

539.762
๑4198
ด.๒

รายงานการวิจัย

การสืบค้นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและฟิชชัน

INVESTIGATION OF NUCLEAR CLUSTERIZATION AND FISSION

ปีที่ 2

ผู้วิจัย

รองศาสตราจารย์ อรุณีย์ อินทศร

17 ก.ค. 2546

๒ 144204

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนตามโครงการวิจัยจากงบประมาณแผ่นดิน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประจำปี 2545 ประเภทงานวิจัยพื้นฐาน (เป็นการศึกษาค้นคว้าทางทฤษฎีเพื่อหาความรู้ใหม่) สาขาวิทยาศาสตร์กายภาพและคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสำนึกในพระคุณนี้เป็นอย่างสูง นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณ Professor Cseh จาก Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences, Debrecen, Hungary ที่ให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวกทางด้านเอกสารทั้งหลาย พร้อมทั้งให้คำปรึกษาและแนะนำเกี่ยวกับงานวิจัยนี้ตลอดมา โดยได้สนับสนุนงานวิจัยนี้เข้าเป็นโครงการวิจัยร่วมกันด้วย

ผู้วิจัย

รศ. อรุณีย์ อินทศร

2545

บทคัดย่อ

ได้ทำการสืบค้นโครงสร้างการคลัสเตอร์ของระบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาของนิวเคลียสแบบ คู่-คู่ ในพิสัยของเลขมวล $40 \leq A \leq 44$ (นิวเคลียสบริเวณเชลล์ fp) โดยวิธีคลัสเตอร์โมเดลเชิงพีชคณิตกึ่งจุลภาค (SACM) ผลการศึกษาแสดงให้เห็นความเกี่ยวเนื่องระหว่างเชลล์โมเดลกับคลัสเตอร์โมเดลสำหรับอันตรกิริยาที่เป็นจริงซึ่งไม่เป็นเพียงอันตรกิริยาแบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์เท่านั้น โดยสามารถคำนวณหาคลัสเตอร์โมเดลสเปซและสเปกตรัมพลังงานจากโมเดลสเปซและฮามิลโทเนียนในเชลล์โมเดลได้ ในท้ายที่สุดได้แสดงรูปแบบฮามิลโทเนียนมาตรฐานของSACMโดยมีพารามิเตอร์ทั้งหลายของฮามิลโทเนียนที่หามาได้จากการปรับค่าข้อมูลจากการทดลองของนิวเคลียส ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างราบเรียบตามเลขมวล A ซึ่งคล้ายกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในบริเวณ $A = 16-20$ (นิวเคลียสบริเวณเชลล์ sd)

ABSTRACT

The structure of core + α - particle cluster systems of the even-even nuclei in the mass range $40 \leq A \leq 44$ (fp shell nuclei) is investigated by Semimicroscopic Algebraic Cluster Model (SACM). The present results show that the connection between the shell model and the cluster model is valid not only for the harmonic oscillator interactions, but also for more general Hamiltonians, which result in realistic energy spectra. This means that cluster model space and energy spectra can be derived from those of the shell model. A standardized form of the SACM Hamiltonian is presented finally. And the parameters of the Hamiltonian obtained from the fits to the experimental energy spectra of ^{40}Ca , ^{42}Ca and ^{44}Ti show smooth behavior with respect to the mass number in the similar trend as those in the $A = 16-20$ region (sd shell region).

สารบัญเรื่อง

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อ	ข
ABSTRACT	ง
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญรูป	จ
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา	1
1.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	2
1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.6 ระเบียบวิธีวิจัย	4
1.6.1 แบบการวิจัย	4
1.6.2 ขั้นตอนและวิธีการวิเคราะห์ข้อมูล	4
บทที่ 2 คลัสเตอร์โมเดลของนิวเคลียสของอะตอม	6
2.1 คลัสเตอร์โมเดลเชิงพีชคณิตกึ่งจุลภาคของนิวเคลียสของอะตอม	6
2.2 การศึกษาเชิงจุลภาคของการมีอยู่ร่วมกันของแอลฟา-คลัสเตอร์และ โครงสร้างเซลล์โมเดลในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$	8
2.2.1 โครงสร้างของ ^{40}Ca	12
2.2.2 โครงสร้างของ ^{42}Ca	17
2.3 ระบบแบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา	21
2.4 ความเกี่ยวเนื่องกันระหว่างเซลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดล	24

สารบัญเรื่อง

	หน้า
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	26
3.1 วิธีดำเนินการวิจัย	26
3.2 การคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ	27
3.2.1 การคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$	28
3.2.2 การคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}$	32
3.3 การหาสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียส $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$	34
บทที่ 4 ผลการวิจัยและสรุป	37
4.1 ผลการวิจัย	37
4.2 สรุปและข้อเสนอแนะ	44
ภาคผนวก ก	46
บรรณานุกรม	58

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1 การจัด SU(3) ของสถานะที่ยอมรับได้ของระบบ $\alpha + {}^{36}\text{Ar}$	12
ตาราง 2 แสดงค่าแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์ S_α^2 และค่าองค์ประกอบยกกำลังสองของฟังก์ชันคลื่นที่มีอนุสซิลเตอร์ควอนตัม N สำหรับแถบคลัสเตอร์ $K^\pi = 0^+$ และ 0^- ใน ${}^{40}\text{Ca}$ และได้แสดงสถานะพื้น 0^+ ไว้เพื่อการเปรียบเทียบข้อมูลจากการทดลองได้จาก T. Yamaya และคณะ	14
ตาราง 3 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 0^+ สามสถานะต่ำสุดของ ${}^{40}\text{Ca}$ ในเทอมของรูปแบบ SU(3)	15
ตาราง 4 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 1^- ห้าสถานะต่ำสุดของ ${}^{40}\text{Ca}$ ในเทอมของรูปแบบ SU(3)	16
ตาราง 5 การจัด SU(3) ของสถานะที่ยอมรับได้ของระบบ $\alpha + {}^{38}\text{Ar}$	17
ตาราง 6 แสดงค่าแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์และค่าองค์ประกอบยกกำลังสองของฟังก์ชันคลื่น ${}^{42}\text{Ca}$	19
ตาราง 7 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 0^+ สามสถานะต่ำสุดของ ${}^{42}\text{Ca}$ ในเทอมของรูปแบบ SU(3)	20
ตาราง 8 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 1^- สามสถานะต่ำสุดของ ${}^{42}\text{Ca}$ ในเทอมของรูปแบบ SU(3)	21

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 9 ข้อมูลจากการทดลองสำหรับ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}[4]$ ที่เป็นข้อมูล ป้อนเข้าในการคำนวณสเปกตรัมพลังงานด้วยวิธี SACM โดย อาศัยการคำนวณด้วยวิธี OCM ที่แสดงความเป็นแถบคลาสเตอร์ ในหัวข้อ 2.2 ประกอบ	35
ตาราง 10 ข้อมูลจากการทดลองสำหรับ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}^*$ ที่เป็นข้อมูล ป้อนเข้าในการคำนวณสเปกตรัมพลังงานด้วยวิธี SACM โดย อาศัยการคำนวณด้วยวิธี OCM ที่แสดงความเป็นแถบคลาสเตอร์ ในหัวข้อ 2.2 ประกอบ	36
ตาราง 11 ตัวแทน SU(3) ที่ยอมรับได้ของคลาสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{40}Ca	38
ตาราง 12 ตัวแทน SU(3) ที่ยอมรับได้ของคลาสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{38}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{42}Ca	39
ตาราง 13 แสดงพารามิเตอร์ (หน่วย MeV) ของสมการพลังงาน (2-11) (2-12) และ (2-14) ของนิวเคลียสทั้งสามได้แก่ ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ในวงเล็บแสดงโอเปอเรเตอร์ของเทอมที่มีพารามิเตอร์นั้นๆ เนื่องจากข้อมูลจากการทดลองแสดงแต่แถบคลาสเตอร์ที่มี $K = 0$ จึงไม่มีพารามิเตอร์ $\theta (K^2)$ ในตาราง สำหรับค่า F แสดงความ กลมกลืนของการปรับค่า (goodness of the fit)	40

สารบัญรูป

หน้า

- รูป 1 แสดงพลังงานศักย์ที่รวมเข้าด้วยกัน $V_{\alpha-A_0}^F$ สำหรับระบบ $\alpha + A_0$
โดยเปรียบเทียบพลังงานศักย์ศูนย์กลางสำหรับระบบ $A_0 = 36-40$
และแสดงส่วนของ V^{T2} และ $V^{T2'}$ ที่ไม่ใช่พลังงานศักย์ศูนย์กลาง
สำหรับระบบ $A_0 = 36$ 11
- รูป 2 แสดงสเปกตรัมพลังงานของ ^{40}Ca ทั้งที่คำนวณได้และจากการทดลอง
มาตราส่วนของพลังงานวัดได้จากพลังงานขีดเริ่มของแอลฟา สถานะ
ที่กำกับด้วยดอกจันเป็นสมาชิกของแถบคลัสเตอร์ของ $\alpha + ^{36}\text{Ar}(0^+)$ 13
- รูป 3 แสดงสเปกตรัมพลังงานของ ^{42}Ca ทั้งที่คำนวณได้และจากการทดลอง
มาตราส่วนของพลังงานวัดได้จากพลังงานขีดเริ่มของแอลฟา สถานะ
ที่กำกับด้วยดอกจันเป็นสมาชิกของแถบคลัสเตอร์ของ $\alpha + ^{38}\text{Ar}(0^+)$ 18
- รูป 4 สเปกตรัมพลังงานเชิงทฤษฎีและเชิงทดลองที่แสดงแถบของระบบ
นิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาในนิวเคลียส ^{40}Ca สำหรับ
คลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมเชิงทฤษฎีได้จากการคำนวณด้วยฮามิลโทเนียน
สมมาตรเชิงพลวัต $U(3)$ ตามสมการ(2-14) แถบในคลัสเตอร์โมเดล
สเปกตรัมแสดงด้วยเลขควอนตัม $n_\pi(\lambda, \mu) K$ ของสมการ (2-8) 41
- รูป 5 สเปกตรัมพลังงานเชิงทฤษฎีและเชิงทดลองที่แสดงแถบของระบบ
นิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาในนิวเคลียส ^{42}Ca สำหรับ
คลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมเชิงทฤษฎีได้จากการคำนวณด้วยฮามิลโทเนียน
สมมาตรเชิงพลวัต $U(3)$ ตามสมการ(2-14) แถบในคลัสเตอร์โมเดล
สเปกตรัมแสดงด้วยเลขควอนตัม $n_\pi(\lambda, \mu) K$ ของสมการ (2-8) 42

สารบัญรูป

หน้า

รูป 6 สเปกตรัมพลังงานเชิงทฤษฎีและเชิงทดลองที่แสดงแถบของระบบ นิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาในนิวเคลียส ^{44}Ti สำหรับ คลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมเชิงทฤษฎีได้จากการคำนวณด้วยฮามิลโทเนียน สมมาตรเชิงพลวัต $U(3)$ ตามสมการ(2-14) แถบในคลัสเตอร์โมเดล สเปกตรัมแสดงด้วยเลขควอนตัม $n_{\pi}(\lambda, \mu) K$ ของสมการ (2-8)	43
--	----

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

งานวิจัยเรื่องนี้เป็นโครงการวิจัยต่อเนื่อง 2 ปี ตั้งแต่ พ.ศ. 2544 โดยในปีที่ 1 นั้น เป็นการเริ่มต้นศึกษาความรู้พื้นฐาน ความสำคัญและที่มาของปัญหาในเบื้องต้นสำหรับการสืบค้นเชิงทฤษฎีการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสที่เรียกว่า “คลัสเตอร์โมเดลเชิงพีชคณิตกึ่งจุลภาค” (Semimicroscopic Algebraic Cluster Model) (SACM) ซึ่งได้เขียนรายละเอียดไว้ในรายงานการวิจัยปีที่ 1[1] พร้อมกับแสดงวิธีการที่สามารถนำหลักการของการสมมาตร (symmetry) และคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีกลุ่ม (group theory) ไปประยุกต์ใช้กับการอธิบายการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสแบบต่างๆโดยอาศัยหลักทฤษฎีทางกลศาสตร์ควอนตัม โดยเริ่มต้นนำวิธีการนี้ไปประยุกต์ใช้กับการสร้างโมเดลนิวเคลียสของธาตุเบา และขยายออกไปถึงนิวเคลียสของธาตุหนัก [2] รวมทั้งการอธิบายรูปลักษณะเชิงโครงสร้างของกระบวนการฟิชชัน [3] แต่ทั้งหมดที่กล่าวมานี้ยังต้องการการสืบค้นอื่นๆอีกมากมายเกี่ยวกับการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและฟิชชัน โดยหวังว่าจะสามารถสืบค้นความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันระหว่างโมเดลโครงสร้างพื้นฐานของนิวเคลียส ได้แก่ เซลล์โมเดล (shell model) โมเดลแบบเป็นหมู่รวมกัน (collective model) และ คลัสเตอร์โมเดล (cluster model) คลัสเตอร์โมเดลเป็นโมเดลใหม่ที่ได้มีการนำเสนอขึ้นมาและเป็นที่สนใจสำหรับนักนิวเคลียร์ฟิสิกส์นานาชาติทั้งกลุ่มนักทฤษฎีและกลุ่มนักทดลอง โดยยึดหลักการคำนวณด้วยวิธีการต่างๆกัน สำหรับการสืบค้นเชิงทฤษฎีการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสโดยวิธี SACM เป็นวิธีการหนึ่งที่น่าสนใจ สามารถศึกษาหลักการพื้นฐานของวิธีนี้ได้จากรายงานการวิจัยเรื่อง “การสืบค้นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและฟิชชัน” ที่ได้รับทุนอุดหนุนตามโครงการวิจัยจากงบประมาณแผ่นดิน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประจำปี 2544 สำหรับโครงการวิจัยในปีที่ 2 นี้ ดำเนินการวิจัยต่อจากปีที่ 1 โดยเน้นศึกษาถึงความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันระหว่างโมเดลโครงสร้างพื้นฐานของนิวเคลียส ได้แก่ เซลล์โมเดล โมเดลแบบเป็นหมู่รวมกัน และ คลัสเตอร์โมเดล วิเคราะห์และตีความข้อมูลที่ได้จากการคำนวณโดยวิธี SACM เปรียบเทียบกับวิธีการอื่นที่ได้ตีพิมพ์เผยแพร่แล้วที่ศึกษาแอลฟา-คลัสเตอร์ (alpha-cluster) ของนิวเคลียสในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ [4-5] งานวิจัยครั้งนี้ได้รับความร่วมมือในการให้คำปรึกษาแนะนำจาก Professor Jozsef Cseh จาก Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences, Debrecen, Hungary

1.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Hodgson[6] นักนิวเคลียร์ฟิสิกส์จากมหาวิทยาลัยออกซ์ฟอร์ด(University of Oxford) ประเทศอังกฤษ ได้วิเคราะห์โครงสร้างของนิวเคลียส ^{44}Ti ว่าเป็นการคลัสเตอร์ของ $^{40}\text{Ca} + \alpha$ ในปี 1991 โดยใช้หลักการ alpha-particle mean field ในการคำนวณ

ในปี 1993 มีการหาความสัมพันธ์ระหว่างอันตรกิริยาที่ปรากฏขึ้นจริง(phenomenological interaction) ของคลัสเตอร์โมเดลเชิงพีชคณิต (algebraic cluster model) และผลของแรงระหว่าง 2 นิวคลีออน (effective two-nucleon force) สำหรับระบบ $^{16}\text{O} + \alpha$ [7]

ในปี 1996 Levai และ Cseh ได้ศึกษาระบบแบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา (core + α - particle system) ในบริเวณ $A = 16 - 20$ ด้วยวิธี SACM [8] โดยสามารถหาแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ของเทอมต่างๆในฮามิลโทเนียน (Hamiltonian) จากระบบ $^{12}\text{C} + \alpha$, $^{14}\text{C} + \alpha$, $^{15}\text{N} + \alpha$ และ $^{16}\text{O} + \alpha$ ว่ามีการเปลี่ยนแปลงตามเลขมวล A อย่างราบเรียบ (smoothly) ซึ่งนำไปสู่การหาพารามิเตอร์ของเทอมในฮามิลโทเนียนของระบบ $^{13}\text{C} + \alpha$ โดยการประมาณค่าในช่วง (interpolation) และในปีเดียวกันได้มีผู้ศึกษาระบบ $^{34}\text{S} + \alpha$ เชิงการทดลองและเชิงทฤษฎี สำหรับการทดลองได้อาศัยปฏิกิริยา $^{34}\text{S}(\alpha, \gamma)^{38}\text{Ar}$ โดยใช้อ่อนุภาค α ที่พลังงาน 3.4-4.4 MeV ทำปฏิกิริยากับนิวเคลียส ^{34}S สามารถสังเกตพบว่าการสั่นพ้อง (resonance) ของปฏิกิริยานี้เกิดขึ้นใหม่ที่พลังงานต่างๆของอนุภาคแอลฟาถึง 10 ค่า พร้อมกับได้ศึกษาแผนผังการสลาย (decay scheme) ด้วย สำหรับงานเชิงทฤษฎีได้ใช้ SACM ของ $^{34}\text{S} + \alpha$ อธิบายผลการสั่นพ้องที่เกิดขึ้นใหม่พร้อมกับสถานะในบริเวณพลังงานต่ำ (low-lying state) ของ ^{38}Ar [9]

ปี 1998 Sakuda และคณะ ได้ศึกษาว่านิวเคลียสในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ น่าจะมีโครงสร้างแบบการคลัสเตอร์กับแอลฟาของนิวเคลียส และ แบบเซลล์โมเดล ร่วมกันอยู่จริง[5]

ผลงานในปี 1999 Cseh และคณะ ได้เริ่มศึกษาเบื้องต้นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างฮามิลโทเนียนในเซลล์โมเดลและ ฮามิลโทเนียนในคลัสเตอร์โมเดล [10] และปี 2001 ได้นำฮามิลโทเนียนในเซลล์โมเดลไปใช้ในการคำนวณการคลัสเตอร์ระหว่างนิวเคลียสแกนกับอนุภาคแอลฟาของนิวเคลียส ^{44}Ti [11]

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.3.1 เพื่อก่อให้เกิดผลงานวิจัยพื้นฐานทางด้านนิวเคลียร์ฟิสิกส์ทฤษฎีที่ยอมรับได้ในระดับนานาชาติขึ้นในประเทศไทย โดยคาดหวังว่าถ้าได้ผลการวิจัยที่ออกมา อาจจะสามารรถตีพิมพ์ในวารสารวิชาการในต่างประเทศหรือ ได้นำเสนอผลงานในการประชุมวิชาการนานาชาติ

1.3.2 เพื่อก่อให้เกิดความร่วมมือในการทำวิจัยกับนักวิจัยและผู้เชี่ยวชาญต่างประเทศ

สามารถเข้าร่วมประชุมและอภิปรายปัญหาเฉพาะด้านในระดับสูงได้ เป็นการเผยแพร่ชื่อเสียงของประเทศไทยให้เป็นที่รู้จักของประเทศเหล่านั้น

1.3.3 เพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในความรู้พื้นฐานทางด้านนิวเคลียร์ฟิสิกส์ระดับสูง รวมถึงการใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูงและเทคนิคการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการทำงานวิจัยเชิงทฤษฎีทางด้านวิทยาศาสตร์

1.3.4 เพื่อยกระดับคุณภาพการเรียนการสอนในระดับอุดมศึกษาทางสาขาวิชาฟิสิกส์ในมหาวิทยาลัยให้มีมาตรฐานดียิ่งขึ้น ซึ่งเป็นผลสืบเนื่องจากข้อ 1.3.3 และสามารถพิมพ์เผยแพร่ข้อมูลที่ได้เรียนรู้ขึ้นในประเทศเพื่ออำนวยความสะดวกต่อการค้นคว้าหาข้อมูลทางด้านนี้ และเป็นข้อมูลที่เข้าใจได้ง่ายสำหรับนักฟิสิกส์ไทยต่อไป

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยนี้เน้นสืบค้นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสของธาตุเบาที่น่าสนใจ และสามารถสืบค้นต่อไปถึงการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสของธาตุหนัก โดยเน้นการวิจัยที่ใช้ SACM พร้อมกับศึกษาถึงความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันระหว่างเชลล์โมเดล โมเดลแบบเป็นหมู่ร่วมกัน และคลัสเตอร์โมเดล

สำหรับในปีที่ 1 ที่ได้ดำเนินการไปแล้วได้วิจัยตั้งแต่การศึกษาทฤษฎีและผลงานตีพิมพ์ที่เกี่ยวข้องทั้งหลาย ศึกษาและดัดแปลงโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณเชลล์โมเดลสเปซ(shell model space)ของนิวเคลียส คลัสเตอร์โมเดลสเปซ (cluster model space)ของนิวเคลียส และสเปกตรัมพลังงาน (energy spectrum)ของนิวเคลียส ทดสอบผลการคำนวณที่ได้โดยเทียบกับผลงานที่ได้มีการตีพิมพ์เผยแพร่แล้ว หลังจากนั้นเลือกศึกษาสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสของธาตุบางตัวที่เกิดจากนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา โดยได้เลือกประยุกต์ใช้ SACM ศึกษาการคลัสเตอร์ของระบบ $^{40}\text{Ca} + \alpha$

สำหรับในปีที่ 2 นี้ดำเนินการต่อจากการศึกษาในปีที่ 1 โดยเน้นศึกษาการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสของธาตุหนักปานกลางด้วยวิธี SACM เปรียบเทียบผลกับงานวิจัยที่ศึกษาเรื่องเดียวกันแต่ใช้วิธีการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน พร้อมกับศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างฮามิลโทเนียนในเชลล์โมเดลและฮามิลโทเนียนในคลัสเตอร์โมเดล

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 เกิดงานวิจัยที่เป็นองค์ความรู้ใหม่ในระดับนานาชาติอีกด้านหนึ่งขึ้นในประเทศไทย และพร้อมที่จะถ่ายทอดความรู้อย่างถูกต้องต่อเนื่องต่อไป เป็นแนวทางการพัฒนาและฝึกหัดนักวิจัยรุ่นใหม่ต่อไปด้วย ทำให้นักฟิสิกส์ไทยสามารถพึ่งตนเองได้ทั้งงานวิจัยและงานสอนในระดับสูงทางด้านนี้ในอนาคต

1.5.2 เกิดความร่วมมือในการทำวิจัยร่วมกับนักวิจัยและผู้เชี่ยวชาญที่มีชื่อเสียง ซึ่งเป็นที่ยอมรับในระดับนานาชาติ สามารถเข้าร่วมประชุมอภิปรายงานในด้านนี้กับกลุ่มนักวิจัยระดับสูงได้ โดยผู้วิจัยได้เรียนรู้หรือเกิดทักษะในงานวิจัยนี้อย่างถูกต้องและต้องแท้

1.5.3 ยกมาตรฐานคุณภาพการเรียนการสอนวิชานิวเคลียร์ฟิสิกส์ในระดับอุดมศึกษาของมหาวิทยาลัยให้ดียิ่งขึ้นสู่ระดับสากล โดยจะมีผลต่อการเรียนการสอนระดับบัณฑิตศึกษาในวิชาทฤษฎีควอนตัม ทฤษฎีกลุ่ม นิวเคลียร์ฟิสิกส์ และสมมาตรในฟิสิกส์ สามารถแสดงให้เห็นประโยชน์ของวิชาเหล่านี้ว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิชาอื่นๆและงานวิจัยได้อย่างไร

1.6 ระเบียบวิธีวิจัย

1.6.1 แบบการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นงานเชิงทฤษฎีที่ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานที่ลึกซึ้งทางฟิสิกส์หลายๆด้าน รวมทั้งต้องรู้จักการใช้และดัดแปลงโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่องานการคำนวณ ต้องระดมความรู้และความคิดเข้าด้วยกันในการวิจัยเพื่อวิเคราะห์และตีความข้อมูลที่ได้จากการคำนวณ โดยอาศัย SACM โดยเฉพาะ ต้องคอยติดตามและค้นคว้าข้อมูลจากการทดลองที่เกี่ยวข้องของประเทศต่างๆรวมทั้งความรู้ใหม่ๆที่เกี่ยวกับการคลัสเตอร์ทั้งหลายของนิวเคลียสที่ใช้วิธีการที่แตกต่างไปที่ทันสมัยและทันเหตุการณ์ เพื่อใช้ประกอบเป็นแนวทางในการอ้างอิง ในการสร้างความคิดใหม่ๆที่ควรสืบค้นและต้องไม่ล้าสมัย ควรมีการอภิปรายแลกเปลี่ยนปัญหาต่างๆกับผู้เชี่ยวชาญทางด้านนี้ทั้งกลุ่มที่เป็นนักทดลองและนักทฤษฎีด้วยกัน ดังนั้นการเข้าร่วมประชุมนานาชาติทางด้านนิวเคลียร์ฟิสิกส์ หรือ ทางด้านคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง จึงนับว่าจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับงานวิจัยทางด้านทฤษฎี

1.6.2 ขั้นตอนและวิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นโครงการต่อเนื่อง ดังนั้นความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีพื้นฐานทั้งทางด้านฟิสิกส์ และคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องสามารถศึกษาทำความเข้าใจได้ในรายงานการวิจัยเรื่อง "การสืบค้นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและฟิชชัน" ปีที่ 1 ที่ได้รับทุนอุดหนุนตามโครงการวิจัยจากงบประมาณแผ่นดิน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประจำปี 2544 สำหรับรายงานฉบับนี้เป็นการนำเสนอขั้นตอนและวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลต่อจากรายงาน ปีที่ 1 ดังนี้

ก. ศึกษาทฤษฎีและผลงานที่ตีพิมพ์เกี่ยวกับสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสของธาตุบางตัวที่เกิดจากนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา ทั้งที่เป็นนิวเคลียสของธาตุเบาและธาตุหนักปานกลาง แล้วทำการพิจารณาเลือกข้อมูลจากการทดลองสำหรับนิวเคลียสที่สนใจมาทำการคำนวณด้วยวิธี SACM

ข. ดำเนินการต่อจากปีที่ 1 เกี่ยวกับการคำนวณสเปกตรัมพลังงาน โดยทำการทดสอบ ฮามิลโทเนียนที่ประกอบด้วยเทอมต่างๆของพลังงานที่แตกต่างกันด้วยวิธี SACM ซึ่งงานส่วนนี้ต้องอาศัยความเข้าใจทฤษฎีทางนิวเคลียร์ฟิสิกส์และกลศาสตร์ควอนตัมอย่างลึกซึ้งเพื่อนำมาใช้อธิบายประกอบผลการคำนวณทุกครั้งไป

ค. ศึกษาทฤษฎีทางนิวเคลียร์ฟิสิกส์และกลศาสตร์ควอนตัมเพิ่มเติมในกรณีที่ไม่สามารถอธิบายผลการคำนวณในข้อ ข. ดังนั้นขั้นตอนในข้อ ข. และข้อ ค. จะต้องทำควบคู่กันไปและใช้เวลาในช่วงนี้มากพอสมควร

ง. ศึกษาปัญหาต่างๆที่เกี่ยวข้องกับ SACM ที่เกิดขึ้นอย่างละเอียด โดยเฉพาะปัญหาที่น่าจะเป็นสำหรับนิวเคลียสของธาตุในบริเวณใกล้เคียงกับ ^{44}Ti นิวเคลียส ที่ได้ศึกษาบางส่วนไปบ้างแล้วในปีที่ 1

จ. เรียนรู้การใช้ TEX & LATEX File ในการเขียนผลงานทางวิชาการเพื่อตีพิมพ์เผยแพร่ และการพิมพ์แผนผังระดับพลังงานของนิวเคลียสที่คำนวณได้ด้วยวิธีการ SACM โดยได้รับคำแนะนำและการให้คำปรึกษาจาก Professor J. Cseh ซึ่งในปลายปีที่ 1 ได้ดำเนินการไปบ้างแล้วตามผลงานตีพิมพ์เผยแพร่ [11] ในการประชุม The 7th International Spring Seminar on Nuclear Physics ที่ Maiori ประเทศอิตาลี ระหว่างวันที่ 27 - 31 พฤษภาคม 2544 สำหรับในปีที่ 2 ได้เข้าร่วมประชุมใน International Conference on Theoretical Physics (TH-2002) ระหว่างวันที่ 22 - 27 กรกฎาคม 2545 ที่ ปารีส ประเทศฝรั่งเศส ทำให้มีโอกาสนพบปะและอภิปรายปัญหาทางวิชาการกับผู้เชี่ยวชาญทางการวิจัยทางด้านทฤษฎีที่ทันสมัยมากขึ้น

บทที่ 2

คลัสเตอร์โมเดลของนิวเคลียสของอะตอม

2.1 คลัสเตอร์โมเดลเชิงพีชคณิตกึ่งจุลภาคของนิวเคลียสของอะตอม [1]

(The Semimicroscopic Algebraic Cluster Model (SACM) of Atomic Nuclei)

ก่อนที่จะศึกษาการประยุกต์ใช้คลัสเตอร์โมเดลเชิงพีชคณิตกึ่งจุลภาค(semimicroscopic Algebraic Cluster Model (SACM)) กับนิวเคลียสในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ นั้นจะขอย้อนกล่าวถึงความสำคัญของ SACM ที่ได้เขียนรายละเอียดไว้ในรายงานการวิจัยเรื่องนี้ในปีที่ 1 พอสังเขป SACM เป็นงานที่ต้องอาศัยความรู้ในวิชาทฤษฎีควอนตัม นิวเคลียร์ฟิสิกส์ และ ทฤษฎีกลุ่ม (Group Theory) มาประยุกต์ใช้กับการศึกษาเกี่ยวกับคลัสเตอร์โมเดล ซึ่งเป็นโมเดลโครงสร้างของนิวเคลียสที่กำลังเป็นที่สนใจโมเดลหนึ่งในปัจจุบันและมีความเกี่ยวเนื่องกันกับโมเดลพื้นฐานอื่นๆของโครงสร้างนิวเคลียสของธาตุเบา ได้แก่ เชลล์โมเดลของนิวเคลียส (nuclear shell model) และ โมเดลแบบเป็นหมู่รวมกัน (collective model) โดยมุ่งเน้นที่จะพัฒนาให้สามารถใช้คลัสเตอร์โมเดลอธิบายปรากฏการณ์ทั้งหลายของนิวเคลียสได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งนำไปสู่คำถามที่ว่า เป็นไปได้หรือไม่ที่จะสร้างโมเดลที่สามารถเชื่อมโยงระหว่างโมเดลโครงสร้างของนิวเคลียสที่สำคัญเข้าเป็นโมเดลเดียว

การทดลองครั้งแรกที่แสดงให้เห็นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสคืออนุภาคแอลฟาที่รู้จักกันดีเป็นเวลาร้อยกว่าปีมาแล้ว และการสังเกตพบกัมมันตภาพรังสีที่มีขนาดใหญ่ขึ้นเมื่อไม่นานนักทำให้เกิดความคิดเรื่องการคลัสเตอร์แบบต่างๆที่สำคัญเกิดขึ้น ซึ่งเหมือนกับว่ามีการคลัสเตอร์ในนิวเคลียสของธาตุเบาและธาตุหนัก ทั้งที่อยู่ในบริเวณสถานะพื้นและบริเวณที่มีพลังงานของการกระตุ้นสูงๆ

การที่เรียกว่า “ กึ่งจุลภาค ” (Semimicroscopic) เพราะเป็นการรวมการสร้างสเปซ (space) ของโมเดลเชิงจุลภาคเข้ากับอันตรกิริยา(interaction)ที่ปรากฏขึ้นจริง [12] และเป็นเชิงพีชคณิต(algebraic) ตรงที่แสดงสถานะมูลฐาน (basis state) และ โอเปอเรเตอร์เชิงฟิสิกส์ (physical operator)ทั้งหลายในลักษณะของตัวแทนที่ลดทอนไม่ได้ (irreducible representation (irrep)) ของพีชคณิตลี (Lie algebra) ที่เป็นการคำนวณหาสมาชิกเมตริกซ์ (matrix element) ทั้งหมดด้วยวิธีทางทฤษฎีกลุ่ม

ในปี 1958 ได้มีการสร้างข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับความเกี่ยวเนื่องเชิงจุลภาคระหว่างการผิดรูปควอดรูโพล (quadrupole deformation) และโครงสร้างของคลัสเตอร์ทั้งหลายโดย

อาศัยเชลล์โมเดล ต่อมา Elliott¹ ได้หาการผิดรูปเชิงการหมุน (rotational deformation) และการผิดรูปควอดรูโพลของนิวเคลียสของธาตุเบาโดยใช้เชลล์โมเดลแบบทรงกลม (spherical shell model) และ Widermuth and Kanellopoulos² สร้างคลัสเตอร์โมเดลจากเชลล์โมเดล แต่มีการเชื่อมโยงของโมเดลที่ค่อนข้างแตกต่างกัน เนื่องจากโมเดลของ Elliott จะมีการสร้าง SU(3) ที่มีความสัมพันธ์ระหว่างเชลล์โมเดลกับโมเดลแบบเป็นหมู่รวมกันที่ได้จากการศึกษาอันตรกิริยาที่เป็นจริง กล่าวคือมีการคิดพลังงานศักย์เพิ่มเติมขึ้นในฮามิลโทเนียนของเชลล์ในเชลล์โมเดล โดยคิดอันตรกิริยาแบบควอดรูโพลกับควอดรูโพล (quadrupole – quadrupole) ระหว่างสองนิวคลีออน แต่ Widermuth และ Kanellopoulos สร้างความสัมพันธ์ของเชลล์โมเดลกับคลัสเตอร์โมเดลเพียงอันตรกิริยาแบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์เท่านั้นซึ่งน้อยเกินไปและนับว่ายังห่างไกลจากความเป็นจริงอยู่

ต่อมาได้มีการพัฒนามากขึ้น สามารถทำการแยกเชิงจุลภาคของควอดรูโพลในโมเดลแบบเป็นหมู่รวมกันออกจากเชลล์โมเดลได้สำเร็จโดยวิธีต่าง ๆ กันแต่ก็ยังไม่มียะไรที่น่าสนใจนัก จนเมื่อไม่นานมานี้ได้มีการสร้างความเกี่ยวเนื่องระหว่างเชลล์โมเดลกับคลัสเตอร์โมเดลขึ้นโดยใช้ฮามิลโทเนียนที่ประกอบด้วยอันตรกิริยาที่เป็นจริงมากขึ้นซึ่งเหมือนกับโมเดลที่ Elliott ใช้กับเชลล์โมเดลและโมเดลแบบเป็นหมู่รวมกัน ความสัมพันธ์นี้ทำให้ความเกี่ยวเนื่องของโมเดลพื้นฐานของโครงสร้างนิวเคลียสเข้ากันได้อย่างสมบูรณ์ ยิ่งกว่านั้นยังนำไปใช้ในการศึกษาหาข้อมูลที่น่าสนใจในปัจจุบันได้อีกด้วย ดังเช่น การสลายให้คลัสเตอร์ออกมา (cluster decay) หรือ สถานะของนิวเคลียสที่เกิดฟิชชัน (fission nuclear state) (จากความรู้ในนิวเคลียร์ฟิสิกส์พื้นฐานตั้งแต่อดีต เป็นที่ทราบกันมาว่ากระบวนการฟิชชันโดยทั่วไปอธิบายโดยใช้โมเดลหยดของเหลว (liquid drop model)) และรวมไปถึงการศึกษาสถานะของรูปร่างของนิวเคลียสแบบต่างๆมากมาย

ตามที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้นเกี่ยวกับการคำนวณที่ใช้ทฤษฎีกลุ่ม สำหรับนิวเคลียสของธาตุเบา ตัวแทนที่ลดทอนไม่ได้ U(3) (U(3) irrep) มีบทบาทที่สำคัญต่อสถานะต่างๆของโมเดล สมมาตร U(3) (U(3) symmetry) นี้มีจุดเริ่มต้นเชิงจุลภาคที่สัมพันธ์กับโครงสร้างของเชลล์และธรรมชาติของแรงระหว่างสองนิวคลีออน นอกจากนี้ยังสามารถใช้หาคุณลักษณะเชิงมหภาคได้ดี ดังเช่น การหาปริมาณการผิดรูปควอดรูโพล โมเมนต์ของความเฉื่อย (moment of inertia) เป็นต้น ถ้าใช้สมมาตร U(3) สำหรับนิวเคลียสของธาตุนักจะได้ผลไม่ดีนัก เนื่องจากในนิวเคลียสของธาตุนักจะมีการคิดอันตรกิริยาระหว่างสปินกับโมเมนต์เชิงมุมเชิงออร์บิต (spin-orbit interaction) ดังนั้นในกรณีนิวเคลียสของธาตุนักการศึกษาเชิงทฤษฎีจะมีความยุ่งยากมากขึ้นและต้องการการประมาณมากขึ้นด้วย

โมเดลสำหรับโครงสร้างของงานวิจัยในปีแรกที่ผ่านมามุ่งเน้นถึงการเชื่อมโยงพื้นฐาน

1: J. P. Elliott, *Proc.Roy.Soc. A*245, 128 and 562 (1958).

2: K. Widermuth and Th. Kanellopoulo, *Nucl.Phys.* 7,150 (1958).

ของโครงสร้างนิวเคลียสกับการใช้กลุ่ม $U(3)$ ($U(3)$ group) ซึ่งสัมพันธ์กับปัญหาทั้งหลายที่เกี่ยวข้องกับออสซิลเลเตอร์ โดยแสดงการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสที่เกี่ยวข้องกับโมเดลอื่นๆ ของโครงสร้างนิวเคลียส สำหรับปีนี้เน้นศึกษา SACM สำหรับนิวเคลียสของธาตุหนัก ปานกลางที่อยู่ในบริเวณ (เชลล์ fp) ระหว่าง ^{40}Ca - ^{44}Ti ต่อจากปีแรก ซึ่งการสืบค้น แอลฟา-คลัสเตอร์โมเดลในบริเวณที่มวล $A \geq 40$ นี้ นับว่าสำคัญและน่าสนใจสำหรับทั้ง นักทดลองและนักทฤษฎีที่พยายามหาหลักฐานสำหรับโครงสร้างแอลฟา-คลัสเตอร์ ในเชลล์ fp ของนิวเคลียส ดังนั้นในขั้นตอนนี้ขอศึกษาการคลัสเตอร์ของนิวเคลียส $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}$ และ $^{40}\text{Ca} + \alpha = ^{44}\text{Ti}$ เหตุผลที่ศึกษาเฉพาะนิวเคลียสทั้งสามนี้ก่อน เนื่องจากนิวเคลียส ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti เป็นนิวเคลียสที่มีจำนวนโปรตอนเป็นจำนวนคู่และจำนวนนิวตรอนเป็นจำนวนคู่ ที่เรียกว่านิวเคลียสแบบ คู่-คู่ (even-even nucleus) ซึ่งไม่ยุ่งยากเหมือนพวกนิวเคลียสที่มีจำนวนโปรตอนหรือจำนวนนิวตรอนเป็นจำนวนคี่ทำให้ต้องคิดสปีนเข้ามาเกี่ยวข้องมากขึ้นต้องมีการพิจารณาที่ละเอียดและยุ่งยากมากขึ้น และข้อมูลจากการทดลองสำหรับนิวเคลียสเหล่านี้ก็มีไม่เพียงพอ ประกอบกับความสำเร็จของนักวิจัยทางด้าน การทดลองทำให้ได้ข้อมูลการทดลองของปฏิกิริยานิวเคลียร์ของนิวเคลียสทั้งสามด้วย ³ ระบบ แอลฟา-คลัสเตอร์โมเดลนี้ อาจเรียกว่าเป็นระบบแบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา (Core + α -particle system) ซึ่งจะกล่าวละเอียดในหัวข้อ 2.3 ต่อไป

2.2 การศึกษาเชิงจุลภาคของการมีอยู่ร่วมกันของแอลฟา-คลัสเตอร์และโครงสร้างเชลล์ โมเดลในบริเวณ ^{40}Ca - ^{44}Ti [5]

(Microscopic Study of Coexistence of Alpha-Cluster and Shell-Model Structure in the ^{40}Ca - ^{44}Ti Region)

ถึงแม้ว่านิวเคลียร์ฟิสิกส์สามารถประสบความสำเร็จเกี่ยวกับแอลฟา-คลัสเตอร์โมเดลในนิวเคลียสเบา แต่โมเดลนี้ก็ยังไม่นับเป็นโมเดลของนิวเคลียสที่อธิบายได้ทุกนิวเคลียสในตารางธาตุคล้ายกับเชลล์โมเดลและโมเดลแบบเป็นหมู่ร่วมกัน ปัจจุบันนี้ได้มีการอธิบายโครงสร้างที่

-
- 3: T. Yamaya, O. Saitoh, M. Fujiwara, T. Itahashi, K. Katori, T. Suehiro, S.Kato, S. Hatari and S. Ohkubo, *Phys.Lett.* B306, 1 (1993).
 : T. Yamaya, S. Oh-ami, O. Saitoh, M. Fujiwara, S. Hatari T. Itahashi, K. Katori, S. Kato, M. Tosaki and S. Ohkubo, *Nucl. Phys.* A573, 154 (1994).
 : P.M. Endt, *Nucl. Phys.* A521,1 (1990)
 : P. Guazzoni, M. Jaskol, L. Zetta, Chong-Yeal Kim, T. Udagawa and G. Bohlen, *Nucl. Phys.* A564, 425 (1993).
 : F. Michel, S. Ohkubo and G. Reidemeister, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 132, 7 (1998).

สังเกตพบด้วยโมเดลทั้งสาม ได้แก่ เซลล์โมเดล โมเดลแบบเป็นหมู่รวม และแอลฟา-คลัสเตอร์ โมเดล แต่ก็ยังไม่มีโมเดลใดที่สามารถอธิบายโครงสร้างแถบพื้นฐาน (basic band structure) ของ ^{44}Ti ได้อย่างมีความมั่นคง ตัวอย่างเช่น แอลฟา-คลัสเตอร์โมเดลเชิงจุลภาคที่ใช้วิธีกลุ่ม การสั่นพ้อง (Resonating Group Method (RGM)) วิธีแบบโคออร์ดิเนตของตัวก่อกำเนิด (Generator Coordinate Method (GCM)) และวิธีแบบเงื่อนไขของการตั้งฉาก (Orthogonality Condition Method (OCM)) ที่สามารถพิสูจน์ได้สำเร็จกับนิวเคลียสเบา แต่ไม่สามารถอธิบาย โครงสร้างของ ^{44}Ti ที่สังเกตได้จากการทดลองที่มีพลังงานของการกระตุ้น (excitation energy) จนถึง ~ 12 MeV โดยเฉพาะอย่างยิ่งการอธิบายโครงสร้างแถบที่สังเกตพบจากการทดลอง ของ ^{44}Ti ที่แตกต่างจากของ ^{20}Ne

ในปี 1998 Sakuda และ Ohkubo ชาวญี่ปุ่น ได้ศึกษาโครงสร้างของนิวเคลียสที่มีมวล อยู่ในช่วง $40 \leq A \leq 44$ ด้วยการประยุกต์ใช้ โมเดลแบบเงื่อนไขของการตั้งฉาก OCM กับ ระบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับแอลฟา ทำให้สามารถคำนวณสเปกตรัมพลังงาน การเปลี่ยน สถานะแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic transition) และแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์ (α -spectroscopic factor) ได้ผลสอดคล้องกับค่าที่สามารถหาได้จากการทดลองเป็นอย่างดี โดยแสดงว่าสถานะของแอลฟา-คลัสเตอร์ที่ได้มีความเหมือนกับแถบการหมุน (rotational band) ที่มีรูปแบบการคู่ควบอย่างอ่อน (weak coupling) และมีพริตตีแบบชุดสอง (parity-doublet) และแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์ มีค่าขยายออกกว้างขึ้น โดยโมเดลดังกล่าวที่เลือกใช้นี้ นับว่าเป็นโมเดลเอกภาพ (unified model) ที่สามารถอธิบายสถานะคลัสเตอร์ และสถานะของ เซลล์โมเดลที่สำคัญได้พร้อมๆ กัน ในที่สุดได้แสดงให้เห็นว่ามีสถานะของแอลฟา-คลัสเตอร์ อยู่จริงและแทรกสอดอยู่กับสถานะต่างๆ ของเซลล์โมเดลด้วย การสังเกตพบดังกล่าวนี้นี้ช่วย สนับสนุนความคิดที่ว่าน่าจะมีโครงสร้างแอลฟา-คลัสเตอร์ของนิวเคลียสในบริเวณเชลล์ fp ขึ้น

สำหรับการประยุกต์ใช้ OCM กับระบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับแอลฟานี้มีหลักการ คล้ายกับ SACM เพียงแต่วิธีการคณิตศาสตร์ที่ใช้คำนวณต่างกัน ดังนั้นจึงขอแนะนำเฉพาะหลักการ ที่สำคัญของ OCM และผลงานการศึกษาของ Sakuda และ Ohkubo ในส่วนที่นำมาใช้พิจารณา ประกอบในงานวิจัยนี้มากล่าวไว้ในหัวข้อนี้ เพื่อประโยชน์ต่อการเปรียบเทียบผลการศึกษาใน งานวิจัยนี้ต่อไป

โมเดลแบบเงื่อนไขของการตั้งฉาก OCM นี้คิดโมเดลสเปซกระจายอยู่ในรูปผลคูณของ ฟังก์ชันคลื่น (wave function) ระหว่างแอลฟาและนิวเคลียสแกน ตัวอย่างเช่น ระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ จะมีโมเดลสเปซเป็น

$$\phi_J = \frac{A}{\sqrt{A}} \{ \phi(\alpha) [\phi_1(A_0) Y_\ell(\vec{r})]_J R_{N\ell}(r) \} \quad (2-1)$$

ในที่นี้ A คือตัวปฏิสมมาตร (antisymmetrizer) ระหว่าง α และนิวเคลียส A_0 $R_{N\ell}(r)$ คือ ฟังก์ชันคลื่นเชิงรัศมีของฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ (relative

motion) ที่มีจำนวนออสซิลเลเตอร์ควอนตัม N และ ℓ เป็นโมเมนตัมเชิงมุมของ A_0 และการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ ตามลำดับ ที่คู่ควบกับโมเมนตัมเชิงมุมรวม J $\phi(\alpha)$ เป็นฟังก์ชันคลื่นภายในเชิงปฏิสมมาตรซึ่งคล้องจองกับโครงแบบ $(0s)^4$ ($(0s)^4$ configuration) และ สร้างสถานะแกน $\phi_i(A_0)$ ตามการเคลื่อนย้ายจำนวนนิวคลีออน $n_h = 40 - A_0$ จากออร์บิทัล sd และ ตัวแทนการแปลง[1] (transformation representation) $(\lambda, \mu) = (0, 2n_h)$ $Y_\ell(\vec{r})$ คือ ฮาร์มอนิกฟังก์ชันเชิงทรงกลม และฟังก์ชันมูลฐานเชิงปฏิสมมาตรสุทธิ (totally antisymmetrized basis) ที่เป็นไปตามเงื่อนไขตั้งฉากปกติ (orthonormal condition) ได้แก่

$$\phi_J^{NQ} = \frac{1}{\sqrt{\mu^{NQ}}} \sum_{\ell} C_{\ell}^{JNQ} \frac{A}{\sqrt{4}} \{ \phi(\alpha) [\phi_i(A_0) Y_\ell(\vec{r})]_J R_{N\ell}(r) \} \quad (2-2)$$

โดยที่ Q แทนเลขควอนตัม $(\lambda, \mu)K$ ของ $SU(3)$ ฟังก์ชันคลื่นสุทธิของระบบสามารถกระจายอยู่ในเทอมของฟังก์ชันมูลฐาน (2-2) เป็น

$$\psi_J = \sum_{NQ} d_J^{NQ} \phi_J^{NQ} \quad (2-3)$$

ดังนั้นสามารถสรุปแบบสมการของการเคลื่อนที่ได้เป็น

$$\sum_{N'Q'} \langle \phi_J^{NQ} | H - E_{tot} | \phi_J^{N'Q'} \rangle d_J^{N'Q'} = 0 \quad (2-4)$$

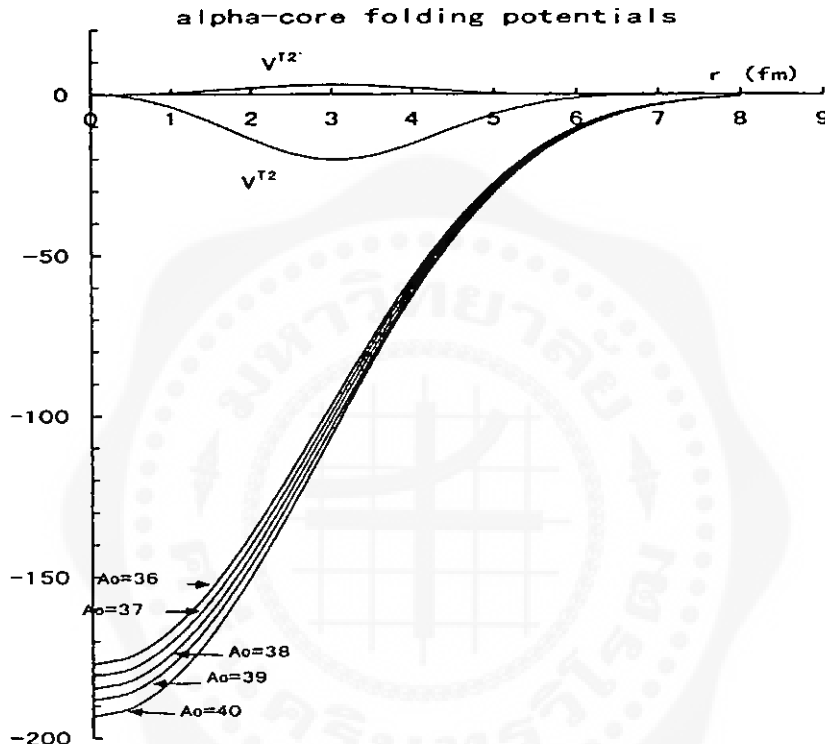
โดยที่แฮมิลโทเนียนทั้งหมด H ประกอบด้วย

$$H = H(\alpha) + H(A_0) + T_{\alpha-A_0} + V_{\alpha-A_0} \quad (2-5)$$

ในที่นี้ $H(\alpha)$ และ $H(A_0)$ แทนแฮมิลโทเนียนภายในสำหรับการคลัสเตอร์ของ α และ A_0 $T_{\alpha-A_0}$ แทน โอเปอเรเตอร์ของพลังงานจลน์สำหรับการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ และ $V_{\alpha-A_0}$ แทน ผลรวมของอันตรกิริยาระหว่างอนุภาคใน α และ A_0 เมื่อแทน ϕ_J^{NQ} ด้วย $\tilde{\phi}_J^{NQ}$ ซึ่งไม่เป็นฟังก์ชันแบบปฏิสมมาตรระหว่างนิวคลีออนทั้งหลายที่อยู่ในคลัสเตอร์ต่างกัน จะได้สมการ OCM ที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็น

$$\sum_{N'Q'} \langle \tilde{\phi}_J^{NQ} | T_{\alpha-A_0} + V_{\alpha-A_0} - E | \tilde{\phi}_J^{N'Q'} \rangle d_J^{N'Q'} = 0 \quad (2-6)$$

โดยที่ $V_{\alpha-A_0}^F$ เป็นพลังงานศักย์ที่รวมเข้าด้วยกัน (folding potential) ด้วยฟังก์ชันคลื่นภายในของคลัสเตอร์โดยคำนวณในรูปแบบของโอเปอเรเตอร์ พลังงานศักย์ที่คำนวณได้ไม่รวมส่วนของพลังงานศักย์คูลอมบ์สำหรับระบบของ $\alpha + A_0$ แสดงดังรูป 1 ซึ่งสังเกตได้ว่าความลึกของศักย์ศูนย์กลาง (central potential) เริ่มต้นขึ้นจาก $A_0 = 40$ ถึง $A_0 = 36$ แสดงว่าส่วนของอันตรกิริยาระหว่างแอลฟาและโฮล (α - hole interaction) เป็นแรงผลัก และเป็นสัดส่วนกับจำนวนของโฮล n_h ส่วนที่ไม่ใช่ศักย์ศูนย์กลางแต่เกี่ยวข้องกับศักย์คู่ควบและอื่นๆมีค่าน้อยมาก



รูป 1 แสดงพลังงานศักย์ที่รวมเข้าด้วยกัน $V_{\alpha-A_0}^F$ สำหรับระบบ $\alpha + A_0$ โดยเปรียบเทียบพลังงานศักย์ศูนย์กลางสำหรับระบบ $A_0 = 36 - 40$ และแสดงส่วนของ V^{T2} และ $V^{T2'}$ ที่ไม่ใช่พลังงานศักย์ศูนย์กลางสำหรับระบบ $A_0 = 36$

2.2.1 โครงสร้างของ ^{40}Ca

การศึกษาในระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ ด้วย OCM ที่คิดว่าฟังก์ชันคลื่นภายในของ ^{36}Ar มีโครงสร้างเป็น $(sd)^4$ มี $(\lambda, \mu) = (0, 8)$ และตัวบ่งชี้ (λ, μ) ของ SU(3) สำหรับสถานะที่ยอมรับได้ตามเพาลี (Pauli-allowed state) แสดงในตาราง 1 โดยได้แสดงโมเดลสเปซที่รวมเอาสถานะของเชลล์โมเดลที่สำคัญ ดังเช่น เชลล์ sd ที่เต็ม (0,0) (2,1) และ (3,2) ของสถานะ 1p-1h (p แทนอนุภาค และ h แทนโฮล) (6,4) ของสถานะ 2p-2h (9,6) ของสถานะ 3p-3h และ (12,8) ของสถานะ 4p-4h โครงแบบที่มีค่า N มากขึ้นจะประกอบด้วยสถานะคลาสเตอร์

ตาราง 1 การจัด SU(3) ของสถานะที่ยอมรับได้ของระบบ $\alpha + ^{36}\text{Ar}$

N	(λ, μ)								
8	(0,0)								
9	(3,2)	(2,1)							
10	(6,4)	(5,3)	(4,2)	(3,1)	(2,0)				
11	(9,6)	(8,5)	(7,4)	(6,3)	(5,2)	(4,1)	(3,0)		
12	(12,8)	(11,7)	(10,6)	(9,5)	(8,4)	(7,3)	(6,2)	(5,1)	(4,0)
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
N	(N,8)	(N-1,7)	(N-2,6)	(N-3,5)	(N-4,4)	(N-5,3)	(N-6,2)	(N-7,1)	(N-8,0)

สำหรับสเปกตรัมพลังงานที่คำนวณได้กับที่ได้จากการทดลองแสดงดังรูป 2 โดยข้อมูลจากการทดลองได้จากการวัดพลังงานของปฏิกิริยา $\alpha + ^{36}\text{Ar}$ ที่มีพลังงานขีดเริ่ม $E_{th} = 7.04 \text{ MeV}$ ระดับพลังงานจากการทดลองที่แสดงด้วยสัญลักษณ์ดอกจันเป็นระดับพลังงานที่พบมากในอันตรกิริยาการถ่ายเทพลังงานของแอลฟา สำหรับสเปกตรัมจากการคำนวณสมาชิกของแถบคลาสเตอร์ $\alpha + ^{36}\text{Ar} (0^+)$ แสดงด้วยสัญลักษณ์ดอกจันเช่นกัน ซึ่งผลการคำนวณสอดคล้องกับการทดลองทั้งแถบคลาสเตอร์ $K^\pi = 0^+$ และ $K^\pi = 0^-$

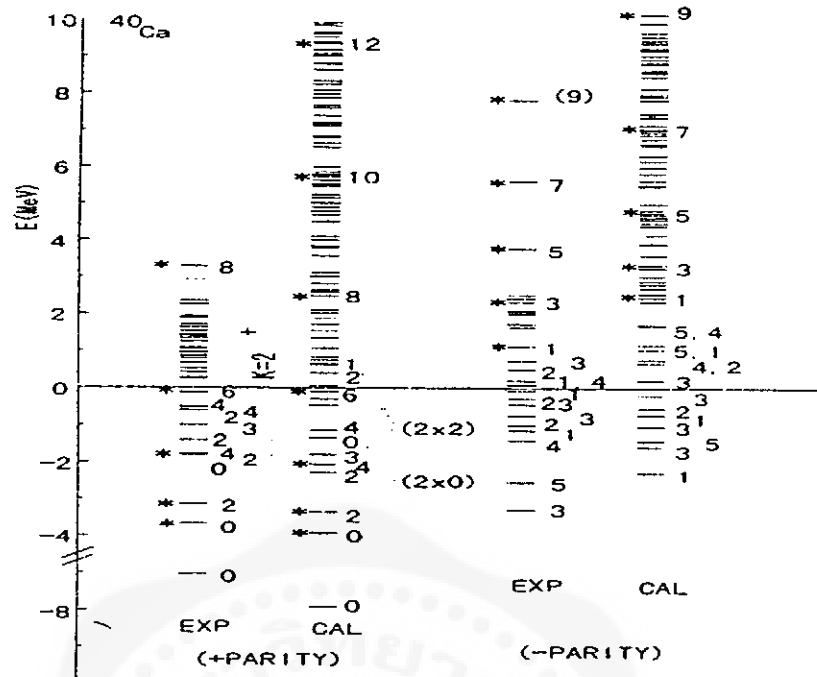
4: T. Yamaya, O. Saitoh, M. Fujiwara, T. Itahashi, K. Katori, T. Suehiro, S.Kato,

S. Hatari and S. Ohkubo, *Phys.Lett.* B306, 1 (1993).

: T. Yamaya, S. Oh-ami, O. Saitoh, M. Fujiwara, S. Hatari T. Itahashi, K. Katori,

S. Kato, M. Tosaki and S. Ohkubo, *Nucl. Phys.* A573, 154 (1994).

: P.M. Endt, *Nucl. Phys.* A521,1 (1990).



รูป 2 แสดงสเปกตรัมพลังงานของ ^{40}Ca ทั้งที่คำนวณได้และจากการทดลอง มาตรฐานของพลังงานวัดได้จากพลังงานขีดเริ่มของแอลฟา สถานะที่กำกับด้วยดอกจันเป็นสมาชิกของแถบคลาสเตอร์ของ $\alpha + ^{36}\text{Ar}(0^+)$

ฟังก์ชันคลื่นและแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์ที่คำนวณได้ของ $\alpha + ^{36}\text{Ar}(0^+)$ สำหรับแถบคลาสเตอร์ $K^\pi = 0^+$ และ $K^\pi = 0^-$ แสดงในตาราง 2 โดยแสดงให้เห็นว่าสถานะพื้น (ground state) ของ 0_1^+ มีองค์ประกอบที่เป็นเชลล์เต็ม (closed shell) เป็นองค์ประกอบหลัก (93%) เพียงองค์ประกอบเดียว ส่วนแถบ $K^\pi = 0^+$ มีลักษณะของแอลฟา-คลาสเตอร์มากและประกอบด้วยองค์ประกอบที่ $N=8$ และ 10 น้อยมาก จะเห็นได้ว่าในแถบคลาสเตอร์ $K^\pi = 0^-$ มีองค์ประกอบที่ $N=11$ ผสมผสานค่อนข้างมากกว่าในการผสมผสานขององค์ประกอบที่ $N=10$ ในแถบคลาสเตอร์ $K^\pi = 0^+$ ซึ่งน่าจะเป็นสาเหตุที่ทำให้แอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์ S_α^2 ของแถบ $K^\pi = 0^-$ มีค่าโดยเฉลี่ยน้อยกว่า S_α^2 ของ แถบ $K^\pi = 0^+$ โดยอาศัยแฟกเตอร์ S_α^2 ที่มีค่ามากแสดงความเป็นสถานะคลาสเตอร์ สิ่งที่น่าสนใจคือการคู่ควบระหว่างสถานะ ของเชลล์โมเดลและสถานะคลาสเตอร์ในสถานะที่แพร่ตีเป็นลบเริ่มมีมากขึ้นกว่าในสถานะที่แพร่ตีเป็นบวก โดยคาดว่าในสถานะที่แพร่ตีเป็นบวกดังเช่นสถานะ $2p-2h$ น่าจะเกิดที่พลังงานสูงกว่าสถานะทั้งหลายของสถานะแอลฟา-คลาสเตอร์ ในทางตรงกันข้ามได้คาดว่าในสถานะที่แพร่ตีเป็นลบดังเช่น สถานะ $1p-1h$ และ $3p-3h$ จะเกิดที่ต่ำกว่าหรือประมาณบริเวณพลังงานเท่ากับกับสถานะแอลฟา-คลาสเตอร์ ซึ่งนำไปสู่การผสมผสานที่มากขึ้น

ตาราง 2 แสดงค่าแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์ S_α^2 และค่าองค์ประกอบยกกำลังสองของฟังก์ชันคลื่นที่มีออสซิลเลเตอร์ควอนตัม N สำหรับแถบคลาสเตอร์ $K^\pi = 0^+$ และ 0^- ใน ^{40}Ca และได้แสดงสถานะพื้น 0^+ ไว้เพื่อการเปรียบเทียบข้อมูลจากการทดลองที่ได้จาก T. Yamaya และคณะ (*Phys.Lett. B306*, 1 (1993) และ *Nucl. Phys. A573*, 154 (1994))

J^π	$E \text{ (MeV)}$		S_α^2		N		
	CAL	EXP	CAL	EXP	8	10	12
0^+_{gr}	- 7.93	-7.04(0.00)	0.086	0.30	0.933	0.031	0.033
0^+	-3.94	-3.69(3.35)	0.194	0.21	0.000	0.033	0.585
2^+	-3.36	-3.14(3.90)	0.177	0.26		0.021	0.603
4^+	-2.06	-1.76(5.27)	0.142	0.19		0.009	0.629
6^+	-0.10	-0.11(6.93)	0.101	0.25		0.003	0.653
8^+	2.47	3.30(10.34)	0.063	0.25		0.004	0.672
10^+	5.63		0.041			0.002	0.715
12^+	9.18		0.035				0.924
					9	11	13
1^-	2.45	1.11(8.15)	0.156	0.21	0.027	0.146	0.353
3^-	3.32	2.66(9.70)	0.153	0.20	0.007	0.139	0.371
5^-	4.82	3.76(10.80)	0.125	0.14	0.001	0.131	0.382
7^-	6.92	5.61(12.65)	0.094	0.11		0.110	0.394
9^-	10.92	7.81(14.85)	0.095	0.33		0.060	0.522
11^-	14.55		0.057			0.037	0.537

สำหรับการอธิบายการผสมผสานของสถานะในเซลล์โมเดลกับสถานะคลาสเตอร์พิจารณาจากตาราง 3 และตาราง 4 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 0^+ และ 1^- ที่คำนวณได้แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์มูลฐาน $SU(3)$ ($SU(3)$ basis) ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าสถานะพื้น 0^+ เกือบเป็นสถานะเซลล์ปิดสถานะหนึ่งที่ไม่มีการผสมผสานเลย อนุกรมของตัวแทน $(\lambda, \mu) = (N, 8)$ เป็นองค์ประกอบนำของสถานะ 0^+_2 ที่แสดงถึงการพัฒนาโครงสร้างสถานะของ $\alpha + ^{36}\text{Ar} (0^+)$ ได้เป็นอย่างดี การผสมผสานของโครงแบบ $0p-0h$ และ $2p-2h$ มีไม่มาก สถานะ 0^+_3 มีความซับซ้อนมาก โดยอนุกรมของตัวแทน $(N, 4)$ เป็นองค์ประกอบที่มากที่สุดแต่มีตัวแทนอื่นๆอีกมากมายประกอบอยู่ด้วย และคาดว่าสถานะ 0^+_3 เป็นสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + ^{36}\text{Ar} (0^+)$ ที่มีการผสมผสานกับสถานะ $2p-2h$ ซึ่งแตกต่างกับสถานะ 0^+_2 มาก

สำหรับสถานะ 1_5^- มีอนุกรมของตัวแทน (N,8) ที่เด่นและคล้องจองกับสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + {}^{36}\text{Ar} (0^+)$ โครงแบบหลักของสถานะ $1_1^- - 1_4^-$ คือ สถานะ 1p-1h และ 3p-3h แต่ประกอบด้วยองค์ประกอบที่แตกต่างมากมายที่มีออสซิลเลเตอร์ควอนตัมที่สูงขึ้น ในสถานะ 1_1^- มีโครงแบบหลักคือตัวแทน $(\lambda, \mu) = (3,2)$ และ $(9,6)$ โครงแบบเหล่านี้นำไปสู่การคู่ควมอย่างแรงกับอนุกรมขององค์ประกอบ $(\lambda, \mu = \text{เลขคู่})$ ซึ่งดูเหมือนสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + {}^{36}\text{Ar} (0^+)$ ขณะที่สถานะ 1_2^- มีการรวมแบบหักล้างกันขององค์ประกอบ $(3,2)$ และ $(9,6)$ และผสมผสานกับสถานะคลาสเตอร์ $\alpha + {}^{36}\text{Ar} (0^+)$ น้อยมาก (การผสมผสานอย่างแรงของสถานะ 1p-1h และสถานะคลาสเตอร์นี้ไม่พบใน ${}^{16}\text{O}$ เพราะใน ${}^{16}\text{O}$ มีเพียง $(2,1)$ เท่านั้น ไม่มี $(3,2)$ ของสถานะ 1p-1h) สถานะ 1_3^- และ 1_4^- มี $(2,1)$ ของสถานะ 1p-1h มากและมีการผสมผสานอนุกรมขององค์ประกอบ $(\lambda, \mu = \text{เลขคี่})$ ที่ดูเหมือนสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + {}^{36}\text{Ar} (2^+)$ การผสมผสานของสถานะเซลล์โมเดลและสถานะแอลฟา-คลาสเตอร์ที่มีแฟร็กชันมีมากกว่าพวกสถานะแอลฟา-คลาสเตอร์ที่มีแฟร็กชันน้อยกว่า นี่คือการแตกต่างที่น่าสนใจระหว่าง ${}^{40}\text{Ca}$ และ ${}^{16}\text{O}$

ตาราง 3 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 0^+ สามสถานะต่ำสุดของ ${}^{40}\text{Ca}$ ในเทอมของรูปแบบ SU(3)

N	(λ, μ)	0_1^+	0_2^+	0_3^+
8	(0,0)	0.966	- 0.020	0.023
10	(6,4)	-0.022	- 0.158	0.674
	(4,2)	-0.054	- 0.079	0.382
	(2,0)	0.167	- 0.038	0.178
12	(12,8)	-0.009	- 0.729	-0.252
	(10,6)	0.004	0.206	-0.152
	(8,4)	0.012	0.103	-0.272
	(6,2)	0.009	0.034	-0.093
	(4,0)	0.180	0.013	-0.042
14	(14,8)	0.004	0.407	0.126
	(12,6)	-0.003	-0.117	0.094
	(10,4)	-0.008	-0.075	0.219
	(8,2)	-0.019	-0.050	0.189
	(6,0)	0.020	-0.030	0.118

ตาราง 4 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 1^- หัวสถานะต่ำสุดของ ^{40}Ca ในเทอมของรูปแบบ $\text{SU}(3)$

N	(λ, μ)	1_1^-	1_2^-	1_3^-	1_4^-	1_5^-
9	(3,2)	-0.420	-0.835	-0.155	0.049	0.095
	(2,1)	0.063	0.126	0.654	0.671	0.136
11	(9,6)	-0.582	0.345	-0.054	0.015	-0.340
	(8,5)	0.053	0.001	-0.403	-0.433	-0.058
	(7,4)	0.297	-0.027	0.028	-0.028	0.155
	(6,3)	-0.040	-0.021	0.270	0.137	0.013
	(5,2)	-0.115	-0.038	0.008	0.005	-0.047
	(4,1)	0.029	0.040	-0.082	-0.057	-0.012
	(3,0)	-0.000	-0.053	-0.019	-0.021	0.014
	(13,8)	-0.196	0.154	-0.001	-0.134	0.583
13	(12,7)	-0.025	0.007	0.153	0.206	0.070
	(11,6)	0.315	-0.184	0.024	0.010	0.062
	(10,5)	-0.037	0.003	0.243	0.260	0.039
	(9,4)	-0.133	0.016	-0.006	0.006	-0.040
	(8,3)	0.020	0.007	-0.127	-0.075	-0.011
	(7,2)	0.121	0.148	0.012	-0.011	-0.005
	(6,1)	-0.001	0.006	0.183	-0.109	-0.024
	(5,0)	-0.074	-0.113	0.067	-0.057	-0.002
	(15,8)	0.133	-0.107	-0.007	0.086	-0.435
	(14,7)	0.008	0.001	-0.111	-0.156	-0.025
15	(13,6)	-0.231	0.138	-0.016	-0.007	-0.041
	(12,5)	0.014	0.005	-0.190	-0.206	-0.040
	(11,4)	0.160	-0.040	-0.002	-0.021	0.059
	(10,3)	-0.011	-0.009	0.155	0.106	0.022
	(9,2)	-0.092	-0.020	0.020	0.015	-0.027
	(8,1)	0.008	0.012	-0.088	-0.031	-0.009
	(7,0)	0.034	0.008	-0.033	-0.006	0.007

2.2.2 โครงสร้างของ ^{42}Ca

การศึกษา ^{42}Ca ด้วยวิธี OCM ของ $\alpha + ^{38}\text{Ar}$ โดยมีฟังก์ชันคลื่นภายในเชิงปริมาตร $\phi_i(^{38}\text{Ar})$ ในเซลล์โมเดลที่มีโครงสร้างเป็น $(sd)^2$ $(\lambda, \mu) = (0, 4)$ ตาราง 5 แสดงตัวบ่งชี้ (λ, μ) ของ SU(3) สำหรับสถานะที่ยอมรับได้ของพาสี เป็นโมเดลสเปซที่ประกอบด้วยสถานะของเซลล์โมเดล ดังเช่น สถานะ 2p (6,0) สถานะ 3p-1h (9,2) สถานะ 4p-2h (12,4) โครงแบบที่มีค่า N สูงมีสถานะคลาสเตอร์บรรจุอยู่ ที่แสดงว่ามีสถานะคลาสเตอร์และสถานะของเซลล์โมเดลผสมผสานอยู่ด้วยกันจริง

ตาราง 5 การจัด SU(3) ของสถานะที่ยอมรับได้ของระบบ $\alpha + ^{38}\text{Ar}$

N	(λ, μ)				
10	(6,0)				
11	(9,2)	(8,1)	(7,0)		
12	(12,4)	(11,3)	(10,2)	(9,1)	(8,0)
13	(13,4)	(12,3)	(11,2)	(10,1)	(9,0)
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
N	(N,4)	(N-1,3)	(N-2,2)	(N-3,1)	(N-4,0)

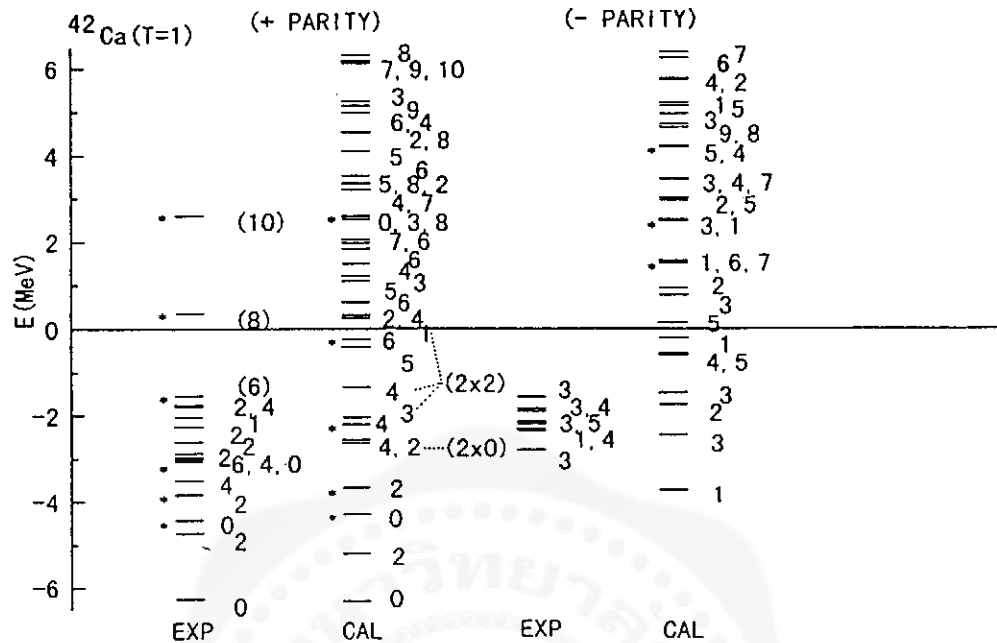
สำหรับสเปกตรัมพลังงานที่คำนวณได้กับที่ได้จากการทดลองแสดงดังรูป 3 ข้อมูลจากการทดลองได้จากการวัดพลังงานของปฏิกิริยา $\alpha + ^{38}\text{Ar}$ ที่มีพลังงานขีดเริ่ม $E_{th} = 6.26 \text{ MeV}$ ⁵ โดยระดับพลังงานจากการทดลองที่แสดงด้วยสัญลักษณ์ดอกจันเป็นระดับพลังงานที่คิดว่าเป็นสถานะทั้งหลายของ 4p-2h ที่ผิดรูป (4p-2h deformed state) ไปเป็นแถบ $K^\pi = 0^+$ สำหรับสมาชิกของแถบคลาสเตอร์ $\alpha + ^{38}\text{Ar} (0^+)$ สเปกตรัมจากการคำนวณแสดงด้วยสัญลักษณ์ดอกจันเช่นกัน ซึ่งผลการคำนวณสอดคล้องกับการทดลองทั้งแถบคลาสเตอร์ $K^\pi = 0^+$ โดยมีระดับ 8^+ และ 10^+ ที่คำนวณได้ค่อนข้างสูงกว่าระดับที่ได้จากการทดลอง

สำหรับสถานะพลังงานต่ำๆที่มีแบริดลบบส่วนใหญ่เป็นสถานะ 3p-1h และการคำนวณแถบ $K^\pi = 0^-$ ของแบริดีแบบชุดสองของแถบคลาสเตอร์ $\alpha + ^{38}\text{Ar} (0^+)$ คาดว่าเริ่มที่ 1.41 MeV เหนือพลังงานขีดเริ่มของแอลฟา ซึ่งคล้ายกับแถบคลาสเตอร์ที่มีแบริดลบบของ ^{40}Ca และ ^{44}Ti ผลการคำนวณแถบ $K^\pi = 0^-$ และ $K^\pi = 0^+$ สอดคล้องเป็นอย่างดีกับการคาดคะเนที่คำนวณโดยใช้ส่วนจริง (real part) จากการวิเคราะห์มุมย้อนกลับในการกระเจิงของ $\alpha + ^{38}\text{Ar}$ ⁶ ข้อมูล

5: P.M. Endt, *Nucl. Phys.*A521,1 (1990).

6: H. Oeschler, H. Schoter, H. Fuchs, L. Baum, G. Gaul, H. Ludecke, R. Santo and R. Stock, *Phys. Rev. Lett.* 28, 694 (1972).

จากการทดลองของแถบแอลฟาคลัสเตอร์ $K^\pi = 0^-$ นับว่าเป็นสิ่งสำคัญที่ควรจะมีการศึกษาค้นคว้าต่อไป



รูป 3 แสดงสเปกตรัมพลังงานของ ^{42}Ca ทั้งที่คำนวณได้และการทดลอง มาตราส่วนของพลังงานวัดได้จากพลังงานขีดเริ่มของแอลฟา สถานะที่กำกับด้วยดอกจันเป็นสมาชิกของแถบคลัสเตอร์ของ $\alpha + ^{38}\text{Ar}$ (0^+)

ฟังก์ชันคลื่นและแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์ของ $\alpha + ^{38}\text{Ar}$ (0^+) ที่คำนวณได้แสดงในตาราง 6 สถานะ $2p$ เป็นสถานะที่มีองค์ประกอบต่ำสุด $N=10$ ที่เด่น และประกอบด้วยองค์ประกอบที่สูงขึ้นผสมผสานอยู่ประมาณ 13% การผสมผสานของสถานะ $2p$ มีลักษณะคล้ายสถานะ $2p$ ใน ^{18}O และค่าแฟกเตอร์ S_α^2 ของสถานะ $2p$ ก็มีค่าค่อนข้างน้อยกว่าสถานะพื้น 0^+ ใน ^{40}Ca สถานะ 4_1^+ มีความแตกต่างจากสถานะอื่นๆเล็กน้อยที่ประกอบด้วยองค์ประกอบที่สูงกว่า (40%) การผสมผสานของสถานะเซลล์โมเดลและสถานะแอลฟา-คลัสเตอร์มีค่อนข้างมากในสถานะนี้ เนื่องจากสถานะ 4_1^+ มีค่าพลังงานอยู่ใกล้กับค่าพลังงานของสถานะ 4_2^+ ที่มีลักษณะที่เป็นสถานะแอลฟา-คลัสเตอร์

สถานะคลัสเตอร์ของ $\alpha + ^{38}\text{Ar}$ (0^+) ที่มีแบริตบวกรประกอบด้วยองค์ประกอบที่ $N=10$ เล็กน้อยแต่ต้ององค์ประกอบที่เด่นมีค่าออสซิลเลเตอร์ควอนตัมสูงขึ้น ยิ่งกว่านั้นสถานะเหล่านี้มีแฟกเตอร์ S_α^2 ที่มีค่าสูง ซึ่งแสดงให้เห็นการพัฒนาของโครงสร้างแอลฟา-คลัสเตอร์เป็นอย่างดี การที่สถานะ 4_2^+ ประกอบด้วยองค์ประกอบที่ $N=10$ ค่อนข้างสูง อธิบายได้ถึงการคู่ควบกับสถานะ 4_1^+ ของสถานะ $2p$

ตาราง 6 แสดงค่าแอลฟา-สเปกโตรสโคปิกแฟกเตอร์และค่าองค์ประกอบยกกำลังสองของ
ฟังก์ชันคลื่น ^{42}Ca

J^π	$E \text{ (MeV)}$		S^2_α	N		
	CAL	EXP		10	12	14
สถานะ $2p$						
0_1^+	-6.43	-6.26(0.00)	0.042	0.868	0.024	0.088
2_1^+	-5.30	-4.74(1.52)	0.042	0.867	0.031	0.080
4_1^+	-2.69	-3.51(2.75)	0.095	0.580	0.254	0.095
6^+	1.84	-3.07(3.15)	0.008	0.931	0.024	0.032
สถานะ $\alpha + {}^{38}\text{Ar} (0^+)$						
0^+	-4.39	-4.42(1.84)	0.159	0.021	0.658	0.132
2^+	-3.78	-3.84(2.42)	0.148	0.030	0.658	0.131
4^+	-2.30	-3.01(3.25)	0.069	0.331	0.450	0.103
6^+	-0.28	-1.54(4.72)	0.113	0.001	0.702	0.136
8^+	2.62	0.37(6.63)	0.067		0.711	0.141
10^+	6.92	2.59 (8.85)	0.046		0.822	0.092
12^+	11.35		0.043		0.878	0.071
				11	13	15
สถานะ $3p-1h$						
1_1^-	-3.82	-2.37(3.89)	0.102	0.725	0.097	0.117
3_1^-	-2.51	-2.81(3.45)	0.084	0.743	0.096	0.106
5_1^-	-0.58		0.006	0.758	0.087	0.105
7_1^-	1.56		0.004	0.771	0.082	0.100
สถานะ $\alpha + {}^{38}\text{Ar} (0^+)$						
1^-	1.41		0.242	0.071	0.428	0.184
3^-	2.41		0.237	0.062	0.438	0.185
5^-	4.15		0.184	0.049	0.450	0.190
7^-	7.61		0.122	0.043	0.492	0.182
9^-	11.04		0.105	0.199	0.445	0.150
11^-	15.87		0.123	0.001	0.676	0.151

สำหรับการผสมผสานขององค์ประกอบที่ $N=11$ ในแฟรติลของแถบคลาสเตอร์ $\alpha + {}^{38}\text{Ar} (0^+)$ โดยเฉลี่ยมีมากกว่าการผสมผสานขององค์ประกอบที่ $N=10$ ในแถบคลาสเตอร์ที่มีแฟรติลบวก การคู่ควบระหว่างสถานะของเซลล์โมเดลและสถานะคลาสเตอร์ในแถบ $K^\pi = 0^-$ เริ่มมีมากกว่าในแถบ $K^\pi = 0^+$ สภาพแบบนี้เหมือนกับใน ${}^{40}\text{Ca}$ แต่ ${}^{42}\text{Ca}$ มีแฟกเตอร์ S_α^2 ของแถบ $K^\pi = 0^-$ ที่มีค่ามากกว่าของแถบ $K^\pi = 0^+$ ซึ่งตรงกันข้ามกับกรณี ${}^{40}\text{Ca}$ โดยสถานะ 1_3^- 3_4^- 5_4^- ที่มีแฟรติลเป็นลบมีแฟกเตอร์ S_α^2 สูง ซึ่งเป็นสถานะที่เด่นในสถานะคลาสเตอร์ และมีสถานะมากมายที่ต่ำกว่าสถานะคลาสเตอร์เป็นสถานะ $3p-1h$

พิจารณาการผสมผสานของสถานะเซลล์โมเดลและสถานะแอลฟา-คลาสเตอร์ให้ละเอียดยิ่งขึ้น ตาราง 7 และ ตาราง 8 แสดงฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 0^+ และ 1^- ที่คำนวณได้ในเทอมของรูปแบบ $SU(3)$ จะเห็นได้ว่าสถานะพื้น 0_1^+ มีตัวแทน $(\lambda, \mu) = (6, 0)$ ที่เด่นมากและมีองค์ประกอบ $(10, 0)$ ที่ผสมผสานอยู่มากที่สุดด้วย อนุกรมของตัวแทน $(\lambda, \mu) = (N, 4)$ เป็นองค์ประกอบนำของสถานะ 0_2^+ ที่แสดงถึงการพัฒนาโครงสร้างสถานะของ $\alpha + {}^{36}\text{Ar} (0^+)$ ได้เป็นอย่างดี โดยมีการผสมผสานของ $(6, 0)$ ในสถานะ 0_2^+ ไม่มาก องค์ประกอบนำของสถานะ 0_3^+ เป็นอนุกรมของตัวแทน $(N-2, 2)$ และ $(N-4, 0)$ แสดงว่าสถานะ 0_3^+ เป็นสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + {}^{38}\text{Ar} (2^+)$ ที่ใหญ่มาก การผสมผสานขององค์ประกอบ $(6, 0)$ ในสถานะ 0_3^+ มีมากกว่าในสถานะ 0_2^+ เล็กน้อย

สำหรับสถานะ 1_3^- มีอนุกรมของตัวแทน $(N, 4)$ ที่เด่นและคล้องจองกับสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + {}^{38}\text{Ar} (0^+)$ โครงแบบหลักของสถานะ 1_1^- - 1_2^- คือ $(9, 2)$ และ $(8, 1)$ ของสถานะ $3p-1h$ ตามลำดับ องค์ประกอบ $(9, 2)$ ของสถานะ 1_1^- นำไปสู่การคู่ควบอย่างแรงกับอนุกรมของตัวแทน $(\lambda, \mu = \text{เลขคู่})$ ซึ่งคล้องจองกับสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + {}^{36}\text{Ar} (0^+)$ ขณะที่องค์ประกอบ $(8, 1)$ ของสถานะ 1_2^- นำไปสู่การคู่ควบอย่างแรงกับอนุกรมของตัวแทน $(\lambda, \mu = \text{เลขคี่})$ ซึ่งคล้องจองกับสถานะคลาสเตอร์ของ $\alpha + {}^{36}\text{Ar} (2^+)$

ตาราง 7 ฟังก์ชันคลื่นของสถานะ 0^+ สามสถานะต่ำสุดของ ${}^{42}\text{Ca}$ ในเทอมของรูปแบบ $SU(3)$

N	(λ, μ)	0_1^+	0_2^+	0_3^+
10	$(6, 0)$	0.931	0.146	0.181
12	$(12, 4)$	0.089	- 0.792	0.246
	$(10, 2)$	-0.098	0.171	0.609
	$(8, 0)$	-0.081	0.036	0.305
14	$(14, 4)$	-0.044	0.353	-0.052
	$(12, 2)$	0.046	- 0.082	-0.346
	$(10, 0)$	0.288	0.020	-0.117

ตาราง 8 พังก์ชันคลื่นของสถานะ 1^- สามสถานะต่ำสุดของ ^{42}Ca ในเทอมของรูปแบบ SU(3)

N	(λ, μ)	1_1^-	1_2^-	1_3^-
11	(9,2)	0.791	0.140	-0.201
	(8,1)	-0.029	0.793	-0.049
	(7,0)	-0.313	0.223	0.168
13	(13,4)	0.136	-0.003	0.637
	(12,3)	-0.013	-0.148	-0.130
	(11,2)	-0.263	-0.029	-0.063
	(10,1)	0.021	-0.259	0.015
	(9,0)	0.093	-0.074	-0.014
15	(15,4)	-0.078	0.026	-0.385
	(14,3)	0.027	0.089	0.179
	(13,2)	0.290	0.041	0.016
	(12,1)	-0.001	0.325	-0.025
	(11,0)	-0.160	0.119	0.050

สรุปสุดท้ายของผลงานทั้งหมดที่กล่าวมาเป็นการศึกษาคลัสเตอร์โมเดลแบบแอลฟา คลัสเตอร์กับนิวเคลียสแกนในระดับจุลภาคเพื่อทำให้เกิดความเข้าใจโครงสร้างของพวกเซลล์ fp นิวเคลียสที่แสดงถึงการมีโครงสร้างแอลฟา-คลัสเตอร์และโครงสร้างเซลล์โมเดลว่ามีอยู่จริง (ไม่มีการคำนวณนิวเคลียส ^{44}Ti) ซึ่งพบว่าข้อมูลที่คำนวณได้โดยอาศัยโมเดลดังกล่าวนี้สอดคล้องกับข้อมูลจากการทดลองที่มีอยู่ นับว่าเป็นหลักฐานสนับสนุนการมีโครงสร้างแบบแอลฟา-คลัสเตอร์ของนิวเคลียสทั้งหลายในบริเวณเริ่มต้นของเซลล์ fp และได้สรุปว่าสถานะคลัสเตอร์ ทำให้ได้แถบของการหมุนที่มีโมเมนต์ของความเฉื่อย (moment of Inertia) สำหรับนิวเคลียส เหล่านี้เกือบเท่ากันหมด

2.3 ระบบแบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา

(Core + α - particle system)

ความสำเร็จของ SACM ส่วนใหญ่เกี่ยวกับการนำทฤษฎีกลุ่มเข้าสู่การสร้างความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ (relative motion) ของคลัสเตอร์ทั้งหลายและโครงสร้างภายในตามรูปแบบของการสมมาตร เป็นผลให้การคำนวณสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสทำได้ด้วยวิธีที่ธรรมดาไม่ยุ่งยากมากนัก ในงานวิจัยตอนนี้จะศึกษาเฉพาะระบบแบบนิวเคลียสแกน

คลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาซึ่งการคลัสเตอร์แบบนี้สามารถคำนวณได้ด้วยวิธีธรรมดาใน SACM (รายงานการวิจัย การสืบค้นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและฟิชชัน ปี 2544 หน้า 19-36) โดยใน SACM ห่วงโซ่กลุ่ม (group chain) และสถานะมูลฐาน (basis state) ที่สังสรรค์กับโครงแบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา [8] เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}
 U_C^{ST}(4) \otimes SU_C(3) \otimes U_R(4) &\supset U_C^S(2) \otimes U_C^T(2) \otimes SU_C(3) \otimes SU_R(3) \\
 | [f_1^c, f_2^c, f_3^c, f_4^c], (\lambda_c, \mu_c), [N, 0, 0, 0], S_c, T_c, (n_\pi, 0) \\
 &\supset U_C^S(2) \otimes U_C^T(2) \otimes SU(3) \supset SU_C^S(2) \otimes SU_C^T(2) \otimes O(3) \supset SU_C^T(2) \otimes SU(2) \\
 &\quad (\lambda, \mu), \quad K, L, \quad J)
 \end{aligned} \tag{2-7}$$

ในที่นี้ c แทนคลัสเตอร์ (cluster) และ R แทนการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ (relative motion) S_c และ T_c เป็นเลขควอนตัมของสปิน และเลขควอนตัมของไอโซสปินของนิวเคลียสแกน (core nucleus) ตามลำดับ โดยนิวเคลียสที่เกิดจากการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสแกนกับอนุภาคแอลฟาออกมาเป็นนิวเคลียสหนึ่งเดียว (united nucleus) จะมีค่าทั้งสองนี้เป็นค่าเดียวกันกับของนิวเคลียสหนึ่งเดียว นั่นคือ $S = S_c$ และ $T = T_c$ สามารถสร้างฟังก์ชันของสปิน-ไอโซสปินแบบสมมาตรด้วยการแปลงยูนิแทรีในสเปซ 4 มิติ ที่มีกลุ่มของการแปลง $U^{ST}(4)$ ของ Wigner⁷ มีตัวแทนที่ลดทอนไม่ได้เป็นตามตารางยัง (Young Tableau) $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = a$ โดย $f_1 \geq f_2 \geq f_3 \geq f_4$ ในที่นี้ a คือจำนวนของวาเลนซ์โปรตอนและวาเลนซ์นิวตรอน ตัวอย่างเช่น สถานะของสปิน-ไอโซสปินของนิวคลีออนเดี่ยวตัวหนึ่งจะมี $f_1 = a = 1$ และ $f_2 = f_3 = f_4 = 0$ ดังนั้นถ้ามีนิวคลีออนเต็มเชลล์ s จะมี $U^{ST}(4)$ เป็น $[1, 1, 1, 1]$ เป็นต้น $SU(3)$ แบบสมมาตรเชิงพลวัต (dynamical symmetry) มีสถานะทั้งหมดของออสซิลเลเตอร์จัดแยกกันโดยอาศัยเลขควอนตัมหลัก (principal quantum number) N_x, N_y, N_z และเลขควอนตัมของโมเมนตัมเชิงมุมโดยไม่ต้องการเลขควอนตัมอื่นอีกเลย แต่สำหรับกรณีอนุภาคหลายตัวในศักย์ออสซิลเลเตอร์จำเป็นต้องมีเลขควอนตัมอื่นเพิ่มเติมในการบ่งชี้เฉพาะสถานะอย่างสมบูรณ์ และ $SU(3)$ สามารถจัดแยกสถานะได้อย่างมีประสิทธิภาพด้วยตัวบ่งชี้ของตัวแทน (λ, μ) คล้ายเลขควอนตัมของสถานะนำ (leading state) (หรือ maximum weight state) นั่นคือ $\lambda = N_z - N_x$ และ $\mu = N_x - N_y$ ในเทอมของเลขควอนตัมในระบบคาร์ทีเซียนของสถานะนำ โดย $N = N_z + N_x + N_y$ เลขควอนตัม n_π ที่แสดงตัวแทนของ $SU_R(3)$ มี $n_\pi = N, N-1, \dots, 0$ ซึ่งเป็นจำนวนออสซิลเลเตอร์ควอนตัมในการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ และพบว่าสถานะนำที่มีค่า λ และ μ สูงจะอยู่ที่พลังงานต่ำสุดมีการผิดรูป

7: E. P. Wigner, *Phys.Rev.* 51,106 (1937).

มากที่สุด โดยค่า μ แสดงระยะห่างออกจากแกนสมมาตรของระบบ K เป็นตัวแยกแถบของการเป็นหมู่ร่วมกัน (collective band) ที่อยู่ในชุดพหุคูณ (multiplet) $SU(3)$ (หรือ (λ, μ)) เดียวกัน L คือโมเมนตัมเชิงมุมของสถานะ โดยมี $L = K, K+1, K+2, \dots, K+\max(\lambda, \mu)$ สำหรับ $K \neq 0$ และ $K = \min(\lambda, \mu), \min(\lambda, \mu) - 2, \dots, 1$ หรือ 0

ถ้า $K = 0$ จะมี $L = \max(\lambda, \mu), \max(\lambda, \mu) - 2, \dots, 1$ หรือ 0

กรณีสปินเป็นศูนย์ L และ J จะมีค่าเหมือนกัน ดังนั้นคิดเพียงค่า L เท่านั้น

ถ้านิวเคลียสแบบ คู่-คู่ ที่มีสปินและไอโซสปินเป็นศูนย์ โมเดลนี้จะมีโครงสร้างกลุ่มเป็น $U_C(3) \otimes U_R(4)$ เท่านั้น สถานะมูลฐานของคลัสเตอร์โมเดลแสดงได้ด้วยตัวบ่งชี้ของตัวแทน (representation label) ของห่วงโซ่กลุ่มดังต่อไปนี้

$$U_C(3) \otimes U_R(4) \supset U_C(3) \otimes U_R(3) \supset SU_C(3) \otimes SU_R(3) \supset SU(3) \supset O(3) \supset O(2)$$

$$|[N_1^C, N_2^C, N_3^C], [N, 0, 0, 0], [n_\pi, 0, 0], (\lambda_C, \mu_C), (n_\pi, 0), (\lambda, \mu), K, L, M \rangle \quad (2-8)$$

เลขควอนตัม M (องค์ประกอบของโมเมนตัมเชิงมุมในแนวแกน Z) แสดงตัวแทนของ $O(2)$ โดยที่ $-L \leq M \leq L$ ในการประมาณสมมาตรเชิงพลวัตสามารถเขียนฮามิลโทเนียนในเทอมของแคซิเมียร์โอเปอเรเตอร์ (Casimir operator) ของกลุ่มตามสมการ (2-8) และถ้าระบบที่มีไอโซสปินไม่เป็นศูนย์แต่ทั้งระบบมีโครงสร้างคลัสเตอร์ที่มีไอโซสปินค่าเดียว (α มีสปิน และไอโซสปินเป็นศูนย์) เพื่อให้สูตรการคำนวณง่ายขึ้นจึงยึดหลักการคำนวณที่มีค่าไอโซสปิน T ค่าเดียวในแต่ละการคำนวณ โดยสามารถเขียนฮามิลโทเนียนที่ไม่ขึ้นกับค่า T ที่มีรูปแบบทั่วไปสำหรับกรณีนี้คือ

$$H = \varepsilon + \gamma_R n_\pi + \delta_R C_{SU_R(3)}^{(2)} + \delta_C C_{SU_C(3)}^{(2)} + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \theta K^2 + \beta L^2 \quad (2-9)$$

โดยที่ $\varepsilon, \gamma, \delta, \theta$ และ β เป็นพารามิเตอร์อิสระ และ $C^{(2)}$ เป็นแคซิเมียร์โอเปอเรเตอร์อันดับที่สองของกลุ่ม $SU(3)$ ต่างๆ โดยสามารถเขียนค่าไอเกนของแคซิเมียร์โอเปอเรเตอร์นี้สำหรับสถานะของ $SU(3)$ ที่มีตัวแทนที่ลดทอนไม่ได้ (λ, μ) เป็น

$$C^{(2)}(\lambda, \mu) = \lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2 + 3(\lambda + \mu)$$

ใน $SU(3)$ เชลล์โมเดล ส่วนสำคัญที่สุดของฮามิลโทเนียนประกอบด้วย เทอมฮาร์โมนิก ออสซิลเลเตอร์ของอนุภาคเดี่ยว และเทอมอันตรกิริยาแบบควอดรูโพล-ควอดรูโพลระหว่างสองนิวคลีออน(อันตรกิริยา $Q \cdot Q$) ที่สัมพันธ์กับแคซิเมียร์โอเปอเรเตอร์อันดับที่ 2 ของ $SU(3)$

$$C_{SU(3)}^{(2)} = (1/4) [Q^{(2)} \cdot Q^{(2)}] + (3/4) (L \cdot L)$$

$C_{SU(3)}^{(2)}$ เป็นสเกลาร์โอเปอเรเตอร์ที่คอมมิวต์(commute)กับทุกองค์ประกอบของ L และ $Q_\mu^{(2)}$ โดยในคลัสเตอร์โมเดลเชิงพีชคณิตมีอันตรกิริยา $L \cdot L$ เพิ่มเข้าไปกับอันตรกิริยาควอดรูโพล-ควอดรูโพลของเชลล์โมเดล และเนื่องจากอันตรกิริยาโดยทั่วไปเป็นฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์ ดังนั้นจึงสร้างความเกี่ยวเนื่องกันระหว่างเชลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดลด้วยเงื่อนไขสำคัญ สำหรับความสัมพันธ์ของทั้งสองโมเดลที่ว่า "สเปกตรัมพลังงานของทั้งสองกรณีมีความเหมือนกัน โดยสถานะไอแกนของฮามิลโทเนียนเป็นสถานะมูลฐานของทั้งสองโมเดล และสถานะมูลฐานทั้งหลายที่มีตัวแทนที่ลดทอนไม่ได้ $SU(3)$ ต่างกันจะตั้งฉาก(orthogonal)ซึ่งกันและกัน" ซึ่งใช้ได้สำหรับอันตรกิริยาทั่วไปในฮามิลโทเนียน (2-9) นั่นคือฮามิลโทเนียน (2-9) เป็นเมตริกซ์เฉียง (diagonal matrix) ในสถานะมูลฐาน (2-8) โดยค่าไอแกนคือ

$$E = \mathcal{E} + \gamma_R n_\pi + \delta_R n_\pi^2 + \delta (\lambda^2 + \lambda \mu + \mu^2 + 3(\lambda + \mu)) + \theta K(K+1) + \beta L(L+1) \quad (2-10)$$

คลัสเตอร์สเปกตรัมที่หาได้โดยวิธีนี้จะเกี่ยวข้องกับทั้งบริเวณสถานะพื้นและบริเวณสถานะของการกระตุ้นสูงๆ

2.4 ความเกี่ยวเนื่องกันระหว่างเชลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดล [10]

(On the shell model connection of the cluster model)

ในอดีตได้มีการศึกษาความเกี่ยวเนื่องระหว่างเชลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดลด้วยศักย์ฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์เท่านั้น ซึ่งทำให้ความสัมพันธ์ของสถานะมูลฐาน $U(3)$ ของทั้งสองโมเดลเข้ากันได้อย่างสมบูรณ์ แต่อย่างไรก็ตามการคำนวณสเปกตรัมพลังงานก็ยังห่างไกลจากสภาพที่เกิดขึ้นจริงมาก โดยการศึกษาหาฮามิลโทเนียนในคลัสเตอร์โมเดลและฮามิลโทเนียนในเชลล์โมเดลที่เป็นสภาพจริงยังเป็นงานที่น่าสนใจมาก ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีการศึกษาความเกี่ยวเนื่องระหว่างคลัสเตอร์โมเดล เชลล์โมเดล และโมเดลแบบความเป็นหมู่ร่วมกันแบบควอดรูโพล (quadrupole collective model) สำหรับอันตรกิริยาตามสภาพจริง

การศึกษาฮามิลโทเนียนที่ไม่เปลี่ยนแปลงอย่างสมบูรณ์ภายใต้การแปลงในเชลล์โมเดลไปเขียนเป็นฮามิลโทเนียนในคลัสเตอร์โมเดล ทำให้สามารถแสดงความเกี่ยวเนื่องระหว่างเชลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดลว่ายอมรับได้ขนาดไหน โดยแสดงให้เห็นว่าคลัสเตอร์โมเดลสามารถพิสูจน์ให้เห็นจริงได้จากเชลล์โมเดล ได้พยายามอธิบายสเปกตรัมพลังงานที่วัดได้จากการทดลองว่าเป็นแถบคลัสเตอร์ของสเปกตรัมโดยการคำนวณด้วยทฤษฎีที่ต่างกันไป และเนื่องจากโครงสร้างแอลฟาคลัสเตอร์ของนิวเคลียสในบริเวณ(เชลล์ fp) Ca-Ti มีความ

คล้ายคลึงกับของนิวเคลียสในบริเวณ (เชลล์ sd) O-Ne ที่มีการศึกษามานานจนในปัจจุบันเป็นที่รู้จักกันดีว่าเป็นอย่างไร ดังนั้นจึงมีการศึกษาระบบของนิวเคลียสในบริเวณ(เชลล์ fp) Ca-Ti โดยใช้ SACM ในการอธิบายสถานะของนิวเคลียสเหล่านี้ด้วยระบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟา และต้องการตรวจสอบต่อไปว่าฮามิลโทเนียนที่มีรูปแบบธรรมดาที่สุดในการคำนวณสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสเหล่านี้เป็นแบบใด โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องการพิจารณาอันตรกิริยาที่ไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงในเชลล์โมเดลมาสัมพันธ์กับในคลัสเตอร์โมเดลด้วย และประยุกต์ใช้สมการค่าไอเกนในเชลล์โมเดลดังกล่าว 4 รูปแบบมาใช้ในการคำนวณค่าพลังงาน เปรียบเทียบผลของสเปกตรัมพลังงานจากการคำนวณด้วยสมการค่าไอเกนทั้งสี่แบบกับสเปกตรัมพลังงานจากการทดลอง โดยสมการค่าไอเกนทั้งสี่ได้แก่

$$E = \varepsilon + \gamma N + \delta N^2 + \beta L(L+1) + \theta K(K+1) \quad (2-11)$$

$$E = \varepsilon + \gamma N + \zeta C_2(\lambda, \mu) + \beta L(L+1) + \theta K(K+1) \quad (2-12)$$

$$E = \varepsilon + \gamma N + \delta N^2 + \beta L(L+1) + \eta \{N L(L+1)\} + \theta K(K+1) \quad (2-13)$$

$$E = \varepsilon + \gamma N + \delta N^2 + \zeta C_2(\lambda, \mu) + \beta L(L+1) + \theta K(K+1) \quad (2-14)$$

ในที่นี้ γ_R สามารถคำนวณจากออสซิลเลเตอร์พารามิเตอร์ที่เป็นระบบซึ่งขึ้นกับมวลอะตอม A คือ $^{84} 45 A^{-1/3} - 25 A^{-2/3}$ สำหรับพารามิเตอร์อื่นๆที่เหลือได้จากการปรับค่าพลังงานของสมการค่าไอเกนเข้ากับข้อมูลพลังงานที่ได้จากการทดลองที่มีการตีพิมพ์เผยแพร่แล้ว ในกรณีนี้ $N = N_c + n_\pi$ (N_c เป็นจำนวนออสซิลเลเตอร์ควอนตัมของนิวเคลียสแกน อาทิเช่น ^{36}Ar มี $N_c = 52$ และ ^{38}Ar มี $N_c = 56$ เป็นต้น) ความหมายทางฟิสิกส์ของแต่ละเทอมของอันตรกิริยาอธิบายได้ดังนี้ เทอมที่ขึ้นกับ N จะคล้องจองกับอันตรกิริยาของการสั่นแบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์ เทอม N^2 พิจารณาการเป็นแอนฮาร์โมนิก (anharmonicity) C_2 เป็นค่าที่ไม่เปลี่ยนแปลงแคชเมียร์อันดับสองของกลุ่ม $SU(3)$ ของนิวเคลียสหนึ่งเดียวที่ประกอบด้วยอันตรกิริยาควอดรูโพลกับควอดรูโพล เทอม L^2 เป็นเทอมของการหมุน เทอม K^2 เป็นเทอมที่แยก และเทอม $N L(L+1)$ อธิบายการคู่ควบของการสั่นและการหมุน

8: J. Blomqvist and A. Molinari, *Nucl. Phys.A* 106, 545 (1968).

H. Chandra and U. Mosel, *Nucl. Phys.A* 298, 151 (1978).

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 วิธีดำเนินการวิจัย

ดำเนินการคำนวณสเปกตรัมพลังงาน (energy spectrum) ของนิวเคลียส ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ซึ่งเป็นนิวเคลียสแบบ คู่-คู่ (even-even nucleus) ในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ ที่เป็นกลุ่มนิวเคลียสของธาตุหนักปานกลางในบริเวณเชลล์ fp โดยศึกษาการคลัสเตอร์ของนิวเคลียส $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}$ และ $^{40}\text{Ca} + \alpha = ^{44}\text{Ti}$ ซึ่งไม่ยุ่งยากเหมือนพวกนิวเคลียสที่มีจำนวนโปรตอนหรือจำนวนนิวตรอนเป็นจำนวนคี่ที่ต้องนำสปินเข้ามาคิดด้วย ทำให้ต้องมีการพิจารณาที่ละเอียดและยุ่งยากมากขึ้น เปรียบเทียบผลการคำนวณสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสเหล่านี้ด้วยวิธี SACM กับผลการทดลองของปฏิกิริยานิวเคลียร์ตามที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 โดยนำผลการคำนวณที่ใช้วิธีการที่ต่างกันในหัวข้อ 2.2 บางส่วนเกี่ยวกับการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสมาพิจารณาในการศึกษาการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสโดยวิธี SACM พร้อมกับแสดงการมีอยู่จริงของการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสที่สอดคล้องกับงานวิจัยดังกล่าวในหัวข้อ 2.2 ด้วย

สำหรับการดำเนินงานมีขั้นตอนดังนี้

ก) คำนวณโมเดลสเปซ (model space) ของนิวเคลียส ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ซึ่งเป็นนิวเคลียสที่มีจำนวนโปรตอนเป็นจำนวนคู่และจำนวนนิวตรอนเป็นจำนวนคู่ โดยต้องคำนวณทั้งเชลล์โมเดลสเปซและคลัสเตอร์โมเดลสเปซ ของแต่ละนิวเคลียสที่คิดว่าการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสเป็น $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}$ และ $^{40}\text{Ca} + \alpha = ^{44}\text{Ti}$ ภายหลังจากนั้นนำข้อมูลที่คำนวณได้มาใช้ในการคำนวณสเปกตรัมพลังงานของแต่ละนิวเคลียสโดยนำข้อมูลของคลัสเตอร์โมเดลสเปซและค่าระดับพลังงานของนิวเคลียสนั้นๆที่ได้จากการทดลองของ Yamaya และคณะ [4] และ Sakuda และคณะ [5] เป็นข้อมูลป้อนเข้า (input data) เพื่อทำการคำนวณด้วยวิธีการทาง SACM โดยมีฮามิลโทเนียนอยู่ในรูปแบบต่างๆตามที่เคยศึกษากับนิวเคลียส ^{44}Ti ในปี 2544 [1] และที่แตกต่างออกไป พิจารณาแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของเทอมต่างๆในฮามิลโทเนียนของนิวเคลียสในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ ว่ามีลักษณะอย่างไร เปรียบเทียบผลกับการศึกษานิวเคลียสในบริเวณ $^{16}\text{O} - ^{20}\text{Ne}$ ที่ได้มีการดำเนินการและตีพิมพ์เผยแพร่แล้ว [8]

ข) ในการคำนวณสเปกตรัมพลังงานด้วยวิธี SACM จะใช้วิธีการปรับเทียบสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสทั้งสามที่มีรูปแบบฮามิลโทเนียนตามในหัวข้อ 2.3 เพื่อให้ได้ผลการคำนวณที่มีค่าใกล้เคียงกับข้อมูลจากการทดลองมากที่สุด โดยเริ่มจากฮามิลโทเนียนที่มีรูปแบบธรรมดาที่สุดและเพิ่มเทอมอื่นๆในฮามิลโทเนียนที่คาดว่าจะเป็นไปได้ตามแบบของเซลล์โมเดลตามสมการ (2-11) – สมการ (2-14) เพื่อจะได้สืบค้นถึงความสัมพันธ์ระหว่างฮามิลโทเนียนในเซลล์โมเดลกับฮามิลโทเนียนในคลัสเตอร์โมเดลด้วย สำหรับการศึกษาแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของเทอมต่างๆในฮามิลโทเนียนนั้นได้ยึดนิวเคลียส ^{44}Ti เป็นหลักเพราะเป็นนิวเคลียสที่มีข้อมูลจากการทดลองค่อนข้างมากกว่านิวเคลียสอื่นซึ่งได้ดำเนินการในปี 2544

ค) วิเคราะห์และวิจารณ์ข้อมูลที่ได้ทดลองคำนวณโดยวิธี SACM และเปรียบเทียบผลกับข้อมูลจากการศึกษาการมีอยู่จริงของการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสในหัวข้อ 2.2

3.2 การคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ

ขั้นตอนในการคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซเป็นตามลำดับดังนี้

(ก) คำนวณตัวแทน $SU_{CM}(3)$ และ $U_{CM}^{ST}(4)$ สำหรับสถานะพื้นและสถานะของการกระตุ้นทั้งหลายของนิวเคลียสหนึ่งเดียว (unite nucleus) ของระบบที่เกิดจากการคลัสเตอร์ของคลัสเตอร์ทั้งหลาย (ในที่นี้ CM แทนคลัสเตอร์โมเดล)

(ข) คำนวณตัวแทน $SU_{SM}(3)$ และ $U_{SM}^{ST}(4)$ สำหรับสถานะพื้นและสถานะของการกระตุ้นทั้งหลายของนิวเคลียสหนึ่งเดียวในข้อ (ก) ในเซลล์โมเดล (ในที่นี้ SM แทนเซลล์โมเดล) ที่เป็นไปตามกฎการเลือกและต้องไม่มีสถานะที่ไม่แท้จริง (spurious state) ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลอยู่

(ค) ทำการตัดกัน (intersection) ระหว่างสถานะมูลฐาน $SU_{CM}(3)$ ของคลัสเตอร์โมเดลในข้อ(ก) กับ $SU_{SM}(3)$ ของเซลล์โมเดล ในข้อ(ข) จะได้คลัสเตอร์โมเดลสเปซสำหรับสถานะพื้นและสถานะของการกระตุ้นทั้งหลายที่มีสถานะทั้งหมดเป็นแบบปฏิสมมาตรที่ไม่มีสถานะต้องห้ามของเพาลีและไม่มีสถานะพิเศษที่ไม่แท้จริงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลประกอบอยู่

สำหรับคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{40}\text{Ca} + \alpha = ^{44}\text{Ti}$ ได้คำนวณและเสนอผลในรายงานการวิจัย การสืบค้นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและฟิชชัน ปี 2544 หน้า 41-47 ดังนั้นในครั้งนี้จะคำนวณเฉพาะคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ และ ระบบ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}$ ดังนี้

3.2.1 การคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$

ขั้นตอน(ก):

พิจารณานิวเคลียสแกน(core nucleus) เป็น $^{36}_{18}\text{Ar}$ (ประกอบด้วย 36 นิวคลีออนที่เป็นโปรตอน 18 และนิวตรอน 18 โดยนิวตรอนมีไอโซสปิน $T = 1/2$ และ $T_z = -1/2$ สปิน $S = 1/2$ และโปรตอนมี $T = 1/2$ และ $T_z = 1/2$ $S=1/2$ ดังนั้น T รวมและ S รวมของ $^{36}_{18}\text{Ar}$ เท่ากับ 0) ซึ่งเป็นคลัสเตอร์ที่เชลล์ sd โดยมี 4 นิวคลีออนอยู่ที่เชลล์ $0\hbar\omega$ 12 นิวคลีออนอยู่ที่เชลล์ $1\hbar\omega$ และ 20 นิวคลีออนอยู่ที่เชลล์ $2\hbar\omega$ ได้ตัวแทน $U_{C_1}^{ST}(4) = [9,9,9,9]$ และ $U_{C_1}(3) = (20,20,12)$ นั่นคือ $SU_{C_1}(3) = (0,8)$ โดยคลัสเตอร์กับนิวเคลียส ^4_2He ซึ่งเป็นคลัสเตอร์ที่มีเชลล์ s ปิด $T = 0$ และ $S = 0$ มีตัวแทน $U_{C_2}^{ST}(4) = [1,1,1,1]$ และ $SU_{C_2}(3) = (0,0)$ (เรียกว่าเป็นนิวเคลียสที่ไม่มีโครงสร้างภายใน (structureless))

ดังนั้นระบบนี้ประกอบด้วย 2 คลัสเตอร์ที่คลัสเตอร์เข้าด้วยกันได้นิวเคลียส $^{40}_{20}\text{Ca}$ ที่เป็นเชลล์ปิดมี $T = 0$ $S=0$ โดย 4 นิวคลีออนของ ^4He จะเข้ายึดครองสถานะที่ว่างใน ^{36}Ar ในเชลล์ sd ($2\hbar\omega$) ตามบทบัญญัติของ Harvey (Harvey 's prescription)⁹ (รายละเอียดอยู่ในรายงานประจำปี 2544 [1] หน้า 38-40) หากค่า n_π ได้ $n_\pi \geq 8$ และตัวแทน $U_{CM}^{ST}(4)$ ของ $^{40}_{20}\text{Ca}$ คือ $U_{C_1}^{ST}(4) \otimes U_{C_2}^{ST}(4) = [9,9,9,9] \otimes [1,1,1,1] = [10,10,10,10]$ โดยมีห่วงโซ่กลุ่ม (และตัวบ่งชี้ของตัวแทนที่ลดทอนไม่ได้ที่คล่องจอง) เป็นตามสมการ (2-8) ดังนั้น

สำหรับสถานะพื้น ($0\hbar\omega$) ของ ^{40}Ca แพริติ $P = (-1)^8 = +1$ จะมี

$$U_{CM}(3) = (20,20,12) \otimes (0,0,0) \otimes (n_\pi, 0,0) = (20,20,12) \otimes (8,0,0)$$

$$SU_{CM}(3) = (0,0) , (1,1) , (2,2) , (3,3) , (4,4) , (5,5) , (6,6) , (7,7) \text{ และ } (8,8)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น $1\hbar\omega$ ของ ^{40}Ca แพริติ $P = (-1)^9 = -1$ จะมี

$$U_{CM}(3) = (20,20,12) \otimes (0,0,0) \otimes (9, 0,0)$$

$$SU_{CM}(3) = (1,0) , (2,1) , (3,2) , (4,3) , (5,4) , (6,5) , (7,6) , (8,7) \text{ และ } (9,8)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น $2\hbar\omega$ ของ ^{40}Ca แพริติ $P = (-1)^{10} = +1$ จะมี

$$U_{CM}(3) = (20,20,12) \otimes (0,0,0) \otimes (10, 0,0)$$

$$SU_{CM}(3) = (2,0) , (3,1) , (4,2) , (5,3) , (6,4) , (7,5) , (8,6) , (9,7) \text{ และ } (10,8)$$

9: M. Harvey, *Proc. 2nd Int. Conf. on Clustering Phenomena in Nuclei (College Park)*

A report ORO-4856-26, 549 (1975).

: H. Chandra and U. Mosel, *Nucl. Phys. A298,151 (1978).*

สำหรับสถานะกระตุ้น 3 $\hbar \omega$ ของ ^{40}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{11} = -1$ จะมี

$$U_{\text{CM}}(3) = (20, 20, 12) \otimes (0, 0, 0) \otimes (11, 0, 0)$$

$$SU_{\text{CM}}(3) = (3, 0), (4, 1), (5, 2), (6, 3), (7, 4), (8, 5), (9, 6), (10, 7) \text{ และ } (11, 8)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น 4 $\hbar \omega$ ของ ^{40}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{12} = +1$ จะมี

$$U_{\text{CM}}(3) = (20, 20, 12) \otimes (0, 0, 0) \otimes (12, 0, 0)$$

$$SU_{\text{CM}}(3) = (4, 0), (5, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 4), (9, 5), (10, 6), (11, 7) \text{ และ } (12, 8)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น 5 $\hbar \omega$ ของ ^{40}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{13} = -1$ จะมี

$$U_{\text{CM}}(3) = (20, 20, 12) \otimes (0, 0, 0) \otimes (13, 0, 0)$$

$$SU_{\text{CM}}(3) = (5, 0), (6, 1), (7, 2), (8, 3), (9, 4), (10, 5), (11, 6), (12, 7) \text{ และ } (13, 8)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น 6 $\hbar \omega$ ของ ^{40}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{14} = +1$ จะมี

$$U_{\text{CM}}(3) = (20, 20, 12) \otimes (0, 0, 0) \otimes (14, 0, 0)$$

$$SU_{\text{CM}}(3) = (6, 0), (7, 1), (8, 2), (9, 3), (10, 4), (11, 5), (12, 6), (13, 7) \text{ และ } (14, 8)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น 7 $\hbar \omega$ ของ ^{40}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{15} = -1$ จะมี

$$U_{\text{CM}}(3) = (20, 20, 12) \otimes (0, 0, 0) \otimes (15, 0, 0)$$

$$SU_{\text{CM}}(3) = (7, 0), (8, 1), (9, 2), (10, 3), (11, 4), (12, 5), (13, 6), (14, 7) \text{ และ } (15, 8)$$

ขั้นตอน (ข):

การคำนวณตัวแทน $SU_{\text{SM}}(3)$ และ $U_{\text{SM}}^{\text{ST}}(4)$ ของนิวเคลียส ^{40}Ca ในเชลล์โมเดลที่สถานะต่างๆจะต้องพิจารณาโครงแบบของแต่ละสถานะที่ยอมรับได้ตามกฎการเลือก $U^{\text{ST}}(4)$ ดังนี้

สำหรับสถานะพื้น ($0 \hbar \omega$) ของนิวเคลียส ^{40}Ca มีโครงแบบของเชลล์โมเดลเป็น $(0)^4 (1)^{12} (2)^{24}$ ที่เติมเชลล์ sd $(k)^n$ แสดงถึงอนุภาค n ตัวในเชลล์ที่มีพลังงาน $k \hbar \omega$ โดยมีตัวแทน

$$U_{\text{SM}}^{\text{ST}}(4) = [10, 10, 10, 10] \text{ และ}$$

$$U_{\text{SM}}(3) = [0, 0, 0] \otimes [4, 4, 4] \otimes [16, 16, 16] = [20, 20, 20]$$

$$SU_{\text{SM}}(3) = (0, 0)$$

สำหรับสถานะของการกระตุ้นด้วย 1 $\hbar \omega$ ของนิวเคลียส ^{40}Ca มีโครงแบบของเชลล์โมเดลที่เป็นไปได้เป็น $(0)^4 (1)^{12} (2)^{23} (3)^1$ เท่านั้น โดยมี 1 นิวคลีออนในเชลล์ 2 $\hbar \omega$ ถูกกระตุ้นขึ้นไปอยู่ในเชลล์ 3 $\hbar \omega$ ทำให้เหลือ 23 นิวคลีออนอยู่ในเชลล์ 2 $\hbar \omega$ และมีสมมาตรเชิง

ออร์บิท¹⁰ ของ 1 นิวคลีออนในเชลล์ 3 $\hbar \omega$ เป็น [1] ที่ประกอบด้วย $U_{SM}^{ST}(4) = [1,0,0,0]$ และ $SU(3)$ เท่ากับ (3,0) ดังนั้นตัวแทน $U_{SM}^{ST}(4)$ ของโครงแบบนี้คือ [10,10,10,10] และ

$$U_{SM}(3) = [0,0,0] \otimes [4,4,4] \otimes [16,16,14] \otimes [3,0,0]$$

$$= [23,20,18] \oplus [22,20,19] \oplus [21,20,20]$$

$$SU_{SM}(3) = (3,2), (2,1) \text{ และ } (1,0)$$

สถานะที่ไม่แท้จริงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลในสถานะของการกระตุ้นด้วย 1 $\hbar \omega$ จะมีตัวแทน $U(3) = [20,20,20] \otimes [1,0,0] = [21,20,20]$ และ $SU(3)$ เท่ากับ (1,0) เมื่อนำไปหักล้างจาก $SU_{SM}(3)$ ข้างต้น จะมี $SU_{SM}(3)$ ที่ยอมรับได้ในสถานะนี้เป็น (3,2) และ (2,1) เท่านั้น

สำหรับสถานะของการกระตุ้นด้วย 2 $\hbar \omega$ ของนิวเคลียส ⁴⁰Ca มีโครงแบบของเชลล์โมเดลที่เป็นไปได้เป็นหลายแบบดังนี้

(i) $(0)^4 (1)^{12} (2)^{23} (4)^1$ กรณีนี้มี 23 นิวคลีออนอยู่ในเชลล์ 2 $\hbar \omega$ โดยมีสมมาตรเชิงออร์บิทของ 1 นิวคลีออนในเชลล์ 4 $\hbar \omega$ เป็น [1] ($SU(3)$ เท่ากับ (4,0)) ซึ่งมีตัวแทน

$$U_{SM}^{ST}(4) = [10,10,10,10] \quad \text{นั่นคือ}$$

$$U_{SM}(3) = [0,0,0] \otimes [4,4,4] \otimes [16,16,14] \otimes [4,0,0]$$

$$= [24,20,18] \oplus [23,20,19] \oplus [22,20,20]$$

$$SU_{SM}(3) = (4,2), (3,1) \text{ และ } (2,0)$$

(ii) $(0)^4 (1)^{12} (2)^{22} (3)^2$ กรณีนี้มี 22 นิวคลีออนอยู่ในเชลล์ 2 $\hbar \omega$ โดยมีสมมาตรเชิงออร์บิทของ 2 นิวคลีออนในเชลล์ 3 $\hbar \omega$ เป็น [2] ที่ประกอบด้วย $U_{SM}^{ST}(4) = [1,1,0,0]$ และ $SU(3)$ เท่ากับ (6,0) และ (2,2) เท่านั้นที่ได้ตัวแทน $U_{SM}^{ST}(4) = [10,10,10,10]$ โดยมี

$$U_{SM}(3) = [0,0,0] \otimes [4,4,4] \otimes [16,16,12] \otimes [6,0,0]$$

$$= [26,20,16] \oplus [25,20,17] \oplus [24,20,18] \oplus [23,20,19] \oplus [22,20,20]$$

$$SU_{SM}(3) = (6,4), (5,3), (4,2), (3,1) \text{ และ } (2,0)$$

และ $U_{SM}(3) = [0,0,0] \otimes [4,4,4] \otimes [16,16,12] \otimes [4,2,0]$

$$= [24,22,16] \oplus [24,21,17] \oplus [24,20,18] \oplus [23,22,17] \oplus [23,21,18]$$

$$\oplus [23,20,19] \oplus [22,22,18] \oplus [22,21,19] \oplus [22,20,20]$$

$$SU_{SM}(3) = (2,6), (3,4), (4,2), (1,5), (2,3), (3,1), (0,4), (1,2) \text{ และ } (2,0)$$

10: J. P. Elliot, *Proc. R. Soc. A* 245,128,562(1958).

: M. Harvey, *Adv. Nucl. Phys.* 1, 67 (1968).

แต่กรณีที่ 2 นิวคลีออนในเซลล์ 3 $\hbar \omega$ ที่มีสมมาตรเชิงออร์บิทเป็น [11] ที่ประกอบด้วย $U_{SM}^{ST}(4) = [2,0,0,0]$ และ $SU(3)$ เท่ากับ (4,1) และ (0,3) จะได้ตัวแทน $U_{SM}^{ST}(4)$ ของโครงสร้างนี้เป็น [12,10,9,9] หรือ [11,10,10,9] ซึ่งไม่ตรงกับ $U_{SM}^{ST}(4) = [10,10,10,10]$ จึงไม่น่ามาคิด

(iii) $(0)^4 (1)^{11} (2)^{24} (3)^1$ กรณีนี้มีสมมาตรเชิงออร์บิทของ 11 นิวคลีออนอยู่ในเซลล์ 1 $\hbar \omega$ เป็น [443] ที่ประกอบด้วย $U_{SM}^{ST}(4) = [3,3,3,2]$ เท่านั้นที่ได้ตัวแทน $U_{SM}^{ST}(4)$ ของ ^{40}Ca เป็น [10,10,10,10] โดยที่อีก 24 นิวคลีออนอยู่ในเซลล์ 2 $\hbar \omega$ เต็มเซลล์และมีสมมาตรเชิงออร์บิทของ 1 นิวคลีออนในเซลล์ 3 $\hbar \omega$ เป็น [1] ($SU(3)$ เท่ากับ (3,0)) จะได้

$$\begin{aligned} U_{SM}(3) &= [0,0,0] \otimes [4,4,3] \otimes [16,16,16] \otimes [3,0,0] \\ &= [23,20,19] \oplus [22,20,20] \\ SU_{SM}(3) &= (3,1) \text{ และ } (2,0) \end{aligned}$$

ดำเนินการคำนวณในลักษณะเช่นเดียวกันกับสถานะของการกระตุ้นด้วย 1 $\hbar \omega$ โดยรวม $SU(3)$ ทั้งหมดใน (i) , (ii) และ (iii) ลงสถานะที่ไม่แท้จริงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลในสถานะของการกระตุ้นด้วย 2 $\hbar \omega$ ออก ซึ่งได้แก่

$$\begin{aligned} U_{SM}(3) &= [20,20,20] \otimes [2,0,0] \\ &= [22,20,20] \\ SU_{SM}(3) &= (2,0) \\ \text{และ } U_{SM}(3) &= [23,20,18] \otimes [1,0,0] \text{ และ } [22,20,19] \otimes [1,0,0] \\ SU_{SM}(3) &= (4,2) , (2,3) , (3,1)^2 , (1,2) \text{ และ } (2,0) \end{aligned}$$

(เลขที่กำกับบนตัวแทนแสดงจำนวนภาวะการเกิดชุดพหุคูณ ที่ไม่มีเลขกำกับแสดงว่ามีค่าเป็นหนึ่ง) ที่เหลือทั้งหมดจะเป็น $SU(3)$ ที่ยอมรับได้ในสถานะนี้ คือ

$$SU_{SM}(3) = (1,5) , (2,0)^3 , (2,6) , (3,1)^2 , (3,4) , (4,2)^2 , (5,3) \text{ และ } (6,4)$$

สำหรับสถานะการกระตุ้นอื่นๆถัดขึ้นไปก็ดำเนินการคำนวณในลักษณะเช่นเดียวกันนี้

ขั้นตอน (ก):

นำสถานะในข้อ (ก) และ ข้อ(ข) ที่เป็นสถานะเดียวกันมาทำการตัดกัน (intersection) ระหว่างสถานะมูลฐาน $SU_{CM}(3)$ ของคลัสเตอร์โมเดลในข้อ(ก) กับ $SU_{SM}(3)$ ของเซลล์โมเดลในข้อ(ข) จะได้คลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ ดังแสดงในบทที่ 4

3.2.2 การคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}$

ขั้นตอน(ก):

พิจารณานิวเคลียสแกนเป็น ^{38}Ar (ประกอบด้วย 38 นิวคลีออนที่เป็นโปรตอน 18 และ นิวตรอน 20 นิวตรอนมีไอโซสปิน $T = 1/2$ และ $T_z = -1/2$ สปิน $S = 1/2$ และโปรตอน มี $T = 1/2$ และ $T_z = 1/2$ $S=1/2$ ดังนั้น ^{38}Ar มี T รวมเท่ากับ 1 และ S รวมเท่ากับ 0) ซึ่ง เป็นคลัสเตอร์ที่เชลล์ sd โดยมี 4 นิวคลีออนอยู่ที่เชลล์ $0\hbar\omega$ 12 นิวคลีออนอยู่ที่เชลล์ $1\hbar\omega$ 22 นิวคลีออนที่เป็น 10 โปรตอนและ 12 นิวตรอนอยู่ที่เชลล์ $2\hbar\omega$ ได้ตัวแทน $U_{C_1}^{ST}(4) = [10,10,9,9]$ และ $U_{C_1}(3) = (20,20,16)$ นั่นคือ $SU_{C_1}(3) = (0,4)$ โดยคลัสเตอร์กับนิวเคลียส ^4_2He ซึ่งเป็นคลัสเตอร์ที่มีเชลล์ s ปิด $T = 0$ และ $S = 0$ มีตัวแทน $U_{C_2}^{ST}(4) = [1,1,1,1]$ และ $SU_{C_2}(3) = (0,0)$

ดังนั้นระบบนี้ประกอบด้วย 2 คลัสเตอร์ที่มีคลัสเตอร์หนึ่งเป็นเชลล์ปิดได้นิวเคลียส $^{42}_{20}\text{Ca}$ ที่มี $T = 1$ $S=0$ โดย 2 นิวคลีออนของ ^4He จะเข้ายึดครองสถานะที่ว่างใน ^{38}Ar ในเชลล์ sd ($2\hbar\omega$) และ อีก 2 นิวคลีออนของ ^4He จะเข้ายึดครองสถานะที่ว่างใน ^{38}Ar ในเชลล์ fp ($3\hbar\omega$) ตามบทบัญญัติของ Harvey หาค่า n_π ได้ $n_\pi \geq 10$ และตัวแทน $U_{CM}^{ST}(4)$ ของ $^{42}_{20}\text{Ca}$ คือ $U_{C_1}^{ST}(4) \otimes U_{C_2}^{ST}(4) = [10,10,9,9] \otimes [1,1,1,1] = [11,11,10,10]$ ดังนั้น

สำหรับสถานะพื้น ($0\hbar\omega$) ของ ^{42}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{10} = +1$ จะมี

$$U_{CM}(3) = (20,20,16) \otimes (0,0,0) \otimes (n_\pi, 0,0) = (20,20,16) \otimes (10,0,0)$$

$$SU_{CM}(3) = (6,0) , (7,1) , (8,2) , (9,3) \text{ และ } (10,4)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น $1\hbar\omega$ ของ ^{42}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{11} = -1$ จะมี

$$U_{CM}(3) = (20,20,16) \otimes (0,0,0) \otimes (11, 0,0)$$

$$SU_{CM}(3) = (7,0) , (8,1) , (9,2) , (10,3) \text{ และ } (11,4)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น $2\hbar\omega$ ของ ^{42}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{12} = +1$ จะมี

$$U_{CM}(3) = (20,20,16) \otimes (0,0,0) \otimes (12, 0,0)$$

$$SU_{CM}(3) = (8,0) , (9,1) , (10,2) , (11,3) , (12,4)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น $3\hbar\omega$ ของ ^{42}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{13} = -1$ จะมี

$$U_{CM}(3) = (20,20,16) \otimes (0,0,0) \otimes (13, 0,0)$$

$$SU_{CM}(3) = (9,0) , (10,1) , (11,2) , (12,3) , (13,4)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น $4\hbar\omega$ ของ ^{42}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{14} = +1$ จะมี

$$U_{\text{CM}}(3) = (20, 20, 16) \otimes (0, 0, 0) \otimes (14, 0, 0)$$

$$SU_{\text{CM}}(3) = (10, 0), (11, 1), (12, 2), (13, 3), (14, 4)$$

สำหรับสถานะกระตุ้น $5\hbar\omega$ ของ ^{42}Ca แพริตี้ $P = (-1)^{15} = -1$ จะมี

$$U_{\text{CM}}(3) = (20, 20, 16) \otimes (0, 0, 0) \otimes (15, 0, 0)$$

$$SU_{\text{CM}}(3) = (11, 0), (12, 1), (13, 2), (14, 3), (15, 4)$$

ขั้นตอน (ข):

การคำนวณตัวแทน $SU_{\text{SM}}(3)$ และ $U_{\text{SM}}^{\text{ST}}(4)$ ของนิวเคลียส ^{42}Ca ในเซลล์โมเดลที่สถานะต่างๆจะต้องพิจารณาโครงสร้างของแต่ละสถานะที่ยอมรับได้ตามกฎการเลือก $U^{\text{ST}}(4)$ ดังนี้

สำหรับสถานะพื้น ($0\hbar\omega$) ของนิวเคลียส ^{42}Ca มีโครงสร้างของเซลล์โมเดลเป็น $(0)^4 (1)^{12} (2)^{24} (3)^2$ โดยมีสมมาตรเชิงออร์บิทของ 2 นิวคลีออนอยู่ในเซลล์ $3\hbar\omega$ เป็น [2]

และมี $SU(3)$ เท่ากับ $(6, 0), (2, 2)$ เท่านั้นที่มีตัวแทน $U_{\text{SM}}^{\text{ST}}(4) = [11, 11, 10, 10]$

$$U_{\text{SM}}(3) = [0, 0, 0] \otimes [4, 4, 4] \otimes [16, 16, 16] \otimes [6, 0, 0] = [26, 20, 20]$$

$$\text{และ } U_{\text{SM}}(3) = [0, 0, 0] \otimes [4, 4, 4] \otimes [16, 16, 16] \otimes [4, 2, 0] = [24, 22, 20]$$

ดังนั้นมี $SU_{\text{SM}}(3) = (6, 0)$ และ $(2, 2)$

สำหรับสถานะของการกระตุ้นด้วย $1\hbar\omega$ ของนิวเคลียส ^{42}Ca มีโครงสร้างของเซลล์โมเดลที่เป็นไปได้เป็นหลายแบบดังนี้

(i) $(0)^4 (1)^{12} (2)^{24} (3)^1 (4)^1$ โดยมี 1 นิวคลีออนในเซลล์ $3\hbar\omega$ ถูกกระตุ้นขึ้นไปอยู่ในเซลล์ $4\hbar\omega$ และมีสมมาตรเชิงออร์บิทของ 1 นิวคลีออนในเซลล์ $4\hbar\omega$ เป็น [1] มี $SU(3)$

เท่ากับ $(4, 0)$ ซึ่งมีตัวแทน $U_{\text{SM}}^{\text{ST}}(4) = [11, 11, 10, 10]$

$$U_{\text{SM}}(3) = [0, 0, 0] \otimes [4, 4, 4] \otimes [16, 16, 16] \otimes [3, 0, 0] \otimes [4, 0, 0]$$

$$= [27, 20, 20] \oplus [26, 21, 20] \oplus [25, 22, 20] \oplus [24, 23, 20]$$

$$SU_{\text{SM}}(3) = (7, 0), (5, 1), (3, 2) \text{ และ } (1, 3)$$

(ii) $(0)^4 (1)^{12} (2)^{23} (3)^3$ โดยมี 1 นิวคลีออนในเซลล์ $2\hbar\omega$ ถูกกระตุ้นขึ้นไปอยู่ในเซลล์ $3\hbar\omega$ และมีสมมาตรเชิงออร์บิทของ 3 นิวคลีออนในเซลล์ $3\hbar\omega$ เป็น [3] และ [21] ($SU(3)$ เท่ากับ $(9, 0), (5, 2), (3, 3), (3, 0), (0, 3)$ และ $(7, 1), (5, 2), (3, 3), (4, 1), (1, 4)$)

$(2, 2), (1, 1)$ ตามลำดับ) เท่านั้นที่มีตัวแทน $U_{\text{SM}}^{\text{ST}}(4) = [11, 11, 10, 10]$ จะได้ $SU_{\text{SM}}(3)$ ที่เป็นไปได้มากมาย เพื่อความสะดวกจึงได้อาศัยการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เขียนขึ้นโดย Cseh

และคณะ ในการคำนวณ $SU(3)$ ที่เป็นไปได้จำนวนมากมาแทนการคำนวณปกติโดยตรงด้วยตนเอง และสถานะที่ไม่แท้จริงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลในสถานะของการกระตุ้นด้วย $1\hbar\omega$ จะมี ตัวแทน $U(3) = [26,20,20] \otimes [1,0,0]$ และ $[24,22,20] \otimes [1,0,0]$ โดยมี $SU(3) = (7,0), (5,1), (3,2)$ และ $(1,3)$ ดำเนินการรวม $SU(3)$ ทั้งหมดใน (i) และ (ii) ลงสถานะที่ไม่แท้จริงที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ของศูนย์กลางมวลในสถานะของการกระตุ้นด้วย $1\hbar\omega$ ออก จะได้ $SU(3)$ ที่ยอมรับได้ในสถานะนี้

สำหรับสถานะการกระตุ้นอื่นๆเกิดขึ้นไปก็ดำเนินการคำนวณในลักษณะเช่นเดียวกันนี้

ขั้นตอน (ค):

ดำเนินการในทำนองเดียวกับของนิวเคลียส ^{40}Ca โดยทำการตัดกัน (intersection) ระหว่างสถานะมูลฐาน $SU_{CM}(3)$ ของคลัสเตอร์โมเดลในข้อ(ก) กับ $SU_{SM}(3)$ ของเซลล์โมเดล ในข้อ(ข)ที่สถานะเดียวกัน จะได้คลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}$ ดังแสดงในบทที่ 4

3.3 การหาสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียส $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$

การหาสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสได้ใช้วิธีการปรับค่าไอเกินของพลังงานตามสมการค่าไอเกิน (2-11) – (2-14) กับข้อมูลจากการทดลองด้วยระเบียบวิธีการกำลังสองน้อยที่สุด (least-square method) ยกเว้นพารามิเตอร์ γ ที่กำหนดให้มีค่าคงที่โดยคำนวณจากสูตร $45 A^{-1/3} - 25 A^{-2/3}$ ตามที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.3 โดยได้ประยุกต์ค่าถ่วงน้ำหนัก(weight) ให้กับแต่ละสถานะเป็นสัดส่วนกับส่วนกลับของค่าพลังงานของตัวมันเอง(ตามความเป็นจริงที่พบอยู่เสมอว่าค่าพลังงานที่วัดได้ของสถานะในบริเวณพลังงานต่ำจะได้ผลที่ค่อนข้างดีกว่า)

ผลการศึกษาสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียส ^{44}Ti จากรายงานการวิจัยปี 2544 [1] ได้แสดงให้เห็นว่าเทอมการคู่ควบเชิงการหมุนกับการสั่น ($NL(L+1)$) ในสมการค่าไอเกิน (2-13) ไม่จำเป็นต้องแยกพิจารณาให้ยุ่งยากไปจากสมการ (2-11) โดยพารามิเตอร์ทั้งสองเทอมของ L^2 ที่รวมเข้าด้วยกันในสมการ (2-13) จะเป็นพารามิเตอร์ของโมเมนต์ความเฉื่อยที่มีค่าใกล้เคียงกับพารามิเตอร์ของโมเมนต์ความเฉื่อยสำหรับรูปแบบอามิลโทเนียน (2-11) อันเป็นผลเนื่องจากการคู่ควบเชิงการหมุนกับการสั่นมีค่าไม่รุนแรงนัก งานวิจัยในปี 2545 นี้คำนวณหาสเปกตรัมพลังงานของแถบคลัสเตอร์ในนิวเคลียส ^{40}Ca และนิวเคลียส ^{42}Ca โดยอาศัยข้อมูลจากการทดลองตามตาราง 9 และตาราง 10 พร้อมกำกับเอกสารอ้างอิงของข้อมูลที่น่ามาด้วย นอกจากนี้ยังได้อาศัยข้อมูลจากการคำนวณบางส่วนในหัวข้อ 2.2 เกี่ยวกับคลัสเตอร์โมเดลสเปซของนิวเคลียสทั้งสองด้วย นำข้อมูลจากตาราง 9 และ ตาราง 10 มาเป็นข้อมูลป้อนเข้า (input data) เพื่อการคำนวณสเปกตรัมพลังงานของแต่ละนิวเคลียสโดยอาศัยการปรับค่าพารามิเตอร์

ในเทอมต่างๆของสมการค่าไอเกน (2-11) (2-12) และ (2-14) (โดยสมมติว่ามีการคู่ความเชิงการหมุนและการสั่นไม่รุนแรงเช่นเดียวกับ ^{44}Ti) และเพิ่มการคำนวณสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียส ^{44}Ti ตามสมการ (2-14) ด้วย เพื่อประโยชน์ต่อการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของการคำนวณสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสทั้งสามในบริเวณ $\text{Ca} - \text{Ti}$ สำหรับข้อมูลการทดลองของนิวเคลียส ^{44}Ti ใช้ข้อมูลเดิมที่คำนวณในปี 2544 สำหรับแถบคลัสเตอร์ 4 แถบ

ตาราง 9 ข้อมูลจากการทดลองสำหรับ $^{36}\text{Ar} + \alpha = ^{40}\text{Ca}$ [4] ที่เป็นข้อมูลป้อนเข้าในการคำนวณสเปกตรัมพลังงานด้วยวิธี SACM โดยอาศัยการคำนวณด้วยวิธี OCM ที่แสดงความเป็นแถบคลัสเตอร์ในหัวข้อ 2.2 ประกอบด้วย

K^π	J^π	$E(\text{MeV})$	$\text{SU}(3)$	N
0^+	0^+	0.00	(0,0)	8
0^+	0^+	3.35	(12,8)	12
	2^+	3.90		
	4^+	5.27		
	6^+	6.93		
	8^+	10.34		
0^-	1^-	8.15	(13,8)	13
	3^-	9.70		
	5^-	10.80		
	7^-	12.65		
	9^-	14.85		

ตาราง 10 ข้อมูลจากการทดลองสำหรับ $^{38}\text{Ar} + \alpha = ^{42}\text{Ca}^*$ ที่เป็นข้อมูลป้อนเข้าในการคำนวณสเปกตรัมพลังงานด้วยวิธี SACM โดยอาศัยการคำนวณด้วยวิธี OCM ที่แสดงความเป็นแถบคลัสเตอร์ในหัวข้อ 2.2 ประกอบด้วย

K^π	J^π	E(MeV)	SU(3)	N
0^+	0^+	0.00	(6,0)	10
0^+	0^+	1.84	(12,4)	12
	2^+	2.42		
	4^+	3.25		
	6^+	4.72		
	8^+	6.63		
	10^+	8.85		

* P. M. Endt, *Nucl. Phys.* A521, 1 (1990).

บทที่ 4

ผลการวิจัยและสรุป

4.1 ผลการวิจัย

ผลการคำนวณคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{40}Ca และ $^{38}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{42}Ca แสดงดังตาราง 11 และตาราง 12 ซึ่งสอดคล้องกับตาราง 1 และตาราง 5 ในหัวข้อ 2.2 สำหรับตาราง 13 แสดงพารามิเตอร์ของสมการค่าไอเกน (2-11) (2-12) และ (2-14) ที่ได้จากการปรับค่าไอเกนของพลังงานกับข้อมูลจากการทดลองด้วยระเบียบวิธีการกำลังสองน้อยสุด (least-square method) (ยกเว้น γ ที่กำหนดให้มีค่าคงที่เท่ากับ 11.021 MeV ของนิวเคลียส ^{40}Ca 10.877 MeV ของนิวเคลียส ^{42}Ca และ 10.741 MeV ของนิวเคลียส ^{44}Ti) โดยได้ประยุกต์ค่าถ่วงน้ำหนัก (weight) ให้กับแต่ละสถานะเป็นสัดส่วนกับส่วนกลับของค่าพลังงานของมันเอง สำหรับพารามิเตอร์ทั้งหลายที่แสดงไว้สำหรับนิวเคลียส ^{44}Ti นำมาจากการวิจัยประจำปี 2544 [1] โดยคำนวณสเปกตรัมพลังงานตามสมการค่าไอเกน (2-14) ของ ^{44}Ti เพิ่มเข้าไปในปีนี้ และเลือกข้อมูลที่ได้จากการปรับค่าสเปกตรัมจากชุดข้อมูลการทดลองที่รวมสถานะ 10^+ และ 12^+ มาพิจารณาในกรณีนี้ เนื่องจากได้ค่าพารามิเตอร์ในเทอมของ L^2 ที่เกี่ยวข้องกับโมเมนต์ความเฉื่อยสอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงที่มีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว (smoothly) ตามเลขมวล A

ตัวอย่าง Input File และ Output File ในการคำนวณปรับค่าพารามิเตอร์ของสมการค่าไอเกน (2-14) สำหรับนิวเคลียส ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์แสดงไว้ในภาคผนวก ก และได้แสดงรูปสเปกตรัมพลังงานที่เปรียบเทียบระดับพลังงานในแถบคลัสเตอร์ที่คำนวณได้ด้วยโปรแกรมใน Output File กับระดับพลังงานในแถบคลัสเตอร์จากการทดลองไว้ที่รูป 4 รูป 5 และ รูป 6 สำหรับนิวเคลียส ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ตามลำดับ

ตาราง 11 ตัวแทน $SU(3)$ ที่ยอมรับได้ของคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{40}Ca

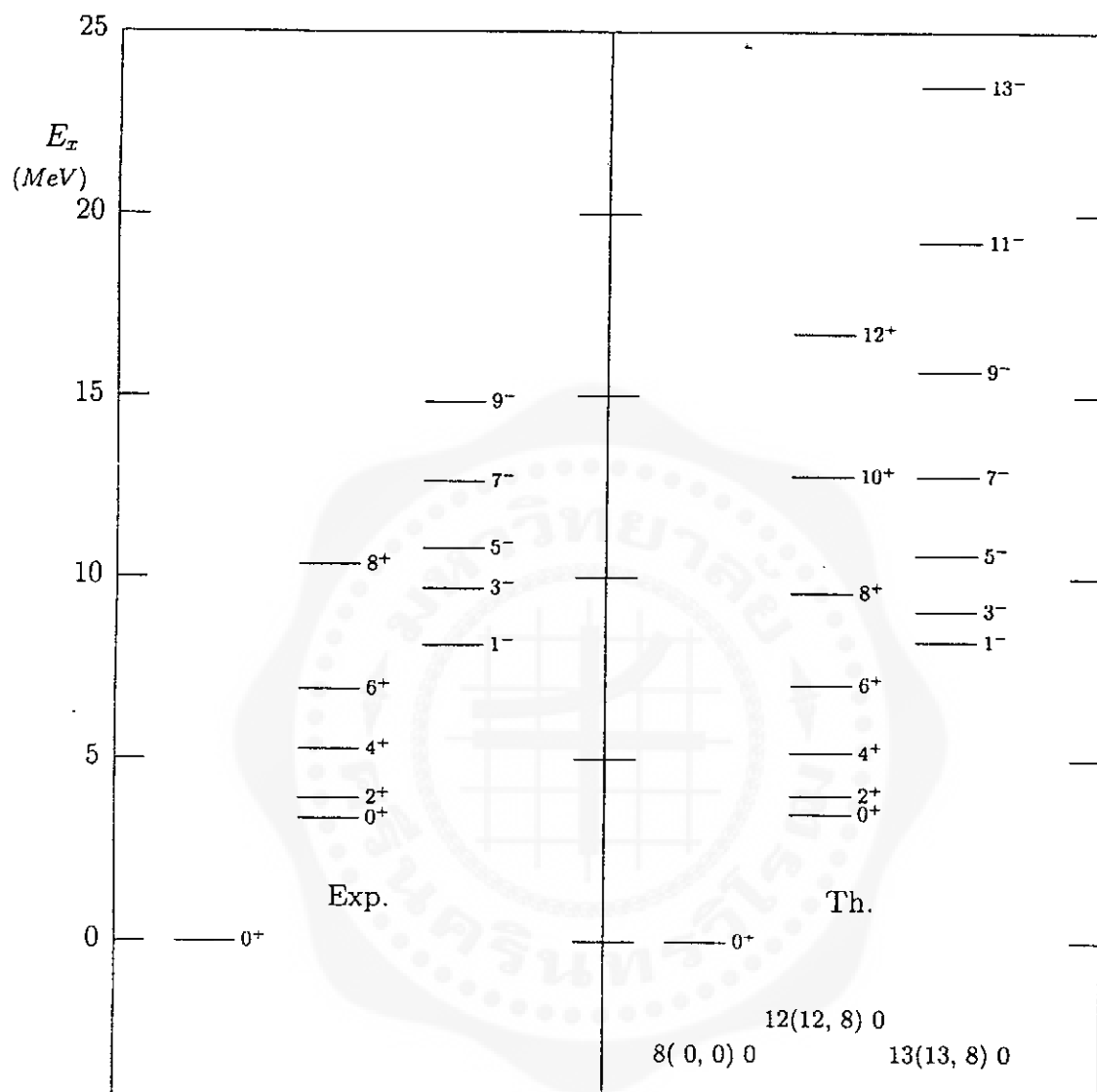
n_π	(λ, μ)	K^π	J^π
8	(0,0)	0^+	0^+
9	(3,2)	2^- และ 0^-	$(2^- 3^- 4^- \text{ และ } 5^-)$ และ $(3^- \text{ และ } 1^-)$
	(2,1)	1^-	$1^- 2^- 3^-$
10	(6,4)	$4^+ 2^+$ และ 0^+	$(4^+ 5^+ \dots 10^+)$ $(2^+ 3^+ \dots 8^+)$ และ $(6^+ 4^+ 2^+ 0^+)$
	(5,3)	3^+ และ 1^+	$(3^+ 4^+ \dots 8^+)$ และ $(1^+ 2^+ \dots 6^+)$
	(4,2)	2^+ และ 0^+	$(2^+ 3^+ \dots 6^+)$ และ $(4^+ 2^+ 0^+)$
	(3,1)	1^+	$1^+ 2^+ 3^+ 4^+$
	(2,0)	0^+	$2^+ 0^+$
11	(9,6)	$6^- 4^- 2^-$ และ 0^-	$(6^- 7^- \dots 15^-)$ $(4^- 5^- \dots 13^-)$ $(2^- 3^- \dots 11^-)$ และ $(9^- 7^- \dots 1^-)$
	(8,5)		
	(7,4)		
	(6,3)		
	(5,2)		
	(4,1)		
	(3,0)		
12	(12,8)	$8^+ 6^+ 4^+ 2^+$ และ 0^+	$(8^+ 9^+ \dots 20^+)$ $(6^+ 7^+ \dots 18^+)$ $(4^+ 5^+ \dots 16^+)$ $(2^+ 3^+ \dots 14^+)$ และ $(12^+ 10^+ 8^+ 6^+ 4^+ 2^+ 0^+)$
	(11,7)		
	(10,6)		
	(9,5)		
	(8,4)		
	(7,3)		
	(6,2)		
	(5,1)		
	(4,0)		

ตาราง 12 ตัวแทน $SU(3)$ ที่ยอมรับได้ของคลัสเตอร์โมเดลสเปซของระบบ $^{38}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{42}Ca

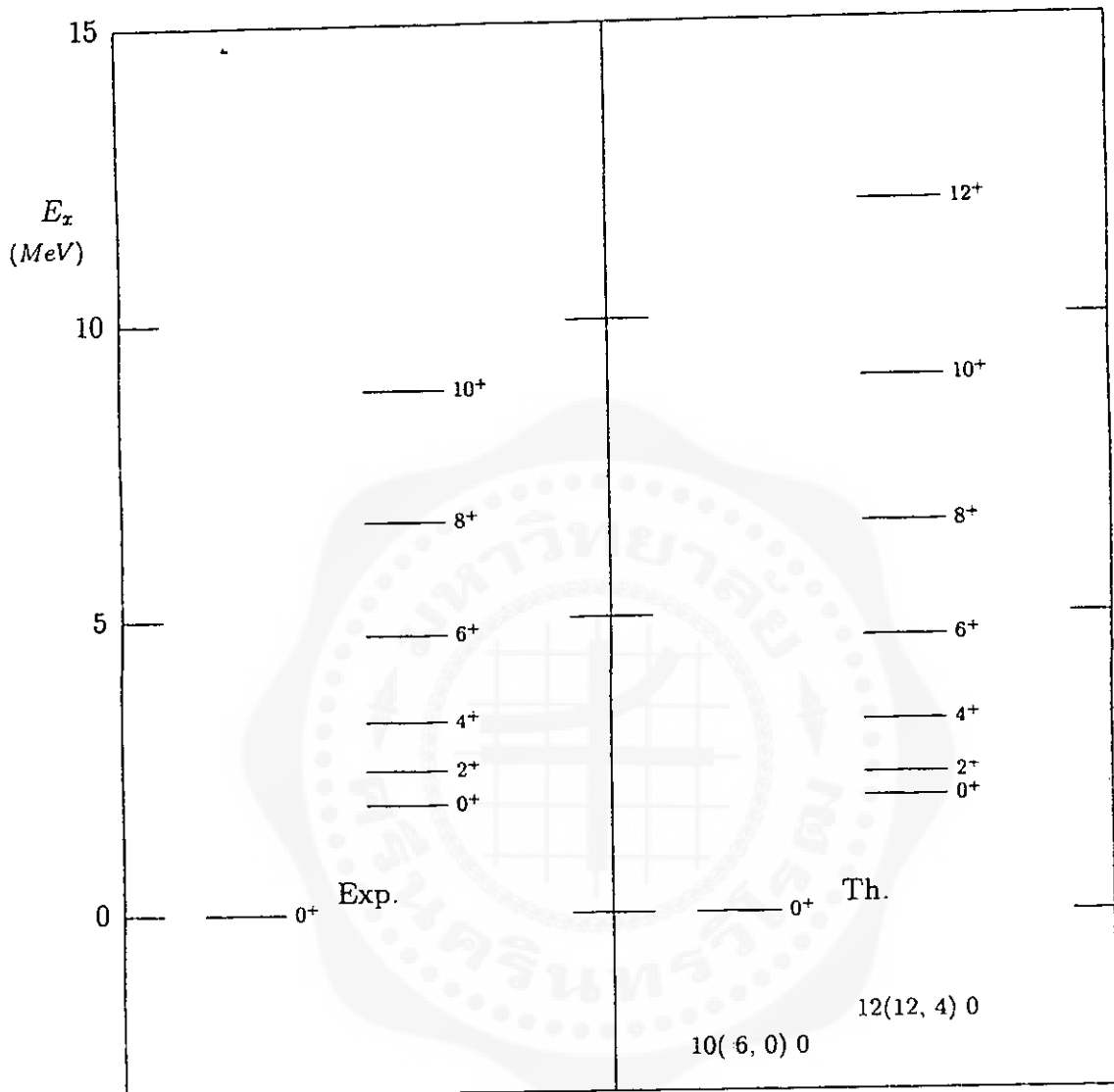
n_π	(λ, μ)	K^π	J^π
10	(6,0)	0^+	$6^+ 4^+ 2^+ 0^+$
11	(9,2)	2^- และ 0^-	$(2^- 3^- 4^- 5^- \dots 11^-)$ และ $(9^- 7^- 5^- 3^- \text{ และ } 1^-)$
	(8,1)	1^-	$1^- 2^- 3^- \dots 9^-$
	(7,0)	0^-	$7^- 5^- 3^- 1^-$
12	(12,4)	$4^+ 2^+$ และ 0^+	$(4^+ 5^+ \dots 16^+) (2^+ 3^+ \dots 14^+)$ และ $(12^+ 10^+ \dots 0^+)$
	(11,3)	3^+ และ 1^+	$(3^+ 4^+ \dots 14^+)$ และ $(1^+ 2^+ \dots 12^+)$
	(10,2)	2^+ และ 0^+	$(2^+ 3^+ \dots 12^+)$ และ $(10^+ 8^+ \dots 0^+)$
	(9,1)	1^+	$1^+ 2^+ 3^+ \dots 10^+$
	(8,0)	0^+	$8^+ 6^+ 4^+ 2^+ 0^+$
13	(13,4)	$4^- 2^-$ และ 0^-	$(4^- 5^- \dots 17^-) (2^- 3^- \dots 15^-)$ และ $(13^- 11^- \dots 1^-)$
	(12,3)		
	(11,2)		
	(10,1)		
	(9,0)		

ตาราง 13 แสดงพารามิเตอร์ (หน่วย MeV) ของสมการพลังงาน (2-11) (2-12) และ (2-14) ของนิวเคลียสทั้งสามได้แก่ ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ในวงเล็บแสดงโอเปอเรเตอร์ของเทอมที่มีพารามิเตอร์นั้นๆ เนื่องจากข้อมูลจากการทดลองแสดงแต่แถบคลัสเตอร์ที่มี $K=0$ จึงไม่ได้มีพารามิเตอร์ $\theta (K^2)$ ในตาราง สำหรับค่า F แสดงความกลมกลืนของการปรับค่า (goodness of the fit)

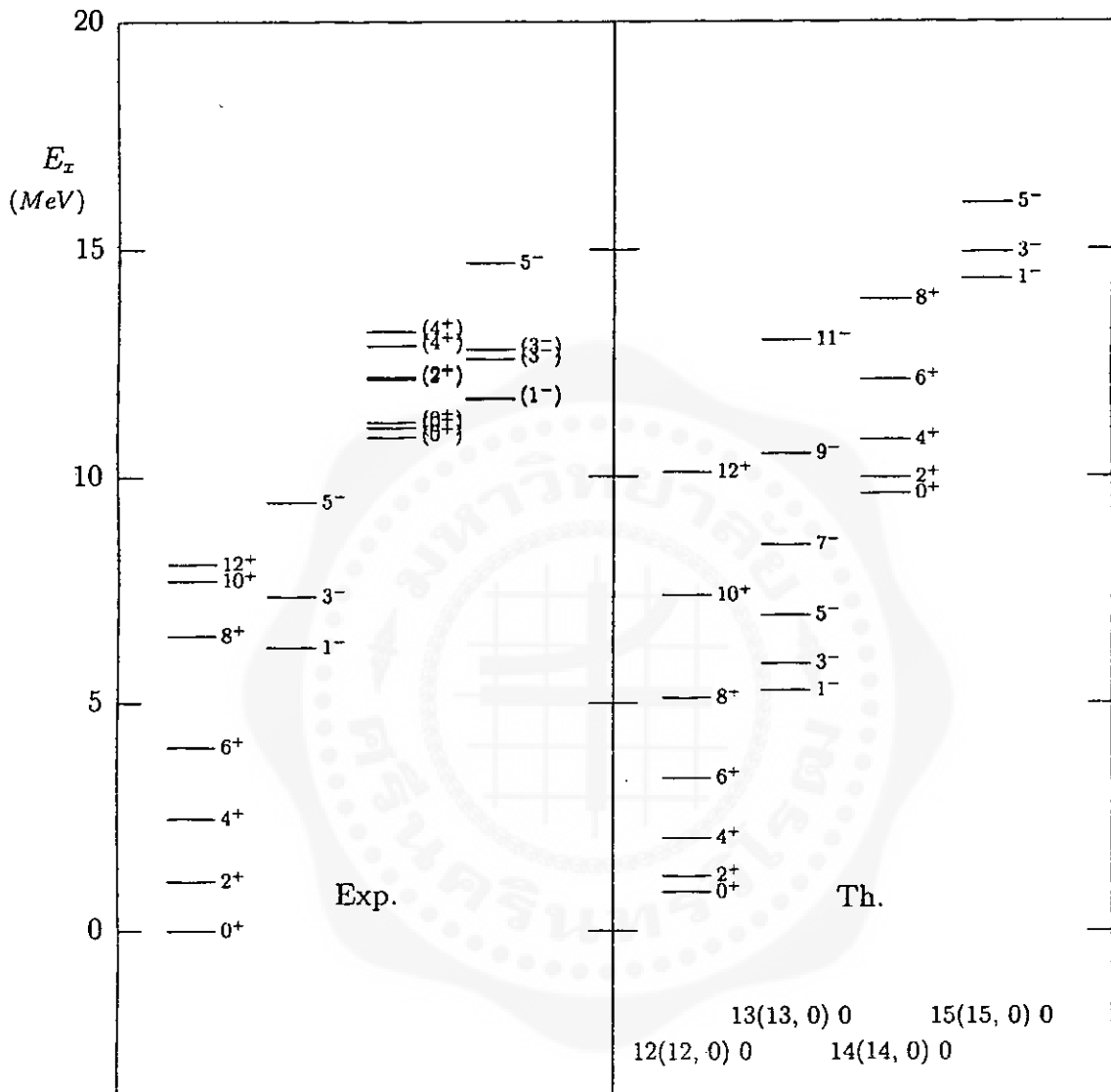
H	Nucleus	ϵ	$\gamma (N)$	$\delta (N^2)$	$\zeta (C_2)$	$\beta (L^2)$	F
(2-11)	^{40}Ca	-582.89	11.021	-0.09447	-	0.09346	3.70
	^{42}Ca	-618.83	10.877	-0.08844	-	0.06415	0.02
	^{44}Ti	-697.17	10.741	-0.05234	-	0.05946	4.58
(2-12)	^{40}Ca	-661.19	11.021	-	-0.11338	0.07631	1.84
	^{42}Ca	-712.58	10.877	-	-0.09807	0.06414	0.02
	^{44}Ti	-734.21	10.741	-	-0.21311	0.05969	3.79
(2-14)	^{40}Ca	-629.07	11.021	-0.03869	-0.06729	0.08473	0.16
	^{42}Ca	-642.35	10.877	-0.06625	-0.02460	0.06414	0.02
	^{44}Ti	-684.29	10.741	-0.07023	0.07166	0.05931	4.87



รูป 4 สเปกตรัมพลังงานเชิงทฤษฎีและเชิงทดลองที่แสดงแถบของระบบนิวเคลียสแกน คลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาในนิวเคลียส ^{40}Ca สำหรับคลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมเชิงทฤษฎีได้จากการคำนวณด้วยฮามิลโทเนียนสมมาตรเชิงพลวัต $U(3)$ ตามสมการ (2-14) แถบในคลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมแสดงด้วยเลขควอนตัม $n_\pi(\lambda, \mu) K$ ของสมการ (2-8)



รูป 5 สเปกตรัมพลังงานเชิงทฤษฎีและเชิงทดลองที่แสดงแถบของระบบนิวเคลียสแกน คลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาในนิวเคลียส ^{42}Ca สำหรับคลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมเชิงทฤษฎีได้จากการคำนวณด้วยฮามิลโทเนียนสมมาตรเชิงพลวัต $U(3)$ ตามสมการ (2-14) แถบในคลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมแสดงด้วยเลขควอนตัม $\pi(\lambda, \mu)K$ ของสมการ (2-8)



รูป 6 สเปกตรัมพลังงานเชิงทฤษฎีและเชิงทดลองที่แสดงแถบของระบบนิวเคลียสแกน คลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาในนิวเคลียส ^{44}Ti สำหรับคลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมเชิงทฤษฎีได้จากการคำนวณด้วยฮามิลโทเนียนสมมาตรเชิงพลวัต $U(3)$ ตามสมการ (2-14) แถบในคลัสเตอร์โมเดลสเปกตรัมแสดงด้วยเลขควอนตัม $n_\pi(\lambda, \mu) K$ ของสมการ (2-8)

4.2 สรุปและข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยการคลัสเตอร์ของระบบนิวเคลียสแกนคลัสเตอร์กับอนุภาคแอลฟาสำหรับนิวเคลียสแบบ คู่-คู่ ในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ ที่เป็นกลุ่มนิวเคลียสของธาตุหนักปานกลางในบริเวณเชลล์ fp ด้วยวิธี SACM นี้ได้ผลออกมาค่อนข้างเป็นที่น่าพอใจ โดยได้ทำการคำนวณสเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียส ^{40}Ca ^{42}Ca และ ^{44}Ti ด้วยรูปแบบฮามิลโทเนียนที่แตกต่างกันซึ่งมีสมมาตรเชิงพลวัต $U(3)$ และเป็นไปตามการไม่เปลี่ยนแปลงภายใต้การแปลงในเชลล์โมเดล จะเห็นได้ว่าสมการฮามิลโทเนียนนอกจากจะประกอบด้วยเทอมฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์ที่ขึ้นกับ N แล้ว น่าจะต้องมีเทอมแอนฮาร์โมนิก N^2 เพิ่มเข้าไปด้วยกับเทอมแคชเมียร์อันดับสอง C_2 โดยสมการค่าไอเกนของพลังงาน (2-14) เป็นสมการที่ให้ผลน่าสนใจ (พิจารณาจากค่า F ในตาราง 13 ถึงแม้ว่านิวเคลียส ^{44}Ti มีค่า F ค่อนข้างสูงกว่าอีกสองนิวเคลียสเนื่องจากมีข้อมูลเกี่ยวกับแถบการคลัสเตอร์จากการทดลองมากกว่า ทำให้มีแถบคลัสเตอร์ที่นำมาคำนวณปรับค่าได้มากกว่า และนักทดลองยังพบว่าที่แถบพลังงานสูงๆ ขึ้นไปมีสถานะคลัสเตอร์ที่มีชิ้นส่วนย่อย (fragment) มากมาย (ดังรูป 6) นอกจากนี้ยังมีความไม่ชัดเจนสำหรับสถานะ 10^+ และ 12^+ ของแถบสถานะพื้น แต่ที่เลือกข้อมูลชุดนี้เข้ามาพิจารณาในการปรับค่าด้วยก็เนื่องจากค่าพารามิเตอร์สำหรับโมเมนต์ความเฉื่อยของเทอม L^2 ที่ได้สอดคล้องกับระบบการเปลี่ยนแปลงตามเลขมวล A) ค่าพารามิเตอร์ของแต่ละเทอมในฮามิลโทเนียนนี้มีการเปลี่ยนแปลงตามเลขมวล A อย่างเป็นระบบที่ราบเรียบคล้ายกับที่พบในนิวเคลียสบริเวณ (เชลล์ sd) $^{16}\text{O} - ^{20}\text{Ne}$ [8] โดยผลการวิจัยของนิวเคลียสทั้งสามนี้ได้อาศัยข้อมูลจากการวิจัยปี 2544 ของนิวเคลียส ^{44}Ti มาประกอบการคำนวณและคิดว่านิวเคลียสในบริเวณ $\text{Ca} - \text{Ti}$ เหล่านี้มีการคู่ควบเชิงการหมุนกับการสั่น (rotational-vibrational coupling) ที่ไม่รุนแรง นั่นคือเทอม $NL(L+1)$ ในสมการค่าไอเกนของพลังงาน (2-13) ไม่ได้นำมาพิจารณาในกรณีนี้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นจึงได้เลือกแสดงผลการคำนวณและรูปสเปกตรัมพลังงานของระบบนี้ตามสมการ (2-14)

นอกจากนี้ผลการศึกษาดังกล่าวข้างต้นยังแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ของการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของทั้งสามนิวเคลียสก็มีค่าใกล้เคียงกันสอดคล้องกับผลการศึกษาของ Sakuda และ Ohkubo [5] ในหัวข้อ 2.2 ด้วย

สุดท้ายนี้ได้ทำการสืบค้นวิธี SACM เพื่อมุ่งเน้นในการตอบคำถามว่าฮามิลโทเนียนพีชคณิตที่มีรูปแบบธรรมชาติของเชลล์โมเดลสามารถนำมาอธิบายรูปแบบสเปกตรัมพลังงานของแถบคลัสเตอร์ได้หรือไม่ และโมเดลโครงสร้างนิวเคลียสพื้นฐานมีอันตรกิริยาแบบใด โดยศึกษาทั้งกรณีของสถานะมูลฐานและโอเปอเรเตอร์ทางฟิสิกส์ที่มีคุณสมบัติของการสมมาตรด้วยการสร้างความสัมพันธ์ของเชลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดลสำหรับอันตรกิริยาที่เป็นจริงตามสมการ (2-14) ที่ไม่เป็นเพียงฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์เท่านั้น จะเห็นได้ว่าผลที่ได้จากการศึกษาในครั้งนี้นับว่าเป็นขั้นแรกของการแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของเชลล์โมเดล โมเดลแบบ

เป็นหมู่ร่วมกันแบบควอดรูโพล และคลัสเตอร์โมเดลสำหรับอันตรกิริยาที่เป็นจริงโดยมี พารามิเตอร์ของเทอมต่างๆในฮามิลโทเนียนที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นระบบตามเลขมวล A ซึ่งจะมีประโยชน์ต่อการศึกษาการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสที่มีจำนวนโปรตอนหรือจำนวน นิวตรอนเป็นจำนวนคี่ที่อยู่ภายในบริเวณ $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ ต่อไปในลักษณะเดียวกับที่มีการศึกษามา ก่อนในบริเวณ $^{16}\text{O} - ^{20}\text{Ne}$ ทั้งนี้ต้องขึ้นกับข้อมูลจากการทดลองด้วย

ดังนั้นการสืบค้นนิวเคลียสทั้งหลายในบริเวณ Ca-Ti นี้ นับว่าเป็นก้าวต่อไปในการ ศึกษาความเป็นไปได้ของการเกิดการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสของธาตุที่หนักปานกลางในบริเวณ เชลล์ fp และสามารถแสดงความสัมพันธ์ของเชลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดลสำหรับ อันตรกิริยาที่เป็นจริงซึ่งไม่เป็นเพียงฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์ที่เป็นที่รู้จักกันดีในอดีตเท่านั้น แต่สามารถอธิบายรูปแบบสเปกตรัมพลังงานของแถบคลัสเตอร์ได้ด้วยฮามิลโทเนียนในเชลล์ โมเดลได้ และข้อมูลเกี่ยวกับพารามิเตอร์ที่หามาได้จากการปรับค่ากับข้อมูลจากการทดลอง ของนิวเคลียสแบบคู่-คู่ ในบริเวณเลขมวล $40 \leq A \leq 44$ ก็น่าจะมีประโยชน์ต่อการสร้าง สเปกตรัมพลังงานของนิวเคลียสสำหรับระบบการคลัสเตอร์ระหว่างนิวเคลียสแกนกับอนุภาค แอลฟาของนิวเคลียสที่ไม่มีข้อมูลของการคลัสเตอร์ที่ชัดเจนจากการทดลองต่อไป

นอกจากนี้การศึกษาการประยุกต์ใช้วิธี SACM เพื่อคำนวณสเปกตรัมที่ประกอบด้วยทั้ง สถานะแอลฟา-คลัสเตอร์และสถานะเชลล์โมเดลในลักษณะเดียวกับวิธี OCM ก็นับว่าเป็นเรื่องที่น่าสนใจในการแสดงความสัมพันธ์ของเชลล์โมเดลและคลัสเตอร์โมเดลต่อไปด้วย

ภาคผนวก ก

ตัวอย่าง 1 Input File สำหรับการคำนวณสเปกตรัมพลังงานในคลัสเตอร์โมเดลของระบบ $^{36}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{40}Ca โดยวิธีปรับค่าพารามิเตอร์ทั้งหลายของสมการค่าโอเกินพลังงาน (2-14) กับข้อมูลจากการทดลองด้วยระเบียบวิธีการกำลังสองน้อยสุด (least-square method) (ยกเว้น γ ที่กำหนดให้มีค่าคงที่เท่ากับ 11.021 MeV)

```

0
81,7,7,1,0,1,
15,
00.000,00,52,60,08,00,00,00,1.,
03.350,00,52,64,12,12,08,00,1.,
03.900,02,52,64,12,12,08,00,1.,
05.270,04,52,64,12,12,08,00,1.,
06.930,06,52,64,12,12,08,00,1.,
10.340,08,52,64,12,12,08,00,1.,
00.000,10,52,64,12,12,08,00,0.,
00.000,12,52,64,12,12,08,00,0.,
08.150,01,52,65,13,13,08,00,1.,
09.700,03,52,65,13,13,08,00,1.,
10.800,05,52,65,13,13,08,00,1.,
12.650,07,52,65,13,13,08,00,1.,
14.850,09,52,65,13,13,08,00,1.,
00.000,11,52,65,13,13,08,00,0.,
00.000,13,52,65,13,13,08,00,0.,
11.0206,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
80.,0,1,80,
.001.,0001.,0001.,0001.,0001.,0001.,0001.,
0,1,1,1,1,0,0

```


ตัวอย่าง Output File ที่ได้จากการคำนวณโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มี Input File
ตามตัวอย่าง 1

DYSY

ISGA=0, NO SPECTRUM-GENERATION

MODEL= 81 INDEX= 7 IPARAM= 7 ILL= 1 IDB= 0 IS= 0

U(3)*U(3)-SU(3) SYMMETRY

INDICES: L,NC,N, NPI, LAM, MU, KHI

PARAMETERS: EP, AE,AKAP, AKAPV, FE, RV, AK

$$E = EP \cdot NPI + AE \cdot (2 \cdot NPI \cdot NC + NC \cdot NC + NPI \cdot NPI) + AKAP \cdot C2(LAM, MU) + AKAPV \cdot L \cdot (L+1) + FE +$$

$$RV \cdot (NPI + NC) \cdot L \cdot (L+1) + AK \cdot KHI \cdot (KHI+1)$$

THE FITTING PROCEDURE IS SWITCHED ON

THE INITIAL PARAMETERS

11.02060030

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

ESCALE= 80.0 IPRINT= 0 ICON= 1 MAXIT= 80

PARAMETERS TO FIT:

NO	INITIAL VALUE	ACCURACY
2	0.0000E+00	0.1000E-03
3	0.0000E+00	0.1000E-03
4	0.0000E+00	0.1000E-03
5	0.0000E+00	0.1000E-03

THE NUMBER OF STATES = 15

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL ENERGIES WEIGHTS AND INDICES

0.0000	-0.0001	1.00	0	52	60	8	0	0	0
3.3500	3.4947	0.30	0	52	64	12	12	8	0
3.9000	4.0031	0.26	2	52	64	12	12	8	0
5.2700	5.1894	0.19	4	52	64	12	12	8	0
6.9300	7.0535	0.14	6	52	64	12	12	8	0
10.3400	9.5954	0.10	8	52	64	12	12	8	0
0.0000	12.8152	0.00	10	52	64	12	12	8	0
0.0000	16.7129	0.00	12	52	64	12	12	8	0
8.1500	8.2386	0.12	1	52	65	13	13	8	0
9.7000	9.0860	0.10	3	52	65	13	13	8	0
10.8000	10.6111	0.09	5	52	65	13	13	8	0
12.6500	12.8142	0.08	7	52	65	13	13	8	0
14.8500	15.6951	0.07	9	52	65	13	13	8	0
0.0000	19.2538	0.00	11	52	65	13	13	8	0
0.0000	23.4904	0.00	13	52	65	13	13	8	0

THE PARAMETERS:

0.11021E+02

-0.38691E-01

-0.67286E-01

0.84732E-01

-0.55974E+02

0.00000E+00

0.00000E+00

F= 0.159E+00



ตัวอย่าง 2 Input File สำหรับการคำนวณสเปกตรัมพลังงานในคลัสเตอร์โมเดลของระบบ $^{38}\text{Ar} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{42}Ca โดยวิธีปรับค่าพารามิเตอร์ทั้งหลายของสมการค่าไอเกนพลังงาน (2-14) กับข้อมูลจากการทดลองด้วยระเบียบวิธีการกำลังสองน้อยสุด (least-square method) (ยกเว้น γ ที่กำหนดให้มีค่าคงที่เท่ากับ 10.877 MeV)

```

0
81,7,7,1,0,1,
8,
00.000,00,56,66,10,06,00,00,1.,
01.840,00,56,68,12,12,04,00,1.,
02.420,02,56,68,12,12,04,00,1.,
03.250,04,56,68,12,12,04,00,1.,
04.720,06,56,68,12,12,04,00,1.,
06.630,08,56,68,12,12,04,00,1.,
08.850,10,56,68,12,12,04,00,1.,
00.000,12,56,68,12,12,04,00,0.,
10.8767,0.,0.,0.,0.,0.,0.,
80.,0,1,80,
.001,.0001,.0001,.0001,.0001,.0001,.0001,
0,1,1,1,1,0,0

```

ตัวอย่าง Output File ที่ได้จากการคำนวณโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มี Input File
ตามตัวอย่าง 2

DYSY

ISGA=0, NO SPECTRUM-GENERATION

MODEL= 81 INDEX= 7 IPARAM= 7 ILL= 1 IDB= 0 IS= 0

U(3)*U(3)-SU(3) SYMMETRY

INDICES: L,NC,N, NPI, LAM, MU, KHI

PARAMETERS: EP, AE,AKAP, AKAPV, FE, RV, AK

$$E = EP \cdot NPI + AE \cdot (2 \cdot NPI \cdot NC + NC \cdot NC + NPI \cdot NPI) + AKAP \cdot C2(LAM, MU) + AKAPV \cdot L \cdot (L+1) + FE + RV \cdot (NPI + NC) \cdot L \cdot (L+1) + AK \cdot KHI \cdot (KHI+1)$$

THE FITTING PROCEDURE IS SWITCHED ON

THE INITIAL PARAMETERS

10.87670040

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

ESCALE= 80.0 IPRINT= 0 ICON= 1 MAXIT= 80

PARAMETERS TO FIT:

NO	INITIAL VALUE	ACCURACY
3	0.0000E+00	0.1000E-03
4	0.0000E+00	0.1000E-03
5	0.0000E+00	0.1000E-03

THE NUMBER OF STATES = 8

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL ENERGIES WEIGHTS AND INDICES

0.0000	0.0000	1.00	0	56	66	10	6	0	0
1.8400	1.9434	0.54	0	56	68	12	12	4	0
2.4200	2.3283	0.41	2	56	68	12	12	4	0
3.2500	3.2263	0.31	4	56	68	12	12	4	0
4.7200	4.6374	0.21	6	56	68	12	12	4	0
6.6300	6.5616	0.15	8	56	68	12	12	4	0
8.8500	8.9990	0.11	10	56	68	12	12	4	0
0.0000	11.9495	0.00	12	56	68	12	12	4	0

THE PARAMETERS:

0.10877E+02

-0.66250E-01

-0.24604E-01

0.64141E-01

-0.33238E+02

0.00000E+00

0.00000E+00

F= 0.141E-01

ตัวอย่าง 3 Input File สำหรับการคำนวณสเปกตรัมพลังงานในคลัสเตอร์โมเดลของระบบ $^{40}\text{Ca} + \alpha$ ของนิวเคลียส ^{44}Ti โดยวิธีปรับค่าพารามิเตอร์ทั้งหลายของสมการค่าไอเกนพลังงาน (2-14) กับข้อมูลจากการทดลองด้วยระเบียบวิธีกำลังสองน้อยสุด (least-square method) (ยกเว้น γ ที่กำหนดให้มีค่าคงที่เท่ากับ 10.741 MeV)

0,
81,7,7,1,0,1,
27,
00.000,00,60,0,12,12,00,0,1.,
01.080,02,60,0,12,12,00,0,1.,
02.450,04,60,0,12,12,00,0,1.,
04.020,06,60,0,12,12,00,0,1.,
06.470,08,60,0,12,12,00,0,1.,
07.670,10,60,0,12,12,00,0,1.,
08.040,12,60,0,12,12,00,0,1.,
06.220,01,60,0,13,13,00,0,1.,
07.340,03,60,0,13,13,00,0,1.,
09.430,05,60,0,13,13,00,0,1.,
00.000,07,60,0,13,13,00,0,0.,
00.000,09,60,0,13,13,00,0,0.,
00.000,11,60,0,13,13,00,0,0.,
10.860,00,60,0,14,14,00,0,3.,
11.080,00,60,0,14,14,00,0,3.,
11.190,00,60,0,14,14,00,0,3.,
12.120,02,60,0,14,14,00,0,5.,
12.180,02,60,0,14,14,00,0,5.,
12.860,04,60,0,14,14,00,0,5.,
13.180,04,60,0,14,14,00,0,5.,
00.000,06,60,0,14,14,00,0,0.,
00.000,08,60,0,14,14,00,0,0.,
11.690,01,60,0,15,15,00,0,5.,
11.730,01,60,0,15,15,00,0,5.,
12.570,03,60,0,15,15,00,0,5.,
12.780,03,60,0,15,15,00,0,5.,

14.700,05,60,0,15,15,00,0,1.,

10.741,.0,.0,.0,.0,.0,.0,

80,.0,1,80,

.001,.0001,.0001,.0001,.0001,.0001,.0001,

0,1,1,1,1,0,0

,



ตัวอย่าง Output File ที่ได้จากการคำนวณโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่มี Input File ตามตัวอย่างข้างต้น

DYSY

ISGA=0, NO SPECTRUM-GENERATION

MODEL= 81 INDEX= 7 IPARAM= 7 ILL= 1 IDB= 0 IS= 0

U(3)*U(3)-SU(3) SYMMETRY

INDICES: L,NC,N, NPI, LAM, MU, KHI

PARAMETERS: EP, AE,AKAP, AKAPV, FE, RV, AK

$$E = EP \cdot NPI + AE \cdot (2 \cdot NPI \cdot NC + NC \cdot NC + NPI \cdot NPI) + AKAP \cdot C2(LAM, MU) + AKAPV \cdot L \cdot (L+1) + FE + RV \cdot (NPI + NC) \cdot L \cdot (L+1) + AK \cdot KHI \cdot (KHI+1)$$

THE FITTING PROCEDURE IS SWITCHED ON

THE INITIAL PARAMETERS

10.74100020

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

0.00000000

ESCALE= 80.0 IPRINT= 0 ICON= 1 MAXIT= 80

PARAMETERS TO FIT:

NO	INITIAL VALUE	ACCURACY
3	0.0000E+00	0.1000E-03
4	0.0000E+00	0.1000E-03
5	0.0000E+00	0.1000E-03

THE NUMBER OF STATES = 27

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL ENERGIES WEIGHTS AND INDICES

0.0000	0.8343	1.00	0	60	0	12	12	0	0
1.0800	1.1902	0.93	2	60	0	12	12	0	0
2.4500	2.0205	0.41	4	60	0	12	12	0	0
4.0200	3.3254	0.25	6	60	0	12	12	0	0
6.4700	5.1047	0.15	8	60	0	12	12	0	0
7.6700	7.3584	0.13	10	60	0	12	12	0	0
8.0400	10.0867	0.12	12	60	0	12	12	0	0
6.2200	5.2730	0.16	1	60	0	13	13	0	0
7.3400	5.8661	0.14	3	60	0	13	13	0	0
9.4300	6.9337	0.11	5	60	0	13	13	0	0
0.0000	8.4757	0.00	7	60	0	13	13	0	0
0.0000	10.4923	0.00	9	60	0	13	13	0	0
0.0000	12.9833	0.00	11	60	0	13	13	0	0
10.8600	9.6177	0.03	0	60	0	14	14	0	0
11.0800	9.6177	0.03	0	60	0	14	14	0	0
11.1900	9.6177	0.03	0	60	0	14	14	0	0
12.1200	9.9736	0.04	2	60	0	14	14	0	0
12.1800	9.9736	0.04	2	60	0	14	14	0	0
12.8600	10.8039	0.04	4	60	0	14	14	0	0
13.1800	10.8039	0.04	4	60	0	14	14	0	0
0.0000	12.1088	0.00	6	60	0	14	14	0	0
0.0000	13.8881	0.00	8	60	0	14	14	0	0
11.6900	14.3431	0.04	1	60	0	15	15	0	0

11.7300	14.3431	0.04	1	60	0	15	15	0	0
12.5700	14.9362	0.04	3	60	0	15	15	0	0
12.7800	14.9362	0.04	3	60	0	15	15	0	0
14.7000	16.0037	0.07	5	60	0	15	15	0	0

THE PARAMETERS:

0.10741E+02

-0.70230E-01

0.71666E-01

0.59310E-01

-0.39826E+02

0.00000E+00

0.00000E+00

F= 0.487E+01



บรรณานุกรม

- [1] อรุณีย์ อินทพร (2544) การสืบค้นการคลัสเตอร์ของนิวเคลียสและฟิชชัน(Investigation of Nuclear Clusterization and Fission) กรุงเทพฯ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- [2] J. Cseh, R. K. Gupta, and W. Scheid, "Semimicroscopic Algebraic Approach to Clusterization of Heavy Nuclei: Application to the $^{210}\text{Pb} + ^{14}\text{C}$ System", *Phys.Lett.* B299, 205 (1993).
- [3] A. Algara, and J. Cseh, "Cold Binary Fission and the Pseudo SU(3) Symmetry" *J. Phys.* G22, L39 (1996).
- [4] T. Yamaya, M. Saito, M. Fujiwara, T. Itahashi, K. Katori, T. Suehiro, S. Kato, S. Hatori and S. Ohkubo, " Alpha-Cluster Bands in ^{40}Ca Observed via the ($^6\text{Li},d$) Reaction" *Phys. Lett.* B306, 1-5 (1993).
- [5] T. Sakuda and S. Ohkubo, " Microscopic Study of Coexistence of Alpha-Cluster and Shell-Model Structure in the $^{40}\text{Ca} - ^{44}\text{Ti}$ Region" *Progress of Theoretical Physics Supplement* No. 132, 103-133 (1998).
- [6] P. E. Hodgson, "Clustering Phenomena in Atoms and Nuclei", *International Conference on Nuclear and Atomic Clusters*, 350 (1991).
- [7] K. Varga, and J. Cseh," Relations between the Phenomenological Interactions of the Algebraic Cluster Model and the Effective Two-Nucleon Forces" *Phys. Rev.* C48 602 (1993).
- [8] G. Levai and J. Cseh, " Consistent Semimicroscopic Algebraic Description of Core + α particle systems in the A = 16 to 20 Region" *Phys. Lett.* B381, 1-6 (1996).
- [9] Zs. Fulöp, G. Levai, E. Somorjai, A. Z. Kiss, J. Cseh, P. Tikkanen, and J. Keinonen, " A Comprehensive Study of the $^{34}\text{S} + \alpha$ System", *Nucl. Phys.* A604, 286 (1996).
- [10] J. Cseh, G. Levai, A. Intasorn, K. Kato, a. Lepine-szily, M.S. Hussein and R. Lichtenthaler," Cluster, Symmetries and Predictions" *Proc. 7th Int. Conf. on Clustering Aspect of Nuclear Structure and Dynamics, Rab, Croatia*, 89-93 (1999).
: J. Cseh, A. Intasorn and K. Kato, " On the Shell Model Connection of the Cluster Model" *Abstract for the Meeting of the Japanese Physical Society, Program book* 19 (1999).
- [11] A. Intasorn, J. Cseh, G. Levai and K.Kato, " Algebraic Description of the Core-Plus-Alpha-Particle Cluster States of the ^{44}Ti Nucleus" *Proc.of the 7th International Spring Seminar on Nuclear Physics, Maiori, Italy* , 311-317 (2001).

[12] J. Cseh, " Deformation, Clusterization and Fission". *Heavy Ion Physics* 7, 23 (1998).

