

ฟอร์มแพคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน
ในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอดควาร์ก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
กันยายน 2560

ฟอร์มแพคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน
ในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

กันยายน 2560

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ฟอร์มแพคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน
ในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก



บทคัดย่อ
ของ
ธิดากร ชัยชนะวงศ์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

กันยายน 2560

ธิตกร ชัยชนะวงศ์. (2560). *ฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก*. ปริญญาโท วท.ม. (ฟิสิกส์) กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: ดร. เข้ม พุ่มสะอาด, ดร. นพณีย์ ศุภนาม

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนโดยใช้แบบจำลองไครอลควาร์กแบบเพอร์เทอร์เบทีฟ ในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กจะพิจารณาให้แบรียนเป็นระบบที่ควาร์กจำนวนสามตัวถูกกักไว้ภายใต้พลังงานศักย์แบบฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์ โดยที่มีกลุ่มหมอกของโกลด์สโตนโบซอน (π, K, η) ล้อมรอบอยู่ ซึ่งเป็นผลมาจากการแตกของสมมาตรไครอลแบบทันทีทันใดแบบจำลองไครอลควาร์กแบบเพอร์เทอร์เบทีฟมีพื้นฐานอยู่บนลากรางเจียนเชิงไครอลแบบยังผล (effective chiral Lagrangian) ผู้วิจัยได้ทำการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนโดยได้เพิ่มเติมในส่วนของตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในการคำนวณ เพื่อหาค่าของพารามิเตอร์ R และ p ที่เหมาะสมซึ่งเป็นพารามิเตอร์อิสระในแบบจำลองไครอลควาร์กแบบเพอร์เทอร์เบทีฟที่สามารถนำไปใช้บรรยายผลการทดลองที่เกี่ยวข้องได้ ผลการคำนวณที่ได้นั้นให้ข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์สำหรับฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนที่สอดคล้องกับผลการทดลองได้เป็นอย่างดีสำหรับโมเมนต์แม่เหล็กคู่ขั้ว และพบว่าเมื่อพารามิเตอร์ R นั้นมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าที่คำนวณได้จากส่วนของวาเลนซ์ควาร์กนั้นจะมีค่าลดลง ในขณะที่ค่าที่คำนวณได้จากส่วนของกลุ่มหมอกเมซอนนั้นจะมีค่าที่เพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนนั้นมีการลดค่าลงเร็วกว่าฟอร์มแฟคเตอร์ไดโพล (dipole form factor) อันสืบเนื่องมาจากการใช้ผลเฉลยเกาส์เซียนในการคำนวณ นอกจากนี้จากผลการคำนวณยังเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ค่าของชุดพารามิเตอร์ R และ p นั้นมีผลต่อค่าของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนเป็นอย่างยิ่ง

PROTON ELECTROMAGNETIC FORM FACTORS
IN THE PERTURBATIVE CHIRAL QUARK MODEL



AN ABSTRACT
BY
THITIKORN CHAICHANAWONG

Presented in partial fulfillment of the requirement for the
Master degree in Physics
at Srinakharinwirot University
September 2017

Thitikorn Chaichanawong. (2017). *Proton Electromagnetic Form Factors in the Perturbative Chiral Quark Model*. Master thesis. M.Sc. (Physics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University, Advisor Committee: Assist. Dr. Kem Pumsa-ard, Dr. Nopmanee Supanam

In this work, the electromagnetic form factors of the proton are identified by using the Perturbative Chiral Quark Model (PCQM). In the PCQM, a baryon is considered to be a system consisting of three quarks, which are confined in the harmonic oscillator potential energy and surrounded by a cloud of Goldstone bosons (π, K, η) as a consequence of the spontaneous breaking of chiral symmetry. The basic idea of the PCQM employs the use of the effective chiral Lagrangian. The calculation of the electromagnetic form factors of the proton include the excited states of the quark in quark propagators. The proton magnetic moment is calculated and compared to the experimental value to identify the optimum values of the parameters R and ρ which are the independent parameters in the PCQM. The electromagnetic form factors of the proton were also obtained through using such parameters. The contribution of the valence quarks to the proton magnetic moment decreased as the parameter R increased. However, the proton electromagnetic form factors fall off faster than the dipole form factor, consequence of the use of the Gaussian ansatz in the calculation. In addition, the results apparently indicated significant effect of a cloud of mesons which contributed to the proton magnetic moment between 27.6 to 53.7%.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
ฟอรัมแพคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก
ของ
ธิตกร ชัยชนะวงศ์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์จักรชัย เอกปัญญาสกุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษาหลักประธาน
(อาจารย์ ดร. เข้ม พุ่มสะอาด) (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. आयुทธ ลิ้มพิรัตน์)

.....ที่ปรึกษาร่วมกรรมการ
(อาจารย์ ดร. นพมณี สุภนาม) (อาจารย์ ดร. เข้ม พุ่มสะอาด)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร. นพมณี สุภนาม)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ มุศิริ)

ประกาศคุณูปการ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงในความกรุณาของ อาจารย์ ดร. เข้ม พุ่มสะอาด อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์หลักและอาจารย์ ดร. นพมณี ศุภนาม อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ได้กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นทีปรึกษาพร้อมทั้งให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์อย่างมากตลอดระยะเวลาการทำปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ ขอขอบพระคุณคณะกรรมการปริญญาานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้ความรู้และคำแนะนำตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องของปริญญาานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่จนทำให้ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี ขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. आयुทธ ลิ้มพิรัตน์ ที่ได้กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาเป็นประธานคณะกรรมการสอบปากเปล่าปริญญาานิพนธ์

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒทุกท่านที่ได้ให้ความรู้และประสบการณ์ที่เป็นประโยชน์

ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา พี่น้อง และเพื่อนของผู้วิจัย ที่คอยให้กำลังใจและช่วยเหลือผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

จิตติกร ชัยชนะวงศ์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายงานวิจัย.....	12
ความสำคัญของการวิจัย.....	12
ขอบเขตของการวิจัย.....	12
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	13
3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	23
สร้างตารางเขียนยังผลของแบบจำลอง.....	23
หารูปแบบของศักย์ยังผล $S(r)$ และ $V(r)$	
พร้อมทั้งหาฟังก์ชันคลื่นสถานะกระตุ้นของควาร์ก.....	27
การใช้ตัวแผ่ของควาร์กและเมซอน.....	27
ทำการคำนวณหาฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าสำหรับโปรตอน.....	28
4 ผลการวิจัย.....	32
ผลการคำนวณเชิงวิเคราะห์.....	32
ผลการคำนวณเชิงตัวเลข.....	43
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	50
บรรณานุกรม.....	54
ภาคผนวก.....	57
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	77

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 คุณสมบัติต่างๆของควาร์ก.....	3
2 คุณสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้าสถิตของนิวคลีออน.....	5
3 ผลสำหรับโมเมนต์แม่เหล็ก.....	46



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 การสร้างรูปแบบของ u d และ s ควาร์ก.....	2
2 ความหนาแน่นเชิงประจุของนิวคลีออนจากแบบจำลองคลาวด์ดีแบ็ค.....	5
3 ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงประจุของโปรตอนจากการคำนวณ ในแบบจำลองไครอลเพอร์เทอร์เบชัน.....	6
4 ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงประจุของนิวตรอนจากการคำนวณ ในแบบจำลองไครอลเพอร์เทอร์เบชัน.....	6
5 ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแก็กเซียลของนิวตรอนจากการคำนวณ ในแบบจำลองไครอลเพอร์เทอร์เบชัน.....	7
6 ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอน ที่ $Q^2 \leq 1$ จากการคำนวณใน แบบจำลองไครอลควาร์กโซลิตอน	9
7 ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของนิวตรอน ที่ $Q^2 \leq 1$ จากการคำนวณ ในแบบจำลองไครอลควาร์กโซลิตอน	9
8 แผนภาพที่เกี่ยวข้องในหาฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน.....	31
9 การเปลี่ยนค่า ρ โดยการกำหนดให้ $R = 0.60 fm$ เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็ก μ_p	44
10 การเปลี่ยนค่า ρ โดยการกำหนดให้ $R = 0.55 fm$ เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็ก μ_p	44
11 การเปลี่ยนค่า ρ โดยการกำหนดให้ $R = 0.65 fm$ เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็ก μ_p	45
12 ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า $G_E(Q^2)$ และฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก $G_M(Q^2)$ ของโปรตอนจากการใช้ค่า $R = 0.60 fm$ และค่า $\rho = 0.11767$	47
13 แสดงฟอर्मแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า $G_E(Q^2)$ และฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก $G_M(Q^2)$ ของโปรตอนจากการใช้ค่า $R = 0.55 fm$ และค่า $\rho = 0.54913$	48
14 ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า $G_E(Q^2)$ และฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก $G_M(Q^2)$ ของโปรตอน จากการใช้ค่า $R = 0.65 fm$ และค่า $\rho = 0.23534$	49

บทที่ 1

บทนำ

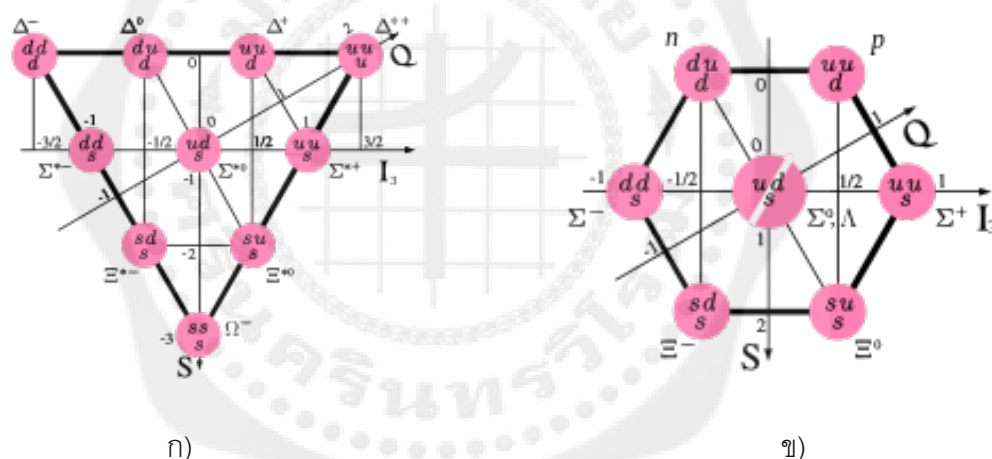
ภูมิหลัง

นิวคลีออน (nucleons) คืออนุภาคที่ประกอบขึ้นเป็นนิวเคลียสของอะตอม นิวเคลียสของอะตอมประกอบด้วยนิวคลีออนตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป การที่จะรวมตัวเป็นอะตอมได้นั้น นิวคลีออนจะถูกอิเล็กตรอนตั้งแต่หนึ่งตัวหรือมากกว่านั้นเคลือบที่ล้อมรอบ นิวคลีออนมีอยู่สองชนิดด้วยกันคือ โปรตอน (proton) และนิวตรอน (neutron) (เนื่องจากมวลของโปรตอน ($m_p = 938.27 \text{ MeV}$) และมวลของนิวตรอน ($m_n = 939.57 \text{ MeV}$) มีค่าใกล้เคียงกันมาก อนุภาคทั้งสองจึงถูกพิจารณาว่าเป็นอนุภาคที่เหมือนกันแต่มีสถานะที่แตกต่างกันจึงถูกจัดเป็นอนุภาคชนิดเดียวกัน เรียกว่า นิวคลีออน) จำนวนนิวคลีออนที่อยู่ในอะตอมเป็นตัวกำหนดเลขมวลของอะตอม

เพื่อที่จะอธิบายว่าเหตุใดนิวคลีออนจึงสามารถรวมตัวเป็นนิวเคลียสได้นั้น (ทั้งที่มีแรงผลักรจากประจุบวกของโปรตอนในนิวเคลียส) จำเป็นต้องมีอันตรกิริยาบางอย่างที่มีขนาดมากกว่าอันตรกิริยาทางแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic interaction) เพื่อที่จะดึงดูดนิวคลีออนเหล่านั้นเข้าไว้ด้วยกัน เรียกว่าอันตรกิริยาแบบเข้ม (strong interaction) ทฤษฎีที่อธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ของอันตรกิริยาแบบเข้ม คือ ควอนตัมโครโมไดนามิกส์ (Quantumchromodynamics) เป็นทฤษฎีที่อธิบายอันตรกิริยาแบบเข้มที่เป็นอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและกลูออน (gluons) โดยกลูออนเป็นอนุภาคสื่อ นำแรงของแรงนิวเคลียร์แบบเข้ม ควอนตัมโครโมไดนามิกส์จัดว่าเป็นส่วนหนึ่งของทฤษฎีสนามควอนตัม (quantum field theory) ที่มีสมมาตรแบบ SU(3) คุณสมบัติหนึ่งของควอนตัมโครโมไดนามิกส์ที่คล้ายกับประจุไฟฟ้าคือคุณสมบัติที่เรียกว่า ประจุเชิงสี (color charge) ตัวแทนพื้นฐาน (fundamental representation) ของเกจกรุป SU(3) (gauge group SU(3)) ที่มีอยู่สามชนิดคือ แดง เขียวและน้ำเงิน

ก่อนถึงปี 1960 นิวคลีออนยังถูกมองว่าเป็นอนุภาคพื้นฐานโดยที่ไม่ได้ประกอบมาจากอนุภาคอื่นที่เล็กกว่า แต่หลังจากนั้น เมอเรียล เกลแมน (Murray Gell-Mann) (M. Gell-Mann .1964: 214–215.) และ จอร์จ วิก (George Zweig) (G. Zweig. 1964) ได้เสนอสิ่งที่เรียกว่า แบบจำลองควาร์ก (quark model) ซึ่งถือว่าเป็นจุดกำเนิดที่นำไปสู่การค้นพบอนุภาคควาร์กหลังจากนั้นโดยที่ควาร์กเป็นอนุภาคพื้นฐานที่ประกอบกันขึ้นเป็นอนุภาคแฮดรอน (hadrons) ควาร์กมีอยู่ 6 ชนิดด้วยกัน

คือ อัป (up) ดาวน์ (down) สเตรนจ์ (strange) ทอป (top) บอททอม (bottom) และชาร์ม (charm) สมบัติพื้นฐานของควาร์กเหล่านี้แสดงไว้ในตาราง 1 อนุภาคแฮดรอนได้แบ่งออกเป็นอนุภาคสองกลุ่มด้วยกันคือ เมซอน (meson) และแบรีออน (baryon) โดยที่เมซอนจะประกอบด้วยควาร์กสองตัวคือ ควาร์กและปฏิอนุภาคที่สอดคล้องกันคือแอนติควาร์ก ส่วน แบรีออนจะประกอบด้วยควาร์กสามตัวโดยที่นิวคลีออนก็จัดอยู่ในกลุ่มของแบรีออน เพราะว่าโปรตอนประกอบด้วยควาร์กสามตัวคือ อัปควาร์กสองตัวและดาวน์ควาร์กหนึ่งตัว ส่วนนิวตรอนประกอบด้วย ควาร์กสามตัวเช่นเดียวกันคือ ดาวน์ควาร์กสองตัวและอัปควาร์กหนึ่งตัว ดังนั้นอนุภาคประเภทแฮดรอน ซึ่งประกอบขึ้นจากควาร์กชนิดต่างๆ จึงสามารถนำมาจัดหมวดหมู่โดยใช้โมเมนตัมเชิงมุม (angular momentum) และแพริตี (Parity) ได้ดังแสดงในภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 การสร้างรูปแบบของ u d และ s ควาร์ก ก) เป็นแบรีออนที่มี $J^P = \frac{3}{2}^+$ เรียกว่าแบรี-

ออนดีคัปเพลต (Baryons decuplet) ข) แบรีออนที่มี $J^P = \frac{1}{2}^+$ เรียกว่าแบรีออนอ็อกเตต

(Baryons octet)

ที่มา : <https://en.wikipedia.org/wiki/Baryon>

ตาราง 1 คุณสมบัติต่างๆของควาร์ก

	d	u	s	c	b	t
Q - electric charge	-1/3	+2/3	-1/3	+2/3	-1/3	+2/3
I – isospin	1/2	1/2	0	0	0	0
I_z - isospin z - component	-1/2	+1/2	0	0	0	0
S – strangeness	0	0	-1	0	0	0
C – charm	0	0	0	+1	0	0
B – bottomness	0	0	0	0	-1	0
T – topness	0	0	0	0	0	+1

ที่มา : Olive et al. (2014).Particle Data Group.

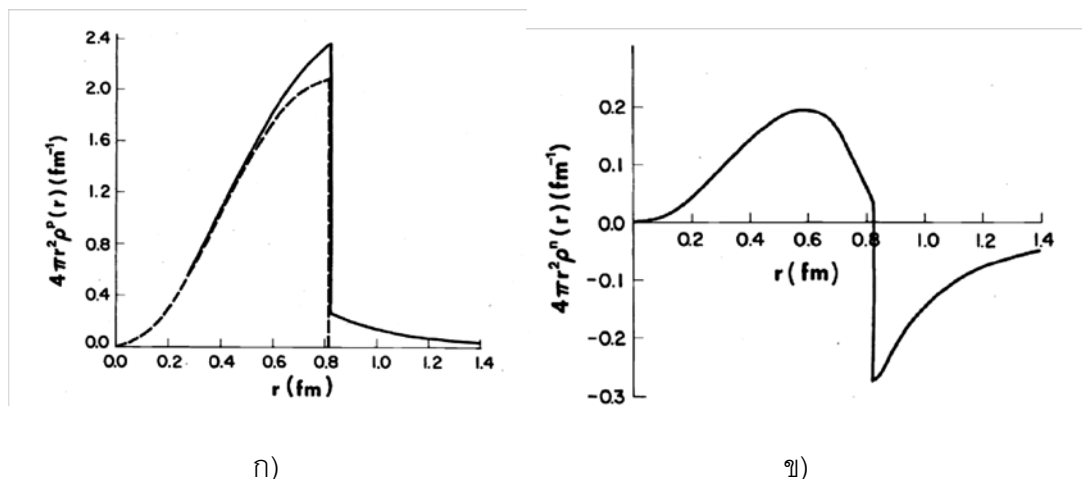
ควอนตัมโครโมไดนามิคประสบความสำเร็จอย่างมากในการอธิบายคุณสมบัติต่างๆ ของอนุภาคที่ประกอบขึ้นจากควาร์กแต่ก็เฉพาะในช่วงเพอร์เทอร์เบชัน (perturbation domain) หรือในช่วงที่มีการถ่ายโอนโมเมนตัมที่มีค่าสูงๆ (high momentum transfer) แต่อย่างไรก็ตามควอนตัมโครโมไดนามิคกลับล้มเหลวในการวิเคราะห์ในช่วงที่มีการถ่ายโอนโมเมนตัมขนาดเล็กๆ (low momentum transfer) หรือในช่วงที่ทำการเพอร์เทอร์เบชันไม่ได้ (non-perturbative domain) โดยสามารถแก้ปัญหาได้เพียงบางส่วนเท่านั้น จึงนำไปสู่การพัฒนาแบบจำลองยังผล (effective models) เพื่อแก้ปัญหาในช่วงที่ควอนตัมโครโมไดนามิคใช้ไม่ได้ ในการสร้างแบบจำลองนั้นมีพื้นฐานจากการลดองศาอิสระ (degree of freedom) ของควอนตัมโครโมไดนามิค และนำเสนออันตรกิริยายังผลเพื่ออธิบายคุณสมบัติต่างๆ ได้มากขึ้นในขอบเขตฟิสิกส์พลังงานต่ำ

เพื่อที่จะเข้าใจโครงสร้างของอนุภาคแฮดรอน เช่นแบรีออนได้นั้น ต้องยึดหลักการสำคัญสองอย่างที่เกี่ยวข้องกับอันตรกิริยาแบบเข้มคือ คอนไฟน์เมนต์ (confinement) และอะซิมโทติกฟรีดอม (asymptotic freedom) (Bohr.1977: 275) โดยที่คอนไฟน์เมนต์คือแรงระหว่างควาร์กที่มีประจุเชิงสี โดยไม่ว่าจะจับควาร์กแยกจากกันแต่แรงระหว่างควาร์กนั้นไม่ได้ลดน้อยลงตามไปด้วย นั่นหมายความว่าควาร์กไม่สามารถแยกจากกันเป็นควาร์กอิสระได้ เมื่อใดก็ตามที่พยายามแยกควาร์กออกจากกัน

สนามกลูออนจะมีพลังงานเพียงพอที่จะสร้างคู่ควาร์ก-แอนติควาร์กขึ้น อนุภาคที่เกิดขึ้นใหม่นี้จะรวมกับอนุภาคเดิมที่พยายามที่จะแยกมันออกจากกันรวมเป็นอนุภาคแฮดรอนตัวใหม่ต่อไป ส่วนอะซิมโทติกฟรีดอมนั้นหมายความว่าในบริเวณที่ ควาร์กอยู่ใกล้กันมากๆ อันตรกิริยาระหว่างควาร์กจะมีค่าน้อย ในส่วนสมมาตรเชิงไครอล (chiral symmetry) คือสมมาตรที่เกิดขึ้นเมื่อมวลของควาร์กมีค่าเป็นศูนย์ แต่สมมาตรเชิงไครอลถูกละเมิดโดยกลไกคอนไฟน์เมนต์ของควาร์กเอง เนื่องจากการแตกสมมาตรเชิงไครอล (chiral symmetry breaking) ได้นำไปสู่สนามโกลด์สโตนโบซอน (Goldstone boson field) เพื่อแก้ปัญหาการแตกสมมาตรนั้น

การที่ควอนตัมโครโมไดนามิคไม่สามารถแก้ปัญหาในช่วงการถ่ายโอนโมเมนตัมขนาดต่ำได้ ดังนั้นจึงมีการศึกษาหลายวิธีการด้วยกันในขอบเขตของฟิสิกส์พลังงานต่ำ เช่นควิซีดีซัมรูล (QCD sum rule) , ทฤษฎีการรบกวนเชิงไครอล (chiral perturbation theory) ,แบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพ (relativistic quark model), แบบจำลองควาร์กเชิงไม่สัมพัทธภาพ (non-relativistic quark model) และแบบจำลอง โซลิตอนไทป์ (soliton type model) เป็นต้น (Theberge, Thomas, and Miller, 1980, 1981; Theberge and Thomas.1983; Thomas, 1984; Oset, Tegen, and Weise, 1984; Tegen, 1990; Chin, 1982; Diakonov, Petrov, and others, 1984, 1986, 1988, 1989; Gutsche, 1987; Gutsche and Robson, 1989) ตั้งแต่ต้นทศวรรษ 1980 แบบจำลองไครอล ควาร์ก ได้ให้คำอธิบายว่านิวคลีออนคือระบบที่ถูกผูก (bound) ไว้ด้วยกันของวาเลนซ์ควาร์ก (valence quark) และถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกไพออน (pion cloud) ที่มีบทบาทสำคัญมากในการอธิบายฟิสิกส์ของนิวคลีออนที่พลังงานต่ำ โดยที่แบบจำลองเหล่านี้ได้รวมคุณลักษณะสำคัญสองประการของโครงสร้างแฮดรอนพลังงานต่ำ คือ คอนไฟน์เมนต์และสมมาตรแบบไครอล

แบบจำลองที่อธิบายว่านิวคลีออนเป็นระบบที่วาเลนซ์ควาร์กถูกผูกไว้ด้วยกัน และวาเลนซ์ควาร์กนั้นถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกไพออนที่ถูกสนับสนุนด้วยวิธีการรบกวนคือแนวคิดของแบบจำลองคลาวด์ดีแบ็ก (cloudy bag model) (Theberge, Thomas, and Miller . 1980, 1981; Theberge and Thomas. 1983; Thomas. 1984) ซึ่งเดิมแล้วเป็นแนวคิดของแบบจำลองเอ็มไอทีแบ็ก (MIT bag model) (Chodos et al., 1974) แต่ได้มีการเพิ่มสมมาตรเชิงไครอลเข้าไปและได้รวมอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและสนามไพออนบนผิวของแบ็กนั้นด้วย ซึ่งช่วยพัฒนาการอธิบายนิวคลีออนได้ดียิ่งขึ้น ตัวอย่างผลการคำนวณเกี่ยวกับความหนาแน่นเชิงประจุของนิวคลีออนจากแบบจำลองคลาวด์ดีแบ็กแสดงไว้ในภาพประกอบ 2 และตาราง 2 แสดงคุณสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้าโดยเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองเอ็มไอทีแบ็กและแบบจำลองคลาวด์ดีแบ็ก



ภาพประกอบ 2 แสดงความหนาแน่นเชิงประจุของนิวคลีออนจากแบบจำลองคลาวด์ดีแบ็ค ก) ความหนาแน่นเชิงประจุของโปรตอน ข) ความหนาแน่นเชิงประจุของนิวตรอน

ที่มา A. W. Thomas and S. Theberge (1981). Cloudy bag model of the nucleon p.224

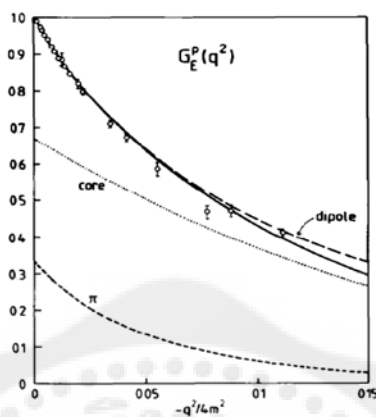
ตาราง 2 คุณสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้าสถิตของนิวคลีออน

Quantity	MIT Bag model	Cloudy Bag Model	Experiment
$\langle r_c \rangle_p^{1/2}$	0.83 fm	0.73 fm	0.73 fm
$ \langle r_c \rangle_n ^{1/2}$	0.00 fm	0.36 fm	0.35 fm
μ_p	1.9	2.60	2.79
μ_n	-1.2	-2.01	-1.91

ที่มา A. W. Thomas and S. Theberge (1981). Cloudy bag model of the nucleon p.226

หลังจากนั้นแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครัล (perturbative chiral model) (Oset, Tegen, and Weise, 1984; Tegen, 1990; Chin, 1982; Gutsche, 1987; Gutsche and Robson, 1989) ได้พัฒนาแบบจำลองที่ผ่านมาโดยการนำเสนอผิวของแบ็คที่คลุมควาร์กให้มีความหนาแบบจำกัดแทนที่แบ็คที่มีรูปร่างซึ่งไม่มีความหมายในทางฟิสิกส์ โดยผิวของแบ็คอยู่ในรูปของศักย์สถิต (static potential) ของควาร์กและมีรูปแบบอยู่ในรูปทั่วไปมากกว่าแบบจำลองแบ็ค แบบจำลองทั้งสามที่กล่าวมามีตัวแปรอิสระที่กำหนดลักษณะการคอนไฟน์เมนต์ของควาร์กและมวลของควาร์กรวมอยู่ด้วยวิธีการเชิงการเพอร์เทอร์เบชันยอมให้มีการควอนไทซ์ (quantization) สนามไพออนถึงระดับที่มีความ

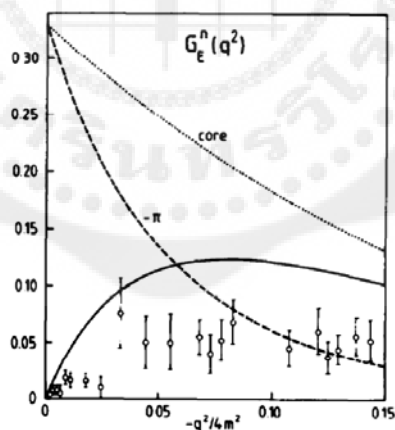
แม่นยำ แม้ว่าการสร้างแบบจำลองเหล่านี้จะอยู่บนระดับของควาร์ก แต่อย่างไรก็ตามวิธีการคอนไฟน์เมนต์เป็นวิธีการเชิงปรากฏการณ์ ตัวอย่างผลการคำนวณสมบัติของนิวคลีออนโดยใช้แบบจำลองไครอลเพอร์เทอร์เบชันแสดงไว้ในภาพประกอบ 3 ถึงภาพประกอบ 5



ภาพประกอบ 3 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงประจุของโปรตอนจากการคำนวณในแบบจำลองไครอลเพอร์เทอร์เบชัน

ที่มา : Oset, Tegen, and Weise (1984) . Nucleon Charge Form Factor and Chiral Quark

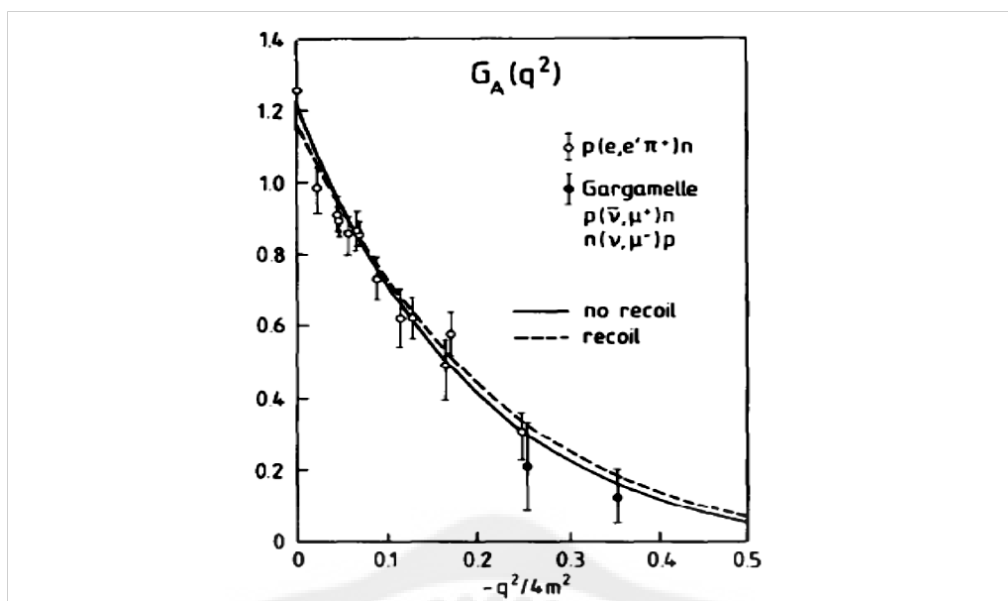
Model p.471



ภาพประกอบ 4 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงประจุของนิวตรอนจากการคำนวณในแบบจำลองไครอลเพอร์เทอร์เบชัน

ที่มา : Oset, Tegen, and Weise (1984) .Nucleon Charge Form Factor and Chiral Quark

Model p. 472



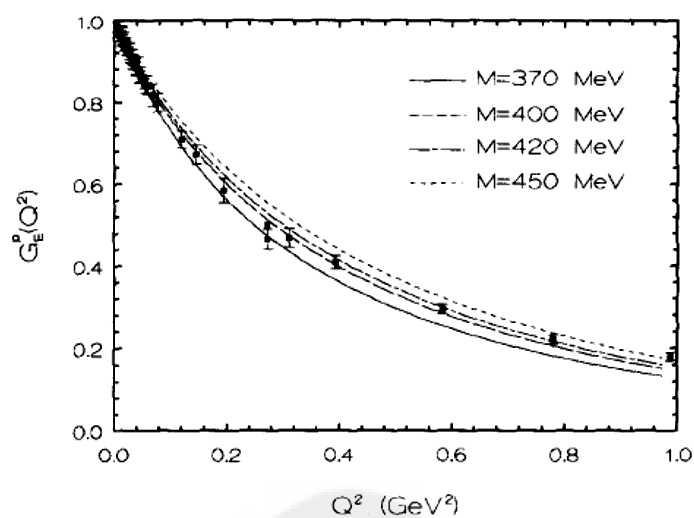
ภาพประกอบ 5 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงแก็กเซียลของนิวตรอนจากการคำนวณในแบบจำลองไครอลเพอร์เทอร์เบชัน

ที่มา : Oset, Tegen, and Weise (1984) .Nucleon Charge Form Factor and Chiral Quark Model p.473

อีกวิธีการหนึ่งที่สามารถอธิบายคุณสมบัติต่างๆ ของนิวคลีออนได้คือ วิธีการแบบนอนเพอร์เทอร์เบชัน (non-perturbation) แบบจำลองที่ใช้วิธีการนี้คือ แบบจำลองไครอลควาร์กโซลิตอน (chiral quark soliton model) (Chr.V. Christov, A.Z. Gorski, K. Goeke, RV. Pobylitsa.1995) โดยแบบจำลองนี้มีพื้นฐานมาจากแนวคิดของควิซีดี อินสแตนต์แวนควัม (QCD instanton vacuum) ซึ่งเป็นแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการแตกสมมาตรเชิงไครอล และการแตกสมมาตรนี้ได้นำไปสู่การวางเขียนเชิงไครอลแบบยังผลในระดับพลังงานต่ำ โดยผลการเขียนที่ได้มานี้ตรงกับที่ได้มาจากควอนตัมโครโมไดนามิกส์ ดังนั้นวิธีการนี้จึงมีความน่าเชื่อถือเพราะสามารถเชื่อมโยงกับผลการเขียนที่ได้จากควอนตัมโครโมไดนามิกส์โดยตรง คำว่าโซลิตอนหมายความว่าสนามไพออนแบบดั้งเดิม (classical pion field) โดยที่สามารถอธิบายโซลิตอนได้โดยฟังก์ชันที่เรียกว่า ฟังก์ชันเทรลโพรไฟล์ (trail profile function) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่กำหนดให้นิวคลีออนมีพลังงานต่ำสุดและเป็นค่าคงตัว นอกจากนี้การควอนไทซ์ด้วยการหมุนสนามโซลิตอนหรือสนามไพออนแบบดั้งเดิมอย่างช้าๆ สามารถนำไปสู่สถานะของนิวคลีออน (nucleons state) ได้ หมายความว่า เป็นการสร้างนิวคลีออนแบบดั้งเดิมด้วยการกระตุ้นแบบการหมุน ด้วยวิธีการเชิงปรากฏการณ์ของแบบจำลองไครอลควาร์กโซลิตอนทำให้สามารถอธิบาย

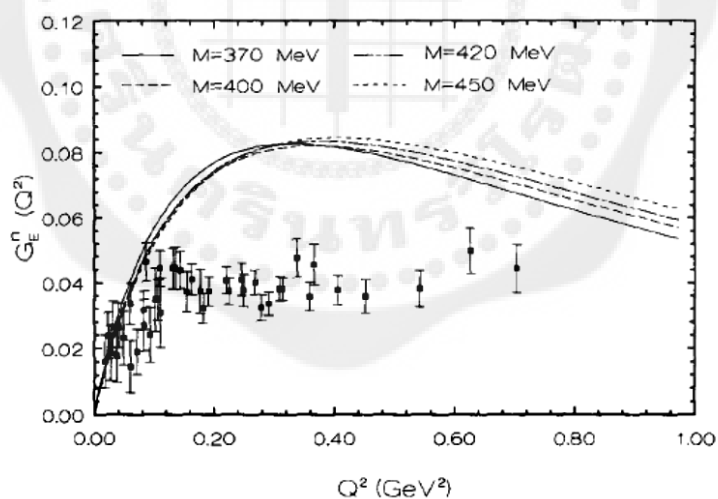
โครงสร้างสปินของนิวคลีออนได้ นั่นก็คือแบบจำลองควาร์กโซลิตอนสามารถอธิบายได้ถึงของเขตของการถ่ายเทโมเมนตัมที่ขนาดสูงได้ด้วย ตัวอย่างการคำนวณสมบัติของนิวคลีออนโดยใช้แบบจำลองไครอลควาร์กโซลิตอน แสดงไว้ในภาพประกอบ 6 และภาพประกอบ 7

การพัฒนาต่อมาโดยแบบจำลองไครอลควาร์กด้วยวิธีการแบบเพอร์เทอร์เบชันจากกลุ่มหมอกไพออนทำให้สามารถศึกษาคุณสมบัติของนิวคลีออนที่มีระดับพลังงานต่ำได้ดียิ่งขึ้น จึงได้มีการขยายขอบเขตของควาร์กกว่าเป็นควาร์กเชิงสัมพัทธภาพ เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการคล้ายกันก่อนหน้านี้ วิธีการแบบใหม่นี้ได้เพิ่มคุณลักษณะหลายประการด้วยกันคือ 1) ศักย์ที่คอนไฟน์ควาร์กนั้นมีความทั่วไปมากกว่าในเชิงปรากฏการณ์ 2) สมมาตรเชิงไครอลได้รวมกลุ่มหมอกเคออนและอีตาเมซอนเพิ่มเข้ามาด้วย 3) ด้วยเทคนิคแบบรีนอร์มอลไลเซชัน (Renormalization) ได้มีการใช้ทฤษฎีเพอร์เทอร์เบชันทั้งในระดับของควาร์กและแบริออน และเนื่องจากมีเมซอนลูปเกิดขึ้นในแผนภาพควาร์กระหว่างเมซอนลูปสามารถอยู่ในสถานะกระตุ้นได้ 4) การปฏิบัติตามข้อจำกัดที่ถูกกำหนดโดยสมมาตรเชิงไครอลโดยการรวมการกระจายมวลของเคอร์เรนท์ควาร์กจากองค์ประกอบเมตริก 5) มีความสอดคล้องกับทฤษฎีการรบกวนเชิงไครอล (Chiral Perturbation Theory) ด้วยวิธีการที่นำเสนอข้างต้นหมายถึงแบบจำลองที่เรียกว่าแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก (perturbative chiral quark model (PCQM))



ภาพประกอบ 6 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของโปรตอน ที่ $Q^2 \leq 1$ จากการคำนวณในแบบจำลองไครลควาร์กโซลิตอน เปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง

ที่มา Christov .(1995). Electromagnetic Form Factor Of Nucleons in the Chiral Quark Soliton Model, p.530



ภาพประกอบ 7 ฟอรั่มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของนิวตรอน ที่ $Q^2 \leq 1$ จากการคำนวณในแบบจำลอง

ไครลควาร์กโซลิตอน เปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง

ที่มา Christov .(1995). Electromagnetic Form Factor Of Nucleons in the Chiral Quark Soliton Model, p.530

แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก มีพื้นฐานอยู่บนลากรางเจียนเชิงไครอลแบบยังผล (effective chiral Lagrangian)

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{inv}^{lin} + \mathcal{L}_{\chi SB}$$

เทอมแรกใน $\mathcal{L}_{eff}$ คือลากรางเจียนยังผลเชิงเส้นที่มีอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและเมซอนเป็นแบบเชิงเส้น (linear)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{inv}^{lin}(x) = & \bar{\psi}(x)[i\gamma^\mu \partial_\mu - S(r) - \gamma^0 V(r)]\psi(x) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \hat{\Phi}(x))^2 \\ & - \bar{\psi}(x)S(r)i\gamma^5 \frac{\hat{\Phi}(x)}{F}\psi(x) \end{aligned}$$

เทอมที่สองใน $\mathcal{L}_{eff}$ เป็นเทอมของมวลที่สมมาตรเชิงไครอลแตกแบบเอกซ์พลลิซิที แล้วสร้างมวลของควาร์กและเมซอน

$$\mathcal{L}_{\chi SB}(x) = -\bar{\psi}(x)\mathcal{M}\psi(x) - \frac{B}{8}Tr\{\hat{\Phi}(x), \{\hat{\Phi}(x), \mathcal{M}\}\}$$

ลากรางเจียนนี้อธิบายว่าควาร์กเป็นอนุภาคเฟอร์มิออนเชิงสัมพัทธภาพเคลื่อนที่ในสนามที่สอดคล้องกับตัวเองหรือศักย์สถิต (static potential) โดยศักย์สถิตแบ่งออกเป็นสองส่วนด้วยกันคือ ศักย์สเกลาร์ (scalar potential) และองค์ประกอบเวลาของศักย์เวกเตอร์ (vector potential) โดยที่ศักย์สถิต S เกี่ยวข้องโดยตรงกับการคอนไฟน์ควาร์ก ส่วนองค์ประกอบเวลาของศักย์เวกเตอร์ $\gamma^0 V$ เป็นส่วนที่รับผิดชอบการผันผวนระยะสั้น (short-range fluctuation) ขององค์ประกอบสนามกลูออน การคำนวณคุณสมบัติของแบรีออนได้มีการนิยามฟังก์ชันคลื่นแบบนอนเพอร์เทอร์เบชันของควาร์กขึ้นมาใช้ในการคำนวณปริมาณต่างๆ

แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กอธิบายว่าอนุภาคแบรีออนเป็นระบบที่ควาร์กถูกกักขังและควาร์กเหล่านั้นนั้นถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกของโกลด์สโตนโบซอน (π, K, η) ที่ได้มาจากความต้องการของสมมาตรเชิงไครอล จากการที่ควาร์กถูกล้อมรอบด้วยโกลด์สโตนโบซอน จึงเกิดอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคเหล่านั้นและจะพิจารณาเพียงรูปแบบเชิงเส้นของอันตรกิริยาระหว่างควาร์กกับเมซอนเพียงเท่านั้น เพื่อที่จะได้ลากรางเจียนส่วนของอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคมาทำได้โดยการใช้ทฤษฎีเพอร์เทอร์เบชันด้วยการกระจายพารามิเตอร์ $1/F$ (คือ ค่าคงตัวการแผ่รังสีไพออนเลปตอนนิค) ในส่วนมวลของเคอร์เรนท์ควาร์กพิจารณาว่าเป็นการรบกวนเพียงเล็กน้อย การคำนวณทุกอย่างจำกัด

อยู่ที่เมซอนเพียงหนึ่งรูปหรือคำนวณถึงระดับที่แม่นยำ $o\left(\frac{1}{F^2}, m_u, m_d, m_s\right)$ และใช้ขีดจำกัดเชิงโคโรล คือ $m_u = m_d = \hat{m}$ โดยที่ $\hat{m} \rightarrow 0$

การศึกษาโครงสร้างและอันตรกิริยาของอนุภาคแฮดรอนถือว่าเป็นเป้าหมายหลักของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับฟิสิกส์นิวเคลียร์และฟิสิกส์อนุภาค และสิ่งที่สนใจศึกษาเพื่อที่จะเข้าใจโครงสร้างภายในของแบรีออนก็คือ ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Form Factors) เพราะเป็นปริมาณที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับโครงสร้างของแบรีออนในเชิงของอันตรกิริยาเชิงแม่เหล็กไฟฟ้า ฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กับประจุ (charge) โมเมนต์แม่เหล็ก (magnetic moment) รัศมีเชิงประจุ (charge radii) และรัศมีเชิงแม่เหล็ก (magnetic radii) ของนิวคลีออนโดยตรง ดังนั้นฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าจึงมีความสำคัญอย่างมาก

ในงานชิ้นนี้ประยุกต์ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กในการวิเคราะห์โครงสร้างทางแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน ซึ่งก็คือฟอर्मแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้า

ความมุ่งหมายงานวิจัย

1. พิจารณาสสมบัติของโปรตอนในแบบจำลองควาร์กโครโมไดนามิกส์แบบสี่ตัวแปรที่สถานะกระตุ้นของควาร์ก (quark excited states propagator) เข้าไปในการ
2. หาช่วงของพารามิเตอร์ ρ และ R ที่เหมาะสมเพื่อให้ผลการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนสอดคล้องกับการทดลอง

ความสำคัญของการวิจัย

จากการที่ตัวแปรของควาร์ก (propagator) ที่สมบูรณ์ต้องมีทุกสถานะ และจากงานวิจัยที่ผ่านมาเคยใส่ตัวแปรของควาร์กที่สถานะกระตุ้นเฉพาะของนิวตรอนเท่านั้น ดังนั้นในงานชิ้นนี้จึงมีการใส่ตัวแปรที่สถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในการคำนวณคุณสมบัติต่างๆ ของโปรตอนแล้วดูผลที่ได้ว่าสอดคล้องกับการทดลองเพียงใด

ขอบเขตของการวิจัย

1. คำนวณโดยใช้แบบจำลองควาร์กโครโมไดนามิกส์แบบสี่ตัวแปร
2. พิจารณาเบื้องต้นเฉพาะโปรตอนภายหลังการใส่ตัวแปรที่สถานะกระตุ้นของควาร์ก
3. พิจารณาเฉพาะการถ่ายโอนโมเมนตัมมีค่าน้อยๆ ($Q^2 \leq 1 \text{ GeV}^2$)
4. การคำนวณจำกัดที่เมซอนหนึ่งลูปหรือคำนวณถึงระดับที่แม่นยำ $O(1/F^2, \hat{m}, m_s)$

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เพื่อที่จะศึกษาคุณสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยในอดีตที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองที่ผู้วิจัยได้ใช้ในการวิเคราะห์ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนนี้ โดยผู้วิจัยได้สรุปรวบรวมเนื้อหาและสมการที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณดังต่อไปนี้

ในปี 1974 โคโดส (Chodos.1974:2599-2604) ได้สร้างแบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพ โดยมีพื้นฐานอยู่บนทฤษฎีแบ็ก (Bag Theory) ซึ่งเป็นแบบจำลองสำหรับอนุภาคแฮดรอนโดยที่อนุภาคแฮดรอนนั้นเป็นอนุภาคที่มีอันตรกิริยาแบบเข้ม (strong interaction) ประกอบขึ้นมาจากสนามที่ถูกผูกเข้าไว้ด้วยกัน (confined) ในพิภพบริเวณที่จำกัดเรียกว่า “แบ็ก” (Bag) โดยมีสมมติฐานว่าแบ็กถูกกำหนดโดยค่าคงตัวที่เรียกว่าความหนาแน่นพลังงาน B ทำโดยการเพิ่มค่า B เข้าไปใน สเตรส-อีเนอร์จี้เทนเซอร์ (stress-energy tensor) ภายในแบ็กเป็น

$$T^{\mu\nu} = T_{fields}^{\mu\nu} - g^{\mu\nu} B$$

และเป็นศูนย์ภายนอกแบ็ก จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงานนำไปสู่เงื่อนไขขอบเขตบนสนามที่ผิวของแบ็ก

สมการแบ็กสำหรับอนุภาคไม่มีมวลหรือสนามดิแรค (Dirac field) พร้อมด้วยเลขควอนตัมของควาร์ก (quark quantum number) ถูกนำมาพิจารณาในพิภพแบบสามมิติเป็นกรณีพิเศษจากขอบเขตทรงกลมแบบสถิต (static spherical boundary) ในแบบจำลองนี้มีพารามิเตอร์หนึ่งตัวที่ถูกกำหนดจากมวลเฉลี่ยของ $N(938)$ และ $\Delta(1236)$ ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ไม่มีมวล, สปิน-1/2 ที่ถูกคอนไฟน์ในแบ็กคือ

$$\gamma^\mu \partial_\mu \psi_\alpha(x) = 0$$

พร้อมด้วยเงื่อนไขขอบเขตคือ

$$-i\hat{r} \cdot \vec{\gamma} \psi_\alpha(x) = \psi_\alpha(x)$$

และ

$$-\sum_{\alpha} \frac{\partial}{\partial r} \bar{\psi}_{\alpha}(x) \psi_{\alpha}(x) = 2B$$

ที่ $r = R_0$ เมื่อ R_0 คือรัศมีของแบ็ค

จากการคำนวณทำให้ได้ค่าอัตราส่วนไจโรแมกเนติก (gyromagnetic ratio) ของโปรตอน

$$g_p = 2m_p\mu_p = 2.6$$

โดยที่ $\mu_p = 1.4$

ค่าอัตราส่วนไจโรแมกเนติก (gyromagnetic ratio) ของนิวตรอน

$$g_n = -\frac{2}{3}g_p$$

ประจุเชิงแอกเซียลเวกเตอร์ (axial vector charge)

$$g_A = 1.09$$

รัศมีเชิงประจุของโปรตอน

$$\langle r^2 \rangle_p = 1.04 \text{ fm}$$

และรัศมีเชิงประจุของนิวตรอน

$$\langle r^2 \rangle_n = 0$$

ในปี 1979 ไวน์เบิร์ก (Weinberg.1979:327-340) ได้นำเสนอ Lagrangian (Phenomenological Lagrangian) ขึ้นมาเพื่ออธิบายอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคแฮดรอนและไพออน โดยอยู่ในรูปอนุพันธ์และเป็นรูปแบบไม่เชิงเส้นโดยมีสมมาตรแบบ $SU(2) \times SU(2)$ คือ

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}g_2 D_{\mu}\pi \cdot D^{\mu}\pi - \frac{1}{4}g_4^{(1)}(D_{\mu}\pi \cdot D^{\mu}\pi)^2 - \frac{1}{4}g_4^{(2)}(D_{\mu}\pi \cdot D_{\nu}\pi)(D^{\mu}\pi \cdot D^{\nu}\pi) + \dots$$

โดยที่

$$g_2 = F_{\pi}^2$$

ที่ F_π คือ แอมพลิจูดการสลายตัวของไพออน (pion decay amplitude) มีค่าประมาณ 190 MeV , $g_a^{(n)}$ คือค่าคงตัวการคัลป์ลิง (coupling constants) โดยอันดับต่ำสุด (lowest order) ของการเกิดอันตรกิริยาคือ $d = 2$

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{2} g_2 D_\mu \pi \cdot D^\mu \pi$$

โดยเรียกว่าลากรางเจียนยังผล (effective Lagrangian)

ในปี 1981 โทมัส (Thomas.1984:216-229) ได้นำเสนอว่าแบรีออนเป็นแบ็คของควาร์กสามตัว (three-quark bag) ถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกของไพออนเพื่อที่จะคำนวณคุณสมบัติสถิตของนิวคลีออน โดยในการคำนวณมีพารามิเตอร์อิสระเพียงหนึ่งตัวคือรัศมีของแบ็คที่ถูกกำหนดโดยการกระเจิงไพออน-นิวคลีออน (pion-nucleon scattering) มีค่าเท่ากับ 0.82 fm ลากรางเจียนที่ใช้ในแบบจำลองคลาวด์ดีแบ็ค คือ

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{CBM}} = & \left[\frac{i}{2} \sum_a \bar{q}_a(x) \gamma^\mu \vec{\partial}_\mu q_a(x) - B \right] \theta_v \\ & - \frac{1}{2} \sum_a \bar{q}_a(x) e^{i\vec{r} \cdot \vec{\phi}(x) \frac{\gamma_5}{f}} q_a(x) \Delta_s + \frac{1}{2} D_\mu \vec{\phi}(x) \cdot D^\mu \vec{\phi}(x) - m_\pi^2 \vec{\phi}^2(x) \end{aligned}$$

เมื่อ f คือ ค่าคงตัวการสลายตัวของไพออน (pion decay constant)

ในปี 1982 ชิน (Chin.1982:355-377) ได้ขยายแนวคิดเพิ่มจากแบบจำลองเอ็มไอทีแบ็ค (MIT bag model) ให้มีสมมาตรเชิงไครอลในการคัลป์ลิง (coupling) ของไพออนกับควาร์กบนผิวของแบ็ค และนำเสนอฟังก์ชันกรีน (Green function) สำหรับควาร์กและสนามไพออนเพื่อศึกษาการรบกวนเชิงไครอลแบ็ค ซึ่งจากงานของโคดอส (Chodos.1974) ลากรางเจียนของทฤษฎีแบ็ค (bag theory) ที่ไม่มีสมมาตรเชิงไครอลคือ

$$\mathcal{L}_B = \left[-\frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi - B \right] \theta(R - r) - \frac{1}{2} \bar{\psi} \psi \delta(R - r)$$

พร้อมด้วยสมการดิแรก (Dirac Equation)

$$\gamma_\mu \partial^\mu \psi = 0 \quad (r < R)$$

$$\hat{r} \cdot \vec{\gamma} \psi = \psi \quad (r = R)$$

เนื่องจากเทอม $\bar{\psi}\psi$ ไม่มีสมมาตรเชิงไครอล ดังนั้นทฤษฎีเบ็คจึงเปลี่ยนภายใต้การแปลงแบบไครอลที่
ผิวของเบ็ค จึงได้เสนอลากรางเขียนเชิงเบ็คที่มีสมมาตรเชิงไครอลคือ

$$\mathcal{L}_{CB} = \left[-\frac{1}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi - B \right] \theta(\mathbf{R} - \mathbf{r}) \\ + \left[-\frac{1}{2} D^{\mu,ij} \pi_j \frac{1}{2} D_\mu^{ik} \pi_k \right] \theta(\mathbf{R} - \mathbf{r}) + \left[-\frac{1}{2} \bar{\psi} e^{i\gamma_5 \tau \cdot \pi / f_\pi} \psi \delta(\mathbf{R} - \mathbf{r}) \right]$$

เมื่อ

$$D_\mu^{ij} = \pi_i \pi_j + j_0 (|\pi|/f_\pi) (\delta_{ij} - \pi_i \pi_j) \partial_\mu$$

ในงานชิ้นนี้ $j_0 = \frac{\sin x}{x}$

ในส่วนฟังก์ชันกรีนของสนามควาร์ก คือ

$$iG^0(x, x') = \langle \psi_0 | T[\psi(x) \bar{\psi}(x')] | \psi_0 \rangle$$

โดยที่

$$G^0(x, x') = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega(t-t')} G^0(r, r', \omega)$$

และกรีนฟังก์ชันสำหรับเมซอนคือ

$$i\Delta_{ij}^0(x, x') = \langle 0 | T[\pi_i(x) \pi_j(x')] | 0 \rangle = i\delta_{ij} \Delta_{ij}^0(x, x')$$

โดยที่

$$\Delta_{ij}^0(x, x') = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega(t-t')} \Delta^0(r, r', \omega)$$

ในปี 1984 โอเซท (Oset.1984:456-476) ได้นำเสนอว่านิวคลีออนประกอบขึ้นมาจากแกน
ควาร์ก (quark core) และล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกไพออนที่มีส่วนสนับสนุนกระแสดังหมดและมี
บทบาทสำคัญในการกำหนดสมบัติทางแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนและนิวตรอนโดยเรียกแบบจำลองนี้
ว่าแบบจำลองควาร์กเชิงไครอล (chiral quark model) ในการคำนวณนั้นมีพื้นฐานอยู่บนแบบจำลอง
ไครอลเบ็คแบบเชิงเส้น (the linearized chiral bag model) ที่การคลึงปลิงระหว่างไพออนและ
ควาร์กอยู่ในรูปแบบเชิงเส้นและทำการเปรียบเทียบกับคำนวณโดยใช้แบบจำลองศักย์คอนไฟน์

(the confined potential model) เพื่อศึกษาการแทนที่ขอบเขตของแบ็คแบบมีรูปร่างด้วยแบบผิวเรียบ ในงานชิ้นนี้รัศมีแกนควาร์ก (quark core radii) ถูกกำหนดโดยการคำนวณจากฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแอกเซียลของนิวคลีออน (the nucleon axial form factor) เป้าหมายหลักของงานชิ้นนี้คือการคำนวณหาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุของนิวคลีออน $G_E^{p,n}$ โดยค่าที่ได้นั้นสำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุของโปรตอนมีค่าที่ดีเมื่อใช้ $|q^2|^{1/2} \leq 0.7 \text{ GeV}$ พร้อมด้วยรัศมีรากที่สองกำลังสองเฉลี่ยระหว่าง $0.5 - 0.6 \text{ fm}$ และในแบบจำลองนี้ประมาณ 1/3 ของประจุโปรตอนถูกสนับสนุนโดยกลุ่มหมอกไพออน ในส่วนของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุของนิวตรอนได้เพียงค่าสัญลักษณ์ที่ถูกต้องเพียงเท่านั้น

ในปี 2001 ลูโบวิทสกีจ (Lyubovitskij, 2001a: 065203) ได้ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กในการวิเคราะห์โครงสร้างทางแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน ปริมาณที่สนใจศึกษาเป็นหลักคือฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic form factor) จากการใช้เทคนิครีนอร์มอลไลเซชัน (renormalization) โดยแนะนำเคาท์เตอร์เทอม (counter term) ในการคำนวณ การไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้ โลคอลลเกจ (local gauge invariant) สอดคล้องทั้งกับระดับลากรางเจียนและองค์ประกอบเมตริกของแบรีออนในไบร์ทเฟรม (Briet Frame) ในงานวิจัยนี้ได้รวมอันตรกิริยาทางแม่เหล็กไฟฟ้าเข้าในลากรางเจียนด้วยเพื่อที่จะศึกษาผลทางแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างนิวคลีออนและโกลด์สโตนโบซอน การเพอร์เทอร์เบชันพิจารณาเพียงเมซอนหนึ่งลูปและมวลของควาร์กที่เป็นเทอมเชิงเส้นเท่านั้น การคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าจำกัดสถานะของควาร์กที่สถานะพื้น ฟังก์ชันคลื่นที่สถานะพื้นนี้ได้เขียนในรูปของเกาส์เซียน และการคำนวณปริมาณทางฟิสิกส์จำกัดที่การถ่ายโอนโมเมนตัมขนาดเล็ก (low Q^2) ปริมาณที่ได้จากการคำนวณนั้นมีพารามิเตอร์อิสระอยู่หนึ่งตัวคือ R ซึ่งเป็นค่าที่สัมพันธ์กับรัศมีของแกนทริควาร์ก (3-quark core) และค่าของพารามิเตอร์ R นี้มีค่าแปรปรวนอยู่ในช่วง $0.55 \text{ fm} - 0.65 \text{ fm}$ ซึ่งสอดคล้องกับค่า $\langle r_E^2 \rangle_{3q-core}^P$ ที่มีค่าอยู่ในช่วง 0.5 fm^2 ถึง 0.7 fm^2 จากผลการคำนวณ ค่าที่สอดคล้องกับการทดลองมีเพียงโมเมนต์เชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน รัศมีเชิงประจุของโปรตอน และรัศมีเชิงแม่เหล็กของนิวคลีออน ส่วนค่าที่ไม่สอดคล้องกับข้อมูลการทดลองก็คือรัศมีเชิงประจุของนิวตรอน สัญลักษณ์ที่คำนวณได้นั้นมีค่าตรงกับทดลองแต่ขนาดยังมีค่าน้อยกว่าการทดลองอยู่มาก

ในปี 2001 ลูโบวิทสกี้จ (Lyubovitskij.2001b: 054026) ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก (perturbative chiral quark model) ในการวิเคราะห์เมซอน-นิวคลีออนชิกมาเทอม (meson-nucleon sigma-term) ที่เป็นพารามิเตอร์พื้นฐานในแฮดรอนฟิสิกส์พลังงานต่ำ โดยที่แบบจำลอง ควาร์กเชิงไครอลเพอร์เทอร์เบชันมีพื้นฐานอยู่บนลากรางเจียนยังผล (effective lagrangian) ที่อธิบายว่าแบรียออนคือระบบที่ผูก (bound) ควาร์กสามตัวเอาไว้และถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกโกลด์สโตน โบซอน (cloud of Goldstone bosons (π, K, η)) ที่สอดคล้องกับสมมาตรเชิงไครอล (chiral symmetry) เมซอน-นิวคลีออนชิกมาเทอมมีความสำคัญอย่างมาก เนื่องจากเป็นพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการวัดการควบแน่นของสเกลาร์ควาร์กในแบรียออน และเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบสำหรับกลไกการแตกสมมาตรเชิงไครอล (Chiral symmetry breaking) สำหรับนิวคลีออนชิกมาเทอม σ_{NN}^{ba} ที่ได้มาจากการกระเจิงของเมซอน-นิวคลีออน (meson-nucleons scattering) ที่ระดับพลังงานต่ำ โดยเขียนอยู่ในฟอร์มของคอมมิวเตเตอร์เชิงซ้อนระหว่างประจุเชิงแอกซ์เซียล (axial charge) เวกเตอร์ Q_5^a กับแฮมิลโทเนียนส่วนของการแตกสมมาตรเชิงไครอล $\mathcal{H}_{xSB}$ แล้วหาค่าเฉลี่ยด้วยสถานะของนิวคลีออน $|N\rangle$

$$\sigma_{NN}^{ab} = \langle N | [Q_5^a, [Q_5^b, \mathcal{H}_{xSB}]] | N \rangle$$

เมื่อ

$$\mathcal{H}_{xSB} = \bar{q}\mathcal{M}q = m_u\bar{u}u + m_d\bar{d}d + m_s\bar{s}s$$

สุดท้ายสามารถเขียนนิวคลีออนชิกมาเทอมได้ในรูป

$$\sigma_{NN}^{ba} = \langle N | \left\{ \frac{\lambda^a}{2}, \left\{ \frac{\lambda^b}{2}, \mathcal{M} \right\} \right\} | N \rangle$$

และในงานชิ้นนี้ของลูโบวิทสกี้จคำนวณหาเมซอนนิวคลีออนชิกมาเทอมโดยใช้ข้อจำกัดของสมมาตรแบบไอโซสปิน คือ $m_u = m_d = \hat{m}$ ได้เป็น

$$\sigma_{\pi N} = \sigma_{pp}^{11} = \hat{m} \langle p | \bar{u}u + \bar{d}d | p \rangle$$

$$\sigma_{KN}^u = \sigma_{pp}^{44} = \frac{\hat{m} + m_s}{2} \langle p | \bar{u}u + \bar{s}s | p \rangle$$

$$\sigma_{KN}^d = \sigma_{pp}^{66} = \frac{\hat{m} + m_s}{2} \langle p | \bar{d}d + \bar{s}s | p \rangle$$

$$\sigma_{\pi N} = \sigma_{pp}^{88} = \frac{1}{3} \langle p | \hat{m}(\bar{u}u + \bar{d}d) + 2m_s \bar{s}s | p \rangle$$

เมื่อ $|p\rangle$ คือสถานะของโปรตอนหนึ่งตัว

ไพออนนิวคลีออนซิกมาเทอม $\sigma_{\pi N}$ เทียบเท่ากับค่าของฟอร์มแฟคเตอร์ของสเกลาร์นิวคลีออน $\sigma(t)$ ที่ค่ายกกำลังสองการถ่ายโอนโมเมนตัมเท่ากับศูนย์: $\sigma_{\pi N} = \sigma(0)$ ในทางกลับกันไพออน-นิวคลีออนซิกมาเทอมยังสัมพันธ์กับมวลนิวคลีออน m_N อีกด้วย ตามความหมายของทฤษฎีบทไฟน์แมน-เฮลล์มันน์ (Feynman-Hellmann)

$$\sigma_{\pi N} = \hat{m} \frac{\partial m_N}{\partial \hat{m}}$$

จากการคำนวณหาค่าไพออนนิวคลีออนซิกมาเทอม ค่าที่ได้สอดคล้องเป็นอย่างดีกับค่าที่ได้จากงานของ กาสเซอร์, ลอยทวิเลอร์, และไซนิโอ (J. Gasser, H. Leutwyler, and M. E. Sainio.1991) และยังสอดคล้องเป็นอย่างดีกับการคำนวณจากแบบจำลองแบบอื่นเช่น แบบจำลองคลาวด์แบ็ก (cloudy bag model), แบบจำลองควาร์กโซลิตันไครอล (soliton chiral quark model) และแลตทิซควิด (lattice QCD)

ในปี 2001 ลูโบวิตสกีจ (Lyubovitskij.2001c: 204) ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กในการศึกษาอันตรกิริยาระหว่างไพออนและนิวคลีออน โดยการเปรียบเทียบผลของ πN s-wave scattering length ที่เคยได้จาก Weinberg-Tomozawa โดยใช้ความสัมพันธ์พีชคณิตเคอร์เรนซ์ (algebra current relation) และสมมติฐานการอนุรักษ์กระแสเชิงแอกเซียลบางส่วน (partially conserved axial current, PCAC) โดยเขียนในเทอมของมวลไพออนและค่าคงตัวการสลายตัวอย่างอ่อนของไพออน

$$a_{1/2} = \frac{M_\pi}{4\pi F_\pi^2} + o(M_\pi) \text{ และ } a_{3/2} = -\frac{M_\pi}{8\pi F_\pi^2} + o(M_\pi)$$

โดยผลที่ได้จากแบบจำลองควาร์กเชิงไครอลเพอร์เทอร์เบชันนั้นเทียบเท่ากับผลจาก Weinberg-Tomozawa เป็นอย่างดี

ในปี 2002 ลูโบวิตสกีจ (Lyubovitskij.2002b:055204) ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กวิเคราะห์สเตรนจ์ฟอร์มแฟคเตอร์ (Strange nucleon form factors) ที่มีความสัมพันธ์กับโมเมนต์แม่เหล็กและรัศมีเชิงสเตรนจ์ของนิวคลีออน ซึ่งเป็นปริมาณที่สำคัญมากเพื่อที่จะเข้าใจ

โครงสร้างของนิวคลีออนให้มากขึ้น โดยสแตนด์ฟอร์ทแพคเตอร์ของนิวคลีออนในกรณีของโปรตอน G_E^S ,
แม่เหล็ก G_M^S และแอมพลิจูด G_A^S ในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กนำเสนอได้โดย

$$\begin{aligned}\chi_N^\dagger \chi_N G_E^S(Q^2) &= {}^N\langle \phi_0 | -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iqx} \\ &\quad \times T[\mathcal{L}_{int}(x_1) \mathcal{L}_{int}(x_2) V_0^S(x)] | \phi_0 \rangle_c^N \\ \chi_N^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_N} \chi_N G_M^S(Q^2) &= {}^N\langle \phi_0 | -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iqx} \\ &\quad \times T[\mathcal{L}_{int}(x_1) \mathcal{L}_{int}(x_2) \vec{V}^S(x)] | \phi_0 \rangle_c^N \\ \chi_N^\dagger \sigma_N^3 \chi_N G_A^S(Q^2) &= {}^N\langle \phi_0 | -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iqx} \\ &\quad \times T[\mathcal{L}_{int}(x_1) \mathcal{L}_{int}(x_2) A_3^S(x)] | \phi_0 \rangle_c^N\end{aligned}$$

โดย $\mathcal{L}_{int}$ คือลากรางเจียนอันตรกิริยาแบบเข้มเชิงเส้นของควอนและควาร์ก

$$\mathcal{L}_{int}(x) = -\frac{S(r)}{F} [K^+(x) \bar{u}(x) i\gamma^5 s(x) + K^0(x) \bar{d}(x) i\gamma^5 s(x)] + h.c.$$

ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องกับการทดลองที่ได้จาก SAMPLE และ HAPPEX โดยค่าของฟอร์ทแพคเตอร์
สเตรนจ์เชิงไฟฟ้า G_E^S มีค่าเป็นบวกที่ค่าการถ่ายโอนโมเมนตัมสูงสุด $Q^2 \sim 0.5 \text{ GeV}^2$ ส่วนค่าฟอร์ท
แพคเตอร์เชิงแม่เหล็กสเตรนจ์นั้น มีค่าเป็นลบและค่าสัมบูรณ์ของฟอร์ทแพคเตอร์เชิงแม่เหล็กสเตรนจ์มีค่า
เพิ่มขึ้นตาม Q^2 ค่าสัมบูรณ์ของทั้ง G_E^S และ G_M^S มีค่าน้อยมากในแบบจำลองนี้ แต่ก็สอดคล้องกับข้อมูล
ที่มีอยู่ ณ ขณะนั้น

ในปี 2003 พุ่มสะอาด (Pumsa-ard.2003: 015205) ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอล
ควาร์กเพื่อวิเคราะห์หรือเล็กโพรมกเนตนิวคลีออนเดลตาทรานซิชัน (Electromagnetic Nucleon –
Delta Transition) ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญมากเพื่อที่จะทำให้เข้าใจโครงสร้างของแบรีออน โดยใช้
แบบจำลองคำนวณหาทรานเวิร์สเฮลิซิตีแอมพลิจูด (transverse helicity amplitudes) $A_{1/2}$ และ
 $A_{3/2}$ ที่ขึ้นกับโมเมนตัม ในรายละเอียดการคำนวณนั้นได้ใช้สถานะกระตุ้นของควาร์กในเมซอนลูปที่ใช้
เพียงหนึ่งลูปเท่านั้นทำให้ผลที่ได้สอดคล้องกับการทดลอง ทรานเวิร์สเฮลิซิตีแอมพลิจูดยังม
ความสัมพันธ์กับอัตราการแผ่รังสี (decay rate) สำหรับ $\Delta^+ \rightarrow p\gamma$ เพราะอัตราการแผ่รังสีนี้อธิบายได้
ในเทอมของ $A_{1/2}$ และ $A_{3/2}$ คือ

$$\Gamma(\Delta^+ \rightarrow p\gamma) = \frac{(P^*)^2}{2\pi} \left(\frac{M_p}{M_\Delta} \right) \{ |A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2 \}$$

โดยที่

$$P^* = \frac{M_\Delta^2 - M_p^2}{2M_\Delta} = 258.4 \text{ MeV}$$

ทราานเวอร์สเฮเลซิติแอมพลิจูดยังสามารถเขียนได้ในเทอมของแมกเนติกไดโพลโมเมนต์ (magnetic dipole moment) M_1 และอิเล็กทริกควอดรูโพลโมเมนต์ (electric quadrupole moment) E_2 คือ

$$A_{1/2} = -\frac{1}{2}(M_1 + 3E_2), \quad A_{3/2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}(M_1 - E_2)$$

โดยค่าจากการทดลองที่แสดงอัตราส่วนระหว่าง M_1 และ E_2 ที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ คือ

$$\frac{E_2}{M_1} = -0.025 \pm 0.005$$

การหาค่าของทราานเวอร์สเฮเลซิติแอมพลิจูดในแบบจำลองควาร์กเชิงไครอลเพอร์เทอร์เบชันนั้นนิยมได้โดย

$$A_{1/2}(Q^2) = -\frac{e}{\sqrt{2}\omega_\gamma} \langle \Delta^+, 1/2 | -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iqx} \\ \times T[\mathcal{L}_{str}^r(x_1) \mathcal{L}_{str}^r(x_2) \vec{j}_r(x) \cdot \vec{\epsilon}] | p, -1/2 \rangle_c$$

$$A_{3/2}(Q^2) = -\frac{e}{\sqrt{2}\omega_\gamma} \langle \Delta^+, 3/2 | -\frac{1}{2} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iqx} \\ \times T[\mathcal{L}_{str}^r(x_1) \mathcal{L}_{str}^r(x_2) \vec{j}_r(x) \cdot \vec{\epsilon}] | p, 1/2 \rangle_c$$

พบว่าสถานะกระตุ้นของควาร์กในเมซอนดูมีบทบาทสำคัญมากเพราะทำให้ค่าที่ได้สอดคล้องกับการทดลองเพิ่มมากขึ้นถึง 15 %

ในปี 2004 โกศลทองกี (Khosonthongkee.2004: 793) ได้ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กเพื่อวิเคราะห์ฟอร์มแฟกเตอร์เชิงแฉีกเฉียงของนิวคลีออนซึ่งมีความสำคัญกับคุณสมบัติของอันตรกิริยาแบบอ่อนและอันตรกิริยาระหว่างไพออนกับนิวคลีออน เพื่อที่จะได้ลากรางเขียนส่วนที่

เป็นอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและเมซอน ทำได้โดยใช้ทฤษฎีเพอร์เทอร์เบชันโดยการกระจายพารามิเตอร์ $1/F$ ในงานชิ้นนี้ได้รวมสถานะกระตุ้นของควาร์กในเมซอนหนึ่งลูประดับ 1p , 1d และ 2s ที่ระดับพลังงาน $\varepsilon < 1\text{GeV}$ ในส่วนของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแอกเซียล $G_A(Q^2)$ ในแบบจำลองควาร์กเชิงไครอลเพอร์เบชันเขียนได้ในรูป

$$\chi_{N_s}^\dagger \sigma_N \tau_N^3 \chi_{N_s} G_A(Q^2) = {}^N\langle \phi_0 | \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 \dots d^4x_n e^{-iqx} \\ \times T[\mathcal{L}_I^{W;str}(x_1) \dots \mathcal{L}_I^{W;str}(x_n) A_3(x)] | \phi_0 \rangle {}^N_c$$

ในขีดจำกัดไครอล (chiral limit) สำหรับประจุเชิงแอกเซียล $g_A^{(0)} = 1.25$ แต่ในงานชิ้นนี้ได้ $g_A = 1.19$ ที่สอดคล้องกับค่ากลางคือ $g_A = 1.267 \pm 0.003$

ในปี 2004 ชีดเกต (Cheedket.2004:317) ได้ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กในการวิเคราะห์ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของแบรียออนอ็อกเตต (octet baryons) โดยการวิเคราะห์นั้นได้เพิ่มสถานะกระตุ้นของควาร์กในเมซอนรูปแบบหนึ่งลูประดับในการวิเคราะห์ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของนิวตรอนซึ่งจะเกี่ยวข้องโดยตรงกับรัศมีเชิงประจุของนิวตรอนเพื่อที่จะได้ค่าที่ตรงกับการทดลองมากขึ้น เมื่อเทียบกับใช้แต่สถานะพื้น

ในปี 2014 หลิว (Liu . 2014: 1460252) ได้ทำการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก และใช้ฟังก์ชันคลื่นที่เขียนในเทอมของสเตอเมียนฟังก์ชัน (Sturmian Functions, $s_{nl}(r)$) ในส่วนของฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่สถานะพื้น

$$u_0(\vec{x}) = \begin{pmatrix} g(r) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{x} f(r) \end{pmatrix} \chi_s \chi_f \chi_c$$

ในส่วนของฟังก์ชันคลื่นเชิงรัศมี $g(r)$ และ $f(r)$ นั้นถูกกระจายในสเตอเมียนฟังก์ชัน

$$g(r) = \sum_n A_n \frac{s_{n0}(r)}{r}, \quad f(r) = r \sum_n B_n \frac{s_{n0}(r)}{r}$$

$$s_{nl}(r) = \left[\frac{n!}{(n+2l+1)!} \right]^{1/2} (2br)^{l+1} e^{-br} L_n^{2l+1}(2br)$$

ข้อดีของการใช้สเตอเมียนฟังก์ชันคือไม่มีพารามิเตอร์อิสระในการคำนวณและค่าที่ได้จากการคำนวณสอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดีที่ค่าการถ่ายโอนโมเมนตัมขนาดต่ำ ยกเว้นค่ารัศมีเชิงประจุของนิวคลีออนยังน้อยกว่าการทดลองอยู่มา

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กในการวิเคราะห์หาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน แนวคิดของแบบจำลองนี้คือมองว่าแบรีออนเป็นระบบที่ประกอบขึ้นจากควาร์กสามตัวที่ถูกคอนไฟน์ ถูกล้อมรอบโดยเมฆเมซอนหรือคู่ควาร์ก-ปฏิควาร์ก (quark-antiquark pairs) โดยเมฆเมซอนเกิดขึ้นมาจากการการแตกสมมาตรเชิงไครอลแบบสปอนเทานัส (spontaneously broken chiral symmetry) ทำให้ผลการคำนวณมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น ดังนั้นปริมาณทางฟิสิกส์จะมีความถูกต้องก็ต่อเมื่อได้ข้อมูลมาจากสองส่วนด้วยกันคือวาเลนซ์ควาร์กและเมฆเมซอน โดยมีขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัยดังต่อไปนี้

1. สร้างลากรางเจียนยังผลของแบบจำลอง

ใช้ลากรางเจียนยังผลจากแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กซึ่งเป็นแบบจำลองควาร์กเชิงสัมพัทธภาพโดยมีพื้นฐานอยู่บนสมมติฐานที่ว่าแบรีออนประกอบด้วยวาเลนซ์ควาร์กโดยที่ควาร์กเป็นอนุภาคเฟอร์มิออนเชิงสัมพัทธภาพที่เคลื่อนที่ในสนามที่สอดคล้องกับตัวเองหรือศักย์สถิต $V_{eff} = S(r) + \gamma^0 V(r)$ และถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกโกลด์สโตนโบซอน (π, K, η) สนามโกลด์สโตนเป็นการผันผวนเล็กน้อยรอบแกนควาร์กสามตัว (3q-core) ลากรางเจียนที่อธิบายควาร์กเชิงสัมพัทธภาพในศักย์สถิตนี้คือ

$$\mathcal{L}^{(0)} = \bar{\psi}(x)[i\partial_\mu \gamma^\mu - \mathcal{M} - S(r) - \gamma^0 V(r)]\psi(x)$$

ที่ $\mathcal{M} = \text{diag}\{m_u, m_d, m_s\}$ คือเมทริกซ์มวลของควาร์ก, $S(r)$ และ $V(r)$ คือ ศักย์สเกลาร์และ ศักย์เวกเตอร์ที่เป็นองค์ประกอบของศักย์สถิตยังผลโดยรับผิดชอบการคอนไฟน์ควาร์กทั้งสามที่ประกอบเป็นแบรีออน, โดยที่ $r = |\vec{x}|$, $\psi(x)$ คือ เมทริกซ์ของสนามควาร์ก

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ d(x) \\ s(x) \end{pmatrix}$$

และในงานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยได้ใช้ขีดจำกัดสมมาตรแบบไอโซสปิน (isospin symmetry limit) คือ $m_u = m_d = \hat{m}$ ดังนั้นจะได้ $\mathcal{M} = \text{diag}\{\hat{m}, \hat{m}, m_s\}$ แต่เนื่องจากการปรากฏเทอม $\mathcal{M}$ และ $S(r)$ ทำให้ลากรางเจียนนี้ไม่มีสมมาตรแบบไครอล เพื่อให้ลากรางเจียนมีสมมาตรเชิงไครอลจึงกำหนดให้ $\mathcal{M} \rightarrow 0$ และแนะนำอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและเมซอน (π, K, η) ดังนั้นลากรางเจียนส่วนที่เป็นอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและเมซอนที่ไม่เปลี่ยนภายใต้การแปลงแบบไครอลคือ

$$\mathcal{L}_{int} = -\bar{\psi}(x)S(r) \left[\frac{U + U^\dagger}{2} + \gamma^5 \frac{U - U^\dagger}{2} \right] \psi(x)$$

สนามไครอลอยู่ในรูป

$$U = e^{i\hat{\Phi}/F}$$

โดยที่ F คือค่าคงที่การแผ่รังสีของไพออนในขีดจำกัดไครอล และ $\hat{\Phi}(x)$ คือเมทริกซ์ของซูโดสเกลาร์เมซอน (pseudoscalar meson) นิยามเป็น

$$\frac{\hat{\Phi}(x)}{\sqrt{2}} = \sum_{i=1}^8 \frac{\Phi_i \lambda_i}{\sqrt{2}} = \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \eta/\sqrt{6} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \eta/\sqrt{6} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -2\eta/\sqrt{6} \end{pmatrix}$$

ดังนั้นจะได้ $\mathcal{L}_{int}$ เป็น

$$\mathcal{L}_{int} = -\bar{\psi}(x)S(r)e^{i\gamma^5 \hat{\Phi}/F} \psi(x)$$

พร้อมด้วยเทอมจลน์ของเมซอน (kinetic term)

$$\mathcal{L}_\Phi = \frac{F^2}{4} \text{Tr}[\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger]$$

ดังนั้นจะได้ลากรางเจียนที่มีสมมาตรแบบไครอลคือ

$$\mathcal{L}_{inv}(x) = \bar{\psi}(x)[i\partial_\mu \gamma^\mu - \gamma^0 V(r)]\psi(x) + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_\Phi$$

แต่เนื่องจากการมีอยู่ของมวลควาร์กเอง ทำให้เกิดการแตกสมมาตรเชิงไครอลแบบเอ็กพลิซิท (Explicitly breaking of chiral symmetry) ดังนั้นจึงต้องรวมลากรางเจียนเทอมที่เป็นการแตกสมมาตรแบบเอ็กพลิซิทเข้าไปด้วยเป็นเทอมมวลของควาร์กและเมซอนคือ

$$\mathcal{L}_{\chi SB}(x) = -\bar{\psi}(x)\mathcal{M}\psi(x) - \frac{B}{2}\text{Tr}[\hat{\Phi}^2(x)\mathcal{M}]$$

$B = -\frac{\langle 0|\bar{u}u|0\rangle}{F^2} = 1.4 \text{ GeV}$ คือพารามิเตอร์การควบแน่นควาร์ก (quark condensate parameter) ที่เป็นการวัดค่าคาดหวังในสุญญากาศของความหนาแน่นควาร์กสเกลาร์ในขีดจำกัดไครอลตามภาพมาตรฐานของการแตกสมมาตรเชิงไครอลและสำหรับการหามวลของซูโดสเกลาร์เมซอนโดยการกระจายลีดดิ้งเทอม (leading term) ที่คิดเฉพาะเทอมที่เป็นเชิงเส้นจากมวลของเคอร์เรนท์ควาร์กมีค่าเป็น

$$M_\pi^2 = 2\hat{m}B, \quad M_K^2 = (\hat{m} + m_s)B, \quad M_\eta^2 = \frac{2}{3}(\hat{m} + 2m_s)B$$

มวลของเมซอนสอดคล้องกับความสัมพันธ์ Gell-Mann-Oakes-Renner และ Gell-Mann-Okubo เป็นอย่างดี คือ

$$3M_\eta^2 + M_\pi^2 = 4M_K^2$$

และใช้พารามิเตอร์ทางควอนตัมโครโมไดนามิคดังต่อไปนี้

$$\hat{m} = 7 \text{ MeV}, \quad \frac{m_s}{\hat{m}} = 25, \quad B = \frac{M_{\pi^+}^2}{(2\hat{m})} = 1.4 \text{ GeV}$$

เพื่อที่จะได้ซึ่งคุณสมบัติของแบริออนตามที่แบบจำลองมองว่าเป็นสถานะของวาเลนซ์ควาร์กที่รวมกันอยู่เป็นแบริออนและถูกล้อมรอบด้วยกลุ่มหมอกเมซอนที่กำหนดเป็นทฤษฎีการรบกวน ในการคำนวณใช้มวลเชิงแกนของควาร์กสามตัว m_N^{core} ในนิวคลีออนที่สัมพันธ์กับพลังงานที่สถานะพื้นของควาร์กหนึ่งตัว $\mathcal{E}_0$ คือ

$$m_N^{core} = 3\mathcal{E}_0$$

เมื่อรวมลากรางเจียนทั้งส่วนที่ไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงแบบไครอลและลากรางเจียนเทอมที่เป็นการแตกสมมาตรแบบเอ็กพลิซิทจะได้

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{full} = & \bar{\psi}(x)[i\partial_\mu\gamma^\mu - \gamma^0 V(r)]\psi(x) - \bar{\psi}(x)S(r)e^{i\gamma^5\hat{\Phi}/F}\psi(x) \\ & + \frac{F^2}{4}\text{Tr}[\partial_\mu U\partial^\mu U^\dagger] - \bar{\psi}(x)\mathcal{M}\psi(x) - \frac{B}{2}\text{Tr}[\hat{\Phi}^2(x)\mathcal{M}]\end{aligned}$$

เนื่องจากในงานวิจัยชิ้นนี้จำกัดการคำนวณที่ระดับ $1/F$ หรือ $o(1/F^2)$ ดังนั้นลากรางเจียนยังผลของแบบจำลองนี้จึงเป็น

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{full} = & \bar{\psi}(x)[i\partial_\mu\gamma^\mu - S(r) - \gamma^0 V(r)]\psi(x) \\ & + \frac{1}{2}[\partial_\mu\Phi_i(x)]^2 - \bar{\psi}(x)S(r)i\gamma^5\frac{\hat{\Phi}}{F}\psi(x) \\ & - \bar{\psi}(x)\mathcal{M}\psi(x) - \frac{B}{2}\text{Tr}[\hat{\Phi}^2(x)\mathcal{M}]\end{aligned}$$

สถานะที่ปราศจากการรบกวนของควาร์กทั้งสามที่รวมกันเป็นแบรีออนนั้น นำเสนอในรูป $|\phi_0\rangle$ โดยสอดคล้องกับเงื่อนไขนอร์มอลไรเซชัน

$$\langle\phi_0|\phi_0\rangle = 1$$

พลังงานสถานะพื้นของควาร์กหนึ่งตัว $\mathcal{E}_0$ และฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก $u_0(\vec{x})$ สามารถคำนวณได้จากสมการดิแรค

$$[-i\vec{\alpha}\cdot\vec{\nabla} + \beta S(r) + V(r) - \mathcal{E}_0]u_0(\vec{x}) = 0$$

ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กเป็นเบสิสของสถานะไอเกนเชิงศักย์ (potential eigenstate) ที่ใช้สำหรับการกระจายตัวดำเนินการสลายควาร์ก $\psi(x)$ ในที่นี้จำกัดการกระจายที่สถานะพื้น

$$\psi(x) = b_0 u_0(\vec{x}) \exp(-i\mathcal{E}_0)$$

b_0 คือ ตัวดำเนินการทำลายควาร์กเดี่ยว (single quark annihilation operator) เพื่อง่ายต่อการคำนวณ ในทางเทคนิคจะไม่รวมมวลของเคอร์เรนท์ควาร์กในการคำนวณด้วย แต่จะพิจารณาว่ามวลของควาร์กเป็นการรบกวนเล็กน้อย

2. หารูปแบบของศักย์ยังผล $S(r)$ และ $V(r)$ พร้อมทั้งหาฟังก์ชันคลื่นสถานะกระตุ้นของควาร์ก

โดยเริ่มต้นจากการกำหนดให้ฟังก์ชันคลื่นสถานะพื้นของควาร์กอยู่ในรูปของเกาเซียนที่มีความผันผวน คือ

$$u_0(\vec{x}) = N \exp\left[-\frac{\vec{x}^2}{2R^2}\right] \left(i\rho \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{x}}{R}\right) \chi_s \chi_f \chi_c$$

โดยที่

$$N = \left[\pi^{\frac{3}{2}} R^3 \left(1 + \frac{3\rho^2}{2}\right)\right]^{-1/2}$$

เมื่อ N คือค่าคงตัวตามเงื่อนไขนอร์มอลไลเซชัน

$$\int d^3x u_0^\dagger(x) u_0(x) \equiv 1$$

χ_s, χ_f, χ_c คือฟังก์ชันคลื่นของควาร์กในส่วนของการสปิน (spin) , เฟลเวอร์ (flavor) และคัลเลอร์ (color) ตามลำดับเมื่อแทนลงไปในการสมการแรกจะได้ว่าศักย์ยังผลจะมีรูปแบบเป็น

$$S(r) = \frac{1 - 3\rho^2}{2\rho R} + \frac{\rho}{2R^3} r^2$$

และ

$$V(r) = \epsilon_0 - \frac{1 + 3\rho^2}{2\rho R} + \frac{\rho}{2R^3} r^2$$

เมื่อ ρ และ R คือพารามิเตอร์ของแบบจำลอง ผลเฉลยจากการแก้สมการแรกของควาร์กภายใต้ศักย์ยังผลเหล่านี้จะนำมาซึ่งฟังก์ชันคลื่นสถานะกระตุ้นของควาร์กเพื่อนำไปใช้ในการคำนวณตัวแผ่ของควาร์กต่อไป

3. การใช้ตัวแผ่ของควาร์กและเมซอน

ในการคำนวณเราจะใช้ตัวแผ่ของควาร์กในรูปแบบ

$$\begin{aligned}
iG_\psi(x, y) &= \langle \phi_0 | T[\psi(x)\psi(y)] | \phi_0 \rangle \\
&= \Theta(x_0 - y_0) \sum_\alpha u_\alpha(\vec{x}) \bar{u}_\alpha(\vec{y}) e^{-i\varepsilon_\alpha(x_0 - y_0)} \\
&\quad - \Theta(x_0 - y_0) \sum_\beta v_\beta(\vec{x}) \bar{v}_\beta(\vec{y}) e^{i\varepsilon_\beta(x_0 - y_0)}
\end{aligned}$$

และตัวแปรสำหรับเมซอน

$$\begin{aligned}
i\Delta_{ij}(x - y) &= \langle 0 | T\{\Phi_i(x)\Phi_j(y)\} | 0 \rangle \\
&= \delta_{ij} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4 i} \frac{\exp[-ik(x - y)]}{M_\Phi^2 - k^2 - i\varepsilon}
\end{aligned}$$

4. ทำการคำนวณหาฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าสำหรับโปรตอน

ในการหาค่าคาดหวังปริมาณต่างๆ อาศัยเทคนิคการคำนวณตามทฤษฎีบทเกลแมนและโลว์ (Gell-Mann and Low theorem) คือ

$$\langle \hat{O} \rangle = {}^B \langle \phi_0 | \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int d^4 x_1 \dots \int d^4 x_n T[\mathcal{L}_I^{str}(x_1) \dots \mathcal{L}_I^{str}(x_n) \hat{O}] | \phi_0 \rangle^B$$

โดย $|\phi_0 \rangle^B$ สอดคล้องกับสถานะของควาร์กทั้งสามตัวที่ไม่ได้ถูกรบกวนแล้วถูกฉายบนสถานะของแบรีออน ในส่วนของลากรางเจียนอันตรกิริยา $\mathcal{L}_I^{str}$ เป็นผลมาจากลากรางเจียนยังผล

$$\mathcal{L}_I^{str} = \frac{1}{2F} \partial_\mu \Phi_i(x) \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \gamma^5 \lambda^i \psi(x) + \frac{f_{ijk}}{4F^2} \Phi_i(x) \partial_\mu \Phi_j(x) \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \lambda_k \psi(x)$$

จากการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทของวิกค์ (Wick's theorem) และการใช้ตัวแปร (propagators) สำหรับสนามของควาร์กและเมซอนก็จะสามารถแก้สมการหาค่าคาดหวังใดๆ ได้

ฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าสำหรับแบรีออนถูกนิยามในกรอบอ้างอิงไบร์ท (Breit frame) ที่ไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงแบบเกจ (gauge transformation) สำหรับซัคส์ฟอร์มแฟคเตอร์ (Sachs form factor) เชิงประจักษ์ G_E^B และแม่เหล็ก G_M^B สามารถหาได้จาก

$$\left\langle \vec{B}_s \left(\frac{\vec{q}}{2} \right) \left| J^0(0) \right| B_s \left(-\frac{\vec{q}}{2} \right) \right\rangle = \chi_{B_s}^\dagger \chi_{B_s} G_E^B(Q^2)$$

$$\left\langle \vec{B}_s \left(\frac{\vec{q}}{2} \right) \left| \vec{J}(0) \right| B_s \left(-\frac{\vec{q}}{2} \right) \right\rangle = \chi_{B_s}^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{m_B + \bar{m}_B} \chi_{B_s} G_M^B(Q^2)$$

ในกรอบอ้างอิงโบร์ห์ $p = (E, -\frac{\vec{q}}{2})$, $\bar{p} = (E, \frac{\vec{q}}{2})$ คือโมเมนตัมตอนเริ่มต้นและตอนสุดท้ายของนิวคลีออนตามลำดับ; $q = (0, \vec{q})$ คือโมเมนตัมของโฟตอนพร้อมด้วย $\bar{p} = p + q$ โดยที่ $Q^2 = -\vec{q}^2 = \vec{q}^2$ คือการถ่ายโอนโมเมนตัมกำลังสอง; $J^0(0)$ และ $\vec{J}(0)$ คือตัวดำเนินการกระแสวิกขัณย์ไฟฟ้าในส่วนของการประกอบเวลาและพิสัยตามลำดับ; χ_{B_s} และ $\chi_{B_s}^\dagger$ คือฟังก์ชันคลื่นส่วนสปินในสถานะเริ่มต้นและสุดท้ายตามลำดับ และสุดท้าย $\vec{\sigma}_B$ คือ เมตริกสปินของแบรีออน

ซัคส์ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงประจุและแม่เหล็กที่การถ่ายโอนโมเมนตัมยกกำลังสอง $Q^2 = 0$ (zero recoil) มีเงื่อนไขนอร์มอลไลเซชัน (normalization condition) เป็นแบบ

$$G_E^B(0) = Q_B, G_M^B(0) = \mu_B$$

ที่ Q_B คือประจุของนิวคลีออน และ μ_B คือโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออนรัศมีเชิงประจุและแม่เหล็กของแบรีออนนิยามได้โดย

$$\langle r_{E,M}^2 \rangle^B = -\frac{6}{G_{E,M}^B(0)} \frac{d}{dQ^2} G_{E,M}^B(Q^2) \Big|_{Q^2=0}$$

และรัศมีเชิงประจุสำหรับอนุภาคที่เป็นกลางทางไฟฟ้า ($Q_B = 0$) นิยามได้โดย

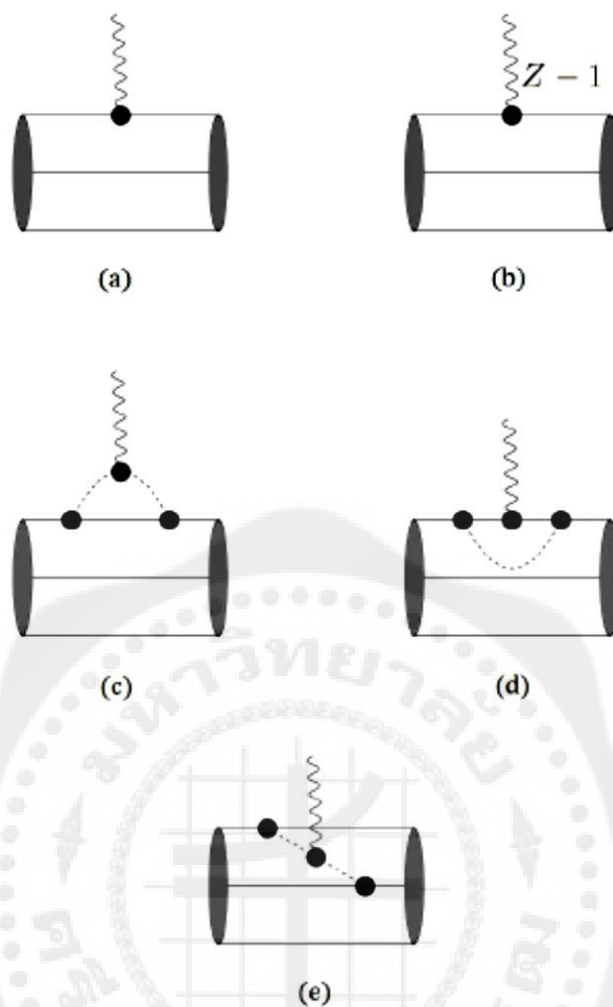
$$\langle r_E^2 \rangle^B = -6 \frac{d}{dQ^2} G_E^B(Q^2) \Big|_{Q^2=0}$$

โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะทำการคำนวณหาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าในแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กจากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned}
& \chi_s^\dagger \chi_s G_E^B(Q^2) \\
&= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} T[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{str}(x_n) j_r^0(x)] \right| \phi_0 \right\rangle \\
& \chi_s^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{m_B + m_{\bar{B}}} \chi_{B_s} G_M^B(Q^2) \\
&= \left\langle \phi_0 \left| \sum_{n=0}^2 \frac{i^n}{n!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 \dots d^4x_n e^{-iq \cdot x} T[\mathcal{L}_r^{str}(x_1) \dots \mathcal{L}_r^{str}(x_n) j_r^0(x)] \right| \phi_0 \right\rangle
\end{aligned}$$

โดยจำกัดให้แบริออนนั้นคือโปรตอนเท่านั้น สำหรับแผนภาพที่สำคัญสำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้ามีดังแสดงในภาพประกอบ 8





ภาพประกอบ 8 แผนภาพที่เกี่ยวข้องในหาฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน:(a) แผนภาพที่รีควาร์ก (three-quark diagram), (b) แผนภาพที่รีควาร์กเคาน์เตอร์เทอม (tree-quark counterterm), (c) แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน (meson cloud diagram) , (d) แผนภาพเวอร์เทคคอเรกชัน (vertex correction diagram) ,และ (e) แผนภาพเมซอนอินไฟลท์ (meson-in-flight)

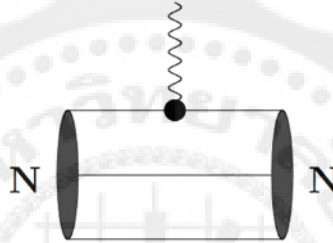
บทที่ 4

ผลการวิจัย

4.1 ผลการคำนวณเชิงวิเคราะห์

ผลการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าภายใต้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กสำหรับแผนภาพต่างๆ แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

4.1.1 แผนภาพทรีควาร์ก (three-quark diagram)



สำหรับแผนภาพทรีควาร์กซึ่งเป็นอันตรกิริยาโดยตรงระหว่างโฟตอนกับควาร์กภายในโปรตอนในกรณีของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าจะสามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} \chi_s^\dagger \chi_s G_E^p(Q^2)|_{3q} &= \langle \phi_0 | \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} : \bar{\psi}^r(x) Q \gamma^0 \psi^r : | \phi_0 \rangle \\ &= \langle \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} \bar{u}_0^r(\vec{x}; m_i^r) e^{i\varepsilon_0^r t} Q \gamma^0 u_0^r(\vec{x}; m_i^r) e^{-i\varepsilon_0^r t} b_0 | \phi_0 \rangle \end{aligned}$$

ซึ่งผลที่ได้จากการคำนวณจะสามารถเขียนแยกออกได้เป็นสองส่วนคือ

$$G_E^p(Q^2)|_{3q} = G_E^p(Q^2)|_{3q}^{LO} + G_E^p(Q^2)|_{3q}^{NLO}$$

เมื่อ $G_E^p(Q^2)|_{3q}^{LO}$ คือ ลีดดิ้งออเดอร์เทอม (leading-order (LO) term) ของแผนภาพทรีควาร์กที่คำนวณได้จากการใช้ฟังก์ชันคลื่นที่ไม่ถูกรบกวนของควาร์ก $u_0(\vec{x})$ สำหรับ $G_E^p(Q^2)|_{3q}^{NLO}$ คือพจน์ที่มีออเดอร์สูงขึ้นกว่าลีดดิ้งออเดอร์เทอม (next-to-leading order (NLO) term) ซึ่งได้มาจากการใช้ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กแบบปรินอร์มัลไลซ์เซชันมาคำนวณ นั่นคือ $u_0(\vec{x}; m_i^r)$ เพื่อให้เกิดความถูกต้องตามความละเอียดของแบบจำลองที่กำหนดไว้ที่อันดับ $(m_i^r, 1/F^2)$ โดยที่

$$G_E^p(Q^2)|_{3q}^{LO} = e^{-\frac{Q^2 R^2}{4}} \left(1 - \frac{\rho^2}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \frac{Q^2 R^2}{4} \right)$$

และ

$$G_E^p(Q^2)|_{3q}^{NLO} = e^{-\frac{Q^2 R^2}{4}} \hat{m}^r \frac{Q^2 R^3 \rho}{4 \left(1 + \frac{3}{2}\rho^2 \right)} \left(\frac{1 + 7\rho^2 + \frac{15}{4}\rho^4}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} - \frac{Q^2 R^2}{4} \rho^2 \right)$$

เมื่อ $\hat{m}^r$ คือมวลของควาร์กแบบปรินอร์มัลไลซ์เซชัน

สำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของแผนภาพที่ควาร์กได้จากการคำนวณ

$$\begin{aligned} \chi_s^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{2m_p} \chi_s G_M^p(Q^2)|_{3q} &= \langle \phi_0 | \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} : \bar{\psi}^r(x) Q \vec{\gamma} \psi^r : | \phi_0 \rangle \\ &= \langle \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} \bar{u}_0^r(\vec{x}; m_i^r) e^{i\varepsilon_0^r t} Q \vec{\gamma} u_0^r(\vec{x}; m_i^r) e^{-i\varepsilon_0^r t} b_0 | \phi_0 \rangle \end{aligned}$$

ซึ่งให้ผลลัพธ์ในลักษณะเช่นเดียวกับในกรณีของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า

$$G_M^p(Q^2)|_{3q} = G_M^p(Q^2)|_{3q}^{LO} + G_M^p(Q^2)|_{3q}^{NLO}$$

โดยที่

$$G_M^p(Q^2)|_{3q}^{LO} = e^{-\frac{Q^2 R^2}{4}} \frac{2m_p \rho R}{1 + \frac{3}{2}\rho^2}$$

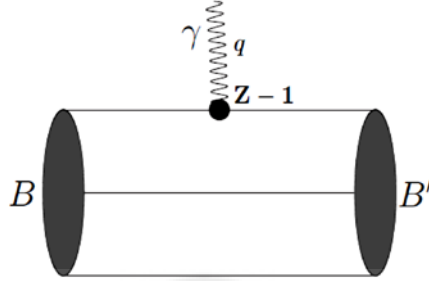
เมื่อ m_p คือมวลของโปรตอน และ

$$G_M^p(Q^2)|_{3q}^{NLO} = G_M^p(Q^2)|_{3q}^{LO} \frac{\hat{m}^r R \rho}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \left(\frac{Q^2 R^2}{4} - \frac{2 - \frac{3}{2}\rho^2}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \right)$$

การแยกแผนภาพที่ควาร์กออกมาคำนวณต่างหากแทนที่จะคำนวณร่วมกับแผนภาพที่ควาร์กเคาน์เตอร์เทอมซึ่งจะอธิบายต่อไปในหัวข้อต่อไป มีเหตุผลเพื่อแยกให้เห็นถึงค่าของฟอร์มแฟคเตอร์ที่มาจากส่วนของวาลอนซ์ควาร์กในแบบจำลอง ดังนั้นทั้ง $G_E^p(Q^2)|_{3q}^{LO}$ และ $G_M^p(Q^2)|_{3q}^{LO}$ จึงจัดว่า

เป็นฟอร์มแฟคเตอร์ในส่วนของการคำนวณโดยใช้ควาร์กเท่านั้นและไม่มีกลุ่มหมอกของเมซอนเข้ามาเกี่ยวข้องแต่ประการใด

4.1.2 แผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอม (tree-quark counterterm)



แผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอมเป็นการคำนวณเพื่อจัดการให้การรีโนลล์ไลซ์เซชันในส่วนของประจุนั้นมีค่าที่ถูกต้องตามหลักการในทฤษฎีสนามควอนตัม อย่างไรก็ตามแผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอมนั้นมีความเชื่อมโยงกันกับแผนภาพทรีควาร์กในหัวข้อ 4.1 โดยสามารถหาได้จากความสัมพันธ์ที่ว่า

$$\begin{aligned}\chi_s^\dagger \chi_s G_E^p(Q^2)|_{CT} &= \langle \phi_0 | \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} : \bar{\psi}(x) (Z-1) \gamma^0 \mathcal{Q} \psi : | \phi_0 \rangle \\ &= \langle \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} (Z-1) \bar{u}_0(\vec{x}) e^{i\varepsilon_0 t} \gamma^0 \mathcal{Q} u_0(\vec{x}) e^{-i\varepsilon_0 t} b_0 | \phi_0 \rangle\end{aligned}$$

นั่นคือ

$$G_E^p(Q^2)|_{CT} = (Z-1)G_E^p(Q^2)|_{3q}^{LO}$$

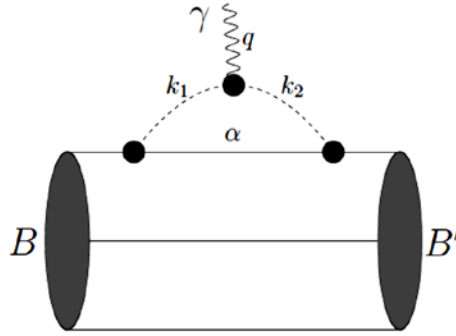
และสำหรับฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของแผนภาพทรีควาร์กเคาน์เตอร์เทอมได้จากการคำนวณ

$$\begin{aligned}\chi_s^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{2m_p} \chi_s G_M^p(Q^2)|_{CT} &= \langle \phi_0 | \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} : \bar{\psi}^r(x) \mathcal{Q} \vec{\gamma} \psi^r : | \phi_0 \rangle \\ &= \langle \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x e^{-iq \cdot x} (Z-1) \bar{u}_0(\vec{x}) e^{i\varepsilon_0 t} \mathcal{Q} \vec{\gamma} u_0(\vec{x}) e^{-i\varepsilon_0 t} b_0 | \phi_0 \rangle\end{aligned}$$

มีผลลัพธ์เป็น

$$G_M^p(Q^2)|_{CT} = (Z-1)G_M^p(Q^2)|_{3q}^{LO}$$

4.1.3 แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน (meson cloud diagram)



แผนภาพกลุ่มหมอกเมซอนเป็นแผนภาพที่เกิดจากโฟตอนจากภายนอกเข้ามามีอันตรกิริยากับกลุ่มหมอกของเมซอนซึ่งล้อมรอบวาเลนซ์ควาร์กเอาไว้ ฟอรัมแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าของแผนภาพนี้สามารถหาได้จากทฤษฎีของวิก (Wick's theorem) ซึ่งเป็นมาตรฐานจากทฤษฎีสนามควอนตัมตามความสัมพันธ์

$$\begin{aligned}
 \chi_s^\dagger \chi_s G_E^p|_{MC} &= 4 \langle \phi_0 | \frac{i^2}{2!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\
 &: \left[-\bar{\psi} i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \Phi_l S \psi \right]_{x_1} \left[-\bar{\psi} i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \Phi_m S \psi \right]_{x_2} \left[\left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \Phi_i \partial_t \Phi_j \right]_x : |\phi_0 \rangle \\
 &= -\frac{2}{F^2} \langle \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\
 &\quad \times \bar{u}_0(\vec{x}_1) e^{i\varepsilon_0 t_1} i\gamma^5 \lambda_l S(r_1) u_\alpha(\vec{x}_1) \bar{u}_\alpha(\vec{x}_2) e^{-i\varepsilon_\alpha(t_1-t_2)} \Theta(t_1 - t_2) \\
 &\quad \times i\gamma^5 \lambda_m S(r_2) u_0(\vec{x}_2) e^{-i\varepsilon_0 t_2} \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \delta_{il} \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4 i} \frac{e^{-ik_1(x_1-x)}}{M_\Phi^2 - k_1^2 - i\epsilon} \\
 &\quad \times \partial_t \left\{ \delta_{jm} \int \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4 i} \frac{e^{-ik_2(x-x_2)}}{M_\Phi^2 - k_2^2 - i\epsilon} \right\} b_0 | \phi_0 \rangle
 \end{aligned}$$

แผนภาพนี้เป็นแผนภาพแรกที่จะสามารถมีควาร์กในสถานะกระตุ้นปรากฏอยู่ในตัวแผ่ของควาร์กได้ อย่างไรก็ตามเมื่อเราจำกัดการพิจารณาในเบื้องต้นให้อยู่ที่ตัวแผ่ของควาร์กในสถานะพื้นจะได้ว่า

$$G_E^p|_{MC} = \frac{9}{400} \left(\frac{g_A}{\pi F} \right)^2 \int_0^\infty dp p^2 \int_{-1}^1 dx \left(p^2 + p\sqrt{Q^2}x \right) \mathcal{F}_{\pi NN}(p^2, Q^2, x) t_E^p(p^2, Q^2, x)|_{MC}$$

สำหรับการเพิ่มควาร์กในสถานะกระตุ้น α เข้าไปในการคำนวณ เทคนิคในการคำนวณยังคงเหมือนเดิม เพียงแต่ว่าเราต้องใช้ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กในสถานะกระตุ้น α ซึ่งปรากฏอยู่ในส่วนของ $g_\alpha(r)$ และ $f_\alpha(r)$ (ดูรายละเอียดของฟังก์ชันคลื่นในสถานะกระตุ้นใดๆ ในภาคผนวก ก) และสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} G_E^p|_{MC} &= \frac{1}{F^2(2\pi)^2} \int k_2^2 \sin\theta d\theta dk_2 (k^2 + pq\cos\theta) \\ &\times \frac{N^2}{k_2'} \frac{\partial}{\partial k_2'} \left[\int d^3x_1 \left(\frac{1}{x_1} f_\alpha(r_1) + \frac{\rho}{R} g_\alpha(r_1) \right) \psi_\alpha(\hat{r}_1) S(r_1) e^{-\frac{x_1^2}{2R^2}} e^{ik_2'x_1} \right] \\ &\times \frac{N_\alpha^2}{k_2} \frac{\partial}{\partial k_2} \left[\int d^3x_2 \left(\frac{1}{x_2} f_\alpha(r_2) + \frac{\rho}{R} g_\alpha(r_2) \right) \psi_\alpha^\dagger(\hat{r}_2) S(r_2) e^{-\frac{x_2^2}{2R^2}} e^{-ik_2x_2} \right] \\ &\times \left[1 \frac{2}{(\omega_\pi(k_2^2) + \Delta\varepsilon_\alpha)(\omega_\pi(k_2'^2) + \Delta\varepsilon_\alpha)(\omega_\pi(k_2^2) + \omega_\pi(k_2'^2))} \right. \\ &\quad \left. + 2 \frac{2}{(\omega_K(k_2^2) + \Delta\varepsilon_\alpha)(\omega_K(k_2'^2) + \Delta\varepsilon_\alpha)(\omega_K(k_2^2) + \omega_K(k_2'^2))} \right] \end{aligned}$$

โดยที่ $\Delta\varepsilon_\alpha$ คือผลต่างของพลังงานของควาร์กในสถานะกระตุ้น α และพลังงานในสถานะพื้น

ในส่วนของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของแผนภาพกลุ่มหมอกเมซอน สามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$\begin{aligned} \chi_s^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{2m_N} \chi_s G_M^p(Q^2)|_{MC} &= 4 < \phi_0 | \frac{i^2}{2!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\ &\times: \left[-\bar{\psi} i \gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \Phi_k S \psi \right]_{x_1} \left[-\bar{\psi} i \gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \Phi_l S \psi \right]_{x_2} \left[\left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \Phi_i (-\vec{\nabla} \Phi_j) \right]_x : | \phi_0 >_c^N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \chi_s^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{2m_N} \chi_s G_M^p(Q^2)|_{MC} = \frac{2}{F^2} < \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\
& \times \bar{u}_0(x_1) e^{i\varepsilon_0 t_1} i\gamma^5 \lambda_k S(r_1) u_\alpha(x_1) \bar{u}_\alpha(x_2) e^{-i\varepsilon_\alpha(t_1-t_2)} \Theta(t_1 - t_2) \\
& \times i\gamma^5 \lambda_l S(r_2) u_0(x_2) e^{-i\varepsilon_0 t_2} \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \delta_{ik} \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4 i} \frac{e^{-ik_1(x_1-x)}}{M_{\Phi_i}^2 - k_1^2 - i\epsilon} \\
& \times \vec{\nabla} \left[\delta_{jl} \int \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4 i} \frac{e^{-ik_2(x-x_2)}}{M_{\Phi_j}^2 - k_2^2 - i\epsilon} \right] b_0 | \phi_0 >_c^N
\end{aligned}$$

เมื่อใช้ตัวแปรของควาร์กในสถานะพื้นเพียงอย่างเดียว จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
G_M^p(Q^2)|_{MC} &= \frac{3}{40} m_p \left(\frac{g_A}{\pi F} \right)^2 \int_0^\infty dp p^4 \int_{-1}^1 dx (1-x^2) \\
&\times \mathcal{F}_{\pi NN}(p^2, Q^2, x) t_M^p(p^2, Q^2, x)|_{MC}
\end{aligned}$$

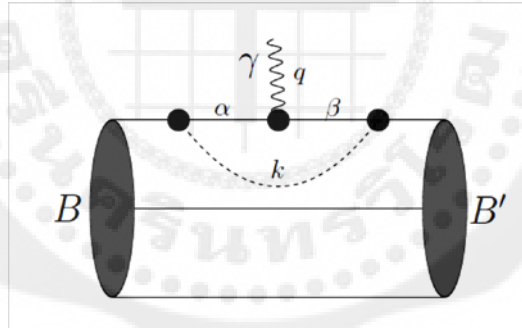
เมื่อ

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{\pi NN}(p^2, Q^2, x) &= F_{\pi NN}(p^2) F_{\pi NN}(p^2 + Q^2 + 2p\sqrt{Q^2}x) \\
t_E^p(p^2, Q^2, x)|_{MC} &= C_\pi^{11}(p^2, Q^2, x) + 2C_K^{11}(p^2, Q^2, x) \\
t_M^p(p^2, Q^2, x)|_{MC} &= D_\pi^{22}(p^2, Q^2, x) + \frac{4}{5} D_K^{22}(p^2, Q^2, x) \\
D_\Phi^{n_1 n_2}(p^2, Q^2, x) &= \frac{1}{\omega_\Phi^{n_1}(p^2) \omega_\Phi^{n_1}(p^2 + Q^2 + 2p\sqrt{Q^2}x)} \\
C_\Phi^{n_1 n_2}(p^2, Q^2, x) &= \frac{2D_\Phi^{n_1 n_2}(p^2, Q^2, x)}{\omega_\Phi^{n_1}(p^2) \omega_\Phi^{n_1}(p^2 + Q^2 + 2p\sqrt{Q^2}x)}
\end{aligned}$$

และสำหรับตัวแปรของควาร์กในสถานะกระตุ้นใดๆ เราจะได้

$$\begin{aligned}
G_M^p(Q^2)|_{MC} &= \frac{m_N}{F^2(\pi)^2} \frac{5}{6} \int k_2^4 \sin\theta d\theta dk_2 [(1 - \cos^2 \theta)] \\
&\times \frac{N^2}{k_2'} \frac{\partial}{\partial k_2'} \left[\int d^3x_1 \left(\frac{1}{x_1} f_\alpha(r_1) + \frac{\rho}{R} g_\alpha(r_1) \right) \psi_\alpha(\hat{r}_1) S(r_1) e^{-\frac{x_1^2}{2R^2}} e^{ik_2' x_1} \right] \\
&\times \frac{N_\alpha^2}{k_2} \frac{\partial}{\partial k_2} \left[\int d^3x_2 \left(\frac{1}{x_2} f_\alpha(r_2) + \frac{\rho}{R} g_\alpha(r_2) \right) \psi_\alpha^\dagger(\hat{r}_2) S(r_2) e^{-\frac{x_2^2}{2R^2}} e^{-ik_2 x_2} \right] \\
&\times \left[1 + \frac{\left[1 + \frac{\Delta\varepsilon_\alpha}{\omega_\pi(k_2^2) + \omega_\pi(k_2'^2)} \right]}{\omega_\pi(k_2^2) \omega_\pi(k_2'^2) [\omega_\pi(k_2^2) + \Delta\varepsilon_\alpha] [\omega_\pi(k_2'^2) + \Delta\varepsilon_\alpha]} \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{5} \frac{\left[1 + \frac{\Delta\varepsilon_\alpha}{\omega_K(k_2^2) + \omega_K(k_2'^2)} \right]}{\omega_K(k_2^2) \omega_K(k_2'^2) [\omega_K(k_2^2) + \Delta\varepsilon_\alpha] [\omega_K(k_2'^2) + \Delta\varepsilon_\alpha]} \right]
\end{aligned}$$

4.1.4 แผนภาพเวอร์เทคคอเรคชัน (vertex correction diagram)



สำหรับแผนภาพเวอร์เทคคอเรคชัน ตัวแปรของควาร์กในสถานะกระตุ้นที่ปรากฏในการคำนวณนั้นสามารถมีได้สองสถานะคือ α และ β โดยจากนิยามของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าได้ว่า

$$\begin{aligned}
\chi_s^\dagger \chi_s^\dagger G_E^p(Q^2)|_{VC}^{\alpha\beta} &= 2 \langle \phi_0 | \frac{i^2}{2!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\
&\times: \left[-\bar{\psi} i\gamma^5 \frac{\lambda_i}{F} \Phi_k S \psi \right]_{x_1} \left[-\bar{\psi} i\gamma^5 \frac{\lambda_j}{F} \Phi_l S \psi \right]_{x_2} [\bar{\psi} \mathcal{Q} \gamma^0 \psi]_x : | \phi_0 \rangle^N
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\chi_s^\dagger \chi_s^\dagger G_E^p(Q^2)|_{VC}^{\alpha\beta} &= -\frac{1}{F^2} \langle \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\
&\times \bar{u}_0(\vec{x}_1) e^{i\varepsilon_0 t_1} i\gamma^5 \lambda_i S(r_1) u_\alpha(\vec{x}_1) \bar{u}_\alpha(\vec{x}) e^{-i\varepsilon_\alpha(t_1-t)} \Theta(t_1-t) \\
&\times Q\gamma^0 u_\beta(\vec{x}) \bar{u}_\beta(\vec{x}_2) e^{-i\varepsilon_\beta(t-t_2)} \Theta(t-t_2) i\gamma^5 \lambda_j S(r_2) \\
&\times u_0(\vec{x}_2) e^{-i\varepsilon_0 t_2} \delta_{ij} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} i \frac{e^{-ik \cdot (x_1-x_2)}}{[M_{\Phi_j}^2 - k^2 - i\epsilon]} b_0 | \phi_0 \rangle^N
\end{aligned}$$

เมื่อจำกัดการคำนวณให้ตัวแปรของควาร์กอยู่ในสถานะพื้นเท่านั้นจะได้ว่า

$$G_E^p(Q^2)|_{VC}^{00} = G_E^p(Q^2)|_{3q}^{LO} \frac{9}{200} \left(\frac{g_A}{\pi F} \right)^2 \int_0^\infty dp p^4 F_{\pi NN}^2(p^2) t_E^p(p^2)|_{VC}$$

เมื่อ

$$t_E^p(p^2)|_{VC} = \frac{1}{2} W_\pi(p^2) - W_K(p^2) + \frac{1}{6} W_\eta(p^2)$$

และ

$$W_\Phi(p^2) = \frac{1}{\omega_\Phi^3(p^2)}$$

สำหรับตัวแปรของควาร์กในสถานะกระตุ้นใดๆ จะทำให้ได้ผลการคำนวณเป็นแบบ

$$\begin{aligned}
G_E^p(Q^2)|_{VC}^{\alpha\beta} &= \frac{\pi}{F^2(2\pi)^4} \int d^3\vec{k} k^2 \left(-\frac{i}{k} \right) N_0 N_\alpha \frac{\partial}{\partial k} \left[\int d^3\vec{x}_1 \frac{1}{r_1} (-f_0(r_1) g_\alpha(r_1) \right. \\
&\quad \left. - g_0(r_1) f_\alpha(r_1)) \mathcal{Y}_0^\dagger(\hat{r}_1) S(r_1) \mathcal{Y}_\alpha(\hat{r}_1) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}_1} \chi_f \right] \\
&\times N_\alpha N_\beta \left[\chi_f^\dagger \int d^3\vec{x} (g_\alpha(r) g_\beta(r) + f_\alpha(r) f_\beta(r)) \mathcal{Y}_\alpha^\dagger(\hat{r}) \mathcal{Y}_\beta(\hat{r}) (e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}}) \chi_f \right] \\
&\times \left(\frac{i}{k} \right) N_\beta N_0 \frac{\partial}{\partial k} \left[\chi_f^\dagger \int d^3\vec{x}_2 \frac{1}{r_2} (-f_\beta(r_2) g_0(r_2) \right. \\
&\quad \left. - g_\beta(r_2) f_0(r_2)) \mathcal{Y}_\beta^\dagger(\hat{r}_2) S(r_2) \mathcal{Y}_0(\hat{r}_2) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{2} \frac{1}{\omega_\pi(\vec{k}^2)[\omega_\pi(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\alpha][\omega_\pi(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\beta]} \\ & - \frac{1}{\omega_K(\vec{k}^2)[\omega_K(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\alpha][\omega_K(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\beta]} \\ & + \frac{1}{6} \frac{1}{\omega_\eta(\vec{k}^2)[\omega_\eta(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\alpha][\omega_\eta(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\beta]} \end{aligned}$$

ในกรณีของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กของแผนภาพเวอร์เทคคอคเคชัน เริ่มต้นคำนวณหาได้จากนิยามที่ว่า

$$\begin{aligned} & \chi_{s'}^\dagger \frac{i\vec{\sigma}_N \times \vec{q}}{2m_N} \chi_s G_M^p(Q^2)|_{VC}^{\alpha\beta} = 2 \langle \phi_0 | \frac{i^2}{2!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\ & \quad \times: \underbrace{\left[-\bar{\psi} i\gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \Phi_k S \psi \right]_{x_1} \left[-\bar{\psi} i\gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \Phi_l S \psi \right]_{x_2} [\bar{\psi} Q \vec{\gamma} \psi]_x}_{\text{}} : | \phi_0 \rangle^N \\ & = -\frac{1}{F^2} \langle \phi_0 | b_0^\dagger \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\ & \quad \times \bar{u}_0(\vec{x}_1) e^{i\varepsilon_0 t_1} i\gamma^5 \lambda_i S(r_1) u_\alpha(\vec{x}_1) \bar{u}_\alpha(\vec{x}) e^{-i\varepsilon_\alpha(t_1-t)} \Theta(t_1-t) \\ & \quad \times Q \vec{\gamma} u_\beta(\vec{x}) \bar{u}_\beta(\vec{x}_2) e^{-i\varepsilon_\beta(t-t_2)} \Theta(t-t_2) i\gamma^5 \lambda_j S(r_2) \\ & \quad \times b_0 u_0(\vec{x}_2) e^{-i\varepsilon_0 t_2} \delta_{ij} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik \cdot (x_1-x_2)}}{i [M_{\Phi_j}^2 - k^2 - i\epsilon]} b_0 | \phi_0 \rangle^N \end{aligned}$$

เมื่อจำกัดให้ควาร์กอยู่ในสถานะพื้นจะได้ผลการคำนวณเป็น

$$G_M^p(Q^2)|_{VC}^{00} = G_M^p(Q^2)|_{3q}^{LO} \frac{9}{200} \left(\frac{g_A}{\pi F} \right)^2 \int_0^\infty dp p^4 F_{\pi NN}^2(p^2) t_M^p(p^2)|_{VC}$$

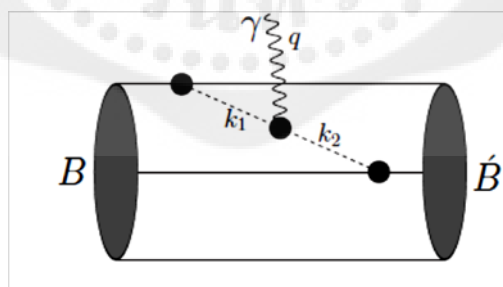
เมื่อ

$$t_M^p(p^2)|_{VC} = \frac{1}{18} W_\pi(p^2) + \frac{1}{9} W_K(p^2) - \frac{1}{18} W_\eta(p^2)$$

และที่สถานะกระตุ้นใดๆ จะได้ผลลัพธ์จากการคำนวณเป็นดังสมการ

$$\begin{aligned}
G_M^N(Q^2)|_{VC}^{\alpha\beta} &= -\frac{m_N}{2(\pi F)^2} \int k^4 dk \\
&\times \left(-\frac{i}{k}\right) N_0 N_\alpha \frac{\partial}{\partial k} \left[\int d^3 \vec{x}_1 \frac{1}{r_1} (-f_0(r_1) g_\alpha(r_1) \right. \\
&\quad \left. - g_0(r_1) f_\alpha(r_1)) y_0^\dagger(\hat{r}_1) S(r_1) y_\alpha(\hat{r}_1) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}_1} \right] \\
&\times (2) N_\alpha N_\beta \frac{\partial}{\partial q^2} \int d^3 x \frac{1}{r} (g_\alpha f_\beta + g_\beta f_\alpha) y_\alpha^\dagger(\hat{r}) y_\beta(\hat{r}) e^{i q r \cos \theta} \\
&\times \left(\frac{i}{k}\right) N_\beta N_0 \frac{\partial}{\partial k} \left[\int d^3 \vec{x}_2 \frac{1}{r_2} (-f_\beta(r_2) g_0(r_2) \right. \\
&\quad \left. - g_\beta(r_2) f_0(r_2)) y_\beta^\dagger(\hat{r}_2) S(r_2) y_0(\hat{r}_2) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} \right] \\
&\times \frac{1}{18} \frac{1}{\omega_\pi(\vec{k}^2) [\omega_\pi(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\alpha] [\omega_\pi(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\beta]} \\
&\quad + \frac{1}{9} \frac{1}{\omega_K(\vec{k}^2) [\omega_K(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\alpha] [\omega_K(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\beta]} \\
&\quad - \frac{1}{18} \frac{1}{\omega_\eta(\vec{k}^2) [\omega_\eta(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\alpha] [\omega_\eta(\vec{k}^2) + \Delta\varepsilon_\beta]}
\end{aligned}$$

4.1.5 แผนภาพเมซอนอินฟลิท (meson-in-flight)



ในกรณีของแผนภาพเมซอนอินฟลิทนั้น ไม่มีตัวแผ่ของควาร์กในสถานะกระตุ้นเข้ามาเกี่ยวข้อง อย่างไรก็ตามแผนภาพนี้เป็นแผนภาพที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณค่าสมาชิกของเมทริกซ์โดยใช้เทคนิคที่เกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการควาร์กสองตัวโดยฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าในแผนภาพนี้มีค่าเป็นศูนย์

$$G_E^p(Q^2)|_{MF} = 0$$

ในขณะที่ฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กจะหาได้จากนิยามที่ว่า

$$\chi_s^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{2m_N} \chi_s G_M^p(Q^2)|_{MF} = 2 < \phi_0 | \frac{i^2}{2!} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\ \times \left[-\bar{\psi} i \gamma^5 \frac{\lambda_k}{F} \Phi_k S \psi \right]_{x_1} \left[-\bar{\psi} i \gamma^5 \frac{\lambda_l}{F} \Phi_l S \psi \right]_{x_2} \left[\left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \Phi_i (-\vec{\nabla} \Phi_j) \right]_x : |\phi_0 >_c^N$$

$$\chi_s^\dagger i \frac{\vec{\sigma}_B \times \vec{q}}{2m_N} \chi_s G_M^p(Q^2)|_{MF} = \frac{1}{F^2} < \phi_0 | b_0^{m\dagger} b_0^{n\dagger} \int \delta(t) d^4x d^4x_1 d^4x_2 e^{-iq \cdot x} \\ \times \bar{u}_0(x_1) e^{i\varepsilon_0 t_1} i \gamma^5 \lambda_k S(r_1) u_0(x_1) e^{-i\varepsilon_0 t_1} \\ \times \bar{u}_0(x_2) e^{i\varepsilon_0 t_2} i \gamma^5 \lambda_l S(r_2) u_0(x_2) e^{-i\varepsilon_0 t_2} \\ \times \left(f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right) \delta_{ik} \int \frac{d^4k_1}{(2\pi)^4 i} \frac{e^{-ik_1(x_1-x)}}{M_{\Phi_i}^2 - k_1^2 - i\epsilon} \\ \vec{\nabla} \left\{ \delta_{jl} \int \frac{d^4k_2}{(2\pi)^4 i} \frac{e^{-ik_2(x-x_2)}}{M_{\Phi_j}^2 - k_2^2 - i\epsilon} \right\} b_0^m b_0^n | \phi_0 >_c^N$$

ซึ่งให้ผลลัพธ์จากการคำนวณเป็น

$$G_M^p(Q^2)|_{MF} = \frac{9}{100} m_p \left(\frac{g_A}{\pi F} \right)^2 \int_0^\infty dp p^4 \int_{-1}^1 dx (1-x^2) \\ \times \mathcal{F}_{\pi NN}(p^2, Q^2, x^2) t_M^p(p^2)|_{MF}$$

เมื่อ

$$t_M^p(p^2)|_{MF} = D_\pi^{22}(p^2, Q^2, x^2)$$

ผลลัพธ์โดยรวมของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของโปรตอนจะเกิดจากผลรวมของฟอร์มแฟคเตอร์จากแผนภาพต่างๆ มารวมกัน นั่นคือ

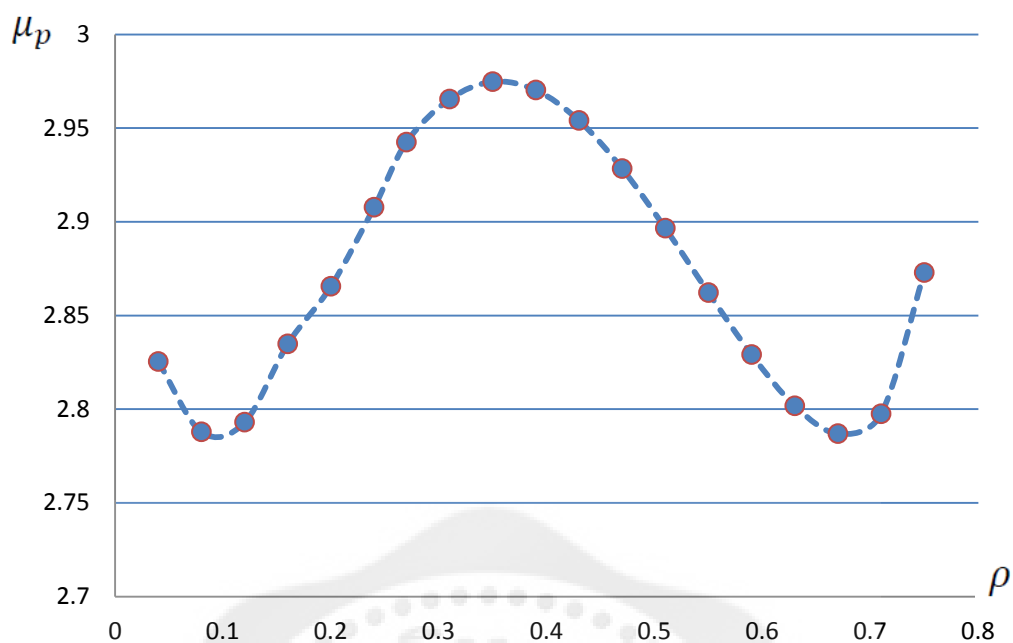
$$G_{E,M}^p(Q^2) = \sum_i G_{E,M}^p(Q^2)|_i$$

เมื่อ i คือผลจากแผนภาพ $3q, CT, MC, VC$ และ MF ตามลำดับ

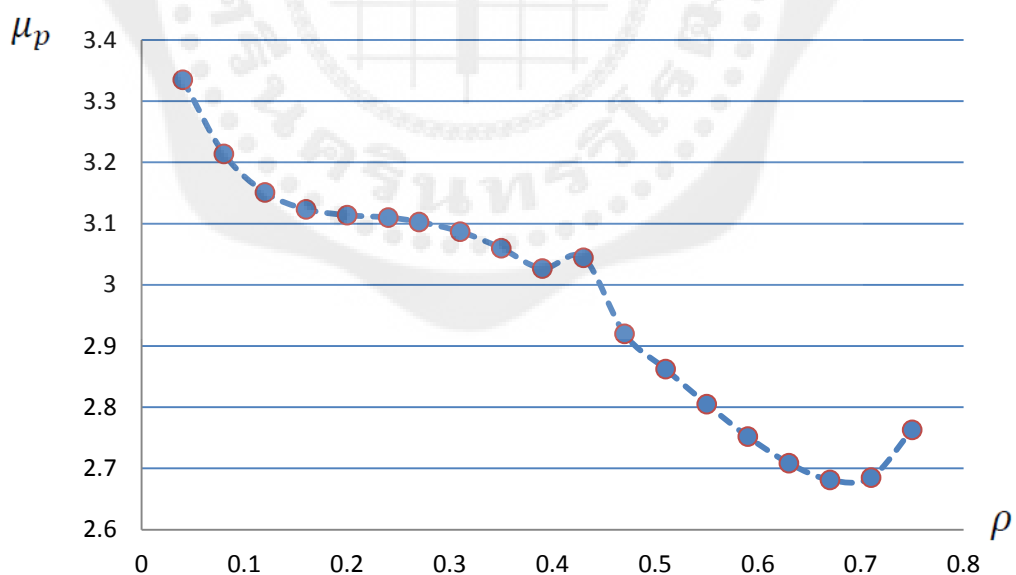
4.2 ผลการคำนวณเชิงตัวเลข

ผลจากการคำนวณเชิงวิเคราะห์ของฟอร์มแฟคเตอร์ไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กข้างต้นนั้นขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์สองตัว ได้แก่ R และ ρ จากงานในก่อนหน้าในการคำนวณปริมาณต่างๆ ทางฟิสิกส์โดยอาศัยแบบจำลองนี้ได้จำกัดการพิจารณาให้ตัวแปรของควาร์กในแผนภาพกลุ่มหมอกเมซอนและแผนภาพเวอร์เทคเคอร์ชันอยู่ในสถานะพื้นเท่านั้น โดยค่าของพารามิเตอร์ R ที่ใช้นั้นอยู่ในช่วงของ $0.60 \pm 0.05 \text{ fm}$ และค่าของพารามิเตอร์ ρ คือ $\sqrt{2/13} \approx 0.3922$ แน่นอนว่าเมื่อมีการเพิ่มเติมใส่ตัวแปรของควาร์กในแผนภาพทั้งสอง ค่าของฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของโปรตอนย่อมต้องเปลี่ยนแปลงไปจากงานในก่อนหน้านี้ อย่างไรก็ตามเพื่อศึกษาถึงผลกระทบที่เกิดจากตัวแปรของควาร์กในสถานะกระตุ้น เริ่มต้นโดยคงค่ากลางของพารามิเตอร์ R เอาไว้ นั่นคือกำหนดให้ $R = 0.60 \text{ fm}$ และทำการเปลี่ยนแปลงค่าของพารามิเตอร์ ρ โดยในที่นี้ปริมาณทางฟิสิกส์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบผลการคำนวณในเชิงทฤษฎีกับผลจากการทดลอง คือ โมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอน

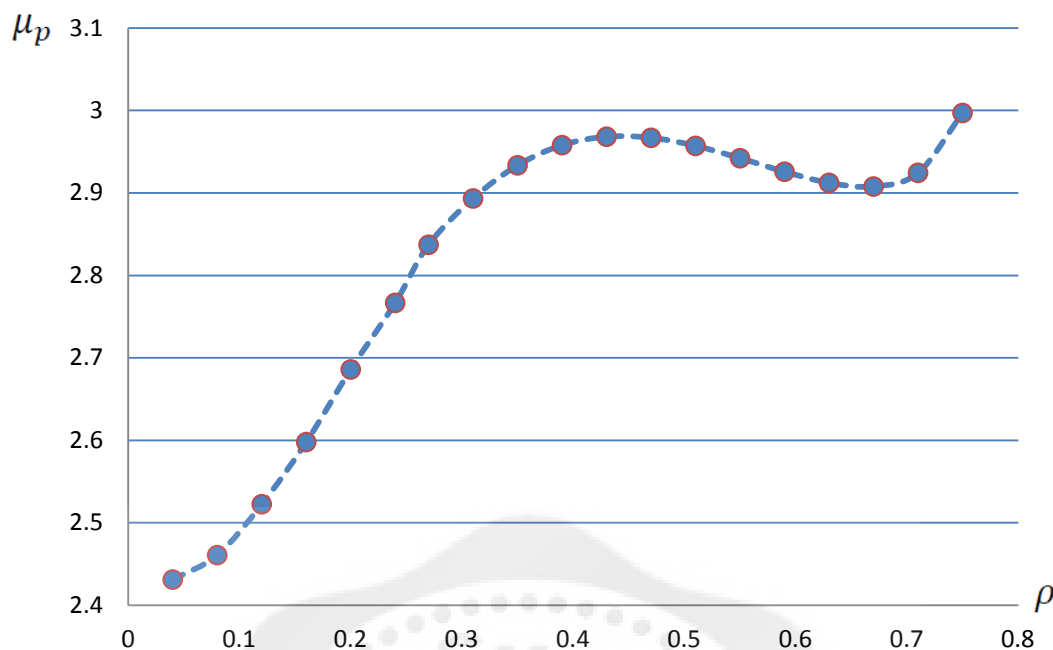
เมื่อเริ่มต้นจากการกำหนดค่า $R = 0.60 \text{ fm}$ แล้วเริ่มต้นจากค่า ρ ที่ $\sqrt{2/13} \approx 0.3922$ และทำการปรับค่าเพิ่มขึ้นและลดลงทีละ 10% ค่าของโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนที่ขึ้นกับพารามิเตอร์ ρ สำหรับค่า $R = 0.60 \text{ fm}, 0.55 \text{ fm}$ และ 0.65 fm แสดงไว้ในภาพประกอบ 9-11 ซึ่งจากภาพประกอบ 9 เมื่อใช้ค่า $R = 0.60 \text{ fm}$ จะเห็นได้ว่ามีค่าของพารามิเตอร์ ρ ที่สามารถทำให้ค่าจากการคำนวณนั้นเท่ากับผลจากการทดลองพอดี นั่นคือ $\mu_p = 2.793$ (ในหน่วยของนิวเคลียร์แมกนีตอน μ_N) โดยที่ค่า ρ ที่ดีที่สุดที่ใกล้เคียงกับค่าเดิมคือ $\sqrt{2/13} \approx 0.3922$ ที่ทำให้ได้ค่าที่ตรงกับผลการทดลองคือ $\rho = 0.11767$ อย่างไรก็ตาม ค่าของพารามิเตอร์ ρ นั้นขึ้นกับค่าของ R อย่างเห็นได้ชัดเจน เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงค่า R ดังแสดงในภาพประกอบ 10 และภาพประกอบ 11 ซึ่งในภาพประกอบ 10 นั้นได้กำหนดให้ค่า $R = 0.55 \text{ fm}$ จะเห็นได้ว่าค่าของพารามิเตอร์ ρ ที่ทำให้ค่าของโมเมนต์แม่เหล็กนั้นสอดคล้องกับผลการทดลองคือ $\rho = 0.54913$ และเมื่อกำหนดให้ค่าของ $R = 0.65$ ดังภาพประกอบ 11 พบว่าค่าของพารามิเตอร์ ρ ที่เหมาะสมคือ $\rho = 0.23534$



ภาพประกอบ 9 แสดงการเปลี่ยนค่า ρ โดยการกำหนดให้ $R = 0.60 \text{ fm}$ เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็ก μ_p (ในหน่วยนิวเคลียร์แมกนีตอน μ_N) ที่สอดคล้องกับการทดลอง



ภาพประกอบ 10 แสดงการเปลี่ยนค่า ρ โดยการกำหนดให้ $R = 0.55 \text{ fm}$ เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็ก μ_p (ในหน่วยนิวเคลียร์แมกนีตอน μ_N) ที่สอดคล้องกับการทดลอง



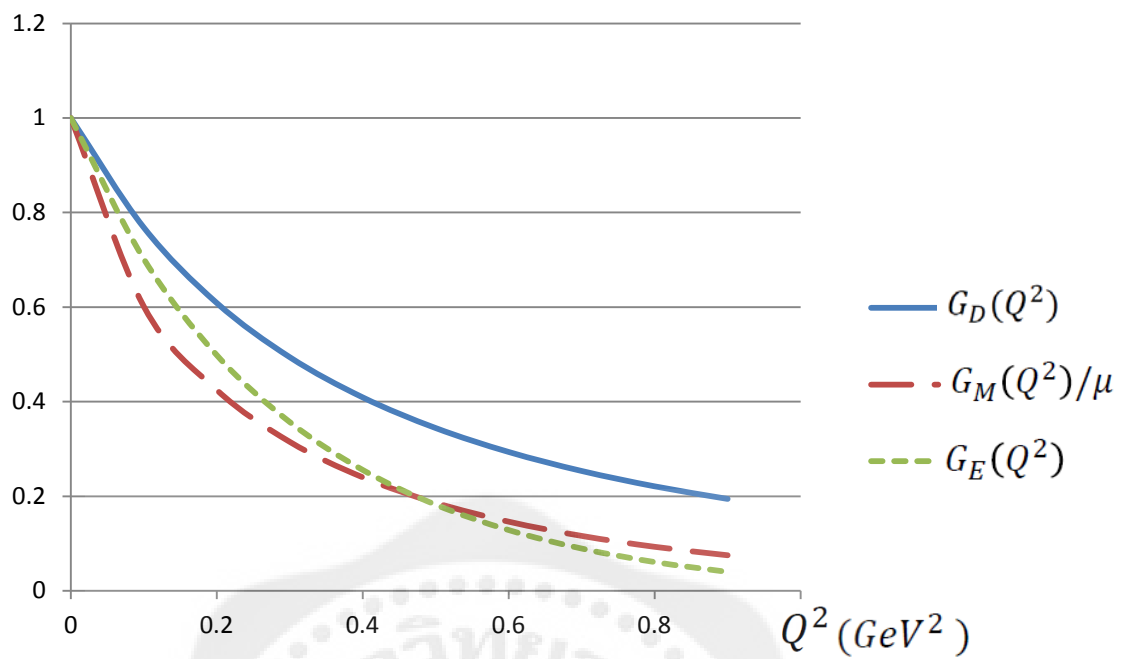
ภาพประกอบ 11 แสดงการเปลี่ยนค่า ρ โดยการกำหนดให้ $R = 0.65 \text{ fm}$ เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็ก μ_p (ในหน่วยนิวเคลียร์แมกนีตอน μ_N) ที่สอดคล้องกับการทดลอง

จากการเปลี่ยนค่า ρ เพื่อให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กที่สอดคล้องกับผลการทดลองผู้วิจัยได้นำโมเมนต์แม่เหล็กที่ได้นั้นมาวิเคราะห์เพื่อดูการสนับสนุนจากการใส่สถานะกระตุ้นให้กับตัวแปรของควาร์กในแผนภาพกลุ่มหมอกเมซอนและแผนภาพเวอร์เทคคอเรชัน พบว่าผลจากวาเลนซ์ควาร์กในกรณีที่กำหนดให้ $R = 0.60 \text{ fm}$ นั้นให้ผลการคำนวณมีค่าคิดเป็น 66% ของค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนทั้งหมด ส่วนผลที่มาจากกลุ่มหมอกเมซอนนั้นให้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนคิดเป็น 34% ดังแสดงไว้ในตาราง 3 สำหรับในกรณีที่ค่า R เป็นค่าอื่นๆ ได้แสดงไว้ในตาราง 3 เช่นกัน

ตาราง 3 ผลสำหรับโมเมนต์แม่เหล็กที่ได้จากแผนภาพทรีควาร์ก ($3q$) และแผนภาพอื่นๆ ที่มีกลุ่มหมอกเมซอนเข้ามาเกี่ยวข้อง (meson cloud) เมื่อใช้ค่า R และ ρ ค่าต่างๆ ที่ทำให้ได้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนที่สุดสอดคล้องกับผลการทดลอง (Patrignani.2016) โดยค่าของโมเมนต์แม่เหล็กที่แสดงนั้นอยู่ในหน่วยของนิวเคลียร์แมกนีตอน μ_N

	$3q$	Meson cloud	รวม	การทดลอง
$\mu_p(R = 0.55 \text{ fm})$	2.030	0.775	2.805	2.793
$\mu_p(R = 0.60 \text{ fm})$	1.83	0.963	2.793	
$\mu_p(R = 0.65 \text{ fm})$	1.282	1.485	2.767	

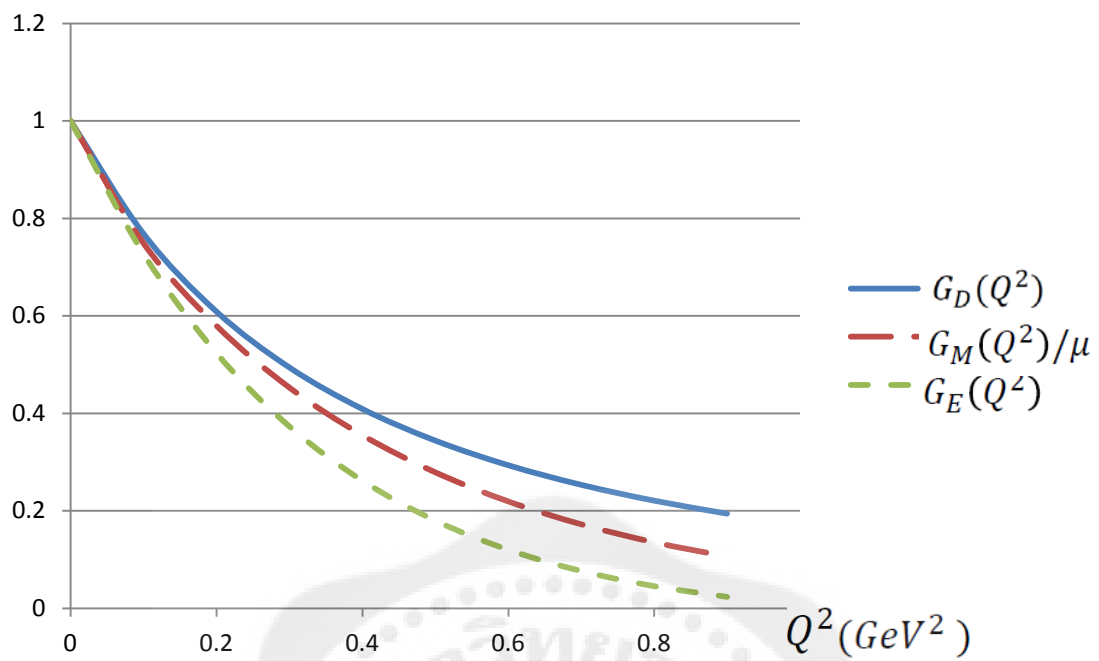
ผลที่ได้จากการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้าและเชิงแม่เหล็กของโปรตอน เมื่อใช้พารามิเตอร์ดังที่พิจารณาข้างต้น เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับฟอร์มแฟคเตอร์แบบไดโพล (dipole form factor) หรือไดโพลฟิต (Dipole fit) จะสามารถแสดงได้ดังภาพประกอบที่ 12 ภาพประกอบที่ 13 และภาพประกอบที่ 14



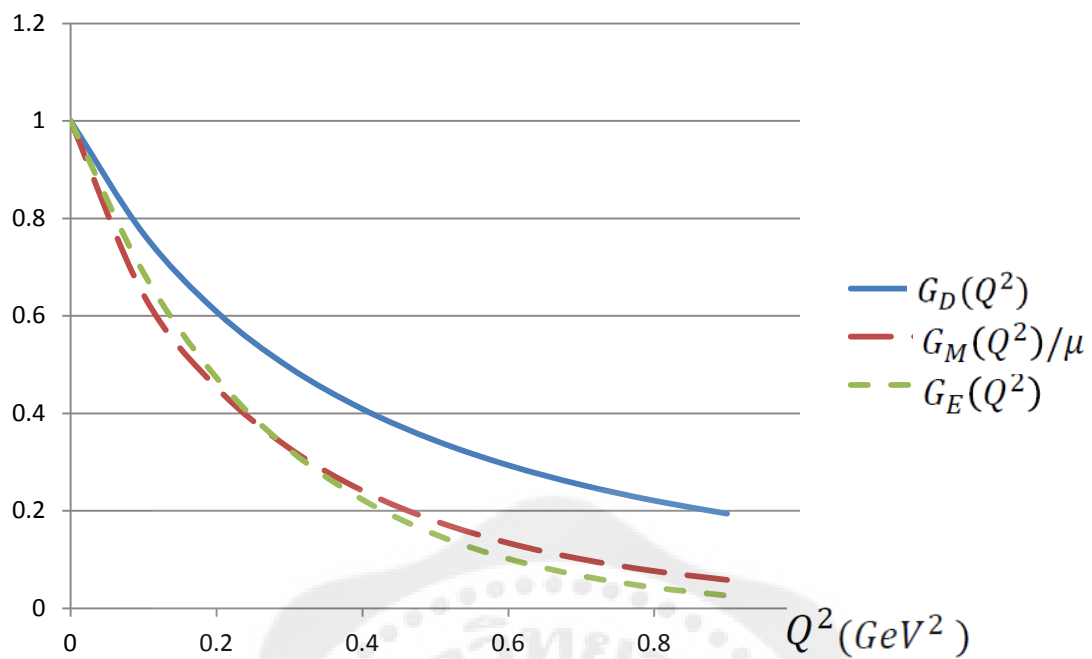
ภาพประกอบ 12 แสดงฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า $G_E(Q^2)$ และฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก $G_M(Q^2)$

ของโปรตอนจากการใช้ค่า $R = 0.60 \text{ fm}$ และค่า $\rho = 0.11767$ เมื่อเทียบกับค่าไดโพลิต

$$G_D(Q^2) = (1 + Q^2/0.71)^{-2}$$



ภาพประกอบ 13 แสดงฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า $G_E(Q^2)$ และฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก $G_M(Q^2)$ ของโปรตอนจากการใช้ค่า $R = 0.55 fm$ และค่า $\rho = 0.54913$ เมื่อเทียบกับค่าไดโพลิต $G_D(Q^2) = (1 + Q^2/0.71)^{-2}$



ภาพประกอบ 14 แสดงฟอร์มแฟคเตอร์เชิงไฟฟ้า $G_E(Q^2)$ และฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็ก $G_M(Q^2)$

ของโปรตอนจากการใช้ค่า $R = 0.65 \text{ fm}$ และค่า $\rho = 0.23534$ เมื่อเทียบกับค่าไดโพลิต

$$G_D(Q^2) = (1 + Q^2/0.71)^{-2}$$

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กซึ่งเป็นแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาสมบัติต่างๆ ของแบรีออน แบบจำลองนี้ประกอบขึ้นจากวาเลนซ์ควาร์กจำนวนสามตัวที่มีอันตรกิริยาซึ่งกันและกันทำให้ควาร์กทั้งสามตัวนี้ถูกกักอยู่รวมกันกลายเป็นแบรีออนซึ่งบรรยายได้โดยใช้พลังงานศักย์ที่สามารถกักควาร์กเหล่านี้ให้อยู่รวมกันได้ นอกจากนี้ในแบบจำลองยังมีกลุ่มหมอกเมซอนของ ไพออน เคออน และเอตาเมซอนล้อมรอบควาร์กเหล่านี้ด้วย โดยที่ควาร์กและกลุ่มหมอกเมซอนมีอันตรกิริยาซึ่งกันและกันด้วย อันตรกิริยาเหล่านี้เริ่มต้นมาจากการพิจารณาสมมาตรแบบไครอลของลากรางเจียนของแบบจำลอง แล้วทำการประมาณโดยให้พจน์ของอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและเมซอนนั้นมีเฉพาะพจน์ที่เป็นเชิงเส้นของสนามเมซอนเท่านั้น การประมาณดังกล่าวจึงถือได้ว่าเป็นการพิจารณาให้กลุ่มหมอกเมซอนนั้นจัดเป็นการรบกวนระบบของวาเลนซ์ควาร์กที่รวมกันเป็นแบรีออนที่เราต้องการศึกษา

ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ได้ทำการศึกษาสมบัติของแบรีออนชนิดต่างๆ ผ่านทางการใช้แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กมาแล้วในหลายๆ เรื่อง อาทิเช่น สมบัติเชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของออกเตต แบรีออน ได้แก่ โมเมนต์แม่เหล็ก รัศมีเชิงประจู่ รัศมีเชิงแม่เหล็ก ผ่านทางการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของแบรีออน ซึ่งสามารถขยายไปสู่อันตรกิริยานิวเคลียร์แบบอ่อนได้ เช่น การคำนวณที่เกี่ยวข้องกับแอกเซียลฟอร์มแฟคเตอร์ของแบรีออน นอกจากนี้ยังมีการคำนวณสมบัติอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนชนิดของแบรีออน ได้แก่ การเปลี่ยนแปลง นิวคลีออน – เดลตา ในอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้า เป็นต้น ซึ่งโดยรวมแล้วแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กสามารถบรรยายสมบัติโดยรวมของแบรีออนในอันตรกิริยาประเภทต่างๆ ได้เป็นอย่างดี โดยให้ผลการคำนวณที่เป็นไปในแนวทางเดียวกันกับผลการทดลองที่มีอยู่ในปัจจุบัน ผลการคำนวณที่ผ่านมาแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่านอกจากผลที่มาจากส่วนของวาเลนซ์ควาร์กแล้ว กลุ่มหมอกเมซอนยังมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งโดยให้ผลการคำนวณที่มีนัยยะเพิ่มเติมจากส่วนของวาเลนซ์ควาร์ก

อย่างไรก็ตามจากข้อจำกัดในทางเทคนิคของแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์ก ทำให้การคำนวณส่วนใหญ่ที่ผ่านมานั้นถูกจำกัดอยู่กับการใช้ตัวแปรในสถานะพื้นของควาร์กเท่านั้น โดยได้พิจารณาให้ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ตัวแปรในสถานะพื้นนี้เป็นค่าหลักเมื่อเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้เมื่อใช้ตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์ก อย่างไรก็ตาม ในการศึกษาการเปลี่ยนแปลงนิวคลีออน - เดลตา ในอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้าที่ผ่านมานั้น ได้แสดงให้เห็นว่าตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กนี้มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งและช่วยให้ผลการคำนวณของแบบจำลองดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

ความพยายามที่จะขยายผลการคำนวณโดยการเพิ่มตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กในการศึกษาเรื่องฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของออกเตทแบรียออนก่อนหน้านี้ ได้ทำการเพิ่มเติมเข้าไปเฉพาะกับแบรียออนชนิดนิวตรอนเท่านั้น โดยมีเหตุผลจากการที่แบรียออนบางชนิด เช่น นิวตรอนนั้นกลุ่มหมอกเมซอนมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งสำหรับแบรียออนเหล่านี้ เนื่องจากผลการคำนวณที่มาจากส่วนของวาเลนซ์ควาร์กเพียงอย่างเดียวนั้นไม่สามารถอธิบายผลการทดลองได้เลย ดังนั้นผลจากกลุ่มหมอกเมซอนที่ใช้เพียงแค่ตัวแปรในสถานะพื้นของควาร์กจึงไม่เพียงพอที่จะทำให้ผลการคำนวณสอดคล้องกับผลการทดลอง

ในงานวิจัยนี้ได้พยายามเพิ่มเติมตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าของแบรียออน โดยจะทำการใส่ตัวแปรในสถานะกระตุ้นที่หนึ่งและสถานะกระตุ้นที่สองลงไปในกระบวนการคำนวณ แต่การพิจารณาแบรียออนทั้งกลุ่มของออกเตทแบรียออนนั้นเป็นงานที่ค่อนข้างกว้างและต้องใช้เวลาในการศึกษาพอสมควร ผู้วิจัยจึงได้จำกัดการพิจารณาในเบื้องต้นเพื่อการคำนวณเฉพาะกับแบรียออนชนิดโปรตอนเท่านั้น ซึ่งก่อนหน้านี้ยังไม่ได้มีการเพิ่มเติมตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับโปรตอนเลย โดยมีเป้าหมายเพื่อศึกษาถึงผลจากการใส่ตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กดังกล่าว และศึกษาถึงขอบเขตของพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่สามารถทำให้อธิบายผลการทดลองได้ โดยผลการทดลองหลักที่เราเลือกใช้ในการเปรียบเทียบคือโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอน ซึ่งเป็นปริมาณที่ผลการทดลองให้ความแม่นยำของการวัดปริมาณดังกล่าวในระดับสูง

พารามิเตอร์ของแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กนั้นมีอยู่ด้วยกันสองตัวคือ ρ และ R ซึ่งก่อนหน้านี้ในการคำนวณที่จำกัดอยู่เฉพาะตัวแปรในสถานะพื้นของควาร์กนั้น พารามิเตอร์ทั้งสอง

ตัวนี้ถูกเชื่อมโยงกับปริมาณในทางฟิสิกส์ต่างๆ โดยที่พารามิเตอร์ ρ นั้นถูกกำหนดค่าผ่านทาง การเชื่อมโยงกับค่าแอกเซียลเชิงประจุของโปรตอนซึ่งทำให้มีค่าเป็น $\rho = \sqrt{\frac{2}{13}} \approx 0.3922$ ส่วน พารามิเตอร์ R นั้นถูกนำไปเชื่อมโยงกับรัศมีเชิงประจุของโปรตอนทำให้ค่าของ R นั้นมีค่าอยู่ระหว่าง 0.55 fm ถึง 0.65 fm โดยมีค่ากลางอยู่ที่ 0.60 fm ดังนั้นพารามิเตอร์ทั้งสองตัวนี้ได้ถูกกำหนดค่าไว้ก่อน แล้ว ผลการคำนวณปริมาณต่างๆ จากแบบจำลองนี้จึงไม่ได้เกิดจากการนำผลการคำนวณที่ได้ไปหา ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจากการทดลองแต่อย่างใด ในแนวทางนี้การคำนวณก่อนหน้าจึงถือว่าเป็น แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กนั้นเสมือนกับว่าไม่มีพารามิเตอร์แต่อย่างใด

ผลการคำนวณฟอร์มแฟคเตอร์แม่เหล็กไฟฟ้าและโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนภายใต้ แบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กในงานวิจัยนี้ แสดงให้เห็นว่าการเพิ่มเติมตัวแปรในสถานะ กระตุ้นของควาร์กเข้าไปในการคำนวณนั้นมีผลกับผลการคำนวณด้วยรวมเป็นอย่างไร รวมทั้งมีผลต่อ พารามิเตอร์ของแบบจำลองด้วย กล่าวคือ หากเรายังคงใช้พารามิเตอร์ชุดเดิมที่เคยใช้มาก่อนหน้านี้ ค่าที่คำนวณได้จะไม่สอดคล้องกับผลการทดลอง เราจึงจำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงวิธีการกำหนด พารามิเตอร์ทั้งสองตัวเสียใหม่ โดยในที่นี้ เรายังคงพยายามที่จะใช้พารามิเตอร์ R ให้มีค่าเหมือนแต่ ก่อน นั่นคือ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.55 fm ถึง 0.65 fm โดยมีค่ากลางอยู่ที่ 0.60 fm และทำการหา พารามิเตอร์ ρ ที่สามารถทำให้ผลการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง

เมื่อพิจารณาถึงความเป็นไปได้ที่จะมีชุดของพารามิเตอร์ที่สามารถทำให้ผลการคำนวณ โมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนนั้นสอดคล้องกับผลการทดลอง พบว่าเราสามารถหาชุดของพารามิเตอร์ ที่สามารถทำให้ค่าจากการคำนวณนั้นมีค่าสอดคล้องกับค่าจากผลการทดลองได้ โดยสรุปได้ว่า สำหรับค่าของพารามิเตอร์ R ที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0.55 fm ถึง 0.65 fm นั้น พารามิเตอร์ ρ จะมีค่า อยู่ประมาณระหว่าง 0.1 ถึง 0.6 โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ เมื่อค่า $R = 0.55 \text{ fm}$ ค่าของ $\rho = 0.54913$ จะสามารถทำให้โมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนจากการคำนวณมีค่าเป็น 2.805 (ใน หน่วยของนิวเคลียร์แมกนีตรอน) สำหรับค่า $R = 0.60 \text{ fm}$ นั้นค่าของ ρ ที่เหมาะสมคือ $\rho = 0.11767$ โดยจะทำให้โมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนมีค่าเป็น 2.793 ในขณะที่เมื่อค่า $R = 0.65 \text{ fm}$ ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนจะมีค่าเป็น 2.767 เมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์ $\rho = 0.23534$ ทั้งนี้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนจากการทดลองนั้นมีค่าเป็น 2.793 ในหน่วยของ นิวเคลียร์แมกนีตรอน

ความสำคัญของกลุ่มหมอกเมซอนที่มีต่อผลการคำนวณในงานวิจัยนี้เมื่อเพิ่มเติมตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กเข้าไปในการคำนวณ พบว่ากลุ่มหมอกเมซอนให้ค่าของโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนอยู่ระหว่าง 27.6 ถึง 53.7 เพอร์เซ็นต์ ซึ่งเป็นค่าที่สอดคล้องกับผลการคำนวณก่อนหน้านี้ที่จำกัดอยู่เฉพาะตัวแปรในสถานะพื้นของควาร์ก ซึ่งกลุ่มหมอกเมซอนให้ค่าโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนที่ประมาณ 30 เพอร์เซ็นต์ แนวโน้มที่พบจากการคำนวณ คือ เมื่อพารามิเตอร์ R นั้นมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าที่คำนวณได้จากส่วนของวาเลนซ์ควาร์กนั้นจะมีค่าลดลง ในขณะที่ค่าที่คำนวณได้จากส่วนของกลุ่มหมอกเมซอนนั้นจะมีค่าที่เพิ่มขึ้น ข้อมูลเหล่านี้ถือว่าเป็นข้อมูลสำคัญที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์เพิ่มเติมเพื่อปรับปรุงแบบจำลองให้ดีขึ้นในอนาคต

สำหรับฟอร์มแฟกเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอน $G_E^p(Q^2)$ และ $G_M^p(Q^2)$ ที่ได้จากการคำนวณในงานวิจัยนี้ พบว่ามีค่าที่ลดลงเร็วกว่าฟอร์มแฟกเตอร์ที่เป็นตัวแทนจากผลการทดลองโดยรวม คือ $G_D(Q^2)$ ซึ่งเรียกว่าฟอร์มแฟกเตอร์แบบไดโพลิต ซึ่งผลที่ได้นี้เป็นไปตามที่คาดหมายเอาไว้ เนื่องจากในเทคนิคการคำนวณในแบบจำลองนี้ ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่ใช้ในการคำนวณนั้นอยู่ในรูปแบบของเกาส์เซียนฟังก์ชัน ซึ่งมีผลทำให้ฟอร์มแฟกเตอร์มีค่าตกลงอย่างรวดเร็ว นอกจากนี้จากผลการคำนวณยังเห็นได้อย่างชัดเจนว่า ค่าของชุดพารามิเตอร์ R และ ρ นั้นมีผลต่อค่าของฟอร์มแฟกเตอร์เชิงแม่เหล็กไฟฟ้าของโปรตอนเป็นอย่างมาก

ข้อเสนอแนะจากงานวิจัยนี้เพื่อนำไปใช้ในการปรับปรุงแบบจำลองเพอร์เทอร์เบทีฟไครอลควาร์กให้ดียิ่งขึ้นนั้น มีอยู่สองแนวทาง ได้แก่ ในแนวทางแรก คือ การนำผลการคำนวณที่ได้จากงานวิจัยนี้ไปวิเคราะห์ร่วมกับผลจากการคำนวณที่เพิ่มเติมตัวแปรในสถานะกระตุ้นลำดับที่หนึ่งและลำดับที่สองของควาร์กในแบรีออนตัวอื่นๆ เช่น นิวตรอน และทั้งกลุ่มของออกเตทแบรีออน แล้วพิจารณาชุดของพารามิเตอร์ของแบบจำลองเพื่อให้ได้ค่าจากการคำนวณที่สอดคล้องกับผลการทดลองโดยรวม สำหรับในแนวทางที่สองนั้น คือ การเพิ่มเติมตัวแปรในสถานะกระตุ้นของควาร์กให้มากกว่าลำดับที่สองเพื่อศึกษาว่ามีผลต่อการคำนวณที่ได้อย่างไร



บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- Cheedket, S., Lyubovitskij, V., Gutsche, T., Faessler, A., Pumsa-ard, K., and Yan, Y. (2004). Electromagnetic form factors of the baryon octet in the perturbative chiral quark model. *Eur. Phys. J. A* 20: 317.
- Chin, S. A. (1982). Many-body theory of confined quarks and excluded pions: A perturbative study of the chiral bag. *Nucl. Phys. A* 382: 355.
- Chodos, A., Jaffe, R. L., Johnson, K., and Thorn, C. B. (1974a). Baryon structure in the bag theory. *Phys. Rev. D* 10: 2599.
- Chodos, A., Jaffe, R. L., Johnson, K., Thorn, C. B., and Weisskopf, V. F. (1974b). New extended model of hadrons. *Phys. Rev. D* 9: 3471.
- Gell-Mann, M., and Levy, M. (1960). The axial vector current in beta decay. *Nuovo Cimento* 16: 705.
- Gell-Mann, M., and Low, F. (1951). Bound States in Quantum Field Theory. *Physical Review* 84: 350.
- Gutsche, Th., and Robson, D. (1989). Positive and convergent self-energy in a chiral potential model. *Physics letter B* 229: 333.
- Gutsche, Th. (1987). A chiral potential model for the light-quark baryons. Ph. D. Thesis, Florida State University.
- Khosonthongkee, K., Lyubovitskij, V., Gutsche, T., Faessler, A., Pumsa-ard, K., Cheedket, S., and Yan, Y. (2004). Axial form factor of the nucleon in the perturbative chiral quark model. *J. Phys. G* 30: 793.
- Liu, X.Y., Khosonthongkee, K., Limphirat, A., and Yan, Y. (2014). Study of baryon octet charge form factors in perturbative chiral quark model. *Int. J. Mod. Phys. Conf.* 29, 1460252
- Lyubovitskij, V., Gutsche, T., and Faessler, A. (2001a). Electromagnetic structure of the nucleon in the perturbative chiral quark model. *Phys. Rev. D* 64: 065203.

- Lyubovitskij, V., Gutsche, T., Faessler, A., and Drukarev, E. (2001b). Sigma term physics in the perturbative chiral quark model. *Phys. Rev. D* 63: 054026.
- Lyubovitskij, V., Gutsche, T., Faessler, A., and Vinh Mau, R. (2001c). πn scattering and electromagnetic corrections in the perturbative chiral quark model. *Phys. Lett. B* 520: 204.
- Lyubovitskij, V., Wang, P., Gutsche, T., and Faessler, A. (2002b). Strange nucleon form factors in the perturbative chiral quark model. *Phys. Rev. C* 66: 055204.
- Oset, E., Tegen, R., and Weise, W. (1984). Nucleon charge form factors and chiral quark models. *Nucl. Phys. A* 426: 456.
- Pumsa-ard, K., Lyubovitskij, V., Gutsche, T., Faessler, A., and Cheedket, S. (2003). Electromagnetic nucleon-delta transition in the perturbative chiral quark model. *Phys. Rev. C* 68: 015205.
- Theberge, S., Thomas, A. W., and Miller, G. A. (1980). Pionic corrections to the MIT bag model: the (3,3) resonance. *Phys. Rev. D* 22: 2838.
- Theberge, S., Thomas, A. W., and Miller, G. A. (1981). Cloudy bag model of the nucleon. *Physical Review D* 24: 216.
- Theberge, S. and Thomas, A. W. (1983). Magnetic moments of the nucleon octet calculated in the cloudy bag model. *Nuclear Physics A* 393: 252.
- Thomas, A. W. (1984). Chiral symmetry and the bag model: A new starting point for nuclear physics. *Adv. Nucl. Phys.* 416: 1–137.
- Thomas, A. W., Theberge, S., and Miller, G. A. (1981). Pionic corrections to the MIT bag model: the (3,3) resonance. *Phys. Rev. D* 24: 216.
- Weinberg, S. (1979). Phenomenological Lagrangians. *Physica A* 96: 327.
- Zweig, G. (1964). An SU(3) Model For Strong interaction Symmetry And Its Breaking. *Cern.* 8182/TH.401



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
เฉลยของสมการดิแรคสำหรับศักย์ยังผล

จากศักย์ยังผลที่ได้จากการแก้สมการดิแรคเมื่อนิยามฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่สถานะพื้นใน
รูปแบบเกาส์เซียนคือ

$$V_{eff}(r) = S(r) + \gamma^0 V(r)$$

เมื่อ

$$S(r) = M_1 + cr^2$$

$$V(r) = M_2 + cr^2$$

และ

$$M_1 = \frac{1 - 3\rho^2}{2\rho R} , \quad M_2 = \varepsilon_0 - \frac{1 + 3\rho^2}{2\rho R} , \quad c = \frac{\rho}{2R^3}$$

ฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก $u_\alpha(\vec{x})$ ในสถานะ α พร้อมด้วยพลังงานไอเกน ε_α ที่สอดคล้องกับสมการดิ
แรค

$$[-i\vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} + \beta S(r) + V(r) - \varepsilon_\alpha] u_\alpha(\vec{x}) = 0$$

ผลเฉลยของสมการดิแรคสามารถเขียนได้ในรูป

$$u_\alpha(\vec{x}) = N_\alpha \begin{pmatrix} g_\alpha(r) \\ i\vec{\sigma} \cdot \hat{r} f_\alpha(r) \end{pmatrix} Y_\alpha(\hat{r}) \chi_f \chi_c$$

เมื่อฟังก์ชันคลื่นเชิงรัศมี $g_\alpha(r)$ และ $f_\alpha(r)$

$$g_\alpha(r) = \left(\frac{r}{R_\alpha}\right)^l L_{n-1}^{l+\frac{1}{2}} \left(\frac{r^2}{R_\alpha^2}\right) e^{-\frac{r^2}{2R_\alpha^2}}$$

สำหรับ $f_\alpha(r)$ กรณี $j = l + \frac{1}{2}$

$$f_\alpha(r) = \rho_\alpha \left(\frac{r}{R_\alpha} \right)^{l+1} \left[L_{n-1}^{l+3/2} \left(\frac{r^2}{R_\alpha^2} \right) + L_{n-2}^{l+3/2} \left(\frac{r^2}{R_\alpha^2} \right) \right] e^{-\frac{r^2}{2R_\alpha^2}}$$

สำหรับ $f_\alpha(r)$ กรณี $j = l - \frac{1}{2}$

$$f_\alpha(r) = -\rho_\alpha \left(\frac{r}{R_\alpha} \right)^{l-1} \left[(n+l-1/2) L_{n-1}^{l-1/2} \left(\frac{r^2}{R_\alpha^2} \right) + n L_n^{l-1/2} \left(\frac{r^2}{R_\alpha^2} \right) \right] e^{-\frac{r^2}{2R_\alpha^2}}$$

เมื่อ $\alpha = (nljm)$ กำหนดลักษณะสถานะด้วยเลขควันตัม (quantum number) $n = 1, 2, 3, \dots$, โมเมนตัมเชิงมุมวงโคจร (orbital angular momentum) l , โมเมนตัมเชิงมุมทั้งหมด (total angular momentum) $j = l \pm \frac{1}{2}$ และโปรเจกชัน (projection) m เนื่องจากศักราชยังผลอยู่ในรูปกำลังสองทำให้ฟังก์ชันคลื่นเชิงรัศมีสัมพันธ์กับพหุนามแอสไซซิเอตลาแกร์ (associated Laguerre polynomials) $L_n^k(x)$

$$L_n^k(x) = \sum_{m=0}^n (-1)^m \frac{(n+k)!}{(n-m)!(k+m)!m!} x^m$$

ฟังก์ชันคลื่นเชิงมุม $Y_\alpha(\hat{r}) \equiv Y_{lm_j}(\hat{r})$ นิยามโดย

$$Y_{lm_j}(\hat{r}) = \sum_{m_l, m_s} \left(lm_l \frac{1}{2} m_s | jm \right) Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_{\frac{1}{2} m_s}$$

ที่ $Y_{lm_j}(\hat{r})$ คือฟังก์ชันฮาร์มอนิกเชิงทรงกลมแบบปกติ (usual spherical harmonic) การคลัปปีงระหว่างโมเมนตัมเชิงมุมวงโคจร (orbital angular momentum) $Y_{lm_l}(\hat{r})$ และ โมเมนตัมเชิงมุมเชิงการหมุน (spin angular momentum) $\chi_{\frac{1}{2} m_s}$ ถูกกำหนดโดยสัมประสิทธิ์เคลบ-กอร์ดาน (Clebsch-Gordan coefficient) $\left(lm_l \frac{1}{2} m_s | jm \right)$ ในส่วนของฟังก์ชันคลื่นเชิงเฟลเวอร์และเชิงสี (flavor and color wave function) คือ χ_f และ χ_c

ค่าคงที่การนอร์มอลไลซ์หาได้จากเงื่อนไข

$$\int_0^\infty d^3x u_\alpha^\dagger(\vec{x}) u_\alpha(\vec{x}) = 1$$

ทำให้ได้ค่าคงที่การนอร์มอลไลซ์เป็น

$$N_\alpha = \left[2^{-2(n+l+1/2)} \pi^{1/2} R_\alpha^3 \frac{(2n+2l)!}{(n+l)!(n-1)!} \{1 + \rho_\alpha^2(2n+l-1/2)\} \right]^{-1/2}$$

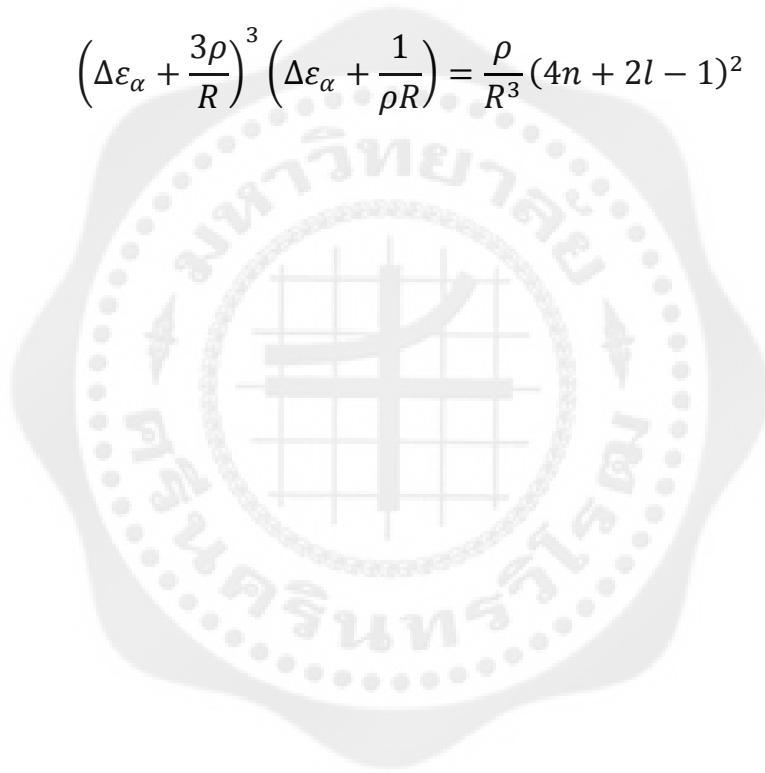
เมื่อ R_α และ ρ_α อยู่ในรูป

$$R_\alpha = R(1 + \Delta\varepsilon_\alpha \rho R)^{-1/4}$$

$$\rho_\alpha = \rho \left(\frac{R_\alpha}{R} \right)^3$$

เมื่อ $\Delta\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha - \varepsilon_0$ สามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$\left(\Delta\varepsilon_\alpha + \frac{3\rho}{R} \right)^3 \left(\Delta\varepsilon_\alpha + \frac{1}{\rho R} \right) = \frac{\rho}{R^3} (4n + 2l - 1)^2$$



ภาคผนวก ข

สัญลักษณ์พื้นฐานของกลุ่ม SU(3) (SU(3) group)

กลุ่ม SU(3) คือ 3×3 เมตริกที่มีลักษณะเป็นสเปเชียลยูนิทารี (3×3 special unitary matrices) ลักษณะสำคัญแรกคือ ยูนิทารี (unitary)

$$U^\dagger U = 1$$

และสเปเชียล (special)

$$\det(U) = +1$$

สามารถหาค่าประกอบของ SU(3) ได้จากตัวแทนพื้นฐานในรูปแบบเอ็กโพเนนเชียล (exponential representation) พร้อมด้วยพารามิเตอร์จำนวนจริง 8 ตัว (eight real parameter) $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_8)$

$$U[\theta] = \exp\left(-i \sum_{a=1}^8 \theta_a \frac{\lambda_a}{2}\right)$$

ที่ λ_a คือเกลแมนน์เมตริก (Gell-Mann matrices) ดังนี้

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \sqrt{1/3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

สามารถหา λ_a ได้จาก $U[\theta]$ คือ

$$\lambda_a = 2i \left. \frac{\partial U[\theta]}{\partial \theta_a} \right|_{\theta=(0,\dots,0)}$$

λ_a สอดคล้องกับเงื่อนไข

$$\lambda_a = \lambda_a^\dagger, \quad \text{Tr}[\lambda_a \lambda_b] = 2\delta_{ab}, \quad \text{Tr}[\lambda_a] = 0$$

ความสัมพันธ์คอมมิวเตชัน (commutation relation) ของเกอล์แมนเมตริกกำหนดโครงสร้างลีกรุป (Lie group) ของ SU(3)

$$\left[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = if_{abc} \frac{\lambda_c}{2}$$

ที่ f_{abc} คือค่าคงที่โครงสร้างแอนติซิมเมตริกทั้งหมด (totally antisymmetric structure constants) โดยค่าที่ไม่เป็นศูนย์ของ f_{abc} มีดังนี้

$$f_{123} = 1$$

$$f_{147} = -f_{156} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = -f_{367} = \frac{1}{2}$$

$$f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ภาคผนวก ค

โครงสร้างทางแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออน

การกระเจิงของอิเล็กตรอนและนิวคลีออนแบบยืดหยุ่น (elastic electron-nucleon scattering) เป็นเครื่องมือสำคัญในการพิสูจน์การมีอยู่จริงของโครงสร้างทางแม่เหล็กไฟฟ้าของนิวคลีออนหรือการกระจายประจุและกระแสทางแม่เหล็กไฟฟ้าในนิวคลีออน

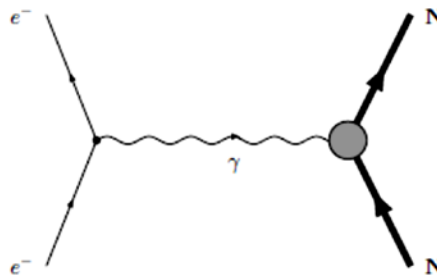
เริ่มแรกนั้นนิวคลีออนถูกมองว่าเป็นอนุภาคแบบจุด แต่ต่อมาหลักฐานที่แสดงถึงการมีอยู่ของโครงสร้างภายในมาจากการทดลองในปี ค.ศ.1933 เพื่อทำการวัดโมเมนต์แม่เหล็กของดิวเทรอนและโปรตอน ผลปรากฏว่าสามารถวัดโมเมนต์แม่เหล็กของโปรตอนได้ 2-3 เท่าของค่านิวเคลียร์แมกนีตอน (nuclear magneton) นั้นหมายความว่าโปรตอนมีโครงสร้างภายในจากที่เคยมองว่าโปรตอนเป็นอนุภาคแบบจุดที่มีสปิน-1/2 ผลการทดลองต่อมาก็แสดงว่านิวตรอนก็มีโครงสร้างภายในเช่นเดียวกัน โดยผลการทดลองในทุกวันนี้สามารถวัดค่าโมเมนต์เชิงแม่เหล็กของโปรตอนและนิวตรอนได้อย่างแม่นยำโดยมีค่าดังนี้

$$\mu_p = 2.792847351 \pm 0.000000028 \mu_N$$

$$\mu_n = -1.9130427 \pm 0.00000005 \mu_N$$

การกระเจิงของอิเล็กตรอนและนิวคลีออนอย่างยืดหยุ่น (elastic electron-nucleon scattering)

การกระเจิงของอิเล็กตรอนและนิวคลีออนอย่างยืดหยุ่นที่ระดับพลังงานต่ำสุดหรือในระดับที่สามารถแลกเปลี่ยนโฟตอนได้เพียงหนึ่งตัว (lowest-order elastic electron-nucleon scattering) องค์ประกอบโมเมนตัมทั้งสี่มิติ (Four-momentum) ของอิเล็กตรอนขาเข้ามีโมเมนตัมเป็น $p = (\epsilon, \vec{p})$ และอิเล็กตรอนที่ถูกกระเจิงมีโมเมนตัมเป็น $p' = (\epsilon', \vec{p}')$ ในส่วนของนิวคลีออนสถานะแรกเริ่มมีโมเมนตัมเป็น $P = (E, \vec{P})$ และนิวคลีออนสถานะสุดท้ายมีโมเมนตัมเป็น $P' = (E', \vec{P}')$ การการถ่ายโอนโมเมนตัมด้วยโฟตอนคือ $q = p - p' = P' - P$ และกำหนดให้ $Q^2 = -q^2 > 0$



ภาพประกอบ 15 การกระเจิงของอิเล็กตรอนและนิวคลีออนอย่างยืดหยุ่นที่ระดับพลังงานต่ำสุด

แอมพลิจูดที่มีค่าไม่เปลี่ยนแปลง (invariant amplitude) ของกระบวนการนี้คือ

$$\mathcal{M} \sim \bar{u}_e(p') \gamma_\mu u_e(p) \frac{e^2}{q^2} \langle N(P') | J_{em}^\mu(0) | N(P) \rangle$$

ที่ $\bar{u}_e(p')$ และ $u_e(p)$ คือ ดิแรคสปินเนอร์ของอิเล็กตรอน (electron Dirac spinor) และในส่วนของ

$\langle N(P') | J_{em}^\mu(0) | N(P) \rangle$ คือองค์ประกอบเมตริกเชิงกระแสของนิวคลีออน (nucleon current matrix element) โดยมีรูปแบบทั่วไปเป็น

$$\langle N(P') | J_{em}^\mu(0) | N(P) \rangle = \bar{u}_N(P') \left[\gamma^\mu F_1^N(Q^2) + \frac{i}{2M_N} \sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2^N(Q^2) \right] u_N(P)$$

ที่ $F_1^N(Q^2)$ คือดิแรคฟอร์มแฟคเตอร์ (Dirac form factor) และ $F_2^N(Q^2)$ คือเพาลีฟอร์มแฟคเตอร์ (Pauli form factor) โดยมีค่านอร์มอลไลซ์เป็นดังนี้

$$F_1^p(0) = 1, \quad F_2^p(0) = \kappa_p = 1.793$$

$$F_1^n(0) = 0, \quad F_2^n(0) = \kappa_n = -1.913$$

จากค่านอร์มอลไลซ์ของฟอร์มแฟคเตอร์ทั้งสองจึงทำให้สามารถสรุปได้ว่า $F_1^N(0)$ คือประจุของนิวคลีออน (หน่วยของประจุมูลฐาน) และ $F_2^N(0)$ คือโมเมนต์แม่เหล็กวิปริต (anomalous magnetic moment) ของนิวคลีออนในหน่วยของนิวเคลียร์แมกเน็ตอน (nuclear magneton μ_N)

การทดลองเพื่อหาดิฟเฟอเรนเชียลครอสเซชัน (differential cross section) ในกรอบห้องทดลอง (Laboratory frame) โดยนิวคลีออนที่เป็นเป้าอยู่นิ่ง และกำหนดให้มวลของอิเล็กตรอนที่

มีค่าน้อยมากเป็นศูนย์ พลังงานของอิเล็กตรอน ϵ' ที่กระเจิงด้วยมุม θ จากนิวคลีออนที่เป็นเป้ามวล M เป็น

$$\epsilon' = \frac{\epsilon}{1 + \frac{2\epsilon}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

พร้อมด้วยการถ่ายโอนโมเมนตัมเป็น

$$Q^2 = 4\epsilon\epsilon' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

ในกรณีที่ย่างที่สุดคือนิวคลีออนที่เป็นเป้าถูกกำหนดว่าไม่มีสปิน (spinless) และเป็นอนุภาคแบบจุด (point-like particle) จะได้มอททิฟเฟอร์เรนเชี่ยลครอสเซ็คชัน (Mott differential Cross Section) คือ

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \frac{\alpha^2}{4\epsilon^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{\epsilon'}{\epsilon} \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

ต่อมาการทดลองได้ขยายไปสู่กรณีที่นิวคลีออนที่เป็นเป้าเป็นอนุภาคที่มีสปิน-1/2 แต่ยังคงเป็นอนุภาคแบบจุดได้นำไปสู่การแก้ไขสูตรของมอทท์ คือ

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left[1 + \frac{Q^2}{4M^2} 2 \tan^2 \frac{\theta}{2}\right]$$

สำหรับการทดลองที่นำไปสู่โครงสร้างของนิวคลีออนคือใช้นิวคลีออนที่มีสปิน-1/2 และขยายขอบเขตไปเป็นนิวคลีออนที่มีโครงสร้างภายใน ทำให้ได้โรเซนบลัทครอสเซ็คชัน (Rosenbluth cross section) คือ

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} & \left[(F_1^N(Q^2))^2 \right. \\ & \left. + \frac{Q^2}{4M^2} \left\{ (F_2^N(Q^2))^2 + 2(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right\} \right] \end{aligned}$$

เป็นการสะดวกกว่าที่จะพิจารณาการรวมเชิงเส้นของ $F_1^N(Q^2)$ และ $F_2^N(Q^2)$

$$G_E^N(Q^2) = F_1^N(Q^2) - \frac{Q^2}{4M_N^2} F_2^N(Q^2)$$

$$G_M^N(Q^2) = F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)$$

เรียก $G_E^N(Q^2)$ และ $G_M^N(Q^2)$ ว่าซัคส์ฟอร์มแฟคเตอร์ (Sachs form factor) และจากค่ารีโนรมอลไลซ์ของ $F_1^N(Q^2)$ และ $F_2^N(Q^2)$ ทำให้สามารถหาค่ารีโนรมอลไลซ์ของซัคส์ฟอร์มแฟคเตอร์ได้เป็น

$$G_E^p(0) = 1, \quad G_M^p(0) = \mu_p = 2.793$$

$$G_E^n(0) = 0, \quad G_M^n(0) = \mu_n = -1.913$$

ที่ μ_N คือโมเมนต์แม่เหล็กของนิวคลีออน (nucleon magnetic moment)

เป็นการง่ายมากกว่าที่จะอธิบายซัคส์ฟอร์มแฟคเตอร์ในกรอบที่เฉพาะเจาะจงที่เรียกว่าไบร์ทเฟรม (Breit frame) โดยที่ในกรอบนี้กำหนดให้การถ่ายโอนพลังงานเป็นศูนย์ ทำให้โฟตอนมีโมเมนตัม $q^\mu = (0, \vec{q})$ ส่งผลให้ $Q^2 = \vec{q}^2$ ในส่วนของอิเล็กตรอนในสถานะเริ่มต้นมีโมเมนตัม $\vec{p} = \frac{\vec{q}}{2}$ และนิวคลีออนสถานะเริ่มต้นมีโมเมนตัมตรงข้ามคือ $\vec{P} = -\frac{\vec{q}}{2}$ ขณะที่สถานะสุดท้ายของอิเล็กตรอนและนิวคลีออนมีโมเมนตัมเป็น $\vec{p}' = -\frac{\vec{q}}{2}$ และ $\vec{P} = \frac{\vec{q}}{2}$ ตามลำดับ ในไบร์ทเฟรมนี้สามารถเขียนโรเซนบลิทดิฟเฟอเรนเชียลครอสเซชันในรูปของซัคส์ฟอร์มแฟคเตอร์ได้เป็น

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \left[\frac{(G_E^N(Q^2))^2 + \frac{Q^2}{4M_N^2} (G_M^N(Q^2))^2}{1 + \frac{Q^2}{4M_N^2}} + \frac{Q^2}{2M_N^2} (G_M^N(Q^2))^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

และสามารถเขียนองค์ประกอบเมตริกของนิวคลีออนในไบร์ทเฟรมได้เป็น

$$\langle N\left(\frac{\vec{q}}{2}, s'\right) | J_{em}^0(0) | N\left(-\frac{\vec{q}}{2}, s\right) \rangle = G_E^N(Q^2) \delta_{ss'}$$

$$\langle N\left(\frac{\vec{q}}{2}, s'\right) | \vec{J}_{em}(0) | N\left(-\frac{\vec{q}}{2}, s\right) \rangle = G_M^N(Q^2) \chi_s^\dagger \frac{i\vec{\sigma} \times \vec{q}}{2M_N} \chi_s$$

ที่ s และ s' คือการเรียงตัวของสปินสถานะเริ่มต้นและสถานะสุดท้าย ขณะที่ χ_s และ $\chi_{s'}$ คือฟังก์ชันคลื่นในส่วนสปินของนิวคลีออนสถานะเริ่มต้นและสถานะสุดท้ายตามลำดับ

การหาค่าประกอบเมตริกของนิวคลีออนในกรอบอ้างอิงไบริท จากองค์ประกอบเมตริกเชิงกระแสของนิวคลีออนในรูปแบบทั่วไป

$$\begin{aligned}
\langle N(P') | J_{em}^\mu(0) | N(P) \rangle &= \bar{u}_N(P') \left[\gamma^\mu F_1^N(Q^2) + \frac{i}{2M_N} \sigma^{\mu\nu} q_\nu F_2^N(Q^2) \right] u_N(P) \\
&= \bar{u}_N(P') \gamma^\mu F_1^N(Q^2) u_N(P) \\
&\quad + \frac{1}{2M_N} \bar{u}_N(P') \left[-\frac{1}{2} \right] \left[(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) P'_\nu - (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) P_\nu \right] F_2^N(Q^2) u_N(P) \\
&= \bar{u}_N(P') \gamma^\mu F_1^N(Q^2) u_N(P) \\
&\quad + \frac{1}{2M_N} \bar{u}_N(P') \left(-\frac{1}{2} \right) \left[(2g^{\mu\nu} P'_\nu - 2\gamma^\nu \gamma^\mu P'_\nu) + 2g^{\mu\nu} P_\nu - 2\gamma^\mu \gamma^\nu P_\nu \right] F_2^N(Q^2) u_N(P) \\
&= \bar{u}_N(P') \gamma^\mu F_1^N(Q^2) u_N(P) \\
&\quad + \frac{1}{2M_N} \bar{u}_N(P') (-) [P'^\mu - \gamma^\nu P'_\nu \gamma^\mu + P^\mu - \gamma^\mu \gamma^\nu P_\nu] F_2^N(Q^2) u_N(P) \\
&= \bar{u}_N(P') \gamma^\mu F_1^N(Q^2) u_N(P) \\
&\quad + \frac{1}{2M_N} \bar{u}_N(P') (-) [(P + P')^\mu - M_N \gamma^\mu - \gamma^\mu M_N] F_2^N(Q^2) u_N(P) \\
\langle N(P') | J_{em}^\mu(0) | N(P) \rangle &= \bar{u}_N(P') \gamma^\mu (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) u_N(P) \\
&\quad - \frac{1}{2M_N} \bar{u}_N(P') (P + P')^\mu F_2^N(Q^2) u_N(P) \\
\langle N(P') | J_{em}^\mu(0) | N(P) \rangle &= \bar{u}_N(P') \left[\gamma^\mu (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) - \frac{1}{2M_N} (P + P')^\mu F_2^N(Q^2) \right] u_N(P)
\end{aligned}$$

สำหรับองค์ประกอบเมตริกเชิงไฟฟ้าจะได้

$$< N(P') | J^0(0) | N(P) >$$

$$= \bar{u}_N(P') \left[\gamma^0 (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) - \frac{1}{2M_N} (P + P')^0 F_2^N(Q^2) \right] u_N(P)$$

$$< N(P') | J^0(0) | N(P) >$$

$$= \bar{u}_N(P') \left[\gamma^0 (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) - \frac{1}{2M_N} (P + P')^0 F_2^N(Q^2) \right] u_N(P)$$

$$= \bar{u}_N(P') \gamma^0 u_N(P) (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) - \bar{u}_N(P') u_N(P) \frac{E}{M_N} F_2^N(Q^2)$$

$$= \bar{u}_N(P') \gamma^0 u_N(P) (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) - \bar{u}_N(P') u_N(P) \frac{E}{M_N} F_2^N(Q^2)$$

จากผลเฉลยสมการดิแรคอิสระจากสมการดิแรคคือ

$$u_N(P) = N \left(\frac{1}{\frac{\vec{\sigma} \cdot (-\vec{q}/2)}{E + M_N}} \right) \chi_s, \quad \text{เมื่อ } N = \sqrt{\frac{E + M_N}{2M_N}}$$

และ

$$\bar{u}_N(P') = N \chi_{s'}^\dagger \left(1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}/2}{E + M_N} \right)$$

$$\bar{u}_N(P') \gamma^0 u_N(P) = N \chi_{s'}^\dagger \left(1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}/2}{E + M_N} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} N \left(\frac{1}{\frac{\vec{\sigma} \cdot (-\vec{q}/2)}{E + M_N}} \right) \chi_s$$

$$= N^2 \chi_{s'}^\dagger \left(1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}/2}{E + M_N} \right) \left(\frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}/2}{E + M_N} \right) \chi_s$$

$$= \frac{E + M_N}{2M_N} \chi_{s'}^\dagger \left(1 - \frac{\left(\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{q}}{2} \right)^2}{(E + M_N)^2} \right) \chi_s$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2M_N(E + M_N)} \left((E + M_N)^2 - \frac{\vec{q}^2}{4} \right) \chi_{s'}^\dagger \chi_s \\
&= \frac{1}{2M_N(E + M_N)} \left(2EM_N + M_N^2 + E^2 - \frac{\vec{q}^2}{4} \right) \chi_{s'}^\dagger \chi_s \\
&= \frac{1}{2M_N(E + M_N)} (2EM_N + 2M_N^2) \chi_{s'}^\dagger \chi_s \\
&= \chi_{s'}^\dagger \chi_s
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{u}_N(P') u_N(P) &= N \chi_{s'}^\dagger \left(1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}/2}{E + M_N} \right) N \left(\frac{\vec{\sigma} \cdot (-\vec{q}/2)}{E + M_N} \right) \chi_s \\
&= N^2 \chi_{s'}^\dagger \left(1 + \frac{\left(\vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{q}}{2} \right)^2}{(E + M_N)^2} \right) \chi_s \\
&= \frac{E + M_N}{2M_N} \left(1 + \frac{\frac{\vec{q}^2}{4}}{(E + M_N)^2} \right) \chi_{s'}^\dagger \chi_s \\
&= \frac{1}{2M_N(E + M_N)} \left(E^2 + 2EM_N + M_N^2 + \frac{\vec{q}^2}{4} \right) \chi_{s'}^\dagger \chi_s \\
&= \frac{1}{2M_N(E + M_N)} (E^2 + 2EM_N + M_N^2 + E^2 - M_N^2) \chi_{s'}^\dagger \chi_s \\
&= \frac{1}{2M_N(E + M_N)} (2E^2 + 2EM_N) \chi_{s'}^\dagger \chi_s \\
&= \frac{E}{M_N} \chi_{s'}^\dagger \chi_s
\end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned} \langle N(P') | J^0(0) | N(P) \rangle &= \left[F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2) - \frac{E}{M_N} \frac{E}{M_N} F_2^N(Q^2) \right] \chi_s^\dagger \chi_s \\ &= \left[F_1^N(Q^2) - \frac{Q^2}{4M_N^2} F_2^N(Q^2) \right] \chi_s^\dagger \chi_s \end{aligned}$$

กำหนด

$$G_E^N(Q^2) = F_1^N(Q^2) - \frac{Q^2}{4M_N^2} F_2^N(Q^2)$$

จะได้

$$\langle N(P') | J^0(0) | N(P) \rangle = G_E^N(Q^2) \chi_s^\dagger \chi_s$$

สำหรับองค์ประกอบเมตริกเชิงแม่เหล็กจะได้

$$\begin{aligned} \langle N(P') | \vec{J}(0) | N(P) \rangle &= \bar{u}_N(P') \left[\gamma^i (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) - \frac{1}{2M_N} (P + P')^i F_2^N(Q^2) \right] u_N(P) \\ &= \bar{u}_N(P') \left[\gamma^i (F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)) - \frac{1}{2M_N} (-\vec{q}/2 + \vec{q}/2) F_2^N(Q^2) \right] u_N(P) \\ &= \bar{u}_N(P') \gamma^i u_N(P) [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))] \\ &= N^2 \chi_s^\dagger \left(1 - \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{q}/2}{E + M_N} \right) \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \left(\frac{1}{E + M_N} \right) \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))] \\ &= \frac{1}{4M_N} \chi_s^\dagger (-\sigma^i \vec{\sigma} \cdot \vec{q} + \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \sigma^i) \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))] \\ &= \frac{1}{4M_N} \chi_s^\dagger (-\sigma^i \sigma^j q_j + \sigma^j q_j \sigma^i) \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4M_N} \chi_s^\dagger (-\sigma^i \sigma^j + \sigma^j \sigma^i) q_j \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))]]$$

$$< N(P') | \vec{j}(0) | N(P) >$$

$$= \frac{1}{4M_N} \chi_s^\dagger (-i\epsilon^{ijk} \sigma^k + \epsilon^{jik} \sigma^k) q_j \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))]]$$

$$= \frac{-i}{4M_N} \chi_s^\dagger (\epsilon^{ijk} \sigma^k + \epsilon^{jik} \sigma^k) q_j \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))]]$$

$$= \frac{-i}{2M_N} \chi_s^\dagger \epsilon^{ijk} \sigma^k q_j \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))]]$$

$$= \frac{1}{2M_N} \chi_s^\dagger i(\vec{\sigma} \times \vec{q})^i \chi_s [(F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2))]]$$

กำหนด

$$G_M^N(Q^2) = F_1^N(Q^2) + F_2^N(Q^2)$$

$$< N(P') | \vec{j}(0) | N(P) > = \frac{1}{2M_N} \chi_s^\dagger i(\vec{\sigma} \times \vec{q})^i \chi_s G_M^N(Q^2)$$

ภาคผนวก ง

การรีโนรมอลไลซ์ (Renormalization)

เนื่องจากอันตรกิริยาระหว่างควาร์กและเมซอนส่งผลให้มวลของนิวคลีออนมีขนาดเพิ่มขึ้น (mass shift) การประยุกต์ทฤษฎีบทของเกลแมนและโลว์ จึงทำให้สามารถคำนวณมวลของนิวคลีออนที่เพิ่มขึ้นนั้นได้ โดยคำนวณได้จาก

$$\Delta m_N = {}^N\langle \phi_0 | \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int i \delta(t_1) d^4x_1 \dots d^4x_n T[\mathcal{L}_I(x_1) \dots \mathcal{L}_I(x_n)] | \phi_0 \rangle^N_c$$

แผนภาพที่สนับสนุนการเพิ่มขึ้นของขนาดของมวลนิวคลีออน (คิดที่ระดับเมซอนหนึ่งวงหรือระดับที่มีความถูกต้องที่สนใจ ($\mathcal{O}(1/F^2)$) แผนภาพแรกคือ เมฆเมซอน (meson cloud (MC)) ที่อธิบายการส่งออกเมซอนและการดูดกลืนเมซอนบนควาร์กตัวเดียวกัน แผนภาพที่สองคือแผนภาพการแลกเปลี่ยนเมซอน (Meson exchange (EX)) ที่อธิบายการแลกเปลี่ยนเมซอนระหว่างควาร์กคนละตัวในนิวคลีออน

ดังนั้นการเพิ่มขึ้นของขนาดมวลของนิวคลีออนจึงเขียนได้เป็น

$$\Delta m_N^{str} = \Delta m_N^{MC} + \Delta m_N^{EX}$$

จากสมการดิแรคตามเดิมนั้นได้มีการรวมมวลของควาร์กแต่ละตัวเข้าไปในสมการ ดังนั้นสมการดิแรคจึงมีรูปแบบเป็นดังนี้

$$[-i\gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \gamma^0 m_i + \gamma^0 S(r) + V(r) - \varepsilon_\alpha(m_i)] u_\alpha(\vec{x}; m_i)$$

โดย $i = u, d, s, \varepsilon_\alpha(m_i)$ คือค่าพลังงานไอเกน (eigen energys) และ $u_\alpha(\vec{x}; m_i)$ คือฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่ขึ้นกับมวลของควาร์กแต่ละตัว m_i เนื่องจากการรักษามวลของควาร์กแต่ละตัว m_i โดยการทำให้มวลของควาร์กเป็นการรบกวนเพียงเล็กน้อย จึงทำให้สามารถเขียนพลังงานของควาร์กแต่ละตัว $\varepsilon_\alpha(m_i)$ รวมถึงฟังก์ชันคลื่นของควาร์กแต่ละตัวได้เป็น

$$\varepsilon_\alpha(m_i) = \varepsilon_\alpha + \delta \varepsilon_\alpha(m_i)$$

$$u_\alpha(\vec{x}; m_i) = u_\alpha(\vec{x}) + \delta u_\alpha(\vec{x}; m_i)$$

เนื่องจากการคำนวณที่จำกัดไว้เพียงเมซอนหนึ่งวงเท่านั้นหรือในระดับที่มีความถูกต้อง $o(1/F^2)$ ถ้าหากใช้ $\delta u_\alpha(\vec{x}; m_i)$ ในการคำนวณจะส่งผลให้เกิดการสับสนุนในระดับที่สูงขึ้นมากกว่าระดับที่ต้องการหรือมากกว่า $o(1/F^2)$ เพราะในการคำนวณได้มีการรวมฟังก์ชันคลื่นของควาร์กในสถานะกระตุ้น $u_\alpha(\vec{x})$ ในตัวแปรอยู่แล้ว ดังนั้นเพื่อให้การคำนวณอยู่ในระดับที่ต้องการในแผนภาพเมซอนหนึ่งวงจึงใช้เพียง $u_\alpha(\vec{x})$ ในการคำนวณองค์ประกอบเมตริกต่างๆ แต่อย่างไรก็ตามในแผนภาพทรีเลเวล (tree-level diagram) เทอม $\delta u_\alpha(\vec{x}; m_i)$ มีความสำคัญอย่างมากเพราะไม่มีสนามเมซอนเกิดขึ้น แต่เนื่องจากในแผนภาพทรีเลเวลไม่มีตัวแปร ดังนั้นจึงใช้เพียงสถานะพื้นเท่านั้น $u_\alpha(\vec{x}; m_i)$ หรือที่สถานะ $\alpha = 0$

สำหรับพลังงานของควาร์กหนึ่งตัวที่ระดับสถานะพื้น $\varepsilon_0(\hat{m})$ คือ

$$\varepsilon_0(\hat{m}) = \varepsilon_0 + \gamma \hat{m} + o(\hat{m})$$

ดังนั้น สำหรับมวลของควาร์กที่ถูกรีนอร์มอลไลซ์คือ

$$\begin{aligned} m_N^r &= m_N^{core} + \Delta m_N^{str} \\ m_N^r &= 3(\varepsilon_0 + \gamma \hat{m}) + \Delta m_N^{str} \end{aligned}$$

ในทางกลับกันสามารถเขียนในเทอมของมวลของควาร์กที่ถูกรีนอร์มอลไลซ์ได้เป็น

$$m_N^r = 3(\varepsilon_0 + \gamma \hat{m}^r) + \Delta m_N^{EX}$$

โดยที่

$$\hat{m}^r = \hat{m} + \frac{1}{3\gamma} \Delta m_N^{MC}$$

พลังงานของควาร์กที่ถูกรีนอร์มอลไลซ์สามารถเขียนได้เป็น

$$\varepsilon_0^r(\hat{m}^r) = \varepsilon_0 + \gamma \hat{m}^r$$

การรบกวนลอว์ฟังก์ชันคลื่นของควาร์ก

เนื่องจากการรบกวนลอว์มวลของควาร์กทำให้สามารถใช้มวลของควาร์กที่ถูกรบกวนลอว์นี้เพื่อหาสนามของควาร์ก ψ^r ที่ถูกรบกวนลอว์ได้เป็น

$$\psi_i^r(x; m_i^r) = \sum_{\alpha} b_{\alpha} u_{\alpha}(\vec{x}; m_i) e^{-i\varepsilon_{\alpha}^r(m_i^r)t}$$

ฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่ถูกรบกวนลอว์และพลังงานหาได้จากสมการดิแรคที่เกิดจากการดัดแปลง $m_i \rightarrow m_i^r$

$$[-i\gamma^0 \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \gamma^0 m_i^r + \gamma^0 S(r) + V(r) - \varepsilon_{\alpha}(m_i^r)] u_{\alpha}(\vec{x}; m_i^r)$$

และมีผลเฉลยของสถานะพื้นเป็น

$$u_0^r(\vec{x}; m_i^r) = N(m_i^r) e^{-c(m_i^r) \frac{\vec{x}^2}{2R^2}} \left(i \frac{\rho(m_i^r)}{R} \vec{\sigma} \cdot \vec{x} \right) \chi_s \chi_f \chi_c$$

พร้อมกับการรบกวนลอว์

$$\int d^3x u_0^{\dagger r}(\vec{x}; m_i^r) u_0^r(\vec{x}; m_i^r) = 1$$

ทราบว่า $N(m_i^r)$, $c(m_i^r)$ และ $\rho(m_i^r)$ ถูกรบกวนลอว์เป็น

$$N(0) = N, \quad c(0) = 1, \quad \rho(0) = \rho$$

เนื่องจากผลของ $\rho(m_i^r)c(m_i^r)$ ไม่ขึ้นกับ m_i^r และข้อจำกัด

$$\rho(m_i^r)c(m_i^r) = \rho(0)c(0) = \rho$$

พลังงานของควาร์กที่ถูกรบกวนลอว์หลังจากการเก็บ m_i^r เป็นการรบกวนเพียงเล็กน้อยสามารถเขียนได้ในรูปแบบทั่วไปได้เป็น

$$\varepsilon_0^r(m_i^r) = \varepsilon_0 + \gamma m_i^r$$

สำหรับฟังก์ชันคลื่นของควาร์กที่สถานะพื้น $u_0^r(\vec{x}; m_i^r)$

$$u_0^r(\vec{x}; m_i^r) = u_0(\vec{x}) + \delta u_0^r(\vec{x}; m_i^r)$$

ที่

$$\delta u_0^r(\vec{x}; m_i^r) = \frac{m_i^r}{2} \frac{\rho R}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} \left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{21}{4}\rho^2}{1 + \frac{3}{2}\rho^2} - \frac{\vec{x}}{R^2} + \gamma^0 \right) u_0(\vec{x})$$

การรียอร์มอไลซ์ลากรางเจียนยังผล

ก่อนที่จะทำการรียอร์มอไลซ์ลากรางเจียนยังผล อันดับแรกจำเป็นที่จะต้องเข้าใจอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic interaction) ในลากรางเจียนยังผลเพื่อที่จะนำไปใช้ในการรียอร์มอไลซ์ประจุของนิวคลีออน โดยกระบวนการมาตรฐานอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้าของควาร์กและเมซอนกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้า A_μ ถูกแนะนำผ่านการเปลี่ยนเพียงเล็กน้อย (minimal substitution)

$$\partial_\mu \psi \rightarrow D_\mu \psi = \partial_\mu \psi + ieQA_\mu$$

$$\partial_\mu \Phi_i \rightarrow D_\mu \Phi_i = \partial_\mu \Phi_i + e \left[f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right] A_\mu \Phi_j$$

ที่ Q คือเมตริกมวลของควาร์ก และ f_{ijk} คือค่าคงที่โครงสร้างไม่สมมาตรทั้งหมด (totally antisymmetric structure constant) ของกรุป SU(3) (group SU(3))

$$Q = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}$$

ดังนั้นจะได้ลากรางเจียนยังผลส่วนอันตรกิริยาแม่เหล็กไฟฟ้าเป็น

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,EM} = & -e\bar{\psi}(x)\gamma^\mu Q\psi(x)A_\mu(x) - e \sum_{i,j=1}^8 \left[f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right] \Phi_i \partial^\mu \Phi_j A_\mu(x) \\ & + \frac{e^2}{2} \sum_{i=1,2,4,5} \Phi_i^2 A_\mu^2(x) \end{aligned}$$

ในการรียอร์มอไลซ์ลากรางเจียนยังผลทำได้โดยการแทนสนามควาร์ก $\psi(x)$ ด้วยสนามควาร์กที่ถูกรียอร์มอไลซ์ $\psi^r(x)$ ดังนั้นลากรางเจียนที่ถูกรียอร์มอไลซ์คือ

$$\mathcal{L}_{eff}^r(x) = \mathcal{L}_\psi^r + \mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_{ph} + \mathcal{L}_{int}^r$$

ที่ $\mathcal{L}_\psi^r, \mathcal{L}_\Phi, \mathcal{L}_{ph}$ และ $\mathcal{L}_{int}^r$ คือเทอมที่สอดคล้องกับสนามควาร์กที่ถูกคอนไฟน์โดยคักยั้งผล, สนามเมซอนอิสระ, สนามโฟตอนอิสระและเทอมส่วนของอันตรกิริยาตามลำดับ

การรีนอร์มอไลซ์ประจุของนิวคลีออน

เนื่องจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถมีอันตรกิริยาทั้งกับควาร์กและเมซอน ดังนั้นกระแสเชิงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic current) ทั้งหมดคือ

$$j_r^\mu = j_{\psi r}^\mu + j_\Phi^\mu + \delta j_{\psi r}^\mu$$

โดยที่

$$j_{\psi r}^\mu = \bar{\psi}^r \gamma^\mu Q \psi$$

$$j_\Phi^\mu = \left[f_{3ij} + \frac{f_{8ij}}{\sqrt{3}} \right] \Phi_i \partial^\mu \Phi_j$$

$$\delta j_{\psi r}^\mu = \bar{\psi}^r (Z - 1) \gamma^\mu Q \psi$$

ประจุของนิวคลีออนที่ถูกรีนอร์มอไลซ์ที่เมซอนหนึ่งวงนิยามได้เป็น

$$Q_N^r = {}^N \langle \phi_0 | \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \int i \delta(t) d^4 x d^4 x_1 \dots d^4 x_n T[\mathcal{L}_{int,str}^r(x_1) \dots \mathcal{L}_{int,str}^r(x_n)] j_r^0 | \phi_0 \rangle {}^N_c$$

ผลของประจุที่ถูกรีนอร์มอไลซ์คือ

$$Q_N^r \equiv Q_N = \begin{cases} 1 ; N = p \text{ (proton)} \\ 0 ; N = n \text{ (neutron)} \end{cases}$$



ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นาย ธิติกร ชัยชนะวงศ์
วัน เดือน ปีเกิด	25 มิถุนายน 2531
สถานที่เกิด	อำเภอพยัคฆภูมิพิสัย จังหวัดมหาสารคาม
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	24/3 รามคำแหง 24 แขวง 12 ถนนรามคำแหง แขวงหัวหมาก เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร 10240
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	นักวิชาการฟิสิกส์
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	ออนดีมานด์เอดดูเคชั่น จำกัด เขตปทุมวัน กรุงเทพมหานคร 10330
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2553	ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต วท.บ (จิตวิทยาพัฒนาการ) จาก มหาวิทยาลัยรามคำแหง
พ.ศ. 2555	ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต วท.บ (ฟิสิกส์) จาก มหาวิทยาลัยรามคำแหง