

การศึกษาลักษณะทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดย  
วิธีสอนแบบปฏิบัติการ

ปริญญาโท

ของ

11 ก.ค. 2526

วรรณา เกลิมทรัพย์  
สำนักหอสมุดกลาง มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
สุขุมวิท 23 พระโขนง กรุงเทพฯ 11 โทร. 3921 674, 3915 618

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร  
เพื่อเป็นส่วนหนึ่ง ของการศึกษาค้นคว้า  
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต  
กุมภาพันธ์ 2526

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

152069

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญาโท  
ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต  
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

(กฤษณะ) ประธาน  
กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

(กฤษณะ) ประธาน  
กรรมการ  
กรรมการ

## ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือและการแนะนำอย่างดียิ่งจาก  
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ลาวัลย์ พลกล้า และผู้ช่วยศาสตราจารย์สุเทพ ทองอยู่  
ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์อรพินท์ เจียรพงษ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา  
ทางด้านสถิติที่ใช้ในการวิจัย ขอขอบคุณ อาจารย์สุชาดา เวชกุล และอาจารย์  
ผาณิต สามีญ ที่ได้กรุณาให้ความร่วมมือในการดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยขอกราบน้อมรำลึกถึงพระคุณของบิดามารดา ที่ได้อบรมเลี้ยงดูให้ความ  
อุปการะทั้งในค่าน้ำเลี้ยงใจและกำลังทรัพย์ สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยตลอดมา  
พระคุณนี้หาที่เปรียบมิได้

วรรณา เฉลิมพรพงศ์

## สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	2
ความสำคัญของการวิจัย	2
ขอบเขตของการวิจัย	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	3
สมมติฐานของการวิจัย	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
ลักษณะของการสอนแบบปฏิบัติการ	4
คุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการ	4
ข้อควรระวังในการสอนแบบปฏิบัติการ	5
สื่อการสอนที่ใช้ในการสอนแบบปฏิบัติการ	6
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบค้นพบ	9
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้สื่อต่าง ๆ ที่นักเรียนใช้ในการเรียน	9
3 วิธีดำเนินการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล	12
กลุ่มตัวอย่าง	12
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	12
วิธีดำเนินการทดลอง	14
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	15
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	18

บทที่	หน้า
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	21
ความมุ่งหมายของการวิจัย	21
สมมติฐานของการวิจัย	21
วิธีดำเนินการวิจัย	21
สรุปผลการวิจัย	22
อภิปรายผล	22
ข้อเสนอแนะ	23
บรรณานุกรม	25
ภาคผนวก	30

## บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 คະแนนเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม .....	18
2 ค่าสถิติ $F$ สำหรับความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและ กลุ่มควบคุม .....	19
3 ค่าสถิติ $t$ สำหรับคະแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม .....	19

### ภูมิหลัง

ในปัจจุบันมีนักการศึกษาจำนวนมากสนใจเรื่องการปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์มีโครงสร้างที่ซับซ้อนและเข้าใจยาก ดังนั้นวิธีสอนจึงมีความสำคัญอย่างยิ่งในที่จะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจ และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ นักการศึกษาบางคนมีความเชื่อว่าการเรียนรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งนั้น ถ้าจะให้รู้จริงต้องลงมือทำจริงปฏิบัติจริง ดังนั้นนักเรียนได้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยเป็นผู้เสาะหาข้อความจริงและสรุปกฎเกณฑ์ด้วยตนเองจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจ และมีโมติในเรื่อ่นั้น สามารถถ่ายโยงความรู้ไปใช้ในสถานการณ์อื่นและจดจำเรื่องราว นั้น ๆ ได้นาน วิธีสอนที่สอดคล้องกับแนวความคิดนี้คือวิธีสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งเป็นวิธีสอนที่ให้นักเรียนเรียนจากการกระทำตามความสามารถของนักเรียน และสอดคล้องกับแนวความคิดของนักจิตวิทยาในกลุ่มพฤติกรรมนิยม (Behaviorism) กับกลุ่มพุทธินิยม (Cognitivism)

นักจิตวิทยาในกลุ่มพฤติกรรมนิยม เช่น ธอร์นไดค์ (Thorndike) สกินเนอร์ (Skinner) พาฟลอฟ (Pavlov) มีแนวคิดว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อมีสิ่งเร้า มาให้อินทรีย์กระทำตอบสนองออกมา ในรูปการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม วิธีสอนแบบปฏิบัติการ สอดคล้องกับแนวความคิดนี้ เนื่องจากวิธีสอนแบบปฏิบัติการ เป็นวิธีสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยมีสิ่งเร้าคือบทเรียนและนักเรียนก็ตอบสนองโดยการทาบทเรียนนั้นแล้วคุณเฉลย ถ้าทำถูก ก็เป็นการเสริมแรงให้นักเรียนมีกำลังใจในการเรียนรู้ต่อไป

นักจิตวิทยาในกลุ่มพุทธินิยม เช่น บรูเนอร์ (Bruner) เลวิน (Lewin) มีแนวความคิดว่า การเรียนรู้จะเกิดขึ้นได้หรือจะแก้ปัญหาได้ก็โดยที่จะต้องมีการพัฒนาการในเรื่องการหยั่งเห็น (insight) วิธีสอนแบบปฏิบัติการ สอดคล้องกับแนวความคิดนี้ เพราะว่า

วิธีสอนแบบปฏิบัติการ เป็นวิธีสอนที่ทำให้เกิดการเรียนรู้ โดยการฝึกให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์ด้วยตนเองซึ่งต้องอาศัยการหยั่งเห็น วิธีสอนแบบปฏิบัติการสอดคล้องกับความคิดของบรูเนอร์ที่เกี่ยวกับการสอนคือต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการต่าง ๆ ที่จะก่อให้เกิดการเรียนรู้ ให้คิดอย่างมีเหตุผล เป็นการสอนที่เน้นกระบวนการเรียนรู้มากกว่าการเรียนรู้เนื้อหา

วิธีสอนแบบปฏิบัติการอาจจะแก้ปัญหาบางประการเกี่ยวกับการเรียนการสอนบางอย่างได้เช่น นักเรียนมีความสามารถแตกต่างกัน นักเรียนไม่ตั้งใจเรียน นักเรียนเล่นกันในชั้นเรียน เพราะวิธีสอนแบบปฏิบัติการนักเรียนทุกคนต้องทำกิจกรรม ต้องคิดตอบปัญหา ทำให้นักเรียนไม่มีเวลาว่างที่จะเล่นกัน

วิธีสอนแบบปฏิบัติการจึงน่าจะเป็นวิธีสอนที่ดีวิธีหนึ่ง ทั้งนี้ผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ

### ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ โดยการเปรียบเทียบกับวิธีสอนปกติ

### ความสำคัญของการวิจัย

1. เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
2. เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนที่นักเรียนสามารถศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

### ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยนี้ทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีประเสริฐศิลป์ จังหวัดตราด ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2525 และเนื้อหาที่ใช่ทดลอง คือเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ ตามรายวิชา ค 022 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายของกระทรวงศึกษาธิการ

### นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแบบปฏิบัติการ หมายถึง การสอนที่ให้ให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยครูคอยให้ความช่วยเหลือแนะนำ เมื่อจบบทเรียนครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปมโนคติ
2. บทเรียน หมายถึง บทเรียนที่ให้ให้นักเรียนศึกษาค้นคว้าซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อเป็นสื่อการสอนของการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์
3. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนสตรีประเสริฐศิลป์ จังหวัดตราด ที่เรียน ค 022 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2525
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หมายถึง คะแนนที่ได้จากการที่ให้นักเรียนทำแบบทดสอบเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

### สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ กับวิธีสอนปกติแตกต่างกัน

## เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### ลักษณะของการสอนแบบปฏิบัติการ

ลาวัลย์ พลกล้า ได้กล่าวถึงวิธีการสอนแบบปฏิบัติการดังนี้ การสอนคณิตศาสตร์แบบวิธีปฏิบัติการ เป็นการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนจากการปฏิบัติจริง เป็นการเรียนจากประสบการณ์ตรง นักเรียนได้ทดลองทำปฏิบัติ เสาะหาข้อมูล จัดระเบียบข้อมูล พิจารณาหาข้อสรุปค้นคว้าหาวิธีการกระบวนกรด้วยตนเอง การสอนแบบปฏิบัติการมีลักษณะสำคัญดังนี้

1. ใช้วัสดุอุปกรณ์ซึ่งอาจเป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม นามธรรม
2. มีการจัดข้อมูล การจัดทำ การคิดค้น การคำนวณ หรือกิจกรรม ภายภาพ เช่น การสร้าง การวัด เป็นต้น
3. นักเรียนเป็นผู้กระทำกร นักเรียนต้องมีความรับผิดชอบต่อตนเอง ต่อกลุ่ม มีวินัยในการควบคุมตนเอง
4. ส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน
5. ให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถของตนเอง สรุป และค้นพบด้วยตนเอง

### คุณค่าของการสอนแบบปฏิบัติการ

1. ช่วยให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ เกิดจินตนาการและความคิดสร้างสรรค์ในการหากระบวนกรและวิธีการต่าง ๆ
2. นักเรียนจะสามารถถ่ายโยงคณิตศาสตร์เข้ากับโลกภายนอกห้องเรียน

3. การเรียนจากการปฏิบัติจริงนักเรียนจะเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ทำให้เกิดความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้
4. บรรยากาศในชั้นเรียนจะเป็นแบบนักเรียนเป็นศูนย์กลาง นักเรียนจะต้องแสดงความคิดเห็นและรับผิดชอบต่องานของตนและของกลุ่ม
5. การเรียนแบบปฏิบัติการทำให้นักเรียนอยู่ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียด ทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
6. เปิดโอกาสในการนำปัญหาต่าง ๆ มาให้นักเรียนคิด โดยอาศัยวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ เป็นเครื่องช่วยในการวิเคราะห์โจทย์นั้นให้เป็นรูปธรรมหรือกิจกรรมให้เกิดภาพพจน์ เข้าใจปัญหาโจทย์
7. ช่วยเร้าให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการแก้ปัญหา
8. เสริมสร้างทักษะในการคิดคำนวณ

#### ข้อควรระวังในการสอนแบบปฏิบัติการ

1. ต้องให้นักเรียนเข้าใจถึงบทบาทของนักเรียนในการเรียนแบบนี้ว่าต้องทำตามข้อปฏิบัติ การตอบ และการสรุปต้องอาศัยการคิดอย่างมีเหตุผล
2. ต้องมีการเตรียมบทเรียนอย่างดี ให้ความยากง่ายเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ระวังอย่าให้นักเรียนเกิดความผิดหวัง คั่นตระหนกต่อความล้มเหลวของตนเอง ครูต้องให้เวลานักเรียนเพื่อปรับตัวให้คุ้นเคยกับวิธีการเรียนแบบปฏิบัติการ
3. การสอนแบบปฏิบัติการ เป็นการสอนเน้นที่กระบวนการเรียนรู้มากกว่าการรู้เนื้อหาหรือคำตอบซึ่งต่างกับการเรียนแบบดั้งเดิมที่มุ่งเนื้อหาและคำตอบ ถึงแม้ว่ากระบวนการเรียนรู้เป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งแต่เนื้อหาของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ก็ยังคงมีความสำคัญที่จะต้องคำนึงด้วย ดังนั้นการสอนแบบปฏิบัติการควรใช้สลับกับการสอนแบบอื่น ๆ ด้วย
4. การทำงานแบบรายบุคคลและแบบกลุ่มย่อย ต้องมุ่งให้นักเรียนรู้จักการระดมความคิดและการหาเหตุผลเพื่อให้เกิดความเข้าใจเนื้อหา

## สื่อการสอนที่ใช้ในการสอนแบบปฏิบัติการ

การสอนแบบปฏิบัติการต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอนเป็นหลัก สื่อการสอนที่ใช้นั้นมีหลายรูปแบบ ดังต่อไปนี้

1. บทเรียนปฏิบัติการ (Laboratory Lesson) บทเรียนแบบนี้เป็นการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่ทำให้นักเรียนได้เรียนจากการที่ได้ทำจริง ๆ เป็นการเรียนตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ นักเรียนต้องทำตามข้อปฏิบัติ เป็นการปฏิบัติเพื่อหาข้อมูล บันทึกข้อมูล แล้วสรุปสู่ตรรกะเกณฑ์ต่าง ๆ จากข้อมูลเหล่านั้น บทเรียนปฏิบัติการนี้อาจจะใช้สอนนักเรียนแบบรายบุคคลหรือกลุ่มย่อยก็ได้ และจะใช้สอนในชั่วโมงเรียนหรือนอกชั่วโมงก็ได้

2. บทเรียนกิจกรรม (activity lesson) บทเรียนกิจกรรมนี้เป็นบทเรียนที่บอกให้นักเรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ จะทำเป็นกลุ่มย่อยหรือรายบุคคลก็ได้ ในบทเรียนกิจกรรมจะบอกหัวข้อเรื่อง ระดับชั้น อุปกรณ์ กิจกรรมหรือข้อปฏิบัติต่าง ๆ ที่นักเรียนจะต้องทำ นักเรียนจะต้องพิจารณาหาข้อสรุปหรือคำตอบ บทเรียนกิจกรรมต่างกับบทเรียนปฏิบัติการตรงที่ว่า บทเรียนปฏิบัติการนั้นนักเรียนจะต้องหาข้อสรุปโดยพิจารณาจากข้อมูลต่าง ๆ ที่ตนเองหามา นักเรียนต้องคิดหาวิธีหรือข้อสรุปด้วยความคิดของตนเอง ส่วนบทเรียนกิจกรรมนั้นจะให้ข้อมูลบางอย่างเพื่อช่วยในการหาข้อสรุป ถ้าจะพิจารณาในเชิงวิธีการเรียนรู้ก็จะกล่าวได้ว่า บทเรียนปฏิบัติการใช้วิธีเรียนแบบค้นพบ (discovery) ส่วนบทเรียนกิจกรรมนั้น นักเรียนใช้วิธีเรียนแบบค้นพบโดยมีการแนะ (guided discovery) ในบทเรียนกิจกรรมจะมีข้อความเสนอแนะแนวความคิดและสิ่งที่จะนำมาใช้ประกอบในการคิดเพื่อให้นักเรียนหาข้อสรุปได้

3. บทเรียนโปรแกรม (programmed text) บทเรียนแบบนี้เป็นการสอนแบบหนึ่งที่ทำให้นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเอง บทเรียนโปรแกรมเกิดจากแนวคิดของนักจิตวิทยากลุ่มสิ่งเร้าและการตอบสนองต่อสิ่งเร้าทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม การสอนนี้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ครูต้องเสนอสิ่งเร้าและให้นักเรียนตอบสนอง การเสนอ

สิ่งเร้าและให้นักเรียนตอบสนอง การเสนอสิ่งเร้าที่ค่อย ๆ เสนอให้ทีละเล็กละน้อย  
 ดังนั้นในบทเรียนโปรแกรม เนื้อหาจะถูกแบ่งเป็นเนื้อหาย่อย ๆ เป็นตอน ๆ และจัดเรียง  
 ไปตามลำดับ แต่ละตอนนี้เรียกว่ากรอบ ภายในกรอบจะมีข้อความที่ให้เนื้อหามีคำถามซึ่ง  
 เป็นการเสนอสิ่งเร้าและให้นักเรียนตอบคำถามเป็นการสนองตอบต่อสิ่งเร้า คำถามนี้จะ  
 เกี่ยวข้องกับเนื้อหาหรือข้อความในกรอบนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบคำถามแล้วนักเรียนก็จะ  
 ตรวจสอบคำตอบที่ทันทีโดยดูจากเฉลยที่อาจจะอยู่ด้านหลังของกรอบถัดไปหรือในหน้าถัดไป  
 การที่นักเรียนรู้ว่าคำตอบของตนเองถูกหรือผิดในทันทีที่ตอบเสร็จนับว่านักเรียนได้รับการ  
 เสริมแรงแบบทันทีทันใด ถ้านักเรียนตอบถูกก็จะเกิดกำลังใจในการเรียนต่อ ถ้าตอบผิด  
 ก็จะได้อ่านกลับมาอ่านข้อความสั้น ๆ ในกรอบนั้นอีกครั้งจะทำให้เกิดความเข้าใจโดยไม่  
 เสียเวลามากนัก การศึกษาจากบทเรียนโปรแกรม นักเรียนได้มีโอกาสฝึกวิธีเรียนด้วย  
 ตนเอง และสามารถเรียนได้เร็วหรือช้าตามความสามารถของตนเองโดยไม่ต้องพะวงกับ  
 ผู้อื่น บทเรียนโปรแกรมมีอยู่ 3 ประเภทคือ

3.1 บทเรียนโปรแกรมแบบเชิงเส้น

3.2 บทเรียนโปรแกรมแบบสาขา

3.3 บทเรียนโปรแกรมแบบผสม

4. บัตรงาน เป็นสื่อการเรียนการสอนที่ใช้ฝึกนักเรียนให้เกิดทักษะในการคิด  
 คำนวณ เป็นการนำความรู้ สูตร ทฤษฎีต่าง ๆ ไปใช้หลังจากที่นักเรียนได้เรียนเนื้อหา  
 นั้น ๆ แล้ว ในบัตรงานจะระบุ

4.1 เนื้อหา สูตร ข้อความจริงที่จะนำไปใช้

4.2 ตัวอย่าง

4.3 โจทย์ ที่จะให้นักเรียนทำ

4.4 ให้นักเรียนคิดสร้างโจทย์เองแล้วหาคำตอบ

5. บัตรปัญหา เป็นสื่อการเรียนการสอนซึ่งใช้ฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา โจทย์ปัญหา  
 มีลักษณะต่าง ๆ กัน เช่น ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรที่นักเรียนเรียนแต่เป็น

โจทย์ที่ยากและซับซ้อนกว่าที่มีอยู่ในตำราที่นักเรียนใช้

6. เกม เกมจัดเป็นสื่อการเรียนอีกประเภทหนึ่งซึ่งใช้เราให้นักเรียน  
เกิดความสนุก สนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ลาวัลย์ พลกล้า 2523 : 2 -  
11)

การสอนแบบปฏิบัติการในที่นี้เป็นการสอนที่ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองโดยยึดหลัก  
ให้นักเรียนได้ปฏิบัติจริงและนักเรียนได้มีโอกาสคิดมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ให้นักเรียน  
หาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง โดยให้ศึกษาจากบทเรียนประเภทต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เช่น  
บทเรียนปฏิบัติการ บทเรียนโปรแกรม บทเรียนกิจกรรม เป็นต้น ซึ่งจะเป็นบทเรียน  
ประเภทใดนั้นก็ขึ้นอยู่กับเนื้อหาแต่ละหัวเรื่อง เช่น เรื่องที่มีความสำคัญต้องใช้เป็น  
พื้นฐานในการเรียนต่อไปหรือเนื้อหาประเภทที่สามารถหาข้อสรุปจากการสังเกตหรืออาศัย  
วิธีอุปมาอุปไมยจะใช้บทเรียนปฏิบัติการ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นนามธรรมก็อาจจะใช้บทเรียน  
โปรแกรมหรือบทเรียนกิจกรรม นอกจากนั้นบัตรงานเป็นสื่อการสอนที่ใช้เกือบทุกคาบของ  
การเรียน เพื่อฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการหาข้อสรุปที่ได้จากบทเรียนปฏิบัติการหรือ  
บทเรียนกิจกรรมมาใช้ ส่วนบัตรปัญหานั้นเป็นสื่อการสอนที่เตรียมไว้สำหรับปัญหาที่ยากและ  
ซับซ้อนกว่าที่มีอยู่ในตำราที่นักเรียนใช้ และเตรียมไว้สำหรับให้นักเรียนที่เรียนบทเรียน  
เสร็จแล้วก่อนเวลาที่กำหนดได้ฝึกคิด เพื่อไม่ให้เสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์ การสอน  
แบบปฏิบัติการกับการสอนแบบค้นพบนี้เกิดจากแนวคิดที่เหมือนกันอย่างหนึ่งคือ ต้องการให้  
นักเรียนค้นพบข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง และถ้าพิจารณาในเชิงวิธีการเรียนรู้ก็  
จะกล่าวได้ว่า การเรียนรู้จากบทเรียนปฏิบัติการนั้นเป็นการเรียนแบบค้นพบ และ  
การเรียนจากบทเรียนกิจกรรมนั้นเป็นการเรียนแบบค้นพบโดยมีการแนะ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ คืองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอน  
แบบค้นพบ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้สื่อต่าง ๆ ที่นักเรียนใช้ในการเรียน

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบคนพบ

มยุ วัฒนไพบูลย์ (มยุ วัฒนไพบูลย์ 2523 : 39) ได้ทำการศึกษาเจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานและความคล้ายด้วยวิธีสอนสองแบบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดสุโขทัย ผลปรากฏว่าเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบคนพบและแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มยุรี ศรีทอง (มยุรี ศรีทอง 2523 : 37) ได้ศึกษาแนวโน้มของผลการสอน เรื่อง เส้นตรงโดยวิธีสอนสองแบบสำหรับนักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูสงขลา ผลปรากฏว่าแนวโน้มของผลการสอนแบบคนพบและบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้สื่อต่าง ๆ ที่นักเรียนใช้ในการเรียน

อีสเตอร์เคย์ (Easterday, 1963 : 303 - 307) ได้ทำการทดลองสอนพีชคณิตโดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติแก่นักเรียนเกรด 9 ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมดีกว่า

เฟลคฮูเซน แรมฮาร์เตอร์ และเบิร์ท (Sehramm, 1964 : 43 citing Feldhusen ; Ramharter ; and Birt 1962 : 8 - 10) ได้ทดลองสอนทักษะพื้นฐานทางเลขคณิตแก่นักเรียนเกรด 7 โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่าไม่แตกต่างกันระหว่างการสอนสองแบบ

เบค (Beck, 1971 : 6270 -A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบการสอนพีชคณิตระดับชั้นปริญญาตรีปีที่สองด้วยวิธีสอน 3 วิธีคือ วิธีบรรยาย วิธีสอนรวมหลายวิธี และวิธีใช้บทเรียนสำเร็จรูป ผลปรากฏว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้วิธีบรรยายและวิธีสอนรวมหลายวิธีมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากบทเรียนสำเร็จรูป

คอนรอย (Conroy. 1972 : 5102 -A) ได้ทดลองสอนวิชาพีชคณิตในระดับวิทยาลัย โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปเปรียบเทียบกับวิธีสอนโดยใช้ครูเป็นผู้สอน ผลปรากฏว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน

วรรณา เจียมทะวงษ์ (วรรณา เจียมทะวงษ์ 2514 : 40) ได้ทำการทดลองสอนเลขคณิตเรื่องเศษส่วนแก่นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมเปรียบเทียบกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน

ปรีปิติ นิยมแจ่ม (ปรีปิติ นิยมแจ่ม 2518 : 43) ได้ทดลองสอนเรื่องตรรกศาสตร์สัญลักษณ์เบื้องต้นในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมเปรียบเทียบกับการสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน

วิทยา ศิริเสรีวรรณ (วิทยา ศิริเสรีวรรณ 2518 : 32) ได้ทดลองเปรียบเทียบการสอนโดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ เรื่องความน่าจะเป็นในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการทดลองปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมและที่เรียนจากการสอนปกติไม่แตกต่างกัน

เอื้อน ปิ่นเงิน (เอื้อน ปิ่นเงิน 2518 : 29) ได้ทดลองสอนเรื่องลิมิตและความต่อเนื่องแก่นักศึกษาในระดับชั้น ป.ศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบปกติ

มานพ ชัยดิเรก (มานพ ชัยดิเรก 2519 : 31) ได้ทดลองสอนเรื่องเซตและความสัมพันธ์แกนนิตปีที่ 3 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมกับการสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตกลุ่มที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่เรียนจากการสอนแบบปกติ

เทอดศักดิ์ จันทรอรุณ (เทอดศักดิ์ จันทรอรุณ 2519 : 35) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนฝึกหัดครู

ระดับชั้น ป.ศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยการสอนทั้ง 2 แบบไม่แตกต่างกัน

เวช มงคล (เวช มงคล 2521 : 42) ได้ทดลองสอนเรื่องการหาปริมาตรของรูปทรงเรขาคณิตแก่นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้บทเรียนโมดูลกับการสอนปกติ ผลปรากฏว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนโมดูล และนักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

อรุณ สมชัย (อรุณ สมชัย 2522 : 51) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนด้วยบทเรียนที่ใช้สื่อประกอบการสอนแบบปกติ ผลปรากฏว่านักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนที่ใช้สื่อประสมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนปกติ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

จารุวรรณ แสงทอง (จารุวรรณ แสงทอง 2523 : 33) ได้ทดลองสอนเรื่องคู่อันดับและกราฟแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้แบบเรียนโปรแกรมและสื่อสำเร็จรูปแบบผสม ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากแบบเรียนโปรแกรมและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนจากสื่อสำเร็จรูปแบบผสม แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01

## วิธีดำเนินการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสตรีประเสริฐศิลป์ จังหวัดตราด ที่เรียน ค 022 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 25 25 จัดแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยการสุ่ม กลุ่มทดลองมีจำนวนนักเรียน 30 คนและกลุ่มควบคุมมีจำนวนนักเรียน 36 คน

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. บทเรียนสำหรับกลุ่มทดลองเป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นโดยยึดหลักการสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ตามหลักสูตร ค 022 ของชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาดังนี้

1.1.1 ระบบพิกัดฉาก

1.1.2 โพรเจกชัน

1.1.3 ระยะระหว่างจุด 2 จุด

1.1.4 จุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

1.2 สร้างบทเรียนประเภทต่าง ๆ เช่น บทเรียนปฏิบัติการ บทเรียนกิจกรรม บทเรียนโปรแกรม เป็นต้น โดยสร้างให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายและเนื้อหาที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีกำหนดไว้ โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1. เลือกหัวข้อเรื่อง
2. เขียนจุดประสงค์ของการเรียนรู้
3. สร้างบทเรียนแบบต่าง ๆ
4. กำหนดข้อปฏิบัติ

เมื่อสร้างบทเรียนเสร็จแล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบและปรับปรุงแก้ไข ต่อจากนั้นนำบทเรียนที่ได้แก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างและไม่เคยเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์มาก่อน การทดลองแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำบทเรียนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 5 คน เพื่อปรับปรุงการใช้ภาษา ลำดับของกิจกรรม ความเหมาะสมของเนื้อหา และระยะเวลาที่ใช้ในการเรียน

ขั้นที่ 2 นำบทเรียนที่แก้ไขแล้วจากขั้นที่ 1 ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มใหม่จำนวน 5 คน เพื่อปรับปรุงบทเรียนเช่นเดียวกับขั้นที่ 1

นำบทเรียนที่ได้จากการทดลองขั้นที่ 2 ให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบและแก้ไข บทเรียนที่ได้จะเป็นบทเรียนที่จะนำไปทดลองจริงกับกลุ่มทดลอง

2. แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน สร้างขึ้นโดยการสำรวจพื้นฐานความรู้ที่นักเรียนต้องทราบก่อนที่จะเรียนบทเรียน เมื่อสร้างเสร็จแล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบและแก้ไข

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีขั้นตอนดังนี้

3.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์แบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 45 ข้อ ให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของหลักสูตร และนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิทางคณิตศาสตร์ตรวจสอบเพื่อปรับปรุงแก้ไข

3.2 นำแบบทดสอบไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนพิษณุโลกศึกษา จังหวัดพิษณุโลก จำนวน 72 คน และโรงเรียนอินทร์บุรี จังหวัดสิงห์บุรี จำนวน 62 คน นักเรียนทั้ง 134 คนนี้เรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์มาแล้ว

3.3 วิเคราะห์ข้อสอบ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างข้างต้นมาวิเคราะห์ โดยตรวจให้คะแนนดังนี้ ข้อที่ตอบถูกต้อง 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน

3.3.1 วิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อโดยใช้หลักการตัดกลุ่ม 27 เปอร์เซนต์ เป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ เปิดตารางสำเร็จรูปของ จุง เคห์ ฟาน (Fan, 1952 : 6 - 32) โดยเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป เป็นข้อสอบที่ดี คัดเลือกข้อสอบได้ 30 ข้อ

3.3.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบที่มี 30 ข้อ โดยใช้สูตร KR - 20 ของ กูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) ได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .90 และหาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด ได้ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.2637

### วิธีดำเนินการทดลอง

1. ทดสอบความรู้พื้นฐานของกลุ่มทดลอง โดยใช้แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน ผู้วิจัยอธิบายและเสริมความรู้พื้นฐานของนักเรียนให้มีความรู้พอสำหรับการเรียนเนื้อหาใหม่ อาจารย์ประจำวิชาทดสอบความรู้พื้นฐานของกลุ่มควบคุมโดยการซักถามและอธิบายเพิ่มเติม

2. ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนที่

ผู้วิจัยสร้างขึ้น ในแต่ละคาบผู้วิจัยแจกบทเรียนให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองเป็นเวลา ประมาณ 30 นาที แล้วแจกเฉลยให้นักเรียนตรวจสอบเป็นเวลา 5 นาที หลังจากนั้น เป็นการอภิปรายผลและทำใบ้ทรงงาน

อาจารย์ประจำวิชาสอนกลุ่มควบคุมโดยวิธีสอนปกติ ทั้ง 2 กลุ่มเรียนเนื้อหาเดียวกัน และใช้เวลาเรียนกลุ่มละ 9 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3. ทดสอบทั้ง 2 กลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลา 45 นาที

4. การให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีวิธีดังนี้ ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน

5. เปรียบเทียบคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม โดยใช้ t-test

### สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าเฉลี่ยของคะแนน คำนวณจากสูตร

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ  $\bar{x}$  แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum x$  แทน ผลรวมของคะแนน

$n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

2. หาค่าความแปรปรวนของคะแนน คำนวณจากสูตร

$$s^2 = \frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}$$

- เมื่อ  $s^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนน  
 $\sum x$  แทน ผลรวมของคะแนน  
 $\sum x^2$  แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง  
 $n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่ม

3. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คำนวณ

จากสูตร KR-20

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[ \frac{s_x^2 - \sum pq}{s_x^2} \right]$$

- เมื่อ  $r_{tt}$  แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
 $n$  แทน จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบ  
 $p$  แทน อัตราส่วนของคนที่ตอบถูกในแต่ละข้อของแบบทดสอบ  
 $q$  แทน อัตราส่วนของคนที่ตอบผิดในแต่ละข้อของแบบทดสอบ  
 $s_x^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

4. หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด คำนวณจากสูตร

$$s_e = s_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

- เมื่อ  $s_e$  แทน ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด  
 $s_x$  แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน  
 $r_{tt}$  แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

5. ทดสอบความแตกต่างระหว่างความแปรปรวน คำนวณจากสูตร

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

เมื่อ  $F$  แทน ค่าสถิติในการแจกแจงแบบเอฟ

$s_1^2, s_2^2$  แทน ความแปรปรวนจากกลุ่มตัวอย่างทั้งสองโดย

$$s_1^2 > s_2^2$$

6. การทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม โดยใช้ t-test คำนวณจากสูตร

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ  $t$  แทน ค่าสถิติในการแจกแจงแบบ ที

$\bar{x}_1, \bar{x}_2$  แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

$s_1^2, s_2^2$  แทน ความแปรปรวนของคะแนนกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

$n_1, n_2$  แทน จำนวนกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

$\mu_1, \mu_2$  แทน คะแนนเฉลี่ยของประชากรของกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม  
 ภายแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์จำนวน  
 30 ข้อ ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. หาค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากการทดสอบ  
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏดังตาราง 1

ตาราง 1 คะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	$s^2$
กลุ่มทดลอง	30	12.27	14.13
กลุ่มควบคุม	36	13.64	11.38

2. เปรียบเทียบความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากการทดสอบ  
 วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าสถิติ F สำหรับความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	s <sup>2</sup>	F
กลุ่มทดลอง	30	14.13	1.2417
กลุ่มควบคุม	36	11.38	

$$F_{.025; (29, 35)} = 1.798$$

$$F_{.975; (29, 35)} = .546$$

จากตาราง 2 จะเห็นว่า  $.546 < 1.2417 < 1.798$  แสดงว่าความแปรปรวนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

3. เปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าสถิติ t สำหรับคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	s <sup>2</sup>	t
กลุ่มทดลอง	30	12.27	14.13	-1.7759
กลุ่มควบคุม	36	13.64	11.38	

$$t_{.025; 64} = 1.9987$$

จากตาราง 3 จะเห็นว่า  $|-1.7759| < 1.9987$  แสดงว่า คะแนนเฉลี่ย  
ที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน  
ที่ระดับนัยสำคัญ .05

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และขอเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องความรู้พื้นฐาน เรขาคณิตวิเคราะห์
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐาน เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียนที่เรียน โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ โดยการเปรียบเทียบกับวิธีสอนปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐาน เรขาคณิตวิเคราะห์ ของนักเรียน ที่เรียน โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ กับวิธีสอนปกติแตกต่างกัน

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 โรงเรียนสตรีประเสริฐศิลป์ จังหวัดตราด ที่เรียน ค 022 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2525 จำนวน 66 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งเรียนโดยวิธีสอนแบบ ปฏิบัติการ 30 คน และกลุ่มควบคุมซึ่งเรียนโดยวิธีสอนปกติ 36 คน
2. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
  - 2.1 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน จำนวน 15 ข้อ
  - 2.2 บทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องความรู้พื้นฐาน เรขาคณิตวิเคราะห์ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้สอนกลุ่มทดลอง

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐาน เรขาคณิตวิเคราะห์ เป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ .90

### 3. วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยใช้บทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ และใช้เวลาในการสอน 9 คาบ ๆ ละ 50 นาที

3.2 อาจารย์ประจำวิชา ค 022 เป็นผู้สอนกลุ่มควบคุมโดยวิธีสอนปกติ และใช้เวลาในการสอน 9 คาบ ๆ ละ 50 นาที

### สรุปผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ กับวิธีสอนปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

### อภิปรายผล

1. ผลการวิจัยปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มค่อนข้างต่ำ อาจเนื่องมาจาก นักเรียนที่เรียน ค 022 เป็นนักเรียนที่มีความสนใจวิชาคณิตศาสตร์น้อยและมีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ค่อนข้างต่ำ

2. ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ และนักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 อาจารย์ประจำวิชาที่สอนกลุ่มควบคุมมีพื้นฐานความรู้ดีและมีประสบการณ์ในการสอน

2.2 บทเรียนประเภทต่าง ๆ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นบทเรียนที่สามารถ

ใช้แทนการสอนปกติที่สอน โดยผู้ที่มีประสิทธิภาพในการสอน

3. จากการสังเกตผลการวิจัย จะเห็นได้ว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มควบคุมสูงกว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนของกลุ่มทดลอง แต่ก็ไม่สูงกว่าจนทดสอบได้ ทั้งนี้ อาจเนื่องมาจาก นักเรียนในกลุ่มทดลองมีพื้นฐานในการอ่านไม่คล่องที่จะเรียนบทเรียน ได้ดี และยังไม่คุ้นกับวิธีการเรียนด้วยตนเอง จึงทำให้ค่าเฉลี่ยออกมาต่ำ

4. จากการสังเกตในการทำการวิจัย พบว่า นักเรียนที่เคยได้คะแนน ปานกลางสนใจเรียนบทเรียนและทำคะแนนได้ดีกว่านักเรียนที่เคยเรียนเก่ง อาจจะสามารถสรุปได้ว่า วิธีสอนแบบปฏิบัติการโดยใช้สื่อการสอนตามรูปแบบบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เหมาะสำหรับนักเรียนที่เรียนปานกลาง

#### ข้อเสนอแนะ

##### 1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียน โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ กับวิธีสอนปกติไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่า ควรใช้วิธีสอนแบบปฏิบัติการสลับกับวิธีสอนปกติ เพื่อที่จะให้อาจารย์ประจำวิชามีเวลาสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนมากขึ้น และยังช่วยพัฒนาความสามารถในด้าน การอ่าน และการใช้ภาษาของนักเรียนอีกด้วย

1.2 ควรจะสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ เพื่อสอน เนื้อหาอื่น ๆ และใช้สลับกับการสอนแบบปกติ

1.3 การสอนโดยใช้บทเรียนปฏิบัติการ ควรเตรียมสื่อการสอนให้พร้อม และพอเพียง

## 2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรทำการวิจัยเรื่องนี้กับนักเรียนที่ ค 011 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีความสนใจวิชาคณิตศาสตร์มากพอสมควร

2.2 ควรทำการวิจัยเกี่ยวกับวิธีสอนแบบปฏิบัติการในระดับชั้นอื่น ๆ และในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ต่างจากเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์

บรรณานุกรม

## บรรณานุกรม

- จารุวรรณ แสงทอง การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องค่าตัวและกราฟ โดยใช้แบบเรียนโปรแกรม และ  
สื่อสำเร็จรูปแบบผสม ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ประสานมิตร 2523, 141 หน้า อีศสำเนา
- ชม ภูมิภาค จิตวิทยาการเรียนการสอน ไทยวัฒนาพานิช 2516, 238 หน้า  
เทอดศักดิ์ จันทร์อรุณ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง  
เรขาคณิตวิเคราะห์ระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียน  
โปรแกรมกับการสอนปกติ ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ  
ประสานมิตร 2519, 45 หน้า อีศสำเนา
- นวรรตน์ ศุภสินธุ์ การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตระดับปริญญาตรี  
ปีที่ 1 เรื่องเซตและระบบจำนวน โดยการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างคู่กับการสอน  
ปกติ ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2525,  
145 หน้า อีศสำเนา
- ปรีปัติ ฉิมแจ่ม การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์  
สัญลักษณ์เบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอน  
ปกติ ปรินฎานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518,  
158 หน้า อีศสำเนา
- พรณี ชูหทัย จิตวิทยาการเรียนการสอน วรุณีการพิมพ์ 2522, 266 หน้า
- มนู วัฒนไพบูลย์ การศึกษาเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง  
เส้นขนานและความคล้ายด้วยวิธีสอน 2 แบบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
ปรินฎานิพนธ์ ศศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ 2523, 199 หน้า อีศสำเนา

มยุรี ศรีทอง แนวโน้มของผลการสอนเรื่องเส้นตรง โดยวิธีสอนสองแบบ สำหรับนักศึกษา  
ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ ปริญญาโท คศ.ม. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์  
 2523, 196 หน้า อัดสำเนา

มานพ ชัยศิเรก การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตและความ  
สัมพันธ์แกนนิตชั้นปีที่ 1 มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับ  
การสอนปกติ ปริญญาโท คศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร  
 2519, 39 หน้า อัดสำเนา

ลาววัลย์ พลกล้า การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย  
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2523, 119 หน้า

วรรณา เจียมทะวงษ์ การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเลขคณิตชั้น  
ประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการใช้แบบเรียนสำเร็จรูปกับการสอนปกติ ปริญญาโท  
คศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2515, 189 หน้า อัดสำเนา

วิยดา ศิริเสวีวรรณ การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น  
เป็นในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการสอนปกติ ปริญญาโท  
คศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2518, 41 หน้า อัดสำเนา

เวช มงคล การเปรียบเทียบผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการหาปริมาตรของ  
รูปทรงเรขาคณิต ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้บทเรียนโมดูลกับการสอนปกติ  
ปริญญาโท คศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2521, 166 หน้า  
 อัดสำเนา

สุเทพ จันทน์สมศักดิ์ คณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ เล่ม 1 ปีอาชีวศึกษา 2525, 129 หน้า  
ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 022 โรงพิมพ์คุรุสภา  
 2524, 52 หน้า

หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 022 โรงพิมพ์คุรุสภา 2524, 81 หน้า

อรุณ สมชัย การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน  
ที่สอนด้วยบทเรียนที่ใช้สื่อประสมกับการสอนแบบปกติ และการศึกษาทัศนคติต่อบทเรียน  
ที่ใช้สื่อประสม ปริญญาโท กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร  
2522, 225 หน้า อีศสำเนา

เอื้อน บินเงิน การทดลองเปรียบเทียบผลการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลิมิตและความ  
ต่อเนื่องในระดับชั้น ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ โดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการ  
การสอนปกติ ปริญญาโท กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร  
2518, 31 หน้า อีศสำเนา

อำพล ชรรณเจริญ ทฤษฎีความน่าจะเป็นและสถิติ โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม 2523,  
432 หน้า

Back, Marilyn Clark. "A Comparative Analysis of Three Methods of Teaching Remedial Algebra on Junior College level," Dissertation Abstracts. 31(12) : 6270 - A, June, 1971.

Conroy, David E. "The Effect of Age And Sex Upon a Comparison Between Achievement Gains in Programmed Instruction and Conventional Instruction in Remedial Algebra I at Northern Virginia Community College," Dissertation Abstracts. 32(9), 5102 - A, March, 1972.

Easterday, Keneth and Helen Easterday "Ninth - Grade Algebra, Programmed Instruction, and Sex Differences; An Experiment" The Mathematics Teacher. 51 (3) 2 - 307 March, 1963.

Fan, Chung Teh. Item Analysis Table. New Jersey, Education Testing Service, Princeton, 1952. 32 p.

Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education, 4 th. ed., Tokyo, McGraw-Hill, 1976. 529 p.

Schramm, Wilbur. The Research on Programmed Instruction : An Annotated Bibliography. U.S. Department of Health, Education, and Welfare, Washington D.C., 1964. 114 p.

Walpole, Ronald E. Introduction to Statistics. New York, The Macmillan Company, 1972. 365 p.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.  
การวิเคราะห์ข้อมูล

ค่าความยากง่าย ( p ) และค่าอำนาจจำแนก ( r ) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียน

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.52	.47	16	.59	.54
2	.71	.39	17	.45	.56
3	.52	.41	18	.73	.44
4	.71	.61	19	.56	.55
5	.69	.29	20	.74	.31
6	.62	.80	21	.64	.50
7	.68	.52	22	.48	.53
8	.63	.66	23	.70	.63
9	.70	.41	24	.70	.41
10	.70	.32	25	.59	.34
11	.59	.64	26	.74	.31
12	.58	.29	27	.53	.22
13	.65	.39	28	.78	.50
14	.71	.46	29	.79	.62
15	.68	.32	30	.77	.65

ค่า p ค่า q และค่า  $\sum pq$  ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	.49	.51	.2499	16	.44	.56	.2464
2	.68	.32	.2176	17	.35	.65	.2275
3	.47	.53	.2491	18	.70	.30	.2100
4	.66	.34	.2244	19	.54	.46	.2484
5	.72	.28	.2016	20	.73	.27	.1971
6	.61	.39	.2379	21	.51	.49	.2499
7	.67	.33	.2211	22	.43	.57	.2451
8	.52	.48	.2496	23	.59	.41	.2419
9	.71	.29	.2059	24	.62	.38	.2356
10	.82	.18	.1476	25	.63	.37	.2331
11	.58	.42	.2436	26	.74	.26	.1924
12	.64	.36	.2304	27	.56	.44	.2464
13	.69	.31	.2139	28	.86	.14	.1204
14	.77	.23	.1771	29	.81	.19	.1539
15	.78	.22	.1716	30	.77	.23	.1771

$$\sum pq = 6.4665$$

การคำนวณค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบนักเรียน 134 คน

x	f	fx	x <sup>2</sup>	fx <sup>2</sup>	x	f	fx	x <sup>2</sup>	fx <sup>2</sup>
45	1	45	2025	2025	24	3	72	576	1728
43	1	43	1849	1849	23	3	69	529	1587
42	5	210	1764	8820	22	1	22	484	484
41	3	123	1681	5043	21	1	21	441	441
40	7	280	1600	11200	19	2	38	361	722
39	2	78	1521	3042	18	2	36	324	648
38	3	114	1444	4332	17	2	34	289	578
37	5	185	1369	6845	16	1	16	256	256
36	9	324	1296	11664	15	2	30	225	450
35	5	175	1225	6125	14	1	14	196	196
34	10	340	1156	11560	13	2	26	169	338
33	11	363	1089	11979			4223		139903
32	7	224	1024	7168					
31	6	186	961	5766					
30	11	330	900	9900					
29	2	58	841	1682					
28	8	224	784	6272					
27	5	135	729	3645					
26	3	78	676	2028					
25	5	125	625	3125					

$$n = 134$$

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= \frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{(134)(139903) - (4223)^2}{(134)(134-1)} \\
 &= \frac{913273}{17822} \\
 &= 51.244
 \end{aligned}$$

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และค่าความคลาดเคลื่อน  
มาตรฐานในการวัด

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$\begin{aligned} r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left[ \frac{s_x^2 - \bar{x}^2}{s_x^2} \right] \\ &= \frac{30}{29} \left[ 1 - \frac{6.4665}{51.244} \right] \\ &= \frac{26.217}{29} = .90 \end{aligned}$$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์  
มีความเชื่อมั่น .90

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

$$\begin{aligned} s_e &= s_x \sqrt{1 - r_{tt}} \\ &= \sqrt{51.244} \sqrt{1 - .90} \\ &= 2.2637 \end{aligned}$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด เท่ากับ 2.2637

การคำนวณค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลุ่มทดลอง

$x_1$	$f$	$fx_1$	$x_1^2$	$fx_1^2$
23	1	23	529	529
17	2	34	289	578
16	1	16	256	256
15	5	75	225	1125
14	3	42	196	588
13	1	13	169	169
12	4	48	144	576
11	5	55	121	605
10	1	10	100	100
9	2	18	81	162
8	1	8	64	64
7	3	21	49	147
5	1	5	25	25
		368		4924

$$n_1 = 30$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum fx_1}{n_1} = \frac{368}{30} = 12.27$$

$$s_1^2 = \frac{n_1(\sum fx_1^2) - (\sum fx_1)^2}{n_1(n_1 - 1)}$$

$$= \frac{30(4924) - (368)^2}{30(30 - 1)}$$

$$= \frac{12296}{30(29)} = 14.13$$

การคำนวณค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบกลุ่มควบคุม

$x_2$	f	$fx_2$	$x_2^2$	$fx_2^2$
21	2	42	441	882
20	1	20	400	400
17	4	68	289	1156
16	1	16	256	256
15	6	90	225	1350
14	3	42	196	588
13	7	91	169	1183
12	3	36	144	432
11	3	33	121	363
10	4	40	100	400
7	1	7	49	49
6	1	6	36	36
		491		7095

$$n_2 = 36$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum fx_2}{n_2} = \frac{491}{36} = 13.64$$

$$s_2^2 = \frac{n_2(\sum fx_2^2) - (\sum fx_2)^2}{n_2(n_2 - 1)}$$

$$= \frac{36(7095) - (491)^2}{36(36 - 1)}$$

$$= \frac{14339}{36(35)}$$

$$= 11.38$$

การคำนวณ F - test และ t - test

การคำนวณ F - test

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad , \quad df = n_1 - 1, n_2 - 1$$

$$= \frac{14.13}{11.38} = 1.2417$$

$$df = 29, 35$$

ค่า F จากการคำนวณ เท่ากับ 1.2417

การคำนวณ t - test

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left[ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}}$$

$$= \frac{12.27 - 13.64}{\sqrt{\frac{(30 - 1)(14.13) + (36 - 1)(11.38)}{30 + 36 - 2} \left[ \frac{1}{30} + \frac{1}{36} \right]}}$$

$$= \frac{-1.37}{.7714} = -1.7759 \quad , \quad df = 64$$

ค่า t จากการคำนวณ เท่ากับ -1.7759

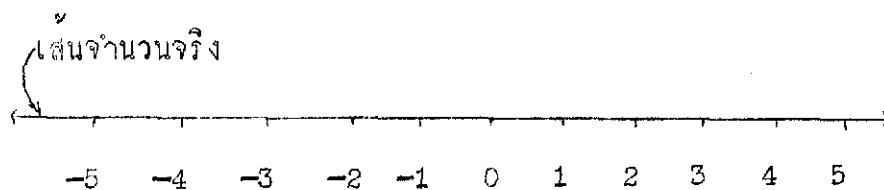
ภาคผนวก ข.  
แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน

คำชี้แจงในการทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 15 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที
  2. คำถามทุกข้อเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แต่ละคำถามมี 4 ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก. ข. ค. หรือ ง. ข้อใดข้อหนึ่ง เมื่อเลือกได้แล้วให้กาเครื่องหมาย  $\times$  ลงในแบบทดสอบ
  3. ข้อสอบแต่ละข้อจะมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว ข้อใดที่นักเรียนตอบมากกว่า 1 คำตอบ ข้อนี้ถือว่าผิดและไม่ให้คะแนน
-

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน



1. บนเส้นจำนวนจริง จุด A แทนด้วยจำนวนจริง 3 และจุด B แทนด้วยจำนวนจริง 4 ระยะระหว่างจุด A และจุด B เท่ากับ

- ก. 4                      ข. 3                      ค. 2                      ง. 1

2. บนเส้นจำนวนจริง จุด A แทนด้วยจำนวนจริง -3 และจุด B แทนด้วยจำนวนจริง -5 ระยะระหว่างจุด A และจุด B เท่ากับ

- ก. -8                      ข. -2                      ค. 2                      ง. 8

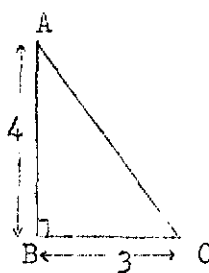
3. บนเส้นจำนวนจริง จุด A แทนด้วยจำนวนจริง 3 และจุด B แทนด้วยจำนวนจริง -4 ระยะระหว่างจุด A และจุด B เท่ากับ

- ก. 7                      ข. -1                      ค. 1                      ง. -7

4. จุด A แทนด้วยจำนวนจริง a และจุด B แทนด้วยจำนวนจริง b ระยะระหว่างจุด A และจุด B เท่ากับ

- ก.  $a - b$                       ข.  $a + b$                       ค.  $|a - b|$                       ง.  $|a + b|$

จงกรูปลงแล้วตอบคำถามข้อ 5 - 7



5. ถ้านักใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยม ABC

- ก. ด้าน AB                      ข. ด้าน AC                      ค. ด้าน BC                      ง. ไม่มีคำตอบถูกในข้อ ก.-ค.

6. ในข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก.  $\hat{A} = 45^\circ$     ข.  $\hat{B} = 45^\circ$     ค.  $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$

ง.  $|AC|^2 = |BC|^2 + |AB|^2$

7.  $\overline{AC}$  ยาวเท่าไร

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 7

8.  $\sqrt{36}$  เท่ากับ

ก. -6

ข. 6

ค. -18

ง. 18

9. ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง

ก.  $\sqrt{4} = 2$     ข.  $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$     ค.  $\sqrt{4} = 2$  หรือ  $-2$     ง.  $\sqrt{(-2)^2} = 2$

10. บนเส้นจำนวนจริง จุด A แทนด้วยจำนวนจริง -7 และจุด B แทนด้วยจำนวนจริง -1 ให้จุด C เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  ดังนั้นจุด C จะแทนด้วยจำนวนจริงใด

ก. 4

ข. 5

ค. -4

ง. -5

11. บนเส้นจำนวนจริง จุด A แทนด้วยจำนวนจริง 2 และจุด B แทนด้วยจำนวนจริง 8 ให้จุด C เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  ดังนั้นจุด C จะแทนด้วยจำนวนจริงใด

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 7

12. บนเส้นจำนวนจริง จุด A แทนด้วยจำนวนจริง 3 และจุด B แทนด้วยจำนวนจริง -7 ให้จุด C เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  ดังนั้นจุด C จะแทนด้วยจำนวนจริงใด

ก. -5

ข. -2

ค. 5

ง.  $-\frac{3}{2}$

13. A แทนด้วยจำนวนจริง a และ B แทนด้วยจำนวนจริง b ให้ C เป็นจุดกึ่งกลางของ  $\overline{AB}$  ดังนั้นจุด C จะแทนด้วยจำนวนจริงใด

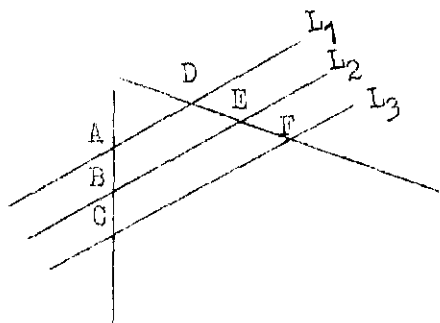
ก.  $A + b$

ข.  $a - b$

ค.  $\frac{a - b}{2}$

ง.  $\frac{a + b}{2}$

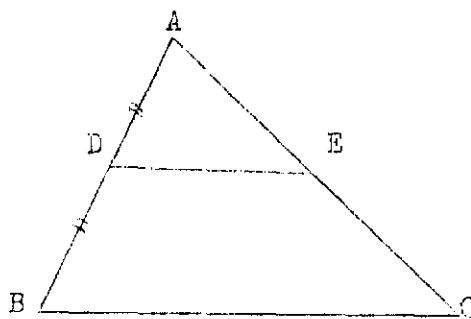
14.



จากรูป ถ้า  $L_1 // L_2 // L_3$  และ  $AB = BC$  แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก.  $AB = DE$       ข.  $DE = EF$       ค.  $EF = BC$       ง.  $AB = EF$

15.



จากรูป  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมก. และถ้า  $AD = DB$  และ  $DE // BC$  แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก.  $AE = EC$       ข.  $AD = AE$       ค.  $DE = EC$       ง.  $AD = EC$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

เรื่อง ความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์

คำชี้แจงในการทำแบบทดสอบ

1. แบบทดสอบฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ ใช้เวลาทำ 45 นาที
2. คำถามทุกข้อเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แต่ละคำถามมี 4 ตัวเลือกให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียวจากตัวเลือก ก. ข. ค. หรือ ง. ข้อใดข้อหนึ่ง เมื่อเลือกได้แล้วให้กาเครื่องหมาย >: ลงในกระดาษคำตอบ ดังตัวอย่าง  
ตัวอย่าง (ข้อที่ถูกต้องคือ ข้อ ข.)  
(0) ก. ~~ข.~~ ค. ง.
3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบจากข้อ ข. ให้เป็นข้อ ค. ให้กาเครื่องหมาย ≡ ทับตัว ข. เดี่ยวก่อน แล้วจึงกาเครื่องหมาย >: ทับตัวข้อ ค. ดังนี้  
(0) ก. ~~ข.~~ ~~ค.~~ ง.
4. ข้อสอบแต่ละข้อจะมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว ข้อใดที่นักเรียนตอบมากกว่า 1 คำตอบ ข้อนี้จะถือว่าผิดและไม่ให้คะแนน
5. ถ้านักเรียนพบข้อยากอย่าท้อใจ จงข้ามไปทำข้ออื่นเสียก่อน มีเวลาเหลือค่อยย้อนกลับมาทำข้อนั้น พยายามทำให้ได้มากที่สุด

1. คู่อันดับในข้อใดที่แทนจุดที่อยู่ทางขวาของแกน Y และอยู่ทางใต้ของแกน X ห่างจากแกน X และแกน Y เป็นระยะ 4 หน่วย และ 3 หน่วย ตามลำดับ

ก. (4, 3)

ข. (3, -4)

ค. (-4, 3)

ง. (3, 4)

2. ถ้า  $a \neq 0$  แล้ว  $C(-4, -a)$  จะอยู่ในควอดรันต์ใด

ก. ควอดรันต์ที่ 1 หรือควอดรันต์ที่ 2

ข. ควอดรันต์ที่ 1 หรือควอดรันต์ที่ 4

ค. ควอดรันต์ที่ 2 หรือควอดรันต์ที่ 3

ง. ควอดรันต์ที่ 3 หรือควอดรันต์ที่ 4

3. กำหนดจุด  $(a, b)$  อยู่ในควอดรันต์ที่ 3 จุด  $(-b, a)$  จะอยู่ในควอดรันต์ใด

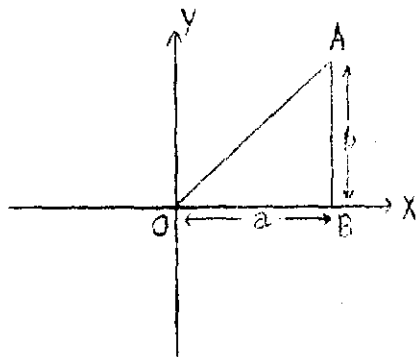
ก. ควอดรันต์ที่ 1

ข. ควอดรันต์ที่ 2

ค. ควอดรันต์ที่ 3

ง. ควอดรันต์ที่ 4

4.



จากรูป พิกัดของจุด A และ B

ตามลำดับ คือข้อใด

ก.  $A(a, 0)$ ,  $B(b, 0)$

ข.  $A(a, b)$ ,  $B(b, a)$

ค.  $A(0, b)$ ,  $B(a, 0)$

ง.  $A(a, b)$ ,  $B(a, 0)$

5. ถ้า  $A(-1, 1)$ ,  $B(3, 1)$  และ  $C(3, -2)$  เป็นจุดยอดของสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ด้านตรงข้ามมุมฉากคือด้าน AC

ข. ด้านตรงข้ามมุมฉากคือด้าน AB

ค. ด้านตรงข้ามมุมฉากคือด้าน BC

ง. ด้านที่สั้นที่สุดคือด้าน AC

6. จากโจทย์ข้อ 5 ด้านตรงข้ามมุมฉากของสามเหลี่ยม ABC ยาวกี่หน่วย

ก. 3

ข. 4

ค. 5

ง. 6



15. โพรเจกชันของส่วนของเส้นตรง AB บนแกน Y คือส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดใด
- ก.  $(-3,0)$  และ  $(1,0)$                       ข.  $(-3,0)$  และ  $(0,2)$   
 ค.  $(0,-4)$  และ  $(0,2)$                       ง.  $(0,-4)$  และ  $(-3,0)$
16. ข้อใดต่อไปนี้ทำให้ส่วนของเส้นตรง PQ มีโพรเจกชันบนแกน X ยาวที่สุด
- ก.  $P(2,3), Q(1,2)$                       ข.  $P(5,0), Q(6,-1)$   
 ค.  $P(0,4), Q(0,18)$                       ง.  $P(-2,7), Q(3,5)$
17. ข้อใดต่อไปนี้ทำให้ส่วนของเส้นตรง PQ มีโพรเจกชันบนแกน Y สั้นที่สุด
- ก.  $P(2,-1), Q(5,7)$                       ข.  $P(-3,-7), Q(2,-9)$   
 ค.  $P(-1,2), Q(0,-3)$                       ง.  $P(-8,3), Q(3,10)$
18. ถ้า A และ B มีพิกัดเป็น  $(3,0)$  และ  $(8,0)$  แล้ว โพรเจกชันของส่วนของเส้นตรง AB บนแกน Y คือ
- ก. จุด  $(0,0)$                       ข. ส่วนของเส้นตรง AB  
 ค. ส่วนของเส้นตรงบนแกน Y                      ง. ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายเป็น  $(0,3)$  และ  $(0,8)$
19. ถ้าจุด A และ B มีพิกัดเท่ากับ  $(3,5)$  และ  $(-1,-2)$  ตามลำดับ ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง
- ก. โพรเจกชันของจุด A บนแกน X คือ  $(3,0)$   
 ข. โพรเจกชันของจุด B บนแกน Y คือ  $(0,-2)$   
 ค. โพรเจกชันของส่วนของเส้นตรง AB บนแกน X ยาว 4 หน่วย  
 ง. โพรเจกชันของส่วนของเส้นตรง AB บนแกน Y ยาว 3 หน่วย
- ข้อ 20-24 กำหนด A  $(-4,3)$ , B  $(4,3)$  และ C  $(4,-3)$
20.  $|AC|$  เท่ากับเท่าไร
- ก. 6                      ข. 8  
 ค. 10                      ง. 14





ภาคผนวก ค.

บทเรียนที่ใช้ในการวิจัย

บทเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 วิชา ค.022

บทเรียนเรื่องนี้แบ่งออกเป็น 4 บท ๆ ละ 1 เรื่อง

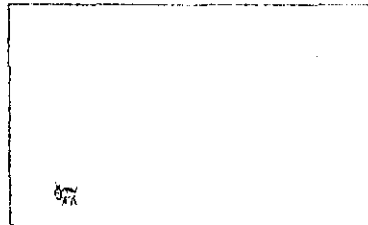
บทเรียนที่ 1	เรื่องระบบพิกัดฉาก	เป็นบทเรียนโปรแกรมแบบเชิงเส้น
บทเรียนที่ 2	เรื่องโพรเจกชัน	เป็นบทเรียนนิจกรรม
บทเรียนที่ 3	เรื่องระยะระหว่างจุด 2 จุด	เป็นบทเรียนปฏิบัติการ
บทเรียนที่ 4	เรื่องจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด	เป็นบทเรียนปฏิบัติการ

เวลาที่ใช้

สอบวัดความรู้พื้นฐาน	ใช้เวลา	}	2 คาบ
บทเรียนที่ 1	ใช้เวลา		
บทเรียนที่ 2	ใช้เวลา	3	คาบ
บทเรียนที่ 3	ใช้เวลา	2	คาบ
บทเรียนที่ 4	ใช้เวลา	2	คาบ
สอบ	ใช้เวลา	1	คาบ

(หมายเหตุ 1 คาบ เท่ากับ 50 นาที)

บทเรียนที่ 1  
บทเรียนโปรแกรม  
เรื่อง ระบบพิกัดฉาก



จากกรอบสี่เหลี่ยม  
เราจะบอกตำแหน่งของมคให้ชัดเจน  
ได้อย่างไร

เมื่อนักเรียนเรียนจบบทเรียนนี้แล้วจะมีความสามารถดังต่อไปนี้

1. เขียนจุดซึ่งกำหนดทิศทางในระนาบได้
2. บอกทิศทางของจุดที่กำหนดได้
3. บอกได้ว่าจุดที่กำหนดให้อยู่ในควอดรันต์ใด
4. บอกได้ว่าจุดที่กำหนดให้อยู่บนส่วนของแกน  $x$  และแกน  $y$

ข้อปฏิบัติ

1. นักเรียนจงอ่านข้อความในบัตรที่ 1, 2, และ 3
2. ตอบคำถามของบัตรที่ 3 ลงในตัวบทเรียน
3. ตรวจคำตอบจากเฉลยที่อยู่ด้านหน้าของบัตรที่ 4 (บัตรถัดไป)
4. ถ้าตอบผิดจงกลับมาทำความเข้าใจกับข้อความในบัตรที่ 3 อีกครั้ง  
และตอบคำถามโดยชี้คำตอบเก่าทิ้ง (ไม่ต้องลบคำตอบเก่าที่ผิดทิ้ง)
5. ถ้าคำตอบถูกต้องอ่านบัตรที่ 4 โดยทำตามข้อ 2, 3, 4 ไปจนครบทุกบัตร

ข้อเตือนใจ

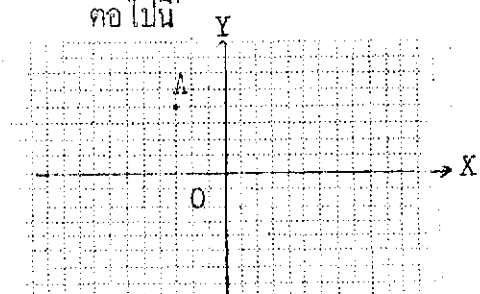
อย่าเปิดคำตอบจนกว่าท่านจะตอบคำถามเสร็จ มิฉะนั้นท่านไม่อาจจะประเมิน  
ความสามารถในการเรียนรู้ของท่านได้อย่างถูกต้อง  
ท่านเริ่มศึกษาบทเรียนได้เลยและตอบลงในตัวบทเรียนให้สมบูรณ์

1	<p><u>ขอความ</u> ถ้ามีเส้นตรง 2 เส้นตัดกันเป็นมุมฉากโดยที่เส้นตรงเส้นหนึ่งอยู่ในแนวนอน และอีกเส้นหนึ่งอยู่ในแนวตั้ง</p> <p>เส้นตรงในแนวนอน เรียกว่า แกน X เส้นตรงในแนวตั้ง เรียกว่า แกน Y จุดตัดของแกน X และแกน Y เรียกว่าจุดกำเนิด จะเขียนจุดกำเนิดแทนด้วยจุด O</p>
2	<p>กำหนดมาตราส่วนบนแกน X และแกน Y</p> <p>จุดบนแกน X ซึ่งอยู่ทาง<u>ขวา</u> ของจุดกำเนิด แทนจำนวนจริง<u>บวก</u> จุดบนแกน X ซึ่งอยู่ทาง<u>ซ้าย</u> ของจุดกำเนิด แทนจำนวนจริง<u>ลบ</u> จุดบนแกน Y ซึ่งอยู่ทาง<u>เหนือ</u> ของจุดกำเนิด แทนจำนวนจริง<u>บวก</u> จุดบนแกน Y ซึ่งอยู่ทาง<u>ใต้</u> ของจุดกำเนิด แทนจำนวนจริง<u>ลบ</u></p>
3	<p>พิจารณาคู่อันดับ <math>(a, b)</math> เมื่อ <math>a, b</math> เป็นจำนวนจริง</p> <p>เรียก <math>a</math> ว่า พิกัดที่หนึ่ง เรียก <math>b</math> ว่า พิกัดที่สอง</p> <p>พิกัดที่หนึ่งของ <math>(3, 6)</math> คือ _____ (1) พิกัดที่สองของ <math>(3, 6)</math> คือ _____ (2)</p>

<p>3 (1)</p> <p>6 (2)</p>	4	<p>คู่อันดับที่มีพิกัดหนึ่ง เป็นจำนวนจริงบวก จะแทนด้วยจุด ทาง<u>ขวา</u>ของแกน Y</p> <p>(4, 7) จะแทนด้วยจุดทาง<u>ขวา</u>ของแกน Y และห่างจาก แกน Y เป็นระยะ <math>\frac{4}{(1)}</math> หน่วย</p> <p>(2, 3) จะแทนด้วยจุดทาง <u>    </u> ของแกน Y และห่างจาก แกน Y เป็นระยะ <math>\frac{2}{(1)}</math> หน่วย</p> <p>(5, -3) จะแทนด้วยจุดทาง<u>ขวา</u>ของแกน Y และห่างจาก แกน Y เป็นระยะ <math>\frac{(2)}{(2)}</math> หน่วย</p> <p>(3, 0) จะแทนด้วยจุดทาง <math>\frac{(3)}{(4)}</math> ของแกน Y และห่างจาก แกน Y เป็นระยะ <math>\frac{(4)}{(4)}</math> หน่วย</p>
<p><u>ขวา</u> (1)</p> <p><u>5</u> (2)</p> <p><u>ขวา</u> (3)</p> <p><u>3</u> (4)</p>	5	<p>คู่อันดับที่มีพิกัดหนึ่ง เป็นจำนวนจริงลบ จะแทนด้วยจุดทาง <u>ซ้าย</u> ของแกน Y</p> <p>(-3, 1) แทนด้วยจุดทาง<u>ซ้าย</u>ของแกน Y และห่างจาก แกน Y เป็นระยะ <math>\frac{3}{(1)}</math> หน่วย</p> <p>(-6, -3) แทนด้วยจุดทาง <u>    </u> ของแกน Y และห่างจาก แกน Y เป็นระยะ <math>\frac{6}{(1)}</math> หน่วย</p> <p>(-2, 4) แทนด้วยจุดทาง<u>ซ้าย</u>ของแกน Y และห่างจากแกน Y เป็นระยะ <math>\frac{(2)}{(2)}</math> หน่วย</p> <p>(-1, 0) แทนด้วยจุดทาง <u>    </u> ของแกน Y และห่างจาก แกน Y เป็นระยะ <math>\frac{(4)}{(4)}</math> หน่วย</p>

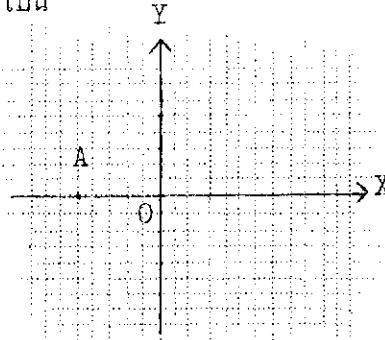
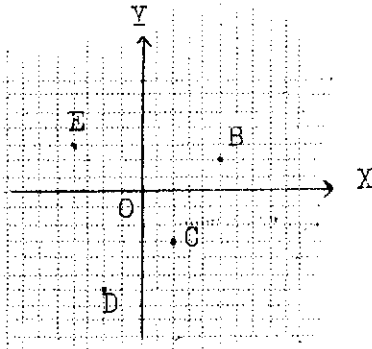
<p style="text-align: center;">6</p> <p>ซ้าย (1)</p> <p>2 (2)</p> <p>ซ้าย (3)</p> <p>1 (4)</p>	<p>คู่อันดับที่มีพิกัดที่สองเป็นจำนวนจริงบวกจะแทนควยจุดทางเหนือของแกน X</p> <p>(5, 1) แทนควยจุดทางเหนือของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ 1 หน่วย</p> <p>(3, 2) แทนควยจุดทาง (1) ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ 2 หน่วย</p> <p>(-2, 4) แทนควยจุดทางเหนือ (2) ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ _ _ _ หน่วย</p> <p>(0, 6) แทนควยจุดทาง (3) (4) ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ _ _ _ หน่วย</p>
<p style="text-align: center;">7</p> <p>เหนือ (1)</p> <p>4 (2)</p> <p>เหนือ (3)</p> <p>6 (4)</p>	<p>คู่อันดับที่มีพิกัดที่สองเป็นจำนวนจริงลบ จะแทนควยจุดทางใต้ของแกน X</p> <p>(5, -1) แทนควยจุดทางใต้ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ 1 หน่วย</p> <p>(3, -2) แทนควยจุดทาง (1) ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ 2 หน่วย</p> <p>(-2, -4) แทนควยจุดทางใต้ (2) ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ _ _ _ หน่วย</p> <p>(0, -6) แทนควยจุดทาง (3) (4) ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ _ _ _ หน่วย</p>

<p>ใ้ค (1)</p> <p>4 (2)</p> <p>ใ้ค (3)</p> <p>6 (4)</p>	<p>8</p> <p>จุด <math>(4, 1)</math> เป็นจุดที่อยู่ทาง (1) ของแกน X          และอยู่ทาง (2) ของแกน Y          ห่างจากแกน X เป็นระยะ (3) หน่วย          และ ห่างจากแกน Y เป็นระยะ (4) หน่วย</p>
<p>เหนือ (1)</p> <p>ขวา (2)</p> <p>1 (3)</p> <p>4 (4)</p>	<p>9</p> <p>จุด <math>(4, -1)</math> เป็นจุดที่อยู่ทาง (1) ของแกน X          และอยู่ทาง (2) ของแกน Y          ห่างจากแกน X เป็นระยะ (3) หน่วย          และห่างจากแกน Y เป็นระยะ (4) หน่วย</p>
<p>ใ้ค (1)</p> <p>ขวา (2)</p> <p>1 (3)</p> <p>4 (4)</p>	<p>10</p> <p>ใ้ค <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริงใ้ค ๆ          ถ้า <math>a &gt; 0</math> และ <math>b &gt; 0</math> แล้ว  <math>(a, b)</math> เป็นจุดที่อยู่ทาง (1) ของแกน X และอยู่ทาง (2)          ของแกน Y ห่างจากแกน X เป็นระยะ (3) หน่วย และ          ห่างจากแกน Y เป็นระยะ (4) หน่วย  <math>(-a, -b)</math> เป็นจุดที่อยู่ทาง (5) ของแกน X และอยู่ทาง (6)          ของแกน Y ห่างจากแกน X เป็นระยะ (7) หน่วย และห่าง          จากแกน Y เป็นระยะ (8) หน่วย</p>

<p><u>เหนือ</u> (1) <u>ซ้าย</u> (2) <u>b</u> (3) <u>a</u> (4) <u>ใต้</u> (5) <u>ขวา</u> (6) <u>b</u> (7) <u>a</u> (8)</p>	<p>11</p>	<p>ก่อนนับที่มีพิกัดหนึ่งเป็นศูนย์ จะแทนด้วยจุดบนแกน Y ถ้า <math>a &gt; 0</math> แล้ว (0, a) จะแทนด้วยจุดบนแกน Y ซึ่งอยู่ทางเหนือของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ <u>a</u> หน่วย (0, -a) จะแทนด้วยจุดบนแกน <u>(1)</u> ซึ่งอยู่ทาง <u>(2)</u> ของแกน X และห่างจากแกน X เป็นระยะ <u>(3)</u> หน่วย</p>
<p><u>Y</u> (1) <u>ใต้</u> (2) <u>a</u> (3)</p>	<p>12</p>	<p>ก่อนนับที่มีพิกัดสองเป็นศูนย์ จะแทนด้วยจุดบนแกน X ถ้า <math>a &gt; 0</math> แล้ว (a, 0) จะแทนด้วยจุดบนแกน X ซึ่งอยู่ทางขวาของแกน Y และห่างจากแกน Y เป็นระยะ <u>a</u> หน่วย (-a, 0) จะแทนด้วยจุดบนแกน <u>(1)</u> ซึ่งอยู่ทาง <u>(2)</u> ของแกน Y และห่างจากแกน Y เป็นระยะ <u>(3)</u> หน่วย</p>
<p><u>X</u> (1) <u>ซ้าย</u> (2) <u>a</u> (3)</p>	<p>13</p>	<p>จุด A มีพิกัดเป็น (-3, 4) จงลงตำแหน่งของจุดที่มีพิกัดต่อไปนี้</p>  <p>B (5, 2) C (2, -3) D (-2, -6) E (-4, 3)</p>

14

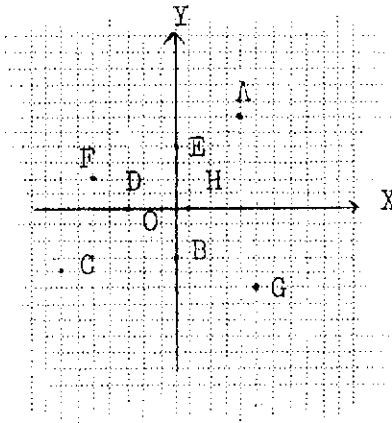
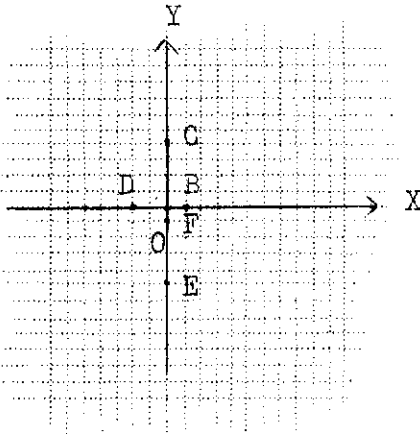
จุด A มีพิกัด  $(-5, 0)$  จงลงตำแหน่งของจุดที่มีพิกัด  
ต่อไปนี้



- B  $(1, 0)$   
C  $(0, 4)$   
D  $(-2, 0)$   
E  $(0, -5)$   
F  $(0, -1)$

15

จงบอกพิกัดของจุดต่อไปนี้

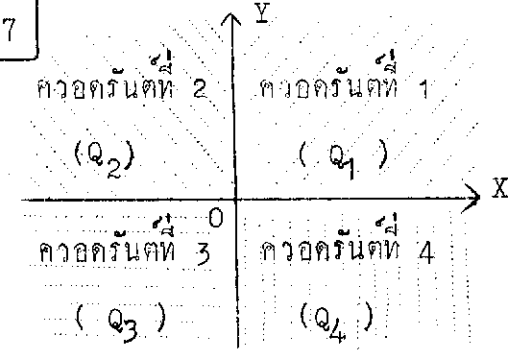


- A  $(, )$   
B  $(, )$   
C  $(, )$   
D  $(, )$   
E  $(, )$   
F  $(, )$   
G  $(, )$   
H  $(, )$

16

- A  $(4, 6)$     B  $(0, -3)$   
C  $(-7, -4)$     D  $(-3, 0)$   
E  $(0, 4)$     F  $(-5, 2)$   
G  $(5, -5)$     H  $(1, 0)$

- แกน X และแกน Y แบ่งระนาบออกเป็น 4 ส่วน
- 1) ส่วนที่อยู่ทางเหนือของแกน X ทางขวาของแกน Y  
เรียกว่า ควอดรันต์ที่ 1
  - 2) ส่วนที่อยู่ทางเหนือของแกน X ทางซ้ายของแกน Y  
เรียกว่า ควอดรันต์ที่ 2
  - 3) ส่วนที่อยู่ทางใต้ของแกน X ทางซ้ายของแกน Y  
เรียกว่า ควอดรันต์ที่ 3
  - 4) ส่วนที่อยู่ทางใต้ของแกน X ทางขวาของแกน Y  
เรียกว่า ควอดรันต์ที่ 4

	<p>17</p> 
	<p>18</p> <p>จุดที่อยู่ใน <math>Q_1</math> จะมีพิกัดที่หนึ่ง <u>มากกว่า</u> ศูนย์ และพิกัดที่สอง <u>มากกว่า</u> ศูนย์</p> <p>จุดที่อยู่ใน <math>Q_2</math> จะมีพิกัดที่หนึ่ง <u>(1)</u> ศูนย์ และพิกัดที่สอง <u>(2)</u> ศูนย์</p> <p>จุดที่อยู่ใน <math>Q_3</math> จะมีพิกัดที่หนึ่ง <u>(3)</u> ศูนย์ และพิกัดที่สอง <u>(4)</u> ศูนย์</p> <p>จุดที่อยู่ใน <math>Q_4</math> จะมีพิกัดที่หนึ่ง <u>(5)</u> ศูนย์ และพิกัดที่สอง <u>(6)</u> ศูนย์</p>
<p><u>น้อยกว่า</u> (1)</p> <p><u>มากกว่า</u> (2)</p> <p><u>น้อยกว่า</u> (3)</p> <p><u>น้อยกว่า</u> (4)</p> <p><u>มากกว่า</u> (5)</p> <p><u>น้อยกว่า</u> (6)</p>	<p>19</p> <p>a เป็นจำนวนจริงใด ๆ</p> <p>จุด <math>(a, 0)</math> <u>ไม่อยู่</u> ในควอดรันต์ใดใน 4 ควอดรันต์ เพราะพิกัดที่สอง <u>เป็นศูนย์</u></p> <p>จุด <math>(0, a)</math> <u>ไม่อยู่</u> ในควอดรันต์ใดใน 4 ควอดรันต์ เพราะพิกัดที่หนึ่ง <u>เป็นศูนย์</u></p> <p>เพราะฉะนั้น จุด <math>(a, 0)</math> อยู่ที่ใด <u>(1)</u></p> <p>จุด <math>(0, a)</math> อยู่ที่ใด <u>(2)</u></p>

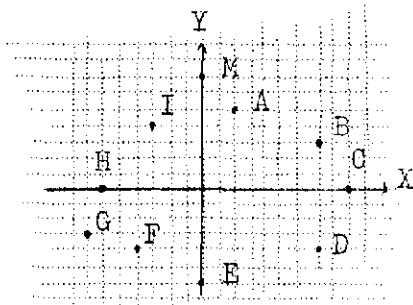
<p>บนแกน X (1) บนแกน Y (2)</p>	20		<p>จงหาพิกัดของจุด A, O และจุด C</p> <p>A ( , ) O ( , ) C ( , )</p>
<p>A (8, 0) O (0, 0) C (0, 6)</p>	21		<p>จุด B มีพิกัดเป็น (-5, -2) จงหาพิกัดของจุด A และ จุด C</p> <p>A ( , ) C ( , )</p>
<p>A (-5, 3) C (7, -2)</p>			(ทำบัตรงาน)

เรื่อง ระบบพิกัดฉาก

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

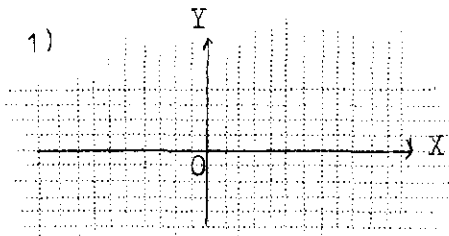
บัตรงานที่ 1

1) จงหาพิกัดของจุดต่อไปนี้

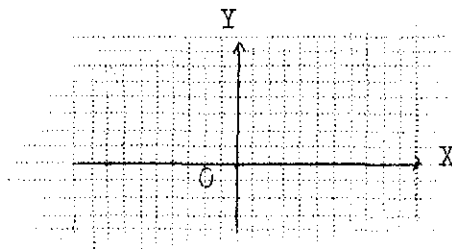


- |         |         |
|---------|---------|
| A ( , ) | B ( , ) |
| C ( , ) | D ( , ) |
| E ( , ) | F ( , ) |
| G ( , ) | H ( , ) |
| I ( , ) | M ( , ) |

2) จงหาตำแหน่งของจุดต่อไปนี้ลงในกราฟจุด A (-4, 1), B (-4, -1)  
C (4, -1) และจุด D (4, 1)



- ถ้าจุด P อยู่บนแกน Y พิกัดที่หนึ่งของจุด P เป็นเท่าใด \_\_\_\_\_
- ถ้าจุด Q อยู่บนแกน X พิกัดที่สองของจุด Q เป็นเท่าใด \_\_\_\_\_
- กำหนดจุด ( a, b ) อยู่ในควอดรันต์ที่ 4 ดังนั้น a \_\_\_\_\_ 0 และ b \_\_\_\_\_ 0 เพราะฉะนั้นจุด ( b, a ) จะอยู่ในควอดรันต์ใด \_\_\_\_\_
- กำหนดให้ (-4, 7), (6, 7) และ (-4, 1) เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง จงหาจุดยอดจุดที่ 4 ของสี่เหลี่ยมรูปนี้ (แสดงรูปด้วย)



### แบบฝึกหัดที่ 1

1. จากรูปต่อไปนี้ จงหาพิกัดของจุด A, B, C, D, E และ F

A ( , )

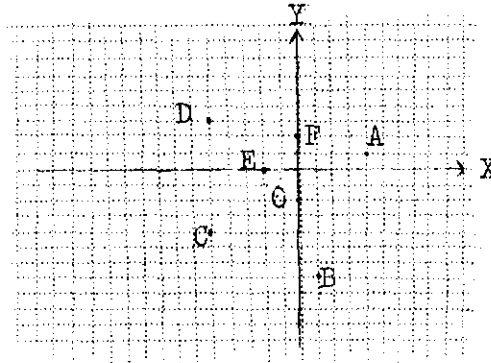
B ( , )

C ( , )

D ( , )

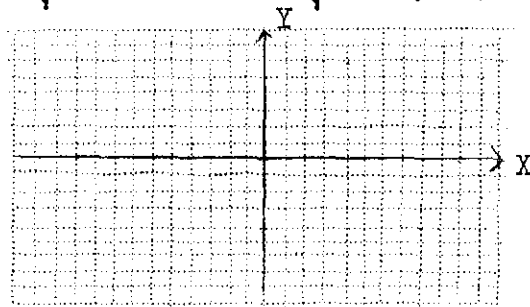
E ( , )

F ( , )

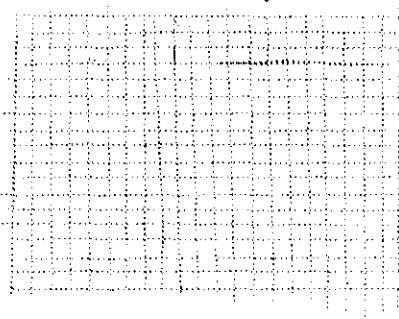


2. จงลงตำแหน่งของจุดต่อไปนี้ลงในกราฟ จุด A(3,-3), B(-1,3) C(5,4), D(-3,-1), E(0,1)

และ F(4,2)



3. จงกำหนดพิกัดของจุดที่ต้องการ 3 จุด และบอกด้วยว่าจุดใดอยู่ในควอดรันต์ใดหรืออยู่ที่ใด พร้อมทั้งลงตำแหน่งของจุดทั้งสามในกราฟข้างล่างนี้ด้วย



1) จุด ( , ) อยู่ในควอดรันต์ที่ .....

2) จุด ( , ) อยู่ในควอดรันต์ที่ .....

3) จุด ( , ) อยู่ในควอดรันต์ที่ .....

เรื่อง โพรเจกชัน

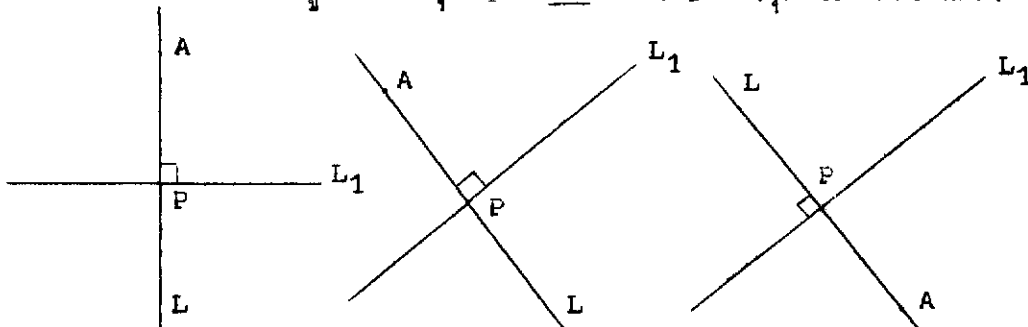
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 2

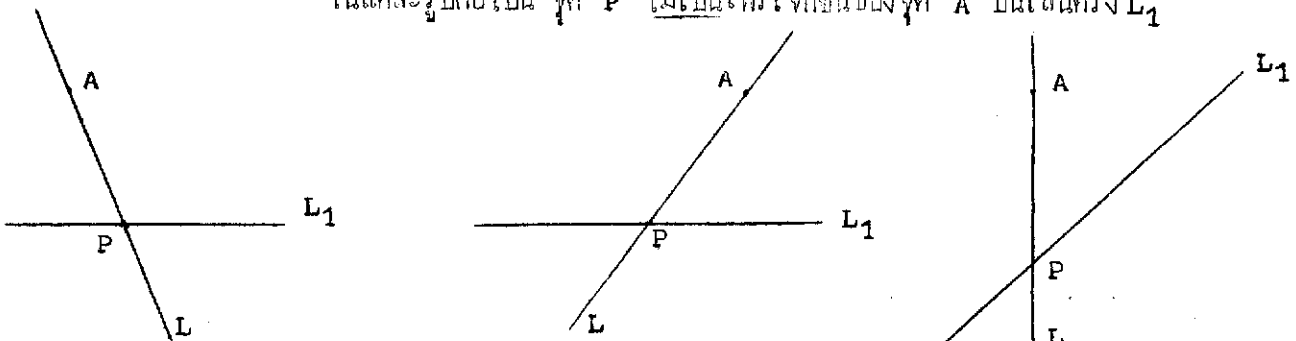
- จุดประสงค์
- (1) เพื่อหาโพรเจกชันของจุดบนเส้นตรงที่กำหนดให้
  - (2) เพื่อหาโพรเจกชันของส่วนของเส้นตรงบนเส้นตรงที่กำหนดให้

อุปกรณ์      กินสอและไม้โปรแทรกเตอร์

- กิจกรรม
- (1) อ่านคำอธิบายพร้อมทั้งสังเกตรูปต่อไปนี้
- ในแต่ละรูปต่อไปนี้ จุด P เป็นโพรเจกชันของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$



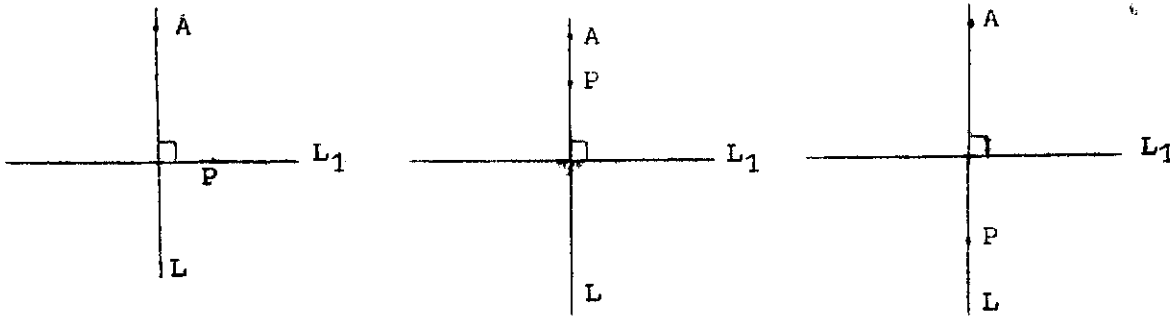
ในแต่ละรูปต่อไปนี้ จุด P ไม่ เป็นโพรเจกชันของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$



ดังนั้น ถ้า P เป็นโพรเจกชันของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$  แล้วเส้นตรง

AP จะ ..... กับ  $L_1$

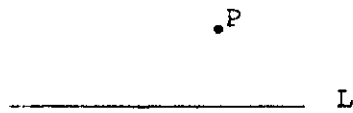
ในแต่ละรูปต่อไปนี้ จุด P ไม่เป็นโพรเจกชันของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$



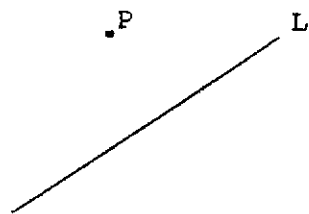
ดังนั้น P จะเป็นโพรเจกชันของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$  ก็ต่อเมื่อ ...  
 .....(1.2)

(2) ในแต่ละข้อกำหนดจุด P และเส้นตรง L จงหาโพรเจกชันของจุด P บนเส้นตรง L ให้ออกว่า Q

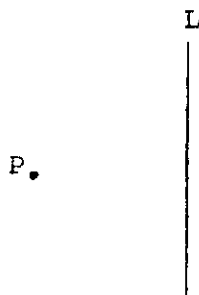
(2.1)



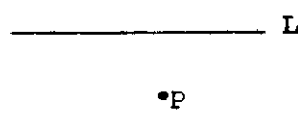
(2.3)



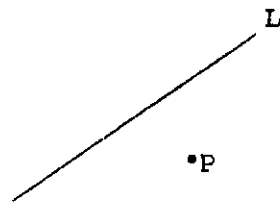
(2.5)



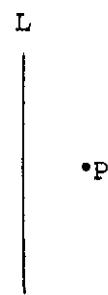
(2.2)



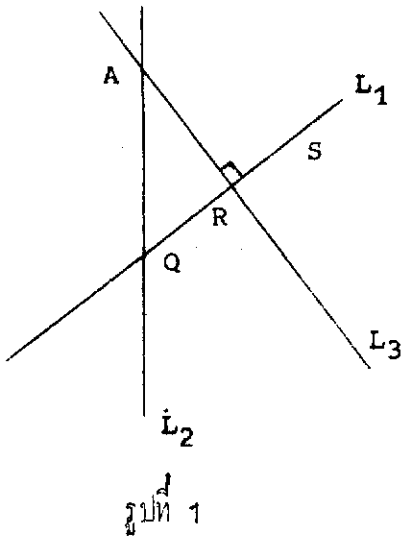
(2.4)



(2.6)



3) ศึกษารูปและคำตอบคำถามต่อไปนี้



จากรูปที่ 1

Q เป็นโพรงเจกซ์ของจุด A บนเส้นตรง  $L_2$   
หรือไม่ .....(3.1)

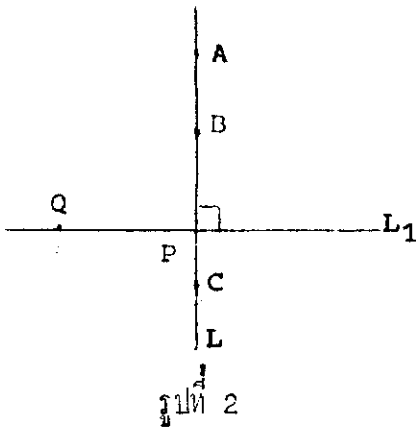
R เป็นโพรงเจกซ์ของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$   
หรือไม่ .....(3.2)

S เป็นโพรงเจกซ์ของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$   
หรือไม่ .....(3.3)

R เป็นโพรงเจกซ์ของจุด S บนเส้นตรง  $L_3$   
หรือไม่ .....(3.4)

R เป็นโพรงเจกซ์ของจุด Q บนเส้นตรง  $L_3$   
หรือไม่ .....(3.5)

จากรูปที่ 2



โพรงเจกซ์ของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$  คือจุด  
.....(3.6)

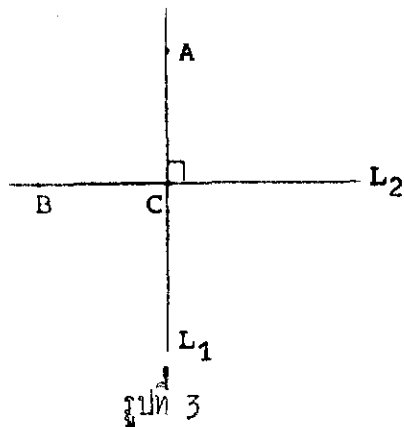
โพรงเจกซ์ของจุด B บนเส้นตรง  $L_1$  คือจุด  
.....(3.7)

โพรงเจกซ์ของจุด C บนเส้นตรง  $L_1$  คือจุด  
.....(3.8)

โพรงเจกซ์ของจุด P บนเส้นตรง  $L_1$  คือจุด  
.....(3.6)

โพรงเจกซ์ของจุดทุกจุดที่อยู่บนเส้นตรง L บนเส้นตรง  $L_1$  มีความสัมพันธ์  
กันอย่างไร .....(3.10)

โพรงเจกซ์ของจุด Q บนเส้นตรง  $L_1$  คือจุด  
.....(3.11)



4)

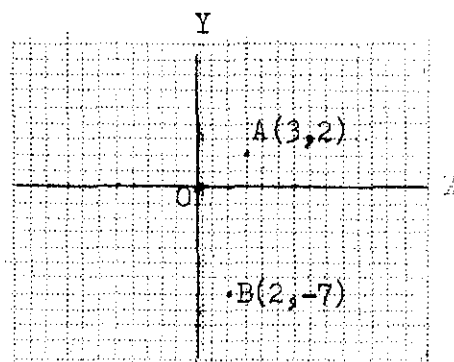
จากรูปที่ 3

B เป็นโปรเจกชันของจุด A บนเส้นตรง  $L_1$   
หรือไม่ ..... (3.12)

B เป็นโปรเจกชันของจุด C บนเส้นตรง  $L_1$   
หรือไม่ ..... (3.13)

C เป็นโปรเจกชันของจุด A บนเส้นตรง ..... (3.14)

C เป็นโปรเจกชันของจุด B บนเส้นตรง ..... (3.15)



จากกราฟ โปรเจกชันของจุด A (3, 2) บนแกน X คือจุด ..... (4.1)

โปรเจกชันของจุด A (3, 2) บนแกน Y คือจุด ..... (4.2)

โปรเจกชันของจุด B (2, -7) บนแกน X คือจุด ..... (4.3)

โปรเจกชันของจุด B (2, -7) บนแกน Y คือจุด ..... (4.4)

## 5) จงตอบคำถามต่อไปนี้

โพรงเจกชันของจุด (4, 2) บนแกน X	คือจุด	(5.1)
โพรงเจกชันของจุด (4, 2) บนแกน Y	คือจุด	(5.2)
โพรงเจกชันของจุด (2, -3) บนแกน X	คือจุด	(5.3)
โพรงเจกชันของจุด (2, -3) บนแกน Y	คือจุด	(5.4)
โพรงเจกชันของจุด (-1, -1) บนแกน X	คือจุด	(5.5)
โพรงเจกชันของจุด (-1, -1) บนแกน Y	คือจุด	(5.6)
โพรงเจกชันของจุด (0, 1) บนแกน X	คือจุด	(5.7)
โพรงเจกชันของจุด (0, 1) บนแกน Y	คือจุด	(5.8)
โพรงเจกชันของจุด (2, 0) บนแกน X	คือจุด	(5.9)
โพรงเจกชันของจุด (2, 0) บนแกน Y	คือจุด	(5.10)
โพรงเจกชันของจุด (-2, 1) บนแกน X	คือจุด	(5.11)
โพรงเจกชันของจุด (-2, 1) บนแกน Y	คือจุด	(5.12)
โพรงเจกชันของจุด (0, 0) บนแกน X	คือจุด	(5.13)
โพรงเจกชันของจุด (0, 0) บนแกน Y	คือจุด	(5.14)
โพรงเจกชันของจุด (a, b) บนแกน X	คือจุด	(5.15)
โพรงเจกชันของจุด (a, b) บนแกน Y	คือจุด	(5.16)

## 6) ทดลองใช้สัญลักษณ์ก่อน เพื่อสะดวกในการเขียน

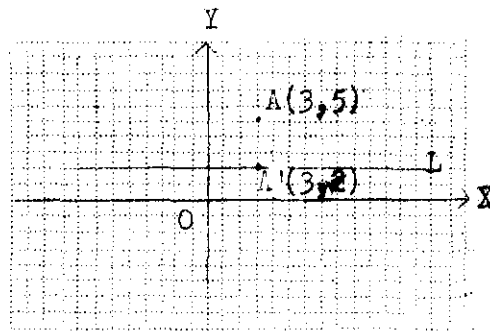
$\overline{AB}$  แทน ส่วนของเส้นตรง AB

## เรื่อง โพรเจกชันของจุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ใบงานที่ 2

ตัวอย่าง การหาโพรเจกชันของจุด  $A(3, 5)$  บนเส้นตรง  $L$  ที่กำหนด

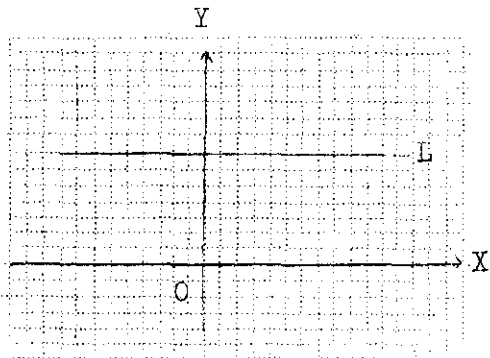


จุด  $A'(3, 2)$  เป็นโพรเจกชันของจุด  $A(3, 5)$  บนเส้นตรง  $L$  ที่กำหนด

จงทำตามคำสั่ง

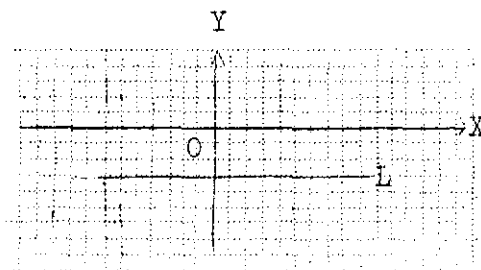
1. จงหาโพรเจกชันของจุด  $A(-1, 5)$  และจุด  $B(4, -3)$  บนเส้นตรง  $L$

ที่กำหนด

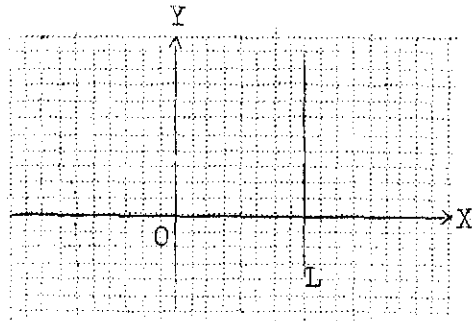


2. จงหาโพรเจกชันของจุด  $A(-6, -1)$  และจุด  $B(3, 5)$  บนเส้นตรง  $L$

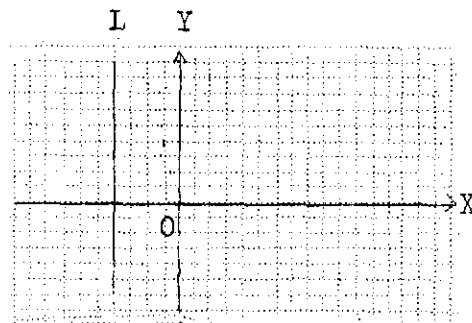
ที่กำหนด



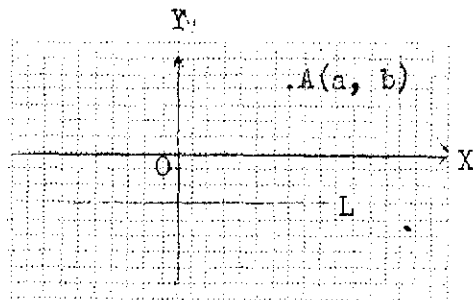
3. จงหาโพรงเจกซ์ของจุด  $A(-1, 5)$  และจุด  $B(4, -3)$  บนเส้นตรง  $L$  ที่กำหนด



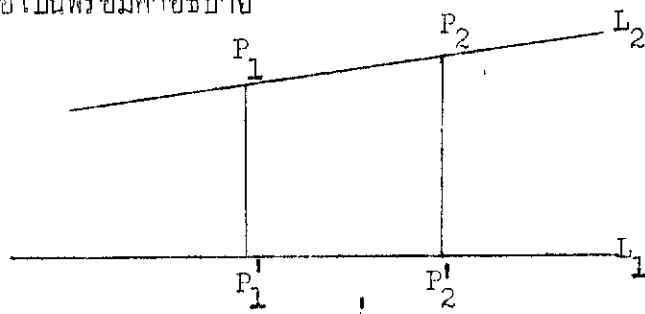
4. จงหาโพรงเจกซ์ของจุด  $A(-6, -1)$  และจุด  $B(3, 5)$  บนเส้นตรง  $L$  ที่กำหนด



5. จงหาโพรงเจกซ์ของจุด  $A(a, b)$  และจุด  $B(a, -b)$  บนเส้นตรง  $L$  ที่กำหนด



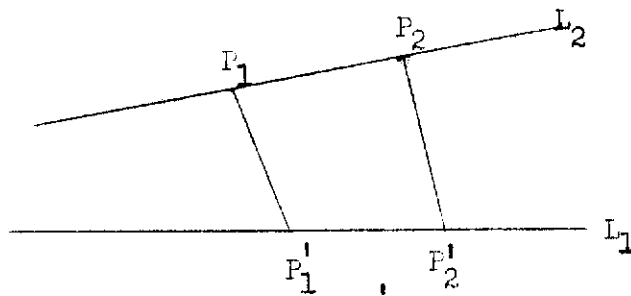
7) ครอบงำไปนี้พร้อมคำอธิบาย



จากรูปที่ 1

รูปที่ 1

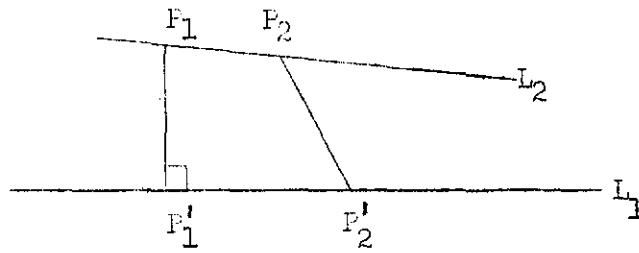
จุด  $P'_1$  เป็นโพรเจกชันของจุด  $P_1$  บนเส้นตรง  $L_1$   
 จุด  $P'_2$  เป็นโพรเจกชันของจุด  $P_2$  บนเส้นตรง  $L_1$   
 $\overline{P'_1P'_2}$  เป็นโพรเจกชันของ  $\overline{P_1P_2}$  บนเส้นตรง  $L_1$



จากรูปที่ 2

รูปที่ 2

จุด  $P'_1$  ไม่เป็นโพรเจกชันของจุด  $P_1$  บนเส้นตรง  $L_1$   
 จุด  $P'_2$  ไม่เป็นโพรเจกชันของจุด  $P_2$  บนเส้นตรง  $L_1$   
 $\overline{P'_1P'_2}$  ไม่เป็นโพรเจกชันของ  $\overline{P_1P_2}$  บนเส้นตรง  $L_1$



รูปที่ 3

จากรูปที่ 3

จุด  $P'_1$  เป็นโปรเจกชันของจุด  $P_1$  บนเส้นตรง  $L_1$

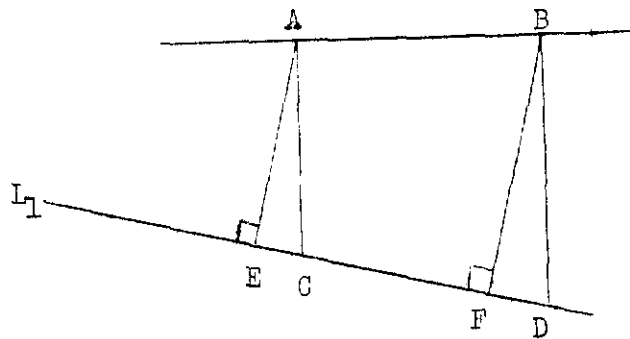
จุด  $P'_2$  ไม่เป็นโปรเจกชันของจุด  $P_2$  บนเส้นตรง  $L_1$

$\overline{P'_1 P'_2}$  ไม่เป็นโปรเจกชันของ  $\overline{P_1 P_2}$  บนเส้นตรง  $L_1$

ดังนั้น  $\overline{P'_1 P'_2}$  เป็นโปรเจกชันของ  $\overline{P_1 P_2}$  บนเส้นตรง  $L_1$  ก็ต่อเมื่อ  
 จุด  $P'_1$  เป็น \_\_\_\_\_ ของจุด  $P_1$  บนเส้นตรง  $L_1$  (7.1)

และจุด  $P'_2$  เป็น \_\_\_\_\_ ของจุด  $P_2$  บนเส้นตรง  $L_1$  (7.2)

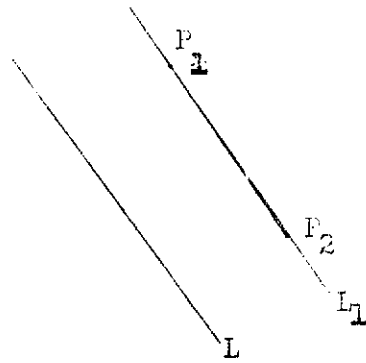
๘) จงตอบคำถาม



ดูจากรูป โปรเจกชันของ  $\overline{AB}$  บนเส้นตรง  $L_1$  คือ \_\_\_\_\_ (8.1)

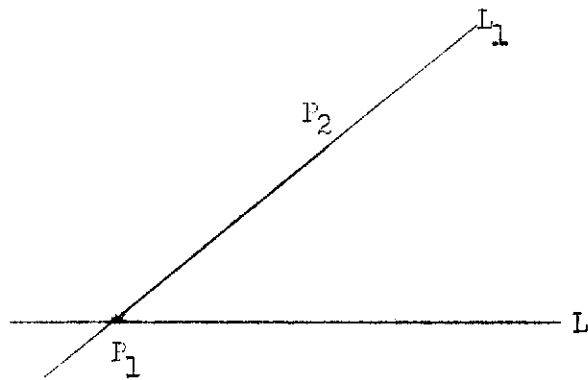
9) ถ้า  $\overline{Q_1 Q_2}$  เป็นโพรเจกชันของ  $\overline{P_1 P_2}$  บนเส้นตรง  $L$  จงหาตำแหน่งของ  
จุด  $Q_1$  และจุด  $Q_2$

(9.1)

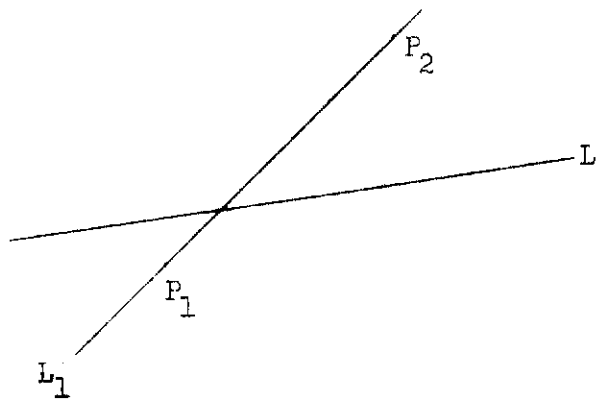


เมื่อ  $L_1 // L$

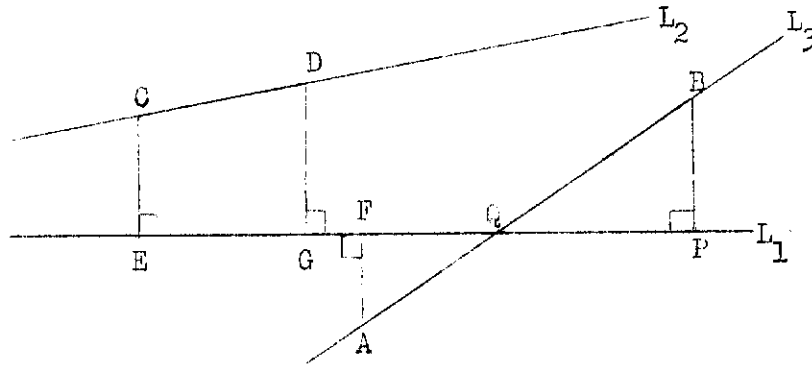
(9.2)



(9.3)



10)



จากรูป จงตอบคำถามต่อไปนี้

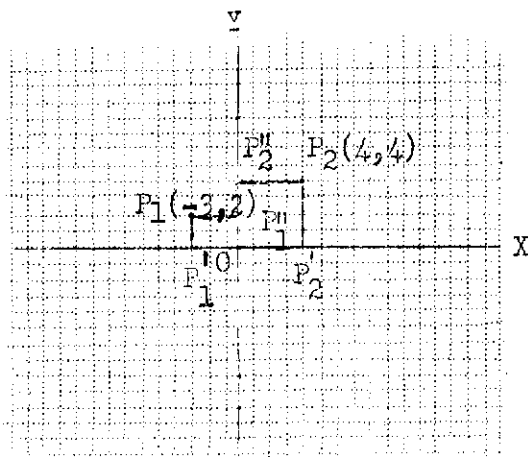
โพรเจกชันของ  $\overline{CD}$  บนเส้นตรง  $L_1$  คือ \_\_\_\_\_ (10.1)

$\overline{FQ}$  เป็นโพรเจกชันของ \_\_\_\_\_ บนเส้นตรง  $L_1$  (10.2)

$\overline{FP}$  เป็นโพรเจกชันของ \_\_\_\_\_ บนเส้นตรง  $L_1$  (10.3)

$\overline{AB}$  เป็นโพรเจกชันของ \_\_\_\_\_ บนเส้นตรง  $L_3$  (10.4)

11)



จากรูป

โพรเจกชันของ  $\overline{P_1P_2}$  บนแกน X  
คือส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายเป็น

$P_1'(-3, 0)$  กับ  $P_2'(4, 0)$

โพรเจกชันของ  $\overline{P_1P_2}$  บนแกน Y

คือส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายเป็น

$P_1''( \quad, \quad )$  กับ  $P_2''( \quad, \quad )$

(11.1)

12) ถ้า  $P_1$  และ  $P_2$  มีพิกัดเป็น  $(a, b)$  และ  $(c, d)$  ตามลำดับ

โพรเจกชันของ  $\overline{P_1P_2}$  บนแกน X คือส่วนของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเป็น  $P_1'( \quad, \quad )$  และ

$P_2'( \quad, \quad )$  (12.1)

โพรเจกชันของ  $\overline{P_1P_2}$  บนแกน Y คือส่วนของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเป็น  $P_1''( \quad, \quad )$  และ

$P_2''( \quad, \quad )$  (12.2)

(ดูเฉลย)

เฉลย

เรื่อง โพรเจกชันของจุด

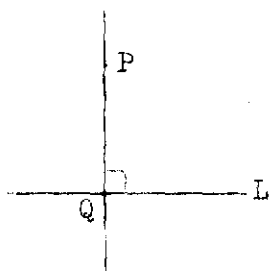
1)

(1.1) ตั้งฉาก

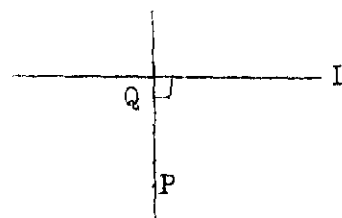
(1.2) เป็นจุดตัดของเส้นตรง  $L_1$  กับเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง  $L_1$  และตั้งฉากกับเส้นตรง  $L_1$

2)

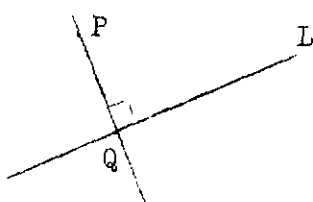
(2.1)



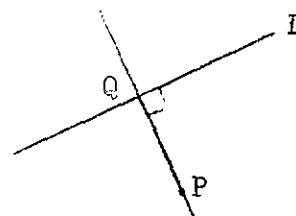
(2.2)



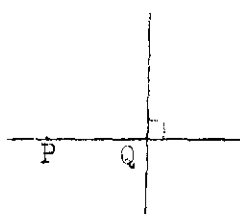
(2.3)



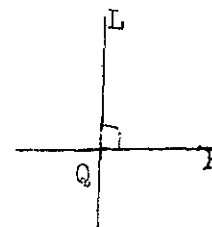
(2.4)



(2.5)



(2.6)



สรุป การหาโพรเจกชันของจุด P ซึ่งอยู่นอกเส้นตรง L ทำได้โดยลากเส้นตรงจาก P ตั้งฉากกับ L จุดตัดของเส้นตั้งฉากกับ L เป็นโพรเจกชันของจุด P บน L

3)

- |        |         |        |                 |
|--------|---------|--------|-----------------|
| (3.1)  | ไม่เป็น | (3.2)  | เป็น            |
| (3.3)  | ไม่เป็น | (3.4)  | เป็น            |
| (3.5)  | เป็น    | (3.6)  | P               |
| (3.7)  | P       | (3.8)  | P               |
| (3.9)  | P       | (3.10) | เป็นจุดเดียวกัน |
| (3.11) | q       | (3.12) | ไม่เป็น         |
| (3.13) | ไม่เป็น | (3.14) | $L_2$           |
| (3.15) | $L_1$   |        |                 |

4)

- |       |        |       |         |
|-------|--------|-------|---------|
| (4.1) | (3, 0) | (4.2) | (0, 2)  |
| (4.3) | (2, 0) | (4.4) | (0, -2) |

5)

- |        |         |        |         |
|--------|---------|--------|---------|
| (5.1)  | (4, 0)  | (5.2)  | (0, 2)  |
| (5.3)  | (2, 0)  | (5.4)  | (0, -3) |
| (5.5)  | (-1, 0) | (5.6)  | (0, -1) |
| (5.7)  | (0, 0)  | (5.8)  | (0, 1)  |
| (5.9)  | (2, 0)  | (5.10) | (0, 0)  |
| (5.11) | (-2, 0) | (5.12) | (0, 1)  |
| (5.13) | (0, 0)  | (5.14) | (0, 0)  |
| (5.15) | (a, 0)  | (5.16) | (0, b)  |

เฉลยโพรเจกชัน (ต่อ)

7)

(7.1) โพรเจกชัน

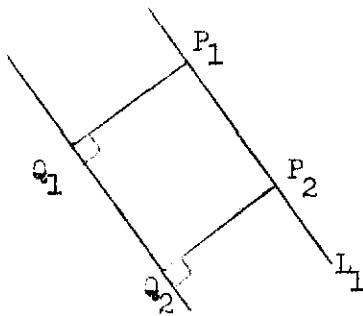
(7.2) โพรเจกชัน

8)

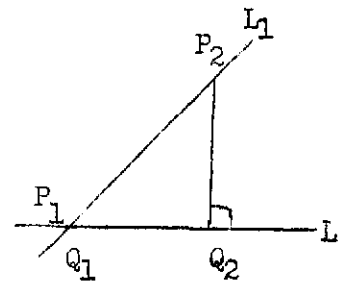
(8.1)  $\overline{EF}$

9)

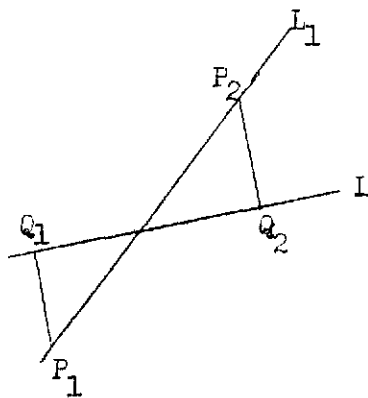
(9.1)



(9.2)



(9.3)



10)

(10.1)  $\overline{EG}$

(10.2)  $\overline{AQ}$

(10.3)  $\overline{AB}$

(10.4)  $\overline{AB}$

11)

(11.1)  $P_1''(0, 2)$  กับ  $P_2''(0, 4)$

12)

(12.1)  $P_1'(a, 0)$  กับ  $P_2'(c, 0)$

(12.2)  $P_1''(0, b)$  กับ  $P_2''(0, d)$

เรื่องโปรแกรมเจกซ์ (ต่อ)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กิจกรรมที่ 3

จงหาโปรแกรมเจกซ์บนแกน X และโปรแกรมเจกซ์บนแกน Y ของส่วนของเส้นตรง  
ที่เชื่อมจุดต่อไปนี้

- |     |           |     |          |
|-----|-----------|-----|----------|
| (1) | A(-1, -6) | กับ | B(5, -1) |
| (2) | C(0, 3)   | กับ | D(1, -4) |
| (3) | E(-4, 2)  | กับ | F(4, -2) |

-----

(ส่งอาจารย์ผู้สอน)

## แบบฝึกหัด 2

1. จงหาโปรเจกชันบนแกน  $x$  และโปรเจกชันบนแกน  $y$  ของจุด  $(2, 4)$ ,  $(-2, 4)$ ,  $(-2, -4)$ ,  $(2, -4)$ ,  $(0, 3)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 3)$  และ  $(4, 0)$
2. จงหาโปรเจกชันบนแกน  $x$  และโปรเจกชันบนแกน  $y$  ของส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุด 2 จุดต่อไปนี้
  - (1)  $P(1, 2)$  กับ  $Q(3, 2)$
  - (2)  $A(1, 3)$  กับ  $B(3, 4)$
  - (3)  $C(-1, 2)$  กับ  $D(1, 3)$
  - (4)  $E(-1, -2)$  กับ  $F(2, 3)$
  - (5)  $G(-3, \frac{1}{2})$  กับ  $H(-3, -\frac{1}{2})$
3. ให้  $P$  เป็นจุด ๆ หนึ่งซึ่งอยู่บนเส้นตรง  $L_1$  แต่ไม่อยู่บนเส้นตรง  $L_2$  จงแสดงโปรเจกชันของจุด  $P$  บนเส้นตรง  $L_2$  และโปรเจกชันของ  $P'$  เมื่อ  $P'$  เป็นโปรเจกชันของจุด  $P$  บนเส้นตรง  $L_2$  ในกรณีที่
  - (1)  $L_1$  ขนานกับ  $L_2$
  - (2)  $L_1$  ไม่ขนานกับ  $L_2$
4. ให้  $P_1$  และ  $P_2$  เป็นจุดบนเส้นตรง  $L$   
 $P'_1$  และ  $P'_2$  เป็นจุดบนเส้นตรง  $L_1$   
 ถ้าส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$  เป็นโปรเจกชันของส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$  บนเส้นตรง  $L_1$  ส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$  จะเป็นโปรเจกชันของส่วนของเส้นตรง  $P'_1P'_2$  บนเส้นตรง  $L$  หรือไม่ จงอธิบาย

เรื่องระยะระหว่างจุด 2 จุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 3

จุดประสงค์ เพื่อหาระยะระหว่างจุด 2 จุดในระนาบ

อุปกรณ์ คินสอและไม้โปรแทรกเตอร์

ปฏิบัติการ (1) นักเรียนจงหาค่าพิกัดของจุด A และจุด B ซึ่งมีพิกัดตั้งในตารางที่ 1 แล้ววัดระยะระหว่างจุด A และจุด B ใสลงในช่องที่ 3 และเติมตารางให้สมบูรณ์

ตารางที่ 1

ช่องที่	1	2	3	4
ข้อที่	A	B	ระยะระหว่างจุด A และจุด B	พิกัดที่หนึ่งของ A - พิกัดที่หนึ่งของ B
(1.1)	(0,0)	(5,0)	5	$ 0 - 5  =  -5  = 5$
(1.2)	(-5,0)	(0,0)	.....	.....
(1.3)	(2,0)	(5,0)	.....	.....
(1.4)	(-3,0)	(2,0)	.....	.....
(1.5)	(-7,0)	(-3,0)	.....	.....

(2) จุด A และจุด B ในตารางที่ 1 เป็นจุดที่มีพิกัดสองเท่ากับ ..... (2.1)

แสดงว่าจุด A และจุด B จะอยู่บนแกนใด ..... (2.2)

ข้อทดลอง ระยะระหว่างจุด A และจุด B เขียนแทนด้วย  $|AB|$

$$(3) |AB| = |\text{พิกัดที่ } \dots \text{ ของ A} - \text{พิกัดที่ } \dots \text{ ของ B}|$$

$$(4) |x-y| \text{ และ } |y-x| \text{ เท่ากันหรือไม่ } \dots$$

$$(5) |\text{พิกัดที่หนึ่งของ A} - \text{พิกัดที่หนึ่งของ B}|$$

$$= |\text{พิกัดที่หนึ่งของ B} - \dots|$$

$$(6) \text{ ถ้าให้จุด A และจุด B มีพิกัดเป็น } (a,0) \text{ และ } (b,0)$$

$$\text{ตามลำดับ จะได้ว่า } |AB| = | \dots - \dots |$$

เมื่อนักเรียนศึกษาถึงตอนนี้ให้คุณเฉลย ข้อ (1) - (6) ของบทที่ 3 ก่อนที่จะศึกษาต่อไป

(7) จงหาค่าแทนของจุด C และจุด D ซึ่งมีพิกัดดังในตารางที่ 2

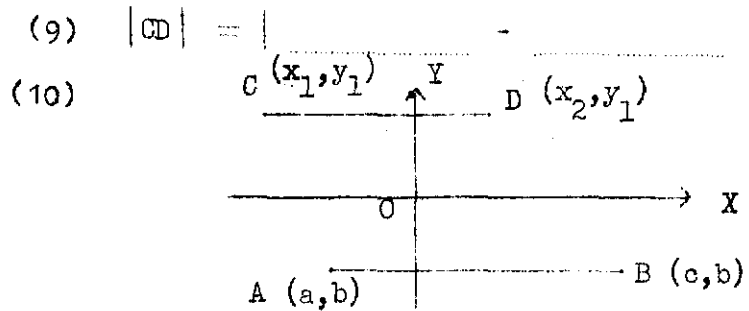
แล้ววัดระยะระหว่างจุด C และจุด D ใส่ในช่องที่ 3 และ

เติมตารางให้สมบูรณ์

ตารางที่ 2

ช่องที่	1	2	3	4
ข้อที่	C	D	ระยะระหว่าง จุด C และจุด D	$ \text{พิกัดที่หนึ่งของ C} - \text{พิกัดที่หนึ่งของ D} $
(7.1)	(0,2)	(5,2)	5	$ 0-5  =  -5  = 5$
(7.2)	(-3,4)	(3,4)	.....	.....
(7.3)	(-1,3)	(-5,3)	.....	.....
(7.4)	(2,6)	(3,6)	.....	.....
(7.5)	(-5,1)	(0,1)	.....	.....

- (8) จุด C และจุด D ในแต่ละข้อในตารางที่ 2 เป็นจุดที่มีพิกัดที่สองเป็น  
อย่างไร ..... (8.1) แสดงว่าจุด C และจุด D  
ในแต่ละข้อจะอยู่บนเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน ..... (8.2)



จากรูป จุด A และจุด B มีพิกัดเป็น  $(a, b)$  และ  $(c, b)$  ตามลำดับ  
ดังนั้น  $|AB| = | \dots - \dots |$  (10.1)

จุด C และจุด D มีพิกัดเป็น  $(x_1, y_1)$  และ  $(x_2, y_1)$  ตาม  
ลำดับ ดังนั้น  $|CD| = | \dots - \dots |$  (10.2)

- (11) ถ้าจุด C และจุด D มีพิกัดเป็น  $(a, b)$  และ  $(c, b)$  ตามลำดับ  
จะได้ว่า  $|CD| = | \dots - \dots |$

เมื่อนักเรียนศึกษาถึงตอนนี้ให้ดูเฉลย ข้อ (7)-(11) ของบทที่ 3 ก่อนที่จะศึกษาต่อไป

- (12) จงหาตำแหน่งของจุด A และจุด B ซึ่งมีพิกัดตั้งในตารางที่ 3  
แล้ววัดระยะระหว่างจุด A และจุด B ใ้เส้นของที่ 3 และเติม  
ตารางให้สมบูรณ์

## ตารางที่ 3

ข้อที่	1	2	3	4
ข้อที่	A	B	ระยะระหว่างจุด A และจุด B	พิกัดที่ 2 ของ A - พิกัดที่ 2 ของ B
(12.1)	(0,0)	(0,5)	5	$ 0-5  =  -5  = 5$
(12.2)	(0,-1)	(0,-5)		
(12.3)	(0,-2)	(0,5)		
(12.4)	(0,2)	(0,3)		
(12.5)	(0,-7)	(0,-3)		

(13) จุด A และจุด B ในตารางที่ 3 เป็นจุดที่มีพิกัดที่หนึ่งเท่ากัน  
 ..... (13.1) แสดงว่า จุด A และจุด B จะอยู่บนแกน  
 ใด ..... (13.2)

(14)  $|AB| = |$ พิกัดที่ ..... ของ A - พิกัดที่ ..... ของ B  $|$

(15) ถ้าให้จุด A และจุด B มีพิกัดเป็น (0,a) และ (0,b)  
 ตามลำดับ จะได้ว่า  $|AB| = |$ ..... - .....  $|$

เมื่อนักเรียนศึกษาถึงตอนนี้ให้คุณเฉลย ข้อ (12)-(15) ของบทที่ 3 ก่อนที่จะศึกษาต่อไป

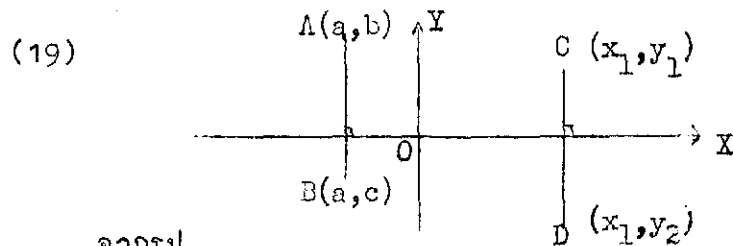
- (16) จงหาคำแหน่งของจุด C และจุด D ที่มีพิกัดตั้งในตารางที่ 4 แล้ววัดระยะระหว่างจุด C และจุด D ใส่ในช่องที่ 3 และเติมตารางให้สมบูรณ์

ตารางที่ 4

ช่องที่	1	2	3	4
ข้อที่	C	D	ระยะระหว่างจุด C และจุด D	พิกัดที่สองของ C - พิกัดที่สองของ D
(16.1)	(4, -3)	(4, 3)	6	$ 3 - (-3)  =  -6  = 6$
(16.2)	(2, 5)	(2, 0)	.....	.....
(16.3)	(3, -1)	(3, -5)	.....	.....
(16.4)	(-2, -1)	(-2, 5)	.....	.....
(16.5)	(-3, -2)	(-3, -5)	.....	.....

- (17) จุด C และจุด D ในแต่ละข้อในตารางที่ 4 เป็นจุดที่มีพิกัดที่หนึ่งเป็นอย่างไร ..... (17.1) แสดงว่าจุด C และจุด D ในแต่ละข้อ จะอยู่บนเส้นตรงซึ่งขนานกับแกน ..... (17.2)

(18)  $|CD| =$  .....



จากรูป

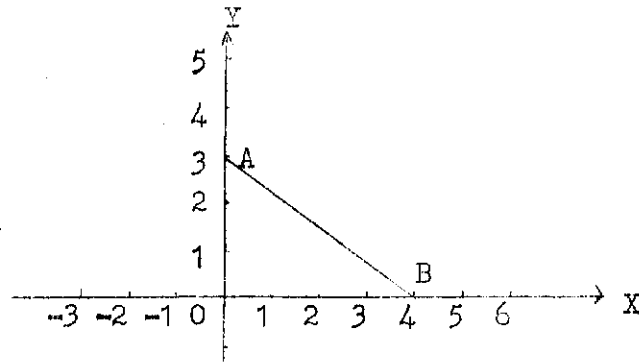
$|AB| =$  ..... (19.1)

$|CD| =$  ..... (19.2)

- (20) ถ้าจุด A และจุด B มีพิกัดเป็น  $(a,b)$  และ  $(a,d)$  ตามลำดับ  
จะได้ว่า  $|AB| = | \quad - \quad |$

เมื่อนักเรียนศึกษาถึงตอนนี้ให้ดูเฉลย ข้อ (16)–(20) ของบทที่ 3 ก่อนที่จะศึกษาต่อไป

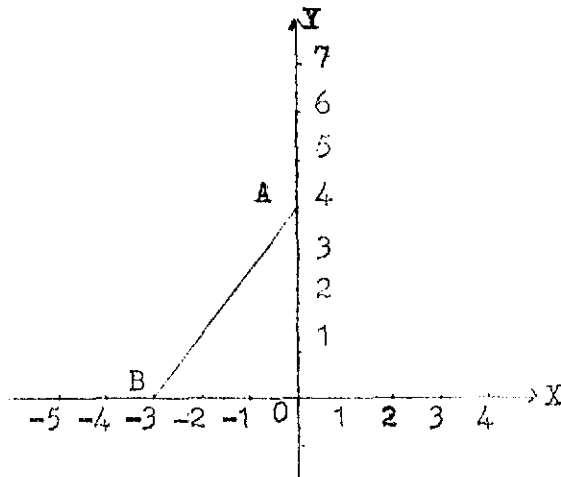
(21)



ดูรูปแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- (21.1) จุด A มีพิกัดเป็น .....
- (21.2) จุด B มีพิกัดเป็น .....
- (21.3)  $\triangle AOB$  เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุมใดเป็นมุมฉาก .....
- (21.4)  $|OA| = \dots\dots\dots$  หน่วย
- (21.5)  $|OB| = \dots\dots\dots$  หน่วย
- (21.6) จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า  
 $|AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 = \dots\dots\dots$
- (21.7) ดังนั้น  $|AB| = \sqrt{|OA|^2 + |OB|^2} = \dots\dots\dots$  หน่วย

(22)



ดูรูปแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

(22.1) จุด A มีพิกัดเป็น .....

(22.2) จุด B มีพิกัดเป็น .....

(22.3)  $\triangle AOB$  เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุมใดเป็นมุมฉาก .....

(22.4)  $|OA| =$  ..... หน่วย

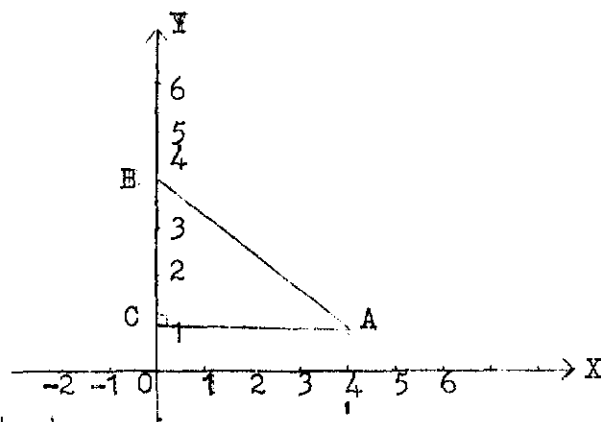
(22.5)  $|OB| =$  ..... หน่วย

(22.6) จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$|AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 = \dots\dots\dots$$

(22.7) ดังนั้น  $|AB| = \sqrt{|OA|^2 + |OB|^2} =$  ..... หน่วย

(23) ดูรูปแล้วตอบคำถามข้างล่างนี้



(23.1)  $|AC| =$  ..... หน่วย

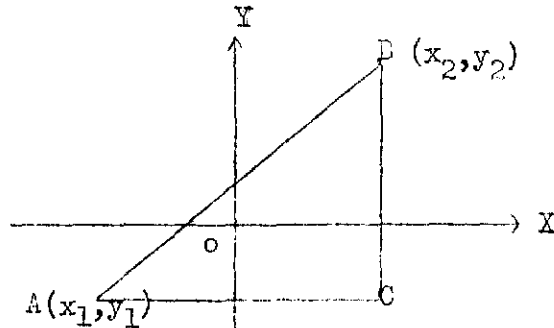
(23.2)  $|BC| =$  ..... หน่วย

(23.3) จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 = \dots\dots\dots$$

(23.4) ดังนั้น  $|AB| = \sqrt{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$  หน่วย

(24)



จากรูป จงตอบคำถามต่อไปนี้

(24.1) พิกัดของจุด C คือ (..., ...)

(24.2)  $|AC| = | \dots - \dots |$

(ดูข้อ 10 ประกอบ)

(24.3)  $|BC| = | \dots - \dots |$

(ดูข้อ 19 ประกอบ)

(ดูเฉลย)

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2$$

และจาก (24.2) และ (24.3)

$$\text{ดังนั้น } |AB|^2 = | \dots - \dots |^2 + | \dots - \dots |^2$$

$$\text{เพราะฉะนั้น } |AB| = \sqrt{| \dots - \dots |^2 + | \dots - \dots |^2}$$

$$\text{แต่ } |x_1 - x_2|^2 = (x_1 - x_2)^2 \quad \text{และ } |y_1 - y_2|^2 = (y_1 - y_2)^2$$

$$\text{ดังนั้น } |AB| = \sqrt{( \dots - \dots )^2 + ( \dots - \dots )^2}$$

(25) กำหนดให้จุด  $A(x_1, y_1)$  และจุด  $B(x_2, y_2)$  เป็นจุดใดในระนาบ

$$|AB| = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

(26) กำหนดจุด  $A(3, 5)$ ,  $B(-5, 3)$  และจุด  $C(-1, 3)$  จะได้

(26.1)  $|AB| = \dots$

(26.2)  $|BC| = \dots$

(26.3)  $|CA| = \dots$

(26.4) ดังนั้น  $\Delta ABC$  เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด .....

(27) กำหนดจุด  $A(-5, -4)$ ,  $B(-3, 0)$  และจุด  $C(7, -5)$  จะได้

(27.1)  $|AB|^2 = \dots$

(27.2)  $|BC|^2 = \dots$

(27.3)  $|CA|^2 = \dots$

(27.4)  $|AB|^2 + |BC|^2 = \dots$

(27.5) ดังนั้น  $|AB|^2 + |BC|^2$  และ  $|CA|^2$  มีความสัมพันธ์กันอย่างไร .....

(27.6) นั่นคือ  $\Delta ABC$  เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด .....

(28) กำหนดจุด  $A(-5, -4)$ ,  $B(-3, 0)$  และจุด  $C(1, -2)$  จะได้

(28.1)  $|AB| = \dots$

(28.2)  $|BC| = \dots$

(28.3)  $|CA| = \dots$

(28.4) ดังนั้น  $\Delta ABC$  เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด .....

เมื่อนักเรียนศึกษาถึงตอนนี้ให้ดูเฉลย ข้อ (21) - (28) ของบทที่ 3

-----

เฉลยบทที่ 3  
เรื่องระยะระหว่างจุด 2 จุด

(1) ในตารางที่ 1

ข้อที่	ของ 3	4
(1.2)	5	$ -5-0  =  -5  = 5$
(1.3)	3	$ 2-5  =  -3  = 3$
(1.4)	5	$ -3-2  =  -5  = 5$
(1.5)	4	$ -7-(-3)  =  -7+3  =  -4  = 4$

(2) 0 (2.1)

X (2.2)

(3)  $|AB| = |\text{พิกัดที่หนึ่งของ A} - \text{พิกัดที่หนึ่งของ B}|$

(4) เท่ากัน

(5) พิกัดที่หนึ่งของ A

(6)  $|a - b|$  หรือ  $|b - a|$

เฉลยบทที่ 3 (ต่อ)

(7) ในตารางที่ 2

ข้อที่	ของที่ 3	4
(7.2)	6	$ -3 - 3  =  -6  = 6$
(7.3)	4	$ -1 - (-5)  =  -1 + 5  =  4  = 4$
(7.4)	1	$ 2 - 3  =  -1  = 1$
(7.5)	5	$ -5 - 0  =  -5  = 5$

(8) เท่ากัน (8.1)

$x$  (8.2)

(9)  $|\text{พิกัดที่หนึ่งของ } C - \text{พิกัดที่หนึ่งของ } D|$  หรือ  $|\text{พิกัดที่หนึ่งของ } C - \text{พิกัดที่หนึ่งของ } C|$

(10)  $|AB| = |a - c|$  หรือ  $|c - a|$  (10.1)

$|CD| = |x_1 - x_2|$  หรือ  $|x_2 - x_1|$  (10.2)

(11)  $|CD| = |a - c|$  หรือ  $|c - a|$

เฉลยบทที่ 3 (ต่อ)

(12) ในตารางที่ 3

ข้อที่	ของที่ 3	4
(12.2)	4	$ -1 - (-5)  =  -1 + 5  =  4  = 4$
(12.3)	7	$ -2 - 5  =  -7  = 7$
(12.4)	1	$ 2 - 3  =  -1  = 1$
(12.5)	4	$ -7 - (-3)  =  -7 + 3  =  -4  = 4$

(13) 0 (13.1)

Y (13.2)

(14)  $|AB| = |\text{พิกัดที่สองของ } A - \text{พิกัดที่สองของ } B|$

(15)  $|a - b|$  หรือ  $|b - a|$

เฉลยบทที่ 3 (ต่อ)

(16) ในตารางที่ 4

ข้อที่	ข้อที่ 3	4
(16.2)	5	$ 5-0  = 5$
(16.3)	4	$ -1-(-5)  =  -1+5  = 4$
(16.4)	6	$ -1-(5)  =  -6  = 6$
(16.5)	3	$ -2-(-5)  =  -2+5  = 3$

(17) เท่ากัน ..... (17.1)

y ..... (17.2)

(18)  $|CD| = |$ พิกัดที่สองของ C - พิกัดที่สองของ D  $|$  หรือ  
 $|$ พิกัดที่สองของ D - พิกัดที่สองของ C  $|$

(19)  $|AB| = |b - c|$  หรือ  $|c - b|$  ..... (19.1)

$|CD| = |y_1 - y_2|$  หรือ  $|y_2 - y_1|$  ..... (19.2)

(20)  $|AB| = |b - d|$  หรือ  $|d - b|$

เฉลยบทที่ 3(ต่อ)

(21)

(21.1)  $(0,3)$

(21.5) 4

(21.2)  $(4,0)$

(21.6)  $|OB|^2 + |OA|^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

(21.3)  $\hat{A}OB$  หรือ  $\hat{O}$

(21.7)  $\sqrt{25} = 5$

(21.4) 3

(22)

(22.1)  $(0,4)$

(22.5) 3

(22.2)  $(-3,0)$

(22.6)  $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

(22.3)  $\hat{O}$  หรือ  $\hat{A}OB$

(22.7)  $\sqrt{25} = 5$

(22.4) 4

(23)

(23.1) 4

(23.3)  $|AC|^2 + |BC|^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

(23.2)  $|4-1| = 3$

(23.4)  $\sqrt{25} = 5$

เฉลยบทที่ 3 (ต่อ)

(24)

(24.1)  $(x_2, y_1)$

(24.2)  $|x_1 - x_2|$  หรือ  $|x_2 - x_1|$

(24.3)  $|y_1 - y_2|$  หรือ  $|y_2 - y_1|$

$$|AB|^2 = |x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2$$

$$|AB| = \sqrt{|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2}$$

ดังนั้น  $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

(25)

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

(26)

(26.1)  $|AB| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$       (26.3)  $|CA| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

(26.2)  $|BC| = 4$       (26.4) สามเหลี่ยมหน้าจั่ว

(27)

(27.1) 20      (27.4)  $20 + 125 = 145$

(27.2) 125      (27.5) เท่ากัน

(27.3) 145      (27.6) สามเหลี่ยมมุมฉาก

(28)

(28.1)  $\sqrt{20}$       (28.3)  $\sqrt{40}$

(28.2)  $\sqrt{20}$       (28.4) สามเหลี่ยมหน้าจั่ว,  
สามเหลี่ยมมุมฉาก

เรื่องระยะระหว่างจุด 2 จุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บัตรงานที่ 4

- (1) จงหาระยะระหว่างจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้
- (1.1)  $(0,0)$  และ  $(-3,-4)$
- (1.2)  $(0,-5)$  และ  $(-3,-1)$
- (1.3)  $(-1,-3)$  และ  $(-7,5)$
- (1.4)  $(-4,3)$  และ  $(6,5)$
- (2) ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงพิจารณา  $\triangle ABC$  เป็นสามเหลี่ยมชนิดใดต่อไปนี้
- ก. สามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ข. สามเหลี่ยมคางหมู
- ค. สามเหลี่ยมมุมฉาก
- ง. สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า
- (2.1)  $A(5,-4), B(6,3)$  และ  $C(-2,-5)$
- (2.2)  $A(1,0), B(5,0)$  และ  $C(3,23)$
- (2.3)  $A(6,8), B(4,6)$  และ  $C(-2,-2)$
- (2.4)  $A(0,0), B(8,18)$  และ  $C(12,27)$
- (2.5)  $A(10,0), B(-12,0)$  และ  $C(-8,8)$
- (3) วงกลมวงหนึ่งมีศูนย์กลางที่จุด  $(3,4)$  และผ่าน  $(6,8)$   
จงหารัศมีของวงกลมนี้ และตรวจสอบดูว่า จุด  $(0,0)$   
อยู่ในวงกลมนี้หรือไม่

(ส่งผู้สอน)

แบบฝึกหัด 3

1. จงหาระยะระหว่างจุดต่อไปนี้กับจุด  $(0, 0)$ 
    - (1)  $(3, 4)$                       (3)  $(0, 3)$
    - (2)  $(-1, -3)$                       (4)  $(s, t)$
  2. จงหาระยะระหว่างจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้
    - (1)  $(3, 4)$  และ  $(2, 2)$               (5)  $(2, 13)$  และ  $(8, 5)$
    - (2)  $(-1, -2)$  และ  $(3, -4)$         (6)  $(-5, 3)$  และ  $(0, 8)$
    - (3)  $(0, s)$  และ  $(t, 0)$             (7)  $(-6, 4)$  และ  $(-6, 17)$
    - (4)  $(0, s + t)$  และ  $(s + t, 0)$     (8)  $(-2, -1)$  และ  $(-7, -6)$
  3. จงแสดงว่าจุด  $(1, 1)$   $(-1, 1)$  และ  $(-4, 2)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
  4. จงหาความยาวของเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  เมื่อจุด  $A$  มีโคออร์ดิเนต  $(3, 4)$  จุด  $B$  มีโคออร์ดิเนต  $(7, 8)$  และจุด  $C$  มีโคออร์ดิเนต  $(-1, -2)$
  5. วงกลมวงหนึ่งมีศูนย์กลางที่จุด  $(-3, 2)$  และผ่านจุด  $(7, 4)$  จงหารัศมีของวงกลมวงนี้
-

เรื่องจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 4

จุดประสงค์      เพื่อหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

อุปกรณ์          คินสอและไม้โปรแทรกเตอร์

ปฏิบัติการ        (1) กำหนดจุด F เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง DE  
เมื่อกำหนดพิกัดของจุด D และจุด E ดังในตารางต่อไปนี้  
จงหาพิกัดของจุด F โดยการอ่านจากรูปที่นักเรียนสร้างขึ้น

ข้อที่	D	E	F
(1.1)	(0,0)	(0,6)	.....
(1.2)	(1,6)	(1,10)	.....
(1.3)	(-2,-2)	(-2,4)	.....
(1.4)	(-5,3)	(-5,9)	.....

จุดกึ่งกลางระหว่างจุด D และจุด E คือ จุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง DE

(2) แต่ละข้อในตาราง พิกัดที่หนึ่งของจุด D เท่ากับ พิกัดที่..... (2.1)

ของจุด E และจากตารางจะสังเกตว่า พิกัดที่หนึ่งของจุด F  
จะเท่ากับพิกัดที่..... (2.2) ของจุด D

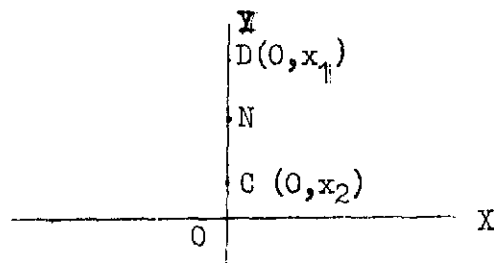
(3) พิกัดที่สองของจุด F เท่ากับ

พิกัดที่..... ของจุด D + พิกัดที่..... ของจุด E

- (4) ถ้าจุด D และจุด E มีพิกัดเป็น  $(x, a)$  และ  $(x, b)$  ตามลำดับ และจุด F เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด D และจุด E จะได้ว่า พิกัดที่หนึ่งของจุด F คือ ..... (4.1) (ดูข้อ 2.2)  
พิกัดที่สองของจุด F คือ

$$\frac{\text{พิกัดที่ } \dots \text{ ของจุด D} + \text{พิกัดที่ } \dots \text{ ของจุด E}}{2} = \dots + \dots \quad (4.2) \text{ (ดูข้อ 3)}$$

(5)



จากรูป จุด N เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด C และจุด D  
ดังนั้น พิกัดของ N คือ  $( \dots , \frac{\dots + \dots}{2} )$

(6) จงหา

(6.1) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(5, -6)$  และ  $(5, 17)$  คือ  $\frac{(5, -6 + 17)}{2}$   
 $= (5, \frac{11}{2})$

(6.2) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(-1, 1)$  และ  $(-1, 8)$  คือ .....

(6.3) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(3, -2)$  และ  $(3, -7)$  คือ .....

(6.4) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(-3, -2)$  และ  $(-3, -13)$  คือ .....

(6.5) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(-4, -8)$  และ  $(-4, -4)$  คือ .....

(6.6) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(6, 7)$  และ  $(6, 14)$  คือ .....

- (7) กำหนดจุด C เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A และจุด B  
 เมื่อกำหนดพิกัดของจุด A และจุด B ดังในตารางต่อไปนี้  
 จงหาพิกัดของจุด C โดยการอ่านจากรูปที่นักเรียนสร้างขึ้น

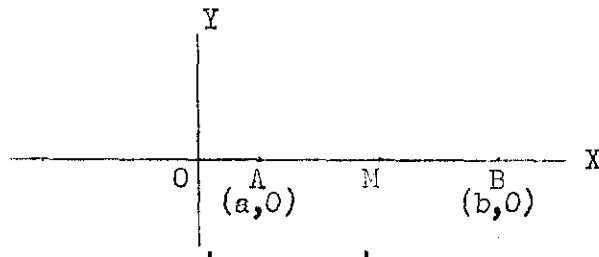
ข้อที่	A	B	C
( 7.1 )	(-2, 0)	(0, 0)	.....
( 7.2 )	(1, 5)	(5, 5)	.....
( 7.3 )	(8, -4)	(-4, -4)	.....
( 7.4 )	(3, -5)	(9, -5)	.....

- (8) แต่ละข้อในตารางพิกัดที่สองของจุด A เทากับ พิกัดที่.....(8.1)ของจุด B  
 จากตารางจะสังเกตว่า พิกัดที่สองของจุด C จะเท่ากับ พิกัดที่.....(8.2)  
 ของจุด A

- (9) พิกัดหนึ่งของจุด C เทากับ  $\frac{\text{พิกัดที่.....ของจุด A} + \text{พิกัดที่.....ของจุด B}}{2}$

(10) ถ้าจุด A และจุด B มีพิกัดเป็น (a,y) และ (b,y) ตามลำดับ  
 และจุด C เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A และจุด B จะได้ว่า  
 พิกัดหนึ่งของจุด C เทากับ  $\frac{\text{พิกัดที่.....ของจุด A} + \text{พิกัดที่.....ของจุด B}}{2}$   
 $= \frac{.....}{2}$  (10.1)  
 พิกัดที่สองของจุด C คือ ..... (10.2)(ดูจากข้อ 8.2)

(11)



จากรูป จุด M เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A และจุด B  
 ดังนั้น พิกัดของ M คือ  $(\frac{a+b}{2}, 0)$

(12) จงหา

(12.1) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(5, 4)$  และ  $(16, 4)$  คือ  $(\frac{5+16}{2}, 4)$

$$= (\frac{21}{2}, 4)$$

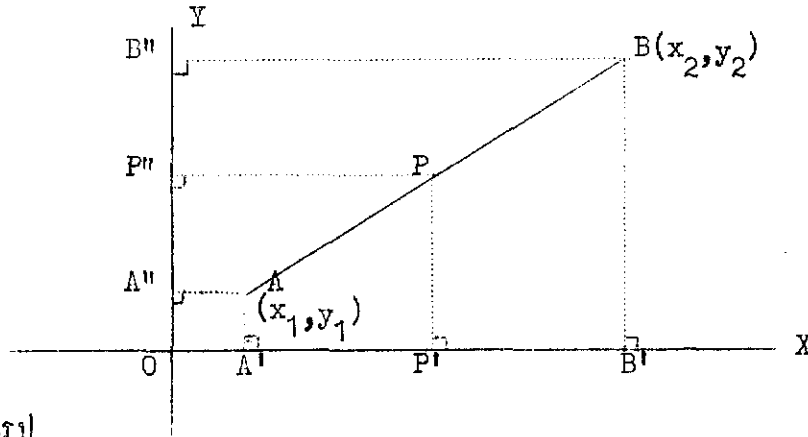
(12.2) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(-2, -1)$  และ  $(-13, -1)$  คือ .....

(12.3) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(8, -4)$  และ  $(-5, -4)$  คือ .....

(12.4) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(-7, -6)$  และ  $(-8, -6)$  คือ .....

(12.5) จุดกึ่งกลางระหว่าง  $(\frac{4}{3}, 1)$  และ  $(3, 1)$  คือ .....

(13)



จากรูป

กำหนดจุด A และจุด B มีพิกัดเป็น  $(x_1, y_1)$  และ  $(x_2, y_2)$  ตามลำดับ

จุด P เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด A และจุด B

จะได้ว่า จุด P เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด ..... และจุด ..... (13.1)

และ จุด P เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด ..... และจุด ..... (13.2)

พิกัดหนึ่งของ  $A'$  = พิกัดที่ ..... ของ A (13.3)

ดังนั้น พิกัดหนึ่งของ  $A'$  คือ ..... (13.4)

ในทำนองเดียวกันจะได้ พิกัดหนึ่งของ  $B'$  คือ ..... (13.5)

ดังนั้น พิกัดหนึ่งของ  $P'$  คือ  $\frac{\quad + \quad}{2}$  (13.6) (ดูข้อ 11)

จุด  $A'$ ,  $B'$  และ  $P'$  อยู่บนแกน X

ดังนั้น พิกัดที่สองของจุด  $A'$ ,  $B'$  และ  $P'$  เท่ากับ ..... (13.7)

พิกัดของจุด  $A'$  คือ  $(\quad, \quad)$  (13.8) (ดูจากข้อ 13.4 และ 13.7)

พิกัดของจุด  $B'$  คือ  $(\quad, \quad)$  (13.9) (ดูจากข้อ 13.5 และ 13.7)

พิกัดของจุด  $P'$  คือ  $(\frac{\quad + \quad}{2}, \quad)$  (13.10)  
(ดูจากข้อ 13.6 และ 13.7)

จุด  $A''$ ,  $B''$  และ  $P''$  อยู่บนแกน  $Y$

ดังนั้น พิกัดหนึ่งของจุด  $A''$ ,  $B''$  และ  $P''$  เท่ากับ ..... (13.11)

พิกัดที่สองของ  $A'' =$  พิกัดที่ ..... ของ  $A$  (13.12)

ดังนั้น พิกัดที่สองของ  $A''$  คือ ..... (13.13)

ในทำนองเดียวกันจะได้ พิกัดที่สองของ  $B''$  คือ ..... (13.14)

ดังนั้น พิกัดที่สองของจุด  $P''$  คือ ..... (13.15) (ดูข้อ 5)

พิกัดของ  $A''$  คือ ..... (13.16) (ดูข้อ 13.11 และข้อ 13.13)

พิกัดของ  $B''$  คือ ..... (13.17) (ดูข้อ 13.11 และข้อ 13.14)

พิกัดของ  $P''$  คือ ..... (13.18) (ดูข้อ 13.11 และข้อ 13.15)

แต่จุด  $P$  และจุด  $P'$  มีพิกัดหนึ่งเท่ากัน

ดังนั้น พิกัดหนึ่งของจุด  $P$  คือ ..... (13.19) (ดูข้อ 13.6)

และจุด  $P$  และจุด  $P''$  มีพิกัดที่สองเท่ากัน

ดังนั้น พิกัดที่สองของจุด  $P$  คือ ..... (13.20) (ดูข้อ 13.15)

พิกัดของจุด  $P$  คือ  $(\frac{\quad + \quad}{2}, \frac{\quad + \quad}{2})$  (13.21)  
(ดูข้อ 13.19, 13.20)

ถ้าจุด  $P$  เป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด  $A(x_1, y_1)$  และ  $B(x_2, y_2)$   
จะได้ว่า พิกัดของจุด  $P$  คือ  $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$  (13.22)

(14) จุด P เป็นจุดกึ่งกลางของจุด A และจุด B

ข้อที่	A	B	P
(14.1)	(4,8)	(-2,4)	$\left(\frac{4-2}{2}, \frac{8+4}{2}\right) = (1,6)$
(14.2)	(-3,3)	(3,7)	.....
(14.3)	(-2,-1)	(4,3)	.....
(14.4)	(-5,2)	(7,-6)	.....
(14.5)	(-2,-4)	(-5,2)	.....

(15) จงหา

(15.1) จุดกึ่งกลางระหว่าง (3,4) และ (5,8) คือ  $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{4+8}{2}\right)$   
 $= (4,6)$

(15.2) จุดกึ่งกลางระหว่าง (1,2) และ (8,9) คือ .....

(15.3) จุดกึ่งกลางระหว่าง (-5,-5) และ (-3,-2) คือ .....

(15.4) จุดกึ่งกลางระหว่าง (-4,3) และ (-3,4) คือ .....

(15.5) จุดกึ่งกลางระหว่าง (-a,b) และ (c,-d) คือ .....

---

(ดูเฉลย)

เฉลยบทที่ 4  
เรื่องจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

(1)

ข้อที่	F
(1.1)	(0,3)
(1.2)	(1,8)
(1.3)	(-2,1)
(1.4)	(-5,6)

(2.) พิกัดที่หนึ่ง (2.1) พิกัดที่สอง (2.2)

(3.)  $\frac{\text{พิกัดที่สองของจุด D} + \text{พิกัดที่สองของจุด E}}{2}$ (4.)  $x$  (4.1) =  $\frac{\text{พิกัดที่สองของจุด D} + \text{พิกัดที่สองของจุด E}}{2}$ 

$$= \frac{a+b}{2} \quad (4.2)$$

(5.)  $(\frac{a+b}{2}, 0)$ 

(6.)

$$(6.6) (6, \frac{7+14}{2}) = (6, \frac{21}{2}) \quad (6.4) (-3, \frac{-2-13}{2}) = (-3, \frac{-15}{2})$$

$$(6.2) (-1, \frac{1+8}{2}) = (-1, \frac{9}{2}) \quad (6.5) (-4, \frac{-8-4}{2}) = (-4, -6)$$

$$(6.3) (3, \frac{-2+(-7)}{2}) = (3, \frac{-9}{2})$$

(7.)

ข้อที่	C
(7.1)	(-1,0)
(7.2)	(3,5)
(7.3)	(2,-4)
(7.4)	(6,-5)

$$(8) \text{ พิกัดที่สอง } \dots (8.1) \quad \text{พิกัดที่สอง } \dots (8.2)$$

$$(9) \text{ พิกัดที่หนึ่งของจุด } A + \text{ พิกัดที่หนึ่งของจุด } B$$

$$(10) \frac{\text{พิกัดที่หนึ่งของจุด } A + \text{ พิกัดที่หนึ่งของจุด } B}{2} = \frac{a+b}{2} \quad (10.1)$$

$$\dots y \dots (10.2)$$

$$(11.) \quad (0, \frac{x_1+x_2}{2})$$

(12.)

$$(12.2) \quad (\frac{-2-13}{2}, -1) = (-\frac{15}{2}, -1)$$

$$(12.3) \quad (\frac{8-5}{2}, -4) = (\frac{3}{2}, -4)$$

$$(12.4) \quad (\frac{-7-8}{2}, -6) = (-\frac{15}{2}, -6)$$

$$(12.5) \quad (\frac{4+3}{2}, 1) = (\frac{7}{2}, 1)$$

(13.)

(13.1) จุด A' และจุด B'

(13.2) จุด A'' และจุด B''

(13.3) พิกัดที่หนึ่งของ A

(13.4)  $x_1$ (13.5)  $x_2$ (13.6)  $\frac{x_1+x_2}{2}$ 

(13.7) 0

(13.8)  $(x_1, 0)$ (13.9)  $(x_2, 0)$ (13.10)  $(\frac{x_1+x_2}{2}, 0)$ 

(13.11) 0

(13.13)  $y_1$ 

(13.12) พิกัดที่สองของ A

(13.15)  $\frac{y_1+y_2}{2}$ (13.14)  $y_2$ (13.17)  $(0, y_2)$ (13.16)  $(0, y_1)$ (13.19)  $\frac{x_1+x_2}{2}$ (13.18)  $(0, \frac{y_1+y_2}{2})$ (13.21) }  $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$ (13.20)  $\frac{y_1+y_2}{2}$ (13.22) }  $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}$

(14)

P

$$(14.2) \quad \left( \frac{-3+3}{2}, \frac{3+7}{2} \right) = (0, 5)$$

$$(14.3) \quad \left( \frac{-2+4}{2}, \frac{-1+3}{2} \right) = (1, 1)$$

$$(14.4) \quad \left( \frac{-5+7}{2}, \frac{2-6}{2} \right) = (1, -2)$$

$$(14.5) \quad \left( \frac{-2-5}{2}, \frac{-4+2}{2} \right) = \left( -\frac{7}{2}, -1 \right)$$

(15)

$$(15.2) \quad \left( \frac{1+8}{2}, \frac{2+9}{2} \right) = \left( \frac{9}{2}, \frac{11}{2} \right)$$

$$(15.3) \quad \left( \frac{-5-3}{2}, \frac{-5-2}{2} \right) = \left( -4, -\frac{7}{2} \right)$$

$$(15.4) \quad \left( \frac{-4-3}{2}, \frac{4+3}{2} \right) = \left( -\frac{7}{2}, \frac{7}{2} \right)$$

$$(15.5) \quad \left( \frac{-a+c}{2}, \frac{b-d}{2} \right)$$


---

เรื่องจุดกึ่งกลางระหว่างจุด 2 จุด

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทเรียนที่ 5

1. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้
  - 1.1  $(2, 3)$  และ  $(7, 5)$
  - 1.2  $(-10, 4)$  และ  $(-6, -2)$
  - 1.3  $(-3, \frac{1}{2})$  และ  $(-2, -\frac{3}{2})$
  - 1.4  $(4, -3)$  และ  $(-8, 7)$
  - 1.5  $(-\frac{4}{3}, \frac{3}{2})$  และ  $(\frac{3}{4}, -\frac{2}{3})$
2. จุด  $(-9, -6)$  และจุด  $(3, -8)$  เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง จงหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมนี้
3. จุด  $R(-7, -5)$ ,  $S(3, 7)$  และจุด  $T(6, 1)$  เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง จงหาความยาวของเส้นมัธยฐาน จากจุด  $S$  ไปยังด้าน  $RT$

---

(ส่งผู้สอน)

บัตรปัญหา

1.  $\overline{AB}$  เป็นส่วนของเส้นตรงที่ต่อจุด  $(-3,5)$  และจุด  $(7,-3)$   
 จงแบ่ง  $\overline{AB}$  ออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กันและจงหาพิกัดของจุดแบ่ง

2.  $\overline{AB}$  เป็นส่วนของเส้นตรงซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน  
 ที่จุด  $X, Y$  และจุด  $Z$  ถ้าพิกัดของจุด  $X$  และจุด  $Y$  คือ  $(-1,-3)$   
 และ  $(3,5)$  ตามลำดับ จงหา

(2.1) พิกัดของจุด  $A$  และจุด  $B$

(2.2) พิกัดของจุด  $Z$

## แบบฝึกหัด 4

1. จงหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดแต่ละคู่ต่อไปนี้
    - (1)  $(\frac{1}{2}, 2)$  และ  $(3, -1)$
    - (2)  $(3, -\frac{5}{2})$  และ  $(-3, -9)$
  2. จุด C เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง  $P_1P_2$  ถ้า C มีโคออร์ดิเนต  $(5, 6)$  และ  $P_2$  มีโคออร์ดิเนต  $(15, -4)$  จงหาโคออร์ดิเนตของจุด  $P_1$
  3. จงหาความยาวของส่วนของเส้นตรงซึ่งเชื่อมจุด A  $(8, 2)$  กับจุดกึ่งกลางระหว่างจุด P  $(2, 1)$  และ Q  $(6, 5)$
  4. ถ้าจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งเป็น  $(1, 3)$  และ  $(7, 11)$  จงหาโคออร์ดิเนตของจุดศูนย์กลาง และความยาวของรัศมีของวงกลมนี้
  5. จงหาโคออร์ดิเนตของจุดปลายเส้นมัธยฐานของรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่ A  $(-9, -6)$ , B  $(3, -8)$  และ C  $(-1, 2)$
  6. กำหนดให้จุด  $(4, y)$  อยู่ห่างจากจุด  $(-5, 2)$  และ  $(13, -6)$  เป็นระยะเท่ากัน จงหา  $y$
  7. A  $(-4, 3)$ , B  $(4, 5)$ , C  $(8, 11)$  และ D  $(-8, 7)$  เป็นจุดยอดของรูปสี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง P, Q, R, S เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB, BC, CD และ DA ตามลำดับ จงหาความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยม PQRS
-

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์  
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดย  
วิธีสอนแบบปฏิบัติการ

บทคัดย่อ

ของ

วรรณา เฉกิมพรพงศ์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาระดับสูง

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

กุมภาพันธ์ 2526

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างบทเรียนสำหรับการสอนแบบปฏิบัติการ เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ และเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียน โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ โดยการเปรียบเทียบกับวิธีสอนปกติ

กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียน ค 022 ในภาคเรียน ที่ 2 ปีการศึกษา 2525 โรงเรียนสตรีประเสริฐศิลป์ จังหวัดตราด จำนวน 66 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 30 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน นักเรียนในกลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ โดยศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนปฏิบัติการ เรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น นักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ ใช้เนื้อหาเดียวกันเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ และใช้เวลาในการทดลอง 9 คาบ ๆ ละ 50 นาที เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลของการทดลองปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความรู้พื้นฐานเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียน โดยวิธีสอนแบบปฏิบัติการ กับวิธีสอนปกติ ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

A STUDY OF MATYAYOM SUKSA FOUR STUDENTS'  
LEARNING ACHIEVEMENT ON FUNDAMENTAL  
OF ANALYTIC GEOMETRY BY USING  
LABORATORY APPROACH

AN ABSTRACT  
BY  
WANNA CHALEARNPORN PONG

Presented in partial fulfillment of the requirements  
for the Master of Education degree  
at Srinakharinwirot University  
February 1983

The purposes of this study were to produce the laboratory lessons and to study students' learning achievement on Fundamental of Analytic Geometry by using laboratory approach comparing with conventional teaching.

The subjects were 66 Mattayom Suksa Four students registered Math. 022 in the second semester of the 1982 academic year at Sattreeprasertsilpa School Changwad Trad. The students were randomly divided into two groups as the experimental group and the controlled group. The experimental group consisted of 30 students was taught by using laboratory lessons produced by the researcher. The controlled group consisted of 36 students was taught by the conventional teaching. Both groups took nine periods of studying the same content. The achievement test on Fundamental of Analytic Geometry constructed by the researcher was administered to both groups for 45 minutes at the end of the experiment.

It was found that the learning achievement on Fundamental of Analytic Geometry of the experimental group and the controlled group was not different at the significant level of .05.