

53-1
100-1
-3

53 ก.ช. 2535

อุทฺทมิวักฤตของแผ่นประกบสองชั้นซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวด
ที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร และตัวนำปกติ

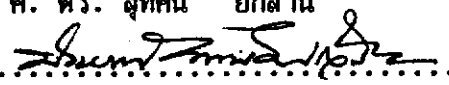
ปริญญาโท
ของ
วีระ พันธจีน

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์
มกราคม 2535

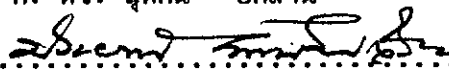
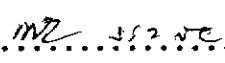
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
วิชาเอกฟิสิกส์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

..... สุทัศน์ ยุกสานต์ ประธาน
(ศ. ดร. สุทัศน์ ยุกสานต์)
.....  กรรมการ
(รศ. ดร. ประยงค์ พงษ์ทองเจริญ)

คณะกรรมการสอบ

..... สุทัศน์ ยุกสานต์ ประธาน
(ศ. ดร. สุทัศน์ ยุกสานต์)
.....  กรรมการ
(รศ. ดร. ประยงค์ พงษ์ทองเจริญ)
.....  กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผศ. ดร. เพ็ญลดา วีระสัย)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....  คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศ. ดร. สมพร ปัททอง)

วันที่... 23 ... เดือน... มกราคม ... พ.ศ. 2535

ประกาศคุณประการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ศาสตราจารย์ ดร.สุทัศน์ ยกส้าน
ที่ให้คำปรึกษาแนะแนวทาง รวมทั้งการตรวจแก้ไขตลอดระยะเวลาที่ทำการวิจัยด้วยวิถียุทธ
ของความเป็นครูอย่างแท้จริง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ประยงค์ พงษ์ทองเจริญ ที่ได้ให้คำปรึกษาแนะนำ
ด้านวิชาการที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย รวมทั้งคุณยุทธนา ก่อวัฒนะกุล ที่ช่วยจัดพิมพ์งานวิทยานิพนธ์สำเร็จด้วยดี

ท้ายที่สุดนี้ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่เป็นกำลังใจในการทำงานวิจัยนี้และ
ขอขอบพระคุณ ครูบาอาจารย์ที่เคยอบรมสั่งสอนแก่ผู้วิจัยทุกท่าน

วีระ พันธัง

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	11
ปรากฏการณ์พรอกซิมิตี	11
3 วิธีการวิจัย	16
4 ผลการวิจัย	34
5 สรุป อภิปราย และเสนอแนะ	39
สรุปผลการวิจัย	39
อภิปรายผล	41
ข้อเสนอแนะ	41
บรรณานุกรม	42
ภาคผนวก	45
ประวัติของผู้วิจัย	66
บทคัดย่อ	67

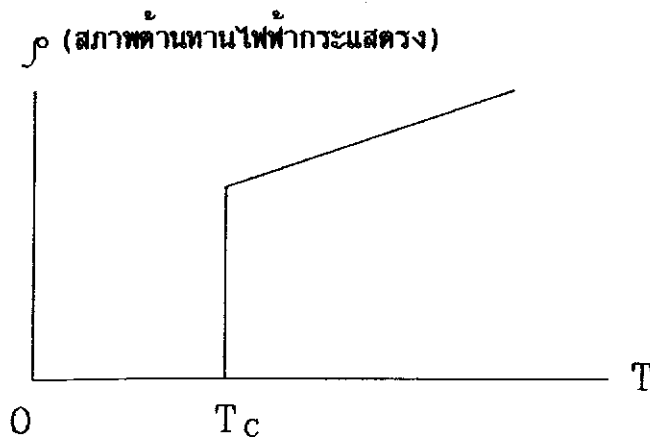
บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากระแสตรง กับอุณหภูมิของค่าสัมบูรณ์	1
2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของความเข้มสนามแม่เหล็กวิกฤต (H_C) กับอุณหภูมิของค่าสัมบูรณ์ (T)	2
3 การเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวนำยิ่งยวด ถ้าสนาม มีความเข้มไม่สูงมากตัวนำยิ่งยวดจะผลักเส้นแรงแออก อย่าง สมบูรณ์	3
4 แสดงอิเล็กตรอนในสารตัวนำยิ่งยวด เมื่อเคลื่อนที่ผ่านกลุ่มอ็อน ที่มีประจุบวก	4
5 แสดงการดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอน โดยอาศัยการเคลื่อนที่ของ อ็อนบวกเป็นสื่อ	4
6 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอน โดยอาศัยคลื่นแลตทิซ ที่เรียกว่าโฟนอน	4
7 การเรียงตัวโมเมนต์แม่เหล็กที่ทำให้เกิด (ก)แม่เหล็กเฟอร์ไรต์	5
(ข)แม่เหล็กแอนติเฟอร์ไรต์	5
8 แสดงโครงสร้างสปีนของแมงกานีสไดฟลูออไรด์ (MnF_2)	6
9 แสดงให้เห็นพฤติกรรมของ MnF_2 ด้านสภาพไว้วางใจได้เชิงแม่เหล็ก กับอุณหภูมิเมื่ออุณหภูมิใกล้ (T_N) ของสารเท่ากับ 72 K	7
10 กราฟระหว่าง อุณหภูมิวิกฤตของแผ่นประกบคู่ของอูมิเนียมกับดีบุก กับความหนาแน่นของแผ่นโลหะตัวนำปกติ	14

ภูมิหลัง

ตัวนำยิ่งยวด

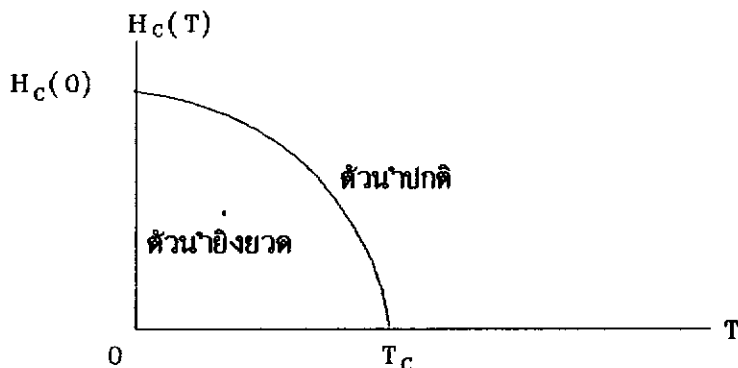
ฮอนเนส (Onnes. 1911) ได้พบว่าตัวนำจะหมดสภาพต้านทานไฟฟ้ากระแสตรงอย่างฉับพลันที่อุณหภูมิวิกฤต (critical temperature, T_c) และเขาเรียกตัวนำนี้ว่า "ตัวนำยิ่งยวด" (superconductor, S) ดังภาพประกอบ 1 ซึ่งในธรรมชาติ มีสารตัวนำยิ่งยวดมากมายโดยแต่ละสารจะมีอุณหภูมิวิกฤตต่างกัน



ภาพประกอบ 1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากระแสตรงกับอุณหภูมิของสารตัวนำ

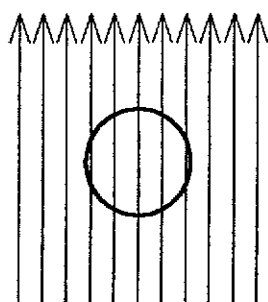
นอกจากนี้ฮอนเนสยังพบว่าสนามแม่เหล็กจากภายนอกที่มีความเข้มสูงสามารถทำลายสภาพนำยิ่งยวดทำให้สารนี้กลับคืนสู่สภาพปกติ ความเข้มสนามแม่เหล็กพอดีที่ทำให้สารตัวนำยิ่งยวดเปลี่ยนสภาพดังกล่าวเรียกว่า "สนามแม่เหล็กวิกฤต" (critical field, H_c) ค่า H_c ของสารหนึ่งๆจะมีค่าได้ตั้งแต่ศูนย์จนถึงค่า H_0 โดยที่ H_0 คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

ไทน์ (Tuyn , 1969) ได้พบความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤต กับอุณหภูมิซึ่งเรียกว่า "กฎของไทน์" (Tuyn's law) $H_C(T) = H(0)(1-T^2/T_C^2)$ ดังภาพประกอบ 2



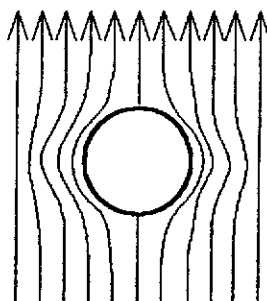
ภาพประกอบ 2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ของความเข้มสนามแม่เหล็กวิกฤต (H_C) กับอุณหภูมิองค์ำสมบูรณ์ (T)

ไมสส์เนอร์ และ ออคเซนเฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld. 1933) ได้แสดงให้เห็นว่า เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ($T < T_C$) สนามแม่เหล็กภายนอกไม่สามารถพุ่งผ่านสารตัวนำยิ่งยวดได้ กล่าวคือสารนั้นผลักสนามแม่เหล็กให้เป็นออกจากสารตัวนำยิ่งยวด ทำให้สารตัวนำยิ่งยวดแสดงสมบัติของสารแม่เหล็กไดอาแมกเนติก (perfect diamagnetic substance) และอธิบายว่าสาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำ ซึ่งเกิดขึ้นที่ผิวของสารตัวนำยิ่งยวดนั้นสร้างสนามแม่เหล็กต่อต้านการผ่านเข้าในวัตถุของสนามแม่เหล็กภายนอก ปฏิกิริยานี้เรียกว่า "ปรากฏการณ์ไมสส์เนอร์" (Meissner's effect) ดังภาพประกอบ 3



ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก

$$T > T_C, H > 0$$

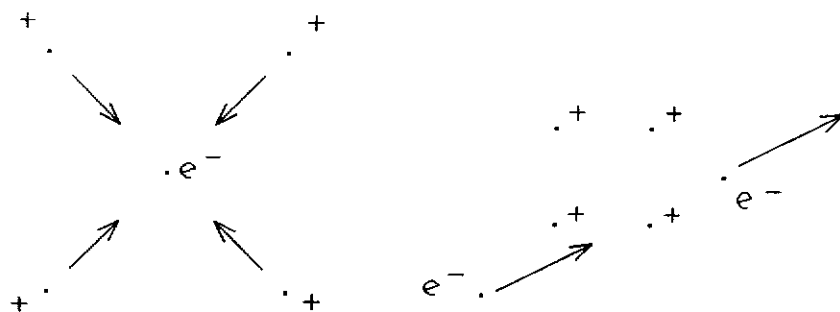


ตัวนำยิ่งยวดในสนามแม่เหล็ก

$$T < T_C, 0 < H < H_C$$

ภาพประกอบ 3 การเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวนำยิ่งยวด ถ้าสนามมีความเข้มไม่สูงมากตัวนำยิ่งยวดจะผลักเส้นแรงออกอย่างสมบูรณ์

ทฤษฎีที่ประสบความสำเร็จในการอธิบายสมบัติของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ คือทฤษฎีของ บาร์ดีน คูเปอร์ และชรีฟเฟอร์ (Bardeen Cooper and Schrieffer, 1957) ทฤษฎีนี้เรียกโดยย่อว่าทฤษฎีบีซีเอส (BCS-theory) ซึ่งได้กล่าวถึงสาเหตุสำคัญที่ทำให้สารตัวนำปกติกลายเป็นสารตัวนำยิ่งยวดว่ามีอันตรกิริยาแบบดึงดูด (attractive interaction) เกิดขึ้นระหว่างอิเล็กตรอนสองตัวภายในสารตัวนำยิ่งยวด อันตรกิริยานี้เกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่งเคลื่อนที่ผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มไอออนที่มีประจุบวก และอิเล็กตรอนตัวนี้จะดึงดูดไอออนบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ดังภาพประกอบ 4 ทำให้บริเวณรอบๆ อิเล็กตรอนตัวนั้นมีความหนาแน่นของประจุบวกสูง เมื่ออิเล็กตรอนตัวนั้นเคลื่อนที่ผ่านไปแล้ว อิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่งที่อยู่มาก่อนบริเวณนั้นจะถูกกลุ่มไอออนบวกดึงดูดเข้าไปยังกลุ่มบวกนั้น จึงทำให้ดูเหมือนว่าอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลังดังภาพประกอบ 5 อิเล็กตรอนคู่นี้เรียกว่า "คู่อูเปอร์" (Cooper pair) อันตรกิริยาการดึงดูดจึงเกิดขึ้นโดยอาศัยการเคลื่อนที่ของไอออนบวก



ภาพประกอบ 4 แสดงอิเล็กตรอนใน

สารตัวนำยิ่งยวดเมื่อเคลื่อนที่

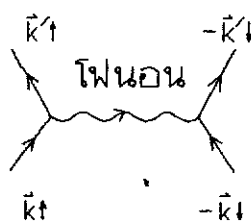
ผ่านกลุ่มไอออนที่มีประจุบวก

ภาพประกอบ 5 แสดงการดึงดูด

ระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัย

การเคลื่อนที่ของไอออนบวกเป็นสื่อ

ตามปกติเมื่อไอออนบวกสั่นจะเกิดคลื่นแลตทิซ (lattice wave) คลื่นนี้จะมีกำเนิดจากอิทธิพลของอิเล็กตรอนตัวหนึ่ง และเมื่อเกิดขึ้นแล้วจะถูกอิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่งรับผลที่เกิดขึ้นไป เราเรียกอนุภาคควอนตัมของคลื่นแลตทิซว่าโฟนอน (phonon) การคายและการรับโฟนอนทำให้เกิดแรงดึงดูด และแรงดึงดูดจะมีค่าสูงสุดเมื่ออิเล็กตรอนทั้งสองมีโมเมนตัมขนาดเท่ากันและสปิน (spin) ตรงกันข้าม หากเราแทนอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนโดยใช้เส้นหยักเราจะแสดงอันตรกิริยาแรงดึงดูดระหว่างคู่อิเล็กตรอนเป็นดังภาพประกอบ 6



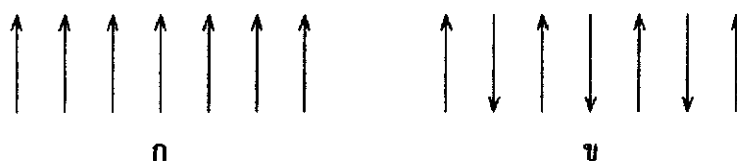
ภาพประกอบ 6 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัย

คลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน

(หมายเหตุ การคำนวณตามทฤษฎี บีซีเอส อยู่ในภาคผนวก 1-1)

แม่เหล็ก

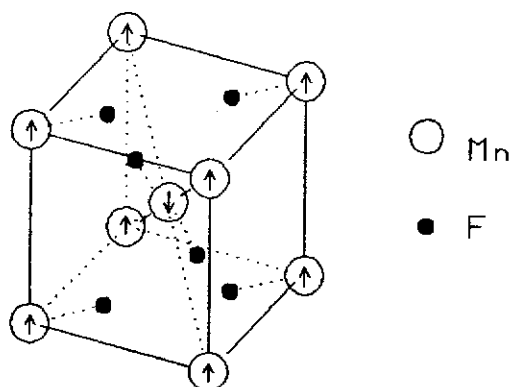
ในธรรมชาติสารแม่เหล็กมีหลายชนิดเช่น สารแม่เหล็กเฟอร์ไรต์ (ferromagnetic substance) สารแม่เหล็กเฟอร์ริ (ferrimagnetic substance) สารแม่เหล็กพารา (paramagnetic substance) สารแม่เหล็กเฟอร์ไรต์มีสถานะแม่เหล็กสูงสุดเพราะโมเมนต์แม่เหล็กทุกตัวอยู่เรียงตัวไปในทิศทางเดียวกัน อย่างไรก็ตามมีสารบางชนิดที่โมเมนต์แม่เหล็กทุกตัวมีขนาดโมเมนต์เท่ากัน แต่ตัวที่อยู่ใกล้กันเข้าไปในทิศทางตรงกันข้าม ดังนั้นโมเมนต์แม่เหล็กที่มีทิศตรงกันข้ามนี้จะหักล้างซึ่งกันและกัน ทำให้ค่าแมกนีไทเซชัน (magnetization) ลัพธ์เป็นศูนย์ การเรียงตัวของโมเมนต์แม่เหล็กลักษณะนี้ทำให้เกิดสถานะแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไรต์ (antiferromagnetism, AF)



ภาพประกอบ 7 การเรียงตัวของโมเมนต์แม่เหล็กที่ทำให้เกิด

(ก)แม่เหล็กเฟอร์ไรต์ (ข)แม่เหล็กแอนติเฟอร์ไรต์

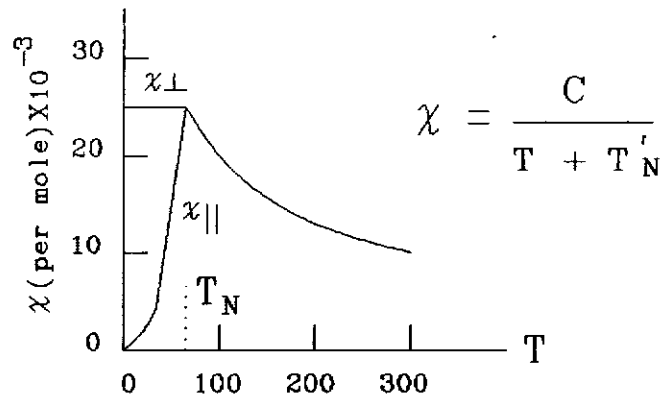
สถานะแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไรต์เกิดขึ้นได้ในสารประกอบจำนวนมากที่มีธาตุทรานซิชันเป็นส่วนประกอบ เช่นผลึกของแมงกานีสไดฟลูออไรด์ (MnF_2) ซึ่งเป็นผลึกแบบไอออน (ionic crystal) ในผลึกนี้ไอออนบวกบางส่วนจากแมงกานีส ถูกถ่ายเทไปให้อะตอมฟลูออรีน ดังนั้นโครงสร้างของโมเมนต์ในไอออนต่างๆจะเป็นดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แสดงโครงสร้างสปีนของแมงกานีสไดฟลูออไรด์ (MnF_2)

โมเมนต์ของอิออนแมงกานีสที่อยู่ตามมุมของผลึกมีทิศทางกันแต่อิออนของแมงกานีสที่จุดศูนย์กลางมีโมเมนต์ในทิศตรงกันข้ามจึงทำให้ MnF_2 แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร สภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรที่เกิดจากการเรียงตัวของโมเมนต์แบบขนานและสวนทิศกันนี้ ทำให้ค่าโมเมนต์ลัพธ์เป็นศูนย์ สภาวะแม่เหล็กเช่นนี้จะหายไปเมื่ออุณหภูมิของสารแม่เหล็กสูงขึ้น ถึงค่าหนึ่งเราเรียกอุณหภูมิของการเปลี่ยนแปลงสภาวะนี้ว่า "อุณหภูมิเนล" (Neel temperature, T_N) เมื่ออุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิเนลสารจะกลายสภาพเป็นสภาวะแม่เหล็กพารา (paramagnetism) สภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็ก (magnetic susceptibility, χ) มีค่า $\chi = C/(T+T_N)$ โดยที่ C และ T_N เป็นค่าคงที่สารนั้นๆ

สภาวะรับไว้ได้เชิงแม่เหล็กของสารแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิเนล มี 2 ค่า คือ $\chi_{\parallel}$ (ขนาน) และ $\chi_{\perp}$ ตั้งฉาก โดยที่ $\chi_{\parallel}$ ($\chi_{\perp}$) เป็นสภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็กในแนวทิศขนาน (ตั้งฉาก) กับสนามแม่เหล็ก สภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็กในแนวขนานที่อุณหภูมิ ศูนย์องศาสัมบูรณ์จะมีค่าเป็นศูนย์ และจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนถึงอุณหภูมิเนลแต่สภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็กในแนวตั้งฉากจะเกือบคงที่ โดยไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ เป็นดังภาพประกอบ 9



ภาพประกอบ 9 แสดงให้เห็นพฤติกรรมของ MnF_2 ด้านสภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็กกับอุณหภูมิเมื่ออุณหภูมิใด (T_N) ของสารเท่ากับ 72 K

สารที่ไม่แสดงสภาวะแม่เหล็ก (nonmagnetic substance) และสารแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรต่างก็มีแมกนีโตเซชันลัพท์เท่ากับศูนย์ เรามีวิธีจำแนกสารทั้งสองชนิดได้โดยการสังเกตพฤติกรรมของสภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็ก (χ) ซึ่งเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิของสาร สำหรับสารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กพารา สภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็กจะเป็นไปตามกฎของคูรี (Curie's law) คือ $\chi = C/T$ ส่วนสารแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรสภาพรับไว้ได้เชิงแม่เหล็กแสดงดังภาพประกอบ 9 ตามปกติเราสามารถตรวจสอบสารแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร ได้โดยการสังเกตการเลี้ยวเบนของอนุภาคนิวตรอน (neutron diffraction)

ตาราง 1 แสดงสารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร

สาร	$T_N(\text{K})$	$T'_N(\text{K})$
MnO	116	610
FeO	198	570
CoO	291	330
NiO	525	2000
MnS	160	528
MnTe	307	690
MnF_2	72	82
Cr_2O_3	307	485

ตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร

เดิมเราเคยเชื่อว่าสภาวะความเป็นระเบียบเชิงแม่เหล็ก และความเป็นระเบียบเชิงสภาพนำยิ่งยวดจะเกิดขึ้นพร้อมกันโดยสารเดียวกันได้ เพราะตัวนำยิ่งยวดมีอิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้าม คือ $\uparrow$ กับ $\downarrow$ ซึ่งจับคู่กันเป็นคู่อุปเปอร์ ดังนั้นสนามแม่เหล็กจะทำลายคู่อุปเปอร์ เมื่อเป็นเช่นนั้นในการนิยามแม่เหล็กโมเมนต์แม่เหล็กที่เรียงตัวขนานกันทำให้เกิดสนามแม่เหล็กภายใน (internal field) ที่มีความเข้มสูงมากจะทำลายคู่อุปเปอร์จนสภาพนำยิ่งยวดไม่สามารถเกิดขึ้นได้ จากความจริงนี้โลหะทรานซิชันที่มีสภาวะแม่เหล็กทุกชนิดจะไม่ใช่ตัวนำยิ่งยวด

ซิงห์ (Sinha, 1982) ได้ทดลองพบว่าสารแลนทานัม หรือ อิทเทรียม (Lanthanum หรือ Yttrium) ที่มีโลหะแรเอิร์ธ (rare earth) แสดงปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดและสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร⁽⁷⁾ พร้อมกัน จากนั้นก็ได้มีผู้พบว่าระบบนี้แสดงสมบัติทั้งสองประการนี้พร้อมกันอีก ในสารประกอบอื่นๆอีกเช่น ReMo_6S_6 และ ReRh_4B_4 (Re ในที่นี้เป็นอะตอมของธาตุแรเอิร์ธซึ่งได้แก่ Gd, Tb, Dy และ Er) เป็นต้น

อิชิคาว่า และ ฟิชเชอร์ (Ishikawa and Fischer, 1977) ได้พบว่าสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรกับสภาพนำยิ่งยวด เกิดขึ้นเพราะปัจจัย 2 ประการ

ประการแรกคือ ตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร (antiferro magnetic superconductor) มีอิเล็กตรอนซึ่งมีบทบาทสำคัญ 3 ชนิดได้แก่ (1) เอฟ - อิเล็กตรอน (f-electron) ของธาตุแรเอิร์ธซึ่งแสดงพฤติกรรมความเป็นระเบียบเชิงแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร (2) ดี - อิเล็กตรอน (d - electron) ของ Rh หรือ Mo ซึ่งแสดงบทบาทในการเป็นตัวนำยิ่งยวด และ (3) อิเล็กตรอนตัวอื่นๆทั่วไป ที่มีบทบาทในอันตรกิริยาแบบ อาร์ เค เค วาย (Rudermann-Kittel-Kasuya-Yosida interaction) ระหว่าง เอฟ-อิเล็กตรอนของธาตุแรเอิร์ธ เหตุผลสำคัญประการที่สองคือพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ (order parameter) ของสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร $\langle S_D \rangle$ ในที่นี้ D คือ เวกเตอร์คลื่น (wave vector) ที่แสดงความเป็นระเบียบแบบแอนติเฟอร์โร มีค่ามากกว่า ξ^{-1} มากซึ่ง ξ คือความยาวอาพันธ์ (coherent length) เมื่อเป็นเช่นนั้นบริเวณเล็กๆของสารเอเอฟเอสจึงยังคงแสดงสภาพนำยิ่งยวดได้ เมื่อเป็นเช่นนั้นในการพิจารณาอิทธิพลของสภาพความเป็นระเบียบเชิงแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรที่กระทำต่อสภาพนำยิ่งยวดเราใช้แฮมิลโทเนียนแบบแลกเปลี่ยน (Exchange Hamiltonian)

$$H = j^{\text{df}} \int d^3 \vec{r} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \vec{S}(\vec{r})$$

เมื่อ $\vec{S}$ และ $\vec{S}$ เป็นสปินของแรเอิร์ธ และสปินของอิเล็กตรอนตามลำดับ

เราสามารถแยกเทอมนี้ออกได้เป็น 2 ส่วน คือส่วนหนึ่งเป็นสนามเฉลี่ย (mean field)

$j^{\text{df}} \langle \vec{S}_Q \rangle \cdot \vec{S}$ อีกส่วนหนึ่งเกิดจากการกระเจิงแบบไม่เป็นระเบียบของสปิน (spin disorder scattering) $j^{\text{df}} [\vec{S} - \langle \vec{S}_Q \rangle] \cdot \vec{S}$ โดยเราให้ H_Q เป็นสนามโมเลกุลเฉลี่ย ซึ่ง $H_Q = j^{\text{df}} \langle \vec{S}_Q \rangle$

ได้มีงานวิจัยหลายงานที่ได้ศึกษาผลกระทบของสนามโมเลกุลเฉลี่ยต่อสภาพนำยิ่งยวด

ซึ่งสรุปว่า H_Q จะทำลายสภาพนำยิ่งยวดเมื่ออิเล็กตรอนมีโมเมนตัม $\vec{k}$ อยู่ในช่วงพลังงานตัดบนของเดบาย (Debye cut-off energy) ที่ผิวเฟอร์มี (Fermi surface) ซึ่ง $\epsilon_k \sim -\epsilon_{k+Q}$ ตามแนว $\vec{k}$ สนามโมเลกุลจะทำให้เกิดช่องว่างของความหนาแน่นสถานะในคว้นนำปกติและช่องว่างนี้ทำให้จำนวนอิเล็กตรอนที่มีบทบาทในการทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวดลดลง

อบริคอฟ และ กอร์กอฟ (Abrikosov and Gorkov, 1960) ได้ศึกษาผลกระทบการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยความไม่เป็นระเบียบของโมเมนต์แม่เหล็ก เขาได้พบว่าการกระเจิงจะทำลายอู่อเปอร์ ทำให้สภาพนำยิ่งยวดลดลง เพราะว่าสปินของอะตอมของธาตุแรเอิร์ธอยู่บนแลตทิซ ดังนั้นในการพิจารณาเรื่องนี้เราจึงต้องคำนึงถึงอิทธิพลการกระเจิงโดยแมกนอน (magnon) และ อิทธิพลการกระเจิงแบบยืดหยุ่นโดยการแปรปรวนของสปิน (elastic spin fluctuation scattering) ด้วย

รามากริชนัน และวารมา (Ramakrishnan and Varma, 1981) ได้ศึกษาผลกระทบอันเกิดจากการกระเจิงโดยความไม่เป็นระเบียบของสปิน เขาได้พิจารณาผิวเฟอร์มีที่มีลักษณะเป็นทรงกลมเมื่อ $H_Q = 0$ เขาพบว่า การกระเจิงของสปินที่อุณหภูมิโนล ($T=T_N$) ทำให้ความรุนแรงของการทำลายอู่อเปอร์ลดลง ดังนั้นเพื่อที่จะอธิบายผลการทดลองซึ่งแสดงให้เห็นถึงการแตกอู่อของอู่อเปอร์ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิโนล เขาได้ศึกษาผลกระทบอันเกิดจากการที่ผิวเฟอร์มีไม่เป็นทรงกลมโดยคำนวณหาฟังก์ชัน $\propto^{2F}$ magnon เมื่อ α คือค่าคงที่คู่ควบอย่างแรง ซึ่งมีความสำคัญในการกำหนดช่องว่างพลังงานของสภาพนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาอู่อควบอย่างแรง (strong coupling superconductor) เขาพบว่าพารามิเตอร์ของการแตกอู่อขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ และผลที่ได้สามารถใช้อธิบายพฤติกรรมของ $H_{C2}(T)$ เมื่อ $H_{C2}(T)$ คือสนามแม่เหล็กค่าสูงที่อุณหภูมิ T

แอชเคนาซี คูเปอร์ และ รอน (Ashkenazi, Kuper and Ron, 1983) ได้ศึกษาสเปกตรัมของโฟนอนในตัวอย่างยาว ที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร (เอเอฟเอส) และพบว่าสเปกตรัมของโฟนอนไม่เปลี่ยนแปลงและได้พบอีกว่าสภาวะการจับคู่จะไม่ใช่คูเปอร์บริสุทธิ์อีกต่อไป แต่จะเป็นอนุภาคควาซีที่แสดงสมบัติเชิงแม่เหล็ก (magnetic quasi particle)

แนส เลวิน และ เกรสท์ (Nass, Levin and Grest, 1982) อธิบายว่าอาจจะมีการก่อกวนในเอเอฟเอสอีกหากเอเอฟเอสมีสารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก (non-magnetic impurity) สารเจือปนประเภทนี้ซึ่งมักจะมีเสมอในสารตัวอย่างยาวที่ประกอบด้วยธาตุตั้งแต่ 3 ธาตุขึ้นไป สารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็กมีอำนาจทำลายคูเปอร์ของเอเอฟเอส ดังนั้นสารเจือปนนี้จะทำให้สภาพตัวอย่างยาวลดลง เมื่อเอเอฟเอสมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิไคล

ทาชิกิ มัตสึโมโตะ และ อูเมซาวา (Tachiki, Matsumoto and Umezawa, 1979) ได้ศึกษาผลของอันตรกิริยาทางแม่เหล็กไฟฟ้า (electronmagnetic interactions) ที่เกิดจากความไม่เป็นระเบียบของสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร (AF-Order) ต่อสภาพตัวอย่างยาว เขาพบว่าอันตรกิริยามีบทบาทสำคัญในสารประกอบเช่น DyMo_6S_8 ซึ่งสามารถเหนี่ยวนำให้เกิดสภาวะแม่เหล็กเฟอร์โรได้ในสนามแม่เหล็กที่มีความเข้มไม่สูงนัก

มาอิคาวา และ ทาชิกิ (Maekawa and Tachiki, 1978) ได้ศึกษาสภาพตัวอย่างยาวที่มีสมบัติแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร โดยพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างสปินกับวงโคจร (spin-orbit interaction) และสภาพไว้ได้เชิงแม่เหล็กพาราของเพาลี เขาพบว่าเมื่อ $H_0 = 0$ และ $T > T_N$ ความไม่เป็นระเบียบในการกระเจิงของสปินอาจถือว่าเป็นแบบยืดหยุ่น

มาชิเดะ โนกูระ และ มัตสึบาระ (Machida, Nokura and Matsubara, 1980) ได้ศึกษาเรื่องเดียวกันนี้ในกรณี $H_0 \neq 0$ โดยที่ H_0 เป็นพารามิเตอร์ขนาดเล็กจึงสามารถถือได้ว่าเป็นสนามรบกวนและได้พิจารณากระบวนการกระเจิงที่ยืดหยุ่นด้วย เขาพบว่าความไม่ระเบียบแบบแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรปรับเปลี่ยนอันตรกิริยาคู่ควบของบีซีเอส (BCS - coupling constant) หนึ่งด้วยวิธีการรีนอร์มัลไลซ์สูตรของ H_{C2} ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการทดลอง และเมื่อพิจารณาอิทธิพลของสนามโมเลกุลต่อการเปลี่ยนแปลงการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่นโดยใช้วิธีการ เชลล์ - คอนซิสเทนท์ เขาพบว่าอันตรกิริยาของการคู่ควบอย่างอ่อนใช้นำไม่ได้ แต่ต้องใช้การคำนวณชนิดอันตรกิริยาอย่างแรงเพื่อให้ได้ผลถูกต้องตรงกับการทดลอง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ปรากฏการณ์พรอกซีมิตี (Proximity Effect)

ไมสส์เนอร์ (Meissner 1985) ได้ทดลองผ่านกระแสไฟฟ้าระหว่างลวดตัวนำปกติ และลวดตัวนำยิ่งยวดสองเส้นที่มีแผ่นทองคำบางๆ คั่นอยู่ เขาพบว่า มีสภาพนำไฟฟ้ายิ่งยวดเกิดขึ้นในลวดตัวนำปกติ เราเรียกเหตุการณ์นี้ว่า "ปรากฏการณ์พรอกซีมิตี" (proximity effect) และเหตุการณ์เกิดขึ้นเมื่อแผ่นทองคำที่คั่นกลางมีความหนาประมาณ 1,000 อังสตรอม ซึ่งเป็นความหนาโดยประมาณเท่ากับความยาวอาพันธ์ ผลการทดลองของไมสส์เนอร์แสดงให้เห็นปรากฏการณ์ทะลุทะลวง (tunneling) ของอิเล็กตรอนอย่างชัดเจนหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่า สมบัติของแผ่นโลหะปกติจะเปลี่ยนไปเมื่อนำไปประกบกับสารตัวนำยิ่งยวด คือในตัวนำปกติจะเกิดช่องว่างพลังงานขึ้น ซึ่งช่องว่างพลังงานนี้เป็นสมบัติเฉพาะของสารตัวนำยิ่งยวดเท่านั้น

สมิทและคนอื่นๆ (Smith and others. 1961) ได้วัดค่ากระแสไฟฟ้าและความต้านทานของจังกชัน (junction) ที่ประกอบด้วย Pb-I-Ag-Pb พบว่าในโลหะปกติ Ag มีช่องว่างพลังงาน และช่องว่างพลังงานของสารตัวนำยิ่งยวด Pb ลดลงเมื่อมีโลหะปกติมาประกบอยู่ใกล้

เดอเจเนส และ กียอน (de Gennes and Guyon. 1963) ได้สร้างทฤษฎีอธิบายปรากฏการณ์พรอกซีมิตีโดยกล่าวว่า "มีคู่อิเล็กตรอนรั่วไหลจากตัวนำยิ่งยวดไปยังตัวนำปกติได้ ทั้งนี้โดยมีเงื่อนไขว่าบริเวณผิวสัมผัสของโลหะทั้งสองมีสมบัติทางไฟฟ้าที่คล้ายคลึงกัน ไม่มีฉนวนมาขวางกั้น และอะตอมของโลหะทั้งสองไม่ปะปนกัน ต่อมาเวอร์ทแฮมเมอร์ (Werthammer. 1963) ได้ขยายทฤษฎีของเดอเจเนสและกียอนให้ครอบคลุมถึงการมีแผ่นโลหะที่ประกบกันหนาๆ โดยคำนึงถึงการที่มีการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบในเชิงระยะทาง (spatial variation) ทฤษฎีนี้เรียกว่าทฤษฎีเดอเจเนสและเวอร์ทแฮมเมอร์ (de Gennes - Werthammer theory)

ฟูลเด และ มากิ (Fulde and Maki, 1965) ได้เสนอทฤษฎีเกี่ยวกับปรากฏการณ์พรอกซิมิตีซึ่งใช้ได้ดีในช่วงอุณหภูมิใกล้เคียงอุณหภูมิวิกฤต แต่ทฤษฎีนี้แตกต่างจากทฤษฎีบีซีเอส เพราะใช้เงื่อนไขว่าช่องว่างพลังงานในบริเวณใกล้อุณหภูมิวิกฤตมีค่าน้อย เพราะการที่แสดงให้เห็นช่องว่างพลังงานมีค่าเป็นศูนย์นั้นทำได้ยาก

แมคมิลแลน (McMillan, 1968) ได้เสนอทฤษฎีแบบจำลองการทะลุทะลวง (McMillan Tunneling Model, MTM) เพื่ออธิบายปรากฏการณ์พรอกซิมิตีซึ่งได้ใช้แฮมิลโทเนียนการทะลุทะลวง (tunneling Hamiltonian) ในการคำนวณหาความหนาแน่นสถานะ (density of states) โดยสมมติว่า แผ่นโลหะปกติและแผ่นโลหะนำยิ่งยวดบางมากเมื่อเทียบกับความยาวอาพันธ์ของตัวนำยิ่งยวดซึ่งทำให้พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบในตัวนำทั้งสองสม่ำเสมอตลอดทั่วทั้งแผ่น และสมบัติของโลหะตัวนำปกติและตัวนำยิ่งยวดไม่ขึ้นแก่กันและกัน ดังนั้นในการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในมาระหว่างแผ่นโลหะตัวนำปกติกับแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวดจึงเปรียบเสมือนว่าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่ผ่านกำแพงศักย์ (potential barrier)

(หมายเหตุ วิธีการวิจัยของแมคมิลแลนอยู่ในภาคผนวก 2-1)

แอดกินส์ และ คิงตัน (Adkins and Kington, 1969) ได้ทำการทดลองเรื่องปรากฏการณ์พรอกซิมิตี เขาพบว่าผลการทดลองสอดคล้องกับทฤษฎีของแมคมิลแลนเป็นอย่างดีในด้านเกี่ยวกับช่องว่างพลังงานทางด้านแผ่นตัวนำปกติ เขาพบว่า

1. ค่าช่องว่างพลังงานนั้นหาได้จากการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้า เมื่อความต่างศักย์มีค่าเป็นศูนย์ และใช้ความหนาแน่นสถานะตามทฤษฎีบีซีเอสในการคำนวณ
2. โอกาสการทะลุทะลวงกำแพง (barrier penetration probability) เปลี่ยนแปลงได้

ไกเซอร์ และ ซุคเกอร์มานน์ (Kaiser and Zuckermann, 1970) ได้เสนอทฤษฎีของปรากฏการณ์พรอกซิมิตีในโลหะตัวนำปกติที่มีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กที่เจือจางโดยเรียกว่าทฤษฎีเคแซด (KZ-theory) และทฤษฎีเคแซดนี้ได้อาศัยทฤษฎีแบบจำลองการทะลุทะลวงของแมคมิลแลนเป็นพื้นฐาน โดยถือว่า

1. ผิวสัมผัสระหว่างแผ่นโลหะตัวนำปกติ และโลหะตัวนำยิ่งยวดแทนได้ด้วยกำแพงศักย์
2. การทะลุทะลวงของอิเล็กตรอนใช้แฮมิลโทเนียนถ่ายโอน (transfer Hamiltonian)

3. ความหนาของฟิล์มของแผ่นโลหะตัวนำปกติ และแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวดต้องน้อยกว่าความยาวอาพันธ์

4. พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบภายในแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวดสม่ำเสมอ

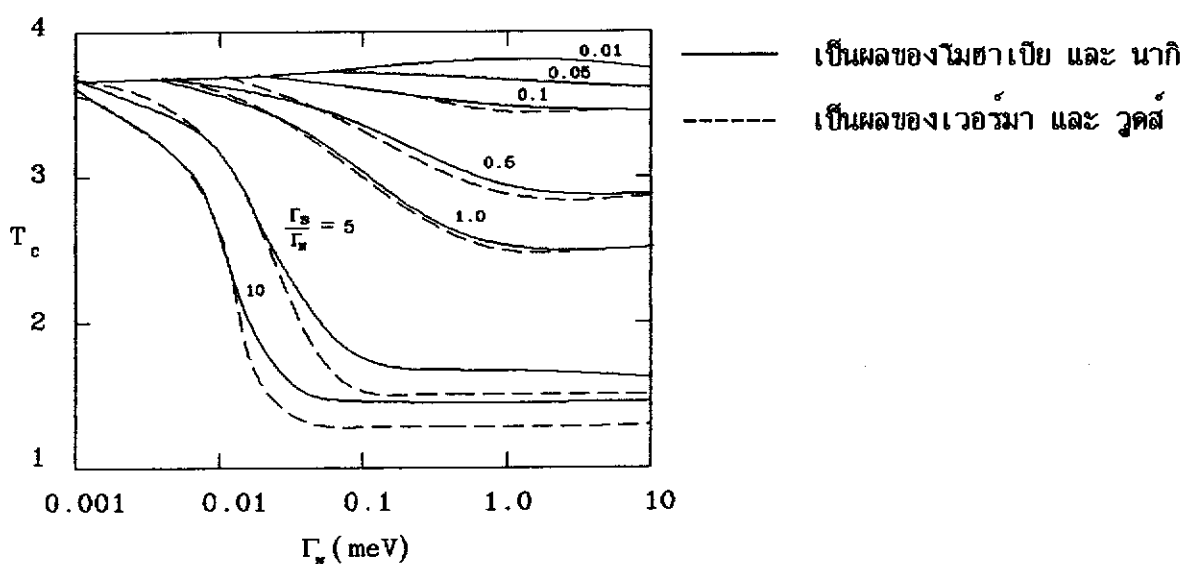
ดอยเชอร์ (Deutcher, 1973) ได้ทดลองหาค่าพารามิเตอร์ของกัมพงศ์อย่างละเอียด แต่ผลการทดลองในการวัดของแผ่นฟิล์มบริสุทธิ์ยังไม่สอดคล้องกับทฤษฎีนักเพราะความเป็นไปตรงรอยต่อระหว่างผิวที่แตกต่างกันนั้นยังไม่ได้รับการพิจารณาอย่างรอบคอบ

สำหรับสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ เช่นความร้อนจำเพาะของระบบตัวนำยิ่งยวดซึ่งประกบกับโลหะตัวนำปกตินั้นยังเป็นเรื่องที่ทำได้ยากเพราะความร้อนจำเพาะของระบบเล็กมีค่าน้อย ฟูลเด และ มัวร์มาน (Fulde and Moormann, 1976) ได้เสนอทฤษฎีเกี่ยวกับความร้อนจำเพาะโดยใช้ปรากฏการณ์พรอกซิมีตี และสมการของกินส์เบิร์ก-แลนเดา (Ginsburg - Landau equation)

มาชิเด (Machida, 1977) ได้ศึกษาปรากฏการณ์พรอกซิมีตีในระบบตัวนำปกติและตัวนำยิ่งยวด เมื่อตัวนำปกติมีสิ่งเจือปนของโลหะทรานซิชันแบบ 3-ดี (3-d) ที่เจือจางโดยใช้ทฤษฎีแบบจำลองการทะลุทะลวงของแมคคิลแลนและขยายทฤษฎีเค แชด เขาได้พบว่าอุณหภูมิวิกฤตที่เปลี่ยนแปลงนั้นมีลักษณะเช่นเดียวกับทฤษฎีเค แชด และจะมีบาวนด์สเตต (bound state) ที่เกิดขึ้นในช่องว่างพลังงานมีลักษณะเป็นแถบ (band) ต่อมา มาชิเด (Machida, 1978) ได้พบว่าสมบัติการนำไฟฟ้าโดยการทะลุทะลวงของคูเปอร์ใน Cu-Cr-Pb นั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิวิกฤตและสิ่งเจือปนที่มีอยู่ในตัวนำปกติ

ฮาเบอร์คอร์น และ ริชเทอร์ (Harberkorn and Richter, 1979) ได้ศึกษาอุณหภูมิวิกฤตของคู่โลหะตัวนำปกติ และโลหะตัวนำยิ่งยวดที่วางติดกันแต่ไม่ได้เป็นเนื้อเดียวกันและแผ่นโลหะตัวนำปกติมีสิ่งเจือปนอยู่ เขาได้ค่าอุณหภูมิวิกฤตที่สอดคล้องกับทฤษฎีต่างๆที่ได้คำนวณมาแล้ว และเขาพบว่าทฤษฎีแบบจำลองการทะลุทะลวงของแมคคิลแลนให้ผลดีเมื่อความโปร่งใส (transparency) ระหว่างผิวที่แตกต่างกันมีค่าสูงที่อุณหภูมิใกล้อุณหภูมิวิกฤต ในแบบจำลองของแมคคิลแลนนั้นได้กำหนดให้สัมประสิทธิ์การส่งผ่านมีค่าน้อย ดังนั้นผลของทฤษฎีฮาเบอร์คอร์นและริชเทอร์ที่ได้จึงเป็นการเชื่อมโยงระหว่างทฤษฎีของแมคคิลแลนกับทฤษฎีของเคอ เจนเนสซึ่งไม่ได้พิจารณาผลกระทบที่เกิดขึ้นระหว่างผิวที่แตกต่างกัน

ในปีเดียวกันนี้ โมฮาเบีย และ นาگی (Mohabir and Nagi, 1979) ได้ใช้ทฤษฎีแบบจำลอง การทะลุทะลวงของแมคมิลแลนศึกษาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิวิกฤตของระบบที่โลหะตัวนำปกติ ประกับกับโลหะตัวนำยิ่งยวด และต่อมา โมฮาเบียและนาگیได้นำผลที่คำนวณเปรียบเทียบกับผลของ ทฤษฎีแบบจำลองการทะลุทะลวงของแมคมิลแลน และศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของ ระบบกับความหนาแน่นของโลหะตัวนำปกติและแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวด เขาพบความสัมพันธ์ดัง ภาพประกอบ 10 และ 11



ภาพประกอบ 10 กราฟระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของแผ่นประกบคู่ของอูมิเนียม

กับดีบุก กับความหนาแน่นของแผ่นโลหะตัวนำปกติโดยที่

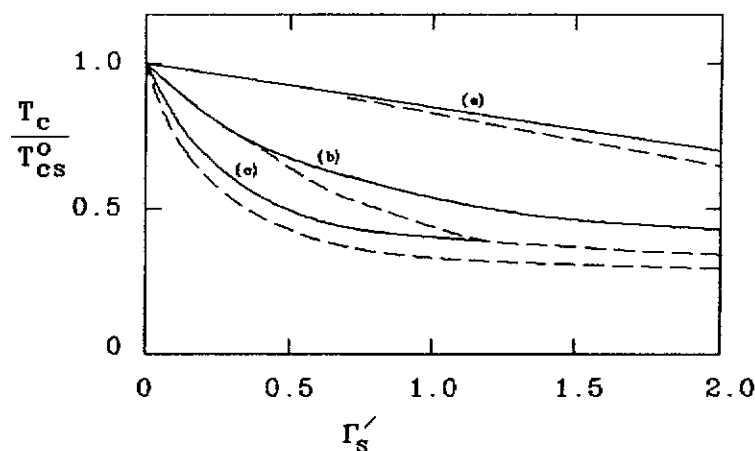
$$\Gamma_{N(S)} = \frac{1}{A} \int_0^t dt^2 d_{N(S)} N_{S(N)}(0)$$

A คือ พื้นที่สัมผัสระหว่างแผ่นโลหะตัวนำปกติ
ประกบกับแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวด

$d_{N(S)}$ คือ ความหนาแน่นของแผ่นโลหะตัวนำปกติ
(โลหะตัวนำยิ่งยวด)

$N_{S(N)}(0)$ คือ ความหนาแน่นสถานะของโลหะตัวนำยิ่งยวด
(โลหะตัวนำปกติ) ที่ระดับเฟอร์มี

t คือ ค่าคงที่ของการทะลุทะลวงผ่านผิวสัมผัส



ภาพประกอบ 11 กราฟระหว่างอุณหภูมิวิกฤตของแผ่นประกบของแผ่นโลหะตัวนำปกติ กับแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวดของอลูมิเนียมกับดีบุก กับความหนา ของแผ่นโลหะตัวนำปกติ โดยที่ $\Gamma'_S = \frac{1}{2} \text{Ad}_N \frac{N_N(0)T_{cs}^0}{T_{cs}^0}$ คือ อุณหภูมิวิกฤตของแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวดอิสระ (เมื่อไม่ได้ประกบกับแผ่นโลหะตัวนำปกติ)

แฟร์เรล และ บิชอป (Farrel and Bishop, 1989) ได้พบว่าปรากฏการณ์พรอกซีมีขึ้นทำให้อุณหภูมิวิกฤตของระบบเพิ่มขึ้น เมื่อใช้โลหะปกติที่มีอันตรกิริยาดึงดูดอย่างอ่อน (weak-coupling normal metal) ประกบกับโลหะนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาดึงดูดอย่างแรง (strong-coupling superconductor) โดยคิดว่า ศักย์ของการจับคู่ของอิเล็กตรอนในแผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวดยังมีผลต่ออิเล็กตรอนในแผ่นโลหะตัวนำปกติ และทำให้ช่องว่างพลังงานในโลหะตัวนำปกติเปลี่ยนแปลง

งานวิจัยที่ผ่านมาทั้งหมดยังไม่ได้ศึกษาปรากฏการณ์พรอกซีมีของตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรประกบกับตัวนำปกติ เพื่อศึกษาอุณหภูมิวิกฤตและช่องว่างพลังงานของระบบประกบนี้ ผู้วิจัยจะใช้ทฤษฎีสถานะโมเลกุลเฉลี่ยอธิบายสมบัติของเอเอฟเอส และใช้ทฤษฎีบีซีเอสอธิบายสมบัติของอิเล็กตรอนในแผ่นโลหะตัวนำปกติ นอกจากนี้จะใช้ทฤษฎีแบบจำลองการทะลุทะลวงของแมคมิลแลนอธิบายการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนผ่านผิวสัมผัส

วิธีการวิจัย

ปรากฏการณ์พหุองค์ของระบบซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดซึ่งแสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร ประกอบกับตัวนำปกติ

หากเราพิจารณาระบบซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวด ซึ่งแสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรกับตัวนำปกติประกอบกัน

เรากำหนดแฮมิลโทเนียนของระบบนั้นเป็นดังนี้

$$H = H_S + H_N + H_t \quad \dots (3.1)$$

H คือแฮมิลโทเนียนของทั้งระบบ

$H_{S(N)}$ คือแฮมิลโทเนียนของเอเอฟเอส (โลหะตัวนำปกติ)

H_t คือแฮมิลโทเนียนถ่ายโอนของเอเอฟเอสกับโลหะตัวนำปกติ

$$\begin{aligned} H = & \sum_{k\sigma} \epsilon_{kS} (c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma}) - \sum_k \Delta_S (c_{k\uparrow}^\dagger c_{k\downarrow}^\dagger + \text{H.C.}) \\ & - H_Q \sum_{k\alpha\beta} (\sigma_z)_{\alpha\beta} (c_{k\alpha}^\dagger c_{(k+Q)\beta} + c_{(k+Q)\beta}^\dagger c_{k\alpha}) \\ & + \sum_{k\sigma} \epsilon_{kN} (a_{k\sigma}^\dagger a_{k\sigma}) - \sum_k \Delta_N (a_{k\uparrow}^\dagger a_{k\downarrow}^\dagger + \text{H.C.}) \\ & + \sum_{kk'\sigma} t (a_{k\sigma}^\dagger c_{k'\sigma} + c_{k'\sigma}^\dagger a_{k\sigma} + a_{k\sigma}^\dagger c_{(k'+Q)\sigma} + c_{(k'+Q)\sigma}^\dagger a_{k\sigma}) \quad \dots (3.2) \end{aligned}$$

เมื่อ $\epsilon_{kN(S)}$ คือพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k ของโลหะตัวนำปกติ (เอเอฟเอส)

$a_{k\sigma}^\dagger, a_{k\sigma}$ คือตัวปฏิบัติการสร้างและทำลายอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k สปิน σ ในโลหะตัวนำปกติตามลำดับ

$c_{k\sigma}^\dagger, c_{k\sigma}$ คือตัวปฏิบัติการสร้างและทำลายอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม k สปิน σ ในเอเอฟเอสตามลำดับ

$(\sigma_z)_{\alpha\beta}$	คือเมทริกซ์ของเพาลีในแนว Z
α, β	คือดัชนีสปิน (spin index)
$\vec{Q}$	คือเวกเตอร์คลื่น (wave vector) ของสนามไมเลกุลเฉลี่ย H_Q
H_Q	คือสนามไมเลกุลแอนติเฟอร์โร
t	คือค่าคงที่ของฮามิลโทเนียนถ่ายโอน ซึ่งไม่ขึ้นกับ $\vec{k}$ และ $\vec{k}'$
H.C.	คือเฮอราไมท์เชียนคอนจูเกต

จากสมการ 3.2 เทอมที่ 1 และ 4 คือฮามิลโทเนียน ของพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในเอเอฟเอสและโลหะตัวนำปกติตามลำดับ

เทอมที่ 2 และ 5 คือฮามิลโทเนียน ของพลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนที่จับคู่กันเป็นคูเปอร์ในเอเอฟเอสและโลหะตัวนำปกติ ตามทฤษฎีบีซีเอส

เทอมที่ 3 คือฮามิลโทเนียน ของพลังงานที่เกิดจากสนามไมเลกุลของอิเล็กตรอนของสารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร ตามทฤษฎีสันามไมเลกุลเฉลี่ย

เทอมที่ 6 คือฮามิลโทเนียนถ่ายโอนของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ผ่านฉนวนสัมผัส

$$\text{เมื่อ } \Delta_N = V_N \sum_{\vec{k}} \langle a_{\vec{k}\uparrow}^+ a_{\vec{k}\downarrow} \rangle \quad ; \quad \Delta_S = V_S \sum_{\vec{k}} \langle c_{\vec{k}\uparrow}^+ c_{\vec{k}\downarrow} \rangle \quad \dots (3.3)$$

โดยที่ V_N, V_S คือค่าคงที่คู่ควบตามทฤษฎีบีซีเอส (BCS coupling constant) ของอิเล็กตรอนในโลหะตัวนำปกติและเอเอฟเอสตามลำดับ

$$\text{กำหนดให้ } \left. \begin{aligned} C_k^+ &= (c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow} c_{(k+Q)\uparrow}^+ c_{(k+Q)\downarrow}) \\ A_k^+ &= (a_{k\uparrow}^+ a_{k\downarrow} a_{k\uparrow}^+ a_{k\downarrow}) \end{aligned} \right\} \quad \dots (3.4)$$

$$G_S(k, k', \omega) = \langle C_k ; C_{k'}^+ \rangle \quad \dots (3.5-1)$$

$$G_S(k, k', \omega_n) =$$

$$\begin{bmatrix} \langle C_{k\uparrow} ; C_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle C_{k\uparrow} ; C_{k'\downarrow}^- \rangle \langle C_{k\uparrow} ; C_{(k+q)\uparrow}^+ \rangle \langle C_{k\uparrow} ; C_{(k+q)\downarrow}^- \rangle \\ \langle C_{k\downarrow}^+ ; C_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle C_{k\downarrow}^+ ; C_{k'\downarrow}^- \rangle \langle C_{k\downarrow}^+ ; C_{(k+q)\uparrow}^+ \rangle \langle C_{k\downarrow}^+ ; C_{(k+q)\downarrow}^- \rangle \\ \langle C_{(k+q)\uparrow} ; C_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle C_{(k+q)\uparrow} ; C_{k'\downarrow}^- \rangle \langle C_{(k+q)\uparrow} ; C_{(k'+q)\uparrow}^+ \rangle \langle C_{(k+q)\uparrow} ; C_{(k'+q)\downarrow}^- \rangle \\ \langle C_{(k+q)\downarrow}^+ ; C_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle C_{(k+q)\downarrow}^+ ; C_{k'\downarrow}^- \rangle \langle C_{(k+q)\downarrow}^+ ; C_{(k'+q)\uparrow}^+ \rangle \langle C_{(k+q)\downarrow}^+ ; C_{(k'+q)\downarrow}^- \rangle \end{bmatrix}$$

$$\dots (3.5-2)$$

$$G_N(k, k', \omega_n) = \langle A_k ; A_{k'}^+ \rangle \quad \dots (3.6-1)$$

$$G_N(k, k', \omega_n) =$$

$$\begin{bmatrix} \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \\ \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \\ \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\uparrow} ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \\ \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k\downarrow}^+ ; a_{k'\downarrow}^- \rangle \end{bmatrix}$$

$$\dots (3.6-2)$$

$$G_{NS}(k', k', \omega_n) = \langle A_{k'} ; C_{k'}^+ \rangle \quad \dots (3.7-1)$$

$$G_{NS}(k', k', \omega_n) =$$

$$\begin{bmatrix} \langle a_{k'\uparrow} ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\uparrow} ; c_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k'\uparrow} ; c_{(k'+q)\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\uparrow} ; c_{(k'+q)\downarrow}^- \rangle \\ \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{(k'+q)\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{(k'+q)\downarrow}^- \rangle \\ \langle a_{k'\uparrow} ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\uparrow} ; c_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k'\uparrow} ; c_{(k'+q)\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\uparrow} ; c_{(k'+q)\downarrow}^- \rangle \\ \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{k'\downarrow}^- \rangle \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{(k'+q)\uparrow}^+ \rangle \langle a_{k'\downarrow}^+ ; c_{(k'+q)\downarrow}^- \rangle \end{bmatrix}$$

$$\dots (3.7-2)$$

$$G_{SN}(k, k', \omega_n) = \langle C_{K'} ; A_K^+ \rangle \quad \dots (3.8-1)$$

$$G_{SN}(k, k', \omega_n) =$$

$$\begin{bmatrix} \langle c_{K'\uparrow} ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{K'\uparrow} ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \langle c_{K'\uparrow} ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{K'\uparrow} ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \\ \langle c_{K'\downarrow}^+ ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{K'\downarrow}^+ ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \langle c_{K'\downarrow}^+ ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{K'\downarrow}^+ ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \\ \langle c_{(K'+Q)\uparrow} ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{(K'+Q)\uparrow} ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \langle c_{(K'+Q)\uparrow} ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{(K'+Q)\uparrow} ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \\ \langle c_{(K'+Q)\downarrow}^+ ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{(K'+Q)\downarrow}^+ ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \langle c_{(K'+Q)\downarrow}^+ ; a_{K'\uparrow}^+ \rangle \langle c_{(K'+Q)\downarrow}^+ ; a_{K'\downarrow}^- \rangle \end{bmatrix}$$

... (3.8-2)

เมื่อกำหนดสมการการเคลื่อนที่ของตัวกระทำ $c_{K\sigma}^+, c_{K\sigma}, a_{K\sigma}^+, a_{K\sigma}$ เหล่านี้ตามวิธีการของไฮเซนเบิร์กจะได้ว่า

$$(i\omega_n - \epsilon_{KS}) G_{11}^S(k, k', \omega_n) + \Delta_S G_{21}(k, k', \omega_n) + H_Q G_{31}(k, k', \omega_n) - t G_{11}(K', k', \omega_n) = \delta_{KK'} \quad \dots (3.9-1)$$

$$(i\omega_n - \epsilon_{KS}) G_{21}^S(k, k', \omega_n) + \Delta_S G_{11}(k, k', \omega_n) + H_Q G_{41}(k, k', \omega_n) + t G_{21}(K', k', \omega_n) = 0 \quad \dots (3.9-2)$$

$$(i\omega_n - \epsilon_{K+Q, S}) G_{31}^S(k, k', \omega_n) + \Delta_S G_{41}(k, k', \omega_n) + H_Q G_{11}(k, k', \omega_n) - t G_{31}(K', k', \omega_n) = 0 \quad \dots (3.9-3)$$

$$(i\omega_n + \epsilon_{K+Q, S}) G_{41}^S(k, k', \omega_n) + \Delta_S G_{31}(k, k', \omega_n) + H_Q G_{21}(k, k', \omega_n) + t G_{41}(K', k', \omega_n) = 0 \quad \dots (3.9-4)$$

ถ้าเป็นการนิรระบบสารตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรแมกเนติกเพียงอย่างเดียว โดยปราศจากการรบกวนจากสารตัวนำปกติเราจะตัดเทอม t ในสมการ (3.9) ออกไป

และเมื่อพิจารณาเอเอฟเอสแบบหนึ่งมิติ $\epsilon_{kS} = -\epsilon_{k+Q,S}$ จะได้

$$\begin{bmatrix} i\omega_n - \epsilon_{kS} & \Delta_S & H_Q & 0 \\ \Delta_S & i\omega_n + \epsilon_{kS} & 0 & H_Q \\ H_Q & 0 & i\omega_n + \epsilon_{kS} & \Delta_S \\ 0 & H_Q & \Delta_S & i\omega_n - \epsilon_{kS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & G_{34} \\ G_{41} & G_{42} & G_{43} & G_{44} \end{bmatrix} (k, k', \omega_n)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots (3.10)$$

ฟังก์ชันกรีนในการนี้คือ $G_S^\circ(k, k', \omega_n)$ และสมการ(3.10)สามารถจะเขียนได้เป็น

$$G_S^\circ(k, k', \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_{kS} \rho_3 \sigma_3 + \Delta_S \sigma_1 + H_Q \rho_1)^{-1} \dots (3.11)$$

และด้วยวิธีเดียวกันในการพิจารณาของโลหะตัวปกติแต่เพียงสารเดียว เราจะได้

$$G_N^\circ(k, k', \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_{kN} \sigma_3 + \Delta_S \sigma_1)^{-1} \dots (3.12)$$

เมื่อ $G_{S(N)}(k, k', \omega_n)$ คือฟังก์ชันกรีนของเอเอฟเอส(โลหะตัวนำปกติ)เมื่อถูกรบกวน

$G_{S(N)}^\circ(k, k', \omega_n)$ คือฟังก์ชันกรีนของเอเอฟเอส(โลหะตัวนำปกติ)ซึ่งไร้การรบกวน

และ ρ_i, σ_i ($i = 1, 2, 3$) คือเมตริกซ์ของเพาลีของไฮลและสปีนตามลำดับ

$\omega_n = (2n+1)\pi T$ คือความถี่ Matsubara frequency ของอิเล็กตรอน
ซึ่ง n เป็นเลขจำนวนเต็ม

ถ้าเราพิจารณาการรบกวนเนื่องจากการที่อิเล็กตรอนในเอเอฟเอส และในตัวนำปกติ
ทะลุทะลวงผ่านผิวสัมผัส เราจะได้ฟังก์ชันกรีนของเอเอฟเอสและตัวนำปกติดังนี้

$$G_S(k, k', \omega_n) = G_S^\circ(k, k', \omega_n) + G_S^\circ(k, k', \omega_n) \sum_{K'} t \rho_0 \sigma_3 G_{NS}(K', k', \omega_n) \dots (3.13)$$

$$\text{และ } G_{NS}(k, k', \omega_n) = G_N^\circ(k, k', \omega_n) \sum_{K'} t \rho_0 \sigma_3 G_S(K', k', \omega_n) \dots (3.14)$$

นำค่า $G_{NS}(k', k' \omega_n)$ จากสมการ (3.14) แทนลงในสมการ (3.13) เราจะได้

$$G_S(k, k', \omega_n) = G_S^\circ(k, k' \omega_n) + G_S^\circ(k, k' \omega_n) \sum_{k''} t \rho_0 \sigma_3 G_N^\circ(k'', k' \omega_n) \rho_0 \sigma_3 t G_S(k'', k', \omega_n) \dots (3.15)$$

$$G_N(k, k', \omega_n) = G_N^\circ(k, k' \omega_n) + G_N^\circ(k, k' \omega_n) \sum_{k''} t \rho_0 \sigma_3 G_{SN}(k'', k', \omega_n) \dots (3.16)$$

$$\text{และ } G_{SN}(k, k' \omega_n) = G_S^\circ(k, k' \omega_n) \sum_{k''} t \rho_0 \sigma_3 G_N(k'', k', \omega_n) \dots (3.17)$$

นำค่า $G_{SN}(k, k' \omega_n)$ จากสมการ (3.17) แทนลงในสมการ (3.16) เราจะได้

$$G_N(k, k', \omega_n) = G_N^\circ(k, k' \omega_n) + G_N^\circ(k, k' \omega_n) \sum_{k''} t \rho_0 \sigma_3 G_N^\circ(k'', k' \omega_n) \rho_0 \sigma_3 t G_N(k'', k', \omega_n) \dots (3.18)$$

จากทฤษฎีการรบกวน (perturbation theory) จะได้พลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนของแผ่นเอเอฟเอส(แผ่นตัวนำปกติ) $[\sum_{S(N)} (\omega)]$ ดังนี้

$$\sum_S (\omega) = G_S^{\circ -1} - G_S^{-1} \dots (3.19)$$

$$\sum_N (\omega) = G_N^{\circ -1} - G_N^{-1} \dots (3.20)$$

จากสมการ (3.15), (3.18), (3.19), (3.20)

$$\sum_S (k, \omega) = t \sigma_3 G_N^\circ(k, k', \omega_n) \sigma_3 t \dots (3.21)$$

$$\sum_N (k, \omega) = t \sigma_3 G_S^\circ(k, k', \omega_n) \sigma_3 t \dots (3.22)$$

จากสมการ (3.12) $G_N^\circ(k, k', \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_{kN} \sigma_3 + \Delta_N \sigma_1)^{-1}$

และด้วยวิธีการอินทิเกรตของเมตริกซ์ จะได้ว่า

$$G_N^{\circ}(k, k', \omega_n) = \frac{-i\omega_n - \epsilon_{KN} \sigma_3 + \Delta_N \sigma_1}{\epsilon_{KN}^2 + \omega_n^2 + \Delta_N^2} \quad \dots (3.23)$$

และจากสมการ (3.21), (3.23)

$$\sum_S (k, \omega_n) = \sigma_3 t^2 \text{Ad}_N N_N(0) \int_{-\alpha}^{\alpha} \left(\frac{-i\omega_n - \epsilon_{KN} \sigma_3 + \Delta_N \sigma_1}{\epsilon_{KN}^2 + \omega_n^2 + \Delta_N^2} \right) d\epsilon_{KN} \sigma_3 \quad \dots (3.24-1)$$

โดยที่ A คือพื้นที่หน้าตัดของแผ่นประกบเอเอฟเอส และ d_N คือความหนาของแผ่นตัวนำปกติ

d_N คือความหนาของแผ่นตัวนำปกติ

$N_N(0)$ คือความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนของโลหะตัวนำปกติ

$$\text{เพราะฉะนั้น } \sum_S (k, \omega) = \Gamma_S \frac{(-i\omega_n - \Delta_N \sigma_1)}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta_N^2}} \quad \dots (3.24-2)$$

$$\text{โดยที่ } \Gamma_S = \text{Ad}_N N_N(0) t^2 \quad \dots (3.25)$$

จากสมการ (3.11), (3.19), (3.24) จะได้ว่า

$$G_S^{-1}(k, k', \omega_n) = i\omega_n - \epsilon_{KS} \rho_3 \sigma_3 + \Delta_S \sigma_1 + \Gamma_S \frac{(-i\omega_n - \Delta_N \sigma_1)}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta_N^2}}$$

$$G_S^{-1}(k, k', \omega_n) = i\omega_n \left(1 + \frac{\Gamma_S}{(\omega_n^2 + \Delta_N^2)^{1/2}} \right) - \epsilon_{KS} \rho_3 \sigma_3$$

$$+ \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{(\omega_n^2 + \Delta_N^2)^{1/2}} \right) \sigma_1 + H_Q \rho_1 \quad (3.26)$$

เพราะฉะนั้น

$$G_S(k, k', \omega_n) = \left\{ i\omega_n \left(1 + \frac{\Gamma_S}{(\omega_n^2 + \Delta_N^2)^{1/2}} \right) - \epsilon_{ks} \rho_3 \sigma_3 + \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{(\omega_n^2 + \Delta_N^2)^{1/2}} \right) \sigma_1 + H_Q \rho_1 \right\}^{-1} \dots (3.27)$$

จากสมการ (3.27) ใช้วิธีการหาอินเวอร์สของเมทริกซ์ โดยลดอนุกรมวิฤกษ์ของว่างพลังงาน ตามทฤษฎีบีบีเอสมีค่าน้อย และโอกาสที่อิเล็กตรอนจะทะลุผ่านผิวสัมผัสมากกว่าสองครั้ง มีค่าน้อย เพราะฉะนั้น $\Delta_N^2 = \Delta_S^2 = \Delta_N \Delta_S = t^4 = 0$

$$\begin{aligned} & -i\omega_n \left[\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + \epsilon_{ks}^2 + H_Q^2 \right] \left[1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right] \\ & - \epsilon_{ks} \left[\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + \epsilon_{ks}^2 + H_Q^2 \right] \rho_3 \sigma_3 \\ & + \left\{ \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \left[\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + \epsilon_{ks}^2 + H_Q^2 \right] - 2H_Q^2 \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \right\} \sigma_1 \\ & + \left\{ H_Q \left[\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + \epsilon_{ks}^2 + H_Q^2 \right] \right\} \rho_1 + 2i\omega_n H_Q \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right) \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \rho_1 \sigma_1 \\ & - 2H_Q \epsilon_{ks} \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \rho_2 \sigma_2 \\ G_S(k, k', \omega_n) = & \frac{\dots}{\left[(\omega_n + \Gamma_S)^2 + \epsilon_{ks}^2 + H_Q^2 \right]^2} \quad (3.28) \end{aligned}$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } G_{21}^S(k, k', \omega_n) = \frac{\left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \left[\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + \epsilon_{ks}^2 + H_Q^2 \right] - 2H_Q^2 \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right)}{\left[\epsilon_{ks}^2 + \omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + H_Q^2 \right]^2} \quad (3.29)$$

จากสมการความสัมพันธ์ของ เชลฟ์ - คอนซีสเทนส์

$$\Delta_S = g_S \sum_k \langle C_{k\uparrow}^+ ; C_{-k'\downarrow} \rangle \dots (3.30)$$

$$\Delta_S = T g_S \sum_{k, \omega_n} G_{21}^S(k, k', \omega_n)$$

$$\Delta_S = N_S(0) g_S T \sum_n \int_{-\alpha}^{\alpha} G_{21}^S(k, k', \omega_n) d\epsilon_{ks} \quad \dots (3.31)$$

(หมายเหตุ วิธีการอินทิเกรตสมการ (3.31) อยู่ในภาคผนวก 3-1)

$$\Delta_S = \frac{N_S(0) g_S T}{2} \sum_n \frac{1}{(\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{1/2}} \left\{ \frac{\Delta_S (\omega_n^2 + 2\Gamma_S \omega_n - H_Q^2) + \frac{\Delta_N \Gamma_S}{\omega_n} (\omega_n^2 - H_Q^2)}{\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2} + \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \right\}$$

$$\Delta_S = \frac{N_S(0) g_S T}{2} \sum_n \frac{1}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \left\{ \frac{\Delta_S (\omega_n'^2 - H_Q^2) + \frac{\Delta_N \Gamma_S}{\omega_n} (\omega_n'^2 - H_Q^2)}{\omega_n'^2 + H_Q^2} + \Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right\}$$

$$\Delta_S \left[1 - \frac{N_S(0) g_S T}{2} \sum_n \left\{ \frac{(\omega_n'^2 - H_Q^2)}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \right]$$

$$= \frac{N_S(0) g_S T \Delta_N}{2} \sum_n \left\{ \frac{\Gamma_S (\omega_n'^2 - H_Q^2)}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{\Gamma_S}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\}$$

... (3.32)

เมื่อ $\omega_n'^2 = \omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S$

จากสมการ (3.11) $G_S^\circ(k, k', \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_{ks} \rho_3 \sigma_3 + \Delta_S \sigma_1 + H_Q \rho_1)^{-1}$

และด้วยวิธีการอินทิเกรตของเมตริกซ์ จะได้

$$G_S^\circ(k, k', \omega_n) = \frac{-i\omega_n (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2 + \epsilon_{ks}^2) - [\epsilon_{ks} (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) + \epsilon_{ks}^3] \rho_3 \sigma_3 + \Delta_S (\omega_n^2 + \Delta_S^2 - H_Q^2 + \epsilon_{ks}^2) \sigma_1 + H_Q (\omega_n^2 + H_Q^2 - \Delta_S^2 + \epsilon_{ks}^2) \rho_1 + 2i\omega_n H_Q \Delta_S \rho_1 \sigma_1 - 2H_Q \epsilon_{ks} \Delta_S \rho_2 \sigma_2}{(\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2 + \epsilon_{ks}^2)^2 - 4H_Q^2 \Delta_S^2} \quad (3.33)$$

และจากสมการ (3.22) และการแปลงรูปแบบฟูรีเออร์ จะได้

$$\sum_N (k, \omega_n) = \sigma_3 t^2 \text{Ad}_S N_S(0) \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\{-i\omega_n (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2 + \epsilon_{KS}^2) - [\epsilon_{KS} (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) + \epsilon_{KS}^3] \rho_3 \sigma_3 + \Delta_S (\omega_n^2 + \Delta_S^2 - H_Q^2 + \epsilon_{KS}^2) \sigma_1 + H_Q (\omega_n^2 + H_Q^2 - \Delta_S^2 + \epsilon_{KS}^2) \rho_1 + 2i\omega_n H_Q \Delta_S \rho_1 \sigma_1 - 2H_Q \epsilon_{KS} \Delta_S \rho_2 \sigma_2\}}{(\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2 + \epsilon_{KS}^2)^2 - 4H_Q^2 \Delta_S^2} d\epsilon_{KS} \sigma_3$$

$$\text{กำหนด } \Gamma_N = \text{Ad}_S N_S(0) \text{ } \forall t^2$$

$$\begin{aligned} \sum_N (k, \omega_n) = \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} & \left[\left\{ -i\omega_n (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) - \Delta_S (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) \sigma_1 + H_Q (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) \rho_1 \right. \right. \\ & \left. \left. - 2i\omega_n H_Q \Delta_S \rho_1 \sigma_1 - 2H_Q^2 \Delta_S \rho_1 + 2H_Q^2 \Delta_S \sigma_1 \right\} \left\{ \frac{1}{[\omega_n^2 + (H_Q - \Delta_S)^2]^{1/2}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{[\omega_n^2 + (H_Q + \Delta_S)^2]^{1/2}} \right\} + (-i\omega_n - \Delta_S \sigma_1 + H_Q \rho_1) \times \right. \\ & \left. \left\{ [\omega_n^2 + (H_Q + \Delta_S)^2]^2 - [\omega_n^2 + (H_Q - \Delta_S)^2]^2 \right\} \right] \quad (3.34) \end{aligned}$$

จากสมการ (3.12), (3.20) และ (3.34)

$$\begin{aligned} G_N^{-1}(k, k', \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_{KN} \sigma_3 + \Delta_N \sigma_1) - \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} & \left[\left\{ -i\omega_n (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) \right. \right. \\ & \left. \left. - \Delta_S (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) \sigma_1 + H_Q (\omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2) \rho_1 - 2i\omega_n H_Q \Delta_S \rho_1 \sigma_1 \right. \right. \\ & \left. \left. - 2H_Q \Delta_S^2 \rho_1 + 2H_Q^2 \Delta_S \sigma_1 \right\} \left\{ \frac{1}{[\omega_n^2 + (H_Q - \Delta_S)^2]^{1/2}} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{[\omega_n^2 + (H_Q + \Delta_S)^2]^{1/2}} \right\} + (-i\omega_n - \Delta_S \sigma_1 + H_Q \rho_1) \times \right. \\ & \left. \left\{ [\omega_n^2 + (H_Q + \Delta_S)^2]^{1/2} [\omega_n^2 + (H_Q - \Delta_S)^2]^{1/2} \right\} \right] \quad (3.35) \end{aligned}$$

จากสมการ (3.35) จัดเทอมใหม่และเพื่อความสะดวกในการเขียน

$$\begin{aligned}
 G_N^{-1}(k, k', \omega_n) = & i\omega_n \left[1 + \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} \left(\frac{A}{B'} - \frac{A}{B} + B - B' \right) \right] \\
 & + \left[\Delta_N + \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} \left\{ \frac{(A - 2H_Q^2)}{B'} - \frac{(A - 2H_Q^2)}{B} + B - B' \right\} \right] \sigma_1 \\
 & + \left[\frac{\Gamma_N}{4\Delta_S} \left\{ \frac{(A - 2\Delta_S^2)}{B} - \frac{(A - 2\Delta_S^2)}{B'} - B + B' \right\} \right] \rho_1 \\
 & + \left[\frac{i\Gamma_N \omega_n}{2} \left(\frac{1}{B'} - \frac{1}{B} \right) \right] \rho_1 \sigma_1 - \epsilon_{KN} \sigma_3 \quad (3.36)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ} \quad A &= \omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2 \\
 B &= \{ \omega_n^2 + (H_Q + \Delta_S)^2 \}^{1/2} \\
 B' &= \{ \omega_n^2 + (H_Q - \Delta_S)^2 \}^{1/2}
 \end{aligned}$$

$$\therefore G_N^{-1}(k, k', \omega_n) = i\omega_n C + D\sigma_1 + E\rho_1 + F\rho_1\sigma_1 - \epsilon_{KN}\sigma_3 \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned}
 \text{เมื่อ} \quad C &= 1 + \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} \left(\frac{A}{B'} - \frac{A}{B} + B - B' \right) \\
 D &= \Delta_N + \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} \left\{ \frac{(A - 2H_Q^2)}{B'} - \frac{(A - 2H_Q^2)}{B} + B - B' \right\} \\
 E &= \frac{\Gamma_N}{4\Delta_S} \left\{ \frac{(A - 2\Delta_S^2)}{B} - \frac{(A - 2\Delta_S^2)}{B'} - B + B' \right\} \\
 F &= \frac{i\Gamma_N \omega_n}{2} \left(\frac{1}{B'} - \frac{1}{B} \right)
 \end{aligned}$$

และด้วยวิธีการอินเวอร์สของเมตริกซ์ จะได้

$$G_{21}^N(k, k', \omega) = \frac{D^3 + 2EF\omega - D(E^2 + F^2) - D(\epsilon_{KN}^2 - \omega^2)}{(\omega^2 - \epsilon_{KN}^2) + 8DEF\omega - 2E^2(\omega^2 - \epsilon_{KN}^2) - 2(\omega^2 - \epsilon_{KN}^2)(D^2 + F^2) - 2E^2(D^2 + F^2) + D^4 + F^4 + E^4 - 2D^2F^2} \quad (3.38)$$

$$\text{เมื่อ} \quad \omega = i\omega_n C$$

ใกล้ศูนย์วิกฤตของว่างพลังงานตามทฤษฎีบีเอสมีค่าน้อย และโอกาสที่อิเล็กตรอนจะหลุดลงผ่านผิวสัมผัสมากกว่าสองครั้งมีค่าน้อย เพราะฉะนั้น

$$\Delta_N^2 = \Delta_S^2 = \Delta_N \Delta_S = t^4 = 0$$

$$G_{21}^N(k, k', \omega_n) = \frac{-\Delta_N (\epsilon_{kN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{kN}^2 + \omega_n^2) b^2}{\epsilon_{kN}^2 + (2a^2 + d^2) \epsilon_{kN}^2 + (a^4 + \omega_n^2 d^2)} \quad (3.39)$$

$$\text{เมื่อ } a^2 = \omega_n^2 \left[1 + \Gamma_N \left\{ \frac{\left(1 - \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{1/2} + \left(1 + \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{1/2}}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \right]$$

$$b^2 = \left\{ \frac{\left(H_Q + \Delta_S \right) \left(1 - \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{1/2} - \left(H_Q - \Delta_S \right) \left(1 + \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{1/2}}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\}$$

$$d^2 = 2\Gamma_N \Delta_N b^2$$

$$G_{21}^N(k, k', \omega_n) = \frac{-\Delta_N (\epsilon_{kN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{kN}^2 + \omega_n^2) b^2}{\epsilon_{kN}^4 + A \epsilon_{kN}^2 + B} \quad (3.40)$$

$$\text{เมื่อ } A = 2a^2 + d^2, B = c^4 + \omega_n^2 d^2$$

จากสมการความสัมพันธ์ของ เชลฟ์ - คอนซิสแทนท์

$$\Delta_N = g_N \sum_k \langle a_{k\uparrow}^+ : a_{-k'\downarrow} \rangle$$

$$\Delta_N = T g_N \sum_k G_{21}^N(k, k', \omega_n)$$

$$\Delta_N = N_N(0) g_N T \sum_n \int_{-\alpha}^{\alpha} G_{21}^N(k, k', \omega_n) d\epsilon_{kN} \quad (3.41)$$

(หมายเหตุ วิธีการอินทิเกรตสมการ (3.41) อยู่ในภาคผนวก 3-2)

$$\begin{aligned}
\Delta_N = N_N(0)g_N T \sum_n \frac{1}{\sqrt{A^2 B - 4B^2}} & \left[\Delta_N \left\{ \left(\frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} - a^2 \right) \left(\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} \right)^{1/2} \right. \right. \\
& + \left. \left(\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} - a^2 \right) \left(\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} \right)^{1/2} \right\} \\
& + \frac{\Gamma_N b^2}{2} \left\{ \left(\frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} + \omega_n^2 \right) \left(\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} \right)^{1/2} \right. \\
& + \left. \left. \left(\frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} - \omega_n^2 \right) \left(\frac{A}{2} - \sqrt{\frac{A^2 - 4B}{2}} \right)^{1/2} \right\} \right] \quad (3.42)
\end{aligned}$$

และจากการใช้สูตรของไบโนเมียล และเงื่อนไข $\Delta_N^2 = \Delta_S^2 = \Delta_N \Delta_S = t^4 = 0$

$$a^2 = c^2 = \omega_n^2 \left[1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right]$$

$$b^2 = \frac{2\Delta_S \left(1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}}$$

$$d^2 = 2\Gamma_N \Delta_N b^2$$

$$\begin{aligned}
\Delta_N = N_N(0)g_N T \sum_n & \left\{ \Delta_N \left[\left\{ \frac{d^2}{2} - [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \left\{ c^2 + \frac{d^2}{2} + [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \right. \right. \\
& + \left. \left\{ \frac{d^2}{2} + [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \left\{ c^2 + \frac{d^2}{2} + [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \right] \\
& + \frac{\Gamma_N b^2}{2} \left[\left\{ c^2 + \omega_n^2 + \frac{d^2}{2} - [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \left\{ c^2 + \frac{d^2}{2} + [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \right. \\
& + \left. \left. \left\{ c^2 - \omega_n^2 + \frac{d^2}{2} - [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \left\{ c^2 + \frac{d^2}{2} - [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2} \right\} \right] \right. \\
& \left. \left. \frac{1}{2c^2 [d^2(c^2 - \omega_n^2)]^{1/2}} \right\} \right] \quad (3.43)
\end{aligned}$$

$$\Delta_N = N_N(0) g_N T \sum_n \Gamma_N \Delta_S A' \left\{ \left[B' - C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right] \left[D' + C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right]^{1/2} \right. \\ \left. + \left[E' - C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right] \left[D' + C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right]^{1/2} \right\} \\ \frac{1}{B' C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S}} \quad (3.44)$$

$$\text{เมื่อ } A' = \frac{1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2}}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}}$$

$$B' = 2\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right)$$

$$C' = \frac{2\sqrt{2}\omega_n}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{1/2}$$

$$D' = \omega_n^2 \left(1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right)$$

$$E' = \frac{2\Gamma_N \omega_n^2}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}}$$

$$\Delta_N = N_N(0) g_N T \sum_n D'^{\frac{1}{2}} \Gamma_N \Delta_S A' \left\{ \left[B' - C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right] \left[1 + \frac{C'}{D'} \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right]^{1/2} \right. \\ \left. + \left[E' - C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right] \left[1 + \frac{C'}{D'} \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S} \right]^{1/2} \right\} \\ \frac{1}{B' C' \Gamma_N \sqrt{\Delta_N \Delta_S}} \quad (3.45)$$

และจากการใช้สูตรของไบโนเมียล และเงื่อนไข $\Delta_N^2 = \Delta_S^2 = \Delta_N \Delta_S = t^4 = 0$

$$\Delta_N = N_N(0) g_N T \sum_n D'^{\frac{1}{2}} \left[\frac{A' (B' + E')}{B' C'} \sqrt{\frac{\Delta_S}{\Delta_N}} + \frac{\Gamma_N \Delta_S}{2D' B'} (B' - E') \right] \quad (3.46)$$

$$1 = N_N(0) g_N \sum_n \Gamma_N D'^{\frac{1}{2}} \left[\frac{A' (B' + E')}{B' C' \Delta_N} \sqrt{\frac{\Delta_S}{\Delta_N}} + \frac{\Delta_S \Gamma_N}{\Delta_N 2 D' B'} (B' - E') \right] \quad (3.47)$$

$$1 = N_N(0) g_N \sum_n \Gamma_N \omega_n \left(1 + \frac{2 \Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right) \left\{ \frac{\left[\frac{1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2}}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 + \frac{2 \Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left(\frac{\Delta_S}{\Delta_N} \right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{2 \sqrt{2} \omega_n \Delta_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \left[1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right]^{\frac{1}{2}}} + \frac{\Gamma_N}{2 \omega_n^2 \left[1 + \frac{2 \Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right]} \left(\frac{\Delta_S}{\Delta_N} \right) \right\} \quad (3.48)$$

จากสมการ (3.32) จะได้

$$\frac{\Delta_S}{\Delta_N} = \frac{\frac{N_S(0) g_S \sum_n \Gamma_S}{2} \left\{ \frac{\omega_n^2 - H_Q^2}{\omega_n (\omega_n^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{\omega_n (\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\}}{1 - \frac{N_S(0) g_S \sum_n \Gamma_S}{2} \left\{ \frac{\omega_n^2 - H_Q^2}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\}}$$

จากสมการ (3.48) และ $\lambda_{N(S)} = N_{N(S)}(0) g_{N(S)}$

$$\begin{aligned}
1 &= \lambda_N \mathbb{T} \sum_n \left(1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right) \times \\
&\left\{ \left(1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right) \left[1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \frac{\left\{ \frac{\lambda_S \mathbb{T} \Gamma_S}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n^2 - H_Q^2}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \right\}^{1/2}}{\left\{ 1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n'^2 - H_Q^2}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \right\}} \right. \\
&\quad \left. \frac{2\sqrt{2}\Delta_N}{\omega_n^2 + H_Q^2} \left[1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right] \right\}^{1/2} \\
&+ \frac{\frac{\lambda_S \Gamma_N \Gamma_S \mathbb{T}}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n^2 - H_Q^2}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\}}{1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n'^2 - H_Q^2}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\}} \left\{ \right. \\
&\quad \left. 2\omega_n \left[1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \right\} \quad (3.49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1 &= \lambda_N \mathbb{T} \sum_n \left(1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right) \times \\
&\left\{ \left(1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right) \left(1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right) \left\{ \frac{\frac{\lambda_S \mathbb{T} \Gamma_S}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n^2 - H_Q^2}{\omega_n (\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{\omega_n (\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{1/2}} \right\}}{1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S - H_Q^2}{(\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{1/2}} \right\}} \right\}^{\frac{1}{2}} \right. \\
&\quad \left. \frac{2\sqrt{2}\Delta_N}{\omega_n^2 + H_Q^2} \left[1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \\
&+ \left\{ \frac{\frac{\lambda_S \Gamma_N \Gamma_S \mathbb{T}}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n^2 - H_Q^2}{\omega_n (\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{\omega_n (\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{1/2}} \right\}}{1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}}{2} \sum_n \left\{ \frac{\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S - H_Q^2}{(\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_n^2 + 2\omega_n \Gamma_S + H_Q^2)^{1/2}} \right\}} \right. \\
&\quad \left. \frac{2\omega_n \left[1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right]}{2\omega_n \left[1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right] \left[1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right]} \right\} \quad (3.50)
\end{aligned}$$

$$1 = \lambda_N \mathbb{T}_C \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ \frac{A_n B_n \left\{ \frac{\lambda_S \Gamma_S \mathbb{T}_C \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ C_n + D_n \right\}}{1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ E_n + F_n \right\}} \right\}}{2\sqrt{2} \Delta_N G_n B_n^{1/2} [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]} \right. \\ \left. + \frac{\lambda_S \Gamma_S \Gamma_N \mathbb{T}_C \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ C_n + D_n \right\}}{1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ E_n + F_n \right\}} \right\} \quad (3.51)$$

$$A_n = 1 + \frac{2\Gamma_N}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]^{1/2}}$$

$$B_n = 1 - \frac{H_Q^2}{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2}$$

$$C_n = \frac{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{3/2}}$$

$$D_n = \frac{1}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{1/2}}$$

$$E_n = \frac{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 - 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S - H_Q^2}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{3/2}}$$

$$F_n = \frac{1}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{1/2}}$$

$$G_n = 1 + \frac{\Gamma_N}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]^{1/2}}$$

ผลการวิจัย

การคำนวณในการมีที่แผ่ฟิล์มของโลหะปกติ และสารตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสมภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร เราได้ฟังก์ชันกรีนของเอเอฟเอส และโลหะตัวนำปกติ ดังนี้

$$G_S = G_S^0 + G_S^0 \sum_{K'} t \rho_3 \sigma_3 G_N^0 \rho_3 \sigma_3 t G_S \quad (4.1-1)$$

$$G_N = G_N^0 + G_N^0 \sum_{K'} t \rho_3 \sigma_3 G_S^0 \rho_3 \sigma_3 t G_N \quad (4.1-2)$$

$$G_S^0 = (i\omega_n - \epsilon_{KS} \rho_3 \sigma_3 + \Delta_S \sigma_1 + H_Q \rho_1)^{-1} \quad (4.1-3)$$

$$G_N^0 = (i\omega_n - \epsilon_{KN} \sigma_3 + \Delta_N \sigma_1)^{-1} \quad (4.1-4)$$

และจากทฤษฎีการรบกวน (perturbation theory) จะได้พลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนของแผ่นเอเอฟเอส และแผ่นตัวนำปกติ ดังนี้

$$\sum_S (\omega) = G_S^{0-1} - G_S^{-1} \quad (4.2-1)$$

$$\sum_N (\omega) = G_N^{0-1} - G_N^{-1} \quad (4.2-2)$$

$$\sum_S (k, \omega) = t \sigma_3 G_N^0 \sigma_3 t = \frac{\Gamma_S (-i\omega_n - \Delta_N \sigma_1)}{(\omega_n^2 + \Delta_N^2)^{1/2}} \quad (4.2-3)$$

$$\sum_N (k, \omega) = t \sigma_3 G_S^0 \sigma_3 t$$

$$\begin{aligned} \sum_N (k, \omega) = \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} & \left[\left\{ -i\omega_n A - \Delta_S A \sigma_1 + H_Q A \rho_1 - 2i\omega_n H_Q \Delta_S \rho_1 \sigma_1 - 2H_Q \Delta_S^2 \rho_1 \right. \right. \\ & \left. \left. + 2H_Q^2 \Delta_S \sigma_1 \right\} \left\{ \frac{1}{B} - \frac{1}{B'} \right\} + (-i\omega_n - \Delta_S \sigma_1 + H_Q \rho_1) \left\{ B^4 - B'^4 \right\} \right] \quad (4.2-4) \end{aligned}$$

เมื่อ

$$\left. \begin{aligned} A &= \omega_n^2 + \Delta_S^2 + H_Q^2 \\ B &= [\omega_n^2 + (H_Q + \Delta_S)^2]^{1/2} \\ B' &= [\omega_n^2 + (H_Q - \Delta_S)^2]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (4.2-5)$$

จากสมการ (4.1-3) , (4.2-2) จะได้ว่า

$$G_S(k, k', \omega_n) = \left\{ i\omega_n \left(1 + \frac{\Gamma_S}{(\omega_n^2 + \Delta_N^2)^{1/2}} \right) - \epsilon_{KS} \rho_3 \sigma_3 + \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_S}{(\omega_n^2 + \Delta_N^2)^{1/2}} \right) \sigma_1 + H_Q \rho_1 \right\}^{-1} \quad (4.3-1)$$

$$G_{21}^S(k, k', \omega_n) = \frac{\left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \left[\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + \epsilon_{KS}^2 + H_Q^2 \right] - 2H_Q^2 \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right)}{\left[\epsilon_{KS}^2 + \omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + H_Q^2 \right]} \quad (4.3-2)$$

และจากสมการความสัมพันธ์ ของเชลฟ์ - คอนซิสแทนท์

$$\Delta_S = N_S(0) g_S T \sum_n \int_{-\alpha}^{\alpha} G_{21}^S(k, k', \omega_n) d\epsilon_{KS} \quad (4.4-1)$$

$$\begin{aligned} \Delta_S &= \left[1 - N_S(0) g_S T \sum_n \left\{ \frac{\omega_n'^2 - H_Q^2}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{1}{(\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \right] \\ &= \frac{N_S(0) g_S T \Delta_N}{2} \sum_n \left\{ \frac{\Gamma_S (\omega_n'^2 - H_Q^2)}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{3/2}} + \frac{\Gamma_S}{\omega_n (\omega_n'^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \end{aligned} \quad (4.4-2)$$

และจากสมการ (4.1-4) , (4.2-1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} G_{21}^N(k, k', \omega_n) &= [(D^3 + 2EFC) - D(E^2 + F^2) - D(\epsilon_{KN}^2 - \omega^2)] [(\omega^2 - \epsilon_{KN}^2) \\ &\quad + 8DEF\omega - 2E^2(\omega^2 - \epsilon_{KN}^2) - 2(\omega^2 - \epsilon_{KN}^2)(D^2 + F^2) \\ &\quad - 2E^2(D^2 + F^2) + D^4 + F^4 + E^4 - 2D^2F^2]^{-1} \end{aligned} \quad (4.5-1)$$

$$C = 1 + \frac{\Gamma_N}{4H_Q \Delta_S} \left(\frac{A}{B'} - \frac{A}{B} + B + B' \right) \quad (4.5-2)$$

$$D = \left[\Delta_N + \frac{\Gamma_N}{4H_Q} \left\{ \frac{(A - 2H_Q^2)}{B'} - \frac{(A - 2H_Q^2)}{B} + B - B' \right\} \right] \quad (4.5-3)$$

$$E = \frac{\Gamma_N}{4\Delta_S} \left\{ \frac{(A - 2\Delta_S^2)}{B} - \frac{(A - 2\Delta_S^2)}{B'} - B + B' \right\} \quad (4.5-4)$$

$$F = \frac{i\Gamma_N \omega_n}{2} \left(\frac{1}{B'} - \frac{1}{B} \right) \quad (4.5-5)$$

$$\omega = i\omega_n C \quad (4.5-6)$$

ใกล้ศูนย์มีวิกฤตช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีบีเอสมีค่าน้อย และโอกาสที่อิเล็กตรอนทะลุผ่านผิวสัมผัสมากกว่าสองครั้งมีค่าน้อย เพราะฉะนั้น

$$\Delta_N^2 = \Delta_S^2 = \Delta_N \Delta_S = t^4 = 0 \quad \text{จะได้}$$

$$G_{21}^N(k, k', \omega_n) = \frac{-\Delta_N (\epsilon_{kN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{kN}^2 + \omega_n^2) b^2}{\epsilon_{kN}^4 + A\epsilon_{kN}^2 + B} \quad (4.6-1)$$

$$\text{เมื่อ } A = 2a^2 + d^2 ; B = c^4 + \omega_n^2 d^2$$

$$a^2 = \omega_n^2 \left[1 + \Gamma_N \left\{ \frac{\left(1 - \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(1 + \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{\frac{1}{2}}}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \right] \quad (4.6-2)$$

$$b^2 = \left\{ \frac{(H_Q + \Delta_S) \left(1 - \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{\frac{1}{2}} - (H_Q - \Delta_S) \left(1 + \frac{2H_Q \Delta_S}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{\frac{1}{2}}}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right\} \quad (4.6-3)$$

$$d^2 = 2\Gamma_N \Delta_N b^2 \quad (4.6-4)$$

และจากสมการความสัมพันธ์ ของเชลฟ์ - คอนซิสแทนท์

$$\Delta_N = N_N(0) g_N T \sum_n \int_{-\alpha}^{\alpha} G_{21}^N(k, k', \omega_n) d\epsilon_{kN} \quad (4.7-1)$$

จะได้ว่า

$$\Delta = N_N(0) g_N T \sum_n D' \left[\frac{A' (B' + E')}{B' C'} \sqrt{\frac{\Delta_S}{\Delta_N}} + \frac{\Gamma_N \Delta_S}{2D' B'} (B' - E') \right] \quad (4.7-2)$$

$$A' = \frac{1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2}}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \quad (4.7-3)$$

$$B' = 2\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right) \quad (4.7-4)$$

$$C' = \frac{2\sqrt{2}\omega_n}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{H_Q^2}{\omega_n^2 + H_Q^2} \right)^{1/2} \quad (4.7-5)$$

$$D' = \omega_n^2 \left(1 + \frac{2\Gamma_N}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \right) \quad (4.7-6)$$

$$E' = \frac{2\Gamma_N \omega_n^2}{(\omega_n^2 + H_Q^2)^{1/2}} \quad (4.7-7)$$

นำค่า $\frac{\Delta_S}{\Delta_N}$ จากสมการ (4.4-2) แทนลงในสมการ (4.7-2) จะได้

$$1 = \lambda_N \mathbb{T}_C \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ \frac{A_n B_n \left\{ \frac{\lambda_S \Gamma_S \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ C_n + D_n \right\} \right.}{1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ E_n + F_n \right\}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\ + \frac{2\sqrt{2} \Delta_N G_n B_n^{1/2}}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]} \left\{ \frac{\lambda_S \Gamma_S \Gamma_N \mathbb{T}_C \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ C_n + D_n \right\}}{1 - \frac{\lambda_S \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ E_n + F_n \right\}} \right\} \quad (4.8-1)$$

$$A_n = 1 + \frac{2\Gamma_N}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]^{1/2}} \quad (4.8-2)$$

$$B_n = 1 - \frac{H_Q^2}{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2} \quad (4.8-3)$$

$$C_n = \frac{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{3/2}} \quad (4.8-4)$$

$$D_n = \frac{1}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{1/2}} \quad (4.8-5)$$

$$E_n = \frac{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 - 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S - H_Q^2}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{3/2}} \quad (4.8-6)$$

$$F_n = \frac{1}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{1/2}} \quad (4.8-7)$$

$$G_n = 1 + \frac{\Gamma_N}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]^{1/2}} \quad (4.8-8)$$

สรุป อภิปราย และเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาอุณหภูมิวิกฤตของแผ่นกระจกสองชั้นซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรและตัวนำปกติ โดยมีขั้นตอนการค้นหาดังนี้

1. ใช้ขามิลโทเนียนตามทฤษฎีสถานะโมเลกุลเฉลี่ยสำหรับสารตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร ใช้ขามิลโทเนียนตามทฤษฎีบีซีเอสสำหรับสารตัวนำปกติ และใช้ขามิลโทเนียนถ่ายโอนของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ผ่านผิวสัมผัส
2. หาสมการการเคลื่อนที่ของตัวปฏิบัติการต่าง ๆ ตามวิธีการของไฮเซนเบิร์ก
3. หาฟังก์ชันกรีนของระบบ ตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรและตัวนำปกติ
4. ใช้ทฤษฎีการรบกวน เพื่อหาพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนของแผ่นเอเอฟเอส และแผ่นตัวนำปกติ
5. ใช้ความสัมพันธ์ของเซลล์-คอนซิสเทนท์ หาอุณหภูมิวิกฤต
6. นำสูตรของอุณหภูมิวิกฤตของระบบมาเปรียบเทียบกับผลงานวิจัย อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร ซึ่งปราศจากการรบกวน (บริสุทธิ์) และเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ประกบกับตัวนำปกติ ว่าผลที่ได้แตกต่างกันหรือเหมือนกันอย่างไร

สรุปผลการวิจัย

ผลการค้นหาอุณหภูมิวิกฤตของแผ่นกระจกสองชั้น ซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรและตัวนำปกติ พบว่า อุณหภูมิวิกฤตเปลี่ยนแปลงตามสมการ

$$\begin{aligned}
1 &= \lambda_N \mathbb{T}_C \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ \frac{A_n B_n \left\{ \frac{\lambda \Gamma_S \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ C_n + D_n \right\} \right.}{1 - \frac{\lambda \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ E_n + F_n \right\}} \right\}^{\frac{1}{2}} \\
&\quad \frac{2\sqrt{2} \Delta_N G_n B_n^{1/2}}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]} \\
&\quad + \left\{ \frac{\lambda \Gamma_S \Gamma_N \mathbb{T}_C \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ C_n + D_n \right\}}{1 - \frac{\lambda \mathbb{T}_C}{2} \sum_{n=0}^{\omega_D/\mathbb{T}_C} \left\{ E_n + F_n \right\}} \right\} \\
&\quad \frac{2(2n+1) \mathbb{T}_C A_n G_n}{2(2n+1) \mathbb{T}_C A_n G_n} \left\{ \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_n &= 1 + \frac{2\Gamma_N}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]^{1/2}} \\
B_n &= 1 - \frac{H_Q^2}{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2} \\
C_n &= \frac{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{3/2}} \\
D_n &= \frac{1}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{1/2}} \\
E_n &= \frac{(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 - 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S - H_Q^2}{(2n+1) \mathbb{T}_C [(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{3/2}} \\
F_n &= \frac{1}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + 2(2n+1) \mathbb{T}_C \Gamma_S + H_Q^2]^{1/2}} \\
G_n &= 1 + \frac{\Gamma_N}{[(2n+1)^2 \mathbb{T}_C^2 + H_Q^2]^{1/2}}
\end{aligned}$$

อภิปรัชญาผล

จากผลการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตของแผ่นประกอบสองชั้น ซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรและตัวนำปกติโดยวิธีของฟังก์ชันกรีน ได้สมการหาอุณหภูมิวิกฤตที่สลับซับซ้อนมาก ต้องใช้คอมพิวเตอร์ในการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต แต่ถ้าหากเรากำหนดให้ $H_0 = 0$ จะตรงตามผลการวิจัยของแมคมิลแลน และถ้ากำหนดให้ $t = H_0 = 0$ แล้วจะได้ผลตรงกันกับการวิจัยของทฤษฎีบีเอส จะเห็นว่าสูตรการหาอุณหภูมิวิกฤตที่ได้มานี้จะครอบคลุมทฤษฎีบีเอส ทฤษฎีการทะลุทะลวงของแมคมิลแลน และทฤษฎีสนามโนโมเลกุลเฉลี่ย กล่าวได้ว่าสูตรที่ได้มาเป็นที่ยอมรับได้

๑
ขอ เสนอแนะ

ในการดำเนินการวิจัยมีการประมาณหลายขั้นตอนมาก เนื่องจากซามิลโทเนียนของทฤษฎีสนามเฉลี่ยของอิเล็กตรอนของตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรกับซามิลโทเนียนของทฤษฎีพีเอสของอิเล็กตรอนของตัวนำปกติไม่มีความสมมาตรเชิงคณิตศาสตร์และทำให้การใช้ซามิลโทเนียนภายในของอิเล็กตรอนระหว่างผิวสัมผัสมีความไม่สมมาตรเชิงคณิตศาสตร์ จึงทำให้ได้สูตรการหาอุณหภูมิวิกฤตที่ยู่ยาก ฉะนั้นในการวิจัยครั้งต่อไปควรจะกำหนดระบบประกอบที่ประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร 2 ชนิดที่มีความเข้มของสนามโมเลกุลไม่เท่ากัน ผู้วิจัยคิดว่าจะทำให้เกิดความสมมาตรเชิงคณิตศาสตร์ของซามิลโทเนียนของระบบมากขึ้น และจะลดความยุ่งยากในเชิงคณิตศาสตร์ลงได้มาก และถ้าจะพิจารณาระบบประกอบที่ประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรกับตัวนำปกติ เราจะกำหนดให้สนามโมเลกุลของแต่ละชนิดแผ่นหนึ่งเป็นศูนย์และนำมาหาอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งคาดว่าจะได้สูตรที่มีความยุ่งยากน้อยลง

บรรณานุกรม

ប្រែប្រួល

1. Onnes, K.H. Communication of Liden Laboratory. 119: 1226-1266,1991.
2. Blakemore, J.S. Solid State Physics. 391,1969.
3. Meissner, W., Ochsenfeld R. Naturwissenschaften. 21:787,1933.
4. Bardeen, J., Cooper, L.N., Schrieffer, R. Physical Review. 180:1175,1957.
5. Omar, M.A. Elementary Solid State Physics : 415,1975.
6. Kittel, C. Introduction to Solid State Physics : 482,1967.
7. Ishikawa, M., Fischer, O., Muller, J. Solid State Communications. 27:761,1979.
8. Sinha, S.K. Physical Review Letters. 48:950,1982.
9. Ishikawa, M., Fischer, O., Solid State Communications. 24:747,1977.
10. Abrikosov, A.A., Gorkov, L.P. Soviet Journal of Theoretical Physics. 39:1781,1960.
11. Ramakrishnan, T.V., Varma, C.M. Physical Review. B24:137,1981.
12. Ashkenazi, J., Kuper, C.G., Ron, A. Physical Review. B28:468,1983.
13. Nass, M.J., Levin, K., Grest G.S. Physical Review. B25:4541,1982.
14. Tachiki, M., Matsumoto, H., Umezawa, H. Physical Review. B20: 1915,1979.
15. Maekawa, S., Tachiki, M. Physical Review. B18:4688,1978.
16. Machida, K., Nokura, K., Matsubara, T. Physical Review. B22: 2307,1980.
17. Meissner, H. Physical Review. 109:686,1958.
18. Smith, K. Physical Review. 21:686,1961.
19. Gennes, P.G., Guyon, E. Physical Review Letters. 3:168,1963.
20. Werthammer, N.R. Physical Review. 132:2440,1963.
21. Fulde, P., Maki, K. Physical Review Letters. 15:675,1965.
22. McMillan, W.L. Physical Review. 175:537,1968.

23. Adkins, C.S., Kington B.W. Physical Review. 177:777,1969.
24. Kaiser, A.B., Zuckermann, M.J. Physical Review. B1:229,1970.
25. Deutcher, G. Physical Review. B14:1002,1973.
26. Fulde, P., Moormann, W. Physical Kondense Materie. 6:403,1976.
27. Machida, K. Journal of Low Temperature Physics. 27:737,1977.
28. Machida, K., Dumoulin, L. Journal of Low Temperature Physics. 31:143,1978.
29. Harberkorn, W.J., Richter, J. Journal of Low Temperature Physics. 35:629,1979.
30. Mohabir, S., Nagi, A.D.S. Journal of Low Temperature Physics. 35:307,1979.
31. Mohabir, S., Nagi, A.D.S. Journal of Low Temperature Physics. 35:671,1979.
32. Farrel, M.E., Bishop, M.F. Physical Review. B40:10786,1989.

ภาคผนวก 1-1

ทฤษฎีพีซีเอส

ทฤษฎีบีซีเอส

ทฤษฎีบีซีเอสกำหนดแฮมิลโทเนียนของอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวดเป็น

$$H = \sum_{k\sigma} \epsilon_k c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} - \sum_{kk'} V c_{k'\uparrow}^+ c_{k'\downarrow}^+ c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} \quad \dots (1)$$

เมื่อ H คือ แฮมิลโทเนียนของอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวด

ϵ_k คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

$c_{k\sigma}^+ (c_{k\sigma})$ คือ ตัวปฏิบัติการสร้าง(ทำลาย)อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$ สปิน σ

σ คือ ดับเบิลสปิน

V คือ ค่าคงที่ของอันตรกิริยา(interaction constant)

เทอมแรกและเทอมที่สองทางขวามือของสมการ 1 แสดงพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

และพลังงานศักย์แบบดึงดูดของอิเล็กตรอน ตามลำดับ

โดยวิธีการประมาณแบบ ฮาร์ทรี - ฟ็อก (Hartree-Fock's approximation)

$$\begin{aligned} V c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} &= V \langle c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ \rangle c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} \\ &+ V c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ \langle c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} \rangle - V \langle c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ \rangle \langle c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} \rangle \\ &= \Delta^+ c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} + \Delta c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ - \frac{|\Delta|^2}{V} \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{เมื่อ } \Delta^+ &= V \langle c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+ \rangle \\ \Delta &= V \langle c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} \rangle \\ \text{และ } |\Delta|^2 &= \Delta^+ \Delta \end{aligned} \right\} \quad \dots (3)$$

$$\therefore H = \sum_k \epsilon_k \left(c_{k\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} + c_{k\downarrow}^\dagger c_{k\downarrow} \right) - \sum_k \Delta \left(c_{k\uparrow}^\dagger c_{k\downarrow}^\dagger + c_{k\downarrow} c_{k\uparrow} - \frac{|\Delta|^2}{V} \right) \dots (4)$$

จากสมการการเคลื่อนที่ (equation of motion) แบบ (Heisenberg picture)

$$\frac{d}{dt} A = [A, H] \dots (5)$$

$$\therefore \frac{d}{dt} c_{k\uparrow}^\dagger = [c_{k\uparrow}^\dagger, H] \dots (6)$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d}{dt} c_{k\uparrow}^\dagger &= \left[c_{k\uparrow}^\dagger, \sum_{k'} \epsilon_{k'} (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k'\uparrow} + c_{k'\downarrow}^\dagger c_{k'\downarrow}) \right] \\ &\quad - \left[c_{k\uparrow}^\dagger, \sum_{k'} \Delta (c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k'\downarrow}^\dagger + c_{k'\downarrow} c_{k'\uparrow}) \right] \\ &= - \sum_{k'} \epsilon_{k'} [c_{k\uparrow}^\dagger, c_{k'\uparrow}] c_{k'\uparrow} + \sum_{k'} \Delta [c_{k\uparrow}^\dagger, c_{k'\uparrow}] c_{k'\downarrow} \end{aligned}$$

จากความสัมพันธ์แบบแอนติคอมมิวเตชัน (Anticommutation relation)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} c_{k\uparrow}^\dagger &= - \sum_{k'} \epsilon_{k'} c_{k'\uparrow}^\dagger \delta_{kk'} + \sum_{k'} \Delta c_{k'\downarrow}^\dagger \delta_{kk'} \\ &= - \epsilon_k c_{k\uparrow}^\dagger + \Delta c_{k\downarrow}^\dagger \dots (7) \end{aligned}$$

$$\text{และ } c_{k\uparrow}^\dagger(t) \propto e^{i\omega_n t}$$

$$\therefore \frac{d}{dt} c_{k\uparrow}^\dagger = i\omega_n c_{k\uparrow}^\dagger$$

$$\text{จากสมการ(7)จะได้ว่า } (i\omega_n + \epsilon_k) c_{k\uparrow}^\dagger - \Delta c_{k\downarrow}^\dagger = 0 \dots (8)$$

$$\text{ในทำนองเดียวกัน } (i\omega_n + \epsilon_k) c_{k\downarrow}^\dagger + \Delta c_{k\uparrow}^\dagger = 0 \dots (9)$$

$$(i\omega_n - \epsilon_k) c_{k\uparrow} + \Delta c_{k\downarrow} = 0 \dots (10)$$

$$(i\omega_n - \epsilon_k) c_{k\downarrow} - \Delta c_{k\uparrow} = 0 \dots (11)$$

$$\text{กำหนด } c_k^\dagger = \begin{bmatrix} c_{k\uparrow}^\dagger & c_{k\downarrow}^\dagger \end{bmatrix} \dots (12)$$

$$G(k, k', \omega_n) = \langle\langle c_k ; c_{k'}^+ \rangle\rangle \quad \dots (13)$$

เมื่อ $G(k, k', \omega_n)$ คือฟังก์ชันกรีนของอิเล็กตรอนของตัวนำยิ่งยวด

$$G(k, k', \omega_n) = \langle\langle \begin{bmatrix} c_{k\uparrow}^+ \\ c_{k\downarrow}^+ \\ c_{k\uparrow} \\ c_{k\downarrow} \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} c_{k'\uparrow} & c_{k'\downarrow} & c_{k'\uparrow}^+ & c_{k'\downarrow}^+ \end{bmatrix} \rangle\rangle \quad \dots (14)$$

$$G(k, k', \omega_n) = \begin{bmatrix} \langle\langle c_{k\uparrow}^+ ; c_{k'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\uparrow}^+ ; c_{k'\downarrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\uparrow}^+ ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\uparrow}^+ ; c_{k'\downarrow}^+ \rangle\rangle \\ \langle\langle c_{k\downarrow}^+ ; c_{k'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\downarrow}^+ ; c_{k'\downarrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\downarrow}^+ ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\downarrow}^+ ; c_{k'\downarrow}^+ \rangle\rangle \\ \langle\langle c_{k\uparrow} ; c_{k'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\uparrow} ; c_{k'\downarrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\uparrow} ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\uparrow} ; c_{k'\downarrow}^+ \rangle\rangle \\ \langle\langle c_{k\downarrow} ; c_{k'\uparrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\downarrow} ; c_{k'\downarrow} \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\downarrow} ; c_{k'\uparrow}^+ \rangle\rangle & \langle\langle c_{k\downarrow} ; c_{k'\downarrow}^+ \rangle\rangle \end{bmatrix} \quad \dots (15)$$

$$G_{11}(k, k', \omega_n) = \langle\langle c_{k\uparrow}^+ ; c_{k'\uparrow} \rangle\rangle$$

$$\text{จากสมการ(8)} \quad (i\omega_n + \epsilon_k) c_{k\uparrow}^+ - \Delta c_{k\downarrow} = 0$$

$$(i\omega_n + \epsilon_k) \langle\langle c_{k\uparrow}^+ ; c_{k'\uparrow} \rangle\rangle - \Delta \langle\langle c_{k\downarrow} ; c_{k'\uparrow} \rangle\rangle = \delta_{kk'}$$

$$(i\omega_n + \epsilon_k) G_{11}(k, k', \omega_n) - \Delta G_{41}(k, k', \omega_n) = \delta_{kk'} \quad \dots (16)$$

$$\text{ด้วยวิธีเดียวกันจะได้} \quad (i\omega_n + \epsilon_k) G_{21}(k, k', \omega_n) + \Delta G_{31}(k, k', \omega_n) = 0 \quad \dots (17)$$

$$(i\omega_n - \epsilon_k) G_{31}(k, k', \omega_n) + \Delta G_{21}(k, k', \omega_n) = 0 \quad \dots (18)$$

$$(i\omega_n - \epsilon_k) G_{41}(k, k', \omega_n) - \Delta G_{11}(k, k', \omega_n) = 0 \quad \dots (19)$$

จากสมการ (16) - (19) จะได้

$$G_{41}(k, k', \omega_n) = \frac{-\Delta}{(\omega_n^2 + \epsilon_k^2)}$$

และจากสมการเชลฟ์คอนซิสแทนต์

$$\Delta = -|V| \ll c_{k\uparrow} ; c_{k'\uparrow} \gg$$

$$\Delta = -|V| G_{41}(k, k', \omega_n)$$

$$\Delta = TV \sum_{k, \omega_n} \frac{\Delta}{(\omega_n^2 + \epsilon_k^2)}$$

$$1 = TV \sum_{k, \omega_n} \frac{1}{(\omega_n^2 + \epsilon_k^2)}$$

$$1 = TV \sum_{\Pi} \int \frac{d^3k}{\omega_n^2 + \epsilon_k^2}$$

$$1 = N(0)TV \sum_{\Pi} \int \frac{d\epsilon_k}{\omega_n^2 + \epsilon_k^2}$$

$$\frac{1}{N(0)V} = T \sum_{\Pi} \frac{1}{\omega_n}$$

$$\frac{1}{N(0)V} = \ln \left(\frac{1.14 \hbar \omega_D}{T_C} \right)$$

เมื่อ $N(0)$ คือ ความหนาแน่นสถานะ (density of states) ที่ระดับเฟอร์มี

T_C คือ อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวด

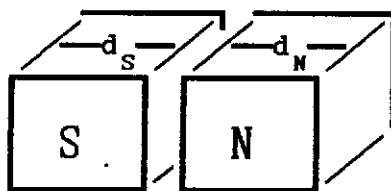
$\hbar \omega_D$ คือ พลังงานตัดบนของดีบาย (Debye cut-off energy)

$$T_C = 1.14 \hbar \omega_D \exp \left(- \frac{1}{N(0)V} \right)$$

ภาคผนวก 2-1

แบบจำลองของแมคมิลแลน

แบบจำลองของแมคมิลแลนที่ศึกษาอุณหภูมิจากของแผ่นประกบระหว่างแผ่นตัวนำ
ปกติกับแผ่นตัวนำยิ่งยวด



ภาพประกอบที่ 2-1 ระบบแผ่นประกบระหว่างตัวนำปกติกับตัวนำยิ่งยวด

$d_{S(N)}$ คือความหนา ของแผ่นตัวนำยิ่งยวด (แผ่นตัวนำปกติ)

A คือพื้นที่หน้าตัดของแผ่นตัวนำยิ่งยวดและแผ่นตัวนำปกติที่ประกบกัน

แมคมิลแลนกำหนดแฮมิลโทเนียนของระบบดังนี้

$$H = H_N + H_S + H_t \quad \dots (1)$$

H คือแฮมิลโทเนียนของระบบ

$H_{S(N)}$ คือแฮมิลโทเนียนของแผ่นตัวนำยิ่งยวด (แผ่นตัวนำปกติ)

H_t คือแฮมิลโทเนียนการทะลุทะลวง (tunneling Hamiltonian)
ของอิเล็กตรอน

$$\begin{aligned} \text{โดย } H = & \sum_{k\sigma} \epsilon_{kN} a_{k\sigma}^\dagger a_{k\sigma} - \sum_k \Delta_N (a_{k\uparrow}^\dagger a_{k\downarrow}^\dagger + \text{H.C.}) \\ & + \sum_{k\sigma} \epsilon_{kS} c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} - \sum_k \Delta_S (c_{k\uparrow}^\dagger c_{k\downarrow}^\dagger + \text{H.C.}) \\ & + \sum_{kk'\sigma} t (c_{k'\sigma}^\dagger a_{k\sigma} + \text{H.C.}) \quad \dots (2) \end{aligned}$$

เมื่อ $\Delta_{N(S)}$ คือช่องว่างพลังงานของอิเล็กตรอนในแผ่นตัวนำปกติ (แผ่นตัวนำยิ่งยวด)

$\epsilon_{kN(S)}$ คือพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในแผ่นตัวนำปกติ (แผ่นตัวนำยิ่งยวด)

t คือค่าคงที่ของการทะลุทะลวง (tunneling constant)

$a_{k\sigma}^+, a_{k\sigma}$ คือตัวปฏิบัติการสร้างและทำลายอิเล็กตรอนในแผ่นตัวนำปกติที่มี
โมเมนตัม $\hbar$ สปิน σ ตามลำดับ

$c_{k\sigma}^+, c_{k\sigma}$ คือตัวปฏิบัติการสร้างและทำลายอิเล็กตรอนในแผ่นตัวนำยิ่งยวดที่มี
โมเมนตัม $\hbar$ สปิน σ ตามลำดับ

H.C. คือเฮอร์มิเทียนคอนจูเกต

ใช้สมการการเคลื่อนที่ (equation of motion) ของไฮน์เซนเบอร์ก

$$i \frac{d}{dt} A = [A, H]$$

เมื่อ A คือตัวปฏิบัติการ (operator) และ H คือแฮมิลโทเนียนของระบบ

$$\text{กำหนด } A_k^+ = (a_{k\uparrow} a_{k\downarrow} a_{k\uparrow}^+ a_{k\downarrow}^+) \quad \dots (4)$$

$$C_k^+ = (c_{k\uparrow} c_{k\downarrow} c_{k\uparrow}^+ c_{k\downarrow}^+) \quad \dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} G_N(k, k', \omega_n) &= \langle\langle A_k ; A_{k'}^+ \rangle\rangle \\ G_S(k, k', \omega_n) &= \langle\langle C_k ; C_{k'}^+ \rangle\rangle \\ G_{NS}(k, k', \omega_n) &= \langle\langle A_k ; C_{k'}^+ \rangle\rangle \\ G_{SN}(k, k', \omega_n) &= \langle\langle C_k ; A_{k'}^+ \rangle\rangle \end{aligned} \right\} \quad \dots (6)$$

ใช้วิธีทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันกรีน จะได้ฟังก์ชันกรีนของตัวนำปกติ (ตัวนำยิ่งยวด) อิสระ
ดังนี้ $G_{N(S)}^0(k, \omega_n) = (i\omega_n + \epsilon_{kN(S)} \rho_3 + \Delta_{N(S)} \rho_2 \sigma_2)^{-1} \quad \dots (7)$

เมื่อ ρ_i, σ_i ($i = 1, 2, 3$) คือเมตริกของเพาลี ของไฮลและสปินตามลำดับ

ω_n คือความถี่ Matsubara frequency

$\omega_n = (2n+1)\pi T$; n คือเลขจำนวนเต็ม

การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนจากแผ่นตัวนำยิ่งยวดผ่านผิวสัมผัสไปยังแผ่นตัวนำปกติ หรือจากแผ่นตัวนำปกติผ่านผิวสัมผัสไปยังแผ่นตัวนำยิ่งยวด เปรียบเสมือนเคลื่อนที่ผ่านกำแพง ศักย์ (potential barrier) ดังนั้นฟังก์ชันกรีนในแผ่นตัวนำยิ่งยวดและแผ่นตัวนำปกติอิสระ ก็จะเป็นฟังก์ชันกรีน $G_{N(S)}(k, \omega)$ ดังนี้

$$G_{N(S)}(k, \omega) = \left(z_{N(S)}(\omega) \omega + \epsilon_{kN(S)} \rho_3 + \phi_{N(S)}(\omega) \rho_2 \sigma_2 \right)^{-1} \dots (8)$$

ใช้วิธีการอินเวอร์สของเมตริก จะได้

$$G_{N(S)}(k, \omega) = \frac{\left(z_{N(S)}(\omega) \omega - \epsilon_{kN(S)} \rho_3 - \phi_{N(S)}(\omega) \rho_2 \sigma_2 \right)}{\left(z_{N(S)}^2(\omega) \omega^2 - \epsilon_{kN(S)}^2 - \phi_{N(S)}^2(\omega) \right)} \dots (9)$$

เมื่อ $z_{N(S)}(\omega) \omega$ คือความถี่รีโนอร์มัลไลซ์ (renormalized frequency) ในแผ่นตัวนำ ปกติ (แผ่นตัวนำยิ่งยวด)

$\phi_{N(S)}(\omega)$ คือพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบที่รีโนอร์มัลไลซ์แล้ว (renormalized order parameter) ในแผ่นตัวนำปกติ (แผ่นตัวนำยิ่งยวด)

จากทฤษฎีการรบกวนแบบเซล์ฟ-คอนซิสเทนท์ (self-consistent perturbation theory) เราจะได้พลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนของแผ่นตัวนำปกติ (แผ่นตัวนำยิ่งยวด)

$\sum_{N(S)}(\omega)$ ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \sum_N(\omega) &= \overline{\overline{\overline{G_N(\omega)}}} + \left. \begin{array}{c} \text{t} \quad \text{t} \\ \text{x} \overline{\overline{\overline{G_S(\omega)}}} \text{x} \\ \text{G_S}(\omega) \end{array} \right\} \dots (10) \\ \sum_S(\omega) &= \overline{\overline{\overline{G_S(\omega)}}} + \left. \begin{array}{c} \text{t} \quad \text{t} \\ \text{x} \overline{\overline{\overline{G_N(\omega)}}} \text{x} \\ \text{G_N}(\omega) \end{array} \right\} \end{aligned} \right\}$$

จากทฤษฎีบีซีเอส

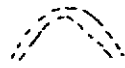
$$G_{N(S)}(\omega) = |g| \sum_k G_{N(S)}(k, \omega) \dots (11)$$

$$\begin{aligned}
 \overline{\overline{G_N(\omega)}} &= -g \text{Ad}_N N_N(0) T \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon_{kN} [Z_N(\omega)\omega - \epsilon_{kN}\rho_3 - \phi_N(\omega)\rho_2\sigma_2]}{(Z_N^2(\omega)\omega^2 - \epsilon_{kN}^2 - \phi_N^2(\omega))} \\
 \overline{\overline{G_S(\omega)}} &= -g \text{Ad}_S N_S(0) T \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\epsilon_{kS} [Z_S(\omega)\omega - \epsilon_{kS}\rho_3 - \phi_S(\omega)\rho_2\sigma_2]}{(Z_S^2(\omega)\omega^2 - \epsilon_{kS}^2 - \phi_S^2(\omega))}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\int_{-\infty}^{\infty}} \right\} \dots (12)$$

$$\begin{aligned}
 \overline{\overline{x}}_{G_N(\omega)}^t &= \text{Ad}_N t^2 N_N(0) \rho_3 \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon_{kN} G_N(k, \omega) \rho_3 \\
 \overline{\overline{x}}_{G_S(\omega)}^t &= \text{Ad}_S t^2 N_S(0) \rho_3 \int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon_{kS} G_S(k, \omega) \rho_3
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\int_{-\infty}^{\infty}} \right\} \dots (13)$$

เมตริกพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนตามทฤษฎีบีบีเอสคือ พารามิเตอร์ความ
เป็นระเบียบ Δ_N^{Ph} ในแผ่นตัวนำปกติ (แผ่นตัวนำยิ่งยวด)

$$\begin{aligned}
 \overline{\overline{G_N(\omega)}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta_N^{Ph} \\ 0 & 0 & \Delta_N^{Ph} & 0 \\ 0 & \Delta_N^{Ph} & 0 & 0 \\ \Delta_N^{Ph} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \overline{\overline{G_S(\omega)}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta_S^{Ph} \\ 0 & 0 & \Delta_S^{Ph} & 0 \\ 0 & \Delta_S^{Ph} & 0 & 0 \\ \Delta_S^{Ph} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\int_{-\infty}^{\infty}} \right\} \dots (14)$$



คือ อันตรกิริยาตามทฤษฎีบีบีเอสของอิเล็กตรอนในแผ่น
ตัวนำยิ่งยวด, แผ่นตัวนำปกติ ตามลำดับ

โดยการแทนค่า สมการ (9) ใน (13) เราจะได้

$$\sum_{N(S)}(\omega) = \begin{bmatrix} \frac{-\Gamma_{N(S)} Z_{S(N)}(\omega) \omega}{B_{S(N)}} & 0 & 0 & \frac{\Delta_{N(S)}^{Ph} - \Gamma_{N(S)} \phi_{S(N)}(\omega)}{B_{S(N)}} \\ 0 & \frac{-\Gamma_{N(S)} Z_{S(N)}(\omega) \omega}{B_{S(N)}} & \frac{\Delta_{N(S)}^{Ph} \Gamma_{N(S)} \phi_{S(N)}(\omega)}{B_{S(N)}} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta_{N(S)}^{Ph} \Gamma_{N(S)} \phi_{S(N)}(\omega)}{B_{S(N)}} & \frac{-\Gamma_{N(S)} Z_{S(N)}(\omega) \omega}{B_{S(N)}} & 0 \\ \frac{\Delta_{N(S)}^{Ph} - \Gamma_{N(S)} \phi_{S(N)}(\omega)}{B_{S(N)}} & 0 & 0 & \frac{-\Gamma_{N(S)} Z_{S(N)}(\omega) \omega}{B_{S(N)}} \end{bmatrix}$$

ในที่นี้

$$\left. \begin{aligned} B_{N(S)} &= \sqrt{\phi_{N(S)}^2(\omega) - Z_{N(S)}^2(\omega) \omega^2} \quad \text{และ} \\ \Gamma_{N(S)} &= 4At^2 d_{S(N)} N_{S(N)}(0) \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

$$\therefore \sum_{N(S)}(\omega) = G_{N(S)}^{-1}(\omega) - G_{N(S)}^{-1}(\omega)$$

$$\sum_{N(S)} (\omega) = \begin{bmatrix} \omega[1 - Z_{N(S)}(\omega)] & 0 & 0 & -[\Delta_{N(S)} \phi_{N(S)}(\omega)] \\ 0 & \omega[1 - Z_{N(S)}(\omega)] & [\Delta_{N(S)} \phi_{N(S)}(\omega)] & 0 \\ 0 & [\Delta_{N(S)} \phi_{N(S)}(\omega)] & \omega[1 - Z_{N(S)}(\omega)] & 0 \\ -[\Delta_{N(S)} \phi_{N(S)}(\omega)] & 0 & 0 & \omega[1 - Z_{N(S)}(\omega)] \end{bmatrix} \quad \dots (16)$$

เทียบสมาชิกเมตริกใน (15) และ (16)

$$\omega[1 - Z_{N(S)}(\omega)] = \frac{-\Gamma_{N(S)} Z_{S(N)}(\omega) \omega}{\sqrt{\phi_{S(N)}^2(\omega) - Z_{S(N)}^2(\omega) \omega^2}} \quad \dots (17)$$

$$\phi_{N(S)}(\omega) = \Delta_{N(S)}^{Ph} - \frac{\Gamma_{N(S)} \phi_{S(N)}(\omega)}{\sqrt{\phi_{S(N)}^2(\omega) - Z_{S(N)}^2(\omega) \omega^2}} \quad \dots (18)$$

$$\frac{\Gamma_N}{\Gamma_S} = \frac{d_{S N_S}(0)}{d_{N N_N}(0)} \quad \dots (19)$$

จากทฤษฎีของแมคมิลแลน

$$\Gamma_{N(S)} = \frac{V_{f N(S)} \sigma}{4B d_{N(S)}} \quad \dots (20)$$

$$\Gamma_{N(S)} \propto \frac{1}{d_{N(S)}}$$

- $V_{fN(S)}$ เป็นความเร็วเฟอร์มี (Fermi velocity) ของอิเล็กตรอน
ในแผ่นโลหะตัวนำปกติ (แผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวด)
- σ เป็นโอกาสที่อิเล็กตรอนในแผ่นโลหะตัวนำปกติและแผ่นโลหะ
ตัวนำยิ่งยวด จะผ่านกำแพงศักย์ไป
- $d_{N(S)}$ เป็นความหนาแน่นของแผ่นโลหะตัวนำปกติ (แผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวด)
- B เป็นค่าคงที่

$$\text{กำหนดให้} \quad E_{N(S)}(\omega) = \left[\Delta_{N(S)}^2(\omega) - \omega^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots (21)$$

โดยที่ $\Delta_{N(S)}(\omega)$ เป็นช่องว่างพลังงานที่รีนอร์มัลไลซ์แล้วในแผ่นโลหะตัวนำปกติ (แผ่นโลหะตัวนำยิ่งยวด)

$$\Delta_{N(S)}(\omega) = \frac{\phi_{N(S)}(\omega)}{Z_{N(S)}(\omega)} \quad \dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{N(S)}(\omega) &= 1 + \frac{\Gamma_{N(S)}}{E_{S(N)}(\omega)} \\ \phi_{N(S)}(\omega) &= \Delta_{N(S)}^{Ph} + \frac{\Gamma_{N(S)} \Delta_{S(N)}(\omega)}{E_{S(N)}(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad \dots (23)$$

ที่ใกล้ศูนย์วิกฤต $\Delta_{N(S)}(\omega)$ มีค่าน้อย และที่อุณหภูมิวิกฤต $\Delta_{N(S)}(\omega) = 0$

$$E_{N(S)}(\omega) = \omega \quad \dots (24)$$

จะได้ว่า

$$\Delta_{N(S)}(\omega) = \frac{\Gamma_{N(S)} \Delta_{S(N)}(\omega) + \omega \Delta_{N(S)}^{Ph}}{|\omega| + \Gamma_{N(S)}} \quad \dots (25)$$

จากทฤษฎีบีซีเอส

$$\Delta_{N(S)}^{\text{Ph}} = \lambda_{N(S)} \mathbb{T} \sum_n \frac{\Delta_{N(S)}(\omega)}{|\omega_n|} \quad \dots (26)$$

$$\frac{1}{g_{N(S)} N_{N(S)}(0)} = \frac{1}{\lambda_{N(S)}} = \mathbb{T} \sum_n^{\omega_{DN(S)}} \frac{\Delta_{N(S)}(\omega)}{\Delta_{N(S)}^{\text{Ph}} |\omega_n|} \quad \dots (27)$$

$$f(T) = \ln \left[\frac{2\gamma\omega_{DS}}{\mathbb{T}} \right] = \mathbb{T} \sum_{n=0}^{n_s} \frac{1}{|\omega_n|} \quad \dots (28)$$

$$g(T) = \mathbb{T} \sum_n^{\omega_{DN}} \frac{1}{|\omega_n|} \quad \dots (29)$$

สมมติให้ $n_N > n_S$

$$g(T) = \mathbb{T} \sum_{n=0}^{n_s} \frac{1}{|\omega_n|} + \mathbb{T} \sum_{n=n_S+1}^{n_N} \frac{1}{|\omega_n|}$$

$$g(T) = f(T) + \chi \quad \dots (30)$$

จะได้ว่า

$$\frac{1}{\lambda_{S(N)}} = f(T) + \mathbb{T} \Gamma_{S(N)} \sum_{\omega=0}^{\omega_{DS(N)}} \frac{1}{\omega^2 + \omega(\Gamma_S + \Gamma_N)}$$

$$= \Gamma_{S(N)} \mathbb{T} \sum_{\omega=0}^{\omega_{DS(N)}} \frac{1}{\omega^2 + \omega(\Gamma_S + \Gamma_N)} \frac{\Delta_{N(S)}^{\text{Ph}}}{\Delta_{S(N)}^{\text{Ph}}} \quad \dots (31)$$

กำหนดให้ $K_{S(N)} = \mathbb{T} \sum_n^{\omega_{DS(N)}} \left[\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega + \Gamma_N + \Gamma_S} \right] \quad \dots (32)$

$$K_{S(N)} = \chi \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_S + \Gamma_N}{2\mathbb{T}} \right) - \chi \left(\frac{1}{2} \right) - \ln \left(1 + \frac{\Gamma_S + \Gamma_N}{\omega_{DS(N)}} \right) \quad \dots (33)$$

$$\text{เมื่อ } \chi\left(\frac{1}{2}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left(n + \frac{1}{2}\right)}$$

จัดเทอมใหม่จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lambda_N \lambda_S f^2(T) - \left[\lambda_S + \lambda_N + \lambda_N \lambda_S \left\{ \frac{\Gamma_S K_S + \Gamma_N K_N}{\Gamma_N + \Gamma_S} - \chi \right\} \right] f(T) \\ + [1 - \lambda_N \chi] \left[1 + \frac{\lambda_S K_S \Gamma_S}{\Gamma_N + \Gamma_S} \right] + \frac{\lambda_N K_N \Gamma_N}{\Gamma_N + \Gamma_S} = 0 \quad \dots (34) \end{aligned}$$

ถ้า $\lambda_N = 0$ แล้วจะได้

$$\begin{aligned} \ln \left[\frac{2\gamma\omega_{DS}}{T_{CS}^B} \right] - \ln \left[\frac{2\gamma\omega_{DS}}{T_{CS}} \right] = \frac{-\Gamma_S}{\Gamma_N + \Gamma_S} \left\{ \chi \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_N + \Gamma_S}{2T_{CS}} \right) - \chi \left(\frac{1}{2} \right) \right. \\ \left. - \ln \left(1 + \frac{\Gamma_N + \Gamma_S}{\omega_{DS}} \right) \right\} \quad \dots (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln \left[\frac{T_{CS}}{T_{CS}^B} \right] = \frac{\Gamma_S}{\Gamma_N + \Gamma_S} \left\{ \chi \left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_S + \Gamma_N}{2T_{CS}} \right) - \chi \left(\frac{1}{2} \right) - \ln \left(1 + \frac{\Gamma_S + \Gamma_N}{\omega_{DS}} \right) \right\} \\ \dots (36) \end{aligned}$$

สมการ (36) เป็นสมการของแมคมิลแลน (McMillan's formula) แสดงอุณหภูมิวิกฤต T_{CS} เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ของระบบ เมื่อแผ่นโลหะด้านปกติดและแผ่นโลหะด้านนำยิ่งยวดไม่ได้วางติดกัน

ที่ $t = 0$ ดังนั้น $\Gamma_S = \Gamma_N = 0$ จากสมการ(34)จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \lambda_S \lambda_N f^2(T) - \left\{ \lambda_S + \lambda_N - \lambda_S \lambda_N \chi \right\} f(T) + (1 - \lambda_N \chi) = 0 \\ f(T) = \frac{1}{\lambda_S} + \frac{1}{\lambda_N} - \chi \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f(T) &= \frac{1}{\lambda_S} \\ g(T) &= f(T) + \chi = \frac{1}{\lambda_N} \end{aligned} \right\} \dots (37)$$

สมการ (37) นี้เป็นสมการอุณหภูมิวิกฤตของแผ่นโลหะด้านข้างยาวคและแผ่นโลหะด้านนำ
ปกติอิสระ

ภาคผนวก 3-1

การหาค่าอินทิกรัล $\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{C_1 + C_2 \epsilon_{ks}^2}{(\epsilon_{ks}^2 + A^2)^2} d\epsilon_{ks}$

$$\begin{aligned}
\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{C_1 + C_2 \epsilon_{ks}^2}{(\epsilon_{ks}^2 + A^2)^2} d\epsilon_{ks} &= \int_0^1 \frac{C_1 + C_2 z^2}{(z^2 + A^2)^2} dz \\
&= 2\Re \left(\frac{iC_1}{4A^3} - \frac{iC_2}{4A} \right) \\
&= \frac{1}{A} \left(\frac{C_1}{A^2} + C_2 \right)
\end{aligned}$$

$$\text{Re } C_1 = \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right) \left[\omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + H_Q^2 \right] - 2H_Q^2 \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right)$$

$$C_2 = \left(\Delta_S + \frac{\Gamma_S \Delta_N}{\omega_n} \right)$$

$$A^2 = \omega_n^2 \left(1 + \frac{\Gamma_S}{\omega_n} \right)^2 + H_Q^2$$

ภาคผนวก 3-2

การหาค่าอินทิกรัล

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{-\Delta_N (\epsilon_{kN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{kN}^2 + \omega_n^2) b^2}{\epsilon_{kN}^4 + A \epsilon_{kN}^2 + B} d\epsilon_{kN}$$

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{-\Delta_N (\epsilon_{KN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{KN}^2 + \omega_n^2) b^2}{\epsilon_{KN}^4 + A\epsilon_{KN}^2 + B} d\epsilon_{KN}$$

พิจารณา $\epsilon_{KN}^4 + A\epsilon_{KN}^2 + B = 0$

กำหนดให้ $x = \epsilon_{KN}^2$

$$x = -\frac{A}{2} \pm \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}$$

$$\epsilon_{KN}^2 = -\left(\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}\right)$$

$$\epsilon_{KN}^2 = -\left(\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}\right)$$

$$\epsilon_{KN}^2 = \pm i \sqrt{\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}}$$

$$\epsilon_{KN}^2 = \pm i \sqrt{\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}}$$

$$\begin{aligned} \therefore \epsilon_{KN}^4 + A\epsilon_{KN}^2 + B &= \left(\epsilon_{KN} + i \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \right) \left(\epsilon_{KN} - i \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \right) \\ &\quad \left(\epsilon_{KN} - i \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \right) \left(\epsilon_{KN} + i \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \right) \end{aligned}$$

$$I = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{-\Delta_N (\epsilon_{KN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{KN}^2 + \omega_n^2) b^2}{\epsilon_{KN}^4 + A\epsilon_{KN}^2 + B} d\epsilon_{KN}$$

$$\begin{aligned} I &= 2\pi i \left\{ \lim_{\epsilon_{KN} \rightarrow P} \left[\frac{\left\{ -\Delta_N (\epsilon_{KN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{KN}^2 + \omega_n^2) b^2 \right\} (\epsilon_{KN} - P)}{(\epsilon_{KN} - P)(\epsilon_{KN} - Q)(\epsilon_{KN} - R)(\epsilon_{KN} - S)} \right] \right. \\ &\quad \left. + \lim_{\epsilon_{KN} \rightarrow R} \left[\frac{\left\{ -\Delta_N (\epsilon_{KN}^2 + a^2) - \frac{\Gamma_N}{2} (\epsilon_{KN}^2 + \omega_n^2) b^2 \right\} (\epsilon_{KN} - R)}{(\epsilon_{KN} - P)(\epsilon_{KN} - Q)(\epsilon_{KN} - R)(\epsilon_{KN} - S)} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$P = i \sqrt{\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}}$$

$$Q = -i \sqrt{\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}}$$

$$R = i \sqrt{\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}}$$

$$S = -i \sqrt{\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}}$$

$$I = 2\mathfrak{I} \left\{ \frac{-\Delta_N \left(-\left\{ \frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} + a^2 \right) - \frac{\Gamma_N}{2} \left(-\left\{ \frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} + \omega_n^2 \right) b^2}{\left\{ 2i \sqrt{\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \right\} \left\{ -\left(\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right) + \left(\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right) \right\}} \right. \\ \left. - \frac{\Delta_N \left(-\left\{ \frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} + a^2 \right) - \frac{\Gamma_N}{2} \left(-\left\{ \frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} + \omega_n^2 \right) b^2}{\left\{ 2i \sqrt{\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \right\} \left\{ -\left(\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right) + \left(\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right) \right\}} \right\} \\ + \frac{\mathfrak{I} \Delta_N \left(\left\{ \frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} - a^2 \right) \left(\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right)^{\frac{1}{2}}}{1} \\ + \frac{\mathfrak{I} \Gamma_N b^2 \left(\left\{ \frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} - \omega_n^2 \right) \left(\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right)^{\frac{1}{2}}}{2} \\ + \frac{\mathfrak{I} \Delta_N \left(\left\{ \frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} - a^2 \right) \left(\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right)^{\frac{1}{2}}}{1} \\ + \frac{\mathfrak{I} \Gamma_N b^2 \left(\left\{ \frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right\} + \omega_n^2 \right) \left(\frac{A}{2} + \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right)^{\frac{1}{2}}}{2} \\ I = \frac{\left(\frac{A}{2} - \frac{\sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right)^{1/2} \left(A^2 - 4B \right)^{1/2}}$$

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นายวีระ พันธจีน

เกิดวันที่ 13 เดือน พฤศจิกายน พุทธศักราช 2497

สถานที่เกิด จังหวัดปทุมธานี

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 150/202 ซอยแจ้งวัฒนะ 14 ถนนแจ้งวัฒนะ หลักสี่
กรุงเทพมหานคร 10210

ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน อาจารย์ 2

สถานที่ทำงานปัจจุบัน โรงเรียนสตรีวิทยา 2 ลาดพร้าว กรุงเทพมหานคร

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2516 ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง จากวิทยาลัยครูพระนครศรีอยุธยา

พ.ศ.2518 การศึกษามัธยมศึกษา จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน

พ.ศ.2525 ประกาศนียบัตรบัณฑิต (นิเทศศาสตร์เทคโนโลยี) จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ.2534 วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

อุณภูมิวิกฤตของแผ่นประกบสองชั้นซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวด
ที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร และตัวนำปกติ

บทคัดย่อ
ของ
วีระ พันธรัตน์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์

มกราคม 2535

บทคัดย่อ

ได้คำนวณหาสูตรอุณหภูมิวิกฤต (T_c) ของแผ่นประกบสองชั้นซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรกับตัวนำปกติ โดยใช้ทฤษฎีบีบีเอส ทฤษฎีสนามโมเลกุลเจสีย และแบบจำลองการทะลุทะลวงของแมคมิลแลน พบว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอยู่กับพื้นที่ผิว ความหนาของแผ่นฟิล์มทั้งสอง และความเข้มของสนามโมเลกุลเจสีย สูตรอุณหภูมิวิกฤต ที่ได้ครอบคลุมทั้งระบบตัวนำยิ่งยวดอิสระ, ตัวนำยิ่งยวดประกบกับตัวนำปกติ และระบบแผ่นประกบสองชั้นซึ่งประกอบด้วยตัวนำยิ่งยวดที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรกับตัวนำปกติ

CRITICAL TEMPERATURE OF PROXIMITY-EFFECT BILAYER SYSTEM
CONSISTING OF ANTIFERROMAGNETIC SUPERCONDUCTOR
AND NORMAL METAL

AN ABSTRACT

BY

WEERA PANJAN

Presented in partial fulfillment of the requirement for the
Master of Science degree in Physics
at Srinakharinwirot University
January 1992

An explicit expression for the critical temperature(T_c) of a proximity - effect bilayer system consisting of an antiferromagnetic superconductor and a normal metal is calculated by using the BCS theory, the molecular mean field theory and the McMillan tunneling model. It is found that the critical temperature depends on the surface area, the thicknesses of the two layers and the staggered molecular field. Our formula for T_c recovers the pure superconductor, the superconductor-normal metal sandwich system and the bilayer system consisting of an antiferromagnetic superconductor and a normal metal.