

อุททฤษฎีวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบ
เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน

ปริญญาโท

ของ

แสงชัย นิยมศักดิ์

27 ก.ย. 2525

สำนักหอสมุดกลาง มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
สุขุมวิท 23 พระโขนง กรุงเทพฯ 11 โทร. 3921 575, 391 5058

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

เมษายน 2524

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปฏิญญา
นิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษา
มหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

สุทัศน์ บกajian

ประธาน

สุทัศน์ บกajian กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

สุทัศน์ บกajian

ประธาน

สุทัศน์ บกajian กรรมการ

สุทัศน์ บกajian กรรมการ

กรรมการ

ประกาศจุฬุปลการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุทัศน์
ยกสำน ประธานกรรมการที่ปรึกษา และ รองศาสตราจารย์ ดร.ประยงค์ พงษ์ทองเจริญ
กรรมการที่ปรึกษา ซึ่งได้ให้ความช่วยเหลือแนะนำอย่างดียิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอขอบพระคุณ
เป็นอย่างสูง

แสงชัย นิยมศักดิ์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
ขอบเขตของการวิจัย	4
นิยามศัพท์	4
ข้อตกลงเบื้องต้น	5
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
คูคูเปอร์	6
ทฤษฎี บี ซี เอส	9
แสมิลโทเนียนของทฤษฎี บี ซี เอส	9
พลังงานในสถานะพื้นฐาน (ground state) ของ	
ทฤษฎี บี ซี เอส	11
การคำนวณอุณหภูมิวิกฤต T_c ของทฤษฎี บี ซี เอส	16
ทฤษฎีของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกันเมื่อมี	
สิ่งเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็ก	20
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย	26
3 วิธีดำเนินการวิจัย	30
4 ผลการวิจัย	33
สมการของออร์เดอร์พารามิเตอร์	33
การคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต	41
การคำนวณอุณหภูมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้น	47

บทที่	หน้า
5 บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ	68
บทย่อ	68
ความมุ่งหมายของการวิจัย	68
วิธีดำเนินการวิจัย	68
การวิเคราะห์ผล	68
สรุปผลการวิจัย	68
อภิปรายผลการวิจัย	70
ข้อเสนอแนะในการวิจัย	72
บรรณานุกรม	76
ภาคผนวก	79

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	ความน่าจะเป็น V_K^2 ของการยึดกันของอิเล็กตรอนซึ่งเป็นฟังก์ชันของพลังงานของอิเล็กตรอน \mathcal{E}_K รูป (ก) เป็นความน่าจะเป็นในสารตัวนำยิ่งยวดรูป (ข) เป็นความน่าจะเป็นในสารตัวนำปกติ ...	14
2	อุณหภูมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นสำหรับ $\sqrt{T_{CO}}$ หลาย ๆ ค่า ซึ่งเป็นผลของทฤษฎีของฮากูไร	19
3	ออเพอร์พารามิเตอร์สุทธิของสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่มีริสซูธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน แสดงด้วยกราฟเส้นประ ส่วนออเพอร์พารามิเตอร์สารตัวนำยิ่งยวดที่มีริสซูธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน แสดงด้วยกราฟเส้นทึบ จะเห็นว่าสารตัวนำยิ่งยวดไม่มีริสซูธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน จะมีอุณหภูมิวิกฤตเพียงค่าเดียว	22
4	ขบวนการแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างแถบพลังงานต่างแถบกันของ ซูลไฟต์ไฮอัสและวอลต์เกอร์ เส้นหยักแสดงถึงอันตรกิริยาการแลกเปลี่ยนโฟนอน	22
5	สมการไดสัน (Dyson equation) สำหรับกรีนส์ฟังก์ชันแนวทะแยงมุม $F_{SS}(p, w_n)$ ไคอะแกรมแรกแสดงกรีนส์ฟังก์ชันบริสุทธิ์ในแนวทะแยงมุม $F_{SS}^{(0)}(p, w_n)$ ไคอะแกรมที่ 2 และ 3 เป็นกรีนส์ฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับกรกระเจิง โดยสิ่งเจือปนในแถบพลังงานเดียวกัน และต่างแถบพลังงานตามลำดับ	24
6	ขบวนการการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนระหว่างแถบพลังงานต่างแถบกันที่เกี่ยวข้องกับไคอะแกรมที่ 3	25
7	การจับคู่ของอิเล็กตรอนภายในแถบพลังงาน s	37

ภาพประกอบ	หน้า
8 การจับคู่ของอิเล็กตรอนระหว่างแถบพลังงาน s และ D	37
9 การจับคู่ของอิเล็กตรอนภายในแถบพลังงาน D	38
10 การจับคู่ของอิเล็กตรอนระหว่างแถบพลังงาน D กับ s	38

บทนำ

ในปี ค.ศ. 1911 ฮอนเนส (Onnes. 1911 : 1206, 1226) ได้พบ
 สสารตัวนำยิ่งยวด โดยเขาได้วัดความต้านทานไฟฟ้าของปรอทบริสุทธิ์และพบว่า ความต้านทาน
 จะลดลงเป็นศูนย์ที่อุณหภูมิต่ำกว่า 4.2 K ฮอนเนสทำการทดลองนี้ได้โดยใช้ฮีเลียมเหลว
 (liquid helium) ทั้งนี้ การทดลองนี้จึงกระทำในที่อุณหภูมิต่ำมาก ๆ นอกจากนี้ฮอนเนส
 ยังค้นพบว่าสภาพตัวนำยิ่งยวดจะถูกทำลาย เมื่อสารตัวนำยิ่งยวดอยู่ในสนามแม่เหล็กที่มีค่า
 มากพอ และเขายังพบอีกว่า กระแสไฟฟ้าที่มีค่ามาก ๆ เมื่อผ่านไปยังสารตัวนำยิ่งยวดจะ
 ทำลายสภาพตัวนำยิ่งยวด ต่อมา ซิลส์บี (Silsbee. 1916 : 597) ได้เสนอความคิด
 ว่าปรากฏการณ์เหล่านี้จะต้องมีความสัมพันธ์กับ กล่าวคือ การทำลายสภาพตัวนำยิ่งยวดโดย
 กระแสไฟฟ้า เกิดขึ้นโดยสนามแม่เหล็กที่สร้างขึ้นโดยกระแสในเส้นลวด และโดยทั่วไป
 แล้วความเข้มของสนามแม่เหล็กวิกฤตนั้นล้นอุณหภูมิต่ำสุด

เป็ยิวความหมายหลายปี หลังจากการค้นพบสภาพตัวนำยิ่งยวดของฮอนเนสการศึกษา
 สมบัติที่สำคัญของสภาพตัวนำยิ่งยวดเริ่มมีขึ้นในปี ค.ศ. 1932 ก็เคอสม และคนอื่นๆ
 (Keesom and others. 1932 : 121e) พบว่าความร้อนจำเพาะของสารตัวนำ
 ยิ่งยวดมีค่าไม่ต่อเนื่องที่อุณหภูมิต่ำสุดของสารตัวนำยิ่งยวดนั้น ในปี ค.ศ. 1933
 ไมส์เนอร์ และ ออชเชินเฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld. 1933 : 787)
 พบว่าสารตัวนำยิ่งยวดจะผลัก "ฟลักซ์แม่เหล็ก" (magnetic flux) ออกจากตัวมันเมื่อสาร
 ตัวนำยิ่งยวดนั้นถูกทำให้เย็นลงจนมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิต่ำสุด และได้เสนอความเห็น
 ว่าปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นเป็นสภาวะตัวนำยิ่งยวดมากกว่าที่จะเป็นสภาวะนำไฟฟ้าที่สมบูรณ์
 (คือ $E = 0$ ภายใน) นั่นก็หมายความว่า สารตัวนำยิ่งยวดนั้นจะอยู่ในภาวะโคเออร์เรนต์
 ที่สมบูรณ์ (คือ $B = 0$)

ทฤษฎีที่ประสบความสำเร็จอย่างสูงในการอธิบายกำเนิดของสภาพตัวนำยิ่งยวด
เกิดขึ้นในปี ค.ศ. 1935 เอง. และ เอฟ. ลอนดอน (H. and F. London.

1935 : 71) ได้พัฒนาทฤษฎีพื้นฐานของสมบัติทางไฟฟ้าของสารตัวนำยิ่งยวด ทฤษฎีนี้
ประสบความสำเร็จในการอธิบายสมบัติทางไฟฟ้าบางประการของสารตัวนำยิ่งยวดได้

ในปี ค.ศ. 1950 โฟร์ลลิช (Frohlich. 1950 : 477) ได้พิจารณา
อันตรกิริยา(interaction) ระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน โดยคิดว่าอันตรกิริยานี้
จะตอบปัญหาการเกิดสภาพตัวนำยิ่งยวดได้ในเวลาเดียวกัน แมกซ์เวลล์ (Maxwell.

1950 : 477) และ เรย์โนลด์ และคนอื่นๆ (Reynolds and other.

1950 : 487) พบว่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดขึ้นอยู่กับ มวลไอโซโทป
(isotopic mass) ของอะตอมของสารตัวนำยิ่งยวด การทดลองนี้ให้ผลที่สนับสนุน

แนวคิดเกี่ยวกับอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน-โฟนอน ว่ามีส่วนเกี่ยวข้องกับการเป็น
ตัวนำยิ่งยวดของสาร ในที่สุด ปี ค.ศ. 1957 บาร์ดีน กูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์

Bardeen, Cooper and Schrieffer. 1957 : 1175) ได้พัฒนาทฤษฎี ๆ หนึ่ง
ขึ้นเพื่ออธิบายสภาพตัวนำยิ่งยวดให้ถูกต้อง โดยมีแนวความคิดคล้าย ๆ กับแนวความคิด
ของ โฟร์ลลิช แต่ทฤษฎี บี ซี เอส ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ดีกว่า แนวความคิดที่
สำคัญที่ใช้ในทฤษฎี บี ซี เอส ก็คือแนวความคิดของกูเปอร์ (Cooper. 1956 : 1189)

ซึ่งในปี ค.ศ. 1956 กูเปอร์ได้วิเคราะห์อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนโดย
วิธีการที่แตกต่างจากวิธีของโฟร์ลลิช โดยโฟร์ลลิชพิจารณาผลที่เกิดจากการสั่นของ

แลตทิซ (lattice vibration) ต่อพลังงานของอิเล็กตรอนเอง (self-energy)
ส่วนกูเปอร์ได้วิเคราะห์ผลของการสั่นในแลตทิซต่ออันตรกิริยาสู่อิสระระหว่างอิเล็กตรอน

การกำหนดของกูเปอร์แสดงให้เห็นว่าอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนเป็นแรงดึงดูดจึงเป็น
เหตุให้เกิดการจับคู่ของอิเล็กตรอนที่อยู่บริเวณใกล้ ๆ ผิวเฟอร์มี (Fermi surface)

เขาเรียกคู่อิเล็กตรอนนี้ว่า คู่อุปเปอร์ (Cooper pairs) อันตรกิริยาการจับคู่ของ

อิเล็กตรอนนี้จะเป็นเหตุให้เกิดช่องว่างพลังงาน (energy gap) ในแถบสเปกตรัมของ

ความหนาแน่นของสภาพของอิเล็กตรอน

การวิจัยเรื่องสภาพตัวนำยิ่งยวดได้มีกันอย่างกว้างขวางทั้งทางด้านทฤษฎีและด้านทฤษฎี ทฤษฎี บี ซี เอส นี้เป็นพื้นฐานในการวิจัย และเป็นที่ยอมรับกันว่าทฤษฎี บี ซี เอส เป็นทฤษฎีที่ถูกต้อง การวิจัยที่เกิดขึ้นภายหลังทฤษฎีนี้จะทำไปบนแนวที่จะขยายทฤษฎีนี้ให้ละเอียดถูกต้องยิ่งขึ้น

เพื่อที่จะให้ความเข้าใจในธรรมชาติของสภาพตัวนำยิ่งยวด จึงได้มีการศึกษาอิทธิพลของสิ่งเจือปนแบบต่าง ๆ ที่มีต่อสภาพตัวนำยิ่งยวดในด้านที่เกี่ยวกับอุณหภูมิวิกฤต ความร้อนจำเพาะ สภาพการนำไฟฟ้า การดูดกลืนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การดูดกลืนคลื่นอุลตราโซนิก เพราะเหตุว่าสิ่งเจือปนมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤต ดังนั้นจึงมีนักฟิสิกส์หลายท่านได้ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องนี้

ซากุไร (Sakurai. 1978 : 1195) ได้ศึกษาผลของ สิ่งเจือปนแบบแอนเตอร์สันที่มีต่อสภาพตัวนำยิ่งยวด ผลงานวิจัยของซากุไรใช้แบบจำลองชนิดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว (one band) สำหรับแบบจำลองชนิดสองแถบพลังงานนั้น เป็นแบบจำลองที่ขยายขอบเขตในทฤษฎี บี ซี เอส ผู้เสนอแบบจำลองชนิดสองแถบพลังงาน คือ ชูล มัททไฮส์ และ วอลด์เกอร์ (Suhl, Matthias and Walker. 1959 : 552) โดยเสนอไว้ในการศึกษาสมบัติของโลหะบริสุทธิ์ เพื่อมีสภาพเป็นตัวนำยิ่งยวด ทั้งสามท่านพบว่าในโลหะพวกทรานซิชันมีช่องว่างพลังงาน 2 ช่อง ของแถบแต่ละแถบ งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบจำลองชนิดสองแถบพลังงานนี้ มีนักฟิสิกส์หลายท่านได้ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องนี้ เช่น วิลล์ และ บรูสเบอร์ก (Will and Brusberg. 1975 : 169) โมฮาบีร์ และ นาگی (Mohabir and Nagi. 1977 : 139) และ กุซาคาเบ่ (Kusakabe. 1970 : 907) เป็นต้น

ผู้วิจัยต้องการขยายขอบเขตของงานวิจัยของ Sakurai นี้ ให้ครอบคลุมถึงแบบจำลองชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบ (two-band) โดยจะศึกษาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิวิกฤตเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเตอร์สันว่าขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของ สิ่งเจือปนนี้ อย่างไร และเพียงใด

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบ เพื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน โดยจากรายชอบเขตงานวิจัยของชาวไรให้ครอบคลุมถึงแบบจำลองชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบ
2. เพื่อศึกษาอุณหภูมิจากขอบเขตของงานวิจัยนี้ให้ครอบคลุมถึงแบบจำลองชนิดที่มีแถบพลังงาน n แถบ (n เป็นเลขจำนวนเต็ม)

ขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาเฉพาะกรณีที่มีสิ่งเจือปนที่มีความเข้มข้นน้อยจนไม่ต้องพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอะตอมของสิ่งเจือปน
2. พยายามใช้แบบจำลองของสิ่งเจือปนชนิดสมมาตรของแอนเดอร์สัน
3. อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดน้อยกว่าอุณหภูมิคอนโต T_K มาก ๆ

นิยามศัพท์

อุณหภูมิวิกฤต (critical temperature) คือ อุณหภูมิสัมบูรณ์ที่สารตัวนำธรรมดากลายเป็นสารตัวนำยิ่งยวด

สารตัวนำยิ่งยวด (superconductors) คือ โลหะบริสุทธิ์หรือโลหะผสมที่มีสิ่งเจือปนเมื่ออยู่ในสภาพไร้ความต้านทานไฟฟ้า ณ ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต

แบบจำลองสองแถบพลังงาน (two-band model) คือ แบบจำลองของสารที่มีแถบพลังงานสองแถบซ้อนเหลื่อมกัน

ความถี่จำกัด (cutoff frequency) คือ ความถี่สูงสุดของการสั่นของแลตทิซ (lattice) ในที่นี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับความถี่เดบาย (Debye frequency)

สิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน (Anderson impurity) เป็นสิ่งเจือปนที่มีสมบัติ

อยู่ระหว่างแถบแม่เหล็กกับไม้เป็นแม่เหล็ก มันจะมีพฤติกรรมเป็นชนิดโคเน็นขึ้นอยู่กับโลหะ
 เจ้าบ้านด้วยเมื่อนำไปเจือปนในสารตัวนำยิ่งยวดแล้วมันจะยึดขวางการจับคู่ของอิเล็กตรอน
 อุณหภูมิคอนโด (Kondo temperature) คือ อุณหภูมิ ที่สภาพความต้านทาน
 ของโลหะมีค่าต่ำสุด

ผิวเฟอร์มิ (Fermi surface) คือ ผิวของสถานะของอิเล็กตรอนที่มีพลังงานต่ำสุด
 เท่ากันในโมเมนตัมสเปส

ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยครั้งนี้ยอมรับความถูกต้องของ

1. ทฤษฎี บี ซี เอส
2. ทฤษฎีโลหะผสมของแอนเดอร์สัน
3. แบบจำลองชนิดที่มีสองแถบพลังงานเหลื่อมซ้อนกันของ ฟูล แมทโทอิส

และวอล์คเกอร์

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

คูเปอร์ (Cooper pairs)

ในการพิจารณาการจับคู่ของอิเล็กตรอน คูเปอร์ได้ใช้แบบจำลองง่าย ๆ โดยพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอน 2 ตัว ในสถานะพื้นฐาน (ground state) ของสารตัวนำปกติ เมื่อไม่มีอันตรกิริยาระหว่างกัน พลังกัชนั้เคลื่อนของอิเล็กตรอนทั้งสองจะเป็น

$$\phi = \Omega^{-1} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r}_1 - \vec{k} \cdot \vec{r}_2)} \quad \text{เมื่อ } k < k_F$$

สำหรับฟังก์ชันคลื่นโดยทั่วไปสามารถกระจายในรูปผลรวมของโคออร์ดิเนตของอิเล็กตรอนได้ดังนี้

$$\psi = \sum_{\vec{k}' > k_F} a_{\vec{k}'} e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}_2} \quad (2.1)$$

จากสมการแฮมิลโทเนียน

$$(H_0 + V_{ee})\psi = E\psi$$

$$\text{หรือ } (E - H_0)\psi = V\psi \quad (2.2)$$

เมื่อ H_0 เป็น แฮมิลโทเนียน และ $V = V_{ee}$ เป็นอันตรกิริยาสุทธิระหว่างอิเล็กตรอน แทนค่า ψ ใน (2.2) จะได้

$$\begin{aligned} (E - H_0) \sum_{\vec{k}' > k_F} a_{\vec{k}'} e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}_2} \\ = V \sum_{\vec{k}' > k_F} a_{\vec{k}'} e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}_1} e^{-i\vec{k}' \cdot \vec{r}_2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

สมการ (2.3) คูณด้วย $\frac{1}{\Omega} (e^{-i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_1 - \epsilon t)} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2 - \epsilon t)})^*$ แล้วอินทิเกรต ผลที่ได้คือ

$$(E - 2\epsilon) a_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} \langle \mathbf{k}, -\mathbf{k} | V | \mathbf{k}', -\mathbf{k}' \rangle \quad (2.4)$$

เมื่อ $\langle \mathbf{k}, -\mathbf{k} | V | \mathbf{k}', -\mathbf{k}' \rangle = \frac{1}{\Omega^2} \iint d^3r_1 d^3r_2 e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} \frac{1}{V |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}$

กำหนดให้ $\langle \mathbf{k}, -\mathbf{k} | V | \mathbf{k}', -\mathbf{k}' \rangle = \lambda \omega_{\mathbf{k}'} \omega_{\mathbf{k}} \quad (2.5)$

ถ้าเป็นแรงดึงดูด λ จะมีเครื่องหมายลบ ถ้าเป็นแรงผลัก λ จะมีเครื่องหมายบวก สมการ (2.4) เขียนใหม่ได้เป็น

$$(E - 2\epsilon) a_{\mathbf{k}} = \lambda \omega_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} \omega_{\mathbf{k}'} a_{\mathbf{k}'} \quad (2.6)$$

ผลรวมของเทอม \mathbf{k}' ไม่ขึ้นกับเทอม \mathbf{k} ดังนั้น เราอาจแทนผลรวมด้วยค่าคงที่

$$C = \sum_{\mathbf{k}'} \omega_{\mathbf{k}'} a_{\mathbf{k}'} \quad (2.7)$$

สมการ (2.6) จึงเป็น

$$(E - 2\epsilon) a_{\mathbf{k}} = \lambda \omega_{\mathbf{k}} C$$

นั่นคือ $a_{\mathbf{k}} = \frac{\lambda \omega_{\mathbf{k}} C}{(E - 2\epsilon)_{\mathbf{k}}} \quad (2.8)$

สมการ (2.7) ถ้าเปลี่ยน \mathbf{k}' เป็น \mathbf{k} จะได้

$$\begin{aligned} C &= \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} \\ &= \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \frac{\lambda \omega_{\mathbf{k}} C}{(E - 2\epsilon)_{\mathbf{k}}} = C \lambda \sum_{\mathbf{k}} \frac{\omega_{\mathbf{k}}^2}{(E - 2\epsilon)_{\mathbf{k}}} \end{aligned}$$

นั่นคือ
$$I = \lambda \sum_k \frac{\omega_k^2}{(E - 2\epsilon_k)} \quad (2.9)$$

จากสมการ (2.9) ถ้าอันตรกิริยาเป็นแรงผลัก $\lambda > 0$ และ $E < 2E_F$ สมการนี้จะไม่เป็นจริง เพราะทางขวามือของสมการจะมีเครื่องหมายเป็นลบ ถ้าอันตรกิริยาเป็นแรงดึงดูด $\lambda < 0$ และ $E < 2E_F$ สมการนี้จะเป็นจริงและมีคำตอบ ในกรณีนี้สถานะที่ถูกกระตุ้น (excited state) จะมีพลังงานที่ค่าหนึ่งที่สอดคล้องกับการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอน ซึ่งเราเรียกอิเล็กตรอนที่จับคู่กันในสภาวะเช่นนี้ว่า คู่อิเล็กตรอน

ถ้า ω_k มีค่าไม่จำกัด สมการ (2.9) จะมีค่าได้หลายค่าไม่สิ้นสุด เพื่อให้สมการมีค่าสิ้นสุด เราต้องสมมติว่า ω_k มีค่าคงที่ใกล้ๆ บริเวณผิวเฟอร์มี และจะมีค่าลดลงเป็นศูนย์ที่พลังงานจำกัด $\epsilon_k - E_F = E_c$ พลังงานจำกัดนี้จะมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับพลังงานเฟอร์มี ดังนั้น การรวมเทอม k จึงสามารถเขียนในรูปอินทิเกรตได้เป็น

$$\begin{aligned} I &= \lambda \sum_k \frac{\omega_k^2}{(E - 2\epsilon_k)} \\ &= \lambda \omega_k^2 \frac{N(E_F)}{2} \int_0^{E_c} \frac{d\epsilon}{(E - 2\epsilon)} \\ &= -\lambda \omega_k^2 \frac{N(E_F)}{4} \ln \left| \frac{E - 2E_c}{E} \right| \end{aligned}$$

นั่นคือ
$$\left| \frac{E - 2E_c}{E} \right| = e^{-4/\lambda \omega_k^2 N(E_F)} \quad (2.10)$$

เมื่อ $\frac{N(E_F)}{2}$ เป็นความหนาแน่นของคู่อิเล็กตรอน ซึ่งเป็นคู่อิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้ามเท่านั้น

เนื่องจาก $E < 0$ และอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนเป็นแรงดึงดูด ดังนั้น

สมการ (2.10) อาจเขียนได้เป็น

$$\frac{|E| + 2E_c}{|E|} = e^{-4/\lambda\omega_k^2} N(E_F) \quad (2.11)$$

อันตรกิริยาในการจับคู่เป็นแบบอ่อน ดังนั้นเทอมเอ็กโปเนนเชียลจะมีค่าบวกที่มีค่ามาก ดังนั้น $E_c \gg |E|$ สมการ (2.11) จึงประมาณได้ดังนี้

$$|E| = 2E_c e^{-4/\lambda\omega_k^2} N(E_F)$$

ถ้า $|E|$ คือพลังงานยึดเหนี่ยว (binding energy) ของคู่อิเล็กตรอนนั่นเอง

ทฤษฎี บี ซี เอส

บาร์ดีน คูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper and Schrieffer, 1957 : 1175) ได้พัฒนาทฤษฎีขึ้นใหม่โดยอาศัยทฤษฎีของคูเปอร์ เพื่ออธิบายปรากฏการณ์สภาพตัวนำยิ่งยวด ทฤษฎีนี้เรียกรย่อ ๆ ว่า ทฤษฎี บี ซี เอส

แฮมิลโทเนียนของทฤษฎี บี ซี เอส

ทฤษฎี บี ซี เอส พิจารณาแฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยา ระหว่างอิเล็กตรอนสองตัว สภาวะของอิเล็กตรอนกำหนดได้โดย โมเมนตัมและสปิน เมื่อให้ k เป็นเลขคลื่นที่มีสปินมีทิศพุ่งขึ้น และ $-k$ เป็นเลขคลื่น ที่มีสปินมีทิศพุ่งลง ดังนั้น อาจเขียนอันตรกิริยาของคู่อิเล็กตรอนได้เป็น

$$V_{elec} = \frac{1}{2N} \sum_{k,q} \left(\frac{V_q^* V_q}{\epsilon_k - \epsilon_{k+q} - \hbar\omega_q} c_{k+q}^\dagger c_{-k-q}^\dagger c_{-k} c_k + \frac{V_q^* V_q}{\epsilon_k - \epsilon_{k+q} - \hbar\omega_q} c_k^\dagger c_{-k}^\dagger c_{-k-q} c_{k+q} \right) \quad (2.12)$$

ถ้าให้ $k + q = K$ เทอมที่สองของสมการ (2.12) จะเป็น

$$\frac{1}{2N} \sum_{K,q} \frac{V_q^* V_q}{\epsilon_{K+q} - \epsilon_K - \hbar\omega_q} c_{K+q}^+ c_{-K-q}^+ c_{-K} c_K \quad (2.13)$$

โดยการเปลี่ยน K เป็น k ใน (2.13) เรารวมสองเทอมในสมการ (2.12) ได้เป็น

$$V_{elec} = \sum_{k,q} \frac{V_q^* V_q \hbar\omega_q / N}{(\epsilon_k - \epsilon_{k+q})^2 - (\hbar\omega_q)^2} \begin{pmatrix} c_{-k-q}^+ & c_{k+q}^+ \\ c_{-k} & c_k \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

เพื่อความสะดวก สมการ (2.14) จะกำหนดตัวโอเปอเรเตอร์ได้ดังนี้

$$b_k = c_{-k} c_k \quad (2.15)$$

$$b_k^+ = c_{-k-q}^+ c_{k+q}^+ = c_{-k}^+ c_k^+ \quad (2.16)$$

b_k^+ เป็นโอเปอเรเตอร์แบบสร้างสรรค์ (creation operator)

b_k เป็นโอเปอเรเตอร์แบบทำลาย (annihilation operator)

สำหรับศักย์ลัทธิจะต้องพิจารณาศักย์แบบถูกลมด้วย

$$V_{k+q;k} = \frac{V_q^* V_q \hbar\omega_q / N}{(\epsilon_k - \epsilon_{k+q})^2 - (\hbar\omega_q)^2} + \frac{V(\text{ถูกลม})}{k+q, k} \quad (2.17)$$

ดังนั้น แฮมิลโทเนียนของทฤษฎี ปี ซี เอส จึงเขียนได้เป็น

$$H = \sum_k \epsilon_k c_k^\dagger c_k + \sum_{k,k'} V_{kk'} b_{k'}^\dagger b_k \quad (2.13)$$

สมมติให้เงื่อนไขของการจับคู่ของอิเล็กตรอนในทฤษฎี บี ซี เอส จึงเขียนได้เป็น

$$H = \sum_k 2\epsilon_k b_k^\dagger b_k + \sum_{k,k'} V_{kk'} b_{k'}^\dagger b_k \quad (2.19)$$

พลังงานในสถานะพื้นฐาน (ground state) ของทฤษฎี บี ซี เอส

ฟังก์ชันคลื่นของระบบที่มีอิเล็กตรอนหลายตัวกำหนดได้ดังนี้

$$|\Psi\rangle = \prod_k (u_k + v_k b_k^\dagger) |0\rangle \quad (2.20)$$

เมื่อ $|0\rangle$ เป็นสถานะในสุญญากาศ (vacuum state) u และ v เป็นตัวพารามิเตอร์สำหรับเลขคลื่น k ทั้ง u_k และ v_k นี้คือค่าเงื่อนไขในการหาค่าคาดหวังของจำนวนอิเล็กตรอน N ซึ่งหาได้จากการนอร์มัลไลเซชัน

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \Psi \rangle &= \langle 0 | \prod_k (u_k + v_k b_k) (u_k + v_k b_k^\dagger) | 0 \rangle \\ &= \prod_k \langle 0 | u_k^2 + v_k^2 b_k b_k^\dagger | 0 \rangle \\ &= \prod_k (u_k^2 + v_k^2) \end{aligned} \quad (2.21)$$

เมื่อ $\langle 0 | b_k | 0 \rangle = \langle 0 | b_k^\dagger | 0 \rangle = 0$ และเงื่อนไขที่ฟังก์ชันคลื่นจะนอร์มัลไลซ์ก็คือ $u_k^2 + v_k^2 = 1$ ดังนั้นเราจะหาค่าคาดหวังที่จะพบอิเล็กตรอนในสถานะพื้นฐานได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} &= \frac{\langle \Psi | \sum_k c_k^\dagger c_k | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \\
 &= \frac{2 \langle \Psi | \sum_k b_k^\dagger b_k | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \\
 &= N
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

ในกรณีของการจับคู่อิเล็กตรอน เราจะหาค่าต่ำสุดของ W ได้โดย

$$W = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \frac{2\mu \langle \Psi | \sum_k b_k^\dagger b_k | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} + \mu N \tag{2.23}$$

เมื่อ μ เป็นตัวคูณลากรางจ์ เทอมที่สามไม่ขึ้นกับพารามิเตอร์ u_k และ v_k เทอมสองเทอมแรกอาจเขียนรวมกันได้

$$W = \sum_k 2(\epsilon_k - \mu) \frac{v_k^2}{u_k^2 + v_k^2} + \sum_{kk'} \frac{V_{kk'} u_{k'} v_{k'} u_k v_k}{(u_{k'}^2 + v_{k'}^2)(u_k^2 + v_k^2)} \tag{2.24}$$

เงื่อนไขที่จะทำให้ W มีค่าต่ำสุดก็คือ $u_k^2 + v_k^2 = 1$, $u_{k'}^2 + v_{k'}^2 = 1$ ดังนั้นจึงใช้ตัวคูณลากรางจ์ตัวใหม่เป็น λ_k ถ้าค่าสุดท้ายจะเป็น

$$W' = \sum_k \left\{ 2(\epsilon_k - \mu) v_k^2 + \lambda_k (u_k^2 + v_k^2) \right\} + \sum_{kk'} V_{kk'} u_{k'} v_{k'} u_k v_k \tag{2.25}$$

สำหรับค่า u_k, v_k, λ_k และ μ จะหาได้จากเงื่อนไข

$$\frac{\partial W'}{\partial u_k} = 0, \quad \frac{\partial W'}{\partial v_k} = 0, \quad u_k^2 + v_k^2 = 1, \quad N = \sum_k 2V_k^2 \quad (2.26)$$

นั่นคือ

$$\frac{\partial W'}{\partial u_k} = 2\lambda_k u_k - 2V_k \Delta_k = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial W'}{\partial v_k} = \left\{ 4(\epsilon_k - \mu) + 2\lambda_k \right\} v_k - 2u_k \Delta_k = 0 \quad (2.28)$$

เมื่อ Δ_k เป็นพารามิเตอร์ของช่องว่างพลังงาน (energy gap parameter) ซึ่งกำหนดให้เป็น

$$\Delta_k = - \sum_{k'} V_{kk'} u_{k'} v_{k'} \quad (2.29)$$

เพื่อความสะดวกเราจะนิยามค่าพลังงานขึ้นใหม่เป็น

$$E_k = \epsilon_k - \mu + \lambda_k \quad (2.30)$$

$$\therefore \lambda_k = E_k - (\epsilon_k - \mu)$$

E_k นี้จะเป็นพลังงานในสถานะกระตุ้นของอิเล็กตรอนในสารตัวนำยิ่งยวด
แทนค่า λ_k ในสมการ (2.27) และ (2.28) จะได้

$$\left\{ E_k - (\epsilon_k - \mu) \right\} v_k - \Delta_k u_k = 0 \quad (2.31)$$

$$\left\{ E_k - (\epsilon_k - \mu) \right\} u_k - \Delta_k v_k = 0 \quad (2.32)$$

แก้สมการ (2.31) และ (2.32) โดยใช้เงื่อนไข $u_k^2 + v_k^2 = 1$ เราจะได้
ความสัมพันธ์ของ

$$u_k v_k = \frac{\Delta_k}{2E_k} \quad (2.33)$$

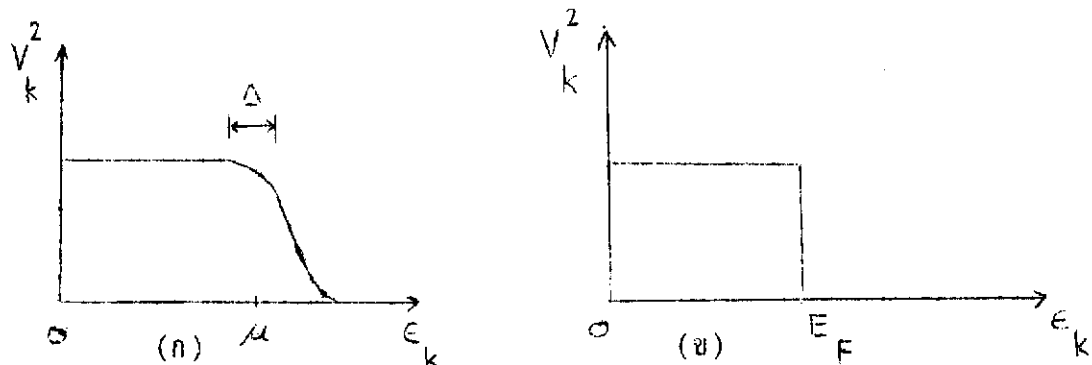
และ
$$E_k^2 - (\epsilon_k - \mu)^2 - \Delta_k^2 = 0 \quad (2.34)$$

หรือ
$$E_k = \pm \sqrt{(\epsilon_k - \mu)^2 + \Delta_k^2}$$

ค่า E_k จะต้องเป็นเครื่องหมายบวกเท่านั้น เมื่อพิจารณา v_k ที่ได้จากการ
แก้สมการ (2.31) และ (2.32)

$$v_k^2 = \frac{E_k - (\epsilon_k - \mu)}{2E_k} \quad (2.35)$$

ค่า v_k^2 นี้จะเป็นความน่าจะเป็นของการจับคู่ของอิเล็กตรอน ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 ความน่าจะเป็น v_k^2 ของการจับคู่ของอิเล็กตรอน ซึ่งเป็นฟังก์ชัน
ของพลังงานของอิเล็กตรอน ϵ_k รูป (ก) เป็นความน่าจะเป็นในสารตัวนำยิ่งยวด
รูป (ข) เป็นความน่าจะเป็นในสารตัวนำปกติ

จากภาพประกอบ 1 จะเห็นว่าโอกาสการจับคู่กันของอิเล็กตรอน ลดลงที่บริเวณ
ใกล้ ๆ พลังงานเฟอร์มี (μ) สำหรับพารามิเตอร์ Δ_k สามารถหาได้จากสมการ (2.29)
และ (2.33)

$$\Delta_k = - \sum_{k'} V_{kk'} u_{k'} v_{k'} = \frac{1}{2} \sum_{k'} V_{kk'} \Delta_{k'} / E_{k'} \quad (2.36)$$

สมการ (2.36) เป็นสมการของช่องว่างพลังงาน การแก้สมการนี้อาจทำได้
ง่าย ๆ โดยกำหนดค่าศักย์ดังนี้

$$V_{kk'} = \begin{cases} -V, & \text{เมื่อ } |k| \text{ และ } |k'| < k_F \\ 0, & \text{สำหรับพลังงานค่าอื่น ๆ} \end{cases} \quad (2.37)$$

เราเลือกพลังงานจำกัดเป็นพลังงานตีบชาย เมื่อแทน $V_{kk'}$ ในสมการ (2.36) จะได้

$$\Delta_k = \begin{cases} \Delta_0, & \text{เมื่อ } |k| \text{ และ } |k'| < k_F \\ 0, & \text{สำหรับพลังงานค่าอื่น ๆ} \end{cases} \quad (2.38)$$

ดังนั้น อาจเขียนสมการ (2.36) ได้เป็น

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= \frac{1}{2} V \Delta_0 \sum_k \frac{1}{\sqrt{(E_k - \mu)^2 + \Delta_0^2}} \\ &= V \Delta_0 \frac{N(E_F)}{4} \int_{-k_F}^{k_F} \frac{d\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta_0^2}} \end{aligned}$$

$$\text{นั่นคือ} \quad 1 = \frac{V N(E_F)}{4} \ln \frac{\sqrt{k_F^2 + \Delta_0^2} + k_F}{\sqrt{k_F^2 + \Delta_0^2} - k_F} \quad (2.39)$$

ในการอินทิเกรตนี้ เราวัดพลังงานจากพลังงานเฟอร์มิ และความหนาแน่นของการจับคู่อิเล็กตรอนเป็น $\left(\frac{N(E)}{2}\right)$ ที่พลังงานเฟอร์มิ เมื่ออันตรกิริยาการจับคู่เป็นแบบแรงอ่อน ๆ เรากระจาย ลอการิทึม (logarithm) ในเทอม $\Delta_0 / \hbar\omega_D$ จะได้

$$\Delta_0 = 2 \hbar\omega_D e^{-2/N(E_F)V} \quad (2.40)$$

Δ_0 คือช่องว่างพลังงาน (energy gap) สมการนี้จะใช้ได้เมื่อ Δ_0 มีค่าน้อย ๆ เมื่อเปรียบเทียบกับพลังงานคutoff $\hbar\omega_D$ ดังนั้นเงื่อนไขที่สำคัญของสมการนี้ก็คือ $N(E_F)V \ll 1$

การคำนวณอุณหภูมิวิกฤต T_c ของทฤษฎี บี ซี เอส

เนื่องจากช่องว่างพลังงานมีค่าน้อยลง เมื่ออุณหภูมิสัมบูรณ์สูงขึ้น ในทฤษฎี บี ซี เอส ค่าช่องว่างพลังงานขึ้นอยู่กับอุณหภูมิสัมบูรณ์ดังนี้

$$\Delta_k(T) = \sum_{k'} V_{k'k} u_{k'} v_k [1 - 2f_{k'}(T)] \quad (2.41)$$

เมื่อ $f_{k'}(T)$ เป็นฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มิ

$$f_{k'}(T) = \frac{1}{e^{E_{k'}/k_B T} + 1} \quad (2.42)$$

$E_{k'}$ เป็นพลังงานของอิเล็กตรอนที่อยู่ในสถานะกระตุ้น

$$E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta_k^2(T)} \quad (2.43)$$

จากการทดลองพบว่า เมื่อ $\Delta_k(T)$ เป็นศูนย์ อุณหภูมิขณะนั้นจะเป็นอุณหภูมิวิกฤต ดังนั้นสมการ (2.41) เมื่อแทนค่า $u_{k'}$, v_k และ $f_{k'}$ แล้วเปลี่ยนผลรวมเป็นอินทิเกรต จะได้ผลสุดท้ายเป็น

$$k_B T \approx 1.13 \hbar \omega_D e^{-1/N(\omega)V} \quad (2.44)$$

เมื่อ $N(\omega)$ คือความหนาแน่นของสถานะของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มี ω และ V เป็นพารามิเตอร์ ตามปกติแล้ว $\hbar \omega = \hbar \omega_D = k_B \theta_D$ เมื่อ ω_D เป็นความถี่จำกัด θ_D เป็นอุณหภูมิเดบาย ดังนั้น

$$\theta_D = \frac{\hbar \omega_D}{k_B}$$

สมการ (2.44) จึงเป็น

$$T_c \approx \theta_D e^{-1/N(\omega)V}$$

นอกจากนี้ อุณหภูมิวิกฤต T_c สามารถหาได้ในเทอมของช่องว่างพลังงาน จากสมการ (2.40) ที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ เราได้

$$\Delta_0 = 2 \hbar \omega_D e^{-1/N(\omega)V} \quad (2.45)$$

จากสมการ (2.44) และ (2.45) เราสามารถหาอัตราส่วนของ Δ_0 กับ $k_B T_c$ ได้ดังนี้

$$\frac{\Delta_0}{k_B T_c} = 1.76 \quad (2.46)$$

จากการทดลองวัดค่า $2\Delta_0/k_B T_c$ ของธาตุต่าง ๆ ซึ่ง Δ_0 หาได้จากการทดลองที่เกี่ยวข้องกับการทะลุทะลวง (tunneling experiment) พบว่าสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสมบัติเป็นไปตามสมการ (2.46) มีเพียง 10% ของสารตัวนำยิ่งยวดทั้งหมด ส่วนสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่เป็นไปตามสมการ (2.46) เช่น ตะกั่ว และ ทองแดง มีประมาณ 30% ดังแสดงใน ตาราง 1 ส่วนสารตัวนำยิ่งยวดอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากนี้ ถ้าจะวิเคราะห์โดย

ละเอียด ต้องใช้ทฤษฎีการจับคู่อย่างแรง (strong-coupling theory) มาวิเคราะห์

ตาราง 1 การวัดค่าของ $\frac{2\Delta}{kT_{BC}}$

ธาตุ	$\frac{2\Delta}{kT_{BC}}$
Al	3.4
Cd	3.2
Hg(∞)	4.6
In	3.6
Nb	3.8
Pb	4.3
Sn	3.5
Ta	3.6
Tl	3.6
V	3.4
Zn	3.2

จากผลการคำนวณอุณหภูมิจุดวิกฤตของ ซากุไร สำหรับสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มี
แถบพลังงานแถบเดียว เมื่อ $T_c \ll \omega < \tilde{\Gamma}$ และค่าความเข้มข้นมีค่าอยู่ระหว่าง
 $0 < c < c_0$

$$\frac{T_c}{T_{c0}} = \exp \left[- \frac{(A+B)c}{(1-Bc)} \right] \quad (2.47)$$

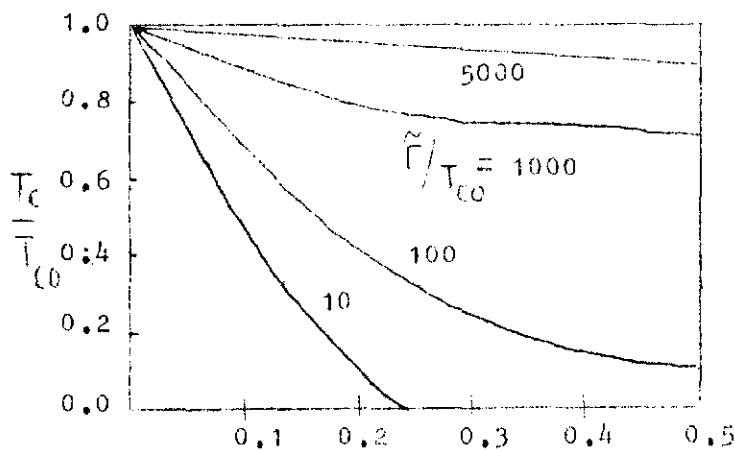
เมื่อ $A = \tilde{\chi}_{11} \rho_d / \epsilon_0$, $B = \tilde{\chi}_{12} \rho_d / \epsilon_0$ และ $\lambda = g N \rho_d$ (ค่าคงที่ของ
การจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในสารตัวนำยิ่งยวด) ถ้าแทน $\tilde{\chi}_{11} = 1$ และ $\tilde{\chi}_{12} = \mu$

{เมื่อ $U_{eff} = U/O + U/d$ } ในสมการ (2.47) จะได้ผลของไคเซอร์ (Kaiser. 1970 : 410) ที่ใช้การประมาณแบบฮาร์ตรี-ฟอด ถ้าแทนค่า $\tilde{\chi}_{rr} = 1$ และ

$\tilde{\chi}_{rr} = U_{eff}/p_d \exp(U_{eff})$ ลงในสมการ (2.47) จะได้ผลของ สลอตต์แมน

(Schlottmann. 1977 : 663) ซึ่งคำนวณโดยใช้วิธีการ รีนอร์มัลไลซ์กรุป เขาพบว่า อันตรกิริยาหลักแบบไม่ยืดหยุ่นระหว่างคู่อิเล็กตรอน เป็นองค์ประกอบสำคัญในการทำลาย สภาพตัวนำยิ่งยวด

สมการ (2.47) สามารถแสดงให้เห็นได้ด้วยกราฟของการเปลี่ยนแปลง $T_c(c)$ ที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้น ถึงภาพประกอบ 2 เมื่อมีการแปรค่าพารามิเตอร์ $\tilde{\Gamma}/T_{c0}$ จะเห็นว่าในทุก ๆ กรณีเส้นกราฟ $T_c(c)$ ลดลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล



$$\tilde{c} = c / (c + 4\pi p_d^2 T_{c0})$$

ภาพประกอบ 2 จุดหมุมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้น สำหรับค่า $\tilde{\Gamma}/T_{c0}$ หลาย ๆ ค่า ซึ่งเป็นผลของทฤษฎีของซาตุโร

คุณสมบัติของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานเหลือซ้อนกัน เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็ก

ชาว (Chow, 1971 : 111 - 115) ได้ศึกษาสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบไม่เป็นแม่เหล็กโดยใช้กรีนฟังก์ชันของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ (d-band) เขาได้แยกการศึกษาดังกล่าวออกเป็นสองกรณีคือ

1. กรณีการจับคู่โดยไอโฟนอนในแถบพลังงานเดียวกัน $g_s \neq 0, g_d \neq 0$
แต่ $g_{sd} = 0$

2. กรณีการจับคู่โดยไอโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ต่างกัน
 $g_{sd} \neq 0$ แต่ $g_s = g_d = 0$

เขาพบว่ากรณีการจับคู่ไอโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ต่างกัน ค่าคงที่ของคูมูรี่ ซี ที เอส จะมีค่าที่เป็นศูนย์ ดังนั้นขอบเขตของการจับคู่ไอโฟนอนระหว่างแถบพลังงานต่างแถบกัน จึงเป็นเรื่องที่น่าสนใจ ถ้ามีการวัดการจับคู่ของอิเล็กตรอนโดยไอโฟนอนภายในแถบพลังงานเดียวกัน กรณีขอบเขตของการจับคู่นี้จะได้รับโลหะพวกทรานซิชันปกติ เช่น ไนโอเบียม ซึ่งเป็นที่ทราบกันว่าแถบพลังงาน ซี จะใหญ่กว่าแถบพลังงาน เอส

งานวิจัยต่อมาของ ชาว ได้พิจารณาขอบเขตของการจับคู่ของอิเล็กตรอนโดยไอโฟนอนภายในแถบพลังงานแถบเดียวกัน คือ $g_{sd} = 0$ แม้ว่ากรณีสารตัวนำยิ่งยวดที่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบ เมื่อไม่มีการจับคู่ระหว่างคู่อิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่างแถบกัน สารนั้นจะมีอุณหภูมิวิกฤต 2 ค่า คือ $T_{cs}^{(0)}$ และ $T_{cd}^{(0)}$ อุณหภูมิวิกฤตแต่ละค่าจะเป็นตัวบ่งชี้ถึงแถบพลังงานสองแถบ เนื่องจากความหนาแน่นของแถบพลังงาน ซี มีค่ามากกว่า ดังนั้นจึงเป็นที่คาดว่า $T_{cd}^{(0)}$ จะมีค่ามากกว่า $T_{cs}^{(0)}$ และโดยสายตาของนักทดลองจะเห็นว่าอาจปกตินัก $T_{cd}^{(0)}$ เป็นค่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบ หรือ $T_{cd}^{(0)} = T_c^{(0)}$ ถ้ามีการรบกวนของไอโฟนอนโดยสิ่งเจือปนในสารตัวนำยิ่งยวดที่โบริดบริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบ อุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน ซี T_{cd} จะมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน นั่นคือ $T_{cd} < T_{cd}^{(0)}$ ในทาง

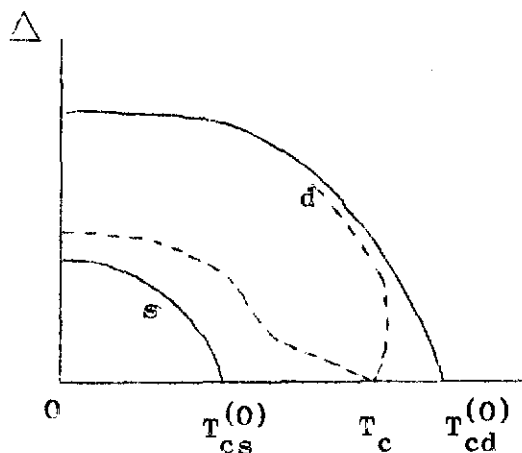
ตรงกันข้ามจะสรุปได้ว่า อุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน เอส T_{CS} ของสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบจะมีค่ามากกว่าอุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน เอส ในสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ ที่มีแถบพลังงานสองแถบ นั่นคือ $T_{CS} > T_{CS}^{(0)}$ ชาว ได้คำนวณให้เห็นว่า ในสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานนั้น T_{CS} จะมีค่าเท่ากับ T_{CS} เสมอ เขายังสรุปอีกว่าสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงาน และไม่มี การจับคู่แบบ ซี ซี เอส ระหว่างแถบพลังงานต่างแถบกัน จะมีอุณหภูมิวิกฤตเพียงค่าเดียว คือ T_C ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ T_{CS} และ T_{CS}

แม้ว่าข้อมูลทางความร้อนจำเพาะของสารตัวนำยิ่งยวดในโอเบียม จะอธิบายได้ ในเทอมของแบบจำลองที่มีแถบพลังงานสองแถบ เมื่อเร็ว ๆ นี้ การทดลองเรื่องการทะลุทะลวงของ ฮาฟสตรอม และ แม็คคิวคาร์ (Hafstrom and Mac Vicar, 1970 : 11) ได้แสดงให้เห็นแบบของการจับคู่ของ s-pair และ d-pair ในสารตัวนำยิ่งยวดในโอเบียม ประเด็นที่ว่าสังเกตจากการทดลองของ ฮาฟสตรอม-แม็คคิวคาร์คือ

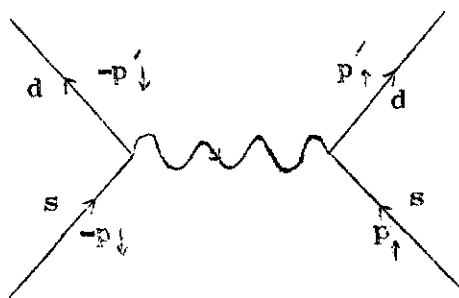
1. สารตัวอย่างที่ ฮาฟสตรอม-แม็คคิวคาร์ ใช้ในการทดลองนั้นเป็นสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์
2. ในสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์นี้จะไม่สามารถสังเกตเห็นอุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน เอส ได้

ดังนั้น ฮาฟสตรอม-แม็คคิวคาร์ จึงคาดว่าอุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน เอส T_{CS} จะมีค่าเท่ากับอุณหภูมิวิกฤตของแถบพลังงาน ซี T_{CS} ชาว เชื่อว่าในสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์จะมีการกระเจิงของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่างแถบพลังงานกัน โดยสิ่งเจือปนซึ่งเป็นเหตุให้เกิดการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ต่างแถบกัน

พฤติกรรมของออเคอร์ซารามิเตอร์ของสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 ออเคอร์พารามิเตอร์สุทธิของสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานแสดงด้วยกราฟเส้นประ ส่วนออเคอร์พารามิเตอร์สารตัวนำยิ่งยวดที่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานแสดงด้วยกราฟเส้นทึบ จะเห็นว่าสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ที่มีสองแถบพลังงานจะมีอุณหภูมิวิกฤตเพียงค่าเดียว



ภาพประกอบ 4 ขบวนการแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างแถบพลังงานต่างแถบกันของ ซูล แมทไทฮีส และ วอล์คเกอร์ เส้นหยักแสดงถึงอันตรกิริยาการแลกเปลี่ยนโฟนอน

ในกรณีของ ซูล แมทไทฮีส และ วอล์คเกอร์ นี้ ถ้าเปรียบเทียบกับแฮมิลโทเนียนของ ฮาว ที่ขึ้นอยู่กับการกระเจิงโดยสิ่งเจือปน แฮมิลโทเนียนของ ฮาว จะเป็นไปตามสมการ

$$\begin{aligned}
H_{int} &= \sum_{i6} \int d^3x V_s(\vec{x} - \vec{R}_i) \psi_{s6}^+(\vec{x}) \psi_{s6}(\vec{x}) \\
&+ \sum_{i6} \int d^3x V_d(\vec{x} - \vec{R}_i) \psi_{d6}^+(\vec{x}) \psi_{d6}(\vec{x}) \\
&+ \sum_{i6} \int d^3x V_{sd}(\vec{x} - \vec{R}_i) \left(\psi_{s6}^+(\vec{x}) \psi_{d6}(\vec{x}) + \psi_{d6}^+(\vec{x}) \psi_{s6}(\vec{x}) \right) \quad (2.48)
\end{aligned}$$

เมื่อ $V_s(\vec{x} - \vec{R}_i)$ และ $V_d(\vec{x} - \vec{R}_i)$ เป็นศักย์ของการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนที่แถบพลังงานแถบเดียวกัน เมื่ออะตอมของสิ่งเจือปนอยู่ที่ตำแหน่ง \vec{R}_i และ $V_{sd}(\vec{x} - \vec{R}_i)$ เป็นศักย์ของการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนของแถบพลังงานต่างแถบกัน ในโคออดิเนต \vec{x} (\vec{x} -space) แฮมิลโทเนียนของ ฮุค แมทโทอิส และ วอลด์เกอร์ สามารถเขียนได้เป็น

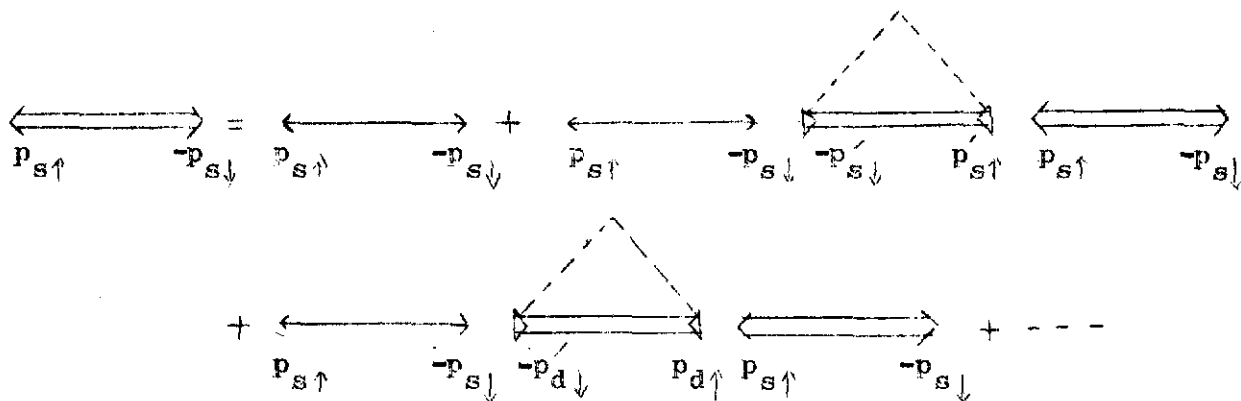
$$\begin{aligned}
H_{exch} &= -V_{sd} \int d^3x \left(\psi_{d\uparrow}^+(\vec{x}) \psi_{d\downarrow}^+(\vec{x}) \psi_{s\downarrow}(\vec{x}) \psi_{s\uparrow}(\vec{x}) \right. \\
&\quad \left. + \psi_{s\uparrow}^+(\vec{x}) \psi_{s\downarrow}^+(\vec{x}) \psi_{d\downarrow}(\vec{x}) \psi_{d\uparrow}(\vec{x}) \right) \quad (2.49)
\end{aligned}$$

สิ่งที่น่าสนใจในกรณีของการกระเจิงโดยสิ่งเจือปน คือ การคำนวณ H_{int} ตามสมการ (2.48) โดยใช้การประมาณค่าอันดับสองของบอร์น (second order Born approximation) ที่จริงแล้วขบวนการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนสำหรับอิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่างแถบกัน จะคล้าย ๆ กับขบวนการแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่างแถบกัน และใช้กรีนส์ฟังก์ชันของเมทริกซ์ 2×2 เป็น

$$F_{ss}(\vec{p}, t-t') = -i \langle T c_{s,\vec{p}\uparrow}(t) c_{s,\vec{p}\downarrow}(t') \rangle \quad (2.50)$$

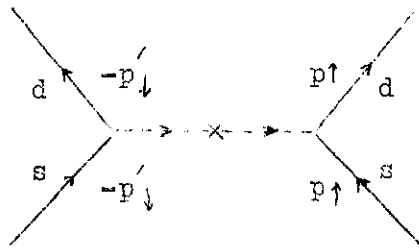
$$F_{dd}(\vec{p}, t-t') = -i \langle T c_{d,\vec{p}\uparrow}(t) c_{d,\vec{p}\downarrow}(t') \rangle \quad (2.51)$$

เมื่อ $c_{s, \vec{p} \uparrow}$ คือ โอเปอเรเตอร์แบบทำลาย (destruction operator) สำหรับ เอส-อิเล็กตรอน ที่มีโมเมนตัม \vec{p} และสปินขึ้น



ภาพประกอบ 5 สมการไดสัน (Dyson equation) สำหรับกรีนส์ฟังก์ชันแนวทแยงมุม $F_{SS}(\vec{p}, w_n)$ ไคอะแกรมทางขวามือข้างบน ไคอะแกรมแรกแสดงกรีนส์ฟังก์ชันบริสุทธิ์ในแนวทแยงมุม $F_{SS}^{(0)}(\vec{p}, w_n)$ ไคอะแกรมที่สอง และสาม เป็นกรีนส์ฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับ การกระเจิง โดยสิ่งเจือปนในแถบพลังงานเดียวกันและต่างแถบพลังงานตามลำดับ

ในภาพประกอบ 5 ขาว ได้กำหนดสมการ ไดสัน (Dyson equation) สำหรับ $F_{SS}(\vec{p}, w_n)$ ในเทอมของฟายน์แมนไคอะแกรม ซึ่งใช้วิธีการของอะบริคอฟ กอร์กอฟ และ ดไซยาโลชินสกี (Abrikosov, Gorkov and Dzyaloshinsky, 1963 : 336) ทางขวามือของสมการจะแสดงเฉพาะไคอะแกรมที่สำคัญ ๆ เท่านั้น ไคอะแกรมแรกจะเป็นกรีนส์ฟังก์ชันเมื่อไม่มีอันตรกิริยา $F_{SS}^{(0)}(\vec{p}, w_n)$ ไคอะแกรมที่สองเป็นกรีนส์ฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับ การกระเจิง โดยสิ่งเจือปนภายในแถบพลังงานแถบเดียวกัน และไคอะแกรมที่สามจะเป็นกรีนส์ฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับ การกระเจิง โดยสิ่งเจือปนระหว่างแถบพลังงานต่างแถบกัน ขาว ได้พิจารณาไคอะแกรมที่สาม ดังแสดงในภาพประกอบ 6



ภาพประกอบ 6 ขบวนการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนระหว่างแถบพลังงานที่ต่างแถบกันที่
เกี่ยวข้องกับโคอะออร์บิตที่ 3

ชาว ได้เปรียบเทียบภาพประกอบ 4 และ 6 แสดงให้เห็นความคล้ายกันระหว่าง
ขบวนการแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่ต่างแถบกัน ของ ซูล
แมทโทอัส และ วอล์คเกอร์ กับขบวนการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนระหว่างแถบพลังงานที่
ต่างแถบกันในทั้งสองขบวนการ การจับคู่ของ เอส-อิเล็กตรอน ที่มีสปินตรงกันข้าม และ
โมเมนต์จะเปลี่ยนเป็นการจับคู่ของ ดี-อิเล็กตรอนที่มีสปินและโมเมนต์ตรงกันข้าม
เนื่องจากความคล้ายกันอันนี้เอง ชาว จึงสรุปว่าจะมีอุณหภูมิวิกฤตเพียงค่าเดียวที่สอดคล้อง
กับสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบ ชาว ได้ชี้ให้เห็นว่าขบวนการทั้งสอง
จะเกี่ยวข้องกันและกัน ในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสองแถบพลังงานในสารตัวนำยิ่งยวดที่มี
สิ่งเจือปนมากพอ ดูเหมือนว่าขบวนการเกิดการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนระหว่างแถบพลังงาน
ที่ต่างกันจะมีความสำคัญมากกว่าขบวนการแลกเปลี่ยนโฟนอน ระหว่างอิเล็กตรอนใน
แถบพลังงานต่างแถบกันของ ซูล แมทโทอัส และ วอล์คเกอร์

แบบจำลองที่มีแถบพลังงานสองแถบที่พิจารณาเฉพาะการจับคู่ของอิเล็กตรอน โดย
ใช้โฟนอนภายในแถบพลังงานเดียวกัน ประสบความสำเร็จในการใช้วิเคราะห์ข้อมูลทาง
ความร้อนจำเพาะของสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ในโลหะพวกทรานซิชัน จะเห็นว่า
ออเคอร์พารามิเตอร์ของแถบพลังงาน เอส จะเป็น $\Delta_S \rightarrow \Delta_S (2T_{sd})^{-1}$ สำหรับ $T \geq 0$

การนำเอาสารเจือปนใส่ในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานสองแถบทำให้เกิด
การกระเจิงโดยสิ่งเจือปน สำหรับอิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่างแถบกันซึ่งเป็นเหตุให้

ความร่อนจำเพาะของแถบพลังงาน เอส ลดลงที่อุณหภูมิต่ำ ๆ การเปลี่ยนแปลงของ T_C นั้นขึ้นอยู่กับภาระเครื่อง โดยสิ่งเจือปนทั้งภาพประกอบ 3 การทดลองเรื่องทะเลหลวง ของฮาฟสตรอมและแม็คควินท์ อาจสรุปได้ว่ามีเพียงอุณหภูมิวิกฤตเพียงค่าเดียวสำหรับสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบ

ชาว ให้ความเห็นว่าอุณหภูมิวิกฤต T_C ของไนโอเบียมจะไม่ขึ้นกับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนที่มีอยู่ในไนโอเบียมหนัก แต่เรื่องนี้สามารถอธิบายโดยอาศัยความจริงที่ว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอยู่กับจำนวนการกระเจิงโดยสิ่งเจือปนซึ่งแสดงให้เห็นว่าเป็นสัดส่วนกับ $(2T_{sd})^{-1}$ ซึ่งขึ้นกับความหนาแน่นของสถานะของแถบพลังงาน เอส $N_S(0)$ ที่ผิวเฟอร์มิ ดังนั้นการคำนวณอุณหภูมิวิกฤต T_C จึงขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสารเจือปน

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

ซูล แมทโทอิส และวอล์ทเกอร์ (Suhl, Matthias and Walker.

1959 : 522) ได้ขยายขอบเขตของทฤษฎี บี ซี เอส ให้ครอบคลุมกรณีโลหะที่มีแถบพลังงานซ้อนกัน ทั้งสามท่านได้ศึกษาสมบัติของโลหะบริสุทธิ์เมื่อเป็นตัวนำยิ่งยวดและพบว่ามีช่องว่างพลังงานสองช่องสำหรับแถบพลังงานแต่ละแถบ และสำหรับอุณหภูมิวิกฤตนั้นผลการวิจัยพบว่าค่าอุณหภูมิวิกฤตสามารถเขียนอยู่ในรูปของพารามิเตอร์ 5 ตัว คือ

1. พลังงานจำกัด (cutoff energy) ของอันตรกิริยาการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอน
2. ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในสภาพปกติสองสถานะ สถานะหนึ่ง ๆ สำหรับพลังงานแถบหนึ่ง
3. ค่าคงที่ความรุนแรงของอันตรกิริยา 3 ค่า
 - 3.1 สองค่าสำหรับการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานเดียวกัน
 - 3.2 ส่วนอีกหนึ่งค่าสำหรับการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงานต่างแถบกัน

เนื่องจากสิ่งเจือปนมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิวิกฤต ดังนั้นจึงมีนักวิจัยหลายท่านได้ศึกษาอิทธิพลของสิ่งเจือปน เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบต่าง ๆ ผสมในสารตัวนำยิ่งยวดแล้วศึกษาผลที่ได้ต่ออุณหภูมิวิกฤต กุซาคาเบ้ (Kusakabe. 1970 : 907) ได้ศึกษาสภาพตัวนำยิ่งยวดในโลหะพาดทรานซิชัน (transition metals) เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็ก โดยให้อันตรกิริยาการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนเป็น V ($i, j = s, D$) แล้วให้ความถี่จำกัด (cutoff frequency) ต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า ในกรณีที่

$w_{ss} = w_{DD} = w_{SD} = w_D$ เมื่อ w_D เป็นความถี่เดบาย (Debye frequency) ค่าอุณหภูมิวิกฤตจะลดลงเมื่อสารเจือปนมีความเข้มข้นสูงขึ้น ซึ่งผลนี้สอดคล้องกับผลที่มอสคาเลนโก และ พาลิสทรานท์ (Moskalenko and Palistrant. 1965 : 770) ชุง และ วอง (Sung and Wong. 1976 : 1933) ได้คำนวณไว้ นอกจากนี้เขายังพบอีกว่าในกรณีที่ $w_{ss} = w_{DD} = w_D \neq w_{SD}$ ค่าอุณหภูมิวิกฤตจะลดลงหรือจะเพิ่มขึ้นก็ได้

ในปี ค.ศ. 1975 งานวิจัยเรื่องเดียวกันของ วิลล์ และ บรูสเบอร์ก (Will and Brusberg. 1975 : 169) ได้ศึกษาอิทธิพลของสิ่งเจือปนแบบพาราแมกเนติกที่มีต่ออุณหภูมิวิกฤต T_c แบบจำลองชนิดแถบพลังงานสองแถบ เขาได้ตั้งสมมติฐานนี้เหมาะสมกับแถบพลังงาน เอส คือว่าแถบพลังงาน ดี เขาสมมติต่อไปอีกว่าโมเมนต์เฟอร์มี P_{Fi} และมวลอิเล็กตรอน m_i ของแถบพลังงาน เอส และ ดี มีค่าแตกต่างกัน และพลังงานต่ำสุดของแถบพลังงานทั้งสองไม่เท่ากัน ผลการวิจัยสรุปว่าถ้าความถี่จำกัดไม่เท่ากันจะทำให้ค่า T_c เปลี่ยนแปลงได้ การกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสิ่งเจือปนสามารถทำให้อุณหภูมิวิกฤตมีค่าสูงขึ้น และเมื่อสิ่งเจือปนมีความเข้มข้นถึงความเข้มข้นวิกฤต จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงสภาพตัวนำยิ่งยวดจาก ออเคอร์สอง เป็น ออเคอร์หนึ่ง งานวิจัยที่สนับสนุนผลของ วิลล์ และ บรูสเบอร์ก คือ งานวิจัยของ เอนเทล กลอสส์ ฟิสเชอร์ และ บอนจิ (Entel, Klose, Fischer and Bongji. 1975 : 363) ซึ่งได้ใช้แบบจำลองอย่างง่ายของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานสองแถบและมีอันตรกิริยาการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอนภายในแถบพลังงานเดียวกัน และอิเล็กตรอนต่างแถบพลังงาน โดยมีความถี่จำกัดของอันตรกิริยาเป็นความถี่เดบาย

นอกจากนี้ เอนเทล และ เรนเนอร์ (Entel and Rainer. 1976 : 511) ได้ศึกษาอุณหภูมิวิกฤติของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานสองแถบ เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบ พาราแมกเนติก พบว่าค่าความเข้มข้นของสิ่งเจือปนไม่เป็นศูนย์แล้วการที่ความถี่จังก์ชันมีค่าแตกต่างกันจะมีอิทธิพลต่อพารามิเตอร์ของอันตรกิริยาสุทธิเท่านั้น อันตรกิริยานี้เป็นอันตรกิริยาที่ขึ้นอยู่กับสิ่งเจือปนเพียงเล็กน้อยเท่านั้น และผลของการวิจัยพบว่าค่าอุณหภูมิวิกฤต T_c จะมีค่าลดลงเสมอ เมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมีค่าเพิ่มขึ้น เพื่อให้ครอบคลุมปัญหาข้างขึ้น โฆฮาเบียร์ และ นาگی (Mohabir and Nagi. 1977 : 193) ได้ศึกษาเรื่องเช่นเดียวกับ เอนเทล และ เรนเนอร์ ในกรณีที่สิ่งเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก และได้หาสมการที่เหมาะสมกับกรณีที่อันตรกิริยา ระหว่างอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่โดยเสรีกับอิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปนที่มีค่าสูง แล้วคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งค่าอุณหภูมิวิกฤตนั้นขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนตามสมการ

$$\ln \frac{T_{c0}}{T_c} = \frac{1}{2} \left\{ \pm A_0 + k(\rho_0) \mp [A_0 \pm 2\alpha_0 A_0 k(\rho_0) + k^2(\rho_c)]^{1/2} \right\}$$

$$\text{เมื่อ } A_0 = \frac{[(\eta_1 - \eta_2)^2 + 4\eta_1' \eta_2']^{1/2}}{|\eta_1 \eta_2 - \eta_1' \eta_2'|}$$

$$\alpha_0 = \frac{[(\lambda - 1)(\eta_2 - \eta_1) + 2\lambda \eta_1' + 2\eta_2']}{(\lambda + 1) [(\eta_2 - \eta_1)^2 + 4\eta_1' \eta_2']^{1/2}}$$

$$\eta_1 = \eta_s = N_s^{(0)} V_{ss}$$

$$\eta_2 = \eta_D = N_D^{(0)} V_{DD}$$

$$\eta_1' = \eta_s' = N_s^{(0)} V_{sD}$$

$$\eta_2' = \eta_D' = N_D^{(0)} V_{sD}$$

$$\rho_0 = (\lambda + 1) / 2\pi\tau T_c$$

$$\lambda = N_D(e) / N_S(e)$$

$$k = \Psi\left(\frac{1+\rho}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2}\right)$$

เมื่อ Ψ คือ ได-แกมมาฟังก์ชัน (di-Gamma function) $N_S(0)$ และ $N_D(0)$ เป็นความหนาแน่นของสถานะในแถบพลังงาน เอส และ ดี ที่ผิวเฟอร์มิ V_{SS} , V_{SD} , V_{DD} เป็นอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน เอส ระหว่างแถบพลังงาน เอส กับ แถบพลังงาน ดี และระหว่างแถบพลังงาน ดี ตามลำดับ

ในการคำนวณค่า T_c นั้น โมฮาเบียร์ และ นากิ ได้ใช้วิธีประมาณค่าที่อเดอร์ คำสุดของบอร์น (Born approximation) โดยใช้ ที-เมทริกซ์ (t-matrix) กำหนด การกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสิ่งเจือปน แล้วสรุปว่า T_c ไม่ได้เปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วนัก

เท่าที่กล่าวมาข้างต้น การศึกษาเกี่ยวกับสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนอาจแยกได้ ว่า แบบจำลองที่ใช้ศึกษากันมีอยู่สองแบบ คือ แบบจำลอง แบบ เอส-ดี และแบบจำลองที่ ศึกษาการกระเจิงของอิเล็กตรอน ความแตกต่างของแบบจำลองทั้งสองนี้อยู่ที่ว่า แบบจำลอง เอส-ดี นั้น จะมีความยุ่งยากในการคำนวณที่บริเวณ $T \ll T_k$ แต่แบบจำลองการกระเจิง โดยสิ่งเจือปนสามารถคำนวณหาค่าต่าง ๆ ได้โดยตรงจากวิธีการประมาณค่าของบอร์น ซึ่ง ไม่ได้พิจารณาผลของ คอนโด (Kondo effect) และใช้ไม่ได้ที่อุณหภูมิสูง ๆ

ซากุไร (Sakurai, 1978 : 1195) ได้พิจารณาระบบที่มีสิ่งเจือปนไม่เป็น แม้เหล็กที่บริเวณต่ำกว่าอุณหภูมิคอนโดมาก ๆ แบบจำลองที่เขาคำนวณใช้ได้ในช่วงอุณหภูมิ

$T \leq \frac{1}{3}T_k$ ซากุไรได้คำนวณตรงบริเวณ $T_c(e) \ll T_k$ นอกจากนี้เขายังแสดงให้เห็นว่าแบบจำลองแบบ เอส-ดี ที่อิเล็กตรอนมีการจับคู่แบบแอนตี้เฟอร์โร แมกเนติก นั้น ก็ยังสามารถคำนวณได้โดยใช้แบบจำลองของแอนเดอร์สัน

วิธีดำเนินการ

การคำนวณหาอนุกรมวิฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานสองแถบเมื่อมี
สิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันทำเป็นขั้น ๆ ดังนี้

1. ใช้แฮมิลโทเนียนของแอนเดอร์สัน และของ ฟูด แมทโทอิส และ วอล์คเกอร์

$$H = H_0 + H_{cd} + H_{corr} + H_{sd} + H_{scs}$$

เมื่อ H_0 คือ แฮมิลโทเนียนของสถานะปกติของอิเล็กตรอนอิสระ

$$H_0 = \sum_{k,s} \epsilon_{ks} a_{ks}^\dagger a_{ks} + \sum_{k,D} \epsilon_{kD} D_{kD}^\dagger D_{kD}$$

ϵ คือ พลังงานของอิเล็กตรอนอิสระที่มีโมเมนตัม k

$a_{ks}^\dagger, D_{kD}^\dagger$ เป็นโอเปอเรเตอร์แบบสร้างสรรค์ (creation operators)

ของ s และ D อิเล็กตรอน

a_{ks}, D_{kD} เป็นโอเปอเรเตอร์แบบทำลาย (destruction operators)

ของ s และ D อิเล็กตรอน

H_{cd} คือแฮมิลโทเนียนของ d อิเล็กตรอน ที่อยู่ในอะตอมของสิ่งเจือปน

$$H_{cd} = E_d \sum_{\delta} n_{\delta}$$

E_d เป็นพลังงานของ d อิเล็กตรอนอิสระ

n_{δ} คือความหนาแน่นของจำนวน d อิเล็กตรอน

H_{corr} คือแฮมิลโทเนียนของแรงผลักระหว่าง d อิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้าม

$$H_{corr} = U \sum_{d\uparrow, d\downarrow} n_{d\uparrow} n_{d\downarrow}$$

U คือพลังงานที่เกิดขึ้นจากอันตรกิริยาแบบผลักระหว่าง d อิเล็กตรอนที่มีสปินตรงกันข้าม

$n_{d\uparrow}, n_{d\downarrow}$ คือความหนาแน่นของจำนวน d อิเล็กตรอนที่มีสปินขึ้นและลงตามลำดับ
 H_{sd} คือ แฮมิลโทเนียนของอันตรกิริยาระหว่าง s, D และ d อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่โดยเสรี (conduction electron) กับอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่รอบ ๆ ในอะตอมของสิ่งเจือปน

$$H_{sd} = \sum_{k\ell} (V_{sd} a_{k\ell}^+ d_{\ell} + h.c.) + \sum_{k\ell} (V_{Dd} D_{k\ell}^+ d_{\ell} + h.c.)$$

V_{sd} หรือ V_{Dd} คือความรุนแรงของอันตรกิริยาผสมกัน (the mixing in interaction) ระหว่าง s และ D อิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่โดยเสรี และ d อิเล็กตรอนที่อยู่ในอะตอมของสิ่งเจือปน

H_{BCS} คือแฮมิลโทเนียนของ ซูเปอร์คอนดักเตอร์

$$H_{BCS} = -g \sum_{ss'kk'} a_{k\uparrow}^+ a_{k\downarrow}^+ a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} - g \sum_{DD'kk'} D_{k\uparrow}^+ D_{k\downarrow}^+ D_{-k\downarrow} D_{k\uparrow} - g \sum_{sDkk'} (a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ D_{-k\downarrow} D_{k\downarrow} + D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow})$$

g_{ss}, g_{DD} และ g_{sD} เป็นค่าคงที่ของการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอน โดยใช้โฟนอนสำหรับการจับคู่ระหว่าง s กับ s อิเล็กตรอน การจับคู่ D กับ D อิเล็กตรอน และการจับคู่ s กับ D อิเล็กตรอนตามลำดับ

2. หากเรินส์ตั้งกันที่ปกติ $F_{ss}^+(k, w_n), F_{DD}^+(k, w_n)$ ของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบนอนเคอร์สัน จากสมการการเคลื่อนที่ของอะบริโคซอฟ และ กอร์ดอฟ

3. คำนวณอุณหภูมิวิกฤตได้จากออเพอเรเตอร์พาราเมเตอร์ของแบบจำลองที่มีแถบพลังงานสองแถบ ดังนี้

$$\Delta_{SS}^+ = T \sum_{k,n} \left[g_{SS} F_{SS}^+(k, \omega_n) + g_{SD} F_{DD}^+(k, \omega_n) \right]$$

$$\Delta_{DD}^+ = T \sum_{k,n} \left[g_{DD} F_{DD}^+(k, \omega_n) + g_{SD} F_{SS}^+(k, \omega_n) \right]$$

4. คำนวณอุณหภูมิวิกฤต T_c ที่ความเข้มข้น c เมื่อ

$$c = N_i / N$$

N_i คือ จำนวนอะตอมของสิ่งเจือปน

N คือ จำนวนอะตอมของโลหะเจ้าบ้าน

5. เมื่อคำนวณอุณหภูมิวิกฤต T_c ของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน ซึ่งขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนได้แล้ว นำผลที่ได้มาพิจารณาเปรียบเทียบกับผลของงานวิจัยอื่น ๆ

บทที่ 4

ผลการวิจัย

สมการของออสโตรพารามิเตอร์

สมมติให้เป็นของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบและสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันอะตอมเดี่ยว เขียนได้เป็น

$$H = H_0 + H_{int} \quad (4.1)$$

เมื่อ

$$H_0 = \sum_{k\sigma} \epsilon_{kS} a_{k\sigma}^\dagger a_{k\sigma} - g \sum_{SS'kk'} a_{k\uparrow}^\dagger a_{-k\downarrow}^\dagger a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow}$$

$$+ \sum_{k\sigma} \epsilon_{kD} D_{k\sigma}^\dagger D_{k\sigma} - g_{DD} \sum_{kk'} D_{k\uparrow}^\dagger D_{-k\downarrow}^\dagger D_{-k'\downarrow} D_{k'\uparrow}$$

$$- g_{SD} \sum_{kk'} \left(a_{k\uparrow}^\dagger a_{-k\downarrow}^\dagger D_{-k'\downarrow} D_{k'\uparrow} \right.$$

$$\left. + D_{k\uparrow}^\dagger D_{-k\downarrow}^\dagger a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \right)$$

(4.2)

$$\begin{aligned}
H_{imp} = & \sum_{k\sigma} \left(V_{sd} a_{k\sigma}^\dagger d_\sigma + h.c. \right) \\
& + \sum_{k\sigma} \left(V_{Dd} D_{k\sigma}^\dagger d_\sigma + h.c. \right) \\
& + E_d \sum_{\sigma} n_{d\sigma} + U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

สมการข้างบน

$a_{k\sigma}$ และ $a_{k\sigma}^\dagger$ เป็นโอเปอเรเตอร์แบบทำลายและแบบสร้างสรรค์ สำหรับ s อิเล็กตรอนที่มีสปิน σ และโมเมนตัม k ตามลำดับ

$D_{k\sigma}$ และ $D_{k\sigma}^\dagger$ เป็นโอเปอเรเตอร์แบบทำลายและแบบสร้างสรรค์ สำหรับ D อิเล็กตรอนที่มีสปิน σ และโมเมนตัม k ตามลำดับ

ϵ_{ss} , ϵ_{DD} และ ϵ_{sD} เป็นค่าคงที่ของการจับคู่โดยใช้โฟนอนระหว่าง s และ s อิเล็กตรอน D และ D อิเล็กตรอน และ s กับ D อิเล็กตรอน ตามลำดับ

V_{sd} และ V_{Dd} เป็นอันตรกิริยาผสม (mixing interaction) ระหว่างอิเล็กตรอนอิสระในแถบพลังงาน s และ D อิเล็กตรอนกับ d อิเล็กตรอนที่อยู่ในอะตอมของสิ่งเจือปน

U เป็นอันตรกิริยาแบบหลักระหว่าง d อิเล็กตรอนในอะตอมที่มีสปินตรงข้ามกัน เพื่อความสะดวกในการคำนวณ เราสมมติว่า อันตรกิริยาการจับคู่ของอิเล็กตรอนแถบพลังงานแถบเดียวกันและต่างแถบกัน มีค่าความถี่ใกล้เคียงกัน คือ w_D และ เราจะใช้ระดับพลังงานของ d อิเล็กตรอนในอะตอมของสิ่งเจือปน ϵ_d เป็น $-U/2$ การคำนวณนี้จึงเป็นกรณีที่สิ่งเจือปนเป็นแบบสมมาตร

กรีนฟังก์ชันปกติ $G_{\mathbf{k}}(i\omega)$ และกรีนฟังก์ชันผิดปกติ $F_{\mathbf{k}}(i\omega)$ หาได้จากสมการการเคลื่อนที่ของอะบริโคซอฟ (Abrikosov and others, 1961:1943) ออเทอร์พารามิเตอร์ของแถบพลังงาน s และแถบพลังงาน D เขียนได้เป็น

$$\Delta_{ss}^+ = T \sum_{k\omega} \left[g_{ss} F_{ss}^+(k, \omega_n) + g_{SD} F_{DD}^+(k, \omega_n) \right] \quad (4.4)$$

$$\Delta_{DD}^+ = T \sum_{k\omega} \left[g_{DD} F_{DD}^+(k, \omega_n) + g_{SD} F_{SS}^+(k, \omega_n) \right] \quad (4.5)$$

เมื่อ $F_{ss}^+(k, \omega_n) = \int_0^{\beta'} d\tau \langle T_{\tau} \tilde{a}_{k\uparrow}^+(\tau) \tilde{a}_{-k\downarrow}^+(0) \rangle_s e^{i\omega_n \tau} \quad (4.6)$

$$F_{DD}^+(k, \omega_n) = \int_0^{\beta'} d\tau \langle T_{\tau} \tilde{D}_{k\uparrow}^+(\tau) \tilde{D}_{-k\downarrow}^+(0) \rangle_s e^{i\omega_n \tau} \quad (4.7)$$

$$\tilde{a}_{k\uparrow}(\tau) = e^{H\tau} a_{k\uparrow} e^{-H\tau} \quad (4.8)$$

$$\tilde{D}_{k\uparrow}(\tau) = e^{H\tau} D_{k\uparrow} e^{-H\tau} \quad (4.9)$$

และ $\omega_n = (2n+1)\pi T \quad (4.10)$

$$\beta' = \frac{1}{T}$$

เนื่องจากในการศึกษาครั้งนี้เราสนใจเฉพาะอุณหภูมิวิกฤต T_c ที่อุณหภูมิใกล้กับอุณหภูมิวิกฤต T_c ค่าออเทอร์พารามิเตอร์ Δ_{jj} ($j=s, D$) จึงมีค่าน้อย ทางขวามือของสมการ (4.6) และ (4.7) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ Δ_{jj} ได้เป็น

$$\begin{aligned}
 \Delta_{SS}^+ &= g_{SS} \sum_{kk_1} \left\{ \int_0^{\beta'} d\tau_1 \langle T_{\tau_1} a_{k_1 \uparrow}^+(0) a_{-k_1 \downarrow}^+(0) \right. \\
 &\quad \left. \times a_{-k_1 \downarrow}(\tau_1) a_{k_1 \uparrow}(\tau_1) \right\rangle_n \Delta_{SS}^+ \\
 &+ g_{SD} \sum_{kk_1} \left\{ \int_0^{\beta'} d\tau_1 \langle T_{\tau_1} D_{k_1 \uparrow}^+(0) D_{-k_1 \downarrow}^+(0) \right. \\
 &\quad \left. \times D_{-k_1 \downarrow}(\tau_1) D_{k_1 \uparrow}(\tau_1) \right\rangle_n \Delta_{DD}^+ \quad (4.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta_{DD}^+ &= g_{DD} \sum_{kk_1} \left\{ \int_0^{\beta'} d\tau_1 \langle T_{\tau_1} D_{k_1 \uparrow}^+(0) D_{-k_1 \downarrow}^+(0) \right. \\
 &\quad \left. \times D_{-k_1 \downarrow}(\tau_1) D_{k_1 \uparrow}(\tau_1) \right\rangle_n \Delta_{DD}^+ \\
 &+ g_{SD} \sum_{kk_1} \left\{ \int_0^{\beta'} d\tau_1 \langle T_{\tau_1} a_{k_1 \uparrow}^+(0) a_{-k_1 \downarrow}^+(0) \right. \\
 &\quad \left. \times a_{-k_1 \downarrow}(\tau_1) a_{k_1 \uparrow}(\tau_1) \right\rangle_n \Delta_{SS}^+ \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $a(\tau) = e^{H_n \tau} a e^{-H_n \tau}$, $D(\tau) = e^{H_n \tau} D e^{-H_n \tau}$ (4.13)

H_n คือแฮมิลโทเนียนของระบบที่มี $\Delta_{jj} = 0$

ในการหาคุณสมบัติที่ศึกษาได้โดยวิธีการ perturbational analysis
คือพิจารณาอันตรกิริยาการผสมกันระหว่างอิเล็กตรอน s , D และ d และอันตรกิริยาแบบ
หลัก U เป็นอันตรกิริยารบกวน

การจับคู่ของ s อิเล็กตรอน สามารถแสดงให้เห็นได้ด้วยโคอะแกรมดังภาพประกอบ

ภาพประกอบ 7 8, 9 และ 10



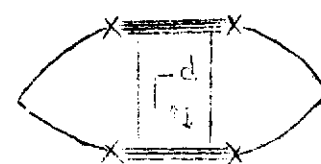
(ก)



(ข)



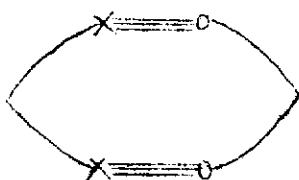
(ค)



(ง)

ภาพประกอบ 7 การจับคู่ของอิเล็กตรอนภายในแถบพลังงาน s

$$\langle \tilde{a}_{k\uparrow}^\dagger(\tau) \tilde{a}_{-k\downarrow}(0) \rangle = (ก) + (ข) + (ค) + (ง)$$



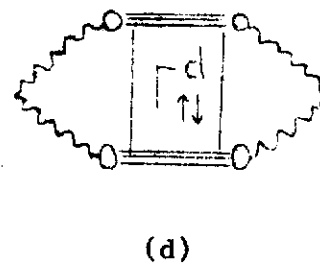
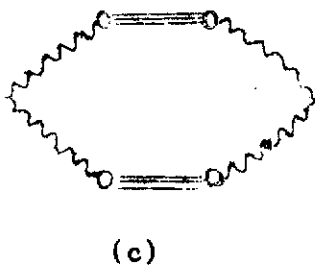
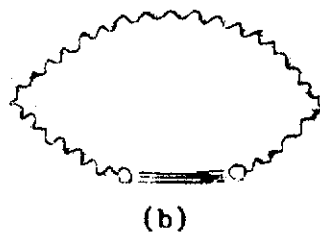
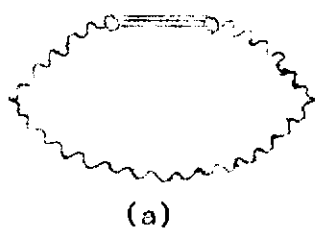
(จ)



(ฉ)

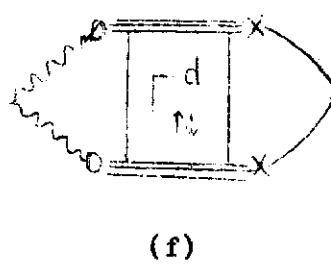
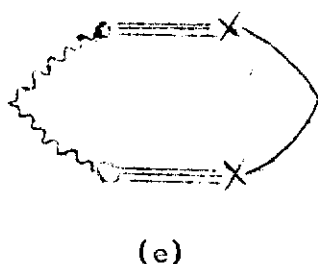
ภาพประกอบ 8 การจับคู่ของอิเล็กตรอนระหว่างแถบพลังงาน s และ D

$$\langle \tilde{a}_{k\uparrow}^\dagger(\tau) |D\rangle (-k\downarrow)(0) \rangle = (จ) + (ฉ)$$



ภาพประกอบ 9 การจับคู่ของอิเล็กตรอนภายในแถบพลังงาน d

$$\langle \tilde{D}(k\uparrow)(\tau) \tilde{D}(-k\downarrow)(0) \rangle = (a) + (b) + (c) + (d)$$



ภาพประกอบ 10 การจับคู่ของอิเล็กตรอนระหว่างแถบพลังงาน d กับ s

$$\langle \tilde{D}(k\uparrow)(\tau) \tilde{d}(-k\downarrow)(0) \rangle = (e) + (f)$$

จากภาพประกอบ 7, 8, 9 และ 10 ภาพเส้นบางจะแทนกรีนฟังก์ชันของ s อิเล็กตรอนที่ไม่ถูกรบกวน (unperturbed) ภาพเส้นหนาจะแทนกรีนฟังก์ชันของ d อิเล็กตรอนที่ถูกรบกวน เครื่องหมาย x และ o จะแทนอันตรกิริยาของการจับคู่ (mixing interaction) V_{sd} และ V_{Dd} ตามลำดับ $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^d$ จะแทนเวอร์เทกซ์ (vertex part) ที่เกิดจากการกระเจิง

ระหว่าง d อิเล็กตรอน เส้นหักแทนกรีนฟังก์ชันของ D อิเล็กตรอน
กรีนฟังก์ชันของ S และ D อิเล็กตรอนที่ไม่ได้รับการรบกวนจากสิ่งเจือปน
มีค่าดังนี้

$$G_S^{(0)}(k, i\omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_{kS})^{-1} \quad (4.14)$$

$$G_D^{(0)}(k, i\omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_{kD})^{-1} \quad (4.15)$$

$$\omega_n = (2n+1)\pi T$$

ϵ_{kS} คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน S

ϵ_{kD} คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน D

สำหรับกรีนฟังก์ชันของ d อิเล็กตรอนนั้น โดยอาศัยการคำนวณของ ยามาตะ
และ โยสิดะ (Yamada and Yosida, 1975 : 970) เราสามารถกำหนดกรีนฟังก์ชัน
สำหรับ d อิเล็กตรอน ได้เป็น

$$G_d(i\omega_n) = [i\omega_n + i\Gamma \text{sgn} \omega_n - \sum_n (i\omega_n)]^{-1}$$

$$\sum_n (i\omega_n) = -(\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} - 1) i\omega_n$$

$$- \frac{i \text{sgn} \omega_n \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}^2}{2\Gamma} [(i\omega_n)^2 + (\pi T)^2]$$

+ ---

ซาคุไร (Sakurai, 1978 : 1195) คำนวณเวอร์เทกซ์ (vertex) ได้ว่า

$$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^d(i\omega_m; i\omega_n) = \pi \Gamma \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} [1 - \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} |\omega_m + \omega_n| / i + \dots] \quad (4.17)$$

$$\Gamma = \Gamma_{sd} + \Gamma_{Dd} \quad (4.18)$$

$$\Gamma_{sd} = \pi N_S(0) V_{sd}^2, \quad \Gamma_{Dd} = \pi N_D(0) V_{Dd}^2 \quad (4.19)$$

เมื่อ $N_S(0)$ และ $N_D(0)$ เป็นความหนาแน่นของสถานะของอิเล็กตรอน s และ D ที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ ตามลำดับ

$$N_S(0) = m_S k_{FS} / 2\pi^2$$

$$N_D(0) = m_D k_{FD} / 2\pi^2$$

k_{FS} และ k_{FD} คือโมเมนตัมเฟอร์มิ

$\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}$ และ $\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}$ เป็น susceptibility โดยทั่วไป ซึ่งเป็นค่าสหสัมพันธ์ระหว่าง d อิเล็กตรอนที่จับคู่กัน โดยมีสปินทิศเดียวกันหรือตรงกันข้าม

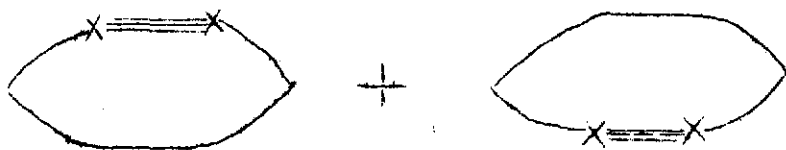
ถ้าเรากำหนดนอร์มัลไลซ์กันไว้ทั้งคู่ \tilde{G}_d และ $\tilde{\Gamma}_d^d$ ว่า

$$\begin{aligned} \tilde{G}_d^d(i\omega_n) &= \frac{G_d(i\omega_n)}{G_d(i\omega_n)} \\ &= G_d(i\omega_n) (i\Gamma_{sqn}\omega_n) \end{aligned} \quad (4.20)$$


การคำนวณหาอนุกรมวิภาค

จากไดอะแกรม ดังภาพประกอบ 7, 8, 9 และ 10 สามารถแสดงการคำนวณใน
แต่ละไดอะแกรม ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \text{Diagram} &= T \sum_{\omega_m} \left(\sum_k G_S(k, \omega_m) G_S(-k, \omega_m) \right) \\
 &= T \sum_{\omega_m} \left(\sum_k \frac{1}{(i\omega_m + E_{kS})} \frac{1}{(-i\omega_m + E_{kS})} \right) \\
 &= T \sum_{\omega_m} \left(\sum_k \frac{1}{(\omega_m^2 + E^2)} \right) \\
 &= T \sum_{\omega_m} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_S(\omega) d\omega}{\omega_m^2 + E^2} \right) \\
 &= T N_S(0) \sum_{\omega_m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega_m^2 + E^2} \\
 &= T \pi N_S(0) \sum_{\omega_m} \frac{1}{|\omega_m|}
 \end{aligned}$$




$$\begin{aligned}
 &= -2 V_{sd}^2 T \sum_{mk} F_k(i\omega_m) G_k(i\omega_m) G_d(i\omega_m) \\
 &= -2 V_{sd}^2 T \sum_m \left(\int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_s(\omega) d\omega}{(\omega_m^2 + \epsilon^2)(i\omega_m + \epsilon)} \right) G_d(i\omega_m) \\
 &= -2 V_{sd}^2 T \sum_m \left(-\frac{i\pi}{2} N_s(\omega) \frac{\text{sgn } \omega_m}{|\omega_m|^2} \right) G_d(i\omega_m) \\
 &= i\pi N_s(\omega) V_{sd}^2 T \sum_m \frac{G_d(i\omega_m) \text{sgn } \omega_m}{|\omega_m|^2} \\
 &= i\pi N_s(\omega) V_{sd}^2 T \sum_m \frac{\tilde{G}_d(i\omega_m)}{|\omega_m|^2} \\
 &= \frac{\pi N_s(\omega)}{\Gamma} V_{sd}^2 T \sum_m \frac{\tilde{G}_d(i\omega_m)}{|\omega_m|^2} \\
 &= \left(\frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma} \right) T \sum_m \frac{\tilde{G}_d(i\omega_m)}{|\omega_m|^2}
 \end{aligned}$$

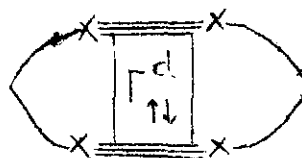


$$= -V_{sd}^4 T \sum_m \left(\sum_k F_k(i\omega_m) \right)^2 G_d(i\omega_m) G_d(-i\omega_m)$$

โดยการแทนค่า $F_k(i\omega_m)$ แล้วเปลี่ยนผลบวกของทุกค่า k เป็นอินทิเกรต แล้วดำเนินการคำนวณเช่นเดียวกับ ไดอะแกรมข้างต้นโดยอาศัยสมการ (4.5) และ (4.20) จะได้



$$= - \left(\frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma} \right)^2 T \sum_m \frac{\tilde{G}_d^2(i\omega_m)}{|\omega_m|^2}$$



$$= V_{sd}^2 T^2 \sum_{mn} \left(\sum_k F_k(i\omega_n) \right) \left(\sum_{k'} F_{k'}(i\omega_m) \right) \\ \times G_d^2(i\omega_n) G_d^2(i\omega_m) \Gamma_{\uparrow\downarrow}^d(i\omega_n, i\omega_m) \\ * \frac{\Gamma_{sd}^2}{\Gamma^3} \pi T^2 \sum_{mn} \frac{\tilde{G}_d^2(i\omega_n)}{|\omega_n|} \frac{\tilde{G}_d^2(i\omega_m)}{|\omega_m|} \\ \times \tilde{\Gamma}_{\uparrow\downarrow}^d(i\omega_n, i\omega_m)$$

การคำนวณไดอะแกรม ภาพประกอบ 9 และ 10 เป็นการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับแถบพลังงาน D แตกต่างกับการคำนวณของแถบพลังงาน S คือ เส้นหยักเป็นเส้นขาง และเส้นขางเป็นเส้นหยัก ผลการคำนวณแตกต่างกันตรงที่ เปลี่ยน $S \rightleftharpoons D$ เท่านั้น

จากสมการออเพอร์พารามิเตอร์

$$\Delta_{SS}^+ = g_{SS} T \sum_n \Delta_{SS}^+ A(\omega_n) + g_{SD} T \sum_n B(\omega_n) \Delta_{DD}^+ \quad (4.22)$$

$$\Delta_{DD}^+ = g_{DD} T \sum_n \Delta_{DD}^+ B(\omega_n) + g_{SD} T \sum_n A(\omega_n) \Delta_{SS}^+ \quad (4.23)$$

จากสมการ (4.22)

$$1 - g_{SS} T \sum_n A(\omega_n) = g_{SD} T \sum_n B(\omega_n) \left(\frac{\Delta_{DD}^+}{\Delta_{SS}^+} \right) \quad (4.24)$$

จากสมการ (4.23)

$$1 - g_{DD} T \sum_n B(\omega_n) = g_{SD} T \sum_n A(\omega_n) \left(\frac{\Delta_{SS}^+}{\Delta_{DD}^+} \right) \quad (4.25)$$

(4.24) \times (4.25) ;

$$\begin{aligned} & [1 - g_{SS} T \sum_n A(\omega_n)] [1 - g_{DD} T \sum_n B(\omega_n)] \\ & = \left(g_{SD} T \sum_n B(\omega_n) \right) \left(g_{SD} T \sum_n A(\omega_n) \right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

ถ้ากำหนดให้ $f(T) = \prod_n \frac{1}{1 + \omega_n^2} = \ln \left(\frac{2\pi\omega_D}{\pi T_c} \right)$

และ $\eta_S = g_{SS} N_S(0)$, $\eta'_S = g_{SD} N'_S(0)$

$\eta_D = g_{DD} N_D(0)$, $\eta'_D = g_{SD} N'_D(0)$

สมการ (4.26) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} & (1 - \eta_S f(T) - g_{SS} Q) (1 - \eta_D f(T) - g_{DD} P) \\ &= (\eta'_S f(T) + g_{SD} Q) (\eta'_D f(T) + g_{SD} P) \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\text{เมื่อ } Q = \langle \tilde{a}_{k\uparrow}^+(\tau) \tilde{a}_{-k\downarrow}(0) \rangle + \langle \tilde{a}_{k\uparrow}(\tau) \tilde{D}_{-k\downarrow}(0) \rangle$$

$$P = \langle \tilde{D}_{k\uparrow}(\tau) \tilde{D}_{-k\downarrow}(0) \rangle + \langle \tilde{D}_{k\uparrow}(\tau) \tilde{a}_{-k\downarrow}(0) \rangle$$

สมการ (4.26) เมื่อมีสิ่งเจือปนเราแก้สมการหาค่า $f(T)$ ได้

$$\begin{aligned} f(T) &= \frac{\eta_S + \eta_D}{2(\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D)} + \frac{K}{2} \\ &\quad - \frac{1}{2} \left[A_0^2 + K^2 + 2A_0 \left(\frac{P}{N_D(0)} - \frac{Q}{N_S(0)} \right) \beta - \frac{4PQ}{N_D(0)N_S(0)} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$K = - \left(\frac{P}{N_D(0)} + \frac{Q}{N_S(0)} \right)$$

$$A_0 = \left[(\eta_D - \eta_S)^2 + 4\eta'_S \eta'_D \right]^{\frac{1}{2}} / |\eta_S \eta_D - \eta'_S \eta'_D|$$

$$\beta = (\eta_D - \eta_S) / \left[(\eta_D - \eta_S)^2 + 4\eta'_S \eta'_D \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\eta'_S = \eta_{S0}$$

$$\eta'_D = \eta_{D0}$$

$$\eta_D = \eta_{D0}$$

$$\eta_S = \eta_{S0}$$

ดังนั้น สมการ (4.28) เพื่อไม่ให้สิ่งเจือปนจะได้

$$f_0(T) = \frac{\eta_s^+ \eta_D}{2(\eta_s^+ \eta_D - \eta_s^- \eta_D')} - \frac{A_0}{2}$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned} f(T) - f_0(T) &= \ln \left(\frac{2\chi\omega_D}{\pi T_C} \right) - \ln \left(\frac{2\chi\omega_D}{\pi T_{C0}} \right) \\ &= \frac{K}{2} + \frac{A_0}{2} - \frac{1}{2} \left[A_0^2 + K^2 + 2A_0 \left(\frac{P}{N_D^{(0)}} - \frac{Q}{N_S^{(0)}} \right) \right] \beta \\ &\quad - \frac{4PQ}{N_D^{(0)} N_S^{(0)}} \right]^{1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{T_{C0}}{T_C} &= \frac{\Delta T_C}{T_{C0}} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{Q}{N_S^{(0)}} (\beta-1) - \frac{P}{N_D^{(0)}} (\beta+1) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2A_0} \left[\frac{P^2}{N_D^{(0)2}} + \frac{Q^2}{N_S^{(0)2}} \right] - \frac{3PQ}{N_D^{(0)} N_S^{(0)}} \right\} \quad (4.30) \end{aligned}$$

การคำนวณอนุกรมวิภาคที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้น

อนุกรมวิภาคที่เปลี่ยน ตามปกติจะขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนและสมบัติทางแม่เหล็กของสิ่งเจือปนนั้น เช่น สิ่งเจือปนแบบแม่เหล็กทำให้กราฟ $T_c(c)$ มีความโค้งเป็นบวก และสิ่งเจือปนชนิดไม่เป็นแม่เหล็ก ทำให้กราฟ $T_c(c)$ มีความโค้งเป็นลบ และโดยทั่วไปแล้ว อนุกรมวิภาคจะลด เมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนเพิ่มขึ้น

ในที่นี้เราจะศึกษาปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสิ่งเจือปนเพียงชนิดเดียว โดยเฉพาะกรณีที่สิ่งเจือปนมีความเข้มข้นน้อย จนไม่ต้องพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอะตอมของสิ่งเจือปน

เรากำหนดอิทธิพลฟังก์ชัน ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน S และแถบพลังงาน D เป็นดังนี้

$$L_S(i\omega) = \lim_{\Delta_{SS} \rightarrow 0} \sum_k F_{SS}(k, i\omega) / \Delta_{SS} \quad (4.31)$$

$$L_D(i\omega) = \lim_{\Delta_{DD} \rightarrow 0} \sum_k F_{DD}(k, i\omega) / \Delta_{DD} \quad (4.32)$$

และให้สมการอินทิกรัลสำหรับ $L_S(i\omega_n)$ และ $L_D(i\omega_n)$ ในอาร์การะเจิงของอิเล็กตรอนโดยอะตอมของสิ่งเจือปน ในแถบพลังงาน S และแถบพลังงาน D เป็น

$$P(c) = T \sum_n \left[L_D(i\omega_n) - L_{D0}(i\omega_n) \right] \quad (4.33)$$

$$Q(c) = T \sum_n \left[L_S(i\omega_n) - L_{S0}(i\omega_n) \right] \quad (4.34)$$

เมื่อ $L_{S0}(i\omega_n)$, $L_{D0}(i\omega_n)$ เป็นกรีนฟังก์ชันของระบบสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ (pure system) และ $L_D(i\omega_n)$ และ $L_S(i\omega_n)$ เป็นกรีนฟังก์ชันของระบบสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ ค่ากรีนฟังก์ชันนี้ ประยุกต์มาจากผลการคำนวณของ

ซาкураอิ (Sakurai. 1978 : 1201) ได้ผลดังนี้

$$L_s(i\omega_n) = L_{s0}(i\omega_n) \left[1 + N_i T \sum_{\omega'} K_s(i\omega, i\omega') L_s(i\omega') \right] \quad (4.35)$$

$$L_D(i\omega_n) = L_{D0}(i\omega_n) \left[1 + N_i T \sum_{\omega'} K_D(i\omega, i\omega') L_D(i\omega') \right] \quad (4.36)$$

เมื่อ N_i เป็นจำนวนอะตอมของสิ่งเจือปน เหนือที่สำคัญในสมการ (4.35) และ (4.36) คือ

$$K_s(i\omega, i\omega') = -V_{sd}^4 G_d^2(\omega) \left[T \delta_{\omega, \omega'}^{-1} + \Gamma_{\uparrow\downarrow}^d(i\omega, i\omega') G_d^2(\omega') \right] \\ - V_{sd}^2 V_{Dd}^2 G_d^2(\omega) \left[T \delta_{\omega, \omega'}^{-1} + \Gamma_{\uparrow\downarrow}^d(i\omega, i\omega') G_d^2(\omega') \right] \quad (4.37)$$

ในการพิจารณาการกระเจิงของคู่อิเล็กตรอน ซึ่งมีทั้งแบบยึดหยุ่นและแบบไม่ยึดหยุ่น ซาкураอิ (Sakurai. 1978 : 1201) ได้กำหนดส่วนของเวอร์เทกซ์ (vertex part) เป็น

$$\Gamma_{\uparrow\downarrow}^d(i\omega, i\omega') \simeq \Gamma_{\uparrow\downarrow}^d(i0, i0) = \pi \Gamma \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \quad (4.38)$$

ซึ่งซาкураอิคิดเฉพาะอิเล็กตรอน ในบริเวณใกล้ๆ ฮิวเฟอร์มีร์จึงจะมีอิทธิพลต่อการกระเจิงสูง

ในที่นี้ จะคำนวณเฉพาะในแถบพลังงาน s ก่อน ส่วนแถบพลังงาน D นั้น ก็ดำเนินการคำนวณในทำนองเดียวกัน

$$L_s(i\omega) = L_{s0}(i\omega) \left\{ 1 + N_i T \sum_{\omega'} K_s(i\omega, i\omega') L_s(i\omega') \right\}$$

$$L_s(i\omega) = L_{s0}(\omega) \left\{ 1 + N_i T \sum_{\omega'} \left(-V_{sd}^4 G_d^2(\omega) \left[T^{-1} \delta_{\omega, \omega'} + \pi \Gamma \tilde{\chi}_{\uparrow \downarrow} G_d^2(\omega') \right] - V_{sd}^2 V_{Dd}^2 G_d^2(\omega) \left[T^{-1} \delta_{\omega, \omega'} + \pi \Gamma \tilde{\chi}_{\uparrow \downarrow} G_d^2(\omega') \right] \right) \right\} \quad (4.39)$$

โดยการจัดเทอมในวงเล็บเล็กใหม่ผลสุดท้ายจะได้

$$L_s(\omega) = L_{s0}(\omega) \left\{ 1 - (V_{sd}^4 + V_{sd}^2 V_{Dd}^2) G_d^2(\omega) L_s(\omega) N_i - (V_{sd}^4 + V_{sd}^2 V_{Dd}^2) G_d^2(\omega) N_i \pi \Gamma \tilde{\chi}_{\uparrow \downarrow} T \sum_{\omega'} G_d^2(\omega') L_s(\omega') \right\} \quad (4.40)$$

กำหนดให้ $X_s = T \sum_{\omega'} G_d^2(\omega') L_s(\omega')$

จากสมการ (4.40) สามารถหา $L_s(\omega)$ ได้เป็น

$$L_s(\omega) = \frac{[1 - V_{sd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) G_d^2(\omega) N_i \pi \Gamma \tilde{\chi}_{\uparrow \downarrow} X_s]}{[L_{s0}^{-1}(\omega) + V_{sd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) G_d^2(\omega) N_i]} \quad (4.41)$$

ในที่นี้ $\rho_s = (N_s(0) + N_D(0)) / N$

$c = N_i / N$

ดังนั้น $\frac{c}{\rho_s} = N_i / (N_s(0) + N_D(0))$

ถ้าแทน ω ด้วย ω' แล้วนำ $L_s(\omega')$ แทนลงในสมการ (4.41) จะได้ X_s เป็น

$$X_s = -\frac{T}{\Gamma^2} \frac{\Gamma_{sd}}{V_{sd}} \sum_{\omega'} H_s^2(\omega') \left\{ 1 + \frac{T}{\Gamma_s} [N_s^{(0)} + N_D^{(0)}] \right. \\ \left. \times \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma^3} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s^{(0)}} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D^{(0)}} \right] \tilde{X}_{\uparrow\downarrow} \sum_{\omega'} H_s^{(4)}(\omega') \right\}^{-1} \quad (4.42)$$

เมื่อ $H_s^{(n)}(\omega) = H_s(\omega) [\tilde{G}_d(\omega)]^n$

$$H_s(\omega) = \left[L_{s0}^{-1}(\omega) - V_{sd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) |G_d(\omega)|^2 N_s \right]^{-1} / \Pi N_s^{(0)} \quad (4.43)$$

แทนค่า X_s ลงในสมการ (4.41) โดยอาศัยสมการ (4.43) จะได้

$$\frac{L_s(\omega)}{\Pi N_s^{(0)}} = H_s(\omega) - \frac{c}{\Gamma_s^3} \tilde{X}_{\uparrow\downarrow} \Pi N_s^{(0)} [N_s^{(0)} + N_D^{(0)}] \\ \times G_d^2(\omega) V_{sd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) T H_s(\omega) \sum_{\omega'} H_s^{(2)}(\omega') \\ \frac{1 + \frac{c}{\Gamma_s} T [N_s^{(0)} + N_D^{(0)}] \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma^3} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s^{(0)}} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D^{(0)}} \right] \tilde{X}_{\uparrow\downarrow} \sum_{\omega'} H_s^{(4)}(\omega')}{(4.44)}$$

กรีนฟังก์ชัน $L_s(\omega)$ จากสมการ (4.44) อธิบายการกระเจิงของคู่อิเล็กตรอน โดยอะตอมของสิ่งเจือปน

สำหรับกรีนฟังก์ชันของคู่อิเล็กตรอน สารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ เขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
L_{SO}(\omega) &= \sum_k \left\{ i\omega - \epsilon_k - N_i G_d(i\omega) [V_{sd}^2 + V_{sd} V_{Dd}] \right\}^{-1} \\
&\quad \times \left\{ -i\omega - \epsilon_k - N_i G_d(i\omega) [V_{sd}^2 + V_{sd} V_{Dd}] \right\}^{-1} \\
&= \sum_k \left\{ \omega^2 + \left[\epsilon_k + N_i (V_{sd}^2 + V_{sd} V_{Dd}) G_d(i\omega) \right]^2 \right\}^{-1}
\end{aligned} \tag{4.45}$$

เมื่อเปลี่ยนการรวมเป็นอินทิเกรต โดยอาศัยวิธีการทาง complex variable
 ได้ simple pole อยู่ที่ $\epsilon = \pm i\omega - N_i (V_{sd}^2 + V_{sd} V_{Dd}) G_d(i\omega)$
 ผลการคำนวณกรีนฟังก์ชัน ของคู่อิเล็กตรอนในสารตัวนำยิ่งยวดจึงเป็น

$$L_{SO}(\omega) = \frac{\prod N_s(0)}{\left\{ |\omega| + N_i (V_{sd}^2 + V_{sd} V_{Dd}) |G_d(i\omega)| \right\}} \tag{4.46}$$

ในสารตัวนำยิ่งยวดที่บริสุทธิ์ เมื่อไม่มีสิ่งเจือปนใด ๆ ภายในสารตัวนำยิ่งยวด
 ดังนั้น $V_{sd} = V_{Dd} = 0$

$$L_{SO}^0(\omega) = \frac{\prod N_s(0)}{|\omega|}$$

จากสมการ (4.43) เมื่อแทนค่า $L_{SO}(\omega)$ จะได้

$$\begin{aligned}
H_s(\omega) &= \left\{ |\omega| + \frac{c}{\rho_s \Gamma} [N_s(0) + N_D(0)] (V_{sd}^2 + V_{sd} V_{Dd}) \tilde{G}_d(\omega) \right. \\
&\quad \left. - \frac{N_s(0) \tilde{c}}{\rho_s \Gamma^2} [N_s(0) + N_D(0)] \tilde{G}_d^2(\omega) V_{sd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) \right\}^{-1}
\end{aligned} \tag{4.47}$$

$$\text{เมื่อ } \tilde{G}_d(i\omega) = G_d(i\omega) (1/\Gamma \sin \omega T_n)$$

$$N_i = \frac{c}{\rho_s} [N_s(\omega) + N_D(\omega)]$$

สมการ (4.47) สามารถเขียนได้เป็น

$$H_s(\omega) = \left\{ |\omega| + c \alpha_s(\omega) \right\}^{-1} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } \alpha_s(\omega) &= \frac{N}{\Gamma} (V_{sd}^2 + V_{sd} V_{Dd}) \tilde{G}_d(\omega) \\ &\quad - N_D(\omega) \prod \frac{N}{\Gamma^2} \tilde{G}_d^2(\omega) V_{Dd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) \end{aligned} \quad (4.49)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับอิล็คตรอนในแถบพลังงาน D จะดำเนินการคำนวณเช่นเดียวกับแถบพลังงาน S จะได้

$$\begin{aligned} \alpha_D(\omega) &= \frac{N}{\Gamma} (V_{Dd}^2 + V_{sd} V_{Dd}) \tilde{G}_d(\omega) \\ &\quad - N_D(\omega) \prod \frac{N}{\Gamma^2} \tilde{G}_d^2(\omega) V_{Dd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) \end{aligned} \quad (4.50)$$

จากสมการของกรีนส์ฟังก์ชันเมื่อมีสิ่งเจือปน ตามสมการ (4.44) สามารถกำหนด $H_s(\omega)$ และ $\alpha_s(\omega)$ ตามสมการ (4.48) และ (4.49) ตามลำดับ ถ้าสารตัวนำยิ่งยวดไม่มีสิ่งเจือปน $V_{sd} = V_{Dd} = 0$ นั่นคือ $\alpha_s(\omega) = 0$ กรีนส์ฟังก์ชันของระบบสารตัวนำยิ่งยวดที่บริสุทธิ์ จะเป็น

$$\frac{L_{sc}^0(i\omega_n)}{\prod N_s(0)} = H_s^0(i\omega_n) = \frac{1}{|\omega|}$$

เมื่อเราทราบกรีนส์ฟังก์ชันของระบบที่สารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ และ โมบิลิตีแล้ว เราสามารถจะคำนวณหา Q ได้จาก $Q = -T \sum [L_z(i\omega_n) - L_{so}^0(i\omega_n)]$

เพื่อความสะดวก ในการคำนวณสมการออเดอร์พารามิเตอร์ใน สารตัวนำยิ่งยวด ที่มีแถบพลังงานสองแถบ เราจะพิจารณาแนวทางซึ่งขาดไป ได้คำนวณไว้ ในสารตัวนำยิ่งยวด ที่มีแถบพลังงานแถบเดียวได้กำหนดให้

$$L(i\omega_n) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_k \frac{F_k(i\omega_n)}{\Delta}$$

และ $\Delta = gT \sum_{k, \omega_n} F_k(i\omega_n)$

ดังนั้น $I = gT \sum_{\omega_n} F_k(i\omega_n) / \Delta$

$$\frac{I}{gN(0)} = \frac{I}{N(0)} \sum_{\omega_n} L(i\omega_n)$$

เมื่อ g คือ อันตรกิริยาแบบคิงคูตสุทธิ ระหว่างอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่โดยเสรี ในระบบที่สารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์

จากทฤษฎี บี ซี เอส เราทราบว่า

$$T_c = \frac{2\gamma \omega_D}{\pi} e^{-1/gN(0)}$$

ดังนั้น $\frac{I}{gN(0)} = \ln \left(\frac{2\gamma \omega_D}{\pi T_c} \right)$

นั่นคือ $\ln \left(\frac{2\gamma \omega_D}{\pi T_c} \right) = \frac{I}{N(0)} \sum_{\omega_n} L(i\omega_n) \quad (4.51)$

สมการนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง อุณหภูมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับกรีนฟังก์ชัน ของ อิเล็กตรอนในสารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ สำหรับสารตัวนำยิ่งยวดที่บริสุทธิ์ เราสามารถ เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\ln \left(\frac{2X(\omega_D)}{T_{co}} \right) = \frac{T}{N(0)} \sum_{\omega_n} L_0^0(i\omega_n) \quad (4.52)$$

(4.52) - (4.51) ;

$$\ln \left(\frac{T}{T_{co}} \right) = -\frac{T}{N(0)} \sum_{\omega_n} [L(i\omega_n) - L_0^0(i\omega_n)] \quad (4.53)$$

สำหรับอุณหภูมิวิกฤต T_c ที่ phase boundary

$$\ln \left(\frac{T_{co}}{T_c} \right) = A(c, T_c)$$

ซึ่งหากรู้ค่าจำนวนได้ค่า $A(c, T_c)$ ได้

$$A(c, T_c) = -\rho^{-1} T \sum_{\omega_D > |\omega_n|} [L(i\omega_n) - L_0^0(i\omega_n)]$$

สำหรับในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานสองแถบ ออเคอร์พารามิเตอร์ของ แถบพลังงาน S และ D กำหนดได้ตามลำดับดังนี้

$$\Delta_{SS}^+ = g_{SS} \Delta_{SS}^+ \left[N_S(0) f(T) + T \sum_n h(\omega_n) \right] + g_{SD} \Delta_{DD}^+ \left[N_D(0) f(T) + T \sum_n k(\omega_n) \right] \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{DD}^+ &= g_{DD} \Delta_{DD}^+ \left[N_D^{(0)} f(T) + T \sum_n k(w_n) \right] \\ &+ g_{SD} \Delta_{SS}^+ \left[N_S^{(0)} f(T) + T \sum_n h(w_n) \right] \quad (4.55) \end{aligned}$$

โดยวิธีการคำนวณออกเตอร์พารามิเตอร์ เช่นเดียวกับที่คำนวณของ ซากุไร
ในแถบพลังงานแถบเดี่ยว

$$\begin{aligned} 1 &= g_{SS} \left[N_S^{(0)} f(T) + Q \right] \\ &+ g_{SD} \left(\frac{\Delta_{DD}^+}{\Delta_{SS}^+} \right) \left[N_D^{(0)} f(T) + P \right] \quad (4.56) \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} 1 &= g_{DD} \left[N_D^{(0)} f(T) + P \right] \\ &+ g_{SD} \left(\frac{\Delta_{SS}^+}{\Delta_{DD}^+} \right) \left[N_S^{(0)} f(T) + Q \right] \quad (4.57) \end{aligned}$$

(4.56) \times (4.57) ;

$$\begin{aligned} &g_{SD}^2 \left[N_D^{(0)} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right) + P \right] \left[N_S^{(0)} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right) + Q \right] \\ &= \left\{ 1 - g_{SS} \left[N_S^{(0)} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right) + Q \right] \right\} \\ &\times \left\{ 1 - g_{DD} \left[N_D^{(0)} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right) + P \right] \right\} \end{aligned}$$

$$1.310 \quad f(\tau) = \ln \left(\frac{2\chi(\omega_D)}{\pi T_c} \right)$$

$$Q = T \sum_n h(\omega_n)$$

$$= -T \sum_n \left[L_s(\omega_n) - L_{s0}^0(\omega_n) \right]$$

$$P = T \sum_n k(\omega_n)$$

$$= T \sum_n \left[L_D(\omega_n) - L_{D0}^0(\omega_n) \right]$$

$$Q = -\pi N_s(0) T \left\{ H_s(\omega_n) - H_s^0(\omega) \right\}$$

$$- \frac{e}{\rho_s \Gamma^3} \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \pi^2 N_s(0) \left[N_s(0) + N_D(0) \right] \tilde{G}_d^2(\omega) V_{sd}^2 (V_{sd}^2 + V_{Dd}^2) T H_s(\omega) \sum_{\omega'} H_s^{(*)}(\omega')$$

$$+ \frac{e}{\rho_s} T \left[N_s(0) + N_D(0) \right] \frac{\Gamma_{sd}}{\Gamma^3} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right] \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \sum_{\omega'} H_s^{(*)}(\omega')$$

$$1.310 \quad \Gamma = \Gamma_{sd} + \Gamma_{Dd}$$

$$\Gamma_{sd} = \pi N_s(0) V_{sd}^2$$

$$\Gamma_{Dd} = \pi N_D(0) V_{Dd}^2$$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } Q &= -\pi N_s(\omega) T \sum_n \left(\frac{1}{|w| + c d_s(w)} - \frac{1}{|w|} \right) \\
 &+ \frac{\pi N_s(\omega) T \sum_n \frac{c_s^2 \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}^2 \pi^2 N_s(\omega) [N_s(\omega) + N_D(\omega)] H_s^{(2)}(w) V_{sd}^2 (V_{sd}^2 + Y_{Dd}^2) T \sum_{w'} H_s^{(2)}(w')}{\Gamma_s^3}}{1 + \frac{c_s T [N_s(\omega) + N_D(\omega)]}{\Gamma_s^3} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(\omega)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(\omega)} \right] \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \sum_{w'} H_s^{(4)}(w')}
 \end{aligned}$$

$$\text{ที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ } \tilde{\Gamma} = \Gamma / \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \quad \text{และ} \quad \tilde{c}_s = cN / \pi N_s(\omega) \tilde{\Gamma} \quad (4.58)$$

การคำนวณสองเทอมแรกดูได้จากภาคผนวก ดังนั้น สมการ (4.58) จึงเป็น

$$\begin{aligned}
 Q &= N_s(\omega) \frac{\tilde{c}_s}{1 + \tilde{c}_s} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right) \\
 &+ \frac{\frac{\tilde{c}_s^2 N_s(\omega) \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \Gamma_{sd} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(\omega)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(\omega)} \right] \left[\pi T \sum_{w'} H_s^{(2)}(w') \right]^2}{\Gamma_s^2 \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}^3}}{1 + \frac{\tilde{c}_s N_s(\omega) \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \Gamma_{sd} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(\omega)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(\omega)} \right] \left[\pi T \sum_{w'} H_s^{(4)}(w') \right]}{\tilde{\Gamma}^2 \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}^3}} \\
 \frac{Q}{N_s(\omega)} &= \frac{\tilde{c}_s}{1 + \tilde{c}_s} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right) \\
 &+ \frac{\frac{c_s N_s(\omega) \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \Gamma_{sd} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(\omega)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(\omega)} \right] \frac{1}{(1 + \tilde{c}_s)^2} \ln^2 \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right)}{\tilde{\Gamma}^2 \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}^3}}{1 + \frac{\tilde{c}_s N_s(\omega) \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} \Gamma_{sd} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(\omega)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(\omega)} \right] \frac{1}{(1 + \tilde{c}_s)} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right)}{\tilde{\Gamma}^2 \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}^3}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{Q}{N_S(0)} = \frac{\tilde{c}_s}{(1+\tilde{c}_s)} \left(\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) + \frac{\frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} \frac{\Gamma_{sd}}{\tilde{\Gamma}^2} \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_S(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right] N_S(0) \ln^2\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right)}{1 + \tilde{c}_s + \frac{\tilde{c}_s \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} \frac{\Gamma_{sd}}{\tilde{\Gamma}^2} \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_S(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right] N_S(0) \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right)} \right) \quad (4.59)$$

เราทราบว่า $\tilde{\Gamma} = \Gamma / \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}$ ที่ผิวเฟอร์มิ ถ้าเรากำหนดให้

$$a_s = \frac{\Gamma_{sd}}{\tilde{\Gamma}^2} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_S(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right] N_S(0)$$

ดังนั้นสมการ (4.59) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{Q}{N_S(0)} = \frac{\tilde{c}_s}{(1+\tilde{c}_s)} \left(\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) + \frac{\frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} a_s \ln^2\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right)}{1 + \tilde{c}_s \left[1 + a_s \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) \right]} \right) \quad (4.60)$$

โดยวิธีการคำนวณแบบเดียวกัน

$$\frac{P}{N_D(0)} = \frac{\tilde{c}_D}{(1+\tilde{c}_D)} \left(\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) + \frac{\frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} a_D \ln^2\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right)}{1 + \tilde{c}_D \left[1 + a_D \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) \right]} \right) \quad (4.61)$$

จากค่า $\frac{P}{N_S(0)}$ และ $\frac{Q}{N_D(0)}$ เราสามารถหาสมการอุณหภูมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นได้ โดยอาศัยสมการ (4.30) ในที่นี้เราจะพิจารณาเฉพาะเทอมที่สำคัญในการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิวิกฤต เนื่องจากเราพิจารณาสิ่งเจือปนที่มีความเข้มข้นน้อย

เทอม $\frac{P^2}{N_D^2(0)}$, $\frac{Q}{N_D^2(0)}$ และ $\frac{PQ}{A_0 N_S(0) N_D(0)}$ มีค่าน้อยมาก สมการอุณหภูมิวิกฤตจึงมีค่าประมาณ

$$\ln\left(\frac{T_{C0}}{T_C}\right) = -\frac{1}{2} \left[\frac{Q}{N_D(0)} (\beta-1) - \frac{P}{N_D(0)} (\beta+1) \right] \quad (4.62)$$

กำหนดให้

$$\ln\left(\frac{2\tilde{X}w_D}{\pi T_{C0}}\right) = X_0$$

$$\ln\left(\frac{2\tilde{X}w_D}{\pi T_C}\right) = X$$

$$\frac{\tilde{X}_{\uparrow\uparrow}}{\tilde{X}_{\uparrow}} = R$$

$$b_S = -\frac{(\beta-1)\tilde{C}_S}{2(1+\tilde{C}_S)}$$

$$b_D = -\frac{(\beta+1)\tilde{C}_D}{2(1+\tilde{C}_D)}$$

เมื่อนำค่าที่กำหนดให้นี้ แทนลงในสมการ P และ Q จะได้สมการอุณหภูมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นเปลี่ยนรูปเป็น

$$X - X_0 = b_s \left\{ X_0 + \frac{Ra_s X}{1 + \tilde{c}_s [1 + a_s R X]} \right\} - b_D \left\{ X_0 + \frac{Ra_D X^2}{1 + \tilde{c}_D [1 + a_D R X]} \right\} \quad (4.63)$$

เมื่อเรารวมสมการทางขวามือของสมการ (4.63) เข้าด้วยกันแล้ว กระจายเทอมต่างๆ เราจะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned} (X - X_0) & \left\{ 1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D) + \tilde{c}_s \tilde{c}_D + R X (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D + \tilde{c}_s \tilde{c}_D a_s + \tilde{c}_s \tilde{c}_D a_D) \right. \\ & \left. + \tilde{c}_s \tilde{c}_D a_s a_D R^2 X^2 \right\} \\ & = X_0 (b_s - b_D) \left\{ 1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D) + \tilde{c}_s \tilde{c}_D + R X (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D \right. \\ & \left. + \tilde{c}_s \tilde{c}_D a_s + \tilde{c}_s \tilde{c}_D a_D) + \tilde{c}_s \tilde{c}_D a_s a_D R^2 X^2 \right\} \\ & + R X^2 \left\{ a_s b_s + a_b \tilde{c}_D + a_b \tilde{c}_D a_D R X - a_D b_D + a_b \tilde{c}_D \right. \\ & \left. - a_D b_D \tilde{c}_s a_s R X \right\} \quad (4.64) \end{aligned}$$

ในการประมาณนี้ เราจะตัดเทอมที่แปรผันตรงกับจำนวนความเข้มข้นยกกำลังสองขึ้นไปทิ้ง สมการอุณหภูมิจึงเป็น

$$\begin{aligned}
& (X - X_0) \left\{ 1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D) + RX (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D) \right\} \\
& = X_0 (b_s - b_D) \left\{ 1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D) + RX (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D) \right\} + RX^2 \left\{ \frac{ab}{s_s} - \frac{ab}{D_D} \right\}
\end{aligned}
\tag{4.65}$$

กระจายเทอมในวงเล็บ และจัดรูปใหม่ให้เป็นสมการ quadratic ของ X
 เราจะได้สมการเป็น

$$\begin{aligned}
& RX^2 [a_s(\tilde{c}_s - b_s) + a_D(\tilde{c}_D + b_D)] \\
& + X [1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D) - RX_0(\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)(1 - b_s + b_D)] \\
& = [1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D)] [b_s - b_D + 1] X_0
\end{aligned}
\tag{4.66}$$

สมการนี้สามารถแก้ได้ง่ายโดยอาศัยสูตร

$$X = \frac{-b + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

เมื่อ $A = [a_s(\tilde{c}_s - b_s) + a_D(\tilde{c}_D + b_D)]$

$$B = [1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D) - RX_0(\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)(1 - b_s + b_D)]$$

$$C = [1 + (\tilde{c}_s + \tilde{c}_D)] [b_s - b_D + 1] X_0$$

โดยการประมาณเทอมในกรณฑ์ที่สอง (square root) ถึงเทอมที่สอง
 เราจะได้สมการลดหมุมวิกฤตมีค่าประมาณ

$$X \approx \frac{C}{B} \approx \frac{(1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D)(b_s - b_D + 1)X_0}{1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D - (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)RX_0(1 - b_s + b_D)}$$

$$-X = \frac{1}{\left[\frac{R(\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)}{1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D} - \frac{1}{X(1 + b_s - b_D)} \right]} \quad (4.67)$$

แทนค่า X , X_0 และ R ลงในสมการ (4.67) แล้วจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\frac{\pi T_c}{2\gamma\omega_D} = \exp \left[\frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} (1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D)} - (1 + b_s - b_D)^{-1} \ln \left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{c0}} \right) \right] \quad (4.68)$$

สมการนี้เป็นรูปทั่วไปของอุณหภูมิวิกฤต ซึ่งเป็นสมการที่แสดงให้เห็นว่า อุณหภูมิวิกฤต $T_c(c)$ มีค่าลดลงด้วยความโค้งที่เป็นบวก ณ บริเวณ $T_c(c) \ll \tilde{\Gamma}$

เมื่อความเข้มข้นมีค่าถึง ความเข้มข้นวิกฤต ค่าในวงเล็บทางขวามือของสมการ (4.68) เท่ากับศูนย์

ในกรณีที่ $\tilde{\Gamma} \gg T_{c0}$

$$\frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} (1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D)} = \frac{1}{\ln \left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{c0}} \right)} \quad (4.69)$$

ในที่นี้

$$\tilde{c}_s = \frac{cN}{\pi N_s(0)\tilde{\Gamma}} = \frac{N_i \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\pi N_s(0)\tilde{\Gamma}}$$

$$\tilde{c}_D = \frac{cN}{\pi N_D(0)\Gamma} = \frac{N_A \chi_{\uparrow\uparrow}}{\pi N_D(0)\Gamma}$$

$$a_s = \frac{\Gamma_{sd} N_s(0)}{\Gamma^2} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right]$$

$$a_D = \frac{\Gamma_{Dd} N_D(0)}{\Gamma^2} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right]$$

ดังนั้นเราจะคำนวณความเข้มข้นวิกฤตได้

$$c_0 = \pi \Gamma \left\{ \tilde{\chi}_{\downarrow\downarrow} \left(\frac{a_s}{N_s(0)} + \frac{a_D}{N_D(0)} \right) \ln \left(\frac{2\chi\omega_D}{\pi T_{co}} \right) - \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} \left(\frac{1}{N_s(0)} + \frac{1}{N_D(0)} \right) \right\}^{-1} \quad (4.70)$$

นอกจากนี้สมการ (4.68) สามารถอธิบาย สภาวะที่ไม่เป็นแม่เหล็กของสิ่งเจือปนแบบแม่เหล็ก จะกำจัดสภาพตัวนำยิ่งยวดได้อย่างไร จะเห็นได้ว่า ณ. บริเวณ $T_{co} \ll \omega_D < \tilde{\Gamma}$ ความเข้มข้นของสารตัวนำยิ่งยวดจะมีค่าอยู่ระหว่าง $0 < c < c_0$ จากสมการ (4.68) จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$\ln \left(\frac{\pi T_c}{2\chi\omega_D} \right) = \left\{ \left(\frac{\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D}{1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D} \right) \frac{\tilde{\chi}_{\downarrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} - \frac{1}{(1+b_s-b_D)} \frac{1}{\ln \left(\frac{2\chi\omega_D}{\pi T_c} \right)} \right\}^{-1} \quad (4.71)$$

จากสมการลดทอนวิกฤตที่เป็นฟังก์ชันของการจับคู่ของอิเล็กตรอน

$$\ln \left(\frac{2\chi\omega_D}{\pi T_{co}} \right) = \frac{\eta_s + \eta_D - [(\eta_D - \eta_s)^2 + 4\eta'_s \eta'_D]^{1/2}}{2|\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D|} \quad (4.72)$$

เราสามารถกำหนดตัวแปรใหม่แทนฟังก์ชันทางขวามือสมการ (4.72) ได้เป็น

$$\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) = \frac{1}{\lambda'} \quad (4.73)$$

เมื่อ λ' เป็นค่าคงที่ของการจับคู่คู่อิเล็กตรอน ในสารตัวนำยิ่งยวดที่มี
แถบพลังงานสองแถบ

เพื่อให้การคำนวณสมการ (4.71) ง่ายขึ้น เราจะสมมติตัวแปรขึ้นใหม่ดังนี้

$$A' = \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} (1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D)}$$

$$B' = (1 + b_s - b_D)$$

ดังนั้นสมการ (4.71) จึงเขียนได้เป็น

$$\ln\left(\frac{\pi T_c}{2\gamma\omega_D}\right) = \frac{1}{A' - \frac{\lambda'}{B'}} = \frac{B'}{A'B' - \lambda'} \quad (4.74)$$

(4.73) + (4.74) ;

$$\ln\left(\frac{\pi T_c}{2\gamma\omega_D}\right) + \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) = \frac{B'}{A'B' - \lambda'} + \frac{1}{\lambda'}$$

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = \frac{\lambda'(B'-1) + A'B'}{\lambda'[A'B' - \lambda']} \quad (4.75)$$

แทนค่า A' , B' ในสมการ (4.75) แล้วจัดรูปใหม่ เราสามารถเขียนสมการอุณหภูมิจุดวิกฤตได้เป็น

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{co}}\right) = \frac{(b_s - b_D) \left[1 + \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D) (1 + b_s - b_D)}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} (b_s - b_D) (1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D)} \right]}{-\lambda' \left[1 + \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D) (1 + b_s - b_D)}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} (1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D)} \right]} \quad (4.76)$$

สมการนี้จะเป็นสมการแสดง อุณหภูมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปน เราอาจจัดรูปสมการให้ดูเป็นรูปแบบมากยิ่งขึ้น โดยการกำหนดตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นดังนี้คือ

$$K = \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow} (1 + b_s - b_D) (\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} \lambda' (1 + \tilde{c}_s + \tilde{c}_D)} \quad (4.77)$$

$$L = b_s - b_D \quad (4.78)$$

ดังนั้นสมการอุณหภูมิวิกฤต จึงเขียนเป็นรูปง่ายๆ ได้เป็น

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{co}}\right) = \frac{-(L + K)}{\lambda' (1 - K)}$$

$$T_c = T_{co} \exp \left\{ -\frac{(L + K)}{\lambda' (1 - K)} \right\} \quad (4.79)$$

ผลของสมการ (4.79) นี้ ถ้าพิจารณาในแง่สารตัวนำยิ่งยวดที่บริสุทธิ์ชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบ คือ $c=0$ และ $P=Q=0$ เมื่อกำหนดตัวแปรในสมการ (4.79) จะได้ $L=0$ และ $K=0$ นั่นคือ

$$\ln\left(\frac{T_c}{T_{c0}}\right) = 0$$

หรือ $\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) - \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{c0}}\right) = 0$

แต่เราทราบว่า $\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) = f(T)$

ดังนั้น $f(T) = f_0(T)$

$$= \frac{\eta_s + \eta_D}{2|\eta_s\eta_D - \eta'_s\eta'_D|} - \frac{A_0}{2} \quad (4.80)$$

เมื่อ $A_0 = \frac{[(\eta_D - \eta_s)^2 + 4\eta'_s\eta'_D]}{|\eta_s\eta_D - \eta'_s\eta'_D|}$

ผลการคำนวณนี้จะตรงกับสมการ (2.12) ของ โซดะ และ วาดะ (Soda and Wada, 1966.: 1111) เมื่อ $\eta_s\eta_D > \eta'_s\eta'_D$ และ

$$I(\beta_c) = f_0(T) = \frac{\eta_s + \eta_D - [(\eta_D - \eta_s)^2 + 4\eta'_s\eta'_D]^{1/2}}{2|\eta_s\eta_D - \eta'_s\eta'_D|}$$

สมการ (4.79) ถ้าคิดในแง่สารตัวนำยิ่งยวดที่ไม่บริสุทธิ์ ชนิดที่มีแถบพลังงานแถบ s แถบเดียวเราจะได้ $a_D = b_D = \tilde{c}_D = 0$ และ $a_s = 1$ ถ้ากำหนดให้ $P = 0$ และ $b_s = \tilde{c}_s = \frac{cN\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\pi N_s(0)\Gamma}$ ดังนั้น

$$L = b_s = \frac{cN\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\pi N_s(\omega)\Gamma}$$

$$K = \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} \frac{(1+b_s)\tilde{c}_s}{\lambda'(1+\tilde{c}_s)} = \frac{\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}} \frac{\tilde{c}_s}{\lambda'} = \frac{cN\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\lambda'\pi N_s(\omega)\Gamma}$$

สมการ (4.79) จึงเป็น

$$T_c = T_{co} \exp \left(- \frac{\left(\frac{cN\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\pi N_s(\omega)\Gamma} + \frac{cN\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\lambda'\pi N_s(\omega)\Gamma} \right)}{\lambda' \left(1 - \frac{cN\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\lambda'\pi N_s(\omega)\Gamma} \right)} \right)$$

$$= T_{co} \exp \left(- \frac{(A+B)c}{\lambda(1-Bc)} \right)$$

เมื่อ $A = \frac{N\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\pi N_s(\omega)\Gamma}$

$$B = \frac{N\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\lambda\pi N_s(\omega)\Gamma}$$

$$\lambda' = \lambda = gN_s(\omega)$$

จะเห็นว่าสมการ (4.81) ตรงกับผลการคำนวณซึ่ง ซากุไร ได้คำนวณไว้

บทที่ 5

บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

บทย่อ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

การศึกษาครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อจะศึกษาว่า อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบ เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน มีการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนอย่างไร และเพียงใด

วิธีดำเนินการวิจัย

การคำนวณอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบเมื่อมีสิ่งเจือปนแบบ แอนเดอร์สัน มีขบวนการคำนวณ เริ่มต้นจากการใช้แฮมิลโทเนียนของแอนเดอร์สัน และของ ชูล แมทโทอิส และ วอล์คเกอร์ หากรีนส์ฟังก์ชัน ท็อปคติ $F_{SS}^+(k, \omega)$, $F_{DD}^+(k, \omega)$ ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงาน S และแถบพลังงาน D จากสมการการเคลื่อนที่ของ อะบริโคซอฟ และ กอร์ดอฟ จากนั้นคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตได้จากสมการอเดอร์พารามิเตอร์ของแบบจำลองที่มีแถบพลังงานสองแถบ

การวิเคราะห์ผล

เมื่อคำนวณอุณหภูมิวิกฤต T_c ของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน ซึ่งขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปนได้แล้ว นำผลที่ได้มาพิจารณาเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยเกี่ยวกับสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ของ โยคะ และ วาตะ และเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยที่มีแถบพลังงานแถบเดียวของ ซากุไร ว่าผลที่ได้แตกต่างกัน หรือเหมือนกันอย่างไร

สรุปผลการวิจัย

ผลการคำนวณอุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานสองแถบ เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน พบว่าอุณหภูมิวิกฤตเปลี่ยนแปลงตามสมการ

$$T_c = T_{co} \exp \left[-\frac{(L+K)}{\lambda'(1-K)} \right]$$

1.20

$$L = b_s - b_D$$

$$K = \frac{(\tilde{c}_s a_s + \tilde{c}_D a_D)(1+b_s-b_D) \tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{(1+\tilde{c}_s+\tilde{c}_D) \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow} \lambda'}$$

$$b_s = -\frac{\tilde{c}_s(\beta-1)}{2(1+\tilde{c}_s)}$$

$$b_D = -\frac{\tilde{c}_D(\beta+1)}{2(1+\tilde{c}_D)}$$

$$\tilde{c}_s = \frac{N_s \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\lambda' \Pi N_s(0) \Gamma}$$

$$\tilde{c}_D = \frac{N_D \tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\lambda' \Pi N_D(0) \Gamma}$$

$$a_s = \frac{\Gamma_{sd} N_s(0)}{\Gamma^2} \left[\frac{\Gamma_{sd}}{N_s(0)} + \frac{\Gamma_{Dd}}{N_D(0)} \right]$$

$$\Gamma = \Gamma_{sd} + \Gamma_{Dd}$$

$$\Gamma_{sd} = \Pi N_s(0) V_{sd}^2$$

$$\Gamma_{Dcl} = \pi N_D^{(0)} V_{Dcl}^2$$

$$\beta = \frac{(\eta_D - \eta_S)}{[(\eta_D - \eta_S)^2 + 4\eta'_S \eta'_D]^{1/2}}$$

$$\lambda' = \frac{2(\eta'_S \eta'_D - \eta_S \eta_D)}{(\eta_S + \eta_D - [(\eta_D - \eta_S)^2 + 4\eta'_S \eta'_D]^{1/2})}$$

$$c = N_i / N$$

$$\eta_S = g_{SS} N_S^{(0)} \quad , \quad \eta'_S = g_{SD} N_S^{(0)}$$

$$\eta_D = g_{DD} N_D^{(0)} \quad , \quad \eta'_D = g_{SD} N_D^{(0)}$$

อภิปรายผลการวิจัย

ในการหาการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิวิกฤตที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้น ในช่วง $0 < c < c_0$ เมื่อ c_0 เป็นความเข้มข้นวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีสิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สันอะตอมเดี่ยว โดยใช้แฮมิลโทเนียนของแอนเดอร์สัน และของ ซูล แมทโทอิส และ วอล์คเกอร์ และหากรีนส์ฟังก์ชันที่ปกติจากสมการการเคลื่อนที่ของ อะบริโคซอฟ และกอร์คอฟ เมื่อคำนวณอุณหภูมิวิกฤตจากสมการ ออเดอ์พารามิเตอร์ของแบบจำลองที่มีแถบพลังงานสองแถบแล้ว พิจารณาเปรียบเทียบกับผลงานวิจัยอื่น ๆ ปรากฏว่า

ในกรณีสารตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ $c = 0$ และ $P = Q = 0$ ผลการคำนวณสมการ (4.79) จะตรงกับ ผลของ ไชคะ และ วาคะ คือ

$$I(\beta_c) = f_0(T) = \frac{\eta_s + \eta_D - [(\eta_D - \eta_s)^2 + 4\eta'_s \eta'_D]^{1/2}}{2[\eta_s \eta_D - \eta'_s \eta'_D]}$$

ในกรณีสารตัวนำยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ ถ้าเราพิจารณาอุณหภูมิวิกฤตในแบบจำลองที่มีแถบพลังงาน s เพียงแถบเดียว $a_D = b_D = c_D = 0$ และ $a_s = 1$ ถ้ากำหนดให้ $P = 0$ และ $b_s = c_s$ อุณหภูมิวิกฤต T_c จากสมการ (4.79) จะเป็น

$$T_c = T_{c0} \exp \left(- \frac{(A'' + B'')c}{\lambda(1 + B''c)} \right)$$

$$A'' = \frac{N\tilde{\chi}_{\uparrow\uparrow}}{\pi N_s(c)\Gamma}$$

$$B'' = \frac{N\tilde{\chi}_{\uparrow\downarrow}}{\lambda \pi N_s(c)\Gamma}$$

$$\lambda = g N_s(c)$$

ผลการคำนวณนี้จะตรงกับผลซึ่ง ซากุไร ได้คำนวณไว้

นั่นคือ สมการอุณหภูมิที่คำนวณได้จะเป็นสมการรูปทั่วไป ที่ครอบคลุมถึงแบบจำลองที่มีแถบพลังงานแถบเดียวด้วย ถ้าพิจารณาสมการ (4.79) จะเห็นได้ชัดเจนว่าอุณหภูมิวิกฤตขึ้นอยู่กับค่าการแปรค่าของความเข้มข้นของสิ่งเจือปน และกราฟ T_c / T_{c0} จะมีค่าลดลงแบบ เอ็กโปเนนเชียล เมื่อความเข้มข้นของสิ่งเจือปนมีค่ามากขึ้น ในการคำนวณนี้เราใช้ $\tilde{\chi}$ เป็นพารามิเตอร์ของอันตรกิริยาการจับคู่อิเล็กตรอนสุทธิ พารามิเตอร์นี้ จะเป็นขบวนการทำลายการจับคู่อ่อน (pair weakening mechanism) ในสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานตั้งแต่สองแถบขึ้นไป ซึ่งค่านี้จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่าคงที่ของการจับคู่อิเล็กตรอน

ถ้าอันตรกิริยา U มีค่าเพิ่มขึ้นมาก ๆ ($U \rightarrow \infty$) ค่ากรีนส์ฟังก์ชัน $G_d(\omega)$ ที่มีการกระจายตามสมการ (4.16) ถึงสมการ (4.19) จะไม่ถูกต้องเพียงพอที่จะใช้อธิบายถึงกรณีที่สิ่งเจือปนเป็นแม่เหล็กได้

ข้อเสนอแนะในการวิจัย

1. การวิเคราะห์อุณหภูมิวิกฤตที่ได้จากการคำนวณ ครอบคลุมเฉพาะกรณี $T_c \ll T_k$ เพื่อให้ครอบคลุมยิ่งขึ้น ควรทำการวิจัยในกรณี $T_k \ll T_c$ ด้วย
2. เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยพิจารณาอุณหภูมิวิกฤต ในกรณีเฉพาะแบบจำลองที่มีแถบพลังงานสองแถบ ซึ่งครอบคลุมถึงแบบจำลองที่มีแถบพลังงานแถบเดียวด้วย ดังนั้นผู้วิจัยมีความเห็นว่า ควรทำการวิจัยต่อให้ครอบคลุมถึงแบบจำลองที่มีแถบพลังงาน n แถบ (n เป็นเลขจำนวนเต็ม) โดยอาศัยแนวทางการวิจัย เช่นเดียวกับงานวิจัยฉบับนี้ เช่น ถ้าคำนวณอุณหภูมิวิกฤต ในแบบจำลองที่มีแถบพลังงานสามแถบ แถบพลังงานที่เพิ่มขึ้นคือ แถบพลังงาน F ขบวนการคำนวณจึงเป็น

2.1 ใช้แฮมิลโทเนียนของระบบเป็น

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_{k\sigma} \epsilon_{ks} a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} - g \sum_{ss'kk'} a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \\
 & + \sum_{k\sigma} \epsilon_{kD} D_{k\sigma}^+ D_{k\sigma} - g \sum_{DD'kk'} D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ D_{-k'\downarrow} D_{k'\uparrow} \\
 & - g_{sD} \sum_{kk'} \left(a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ D_{-k'\downarrow} D_{k'\uparrow} + D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ a_{-k'\downarrow} a_{k'\uparrow} \right) \\
 & + \sum_{k\sigma} \epsilon_{kF} F_{k\sigma}^+ F_{k\sigma} - g_{FF} \sum_{FF'kk'} F_{k\uparrow}^+ F_{-k\downarrow}^+ F_{-k'\downarrow} F_{k'\uparrow} \\
 & - g_{FD} \sum_{kk'} \left(F_{k\uparrow}^+ F_{-k\downarrow}^+ D_{-k'\downarrow} D_{k'\uparrow} + D_{k\uparrow}^+ D_{-k\downarrow}^+ F_{-k'\downarrow} F_{k'\uparrow} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -g_{sF} \sum_{k, k'} \left(F_{k\uparrow}^+ F_{-k\downarrow}^+ a_{-k\downarrow} a_{k'\uparrow} + a_{k\uparrow}^+ a_{-k\downarrow}^+ F_{-k\downarrow} F_{k'\uparrow} \right) \\
& + \sum \left(V_{sd} a_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c. \right) + \sum \left(V_{Dd} D_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c. \right) \\
& + \sum \left(V_{Fd} F_{k\sigma}^+ d_{\sigma} + h.c. \right) + E_d \sum_{\sigma} n_{\sigma} + U n_{d\uparrow} n_{d\downarrow}
\end{aligned}$$

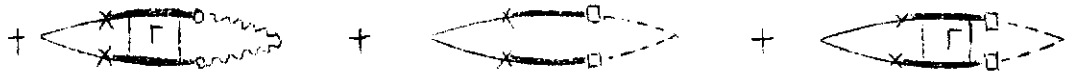
2.2 คำนวณหาอุณหภูมิวิกฤตจากสมการออร์เดอร์พารามิเตอร์ ในแบบจำลองที่มีแถบพลังงานสามแถบ คือ

$$\Delta_{ss}^+ = T \sum_{k, n} \left[g_{ss} F_{ss}^+(k, \omega_n) + g_{sD} F_{DD}^+(k, \omega_n) + g_{sF} F_{FF}^+(k, \omega_n) \right]$$

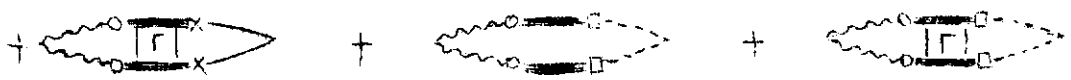
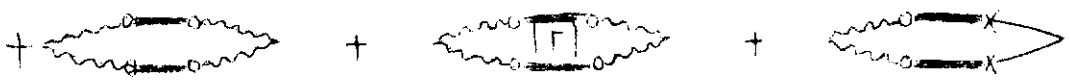
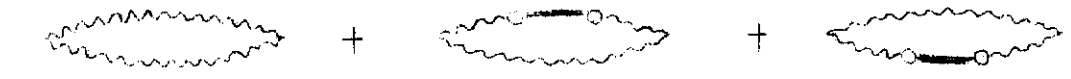
$$\Delta_{DD}^+ = T \sum_{k, n} \left[g_{DD} F_{DD}^+(k, \omega_n) + g_{sD} F_{ss}^+(k, \omega_n) + g_{DF} F_{FF}^+(k, \omega_n) \right]$$

$$\Delta_{FF}^+ = T \sum_{k, n} \left[g_{FF} F_{FF}^+(k, \omega_n) + g_{sF} F_{ss}^+(k, \omega_n) + g_{DF} F_{DD}^+(k, \omega_n) \right]$$

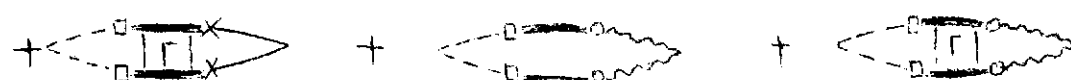
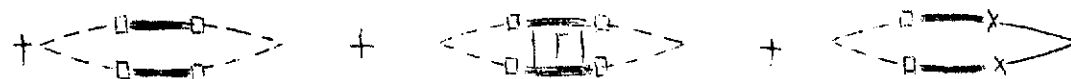
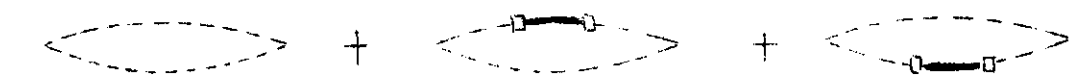
$$F_{ss}^+(k, \omega_n) \equiv$$



$$F_{DD}^+(k, \omega_n) \equiv$$



$$F_{FF}^+(k, \omega_n) \equiv$$



ในที่นี้

- แทนกรีนส์ฟังก์ชันของ s อิเล็กตรอน
- ~ ~ ~ แทนกรีนส์ฟังก์ชันของ D อิเล็กตรอน
- - - แทนกรีนส์ฟังก์ชันของ F อิเล็กตรอน
- \times แทนอันตรกิริยาของการผสมกันของ V_{sd}
- \circ แทนอันตรกิริยาของการผสมกันของ V_{Dd}
- \square แทนอันตรกิริยาของการผสมกันของ V_{Fd}

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- Abrikosov, A.A. and L.P. Gorkov. Soviet Physics JETP.
12 : 1243, 1961.
- Abrikosov, L.P. Gorkov and I.E. Dzyaloshinsky. Method of
Method of Quantum Field Theory in Statistical Physics.
New Jersey, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963. 336 p.
- Bardeen, J., L.N. Cooper and J.R. Schrieffer. Physical
Review. 108 : 1175, 1957.
- Chow, W.S. "Theory of Superconductors with Overlapping
Bands in the Presence of Nonmagnetic Impurities. II,"
Physical Review B. 4 : 111 - 115, July, 1971.
- Cooper, L.N. Physical Review. 104 : 1184, 1956.
- Entel, P., W. Klose, U. Fischer and G. Bongi. A. Physics.
21 : 363, 1976.
- Entel, P. and D. Rainer. "On the Critical Temperature of
Two-Band Superconductors with Paramagnetic Impurities,"
Journal of Low Temperature Physics. 23 : 511, 1976.
- Frohlich, J. Physical Review. 79 : 845, 1950.
- Hafstrom and M.L.A. MacVicar. Physical Review. 45 : 11, 1970.
- Kaiser, A.B. J. Phys. C3 : 410, 1970.
- Kammerlingh Onnes, H. Comm. Phys. Lab. Leiden. 119 : 120 - 121,
1911.
- Keesom, W.H. and J.A. Kok. Comm. Phys. Lab. Leiden. no.221e.,
1932.
- Kusakabe, T. "Superconductivity in Transition Metals with
Nonmagnetic Impurities," Progress of Theoretical Physics.
43 : 907, April, 1970.
- London, F. and H. Proc. Roy. Soc. London. A149 : 71, 1935.
- Meissner, W. and R. Ochsenfeld. Naturwissenschaften. 21 : 787,
1933.

- Mohabir, S. and A.D.S. Nagi. "Transition Temperature of a Two-Band Superconductor with Nonmagnetic Impurities," Journal of Low Temperature Physics. 29 : 193, April, 1977.
- Moskalenko, V.A. and M.E. Palistrant. JETP. 22 : 536, 1966.
- Reynolds, C.A. et al. Physical Review. 78 : 487, 1950.
- Sakurai, A. "Effect of Anderson Magnetic Impurities on Superconductivity." Physical Review. B.17 : 1195 - 1208, February, 1978.
- Schlottmann, P. Journal of Low Temperature Physics. 22 : 661, 1976.
- Silbee, F.B. I. Wash. Acad. Sci 6 : 597, 1916.
- Soda, T. and Y. Wada. Prog. Theor. Phys. 36 : 1111, 1966.
- Suhl, H., B.T. Matthias and L.P. Walker. Phys. Rev. Lett. 3 : 552, 1959.
- Sung, C.C. and V.K. Wong. Journal of Physical Chemistry Solids. 28 : 1933, 1967.
- Will, P. and M. Brusberg. "Critical Temperature of Two-Band Superconductors with Paramagnetic Impurities," Journal of Low Temperature Physics. 18 : 169, 1975.

ภาพผนวก

จากสมการ (4.58) การคำนวณค่า \tilde{G} ใน 2 เทอมแรกเป็นดังนี้

$$\begin{aligned}
 & T \sum_n \left(\frac{1}{|w| + c \alpha_s(w)} - \frac{1}{|w|} \right) \\
 &= -c T \sum_n \frac{\alpha_s(w)}{|w| (|w| + c \alpha_s(w))} \\
 &= -\tilde{c}_s \prod N_s(\omega) \tilde{\Gamma} T \sum_n \frac{1/|w|}{\left(\frac{|w|}{\alpha_s(w)} + \tilde{c}_s \prod N_s(\omega) \tilde{\Gamma} \right)} \\
 &= -\tilde{c}_s T \sum_n \frac{1/|w|}{\left[1 + \tilde{c}_s + \frac{|w|}{\alpha_s(w) \prod N_s(\omega) \tilde{\Gamma}} - 1 \right]} \\
 &= -\frac{\tilde{c}_s}{1 + \tilde{c}_s} T \sum_n \frac{1/|w|}{\left[1 - \frac{1}{1 + \tilde{c}_s} + \frac{|w|}{\tilde{\Gamma} \alpha_s(w) (1 + \tilde{c}_s)} \right]} \\
 &= -\frac{\tilde{c}_s}{1 + \tilde{c}_s} T \sum_n \frac{1/|w|}{\left[1 + (1 + \tilde{c}_s)^{-1} \left(\frac{|w|}{\tilde{\Gamma} \alpha_s(w)} - 1 \right) \right]} \\
 &= -\frac{\tilde{c}_s}{1 + \tilde{c}_s} T \sum_n \frac{1}{|w|} = -\frac{\tilde{c}_s}{1 + \tilde{c}_s} \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right)
 \end{aligned}$$

เมื่อ $\tilde{c}_s = \frac{cN}{\prod N_s(\omega) \tilde{\Gamma}}$, $\tilde{\alpha}_s = \alpha_s(w) \prod N_s(\omega)$

$$T \sum_n \frac{1}{|w|} = \frac{1}{\pi} \ln \left(\frac{2\gamma w_D}{\pi T_c} \right)$$

อุททฤษฎีวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดชนิดที่มีแถบพลังงานสองแถบ
เมื่อมีสิ่งเจือปนแบบแอนเคอร์สัน

บทคัดย่อ

ของ

แสงชัย นิยมศักดิ์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

เมษายน 2524

การวิจัยครั้งนี้ได้อุณหภูมิวิกฤตของสารตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานสองแถบเมื่อมี
สิ่งเจือปนแบบแอนเดอร์สัน โดยวิธีการของกรีนส์ฟังก์ชัน ผลการคำนวณพบว่า อุณหภูมิวิกฤต
ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นของสิ่งเจือปน และผลที่ได้ก็ยังแตกต่างจากสูตรอุณหภูมิวิกฤตของสาร
ตัวนำยิ่งยวดที่มีแถบพลังงานแถบเดียว ส่วนที่แตกต่างไปนี้เกิดจากขบวนการทำลายการจับคู่
อย่างอ่อน ผลการคำนวณที่ได้ครอบคลุมผลของ โซดะ และ วาตะ ในกรณีที่เป็นสารตัวนำ
ยิ่งยวดบริสุทธิ์ที่มีแถบพลังงานสองแถบ และครอบคลุมผลของ ซากุไร ในกรณีที่สารตัวนำ
ยิ่งยวดไม่บริสุทธิ์ในแบบจำลองที่มีแถบพลังงานแถบเดียว

CRITICAL TEMPERATURE OF TWO-BAND SUPERCONDUCTORS
WITH ANDERSON IMPURITIES

AN ABSTRACT

BY

SANGCHAI NIYONSAK

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University

April 1981

Explicit expressions for the critical temperature T_c of two-band superconductors with Anderson impurities are derived by means of the Green's function method. It is found that the concentration dependent transition temperature shows typical departures from the formula for a single-band superconductor. These departures occur because of a new pair-weakening mechanism. Our analytical results recover the results of Soda and Wada for the pure two-band case and those of Sakurai for the dirty one-band case.