

ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการ
เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ปริญญานิพนธ์
ของ
บงกชรัตน์ สมนานสินธุ์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
เมษายน 2551

ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ปริญญานิพนธ์
ของ
บงกชรัตน์ สมานสินธุ์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
เมษายน 2551
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการ
เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

บทคัดย่อ
ของ
บงกชรัตน์ สมนานสินธุ์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
เมษายน 2551

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์. (2551). ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ ดร. จีวีวรรณ เศวตมาลย์, รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬามรรคาวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียนทั้งหมด 28 คน ใช้เวลาในการสอน 19 คาบ แบบแผนการวิจัยครั้งนี้เป็นแบบ One – Group Pretest–Posttest Design วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าสถิติ t-test dependent samples และค่าสถิติ one sample t-test

ผลการวิจัยพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 ขึ้นไป อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE EFFECT OF NOBLE TRUTH INSTRUCTION ON MATHEMATICAL
PROBLEM SOLVING ABILITY AND CONNECTION SKILLS OF
MATHAYOMSUKSA V STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
BONGKOTRAT SAMANSIN

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
April 2008

Bongkotrat Samansin. (2008). *The Effect of Noble Truth Instruction on Mathematical Problem Solving Ability and Connection Skills of Mathayomsuksa V Students*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee: Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this research were to compare mathematical problem solving ability and connection skills before and after providing noble truth instruction and to compare mathematical problem solving ability and connection skills with a criterion.

The subjects of this study were 28 Matayomsuksa V students in the second semester of 2007 academic year from Princess Chulabhorn's College Phetchaburi School. They were selected by using cluster random sampling technique. The experiment lasted for 19 periods. The One-Group pretest-posttest design was used for this study. The data were analyzed by using t-test dependent sample and one sample t-test

The findings were as follows:

1. Mathematical problem solving ability and connection skills for Matayomsuksa V students after providing noble truth instruction were higher than that before being taught at the .01 level of significance.
2. Mathematical problem solving ability and connection skills for Matayomsuksa V students after providing noble truth instruction significantly passed at least 60 percent criterion at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

ผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ของ

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญสิริ จีระเดชากุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.25.....

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

.....ประธาน
(อาจารย์ประสาท สอนวงศ์)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

.....กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางจากรองศาสตราจารย์ ดร. ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติและผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาท สอ้านวงศ์ ประธานกรรมการสอบปากเปล่าและผู้เชี่ยวชาญ อาจารย์สมจิตต์ อำไพพัทธ์ และดร.วรรณวิภา สุทธเกียรติ ซึ่งทั้ง 3 ท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ โดยได้ให้คำปรึกษา คำแนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการสถานศึกษา คณะครูอาจารย์โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความอนุเคราะห์ดำเนินการทดลองในการทำวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพของเครื่องมือ รวมทั้งดำเนินการทดลองทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ผู้วิจัยขออ้อมระลึกถึงพระคุณของคุณพ่อ-คุณแม่ และสมาชิกในครอบครัวทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์สนับสนุนด้านการศึกษาและเป็นกำลังใจตลอดมา และขอขอบคุณพี่ๆ เพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) ที่คอยช่วยเหลือให้คำแนะนำและคอยให้กำลังใจ ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดาและครูอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

บงกชรัตน์ สมานสินธุ์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	4
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	5
ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
สมมติฐานการวิจัย.....	6
 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	 7
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับอริยสัจ 4.....	7
ความหมายของอริยสัจ 4.....	7
ประวัติการสอนแบบอริยสัจ 4.....	8
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนอริยสัจ.....	12
ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ.....	14
ประโยชน์ของอริยสัจ 4.....	17
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4.....	17
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา	
ทางคณิตศาสตร์.....	18
ความหมายของการแก้ปัญหา.....	18
ประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	19
องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	21
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	24
การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้	
ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	29
ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา.....	33

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
2(ต่อ) งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา.....	39
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	42
ความหมายและความสำคัญของการเชื่อมโยง.....	42
มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	44
แนวทางการพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง.....	45
ลักษณะการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ.....	52
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	53
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	58
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	58
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	58
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	59
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	59
การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ.....	59
แบบแผนที่ใช้ในการวิจัย.....	67
วิธีดำเนินการทดลอง.....	68
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	68
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	75
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	75
สมมติฐานการวิจัย.....	75
วิธีดำเนินการวิจัย.....	75
สรุปผลการวิจัย.....	76
อภิปรายผล.....	77
ข้อสังเกตจากการวิจัย.....	79

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
5(ต่อ) สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	
ข้อเสนอแนะ.....	80
บรรณานุกรม.....	81
ภาคผนวก.....	89
ภาคผนวก ก.....	90
ภาคผนวก ข.....	94
ภาคผนวก ค.....	99
ภาคผนวก ง.....	115
ภาคผนวก จ.....	122
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	124

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	ชั้นของอริยสัจสี่ กิจในอริยสัจสี่และวิธีสอนตามขั้นทั้งสี่ของอริยสัจ.....	10
2	ส่วนผสมในการทำน้ำพันช์.....	47
3	ความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้เคียง/ไกลจากจุดตรวจ กับจำนวนครั้ง ของการเกิดอาชญากรรม.....	51
4	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	62
5	เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	63
6	ตัวอย่างการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์.....	64
7	ตัวอย่างการให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์....	66
8	แบบแผนการวิจัย.....	66
9	ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการ เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับ การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง	73
10	ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการ เชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลัง การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4.....	73
11	ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	91
12	ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทาง คณิตศาสตร์.....	91
13	ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	92
14	ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ ค่า s_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	93
15	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียน การสอนแบบอริยสัจ 4 (20 คะแนน).....	95

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง

หน้า

16	คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 (20 คะแนน).....	97
----	---	----

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ระบบโครงสร้างของการแก้ปัญหา.....	15
2 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา.....	26
3 การใช้แผนภาพแก้ปัญหาในการนับซากกระต่าย.....	37

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในสภาพสังคมปัจจุบันได้เกิดการเปลี่ยนแปลงไปอย่างรวดเร็วทั้งในด้านเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ เศรษฐกิจ วัฒนธรรม ซึ่งผลจากการเปลี่ยนแปลงนี้ยังผลทำให้คนต้องมีการปรับตัวเพื่อเผชิญกับสถานการณ์ดังกล่าว โดยคุณแจสำคัญที่จะทำให้คนประสบความสำเร็จ ดำรงชีวิตอย่างมีความสุข สามารถที่จะปรับตัวให้เข้ากับสภาพสังคมของโลกยุคโลกาภิวัตน์ ได้ก็คือ การศึกษา (สมศักดิ์ สันธะเวชญ์. 2542: 5) ซึ่งการศึกษาก็คือ กระบวนการฝึกฝนพัฒนาตนประกอบไปด้วย การฝึกฝนความรู้จักคิด หรือคิดเป็น ซึ่งเป็นตัวนำ จะเป็นปัจจัยชักพาไปสู่ความรู้ ความเข้าใจ ความคิดเห็น ตลอดจนความเชื่อที่ถูกต้อง (พระเทพเวที (ประยุทธ์ ปยุตโต.) 2533: 7) ฉะนั้นในการจัดการศึกษาจะต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาและเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต โดยถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด สามารถพัฒนาตามธรรมชาติ และเต็มตามศักยภาพ ต้องจัดการศึกษาได้ทุกรูปแบบ ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย (กรมวิชาการ. 2544ข: 4) ซึ่งสอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 ได้กล่าวว่า การจัดการศึกษาต้องยึดหลักผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญที่สุด กระบวนการจัดการเรียนรู้ต้องจัดเนื้อหา และกิจกรรมให้สอดคล้องกับความสนใจ ความถนัด และความแตกต่างของผู้เรียน ฝึกทักษะกระบวนการคิด การจัดการเผชิญสถานการณ์และประยุกต์ใช้ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกปฏิบัติ คิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น พร้อมทั้งปลูกฝังให้ผู้เรียนได้มีคุณธรรมจริยธรรม และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ เพื่อให้ดำรงชีวิตในสังคมได้อย่างมีความสุข

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์หนึ่งที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้รู้จักคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น ทำงานอย่างเป็นระบบและมีหลักการ มีเหตุมีผล นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่ก่อให้เกิดความเจริญก้าวหน้าทั้งทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โลกในปัจจุบันเจริญขึ้นเพราะการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งคณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นบุคคลที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี (สิริพร ทิพย์คง. 2545: 1) และเป็นที่ยอมรับว่าคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาคุณภาพของมนุษย์จนมีผู้กล่าวไว้ว่า “ความสามารถทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการเป็นพลเมืองของชาติ” เพราะว่าคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้สามารถคิดได้อย่างมีระบบ มีเหตุผล และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ (บุญทัน อยู่ชมบุญ. 2529: 1)

ในการที่ผู้เรียนจะได้รับประโยชน์สูงสุดจากการเรียนคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับการสอนของครูเป็นสำคัญ ดังนั้นการเลือกใช้วิธีสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหาและกลุ่มผู้เรียนเป็นเรื่องที่ควรคำนึงถึง ไม่มีวิธีการสอนใดดีที่สุด แต่ละเนื้อหาอาจเหมาะสมกับวิธีการที่แตกต่างออกไป แม้แต่เนื้อหาเดียวกันก็อาจใช้วิธีสอนได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับลักษณะของผู้เรียน และอาจต้องใช้วิธีการสอนหลาย ๆ

อย่างร่วมกัน ใช้อุปกรณ์การสอน สื่อการเรียนการสอนช่วยให้ผู้เรียนเห็นเป็นรูปธรรม เข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้นและชัดเจนขึ้น (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ. 2542: 1) ซึ่งตามปกติในวงของวิชาการศึกษาหรือวิทยาศาสตร์นั้นมีความเข้าใจกันมานานแล้วว่า ถ้ามนุษย์ใช้วิธีคิดอย่างไรแล้ว ก็ให้นำเอาวิธีคิดของมนุษย์อันนั้นแหละมาใช้เป็นวิธีสอนหรืออบรมตัวมนุษย์เอง การทำอย่างนี้ทำให้เกิดการเข้าใจหรือการเรียนรู้ได้อย่างสะดวก ซึ่งวิธีการคิดที่เด่นชัดนั้น ได้แก่ วิธีแก้ปัญหานั้นเอง ซึ่งวิธีการคิดแก้ปัญหานั้นได้ปรากฏอย่างชัดเจนใน ขั้นตอนของอริยสัจ 4 โดยเฉพาะใน “กัจจายสัจ” แล้ว ดังนั้นขั้นตอนของอริยสัจ 4 นั้นแหละ คือ ขั้นตอนวิธีสอนอันเป็นแม่บท และเรียกชื่อวิธีสอนแม่บทนี้ว่า “วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ” (พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ. 2528: 37-41) จะเห็นได้ว่าวิธีนี้เป็นวิธีแห่งการแก้ปัญหาซึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นก็มีเป้าหมายที่สำคัญ 2 ประการคือ ให้นักเรียนรู้จักคิดและมีทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ (ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ. 2541: 1) และเป้าหมายเบื้องต้นของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนอย่างหลากหลายในวงกว้าง สิ่งที่เป็นปัญหาของคนหนึ่งอาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่ง แต่ขอให้ปัญหานั้นท้าทายความอยากรู้อยากเห็น และนำไปสู่การคิดค้น ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ กัน และท้ายที่สุดจะได้รับประสบการณ์และความพึงพอใจในการแก้ปัญหา (ฉวีวรรณ เสวตมัลย์. 2544: 8-9) นักคณิตศาสตร์เชื่อว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้เข้าใจ สามารถคิดเป็นและแก้ปัญหาได้ เพราะการที่ได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิด มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด (สิริพร ทิพย์คง. 2536: 137) ซึ่งปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 5-6) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาไว้สามประการ คือประการแรก การแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ซึ่งมนุษย์ต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนแปลงไป มนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลา เพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ ประการที่สอง การแก้ปัญหาทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ ซึ่งเป็นความพยายามที่จะแก้ปัญหา จะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิดเป็นประสบการณ์ใหม่ เมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ และประการที่สามการแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาชัดเจนมีระเบียบและรัดกุม

นอกจากทักษะการแก้ปัญหาแล้ว การเชื่อมโยงเป็นคุณลักษณะที่สำคัญอีกประการหนึ่งของคณิตศาสตร์ ซึ่งช่วยให้คณิตศาสตร์ไม่ถูกมองว่าเป็นอะไรที่ซับซ้อน ห่างไกลจากการดำเนินชีวิตและยังส่งเสริมให้คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่ท้าทาย น่าเรียนรู้ ดวงเดือน อ่อนน้อม (2547: 26-27) กล่าวว่า การเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์เป็นไปได้หลายแบบ ได้แก่ การเชื่อมโยงกันในตัวของคณิตศาสตร์เอง การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความต่อเนื่องกันเป็นลำดับขั้น การจะเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งนั้น มีเรื่องที่ต้องเรียนรู้มาก่อน (สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. 2542: 36) การเชื่อมโยงความรู้เข้าไปสู่ความรู้

ใหม่ ตอบสนองความอยากรู้อยากเห็นใฝ่หาความรู้ ขยายความรู้ออกไปสู่โลกกว้าง เข้าใจชีวิตและธรรมชาติตามวัย เป็นบทเรียนที่ช่วยให้เด็กเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง รักและเห็นประโยชน์ของการเรียนรู้ รวมทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประเมินพัฒนาการการเรียนรู้ของตนเพิ่มเติมในส่วนที่บกพร่อง โดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความเครียดและรู้สึกล้มเหลว การเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เชื่อมโยงต่อเนื่องกลมกลืนกันทั้งในเรื่องใกล้ตัวในท้องถิ่น สิ่งแวดล้อมที่อยู่อาศัย เรื่องของท้องถิ่น เรื่องของสากล การเปลี่ยนแปลงและแนวโน้มต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมโลก ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน และเพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงนี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน (กรมวิชาการ, 2544ก: 204)

ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันควรปลูกฝังให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี โดยเน้นให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติค้นคว้าด้วยตนเอง หาสาเหตุของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา สามารถเชื่อมโยงความรู้เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งการที่จะทำให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังกล่าวก็คือ การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 พระเทพเวที(ประยุทธ์ ปยุตโต, 2533: 56) กล่าวถึงหลักการหรือสาระสำคัญของวิธีคิดแบบอริยสัจ 4 ก็คือ การเริ่มต้นจากปัญหาหรือความทุกข์ที่ประสบ โดยกำหนดรู้ ทำความเข้าใจกับปัญหาหรือความทุกข์ที่ประสบนั้นให้ชัดเจน แล้วสืบค้นหาสาเหตุเพื่อเตรียมแก้ไข ในเวลาเดียวกันก็กำหนดเป้าหมายของตนให้แน่ชัดว่าคืออะไร จะเป็นไปได้หรือไม่ และเป็นไปได้อย่างไรแล้วคิดวางวิธีปฏิบัติที่จะกำจัดสาเหตุของปัญหา โดยสอดคล้องกับการที่จะบรรลุจุดหมายที่กำหนดไว้ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 มาใช้ในกระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังที่ได้กล่าวมาอีกทั้งยังสามารถสอดแทรกด้านคุณธรรม จริยธรรมให้กับผู้เรียนได้อีกด้วย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์เฉพาะดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ ทำให้ทราบผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และเป็นแนวทางสำหรับครูสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่นที่จะนำไปใช้ในการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น อีกทั้งยังทำให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี จำนวนทั้งสิ้น 2 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 57 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มจากการจับฉลาก 1 ห้องเรียนจากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียนได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 28 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 -ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี ประกอบด้วย

1. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
2. วิธีเรียงสับเปลี่ยน
3. วิธีจัดหมู่

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ในการทดลองครั้งนี้ใช้เวลาทั้งหมด 19 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดลองสอน 15 คาบ และทำการสอบก่อนเรียน 2 คาบ และหลังเรียน 2 คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 หมายถึง การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นไปที่วิธีการในการแก้ปัญหา หรือวิธีการแห่งปัญญา เป็นขั้นตอนการคิดอย่างเป็นระบบ มีเหตุผล ซึ่งประกอบไปด้วย

1.1 ขั้นทุกข์ คือ ปัญหา ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนพิจารณาอย่างรอบคอบ และพยายามกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดแก้ไขให้ได้

1.2 ขั้นสมุทัย คือ สาเหตุของปัญหานั้น ตั้งสมมติฐาน ครูให้นักเรียนคิด วิเคราะห์ด้วยตัวเองว่า สาเหตุของปัญหาที่ยกขึ้นมานั้น มีอะไรบ้าง

1.3 ขั้นนิโรธ คือ ทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล ครูให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหาตามสาเหตุที่ได้ค้นพบ

1.4 ขั้นมรรค คือ ขั้นวิเคราะห์ และสรุปผล ครูให้นักเรียนสรุปผลจากการที่ได้ลงมือปฏิบัติว่าได้ค้นพบคำตอบของปัญหา หรือกฎเกณฑ์อะไรบ้าง

2. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ที่เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาสาระภายในวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ซึ่งครูผู้สอนควรจะทำให้ผู้เรียนเห็นถึงสิ่งที่พบ และให้ทำกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยง

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้

ทั้งนี้ ผู้วิจัยจะประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ จากแบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยจะประเมินแยกในแต่ละทักษะ

4. เกณฑ์ (Criteria) หมายถึง การเปรียบเทียบคะแนนที่ได้แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานโดยวิเคราะห์จากคะแนนสอบหลังเรียนแล้วนำคะแนนเฉลี่ยมาเทียบกับเกณฑ์เป็นร้อยละ

โดยใช้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดของ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2547:15) ให้ระดับผลการเรียนเป็น 8 ระดับ โดยมีแนวการให้ระดับผลการเรียนดังนี้

ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 80-100	หมายถึง ผลการเรียนดีเยี่ยม	ระดับผลการเรียน 4
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 75-79	หมายถึง ผลการเรียนดีมาก	ระดับผลการเรียน 3.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 70-74	หมายถึง ผลการเรียนดี	ระดับผลการเรียน 3
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 65-69	หมายถึง ผลการเรียนค่อนข้างดี	ระดับผลการเรียน 2.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 60-64	หมายถึง ผลการเรียนน่าพอใจ	ระดับผลการเรียน 2
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 55-59	หมายถึง ผลการเรียนพอใช้	ระดับผลการเรียน 1.5
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 50-54	หมายถึง ผลการเรียนต่ำ	ระดับผลการเรียน 1
ช่วงคะแนนเป็นร้อยละ 0-49	หมายถึง ผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์	ระดับผลการเรียน 0

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 60

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามลำดับหัวข้อดังต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับอริยสัจ 4
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับอริยสัจ 4

1.1 ความหมายของอริยสัจ 4

พระราชวรมนี (2526: 107-108) ได้แยกความของอริยสัจไว้ดังนี้

1. ทุกข์ ได้แก่ ชาติ ชรา มรณะ การประจวบกับสิ่งอันไม่เป็นที่รัก การพลัดพรากจากของรัก ความปรารถนาไม่สมหวัง โดยย่อว่า อุปาทานขันธ 5 (ขันธ 5 ที่ยึดไว้ด้วยอุปาทาน) เป็นทุกข์ พุทธอีกนัยหนึ่ง คือภาวะที่แฝงด้วยความกดดัน บีบคั้น ขัดแย้ง ขัดข้อง มีความบกพร่อง ไม่สมบูรณ์ อยู่ในตัว ทั้งที่เกิดเป็นปัญหาขึ้นแล้ว และที่อาจเกิดเป็นปัญหาขึ้นมา เมื่อใดเมื่อหนึ่ง ในรูปใดรูปหนึ่ง แก่ผู้ที่ยึดมั่นไว้ด้วยอุปาทาน หน้าที่ต่อทุกข์ คือการกำหนดรู้ หรือทำความเข้าใจ ให้มองเห็น ความหมายและขอบเขตโดยชัดเจน เพื่อการดำเนินการขั้นต่อไปจะพึงเป็นไปได้ และตรงปัญหา

2. ทุกขสมุทัย เรียกสั้น ๆ ว่า สมุทัย (เหตุเกิดแห่งทุกข์) ได้แก่ ตัณหา ที่ทำให้เกิดภพใหม่ ประกอบด้วยความเพิลิตเพิลินและความติดใจ คอยแสหาความเพิลิตเพิลินใหม่ ๆ เรื่อย ๆ มี 3 คือ กามตัณหา ภวตัณหา วิภวตัณหา พุทธอีกนัยหนึ่ง คือ ความอยากที่ยึดถือเอาตัวตนเป็นที่ตั้งโดยอาการซึ่งมีเราที่จะได้จะเป็นจะไม่ใช่เป็นอย่างนั้นอย่างนี้ ทำให้ชีวิตถูกบีบคั้นด้วยความรู้สึกกระวนกระวาย ความกลัว ความติดข้องในรูปใดรูปหนึ่งอยู่ตลอดเวลา ไม่ปลดปล่อย เป็นอิสระ หน้าที่ต่อสมุทัยคือ ละเสีย ทำให้หมดไปเสีย

3. ทุกขนิโรธ เรียกสั้น ๆ ว่า นิโรธ (ความดับทุกข์) ได้แก่การที่ตัณหาดับไปโดยไม่เหลือ ด้วยการคลายออก การสละเสียได้ สลัดออก พ้นไปได้ ไม่พัวพัน พุทธอีกนัยหนึ่ง ภาวะที่ไม่มี ความทุกข์เหลืออยู่ เพราะหมดตัณหา ไม่ถูกบีบคั้นด้วยความรู้สึกกระวนกระวาย ความกลัว และความติดข้องใด ๆ ทั้งสิ้น มีแต่ภาวะที่บริสุทธิ์ เป็นอิสระ สงบ ปลอดโปร่ง ผ่องใส เบิกบาน หน้าที่ต่อ นิโรธคือ ทำให้แจ้ง ทำให้สำเร็จ ทำให้เกิดมีเป็นจริงขึ้นมาหรือ บรรลุถึง

4. ทุกขนิโรธคามินีปฏิปทา (ปฏิปทาที่นำไปสู่ความดับแห่งทุกข์) เรียกสั้น ๆ ว่า มรรค ได้แก่ทางประเสริฐมีองค์ประกอบ 8 คือ สัมมาทิฐิ สัมมาสังกัปปะ สัมมาวาจา สัมมากรรมันตะ สัมมาอาชีวะ สัมมาวายามะ สัมมาสติ และสัมมาสมาธิ หน้าที่ต่อมรรค คือ ฝึกอบรม หรือปฏิบัติ

พจนานุกรมฉบับเฉลิมพระเกียรติ 2530 (2531 : 526-539) ได้ให้ความหมายไว้ว่า อริยะ หมายถึง บุคคลผู้บรรลุนิยามพิเศษ สัจ หมายถึง ความรู้แห่งความจริง ดังนั้นอริยสัจ หมายถึง ความจริงของพระอริยะหรือความจริงอันประเสริฐเป็นชื่อธรรมที่สำคัญหมวดหนึ่งในพระพุทธศาสนา 4 ประการด้วย

1. ทุกข์
2. สมุทัย
3. นิโรธ
4. มรรค

พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตโต) (2538: 9-896) ได้กล่าวในคัมภีร์วิสุทธิมรรค อ้างความในบาลีแสดงความหมายของอริยสัจ รวมได้ 4 นัย คือ

1. สัจจะที่พระอริยตรัสรู้
2. สัจจะของพระอริยะ
3. สัจจะที่ทำให้เป็นอริยะ
4. สัจจะอย่างอริยะคือแท้แน่นอน

พระเทพวิสุทธิเมธี (ปัญญานันทภิกขุ) (มปป.: 4-5) กล่าวว่า อริย แปลว่า ประเสริฐ และ สัจ แปลว่า ของจริง อริยสัจ จึงแปลว่า ของจริงอันประเสริฐ หรือแปลอีกอย่างหนึ่งว่าของจริงที่ทำให้เป็นผู้ประเสริฐขึ้น ใครรู้แจ้งเห็นจริงในสิ่ง 4 ประการนี้ก็กลายเป็น “อริยบุคคล” แปลว่า “ผู้ประเสริฐ”

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า อริยสัจ 4 หมายถึงความจริงอันประเสริฐ 4 ประการซึ่งประกอบไปด้วย ทุกข์ สมุทัย นิโรธ มรรค

1.2 ประวัติการสอนแบบอริยสัจ 4

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528 : 40) กล่าวว่า ในหมู่ของผู้ที่เป็นครู ย่อมเป็นที่ทราบกันมานานแล้วว่า เรื่องอะไรก็ตาม ถ้าเราได้คิดของเราเองหรือได้กระทำด้วยตัวเองแล้ว เรามักจะเข้าใจหรือเรียนรู้ได้อย่างแจ่มชัด

ในด้านพุทธประวัติก็ปรากฏชัดว่าในการแก้ปัญหาชีวิตของพระพุทธองค์ก็ได้ทรงคิดแก้ปัญหาด้วยพระองค์เอง ทรงทดลอง และทรงปฏิบัติหรือกระทำด้วยพระองค์เองทั้งสิ้น ผลก็คือทรงตรัสรู้คือได้ทรงเรียนรู้อย่างแจ่มชัด หรือรู้แจ้ง ซึ่งเป็นการยืนยันว่า การคิดหรือคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองนั้น ทำให้รู้แจ้ง หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นเป็นอย่างดี

เมื่อเป็นเช่นนี้ ครูทั้งหลายก็เกิดมองเห็นว่า ถ้าจะให้ศิษย์ได้เกิดการเรียนรู้ หรือได้รู้และเข้าใจอย่างชัดเจนแล้ว ก็จะต้องให้ศิษย์ได้คิดด้วยตัวเอง หรือคิดแก้ปัญหาด้วยตัวเองให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ ความคิดอันนี้ย่อมถือเป็นรากฐานสำคัญของการคิดเกี่ยวกับการสร้างวิธีสอน

ถ้าหันไปดูในด้านพุทธประวัติหรือในด้านพุทธศาสนาอีกครั้งหนึ่ง ก็จะสังเกตเห็นว่า การคิดแก้ปัญหาและการกระทำควบกันไปในนั้น ได้ปรากฏอยู่ชัดเจนในขั้นตอนของอริยสัจ 4 โดยเฉพาะใน “กิจของอริยสัจ” แล้ว

ดังนั้นขั้นตอนของอริยสัจ 4 นั้นแหละ คือ ขั้นตอนวิธีสอนอันเป็นแม่บท และเรียกชื่อวิธีสอนแม่บทนี้ได้ว่า “วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ”

พระราชวรมุนี (2520: 121-122) กล่าวถึง กิจในอริยสัจ 4 (หน้าที่อันจะพึงทำต่ออริยสัจ 4 แต่ละอย่าง ข้อที่จะต้องปฏิบัติให้ถูกต้องและเสร็จสิ้นในอริยสัจ 4 แต่ละอย่าง จึงจะชื่อว่ารู้หรือเป็นผู้ตรัสรู้แล้ว – functions concerning the Four Noble Truths)

1. ปริญญา (การกำหนดรู้ เป็นกิจในทุกข์ ตามหลักว่า ทุกข์ อริยสัจจ์ ปริญญะยฺ ทุกข์ควรกำหนดรู้ คือ ควรศึกษาให้รู้จักให้เข้าใจชัดตามสภาพที่เป็นจริง ได้แก่ การทำความเข้าใจและกำหนดขอบเขตของปัญหา – comprehension; suffering is to be comprehended)

2. ปหานะ (การละ เป็นกิจในสมุทัย ตามหลักว่า ทุกขสมุทัย อริยสัจจ์ ปหาตพฺพสมุทัยควรละ คือ กำจัด ทำให้หมดสิ้นไป ได้แก่การแก้ไขกำจัดต้นตอของปัญหา – eradication; abandonment; the cause of suffering is to be eradicated)

3. สัจฉิกิริยา (การทำให้แจ้ง เป็นกิจในนิโรธ ตามหลักว่า ทุกขนิโรธ อริยสัจจ์ สัจฉิกาทพฺพ นิโรธควรทำให้แจ้ง คือ เข้าถึง หรือบรรลุ ได้แก่การเข้าถึงภาวะที่ปราศจากปัญหา บรรลุจุดหมายที่ต้องการ – realization; the cessation of suffering is to be realized)

4. ภาวนา (การเจริญ เป็นกิจในมรรค ตามหลักว่า ทุกขนิโรธคามินี ปฏิปทา อริยสัจจ์ ภาเวตพฺพ มรรคควรเจริญ คือ ควรฝึกอบรม ลงมือปฏิบัติ กระทำตามวิธีการที่จะนำไปสู่จุดหมาย ได้แก่การลงมือแก้ไขปัญห – development; practice; the path is to be followed or developed)

ในการแสดงอริยสัจ กิติ์ ในการปฏิบัติธรรมตามหลักอริยสัจ กิติ์ จะต้องให้อริยสัจแต่ละข้อ สัมพันธ์ตรงกันกับกิจแต่ละอย่างจึงจะเป็นการแสดงและเป็นการปฏิบัติโดยชอบ ทั้งนี้วางเป็นหัวข้อได้ดังนี้

1. ทุกข์ เป็นขั้นแถลงปัญหาที่จะต้องทำความเข้าใจและรู้ขอบเขต (ปริญญา) – statement of evil; location of the problem.

2. สมุทัย เป็นขั้นวิเคราะห์และวินิจฉัยมูลเหตุของปัญหา ซึ่งจะต้องแก้ไขกำจัดให้หมดสิ้นไป (ปหานะ) –diagnosis of the origin.

3. นิโรธ เป็นขั้นชี้บอกภาวะปราศจากปัญหา อันเป็นจุดหมายที่ต้องการ ให้เห็นว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นไปได้ และจุดหมายนั้นควรเข้าถึง ซึ่งจะต้องทำให้สำเร็จ (สัจฉิกิริยา) – prognosis of its antidote; envisioning the solution.

4. มรรค เป็นขั้นกำหนดวิธีการ ขั้นตอน และรายละเอียดที่จะต้องปฏิบัติในการลงมือแก้ปัญห (ภาวนา) – prescription of the remedy.

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 42-46) กล่าวว่า “กิจในอริยสัจ 4 เป็นเรื่องของกรกระทำหรือการปฏิบัติ (action) ทั้งสิ้น ส่วนตัวอริยสัจ 4 เองนั้น บ่งถึงแนวคิดหรือสภาพการณ์ (condition) อันจะต้องนำไปปฏิบัติเป็นส่วนใหญ่

วิธีสอนหรือการสอนนั้น ย่อมเป็นการกระทำอย่างหนึ่ง คือจะอย่างไรผู้เรียนจึงจะเกิดความเข้าใจ หรือเกิดการเรียนรู้ขึ้นมาได้ ดังนั้น เมื่อถึงขั้นที่จะต้องประยุกต์ให้เป็นวิธีสอนกันแล้ว ก็

จะต้องประยุกต์จาก “กิจในอริยสัจ 4” เป็นส่วนใหญ่ เพราะเป็นเรื่องของการปฏิบัติ หรือกระทำด้วยกัน มิได้ประยุกต์จากตัวอริยสัจโดยตรง

ลำดับต่อไปนี้จะได้นำขั้นตอนของอริยสัจ 4 และโดยเฉพาะเรื่องของกิจในอริยสัจ 4 มาประยุกต์เป็นวิธีสอนที่เรียกว่า “วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ” ต่อไป อึ้งไคร์ข่อย้าเป็นอย่างยิ่งว่าในการประยุกต์เป็นวิธีสอนครั้งนี้ เป็นการกระทำแบบที่เรียกกันในภาษาลาตินว่า *mutatis mutandis* (m.m.) คือเป็นการอนุโลมปรุ่่งแต่ง เป็นประยุกต์จากกิจ หรือ ข้อปฏิบัติในขั้นต่าง ๆ ของอริยสัจ 4 โดยถือด้านปฏิบัติเป็นใหญ่มิได้ประยุกต์โดยตรงจากตัวอริยสัจเอง เรียกได้ว่าเป็นการประยุกต์จากส่วนหนึ่งของอริยสัจเท่านั้นเอง ที่จริงได้เคยประยุกต์ไว้ครั้งหนึ่งนานมาแล้ว (พนม พงษ์ไพบูลย์. 2528: 43; อ้างอิงจากสาโรช บัวศรี. 2511) แต่จะได้นำของเดิมมาขัดเกลาให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ดังในตาราง 1

ตาราง 1 ขั้นของอริยสัจสี่ กิจในอริยสัจสี่และวิธีสอนตามขั้นทั้งสี่ของอริยสัจ

ขั้นของอริยสัจ 4	กิจในอริยสัจ 4	วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ (ให้คำอธิบายของอริยสัจ และกิจในอริยสัจ พร้อม กันไปกับการกำหนดวิธีสอนนี้)
1. ทุกข์	1. ปริญญา	1. ขั้นกำหนดปัญหา (หรือขั้นทุกข์) ครูช่วยนักเรียนให้ได้ศึกษาพิจารณาดูปัญหาที่เกิดขึ้นด้วยตนเอง ด้วยความรอบคอบ และพยายามกำหนดขอบเขตของปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดแก้ไขให้จงได้
2. สมุทัย	2. ปหานะ	2. ขั้นตั้งสมมติฐาน (หรือขั้นสมุทัย) ก. ครูช่วยนักเรียนให้ได้พิจารณาด้วยตัวเองว่า สาเหตุของปัญหาที่ยกขึ้นมากล่าวในขั้น 1 นั้น มีอะไรบ้าง ข. ครูช่วยนักเรียนให้ได้เกิดความเข้าใจว่าในการแก้ปัญหาใด ๆ นั้นจะต้องกำจัดหรือดับที่ต้นตอหรือแก้ที่สาเหตุของปัญหาเหล่านั้น ค. ครูช่วยนักเรียนให้คิดว่า ในการแก้ที่สาเหตุนั้น อาจจะกระทำอะไรได้บ้างคือ ให้กำหนดสิ่งที่จะกระทำนี้เป็นข้อ ๆ ไป

ตาราง 1(ต่อ)

ชั้นของอริยสัจ 4	กิจในอริยสัจ 4	วิธีสอนตามชั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ (ให้คำอธิบายของอริยสัจ และกิจในอริยสัจ พร้อม กันไปกับการกำหนดวิธีสอนนี้)
3. นิโรธ	3. สัจฉิกิริยา	3. ชั้นการทดลองและเก็บข้อมูล (หรือชั้นนิโรธ) ก. สัจฉิกิริยา หมายถึงการทำให้แจ้ง หรือให้บรรลุจุดหมาย ที่ต้องการ ทำอย่างไรจึงจะทำให้แจ้งได้ ถ้าเจริญตามรอยของพระพุทธองค์ก็ต้องกระทำด้วยตนเอง จะเห็นว่า พระพุทธองค์ทรงลองวิธีการต่าง ๆ ด้วยพระองค์เอง เช่น โยคะ ตบะ และ ทรงอดพระกระยาหาร เป็นต้น เมื่อทรงเห็นว่าไม่อาจบรรลุจุดหมายที่ต้องการได้จึงทรงใช้วิธีการสมถะและวิปัสสนากรรมฐาน ดังนั้นในการสอน ชั้นนี้ครูต้องช่วยให้นักเรียนได้กระทำ หรือทำการทดลองด้วยตนเองตามหัวข้อต่าง ๆ ที่ได้กำหนดไว้ว่าจะกระทำกันดังในชั้นที่ 2 ข้อ ค ข. เมื่อทดลองได้ผลประการใด ต้องบันทึกผลของการทดลองแต่ละอย่าง หรือที่เรียกว่า ข้อมูล ไว้เพื่อพิจารณา ในขั้นต่อไป
4. มรรค	4. ภาวนา	4. ชั้นวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล (หรือชั้นมรรค) ก. จากการทดลองกระทำด้วยตัวเองหลาย ๆ อย่างนั้นย่อมจะได้ผลออกมาให้เห็นชัด ผลบางประการจะชี้ให้เห็นว่า แก่ปัญหาไม่ได้เลย ผลบางประการชี้ให้เห็นว่า แก่ปัญหาได้แน่นอนแล้ว และได้บรรลุจุดหมายแล้ว ได้แนวทางหรือข้อปฏิบัติที่เราต้องการแล้ว เหล่านี้หมายความว่า จะต้องวิเคราะห์และเปรียบเทียบข้อมูลที่ได้นบันทึกไว้ในชั้นที่ 3 ข้อ ข. นั้น จนเห็นแจ่มแจ้งว่าทำอย่างไรจึงจะ แก่ปัญหาที่กำหนดในชั้นที่ 1 ได้สำเร็จ ข. จากการวิเคราะห์ดังกล่าวนี้ จะทำให้เห็นว่า สิ่งใด แก่ปัญหาได้จริง ต่อไปก็ให้สรุปการกระทำที่ได้ผลนั้นไว้เป็นข้อ ๆ หรือเป็นแนวทางปฏิบัติแล้วให้ลงมือปฏิบัติอย่างเต็มที่ ตามแนวทางนั้นโดยทั่วกัน

จะสังเกตเห็นว่า วิธีสอนตามขั้นทั้ง 4 ของอริยสัจ ซึ่งถือว่าเป็นวิธีสอนแม่บทนี้ แท้ที่จริงก็เป็นวิธีการแก้ปัญหา นั่นเอง เป็นขั้นตอนในการดำเนินการของพระพุทธองค์ในการแก้ปัญหาอันยิ่งใหญ่ของชีวิต กล่าวคือ การดับทุกข์ เป็นขั้นตอนของ การคิดอย่างมีระบบ พุทธอีกทีหนึ่งก็คือเป็น ขบวนการของการใช้ความคิด หรือการใช้ปัญญา นั่นเอง ดังนั้นบางครั้งก็เรียกวิธีการนี้ว่า "วิธีการแก้ปัญญา" อีกด้วย

1.3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการสอนอริยสัจ

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 8-10) กล่าวว่า การสอนในลักษณะนี้เช่นนี้เป็นวิธีการที่ผู้เรียนได้ประสบและทราบวิธีการแก้ปัญหา ช่วยให้ผู้เรียนคิดเป็นทำเป็น แก้ปัญหด้วยตนเองในปัจจุบันและอนาคต หากต้องมีการใช้วิธีการสอนเช่นนี้บ่อย ๆ ทำให้ผู้เรียนคิดเป็น แก้ปัญหาเป็น เมื่อปัญหาอะไรเกิดขึ้นในชีวิตของตน ไม่ตระหนกตกใจสามารถแก้ปัญหาโดยทันที และการแก้ปัญหาที่ดีนั้นจำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจที่ดีด้วยตามแนวทางดังนี้

1. พิจารณาปัญหาที่เกิดขึ้นให้แน่ใจว่าเป็นปัญหาที่แท้จริง เป็นเพียงผลของปัญหา
2. พยายามแสวงหาข้อเท็จจริงที่เกี่ยวกับปัญหานั้น
3. ให้ข้อเท็จจริงที่หาได้ พิจารณาตัวปัญหาอีกครั้งหนึ่ง ทำให้มองเห็นชัดเจนขึ้น
4. กำหนดวิธีทางแก้ปัญหา ทั้งในระยะยาวและระยะสั้น
5. เลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด
6. วางแนวปฏิบัติเกี่ยวกับวิธีการ แก้ปัญหาที่ตกลงใจเลือก

พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตฺโต) (2544: 4-44) กล่าวถึงหลักการสอน และวิธีสอนซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ปัญญาเป็นสิ่งสร้างสรรค์ขึ้นภายในตัวผู้เรียนเอง เป็นความรู้ความเข้าใจที่พัฒนาเกิดขึ้นในตัวผู้เรียนเอง ผู้อื่นจะบังคับหรือยัดเยียดให้ไม่ได้
2. ผู้สอนทำหน้าที่เป็นกัลยาณมิตร ช่วยชี้แนะทางการเรียนโดยการอำนวยความสะดวก จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าถึงปัญญา
3. วิธีสอน อูบาย และกลวิธีต่าง ๆ เป็นสื่อหรือเครื่องผ่อนแรงการเรียนการสอน
4. อิสระภาพในทางความคิดเป็นอุปกรณ์สำคัญในการสร้างปัญญา (ปัญญามีมากกว่าความรู้)

เนื้อหาที่ใช้สอน

1. สอนจากสิ่งที่รู้เห็นเข้าใจง่าย หรือรู้เห็นเข้าใจอยู่แล้ว ไปหาสิ่งที่เห็นเข้าใจได้ยาก หรือยังไม่รู้ไม่เห็นไม่เข้าใจ
2. สอนเนื้อเรื่องที่ค่อยลุ่มลึกยากลงไปตามลำดับขั้น และความต่อเนื่องกันเป็นสายลงไป

3. ถ้าสิ่งที่สอนเป็นสิ่งที่แสดงได้ ก็สอนด้วยของจริง ให้ผู้เรียนได้ดู ได้เห็น ได้ฟังเอง อย่างที่เรียกว่าประสบการณ์ตรง

4. สอนตรงเนื้อหา ตรงเรื่อง คมอยู่ในเรื่อง มีจุด ไม่วกวน ไม่ไขว้เขว ไม่ออกนอกเรื่องโดยไม่มีอะไรเกี่ยวข้องในเนื้อหา

5. สอนมีเหตุผล ตรงตามเห็นจริงได้

6. สอนเท่าที่จำเป็นพอดีสำหรับให้เกิดความเข้าใจ ให้การเรียนรู้ได้ผล ไม่ใช่สอนเท่าที่ตนรู้ หรือสอนแสดงภูมิว่าผู้สอนมีความรู้มาก

7. สอนสิ่งที่มีความหมาย ควรที่เขาจะเรียนรู้และเข้าใจ เป็นประโยชน์แก่ตัวเขาเองเกี่ยวกับตัวผู้เรียน

1. รู้ คำนึงถึง และสอนให้เหมาะตามความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. ปรับวิธีสอนผ่อนให้เหมาะกับบุคคล แม้สอนเรื่องเดียวกันแต่ต่างบุคคล อาจใช้ต่างวิธี ข้อนี้เกี่ยวข้องต่อเนื่องมาจากข้อที่ 1

3. นอกจากคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลแล้ว ผู้สอนยังต้องคำนึงถึงความพร้อม ความสุกงอม ความแก่รอบแห่งอินทรีย์หรือญาณ ของผู้เรียนแต่ละบุคคลเป็นราย ๆ ไปด้วย ว่าในแต่ละคราว หรือเมื่อถึงเวลานั้น ๆ เขาควรจะได้เรียนอะไร และเรียนได้แค่ไหนเพียงไร หรือว่าสิ่งที่ต้องการให้เขารู้นั้นควรให้เขาเรียนได้หรือยัง

4. สอนโดยให้ผู้เรียนลงมือทำด้วยตนเอง ซึ่งจะช่วยให้เกิดความรู้ความเข้าใจชัดเจน แม่นยำและได้ผลจริง

5. การสอนดำเนินไปในรูปที่ให้ผู้เรียนกับผู้สอนมีบทบาทร่วมกัน ในการแสวงหาความจริง ให้มีการแสดงความคิดเห็นโต้ตอบเสรี หลักนี้เป็นข้อสำคัญในวิธีการแห่งปัญญา ซึ่งต้องการอิสรภาพในทางความคิด และโดยวิธีนี้เมื่อเข้าถึงความจริง ผู้เรียนจะรู้สึกว่าเขาได้มองเห็นความจริงด้วยตนเอง และมีความชัดเจนมั่นใจ หลักนี้เป็นหลักที่พระพุทธเจ้าทรงใช้ประจำ และมักมาในรูปการถามตอบ ซึ่งอาจแยกลักษณะการสอนแบบนี้ได้เป็น

5.1 ล่อให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็นของตนออกมา ซึ่งข้อคิดเห็นให้แก่เขาส่งเสริมให้เขาคิด และให้ผู้เรียนเป็นผู้วินิจฉัยด้วยตัวเอง ผู้สอนเป็นเพียงผู้นำซึ่งช่องทางเข้าสู่ความรู้ ในการนี้ผู้สอนมักกลายเป็นผู้ถามปัญหาแทนที่จะเป็นผู้ตอบ

5.2 มีการแสดงความคิดเห็นโต้ตอบอย่างเสรี แต่มุ่งหาความรู้ ไม่ใช่มุ่งแสดงภูมิ หรือข่มกัน

6. เอาใจใส่บุคคลที่ควรได้รับความสนใจพิเศษเป็นราย ๆ ไปตามควรแก่กาลเทศะและเหตุการณ์

7. ช่วยเหลือเอาใจใส่คนที่ด้อย ที่มีปัญหาเกี่ยวกับการดำเนินการสอน

1. ในการสอนนั้น การเริ่มต้นเป็นจุดสำคัญมากอย่างหนึ่ง การเริ่มต้นที่ดีมีส่วนช่วยให้การสอนสำเร็จผลดีเป็นอย่างมาก อย่างน้อยก็เป็นเครื่องดึงความสนใจ และนำเข้าสู่นเนื้อหาได้

พระพุทธรูปเจ้าทรงมีวิธีเริ่มต้นที่น่าสนใจมาก ทรงเริ่มสนทนากับผู้ทรงพบหรือผู้มาเฝ้าด้วยเรื่องที่เขาเข้าใจดี หรือสนใจอยู่

2. สร้างบรรยากาศในการสอนให้ปลอดภัย โปร่ง เพลิดเพลิน ไม่ให้ตึงเครียด ไม่ให้เกิดความอึดอัดใจ และให้เกียรติแก่ผู้เรียน ให้เขามีความภูมิใจในตัวเอง

3. สอนมุ่งเนื้อหา มุ่งให้เกิดความรู้ความเข้าใจในสิ่งที่สอนเป็นสำคัญ ไม่กระทบตนและผู้อื่น ไม่มุ่งยกตน ไม่มุ่งเสียดสีใคร ๆ

4. สอนโดยเคารพ คือ ตั้งใจสอน ทำจริง ด้วยความรู้สึกว่าเป็นสิ่งมีค่า มองเห็นความสำคัญของผู้เรียน และงานสั่งสอนนั้นไม่ใช่สักว่าทำ หรือเห็นผู้เรียนโง่เขลา

5. ใช้ภาษาสุภาพ นุ่มนวล ไม่หยาบคาย ชวนให้สบายใจสละสลวย เข้าใจง่าย

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า การสอนนั้นผู้สอนควรคำนึงถึงเนื้อหาที่สอน ตัวผู้เรียน การดำเนินการสอน อีกทั้งยังต้องทำตัวเป็นกัลยาณมิตรที่ดีคอยช่วยเหลือผู้เรียนให้เข้าถึงปัญญา เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพ

1.4 ขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ

วีรยุทธ วิเชียรโชติ และนวลเพ็ญ วิเชียรโชติ. (2527: 339-342) ได้กล่าวเพิ่มเติมเกี่ยวกับวิธีการทางวิทยาศาสตร์และวิธีแห่งอริยสัจสี่ว่า วิธีการทางวิทยาศาสตร์มีทั้งทางโลก และทางธรรม กระบวนวิธีวิทยาศาสตร์ทางโลกคือวิธีที่แสวงหาความจริงทางวัตถุโดยอาศัยประสาทสัมผัสทั้งห้าได้แก่ ตา หู จมูก ลิ้น และกายสัมผัสเป็นอุปกรณ์สำคัญในการเก็บรวบรวมข้อมูลทางวัตถุเพื่อแก้ปัญหา กล่าวโดยสรุป วิธีทางวิทยาศาสตร์ทางโลกก็คือวิธีแก้ปัญหาด้วยเหตุผล และข้อมูลที่เป็นรูปธรรม ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การเห็นปัญหาและการวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 2 การเสนอเหตุแห่งปัญหาในรูปของการตั้งสมมติฐาน

ขั้นที่ 3 การทดสอบสมมติฐานด้วยข้อมูล

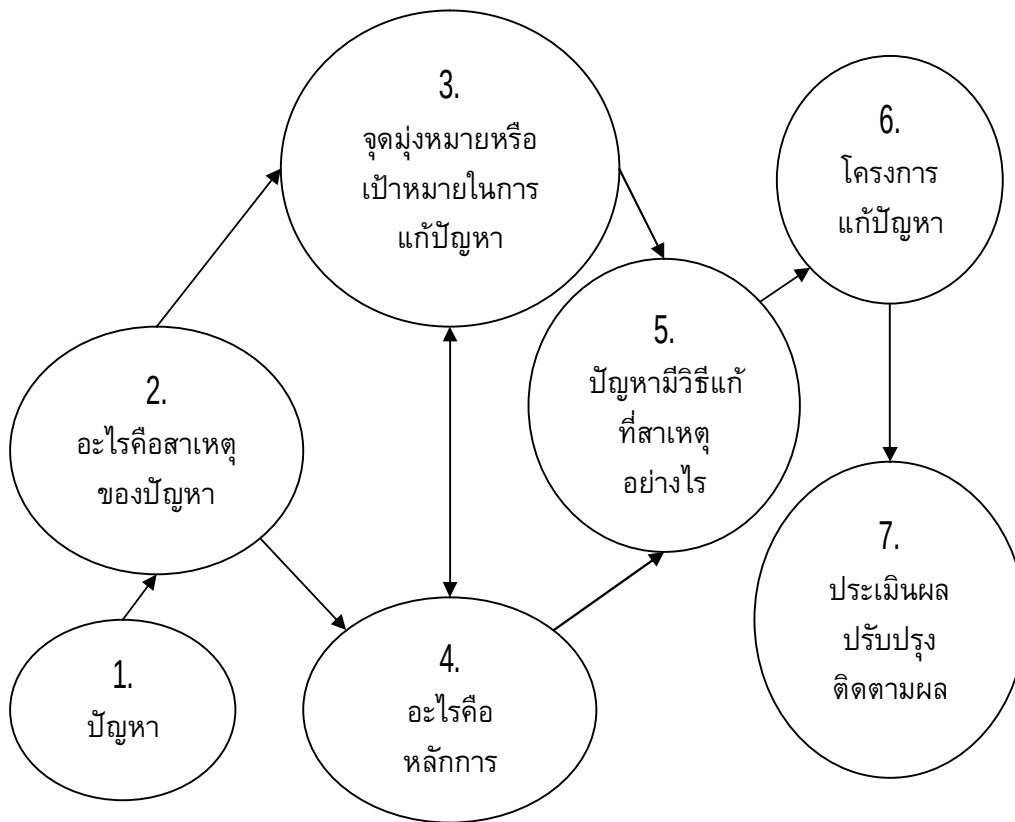
ขั้นที่ 4 การสรุปผล

จุดมุ่งหมายของวิธีวิทยาศาสตร์ทางโลกก็คือ เพื่อการเข้าใจและการควบคุมสิ่งแวดล้อมภายนอกของมนุษย์

กระบวนวิธีวิทยาศาสตร์ทางธรรมใช้สำหรับแสวงหาความจริงทั้งทางจิตใจและวัตถุ (นามธรรมและรูปธรรม)

สำหรับกระบวนวิธีวิทยาศาสตร์ทางธรรมก็คือ วิธีแห่งอริยสัจ 4 ซึ่งเป็นวิธีแก้ปัญหาทางจิตใจโดยอาศัยประสาทสัมผัสทั้งห้าและใจ เป็นอุปกรณ์สำคัญในการเก็บข้อมูลทั้งทางวัตถุและทางจิตใจ เพื่อการแก้ปัญหา เมื่อกล่าวโดยสรุป วิธีวิทยาศาสตร์ทางธรรม ซึ่งได้แก่อริยสัจ 4

วิธีการตามขั้นทั้งสี่ของอริยสัจ ยังเป็นวิธีที่มุ่งให้ผู้เรียน “แก้ปัญหาเป็น” อีกด้วยซึ่งอาจแสดงเป็นระบบโครงสร้างของการแก้ปัญหาได้ดังนี้



หมายเลข 1 คือ ทุกข์
 หมายเลข 2 คือ สมุทัย
 หมายเลข 3,4,5 คือ นิโรธ
 หมายเลข 6,7 คือ มรรค

แผนภาพ 1 ระบบโครงสร้างของการแก้ปัญหา

พนม พงษ์ไพบูลย์ และคณะ (2528: 47) ได้ประยุกต์การสอนแบบอริยสัจจมาจากกิจในอริยสัจสี่ มีลำดับขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหา (หรือขั้นทุกข์)
- ขั้นที่ 2 ตั้งสมมติฐาน (หรือขั้นสมุทัย)
- ขั้นที่ 3 ทดลองและเก็บข้อมูล (หรือขั้นนิโรธ)
- ขั้นที่ 4 วิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผล (หรือขั้นมรรค)

สุนน อมรวิวัฒน์ (2542: 46-54) ได้นำเอาวิธีการสอนที่ใช้กระบวนการเผชิญสถานการณ์และการตัดสินใจแก้ปัญหามาใช้ดังนี้

1. การเผชิญชีวิตเมื่ออุบัติขึ้นและเจริญเติบโตย่อมต้องผ่านพบผู้คน สิ่งแวดล้อม และเหตุการณ์มากมายหลายแบบ จะเห็นได้ว่าในวิถีดำเนินชีวิตมนุษย์ต้องเผชิญกับสถานการณ์ต่าง ๆ

อย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้ ทักษะที่ต้องฝึกฝนในขั้นแรกคือการมีสติควบคุมจิต อารมณ์ และพฤติกรรมของตนเองให้แข็งแกร่งพอที่จะ “เผชิญ” เพราะถ้ามีความหวั่นไหวด้วยความรัก ความซึ้ง ความหลงผิด และความหวาดกลัว บุคคลนั้นก็อาจจะ “ถอย” หรือ “หลบหลีก” ปัญหา ซึ่งภาษาทางจิตวิทยาจำแนกไว้ว่าเป็นพวก *withdrawal* และบางครั้งบุคคลประเภทนี้อาจหลบเลี่ยงไปอยู่เบื้องหลัง แล้วผลักดันความรับผิดชอบให้คนอื่นเผชิญปัญหาแทน

ด้วยเหตุผลข้างต้น มนุษย์จึงต้องเรียนรู้โดยมีโอกาสมเผชิญสถานการณ์อย่างหลากหลาย ทั้งที่เป็นสถานการณ์จริงและสถานการณ์จำลอง เพื่อจะหัดฝึกสติ การรู้เท่าทัน ไม่ประมาท สามารถตั้งรับกับปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น หรือสามารถป้องกันมิให้ปัญหาเกิดขึ้น หากปัญหาเกิดขึ้นแล้วก็สามารถ “ผจญ” คือ ต่อสู้แก้ไขปัญหาได้

2. การผจญ หมายถึง การต่อสู้ การแก้ไขเพื่อพ้นจากปัญหา เมื่อมนุษย์เจริญวัยขึ้น มีประสบการณ์ผ่านพบมากขึ้น ความสับสนและซับซ้อนของประสบการณ์ทำให้มีสาเหตุ ปัจจัยและเงื่อนไขของสถานการณ์ที่ยุ่งยากขึ้นตามลำดับ แม้จะเป็นสถานการณ์ที่ฟังปรารภนา ก็จะมีองค์ประกอบหลายประการที่มีผลกระทบต่อความพอเหมาะพอดีของชีวิต กระบวนการเรียนรู้ต้องสอนและฝึกให้ผู้เรียนมีความพร้อมในการแก้ปัญหา และมีวิธีการผจญสถานการณ์ อย่างถูกต้อง

3. การผสมผสานและเผด็จ การผสมผสานวิธีการต่าง ๆ เพื่อสามารถเผด็จปัญหาได้ จัดว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญและเป็นผลจากการที่บุคคลได้ฝึกฝนการเผชิญและการผจญกับสถานการณ์ต่าง ๆ มาแล้วและได้เรียนรู้สถานการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตนั้นมีลักษณะซับซ้อน มีองค์ประกอบปัจจัยหลายประการซึ่งไม่สามารถจะใช้วิธีการแก้ปัญหาวิธีใดวิธีหนึ่งเพียงอย่างเดียว

ลักษณะของสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตนั้นไม่ว่าจะเป็นสถานการณ์ที่ฟังประสงค์หรือไม่ฟังประสงค์ มีสภาวะที่แตกต่างกัน เช่น เกิดขึ้นรวดเร็ว ฉับพลัน หรือค่อย ๆ เกิดขึ้นทีละน้อย สะสมลูกกลมจนเป็นเรื่องใหญ่ เป็นสถานการณ์ที่รุนแรงหรือเป็นเรื่องเล็กน้อย เป็นสถานการณ์ที่เกิดขึ้นแก่คนคนเดียว คนกลุ่มใหญ่ หรือคนทั้งประเทศ เป็นสถานการณ์ที่ต้องเกิดขึ้นเป็นธรรมชาติธรรมดา หรือเกิดขึ้นโดยไม่คาดคิด ไม่คาดฝัน เป็นต้น ไม่ว่าสถานการณ์จะเป็นเช่นใด บุคคลต้องเรียนรู้ ฝึกฝน ที่จะใช้สติและปัญญาเป็นหลักเสมอ

สถานการณ์ที่ไม่ฟังประสงค์เมื่อเกิดขึ้นกับบุคคลใดย่อมต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์และการรู้จักจำแนกเหตุปัจจัยของสถานการณ์นั้น ๆ จึงจะแก้ไขปัญหาได้

การสอนเพื่อเผชิญสถานการณ์ สุมณ อมรวิวัฒน์ (2542: 55) ได้นำหลักพุทธธรรมจัดเป็นกระบวนการเรียนการสอนเพื่อให้ผู้เรียนได้มีพัฒนาการทางความคิด นำไปสู่การตัดสินใจที่ถูกต้องเหมาะสม และให้บรรลุวัตถุประสงค์ทุกประการ กระบวนการสอนนี้มีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การรวบรวมข้อมูล ข่าวสาร ข้อเท็จจริง ความรู้ และหลักการ
2. การประเมินค่า เพื่อหาคุณค่าแท้และคุณค่าเทียม
3. การเลือกและการตัดสินใจ
4. การฝึกปฏิบัติ

จากการศึกษาค้นคว้าที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 นั้นประกอบไปด้วย

1. ขั้นทุกข์ คือ ปัญหา
2. ขั้นสมุทัย คือ สาเหตุของปัญหานั้น ตั้งสมมติฐาน
3. ขั้นนิโรธ คือ ทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล
4. ขั้นมรรค คือ ขั้นวิเคราะห์ และสรุปผล

1.5 ประโยชน์ของอริยสัจ 4

พระราชวรมณี (2526: 112-113) หลักอริยสัจ นอกจากเป็นคำสอนที่ครอบคลุมหลักธรรมทั้งหมดในพระพุทธศาสนา ทั้งภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติ ดังกล่าวมาแล้ว ยังมีคุณค่าที่น่าสังเกตอีกหลายประการ ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. เป็นวิธีการแห่งปัญญา ซึ่งดำเนินการแก้ไขปัญหาตามระบบแห่งเหตุผล เป็นระบบวิธีแบบอย่าง ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาใด ๆ ก็ตามที่จะมีคุณค่าและสมเหตุผลจะต้องดำเนินไปในแนวเดียวกันเช่นนี้
2. เป็นการแก้ปัญหาและจัดการกับชีวิตของตน ด้วยปัญญาของมนุษย์เอง โดยนำเอาหลักความจริงที่มีอยู่ตามธรรมชาติมาใช้ประโยชน์ ไม่ต้องอ้างอำนาจดลบันดาลของตัวการพิเศษเหนือธรรมชาติ หรือสิ่งศักดิ์สิทธิ์ใด ๆ
3. เป็นความจริงที่เกี่ยวข้องกับชีวิตของคนทุกคน ไม่ว่ามนุษย์จะเติบโตออกไปเกี่ยวข้องกับสัมพันธ์กับสิ่งที่อยู่ห่างไกลตัวกว้างขวางมากมายเพียงใดก็ตาม แต่ถ้าเขายังจะต้องมีชีวิตของตนเองที่มีคุณค่า และสัมพันธ์กับสิ่งภายนอกเหล่านั้นอย่างมีผลดีแล้ว เขาจะต้องเกี่ยวข้องและใช้ประโยชน์จากหลักความจริงนี้ตลอดไป
4. เป็นหลักความจริงกลาง ๆ ที่ติดเนื่องอยู่กับชีวิต หรือเป็นเรื่องของชีวิตเองแท้ ๆ ไม่ว่ามนุษย์จะสร้างสรรค์ศิลปวิทยาการ หรือดำเนินกิจการใด ๆ ขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาและพัฒนาความเป็นอยู่ของตน และไม่ว่าศิลปวิทยาการ หรือกิจการต่าง ๆ นั้น จะเจริญขึ้น เสื่อมลง สูญสลายไป หรือเกิดมีใหม่มาแทน อย่างไรก็ตาม หลักความจริงนี้ก็จะคงยืนยง ใหม่ และใช้เป็นประโยชน์ได้ตลอดทุกกาล

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

เนื่องจากวิธีสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นวิธีสอนที่นักการศึกษาของไทยเป็นผู้คิดค้นขึ้น จึงยังไม่มีงานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยในประเทศ

เนื่องจากในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ยังไม่มีผู้ใดทำการศึกษา ในที่นี้จึงมีแต่งงานวิจัยของสาขาอื่น ๆ

สมใจ มีสมวิทย์. (2548: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโดยการสอนแบบอริยสัจ 4 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโดยการสอนแบบอริยสัจ 4 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กนิษฐา ผาโท. (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เสฏฐวุฒิ มุลอมาตย์. (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์โดยใช้ชุดการเรียนรู้ตามแนวอริยสัจ 4 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้ตามแนวอริยสัจ 4 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฟิสิกส์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนรู้ตามแนวอริยสัจ 4 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยข้างต้นพบว่า วิธีสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น ซึ่งวิธีสอนนี้เป็นวิธีที่ฝึกกระบวนการคิด แก้ปัญหาของผู้เรียน ดังนั้นการปลูกฝังให้ผู้เรียนมีระบบ ระเบียบขั้นตอนในการคิด จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อการจัดการเรียนการสอน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการแก้ปัญหา

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ครูลิก และรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1996: 3) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคือ เป็นวิธีการเฉพาะของแต่ละคนที่จะใช้ความรู้ ทักษะ และความเข้าใจที่สะสมมาก่อนเพื่อนำมาสนองความต้องการของสถานการณ์ที่แตกต่าง

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 52) ได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาคือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันทีซึ่งการหาคำตอบนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ

การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบนักเรียนควรได้ฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นและให้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหาออกมาด้วย

ดอสเซย์ และคนอื่น ๆ (Dossey and others. 2002: 72) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาว่า คือ กระบวนการหาคำตอบให้คำถามหรือการจัดการกับสถานการณ์ต่าง ๆ ปัญหาที่ยากและน่าเบื่อสำหรับคนหนึ่งอาจเป็นปัญหาธรรมดา ๆ สำหรับอีกคนหนึ่ง กระบวนการแก้ปัญหาจึงต้องใช้การสร้างองค์ความรู้ตามวิถีทางใหม่ ๆ ที่แตกต่างจากเดิม ใช้หลักในการวางแผนหรือยุทธวิธีที่จะนำไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ และเป็นการได้มาซึ่งความรู้ใหม่จากสถานการณ์นั้น ๆ กระบวนการนี้อาจยุ่งยากซับซ้อนขึ้นเมื่อมีการขยายไปสร้างการเชื่อมโยง ซึ่งนักเรียนจะได้ประสบการณ์จากกระบวนการนี้และสามารถพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

มยุรี บุญเยี่ยม (2545: 32) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง กระบวนการทางสมองอย่างหนึ่ง ที่มีความยุ่งยากซับซ้อน ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิดและประสบการณ์ต่าง ๆ ประมวลเข้ากับส่วนประกอบของสถานการณ์ที่เป็นปัญหาในปัจจุบัน เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการหรือบรรลุมุ่งหมายเฉพาะอย่าง

นัทกัญญา เจริญเกียรติบรร (2547: 32) กล่าวว่า การแก้ปัญหา หมายถึง สถานการณ์ที่หรือคำถาม ที่ผู้แก้ปัญหามองเห็นว่าหาวิธีการมาแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบโดยไม่มีระบุ วิธีการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการ การใช้ความรู้ประสบการณ์และการตัดสินใจของผู้แก้ปัญหาย่างเหมาะสม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การแก้ปัญหา หมายถึง เป็นความสามารถในการนำความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาคำตอบเมื่อกำหนดสถานการณ์หรือคำถามที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์มาให้

2.2 ประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (สมจิตร เพชรผา. 2544: 32; อ้างอิงจาก Polya. 1985) ได้แบ่งปัญหามาออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นพบ (Problem to Find) เป็นปัญหาให้ค้นพบสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจจะเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจจะเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการ ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข
2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

บาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-34 - 2-35) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่พบได้ในแบบฝึกหัด และไม่ท้าทายความคิดของผู้เรียน ผู้เรียนจะสามารถแก้ปัญหาจากการดำเนินการเพียงขั้นเดียว ไม่ซับซ้อน และแก้ปัญหาจากแบบจำลองที่เป็นรูปธรรม หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่มีการกำหนดเงื่อนไขในการดำเนินการจะมีการกระทำหลายขั้นตอน ข้อมูลที่กำหนดให้มีทั้งข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรือเป็นข้อมูลที่ให้ไม่เพียงพอ วิธีการในการหาคำตอบหลายวิธี บางครั้งคำตอบที่ได้ก็มากกว่า 1 คำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62-63) ได้กล่าวถึงประเภทของปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่ให้ค้นพบคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณจำนวน หรือ ให้หาวิธีการ คำอธิบาย พร้อมให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้ 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามustประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ชัยศักดิ์ สีสกุล (2539: 126) กล่าวว่า ประเภทของปัญหา แบ่งเป็น ดังนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจาก จุดประสงค์ แบ่งเป็น 2 ประเภทดังนี้

1.1 ปัญหาให้ค้นหา

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์

ส่วนสำคัญของปัญหาให้ค้นหาประกอบด้วย สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหา กับสิ่งที่กำหนดให้

ส่วนสำคัญของปัญหาให้พิสูจน์อยู่ในรูปตัว p แล้ว q คือสิ่งที่กำหนดให้ หรือ สมมติฐาน (p) และสิ่งที่ต้องพิสูจน์หรือผลสรุป (q)

2. ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจาก ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหา แบ่งเป็น

2.1 ปัญหาธรรมดา คือ ปัญหาที่คุ้นเคยหรือนำมาเป็นแบบฝึกหัด

2.2 ปัญหาที่ไม่เป็นธรรมดา คือ ปัญหาที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามustใช้ความรู้ประสบการณ์ตลอดจนความสามารถประมวลเข้าด้วยกันเพื่อให้ได้คำตอบ

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 2) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะคือ

1. ปัญหาปกติ (Routine Problem) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามustประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน้อม และคณะ (2547: 46-47) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ ปัญหาที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจและความสามารถทางคณิตศาสตร์ และปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการตัดสินใจว่าควรเลือกสินค้าใดจึงจะเป็นผู้ฉลาดซื้อ ปัญหาลักษณะนี้เป็นการสร้างความตระหนักในการซื้อของใช้ เป็นการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ณัฐยาน์ สงคราม (2547: 10) กล่าวว่า ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ โจทย์ปัญหาหรือปัญหาที่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาประเภทสองคือ ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามิคุ้นเคยต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ รวมไปถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะคือ แบ่งโดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา และพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งถ้าพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาจะสามารถแบ่งได้เป็น ปัญหาค้นพบ และปัญหาให้พิสูจน์ และถ้าพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาก็จะสามารถแบ่งได้เป็น ปัญหาธรรมดา และปัญหาไม่ธรรมดา

2.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ออกซุเบล (Ausubel. 1968: 538) กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาโดยทั่วไปนั้นต้องใช้ องค์ประกอบหลายอย่าง เช่น สถิติปัญญา และองค์ประกอบทางการคิด เช่น ความยืดหยุ่นทางการคิด การรวบรวมความคิด ความตั้งใจ

ไฮเมอร์และทรูบลัด (Heimer and Trueblood. 1977: 31-32) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับภาษา หรือคำพูด สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ
3. การรวบรวมข้อมูลที่ไม่สัมพันธ์กัน
4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา
5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ได้
6. ความสามารถในการเลือกวิธีการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

บาร์ดี (Baroody. 1993: 2-8 – 2-10) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive Factor) ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับโมโนติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับสถานการณ์ใหม่ๆ
2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Effective Factor) เป็นแรงขับเคลื่อนในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบทางการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive Factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านี้ได้อย่างไร

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 81-82) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง การทำความเข้าใจปัญหาต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งแสดงถึงศักยภาพทางสมองของนักเรียนในการระลึกถึงและความสามารถนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ ปัจจัยอีกประการหนึ่งที่ช่วยให้การทำความเข้าใจปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกเพื่อแยกแยะประเด็นสำคัญ การเขียนภาพ หรือแผนภูมิ การสร้างแบบจำลอง การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา และการเขียนปัญหาใหม่ด้วยคำพูดของตนเอง
2. ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำบ่อย จนเกิดความชำนาญ มีประสบการณ์ในการเลือกกลวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา ผู้แก้ปัญหาที่มีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบสำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจได้อย่างแจ่มชัด วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมแต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ไม่ประสบความสำเร็จ โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะพื้นฐานในการบวก ลบ คูณ และหาร

สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล ต้องอาศัยพื้นฐานในการเขียนและการพูด มีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

4. แรงขับ เนื่องจากโจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาก็ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะได้ให้คำตอบ ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมี

แรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้ได้แก่ เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยเหล่านี้จะต้องใช้เวลานานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้น โดยผ่านกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 2-3) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าควรประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ ผู้แก้ปัญหาคควรมองเห็นรูปปัญหา มีความคิดกว้างไกล และมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา
2. การจินตนาการ ผู้แก้ปัญหาคควรรู้จักจินตนาการว่าปัญหานั้นเป็นอย่างไร เพื่อหาแนวทางในการคิดแก้ปัญหา
3. การแก้ปัญหาอย่างมีทักษะ เมื่อมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาก็ลงมือทำอย่างมีระบบทำด้วยความชำนาญ มีความรู้ลึกทำหายที่จะแก้ปัญหาแปลก ๆ ใหม่ ๆ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เดิม
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุป
6. มีความใฝ่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

มยุรี บุญเยี่ยม (2545: 38) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบในการแก้ปัญหานั้นจะต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่าง โดยการเน้นที่ตัวผู้แก้ปัญหานั้นเป็นอันดับแรก กล่าวคือ นักเรียนที่จะแก้ปัญหาคจะต้องมีพื้นฐานทางด้านทักษะการอ่าน การเขียน การคำนวณ การพิสูจน์ ตลอดจนการมีเจตคติที่ดี ครูจึงเป็นผู้มีบทบาทสำคัญยิ่งในการที่จะจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้ฝึกฝนและพัฒนาความสามารถ ซึ่งจะส่งผลให้เป็นผู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

ณัฐยานันท์ สงคราม (2547: 12) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มี 2 ประการ คือองค์ประกอบเกี่ยวกับผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับความสามารถศึกษาปัญหาแล้วตีความปัญหา แปลงปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปอีกรูปแบบหนึ่ง จัดลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์หารูปแบบและข้อสรุป ส่วนประกอบที่สองเป็นองค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมมีบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักกัญญา เจริญเกียรติบวร (2547: 27) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบในการแก้ปัญหาคที่สำคัญที่จะต้องสร้างให้เกิดในตัวของผู้แก้ปัญหาคประกอบด้วย สติปัญญาของผู้แก้ปัญหาค ทักษะ

พื้นฐานในการคิดคำนวณทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา แรงขับเคลื่อนในตัวผู้เรียนและความยืดหยุ่นในการคิด ซึ่งเป็นปัจจัยที่จำเป็นที่ทำให้แก้โจทย์ได้สำเร็จ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ว่าต้องมีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา มีพื้นฐานทางด้านทักษะการอ่าน การเขียน การคำนวณ การพิสูจน์ ตลอดจนการมีเจตคติที่ดี อีกทั้งต้องมีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบ และหาข้อสรุปอีกด้วย

2.4 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพราะในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องใช้ความคิดรวบยอด ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ หรือสูตร แต่ผู้เรียนส่วนใหญ่มักไม่ประสบความสำเร็จ เนื่องจากผู้เรียนมีปัญหาในเรื่องของทักษะการอ่านทำความเข้าใจโจทย์และการวิเคราะห์โจทย์

โพลยา (สมจิตร เพชรผา. 2544: 37; อ้างอิงจาก Polya. 1957.) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หากเกิดความกำกวม ลึกซึ้งหรือขัดแย้ง ควรใช้การวาดรูป และแยกสภาพการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วน ๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan) เป็นขั้นค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากสามารถหาความเชื่อมโยงได้ ก็ควรอาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่ เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคู่ที่เคยพบ มาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the Plan) เป็นขั้นของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นการตรวจสอบผล (Looking Back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ

ในขั้นการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้อง เหมาะสมแล้ว อาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการแล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไปด้วย

ครูลีค และรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993: 39-57) กล่าวถึงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่ามีลำดับขั้นตอนแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการอ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นที่นักเรียนได้อ่านข้อปัญหาตีความจากภาษา สร้างความสัมพันธ์ และนึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน วิเคราะห์ปัญหา ซึ่งปัญหาจะประกอบด้วยข้อเท็จจริงและคำถามอยู่รวมกันอาจทำให้เกิดการไขว่ไขว่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแยกแยะข้อเท็จจริงและข้อคำถาม มองเห็นภาพของเหตุการณ์ บอกรายละเอียดและมองเห็นวิธีการ และกล่าวถึงปัญหาในภาษาของตนเองได้

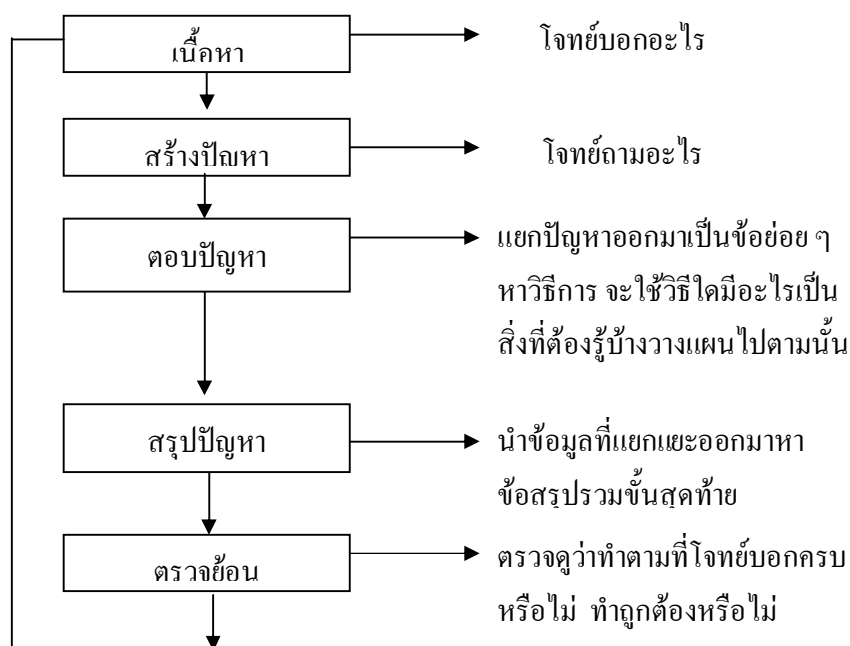
ขั้นที่ 2 ขั้นสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา รวบรวมข้อมูล พิจารณาว่าข้อมูลที่มีอยู่เพียงพอหรือไม่ เชื่อมโยงข้อมูลเข้ากับความรู้เดิม เพื่อหาคำตอบที่เป็นไปได้ แล้ววางแผนเพื่อแก้ปัญหา โดยนำเอาข้อมูลที่มีอยู่มาสร้างเป็นแผนภาพหรือรูปแบบต่าง ๆ เช่น แผนผัง ตาราง กราฟ หรือวาดภาพประกอบ

ขั้นที่ 3 ขั้นการเลือกวิธีการแก้ปัญหา (Select a Strategy) ในขั้นนี้ผู้แก้ปัญหาต้องเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุด แต่ละบุคคลจะเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันไป และในการแก้ปัญหาหนึ่ง ปัญหาอาจจะมีการนำเอาหลาย ๆ วิธีการแก้ปัญหามาประยุกต์เพื่อแก้ปัญหานั้นก็ได้ ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาเหล่านั้น ได้แก่ การค้นหาแบบรูป (Pattern Recognition) การทำย้อนกลับ (Working Backwards) การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and Test) การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction/Expansion) การแจงรายกรณีอย่างเป็นระบบ (Organized Listing /Exhaustive Listing) การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction) และ การจำแนก แบ่งแยก

ขั้นที่ 4 การค้นหาคำตอบ (Find an Answer) เมื่อเข้าใจปัญหาและเลือกวิธีการในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนควรจะประมาณคำตอบที่เป็นไปได้ ในขั้นนี้นักเรียนควรลงมือปฏิบัติด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง วิธีการทางคณิตศาสตร์ก็ประกอบไปด้วยพื้นฐานทักษะการคำนวณ เกี่ยวกับจำนวนเต็ม, ทศนิยมและเศษส่วน, สมบัติเมทริกซ์ และพีชคณิตเบื้องต้น ซึ่งจะต้องอาศัย การประมาณค่า ซึ่งผู้คำนวณคำนวณต้องใช้ให้เหมาะสม

ขั้นที่ 5 การมอยย้อนและขยายผล (Reflect and Extend) ถ้าคำตอบที่ได้ไม่ใช่ผลที่ต้องการก็ต้องย้อนกลับไปยังกระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบที่ถูกต้องใหม่ และนำเอาวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่นต่อไป ในขั้นตอนนี้ประกอบด้วย การตรวจสอบคำตอบ การค้นพบทางเลือกที่นำไปสู่ผลลัพธ์ การมองความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงและคำถาม การขยายผลลัพธ์ที่ได้ การพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ และการสร้างสรรค์ปัญหาที่น่าสนใจจากข้อปัญหาเดิม

ยูพิน พิพิธกุล (2523: 127) ได้เสนอแผนผังแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้ดังนี้



ภาพประกอบ 2 แผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา (ยุพิน พิพิธกุล. 2523: 127)

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 5-6) กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ก่อนที่ครูผู้สอนจะให้นักเรียนเรียนแก้ปัญหา ครูผู้สอนควรให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ให้เข้าใจ (สำหรับนักเรียนที่ยังอ่านไม่คล่อง ครูผู้สอนอาจอ่านให้นักเรียนฟัง) แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าสถานการณ์ให้รายละเอียดอะไรบ้าง แล้วจำแนกสถานการณ์ออกเป็น

1.1 สิ่งสถานการณ์ให้มา

1.2 สิ่งที่ต้องการหา

1.3 ในสถานการณ์มีการซ่อนเงื่อนไขในการแก้ปัญหาไว้หรือไม่ และนักเรียนสามารถเดาหรือคาดคะเนคำตอบที่เป็นไปได้ ได้หรือไม่

2. วางแผนการแก้ปัญหา สถานการณ์ที่กำหนดให้จะมีวิธีแก้ปัญหามากมาย ครูอาจยกตัวอย่างแสดงวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีให้นักเรียนดู เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียน นักเรียนบางคนอาจมีวิธีแก้ปัญหามากกว่าที่ครูเสนอแนะก็ได้ ครูไม่ควรยึดติดกับคำตอบเท่านั้น ครูควรดูวิธีการแก้ปัญหของนักเรียน ในการสอนทุกครั้งควรมีการสรุป ชี้แนะให้นักเรียนได้พิจารณาวิธีการแก้ปัญหาเพื่อสร้างนิสัยให้นักเรียนคิดวางแผนก่อนลงมือทำ และรู้จักเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่ง่าย สั้น และสะดวกที่สุด

3. แก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ครูผู้สอนควรให้นักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม ตามความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ครูผู้สอนไม่ควรจะกำหนดว่านักเรียนจะต้องใช้ยุทธวิธีนี้จึงถูกต้อง และในบางสถานการณ์อาจใช้หลายยุทธวิธีผสมกันก็ได้ ถ้านักเรียนยังคิดหายุทธวิธีที่

เหมาะสมในการแก้ปัญหาไม่ได้ ครูผู้สอนควรให้การเสริมแรงทางบวก เพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการทำต่อไป

สถานการณ์ที่มีการคิดคำนวณ ถ้านักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสมชัดเจน ในขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนมักจะมีปัญหาอยู่กับการคิดคำนวณเท่านั้น ซึ่งถ้านักเรียนได้รับการฝึกทักษะมาอย่างเพียงพอ ก็จะไม่มีปัญหาแต่อย่างใดสำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบาย การให้เหตุผล ครูสามารถสร้างกิจกรรมเพื่อปลูกฝังและฝึกฝนการใช้ความคิด ต้องการคำอธิบาย นอกเหนือไปจากโจทย์ปัญหาที่มีคำตอบเป็นปริมาณ

ครูควรฝึกให้นักเรียนตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผนโดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ว่าเหมาะสมกับการแก้ปัญหาหรือไม่ ปัญหาบางปัญหาในชีวิตจริงไม่สามารถนำวิธีการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้โดยตรง ครูควรฝึกให้นักเรียนพิจารณาและปรับปรุงวิธีการให้เหมาะสม

4. ตรวจสอบ ครูผู้สอนส่วนใหญ่จะมองข้ามความสำคัญของการตรวจสอบ เนื่องจากการจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันมักให้ความสำคัญของคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าการคำนึงถึงกระบวนการในการคิด จึงมีแนวโน้มว่าครูผู้สอนจะหยุดทำการสอนทันทีเมื่อนักเรียนได้ผลลัพธ์แล้ว ครูผู้สอนไม่ควรปล่อยให้สภาพการจัดการเรียนการสอนมีลักษณะดังที่กล่าวนี้ แต่ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมาแล้ว โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่าน่าจะมีคำตอบอื่น หรือวิธีการคิดอย่างอื่นอีกหรือไม่ โดยครูผู้สอนอาจใช้คำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนมองย้อนกลับ หรือตรวจสอบขั้นตอนต่าง ๆ ในลักษณะต่อไปนี้ เช่น

- 4.1 วิธีการที่ใช้แก้โจทย์ปัญหาสมเหตุสมผลหรือไม่
- 4.2 ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่โจทย์อ้างถึงครบหรือไม่
- 4.3 สามารถพิสูจน์ผลลัพธ์ที่ได้ว่า เป็นความจริงหรือไม่
- 4.4 มีส่วนใดในวิธีการของนักเรียนที่น่าจะปรับเปลี่ยนบ้าง
- 4.5 สามารถใช้วิธีการอื่นในการแก้โจทย์ปัญหาข้อเดิมนี้ได้อีกหรือไม่
- 4.6 วิธีการที่นักเรียนใช้จะสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาลูกอื่น ๆ ได้บ้างหรือไม่

หลังจากที่ครูให้นักเรียนแก้สถานการณ์ต่าง ๆ แล้วอาจจะมีการฝึกทักษะในการแก้ปัญหา (มีตัวอย่างให้ในบางสถานการณ์) หรือฝึกการสร้างโจทย์ปัญหา โดยอาศัยสถานการณ์จากสภาพแวดล้อม จากกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตจริง รวมทั้งดัดแปลงจากปัญหาเดิม เพื่อฝึกการมองไปข้างหน้า ความเคยชินจากกระบวนการนี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นนักแก้ปัญหาที่มีความสามารถต่อไป

กรมวิชาการ (2544: 191-195) กล่าวว่า ในการเริ่มต้นพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนจะต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษา ซึ่งผู้เรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ และโจทย์ต้องการให้หาอะไรหรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 การวางแผนปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้อยู่แล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะการคำนวณ การประมาณ คำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้เชิงจำนวน (Number sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (spatial sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 15-16) กล่าวถึงขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ระบุสิ่งที่ต้องการ ระบุข้อมูลที่กำหนดให้ และระบุเงื่อนไขเชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนดให้

2. วางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้เป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ ระบุปัญหาย่อย และการเลือกใช้ยุทธศาสตร์ที่เหมาะสม ได้แก่ การสังเกต กระสวนหรือรูปแบบการคิดจากปลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ การเดาและทดสอบ การทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง การลดความซับซ้อนของปัญหา การแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วย่อย ๆ การใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และการรายงานแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

3. ดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้เป็นการดำเนินการตามวิธีที่เลือกเพื่อแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ คำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีกว่า สั้นกว่าวิธีการที่เลือกได้หรือไม่ และสามารถดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขหรือข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่ได้หรือไม่

ทิศนา แคมมณี (2545: 124-125) กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. การสังเกต ให้นักเรียนได้ศึกษาข้อมูล รับรู้และทำความเข้าใจในปัญหาจนสามารถสรุป และตระหนักในปัญหานั้น

2. การวิเคราะห์ ให้ผู้เรียนได้อภิปราย หรือแสดงความคิดเห็น เพื่อแยกแยะประเด็นปัญหา สภาพ สาเหตุ และลำดับความสำคัญของปัญหา

3. สร้างทางเลือก ให้ผู้เรียนแสวงหาทางเลือกในการแก้ปัญหามากมาย ซึ่งอาจมีการทดลอง ค้นคว้า ตรวจสอบ เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม และควรมีกาหนดหน้าที่ในการทำงานให้แก่ผู้เรียน

4. เก็บข้อมูลประเมินทางเลือก ผู้เรียนปฏิบัติตามแผนงานและบันทึก การปฏิบัติงาน เพื่อรายงาน และตรวจสอบความถูกต้องของทางเลือก

5. สรุป ผู้เรียนสรุปความด้วยตนเอง ซึ่งอาจทำในรูปของรายงาน

วัฒนาพร ระเบียบทุกข์ (2545: 114) กล่าวว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ชี้นำเข้าสู่ปัญหา เป็นการศึกษาถึงสภาพของปัญหาว่า เป็นอย่างไรปัญหาเกิดจากอะไรบ้าง เป็นการค้นพบปัญหาที่อาจจะเป็นไปได้

2. ชี้นำวิเคราะห์ปัญหา เป็นการศึกษา วิเคราะห์ วิพากษ์ ให้รู้ว่า ปัญหาที่แท้จริงคืออะไรและอะไรบ้างที่ไม่ใช่ปัญหาที่แท้จริง

3. ชี้นำระบุปัญหา เป็นการนำเอาปัญหาที่เป็นสาเหตุที่แท้จริง มาเป็นประเด็นสำคัญในการศึกษา รวบรวมข้อมูลสำหรับแต่ละเรื่อง

4. ชี้นำกำหนดวัตถุประสงค์ เป็นการกำหนดเป้าหมาย เพื่อการแก้ปัญหานั้นว่าจะให้ผลสัมฤทธิ์ทางด้านใด เป็นปริมาณมากน้อยเพียงใด มีคุณค่าสูงต่ำเพียงใด

5. ชี้นำตั้งสมมติฐาน เป็นการเสนอแนวทาง วิธีการในการแก้ปัญหให้ตรงกับสาเหตุ ที่จะทำให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ

6. ชี้นำทดลองหรือทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำวิธีแก้ปัญหในขั้นตั้งสมมติฐานไปใช้ในการแก้ปัญห

7. ชี้นำสรุป

8. ชี้นำไปใช้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย การทำความเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์และวางแผนในการแก้ปัญห การดำเนินการตามแผนที่วางไว้และขั้นตอนตรวจสอบ เพื่อค้นหาข้อสรุปของปัญหานั้น

2.5 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

บาร์ดูตี (Baroody. 1993: 2-31) ได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหไว้ 3 แนวทางคือ

1. การสอนโดยการใช้การแก้ปัญห (Teaching Via Problem Solving) แนวทางนี้เป็นการใช้การแก้ปัญหในการสอนเนื้อหา เป็นเครื่องมือสำหรับฝึกพื้นฐานในการคำนวณ ปัญหาที่ใช้จะมีความสัมพันธ์ระหว่างเนื้อหากับชีวิตจริง จะใช้เริ่มต้นและกระตุ้นให้เกิดการอภิปราย ปัญหาที่ใช้บางครั้งเป็นแรงกระตุ้นนักเรียนให้เรียนเนื้อหาที่ยากขึ้น วิธีหนึ่งในการสอนโดยใช้ปัญหาคือ การเสนอปัญหาให้แก่ นักเรียนตั้งแต่เริ่มต้นจนกว่าจะเรียนเนื้อหานั้นจบ อีกวิธีหนึ่งก็คือใช้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์เป็นตัวแสดงทักษะในการเรียนรู้และใช้เพื่อความสนุก

2. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญห (Teaching about Problem Solving) เป็นการสอนโดยตรงเกี่ยวกับยุทธวิธีในการแก้ปัญหทั่วไป เป็นการอธิบายหรือยกตัวอย่างตามรูปแบบกระบวนการแก้ปัญห 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเน้นเฉพาะการนำ 4 ขั้นตอนนั้นไปใช้

3. การสอนการแก้ปัญหา (Teaching for Problem Solving) แนวทางนี้เป็นการสอนวิธีการแก้ปัญหาทั่วไปโดยจะเน้นให้นักเรียนได้มีโอกาสในการแก้ปัญหา นักเรียนจะเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหของโพลยา และใช้ยุทธวิธีอะไรระหว่างกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics หรือ NCTM. 1991: 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของนักเรียนดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึกรักของนักเรียน

2. ใช้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อาคตเดา

5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

สิริพร ทิพย์คง (2536: 157-159) เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เป็นโจทย์ที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านี้

2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและทบทวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา

3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ

4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับทั้งยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริมกำลังใจให้กับนักเรียน

5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการ

6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคำนวณ

7. แนะนำให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา โดยการวาดรูปหรือแผนภาพ

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับโจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของตนเอง แล้วอภิปรายหาวิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 83-89) กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์โดยนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นของโพลยามา ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 การพัฒนาทักษะการอ่าน สามารถทำได้ในช่วงโม่งคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเมื่อถึงตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา ครูยังไม่ควรเริ่มต้นโดยมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหา

คำตอบของปัญหาเลยทีเดียว แต่ควรต้องใช้เวลาในการฝึกการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความใน โจทย์ปัญหาก่อน โดยอาจจะฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่ม โดยอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความเกินพอของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 การใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ มีกลวิธีหลายประการที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง การปรับขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดในตัวปัญหา การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ในการทำแบบฝึกหัดเพื่อแก้ โจทย์ปัญหาของนักเรียนในระดับประถมศึกษา ก่อนที่นักเรียนจะลงมือเขียนแสดงวิธีทำ นักเรียนบางคนจะเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดให้ในโจทย์ปัญหาก่อน โดยเขียนแสดงสิ่งที่ต้องการหาด้วยสัญลักษณ์ (□)

การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา มีแนวทางดังนี้

2.1 ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เช่น อาจใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่ปัญหาที่กำหนดให้ ถามแล้วเว้นระยะให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ถ้าตอบไม่ได้เปลี่ยนคำถามใหม่ให้ง่ายลง คำตอบหลาย ๆ คำตอบของนักเรียนจะทำให้ภาพของแผนการแก้ปัญหาค่อย ๆ ปรากฏชัดขึ้น หยุดใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาแล้ว

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจตนเองเงียบ ๆ อยู่คนเดียว การคิดออกมามาก ๆ อาจอยู่ในรูปแบบบอก หรือเขียนแบบแผนลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้คิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ เพราะจะทำให้มองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา สามารถประเมินความเป็นไปได้ได้ทันทีในระยะเริ่มต้น ก่อนที่จะลงมือทำไปแล้วจึงพบว่าหลงทางซึ่งทำให้เสียเวลา ตรงประเด็น ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 จัดหาปัญหาให้นักเรียนฝึกคิดบ่อย ๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายน่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด ไม่ยึดอยู่ในรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง โดยเฉพาะ การพิจารณาหายุทธวิธีใหม่จะก่อให้เกิดการคิดวางแผนแก้ปัญหาใหม่ นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน การวางแผนเป็นการจัดลำดับขั้นตอนความคิดอย่างคร่าว ๆ ไม่ละเอียดชัดเจนนัก ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ

ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้นตอนความสามารถดังกล่าวนี้สามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างช้า ๆ ในตัวผู้เรียนจากการทำโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัดนั่นเอง โดยการฝึกให้นักเรียนวางแผนจัดลำดับความคิดก่อนแล้วจึงค่อยลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบตามลำดับความคิดนั้น

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ขั้นตรวจสอบของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น ประเด็นแรกคือ การมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน และขั้นดำเนินการตามแผนโดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์รวมทั้งการพิจารณาหาวิธีอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สองเป็นการมองไปข้างหน้า เป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหามีแนวทางดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินจนเป็นนิสัย

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

มาลีณี จุฑารพ (2537: 59) กล่าวว่า การเรียนรู้โดยการแก้ปัญหา (Problem Solving Learning) จำแนกเป็น 2 วิธี ดังนี้

1. การเรียนรู้โดยการแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูก (Trial and Error Learning) เป็นการเรียนรู้ในลักษณะการแก้ปัญหาในการดำรงชีวิต

2. การเรียนรู้โดยการแก้ปัญหาแบบความคิดความเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง (Gestalt Psychology) เป็นการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของ จนเกิดความคิดที่จะแก้ปัญหานี้

วัฒนาพร ระบุทฤษฏี (2541: 19) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาเป็น การจัดการเรียนการสอนแบบแก้ปัญหา (Problem - Solving) เป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิดแก้ปัญหา อย่างเป็นกระบวนการโดยอาศัยแนวคิด แก้ปัญหาด้วยการนำเอาการสอนจากกฎเกณฑ์ไปสู่ความจริง และการสอนจากความจริงไปสู่กฎเกณฑ์

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543:159) กล่าวว่า การเรียนรู้ในการแก้ปัญหาเป็นการเรียนรู้ที่ต้องอาศัยหลักการเบื้องต้นเป็นพื้นฐานและความสามารถในการพลิกแพลงอันจะนำไปสู่วิธีการคิดใหม่ เกิดความคิดรวบยอดใหม่ และกฎใหม่เพื่อชี้ชัดปัญหา และแนวทางแก้ปัญหาได้ การส่งเสริมให้เกิดการสอนแบบแก้ปัญหาซึ่งเป็นจุดเน้นของคณิตศาสตร์ ครูจำเป็นต้องสร้างทักษะการแก้ปัญหาให้นักเรียนใช้วิธียั่วยุให้นักเรียนเกิดความสนใจ

กิตานันท์ มะลิตอง (2548: 154-155) กล่าวว่า การเรียนแบบแก้ปัญหานั้น ซึ่งชีวิตในโลกจริงของคนเต็มไปด้วยปัญหา บางปัญหาอาจจะมองเห็นได้ง่าย แต่บางปัญหาจะมองไม่ออก

หรือยุ่งยากซับซ้อนเกินไป ดังนั้นการมีส่วนร่วมอยู่ในโลกแห่งความจริงจึงทำให้ผู้เรียนจำเป็นต้องรู้จัก การวิเคราะห์ปัญหา การตั้งสมมติฐาน รวบรวมและแปลงข้อมูลตลอดจนพัฒนาวิธีการอย่างมีเหตุผลเพื่อแก้ปัญหาได้ ซึ่งลักษณะการเรียนรู้แบบแก้ปัญหา เป็นการนำเสนอประเด็นปัญหาจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสงสัยและต้องการจะแสวงหาความรู้เพื่อการแก้ปัญหาคำถาม สภาพแวดล้อมในการเรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้เผชิญกับสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ จะทำให้ผู้เรียนรู้จัก การวิเคราะห์เหตุการณ์เพื่อการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นได้ด้วยตนเอง หรือร่วมกับผู้อื่นในกระบวนการแก้ปัญหา นั้น ช่วยให้เกิดการเรียนรู้เพื่อฝึกกระบวนการคิดจะเกิดทักษะ และการให้ผู้เรียนทำงาน ด้วยการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันโดยประยุกต์ใช้หลักทฤษฎี นำมาสู่การปฏิบัติซึ่งเป็นการเพิ่มพูนความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น

ผู้เรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหามีความรู้และทักษะ 4 ขั้นดังนี้

1. ระบุประเด็นของปัญหาได้
2. มองวิธีการในการแก้ปัญหา
3. สามารถหาทางออกของวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม
4. สามารถแก้ปัญหาได้เป็นผลสำเร็จ และประเมินผลได้ตามความเป็นจริง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหานั้น ครูผู้สอนจะต้องคอยกระตุ้นผู้เรียน โดยใช้คำถามนำ และจัดกิจกรรมให้ท้าทาย เพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกกระบวนการคิด วิเคราะห์ และมองเห็นถึงวิธีในการเข้าถึงปัญหานั้น และให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

2.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

ฮาร์ทฟิลด์และคนอื่น ๆ (Hartfield, Edwards and Bitter. 1993: 55-60) กล่าวว่าผู้เรียนจำเป็นจะต้องเรียนยุทธวิธีที่หลากหลายซึ่งจำกลายเป็นนักแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งยุทธวิธีต่างๆ ก็ได้แก่

1. การคาดคะเนและตรวจสอบ
2. การค้นหารูปแบบ
3. การพิจารณาว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่
4. การเขียนภาพ กราฟ และตาราง
5. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก
6. การพัฒนาสูตร และการเขียนสมการ
7. แบบจำลอง
8. การทำย้อนกลับ
9. การเขียนแผนผังขั้นตอนการดำเนินงาน
10. การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น
11. การทำให้ปัญหาง่ายขึ้น

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ (2541: 5) กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่มีหลายวิธี เช่น

1. เดาและตรวจสอบ (Guess and check)
2. ทำปัญหาให้ง่ายลง (Make a simpler problem)
3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern)
4. วาดรูปหรือแผนภาพ (Draw a picture)
5. ทำตาราง (Make a table)
6. แจกแจงอย่างมีระบบ (Make an organized list)
7. ทำย้อนกลับ (Work backward)
8. ใช้หลักเหตุผล (Use logical reasoning)
9. การแสดงบทบาทสมมติ (Simulation)

ฉวีวรรณ เศรษฐมัลย์ (2544: 13-15) กล่าวถึงยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. กำหนดคุณลักษณะของปัญหา (Characterize the problem) อะไรคือสิ่งที่กำหนด อะไรคือสิ่งที่ต้องการ อะไรขาดหายไป ท่านกำลังค้นหาอะไรอยู่ ข้อมูลที่จำเป็นกำหนดมาให้หรือไม่ จดดูตัวอย่างหลาย ๆ ข้อ มีกรณีพิเศษใดหรือไม่ที่กำหนดขอบข่ายของคำตอบที่เป็นไปได้ ท่านสามารถทำปัญหานั้นให้ง่ายลง โดยใช้ประโยชน์จากการสมมติหรือทำข้อความ “โดยไม่สูญเสียความเป็นกรณีทั่วไป” เพื่อย่อเจตน์ทั้งข้อให้เป็นกรณีเฉพาะได้หรือไม่

2. ท่านเคยเห็นปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ (Have you seen this before?) หรือท่านเคยเป็นปัญหานั้นในรูปที่แตกต่างไปเพียงเล็กน้อยไหม ถ้าเคย ท่านสามารถถ่ายทอดไปสู่ปัญหานี้ แล้วใช้วิธีการบางตอนที่เคยแก้ปัญหานั้น มาใช้ได้หรือไม่ จดตั้งปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่มีตัวแปรน้อยกว่า แล้วแก้โดย “การคล้าย” เงื่อนไขในข้อหนึ่งหรือมากกว่านั้น ท่านสามารถเรียนรู้อะไรเกี่ยวกับปัญหาเดิมบ้างหรือไม่

3. ค้นหารูปแบบ (Look for a pattern) โดยการพิจารณาลักษณะโดยภาพรวมของอนุกรม $1+2+\dots+100$ หนึ่งน้อย Fredrich Gauss ก็สร้างรูปแบบนี้ได้ : $1+100 = 2+99 = \dots 101$ ความเข้าใจยังรู้นี้ได้นำไปสู่การสังเกตทันทีว่า ตัวเลขอีก 50 คู่ เช่นนี้ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้ โจทย์การหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 ก็กลายเป็นงานหาผลคูณอย่างง่าย $50 \times 101 = 5,050$

4. การทำให้ง่ายลง (Simplification) บางครั้งความสัมพันธ์หรือรูปแบบง่าย ๆ อาจถูกจัดให้อยู่ในรูปแบบหรือนิพจน์ที่ “ยุ่งเหยิง” จงพยายามแทนค่ารูปที่ยุ่งเหยิงด้วยสัญลักษณ์ง่าย ๆ แล้วค้นหาความสัมพันธ์ที่อยู่เบื้องหลัง การจัดพจน์ในนิพจน์ที่ซับซ้อนเสียใหม่อาจจะนำไปสู่ผลสำเร็จปลายทางเดียวกัน

5. การลดลง (Reduction) ปัญหาของท่านสามารถแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่จะแก้ได้ง่ายขึ้นหรือไม่

6. การทำย้อนกลับ (Work backwards) เมื่อท่านพยายามจะพิสูจน์ทฤษฎีบทที่ท่านทราบอยู่แล้วว่าเป็นจริง อาจจะง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นทำจากข้อสรุปขึ้นไปอย่างมีเหตุผล

7. จัดทำรายการ (Make a list) ถ้าท่านใช้เครื่องคอมพิวเตอร์มันอาจจะเป็นไปได้ที่จะจัดทำรายการทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทุกชั้นของกระบวนการบางอย่าง ถ้าท่านสนใจในผลลัพธ์ใดโดยเฉพาะของกระบวนการนั้น มันก็ควรจะรวมอยู่ในรายการทั้งหมดนั้น

8. สถานการณ์จำลอง (Simulation and modeling) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจสร้างได้โดยการเลียนแบบกระบวนการที่ซับซ้อนในคณิตศาสตร์ หรือในโลกแห่งความเป็นจริงนั้น ถ้าผลที่ได้รับโดยใช้สถานการณ์จำลองถูกต้องแม่นยำแล้ว สถานการณ์จำลองนั้นคือความสำเร็จ

9. ตรรกศาสตร์ทางการ (Formal Logic) อุปนัยทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพในคณิตศาสตร์หลายสาขา เช่นเดียวกับเทคนิคที่เรียกว่า การพิสูจน์โดยอ้อม (indirect power) ซึ่งเป็นที่รู้กันว่าเป็นการพิสูจน์แบบ contrapositive ด้วย

10. คำตอบของท่านมีความหมายหรือไม่ ตรวจสอบคำตอบของท่านโดยใช้สามัญสำนึก และการให้เหตุผลแบบมีทางเลือก

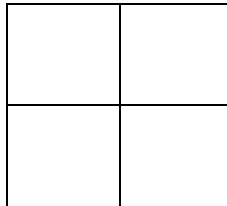
11. ข้อสุดท้าย เมื่อใดก็ตามที่ท่านพยายามจะแก้ปัญหา จงค้นหาวิธีหลาย ๆ วิธีเพื่อเป็นตัวแทนลักษณะของปัญหา จงสร้างรูป และระบุชื่อประกอบ จัดทำรายการคุณลักษณะ เขียนรายการแสดงความสัมพันธ์เป็นต้น ยิ่งท่านมีวิธีแทนปัญหาได้มากเท่าใด ก็ยิ่งมีแนวโน้มที่ท่านจะค้นพบความสัมพันธ์ที่แอบแฝงอยู่ ซึ่งเป็นกุญแจไขไปสู่คำตอบได้มากเท่านั้น

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นมีอยู่หลากหลายวิธี ทั้งนี้ผู้แก้ปัญหาคงจะเลือกวิธีที่เหมาะสมกับปัญหาที่พบ ซึ่งบางทีปัญหาหนึ่ง ๆ อาจจะต้องใช้วิธีในการแก้ปัญหหลายวิธี

ตัวอย่างการแก้ปัญหาจากการกำหนดสถานการณ์ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 ตาราง 8×8 มีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารวมกันทั้งหมดเท่าไร

1. ตาราง 8×8 มีจำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารวมกันทั้งหมดเท่าไร
ลองพิจารณา ตาราง 2×2



2. จงหาจุดตัดของเส้นตรงสองเส้น คือ $y = 3x + 5$ และ $y = 5x + 7$

3. ถ้า $ABC = AB + BC + CA$ จงหาค่าของ CAB เมื่อกำหนดให้ตัวอักษรเหมือนกัน แทนตัวเลขที่ซ้ำกัน

ในการคิดผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาวิเคราะห์โจทย์ แล้วจะทราบว่ ABC เป็นจำนวนที่มีสามหลัก โดยที่ A อยู่ในหลักร้อย B อยู่ในหลักสิบ และ C อยู่ในหลักหน่วย

ดังนั้น ABC จึงเท่ากับ $100A + 10B + C$

ในทำนองเดียวกันจะสามารถคิดได้ว่า $AB + BC + CA$ เท่ากับ $(10A+B) + (10B+C) + (10C+A)$

ปัญหาคือจะตอบเท่าไร สามารถทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 ABC &= 100A + 10B + C \\
 AB + BC + CA &= (10A+B) + (10B+C) + (10C+A) \\
 &= 10A+B + 10B+C + 10C+A \\
 &= 11A + 11B + 11C \\
 \text{แต่โจทย์กำหนดให้ } ABC &= AB + BC + CA \\
 \text{ดังนั้น } 100A + 10B + C &= 11A + 11B + 11C \\
 89A &= B + 10C
 \end{aligned}$$

จากสมการจะเห็นได้ว่า $89A$ จะต้องมิต้าน้อยกว่า 100 จึงจะทำให้สมการนี้เป็นจริง นั่นคือ A ต้องเป็น 1 , B ต้องเป็น 9 และ C ต้องเป็น 8 ดังนั้น CAB คือ 819

ที่มา : สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. หน้า 98.

ตัวอย่าง 2 การแก้ปัญหาจากการกำหนดสถานการณ์ปัญหา “ไก่กับกระต่าย” ดังนี้

พ่อของนิตยาเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้จำนวนหนึ่ง ปกติพ่อจะเลี้ยงไก่ไว้ในเล้าและเลี้ยงกระต่ายไว้ในกรง วันหนึ่งพ่อปล่อยให้ไก่กับกระต่ายออกมาวิ่งเล่นในทุ่งหญ้าหลังบ้าน นิตยาออกมาเดินเล่นเห็นเข้าจึงเข้าไปถามพ่อ

นิตยา : คุณพ่อเลี้ยงไก่กับกระต่ายไว้กี่ตัวคะ

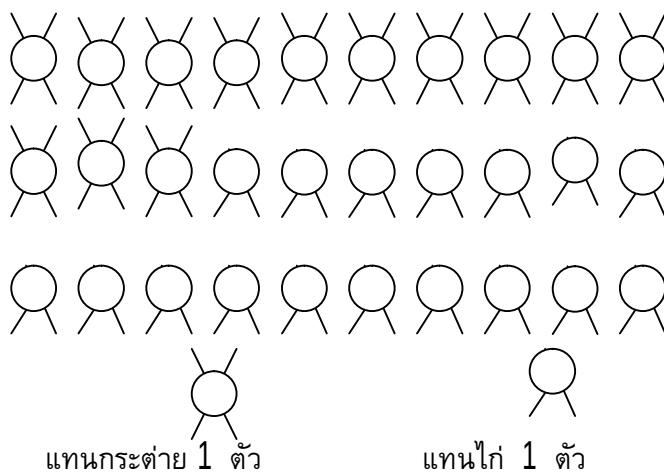
พ่อ : ถ้าอยากรู้ต้องหาคำตอบเองนะ พ่อรู้ว่านับไก่กับกระต่ายรวมกันได้ 30 ตัว ถ้านับขาไก่กับกระต่ายรวมกันจะได้ 86 ขา

นิตยา : ไม่ยากเลยคะคุณพ่อ หนูหาคำตอบได้

ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนแต่ละคนหาคำตอบด้วยแนวคิดของตัวเอง หรืออาจจัดเป็นกิจกรรมกลุ่มให้ผู้เรียนช่วยกันคิดหาคำตอบก็ได้ ซึ่งปัญหานี้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้โดยวิธีต่างกัน

วิธีที่ 1 ใช้แผนภาพ

1. เริ่มด้วยการวาดภาพ 30 ภาพแทนตัวของสัตว์ทั้งหมด
2. สมมติว่าสัตว์ทุกตัวเป็นไก่ โดยเขียนขาของทุกตัวเป็น 2 ขา แล้ววาดขาเพิ่มไปที่รูปแทนกระต่ายจนจำนวนขาครบตามที่กำหนด



คำตอบคือ มีกระต่าย 13 ตัว และไก่ 17 ตัว

ภาพประกอบ 3 การใช้แผนภาพแก้ปัญหาในการนับขากระต่าย

ที่มา : กรมวิชาการ. (2544ก). คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า 193.

วิธีที่ 2 ใช้ตารางช่วยในการวิเคราะห์

1. กำหนดจำนวนไก่และกระต่ายรวมกันเป็น 30 ตัวก่อน
2. ค่อย ๆ ลดหรือเพิ่มจำนวนตัวให้สอดคล้องกับจำนวนขาตามที่กำหนด

คำตอบก็คือมีกระต่าย 13 ตัว และไก่ 17 ตัว

จะสังเกตเห็นว่าตามวิธีที่ 2 ผู้เรียนเริ่มต้นด้วยการจัดคู่กระต่าย 1 ตัวและไก่ 29 ตัว ก่อนแล้วหาจำนวนขาของสัตว์ทั้งหมด สังเกตผลลัพธ์ใช้ทักษะการคาดเดาและการวิเคราะห์คำตอบโดยข้ามขั้นตอนบางขั้นตอน จนกระทั่งได้คำตอบตามที่ต้องการ

	จำนวนกระต่าย (ตัว)	จำนวนขา ของกระต่าย	จำนวนไก่ (ตัว)	จำนวนขา ของ ไก่	จำนวนขา ทั้งหมด
ข้ามขั้น	1	4	29	58	62
ข้ามขั้น	5	20	25	50	70
	10	40	20	40	80
	11	44	19	38	82
	12	48	18	36	84
	(13)	(52)	(17)	(34)	(86)

↓
ได้จำนวนขาเท่ากับที่โจทย์กำหนด

ที่มา : กรมวิชาการ. (2544ก). คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. หน้า194.

วิธีที่ 3 ใช้สมการ

สมมติให้มีไก่อยู่ x ตัว

จะมีกระต่าย $30 - x$ ตัว

จะได้จำนวนขาของไก่ $2x$ ขา

และจำนวนขาของกระต่าย $4(30 - x)$ ขา

ปัญหาได้กำหนดให้จำนวนขาของไก่และกระต่ายรวมกัน 86 ขา

เขียนสมการและแก้สมการดังนี้ $2x + 4(30 - x) = 86$

$$2x + 120 - 40x = 86$$

$$- 2x = 86 - 120$$

$$\begin{aligned} X &= \frac{-34}{-2} \\ X &= 17 \end{aligned}$$

คำตอบคือมี ไก่ 17 ตัว และ กระต่าย 13 ตัว

จากสถานการณ์ของปัญหาที่ให้เป็นตัวอย่างข้างต้น ผู้เรียนอาจแสดงแนวคิดที่แตกต่างจากนี้ได้อีก ผู้สอนจะต้องใช้ดุลยพินิจพิจารณาวิธีการต่างๆ ที่ผู้เรียนแสดงแนวคิด โดยกล่าวชมเชยส่งเสริมแนวคิดนั้นซึ่งข้อบกพร่องตลอดจนอธิบายและให้ความรู้เพิ่มเติม

ขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่งที่ผู้สอนจะต้องเน้นอยู่เสมอคือ ขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบที่ต้องคำนวณหาของไก่และขาของกระต่ายจากจำนวนตัวที่ผู้เรียนหาได้ ว่าสอดคล้องกับที่โจทย์หรือปัญหากำหนดให้หรือไม่ ดังนี้

ไก่ 17 ตัว มี 34 ขา

กระต่าย 13 ตัว มี 52 ขา

รวมจำนวนตัวได้ 30 ตัวและจำนวนขาได้ 86 ขา ซึ่งสอดคล้องกับข้อกำหนดของปัญหา

จากข้อความข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนาทักษะ/กระบวนการแก้ปัญหาในครูผู้สอนมีบทบาทที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอน เข้าใจถึงกระบวนการแก้ปัญหา และเน้นการฝึกการวิเคราะห์แนวคิดที่มีความหลากหลายอีกด้วย

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหา

งานวิจัยต่างประเทศ

ไมเคิลส์ (Michaels. 2000: online) ได้ทำการวิจัยเรื่องความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการแก้ปัญหา เพศ ความเชื่อมั่นและรูปแบบของการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 3 จำนวน 109 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 แบบด้วยกัน คือ แบบวัดกระบวนการแก้ปัญหา แบบวัดความเชื่อมั่น และแบบวัดรูปแบบของการให้เหตุผล (พิจารณาจากความสามารถ ความพยายามและความช่วยเหลือจากผู้อื่น) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชายชอบแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่านักเรียนหญิง นักเรียนหญิงมีรูปแบบของการให้เหตุผลที่นำไปสู่ความสำเร็จดีกว่านักเรียนชาย ไม่มีความแตกต่างระหว่างในด้านความเชื่อมั่นทางคณิตศาสตร์

เพรทลี (Pretli. 2003: online) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสืบสวนเกี่ยวกับผลการใช้คำสำคัญในปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวแปร 2 ตัว ที่มีต่อความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ในเรื่องการแก้ปัญหา จุดมุ่งหมายของงานวิจัยนี้คือ การกำหนดในการใช้คำสำคัญในเรื่องปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนเกรด 10 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ในออนไลน์ และนักเรียนที่ถูกเลือกมาจากโรงเรียน

มัธยมของรัฐบาลที่หลากหลายในวินเซอร์และพื้นที่โดยรอบ ในการสอบก่อนเรียนได้จัดให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการเรียนโดยกำหนดให้มีความแตกต่างของระดับนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง จากผลการสอบก่อนเรียนพบว่าไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง และในกลุ่มปฏิสัมพันธ์ระหว่างครู (ปัจจัย A) และกลุ่มพิเศษ (ปัจจัย B) ก็ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติเช่นเดียวกัน ดังนั้นไม่มีผลทางสถิติในการวิเคราะห์ปัจจัยร่วม (ก่อนเรียน) ในการเรียน 7 วันสุดท้าย ในแต่ละวันมีระยะเวลา 74 นาที ซึ่งในการเรียนวันสุดท้ายมีการสอบหลังเรียนโดยให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการสืบสวนสอบสวน ผลการใช้คำสำคัญกับปัญหา ซึ่งสถิติ ANOVA แสดงผลการสอบหลังเรียนโดยพบว่ามีความนัยสำคัญที่ .01 สำหรับทั้ง 3 ปัจจัยคือ A, B และ A×B

วิลเลียม (William. 2003: 185-187) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเริ่มต้นเรียนพีชคณิตจำนวน 42 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คน และกลุ่มควบคุม 20 คน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนแต่ไม่ต้องฝึกเขียน มีการทดสอบทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองสามารถทำงานแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และนักเรียนกลุ่มทดลองมีการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาได้เร็วกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนและนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้

อล-ซาลูลิ (Al-Salouli. 2005: online) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อมั่นของครูประถมและการสอนคณิตศาสตร์ด้วยการแก้ปัญหา ซึ่งงานวิจัยนี้พยายามที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อมั่นของครูประถมศึกษาและการสอนคณิตศาสตร์ด้วยการแก้ปัญหา ข้อมูลที่ได้มาจากการสังเกต การอภิปราย และการสัมภาษณ์ครู การวิเคราะห์คุณสมบัติจะมุ่งไปที่ความสอดคล้องระหว่างความเชื่อมั่นของครูในเรื่องยุทธวิธีการสอนและขอบเขตที่พวกเขาคิดในเรื่องคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการแก้ปัญหา โดยทั่วไปครูจะต้องคำนึงถึงสิ่งสำคัญในการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการแก้ปัญหาโดยแสดงให้เห็นนักเรียนเห็นถึงความแตกต่างในปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน ครูบางคนคิดว่าการสอนโดยวิธีการแก้ปัญหาคือจะสอนความคิดรวบยอดและทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และเชื่อว่าสิ่งนี้เป็นยุทธวิธี ทักษะการคำนวณที่สำคัญที่ควรจะต้องมุ่งเน้นในการสอน ครู 4 คน จากทั้งหมด 6 คน เชื่อว่าบทบาทของพวกเขาในห้องเรียนทำให้คณิตศาสตร์ง่ายขึ้นสำหรับนักเรียน โดยเฉพาะพวกเขารู้สึกถึงความรับผิดชอบในการบอกนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาและการให้ข้อมูลที่จำเป็น ซึ่งเป็นเรื่องที่ต้องการในการสอนและสอดคล้องกับความเชื่อมั่นของพวกเขา ยิ่งไปกว่านั้นครูรู้สึกถึงความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ว่ามีผลต่อความสามารถในการสอนโดยวิธีการแก้ปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนคือ ระดับ ห้องเรียน ขนาด และระยะเวลาในการสอนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

ศรีสมัย สอดศรี (2546: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัย การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยใช้ กระบวนการการสร้างทักษะ เรื่องโจทย์ปัญหากับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 104 โรงเรียนสตรีวิทยา 2 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้ไขโจทย์กับการ สอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

นันทกัญญา เจริญเกียรติบรร (2547: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยการใช้การ เรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากการใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือสูงกว่าก่อนใช้ก่อนใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบุรณ์ (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวมีประสิทธิภาพ ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้ กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบ ผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

มาเลียม พินิจรอบ (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับผลการจัดกิจกรรม คณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการแก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนพระหฤทัยคอนแวนต์ เขตคลองเตย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 50 คน โดยใช้การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่ม ผล การศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่ม เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังการสอนมีทักษะการแก้ปัญหาสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มะลิวรรณ ผ่องราษี (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด กลุ่มทดลอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนโคกสะอาดวิทยาคม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ศรีสะเกษ เขต 1 ประจำปีภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2549 จำนวน 33 คน ผลการศึกษาพบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิด มีพัฒนาการสูงขึ้นจากระยะที่ 1 ถึงระยะที่ 4 ซึ่งพิจารณาจากผลการ ทำใบงานและแบบฝึกหัด

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ภายหลังการทดลองของนักเรียนที่ใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารแนวความคิดสูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่างานวิจัยส่วนใหญ่ เป็นลักษณะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดในการที่จะแก้ปัญหา นั้น ๆ ซึ่งครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมนักเรียนให้ได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้และวิธีการสอนที่มีความหลากหลาย ซึ่งส่งผลต่อความสามารถด้านการแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ และยังส่งผลไปถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอีกด้วย

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายและความสำคัญของการเชื่อมโยง

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994: 194-198) กล่าวถึงการเชื่อมโยงในคณิตศาสตร์ว่า นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนภาพ สัญลักษณ์ และมโนคติ เข้ากับกระบวนการในการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และจะต้องเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน

การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการสอน ให้นักเรียนทำในสิ่งที่ป็นรูปธรรมและแปลงการกระทำนั้นมาเป็นรูปภาพ แผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ ตัวอย่างเช่น ครูสอนการเชื่อมโยงกับนักเรียนเกรด 3 โดยเชื่อมโยงระหว่าง คูกี้ กับ การเขียนเศษส่วน นักเรียนในห้องก็จะได้เชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงด้วยปัญหาหาคูกี้

การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และชีวิตจริงมีมากมาย ครูสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ สังคม ศิลปะ งานคหกรรม และกิจกรรมในสาขาวิชาต่าง ๆ

ตัวอย่างวิธีที่ครูเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และสิ่งรอบ ๆ ตัว ด้วยการทำกิจกรรมในชั้นเรียนทั้งเป็นงานเดี่ยว หรือเป็นกลุ่มย่อยดังนี้

คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

- การบันทึกอุณหภูมิ, ความเร็วลม, และความกดอากาศ
- การส่งมนุษย์ไปดวงจันทร์
- การโคจรของดาวเคราะห์
- การกำหนดมาตราส่วน และการสร้างแบบจำลองของระบบสุริยะจักรวาล

คณิตศาสตร์กับสังคม

- นาฬิกาและนาฬิกาทราย
- การสร้างพีระมิดในอียิปต์
- การศึกษาของชาวอินเดียนแดงทางตะวันตกเฉียงใต้ในอเมริกาเกี่ยวกับ พรหม

ชาวม และตะกร้า โดยใช้สมมาตรและ เทสเซลเลชันในการออกแบบ

- แยกประเภทอาชีพ ที่มีเครื่องแบบ และไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย, นักบริการ, คนงานในโรงงาน, ทหาร, เกษตรกร
- การเปรียบเทียบจุดที่สูงที่สุดและต่ำที่สุดบนพื้นดิน เช่น ส่วนที่สูงที่สุดบนพื้นโลก กับส่วนที่ลึกที่สุดในน้ำทะเล

คณิตศาสตร์กับศิลปะ

- การวัดกระดาษเพื่อตัดผนัง หรือการตัดกระดาษเพื่อจะขึ้นเป็นโครงในการระบายสี
- การกำหนดฉากในการเล่นละคร การวัดและการเตรียมกระดาษที่ใช้สำหรับฉาก
- การระบายสี วาดรูปทิวทัศน์
- การสร้างโอริกามิในญี่ปุ่น

คณิตศาสตร์กับสุขภาพ

- การวัดส่วนสูงของนักเรียน บันทึกผลลงตารางและกราฟ
- หาปริมาณแคลอรีจากการอ่านฉลากในข้อมูลโภชนาการ, การเรียนรู้เรื่องระดับโคเลสเตอรอล

คณิตศาสตร์กับการอ่านและศิลปะภาษา

- การมองรูปแบบของคำ แยกคำคล้องจองและไม่คล้องจอง การมองวลีของประโยค
- วิจัยรากศัพท์ทางคณิตศาสตร์
- วิจัยและเขียนเรื่องราวเกี่ยวกับนักคณิตศาสตร์
- จำนวน และความงามของตัวเลข
- การวิเคราะห์ข้อความเพื่อบอกจำนวนพยัญชนะ

คณิตศาสตร์กับพลศึกษา

- การนับจำนวนรอบในขณะที่กระโดดเชือก
- การตัดสินใจว่า กีฬาโอลิมปิกมีขนาดใหญ่หรือไม่
- วางพื้นที่การเล่น
- การจับเวลา

คณิตศาสตร์กับโลกปัจจุบันสามารถจะเชื่อมโยงในหลาย ๆ ทาง ทั้งจากหนังสือพิมพ์ นิตยสารซึ่งประกอบไปด้วยธุรกิจ แนวโน้มเศรษฐกิจ สภาพอากาศ และวิทยาศาสตร์ การรายงานพิเศษในด้านบทความและภาพข่าว แผนผังการเดินทาง เรือ รถไฟ สนามบิน ล้วนให้ข้อมูลในเรื่องคณิตศาสตร์เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ผู้คนทั้งสิ้น ปัญหาด้านนิเวศวิทยา เช่น การกำจัดขยะ มลพิษจากรถยนต์และโรงงาน เหล่านี้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับการดำรงชีวิตได้ ครูจึงควรสอนโดยบูรณาการคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (สมบัติ แสงทองคำสุก. 2545: 33; อ้างอิงจาก NCTM. 1991.) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไปภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคมศาสตร์ กีฬาหรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไปจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง และตรงกับสภาพชีวิตจริง

อัมพร ม้าคนอง (2547 :101) กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหา หรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำในห้องเรียนคณิตศาสตร์มีสามประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาวิชาอื่น ๆ

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของผู้เรียนในการนำความรู้ที่เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาสาระภายในวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งครูผู้สอนควรจะทำให้ผู้เรียนเห็นถึงสิ่งที่พบ และให้ทำกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยง

3.2 มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 64) ได้กำหนดมาตรฐานการเชื่อมโยงไว้ดังนี้

โปรแกรมการสอนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 มุ่งให้นักเรียนสามารถ

- ตระหนักและใช้การเชื่อมโยงระหว่างความคิดในคณิตศาสตร์
- เข้าใจการเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ และนำความรู้หนึ่งไปสร้างความรู้ใหม่

ได้

- ตระหนักและประยุกต์คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2543: 17) กล่าวว่ามาตรฐานการเชื่อมโยงที่สภาครุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM) ได้จัดทำและพิมพ์เผยแพร่เอกสารมาตรฐานและการวัดผลที่ชื่อว่า The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 1989 ไว้ดังนี้

มาตรฐานที่ 9 การเชื่อมโยง (Connections)

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์และเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ

1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยง และสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่าง ๆ ตลอดจนแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้
2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ได้
3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยการพิจารณาปัญหาวิธีต่าง ๆ ได้
4. สามารถระลึกถึงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้อยู่แล้ว และสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ได้

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า มาตรฐานการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์คือ การที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ได้ และสามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วไปสร้างความรู้ใหม่ได้ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้เข้ากับชีวิตประจำวันด้วย

3.3 แนวทางการพัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000: 277-278) กล่าวถึงบทบาทของครูในการพัฒนาการเชื่อมโยงสำหรับนักเรียนในเกรด 6-8 ดังนี้ ครูต้องมีบทบาทในการเลือกปัญหาที่เป็นการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งภายในและภายนอกหลักสูตร รวมไปถึงการช่วยให้นักเรียนสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาแนวคิดใหม่ ครูต้องตระหนักและเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาขึ้น ไม่ควรสอนแบบรวบรัดหรือย่อ แต่ควรมีการร่วมกันคิดร่วมกันทำ ครูจำเป็นต้องตัดสินใจได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเป็นสิ่งที่กระตุ้นให้นักเรียนใช้คำหรือเครื่องหมายที่เหมาะสมในการสนับสนุนความเข้าใจความคิดรวบยอดใหม่ของพวกเขา เช่น สัดส่วนและพีชคณิต

ครูเพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์กับนักเรียน ด้วยการใช้สาขาวิชาอื่นเป็นแหล่งข้อมูลปัญหาหลายปัญหา ตัวอย่างเช่น การศึกษาวิทยาศาสตร์และวิชาสังคมศึกษาเป็นการเพิ่มโอกาสในการเรียนเกี่ยวกับการวัดข้อมูลและพีชคณิต ศิลปะสามารถนำมาใช้สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับรูปร่างสมมาตร ความคล้ายและการถ่ายทอดของแบบรูปทางเรขาคณิต ครูศิลปะสามารถบรรยายยุทธวิธีเมื่อมีความเหมาะสมในการยกตัวอย่างแย้งทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสูตร ช่วยให้นักเรียนตระหนักและวิเคราะห์รูปแบบของการอ้างเหตุผลและข้อเท็จจริง ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างกิจกรรมเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

วงดนตรีโรงเรียนในตะวันตกเฉียงใต้ได้จัดคอนเสิร์ต โดยนักเรียนเกรด 7 ทำหน้าที่จัดอาหารว่าง ซึ่งหนึ่งอาหารเหล่านั้นคือ น้ำพื้ช ฟอครัวของโรงเรียนได้ให้สูตรเด็กทำส่วนผสมของน้ำที่แตกต่างกัน ซึ่งมีส่วนผสมของน้ำโซดา และน้ำแครนเบอร์รี่ ดังนี้

สูตร A	
น้ำแครนเบอร์รี่	2 ถ้วย
น้ำโซดา	3 ถ้วย

สูตร B	
น้ำแครนเบอร์รี่	4 ถ้วย
น้ำโซดา	8 ถ้วย

สูตร C	
น้ำแครนเบอร์รี่	3 ถ้วย
น้ำโซดา	5 ถ้วย

สูตร D	
น้ำแครนเบอร์รี่	1 ถ้วย
น้ำโซดา	4 ถ้วย

ที่มา : NCTM. (2000). Connections Standard for Grades 6-8. Principles and Standards for School Mathematics. p.275

ตอบคำถามต่อไปนี้

1. สูตรพื้ชสูตรใดมีส่วนผสมของแครนเบอร์รี่เข้มข้น พร้อมทั้งอธิบายคำตอบของนักเรียน
2. สูตรพื้ชสูตรใดมีส่วนผสมของแครนเบอร์รี่เจือจาง พร้อมทั้งอธิบายคำตอบของนักเรียน
3. ถ้าหัวหน้าวงดนตรีต้องการพื้ชทุกสูตร สูตรละ 120 ถ้วย ต้องมีส่วนผสมของน้ำแครนเบอร์รี่และน้ำโซดากี่ถ้วย พร้อมทั้งอธิบายคำตอบของนักเรียน

นักเรียนตอบคำถามข้อ 1 และ 2 เป็นกลุ่ม กลุ่มละ 2-3 คน เมื่อแต่ละกลุ่มทำเสร็จ ก็ให้ออกมาเสนอและอธิบายคำตอบของพวกเขา

นักเรียนแต่ละกลุ่มจะพยายามคำนวณว่าสูตรใดมีแครนเบอร์รี่เข้มข้นในวิธีการที่ต่างกัน เช่น บางกลุ่มคำนวณโดยพิจารณาจากจำนวนถ้วยของแครนเบอร์รี่กับจำนวนส่วนผสมทั้งหมดของแต่ละสูตร (สูตร A-D เป็น $\frac{2}{5}, \frac{4}{12}, \frac{3}{8}, \frac{1}{5}$ ตามลำดับ) บางกลุ่มพิจารณาจากอัตราส่วนของน้ำแครนเบอร์รี่

กับน้ำโซดา (สูตร A-D เป็น $\frac{2}{3}, \frac{4}{8}, \frac{3}{5}, \frac{1}{4}$ ตามลำดับ) มีบางกลุ่มที่พิจารณาผิดพลาด โดยพิจารณาเพียงจำนวนถ้วยของน้ำแครนเบอร์รี่ในแต่ละสูตร (2, 4, 3, 1) หลังจากการถามและการท้าทายในการหาคำตอบและเปรียบเทียบวิธีการแต่ละกลุ่ม นักเรียนในห้องตัดสินใจที่จะตอบคำถามในข้อสุดท้ายโดยแต่ละกลุ่มมอบหมายให้ตัดสินใจว่าต้องใช้น้ำแครนเบอร์รี่ น้ำโซดาสำหรับแต่ละสูตรเท่าใด ข้างล่างนี้จะเป็นยุทธวิธีของแต่ละกลุ่มที่ใช้ในการแก้ปัญหา 4 วิธี

กลุ่มที่ทำโดยใช้สูตร A

พวกเรามีแนวทางที่แต่ละสูตรจะได้พันธ์ 5 ถ้วย โดยน้ำแครนเบอร์รี่ 2 ถ้วย และน้ำโซดา 3 ถ้วย ดังนั้นถ้าพันธ์ 120 ถ้วย จะได้พันธ์ $\frac{120}{5} = 24$ ถ้วย ซึ่งเป็นจำนวนพันธ์ที่ต้องการ และเนื่องจากเราต้องการน้ำแครนเบอร์รี่ 2 ถ้วย และน้ำโซดา 3 ถ้วยสำหรับสูตรนี้ ดังนั้นเราจะได้น้ำแครนเบอร์รี่ $2 \times 24 = 48$ ถ้วย และ น้ำโซดา $3 \times 24 = 72$ ถ้วย สำหรับการปรุง 24 ครั้ง เนื่องจากน้ำแครนเบอร์รี่ 48 ถ้วย และน้ำโซดา 72 ถ้วย จะได้น้ำพันธ์ทั้งหมด 120 ถ้วย ตามที่เราต้องการ

กลุ่มที่ทำโดยใช้สูตร B

พวกเราคิดจากน้ำแครนเบอร์รี่ 4 ถ้วย และน้ำโซดา 8 ถ้วย นั่นก็คือ น้ำแครนเบอร์รี่ 1 ถ้วย และน้ำโซดา 2 ถ้วยนั่นเอง พวกเราจะแบ่งน้ำพันธ์ 120 ถ้วย ออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 40 ถ้วย $40 + 40 + 40 = 120$ พวกเราต้องการน้ำแครนเบอร์รี่ 1 ส่วน ดังนั้นต้องใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 40 ถ้วย และน้ำโซดา 2 ส่วน นั่นคือต้องใช้น้ำโซดา 80 ถ้วย ในการทำพันธ์ 120 ถ้วย คุณก็จะใช้อัตราส่วนของน้ำแครนเบอร์รี่ 1 ส่วน และน้ำโซดา 2 ส่วน เช่นเดิม

กลุ่มที่ทำโดยใช้สูตร C

พวกเราลองเพิ่มสูตรเป็น 2 เท่า แต่มันก็ยังไม่เพียงพอ ดังนั้นเราจึงเพิ่มวิธีปรุงเรื่อย ๆ จนเพียงพอที่น้ำพันธ์ที่เราต้องการ พวกเราได้แบบรูปที่เกิดขึ้นจนกระทั่งได้พันธ์ 120 ถ้วย ดูได้จากตารางด้านล่าง ซึ่งเราจะได้น้ำแครนเบอร์รี่ 45 ถ้วย และน้ำโซดา 75 ถ้วย

ตาราง 2 ส่วนผสมในการทำน้ำพันธ์

น้ำแครนเบอร์รี่ (ถ้วย)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
น้ำโซดา (ถ้วย)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
พันธ์ (ถ้วย)	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120

ที่มา : NCTM. (2000). Connections Standard for Grades 6-8. Principles and Standards for School Mathematics p.276

หลังจากอภิปรายในชั้นเรียน และสังเกตในแต่ละกลุ่มพบว่า พวกเขาสามารถทำจาก $\frac{3}{5}$ ไปยัง $\frac{45}{75}$ ได้ด้วยการคูณ 15 เพราะพวกเขาต้องการทำพันธ 15 ครั้ง

กลุ่มที่ทำโดยใช้สูตร D

พวกเราทดลองใช้จำนวนต่าง ๆ ครั้งแรกพวกเราลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 20 ถ้วย หมายความว่า เราต้องทำ 4 ครั้ง ซึ่งจะได้น้ำ โซดา 80 ถ้วย แต่ยังไม่พอ เพราะ $20 + 80 = 100$ พวกเราจึงลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 30 ถ้วย จะได้น้ำโซดา $30 \times 4 = 120$ ถ้วย ฉะนั้นจะได้น้ำพันธ $120 + 30 = 150$ ถ้วย ถัดมาเราจึงใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 25 ถ้วย จะได้น้ำโซดา $25 \times 4 = 100$ ถ้วย แต่เราได้พันธ 125 ถ้วย ซึ่งมากเกินไป ดังนั้นเราจึงลองใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 24 ถ้วย ซึ่งจะได้น้ำโซดา $24 \times 4 = 96$ ถ้วย ซึ่งเป็นจำนวนพันธที่เราต้องการคือ $24 + 96 = 120$ ถ้วย

หลังจากแต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถาม ครูจึงสนทนาและเข้าร่วมในชั้นเรียนพูดคุยเรื่องยุทธวิธีที่เหมือนและแตกต่างกันแต่ละวิธี

ปัญหา “การทำพันธ” เป็นการนำแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาเฉพาะหน้า : เศษส่วน อัตราส่วน สัดส่วน การดำเนินการ ขนาด ระดับ ความรู้สึกเชิงจำนวน แบบรูป และอื่น ๆ โดยการนำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะได้พัฒนาความเข้าใจ ซึ่งเป็นการวางพื้นฐานในการเรียนเรื่องต่อไป เช่น อัตราการเปลี่ยนแปลง และความสัมพันธ์เชิงเส้น

เนื่องจากงานนี้ต้องการให้นักเรียนได้อธิบายยุทธวิธีของพวกเขา นักเรียนมีโอกาสรสร้างความเข้าใจให้ดีขึ้นในเรื่องอัตราส่วน โดยการฟังความคิดที่แตกต่างกันไปของแต่ละกลุ่ม เช่น กลุ่มที่ทำโดยใช้สูตร D ใช้การเดาและการตรวจสอบในการเข้าถึงการแก้ปัญหา กลุ่มที่ทำสูตร C ใช้ตารางและแนวคิดในการเพิ่มอัตราส่วนในทางเดียวกันทำให้พบเศษส่วนที่เท่ากัน กลุ่มที่ทำโดยใช้สูตร A และ B ใช้ความคิดเกี่ยวกับการเปรียบเทียบปริมาณและใช้อัตราส่วน

ไม่มีนักเรียนคนใดกล่าวถึงคำตอบของข้อ 1 และ 2 ว่ามีความชัดเจน ถ้าพวกเขาได้แก้ปัญหาในข้อ 3 ได้ ในแต่ละสูตรสามารถเพิ่มจำนวนถ้วยของน้ำแครนเบอร์รี่และน้ำโซดาซึ่งจะนำไปสู่จำนวนพันธที่เราต้องการ พวกเราแยกจำนวนที่ต้องการ 120 ถ้วย จะได้ 24, 10, 15 และ 24 ตามลำดับ ของส่วนผสมที่ต้องการ เพราะว่าสูตร A-D ใช้ 2, 4, 3, 1 ถ้วย ตามลำดับ พวกเขาจะใช้น้ำแครนเบอร์รี่ 48, 40, 45, 24 ถ้วยตามลำดับ เมื่อต้องการเสิร์ฟให้คน 120 คน ซึ่งจะพบว่าสูตร D มีความเข้มข้นของแครนเบอร์รี่น้อยที่สุด และสูตร A มีความเข้มข้นของแครนเบอร์รี่มากที่สุด สิ่งนี้เป็นสิ่งที่ยืนยันคำตอบและวิธีการของนักเรียนก่อนหน้านี

กรมวิชาการ (2544ก: 203-205) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้และมีพื้นฐานในการที่จะนำไปศึกษาต่อนั้นจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซตในการให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่าง ๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่งตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในชว่บั้นปลายของชีวิต

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ/กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ/กระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงนี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอนและผู้เรียน ให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน

ตัวอย่างการเชื่อมโยง

กำหนดสถานการณ์ปัญหาดังนี้

บริษัทก่อสร้างต้องการเช่าที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุ
ก่อสร้างทาง ในราคาประหยัดและมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้
นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาค่าเช่าที่ดินทั้งแปลง เดือนละ 7,000 บาท
นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่าได้ โดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100
บาทต่อปี
ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้าง ต้องการเช่าที่ดินของใคร เพราะเหตุใด

จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้น จะเห็นว่าผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการ
คำนวณค่าเช่าที่ดิน ต้องคำนึงถึงราคาที่ต้องการประหยัด ต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ การ
นำเสนอเฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญต่อ
แนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของผู้เรียนอาจเป็นดังนี้

ด.ช.ก้อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท ($7,000 \times 12 = 84,000$) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ด.ญ. นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ หรือ 800 ตารางวา เป็น
เงิน 80,000 บาทต่อปี ซึ่งเป็นราคาเช่าที่ถูกกว่าเช่าที่ดินของนายบุญ

ด.ญ.นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีแล้ว จะจ่าย
เพียงตารางวาละ 93 บาท $\frac{7000 \times 12}{900} \approx 93$ ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีกประเด็นที่ว่า ในชีวิตจริง
แล้วก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจการใด ผู้ลงทุนไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียวต้องพิจารณา
องค์ประกอบอื่น ๆ ด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเข้าออก ที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลจาก
บริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้น สามารถนำ
ความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการให้เหตุผล ความคิด
สร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม ค่านิยมในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิด
เห็นและคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีการพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือ
ให้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด และแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดู
เฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับ
การให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

อัมพร ม้าคนอง (2547 : 101-102) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงอาจเริ่มต้นง่าย ๆ จากการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์ด้วยกัน ดังตัวอย่างของกิจกรรมเพื่อฝึกการเชื่อมโยงต่อไปนี้

ในหมู่บ้านของท่านมีการประชุมเพื่อแสดงความคิดเห็นว่าควรจะเสนอทางราชการให้จัดตั้งจุดตรวจในหมู่บ้านหรือไม่ ในการประชุมมีบางกลุ่มที่เชื่อว่า การมีจุดตรวจของตำรวจอยู่ใกล้หมู่บ้านจะช่วยลดปัญหาอาชญากรรม ในขณะที่บางกลุ่มเชื่อว่าความใกล้/ไกล จากจุดตรวจไม่ใช่ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อการเกิดอาชญากรรม ที่ประชุมจึงได้ขอข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมในปีที่ผ่านมาจากสถานีตำรวจท้องที่ โดยได้ข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 3 ความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจ กับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรม

จำนวนกิโลเมตรที่เกิดเหตุห่างจากจุดตรวจ	จำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตร
1 – 5	13
6 – 10	14
มากกว่า 10	16

ที่มา : อัมพร ม้าคนอง (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. หน้า 102.

1. จากข้อมูลดังกล่าว ท่านคิดว่าที่ประชุมควรสรุปความสัมพันธ์ระหว่างความใกล้/ไกลจากจุดตรวจ กับจำนวนครั้งของการเกิดอาชญากรรมต่อกิโลเมตรอย่างไร เพราะเหตุใด

2. มีบางคนในที่ประชุมพยายามใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้เพื่อให้ข้อสรุปเชื่อถือได้มากขึ้น ท่านจะช่วยคนเหล่านั้นได้อย่างไร

การทำกิจกรรมในลักษณะนี้ ช่วยให้ผู้เรียนเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์กับปัญหาในชีวิตประจำวันและเชื่อมโยงระหว่างความรู้คณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาเพื่อจะตัดสินใจแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม การเชื่อมโยงในปัญหานี้ ผู้เรียนจะต้องคิดว่าจะใช้ความรู้คณิตศาสตร์อะไรที่ตนมีอยู่ในการตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูล เนื่องจากข้อมูลในตัวอย่างนี้แตกต่างจากข้อมูลประเภทเดียวกันที่เคยพบในหนังสือเรียนหรือหรือที่ผู้สอนสมมติขึ้น ผู้เรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ เพื่อจะได้อธิบายข้อมูลอย่างเป็นเหตุเป็นผล และได้ข้อสรุปที่น่าเชื่อถือโดยใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ

จากการศึกษาค้นคว้าข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนากระบวนการเชื่อมโยงสามารถทำได้โดย ครูจะต้องเป็นผู้กำหนดสถานการณ์ที่หลากหลายที่สามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวัน หรือเชื่อมโยงภายในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เสนอแนวความคิดของตน ไม่ควรจะไปให้ความสำคัญที่คำตอบของผู้เรียนเท่านั้น

3.4 ลักษณะการเชื่อมโยงในรูปแบบต่าง ๆ

นัทเชาลัส (เทอดเกียรติ วงศ์สมบูรณ์. 2547: 38; อ้างอิงจาก Natsaulas. 1993.) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงระหว่างกรุปสมมาตร (Symmetry Groups) ในคณิตศาสตร์ กับศิลปะและประวัติศาสตร์ว่า ที่ผ่านมามีการนำเอาวัฒนธรรมจากที่ต่าง ๆ มาเป็นต้นแบบในการผลิตและออกแบบสิ่งประดับและตกแต่งต่าง ๆ หรือเป็นภาพสัญลักษณ์ของพิธีการหรือสัญลักษณ์ทางศาสนา ซึ่งหลายอย่างทีกล่าวนมาเป็นคณิตศาสตร์โดยธรรมชาติ มีภาพที่สร้างมาจากการสะท้อนและการหมุน ภาพบนระนาบ ดังนั้นประวัติศาสตร์และการผสมผสานทางศิลปะ ทำให้นักเรียนได้ศึกษาการสะท้อนและการหมุนภาพบนระนาบได้ เช่นเดียวกับโมเมติของกรุปสมมาตร การศึกษากรุปสมมาตรเพื่อให้เชื่อมโยงกับศิลปะและประวัติศาสตร์ ส่งเสริมความเข้าใจในการสร้างภาพบนระนาบ และแสดงโครงสร้างพื้นฐานของพีชคณิตและเรขาคณิต

ดวงเดือน อ่อนน้อม และคณะ (2547: 50) กล่าวถึงลักษณะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นไปได้หลายลักษณะดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับการสร้างสูตร การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ต้องเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเรื่องพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าใน 2 ประเด็น คือ รูปสามเหลี่ยมเป็นครึ่งหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมและพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ ความกว้างคูณความยาว ดังนั้น

$$\text{สูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมคือ } \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

2. การเชื่อมโยงระหว่างเรื่องต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ เช่น การลบเป็นการดำเนินการตรงข้ามของการบวก การคูณเป็นการบวกซ้ำ ๆ การคูณและการหารเป็นการดำเนินการตรงกันข้าม ร้อยละสัมพันธ์กับเศษส่วน การวัดสัมพันธ์กับเรขาคณิต

3. การเชื่อมโยงแบบจำลองหลาย ๆ แบบสู่ความคิดรวบยอดเดียวกัน เช่น การให้นักเรียนสร้างหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐานตามความต้องการของตนเอง ก็จะได้หน่วยที่ไม่เป็นมาตรฐาน หลาย ๆ ลักษณะ แต่ทุกหน่วยนำไปสู่ความคิดรวบยอดเดียวกันว่าเป็นหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐาน

4. การเชื่อมโยงความคิดรวบยอดไปสู่วิธีคิดคำนวณ เช่น ในการเรียนรู้เรื่องหน่วยการวัด เด็กต้องเกิดความคิดรวบยอดว่าจำนวนต่าง ๆ จะมาบวกลบกันได้ต้องมีหน่วยการวัดเดียวกัน ดังนั้น ถ้าหากจำนวนเหล่านี้มีหน่วยต่างกันจึงต้องมีการเปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกันก่อน

5. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน และคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการกำหนดเป็นหน่วยการเรียนรู้เป็นวิถีทางหนึ่งที่สนับสนุนส่งเสริมการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน การกำหนดหน่วยการเรียนรู้เปิดโอกาสให้เด็กได้ศึกษาสำรวจ สืบค้น เกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ที่ตนสนใจ ได้มีโอกาสแสดงความคิดริเริ่ม ได้สร้างสรรค์สิ่งต่าง ๆ ในขณะเดียวกัน ยังคงเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย หน่วยการเรียนรู้อาจเป็นหน่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เอง หรือเป็นหน่วยการเรียนรู้กลางที่คณิตศาสตร์เรียนรู้ร่วมด้วยกับวิชาอื่น ๆ ก็ได้

อัมพร ม้าคอง (2547: 104) กล่าวว่าชิลด์และสวินสัน (Shield & Swinson, 1996) ได้เสนอแนวคิดในการใช้เอกสารเชื่อมโยง (Link Sheet) เป็นเครื่องมือในการฝึกการสื่อสาร โดยให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งที่ตนเข้าใจออกมาในรูปของการเขียน เพื่อสื่อสารให้ผู้อื่นรับทราบ เอกสารดังกล่าวนอกจากจะใช้ฝึกทักษะการสื่อสารแล้ว ยังอาจใช้เพื่อฝึกทักษะการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน ได้ด้วย เนื่องจากมีส่วนหนึ่งที่ให้ผู้เรียนยกตัวอย่างในชีวิตประจำวันที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่เรียน

เอกสารเชื่อมโยง

เรื่องการทำนิพจน์ทางพีชคณิตให้อยู่ในรูปอย่างง่าย

ตัวอย่างทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่าง : $3a + 4b + 2a + 6b$ $= 3a + 2a + 4b + 6b$ $= 5a + 10b$ ตัวอย่าง : $6c + 2d + 3c + 4d$ $= 6c + 3c + 2d + 4d$ $= 9c + 6d$	ตัวอย่างในชีวิตประจำวัน ราคาคูกี้ <table><tr><td>ช็อกโกแลตชิพ</td><td>x</td><td>เหรียญ/ชิ้น</td></tr><tr><td>เคลือบช็อกโกแลต</td><td>y</td><td>เหรียญ/ชิ้น</td></tr><tr><td>อมันดาซื้อ</td><td>$40x + 50y$</td><td>เหรียญ</td></tr><tr><td>ซอนซื้อ</td><td>$5x + 2y$</td><td>เหรียญ</td></tr><tr><td>รวมสองคนซื้อ</td><td>$45x + 52$</td><td>เหรียญ</td></tr></table>	ช็อกโกแลตชิพ	x	เหรียญ/ชิ้น	เคลือบช็อกโกแลต	y	เหรียญ/ชิ้น	อมันดาซื้อ	$40x + 50y$	เหรียญ	ซอนซื้อ	$5x + 2y$	เหรียญ	รวมสองคนซื้อ	$45x + 52$	เหรียญ
ช็อกโกแลตชิพ	x	เหรียญ/ชิ้น														
เคลือบช็อกโกแลต	y	เหรียญ/ชิ้น														
อมันดาซื้อ	$40x + 50y$	เหรียญ														
ซอนซื้อ	$5x + 2y$	เหรียญ														
รวมสองคนซื้อ	$45x + 52$	เหรียญ														
แผนภาพ/รูปภาพ/กราฟ <table><tr><td>○ ○ ○</td><td>□ □ □ □</td></tr><tr><td>○ ○</td><td>□ □ □</td></tr><tr><td></td><td>□ □ □</td></tr><tr><td>○ ○ ○ ○ ○</td><td>□ □ □ □ □</td></tr><tr><td></td><td>□ □ □ □ □</td></tr></table>	○ ○ ○	□ □ □ □	○ ○	□ □ □		□ □ □	○ ○ ○ ○ ○	□ □ □ □ □		□ □ □ □ □	คำอธิบาย การทำนิพจน์ให้อยู่ในรูปอย่างง่าย คือการทำนิพจน์นั้นให้ดูง่ายขึ้นเพื่อที่จะนำไปใช้ได้สะดวกขึ้น ซึ่งเป็นสิ่งที่เป็ระบบและที่ซับซ้อนให้เป็นนิพจน์ที่เล็กลงเพื่อที่จะเข้าใจได้ง่ายขึ้น					
○ ○ ○	□ □ □ □															
○ ○	□ □ □															
	□ □ □															
○ ○ ○ ○ ○	□ □ □ □ □															
	□ □ □ □ □															

ที่มา : อัมพร ม้าคอง. (2547). การพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์. หน้า 50.

3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยต่างประเทศ

เดิร์กเซล (Drexel. 1997: 2119-A) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common Fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal Fraction) หรือเศษส่วนที่มีพหุคูณของ 10 เริ่มต้นที่เลือกนักเรียน 9 คน ซึ่งเป็นนักเรียนเกรด 6 ที่อยู่ต่างห้องเรียนกันมาทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยม โดยให้ทำข้อสอบเศษส่วนแบบเขียนตอบ และสัมภาษณ์ถึงการเรียนเรื่องเศษส่วนที่ผ่านมา เพื่อจะได้ทราบระดับความรู้และโมโนติเรื่องเศษส่วนของนักเรียน ปรากฏว่าโมโนติเรื่องเศษส่วนของนักเรียนมีอยู่จำกัด ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้บทเรียน 6 บท

ในการปูพื้นฐานมโนคติและทักษะเรื่องเศษส่วน และใช้บทเรียนเพียง 2 บท ในการเชื่อมโยงมโนคติของเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมกับกลุ่มตัวอย่าง หลังจากการใช้บทเรียนก็ทำการสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยมได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้ชี้ว่า ความรู้ของนักเรียนยังมีปัญหาต่อการนำมาใช้ แต่จากการที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเศษส่วนธรรมดาและเศษส่วนทศนิยมมาสัมพันธ์กันได้ อาจมีความหมายต่อความเข้าใจมโนคติ และการดำเนินการในทศนิยม

อีริค (Eric. 2000: 500-508) ได้ศึกษาการสร้างการเชื่อมโยงระบบพิกัดจากจากความเข้าใจของนักเรียน ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษา มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความเข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิตทางแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้โดยการใช้ตัวแทนทางพีชคณิตและตัวแทนเชิงกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาของนักเรียน มีความถูกต้องในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้มากกว่า

ลอร์สัน และชินนัพเพน (Lawson and Chinnappan. 2000: 26-43) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการทำงานแก้ปัญหาเกี่ยวกับการสร้างองค์ความรู้ของนักเรียน และศึกษาต่อไปถึงตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหาและการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ระหว่างนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงมีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ได้มากกว่า และยังสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ครูจัดตามแผนการสอนมาสัมพันธ์กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และตัวชี้วัดความสามารถด้านการเชื่อมโยงมีผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาสูงกว่าตัวชี้วัดความสามารถด้านเนื้อหา จุดมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เพื่อให้ข้อมูลกับครูในการหาวิธีสอนเพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ที่มีคุณภาพได้

แพนดิสซิโอ (Pandiscio. 2002: 216-221) ได้สำรวจการโยงมโนคติการพิสูจน์กับการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เรขาคณิตของนักศึกษาฝึกสอน โดยให้นักศึกษาฝึกสอน 4 คน (ชาย 2 คน หญิง 2 คน) แก้ปัญหาเรขาคณิตที่ไม่คุ้นเคยโดยใช้พื้นฐานมโนคติของยูคลิดจำนวน 2 ข้อ ให้สร้างการพิสูจน์ตามรูปแบบที่ให้ผลออกมาเป็นรูปแบบกรณีทั่วไป และให้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต ผลปรากฏว่านักศึกษาฝึกสอนทั้ง 4 คนยอมรับว่า แม้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิตจะไม่ได้ช่วยพิสูจน์แต่ก็เป็นเครื่องมือช่วยสร้างความรู้สึก (Senses) ให้เกิดความเข้าใจความสัมพันธ์ในปัญหาหรือทฤษฎีบทเพื่อนำไปใช้ในการพิสูจน์ได้

เกนส์เบิร์ก (Gainsburg. 2007: online) กล่าวว่าคณิตศาสตร์ศึกษาจะเน้นความสำคัญเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันในการเรียนการสอน สิ่งตีพิมพ์ที่มีอยู่บ่งบอกถึงสภาพความเป็นจริงในห้องเรียนว่ามีการฝึกฝนเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันไม่บ่อยครั้งนัก และทำอย่างเร่งรีบ แต่ในการเรียนสองถึงสามครั้งจะมีการเน้นเฉพาะเพื่อสอบ ฉะนั้นทำอย่างไรที่ครูจะ

เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสำรวจครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมจำนวน 62 คน ในเรื่องความเข้าใจและการประยุกต์ใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน จุดมุ่งหมายของงานวิจัยคือ การสร้างการเชื่อมโยงในการสอน และปัจจัยที่สนับสนุนและผลักดันให้มีการฝึกฝนการเชื่อมโยง ผู้วิจัยสังเกตครู 5 คนในการใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันภายในห้องเรียนและติดตามผลโดยการสัมภาษณ์ครู ผลการวิจัยพบว่าการสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันเป็นสิ่งสำคัญซึ่งเป็นดังที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้น และสนับสนุนสิ่งตีพิมพ์ที่เกี่ยวข้องจะทำอย่างไรในการช่วยเหลือนักเรียนที่มีลักษณะแตกต่างกันในการเรียนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

สมบัติ แสงทองคำสุก (2545: บทคัดย่อ) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการศึกษาพบว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงดังกล่าว หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เทอดเกียรติ วงศ์สมบุญ (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

นงลักษณ์ แก้วมาลา (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศศิธร แก้วรักษา (2547: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ (E_1/E_2) 80/80 โดยมีประสิทธิภาพ 82.11/83.59 และผลสัมฤทธิ์ทางการ

วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่อง สถิติเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัชดา ยাত্রา (2549: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการศึกษาพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเข้าร่วมกิจกรรมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการปฏิบัติกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ลิลา ดลภาค (2549: บทคัดย่อ) ได้สร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พร้อมทั้งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการเรียนการสอนเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุรางคณา ยาหยี (2549: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 มีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 โดยมีค่า 96.88/97.36
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
5. ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ช่วงชั้นที่ 4 ภายหลังจากได้รับการสอนโดยชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากงานวิจัยข้างต้น จะเห็นว่าการจัดการเรียนการสอนโดยใช้กิจกรรม ชุดการเรียนรู้ หรือวิธีสอน เพื่อเน้นหรือส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ทั้งการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่น และการเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนที่ได้รับการสอนที่เน้นหรือส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น แต่เนื่องจากงานวิจัยที่ปรากฏนั้นยังไม่มีการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการวิจัยในเรื่องนี้เพื่อศึกษาผลการวิจัยว่าการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 นั้นมีผลต่อทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์อย่างไร

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากร และการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย
4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ
6. แบบแผนที่ใช้ในการวิจัย
7. วิธีดำเนินการทดลอง
8. การจัดกระทำและวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี จำนวนทั้งสิ้น 2 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 57 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มจากการจับฉลาก 1 ห้องเรียนจากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียนได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 28 คน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 –ม.6) ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี

- | | |
|------------------------------------|-------------|
| 1. กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ | จำนวน 3 คาบ |
| 2. วิธีเรียงสับเปลี่ยน | จำนวน 6 คาบ |
| 3. วิธีจัดหมู่ | จำนวน 6 คาบ |

3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ในการทดลองครั้งนี้ใช้เวลาทั้งหมด 19 คาบ คาบละ 50 นาที โดยทดลองสอน 15 คาบ และทำการสอบก่อนเรียน 2 คาบ และหลังเรียน 2 คาบ

4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

- 4.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องความน่าจะเป็น
- 4.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.3 แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

5. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

การสร้างเครื่องมือในการวิจัยครั้งนี้ มีดังนี้

5.1 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การจัดเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องความน่าจะเป็น ผู้วิจัยมีวิธีดำเนินการดังนี้

5.1.1 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กรมวิชาการ และหลักสูตรสถานศึกษา โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

5.1.2 ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 จากตำราและเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1.3 วิเคราะห์การเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-6) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องความน่าจะเป็น เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ที่มีความสอดคล้องกับการสอนแบบอริยสัจ 4

5.1.4 วิเคราะห์และกำหนดสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันที่สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น

5.1.5 ดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยได้ประยุกต์แนวคิดการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญโดยให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

1. รหัสวิชา/กลุ่มสาระการเรียนรู้/ช่วงชั้น/ภาคเรียน/ปีการศึกษา/ชื่อหน่วยการเรียนรู้/ชื่อเรื่อง/เวลาที่ใช้

2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สาระการเรียนรู้
4. กิจกรรมการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้
6. การวัดและประเมินผล
 - วิธีการวัด
 - เครื่องมือ
 - เกณฑ์การประเมิน

7. การบันทึกผลหลังการสอน

ซึ่งขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้มีดังนี้

1. ขั้นทุกข์ (ปัญหา) ครูสนทนากับนักเรียน พูดคุยเกี่ยวกับเรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่พบในปัจจุบัน และให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่ครูนำเสนอ

2. ขั้นสุขุทัย (สาเหตุของปัญหา ตั้งสมมติฐาน) ครูให้นักเรียนคิด วิเคราะห์ถึงสาเหตุของปัญหาที่ยกมา และวิธีในการแก้ปัญหาที่มีวิธีได้บ้างที่สามารถทำได้

3. ขั้นนิโรธ (ทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล) ครูให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในแต่ละวิธีในการแก้ปัญหา โดยทำทุกวิธีที่กำหนดไว้ในขั้นที่ 2

4. ขั้นมรรค (วิเคราะห์ข้อมูล และสรุปผล) จากการที่นักเรียนลงมือปฏิบัติ ก็จะเห็นผลว่า ทุกวิธีนำมาซึ่งคำตอบเดียวกัน แต่อาจมีวิธีที่ได้คำตอบที่รวดเร็ว และไม่ซ้ำซ้อน ครูก็จะอธิบายเพิ่มเติม และให้คำแนะนำในวิธีต่าง ๆ ว่ามีความเหมาะสมเพียงไร

5.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญาานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาธ สอานวงศ์ อาจารย์สมจิตต์ อำไพพัทธ์ และดร.วรรณวิภา สุขทเกียรติ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความชัดเจนและความถูกต้องของผลการเรียนรู้ที่คาดหวังสอดคล้องกับเนื้อหาและกิจกรรม สื่อการเรียนรู้และความสอดคล้องระหว่างผลการเรียนรู้ที่คาดหวังกับการวัดผลประเมินผล เพื่อนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข

5.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะเรียบร้อยแล้ว เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมปริญาานิพนธ์ตรวจสอบพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยเพื่อนำไปใช้ในการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง

5.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เป็นแบบอัตนัย มีจำนวน 20 ข้อ ดังนี้

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา จำนวน 10 ข้อ

แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยง จำนวน 10 ข้อ

ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

5.2.1 ศึกษาเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังจากหลักสูตรสถานศึกษากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หนังสือคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ (สสวท) เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

5.2.2 สร้างตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้สอดคล้องกับเนื้อหาหลักสูตรการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

5.2.3 สร้างแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 20 ข้อ ซึ่งแบ่งเป็น แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาจำนวน 10 ข้อ และแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงจำนวน 10 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างและเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

5.2.3.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียนและวิธีสร้างแบบทดสอบจากเอกสารและตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

2. สร้างตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ และเกณฑ์การให้คะแนน

4. นำแบบทดสอบและเกณฑ์การให้คะแนนไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน คือ อาจารย์ประสาท สอนางค์ อาจารย์สมจิตต์ อำไพพิภตร และดร.วรรณวิภา สุทธเกียรติ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกับเนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้ โดยพิจารณาจากค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แล้วนำข้อเสนอมาปรับปรุงแก้ไข ผลการพิจารณา IOC มีค่าตั้งแต่ 0.67-1

5. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกแล้วมาทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ที่ไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย จำนวน 100 คน ที่เคยเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นมาแล้ว เพื่อหาค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ และตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ดังนี้

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากกรมวิชาการและได้ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

ตาราง 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อย่างมีประสิทธิภาพอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
3 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวไม่ชัดเจน
2 พอใช้	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน มีการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้แก้ปัญหานั้นด้วย
1 ต้องปรับปรุง	ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน เริ่มคิดว่าทำไมจึงต้องใช้วิธีการนั้นแล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ตามความสามารถในการแก้ปัญหา หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

6. นำผลการทดลองมาวิเคราะห์เป็นรายข้อโดยพิจารณาจากดัชนีค่าความยาก (P_E) และดัชนีค่าอำนาจจำแนก (D) พร้อมกับคัดเลือกโดยใช้วิธีของวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (P_E) ตามเกณฑ์ ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป โดยได้ค่าความยาก (P_E) ตั้งแต่ 0.33 – 0.76 และค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.50 – 0.88 โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 5 ข้อ

7. นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี จำนวน 100 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเคยเรียนเรื่องความน่าจะเป็นมาแล้ว เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2538:200) โดยได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ 0.79 แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้เสนอต่อประธานและกรรมการควบคุมคุณภาพนิพนธ์

8. นำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้องเรียน

5.2.3.2 แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียนและวิธีสร้างแบบทดสอบจากเอกสารและตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

2. สร้างตารางวิเคราะห์ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้สอดคล้องกับเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3. สร้างแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อและเกณฑ์การให้คะแนน

4. นำแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ในการให้คะแนนไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจจำนวน 3 คน คือ ดร.วรรณวิภา สุทธิเกียรติ อาจารย์ประสาท สำนวนวงศ์ และอาจารย์สมจิตต์ อำไพพัทธ์ ตรวจสอบแล้วนำมาคำนวณหาค่า IOC และคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป แล้วนำข้อเสนอมารับปรุงแก้ไข ผลการพิจารณา IOC มีค่าตั้งแต่ 0.67-1

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาจากกรมวิชาการและได้ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

ตาราง 5 เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

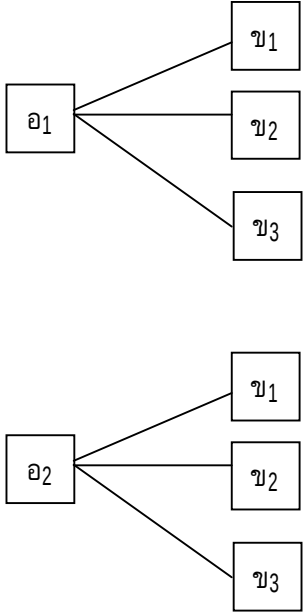
คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
3 ดี	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่น/ในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา หรือประยุกต์ใช้ได้บางส่วน
2 พอใช้	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
1 ต้องปรับปรุง	นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 ไม่พยายาม	ไม่มีการเชื่อมโยงกับสาระอื่นใด

5. นำแบบทดสอบและเกณฑ์ในการให้คะแนนที่ผ่านการตรวจสอบและแก้ไขจากผู้เชี่ยวชาญไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้องเรียน

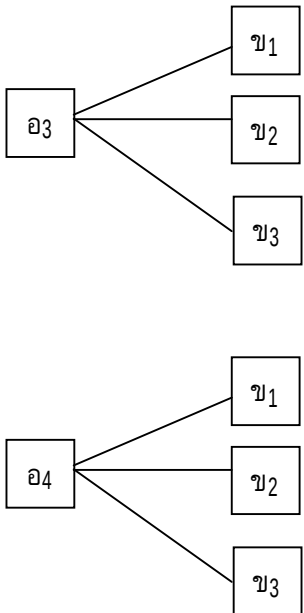
ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อ 1. มีไอศกรีม 4 รส คือ รสกะทิ เผือก ถั่วดำทุเรียน และมีขนมหวาน 3 ชนิด คือ ลอดช่องน้ำกะทิ เจาก๋วย และรวมมิตร ถ้าต้องการเลือกซื้อไอศกรีม หรือขนมหวานก็ได้ 1 ชนิด จะมีวิธีการเลือกซื้อได้กี่วิธี

ตาราง 6. ตัวอย่างการให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำตอบ	ระดับคะแนน
1. เลือกซื้อไอศกรีมได้ 4 วิธี เลือกซื้อขนมหวานได้ 3 วิธี ดังนั้นจะมีวิธีเลือกซื้อไอศกรีมหรือขนมหวานทั้งหมด $4 \times 3 = 12$ วิธี	ได้ 4 คะแนน ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้สำเร็จและอธิบายถึงเหตุผลในการแก้ปัญหาได้ชัดเจน
2. ให้ อ แทน ไอศกรีม และ ข แทน ขนมหวาน 	ได้ 4 คะแนน ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้สำเร็จและอธิบายถึงเหตุผลในการแก้ปัญหาได้ชัดเจน

ตาราง 6 (ต่อ)

คำตอบ	ระดับคะแนน
 ดังนั้นจะมีวิธีเลือกซื้อไอศกรีม หรือขนมหวาน ทั้งหมด 12 วิธี	
3. มีวิธีเลือกซื้อไอศกรีมหรือขนมหวาน ทั้งหมด $4 \times 3 = 12$ วิธี	ได้ 3 คะแนน ใช้ยุทธวิธีในการดำเนินการ แก้ปัญหาสำเร็จ แต่อธิบายเหตุผลไม่ชัดเจน
4. เลือกซื้อไอศกรีมได้ 4 วิธี เลือกซื้อขนมหวานได้ 3 วิธี ดังนั้นจะมีวิธีเลือกซื้อไอศกรีมหรือขนมหวาน ทั้งหมด $4 + 3 = 7$ วิธี	ได้ 2 คะแนน ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำเร็จ เพียงบางขั้นตอน
5. เลือกซื้อไอศกรีมได้ 4 วิธี เลือกซื้อขนมหวานได้ 3 วิธี	ได้ 1 คะแนน การดำเนินการแก้ปัญหาไม่รอบ เพียงบางขั้นตอน แต่ทำไม่สำเร็จ

ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ข้อ 1. เด็กชาย 4 คน และเด็กหญิง 4 คน นั่งเรียนเป็นแถวได้กี่วิธี ถ้าเด็กชายและเด็กหญิงนั่งสลับกัน และเด็กชายบีมจะต้องนั่งติดกับเด็กหญิงโบว์เสมอ

ตาราง 7 ตัวอย่างการให้คะแนนแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

คำตอบ	ระดับคะแนน
1. ขั้นที่ 1 นำเด็กชายบีม และเด็กหญิงโบว์นั่งติดกันก่อน ขั้นที่ 2 นำเด็กหญิงและเด็กชายที่เหลือมานั่งสลับกัน จะได้ทั้งหมด $3! \times 3! \times 2! = 72$ วิธี นำเด็กชายบีมและเด็กหญิงโบว์ไปนั่งตรงตำแหน่งที่ว่างระหว่างเด็กหญิงกับเด็กชายทำได้ 7 วิธี — ข — ญ — ข — ญ — ข — ญ — บีมกับโบว์ ↑ ดังนั้นถ้าเด็กชาย 4 คน และเด็กหญิง 4 คน นั่งสลับกัน และเด็กชายบีมต้องนั่งติดกับเด็กหญิงโบว์เสมอ แล้วนั่งเรียงเป็นแถวได้เท่ากับ $72 \times 7 = 504$ วิธี	ได้ 4 คะแนน มีการดำเนินการโดยการใช้การวาดภาพประกอบ เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
2. ขั้นที่ 1 นำเด็กชายบีม และเด็กหญิงโบว์นั่งติดกันก่อน ขั้นที่ 2 นำเด็กหญิงและเด็กชายที่เหลือมานั่งสลับกัน จะได้ทั้งหมด $3! \times 3! \times 2! = 72$ วิธี ข — ญ — ข — ญ — ข — ญ — บีมกับโบว์ ↑ ดังนั้นถ้าเด็กชาย 4 คน และเด็กหญิง 4 คน นั่งสลับกัน และเด็กชายบีมต้องนั่งติดกับเด็กหญิงโบว์เสมอ แล้วนั่งเรียงเป็นแถวได้เท่ากับ $72 \times 5 = 360$ วิธี	ได้ 3 คะแนน มีการดำเนินการโดยใช้การวาดภาพประกอบ เชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันแต่ประยุกต์ได้เพียงบางส่วน

ตาราง 7 (ต่อ)

คำตอบ	ระดับคะแนน
3. ขั้นที่ 1 นำเด็กชายบีม และเด็กหญิงโบว์มัดติดกันก่อนซึ่งได้เท่ากับ 2! ขั้นที่ 2 นำเด็กหญิงและเด็กชายที่เหลื้อมานั่งสลับกัน จะได้ทั้งหมด $3! \times 3! \times 2! = 72$ วิธี	ได้ 2 คะแนน มีการเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ได้บางส่วน
4. ขั้นที่ 1 นำเด็กชายบีม และเด็กหญิงโบว์นั่งติดกันก่อนซึ่งได้เท่ากับ 1! ขั้นที่ 2 นำเด็กหญิงและเด็กชายที่เหลื้อมานั่งสลับกัน จะได้ทั้งหมด $3! \times 3! \times 1! = 36$ วิธี	ได้ 1 คะแนน ดำเนินวิธีการในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม

6. แบบแผนที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538:249)

ตาราง 8 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T ₁	X	T ₂

เมื่อ	E	แทน	กลุ่มทดลอง
	X	แทน	วิธีสอนแบบอริยสัจ 4
	T ₁	แทน	การสอบก่อนเรียน
	T ₂	แทน	การสอบหลังเรียน

7. วิธีดำเนินการทดลอง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง มีขั้นตอนดังนี้

7.1 ขอความร่วมมือกับโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี จำนวน 1 ห้อง เป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองโดยใช้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น

7.2 ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงรูปแบบการเรียนการสอน โดยใช้วิธีสอนแบบอริยสัจ 4 เพื่อที่จะได้ปฏิบัติได้ถูกต้อง

7.3 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดลองครั้งนี้ เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre-test)

7.4 ดำเนินการทดลองระหว่างเดือนมกราคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ โดยใช้การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องความน่าจะเป็น สอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 28 คนโดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง

7.5 ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) โดยนำแบบทดสอบซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับชุดแรก แล้วบันทึกผลคะแนนหลังเรียน

7.6 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้วิธีทางสถิติต่อไป

8. การจัดการกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน
2. หาค่าสถิติที่ใช้ตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ
3. หาค่าสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538:73)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538:79)

$$S = \sqrt{\frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละตัว
	$(\sum X)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ตรวจคุณภาพของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.1 การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539:248-249)

$$\text{สูตร} \quad IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เพื่อวิเคราะห์แบบทดสอบ รายข้อแบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้วิธีของวิทนีและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539:199-201)

$$\text{สูตร} \quad D = \frac{S_u - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	อำนาจจำแนก
	S_u	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง
	S_L	แทน	ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน
	$X_{\max}$	แทน	คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

2.3 การหาดัชนีความยากของแบบทดสอบ แบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้วิธีของ วิทนีและซาเบอร์ส (Whitney and Sabers) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2539:199-200)

$$\text{สูตร } P_E = \frac{S_U + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

P_E แทน ดัชนีค่าความยาก

S_U แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มเก่ง

S_L แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มอ่อน

$X_{\max}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

$X_{\min}$ แทน คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

N แทน จำนวนนักเรียนของกลุ่มเก่งหรือของกลุ่มอ่อน

2.4 การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอัตนัยโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538:200)

$$\text{สูตร } \alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 โดยใช้สถิติ t-test dependent sample (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2540 : 248)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าพิจารณาใน t - Distribution

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

n แทน จำนวนคู่ของคะแนนของนักเรียน

3.2 ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 โดยใช้สูตร one sample t-test (ล้วน สายยศ และ
อังคณา สายยศ. 2540: 240)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad ; \quad df = n - 1$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t - Distribution
	$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบ
	μ_0	แทน	เกณฑ์ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ ($\mu_0 = 60\%$)
	s	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ
	n	แทน	จำนวนนักเรียน

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้กำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
n	แทน	คะแนนเต็มของแบบทดสอบ
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
s	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
μ_0	แทน	เกณฑ์ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้ ($\mu_0 = 60\%$)
t	แทน	ค่าที่พิจารณาใน t - Distribution

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายผลของการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยนำเสนอตามลำดับขั้นของสมมติฐานดังนี้

1. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 โดยนำคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบ ใช้สถิติ t -test dependent samples ปรากฏผลในตาราง 9

ตาราง 9 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ก่อนและหลังการทดลอง

การเปรียบเทียบ	การทดลอง	<i>N</i>	<i>n</i>	$\bar{X}$	<i>s</i>	<i>t</i>
ความสามารถใน	ก่อนการทดลอง	28	20	9.714	3.149	11.321**
การแก้ปัญหา	หลังการทดลอง	28	20	17.982	1.680	
ทักษะการ	ก่อนการทดลอง	28	20	9.000	3.031	12.702**
เชื่อมโยง	หลังการทดลอง	28	20	17.125	2.312	

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 9 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 กับเกณฑ์ ใช้สถิติ one sample t-test ปรากฏผลในตาราง 10

ตาราง 10 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

การเปรียบเทียบ	N	n	μ_0 (60%)	$\bar{X}$	s	t
ความสามารถในการแก้ปัญหา	28	20	12	17.982	1.6804	18.837**
ทักษะการเชื่อมโยง	28	20	12	17.125	2.3119	11.730**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 10 ผลการวิเคราะห์พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 89.910 และ 85.625

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีวัตถุประสงค์เฉพาะดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ที่ตั้งไว้

สมมติฐานการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอน
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังจากการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 ของโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่มจากการจับฉลาก 1 ห้องเรียนจากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียนได้กลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 28 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยดังนี้

- 1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องความน่าจะเป็น
- 2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 3 แบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลอง มีขั้นตอนดังนี้

- 1 ขอความร่วมมือกับโรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย เพชรบุรี จังหวัดเพชรบุรี จำนวน 1 ห้อง เป็นกลุ่มตัวอย่างของการวิจัยครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองโดยใช้การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีสอนแบบบอริยสัจ 4 เรื่อง ความน่าจะเป็น
- 2 ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงรูปแบบการเรียนการสอน โดยใช้วิธีสอนแบบบอริยสัจ 4 เพื่อที่จะได้ปฏิบัติได้ถูกต้อง
- 3 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดลองครั้งนี้ เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre-test)
- 4 ดำเนินการทดลองระหว่างเดือนมกราคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ โดยใช้การจัดการเรียนการสอนแบบบอริยสัจ 4 เรื่องความน่าจะเป็น สอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 28 คนโดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง
- 5 ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) โดยนำแบบทดสอบซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับชุดแรก แล้วบันทึกผลคะแนนหลังเรียน
- 6 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ เพื่อตรวจสอบสมมติฐานโดยใช้วิธีทางสถิติต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติวิเคราะห์แบบ t-test dependent samples
2. วิเคราะห์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สถิติวิเคราะห์แบบ t-test dependent sample
3. วิเคราะห์คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้สถิติแบบ one sample t-test
4. วิเคราะห์คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ โดยใช้สถิติแบบ one sample t-test

สรุปผลการวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

1.1 การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เป็นการสอนที่ประยุกต์มาจากวิธีคิดตามแนวพุทธศาสตร์ ซึ่งมุ่งให้ผู้เรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น ตลอดจนฝึกให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ค้นหาสาเหตุ กำหนดขอบเขตของปัญหา และนำมาวิเคราะห์หาคำตอบของปัญหานั้นอย่างรอบคอบ ซึ่งในการจัดการเรียนการสอนนั้นครูผู้สอนจะคอยกระตุ้นความคิดของผู้เรียน โดยถามสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือผู้เรียนได้อะไรจากโจทย์บ้าง ซึ่งสอดคล้องกับที่ สิริพร ทิพย์คง (2536: 157-159) กล่าวว่า ควรให้อิสระในการคิดแก่นักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิดรวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้น ๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ และจากการฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาอยู่เป็นประจำก็จะสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของธอร์นไคด์ เกี่ยวกับกฎแห่งการฝึก (Law of Exercise) ซึ่งกล่าวว่า สิ่งใดก็ตามที่มีการฝึกหัดฝึกกระทำบ่อย ๆ ย่อมทำให้ผู้ฝึกมีความคล่องและสามารถทำได้ดีกว่าผู้ที่ไม่ได้รับการฝึก ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนที่ได้รับการทดลองโดยการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิลเลียม (William, 2003: 185-187) ที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยเสริมการทำงานแก้ปัญหาได้ และพบว่านักเรียนจำนวน 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเรียนรู้และนักเรียนจำนวน 80% บอกว่ากิจกรรมการเขียนจะช่วยให้เขาเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีขึ้นได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศรีสมัย สอดศรี (2546: บทคัดย่อ) พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้ไขโจทย์กับการสอนปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

1.2 การจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 เรื่องความน่าจะเป็น ผู้วิจัยมีการสอดแทรกสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาโดยการ

เชื่อมโยงความรู้กับวิชาคณิตศาสตร์ในสาระการเรียนรู้อื่น ๆ เช่น วงกลม ตรรกศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสาระการเรียนรู้ที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ทำให้ผู้เรียนสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงความรู้ภายในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันได้ สอดคล้องกับที่เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1994: 194-198) ได้กล่าวถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า การเชื่อมโยงควรสร้างให้เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอในระหว่างการสอน ให้นักเรียนทำในสิ่งที่เป็กรูปธรรมและแปลงการกระทำนั้นมาเป็นรูปภาพ แผนผัง กราฟ และสัญลักษณ์ ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นนี้ น่าจะทำให้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของเดร็กเซล (Drexel. 1997: 2119-A) ที่ได้ศึกษาการเชื่อมโยงระหว่างเศษส่วนธรรมดา (Common Fraction) กับเศษส่วนทศนิยม (Decimal Fraction) หรือเศษส่วนที่มีพหุคูณของ 10 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถจำแนก เปรียบเทียบ ดำเนินการบวกและลบเศษส่วนทศนิยมได้ สามารถนำหลักการของเศษส่วนธรรมดาไปใช้กับเศษส่วนทศนิยม และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศศิธร แก้วรักษา (2547: บทคัดย่อ) ซึ่งได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่องสถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบชิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันเรื่อง สถิติเบื้องต้น สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้เนื่องมาจาก

2.1 ในการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ผู้วิจัยจะกำหนดปัญหาให้กับผู้เรียนและให้เวลาผู้เรียนทุกคนในการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และรอบคอบ อีกทั้งผู้วิจัยจะคอยใช้คำถามกระตุ้นผู้เรียนรวมถึงสร้างบรรยากาศในการเรียนเพื่อให้ผู้เรียนรู้สึกไม่เครียดจนเกินไป ซึ่งสอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2544: 5) ที่กล่าวว่า ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรให้เวลากับนักเรียนมากพอในการคิดแก้ปัญหา คำนึงถึงความรู้พื้นฐานที่นักเรียนจะต้องใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเหล่านั้น สร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหา ให้กำลังใจและการกระตุ้นให้นักเรียนคิด

2.2 ในการนำเสนอปัญหาให้กับผู้เรียนนั้นมีการเชื่อมโยงทั้งระหว่างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการในการคิด สนใจที่จะตอบคำถามและแก้ปัญหาตามที่กำหนด ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบาร์ดูดี (Baroody. 1993: 2-31) ที่กล่าวว่า ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์กล่าวคือ ใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหากับโลกที่เป็นจริง (Real World) ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

2.3 ในการนำเสนอปัญหานั้นจะต้องเป็นปัญหาที่สามารถพบได้จริง และเป็นปัญหาที่ผู้เรียนอาจไม่เคยพบมาก่อน จึงทำให้ผู้เรียนมีความสนใจเรียน และมีความกระตือรือร้นที่จะคิดหาคำตอบของปัญหานั้น ซึ่งสอดคล้องกับกรมวิชาการ (2544ก: 205) กล่าวว่าผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับชีวิตประจำวัน

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นน่าจะมีผลทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เทอดเกียรติ วงศ์สมบุรณ์ (2547: บทคัดย่อ) ที่ได้สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยง เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงสามารถสอบผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 70 ของนักเรียนทั้งหมดที่นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ข้อสังเกตจากการวิจัย

จากการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้พบข้อสังเกตบางประการจากการวิจัย ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ในคาบแรกของการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 นักเรียนยังปรับตัวไม่ได้ และไม่กล้าแสดงความคิดเห็นของตนเอง ไม่กล้าซักถาม แต่เมื่อผู้วิจัยใช้คำถาม และสร้างบรรยากาศในการเรียนให้เป็นกันเองจึงทำให้การเรียนการสอนดำเนินต่อไปด้วยดี
2. เนื่องจากเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็น เป็นเรื่องที่ค่อนข้างยาก จึงทำให้นักเรียนใช้เวลาในการคิด และทำความเข้าใจนานพอสมควร ทำให้นักเรียนบางคนเกิดความรู้สึกเบื่อหน่าย ไม่อยากคิด ดังนั้นในระยะแรกผู้วิจัยจะใช้คำถามชี้แนะให้ผู้เรียนเกิดกระบวนการคิดและแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น
3. ในการนำเสนอปัญหานั้น เมื่อมีนักเรียนคนใดยกมือขึ้นตอบ ไม่ว่าคำตอบนั้นจะถูกหรือผิดผู้วิจัยก็จะกล่าวชมเชย หรือให้กำลังใจ ซึ่งทำให้นักเรียนคนอื่น ๆ ที่ไม่ค่อยตอบมีความตั้งใจและกระตือรือร้นที่จะคิดค้นหาคำตอบนั้นๆ

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ควรจะมีการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ในระดับชั้นอื่นๆ ด้วย เพื่อเป็นการฝึกฝนให้นักเรียนมีระบบการคิดอย่างมีขั้นตอน เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้
2. เนื่องจากเนื้อหาความน่าจะเป็น เป็นเรื่องที่ยาก ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ครูผู้สอนควรจะยกสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถพบได้จริงในชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนเห็นภาพและเข้าใจในบทเรียนง่ายขึ้น
3. ครูผู้สอนควรนำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน มาเชื่อมโยงและสอดแทรกในปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. เนื่องด้วยในสาขาวิชาคณิตศาสตร์นั้นยังไม่มีผู้ใดทำการวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความเห็นว่า
 - 1.1 ควรจะมีการทำวิจัยโดยการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 โดยเลือกเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ หรือระดับชั้นอื่นๆ
 - 1.2 ควรจะมีการทำวิจัยโดยการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 โดยศึกษาตัวแปรอื่น ๆ เช่น ทักษะการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ เป็นต้น
2. ควรจะมีการสร้างเป็นชุดการเรียนรู้แบบอริยสัจ 4 โดยศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวกับทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544ก). คู่มือการจัดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์(ร.ส.พ.).
- _____. (2544ข). หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- _____. (2545). เอกสารประกอบหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์(ร.ส.พ.).
- _____. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้า และพัสดุภัณฑ์ (ร.ส.พ.).
- กนิษฐา ฝาโท. (2549). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจสี่. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กิดานันท์ มะลิทอง. (2548). ไอซีทีเพื่อการศึกษา. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2544). ปกิณกะคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2539). การจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ในโรงเรียน. กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.
- _____. (2542). ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.
- _____. (2543). เอกสารคำสอนรายวิชาหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.
- ณัฐยานี สงคราม. (2547). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมประกอบเทคนิคการประเมินจากสภาพจริง. ปรินญา นินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม; และคณะ. (2537). เรื่องน่ารู้สำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

- ดวงเดือน อ่อนน้อม; และคณะ. (2547). ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้
กลุ่มคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. ประมวลบทความ
หลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธ
การพิมพ์.
- _____. (2547). จากสาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ใน
หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่องการวัด สู่การจัดการเรียนการสอนใน
ชั้นเรียน. ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- ทิตนา แคมมณี. (2545). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มี
ประสิทธิภาพ. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เทอดเกียรติ วงศ์สมบุรณ์. (2547). กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการ
แก้ปัญหา และการเชื่อมโยงเรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.
ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรี
นครินทรวิโรฒ.
- นงลักษณ์ แก้วมาลา. (2547). ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องการ
แก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.
สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรี
นครินทรวิโรฒ.
- นันทกัญญา เจริญเกียรติบรร. (2547). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ ชั้นปีที่ 2 โดยใช้การเรียนแบบ
ร่วมมือ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญทัน อยู่ชมบุญ. (2529). พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา.
กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประมวลสารัตถะและวิทยวิธี
ทางคณิตศาสตร์. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราชา.
- _____. (2537, พฤศจิกายน-ธันวาคม) การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. วารสารคณิตศาสตร์
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, สิงหาคม-ตุลาคม). "ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM : Principles
and Standards for School Mathematics," วารสารคณิตศาสตร์. ปริมา 44(503-505):6.
- พจนานุกรมฉบับเฉลิมพระเกียรติ พ.ศ.2530. (2531). กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.
- พนม พงษ์ไพบูลย์; และคณะ. (2528). สาขา บัณฑิต กับศึกษาศาสตร์ตามแนวพุทธศาสตร์.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.

- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2538). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*.
กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย"
- พระเทพเวที(ประยุทธ์ ปยุตโต). (2533). *วิธีคิดตามหลักพุทธธรรม*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ปัญญา
พระเทพวิสุทธิเมธี (ปัญญานันทภิกขุ). (มปป.) *อริยสัจจ์ ความจริงอันประเสริฐ 4 ประการ*.
กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์ธรรมสภา
- พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตโต). (2538). *พุทธธรรม (ฉบับปรับปรุงและขยายความ)*. กรุงเทพฯ: มหา
จุฬาลงกรณ์ราชวิทยาลัย.
- _____. (2544). *พุทธวิธีการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์บริษัทสหธรรมิก จำกัด.
พระราชวรานี. (2520). *พจนานุกรมพุทธศาสตร์ A Dictionary of Buddhism*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์
กรมศาสนา.
- _____. (2526). *พุทธธรรม ภูมิธรรมชาติและคุณค่าสำหรับชีวิต*. พิมพ์ครั้งที่ 5 กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์รุ่งวัฒนา
- มยุรี บุญเยี่ยม. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็นโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาเพื่อ
ส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบัน
เทคโนโลยีราชมงคล. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มะลิวรรณ ผ่องราษี. (2549). *ผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสื่อสารตามแนวความคิดที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรินญา
ณินพนธ์ กศ.ม. (การวิจัยและสถิติทางการศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ.
- มาเลียม พินิจรอบ. (2549). *ผลการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์ด้วยกระบวนการกลุ่มที่มีต่อทักษะการ
แก้ปัญหา เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. สารนิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่าย
เอกสาร.
- มาลินี จุฑะรพ. (2537). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: ทิพย์วิสุทธิ.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2523). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บริษัทการพิมพ์จำกัด.
- _____. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บริษัทการพิมพ์.
- รัชดา ยাত্রา. (2549). *ผลของการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์โดยใช้ทักษะการเชื่อมโยงที่มีผล
ต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. สาร
นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)*. กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร
วิโรฒ.
- ล้วน สายยศ, และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สุวีริยา
สาส์น
- _____. (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.

- ล้วน สายยศ, และอังคณา สายยศ. (2540). สถิติวิทยาทางการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น
- ลิลลา ดลภาค. (2549). กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- วัชร บวรณสิงห์. (2525). การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล. เอกสารการสอนชุดวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2541). การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: ดันอ้อ.
- _____. (2545). เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: พรักหวานกราฟฟิค.
- วีรยุทธ วิเชียรโชติ; และนวลเพ็ญ วิเชียรโชติ. (2527). อารยจิตวิทยาพัฒนาการและการศึกษา *Araya Psychology of Development and Education*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์อักษรไทย
- ศศิธร แก้วรักษา. (2547). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์แบบซิปปา (CIPPA MODEL) ที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน เรื่อง สถิติเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ศูนย์พัฒนาหลักสูตร กรมวิชาการ. (2541). เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 9 เรื่อง การแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา
- ศรีสมัย สอดศรี. (2546). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยใช้กระบวนการสร้างทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับการสอนปกติ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สมจิตร เพชรผา. (2544). การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์. กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมบัติ แสงทองคำสุก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2542). มุ่งสู่คุณภาพการศึกษา. กรุงเทพฯ: วัฒนาพานิช.

- สมใจ มีสมวิทย์. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่1 ที่ได้รับการสอนแบบอริยสัจ 4. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3-4 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน. กรุงเทพฯ: ถ่ายเอกสาร.
- สิริพร ทิพย์คง. (2536). เอกสารคำสอนวิชา 158522 ทฤษฎีและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. (อัดสำเนา).
- _____. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- _____. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุนน อมรวิวัฒน์. (2542). การพัฒนาการเรียนรู้ตามแนวพุทธศาสตร์: ทักษะกระบวนการเผชิญสถานการณ์. นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- สุรางคณา ยาหยี. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เสฏฐวุฒิ มุลอมาตย์. (2549). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาฟิสิกส์โดยใช้ชุดการเรียนรู้ตามแนวอริยสัจ 4. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2547). แนวปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา.
- เสาวภา อนุเพชร. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลการเรียนต่ำ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละที่ได้รับการสอนเสริมด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นั้นทนาการ. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อนันต์ ศรีโสภา. (2525). การวัดผลการศึกษา. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- อัจฉรา สุขารมณี; และอรพินท์ ชูชม. (2530). การเปรียบเทียบนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าระดับความสามารถกับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปกติ. สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อัมพร ม้าคอง. (2547). การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

- อัมพร เจียรโนรส. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ VTAPER Model ร่วมกับเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. สารนิพนธ์. กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Al-Salouli, Misfer Saud. (2005). The relationship between elementary teachers' beliefs and teaching mathematics through problem solving. *Dissertation*. Retrieved August 6, 2007, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=982791671&sid=2&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309>
- Ausubel, David P. (1968). *Educational Psychology : A Cognitive View*. New York: Holt Rinehart and Winston, Inc.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Bull, Michael Parter. (1993, May). Exploring the Effects on Mathematics Achievement of Eighth Grade students that are Taught Problem-Solving Through a Four-Step Method That Addresses the Perceptual Strengths of Each Student (Magic Math). *Dissertation Abstracts*. 54(11): 5407-A.
- Dossey, John A.; and Others. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom : A Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12*. Canada: Brooks/Cole Thomson Learning.
- Drexel, Robert Earl. (1997). Connecting Common and Decimal Fraction Concepts : A Common Fraction Perspective. *Dissertation Abstracts International*. 58(6): 2119-A.
- Eric, Knuth J. (2000, January). Understanding Connections between Equations and Graphs. *The Mathematics Teacher*. 93(1): 48-53.
- Gainsburg, Julie. (2007). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Dissertation*. Retrieved March 18, 2008, from <http://www.springerlink.com/content/lx36jh65500033l4/?p=4dbc516f60cb4d7fab44a9ca7391050d&pi=0>
- Hartfield, Mary M.; Edwards, Noney; and Bitter, Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Heimer, R.T.; and Trueblood, C.R. (1977). *Strategies for Teaching Children's Mathematics*. New York: Addison Wesley Publishing Company.
- Kennedy, Leonard M.; & Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. 7th ed. Belmont, California: Wadsworth.

- Krulik, Stephen; & Rudnick, Jesse A. (1993). Reasoning and Problem Solving. A *Handbook for Elementary School Teachers*. Boston: Allyn and Bacon.
- _____. (1996). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Junior and Senior High School*. Boston: Allyn and Bacon.
- Lawson, Michael J.; & Chinnappan, Mohan. (2000, January). Knowledge Connectedness in Geometry Problem Solving, *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1): 26-43.
- Michaels, Rosemarie. (2000). The Relationships Among Problem Solving Performance, Gender, Confidence, and Attributional Style in Third-grade Mathematics. *Dissertation Abstracts International*. (Online). 63(03)A.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM, Inc.
- _____. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM, Inc.
- Pandiscio, Eric A. (2002, May). Exploring the Link Between Preservice Teachers' Conception of Proof and the Use of Dynamic Geometry Software. *School Science and Mathematics*. 102(5): 216-220.
- Pretli, Michael J. (2003). An investigation to determine the effect of key words in mathematical word problem in two variables on the ability of mathematics students in grade 10 to solve problems. *Dissertation*. Retrieved August 8, 2003, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=765202201&sid=2&clientId=61839&RQT=309>
- William, Kenneth M. (2003, March). Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-solving Performance. *Mathematics Teacher*. 96(3): 185.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ ค่า s_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตาราง 11 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้เชี่ยวชาญ	คะแนนความคิดเห็น ข้อที่									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
คนที่ 1	-1	1	1	1	0	1	1	1	-1	1
คนที่ 2	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
คนที่ 3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IOC	0.33	1	0.67	1	0.67	0.67	1	1	0.33	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC 0.67 – 1 จำนวน 8 ข้อ

ตาราง 12 ค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

ผู้เชี่ยวชาญ	คะแนนความคิดเห็น ข้อที่									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
คนที่ 1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
คนที่ 2	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
คนที่ 3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
IOC	1	1	0.67	1	0.67	0.67	1	1	0.67	1

คัดเลือกแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (IOC) โดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.5$ จึงคัดเลือกข้อที่มีค่า IOC 0.67 – 1 จำนวน 10 ข้อ

ตาราง 13 ค่าความยาก (P_E) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	P_E	D	ผลการพิจารณา
1	0.62	0.77	คัดเลือก
2	0.81	0.38	คัดออก
3	0.33	0.67	คัดเลือก
4	0.71	0.58	คัดเลือก
5	0.44	0.88	คัดเลือก
6	0.84	0.31	คัดออก
7	0.06	0.13	คัดออก
8	0.76	0.50	คัดเลือก

คัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เฉพาะข้อที่มีค่าความยาก (P_E) อยู่ระหว่าง 0.33 – 0.76 ซึ่งเป็นความยากง่ายพอเหมาะ ไม่ยากหรือไม่ง่ายจนเกินไป และคัดเลือกข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (D) ตั้งแต่ 0.50 – 0.88 ซึ่งเป็นข้อที่แยกคนได้ และสามารถนำไปใช้ครั้งต่อไปได้ โดยคัดเลือกแบบทดสอบนี้ทั้งหมดจำนวน 5 ข้อ

ตาราง 14 ค่า $\sum X_i$ ค่า $\sum X_i^2$ ค่า s_i^2 เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	$\sum X_i$	$\sum X_i^2$	s_i^2
1	100	250	1.3
2	96	200	0.67
3	97	210	0.79
4	92	207	1.03
5	87	185	0.92

หาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัก

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทน สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น
 n แทน จำนวนข้อในแบบทดสอบ
 s_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ
 s_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนทั้งฉบับ

จากตาราง จะได้ $n=5$, $\sum s_i^2 = 4.71$, $s_t^2 = 12.70$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{5}{5-1} \left[1 - \frac{4.71}{12.70} \right] \\ &= 0.79 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข

- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4
- คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

ตาราง 15 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 (20 คะแนน)

คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง		คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง	
			D	D ²				D	D ²
1	10	18	8	64	15	6	18	12	144
2	7	18	11	121	16	14	18.5	4.5	20.25
3	6	19	13	169	17	13	17.5	4.5	20.25
4	11	19	8	64	18	15	19	4	16
5	9	18.5	9.5	90.25	19	5	15.5	10.5	110.25
6	12	18.5	6.5	42.25	20	10	19.5	9.5	90.25
7	8	18.5	10.5	110.25	21	7	19.5	12.5	156.25
8	4	19	15	225	22	10	19	9	81
9	13	19.5	6.5	42.25	23	8	17	9	81
10	5	19	14	196	24	9	19	10	100
11	10	19.5	9.5	90.25	25	13	16.5	3.5	12.25
12	11	12	1	1	26	14	17	3	9
13	10	17.5	7.5	56.25	27	15	15	0	0
14	7	19.5	12.5	156.25	28	10	17	7	49

การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

$$\text{จากสูตร} \quad t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าพิจารณาใน t - Distribution

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

n แทน จำนวนคู่ของคะแนนของนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 231.5$; $\sum D^2 = 2,317.25$; $(\sum D)^2 = 53,592.25$; $n = 28$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{231.5}{\sqrt{\frac{28(2,317.25) - 53,592.25}{28-1}}} \\
 &= \frac{231.5}{\sqrt{\frac{64,883 - 53,592.25}{27}}} \\
 &= \frac{231.5}{\sqrt{\frac{11,290.75}{27}}} \\
 &= \frac{231.5}{\sqrt{418.18}} \\
 &= \frac{231.5}{20.45} \\
 &= 11.321
 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.7707 ที่ระดับนัยสำคัญ
ที่ .01 เมื่อ $df = 28-1=27$)

ตาราง 16 คะแนนทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4 (20 คะแนน)

คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง		คนที่	ก่อนเรียน	หลังเรียน	ผลต่าง	
			D	D ²				D	D ²
1	5	14	9	81	15	7	18.5	11.5	132.25
2	6	17	11	121	16	9	16.5	7.5	56.25
3	7	19.5	12.5	156.25	17	8	19.5	11.5	132.25
4	10	18	8	64	18	9	17	8	64
5	10	18	8	64	19	10	15	5	25
6	4	9	5	25	20	11	15	4	16
7	11	19	8	64	21	12	15	3	9
8	10	18	8	64	22	13	18.5	5.5	30.25
9	8	18	10	100	23	7	17	10	100
10	12	15	3	9	24	14	16	2	4
11	13	20	7	49	25	14	18	4	16
12	10	16.5	6.5	42.25	26	6	20	14	196
13	4	16.5	12.5	156.25	27	9	20	11	121
14	3	17	14	196	28	10	18	8	64

การเปรียบเทียบทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ความน่าจะเป็น ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบอริยสัจ 4

$$\text{จากสูตร} \quad t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad df = n - 1$$

เมื่อ t แทน ค่าพิจารณาใน t - Distribution

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

n แทน จำนวนคู่ของคะแนนของนักเรียน

เนื่องจาก $\sum D = 227.5$; $\sum D^2 = 2,157.75$; $(\sum D)^2 = 51,756.25$; $n = 28$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น} \quad t &= \frac{227.5}{\sqrt{\frac{28(2,157.75) - 51,756.25}{28-1}}} \\
 &= \frac{227.5}{\sqrt{\frac{60,417 - 51,756.25}{27}}} \\
 &= \frac{227.5}{\sqrt{\frac{8,660.75}{27}}} \\
 &= \frac{227.5}{\sqrt{320.77}} \\
 &= \frac{227.5}{17.91} \\
 &= 12.702
 \end{aligned}$$

(เปิดตาราง t จะได้ค่าวิกฤตของ t จากการแจกแจงแบบ t เท่ากับ 2.7707 ที่ระดับนัยสำคัญ
ที่ .01 เมื่อ df = 28-1=27)

ภาคผนวก ค

1. แผนการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6)
เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. ตัวอย่างแบบประเมินใบงาน
3. ตัวอย่างแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

แผนการจัดการเรียนรู้

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 - ม.6)

เรื่องความน่าจะเป็น



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

รหัส ค 44202

มัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง ความน่าจะเป็น : กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ จำนวน 3 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1.1.1 ใช้หลักการคำนวณด้วยวิธีเขียนแผนภาพต้นไม้ในการแก้ปัญหาได้

1.1.2 ใช้กฎการคูณและกฎการบวกในการแก้ปัญหาได้

1.2 ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ

1.2.1 แก้ปัญหาได้

1.2.2 เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันได้

1.2.3 ให้เหตุผลได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ : ปลูกฝังให้นักเรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1.3.1. ความตรงต่อเวลา

1.3.2. ความมีระเบียบวินัย

1.3.3. ทำงานเป็นระบบ

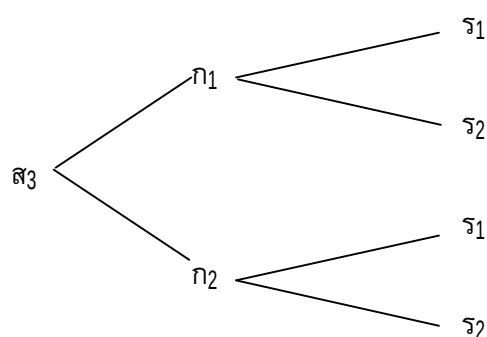
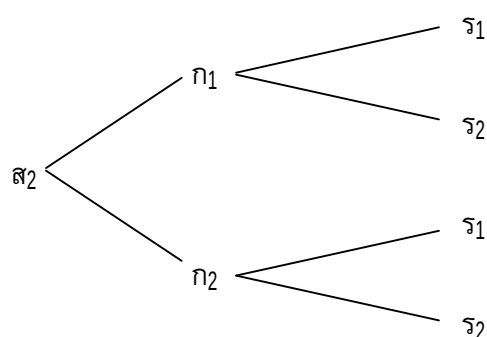
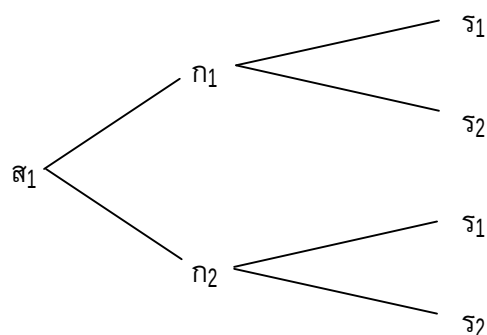
2. สาระการเรียนรู้

กฎเกณฑ์เบื้องต้นมีความสำคัญที่จะทำให้เราทราบวิธีการนับต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของเหตุการณ์ต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้เราทราบผลของการเกิดเหตุการณ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ และยังช่วยให้การวิเคราะห์ผล หรือการดำเนินงานบางอย่างในขั้นตอนต่อไปเป็นได้ด้วยดี ดังนั้นการนับวิธีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเหตุการณ์บางอย่าง ถ้าทราบกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับเรื่องการนับ จะช่วยให้เราเข้าใจปัญหาและวิธีการอย่างถูกต้อง

การใช้ แผนภาพต้นไม้ (Tree diagram) เป็นวิธีการหนึ่งในการนับจำนวนวิธีของเหตุการณ์หนึ่ง ๆ ได้ ดังตัวอย่างที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 ถ้านักเรียนต้องการออกแบบสีของชุดเชียร์ลีดเดอร์ซึ่งประกอบไปด้วย เสื้อ กระโปรง และรองเท้า โดยมีสีเสื้อ 3 สี คือ สีแดง, สีทอง และสีฟ้า สีกระโปรง 2 สี คือ สีชมพู และสีเขียว สีรองเท้ามี 2 สี คือ สีขาว และสีน้ำตาล นักเรียนจะสามารถออกแบบสีของชุดเชียร์ลีดเดอร์ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ s_1, s_2, s_3 หมายถึง เสื้อ
 g_1, g_2 หมายถึง กระโปรง
 r_1, r_2 หมายถึง รองเท้า



ดังนั้น นักเรียนจะสามารถออกแบบสีของชุดเชียร์ลีดเดอร์ได้ทั้งหมด 12 วิธี

จากการนับจำนวนวิธี โดยอาศัยแผนภาพต้นไม้ สามารถสรุปกฎเกณฑ์การนับเบื้องต้นได้

ดังนี้

1. หลักการคูณ

ในการทำงานอย่างหนึ่งตั้งแต่เริ่มต้นจนงานเสร็จมี k ขั้นตอนต่อเนื่องกัน โดยที่ขั้นตอนที่หนึ่งมีวิธีทำงานได้ n_1 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่หนึ่ง มีวิธีทำงานขั้นตอนที่สองได้ n_2 วิธี

ขั้นนิรนัย(ทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล) เมื่อนักเรียนพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาที่เกิดขึ้นแล้ว จึงให้นักเรียนได้ลงมือทำและเขียนออกมาเป็นแผนภาพ เพื่อที่จะตรวจสอบวิธีในการคิดของนักเรียนในแต่ละคน ซึ่งแต่ละคนอาจมีวิธีในการคิดที่แตกต่างกัน

ขั้นมรรค (ขั้นวิเคราะห์และสรุปผล) ครูนำวิธีในการเขียนแผนภาพของนักเรียน 2-3 คน ที่แตกต่างกันออกมาเขียนบนกระดาน แล้วให้นักเรียนพิจารณาแต่ละวิธีโดยละเอียด และถามความเห็นของนักเรียนในแต่ละวิธีว่ามีใครเห็นด้วยกับวิธีดังกล่าวบ้าง พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบด้วย จากนั้นครูจึงแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนทำอีกครั้ง

ขั้นสรุปบทเรียน (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้ของนักเรียนอีกครั้งโดยการใช้ Microsoft PowerPoint เพื่อให้นักเรียนเห็นภาพได้ชัดเจนขึ้น

คาบที่ 2

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

ครูกล่าวถึงการเขียนแผนภาพต้นไม้ในคาบที่แล้วอีกครั้งเพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิมของนักเรียน

ขั้นสอน (40 นาที)

ขั้นทบทวน (ปัญหา) ครูยกโจทย์ 1-2 ข้อในคาบที่แล้วให้นักเรียนพิจารณาถึงแผนภาพ

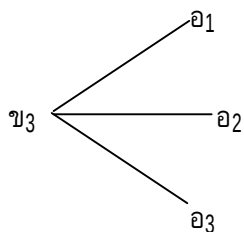
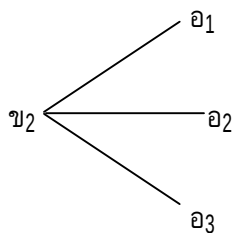
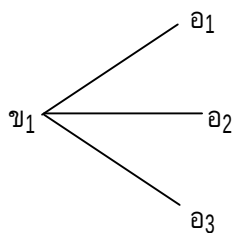
ต้นไม้ แล้วพยายามชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้น

ปัญหา ห้องประชุมแห่งหนึ่งมีประตูอยู่ 3 ประตู จงหาจำนวนวิธีที่เดินเข้าและเดินออกห้องประชุมนั้น โดยเดินเข้าและออกประตูใดก็ได้

กำหนดให้ x_1, x_2, x_3 แทนการเดินเข้า

o_1, o_2, o_3 แทนการเดินออก

ซึ่งจะเขียนเป็นแผนภาพต้นไม้ได้ดังนี้



ขั้นสมมุติ (สาเหตุของปัญหา) ครูช่วยนักเรียนพิจารณาปัญหาที่กำหนด โดยครูอาจเกริ่นนำเล็กน้อยถึงแผนภาพต้นไม้

จากแผนภาพต้นไม้ ให้ A คือ เซตของประตูที่ใช้เป็นทางเข้า

B คือ เซตของประตูที่ใช้เป็นทางออก

ขั้นนิรนัย (ทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล) ครูกระตุ้นให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ออกมาให้ได้ ถ้านักเรียนยังเขียนไม่ได้ อาจจะมีการแนะนำ โดยถามนักเรียนว่า ผลคูณคาร์ทีเซียนของ A?B คืออะไร

ขั้นมรรค (วิเคราะห์ และสรุปผล) ครูสุ่มนักเรียนออกมา 2-3 คนและให้เขียนบนกระดาน จากนั้นครูกับนักเรียนร่วมกันตรวจสอบสิ่งที่นักเรียนทำ จากนั้นจึงถามคำถามว่า จำนวนสมาชิกของเซตของความสัมพันธ์ข้างต้นคือเท่าไร และจำนวนนี้สัมพันธ์กับเซต A และ B อย่างไร (เกิดจากจำนวนสมาชิกในเซตของประตูที่ใช้เป็นทางเข้าและทางออก)

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปถึงความสัมพันธ์ที่เกิดจากปัญหาที่ยกมาซึ่งจะสรุปได้ดังนี้

ถ้า $A, A_1, A_2, \dots, A_k$ เป็นเซตจำกัด จะมีจำนวนวิธีเลือกสมาชิกของเซตต่าง ๆ ดังนี้

- $\Rightarrow$ การเลือกสมาชิกของ A 1 ตัว จะมีจำนวนวิธีเลือกได้ $n(A)$ วิธี
- $\Rightarrow$ การเลือกสมาชิกของ A_1 1 ตัว A_2 1 ตัว จะมีจำนวนวิธีเลือกได้ $n(A_1) \cdot n(A_2)$ วิธี
- $\Rightarrow$ การเลือกสมาชิกของ $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ เซตละ 1 ตัว จะมีจำนวนวิธีเลือกทั้งหมด $n(A_1) \cdot n(A_2) \cdot n(A_3) \cdot \dots \cdot n(A_k)$ วิธี

ครูแจกใบงานที่ 2 ให้นักเรียนกลับไปทำเป็นการบ้าน

คาบที่ 3

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมด้วย Microsoft PowerPoint เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจมากขึ้น
ขั้นสอน (40 นาที)

ขั้นทบทวน (ปัญหา) ครูยกปัญหามาให้นักเรียนพิจารณา

ปัญหา มีไอศกรีม 4 ชนิด คือ กะทิ เผือก ถั่วดำ ทุเรียน และมีขนมหวาน 3 ชนิด

คือลอดช่องน้ำกะทิ เจาก๊วย และรวมมิตร ถ้าต้องการเลือกซื้อไอศกรีม หรือขนมหวานเพียง 1 อย่าง จะมีวิธีการเลือกซื้อได้กี่วิธี

จากปัญหที่กำหนด ครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาปัญหาย่างรอบคอบ

ขั้นสมมุติ (สาเหตุของปัญหา) ครูอาจใช้คำถามนำ โดยการถามนักเรียนว่า ในปัญหานี้ นักเรียนคิดว่าการเลือกซื้อได้กี่กรณี

ขั้นนิรนัย (ทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล) ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติในแต่ละกรณีว่ามีกี่วิธี

ขั้นมรรค (วิเคราะห์ และสรุปผล) เมื่อนักเรียนได้แจกแจงในแต่ละกรณีได้แล้ว ครูจึงถามย้ำถึงปัญหาอีกครั้งว่า โจทย์ต้องการอะไร แล้วสิ่งที่นักเรียนได้มานั้นจะได้ผลลัพธ์ออกมาเท่าไร และดำเนินการอย่างไร

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปโดยครูถามถึงวิธีการในการแก้ปัญหานี้ ซึ่งต่างจากปัญหาที่ผ่านมามีอย่างไร (การเลือกสิ่งของ 1 สิ่ง จากเซต A_1 หรือเซต A_2 เท่ากับ $n(A_1) + n(A_2)$ วิธี)

ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5

4. สื่อการเรียนการสอน

1. ใบงานที่ 1,2
2. Microsoft PowerPoint เรื่องกฎเกณฑ์การนับเบื้องต้น

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

กิจกรรม/ พฤติกรรม/ ผลงาน	การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือที่ใช้
ด้านความรู้	1. ตรวจการทำใบงาน	1. ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	1. ใบงานที่ 1,2
ด้านทักษะ กระบวนการ	1. ตรวจจากการทำใบงาน	1. ทำถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป	1. แบบประเมินใบงาน
ด้านคุณลักษณะอัน พึงประสงค์	1. สังเกตการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	1. คะแนนรวมร้อยละ 80 ขึ้นไป	1. แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการสอน

.....

.....

....

ปัญหาอุปสรรค

.....

.....

....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

....

.....ผู้สอน
(นางสาวบงกชรัตน์ สมานสินธุ์)

ใบงานที่ 1

ชื่อ.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแผนภาพต้นไม้จากข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. นักฟุตบอลทีมหนึ่งมีเสื้อทีม 5 แบบ กางเกง 4 แบบ ถุงเท้า 2 แบบ นักฟุตบอลทีมนี้จะมีวิธีแต่งชุดของทีมได้กี่วิธี

2. กำหนดให้ $A = \{1, 3, 5\}$ และ $B = \{2, 3, 5\}$ จะมีคู่อันดับ (a, b) โดยที่ $a \in A$ และ $b \in B$ ทั้งหมดกี่คู่ มีอะไรบ้าง

3. มีถนนจากกรุงเทพฯ ถึงระยอง 3 สาย และมีถนนจากระยองถึงตราดอยู่ 4 สาย ถ้าจะขับรถยนต์จากกรุงเทพฯ ถึงตราดโดยขับผ่านระยอง จะใช้เส้นทางที่ต่างกันได้ทั้งหมดกี่เส้นทาง

4. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดอาหารกลางวันโดยให้นักเรียนเลือกอาหารคาวได้หนึ่งอย่างและขนมได้หนึ่งอย่าง ถ้าโรงเรียนจัดอาหารคาว 3 อย่าง และขนม 5 อย่าง นักเรียนจะมีวิธีเลือกอาหารกลางวันได้ทั้งหมดกี่แบบ

ใบงานที่ 2

ชื่อ.....ชั้น.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

1. ในกล่องใบหนึ่งมีบัตรอยู่ 6 ใบ โดยที่แต่ละใบมีหมายเลข 1,2,3,4,5 และ 6 เขียนกำกับอยู่ จะนำบัตร 2 ใบมาวางเรียงกันเพื่อแสดงตัวเลขสองหลักได้กี่วิธี

2. ห้องประชุมแห่งหนึ่งมีประตูอยู่ 3 ประตู จงหาวิธีที่เดินเข้าและเดินออกห้องประชุมนั้น ถ้ามีเงื่อนไขดังนี้

- 2.1 เดินเข้าและออกประตูใดก็ได้
- 2.2 ห้ามเดินออกประตูที่ใช้เดินเข้า

3. จะสร้างตัวเลข 3 หลัก จากเลขโดด 1,3,5,7 ได้กี่จำนวนถ้า
 - 3.1 เลขโดดในหลักต่าง ๆ ซ้ำกันได้
 - 3.2 เลขโดดในแต่ละหลักต้องไม่ซ้ำกัน

4. นกฝูงหนึ่งมี 10 ตัว บินไปเกาะกิ่งไม้ 7 กิ่งได้กี่วิธี ถ้า
 - 4.1 ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
 - 4.2 ถ้าหัวหน้าฝูงเกาะกิ่งไม้กิ่งใด นกตัวอื่นจะไม่เกาะกิ่งไม้กิ่งนั้น

แบบประเมินใบงาน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รหัสวิชา ค 44202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ชื่อหน่วย.....เรื่อง.....ห้องเรียน.....

ผู้ประเมิน.....วันที่.....

เลขที่	ชื่อสกุล	การประเมินผล								
		ทักษะการให้เหตุผล			ทักษะการแก้ปัญหา			ทักษะการเชื่อมโยง		
1										
2										
3										
4										

เกณฑ์การให้คะแนน

ด้านการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	คำตอบถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลชัดเจนเป็นระบบ
2 ดี	คำตอบถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลค่อนข้างชัดเจน
1 พอใช้	คำตอบไม่ถูกต้อง มีขั้นตอนกระบวนการคิดและให้เหตุผลไม่ชัดเจน
0 ต้องปรับปรุง	ไม่มีร่องรอยในการคิดหาคำตอบ

ด้านการแก้ปัญหา

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ อธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการดังกล่าวได้เข้าใจชัดเจน
2 ดี	ใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางขั้นตอน มีการอธิบายถึงเหตุผลในการใช้วิธีการแก้ปัญหา
1 พอใช้	ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหามีร่องรอยบางขั้นตอน อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0 ต้องปรับปรุง	ไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา

ด้านการเชื่อมโยง

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
3 ดีมาก	นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างสอดคล้องเหมาะสม
2 ดี	นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงกับสาระคณิตศาสตร์/สาระอื่นในชีวิตประจำวัน เพื่อช่วยในการแก้ปัญหาได้บางส่วน
1 พอใช้	นำความรู้หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการเชื่อมโยงยังไม่เหมาะสม
0 ต้องปรับปรุง	ไม่มีการเชื่อมโยงใดๆ

ระดับคะแนน

7-9	หมายถึง	ระดับ 3	ดีมาก
4-6	หมายถึง	ระดับ 2	ดี
1-3	หมายถึง	ระดับ 1	พอใช้
0	หมายถึง	ระดับ 0	ต้องปรับปรุง

ภาคผนวก ง

1. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
2. ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่
วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค4402) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ประจำปีการศึกษา 2550
จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน เวลา 50 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีในการหาคำตอบโดยละเอียด

1. วณิศาต้องการนำกระถางต้นไม้เรียงไว้บนระเบียงบ้านให้เป็นแนวเส้นตรง โดยมี ต้นกุหลาบ 3 ต้น ต้นโป๊ยเซียน 2 ต้น และต้นมะลิ 4 ต้น จงหาจำนวนวิธีที่เรียงต้นไม้ทั้งหมดโดยต้นมะลิทุกต้นต้องติดกันเสมอ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. มีครูชาย 2 คน ครูหญิง 2 คน นักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 2 คน มายืนเรียงแถวยาว จะมีวิธีการยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) ครูชายยืนติดกัน ครูหญิงยืนติดกัน แต่ครูชายและครูหญิงยืนไม่ติดกัน

(2) ครูชาย ครูหญิง ยืนสลับกัน และนักเรียนชาย นักเรียนหญิง ยืนสลับกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงเขียน $(n^2 - 4) \cdot (n^2 - 1) \cdot n$ ให้อยู่ในรูปของแฟกทอเรียล

[illegible]

1. ถ้ามีเส้นตรงที่ขนานกัน 2 ชุด ชุดที่หนึ่งมี 5 เส้น และชุดที่สองมี 7 เส้น ถ้าให้เส้นตรงที่ขนานกันทั้ง 2 ชุดนี้ตัดกัน จะเกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทั้งหมดกี่รูป

[illegible]

2. กำหนดจุด 6 จุด บนวงกลมหนึ่ง จะสร้างรูปเหลี่ยมบรรจุในวงกลม โดยใช้จุดเหล่านี้เป็นจุดยอด
มุม ได้ทั้งหมดกี่รูป

[illegible]

[illegible]

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญด้านแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

1. อาจารย์ประสาธ สอ้านวงศ์
ข้าราชการบำนาญ สำนักงานปลัดกระทรวงศึกษาธิการ
2. ดร. วรณวิภา สุทธิเกียรติ
โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย เขตพญาไท กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์สมจิตต์ อำไพพักรณ์
ข้าราชการบำนาญ

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวบงกชรัตน์ สมานสินธุ์
วันเดือนปีเกิด	20 กุมภาพันธ์ 2527
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดระยอง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	36 ถ.ชุมพล ต.ท่าประดู่ อำเภอเมือง จังหวัดระยอง 21000
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนระยองวิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดระยอง
พ.ศ. 2548	วิทยาศาสตร์บัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน
พ.ศ. 2551	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอน คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวบงกชรัตน์ สมนสินธุ์
วันเดือนปีเกิด	20 กุมภาพันธ์ 2527
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดระยอง
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	36 ถ.ชุมพล ต.ท่าประดู่ อำเภอเมือง จังหวัดระยอง 21000
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	-
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	-

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2544	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนระยองวิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดระยอง
พ.ศ. 2548	วิทยาศาสตร์บัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ บางเขน
พ.ศ. 2551	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ