# การศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ปริญญานิพนธ์

ของ

อำพล ธรรมเจริญ

เสนอต่อวิทยาลัยวิชาการศึกษา
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
29 สิงหาคม 2516

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต ของวิทยาลัยวิชาการศึกษา ได้.



สุทัศน์ ศรีธนกุล ประธาน

กรรมการ

29 สิงหาคม 2516

# ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ เพราะผู้เขียนได้รับคำแนะนำและความช่วยเหลือจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สุชาติ รัตนกุล และผู้ช่วยศาสตราจารย์สุพจน์ ชะนะมา ที่ได้ช่วยแนะนำปรับปรุง แก้ไขจนสำเร็จเรียบร้อย ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ อาจารย์ล้วน สายยศ ที่ให้ความช่วยเหลือแนะนำในด้านการใช้สถิติ อาจารย์นงนวล ลำซำ ที่ช่วยให้คำแนะนำในการค้นคว้า และขอขอบคุณ คุณแสงอรุณ ชูชาติ ที่ช่วยในการค้นคว้าและการเขียนปริญญานิพนธ์จนสำเร็จ

ขอขอบพระคุณอาจารย์ใหญ่ อาจารย์ และครูของโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้ให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ขอขอบคุณ กุณฑวีชัย สิทธิศร คุณพรนา พจนสุภาวรรณ์ คุณสุพล ผดิพัฒน์ ที่ช่วยเหลือในการทดสอบจนสำเร็จเรียบร้อย.

อำพล ธรรมเจริญ

สารบัญ


| บทที่ | | หน้า |
|---|---|---|
| 1 | บทนำ | 1 |
| | ภูมิหลัง | 1 |
| | จุดมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า | 6 |
| | ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า | 6 |
| | ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า | 7 |
| | การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง | 7 |
| | คำนิยามศัพท์เฉพาะ | 14 |
| | สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า | 15 |
| | ข้อตกลงเบื้องต้น | 15 |
| 2 | วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า | 16 |
| | กลุ่มตัวอย่าง | 16 |
| | เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล | 17 |
| | การรวบรวมข้อมูล | 21 |
| | การวิเคราะห์ข้อมูล | 23 |
| 3 | ผลของการศึกษาค้นคว้า | 25 |
| | ค่าคะแนนเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน | 25 |
| | การวิเคราะห์ข้อมูล หาความแตกต่างระหว่างชั้นเรียน | 28 |
| | การวิเคราะห์อัตราพัฒนาการของนักเรียน | 31 |
| | การวิเคราะห์ข้อมูล หาความแตกต่างระหว่างเพศ และความแตกต่างระหว่างนักเรียนในกรุงเทพมหานคร กับนักเรียนในต่างจังหวัด | 33 |
| | การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กับคะแนนของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร | 35 |
| | การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด | 37 |

บทที่ หน้า

4 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ ..... 39

การรวบรวมข้อมูล ..... 39

การวิเคราะห์ข้อมูล ..... 40

สรุปและอภิปรายผล ..... 40

ข้อเสนอแนะ ..... 44

บรรณานุกรม ..... 46

ภาคผนวก ..... 50

# บัญชีตาราง


| ตาราง | | หน้า |
|---|---|---|
| 1 | กลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามโรงเรียนและระดับชั้น | 16 |
| 2 | กลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามระดับชั้น และเพศ | 17 |
| 3 | แสดงค่าคะแนนเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน เมื่อแยกกลุ่มตัวอย่างตามระดับชั้นและเพศ | 26 |
| 4 | แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ | 28 |
| 5 | แสดงผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ระหว่างชั้นเรียน | 29 |
| 6 | แสดงผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 กับคะแนนกึ่งกลางของคะแนนเฉลี่ย ของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 กับชั้น ม.ศ.3 | 32 |
| 7 | แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล หาความแตกต่างระหว่างเพศ | 33 |
| 8 | แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล หาความแตกต่างระหว่างนักเรียนในกรุงเทพมหานครกับนักเรียนในต่างจังหวัด | 34 |
| 9 | แสดงคะแนนเฉลี่ย ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากคะแนนของนิสิตชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร | 35 |
| 10 | แสดงค่าคะแนนมาตรฐาน และเปอร์เซนต์ไทล์ของคะแนนเฉลี่ย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร | 36 |
| 11 | แสดงค่าสหสัมพันธ์ของแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด | 37 |
| 12 | แสดงค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ | |

# บัญชีภาพประกอบ


| ภาพประกอบ | | หน้า |
|---|---|---|
| 1 | แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1 | 31 |
| 2 | แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 2 | 31 |
| 3 | แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 3 | 31 |
| 4 | แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 4 | 31 |


มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

# บทที่ 1

# บทนำ

## ภูมิหลัง

เป็นที่ยอมรับกันแล้วว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการศึกษาวิชาการแขนงต่างๆ เกือบทุกแขนง ทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และสังคมวิทยา (William, 1967 : 5) นอกจากนั้น คณิตศาสตร์ยังมีความสำคัญต่อวงการศึกษาในด้านที่ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้เป็นคนที่คิดอย่างมีเหตุผล และที่เห็นได้ชัดเจนก็คือ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตของคนทุกคน ปัจจุบันเทคโนโลยีและวิทยาการด้านต่าง ๆ กำลังก้าวหน้าเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็ว นักวิชาการสาขาอื่น ๆ เช่น นักวิทยาศาสตร์สาขาต่าง ๆ นักเศรษฐศาสตร์ และนักสังคมวิทยา ต้องการใช้หลักการของคณิตศาสตร์ทั้งแขนงเดิมและแขนงใหม่ ๆ ในการศึกษาเรื่องต่าง ๆ มากขึ้น (ประณีต เจาฑะเก์ษตริน และ มงคล สีห์โสภณ, 2508 : 159) นักการศึกษาในหลายประเทศ จึงตระหนักถึงความจำเป็นที่จะต้องเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงเนื้อหาและวิธีการสอนคณิตศาสตร์ในระดับต่าง ๆ โดยเฉพาะในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ซึ่งเป็นรากฐานของการศึกษาในระดับสูง ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของโลกปัจจุบัน (กรมวิชาการ, 2509 : 1)

ในระยะ 20 ปีนี้ มีการตื่นตัวที่จะปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษากันมาก ทั้งในสหรัฐอเมริกา ยุโรป และเอเชีย ในสหรัฐอเมริกามีการจัดตั้งโครงการปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ระดับต่าง ๆ เป็นจำนวนมาก เช่น โครงการที่มีชื่อว่า "School Mathematics Study Group" (SMSG) โครงการทดลองสอนทฤษฎีเซ็ทของมหาวิทยาลัยแสตนฟอร์ด (Standford Project) โครงการทดลองของมหาวิทยาลัยซีราคิวส์ (Syracuse ; Madison Project) และโครงการของมหาวิทยาลัยอื่น ๆ (Kovach, 1966 : 5 - 11) ประเทศในยุโรปที่มีการปรับปรุงการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่ประเทศอังกฤษ ฝรั่งเศส เยอรมัน ฮังการี รัสเซีย และกลุ่มประเทศสแกนดิเนเวีย (William,1967 : 38)

แยกเป็นวิชา เลขคณิต พีชคณิต อย่างเดิม สำหรับประเทศไทยโดยทั่วไปการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ได้มีการปรับปรุงให้ทันกับความเจริญก้าวหน้าของยุควิทยาการ (ประเทิน มหาขันธ์, 2512 : 1) กล่าวได้ว่ายังล้าหลังอยู่มากทั้งในด้านเนื้อหาและวิธีสอน กล่าวคือ การสอนมักจะเน้นทักษะในการคำนวณ การแก้ปัญหาโจทย์ มากกว่าที่จะเน้นความเข้าใจในโครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์ จากการค้นคว้าของ ทัศนีย์ อ่องไพบูลย์ (ทัศนีย์ ; 2503) ปรากฏผลว่าวิชาที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในจังหวัดพระนครไม่ชอบและสอบตกมากที่สุดคือวิชาคณิตศาสตร์ การปรับปรุง และเปลี่ยนแปลงหลักสูตรให้เป็นคณิตศาสตร์แผนใหม่ จึงเป็นสิ่งจำเป็น และเป็นทางที่จะส่งเสริมให้การสอนคณิตศาสตร์ได้ผลยิ่งขึ้น

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาต่อเนื่องกันโดยตลอดเป็นระบบ เรียกว่าระบบคณิตศาสตร์อันเป็นระบบที่มนุษย์คิดขึ้น (กรมวิชาการ, 2509 : 3.6 - 1) จากการค้นคว้าของ สุวรรณา มุ่งเกษม เรื่องพัฒนาการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ (สุวรรณา, 2513 : 47) กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นระบบนามธรรม ประกอบด้วย อนิยาม (Undefined Terms) นิยาม (Defined Terms) และ ประพจน์สองชนิด คือ กติกาหรือข้อตกลง (Postulates หรือ Axioms) ซึ่งเป็นประพจน์ที่เรายอมรับ หรือสมมุติว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ และทฤษฎี (Theorems) ซึ่งเป็นประพจน์ที่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง โดยอาศัยอนิยาม นิยาม กติกาหรือข้อตกลง และหลักของการให้เหตุผล การขยายตัวของคณิตศาสตร์ ซึ่งก่อให้เกิดแขนงวิชาใหม่ทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นเป็นจำนวนมากนั้น เนื่องมาจากการขยายหรือเปลี่ยนแปลงเซ็ทของข้อตกลงหรือเซ็ทของกติกาที่มีอยู่เดิม และสร้างทฤษฎีใหม่ ๆ โดยการหาผลสรุปทางตรรกศาสตร์ (logical consequences) ซึ่งสรุปได้จากเซ็ทของกติกาที่สร้างใหม่ และทฤษฎีอื่น ๆ ที่มีอยู่เดิม (สุวรรณา, 2513 : 48) เป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ คือต้องการให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล ฉะนั้นการสอนจึงต้องเน้นหนักในเรื่องทฤษฎีการให้เหตุผล ซึ่งปัจจุบันเน้นทฤษฎีการให้เหตุผลแบบ deduction หรือ deductive reasoning อันเป็นทฤษฎีของการให้เหตุผลที่สำคัญที่สุดในวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาการแขนงอื่น ๆ (สุชาติ รัตนกุล, 2507 : 5) ส่วนประกอบที่สำคัญของระบบการให้เหตุผลแบบนี้ได้แก่ อนิยาม นิยาม และประพจน์ที่เป็นกติกาหรือข้อตกลง หรือเป็นทฤษฎีดังกล่าวข้างต้น การศึกษาคณิตศาสตร์ในระบบ deductive system

สำหรับภาคเอเชียก็อยู่ในระหว่างการเคลื่อนไหวที่จะปรับปรุงหลักสูตรให้เหมาะสมยิ่งขึ้น เช่น ในอินเดีย ในปี พ.ศ. 2506 - 2507 ได้มีคณะผู้เชี่ยวชาญจากสหภาพโซเวียตทำการศึกษาสภาพการเรียนการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ และได้ทำรายงานเสนอยูเนสโก พร้อมทั้งเสนอแนะเกี่ยวกับหลักสูตร อุปกรณ์การสอน (กรมวิชาการ, 2509 : 3.5 - 2) ในปี พ.ศ. 2507 มีการประชุมสัมมนาเรื่องการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในเอเชีย ที่เวียตนามใต้ (พรรคพงศ์สนิท, 2508 : 42) สำหรับประเทศไทยได้มีการเคลื่อนไหวในเรื่องนี้มาตั้งแต่ พ.ศ. 2508 โดยกระทรวงศึกษาธิการ ได้แต่งตั้งคณะกรรมการขึ้นคณะหนึ่งเรียกว่า "คณะกรรมการพิจารณาหลักสูตรคณิตศาสตร์" (กรมวิชาการ, 2509 : 1.1 - 3) ต่อมาคณะกรรมการชุดนี้ได้จัดสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาขึ้น ในระหว่างวันที่ 18 เมษายน ถึงวันที่ 6 พฤษภาคม พ.ศ. 2509 และได้มีการเสนอร่างหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมศึกษา พร้อมทั้งโครงการทดลองสอนและโครงการอบรมครูคณิตศาสตร์ ในปัจจุบันนี้มีคณะกรรมการชุดหนึ่งชื่อคณะกรรมการสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (เอกสาร ส.ส.ว.ท., 2515 : 1 - 8) ได้กำลังดำเนินงานปรับปรุงหลักสูตร แบบเรียน และการสอนอย่างเร่งรีบ เพื่อให้ทันกับความเจริญก้าวหน้าและการเปลี่ยนแปลงของประเทศต่าง ๆ และเหมาะสมกับสภาพของสังคมไทยยิ่งขึ้น

แนวโน้มของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันนี้ มุ่งในเรื่องความเข้าใจเป็นสำคัญ ส่วนทักษะในการคิดมีความสำคัญเป็นอันดับรอง คณิตศาสตร์ที่สอนกันในปัจจุบันนี้ซึ่งเรียกว่าคณิตศาสตร์แผนใหม่ (Modern Mathematics) จึงประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญสองประการ คือ ความใหม่ในเนื้อหาวิชา (new content) และใหม่ในวิธีการ (new approach) ความใหม่ในเนื้อหาวิชา หมายถึงการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์แขนงใหม่ที่มิได้อยู่ในหลักสูตรมาก่อน เช่น เรื่องเซ็ทเรขาคณิตบางเรื่อง ระบบจำนวนฐานต่าง ๆ สถิติเบื้องต้น ความน่าจะเป็น (Probability) และท็อปโปโลยี (Topology) เป็นต้น ความใหม่ในวิธีการหมายถึงการแก้ปัญหาและการอธิบายความหมายของเรื่องต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์แขนงต่าง ๆ ในแนวใหม่ (สุชาติ รัตนกุล, 2507 : 2) ในต่างประเทศ เช่น ในยุโรปและสหรัฐอเมริกา เรื่องต่าง ๆ ที่เป็นเรื่องใหม่เหล่านี้อยู่ในหลักสูตรทั้งในชั้นประถมศึกษา และมัธยมศึกษา รวมเรียกเป็นวิชาคณิตศาสตร์อย่างเดียว แทนที่จะจัดสอน

นั้น ลิค (Lick, 1971 : 86) กล่าวว่า เป็นการศึกษาที่ไม่มีขอบเขต และมีความยืดหยุ่นในการคิดสิ่งใหม่ ๆ ซึ่งไม่มีในสาขาวิชาอื่น ๆ

การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมุ่งเน้นความสำคัญของโครงสร้างของคณิตศาสตร์มากกว่าการใช้สูตรและคิดคำนวณแบบกลไก (กรมวิชาการ, 2507 : 3.6 – 1) คือต้องการเน้นเรื่องการใช้เหตุผล และแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของเรื่องต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ ความมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงควรเป็นดังนี้ คือ

1. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจหลักการของคณิตศาสตร์
2. เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ
3. เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถที่จะนำทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้
4. เพื่อปลูกฝังให้นักเรียนรู้จักคิดหาเหตุผล

วิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเด่นสองประการคือ ลักษณะความเป็นนามธรรม (abstraction) และลักษณะการสรุปเป็นกรณีทั่วไป (generalization) คณิตศาสตร์ในปัจจุบันเน้นลักษณะสองประการนี้เด่นชัดยิ่งขึ้น (Eves, 1969 : 351) การเรียนคณิตศาสตร์แผนใหม่จึงควรเข้าใจลักษณะสองประการนี้ การจะเข้าใจลักษณะความเป็นนามธรรมได้นั้น ผู้เรียนต้องมีประสบการณ์เป็นพื้นฐานในเรื่องนั้นมาก่อน การสอนในระดับประถมศึกษา หรือมัธยมศึกษาในระยะแรก ๆ ควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์โดยอาศัยรูปธรรมก่อน ต่อไปจึงขยายความคิดเข้าสู่นามธรรม และสรุปเป็นกฎเกณฑ์เพื่อนำไปใช้ในกรณีทั่ว ๆ ไป (Rappaport, 1967 : 682) การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เซ็ทเป็นพื้นฐาน เป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่สอดคล้องกับลักษณะดังกล่าว เช่น ในชั้นประถมศึกษาเริ่มต้นสอนเซ็ทเป็นมโนภาพ (concept) เบื้องต้น โยงไปสู่ความคิดต่าง ๆ เช่น การนับ การบวก การลบ การคูณ และการหาร เป็นการเริ่มต้นจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม และเป็นการขยายความคิดและมโนภาพให้กว้างขวางยิ่งขึ้น

การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาเองโดยอาศัยพื้นความรู้ที่ได้เรียนมาแล้ว ไม่ควรชักจูงให้นักเรียนเลียนแบบวิธีคิดจากพ่อแม่หรือครู และไม่ควรเร่งรัดให้นักเรียนคิดหรือทำแบบวิธีลัด เพราะการเร่งให้นักเรียนทำโจทย์ต่าง ๆ โดยวิธีลัดเป็นอุปสรรค

ต่อการคิด นักเรียนจะไม่สนใจที่จะคิดหาวิธีการแก้ปัญหา แต่สนใจเพียงหาคำตอบให้ได้เท่านั้น การสอนคณิตศาสตร์ตามแนวใหม่ ช่วยให้นักเรียนเกิดพัฒนาการในเรื่องวิธีลัด ภายหลังที่เข้าใจและมีประสบการณ์ในวิธีคิดอย่างสมเหตุสมผล ประกอบกับมีความพร้อมในการคิดตามลำดับขั้นอย่างเพียงพอแล้ว

เฟร์ (Fehr, 1965 : 37 - 44) กล่าวว่า คณิตศาสตร์แผนใหม่ส่วนหนึ่งที่จัดสอนในโรงเรียนในประเทศที่มีการปฏิรูปทางการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้แก

1. ทฤษฎีเซ็ทเบื้องต้น (Elementary Set Theory)
2. ตรรกศาสตร์สัญญลักษณ์เบื้องต้น (Elementary Symbolic Logic)
3. พีชคณิตแนวใหม่ (Modern Algebra) เช่นเรื่องกรุ๊ป (group) ริง (ring) ฟิลด์ (field)
4. ความน่าจะเป็น (Probability) และสถิติ

กาสท์ (Gast, 1971 : 37 - 41) กล่าวว่า ได้มีการนำวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ (Transformation Geometry) มาสอนในระดับมัธยมศึกษาของบางประเทศ เช่น สหรัฐอเมริกา สหภาพโซเวียต และเดนมาร์ค

การที่จะนำคณิตศาสตร์แผนใหม่เรื่องต่าง ๆ มาสอนในระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษานั้น จำเป็นจะต้องปรับปรุงเนื้อหาและวิธีสอนให้เหมาะสมกับสติปัญญาและความสามารถของนักเรียนในระดับนั้น ๆ ดังคำกล่าวของ บรูเนอร์ (Bruner, 1960) ที่ว่า ครูสามารถสอนวิชาใด ๆ แก่นักเรียนระดับใดก็ได้ แต่ต้องปรับปรุงให้สอดคล้องกับสติปัญญาและความสามารถของผู้เรียนเสียก่อน เรื่องการสอนนี้ สุชาติ รัตนกุล (กรมวิชาการ, 2510 : 2 - 3) ให้ความคิดเห็นว่า ถ้าสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจหลักหรือทฤษฎีแห่งการให้เหตุผลเสียแต่ขั้นต้นแล้ว การเรียนคณิตศาสตร์ทุกแขนงย่อมเป็นเรื่องที่น่าสนใจ และเข้าใจได้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่มีสติปัญญาขนาดปานกลาง เนื่องจากคณิตศาสตร์แผนใหม่มีลักษณะการสอนมุ่งให้นักเรียนรู้จักคิด และใช้เหตุผลด้วยตนเองมาก ฉะนั้นจึงควรมีการศึกษาความสามารถทางสติปัญญาหรือความสามารถทางด้านการคิดของนักเรียนเสียก่อน เพื่อทราบว่านักเรียนมีความพร้อมที่จะเรียนวิชาใดได้เพียงใด จะได้จัดหลักสูตรเรื่องต่าง ๆ ให้เหมาะสมกับระดับชั้น

สำหรับความสามารถทางด้านการคิดนั้น เพียเจท์ (Adler, 1966 : 706 - 715) ได้ศึกษาพบว่า ความสามารถด้านการคิดของเด็กพัฒนาการไปเป็นขั้น ๆ จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม และพบว่าเด็กในวัย 11 - 12 ปี เริ่มมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบผู้ใหญ่ สามารถเข้าใจนามธรรมได้โดยไม่ต้องอาศัยรูปธรรม สามารถตั้งสมมุติฐานและตรวจสอบสมมุติฐานได้ มีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ และคิดหาเหตุผลในเชิงคณิตศาสตร์ได้ แต่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสิ่งแวดล้อมด้วย คือวัฒนธรรมและการศึกษา สำหรับประเทศไทย ออปเปอร์ (Opper, 1971) ได้ศึกษาพบว่า พัฒนาการด้านความคิดอย่างมีแบบแผน (development of formal operation) ของเด็กไทย ช้ากว่าที่เพียเจท์กล่าวไว้หลายปี

จากความรู้ดังกล่าว ผู้วิจัยจึงวางแนวการศึกษาค้นคว้าไว้ดังนี้

<u>จุดมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า</u>

1. เพื่อศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

2. เพื่อศึกษาพัฒนาการทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

3. เพื่อศึกษาว่า ความแตกต่างทางเพศ ชั้นเรียน และสภาพแวดล้อมทางสังคมมีอิทธิพลต่อความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์อย่างไร

<u>ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า</u>

1. เป็นการศึกษาถึงความพร้อมของนักเรียนด้านความสามารถทางการคิด ซึ่งเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้ได้ผล

2. เป็นความรู้ใหม่เนื่องจากยังไม่มีผู้ใดเคยศึกษาเรื่องนี้มาก่อน

3. เป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงวิธีสอนและเนื้อหาวิชาให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. เนื้อหาวิชาที่ใช้ทำการทดสอบ มุ่งเฉพาะเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์แผนใหม่ ซึ่งไม่มีอยู่ในหลักสูตรปัจจุบัน แต่มีแนวโน้มว่าจะบรรจุไว้ในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาในเวลาต่อไป หรือเป็นเนื้อหาวิชาที่มีในหลักสูตรปัจจุบันอยู่แล้ว แต่อยู่ในชั้นสูงกว่า หรือเป็นวิชาเลือก ซึ่งนักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน เรื่องที่จะทดสอบมีดังนี้

1.1 ความคิดพื้นฐานทางทอปโปโลยี (Topology) และ เรขาคณิตการแปลงสภาพ (Transformation Geometry)

1.2 ความคิดพื้นฐานในพีชคณิตแนวใหม่

1.3 ตรีโกณมิติ และกราฟ

1.4 ความคิดพื้นฐานในสถิติและความน่าจะเป็น

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (ม.ศ. 1 – 3) ในโรงเรียนที่อยู่ในกรุงเทพมหานคร และต่างจังหวัด ชั้นละประมาณ 700 คน โดยแยกเป็นในกรุงเทพมหานคร ประมาณ 250 คน และต่างจังหวัดประมาณ 450 คน รวมเป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 2010 คน

3. ข้อทดสอบมุ่งวัดเฉพาะความสามารถทางการคิดเท่านั้น

การศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง

สุวรรณา มุ่งเกษม (สุวรรณา, 2513 : 22) ได้ศึกษาพัฒนาการของคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา และได้สรุปลักษณะเด่นของคณิตศาสตร์แผนใหม่ไว้ดังนี้

ก. Generalization หมายถึงการสรุปความรู้เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ให้สามารถครอบคลุมขอบเขตของเรื่องนั้น ๆ ได้กว้างขวางขึ้น กล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ ความพยายามที่จะตั้งทฤษฎี กฎ หรือสูตร เพื่อให้นำไปใช้กับกรณีทั่ว ๆ ไปได้ มิใช่ใช้ได้กับกรณีเฉพาะเท่านั้น

ข. Abstraction หมายถึงการพิจารณาหรือศึกษาคณิตศาสตร์ในลักษณะที่เป็นนามธรรม กล่าวคือ มีการใช้สัญญลักษณ์และเน้นในโครงสร้างของวิชามากขึ้น ทั้งนี้เพื่อให้สอดคล้องกับลักษณะ

ของวิชาคณิตศาสตร์ ตามนัยของนักปรัชญาคณิตศาสตร์กลุ่มหนึ่ง คือ ปรัชญา Logicism ซึ่งถือว่า คณิตศาสตร์เป็นเพียงแขนงหนึ่งของตรรกศาสตร์เท่านั้น

ค. Arithmetization หมายถึงการใช้ระบบจำนวนจริง (Real Numbers) เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์

เฮดริค (Hedrick, 1967 : 45) กล่าวว่า วิธีที่จะฝึกให้มีความรู้ความชำนาญในคณิตศาสตร์ ทำได้โดยการฝึกความคิด จินตนาการ มโนภาพ วิธีการ และขบวนการแก้ปัญหา ซึ่งแยกไม่ได้ว่าขบวนการใดเกี่ยวกับความรู้ และขบวนการใดเกี่ยวกับความชำนาญ การศึกษาคณิตศาสตร์อาจมีหลายขบวนการ เช่น ขบวนการซึ่งประกอบด้วย

1) การศึกษาปัญหาอย่างระมัดระวัง

2) การดำเนินการแก้ปัญหา ขยายจากกรณีเฉพาะเป็นกรณีทั่วไป คือเน้นลักษณะเป็นนามธรรมยิ่งขึ้น เพื่อใช้ได้กว้างขวางขึ้น คณิตศาสตร์มีลักษณะดังกล่าวมากกว่าวิชาอื่นๆ

มอร์ (More, 1967 : 360) กล่าวว่าลักษณะเด่นในวิชาคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า คณิตศาสตร์นามธรรม (Abstract Mathematics) คือคณิตศาสตร์ที่ศึกษาและสร้างขึ้นโดยการพิจารณาถึงคุณสมบัติทั่ว ๆ ไปมากกว่าที่จะพิจารณาแต่เพียงกรณีเฉพาะ

มุน (Munn, 1962 : 59) กล่าวว่า ความคิดทางนามธรรม หมายถึงความคิดในการรวบรวมประสบการณ์ในลักษณะที่มีความเหมือน หรือความคล้ายเข้าด้วยกัน และการนำลักษณะนี้ไปสัมพันธ์กับประสบการณ์ใหม่ เรียกว่า การสรุปเป็นกรณีทั่วไป (generalization) มุนยังกล่าวอีกว่า ความคิดทางนามธรรมและการสรุปเป็นกรณีทั่วไปนำไปสู่การเกิดมโนภาพที่สมบูรณ์ การสรุปเป็นกรณีทั่วไป และการเกิดมโนภาพต้องเริ่มต้นมาจากความคิดทางนามธรรมก่อน (Munn, 1956 : 297)

โซเบล (Sobel, 1956 : 425) กล่าวว่า ความเข้าใจและการเกิดมโนภาพในหลักการของคณิตศาสตร์ เป็นกุญแจนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ กระบวนการเรียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจและมโนภาพในหลักการคณิตศาสตร์ ต้องเริ่มจากประสบการณ์ต่อไปนี้ คือ "คิด" เกี่ยวกับปัญหา จินตนาการให้กว้างไกลออกไปถึงลักษณะที่เป็นนามธรรม สุดท้ายจะเกิดมโนภาพในเรื่องนั้น ๆ ซึ่งนำไปใช้ในเรื่องที่เรียนใหม่ได้

พอยแกร์ (Poincare, 1969 : 299) กล่าวว่า ความมุ่งหมายสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ การพัฒนาขบวนการคิด ส่วนความสามารถรู้เอง (intuition) ไม่ใช่ความมุ่งหมายหลัก แต่จะเป็นผลมาจากพัฒนาการของขบวนการทางการคิดดังกล่าว ส่วนลิค (Lick, 1971 : 85 - 90) กล่าวว่า เป้าหมายของการสอนคณิตศาสตร์ คือเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลและให้มีความคิดรอบคอบ คนที่เรียนอ่อนและเรียนเก่ง ต้องได้รับการศึกษาเท่าเทียมกัน จะต้องสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ ไม่เพียงแต่จำได้เท่านั้น

ในการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของกรมวิชาการ ในปี พ.ศ. 2509 ฮูเฟอร์ (Fred Hoofer) แห่ง International School of Bangkok (กรมวิชาการ, 2509 : 3.4 - 3) ให้ข้อคิดเห็นว่า การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ควรมีลักษณะดังนี้

1. ควรสอนให้เข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เพื่อให้เป็นการง่ายและไม่สับสนเมื่อผู้เรียนต้องรับเนื้อหาใหม่ และในขณะเดียวกัน ก็ไม่ลืมเรื่องเก่าที่เรียนมาแล้ว นั่นคือไม่ควรสอนคณิตศาสตร์เป็นตอน ๆ โดยไม่เกี่ยวข้องกัน

2. ควรสอนคณิตศาสตร์แก่นักเรียนแบบที่ให้เกิดศิลปในการค้นพบ แทนที่จะป้อนวิธีที่สำเร็จรูปแล้ว

3. ควรรวมเลขคณิต พีชคณิต และเรขาคณิตเข้าด้วยกัน แทนที่จะแยกสอนอย่างที่ทำกันอยู่

4. ควรใช้ภาษาที่ชัดเจน เพื่อให้เกิดความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง

สปิตเซอร์ (Spitzer, 1935 : 19) กล่าวว่า วิธีสอนคณิตศาสตร์ที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจเหตุผล และสามารถนำไปใช้ได้นั้น ควรเน้นความหมายและความเข้าใจในโครงสร้างของคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะควรฝึกหลังจากผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว

เคเพอร์ (Kaper, 1968 : 321 - 327) กล่าวว่า ควรสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายดังต่อไปนี้

1. เพื่อพัฒนาความสามารถทางการคิดของผู้เรียน คือให้สามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล

2. เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

แลงเกอร์ (Langer, 1966 : 158 - 166) กล่าวว่า การสอนพีชคณิตควรเน้นความสำคัญที่ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มากกว่าเทคนิคการคิดคำนวณ การเรียนพีชคณิตจึงจะช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

* แฟร์ (Howard F.Fehr) ผู้อำนวยการโครงการศึกษาและปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยโคลัมเบีย (Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study) ได้กล่าวในที่ประชุมสัมมนาปรับปรุงหลักสูตร และการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เมื่อเดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2515 ว่า คณิตศาสตร์บางเรื่องที่อาจจัดสอนในชั้นประถมและมัธยมศึกษาได้ มีดังนี้

1. เซ็ท (Sets) ในชั้นประถมศึกษา สอนให้รู้เรื่อง "union" "intersection" "inclusion" และ "belonging to" รวมทั้งสัญญลักษณ์ของคำเหล่านี้ ในชั้นมัธยมศึกษาสอนเน้นหนักในเรื่องทฤษฎีให้มากพอที่จะเป็นพื้นฐานในการเรียนความน่าจะเป็น และสอนให้เข้าใจเรื่องการใช้เซ็ท และแผนภาพ อธิบายความหมายของความสัมพันธ์แบบต่าง ๆ เช่น ฟังชั่น

2. ตรรกศาสตร์ ในชั้นประถมศึกษาตอนต้น สอนให้เข้าใจความหมายในเชิงตรรกศาสตร์ของคำต่าง ๆ อย่างแท้จริง เช่น "ทุก ๆ คน" (อย่าง) "บางคน" (อย่าง) รวมทั้งความหมายของคำเชื่อม เช่น "และ" "หรือ" และ "ไม่" ในชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ให้เข้าใจความหมายของคำว่า "ถ้า...แล้ว" และ "ต่อเมื่อ" ในชั้นมัธยมศึกษาจึงจะสอนวิธีสรุปโดยใช้เหตุผล การตรวจค่าความจริง (truth value) ของประพจน์ ประพจน์ที่เป็น tautology กฎที่ใช้ในการอนุมาน รวมทั้งการใช้สัญญลักษณ์ต่าง ๆ ในเรื่องเหล่านี้

3. พีชคณิต ในชั้นประถมศึกษาอาจสอนเรื่องตัวแปร โดยใช้สัญญลักษณ์ □ หรือ o แทนตัวแปร ใช้เซ็ทอธิบายความหมายของความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น $<$, $\leq$, $>$, $\geq$, $=$ ส่วนในชั้นมัธยมศึกษา การสอนพีชคณิตเน้นในเรื่องโครงสร้าง เรื่องที่ควรจัดสอนได้แก่เรื่อง operation ต่าง ๆ โดยเฉพาะ binary operation การพิจารณาคุณสมบัติต่าง ๆ เช่น คุณสมบัติการจัดหมู่ การสลับที่ การกระจาย เรื่องเหล่านี้-

เป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาเรื่องโครงสร้าง เป็นการสอนให้นักเรียนมีแนวความคิดในเรื่องกรุ๊ป (groups) ริง (rings) และ ฟิลด์ (fields) รวมทั้งระบบที่ isomorphic กัน เรื่องที่ควรสอนในชั้นมัธยมศึกษาอีกเรื่องหนึ่งคือ ระบบจำนวน ทั้งนี้เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น

4. เรขาคณิต ในชั้นประถมศึกษาให้รู้จักการวัด และรู้จักรูปร่างทางทอปโปโลยี ให้มีความคิดพื้นฐานในวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ เช่น ให้เข้าใจเรื่องความสมมาตร ส่วนในชั้นมัธยมศึกษา ควรตัดทฤษฎีของยูคลิดบางทฤษฎีออก เพิ่มบางเรื่องในวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ และเรื่องเวคเตอร์ (Vectors) ความสำคัญของการสอนเรขาคณิตมิได้อยู่ที่การพิสูจน์แต่เพียงอย่างเดียว แต่อยู่ที่การสอนให้นักเรียนเข้าใจแนวความคิดเรื่อง สเปซ (Space)

5. สถิติและความน่าจะเป็น ในชั้นประถมศึกษา ควรให้เรียนเรื่องที่เกี่ยวโยงกับกิจกรรมประจำวันของเด็ก การเล่นเกมส์ต่าง ๆ การคาดคะเน โอกาสที่ควรจะเป็น รวมทั้งความหมายของคำต่าง ๆ เช่น "อาจจะ" "บางที" "ไม่น่าจะ" "แน่ ๆ" เป็นต้น ในชั้นมัธยมศึกษา ให้ศึกษาถึงทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็นบางทฤษฎี โดยใช้อุปกรณ์ต่าง ๆ เช่น ไพ่ ลูกเต๋า เหรียญ อาจขยายไปถึงความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขด้วย

6. เวคเตอร์สเปซ (Vector Space) และพีชคณิตเชิงเส้น (Linear Algebra) เป็นเรื่องใหม่ในการศึกษาระดับมัธยมศึกษา การสอนเริ่มจากตัวอย่างที่นักเรียนได้เคยศึกษามาแล้ว เช่น โพลีโนเมียล คู่อันดับของจำนวนจริง แล้วจึงให้เข้าใจข้อตกลง (axioms) ในเวคเตอร์สเปซ และการพิสูจน์ทฤษฎีตามวิธีพีชคณิตแท้ ๆ

7. วิชาวิเคราะห์ (Analysis) ในชั้นมัธยมศึกษา สอนให้วิเคราะห์ฟังชั่น ให้เข้าใจความหมายของระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ สมการ และอสมการ ให้เข้าใจวิธีของ differentiation และ integration ในวิชาแคลคูลัส วิชาแคลคูลัสเป็นวิชาที่ควรจัดสอนในชั้นมัธยมศึกษา เพราะเป็นวิชาที่เป็นประโยชน์มากในการศึกษาวิทยาศาสตร์ทุกแขนง และเป็นชุมทางของคณิตศาสตร์แขนงต่าง ๆ ความเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันของคณิตศาสตร์ทุกแขนง จะมาถึงจุดสูงสุดเมื่อเรียนวิชาแคลคูลัส ในการสอนวิชานี้จะต้องให้เข้าใจทั้งทฤษฎีและการนำไปใช้

นอกจากวิชาดังกล่าว วิชาที่อาจนำมาสอนในชั้นมัธยมศึกษาก็คือ วิชาคอมพิวเตอร์ และวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ เช่น บางเรื่องในวิชาพีชคณิตที่นำไปใช้ในวิชาแคลคูลัส และวิชาฟิสิกส์ เรื่อง Linear Brogramming ที่ใช้ในการตอบปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินงาน เรื่อง Boolean Algebra ซึ่งนำไปประยุกต์ในปัญหาการสับวงจร

โอแลนเดอร์ (Olander, 1958 : 253) กล่าวว่า การสอนวิชาสถิติในชั้นมัธยมศึกษา ควรมีจุดมุ่งหมายดังนี้

1. ให้เข้าใจแบบของปัญหาทางสังคม ซึ่งแก้ได้โดยใช้สถิติ
2. ให้เข้าใจบทบาทของคณิตศาสตร์และทฤษฎีความน่าจะเป็น
3. ให้เข้าใจพื้นฐานทางสถิติ เข้าใจวิธีการ และเข้าใจปัญหาตลอดจนสามารถคิดแบบการทดลองทางสถิติอย่างง่าย ๆ ได้
4. ให้เข้าใจขอบเขตของการอนุมานทางสถิติ สามารถที่จะดำเนินการทดลองโดยใช้กลุ่มตัวอย่างได้

การศึกษาความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เป็นส่วนหนึ่งที่จะทำให้ทราบความพร้อมในด้านความสามารถทางการคิดของนักเรียน เพื่อจะได้เป็นแนวทางพิจารณาจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนในแต่ละระดับชั้น เนื่องจากยังไม่มีผู้ใดได้ทำการวิจัยในเรื่องนี้โดยตรง ผู้วิจัยจึงขอเสนอผลการวิจัยบางเรื่องที่มีส่วนเกี่ยวข้องกับเรื่องนี้

สุวัฒน์ เงินฉ่ำ (สุวัฒน์, 2513) ได้ศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยศึกษาแบบการคิด 3 ประเภท ตามแนวของ เคแกน มอสส์ และ ซีเกล คือ การคิดแบบวิเคราะห์ การคิดแบบจำแนกประเภท และการคิดแบบโยงความสัมพันธ์ ผลการศึกษาสรุปได้ดังนี้

1. เมื่อเปรียบเทียบแบบการคิดตามระดับชั้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้การคิดแบบวิเคราะห์มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แต่ใช้การคิดแบบโยงความสัมพันธ์น้อยกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และใช้การคิดแบบจำแนกประเภท น้อยกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ใช้แบบ-

การคิดไม่แตกต่างกัน

2. เมื่อเปรียบเทียบแบบการคิดตามเพศ ปรากฏว่านักเรียนหญิงใช้การคิดแบบวิเคราะห์มากกว่านักเรียนชาย และนักเรียนชายใช้การคิดแบบโยงความสัมพันธ์มากกว่านักเรียนหญิง ส่วนการคิดแบบจำแนกประเภท นักเรียนชายและหญิงใช้ไม่แตกต่างกัน

3. ในการศึกษาแบบการคิดกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ยังไม่สามารถสรุปผลได้ว่า ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีความสัมพันธ์กับการคิดแบบใด

สามารถ วีระสัมฤทธิ์ (สามารถ, 2512 : 98) ได้ศึกษาสมรรถภาพทางสมองบางประการ ที่สัมพันธ์กับความสามารถทางการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 7 โดยใช้แบบทดสอบ 10 ชนิด ปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนหญิงมีสมรรถภาพทางสมองด้านภาษาสูงกว่านักเรียนชายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

2. นักเรียนชายมีสมรรถภาพทางสมองด้านมิติสัมพันธ์ และความสามารถทางการเรียนวิทยาศาสตร์สูงกว่านักเรียนหญิงอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05 และ .01 ตามลำดับ

3. นักเรียนชายกับนักเรียนหญิง มีสมรรถภาพทางสมองไม่แตกต่างกันในด้านความคล่องแคล่ว ทางการคำนวณ ความจำสัญญลักษณ์ เหตุผล การรับรู้ทางตา และความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์

ปราณี สุทธิพงศ์ (ปราณี, 2511 : 79) ได้ศึกษาเกี่ยวกับสมรรถภาพพื้นฐานทางสมองด้านภาษา และตัวเลข ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย และระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2510 ในภาคการศึกษา 1 ปรากฏผลดังนี้

ในด้านสมรรถภาพพื้นฐานทางสมองด้านภาษา นักเรียนหญิงมีความสามารถสูงกว่านักเรียนชายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ทุกระดับการศึกษา ลักษณะการพัฒนาการด้านนี้ของนักเรียนชายและหญิง จะเป็นไปทำนองเดียวกัน คือมีความงอกงามอย่างเร็วในระยะต้น ๆ และค่อย ๆ ช้าลง และจะค่อย ๆ งอกงามเร็วขึ้นอีกครั้งเมื่อนักเรียนเริ่มเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ในด้านสมรรถภาพพื้นฐานทางสมองด้านตัวเลข นักเรียนชายมีความสามารถสูงกว่า-

นักเรียนหญิง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ยกเว้นในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งปรากฏว่าทั้งสองเพศมีความสามารถไม่แตกต่างกัน ลักษณะของพัฒนาการในด้านนี้ของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงแตกต่างกันเล็กน้อย คือ ทั้งชายและหญิงมีความงอกงามทางด้านนี้ค่อนข้างเร็วในระดับการศึกษาชั้นต้น แต่อัตราความงอกงามของนักเรียนหญิงจะนานกว่าของนักเรียนชายเล็กน้อย

ออปเปอร์ (Opper, 1971 : 265) ได้ศึกษาพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กไทย อายุ 6 – 16 ปี โดยใช้แบบทดสอบการคิดให้เหตุผลตามแบบของเพียเจท์ (Piaget) เพื่อทดสอบว่า เด็กไทยมีพัฒนาการทางสติปัญญาเหมือนกับเด็กชาวสวิสหรือไม่ โดยใช้กลุ่มตัวอย่างของเด็กในกรุงเทพมหานคร และในต่างจังหวัด ปรากฏผลดังนี้

1. พัฒนาการของเด็กไทยในกรุงเทพมหานคร และต่างจังหวัด เป็นไปตามลำดับขั้นเหมือนกับเด็กชาวสวิส แสดงว่าแบบการคิดและขั้นพัฒนาการของเด็กเป็นแบบสากล (universal)

2. อัตราพัฒนาการโดยทั่วไปของเด็กในกรุงเทพมหานคร เร็วทัดเทียมกับของเด็กชาวสวิส แต่ในบางกรณีล้าหลังกว่าเล็กน้อย

3. อัตราพัฒนาการของเด็กในต่างจังหวัดช้ากว่าของเด็กในกรุงเทพมหานครและเด็กชาวสวิสประมาณ 2 – 3 ปี

<u>คำนิยามศัพท์เฉพาะ</u>

การคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ หมายถึงการคิดในคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้จินตนาการโดยเริ่มจากสิ่งที่มีตัวตน แล้วโยงความคิดเข้าสู่นามธรรม ซึ่งจะรวมถึงการคิดแบบวิเคราะห์ การคิดแบบโยงความสัมพันธ์ และการคิดแบบจำแนกประเภทเข้าด้วยกัน

การวัดความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ วัดความสามารถในด้านต่อไปนี้ คือ

1. ความสามารถด้านการพิจารณา อนิยาม การสร้างคำนิยาม การพิจารณากฎีกาหรือข้อตกลงต่าง ๆ

2. ความสามารถในการสร้างทฤษฎี การวิเคราะห์ทฤษฎี และการนำไปใช้ รวมทั้งความสามารถในการสรุปเป็นกรณีทั่วไป

สมมุติฐานในการค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์พอที่จะเรียนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในเรื่องที่นำมาทดสอบได้

2. นักเรียนในชั้นสูงกว่า น่าจะมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในชั้นต่ำกว่า

3. นักเรียนชายและหญิง มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ทัดเทียมกัน

4. นักเรียนที่อยู่ในกรุงเทพมหานคร กับนักเรียนในต่างจังหวัด มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ทัดเทียมกัน

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ความสามารถทางภาษา มีผลต่อเนื่องกับความสามารถในการเรียนภาษาคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ, 2509 : 3.9 – 2)

2. นิสิตวิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ปีที่ 1 มีความพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์แผนใหม่ ในเรื่องที่จะนำมาทดสอบได้.

# บทที่ 2

## วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (ม.ศ.1 – 3) จากโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร 4 แห่ง และโรงเรียนในต่างจังหวัด 7 แห่ง รวมนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 2010 คน ดังแสดงรายละเอียดไว้ในตาราง 1

ตาราง 1 กลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามโรงเรียนและระดับชั้น

| โรงเรียน | ชั้นเรียน | | | รวม |
|---|---|---|---|---|
| | ม.ศ.1 | ม.ศ.2 | ม.ศ.3 | |
| โรงเรียนบางกะปิ กรุงเทพมหานคร | 146 | 126 | 115 | 387 |
| โรงเรียนวัดธาตุทอง กรุงเทพมหานคร | 43 | 42 | 44 | 129 |
| *โรงเรียนเกษมพิทยา กรุงเทพมหานคร | 44 | 41 | 49 | 134 |
| *โรงเรียนสุชรรมศึกษา กรุงเทพมหานคร | 40 | 34 | 40 | 114 |
| โรงเรียนพุทธิรังสีพิบูล จังหวัดฉะเชิงเทรา | 129 | 115 | 88 | 332 |
| โรงเรียนขุขันธ์ อำเภอขุขันธ์ จังหวัดศรีสะเกษ | 40 | 36 | 35 | 111 |
| *โรงเรียนมารดานฤมล จังหวัดฉะเชิงเทรา | 82 | 73 | 76 | 231 |
| *โรงเรียนจิรศาสตร์วิทยา จังหวัดอยุธยา | 33 | 41 | 35 | 109 |
| โรงเรียนอำมาตย์พานิชนุกูล จังหวัดกระบี่ | 41 | 41 | 40 | 122 |
| โรงเรียนคลองท่อมราษฎร์รังสรรค์ จังหวัดกระบี่ | 44 | 32 | 39 | 115 |
| โรงเรียนพิจิตรพิทยาคม จังหวัดพิจิตร | 78 | 88 | 60 | 226 |
| รวม | 720 | 669 | 621 | 2010 |

*โรงเรียนราษฎร์

การเลือกกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้วิจัยเลือกจากโรงเรียนที่ผู้วิจัยพิจารณาถึงสภาพของโรงเรียนว่า ควรจะเป็นตัวแทนของกลุ่มประชากรได้ เช่น เป็นโรงเรียนที่มีสภาพปานกลาง ไม่เด่นหรือด้อยเกินไป เป็นโรงเรียนสหศึกษา เพื่อจะได้เปรียบเทียบความสามารถของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงได้ โรงเรียนกลุ่มตัวอย่างมีทั้งโรงเรียนที่เป็นโรงเรียนรัฐบาล และโรงเรียนราษฎร์ กลุ่มตัวอย่างที่ได้เป็นนักเรียนในกรุงเทพมหานคร 764 คน เป็นชาย 345 คน และหญิง 419 คน เป็นนักเรียนในต่างจังหวัด 1246 คน เป็นชาย 694 คน และหญิง 552 คน ดังแสดงรายละเอียดไว้ในตาราง 2

ตาราง 2 กลุ่มตัวอย่าง จำแนกตามเพศ และระดับชั้นเรียน

| ชั้นเรียน | เพศ | โรงเรียนในกรุงเทพมหานคร | โรงเรียนในต่างจังหวัด | รวม |
|---|---|---|---|---|
| ม.ศ. 1 | ชาย | 136 | 245 | 381 |
| | หญิง | 137 | 202 | 339 |
| ม.ศ. 2 | ชาย | 105 | 244 | 349 |
| | หญิง | 138 | 182 | 320 |
| ม.ศ. 3 | ชาย | 104 | 205 | 309 |
| | หญิง | 144 | 168 | 312 |
| รวม | | 764 | 1246 | 2010 |

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือแบบทดสอบความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น โดยดำเนินการตามลำดับดังนี้

1. การสร้างแบบทดสอบ ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบโดยยึดหลักว่าให้เป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถทางการคิดอย่างเดียว พยายามกำจัดตัวแปรอื่น เช่น ความจำ และทักษะในการคำนวณให้เหลือน้อยที่สุด ดังนั้น ผู้วิจัยจึงหลีกเลี่ยงที่จะใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในการสร้างแบบทดสอบ เพราะจะเกิดปัญหาในด้านประสบการณ์การเรียนรู้ต่างกัน ทำให้ผลที่ได้ไม่เที่ยงตรง เนื้อหาวิชาที่ใช้สร้างแบบทดสอบเป็นเรื่องซึ่งนักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน เช่น เป็นวิชาที่ไม่มีในหลักสูตร หรือมีในหลักสูตรสูงกว่าระดับชั้น หรือเป็นวิชาเลือก การที่นักเรียนทุกระดับชั้นไม่เคยเรียนมาก่อน ทำให้นักเรียนมีโอกาสเท่าเทียมกันที่จะแสดงความสามารถทางการคิดอย่างเต็มที่ ในการพิจารณา อนิยาม นิยาม หรือทฤษฎี โดยที่ตัวแปรอื่น ๆ เช่น ความจำและทักษะในการคำนวณมีผลน้อยที่สุด

แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 4 ชุด ชุดละ 40 ข้อ เป็นแบบทดสอบแบบให้เลือกตอบทั้งสิ้น แต่ละข้อมี 4 ตัวเลือก แต่ละชุดแบ่งเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 เป็นคำชี้แจงในการตอบแบบทดสอบ

ตอนที่ 2 เป็นข้อทดสอบ มีคำชี้แจงซึ่งเป็นความรู้สำหรับตอบข้อทดสอบ ควบคู่ไปกับคำถาม ซึ่งนักเรียนต้องอ่านให้เข้าใจก่อนที่จะตอบคำถามแต่ละข้อ

แบบทดสอบทั้ง 4 ชุด มีรายละเอียดดังนี้

ชุดที่ 1 ทอปโปโลยี และเรขาคณิตบางเรื่อง ต้องการจะวัดความสามารถทางการคิดของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับรูปภาพ การพิจารณารูปภาพ การเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ในเรื่องรูปภาพ เนื้อหาที่จะทดสอบเป็นเรื่องในวิชาทอปโปโลยี และเรขาคณิตการแปลงสภาพ (School Mathematics Project, 1966 : 1 - 19, 59 - 77)

ชุดที่ 2 พีชคณิตแนวใหม่ ต้องการจะวัดความสามารถทางการคิดของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสัญญลักษณ์ มโนภาพเกี่ยวกับการใช้สัญญลักษณ์ เนื้อหาวิชาที่จะนำมาทดสอบเป็นส่วนหนึ่งของวิชาพีชคณิตแนวใหม่

ชุดที่ 3 ตรีโกณมิติและกราฟ ต้องการจะวัดความสามารถของนักเรียนในการคิดวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างรูปและสัญญลักษณ์ อันเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนวิชาตรีโกณมิติ เรขาคณิตวิเคราะห์ และวิชาแคลคูลัส เนื้อหาวิชาที่จะนำมาทดสอบเป็นส่วนหนึ่งของวิชาเรขาคณิต-

วิเคราะห์ และเรื่องฟังชั่น (Biddle, 1967, 121 - 123)

ชุดที่ 4 สถิติและความน่าจะเป็น ต้องการวัดความสามารถทางการคิดที่ใช้เหตุผลเชิงสถิติ การสรุปผลจากสถิติ แนวคิดในเรื่องความน่าจะเป็น การแปรลำดับ (Permutation) และการจัดหมู่ (Combination)

2. การทดลองใช้แบบทดสอบ

ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบไปทดลองสอบนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างทดลองเพื่อวิเคราะห์ คัดเลือกข้อสอบ และปรับปรุงแบบทดสอบ เพื่อให้ได้แบบทดสอบที่ดี กลุ่มตัวอย่างทดลองเป็นนักเรียนชั้น ม.ศ. 1 - 3 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต จำนวนชั้นละ 3 ห้องเรียน มีนักเรียนห้องละประมาณ 40 คน การทดลองกระทำในภาคเรียนที่ 3 ปีการศึกษา 2515 โดยผู้วิจัยไปทดสอบด้วยตนเอง ดำเนินการทดลองตามลำดับขั้นดังนี้

2.1 การรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการสอบโดยแบ่งนักเรียนแต่ละห้องเป็น 4 กลุ่ม ให้สอบกลุ่มละ 1 ชุด เวลาทดสอบชุดละ 1 ชั่วโมง โดยวิธีการดังนี้ นักเรียนแต่ละคนจะได้สอบ 1 ชุด และในแต่ละห้องจะมีผู้ตอบแบบทดสอบครบทั้ง 4 ชุด การทดสอบครั้งแรกได้จำนวนผู้ตอบแบบทดสอบดังนี้

ชุดที่ 1 มีผู้ตอบแบบทดสอบ 158 คน
ชุดที่ 2 มีผู้ตอบแบบทดสอบ 20 คน
ชุดที่ 3 มีผู้ตอบแบบทดสอบ 21 คน
ชุดที่ 4 มีผู้ตอบแบบทดสอบ 158 คน

ในการทดลองสอบ ผู้วิจัยพบว่าแบบทดสอบชุดที่ 2 และชุดที่ 3 ยากเกินไป ทั้งนี้เพราะการเรียบเรียงลำดับความไม่ดีพอ ทำให้นักเรียนอ่านไม่เข้าใจและตอบข้อทดสอบไม่ได้ จึงได้ปรับปรุงแบบทดสอบชุดที่ 2 และชุดที่ 3 และทดลองสอบกับนักเรียนชั้น ม.ศ. 1 - 3 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต ดำเนินการสอบตามวิธีเดิม. ได้จำนวนผู้ตอบแบบทดสอบดังนี้

ชุดที่ 2 มีผู้ตอบแบบทดสอบ 118 คน
ชุดที่ 3 มีผู้ตอบแบบทดสอบ 123 คน

2.2 การจัดกระทำกับข้อมูล และการวิเคราะห์ข้อทดสอบ

ผู้วิจัยได้นำกระดาษคำตอบของแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด มาตรวจให้คะแนน โดยให้คะแนนข้อที่ถูก 1 คะแนน ข้อที่ผิดหรือไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน คะแนนของแบบทดสอบแต่ละชุดแยกกัน เมื่อตรวจให้คะแนนแล้วจึงดำเนินการวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (difficulty) และอำนาจจำแนก (disoriminating power) ของข้อทดสอบแต่ละข้อ โดยวิธีการวิเคราะห์ข้อทดสอบแบบกลุ่มคะแนนสูง – กลุ่มคะแนนต่ำ ใช้ 27 เปอร์เซนต์ของแต่ละกลุ่ม

2.3 การคัดเลือกข้อทดสอบ

ผู้วิจัยคัดเลือกข้อทดสอบโดยพิจารณาตามหลักเกณฑ์สองข้อ คือ เป็นข้อทดสอบที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป คือมีค่าความยากง่าย (p) ที่ไม่ต่ำและสูงเกินไป และเป็นข้อทดสอบที่มีอำนาจจำแนก (r) สูง ผลการคัดเลือกข้อทดสอบ ได้ข้อทดสอบที่อยู่ในเกณฑ์ชุดละ 30 ข้อ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

แบบทดสอบชุดที่ 1 ข้อทดสอบที่คัดเลือกได้ จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ .23 ถึง .77 ค่าความยากง่ายโดยเฉลี่ย .49 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ถึง .65

แบบทดสอบชุดที่ 2 ข้อทดสอบที่คัดเลือกได้ จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ .28 ถึง .80 ค่าความยากง่ายโดยเฉลี่ย .50 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ถึง .72

แบบทดสอบชุดที่ 3 ข้อทดสอบที่คัดเลือกได้ จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .24 ถึง .86 ค่าความยากง่ายโดยเฉลี่ย .46 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 ถึง .73

แบบทดสอบชุดที่ 4 ข้อทดสอบที่คัดเลือกได้ จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ .25 ถึง .80 ค่าความยากง่ายโดยเฉลี่ย .49 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .22 ถึง .67

2.4 การหาค่าความเชื่อถือได้ (reliability) ของข้อทดสอบ

หลังจากคัดเลือกข้อทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้นำกระดาษคำตอบของแบบทดสอบ

ทั้ง 4 ชุด มาตรวจและให้คะแนนใหม่เฉพาะข้อทดสอบที่คัดเลือกไว้ ชุดละ 30 ข้อ เพื่อหาค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ แล้วคำนวณหาค่าความเชื่อถือได้ของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรของคูเดอร์และริชาร์ดสัน (Garrett, 1966 : 341) ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \cdot \frac{S^2 - \Sigma pq}{S^2}$$

เมื่อ $r_{tt}$ = ค่าความเชื่อถือได้ของแบบทดสอบ

$n$ = จำนวนข้อทดสอบในแบบทดสอบ

$S$ = ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบ

$p$ = อัตราส่วนของผู้ตอบข้อทดสอบแต่ละข้อได้ถูกต้อง

$q$ = $1 - p$

ดังนั้น สำหรับชุดที่ 1 ค่า $n = 30$, $S^2 = 20.4515$, $\Sigma pq = 6.8537$

$$\therefore r_{tt} = \frac{30}{29} \cdot \frac{20.4515 - 6.8537}{20.4515} = .6877$$

ชุดที่ 2 $n = 30$, $S^2 = 22.0448$, $\Sigma pq = 6.7805$

$$r_{tt} = \frac{30}{29} \cdot \frac{22.0448 - 6.7805}{22.0448} = .7162$$

ชุดที่ 3 $n = 30$, $S^2 = 16.4112$, $\Sigma pq = 6.4916$

$$r_{tt} = \frac{30}{29} \cdot \frac{16.4112 - 6.4916}{16.4112} = .6252$$

ชุดที่ 4 $n = 30$, $S^2 = 22.1211$, $\Sigma pq = 6.9219$

$$r_{tt} = \frac{30}{29} \cdot \frac{22.1211 - 6.9219}{22.1211} = .7106$$

<u>การรวบรวมข้อมูล</u>

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

1. วิธีการดำเนินการทดสอบ

ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 2010 คน ดังได้กล่าวมาแล้ว การทดสอบกระทำในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2516 สำหรับโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร และในจังหวัดใกล้เคียง เช่น จังหวัดฉะเชิงเทรา จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบไปทดสอบด้วยตนเอง แต่ในจังหวัดไกล ๆ เช่น จังหวัดกระบี่ จังหวัดศรีสะเกษ ผู้วิจัยได้มอบให้ครูที่โรงเรียนนั้นทดสอบแทน โดยชี้แจงรายละเอียดการดำเนินการทดสอบให้เหมือนกับที่ผู้วิจัยได้ทดสอบเอง

ในการทดสอบ นักเรียนทุกคนจะต้องทำแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด โดยแบ่งเวลาเป็น 2 ช่วง ช่วงละ 2 ชั่วโมง ทดสอบช่วงละ 2 ชุด ใช้เวลาทดสอบชุดละ 45 นาที โดยครูเป็นผู้อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการทำแบบทดสอบให้นักเรียนเข้าใจก่อน แล้วจึงให้นักเรียนทำแบบทดสอบในเวลา 45 นาทีเต็ม การทดสอบโดยใช้แบบทดสอบทั้ง 4 ชุดนี้ จะทดสอบชุดใดก่อนก็ได้ การตอบแบบทดสอบให้ตอบในกระดาษคำตอบซึ่งแยกจากแบบทดสอบ

2. การตรวจให้คะแนนและการแจกแจงข้อมูล

ข้อที่ถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ผิดหรือข้อที่ไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน รวมคะแนนในแต่ละชุดของแต่ละคน เสร็จแล้วนำคะแนนไปแจกแจงความถี่ โดยแยกเป็นโรงเรียน ชั้นเรียน และเพศ คะแนนแต่ละชุดแยกกัน

3. การทดสอบเพื่อเปรียบเทียบ

นอกจากจะทดสอบในกลุ่มตัวอย่างดังกล่าว ผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด ไปทดสอบกับนิสิตวิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2516 จำนวน 156 คน โดยถือเป็นกลุ่มตัวอย่างเปรียบเทียบ การดำเนินการทดสอบกระทำเช่นเดียวกับการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

4. การหาเกณฑ์เปรียบเทียบ

ผู้วิจัยถือความสามารถของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร เป็นเกณฑ์เปรียบเทียบ โดยถือว่านิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร จำนวน 95 % มีความสามารถที่จะเรียนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในเรื่องที่ทดสอบได้ โดยมีเหตุผลดังนี้

ก. นิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร เป็นนิสิตที่ผ่านการสอบคัดเลือกเข้าศึกษา ย่อมเชื่อได้ว่าเขามีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนตามหลักสูตรของวิทยาลัย ซึ่งมีวิชาคณิตศาสตร์รวมอยู่ด้วย

ข. จากผลการศึกษาของนิสิตปีที่ 1 ปีการศึกษา 2515 ในวิชาคณิตศาสตร์ 3 วิชา คือ วิชา Symbolic Logic, Number System และวิชา Set Relation and Function นิสิตจำนวน 128 คน สามารถสอบผ่าน (ได้ไม่ต่ำกว่าเกรด C) วิชาละไม่ต่ำกว่า 122 คน คิดเป็นเปอร์เซนต์ไม่ต่ำกว่า 95.31 เปอร์เซนต์ (ผลจากแผนกทะเบียน วิทยาลัย-วิชาการศึกษา ประสานมิตร)

ค. การสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในเรื่องที่นำมาทดสอบในระดับชั้นมัธยมศึกษาจะต้องจัดเนื้อหาและวิธีการให้ง่ายกว่าที่สอนกันในระดับมหาวิทยาลัย จึงเชื่อได้ว่านิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร จำนวน 95 เปอร์เซ็นต์ สามารถเรียนได้

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงถือคะแนนเปอร์เซนต์ไทลที่ 5 ของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร เป็นเกณฑ์ว่า ถ้านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นได้คะแนนสูงกว่าตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทลที่ 5 ก็ถือว่ามีความสามารถเรียนได้

<u>การวิเคราะห์ข้อมูล</u>

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้วิธีการทางสถิติต่อไปนี้

1. คำนวณค่าสถิติพื้นฐาน คือค่าคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. วิเคราะห์หาค่า F-test ทดสอบความแตกต่างระหว่างตัวแปรทางระดับชั้นเรียนกับแบบของข้อทดสอบ

3. วิเคราะห์หาค่า t-test ทดสอบความแตกต่างทางระดับชั้นเรียนของแต่ละคู่เมื่อใช้ F-test ทดสอบแล้วมีนัยสำคัญทางสถิติ

4. วิเคราะห์หาอัตราพัฒนาการของความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรม โดยพิจารณาจากกราฟว่าเป็นเส้นตรงหรือไม่ และทดสอบโดยใช้ t-test

5. วิเคราะห์หาค่า t-test ทดสอบความแตกต่างทางเพศ และความแตกต่างระหว่างนักเรียน ในกรุงเทพมหานคร กับนักเรียนในต่างจังหวัด

6. คำนวณหาค่าคะแนนเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทดสอบนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร แล้ววิเคราะห์ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ย กับตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์จากคะแนนของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร

7. คำนวณหาค่าสหสัมพันธ์ (correlation) เพื่อวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด.

# บทที่ 3

## ผลของการศึกษาค้นคว้า

การทดสอบความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปรากฏผลดังนี้

1. ค่าคะแนนเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบ แสดงไว้ในตาราง 3

ตาราง 3 แสดงค่าคะแนนเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน เมื่อแยกกลุ่มตัวอย่างตามระดับชั้นและเพศ

| แบบทดสอบ | | ม.ศ. 1 n= 720 | | | ม.ศ. 2 n = 669 | | | ม.ศ. 3 n = 621 | | | รวม 3 ชั้น |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ชาย | หญิง | รวม | ชาย | หญิง | รวม | ชาย | หญิง | รวม | n = 2010 |
| ชุดที่ 1 | $\bar{X}$ | 13.2887 | 12.4454 | 12.8916 | 15.2320 | 14.1125 | 14.6966 | 16.8058 | 14.9743 | 15.8856 | 14.4174 |
| | S.D. | 4.0601 | 3.9754 | 4.0397 | 4.6910 | 4.1181 | 4.4582 | 5.0033 | 4.8275 | 4.9965 | 4.6024 |
| ชุดที่ 2 | $\bar{X}$ | 12.7139 | 12.5280 | 12.6263 | 15.3209 | 15.2968 | 15.3094 | 16.4789 | 15.2019 | 15.8373 | 14.5114 |
| | S.D. | 4.3291 | 4.4022 | 4.3616 | 4.5781 | 4.1131 | 4.3587 | 5.2114 | 4.9603 | 5.1227 | 4.8221 |
| ชุดที่ 3 | $\bar{X}$ | 10.4199 | 10.7640 | 10.5819 | 12.4183 | 12.0156 | 12.2257 | 14.1488 | 13.5737 | 13.8599 | 12.1417 |
| | S.D. | 3.3821 | 3.2294 | 3.3132 | 4.2422 | 3.6905 | 3.9900 | 4.7629 | 4.3873 | 4.5834 | 4.1824 |
| ชุดที่ 4 | $\bar{X}$ | 13.9133 | 12.7492 | 13.3652 | 15.1919 | 13.6718 | 14.4648 | 17.0970 | 14.6089 | 15.8470 | 14.5009 |
| | S.D. | 4.2096 | 4.1990 | 4.2418 | 5.0338 | 4.1833 | 4.7048 | 4.1664 | 4.8674 | 4.9246 | 4.7230 |
| รวม | $\bar{X}$ | 50.3358 | 48.4866 | 49.4650 | 58.1631 | 55.0967 | 56.6965 | 64.5305 | 58.3588 | 61.4298 | 55.5686 |

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นค่าคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้ง 4 ชนิด ซึ่งมีคะแนนเต็มชุดละ 30 คะแนน ในแบบทดสอบชุดที่ 1 ทอปโปโลยี และเรขาคณิตบางเรื่อง นักเรียนชั้น ม.ศ.1 ถึงชั้น ม.ศ.3 ซึ่งแยกเป็นชายและหญิงได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ในระหว่าง 12.4454 ถึง 16.8058 คะแนน และเมื่อรวมคะแนนทั้ง 3 ชั้น คะแนนเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 14.4174 คะแนน แบบทดสอบชุดที่ 2 พีชคณิตแนวใหม่ นักเรียนทั้ง 3 ชั้น ได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 12.5280 ถึง 16.4789 คะแนน คะแนนเฉลี่ยรวมมีค่าเท่ากับ 14.5114 คะแนน แบบทดสอบชุดที่ 3 ตรีโกณมิติและกราฟ นักเรียนทั้ง 3 ชั้น ได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 10.4199 ถึง 14.1488 คะแนน คะแนนเฉลี่ยรวมมีค่าเท่ากับ 12.1417 คะแนน และแบบทดสอบชุดที่ 4 สถิติและความน่าจะเป็น นักเรียนทั้ง 3 ชั้น ได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 12.7492 ถึง 17.0970 คะแนน คะแนนเฉลี่ยรวมมีค่าเท่ากับ 14.5009 คะแนน

เมื่อรวมคะแนนจากแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด คะแนนเต็ม 120 คะแนน นักเรียนชั้น ม.ศ.1 ชายและหญิง ได้คะแนนเฉลี่ย 50.3358 และ 48.4866 คะแนนตามลำดับ นักเรียนชั้น ม.ศ.2 ชายและหญิงได้คะแนนเฉลี่ย 58.1631 และ 55.0967 คะแนน ตามลำดับ ชั้น ม.ศ.3 ชายและหญิง ได้คะแนนเฉลี่ย 64.5305 และ 58.3588 คะแนน ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยรวมทั้ง 3 ชั้น ของแบบทดสอบแต่ละชุด จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบแต่ละชุด ต่ำกว่าครึ่ง คือไม่ถึง 50 % ของคะแนนเต็ม แสดงว่าแบบทดสอบแต่ละชุดอาจจะอยู่ในลักษณะค่อนข้างยาก โดยเฉพาะชุดที่ 3 คะแนนเฉลี่ยรวมมีค่าเพียง 12.1417 คะแนน นับว่าเป็นชุดที่ยากกว่าชุดอื่น ๆ หรือมิฉะนั้นก็แสดงว่านักเรียนมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในเรื่องที่เกี่ยวกับตรีโกณมิติ และกราฟ น้อยกว่าในเรื่องอื่น ๆ

2. <u>การวิเคราะห์ข้อมูลหาความแตกต่างระหว่างชั้นเรียน</u>

ตาราง 4 แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

| แบบทดสอบ | แหล่งของความแปรปรวน (Source of Variation) | df | SS | MS | F |
|---|---|---|---|---|---|
| ชุดที่ 1 | ระหว่างชั้นเรียน | 2 | 3066.96 | 1533.48 | 76.0654** |
| | ภายในชั้นเรียน | 2008 | 40489.83 | 20.16 | |
| ชุดที่ 2 | ระหว่างชั้นเรียน | 2 | 4076.21 | 2038.11 | 95.9562** |
| | ภายในชั้นเรียน | 2008 | 42640.02 | 21.24 | |
| ชุดที่ 3 | ระหว่างชั้นเรียน | 2 | 3589.69 | 1794.85 | 114.2488** |
| | ภายในชั้นเรียน | 2008 | 31552.89 | 15.71 | |
| ชุดที่ 4 | ระหว่างชั้นเรียน | 2 | 2054.67 | 1027.33 | 48.2541** |
| | ภายในชั้นเรียน | 2008 | 42759.82 | 21.29 | |

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

จากตาราง 4 ค่า F ของคะแนนจากแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด มีค่าสูง และมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 ทุกค่า แสดงว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 แตกต่างกันจริง คือคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.3 สูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 หรือ ม.ศ.1

ตาราง 5 แสดงผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย

| แบบทดสอบ | ม.ศ. 1 n = 720 | | ม.ศ. 2 n = 669 | | t |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\bar{X}$ | S.D. | $\bar{X}$ | S.D. | |
| ชุดที่ 1 | 12.8916 | 4.0397 | 14.6966 | 4.4582 | 7.9236** |
| ชุดที่ 2 | 12.6263 | 4.3616 | 15.3094 | 4.3587 | 11.4662** |
| ชุดที่ 3 | 10.5819 | 3.3132 | 12.2257 | 3.9900 | 8.3781** |
| ชุดที่ 4 | 13.3652 | 4.2418 | 14.4648 | 4.7048 | 4.5816** |
| รวม | 49.4650 | 13.2747 | 56.6965 | 14.5344 | 9.6924** |

ตาราง 5 (ต่อ)

| แบบทดสอบ | ม.ศ. 2 n = 669 | | ม.ศ. 3 n = 621 | | t |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\bar{X}$ | S.D. | $\bar{X}$ | S.D. | |
| ชุดที่ 1 | 14.6966 | 4.4582 | 15.8856 | 4.9965 | 4.5174** |
| ชุดที่ 2 | 15.3094 | 4.3587 | 15.8373 | 5.1227 | 1.9988* |
| ชุดที่ 3 | 12.2257 | 3.9900 | 13.8599 | 4.5834 | 6.8462** |
| ชุดที่ 4 | 14.4648 | 4.7048 | 15.8470 | 4.9246 | 5.1593** |
| รวม | 56.6965 | 14.5344 | 61.4298 | 16.2714 | 5.5179** |

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

จากตาราง 5 อธิบายผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยได้ดังนี้

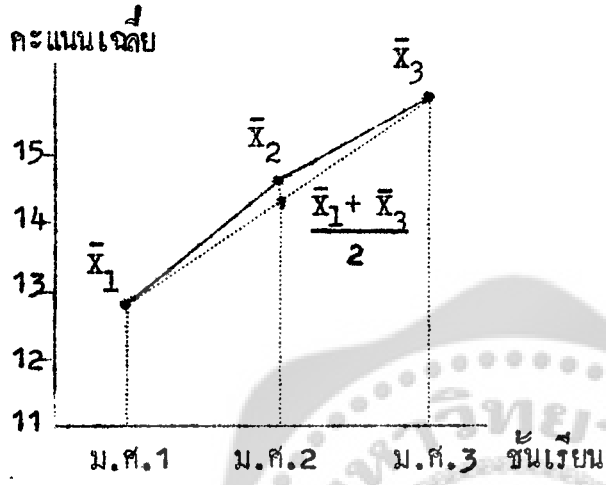
1. เมื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 และ ม.ศ.2 จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1 ชุดที่ 2 ชุดที่ 3 และชุดที่ 4 และคะแนนเฉลี่ยรวม 4 ชุด ของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 และ ม.ศ.2 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 ทุกค่า แสดงว่านักเรียนชั้น ม.ศ.2 มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ ในทุกเรื่องที่นำมาทดสอบ สูงกว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1

2. เมื่อเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 จะเห็นว่าคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1 ชุดที่ 3 ชุดที่ 4 และคะแนนเฉลี่ย รวม 4 ชุด ของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 และคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 2 ของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนชั้น ม.ศ.3 มีความสามารถทางการคิดเชิง-นามธรรมในคณิตศาสตร์ ในทุกเรื่องที่นำมาทดสอบสูงกว่านักเรียนชั้น ม.ศ.2 แต่ความแตกต่างของคะแนนจากแบบทดสอบชุดที่ 2 มีเพียงเล็กน้อย

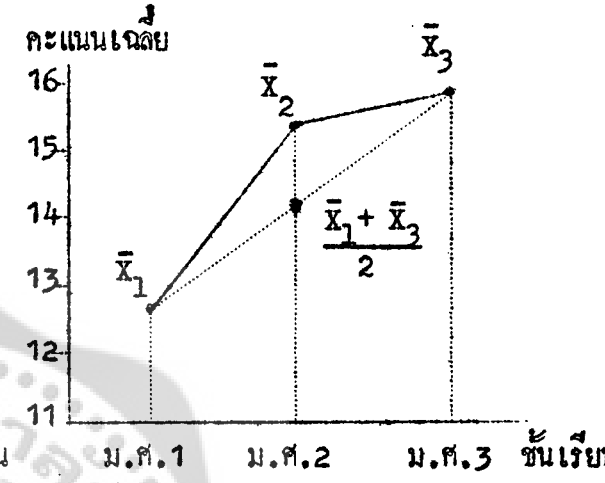
จากผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของชั้น ม.ศ.1 กับ ม.ศ.2 และ ม.ศ.2 กับ ม.ศ.3 สามารถสรุปได้โดยไม่ต้องแสดงเปรียบเทียบให้เห็นอีกว่า นักเรียนชั้น ม.ศ.3 มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ ในทุกเรื่องที่นำมาทดสอบ สูงกว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

3. <u>การวิเคราะห์อัตราพัฒนาการของนักเรียน ในช่วง ม.ศ. 1 – 2 และ ม.ศ.2 – 3</u>

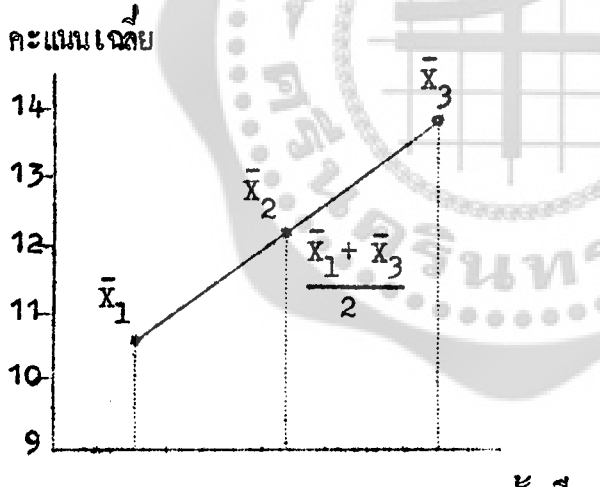
แสดงโดยภาพที่ 1 – 4 และตาราง 6



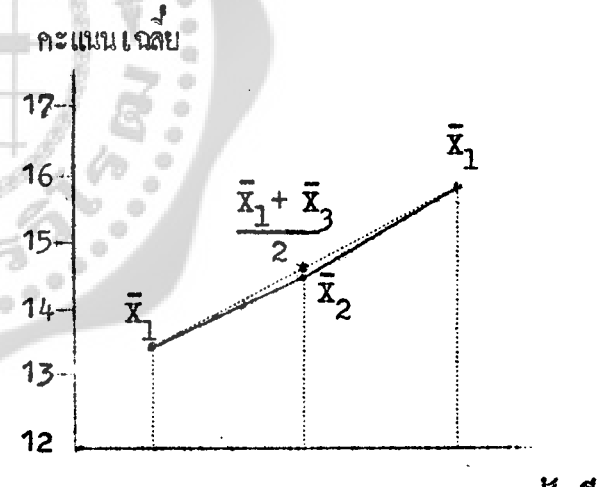

<u>ภาพที่ 1</u> แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1




<u>ภาพที่ 2</u> แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 2




<u>ภาพที่ 3</u> แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 3




<u>ภาพที่ 4</u> แสดงคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 4

<u>หมายเหตุ</u> $\bar{X}_1$ คือคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1

$\bar{X}_2$ คือคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2

$\bar{X}_3$ คือคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.3

$\frac{\bar{X}_1+\bar{X}_3}{2}$ คือคะแนนกึ่งกลางระหว่างคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 กับ ม.ศ.3

ภาพที่ 1, 2, 3, 4 แสดงอัตราพัฒนาการของนักเรียนในช่วง ม.ศ.1 – 2 และช่วง ม.ศ.2 – 3 ของคะแนนจากแบบทดสอบชุดที่ 1, 2, 3, 4 ตามลำดับ การพิจารณาว่า เส้นกราฟเป็นเส้นตรงหรือไม่ ผู้วิจัยใช้วิธีทดสอบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 ว่าแตกต่างกับคะแนนกึ่งกลางของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 กับ ม.ศ.3 ( $\frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_3}{2}$ ) หรือไม่

ตาราง 6 แสดงผลการวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 กับคะแนนกึ่งกลางของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 กับ ม.ศ.3

| แบบทดสอบ | $\bar{X}_2$ | S.D. | $\frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_3}{2}$ | t |
|---|---|---|---|---|
| ชุดที่ 1 | 14.6966 | 4.4582 | 14.3886 | 1.7869* |
| ชุดที่ 2 | 15.3094 | 4.3587 | 14.2318 | 6.2458** |
| ชุดที่ 3 | 12.2257 | 3.9900 | 12.2209 | 0.0278 |
| ชุดที่ 4 | 14.4648 | 4.7048 | 14.6061 | 0.8197 |
| รวม | 56.6965 | 14.5344 | 55.4474 | 2.2235* |

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

ตาราง 6 แสดงให้เห็นว่าในแบบทดสอบชุดที่ 1 และชุดที่ 2 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 กับคะแนนกึ่งกลางของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 กับ มศ.3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05 และ .01 ตามลำดับ แสดงว่าเส้นกราฟในภาพที่ 1 และภาพที่ 2 ไม่เป็นเส้นตรง สรุปได้ว่า ในเรื่องทอปโปโลยี และ เรขาคณิตการแปลงสภาพ และเรื่องพีชคณิตแนวใหม่ อัตราพัฒนาการของนักเรียนในช่วง ม.ศ.1 – 2 สูงกว่าในช่วง ม.ศ.2 – 3 สำหรับแบบทดสอบชุดที่ 3 และชุดที่ 4 ความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 กับคะแนนกึ่งกลางของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 กับ ม.ศ.3 ไม่มีนัยสำคัญ-

ทางสถิติ แสดงว่าเส้นกราฟในภาพที่ 3 และภาพที่ 4 เป็นเส้นตรง ซึ่งสรุปได้ว่าในเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ และเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น อัตราพัฒนาการของนักเรียนในช่วง ม.ศ.1 – 2 และในช่วง ม.ศ.2 – 3 เท่ากัน คือพัฒนาด้วยอัตราเดียวกัน

เมื่อรวมคะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 แตกต่างจากคะแนนกึ่งกลางของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 กับ ม.ศ.3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05 แสดงว่าอัตราพัฒนาการทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์โดยส่วนรวม พัฒนาในช่วง ม.ศ.1 – 2 มากกว่าช่วง ม.ศ.2 – 3

4. <u>การวิเคราะห์ข้อมูล หาความแตกต่างระหว่างเพศ และความแตกต่างระหว่างนักเรียนในกรุงเทพมหานคร กับนักเรียนในต่างจังหวัด</u>

ตาราง 7 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูล หาความแตกต่างระหว่างเพศ

| แบบทดสอบ | เพศชาย n = 1039 | | เพศหญิง n = 971 | | t |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\bar{X}$ | S.D. | $\bar{X}$ | S.D. | |
| ชุดที่ 1 | 14.9874 | 4.7858 | 13.8074 | 4.4354 | 5.8648** |
| ชุดที่ 2 | 14.7093 | 4.9463 | 14.2996 | 4.6789 | 1.9064* |
| ชุดที่ 3 | 12.2001 | 4.3888 | 12.0792 | 3.9508 | 0.6482 |
| ชุดที่ 4 | 15.2897 | 4.8078 | 13.6508 | 4.4804 | 7.8945** |
| รวม | 57.1865 | 15.6965 | 53.8370 | 14.5610 | 4.9504** |

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

ตาราง 7 แสดงให้เห็นว่า สำหรับแบบทดสอบชุดที่ 1 และชุดที่ 4 นักเรียนชายและนักเรียนหญิง ได้คะแนนเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 แสดงว่านักเรียนชาย

มีความสามารถทางการคิดในเรื่องทอปโปโลยี และเรขาคณิตการแปลงสภาพ และในเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น สูงกว่านักเรียนหญิง

สำหรับแบบทดสอบชุดที่ 2 นักเรียนชายกับนักเรียนหญิงได้คะแนนเฉลี่ยแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนชายมีความสามารถทางการคิดในเรื่องพีชคณิตแนวใหม่ สูงกว่านักเรียนหญิงเล็กน้อย

สำหรับแบบทดสอบชุดที่ 3 คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชายและนักเรียนหญิง แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่านักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความสามารถทางการคิดในเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ ไม่แตกต่างกัน

เมื่อรวมคะแนนจากแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 แสดงว่านักเรียนชายมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนหญิง

ตาราง 8 แสดงผลการวิเคราะห์ข้อมูลหาความแตกต่างระหว่างนักเรียนในกรุงเทพ-มหานคร กับนักเรียนในต่างจังหวัด

| แบบทดสอบ | กรุงเทพมหานคร n = 764 | | ต่างจังหวัด n = 1246 | | t |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\bar{X}$ | S.D. | $\bar{X}$ | S.D. | |
| ชุดที่ 1 | 14.6662 | 4.8848 | 14.2648 | 4.5056 | 1.8783* |
| ชุดที่ 2 | 15.2997 | 4.9368 | 14.0280 | 4.6873 | 5.7883** |
| ชุดที่ 3 | 12.5785 | 4.4836 | 11.8739 | 3.9646 | 3.6793** |
| ชุดที่ 4 | 14.7081 | 4.8378 | 14.3691 | 4.6484 | 1.5643 |
| รวม | 57.2525 | 15.8695 | 54.5358 | 14.7435 | 3.8887** |

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

* มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

จากตาราง 8 อธิบายผลการวิเคราะห์ได้ดังนี้

นักเรียนในกรุงเทพมหานคร กับนักเรียนในต่างจังหวัดได้คะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1 ชุดที่ 2 และชุดที่ 3 แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05, .01 และ .01 ตามลำดับ แสดงว่าสำหรับแบบทดสอบทั้ง 3 ชุด ซึ่งเป็นเรื่องทอปโปโลยีและเรขาคณิตการแปลงสภาพ พีชคณิตแนวใหม่ ตรีโกณมิติ และกราฟ นักเรียนในกรุงเทพมหานคร มีความสามารถสูงกว่านักเรียนในต่างจังหวัด สำหรับแบบทดสอบชุดที่ 4 นักเรียนในกรุงเทพมหานครและนักเรียนในต่างจังหวัดได้คะแนนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ แสดงว่านักเรียนมีความสามารถในเรื่องสถิติ และความน่าจะเป็นอยู่ในระดับเดียวกัน

เมื่อรวมคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนในกรุงเทพมหานคร กับนักเรียนในต่างจังหวัด แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 แสดงว่านักเรียนในกรุงเทพมหานคร มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในต่างจังหวัด

5. <u>การวิเคราะห์เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กับคะแนนของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร</u>

ตาราง 9 แสดงคะแนนเฉลี่ย ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากคะแนนของนิสิตชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร

| แบบทดสอบ | $\bar{X}$ | S.D. |
|---|---|---|
| ชุดที่ 1 | 20.0320 | 3.9601 |
| ชุดที่ 2 | 19.4551 | 3.4962 |
| ชุดที่ 3 | 18.7500 | 4.4324 |
| ชุดที่ 4 | 19.0962 | 3.6891 |
| รวม | 77.3333 | 12.8580 |

ตาราง 10 แสดงค่าคะแนนมาตรฐานและเปอร์เซนต์ไทล์ ของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนของนิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร

| แบบทดสอบ | ม.ศ.1 | | | ม.ศ.2 | | | ม.ศ.3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\bar{X}$ | Z | % tile | $\bar{X}$ | Z | % tile | $\bar{X}$ | Z | % tile |
| ชุดที่ 1 | 12.8916 | -1.8030 | 3.59 | 14.6966 | -1.3472 | 8.85 | 15.8856 | -1.0470 | 14.69 |
| ชุดที่ 2 | 12.6263 | -1.9532 | 2.56 | 15.3094 | -1.1857 | 11.70 | 15.8373 | -1.0347 | 15.15 |
| ชุดที่ 3 | 10.5819 | -1.8428 | 3.29 | 12.2257 | -1.4719 | 7.08 | 13.8599 | -1.1032 | 13.57 |
| ชุดที่ 4 | 13.3652 | -1.5534 | 6.06 | 14.4648 | -1.2554 | 10.38 | 15.8470 | -0.8807 | 18.94 |
| รวม | 49.4650 | -2.1673 | 1.50 | 56.6965 | -1.6049 | 5.48 | 61.4298 | -1.2368 | 10.75 |

จากตาราง 10 อธิบายได้ดังนี้

1. คะแนนมาตรฐานของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 มีค่าอยู่ระหว่าง -1.9532 ถึง -1.5534 และเมื่อรวมคะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด คะแนนมาตรฐานมีค่า -2.1673 ตรงกับตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 1.50 สำหรับนักเรียนชั้น ม.ศ.2 คะแนนมาตรฐานมีค่าระหว่าง -1.4719 ถึง -1.1857 คะแนนมาตรฐานของคะแนนเฉลี่ยรวม มีค่า -1.6049 ตรงกับตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 5.48 สำหรับนักเรียนชั้น ม.ศ.3 คะแนนมาตรฐานมีค่าระหว่าง -1.1032 ถึง -0.8807 คะแนนมาตรฐานของคะแนนเฉลี่ยรวมมีค่า -1.2368 ตรงกับตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 10.75

2. คะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1 ชุดที่ 2 ชุดที่ 3 และชุดที่ 4 ของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 ตรงกับตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 3.59, 2.56, 3.29 และ 6.06 ตามลำดับ นักเรียนชั้น ม.ศ.2 ได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 8.85, 11.70, 7.08 และ 10.38 ตามลำดับ นักเรียนชั้น ม.ศ.3 ได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 14.69,

15.15. 13.57 และ 18.94 ตามลำดับ

สรุปได้ว่า ถ้านิสิตปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร จำนวน 95 % มีความสามารถที่จะเรียนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในเรื่องที่นำมาทดสอบได้ แสดงว่านักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 มีความสามารถเรียนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในเรื่องดังกล่าวได้ เพราะว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 และ ม.ศ.2 ได้คะแนนเฉลี่ยอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์สูงกว่าเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 5 หรือมีนิสิตมากกว่า 5 คน ใน 100 คน ที่สอบได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 ส่วนนักเรียนชั้น ม.ศ.1 ได้คะแนนเฉลี่ยสำหรับแบบทดสอบชุดที่ 4 อยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 6.06 ซึ่งเกินตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 5 เพียงชุดเดียว แสดงว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 มีความสามารถที่จะเรียนเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น เรื่องอื่น ๆ นอกจากนี้ยังสรุปไม่ได้ว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียน

6. <u>การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด</u>

การคำนวณหาค่าสหสัมพันธ์ของแบบทดสอบ คำนวณจากกลุ่มตัวอย่าง 120 คน โดยเลือกอย่างสุ่ม จากกลุ่มตัวอย่างที่เลือกมาอีกทีหนึ่ง ผลการคำนวณแสดงไว้ในตาราง 11

ตาราง 11 แสดงค่าสหสัมพันธ์ของแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด

| แบบทดสอบ | ชุดที่ 1 | ชุดที่ 2 | ชุดที่ 3 | ชุดที่ 4 | รวมทั้ง 4 ชุด |
|---|---|---|---|---|---|
| ชุดที่ 1 | 1.00 | .6036** | .4759** | .6943** | .8421** |
| ชุดที่ 2 | | 1.00 | .5405** | .6411** | .8457** |
| ชุดที่ 3 | | | 1.00 | .5251** | .7579** |
| ชุดที่ 4 | | | | 1.00 | .8645** |

** มีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01

ตาราง 11 แสดงให้เห็นว่า ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบชุดที่ 1 ชุดที่ 2 ชุดที่ 3 ชุดที่ 4 และรวมทั้ง 4 ชุด แต่ละคู่มีค่าเป็นบวก และมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 ทุกค่า แสดงว่าแบบทดสอบทั้ง 4 ชุด วัดความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ของนักเรียนร่วมกัน คือ ถ้านักเรียนคนใดทำแบบทดสอบชุดใดได้คะแนนมาก ก็มีแนวโน้มว่าจะทำคะแนนจากแบบทดสอบชุดอื่นได้คะแนนมากด้วย หรือถ้านักเรียนคนใดมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในเรื่องใดเรื่องหนึ่งสูง ก็มีแนวโน้มว่าจะมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในเรื่องอื่น ๆ สูงด้วย.

# บทที่ 4

## สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาของประเทศไทยมีแนวโน้มว่าจะมีการปรับปรุงหลักสูตรให้เหมาะสมยิ่งขึ้นทั้งในด้านเนื้อหาและวิธีการสอน การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดประสงค์ที่จะศึกษาความสามารถทางการคิดของนักเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อทราบว่านักเรียนมีความสามารถทางการคิดเพียงใด และพร้อมที่จะเรียนวิชาคณิตศาสตร์แผนใหม่ได้เพียงใด

<u>การรวบรวมข้อมูล</u>

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 2010 คน จากโรงเรียนในกรุงเทพมหานคร 764 คน และจากโรงเรียนในต่างจังหวัด 1246 คน, เป็นนักเรียนชาย 1039 คน และนักเรียนหญิง 971 คน จำแนกตามชั้นเรียนได้คือ เป็นนักเรียนชั้น ม.ศ.1 720 คน ชั้น ม.ศ.2 669 คน และชั้น ม.ศ.3 621 คน กลุ่มตัวอย่างเปรียบเทียบเป็นนิสิตชั้นปีที่ 1 วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร จำนวน 156 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล คือแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยยึดหลักว่าควรจะเป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถทางการคิดอย่างแท้จริง พยายามให้ตัวแปรอื่นมีผลน้อยที่สุด เนื้อหาวิชาที่นำมาสร้างแบบทดสอบ เป็นเรื่องที่นักเรียนไม่เคยเรียนมาก่อน แบบทดสอบทั้งหมดมี 4 ชุด ชุดละ 30 ข้อ จำแนกได้เป็นชุด ๆ คือ

ชุดที่ 1 ทอปโปโลยี่ และเรขาคณิตบางเรื่อง

ชุดที่ 2 พีชคณิตแนวใหม่

ชุดที่ 3 ตรีโกณมิติ และกราฟ

ชุดที่ 4 สถิติและความน่าจะเป็น

การทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง นักเรียนต้องตอบแบบทดสอบคนละ 4 ชุด ใช้เวลาตอบชุดละ 45 นาที การทดสอบทั้ง 4 ชุด กระทำในเวลาที่ไม่ต่อเนื่องกัน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หารายเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. หาความแตกต่างระหว่างตัวแปร โดยใช้ F-test และ t-test

3. หาอัตราพัฒนาการ โดยพิจารณาจากกราฟ และทดสอบโดยใช้ t-test

4. หาตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ ของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนของนิสิตชั้นปีที่ 1 ของวิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร

5. หาค่าสหสัมพันธ์ (Correlation) ระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบแต่ละคู่

สรุปและอภิปรายผล

1. เมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนแต่ละระดับชั้น นักเรียนชั้น ม.ศ.1 ได้คะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1 ชุดที่ 2 ชุดที่ 3 และชุดที่ 4 เท่ากับ 12.8916, 12.6263, 10.5819 และ 13.3652 คะแนนตามลำดับ นักเรียนชั้น ม.ศ.2 ได้คะแนนเฉลี่ย 14.6966, 15.3094, 12.2257 และ 14.4648 คะแนนตามลำดับ และนักเรียนชั้น ม.ศ.3 ได้คะแนนเฉลี่ย 15.8856, 15.8373, 13.8599 และ 15.8470 คะแนนตามลำดับ

เมื่อพิจารณาแบบทดสอบแต่ละชุด คะแนนเฉลี่ยรวมของนักเรียนทั้ง 3 ชั้น ของแบบทดสอบชุดที่ 1 ชุดที่ 2 ชุดที่ 3 และชุดที่ 4 มีค่า 14.4174, 14.5114, 12.1417 และ 14.5009 คะแนนตามลำดับ จากคะแนนเต็มชุดละ 30 คะแนน

การที่นักเรียนสอบได้คะแนนต่ำ คือต่ำกว่า 50 เปอร์เซ็นต์ของคะแนนเต็ม มิได้หมายความว่านักเรียนมีความสามารถน้อย แต่อาจเป็นเพราะว่าแบบทดสอบนั้นค่อนข้างยาก นักเรียนจึงได้คะแนนต่ำ ทั้งนี้จากการทดลองแบบทดสอบซึ่งกระทำในภาคเรียนที่ 3 ได้ค่าเฉลี่ยของความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบ ชุดที่ 1 ชุดที่ 2 ชุดที่ 3 ชุดที่ 4 เท่ากับ .4903, .5017, .4666 และ .4936 ตามลำดับ แสดงว่าแบบทดสอบมีความยากง่ายปานกลาง แต่การทดสอบนี้กระทำในภาคเรียนที่ 1 นักเรียนเลื่อนชั้นมาเรียนในชั้นนั้น ๆ ยังไม่ถึง 1 ภาคเรียน ข้อทดสอบจึงค่อนข้างยากสำหรับนักเรียนดังกล่าว

2. ผลการทดสอบหาความแตกต่างของคะแนนเฉลี่ย ปรากฏว่านักเรียนชั้น ม.ศ.2

ได้คะแนนเฉลี่ยสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม.ศ.1 สำหรับแบบทดสอบทุกชุด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 และนักเรียนชั้น ม.ศ.3 ได้คะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบชุดที่ 1, 3, 4 สูงกว่าของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .01 ส่วนแบบทดสอบชุดที่ 2 นักเรียนชั้น ม.ศ.3 ได้คะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนชั้น ม.ศ.2 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .05

สำหรับด้านพัฒนาการ ปรากฏว่าอัตราพัฒนาการด้านความสามารถทางการคิดในเรื่องทอปโปโลยีและเรขาคณิตการแปลงสภาพ และเรื่องพีชคณิตแนวใหม่ของนักเรียนในช่วง ม.ศ.1 – 2 สูงกว่าในช่วง ม.ศ. 2 – 3 ส่วนในเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ และเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น อัตราพัฒนาการของนักเรียนในช่วง ม.ศ. 1 – 2 และช่วง ม.ศ. 2 – 3 อยู่ในระดับเดียวกัน เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวมอัตราพัฒนาการในช่วง ม.ศ. 1 – 2 สูงกว่าในช่วง ม.ศ. 2 – 3

จากผลการทดสอบซึ่งปรากฏว่า นักเรียนมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์สูงขึ้นตามลำดับชั้น ผลนี้เป็นไปตามสมมุติฐานและเหตุผลจากข้อเท็จจริงที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาในชั้นสูงกว่า ย่อมมีความสามารถทางด้านต่าง ๆ สูงกว่านักเรียนชั้นต่ำกว่า (ปราณี สุทธิพงศ์, 2515 : 5) ถ้าจะพิจารณาในด้านพัฒนาการ สำหรับเรื่องทอปโปโลยีและเรขาคณิตการแปลงสภาพ และเรื่องพีชคณิตแนวใหม่ ความสามารถของนักเรียนพัฒนาเพิ่มขึ้นในช่วง ม.ศ. 1 – 2 มากกว่าในช่วง ม.ศ. 2 – 3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนชั้น ม.ศ.1 ยังมีประสบการณ์น้อย กล่าวคือ นักเรียนชั้น ม.ศ.1 ยังไม่ได้เรียนการพิสูจน์เรขาคณิต ยังไม่ได้เรียนเรื่องตัวแปรและสัญญลักษณ์ ส่วนนักเรียนชั้น ม.ศ.2 เคยเรียนเรื่องดังกล่าวมาแล้วเมื่อเรียนอยู่ชั้น ม.ศ.1 และนักเรียนชั้น ม.ศ.3 มีประสบการณ์ในเรื่องดังกล่าวใกล้เคียงกับนักเรียนชั้น ม.ศ.2 สำหรับเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ และเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น ปรากฏผลว่าอัตราพัฒนาการของความสามารถของนักเรียนในช่วง ม.ศ. 1 – 2 และช่วง ม.ศ. 2 – 3 ไม่ต่างกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าในการทำแบบทดสอบเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ นอกจากนักเรียนจะต้องเข้าใจการใช้สัญญลักษณ์แล้ว ยังต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อีกด้วย ซึ่งนักเรียนชั้น ม.ศ.2 ได้เปรียบนักเรียนชั้น ม.ศ.1 ในด้านที่เคยเรียนเรื่องสัญญลักษณ์มาแล้ว และนักเรียนชั้น ม.ศ.3 ก็ได้เปรียบนักเรียนชั้น ม.ศ.2 ในด้านที่เคยผ่านการเรียนเรื่องฟังชั่นและสมการอย่างยากมาแล้ว ความได้เปรียบเสียเปรียบของนักเรียนในช่วง ม.ศ. 1 – 2

และช่วง ม.ศ.2 – 3 จึงมีพอ ๆ กัน อัตราพัฒนาการใน 2 ช่วงจึงไม่ต่างกัน ส่วนในเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น นักเรียนได้รับประสบการณ์จากในโรงเรียนเพียงเล็กน้อย แต่ได้รับจากชีวิตประจำวันและสิ่งแวดล้อมทั่วไป เช่น การอ่านกราฟทางสถิติจากหนังสือหรือแผนภูมิต่าง ๆ การเล่นเกมส์พนัน การแปรลำดับ การจัดหมู่ และการตัดสินใจในปัญหาต่าง ๆ ซึ่งในโรงเรียนมิได้มีการจัดสอนเป็นเรื่อง ๆ ความสามารถที่เพิ่มขึ้นจึงเป็นไปตามความสามารถทางสติปัญญาและประสบการณ์ทั่วไปที่เพิ่มขึ้นตามระดับอายุ ประสบการณ์ที่ได้รับจากในโรงเรียนมีผลต่อการทำแบบทดสอบเพียงเล็กน้อย อัตราพัฒนาการใน 2 ช่วงจึงไม่ต่างกัน

3. เมื่อพิจารณาความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละระดับชั้น ปรากฏว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 มีความสามารถทางการคิดเพียงพอที่จะเรียนเรื่องสถิติและความน่าจะเป็นได้ ส่วนเรื่องทอปโปโลยี และเรขาคณิตการแปลงสภาพ เรื่องพีชคณิต–แนวใหม่ และเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ ยังสรุปไม่ได้ว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 มีความสามารถพอที่จะเรียนหรือไม่

นักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 มีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์เพียงพอที่จะเรียนเรื่องทอปโปโลยีและเรขาคณิตการแปลงสภาพ พีชคณิตแนวใหม่ ตรีโกณมิติและกราฟ และเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น ทั้ง 4 เรื่องได้

สำหรับเรื่องทอปโปโลยี และเรขาคณิตการแปลงสภาพนี้ แฟร์ (Howard F. Fehr) ได้ให้ข้อคิดเห็นไว้แล้วว่า ในชั้นประถมศึกษาควรจะมีการสอนให้รู้จักรูปร่างทางทอปโปโลยี และให้มีความคิดพื้นฐานในวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพ ซึ่งหมายความว่า เนื้อหาในเรื่องทอปโปโลยีและเรขาคณิตการแปลงสภาพนี้ ถ้าได้รับการปรับปรุงให้เหมาะสมกับสติปัญญาและความสามารถของนักเรียนแล้ว นักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาก็มีความสามารถเรียนได้ จากผลงานวิจัยของ สมัย เหล่าวานิชย์ (สมัย, 2514) พบว่า เด็กมีมโนภาพทางด้านทอปโปโลยีก่อนมโนภาพทางด้านเรขาคณิตแบบยูคลิด ฉะนั้นเมื่อนักเรียนชั้น ม.ศ.1 ซึ่งมีความสามารถเรียนเรขาคณิตของยูคลิดได้ ก็ควรมีความสามารถในการเรียนเรื่องทอปโปโลยี และเรขาคณิตการแปลงสภาพได้ด้วย แต่จากผลการทดสอบยังสรุปดังกล่าวไม่ได้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่านักเรียนไม่เคยศึกษาเนื้อหาดังในแบบทดสอบมาก่อน หรือฉะนั้นคำอธิบายต่าง ๆ เกี่ยวกับเนื้อหาที่จะทดสอบ ซึ่งบอกไว้ในแบบทดสอบ

ไม่เข้าใจในเวลาอันจำกัด จึงตอบข้อทดสอบไม่ได้มากเท่าที่ควร

สำหรับเรื่องพีชคณิตแนวใหม่ และเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ ยังสรุปไม่ได้ว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 มีความสามารถพอที่จะเรียน ด้วยเหตุผลเช่นเดียวกับเรื่องทอปโปโลยี่ และเรขาคณิตการแปลงสภาพ สำหรับเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ ปรากฏว่านักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 ได้คะแนนจากแบบทดสอบชุดนี้น้อยกว่าชุดอื่น ๆ ซึ่งแสดงว่าเนื้อหาที่ทดสอบมีลักษณะยากกว่าข้อทดสอบชุดอื่น ๆ แม้ผลจากการทดสอบจะแสดงว่า นักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 มีความสามารถเรียนเรื่องนี้ได้ แต่ถ้าจะนำเรื่องนี้มาสอน ก็ควรจัดเนื้อหาให้ง่ายกว่า และให้มีลักษณะความเป็นนามธรรมน้อยกว่าเรื่องที่นำมาทดสอบครั้งนี้

สำหรับเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น สรุปผลได้ว่านักเรียนชั้น ม.ศ.1 ม.ศ.2 และ ม.ศ.3 มีความสามารถเรียนได้ทั้ง 3 ชั้น การที่นักเรียนทำแบบทดสอบชุดนี้ได้คะแนนมากกว่าชุดอื่น ๆ อาจเป็นเพราะเรื่องที่นำมาทดสอบเป็นเรื่องที่นักเรียนมีประสบการณ์อยู่บ้างแล้วจากชีวิตประจำวันและสิ่งแวดล้อมทั่วไป

4. เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมของนักเรียนชายกับนักเรียนหญิง นักเรียนชายมีความสามารถทางการคิดในเรื่องทอปโปโลยี่ และเรขาคณิตการแปลงสภาพ เรื่องพีชคณิตแนวใหม่ และเรื่องสถิติและความน่าจะเป็นสูงกว่านักเรียนหญิง ส่วนเรื่องตรีโกณมิติและกราฟ นักเรียนชายและหญิงมีความสามารถไม่แตกต่างกัน เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวมปรากฏว่า นักเรียนชายมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนหญิง ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะว่า แบบทดสอบนี้มุ่งวัดความสามารถทางการคิดอย่างเดียว ในการตอบแบบทดสอบนักเรียนต้องอ่านคำชี้แจงให้เข้าใจและต้องคิดอย่างมีเหตุผลในเวลาอันจำกัด ซึ่งนักเรียนชายอาจมีความสามารถทางด้านนี้สูงกว่า จึงได้คะแนนเฉลี่ยมากกว่านักเรียนหญิง

5. เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมของนักเรียนที่เรียนในกรุงเทพมหานคร กับนักเรียนที่เรียนในต่างจังหวัด นักเรียนในกรุงเทพมหานครมีความสามารถทางการคิดในเรื่องทอปโปโลยี่และเรขาคณิตการแปลงสภาพ เรื่องพีชคณิตแนวใหม่ และเรื่องตรีโกณมิติและกราฟสูงกว่านักเรียนในต่างจังหวัด ส่วนเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น นักเรียนในกรุงเทพมหานคร และในต่างจังหวัด มีความสามารถไม่แตกต่างกัน เมื่อพิจารณาโดยส่วนรวมปรากฏว่า

นักเรียนในกรุงเทพมหานครมีความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนในต่างจังหวัด ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะว่าความสามารถทางการคิดนั้น เป็นผลมาจากประสบการณ์ที่ได้รับจากสิ่งแวดล้อมด้วย กล่าวคือ กรุงเทพมหานครเป็นแหล่งชุมนุมชน เป็นศูนย์กลางของการศึกษา นักเรียนในกรุงเทพมหานครมีโอกาสมากกว่านักเรียนในต่างจังหวัดในการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งอื่น ๆ นอกจากในโรงเรียน ซึ่งสิ่งเหล่านี้อาจมีผลต่อความสามารถทางการคิดเชิงนามธรรมในคณิตศาสตร์ ดังเช่นผลการวิจัยของออปเปอร์ (Opper, 1971)ที่ศึกษาพบว่า นักเรียนในต่างจังหวัดมีอัตราพัฒนาการทางการคิดช้ากว่านักเรียนในกรุงเทพมหานคร ซึ่งแสดงว่าสิ่งแวดล้อมทางสังคมมีผลต่อความสามารถทางการคิดของนักเรียนด้วย

<u>ข้อเสนอแนะ</u>

จากผลของการศึกษาค้นคว้า ผู้วิจัยขอเสนอแนะดังต่อไปนี้

ก. <u>สำหรับการปรับปรุงหลักสูตร และการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น</u>

1. น่าจะมีการนำเรื่องทอปโปโลยี่และเรขาคณิตการแปลงสภาพ พีชคณิตแนวใหม่ ตรีโกณมิติและกราฟ และเรื่องสถิติและความน่าจะเป็น บรรจุเข้าในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในระดับชั้น ม.ศ.2 เพราะว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอที่จะเรียนเรื่องดังกล่าวได้

2. ในการจัดวิชาคณิตศาสตร์เรื่องดังกล่าวเข้าในหลักสูตร ไม่ควรจัดเป็นวิชาบังคับทั้งหมด แต่ควรจัดเป็นวิชาเลือก เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เลือกเรียนตามความสามารถของตน

3. ควรจัดให้มีแบบเรียน หรือหนังสืออ่านประกอบในวิชาคณิตศาสตร์แนวใหม่ในเรื่องต่าง ๆ ให้มาก เพื่อให้นักเรียนที่สนใจได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง ทั้งนี้จากการทดสอบพบว่านักเรียนหลายคนได้คะแนนสูง ซึ่งแสดงว่ามีความสามารถในการอ่านและสามารถเข้าใจได้ด้วยตนเอง

ข. ข้อเสนอแนะสำหรับผู้วิจัยต่อไป

1. ควรจะได้มีการศึกษาค้นคว้าในเรื่องต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยได้กระทำมาแล้วซ้ำอีก เพื่อหาผลที่แน่นอน

2. ควรศึกษาวิจัยบทเรียนในเรื่องดังกล่าว เพื่อจัดบทเรียนให้เหมาะสมกับนักเรียนในระดับชั้นต่าง ๆ.

# บรรณานุกรม

# บรรณานุกรม


ทัศนีย์ อ่องไพบูลย์, ร.ต.หญิง "การสืบค้นปัญหาที่เป็นอุปสรรคในการสอนจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดพระนคร" การวิจัยการศึกษา เล่ม 4 หน้า 18, กองการวิจัย กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ สิงหาคม 2503.

ประณีต เจาฑะเกษตริน และ มงคล สีห์โสภณ "การประชุมสัมมนาเรื่องการสอนคณิตศาสตร์" วารสารคณิตศาสตร์ 10 : 102 มีนาคม 2508.

ประเทิน มหาขันธ์ วิธีสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในชั้นประถมศึกษา เอกสารนิเทศการสอน หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมการฝึกหัดครู กระทรวงศึกษาธิการ 2512, 104 หน้า.

ปราณี สุทธิพงศ์ การศึกษาเกี่ยวกับสมรรถภาพพื้นฐานทางสมองด้านภาษาและตัวเลข ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย และมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2510 ในภาคการศึกษา 1 ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2511, 108 หน้า.

พรรคพงศ์สนิท สนิทวงศ์ "การประชุมเรื่องการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ณ เมืองดาลัต เวียตนามใต้" วารสารคณิตศาสตร์ 10 : 100 มกราคม 2508.

ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ รายงานการสัมมนาครูคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา 18 เมษายน - 6 พฤษภาคม 2509 กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ 2509, 108 หน้า.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เอกสาร ส.ส.ว.ท. สมพงษ์ 2515, 8 หน้า.

สมัย เหล่าวานิชย์ การศึกษาความสามารถในการสร้างมโนภาพ (Concept) เกี่ยวกับทอปโปโลยี (Topology) และเรขาคณิตแบบยูคลิด ของเด็กไทยในระดับอายุ 3 ขวบ ถึง 10 ขวบ ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2514, 102 หน้า.

สาม่ารถ วีระสัมฤทธิ์ สมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับความสามารถทางการเรียนวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7 ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2512, 152 หน้า.

สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ 2507, 101 หน้า.

สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม 2 กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ 2510, 118 หน้า.

สุวรรณา มุ่งเกษม พัฒนาการของการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513, 173 หน้า.

สุวัฒน์ เงินฉ่ำ การศึกษาแบบการคิด (Cognitive Styles) ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513, 100 หน้า.

Adler, Irving, "Mental Growth and Art of Teaching", The Mathematics Teacher, 59 : 706 - 715, December, 1966.

Biddle, John C., "The Square Function : An Abstract System for Trigonometry", The Mathematics Teacher 2 : 121 - 123, February, 1967.

Bruner, Jerome, The Process of Education, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1960, 97 pp.

Eves, Howard, An Introduction to the History of Mathematics, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1969, 464 pp.

Fehr, Howard F., "Reform of Mathematics Education Around the World", The Mathematics Teacher, 58 : 37 - 44, January, 1965.

Garrett, Henry E., Statistics in Psychology and Education, David Mckay Company Inc., New York, 1966, 491 pp.

Gast, Richard H., "The High School Geometry Controversy : Is Transformation Geometry the Answer ?", The Mathematics Teacher, 64 : 37 - 41, January, 1971.

Glass, Gene V., and Stanley, Jullan C., Statistical Methods in Education and Psychology, Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970, 596 pp.

Hedrick, E.R., "Reality of Mathematical Processes", The Mathematics Teacher, 60 : 45 - 51, January, 1967.

Kaper, J.N., "Some Recent Effect of Improvement of School Mathematics in India", The Mathematics Teacher, 61 : 321 - 327, March, 1968.

Kovach, Ladis D., Introduction to Modern Elementary Mathematics, Holden-Day, Inc., San Francisco, 1966, 256 pp.

Langer, Sasanne K., "Algebra and the Development of Reason", The Mathematics Teacher, 59 : 158 - 166, February, 1966.

Lick, W. Dale, "Why not Mathematics", The Mathematics Teacher, 64 : 85 - 90, January, 1971.

Moore, Eliakim Hastings, "The Foundation of Mathematics", The Mathematics Teacher, 60 : 360 - 374, April, 1967.

Munn, Norman Leslie, Student's Manual to Accompany Introduction to Psychology, Houghton Mifflin, Boston, 1962, 90 pp.

Munn, Norman Leslie, Psychology, Houghton Mifflin, Boston, 1956, 542 pp.

Olander, Clarence E., "Let's Teach Statistics" The Mathematics Teacher, 51 : 253 - 257, April, 1958.

Opper, P. Sylvia, Intellectual Development in Thai Children , Docter's Thesis, Faculty of the Graduate School, Cornell University, Cornell, 1971, 325 pp.

Poincare', Henri, "Mathematical Definitions and Teaching", The Mathematics Teacher, 62 : 295 - 305, April, 1969.

Rappaport, David, "Logic, Psychology and the New Mathematics", School Science and Mathematics, 67 : 681 - 682, November, 1967.

The School Mathematics Project, Teacher's Guide for Book 2, Cambridge University Press, London, 1966, 231 pp.

Sobel, Max A., "Concept Learning in Algebra", The Mathematics Teacher, 49 : 425 - 428, October, 1956.

Spitzer, Herbert F., "Learning and Teaching Arithmetic", The Teaching of Arithmetic, University of Chicago, Chicago, 1935.

William, J.D., "Mathematics Reform in the Primary School", International Studies in Education, Unesco Institute for Education, Hamberg, 1967, 130 pp.

# ภาคผนวก

สูตรที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล (Glass, 1970)

1. การคำนวณคะแนนเฉลี่ย และค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n}$$

$$S.D. = \sqrt{\frac{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ = ค่าคะแนนเฉลี่ย

S.D. = ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\Sigma X$ = ผลรวมของคะแนนจากแบบทดสอบ

$\Sigma X^2$ = ผลรวมของคะแนนยกกำลังสอง

n = จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. การคำนวณค่า F

$$F = \frac{MS_{between}}{MS_{within}}$$

เมื่อ $MS = \frac{SS}{df}$

$$SS_b = \sum_{j=1}^{J} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}\right)^2}{n_j} - \frac{\left(\sum_{j}^{J}\sum_{i}^{n_j} X_{ij}\right)^2}{N}$$

$$SS_w = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}^2 - \sum_{j=1}^{J} \frac{\left(\sum_{i=1}^{n_j} X_{ij}\right)^2}{n_j}$$

$$df_b = J - 1 \ , \ df_w = N - J$$

เมื่อ $J$ = จำนวนกลุ่ม

$n_j$ = จำนวนนักเรียนในแต่ละกลุ่ม

$N$ = $\sum n_j$ : ผลรวมของนักเรียนทุกกลุ่ม

3. การคำนวณค่า t

ก. เมื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างกลุ่มสองกลุ่ม

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)\, S_1^2 + (n_2 - 1)\, S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ = คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

$S_1^2, S_2^2$ = ความแปรปรวนของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

$n_1, n_2$ = จำนวนนักเรียนในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

ข. เมื่อทดสอบความเป็นเส้นตรงของกราฟ (ภาพที่ 1 – 4)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ เป็นคะแนนเฉลี่ยของชั้น ม.ศ.2

$\mu$ เป็นคะแนนเฉลี่ยที่คาดไว้

$$\mu = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_3}{2}$$

$\bar{X}_1, \bar{X}_3$ = คะแนนเฉลี่ยของชั้น ม.ศ.1 และ ม.ศ.3 ตามลำดับ

4. การคำนวณค่าสหสัมพันธ์

$$r_{xy} = \frac{n\Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{[n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2]\,[n\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}}$$

เมื่อ $\Sigma XY$ = ผลรวมของผลคูณของคะแนน X และ Y

$\Sigma X$, $\Sigma Y$ = ผลรวมของคะแนน X และผลรวมของคะแนน Y

$\Sigma X^2$, $\Sigma Y^2$ = ผลรวมของคะแนนยกกำลังสอง

n = จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

5. การคำนวณค่า $S^2$ ของคะแนนรวมจากแบบทดสอบเมื่อรู้ค่า $S^2$ ของคะแนนจากแบบทดสอบแต่ละชุด

$$S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2 + 2 r_{12} S_1 S_2 + 2 r_{13} S_1 S_3 + 2 r_{14} S_1 S_4 + 2 r_{23} S_2 S_3 + 2 r_{24} S_2 S_4 + 2 r_{34} S_3 S_4$$

เมื่อ $S^2$ = ค่าความแปรปรวนของคะแนนรวม

$S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$ = ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบชุดที่ 1, 2, 3, 4 ตามลำดับ

$r_{12}$, $r_{13}$, ..., $r_{34}$ = ค่าสหสัมพันธ์ของคะแนนจากแบบทดสอบชุดที่ 1 กับชุดที่ 2, ชุดที่ 1 กับชุดที่ 3, ....., ชุดที่ 3 กับชุดที่ 4 ตามลำดับ

ตาราง 12 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของข้อทดสอบ

| ข้อที่ | ชุดที่ 1 | | ชุดที่ 2 | | ชุดที่ 3 | | ชุดที่ 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | p | r | p | r | p | r | p | r |
| 1 | 77 | 31 | 67 | 51 | 80 | 47 | 60 | 47 |
| 2 | 41 | 43 | 66 | 44 | 61 | 45 | 62 | 53 |
| 3 | 51 | 59 | 61 | 39 | 71 | 43 | 31 | 42 |
| 4 | 38 | 65 | 80 | 65 | 34 | 23 | 80 | 26 |
| 5 | 46 | 37 | 79 | 62 | 55 | 49 | 31 | 67 |
| 6 | 23 | 40 | 80 | 44 | 36 | 20 | 41 | 29 |
| 7 | 53 | 42 | 56 | 66 | 34 | 37 | 55 | 45 |
| 8 | 49 | 25 | 66 | 23 | 86 | 50 | 36 | 50 |
| 9 | 55 | 36 | 50 | 63 | 52 | 55 | 62 | 33 |
| 10 | 36 | 30 | 37 | 72 | 30 | 46 | 47 | 49 |
| 11 | 39 | 41 | 48 | 55 | 36 | 40 | 44 | 29 |
| 12 | 49 | 42 | 42 | 38 | 30 | 46 | 60 | 52 |
| 13 | 51 | 42 | 53 | 34 | 58 | 70 | 32 | 44 |
| 14 | 26 | 32 | 53 | 22 | 50 | 73 | 77 | 31 |
| 15 | 43 | 36 | 31 | 20 | 48 | 65 | 64 | 22 |
| 16 | 63 | 40 | 24 | 35 | 37 | 36 | 48 | 57 |
| 17 | 50 | 54 | 50 | 52 | 27 | 59 | 58 | 41 |
| 18 | 41 | 20 | 60 | 53 | 24 | 26 | 45 | 45 |

ตาราง 12 (ต่อ)

| ข้อที่ | ชุดที่ 1 | | ชุดที่ 2 | | ชุดที่ 3 | | ชุดที่ 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | p | r | p | r | p | r | p | r |
| 19 | 52 | 51 | 44 | 27 | 60 | 68 | 25 | 24 |
| 20 | 64 | 62 | 66 | 68 | 62 | 57 | 42 | 41 |
| 21 | 37 | 32 | 25 | 22 | 80 | 61 | 42 | 41 |
| 22 | 49 | 35 | 45 | 49 | 24 | 35 | 25 | 30 |
| 23 | 50 | 40 | 36 | 20 | 63 | 49 | 65 | 37 |
| 24 | 61 | 60 | 55 | 38 | 41 | 29 | 54 | 47 |
| 25 | 62 | 37 | 40 | 29 | 28 | 25 | 38 | 61 |
| 26 | 49 | 35 | 40 | 41 | 44 | 29 | 56 | 29 |
| 27 | 62 | 41 | 48 | 37 | 25 | 27 | 55 | 32 |
| 28 | 47 | 35 | 42 | 44 | 48 | 31 | 56 | 24 |
| 29 | 40 | 46 | 28 | 51 | 24 | 43 | 51 | 37 |
| 30 | 67 | 33 | 33 | 20 | 34 | 23 | 39 | 30 |

# แบบทดสอบความสามารถทางการคิดในวิชาคณิตศาสตร์
## สำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

---

คำอธิบาย

1. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบที่มุ่งวัดความสามารถทางการคิดในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือมุ่งวัดความคิดพื้นฐาน ความสามารถที่จะเข้าใจนิยาม ความสามารถในการสร้างกฎ สูตร ที่เป็นทฤษฎี และความสามารถในการนำไปใช้
2. เนื้อหาวิชาที่จะทดสอบ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรืออาจเคยเรียนมาบ้างแล้วเล็กน้อย ในการทำแบบทดสอบนักเรียนยังจำเป็นต้องใช้ความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วบ้าง
3. ความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการทำแบบทดสอบ จะบอกไว้ควบคู่ไปกับข้อทดสอบ <u>นักเรียนต้องอ่านให้เข้าใจก่อนทำแบบทดสอบ</u> ตอนใดที่จำเป็น ครูจะเป็นผู้อธิบายให้เข้าใจเป็นอย่างดี
4. ข้อทดสอบมี 4 ชุด คือ

| | | | |
|---|---|---|---|
| ชุดที่ 1 | ทอปโปโลยี และเรขาคณิตบางเรื่อง | 30 | ข้อ |
| ชุดที่ 2 | พีชคณิตแนวใหม่ | 30 | ข้อ |
| ชุดที่ 3 | ตรีโกณมิติและกราฟ | 30 | ข้อ |
| ชุดที่ 4 | สถิติและความน่าจะเป็น | 30 | ข้อ |

ใช้เวลาตอบข้อทดสอบชุดละประมาณ 45 นาที

5. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบทั้งสิ้น การตอบคำถามทำดังนี้

<u>ตัวอย่าง</u>

(0) รูป 8 เหลี่ยม มีกี่ด้าน

ก. 6 ด้าน ค. 8 ด้าน

ข. 7 ด้าน ง. กี่ด้านก็ได้

คำตอบคือข้อ ค. นักเรียนก็ไปขีดกากบาทลงบนข้อ ค. ในกระดาษคำตอบ ดังนี้

ก. ข. ค. ง.

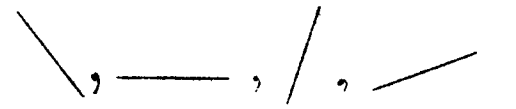
ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ก็ให้ขีดทับรอยเดิม แล้วกากบาทบนคำตอบใหม่ ดังนี้

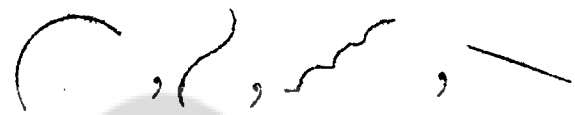
ก. ข. ค. ง.

6. โปรดอย่าขีดเขียนข้อความใด ๆ ลงในแบบทดสอบ

## แบบทดสอบชุดที่ 1

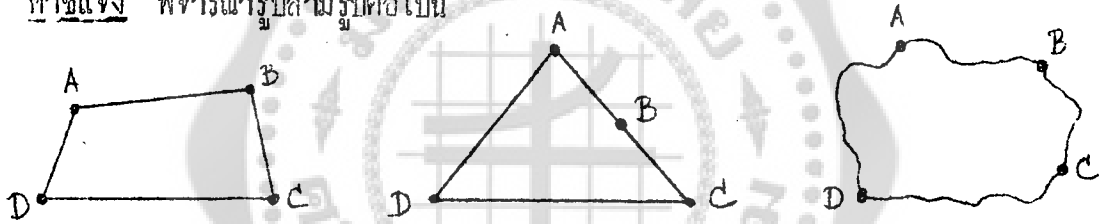
พิจารณาโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วใส่เครื่องหมาย × ลงบนตัวอักษรซึ่งกำกับคำตอบที่ถูกต้อง (ในกระดาษคำตอบ)

1. ถ้าเราเรียกรูปเหล่านี้ว่า "เส้นตรง" 

เราจะเรียกรูปเหล่านี้  ว่าอย่างไร

ก. เส้นตรง ข. เส้นโค้ง ค. "เส้น" เฉย ๆ ง. เส้นคด

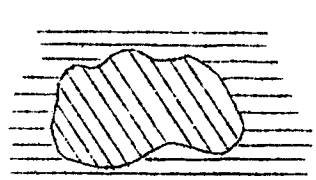
คำชี้แจง พิจารณารูปสามรูปต่อไปนี้



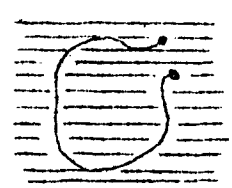

มีส่วนที่เหมือนกันคือ

1. มี 4 จุด ที่มีชื่อเหมือนกัน
2. ลำดับชื่อเหมือนกัน
3. มี "เส้นขอบ" หนึ่งเส้นเหมือนกัน

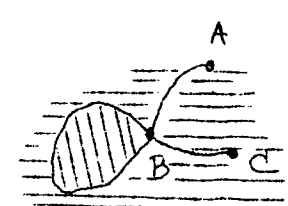
จากรูปดังกล่าว เส้นที่ลากผ่านจุด A, B, C, D แบ่งระนาบของกระดาษ ออกเป็น 2 ส่วน ในรูปส่วนหนึ่ง นอกรูปอีกส่วนหนึ่ง ดังที่แรเงาไว้ไม่เหมือนกัน ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1



รูปที่ 2



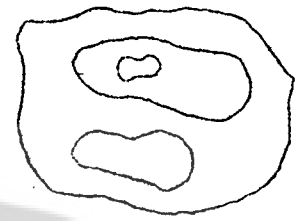

รูปที่ 3

แต่ละส่วนเรียก "บริเวณ" เส้นที่แบ่งระนาบเรียกว่า "เส้นขอบ" ดังรูปตัวอย่าง

มีเส้นขอบ 1 เส้น และมีบริเวณ 2 บริเวณ ถ้าเส้นขอบไม่ต่อกันดังรูปที่ 2 ถือว่ามีบริเวณเดียว ส่วนรูปที่ 3 มีเส้นขอบ 3 เส้น คือ AB, BB และ BC แต่มีบริเวณ 2 บริเวณ

คำถามข้อ 2 – 5

2. ในรูปทางขวามือ มีกี่บริเวณ (ต้องนับบริเวณภายนอกด้วย)



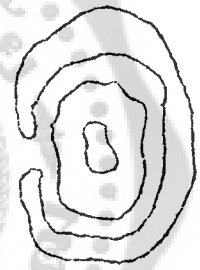
ก. 4 เส้น 4 บริเวณ

ข. 4 เส้น 5 บริเวณ

ค. 4 เส้น 6 บริเวณ

ง. 5 เส้น 6 บริเวณ

3. รูปทางขวามือมีเส้นขอบกี่เส้น และมีบริเวณกี่บริเวณ



ก. 3 เส้น 3 บริเวณ

ข. 3 เส้น 4 บริเวณ

ค. 3 เส้น 5 บริเวณ

ง. 4 เส้น 4 บริเวณ

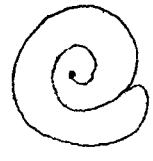
4. เราเรียกรูปเหล่านี้ว่า "รูปปิดธรรมดา"

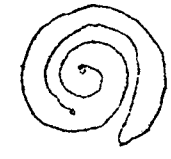
1 2 3 4

ซึ่งเรานิยามว่า "รูปปิดธรรมดา" คือรูปที่แบ่งบริเวณออกเป็น 2 ส่วน และมีเส้นขอบเส้นเดียว รูปต่อไปนี้ รูปใดเป็นรูปปิดธรรมดา

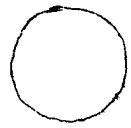
ก.

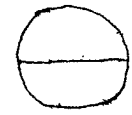
ค.

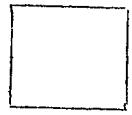
ข. 

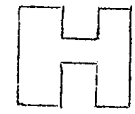
ง. 

5. รูปใดต่างจากรูปอื่น ๆ

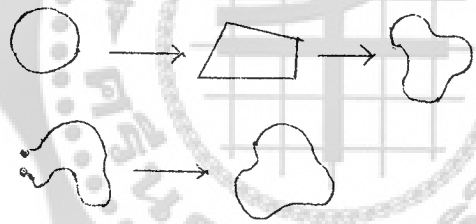
ก. 

ค. 

ข. 

ง. 

<u>คำชี้แจง</u> การเปลี่ยนตำแหน่ง หรือเปลี่ยนรูปร่างของรูป เรียกว่าการกลายรูป การกลายรูปทางทอปโปโลยี่ หมายถึงการยืด หด หรือการโค้งรูป โดยไม่มีจำนวนเส้นและบริเวณคงเดิม

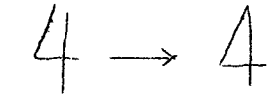
<u>ตัวอย่าง</u> 

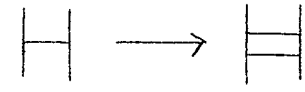
เป็นการกลายรูปทางทอปโปโลยี่

ไม่ใช่การกลายรูปทางทอปโปโลยี่

คำถามข้อ 6 – 7

6. รูปใดเป็นการกลายรูปทางทอปโปโลยี่

ก. 

ค. 

ข.

ง.

7. รูปใด<u>ไม่ใช่</u>การกลายรูปทางทอปโปโลยี่

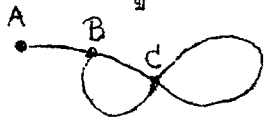
ก.

ค.

ข.

ง.

คำชี้แจง ส่วนของเส้นขอบเรียกว่า "ส่วนโค้ง" จุดปลายของส่วนโค้งเรียกว่า เวอร์เทกซ์ ดังรูปซ้ายมือ




มีเวอร์เทกซ์ 3 จุด คือ A, B, C มีส่วนโค้ง 4 เส้น คือ AB 1 เส้น BC 2 เส้น และ CC 1 เส้น

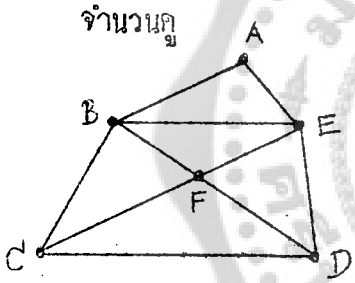
ที่จุด A มีส่วนโค้งมาพบจุด A 1 ปลาย เรียก A ว่า เวอร์เทกซ์คี่

ที่จุด B มีส่วนโค้งมาพบจุด B 3 ปลาย เรียก B ว่า เวอร์เทกซ์คี่

ที่จุด C มีส่วนโค้งมาพบจุด C 4 ปลาย เรียก C ว่า เวอร์เทกซ์คู่

เวอร์เทกซ์คี่ หมายความว่า เวอร์เทกซ์ที่มีจำนวนส่วนโค้งมาพบเวอร์เทกซ์นั้นเป็นจำนวนคี่

เวอร์เทกซ์คู่ หมายความว่า เวอร์เทกซ์ที่มีจำนวนส่วนโค้งมาพบเวอร์เทกซ์นั้นเป็นจำนวนคู่



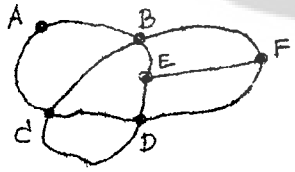

ตัวอย่าง ดังรูปทางซ้ายมือ

เวอร์เทกซ์คู่มี 4 จุดคือจุด A, B, E, F เป็นเวอร์เทกซ์คู่

เวอร์เทกซ์คี่มี 2 จุดคือจุด C, D เป็นเวอร์เทกซ์คี่

คำถามข้อ 8 – 10

8. จากรูป จุดใดเป็นเวอร์เทกซ์คี่




ก. A, B ค. A, F

ข. B, E, F ง. E, F

9. เราสามารถสร้างรูปรูปหนึ่งให้มีเวอร์เทกซ์คี่ได้กี่จุด

ก. 1 จุด ค. 3 จุด

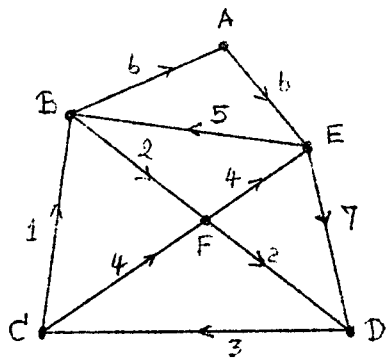
ข. 2 จุด ง. 5 จุด

10. เราสามารถสร้างรูปรูปหนึ่งให้มีเวอร์เทกซ์คู่ได้กี่จุด

ก. 4 จุด ค. 6 จุด

ข. 5 จุด ง. กี่จุดก็ได้

<u>คำชี้แจง</u> นักเรียนดูตัวอย่างดังรูป



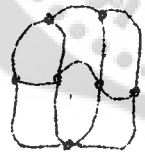

รูปนี้มีเวอร์เทกซ์คู่ 4 จุด มีเวอร์เทกซ์คี่ 2 จุด นักเรียนสามารถใช้ดินสอลากตามเส้นทุกเส้นโดยไม่ต้องยกดินสอและไม่ซ้ำเส้นเดิมที่ลากไปแล้วได้ ลองเริ่มที่จุด C ไปตามหมายเลข 1 ถึงจุด B ไปตามหมายเลข 2 ผ่านจุด F ถึงจุด D ไปตามหมายเลข 3 ถึงจุด C ไปตามหมายเลข 4 ผ่านจุด F ถึงจุด E ไปตามหมายเลข 5 ถึงจุด B ไปตามหมายเลข 6 ผ่านจุด A ถึงจุด E ไปตามหมายเลข 7 ถึงจุด D เป็นอันเสร็จ

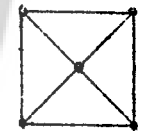
นักเรียนอาจจะเริ่มที่จุดอื่น หรือลากไปทางอื่นก็อาจทำได้เหมือนกัน

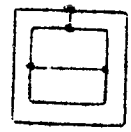
มีทฤษฎีเกี่ยวกับเรื่องนี้บอกว่า ถ้ารูปใดมีจำนวนเวอร์เทกซ์คี่ไม่เกิน 2 จุดแล้ว เราสามารถลากเส้นผ่านเส้นทุกเส้นโดยไม่ต้องยกดินสอและไม่ซ้ำรอยเดิมได้ แต่ถ้ามีจำนวนเวอร์เทกซ์คี่มากกว่า 2 จุดแล้ว เราไม่สามารถทำเช่นนี้ได้

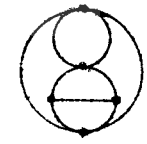
คำถามข้อ 11 – 12

11. ข้อใดที่นักเรียนจะลากเส้นผ่านครบทุกเส้นได้โดยไม่ต้องยกดินสอและไม่ซ้ำรอยเดิม

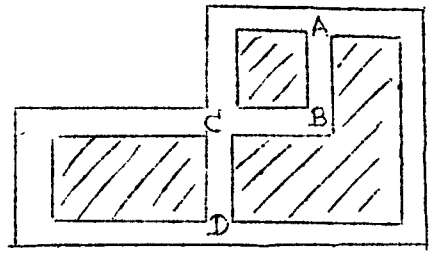
ก. 

ค. 

ข. 

ง. 

12. จะขับรถไปตามถนนดังรูป ให้ผ่านถนนทุกสาย โดยให้เสียค่าน้ำมันน้อยที่สุด จะเริ่มจากจุดใดจึงจะดี



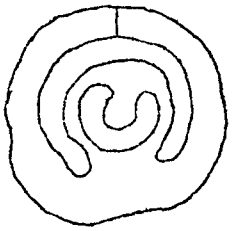

ก. A หรือ B

ข. A หรือ D

ค. B หรือ C

ง. จุดใดก็ได้

13. รูปนี้มีกี่บริเวณ (นับบริเวณภายนอกด้วย)

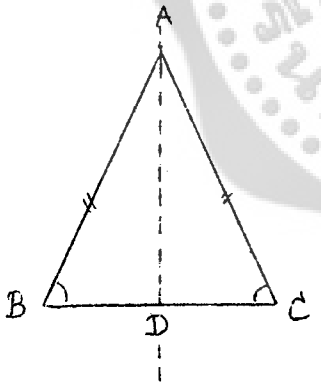


ก. 3
ข. 4
ค. 5
ง. 6

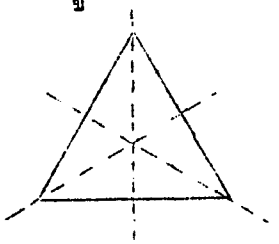
14. ถ้าเราจะระบายสีรูปต่อไปนี้ โดยระบายบริเวณละสี ถ้าบริเวณติดกันให้ใช้สีต่างกัน ถ้าบริเวณไม่ติดกันใช้สีเหมือนกันได้ รูปนี้จะต้องใช้สีอย่างน้อยกี่สี
(ไม่ต้องระบายนอกรูป)

ก. 2 สี
ข. 3 สี
ค. 4 สี
ง. 5 สี

<u>คำชี้แจง</u> พิจารณารูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC ถ้าเราลากเส้น AD ให้ตั้งฉากกับ BC (ตามรอยเส้นประ) เพราะฉะนั้นสามเหลี่ยม ABD กับสามเหลี่ยม ADC เท่ากันทุกประการ ถ้านักเรียนพับตามรอยเส้นประ AD จะเห็นว่าสามเหลี่ยม ABD ทับสามเหลี่ยม ACD สนิท คือจุด B ทับจุด C เส้น AB ทับ AC และ BD ทับ CD สนิท เราเรียกว่า รูปสามเหลี่ยม ABD สมมาตรกับสามเหลี่ยม ACD เส้น AD เรียกว่า<u>แกนสมมาตร</u>




ดังรูปนี้ สามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC มีแกนสมมาตรแกนเดียว
สามเหลี่ยมด้านเท่าจะมีแกนสมมาตรถึงสามแกน (ดังรูป) ถ้าพับตามแกน (รอยเส้นประ) ทั้ง 3 แกน รูปสามเหลี่ยมสองข้างจะทับกันสนิท



คำถาม ข้อ 15 – 23

15. รูปใดที่มีแกนสมมาตร

ก.

ค.

ข.

ง. มีทุกข้อ

16. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีแกนสมมาตรกี่แกน

ก. 1 แกน

ค. 3 แกน

ข. 2 แกน

ง. 4 แกน

17. รูปสี่เหลี่ยมจตุรัสมีแกนสมมาตรกี่แกน

ก. 1 แกน

ค. 3 แกน

ข. 2 แกน

ง. 4 แกน

18. รูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามีแกนสมมาตรกี่แกน

ก. 2 แกน

ค. 8 แกน

ข. 4 แกน

ง. นับไม่ถ้วน

19. วงกลมมีแกนสมมาตรกี่แกน

ก. 1 แกน

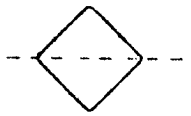
ค. 6 แกน

ข. 2 แกน

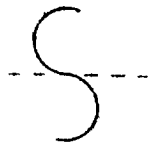
ง. นับไม่ถ้วน

20. รูปใดสมมาตรกันตามแกนที่กำหนด

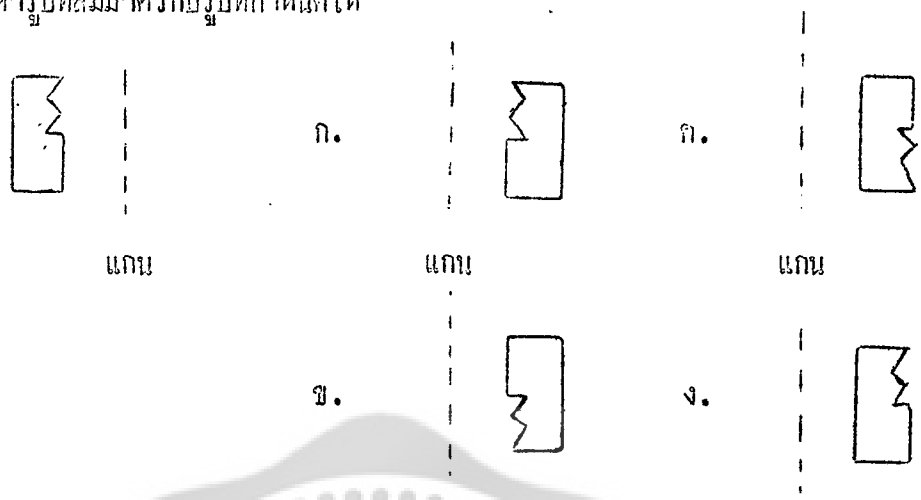
ก.

ค. 

ข.

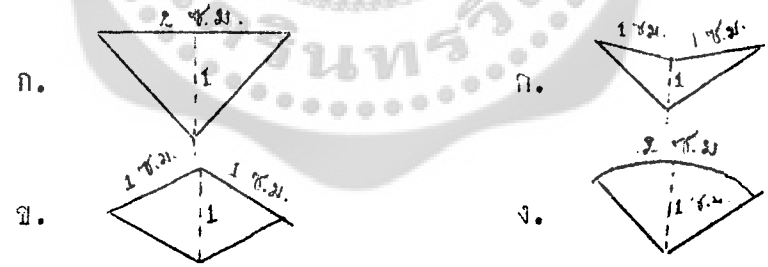
ง. 

21. จงหารูปที่สมมาตรกับรูปที่กำหนดให้

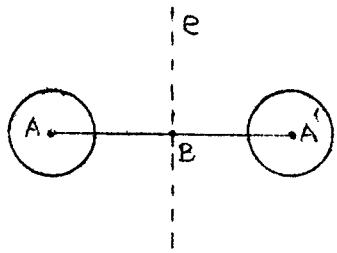



22. มีกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังรูป 1 พับตามรอยประให้สนิท แล้วตัด**ตาม**รอย ดังรูปที่ 2

แล้วกางส่วนที่ตัดออกให้แบนราบ ส่วนที่ตัดเป็นรูปใด




23. วงกลมที่มี A เป็นจุดศูนย์กลาง สมมาตรกับวงกลมที่มี A' เป็นจุดศูนย์กลาง โดยมีเส้น e เป็นแกนสมมาตรดังรูป ถ้าโยงเส้น AA' ตัดเส้น e ที่จุด B จะเกิดผลอย่างไร



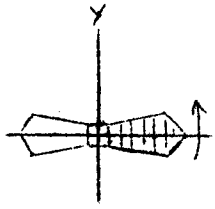

ก. $AB = BA'$

ข. $A'A$ ตั้งฉากกับเส้น e

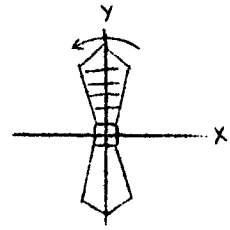
ค. ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

ง. สรุปแน่นอนไม่ได้

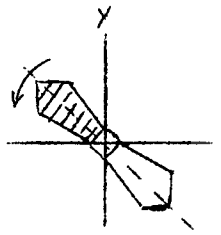
<u>คำชี้แจง</u> พิจารณารูปต่อไปนี้



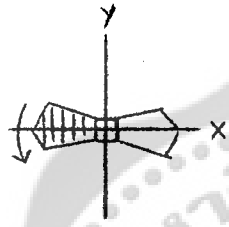

รูปที่ 1




รูปที่ 2




รูปที่ 3



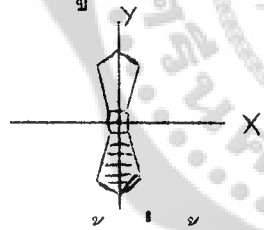

รูปที่ 4

รูปที่ 1 เป็นรูปกังหันวางตามแนวแกน X มีจุดกึ่งกลางที่จุด O ถ้าเราหมุนกังหันไปตามลูกศร หมุนไป 90° รูปกังหันจะวางตัวตามแนวแกน Y ดังรูปที่ 2 ถ้าหมุนจากรูปที่ 2 ไปตามลูกศรอีก 45° รูปกังหันจะอยู่ในตำแหน่งดังรูปที่ 3

จากรูปที่ 3 ถ้าหมุนไปอีก 45° รูปกังหันจะวางตัวตามแนวแกน X ดังรูปที่ 4 จะเห็นว่ารูปที่ 4 เป็นการหมุนของรูปที่ 1 ไป 180° พอดี สังเกตที่แรเงาเดิมอยู่ทางขวา (ในรูปที่ 1) เมื่อหมุนไป 180° จะมาอยู่ทางซ้าย (ดังรูปที่ 4)

ตอบคำถามข้อ 24 – 27

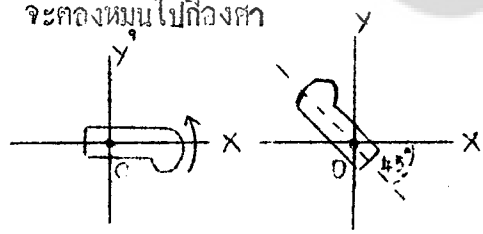
24. ถ้ากังหันอยู่ตามแนวแกน X ดังรูปที่ 4 หมุนไปตามลูกศร ให้เป็นรูปดังในภาพ ต้องหมุนไปกี่องศา




ก. 45° ค. 180°

ข. 90° ง. 360°

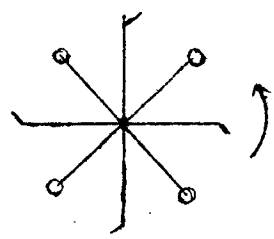
25. ดังรูป ก. ข้างล่างถ้าจะหมุนไปตามลูกศรโดยให้จุด O เป็นจุดหมุน ให้เป็นภาพดังรูป ข. จะต้องหมุนไปกี่องศา




รูป ก. รูป ข.

ก. 45° ค. 135°

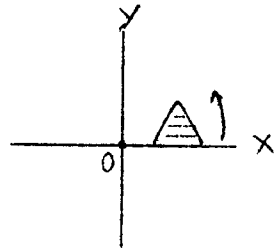
ข. 90° ง. 225°

26. 

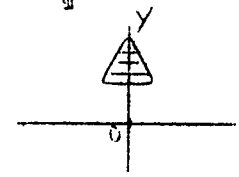
ดังภาพ ถ้าจะหมุนไปตามลูกศร หมุนไปให้ภาพมีลักษณะเหมือนเดิม จะต้องหมุนไปกี่องศา

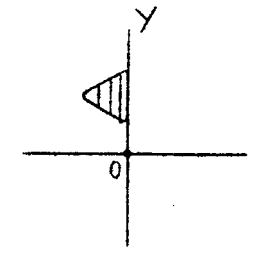
ก. 45° ค. 90°

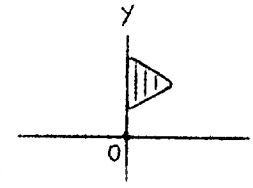
ข. 60° ง. 135°

27. 

รูปสามเหลี่ยม หมุนไปตามลูกศร 90° โดยมีจุด 0 เป็นจุดหมุน จะเป็นรูปใด

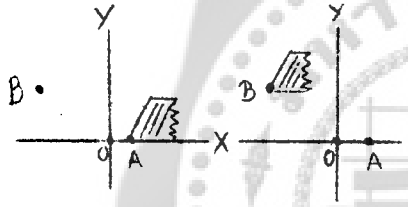
ก. 

ก. 


ข. 

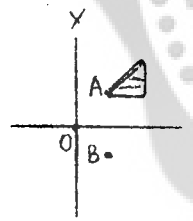
ง. ไม่มีข้อใดถูก

คำชี้แจง : การย้ายที่เป็นการเปลี่ยนตำแหน่ง โดยที่รูปร่างลักษณะขนาดและทิศทางของรูปยังคงเดิม ดังตัวอย่าง

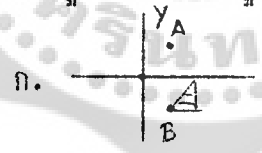


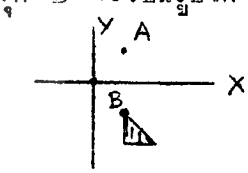
รูป ก. รูป ข.

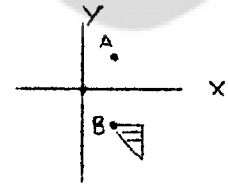
จากรูป ก. ภาพ วางอยู่ที่จุด A ถ้าย้ายไปอยู่ที่จุด B จะเป็นดังรูป ข.

28. 

รูปสามเหลี่ยมอยู่ที่จุด A ถ้าย้ายไปที่จุด B จะเป็นรูปใด

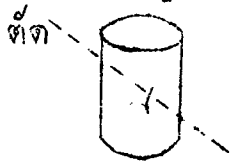
ก. 

ก. 


ข. 

ง. ไม่มีข้อใดถูก

29. ถ้าเราตัดรูปทรงกระบอกกลม ดังรูป หน้าตัดจะเป็นรูปใด




ก. วงกลม
ข. วงรี
ค. รูปพาราโบลา (คือรูป ∪ )
ง. ไม่มีข้อใดถูก

30. วงกลม 1 วง จะตัดด้านของสามเหลี่ยมได้อย่างมาก 6 จุด
วงกลม 1 วง จะตัดด้านของรูปหกเหลี่ยมได้อย่างมากกี่จุด

ก. 8 จุด ข. 10 จุด ค. 12 จุด ง. 16 จุด

# แบบทดสอบชุดที่ 2

## เซ็ท

คำว่า "เซ็ท" หมายถึง "กลุ่ม" หรือ "ฝูง" เป็นคำที่ใช้ในความหมายของความเป็นพวกเดียวกัน เช่น คนกลุ่มนั้น นกฝูงนั้น เราก็ใช้คำว่า เซ็ท แทน โดยเรียกว่า คนเซ็ทนั้น หรือเซ็ทของคนเซ็ทนั้น เซ็ทของนักเซ็ทนั้น หรือถ้าเรากล่าวว่า "เซ็ทของนักเรียน มศ.1 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต" ก็หมายถึงนักเรียน มศ.1 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิตทั้งหมด ใครก็ตามที่เป็นนักเรียน มศ.1 ของโรงเรียนวชิรธรรมสาธิต ก็รวมอยู่ในเซ็ทนี้ แต่ละคนที่อยู่ในเซ็ท เรียกว่า "เป็นสมาชิกของเซ็ท"

สมมุติว่า มีนักเรียน 4 คน ชื่อ สวัสดิ์ สนิท สมพงษ์ สุทธิ เป็นเพื่อนกัน เดินไปไหนต่อไหนด้วยกัน ทั้ง 4 คนนี้ เราอาจเรียกได้ว่าเป็นกลุ่มหนึ่ง หรือ "เซ็ทหนึ่ง" ถ้าเราให้ชื่อว่าเซ็ท A เราเขียนสัญญลักษณ์แทนเซ็ทนี้ได้คือ

$$A = \{\text{สวัสดิ์},\ \text{สนิท},\ \text{สมพงษ์},\ \text{สุทธิ}\}$$

เราใช้วงเล็บปีกกา แสดงความหมายที่เป็นเซ็ทดังตัวอย่าง หมายความว่าเซ็ท A ประกอบด้วยสมาชิก 4 คน แต่ละคนเป็นสมาชิกของเซ็ท A

ตัวอย่างของเซ็ท

1. เซ็ท A = $\{\bigcirc, \ominus, \oplus, \oplus\}$ เซ็ทนี้มีสมาชิก 4 ตัว
2. เซ็ท B = $\{0, 1\}$ เซ็ทนี้มีสมาชิก 2 ตัว คือ 0 กับ 1
3. เซ็ท C = $\{0\}$ เซ็ทนี้มีสมาชิกตัวเดียวคือ 0
4. เซ็ท N = $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ เซ็ทนี้ประกอบด้วยจำนวนนับ เช่น 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..... เรื่อย ๆ ไป มีสมาชิกมากมาย เลขที่เป็นจำนวนนับเป็นสมาชิกของเซ็ทนี้ทั้งสิ้น เช่น 10, 100, 102, 1500, เป็นต้น เลขที่เป็นเศษส่วน เช่น $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ ไม่ใช่สมาชิกของเซ็ทนี้

ฯลฯ

นักเรียนรู้จักเครื่องหมาย +, −, ×, ÷ เป็นอย่างดี ต่อไปนี้ นักเรียนจะรู้จักเครื่องหมายแบบอื่น ๆ ซึ่งคล้าย ๆ กับเครื่องหมายดังกล่าว

กำหนดหมายเลข วันอาทิตย์ = 1, จันทร์ = 2, อังคาร = 3

พุธ = 4, พฤหัส = 5, ศุกร์ = 6, เสาร์ = 7

และกำหนดเครื่องหมาย $\oplus$ ดังนี้

a $\oplus$ b หมายความว่า นับจากวันหมายเลข a ไปอีก b วัน

เช่น 6 $\oplus$ 4 = ? หมายเลข 6 ตรงกับวันศุกร์ 6 $\oplus$ 4 ก็หมายความว่านับจากวันศุกร์ไปอีก 4 วัน ซึ่งตรงกับวันอังคาร หมายเลข 3

$\therefore$ 6 $\oplus$ 4 = 3

อีกตัวอย่างหนึ่ง 3 $\oplus$ 7 = ? หมายเลข 3 ตรงกับวันอังคาร นับจากวันอังคารไปอีก 7 วัน ตรงกับวันอังคารหมายเลข 3 อีก

$\therefore$ 3 $\oplus$ 7 = 3 เป็นต้น

คำถามข้อ 1 – 3

1. 5 $\oplus$ 4 = ?

ก. 9 ค. 2

ข. 1 ง. ไม่มีคำตอบถูก

2. 5 $\oplus$ ? = 1

ก. 2 ค. 4

ข. 3 ง. ไม่มีคำตอบถูก

3. ? $\oplus$ 7 = 4

ก. 7 ค. 4

ข. 5 ง. ไม่มีคำตอบถูก

<u>คำชี้แจง</u>

ในเซ็ท $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ มีสมาชิกอยู่ 10 ตัว ถ้าเรานิยามเครื่องหมาย $\oplus$ ว่าดังนี้

a $\oplus$ b หมายความว่า a + b แต่ไม่คิดหลักสิบ คิดเฉพาะหลักหน่วย หลักสิบตัดทิ้ง เช่น

6 + 7 = 13 แต่ 6 $\oplus$ 7 = 3 (ไม่คิดเลขหลักสิบ)

ตอบคำถามข้อ 4 – 5

4. 7 ⊕ 7 = ?

ก. 14

ข. 4

ค. 7

ง. ไม่มีคำตอบถูก

5. ? ⊕ 4 = 2

ก. 8

ข. 6

ค. 2

ง. ไม่มีคำตอบถูก

<u>คำชี้แจง</u>

เซ็ท $\Lambda = \{ \bigcirc, \ominus, \oplus, \oplus, \}$ กับเครื่องหมาย *

ซึ่งนิยามว่าเครื่องหมาย * คือการยกทับ เช่น

$\bigcirc * \ominus = \ominus$

$\ominus * \oplus = \oplus$

คำถามข้อ 6 – 8

6. ? * $\bigcirc$ = $\oplus$

ก. $\bigcirc$

ข. $\ominus$

ค. $\oplus$

ง. $\oplus$

7. $\oplus$ * ? = $\ominus$

ก. $\bigcirc$

ข. $\ominus$

ค. $\oplus$

ง. ไม่มีคำตอบถูก

8. $\ominus$ * ? = $\ominus$

ก. $\ominus$

ข. $\oplus$

ค. $\oplus$

ง. ไม่มีคำตอบถูก

9. ถ้าเรานิยามเครื่องหมาย * ว่าดังนี้

ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเลข a * b = c หมายความว่า a = b + c

เพราะฉนั้น 3 * 2 เท่ากับเท่าไร

ก. 5 ค. 6

ข. 1 ง. ไม่มีคำตอบถูก

10. ถ้าเรานิยามเครื่องหมาย ◻ ว่าดังนี้

a ◻ b = c หมายความว่า a = b × c

เพราะฉนั้น 6 ◻ 2 = ?

ก. 8 ค. 12

ข. 4 ง. 3

<u>คำชี้แจง</u>

สมมุติว่าเซ็ท P $= \left\{ \bigcirc, \oplus \right\}$ ซึ่งมีสมาชิก 2 ตัว และเครื่องหมาย * คือการยกทับ ดังตัวอย่างเซ็ท P กับเครื่องหมาย * มีคุณสมบัติดังนี้คือ

ถ้าเราเอาสมาชิกของเซ็ท P มายกทับกัน ผลที่ได้จะเป็นสมาชิกของเซ็ท P เสมอ

เช่น

$\bigcirc * \bigcirc = \bigcirc$ , $\bigcirc$ เป็นสมาชิกของเซ็ท P

$\oplus * \bigcirc = \bigcirc * \oplus = \oplus$ , $\oplus$ เป็นสมาชิกของเซ็ท P

$\oplus * \oplus = \oplus$ , $\oplus$ เป็นสมาชิกของเซ็ท P

เราเรียกคุณสมบัติดังนี้ว่า "คุณสมบัติปิด" สำหรับเครื่องหมาย * ในเซ็ท P

<u>ตัวอย่าง</u> เซ็ท B $= \left\{ 0, 1 \right\}$ กับการคูณ ( $\times$ )

$0 \times 0 = 0$ 0 เป็นสมาชิกของเซ็ท B

$1 \times 0 = 0 \times 1 = 0$ 0 เป็นสมาชิกของเซ็ท B

$1 \times 1 = 1$ 1 เป็นสมาชิกของเซ็ท B

$\therefore$ เซ็ท B กับการคูณ สอดคล้องกับคุณสมบัติปิด

* เซ็ท $\{2\}$ กับการคูณ ไม่สอดคล้องกับคุณสมบัติปิด เพราะว่า

$2 \times 2 = 4$ ซึ่ง 4 ไม่ได้เป็นสมาชิกของเซ็ทนี้

<u>หมายเหตุ</u> ถ้าเซ็ทมีสมาชิกหลายตัว

การตรวจคุณสมบัติต้องทดสอบทุกตัว

คำถามข้อ 11 – 14

11. เซ็ทใดสอดคล้องกับคุณสมบัติปิด

ก. $\{\oplus, \ominus\}$ กับเครื่องหมาย * (ยกทับ)

ข. $\{\bigcirc, \oplus\}$ กับเครื่องหมาย *

ค. $\{\oplus\}$ กับเครื่องหมาย *

ง. ถูกทุกข้อ

12. เซ็ทใดสอดคล้องกับคุณสมบัติปิด

ก. $\{0, 1, 2\}$ กับการบวก ( + )

ข. $\{1, 2\}$ กับการคูณ ( $\times$ )

ค. $\{0\}$ กับการบวก ( + )

ง. ไม่มีข้อใดถูก

13. เซ็ทใดไม่สอดคล้องกับคุณสมบัติปิด

ก. $\{\bigcirc, \ominus\}$ กับ * (ยกทับ)

ข. $\{1\}$ กับการคูณ ( $\times$ )

ค. $\{1\}$ กับการบวก ( + )

ง. ไม่มีข้อใดถูก

14. $\{\boxslash, \boxbslash\}$ กับเครื่องหมาย * (ยกทับ) ไม่สอดคล้องกับคุณสมบัติปิด ถาจะให้สอดคล้อง ต้องเพิ่มสมาชิกตัวใดเข้าไป

ก. $\square$ ค. $\boxplus$

ข. $\boxtimes$ ง. ต้องเพิ่มถึง 2 ตัวคือ $\square$ และ $\boxtimes$

คำชี้แจง

ในเซ็ท s ใด ๆ กับเครื่องหมาย $\cdot$

ถ้า a, b, c เป็นสมาชิกของเซ็ท s แล้วปรากฏว่า

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ คือกระทำระหว่างคู่ไหนก่อนก็ได้ จะได้ค่าเท่ากัน เราเรียกคุณสมบัติข้อนี้ว่า "คุณสมบัติการรวมหมู่" (ให้กระทำในวงเล็บก่อน)

การทดสอบว่าเซ็ทใดมีคุณสมบัติดังกล่าวหรือไม่ ให้ยกตัวอย่างสมาชิกในเซ็ทนั้นขึ้นมา 3 ตัว ซ้ำกันก็ได้ ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง เซ็ท $\{0, 1\}$ กับการคูณ ( $\times$ )

$$\left.\begin{array}{l} 0 \times (0 \times 1) = 0 \times 0 = 0 \\ (0 \times 0) \times 1 = 0 \times 1 = 0 \end{array}\right\} \text{เท่ากัน}$$

หรือยกตัวอย่างคู่อื่น เช่น

$$\left.\begin{array}{l} 1 \times (0 \times 1) = 1 \times 0 = 0 \\ (1 \times 0) \times 1 = 0 \times 1 = 0 \end{array}\right\} \text{เท่ากัน}$$

เรียกว่าเซ็ท $\{0, 1\}$ กับการคูณสอดคล้องกับคุณสมบัติการรวมหมู่"

* คุณสมบัติอีกข้อหนึ่งคือ ถ้า a, b เป็นสมาชิกของ s แล้วปรากฏว่า

$a \cdot b = b \cdot a$ คือสลับที่เอาตัวไหนตั้งก็ได้

เราเรียกคุณสมบัติข้อนี้ว่า "คุณสมบัติการสลับที่"

ตัวอย่าง เซ็ท $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ กับการบวก จะเห็นว่า

$1 + 2 = 2 + 1$, $3 + 4 = 4 + 3$, ฯลฯ

กล่าวว่าเซ็ท N กับการบวกสอดคล้องกับคุณสมบัติ "การสลับที่"

คำถามข้อ 15 – 18

15. เซ็ทใดไม่มีคุณสมบัติการรวมหมู่

ก. N กับการบวก

ข. N กับการลบ

ค. N กับการคูณ

ง. $\{\bigcirc, \ominus\}$ กับการยกทับ *

16. <u>เซ็ทใดไม่มีคุณสมบัติการสลับที่</u>

ก. $\{0, 1\}$ กับการคูณ ค. N กับการหาร

ข. $\{\bigcirc, \ominus, \oplus\}$ กับการยกทับ ง. ไม่มีข้อใดถูก

17. เซ็ท M = $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ กับเครื่องหมาย $\oplus$ ซึ่งกำหนดว่า $\oplus$ คือการบวกโดยไม่คิดหลักสิบ ดังข้อ 4 – 5 เซ็ท M สอดคล้องกับคุณสมบัติการรวมหมู่หรือไม่

ก. สอดคล้องเช่น $1 \oplus (0 \oplus 1) = (1 \oplus 0) \oplus 1$

ข. ไม่สอดคล้องเพราะว่า $0 \oplus (1 \oplus 2) \neq (0 \oplus 1) \oplus 2$

(เขียน $\neq$ คือไม่เท่ากัน)

ค. ไม่สอดคล้อง เพราะว่า $(7 \oplus 8) \oplus 9 \neq (9 \oplus 8) \oplus 7$

ง. ไม่สอดคล้อง เพราะว่า $(0 \oplus 1) \oplus 9 \neq 0 \oplus (9 \oplus 1)$

18. เซ็ท M ดังข้อ 17 สอดคล้องกับคุณสมบัติการสลับที่หรือไม่

ก. สอดคล้อง เช่น $7 \oplus 8 = 8 \oplus 7$

ข. ไม่สอดคล้อง เพราะ $1 \oplus 2 \neq 2 \oplus 1$

ค. ไม่สอดคล้อง เพราะ $5 \oplus 6 \neq 6 \oplus 5$

ง. ไม่สอดคล้อง เพราะ $7 \oplus 5 \neq 12$

<u>คำชี้แจง</u>

ในเซ็ท s ใด ๆ กับเครื่องหมาย . ถ้าปรากฏว่ามีสมาชิกของมันตัวหนึ่ง สมมุติว่าเป็น e ซึ่งมีคุณสมบัติว่า ถ้า a เป็นสมาชิกใด ๆ

$\underline{a} \cdot e = e \cdot \underline{a} = \underline{a}$ แล้ว

เราเรียก e ว่า เป็นเอกลักษณ์ของ . ในเซ็ท s

<u>ตัวอย่าง</u> เช่น ในเซ็ท N = $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ กับการคูณ ปรากฏว่าเซ็ท N มีเลข "1" ซึ่งมีคุณสมบัติว่า $\underline{2} \times 1 = 1 \times \underline{2} = \underline{2}$

$\underline{3} \times 1 = 1 \times \underline{3} = \underline{3}$

ฯลฯ

เพราะฉนั้น 1 เป็นเอกลักษณ์สำหรับการคูณในเซ็ท N

อีกตัวอย่างหนึ่ง เซ็ท Q = $\{ \oplus, \oplus \}$ กับการยกทับ ( * )

<u>สังเกตุ</u> $\oplus * \oplus = \oplus$

$\oplus * \oplus = \oplus$ , $\oplus * \oplus = \oplus$

จะเห็นว่า $\oplus$ เป็นเอกลักษณ์สำหรับ * ในเซ็ท Q

<u>เอกลักษณ์</u> คือสมาชิกของเซ็ทที่ไปกระทำกับตัวใดแล้วได้ตัวนั้น เซ็ทบางเซ็ทไม่มีเอกลักษณ์ก็ได้

คำถามข้อ 19 – 22

19. เซ็ท $\{\bigcirc, \ominus, \oplus, \oplus\}$ กับการยกทับ ( * ) มีตัวใดเป็นเอกลักษณ์

ก. $\bigcirc$ ค. $\oplus$

ข. $\ominus$ ง. $\oplus$

20. เซ็ทใดไม่มีเอกลักษณ์

ก. $\{\bigcirc, \ominus\}$ กับ * ค. $\{\ominus, \oplus\}$ กับ *

ข. $\{\bigcirc, \oplus\}$ กับ * ง. $\{\ominus, \oplus\}$ กับ *

21. เซ็ท $\{0, 1\}$ กับการคูณ สมาชิกตัวใดเป็นเอกลักษณ์

ก. 0 ค. ทั้ง 0 และ 1 เป็นเอกลักษณ์

ข. 1 ง. ไม่มีเอกลักษณ์

22. เซ็ท $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\}$ กับการบวก มีตัวใดเป็นเอกลักษณ์

ก. 1 ค. 20

ข. 10 ง. ไม่มีเอกลักษณ์

<u>คำชี้แจง</u>

ในเซ็ท s ถ้ามีตัว e เป็นเอกลักษณ์ และถ้า a เป็นสมาชิกของ s แล้วปรากฏว่ามีสมาชิกของ s อีกตัวหนึ่ง (สมมุติว่าเป็น b ) ที่ทำให้ a . b = e แล้วเราเรียก b ว่าเป็น<u>อินเวอส</u> ของ a และ a เป็นอินเวอสของ b

ตัวอย่างเช่น เซ็ท M = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$ กับการ $\oplus$ คือการบวกโดยไม่คิดหลักสิบเช่น $4 \oplus 8 = 2$ ($4 + 8 = 12$ ถ้าไม่คิดหลักสิบก็เป็น 2)

นักเรียนจะเห็นว่า "0" เป็นเอกลักษณ์สำหรับ $\oplus$ เพราะว่า

$0 \oplus 5 = 5$, $1 \oplus 0 = 1$, $2 \oplus 0 = 2$ ฯลฯ

ลองหาอินเวอสของ 1 ต้องดูว่า $1 \oplus ? = 0$

ปรากฏว่า $1 \oplus 9 = 0$ เพราะฉนั้น 9 เป็นอินเวอสของ 1

และ 1 เป็นอินเวอสของ 9

หาอินเวอสของ 4 ต้องดูว่า $4 \oplus ? = 0$

ปรากฏว่า $4 \oplus 6 = 0$ เพราะฉนั้น 6 เป็นอินเวอสของ 4

และ 4 เป็นอินเวอสของ 6

การหาอินเวอสต้องรู้ก่อนว่าอะไรเป็นเอกลักษณ์ บางเซ็ทมีเอกลักษณ์แต่ไม่มีอินเวอส เช่น $\{\ominus, \oplus\}$ มี $\ominus$ เป็นเอกลักษณ์ จะหาอินเวอสของ $\oplus$ ต้องดูว่า $\oplus * ? = \ominus$

ปรากฏว่าหาไม่ได้ เพราะฉนั้นไม่มีอินเวอสของตัว $\oplus$

คำถามข้อ 23 – 25

23. เซ็ท $\{\bigcirc, \ominus, \oplus\}$ อะไรเป็นอินเวอสของ $\ominus$

ก. $\bigcirc$

ข. $\ominus$

ค. $\oplus$

ง. ไม่มีอินเวอสของ $\ominus$

24. เซ็ท M ดังตัวอย่าง มี 0 เป็นเอกลักษณ์สำหรับเครื่องหมาย $\oplus$ อะไรเป็นอินเวอสของ 3

ก. 6

ข. 7

ค. 8

ง. ไม่มีอินเวอสของ 3

25. ในเซ็ท M อะไรเป็นอินเวอสของ 0

ก. 0 ค. 9

ข. 1 ง. ไม่มีอินเวอสของ 0

<u>คำชี้แจง</u>

นักเรียนรู้จักเครื่องหมาย " $>$ " (มากกว่า), " $<$ " (น้อยกว่า) มาแล้วเป็นอย่างดี เรานิยามเครื่องหมาย " $\lessdot$ " ว่าดังนี้

ถ้า a, b เป็นเลขจำนวนเต็ม $a \lessdot b$ หมายความว่า มีเลขจำนวนเต็มตัวหนึ่ง (สมมุติเป็น c) ที่ทำให้ $a + c = b$

<u>ตัวอย่าง</u>เช่น $2 \lessdot 5$ เพราะมีเลข 3 ที่ทำให้ $2 + 3 = 5$

เครื่องหมาย $>$ มีความหมายตรงข้ามกับเครื่องหมาย $\lessdot$

คำถาม

26. ถ้า $a \lessdot b$ และ $b \lessdot c$ แล้วสรุปได้อย่างไร

ก. $a \lessdot c$ ค. $a + c = b$

ข. $a = b + c$ ง. ข้อ ก. และ ค. ถูก

27. ถ้า $a \lessdot b$ และ $c \lessdot d$ แล้ว คุณสมบัติข้อใดถูกต้อง

ก. $a + c < b + d$ ค. $a + d \lessdot b + c$

ข. $a + b < c + d$ ง. ไม่มีข้อใดถูก

28. เราจะเลียนแบบนิยามของ " $<$ " จะนิยาม " $>$ " ว่าอย่างไรดี

ก. $a > b$ หมายความว่ามีจำนวนเต็มตัวหนึ่ง (สมมุติเป็น c) ที่ทำให้

$$a + c \pm b$$

ข. $a > b$ หมายความว่ามีจำนวนเต็มตัวหนึ่ง (สมมุติเป็น c) ที่ทำให้

$$a + b = c$$

ค. $a > b$ หมายความว่ามีจำนวนเต็มตัวหนึ่ง (สมมุติเป็น c) ที่ทำให้

$$a = b + c$$

ง. ถูกทั้ง 3 แบบ

29. ถ้าเราเลียนแบบนิยามดังตัวอย่าง โดยใช้เครื่องหมาย R ดังนี้ a R b หมายความว่า มีจำนวนเต็มตัวหนึ่ง (สมมุติว่าเป็น c ) ที่ทำให้ $a \times c = b$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. 5 R 3 ค. 4 R 2

ข. 3 R 5 ง. 2 R 4

30. คุณสมบัติของ R ดังนิยามในข้อ 29. ข้อใดถูกต้อง

ก. ถ้า a R b แล้ว b R a

ข. ถ้า a R b แล้ว $a \times c$ R $b \times c$

ค. ถ้า a R b แล้ว $a + c$ R $b + c$

ง. ถูกทุกข้อ

---

# แบบทดสอบชุดที่ 3

คำชี้แจง

ความสัมพันธ์ของสิ่งสองสิ่ง

สมมุติว่า ชาวนาคนหนึ่งมีข้าวอยู่ 5 เกวียน ราคาข้าวเปลี่ยนแปลงเสมอไม่ค่อยจะแน่นอน จึงทำให้รายได้ของเขาไม่แน่นอนตามไปด้วย เช่น ถ้าข้าวราคาเกวียนละ 1,000 บาท เขาก็จะขายข้าวได้เงิน 5,000 บาท ถ้าข้าวราคาเกวียนละ 1,100 บาท เขาจะได้เงิน 5,500 บาท ฯลฯ จะเห็นว่าจำนวนเงินที่ได้ขึ้นอยู่กับราคาข้าว ถ้าราคาต่ำ รายได้ก็น้อย ถ้าราคาสูงรายได้ก็สูงตามไปด้วย

ถ้าสมมุติให้ ข้าวราคาเกวียนละ x บาท

และสมมุติว่า y เป็นจำนวนเงินที่เขาได้รับ

เราได้ความสัมพันธ์ว่า $y = 5 \times x$ (เขามีข้าวอยู่ 5 เกวียน)

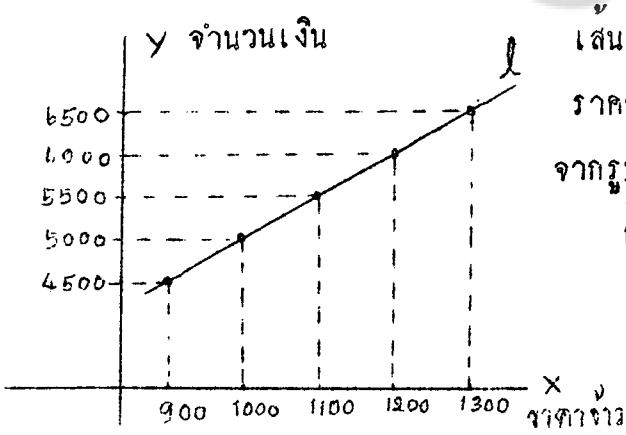
x เป็นตัวแปร และ y เป็นตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับค่าของ x ถ้ารู้ค่า x ก็สามารถหาค่าของ y ได้

จากตัวอย่าง ถ้า $x = 1{,}000$ $y = 5 \times 1000 = 5000$

ถ้า $x = 1{,}100$ $y = 5 \times 1100 = 5500$

ฯลฯ

ค่า x กับ y มีความสัมพันธ์กัน เราเขียนภาพแสดงความสัมพันธ์ดังนี้




เส้น l แสดงความสัมพันธ์ของค่า x กับ y หรือ ราคาข้าว กับจำนวนเงินที่ได้

จากรูป

ถ้า $x = 1000$ $y = 5000$

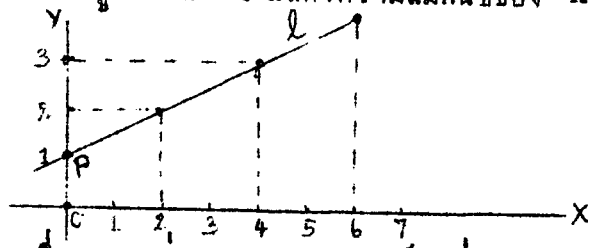
$x = 1100$ $y = 5500$

$x = 1200$ $y = 6000$

ฯลฯ

คำถาม ข้อ 1 – 5

1. จากรูป เส้น $\ell$ แสดงความสัมพันธ์ของ x กับ y เมื่อ x = 4 y = ?




ก. 2 ค. 4

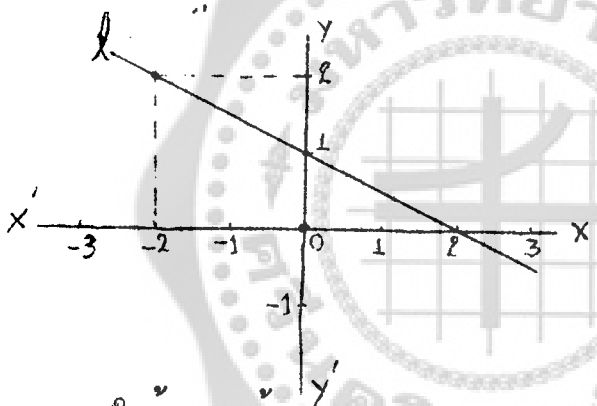
ข. 3 ง. 6

2. ที่จุด P ค่า x และ y เป็นเท่าใด (จากรูปในข้อ 1)

ก. x = 0, y = 1 ค. x = 0, y = 0

ข. x = 1, y = 0 ง. x = 1, y = 1

3. บนแกน X และ Y ถ้านับจาก 0 ไปทางขวา หรือข้างบน เป็นบวก ถ้านับจาก 0 ไปทางซ้ายหรือข้างล่าง มีค่าเป็นลบ (ดังรูป) เส้น $\ell$ แสดงความสัมพันธ์ของ X และ Y




ถ้า y = 2, x = ?

ก. 0 ค. 2

ข. 1 ง. –2

4. จากรูปในข้อ 3 ถ้า y = 0 x = ?

ก. 0 ค. 2

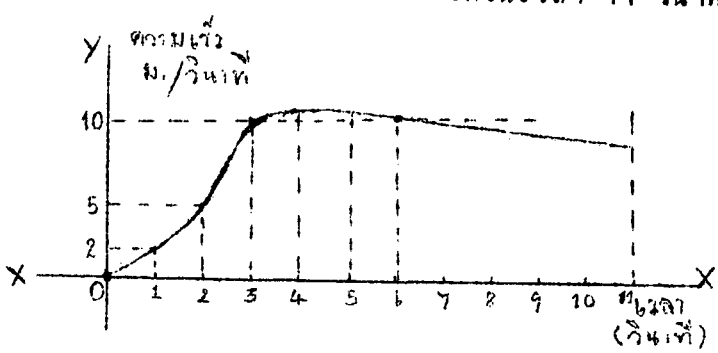
ข. 1 ง. –2

5. จากรูปในข้อ 6 ถ้า y = 10, x มีค่าเท่าใด

ก. 3 ค. 10

ข. 6 ง. 3 และ 6

6. สมศักดิ์ วิ่ง 100 ม. ได้ในเวลา 11 วินาที ตลอดเวลาที่เขาวิ่ง เขาวิ่งด้วยความเร็วไม่เท่ากันตลอด ความสัมพันธ์ของเวลากับความเร็วนำมาเขียนกราฟได้ดังนี้




ช่วงเวลาใดที่เขาวิ่งเร็วที่สุด

ก. 3 – 5 ค. 9 – 11

ข. 0 – 2 ง. 1 – 3

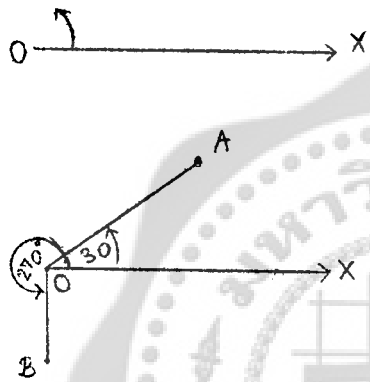
7. จากรูปในข้อ 6 ช่วงเวลาใดที่เขาเพิ่มความเร็วได้มากที่สุด

ก. 0 – 1 ค. 2 – 3

ข. 1 – 2 ง. 3 – 4

<u>คำชี้แจง</u>

การกำหนดจุดลงบนระนาบ เรากำหนดได้บนแกนประเภทหนึ่ง เรียกว่า แกนแบบบ่งชี้ว ดังนี้




ถือว่าเส้น OX เป็นเส้นหลัก

<u>การวัดมุม</u> วัดมุมที่จุด O จากแกน OX เสมอ วัดทวนเข็มนาฬิกา (ตามลูกศร) ค่าของมุมเป็นบวก

เช่นมุม $X\hat{O}A = 30^\circ$

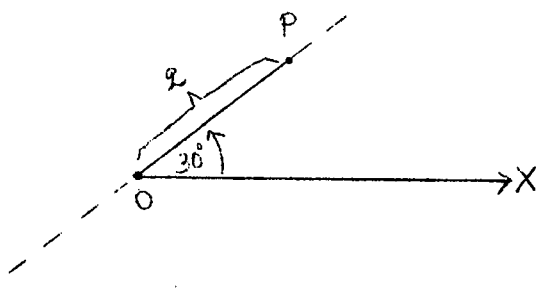
$X\hat{O}B = 270^\circ$ } ดังรูป

การกำหนดจุด ตำแหน่งของจุดบอกเป็นคู่ลำดับ ( r, θ ) คือบอกเป็นค่าความยาวของแขนของมุม และบอกว่าแขนของมุมนั้นกางกี่องศาจากแกน OX

r = ความยาวของแขนของมุม จากจุด O ถึงจุดที่ต้องการ

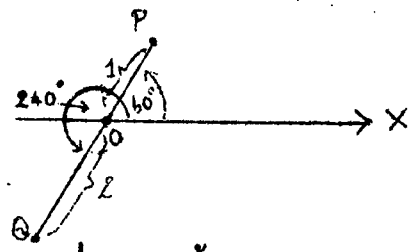
θ = มุมที่แขนนั้นทำกับแกน OX

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดจุด P (2, 30°) ลงบนระนาบ จุด P มีค่าบอกตำแหน่งเป็น (2, 30°) คือค่า r = 2, θ = 30° ขั้นแรกวัดมุมกับแกน OX ให้ทำมุม 30° (วัดทวนเข็มนาฬิกาเสมอ) แล้วขีดเส้นนั้นไว้ จุด P จะอยู่บนเส้นนี้ ต่อมาวัดแขนของมุมจากจุด O เป็นระยะ 2 หน่วย ไปตามแนว 30° นี้ คือจุด P (2, 30°) ตามต้องการ คือหมายความว่า จุด P อยู่ห่างจากจุด O 2 หน่วย และ OP ทำมุมกับ OX เป็นมุม 30°



<u>คำถาม</u> ข้อ 8 – 12

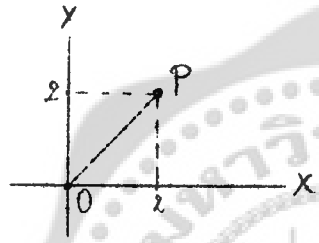
8. จากรูป จุด P คือจุดใด




ก. $(1, 60^\circ)$ ค. $(1, 240^\circ)$

ข. $(2, 60^\circ)$ ง. $(2, 240^\circ)$

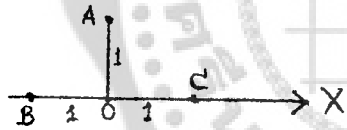
9. จากรูป ที่จุด P ถ้าดูตามแกน X และ Y ค่า $X = 2, Y = 2, OP = 2\sqrt{2}$ จุด P จะตรงกับคู่ลำดับใด




ก. $(2\sqrt{2}, 45^\circ)$ ค. $(2, 90^\circ)$

ข. $(2\sqrt{2}, 90^\circ)$ ง. $(2, 45^\circ)$

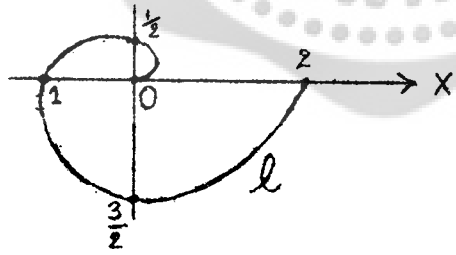
10. จากรูป จุด $(1, 180^\circ)$ คือจุดใด




ก. A ค. C

ข. B ง. ไม่มีข้อถูก

11. จากรูป เส้น $\ell$ เป็นเส้นแสดงความสัมพันธ์ของ $r$ กับ $\theta$ บนเส้น $\ell$ ถ้า $\theta = 180^\circ$ $r$ มีค่าเป็นเท่าใด




ก. 0 ค. 2

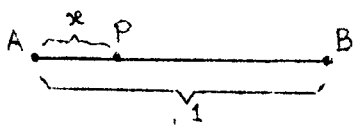
ข. 1 ง. –1

12. จากรูปในข้อ 11 ถ้า $r = \frac{3}{2}$, $\theta$ มีค่าเป็นเท่าใด

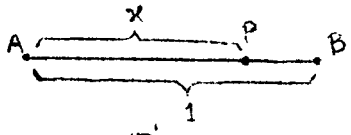
ก. $0^\circ$ ค. $180^\circ$

ข. $90^\circ$ ง. $270^\circ$

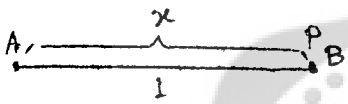
<u>คำชี้แจง</u> ดูรูป




รูปที่ 1




รูปที่ 2

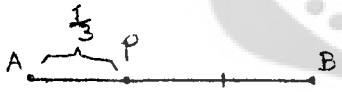



รูปที่ 3

ทั้งสามรูป กำหนดระยะจากจุด A ถึงจุด B ยาว 1 หน่วย จุด P เคลื่อนที่อยู่บนเส้นตรง AB ระยะจากจุด A ถึง P ยาว X หน่วย เมื่อจุด P เคลื่อนที่ค่า X (คือระยะ AP) และระยะ PB ก็เปลี่ยนไป ถ้าจุด P อยู่ใกล้จุด A ค่า X ก็น้อย ระยะ PB ยาว (ดูรูปที่ 1) ถ้าจุด P เคลื่อนที่ห่างจากจุด A ค่า X มากขึ้น ระยะ PB ก็สั้นลง (ดูรูปที่ 2) รูปที่ 3 จุด P ทับจุด B ค่า X = AB = 1, PB = 0 นักเรียนจะเห็นว่าระยะ PB กับค่า X มีความสัมพันธ์กัน คือ ถ้า X มากขึ้น PB ก็น้อยลง ถ้า X น้อยลง PB ก็มากขึ้น เราเขียนสัญญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของ PB กับ X ได้ดังนี้

$$PB = \phi(X)$$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาค่าของ $\phi(\frac{1}{3})$ (คือ หาระยะของ PB เมื่อ $X = \frac{1}{3}$)




เมื่อ $X = \frac{1}{3}$ เพราะฉนั้น $PB = \frac{2}{3}$

(เพราะว่า AB = 1 หน่วย)

จาก $\phi(X) = PB$

เพราะฉนั้น $\phi(\frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$

<u>ตอบคำถามข้อ</u> 13 – 16

13. $\phi(\frac{1}{2}) = ?$ (คือเมื่อ $X = \frac{1}{2}$ ระยะ PB เป็นเท่าไร)

ก. 0

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{3}$

ง. 1

14. $\phi(0) = ?$

ก. 0 ค. $\frac{1}{3}$

ข. $\frac{1}{2}$ ง. 1

15. $\phi(1) = ?$

ก. 0 ค. 1

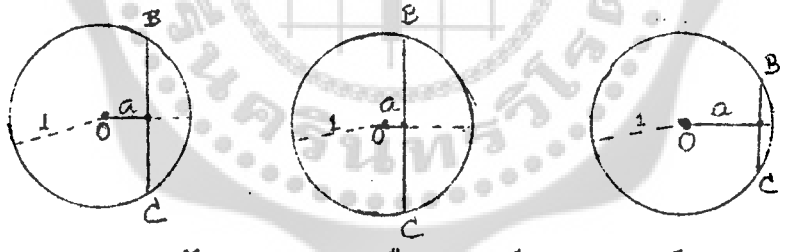
ข. $\frac{1}{2}$ ง. 2

16. $\phi(x)$ มีค่าเท่ากับค่าใด ทุกค่าของ x

ก. $\phi(x) = x$ ค. $\phi(x) = x - 1$

ข. $\phi(x) = 1 - x$ ง. ไม่มีข้อใดถูก

<u>คำชี้แจง</u> วงกลมมีรัศมี 1 หน่วย ระยะจากจุดศูนย์กลาง O ถึงคอร์ด BC ยาว a หน่วย ถ้าเราเลื่อนคอร์ด BC เข้าใกล้จุด O (ดังรูป) ระยะ OP หรือ a จะสั้นลง คอร์ด BC จะยาวขึ้น ถ้าเราเลื่อนคอร์ด BC ออกจากจุดศูนย์กลาง ระยะ a จะยาวขึ้น คอร์ด BC จะสั้นลง




จะเห็นว่า ระยะ BC กับระยะ OP หรือ a มีความสัมพันธ์กัน เราจะนิยามความสัมพันธ์ดังนี้ คือ

BC = คอร์ด (a), หมายความว่า BC เป็นคอร์ดของระยะ a

<u>ตอบคำถามข้อ</u> 17 – 18

17. คอร์ด (0) = ? (คือคอร์ดของระยะ 0 ยาวเท่าใด)

ก. 0 ค. 2

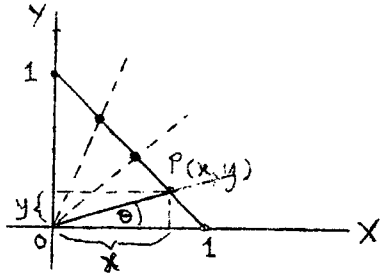
ข. 1 ง. $\frac{3}{2}$

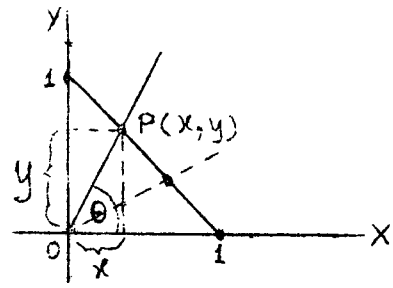
18. คอร์ด (1) = ?

ก. 0 ค. 2

ข. 1 ง. ไม่มีคำตอบถูก

<u>คำชี้แจง</u> พิจารณารูป เส้นตรงตัดแกน x ที่จุด x = 1 และตัดแกน y ที่จุด y = 1 จุด P (x, y) เคลื่อนที่บนเส้นตรงตั้งแต่แกน X ถึงแกน Y




จะเห็นว่าเมื่อจุด P เคลื่อนที่ไป ค่า x, y และ θ ก็เปลี่ยนไปด้วย เราเขียนความสัมพันธ์ของ x, y กับมุม θ ได้ดังนี้

<u>นิยาม</u> $y = \text{san}\ \theta$

$x = \text{cus}\ \theta$

นักเรียนไม่ต้องกังวลกับคำว่า san กับ cus ว่าหมายความว่าอย่างไร ให้สนใจตามคำนิยามเท่านั้น

<u>คำถาม</u>ข้อ 19 – 22

19. $\text{san}\ 90^\circ = ?$ ( $\theta = 90^\circ$ ค่าของ y เป็นเท่าใด)

ก. 0 ค. 2

ข. 1 ง. $\sqrt{2}$

20. cus θ มีค่าไม่เกินค่าใด

ก. 0 ค. 1

ข. $\frac{1}{2}$ ง. 2

21. $\text{san}\ 45^\circ = ?$

ก. 0 ค. 1

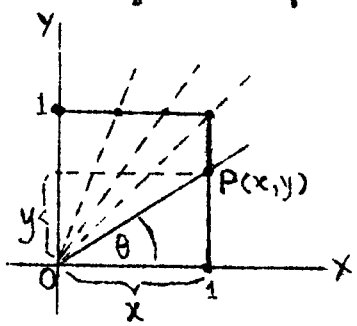
ข. $\frac{1}{2}$ ง. 2

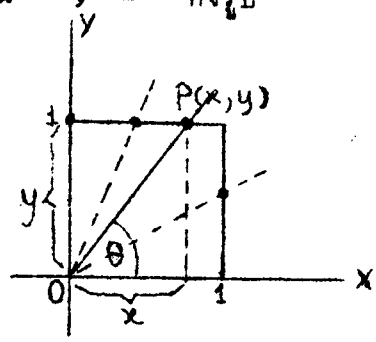
22. ถ้า $\text{cus}\ \theta = 1$, θ มีค่าเท่าใด

ก. $0^\circ$ ค. $90^\circ$

ข. $45^\circ$ ง. ไม่มีข้อใดถูกต้อง

<u>คำชี้แจง</u> พิจารณารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนแกน X, Y ดังรูป




สี่เหลี่ยมมีด้านแต่ละด้านยาว 1 หน่วย จุด P (x, y) เคลื่อนที่บนเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยม ตั้งแต่แกน X ถึงแกน Y, PO ทำมุมกับแกน OX เป็นมุม θ เมื่อจุด P เคลื่อนที่ไป ค่าของ x, y และ θ ก็เปลี่ยนไป เราเขียนสัญญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของ θ กับ x และ y ได้ดังนี้

<u>นิยาม</u> $y = \sin\theta$

$x = \cos\theta$

<u>คำถามข้อ</u> 23 – 27

23. $\cos 45^\circ = ?$ ( $\theta = 45^\circ$, ค่า x เป็นเท่าใด)

ก. 0 ค. 2

ข. 1 ง. ไม่มีข้อใดถูก

24. ถ้า $\sin\theta = 1$, $\theta$ มีค่าเท่าใด

ก. $0^\circ$ ค. ตั้งแต่ $0^\circ$ ถึง $45^\circ$

ข. $90^\circ$ ง. ตั้งแต่ $45^\circ$ ถึง $90^\circ$

25. $\cos 30^\circ = ?$

ก. 0 ค. $\sqrt{2}$

ข. 1 ง. ไม่มีคำตอบถูก

26. ถ้านิยามว่า tin $\theta$ = OP ค่า tin $\theta$ มีค่ามากที่สุด เมื่อ $\theta$ เป็นกี่องศา

ก. $0^\circ$ ค. $60^\circ$

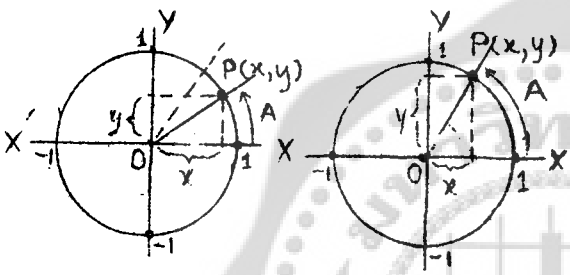
ข. $45^\circ$ ง. $90^\circ$

27. tin $0^\circ$ = ?

ก. 0 ค. 1

ข. $\frac{1}{2}$ ง. 2

<u>คำชี้แจง</u> กำหนดวงกลมมีรัศมี 1 หน่วย ดังรูป

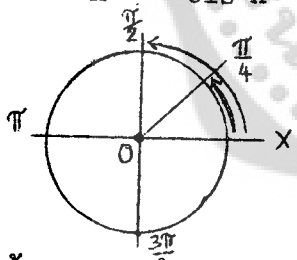



. A เป็นความยาวของเส้นรอบวง ตั้งแต่แกน OX ถึงจุด P

จะเห็นว่าเมื่อ P เคลื่อนที่บนเส้นรอบวง ค่าของ x และ y และ A จะเปลี่ยนไป เราเขียนสัญญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของ A กับ x และ A กับ y ได้ดังนี้

<u>นิยาม</u> y = sen A

x = cis A




ความยาวของเส้นรอบวงทั้งหมดมีค่า $2\pi$ หน่วย (เพราะวงกลมมีรัศมี 1 หน่วย) ถ้าแบ่งเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนยาว $\frac{\pi}{2}$ หน่วย (ดังรูป) ( $\pi$ มีค่าประมาณ $\frac{22}{7}$)

28. ถ้า $A = \frac{\pi}{2}$, sen A = ?

ก. 0 ค. $\frac{1}{2}$

ข. 1 ง. $-1$

29. ถ้า $A = \frac{\pi}{4}$ ค่า $\frac{\text{sen } A}{\text{cis } A}$ = ?

ก. 0 ค. $-1$

ข. 1 ง. ไม่มีข้อใดถูก

30. ถ้า cis A = 0, A = ?

ก. 0 ค. $\frac{\pi}{2}$

ข. $\frac{\pi}{4}$ ง. ไม่มีข้อใดถูก

## แบบทดสอบชุดที่ 4

พิจารณาโจทย์แต่ละข้อต่อไปนี้ แล้วใส่เครื่องหมาย X ลงบนตัวอักษร ซึ่งกำกับคำตอบที่ถูกต้อง (ในกระดาษคำตอบ)

คำถาม

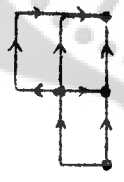
1. มีอักษรสามตัว A, B, C วางเรียงกัน สลับที่กันได้กี่วิธี เช่น ABC เรียกวิธีหนึ่ง BAC ก็เรียกอีกวิธีหนึ่ง ฯลฯ

ก. 3 วิธี
ข. 4 วิธี
ค. 5 วิธี
ง. 6 วิธี

2. มีตัวอักษร A, B, C สามตัว ถ้าจะเอามาจัดเรียงทีละ 2 ตัว นักเรียนจะมีวิธีจัดทั้งหมดกี่วิธี

เช่น AB เป็นวิธีหนึ่ง BA เป็นอีกวิธีหนึ่ง
AC ก็เป็นอีกวิธีหนึ่ง เป็นต้น

ก. 3 วิธี
ข. 4 วิธี
ค. 5 วิธี
ง. 6 วิธี

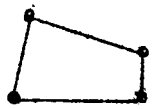
3. 

จากกรุงเทพ ฯ ไปพิษณุโลก มี 2 ทาง จากพิษณุโลกถึงเชียงใหม่ 3 ทาง จากกรุงเทพฯ ท่านจะมีทางไปเชียงใหม่ได้กี่วิธี (วิธีละทาง)

ก. 4 วิธี
ข. 5 วิธี
ค. 6 วิธี
ง. 7 วิธี

4. ตัวอักษร TOOT ท่านจะสลับที่ได้กี่วิธี (ที่ซ้ำกันไม่นับ) เช่น TOOT เป็นวิธีหนึ่ง OOTT เป็นวิธีหนึ่ง เป็นต้น

ก. 4 วิธี
ข. 5 วิธี
ค. 6 วิธี
ง. 8 วิธี

5. สระน้ำเป็นรูป  จะปลูกต้นสน 2 ต้นเหมือน ๆ กัน ไว้ที่มุม 2 มุม ในจำนวน 4 มุม จะมีแบบการปลูกได้กี่แบบ

ก. 2 แบบ
ข. 4 แบบ
ค. 6 แบบ
ง.. 10 แบบ

6. มีหมา 3 ตัว กับแมว 2 ตัว ให้นักเรียนเลือกหมาตัวหนึ่งกับแมวตัวหนึ่ง ซึ่งเรียกเป็นคู่หนึ่ง นักเรียนจะมีวิธีเลือกได้กี่แบบ (คู่หนึ่งก็หนึ่งแบบ)

ก. 4 แบบ
ข. 6 แบบ
ค. 7 แบบ
ง.. 8 แบบ

7. มีทีมบาสเกตบอลล์ 4 ทีม จัดแข่งขันแบบพบกันหมด จะต้องจัดถึงกี่ครั้ง

ก. 2 ครั้ง
ข. 3 ครั้ง
ค. 4 ครั้ง
ง. 6 ครั้ง

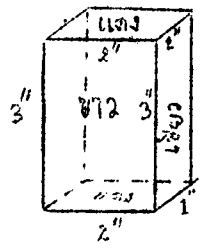
8. แทงหวยเลขท้าย 2 ตัว ต้องแทงกี่ประตูจึงจะถูกแน่ ๆ ไม่มีพลาด เช่นแทง 01 เรียกประตูหนึ่ง แทง 69 ก็เรียกประตูหนึ่ง เป็นต้น

ก. 70 ประตู
ข. 99 ประตู
ค. 100 ประตู
ง. แทงกี่ประตูก็อาจผิดได้

9. ในถุงทึบมองไม่เห็น เราใส่ลูกหินลูกเท่า ๆ กันลงไป 14 ลูก มีสีดำ 2 ลูก สีแดง 3 ลูก สีขาว 4 ลูก สีเขียว 5 ลูก ถ้านักเรียนหยิบออกมา 1 ลูก นักเรียนคิดว่า น่าจะเป็นหรือควรจะเป็นสีอะไร

ก. เขียว
ข. ขาว
ค. แดง
ง. ดำ

10. มีท่อนไม้ขนาด 1" × 2" × 3" (ดังรูป) ทาสี ขาว, แดง, เขียว ไว้สีละ 2 ด้าน ด้านตรงข้ามทาสีเดียวกันดังรูป ถ้าโยนขึ้นให้ตกลงมาน่าจะหงายสีใดขึ้น




ก. ขาว
ข. แดง
ค. เขียว
ง. ทั้งสามสีมีโอกาสหงายขึ้นเท่า ๆ กัน

11. มีบุหรี่สามิต 2 มวน เกล็ดทอง 2 มวน พระจันทร์ 1 มวน ขนาดมวนเท่า ๆ กัน ถ้าหลับตาหยิบขึ้นมา 2 มวน น่าจะเป็นบุหรี่ชนิดใด

ก. สามิต 1 มวน เกล็ดทอง 1 มวน

ข. สามิตทั้งสองมวน

ค. เกล็ดทองทั้งสองมวน

ง. สามิตหรือเกล็ดทอง 1 มวน และพระจันทร์ 1 มวน

12. มีปากกา 6 ด้าม เหมือน ๆ กัน แต่บรรจุหมึกสีดำไว้เพียง 2 ด้าม ถ้านักเรียนต้องการหยิบครั้งเดียวให้ได้ปากกาหมึกดำอย่างน้อย 1 ด้าม นักเรียนจะต้องหยิบอย่างน้อยกี่ด้ามจึงจะแน่ใจว่าได้ปากกาหมึกดำอย่างน้อย 1 ด้ามแน่ ๆ

ก. 2 ด้าม ค. 4 ด้าม

ข. 3 ด้าม ง. 5 ด้าม

* ค่าของความน่าจะเป็นนั้น เราหาได้โดยเอาจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นหารด้วยเหตุการณ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ เช่น เรามีกระป๋องนมใบหนึ่ง อยากจะรู้ว่าถ้าโยนลงบนพื้นมันจะตั้งหรือตะแคง อันไหนมากกว่ากัน เราลองโยนดู 100 ครั้ง ถ้ามันตั้ง 62 ครั้ง ตะแคง 38 ครั้ง เราก็บอกได้ว่า

ความน่าจะเป็นของกระป๋องตั้ง $= \frac{62}{100}$

ความน่าจะเป็นของกระป๋องตะแคง $= \frac{38}{100}$ เป็นต้น

หรือถ้าเรามีลูกหินสีดำ 2 ลูก แดง 5 ลูก รวมเป็น 7 ลูก ถ้าหลับตาหยิบมาลูกหนึ่ง เราก็ได้ว่า

ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกหินสีแดง $= \frac{5}{7}$

ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกหินสีดำ $= \frac{2}{7}$

คำถาม

13. ในการตรวจคัดเลือกทหารที่อำเภอหนึ่ง มีการจับตัว ถ้าได้ตัวสีแดงต้องเป็นทหาร ได้สีดำไม่ต้องเป็น ถ้าในถังใส่ตัวมีตัวสีแดง 100 ใบ สีดำ 150 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่นายสังข์ ผู้จับตัวคนแรกจะได้เป็นทหาร

ก. $\frac{100}{150}$ ค. $\frac{100}{250}$

ข. $\frac{1}{150}$ ง. $\frac{1}{250}$

14. ข้อสอบแบบเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก (เช่นข้อสอบฉบับนี้) ถ้านักเรียนตอบอย่างเดาสุ่ม นักเรียนมีโอกาสตอบถูกกี่เปอร์เซ็นต์

ก. ไม่มีโอกาสถูกเลย (คือ 0%) ค. 50 %

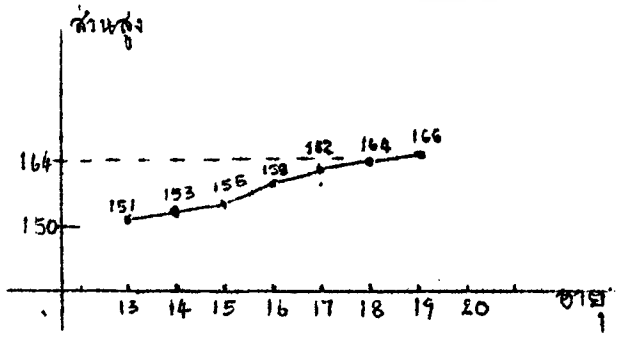
ข. 25 % ง. 75 %

15. สมมุติในห้องของนักเรียน มีนักเรียนรวมกัน 40 คน ชาย 20 คน หญิง 20 คน ถ้าจับเบอร์กัน เพื่อเลือกผู้แทนของห้อง 1 คน ผู้หญิงหรือชายก็ได้ ความน่าจะเป็นของตัวนักเรียนเองที่จะเป็นผู้แทนมีเท่าไร

ก. $\frac{1}{19}$ ค. $\frac{1}{39}$

ข. $\frac{1}{20}$ ง. $\frac{1}{40}$

16. ส่วนสูงเฉลี่ยของนักเรียนอายุต่าง ๆ เขียนกราฟได้ดังข้างล่าง




เด็กอายุช่วงใดสูงเร็วกว่าช่วงอายุอื่น

ก. 14 – 15 ปี

ข. 15 – 16 ปี

ค. 16 – 17 ปี

ง. 17 – 18 ปี

17. ร้านค้าร้านหนึ่งขายสินค้าได้ดังนี้

| | | |
|---|---|---|
| วันที่ | 1 | 1280 บาท |
| วันที่ | 2 | 1341 บาท |
| วันที่ | 3 | 1295 บาท |
| วันที่ | 4 | 1284 บาท |
| รวมเป็น | | 5200 บาท |

ถ้ามีคนมาถามท่านว่าร้านนี้ขายของได้วันละเท่าไร ท่านจะบอกเขาว่าเท่าไรจึงจะใกล้เคียงความจริงที่สุด

ก. 1300 บาท
ข. 1295 บาท
ค. 1290 บาท
ง. 1284 บาท

18. ถ้านักเรียนจดสถิติส่วนสูงของเพื่อนไว้ดังนี้

160, 159, 162, 161, 161, 162, 162, 162, 170, 162

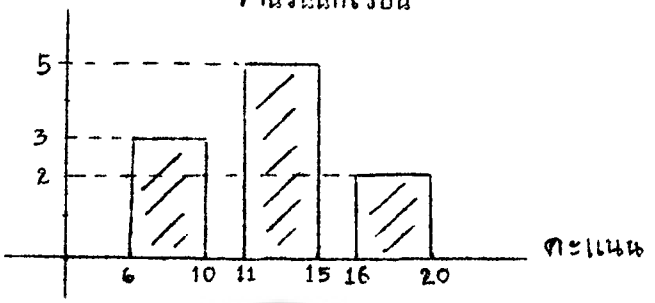
ถ้ามีใครมาถามว่าเพื่อนของท่านสูงประมาณเท่าใด โดยไม่ต้องคิด ท่านควรจะตอบเขาว่าเท่าใด

ก. 160 ซม.
ข. 161 ซม.
ค. 162 ซม.
ง. 163 ซม.

19. นายดำเป็นเจ้ามือเล่นการพนัน โดยใช้ลูกเต๋า 1 ลูก ใส่ถ้วยเขย่าไว้ เขย่า แล้วให้ลูกค้าแทง ถ้าลูกค้าแทงผิด นายดำรับเงิน ถ้าแทงถูก นายดำไม่รับเงิน และต้องจ่ายให้ผู้แทงถูกหลายเท่า ถ้าลูกค้าแทง 1 บาท นายดำควรจ่ายเท่าไรจึงจะยุติธรรม (มีโอกาสได้เสียเท่า ๆ กัน)

ก. 3 บาท
ข. 4 บาท
ค. 5 บาท
ง. 6 บาท

* ในการสอบครั้งหนึ่ง เขียนภาพแสดงสถิติของคะแนนที่ได้กับจำนวนนักเรียน ดังภาพ




ตอบคำถามข้อ 20 – 22

20. นักเรียนที่ได้คะแนนมากที่สุดมีกี่คน

ก. 2 คน ค. 15 คน

ข. 5 คน ง. 20 คน

21. นักเรียนที่สอบทั้งหมดมีกี่คน

ก. 20 คน ค. 10 คน

ข. 15 คน ง. 5 คน

22. ถ้าตัวนักเรียนเองเป็นคนเรียนปานกลาง ไม่เก่ง ไม่อ่อน นักเรียนน่าจะได้กี่คะแนน

ก. 5 คะแนน ค. 13 คะแนน

ข. 10 คะแนน ง. 15 คะแนน

23. ในการวิ่งแข่งระยะทาง 100 ม. คนสมัครแข่ง 4 คน แต่ละคนมีสถิติเดิม 3 ครั้ง ก่อนแข่ง ทำเวลาได้ดังนี้

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ก. | คนที่ 1 | 11.4 | 11.0 | 11.3 | วินาที |
| ข. | คนที่ 2 | 11.3 | 11.2 | 11.1 | วินาที |
| ค. | คนที่ 3 | 11.0 | 11.3 | 11.4 | วินาที |
| ง. | คนที่ 4 | 11.2 | 11.5 | 11.1 | วินาที |

ในการแข่งใหม่นี้ใครน่าจะเป็นผู้ชนะ

24. สถิติคนป่วยในโรงพยาบาลแห่งหนึ่งมีดังนี้

| โรค | ป่วย | ตาย |
|---|---|---|
| อหิวาตกโรค | 3 | 1 |
| คอตีบ | 5 | 2 |
| ไข้เลือดออก | 6 | 3 |
| ไข้ทรพิษ | 2 | 2 |

จากสถิตินี้ ท่านคิดว่าโรคอะไรร้ายแรงที่สุด

ก. อหิวาตกโรค

ข. คอตีบ

ค. ไข้เลือดออก

ง. ไข้ทรพิษ

25. ปริมาณการส่งสินค้าออกของไทยมีดังนี้

| ปี | 2513 | 2514 | 2515 |
|---|---|---|---|
| ข้าว | 1980 | 2100 | 2000 |
| ข้าวโพด | 1950 | 2100 | 2070 |
| ปอ | 1650 | 1800 | 2000 |
| ยางพารา | 1980 | 1830 | 1800 |

* หน่วยเป็นล้านบาท

จากสถิตินี้ ท่านคิดว่าสินค้าใดมีลู่ทางการค้าแจ่มใส

ก. ข้าว

ข. ข้าวโพด

ค. ปอ

ง. ยางพารา

26. ผลการสอบของนักเรียนมีดังนี้

| ได้ที่ | คะแนน |
|---|---|
| 1 | 378 |
| 2 | 371 |
| 3 | 371 |
| 4 | 370 |
| 5 | 368 |
| 6 | 367 |
| 7 | 364 |

คะแนนกลาง ๆ ของนักเรียนกลุ่มนี้เป็นเท่าไร

ก. 368

ข. 370

ค. 371

ง. 378

27. ต้นมะพร้าว 3 ต้น ปีกลายนี้ต้นที่ 1 ให้ผล 22 ผล ต้นที่ 2 ให้ผล 40 ผล ต้นที่ 3 ให้ผล 38 ผล เฉลี่ยแล้วมะพร้าวต้นหนึ่งให้ผลกี่ผล

ก. 30 ผล

ข. 33 ผล

ค. 35 ผล

ง. 38 ผล

28. ผลการสอบวิชาเลขคณิต กับวิชาพีชคณิต ของนักเรียน 5 คน มีดังนี้

| | เลขคณิต | พีชคณิต |
|---|---|---|
| คนที่ 1 | 18 | 27 |
| คนที่ 2 | 15 | 23 |
| คนที่ 3 | 10 | 16 |
| คนที่ 4 | 20 | 28 |
| คนที่ 5 | 16 | 24 |

ถ้า นาย ก. ได้คะแนนเลขคณิต 17 คะแนน เขาน่าจะได้คะแนนพีชคณิตประมาณเท่าไร

ก. 23 คะแนน

ข. 24 คะแนน

ค. 26 คะแนน

ง. 27 คะแนน

29. แดงสอบวิชาวิทยาศาสตร์ได้ 28 คะแนน วิชาเลขคณิตได้ 42 คะแนน ภาษาอังกฤษได้ 41 คะแนน สรุปได้ว่าอย่างไร

ก. แดงเก่งวิชาเลขมากกว่าวิชาอื่น

ข. แดงเก่งอังกฤษพอ ๆ กับวิชาเลข

ค. แดงอาจสอบวิชาวิทยาศาสตร์ตก

ง. ยังสรุปไม่ได้

30. อุณหภูมิของภาคต่าง ๆ มีดังนี้

| ภาค | สูงสุด | ต่ำสุด |
|---|---|---|
| เหนือ | 32 | 15 |
| ใต้ | 30 | 22 |
| อีสาน | 35 | 6 |
| กลาง | 30 | 18 |

ภาคไหนภูมิอากาศน่าอยู่ที่สุด

ก. ภาคเหนือ

ข. ภาคใต้

ค. ภาคอีสาน

ง. ภาคกลาง

---