

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2550

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

เมษายน 2550

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สุภัทรา เกิดมงคล. (2549). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินทิฟอนซ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์,
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินรณ เพ็ญเพียร.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ (1) สร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (2) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต (3) ศึกษาความพึงพอใจ ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังจากเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง จังหวัดกรุงเทพมหานคร 2 ห้องเรียน จำนวน 100 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จากประชากรทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 600 คน

ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มทดลองโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนจากอาจารย์ประจำของโรงเรียน โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต เมื่อสิ้นสุดการสอนให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และให้นักเรียนกลุ่มทดลองตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต และนักเรียนที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของวงกลมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง

LEARNING ACTIVITIES ON GEOMETRIC CIRCLE PROPERTIES USING DYNAMIC
GEOMETRY SOFTWARE FOR MATHAYOMSUKSA III STUDENTS



Presented in partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Education degree in mathematics
at Srinakharinwirot University

April 2007

Supattra Kerdmongkon. (2006). *Learning Activities On Circle Properties Using Dynamic Geometry software for Mathayomsuksa III Students*. Master thesis, M.Ed.(Mathematics). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University.
Advisor Commitees : Mr. Mate Yamwong, Asst Prof. Chutiwon Penpean

The purposes of this study were (1) to design learning activities on circle properties using dynamic geometry software, (2) to compare the students' achievement on circle properties, and (3) to evaluate students' attitude toward geometry based on this innovative approach.

The study took place at Wachirathamsatit School in Bangkok during the second semester of the 2006 academic year with 100 Mathayomsuksa III (grade 9) students participated as subjects. Two classes, each consisting of 50 students, were selected by the use of the cluster sampling approach. The classes were randomly assigned into one experimental group and one control group. It took 12 periods for both groups to study circle properties. The researcher taught the experimental group by using dynamic geometry software while control group taught by a school mathematics teacher do not use dynamic geometry software. At the end of the instruction, the achievement test on circle properties was administered to both groups. To find out their preference toward this kind of instruction a questionnaire involving their attitude was also given to each student in the experimental group.

An analysis of data at .01 level of significance revealed that there was no significant difference on the achievement between both groups. The score on questionnaire show an average satisfaction of the experimental group toward this instructional approach.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ของ
สุภัทรา เกิดมงคล

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่ เดือน พ.ศ. 2550

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์)

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินวรรณ เพ็ญเพียร)

..... กรรมการ
(อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตินวรรณ เพ็ญเพียร)

..... กรรมการ
(อาจารย์ธนุชัย ภู่อุดม)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ ประธานกรรมการควบคุม และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร กรรมการควบคุม โดยท่านได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำในการจัดทำงานวิจัยนี้ ทุกขั้นตอน ตลอดจนตรวจแก้ไขปริญญานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง เป็นอย่างมาก และกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์ และอาจารย์ธัญชัย ภูอุดม ที่ช่วย กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม และกรุณาร่วม เป็นกรรมการสอบปากเปล่า

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชุตีวรรณ เพ็ญเพียร ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดในสิ่งที่ เป็นประโยชน์ ต่อผู้วิจัย ส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ชिरา ลำदनหอม ที่ช่วยกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการ ตรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ ไชยสังข์ ที่กรุณาสละเวลา ตรวจแก้ไขบทคัดย่อ (Abstract) จนถูกต้องและสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ คณะครุศาสตร์ศึกษาศาสตร์ และคณะครุศาสตร์ คอมพิวเตอร์ โรงเรียนวชิรธรรมสาริต ที่กรุณาให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวกในการทดลอง ใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณพี่ เพื่อนๆ นิสิตปริญญาโททุกคนที่ให้ความช่วยเหลือเป็นกำลังใจด้วยดี เสมอมา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

สุภัทรา เกิดมงคล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	3
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	3
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้	3
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	4
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	4
ตัวแปรที่ศึกษา	5
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
สมมติฐานในการวิจัย	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย	7
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์	12
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสอนเรขาคณิต	16
การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต	16
ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	17
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสอนเรขาคณิต	18
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของวงกลม	21
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของวงกลม	21
3 วิธีดำเนินการวิจัย	23
การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง	23
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	23
การเก็บรวบรวมข้อมูล	31
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล	32

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	33
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	41
จุดมุ่งหมายของการวิจัย	41
สมมติฐานในการวิจัย	41
วิธีดำเนินการวิจัย	41
สรุปผลการวิจัย	42
อภิปรายผล	43
ข้อเสนอแนะ	44
บรรณานุกรม	45
ภาคผนวก	49
ภาคผนวก ก การวิเคราะห์ข้อมูล	50
ภาคผนวก ข แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์ เรขาคณิตแบบพลวัต	61
ภาคผนวก ค กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์ เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	102
ภาคผนวก ง ตัวอย่างเฉลยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3..	144
ภาคผนวก จ คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	153
ภาคผนวก ฉ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	166
ภาคผนวก ช แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนเรื่องสมบัติของ วงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	179
ภาคผนวก ซ รายนามผู้เชี่ยวชาญ	183
ประวัติย่อผู้วิจัย	185

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1	ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	34
2	การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต โดยการทดสอบลิลีฟอर्स (Lilliefors Test)	35
3	ผลเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	36
4	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ..	38
5	แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (แบบปรนัย)	51
6	แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (แบบอัตนัย)	53
7	แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	54
8	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียน	55
9	ตารางทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ	57
10	การทดสอบ t (t-test for Independent Samples)	58
11	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	59

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	สารบัญหลัก	26
2	สารบัญย่อย	27
3	กิจกรรม	27



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิต มีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์เราอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตในชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจ หรืออธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัว เช่น ใช้เรขาคณิตในการสำรวจพื้นที่ สร้างผังเมือง สร้างถนนหนทาง สำรวจโลกและอวกาศ หรือบางครั้งเราอาจแทนความคิดหรือสิ่งต่างๆ ด้วยรูปเรขาคณิต เรขาคณิตช่วยพัฒนาทักษะที่สำคัญหลายประการ เช่น ทักษะเชิงมิติสัมพันธ์ หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) การคิดการให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) 2546: 2) รวมทั้งธรรมชาติของวิชาเรขาคณิตเป็นวิชาที่เอื้อที่จะสอนให้ผู้เรียนเป็นผู้มีวิจรรณญาณช่างสังเกต ช่างสำรวจ มีเหตุผล ดังนั้น เรขาคณิตจึงเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญและจำเป็นเนื้อหาหนึ่งที่จะต้องบรรจุไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในทุกระดับ (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2541: 66-68)

ด้วยเหตุผลดังกล่าว สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้รับมอบหมายจากกระทรวงศึกษาธิการ ให้ดำเนินการจัดทำกรอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งสาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประกอบด้วย

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์(กระทรวงศึกษาธิการ. 2545: 6)

จากกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรขาคณิตเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) สถานศึกษาสามารถจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานจากมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่กำหนดไว้ในหลักสูตร และสถานศึกษาสามารถจัดสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้เพิ่มเติมขึ้นเองได้ โดยการจัดการเรียนรู้ของกลุ่มวิชาคณิตศาสตร์จะต้องคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดการเรียนรู้ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง จากการฝึกปฏิบัติ ฝึกให้นักเรียนคิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ. 2545: 188) ซึ่งสภาพการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาโดยทั่วไป ครูมักจะเน้นความจำในเรื่องสูตร นิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้อง โดยสอนให้

นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์ด้วยวิธีการที่แน่นอนวิธีเดียว สำหรับการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ครูมักใช้วิธีอธิบาย และแสดงเหตุผล ในขั้นตอนต่างๆ แล้วครูเขียนสิ่งที่อธิบายทั้งหมด ให้นักเรียนดูบนกระดานดำ สิ่งนี้นักเรียนได้จะเป็นความรู้และความจำเท่านั้น ดังนั้นครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเอง ได้ถกเถียงหรือแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาที่นักเรียนคิดได้ โดยให้โอกาสและเวลามากพอควร ถ้านักเรียนทำได้หรือทำสำเร็จ นักเรียนจะเกิดความภูมิใจและมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2546: 54-57)

จากสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเห็นว่าสาระที่ 3 เรขาคณิต โดยเรื่องสมบัติของวงกลม ได้ถูกจัดให้อยู่ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ดังนั้น เรื่องสมบัติของวงกลมจึงเป็นอีกเรื่องหนึ่งที่มีความสำคัญในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมที่ศึกษาเฉพาะด้านเรขาคณิตพบว่า กิจกรรมที่เสนอแนะให้นักเรียนปฏิบัติ ได้แก่ การสร้างรูป การวัด การตัดกระดาษ หรือการยกรูปทับ แล้วสังเกตจนได้ข้อสรุป และเน้นการพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการซึ่งกิจกรรมที่เสนอแนะอาจไม่ทำให้เกิดแรงจูงใจที่จะปฏิบัติ (วรรณวิภา สุทธเกียรติ. 2542: 2) โดยเรื่องสมบัติของวงกลมก็จัดเป็นเรื่องที่ได้มีการเรียนการสอนตามที่กล่าวมา ดังนั้นหากผู้สอนได้จัดกิจกรรมที่เหมาะสมให้นักเรียนได้เรียน จะทำให้นักเรียนเป็นผู้มีวิจารณญาณ ช่างสังเกต ช่างสำรวจ มีเหตุผล และยังส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ได้ โดยกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดขึ้นนั้น ควรจะเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเอง และมีครูเป็นเพียงผู้แนะนำและดูแลนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรม สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 41) ได้วางมาตรฐานการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับโรงเรียน โดยผู้เรียนควรเรียนด้วยการใช้แบบจำลองที่เป็นรูปธรรม ภาพวาด และซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตซึ่งจะทำให้ นักเรียนสามารถนำเอาความคิดทางเรขาคณิตมาใช้งานได้จริง โดยการเรียนการสอนเรขาคณิตนี้ควรเน้นกิจกรรมในลักษณะตั้งและสำรวจข้อความคาดการณ์ทางเรขาคณิตและเรียนการให้เหตุผลด้วย ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ออกแบบอย่างดี มีเครื่องมือที่เหมาะสม และโดยอาศัยความช่วยเหลือของครูผู้สอน (สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์. 2549: 2-3)

ด้วยความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีทางคอมพิวเตอร์และการพัฒนาทางด้านซอฟต์แวร์ในปัจจุบันนี้ ได้ส่งผลให้ประเทศต่างๆ มีการนำคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการเรียนการสอนเรขาคณิตมากขึ้น ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่ดีจะช่วยให้ นักเรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิต และวัดขนาดหาส่วนของเส้นตรง ส่วนโค้ง และมุมได้รวดเร็วถูกต้อง ทั้งยังช่วยให้นักเรียนสร้างรูปสองมิติและสามมิติบนหน้าจอแล้วพลิก หมุน หรือ เลื่อนรูปในมุมมองต่างๆ ทำกิจกรรมการสำรวจด้วยการพลิก เลื่อน หมุน ยืด หด เพื่อเรียนรู้โมเดลต่างๆ ทางเรขาคณิตได้รวดเร็วเป็นนามธรรม การทดลองสร้างรูปเรขาคณิตด้วยการสร้างทำได้รวดเร็วในลักษณะต่างๆ ได้หลายๆ ครั้ง ซึ่งนำไปสู่การค้นหาลักษณะต่างๆ ทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถสำรวจ ตั้งข้อคาดเดาและสืบเสาะตรวจสอบค้นรูปต่างๆ ในหลายลักษณะเพื่อยืนยันเหตุผลของตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดจินตนาการในการค้นคว้าหาเหตุผลและการเพิ่มพูนความรู้ ซึ่งการเรียนรู้อะไรเรขาคณิตในลักษณะดังกล่าวจะทำให้ นักเรียนมองสิ่งต่างๆ รอบตัวได้อย่างมีความหมายมากขึ้น (วรรณวิภา สุทธเกียรติ. 2542: 3-4)

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเข้ามาสอนในเรื่อง สมบัติของวงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งกิจกรรมการสอนในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้จัดขึ้นให้สอดคล้องกับธรรมชาติของวิชาเรขาคณิต ที่จะสอนให้ผู้เรียนเป็นผู้มีวิจาร์ณญาณ ช่างสังเกต ช่างสำรวจ มีเหตุผล และสร้างข้อความคาดการณ์ได้

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจ ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังจากเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม และเนื้อหาอื่นทางเรขาคณิต
3. สามารถนำกิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นไปใช้ประโยชน์ในการสอนของครู
4. เพื่อสร้างความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน รวม 2 ห้องเรียน จำนวน 100 คน จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 600 คน โดยที่โรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียนที่มีการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ใน

ห้องเรียนเดียวกัน แล้วจับสลากเลือกห้องเรียนโดยห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองและอีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

สำหรับระยะเวลาในการวิจัยครั้งนี้ ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 ทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้เวลาในการทดลอง 12 คาบ คาบละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาในบทเรียนประกอบด้วย

4.1 วงกลม

- ส่วนต่างๆ ของวงกลม

4.2 สมบัติที่เกี่ยวกับวงกลม

4.2.1 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

- มุมในครึ่งวงกลม
- มุมที่จุดศูนย์กลาง
- มุมในส่วนโค้งของวงกลม
- มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

4.2.2 คอร์ด

- คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม
- รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม
- คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม
- หาจุดศูนย์กลาง
- วงกลมผ่านจุดที่กำหนด
- จุดศูนย์กลางวงล้อม
- รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
- คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

4.2.3 เส้นสัมผัสวงกลม

- เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี
- วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม
- เส้นสัมผัสและคอร์ด

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ การเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตและไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
2. ตัวแปรตาม คือ
 - 2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 - 2.2 ความพึงพอใจในการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต หมายถึง ซอฟต์แวร์ด้านเรขาคณิตที่เน้นการสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน มีลักษณะปฏิสัมพันธ์โดยที่ผู้ใช้สามารถเคลื่อนไหว เปลี่ยนแปลงรูปเรขาคณิตได้หลายลักษณะตามความต้องการของผู้ใช้ แต่ยังคงรักษาสสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปนั้นได้เสมอ เช่น รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วไม่ว่าจะเคลื่อนย้ายจุด มุมในลักษณะใดก็ตามจะเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเสมอ หรือจุดซึ่งอยู่บนส่วนของเส้นตรง การเคลื่อนย้ายจะยังคงรักษาสสมบัติของจุดบนส่วนของเส้นตรงนั้นเสมอ โดยการทดลองครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้โปรแกรม C.a.R. (Compass and Ruler)
2. กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วยเนื้อหาอิงตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 และกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ ซึ่งเป็นแฟ้มคำสั่งที่สร้างจากซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต โดยเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติด้วยตนเอง โดยอาศัยจากการสำรวจ สังเกต และตั้งข้อความคาดการณ์จากการสร้างรูปและวัดขนาดของมุม จากนั้นสามารถนำมาสรุปเป็นทฤษฎีบทและสามารถนำทฤษฎีบทนั้นไปใช้ได้ โดยเนื้อหา เรื่อง สมบัติของวงกลมประกอบด้วย
 - 2.1 วงกลม
 - 2.2 มุมที่ศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
 - 2.3 คอร์ด
 - 2.4 เส้นสัมผัสวงกลม
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ซึ่งประเมินได้จากคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. ความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้

ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนถึงความรู้สึกชอบ หรือไม่ชอบในการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ซึ่งวัดจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 สเกล คือ 5 , 4 , 3 , 2 และ 1 หมายถึง มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด ตามลำดับ และนำเสนอให้นักความคิดโดยใช้การประมาณค่าความคิดเห็นของประคอง กรรณสูต (2538: 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลม ไม่แตกต่างกัน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสอน

เรขาคณิต

- 3.1 การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต
- 3.2 ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
- 3.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสอน

เรขาคณิต

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของวงกลม
- 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของวงกลม

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาที่ใช้ในปัจจุบันเป็นหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้จัดทำขึ้น โดยกำหนดคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2545: 4-5)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถคำนวณเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงและสามารถนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

2. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวและปริมาตร สามารถเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ใน ชีวิตจริงได้

3. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้

4. มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้
 5. สามารถวิเคราะห์แบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้องมการ กราฟ หรือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาได้
 6. มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษาและเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูล รวมทั้งอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลจากการนำเสนอข้อมูลต่างๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจนเข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ
 7. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ได้
 8. มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
 9. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลายและใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
- โดยทางสสวท. ได้กำหนดสาระการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่างๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ อีกทั้งทางสสวท. ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนมีดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2545: 6-7)

สาระที่ 1 : จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 : เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 : เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.3 : ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 1.4 : เข้าใจในระบบจำนวนและสามารถนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ได้

สาระที่ 2 : การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 : เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 : วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดได้

มาตรฐาน ค 2.3 : แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

สาระที่ 3 : เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 : อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 : ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

สาระที่ 4 : พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 : อธิบายและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชันต่างๆ ได้

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระที่ 5 : การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 : เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลได้

มาตรฐาน ค 5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 : ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้

สาระที่ 6 : ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.2 : มีความสามารถในการให้เหตุผล

มาตรฐาน ค 6.3 : มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ

มาตรฐาน ค 6.4 : มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ ได้

มาตรฐาน ค 6.5 : มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สำหรับสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เป็นสาระการเรียนรู้ที่จัดขึ้นให้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ผู้เรียนทุกคนต้องบรรลุ และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เป็นคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนสามารถเลือกเรียนได้ตามความสนใจเพื่อสำรวจความถนัดของตนเอง

สาระการเรียนรู้ด้านความรู้ของคณิตศาสตร์พื้นฐานและคณิตศาสตร์เลือกของช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) มีดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2545: 113-115)

สาระการเรียนรู้พื้นฐาน	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
1. จำนวน • จำนวนเต็มและสมบัติของจำนวนเต็ม • เศษส่วนและทศนิยม • อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ • เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม • จำนวนจริง • รากที่สองและรากที่สาม 2. พืชคณิต • สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว • การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว • คู่อันดับและกราฟ • ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร • แบบรูปและความสัมพันธ์	1. จำนวน • ตัวเลขโรมันและตัวเลขฐานต่าง ๆ (ฐานสิบ ฐานสอง ฐานห้า ฐานสิบสอง หรือฐานอื่น ๆ) • เลขยกกำลัง - สมบัติของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และการนำไปใช้ • จำนวนจริง - สมบัติของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณ์ - การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณ์ • แบบรูปและความสัมพันธ์ • การประยุกต์เกี่ยวกับจำนวนเต็ม เลขยกกำลัง เศษส่วน ทศนิยม อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ 2. พืชคณิต • พหุนาม • สมการกำลังสองตัวแปรเดียว • สมการเศษส่วนของพหุนาม • พาราโบลา • ระบบสมการสองตัวแปรที่สมการมีดีกรีไม่เกินสอง • การแปรผัน • การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว • แบบรูปและความสัมพันธ์

สาระการเรียนรู้พื้นฐาน	สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม
3. เรขาคณิต • การสร้างทางเรขาคณิตเบื้องต้น(โดยใช้วงเวียนและสันตรงที่ไม่เน้นการพิสูจน์) - การสร้างพื้นฐาน - การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย • การแปลง (transformation) ทางเรขาคณิต - การเลื่อนขนาน (translation) - การหมุน (rotation) - การสะท้อน (reflection) • รูปเรขาคณิตและการให้เหตุผล - สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม - เส้นขนาน ความคล้าย - ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ 4. การวัด • พื้นที่ • ปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม • พื้นที่ของปริซึม และ ทรงกระบอก 5. สถิติและความน่าจะเป็น • สถิติและการวิเคราะห์ข้อมูล - การนำเสนอข้อมูล - ค่ากลางของข้อมูล • ความน่าจะเป็น - การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ - ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	3. เรขาคณิต • การพิสูจน์ทางเรขาคณิต - สมบัติของวงกลม - การพิสูจน์เกี่ยวกับรูปเหลี่ยมและวงกลม - การสร้างเกี่ยวกับรูปเหลี่ยมและวงกลม • แบบรูป 4. การวัด • พื้นที่ผิวของพีระมิด กรวย และทรงกลม • การประยุกต์เกี่ยวกับปริมาตร และพื้นที่ผิวของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม 5. สถิติและความน่าจะเป็น • การประยุกต์เกี่ยวกับสถิติ • การประยุกต์เกี่ยวกับความน่าจะเป็น

จากข้างต้นจะเห็นว่า เรื่องสมบัติของวงกลม เป็นเรื่องหนึ่งที่ถูกบรรจุอยู่ในสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ของวิชาเรขาคณิต ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนสามารถเลือกเรียนตามความสนใจเพื่อสำรวจความถนัดของตนเอง นักเรียนที่มุ่งหวังจะเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้ที่ต้องการเรียนต่อทางด้านวิทยาศาสตร์หรือทางด้านสังคมศาสตร์ ควรเลือกเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมในช่วงชั้นที่ 3 (ม.1-ม.3) ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงสนใจสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต

การจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญที่เลือกสรรวิธีการสอน และจัดลำดับขั้นการสอนเนื้อหาสาระที่สอดคล้องกับระดับผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนได้มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเหล่านั้นได้อย่างถูกต้องและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาเรขาคณิต ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ครูต้องมีความรู้เกี่ยวกับการเรียนการสอนเรขาคณิต (โกมล ไพศาล. 2540: 20) ซึ่งมีรายละเอียดสำคัญดังนี้

ซิมมอนส์ (Simmons. 1993: 41) ได้เสนอกิจกรรมซึ่งสามารถนำมาใช้ประโยชน์สำหรับการเริ่มต้นบทเรียน ดังนี้

1. การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
2. การเสนอเค้าโครงย่อประเด็นหลักของบทเรียน
3. ใช้การอุปมาอุปมัย เป็นการสร้างสถานการณ์ของหัวเรื่องใหม่ให้สัมพันธ์กับประสบการณ์ของผู้เรียน ตลอดจนบางสิ่งที่คุ้นเคยกับผู้เรียน
4. การทบทวนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับงานก่อนหน้า เช่น การทบทวนที่เกี่ยวข้องกับความรู้โดยตรง ทักษะ หรือความเข้าใจ

สิธู (Sidhu. 1981: 291) ได้แนะนำการสอนเรขาคณิต ดังนี้

1. งานที่ให้ผู้เรียนฝึกทำควรได้สัดส่วนและชัดเจน
2. ครูควรให้ผู้เรียนสังเกตสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง โดยการทดลองวัดจริงหรือประสบการณ์
3. กระดานดำที่ใช้ควรได้สัดส่วน สะอาดและถูกต้องเพื่อหลีกเลี่ยงความสงสัยและความเข้าใจผิดของผู้เรียน ขณะเดียวกันครูควรใช้ภาษาที่ถูกต้องชัดเจนและใช้ชอล์กสีเพื่อเน้นรายละเอียดที่สำคัญ
4. การให้แบบฝึกหัดผู้เรียนไม่ควรทิ้งค้างไว้เพื่อให้ทำตอนท้ายของภาคเรียน แต่ควรจะให้ทำข้างเคียงกับทฤษฎีบทนั้น

5. ควรฝึกผู้เรียนให้เขียนรูปจากทฤษฎีบท และแบบฝึกหัดที่เห็นสมควรแล้วแต่กรณีในเบื้องต้นการสร้างทั้งหมดควรใช้วงเวียนและไม้บรรทัด

6. ครูควรมีการทบทวน โดยการถามผู้เรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบทต่างๆ ที่ได้เรียนผ่านมาแล้วเท่าที่สามารถทำได้

7. ศัพท์ทางเรขาคณิตครูผู้สอนควรนำมาใช้ให้ถูกต้อง

8. ครูผู้สอนควรสนับสนุนผู้เรียนให้แสดงเนื้อหาสาระโดยการเขียนรูป การสร้าง และถ้อยคำเท่าที่เป็นไปได้

9. ครูผู้สอนควรให้ผู้เรียนสรุปผลลัพธ์สุดท้ายด้วยตนเอง

ปานทอง กุลนาถศิริ (2541: 67-68) กล่าวถึงสิ่งที่ครูควรตระหนักในการสอนเรขาคณิตดังนี้

1. ให้กำลังใจแก่นักเรียน
2. ให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ และได้ค้นพบ
3. ให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นนามธรรม อุปกรณ์
4. การสอนพิสูจน์โดยครูเป็นผู้บอกไม่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจ
5. การสอนให้นักเรียนเกิดการให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นสิ่งหนึ่งที่สำคัญในการ

เรียนเรขาคณิต

มานะ เอกจริยวงศ์ (2537: 4-8) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับโรงเรียนควรมีจุดมุ่งหมาย ดังนี้

1. เพื่อให้ตระหนักถึงคุณค่าของเรขาคณิตว่ามีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตในโลกที่เป็นจริง

2. เพื่อท้าทายความคิด ปลูกฝังความสามารถด้านปริภูมิ (Spatial Ability) และพัฒนาแบบความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Case of Mind)

3. เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ มองเห็นความหมายและความสำคัญของการพิสูจน์

4. เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดทางเรขาคณิตกับคณิตศาสตร์แขนงอื่นๆ อันเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหา

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542: 26-27) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตควรดำเนินการ ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียนให้ชัดเจน
2. ทบทวนความรู้ที่เป็นพื้นฐานเดิมของสิ่งที่จะเรียนต่อไป
3. การสอนบทนิยาม ทฤษฎีบท และบทสร้าง ควรให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม

เช่น กำหนดกิจกรรมโดยใช้สื่อที่นักเรียนได้ปฏิบัติจนกระทั่งได้ข้อสรุปที่ต้องการ

4. จัดกิจกรรมที่เหมาะสมให้กับนักเรียน เพื่อให้เห็นแนวทางในการสรุปมโนทัศน์ หรือแก้ปัญหาโจทย์ รวมทั้งสนับสนุนให้นักเรียนมีกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ อภิปรายร่วมกัน เพื่อหาข้อสรุปด้วย

5. การสอนมีทั้งการแสดงให้เห็น และเน้นการศึกษาด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนเกิดการค้นพบ โดยแนะแนวทาง แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่เห็นว่าสำคัญ ซึ่งมีใบงานประกอบการเรียน

6. พัฒนาจินตนาการทางเรขาคณิตและเพิ่มพูนความรู้ โดยการยกปัญหาที่ท้าทายปัญหาในสถานการณ์ที่เป็นจริงหรือปัญหาที่แปลกใหม่ ให้นักเรียนค้นหาวิธีแก้ปัญหา

สุรินทร์ บุษย์พัฒนาภรณ์ (2549: 13) กล่าวว่า การเรียนการสอนเรขาคณิตครูผู้สอน ควรกำหนดกิจกรรมให้ท้าทายและเปิดโอกาสให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความอยากรู้อยากเห็น และกิจกรรมเหล่านั้นควรมีการวางขั้นตอนให้เหมาะสม

เนื่องจากนักเรียนส่วนมากมีปัญหาในการเรียนวิชาเรขาคณิต นักเรียนไม่สามารถ พิสูจน์เรขาคณิตได้ จึงมีครูและนักคณิตศาสตร์หลายท่านได้พยายามศึกษาและค้นคว้าเพื่อ แก้ปัญหาความไม่เข้าใจในการเรียนวิชาเรขาคณิต ในปีค.ศ. 1954 สามีและภรรยาชาว เนเธอร์แลนด์ ปีแอร์ และไดนา แวน ฮีลี (Pierre and Dina van Hiele) ได้ตั้งข้อสรุปจากการ ศึกษาวิจัยของพวกเขาเกี่ยวกับระดับขั้นของพัฒนาการความคิดทางเรขาคณิตของผู้เรียนเขาแบ่ง ระดับความคิดทางเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ ซึ่งเป็นระดับขั้นกระบวนการคิดในการเรียน เรขาคณิตโดยเริ่มจากง่ายไปหายาก ดังต่อไปนี้ (สสวท. 2546: 2-3)

ระดับ 0 : ขั้นพื้นฐานหรือขั้นการมองภาพรวม (Visualization)

ผู้เรียนรับรู้รูปในภาพรวม ยังไม่ได้วิเคราะห์แยกแยะให้เห็นส่วนประกอบของรูป เช่น เมื่อกล่าวถึงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เขาจะมองภาพรวมเห็นแค่สมบัติเฉพาะของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก หรือความยาวของด้านทุกด้านเท่ากัน นักเรียนไม่รับรู้สมบัติหรือ ความสัมพันธ์ที่ชัดเจนระหว่างส่วนต่างๆ ของรูป เขาเรียกรูปนั้นว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพราะว่ามัน คล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยไม่มีเหตุผลอื่นๆ และเขาจะไม่เรียก ◊ ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพราะว่า มันดูไม่เหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส (ที่เขาเคยรู้มาก่อน)

ระดับ 1 : ขั้นการวิเคราะห์ (Analysis)

ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์รูปเรขาคณิตได้ โดยสนใจส่วนต่างๆ ของรูป เช่น วิเคราะห์ได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านทั้งสี่ด้านยาวเท่ากัน และมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก สามารถใช้ สมบัติของรูปเพื่อบอกรูปได้ เช่น ถามว่า “รูปอะไรเอ่ย มีด้านทุกด้านยาวเท่ากัน และมีมุมทุกมุม เป็นมุมฉาก ” ก็จะตอบได้ว่า “รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ” หรือถามว่า “รูปอะไรเอ่ยที่มีด้านขนานกันสอง คู่ ” ก็จะตอบได้ว่า “รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ” ผู้เรียนที่อยู่ในระดับนี้ยังไม่สามารถบอกความสัมพันธ์ ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้

ระดับ 2 : ขั้นตอนการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างไม่มีแบบแผน (Information Deduction)

ผู้เรียนสามารถบอกรายละเอียดปลีกย่อยเกี่ยวกับสมบัติของรูปต่างๆ ทางเรขาคณิต เปรียบเทียบ และบอกความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกัน รวมทั้งบอกลักษณะที่แตกต่างกันได้ เช่น ทราบว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากก็เป็นตัวอย่างของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ผู้เรียนสามารถสรุปได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นตัวอย่างของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ระดับ 3 : ขั้นตอนการพิสูจน์แบบนิรนัยอย่างมีแบบแผน (Formal Deduction)

ผู้เรียนที่มีความคิดในระดับนี้เริ่มเข้าใจการพิสูจน์โดยให้เหตุผลแบบนิรนัยสามารถพิสูจน์หลักเกณฑ์ทางเรขาคณิตตามหลักการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ รู้จักตั้งกฎเกณฑ์และข้อโต้แย้งในการคิดไปตามลำดับเหตุผล ติดตามการพิสูจน์ได้ เรียนรู้ที่จะดำเนินการพิสูจน์ด้วยตนเอง พิสูจน์สิ่งที่ต้องการได้มากกว่าหนึ่งวิธี

ระดับ 4 : ขั้นตอนการคิดขั้นสุดยอด (Rigor)

เป็นระดับสูงสุดของพัฒนาการของการคิดปฏิบัติการโดยใช้นามธรรม ผู้เรียนที่มีความคิดในระดับนี้จะมีความเข้าใจในโครงสร้างคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง สามารถวิเคราะห์ลักษณะโครงสร้างและระบบสัจพจน์ เปรียบเทียบเรขาคณิตที่มีสัจพจน์คนละชุดได้

แวน ฮีลี ได้เสนอแนะแนวทางที่จะช่วยให้การเรียนการสอนวิชาเรขาคณิตมีประสิทธิภาพมากขึ้นดังนี้

1. การนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถาม (Inquiry Information)

ครูกล่าวถึงประโยชน์และเหตุผลในการเรียนเนื้อหาวิชานั้นๆ ตลอดจนแนะนำคำศัพท์ในวิชาเรขาคณิต เช่นคำว่า “สี่เหลี่ยมจัตุรัส” “รูปสามเหลี่ยม” โดยใช้คำถามให้นักเรียนมีโอกาสได้อภิปราย

2. การแนะนำโดยตรงจากครู (Directed Orientation)

นักเรียนปฏิบัติตามในสิ่งที่ครูบอกแต่ละขั้นตอน ครูแนะนำคำศัพท์ที่ใช้ในวิชาเรขาคณิตในเนื้อหาที่กำลังสอน ครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาสสังเกต สำรวจและศึกษาจนเข้าใจและเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา ครูแนะนำสัญลักษณ์ที่ใช้ในวิชาเรขาคณิต และทรงต่างๆ ทางเรขาคณิตตลอดจนสมบัติที่สำคัญ

3. การอธิบายให้ชัดเจน (Expliciting)

ครูส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายและอภิปรายในสิ่งที่นักเรียนพบจากการสังเกต การสำรวจ และการคิด บทบาทของครูจะลดลง ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปกฎเกณฑ์และสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อไปในการเรียนวิชาเรขาคณิต

4. การศึกษาด້วยตนเอง (Free Orientation)

ครูให้นักเรียนมีอิสระในการเรียนมากขึ้น นักเรียนมีโอกาสสำรวจความสามารถของตน มีประสบการณ์ในการเรียนรู้ด้วยตนเองมากขึ้น สามารถคิดและพิสูจน์เรขาคณิตได้ด้วยตนเอง การคิดหรือการพิสูจน์นั้นอาจจะมีได้หลายวิธี นอกจากนั้นนักเรียนยังมีโอกาสแก้ปัญหาโจทย์ที่สลับซับซ้อนและสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับความเป็นเหตุเป็นผลได้

5. การบูรณาการ (Integration)

ครูช่วยนักเรียนสรุปเนื้อหาสาระสำคัญในเรื่องที่นักเรียนเรียน โดยครูถามและนักเรียนช่วยกันตอบและแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่นักเรียนเรียนไปแล้ว

ดังนั้นในการเรียนการสอนเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียน จึงมีความจำเป็น ที่ครูจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับระดับขั้นของพัฒนาการความคิดทางเรขาคณิตของ แวน ฮีลี ซึ่งกล่าวถึงลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิต เพื่อช่วยในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตให้เหมาะสมกับความสามารถและพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียนต่อไป (สิริพร ทิพย์คง. 2537: 264-273)

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเรขาคณิต สรุปได้ว่าการเรียนการสอนวิชาเรขาคณิตต้องมีการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน ผู้สอนควรจัดกิจกรรมในลักษณะที่ผู้เรียนจะต้องได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตัวเองโดยเริ่มจากกิจกรรมง่ายไปสู่กิจกรรมที่ยากขึ้นตามลำดับ โดยผู้เรียนจะต้องทำการสืบค้น ทดลองและสำรวจ จนกระทั่งผู้เรียนสามารถค้นพบด้วยตัวเอง

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสอนเรขาคณิต

3.1 การใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนเรขาคณิต

การพัฒนาทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว โดยในปัจจุบันได้มีการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในด้านการศึกษาการสอนมากขึ้น โดยการใช้คอมพิวเตอร์ไปใช้ในการเรียนการสอนนี้มีประโยชน์สำคัญๆ ดังนี้ (ศรีศักดิ์ จามรมาน. 2535: 10)

1. ทำให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนมากขึ้น ทำให้มีความสนใจและกระตือรือร้นมากขึ้น
2. ทำให้นักเรียนสามารถเลือกวิธีเรียนได้หลายแบบ ทำให้ไม่เบื่อหน่าย
3. ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากขึ้น ลดการท่องจำ
4. ทำให้ปรับปรุง เปลี่ยนแปลงการเรียนการสอนได้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน

5. ทำให้นักเรียนมีอิสระในการเรียน

6. ทำให้นักเรียนสามารถสรุปหลักการ เพื่อหาสาระของบทเรียนแต่ละบทได้สะดวกขึ้น

การพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วย มี 3 ลักษณะ (วรรณวิภา สุธาทเกียรติ. 2542: 28) คือ

1. พัฒนาบทเรียนโดยการสร้างด้วยโปรแกรมภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น พัฒนาโดยใช้ภาษา Basic , Fortran , PASCAL , Visual C , Visual Basic , Maple เป็นต้น ปัญหาที่พบในกรณีนี้คือผู้พัฒนาต้องมีความรู้และประสบการณ์ทางคอมพิวเตอร์สูงและใช้เวลาในการพัฒนามาก

2. พัฒนาบทเรียนจากโปรแกรมบทเรียน (Authoring System) เช่น โปรแกรมไทยทัศน์บนภาพกราฟิก มีรูปแบบตัวอักษรต่างๆ มีภาพสามมิติ ลดความยุ่งยากในการใช้คำสั่งต่างๆ นำเสนอเนื้อหา ตัวอย่างการคำนวณ การสร้างภาพและเสียงประกอบคำถาม และการฝึกปฏิบัติ แต่ปัญหาที่พบ คือ ผู้พัฒนาส่วนมากจะสร้างบทเรียนสั้นๆ แต่การพัฒนารูปภาพทางเรขาคณิตประกอบการคำนวณต้องใช้เวลาและต้องมีความรู้เชื่อมโยงโปรแกรมเข้าด้วยกัน

3. พัฒนาจากโปรแกรมสำเร็จรูป ที่มีจำหน่ายทั่วไป ที่เหมาะสมกับงานแต่ละงาน เช่น Microsoft Excel เหมาะกับการคำนวณในลักษณะของแถวหรือหลัก Microsoft Word เหมาะกับการทำเอกสาร Mathematica , Mathcad และ Matlab ทั้งสามโปรแกรมนี้เหมาะสมกับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ในแง่ของสัญลักษณ์ การเขียนกราฟและฟังก์ชัน การคำนวณของแคลคูลัสขั้นสูง

3.2 ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นซอฟต์แวร์ด้านเรขาคณิตซึ่งเน้นการสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน แต่มีลักษณะปฏิสัมพันธ์ ผู้ใช้สามารถสร้างรูปและเคลื่อนย้ายรูปได้ โดยการเคลื่อนย้ายจุดหรือย้ายเส้นนั้นสามารถทำได้โดยง่าย และการเคลื่อนย้ายจะยังคงรักษาสสมบัติที่ร่วมกันของรูปนั้นไว้เสมอ เช่น รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะเคลื่อนย้ายจุดมุมในลักษณะใดก็ตามจะเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วเสมอ หรือจุดซึ่งอยู่บนส่วนของเส้นตรง การเคลื่อนย้ายจะยังคงรักษาสสมบัติของจุดบนส่วนของเส้นตรงนั้นเสมอ ทำให้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเหมาะสำหรับการเรียนรู้เรขาคณิต โดยทดลองสร้างและสำรวจสมบัติหรือค้นหาความจริงในเชิงเรขาคณิตจากรูปหลายๆ ลักษณะซึ่งสอดคล้องกับลำดับขั้นการเรียนรู้สามขั้นแรกของแวน ฮีลี

ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่มีอยู่ในปัจจุบันมีสมบัติพื้นฐานของการสร้างและการเคลื่อนย้ายจุด เส้นตรง วงกลม มุม พร้อมทั้งเครื่องมืออำนวยความสะดวกเบื้องต้น เช่น ความยาว ขนาดมุม คล้ายคลึงกัน ซึ่งสามารถจำแนกตามลักษณะการเผยแพร่ได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

1. ซอฟต์แวร์เชิงธุรกิจ อาทิ เช่น

- 1.1) CABRI (<http://www.chartwellyorke.com/cabri.html>)
- 1.2) GSP (<http://www.keypress.com/sketchpad>)
- 1.3) CINDERELLA (<http://www.cinderella.de/tiki-index.php>)

2. ซอฟต์แวร์ที่ใช้และเผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย อาทิ เช่น

- 2.1) C.a.R. (<http://mathsrv.ku-eichstaett.de/MGF/homes/grothmann/java/zirkel/>)
- 2.2) KSEG (<http://www.mit.edu/~ibaran/kseg.html>)
- 2.3) WinGeom (<http://math.exeter.edu/rparris/winggeom.html>)
- 2.4) GeoGebra (<http://www.geogebra.at/>)

ผู้วิจัยเลือกใช้ซอฟต์แวร์ C.a.R. (Compass and Ruler) เป็นเครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้ เนื่องจากเป็นโปรแกรมซึ่งอนุญาตให้ใช้และเผยแพร่ได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย และมีสมบัติเบื้องต้นของซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตพอเพียง C.a.R. เป็นซอฟต์แวร์ที่พัฒนาขึ้นโดย ดร.เรอเน่ โกรธมันน์ (Dr.Rene' Grothmann) ชาวเยอรมัน โดยมีวัตถุประสงค์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจนถึงระดับสูง รวมทั้งผู้ใหญ่ การใช้โปรแกรมสามารถใช้ได้ด้วยการคลิกเมาส์ หรือใช้คำสั่งเป็นข้อความโดยตรง นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถออกแบบการบ้านให้นักเรียนสร้างโดยโปรแกรมจะแจ้งให้รู้เมื่อทำได้ถูกต้อง จุดเด่นอีกประการหนึ่งคือ สามารถนำเสนอในรูปแบบ HTML ได้สะดวกเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่พัฒนาด้วยภาษา JAVA (สุรินทร์ บัญญัติพัฒนาภรณ์. 2549: 18-19)

3.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสอนเรขาคณิต งานวิจัยในประเทศ

วรรณวิภา สุทธิเกียรติ (2542: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิดจินตนาการเพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติเอง โดยการสำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์ และสืบเสาะหาเหตุผลตามความเหมาะสมเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ที่ตั้งไว้ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในทดลองตามขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิต ได้แก่ นักเรียนอาสาสมัครจำนวน 42 คน ซึ่งเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ – คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ปีการศึกษา 2542 ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนเรขาคณิตมีคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ และมีลักษณะตามที่กำหนด

สุจิตรา มุสิกะเจริญ (2542: บทคัดย่อ) ได้เปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ที่ระดับนัยสำคัญ .05
2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ (2542: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ซึ่งประกอบด้วยสำรวจ ตั้งข้อคาดเดา สืบเสาะหาเหตุผล และสรุปผล จากผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้
2. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ที่มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้ มีร้อยละ 100 , 63.64 และ 25 ตามลำดับ
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนคิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 40.30 , 30.00 และ 26.39 ตามลำดับ

สุรินทร์ บุญพัฒนามารณ์. (2549: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (C.a.R.) สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (C.a.R.) สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (C.a.R.) อยู่ในระดับปานกลาง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (C.a.R.) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

งานวิจัยต่างประเทศ

โรบินสัน (Robinson. 1994: 4309-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีการแก้ปัญหาในการเรียนเรื่องการเดินทางของจุดของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐฟลอริดา สหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1994 โดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) เป็นเครื่องมือ ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การสอนแบบปกติโดยใช้กระดาษและดินสอ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ทำให้นักเรียนต้องการมีส่วนร่วมในการเรียน และจากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองซึ่งเดิมไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์บางข้อได้ แต่หลังเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) แล้วสามารถทำได้โดยสามารถอธิบายประกอบการแก้ปัญหาได้

เฟอริงกิง (Frerking. 1995: 3772-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างระดับชั้นของแวน ฮิลลี ผลสัมฤทธิ์ทางการพิสูจน์และการตั้งข้อาคเตาในการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา รัฐจอร์เจีย สหรัฐอเมริกา ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ช่วยในการตั้งข้อาคเตาสมบัติของรูปเรขาคณิต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถทางการตั้งข้อาคเตา และตรวจสอบข้อาคเตานั้นสัมพันธ์กับความสามารถทางการพิสูจน์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสัมพันธ์กับระดับชั้นของแวน ฮิลลี

เลสเทอร์ (Lester. 1996: 2343-A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการสอนโดยใช้ ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย สหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 1996 ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามแบบปกติโดยใช้ไม้บรรทัด ดินสอ ไม้โปแทรกเตอร์ และวงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อาคเตาทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

โยเซฟ (Yousef. 1997: 1631-A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ที่มีผลต่อเจตคติของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายโรงเรียนเซาท์เวสเทิน รัฐโอไฮโอ สหรัฐอเมริกา ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนด้วยกิจกรรมสำรวจโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยกิจกรรมสำรวจโดยใช้กระดาษและดินสอ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

เมลซาเร็ค (Melczarek. 1998: 2611-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างเทคโนโลยีและคอมพิวเตอร์ และการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยมุ่งประเด็นศึกษาเฉพาะผลของกิจกรรมแก้ปัญหาโดยใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) ที่มีต่อความพร้อมในการเรียนรู้ด้วยตนเอง และทัศนคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ (GSP) มีความสัมพันธ์ทางบวกกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

บาฮาร์วานด์ (Baharvand. 2002: 552-A) ได้เปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเทียบกับการสอนของครูแบบปกติโดยใช้กระดาษ ดินสอ และครูเป็นผู้บรรยาย โดยกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ให้ได้รับการสอนของครูแบบปกติ และอีกกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 24 คน ให้เรียนด้วยเนื้อหาเดียวกับกลุ่มควบคุมแต่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนซึ่งเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีคะแนนการทำแบบทดสอบหลังการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์/เรขาคณิตในทางบวก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสอนเรขาคณิตพบว่า ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นสิ่งที่เอื้อประโยชน์ต่อการเรียนการสอนเรขาคณิต และช่วยในการตั้งข้อคาดการณ์ ตรวจสอบข้อคาดการณ์ และสรุปผลได้ ทั้งยังสร้างเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ในทางบวกให้แก่ผู้เรียน ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงนำซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเข้ามาใช้ในการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของวงกลม

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของวงกลม

สุวรรณมาลี นาคเสน (2544: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความคิดเห็นของครูหลังการใช้ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation อยู่ในระดับความคิดเห็น เห็นด้วยอย่างยิ่ง

อารีย์ คำปล้อง (2536: บทคัดย่อ) ได้สร้างบทเรียนปฏิบัติการ เรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อศึกษาผลของการสอนแบบปฏิบัติการเรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลม ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ และนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่

ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการสูงกว่าของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องสมบัติของวงกลม พบว่า ได้มีการนำวิธีการสอนแบบ Group Investigation และ การสอนแบบปฏิบัติการ มาใช้ในการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม ซึ่งนักเรียนที่เรียนด้วยวิธีการสอนแบบ Group Investigation มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน และนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ จากผลการวิจัยดังกล่าว และด้วยความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีและความสามารถในการใช้งานของซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์แบบพลวัต ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ขึ้นมาเพื่อเป็นแนวทางการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวชิรธรรม-
สาธิต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน
วชิรธรรมสาธิต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 โดยการสุ่มแบบ
เกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน รวม 2
ห้องเรียน จำนวน 100 คน จากนักเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 600 คน โดยที่โรงเรียนจัด
ห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียนที่มีการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ใน
ห้องเรียนเดียวกัน แล้วจับสลากเลือกห้องเรียนโดยห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองและอีกห้องหนึ่งเป็น
กลุ่มควบคุม

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม
โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งคู่มือการใช้
กิจกรรมการเรียนการสอน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลมและ
แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียน ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการ ดังนี้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีขั้นตอนในการสร้างดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1. ศึกษาหลักการ มาตรฐานการเรียนรู้ และมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1-3) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544

2. ศึกษาเนื้อหาเรื่องสมบัติของวงกลมจากหนังสือต่อไปนี้

2.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2548)

2.2 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เพิ่มเติม กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (นพพร แหยมแสง. 2548)

2.3 คณิตศาสตร์ ม.3 ค011 ค021 (สุเทพ จันท์สมบูรณ์กุล.)

2.4 Discovering Geometry : An Investigative Approach, Discovering Geometry with The Geometer's Sketchpad. (Masha Albrecht. 2003)

3. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องสมบัติของวงกลม และคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

4. กำหนดเนื้อหา ความคิดรวบยอด และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่องสมบัติของวงกลมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาขึ้น 4 หน่วยการเรียนรู้ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 12 คาบ ได้แก่

- | | |
|--|---------|
| 4.1 วงกลม | (1 คาบ) |
| 4.2 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม | (3 คาบ) |
| 4.3 คอร์ด | (4 คาบ) |
| 4.4 เส้นสัมผัสวงกลม | (4 คาบ) |

ขั้นที่ 2 การสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต และคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. กำหนดกรอบเนื้อหาและรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยแบ่งออกเป็น 4 หน่วยการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดของเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

1.1 วงกลม (1 คาบ)

คาบที่ 1 ส่วนต่างๆ ของวงกลม

1.2 มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (3 คาบ)

คาบที่ 1 มุมในครึ่งวงกลม

คาบที่ 1 มุมที่จุดศูนย์กลาง

คาบที่ 2 มุมในส่วนโค้งของวงกลม

คาบที่ 3 มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

1.3 คอร์ด (4 คาบ)

คาบที่ 1 คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

คาบที่ 1 รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

คาบที่ 2 คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

คาบที่ 2 หาจุดศูนย์กลาง

คาบที่ 3 วงกลมผ่านจุดที่กำหนด

คาบที่ 3 จุดศูนย์กลางวงล้อม

คาบที่ 4 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คาบที่ 4 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

1.4 เส้นสัมผัสวงกลม (4 คาบ)

คาบที่ 1 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

คาบที่ 2 วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

คาบที่ 3-4 เส้นสัมผัสและคอร์ด

2. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตประกอบด้วย

2.1 ชื่อเรื่อง

2.2 เวลาที่ใช้

2.3 สารสำคัญ

2.4 จุดประสงค์การเรียนรู้

2.5 สารการเรียนรู้

2.6 สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ ประกอบด้วย

2.6.1 แฟ้มคำสั่ง

2.6.2 ใบกิจกรรม

2.7 กิจกรรมการเรียนรู้ มีขั้นตอนดังนี้

2.7.1 ครูแนะนำเข้าบทเรียน

2.7.2 ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบกิจกรรม โดยนักเรียนใช้คอมพิวเตอร์ 1 คนต่อ

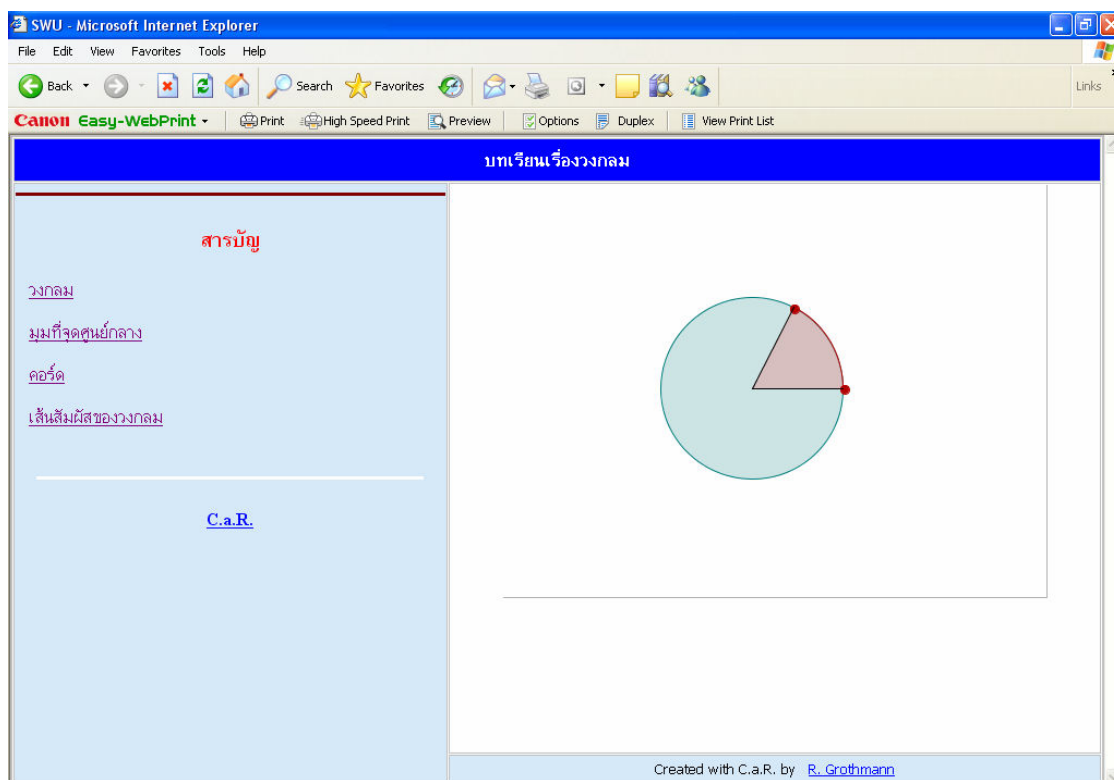
1 เครื่อง

2.7.3 อภิปรายและสรุปผลการเรียนรู้

2.8 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

โดยลักษณะกิจกรรมโดยทั่วไปในแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละชั่วโมงจะเป็นกิจกรรมที่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้จัดทำกิจกรรมที่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในรูปแบบของ HTML เพื่อให้เกิดความสะดวกในการเรียกใช้ในแต่ละกิจกรรม โดยมีโครงสร้าง ดังนี้

1. สารบัญหลัก
2. สารบัญย่อย
3. กิจกรรม (ดังภาพ 1-3)



ภาพ 1 สารบัญหลัก

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

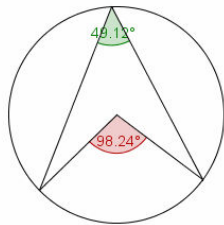
Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำทฤษฎีหรือสมบัติของวงกลมที่เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางไปใช้ได้



Created with C.a.R. by R. Grothmann

ภาพ 2 สารบัญย่อ

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

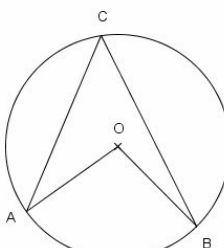
บอกความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O , $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด C ไปรอบ ๆ วงกลม

กิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม



ขนาดมุม $\angle ACB = 49.44$
ขนาดมุม $\angle AOB = 98.88$

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ภาพ 3 กิจกรรม

นอกจากนี้ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีวิธีการกำหนดการประเมินผลนักเรียน ดังนี้

1. การประเมินผลหลังเรียน ครูประเมินจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีน้ำหนักของคะแนนคิดเป็นร้อยละ 100 ของคะแนนทั้งหมด

2. นำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน ตรวจสอบแก้ไขปรับปรุง เพื่อพิจารณาความเหมาะสม และชี้แนะข้อบกพร่องพร้อมทั้งข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

3. นำกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์แล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างนอกเวลาเรียนปกติ จำนวน 8 คน โดยนักเรียนใช้คอมพิวเตอร์ 1 คนต่อ 1 เครื่อง

4. สร้างคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครูและนักเรียนเพื่อเป็นแนวทางในการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

5. นำคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญที่มีประสบการณ์ ตรวจสอบความเหมาะสมของคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอน

6. นำคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญที่มีประสบการณ์ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ใช้ทดลองกิจกรรมการเรียนการสอน

7. นำกิจกรรมการเรียนการสอนและคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนจากข้อ 4 และข้อ 6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง และนำไปเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ

8. นำกิจกรรมการเรียนการสอนและคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนไปใช้ในการทดลองกับกลุ่มทดลองต่อไป ทั้งนี้โดยก่อนการทดลองจะฝึกการใช้เครื่องมือในซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตนอกเวลาเรียนปกติ 1 ชั่วโมง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ต่อไปนี้

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากหนังสือเทคนิคการเขียนข้อสอบของชวาล แพรัตกุล (2520: 1-40) การวัด การวิเคราะห์ และการประเมินผลทางการศึกษาเบื้องต้น ของกั้วล เทียนกันต์เทศน์ (2540: 92-112) และเทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ของล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2540: 196-198)

2. วิเคราะห์เนื้อหาสาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลมตามจุดประสงค์การเรียนรู้เป็นแบบทดสอบอัตนัย 7 ข้อ และเป็นแบบทดสอบปรนัยเลือกคำตอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์ตามที่กำหนด

4. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้อำนวยการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลมที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้อำนวยการสอนคณิตศาสตร์มาคำนวณค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยเลือกแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 5 ข้อและแบบทดสอบปรนัยจำนวน 40 ข้อ

6. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากการสอบในข้อ 6 มาตรวจให้คะแนนดังนี้

แบบทดสอบอัตนัยข้อละ 3 คะแนน โดยใช้เกณฑ์ในการตรวจให้คะแนน ดังนี้

- ขั้นตอนการสร้างถูกต้อง 2 คะแนน

- คำตอบถูกต้อง 1 คะแนน

แบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก มีเกณฑ์ให้คะแนนในแต่ละข้อดังต่อไปนี้ ข้อที่ตอบถูกต้องให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน

8. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 7 มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายระหว่าง .20-.80 และมีค่าอำนาจจำแนก .20 ขึ้นไป โดยเลือกแบบทดสอบ อัตนัยจำนวน 3 ข้อ และแบบทดสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 8 มาคำนวณเพื่อหาค่าความเชื่อมั่น สำหรับแบบทดสอบปรนัยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson 20) และแบบทดสอบอัตนัยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

10. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม ไปใช้กับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมต่อไป

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียน

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต จำนวน 20 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความพึงพอใจจากเอกสาร ตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการ และหลักการสร้างแบบวัดความพึงพอใจ แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบวัดความพึงพอใจตามวิธีการของลิเคิร์ต (Likert)

2. สร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต จำนวน 30 ข้อ โดยปรับปรุงจากแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนของวิภาวดี วงศ์เลิศ (2544: 135-136) และวนิสา นิรมาณ (2545: 160-163) ลักษณะของแบบวัดความพึงพอใจเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับ และข้อความเป็นข้อความทางบวกและทางลบ จึงให้คะแนนดังนี้

เกณฑ์การตรวจให้คะแนน

ในกรณีข้อความมีความหมายทางบวก (Positive) กำหนดคะแนนแต่ละความพึงพอใจดังนี้

มากที่สุด	ให้คะแนน	5	คะแนน
มาก	ให้คะแนน	4	คะแนน
ปานกลาง	ให้คะแนน	3	คะแนน
น้อย	ให้คะแนน	2	คะแนน
น้อยที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน

ในกรณีข้อความมีความหมายทางลบ (Negative) กำหนดคะแนนแต่ละความพึงพอใจดังนี้

มากที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน
มาก	ให้คะแนน	2	คะแนน
ปานกลาง	ให้คะแนน	3	คะแนน
น้อย	ให้คะแนน	4	คะแนน
น้อยที่สุด	ให้คะแนน	5	คะแนน

3. นำแบบวัดความพึงพอใจที่สร้างขึ้นจำนวน 30 ข้อ ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องและความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) ตลอดจนความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับแบบวัดข้อที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับแบบวัดข้อที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับแบบวัดข้อที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

4. นำแบบวัดความพึงพอใจที่ได้รับการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างแบบวัดกับจุดประสงค์ IOC (Index of Item–Objective Congruence) เลือกแบบวัดข้อที่มีค่า IOC ได้ค่าระหว่าง 0.66–1 ไว้จำนวน 20 ข้อ

5. นำแบบวัดความพึงพอใจที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 4 ไปทดสอบใช้กับนักเรียน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

6. นำผลที่ได้จากข้อ 5 มาหาความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

7. นำแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนในการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ไปใช้กับกลุ่มทดลองต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาสอนตามตารางสอนปกติ สัปดาห์ละ 2 คาบ จำนวน 6 สัปดาห์ รวมเป็น 12 คาบ และนักเรียนกลุ่มควบคุม ทำการสอนโดยครูผู้สอนประจำโรงเรียนสอนตามแบบการสอนที่สร้างขึ้นโดยเนื้อหาตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 โดยใช้เวลาสอนตามตารางสอนปกติ สัปดาห์ละ 2 คาบ จำนวน 6 สัปดาห์ รวมเป็น 12 คาบ

2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ และแบบทดสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 คาบ

3. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนที่เรียนด้วยซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนในการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เวลา 20 นาที

4. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ทั้งหมดมาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผัน

2. ทดสอบสมมติฐานของการวิจัย ที่ว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของวงกลมไม่แตกต่างกัน

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 สถิติที่ใช้ในการทดสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองดังนี้

3.1.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้องจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบ กับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใช้สูตร IOC

3.1.2 หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ

3.1.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยคำนวณจากสูตร KR-20 สำหรับแบบทดสอบแบบปรนัยและสูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) สำหรับแบบทดสอบอัตนัย

3.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.2.1 สถิติพื้นฐาน

3.2.1.1 ค่าร้อยละ

3.2.1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

3.2.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.2.1.4 สัมประสิทธิ์การแปรผัน

3.2.2 สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ สถิติทดสอบ t (t-test for Independent Samples)

3.2.2.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนทั้งสองกลุ่มโดยใช้การทดสอบ ลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)

3.2.2.2 ถ้าคะแนนจากข้อ 3.2.2.1 มีการแจกแจงปกติ จะเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยทั้งสองกลุ่มโดยใช้สถิติทดสอบ t (t-test for Independent Samples) ถ้าคะแนนจากข้อ 3.2.2.1 ไม่มีการแจกแจงปกติ จะเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่มโดยใช้การทดสอบ แมน-วิทนี (Mann-Whitney Test)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต นอกจากนี้ได้ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลการวิจัยตามลำดับดังนี้

1. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม
2. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต โดยการทดสอบลิลีฟอร์ส (Lilliefors Test)
3. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม เป็นแบบปรนัย 30 ข้อ และอัตนัย 3 ข้อ และคะแนนความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

1. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	สัมประสิทธิ์การแปรผัน (C.V.)
1	50	39	24.88	63.79	4.03	16.20
2	50	39	24.44	62.67	2.91	11.91

หมายเหตุ - กลุ่มตัวอย่าง 1 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
- กลุ่มตัวอย่าง 2 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

จากตาราง 1 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต จำนวน 50 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 24.88 คิดเป็นร้อยละ 63.79 ของคะแนนเต็ม มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 4.03 และมีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 16.20 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต จำนวน 50 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 24.44 คิดเป็นร้อยละ 62.67 ของคะแนนเต็ม มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.91 และมีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 11.91 โดยคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองมีการกระจายมากกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุม

2. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต โดยการทดสอบลิลลี่ฟอส์ (Lilliefors Test) ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต โดยการทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	สถิติทดสอบ	ค่าพี
		L	(p-value)
1	50	0.112	0.559
2	50	0.140	0.280

หมายเหตุ - กลุ่มตัวอย่าง 1 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

- กลุ่มตัวอย่าง 2 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. การเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

เนื่องจากคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีการแจกแจงปกติ ดังนั้น เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต โดยใช้สถิติทดสอบ t (t-test for Independent Samples) ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	ค่าเฉลี่ยเลข คณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ค่าสถิติ ทดสอบ t	ค่าพี (p-value)
1	50	24.88	4.03	0.626	0.533
2	50	24.44	2.91		

หมายเหตุ - กลุ่มตัวอย่าง 1 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

- กลุ่มตัวอย่าง 2 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่าคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลม ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .01

4. การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

โดยแบบวัดความพึงพอใจ เป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับและข้อความเป็นข้อความทางบวกและทางลบ จึงให้คะแนนดังนี้

กรณีข้อความมีความหมายทางบวก (Positive) กำหนดคะแนนแต่ละความพึงพอใจ ดังนี้

มากที่สุด	ให้คะแนน	5	คะแนน
มาก	ให้คะแนน	4	คะแนน
ปานกลาง	ให้คะแนน	3	คะแนน
น้อย	ให้คะแนน	2	คะแนน
น้อยที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน

กรณีข้อความมีความหมายทางลบ (Negative) กำหนดคะแนนแต่ละความพึงพอใจ ดังนี้

มากที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน
มาก	ให้คะแนน	2	คะแนน
ปานกลาง	ให้คะแนน	3	คะแนน
น้อย	ให้คะแนน	4	คะแนน
น้อยที่สุด	ให้คะแนน	5	คะแนน

การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยรวมซึ่งเป็นผลของความพึงพอใจของนักเรียน หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทั้งฉบับใช้เกณฑ์การประเมินของประคอง กรรณสูต (2538: 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ซึ่งการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับความ พึงพอใจ
ตอนที่ 1			
1. ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่เหนื่อยต่อการเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	3.34	1.04	ปานกลาง
2. การเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น	3.40	1.01	ปานกลาง
3. เนื้อหาจากกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต เหมาะกับระดับความเข้าใจของข้าพเจ้า	3.50	0.95	มาก
4. จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องสมบัติของวงกลมมากขึ้น	3.50	1.02	มาก
5. เนื้อหาจากใบกิจกรรมมากไป ทำให้ข้าพเจ้าศึกษาไม่ทันกับเวลาที่กำหนดให้	3.62 *(2.38)	0.95	มาก
6. ข้าพเจ้าสามารถทราบผลลัพธ์จากการทำกิจกรรมได้ทันที	3.30	1.07	ปานกลาง
7. การมีปฏิสัมพันธ์กับซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหามากขึ้น	3.30	0.84	ปานกลาง
8. การเรียนด้วยซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้	3.40	0.95	ปานกลาง
9. จากการทำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้าตั้งใจทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมมากขึ้น	3.20	0.93	ปานกลาง
10. เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม ใช้ได้สะดวกตามความต้องการของข้าพเจ้า	3.78	0.95	มาก

ตาราง 4 (ต่อ)

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับความ พึงพอใจ
ตอนที่ 2			
11. ข้าพเจ้าเข้าใจคำถามในใบกิจกรรมอย่างชัดเจน	3.46	0.86	ปานกลาง
12. จากการปฏิบัติกิจกรรมเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น	3.74	0.49	มาก
13. จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีกำลังใจอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	3.48	1.03	ปานกลาง
14. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบด้วยตนเอง	3.26	0.90	ปานกลาง
15. จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น	3.32	0.77	ปานกลาง
16. แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตช่วยฝึกทักษะการคิดคำนวณของข้าพเจ้า	3.52	0.91	มาก
17. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น	3.66	1.02	มาก
18. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง	3.30	0.91	ปานกลาง

ตาราง 4 (ต่อ)

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับความ พึงพอใจ
19. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองเกี่ยวกับการเรียนมากขึ้น	3.24	0.87	ปานกลาง
20. ข้าพเจ้ารู้สึกง่วงนอนทุกครั้งที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	3.12 *(2.88)	1.29	ปานกลาง
รวมทั้งฉบับ	3.42	0.98	

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่าคะแนนระดับความพึงพอใจของนักเรียนต่อข้อคำถามส่วนใหญ่ทั้งในทางบวกและทางลบนักเรียนมีความคิดเห็นอยู่ในระดับปานกลาง และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทั้งฉบับ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 3.42 แสดงว่านักเรียนมีความพึงพอใจหลังจากเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง

สำหรับข้อ 5 และข้อ 20 เป็นข้อความที่มีความหมายในเชิงลบ ผู้วิจัยได้กำหนดการให้คะแนนแต่ละระดับความพึงพอใจ คือ มากที่สุดให้ 1 คะแนน มากให้ 2 คะแนน ปานกลางให้ 3 คะแนน น้อยให้ 4 คะแนน และน้อยที่สุดให้ 5 คะแนน เพื่อความสะดวกในการประเมินระดับความพึงพอใจและสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการศึกษา ทั้งนี้ผู้วิจัยได้คำนวณค่าเฉลี่ยที่แท้จริงไว้ในวงเล็บถัดจากค่าเฉลี่ยที่ใช้ประเมินระดับความพึงพอใจ

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สังเขปความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานในการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับกลุ่มควบคุมที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจ ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังจากเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลม ไม่แตกต่างกัน

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวชิรธรรมสาริต เขตพระโขนง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน รวม 2 ห้องเรียน จำนวน 100 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
3. แบบวัดความพึงพอใจต่อการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาสอนตามตารางสอนปกติ สัปดาห์ละ 2 คาบ จำนวน 6 สัปดาห์ รวมเป็น 12 คาบ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนโดยอาจารย์ประจำของโรงเรียน ซึ่งนักเรียนเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต เวลาเรียนตามตารางสอนปกติ สัปดาห์ละ 2 คาบ จำนวน 6 สัปดาห์ รวมเป็น 12 คาบ

2. เมื่อสิ้นสุดการสอน ให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ และแบบทดสอบแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 คาบ

3. เมื่อสิ้นสุดการสอนให้นักเรียนที่เรียนด้วยซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เวลา 20 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2. การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต โดยการทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)

3. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

สรุปผลการวิจัย

1. คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตจำนวน 50 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 24.88 คิดเป็นร้อยละ 63.79 ของคะแนนเต็ม

มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 4.03 และมีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 16.20 และคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต จำนวน 50 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 24.44 คิดเป็นร้อยละ 62.67 ของคะแนนเต็ม มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเป็น 2.91 และมีสัมประสิทธิ์การแปรผันเป็น 11.91 คะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองกระจายมากกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุม

2. คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01 และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลมไม่แตกต่างกัน

4. ความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทั้งฉบับซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับของแบบวัดความพึงพอใจ พบว่านักเรียนมีความพึงพอใจหลังจากเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ผลปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลมไม่แตกต่างกัน

2. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งประเมินผลจากคะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับของแบบวัดความพึงพอใจ พบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจหลังจากเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต อยู่ในระดับปานกลาง ทั้งนี้เนื่องจาก นักเรียนมีอิสระในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม และสามารถแสดงความคิดเห็นพร้อมทั้งแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมห้อง

ในขณะที่เรียนได้ แต่ด้วยข้อจำกัดในเรื่องของเวลา โดยนักเรียนจะต้องปฏิบัติตามกิจกรรมให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนด จึงทำให้ระดับความพึงพอใจของนักเรียนต่ำลง

3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ไม่ได้มีผลต่อการเรียนวิชาอื่น ๆ ที่เรียนตามหลักสูตร จึงส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองบางคนไม่สนใจการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเท่าที่ควร

4. ในระหว่างการเรียนรู้ นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองตามความสามารถ แต่เนื่องจากจำนวนนักเรียนในห้องเรียนมี 50 คน ดังนั้นผู้วิจัยจึงดูแลและให้คำแนะนำนักเรียนไม่ทั่วถึง ส่งผลให้นักเรียนบางคนที่ไม่เข้าใจกิจกรรมไม่สนใจการทำใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยให้ทำในชั่วโมงเรียน

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ครูควรมีผู้ช่วยในการสอนเพื่อให้คำแนะนำนักเรียนได้อย่างทั่วถึงและรวดเร็ว

1.2 ในการเรียนการสอนควรให้นักเรียนได้ฝึกการสร้างรูปเรขาคณิตจากเส้นตรงและวงเวียน รวมถึงในส่วนของเนื้อหาบางส่วนที่ต้องมีการพิสูจน์ ครูควรสอนวิธีการพิสูจน์ให้นักเรียนเพื่อเป็นการสอนการให้เหตุผลแก่นักเรียนด้วย

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการวิจัยศึกษาเกี่ยวกับการนำซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตไปใช้สอนเรขาคณิตเรื่องอื่นๆ

2.2 ควรทำการวิจัยเปรียบเทียบระหว่างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ในการเรียนแบบกลุ่มเล็กกับการเรียนแบบรายบุคคล



บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การ-
รับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- (2548). หนังสือสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เล่ม 2 กลุ่มสาระการ
เรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. กรุงเทพฯ: กรุงเทพมหานคร.
- กั้ววล เทียนกัณฑ์เทศน์. (2540). การวัด การวิเคราะห์ การประเมินทางการศึกษาเบื้องต้น.
กรุงเทพฯ.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2545,พฤศจิกายน-ธันวาคม). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับ
มัธยมศึกษาของประเทศไทยล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์. (530-532):
54-57.
- โกมล ไพศาล. (2540). การพัฒนาชุดการเรียนการสอนรายบุคคลด้านเรขาคณิตสำหรับครู
คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา).
กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชวาล แพรัตกุล. (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ: กรุงเทพมหานคร.
- นพพร แหยมแสง. (2548). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์เพิ่มเติม กลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544.
กรุงเทพฯ: แม็ค.
- ประคอง กรรณสูต. (2538). สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2541,มีนาคม-เมษายน). การสอนเรขาคณิตในระดับประถมศึกษาใน
ศตวรรษที่ 21. วารสารคณิตศาสตร์. 41(474-475): 66-68.
- มานะ เอกจริยวงศ์. (2537,พฤษภาคม-มิถุนายน). จุดมุ่งหมายของการสอนเรขาคณิตในโรงเรียน.
วารสารคณิตศาสตร์. 38(428-429): 4-8.
- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2.
กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วนิสา นิรมาณ. (2545). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการ
ค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. (การ-
มัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.

- วรรณวิภา สุทธเกียรติ. (2542). การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิภาวดี วงศ์เลิศ. (2544). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่อง “เซต” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีศักดิ์ จามรมาน. (2535). การพัฒนาและการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการเรียนการสอน. วารสาร รวมคำแหง. 15(3): 10.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2546). เรขาคณิต. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สิริพร ทิพย์คง. (2537). แนวโน้มการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์. สารัตถะและ วิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัย-สุโขทัยธรรมราช.
- สุจิรา มุสิกะเจริญ. (2542). การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- สุวรรณมาลี นาคเสน. (2544). การพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุเทพ จันทรสมบูรณ์กุล; ชลธิศ พิชัยงูร; และอภิชญา ชนะ. (ม.ป.ป.) คณิตศาสตร์ม.3 ค011 ค021. กรุงเทพฯ: เดอะบุคส์.
- สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อารีย์ คำปล้อง. (2536). การสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องคุณสมบัติเกี่ยวกับวงกลม. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย-ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์. (2542). ผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- Albrecht, Masha.; et al. (2003). *Discovering Geometry: An Investigative Approach, Discovering Geometry with The Geometer's Sketchpad*. USA: Key Curriculum Press.
- Baharvand, Mohsen. (2002,June). A Comparison of the Effectiveness of Computer – Assisted Instruction Versus Traditional Approach to Teaching Geometry. *Dissertation Abstracts International*. 40(3): 552–A.
- Freking, Bonnie Giddens. (1995,June) Conjecturing and Proof – Writing in Dynamic Geometry. *Dissertation Abstracts International*. 55(12): 3772–A.
- Lester, Margaret Lynn. (1996,December) The Effect of The Geometer's Sketchpad Software on Achievement of Geometric Knowledge of High School Geometry Students. Doctoral dissertation , University of San Francisco. *Dissertation Abstracts International*. 57(6): 2343–A.
- Melczarek, Robert Jan. (1998,January). The Effects of Problem – Solving Activities Using Dynamic Geometry Computer Software on Readiness for Self–Directed Learning. *Dissertation Abstracts International*. 58(07): 2611–A.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. 2nd ed. Renton, Virginia: National Council of Teachers of Mathematic.
- Robinson, Stephanie O. (1994,May) The effects of The Availability of Geometer's Sketchpad on Locus–Motion Problem–Solving Performance and Strategies. Doctoral dissertation , University of Florida. *Dissertation Abstracts International*. 56(11): 4309–A.
- Sidhu, Kulbir Singh. (1981). *The Teaching of Mathematics*. 3rd ed. New Delhi: Sterling Printers.
- Simmons, Malcolm. (1993). *The Teaching of Mathematics*. New York: Longman.
- Yousef, Adil Eltayeb. (1997,November) The Effect of The Geometer's Sketchpad on The Attitude Toward Geometry of High School Students. 1997. Doctoral dissertation, University of Ohio. *Dissertation Abstracts International*. 58(5): 1631–A.





ตาราง 5 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
(แบบปรนัย 4 ตัวเลือก)

แบบทดสอบข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 5 (ต่อ)

แบบทดสอบข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
29	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
31	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
32	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
33	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
34	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
35	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
36	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
37	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
38	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
39	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
40	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
41	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
42	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
43	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
44	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
45	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
46	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
47	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
48	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
49	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
50	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 6 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
(แบบอัตนัย)

แบบทดสอบข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

หมายเหตุ

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ตาราง 7 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.50	0.75	18	0.63	0.50
2	0.75	0.50	19	0.75	0.25
3	0.80	0.25	20	0.38	0.75
4	0.50	0.25	21	0.63	0.50
5	0.63	0.75	22	0.50	0.25
6	0.80	0.25	23	0.50	0.50
7	0.50	0.25	24	0.50	0.25
8	0.63	0.75	25	0.75	0.50
9	0.63	0.25	26	0.50	0.50
10	0.75	0.25	27	0.50	0.25
11	0.80	0.25	28	0.50	0.25
12	0.63	0.50	29	0.50	0.50
13	0.80	0.25	30	0.75	0.50
14	0.38	0.50	31*	0.63	0.25
15	0.75	0.50	32*	0.63	0.75
16	0.75	0.50	33*	0.46	0.75
17	0.38	0.50			

หมายเหตุ * แบบทดสอบอัตนัย

- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก เท่ากับ 0.92
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยเท่ากับ 0.74
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับเท่ากับ 0.93

ตาราง 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างที่เรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียน

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.
ตอนที่ 1		
1. ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่หนักใจต่อการเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	4.50	0.53
2. การเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น	4.88	0.35
3. เนื้อหาจากกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเหมาะกับระดับความเข้าใจของข้าพเจ้า	4.63	0.74
4. จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องสมบัติของวงกลมมากขึ้น	4.63	0.52
5. เนื้อหาจากใบกิจกรรมมากเกินไป ทำให้ข้าพเจ้าศึกษาไม่ทันกับเวลาที่กำหนดให้	4.00	0.53
6. ข้าพเจ้าสามารถทราบผลลัพธ์จากการทำกิจกรรมได้ทันที	4.13	0.64
7. การมีปฏิสัมพันธ์กับซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหามากขึ้น	4.5	0.53
8. การเรียนด้วยซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าสามารถตั้งข้อคำถามการค้นคว้าได้	4.25	0.46
9. จากการทำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้าตั้งใจทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมมากขึ้น	4.75	0.46
10. เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม ใช้ได้สะดวกตามความต้องการของข้าพเจ้า	4.88	0.35
ตอนที่ 2		
11. ข้าพเจ้าเข้าใจคำถามในใบกิจกรรมอย่างชัดเจน	4.75	0.46
12. จากการปฏิบัติกิจกรรมเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น	4.88	0.35
13. จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีกำลังใจอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	4.38	0.52
14. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบด้วยตนเอง	4.25	0.46

ตาราง 8 (ต่อ)

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.
15. จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น	4.63	0.52
16. แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตช่วยฝึกทักษะการคิดคำนวณของข้าพเจ้า	5.00	0.00
17. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น	4.63	0.52
18. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง	4.50	0.53
19. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองเกี่ยวกับการเรียนมากขึ้น	4.63	0.52
20. ข้าพเจ้ารู้สึกง่วงนอนทุกครั้งที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	4.63	0.52
เฉลี่ย	4.57	0.53

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนทั้งฉบับ (α) เท่ากับ 0.70

ตาราง 9 ตารางทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ

		X1	X2
N		50	50
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	24.8800	24.4400
	Std. Deviation	4.03374	2.90784
Most Extreme Differences	Absolute	.112	.140
	Positive	.071	.140
	Negative	-.112	-.078
Kolmogorov-Smirnov Z		.791	.991
Asymp. Sig. (2-tailed)		.559	.280

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

หมายเหตุ - x1 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

- x2 หมายถึง นักเรียนกลุ่มที่เรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

จากตาราง 9 ค่าพี (p-value) ของกลุ่ม x1 เท่ากับ 0.559 และค่าพี (p-value) ของกลุ่ม x2 เท่ากับ 0.280 เพราะว่า $0.559 > 0.05$ และ $0.280 > 0.05$ ดังนั้น คะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงปกติ

ตาราง 10 การทดสอบ t(t-test for Independent Samples)

Independent Samples Test			Equal variances assumed	Equal variances not assumed
X2	Levene's Test for Equality of Variances	F	2.325	
		Sig.	.131	
	t-test for Equality of Means	t	.626	.626
		df	98	89.099
		Sig. (2-tailed)	.533	.533
		Mean Difference	.44	.44
		Std. Error Difference	.703	.703
		95% Confidence Interval of the Difference	-.956	-.957
			1.836	1.837

การทดสอบสมมติฐานของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตกับนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมบัติของวงกลมไม่แตกต่างกัน จากการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนทั้งสองกลุ่มโดยใช้การทดสอบลิลีเฟอร์ส (Lilliefors Test) พบว่าคะแนนสอบของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต และคะแนนสอบของนักเรียนที่เรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีการแจกแจงปกติ ดังนั้นการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่มจึงใช้การทดสอบ t (t-test for Independent Samples)

สมมติฐาน คือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

จากตาราง 10 พบว่า ตัวสถิติทดสอบคือ $t = 0.626$ และ $\text{Sig (2-tailed)} = 0.533$

ขอบเขตวิกฤตของการทดสอบคือปฏิเสธ H_0 ถ้า $\text{Sig (2-tailed)} < 0.05$

เพราะว่า $0.533 > 0.05$ เพราะฉะนั้นไม่ปฏิเสธ H_0 นั่นคือคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

ตาราง 11 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่ม
ตัวอย่างที่เรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ข้อความ	$\bar{x}$	S.D.
ตอนที่ 1		
1. ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่หนักใจต่อการเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	3.34	1.04
2. การเรียนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น	3.40	1.01
3. เนื้อหาจากกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเหมาะกับระดับความเข้าใจของข้าพเจ้า	3.50	0.95
4. จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องสมบัติของวงกลมมากขึ้น	3.50	1.02
5. เนื้อหาจากใบกิจกรรมมากไป ทำให้ข้าพเจ้าศึกษาไม่ทันกับเวลาที่กำหนดให้	3.62	0.95
6. ข้าพเจ้าสามารถทราบผลลัพธ์จากการทำกิจกรรมได้ทันที	3.30	1.07
7. การมีปฏิสัมพันธ์กับซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหามากขึ้น	3.30	0.84
8. การเรียนด้วยซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าสามารถตั้งข้อคำถามได้	3.40	0.95
9. จากการทำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้าตั้งใจทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมมากขึ้น	3.20	0.93
10. เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม ใช้ได้สะดวกตามความต้องการของข้าพเจ้า	3.78	0.95
ตอนที่ 2		
11. ข้าพเจ้าเข้าใจคำถามในใบกิจกรรมอย่างชัดเจน	3.46	0.86
12. จากการปฏิบัติกิจกรรมเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น	3.74	0.49
13. จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีกำลังใจอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	3.48	1.03
14. กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบด้วยตนเอง	3.26	0.90

ตาราง 11 (ต่อ)

ข้อความ	$\bar{X}$	S.D.
15. จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น	3.32	0.77
16. แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตช่วยฝึกทักษะการคิดคำนวณของข้าพเจ้า	3.52	0.91
17. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น	3.66	1.02
18. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง	3.30	0.91
19. กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองเกี่ยวกับการเรียนมากขึ้น	3.24	0.87
20. ข้าพเจ้ารู้สึกง่วงนอนทุกครั้งที่ยืนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต	3.12	1.29
เฉลี่ย	3.42	0.98



ภาคผนวก ข
แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องสมบัติของวงกลม
โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (ส่วนต่างๆ ของวงกลม)

จำนวน 1 คาบ

1.สาระสำคัญ

วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลม เรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม

2.จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถรู้จักส่วนประกอบต่างๆ ของวงกลม

ด้านทักษะ / กระบวนการ

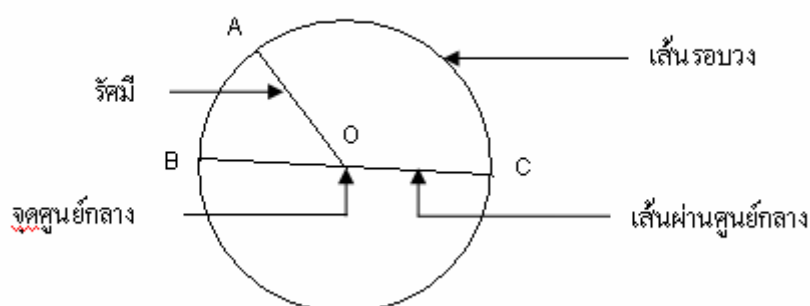
- 1.มีความสามารถในการสื่อสาร และการนำเสนอ
- 2.มีความสามารถในการให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

- 1.มีความสนใจและกระตือรือร้นในการเรียนและการทำงาน
- 2.มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- 3.มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3.สาระการเรียนรู้

ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม



จากรูป จุด O เป็นจุดคงที่ เรียกจุด O ว่า **จุดศูนย์กลาง** ของวงกลม จุด A อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลม เรียก $\overline{OA}$ ว่า **รัศมี** ของวงกลมและอาจกล่าวว่า จุด A อยู่บนวงกลม

จุด B และจุด C อยู่บนวงกลม และ $\overline{BC}$ ผ่านจุดศูนย์กลาง O เรียก $\overline{BC}$ ว่า **เส้นผ่านศูนย์กลาง** ของวงกลม

การเรียกชื่อวงกลมวงหนึ่งที่มีจุดศูนย์กลางตามที่กำหนดให้ อาจเรียกตามชื่อของจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น เช่น **วงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง** อาจเรียกว่า **วงกลม O**

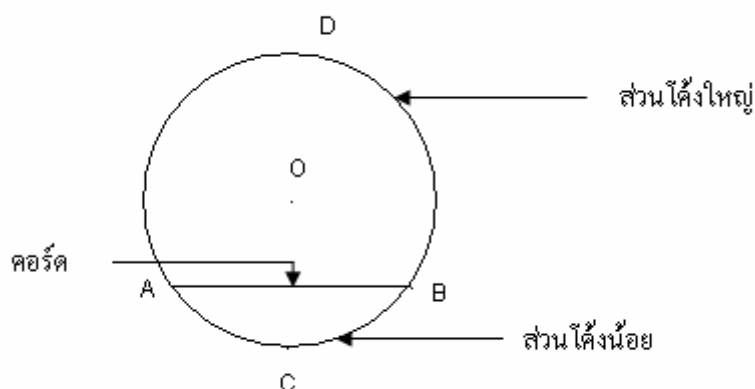
ในทางคณิตศาสตร์เมื่อกล่าวถึงรัศมีของวงกลม อาจหมายถึงระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมและจุดบนวงกลม หรืออาจหมายถึงส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจุดบนวงกลมเป็นจุดปลาย

วงกลมหนึ่งมีรัศมีจำนวนมากมายับไม่ถ้วน และรัศมีของวงกลมเดียวกันจะยาวเท่ากันทุกเส้น

วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน สามารถเลื่อนให้วงกลมสองวงนั้นทับกันได้สนิท จึงกล่าวได้ว่า **วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ**

นอกจากส่วนต่างๆ ของวงกลมที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ยังมีส่วนอื่นๆ ที่เกี่ยวกับวงกลมที่สำคัญ ได้แก่ **คอร์ด** **เส้นตัดวงกลม** และ **เส้นสัมผัสวงกลม** ในทางคณิตศาสตร์ให้ความหมายไว้ดังนี้

คอร์ด คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน
คอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนโค้งสองส่วนโค้ง ดังรูป



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O

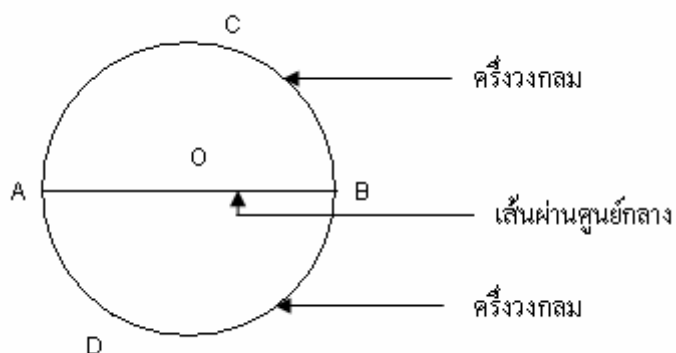
เรียกส่วนโค้ง ADB ว่า **ส่วนโค้งใหญ่** AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\widehat{ADB}$

เรียกส่วนโค้ง ACB ว่า **ส่วนโค้งน้อย** AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\widehat{ACB}$ หรือ $\widehat{AB}$

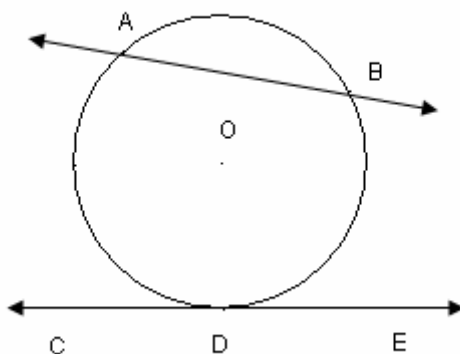
ความยาวของ $\widehat{ADB}$ เขียนแทนด้วย $m(\widehat{ADB})$

ความยาวของ $\widehat{ACB}$ เขียนแทนด้วย $m(\widehat{ACB})$ หรือ ความยาวของ $\widehat{AB}$ เขียนแทนด้วย $m(\widehat{AB})$

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดซึ่งแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียก ส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า **ครึ่งวงกลม** ดังรูป



จากรูป $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{ADB}$ แต่ละส่วนโค้งเป็นครึ่งวงกลมของวงกลม O และ $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{ADB})$



เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นตัดวงกลม O ที่จุด A และจุด B บนวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดตัดนั้นว่า **จุดสัมผัส**

จากรูป $\overline{CE}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด D

4.สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

- 1.แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
- 2.ใบกิจกรรมที่ 1 , 2 และ3 เรื่องส่วนต่างๆ ของวงกลม

5.กิจกรรมการเรียนรู้

- 1.ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 , 2 และ3 ซึ่งประกอบด้วย
 - ให้นักเรียนศึกษาส่วนประกอบของวงกลมจากตัวอย่างที่ให้
 - ให้นักเรียนสร้างรูปตามที่กำหนดในใบกิจกรรมและสรุปข้อมูลจากสิ่งที่นักเรียนสร้างขึ้น
 - ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปส่วนประกอบของวงกลม
- 2.ให้นักเรียนทำเอกสาร แบบฝึกหัดเสริม

6.การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามใบกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 1 , 2 และ3 ได้ ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม)

จำนวน 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม หมายถึง มุมที่มีจุดยอดของมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมีแขนของมุมทั้งสองเป็นรัศมีของวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม หมายถึง มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และมีแขนของมุมทั้งสองผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

มีความสามารถในการนำเสนอสิ่งที่ค้นพบจากการสำรวจ

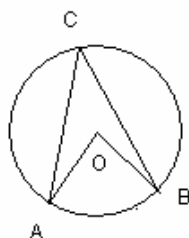
ด้านคุณลักษณะ

1. มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
2. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
3. มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

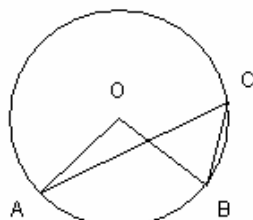
3. สาระการเรียนรู้

มุมที่จุดศูนย์กลาง

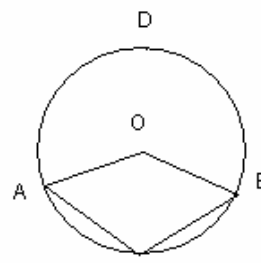
กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาวต่างกันดังรูปต่อไปนี้



รูป ก



รูป ข



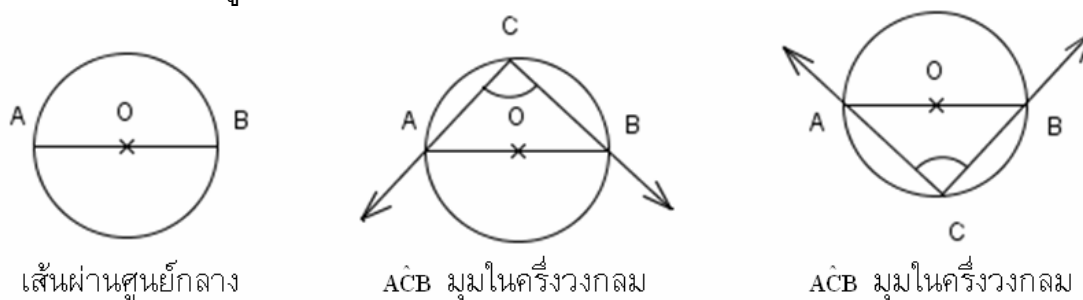
รูป ค

จากรูป $\widehat{AOB}$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางและ $\widehat{ACB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

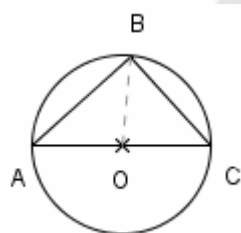
รูป ก และรูป ข $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

รูป ค มุมกลับ $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{ADB}$ เดียวกัน

มุมในครึ่งวงกลม หมายถึง มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และมีแขนของมุมทั้งสองผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง



กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $\widehat{ABC}$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม ต้องการพิสูจน์ว่า $\widehat{ABC}$ มีขนาด 90° หรือหนึ่งมุมฉาก



พิสูจน์ ลาก $\overline{BO}$

เนื่องจาก $AO = BO = CO$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $\triangle AOB$ และ $\triangle COB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (มีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน)

จะได้ $\widehat{BAO} = \widehat{ABO}$ และ $\widehat{BCO} = \widehat{CBO}$ (มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\widehat{BAO} + \widehat{ABO} + \widehat{BCO} + \widehat{CBO} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

ดังนั้น $2(\widehat{ABO}) + 2(\widehat{CBO}) = 180^\circ$ (แทนมุมที่มีขนาดเท่ากัน)

$$\widehat{ABO} + \widehat{CBO} = \frac{180^\circ}{2} \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

$$\widehat{ABC} = 90^\circ$$

นั่นคือ $\widehat{ABC}$ มีขนาด 90° หรือหนึ่งมุมฉาก

จากการพิสูจน์ข้างต้น ทำให้ได้ทฤษฎีบทเพื่อใช้ในการอ้างอิงให้เหตุผลทางเรขาคณิตต่อไปได้ดังนี้
ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 4 และ 5 เรื่องมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจกใบความรู้ให้นักเรียนศึกษาเรื่อง มุมในส่วนโค้ง มุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในครึ่งวงกลมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจความหมายและรู้จักลักษณะของมุมต่าง ๆ ดังกล่าว

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 และ 5

- ให้นักเรียนสำรวจรูปที่กำหนด โดยให้นักเรียนวัดขนาดมุม
- ให้นักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้

นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้

- ให้นักเรียนเสนอข้อความคาดการณ์ของตนเอง และช่วยกันสรุป

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลม

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามใบกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 4 และ 5 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม)

จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

ในวงกลมวงเดียวกันถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

ในวงกลมวงเดียวกันถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถ

- บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางได้
- บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมได้
- บอกความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางได้
- บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่รองรับส่วนโค้งเดียวกันได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

นักเรียนมีความสามารถในการนำเสนอความสัมพันธ์ได้ดังนี้

- ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง
- ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุม
- ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง
- ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ด้านคุณลักษณะ

- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3. สาระการเรียนรู้

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน ซึ่งทฤษฎีบทนี้เป็นบทกลับของทฤษฎีบทที่กล่าวไว้ว่า ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน ซึ่งทฤษฎีบทนี้เป็นบทกลับของทฤษฎีบทที่กล่าวไว้ว่า ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่องมุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่ได้จากทำกิจกรรมที่ 4 และกิจกรรมที่ 5 ที่กล่าวว่า “มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ” และ “มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก”

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 6

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกมุมที่จุดศูนย์กลางในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกเลข 3 ในหน้าสารบัญย่อย ให้นักเรียนทำกิจกรรมย่อยที่ 1 โดยนักเรียนสำรวจรูปที่กำหนดมาให้ จากการวัดขนาดของมุม และความยาวส่วนโค้ง จากนั้นนักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 4 จากหน้ากิจกรรมย่อยที่ 1 เพื่อทำกิจกรรมย่อยที่ 2 โดยนักเรียนสำรวจรูปที่กำหนดมาให้ จากการวัดขนาดของมุม และความยาวส่วนโค้ง จากนั้นนักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 5 จากหน้ากิจกรรมย่อยที่ 2 เพื่อทำกิจกรรมย่อยที่ 3 โดยนักเรียนสำรวจรูปที่กำหนดมาให้ จากการวัดขนาดของมุม และความยาวส่วนโค้ง จากนั้นนักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 6 จากหน้ากิจกรรมย่อยที่ 3 เพื่อทำกิจกรรมย่อยที่ 4 โดยนักเรียนสำรวจรูปที่กำหนดมาให้ จากการวัดขนาดของมุม จากนั้นนักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันได้

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

- ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางสรุปได้ว่า “ในวงกลมวงเดียวกันถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน”

- ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นสรุปได้ว่า “ในวงกลมวงเดียวกันถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน”

- ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางสรุปได้ว่า “ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน”

- ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันสรุปได้ว่า “ในวงกลมวงเดียวกันมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน”

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามในกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 6 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม)

จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถ

- บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันกับความยาวของส่วนโค้งน้อยและความยาวของส่วนโค้งใหญ่ได้
- บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดกับความยาวส่วนโค้งได้

นักเรียนสามารถสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลมได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

นักเรียนมีความสามารถในการนำเสนอความสัมพันธ์ได้ดังนี้

- ความสัมพันธ์ของคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันกับความยาวของส่วนโค้งน้อยและความยาวของส่วนโค้งใหญ่
 - ความสัมพันธ์ของคอร์ดกับความยาวส่วนโค้ง
 - วิธีการสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบใน

วงกลม

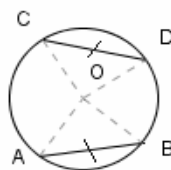
ด้านคุณลักษณะ

- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3. สาระการเรียนรู้

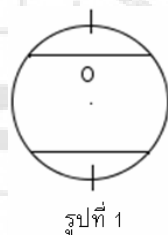
คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

1. กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน ลาก $\overline{AO}$ $\overline{BO}$ $\overline{CO}$ และ $\overline{DO}$

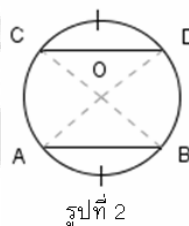


- 1) $\triangle AOB \cong \triangle COD$ เพราะ รูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปมีความสัมพันธ์แบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน
- 2) $\angle AOB = \angle COD$ เพราะ ผลจากข้อ 1
- 3) $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ เพราะ เป็นส่วนโค้งที่รองรับด้วยมุมที่เท่ากัน
- 4) $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CBD})$ เพราะ ผลจากข้อ 3)
- 5) ดังนั้นในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน

2. กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ทำให้ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ ดังรูปที่ 1



ลาก $\overline{AO}$ $\overline{BO}$ $\overline{CO}$ และ $\overline{DO}$ ดังรูปที่ 2



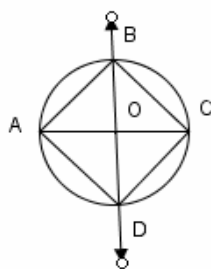
- 1) $\angle AOB = \angle COD$ เพราะ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน
- 2) $\triangle AOB \cong \triangle COD$ เพราะ รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์แบบด้าน – มุม – ด้าน
- 3) $AB = CD$ เพราะ ผลจากข้อ 2
- 4) ดังนั้นในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดส่วนโค้งของวงกลมทำให้ได้ส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BD}$, $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O
 ต้องการสร้าง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลม O

แนวคิด

- 1) $\overline{BO}$ ตั้งฉาก $\overline{AC}$ และตัดวงกลมที่จุด B และจุด D
- 2) ลาก $\overline{CB}$, $\overline{BA}$, $\overline{AD}$ และ $\overline{DC}$ จะได้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลม O



พิสูจน์

เนื่องจาก $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90^\circ$ (จากการสร้าง)

จะได้ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BC}) = m(\widehat{CD}) = m(\widehat{DA})$

(ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $AB = BC = CD = DA$

(ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากันและส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากันแล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน)

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 7 และ 8 เรื่องคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม , รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่ได้จากทำกิจกรรมที่ 6 ที่กล่าวว่า “ในวงกลมวงเดียวกันถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน” , “ในวงกลมวงเดียวกันถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน” , “ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน” และ “ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน”

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 7 และกิจกรรมที่ 8

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกคอร์ดในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกเลข 1 ในหน้าสารบัญย่อย ให้นักเรียนทำกิจกรรมย่อยที่ 1 โดยนักเรียนสำรวจรูปที่กำหนดมาให้ ในข้อ 1 ย่อย วัดขนาดความยาวของส่วนของเส้นตรง AO , BO , CO , DO และสรุปความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม AOB กับรูปสามเหลี่ยม COD ว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน ข้อ 2 ย่อย ให้นักเรียนวัดขนาดของมุม AOB และมุม COD และสรุปความสัมพันธ์ของมุมทั้งสอง ข้อ 3 ย่อยและข้อ 4 ย่อย ให้นักเรียนวัดความยาวส่วนโค้งที่กำหนดมาให้ จากนั้นนักเรียนตั้งข้อความคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ของคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันกับความยาวของส่วนโค้งน้อยและความยาวของส่วนโค้งใหญ่ได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 2 จากหน้ากิจกรรมย่อยที่ 1 เพื่อทำกิจกรรมย่อยที่ 2 โดยนักเรียนสำรวจรูปที่กำหนดมาให้ ในข้อ 1 ย่อย ให้นักเรียนวัดขนาดของมุม AOB และมุม COD และสรุปความสัมพันธ์ของมุมทั้งสอง ข้อ 2 ย่อย วัดขนาดความยาวของส่วนของเส้นตรง AO , BO , CO , DO และสรุปความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยม AOB กับสามเหลี่ยม COD ว่าเป็นสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการแบบ ด้าน - ด้าน - ด้าน

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 3 จากหน้ากิจกรรมย่อยที่ 2 เพื่อทำกิจกรรมที่ 8 โดยแบ่งออกเป็นกิจกรรมย่อย 2 กิจกรรม ดังนี้ กิจกรรมย่อยที่ 1 ให้นักเรียนสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม กิจกรรมย่อยที่ 2 ให้นักเรียนสร้างรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

- ความสัมพันธ์ของคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันกับความยาวของส่วนโค้งน้อยและความยาวของส่วนโค้งใหญ่สรุปได้ว่า “ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน”

- ความสัมพันธ์ของคอร์ดกับความยาวส่วนโค้งสรุปได้ว่า “ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมวงเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน”

- ต้องการสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม นักเรียนต้องแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางออกเป็นสี่มุม และแต่ละมุมมีขนาด 90 องศา ต้องการสร้างรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม นักเรียนต้องแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางออกเป็นหกมุม และแต่ละมุมมีขนาด 60 องศา

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามในกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 7 และ 8 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม)

จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

1) ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้

- ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด
- ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

2) เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถ

- บอกได้ว่าส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมไปตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางจะแบ่งครึ่งคอร์ดนั้น
- บอกได้ว่าส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

ด้านทักษะ / กระบวนการ

มีความสามารถในการให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

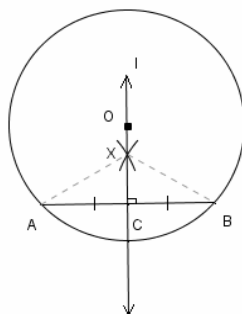
- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3. สาระการเรียนรู้

จุดใด ๆ ที่อยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง จะอยู่ห่างจากจุดปลายทั้งสองของส่วนของเส้นตรงนั้นเป็นระยะเท่ากัน ในที่นี้จะใช้ความรู้ดังกล่าวมาช่วยในการพิสูจน์ว่า เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลม จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overline{AB}$ เป็นคอร์ด เส้นตรง l ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด C ต้องการพิสูจน์ว่า เส้นตรง l ผ่านจุด O



สร้างเพื่อการพิสูจน์

1. ใช้จุด A และจุด B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัดกัน ที่จุด X จะได้จุด X เป็นจุดใด ๆ ที่ $AX = BX$
2. ลาก $\overline{XC}$

พิสูจน์

พิจารณา $\triangle AXC$ และ $\triangle BXC$

เนื่องจาก $AC = BC$ (กำหนดให้จุด C เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{AB}$)

$AX = BX$ (จากการสร้าง)

$XC = XC$ (เป็นด้านร่วม)

จะได้ $\triangle AXC \cong \triangle BXC$ (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน – ด้าน – ด้าน)

ดังนั้น $\hat{ACX} = \hat{BCX}$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\hat{ACX} + \hat{BCX} = 180^\circ$ (มุมตรงมีขนาด 180°)

จะได้ $2(\hat{ACX}) = 180^\circ$ (แทน $\hat{BCX}$ ด้วย $\hat{ACX}$)

ดังนั้น $\hat{ACX} = \frac{180}{2} = 90^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้ $\overline{XC} \perp \overline{AB}$ ที่จุด C

เนื่องจาก เส้นตรง l ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด C (กำหนดให้)

ดังนั้น จุด X อยู่บนเส้นตรง l (มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ตั้งฉากกับเส้นตรงที่กำหนดให้ ณ จุดที่กำหนดให้)

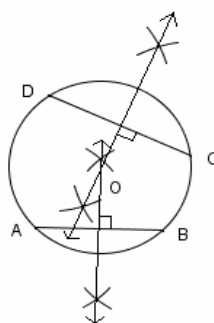
เนื่องจาก จุด X เป็นจุดใด ๆ ที่อยู่ห่างจุด A และจุด B เท่ากันและอยู่บนเส้นตรง l (จากการสร้าง)

ดังนั้น จุด O ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จึงต้องอยู่บนเส้นตรง l ด้วย (จุด O อยู่ห่างจากจุด A และจุด B เท่ากัน)

นั่นคือ เส้นตรง l ผ่านจุด O

การหาจุดศูนย์กลางของวงกลม

กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ไม่ขนานกันของวงกลมวงหนึ่ง ต้องการสร้างเพื่อหาจุดศูนย์กลางของวงกลมวงนี้



สร้าง

1. สร้างเส้นตรง l_1 ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$
2. สร้างเส้นตรง l_2 ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{CD}$
3. ให้เส้นตรง l_1 และ l_2 ตัดกันที่จุด O จะได้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

พิสูจน์

เนื่องจาก เส้นตรง l_1 และเส้นตรง l_2 ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ตามลำดับ
(จากการสร้าง)

ดังนั้น เส้นตรง l_1 และเส้นตรง l_2 แต่ละเส้นผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม
(เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น)

เนื่องจาก จุด O เป็นจุดตัดของเส้นตรง l_1 และเส้นตรง l_2 ซึ่งมีเพียงจุดเดียว
(จากการสร้าง)

ดังนั้น จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 9 และ 10 เรื่องคอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม , หาจุดศูนย์กลาง

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่ได้จากทำกิจกรรมที่ 7 ที่กล่าวว่า “ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการ หรือในวงกลมวงเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน” , “ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน” และทบทวนกิจกรรมที่ 8 การสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแบบในวงกลม นักเรียนต้องแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางออกเป็นสี่มุม และแต่ละมุมมีขนาด 90 องศา ต้องการสร้างรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแบบในวงกลม นักเรียนต้องแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางออกเป็นหกมุม และแต่ละมุมมีขนาด 60 องศา

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 9 และกิจกรรมที่ 10

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกคอร์ดในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกหมายเลข 4 ในหน้าสารบัญย่อย ให้นักเรียนทำกิจกรรมย่อยที่ 1 โดยนักเรียนสำรวจรูปที่กำหนดมาให้พร้อมทั้งแสดงว่า $\overline{AC} = \overline{CB}$ และสรุปความสัมพันธ์ระหว่างส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมไปตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 5 จากหน้ากิจกรรมย่อยที่ 1 เพื่อทำกิจกรรมย่อยที่ 2 โดยให้นักเรียนสร้าง $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ และพิจารณา $\triangle AOC$ และ $\triangle BOC$ ว่า $\triangle AOC \cong \triangle BOC$ จากการสำรวจรูปที่นักเรียนสร้างขึ้น และสรุปความสัมพันธ์ระหว่างส่วนของเส้นตรงที่แบ่งครึ่งคอร์ดกับคอร์ดได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 6 จากหน้ากิจกรรมย่อยที่ 2 เพื่อทำกิจกรรมที่ 10 หาจุดศูนย์กลางโดยให้นักเรียนปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 10 ตามลำดับ

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

- ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมไปตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางสรุปได้ว่า “ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด ” และ “ถ้าส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด”

- วิธีการหาจุดศูนย์กลางของวงกลม

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามในกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 9 และ 10 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (วงกลมผ่านจุดที่กำหนด)

จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

- 1) มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้
- 2) มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย
- 3) มีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถบอกได้ว่า

- มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้
- มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย
- มีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

ด้านทักษะ / กระบวนการ

นักเรียนมีความสามารถในการสร้างได้ดังนี้

- สร้างวงกลมนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้
- สร้างวงกลมนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย
- สร้างวงกลมได้เพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรง

เดียวกัน

- สร้างวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมได้

ด้านคุณลักษณะ

- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

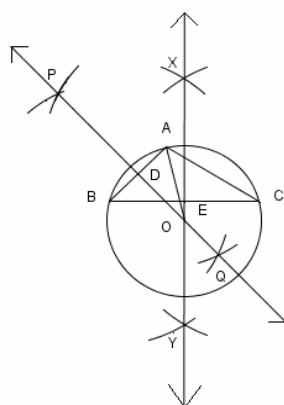
3. สารการเรียนรู้

สมบัติเกี่ยวกับการสร้างวงกลมให้ผ่านจุดที่กำหนด

- 1) มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้
- 2) มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย
- 3) มีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

จุดศูนย์กลางวงกลม

กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ต้องการสร้างวงกลมล้อม $\triangle ABC$



สร้าง

1. สร้าง PQ ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด D
2. สร้าง XY ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{BC}$ ที่จุด E
3. ให้ XY และ PQ ตัดกันที่จุด O ลาก $\overline{AO}$
4. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี AO เขียนวงกลม จะได้วงกลมที่มีจุด A, B และ C อยู่บนวงกลม

นั่นคือ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อม $\triangle ABC$

พิสูจน์

เนื่องจาก PQ ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด D (จากการสร้าง)

ดังนั้น จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด A และจุด B อยู่บน PQ

(จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ จะอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย)

ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า จุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด B และจุด C จะอยู่บน XY

เนื่องจาก PQ ตัดกับ XY ที่จุด O (จากการสร้าง)

ดังนั้น จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่ผ่านจุด A, B และ C

นั่นคือ วงกลม O ล้อม $\triangle ABC$

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ไปกิจกรรมที่ 11 และ 12 เรื่องวงกลมผ่านจุดที่กำหนด , จุดศูนย์กลางวงกลม

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่ได้จากทำกิจกรรมที่ 9 ที่กล่าวว่า ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมไปตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางสรุปได้ว่า “ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด ” และ “ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด” และจากกิจกรรมที่ 10 นักเรียนสามารถสรุปวิธีการหาจุดศูนย์กลางของวงกลมได้

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 11 และกิจกรรมที่ 12

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกคอร์ดในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกหมายเลข 7 ในหน้าสารบัญย่อย ให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยสร้างวงกลมผ่านจุดตามที่กำหนดให้ พร้อมตอบคำถามในแต่ละข้อดังนี้ ข้อ1 นักเรียนสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A ได้จำนวนนับไม่ถ้วน ข้อ2 นักเรียนสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A และจุด B ได้จำนวนนับไม่ถ้วน โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย ข้อ 3 สร้างวงกลมได้เพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ข้อ4 ไม่สามารถสร้างวงกลมผ่านจุดสามจุดที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ข้อ5 สามารถสร้างวงกลมผ่านจุดสี่จุดได้ โดยมีเงื่อนไขว่าเส้นแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดยอดทั้งสองต้องตัดที่จุดเดียวกัน แต่ถ้าไม่ตัดที่จุดเดียวกันจะสร้างวงกลมไม่ได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 8 จากหน้ากิจกรรมที่ 11 เพื่อทำกิจกรรมที่ 12 จุดศูนย์กลางวงกลม โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามใบกิจกรรมที่ 12 ตามลำดับ

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

- มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้ , มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย และมีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

- วิธีการสร้างวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามในกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 11 และ 12 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม)

จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้

ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน

ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถ

- บอกเงื่อนไขของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมได้
- บอกได้ว่าคอร์ดสองเส้นที่ยาวเท่ากันจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน
- บอกได้ว่าคอร์ดสองเส้นที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากันจะยาวเท่ากัน

ด้านทักษะ / กระบวนการ

มีความสามารถในการให้เหตุผล

ด้านคุณลักษณะ

- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3. สาระการเรียนรู้

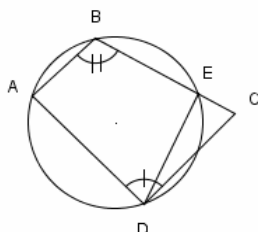
รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ในทางเรขาคณิตเราสามารถนำทฤษฎีบทที่กล่าวว่า “มีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน” มาอธิบายและให้เหตุผลว่า “ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมวงหนึ่งได้” ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก

กำหนดให้ $\square ABCD$ มี $\hat{A}BC + \hat{A}DC = 180^\circ$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\square ABCD$ แนบในวงกลมได้



พิสูจน์ สมมติว่า $\square ABCD$ แนบในวงกลมไม่ได้

โดยสมบัติของวงกลมที่กล่าวมาแล้ว เราสามารถสร้างวงกลมผ่านจุดสามจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกันได้เสมอ

ดังนั้น จากแนวคิดข้างต้นจึงสร้างวงกลมให้จุด A , B และ D อยู่บนวงกลมเดียวกันและให้วงกลมตัด $\overline{BC}$ ที่จุด E ลาก $\overline{DE}$

โดยสมบัติของขนาดของมุมภายนอกและขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

จะได้ว่า สำหรับ $\triangle CDE$ มี $\hat{BED} = \hat{BCD} + \hat{EDC}$

ดังนั้น $\hat{BED} > \hat{BCD}$

ดังนั้น ที่สมมติว่า $\square ABCD$ แนบในวงกลมไม่ได้นั้นเป็นไปได้

นั่นคือ ถ้า $\square ABCD$ มี $\hat{A}BC + \hat{A}DC = 180^\circ$ แล้ว $\square ABCD$ แนบในวงกลมได้

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

- ทฤษฎีบท** 1. ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน
2. ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 13 และ 14 เรื่องรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม , คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่ได้จากทำกิจกรรมที่ 11 ที่กล่าวว่า มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้ , มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย และมีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน และจากกิจกรรมที่ 12 สามารถสรุปวิธีการสร้างวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมได้

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 13 และกิจกรรมที่ 14

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกคอร์ดในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกหมายเลข 9 ในหน้าสารบัญย่อย ให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยสำรวจและวัดขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม จากนั้นนักเรียนตั้งข้อคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 10 จากหน้ากิจกรรมที่ 13 เพื่อทำกิจกรรมที่ 12 กิจกรรมย่อยที่ 1 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามใบกิจกรรมพร้อมทั้งให้เหตุผลในแต่ละข้อซึ่งเป็นการพิสูจน์ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ($\triangle OEB \cong \triangle OFC$) และนำไปสู่ข้อสรุปว่า ในวงกลมใด ๆ คอร์ดที่ยาวเท่ากัน จะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากัน

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 11 จากหน้ากิจกรรมที่ 14 เพื่อทำกิจกรรมที่ 14 กิจกรรมย่อยที่ 2 คอร์ดที่ยาวเท่ากัน โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามใบกิจกรรมพร้อมทั้งให้เหตุผลในแต่ละข้อซึ่งเป็นการพิสูจน์ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ($\triangle OBE \cong \triangle OCF$) และนำไปสู่ข้อสรุปว่า ในวงกลมใด ๆ คอร์ดที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากันจะยาวเท่ากัน

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

- ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้

- ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน

- ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามในกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 13 และ 14 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 8

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี)

จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ

เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น
ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถ

- บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับรัศมีของวงกลมได้
- บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสของวงกลมสองเส้นที่ลากมาตัดกันได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

มีความสามารถในการนำเสนอ

- ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับรัศมีของวงกลม
- ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสของวงกลมสองเส้นที่ลากมาตัดกันได้

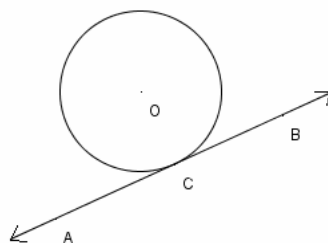
ด้านคุณลักษณะ

- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3. สาระการเรียนรู้

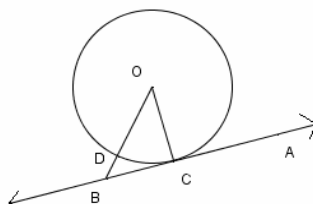
เส้นสัมผัสวงกลม

เส้นสัมผัสวงกลมคือเส้นตรงที่ตัดวงกลมได้จุดตัดเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดว่าจุดสัมผัส ดังรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O และจุด C เป็นจุดสัมผัส อาจกล่าวว่า ส่วนหนึ่งของ $\overline{AB}$ ที่ผ่านจุด C เช่น $\overline{AC}$, $\overline{CB}$, $\overline{AB}$ หรือ $\overline{BC}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด C



ในบรรดาส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดจุดหนึ่งที่อยู่ภายนอกเส้นตรงเส้นหนึ่งไปยังเส้นตรงเส้นนั้นส่วนของเส้นตรงที่สั้นที่สุดคือส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นนั้น

ทฤษฎีบท เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AC}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C
ต้องการพิสูจน์ว่า $\overline{OC} \perp \overline{AC}$



พิสูจน์

ให้จุด B เป็นจุดใด ๆ บน $\overline{AC}$ ที่ไม่ใช่จุด C ลาก $\overline{OB}$

เนื่องจาก $\overline{AC}$ สัมผัสวงกลมที่จุด C จุด C จึงเป็นจุดจุดเดียวบน $\overline{AC}$ ที่อยู่บนวงกลม

ถ้าจุด B อยู่ในวงกลม $\overline{AC}$ จะเป็นเส้นตัดวงกลม

ดังนั้น จุด B จึงอยู่นอกวงกลม

ให้ $\overline{OB}$ ตัดวงกลมที่จุด D

จะได้ $OB = OD + DB$

ดังนั้น $OB > OD$

เนื่องจาก $OC = OD$

(รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $OB > OC$

(แทน OD ด้วย OC)

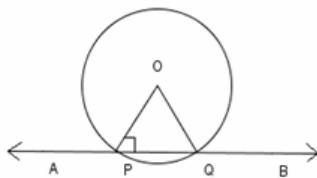
ในทำนองเดียวกันสามารถแสดงว่าส่วนของเส้นตรงทุกเส้นที่ลากจากจุด O ไปยังจุด

ใด ๆ บน $\overline{AC}$ ที่ไม่ใช่จุด C จะยาวกว่า $\overline{OC}$ เสมอ

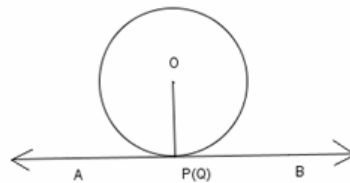
นั่นคือ $\overline{OC} \perp \overline{AC}$

(ในบรรดาส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดจุดหนึ่งที่อยู่ภายนอกเส้นตรงเส้นหนึ่งไปยังเส้นตรงเส้นนั้น ส่วนของเส้นตรงที่สั้นที่สุดคือส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรงเส้นนั้น)

ในทางกลับกัน เมื่อมีเส้นตรงเส้นหนึ่งตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม เราสามารถพิสูจน์ได้ว่าเส้นตรงเส้นนั้นเป็นเส้นสัมผัสวงกลม



รูปที่ 1



รูปที่ 2

กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{OP}$ เป็นรัศมีของวงกลม $\overline{AB} \perp \overline{OP}$ ที่จุด P ต้องการพิสูจน์ว่า $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุดสัมผัส P

พิสูจน์ สมมติว่า $\overline{AB}$ ไม่เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด P

ดังนั้น $\overline{AB}$ เป็นเส้นตรงตัดวงกลม O และได้จุดตัดบนวงกลม 2 จุด

ให้จุด Q เป็นจุดตัดบนวงกลมอีกจุดหนึ่ง ดังรูปที่ 1

จากรูปที่ 1 $\overline{OP}$ และ $\overline{OQ}$ เป็นรัศมีของวงกลม

เนื่องจาก $OP = OQ$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

จะได้ $\triangle OPQ$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (มีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $\angle OPQ = \angle OQP$ (มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\angle OPQ = 90^\circ$ (กำหนดให้ $\overline{AB} \perp \overline{OP}$)

ดังนั้น $\angle OQP = 90^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้ $\angle OPQ + \angle OQP = 90 + 90 = 180^\circ$

ดังนั้น $\angle OPQ + \angle OQP + \angle POQ > 180^\circ$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

(ผลบวกของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180°)

ดังนั้น $\overline{AB}$ เป็นเส้นตัดวงกลมที่จุด P และจุด Q ไม่ได้

แสดงว่าที่สมมติให้ $\overline{AB}$ ไม่เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด P จึงเป็นไปไม่ได้

นั่นคือ $\overline{AB}$ ต้องเป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด P ดังรูปที่ 2

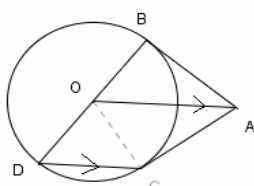
จากการพิสูจน์ดังกล่าวทำให้ได้บทกลับของทฤษฎีบทที่กล่าวว่า เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส ซึ่งบทกลับดังกล่าวเป็นทฤษฎีบท ดังนี้

ทฤษฎีบท เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น

ทฤษฎีบท ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมดังกล่าวข้างต้นสามารถนำไปใช้อ้างอิง และให้เหตุผลทางเรขาคณิตได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จุด A อยู่ภายนอกวงกลม $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด B $\overline{DB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและคอร์ด DC ขนานกับ $\overline{OA}$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{AC}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด C



กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ สัมผัสวงกลมที่จุด B $\overline{DB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม และ $\overline{DC} \parallel \overline{OA}$

ต้องการพิสูจน์ว่า $\overline{AC}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด C

พิสูจน์

ลาก $\overline{OC}$

เนื่องจาก $\overline{DC} \parallel \overline{OA}$ (กำหนดให้)

ดังนั้น $\angle BOA = \angle ODC$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $OD = OC$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $\triangle OCD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (มีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน)

จะได้ $\angle ODC = \angle OCD$ (มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $\angle BOA = \angle OCD$ (สมบัติของการเท่ากัน)

เนื่องจาก $\angle OCD = \angle COA$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)

ดังนั้น $\angle BOA = \angle COA$ (สมบัติของการเท่ากัน)

เนื่องจาก $OB = OC$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

และ $OA = OA$ (เป็นด้านร่วม)

จะได้ $\triangle AOB \cong \triangle AOC$ (ด.ม.ด.)
 ดังนั้น $\hat{A}BO = \hat{A}CO$ (มุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่
 เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน)
 เนื่องจาก $\hat{A}BO = 90^\circ$ (เส้นสัมผัสของวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของ
 วงกลมที่จุดสัมผัส)
 ดังนั้น $\hat{A}CO = 90^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน)
 นั่นคือ $\overline{AC}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด C (เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่
 จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัส
 วงกลมที่จุดนั้น)

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 15 และ 16 เรื่องเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี , สร้างเส้นสัมผัสสองเส้น

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่ได้จากทำกิจกรรมที่ 13 ที่กล่าวว่า ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้ และจากกิจกรรมที่ 14 ที่กล่าวว่า ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน , ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 15 และกิจกรรมที่ 16

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกเส้นสัมผัสของวงกลมในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกหมายเลข 1 ในหน้าสารบัญย่อย เพื่อทำกิจกรรมที่ 15 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี ให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยสร้าง $\overline{OA}$, $\overline{AB}$ วัดขนาดของ $\angle OAB$ จากนั้นเลื่อนจุด B ให้เข้าใกล้จุด A จนกระทั่งจุด B ทับจุด A เส้นตรงที่ได้เป็นเส้นสัมผัส วัดขนาดของ $\angle OAB$ จากนั้นนักเรียนตั้งข้อคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการทำกิจกรรม ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับรัศมีของวงกลมได้

- ให้นักเรียนเลือกหมายเลข 2 จากหน้ากิจกรรมที่ 15 เพื่อทำกิจกรรมที่ 16 สร้างเส้นสัมผัสสองเส้น โดยให้นักเรียนปฏิบัติตามใบกิจกรรมโดยสร้างเส้นตรงสัมผัสที่จุด A และจุด B ให้จุด C เป็นจุดตัดของเส้นสัมผัสทั้งสองเส้นนี้ จากนั้นให้นักเรียนวัดความยาวของ $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ แล้วเลื่อนจุด A หรือจุด B ไปยังจุดอื่น ๆ บนวงกลม วัดความยาวของ $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ อีกหนึ่งครั้ง

จากนั้นนักเรียนตั้งข้อคาดการณ์ โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการทำกิจกรรม ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสของวงกลมสองเส้นที่ลากมาตัดกันได้

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

- เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส
- เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น

นั้น

- ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุด ๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามในกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 15 และ 16 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 9

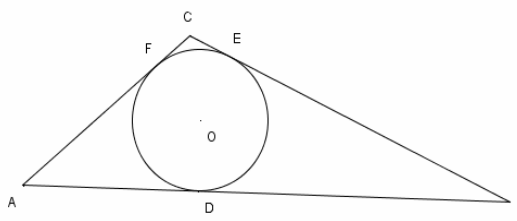
วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม)

จำนวน 1 คาบ

1. สาระสำคัญ



จากรูป $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ สัมผัสวงกลมที่จุด D , E และ F ตามลำดับ กล่าวว่า วงกลม O แนบใน $\triangle ABC$

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

มีความสามารถในการนำเสนอวิธีการสร้างรูปวงกลมแนบในวงกลมได้

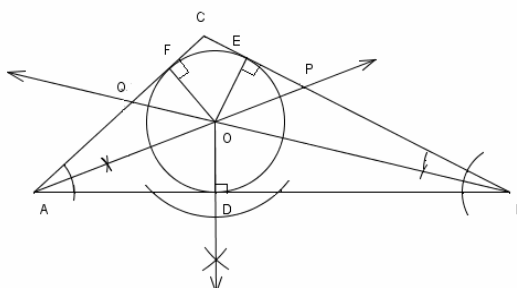
ด้านคุณลักษณะ

- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3. สาระการเรียนรู้

วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

พิจารณาการสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้



กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ

ต้องการสร้าง วงกลมแนบใน $\triangle ABC$

สร้าง

- 1) สร้าง $\overline{AP}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{BAC}$
- 2) สร้าง $\overline{BQ}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{ABC}$
- 3) ให้ $\overline{AP}$ และ $\overline{BQ}$ ตัดกันที่จุด O
- 4) สร้าง $\overline{OD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด D
- 5) ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมีเท่ากับ OD เขียนวงกลม จะได้วงกลม O ที่มีรัศมีเท่ากับ OD แนบใน $\triangle ABC$

พิสูจน์

ลาก $\overline{OE} \perp \overline{BC}$ บน $\overline{BC}$ ที่จุด E และลาก $\overline{OF} \perp \overline{AC}$ บน $\overline{AC}$ ที่จุด F

พิจารณา $\triangle ADO$ และ $\triangle AFO$

$$\widehat{DAO} = \widehat{FAO} \quad (\text{จากการสร้าง } \overline{AP} \text{ แบ่งครึ่ง } \widehat{BAC})$$

$$AO = AO \quad (\text{เป็นด้านร่วม})$$

$$\widehat{ADO} = \widehat{AFO} = 90^\circ \quad (\overline{OD} \text{ และ } \overline{OF} \text{ ตั้งฉากกับ } \overline{AB} \text{ และ } \overline{AC} \text{ ตามลำดับ})$$

$$\text{จะได้ } \triangle ADO \cong \triangle AFO \quad (\text{ม.ด.ม.})$$

$$\text{ดังนั้น } DO = FO \quad (\text{ด้านคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ จะมีขนาดเท่ากัน})$$

ในทำนองเดียวกัน จะพิสูจน์ได้ว่า $DO = EO$

$$\text{จะได้ } DO = FO = EO \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

ดังนั้น $\overline{DO}$, $\overline{FO}$ และ $\overline{EO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

จะได้ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CA}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด D , E และ F ตามลำดับ

(เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่ง

บนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดนั้น)

นั่นคือ วงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลางและรัศมีเท่ากับ OD เป็นวงกลมที่แนบใน

$\triangle ABC$

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 17 เรื่องวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนทฤษฎีบทที่ได้จากทำกิจกรรมที่ 15 ที่กล่าวว่า เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส , เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น และจากกิจกรรมที่ 16 ที่กล่าวว่า ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุด ๑ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 17

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกเส้นสัมผัสของวงกลมในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกหมายเลข 3 ในหน้าสารบัญย่อย เพื่อทำกิจกรรมที่ 17 วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ให้นักเรียนทำกิจกรรม จากที่กำหนด $\triangle ABC$ สร้าง $\overline{AP}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{BAC}$ และสร้าง $\overline{BQ}$ แบ่งครึ่ง $\widehat{ABC}$ ให้ $\overline{AP}$ และ $\overline{BQ}$ ตัดกันที่จุด O สร้าง $\overline{OD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด D ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากับ OD สร้างวงกลม จะได้วงกลม O ที่มีรัศมีเท่ากับ OD แนบใน $\triangle ABC$

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป

วิธีการสร้างรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามในกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 17 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 10

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง วงกลม (เส้นสัมผัสและคอร์ด)

จำนวน 2 คาบ

1. สาระสำคัญ

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้นได้

ด้านทักษะ / กระบวนการ

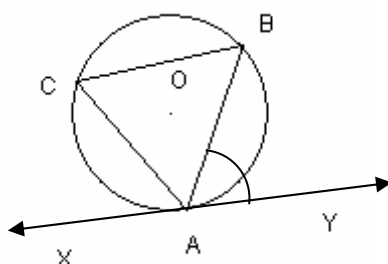
มีความสามารถในการนำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

ด้านคุณลักษณะ

- มีความสนใจและกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม
- มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย
- มีความเชื่อมั่นในตนเองและกล้าแสดงความคิดเห็น

3. สาระการเรียนรู้

กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{XY}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดและ $\widehat{ACB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม จากรูป เรียก $\widehat{BAY}$ ว่า มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A เรียก $\widehat{ACB}$ ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB



ทฤษฎีบท มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

4. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

1. แฟ้มคำสั่ง / คอมพิวเตอร์
2. ใบกิจกรรมที่ 18 เรื่องเส้นสัมผัสและคอร์ด

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนการสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมจากการทำกิจกรรมที่ 17

ขั้นสอน

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 18

- ให้นักเรียนเปิดกิจกรรมโดยเลือกเส้นสัมผัสของวงกลมในหน้าสารบัญหลัก จากนั้นนักเรียนเลือกหมายเลข 4 ในหน้าสารบัญย่อย เพื่อทำกิจกรรมที่ 18 เส้นสัมผัสและคอร์ด ให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยการสำรวจและวัดขนาดของมุมตามที่กำหนดในใบกิจกรรม จากนั้นหาความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสและขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น โดยครูเป็นผู้แนะแนวทางในการสำรวจ ทำให้นักเรียนสามารถคาดการณ์ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสและขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้นได้

ขั้นสรุป

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปดังนี้

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

6. การวัดและการประเมินผล

การวัด	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
- สังเกตจากการปฏิบัติตามใบกิจกรรม - สังเกตจากการทำแบบฝึกหัด	- ทำใบกิจกรรมที่ 18 ได้ถูกต้อง - ตอบคำถามได้ถูกต้อง - ทำแบบฝึกหัดเสริมได้ถูกต้อง	- ดูจากใบกิจกรรม - ดูจากแบบฝึกหัดเสริม

บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

.....

.....

.....

.....





ใบกิจกรรมที่ 1

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 1

The screenshot shows a web browser window with the address bar displaying 'SWU - Microsoft Internet Explorer'. The page title is 'บทเรียนเรื่องวงกลม' (Lesson on Circles). The page content includes a table with the following structure:

วงกลม			
1	2	3	สาระ
จุดประสงค์การเรียนรู้			
รู้จักวิธี , เส้นผ่านศูนย์กลาง และรู้ความสัมพันธ์ของรัศมีกับเส้นผ่านศูนย์กลาง			
#####			
โจทย์			
กิจกรรมย่อยที่ 1			
จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และให้นักเรียนกำหนดจุด A บนวงกลม แล้วสร้างส่วนของเส้นตรง OA			
กิจกรรมย่อยที่ 2			
จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และให้นักเรียนเลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนเส้นรอบวงกลม สร้างส่วนของเส้นตรง AB			

On the right side of the page, there is a diagram of a circle with center O. A point A is marked on the circumference, and a line segment OA is drawn. Below the diagram, there is a text box that says 'Point: Set a point (shift: fix)'.

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนกำหนดจุด A บนวงกลม จากนั้นสร้าง $\overline{OA}$
2. วัดขนาดความยาวของ $\overline{OA} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร
3. เคลื่อนจุด A ให้อยู่บนวงกลม สังเกตความยาวของ $\overline{OA}$ ทำให้นักเรียนพบว่า
.....
4. กำหนดจุด B บนวงกลม O สร้าง $\overline{OB}$ วัดขนาดความยาวของ $\overline{OB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร
5. ความยาวของ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร
6. $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ เรียกว่า

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O เลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนเส้นรอบวงกลม สร้าง $\overline{AB}$ จากนั้นเลื่อนจุด A (หรือจุด B) ไปรอบวงกลมและวัดความยาว $\overline{AB}$

ครั้งที่ 1 $\overline{AB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร ครั้งที่ 4 $\overline{AB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร
 ครั้งที่ 2 $\overline{AB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร ครั้งที่ 5 $\overline{AB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร
 ครั้งที่ 3 $\overline{AB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร ครั้งที่ 6 $\overline{AB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

2. $\overline{AB}$ โดยที่จุด A และจุด B อยู่บนเส้นรอบวงกลม เราเรียก $\overline{AB}$ ว่า

3. เลื่อนจุด A (หรือจุด B) โดยให้ $\overline{AB}$ ผ่านจุดศูนย์กลาง O จากนั้นวัดความยาวของ $\overline{AB}$ เท่ากับ

4. ส่วนของเส้นตรงที่ได้จากข้อ 3 เรียกว่า

5. เมื่อเปรียบเทียบความยาวของ $\overline{AB}$ ที่วัดได้ในข้อที่ 1 กับข้อที่ 3 จะพบว่า

6. จากข้อที่ 5 นักเรียนจะสรุปเกี่ยวกับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางกับความยาวของคอร์ดได้อย่างไร

7. ในวงกลมใดๆ จะมีส่วนของเส้นตรงในข้อที่ 4 ได้กี่เส้น

ใบกิจกรรมที่ 2

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม			
1	2	3	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

รู้จักส่วนโค้งน้อย, ส่วนโค้งใหญ่ และครึ่งวงกลม

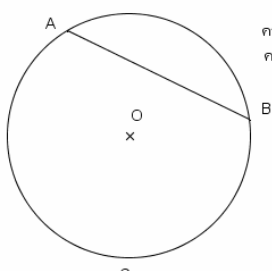
#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และคอร์ด AB ที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง O แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน

กิจกรรมที่ 2

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม



ความยาวโค้ง ACB = 15.12
ความยาวโค้ง AB = 6.88

Point: Set a point (shift: fix!)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O และสร้างคอร์ด AB โดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง O จะเห็นว่าคอร์ด AB แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน โดยวัดความยาวของส่วนโค้งในส่วนแรกจากจุด A ไปยังจุด B ยาวเท่ากับ เซนติเมตร ความยาวส่วนโค้งในส่วนที่สองจากจุด A ไปยังจุด B ยาวเท่ากับ เซนติเมตร

ส่วนโค้ง AB ที่มีความยาวมากกว่าเรียกว่า

ส่วนโค้ง AB ที่มีความยาวน้อยกว่าเรียกว่า
- สร้าง $\overline{AB}$ ให้ผ่านจุดศูนย์กลาง O จะเห็นว่าคอร์ด AB แบ่งวงกลมออกเป็น ส่วน โดยวัดความยาวของส่วนโค้ง AB ส่วนแรกยาว เซนติเมตร ความยาวส่วนโค้ง AB ส่วนที่สองยาว เซนติเมตร

ส่วนโค้ง AB ทั้งสองส่วนนี้มีความยาว

ส่วนโค้ง AB แต่ละส่วนเรียกว่า

ใบกิจกรรมที่ 3

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 3

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม			
1	2	3	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

รู้จักเส้นสัมผัส

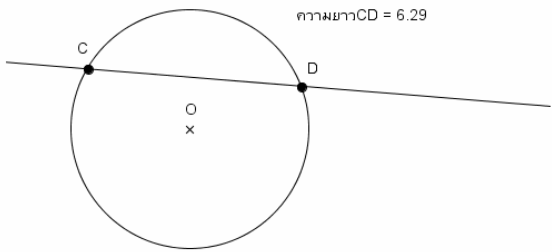
#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{CD}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ตัดวงกลม O ที่จุด C และ จุด D ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ไปรอบวงกลมจนกระทั่งความยาวของ $\overline{CD}$ เป็นศูนย์

กิจกรรมที่ 3

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม



ความยาว $CD = 6.29$

Move: Select a point (shift: more points, ctrl: show old state)!

Created with C.a.R. by R. Grotmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลางที่ O และส่วนของเส้นตรง CD ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ไปรอบวงกลมจนกระทั่งความยาวของส่วนของเส้นตรง CD เป็นศูนย์ หรือเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ทับจุด D (หรือจุด C) เส้นตรงที่ได้นี้เรียกว่า เส้นสัมผัส และจุดที่จุด C และจุด D ทับกันสนิท เรียกว่า จุดสัมผัส
2. ให้นักเรียนบอกนิยามของเส้นสัมผัส

ใบกิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 4

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

วงกลม					
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4

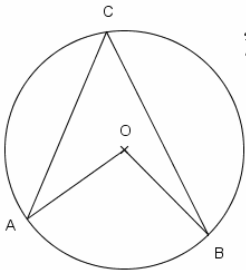
จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O , $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด C ไปรอบ ๆ วงกลม



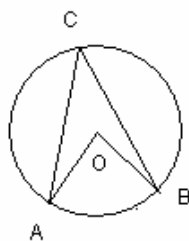
ขนาดมุม $ACB = 49.44$
ขนาดมุม $AOB = 98.88$

Point: Set a point (shift: fix)!

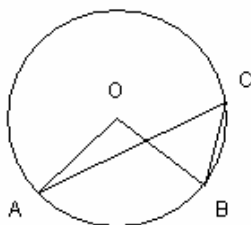
Created with C.a.R. by R. Grottmann

มุมที่จุดศูนย์กลาง

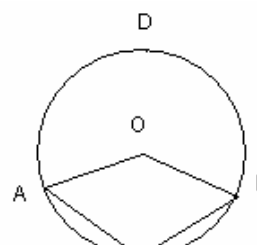
กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาวต่างกันดังรูปต่อไปนี้



รูป ก



รูป ข



รูป ค

จากรูป $\widehat{AOB}$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง และ $\widehat{ACB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

รูป ก และ รูป ข $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

รูป ค มุมกลับ $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{ADB}$ เดียวกัน

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนกำหนดจุด A, B, C เป็นจุดใดๆ บนวงกลม สร้าง $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ ที่รองรับด้วย $\widehat{AB}$ วัดขนาดของมุมดังนี้

$\widehat{ACB} = \dots\dots\dots$ องศา

$\widehat{AOB} = \dots\dots\dots$ องศา

- นักเรียนลากจุด C ให้เคลื่อนที่ไปยังจุดต่างๆ บนวงกลม ให้ได้ลักษณะตามรูปตัวอย่างข้างต้น และวัดมุมที่เกิดจากการเคลื่อนจุด C

ครั้งที่ 1 $\widehat{ACB} = \dots\dots\dots$ องศา $\widehat{AOB} = \dots\dots\dots$ องศา

ครั้งที่ 2 $\widehat{ACB} = \dots\dots\dots$ องศา $\widehat{AOB} = \dots\dots\dots$ องศา

ครั้งที่ 3 $\widehat{ACB} = \dots\dots\dots$ องศา $\widehat{AOB} = \dots\dots\dots$ องศา

- นักเรียนเปรียบเทียบขนาดของ $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ โดยขนาดของ $\widehat{AOB}$ เป็น $\dots\dots\dots$ เท่าของขนาดของ $\widehat{ACB}$

- นักเรียนพบว่า $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

.....

ใบกิจกรรมที่ 5

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 5

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 5

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

วงกลม					
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันได้

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ADC}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย $\widehat{AC}$ เดียวกัน ให้นักเรียนลาก $\overline{AO}$ และ $\overline{CO}$

ขนาดมุม $\widehat{ABC} = 59.57$
ขนาดมุม $\widehat{ADC} = 59.57$

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ADC}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย $\widehat{AC}$ เดียวกัน ลาก $\overline{AO}$ และ $\overline{CO}$
- วัดขนาดของมุมต่อไปนี้
 - $\widehat{ABC} = \dots\dots\dots$ องศา
 - $\widehat{ADC} = \dots\dots\dots$ องศา
 - $\widehat{AOC} = \dots\dots\dots$ องศา
- ให้นักเรียนเลื่อนจุด B และจุด D ไปมารอบบริเวณส่วนโค้งใหญ่ $\widehat{AC}$ และวัดขนาดของมุมต่อไปนี้
 - $\widehat{ABC} = \dots\dots\dots$ องศา
 - $\widehat{ADC} = \dots\dots\dots$ องศา
 - $\widehat{AOC} = \dots\dots\dots$ องศา

4. ให้นักเรียนเลื่อนจุด A และจุด C ไปมารอบบริเวณส่วนโค้งใหญ่ BD และวัดขนาดของมุมต่อไปนี้

1) $\hat{A}BC$ = องศา

2) $\hat{A}DC$ = องศา

3) $\hat{A}OC$ = องศา

5. ขนาดของ $\hat{A}BC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}OC$ อย่างไร

.....

6. ขนาดของ $\hat{A}DC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}OC$ อย่างไร

.....

7. ขนาดของ $\hat{A}BC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}DC$ อย่างไร

.....

8. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันเป็นอย่างไร

.....

9. นักเรียนคาดการณ์ว่า

.....



ใบกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.1

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

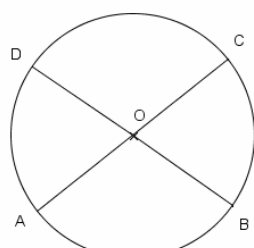
บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O



ขนาดมุม AOB = 106.67
ขนาดมุม COD = 106.67
ความยาวกึ่ง AB = 6.52
ความยาวกึ่ง CD = 6.52

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grotmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O
- ให้นักเรียนกำหนดขนาด $\angle AOB$ และ $\angle COD$ ให้เท่ากัน ดังนี้

$$\angle AOB = \dots\dots\dots \text{ องศา}$$

$$\angle COD = \dots\dots\dots \text{ องศา}$$

ดังนั้น $\widehat{AB}$ รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด องศา และส่วนโค้งที่รองรับ $\angle AOB$ มีความยาวเท่ากับ เซนติเมตร

$\widehat{CD}$ รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด องศา และส่วนโค้งที่รองรับ $\angle COD$ มีความยาวเท่ากับ เซนติเมตร

3. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นอย่างไร

.....

4. นักเรียนคาดการณ์ว่า

.....



ใบกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

วงกลม

4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ
---	---	-----	-----	-----	-----	--------

จุดประสงค์การเรียนรู้

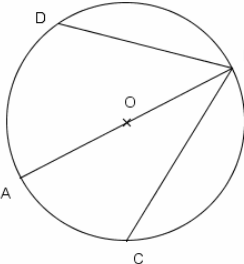
บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O คอร์ด AB, CB, DB ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) จนกระทั่ง $\angle ABC$ เท่ากับ $\angle ABD$



ขนาดมุม $\angle ABD = 41.9$
ขนาดมุม $\angle ABC = 31.14$
ความยาวโค้ง AD = 5.12
ความยาวโค้ง AC = 3.8

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grotmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O คอร์ด AB, CB, DB ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) จนกระทั่ง $\angle ABC = \angle ABD$ จากนั้นอ่านค่าของมุมทั้งสองดังนี้ $\angle ABC = \dots\dots\dots$ องศา และ $\angle ABD = \dots\dots\dots$ องศา
- อ่านค่าความยาวส่วนโค้งของส่วนโค้งต่อไปนี้
ส่วนโค้งที่รองรับ $\angle ABC$ มีขนาดเท่ากับ $\dots\dots\dots$ เซนติเมตร
ส่วนโค้งที่รองรับ $\angle ABD$ มีขนาดเท่ากับ $\dots\dots\dots$ เซนติเมตร
- นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นเป็นอย่างไร
 $\dots\dots\dots$
- นักเรียนคาดการณ์ว่า
 $\dots\dots\dots$

ใบกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.3

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

วงกลม					
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4

จุดประสงค์การเรียนรู้

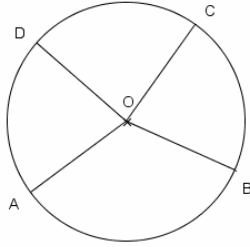
บอกความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 3

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนกำหนดความยาว $\widehat{AB}$ และ ความยาว $\widehat{CD}$ มีขนาดเท่ากัน



ความยาวรัศมี $AB = 7.31$
ความยาวรัศมี $CD = 5.14$
ขนาดมุม $\angle AOB = 119.6$
ขนาดมุม $\angle COD = 84.16$

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 3

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนกำหนดความยาว $\widehat{AB}$ และความยาว $\widehat{CD}$ มีขนาดเท่ากันโดยเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) ดังนี้

ความยาว $\widehat{AB} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

ความยาว $\widehat{CD} = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

จากนั้นอ่านค่าของมุมดังนี้ $\angle AOB = \dots\dots\dots$ องศา $\angle COD = \dots\dots\dots$ องศา

2. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นอย่างไร

.....

3. นักเรียนคาดการณว่า



ใบกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.4

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันได้

#####

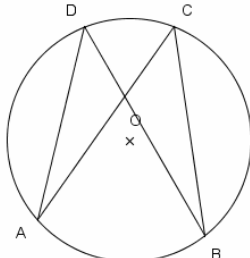
โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 4

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\widehat{ACB}$, $\widehat{ADB}$ รองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน ให้นักเรียนกำหนดจุด E บนวงกลมในส่วนโค้งใหญ่ $\widehat{AB}$ จากนั้นสร้าง $\overline{AE}$ และ $\overline{BE}$

กิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม



ขนาดมุม $\widehat{ADB} = 43.59$
ขนาดมุม $\widehat{ACB} = 43.59$

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 4

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\widehat{ACB}$, $\widehat{ADB}$ รองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน ให้นักเรียนกำหนดจุด E บนวงกลมในส่วนโค้งใหญ่ $\widehat{AB}$ จากนั้น สร้าง $\overline{AE}$ และ $\overline{BE}$
- วัดขนาดของมุมดังนี้

$\widehat{ACB} =$ องศา

$\widehat{ADB} =$ องศา

$\widehat{AEB} =$ องศา

3. เลื่อนจุด A (หรือจุด B) ไปรอบๆ วงกลม สังเกตขนาดของมุมทั้งสาม จากนั้นวัดขนาดของมุมทั้งสามอีกครั้งดังนี้

$\hat{ACB}$ = องศา

$\hat{ADB}$ = องศา

$\hat{AEB}$ = องศา

4. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่าง $\hat{ACB}$, $\hat{ADB}$ และ $\hat{AEB}$ อย่างไร

.....

5. นักเรียนคาดการณ์ว่า

.....



ใบกิจกรรมที่ 7

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 7.1

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 7

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

วงกลม

7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ
-----	-----	---	-----	-----	----	----	----	----	------	------	--------

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากัน กับความยาวของส่วนโค้งน้อยและความยาวของส่วนโค้งใหญ่ได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) เพื่อให้ความยาวของ $\overline{AB}$ เท่ากับความยาวของ $\overline{CD}$

ความยาว $AB = 5.68$
 ความยาว $CD = 6.24$
 ขนาดมุม $\angle AOB = 108.52$
 ขนาดมุม $\angle COD = 126.14$

Segment: First point?

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) เพื่อให้ $AB = CD$

1) $AO = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร $BO = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

$CO = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร $DO = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ หรือไม่ $\dots\dots\dots$ เพราะ $\dots\dots\dots$

2) ขนาด $\angle AOB = \dots\dots\dots$ องศา

$\angle COD = \dots\dots\dots$ องศา

$\therefore \angle AOB \dots\dots \angle COD$ เพราะ $\dots\dots\dots$

3) $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ หรือไม่ $\dots\dots\dots$ เพราะ $\dots\dots\dots$

4) $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CBD})$ หรือไม่ เพราะ.....

5) ผลที่ได้ในกิจกรรมนี้นักเรียนคิดว่า ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน หรือไม่

.....

6) นักเรียนคาดการณ์ว่า

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 7

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 7.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 7

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดกับความยาวส่วนโค้งได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด A (หรือจุด B, หรือจุด C, หรือจุด D) เพื่อให้ความยาวของ $\widehat{AB}$ เท่ากับความยาวของ $\widehat{CD}$

Diagram showing a circle with center O. Chords AB and CD are drawn. Radii AO, BO, CO, and DO are also shown. The diagram illustrates the relationship between the central angles AOB and COD and the arcs AB and CD.

ความยาวรัศมี AB = 7.62
ความยาวรัศมี CD = 5.93
ขนาดมุม AOB = 124.77
ขนาดมุม COD = 97.11

Segment: First point?

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) เพื่อให้ ความยาวส่วนโค้งของ AB เท่ากับความยาวส่วนโค้งของ CD

1) $AO = BO = CO = DO$ เพราะ

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ หรือไม่ เพราะ

2) ค่าของ $\angle AOB =$ องศา $\angle COD =$ องศา

$\therefore \angle AOB$ $\angle COD$ เพราะ

3) $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ หรือไม่ เพราะ.....

4) $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CBD})$ หรือไม่ เพราะ.....

5) ผลที่ได้ในกิจกรรมนี้นักเรียนคิดว่า ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน หรือไม่

.....

6) นักเรียนคาดการณ์ว่า

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 8

รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 8

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 8

รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

กิจกรรมย่อยที่ 1

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลมได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O สร้าง $\overline{BO}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ และให้ตัดวงกลมที่จุด B และจุด D

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนสร้างรูปหลายเหลี่ยมแนบในวงกลม

Point: Set a point (shift: fix)

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O
2. ให้นักเรียนสร้าง $\overline{BO}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ และให้ตัดวงกลมที่จุด B และจุด D
3. ลาก $\overline{CB}$, $\overline{BA}$, $\overline{AD}$ และ $\overline{DC}$ จะได้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลม O พิสูจน์

เนื่องจาก $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90^\circ$ (จากการสร้าง)

จะได้ $m(\widehat{AB}) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ (ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $AB = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ (ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน)

เนื่องจาก $\widehat{ABC}, \widehat{BCD}, \widehat{CDA}$ และ $\widehat{DAB}$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม
 ดังนั้น $\widehat{ABC} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด

90°)

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลม O (มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน และมีมุมภายในแต่ละมุมเป็นมุมฉาก)

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนสร้างรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม O



ใบกิจกรรมที่ 9

คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 9.1

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

- จากที่กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด C ลาก $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$
- พิจารณาการเท่ากันทุกประการของ $\triangle AOC$ และ $\triangle BOC$

$AO = BO$	เพราะ	
$\therefore \triangle AOB$	เป็นรูปสามเหลี่ยม	
ดังนั้น	$\angle \hat{A}C = \dots\dots\dots$	(.....)
	$\angle \hat{C}A = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$	(.....)
	$AO = \dots\dots\dots$	(.....)
ดังนั้น	$\triangle OAC \cong \triangle BOC$	(.....)
นั่นคือ	$AC = \dots\dots\dots$	

3. นักเรียนคาดการณว่า

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 9

คอรัลกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอรัล > 9.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 9

คอรัลกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

วงกลม

7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ
-----	-----	---	-----	-----	----	----	----	----	------	------	--------

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างส่วนของเส้นตรงที่แบ่งครึ่งคอรัลกับคอรัลได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นคอรัลของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\overline{OC}$ แบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด C แล้วจงแสดงว่า $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ (สร้าง $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากที่กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นคอรัลของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\overline{OC}$ แบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด C แล้วจงแสดงว่า $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$

ลาก $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$

พิจารณา $\triangle AOC$ และ $\triangle BOC$

1. $\overline{AC} = \dots\dots\dots$ ($\dots\dots\dots$)

2. $\overline{OC} = \dots\dots\dots$ ($\dots\dots\dots$)

3. $\overline{OA} = \dots\dots\dots$ ($\dots\dots\dots$)

ดังนั้น $\triangle AOC \cong \triangle BOC$ ($\dots\dots\dots$)

ดังนั้น $\angle ACO = \angle BCO$

แต่เนื่องจาก $\angle ACO + \angle BCO = 180^\circ$

ดังนั้น

$$2(\hat{A}\hat{C}O) = 180^\circ$$

$$\hat{A}\hat{C}O = 90^\circ$$

นั่นคือ $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$

2. นักเรียนคาดการณว่า

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 10

หาจุดศูนย์กลาง

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 10

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 10

หาจุดศูนย์กลาง

วงกลม

7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ
-----	-----	---	-----	-----	----	----	----	----	------	------	--------

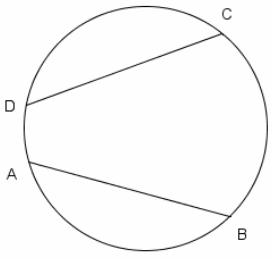
จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถหาจุดศูนย์กลางของวงกลมได้

#####

โจทย์

กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ไม่ขนานกันของวงกลมหนึ่ง



Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากที่กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ไม่ขนานกันของวงกลมวงหนึ่ง
2. สร้างเส้นตรง l_1 ตั้งฉาก และแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$
3. สร้างเส้นตรง l_2 ตั้งฉาก และแบ่งครึ่ง $\overline{CD}$
4. ให้เส้นตรง l_1 และ l_2 ตัดกันที่จุด O จะได้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ใบกิจกรรมที่ 11

วงกลมผ่านจุดที่กำหนด

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 11

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม													
7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ		

จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถสร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนดได้

#####

โจทย์

ให้นักเรียนกำหนดจุด A แล้วสร้างวงกลมผ่านจุด A

กิจกรรมที่ 11

วงกลมผ่านจุดที่กำหนด

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ถ้าจุด A เป็นจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้ ดังรูป

• A

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A ได้จำนวนอย่างน้อยเพียงใดและจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นอยู่ที่ใด

.....

.....

2. ถ้าจุดA และจุดB เป็นจุดสองจุดที่กำหนดให้ ดังรูป

•A •B

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมที่ผ่านจุดA และจุดB ได้จำนวนมากน้อยเพียงใดและจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นอยู่ที่ใด

3. ถ้าจุดA , จุดB และจุดC เป็นจุดสามจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป

•A •C
•B

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมที่ผ่านจุดA , จุดB และจุดC จำนวนกี่วง และจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นอยู่ที่ใด

4. ถ้าจุดA , จุดB และจุดC เป็นจุดสามจุดที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป

•A •B •C

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุดA , จุด B และจุดC ได้หรือไม่

5. จุดA , จุดB , จุดC และจุดD เป็นจุดสี่จุดที่ไม่มีสามจุดใดๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป

•D •C
•A •B

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุดA , จุดB , จุดC และจุดD ได้หรือไม่

ใบกิจกรรมที่ 12

จุดศูนย์กลางวงล้อม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 12

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 12

จุดศูนย์กลางวงล้อม

วงกลม													
7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ		

จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถสร้างวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมได้

#####

โจทย์

กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ จงสร้างวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยม ABC

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากที่กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ (จงสร้างวงกลมล้อม $\triangle ABC$)
 2. สร้าง $\overrightarrow{PQ}$ ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด D
 3. สร้าง $\overrightarrow{XY}$ ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{BC}$ ที่จุด E
 4. ให้ $\overrightarrow{XY}$ และ $\overrightarrow{PQ}$ ตัดกันที่จุด O ลาก $\overline{AO}$
 5. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี AO เขียนวงกลม จะได้วงกลมที่มีจุด A , จุด B และจุด C อยู่บนวงกลม
- นั่นคือ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อม $\triangle ABC$

ใบกิจกรรมที่ 13

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 13

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม

7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ
-----	-----	---	-----	-----	----	----	----	----	------	------	--------

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้

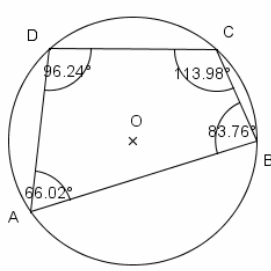
#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และสี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O จงอ่านค่าของมุมดังนี้ $\widehat{DAB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$

กิจกรรมที่ 13

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม



Move: Select a point (shift: more points, ctrl: show old state)!

Created with C.a.R. by R. Grotmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- จากที่กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O จงวัดขนาดของ

$\widehat{DAB}$ = องศา

$\widehat{ABC}$ = องศา

$\widehat{BCD}$ = องศา

$\widehat{CDA}$ = องศา

- เลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) โดยยังคงรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O สังเกตขนาดของมุมทั้งสี่ จากนั้นวัดขนาดของมุมดังนี้

$\widehat{DAB}$ = องศา

$\widehat{ABC}$ = องศา

$\widehat{BCD}$ = องศา

$\widehat{CDA}$ = องศา

- ผลจากการวัดขนาดของมุมทั้งสี่ ในข้อ 1 และข้อ 2 ทำให้ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$D\hat{A}B + B\hat{C}D = \dots\dots\dots \text{ องศา}$$

$$A\hat{B}C + C\hat{D}A = \dots\dots\dots \text{ องศา}$$

4. นักเรียนวาดการนี้

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 14

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 14.1

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 14

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดสองเส้นที่ยาวเท่ากันกับระยะจากจุดศูนย์กลางของวงกลมได้

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ด $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด E , $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{CD}$ ที่จุด F และให้ $OE = OF$ สร้าง $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากที่กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E และ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ที่จุด F ลาก $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

1) $AE \dots BE$ เพราะ (ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด)

2) $BE = \frac{AB}{2}$ และ $CF = \frac{CD}{2}$ หรือไม่

3) $BE = CF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

4) $\triangle OEB \cong \triangle OFC$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

5) $OE = OF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

6) คอร์ด AB และคอร์ด CD อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน หรือไม่

7) นักเรียนคาดการณืว่า

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 14

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 14.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียน เรื่อง วงกลม

วงกลม													
7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ		

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างระยะจากจุดศูนย์กลางของวงกลมกับคอร์ดสองเส้นที่ยาวเท่ากันได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O, $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ด, $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด E, $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{CD}$ ที่จุด F และให้ $OE = OF$ สร้าง $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากที่กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ด $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ที่จุด F และให้ $OE = OF$ ลาก $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

1) $\triangle OBE \cong \triangle OCF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

2) $BE = CF$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

3) $2(BE) = 2(CF)$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

4) $2(BE) = AB$ หรือไม เพราะเหตุใด

.....

5) $2(CF) = CD$ หรือไม เพราะเหตุใด

.....

6) $AB = CD$ หรือไม เพราะเหตุใด

.....

7) นักเรียนคาดการณ์ว่า

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 15

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 15

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม				
15	16	17	18	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับรัศมีของวงกลมได้

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O เลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนวงกลม จากนั้นสร้าง $\overline{OA}$ และ $\overline{AB}$

กิจกรรมที่ 15

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grotmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- จากวงกลมที่กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนวงกลม จากนั้นสร้าง $\overline{OA}$
- สร้าง $\overline{AB}$ วัดขนาดของ $\angle OAB$ ดังนี้
 $\angle OAB = \dots\dots\dots$ องศา
- เลื่อนจุด B ให้เข้าใกล้จุด A จนกระทั่งจุด B ทับจุด A เส้นตรงที่ได้เป็นเส้นสัมผัส วัดขนาดของ $\angle OAB$ ดังนี้
 $\angle OAB = \dots\dots\dots$ องศา
- นักเรียนคาดการณ์ว่า

ใบกิจกรรมที่ 16

สร้างเส้นสัมผัสสองเส้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 16

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียน เรื่องวงกลม

วงกลม				
15	16	17	18	สร้างเส้นสัมผัสสองเส้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสของวงกลมสองเส้นที่ลากมาตัดกันได้

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ เป็นรัศมีของวงกลม O จากนั้นให้นักเรียนสร้างเส้นสัมผัสที่จุด A และจุด B ให้จุด C เป็นจุดตัดของเส้นสัมผัส

กิจกรรมที่ 16

สร้างเส้นสัมผัสสองเส้น

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ เป็นรัศมีของวงกลม O
- สร้างเส้นสัมผัสที่จุด A และจุด B โดยเลือกปุ่มสร้างเส้นตรงที่ตั้งฉาก ให้จุด C เป็นจุดตัดของเส้นสัมผัสทั้งสองเส้นนี้
- วัดความยาวของส่วนของเส้นตรงดังนี้
 $AC = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร
 $BC = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร
- เลื่อนจุด A หรือจุด B เคลื่อนที่ไปยังจุดอื่นๆ บนวงกลม วัดความยาวของส่วนของเส้นตรงดังนี้
 $AC = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร
 $BC = \dots\dots\dots$ เซนติเมตร

5. นักเรียนคาดการณว่า

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 17

วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 17

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม				
15	16	17	18	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถสร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมได้

#####

โจทย์

กำหนดสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ ต้องการสร้างวงกลมวงหนึ่งแนบในสามเหลี่ยม ABC

กิจกรรมที่ 17

วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากที่กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ ต้องการสร้างวงกลมวงหนึ่งแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC
2. สร้าง $\overrightarrow{AP}$ แบ่งครึ่ง $\angle BAC$ และสร้าง $\overrightarrow{BQ}$ แบ่งครึ่ง $\angle ABC$
3. ให้ $\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{BQ}$ ตัดกันที่จุด O
4. สร้าง $\overrightarrow{OD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด D
5. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากับ OD สร้างวงกลม จะได้วงกลม O ที่มีรัศมีเท่ากับ OD แนบในรูปสามเหลี่ยม ABC

ใบกิจกรรมที่ 18

เส้นสัมผัสและคอร์ด

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 18

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม				
15	16	17	18	สารบัญ

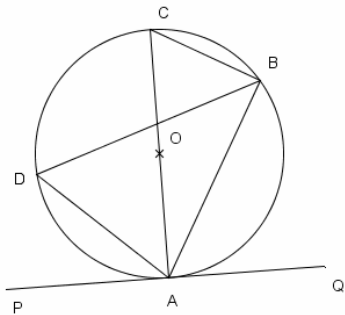
จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้นได้

#####

โจทย์

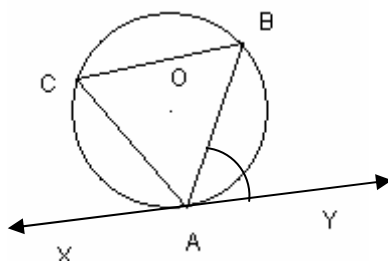
จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม, $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง, $\overline{AB}$ เป็นคอร์ด, PQ สัมผัสวงกลมที่จุด A, $\angle ACB$ และ $\angle ADB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB



Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grothmann

กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{XY}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดและ $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม จากรูป เรียก $\angle BAY$ ว่า มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A เรียก $\angle ACB$ ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB



ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O , $\overline{AB}$ เป็นคอร์ด , $\overline{PQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A , $\hat{ACB}$ และ $\hat{ADB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB

2. ตอบคำถามต่อไปนี้

1) $\hat{ABC} = \dots\dots\dots$ องศา

2) $\hat{ACB} + \hat{CAB} = \dots\dots\dots$ องศา

3) $\hat{CAB} + \hat{BAQ} = \dots\dots\dots$ องศา

4) $\hat{ACB} + \hat{CAB} = \hat{CAB} + \hat{BAQ}$ หรือไม่ $\dots\dots\dots$

5) $\hat{ACB} = \hat{BAQ}$ หรือไม่ $\dots\dots\dots$ เพราะเหตุใด $\dots\dots\dots$

6) $\hat{ADB} = \hat{BAQ}$ หรือไม่ $\dots\dots\dots$ เพราะเหตุใด $\dots\dots\dots$

3. นักเรียนคาดการณ์ว่า

.....

.....



ตัวอย่างเฉลยกิจกรรมที่ 1

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 1

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม			
1	2	3	สารบัญ
จุดประสงค์การเรียนรู้			
รู้จักรัศมี, เส้นผ่านศูนย์กลาง และรู้ความสัมพันธ์ของรัศมีกับเส้นผ่านศูนย์กลาง			
#####			
โจทย์			
กิจกรรมย่อยที่ 1			
จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และให้นักเรียนกำหนดจุด A บนวงกลม แล้วสร้างส่วนของเส้นตรง OA			
กิจกรรมย่อยที่ 2			
จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และให้นักเรียนเลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนเส้นรอบวงกลม สร้างส่วนของเส้นตรง AB			

กิจกรรมที่ 1

ส่วนต่างๆ ของวงกลม

กิจกรรมย่อยที่ 1

Point: Set a point (shift: fix)

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนกำหนดจุด A บนวงกลม จากนั้นสร้าง $\overline{OA}$
2. วัดขนาดความยาวของ $\overline{OA} = 3.5$ เซนติเมตร
3. เคลื่อนจุด A ให้อยู่บนวงกลม สังเกตความยาวของ $\overline{OA}$ ทำให้นักเรียนพบว่าความยาวของ $\overline{OA}$ ไม่เปลี่ยนแปลง
4. กำหนดจุด B บนวงกลม O สร้าง $\overline{OB}$ วัดขนาดความยาวของ $\overline{OB} = 3.5$ เซนติเมตร
5. ความยาวของ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ ยาวเท่ากัน
6. $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ เรียกว่า รัศมีของวงกลม

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O เลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนเส้นรอบวงกลม สร้าง $\overline{AB}$ จากนั้นเลื่อนจุด A (หรือจุด B) ไปรอบวงกลมและวัดความยาว $\overline{AB}$

- | | | | |
|------------|-----------------|---|--|
| ครั้งที่ 1 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 2 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 3 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 4 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 5 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 6 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |

2. $\overline{AB}$ โดยที่จุด A และจุด B อยู่บนเส้นรอบวงกลม เราเรียก $\overline{AB}$ ว่า คอร์ด

3. เลื่อนจุด A (หรือจุด B) โดยให้ $\overline{AB}$ ผ่านจุดศูนย์กลาง O จากนั้นวัดความยาวของ $\overline{AB}$ เท่ากับ 7 เซนติเมตร

4. ส่วนของเส้นตรงที่ได้จากข้อ 3 เรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลาง

5. เมื่อเปรียบเทียบความยาวของ $\overline{AB}$ ที่วัดได้ในข้อที่ 1 กับข้อที่ 3 จะพบว่า $\overline{AB}$ ที่ผ่านจุดศูนย์กลาง O มีความยาวมากที่สุดและเรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลาง

6. จากข้อที่ 5 นักเรียนจะสรุปเกี่ยวกับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางกับความยาวของคอร์ดได้ว่าอย่างไร

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม คือ คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลม

7. ในวงกลมใดๆ จะมีส่วนของเส้นตรงในข้อที่ 4 ได้กี่เส้น นับไม่ถ้วน

ตัวอย่างเฉลยกิจกรรมที่ 2

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม			
1	2	3	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

รู้จักส่วนโค้งน้อย, ส่วนโค้งใหญ่ และครึ่งวงกลม

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และคอร์ด AB ที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง O แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน

กิจกรรมที่ 2

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

Diagram showing a circle with center O and a chord AB. The arc ACB is labeled as the major arc, and the arc AB is labeled as the minor arc.

ความยาวโค้ง ACB = 15.12
ความยาวโค้ง AB = 6.88

Point: Set a point (shift: fix!)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O และสร้างคอร์ด AB โดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง O จะเห็นว่าคอร์ด AB แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน โดยวัดความยาวของส่วนโค้งในส่วนแรกจากจุด A ไปยังจุด B ยาวเท่ากับ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม ความยาวส่วนโค้งในส่วนที่สองจากจุด A ไปยังจุด B ยาวเท่ากับ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

ส่วนโค้ง AB ที่มีความยาวมากกว่าเรียกว่า ส่วนโค้งใหญ่ AB

ส่วนโค้ง AB ที่มีความยาวน้อยกว่าเรียกว่า ส่วนโค้งน้อย AB

- สร้าง $\overline{AB}$ ให้ผ่านจุดศูนย์กลาง O จะเห็นว่าคอร์ด AB แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน โดยวัดความยาวของส่วนโค้ง AB ส่วนแรกยาว 11 เซนติเมตร ความยาวส่วนโค้ง AB ส่วนที่สองยาว 11 เซนติเมตร

ส่วนโค้ง AB ทั้งสองส่วนนี้มีความยาว เท่ากัน

ส่วนโค้ง AB แต่ละส่วนเรียกว่า ครึ่งวงกลม

ตัวอย่างเฉลยกิจกรรมที่ 3

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 3

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 3

ส่วนต่างๆ ของวงกลม

วงกลม

1	2	3	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

รู้จักเส้นสัมผัส

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลางที่ O และ $\overline{CD}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ตัดวงกลม O ที่จุด C และ จุด D ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ไปรอบวงกลมจนกระทั่งความยาวของ $\overline{CD}$ เป็นศูนย์

ทางมายา CD = 6.29

Move: Select a point (shift: more points, ctrl: show old state)!

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลางที่ O และส่วนของเส้นตรง CD ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ไปรอบวงกลมจนกระทั่งความยาวของส่วนของเส้นตรง CD เป็นศูนย์ หรือเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ทับจุด D (หรือจุด C) เส้นตรงที่ได้นี้เรียกว่า เส้นสัมผัส และจุดที่จุด C และจุด D ทับกันสนิท เรียกว่า จุดสัมผัส
 2. ให้นักเรียนบอกนิยามของเส้นสัมผัส
- เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

ตัวอย่างเฉลยกิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 4

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O , $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด C ไปรอบ ๆ วงกลม

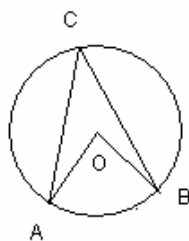
ขนาดมุม $ACB = 49.44$
ขนาดมุม $AOB = 98.88$

Point: Set a point (shift: fix)!

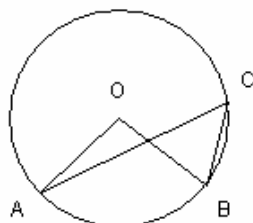
Created with C.a.R. by R. Grottmann

มุมที่จุดศูนย์กลาง

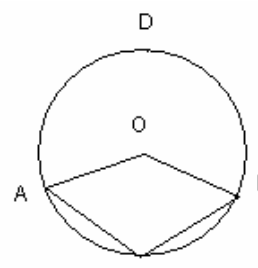
กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาวต่างกันดังรูปต่อไปนี้



รูป ก



รูป ข



รูป ค

จากรูป $\widehat{AOB}$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง และ $\widehat{ACB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

รูป ก และ รูป ข $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

รูป ค มุมกลับ $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{ADB}$ เดียวกัน

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนกำหนดจุด A, B, C เป็นจุดใดๆ บนวงกลม สร้าง $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ ที่รองรับด้วย $\widehat{AB}$ วัดขนาดของมุมดังนี้

$\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้

- นักเรียนลากจุด C ให้เคลื่อนที่ไปยังจุดต่างๆ บนวงกลม ให้ได้ลักษณะตามรูปตัวอย่างข้างต้น และวัดมุมที่เกิดจากการเคลื่อนจุด C

ครั้งที่ 1 $\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้ในครั้งที่ 1

ครั้งที่ 2 $\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้ในครั้งที่ 2

ครั้งที่ 3 $\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้ในครั้งที่ 3

- นักเรียนเปรียบเทียบขนาดของ $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ โดยขนาดของ $\widehat{AOB}$ เป็น 2 เท่าของขนาดของ $\widehat{ACB}$

- นักเรียนพบว่า $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ตัวอย่างเฉลยกิจกรรมที่ 5

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 5

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 5

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ขนาดมุม $ABC = 59.57$
ขนาดมุม $ADC = 59.57$

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ADC}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย $\widehat{AC}$ เดียวกัน ลาก $\overline{AO}$ และ $\overline{CO}$
- วัดขนาดของมุมต่อไปนี้
 - $\widehat{ABC}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม
 - $\widehat{ADC}$ = ตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)
 - $\widehat{AOC}$ = สองเท่าของตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)
- ให้นักเรียนเลื่อนจุด B และจุด D ไปมารอบบริเวณส่วนโค้งใหญ่ AC และวัดขนาดของมุมต่อไปนี้
 - $\widehat{ABC}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม
 - $\widehat{ADC}$ = ตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)
 - $\widehat{AOC}$ = สองเท่าของตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)

4. ให้นักเรียนเลื่อนจุด A และจุด C ไปมารอบบริเวณส่วนโค้งใหญ่ BD และวัดขนาดของมุมต่อไปนี้

1) $\hat{A}BC$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

2) $\hat{A}DC$ = ตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\hat{A}BC$ ในข้อ 1)

3) $\hat{A}OC$ = สองเท่าของตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\hat{A}BC$ ในข้อ 1)

5. ขนาดของ $\hat{A}BC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}OC$ อย่างไร

ขนาดของ $\hat{A}OC$ เป็นสองเท่าของ $\hat{A}BC$

6. ขนาดของ $\hat{A}DC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}OC$ อย่างไร

ขนาดของ $\hat{A}OC$ เป็นสองเท่าของ $\hat{A}DC$

7. ขนาดของ $\hat{A}BC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}DC$ อย่างไร

ขนาดของ $\hat{A}BC$ เท่ากับขนาดของ $\hat{A}DC$

8. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันเป็นอย่างไร

มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

9. นักเรียนคาดการณ์ว่า

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน



คู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หลักการและเหตุผล

ปัจจุบันประเทศไทยใช้หลักสูตร การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 โดยเริ่มใช้ในปีการศึกษา 2546 ซึ่งหลักสูตรได้กำหนดสาระการเรียนรู้ไว้ 6 สาระดังนี้

- สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ
- สาระที่ 2 การวัด
- สาระที่ 3 เรขาคณิต
- สาระที่ 4 พีชคณิต
- สาระที่ 5 การวิเคราะห์และความน่าจะเป็น
- สาระที่ 6 ทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์

เรขาคณิตเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งธรรมชาติของเรขาคณิตเป็นวิชาที่เอื้อให้ผู้เรียนช่างสังเกต มีเหตุผล ทำงานเป็นระบบ และช่วยพัฒนาความสามารถในการค้นพบ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมต่างๆ จึงต้องเอื้อต่อการค้นพบ เพื่อเสริมสร้างความรู้และเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ต่างๆ กิจกรรมต่างๆ ควรท้าทาย น่าสนใจ เปิดโอกาสให้นักเรียนทดลองปฏิบัติ สังเกต สัมผัส สำรวจ คิด แก้ปัญหา ซึ่งสมบัติของวงกลมเป็นเรื่องที่สามารถสร้างกิจกรรมต่างๆ ตามความสนใจของผู้เรียนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และค้นพบได้ ทั้งยังเป็นพื้นฐานในการเรียนเรขาคณิตระดับสูง เนื่องจากปัจจุบันมีความก้าวหน้าทางเทคโนโลยีมากขึ้น และยังสามารถพัฒนาซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เพื่อเป็นเครื่องอำนวยความสะดวกการเรียนรู้แก่ผู้เรียน โดยเฉพาะในส่วนของเรขาคณิต ซึ่งซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่ดีจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิต และวัดขนาดส่วนของเส้นตรง ส่วนโค้ง และมุมได้อย่างรวดเร็วถูกต้อง ทั้งยังช่วยให้ นักเรียนสร้างรูปสองมิติและสามมิติบนหน้าจอแล้วพลิก หมุน หรือเลือกรูปในมุมมองต่างๆ ทำกิจกรรมการสำรวจด้วยการพลิก เลื่อน หมุน ยืด หด เพื่อเรียนรู้มโนทัศน์ต่างๆ ทางเรขาคณิตได้

ด้วยเหตุผลข้างต้นและความสำคัญดังกล่าว จะเห็นว่าเรื่องสมบัติของวงกลมเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้น เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต ผู้วิจัยจึงสนใจจะสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ครูใช้เป็นเครื่องมือในการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เนื้อหา

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประกอบด้วย 4 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

1. วงกลม
2. มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม
3. คอร์ด
4. เส้นสัมผัสวงกลม

แนวทางการใช้กิจกรรม

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ประกอบด้วย

1. คำชี้แจงการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน
2. คู่มือการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
3. แผนการจัดการเรียนรู้
4. สื่อการเรียนรู้การสอน ซึ่งประกอบด้วย
 - 4.1 ใบกิจกรรม
 - 4.2 แฟ้มคำสั่ง
5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม
6. แบบวัดความพึงพอใจ

ในการใช้กิจกรรมต่างๆ ให้ปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้และฝึกทักษะตามใบกิจกรรม โดยแต่ละกิจกรรมจะใช้แฟ้มคำสั่งร่วมกับใบกิจกรรมที่สร้างขึ้น เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนรู้การสอนให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม และทำแบบวัดความพึงพอใจ

โครงการสอน

แผนการ จัดการเรียนรู้	เรื่อง	จำนวนคาบ (คาบ)
1	ส่วนต่างๆ ของวงกลม	1
2	มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง	2
3	มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	1
4	คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม	1
5	คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม การหาจุดศูนย์กลางของวงกลม	1
6	วงกลมผ่านจุดที่กำหนด จุดศูนย์กลางวงล้อม	1
7	รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	1
8	เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	1
9	วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม	1
10	เส้นสัมผัสและคอร์ด	2
	ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	2
	ทำแบบวัดความพึงพอใจ	20 นาที

จุดประสงค์การเรียนรู้
เรื่อง สมบัติของวงกลม

หน่วยการเรียนรู้ที่	เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
1	วงกลม (จำนวน 1 คาบ)	1. รู้จักส่วนต่างๆ ของวงกลม
2	มุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้ง ของวงกลม (จำนวน 3 คาบ)	1. บอกความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้ 2. บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางได้ 3. บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมได้ 4. บอกความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางได้ 5. บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่รองรับส่วนโค้งเดียวกันได้
3	คอร์ด (จำนวน 4 คาบ)	1. บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดสองคอร์ดที่ยาวเท่ากันกับความยาวของส่วนโค้งน้อยและความยาวของส่วนโค้งใหญ่ได้ 2. บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดกับความยาวส่วนโค้งได้ 3. สร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลมได้ 4. บอกได้ว่าส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมไปตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางจะแบ่งครึ่งคอร์ดนั้น 5. บอกได้ว่าส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม 6. บอกได้ว่ามีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้

ตาราง (ต่อ)

หน่วยการเรียนรู้ที่	เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
3	คอร์ด (จำนวน 4 คาบ)	7. บอกได้ว่ามีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย 8. บอกได้ว่ามีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน 9. สร้างวงกลมล้อมรอบรูปสามเหลี่ยมได้ 10. บอกเงื่อนไขของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมได้ 11. บอกได้ว่าคอร์ดสองเส้นที่ยาวเท่ากันจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน 12. บอกได้ว่าคอร์ดสองเส้นที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากันจะยาวเท่ากัน
4	เส้นสัมผัสวงกลม (จำนวน 4 คาบ)	1. บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับรัศมีของวงกลมได้ 2. บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสของวงกลมสองเส้นที่ลากมาตัดกันได้ 3. สร้างวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยมได้ 4. บอกความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้นได้

คู่มือการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

C.a.R.



จัดทำโดย

นางสาวสุภัทรา เกิดมงคล

คู่มือการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

C.a.R.

บทนำ

ซอฟต์แวร์ C.a.R. เป็นโปรแกรมซึ่งอนุญาตให้ใช้และเผยแพร่ได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย และมีสมบัติเบื้องต้นของซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลศาสตร์เพียงพอ C.a.R. เป็นซอฟต์แวร์ที่พัฒนาขึ้นโดย ดร.เรอเน่ โกรธมันน์ (Dr.Rene Grothmann) ชาวเยอรมัน โดยมีวัตถุประสงค์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจนถึงระดับสูงรวมทั้งผู้ใหญ่ การใช้โปรแกรมสามารถใช้ได้ด้วยการคลิกเมาส์และลากเมาส์ หรือใช้คำสั่งเป็นข้อความโดยตรง นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถออกแบบการบ้านให้นักเรียนสร้าง โดยโปรแกรมจะแจ้งให้รู้เมื่อทำได้ถูกต้อง จุดเด่นอีกประการหนึ่งคือสามารถนำเสนอในรูปแบบ HTML ได้สะดวกเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่พัฒนาด้วยภาษา JAVA

ซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลศาสตร์ C.a.R.

อุปกรณ์ที่จำเป็นสำหรับการใช้ C.a.R. ประกอบการเรียนรู้เรขาคณิตตามบทเรียน มีดังนี้

1. เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล พร้อมทั้งคีย์บอร์ด เมาส์ และจอภาพสี
2. หน่วยขับเคลื่อนบันทึก 3.5 นิ้ว (3.5 Floppy Disk Drive) หรือหน่วยขับเคลื่อน CD
3. ฮาร์ดดิสก์ (Hard Disk)
4. แผ่นบันทึก 3.5 นิ้ว หรือ แผ่น CD ที่มีไฟล์ที่ใช้ตามที่ระบุในใบกิจกรรม
5. ระบบปฏิบัติการ Microsoft Window xp หรือรุ่นใหม่กว่า
6. สนับสนุน JAVA 1.3 หรือใหม่กว่า

การใช้งานเบื้องต้น

การใช้งานซอฟต์แวร์ C.a.R. มีขั้นตอนการติดตั้งและการเรียกใช้โปรแกรมตามลำดับดังนี้

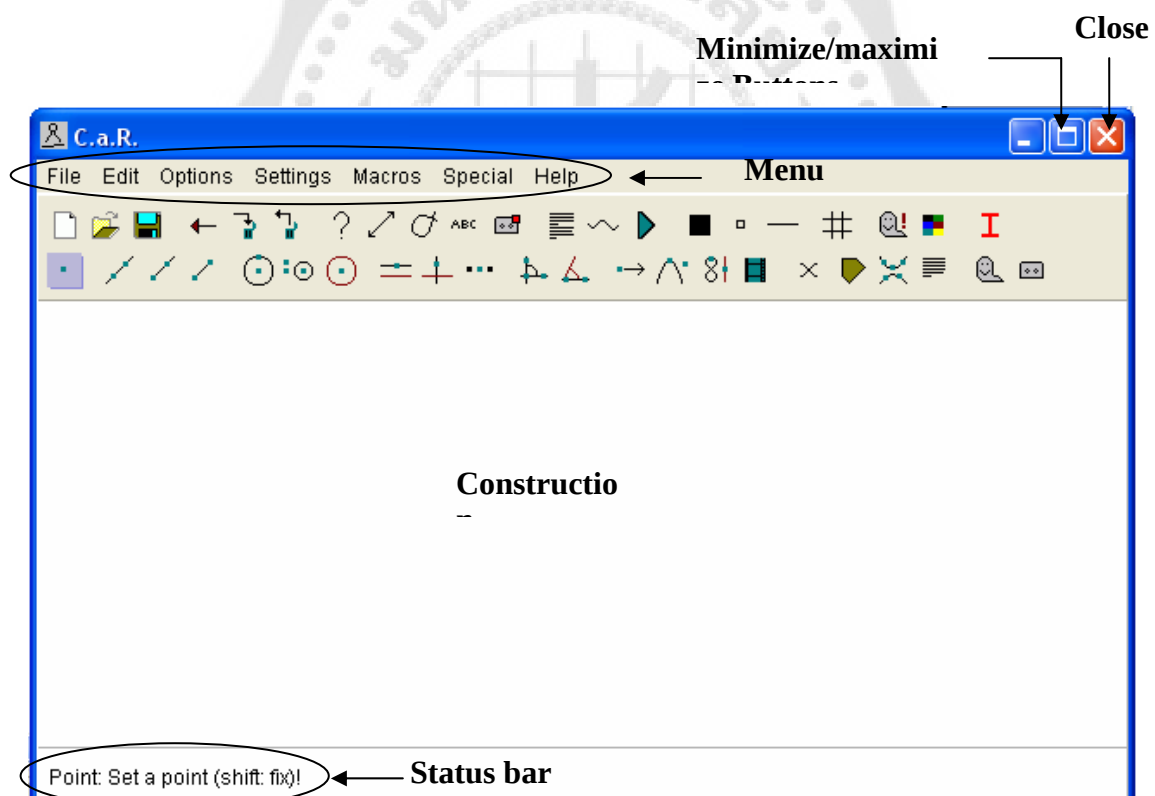
1. เปิดเครื่องคอมพิวเตอร์พีซีและโปรแกรม Microsoft Window xp หรือรุ่นใหม่กว่า จะปรากฏจอภาพเป็นวินโดวส์ ดังตัวอย่างหน้าจอตั้งรูป



2. ใส่แผ่น CD ที่มีซอฟต์แวร์ C.a.R.
3. ดับเบิลคลิกที่ My Computer
4. ดับเบิลคลิกที่หน่วยขับแผ่น CD
5. ดับเบิลคลิกที่ SetUP_CAR
6. ดับเบิลคลิกที่ 
7. คลิก **Next >** จนกระทั่งติดตั้งซอฟต์แวร์ C.a.R.
8. เริ่มใช้ซอฟต์แวร์ C.a.R. โดย

คลิกที่ Start > All Programs > C.a.R. >  Start(Java 1.3) จะปรากฏ

วิธีการใช้ซอฟต์แวร์ C.a.R.



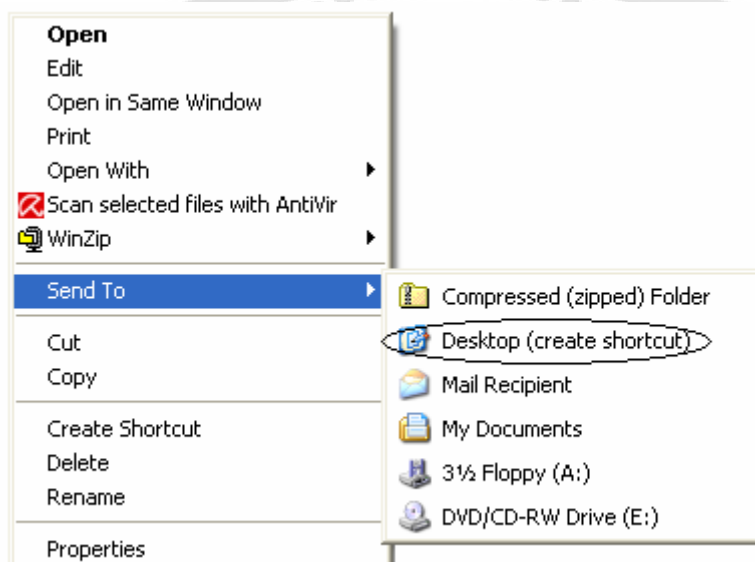
คำอธิบายเกี่ยวกับ Icon bar

เครื่องมือพื้นฐาน	
	จุดอิสระ สามารถเคลื่อนที่ได้
	เส้นตรงผ่านจุดสองจุด
	รังสีจากจุดหนึ่งผ่านอีกจุดหนึ่ง
	ส่วนของเส้นตรงระหว่างจุดสองจุด
	วงกลมโดยมีจุดๆ หนึ่งเป็นจุดศูนย์กลาง
	วงกลมรอบจุด ที่กำหนดรัศมีเท่ากับระยะห่างระหว่างจุดสองจุด โดยที่จุดศูนย์กลางจะกำหนดเป็นจุดสุดท้าย
	วงกลมรอบจุดๆ หนึ่ง โดยที่รัศมีคงที่ (ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงรูปได้เมื่อสร้างแล้ว)
	เส้นขนาน สร้างเส้นขนานให้ขนานกับเส้นตรงและผ่านจุดที่ต้องการ
	เส้นตั้งฉาก สร้างเส้นให้ตั้งฉากกับเส้นตรงและผ่านจุดที่ต้องการ
	จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด
	สร้างมุมโดยใช้จุด 3 จุด
	สร้างมุมให้มีขนาดคงที่
	ใช้สำหรับเคลื่อนจุด
	ใช้ซ่อนเส้น จุด หรือรูปที่สร้างขึ้น
	ใช้สำหรับหาระยะระหว่างจุด 2 จุด , ความยาวส่วนโค้ง , ขนาดของมุม
	ใช้สำหรับลบรูปที่ต้องการ โดยคลิกที่รูปนั้นๆ
	ยกเลิกการลบก่อนหน้า
	ใช้สำหรับกำหนดชื่อจุด
	ใช้สำหรับลบสิ่งที่สร้างขึ้นอันดับสุดท้าย
	แสดงสิ่งที่ซ่อนไว้

การเข้าสู่บทเรียน

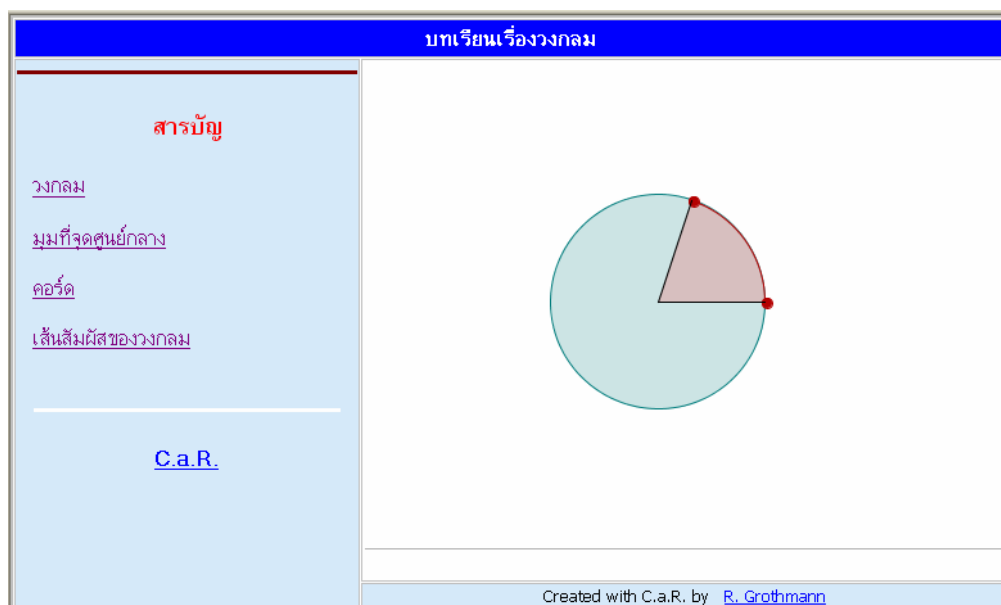
การเข้าสู่บทเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม มีขั้นตอนดังนี้

1. ใส่แผ่น CD ที่มีแฟ้มคำสั่งเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม
2. ดับเบิลคลิกที่ My Computer
3. ดับเบิลคลิกที่หน่วยขับแผ่น CD
4. คัดลอกโฟลเดอร์  Circle Properties ไว้ใน My Document
5. ดับเบิลคลิกที่  Circle Properties ใน My Document
6. คลิกขวาที่  Circle Properties จะปรากฏ

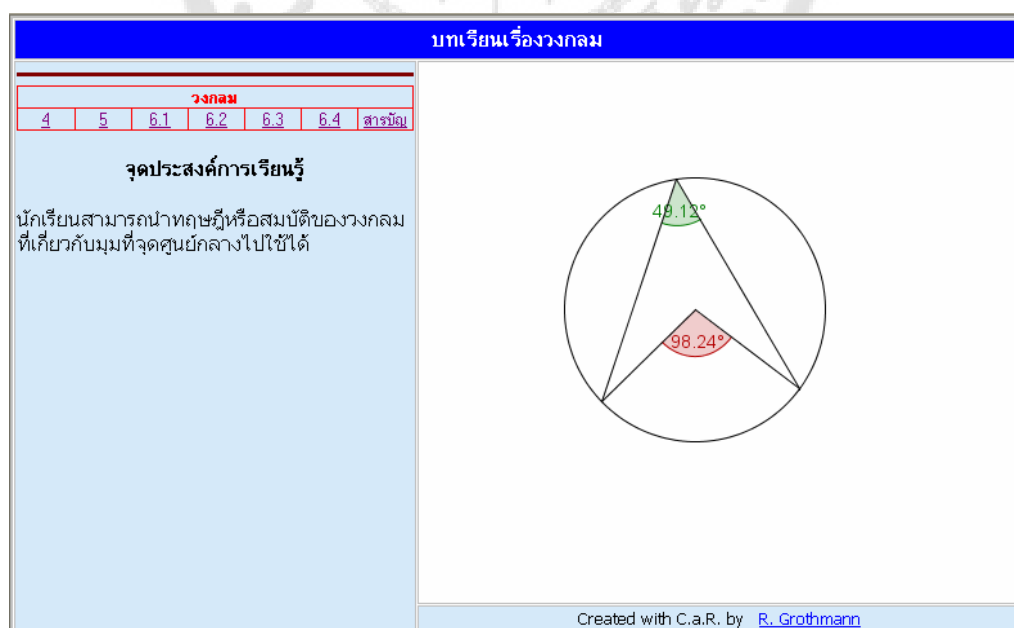


7. ที่ Send to เลือกที่ Desktop (create shortcut) จะปรากฏ shortcut to Circle Properties ที่ desktop

8. ดัชนีเบิลคลิกที่ Circle Properties จะปรากฏ



9. เลือกเรื่องที่ต้องการทำกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น เมื่อเลือกมุมที่จุดศูนย์กลาง จะได้



10. เลือกที่ 1 จะได้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนหน้า 4 ดังรูป

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สาขาอื่น

กิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

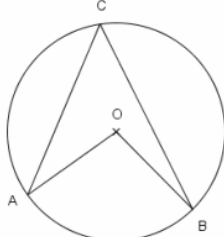
จุดประสงค์การเรียนรู้

นอกความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้จุดศูนย์กลาง O . $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O . $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด C ไปรอบ ๆ วงกลม



ขนาดมุม $\angle ACB = 49.44$

ขนาดมุม $\angle AOB = 98.88$

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by [B. Grothmann](#)



**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตและเรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบในแต่ละข้อ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว
4. ในแต่ละข้อคำถามจะมีคำตอบที่ถูกต้องเพียง 1 คำตอบเท่านั้น
5. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 70 นาที

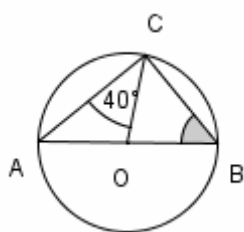


**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

สำหรับ ปริญญาโท เรื่อง กิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง สมบัติของวงกลม โดยใช้
ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย นางสาวสุภัทรา เกิดมงคล

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

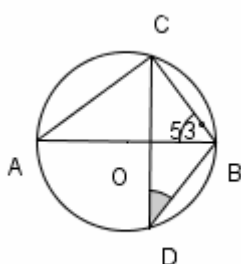
1.



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O
และ $\widehat{ACO} = 40^\circ$ จงหาขนาดของ $\widehat{OBC}$

- ก. 30° ข. 40°
ค. 50° ง. 60°

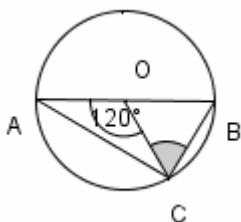
2.



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
และ $\widehat{ABC} = 53^\circ$ จงหาขนาดของ $\widehat{BDC}$

- ก. 23° ข. 37°
ค. 45° ง. 53°

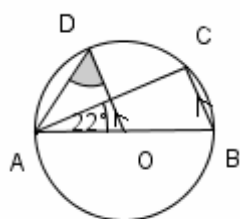
3.



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ
 $\widehat{AOC} = 120^\circ$ จงหาขนาดของ $\widehat{OCB}$

- ก. 30° ข. 40°
ค. 50° ง. 60°

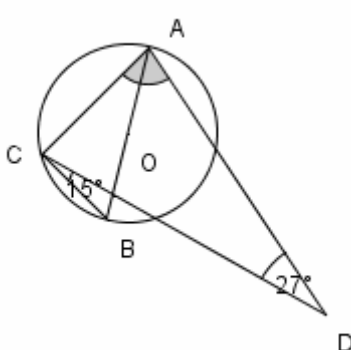
4.



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O
 $\hat{BAC} = 22^\circ$ และ $\overline{OD} \parallel \overline{BC}$ จงหาขนาดของ $\hat{ADO}$

- ก. 56° ข. 58°
 ค. 60° ง. 62°

5.

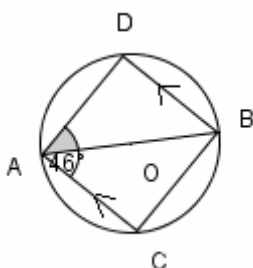


จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O
 $\hat{BCD} = 15^\circ$ และ $\hat{ADC} = 27^\circ$

จงหาขนาดของ $\hat{CAD}$

- ก. 78° ข. 88°
 ค. 98° ง. 108°

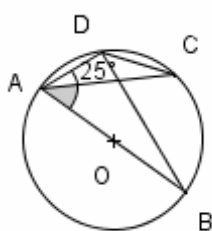
6.



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O
 $\hat{BAC} = 46^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{BAD}$

- ก. 40° ข. 42°
 ค. 44° ง. 46°

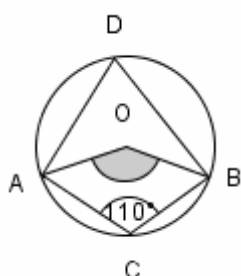
7.



จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O โดยที่ $\overline{AD} = \overline{CD}$
 , $\hat{CAD} = 25^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{CAB}$

- ก. 25° ข. 30°
 ค. 35° ง. 40°

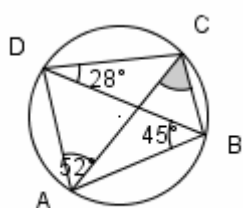
8.



จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $\hat{ACB} = 110^\circ$
จงหาขนาดของ $\hat{AOB}$

- ก. 135° ข. 140°
ค. 145° ง. 150°

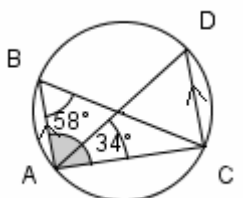
9.



กำหนดให้ $\square ABCD$ แขนงในวงกลม $\hat{ABD} = 45^\circ$, $\hat{CAD} = 52^\circ$
และ $\hat{BDC} = 28^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{ACB}$

- ก. 53° ข. 54°
ค. 55° ง. 56°

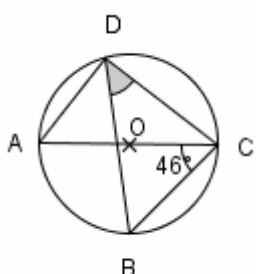
10.



จากรูป $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\hat{ABC} = 58^\circ$ และ $\hat{CAD} = 34^\circ$
จงหาขนาดของ $\hat{BAC}$

- ก. 82° ข. 92°
ค. 102° ง. 112°

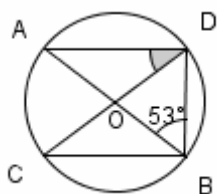
11.



จากรูป $\square ABCD$ แขนงในวงกลม O ,
 $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง และ $\hat{ACB} = 46^\circ$
จงหาขนาดของ $\hat{BDC}$

- ก. 22° ข. 33°
ค. 44° ง. 55°

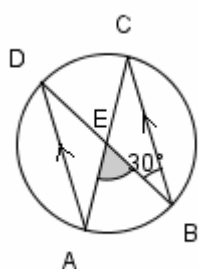
12.



จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ $\hat{A}BD = 53^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{A}DC$

ก. 17° ข. 27° ค. 37° ง. 47°

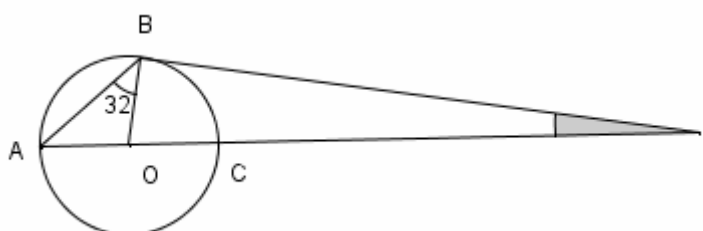
13.



จากรูป $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ และ $\hat{C}BD = 30^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{A}EB$

ก. 60° ข. 70° ค. 80° ง. 90°

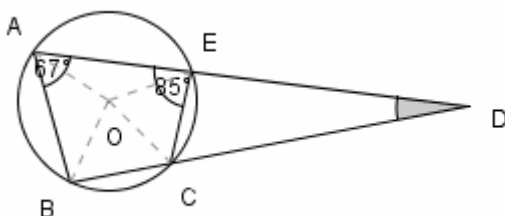
14.



จากรูป $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม O , $\overline{BP}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม, $OB \perp BP$ และ $\hat{A}BO = 32^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{B}PO$

ก. 23° ข. 24° ค. 25° ง. 26°

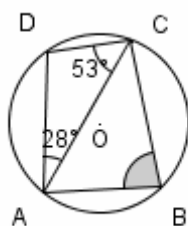
15.



จากรูป $\hat{B}AE = 67^\circ$ และ $\hat{A}EC = 85^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{A}DB$

ก. 17° ข. 18° ค. 19° ง. 20°

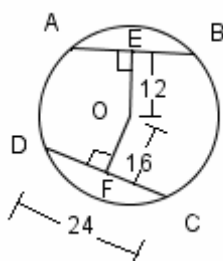
16.



จากรูป $\angle DAC = 28^\circ$ และ $\angle ACD = 53^\circ$ จงหาขนาดของ $\angle ABC$

- ก. 79° ข. 80°
 ค. 81° ง. 82°

17.

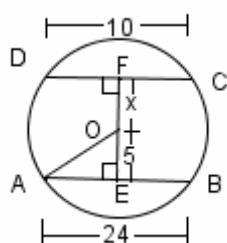


จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{DC} = 24$ เซนติเมตร

$\overline{OE} = 12$ เซนติเมตร , $\overline{OF} = 16$ เซนติเมตร จงหา $\overline{AB}$

- ก. 26 เซนติเมตร ข. 28 เซนติเมตร
 ค. 30 เซนติเมตร ง. 32 เซนติเมตร

18.

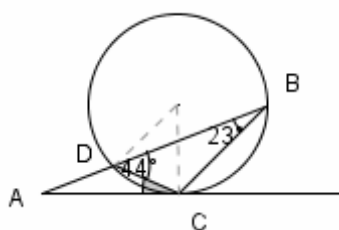


จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม , $\overline{AB} = 24$ เซนติเมตร

$\overline{CD} = 10$ เซนติเมตร , $\overline{OE} = 5$ เซนติเมตร จงหา $\overline{OF}$

- ก. 10 เซนติเมตร ข. 12 เซนติเมตร
 ค. 14 เซนติเมตร ง. 16 เซนติเมตร

19.

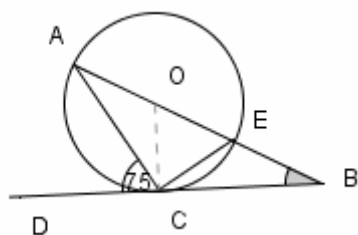


จากรูป $\overline{AC}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม , $\angle ABC = 23^\circ$ และ

$\angle BDC = 44^\circ$ จงหาขนาดของ $\angle ACD$

- ก. 20° ข. 21°
 ค. 22° ง. 23°

20.

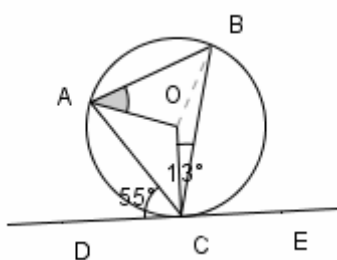


จากรูป $\overline{AE}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม O ,
 $\overline{BD}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O และ $\hat{ACD} = 75^\circ$

จงหาขนาดของ $\hat{ABC}$

- ก. 50° ข. 55°
 ค. 60° ง. 65°

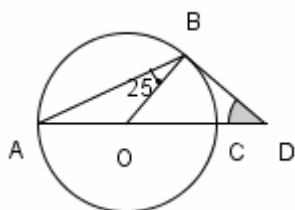
21.



จากรูป $\overline{DE}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด C และ $\hat{ACD} = 55^\circ$,
 $\hat{BCO} = 13^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{BAO}$

- ก. 41° ข. 42°
 ค. 43° ง. 44°

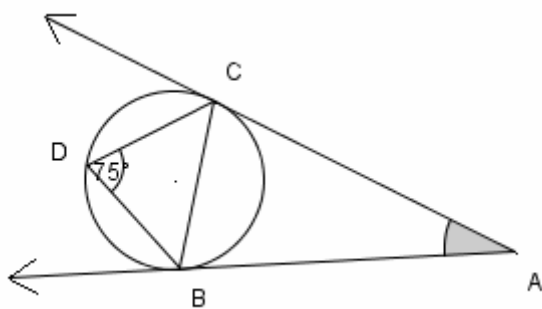
22.



จากรูป $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลม O และ $\hat{ABO} = 25^\circ$
 จงหาขนาดของ $\hat{ADB}$

- ก. 25° ข. 30°
 ค. 35° ง. 40°

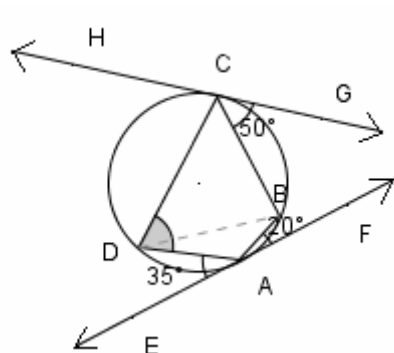
23.



จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ สัมผัสวงกลมที่จุด B และจุด C ตามลำดับ และ $\hat{BDC} = 75^\circ$
 จงหาขนาดของ $\hat{BAC}$

- ก. 30° ข. 35° ค. 40° ง. 45°

24.



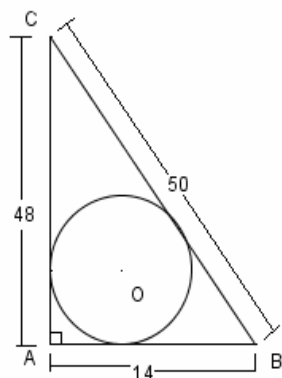
จากรูป $\overline{EF}$ และ $\overline{GH}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม
ที่จุด A และจุด C ตามลำดับ $\hat{BAF} = 20^\circ$

$\hat{DAE} = 35^\circ$ และ $\hat{BCG} = 50^\circ$

จงหาขนาดของ $\hat{ADC}$

- ก. 70° ข. 75°
ค. 80° ง. 85°

25.

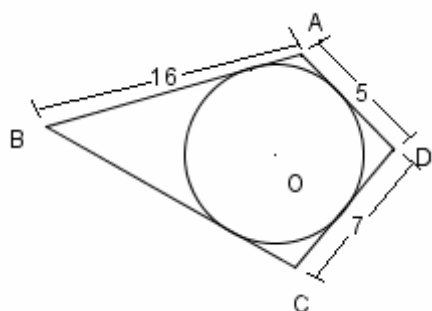


จากรูป วงกลม O แขนงในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC

มี $AB = 14$ หน่วย, $BC = 50$ หน่วย และ $CA = 48$ หน่วย จงหา
ความยาวของรัศมีของวงกลม

- ก. 4 หน่วย ข. 6 หน่วย
ค. 8 หน่วย ง. 10 หน่วย

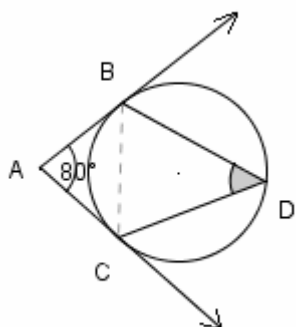
26.



จากรูป วงกลม O แขนงใน $\square ABCD$ $AB = 16$
เซนติเมตร, $CD = 7$ เซนติเมตร และ $AD = 5$
เซนติเมตร จงหาความยาวของ $\overline{BC}$

- ก. 15 เซนติเมตร ข. 16 เซนติเมตร
ค. 17 เซนติเมตร ง. 18 เซนติเมตร

27.



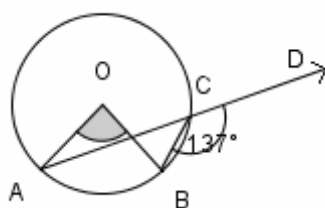
จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{AC}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด B และจุด C ตามลำดับ จงหาขนาดของ $\widehat{BDC}$

- ก. 30° ข. 40°
 ค. 50° ง. 60°

28. ถ้าต้องการสร้างรูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจะต้องแบ่งมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่าไร

- ก. 40° ข. 45° ค. 60° ง. 80°

29.

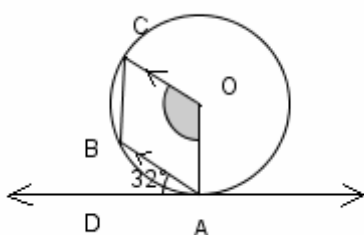


จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ถ้า $\widehat{BCD} = 137^\circ$ แล้ว $\widehat{AOB}$ มีขนาดกี่องศา

- ก. 86° ข. 87°
 ค. 88° ง. 89°

30.



จากรูป $\overline{DA}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A , $\widehat{DAB} = 32^\circ$

และ $\overline{AB} \parallel \overline{OC}$ แล้ว $\widehat{AOC}$ มีขนาดกี่องศา

- ก. 120° ข. 121°
 ค. 122° ง. 123°

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมบัติของวงกลม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตและเรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

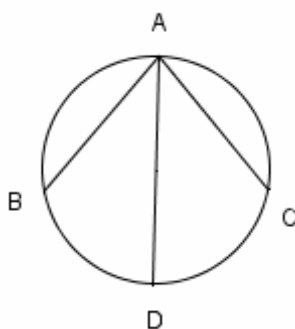
2. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

3. ให้นักเรียนวงเวียนและสันตรงในการแสดงวิธีทำในแบบทดสอบฉบับนี้ให้ถูกต้องครบถ้วน

4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 30 นาที



3. จากรูป $\widehat{BAC}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม D เป็นจุดกึ่งกลางของ $\widehat{BC}$ จงแสดงว่า AD แบ่งครึ่ง $\widehat{BAC}$



.....

.....

.....

.....

.....

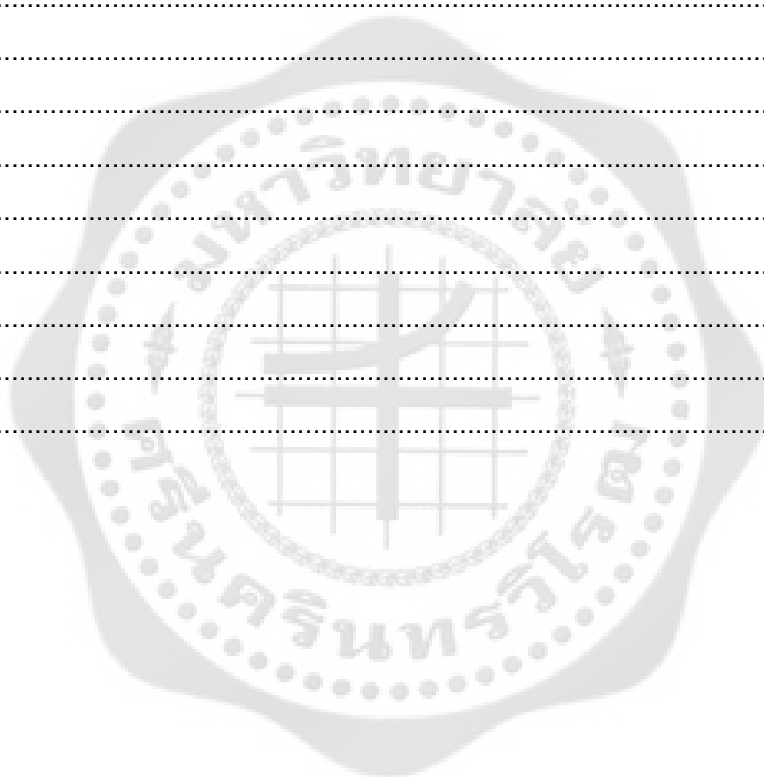
.....

.....

.....

.....

.....





ภาคผนวก ข
แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม
โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์ เรขาคณิตแบบพลวัต

คำชี้แจง

1. แบบวัดความพึงพอใจฉบับนี้เป็นแบบวัดความพึงพอใจต่อการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจำนวน 30 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 เป็นแบบวัดความพึงพอใจต่อการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลมโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ตอนที่ 2 เป็นแบบวัดความพึงพอใจต่อการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอน

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องทางขวามือหลังข้อความที่ตรงกับความรู้สึกที่แท้จริงของนักเรียนเพียงช่องเดียว คำตอบที่นักเรียนตอบนั้นไม่มีถูกหรือผิด เพราะแต่ละคนย่อมมีความรู้สึกแตกต่างกันไป

3. ในแต่ละช่องที่แสดงความพึงพอใจ มีความหมายดังนี้

พึงพอใจมากที่สุด	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมากที่สุด
พึงพอใจมาก	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมาก
พึงพอใจปานกลาง	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นปานกลาง
พึงพอใจน้อย	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อย
พึงพอใจน้อยที่สุด	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อยที่สุด

ตัวอย่าง

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	เนื้อหาเรื่องสมบัติของวงกลมให้ประโยชน์ทางด้านความคิด		✓			

ตอนที่ 1 แบบวัดความพึงพอใจต่อการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่หนักใจต่อการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต					
2	การเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น					
3	เนื้อหาจากกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเหมาะกับระดับความเข้าใจของข้าพเจ้า					
4	จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องสมบัติของวงกลมมากขึ้น					
5	เนื้อหาจากใบกิจกรรมมากไป ทำให้ข้าพเจ้าศึกษาไม่ทันกับเวลาที่กำหนดให้					
6	ข้าพเจ้าสามารถทราบผลลัพธ์จากการทำกิจกรรมได้ทันที					
7	การมีปฏิสัมพันธ์กับซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้า เข้าใจเนื้อหามากขึ้น					
8	การเรียนด้วยซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้					
9	จากการทำกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้าตั้งใจทำแบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมมากขึ้น					
10	เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม ใช้ได้สะดวกตามความต้องการของข้าพเจ้า					

ตอนที่ 2 แบบวัดความพึงพอใจต่อการร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
11	ข้าพเจ้าเข้าใจคำถามในใบกิจกรรมอย่างชัดเจน					
12	จากการปฏิบัติกิจกรรมเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น					
13	จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีกำลังใจ อยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น					
14	กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบด้วยตนเอง					
15	จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตทำให้ข้าพเจ้ามีความเข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น					
16	แบบฝึกหัดท้ายกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตช่วยฝึกทักษะการคิดคำนวณของข้าพเจ้า					
17	กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น					
18	กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง					
19	กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองเกี่ยวกับการเรียนมากขึ้น					
20	ข้าพเจ้ารู้สึกง่วงนอนทุกครั้งที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต					



รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ที่ได้รับความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้และความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต มีดังนี้

1. อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์

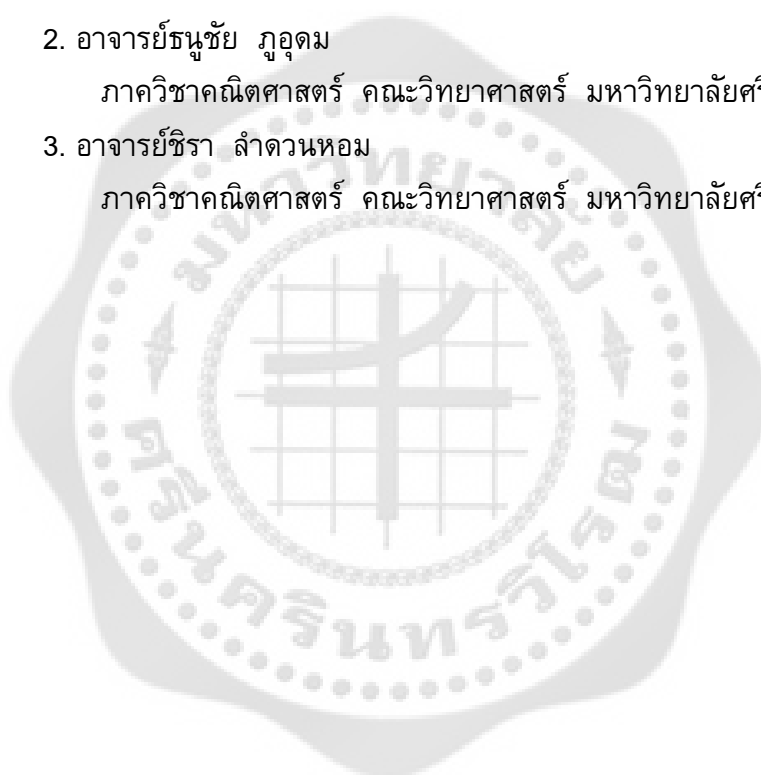
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ธนชัย ภูอุดม

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์ชिरา ลำดวนหอม

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ





เฉลยกิจกรรมที่ 1

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 1

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม			
1	2	3	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

รู้จักรัศมี, เส้นผ่านศูนย์กลาง และรู้ความสัมพันธ์ของรัศมีกับเส้นผ่านศูนย์กลาง

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และให้นักเรียนกำหนดจุด A บนวงกลม แล้วสร้างส่วนของเส้นตรง OA

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และให้นักเรียนเลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนเส้นรอบวงกลม สร้างส่วนของเส้นตรง AB

กิจกรรมที่ 1

ส่วนต่างๆ ของวงกลม

กิจกรรมย่อยที่ 1

Point: Set a point (shift: fix!)

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนกำหนดจุด A บนวงกลม จากนั้นสร้าง $\overline{OA}$
2. วัดขนาดความยาวของ $\overline{OA} = 3.5$ เซนติเมตร
3. เคลื่อนจุด A ให้อบบวงกลม สังเกตความยาวของ $\overline{OA}$ ทำให้นักเรียนพบว่าความยาวของ $\overline{OA}$ ไม่เปลี่ยนแปลง
4. กำหนดจุด B บนวงกลม O สร้าง $\overline{OB}$ วัดขนาดความยาวของ $\overline{OB} = 3.5$ เซนติเมตร
5. ความยาวของ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ ยาวเท่ากัน
6. $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ เรียกว่า รัศมีของวงกลม

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O เลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนเส้นรอบวงกลม สร้าง $\overline{AB}$ จากนั้นเลื่อนจุด A (หรือจุด B) ไปรอบวงกลมและวัดความยาว $\overline{AB}$

- | | | | |
|------------|-----------------|---|--|
| ครั้งที่ 1 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 2 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 3 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 4 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 5 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |
| ครั้งที่ 6 | $\overline{AB}$ | = | ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม |

2. $\overline{AB}$ โดยที่จุด A และจุด B อยู่บนเส้นรอบวงกลม เราเรียก $\overline{AB}$ ว่า คอร์ด

3. เลื่อนจุด A (หรือจุด B) โดยให้ $\overline{AB}$ ผ่านจุดศูนย์กลาง O จากนั้นวัดความยาวของ $\overline{AB}$ เท่ากับ 7 เซนติเมตร

4. ส่วนของเส้นตรงที่ได้จากข้อ 3 เรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลาง

5. เมื่อเปรียบเทียบความยาวของ $\overline{AB}$ ที่วัดได้ในข้อที่ 1 กับข้อที่ 3 จะพบว่า $\overline{AB}$ ที่ผ่านจุดศูนย์กลาง O มีความยาวมากที่สุดและเรียกว่า เส้นผ่านศูนย์กลาง

6. จากข้อที่ 5 นักเรียนจะสรุปเกี่ยวกับความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางกับความยาวของคอร์ดได้ว่าอย่างไร

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม คือ คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลม

7. ในวงกลมใดๆ จะมีส่วนของเส้นตรงในข้อที่ 4 ได้กี่เส้น นับไม่ถ้วน

เฉลยกิจกรรมที่ 2

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม			
1	2	3	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

รู้จักส่วนโค้งน้อย, ส่วนโค้งใหญ่ และครึ่งวงกลม

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และคอร์ด AB ที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง O แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน

กิจกรรมที่ 2

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

Diagram showing a circle with center O. A chord AB is drawn. Point C is on the circumference. The distance from A to C is labeled as 15.12, and the distance from A to B is labeled as 6.88.

Point: Set a point (shift: fix!)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O และสร้างคอร์ด AB โดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง O จะเห็นว่าคอร์ด AB แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน โดยวัดความยาวของส่วนโค้งในส่วนแรกจากจุด A ไปยังจุด B ยาวเท่ากับ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม ความยาวส่วนโค้งในส่วนที่สองจากจุด A ไปยังจุด B ยาวเท่ากับ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

ส่วนโค้ง AB ที่มีความยาวมากกว่าเรียกว่า ส่วนโค้งใหญ่ AB

ส่วนโค้ง AB ที่มีความยาวน้อยกว่าเรียกว่า ส่วนโค้งน้อย AB

- สร้าง $\overline{AB}$ ให้ผ่านจุดศูนย์กลาง O จะเห็นว่าคอร์ด AB แบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วน โดยวัดความยาวของส่วนโค้ง AB ส่วนแรกยาว 11 เซนติเมตร ความยาวส่วนโค้ง AB ส่วนที่สองยาว 11 เซนติเมตร

ส่วนโค้ง AB ทั้งสองส่วนนี้มีความยาว เท่ากัน

ส่วนโค้ง AB แต่ละส่วนเรียกว่า ครึ่งวงกลม

เฉลยกิจกรรมที่ 3

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\CIRCLE PROPERTIES > วงกลม > 3

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 3

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้

รู้จักเส้นสัมผัส

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลางที่ O และ $\overline{CD}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ตัดวงกลม O ที่จุด C และ จุด D ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ไปรอบวงกลมจนกระทั่งความยาวของ $\overline{CD}$ เป็นศูนย์

Move: Select a point (shift: more points, ctrl: show old state)!

Created with C.a.R. by R. Grotmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลางที่ O และส่วนของเส้นตรง $\overline{CD}$ ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ไปรอบวงกลมจนกระทั่งความยาวของส่วนของเส้นตรง $\overline{CD}$ เป็นศูนย์ หรือเลื่อนจุด C (หรือจุด D) ทับจุด D (หรือจุด C) เส้นตรงที่ได้นี้เรียกว่า เส้นสัมผัส และจุดที่จุด C และจุด D ทับกันสนิท เรียกว่า จุดสัมผัส
 2. ให้นักเรียนบอกนิยามของเส้นสัมผัส
- เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

เฉลยกิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 4

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 4

มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในครึ่งวงกลม

วงกลม					
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของมุมที่จุดศูนย์กลางกับมุมในส่วนโค้งของวงกลม และบอกขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม O , $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด C ไปรอบ ๆ วงกลม

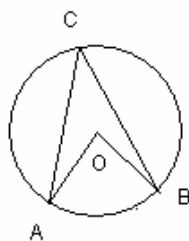
ขนาดมุม $ACB = 49.44$
ขนาดมุม $AOB = 98.88$

Point: Set a point (shift: fix)!

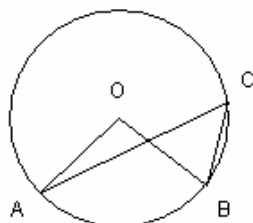
Created with C.a.R. by R. Grottmann

มุมที่จุดศูนย์กลาง

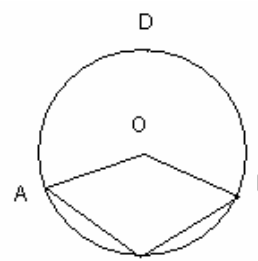
กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาวต่างกันดังรูปต่อไปนี้



รูป ก



รูป ข



รูป ค

จากรูป $\widehat{AOB}$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง และ $\widehat{ACB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

รูป ก และ รูป ข $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน

รูป ค มุมกลับ $\widehat{AOB}$ และ $\widehat{ACB}$ ต่างรองรับด้วย $\widehat{ADB}$ เดียวกัน

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- กำหนดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนกำหนดจุด A, B, C เป็นจุดใดๆ บนวงกลม สร้าง $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ ที่รองรับด้วย $\widehat{AB}$ วัดขนาดของมุมดังนี้

$\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้

- นักเรียนลากจุด B ให้เคลื่อนที่ไปยังจุดต่างๆ บนวงกลม ให้ได้ลักษณะตามรูปตัวอย่างข้างต้น และวัดมุมที่เกิดจากการเคลื่อนจุด B

ครั้งที่ 1 $\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้ในครั้งที่ 1

ครั้งที่ 2 $\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้ในครั้งที่ 2

ครั้งที่ 3 $\widehat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

$\widehat{AOB}$ = สองเท่าของ $\widehat{ACB}$ ที่นักเรียนอ่านได้ในครั้งที่ 3

- นักเรียนเปรียบเทียบขนาดของ $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ โดยขนาดของ $\widehat{AOB}$ เป็น 2 เท่าของขนาดของ $\widehat{ACB}$

- นักเรียนพบว่า $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{AOB}$ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

เฉลยกิจกรรมที่ 5

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 5

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 5

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

ขนาดมุมABC = 59.57
ขนาดมุมADC = 59.57

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ADC}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย $\widehat{AC}$ เดียวกัน ลาก $\overline{AO}$ และ $\overline{CO}$
2. วัดขนาดของมุมต่อไปนี้
 - 1) $\widehat{ABC}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม
 - 2) $\widehat{ADC}$ = ตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)
 - 3) $\widehat{AOC}$ = สองเท่าของตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)
3. ให้นักเรียนเลื่อนจุด B และจุด D ไปมารอบบริเวณส่วนโค้งใหญ่ $\widehat{AC}$ และวัดขนาดของมุมต่อไปนี้
 - 1) $\widehat{ABC}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม
 - 2) $\widehat{ADC}$ = ตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)
 - 3) $\widehat{AOC}$ = สองเท่าของตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\widehat{ABC}$ ในข้อ 1)

4. ให้นักเรียนเลื่อนจุด A และจุด C ไปมารอบบริเวณส่วนโค้งใหญ่ BD และวัดขนาดของมุมต่อไปนี้

1) $\hat{A}BC$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จากการทำกิจกรรม

2) $\hat{A}DC$ = ตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\hat{A}BC$ ในข้อ 1)

3) $\hat{A}OC$ = สองเท่าของตัวเลขที่นักเรียนอ่านค่าของ $\hat{A}BC$ ในข้อ 1)

5. ขนาดของ $\hat{A}BC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}OC$ อย่างไร

ขนาดของ $\hat{A}OC$ เป็นสองเท่าของ $\hat{A}BC$

6. ขนาดของ $\hat{A}DC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}OC$ อย่างไร

ขนาดของ $\hat{A}OC$ เป็นสองเท่าของ $\hat{A}DC$

7. ขนาดของ $\hat{A}BC$ เกี่ยวข้องกับขนาดของ $\hat{A}DC$ อย่างไร

ขนาดของ $\hat{A}BC$ เท่ากับขนาดของ $\hat{A}DC$

8. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันเป็นอย่างไร

มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

9. นักเรียนคาดการณ์ว่า

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

เฉลยกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.1

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

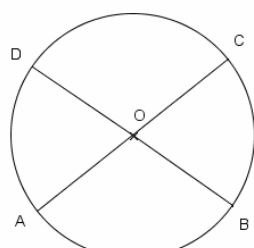
บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O



ขนาดมุม AOB = 106.67
ขนาดมุม COD = 106.67
ความยาวกึ่ง AB = 6.52
ความยาวกึ่ง CD = 6.52

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O
- ให้นักเรียนกำหนดขนาด $\angle AOB$ และ $\angle COD$ ให้เท่ากัน ดังนี้

$$\angle AOB = \text{ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง}$$

$$\angle COD = \text{ขนาดของ } \angle AOB$$

ดังนั้น $\widehat{AB}$ รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง และส่วนโค้งที่รองรับ $\angle AOB$ มีความยาวเท่ากับ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$\widehat{CD}$ รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาด เท่ากับตัวเลขที่นักเรียนอ่านได้จริงของ $\widehat{AB}$ และส่วนโค้งที่รองรับ $\angle COD$ มีความยาวเท่ากับ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริงของ $\angle COD$

3. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางกับส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นอย่างไร

มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

4. นักเรียนคาดการณ์ว่า

ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

วงกลม

4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ
---	---	-----	-----	-----	-----	--------

จุดประสงค์การเรียนรู้

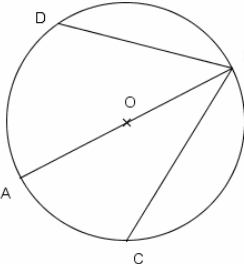
บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O คอร์ด AB, CB, DB ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) จนกระทั่ง $\angle ABC$ เท่ากับ $\angle ABD$



ขนาดมุม $\angle ABD = 41.9$
ขนาดมุม $\angle ABC = 31.14$
ความยาวโค้ง AD = 5.12
ความยาวโค้ง AC = 3.8

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grotmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O คอร์ด AB, CB, DB ให้นักเรียนเลื่อนจุด C (หรือจุด D) จนกระทั่ง $\angle ABC = \angle ABD$ จากนั้นอ่านค่าของมุมทั้งสองดังนี้ $\angle ABC =$ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง และ $\angle ABD =$ ขนาดของ $\angle ABC$
- อ่านค่าความยาวส่วนโค้งของส่วนโค้งต่อไปนี้
ส่วนโค้งที่รองรับ $\angle ABC$ มีขนาดเท่ากับ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง
ส่วนโค้งที่รองรับ $\angle ABD$ มีขนาดเท่ากับ ขนาดของส่วนโค้งที่รองรับ $\angle ABC$
- นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมกับส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นเป็นอย่างไร
มุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

4. นักเรียนคาดการณว่า

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.3

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 3

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนกำหนดความยาว $\widehat{AB}$ และความยาว $\widehat{CD}$ มีขนาดเท่ากันโดยเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) ดังนี้

ความยาว $\widehat{AB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

ความยาว $\widehat{CD}$ = ความยาว $\widehat{AB}$

จากนั้นอ่านค่าของมุมดังนี้ $\angle AOB$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$\angle COD$ = ขนาดของ $\angle AOB$

3. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่างส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นอย่างไร

ถ้า $\widehat{AB}$ เท่ากับ $\widehat{CD}$ แล้ว $\angle AOB$ เท่ากับ $\angle COD$

4. นักเรียนคาดการณ์ว่า

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > มุมที่จุดศูนย์กลาง > 6.4

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม						
4	5	6.1	6.2	6.3	6.4	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันได้

#####

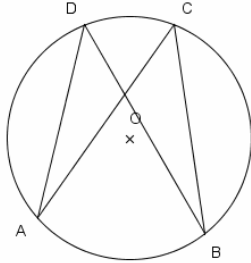
โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 4

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\widehat{ACB}$, $\widehat{ADB}$ รองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน ให้นักเรียนกำหนดจุด E บนวงกลมในส่วนโค้งใหญ่ $\widehat{AB}$ จากนั้นสร้าง $\overline{AE}$ และ $\overline{BE}$

กิจกรรมที่ 6

มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม



ขนาดมุม $\widehat{ADB} = 43.59$
ขนาดมุม $\widehat{ACB} = 43.59$

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 4

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\widehat{ACB}$, $\widehat{ADB}$ รองรับด้วย $\widehat{AB}$ เดียวกัน ให้นักเรียนกำหนดจุด E บนวงกลมในส่วนโค้งใหญ่ $\widehat{AB}$ จากนั้น สร้าง $\overline{AE}$ และ $\overline{BE}$
- วัดขนาดของมุมดังนี้

$$\widehat{ACB} = \text{ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$$

$$\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = \widehat{ACB}$$

3. เลื่อนจุด A (หรือจุด B) ไปรอบๆ วงกลม สังเกตขนาดของมุมทั้งสาม จากนั้นวัดขนาดของมุมทั้งสามอีกครั้งดังนี้

$\hat{ACB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$$\hat{ADB} = \hat{ACB}$$

$$\hat{AEB} = \hat{ADB} = \hat{ACB}$$

4. นักเรียนพบความสัมพันธ์ระหว่าง $\hat{ACB}$, $\hat{ADB}$ และ $\hat{AEB}$ อย่างไร
มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

5. นักเรียนคาดการณ์ว่า

ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 7

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 7.1

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) เพื่อให้ $AB = CD$

$$1) AO = 3.5 \text{ เซนติเมตร} \quad BO = 3.5 \text{ เซนติเมตร}$$

$$CO = 3.5 \text{ เซนติเมตร} \quad DO = 3.5 \text{ เซนติเมตร}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ หรือไม่ เท่ากันทุกประการ เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

2) ขนาด $\angle AOB =$ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$$\angle COD = \angle AOB$$

$$\therefore \angle AOB = \angle COD \text{ เพราะ } \therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$$

3) $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ หรือไม่ เท่ากัน เพราะ ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

4) $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CBD})$ หรือไม่ เท่ากัน เพราะ จากข้อ 3)

5) ผลที่ได้ในกิจกรรมนี้นักเรียนคิดว่า ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน หรือไม่
เท่ากัน

6) นักเรียนคาดการณ์ว่า

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 7

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 7.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 7

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดกับความยาวส่วนโค้งได้

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) เพื่อให้ความยาวของ $\overline{AB}$ เท่ากับความยาวของ $\overline{CD}$

Diagram showing a circle with center O. Chords AB and CD are drawn. Radii AO, BO, CO, and DO are also shown. The diagram illustrates the relationship between the length of a chord and the length of the arc it subtends.

ความยาวรัศมี $AB = 7.62$
ความยาวรัศมี $CD = 5.93$
ขนาดมุม $\angle AOB = 124.77$
ขนาดมุม $\angle COD = 97.11$

Segment: First point?

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O และ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม O ให้นักเรียนเลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) เพื่อให้ ความยาวส่วนโค้งของ AB เท่ากับความยาวส่วนโค้งของ CD

1) $AO = BO = CO = DO$ เพราะ $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{CO}$, $\overline{DO}$ เป็นรัศมีของวงกลม
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$ หรือไม่ เท่ากัน เพราะ มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน

2) ค่าของ $\angle AOB =$ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง $\angle COD = \angle AOB$
 $\therefore \angle AOB = \angle COD$ เพราะ $\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$

3) $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ หรือไม่ เท่ากัน เพราะ มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน ดังนั้น ส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางจะยาวเท่ากัน

4) $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CBD})$ หรือไม่ เท่ากัน. เพราะ จากข้อ 3)

5) ผลที่ได้ในกิจกรรมนี้นักเรียนคิดว่า ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากันหรือไม่

ใช่

6) นักเรียนคาดการณ์ว่า

ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 8

รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 8

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 8

รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม

กิจกรรมย่อยที่ 1

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลมได้

#####

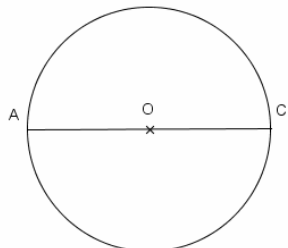
โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O สร้าง $\overline{BO}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ และให้ตัดวงกลมที่จุด B และจุด D

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนสร้างรูปหกเหลี่ยมแนบในวงกลม



Point: Set a point (shift: fix)

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O
2. ให้นักเรียนสร้าง $\overline{BO}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AC}$ และให้ตัดวงกลมที่จุด B และจุด D
3. ลาก $\overline{CB}$, $\overline{BA}$, $\overline{AD}$ และ $\overline{DC}$ จะได้รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลม O พิสูจน์

เนื่องจาก $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 90^\circ$ (จากการสร้าง)

จะได้ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BC}) = m(\widehat{CD}) = m(\widehat{DA})$ (ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $AB = BC = CD = DA$ (ในวงกลมวงเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน)

เนื่องจาก $\angle ABC, \angle BCD, \angle CDA$ และ $\angle DAB$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

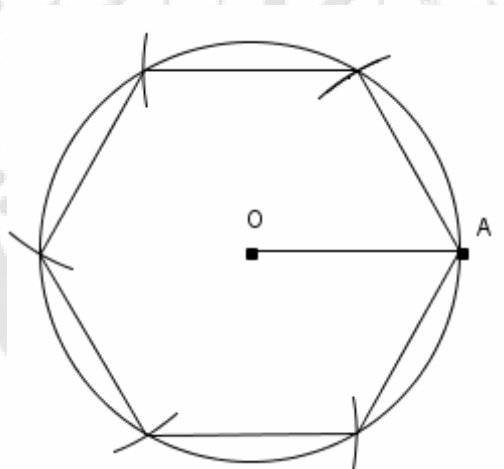
ดังนั้น $\hat{ABC} = \hat{BCD} = \hat{CDA} = \hat{DAB} = 90^\circ$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90°)

นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแนบในวงกลม O (มีด้านทั้งสี่ยาวเท่ากัน และมีมุมภายในแต่ละมุมเป็นมุมฉาก)

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O ให้นักเรียนสร้างรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม O

- วิธีสร้าง
- 1) สร้างวงกลมโดยให้ O เป็นจุดศูนย์กลาง
 - 2) ลากรัศมี OA
 - 3) แบ่งวงกลมออกเป็นหกส่วนตามเส้นรอบวงด้วยรัศมีของวงกลม
 - 4) ลากเส้นเชื่อมจุดทั้งหกจุดจะได้รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า



เฉลยกิจกรรมที่ 9

คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 9.1

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากที่กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด C ลาก $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$

2. พิจารณาการเท่ากันทุกประการของ $\triangle AOC$ และ $\triangle BOC$

$$AO = BO \quad \text{เพราะ เป็นรัศมีของวงกลม}$$

$\therefore \triangle AOB$ เป็นรูปสามเหลี่ยม หน้าจั่ว

ดังนั้น

$$\angle OAC = \angle OBC$$

(มุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

จั่ว)

$$\angle OCA = \angle OCB = 90^\circ$$

($\overline{OC} \perp$ กับ $\overline{AB}$)

$$AO = BO$$

(รัศมีของวงกลม)

ดังนั้น

$$\triangle OAC \cong \triangle OBC$$

(มีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน)

นั่นคือ

$$AC = CB$$

3. นักเรียนคาดการณ์ว่า

ถ้าส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด



เฉลยกิจกรรมที่ 9

คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 9.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 9

คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

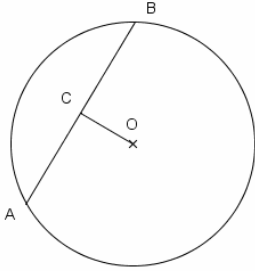
จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างส่วนของเส้นตรงที่แบ่งครึ่งคอร์ดกับคอร์ดได้

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\overline{OC}$ แบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด C แล้ว จงแสดงว่า $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ (สร้าง $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$)



Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากที่กำหนดให้ $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\overline{OC}$ แบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด C แล้วจงแสดงว่า $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$

ลาก $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$

พิจารณา $\triangle AOC$ และ $\triangle BOC$

$$1. \overline{AC} = \overline{CB}$$

($\overline{OC}$ แบ่งครึ่ง $\overline{AB}$)

$$2. \overline{OC} = \overline{OC}$$

(ด้านร่วม)

$$3. \overline{OA} = \overline{OB}$$

(รัศมีของวงกลมวงเดียวกัน)

ดังนั้น $\triangle AOC \cong \triangle BOC$ (มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)

$$\text{ดังนั้น} \quad \angle ACO = \angle BCO$$

$$\text{แต่เนื่องจาก} \quad \angle ACO + \angle BCO = 180^\circ$$

ดังนั้น $2(\hat{A}\hat{C}O) = 180^\circ$

$$\hat{A}\hat{C}O = 90^\circ$$

นั่นคือ $\overline{OC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$

2. นักเรียนคาดการณว่า

ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด



เฉลยกิจกรรมที่ 10

หาจุดศูนย์กลาง

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 10

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม													
7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ		

จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถหาจุดศูนย์กลางของวงกลมได้

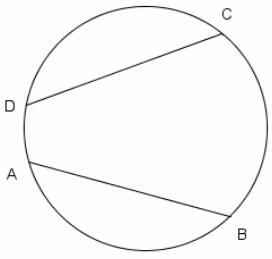
#####

โจทย์

กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ไม่ขนานกันของวงกลมหนึ่ง

กิจกรรมที่ 10

หาจุดศูนย์กลาง

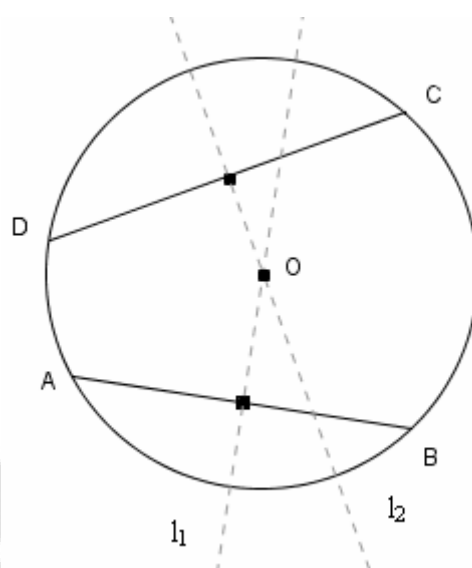


Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากที่กำหนดให้ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ไม่ขนานกันของวงกลมวงหนึ่ง
2. สร้างเส้นตรง l_1 ตั้งฉาก และแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$
3. สร้างเส้นตรง l_2 ตั้งฉาก และแบ่งครึ่ง $\overline{CD}$
4. ให้เส้นตรง l_1 และ l_2 ตัดกันที่จุด O จะได้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม



เฉลยกิจกรรมที่ 11

วงกลมผ่านจุดที่กำหนด

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 11

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม													
7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ		

จุดประสงค์การเรียนรู้

สามารถสร้างวงกลมผ่านจุดที่กำหนดได้

#####

โจทย์

ให้นักเรียนกำหนดจุด A แล้วสร้างวงกลมผ่านจุด A

กิจกรรมที่ 11

วงกลมผ่านจุดที่กำหนด

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ถ้าจุด A เป็นจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้ ดังรูป

• A

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A ได้จำนวนอย่างน้อยเพียงใดและจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นอยู่ที่ใด

มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดจุดหนึ่งที่กำหนดให้

2. ถ้าจุด A และจุด B เป็นจุดสองจุดที่กำหนดให้ ดังรูป

• A • B

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมที่ผ่านจุด A และจุด B ได้จำนวนมากน้อยเพียงใดและจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นอยู่ที่ใด

มีวงกลมจำนวนนับไม่ถ้วนที่ผ่านจุดสองจุดที่กำหนดให้ โดยวงกลมเหล่านั้นมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่มีจุดสองจุดนั้นเป็นจุดปลาย

3. ถ้าจุด A , จุด B และจุด C เป็นจุดสามจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป

• A • C

• B

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมที่ผ่านจุด A , จุด B และจุด C จำนวนกี่วง และจุดศูนย์กลางของวงกลมเหล่านั้นอยู่ที่ใด

มีวงกลมเพียงวงเดียวเท่านั้น ที่ผ่านจุดสามจุดซึ่งไม่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

4. ถ้าจุด A , จุด B และจุด C เป็นจุดสามจุดที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป

• A • B • C

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A , จุด B และจุด C ได้หรือไม่
ไม่ได้

5. จุด A , จุด B , จุด C และจุด D เป็นจุดสี่จุดที่ไม่มีสามจุดใดๆ อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป

• D • C

• A • B

นักเรียนคิดว่าสามารถสร้างวงกลมผ่านจุด A , จุด B , จุด C และจุด D ได้หรือไม่
ได้

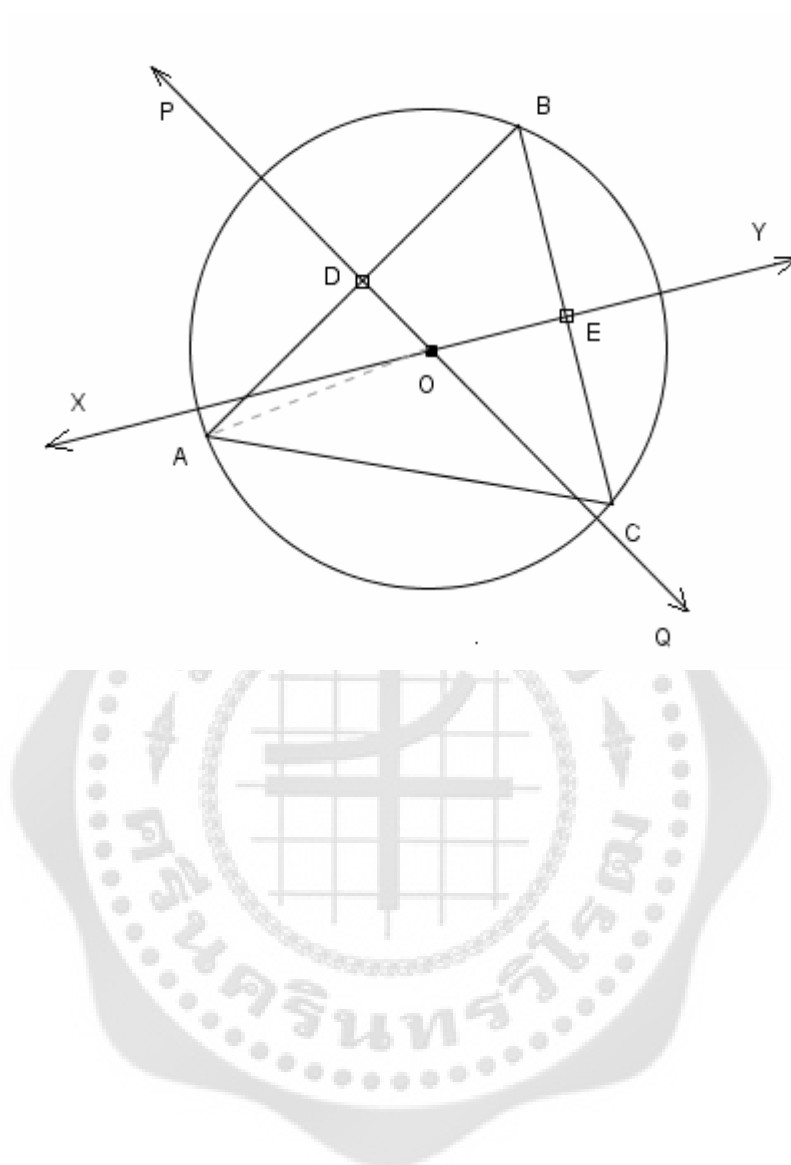
เฉลยกิจกรรมที่ 12

จุดศูนย์กลางวงล้อม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 12

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากที่กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ (จงสร้างวงกลมล้อม $\triangle ABC$)
 2. สร้าง $\overrightarrow{PQ}$ ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AB}$ ที่จุด D
 3. สร้าง $\overrightarrow{XY}$ ตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{BC}$ ที่จุด E
 4. ให้ $\overrightarrow{XY}$ และ $\overrightarrow{PQ}$ ตัดกันที่จุด O ลาก $\overline{AO}$
 5. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางรัศมี AO เขียนวงกลม จะได้วงกลมที่มีจุด A , จุด B และจุด C อยู่บนวงกลม
- นั่นคือ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อม $\triangle ABC$



เฉลยกิจกรรมที่ 13

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 13

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม													
7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ		

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้

#####

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และสี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O จงอ่านค่าของมุมดังนี้ $\widehat{DAB}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$

Move: Select a point (shift: more points, ctrl: show old state)!

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากที่กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O จงวัดขนาดของ

$\widehat{DAB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$\widehat{ABC}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$\widehat{BCD} = 180^\circ - \widehat{DAB}$

$\widehat{CDA} = 180^\circ - \widehat{ABC}$

2. เลื่อนจุด A (หรือจุด B หรือจุด C หรือจุด D) โดยยังคงรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O สังเกตขนาดของมุมทั้งสี่ จากนั้นวัดขนาดของมุมดังนี้

$\hat{DAB}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$\hat{ABC}$ = ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง

$\hat{BCD} = 180^\circ - \hat{DAB}$

$\hat{CDA} = 180^\circ - \hat{ABC}$

3. ผลจากการวัดขนาดของมุมทั้งสี่ ในข้อ 1 และข้อ 2 ทำให้ได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$\hat{DAB} + \hat{BCD} = 180$ องศา

$\hat{ABC} + \hat{CDA} = 180$ องศา

4. นักเรียนคาดการณ์

ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180 องศา



เฉลยกิจกรรมที่ 14

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 14.1

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

กิจกรรมที่ 14

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดสองเส้นที่ยาวเท่ากันกับระยะจากจุดศูนย์กลางของวงกลมได้

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 1

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ด $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด E , $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{CD}$ ที่จุด F และให้ $OE = OF$ สร้าง $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 1

1. จากที่กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E และ $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ที่จุด F ลาก $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

1) $AE = BE$ เพราะ (ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด)

2) $BE = \frac{AB}{2}$ และ $CF = \frac{CD}{2}$ หรือไม่ ใช่

3) $BE = CF$ หรือไม่ ใช่. เพราะเหตุใด จากข้อ 2)

4) $\triangle OEB \cong \triangle OFC$ หรือไม่ ใช่ เพราะเหตุใด มีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

5) $OE = OF$ หรือไม่ ใช่. เพราะเหตุใด จากข้อ 4) $\triangle OEB \cong \triangle OFC$

6) คอร์ด $\overline{AB}$ และคอร์ด $\overline{CD}$ อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน หรือไม่ ใช่

7) นักเรียนคาดการณืว่า

ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลม
เป็นระยะเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 14

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > คอร์ด > 14.2

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม													
7.1	7.2	8	9.1	9.2	10	11	12	13	14.1	14.2	สารบัญ		

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างระยะจากจุดศูนย์กลางของวงกลมกับคอร์ดสองเส้นที่ยาวเท่ากันได้

#####

โจทย์

กิจกรรมย่อยที่ 2

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O, $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ด, $\overline{OE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด E, $\overline{OF}$ ตั้งฉากกับ $\overline{CD}$ ที่จุด F และให้ $OE = OF$ สร้าง $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

กิจกรรมที่ 14

คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

Created with C.a.R. by R. Grothmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

กิจกรรมย่อยที่ 2

1. จากที่กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ด $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ที่จุด F และให้ $OE = OF$ ลาก $\overline{OB}$ และ $\overline{OC}$

1) $\triangle OBE \cong \triangle OCF$ หรือไม่ ใช่ เพราะเหตุใด มีความสัมพันธ์แบบ ฉาก-ด้าน-ด้าน

2) $BE = CF$ หรือไม่ ใช่ เพราะเหตุใด จากข้อ 1)

3) $2(BE) = 2(CF)$ หรือไม่ ใช่ เพราะเหตุใด จากข้อ 2)

4) $2(BE) = AB$ หรือไม่ ใช่ เพราะเหตุใด $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ดังนั้น $\overline{OE}$ แบ่ง

$\overline{AB}$ เป็น

สองส่วนที่เท่ากัน

5) $2(CF) = CD$ หรือไม่ ใช่ เพราะเหตุใด $\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ดังนั้น $\overline{OF}$ แบ่ง $\overline{CD}$ เป็น

สองส่วนที่เท่ากัน

6) $AB = CD$ หรือไม่ ใช่ เพราะเหตุใด จากข้อ 4) และข้อ 5)

7) นักเรียนคาดการณ่ว่า

ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้น จะยาวเท่ากัน



เฉลยกิจกรรมที่ 15

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 15

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม				
15	16	17	18	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับรัศมีของวงกลมได้

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้ มีจุดศูนย์กลาง O เลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนวงกลม จากนั้นสร้าง $\overline{OA}$ และ $\overline{AB}$

กิจกรรมที่ 15

เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- จากวงกลมที่กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เลือกจุด A และจุด B ให้อยู่บนวงกลม จากนั้นสร้าง $\overline{OA}$
- สร้าง $\overline{AB}$ วัดขนาดของ $\angle OAB$ ดังนี้

$$\angle OAB = \text{ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง}$$
- เลื่อนจุด B ให้เข้าใกล้จุด A จนกระทั่งจุด B ทับจุด A เส้นตรงที่ได้เป็นเส้นสัมผัส วัดขนาดของ $\angle OAB$ ดังนี้

$$\angle OAB = 90 \text{ องศา}$$
- นักเรียนคาดการณ์ว่า
 เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

เฉลยกิจกรรมที่ 16

สร้างเส้นสัมผัสสองเส้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 16

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียน เรื่องวงกลม

วงกลม				
15	16	17	18	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสของวงกลมสองเส้นที่ลากมาตัดกันได้

โจทย์

จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ เป็นรัศมีของวงกลม O จากนั้นให้นักเรียนสร้างเส้นสัมผัสที่จุด A และจุด B ให้จุด C เป็นจุดตัดของเส้นสัมผัส

กิจกรรมที่ 16

สร้างเส้นสัมผัสสองเส้น

Point: Set a point (shift: fix)

Created with C.a.R. by R. Grottmann

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

- จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O และ $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ เป็นรัศมีของวงกลม O
- สร้างเส้นสัมผัสที่จุด A และจุด B โดยเลือกปุ่มสร้างเส้นตรงที่ตั้งฉาก ให้จุด C เป็นจุดตัดของเส้นสัมผัสทั้งสองเส้นนี้
- วัดความยาวของส่วนของเส้นตรงดังนี้
 $AC =$ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง
 $BC = AC$
- เลื่อนจุด A หรือจุด B เคลื่อนที่ไปยังจุดอื่นๆ บนวงกลม วัดความยาวของส่วนของเส้นตรงดังนี้
 $AC =$ ตัวเลขตามที่นักเรียนอ่านได้จริง
 $BC = AC$

5. นักเรียนคาดการณ์ว่า

ส่วนของเส้นตรงที่ลากมาจากจุดๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากัน
และมีได้สองเส้น



เฉลยกิจกรรมที่ 17

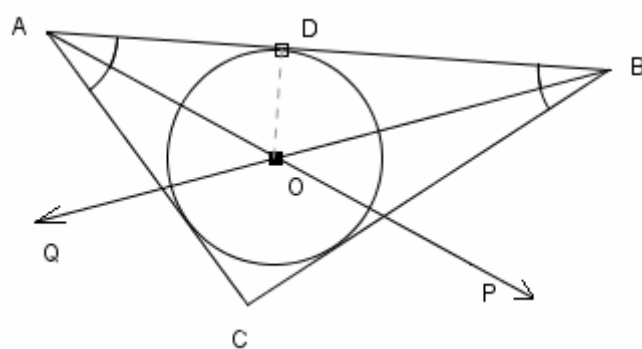
วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 17

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากที่กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใดๆ ต้องการสร้างวงกลมวงหนึ่งแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC
2. สร้าง $\overrightarrow{AP}$ แบ่งครึ่ง $\angle BAC$ และสร้าง $\overrightarrow{BQ}$ แบ่งครึ่ง $\angle ABC$
3. ให้ $\overrightarrow{AP}$ และ $\overrightarrow{BQ}$ ตัดกันที่จุด O
4. สร้าง $\overrightarrow{OD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{AB}$ ที่จุด D
5. ใช้จุด O เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากับ OD สร้างวงกลม จะได้วงกลม O ที่มีรัศมีเท่ากับ OD แนบในรูปสามเหลี่ยม ABC



เฉลยกิจกรรมที่ 18

เส้นสัมผัสและคอร์ด

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมคำตอบลงในช่องว่าง
เปิดไฟล์ D:\ CIRCLE PROPERTIES > เส้นสัมผัสของวงกลม > 18

SWU - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Back Forward Stop Home Search Favorites Print High Speed Print Preview Options Duplex View Print List

Canon Easy-WebPrint

บทเรียนเรื่องวงกลม

วงกลม				
15	16	17	18	สารบัญ

จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสกับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้นได้

#####

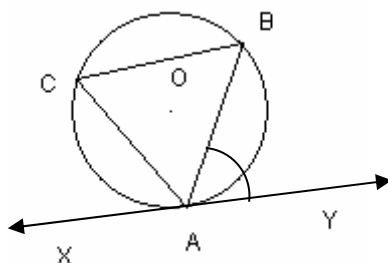
โจทย์

จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม, $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AB}$ เป็นคอร์ด, PQ สัมผัสวงกลมที่จุด A, $\angle ACB$ และ $\angle ADB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB

Point: Set a point (shift: fix)!

Created with C.a.R. by R. Grothmann

กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{XY}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดและ $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม จากรูป เรียก $\angle BAY$ ว่า มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสที่จุดสัมผัส A เรียก $\angle ACB$ ว่า มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB



ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. จากวงกลมที่กำหนดให้มีจุดศูนย์กลาง O , $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O , $\overline{AB}$ เป็นคอร์ด , $\overline{PQ}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A , $\hat{ACB}$ และ $\hat{ADB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ด AB

2. ตอบคำถามต่อไปนี้

1) $\hat{ABC} = 90$ องศา

2) $\hat{ACB} + \hat{CAB} = 90$ องศา

3) $\hat{CAB} + \hat{BAQ} = 90$ องศา

4) $\hat{ACB} + \hat{CAB} = \hat{CAB} + \hat{BAQ}$ หรือไม่ เท่ากันและเท่ากับ 90 องศา

5) $\hat{ACB} = \hat{BAQ}$ หรือไม่ เท่ากัน เพราะเหตุใด จากข้อ 4)

6) $\hat{ADB} = \hat{BAQ}$ หรือไม่ เท่ากัน เพราะเหตุใด $\hat{ACB} = \hat{ADB}$

3. นักเรียนคาดการณ์ว่า

มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น



ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล นางสาวสุภัทรา เกิดมงคล
 วันเดือนปีเกิด 27 พฤษภาคม 2524
 สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดชุมพร
 สถานที่อยู่ปัจจุบัน 31/84 หมู่ที่ 17 ตำบลบึงคำพร้อย อำเภอลำลูกกา จังหวัดปทุมธานี 12150
 ประวัติการศึกษา
 พ.ศ. 2539 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสอาดเผดิมวิทยา จังหวัดชุมพร
 พ.ศ. 2542 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนระยองวิทยาคม จังหวัดระยอง
 พ.ศ. 2546 วท.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 พ.ศ. 2550 กศ.ม. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

