สมบัติบางประการของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่มีสารเจือแบบชิบะ-รูชินอฟ

ปริญญานิพนธ์
ของ
นิศานาถ ขันธวิสูตร

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์

เมษายน 2539

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

....ประธาน

(ศ.ดร.สุทัศน์ ยกส้าน)

....กรรมการ

(ผศ.ดร.ณสรรค์ ผลโภค)

คณะกรรมการสอบ

....ประธาน

(ศ.ดร.สุทัศน์ ยกส้าน)

....กรรมการ

(ผศ.ดร.ณสรรค์ ผลโภค)

....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผศ.นิรมล ปีตะนีละผลิน)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ดร.ศิริยุภา พูลสุวรรณ)

วันที่ 25 เดือน เมษายน พ.ศ. 2539

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความเมตตาจาก ศ.ดร.สุทัศน์ ยกส้าน ได้อบรมสั่งสอน ให้คำปรึกษา และประสิทธิประสาทวิชา ให้แก่ผู้วิจัย ด้วยวิญญาณของความเป็นครูอย่างแท้จริง ซึ่งผู้วิจัยมีความซาบซึ้งในพระคุณของอาจารย์เป็นอย่างยิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.ณสรรค์ ผลโภค และ ผศ.นิรมล ปีตะนีละผลิน ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำ รวมทั้งแก้ไขปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

สุดท้ายนี้ขอกราบเท้า พ่อ และ แม่ ผู้เป็นกำลังใจ และ สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา

นิศานาถ ขันธวิสูตร

สารบัญ

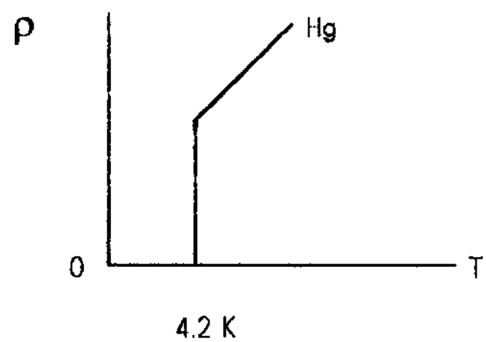
บทที่ หน้า

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ หน้า

บทที่ 1
ประวัติการค้นพบตัวนำยิ่งยวด

ในปี ค.ศ. 1911 เมื่อ ออนเนส (Onnes. 1911 : 1226) ทำการทดลองลดอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์ พบว่าปรอทบริสุทธิ์มีสภาพต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ ($\rho = 0$) ที่อุณหภูมิ 4.2 K ดังภาพประกอบ 1 เขาเรียกสารที่มีสภาพต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์นี้ว่าตัวนำยิ่งยวด (superconductor) และอุณหภูมิที่สารเปลี่ยนจากตัวนำปกติไปเป็นตัวนำยิ่งยวดว่าอุณหภูมิวิกฤต (critical temperature) T_c



ภาพประกอบ 1 กราฟสภาพต้านทานกับอุณหภูมิแสดงการค้นพบสภาพนำยิ่งยวดในปรอทบริสุทธิ์

นักวิทยาศาสตร์สนใจที่จะหาค่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดให้มีค่าสูงยิ่งกว่านี้ เพราะค่าอุณหภูมิวิกฤตที่ออนเนสพบนั้น ถ้ามองในแง่เศรษฐกิจแล้วไม่สามารถนำมาใช้ในชีวิตประจำวันได้ หรือแม้แต่ในแง่ของการทดลอง ถ้าต้องการที่จะใช้ตัวนำยิ่งยวดก็จะต้องมีห้องปฏิบัติการที่ดีมาก เพราะในการทำตัวนำยิ่งยวดเราต้องใช้ฮีเลียมเหลวซึ่งราคาแพงมากเป็นตัวหล่อเลี้ยง ดังนั้นถ้าห้องปฏิบัติการไม่ดีพอก็จะไม่สามารถกักเก็บฮีเลียมเหลวไว้ได้

การค้นคว้าวิจัยเกี่ยวกับตัวนำยิ่งยวดได้พัฒนาขึ้นอย่างช้า ๆ จนถึงปี ค.ศ. 1973 พบว่าสารประกอบไนโอเบียมเยอรมาเนียม Nb_3Ge เป็นตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิวิกฤต 23.2 K (Testardi Wernick and Roger. 1974 : 1) นับเป็นตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตที่สูงที่สุดเท่าที่นักวิทยาศาสตร์ในสมัยนั้นหาได้ ในเวลาต่อมาความพยายามที่จะค้นหาตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 23.2 K ไม่ประสบความสำเร็จใด ๆ เลย นักวิทยาศาสตร์หลายคนจึงคิดว่าตัวนำยิ่งยวดในธรรมชาติมีอุณหภูมิวิกฤตไม่สูงกว่านี้

ในปี ค.ศ. 1986 นักวิทยาศาสตร์ต้องเปลี่ยนความคิดใหม่เกี่ยวกับทฤษฎีของตัวนำยิ่งยวด เมื่อเบ็ดนอร์ซและมูลเลอร์ (Bednorz and Müller. 1986 : 189) พบว่าสารประกอบลันทานัมคอปเปอร์ออกไซด์ La_2CuO_4 ที่อะตอมลันทานัม La บางตัว ถูกแทนด้วยอะตอมแบเรียม Ba เป็นตัวนำยิ่งยวดที่อุณหภูมิ 30 K

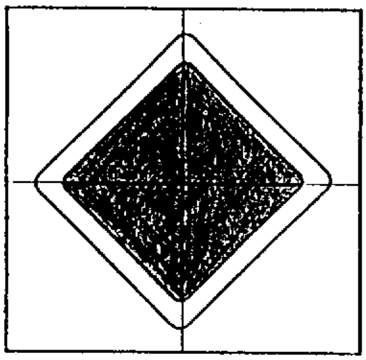
ปัจจุบันนี้เราแบ่งตัวนำยิ่งยวดออกเป็น 2 ชนิด คือ

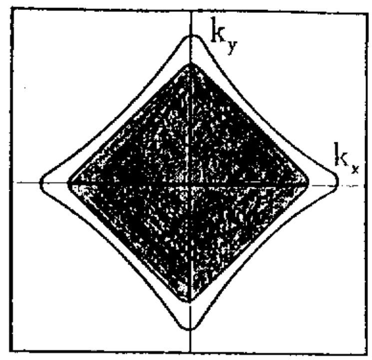
1. ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ (low temperature superconductor) มีค่าอุณหภูมิวิกฤตต่ำกว่าจุดเดือดไนโตรเจนเหลว (77 K) ถ้าต้องการให้เกิดตัวนำยิ่งยวดชนิดนี้ต้องใช้ฮีเลียมเหลวหล่อเลี้ยงเนื่องจากฮีเลียมเหลวมีจุดเดือดที่ 4 K

2. ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (high temperature superconductor) มีค่าอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่าจุดเดือดไนโตรเจนเหลว ถ้าต้องการให้เกิดตัวนำยิ่งยวดชนิดนี้ต้องใช้ไนโตรเจนเหลวหล่อเลี้ยง

ในอดีตที่ผ่านมาเราใช้ทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) (Bardeen, Cooper and Shrieffer. 1957 : 1175) อธิบายตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำว่าสภาพนำยิ่งยวดเกิดจากการที่อิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซผลึกแล้วมันทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึก ทำให้แลตทิซผลึกบิดเบนหรือเสียรูป เมื่ออิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่งเห็นแลตทิซผลึกเสียรูป มันก็จะเข้าไปทำอันตรกิริยากับแลตทิซผลึกนั้นเพื่อลดพลังงานของตัวมันลง จึงดูเสมือนว่าอิเล็กตรอนทั้งสองมาจับคู่โดยทำอันตรกิริยาดึงดูดกัน แต่ทั้งนี้อันตรกิริยาดึงดูดจะต้องมีค่ามากกว่าอันตรกิริยา ผลักคูลอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอนทั้งสอง โดยที่อิเล็กตรอนสองตัวที่มาจับคู่กันนี้เราเรียกว่าคู่คูเปอร์ (Cooper pair) และระยะห่างระหว่างคู่คูเปอร์เรียกว่า ความยาวอาพันธ์ (coherent length ξ) ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำพบว่าอิเล็กตรอนที่เป็นคู่คูเปอร์จะมีโมเมนตัมเชิงมุมลัพธ์เป็นศูนย์ ($l=0$) ซึ่งเราเรียกตัวนำยิ่งยวดที่มีโมเมนตัมเชิงมุมลัพธ์เป็นศูนย์นี้ว่า ตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "เอส" (s-wave superconductor)

ตามปกติแล้วตัวนำยิ่งยวดจะมีคุณสมบัติที่แตกต่างจากตัวนำปกติตรงที่ว่า ที่ระดับเฟอร์มิในตัวนำยิ่งยวดจะมีช่องว่างพลังงาน (energy gap,Δ) ช่องว่างนี้เกิดจากการที่อิเล็กตรอนสองตัวมาจับคู่กันเพื่อลดพลังงานของคู่มันลง ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำช่องว่างพลังงานเกิดขึ้นสองลักษณะ ดังภาพประกอบ 2 ก-ข





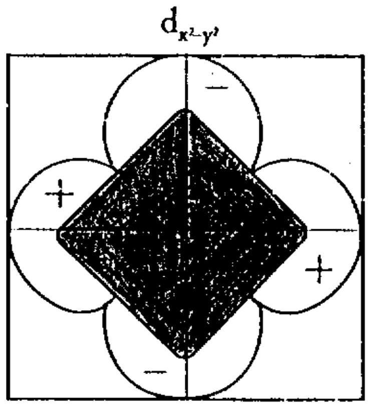
ภาพประกอบ 2-ก

ภาพประกอบ 2-ข

ภาพประกอบ 2 ก-ข แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "เอส" ที่ช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง และที่ขึ้นกับทิศทางของเวกเตอร์คลื่น ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 2-ก จะเห็นว่าช่องว่างพลังงานมีค่าเท่ากันทุกทิศทาง นั่นคือ ช่องว่างพลังงานมีค่าไม่ขึ้นกับทิศทาง ดังนั้นเราจึงเรียกมันว่าเป็น ตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "เอส" ที่ช่องว่างพลังงานไม่ขึ้นกับทิศทาง (isotropic s-wave superconductor) ส่วนภาพประกอบ 2-ข ช่องว่างพลังงานมีค่าเป็นบวกในบางตำแหน่ง และมีค่าเกือบจะเป็นศูนย์ในบางตำแหน่ง ดังนั้นค่าของช่องว่างพลังงานจึงไม่คงที่โดยมีค่าขึ้นกับทิศทาง เราจึงเรียกตัวนำยิ่งยวดชนิดนี้ว่าคลื่น "เอส" ที่ขึ้นกับทิศทาง (anisotropic s-wave superconductor)

ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงนั้น ได้มีการพบว่าอิเล็กตรอนสองตัวยังจับคู่กันเป็นคู่คูเปอร์ แต่กลไกที่อิเล็กตรอนทั้งสองใช้ในการจับคู่กันนั้นยังไม่อาจที่จะสรุปได้ชัดเจนว่าเกิดจากเหตุอื่นใด ในบางการทดลอง (Martindale and others. 1993 : 9155) ได้พบว่าคู่คูเปอร์ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงมีโมเมนตัมเชิงมุมลัพธ์เป็นสอง (l=2) ดังนั้นลักษณะของช่องว่างพลังงาน (Shen Z-X and others. 1993 : 1553) จึงมีค่าไม่คงที่และขึ้นกับทิศทางมาก ได้มีการพบว่าในบางทิศทางช่องว่างพลังงานมีค่าบวก บางทิศทางมีค่าลบ และบางทิศทางมีค่าเป็นศูนย์ ณ ตำแหน่งบางตำแหน่งบนผิวเฟอร์มิ ดังภาพประกอบ 3 เราจึงเรียกตัวนำยิ่งยวดชนิดนี้ว่า ตัวนำยิ่งยวดชนิด คลื่น "ดี" (d-wave superconductor)

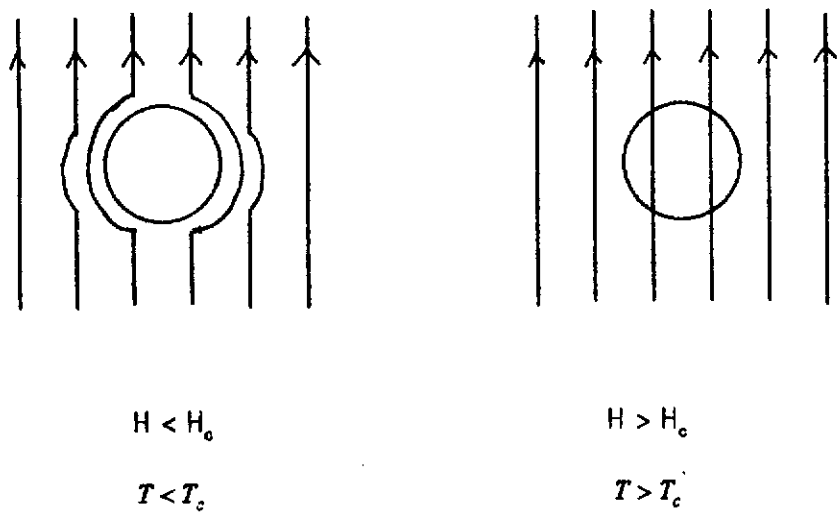


ภาพประกอบ 3 แสดงค่าช่องว่างพลังงานในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี"

สมบัติทางกายภาพของตัวนำยิ่งยวดทั้ง 2 ชนิด ที่เหมือนกัน ได้แก่

1. การมีสภาพต้านทานไฟฟ้าเป็นศูนย์ (Matthais. 1987 : 1028)
2. การไม่ยอมให้ฟลักซ์แม่เหล็กผ่าน เมื่อสนามแม่เหล็กมีความเข้มน้อยกว่าสนามแม่เหล็ก

วิกฤต H_c (critical field) ที่เรียกว่าปรากฏ การณ์ไมส์สเนอร์ (Meissner's effect) ซึ่งถูกพบโดย ไมส์สเนอร์และออคเซนเ ฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld. 1958 : 606) ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 ปรากฏการณ์ไมส์สเนอร์

จากภาพบ่ระกอบ 4 จะเห็นว่าถ้าเราเพิ่มความเข้มสนามแม่เหล็กภายนอก H ให้มากกว่าค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต สนามแม่เหล็กนั้นจะไปทำลายสภาพนำยิ่งยวดในตัวนำให้หมดไป ทำให้ตัวนำนั้นเปลี่ยนสภาพจากตัวนำยิ่งยวดไปเป็นตัวนำปกติ

ส่วนคุณสมบัติทางกายภาพที่ต่างกัน ได้แก่

1. ระยะที่สนามแม่เหล็กเจาะทะลุเข้าไปในตัวนำยิ่งยวด ที่เรียกว่าระยะทะลวงลึก (penetration depth , λ) (Umezawa. 1989 : 2849)

ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ $\lambda \doteq 1000$ A

แต่ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง λ มีค่ามากกว่าในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ ประมาณ 10-20 เท่า

2. ระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนคู่หนึ่ง ๆ หรือความยาวอาพันธ์ ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ (Gemmel. 1987 : 2592)

ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ $\xi_0 = 1$ A

แต่ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง $\xi_0 = 0.01$ A

3. ค่าช่องว่างพลังงาน (Warren. 1987 : 1860)

ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ $2\Delta = 3.52\ kT_c$

แต่ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง $2\Delta = 2.4\ kT_c - 8\ kT_c$

4. คุณสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์และทางทัศนศาสตร์ (Harlingen. 1995 : 515) ได้มีการพบว่า

ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิต่ำ ความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิต่ำมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิแบบ $e^{-a/T}$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่

แต่ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิต่ำมีค่าขึ้นกับอุณหภูมิแบบ T^n

ในการศึกษาตัวนำยิ่งยวดนั้น เราไม่ได้ศึกษาในกรณีที่ตัวนำยิ่งยวดเป็นสารบริสุทธิ์เพียงอย่างเดียว แต่เราจะศึกษาในกรณีที่มันมีสารเจือ (impurities) ด้วย

สารเจือที่เราใช้กันอยู่นั้นมี 2 ประเภทคือ

1. สารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก (non-magnetic impurities)
2. สารเจือประเภทแม่เหล็ก (magnetic impurities)

สารเจือประเภทที่ไม่เป็นแม่เหล็กนั้นเมื่อเราเติมลงไปในตัวนำยิ่งยวด เราพบว่ามันไม่มีผลต่อค่าของอุณหภูมิวิกฤต แต่จะช่วยทำให้ช่องว่างพลังงานราบเรียบมากขึ้น ส่วนสารเจือประเภทแม่เหล็กเมื่อเราเติมลงไปจนมีความเข้มข้นระดับหนึ่ง มันจะทำลายสภาพนำยิ่งยวดให้หมดไปจึงทำให้ตัวนำยิ่งยวดเปลี่ยนเป็นตัวนำปกติ นอกจากนี้เรายังมีสารเจือบางประเภทที่เป็นทั้งสารเจือประเภทแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็กอยู่ในตัวเดียวกัน เช่น สารเจือแบบชิบะ (Shiba. 1968 : 435) - รูซินอฟ (Rusinov. 1969 : 1101) (Shiba-Rusinov impurities)

บทที่ 2
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ. 1994 วันและมากิ (Won and Maki. 1994 : 139) ได้ศึกษาคุณสมบัติของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" โดยใช้ทฤษฎีการจับคู่แบบอ่อน (weak-coupling) และได้พบว่า การนำโดยการทะลุทะลวง (tunneling conductance) และสภาพนำไฟฟ้าของผลึกเดี่ยว YBaCuO และ BiSrCaCuO สามารถอธิบายได้โดยใช้ทฤษฎีตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี"

ในปี ค.ศ. 1994 คาร์บอตต์และเจียง (Carbotte and Jiang. 1994 : 6126) ได้ศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิของอัตราการผ่อนคลายของสปินของนิวเคลียสทองแดง เมื่อมีอันตรกิริยากับแลตทิซ (nuclear-spin-lattice-relaxation rate) และ การเลื่อนแบบไนท์ (Knight shift) ในตัวนำยิ่งยวด 2 มิติที่มีสมมาตรแบบคลื่น "ดี" โดยพิจารณาการกระเจิงของอิเล็กตรอนแบบบอร์น (Born scattering) และการกระเจิงแบบที-เมตริกซ์ (T-matrix scattering) เขาได้พบว่าในการคำนวณการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยอะตอมของสารเจือทั้งสองแบบนั้นขึ้นกับอุณหภูมิของปริมาณทั้งสอง นอกจากนี้เขายังได้ศึกษาตัวนำยิ่งยวดที่มีอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนอย่างรุนแรง (strong-coupling) ในรูปแบบของสมการอีไลแอชเบอร์ก (Eliashberg equation) เมื่อตัวนำยิ่งยวดนั้นเป็นตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" อีกด้วย

ในปี ค.ศ. 1994 อาร์เบร์กและคาร์บอตต์ (Arberg and Carbotte 1994 : 3250) ได้ศึกษาผลของการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสารเจือที่มีระยะทะลวงลึกของสนามแม่เหล็ก (penetration depth) $\lambda(0)$ ที่อุณหภูมิ 0 K เมื่อตัวนำยิ่งยวดมีสมมาตรแบบคลื่น "ดี" เขาพบว่าการกระเจิงมีผลทำให้ค่า $\lambda(0)$ เพิ่มขึ้น และในขณะเดียวกันก็ทำให้ค่าอุณหภูมิวิกฤต T_c ลดลง ระยะทะลวงลึกที่อุณหภูมิ 0 K เกิดการเปลี่ยนแปลงเมื่อตัวนำยิ่งยวดมีสารเจือ นอกจากนี้การกระเจิงแบบกำทอน (resonant scattering) จะมีผลกระทบมาก หากตัวนำยิ่งยวดเป็นแบบคลื่น "ดี"

ในปี ค.ศ. 1994 คิตาโอกะ อิชิดะ และอะซายามา (Kitaoka, Ishida and Asayama. 1994 : 2052) ได้ศึกษาผลของสารเจือสังกะสี Zn และสารเจือนิเกิล Ni ในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง และได้พบว่าสารเจือสังกะสีทำให้ตัวนำยิ่งยวดไม่มีช่องว่างพลังงาน (gapless superconductor) ส่วนสารเจือนิเกิลไม่ได้เปลี่ยนแปลงสมบัติความเป็นตัวนำยิ่งยวด นอกจากนี้ค่าของอุณหภูมิวิกฤต T_c

จะลดลงเมื่ออิเล็กตรอนถูกกระเจิงโดยอะตอมของสารเจือ และเมื่อตัวนำยิ่งยวดเปลี่ยนไปเป็นตัวนำยิ่งยวดไม่มีช่องว่างพลังงาน พบว่าจะมีค่าความหนาแน่นสถานะค่าหนึ่งที่ระดับเฟอร์มิ ลักษณะพิเศษเหล่านี้ สามารถอธิบายได้โดยใช้แบบจำลองคลื่น "ดี"

ในปี ค.ศ. 1995 ควินลันและสคาลาพิโน (Quinlan and Scalapino. 1995 : 497) ได้คำนวณสภาพรับได้ของสปิน (spin susceptibility) ในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ขณะมีการกระเจิงแบบกำทอนโดยอะตอมของสารเจือและคู่อิเล็กตรอนมีสหสัมพันธ์คูลอมบ์ (Coulomb correlation) และได้พบว่าเมื่อสารเจือมีความเข้มข้นสูงถึงค่าหนึ่ง ส่วนที่เป็นจินตภาพของสภาพรับได้ในสถานะการนำยิ่งยวดมีค่าเท่ากับสภาพรับได้ของสปินในสภาวะปกติ ซึ่งตรงกับผลการทดลองโดยการกระเจิงนิวตรอน

ในปี ค.ศ. 1995 ซัมและมากิ (Sum and Maki. 1995 : 6059) ได้ศึกษาผลของสารเจือในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" โดยคำนวณสภาพรับได้ของสปินในสถานะสถิตย์ (static spin susceptibility) และหาความสัมพันธ์ระหว่างสภาพซึมซับกับความหนาแน่นของสภาพนำยิ่งยวด $\rho_s = \left[\lambda(0) / \lambda(T)\right]^2$ ในกรณีที่มีสารเจือ เขาพบว่าที่อุณหภูมิ 0 K พารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ (order parameter) Δ_{00} ในสภาพนำยิ่งยวดมีค่าขึ้นกับ Γ คือ $\Delta(\Gamma,0)$ ในที่นี้ Γ คือ พารามิเตอร์การแตกคู่ที่หาค่าได้จากการทดลองเรื่องการทะลุทะลวง

ในปี ค.ศ. 1993 ชิและคาร์บอตต์ (Chi and Carbotte. 1993 : 6143) ได้คำนวณค่าอุณหภูมิวิกฤต (T_c) และผลต่างของความร้อนจำเพาะเมื่อสารเปลี่ยนสภาพจากตัวนำปกติไปเป็นตัวนำยิ่งยวด (ΔC) ของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงบริสุทธิ์ เขาใช้วิธีการจับคู่แบบรุนแรง โดยใช้ค่า T_c / ω_D เป็นพารามิเตอร์ในการกระจาย และตัวนำยิ่งยวดที่ใช้เป็นแบบบริสุทธิ์ชนิดคลื่น "ดี"

ในส่วนที่ยังไม่มีใครศึกษา คือ การคำนวณหาค่า T_c และ ΔC ของตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงชนิดคลื่น "ดี" ที่มีสารเจือ ในที่นี้สารเจือที่ใช้จะเป็นสารเจือที่แสดงคุณสมบัติทั้งที่เป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็ก ซึ่งก็คือสารเจือชนิดชิบะ-รูซินอฟ (Shiba-Rusinov impurities) ซึ่งจะทำการศึกษาต่อไป

บทที่ 3
วิธีดำเนินงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้เราเลือกใช้สมการอีไลแอชเบอร์กแทนสมการบีซีเอส สมการนี้มีพื้นฐานมาจากความจริงว่าความถี่ในการสั่นของโฟนอนมีหลายความถี่ และสมการนี้จะพิจารณาค่าความถี่ทุก ๆ ค่า นอกจากนี้แล้วสมการอีไลแอชเบอร์กยังได้พิจารณาแรงผลักแบบคูลอมบ์ระหว่างคู่อิเล็กตรอนอีกด้วย ดังนั้นสมการนี้จึงถูกต้องและเป็นจริงกว่าสมการบีซีเอส

เราเขียนสมการอีไลแอชเบอร์กบนแกนความถี่จินตภาพ (imaginary-frequency axis) ที่ $k_B = \hbar = 1$ (Yamamoto and Nagi. 1984 : 1573)

$$Z_k(\omega_n)\omega_n = \omega_n + \pi T \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\langle \lambda_{kk'}(n-m) \frac{\omega_m}{\left[\omega_m^2 + \Delta_{k'}^2(\omega_m)\right]^{1/2}} \right\rangle$$

$$+ \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)\Gamma_{1l} \left\langle \omega_n \frac{\left[\omega_n^2 + \Delta_{k'}^2(\omega_n)\right]^{1/2}}{\omega_n^2 + \eta_l^2 \Delta_{k'}^2(\omega_n)} \right\rangle \qquad (3.1)$$

$$\Delta_k(\omega_n) Z_k(\omega_n) = -\pi T \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\langle \left[\lambda_{kk'}(n-m) - \mu^*\right] \frac{\Delta_{k'}(\omega_m)}{\left[\omega_m^2 + \Delta_{k'}^2(\omega_m)\right]^{1/2}} \right\rangle$$

$$- \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)\Gamma_{2l} \left\langle \Delta_{k'}(\omega_n) \frac{\left[\omega_n^2 + \Delta_{k'}^2(\omega_n)\right]^{1/2}}{\omega_n^2 + \eta_l^2 \Delta_{k'}^2(\omega_n)} \right\rangle \qquad (3.2)$$

เมื่อ

$Z_k(\omega_n)$ คือ แฟกเตอร์การทำให้เป็นปกติ (renormalized factor)

$\Delta_k(\omega_n)$ คือ ช่องว่างพลังงาน

ω_n คือ ความถี่มัตซูบะระ (Matsubara frequency)

$$(\omega_n = \pi T(2n+1) \qquad ; n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

$$\Gamma_{1l} = \frac{n_i}{\pi N(0)}\left[\frac{V_l^2(1+V_l^2)+j_l^2(1-2V_l^2)+j_l^4}{(1+V_l^2-j_l^2)^2+4j_l^2}\right]$$

$$\Gamma_{2l} = \frac{n_i}{\pi N(0)}\left[\frac{V_l^2(1+V_l^2)-j_l^2(1+2V_l^2)+j_l^4}{(1+V_l^2-j_l^2)^2+4j_l^2}\right]$$

η_l คือ การเลื่อนเฟส (phase shift) ของคลื่นที่มีโมเมนตัมเชิงมุม l

V_l, j_l คือ พารามิเตอร์การกระเจิงโดยศักย์ธรรมดาและศักย์แม่เหล็กอันเกิดจากสปินของสารเจือ

n_i คือ ความเข้มข้นของสารเจือ

N(0) คือ ความหนาแน่นของสถานะที่ระดับเฟอร์มิ

$\langle \ldots \rangle$ แทนการเฉลี่ยที่ระดับเฟอร์มิ

โดยใช้แบบจำลอง

$$\lambda_{kk'}(n-m) = -\eta_k \eta_{k'} \lambda(n-m) \tag{3.3}$$

ซึ่ง

$$\langle \eta_k \rangle = 0 \tag{3.4}$$

และ

$$\langle \eta_k^2 \rangle = 1 \tag{3.5}$$

และจากรูปแบบของ $\lambda_{kk'}$ ในสมการ (3.3) สมมุติว่า

$$\Delta_k(\omega_n) = \begin{cases} \Delta_0 \eta_k & |\omega_n| < \omega_0 \\ 0 & |\omega_n| > \omega_0 \end{cases} \tag{3.6}$$

แทนค่าสมการ (3.3), (3.4) และ (3.6) ลงในสมการ (3.1)

$$Z_k(\omega_n)\omega_n$$

$$= \omega_n + \pi T \sum_m \left\langle -\eta_k \eta_{k'} \lambda(n-m) \frac{\omega_m}{|\omega_m|} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta_{k'}^2(\omega_m)}{\omega_m^2} + \frac{3}{8} \frac{\Delta_{k'}^4(\omega_m)}{\omega_m^4} \right\} \right\rangle$$

$$+ \sum_l (2l+1)\Gamma_{1l} \frac{|\omega_n|}{\omega_n} \left\langle 1 + \frac{1}{2}(1-2\eta_l^2) \frac{\Delta_{k'}^2(\omega_n)}{\omega_n^2} - \frac{1}{8}(1+4\eta_l^2 - 8\eta_l^4) \frac{\Delta_{k'}^4(\omega_n)}{\omega_n^4} \right\rangle$$

$$= \omega_n + \pi T \sum_m \eta_k \lambda(n-m)\omega_m \left\{ -\frac{1}{|\omega_m|} \langle \eta_{k'} \rangle + \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} \langle \eta_{k'}^3 \rangle - \frac{3}{8} \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \langle \eta_{k'}^5 \rangle \right\}$$

$$+ \sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\omega_n \left\{ \frac{1}{|\omega_n|} + \frac{1}{2}(1-2\eta_l^2) \frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3} \langle \eta_{k'}^2 \rangle - \frac{1}{8}(1+4\eta_l^2 - 8\eta_l^4) \frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5} \langle \eta_{k'}^4 \rangle \right\}$$

$$= \omega_n + \pi T \sum_m \eta_k \lambda(n-m)\omega_m \left\{ \frac{1}{2}\alpha_3 \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} - \frac{3}{8}\alpha_5 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \right\}$$

$$+ \sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\omega_n \left\{ \frac{1}{|\omega_n|} + \frac{1}{2}(1-2\eta_l^2) \frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3} - \frac{1}{8}(1+4\eta_l^2 - 8\eta_l^4)\alpha_4 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5} \right\} \quad (3.7)$$

ที่ $\alpha_i = \langle \eta_k^i \rangle$ (3.8)

จากภาคผนวก ก. เขียนสมการ (3.7) ได้เป็น

$$1 = F(T) + G(T)\Delta_0^2 + J(T)\Delta_0^4$$

$$-\sum_l (2l+1)\Gamma_{1l} \left\{ \frac{1}{|\omega_n|} + \frac{1}{2}(1-2\eta_l^2) \frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3} - \frac{1}{8}(1+4\eta_l^2 - 8\eta_l^4)\alpha_4 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5} \right\} \quad (3.9)$$

โดยที่

$$F(\mathrm{T}) = \lambda\left[\varepsilon + (\tfrac{1}{3} - \varepsilon)u^2 + (\varepsilon + \tfrac{2}{15})u^4\right] \tag{3.10}$$

$$G(\mathrm{T}) = -\frac{\lambda\alpha_4}{2\gamma_1(\pi\mathrm{T})^2}\left\{1 - (1 + \gamma_1\varepsilon)u^2 - \left[\gamma_1(\tfrac{7}{3} - 6\varepsilon) - 1\right]u^4\right\} \tag{3.11}$$

$$J(\mathrm{T}) = \frac{\lambda\alpha_6}{\gamma_2(\pi\mathrm{T})^4}\left\{1 - \left[\frac{3}{8}\frac{\gamma_2}{\gamma_1} + 1\right]u^2 + \left[\frac{3}{8}\gamma_2\left(\varepsilon + \frac{2}{\gamma_1}\right) + \frac{3}{2}\frac{\gamma_2}{\gamma_1} + 1\right]u^4\right\} \tag{3.12}$$

และ ε และ u มีค่า

$$\varepsilon = \ln\frac{1.13\pi}{u} = \ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}} \tag{3.13}$$

$$u = \frac{\pi\mathrm{T}}{\omega_E} \tag{3.14}$$

และ

$$\gamma_1 = \frac{4}{7\xi(3)} = 0.4754 \tag{3.15}$$

$$\gamma_2 = \frac{128}{93\xi(5)} = 1.327 \tag{3.16}$$

$\xi(n)$ คือ Riemann zeta function

คำนวณหาค่าความร้อนจำเพาะโดยใช้สูตรของยามาโมโต้-นากิ (Yamamoto-Nagi)

(Yamamoto and Nagi. 1984 : 1573) **สำหรับพลังงานอิสระ**

$$\frac{\Delta F}{N(0)}$$

$$= -\pi T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\langle \omega_n \left[\frac{(\omega_n^2 + \Delta_k^2(\omega_n))^{1/2}}{\omega_n} + \frac{\omega_n}{(\omega_n^2 + \Delta_k^2(\omega_n))^{1/2}} - 2 \right] + \delta\tilde{\omega}_n \left[\frac{(\omega_n^2 + \Delta_k^2(\omega_n))^{1/2}}{\omega_n} - 1 \right] \right.$$

$$\left. + \delta\tilde{\omega}_n^0 \left[\frac{\omega_n}{(\omega_n^2 + \Delta_k^2(\omega_n))^{1/2}} - 1 \right] \right\rangle$$

$$-\frac{cT}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left\langle \frac{(1+\varepsilon_l^2)\Delta_k^2(\omega_n)}{\omega_n^2 + \varepsilon_l^2 \Delta_k^2(\omega_n)} + \ln \frac{\omega_n^2 + \varepsilon_l^2 \Delta_k^2(\omega_n)}{\omega_n^2 + \Delta_k^2(\omega_n)} \right\rangle \qquad (3.17)$$

ที่ N(0) คือ ความหนาแน่นสถานะของอนุภาคเดี่ยวที่ระดับเฟอร์มิในสถานะปกติ

และ $c = \dfrac{n_i}{N(0)}$

$$\varepsilon_l^2 = \frac{(1+V_l^2 - j_l^2)^2}{(1+V_l^2 - j_l^2)^2 - 4j_l^2}$$

$$\delta\tilde{\omega}_n = \pi T \sum_{m=-\infty}^{\infty} \lambda_{kk'}(n-m) \frac{\omega_m}{(\omega_m^2 + \Delta_{k'}^2(\omega_m))^{1/2}}$$

กระจายสมการ (3.17)

$$\frac{\Delta F}{N(0)}$$

$$= -\pi T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\langle \frac{1}{4} \frac{\Delta_k^4(\omega_n)}{\omega_n^3} - \frac{1}{8} \frac{\Delta_k^6(\omega_n)}{\omega_n^5} \right\rangle$$

$$+(\pi T)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\langle \eta_k \eta_{k'} \lambda(n-m) \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta_{k'}^2(\omega_m)}{\omega_m^2} + \frac{3}{8} \frac{\Delta_{k'}^4(\omega_m)}{\omega_m^4} \right] \left[\frac{1}{2} \frac{\Delta_k^2(\omega_n)}{\omega_n^2} - \frac{1}{8} \frac{\Delta_k^4(\omega_n)}{\omega_n^4} \right] \right\rangle$$

$$-(\pi T)^2\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\langle \eta_k\eta_{k'}\lambda(n-m)\left[\frac{1}{2}\frac{\Delta_k^2(\omega_n)}{\omega_n^2}-\frac{3}{8}\frac{\Delta_k^4(\omega_n)}{\omega_n^4}\right]\right\rangle$$

$$-\frac{cT}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left\langle \frac{1}{2}(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\frac{\Delta_k^4(\omega_n)}{\omega_n^4}-\frac{1}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\frac{\Delta_k^6(\omega_n)}{\omega_n^6}\right\rangle$$

$$=-2\pi T\sum_{m=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{4}\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^3}\langle\eta_k^4\rangle-\frac{1}{8}\frac{\Delta_0^6}{|\omega_n|^5}\langle\eta_k^6\rangle\right\}$$

$$+4(\pi T)^2\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=\infty}^{\infty}\left\{\lambda(n-m)\omega_m\left[\frac{1}{|\omega_m|}\langle\eta_{k'}\rangle-\frac{1}{2}\frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3}\langle\eta_{k'}^3\rangle+\frac{3}{8}\frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5}\langle\eta_{k'}^5\rangle\right]\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{1}{2}\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^2}\langle\eta_k^3\rangle-\frac{1}{8}\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^4}\langle\eta_k^5\rangle\right]\right\}$$

$$-4(\pi T)^2\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\eta_{k'}\lambda(n-m)\left\{\frac{1}{2}\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^2}\langle\eta_k^3\rangle-\frac{3}{8}\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^4}\langle\eta_k^5\rangle\right\}$$

$$-cT\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left\{\frac{1}{2}(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^4}\langle\eta_k^4\rangle-\frac{1}{3}(1-3_l^4+2\varepsilon_l^6)\frac{\Delta_0^6}{|\omega_n|^6}\langle\eta_k^6\rangle\right\}$$

$$=-2\pi T\sum_{m=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{4}\alpha_4\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^3}-\frac{1}{8}\alpha_6\frac{\Delta_0^6}{|\omega_n|^5}\right\}$$

$$+4(\pi T)^2\sum_m\sum_n\left\{\lambda(n-m)\left[-\frac{1}{2}\alpha_3\frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3}+\frac{3}{8}\alpha_5\frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5}\right]\left(\frac{1}{2}\alpha_3\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^2}-\frac{1}{8}\alpha_5\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^4}\right)\right\}$$

$$+4(\pi \mathrm{T})^2 \sum_m \sum_n \eta_{k'} \lambda(n-m) \left\{ -\frac{1}{2}\alpha_3 \frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^2} + \frac{3}{8}\alpha_5 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^4} \right\}$$

$$-cT \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \left\{ \frac{1}{2}(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^4} - \frac{1}{3}(1-3_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6 \frac{\Delta_0^6}{|\omega_n|^6} \right\} \qquad (3.18)$$

ระบบที่เราพิจารณานั้นมีค่า $\alpha_3 = \alpha_5 = 0$ ดังนั้นจะได้สมการ (3.18) เป็น

$$\frac{\Delta F}{N(0)}$$

$$= \left\{ \frac{1}{2}\alpha_4 \Delta_0^4 \sum_n \frac{2\pi}{[(2n+1)\pi T]^3} - \frac{1}{4}\alpha_6 \Delta_0^6 \sum_n \frac{2\pi T}{[(2n+1)\pi T]^5} \right\}$$

$$-\frac{c}{2\pi} \sum_l (2l+1) \left\{ \frac{1}{2}(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4) \sum_n \frac{2\pi T}{[(2n+1)\pi T]^4} - \frac{1}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6) \sum_n \frac{2\pi T}{[(2n+1)\pi T]^6} \right\}$$

$$= -\left\{ \frac{1}{2}\alpha_4 \Delta_0^4 \sum_n \frac{1}{8(\pi \mathrm{T})^2 (n+\frac{1}{2})^3} - \frac{1}{4}\alpha_6 \Delta_0^6 \sum_n \frac{1}{32(\pi \mathrm{T})^4 (n+\frac{1}{2})^5} \right\}$$

$$-\frac{c}{2\pi} \sum_l (2l+1) \left\{ (1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 \Delta_0^4 \sum_n \frac{1}{16(\pi \mathrm{T})^3 (n+\frac{1}{2})^4} \right.$$

$$\left. -\frac{2}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6 \Delta_0^6 \sum_n \frac{1}{64(\pi \mathrm{T})^5 (n+\frac{1}{2})^6} \right\}$$

$$= -\frac{1}{4} \left\{ 2\alpha_4 \Delta_0^4 \frac{7\xi(3)}{8(\pi \mathrm{T})^2} - \alpha_6 \Delta_0^6 \frac{31\xi(5)}{32(\pi \mathrm{T})^4} \right\}$$

$$-\frac{c}{2\pi} \sum_l (2l+1) \left\{ (1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 \Delta_0^4 \frac{15\xi(4)}{16(\pi \mathrm{T})^3} - \frac{2}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6 \Delta_0^6 \frac{63\xi(6)}{64(\pi \mathrm{T})^5} \right\}$$

$$=-\frac{1}{4}\left\{2\alpha_4 C_2(\mathrm{T})\Delta_0^4-\frac{4}{3}\alpha_6 C_4(\mathrm{T})\Delta_0^6\right\}$$

$$-\frac{c}{2\pi}\sum_l(2l+1)\left\{(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3(\mathrm{T})\Delta_0^4-\frac{2}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6 C_5(\mathrm{T})\Delta_0^6\right\} \qquad (3.19)$$

โดยที่

$$C_2(\mathrm{T})=\frac{7\xi(3)}{8(\pi\mathrm{T})^2} \qquad (3.20)$$

$$C_3(\mathrm{T})=\frac{15\xi(4)}{16(\pi\mathrm{T})^3} \qquad (3.21)$$

$$C_4(\mathrm{T})=\frac{93\xi(5)}{128(\pi\mathrm{T})^4} \qquad (3.22)$$

$$C_5(\mathrm{T})=\frac{63\xi(6)}{64(\pi\mathrm{T})^5} \qquad (3.23)$$

เพื่อที่จะหาค่าความร้อนจำเพาะ เราจำเป็นต้องหาการขึ้นกับอุณหภูมิของค่าพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบ โดยใช้การกระจายเทย์เลอร์รอบจุด $\mathrm{T}=\mathrm{T}_c$

$$\Delta_0^2(T)=\Delta_0^2(T_c)+(T-T_c)\frac{d}{dT}\Delta_0^2(T)\bigg|_{T=T_c}+\frac{1}{2}(T-T_c)^2\frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2(T)\bigg|_{T=T_c}$$

$$=-T_c\left(1-\frac{T}{T_C}\right)\frac{d}{dT}\Delta_0^2(T)\bigg|_{T=T_c}+\frac{1}{2}T_c^2\left(1-\frac{T}{T_c}\right)^2\frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2(T)\bigg|_{T=T_c} \qquad (3.24)$$

จากสมการ (3.9)

$$1 = F(\mathrm{T}) + G(\mathrm{T})\Delta_0^2 + J(\mathrm{T})\Delta_0^4$$

$$-\sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\left\{\frac{1}{|\omega_n|} + \frac{1}{2}(1-2\eta_l^2)\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3} - \frac{1}{8}(1+4\eta_l^2-8\eta_l^4)\alpha_4\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5}\right\}$$

$$1 = F(\mathrm{T}) + G(\mathrm{T})\Delta_0^2 + J(\mathrm{T})\Delta_0^4 + K(T) + L(\mathrm{T})\Delta_0^2 + M(\mathrm{T})\Delta_0^4$$

$$1 = F(\mathrm{T}) + K(T) + [G(\mathrm{T}) + L(T)]\Delta_0^2 + [J(\mathrm{T}) + M(T)]\Delta_0^4$$

หา $\frac{d}{dT}\Delta_0^2$

$$0 = F' + K' + (G'+L')\Delta_0^2 + (G+L)\frac{d}{dT}\Delta_0^2 + (J'+M')(\Delta_0^2)^2 + 2(J+M)\Delta_0^2\frac{d}{dT}\Delta_0^2$$

$$0 = F' + K' + (G+L)\frac{d}{dT}\Delta_0^2$$

$$\therefore \frac{d}{dT}\Delta_0^2 = -\frac{F'+K'}{G+L} \qquad (3.25)$$

หา $\frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2$

$$0 = F'' + K'' + (G''+L'')\Delta_0^2 + 2(G'+L')\frac{d}{dT}\Delta_0^2 + (G+L)\frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2 + (J''+M'')(\Delta_0^2)^2$$

$$+4(J'+M')\Delta_0^2\frac{d}{dT}\Delta_0^2 + 2(J+M)\left(\frac{d}{dT}\Delta_0^2\right)^2 + 2(J+M)\Delta_0^2\frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2$$

$$0 = F'' + K'' + 2(G' + L')\frac{d}{dT}\Delta_0^2 + (G + L)\frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2 + 2(J + M)\left(\frac{d}{dT}\Delta_0^2\right)^2$$

$$\therefore \frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2 = -\frac{F'' + K'' + 2(G' + L')\frac{d}{dT}\Delta_0^2 + 2(J + M)\left(\frac{d}{dT}\Delta_0^2\right)^2}{G + L}$$

$$= -\frac{F'' + K'' + 2(G' + L')\left(-\frac{F' + K'}{G + L}\right) + 2(J + M)\left(-\frac{F' + K'}{G + L}\right)^2}{G + L}$$

$$= -\frac{2(F' + K')}{G + L}\left\{\frac{F'' + K''}{2(F' + K')} - \frac{G' + L'}{G + L} + (J + M)\frac{F' + K'}{(G + L)^2}\right\} \quad (3.26)$$

แทนค่าสมการ (3.25) และ (3.26) ลงในสมการ (3.24)

$$\Delta_0^2(\mathrm{T}) = -\mathrm{T}_c\left(1 - \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_c}\right)\left[-\frac{F' + K'}{G + L}\right]$$

$$+\frac{1}{2}T_c^2\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2\left[-\frac{2(F' + K')}{G + L}\left\{\frac{F'' + K''}{2(F' + K')} - \frac{G' + L'}{G + L} + \frac{(J + M)(F' + K')}{(G + L)^2}\right\}\right]$$

$$= \mathrm{T}_c\left[\frac{F' + K'}{G + L}\right]\left(1 - \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_c}\right)$$

$$-\mathrm{T}_c^2\left[\frac{F' + K'}{G + L}\left\{\frac{F'' + K''}{2(F' + K')} - \frac{G' + L'}{G + L} + \frac{(J + M)(F' + K')}{(G + L)^2}\right\}\right]\left(1 - \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_c}\right)^2$$

$$\Delta_0^2(\mathrm{T}) = A_1 S + A_2 S^2 \quad (3.27)$$

โดย

$$A_1 = \mathrm{T}_c\left|\frac{d}{dT}\Delta_0^2\right| \qquad = \mathrm{T}_c\frac{F'+K'}{G+L} \tag{3.28}$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\mathrm{T}_c^2\left|\frac{d^2}{dT^2}\Delta_0^2\right| = -\mathrm{T}_c^2\,\frac{F'+K'}{G+L}\left\{\frac{F''+K''}{2(F'+K')}-\frac{G'+L'}{G+L}+\frac{(J+M)(F'+K')}{(G+L)^2}\right\} \tag{3.29}$$

$$S = 1-\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_c} \tag{3.30}$$

แทนค่าสมการ (3.27) ลงในสมการ (3.19)

$$\frac{\Delta F}{N(0)} = -\frac{1}{4}\left\{2\alpha_4 C_2(T)\Delta_0^4-\frac{4}{3}\alpha_6 C_4(T)\Delta_0^4\right\}$$

$$-\frac{n_i}{2\pi}\sum_l(2l+1)\left\{(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3(T)\Delta_0^4-\frac{2}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6 C_5(T)\Delta_0^6\right\}$$

$$\Delta F = -\frac{N(0)}{4}\left\{2\alpha_4\left(C_2^0A_1^2S^2+2C_2^0A_1A_2S^3+C_2{}'A_1^3S^3\right)-\frac{4}{3}\alpha_6C_4^0A_1^3S^3\right\}$$

$$-\frac{n_i}{2\pi}\sum_l(2l+1)\left\{\ (1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4\left[C_3^0A_1^2S^2+2C_3^0A_1A_2S^3+C_3{}'A_1^2S^3\right]\right.$$

$$\left.-\frac{2}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6C_5^0A_1^3S^3\right\}$$

$$\Delta F = -\frac{N(0)}{4}\left\{2\alpha_4 C_2^0 A_1^2 S^2 + \left(4\alpha_4 C_2^0 A_1 A_2 + 2\alpha_4 C_2{}' A_1^2 - \tfrac{4}{3}\alpha_6 C_4^0 A_1^3\right)S^3\right\}$$

$$-\frac{n_i}{2\pi}\sum_l (2l+1)\Big\{(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3^0 A_1^2 S^2 + \Big[2(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3^0 A_1 A_2$$

$$+(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3{}' A_1^2 - \tfrac{2}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6 C_5^0 A_1^3\Big]S^3\Big\} \qquad (3.31)$$

โดยที่

$$C_2{}' = -T_c\left|\frac{d}{dT}C_2(T)\right|_{T_c} = 2C_2^0 \qquad (3.32)$$

$$C_3{}' = -T_c\left|\frac{d}{dT}C_3(T)\right|_{T_c} = 3C_3^0 \qquad (3.33)$$

$$\Delta F = -\frac{N(0)}{4}\left\{2\alpha_4 A_1^2\left[C_2^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]\right\}S^2$$

$$-\frac{N(0)}{4}\left\{4\alpha_4 A_1 A_2\left[C_2^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]\right.$$

$$+4\alpha_4 A_1^2\left[C_2^0 + 3\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]$$

$$\left.-\frac{4}{3}\alpha_6 A_1^3\left[C_4^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)C_5^0\right]\right\}S^3 \qquad (3.34)$$

หาค่าความร้อนจำเพาะ

$$\frac{\Delta C}{\gamma \mathrm{T}_C} = -\frac{\mathrm{T}}{\gamma \mathrm{T}_C}\frac{d^2}{d\mathrm{T}^2}\Delta F$$

$$= \frac{T}{\gamma T_c}\frac{N(0)}{4}\left\{2\alpha_4 A_1^2\left[C_2^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]\right\}\frac{2}{T_c^2}$$

$$+\frac{T}{\gamma T_c}\frac{N(0)}{4}\left\{4\alpha_4 A_1 A_2\left[C_2^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]\right.$$

$$+4\alpha_4 A_1^2\left[C_2^0 + 3\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]$$

$$\left.-\frac{4}{3}\alpha_6 A_1^3\left[C_4^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)C_5^0\right]\right\}\frac{6}{T_c^2}\left(1-\frac{T}{T_c}\right)$$

$$\frac{\Delta C(T_c)}{\gamma T_c} = f - q\left(1-\frac{T}{T_c}\right) \qquad (3.35)$$

ที่

$$f = \frac{N(0)}{\gamma T_c^2}\alpha_4 A_1^2\left\{C_2^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_i^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right\} \qquad (3.36)$$

และ

$$q=\frac{3N(0)}{\gamma T_c^2}\left\{2\alpha_4A_1A_2\left[C_2^0+2\sum_l(2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]\right.$$

$$+2\alpha_4A_1^2\left[C_2^0+3\sum_l(2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]$$

$$\left.-\frac{2}{3}\alpha_6A_1^3\left[C_4^0+2\sum_l(2l+1)(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)C_5^0\right]\right\} \qquad (3.37)$$

บทที่ 4
ผลงานวิจัย

จากการที่ใช้สมการอีไลแอชเบอร์กในตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงชนิดคลื่น “ดี” ที่มีสารเจือแบบชิบะ-รูชินอฟ สามารถคำนวณอุณหภูมิวิกฤตและค่าความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดได้

เพื่อหาค่าอุณหภูมิวิกฤต จากสมการ (3.9) ที่อุณหภูมิวิกฤตค่าพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบมีค่าเป็นศูนย์ดังนั้นจะได้

$$1 = F(\mathrm{T}_{c0}) \qquad (4.1)$$

$$1 = F(\mathrm{T}_c) - \sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\frac{1}{|\omega_n|} \qquad (4.2)$$

$$\therefore F(\mathrm{T}_{c0}) = F(\mathrm{T}_c) - \sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\frac{1}{|\omega_n|} \qquad (4.3)$$

นั่นคือ

$$\ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}} + \left[\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}}\right]\left(\frac{\pi\mathrm{T}_{c0}}{\omega_E}\right)^2 + \left[\ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}} + \frac{2}{15}\right]\left(\frac{\pi\mathrm{T}_{c0}}{\omega_E}\right)^4$$

$$= \ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}} + \left[\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}}\right]\left(\frac{\pi\mathrm{T}_{c0}}{\omega_E}\right)^2 + \left[\ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}} + \frac{2}{15}\right]\left(\frac{\pi\mathrm{T}_{c0}}{\omega_E}\right)^4 - \frac{1}{\lambda}\sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\frac{1}{|\omega_n|} \qquad (4.4)$$

ให้ $\frac{\mathrm{T}_c}{\mathrm{T}_{c0}} = y$

$$\ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_c} = \ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_c}\frac{\mathrm{T}_{c0}}{\mathrm{T}_{c0}} = \ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}y} = \ln\frac{1.13\omega_E}{\mathrm{T}_{c0}} - \ln y$$

$$\frac{\pi T_c}{\omega_E} = \frac{\pi T_c}{\omega_E}\frac{T_{c0}}{T_{c0}} = \left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)y$$

และให้ $\quad \frac{1}{\lambda}\sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\frac{1}{|\omega_n|} = x$

แทนค่าลงในสมการ (4.4)

$$\ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \left(\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2 + \left(\ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \frac{2}{15}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^4$$

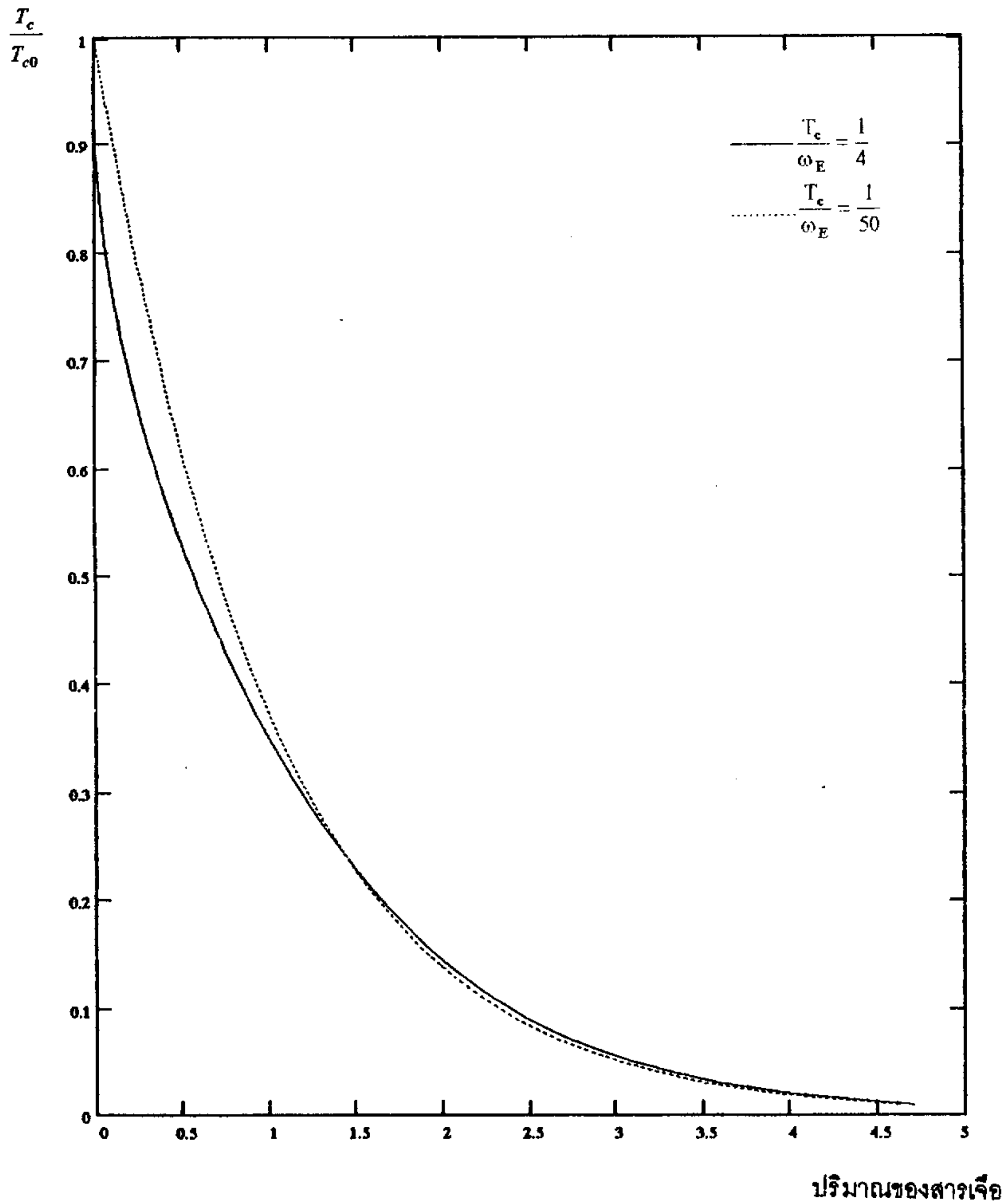
$$= \ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} - \ln y + \left(\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \ln y\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2 y^2 + \left(\ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} - \ln y + \frac{2}{15}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^4 y^4 - x$$

$$-x = \ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \left(\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2 + \left(\ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \frac{2}{15}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^4$$

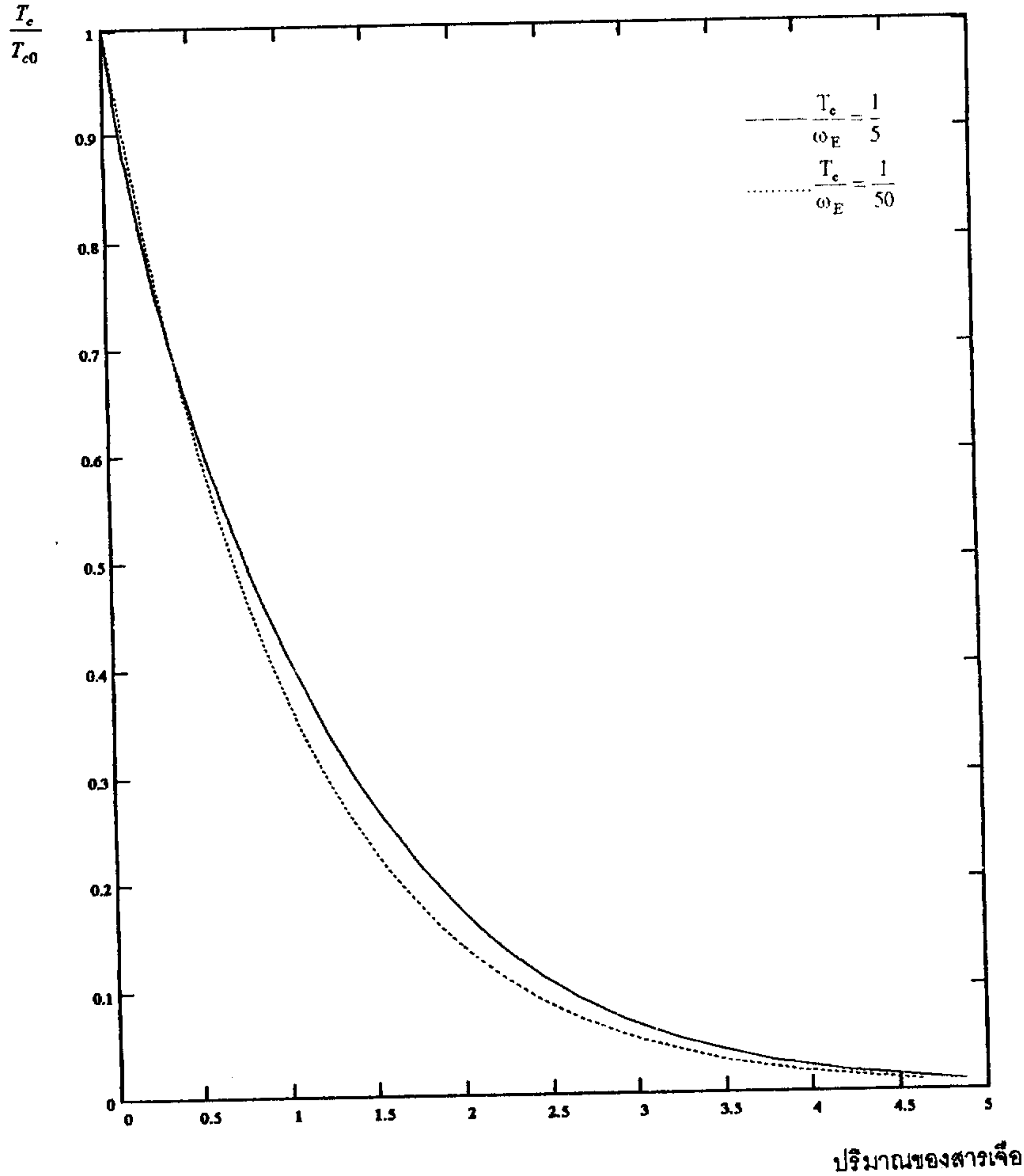
$$-\ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \ln y - \left(\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \ln y\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2 y^2 - \left(\ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} - \ln y + \frac{2}{15}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^4 y^4$$

$$x = -\ln y\left[1 - y^2\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2 + y^4\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^4\right] - \left(\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)(1-y^2) - \left(\ln\frac{1.13\omega_E}{T_{c0}} + \frac{2}{15}\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^4(1-y^4) \tag{4.5}$$

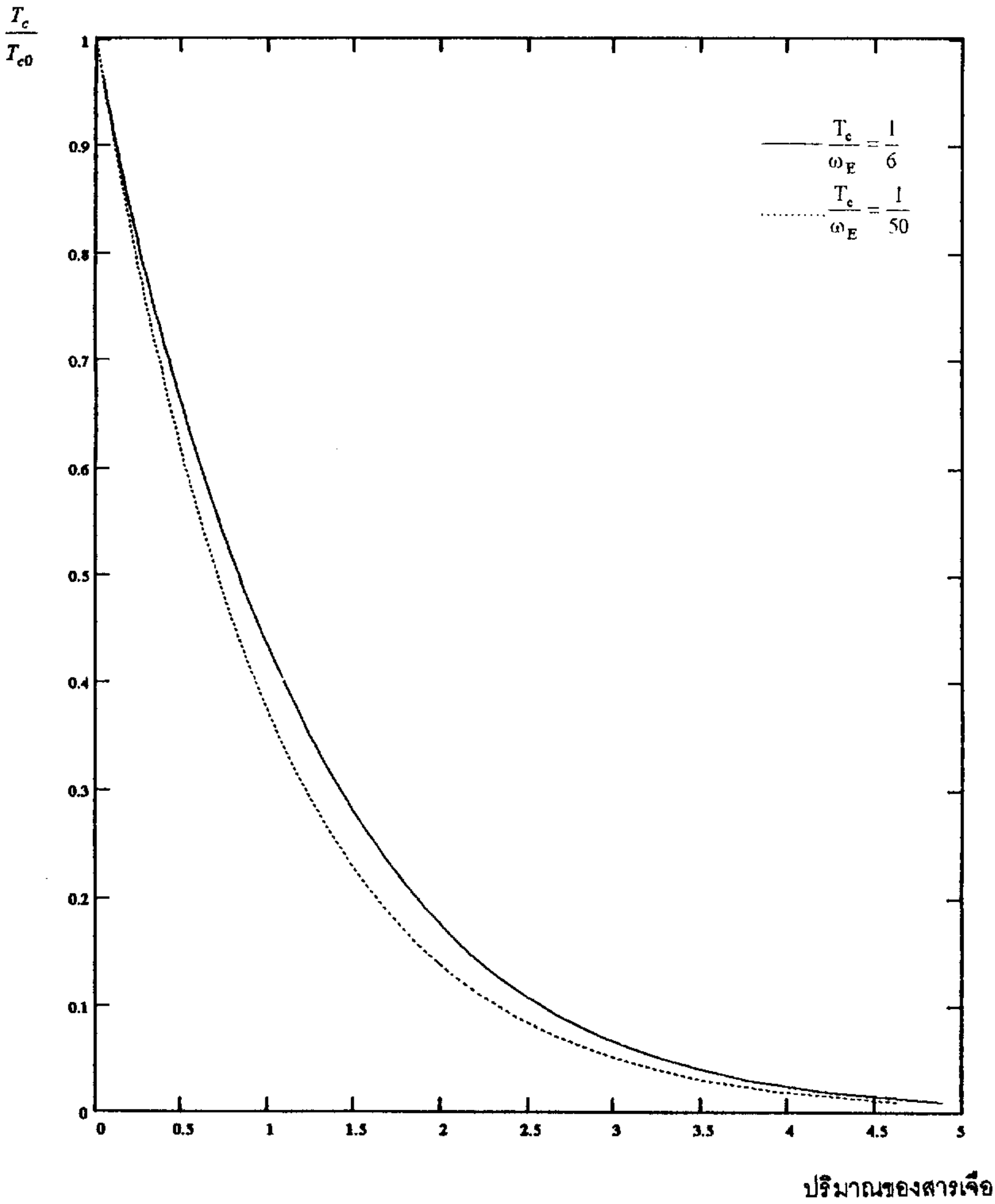
นำสมการ (4.5) มาเขียนกราฟโดยให้ y เป็นแกนตั้ง และให้ x เป็นแกนนอน ใช้อัตราส่วน $\frac{T_{c0}}{\omega_E}$ ที่ต่างกัน เปรียบเทียบระหว่างการจับคู่แบบรุนแรงและการจับคู่แบบอ่อน ดังภาพประกอบ 5-8



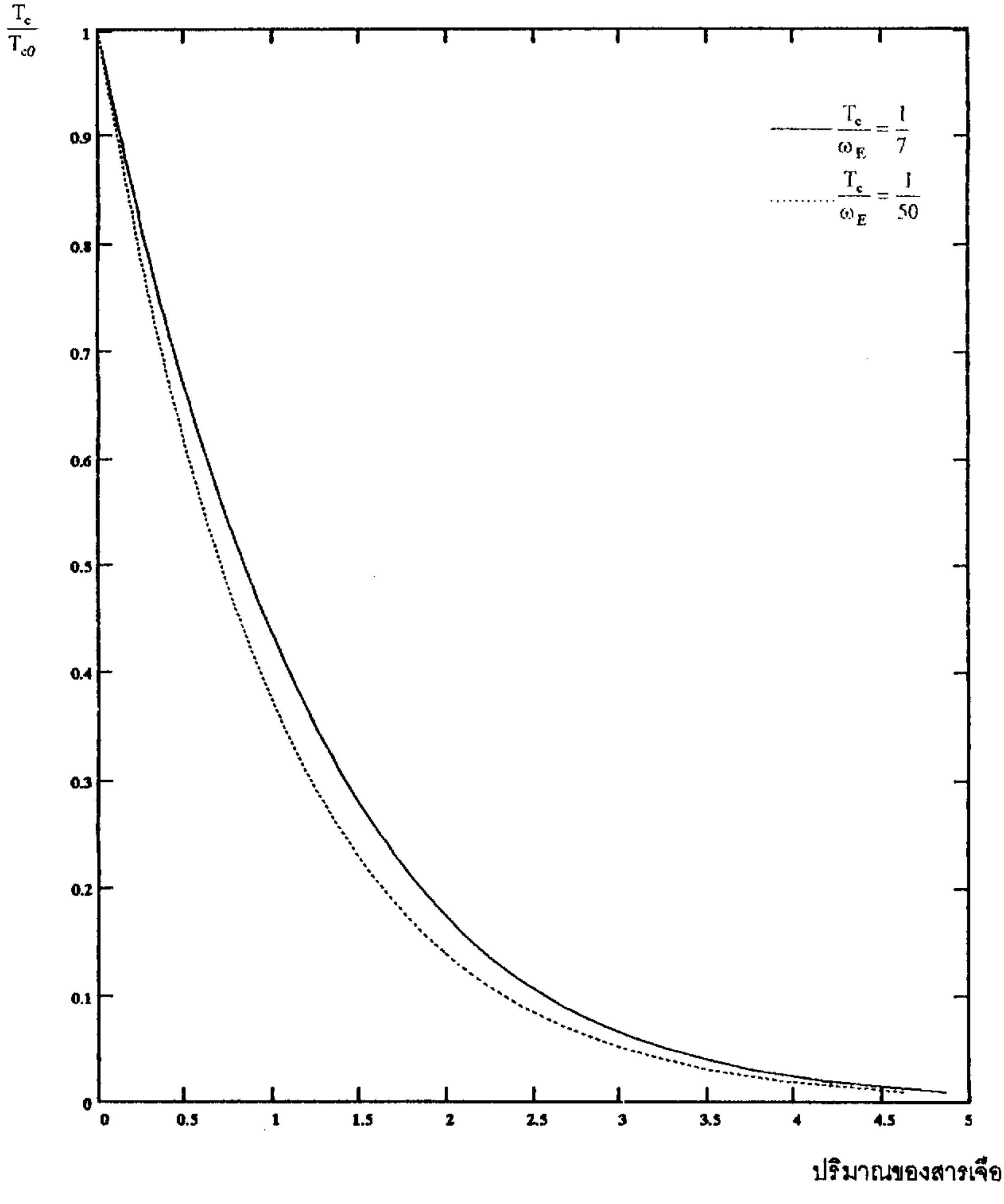
ภาพประกอบ 5 กราฟอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือที่ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{4}$ และ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{50}$



ภาพประกอบ 6 กราฟอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือที่ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{5}$ และ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{50}$



ภาพประกอบ 7 กราฟอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือที่ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{6}$ และ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{50}$



ภาพประกอบ 8 กราฟอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือที่ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{7}$ และ $\frac{T_c}{\omega_E} = \frac{1}{50}$

จากสมการ (3.35) ถ้า normalized specific-heat jump ที่อุณหภูมิวิกฤต จะได้สมการเป็น

$$\therefore \quad \frac{\Delta C(T_c)}{\gamma T_c} = f$$

$$= \frac{N(0)}{\gamma T_c^2}\alpha_4 A_1^2\left\{C_2^0 + \sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right\} \tag{4.6}$$

แทนค่า A_1^2 จากภาคผนวก ข. จะได้

$$\frac{\Delta C(T_c)}{\gamma T_c}$$

$$= \frac{N(0)}{\gamma T_c^2 (C_2^0)^2 \alpha_4}\Big\{(1-X)^2(1-Y+Y^2)^2$$

$$-2(1-X)(1-Y+Y^2)\Big[\left(\tfrac{2}{5}-(2+\gamma_1)\varepsilon\right)+X(1+\gamma_1\varepsilon)$$

$$+Y\left(\tfrac{1}{3}+2(1+\gamma_1)\varepsilon\right)-2XY(1+\gamma_1\varepsilon)+Y^2\left(\tfrac{5}{2}-2\varepsilon\right)\Big]u^2$$

$$+\Big[\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{8}{75}+\tfrac{1}{5}(22+\tfrac{53}{3}\gamma_1)\varepsilon+2(2+3\gamma_1)\varepsilon^2$$

$$+2X\left(\tfrac{8}{15}-\tfrac{14}{3}\gamma_1-(8-\tfrac{101}{15}\gamma_1)\varepsilon-(4+\gamma_1)\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$+2Y\left(\tfrac{1}{3}+\tfrac{7}{3}\gamma_1-\tfrac{2}{5}(104+29\gamma_1)\varepsilon-(4+12\gamma_1+\gamma_1^2)\varepsilon^2\right)$$

$$+2XY\left(\tfrac{8}{5}-\tfrac{14}{3}\gamma_1+(24+\tfrac{268}{15}\gamma_1)\varepsilon+6(2+\gamma_1)\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$+X^2\left(1+\tfrac{14}{3}\gamma_1-3(2-\gamma_1)\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$+Y^2\left(\tfrac{77}{15}-\tfrac{14}{3}\gamma_1+\tfrac{4}{3}(\tfrac{254}{15}+5\gamma_1)\varepsilon\right)$$

$$+2X^2Y(1-Y)\left(4-\gamma_1(\tfrac{7}{3}-12\varepsilon)+3\gamma_1^2\varepsilon^2\right)$$

$$+2XY^2\left(\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{41}{15}-(18+\tfrac{46}{3}\gamma_1)\varepsilon-4\gamma_1(3+\gamma_1)\varepsilon^2\right)$$

$$+2Y^3\left(\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{59}{45}-\tfrac{2}{5}(5+8\gamma_1)\varepsilon-4(1+2\gamma_1)\varepsilon^2\right)$$

$$+Y^4\left(\tfrac{55}{9}-\tfrac{32}{3}\varepsilon+4\varepsilon^2\right)$$

$$+2XY^3\left(\tfrac{1}{3}(\tfrac{22}{5}+23\gamma_1)+(10+\tfrac{52}{3}\gamma_1)\varepsilon+8\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$-2XY^4\left(\tfrac{5}{3}-2\varepsilon\right)$$

$$+2X^2Y^3\left(\gamma_1(\tfrac{7}{3}-6\varepsilon)-1\right)\Big]u^4\Big\}$$

$$\left\{C_2^0+\sum_l(2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_4^0\right\} \qquad (4.7)$$

เมื่อใส่เงื่อนไขที่สารเจือมีค่าเป็นศูนย์ ($n_i=0$) จะได้สมการ (4.7)

$$\frac{\Delta C(T_{c0})}{\gamma T_{c0}}=\frac{N(0)}{\gamma T_{c0}^2\alpha_4(C_2^0)^2}\left\{1-2\left(\tfrac{2}{5}-(2+\gamma_1)\varepsilon\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2\right.$$

$$\left.+\left(\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{8}{75}+\tfrac{1}{5}(22+\tfrac{53}{3}\gamma_1)\varepsilon+2(2+3\gamma_1)\varepsilon^2\right)\left(\frac{\pi T}{\omega_E}\right)^4\right\}C_2^0$$

$$= \frac{N(0)}{\gamma T_{c0}^2 \alpha_4 C_2^0} \left\{ 1 - 2\left(\tfrac{2}{5} - (2+\gamma_1)\varepsilon\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2 \right.$$

$$\left. + \left(\tfrac{14}{3}\gamma_1 - \tfrac{8}{75} + \tfrac{1}{5}(22 + \tfrac{53}{3}\gamma_1)\varepsilon + 2(2+3\gamma_1)\varepsilon^2\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^4 \right\} \qquad (4.8)$$

และถ้าให้ $\frac{T_{c0}}{\omega_E} \to 0$ จะได้สมการ (4.8) เป็น

$$\frac{\Delta C(T_{c0})}{\gamma T_{c0}} = \frac{N(0)}{\gamma T_{c0}^2 \alpha_4 C_2^0} \qquad (4.9)$$

บทที่ 5

สรุป อภิปราย และเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะคำนวณหา อุณหภูมิวิกฤตและความร้อนจำเพาะในตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่มีสารเจือแบบชิบะ-รูซินอฟ โดยมีขั้นตอนในการคำนวณดังนี้

1. แก้สมการ (3.1) และ (3.2) เพื่อหาค่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดเมื่อมีสารเจือแบบชิบะ-รูซินอฟ กระจายค่าอัตราส่วน $\frac{\Delta_k(\omega_n)}{\omega_n}$ โดยกระจายถึงลำดับที่สี่ $\left(\frac{\Delta_k(\omega_n)}{\omega_n}\right)^4$ เทอมที่มีลำดับสูงกว่านี้จะไม่นำมาพิจารณา การกระจายนี้จะใช้การประมาณว่าให้

$$\lambda_{kk'}(n-m) = -\eta_k \eta_{k'} \lambda(n-m)$$

$$\langle \eta_k \rangle = 0$$

$$\langle \eta_k^2 \rangle = 1$$

$$\Delta_k(\omega_n) = \begin{cases} \Delta_0 \eta_k & |\omega_n| < \omega_0 \\ 0 & |\omega_n| > \omega_0 \end{cases}$$

และ $\alpha_3 = \alpha_5 = 0$

จากนั้นใช้เงื่อนไขที่ $T \cong T_c$ ค่า $\Delta \to 0$ เพื่อหาค่าอัตราส่วน $\frac{T_c}{T_{c0}}$ แล้วนำมาเขียนกราฟเป็นฟังก์ชันของสารเจือ

2. หาความร้อนจำเพาะ $\Delta C(T)$ โดยเริ่มจากแก้สมการพลังงานอิสระของ ยามาโมโต้-นากิ กระจายค่าอัตราส่วน $\frac{\Delta_k(\omega_n)}{\omega_n}$ โดยกระจายถึงลำดับที่หก $\left(\frac{\Delta_k(\omega_n)}{\omega_n}\right)^6$ เทอมที่มีลำดับสูงกว่านี้

จะไม่นำมาพิจารณา หาพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบโดยใช้การกระจายเทย์เลอร์รอบจุด $T = T_c$ เมื่อนำมาแทนค่าจะได้สมการพลังงานอิสระ (3.31)

$$\Delta F = -\frac{N(0)}{4}\left\{2\alpha_4 C_2^0 A_1^2 S^2 + \left(4\alpha_4 C_2^0 A_1 A_2 + 2\alpha_4 C_2{}' A_1^2 - \tfrac{4}{3}\alpha_6 C_4^0 A_1^3\right) S^3\right\}$$

$$-\frac{n_i}{2\pi}\sum_l (2l+1)\Big\{(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3^0 A_1^2 S^2 + \Big[2(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3^0 A_1 A_2$$

$$+(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)\alpha_4 C_3{}' A_1^2 - \tfrac{2}{3}(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)\alpha_6 C_5^0 A_1^3\Big] S^3\Big\} \qquad (3.31)$$

แล้วนำสมการ (3.31) นี้ไปแทนค่าหาสมการความร้อนจำเพาะได้ดังสมการ (3.35)

$$\frac{\Delta C(T_c)}{\gamma T_c} = f - q\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \qquad (3.35)$$

ที่

$$f = \frac{N(0)}{\gamma T_c^2}\alpha_4 A_2^2\left\{C_2^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right\} \qquad (3.36)$$

$$q = \frac{3N(0)}{\gamma T_c^2}\Bigg\{2\alpha_4 A_1 A_2\left[C_2^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]$$

$$+2\alpha_4 A_1^2\left[C_2^0 + 3\sum_l (2l+1)(1-2\varepsilon_l^2+\varepsilon_l^4)C_3^0\right]$$

$$-\frac{2}{3}\alpha_6 A_1^3\left[C_4^0 + 2\sum_l (2l+1)(1-3\varepsilon_l^4+2\varepsilon_l^6)C_5^0\right]\Bigg\} \qquad (3.37)$$

จากนั้นใช้เงื่อนไขที่ $T \cong T_c$ จะได้สมการความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤต

สรุปและอภิปรายผลงานวิจัย

สูตรการคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตและความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่มีสารเจือแบบชิบะ-รูซินอฟ คือ สมการ (3.9) และ (3.35) ตามลำดับ และเขียนกราฟอุณหภูมิวิกฤตเป็นฟังก์ชันของสารเจือได้ดังภาพประกอบ ซึ่งสามารถสรุปงานวิจัยได้ดังนี้

1. จากภาพประกอบ 5-8 พบว่าถ้าตัวนำยิ่งยวดมีค่า $\frac{T_c}{\omega_E}$ มาก (นั่นคือ มีอุณหภูมิวิกฤตสูง) การเปลี่ยนแปลงของ $\frac{T_c}{T_{c0}}$ จะลดลงอย่างรวดเร็วมากกว่าตัวนำยิ่งยวดที่มีค่า $\frac{T_c}{\omega_E}$ น้อย (คือ พวกที่มีอุณหภูมิวิกฤตต่ำ) เมื่อมีสารเจือ และเมื่อสารเจือมีความเข้มข้นเพิ่มมากขึ้น อัตราการลดลงของ $\frac{T_c}{T_{c0}}$ ทั้งใน $\frac{T_c}{\omega_E}$ มากและ $\frac{T_c}{\omega_E}$ น้อยนั้นจะมีค่าใกล้เคียงกัน คือ ลู่เข้าสู่ศูนย์

เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่เป็นตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ $(n_i = 0)$ พบว่าจากสมการ (3.9) จะหาค่าอุณหภูมิวิกฤตได้เป็น

$$1 = \ln\frac{1.13\omega_E}{T_c} + \left(\frac{1}{3} - \ln\frac{1.13\omega_E}{T_c}\right)\left(\frac{\pi T_c}{\omega_E}\right)^2 + \left(\ln\frac{1.13\omega_E}{T_c} + \frac{2}{15}\right)\left(\frac{\pi T_c}{\omega_E}\right)^4$$

และเมื่อกำหนดให้ค่า $\frac{T_c}{\omega_E} \to 0$ พบว่าอุณหภูมิวิกฤตจะมีค่าขึ้นกับความถี่มัตซึบาระ

$$1 = \ln\frac{1.13\omega_E}{T_c}$$

2. จากสมการความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤต เมื่อแทนเงื่อนไขลงไปได้ผลเป็นดังนี้

เมื่อใช้เงื่อนไขที่สารเจือมีค่าเป็นศูนย์ พบว่าได้ค่าความร้อนจำเพาะเป็นดังสมการ (4.8)

$$\frac{\Delta C(T_{c0})}{\gamma T_{c0}} = \frac{N(0)}{\gamma T_{c0}^2 \alpha_4 C_2^0}\left\{1 - 2\left(\tfrac{2}{5} - (2+\gamma_1)\varepsilon\right)\left(\frac{\pi T_{c0}}{\omega_E}\right)^2 + \left(\tfrac{14}{3}\gamma_1 - \tfrac{8}{75} + \tfrac{1}{5}(22 + \tfrac{53}{3}\gamma_1)\varepsilon + 2(2+3\gamma_1)\varepsilon^2\right)\left(\frac{\pi T}{\omega_E}\right)^4\right\} \qquad (4.8)$$

และเมื่อให้ค่า $\frac{T_c}{\omega_E} \to 0$ ได้ค่าสมการ (4.8) เป็น

$$\frac{\Delta C(T_{c0})}{\gamma T_{c0}} = \frac{N(0)}{\gamma T_{c0}^2 \alpha_4 C_2^0}$$

ซึ่งตรงกับผลงานวิจัยของชิและคาร์บอตต์ โดยชิและคาร์บอตต์นั้นใช้สมการพลังงานอิสระของบาร์ดีนและสเตเฟ่น (Bardeen and Stephen. 1964 : A1485) ในการคำนวณหาความร้อนจำเพาะ

ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้คำนวณหา อุณหภูมิวิกฤตและความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่มีสารเจือแบบชิบะ-รูซินอฟ ที่ยังมีข้อจำกัดอยู่หลายข้อ เช่น ความหนาแน่นสถานะมีค่าคงที่ ซึ่งในการคำนวณหาวิธีอื่น ๆ $N(\epsilon)$ เป็นฟังก์ชันของ ϵ ความร้อนจำเพาะก็หาที่อุณหภูมิวิกฤตเท่านั้น เป็นต้น

ฉะนั้น ในงานวิจัยต่อ ๆ ไป สมบัติอื่น ๆ เช่น ช่องว่างพลังงาน $\Delta(T)$ สนามแม่เหล็กวิกฤต $H_c(T)$ ความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิต่าง ๆ เป็นต้น ยังเป็นงานที่ต้องได้รับการศึกษา โดยอาจจะพิจารณาแบบจำลองของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่มีสารเจือชนิดอื่น ๆ และใช้แบบจำลองของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่มีค่าความหนาแน่นสถานะไม่คงที่ เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

Arberg, P. and J.P.Carbotte. Physical Review B. 50 : 3250 ; 1994.

Bardeen, J. and M.Stephen. Physical Review. 136 : A1489 ; 1964.

Bardeen, J., L.N.Cooper and J.R.Schrieffer. Physical Review. 180 : 1175 ; 1957.

Bednorz and K.A.Müller. Review of Modern Physics. 64 : 189 ; 1986.

Carbotte, J.P. and C.Jiang. Physical Review B. 49 : 6126 ;1994.

Chi, H. and J.P.Carbotte. Physical Review B. 49 : 6143 ; 1994.

Gemmel, P. and others. Physical Review Letters. 59 : 2592 ; 1987.

Harlingen, D.J. Review of Modern Physics. 67 : 515 ; 1995.

Kitaoka, Y., K.Toshida and K.Asuyama. Journal of the Physical Society of Japan. 63 : 2052 ; 1994.

Levi, B.G. Physics Today. 46 : 17 ; 1993.

Martindale, J.A. and others. Physical Review B. 47 : 9155 ; 1993.

Matthais, L.F. Physical Review Letters. 58 : 1028 ; 1987.

Onnes, K.H. Communication-Laboratory of Leiden. 119 : 1226 ; 1911.

Quinlan, S.M. and D.J.Scalapino. Physical Review B. 51 : 497 ; 1995.

Rusinov, A.I. Soviet Physics-JETP. 29 : 1101 ; 1969.

Shen, Z.X. and others. Physical Review Letters. 70 : 1553 ; 1993.

Shiba, H. Progress of Theoretical Physics. 40 : 435 ; 1968.

Sum, Y. and K.Maki. Physical Review B. 51 : 6059 ; 1995.

Testardi, L.R., J.H.Wernick and W.A.Roger. Solid state Communications. 15 : 1 ; 1974.

Umezawa, A. and others. Physical Review B. 38 : 2849 ; 1989.

Warren, W.W. and others. Physical Review Letters. 59 : 1860 ; 1987.

Won, H. and K.Maki. Physical Review B. 49 : 1397 ; 1994.

Yamamoto, H. and A.D.S.Nagi. Physical Review B. 30 : 1573 ; 1984.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

สมการช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใกล้อุณหภูมิวิกฤต

เราพิจารณาระบบ d-wave ที่ $\alpha_3 = \alpha_5 = 0$; ดังนั้นได้สมการ (3.7) เป็น

$$Z_k(\omega_n) = 1 + \sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\left\{\frac{1}{|\omega_n|} + \frac{1}{2}(1-2\eta_l^2)\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3} - \frac{1}{8}(1+4\eta_l^2 - 8\eta_l^4)\alpha_4\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5}\right\} \qquad (\text{ก-1})$$

จากสมการ (3.1)

$$\Delta_k(\omega_n)Z_k(\omega_n)$$

$$= -\pi T\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left\langle\left[\lambda_{kk'}(n-m) - \mu^*\right]\frac{\Delta_{k'}(\omega_m)}{\left[\omega_m^2 + \Delta_{k'}^2(\omega_m)\right]^{1/2}}\right\rangle$$

$$-\sum_l (2l+1)\Gamma_{2l}\left\langle\Delta_{k'}(\omega_n)\frac{(\omega_n^2 + \Delta_{k'}^2(\omega_n))^{1/2}}{\omega_n^2 + \eta_l^2\Delta_{k'}^2(\omega_n)}\right\rangle \qquad (3.2)$$

โดยการใช้สมการ (3.3),(3.5),(3.6),(3.8) และ (ก-1) เขียนสมการ (3.2) ใหม่ได้เป็น

$$\Delta_k(\omega_n)Z_k(\omega_n)$$

$$= -\pi T\sum_m\left\langle\left[-\eta_k\eta_{k'}\lambda(n-m) - \mu^*\right]\frac{\Delta_{k'}(\omega_m)}{|\omega_m|}\left\{1 - \frac{1}{2}\frac{\Delta_{k'}^2(\omega_m)}{\omega_m^2} + \frac{3}{8}\frac{\Delta_{k'}^4(\omega_m)}{\omega_m^4}\right\}\right\rangle$$

$$-\sum_l (2l+1)\Gamma_{1l}\left\langle\frac{\Delta_{k'}(\omega_n)}{\omega_n}\left\{1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta_{k'}^2(\omega_n)}{\omega_n^2} - \frac{1}{8}\frac{\Delta_{k'}^4(\omega_n)}{\omega_n^2}\right\}\right.$$

$$\left.\times\left[1 - \frac{1}{2}\eta_l^2\frac{\Delta_{k'}^2(\omega_n)}{\omega_n^2} + \frac{3}{8}\eta_l^4\frac{\Delta_{k'}^4(\omega_n)}{\omega_n^2}\right]\right\rangle$$

$$= -\pi T \sum_m \left\langle \left[-\eta_k \eta_{k'} \lambda(n-m) - \mu^* \right] \frac{\Delta_0 \eta_{k'}}{|\omega_m|} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2 \eta_{k'}^2}{|\omega_m|^2} + \frac{3}{8} \frac{\Delta_0^4 \eta_{k'}^4}{|\omega_m|^4} \right\} \right\rangle$$

$$- \sum_n \sum_l (2l+1) \Gamma_{2l} \Delta_0 \left\{ \frac{1}{\omega_n} \langle \eta_{k'} \rangle + \frac{1}{2} (1 - 2\eta_l^2) \frac{\Delta_0^2}{\omega_n^3} \langle \eta_{k'}^3 \rangle - \frac{1}{8} (1 + 4\eta_l^2 - 8\eta_l^4) \frac{\Delta_0^4}{\omega_n^5} \langle \eta_{k'}^5 \rangle \right\}$$

$$= \pi T \sum_m \left\{ \lambda(n-m) \Delta_0 \eta_k \left[\frac{1}{|\omega_m|} - \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} \langle \eta_{k'}^4 \rangle + \frac{3}{8} \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \langle \eta_{k'}^6 \rangle \right] \right.$$

$$\left. - \mu^* \Delta_0 \left[\frac{1}{|\omega_m|} \langle \eta_{k'} \rangle - \frac{1}{2} \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} \langle \eta_{k'}^3 \rangle + \frac{3}{8} \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \langle \eta_{k'}^5 \rangle \right] \right\}$$

$$- \sum_n \sum_l (2l+1) \Gamma_{2l} \Delta_0 \left\{ \frac{1}{\omega_n} \langle \eta_{k'} \rangle + \frac{1}{2} (1 - 2\eta_l^2) \frac{\Delta_0^2}{\omega_n^3} \langle \eta_{k'}^3 \rangle - \frac{1}{8} (1 + 4\eta_l^2 - 8\eta_l^4) \frac{\Delta_0^4}{\omega_n^5} \langle \eta_{k'}^5 \rangle \right\}$$

$\Delta_k(\omega_n) Z_k(\omega_n)$

$$= \pi T \sum_m \left\{ \eta_k \lambda(n-m) \Delta_0 \left[\frac{1}{|\omega_m|} - \frac{1}{2} \alpha_4 \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} + \frac{3}{8} \alpha_6 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \right] - \mu^* \Delta_0 \left[\frac{1}{2} \alpha_3 \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} - \frac{3}{8} \alpha_5 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \right] \right\}$$

$$- \sum_n \sum_l (2l+1) \Gamma_{2l} \Delta_0 \left\{ \frac{1}{2} (1 - 2\eta_l^2) \alpha_3 \frac{\Delta_0^2}{\omega_n^3} - \frac{1}{8} (1 + 4\eta_l^2 - 8\eta_l^4) \alpha_5 \frac{\Delta_0^4}{\omega_n^5} \right\} \qquad (ก\text{-}2)$$

เนื่องจากระบบที่เราพิจารณานั้นเป็นระบบคลื่น "ดี" ที่มีค่า $\alpha_3 = \alpha_5 = 0$ เขียนสมการ (ก-2) ได้เป็น

$\Delta_k(\omega_n)Z_k(\omega_n)$

$$= \pi T \sum_m \left\{ \eta_k \lambda(n-m)\Delta_0 \left[\frac{1}{|\omega_m|} - \frac{1}{2}\alpha_4 \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} + \frac{3}{8}\alpha_6 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \right] \right\}$$

$Z_k(\omega_n)$

$$= \frac{\pi T}{\Delta_0 \eta_k} \sum_m \left\{ \eta_k \lambda(n-m)\Delta_0 \left[\frac{1}{|\omega_m|} - \frac{1}{2}\alpha_4 \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} + \frac{3}{8}\alpha_6 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \right] \right\}$$

$$1 + \pi T \sum_l (2l+1)\Gamma_{1l} \left\{ \frac{1}{|\omega_n|} + \frac{1}{2}(1-2\eta_l^2)\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3} - \frac{1}{8}(1+4\eta_l^2 - 8\eta_l^4)\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5} \right\}$$

$$= \pi T \sum_m \lambda(n-m) \left\{ \frac{1}{|\omega_m|} - \frac{1}{2}\alpha_4 \frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3} + \frac{3}{8}\alpha_6 \frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5} \right\} \qquad (ก\text{-}3)$$

จากนั้นใช้แบบจำลอง $\lambda(n-m)$ ที่

$$\lambda(n-m) = \int_0^\infty \frac{2\nu A(\nu)d\nu}{\nu^2 + (\omega_n - \omega_m)^2}$$

เขียน $\lambda(n-m)$ ในรูปแบบ

$$\lambda(n-m) = \int_0^\infty d\nu \frac{2\nu A(\nu)}{\omega_m^2 + a_n^2} \left[1 - \frac{2\omega_m\omega_n}{\omega_m^2 + a_n^2} + \frac{4\omega_m^2\omega_n^2}{(\omega_m^2 + a_n^2)^2} + \dots \right] \qquad (ก\text{-}4)$$

ที่มี

$$a_n^2 = \omega_n^2 + \nu^2 \qquad (ก\text{-}5)$$

แทนค่าสมการ (ก-4) ลงในสมการ (ก-3)

$$1+\pi T\sum_{l}(2l+1)\Gamma_{1l}\left\{\frac{1}{|\omega_n|}+\frac{1}{2}(1-2\eta_l^2)\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3}-\frac{1}{8}(1+4\eta_l^2-8\eta_l^4)\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5}\right\}$$

$$=\pi T\sum_{m}\left\{\frac{1}{|\omega_m|}-\frac{1}{2}\alpha_4\frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3}+\frac{3}{8}\alpha_6\frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5}\right\}\int_0^\infty dv\frac{2vA(v)}{\omega_m^2+a_n^2}\left[1+\frac{2\omega_m\omega_n}{\omega_m^2+a_n^2}+\frac{4\omega_m^2\omega_n^2}{(\omega_m^2+a_n^2)^2}+\dots\right]$$

$$1+\pi T\sum_{l}(2l+1)\Gamma_{1l}\left\{\frac{1}{|\omega_n|}+\frac{1}{2}(1-2\eta_l^2)\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3}-\frac{1}{8}(1+4\eta_l^2-8\eta_l^4)\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5}\right\}$$

$$=\int_0^\infty dv2vA(v)\sum_{m}\frac{\pi T}{\omega_m^2+a_n^2}\left[1+\frac{2\omega_m\omega_n}{\omega_m^2+a_n^2}+\frac{4\omega_m^2\omega_n^2}{(\omega_m^2+a_n^2)^2}+\dots\right]\left\{\frac{1}{|\omega_m|}-\frac{1}{2}\alpha_4\frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3}+\frac{3}{8}\alpha_6\frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5}\right\}$$

$$=\int_0^\infty dv2vA(v)\sum_{m}\pi T\left[\frac{1}{\omega_m^2+a_n^2}+\frac{2\omega_m\omega_n}{(\omega_m^2+a_n^2)^2}+\frac{4\omega_m^2\omega_n^2}{(\omega_m^2+a_n^2)^3}+\dots\right]\left\{\frac{1}{|\omega_m|}-\frac{1}{2}\alpha_4\frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3}+\frac{3}{8}\alpha_6\frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5}\right\}$$

เทอมที่มี ω_m ยกกำลังเลขคี่ เมื่อ $\sum_{m=-\infty}^{\infty}$ แล้วจะหักล้างกันเป็นศูนย์

$$1+\pi T\sum_{l}(2l+1)\Gamma_{1l}\left\{\frac{1}{|\omega_n|}+\frac{1}{2}(1-2\eta_l^2)\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3}-\frac{1}{8}(1+4\eta_l^2-8\eta_l^4)\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5}\right\}$$

$$=\int_0^\infty dv2vA(v)\sum_{m=0}^{\infty}2\pi T\left[\frac{1}{\omega_m^2+a_n^2}+\frac{4\omega_m^2\omega_n^2}{(\omega_m^2+a_n^2)^3}\right]\left\{\frac{1}{|\omega_m|}-\frac{1}{2}\alpha_4\frac{\Delta_0^2}{|\omega_m|^3}+\frac{3}{8}\alpha_6\frac{\Delta_0^4}{|\omega_m|^5}\right\}$$

$$=\int_0^\infty dv2vA(v)\left[(P_1+Q_1)+\frac{1}{2}\alpha_4(P_2+Q_2)\Delta_0^2+\frac{3}{8}\alpha_6(P_3+Q_3)\Delta_0^4\right] \qquad (ก\text{-}6)$$

ที่

$$P_i = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2\pi T}{\omega_m^{2i-1}} \frac{1}{\omega_m^2 + a_n^2} \qquad (ก\text{-}7)$$

$$Q_i = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2\pi T}{\omega_m^{2i-3}} \frac{4\omega_n^2}{(\omega_m^2 + a_n^2)^3} \qquad (ก\text{-}8)$$

P_i และ $Q_i (i = 1,2,3)$ เมื่อคำนวณค่าจะได้เป็น

$$P_1 = \frac{1}{a_n^2} F_1 \qquad (ก\text{-}9)$$

$$P_2 = \frac{2}{a_n^4} C_2(\mathrm{T}) - \frac{1}{a_n^4} F_1 \qquad (ก\text{-}10)$$

$$P_3 = \frac{8}{3a_n^2} C_3(\mathrm{T}) - \frac{2}{a_n^4} C_2(\mathrm{T}) + \frac{1}{a_n^6} F_1 \qquad (ก\text{-}11)$$

$$Q_1 = \frac{\omega_n^2}{2a_n^2}\left[F_3 + \frac{i}{a_n} F_2 \right] \qquad (ก\text{-}12)$$

$$Q_2 = 4\omega_n^2\left[\frac{1}{a_n^6} F_1 + \frac{1}{16a_n^4} F_3 - \frac{5i}{8a_n^5} F_2 \right] \qquad (ก\text{-}13)$$

$$Q_3 = 4\omega_n^2\left[\frac{2C_2(\mathrm{T})}{a_n^6} + \frac{3}{a_n^8} F_1 - \frac{5}{8a_n^6} F_3 + 2\left(\frac{7}{4}\right)^2 \frac{i}{a_n^7} F_2 \right] \qquad (ก\text{-}14)$$

ที่มี

$$F_1 = \frac{1}{2}\left[\psi(y_+) - \psi(y_-) \right] - \psi(\tfrac{1}{2}) \qquad (ก\text{-}15)$$

$$F_2 = \frac{1}{2(2\pi T)}\left[\psi^{(1)}(y_+) - \psi^{(1)}(y_-)\right] \qquad (ก\text{-}16)$$

$$F_3 = \frac{1}{2(2\pi T)^2}\left[\psi^{(2)}(y_+) - \psi^{(2)}(y_-)\right] \qquad (ก\text{-}17)$$

และ

$$y_\pm = \frac{1}{2} \pm \frac{i\omega_n}{2\pi T} \qquad (ก\text{-}18)$$

ที่ $\psi(x)$ คือ ฟังก์ชันไดแกมมา และ $\psi^{(m)}(x)$ คือ ฟังก์ชันพอลิแกมมา เราต้องการค่า P_i และ Q_i จนถึงเทอมลำดับที่ 4 $O(T/v)^4$ และเมื่อเราพิจารณาความหนาแน่นสเปกตรัมแบบไอน์สไตน์ (Einstein spectral density)

$$A(v) = A\,\delta(v - \omega_E) \qquad (ก\text{-}19)$$

ดังนั้นเขียนสมการ (ก-6) ได้เป็น

$$1 = \lambda\omega_E^2\left[P_1 + Q_1 - \frac{\alpha_4}{2}(P_2 + Q_2)\Delta_0^2 + \frac{3}{8}\alpha_6(P_3 + Q_3)\Delta_0^4\right]$$

$$-\pi T\sum_l (2l+1)\Gamma_{ll}\left\{\frac{1}{|\omega_n|} + \frac{1}{2}(1 - 2\eta_l^2)\frac{\Delta_0^2}{|\omega_n|^3} - \frac{1}{8}(1 + 4\eta_l^2 - 8\eta_l^4)\frac{\Delta_0^4}{|\omega_n|^5}\right\} \qquad (ก\text{-}20)$$

v ที่ปรากฏใน P_i และ Q_i เขียนแทนด้วย ω_E โดยเลือกให้ $n = 1$ ดังนั้นเราเขียนสมการ (ก-18) ใหม่ได้เป็น

$$y_\pm = \tfrac{1}{2} \pm iy \qquad (ก\text{-}21)$$

$$y = \frac{(\omega_E^2 + \pi^2 \mathrm{T}^2)^{1/2}}{2\pi \mathrm{T}} \quad (\text{ก-22})$$

เพื่อที่จะกระจาย P_i และ Q_i จนถึงเทอมลำดับที่ 4 $O(\mathrm{T}/\omega_E)^4$ เราต้องเริ่มจากกระจาย P_i และ Q_i จนถึง y^{-4} แล้วจึงจะได้เทอม $O(\mathrm{T}/\omega_E)^4$ ซึ่งหาค่า F_1, F_2 และ F_3 ได้เป็น

$$F_1 = \ln\frac{1.13}{u} - \frac{2}{3}u^2 + \frac{4}{5}u^4 \quad (\text{ก-23})$$

$$\frac{F_2}{a_n} = -\frac{i}{(2\pi \mathrm{T})^2}\left[4u^2 - \frac{8}{3}u^4\right] \quad (\text{ก-24})$$

$$F_3 = \frac{u^2}{\pi^2 \mathrm{T}^2} \quad (\text{ก-25})$$

ที่มี

$$u = \frac{\pi \mathrm{T}}{\omega_E} \quad (\text{ก-26})$$

แทนค่าสมการ (ก-23) - (ก-25) ลงในสมการ (ก-7) - (ก-14) และ (ก-20) เราจะได้สมการ (3.9) - (3.12)

ภาคผนวก ข

จากค่า $A_1 = T_c \dfrac{F' + K'}{G + L}$

$$F' = \lambda\left[\varepsilon + \left(\tfrac{1}{3} - \varepsilon\right)u^2 + \left(\varepsilon + \tfrac{2}{15}\right)u^4\right]'$$

$$= -\frac{\lambda}{T}\left[1 - \left(\tfrac{5}{3} - 2\varepsilon\right)u^2 + \left(4\varepsilon + \tfrac{23}{15}\right)u^4\right] \qquad (\text{ข-1})$$

$$K' = \left[-\sum_l (2l+1)\Gamma_{ll}\frac{1}{|\omega_n|}\right]'$$

$$= \frac{1}{T}\sum_l (2l+1)\Gamma_{ll}\frac{1}{|\omega_n|} \qquad (\text{ข-2})$$

แทนค่าสมการ (ข-1) และ (ข-2) จะได้

$$A_1 = T_c \frac{-\frac{\lambda}{T}\left[1 - \left(\frac{5}{3} - 2\varepsilon\right)u^2 + \left(4\varepsilon + \frac{23}{15}\right)u^4\right] + \frac{1}{\lambda}\sum_l (2l+1)\Gamma_{ll}\frac{1}{|\omega_n|}}{-\frac{\lambda\alpha_4}{2\gamma_1(\pi T)^2}\left\{1 - (1+\gamma_1\varepsilon)u^2 - \left[\gamma_1\left(\frac{7}{3} - 6\varepsilon\right) - 1\right]u^4\right\} - \frac{1}{2}\sum_l (2l+1)\Gamma_{ll}(1 - 2\eta_l^2)\frac{1}{|\omega_n|^3}}$$

$$= \frac{2\gamma_1(\pi T)^2}{\alpha_4}\frac{1 - \left(\frac{5}{3} + 2\varepsilon\right)u^2 + \left(4\varepsilon + \frac{23}{15}\right)u^4 - \frac{1}{\lambda}\sum_l (2l+1)\Gamma_{ll}\frac{1}{|\omega_n|}}{1 - (1+\gamma_1\varepsilon)u^2 - \left[\gamma_1\left(\frac{7}{3} - 6\varepsilon\right) - 1\right]u^4 + \frac{\gamma_1(\pi T)^2}{\lambda\alpha_4}\sum_l (2l+1)\Gamma_{ll}(1 - 2\eta_l^2)\frac{1}{|\omega_n|^3}}$$

$$= \frac{1}{C_2^0\alpha_4}\frac{1 - \left(\frac{5}{3} + 2\varepsilon\right)u^2 + \left(4\varepsilon + \frac{23}{15}\right)u^4 - X}{1 - (1+\gamma_1\varepsilon)u^2 - \left[\gamma_1\left(\frac{7}{3} - 6\varepsilon\right) - 1\right]u^4 + Y}$$

$$= \frac{1}{C_2^0\alpha_4}\frac{(1 - X) - \left(\frac{5}{3} + 2\varepsilon\right)u^2 + \left(4\varepsilon + \frac{23}{15}\right)u^4}{1 + \left\{Y - (1+\gamma_1\varepsilon)u^2 - \left[\gamma_1\left(\frac{7}{3} - 6\varepsilon\right) - 1\right]u^4\right\}}$$

$$=\frac{1}{C_2^0\alpha_4}\frac{(1-X)-a_1u^2+a_2u^4}{1+\left\{Y-b_1u^2-b_2u^4\right\}}$$

$$=\frac{1}{C_2^0\alpha_4}\left[(1-X)-a_1u^2+a_2u^4\right]\left\{1-\left(Y-b_1u^2+b_2u^4\right)+\left(Y-b_1u^2+b_2u^4\right)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{C_2^0\alpha_4}\left[(1-X)-a_1u^2+a_2u^4\right]\left\{(1-Y+Y^2)+b_1(1-2Y)u^2\left[b_1^2+b_2(1-2Y)\right]u^4\right\}$$

$$=\frac{1}{C_2^0\alpha_4}\Big\{(1-X)(1-Y+Y^2)-\left[a_1(1-Y+Y^2)-b_1(1-X)(1-2Y)\right]u^2$$

$$-\left[a_1b_1(1-2Y)-a_2(1-Y+Y^2)-(1-X)\left\{b_1^2+b_2(1-2Y)\right\}\right]u^4\Big\}$$

$$=\frac{1}{C_2^0\alpha_4}\Big\{(1-X)(1-Y+Y^2)-\Big[\left(\tfrac{2}{5}+(2+\gamma_1)\varepsilon\right)+X(1+\gamma_1\varepsilon)+Y\left(\tfrac{1}{3}+2(1+\gamma_1)\varepsilon\right)$$

$$-2XY(1+\gamma_1\varepsilon)+Y^2(\tfrac{5}{3}-2\varepsilon)\Big]u^2-\Big[\tfrac{2}{15}-\tfrac{7}{3}\gamma_1-(6-\tfrac{13}{3}\gamma_1)\varepsilon-(2-\gamma_1)\gamma_1\varepsilon^2$$

$$+Y\left(\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{57}{15}+(8-\tfrac{46}{3}\gamma_1)\varepsilon+4\gamma_1\varepsilon^2\right)+X\left(\gamma_1(\tfrac{7}{3}-4\varepsilon)+\gamma_1^2\varepsilon^2\right)+Y^2(4\varepsilon+\tfrac{23}{15})$$

$$-2XY\left(\gamma_1(\tfrac{7}{3}-6\varepsilon)-1\right)\Big]u^4\Big\} \qquad (ข\text{-}3)$$

ถ้าให้

$$A_1=\frac{1}{C_2^0\alpha_4}\left\{(1-X)(1-Y+Y^2)-D_1u^2-D_2u^4\right\}$$

จะได้

$$A_1^2 = \frac{1}{(C_2^0\alpha_4)^2}\left\{(1-X)(1-Y+Y^2) - D_1u^2 - D_2u^4\right\}^2$$

$$= \frac{1}{(C_2^0\alpha_4)^2}\left\{(1-X)^2(1-Y+Y^2)^2 - 2(1-X)(1-Y+Y^2)D_1u^2\right.$$

$$\left.+\left[D_1^2 - 2(1-X)(1-Y+Y^2)D_2\right]u^4\right\}$$

$$= \frac{1}{(C_2^0\alpha_4)^2}\left\{(1-X)^2(1-Y+Y^2)^2\right.$$

$$-2(1-X)(1-Y+Y^2)\left[\left(\tfrac{2}{5}-(2+\gamma_1)\varepsilon\right)+X(1+\gamma_1\varepsilon)\right.$$

$$\left.+Y\left(\tfrac{1}{3}+2(1+\gamma_1)\varepsilon\right)-2XY(1+\gamma_1\varepsilon)+Y^2\left(\tfrac{5}{2}-2\varepsilon\right)\right]u^2$$

$$+\left[\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{8}{75}+\tfrac{1}{5}(22+\tfrac{53}{3}\gamma_1)\varepsilon+2(2+3\gamma_1)\varepsilon^2\right.$$

$$+2X\left(\tfrac{8}{15}-\tfrac{14}{3}\gamma_1-(8-\tfrac{101}{15}\gamma_1)\varepsilon-(4+\gamma_1)\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$+2Y\left(\tfrac{1}{3}+\tfrac{7}{3}\gamma_1-\tfrac{2}{5}(104+29\gamma_1)\varepsilon-(4+12\gamma_1+\gamma_1^2)\varepsilon^2\right)$$

$$+2XY\left(\tfrac{8}{5}-\tfrac{14}{3}\gamma_1+(24+\tfrac{268}{15}\gamma_1)\varepsilon+6(2+\gamma_1)\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$+X^2\left(1+\tfrac{14}{3}\gamma_1-3(2-\gamma_1)\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$+Y^2\left(\tfrac{77}{15}-\tfrac{14}{3}\gamma_1+\tfrac{4}{3}(\tfrac{254}{15}+5\gamma_1)\varepsilon\right)$$

$$+2X^2Y(1-Y)\left(4-\gamma_1(\tfrac{7}{3}-12\varepsilon)+3\gamma_1^2\varepsilon^2\right)$$

$$+2XY^2\left(\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{41}{15}-(18+\tfrac{46}{3}\gamma_1)\varepsilon-4\gamma_1(3+\gamma_1)\varepsilon^2\right)$$

$$+2Y^3\left(\tfrac{14}{3}\gamma_1-\tfrac{59}{45}-\tfrac{2}{5}(5+8\gamma_1)\varepsilon-4(1+2\gamma_1)\varepsilon^2\right)$$

$$+Y^4\left(\tfrac{55}{9}-\tfrac{32}{3}\varepsilon+4\varepsilon^2\right)$$

$$+2XY^3\left(\tfrac{1}{3}(\tfrac{22}{5}+23\gamma_1)+(10+\tfrac{52}{3}\gamma_1)\varepsilon+8\gamma_1\varepsilon^2\right)$$

$$-2XY^4\left(\tfrac{5}{3}-2\varepsilon\right)$$

$$+2X^2Y^3\left(\gamma_1(\tfrac{7}{3}-6\varepsilon)-1\right)\Big]u^4\Big\} \qquad (ข-4)$$

ที่

$$X=\frac{1}{\lambda}\sum_l(2l+1)\Gamma_{1l}\frac{1}{|\omega_n|}$$

$$Y=\frac{\gamma_1(\pi T)^2}{\lambda\alpha_4}\sum_l(2l+1)\Gamma_{1l}(1-2\eta_l^2)\frac{1}{|\omega_n|^3}$$

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นางสาว นิศานาถ ขันธวิสูตร

เกิดวันที่ 2 เมษายน พุทธศักราช 2514

สถานที่เกิด จังหวัด กรุงเทพมหานคร

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 30/26 หมู่ 4 ซอยรามอินทรา 35 ถนนรามอินทรา แขวงอนุสาวรีย์ บางเขน กรุงเทพมหานคร 10220

สถานที่ทำงานปัจจุบัน --

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.	2531	มัธยมศึกษาตอนปลาย	จากโรงเรียนสารวิทยา
พ.ศ.	2535	กศ.บ. (วิชาเอกฟิสิกส์)	จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน
พ.ศ.	2539	วท.ม. (วิชาเอกฟิสิกส์)	จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

สมบัติบางประการของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" ที่มีสารเจือแบบชิบะ-รูซินอฟ

บทคัดย่อ

ของ

นิศานาถ ขันธวิสูตร

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์

เมษายน 2539

งานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมาย ที่จะหาค่าอุณหภูมิวิกฤต T_c และความร้อนจำเพาะ ΔC ของตัวนำยิ่งยวดชนิดคลื่น "ดี" เมื่อมีสารเจือแบบชิบะ-รูชินอฟ ในการคำนวณนี้ให้ความหนาแน่นสถานะที่ระดับเฟอร์มิมีค่าคงที่ และในแก้สมการอีไลแอชเบอร์กเพื่อหาค่าอุณหภูมิวิกฤตได้เขียนกราฟอุณหภูมิวิกฤตกับความเข้มข้นของสารเจือ พบว่าเมื่อเติมสารเจือ ค่า $\frac{T_c}{T_{c0}}$ (T_{c0} คืออุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดเวลาไม่มีสารเจือ) จะลดลงอย่างรวดเร็ว และลดลงเข้าสู่ศูนย์เมื่อสารเจือมีความเข้มข้นเพิ่มมากขึ้น ได้คำนวณสูตรของความร้อนจำเพาะเมื่อมีสารเจือ และสูตรที่ได้แสดงให้เห็นว่าขณะให้ความเข้มข้นของสารเจือมีค่าเป็นศูนย์ จะได้ผลตรงกับสูตรความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่ชิและคาร์บอตต์ได้ทำไว้

SOME PROPERTIES OF d-WAVE SUPERCONDUCTOR WITH
SHIBA-RUSINOV IMPURITIES

AN ABSTRACT

OF

NISANATH KHANTHAWISOOTH

Presented in partial fulfillment of the requirments for the
Master of Science degree in Physics
at Srinakharinwirot University
April 1996

The purpose of this research is to study the critical temperature (T_c) and the specific-heat (ΔC) of a d-wave superconductor with Shiba-Rusinov impurities , by assuming that the density of stats at the Fermi level is constant. In solving the Eliashberg equations and plotting some graphs, we find that the $\frac{T_c}{T_{c0}}$ (T_{c0} , being the critical temperature of the pure d-wave superconductor) decreases rapidly and approaches zero when the impurity concentration increases. The formula of the specific-heat was derived and when the impurity concentration is zero, the specific-heat formula for the pure case of Chi and Carbotte is recovered.