใหญ่ และจำนวนกระเบื้องหาได้จากพื้นที่ของขอบสระ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะกระเบื้องที่ใช้มีพื้นที่เป็นตาราง 1 หน่วย

จากการแก้ปัญหาข้างต้น นักเรียนจะมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแทนเชิงสัญลักษณ์และมองเห็นความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทน เช่น ตารางและกราฟ นักเรียนมองเห็นความแตกต่างของนิพจน์สัญลักษณ์ที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณกับตัวแปร จากการสังเกตขั้นตอนในการหาคำตอบ นักเรียนจะเข้าใจเรื่องสมการ นิพจน์ และความแตกต่างกันของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ เช่น ในชั้นเรียนสามารถอภิปรายถึง ผลบวกของสองเท่าของความยาวกับความกว้าง $(2L+2W)$ ซึ่งมีความหมายเหมือนกับ สองเท่าของผลบวกความยาวกับความกว้าง $2(L+W)$ นักเรียนจะเข้าใจได้โดยใช้ภาพอธิบายถึงสมบัติการแจกแจงซึ่งเป็นสมบัติที่มีความสำคัญในการแก้ปัญหา ในลักษณะเช่นนี้ ครูสามารถพัฒนาวิธีการทางพีชคณิตที่มีความหมายกับนักเรียนได้

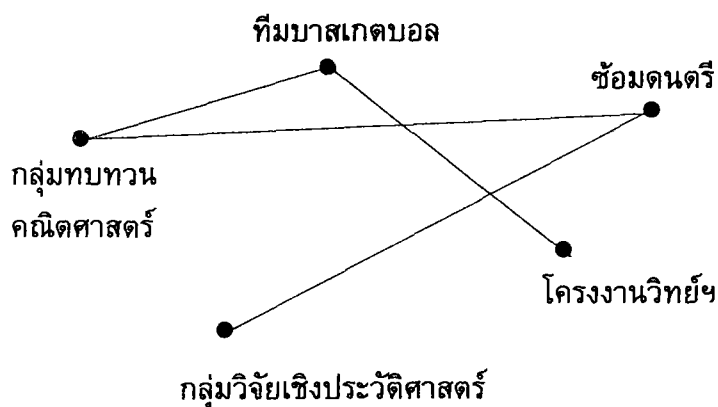
จากการศึกษาสรุปได้ว่า ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นเป็นระดับการศึกษาที่ควรส่งเสริมการใช้ตัวแทนในการปัญหาคณิตศาสตร์อย่างหลากหลายเพื่อพัฒนาความสามารถในการคิดและความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้น

1.3 บทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สภาคุรุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM.2000 : 283-284) ได้อธิบายถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการใช้ตัวแทนของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ดังนี้ คุรุคณิตศาสตร์สามารถช่วยให้นักเรียนเรียนรู้การใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเหมาะสมได้โดยการส่งเสริมให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนเพื่อสนับสนุนความคิดและการสื่อสารความคิดนั้น

ของนักเรียน ครูช่วยให้นักเรียนพัฒนาการใช้ตัวแทนได้โดยการรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนถามคำถาม และพยายามเข้าใจในสิ่งที่นักเรียนพยายามสื่อสารด้วยการวาดรูปหรือการเขียนด้วยความจริงใจ ครูจำเป็นต้องรู้ว่าเมื่อไรที่ต้องตัดสินใจในสิ่งที่ถูกต้อง และจะช่วยนักเรียนอย่างไรในการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผน แม้ว่าการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผนเป็นสิ่งที่มีความหมายมาก ครูควรให้คำแนะนำเบื้องต้นในการใช้ตัวแทนก่อนที่จะนักเรียนจะสามารถใช้ตัวแทนที่มีความหมายแทนการบอกให้ทราบ

ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยพัฒนาการใช้ตัวแทนที่มีความหมายให้กับนักเรียน เช่น นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นต้องเรียนรู้ ทำความเข้าใจในความซับซ้อนของตัวแปร ครูสามารถช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องของตัวแปรได้โดยเตรียมประสบการณ์การใช้ตัวแทนเพื่ออธิบายข้อมูล ครูต้องจัดประสบการณ์ให้นักเรียนในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและแนะนำนักเรียนในรูปแบบการใช้ตัวแทนใหม่ๆ ที่มีประโยชน์ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น จุดยอดและเส้นเชื่อมของกราฟ สามารถใช้ตัวแทนที่แสดงความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรมระหว่างจำนวนคนหรือวัตถุในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน ในสถานการณ์ที่นักเรียนหลายคนต้องทำงานเป็นกลุ่มในลักษณะที่แตกต่างกัน(ได้แก่ กลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์ กลุ่มทำวิจัยเชิงประวัติศาสตร์ หรือกลุ่มทำโครงการวิทยาศาสตร์) หรือกิจกรรมที่แตกต่างกัน (ได้แก่ ทีมบาสเกตบอล หรือ วงดนตรี) ในแต่ละกลุ่มต้องการเวลาในการทำกิจกรรมที่แตกต่างกัน เพื่อความสะดวกสำหรับนักเรียนที่เป็นสมาชิกมากกว่า 1 กลุ่ม เป็นการช่วยเหลือนักเรียนในเรื่องตารางเวลา ครูควรแนะนำให้ให้นักเรียนใช้กราฟที่มีจุดยอดเป็นตัวแทนของกลุ่ม และใช้เส้นเชื่อมระหว่าง 2 กลุ่มเป็นตัวแทนว่ามีนักเรียนบางคนเป็นสมาชิกทั้งสองกลุ่ม ดังรูป



ภาพประกอบ 4 แสดงจุดยอด และเส้นเชื่อมที่ช่วยในการจัดตารางเวลา

กราฟนี้แสดงให้เห็นว่าไม่มีนักเรียนที่อยู่ทั้งในกลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์และกลุ่มวิจัยเชิงประวัติศาสตร์ (เพราะไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง) และมีนักเรียนอย่างน้อย 1 คน ที่อยู่ทั้งในกลุ่มทบทวนคณิตศาสตร์และกลุ่มฝึกซ้อมดนตรี (มีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง) ข้อมูลนี้

แสดงให้เห็นถึงข้อจำกัดในเรื่องของตารางเวลาที่ตรงกัน ดังนั้นนักเรียนควรหลีกเลี่ยงโดยทำตารางเวลาให้มีการทำกิจกรรมที่ใช้เวลาต่างกัน

ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นพัฒนาความเชื่อมั่นและความสมบูรณ์ในการคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเองเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่มีความท้าทาย และนักเรียนเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและเหมาะสมหลังจากที่ได้สั่งสมความรู้ในเรื่องของการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผน การช่วยให้นักเรียนคิดหาวิธีการใช้ตัวแทนด้วยตนเองหรือแนะนำให้นักเรียนมีรูปแบบการใช้ตัวแทนที่เป็นแบบแผน ครูควรจะช่วยให้นักเรียนใช้ตัวแทนอย่างมีความหมายด้วยการสนับสนุนให้นักเรียนมีการอภิปรายกันในเรื่องของกราฟ รูปภาพ หรือสัญลักษณ์ที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ครูสามารถพัฒนาการใช้ตัวแทนของตนเองให้ชำนาญด้วย เมื่อนักเรียนเห็นการแปลความหมายการใช้ตัวแทนของเพื่อนคนอื่น ๆ นักเรียนสามารถประเมินการใช้ตัวแทนและเข้าใจสัญลักษณ์การใช้ตัวแทนอย่างหลากหลาย ใช้ได้อย่างเหมาะสมและเป็นประโยชน์ การสอนในด้านทักษะกระบวนการนักเรียนส่วนใหญ่จะเข้าใจว่าสามารถช่วยให้การแก้ปัญหาง่ายขึ้น และประสิทธิภาพของการใช้ตัวแทนอย่างเป็นแบบแผนจะช่วยในการสื่อสารกับเรื่องอื่นๆ ได้อีกด้วย

1.4 ความสำคัญของการใช้ตัวแทน

กรีโนและฮอลล์ (Greeno and Hall.1997:361-67) ได้สรุปความสำคัญของตัวแทนไว้ ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนเป็นเครื่องมือที่มีพลังสำหรับการคิด การใช้ตัวแทนจะช่วยให้เข้าใจคณิตศาสตร์ และการใช้ตัวแทนจะสนับสนุนการให้เหตุผลโดยช่วยให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้ตัวแทนช่วยให้นักเรียนรวบรวมความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน
3. เมื่อนักเรียนสามารถถ่ายโยงความเข้าใจระหว่างการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน จะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนต้องพัฒนาและใช้ตัวแทนในสถานการณ์ที่หลากหลาย
4. การสอนรูปแบบการใช้ตัวแทนจะมีความสมบูรณ์ในตัวเอง
5. การใช้ตัวแทนเป็นการให้ผู้เรียนใช้เครื่องมือที่เป็นประโยชน์ในการสร้างความเข้าใจ การสื่อสารข้อมูล และแสดงการให้เหตุผล

1.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแทน

งานวิจัยต่างประเทศ

นอลลี (Noll.1983 : 43-12A) ได้ศึกษาผลของการแนะนำด้วยวาจาและการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาร้อยละ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาจำนวน 60 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มเก่งกับกลุ่มอ่อนใน

ด้านการอ่าน ทดสอบก่อนเรียนในด้านทักษะการคิดคำนวณและการแก้ปัญหาของทั้งสองกลุ่ม ทั้งสองกลุ่มจะได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนที่มีการแนะนำด้วยวาจากับการใช้แผนภาพในการแก้ปัญหา ชุดการสอนนี้ออกแบบมาเพื่ออธิบายและพัฒนาภาษาและโครงสร้างที่ใช้ในการแก้ปัญหา ร้อยละเมื่อเสร็จสิ้นการสอนทดสอบหลังเรียน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า 1) กลุ่มตัวอย่างที่ได้รับการสอนโดยใช้การแนะนำทางวาจาผสมกับการใช้ตัวแทนมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ใช้การแนะนำทางวาจาอย่างเดียว 2) นักเรียนกลุ่มที่อ่านเก่งมีคะแนนสอบหลังเรียนสูงกว่า นักเรียนกลุ่มอ่อนการอ่านอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และ 3) ปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับระดับการอ่านแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

เออร์เรียน (Erion.1985 : 46-10A) ได้ศึกษาผลของวิธีการใช้ตัวแทนและปัญหาที่ซับซ้อนในสถานการณ์ปัญหาของครูฝึกสอนในระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นครูฝึกสอนในระดับประถมศึกษาโดยครูแต่ละคนจะแก้ปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนและการใช้ตัวแทนที่แตกต่างกัน 1 ข้อ พบว่า วิธีการใช้ตัวแทนและระดับความซับซ้อนของปัญหามีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ในการใช้ตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาจะประสบความสำเร็จมากกว่าการใช้ตัวแทนที่เป็นรูปและการเขียนแสดง

โอคีฟ (O'keefe.1992 : 53-09A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่แสดงการเคลื่อนที่หรือเคลื่อนไหวได้(Dynamic Representation)ในการเพิ่มความเข้าใจในเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและระดับวิทยาลัย ด้วยการสอนให้นักเรียนได้ใช้ตัวแทนในเรื่องฟังก์ชัน สมการ เช่น ตาราง กราฟ และใช้ตัวแทนที่แสดงการเคลื่อนที่เป็นเครื่องมือหนึ่งที่จะช่วยในการเชื่อมโยงความสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างปรากฏการณ์ในชีวิตจริง เช่น ความเร็ว ทิศทาง ตำแหน่ง ที่แสดงให้เห็นถึงแบบรูปความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน ผลการศึกษาพบว่า การใช้ตัวแทนที่แสดงการเคลื่อนที่หรือเคลื่อนไหวได้จะช่วยลดความเป็นนามธรรมระหว่างประสบการณ์จริงกับความเข้าใจที่เป็นแบบแผน

ไฮนส์ (Hines.1998 : 59-09A) ได้ศึกษาการวิเคราะห์กระบวนการตีความหมายเรื่องฟังก์ชันของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้แบบจำลองทางกายภาพและการใช้ตัวแทนในรูปตาราง การเท่ากัน และกราฟ พบว่า การเรียนรู้จากสิ่งแวดล้อมจะส่งเสริมการพัฒนาการสอนของครู ซึ่งเด็กคิดว่าเป็นสิ่งที่ทำลาย และเด็กสามารถเชื่อมโยงความรู้กับการใช้ตัวแทนอื่นได้ การใช้แบบจำลองทางกายภาพช่วยให้นักเรียนตีความหมายของฟังก์ชันด้วยการทำซ้ำซึ่งนักเรียนหลายคนสามารถสร้างความรู้ที่ก่อให้เกิดการตีความหมายสู่กระบวนการ

เบอร์เคต (Burkett.1998 : 60-20A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนที่เป็นตารางสัญลักษณ์ และกราฟในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 10 คน ที่เรียนพีชคณิตระดับมหาวิทยาลัยในเพนซิลวาเนีย กลุ่มตัวอย่างทำงานที่ได้รับมอบหมาย 9 อย่าง ที่ผู้วิจัยเป็นผู้ออกแบบเพื่อศึกษาในเรื่องการเชื่อมโยงตัวแทนที่หลากหลายแบบ โดยแบ่งเป็น 3 ประเภทดังนี้

ประเภทที่ 1 เป็นงานเกี่ยวกับความชันของเส้นตรง ประเภทที่ 2 เป็นงานเกี่ยวกับการแปลงของสมการกำลังสอง และประเภทที่ 3 เป็นงานเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยประเภทที่ 1 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์กับกราฟ งานประเภทที่ 2 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตารางกับสัญลักษณ์ และงานประเภทที่ 3 เน้นที่การเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตารางและกราฟ ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนสามารถเชื่อมโยงตัวแทนที่เป็นตาราง สัญลักษณ์และกราฟได้เป็นอย่างดี 2) ในขณะที่นักเรียนแปลความหมายของตารางไปสู่ตัวแทนในแบบอื่นๆ นักเรียนมักจะแนะนำให้อ่านตัวแทนในลักษณะที่ 3 และ 3) นักเรียนสามารถปรับปรุงการใช้ตัวแทนที่ผิดพลาดได้

ริทเทิล (Rittle.1999 : 60-06B) ได้ศึกษาการพัฒนาวิธีทำซ้ำในด้านความคิดรวบยอดและทักษะกระบวนการโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนพัฒนาทั้งความเข้าใจความคิดรวบยอด ทักษะกระบวนการและตัวแทนที่เป็นปัญหา กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนเกรด 5 และ 6 ระหว่างการสอนนักเรียนจะเรียนรู้เศษส่วนและทศนิยมจากเส้นจำนวน กลุ่มทดลองจะได้รับผลย้อนกลับในการแก้ปัญหาและนักเรียนต้องอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องด้วย เมื่อวิเคราะห์ผลการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง พบว่า กลุ่มทดลอง 1 แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของการใช้แบบทำซ้ำ ความคิดรวบยอดของนักเรียนส่งเสริมทักษะด้านกระบวนการ และในทางกลับกันความรู้ในเชิงกระบวนการก็ส่งเสริมความรู้ด้านความคิดรวบยอดและการใช้ตัวแทนในปัญหาที่หาคำตอบได้ถูกต้องเป็นสื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจและการปรับปรุงในด้านทักษะกระบวนการ กลุ่มทดลองที่ 2 แสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงการปรับปรุงการแก้ปัญหาของการใช้ตัวแทนไปสู่การปรับปรุงด้านทักษะกระบวนการ ซึ่งสรุปได้ว่า แบบจำลองการทำซ้ำช่วยพัฒนาความรู้ทางด้านทักษะกระบวนการและความรู้ด้านความคิดรวบยอด

เฮล (Hail.2000 : 61-07A) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสร้างความรู้และทักษะเกี่ยวกับความเข้าใจในพื้นฐานพีชคณิต ในการศึกษาครั้งนี้พยายามตอบคำถามว่า 1) ความรู้และทักษะเกี่ยวกับตัวแปรและการเท่ากันของนักเรียนเปลี่ยนไปหรือไม่ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น ถ้าเปลี่ยน เปลี่ยนอย่างไร 2) การใช้ตัวแทนที่หลากหลายช่วยให้นักเรียนพัฒนาความรู้และทักษะในความเข้าใจพีชคณิตเบื้องต้นหรือไม่ อย่างไร 3) ทักษะของนักเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชันเปลี่ยนไปหรือไม่ระหว่างที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น 4) นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาพีชคณิตหรือไม่ อย่างไร และ 5) นักเรียนสามารถใช้ตัวแทนที่หลากหลายและมีทักษะที่เปลี่ยนไปหรือไม่ในขณะที่แก้ปัญหา ถ้าไม่เปลี่ยน เป็นเพราะเหตุใด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 29 คน ที่เรียนพีชคณิตเบื้องต้น โดยใช้เวลาสอน 4 สัปดาห์ ด้วยวิธีการใช้ตัวแทนที่หลากหลายเพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่อง ตัวแปร สมการ และการแก้สมการ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนใช้กราฟและใช้อุปกรณ์ในการดำเนินการทางสัญลักษณ์ นักเรียนมักใช้ตัวแทนในการอธิบายการดำเนินการทางสัญลักษณ์และส่วนที่ผิดพลาด การใช้อุปกรณ์จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เรื่องการแก้สมการ กราฟช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปร ทั้งกราฟและการใช้อุปกรณ์ช่วยให้นักเรียนมองเห็น

เห็นสัญลักษณ์ของการเท่ากันและการเปรียบเทียบ นักเรียนจะใช้กราฟในขั้นตอนสุดท้ายของการเรียน แม้ว่าจะมีนักเรียนหลายคนยังไม่ได้เรียนในเรื่องกราฟ มีนักเรียนจำนวน 5 คนที่พัฒนาทักษะเกี่ยวกับฟังก์ชันและมีนักเรียนจำนวน 2 คนที่แสดงให้เห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีนักเรียนบางคนที่สามารถเปลี่ยนทักษะและการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาได้อย่างง่ายขึ้นในวิชาพีชคณิต

เบลลาร์ด (Bellard.2000 : 61-09A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ (Finite Mathematics) มีจุดมุ่งหมายเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนใช้ตัวแทนอะไรบ้างในการแก้ปัญหา นักเรียนเลือกใช้ตัวแทนนั้นเมื่อใด ใช้ตัวแทนบ่อยแค่ไหนและประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนเพียงใด ผู้วิจัยค้นหารูปแบบพฤติกรรมของนักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 21 คน ผู้วิจัยสัมภาษณ์ในการแก้ปัญหาความน่าจะเป็นจำนวน 5 ข้อและให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีการหาคำตอบนั้นๆ ด้วย ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์ปัญหา ค้นพบวิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้แผนภาพเวนน ใช้สัญลักษณ์ เมื่อไรและอย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทน จะไม่สามารถค้นพบวิธีการหาคำตอบได้ ไม่สามารถแยกการแปลความหมายและการใช้ตัวแทนได้อย่างชัดเจน ซึ่งสิ่งเหล่านี้บ่งชี้ให้เห็นว่านักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาจะไม่ทราบว่าจะต้องแก้ปัญหาอย่างไรและไม่เข้าใจว่า 1) ตัวแทนอย่างไรที่จะช่วยให้ปัญหาชัดเจน 2) จุดมุ่งหมายของการใช้ตัวแทนคืออะไร และ 3) ตัวแทนแบบใดที่ใช้ในการแก้ปัญหา ผู้วิจัยเสนอแนะว่า นักเรียนจำเป็นต้องฝึกการแปลความหมายของตัวแทน ต้องเข้าใจลักษณะการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและต้องฝึกการใช้ตัวแทนในลักษณะที่แตกต่างกัน

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศในเรื่องการใช้ตัวแทน สรุปได้ว่า ทักษะกระบวนการด้านการใช้ตัวแทนเป็นทักษะด้านหนึ่งที่มีความสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการใช้ตัวแทนและการฝึกทักษะการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดีและง่ายขึ้น การใช้ตัวแทนจะลดความเป็นนามธรรมระหว่างประสบการณ์จริงกับความเข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมาย

งานวิจัยภายในประเทศ

ขณะนี้ยังไม่มีรายงานการวิจัยในประเทศในเรื่องการใช้ตัวแทน (Representation) ทางคณิตศาสตร์

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

2.1 ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน (Inquiry Method) เริ่มสอนครั้งแรกที่

รัฐอิลลินอยส์ในปี ค.ศ.1957 ซึ่งเป็นระยะที่อเมริกากำลังตื่นตัว เพราะปรากฏว่ารัสเซียมีความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ถึงขั้นยิงจรวดขึ้นสู่อวกาศได้สำเร็จ จึงมีการปรับปรุงด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์กันอย่างกว้างขวาง ซัทแมน (Suchman : 1962) ได้ทำโครงการวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนที่มหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ โดยเน้นการสอนวิทยาศาสตร์ด้วยวิธีการให้นักเรียนตั้งคำถามเพื่อให้ค้นพบ หลักการ และกฎเกณฑ์ทางวิทยาศาสตร์ด้วยตนเอง ในปี พ.ศ. 2513 วีรยุทธ วิเชียรโชติ ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยการเรียนแบบสืบสวนสอบสวนในประเทศไทยจากมูลนิธิเอเชีย โดยทดลองสอนครั้งแรกที่วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร และที่โรงเรียนสายน้ำทิพย์ ปี พ.ศ. 2515 รัฐบาลไทยได้ตั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีขึ้น เพื่อส่งเสริมและพัฒนาหลักสูตรวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ซึ่งนำวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนมาใช้ จึงทำให้วิธีการสอนนี้เป็นที่รู้จักกันอย่างกว้างขวาง (วีรยุทธ วิเชียรโชติ 2524 : 66 ; สุระ สนั่นเสียง 2536 : 38)

กู๊ด (Good. 1973 : 303) ได้ให้คำจำกัดความของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่ามีลักษณะเป็นแบบเดียวกับการสอนโดยวิธีแก้ปัญหา (Problem Solving Approach) โดยระบุลักษณะสำคัญคือ

1. เป็นการเรียนจากกิจกรรมที่จัดขึ้น
2. นักเรียนใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ในการทำกิจกรรม

คาริน (Carin. 1993 : 86) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่าเป็นกระบวนการที่เมื่อพบปัญหาแล้วมีการตั้งสมมติฐานหรือหาคำตอบที่เป็นไปได้ ทดสอบสมมติฐานนั้นด้วยข้อมูลที่รวบรวมได้ แล้วพยายามที่จะประยุกต์ข้อสรุปนั้นมาเป็นความรู้ใหม่โดยมีประเด็นหลักอยู่ที่กระบวนการ (process) มากกว่าผลผลิต (product)

มัวร์ (Moore. 1994 : 212) ให้ความหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่าเป็นการเรียนรู้ที่มุ่งมั่นเพื่อแก้ปัญหา โดยอาศัยกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการหาคำตอบ รุ่งทิวา จักรกร (ม.ป.ป. : 56-57) ได้อธิบายถึงวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนว่าเป็นการค้นหาคำถามหรือความจริง โดยเน้นที่วิธีการได้มาซึ่งความจริงมากกว่าตัวของความจริงซึ่งเป็นผลผลิตของการค้นคว้า เป็นการเรียนรู้ที่เกิดจากการแสวงหาความรู้ใหม่ได้เองจากการเก็บรวบรวมข้อมูล สังเกต พิจารณาหาเหตุผลจนเกิดความเข้าใจใหม่ ๆ เกิดความรู้จักของใหม่นั้น

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524 : 78) ได้อธิบายถึงกระบวนการสืบสวนสอบสวน ความรู้ว่า หมายถึง การสอนที่ครูจัดสถานการณ์หรือกิจกรรมให้ผู้เรียนค้นพบ ค้นหา ความรู้ได้ อย่างมีหลักการและเหตุผล ขยายความคิดและโครงสร้างความคิดของผู้เรียนโดยใช้เทคนิคการ สอนแบบต่างๆ

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (2524 : 56-57) ได้อธิบายความหมายของการสอนแบบ สืบสวนสอบสวนว่า เป็นกระบวนการสืบแสวงหาความจริงและวิธีการแก้ปัญหาด้วยการ ตั้งคำถาม ตามกระบวนการทางวิทยาศาสตร์เพื่อนำไปสู่การควบคุมสิ่งแวดล้อมของมนุษย์ทั้ง ทางสังคม ทางวัตถุ และทางจิต

ชาญชัย ศรีไสยเพชร (2525 : 128) ได้อธิบายว่า เทคนิคการสอนแบบสืบสวน สอบสวน คือ กระบวนการสอนโดยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยครูไม่ต้องบรรยายหรือบอก กฎเกณฑ์ให้ก่อน แต่เด็กจะทำการแก้ปัญหาเองหรือหาคำตอบเอง คือให้นักเรียนมีส่วนร่วมใน กิจกรรมมากขึ้น

สุพิน บุญชูวงศ์ (2532 : 57) ได้อธิบายว่า วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน เป็นวิธีการสอนที่ฝึกให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าความรู้โดยใช้กระบวนการทางความคิด หาเหตุผล จนค้นพบความรู้ หรือแนวทางในการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง โดยผู้สอนตั้งคำถาม ประเภทกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิด หาวิธีแก้ปัญหาได้เองและสามารถนำการแก้ปัญหา นั้นมา ใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544 : 12) ให้กล่าวว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน เป็นการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางและส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดเพื่อค้นคว้าหาความรู้ความจริง ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นคว้าวิธีแก้ปัญหาได้เอง

จากแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่าน พอสรุปได้ว่า การสอนแบบสืบสวน สอบสวนเป็นกระบวนการทางวิทยาศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาหรือหาคำตอบด้วยตนเองของนักเรียน โดยครูมีหน้าที่ส่งเสริม ช่วยเหลือ ใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบวิธีแก้ปัญหานั้นๆได้

2.2 เป้าหมายของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

การสอนแบบสืบสวนสอบสวนทางคณิตศาสตร์มีจุดมุ่งหมายทั่วไปเพื่อให้ผู้เรียน

(Bell.1978 :342 ; citing Suchman.1962)

1. พัฒนาทักษะทางสมองในการค้นคว้าและพัฒนากระบวนการแสวงหาความรู้
2. เรียนหลักการต่างๆทางตรรกศาสตร์
3. เข้าใจเหตุผลที่สัมพันธ์กัน
4. เรียนวิธีการถามหรือสืบสวนอย่างเป็นอิสระ
5. ค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่างๆ ซึ่งนำไปสู่แนวทั่วไปทางคณิตศาสตร์

6. ให้คุณค่าแก่กลวิธีการสืบสวนสอบสวนเสมือนเป็นวิธีที่นำไปสู่การค้นพบและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. เข้าใจวิธีต่างๆ ของการพิสูจน์และการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

8. ได้รับความเข้าใจดียิ่งขึ้นเกี่ยวกับพื้นฐานทางคณิตศาสตร์และธรรมชาติของการเรียน

9. ค้นพบวิธีการและหลักการทางวิทยาศาสตร์

10. ได้วิธีทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม

สุพิน บุญชูวงศ์ (2532 : 58) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายในการสอนแบบสืบสวนสอบสวนดังนี้

1. กระตุ้นให้นักเรียนรู้จักทำการสืบสวนสอบสวนค้นคว้าความรู้ด้วยตนเอง

2. ฝึกให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล

3. ฝึกให้นักเรียนใช้ความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2.3 รูปแบบของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

เบล (Bell, 1978 : 240-342) กล่าวถึงรูปแบบการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ในวิชาคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 4 ขั้นตอนคือ ขั้นสังเกต ขั้นอธิบาย ขั้นพยากรณ์และทดลอง และขั้นนำไปใช้ดังนี้

1. ขั้นสังเกต ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเผชิญกับสถานการณ์ที่ฉงนสงสัยหรือพยายามค้นพบหลักการ โดยการสังเกต วิเคราะห์ ประเมินสถานการณ์ และตั้งคำถามผู้แก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพและนักคณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จมากที่สุดคือผู้ที่ตั้งคำถามดีที่สุด

คำถามที่ดีจะนำไปสู่หลักการที่มีประโยชน์และคำถามที่ดีจะมีผลในการแก้ปัญหาที่ยาก การหาสิ่งที่เป็นประโยชน์และน่าสนใจในการสืบสวนสอบสวนทางคณิตศาสตร์จะต้องดูว่าสิ่งที่กำหนดให้คืออะไร และสืบสวนสอบสวนโดยพิจารณาตามสิ่งที่กำหนดให้ นั้น การสืบสวนสอบสวนมิได้ต้องการเพียงผลเท่านั้น ควรจะสืบสวนให้มากกว่าที่ต้องการ

การตั้งคำถาม เช่น

1. ทำไมวิธีการนี้จึงทำได้
2. ทำไมวิธีการนี้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง
3. มีวิธีที่ดีกว่านี้หรือไม่
4. มีรูปแบบทั่วไปหรือไม่
5. ทฤษฎีบทนี้ทำให้นักถึงทฤษฎีบทอื่นหรือไม่
6. ปัญหานี้เป็นปัญหาหนึ่งของปัญหาทั่วไปหรือไม่
7. จะสรุปเป็นรูปแบบทั่วไปได้ไหม
8. อะไรเป็นข้อแตกต่างระหว่างสถานการณ์ทั้งสองเหล่านั้น
9. มีอะไรคล้ายคลึงกันระหว่างระบบคณิตศาสตร์เหล่านี้

10. จากตัวอย่างที่สังเกตได้นี้เป็นตัวแทนของกรณีทั่วไปได้หรือไม่
11. มีตัวอย่างคัดค้านหรือไม่
12. มีวิธีที่จะแก้ปัญหาดีกว่านี้ไหม
13. มีอะไรเกิดขึ้นกับสิ่งเหล่านี้
14. มีการไม่คงเส้นคงวาเกิดขึ้นหรือไม่
15. เรื่องราวหรือข้อมูลที่ได้นี้น่าจะยอมรับได้หรือไม่
16. หลักการที่หาได้จะขยายต่อไปได้อีกไหม
17. ตัวอย่างต่างๆที่แสดงมโนคติคืออะไร

ฯลฯ

2. ขั้นตอนอธิบาย ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อจัดความสงสัยโดยการใช้เหตุผล เป็นการวิเคราะห์การแก้ปัญหาไปสู่เหตุ ขั้นนี้เป็นขั้นรวบรวมความรู้และข้อมูลเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา หรือสถานการณ์ต่างๆ ซึ่งมี 2 ประการ

ประการที่ 1 ในการที่จะแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหาต้องมีเทคนิคในการแก้ปัญหาและรู้กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ประการที่ 2 การแก้ปัญหาต้องรู้แหล่งความรู้ รู้จักวิเคราะห์สังเคราะห์ความรู้นั้น ตลอดจนรู้จักรวบรวมข้อมูลและเรียบเรียงความรู้ให้เป็นระบบ การตั้งคำถามนับว่าเป็นสิ่งสำคัญ ควรมีการตั้งคำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. มีข้ออ้างอิงที่เป็นมาตรฐานในเรื่องนี้หรือเปล่า
2. ข้ออ้างอิงนั้นหาได้ที่ไหน
3. แหล่งอื่นๆ ของความรู้คืออะไร
4. แหล่งความรู้นั้นเชื่อถือได้เพียงใด
5. คุณภาพของความรู้ที่ได้รับนี้ดีเพียงใด
6. ความรู้นี้ใช้ประโยชน์ได้อย่างไร
7. ความรู้นี้เป็นหมวดหมู่และจัดระเบียบอย่างไร
8. มโนคติ หลักการ และวิธีการใดที่มีในแหล่งความรู้
9. ความรู้นี้สัมพันธ์กับปัญหาที่กำลังพิจารณาหรือไม่
10. ความรู้ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้เพียงไร
11. ความรู้หรือวิธีการดำเนินการเหล่านี้จะนำไปใช้กับสถานการณ์อื่นได้ไหม

ฯลฯ

3. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นขั้นที่นำข้อมูลที่ได้มาอภิปรายปัญหาหรือข้อสมมติฐานที่ตั้งไว้ และพยากรณ์ผลหรือทำการทดลองเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้ นำไปสู่ข้อสรุปเป็นขั้นซึ่งเกิดการค้นพบ การแก้ปัญหาในขั้นนี้เป็นการสร้างหลักการและความสัมพันธ์ต่างๆ แยกแยะโครงสร้างและนำไปสู่ข้อสรุป

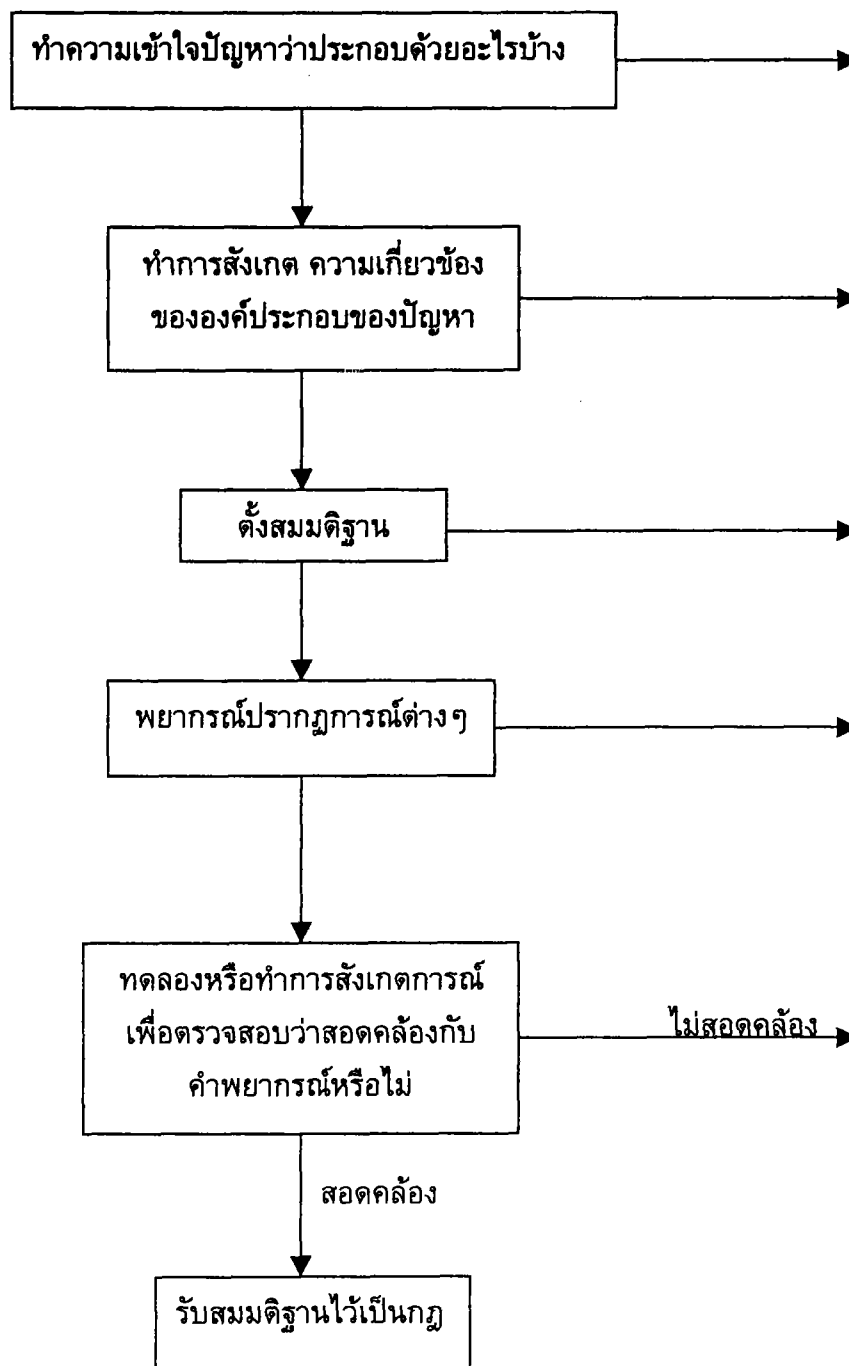
ผู้ที่เกี่ยวข้องในการทดสอบแบบสืบสวนสอบสวน ควรจะมีความสามารถพิเศษที่จะวิเคราะห์ สังเคราะห์ ตลอดจนรู้จักประเมินผลงาน กิจกรรมในช่วงนี้จะต้องรู้จักจัดข้อมูลเป็นหมวดหมู่ มองหาความสัมพันธ์ ค้นหารูปแบบ และสรุปเป็นนัยทั่วไป

4. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นำเอาความรู้ที่ค้นพบไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้แก่ การวิเคราะห์และประเมินกระบวนการสืบสวนสอบสวน ทั้งนี้เพื่อสร้างความเข้าใจให้ดีขึ้นและปรับปรุงการสืบสวนสอบสวน ในขั้นนี้เป็นการพิจารณากระบวนการสืบสวนสอบสวนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์แต่ละเนื้อหา ย่อมมีวิธีสืบสวนสอบสวนของมันเอง จุดประสงค์อันหนึ่งของผู้สืบสวนสอบสวนในแต่ละเนื้อหาก็คือ การปรับปรุงกลการสืบสวนสอบสวนที่กระทำอยู่และรวบรวมกระบวนการสืบสวนสอบสวนเพื่อนำไปพัฒนาและใช้กับเนื้อหาอื่นๆ ต่อไป

สิ่งที่ต้องพิจารณา ก็คือ กระบวนการสืบสวนสอบสวนตั้งแต่ต้นจนจบวิธีการดำเนินการที่เหมาะสมในการที่จะใช้วิเคราะห์และประเมินการสืบสวนสอบสวน ก็คือการถามและพยายามหาคำตอบ ตัวอย่างคำถามซึ่งจะนำมาใช้ในขั้นที่ 4 มีดังต่อไปนี้คือ

1. วิธีการที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร
2. อะไรเป็นตัวกระตุ้นให้ค้นพบนัยทั่วไป
3. รูปแบบอะไรที่ค้นพบ
4. ความรู้และวิธีการที่จะนำไปสู่การค้นพบแบบไม่คงเส้นคงวาคืออะไร
5. แหล่งความรู้อะไรที่ใช้มากที่สุด
6. วิธีดำเนินการอะไรที่เคยทำและรวบรวมข้อมูลอย่างไร
7. ใช้รูปแบบการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลรูปแบบใดในการแก้ปัญหา
8. กระบวนการคิดอะไรที่นำมาใช้กระทั่งหาข้อสรุปได้
9. วิธีการแก้ปัญหานั้นนำไปใช้ได้ทั่วไปและประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหาอื่นๆ ได้ไหม

วิรุฬห์ บุญสมบัติ (2521 : 10) อธิบายขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ดังนี้



ภาพประกอบ 5 ขั้นตอนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนของวิรุฬห์ บุญสมบัติ

วีระยุทธ วิเชียรโชติ (2524 : 56-57) ได้แบ่งขั้นตอนของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้น “สน” คือขั้นของการให้สังเกตกับแนวทาง ซึ่งได้แก่การเตรียมความพร้อมทางการเรียนให้กับผู้เรียน โดยการดึงเอาความรู้และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่จะสอนให้มาสัมพันธ์กัน รวมทั้งการปูพื้นความรู้ใหม่ที่เป็นสำหรับการเรียนรู้เนื้อหาสาระใหม่ๆ ให้กับผู้เรียน และการจูงใจให้พร้อมที่จะเรียน

คำถามในขั้นนี้มักจะถามเพื่อให้นักเรียนหาลักษณะร่วมซึ่งจะนำไปสู่การปูพื้นความรู้ที่เรียกว่า “สังเกตกับแนวทาง” โดยตั้งคำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

เรื่องทำนองนี้เกิดขึ้นแล้วหรือไม่

ถ้าเคยเกิด เกิดขึ้นที่ไหน เมื่อใด ใครเกี่ยวข้องบ้าง

เกิดขึ้นอย่างไร ผลเป็นประการใด

2. ขั้น “ส” คือขั้นการสังเกตสถานการณ์ที่เป็นปัญหาข้อจืด ในขั้นนี้ผู้สอนจะสร้างสถานการณ์ที่เป็นปัญหาข้อจืดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้สังเกตและวิเคราะห์องค์ประกอบและธรรมชาติของปัญหาอย่างละเอียด การเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้สังเกต (ความหมายสรุปรวม) ขององค์ประกอบต่างๆ ในสถานการณ์ที่เป็นปัญหาข้อจืด

คำถามในขั้นนี้ มุ่งถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตวิเคราะห์องค์ประกอบของปัญหา และวิเคราะห์ลักษณะ คุณสมบัติ และธรรมชาติของแต่ละองค์ประกอบ โดยมักจะอาศัยประสาทสัมผัสทั้ง 5 ซึ่ง มักจะถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

เรื่องนี้ควรตั้งชื่อว่าอย่างไร เรื่องนี้เกิดขึ้นที่ไหน มีใครเกี่ยวข้องบ้าง

เกี่ยวกับเรื่องอะไร เกิดขึ้นเมื่อไร เกิดขึ้นอย่างไร ใครพูดว่าอะไรบ้าง

ปัญหาสำคัญในเรื่องนี้คืออะไร

3. ขั้น “อ” คือขั้นอธิบายปัญหาข้อจืด โดยอาศัยความสามารถในการหาเหตุผลมาอธิบายถึงสาเหตุของปัญหาข้อจืด ส่วนมากคำอธิบายมักจะอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างเหตุกับผลแบบฟังก์ชัน ในขั้นนี้เป็นจุดเริ่มต้นของความสามารถในการสร้างทฤษฎีขึ้นมาสำหรับอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ การเรียนรู้ที่สำคัญในขั้นนี้คือ การเรียนรู้หลักว่า เมื่อผลปรากฏออกมาในรูปของปัญหาอย่างนี้ อะไรควรเป็นสาเหตุ

คำถามในขั้นนี้ มุ่งให้นักเรียนแสวงหาสาเหตุของปัญหา โดยฝึกให้คิดจากเหตุไปสู่ผลและคิดจากผลไปสู่เหตุ ซึ่งมักจะตั้งคำถามดังตัวอย่างต่อไปนี้

ทำไมจึงเกิดเหตุการณ์นี้ขึ้น

อะไรเป็นสาเหตุของการทะเลาะวิวาท

เพราะเหตุใดเขาจึงไม่ยอมทำตามสัญญา

4. ชั้น “ท” คือชั้นทำนายผล เมื่อเราแปลเป็นขั้นตอนของการตั้งสมมติฐาน เพื่อทดสอบดูว่าคำอธิบายในชั้น “อ” นั้นถูกต้องมากน้อยเพียงใด นอกจากนั้นเป็นการคาดคะเนผลของสาเหตุต่างๆ ทั้งนี้เพื่อฝึกให้ผู้เรียนคิดอย่างรอบคอบแล้วจึงลงมือปฏิบัติ การเรียนรู้ที่สำคัญในชั้นนี้คือการเรียนรู้วิธีแก้ปัญหา

คำถามในชั้นนี้ มุ่งทำนายผลเมื่อแก้ไขที่สาเหตุ หรือทำนายเหตุเมื่อทราบผล เป็นคำถามที่นำไปสู่การตั้งสมมติฐานเฉพาะและการทดลองปฏิบัติเพื่อพิสูจน์สมมติฐานนั้น มักจะตั้งคำถามด้วยคำว่า “ถ้า” เช่น ถ้าคนที่แข็งแรงกว่าเอาเปรียบคนที่อ่อนแอกว่าสังคมจะเป็นอย่างไร

5. ชั้น “ค” คือชั้นของการควบคุมและสร้างสรรค์ทั้งสิ่งแวดล้อมภายนอกและสิ่งแวดล้อมภายใน เป็นชั้นที่นำผลของการแก้ปัญหาไปปฏิบัติใช้ในชีวิตจริง เพื่อให้เกิดการควบคุมสิ่งแวดล้อมภายใน (จิตใจ) ชั้นนี้ส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดสร้างสรรค์ ฉะนั้นการเรียนรู้ที่สำคัญในชั้นนี้คือการเรียนรู้วิธีสร้างสรรค์

คำถามในชั้นนี้มุ่งถามเพื่อให้นักเรียนหาวิธีแก้ปัญหาที่สาเหตุ โดยฝึกให้แกทั้งบุคคลและที่ระบบของสังคม คำถามในชั้นนี้มักจะขึ้นต้นด้วยคำว่า “ทำอย่างไร” เช่น

ทำอย่างไรจึงจะป้องกันไม่ให้เกิดเรื่องเช่นนี้อีก

วิธีใดบ้างที่นักเรียนจะฝึกให้ตนเองมีความซื่อสัตย์

จากการศึกษารูปแบบของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน สรุปได้ว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวน เป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ที่เริ่มจากการพบปัญหา ตั้งสมมติฐาน แก้ปัญหา ทดสอบสมมติฐาน และนำไปใช้ เน้นการเรียนรู้ที่เริ่มต้นจากการแสวงหา นำไปสู่การค้นพบหลักเกณฑ์ต่างๆ โดยใช้การถามตอบเป็นสื่อกลางในการเรียน

2.4 บทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

กาลลาฮานและคนอื่นๆ (Callahan and others.1998 : 261-262) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ครูมีหน้าที่ให้คำแนะนำกับนักเรียนมากกว่าบอกให้นักเรียนทำตาม
2. ครูตั้งคำถาม เลือกประเด็นที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและพยายามค้นหาคำตอบ
3. ในขณะที่นักเรียนค้นหาคำตอบ ครูควรแนะนำในการค้นหาโดยให้ความชัดเจนกับปัญหา
4. ครูสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนที่ส่งเสริมการสร้างข้อคาดเดา การตั้งข้อสงสัย และการคิดแก้ปัญหา
5. สนับสนุนให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตรวจสอบสมมติฐานด้วยตนเอง

6. ช่วยนักเรียนในการวิเคราะห์และประเมินความคิดของตนเองโดยเปิดโอกาสให้มีการอภิปรายเปิดในชั้นเรียน และพยายามกระตุ้นให้นักเรียนพยายามคิดโดยไม่มีการข่มขู่ เมื่อคำตอบไม่เป็นไปตามที่คาดหวัง

มาสซียาส (กาญจนา เกียรติประวัติ. 2524 : 79-80 ;อ้างอิงจาก Massialas.1969) ได้นำบทบาทครูในกระบวนการสืบสวนสอบสวน ว่ามีลักษณะดังนี้

1. ผู้วางแผน (The Planner) ครูเลือกและจัดอุปกรณ์ สถานการณ์ในชั้นเรียน กำหนดเวลาและขั้นตอนในการเรียน

2. ผู้เริ่มบทบาท (The Introducer) ครูแนะนำอุปกรณ์ วิธีการและสังเกตความพร้อมก่อนที่จะเริ่มต้นสอน

3. ผู้สนับสนุนการสืบสวนหาความรู้ (The Sustainer of Inquiry) ครูชี้เฉพาะลงไปว่าการหาความรู้จะต้องใช้ วิธีสังเกต ตรวจสอบ โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ตั้งคำถาม เพื่อหาคำตอบตามกระบวนการของการสืบสวนสอบสวน ครูเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามคนหนึ่งเหมือนคนอื่น ๆ ในชั้นทั้งหมด

4. ผู้จัดการ (The Manager) ครูพยายามให้ผู้เรียนได้ใช้สังเกต เทคนิค และข้อมูลต่างๆ ในการวางแผน และตรวจสอบตามขั้นตอนที่ถูกต้องด้วยตัวเอง ดังนั้นครูต้องทำหน้าที่สังเกตลำดับขั้นในการคิดหาเหตุผลของนักเรียน และให้คำแนะนำเกี่ยวกับขั้นตอนต่างๆ เมื่อจำเป็นด้วยการกระตุ้นให้เกิดคำถามในใจเด็ก

5. ผู้ให้กำลังใจ (The Rewarder) ครูเสริมแรงเมื่อนักเรียนมีส่วนร่วมอย่างสร้างสรรค์ แต่ไม่วิพากษ์วิจารณ์หรือทำโทษ

6. ผู้ตรวจสอบค่านิยม (The Value Investigator) ครูที่ใช้วิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน ต้องยึดมั่นว่าในหลักการว่า วิธีการสอนแบบนี้นักเรียนได้พัฒนาวิธีเรียนรู้ด้วย ไม่ใช่ศึกษาเนื้อหาอย่างเดียว ผู้เรียนอาจเคยชินกับวิธีที่ครูควบคุม (Dominate) การเรียนรู้ ครูต้องระลึกว่าผู้เรียนต้องการเวลาและคำแนะนำในการปรับตัวเข้ากับวิธีการเรียนใหม่ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) 2522 : 16 -18) กล่าวถึงลักษณะการสอนแบบสืบสวนสอบสวนนั้น ควรจะต้องมีสมรรถภาพการสอนหลายประการ ซึ่งสมรรถภาพการสอนที่เชื่อกันว่าจำเป็นและสำคัญ ได้แก่

ตาราง 1 ลักษณะการสอนแบบสืบสวนสอบสวนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ประกาศพ.รณ. ไซยวงษ์. 2522 : 16-18)

การสอนแบบสืบสวนสอบสวน	สมรรถภาพการสอน
1. ครูเป็นผู้ช่วยให้นักเรียนสนใจในปัญหาอยากรู้คำตอบ เกิดความสงสัย นักเรียนเป็นผู้มองเห็นปัญหาเกิดความสงสัย 2. ครูเป็นผู้ช่วยให้นักเรียนใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการแก้ปัญหา นักเรียนเป็นผู้ใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ 3. เมื่อนักเรียนมีข้อติดขัดตอนใด ครูไม่ใช่ผู้ให้คำตอบโดยตรง แต่เป็นผู้ตอบคำถามของนักเรียนในลักษณะที่กระตุ้นให้นักเรียนถามย้อนหรือซักไซ้ไล่เลียงนักเรียนคิดลึกซึ้ง ละเอียดยิ่งขึ้นในลักษณะที่วิเคราะห์ด้วยเหตุผล ด้วยหลักฐานที่ปรากฏ สามารถแสดงความคิดของตนให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจน 4. ครูรับคำตอบของนักเรียนแต่ละคนไว้โดยไม่ตัดสินถูกผิดในทันทีทันใด เพื่อให้โอกาสนักเรียนและนักเรียนคนอื่นได้คิดหาคำตอบต่อไป นักเรียนไม่ตัดสินหรือเชื่อว่าคำตอบใดถูกหรือผิดในทันทีทันใด นักเรียนแลกเปลี่ยนและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น 5. ครูสนับสนุนคำตอบที่แตกต่างไปจากคำตอบที่ถูกต้องโดยตรง แต่เป็นคำตอบที่มีส่วนถูกต้องหรือเป็นไปได้ คำตอบที่ต้องใช้เกณฑ์ของนักเรียนเองหรือเกณฑ์ที่วางไว้ตัดสิน นักเรียนมีความรู้สึกว่	1. การชักจูง(โดยการใช้คำถาม การสร้างสถานการณ์ และการใช้อุปกรณ์ชวนให้คิดชวนให้สงสัย) 2. การใช้คำถาม ตามลำดับความคิดของการใช้ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ในการแก้ปัญหา(ถามให้สังเกต ให้อธิบาย ให้สร้างสมมติฐานให้ออกแบบการทดลองและควบคุมตัวแปร ให้นำความรู้ไปใช้) 3. การตอบคำถามโดยการย้อนถามหรือซักไซ้ไล่เลียง (ถามให้ได้ความชัดเจน ให้ขยายความ ให้แสดงเหตุผล ใช้แสดงหลักฐาน) 4. การเสริมพลัง (โดยใช้วาจาหรือท่าทางแสดงการยอมรับหรือการกระทำของนักเรียน การติชม การแสดงความสนใจ กระตือรือร้น เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นการช่วยเหลือในสิ่งที่นักเรียนกำลังกระทำอยู่ให้ถูกต้อง) 5. การใช้คำถามแบบกว้าง ที่มีคำตอบได้หลายอย่างและที่ต้องใช้เกณฑ์ของนักเรียนหรือที่วางไว้ตัดสินใจในการตอบ

ตาราง 1 (ต่อ)

การสอนแบบสืบสวนสอบสวน	สมรรถภาพการสอน
คำตอบโดยความคิดของนักเรียนเองได้รับความสนใจ นักเรียนจึงอยากตอบคำถามจากความคิด ประสพการณ์ และความรู้สึกของนักเรียนเองโดยไม่กลัวผิด ไม่ต้องกังวลว่าจะต้องถูกตรงกับตำรา อยากคิดกว้างขวางขึ้น อยากคิดอะไรใหม่ๆ มีความคิดสร้างสรรค์ รู้จักตัดสินใจ 6. ครูพยายามให้นักเรียนมีความรู้สึกว่า การสืบสวนสอบสวนนั้นเขาได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาต่างๆ นักเรียนแต่ละคนเป็นผู้ตอบคำถาม เป็นผู้เสนอความคิด เป็นผู้เลือกวิธีการ เป็นผู้ตัดสินใจ นักเรียนรู้สึกว่ายปัญหานั้นเป็นปัญหาของนักเรียน นักเรียนอยากแก้ปัญหาและสามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ มีความเชื่อมั่นและนับถือตนเอง 7. ครูให้เวลานักเรียนคิด (เวลาที่สูญเสียไปอาจจะได้รับการชดเชยในแง่ที่นักเรียนรู้จักคิดอย่างรอบคอบก่อนจะตัดสินใจทำให้การแก้ปัญหาดีขึ้น และสามารถเก็บรักษาสิ่งที่คิดไว้นาน)	6. การเสริมพลัง 7. การรอคำตอบ โดยให้เวลาคิดพอสมควร

การสืบสวนสอบสวนเป็นกระบวนการตรวจสอบปัญหาหรือสถานการณ์อันหนึ่งในการค้นหาความจริง การสืบสวนสอบสวนเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย สถานการณ์นั้นจึงเป็นปัญหาสำหรับผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนต้องค้นหาสาเหตุเพื่ออธิบายปัญหานั้น โดยผู้เรียนและผู้สอนเป็นผู้สืบสวนสอบสวนด้วยการตั้งคำถาม จุดมุ่งหมายปลายทางคือ ผู้เรียนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. 2537: 92)

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2537: 96-97) ได้กล่าวถึงขั้นในการสืบสวนสอบสวนในวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ในการสอนผู้เรียนว่าจะใช้วิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนอย่างไร และจะเรียนคณิตศาสตร์โดยผ่านการสืบสอบ ก็คือ การอธิบาย และอภิปรายสี่ขั้นตอนของกระบวนการสืบสวน

สอบถาม ผู้เรียนควรอภิปรายเกี่ยวกับการตั้งคำถามและกิจกรรมซึ่งกำหนดให้ภายใต้กระบวนการสืบสวนสอบสวน ผู้เรียนควรจะรวบรวมคำถามและกิจกรรมเพิ่มขึ้นเพื่อใช้ในแต่ละขั้นของการสืบสวนสอบสวนให้ประสบความสำเร็จ

ในขั้นนี้ผู้เรียนควรจะได้รับภาระกระตุ้นให้ค้นหารูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิธีดำเนินการและสรุปนัยทั่วไป ความกระตือรือร้นเป็นลักษณะที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูควรใช้คำถามที่ต้องการให้ผู้เรียนตอบเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหาและหลักการทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ในขั้นนี้ผู้สอนควรจะแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักแหล่งความรู้และวิธีรวบรวมข้อมูลเมื่อใช้ในการแก้ปัญหา ผู้สอนควรจะฝึกผู้เรียนให้รู้จักการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ ด้วยการฝึกตั้งคำถามเพื่อให้มองเห็นแนวทางว่าจะรวบรวมข้อมูลอย่างไร

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นที่จัดรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแนวทางสรุปปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนควรทำงานตามลำพังหรือเป็นกลุ่มย่อย ผู้สอนช่วยเหลือเพียงเล็กน้อย ผู้เรียนจะใช้คำถามเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา กระบวนการสืบสวนสอบสวนจึงเป็นไปอย่างช้าๆ ข้อสำคัญที่สุด คือผู้สอนต้องหลีกเลี่ยงการแทรกแซงและบอกผู้เรียนว่าให้ทำอย่างไร

ขั้นที่ 4 การวิเคราะห์และประเมินวิธีการสืบสวนสอบสวน เป็นเรื่องที่สำคัญที่สุดของกระบวนการสืบสวนสอบสวน ในขั้นนี้ผู้เรียนจะตั้งคำถามว่าฉันได้เรียนรู้เกี่ยวกับอะไรบ้าง ผู้เรียนจะเข้าใจดีขึ้นโดยการประเมินด้วยตนเอง คำถามจะมีทั้งของครูผู้สอนและผู้เรียน ผู้เรียนควรตอบทุกคำถาม ผู้สอนอาจจะมึนบทบาทมากขึ้นในการถามนำเพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้วิเคราะห์และประเมินเมื่อสิ้นสุดการเรียนรู้ ผู้เรียนควรจะถามตนเองว่า “ฉันได้เรียนอะไรเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และฉันเรียนรู้เกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีสืบสวนสอบสวนอย่างไร”

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยทดลองสอนโดยยึดแนวทางการสอนตามขั้นของ เบล (Bell. : 1978) แบ่งเป็น 4 ขั้น ดังนี้

1. ขั้นสังเกต ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเผชิญสถานการณ์ที่ต้องหาคำตอบ โดยการสังเกต วิเคราะห์ ประเมินสถานการณ์ ผู้สอนใช้คำถามกระตุ้นการแก้ปัญหา
2. ขั้นอธิบาย ผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบ เพื่อจัดความสงสัย โดยพยายามรวบรวมข้อมูล วิเคราะห์ ค้นหาวิธีอธิบายคำตอบ
3. ขั้นพยากรณ์และทดสอบ เป็นขั้นที่ผู้สอนให้ผู้เรียนตั้งสมมติฐานจากข้อมูลที่รวบรวมได้ และทดสอบสมมติฐานนั้นว่าถูกต้องหรือไม่เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป และอธิบายขั้นตอนการไปสู่ข้อสรุปนั้นด้วย
4. ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นวิเคราะห์และประเมินกระบวนการสืบสวนสอบสวน โดยผู้สอนหรือผู้เรียนสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่เพื่อแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกับที่ได้สืบสวนสอบสวนมาแล้ว นำหลักการใหม่ที่ค้นพบไปปรับขยายโครงสร้างการรับรู้และนำไปประยุกต์ใช้กับเนื้อหาอื่นๆ

2.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

ข้อดีของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน (ภพ เลหาไพบูลย์. 2537:126 ; บำรุง กลัดเจริญ. 2527 :219) ได้สรุปข้อดีของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. นักเรียนมีโอกาสได้พัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ ได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง จึงมีความอยากเรียนรู้ตลอดเวลา
2. นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกความคิด ฝึกการกระทำ ทำให้ได้เรียนรู้วิธีการจัดการระบบความคิดและวิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถาวรโยงการเรียนรู้ได้ กล่าวคือทำให้สามารถจดจำได้นานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้อีกด้วย
3. นักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน
4. นักเรียนสามารถเรียนรู้ภูมิโนมคติ และหลักการได้เร็วขึ้น รวมทั้งมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์
5. นักเรียนเป็นผู้ที่มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอน
6. ส่งเสริมการค้นคว้าหาความรู้และสร้างสรรค์ความเป็นประชาธิปไตยในตัวนักเรียน

ข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวน (ภพ เลหาไพบูลย์. 2537:126) ได้สรุปข้อจำกัดของการสอนแบบสืบสวนสอบสวนไว้ดังนี้

1. ใช้เวลามากในการสอนแต่ละครั้ง
2. ถ้าสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นไม่ทำให้นักเรียนสนใจ จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย และถ้าครูไม่เข้าใจบทบาทหน้าที่ในการสอนนี้ มุ่งควบคุมพฤติกรรมของนักเรียนมากเกินไป จะทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสสืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเองได้
3. นักเรียนที่มีสติปัญญาต่ำและเนื้อหาวิชาค่อนข้างยาก นักเรียนอาจจะไม่สามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองได้
4. นักเรียนบางคนที่ยังไม่เป็นผู้ใหญ่พอ ทำให้การจูงใจที่จะศึกษาปัญหาและนักเรียนที่ต้องการแรงกระตุ้นเพื่อให้กระตือรือร้นในการเรียนมากๆ อาจจะพอตอบคำถามได้ แต่นักเรียนจะไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนด้วยวิธีนี้
5. ถ้าใช้การสอนแบบนี้อยู่เสมอจะทำให้ความสนใจในการศึกษาค้นคว้าลดลง

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน

งานวิจัยต่างประเทศ

โอลารินอย (Olarinoye.1979 : 4848-A) ได้ศึกษาเพื่อเปรียบเทียบการสอน 3 แบบในวิชาฟิสิกส์ โดยการการสอนสืบสวนสอบสวนที่มีการชี้แนะแนวทาง (Guided Inquiry) การสอนแบบปกติ (Traditional) และการสอนสืบสวนสอบสวนที่มีนักเรียนเป็นผู้ดำเนินการเอง (Inquiry Role Approach) โดยให้กลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ กลุ่มทดลองที่ 1 ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนที่มี

การชี้แนะแนวทาง และกลุ่มทดลองที่ 2 ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนที่มีนักเรียนเป็นผู้ดำเนินการเอง ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสามกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

เมสัน (Mason.1997 : 58-09A) ได้ศึกษา การเรียนพีชคณิตด้วยตนเองโดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อยของนักเรียนเกรด 9 มีจุดมุ่งหมายเพื่อแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ของนักเรียนโดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อยและแสดงให้เห็นว่าองค์ประกอบเหล่านั้นมีผลต่อกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างไร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 22 คนที่เรียนพีชคณิต ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสนทนากันในกลุ่ม ผลงานของนักเรียน การเขียนอธิบาย และการบ้านที่ให้นักเรียนเขียนเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละวันของนักเรียน ผู้วิจัยเป็นผู้สรุปและตีความหมายจากการเรียนรู้ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีจากการสอนโดยใช้การสืบสวนสอบสวนกลุ่มย่อย ซึ่งสามารถสังเกตได้จากการสร้างความรู้ของนักเรียน นักเรียนสามารถเรียนรู้การดำเนินการที่ซับซ้อนและตีความหมายของลักษณะความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์ของครูกับนักเรียน และความสัมพันธ์ของการทดสอบกับคะแนน การเรียนรู้ของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับการสร้างประสบการณ์และมุมมองของผู้เรียนแต่ละคน การเรียนรู้ระหว่างบุคคลเกิดขึ้นได้ดีขึ้นอยู่กับการพัฒนาความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนแต่ละคนกับผู้เรียนคนอื่น ๆ และความสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครู ผู้เรียนแต่ละคนกับครูจะมีอิทธิพลต่อกันและกัน ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ที่ต้องพัฒนา

ทอมสัน (Thomson.2000 :61-10B) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบสวนสอบสวนและการใช้ตัวแทนในการสืบสวนสอบสวนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย โดยมีจุดมุ่งหมายการศึกษาเพื่อ 1) เปรียบเทียบการสอนแบบสืบสวนสอบสวนร่วมกับวิธีการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย 2) ห้องเรียน และ 2) เพื่อศึกษาลักษณะทั่วไปของการใช้ตัวแทนในการสืบสวนสอบสวนศึกษาโดยการสังเกตการสอนจากครูและนักเรียน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนในห้องปฏิบัติการวิชาแคลคูลัสสำหรับวิทยาศาสตร์ในชีวิต โดยดูจากสภาพทั่วไปในห้องเรียน และทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีการบันทึกเทปและวีดีโอ และสัมภาษณ์ครู 1 คนกับนักเรียน 6 คน และศึกษาการเขียนรายงานการทดลองของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า จุดมุ่งหมายของครูและเวลาที่มีผลต่อการพัฒนาการสืบสวนสอบสวน การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์ และการใช้ภาษาของนักเรียนทั้ง 2 ห้องเรียน เมื่อมีเวลามากการดำเนินการของห้องจะเป็นการใช้คำถามของนักเรียนในการพัฒนาการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจของนักเรียน และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์บ่อยครั้ง แต่ถ้ามีเวลาน้อย เพื่อให้ครอบคลุมหัวข้อต่าง ๆ ในห้องเรียนจะดำเนินไปด้วยคำถามและวิธีการของครู มีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์น้อย นักเรียนทั้งสองกลุ่มจะคงไว้ซึ่งกระบวนการความคิดรวบยอดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสามารถประยุกต์วิธีการได้แต่นักเรียนจะมีความเชื่อมั่นในการบอกของครูในเรื่องความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

พิชิต แสงลอย (2522 : 25-43) ได้ศึกษา เรื่องการเปรียบเทียบการสอนแบบ สสวท. กับแบบสืบสวน-สอบสวน ตามขั้น สน-ส-อ-ท-ค ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสวน-สอบสวนตามขั้น สน-ส-อ-ท-ค กับการเรียนโดยการสอนแบบ สสวท. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสวน-สอบสวน ตามขั้น สน-ส-อ-ท-ค มีความคิดสร้างสรรค์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วินัย เทียมเมือง (2529 : 85) ได้ศึกษา ผลการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้โดยเน้นทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ขั้นบูรณาการที่มีต่อการคิดอย่างมีเหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ขั้นบูรณาการและได้รับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. มีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ที่เน้นทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ขั้นบูรณาการมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สิริลักษณ์ วงศ์เพชร (2541 : 103-104) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับการสอนตามคู่มือครู พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนกับความสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 , .01 และ .01 ตามลำดับ

มนมนัส สุดสิน (2543 : 78-79) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางวิทยาศาสตร์และความสามารถในการวิเคราะห์วิจารณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบการเขียนแผนผังมโนทัศน์ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางวิทยาศาสตร์ ด้านความรู้ความเข้าใจ การนำไปใช้ และด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบการเขียนแผนผังมโนทัศน์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนความสามารถในการวิเคราะห์วิจารณ์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบการเขียนแผนผังมโนทัศน์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544 : 89) ได้ศึกษา การพัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น พบว่า

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัย สรุปว่า การสอนแบบสืบสวนสอบสวนส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน ช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และส่งเสริมการคิดของนักเรียน ซึ่งเป็นวิธีสอนที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้คำถาม

3.1 จุดประสงค์ของการใช้คำถามในการเรียนการสอน

การใช้คำถามเป็นสิ่งที่จำเป็นอย่างยิ่งในทุก ๆ บทเรียนคณิตศาสตร์ เพราะเป็นวิธีการหนึ่งที่ครูผู้สอนใช้ในการกระบวนการเรียนการสอน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจหรือกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ไม่ว่าจะเป็นครูนั้นจะสอนด้วยวิธีใดก็ตาม มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงจุดประสงค์ในการใช้คำถามในการเรียนการสอน ดังนี้

คาลลาฮานและคลาร์ก (Callahan and Clark. 1988 : 182-183) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ในการใช้คำถามในการเรียนการสอน ดังนี้

1. เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจ
2. เพื่อให้ทราบว่านักเรียนรู้อะไรบ้าง
3. เพื่อพัฒนาความสามารถในการคิด
4. เพื่อกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน
5. เพื่อเตรียมความพร้อมในการฝึกฝนและฝึกปฏิบัติ
6. เพื่อช่วยจัดรวบรวมความรู้ที่ได้
7. เพื่อช่วยนักเรียนตีความหมายของข้อมูล
8. เพื่อช่วยย้ำประเด็นที่สำคัญ
9. เพื่อแสดงความสัมพันธ์ เช่น ความสัมพันธ์ของเหตุและผล
10. เพื่อค้นหาความสนใจของนักเรียน
11. เพื่อพัฒนาความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง
12. เพื่อทบทวนความรู้เดิม
13. เพื่อฝึกการแสดงความหมาย
14. เพื่อแสดงกระบวนการคิดในใจ
15. เพื่อแสดงว่านักเรียนเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย

16. เพื่อสร้างความสามัคคีในหมู่เรียน
17. เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียน
18. เพื่อประเมินผลความเข้าใจของนักเรียนและการสอนของครู
19. เพื่อคลายปัญหาที่สงสัย

นอกจากนี้ รุ่งทิวา จักรกร (ม.ป.ป. :158-159) และชาญชัย ศรีไสยเพชร (2525 :

23-24) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการใช้คำถามที่สอดคล้องกันดังนี้

1. เพื่อเสริมสร้างความสามารถทางการคิดให้แก่ผู้เรียน การสอนที่ปราศจากคำถามจะไม่สามารถเพาะนิสัยการคิดที่ดีให้แก่ผู้เรียนได้

2. ใช้เป็นส่วนเร้าความสนใจ ครูอาจใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียนได้ทุกขั้นตอนที่สอน เช่น การถามให้สังเกต อาจใช้เป็นการเริ่มต้นที่ดีในการซักถามระหว่างการเสนอความรู้เพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจ

3. คำถามที่ดีก่อให้เกิดการอภิปรายอย่างต่อเนื่อง เป็นการขยายความคิดและแนวทางการเรียนรู้

4. ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน

5. เป็นสื่อกลางเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

6. ก่อให้เกิดการค้นคว้าและสำรวจความรู้ใหม่

7. ใช้คำถามทบทวนหรือสรุปเรื่องราวที่สอนให้กะทัดรัดยิ่งขึ้น

8. ใช้วัดผลความเข้าใจและความสามารถของผู้เรียน รวมทั้งวัดผลการสอนว่าเป็นไปตามจุดมุ่งหมายเพียงใด

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่า ครูใช้คำถามในการเรียนการสอนเพื่อวัตถุประสงค์ ดังต่อไปนี้

1. เพื่อสร้างบรรยากาศในการเรียนการสอนให้เป็นบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ โดยใช้คำถามกระตุ้นความสนใจ การมีส่วนร่วม หรือก่อให้เกิดการค้นคว้า ช่วยให้เกิดการอภิปราย และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นรวมถึงควบคุมชั้นเรียนให้เป็นไปในทิศทางที่เหมาะสม

2. เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการคิดของนักเรียน เช่น ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมที่เรียนมาแล้วกับความรู้ใหม่ รู้จักคิดแก้ปัญหา หรือสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของปัญหาในแง่มุมต่างๆ

3. เพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนและการสอนของครู

3.2 ลักษณะคำถาม

3.2.1 ลักษณะคำถามที่ดี

คำถามที่ดีจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้อย่างเป็นระบบ และบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะคำถามที่ดีไว้ ดังนี้

คลาและสตาร์ (Clark and Starr. 1981 : 174-175) ได้กล่าวถึงลักษณะคำถามที่ดี 4 ประการ ดังนี้

1. คำถามที่ดีเป็นคำถามที่เข้าใจง่าย ชัดเจน ตรงไปตรงมา สามารถทำให้นักเรียนเข้าใจได้
2. คำถามที่ดีต้องท้าทายความสามารถและกระตุ้นความคิด
3. คำถามที่ดีต้องปรับตามระดับอายุ ความสามารถและความสนใจให้เหมาะสมกับนักเรียนในขณะนั้นๆ
4. คำถามที่ดีต้องเหมาะสมกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ศิริกาญจน์ โกสุมภ์ (2521 : 15) ได้กล่าวถึงลักษณะคำถามที่ดีในการเรียนการสอนทั่วไปว่า

1. เป็นคำถามที่ตอบได้หลายคน และตอบได้หลายคำตอบ
2. เป็นคำถามที่ผู้ตอบไม่รู้ลึกับข้อใจ
3. เป็นคำถามที่มุ่งถามเหตุผลและความเป็นจริง
4. เป็นคำถามที่ผู้ตอบสามารถแสดงความคิดเห็นและความรู้สึกได้อย่างเสรี
5. เป็นคำถามที่มีการวางแผนอย่างดีแล้ว มีลำดับขั้นตอน ทำให้ผู้ตอบไม่สับสน
6. เป็นคำถามที่ให้เวลาในการตอบ
7. เป็นคำถามที่เร้าใจให้อยากตอบ

สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะคำถามที่ดี ดังนี้

จอห์นสัน และไรซิง (ปรมาภรณ์ อนุพันธ์. 2544 : 43 อ้างอิงจาก Jonhson and Rising. 1972 : 83) สรุปว่าลักษณะคำถามที่ดีควรมีลักษณะ ดังนี้

1. เป็นคำถามที่กระตุ้นความคิด เร้าใจความสนใจของนักเรียนและเร้าการตอบสนอง
2. ใช้ภาษาง่ายๆ ตรงไปตรงมา มีความหมายชัดเจน ไม่คลุมเครือ มีขอบเขตของคำถาม
3. เป็นคำถามที่ครูต้องปรับให้เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานของนักเรียน คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนความยากง่ายของเนื้อหาวิชาที่ถามจะต้องปรับให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนแต่ละห้อง
4. เป็นคำถามที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละบทเรียน

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2526 : 320) ได้อธิบายถึงลักษณะคำถามที่ดีมี ดังนี้

1. เป็นคำถามที่ชัดเจน มีความหมายที่แน่นอน
2. ไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไป เหมาะสมกับเนื้อหาที่นั้นๆ และเหมาะสมกับวัยตลอดจนระดับชั้นของผู้เรียน
3. ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม ควรถามทีละประโยค เช่น บทนิยามของวงกลมกล่าวอย่างไร หาพื้นที่ของวงกลมได้อย่างไร

4. ไม่ควรเป็นคำถามเชิงปฏิเสธ เช่น $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ ไม่ใช่ $\frac{3}{5}$ ใช่หรือไม่

5. ไม่ควรเป็นคำถามนำ เช่น 5% หมายความว่า 5 ใน 100 ใช่หรือไม่

6. คำถามที่ดีควรเป็นคำถามพัฒนาความคิด

นอกจากนี้ ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 158-160) ได้อธิบายลักษณะคำถามที่ดีไว้หลายข้อ ซึ่งสรุปได้ ดังนี้

1. เป็นคำถามที่ไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไป ชัดเจน มีความหมายที่แน่นอน เหมาะสมกับวัยของเด็ก ไม่เป็นคำถามซ้อนคำหรือคำถามเชิงปฏิเสธ

2. คำถามที่ดีควรมีการวางแผนล่วงหน้า คำถามที่สำคัญ (Key Quest) ควรจะเขียนในบันทึกการสอนประจำวัน

3. ในการถามคำถาม ควรถามให้ทั่วทั้งชั้น ให้นิยามนักเรียนคิดก่อนตอบ หลีกเลี่ยงการตอบพร้อมกันทั้งชั้น

4. คำถามควรเป็นคำถามที่เกี่ยวกับความจริงและถามให้คิด ในจำนวนที่พอๆ กัน

5. พยายามค้นหาคำตอบที่ถูกในทุกๆคำตอบของนักเรียน เมื่อเด็กตอบถูกควรให้คำชม ถ้านักเรียนตอบผิดควรพยายามใช้คำถามที่ง่ายๆเพื่อให้นักเรียนตอบถูก เป็นการสร้างกำลังใจ

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว พอสรุปได้ว่า ลักษณะของคำถามที่ดีควรมี ดังนี้

1. เป็นคำถามที่มีความชัดเจน ตรงไปตรงมา ไม่ยากหรือไม่ยากเกินไป กระชับรัด ไม่ถามหลายประเด็น

2. เป็นคำถามที่ส่งเสริมการคิดของนักเรียน มุ่งถามถึงเหตุผลมากกว่าความรู้ความจำ เพื่อพัฒนาระดับความคิดของนักเรียน

3. เป็นคำถามที่เหมาะสมกับความรู้ของนักเรียน สามารถปรับให้เหมาะสมกับนักเรียนในแต่ละระดับได้ คำถามที่ง่ายเกินไปไม่ส่งเสริมการคิดของนักเรียน ส่วนคำถามที่ยากเกินไป นักเรียนหาคำตอบไม่ได้จะทำให้เกิดการท้อถอยหรือเบื่อหน่ายต่อการเรียน

4. เป็นคำถามที่น่าสนใจ กระตุ้นการคิดของนักเรียน

3.2.2 ลักษณะคำถามที่ควรหลีกเลี่ยง

สติเฟลมแมน (สุจิตรา โอสทอภีรักษ์.2538 : 37-39; อ้างอิงจาก Stepelman.1965 : 26-29)

ได้กล่าวถึงลักษณะที่ควรหลีกเลี่ยงในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่าคำถามที่ควรหลีกเลี่ยงมีลักษณะ ดังนี้

1. คำถามซ้อนคำถาม (Overlaid Questions) หมายถึง ในหนึ่งประโยคจะมีคำถามอยู่สองคำถามโดยที่คำถามที่สองใช้เพื่อขยายความจากคำถามแรก ตัวอย่างเช่น
 - ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่เท่ากันทุกประการ และมีมุมร่วมกัน
 - ข. ควรใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหานี้ และทำอย่างไรจึงจะหาผลลัพธ์ได้เร็วที่สุด
2. คำถามที่มีหลายประเด็น (Multiple Questions) มีลักษณะคล้ายคำถามซ้อนคำถาม แต่คำถามที่สองไม่ใช่คำถามที่ขยายจากคำถามแรก แต่ถามคนละประเด็นกับคำถามแรก ตัวอย่างเช่น รูปสามเหลี่ยมรูปใดที่เราจะพิสูจน์ว่าเท่ากันทุกประการ และจะทำอย่างไรจึงจะพิสูจน์ได้ว่าเส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD
3. คำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Factual Questions) ควรหลีกเลี่ยงเนื่องจากเป็นคำถามที่ไม่ได้ส่งเสริมความคิดของนักเรียน ตัวอย่างเช่น “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” กล่าวว่อย่างไร
4. คำถามที่ไม่ชัดเจน (Elliptical Questions) เป็นคำถามกว้างๆ ที่ครูไม่เจาะจงว่าคำตอบเป็นเช่นไร เช่น
 - ก. มุมสองมุมนี้เป็นอย่างไร
 - ข. เส้นขนานคู่นี้เป็นอย่างไร
5. คำถามให้ตอบรับ หรือ ปฏิเสธ (Yes-No or Guessing Questions) ตัวอย่างเช่น
 - ก. เส้นตรง AB ตั้งฉากกับเส้นตรง CD หรือไม่
 - ข. รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วถูกไหม
6. คำถามที่มีคำตอบได้หลายอย่าง (Ambiguous Questions) ตัวอย่างเช่น
 - ก. “กฎของ sine” ต่างจาก “กฎของ cosine” อย่างไร
 - ข. อะไรคือความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของวงกลมกับเส้นรอบรูปวงกลม
7. คำถามที่ให้นักเรียนตอบเป็นหมู่คณะ (Chorus Response Questions) ตัวอย่างเช่น รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมอะไร ตอบพร้อมกันดี
8. คำถามที่ไม่ได้เตรียมตัวมาล่วงหน้า (Whiplash Questions) เป็นคำถามที่ครูนึกขึ้นได้จึงถามทันที ซึ่งครูมักจะใช้ภาษาในการถามไม่ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น
 - ก. ความชันของเส้นตรงเส้นนี้ มันคืออะไร
 - ข. เส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD จากกฎข้อใด

9 คำถามชี้นำ (Leading Questions) เป็นคำถามที่มีคำตอบอยู่แล้วครูใช้คำถามนี้เพียงเพื่อให้นักเรียนยืนยันคำตอบเท่านั้น ตัวอย่างเช่น

ก. รูปสามเหลี่ยม ABC ไม่ใช่สามเหลี่ยมด้านเท่าถูกไหม

ข. 7 เป็นตัวประกอบของ 35 ใช่หรือไม่

10. คำถามที่ยึดครูเป็นศูนย์กลาง (Teacher – Centered Questions) ตัวอย่างเช่น

ก. บอกครูว่าคุณค่าตอบของสมการ $3x - 5 = 2$ คืออะไร

ข. ในการแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ ครูควรทำอย่างไร

3.3 ประเภทของคำถามในวิชาคณิตศาสตร์

ชมਾਲส์ (Schmalz.1973 : 619-629) ได้แบ่งคำถามเป็น 5 ประเภท โดยที่คำถามสามประเภทแรกเป็นคำถามที่ไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และคำถามสองประเภทหลังเป็นคำถามที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ตามลำดับซึ่งสรุปได้ ดังนี้

1. คำถามเน้นความ (Rhetorical Questions) หมายถึง คำถามที่ครูใช้โดยไม่ได้คาดหวังให้นักเรียนตอบ หรือคำถามที่ครูตอบคำถามของตนเองโดยไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนตอบ ได้แก่

1.1 คำถามที่ลงท้ายด้วยคำว่า “ถูกต้องหรือไม่” หรือ “จริงหรือไม่” ตัวอย่างเช่น จำนวนเหล่านี้เป็นจำนวนคู่ใช่หรือไม่

1.2 คำถามที่ครูตอบคำถามตัวเอง หรือคำถามที่ครูถามต่อทันทีโดยไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบคำถาม ตัวอย่างเช่น เราจะหาค่าของสัมประสิทธิ์ได้อย่างไร มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขในอันดับกับสัมประสิทธิ์หรือไม่

1.3 คำถามที่รวมคำตอบอยู่ในประโยคคำถามนั้นแล้ว ซึ่งครูไม่ได้คาดหวังให้นักเรียนตอบ นอกจากแสดงความเห็นด้วยกับที่ครูพูด ตัวอย่างเช่น $2+3$ มากกว่า 4 ดังนั้น 2 จึงเป็นคำตอบของสมการ $x + 3 > 4$ ใช่หรือไม่

1.4 คำถามที่ครูถามซ้ำๆ โดยไม่มีนักเรียนคนใดตอบได้ ตัวอย่างเช่น

ครู : พจน์ที่ 21 ของอันดับนี้คืออะไร

นักเรียน : (เงียบ)

ครู : พูดอีกทีสิ พจน์ที่ 21 คืออะไร

2. คำถามให้แสดงความคิดเห็น (Opinion Questions) หมายถึง คำถามที่ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่

2.1 คำถามที่ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ตัวอย่างเช่น นักเรียนชอบวิชาคณิตศาสตร์ไหม

2.2 คำถามที่ให้นักเรียนคาดเดาคำตอบได้อย่างเสรี ตัวอย่างเช่น นักเรียนคิดว่าในกล่องนี้มีลูกแก้วกี่ลูก

3. คำถามเกี่ยวกับการดำเนินการในชั้นเรียน (Procedural Questions) ได้แก่

3.1 คำถามเกี่ยวกับการปฏิบัติต่างๆ ตัวอย่างเช่น ใครจะอาสาอ่านโจทย์ข้อต่อไป

3.2 คำถามที่ให้นักเรียนอ่านข้อมูลจากแหล่งต่างๆ ตัวอย่างเช่น คู่มือยืมบนกระดาน
ซี.... ด้าน AB ยาวเท่าไร

3.3 คำถามที่ให้นักเรียนเลือกจำนวนจากเซตที่กำหนดให้ ตัวอย่างเช่น เลข 1 ถึง 10
เธอชอบเลขอะไร

4. คำถามระดับต่ำ (Lower Questions) หมายถึง คำถามที่ให้นักเรียนระลึกข้อเท็จจริง
คำถามที่ให้แสดงวิธีคำนวณอย่างง่าย หรือให้แก่ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างที่เคยพบมาแล้ว ได้แก่

4.1 คำถามที่ให้ระลึกถึงข้อเท็จจริงหรือนิยาม ตัวอย่างเช่น

ก. “อินเวอร์สการบวก” หมายความว่าอย่างไร

ข. “ $6 \times 6 \times 6$ ” มีชื่อเรียกอีกอย่างว่าอย่างไร

4.2 คำถามที่ให้ระลึกถึงวิธีการในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น

ก. เราจะหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้ได้อย่างไร

ข. วิธีใดที่ใช้ตรวจสอบว่า 498,276 สามารถหารด้วย 3 ได้ลงตัว

4.3 คำถามที่ให้ระลึกถึงกฎเกณฑ์ ทฤษฎี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น

ก. เลข 4 แต่ละตัวของ 4,347 มีค่าเท่าไร

ข. ถ้า a น้อยกว่า b แล้ว ความสัมพันธ์ระหว่าง $1/a$ กับ $1/b$ จะเป็นเท่าใด

4.4 คำถามที่ให้นักเรียนดัดแปลงคำตอบ ตัวอย่างเช่น

ก. ถ้าเราเรียกจำนวนนี้ว่า จำนวนเต็มบวกแล้ว เราสามารถเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าอะไร

ข. ถ้าเราเรียก $a(b+c) = ab+bc$ ว่า “กฎการแจกแจงทางซ้าย” แล้วเราจะ
เรียก $(b+c)a = ba+ca$ ว่าอย่างไร

4.5 คำถามที่ให้นักเรียนตัดสินใจว่าคำตอบที่ได้ถูกหรือผิด ตัวอย่างเช่น

นักเรียน : รากที่สองของ 289 ควรลงท้ายด้วยเลข 3 เพราะ 3 คูณ 3 ได้ 9

ครู : เธอคิดว่าถูกต้องแล้วหรือ

4.6 คำถามที่ใช้ในการแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน ตัวอย่างเช่น

ครู : 7^2 มีค่าเท่าไร

นักเรียน : 14 ครับ

ครู : 7^2 มีค่าเท่ากับ 7 คูณ 2 หรือไม่

นักเรียน : ไม่ครับ 7^2 เท่ากับ 49

4.7 คำถามที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างที่เคยพบแล้ว ตัวอย่างเช่น

ก. ค่าสัมบูรณ์ของ $4 + 31$ มีค่าเท่าใด

ข. เซตคำตอบของ $3x - 2 = 7$ คือ อะไร

4.8 คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์จากข้อมูลที่กำหนดให้ ตัวอย่างเช่น

ถ้าให้ $a = 3b - 1$ แล้วข้อมูลต่อไปนี้ถูกหรือไม่

a	5	7	11
b	2	3	5

5. คำถามระดับสูง (Higher-order Questions) หมายถึง คำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบสรุปกฎเกณฑ์อย่างมีเหตุผล คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบรูปแบบใหม่ๆ รวมถึงคำถามที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ได้แก่

5.1 คำถามที่ให้นักเรียนแสดงความหมายของนามธรรมโดยการยกตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม ตัวอย่างเช่น

ก. จงยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่ไม่สามารถถ่ายทอดได้

ข. จงหาฟังก์ชันของ f และ g ที่ทำให้ $f \circ g = g \circ f$ เป็นจริงทุกค่า

5.2 คำถามที่ให้อำนาจการใหม่ๆ ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น กำหนดให้เซตนี้มีสมบัติปิดภายใต้เครื่องหมาย # ถ้า a และ b เป็นสมาชิกของเซต และมี $a \# b$ อยู่ภายในเซต เซตนี้จะมีสมบัติปิดภายใต้การคูณหรือไม่

5.3 คำถามที่ให้นักเรียนอธิบายข้อความโดยใช้ภาษาของตนเอง ตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถเปลี่ยนความหมายในแบบเรียนให้เป็นคำพูดของตนเองได้

5.4 คำถามที่ให้นักเรียนแปลความหมายจากข้อมูลทั่วไปให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือในทางกลับกัน ตัวอย่างเช่น ให้จอห์นมีอายุเป็น x ถ้าเราบอกว่าพี่ชายของจอห์นมีอายุเป็น $x + 5$ นักเรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับอายุพี่ชายจอห์น

5.5 คำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบหรือบอกความแตกต่าง ตัวอย่างเช่น

ก. นักเรียนคิดว่า “สมการเชิงเส้น” กับ “ฟังก์ชันเชิงเส้น” ต่างกันอย่างไรบ้าง

ข. จำนวนใดในเซตต่อไปนี้เป็นตัวประกอบร่วมของของทุกจำนวน

$\{3, 9, 15, 27, 45, 72, 105\}$

5.6 คำถามที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ตัวอย่างเช่น

ก. ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใหญ่ที่สุดที่สามารถบรรจุอยู่ในรูปสี่เหลี่ยมที่กำหนดจะเป็นเท่าไร

ข. นายโคมอาศัยอยู่ในห้องขนาด 9×14 ตารางฟุต พรหมปูพื้นห้องของเขามีขนาด 8×11 ตารางฟุต มีพื้นที่ห้องอยู่เท่าใดที่ไม่ได้ปูพรหม

5.7 คำถามที่ให้นักเรียนพิสูจน์ ตัวอย่างเช่น

ก. จงพิสูจน์ว่า “มุมตรงข้าม” ย่อมมีขนาดเท่ากัน

5.8 คำถามที่ให้นักเรียนพิจารณาว่าประโยคที่ตัดแปลงมาถูกต้องหรือไม่ โดยอาศัยการอ้างเหตุผล ตัวอย่างเช่น บ็อบมีความคิดดังนี้ ทุกครั้งที่แมรีมางานปาร์ตี้ จิมจะมาด้วยเสมอ แต่คืนนี้จิมมีธุระที่ต่างจังหวัด ดังนั้น แมรีไม่มาร่วมงานปาร์ตี้ นักเรียนคิดว่าบ็อบคิดถูกต้องหรือไม่

5.9 คำถามที่ให้นักเรียนค้นหารูปแบบต่างๆ ตัวอย่างเช่น ให้ S_2, S_3, S_5 , และ S_7 อยู่ในขอบเขตที่กำหนด และ S_4, S_6, S_8, S_9 และ S_{10} ไม่อยู่ในขอบเขต ถ้า n แทนจำนวนใดๆ นักเรียนคิดว่า S_n อยู่ในขอบเขตหรือไม่

5.10 คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบวิธีการหรือข้อมูลที่นำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา ตัวอย่างเช่น

ก. ในการหาจำนวนสับเซตของเซตที่มีจำนวนสมาชิกอยู่ 40 ตัว เราจะต้องทราบอะไรจึงจะหาคำตอบนี้ได้

ข. เขาต้องการทราบว่า ในการพาลูกบอลเคลื่อนที่จากจุด A ไปจุด B ลูกบอลเคลื่อนที่ไปในทิศทางใด นักเรียนมีวิธีทดสอบอย่างไร

5.11 คำถามที่ให้นักเรียนคิดแบบกว้าง ตัวอย่างเช่น

ก. จากอสมการ $a + 6 > 15$ นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่สัมพันธ์กับอสมการนี้ดี

ข. กำหนดให้ $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$ ผลสืบเนื่องจากนิยามนี้มีอะไรบ้าง

จากการจำแนกคำถามออกเป็นประเภทต่างๆ พบว่าระดับของคำถามจะมีระดับจากง่ายไปหายาก เพื่อพัฒนาความเข้าใจและความคิดของผู้เรียน ครูควรเลือกใช้คำถามในทุกระดับให้เหมาะสมกับนักเรียนในขณะนั้น ทั้งในด้านของวัย ระดับความสามารถ และความสนใจ เพื่อพัฒนากระบวนการคิดของผู้เรียนให้เต็มตามศักยภาพ

3.4 เทคนิคการใช้คำถาม

การใช้คำถามในการสอนให้มีประสิทธิภาพนี้ นอกจากครูจะรู้จักลักษณะคำถามที่ดี ผูกตั้งคำถามแล้ว ครูต้องทราบถึงเทคนิคการใช้คำถาม คือต้องทราบว่าควรถามอย่างไร เวลาใดให้เหมาะสมกับสถานการณ์ จึงจะเป็นการส่งเสริมการคิดของนักเรียน ซึ่งมีนักการศึกษาได้แนะนำเทคนิคการใช้คำถาม ดังนี้

กาลลาฮานและคลาร์ก (Callahan and Clark. 1988 : 187-189) ได้แนะนำเทคนิคในการใช้คำถามของครู ดังนี้

1. ถามคำถามก่อนแล้วจึงเรียกชื่อให้นักเรียนตอบ
2. ให้เวลานักเรียนในการคิดคำถาม
3. ถ้าคำตอบของนักเรียนยังไม่ถูกต้องทั้งหมด ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนคนอื่นได้อธิบายคำตอบเพิ่มเติม
4. ให้โอกาสกับนักเรียนทุกคนในการตอบคำถาม ไม่ถามเฉพาะนักเรียนที่ตอบคำถามได้ดี
5. ให้คำชมกับนักเรียนที่ตอบถูก
6. เมื่อนักเรียนตอบผิด ไม่ควรทำให้นักเรียนท้อถอยโดยการดู ครูควรใช้คำถามใหม่ที่ดีคิดว่านักเรียนจะตอบได้ หรือ บอกคำตอบที่ถูกต้องให้บางส่วนเพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการตอบคำถาม
7. ช่วยเหลือนักเรียนที่ไม่ยอมรับคำตอบของเพื่อนที่ถูกต้อง โดยพยายามให้เขาฟังและคิดทบทวนซ้ำอีกครั้ง
8. ประเมินคำถามของตนเองว่ามีความชัดเจน ถามได้เหมาะสมกับระดับของนักเรียน และตรงประเด็นเพียงใด

ลีโอนาร์ดและคนอื่นๆ (กาญจนา เกียรติประวัติ. 2524 : 59 ;อ้างอิงจากLeonard and others. 1972) ได้เสนอเทคนิคการใช้คำถามดังนี้

1. ถามคำถามก่อนแล้วจึงเรียกให้คนใดคนหนึ่งตอบ จะทำให้ผู้เรียนทุกคนเพิ่มความสนใจในคำถามมากขึ้น
2. ถ้าเป็นคำถามที่ต้องใช้ความคิด ควรเว้นระยะให้โอกาสผู้เรียนคิดก่อนตอบแล้วจึงให้การเสริมแรง
3. หลังจากใช้คำถามย่อยๆ แล้ว ควรเรียกให้ผู้เรียนคนใดคนหนึ่งสรุปแนวคิดที่ได้ วิธีนี้จะช่วยรักษาระดับความสนใจในการฟังของนักเรียน
4. ให้นักเรียนมีโอกาสตอบคำถามหลายๆคน เพราะเด็กบางคนอาจตอบบ่อยๆ บางคนอาจไม่ยอมตอบเลย สิ่งที่ต้องคำนึงถึง 3 ประการ คือ ความท้าทายของคำถาม เจตคติในการเรียกตอบของครู และเจตคติในการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน
5. พยายามชักจูงนักเรียนที่เฉยเฉย โดยการเรียนรู้เกี่ยวกับงานอดิเรก ความสนใจ กิจกรรมของเขา
6. ไม่ทำลายความรู้สึกของผู้เรียนที่สมัครใจตอบ และใช้การเสริมแรงผู้ที่มีความพยายาม
7. ไม่เรียกถามเรียงตัว หรือชนิดที่นักเรียนคาดคะเนได้ว่าครูจะถามใครต่อไป

8. พยายามอย่าซ้ำคำถามบ่อยๆ เพราะวิธีนี้ไม่ช่วยพัฒนาความสามารถในการฟังหรือความสนใจของผู้เรียน

9. สอนให้ผู้เรียนหวังที่จะได้รับแนวคิดจากคนอื่นเมื่อตนเองตอบคำถามไปแล้ว เพื่อให้ผู้เรียนรู้จักไตร่ตรองในสิ่งที่เขาได้ยินได้ฟัง

10. ครูฟังคำถามของตนเองอย่างใช้ความคิด เช่นเดียวกับที่สอนผู้เรียนให้ทำด้วย จะทำให้ครูรู้ว่าคำถามชัดเจนเพียงใด เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของนักเรียนเพียงใด และครูถามหลายๆอย่างในเวลาเดียวกันหรือไม่

ชาญชัย อินทรประวัติ (2522 : 83-84) ได้กล่าวถึงเทคนิคในการใช้คำถามต่างๆ ไปได้ว่า

1. ถามคำถามก่อนแล้วจึงระบุตัวให้นักเรียนตอบ เพื่อให้ นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการหาคำตอบ

2. ให้เวลาแก่นักเรียนเพื่อคิดหาคำตอบ เพราะเมื่อถามไปแล้วนักเรียนย่อมต้องการเวลาคิด และในขณะที่นักเรียนคิดอยู่ครูควรเรียบเรียงเพื่อให้ นักเรียนได้คิดจริงๆ

3. พยายามถามนักเรียนให้ทั่วถึง เมื่อครูถามคำถามแล้ว นักเรียนก็มักจะเสนอตัวเองเพื่อจะเป็นผู้ตอบคำถามนั้น บางคนมักจะยกมือตลอดทุกๆ คำถาม ทั้งๆ เขาก็ตอบไม่ค่อยได้ ในขณะที่นักเรียนอีกส่วนหนึ่งไม่ค่อยยกมือตอบทั้งๆ ที่เขารู้ว่าคำตอบคืออะไร ซึ่งเหตุผลที่เขาไม่ยกมือก็อาจจะเพราะความอาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งเขาอาจจะมีเจตคติที่ไม่ดีกับครูก็ได้ ดังนั้นครูต้องพยายามสังเกตและแก้ไข เปิดโอกาสให้นักเรียนตอบคำถามอย่างทั่วถึง

4. พยายามช่วยเหลือนักเรียนที่ไม่เคยเสนอตัวตอบคำถามเลย โดยการศึกษาให้นักเรียนให้ลึกลงไปถึงเรื่องส่วนตัว เช่น งานอดิเรก ปมด้อย และเมื่อนักเรียนตอบคำถาม ครูต้องให้การเสริมแรงที่เหมาะสมกับเขา

5. ถามคำถามในลักษณะที่เป็นกันเอง ไม่จับผิดแผ่งอยู่

6. เมื่อนักเรียนตอบถูก ครูต้องให้การเสริมแรงที่เหมาะสม เช่น การพยักหน้า ยิ้ม หรือพูดชมเชยว่า ดี ดีมาก เก่ง

7. นักเรียนที่พยายามเสนอตัวตอบปัญหาทุกปัญหา จนก่อให้เกิดความไม่เรียบร้อยขึ้นในห้องเรียน ครูควรหาเวลาพูดด้วยนอกห้องเรียน เพื่อค้นหาคำตอบว่าทำไมเขาจึงเรียกร้องความสนใจ(Attention) จากคนอื่นมากมายเช่นนั้น จากนั้นก็พยายามแก้ไขพฤติกรรมของเขา

8. ไม่ควรจะใช้วิธีการถามแบบใดแบบหนึ่งที่มีระบบเฉพาะของมันเอง ซึ่งจะทำให้ นักเรียนคาดคะเนได้ว่า คนต่อไปครูจะถามใคร

9. พยายามหลีกเลี่ยงการพูดคำตอบหรือคำถามซ้ำอีกครั้ง ทั้งนี้เพื่อจะฝึกนิสัยให้นักเรียนฟังอย่างตั้งใจ

10. พยายามฝึกนิสัยการฟังอย่างวิเคราะห์ ประเมินผลให้แก่นักเรียนโดยการเปิดโอกาสให้เขาได้แก้ไขข้อผิดพลาดเล็กๆ น้อยๆ ของคนอื่น

11. เมื่อถามคำถามออกไปแล้ว ปรากฏว่าไม่ได้คำตอบจากนักเรียน ครูต้องทบทวนคำถามของตนเองเสียอีกครั้งหนึ่งว่า การใช้ภาษาดีพอหรือยัง มีลักษณะกำกวมหรือไม่ หรือว่ายากเกินไปสำหรับนักเรียนที่พื้นฐานเพียงแค่นี้ ถ้าทบทวนดูแล้วเป็นเช่นนั้นจริง ครูต้องเปลี่ยนคำถามใหม่ที่ครอบคลุมเนื้อหาสาระเท่าเดิมแต่ต้องระวังอย่าให้ติดนิสัยเปลี่ยนคำพูดทุกครั้งที่ถามคำถามเดิมใหม่อีกครั้ง ดังนั้นจึงต้องแน่ใจจริงๆ ว่าคำถามแรกนั้นใช้ไม่ได้จริงๆ

รุ่งทิวา จักรกร (ม.ป.ป. :163-164) ได้อธิบายถึงเทคนิคการใช้คำถาม ดังนี้

1. ถามด้วยความมั่นใจ คำถามที่ต้องใช้ความคิดอาจยากเกินกว่าที่จะคิดได้ทันทีทันใด ขณะที่สอน ด้วยเหตุนี้ ถ้าไม่เตรียมไว้จะขาดความมั่นใจในการถาม ทำให้คำถามไม่ชัดเจนวกไปวนมา บางครั้งทำให้นักเรียนไม่อาจหาคำตอบได้

2. ความกลมกลืนในการถาม บางครั้งเวลาใช้อุปกรณ์การสอนหรือสาธิตการสอนครูก็ตั้งหน้าตั้งตาทำภารกิจนั้นๆ จนเสร็จ โดยไม่มีการถามเลย การทำเช่นนั้นผลแห่งการเรียนรู้จะไม่ดีเท่ากับการใช้คำถามได้สลับกลมกลืนไปกับกิจกรรมการสอน เพราะจะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและความเข้าใจชัดเจน

3. คำถามให้เป็นภาษาพูดง่ายๆ การใช้คำถามเป็นการเป็นงานเกินไปอาจทำให้ผู้เรียนเห็นเป็นเรื่องยาก เช่นการใช้คำถามที่มีความหมายสูงเกินกว่าระดับความรู้ของผู้เรียน หรือใช้คำถามเป็นภาษาเขียน

4. เว้นระยะให้คิด หลังจากการถามแล้วควรทอดเวลาเล็กน้อยเพื่อให้เด็กทุกคนได้คิดคำตอบ มิฉะนั้นแล้วจะกลายเป็นว่าเด็กที่ถูกเรียกให้ตอบเป็นผู้คิด ทำให้บรรยากาศการเรียนการสอนไม่ดีเท่าที่ควร

5. ให้นักเรียนมีโอกาสดตอบหลายคน บางครั้งครูมักจะถามแต่นักเรียนที่คล่องแคล่วหรือตอบถูกบ่อยๆ การทำเช่นนี้จะทำให้นักเรียนคนอื่นลดความสนใจในคำถามของครูไปทุกที

6. การเลือกถาม ครูควรรู้เทคนิคบางอย่างเกี่ยวกับการถามนักเรียน ดังนี้

6.1 ถามคนที่สมัครใจจะตอบพอๆ กับคนที่ไม่สมัครใจตอบ

6.2 ไม่ควรเรียกนักเรียนที่ความบกพร่องส่วนตัวบางอย่าง เช่น การพูดติดอ่าง พูดไม่ชัด ครูอาจชักถามเป็นส่วนตัวดีกว่าจะเรียกให้ตอบในชั้นเรียน

6.3 พยายามหลีกเลี่ยงการตอบพร้อมกันทั้งชั้น แต่ให้ตอบเป็นรายบุคคลและกระจายคำถามให้ทั่วถึง

7. ใช้คำถามหลายประเภทในการสอนแต่ละครั้ง

8. ใช้คำถามรูก บางคำตอบของนักเรียนที่ไม่ชัดเจน ถ้าครูรู้จักป้อนคำถามต่อเนื่องไปอีก จนสามารถสร้างความรู้และขยายความคิดของนักเรียนมากยิ่งขึ้น

จากเทคนิคการใช้คำถามที่กล่าวมา พบว่ามีวิธีการที่หลากหลายที่จะปรับปรุงการใช้คำถามให้มีประสิทธิภาพเพื่อช่วยพัฒนาการเรียนการสอนได้ ครูจำเป็นต้องปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสมกับสภาพของห้องเรียนในขณะนั้นๆ เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน ตลอดจนเนื้อหา เพื่อให้ผลดียิ่งขึ้น ครูต้องพัฒนาการใช้คำถามของตนเองอยู่เสมอ ผักการใช้คำถามให้หลากหลายประเภท เพื่อให้เกิดประโยชน์กับการเรียนการสอนต่อไป

3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้คำถาม

งานวิจัยต่างประเทศ

แมควินนี (Mcwhinnie. 1992 : 53-06A) ได้ศึกษาความรู้ด้านคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของนักเรียนเกรด 5 และประเภทของคำถามที่นักเรียนใช้กับเพื่อนในกลุ่มเรียนแบบร่วมมือ โดยศึกษาวิธีการถามเพื่อนของนักเรียนในกลุ่มและพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนในด้านเพศ และปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพื่อนกับเพื่อน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 5 จำนวน 47 คน ในเมืองนิวยอร์กที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ โดยในแต่ละกลุ่มจะมีนักเรียน 3 คน ที่มีระดับความรู้พื้นฐานต่ำ ปานกลาง และสูง ในแต่ละกลุ่มจะช่วยกันในการแก้ปัญหาเศษส่วน ผู้วิจัยจะบันทึกผลการใช้คำถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มและใช้แบบทดสอบ 3 ตัวเลือกเพื่อประเมินความรู้ ความสัมพันธ์ และการดำเนินการของเศษส่วน ผลการศึกษาพบว่า คำถามที่นักเรียนใช้ถามเพื่อนขึ้นอยู่กับงานที่ได้รับมอบหมาย นักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานสูงจะใช้คำถามในระดับสูงมากกว่านักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานปานกลาง ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ในด้านเพศมีผลต่อประเภทของคำถามที่นักเรียนใช้ในการถามเพื่อนคนอื่นๆ

ฮาร์เรล (Harrell. 1993 : 54-04A) ได้ศึกษาการสอนโดยใช้ทักษะการถามด้วยตนเองในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 4 ห้องเรียน ครูผู้สอน 2 คน กลุ่มทดลองที่ 1 สอนโดย 6 สัปดาห์แรก ผักให้นักเรียนใช้ทักษะการถามด้วยตนเอง กลุ่มทดลองที่ 2 ใช้วิธีการสอนโดยการบรรยาย อภิปรายในชั้นเรียนและทำงานเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อสิ้นสุดการเรียน ทดสอบหลังเรียน ทดสอบกลางภาคเรียน ด้วยแบบทดสอบเดียวกันทั้งสองกลุ่ม กลุ่มทดลองที่ 1 หลังจากการผักการใช้คำถามด้วยตนเองแล้วให้เรียนด้วยวิธีการเช่นเดียวกับกลุ่มทดลองที่ 2 คือใช้วิธีการสอนโดยการบรรยาย อภิปรายในชั้นเรียนและทำงานกลุ่ม เมื่อสิ้นสุดภาคเรียนใช้แบบทดสอบติดตามผล และทดสอบปลายภาคเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการผักการใช้ทักษะการถามด้วยตนเองมีคะแนนทดสอบสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการผัก

อิททิกสัน (Ittigson. 2000: 61-06A) ได้ศึกษาการสังเคราะห์รูปแบบของคำถามที่ใช้ในการพัฒนาความคิดทางพีชคณิตในนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อ

ตรวจสอบการใช้คำถามในการสร้างความคิดทางพีชคณิตของครู โดยจัดหมวดหมู่ของคำถามตามทฤษฎีของบลูมและไฮเบอร์ทได้ 7 ลักษณะ ดังนี้ ขั้นการรวบรวม (Focusing) ,ขั้นการระลึกได้ (Recalling) , ขั้นความเข้าใจ (Conceptualizing) , ขั้นการสร้างประโยค (Constructing) , ขั้นตีความหมาย (Interpreting), ขั้นปรับปรุงหรือเสริมให้แกร่ง (Consolidating) , และขั้นสะท้อนความคิดเห็น (Reflecting) กลุ่มตัวอย่างเป็นครูจำนวน 9 คน ที่ร่วมโครงการ Linked Learning Mathematics Project ซึ่งครูเหล่านี้ได้พัฒนาโปรแกรมการเรียนที่ส่งเสริมความคิดทางพีชคณิต ในขณะที่แก้ปัญหา โดยครูให้นักเรียนแก้ปัญหาที่มีลักษณะร่วมกัน 3 ประการ ตลอดทั้งปี พบว่าคำถามที่ครูใช้มีลักษณะที่หลากหลาย แต่คำถามที่ครูใช้มากที่สุดคือ คำถามขั้นความเข้าใจ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความเข้าใจในเรื่องเงื่อนไขและกระบวนการภายใต้การแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ต้องสร้างให้เกิดขึ้นกับนักเรียนในทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

งานวิจัยในประเทศ

คณิงศักดิ์ คำแถม (2518 : 56-58) ได้ศึกษาพฤติกรรมการสอนด้านการถามตอบและด้านทักษะทั่วไปวิชาคณิตศาสตร์ โดยเปรียบเทียบพฤติกรรมการสอนด้านการถามตอบ และด้านทักษะทั่วไปของอาจารย์คณิตศาสตร์ที่สอนในระดับมหาวิทยาลัย มัธยมศึกษา และระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นอาจารย์คณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า

1. อาจารย์คณิตศาสตร์ที่สอนต่างระดับกันมีพฤติกรรมการสอนด้านการถามตอบไม่แตกต่างกัน แต่มีพฤติกรรมด้านทักษะทั่วไปแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. อาจารย์คณิตศาสตร์ใช้การถามด้านความรู้ความจำมากที่สุด และใช้การถามด้านความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า ในลำดับรองลงมาตามลำดับ
3. อาจารย์คณิตศาสตร์ใช้ทักษะการถามทางด้านเนื้อหาวิชามากที่สุด และใช้ทักษะด้านวิธีการรองลงมา ทักษะที่ใช้บ่อยที่สุด คือ ทักษะด้านการจูงใจ

ฉลอง รุ่งเรือง (2538 : 123-128) ได้ทำการศึกษาการวิเคราะห์การใช้คำถามของครูและพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียนในการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีในโรงเรียน โครงการขยายโอกาสทางการศึกษาพื้นฐาน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ ผลการศึกษาพบว่า การใช้คำถามของครูวิทยาศาสตร์ส่วนใหญ่เป็นคำถามระดับความรู้ความจำและคำถามแคบ ครูที่มีประสบการณ์สอนวิทยาศาสตร์ต่ำกว่า 1-2 ปี ใช้คำถามแคบมากกว่าครูที่มีประสบการณ์สอนวิทยาศาสตร์ 3-5 ปี และนักเรียนมีพฤติกรรมการตอบคำถามครูอยู่ในเกณฑ์ต่ำ

สุจิตรา โอสตอภิกษ์ (2538 :87-91) ได้ทำการศึกษา การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แบบสังเกตการใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นใช้คำถามระดับต่ำ คิดเป็นร้อยละ 99.41 และใช้คำถามระดับสูงร้อยละ 0.59 และเมื่อจำแนกประเภทของระดับคำถามพบว่า ใช้คำถามที่ให้นักเรียนระลึกถึงข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม และสูตร มากที่สุด และครูคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นใช้คำถามที่มีลักษณะการใช้คำถามที่ดี คิดเป็นร้อยละ 25.90 และใช้คำถามที่มีลักษณะการใช้คำถามที่ควรหลีกเลี่ยงร้อยละ 74.10 และเมื่อจำแนกลักษณะของคำถามที่ควรหลีกเลี่ยง พบว่า ใช้คำถามที่ให้นักเรียนตอบคำถามเป็นหมู่คณะมากที่สุด

จากการศึกษางานวิจัย พบว่าการใช้คำถามของครูในระดับต่างๆที่แตกต่างกันช่วยพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน คำถามที่ครูใช้ถามนักเรียนมากจะเป็นคำถามในระดับความรู้ความจำ

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรม

4.1 ความหมายของชุดกิจกรรม

ชุดการสอน หรือ ชุดการเรียนรู้ มีชื่อเรียกต่างกันหลายชื่อ เช่น Instructional Package ,Individualized learning Package , Learning Package, บางคนเรียก Package หรือเรียก Pack ใดๆ (ชาญชัย อินทรสุณานนท์. 2538 : 39) เดิมทีเดียวใช้คำว่า ชุดการสอน เพราะเป็นสื่อที่ครูนำมาใช้สอน แต่ต่อมาแนวความคิดในการยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนได้เข้ามามีอิทธิพลมากขึ้น การเรียนรู้ที่ดีควรให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เอง จึงมีผู้นิยมเรียกชุดการสอนเป็นชุดการเรียนรู้มากขึ้น (บุญเกื้อ คอวหาเวช. 2542:91) ต่อไปนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า

“ชุดกิจกรรม” เพื่อแสดงให้เห็นถึงกิจกรรมของครูและผู้เรียนแทนชุดการสอนหรือชุดการเรียนรู้

มีผู้ให้ความหมายของ ชุดกิจกรรม ไว้ดังนี้

ควอน (Duane.1973 :169) ได้ให้ความหมายชุดกิจกรรมไว้ว่า ชุดกิจกรรม คือ ชุดของเนื้อหาทางการเรียนรู้ที่เหมาะสม ที่ได้รวบรวมไว้เพื่อให้ผู้เรียนเกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเป้าหมาย

ราวน์ทรี (Rowntree.1981: 206) ได้ให้ความหมายชุดกิจกรรมไว้ว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง ชุดของสื่อประสม (Multi Media) ที่รวบรวมเนื้อหาไว้เป็นหัวข้ออย่างชัดเจน สำหรับการเรียนเป็นรายบุคคลหรือการเรียนเป็นกลุ่ม พร้อมทั้งมีคำแนะนำในการเรียนให้กับผู้เรียนด้วย ตัวอย่างของชุดกิจกรรม เช่น บทเรียนโมดูล

คาลลาฮานและคลาร์ก (Callahan and Clark. 1988 : 83) ได้กล่าวว่า ชุดกิจกรรม เป็นสื่อที่ใช้ศึกษาอย่างเป็นอิสระ หรือศึกษาเป็นรายบุคคล ซึ่งประกอบด้วย ข้ออ้างอิง แบบฝึกหัด

ปัญหา เนื้อหาที่สมบูรณ์ในตัว และข้อแนะนำอื่น ๆ นักเรียนต้องเรียนรู้ในแต่ละหน่วยด้วยตนเองในเวลาเดียวกัน นักเรียนแต่ละคนสามารถเรียนรู้จากชุดกิจกรรมด้วยตนเองและเรียนรู้ชุดกิจกรรมที่แตกต่างกัน นักเรียนคนใดเรียนรู้ในชุดกิจกรรมหนึ่งแล้วสามารถเปลี่ยนชุดกิจกรรมใหม่ได้โดยไม่ต้องรอเพื่อนคนอื่น ๆ เพื่อเป็นการเตรียมกิจกรรมสำหรับการเรียนรู้ที่ต่อเนื่อง ควรจะมีบทเรียนเสริมอื่นๆ

กาญจนา เกียรติประวัติ (ม.ป.ป. : 60) ให้ความหมายของชุดกิจกรรมไว้ว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง ระบบการผลิตและการนำเสนอการเรียนต่างๆ ที่สัมพันธ์กับเนื้อหา มาส่งเสริมให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ตามจุดประสงค์อย่างมีประสิทธิภาพ

รุ่งทิวา จักรกร (ม.ป.ป. : 85) กล่าวว่า ชุดกิจกรรม เป็นนวัตกรรมการใช้สื่อการสอนแบบประสม (Multi Media) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาเพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

ประหยัด จิระวรพงศ์ (2527 : 263) ให้ความหมายชุดกิจกรรมว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง ชุดประสบการณ์ที่มีความสมบูรณ์อันมีระบบของสื่อประสมเป็นหลักในการช่วยให้เกิดพฤติกรรมการเรียนรู้ตามประสงค์

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 95) ให้ความหมายชุดกิจกรรมว่า ชุดกิจกรรม คือ สื่อการเรียนการสอนหลายอย่างประกอบกัน จัดเข้ากันไว้เป็นชุด (Package) เรียกว่า สื่อประสม (Multi Media) เพื่อมุ่งให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

ชาญชัย อินทรสุณานนท์ (2538 : 39) ได้อธิบายว่า ชุดกิจกรรม เป็นสื่อประสม (Multi Media) ซึ่งรวมกันเป็นวัสดุ อุปกรณ์ที่ประกอบกันเข้า และใช้กระบวนการกลุ่มเข้าช่วยในการดำเนินกิจกรรม เพื่อส่งเสริมให้การเรียนรู้มีชีวิตชีวา และฝึกฝนพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนให้มากที่สุด

วิชัย ดิสสระ (2539 : 154) ได้กล่าวว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง การจัดเรื่องลำดับขั้นตอนของเนื้อหาให้เป็นระบบและรัดกุม ซึ่งมีคุณลักษณะที่ตอบสนองความต้องการของผู้เรียนจนสมบูรณ์ในตนเอง มีจุดประสงค์ของการเรียนการสอนที่เด่นชัด เมื่อให้ผู้เรียนสามารถบรรลุจุดมุ่งหมายทางการเรียนได้ภายในระยะอันสั้น โดยที่กำหนดกิจกรรม เวลา และสื่อการสอนไว้อย่างชัดเจน เป็นกิจกรรมกลุ่มมากกว่ารายบุคคล มุ่งฝึกทักษะและส่งเสริมการร่วมกิจกรรมจากสื่อและยุทธวิธีที่มีหลายรูปแบบโดยมีครูเป็นผู้คอยแนะนำช่วยเหลือ

สุภารัตน์ ไม้พวงดวงศ์ (2543 : 52) ให้ความหมายชุดกิจกรรมว่า ชุดกิจกรรม คือ ชุดการเรียน หรือชุดการสอนนั่นเอง หมายถึง สื่อการสอนที่ครูเป็นผู้สร้าง ประกอบด้วยอุปกรณ์หลายๆชนิดและองค์ประกอบอื่นๆ เพื่อให้ผู้เรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือและนำหลักการทางจิตวิทยามาใช้ประกอบในการเรียน เพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้รับความสำเร็จ

จากการศึกษาความหมายของชุดกิจกรรมพอสรุปได้ว่า ชุดกิจกรรม หมายถึง การใช้สื่อการสอนหลายอย่างที่จัดไว้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนของเนื้อหาพร้อมกันเข้าไว้เป็นชุด โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่แนะนำช่วยเหลือ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และบรรลุตามจุดประสงค์อย่างมีประสิทธิภาพ

4.2 ประเภทของชุดกิจกรรม

การศึกษาว่าชุดกิจกรรมมีกี่ประเภท อะไรบ้าง ซึ่งในแต่ละประเภทจะมีลักษณะการใช้ที่แตกต่างกัน เพื่อเป็นประโยชน์ที่จะใช้ประกอบการตัดสินใจว่าจะสร้างชุดกิจกรรมแบบใดให้เหมาะสมกับการจัดการเรียนการสอนในเรื่องนั้นๆ มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมไว้ดังนี้

คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 250-251) ได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดกิจกรรมสำหรับครู เป็นชุดกิจกรรมสำหรับครูโดยเฉพาะ มีคู่มือครูและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมโดยมีครูเป็นผู้ดูแล

2. ชุดกิจกรรมสำหรับนักเรียน เป็นชุดกิจกรรมสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบกิจกรรมให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดกิจกรรมนี้จะฝึกการเรียนรู้ด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วสามารถเรียนรู้สิ่งต่างๆได้ด้วยตนเอง

3. ชุดกิจกรรมที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และชุดแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดูและ กิจกรรมบางอย่างนักเรียนต้องทำด้วยตัวเอง ชุดกิจกรรมแบบนี้เหมาะสมอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยมีครูเป็นผู้ดูแล

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2521 : 129-130) สมหญิง กลั่นศิริ (2521 : 97-98) และ สันทัต ภิบาลสุข (2522 : 45-45) ได้แบ่งชุดกิจกรรมออกเป็น 3 ประเภท สอดคล้องกันดังนี้

1. ชุดกิจกรรมสำหรับประกอบการบรรยาย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า กิจกรรมสำหรับครูใช้ ซึ่งเป็นชุดกิจกรรมที่กำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนให้ครูใช้ประกอบการบรรยาย เพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้ลดน้อยลงและเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น ชุดกิจกรรมนี้มีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดกิจกรรมสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดกิจกรรมแบบนี้มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการเรียนในรูปศูนย์การเรียนรู้ ชุดกิจกรรมแบบกิจกรรมกลุ่มประกอบด้วย ชุดกิจกรรมย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์

มีสื่อการเรียนหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น สื่อการเรียนอาจจะจัดอยู่ของรายบุคคลหรือผู้เรียนทั้งศูนย์ใช้ร่วมกันก็ได้ ผู้เรียนจากชุดกิจกรรมและกิจกรรมกลุ่มอาจต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มต้นเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้วผู้เรียนสามารถช่วยเหลือกันและกันได้เอง ระหว่างประกอบกิจกรรมการเรียนรู้หากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนรู้แต่ละศูนย์แล้ว นักเรียนอาจสนใจการเรียนรู้เสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ได้อีกจากศูนย์สำรองที่ครูจัดเตรียมไว้ เพื่อไม่เป็นการเสียเวลาที่จะรอคอยผู้อื่น

3. ชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นชุดกิจกรรมที่จัดระบบขั้นตอน เพื่อให้ผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาจบแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลตามความก้าวหน้าและศึกษาชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหาผู้เรียนจะปรึกษากันได้ระหว่างผู้เรียนและผู้สอนพร้อมที่จะให้ความช่วยเหลือทันทีในฐานะผู้ประสานงานหรือผู้ชี้แนะแนวทางในการเรียน ชุดกิจกรรมแบบนี้จัดขึ้นเพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองไปได้จนสุดขีดความสามารถโดยไม่ต้องรอคอยผู้อื่น อันเป็นการถูกต้องและยุติธรรมในการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันนี้ ชุดกิจกรรมแบบนี้บางครั้งเราก็เรียกว่า บทเรียนโมดูล (Instructional Module)

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 118) ได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมไว้ 4 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมประกอบการบรรยาย เป็นชุดกิจกรรมที่มุ่งช่วยขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลงและให้สื่อการสอนทำหน้าที่แทน ชุดกิจกรรมแบบบรรยายที่นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษาที่ยังถือว่า การสอนแบบบรรยายยังมีบทบาทสำคัญในการถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียน

2. ชุดกิจกรรมแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมกลุ่ม เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียนรู้ การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ เป็นต้น

3. ชุดกิจกรรมตามเอกัตภาพหรือชุดกิจกรรมรายบุคคล เป็นชุดกิจกรรมที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ความแตกต่างระหว่างบุคคลอาจเป็นการเรียนในโรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ เพื่อให้ผู้เรียนก้าวไปข้างหน้าตามความสามารถ ความสนใจและความพร้อมของผู้เรียน ชุดกิจกรรมรายบุคคลอาจมาในรูปของหน่วยการสอนย่อย หรือ โมดูล

4. ชุดกิจกรรมทางไกล เป็นชุดกิจกรรมที่ผู้สอนกับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา

จากการแบ่งประเภทของนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน ซึ่งพบว่าการแบ่งประเภทของชุดกิจกรรมตามบทบาทของครูและนักเรียนที่แตกต่างกันออกไป เพื่อที่จะเลือกใช้ชุดกิจกรรมได้ตาม

ความเหมาะสม ในการสร้างชุดกิจกรรมครั้งนี้ผู้วิจัยยึดบทบาทของนักเรียนเป็นผู้ศึกษาเนื้อหาจากชุดกิจกรรมด้วยตนเอง และครูมีบทบาทในการชี้แนะแนวทางและให้การช่วยเหลือเมื่อนักเรียนพบปัญหาหรือข้อสงสัยในขณะที่ทำกิจกรรมนั้น

4.3 องค์ประกอบของชุดกิจกรรม

ชุดกิจกรรมประกอบด้วย สื่อประสมในรูปของวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการตั้งแต่สองอย่างขึ้นไปบูรณาการโดยใช้วิธีการจัดระบบ เพื่อให้ชุดกิจกรรมแต่ละชุดมีประสิทธิภาพและมีความสมบูรณ์เปิดเสรีในตัวเอง ดังนั้นจึงต้องมีการศึกษาถึงองค์ประกอบของชุดกิจกรรมว่ามีองค์ประกอบหลักอะไรบ้าง เพื่อจะได้นำมากำหนดองค์ประกอบของชุดการสอนที่จะสร้างขึ้น ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดกิจกรรมไว้ดังนี้

ควาน (Duane.1973 : 169) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดกิจกรรมไว้ 7 ประการ ดังนี้

1. หลักการและเหตุผล (Rationale)
2. บรรยายเนื้อหา (Content Description)
3. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral Objectives)
4. กิจกรรมให้เลือกเรียน (Alternative Learning Activities)
5. กิจกรรมให้เลือกค้นคว้าหรือกิจกรรมที่ส่งเสริมเจตคติ (Optional Quest or Attitudinal

Activities)

6. เครื่องมือวัดผลก่อนเรียน เครื่องประเมินตนเอง และเครื่องมือประเมินผลหลังการเรียน

(Pre-evaluation, Self- evaluation, Post- evaluation)

7. คำแนะนำของครู (Teachers'Guide)

คาร์ดาเรลลี (สุนทรี หิมารัตน์.2533 : 124 ; อ้างอิงจาก Cardarelli. 1973 : 150) ได้

กำหนดโครงสร้างของชุดการสอนว่าต้องประกอบด้วย

1. หัวข้อ (Topic)
2. หัวข้อย่อย (Subtopic)
3. จุดมุ่งหมาย (Rational)
4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral Objectives)
5. การสอบก่อนเรียน (Pretest)
6. กิจกรรมและการประเมินตนเอง (Activities and Self-evaluation)
7. การทดสอบย่อย (Quiz หรือ Formative Test)
8. การทดสอบขั้นสุดท้าย (Posttest Summative หรือ Evaluation)

สุวัฒน์ มุททเมธา (2523 : 336-337) ได้อธิบายส่วนประกอบของชุดกิจกรรมที่สำคัญ ดังนี้

1. ชัดกิจกรรมแต่ละชุดประกอบด้วย เนื้อเรื่องหรือหัวข้อใหญ่ แล้วจัดแบ่งเรื่องหรือหัวข้อย่อย แต่ละเรื่องมีความคิดรวบยอด ซึ่งเป็นส่วนสำคัญของเรื่องที่ต้องเรียนทั้งหมด

2. กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของเรื่องใหญ่และเรื่องย่อยแต่ละเรื่องให้ชัดเจน เข้าใจตรงกันทั้งผู้สอนและผู้เรียน จุดประสงค์ต้องครอบคลุมสิ่งที่เห็นว่าผู้เรียนควรจะได้รับจากการเรียนอย่างครบถ้วน จึงต้องพิจารณาจุดประสงค์ทั้งในด้านพุทธิพิสัย จิตพิสัย และทักษะพิสัย

3. กิจกรรม อุปกรณ์ และยุทธศาสตร์การเรียนรู้ ผู้จัดทำชุดกิจกรรมจะต้องพิจารณาเลือกวิธีการ กิจกรรม และสื่อการเรียนมาใช้ให้เหมาะสม พิจารณาวิธีการ กิจกรรม และใช้สื่อให้บรรลุจุดประสงค์แต่ละข้อที่เขียนไว้ในข้อ 2 ขั้นนี้เป็นขั้นที่มีความสำคัญมาก ถ้าวิธีการไม่ถูกต้องเหมาะสม ใช้สื่อการเรียนและกิจกรรมไม่เหมาะสมอาจทำให้ผู้เรียนสับสน เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้

4. กิจกรรมเสนอแนะเพิ่มเติม เพื่อให้การเรียนรู้ดีขึ้น ชุดกิจกรรมอาจเสนอแนะกิจกรรมเพิ่มเติม ทั้งนี้เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้ดียิ่งขึ้น นักเรียนบางคนรู้สึกซึ่งกว้างขวาง มีความถนัดในสิ่งที่เรียนต้องการใช้ประโยชน์ของสิ่งที่เรียนยิ่งขึ้น ก็สามารถเลือกทำกิจกรรมเพิ่มเติมได้ หรือนักเรียนบางกลุ่มบางคนทำงานในชุดกิจกรรมนั้นเสร็จแล้วเพื่อรอเวลาทำส่วนอื่น อาจทำกิจกรรมเพื่อเติมไปพลางก่อน

5. การประเมินผล จัดทำแบบประเมินผลทั้งก่อนเรียนชุดกิจกรรมและหลังเรียนชุดกิจกรรมแล้ว การประเมินผลก่อนการสอน เพื่อดูพฤติกรรมเบื้องต้นที่สัมพันธ์ในอันที่จะเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้ชุดกิจกรรมที่กำลังจะเรียน

การประเมินผลหลังการเรียนชุดกิจกรรม เพื่อดูผลสัมฤทธิ์ของการเรียนรู้จากชุดกิจกรรม ว่าบรรลุจุดประสงค์หรือไม่เพียงใด จะปรับปรุงแก้ไขอะไร อย่างไรต่อไป จึงจะทำให้ผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดให้ทั้งหมด

กิดานันท์ มลิทอง (2531: 181) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดกิจกรรมไว้ดังนี้

1. คู่มือสำหรับผู้สอนในการใช้ชุดกิจกรรมและสำหรับผู้เรียนใช้ชุดกิจกรรม
2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการเรียน
3. เนื้อหาสาระของบทเรียน จะจัดอยู่ในรูปของสื่อต่างๆ เช่น สไลด์ เทป ฯลฯ
4. กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมให้ผู้เรียนทำรายงานหรือค้นคว้าต่อจากที่เรียนไปแล้ว

5. การประเมินผล เป็นการทดสอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระบทเรียนนั้น

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 95) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดกิจกรรมที่สำคัญ 4 ด้าน

ดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดการสอน เป็นคู่มือที่ทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดกิจกรรมศึกษาและปฏิบัติตาม เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์อย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วย แผนการสอน สิ่งที่ต้องเตรียมก่อนสอน บทบาทของผู้เรียน และการจัดชั้นเรียน(ในกรณีของชุดกิจกรรมที่มุ่งใช้กับกลุ่มย่อย เช่น ในศูนย์การเรียนรู้)

2. บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

3. แบบทดสอบวัดผลความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากการเรียนรู้ชุดกิจกรรมจบแล้วผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

4. สื่อการเรียนต่าง ๆ เป็นสื่อสำหรับผู้เรียนได้ศึกษา มีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรม หรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์

สุกิจ ศรีพรหม (2541 : 69) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดกิจกรรม ประกอบด้วย 7 องค์ประกอบ ดังนี้

1. เนื้อหาหรือมโนทัศน์ที่ต้องการให้ผู้เรียนศึกษา (Concept Focus) ชุดกิจกรรมชุดหนึ่งควรจะทำให้ผู้เรียนศึกษาเพียงมโนทัศน์หลักเรื่องเดียว

2. วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behaviorally Stated Objective) เป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดที่จะทำให้ชุดกิจกรรมนั้นประสบความสำเร็จหรือล้มเหลว เป็นข้อความที่ระบุพฤติกรรมที่คาดว่าจะเกิดหลังจากการเรียนรู้ ควรระบุอย่างชัดเจนให้ผู้เรียนเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง เพราะวัตถุประสงค์นี้จะเป็แนวทางในการทำกิจกรรมเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์

3. มีกิจกรรมให้เลือกหลากหลาย (Multiple-active Methodology) คือรายละเอียดของกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนปฏิบัติ เช่น ทำงานกลุ่ม ทำการทดลองหรือใช้สื่อการเรียนชนิดต่าง ๆ การที่มีกิจกรรมให้นักเรียนเลือกปฏิบัติหลาย ๆ ทางมาจากความเชื่อที่ว่าไม่มีวิธีใดวิธีหนึ่งที่จะเหมาะสมที่สุดกับนักเรียนทุกคน

4. วัสดุประกอบการเรียน (Diversified Learning Resources) จากกิจกรรมให้เลือกหลายทางนั้นจำเป็นต้องมีวัสดุประกอบการเรียนหลาย ๆ อย่าง เช่น แผนภูมิภาพ หุ่นจำลอง การบันทึกเสียง เป็นต้น วัสดุหรือสื่อการเรียนเป็นแหล่งที่จะช่วยให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์และเกิดการเรียนรู้ในมโนทัศน์ที่กำหนด

5. แบบทดสอบ (Evaluation Instrument) เป็นการประเมินผลดูว่านักเรียนเกิดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนรู้จากการสอนมากน้อยเพียงใด แบบทดสอบนี้จะใช้ใน 3 ลักษณะ

5.1 แบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test)

5.2 แบบทดสอบตนเอง (Self-test)

5.3 แบบทดสอบหลังเรียน (Post-test)

6. กิจกรรมสำรวจหรือกิจกรรมเพิ่มเติม (Breadth and Depth Activities) หลังจากที่นักเรียนทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแล้วอาจทำกิจกรรมเสนอแนะเพิ่มเติมตามความสนใจ

7. คำชี้แจงวิธีใช้ชุดกิจกรรม (Instruction) เนื่องจากชุดกิจกรรมที่ผลิตขึ้นให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง จึงจำเป็นต้องบอกรายละเอียดของวิธีการใช้ชุดกิจกรรมทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจและเรียนได้ด้วยตนเอง

จากการศึกษาองค์ประกอบของประกอบของชุดกิจกรรมที่มีหลากหลายรูปแบบสรุปได้ว่าชุดกิจกรรมนั้นต้องมีองค์ประกอบหลักที่สำคัญ คือ คำชี้แจงในการใช้ชุดกิจกรรม สื่อการสอน กิจกรรม วิธีดำเนินการ และการประเมินผล สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยกำหนดองค์ประกอบของชุดกิจกรรมโดยประยุกต์จากรูปแบบของ คาร์ดาเวลลี ดวน และกิดานันท์ มลิทอง โดยประมวลองค์ประกอบต่างๆ และสรุปเป็นองค์ประกอบของชุดกิจกรรมในการวิจัยครั้งนี้ ได้ดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรม
2. ชื่อชุดกิจกรรม
3. คำชี้แจง
4. จุดประสงค์การเรียนรู้
5. เวลาที่ใช้
6. สื่อ
7. เนื้อหาสาระ
8. กิจกรรม
9. การประเมินผล

4.4 ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรม

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 123) และ สมหญิง กลั่นศิริ (2523 : 61-62) ได้เสนอขั้นตอนการผลิตชุดกิจกรรมที่สอดคล้องกัน 10 ขั้นตอน คือ

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ อาจกำหนดเป็นหมวดวิชาหรือบูรณาการเป็นสหวิทยาการตามที่เห็นสมควร
2. กำหนดหน่วยการสอน แบ่งเป็นเนื้อหาวิชาการออกเป็นหน่วยการสอน โดยประมาณ เนื้อหาวิชาที่จะให้ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์หรือหนึ่งครั้ง
3. กำหนดหัวเรื่อง ผู้สอนจะต้องถามตนเองว่า ในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ประสบการณ์แก่ผู้เรียนอะไรบ้าง แล้วกำหนดออกมาเป็น 4-6 หัวเรื่อง

4. กำหนดมโนทัศน์และหลักการ มโนทัศน์และหลักการที่กำหนดขึ้นต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวคิด สาร และหลักเกณฑ์สำคัญไว้ เพื่อเป็นแนวทางการจัดเนื้อหาการสอนให้สอดคล้องกัน

5. กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับหัวเรื่อง เป็นจุดประสงค์ทั่วไปก่อนแล้วเปลี่ยนเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องมีเงื่อนไข และเกณฑ์การเปลี่ยนพฤติกรรมไว้ทุกครั้ง

6. กำหนดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมซึ่งจะเป็นแนวทางการเลือกและผลิตสื่อการสอน

7. กำหนดแบบประเมินผล จะต้องประเมินให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยใช้แบบสอบถามเชิงคุณภาพ เพื่อให้ผู้สอนทราบว่าหลังจากผ่านกิจกรรมมาเรียบร้อยแล้วนักเรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

8. เลือกและผลิตสื่อการสอน วัสดุ อุปกรณ์ และวิธีการที่ครูใช้ ถือเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้น เมื่อผลิตสื่อการสอนแต่ละหัวเรื่องแล้วก็จัดสื่อการสอนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ก่อนนำไปทดลองหาประสิทธิภาพ เรียกว่า “ชุดกิจกรรม”

9. หาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม เพื่อเป็นการประกันว่าชุดกิจกรรมที่สร้างขึ้นนั้นมีประสิทธิภาพในการสอน ผู้สร้างจำต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้นล่วงหน้า โดยคำนึงถึงหลักการที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้เปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล

10. การใช้ชุดกิจกรรม ชุดกิจกรรมที่ได้ปรับปรุงและมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้แล้วสามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ตามประเภทของชุดกิจกรรมและตามระดับการศึกษา โดยกำหนดขั้นตอนการใช้ดังนี้

10.1 ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อพิจารณาความรู้เดิมของผู้เรียน (ใช้เวลาประมาณ 10-15 นาที)

10.2 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

10.3 ชันประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ (ชั้นสอน) ผู้สอนบรรยายหรือมีการแบ่งกลุ่มประกอบกิจกรรมการเรียนรู้

10.4 ชันสรุปผลการสอน เพื่อสรุปมโนทัศน์และหลักการที่สำคัญ

10.5 ทำแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อดูพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนไป

จากขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรม พอสรุปได้ว่า ควรมีการวางแผนกำหนดเนื้อหาออกเป็นหัวเรื่อง กำหนดจุดมุ่งหมายเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม มีสื่อการสอน กำหนดเวลาในการทำกิจกรรม และมีการประเมินผลในขั้นตอนสุดท้ายเพื่อประเมินพฤติกรรมการเรียนรู้ ควรทำการทดลองใช้ชุดกิจกรรมเพื่อปรับปรุงข้อบกพร่อง ก่อนนำชุดกิจกรรมไปใช้สอนจริง

4.5 การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม

4.5.1 การทดลองหาประสิทธิภาพของชุด

เมื่อผลิตชุดกิจกรรมเป็นต้นฉบับแล้ว ต้องนำชุดกิจกรรมไปทดลองหาประสิทธิภาพตามขั้นตอน ดังนี้ (สุกิจ ศรีพรหม. 2541 : 70-71)

ขั้นที่ 1 ขั้นทดสอบกับนักเรียน 1 คน (One -to -one testing) โดยเลือกนักเรียนที่ยังไม่เคยเรียนเรื่องที่สอนมาก่อนเลย จำนวน 1 คน แล้วให้เรียนจากชุดกิจกรรมจนจบโดยปฏิบัติ ดังนี้

1. ตอบแบบทดสอบก่อนเรียน (Pre-test)
2. เรียนจากชุดกิจกรรมจนจบบทเรียน
3. ทำแบบฝึกหัดในบทเรียนไปพร้อมกันในขณะที่เรียน
4. ตอบแบบทดสอบหลังเรียน (Post-test)

แล้วนำผลที่ได้รับมาพิจารณาปรับปรุงส่วนที่ยังเห็นว่ายังบกพร่อง เช่น เนื้อหา สื่อต่างๆ แบบทดสอบต่างๆ ให้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นทดลองกับกลุ่มเล็ก (Small Group Testing) ใช้กับนักเรียน 10 คน ที่ยังไม่เคยเรียนบทเรียนดังกล่าวมาก่อน ดำเนินการเช่นเดียวกับขั้นที่ 1 ทุกประการ เมื่อเสร็จกระบวนการแล้วนำชุดการสอนมาแก้ไขข้อบกพร่องอีกครั้งหนึ่ง นำผลที่ได้คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 3 ขั้นทดลองภาคสนาม (Field Testing) โดยทดลองใช้กับนักเรียนทั้งชั้นเรียน แล้วนำผลไปหาประสิทธิภาพ ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ หากต่ำกว่าเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 2.5 ยอมรับได้ ถ้าแตกต่างกันมากต้องกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมใหม่ โดยยึดหลักความเป็นจริง

4.5.2 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ

เกณฑ์ประสิทธิภาพ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมที่ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ โดยกำหนดเป็นเปอร์เซ็นต์ผลเฉลี่ยของคะแนนการทำงานและการประกอบกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมดต่อเปอร์เซ็นต์ของการทดสอบหลังเรียนของผู้เรียนนั้นคือ E_1/E_2 หรือประสิทธิภาพของกระบวนการ / ประสิทธิภาพของผลลัพธ์

ประสิทธิภาพของกระบวนการ (E_1) คือ การประเมินพฤติกรรมต่อเนื่อง (Transition Behavior) ของผู้เรียน ได้แก่ การประกอบกิจกรรมกลุ่ม งานที่ได้รับมอบหมายและกิจกรรมอื่นๆ ที่ผู้สอนกำหนดให้ หาได้โดยการเอาคะแนนงานทุกชิ้นของนักเรียนแต่ละคนมารวมกันแล้วหาค่าเฉลี่ยและเทียบส่วนเป็นร้อยละ

ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (E_2) คือ การประเมินพฤติกรรมขั้นสุดท้าย (Terminal Behavior) โดยพิจารณาจากการสอบหลังเรียน หาได้โดยเอาคะแนนของนักเรียนทั้งหมดรวมกัน หาค่าเฉลี่ยแล้วเทียบส่วนเป็นร้อยละ

ระดับประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเป็นระดับที่ผู้สร้างชุดกิจกรรมพอใจว่า หากชุดกิจกรรมมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้วชุดกิจกรรมก็มีคุณค่าน่าพอใจ การกำหนดเกณฑ์ E_1/E_2 มีค่าเท่าใดนั้น โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำจะตั้งไว้ 80/80 , 85/85 , หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะกระบวนการหรือเจตคติตั้งต่ำกว่า เช่น 75/75

การยอมรับประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม มี 3 ระดับคือ (สุกิจ ศรีพรหม. 2541 : 71)

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เกินกว่าร้อยละ 2.5
2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมเท่ากับเกณฑ์หรือสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด แต่ไม่เกินร้อยละ 2.5
3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการสอนต่ำกว่าเกณฑ์แต่ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 2.5 ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การยอมรับประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมไว้ คือ 80/80 โดยแบ่งออกเป็น 2 ระดับคือ

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อชุดกิจกรรมมีประสิทธิภาพตั้งแต่ 82.5/82.5
2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อชุดกิจกรรมมีประสิทธิภาพ 80/80

4.6 คุณค่าของชุดกิจกรรม

เนื่องจากชุดกิจกรรม คือ การนำเอาวัสดุอุปกรณ์และวิธีการเรียนการสอนในรูปแบบของสื่อการเรียนแบบประสมมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และชุดกิจกรรมจะช่วยอำนวยความสะดวกกับครูผู้ใช้และผู้จัดทำชุดการเรียนการสอน นอกจากนี้ ชุดการสอนยังช่วยขจัดปัญหาการศึกษา (วิชัย วงษ์ใหญ่.2521 : 138) เช่น

1. อำนวยความสะดวกในการสอนของครู ทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น
2. ส่งเสริมการศึกษาเป็นรายบุคคลและความสนใจตามเวลาและโอกาสที่เอื้ออำนวยแก่ผู้เรียนซึ่งแตกต่างกัน อันเป็นหลักการจัดการศึกษาที่ถูกต้อง
3. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครู โดยชุดกิจกรรมทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนได้โดยอาศัยความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อย ส่วนใหญ่จะเรียนด้วยตนเองและทำให้ครูคนหนึ่งสามารถสอนนักเรียนได้จำนวนมากขึ้น และมีเวลาช่วยเหลือนักเรียนที่มีปัญหาการเรียนการสอนเป็นรายบุคคลมากขึ้นอีก
4. ช่วยในการจัดการศึกษานอกระบบ เพราะชุดกิจกรรมสามารถนำไปใช้เรียนได้ทุกสถานที่และทุกเวลา

นอกจากนี้ สันทัด ภบาลสุข (2522 : 50) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดกิจกรรมไว้ ดังนี้

1. ช่วยสร้างความสนใจของนักเรียนในสิ่งที่กำลังศึกษาอยู่ เพราะชุดกิจกรรมจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนของตนมากที่สุด
2. ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง และเรียนได้ตามความสามารถ ความสนใจ หรือความต้องการของตนเอง
3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ผูกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และมีความรับผิดชอบต่องานของตนเองและสังคม
4. ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากได้รับความรู้ในแนวเดียวกัน
5. ทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นอิสระจากอารมณ์ของครู ชุดกิจกรรมสามารถทำให้ผู้เรียนเรียนได้ตลอดเวลา ไม่ว่าผู้สอนจะมีสภาพกับข้อจำกัดทางอารมณ์มากน้อยเพียงใด
6. ช่วยให้การเรียนเป็นอิสระจากบุคลิกภาพของครู เนื่องจากชุดกิจกรรมช่วยถ่ายทอดเนื้อหาได้ ดังนั้นครูที่พูดไม่เก่งก็สามารถสอนให้มีประสิทธิภาพได้
7. ช่วยให้ครูวัดผลผู้เรียนได้ตรงตามจุดมุ่งหมาย
8. ช่วยลดภาระและช่วยสร้างความพร้อมและความมั่นใจให้กับครู เพราะชุดกิจกรรมผลิตไว้เป็นหมวดหมู่สามารถนำไปใช้ได้ทันที
9. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครู เพราะชุดกิจกรรมช่วยให้ผู้เรียนเรียนได้ด้วยตนเอง หรือต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อย
10. ช่วยสร้างเสริมการเรียนรู้แบบต่อเนื่องหรือการศึกษานอกระบบ เพราะชุดกิจกรรมสามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ทุกสถานที่และทุกเวลา
11. แก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคล เพราะชุดกิจกรรมสามารถทำให้ผู้เรียนเรียนได้ตามความสามารถ ความถนัด และความสนใจ ตามเวลาและตามโอกาสที่เอื้ออำนวยแก่ผู้เรียนที่แตกต่างกัน
12. เป็นประโยชน์สำหรับการเรียนการสอนแบบศูนย์การเรียนรู้

จากความคิดเห็นและคุณค่าของชุดกิจกรรมที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวมา สรุปได้ว่า ชุดกิจกรรมช่วยให้การเรียนการสอนบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ คือ ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากขึ้นด้วยการประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเองมากกว่าที่ครูจะเป็นฝ่ายบอกหรือยึดเยียดความรู้ให้ ด้านครูผู้สอนจะเป็นผู้ประสานการเรียนการสอน แนะนำและอำนวยความสะดวกให้กับผู้เรียน ชุดกิจกรรมจะทำให้ครูผู้สอนมีความมั่นใจและมีความพร้อมมากขึ้น เนื่องจากครูต้องมีการเตรียมการสร้างชุดกิจกรรมมาอย่างดี และยังช่วยให้ครูผู้สอนมีเวลาในการผลิตสื่อการสอนอื่นๆ และดูแลนักเรียนเป็นรายบุคคลได้มากขึ้น อีกทั้ง

ชุดกิจกรรมช่วยให้ครูผู้สอนมีความสะดวกในการสอน สามารถนำชุดกิจกรรมไปใช้ในการสอนได้ทันที

4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดกิจกรรม

งานวิจัยต่างประเทศ

วิลสัน (Wilson.1987 : 49-01A) ได้ศึกษาการทดสอบวินิจฉัยและการใช้ชุดการสอนในด้านทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ในการเข้าเรียนในสายอาชีพของนักเรียนในเคนดักกี้ ผลการทดลองใช้ชุดการสอนกับนักเรียนใน Harzard State Vocational School พบว่าชุดการสอนในด้านทักษะพื้นฐานในกลุ่มทดลองมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และพบว่าชุดการสอนเพิ่มทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนเข้าเรียนในสายอาชีพได้สำเร็จ

วิลสัน (Wilson.1988 : 50-02A) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการสอนของครูเพื่อแก้ปัญหาการเรียนการสอนในเด็กที่บกพร่องด้านการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาบวก ลบ โดยแบ่งกลุ่มการทดลองออกเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 ใช้ยุทธวิธีการสอนร่วมกับลำดับของปัญหา กลุ่มที่ 2 ใช้ยุทธวิธีการสอนอย่างเดียว และกลุ่มที่ 3 ใช้ลำดับของปัญหาอย่างเดียว เก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้การทดสอบก่อนการทดลอง หลังการทดลอง และทดสอบซ้ำอีกครั้งหลังสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่ 1 กับกลุ่มที่ 2 มีคะแนนทดสอบหลังเรียนไม่แตกต่างกัน แต่ทั้งสองกลุ่มมีคะแนนทดสอบหลังเรียนสูงกว่าอย่างมีนัยสำคัญสถิติกับกลุ่มที่ 3 ส่วนในการทดสอบซ้ำพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่ 1 มีคะแนนสูงกว่า กลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการใช้ชุดการสอนมีผลดีมากกว่าการสอนตามปกติ อันเป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยแก้ปัญหาเด็กที่มีความบกพร่องด้านการเรียนรู้ได้

วิลเลียม (William.1999 : 40-62) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องจำนวนกับการคิดในใจ ด้วยการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดในใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 413 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 183 คน กลุ่มควบคุมจำนวน 230 คน และครูเข้าร่วมในการศึกษาจำนวน 6 คน กลุ่มทดลองใช้ชุดการสอนจำนวน 83 บทเรียน เรื่องจำนวน กลุ่มควบคุมใช้การสอนตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้างนี้ คือ แบบวัดผลสัมฤทธิ์การคิดในใจโดยวัดก่อนเรียนและหลังเรียนทั้งสองกลุ่มและแบบสัมภาษณ์กระบวนการคิดของนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 9 คน โดยสัมภาษณ์ทั้งก่อนและหลังการทดลอง ผลการศึกษาพบว่า ชุดการสอนที่ใช้มีผลทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดในใจแตกต่างกับกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .0001 ผลจากการสัมภาษณ์กลุ่มทดลองพบว่า มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยในกระบวนการคิดในใจของนักเรียนก่อนและหลังการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม

งานวิจัยในประเทศ

วาทีณี ชีระตระกูล (2534 : 79) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่อง เวลา ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดกิจกรรมซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง เวลา ด้วยชุดกิจกรรมซ่อมเสริมกับกลุ่มทดลอง และสอนซ่อมเสริมตามปกติกับกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นันทยา จิตภิรมย์ (2532 : 47-50) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมที่ใช้สอนเรื่อง พหุนาม ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนปกติ ผลการศึกษาพบว่า ประสิทธิภาพทางการเรียน เรื่องพหุนาม ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรารัตน์ ไผ่พงสาวงค์ (2543 : 97-98) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลปรากฏว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุภาพร บุญหนัก (2544 : 73) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีแก้ปัญห เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยวิธีแก้ปัญห เรื่องความเท่ากันทุกประการ มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ทั้งผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล หลังการทดลองสูงกว่าการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คำรณ ศรีน้อย (2544 : 11) ได้ศึกษาการสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอน วิชา ดิจิตอลเทคนิค หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นนักศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ชั้นปีที่ 1 แผนกอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนครเหนือ จำนวน 30 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการสอน วิชาดิจิตอลเทคนิค มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัย พบว่าการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง ตามความสามารถของแต่ละบุคคล และส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น ด้วย ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่แบบสืบสวนสอบสวน ส่งเสริมการใช้ตัวแทน (Representation) เพื่อทำการวิจัยครั้งนี้

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson.1971: 643-696) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ในวิชาคณิตศาสตร์ด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ออกเป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ และการคิดคำนวณ (Computation)

พฤติกรรมระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจริงเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่างๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สะสมมาเป็นเวลานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์นิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการบอกความหมายของคำศัพท์และนิยามต่างๆ ตามที่ได้เรียนมาแล้ว โดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างใด

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry out Algorithms) เป็นความสามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาดำเนินการตามกระบวนการของการคิดคำนวณในแบบที่เคยเรียนมาแล้ว มิได้มุ่งหมายให้ผู้เรียนคิดหากระบวนการคิดคำนวณแบบใหม่ด้วยตนเอง

2. ความเข้าใจ (Comprehension)

เป็นพฤติกรรมในการนำความรู้ที่รู้มาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้ แบ่งได้ 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่เรียนมาตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่เรียนรู้อยู่มาสัมพันธ์กันโดยการนำมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้ง

2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules and Generalization) เป็นความสัมพันธ์ของมโนคติและปัญหา ซึ่งผู้เรียนควรรู้หลังจากที่เรียนเรื่องนั้นจบไปแล้ว คำถามในระดับนี้บางครั้งอาจเป็นการวัดพฤติกรรมในขั้นการวิเคราะห์ก็ได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักและกฎที่ผู้เรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก

2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) เป็นการวัดความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบย่อยของข้อความทางด้านคณิตศาสตร์ตามลักษณะที่มุ่งหวัง ส่วนใหญ่จะเป็นคำถามเกี่ยวกับศัพท์และนิยามในคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความสามารถในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง

(Ability of Transform Problem Element from one Mode to Another) เป็นความสามารถในการเปลี่ยนข้อความให้เป็นสัญลักษณ์หรือสมการ ในขั้นนี้ไม่ได้นำรวมถึงการคิดคำนวณหาคำตอบสมการนั้น

2.5 ความสามารถในการดำเนินตามเหตุผล (Ability of Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต่างจากความสามารถในการอ่านทั่วไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Mathematics Problem) เป็นความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ ความสามารถในการระดับนี้รวมถึงการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ (Application)

เป็นการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง ทฤษฎี ฯลฯ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ ปัญหาที่วัดในระดับนี้ต้องไม่ใช่ปัญหาเดิมที่อยู่ในแบบฝึกหัด หรือเคยทำมาแล้ว พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น ดังนี้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหารoutine (Ability to Solve Routine Problem) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาคู่คล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียน โดยผู้เรียนจะต้องจัดรูปของพฤติกรรมขั้นความเข้าใจและการใช้กระบวนการเพื่อที่จะแก้ปัญหา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปข้อตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาในขั้นนี้อาจจะใช้วิธีการคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการแยกแยะ จำแนกปัญหาออกเป็นส่วนย่อยว่ามีความจำเป็นหรือไม่ในการนำไปใช้แก้ปัญหา

3.4 ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphism and Symmetries) เป็นความสามารถเกี่ยวกับการระลึกถึงข้อมูล แปลงปัญหา การจัดกระทำข้อมูล ระลึกถึงความสัมพันธ์ จะเป็นการถามคำถามให้ผู้เรียนหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้หรือจากปัญหาที่กำหนดให้

4. การวิเคราะห์ (Analysis)

เป็นพฤติกรรมขั้นสูงในการเรียนคณิตศาสตร์ด้านพุทธิพิสัย ผู้เรียนที่ตอบปัญหาขั้นนี้ได้มีความสามารถในระดับสูง จะเป็นการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน แต่อยู่ในขอบเขตเนื้อหาที่เรียน ในการแก้ปัญหานี้ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมา

และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์เพื่อค้นพบวิธีการหรือแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหานั้น พฤติกรรมในขั้นนี้แบ่งเป็น 5 ขั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา (Ability to Solve Nonroutine Problem) เป็นความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปสู่เนื้อหาใหม่ ซึ่งผู้เรียนต้องแยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ สืบหาว่ารู้อะไรบ้างในแต่ละตอน รวมทั้งการเรียนรู้สัญลักษณ์ใหม่เพื่อนำไปสู่คำตอบ

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่หรือนำสัญลักษณ์จากที่สิ่งที่กำหนดให้มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเอง เพื่อนำมาใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ

4.3 ความสามารถในการสร้างการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเองซึ่งไม่เหมือนกับความสามารถในการพิสูจน์ขั้นนำไปใช้ ต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีต่างๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ การพิสูจน์ เป็นการให้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าการเขียนพิสูจน์ เพราะต้องให้เหตุผลว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to Formulate and Validate Generalization) เป็นความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ

จากการศึกษาเรื่องผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่าเป็นเกณฑ์การประเมินหนึ่งที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพการเรียนรู้อย่างกว้างขวาง

5.2 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เพรสคอตต์ (Prescott, 1961:14-16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนี้

1. องค์ประกอบด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโต สุขภาพทางกาย ขอบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนในวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์ แครร์รอล (Carroll.1963 : 723-733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ทางของนักเรียน โดยการนำของครู นักเรียน และหลักสูตรเป็นประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนได้รับ

จากการศึกษาพบว่าม้องค์ประกอบหลายประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน เช่น ตัวนักเรียน สภาพแวดล้อม ครอบครัว และที่สำคัญคือ การสอนของครู

5.3 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

วัชร บวรณสิงห์ (2525 : 435) ได้กล่าวว่า นักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. มีระดับสติปัญญา (I.Q) อยู่ระหว่าง 75 ถึง 90 (ระดับสติปัญญา 90-110 ถือว่ามีสติปัญญาปานกลาง) และคะแนนของผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไคลส์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ต่ำกว่านักเรียนคนอื่นๆ
3. มีความสามารถในการอ่านต่ำ ต่ำกว่าระดับปานกลางของชั้นเรียนที่นักเรียนผู้นั้นเรียนอยู่
4. จำหลักเกณฑ์และมโนมติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านมาแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในด้านการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป
7. มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์น้อย สืบเนื่องจากการสอบตกคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง
8. เจตคติไม่ดีต่อโรงเรียน และโดยเฉพาะต่อเวลาคณิตศาสตร์
9. มีความรู้สึกกดดันและรู้สึกวุ่นต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนและบางครั้งรู้สึกดูถูกตัวเอง
10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง
11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนคนอื่นๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน
12. ขาดทักษะในการฟังและไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงช่วงเวลาสั้น
13. มีข้อบกพร่องด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟัง และมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนโดยทั่วๆ ไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าคนยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

สรุปได้ว่า สิ่งที่มีผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่ การจัดการเรียนการสอน ซึ่งครูเป็นผู้ที่มีหน้าที่โดยตรงที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ของนักเรียน ที่จะทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้และพัฒนาการเรียนรู้ของตนเอง เพื่อให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

6. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้

6.1 ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้

การเรียนรู้ที่เกิดขึ้นนั้น นอกจากความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ แล้ว การจดจำในเรื่องที่เรียนก็เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งที่ช่วยส่งเสริมให้การเรียนรู้เป็นไปอย่างต่อเนื่องและมีประสิทธิผล ในการเรียนคณิตศาสตร์นั้นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับ หลักการ นิยาม ทฤษฎี กฎ วิธีดำเนินการ และสูตรต่างๆ นอกจากผู้เรียนจะเรียนอย่างเข้าใจและฝึกทักษะในการคิดคำนวณแล้ว เพื่อให้เกิดความรวดเร็วต้องอาศัยการท่องจำ หลักการ นิยาม ทฤษฎี กฎ วิธีดำเนินการ และสูตรต่างๆ เพราะถ้านักเรียนไม่รู้จำจะทำให้เกิดความล่าช้าในการเรียน และไม่สามารถเรียนรู้ในเนื้อหาที่ซับซ้อนมากขึ้น ทำให้เสียเวลาในการเรียน ความจำเป็นระดับการเรียนรู้เบื้องต้นที่จะสามารถพัฒนาระดับการเรียนรู้ทางด้านพุทธิพิสัยตามลำดับขั้นการเรียนรู้ของบลูม (สรวงศ์ คุ้มตระกูล. 2541 : 273 ; อ้างอิงจาก Bloom. :1956) ซึ่งเป็นพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ควรส่งเสริมให้เกิดขึ้นในการเรียนรู้ของนักเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ (Learning Retention) ไว้ดังนี้

อดัม (Adam.1967 : 9) ให้ความหมายความคงทนในการเรียนรู้ว่า หมายถึง การคงไว้ซึ่งผลการเรียนหรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียนหรือเคยมีประสบการณ์การรับรู้มาแล้ว หลังจากที่ยังคงไว้ช่วงเวลาหนึ่ง

นอร์แมน (น้อมฤดี จงพยุหะและคนอื่นๆ. 2516 : 98 ; อ้างอิงจาก Norman. n.d.) ได้ให้ความหมายความคงทนไว้ในหนังสือ Psychology ว่า หมายถึง การที่สมองของบุคคลทำการเก็บหรือสะสม (Retention) ประสบการณ์ต่างๆ ไว้ได้ สามารถระลึกได้ (Recall)และถ่ายทอดออกมา (Reproduction) ได้ถูกต้องหรือสามารถทำงานและกิจกรรมได้โดยประหยัดทั้งเวลาและกำลังงาน (Time&Energy)

เดโช สนวนานท์ (2517 :195) ให้ความหมายของความคงทนว่า คือ การที่ร่างกายสามารถที่จะแสดงอาการพฤติกรรมที่เคยเรียนมาแล้วหลังจากที่ได้ทอดทิ้งไปชั่วระยะเวลาหนึ่ง โดยไม่ได้กระทำหรือแสดงอาการอย่างนั้นออกมาอีกเลยในช่วงเวลาที่ทิ้งไปนั้น

สุชา จันทรเอม (2522 :166) ให้ความหมายความคงทนไว้ว่า เป็นสภาพหรือการตอบสนองที่เกิดจากการเรียนรู้มาแล้วออกมาแสดงให้เห็นอีกในปัจจุบัน หรืออธิบายอีกนัยหนึ่ง คือ การที่บุคคลสามารถถ่ายทอดสิ่งที่เรียนรู้และเก็บเหตุการณ์ต่างๆ ที่ได้ประสบมาแล้วออกมาได้อย่างถูกต้อง

จากการศึกษาความหมายของความคงทนในการเรียนรู้ พอสรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง สภาพหรืออาการที่สามารถระลึกได้ต่อประสบการณ์ที่ผ่านมาแล้วแม้ว่าจะทิ้งช่วงระยะเวลาหนึ่งไว้

6.2 ขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้

กาเย่ (Gagne' .1970 : 70-71) อธิบายขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้และการจดจำไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความเข้าใจ (Apprehending Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจ

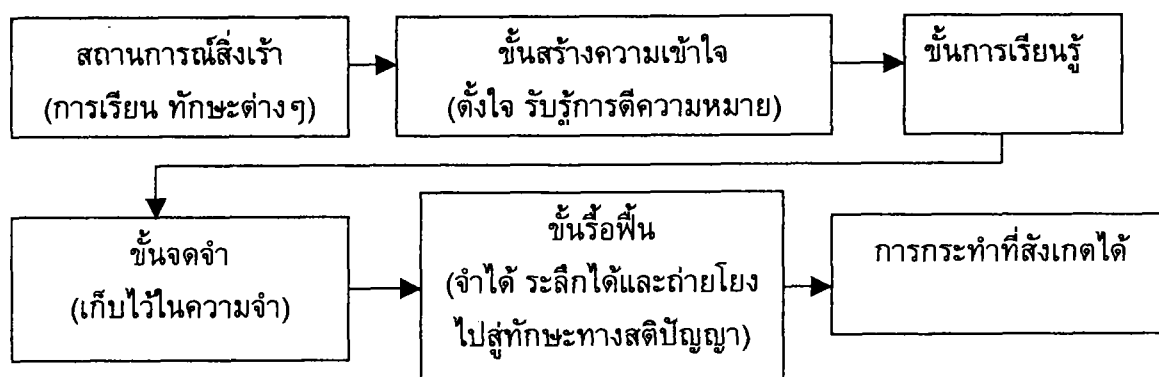
สถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า

2. ขั้นเรียนรู้ (Acquisition Phase) ในขั้นนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงเกิดเป็นความสามารถอย่างใหม่

3. ขั้นเก็บไว้ในความจำ (Storage Phase) คือการนำส่วนที่เรียนรู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำในช่วงระยะเวลาหนึ่ง

4. ขั้นการรื้อฟื้น (Retrieval Phase) คือ การเอาสิ่งที่เรียนไปแล้ว และเก็บเอาไว้นั้นออกมาใช้ในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

กาเย่ (Gagne' .1970 : 70-71) เขียนแสดงลำดับกระบวนการในการเรียนรู้ไว้ดังนี้



ภาพประกอบ 6 แสดงลำดับกระบวนการเรียนรู้ของกาเย่

6.3 ระบบความจำ

ถวิล ธาราโกชน และศรันย์ คำวิสุข (2541: 106-108) ได้กล่าวว่าระบบความจำของคนเราแบ่งเป็น 3 ระบบ ดังนี้

1. ความจำรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) เป็นความจำเมื่อสิ่งเร้าหรือข้อมูลต่างๆ ผ่านประสาทรับสัมผัสเข้ามาและก็จะเลือนหายไปอย่างรวดเร็วโดยที่ยังไม่มีการวิเคราะห์ความหมายเป็นความจำที่ระยะเวลาสั้นมากเกิดขึ้นทันทีทันใดในระยะเวลาที่เร็วกว่า 1 วินาทีหรือประมาณ

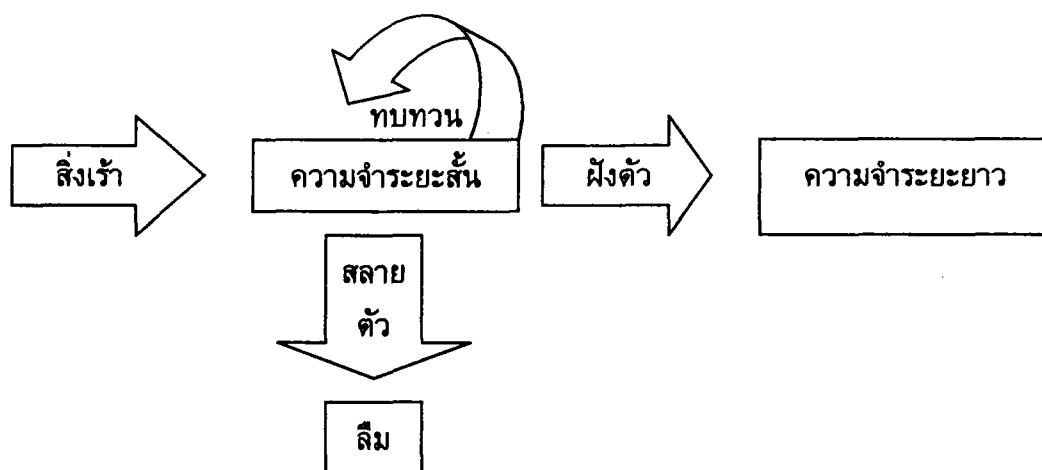
1 วินาที

2. ความจำระยะสั้น (Short-term Memory เรียกย่อว่า STM) เป็นความจำทันทีทันใดที่มีต่อสิ่งเร้าต่างๆ ซึ่งสิ่งเร้าเหล่านั้นเพียงจะมีการรับรู้เกิดขึ้น นั่นคือ มีการวิเคราะห์หรือตีความหมายแล้วว่าสิ่งเร้าเหล่านั้นเป็นอย่างไร

3. ความจำระยะยาว (Long-term Memory เรียกย่อว่า LTM) เป็นการจำข้อมูลหรือสิ่งเร้าบางอย่างที่เพียงจะรับรู้มาและถ้าข้อมูลนั้นได้รับการเอาใจใส่มันก็จะถูกเก็บไว้ในความจำระยะยาวทำให้เราจำข้อนั้นได้และก็จะอาจจะลืมได้ถ้าขาดการเอาใจใส่

ได้มีผู้สร้างทฤษฎีความจำเพื่ออธิบายกระบวนการต่างๆในระบบความจำ มีทฤษฎีหนึ่งที่ได้รับ ความสนใจมากคือทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Two-process Theory of Memory) ซึ่งสร้างโดยแอทคินสันและชิฟฟริน (ชัยพร วิชชาวุธ. 2520 : 71 ;อ้างอิง Atkinson&Shiffrin.1968) ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความจำระยะสั้นเป็นความจำชั่วคราว
2. สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นต้องรับการทบทวนตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำนั้นจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็ว
3. ในการทบทวนนั้นเราจะไม่สามารถทบทวนทุกสิ่งที่เข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น ดังนั้นจำนวนสิ่งของที่เราจะจำได้ในความจำระยะสั้นจึงมีจำกัด
4. สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นเป็นเวลายาวนานสิ่งนั้นก็จะมีโอกาสฝังตัวในความทรงจำระยะยาวมากขึ้น ถ้าเราจำสิ่งใดในความจำระยะยาวสิ่งนั้นจะติดอยู่ในความจำตลอดไป



ภาพประกอบ 7 แผนภาพแสดงทฤษฎีความจำสองกระบวนการของแอตคินสันและซีฟฟริน

ระบบความจำจะแตกต่างกันที่ระยะเวลาของการรับรู้ ความจำที่คงทนถาวรมากที่สุดเป็นความจำแบบระยะยาวเพราะเป็นการรับรู้ ดีความจากประสบการณ์เดิมด้วยความเอาใจใส่ ตั้งใจของผู้เรียน ซึ่งควรทำให้เกิดขึ้นในกระบวนการเรียนรู้ (กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ.2528 : 242)

6.4 ขั้นตอนของกระบวนการจำ

กาเย่ (อารี พันธัมณี. 2543 :98-99; อ้างอิงจาก Gagne' .n.d.) ได้จัดกระบวนการเรียนรู้ออกเป็นขั้นต่างๆ ดังนี้

1. การจูงใจ หมายถึง การสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนสนใจ อยากเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมายที่วางไว้
2. ความสัมพันธ์ของการรับรู้กับความคาดหวัง หมายถึง การรับรู้เรื่องต่างๆ ที่สัมพันธ์กับความคาดหวังของผู้เรียน เช่นความตั้งใจ
3. การปรับขยายการรับรู้ หมายถึง พยายามจัดสรรปรุงแต่งขยายการรับรู้ไว้เป็นความจำ ซึ่งมีทั้งการจำระยะสั้น ซึ่งอาจลืมได้ง่ายและความจำระยะยาวซึ่งจำได้แม่นยำและนาน
4. การสะสมสิ่งที่เรียนรู้ หมายถึง ความสามารถในการเก็บรักษาหรือสะสมสิ่งที่ได้เรียนรู้ให้คงอยู่ หรือกลายเป็นความจำระยะยาว
5. การระลึกได้ หมายถึง ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้ว
6. การประยุกต์ใช้ความรู้ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้หรือกฎเกณฑ์ที่ได้จากการเรียนรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
7. การแสดงพฤติกรรมตอบสนองการเรียนรู้ หมายถึง การที่ผู้เรียนรู้ได้แสดงออกถึงความรู้ความสามารถที่ได้เรียนรู้อมา
8. การแสดงผลย้อนกลับ หมายถึง การแจ้งผลการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ทราบ เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดกำลังใจหรือปรับตนเองให้ดีขึ้น

6.5 ปัจจัยที่มีผลต่อความคงทนในการเรียนรู้

สุชา จันทรโสม (2522 : 167-168) ได้เสนอแนะหลักที่ทำให้เกิดความคงทนในการเรียนรู้ดังนี้

1. พยายามทำให้สิ่งที่เรียนมีความหมายต่อผู้เรียน เพราะเราจะลืมสิ่งที่มีความหมายและมีความสำคัญต่อเราได้ยาก

2. เรียนให้เกิดขั้นที่จำได้หมด เมื่อนึกถึงในเวลาต่อมาจะยังคงจำได้อยู่ เช่น เรายังจำสูตรคูณและบทอาขยานที่เคยท่องจำได้ขึ้นใจ ที่เป็นเช่นนั้นเพราะ หลังจากที่เราจำได้แล้วเรายังต้องท่องสูตรคูณและบทอาขยานเหล่านั้นซ้ำ ๆ ซาก ๆ หลายครั้ง

3. แยกแยะสิ่งที่เรียน เพื่อให้เห็นว่าแต่ละตอนมีความหมายอย่างไร ถ้าเรียนไปโดยที่ไม่ได้คิดพิจารณาหาเหตุผลของแต่ละตอนจะทำให้ลืมง่าย เช่นการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้าผู้เรียนแยกแยะจนเกิดความเข้าใจว่าแต่ละตอนมีที่มาอย่างไร เมื่อต้องทำอีกครั้งในเวลาต่อมาจะได้ส่วนผู้ที่เรียนโดยไม่คิดหาเหตุผลตามไปด้วย เมื่อเรียนผ่านไปแล้วจะทำให้ลืม

4. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ ไม่ได้เพียงแต่รับฟังอย่างเดียว

5. เมื่อเรียนบทเรียนใหม่หรืออ่านหนังสือจบตอนหนึ่งแล้ว พักเสียครู่หนึ่ง แล้วจึงเริ่มเรียนตอนต่อไป เพื่อทำให้ความคิดไม่ปะปนกัน

6. หมั่นทบทวนในสิ่งที่เรียนไปแล้วบ่อย ๆ จะทำให้จำได้แม่นยำยิ่งขึ้น

การเรียนใดหรือกิจกรรมใดก็ตามหากการเรียนในครั้งแรกไม่ดี ความคงทนในการจำก็ไม่ได้ ผู้เรียนที่ไม่มีแรงจูงใจ การเรียนรู้ก็น้อยและความจำก็น้อยไปด้วย แต่เมื่อได้การจูงใจดี วิธีเรียนดีย่อมทำให้ความจำคงทนดี (ชม ภูมิภาค. 2516 : 29)

6.6 การวัดความคงทนในการเรียนรู้

การกำหนดระยะเวลาที่ใช้ในการทดสอบเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้ ชวาล แพรัตกุล (2516 :1) ได้กล่าวว่า ในการทดสอบซ้ำโดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกัน ไปทดสอบกับบุคคลกลุ่มเดียวกัน ช่วงระยะเวลาในการทดสอบครั้งแรกกับครั้งที่สอง ควรห่างกันประมาณ 2-4 สัปดาห์ ซึ่งสอดคล้องกับลินด์ วอลล์และนิทโค (Lindvall and Nitko.1967 : 129) ได้เสนอแนะว่าการทดสอบซ้ำควรเว้นช่วงห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงดังกล่าว จะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ทดสอบซ้ำ นันนาลลี (Nunnally.1959 :108) ได้กล่าวว่า เพื่อให้ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบซ้ำลดลงควรเว้นช่วงเวลาในการทดสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะการทดสอบซ้ำในทันทีจะทำให้การทดสอบครั้งแรกมีผลต่อการทดสอบซ้ำเนื่องจากนักเรียนจำข้อสอบได้และค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนของทั้งสองสูง จากการศึกษาของโสภา บุญศรีสวัสดิ์ (2520 : 88) พบว่าการทดสอบในช่วงเวลา 15 วัน ได้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูง

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกเวลา 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบซ้ำเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้

6.7 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความคงทนในการเรียนรู้

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮาวกินส์ (Howkins.1982 : 43-02A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบสภาพแวดล้อมในการเรียน 2 แบบ คือ สภาพแวดล้อมนักเรียนตั้งใจในการเรียนกับสภาพแวดล้อมปกติ โดยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับความคงทนในการเรียนรู้ กลุ่มตัวอย่างได้จากนักศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนพีชคณิต จำนวน 74 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่อยู่ในสภาพแวดล้อมที่นักเรียนตั้งใจในการเรียนจำนวน 23 คน เรียนพีชคณิต 6-8 สัปดาห์ โดยวันแรกของการเรียนได้ทำการทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียนหลังจากการเรียนผ่านไปได้ $1\frac{1}{2}$ สัปดาห์ , $3\frac{1}{2}$ สัปดาห์ และหลังจากเรียนได้ 7 สัปดาห์ กลุ่มควบคุมเป็นกลุ่มที่อยู่ในสภาพแวดล้อมปกติ จำนวน 51 คน เรียนพีชคณิต 1 คาบต่อวัน และเรียน 4 วันต่อสัปดาห์ กลุ่มควบคุมแบ่งเป็น 2 กลุ่มย่อย คือ กลุ่มควบคุม 1 จำนวน 25 คน ทำการทดสอบหลังเรียนหลังจากเรียนได้ 7 สัปดาห์ , 18 สัปดาห์ และ 36 สัปดาห์ ตามลำดับ กลุ่มควบคุม 2 จำนวน 26 คน ทดสอบหลังเรียนครั้งเดียวหลังจากที่เรียนได้ 36 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า ในการทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 กลุ่มควบคุม 1 มีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มทดลอง แต่ในการทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2 และ 3 พบว่า กลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 1 และกลุ่มควบคุม 2 และในการทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 3 กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 1 มีคะแนนทดสอบแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ และกลุ่มควบคุม 1 มีผลสัมฤทธิ์ดีกว่ากลุ่มควบคุม 2 การวัดความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 1 หลังจากทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 เป็นเวลา 11 สัปดาห์ พบว่าความคงทนในการเรียนรู้ของทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ และในการวัดความคงทนในการเรียนรู้ครั้งที่ 2 ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 1 หลังจากทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2 เป็นเวลา 18 สัปดาห์ พบว่ากลุ่มควบคุม 1 มีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มทดลอง

บูคไนท์ (Bouknight.1983 : 44-10A) ได้ศึกษา ผลของวิธีสอนกับประเภทของการเรียนรู้ ในวิชาคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีที่ 1 เป็นยุทธวิธีที่เน้นทางวาจาแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหา เป็นการเปิดโอกาสให้เด็กได้ใช้การพูดแสดงความเข้าใจ ยุทธวิธีที่ 2 เป็นการเน้นทักษะการคิดคำนวณและลำดับขั้นตอน เป็นการฝึกปฏิบัติเพื่อพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ กับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2 แบบ คือ ความรู้ในเชิงภาษา (Declarative Knowledge) และความรู้ในเชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนปี 1 ระดับวิทยาลัยที่เรียนคณิตศาสตร์ กลุ่มที่ 1 ใช้การสอนโดยผ่านทางวีดิโอเทปและการมอบหมายการบ้านตามความเหมาะสม อีกกลุ่มหนึ่งใช้การทดสอบหลังจากเรียนเนื้อหาเสร็จสิ้นแล้ว โดยเน้นความรู้ในเชิงภาษาและความรู้ในเชิงกระบวนการ แล้วใช้การทดสอบซ้ำนักเรียนทั้งสองกลุ่มหลังจากทั้งเวลา

ไว้ 6 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า ผลของประเภทของการเรียนแตกต่างกัน ยุทธวิธีการสอนแบบที่ 1 มีผลต่อการเรียนรู้ คะแนนทดสอบหลังเรียนของยุทธวิธีนี้แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติทั้งทางด้านความรู้เชิงกระบวนการและความรู้เชิงภาษา ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และ .0001 ตามลำดับ ส่วนในด้านความคงทนในการเรียนรู้ ความรู้ด้านเชิงภาษาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .0001 ความรู้ด้านเชิงกระบวนการแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

งานวิจัยในประเทศ

สัญญา รัตนวราภักษ์ (2528 : 97) ได้ศึกษาผลการสอน 3 แบบ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูง จะมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถในการเรียนรู้ปานกลางและต่ำ ส่วนการเว้นระยะเวลาในการสอนเป็น 2 สัปดาห์ หรือ 3 สัปดาห์ จะทำให้ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกกลุ่มต่ำกว่าเมื่อสอบทันที

ประณิดา อุทาน (2532 :85) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยวิธีสอนแบบวรรณิกับวิธีสอนทั่วๆ ไป ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยวิธีสอนแบบวรรณิกับนักเรียนที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมแบบปกติทั่วไปมีความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณรงค์ เดิมสันเทียะ (2535 : 86) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนโดยบทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. ผลปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พิชญา พุกผาสุข (2543 : 79) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พัทธนัย อวิรุทธพานิชย์ (2543 : 113) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้และการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานเดิมสูง ปานกลาง และต่ำ ได้รับการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้กับการสอนตามคู่มือครู มีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยเรื่องความคงทนในการเรียนรู้ พบว่า ปัจจัยที่มีผลต่อความคงทนในการเรียนรู้ของผู้เรียนนั้นขึ้นอยู่กับการจัดกระบวนการเรียนการสอนและกิจกรรมต่างๆที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน ในการจัดการเรียนการสอนที่ผู้สอนจัดประสบการณ์ให้กับนักเรียนอย่างมีความหมายและเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการเรียนรู้ ค้นพบด้วยตนเอง ฝึกปฏิบัติซ้ำๆ จนเกิดการเรียนรู้ที่แตกฉานแล้ว จะทำให้ผู้เรียนมีความคงทนในการเรียนรู้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือในการศึกษาค้นคว้า
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ที่เรียน วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) จำนวน 14 ห้อง นักเรียนจำนวน 720 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร โดยสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากการจับสลากมาจำนวน 1 ห้องเรียน จากจำนวนห้องเรียน 14 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียน ไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนละความสามารถของนักเรียน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีดังนี้

1. แผนการสอนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนจำนวน 5 ชุด
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนการสร้างแผนการสอนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวน

สอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

1. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และคู่มือครูรายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

2. วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้สำหรับเนื้อหา เรื่องระบบสมการเชิงเส้น

3. เขียนโครงการสอน กำหนดสาระสำคัญในหน่วยการเรียนรู้ กำหนดเนื้อหาในแต่ละหน่วย กำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในแต่ละหน่วยการเรียนรู้และกำหนดเวลาที่ใช้ในการสอนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้

4. เขียนแผนการสอนการใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนโดยแบ่งเป็น

- ขั้นนำ เป็นขั้นกระตุ้นความสนใจ หรือเตรียมความพร้อม
- ขั้นสอน เป็นขั้นดำเนินกิจกรรมโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์
- ขั้นสรุป เป็นขั้นสรุป / ประเมินการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

5. นำแผนการสอนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาท สอนวงศ์ ผศ.ชัยศักดิ์ สิลางรสกุล และ ดร.จรรยา ภูอุดม ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจนและความถูกต้องของภาษาและกิจกรรมที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อแก้ไขปรับปรุง

6. ปรับปรุงแผนการสอนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนที่ส่งเสริมการใช้ตัวแทน ตามคำแนะนำของประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญแล้วนำไปทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม

ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ขั้นที่ 1 เตรียมเอกสารด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องก่อนที่ลงมือสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และคู่มือครู รายวิชา คณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

2. ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างชุดกิจกรรม เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

3. ศึกษารายละเอียดวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวน เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวน

4. เลือกบทเรียน โดยผู้วิจัยเลือกเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ในการสร้างชุดกิจกรรม และได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชุดที่ 2 กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชุดที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชุดที่ 4 วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ชุดที่ 5 โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดกิจกรรม ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. กำหนดรูปแบบของชุดกิจกรรม โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแนวคิดการสร้างชุดกิจกรรมของ คาร์ดาเวลลี ดวน และกิดานันท์ มลิทอง ซึ่งประกอบด้วย

1.1 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรม เป็นส่วนที่อธิบายรายละเอียดของการใช้ชุดกิจกรรม

1.2 ชื่อชุดกิจกรรม

1.3 คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรม

1.4 จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนศึกษาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนจบลงแล้ว

1.5 เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมด

1.6 สื่อ เป็นส่วนที่ระบุว่าในชุดกิจกรรมนั้นมีวัสดุ - อุปกรณ์อะไร

1.7 เนื้อหาสาระ เป็นส่วนที่อธิบายความรู้กับนักเรียน

1.8 กิจกรรม เป็นส่วนกำหนดที่ให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมาย

โดยกิจกรรมจัดเป็นกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวน ที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ผู้เรียนต้องค้นคว้าหาสาเหตุเพื่อนำมาอธิบายปัญหานั้น โดยผู้เรียนเป็นผู้สืบสวนสอบสวนตามขั้นตอนการสังเกต การอธิบาย พยากรณ์และทดสอบ และการนำความรู้ไปใช้ โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด เพื่อให้ผู้เรียนสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง

1.9 การประเมินผล เป็นส่วนที่นักเรียนประเมินความรู้ความสามารถของตนเอง หลังจากที่ได้ศึกษาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน โดยประเมินจากแบบทดสอบย่อยประจำชุด

2. นำชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนพร้อมแผนการสอนเสนอประธานกรรมการและ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน

คือ อาจารย์ประสาท สำนวงศ์ ผศ.ชัยศักดิ์ สีสกุล และ ดร.จรรยา ภูอุดม ตรวจสอบคุณภาพและปรับปรุงแก้ไข

3. นำชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนพร้อมแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วเสนอต่อประธานกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้ง พร้อมทั้งนำไปทดสอบหาคุณภาพและประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

ขั้นที่ 3 การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย 80/80 ตามลำดับขั้นดังนี้

1. หาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1: 3)

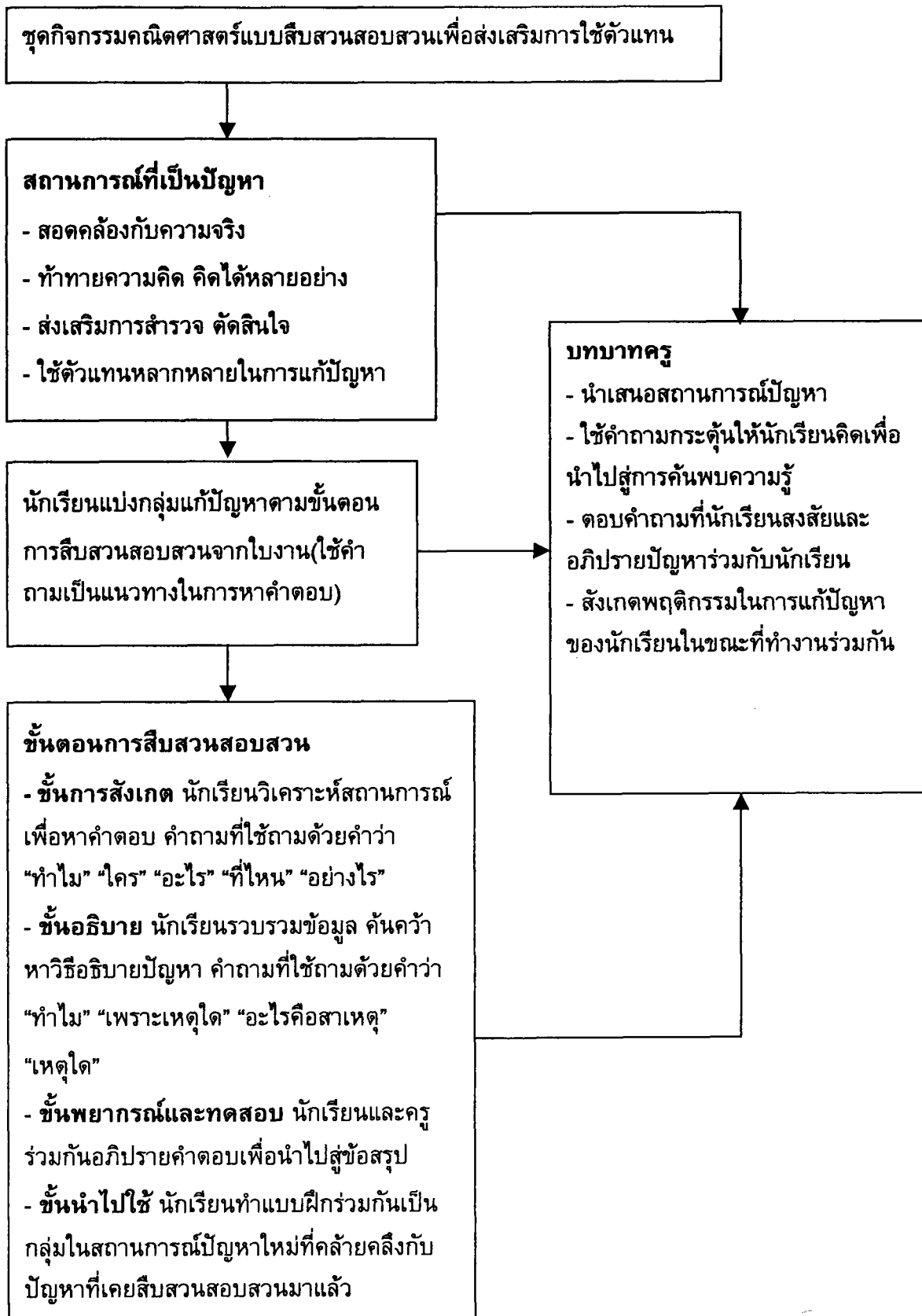
ผู้วิจัยนำชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนจำนวน 5 ชุด ไปทดลองรายบุคคลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 คน เพื่อพิจารณาเกี่ยวกับภาษา กิจกรรม สื่อต่างๆ ที่ใช้ในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เก็บข้อมูลต่างๆ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน ตลอดจนประเมินผลการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบย่อยประจำชุด

2. หาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (1 : 10)

ผู้วิจัยนำชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนที่ได้รับการปรับปรุงจากขั้นตอนการสอนเป็นรายบุคคลมาทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 10 คน โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้ง

3. ขั้นตอนการทดลองหาประสิทธิภาพภาคสนาม

ผู้วิจัยนำชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนที่ได้รับการปรับปรุงจากการทดลองเป็นรายบุคคลและรายกลุ่มแล้วไปทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน ซึ่งเป็นนักเรียนโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนตามเกณฑ์ 80/80



ภาพประกอบ 8 แสดงกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
เป็นแบบทดสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้างต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากเอกสาร และตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบของชวาล แพรัตกุล (2520 : 1-407) และไพศาล หวังพานิช. (2526 : 51-62)

2. สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจจำนวน 4 ท่าน คือ
รศ.ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ อาจารย์ประสาท สอนวงศ์ ผศ.ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล และ
ดร.จรรยา ภูอุดม เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมแล้วนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว เสนอต่อประธาน
กรรมการตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ปรับปรุงเรียบร้อยแล้วไปทดสอบกับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ซึ่งได้
ผ่านการเรียนเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นมาแล้วจำนวน 127 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

6. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับข้อสอบ
ที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับคำตอบที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ

7. นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ข้อเป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจ
จำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เดห์ ฟาน (Fan.1952 : 3-32)

8. เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.25 -0.78 และมีค่าอำนาจ
จำแนกระหว่าง 0.21 -0.68 จำนวน 30 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ตามตาราง
วิเคราะห์หลักสูตร

9. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR-20 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538 : 197-199) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.83

3.การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการพัฒนาและทดลอง ที่ศึกษาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538 :249)

ตาราง 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

T₁ แทน การสอบก่อนการทำการทดลอง (Pre-test)

T₂ แทน การสอบหลังการทำการทดลอง (Post-test)

ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนที่จะทำการศึกษาดูงานจำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตัวเองโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เพื่อนักเรียนจะได้ปฏิบัติตามได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre-test)

4. ดำเนินการทดลองโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน จำนวน 14 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

ชุดกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 คาบ

ชุดกิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 3 คาบ

ชุดกิจกรรมที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 คาบ

ชุดกิจกรรมที่ 4 เรื่องวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 3 คาบ

ชุดกิจกรรมที่ 5 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 4 คาบ

ชุดกิจกรรมทั้ง 5 ชุดผ่านการตรวจจากประธานกรรมการและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง

5. ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน

6. หลังจากทิ้งระยะเวลาไว้ 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบหลังเรียน(Post-test)ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับเดิมซ้ำอีกครั้งเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้

7. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษานี้ ใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา

สายยศ.2538 : 73)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน คะแนนค่าเฉลี่ย

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538 : 79)

$$s = \sqrt{\frac{N\sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
 $\sum x^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลัง 2
 $(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลัง 2
 N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

2.1 การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (พวงรัตน์ ทวีรัตน์.2540 : 117)

$$\text{สูตร } IC = \frac{\sum R}{N}$$

IC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27% จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (Fan.1952 : 3-32)

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร KR-20 คูเดอร์-ริตชาร์ดสัน (Kuder Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.2538 : 197-199)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ หรือ $\frac{\text{จำนวนคนที่ถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$

q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ คือ $1-p$

S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของเครื่องมือฉบับนี้

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สูตร (E_1/E_2) (เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต.2528:295) เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ว่า
ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์
80/80

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100$$

เมื่อ E_1 คือ สัมประสิทธิ์ของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่
ส่งเสริมการใช้ตัวแทนแบบสืบสวนสอบสวนคิดเป็นร้อยละเฉลี่ย
ที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$\sum x$ คือ คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบ
กิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียน

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดและ/หรือกิจกรรมการเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์(พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลัง
จากการเรียนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน)
คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบ
หลังเรียนและ/หรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ คือ คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการ
ประกอบกิจกรรมหลังเรียน

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

B คือ คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียนและ/หรือกิจกรรมหลังเรียน

3.2 ใช้สถิติ t-test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียนและความคงทนในการเรียนรู้หลังจากการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบ สืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนจากสูตร (Ferguson.1971: 154)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \quad df = N-1$$

เมื่อ $\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบ หลังใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อ ส่งเสริมการใช้ตัวแทนกับก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนน หลังจากใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อ ส่งเสริมการใช้ตัวแทนกับก่อนใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบ สืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการอ่านผลการวิเคราะห์ข้อมูลผลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
$\sum D$	แทน	ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนกับก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนกับก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
t	แทน	ค่าที่ใช้ในการพิจารณา (t-test Dependent)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยขอเสนอลำดับขั้นตอนดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้หลังการได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

1. ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80/80

ตาราง 3 ค่าประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริม
การใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริม การใช้ตัวแทน	เกณฑ์ 80/80	
	E_1	E_2
1. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	88.39	94.80
2. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	89.17	82.93
3. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	93.00	86.53
4. วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	89.67	93.85
5. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	85.31	91.33
เฉลี่ย	89.11	89.89

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่า ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมแบบสืบสวน
สอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพ
สูงกว่าเกณฑ์ทั้ง 5 ชุด ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 1

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน โดยการนำคะแนนความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ โดยใช้ t – test Dependent ปรากฏในตาราง 4 ดังนี้

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง ก่อนและหลังการทดลอง

	N	$\bar{X}$	$\sum D$	$\sum D^2$	t
Pre – test	50	13.42	432	4466	15.97**
Post – test	50	22.06			

** มีนัยสำคัญที่ .01

t (.01, df = 49 = 2.408)

ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลตาราง 4 ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 2

3. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้หลังการได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนโดยนำคะแนนความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนหลังการทดลองและการทดสอบซ้ำหลังจากทิ้งระยะเวลาไว้ 2 สัปดาห์มาเปรียบเทียบกันโดยใช้ t -test Dependent ปรากฏในตาราง 5 ดังนี้

ตาราง 5 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของ
กลุ่มตัวอย่าง

	N	$\bar{X}$	$\sum D$	$\sum D^2$	t
Post – test 1	50	22.06	116	580	6.52**
Post – test 2	50	24.38			

** มีนัยสำคัญที่ .01

$t_{(.01, df = 49 = 2.408)}$

ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลตาราง 5 ปรากฏว่า นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ หลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 3

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนามุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ซึ่งสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ดังนี้

สังเขป ความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง
3. เพื่อศึกษาความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนหลังจากที่มีการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
3. ผู้เรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) จำนวน 14 ห้อง นักเรียนจำนวน 720 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร โดยสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากการจับสลากมาจำนวน 1 ห้องเรียน จากจำนวนห้องเรียน 14 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียน ไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนละความสามารถของนักเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โดยผู้วิจัยดำเนินการทดลอง สอนด้วยตนเอง จำนวน 17 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

- | | |
|---------------------------|---|
| คาบที่ 1 | ทดสอบก่อนเรียน |
| คาบที่ 2-3 | ชุดกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นสองตัวแปร |
| คาบที่ 4-6 | ชุดกิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร |
| คาบที่ 7-8 | ชุดกิจกรรมที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร |
| คาบที่ 9-11 | ชุดกิจกรรมที่ 4 เรื่องวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร |
| คาบที่ 12-15 | ชุดกิจกรรมที่ 5 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร |
| คาบที่ 16 | ทดสอบหลังเรียน |
| ทั้งระยะเวลาไว้ 2 สัปดาห์ | |
| คาบที่ 17 | ทดสอบหลังเรียนซ้ำอีกครั้งเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้ |

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการสอนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 แผน
2. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนจำนวน 5 ชุด
 - ชุดที่ 1 สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
 - ชุดที่ 2 กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
 - ชุดที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
 - ชุดที่ 4 วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
 - ชุดที่ 5 โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ นำไปหาค่าความยาก (p) ได้ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.25 – 0.78 ค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.21- 0.68 และมีความเชื่อมั่น 0.83

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนที่จะทำการศึกษาดำเนินการทดลองจำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตัวเองโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เพื่อนักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง
3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre-test)
4. ดำเนินทดลองโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน จำนวน 14 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้
 - ชุดกิจกรรมที่ 1 เรื่องสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 คาบ
 - ชุดกิจกรรมที่ 2 เรื่องกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 3 คาบ
 - ชุดกิจกรรมที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 2 คาบ
 - ชุดกิจกรรมที่ 4 เรื่องวิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 3 คาบ

ชุดกิจกรรมที่ 5 เรื่องโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 4 คาบ
ชุดกิจกรรมทั้ง 5 ชุดผ่านการตรวจจากประธานกรรมการและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน
โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง

5. ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกันกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน

6. หลังจากทิ้งระยะเวลาไว้ 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) ของกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับเดิมซ้ำอีกครั้งเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้

7. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. ใช้สูตร E_1/E_2 เพื่อทดสอบหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนตามเกณฑ์ 80/80

2. ใช้ค่าสถิติ t - test เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

3. ใช้ค่าสถิติ t - test เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งแต่ละชุดมีประสิทธิภาพดังนี้

ตาราง 6 สรุปผลประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน	เกณฑ์ 80/80		ผลที่ได้
	E_1	E_2	
1. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	88.39	94.80	สูงกว่าเกณฑ์
2. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	89.17	82.93	สูงกว่าเกณฑ์
3. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	93.00	86.53	สูงกว่าเกณฑ์
4. วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	89.67	93.85	สูงกว่าเกณฑ์
5. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	85.31	91.33	สูงกว่าเกณฑ์
เฉลี่ย	89.11	89.89	

สรุปผลประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น 5 ชุด เท่ากับ 89.11/89.89

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. หลังจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

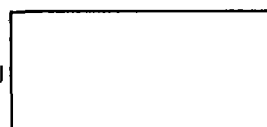
1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งเป็นไปตาม สมมติฐานข้อ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1.1 ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีลักษณะเป็นสื่อประสมที่ดำเนินการสร้างขึ้นอย่างเป็นระบบโดยได้ศึกษาหลักสูตร มัธยมศึกษาตอนต้น คู่มือครูคณิตศาสตร์ รายละเอียดหลักเกณฑ์และวิธีสร้างชุดกิจกรรม ซึ่ง ชุดกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย สื่อ อุปกรณ์ รูปภาพ ใบกิจกรรม บัตรคำถาม แบบฝึกหัด แบบทดสอบย่อย และกระบวนการเรียนการสอนที่ดำเนินการตามขั้นตอนการสืบสวนสอบสวน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการสังเกต ขั้นการอธิบาย ขั้นพยากรณ์และทดสอบ ขั้นการนำไปใช้ ผู้วิจัยใช้คำถาม สำคัญเป็นหลักในการกระตุ้นการเรียนรู้ การสร้างสถานการณ์ปัญหาที่ให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย คุ้ใช้คำถามกระตุ้น ยั่วให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ อยากเรียนรู้โดยการขจัดข้อสงสัยโดยการศึกษา ค้นคว้าหาคำตอบ ตอบคำถาม และรวบรวมข้อเท็จจริง แล้วอภิปรายปัญหาที่เกิดขึ้น เพื่อหาข้อสรุป ของปัญหา และนำข้อสรุปที่ไปใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ซึ่งวิธีการดำเนินการสืบสวน สอบสวนที่นักเรียนค้นคว้าด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะและให้ความช่วยเหลือเมื่อนักเรียนเกิด ข้อสงสัยนั้นทำให้นักเรียนกระตือรือร้นในการเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ประมาภรณ์ อนุพันธ์ (2544 : 89) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันแบบ สืบสวนสอบสวนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า ชุดการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ ตามเกณฑ์ 80/80 และสุตารัตน์ ไม้พงสาวงค์ (2543 : 97-98) ได้ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรม คณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการ ศึกษาพบว่าชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL มีประสิทธิ ภาพสูงกว่าเกณฑ์

1.2 ในการสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยใช้สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น การวาดรูปประกอบการแก้ปัญหา การคาดเดา การ ใช้ตาราง การเขียนกราฟ และการคำนวณทางพีชคณิต ซึ่งพบว่าการใช้ตัวแทนที่หลากหลายใน การแก้ปัญหาจะช่วยพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอดในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นให้กับ นักเรียน ดังตัวอย่างในการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ 2 ชุดกิจกรรมที่ 3 “ความยาวของเส้นรอบรูป สี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 56 เซนติเมตร ด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้าง 1 เซนติเมตร จงหา ความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้”

x ซม



y ซม

นักเรียนบางกลุ่มสามารถแก้ปัญหานี้ได้โดยใช้ตารางบันทึกความสัมพันธ์ของความกว้างและความยาวของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในรูปแบบที่แตกต่างกัน เช่น

ความกว้าง	ความยาว	เส้นรอบรูป
5	$2(5) + 1 = 11$	$2(5) + 2(11) = 32$
6	$2(6) + 1 = 13$	$2(6) + 2(13) = 38$
7	$2(7) + 1 = 15$	$2(7) + 2(15) = 44$
8	$2(8) + 1 = 17$	$2(8) + 2(17) = 50$
9	$2(9) + 1 = 19$	$2(9) + 2(19) = 56$

จากตารางนักเรียนจะมองเห็นความสัมพันธ์ของสมการที่เกิดขึ้นและสามารถสรุปเป็นระบบสมการได้ว่า $2x + 2y = 56$ กับ $y - 2x = 1$ เมื่อให้ x แทนความกว้าง, y แทนความยาว

นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ใช้การหาคำตอบของสถานการณ์นี้โดยใช้สัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์จากโจทย์กำหนดให้ โดย ให้ x แทนความกว้าง, y แทนความยาว ข้อความ “ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น 56 เซนติเมตร” แทนด้วยสมการ $2x + 2y = 56$ และข้อความ “ด้านยาวยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้าง 1 เซนติเมตร” แทนด้วยสมการ $y - 2x = 1$ แล้วใช้การคาดเดาค่า x และ y ที่ทำให้สมการทั้งคู่เป็นจริง

จากตัวอย่างการแก้ปัญหาข้างต้น นักเรียนจะมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแทนเชิงสัญลักษณ์และมองเห็นความสัมพันธ์ของการใช้ตัวแทน มองเห็นความสัมพันธ์ของปริมาณกับตัวแปร นักเรียนจะเข้าใจเรื่องสมการ นิพจน์ และความแตกต่างกันของสัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ เช่น นักเรียนสามารถอธิบายว่า $2x + 2y$ มีความหมายเหมือนกับ $2(x + y)$ ซึ่งใช้ภาพอธิบายถึงสมบัติของการแจกแจง ในสถานการณ์อื่นๆ เมื่อนักเรียนพบสถานการณ์ที่เป็นปัญหาไม่ซับซ้อน นักเรียนจะใช้การวาดรูปประกอบ ใช้สัญลักษณ์ทางพีชคณิตและการคาดเดาเพื่อหาคำตอบ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของปัญหากับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเมื่อนักเรียนพบสถานการณ์ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นนักเรียนจะใช้ตาราง กราฟ และการคำนวณทางพีชคณิตเพื่อให้การหาคำตอบง่ายและรวดเร็วยิ่งขึ้น ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหาในแต่ละวิธีให้เหมาะสมและช่วยพัฒนาความเข้าใจความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเรื่องระบบสมการเชิงเส้นของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเออร์เรียน (Erion, 1985 : 46-10A) ได้ศึกษาผลของวิธีการใช้ตัวแทนและปัญหาที่ซับซ้อนในสถานการณ์ปัญหาของครูฝึกสอนในระดับประถมศึกษา ผลการศึกษาพบว่า วิธีการใช้ตัวแทนกับความซับซ้อนของปัญหามีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติและในการใช้ตัวแทนที่เป็นสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาจะประสบความสำเร็จมากกว่าการใช้

ตัวแทนที่เป็นรูปภาพและการเขียนแสดง เฮล (Hail.2000 : 61-07A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการสร้างความรู้และทักษะเกี่ยวกับความเข้าใจพื้นฐานพีชคณิตในเรื่อง ตัวแปร สมการและการแก้สมการ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนใช้กราฟในและใช้อุปกรณ์ในการดำเนินการทางสัญลักษณ์ การใช้อุปกรณ์ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เรื่องการแก้สมการ กราฟช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของตัวแปร ทั้งกราฟและการใช้อุปกรณ์ช่วยให้นักเรียนมองเห็นสัญลักษณ์ของการเท่ากันและการเปรียบเทียบ ซึ่งสอดคล้องกับเบลลาร์ด (Bellard.2000 : 61-09A) ได้ศึกษาการใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาของนักเรียนในวิชา อันตคณิตศาสตร์ (Finite Mathematics) ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้ตัวแทนมีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด

1.3 ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนได้ผ่านการตรวจสอบและการปรับปรุงแก้ไขทั้งด้านเนื้อหาสาระ ภาษาที่ใช้ เวลาที่ใช้ได้อย่างเหมาะสม ก่อนที่จะนำชุดกิจกรรมไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยได้นำชุดกิจกรรมไปทดลองเพื่อปรับปรุงกับกลุ่มหาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล รายกลุ่ม และทดลองหาประสิทธิภาพภาคสนาม โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนเอง พบว่าด้านเนื้อหาสอดคล้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ด้านกิจกรรมการเรียนการสอนต้องปรับปรุงในเรื่องภาษาและเวลา โดยเฉพาะในเรื่องเวลาที่กำหนดไว้ไม่สอดคล้อง ต้องปรับกิจกรรมการเรียนการสอน โดยปรับใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดให้มีจำนวนลดลงเพื่อให้เหมาะสมกับเวลาในแต่ละคาบ และหลังจากทดลองภาคสนามเสร็จเรียบร้อยแล้วได้ปรับปรุงชุดกิจกรรมนำมาวิเคราะห์ผลและหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมซึ่งพบว่าเหมาะสมแก่การนำไปใช้สอนกับกลุ่มตัวอย่าง

1.4 การเรียนการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเป็นเรื่องใหม่สำหรับนักเรียน นักเรียนให้ความสนใจ แสดงความคิดเห็น และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การเรียนเป็นกลุ่มทำให้นักเรียนได้ปรึกษาหารือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบหลังเรียนได้เป็นอย่างดี

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 2 และผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของสุภาพร บุญหนัก(2544 : 73) และคำณ ศรีน้อย(2544 : 11) ซึ่งสรุปได้ว่ามาจากสาเหตุต่อไปนี้

2.1 การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนเป็นการสอนที่จัดให้ผู้เรียนได้ศึกษาและร่วมกันทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4 คน นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นอภิปรายร่วมกัน ชุดกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียงลำดับเนื้อหาจากง่ายไปหายาก มีการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละชุดที่ชัดเจน มีแบบฝึกหัด และแบบทดสอบย่อยประจำชุด เมื่อนักเรียนศึกษาเนื้อหาจบในแต่ละชุดกิจกรรม นักเรียนสามารถตรวจสอบความเข้าใจได้จากการทำแบบฝึกหัด และแบบทดสอบย่อย ซึ่งในแต่ละชุดกิจกรรมมีเฉลยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบตนเองได้ทันทีว่ามีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเท่าใด หรือมีข้อบกพร่องที่จุดใด และเรียนรู้ที่จะแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที ซึ่งการทราบผลของการเรียนรู้ทันทีนั้นทำให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงกว่าได้รับการสอน

2.2 การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เป็นการจัดกิจกรรมไปตามขั้นตอนของการสืบสวนสอบสวน โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันค้นคว้าหาความรู้เพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา นักเรียนได้ช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ ครูผู้สอนจะเป็นผู้ชี้แนะและใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดหาคำตอบ การที่เด็กได้คิดเองเป็นการท้าทายความสามารถทำให้เกิดบรรยากาศที่ดีในการเรียนการสอน นักเรียนไม่เบื่อหน่าย ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2.3 เนื้อหาในเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสมกับวิธีการที่ใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เนื่องจากในแต่ละสถานการณ์ปัญหานักเรียนเลือกใช้วิธีต่างๆ ที่หลากหลาย เช่น การวาดรูป ใช้ตาราง กราฟ การคาดเดา หรือการคำนวณทางพีชคณิต เพื่อหาคำตอบในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งการใช้ตัวแทนที่หลากหลายนี้ทำให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนเลือกใช้วิธีต่างๆ ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ง่าย ถูกต้องและรวดเร็ว

3. ผลการศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ ปรากฏว่า หลังจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้รับการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน นักเรียนมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ณรงค์ เดิมสันเทียะ (2535 : 86) ได้ศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. ผลการศึกษพบว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครู สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพิชญา พุกผาสุข (2543 : 79) ได้ศึกษาความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided

Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาพบว่าความคืบหน้าในการเรียนรู้ของการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสรุปได้จากสาเหตุดังนี้

3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเป็นกลุ่มที่ดำเนินการสอนตามขั้นตอนของการสืบสวนสอบสวนที่นักเรียนค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเอง ปรีกษาหาหรือกันระหว่างเรียนอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ หรือขณะที่นักเรียนกำลังศึกษาชุดกิจกรรมเกิดมีปัญหา นักเรียนสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้ แต่ถ้าไม่สามารถแก้ไขได้สามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ โดยผู้สอนแนะนำโดยใช้คำถามเป็นหลักว่าควรทำอย่างไร ทำให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบมโนคติ สร้างความเข้าใจให้กับตนเอง และการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลาย การสามารถถ้อยความเข้าใจระหว่างตัวแทนที่แตกต่างกันจะช่วยเพิ่มความเข้าใจ การใช้ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนเก็บความจำนั้นไว้ เมื่อได้รับการรื้อฟื้น ทบทวนขึ้นมาก็จะระลึกได้และแสดงพฤติกรรมออกมา (Gagne' 1970 : 70-71)

3.2 ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เป็นชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่จัดเนื้อหาสาระจากความรู้ง่ายไปหาความรู้ยาก โดยมีการแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อย มีแบบฝึกหัด และแบบทดสอบย่อยที่นักเรียนสามารถตรวจสอบความก้าวหน้าหรือข้อบกพร่องในการเรียนของตนเองอย่างทั่วถึง และชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นี้เป็นชุดการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ในตัวสามารถเรียนรู้และทบทวนความรู้ต่างๆได้ด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (ชัยพร วิชชาวุธ 2520 : 71 อ้างอิงจาก Atkinson & Shiffrin, 1968) ที่กล่าวว่า การฝังตัวอยู่ในความจำระยะยาวเป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องจำกับสิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาว ดังนั้นเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้จนเกิดความเข้าใจ มีความคิดรวบยอด และมีการทบทวนอยู่เสมอมาด้วยการมีแบบฝึกหัดและการทดสอบย่อยประจำชุดจะเป็นการทบทวนความจำให้มีความจำถาวรมากขึ้น

แต่มีข้อสังเกตคือคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบซ้ำเมื่อทั้งระยะเวลาไว้ 14 วันสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยทดสอบหลังเรียน ซึ่งอาจมีสาเหตุจาก

- เนื้อหาในเรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เป็นเนื้อหาที่อยู่ในปลายภาคเรียนที่ 1 ซึ่งพบว่าในเวลาที่ทดสอบซ้ำนั้นนักเรียนมีการทบทวนบทเรียนเพื่อสอบปลายภาคเรียนทำให้นักเรียนทำคะแนนทดสอบซ้ำได้คะแนนสูงขึ้น

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน ทดสอบหลังเรียน และทดสอบซ้ำเป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกันทำให้นักเรียนจำข้อสอบได้ส่งผลให้คะแนนทดสอบซ้ำสูงขึ้น

- หลังจากมีการทดสอบหลังเรียนเสร็จสิ้น นักเรียนมีการพูดคุย อภิปรายถึงวิธีทำ และการหาคำตอบ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนทำความเข้าใจการทดสอบซ้ำได้ดีขึ้น

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ .3 โดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ผู้วิจัยได้ข้อสังเกตบางประการที่พบจะสรุปได้ดังนี้

1. การเรียนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เป็นวิธีการใหม่สำหรับนักเรียน ดังนั้นในช่วงแรกของการทดลองนักเรียนจะเกิดความไม่เข้าใจในการเรียน บางครั้งจะยังตอบคำถามหรือสรุปความรู้ที่ได้จากการศึกษาชุดกิจกรรมให้เป็นภาษาที่สละสลวยไม่ได้ ครูต้องคอยช่วยเหลือ และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนกระตือรือร้นในการตอบคำถามและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนในแต่ละกิจกรรม

2. นักเรียนมีความสนใจในการเรียน ตั้งใจเรียน มีความกระตือรือร้นในการเรียน สังเกตได้จากการซักถามกันเองระหว่างเรียน การซักถามครู กล้าแสดงออกในการตอบคำถาม และการหาคำตอบในแต่ละสถานการณ์ปัญหา

3. การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาเองโดยครูไม่ต้องอธิบายจะทำให้ให้นักเรียนมีความท้าทายในการแก้ปัญหาและมีความกระตือรือร้นในการหาคำตอบ

4. การใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนควรได้รับการฝึกทักษะการใช้ตัวแทน ในรูปแบบที่หลากหลายและต่อเนื่อง เพื่อที่จะเชื่อมโยงการใช้ตัวแทนในลักษณะที่แตกต่างกันและพัฒนาความเข้าใจ ความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ก่อนการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ควรมีการแนะนำให้นักเรียนเข้าใจในวิธีการเรียนก่อน เพราะถ้านักเรียนไม่เข้าใจหรือสับสนจะทำให้การเรียนการสอนไม่ประสบความสำเร็จ

1.2 ครูควรฝึกให้นักเรียนตอบคำถามจากสถานการณ์ต่างๆด้วยตนเอง โดยครูคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง มากกว่าจะเป็นผู้บอกความรู้ให้กับนักเรียน

1.3 นักเรียนที่เรียนอ่อนจะไม่ชอบการเรียนรู้การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรม เนื่องจากไม่ชอบอ่านด้วยตนเอง แก้ปัญหาด้วยตนเองไม่ได้ ไม่กล้าซักถามเพื่อนหรือครูเมื่อไม่เข้าใจ ทำให้เกิดความท้อแท้ ดังนั้นครูผู้สอนควรดูแลให้คำแนะนำกับนักเรียนกลุ่มนี้อย่างใกล้ชิด

1.4 การที่นักเรียนทราบผลคะแนนโดยทันทีหลังจากการทำแบบฝึกหัดและการทำแบบทดสอบย่อยจะทำให้นักเรียนสนใจ ตั้งใจและกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น

2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรนำการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ไปใช้ในการจัดการเรียนในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาและในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ อีก

2.2 ควรศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถแตกต่างกัน และศึกษาการใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาและในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ อีก

2.3 การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ทำให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง นักเรียนเกิดการเรียนรู้ มีความเข้าใจ มีความคิดรวบยอด และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงควรทำการศึกษาการสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนอย่างแพร่หลาย

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสงวณ. (2528). *จิตวิทยาการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัดศรีเดชา.
- กรมวิชาการ. (2542). *รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540*. กรุงเทพฯ : ศุภสภา.
- กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). *วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน*. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.
- . (ม.ป.ป.). *นวัตกรรมทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กิดานันท์ มลิทอง. (2531). *เทคโนโลยีร่วมสมัย*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คณะอนุกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). *ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.
- คณิงศักดิ์ คำแกม. (2518). *พฤติกรรมการสอนด้วยการถามตอบและด้านทักษะทั่วไปวิชาคณิตศาสตร์*. ปริญญาโท กศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- คำธณ ศรีน้อย. (2544, พฤษภาคม). “การสร้างและหาประสิทธิภาพของชุดการสอน วิชาจิตตอลเทคนิค หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง,” *วารสารครุศาสตร์อุตสาหกรรมราชมนฑล สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล จ.ปทุมธานี*. 2(2) : 11.
- ฉลอง รุ่งเรือง. (2538). *การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูและพฤติกรรมการตอบคำถามของนักเรียน ในการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ในโรงเรียนขยายโอกาสทางการศึกษาพื้นฐาน สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ชม ภูมิภาค. (2516). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ชวาล แพร่ดกุล. (2516). “ความเชื่อมั่น,” *เอกสารประกอบการเรียนวิชาการวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. อัดสำเนา.

- ชวาล แพรัตกุล. (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ชัยพร วิชชาวุธ. (2520). ความจำมนุษย์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคณะ. (2523). "ระบบสื่อการสอน." ในเอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและ
สื่อสารการศึกษา เล่ม 1 หน่วยที่ 1-5. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ชาญชัย ศรีไสยเพชร. (2525). ทักษะและเทคนิคการสอน. กรุงเทพฯ : พัทธอักษร.
- ชาญชัย อินทรประวัติ. (2522). วิธีสอนทั่วไปและการสอนแบบจุลภาค. พิมพ์ครั้งที่ 2. สงขลา :
โครงการบริการวิชาการ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชาญชัย อินทรสุณานนท์. (2538). ศูนย์การเรียนรู้และการสอน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยี
ทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ณรงค์ เดิมสันเทียะ. (2535). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และแรงจูงใจใฝ่
สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียน
โปรแกรมเรียนเป็นคณะและการเรียนตามคู่มือครูของสสวท. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เดโช สวานานนท์. (2517). จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.
- ถวิล ธาราโภชนและสรณีย์ คำวิสุข. (2541). จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพฯ : ทิพย์วิสุทธิ.
- ทิตนา แคมมณี. (2542, พฤษภาคม). "การจัดการเรียนการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง : โมเดลซิปปา
(CIPPA MODEL)," วารสารวิชาการ. 2(5) : 2-30.
- ธนุ ฤทธิกุล. (2542, มิถุนายน). "การเรียนรู้ที่เน้น...ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง," วารสารวิชาการ. 2(6). 42-45.
- น้อมฤดี จงพยุหะและคณะ. (2516). คู่มือการศึกษาวิชาจิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ :
วิทยาลัยครูสวนดุสิต.
- นันทิยา จิตภิรมย์. (2532). การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนาม
ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

บำรุง กลัดเจริญและฉวีวรรณ กินาวงศ์. (2527). *วิธีสอนทั่วไป*. พิมพ์ครั้งที่ 2. พิษณุโลก :

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

บุญเกื้อ คอราหาเวช. (2542). *นวัตกรรมการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : เอสอาร์พรินติ้ง.

บุญชม ศรีสะอาด. (2537). *การพัฒนาการสอน*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ปรมาภรณ์ อนุพันธ์. (2544). *การพัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน*

แบบสืบสวนสอบสวน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ตรรกศาสตร์เบื้องต้น. ปรินิพนธ์

กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร

ประนิดา อุทาน. (2532). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ ความคงทนในการเรียนรู้ ต่อการเรียนรู้*

วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 อ. ไกรกพระ จ.นครสวรรค์

ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริมโดยวิธีสอนแบบวรรณคดีกับวิธีสอนแบบปกติทั่วไป. ปรินิพนธ์ กศ.ม.

(การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ประภาพรพรรณ ไชยวงษ์. (2522). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์*

โดยการเรียนรู้จากโมเดลกับการเรียนรู้จากครูซึ่งสอนแบบสืบสวน. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา)

กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

ประหยัด จิระวรวงศ์. (2527). *หลักการและทฤษฎีเทคโนโลยีทางการศึกษา*. พิษณุโลก : ภาควิชา

เทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2540). *วิธีวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ :

สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

พัทธนัย อวิรุทธพานิชย์. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้*

วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนตามหลักการเรียนรู้เพื่อรอบรู้และการสอน

ตามคู่มือครู. ปรินิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัย

ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- พิชญา พุกผาสุข. (2543). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบวิธีค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery)กับการสอนตามคู่มือครู. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา).
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พิชิต แสงลอย. (2522). การศึกษาเปรียบเทียบการสอนแบบ สสวท. กับการสอนแบบสืบสวนสอบสวน ตามขั้นสน-ส-อ-ท-ค ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ใน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- ภพ เลหาไพบุลย์. (2537). แนวการสอนวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. (2526). “เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์.” ในเอกสารการสอนชุดวิชา การสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1-7. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์.
- . (2537). ประมวลสาระชุดวิชา สารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพฯ : สาขาศึกษาศาสตร์.
- มนมนัส สุดลิ้น. (2543). การศึกษาผลสัมฤทธิ์วิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิด วิเคราะห์วิจารณ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ประกอบการเขียน แผนผังมโนคติ. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รุ่งทิวา จักรกร. (ม.ป.ป.). วิธีสอนทั่วไป. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4.

กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

วัชรีย์ บุรณสิงห์. (2525). "การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล," *เอกสารการสอนชุด*

วิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

วาทินี วีระตระกูล. (2534). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้*

โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในการสอนซ่อมเสริมจุดบกพร่องเรื่องเวลา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ชุดการสอนซ่อมเสริมกับการสอนซ่อมเสริมตามปกติ. ปรียญานิพนธ์ กศ.ม.

(การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วิชัย ดิสสระ. (2539). *การพัฒนาหลักสูตรและการสอน*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2521). *พัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วินัย เทียมเมือง. (2529). *ผลการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้โดยเน้นทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์*

ชั้นบูรณาการที่มีต่อการคิดอย่างมีเหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรียญานิพนธ์. กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร

วิรุฬห์ บุญสมบัติ. (2521). " *การศึกษาธรรมชาติวิทยา โครงการวิทยาศาสตร์ทั่วไป*,"

ธรรมชาติวิทยา หน่วยที่ 7. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิรัช วัชรชัยดิและนวลเพ็ญ วัชรชัยดิ. (2524). *จิตวิทยาการเรียนการสอนจริยศึกษา*

แบบสืบสวน-สอบสวน. ม.ป.พ.

ศิริกาญจน์ โกสุมภ์. (2521, ตุลาคม). "เทคนิคการตั้งคำถามเพื่อการฝึกให้คิดเป็น," *วารสารประถมศึกษา*.

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). *สาระและมาตรฐานหลักสูตรการศึกษา*
 ขั้นพื้นฐานวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สมหญิง กลั่นศิริ. (2523). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและวิธีสอน
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- . (2521). *คำสอนประกอบคำบรรยายโสตทัศนศึกษาเบื้องต้น* ศล.318. กรุงเทพฯ :
 ภาควิชาหลักสูตรและวิธีสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- สันทัต ภิมาลสุข. (2522). *นวัตกรรมทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา
 คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ วิทยาเขตบางเขน.
- สมหวัง พิธิยานุวัฒน์. (2543, กุมภาพันธ์). “โครงการประเมินผลการพัฒนาคุณภาพการศึกษาภาครัฐ
 และเอกชน : สาขาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และภาษาอังกฤษ,” *เอกสารประกอบการสัมมนา*.
 อัดสำเนา.
- สัญญา รัตนวรารักษ์. (2528). *ผลการสอน 3 แบบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์*
และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรินุญานินพนธ์ กศ.ม.
 (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2542). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542*.
 กรุงเทพฯ : ม.ป.พ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2543, กันยายน). “ศิลปะการตั้งคำถามในวิชาคณิตศาสตร์,” *วารสารคณิตศาสตร์*
ฉบับพิเศษ. หน้า 15-19.
- สิริลักษณ์ วงศ์เพชร. (2541). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์*
และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวน
สอบสวนกับการสอนตามคู่มือครู. ปรินุญานินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ :
 บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุกิจ ศรีพรหม. (2541, กันยายน). “ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน,” *วารสารวิชาการ*. 1(9) :68 -72

- สุจิตรา โอสตอภิรักษ์. (2538). *การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม.(มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ :บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.*
- สุชา จันทน์เอม. (2522). *จิตวิทยาทั่วไป. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.*
- สุดารัตน์ ไผ่พงสาวงศ์. (2543). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดกิจกรรมการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- สุนทรี หิมารัตน์. (2533). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองกับการสอนตามคู่มือครู. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- สุพิน บุญชูวงศ์. (2532). *หลักการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะวิชาครุศาสตร์ วิทยาลัยครูสวนดุสิต.*
- สุภาพร บุญหนัก. (2544). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- สระ สนั่นเสียง. (2536). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองเรื่องการใช้คำถามที่ส่งเสริมการสอนแบบสืบสอบสำหรับครูกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (ประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.*
- สุรางค์ โค้วตระกูล. (2541). *จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.*
- สุวัฒน์ มุททเมธา. (2523). *การเรียนการสอนปัจจุบัน. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.*
- เสาวนีย์ ลิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.*

- โสภา บุญยศรีสวัสดิ์. (2520). *อิทธิพลของช่วงเวลาที่มิต่อสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นแบบสอบซ้ำ*.
 ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). กรุงเทพฯ :บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
 ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อารี พันธุ์มณี. (2543). *จิตวิทยาการเรียนรู้การสอน*. กรุงเทพฯ : ดันอ้อ แกรมมี่ จำกัด.
- Adam, Jack A. (1967). *Human Memory*. New York : McGraw Hill.
- Bellard, Jame William. (2000) "Students' Use of Multiple Representations in Mathematical
 Problem Solving," *Dissertation Abstracts International*. 61-09A.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary school)* 2nd ed.
 Wm.C : Brown Company Publishers.
- Bloom, Benjamin S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives Book I : Cognitive Domain*.
 New York : David McKey Company Inc.
- Bouknight, Martha Lineberger. (1983). "The Effect of Instructional Method on Types of Learning
 Outcomes as Evidenced by Differential Performance (Mathematics)."
Dissertation Abstracts Online. p. 44-10A.
- Burkett, Denine Carol. (1998). "Making Connections Between the Tabular, Symbolic,
 and Graphical Representations in the Context of Writing Activities Used During
 Instruction of Functions," *Dissertation Abstracts Online*. p. 60-02A.
- Callahan, Joseph F. and others. (1998). *Teaching in the Middle and Secondary School*. 6th ed.
 New Jersey :Prentice Hall, Inc.
- Callahan, Joseph F.and Leonard H. Clark. (1988). *Teaching in Middle and Secondary Schools*.
 3rd ed. U.S.A : Macmillan Publishing Company.
- Cardarelli, Sally M. (1973). *Individualized Instruction Program Materials*. New York : McGraw-Hill.
- Carin, Arthur A. (1993). *Teaching Science through Discovery*. 7th ed. Macmillan Publishing Company
- Carroll, John B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record*. 64 : 723-733.

- Clark, Leonard H. & Irving S. Starr. (1981). *Secondary and Middle School Teaching Methods*. 4th ed
New York: Macmillan. Publishing Co.Inc.
- Duane, James E. (1973). *Individualized Instruction Programs and Material*. Englewood Cliffs,
N.J. : Educational Technology Publication.
- Erion, Ralph Lloyd. (1985.) "The Effect of Mode of Representation and Problem Complexity
on Performance in a Problem Situation by Preservice Elementary School Teachers."
Dissertation Abstracts Online. p. 46-10A.
- Fan, Chung-Teh. (1952). *Item Analysis Table*. Princeton, New Jersey : Educational
Testing Service.
- Fennell, Francis (Skip) and Tom Rowan. (2001, January). "Representation : An Important
Process for Teaching and Learning Mathematics," *Teaching Children Mathematics*.
7(5) : 288-292.
- Ferguson, George A. (1971). *Statistical Analysis in Psychology and Education*. 4th ed. Tokyo :
McGraw-Hill.
- Gagne', Robert M. (1970). *The Condition of Learning*. 2nd ed. Holt, Rinehart and Winston, Inc.
- Good, Cater V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York : McGraw-Hill Book.
Company, Inc.
- Greeno, James G. and Hall, Roger B. (1997, January). "Practicing Representation :
Learning with and about Representational Form," *Phi Delta Kappan* 79 : 361-67.
- Hail, Christopher Jason. (2000). "The Effect of Using Multiple Representations on Students'
Knowledge and Perspective of Basic Algebraic Concepts," *Dissertation Abstracts*
Online. p. 61-07A.
- Harrell, Marvin Edwin.(1993). "The Effect of Teaching Self-Questioning Skill Upon Mathematics
Performance," *Dissertation Abstracts Online*. p. 54-04A.

- Hawkins, Vincent Joseph. (1982). "A Comparison of Two Methods of Instruction, A Saturated Learning Environment and Traditional Learning Environment : Its Effects on Achievement and Retention Among Female Adolescents in First – Year Algebra." *Dissertation Abstracts Online*. p. 43-02A.
- Hines, Mary Ellen. (1998). "Analysis of Processes Used by Middle - School Students to Interpret Functions Embedded in Dynamic Physical Models and Represented In Tables, Equations, and Graphs (Function Interpretation, Embedded Function)," *Dissertation Abstracts Online*. p. 59-09A.
- Ittigson, Robin Joyce. (2000). " An Analysis of Questioning Patterns for the Development of Algebraic Thinking in Middle and Secondary School Mathematics Classrooms," *Dissertation Abstracts Online*. p. 61-06A.
- Lindvall, C Maurity & Anthony J. Nitko. (1967). *Measuring Pupil Achievement and Aptitude*. New York : Harcourt Brace Jovanovich Inc.
- Mason, Ralph T. (1997). "Learning Algebra Personally (Ninth-Grade ,Small Group Inquiry)," *Dissertation Abstracts Online*. p. 58-09A.
- Mcwhinnie, Paradis and Lisa, Jane. (1992). "An Analysis of the Effects of Knowledge And Task on Students' Questions in Modified Cooperative Learning Groups (Questions – Asking , Fractions, Mathematics Knowledge)," *Dissertation Abstracts Online*. p. 53-06A.
- Moore, Kenneth D. and Cheri Quinn. (1994). *Secondary Instructional Methods*. Wm.C.Brown : Communications, Inc.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. Va : NCTM.

- Noll, Rhona Susan. (1983). "Effects of Verbal Cueing and a Visual Representation on Percent Problem – Solving Performance of Remedial Adults," *Dissertation Abstracts Online*. p. 43-12A.
- Nunnally, Jum C. (1959). *Test and Measurements*. McGraw-Hill Company.
- O'Keefe, James Joseph. (1992). "Using Dynamic Representation to Enhance Students' Understanding of the Concept of Function (Student Understanding)," *Dissertation Abstracts Online*. p. 53-09A.
- Olarinoye, Raphel Dale. (1979, February). "A Comparative Study of the Effectiveness of Three Methods of Teaching a Secondary School Physics Course in a Nigerian Secondary School," *Dissertation Abstracts International*. 36(08) : 4848-A
- Prescott, Daniel A. (1961). "Report of Conference on Child Study," *Educational Bulletin*. Faculty of Education, Chulalongkorn University.
- Rittle-John, Bethany. (1999). "Iterative Development of Conceptual and Procedural Knowledge : A Framework for Understanding Knowledge Change (Learning, Problem Representation)," *Dissertation Abstracts Online*. p. 60-06A.
- Rowntree ,Derek. (1981). *A Dictionary of Education*. London : Harper&Row Ltd.
- Schultz, Jame E. and Michael S. Water. (2000,September). "Why Representations?," *The Mathematics Teacher*. 93(6) : 448-453.
- Suchman, Richard J. (1962, June). "The Elementary School Training Program in Scientific Inquiry," *Instructor*. 3(31) :128
- Thomson, Heather Anne. (2000). "Investigating and Representing Inquiry in a College Mathematics Course," *Dissertation Abstracts Online*. p. 61-10B.

William B. Weber, Jr. (1999,Fall). "Connecting Concepts of Number to Mental Computation Procedures : An Examination of Middle Grade Students' Achievement and Thinking," *Focus on Learning Problems in Mathematics*.21(4). : 40-62.

Wilson, Cynthia Louise. (1988). "An Analysis of a Direct Instruction Procedure in Teaching Word Problem – Solving to Learning Disabled Students," *Dissertation Abstracts Online*. p. 50-02A.

Wilson, James W. (1971)."Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," *In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. p.643-696.ed.by Benjamin S. Bloom. New York : McGraw-Hill Book.

Wilson, Odell D. (1987). "An Automated Diagnostic Test and Tutorial Package for Basic Skill of Mathematics in Post Secondary Vocational Education of Kentucky : Construction and Validation," *Dissertation Abstracts Online*. p. 49-01A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่องระบบสมการเชิงเส้น

ตาราง 7 -ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_u) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้น จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.67	0.38	16	0.48	0.23
2	0.69	0.64	17	0.44	0.38
3	0.50	0.38	18	0.53	0.33
4	0.51	0.40	19	0.41	0.21
5	0.56	0.68	20	0.39	0.21
6	0.64	0.63	21	0.36	0.36
7	0.33	0.23	22	0.36	0.43
8	0.25	0.24	23	0.27	0.21
9	0.43	0.35	24	0.54	0.40
10	0.42	0.41	25	0.50	0.48
11	0.53	0.54	26	0.44	0.32
12	0.41	0.32	27	0.78	0.32
13	0.75	0.33	28	0.28	0.28
14	0.63	0.52	29	0.41	0.38
15	0.33	0.45	30	0.26	0.32

ค่าความเชื่อมั่น (r_u) = 0.83

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ก่อนเรียนและหลังเรียนของ
กลุ่มทดลอง
2. ตารางคะแนนทดสอบหลังเรียนและทดสอบซ้ำของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. ตารางคะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์จำนวน 5 ชุด

ตาราง 8 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)			คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)		
	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง		ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง
1	17	26	9	15	11	25	14
2	17	28	11	16	10	24	14
3	21	22	1	17	11	19	8
4	15	26	11	18	15	21	6
5	15	25	10	19	11	14	3
6	13	27	14	20	14	19	5
7	20	28	8	21	9	14	5
8	18	26	8	22	18	21	3
9	9	24	15	23	13	27	14
10	11	23	12	24	13	21	8
11	14	24	10	25	14	21	7
12	16	28	12	26	13	20	7
13	14	23	9	27	12	22	10
14	15	25	10	28	13	14	1

ตาราง 8 (ต่อ)

คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)			คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)		
	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง		ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง
29	14	21	7	40	10	22	12
30	9	16	7	41	16	18	2
31	12	22	10	42	14	24	10
32	7	23	16	43	15	26	11
33	10	12	2	44	16	26	10
34	13	21	8	45	5	20	15
35	12	17	5	46	17	28	11
36	9	18	9	47	17	27	10
37	16	27	11	48	19	25	6
38	11	17	6	49	9	21	12
39	12	16	4	50	16	19	3

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

$$= \frac{432}{\sqrt{\frac{(50 \times 4466) - (432)^2}{50-1}}}$$

$$= \frac{432}{\sqrt{\frac{223300 - 186624}{49}}}$$

$$= \frac{432}{\sqrt{\frac{36676}{49}}}$$

$$= \frac{432}{27.36}$$

$$= 15.79^{**}$$

$$t_{.01} = 2.408, df = 49$$

ตาราง 9 คะแนนทดสอบหลังเรียนและทดสอบซ้ำของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)			คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)		
	หลังเรียน	ทดสอบซ้ำ	ผลต่าง		หลังเรียน	ทดสอบซ้ำ	ผลต่าง
1	26	26	0	15	25	28	3
2	28	29	1	16	24	27	3
3	22	25	3	17	19	25	6
4	26	28	2	18	21	29	8
5	25	28	3	19	14	14	0
6	27	27	0	20	19	19	0
7	28	29	1	21	14	16	2
8	26	28	2	22	21	24	3
9	24	28	4	23	27	27	0
10	23	25	2	24	21	21	0
11	24	28	4	25	21	27	6
12	28	28	0	26	20	20	0
13	23	28	5	27	22	22	0
14	25	25	0	28	14	22	8

ตาราง 9 (ต่อ)

คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)			คนที่	กลุ่มทดลอง (30 คะแนน)		
	หลังเรียน	ทดสอบซ้ำ	ผลต่าง		ก่อนเรียน	ทดสอบซ้ำ	ผลต่าง
29	21	22	1	40	22	23	1
30	16	23	7	41	18	20	2
31	22	22	0	42	24	24	0
32	23	23	0	43	26	28	2
33	12	20	8	44	26	26	0
34	21	24	3	45	20	26	6
35	17	24	7	46	28	29	1
36	18	23	5	47	27	27	0
37	27	29	2	48	25	27	2
38	17	17	0	49	21	24	3
39	16	16	0	50	19	19	0

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}}$$

$$= \frac{116}{\sqrt{\frac{(50 \times 580) - (116)^2}{50-1}}}$$

$$= \frac{116}{\sqrt{\frac{29000 - 13456}{49}}}$$

$$= \frac{116}{\sqrt{\frac{15544}{49}}}$$

$$= \frac{116}{17.81}$$

$$= 6.51^{**}$$

$$t_{.01} = 2.408, df = 49$$

ตาราง 10 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปร

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (36 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (36 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)
1	36	10	15	32	9
2	36	10	16	35	10
3	26	10	17	34	10
4	25	10	18	36	10
5	25	9	19	35	10
6	30	9	20	33	9
7	31	10	21	36	9
8	34	10	22	36	10
9	32	8	23	35	9
10	24	10	24	35	9
11	32	10	25	35	10
12	34	10	26	36	9
13	29	10	27	28	9
14	35	10	28	34	10

ตาราง 10 (ต่อ)

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (36 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (36 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (10 คะแนน)
29	32	9	40	34	10
30	29	9	41	36	9
31	26	10	42	34	10
32	33	9	43	32	10
33	31	9	44	25	9
34	33	9	45	34	9
35	29	9	46	26	9
36	26	10	47	34	10
37	27	10	48	35	10
38	24	8	49	35	9
39	35	9	50	32	9

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100 = \frac{1591}{50} \times 100 = 88.39$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{474}{50} \times 100 = 94.80$$

ตาราง 11 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องกราฟของ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (63 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (63 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)
1	63	15	15	61	15
2	61	14	16	59	14
3	59	11	17	57	13
4	48	13	18	58	14
5	47	15	19	59	13
6	58	13	20	61	11
7	58	15	21	58	13
8	58	13	22	59	11
9	62	15	23	61	12
10	61	14	24	61	10
11	60	15	25	51	12
12	59	14	26	58	14
13	47	15	27	55	13
14	62	15	28	56	12

ตาราง 11 (ต่อ)

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (63 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (63 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)
29	52	10	40	60	10
30	53	10	41	57	13
31	44	9	42	61	11
32	60	10	43	56	11
33	50	11	44	43	10
34	56	12	45	57	10
35	51	12	46	57	14
36	58	12	47	56	10
37	59	15	48	60	13
38	41	13	49	58	10
39	57	11	50	46	11

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100 = \frac{2809}{63} \times 100 = 89.17$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{622}{15} \times 100 = 82.93$$

ตาราง 12 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่องระบบสมการ
เชิงเส้นสองตัวแปร

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (22 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (22 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)
1	22	12	15	20	12
2	20	15	16	20	14
3	22	14	17	21	11
4	22	15	18	20	14
5	22	15	19	21	13
6	21	14	20	20	14
7	22	15	21	20	14
8	22	14	22	22	14
9	20	12	23	20	8
10	20	14	24	19	13
11	20	11	25	22	10
12	15	11	26	20	14
13	22	12	27	21	13
14	22	15	28	21	14

ตาราง 12 (ต่อ)

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (22 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (22 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (15 คะแนน)
29	21	13	40	22	10
30	22	14	41	19	14
31	14	15	42	20	14
32	22	13	43	20	10
33	22	14	44	19	9
34	20	13	45	22	11
35	21	14	46	22	13
36	20	13	47	20	14
37	22	12	48	20	10
38	14	13	49	20	14
39	20	14	50	22	15

$$E_1 = \frac{\frac{\sum x}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{1023}{50}}{22} \times 100 = 93.00$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{649}{50}}{15} \times 100 = 86.53$$

ตาราง 13 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่องวิธีแก้ระบบ
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (54 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (13 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (54 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (13 คะแนน)
1	50	12	15	42	13
2	49	13	16	52	13
3	50	12	17	46	13
4	49	13	18	52	13
5	50	11	19	52	13
6	50	12	20	53	13
7	44	13	21	54	12
8	44	12	22	53	13
9	54	13	23	52	13
10	48	13	24	49	13
11	45	13	25	53	13
12	47	9	26	48	13
13	53	13	27	47	6
14	54	13	28	45	10

ตาราง 13 (ต่อ)

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (54 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (13 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (54 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (13 คะแนน)
29	44	13	40	50	13
30	45	13	41	48	13
31	50	12	42	46	12
32	44	12	43	46	10
33	45	13	44	46	12
34	47	13	45	53	12
35	43	13	46	51	12
36	44	11	47	53	13
37	51	12	48	49	13
38	47	10	49	46	12
39	48	13	50	40	10

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100 = \frac{2421}{54} \times 100 = 89.67$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{610}{13} \times 100 = 93.85$$

ตาราง 14 คะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่องโจทย์สมการ
เชิงเส้นสองตัวแปร

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (75 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (18 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (75 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (18 คะแนน)
1	63	15	15	70	18
2	64	18	16	65	18
3	53	18	17	69	18
4	65	15	18	67	15
5	67	18	19	74	15
6	61	18	20	63	18
7	65	15	21	64	15
8	63	15	22	62	18
9	68	18	23	60	18
10	70	15	24	66	18
11	71	15	25	69	15
12	60	18	26	68	15
13	68	18	27	53	15
14	67	15	28	57	14

ตาราง 14 (ต่อ)

คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (75 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (18 คะแนน)	คนที่	คะแนน แบบฝึกหัด (75 คะแนน)	คะแนนแบบ ทดสอบย่อย (18 คะแนน)
29	64	15	40	69	18
30	56	15	41	68	15
31	62	18	42	60	18
32	60	15	43	67	18
33	57	15	44	67	18
34	56	15	45	69	18
35	53	15	46	68	18
36	63	13	47	68	18
37	72	18	48	68	18
38	51	12	49	61	18
39	63	15	50	65	18

$$E_1 = \frac{\sum x}{N} \times 100 = \frac{3199}{50} \times 100 = 85.31$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100 = \frac{822}{18} \times 100 = 91.33$$

ภาคผนวก ค

1. โครงการสอน
2. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน
3. แผนการสอนกลุ่มทดลอง สอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน
เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน

โครงการสอนวิชาคณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011)
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
หมวดวิชา คณิตศาสตร์

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท เมื่อนักเรียนศึกษาบทเรียนนี้จบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากประโยคภาษาที่กำหนดให้ได้
2. หาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ ตารางและกราฟได้
3. จัดสมการที่กำหนดให้ในรูป $y = ax + b$ และบอกค่า a และ b ได้
4. เขียนกราฟของสมการ $y = ax + b$ และบอกลักษณะของกราฟได้
5. บอกได้ว่ากราฟของสมการ 2 สมการที่กำหนดให้มีลักษณะขนานกันหรือตัดกัน
6. หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้รูปภาพ ตารางหรือกราฟได้
7. บอกสมบัติการบวกและการคูณได้
8. แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้การแทนค่าและการกำจัดตัวแปรได้
9. เขียนระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากประโยคภาษาที่กำหนดให้ได้
10. สร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากโจทย์ปัญหาและใช้ความรู้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง

บทเรียนเรื่องระบบสมการเชิงเส้นนี้มี 5 หัวข้อ 17 คาบ ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน	1 คาบ
2. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	2 คาบ
3. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	3 คาบ
4. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	2 คาบ
5. วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	3 คาบ
6. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร	4 คาบ
7. ทดสอบหลังเรียน	1 คาบ
-----ทิ้งระยะเวลา 14 วัน-----	
8. ทดสอบหลังเรียนซ้ำ	1 คาบ
รวม	17 คาบ

คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริม การใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นชุดกิจกรรมที่ให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง นักเรียนเรียนรู้จากสถานการณ์ที่กำหนด ช่วยกันคิด ค้นคว้า ตอบคำถาม รวบรวมความรู้ จนสามารถสรุปความรู้ด้วยตนเอง และชุดกิจกรรมนี้ยังส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างครูกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน โดยครูมีบทบาทเป็นผู้ให้คำแนะนำ ชี้แนะ และตอบคำถามที่นักเรียนสงสัย เพื่อให้นักเรียนสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง มีการอภิปรายแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ตลอดจนฝึกให้นักเรียนมีวินัยและความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเอง

วัตถุประสงค์

เพื่อเป็นเครื่องมือสำหรับนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน เรื่องระบบสมการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

องค์ประกอบของชุดกิจกรรม

คู่มือการใช้ชุดกิจกรรม เป็นส่วนอธิบายรายละเอียดของการใช้ชุดกิจกรรม

ชื่อชุดกิจกรรม

คำชี้แจง อธิบายจุดมุ่งหมายของชุดกิจกรรมและลักษณะของชุดกิจกรรม

จุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นหลังจากการทำชุดกิจกรรมจบลง

เวลาที่ใช้ เป็นส่วนที่บอกเวลาทั้งหมดในการทำชุดกิจกรรม

สื่อ เป็นส่วนที่ระบุว่าในชุดกิจกรรมนี้มีวัสดุ-อุปกรณ์อะไรบ้าง

เนื้อหาสาระ เป็นส่วนอธิบายความรู้กับผู้เรียน

กิจกรรม เป็นส่วนที่กำหนดให้ผู้เรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์

โดยจัดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวน ที่ผู้สอนจัดสถานการณ์ที่เป็นปัญหาให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย ผู้เรียนต้องค้นคว้าหาสาเหตุเพื่อนำมาอธิบายปัญหานั้น โดยผู้เรียนเป็นผู้สืบสวนสอบสวนตามขั้นตอนการสังเกต การอธิบาย พยากรณ์และทดสอบ และการนำความรู้ไปใช้ ครูใช้คำถามกระตุ้นให้ผู้เรียนคิด เพื่อให้ผู้เรียนสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง

การประเมินผล เป็นส่วนที่ผู้เรียนประเมินความรู้ความสามารถของตนเอง หลังจากที่ได้ศึกษาชุดกิจกรรม โดยประเมินจากแบบทดสอบย่อยประจำชุด

การใช้ชุดกิจกรรม

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนมีทั้งหมด 5 ชุด เรียงลำดับต่อเนื่องจากง่ายไปยากตามลำดับดังนี้

- | | | |
|--------------------------------------|------|-------|
| 1. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร | เวลา | 2 คาบ |
| 2. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | เวลา | 3 คาบ |
| 3. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | เวลา | 2 คาบ |
| 4. วิธีแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร | เวลา | 3 คาบ |
| 5. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร | เวลา | 4 คาบ |

ในการศึกษาชุดกิจกรรมในแต่ละชุดนักเรียนต้องอ่านคำชี้แจงให้ชัดเจนและปฏิบัติตามคำชี้แจงอย่างเคร่งครัด

การดำเนินการจัดกิจกรรม

1. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบสมการเชิงเส้นไปทดสอบกับนักเรียน ใช้เวลาทดสอบ 60 นาที แล้วบันทึกคะแนนจากการทดสอบเป็นคะแนนก่อนเรียน
2. ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมตามขั้นตอนในแผนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจเนื้อหา
3. เมื่อสิ้นสุดการทำกิจกรรมในแต่ละชุดนักเรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดเป็นรายบุคคล โดยคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียน
4. ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นหลังจากที่นักเรียนศึกษาชุดกิจกรรมทั้ง 5 ชุด ใช้เวลา 60 นาที แล้วบันทึกผลการสอบเป็นคะแนนหลังเรียน

ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดกิจกรรม

บทบาทครู

1. ครูศึกษาชุดกิจกรรมและแผนการสอนในแต่ละชุดอย่างละเอียดเพื่อให้เกิดความเข้าใจในการปฏิบัติกิจกรรม
2. เตรียมเอกสารและสื่อการสอนให้พร้อม
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างกว้างขวาง และใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น
4. ครูเป็นผู้ชี้แนะในประเด็นต่างๆ ที่นักเรียนสงสัยและอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้
5. ให้การเสริมแรงทางบวกกับนักเรียน เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการทำกิจกรรม

6. ครูคอยกำกับดูแลให้กิจกรรมดำเนินไปอย่างต่อเนื่องตามเวลาที่กำหนด

7. ครูสังเกตและประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนให้เป็นบรรยากาศในการเรียนรู้

บทบาทนักเรียน

1. ปฏิบัติตามคำชี้แจงในชุดกิจกรรมอย่างเคร่งครัด

2. ฝึกการแสดงความคิดเห็น แลกเปลี่ยนการเรียนรู้จากครู เพื่อน และแหล่งเรียนรู้อื่นๆ

3. ในขณะที่นักเรียนศึกษาชุดกิจกรรม เมื่อพบปัญหา หรือข้อสงสัยในส่วนของชุดกิจกรรม สามารถของคำปรึกษาหรือคำแนะนำจากครูได้

4. มีความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเอง และให้ความร่วมมือกับกลุ่มในการปฏิบัติกิจกรรม

แผนการสอนที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์(ค 011)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

จำนวน 2 คาบ (เวลา 100 นาที)

สาระสำคัญ

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว โดยเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวมีค่าเป็น 1 และไม่มีการคูณกันของตัวแปร รูปทั่วไปของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน x และ y เป็นตัวแปร

คำตอบของสมการเชิงเส้นที่มี x และ y เป็นตัวแปร คือ ค่า x และ y ที่ทำให้สมการเป็นจริง โดยคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นนิยมเขียนอยู่ในรูปคู่อันดับ (x, y) หรือเขียนแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นกราฟ

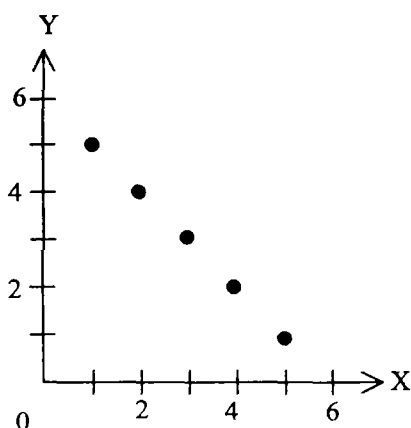
จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากประโยคภาษาที่กำหนดให้ได้
2. หาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ ตาราง หรือ กราฟ ได้

เนื้อหา

สมการที่มีตัวแปรสองตัวและเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็น 1 และไม่มีการคูณกันของตัวแปร เรียกว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เช่น $2x + y = 15$, $a = b + 1$, $2c = d$ ส่วนสมการ $2x + 5xy + 1 = 0$, $8ab = 0$, $x^2 + y = 0$ ไม่ใช่สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เพราะ มีการคูณกันของตัวแปร หรือมีเลขชี้กำลังของตัวแปรเกิน 1 สมการเชิงเส้นสองตัวแปรเขียนอยู่ในรูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว ที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และมี x และ y เป็นตัวแปร

คำตอบของสมการเชิงเส้นที่มี x และ y เป็นตัวแปร คือ ค่า x และ y ที่ทำให้สมการเป็นจริง เช่น สมการเชิงเส้น $x + y = 6$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก เขียนคำตอบของสมการในรูปคู่อันดับได้ดังนี้ $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$ หรือนำมาเขียนกราฟได้ลักษณะดังนี้



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1

ขั้นนำ (ประมาณ 10 นาที)

1. ครูชี้แจงการเรียนรู้การสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์และวิธีการสอนแบบสืบสวนสอบสวนให้นักเรียนทราบ
2. ครูทบทวนความรู้ในเรื่องสมการ โดยให้นักเรียนยกตัวอย่างประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการ เป็นรายบุคคล เช่น $2x + 5 = 12$, สองในสามของจำนวนนักเรียนในห้องนี้เท่ากับสิบหกคน ฯลฯ
3. ครูแจกชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 1 (ตอนที่ 1) เรื่องการแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

ขั้นสอน (ประมาณ 30 นาที)

1. นักเรียนศึกษาคำชี้แจง จุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหา และปฏิบัติกิจกรรมในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 1 เป็นรายคู่ ถ้ามีข้อสงสัยให้ซักถามครูและอภิปรายกับเพื่อนได้ ครูดูแลการปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียนอย่างใกล้ชิด
2. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ความหมายของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นรายคู่

ขั้นสรุป (ประมาณ 10 นาที)

1. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการทำแบบฝึกหัดที่ 1 หน้าชั้นเรียน
2. นักเรียนอภิปรายผล และตรวจคำตอบแบบฝึกหัดที่ 1 ให้ถูกต้อง
3. นักเรียนและครูช่วยกันสรุปเนื้อหา

สื่อการสอน

- 1.ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 1 (ตอนที่ 1)
- 2.แผ่นโปสเตอร์ 1.1

การวัดผลประเมินผล

1. แบบสังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบจากการทำงาน และการทำแบบฝึกหัดที่ 1 จำนวน 3 ข้อ (ข้อ 1. คะแนนเต็ม 5 คะแนน, ข้อ 2. คะแนนเต็ม 10 คะแนน และข้อ 3 คะแนนเต็ม 5 คะแนน คะแนนรวม 20 คะแนน)เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกหัดที่ 1 ในแต่ละข้อนักเรียนทำถูกต้องข้อละ 1 คะแนน และถ้าทำผิดได้ 0 คะแนน

คาบที่ 2

ขั้นนำ (ประมาณ 5 นาที)

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. แบ่งกลุ่มนักเรียนโดยการจับสลาก กลุ่มละ 4 คน
3. แจกชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 1

(ตอนที่ 2) คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

ขั้นสอน (ประมาณ 30 นาที)

1. นักเรียนศึกษาเนื้อหาและปฏิบัติกิจกรรมในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 1 (ตอนที่ 2) เป็นกลุ่ม 4 คน โดยมีการอภิปรายและซักถามกันให้กับสมาชิกในกลุ่มของตน หากมีข้อสงสัยซักถามครูผู้สอนได้
2. ขณะปฏิบัติกิจกรรมครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด และตอบข้อซักถามของนักเรียนพร้อมทั้งให้คำแนะนำในกลุ่มที่มีปัญหา ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูแจกบัตรคำถามให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

ขั้นสรุป (15 นาที)

1. สุ่มนักเรียนนำเสนอการปฏิบัติกิจกรรมจากชุดกิจกรรมแบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 1 (ตอนที่ 2) หน้าชั้นเรียน
2. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปในเรื่องคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
3. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นกลุ่มและตรวจคำตอบจากเฉลย
4. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดที่ 1 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการสอน

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 1 (ตอนที่ 2)
2. แผ่นโปสเตอร์

การวัดผลและประเมินผล

1. แบบสังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัดที่ 2 จำนวน 4 ข้อ (ข้อละ 4 คะแนน คะแนนรวม 16 คะแนน) ในแต่ละข้อมีเกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อดังนี้
 - 2.1 เขียนตารางแสดงค่า x, y และเขียนคู่อันดับได้ถูกต้องทุกคู่ 2 คะแนน
และเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง ทุกขั้นตอน 2 คะแนน
 - 2.2 เขียนตารางแสดงค่า x, y และเขียนคู่อันดับได้ถูกต้อง 1-2 คู่ 1 คะแนน
และเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้ถูกต้องบางขั้นตอน 1 คะแนน
 - 2.3 เขียนตารางแสดงค่า x, y และเขียนคู่อันดับได้ไม่ถูกต้อง 0 คะแนน
และเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้ไม่ถูกต้อง 0 คะแนน
3. ตรวจแบบทดสอบย่อยประจำชุดที่ 1 จำนวน 5 ข้อ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน) ในแต่ละข้อมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

ข้อ 1-3 ตอบถูกข้อละ 1 คะแนน ตอบผิดข้อละ 0 คะแนน

ข้อ 4 เขียนตารางและคู่อันดับได้ถูกต้อง 5 คู่ ได้ 5 คะแนน และคะแนนลดหลั่นตาม

ลำดับ

ข้อ 5 - เขียนกราฟได้ถูกต้องทุกขั้นตอน 2 คะแนน

- เขียนกราฟได้ถูกต้องบางขั้นตอน 1 คะแนน

- เขียนกราฟไม่ถูกต้อง 0 คะแนน

แผนโปร่งใส 1.1

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่มีตัวแปรสองตัว เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็น 1 และไม่มีการคูณกันของตัวแปร
 รูปทั่วไปเป็น $Ax + By + C = 0$ เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน x และ y เป็นตัวแปร

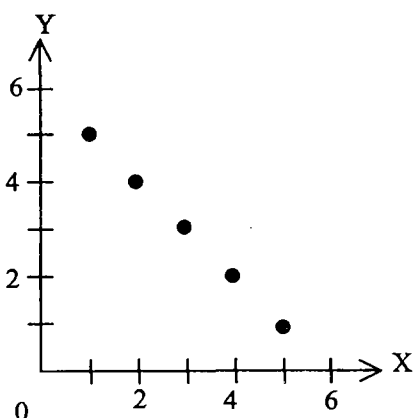
ตัวอย่างเช่น $2x + y = 15$

$$a = b + 1$$

$$2c = d$$

คำตอบของสมการเชิงเส้นที่มี x และ y เป็นตัวแปร คือ ค่า x และ y ที่ทำให้สมการเป็นจริง โดยคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นนิยมเขียนอยู่ในรูปคู่อันดับ (x, y) หรือกราฟก็ได้

ตัวอย่างเช่น สมการเชิงเส้น $x + y = 6$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็มบวก
 เขียนคำตอบของสมการในรูปคู่อันดับได้ดังนี้ $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$
 หรือนำมาเขียนกราฟได้ลักษณะดังนี้



แผนการสอนที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์(ค 011)
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
จำนวน 2 คาบ (เวลา 100 นาที)

สาระสำคัญ

-ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร หมายถึง ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ ที่ $ax + by = e$

$$cx + dy = f$$

โดยกำหนดให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

- คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งคู่เป็นจริง ซึ่งคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้น อาจมีเพียงคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบก็ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

หาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้รูปภาพ ตาราง หรือ กราฟ ได้

เนื้อหา

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือ ระบบสมการที่ประกอบด้วยสมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ นั่นคือ กำหนดให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียก

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ตัวอย่าง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เช่น

$$1) \quad 2x - y = 16$$

$$-x - y = -3$$

$$2) \quad 3a + 7b = 5$$

$$6a - 7b = 1$$

$$3) \quad s - t = 8$$

$$-2s + 5t = 1$$

$$4) \quad x - 4y = -2$$

$$-2x - y = 10$$

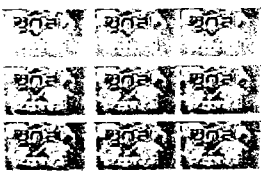
คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือค่าของ x และ y ที่ทำให้สมการทั้งคู่เป็นจริง ซึ่งคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้น อาจมีเพียงคำตอบเดียว มีหลายคำตอบ หรือไม่มีคำตอบก็ได้

ในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี เช่น

1. แก่ระบบสมการ โดยใช้รูปภาพ

ตัวอย่าง การหาคำตอบระบบสมการ $x + 3y = 10$ กับ $x + 9y = 22$

จากประโยคสัญลักษณ์ข้างต้น กำหนดให้ x แทนราคาขนม 1 ห่อ และ y แทนราคาลูกอม 1 เม็ด สมการ $x + 3y = 10$ จึงอาจแทนประโยคว่า “ซื้อขนม 1 ห่อ และลูกอม 3 เม็ด ราคา 10 บาท” สมการ $x + 9y = 22$ จึงอาจแทนประโยค “ซื้อขนม 1 ห่อ และลูกอม 9 เม็ด ราคา 22 บาท” ซึ่งเขียนแผนภาพแทนประโยคทั้งสองได้ดังนี้

		ราคา	
		ราคา	
		ราคา	
		ราคา	2 บาท
		ราคา	4 บาท

คำตอบของระบบสมการคือ $(4, 2)$ คือ ขนมราคาห่อละ 4 บาทและลูกอมราคาเม็ดละ 2 บาท

2. แก่ระบบสมการ โดยใช้ตาราง

ตัวอย่าง การหาคำตอบระบบสมการ $3x - y = 7$ กับ $4x - 3y = 11$

มีวิธีการหาคำตอบได้โดยการลองแทนค่า คาดเดาค่า x และ y ที่ทำให้สมการทั้งคู่เป็นจริง เช่น คาดเดาค่า x และ y ที่ทำให้สมการ $3x - y = 7$ กับ $4x - 3y = 11$ เป็นจริง

x	y	$3x - y$	$4x - 3y$
10	23	7	-29
8	17	7	-19
5	8	7	-4
4	5	7	1
2	-1	7	11

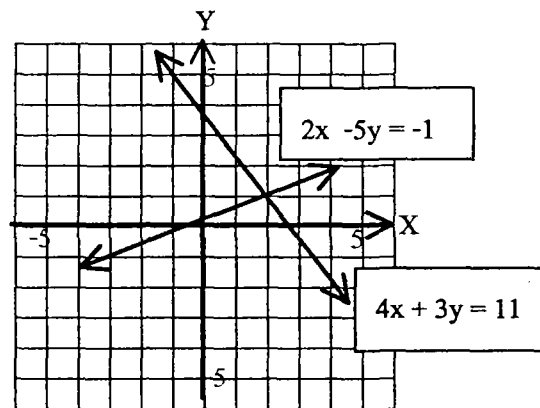
ค่า $x = 2$ และ $y = -1$ ทำให้สมการ $3x - y = 7$ กับ $4x - 3y = 11$ เป็นจริงทั้งคู่

ดังนั้น คำตอบของระบบสมการคือ $(2, -1)$

3. แก้ระบบสมการ โดยใช้กราฟ

ตัวอย่าง 1) หาคำตอบระบบสมการ $2x - 5y = -1$

$$4x + 3y = 11$$



กราฟของสมการ $2x - 5y = -1$ และ $4x + 3y = 11$ เป็นเส้นตรงตัดกันที่จุด $(2, 1)$

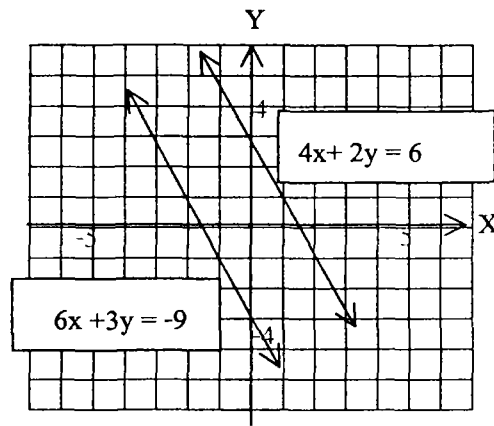
ดังนั้น $(2, 1)$ เป็นจุดที่อยู่บนเส้นตรง $2x - 5y = -1$ และ เส้นตรง $4x + 3y = 11$ แสดงว่า $(2, 1)$ เป็น

คำตอบของสมการ $2x - 5y = -1$ และ สมการ $4x + 3y = 11$

นั่นคือ $(2, 1)$ เป็นคำตอบของระบบสมการนี้

ตัวอย่าง 2) หาคำตอบระบบสมการ $4x + 2y = 6$

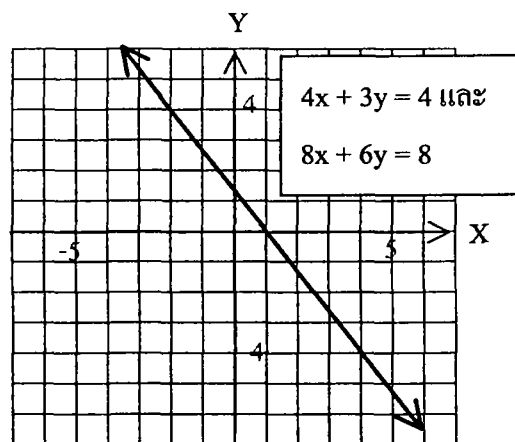
$$6x + 3y = -9$$



เส้นตรงที่ได้จากสมการ $4x + 2y = 6$ และ $6x + 3y = -9$ เป็นเส้นตรงที่ขนานกันหรือกราฟทั้งสองไม่มีจุดตัดนั่นเอง ดังนั้น จะไม่มีจุดใดๆ เลยที่อยู่บนเส้นตรงทั้งสองเส้น นั่นคือระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

ตัวอย่าง3) หาคำตอบระบบสมการ $4x + 3y = 4$

$$8x + 6y = 8$$



เส้นตรงที่ได้จากสมการ $4x + 3y = 4$ และ สมการ $8x + 6y = 8$ เป็นเส้นตรงสองเส้นทับกัน ดังนั้น ทุกจุดที่อยู่บนเส้นตรงดังกล่าวคือจุดที่อยู่บนเส้นตรงทั้งสองเส้น นั่นคือ คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนี้มีมากมายหลายคำตอบ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1

ชั้นนำ (ประมาณ 5 นาที)

1. แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. นักเรียนแบ่งกลุ่มโดยการจับสลากกลุ่มละ 4 คน
3. แจกชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 3

(ตอนที่ 1) ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

ขั้นสอน (ประมาณ 25 นาที)

1. นักเรียนศึกษาเนื้อหาและปฏิบัติกิจกรรมในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 3 (ตอนที่ 1) เป็นกลุ่ม 4 คน โดยมีการอภิปรายและซักถามกันได้กับสมาชิกในกลุ่มของตน หากมีข้อสงสัยซักถามครูผู้สอนได้

2. ขณะปฏิบัติกิจกรรมครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด และตอบข้อซักถามของนักเรียนพร้อมทั้งให้คำแนะนำในกลุ่มที่มีปัญหา ในกรณีที่นักเรียนกลุ่มใดหาคำตอบไม่ได้ครูแจกบัตรคำถามให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบ

3. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการปฏิบัติกิจกรรมคณิตศาสตร์ชุดที่ 3 (ตอนที่ 1)

ขั้นสรุป (ประมาณ 20 นาที)

1. นักเรียนและครูช่วยกันสรุปเนื้อหาเรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 เป็นกลุ่มร่วมกัน
3. นักเรียนและครูอภิปรายวิธีการหาคำตอบร่วมกัน

สื่อการสอน

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 3 (ตอนที่ 1)
2. แผ่นโป่งใส 3.1 และ แผ่นโป่งใส

การวัดผลประเมินผล

1. แบบสังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัดที่ 1 จำนวน 3 ข้อ (คะแนนรวม 12 คะแนน) มี

เกณฑ์ในการให้คะแนนแต่ละข้อดังนี้

ข้อ 1- 3 (ข้อละ 4 คะแนน)ในแต่ละข้อหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดย

1. ใช้ตารางหาค่า x และ y ได้ถูกต้อง 2 คะแนน ใช้ตารางหาค่า x และ y ถูกต้อง

บางส่วน 1 คะแนน ใช้ตารางหาค่า x และ y ไม่ถูกต้อง 0 คะแนน

2. เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้ทุกขั้นตอน 2

คะแนน เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้บางขั้นตอน 1

คะแนน เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ผิด 0 คะแนน

คาบที่ 2

ขั้นนำ (ประมาณ 5 นาที)

1. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
2. นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมจากคาบที่แล้ว กลุ่มละ 4 คน
3. แจกชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 3

(ตอนที่ 2) คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ให้นักเรียนคนละ 1 ชุด

ขั้นสอน (ประมาณ 25 นาที)

1. นักเรียนศึกษาเนื้อหาและปฏิบัติกิจกรรมในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 3 (ตอนที่ 2) เป็นกลุ่ม 4 คน โดยมีการอภิปรายและซักถามกันได้กับสมาชิกในกลุ่มของตน หากมีข้อสงสัยซักถามครูผู้สอนได้

2. ขณะปฏิบัติกิจกรรมครูดูแลนักเรียนในแต่ละกลุ่มอย่างใกล้ชิด และตอบข้อซักถามของนักเรียนพร้อมทั้งให้คำแนะนำในกลุ่มที่มีปัญหา

3. สุ่มนักเรียนนำเสนอผลการศึกษาค้นคว้ากิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 3 (ตอนที่ 2) หน้าชั้นเรียน และให้นักเรียนอภิปรายแสดงความคิดเห็นร่วมกัน

ขั้นสรุป (ประมาณ 20 นาที)

1. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปในเรื่องคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นกลุ่ม และตรวจคำตอบจากเฉลย
3. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดที่ 3 เป็นรายบุคคล (10 นาที)

สื่อการสอน

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทนชุดที่ 3 (ตอนที่ 2)
2. แผ่นโป่งใส 3.2 และ แผ่นโป่งใส

การวัดผลและประเมินผล

1. แบบสังเกตความสนใจ
2. ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัดที่ 2 จำนวน 2 ข้อ (คะแนนเต็ม 11 คะแนน) มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ ข้อ 1 (5 คะแนน) และ ข้อ 2 (5 คะแนน) ตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน
3. ตรวจสอบจากคะแนนแบบทดสอบย่อยประจำชุดที่ 3 จำนวน 3 ข้อ (คะแนนรวม 15 คะแนน) มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้
 - ข้อ 1.1 - กำหนดตัวแปรจำนวนที่ต้องการหาคำตอบได้ถูกต้อง 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน
 - เขียนระบบสมการแสดงความสัมพันธ์จากโจทย์ได้ถูกต้อง 2 คะแนน เขียนระบบสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ถูกบางส่วน 1 คะแนน เขียนระบบสมการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ผิด 0 คะแนน
 - แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการได้ถูกต้อง 2 คะแนน แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการได้ถูกต้องบางส่วน 1 คะแนน แสดงวิธีหาคำตอบของระบบสมการไม่ถูกต้อง 0 คะแนน
 - ข้อ 1.2 - เติมข้อความในตารางได้ถูกต้อง 4 คะแนน คะแนนลดหลั่นกันตามลำดับ
 - ตอบคำถามได้ถูกต้อง 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน
 - ข้อ 1.3 - เขียนเส้นจำนวนและเส้นกราฟแสดงการหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด 3 คะแนน
 - เขียนกราฟถูกบางส่วนได้ 1 หรือ 2 คะแนนลดหลั่นกัน
 - เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบไม่ถูกต้อง 0 คะแนน
 - ตอบคำถามได้ถูกต้องข้อละ 1 คะแนน ตอบผิด 0 คะแนน

แผนโปร่งใส 3.1

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ ระบบสมการที่ประกอบด้วย
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร 2 สมการ

กำหนดให้ a, b, c, d, e และ f เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่ a, b ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน
และ c, d ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียก

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

ว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ตัวอย่าง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เช่น

$$1) \quad 2x - y = 16$$

$$2) \quad s - t = 8$$

$$-x - y = -3$$

$$-2s + 5t = 1$$

$$3) \quad 3a + 7b = 5$$

$$4) \quad x - 4y = -5$$

$$6a - 7b = 1$$

$$-2x - y = 10$$

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรคือค่าของ x และ y ที่ทำให้
สมการทั้งคู่เป็นจริง

จากระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร $x + y = 8$

$$2x - y = 1$$

พบว่า $(1,7), (2,6), (3,5), (4,4)$ เป็นคำตอบของสมการ $x + y = 8$

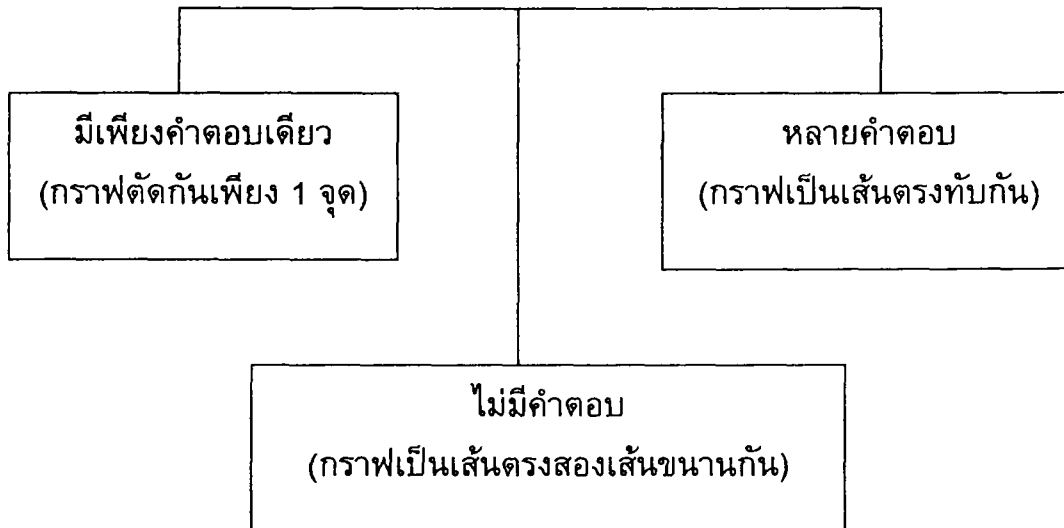
$(1,1), (2,3), (3,5), (4,7)$ เป็นคำตอบของสมการ $2x - y = 1$

จากคำตอบของสมการแต่ละสมการดังกล่าว พบว่า $(3,5)$ เป็นคำตอบของทั้งสองสมการ ดังนั้น $(3,5)$ เป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร $x + y = 8$ และ

$$2x - y = 1$$

แผนโปร่งใส 3.2

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้นจะเป็นอย่างไรอย่างหนึ่งในสามอย่างต่อไปนี้

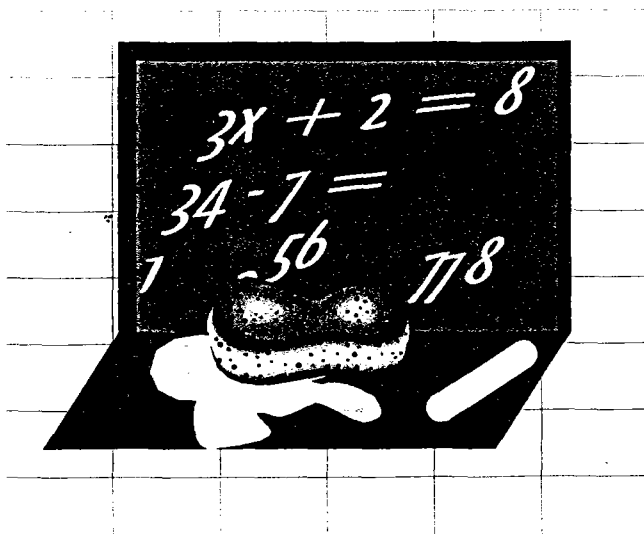


ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน

เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 1

เรื่อง สมการเชิงเส้น

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 011)



โรงเรียน.....

ชื่อ.....

ชั้น ม. 3/..... เลขที่.....

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้น มี 2 ตอน คือ
 - ตอนที่ 1 แปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์
 - ตอนที่ 2 การหาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
2. ให้นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา อย่างละเอียด พร้อมทั้งปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดให้อย่างเคร่งครัดและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง
3. นักเรียนสามารถถามและตอบคำถามซึ่งกันและกันได้เมื่อมีข้อสงสัยให้อภิปรายและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาที่ศึกษาได้ หรือสามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา
4. เมื่อทำแบบฝึกหัดในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 1 จบแล้ว นักเรียนมารับเฉลยจากครูไปตรวจคำตอบ
5. เมื่อศึกษาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 1 จบแล้ว นักเรียนแต่ละคนต้องทำแบบทดสอบย่อย คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากประโยคภาษาที่กำหนดให้ได้
2. หาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ตาราง และกราฟได้

เวลา

- กิจกรรมตอนที่ 1 ประมาณ 30 นาที
- กิจกรรมตอนที่ 2 ประมาณ 40 นาที

เนื้อหา

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตอนที่ 1 แปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

แบบฝึกหัดทบทวน

นักเรียนแปลงประโยคภาษาต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ผลต่างของสิบห้ากับสองเท่ากับสิบสาม	
2. จำนวนเต็มสองจำนวนรวมกันได้แปด	
3. ผลบวกของจำนวนหนึ่งกับสามเท่าของอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับสิบสอง	
4. สามเท่าของสิบห้ารวมกับเก้าเท่ากับยี่สิบสี่	
5. สามเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่าสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งอยู่สอง	
6. ยี่สิบห้ามากกว่าแปดอยู่สิบเจ็ด	
7. กำลังสองของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับหนึ่งร้อยยี่สิบเจ็ด	
8. สามเท่าของสิบแปดแบ่งเป็นสองส่วนเท่าๆกันได้ส่วนละยี่สิบเจ็ด	
9. ห้าเท่าของจำนวนหนึ่งบวกอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับสี่สิบห้า	
10. จำนวนกลัวยมากกว่าจำนวนน้อยหน้าอยู่สิบลูก	
11. ผลคูณของสองจำนวนมากกว่าสิบสองอยู่ห้า	
12. นักเรียนหญิงในชั้น ม.3 มีจำนวนเป็นสองเท่าของจำนวนนักเรียนชาย	
13. ผงซักฟอกสามกล่องมีราคาเท่ากับน้ำยาล้างจานสิบห้าขวด	
14. แม่มีอายุน้อยกว่าพ่อห้าปี	
15. ห้าเท่าของจำนวนดินสอที่มีเท่ากับจำนวนปากกา	
16. กางเกงราคาแพงกว่าเสื้ออยู่ห้าสิบบาท	

นักเรียนช่วยกันตอบคำถามต่อไปนี้

ถาม : ประโยคสัญลักษณ์ทั้ง 16 ข้อ มีชื่อเรียกว่าอย่างไร

ตอบ :

ถาม : ประโยคสัญลักษณ์ทั้ง 16 ข้อ มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร

ตอบ :

ถาม : สมการ หมายถึงอะไร

ตอบ :

ถาม : จำนวนที่ไม่ทราบค่าเรียกว่าอะไร

ตอบ :

ถาม : จากสมการที่กล่าวมามีสมการใดบ้างที่มีตัวแปร

ตอบ :

ถาม : เลขชี้กำลังของตัวแปรในแต่ละข้อเป็นเท่าใด

ตอบ :

ถาม : สมการที่มีเลขชี้กำลังเป็นหนึ่งและไม่มีการคูณกันของตัวแปร เรียกว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากสมการในข้อข้างต้นมีสมการใดบ้างเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ตอบ :

ถาม : ให้นักเรียนยกตัวอย่างสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มาอีก 5 สมการ

ตอบ :

ให้นักเรียนช่วยกันสรุป

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร หมายถึง.....

.....

.....

ตัวอย่างของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้แก่.....

.....

.....

ถาม : สมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่นักเรียนยกตัวอย่างมา บอกได้หรือไม่ว่าเป็นจริงหรือเท็จ เพราะเหตุใด

ตอบ :

ถาม : จากสมการ $x + y = 8$ แทนค่า x และ y ด้วยจำนวนเต็มใดบ้างที่ทำให้สมการเป็นจริง

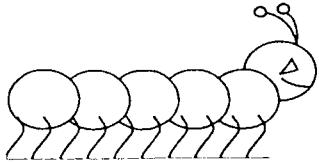
ตอบ :

ถาม : ค่า x และ y ที่ทำให้สมการนี้เป็นจริงเรียกว่า คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
ดังนั้น คำตอบของสมการ $x + y = 8$ เป็นเท่าใด

ตอบ :

ถาม : คำตอบของสมการ $2x + y = 16$ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนเต็ม เป็นเท่าใด

ตอบ :



นักเรียนช่วยกันสรุปนะจ๊ะ

คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร หมายถึง

.....
.....
.....
.....

แบบฝึกหัดที่ 1

1. จงแปลงประโยคภาษาต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์ (ข้อละ 1 คะแนน)

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ห้าเท่าของจำนวนหนึ่งมากกว่าสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งอยู่ห้า	
2. สามเท่าของผลบวกของจำนวนสองจำนวนมีค่าเท่ากับหนึ่งร้อยห้า	
3. หนึ่งในสองของจำนวนหนึ่งบวกด้วยสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับยี่สิบแปด	
4. ห้าในหกของผลบวกของจำนวนสองจำนวนมีค่าเท่ากับลบห้า	
5. สองเท่าของจำนวนหนึ่งบวกอีกจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับสิบเอ็ด	

2. พิจารณาประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ว่าเป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหรือไม่ (ข้อละ 1 คะแนน)

สมการ	เป็น	ไม่เป็น
1. $x - y + 1 = 0$		
2. $2xy + y = 16$		
3. $4x^2 + y = 0$		
4. $3x - 6y = -1$		
5. $x^2 - y = 4$		
6. $5x = 6y - 8$		
7. $3x + 2y = xy$		
8. $y^2 - 1 = x^2$		
9. $x^2 + 2y = 0$		
10. $\frac{x + y}{2} = 12$		

3. จงพิจารณาว่า คู่อันดับที่กำหนดให้เป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่

- $y = 3x - 1$; (5,14)
- $3x - y - 4 = 0$; (1,-7)
- $2x + 2y = -10$; (-4, -1)
- $y - 3x = 5$; (2, -1)
- $2x + y - 6 = 0$; (-2,6)

รวม.....คะแนน



ตอนที่ 2 คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สถานการณ์ที่ 1

ในห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมี
จำนวนนักเรียนหญิงและนักเรียนชายรวมกัน 12 คน ในห้องเรียนนี้มี
นักเรียนชายกี่คน และนักเรียนหญิงกี่คน

1. จงพิจารณาสถานการณ์และแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

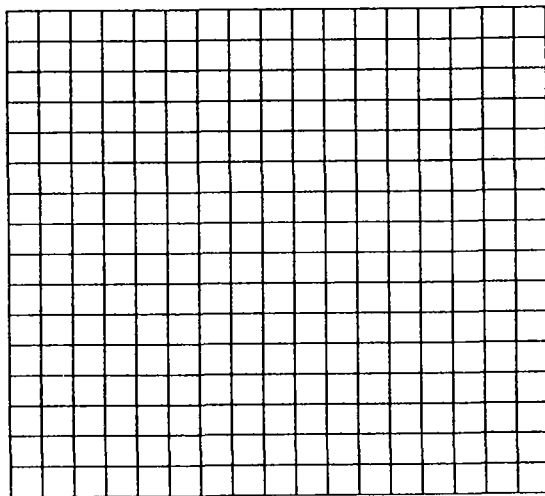
.....

.....

.....

.....

2. จงเขียนแสดงคำตอบที่ได้ในข้อ 1 ด้วยกราฟ



3. จากกราฟแสดงคำตอบ ลากเส้นเชื่อมจุดทุกจุดบนกราฟได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

สถานการณ์ที่ 2

ความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่ากับ 50 เซนติเมตร
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้มีความยาวด้านกว้างและด้านยาว ด้านละเท่าใด

1. จงพิจารณาสถานการณ์และแสดงวิธีหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

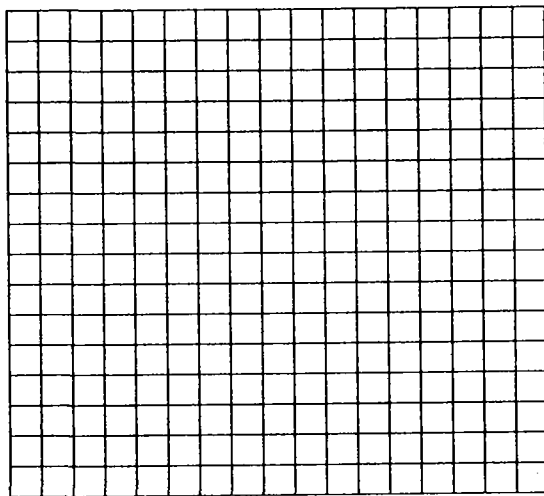
.....

.....

.....

.....

2. จงเขียนแสดงคำตอบที่ได้ในข้อ 1 ด้วยกราฟ



3. จากกราฟแสดงคำตอบ ลากเส้นเชื่อมจุดทุกจุดบนกราฟได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

1.3 $x - y + 2 = 0$ เมื่อ x และ y แทนจำนวนจริง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

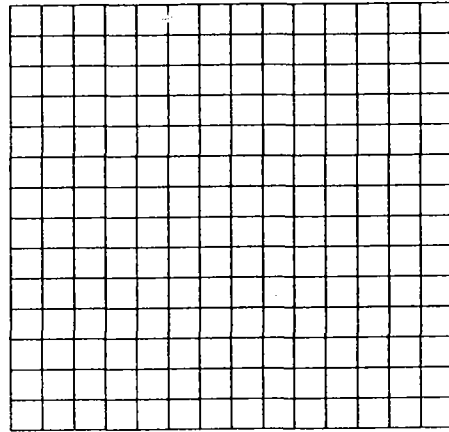
.....

.....

.....

.....

.....



1.4 $2x + 3y = 0$ เมื่อ x และ y แทนจำนวนจริง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

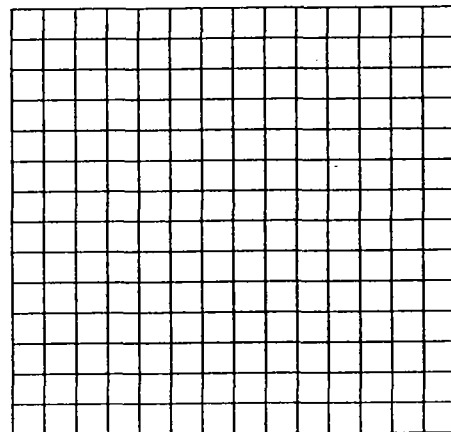
.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบย่อยประจำชุดกิจกรรมที่ 1

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้อง

1. “จำนวนสมุทมากกว่าสองเท่าของจำนวนหนังสืออยู่ 20 เล่ม” เมื่อแทนจำนวนสมุทด้วย x และ แทนจำนวนหนังสือด้วย y เขียนประโยคสัญลักษณ์แทนข้อความดังกล่าวได้ดังข้อใด

- ก. $x - y = 20$ ข. $y - x = 20$ ค. $x - 2y = 20$ ง. $2x - y = 20$

2. คู่อันดับใดเป็นคำตอบของสมการเชิงเส้น $3x - y = 4$

- ก. (1,1) ข. (-1,-1) ค. (2,-2) ง. (2,2)

3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

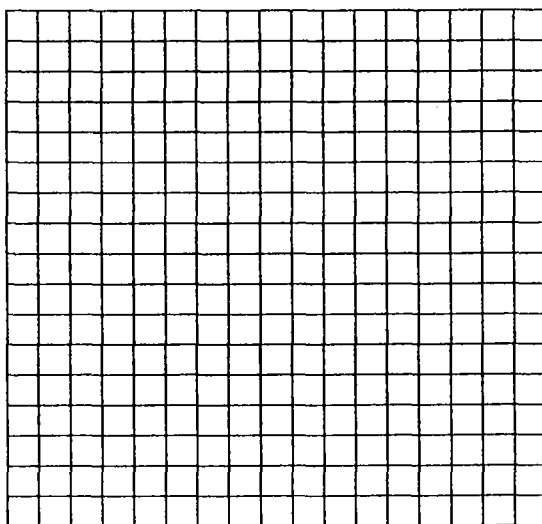
- ก. $2x^2 = y$ ข. $x - y + 5 = 0$ ค. $x + 2y = xy$ ง. $xy = 3$

นักเรียนเขียนแสดงคำตอบสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

4. แสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร $x + y - 5 = 0$ เมื่อ x และ y แทนจำนวนเต็ม ในรูปตารางของคู่อันดับมา 5 คำตอบ (5 คะแนน)

x	y	(x,y)

5. เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้น $y = 2x$ เมื่อ x และ y แทนจำนวนจริง(2 คะแนน)



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

เฉลยข้อ 1

1. $5x - 2y = 5$

2. $3(x+y) = 105$

3. $\frac{1}{2}x + 2y = 28$

4. $\frac{5}{6}(x+y) = -5$

5. $2x + y = 11$

เฉลยข้อ 2

1. เป็น

2. ไม่เป็น

3. ไม่เป็น

4. เป็น

5. ไม่เป็น

6. เป็น

7. ไม่เป็น

8. ไม่เป็น

9. ไม่เป็น

10. เป็น

เฉลยข้อ 3.

1. เป็น

2. ไม่เป็น

3. เป็น

4. ไม่เป็น

5. ไม่เป็น

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

1.1 ตัวอย่างคำตอบ ...(-1,4), (-3,5), (1,3), (3,2), (5,1).....

1.2 ตัวอย่างคำตอบ...(-1.5,-1.5), (0,0), (1,1), (2.75,2.75)....

1.3 ตัวอย่างคำตอบ...(-4,-2), (-3,-1),(-2,0),(-1,1),(0,2)...

1.4 ตัวอย่างคำตอบ... $\left(-1, \frac{2}{3}\right)$, $(0,0)$, $\left(1, -\frac{2}{3}\right)$...

เฉลยแบบทดสอบย่อยประจำชุดกิจกรรมที่ 1

1. ค

2. ง

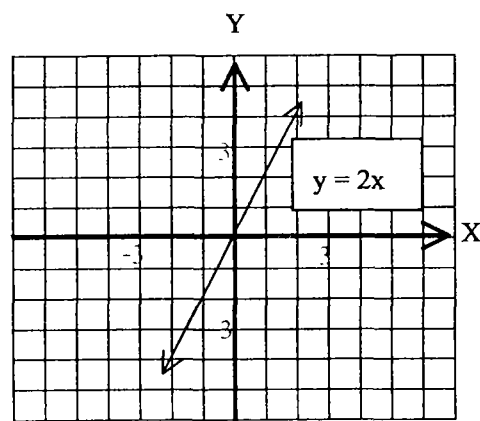
3. ข

4.

x	-2	-1	0	1	2
y	7	6	5	4	3



5.



ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน

เพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 3

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ค 011)



โรงเรียน.....

ชื่อ.....

ชั้น ม. 3/..... เลขที่.....

คำชี้แจง

1. ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร มี 2 ตอน คือ

- ตอนที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
- ตอนที่ 2 คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. ให้นักเรียนศึกษาจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหา อย่างละเอียด พร้อมทั้งปฏิบัติตามขั้นตอนที่กำหนดให้อย่างเคร่งครัดและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง

3. นักเรียนสามารถถามและตอบคำถามซึ่งกันและกันได้เมื่อมีข้อสงสัยให้อภิปรายและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาที่ศึกษาได้ หรือสามารถขอคำแนะนำจากครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

4. เมื่อทำแบบฝึกหัดในชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 3 จบแล้ว นักเรียนมารับเฉลยจากครูไปตรวจคำตอบ

5. เมื่อศึกษาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเพื่อส่งเสริมการใช้ตัวแทน ชุดที่ 3 จบแล้ว นักเรียนแต่ละคนต้องทำแบบทดสอบย่อย คะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. หาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้รูปภาพ ตาราง หรือ กราฟ ได้

เวลา

- กิจกรรมตอนที่ 1 ประมาณ 45 นาที
- กิจกรรมตอนที่ 2 ประมาณ 45 นาที

เนื้อหา

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้การวาดรูป ตารางและกราฟ

ตอนที่ 1 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สถานการณ์ที่ 1

ชื่อขนม 1 ห่อ กับลูกอม 3 เม็ด ราคา 10 บาท
และ ขนม 1 ห่อกับลูกอม 9 เม็ด ราคา 22 บาท
จงหาว่าขนม กับลูกอม ราคาหน่วยละเท่าใด

จงพิจารณาสถานการณ์และแสดงวิธีหาคำตอบ

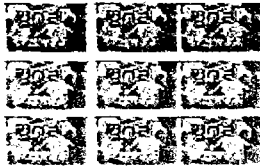
[illegible]

บัตรคำถาม

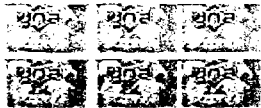
สถานการณ์ที่ 1



ราคา



ราคา



ราคา

.....



ราคา

.....



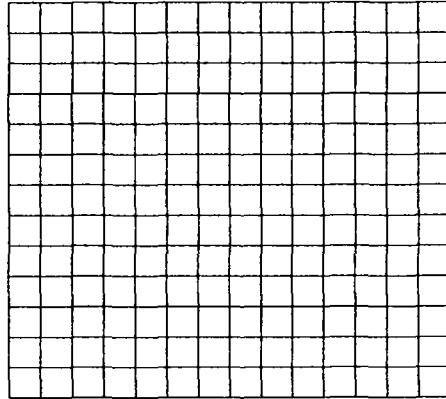
ราคา

.....

1. จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ถ้านักเรียนทราบเพียงว่า “ขนม 1 ถุง กับลูกอม 3 เม็ด ราคา 10 บาท” นักเรียนบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่า ขนมและลูกอมราคาอย่างละกี่บาท.....
2. ถ้านักเรียนทราบเพียงว่า “ขนม 1 ถุงกับลูกอม 9 เม็ด ราคา 22 บาท” นักเรียนบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่าขนมและลูกอมราคาอย่างละกี่บาท.....
3. ถ้านักเรียนทราบว่า “ขนม 1 ถุง กับลูกอม 3 เม็ด ราคา 10 บาท” และ “ขนม 1 ถุงกับลูกอม 9 เม็ด ราคา 22 บาท” นักเรียนบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่าขนมและลูกอมราคาอย่างละกี่บาท.....
4. จากรูปนักเรียนบอกราคาขนม 1 ถุงกับลูกอม 1 เม็ดได้อย่างไร.....
.....
5. จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ถ้ากำหนดให้ขนม 1 ถุงราคา x บาท และลูกอม 1 เม็ด ราคา y บาท ประโยคภาษา “ขนม 1 ถุง กับลูกอม 3 เม็ด ราคา 10 บาท” และ “ขนม 1 ถุงกับลูกอม 9 เม็ด ราคา 22 บาท” เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้อย่างไร

6. ประโยคสัญลักษณ์ที่ได้นี้ เรียกว่า ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังนั้นระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรหมายถึงอะไร.....

7. เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการนี้ได้ดังนี้

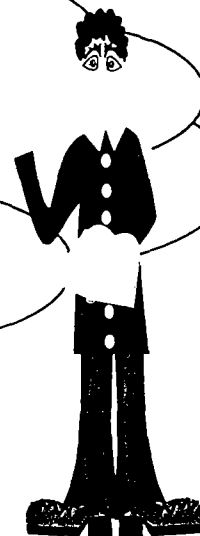


8. จุดตัดของกราฟคือ.....

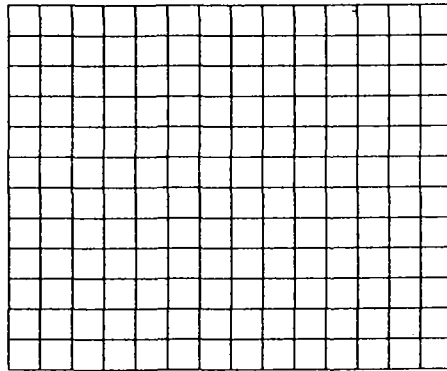
9. นำคู่อันดับที่เป็นจุดตัดในข้อ 8 ไปแทนในระบบสมการแล้วพิจารณาว่าผลที่ได้เป็นอย่างไร

10. นักเรียนคิดว่าจุดตัดของกราฟที่ได้เกี่ยวข้องกับอย่างไรกับระบบสมการ

การเขียนคำตอบของระบบสมการในลักษณะคู่อันดับ
จะเขียนเรียงตามลำดับตัวอักษร เช่น นิยมเขียนคู่อันดับ (s,t) จะไม่เขียน (t,s) หรือ นิยมเขียน (x,y) จะไม่เขียน (y,x)



7. เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการนี้ได้ดังนี้

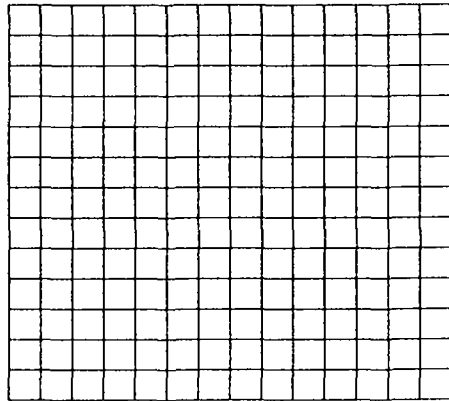


8. จุดตัดของกราฟคือ.....

9. นำคู่อันดับที่เป็นจุดตัดในข้อ 8 ไปแทนในระบบสมการแล้วพิจารณาว่าผลที่ได้เป็นอย่างไร

10. นักเรียนคิดว่าจุดตัดของกราฟที่ได้เกี่ยวข้องกับอย่างไรกับระบบสมการ

7. เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการนี้ได้ดังนี้



8. จุดตัดของกราฟคือ.....

9. นำคู่อันดับที่เป็นจุดตัดในข้อ 8 ไปแทนในระบบสมการแล้วพิจารณาว่าผลที่ได้เป็นอย่างไร

.....

10. นักเรียนคิดว่าจุดตัดของกราฟที่ได้เกี่ยวข้องกับอย่างไรกับระบบสมการ

.....

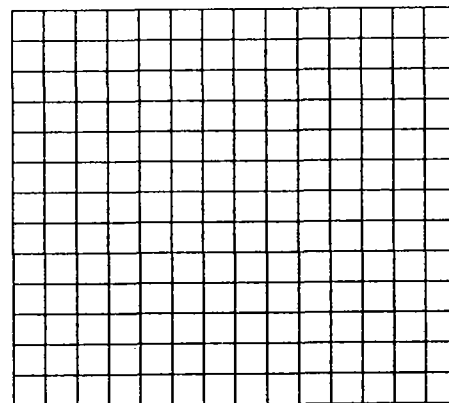
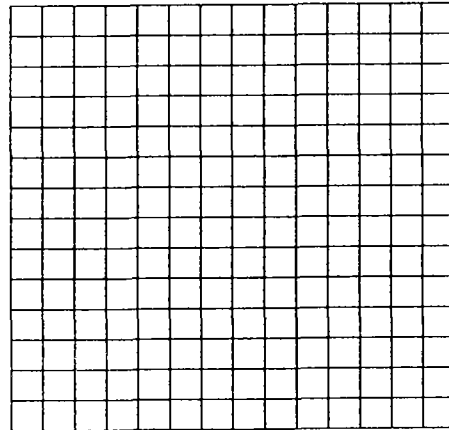
แบบฝึกหัดที่ 1

1. นักเรียนใช้ ตาราง และกราฟ เพื่อหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้

(ข้อละ 4 คะแนน)

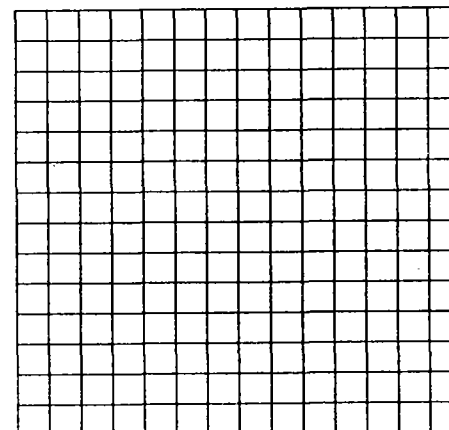
1.1 $x + y = 6$

$x - y = 2$



1.2 $3x + 4y = 10$

$x - y = 1$



1.3 $x - 2y = 0$

$x + 2y = 8$

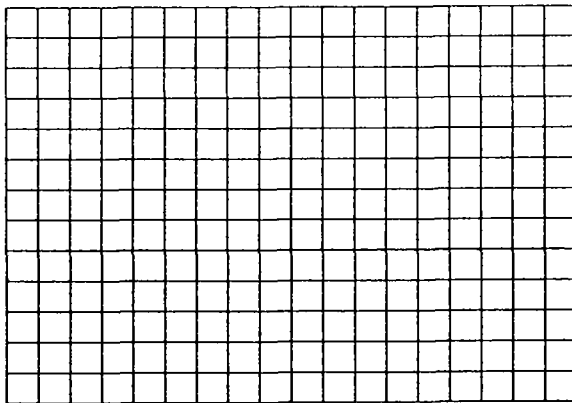
ตอนที่ 2 คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

สถานการณ์ที่ 1

$$\text{ระบบสมการ } x + y = 10$$

$$x - y = 4$$

- จัดรูปสมการ $x + y = 10$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้
จัดรูปสมการ $x - y = 4$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้
- เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการนี้ได้อย่างไร



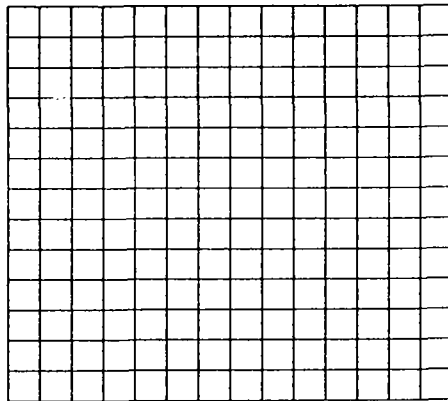
- ลักษณะกราฟที่ได้จากสมการ $x + y = 10$ และ $x - y = 4$ เป็นอย่างไร.....
.....
- คำตอบของระบบสมการนี้คือ.....

สถานการณ์ที่ 2

$$\text{ระบบสมการ } 3x - 4y = -15$$

$$5x + y = -2$$

- จัดรูปสมการ $3x - 4y = -15$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้
จัดรูปสมการ $5x + y = -2$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้
- เขียนกราฟแสดงคำตอบของระบบสมการนี้ได้อย่างไร



3. ลักษณะกราฟที่ได้จากสมการ $3x - 4y = -15$ และ $5x + y = -2$ เป็นอย่างไร.....

.....

4. คำตอบของระบบสมการนี้คือ.....

สถานการณ์ที่ 3

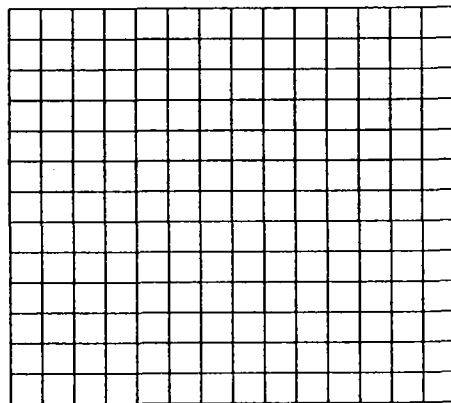
$$\text{ระบบสมการ } 4x + 2y = 6$$

$$6x + 3y = -9$$

1. จัดรูปสมการ $4x + 2y = 6$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้

จัดรูปสมการ $6x + 3y = -9$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้

2. เขียนกราฟแสดงคำตอบของระบบสมการนี้ได้อย่างไร



3. ลักษณะกราฟที่ได้จากสมการ $4x + 2y = 10$ และ $6x + 3y = -9$ เป็นอย่างไร.....

.....

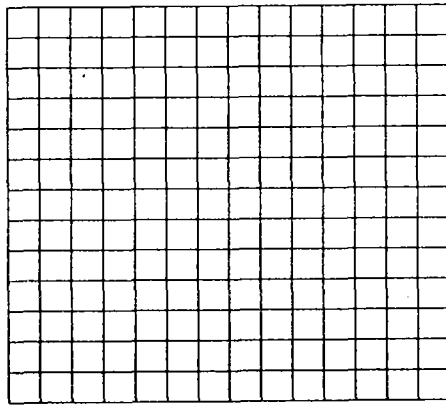
4. คำตอบของระบบสมการนี้คือ.....

สถานการณ์ที่ 4

ระบบสมการ $4x + 2y = 4$

$8x + 4y = 8$

- จัดรูปสมการ $4x + 2y = 4$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้
จัดรูปสมการ $8x + 4y = 8$ ให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้
- เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการนี้ได้อย่างไร



- ลักษณะกราฟที่ได้จากสมการ $4x + 2y = 4$ และ $8x + 4y = 8$ เป็นอย่างไร.....
- คำตอบของระบบสมการนี้คือ.....

นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

.....

.....

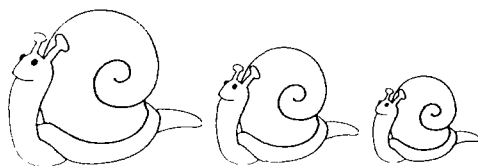
.....

.....

.....

.....

.....



แบบฝึกหัดที่ 2

1. คู่อันดับที่กำหนดให้เป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้หรือไม่ (ข้อละ 1 คะแนน)

1.1 $(-1, 1)$; $x + y = 1$

$x - y = 2$

1.3 $(2, \frac{11}{15})$; $3x + 15y = 17$

$15x - 15y = 29$

1.5 $(3, -1)$; $y = -2x + 5$

$y = x - 4$

1.2 $(-2, -11)$; $2x + y = 7$

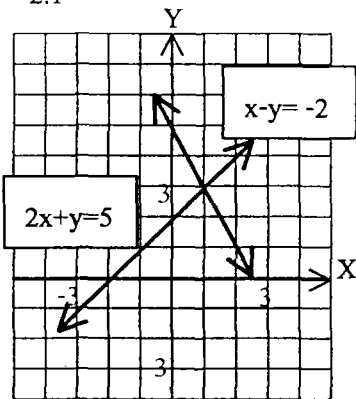
$x - 3y = 5$

1.4 $(\frac{9}{4}, \frac{7}{2})$; $y = 2 + \frac{2}{3}x$

$y = -\frac{2}{3}x + 5$

2. จากกราฟที่กำหนดให้ คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นเป็นเท่าใด (ข้อละ 1 คะแนน)

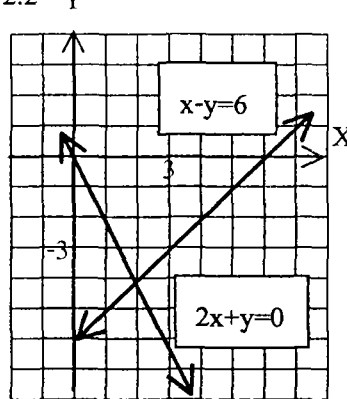
2.1



คำตอบของระบบ

สมการคือ.....

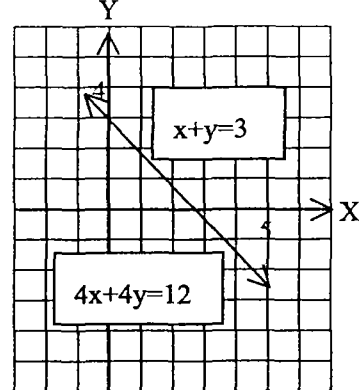
2.2



คำตอบของระบบ

สมการคือ.....

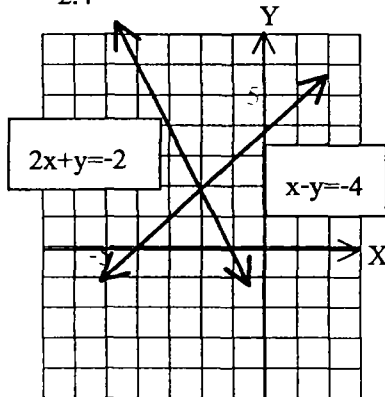
2.3



คำตอบของระบบ

สมการคือ.....

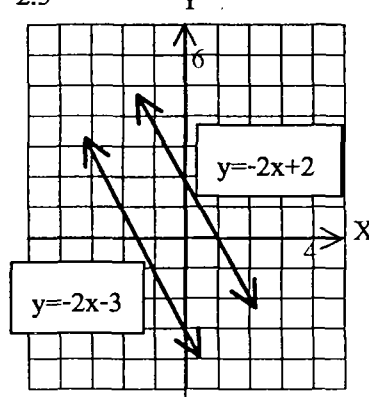
2.4



คำตอบของระบบ

สมการคือ.....

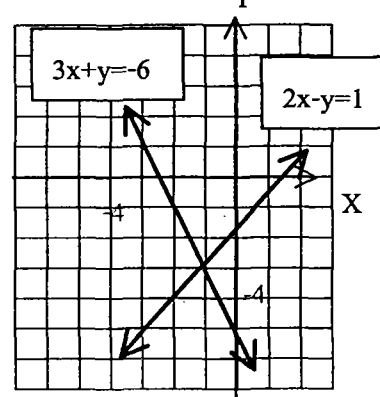
2.5



คำตอบของระบบ

สมการคือ.....

2.6



คำตอบของระบบ

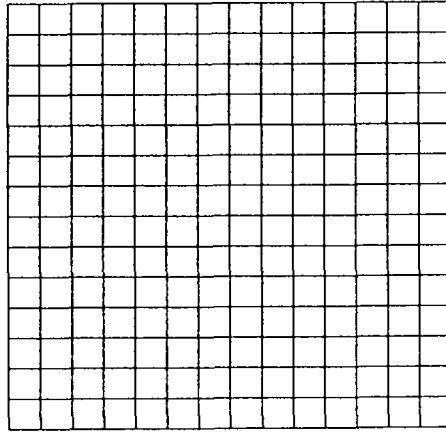
สมการคือ.....

คำตอบของระบบสมการนี้คือ.....

(1 คะแนน)

1.3 เขียนกราฟแสดงการหาคำตอบของระบบสมการ $x + y = 9$ และ $3x + 3y = 27$

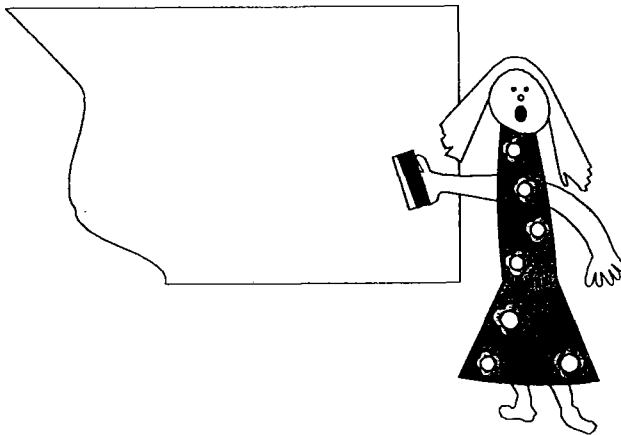
(3 คะแนน)



(ข้อละ 2 คะแนน)

เส้นตรงที่ได้จากสมการ $x + y = 9$ และ $3x + 3y = 27$ ตัดกันที่จุดใด.....

คำตอบของระบบสมการนี้คือ.....



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1

1.1 (4, 2) 1.2 (2, 1) 1.3 (4, 2)

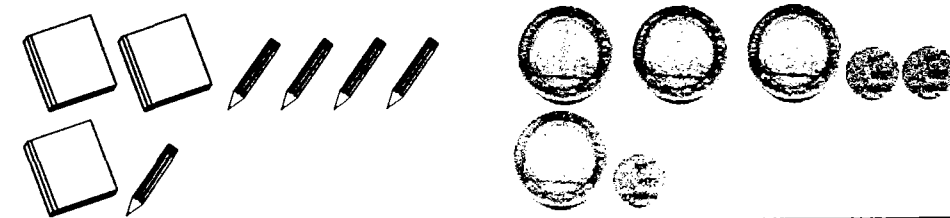
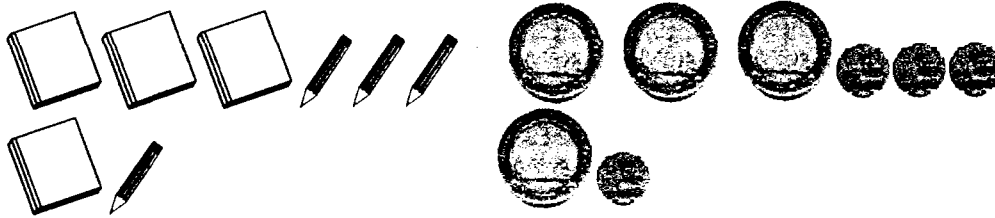
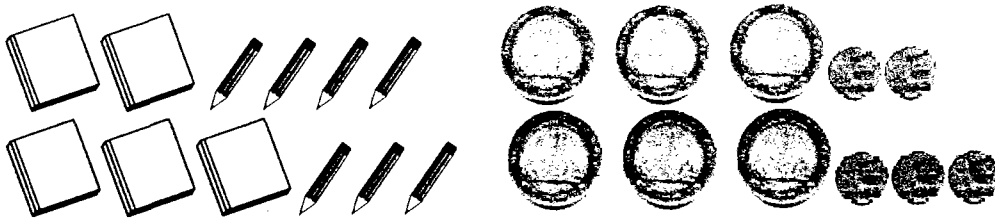
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

1.1 ไม่เป็น 2.1 (1, 3)
 1.2 ไม่เป็น 2.2 (2, -4)
 1.3 ไม่เป็น 2.3 ระบบสมการนี้มีหลายคำตอบ
 1.4 เป็น 2.4 (-2, 2)
 1.5 เป็น 2.5 ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ 2.6 (-1, -3)

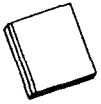
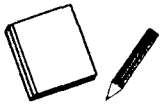
เฉลยแบบทดสอบย่อยประจำชุดที่ 3

1.1 เมื่อกำหนดให้ x แทนจำนวนสมุด และ y แทนจำนวนดินสอ

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่ได้คือ $2x + 4y = 32$ และ $3x + 3y = 33$



ราคา 5 บาท



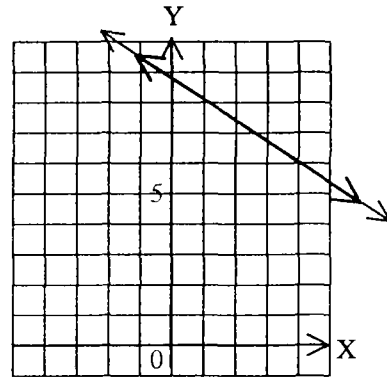
ราคา 6 บาท

คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นคือ (6, 5)

1.2

x	y	$5x - 2y$	$3x - 7y$
7	20	-5	-119
5	15	-5	-90
3	10	-5	-61
1	5	-5	-32

1.3



คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นคือ (1, 5)

เส้นตรงสองเส้นไม่ตัดกัน

ระบบสมการนี้มีหลายคำตอบ

ภาคผนวก ง

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น (ค.011) **ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

คำชี้แจง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วกากบาท(X)ทับข้อที่ถูกลงในกระดาษคำตอบ

แบบทดสอบจำนวน 30 ข้อ เวลา 1 ชั่วโมง

จุดประสงค์ที่ 1 เขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากประโยคภาษาที่กำหนดให้และจากสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่กำหนดให้เขียนเป็นประโยคภาษาได้

1. “แม่อายุน้อยกว่าพ่ออยู่ห้าปี” ถ้ากำหนดให้พ่อมีอายุ x ปี และ แม่มีอายุ y ปีแล้ว เขียนสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ตรงกับข้อใด

ก. $x = y - 5$

ข. $y = 5 + x$

ค. $x - y = 5$

ง. $y - x = 5$

2. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร $2x + y = 12$ มีความหมายตรงกับข้อความใด

ก. เมื่อกำหนดให้ จำนวนนักเรียนหญิงแทนด้วย x และ จำนวนนักเรียนชายแทนด้วย y จะได้ว่า

“สองเท่าของจำนวนนักเรียนหญิงมากกว่าจำนวนนักเรียนชายอยู่สิบสองคน”

ข. เมื่อกำหนดให้ อายุของน้องชายแทนด้วย x และ อายุของพี่ชายแทนด้วย y จะได้ว่า

“สองเท่าของอายุน้องชายรวมกับอายุพี่ชายเท่ากับสิบสองปี”

ค. เมื่อกำหนดให้ x และ y แทนจำนวนจริงใด ๆ จะได้ว่า

“หนึ่งในสองของจำนวนหนึ่งรวมกับอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับสิบสอง”

ง. เมื่อกำหนดให้ จำนวนปากกา แทนด้วย x และ จำนวนสมุดแทนด้วย y จะได้ว่า

“จำนวนปากการวมกับสองเท่าของจำนวนสมุดเท่ากับสิบสอง”

จุดประสงค์ที่ 2 หาคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ ตารางและกราฟได้

3. ข้อใดแสดงคำตอบชุดหนึ่งของสมการเชิงเส้น $2x - y + 3 = 0$

ก.

x	-1	0	1
y	-5	-3	-1

ข.

x	-1	0	1
y	5	3	1

ค.

x	-1	0	1
y	1	3	5

ง.

x	-1	0	1
y	5	-3	-5

4. ข้อใดเป็นคำตอบของสมการเชิงเส้น $y = x + 2$

- ก. (1,2)
- ข. (-1, 1)
- ค. (-2,-2)
- ง. (-3, 1)

5. ถ้า $(a, 5)$ เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้น $2x - y = 1$ แล้ว a มีค่าเท่าใด

- ก. $a = 0$
- ข. $a = 1$
- ค. $a = 2$
- ง. $a = 3$

6. จำนวนจริง k ที่ทำให้ $(12, -3)$ เป็นคำตอบของสมการ $2x + 3y = 3k$ เท่ากับเท่าใด

- ก. 5
- ข. 4
- ค. 3
- ง. 2

จุดประสงค์ที่ 3 จัดสมการที่กำหนดให้ในรูป $y = ax + b$ และบอกค่า a และ b ได้

7. สมการเชิงเส้น $-2x + y = 0$ จัดให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ ได้ค่า a และ b เท่ากับเท่าใด

- ก. $a = -2, b = -1$
- ข. $a = -2, b = 0$
- ค. $a = 2, b = 0$
- ง. $a = 2, b = 1$

8. ข้อใดสรุปถูกต้อง

1. สมการเชิงเส้น $x + y = 1$ เมื่อ จัดให้อยู่ในรูป $y = ax + b$ จะได้ค่า $a > 0$
2. สมการเชิงเส้น $-2x + y = -5$ จัดรูปใหม่ได้ $y = 2x + 5$
3. สมการ $y = -x - 5$ มีค่า $a < 0$ และ $b < 0$

- ก. ข้อ 1 และ 3 ถูกต้อง
- ข. ข้อ 1 และ 2 ผิด
- ค. ข้อ 1, 2 และ 3 ผิด
- ง. ข้อ 1, 2 และ 3 ถูกต้อง

จุดประสงค์ที่ 4 เขียนกราฟของสมการ $y = ax + b$ และบอกลักษณะของกราฟได้

9. กราฟในข้อใดตัดแกน Y ที่จุด $(0, 1)$

ก. $\bar{y} + 4x + 1 = 0$

ข. $y - 4x - 1 = 0$

ค. $2y - 4x - 1 = 0$

ง. $2y + 4x + 1 = 0$

10. ข้อใดเป็นลักษณะของกราฟ $y = -2$

ก. ตัดแกน x ที่จุด $(-2, 0)$

ข. ตัดแกน y ที่จุด $(-2, 0)$

ค. ขนานกับแกน x

ง. ขนานกับแกน y

จุดประสงค์ที่ 5 บอกได้ว่ากราฟของสมการ 2 สมการที่กำหนดให้มีลักษณะขนานกันหรือตัดกันที่จุดใด

11. กราฟของสมการ $x = 0$ และ $y = x - 4$ ตัดกันที่จุดใด

ก. $(0, 0)$

ข. $(0, 4)$

ค. $(-4, 0)$

ง. $(0, -4)$

12. กราฟของสมการคู่ใดขนานกัน

ก. $x + y = 7$ และ $2x - 2y = 13$

ข. $x - y = 7$ และ $2x - 2y = 13$

ค. $x + 2y = 7$ และ $2x + y = 13$

ง. $-x + y = 7$ และ $2x + 2y = 13$

จุดประสงค์ที่ 6 หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้การวาดรูป ตาราง หรือ กราฟได้

13. จากรูปและข้อมูลที่กำหนดให้เขียนเป็นระบบสมการเชิงเส้นได้ตรงกับข้อใด เมื่อกำหนด

ให้ x แทน  และ y แทน 



ราคา 30 บาท



ราคา 35 บาท

ก. $3x + 2y = 30$ และ $2x + 3y = 35$

ข. $3x - 2y = 30$ และ $2x - 3y = 35$

ค. $2x + 3y = 30$ และ $2x + 3y = 35$

ง. $2x - 3y = 30$ และ $2x - 3y = 35$

14.

c	d	$2c-d$	$3c-2d$
1	-4	6	11
2	-2	6	10
3	0	6	9
4	2	6	8

จากตารางข้อใดคือคำตอบของระบบสมการ $2c - d = 6$ และ $3c - 2d = 9$

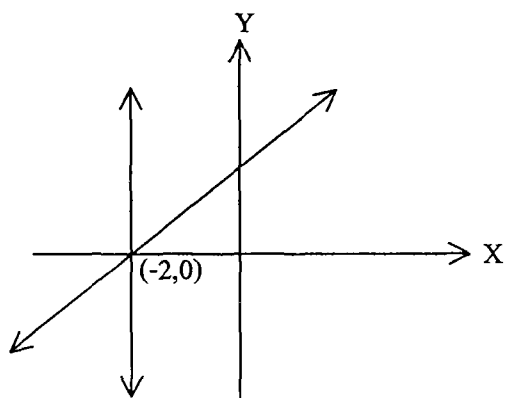
ก. $(1, -4)$

ข. $(2, -2)$

ค. $(3, 0)$

ง. $(4, 2)$

15.



จากกราฟที่กำหนดให้เป็นคำตอบของระบบสมการในข้อใด

ก. $y + x = -2$ และ $y = -2$

ข. $y + x = 2$ และ $x = -2$

ค. $y - x = 2$ และ $y = -2$

ง. $y - x = 2$ และ $x = -2$

16. ตารางใดแสดงค่า c และ d ที่เป็นคำตอบของระบบสมการ $5c - 10d = 5$ กับ $3c - d = 8$

ก.

c	d
-9	5
-7	4

ข.

c	d
-5	-3
-3	-2

ค.

c	d
5	2
3	1

ง.

c	d
9	-4
7	-3

จุดประสงค์ที่ 7 บอกสมบัติการบวกและการคูณได้

17. ข้อใดต้องใช้ทั้งสมบัติการบวกและการคูณในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น

ก. $x + y = 5$ และ $-x - y = 10$

ข. $-2x + 2y = 11$ และ $-2x - 2y = -15$

ค. $3x + 5y = 11$ และ $-2x - 7y = -12$

ง. $-x - y = 15$ และ $-x + y = 12$

18. ข้อใดเป็นการแก้ระบบสมการเชิงเส้น

$$2x + 3y = -3 \dots\dots\dots(1)$$

$$-x - 2y = 2 \dots\dots\dots(2)$$

ก. สมการ (2) คูณด้วย 3 เพื่อกำจัดตัวแปร y

ข. สมการ (2) คูณด้วย 2 เพื่อกำจัดตัวแปร x

ค. สมการ (1) คูณด้วย 3 และ สมการ (2) คูณด้วย 2 เพื่อกำจัดตัวแปร y

ง. สมการ (1) และ (2) คูณด้วย 2 เพื่อกำจัดตัวแปร x

จุดประสงค์ที่ 8 แก่ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้การแทนค่า และการกำจัดตัวแปรได้

19. ข้อใดกล่าวถูกต้อง ในการแก้ระบบสมการเชิงเส้น $x + y = 3$(1)
 $2x + y = -1$(2)

ก. สมการ (1) จัดรูปย้ายมือเป็นตัวแปร y ได้ $y = 3 + x$

ข. สมการ (2) จัดรูปย้ายมือเป็นตัวแปร y ได้ $y = -1 + 2x$

ค. สมการ (2) จัดรูปย้ายมือเป็นตัวแปร x ได้ $x = -\frac{1}{2} - \frac{y}{2}$

ง. คำตอบของระบบสมการเชิงเส้นนี้คือ $(7, -4)$

20. ถ้ากำหนดให้ (a, b) เป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น $-5u + 3w = -2$ และ $-9u + 3w = -18$
 แล้วค่า $a + b$ เท่ากับเท่าใด

ก. -10

ข. -8

ค. 10

ง. 14

21. กำหนดระบบสมการเชิงเส้น $x - y = 5$ กับ $3x - 3y = 15$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ

ข. ระบบสมการนี้มีคำตอบเดียว

ค. ระบบสมการนี้มีหลายคำตอบ

ง. ระบบสมการนี้มีคำตอบเป็นอะไรก็ได้

22. ขั้นตอนต่อไปนี้เป็น การแก้ระบบสมการเชิงเส้นข้อใด

“สมการ (1) คูณด้วย 3 นำสมการใหม่ที่ได้มาบวกกับสมการ (2) เพื่อกำจัดตัวแปร y และแก้สมการได้ค่า $x = 4$ ”

ก. $2x + y = 7$ (1)

ข. $2x + y = -10$(1)

$2x - 3y = -12$ (2)

$2x - 3y = -12$(2)

ค. $2x + y = 10$(1)

ง. $2x + y = 7$ (1)

$3x - 3y = 6$(2)

$x - 3y = 5$(2)

23. ถ้าให้ (a, b) เป็นคำตอบของระบบสมการเชิงเส้น $3x - 4y = -15$ และ $5x + y = -2$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

ก. -4

ข. -1

ค. 3

ง. 2

จุดประสงค์ที่ 9 เขียนระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากประโยคภาษาที่กำหนดให้และจากระบบสมการที่กำหนดให้เขียนเป็นประโยคภาษาได้

24. ระบบสมการเชิงเส้น $2x - y = 5$ และ $x + y = 22$ เขียนข้อความได้ตรงกับข้อใด

ก. เมื่อกำหนดให้ x แทนจำนวนดินสอ และ y แทนจำนวนปากกา จะได้ว่า

“ดินสอสองแท่งรวมกับปากกาหนึ่งด้ามราคาห้าบาท” และ

“ผลรวมของราคาดินสอกับปากกาเป็นยี่สิบสองบาท”

ข. เมื่อกำหนดให้ x แทนจำนวนนักเรียนหญิง และ y แทนจำนวนนักเรียนชาย จะได้ว่า

“สองเท่าของจำนวนนักเรียนหญิงน้อยกว่าจำนวนนักเรียนชายห้าคน” และ

“จำนวนนักเรียนชายและจำนวนนักเรียนหญิงห้านี้เป็นยี่สิบสองคน”

ค. เมื่อกำหนดให้ x แทนราคาสมุด และ y แทนราคาหนังสือ จะได้ว่า

“ราคาของหนังสือถูกกว่าสองเท่าของราคาสมุดอยู่ห้าบาท” และ

ราคาสมุดกับหนังสือรวมกันเป็นยี่สิบสองบาท

ง. เมื่อกำหนดให้ x แทนอุณหภูมิต่ำสุด และ y แทนอุณหภูมิสูงสุด จะได้ว่า

“สองเท่าของอุณหภูมิต่ำสุดมากกว่าอุณหภูมิสูงสุดอยู่ห้าองศาเซลเซียส” และ

“อุณหภูมิสูงสุดและต่ำสุดต่างกันอยู่ยี่สิบสององศาเซลเซียส”

25. ข้อความ “สี่เท่าของมุมหนึ่งมากกว่าอีกมุมหนึ่งอยู่ 10 องศาและเป็นมุมประกอบมุมฉาก”

เขียนระบบสมการเชิงเส้นแทนข้อความนี้ได้อย่างไร

ก. $x + y = 180$ และ $4x - y = 10$

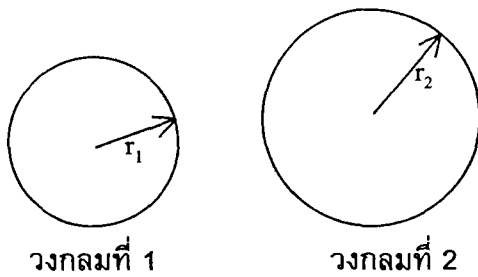
ข. $x + y = 90$ และ $4x - y = 10$

ค. $x + y = 180$ และ $4x + y = 10$

ง. $x + y = 90$ และ $x - 4y = 10$

จุดประสงค์ที่ 10 สร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากโจทย์ปัญหาและใช้ความรู้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเพื่อหาคำตอบของโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง

26.



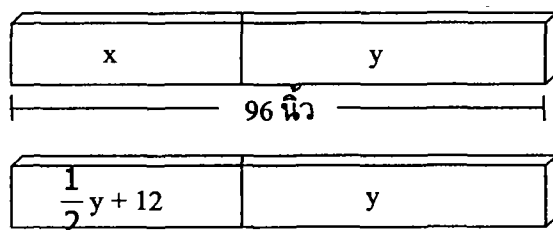
จากรูป สองเท่าของความยาวของรัศมีวงกลมที่ 1 เท่ากับความยาวของรัศมีวงกลมที่ 2 และผลรวมของรัศมีของวงกลมทั้งสองเท่ากับ 6 นิ้ว ความยาวของรัศมีวงกลมที่ 2 เท่ากับเท่าใด

- ก. 1 นิ้ว
- ข. 2 นิ้ว
- ค. 3 นิ้ว
- ง. 4 นิ้ว

27. จำนวนสองจำนวนรวมกันได้ 87 และมีผลต่างเป็น 21 จำนวนทั้งสองนั้นคือข้อใด

- ก. 58 กับ 29
- ข. 56 กับ 31
- ค. 54 กับ 33
- ง. 52 กับ 35

28.



จากรูป ความยาวของไม้ท่อนสั้นเท่ากับเท่าใด

- ก. ไม้ท่อนสั้นยาว 45 นิ้ว
- ข. ไม้ท่อนสั้นยาว 43 นิ้ว
- ค. ไม้ท่อนสั้นยาว 41 นิ้ว
- ง. ไม้ท่อนสั้นยาว 40 นิ้ว

29. ความต้านทานของตัวต้านทาน R_1 เท่ากับสามเท่าของตัวต้านทาน R_2 และผลรวมของความต้านทานของตัวต้านทาน R_1 และ R_2 เท่ากับ 560 หน่วย เขียนความสัมพันธ์ของ R_1 และ R_2 จากข้อความที่กำหนดให้ได้อย่างไร

ก. $R_1 = \frac{1}{3} R_2$ และ $R_1 + R_2 = 560$

ข. $\frac{1}{3} R_1 = R_2$ และ $R_1 + R_2 = 560$

ค. $R_1 = 3R_2$ และ $R_1 + R_2 = 560$

ง. $3R_1 = R_2$ และ $R_1 + R_2 = 560$

จากข้อมูลที่กำหนดให้ ตอบคำถามข้อ 30

จำนวนจำนวนหนึ่งมีผลรวมของเลขโดดหลักหน่วยและหลักสิบเป็น 10 และเมื่อสลับตำแหน่งของเลขโดดจะได้ค่าใหม่เป็น 16 เท่าของหลักสิบค่าเดิม ถ้ากำหนดให้ t และ u แทนหลักสิบและหลักหน่วยดังตาราง

	หลักสิบ	หลักหน่วย	ค่า
จำนวนเดิม	t	u	$10t+u$
จำนวนใหม่	u	t	$10u+t$

30. จำนวนจำนวนหนึ่งมีผลรวมของเลขโดดหลักหน่วยและหลักสิบเป็น 10 และเมื่อสลับตำแหน่งของเลขโดดจะได้ค่าใหม่เป็น 16 เท่าของหลักสิบค่าเดิม จำนวนเดิมมีค่าเท่าใด

ก. 46

ข. 55

ค. 64

ง. 73

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์

รองอธิบดีกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

2. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมัลย์

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

4. ดร.จรรยา ภูอุดม

หัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียนดอนเมืองจาตุรจินดา เขตดอนเมือง กรุงเทพมหานคร

ผู้เชี่ยวชาญด้านชุดกิจกรรมวิชาคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์

รองอธิบดีกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

2. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมัลย์

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

4. ดร.จรรยา ภูอุดม

หัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียนดอนเมืองจาตุรจินดา เขตดอนเมือง กรุงเทพมหานคร

ผู้เชี่ยวชาญด้านวัดผลการศึกษา

1. รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ

สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์

รองอธิบดีกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

3. รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมัลย์

ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล

โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

5. ดร.จรรยา ภูอุดม

หัวหน้าหมวดคณิตศาสตร์ โรงเรียนดอนเมืองจาตุรจินดา เขตดอนเมือง กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวกัลยา ทองสุ
วันเดือนปีเกิด	28 กุมภาพันธ์ 2517
สถานที่เกิด	อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	2/3 หมู่ 8 ตำบลละทาย อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ 33130
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 4
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนบ้านจานทองกวาววิทยา ตำบลจานใหญ่ อำเภอกันทรลักษณ์ จังหวัดศรีสะเกษ 33110
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2532	มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนละทายวิทยา อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ
พ.ศ. 2535	มัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนกันทรารมณ อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดศรีสะเกษ
พ.ศ. 2539	คบ.(คณิตศาสตร์) สถาบันราชภัฏนครราชสีมา อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา
พ.ศ. 2545	กศ.ม.(การมัธยมศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ