

513.2
น 177
ร 3

การทดลองสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ปริญญานิพนธ์

ของ

นวลสวาท ปิ่นแก้ว

ป 1 พ.ค 2535

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

มีนาคม 2527

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

h 50211

178567

การทดลองสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

บทคัดย่อ
ของ
นวลสวาท ปิ่นแก้ว

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
มีนาคม 2527

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาการเรียนรู้และการสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม
ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

กลุ่มทดลองได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีศักดิ์สุวรรณวิทยา อำเภอบางระจัน จังหวัดสิงห์บุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526 จำนวน 40 คน ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยใช้บทเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที ในขบวนการสอนมีการทดสอบตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านแต่ละจุดประสงค์ เมื่อสิ้นสุดการทดลองแล้วทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่ สามารถเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ซึ่งหมายความว่า ความเชื่อมั่นของผลการทดลองครั้งนี้เท่ากับ 99 %

AN EXPERIMENT IN THE TEACHING OF ADDITION AND SUBTRACTION
OF INTEGERS IN MATHAYOM SUKSA I

AN ABSTRACT

BY

NUANSAWAT PUENKAEW

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University

March 1984

The purpose of this research was to study the learning and teaching of addition and subtraction of integers in Mathayom Suksa I by using the lesson constructed by the researcher.

The subject were 40 Mathayom Suksa I students of Srisaksuwanvittaya School, Amphor Bangrachan, Changwat Singhaburi in the second semester of academic year 1983. The researcher spent 50 minutes each for 10 periods to teach them the lesson of addition and subtraction of integers constructed by herself. There were behavioral objective tests and the remedial work for failed students in the process of teaching. An achievement test of addition and subtraction of integers was taken at the end of the experiment.

It was statistically indicated that most of the Mathayom Suksa I students were able to study on the addition and subtraction of integers from the lesson constructed by the researcher efficiently at the significant level of 0.01 which meant that the reliability of the result of this experiment was 99 %.

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปฏิญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

... สมาน ธีระกิจ ... ประธาน
... สิริพรรณ ดอนไชย ... กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

... สมาน ธีระกิจ ... ประธาน
... สิริพรรณ ดอนไชย ... กรรมการ
... อ.อ. ธีระกิจ ... กรรมการ

ประกาศจุฬการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือและการแนะนำอย่างดียิ่งจาก
ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญมา จาริก อาจารย์สุวรรณ กลายกระแสน และผู้ช่วยศาสตราจารย์
อรพินท์ เจียรพงษ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ และผู้ช่วยผู้อำนวยการโรงเรียนอินทร์บุรี จังหวัดสิงห์บุรี
ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีศักดิ์สุวรรณวิทยา จังหวัดสิงห์บุรี และอาจารย์ใหญ่โรงเรียนห้วยการาษฎร-
รังษะดี จังหวัดชัยนาท ตลอดจนครู อาจารย์ทุกท่าน และขอขอบใจนักเรียนทุกคน ที่ได้ให้ความ
ร่วมมือในการดำเนินการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบคุณ ๗ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ทุกคนที่ได้ให้ความช่วยเหลือและให้กำลังใจด้วยดี
ตลอดมา

ודהและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ มอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา
ครู อาจารย์ และผู้ให้พระคุณทุกท่านของผู้วิจัย

นวลสวาท ปิ่นแก้ว

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	2
ความสำคัญของการวิจัย	2
ขอบเขตของการวิจัย	3
นิยามศัพท์เฉพาะ	3
สมมติฐานการวิจัย	3
2 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย	4
เอกสารเกี่ยวกับเนื้อหาในหลักสูตรคณิตศาสตร์	4
เอกสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์	6
มโนคติของการบวกและการลบจำนวนเต็ม	7
เอกสารทางจิตวิทยา	11
3 วิธีดำเนินการวิจัย	15
กลุ่มตัวอย่าง	15
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	15
แผนการทดลองสอนรายคาบ	19
การดำเนินการทดลอง	19
สถิติที่ใช้ในการวิจัย	20

4 ผลการวิจัย	22
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	22
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	24
ความมุ่งหมายของการวิจัย	24
สมมติฐานของการวิจัย	24
วิธีดำเนินการวิจัย	24
สรุปผลการวิจัย	25
อภิปรายผล	25
ข้อเสนอแนะ	26
บรรณานุกรม	27
ภาคผนวก	30

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- | | | |
|---|--|----|
| 1 | จำนวนนักเรียนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ | 22 |
| 2 | ตัวสถิติทดสอบ χ^2 ของการทดลองสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม | 23 |

บทนำ

เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีปัญหามากเรื่องหนึ่งในปัจจุบันคือเรื่องจำนวนเต็ม จากประสบการณ์ของผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ที่เรียนเรื่องจำนวนเต็มไปแล้วยังขาดความเข้าใจที่แท้จริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับจำนวนเต็มลบ การบวกและการลบจำนวนเต็ม

จำนวนเต็มลบเป็นของใหม่สำหรับนักเรียนในระดับนี้ กล่าวคือนักเรียนเริ่มเรียนจำนวนเต็มลบเพียงเล็กน้อยในตอนท้ายของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และเรียนเพิ่มมากขึ้นในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยเรียนเกี่ยวกับระบบจำนวนเต็ม การบวก การลบ การคูณและการหารจำนวนเต็ม เพื่อแก้ปัญหาข้างต้นผู้วิจัยเห็นว่าสามารถนำเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มมาสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต่อจากการเรียนเรื่องจำนวนเต็มลบเพื่อให้เป็นพื้นฐานที่มากพอที่จะเรียนเรื่องต่อไปในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งนี้เพราะเป็นที่ทราบกันแล้วว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์ของไทยเป็นแบบบันไดเวียน เมื่อนักเรียนเรียนเรื่องใดไปแล้วเขาจะได้ออนกลับมาเรียนเรื่องเก่านั้นอีกโดยเรียนให้ลึกซึ้งมากขึ้น ฉะนั้นจึงเห็นสมควรอย่างยิ่งที่จะได้น้อมโนมติในเรื่องนี้ตั้งแต่เริ่มเรียน เพื่อเป็นพื้นฐานที่ดีในระดับต่อไป

จากการศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยพบว่าเนื้อหาใหม่ไม่มากนัก การที่จะนำเอาเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มมาสอนจึงน่าจะทำได้ ประกอบกับนักเรียนระดับชั้นนี้มีอายุระหว่าง 12 - 14 ปี ซึ่งตามขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญา (มูดรา จาริก 2524 : 15) เพียงแค่ได้จัดเด็กในช่วงอายุดังกล่าวอยู่ในชั้นคิดเป็นแบบแผน เด็กจะสามารถคิดย้อนกลับ คิดเป็นนามธรรม และคิดสรุปผลแบบอนุมานได้ ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์จึงควรมีการสร้างบทเรียนให้เหมาะสมและสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน และตามปกติการจัดการเรียนการสอนต้องคำนึงถึงจิตวิทยาการเรียนรู้ของนักเรียนอยู่เสมอ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในวิชาคณิตศาสตร์ สุชาติ รัตนกุล (สุชาติ รัตนกุล 2515 : 3) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ต้องใช้ความคิดขั้นคิดสมเหตุสมผลเพื่อเรียนรู้และเข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ฉะนั้นการสอน

คณิตศาสตร์จึงเป็นการสอนที่ต้องอาศัยหลักจิตวิทยาอย่างมาก การอธิบายแต่ละชั้นในแต่ละหัวข้อจำเป็นต้องสอดคล้องกับจิตวิทยาแห่งการคิดและการเรียนรู้ และพัฒนาการด้านต่าง ๆ ของนักเรียน ทั้งนี้ผู้สอนจัดบทเรียนให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียนแล้วจะทำให้ให้นักเรียนเรียนเรื่องเหล่านั้นได้ดียิ่งขึ้น ดังที่บรูเนอร์ (Bruner, 1960 : 33) ได้ให้ข้อคิดว่าครูสามารถสอนวิชาใดแก่นักเรียนระดับใดก็ได้ แต่ทั้งนี้ต้องปรับปรุงเนื้อหาและวิธีสอนให้เหมาะสมกับสติปัญญาของนักเรียนในระดับนั้นเสียก่อน

นอกจากนี้ปัญหาที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก็คือ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เกิดมโนคติในเรื่องที่เรียน ฉะนั้นจึงควรที่ครูผู้สอนจะต้องปรับปรุงการเรียนการสอนโดยเน้นให้นักเรียนเข้าใจและเกิดมโนคติในสิ่งนั้น ดังที่สุภาพร ตักศิรีชัยศิลป์ (สุภาพร ตักศิรีชัยศิลป์ 2514 : 2) กล่าวว่า จุดมุ่งหมายของการสอนคณิตศาสตร์คือการเน้นให้นักเรียนเกิดความคิดและมีความเข้าใจในมโนคติของคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญอันดับแรก ความคิดเห็นนี้สอดคล้องกับของทวิชัย สิริธศร (ทวิชัย สิริธศร 2516 : 4) ซึ่งกล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นความเข้าใจในมโนคติของเรื่องที่สอนและโครงสร้างของคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะสร้างบทเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ให้สอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนตามแนวความคิดของเพียเจต์และเน้นมโนคติของการบวกและการลบจำนวนเต็ม บทเรียนดังกล่าวอาศัยมโนคติของการบวกและการลบจำนวนตามที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาการเรียนและการสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ความสำคัญของการวิจัย

1. เป็นแนวทางในการสร้างสื่อการเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม
2. เป็นข้อเสนอแนะสำหรับครูในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม

3. เป็นข้อมูลสำหรับสถาบันที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน เพื่อนำไปประกอบการปรับปรุงหลักสูตร วิธีสอน และอื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยนี้ทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีศักดิ์สุวรรณวิทยา อำเภอบางระจัน จังหวัดสิงห์บุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526 ทดลองสอนโดยใช้บทเรียน เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น บทเรียนดังกล่าวประกอบด้วยเนื้อหาต่อไปนี้

1. จำนวนเต็มบวก
2. ศูนย์
3. จำนวนเต็มลบ
4. จำนวนตรงข้าม
5. คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม
6. การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก
7. การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ
8. การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน
9. การลบจำนวนเต็ม

นิยามศัพท์เฉพาะ

บทเรียน หมายถึงบทเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยอาศัยมโนคติของการบวกและการลบจำนวน

สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

เอกสารเกี่ยวกับเนื้อหาในหลักสูตรคณิตศาสตร์

อุษาวดี จันทรสนธิ และนิรมล แจ่มจรัส (อุษาวดี จันทรสนธิ และนิรมล แจ่มจรัส 2525 : 84-85) ได้กล่าวถึงปัญหาการนำหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาไปใช้ในโรงเรียนว่า ในการนำหลักสูตรคณิตศาสตร์ไปใช้ในโรงเรียนย่อมเกิดปัญหาในการนำไปใช้อย่างแน่นอน เพราะแต่ละโรงเรียนอาจจะตีความและแปลความหมายของหลักสูตรแตกต่างกันไป บางโรงเรียนอาจเกิดปัญหามาก บางโรงเรียนอาจมีปัญหาน้อย ปัญหาที่เกิดขึ้นในแต่ละโรงเรียนอาจจะแตกต่างกัน สำหรับปัญหาทางด้านเนื้อหาของหลักสูตรคณิตศาสตร์เท่าที่พบมีดังนี้

1. เนื้อหาวิชาใช้เวลาไม่สมดุลกัน เนื้อหาวิชาที่มีมากเกินไปจนไม่สามารถจัดกิจกรรมให้เหมาะสมได้ และสอนไม่ทันตามที่หลักสูตรกำหนด เช่นคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นต้น ดังนั้นในรายวิชาที่มีเนื้อหาซ้ำซ้อนกัน เช่น เนื้อหาเรื่องเศษส่วนและทศนิยมที่เรียนทั้งในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 ควรนำมารวมเป็นบทเดียวกันในระดับชั้นใดชั้นหนึ่ง แล้วสับเปลี่ยนเอาเนื้อหาในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 บางหัวข้อที่เหมาะสมไปสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อจะได้มีเวลาสอนได้มากขึ้น ซึ่งจะทำให้สอนได้ครบตามที่หลักสูตรกำหนดไว้

2. ลำดับขั้นตอนของเนื้อหาบางเรื่องไม่เหมาะสม เช่น เรื่องเศษส่วน ร้อยละ ทศนิยม จึงควรมีการสับเนื้อหาเสียใหม่ เช่น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ควรนำบทที่ 5 เศษส่วน มาไว้ก่อนบทที่ 3 ทศนิยม และบทที่ 7 อัตราส่วนและร้อยละ ควรนำมาสอนต่อจากเรื่องทศนิยมเลย เป็นต้น สำหรับปัญหาเรื่องลำดับขั้นตอนของเนื้อหาไม่เหมาะสม ครูผู้สอนอาจพิจารณาสับเปลี่ยนให้เหมาะสมก็ได้

3. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียนควรเป็นเนื้อหาใหม่บ้าง ซึ่งจะทำให้ให้นักเรียนได้รับความรู้ใหม่ ๆ ที่แปลกไปจากที่เรียนในระดับชั้นประถมศึกษาบาง

เพราะเท่าที่เป็นอยู่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 รู้สึกว่าไม่ได้รับความรู้อะไรใหม่ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เนื้อหาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก็มีเนื้อหาใหม่ ๆ เพิ่มขึ้นมาเล็กน้อย แต่พอขึ้นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนเรียนเรื่องใหม่ทั้งสิ้นและเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างยาก จึงเสนอแนะให้แบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกว่านี้

ในการประชุมปฏิบัติการเพื่อหาแนวทางปรับปรุงหนังสือเรียนและคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ณ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เมื่อวันที่ 3 - 15 กรกฎาคม 2524 (สสวท. 2524 : ไม่มีเลขหน้า) คณะครูผู้เชี่ยวชาญร่วมประชุมเสนอความคิดเห็นว่า ในด้านเนื้อหาในหนังสือไม่เหมาะสม โดยเฉพาะอย่างยิ่งเนื้อหาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มากเกินไป เนื้อหาบางเรื่องในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความซ้ำซ้อนกันมากเกินไป เช่น เรื่องเศษส่วน นอกจากนี้ผู้เชี่ยวชาญประชุมได้เสนอแนะและให้ความเห็นเกี่ยวกับเนื้อหาที่บรรจุในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 ว่าแทบจะไม่มีเนื้อหาใหม่ที่แตกต่างจากระดับประถมศึกษาจนบรรจุเนื้อหาใหม่ ๆ บาง แต่เนื้อหาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแต่เนื้อหาใหม่และมากเกินไป เวลาที่จะนำไปฝึกทักษะแทบไม่มีเลย

จะเห็นว่าข้อคิดเห็นของคณะครูที่เข้าร่วมประชุม กับของอูชาวดี และนิรมล สอดคล้องกัน คือ เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่บรรจุในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 บางเรื่องซ้ำซ้อนกันมากเกินไป และเป็นเนื้อหาที่ไม่ต่างจากระดับชั้นประถมศึกษามากนัก แต่เนื้อหาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแต่เนื้อหาใหม่ ๆ และมากเกินไป แนวทางที่จะแก้ปัญหานี้ได้ก็คือโดยเอาเนื้อหาที่ซ้ำซ้อนกันในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 รวมกันและสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อที่จะได้นำเนื้อหาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 บางเรื่องที่เหมาะสมลงมาสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ในปีการศึกษา 2523 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้มีการติดตามผลการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยการไปเยี่ยมโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา และสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาเอกชน ทั้งในส่วนกลางและส่วนภูมิภาค ในรายงานการติดตามผลดังกล่าวมีที่เกี่ยวกับหลักสูตรและเนื้อหาดังนี้ (สสวท. 2524 : 31-32)

ด้านหลักสูตร คณะครูจากส่วนกลางมีความเห็นว่า หลักสูตรของ สสวท. มีเนื้อหากว้างขวางเป็นพื้นฐานที่ดีแต่ไม่ลึกซึ้งพอ เนื้อหาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซ้ำกับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มากเกินไป เนื้อหาบางเรื่องมากเกินไปทำให้นักเรียนไม่ทัน ต้องรวบรัด สำหรับคณะครูในส่วนภูมิภาคมีความเห็น

เช่นเดียวกัน และเสนอแนะว่าควรลดเนื้อหาบางตอนลงให้เหมาะสม และควรนำเนื้อหาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ซ้ำกันมารวมกัน

ตามความมากน้อยของเนื้อหา คณะครูทั้งในส่วนกลางและส่วนภูมิภาคมีความเห็นว่าเนื้อหาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เหมาะสมดีแล้ว แต่มีบางโรงเรียนในส่วนกลางเห็นว่าเนื้อหาน้อยเกินไป เนื้อหาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เห็นว่าเหมาะสมดี แต่มีบางส่วนที่เห็นว่า เนื้อหาเล่ม 2 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มากเกินไป ส่วนเนื้อหาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความคิดเห็นว่าเนื้อหามากเกินไป สอนไม่ทัน โดยเฉพาะสายที่ 2 และคณะครูได้เสนอแนะว่า เรื่องการวัดและการประมาณ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 น่าจะสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ และควรตัดเรื่องเศษส่วน ทศนิยม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ออก แต่เพิ่มแบบฝึกหัดให้มากขึ้นในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ควรเพิ่มโจทย์แบบฝึกหัดที่เป็นข้อความบ้าง เพราะส่วนมากนักเรียนทำเป็นแต่โจทย์เกี่ยวกับจำนวนล้วน ๆ

เอกสารเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์

เมธี ลิ้มอักษร (เมธี ลิ้มอักษร 2520 : 9) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

3 ทฤษฎี คือ

1. Drill theory หรือ Mental discipline คือการเรียนวิธีแบบเก่าที่ซับซ้อน โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดซ้ำ ๆ

2. Incidental theory หรือ Activity theory คือการพยายามให้นักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ในบรรยากาศที่ไม่เคร่งเครียดและไม่น่าเบื่อ สอนโดยมีกิจกรรม และถือตัวนักเรียนเป็นสำคัญ

3. Meaning theory คือการเรียนคณิตศาสตร์ให้มีความหมาย โดยสอนให้นักเรียนเกิดมโนคติในเรื่องที่เรียน และให้นักเรียนเห็นถึงโครงสร้างของคณิตศาสตร์

เมธีให้ความเห็นว่าในการสอนคณิตศาสตร์เราควรยึดเอา Meaning theory เป็นหลัก ส่วนทฤษฎีอื่นให้เป็นอันถ่วง

นอกจากนี้เมธีให้ความหมายของคำว่า "มโนคติ" ว่าเป็นองค์ประกอบรวมของสิ่งที่ได้ประสบพบเห็น แล้วสามารถกำหนดสัญลักษณ์หรือความหมายแทนจุดสมมติดังกล่าวได้

หลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดมโนคตินั้น เมธีได้เสนอแนะไว้ว่า

1. ก่อนที่จะสอนครูต้องแน่ใจเสียก่อนว่ามีความรู้ ทักษะ หรือประสบการณ์เดิมที่จำเป็นต่อการสร้างมโนคติใหม่ขึ้นมานั้น นักเรียนมีอยู่พร้อมแล้ว
2. ครูต้องเรานักเรียนใหม่ความปรารถนาที่จะเรียนในสิ่งที่ครูจะสร้างมโนคตินั้นเสียก่อน
3. สิ่งที่จะนำมาสอนเพื่อให้เกิดมโนคตินั้น ครูต้องพิจารณาว่าอยู่ในวิสัยที่นักเรียนจะเข้าใจได้
4. ครูต้องคอยช่วยเหลือ แนะนำ และพยายามรักษาแรงจูงใจให้มิถุนยู่เสมอ
5. ครูต้องพยายามจัดทำสิ่งที่จะเป็นเครื่องมือ เพื่อให้เกิดมโนคติได้แจ่มแจ้ง
6. ครูต้องใช้เวลาแก่นักเรียนอย่างเพียงพอที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมอันจะนำไปสู่การสร้างมโนคติโดยแจ่มชัด

มโนคติของการบวกและการลบจำนวนเต็ม

เนื่องจากเซตของจำนวนเต็มเป็นเซตที่ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ ดังนั้นการบวกจำนวนเต็มจึงต้องพิจารณาถึงการบวกจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ

การบวกจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์นั้นเป็นขบวนการนับ หรือขบวนการหาสมาชิกใหม่ที่เกิดจากการยูเนียนของเซต ซึ่งไม่มีสมาชิกร่วมกัน (บุญญา จาริก 2523 : 35) และการบวกจำนวนเต็มลบก็อาศัยหลักการบางอย่างเช่นเดียวกับการบวกจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์

ส่วนการลบโดยปกติหมายถึง "การหักออก" หรือ "การเอาออก" แต่ความหมายที่กว้างกว่านี้คือ การหา "ผลตรง" หรือกล่าวได้ว่า การลบคือการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ หรือการลบเป็นขบวนการตรงข้ามกับการบวก (Cope land. 1970 : 100) นั่นคือ การลบเป็นขบวนการหาตัวบวกที่ขาดไปเมื่อทราบผลบวกและตัวบวกตัวหนึ่งแล้ว ตัวอย่างเช่น

$$5 - 2 = \square$$

↑
การลบ

หมายถึง

$$5 + (-2) = \square$$

↑ ↑
การบวก จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

หรือหมายถึง

$$5 = 2 + \square$$

↑ ↑
การบวก ตัวบวกที่ขาดไป

สำหรับการบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ โดยทั่วไปมี 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1 การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบโดยใช้ทฤษฎีของค่าสัมบูรณ์ ซึ่งมีวิธีทำ 2 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics, 1974 : 26)

ขั้นที่ 1 การหาค่าสัมบูรณ์ของผลบวก ค่าสัมบูรณ์ของผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ จะเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ ซึ่งเป็นผลต่างของค่าสัมบูรณ์ของจำนวนที่นำมาบวกกัน โดยนำค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่าลบออกจากค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่า

ขั้นที่ 2 การพิจารณาผลลัพธ์ ถ้าจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าเป็นจำนวนเต็มบวก ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนเต็มบวก ถ้าจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าเป็นจำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนเต็มลบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ $19 + (-10)$

วิธีทำ ขั้นที่ 1 เนื่องจาก $|19| > |-10|$ ดังนั้นจึงทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned} |19 + (-10)| &= |19| - |-10| \\ &= 19 - 10 \\ &= 9 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 เนื่องจาก $|19| > |-10|$ และ 19 เป็นจำนวนเต็มบวก ผลบวกจึงเป็นจำนวนเต็มบวก

ดังนั้น $19 + (-10) = 9$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $-28 + 15$

วิธีทำ ขั้นที่ 1 เนื่องจาก $|-28| > |15|$ ดังนั้นจึงทำดังนี้

$$\begin{aligned} |-28 + 15| &= |-28| - |15| \\ &= 28 - 15 \\ &= 13 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 เนื่องจาก $|-28| > |15|$ และ -28 เป็นจำนวนเต็มลบ ผลบวกจึงเป็นจำนวนเต็มลบ

$$\text{ดังนั้น } -28 + 15 = -13$$

ข้อ 2 วิธีที่ 2 การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบโดยใช้คุณสมบัติของการบวก

จำนวนเต็ม (The National Council of Teachers of Mathematics. 1974 : 30)

ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ $19 + (-10)$

วิธีทำ เนื่องจาก $19 = 9 + 10$

$$\text{ดังนั้น } 19 + (-10) = (9 + 10) + (-10)$$

$$= 9 + [10 + (-10)]$$

โดยคุณสมบัติการ
เปลี่ยนกลุ่มได้ของการ
บวกจำนวนเต็ม

$$= 9 + 0$$

โดยคุณสมบัติอินเวอร์ส
การบวกของการบวก
จำนวนเต็ม

$$= 9$$

โดยคุณสมบัติเอกลักษณ์
การบวกของการบวก
จำนวนเต็ม

$$\text{นั่นคือ } 19 + (-10) = 9$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $-28 + 15$

วิธีทำ เนื่องจาก $-28 = (-13) + (-15)$

$$\text{ดังนั้น } -28 + 15 = [(-13) + (-15)] + 15$$

$$= (-13) + [(-15) + 15]$$

โดยคุณสมบัติการ
เปลี่ยนกลุ่มใดของ
การบวกจำนวนเต็ม
โดยคุณสมบัติอินเวอร์ส
การบวกของการบวก
จำนวนเต็ม
โดยคุณสมบัติเอกลักษณ์

$$= -13$$

การบวกของการบวก
จำนวนเต็ม

$$\text{นั่นคือ } -28 + 15 = -13$$

จากวิธีการหาผลบวกของจำนวนเต็มทั้งสองวิธีนี้ จะเห็นว่า วิธีที่ 1 ต้องอาศัยค่าสัมบูรณ์มาใช้ในการคำนวณ ซึ่งจากประสบการณ์ของผู้วิจัยพบว่านักเรียนมักจะเกิดความสับสนกันระหว่างค่าสัมบูรณ์กับจำนวนตรงข้าม จึงทำให้การคำนวณผิดพลาดได้ง่าย วิธีนี้อาจเป็นวิธีที่ดีสำหรับนักเรียนที่เรียนเก่ง หรือนักเรียนที่มีความจำดี เพราะว่าถ้านักเรียนจำขั้นตอนของการทำได้ นักเรียนก็จะสามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว โดยที่นักเรียนอาจไม่เข้าใจว่าทำไมจึงทำอย่างนั้น ส่วนวิธีที่ 2 ใช้คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มมาช่วยในการหาผลบวก โดยไม่ได้ใช้เรื่องของค่าสัมบูรณ์ ซึ่งนอกจากจะเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักนำคุณสมบัติพื้นฐานมาใช้แล้ว ยังจะเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ย้อนกลับได้ เช่น นักเรียนต้องวิเคราะห์ย้อนกลับว่า -28 มาจากจำนวนอะไรบวกกันบ้าง ผู้วิจัยจึงมีความคิดเห็นว่าในระยะแรกนักเรียนเรียนเกี่ยวกับเรื่องนี้ วิธีที่ 2 จะให้ประโยชน์แก่นักเรียนมากกว่า ผู้วิจัยจึงสร้างบทเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม โดยอาศัยแนวความคิดในวิธีที่ 2 เป็นบทเรียนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

เอกสารทางจิตวิทยา

บุญมา จาริก (บุญมา จาริก 2524 : 15-18) ได้กล่าวถึงพัฒนาการทางสติปัญญา เพื่อดูให้เห็นว่ารูปแบบของความคิดของเด็กที่โตแล้วไม่เหมือนกับรูปแบบของความคิดของเด็กเมื่อยังเล็กอยู่ เฉพาะอย่างยิ่งรูปแบบของความคิดทางตรรกศาสตร์ ท่านผู้นี้ได้พัฒนาขึ้นของโอเปอเรชันทางสมองขึ้น โดยขึ้นดังกล่าวขึ้นขึ้นอยู่กับความจริงของความสามารถในการคิดทางตรรกศาสตร์ของแต่ละบุคคลเป็นสำคัญ มีชื่อว่า "ขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญา" ขั้นที่สำคัญมี 4 ขั้นดังนี้

1. ขั้นไขประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (sensory - motor stage) เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 0 - 2 ปี ซึ่งเป็นช่วงที่เด็กปะทะสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมโดยใช้ประสาทสัมผัสและกล้ามเนื้อเป็นส่วนใหญ่ เช่น การดูดนม รื้อผ้าปากสัมผัส การเลื้อยคลาน เมื่อมีแสงสว่างเป็นต้น เด็กจะพัฒนาความสามารถในการรับรู้ขึ้นเรื่อย ๆ ในตอนปลายของขั้นนี้เด็กสามารถสร้างรูปแบบของการกระทำขึ้นใหม่โดยไม่เหมือนกับที่เคยกระทำ เด็กจะสามารถสร้างสื่อใหม่ทางสมองและมีพฤติกรรมอย่างใหม่เกิดขึ้น เช่น การเลียนแบบรูปแบบใหม่ที่ชอบ โดยไม่ต้องลองผิดลองถูก การเลียนแบบวัตถุสิ่งของต่าง ๆ และการเลียนแบบสิ่งที่พ้นสายตาไป

2. ขั้นก่อนคิดเป็นแบบแผน (pre - operational stage) เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 2 - 7 ปี ในตอนต้นของขั้นนี้เด็กจะเรียนรู้โลกรอบ ๆ ตัวโดยใช้ภาษาและใช้สายตาในการสำรวจคุณสมบัติทางกายภาพ ความคิดของเขาในระยะนี้ไม่ไ้มองอะไรในรูปทั่วไป และการสรุปของเขาจะเป็นการสรุปผลชนิดทรานสดักชัน (transduction) ซึ่งเป็นการสรุปผลจากกรณีเฉพาะหนึ่งไปยังกรณีเฉพาะอีกอย่างหนึ่ง เช่น เด็กเคยเห็นคนที่ถูกตัดขาและต่อมาทราบว่าเขาป่วย ครั้นเด็กทราบว่าอาการเขาดีขึ้นแล้ว เด็กจะมีคำถามว่า "ถ้าเขาหายป่วยแล้ว เขาจะไ้ขาขึ้นมาไหม" ดังนั้นในตอนปลายของพัฒนาการขั้นนี้เด็กจะเริ่มมีความคิดทางตรรกศาสตร์ ซึ่งเป็นรูปแบบทางตรรกศาสตร์ของความคิดที่มีทิศทางเดียว นอกจากนี้ความคิดของเด็กจะไ้มีการเปลี่ยนแปลง คือไม่คิดถึงเหตุการณ์ที่เปลี่ยนแปลงเป็นลำดับไป แต่จะคิดจากสถานการณ์หนึ่งไปอีกสถานการณ์หนึ่งเลยเป็นต้น

3. ขั้นคิดเป็นรูปธรรม (concrete operational stage) เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 7 - 11 ปี เด็กในวัยนี้จะสามารถพัฒนาโอเปอเรชันทางสมองได้

11 มกราคม 2563

หลายอย่าง เด็กจะสามารถคิดโดยใช้การปฏิบัติการ ซึ่งทำให้สามารถใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ แต่ลักษณะของปัญหามustเป็นรูปธรรม ส่วนในทางจิตศาสตร์เด็กเริ่มมีความสามารถที่จะกระทำโอเปอเรชันทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เขาสามารถเข้าใจจำนวนอย่างแท้จริงได้ โอเปอเรชันที่สำคัญและเป็นลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือ การกิดย้อนกลับ การรวมกลุ่ม และการหาความสัมพันธ์

4. ขั้นเกิดเป็นแบบแผน (formal operational stage) เด็กที่มีพัฒนาการอยู่ในขั้นนี้อยู่ในช่วงอายุ 11 - 14 ปี เด็กในขั้นนี้มีแบบของการให้เหตุผลที่เป็นระบบและเกี่ยวข้องกับขบวนการที่ซับซ้อน โอเปอเรชันต่าง ๆ ไม่จำกัดขอบเขตว่ากระทำกับวัตถุเท่านั้น หากกระทำกับโอเปอเรชันอื่น ๆ ได้ ผลของพัฒนาการที่เกิดขึ้นทำให้เด็กที่อยู่ในขั้นนี้สามารถแก้ปัญหาทุก ๆ รูปแบบ โดยมีโอเปอเรชันทางตรรกศาสตร์ระดับสูงเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ

ลักษณะของการคิดเป็นแบบแผนของเด็กในขั้นนี้โดยย่อมีดังนี้

1. เด็กสามารถให้เหตุผลที่เป็นนามธรรม เขาเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ และสามารถหาความสัมพันธ์ของการคิดเป็นนามธรรมที่ซับซ้อนได้

2. เด็กในช่วงอายุนี้เมื่อเผชิญปัญหาเขาจะตั้งสมมติฐานขึ้น แล้วหาข้อสรุปจากสมมติฐานต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ และเขายังสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลจากสมมติฐานได้

3. ลักษณะของการคิดในขั้นนี้ ขบวนการคิดของเด็กจะค่อย ๆ เป็นอิสระจากกิจกรรมที่ใช้ประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว เด็กวัยนี้นอกจากจะคิดถึงสิ่งต่าง ๆ ในปัจจุบันแล้ว เด็กยังสามารถคิดคำนึงถึงสังคมในอนาคต และยังสามารถจินตนาการเหตุการณ์บางอย่างโดยไม่ต้องกระทำจริง ๆ ได้ ลักษณะการคิดที่สำคัญของเด็กในวัยนี้คือ การคิดสะท้อน เนื่องจากเขามีข้อมูลเก็บไว้ในสมองมาก สามารถกระทำโอเปอเรชันกับข้อมูลเหล่านั้น และสามารถแก้ปัญหาได้

4. เด็กในขั้นนี้สามารถใช้ตรรกศาสตร์ของการรวม นั่นคือ เขาสามารถแก้ปัญหาโดยใช้การรวม หรือองค์ประกอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด

5. ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วนของเด็กในขั้นนี้ ถึงแม้จะไม่มีการสอนมาก่อนแต่เขาก็สามารถคิดคำนวณหาคำตอบของปัญหาเกี่ยวกับสัดส่วนและอัตราส่วนได้

6. เด็กในขั้นนี้มีความสามารถในการควบคุมตัวแปร คือสามารถควบคุมองค์ประกอบต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาการทดลองที่ซับซ้อนได้

7. เด็กในชั้นนี้จะยอมรับสิ่งต่าง ๆ โดยใช้ความคิดของตนเอง เราจะตระหนักถึงกฎเกณฑ์ต่าง ๆ มากขึ้น และการตัดสินใจของเขาจะออกมาอย่างถูกต้องมากขึ้น

8. เด็กชั้นนี้จะเข้าใจเกี่ยวกับเวลาและสเปซมากขึ้น เขาสามารถคิดถึงเวลาในช่วงยาว ๆ หรือสถานที่ที่ไกลออกไปได้

9. เด็กในชั้นนี้สามารถสร้างและประยุกต์ทฤษฎีนามธรรมได้

10. เด็กในชั้นนี้จะพัฒนาความคิดเกี่ยวกับอุดมคติ เมตตะณะของเขา ทั้งนี้เพราะเขาสามารถใช้มุมมองของตนเองในการคิดให้เหตุผลต่าง ๆ ได้

การนำแนวความคิดของเพียเจต์ไปใช้ในการศึกษา

ดูว์นมา อุทัยรัตน์ (ดูว์นมา อุทัยรัตน์ 2525 : 102-110) ได้สรุปแนวความคิดของเพียเจต์เกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาที่อาจนำไปใช้ในการศึกษาได้ดังนี้

1. ด้านการประเมินผลศักยภาพทางเชาว์ปัญญา เรื่องนี้เราเปรียบเทียบได้จากระดับอายุของเด็ก เช่น เด็กที่สี่ขวบจะรับรู้เกิดเป็นรูปธรรมแต่สามารถคิดในสิ่งที่ป็นนามธรรมเหมือนเด็กในชั้นคิดเป็นแบบแผนได้ แสดงว่าเด็กคนนั้นจะพัฒนาการทางสติปัญญามากกว่าปกติ ในทางตรงกันข้าม หากเด็กคนนั้นยังไม่สามารถที่จะบอกเลขได้หรือไม่สามารถจะถอยย้อนกลับได้เหมือนเด็กอื่น ๆ ในระยะเดียวกัน เราก็อาจสรุปได้ว่าเด็กคนนั้นจะพัฒนาการทางสติปัญญาช้ากว่าปกติ

2. ด้านการเรียนรู้ เพียเจต์เชื่อว่ามนุษย์เราจะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้เพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับพัฒนาการทางสติปัญญาของเราเอง

3. ด้านการประเมินผลการเรียน จากแนวความคิดของเพียเจต์ทำให้ทราบว่า การวัดผลเด็กในวัยต่าง ๆ จำเป็นต้องคำนึงถึงพัฒนาการทางสติปัญญาและการคิดของเด็กแต่ละวัย เด็กที่อยู่ในชั้นต้น เช่น ชั้นไข่มุกประสาธน์ สี่ ควรวัดผลจากการกระทำหรือกิจกรรมที่แสดงออกตรงข้ามกับการวัดผลของเด็กในชั้นคิดเป็นแบบแผน จะต้องวัดการใช้เหตุผลที่ลึกซึ้งมากขึ้น

4. ด้านการจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตร ซึ่งมีความสำคัญมากในการจัดการศึกษา การให้แนวความคิดของเพียเจต์ในการจัดลำดับเนื้อหาในหลักสูตร เช่น หลักสูตรของเด็กเล็กจะต้องอยู่ในลักษณะที่เป็นกิจกรรมต่อเนื่อง ๆ ตัวเด็ก เพราะพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กวัยนี้อยู่ในขั้นไข่มุกประสาธน์ สี่ เด็กที่อยู่ในชั้นสูงขึ้นไป เช่น ชั้นคิดเป็นรูปธรรม หรือชั้นคิดเป็นแบบแผน ควรจะให้เรียนในสิ่งที่มีความนามธรรมและทฤษฎีให้มากขึ้น

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องนั้น สุภาพร ศักดิ์ศิริชัยศิลป์ (สุภาพร ศักดิ์ศิริชัยศิลป์ 2514 : 49) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนเรื่องจำนวนเต็มลบของนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ม.2 ปัจจุบัน) พบว่านักเรียนสามารถเรียนเรื่องการบวก และการลบจำนวนเต็มลบได้ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และถ้าใช้คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มทดลองเป็นเกณฑ์ตัดสิน พบว่าควรสอนการบวกและการลบจำนวนเต็มลบในระดับชั้น ประถมศึกษาปีที่ 7 (ม.1 ปัจจุบัน) จึงจะเหมาะสมที่สุด

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีศักดิ์สุวรรณวิทยา อำเภอบางระจัน จังหวัดสิงห์บุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526 เลือกโดยวิธีสุ่มอย่างง่าย โดยสุ่มนักเรียนมาจำนวน 1 ห้องเรียน จากนักเรียนทั้งหมด 5 ห้องเรียน ได้จำนวนนักเรียน 40 คน ทำการทดลองสอนจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และผู้วิจัยเป็นผู้สอน

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. บทเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องจำนวนเต็มลบ ตามหลักสูตร ก 102 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และเรื่องระบบจำนวนเต็ม ตามหลักสูตร ก 203 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

1.2 สร้างบทเรียนโดยใช้เนื้อหาบางส่วนในข้อ 1.1 โดยมีจุดประสงค์แยกตามเนื้อหาดังต่อไปนี้

เนื้อหา

1. จำนวนเต็มบวกและศูนย์

จุดประสงค์

- 1.1 ให้นักเรียนสามารถเขียนเซตของจำนวนเต็มบวกได้
- 1.2 ให้นักเรียนบอกได้ว่าศูนย์เป็นจำนวนเต็ม
- 1.3 ให้นักเรียนสามารถเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มบวกได้
- 1.4 ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับศูนย์ได้
- 1.5 ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของศูนย์กับศูนย์ได้

<u>เนื้อหา</u>	<u>จุดประสงค์</u>
2. จำนวนเต็มลบ	2.1 ใ้ให้นักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์และเรียกชื่อของจำนวนเต็มลบได้ 2.2 ใ้ให้นักเรียนสามารถเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มลบได้ 2.3 ใ้ให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบจำนวนเต็มลบได้และบอกได้ว่าไม่มีจำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุด
3. จำนวนตรงข้าม	3.1 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใด ๆ ได้ 3.2 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มใด ๆ กับจำนวนตรงข้ามของมันได้
4. คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม	4.1 ใ้ให้นักเรียนสามารถบอกคุณสมบัติปิดของการบวกจำนวนเต็มได้ 4.2 ใ้ให้นักเรียนสามารถบอกคุณสมบัติการสลับที่ของการบวกจำนวนเต็มได้ 4.3 ใ้ให้นักเรียนสามารถบอกคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการบวกจำนวนเต็มได้ 4.4 ใ้ให้นักเรียนสามารถบอกเอกลักษณ์การบวกของการบวกจำนวนเต็มได้ 4.5 ใ้ให้นักเรียนสามารถบอกอินเวอร์สการบวกของการบวกจำนวนเต็มได้
5. การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก	5.1 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกโดยอาศัยเส้นจำนวนได้ 5.2 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกโดยอาศัยมนิมติของการบวกจำนวนเต็มได้ 5.3 เมื่อกำหนดจำนวนเต็มบวกใ้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าจำนวนนั้นเป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกใ้ใดบ้าง

<u>เนื้อหา</u>	<u>จุดประสงค์</u>
6. การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ	6.1 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มลบโดยอาศัยเส้นจำนวนได้ 6.2 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มลบโดยอาศัยมโนคติของการบวกจำนวนได้ 6.3 เมื่อกำหนดจำนวนเต็มลบใ้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าจำนวนนั้นเป็นผลบวกของจำนวนเต็มลบคู่ใดบ้าง
7. การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน	7.1 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน โดยอาศัยเส้นจำนวนได้ 7.2 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน โดยอาศัยคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มได้
8. การลบจำนวนเต็ม	8.1 ใ้ให้นักเรียนสามารถบอกนิยามของการลบจำนวนเต็มได้ 8.2 ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการลบจำนวนเต็มได้โดยใช้นิยามและคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม 1.3 นำบทเรียนที่สร้างขึ้นตามข้อ 1.2 เสนอให้กรรมการควบคุมประกันคุณภาพนิพนธ์ตรวจและแก้ไข 1.4 นำบทเรียนที่แก้ไขตามข้อ 1.3 แล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เป็นกลุ่มย่อยและรายบุคคล เพื่อหาข้อบกพร่องของบทเรียน เช่น การใช้ภาษาลำดับชั้นของการเสนอเนื้อหา ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียน แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขครั้งที่ 1 1.5 นำบทเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขครั้งที่ 1 ตามข้อ 1.4 แล้วไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มย่อยกลุ่มใหม่ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่อง และปรับปรุงแก้ไขครั้งที่ 2 1.6 นำบทเรียนที่ปรับปรุงแก้ไขครั้งที่ 2 ตามข้อ 1.5 แล้วเสนอต่อกรรมการควบคุมประกันคุณภาพเพื่อตรวจสอบ ปรับปรุงและแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง บทเรียนที่ได้เป็นบทเรียนที่จะนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งสร้างเป็นแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และเติมคำ จุดประสงค์ละ 4 ข้อ นำไปให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และมัธยมศึกษาปีที่ 2 พิจารณาความเหมาะสม ปรับปรุงแก้ไข แล้วนำเสนอกรรมการควบคุม ปรินซิพัลตรวจสอบและแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง เพื่อนำไปทดสอบในระหว่างการศึกษาทดลอง

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

3.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม แบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.2 นำแบบทดสอบไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนอินทบุรี อำเภอนิคมพัฒนา จังหวัดสิงห์บุรี จำนวน 49 คน โรงเรียนศรีศักดิ์สุวรณวิทยา อำเภอบางระจัน จังหวัดสิงห์บุรี จำนวน 41 คน โรงเรียนห้วยคตราชูราษฎร์รังสฤษดิ์ อำเภอนันทา จังหวัดชัยนาท จำนวน 75 คน รวมทั้งหมด 165 คน

3.3 วิเคราะห์ข้อสอบ โดยนำข้อมูลที่ไดจากการทดสอบในข้อ 3.2 มาตรวจให้คะแนน ข้อที่เลือกตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน

3.3.1 วิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อ ตามหลักการตัด 27 % กลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ (ชวาล เพ็ชรกุล 2518 : 300-323) ใช้ตารางสำเร็จรูปของ จุง เทห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6-32) เพื่อเลือกข้อสอบที่มีความยากง่าย (p) ระหว่าง .20 - .80 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ผลปรากฏว่าเลือกข้อสอบจำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีความยากง่ายระหว่าง .20 - .72 และค่าอำนาจจำแนกระหว่าง .21 - .70 เป็นข้อสอบสำหรับการทดลองครั้งนี้

3.3.2 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR - 20 ของ กูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Ferguson. 1976 : 428) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.92

3.3.3 หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Ferguson. 1976 : 432) ได้ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.2655

แผนการทดลองสอนรายคาบ (คาบละ 50 นาที)

คาบที่	เนื้อหาที่สอน
1	จำนวนเต็มบวกและศูนย์
2	จำนวนเต็มลบ
3	จำนวนตรงข้าม
4	คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม
5	การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก
6	การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ
7	การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน
8	การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน (ต่อ)
9	การลบจำนวนเต็ม
10	การลบจำนวนเต็ม (ต่อ)

การดำเนินการทดลอง

- ทดลองสอนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้บทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาสอน 10 คาบ ตามแผนการทดลองสอนข้างต้น ในระหว่างการทดลองจะทำการทดสอบตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแต่ละเนื้อหา โดยถือว่าผู้ที่ได้คะแนน 80 % ขึ้นไป หรือตอบถูก 3 ข้อใน 4 ข้อของ แต่ละจุดประสงค์ จึงจะผ่านจุดประสงค์นั้น และมีการสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่สอบไม่ผ่าน แต่ละจุดประสงค์ โดยสอนเป็นกลุ่ม หรือรายบุคคลขึ้นอยู่กับจำนวนนักเรียนที่ไม่ผ่านในแต่ละจุดประสงค์
- ภายหลังจากการทดลองสอนแล้ว นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและวิเคราะห์แล้ว มาทดสอบ

3. วิเคราะห์ผลจากการทดสอบ

การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ข้อที่เลือกตอบถูกต้อง ให้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบในแต่ละข้อ ให้ 0 คะแนน นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมาแบ่งเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยถือว่าผู้ที่ได้คะแนน 50 % ขึ้นไปเป็นกลุ่มสูง และผู้ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 50 % เป็นกลุ่มต่ำ

วิเคราะห์โดยใช้ตัวสถิติทดสอบ χ^2

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คำนวณจากสูตร

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[\frac{s_x^2 - \sum pq}{s_x^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทนความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

n แทนจำนวนข้อสอบของแบบทดสอบ

p แทนอัตราส่วนของคนที่ตอบถูกในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

q แทนอัตราส่วนของคนที่ตอบผิดในแต่ละข้อของแบบทดสอบ

s_x^2 แทนความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

2. การหาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการวัด คำนวณจากสูตร

$$S_e = S_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ S_e แทนความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_x แทนความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

r_{tt} แทนความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

3. การทดสอบ χ^2 กำหนดจากสูตร

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

เมื่อ χ^2 แทนตัวสถิติทดสอบไคสแควร์
 O แทนความถี่ที่ได้จากการสังเกต
 E แทนความถี่ที่คาดหวัง

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบกลุ่มทดลองด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม จำนวน 30 ข้อ ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนมาแบ่งเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยถือว่าผู้ที่ได้คะแนน 50 % ขึ้นไปเป็นกลุ่มสูง และผู้ที่ได้คะแนนต่ำกว่า 50 % เป็นกลุ่มต่ำ
ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 จำนวนนักเรียนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ

กลุ่มทดลอง	จำนวนนักเรียน
กลุ่มสูง	33
กลุ่มต่ำ	7

2. ทดสอบประสิทธิภาพของการเรียนและการสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม
ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ตัวสถิติทดสอบ χ^2 ของการทดลองสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม

กลุ่มทดลอง	O	E	χ^2
กลุ่มสูง	33	20	16.90
กลุ่มต่ำ	7	20	

$$\chi^2_{(.01;1)} = 6.635$$

จากตาราง 2 เพราะว่า $16.90 > 6.635$ เพราะฉะนั้นการทดสอบมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แสดงว่าจำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำมีความแตกต่างกัน และเพราะว่าจำนวนนักเรียนในกลุ่มสูง (33 คน) มากกว่าจำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำ (7 คน) ดังนั้นจากกลุ่มทดลองกลุ่มนี้สามารถจะกล่าวได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาการเรียนรู้และการสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีศักดิ์สุวรรณวิทยา อำเภอบางระจัน จังหวัดสิงห์บุรี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2526 จำนวน 40 คน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

2.1 บทเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.2 แบบทดสอบตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม จุดประสงค์ละ 4 ข้อ ทั้งหมด 100 ข้อ ซึ่งสร้างเป็นแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และแบบเติมคำตอบ

2.3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ .92 จากความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.2655

3. วิธีดำเนินการทดลอง

3.1 ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยใช้บทเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาในการสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที ในขบวนการสอนมีการทดสอบตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแต่ละเนื้อหา และสอนซ่อมเสริมสำหรับนักเรียนที่ไม่ผ่านแต่ละจุดประสงค์

3.2 เมื่อเสร็จสิ้นการทดลองสอนแล้วทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ใช้เวลาในการทดสอบ 50 นาที

สรุปผลการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่สามารถเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .01 ซึ่งหมายความว่าความเชื่อมั่นของผลการทดลองครั้งนี้เท่ากับ 99 %

อภิปรายผล

ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่สามารถเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

1. การทดลองสอนนั้นสอนตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนไม่ผ่านจุดประสงค์เหล่านั้น ก็มีการสอนซ่อมเสริม ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่เรียนเป็นอย่างดี
2. บทเรียนและขบวนการสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มดังกล่าวเน้นให้นักเรียนเข้าใจนิมิตพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนเต็มเพียงพอ
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่มีพัฒนาการทางสติปัญญาในระดับที่มีความพร้อมพอที่จะเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มได้
4. นักเรียนส่วนใหญ่มีความสนใจและตั้งใจเรียนดี ซึ่งจะเห็นได้จากเมื่อแจกบทเรียนให้ลองหัด นักเรียนจะอ่านและทำแบบฝึกหัดมากก่อนที่จะมีการเรียนการสอนในห้องเรียน และมีการซักถามเมื่อไม่เข้าใจ

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ส่วนใหญ่สามารถเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นจึงควรจะนำเรื่องดังกล่าวไปสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้

1.2 ในการเรียนการสอน ครูผู้สอนควรมีสิ่งที่ต่างไปจากหนังสือเรียนปกติมาประกอบการเรียนการสอนเพื่อสร้างความสนใจของนักเรียน

1.3 ครูผู้สอนที่ประสบปัญหาเกี่ยวกับการใช้คำสั่งบูรณของนักเรียน ควรจะสอนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็มโดยอาศัยคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มควบคู่กันไป เพื่อให้ให้นักเรียนเข้าใจและมีมโนคติเกี่ยวกับการบวกจำนวนเต็ม

1.4 เมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของข้อทดสอบในแต่ละจุดประสงค์พบว่า นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยต่ำมากในบางจุดประสงค์ โดยเฉพาะจุดประสงค์ที่ 7.2, 8.1 และ 8.2 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่านักเรียนยังจำบทนิยามและคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มไม่ได้ แต่เมื่อได้สอนซ่อมเสริมแล้วนักเรียนก็มีความเข้าใจและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ฉะนั้นในการสอนเรื่องนี้ครูผู้สอนควรเน้นบทนิยาม และคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มให้มากขึ้น

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรทำการวิจัยเรื่องนี้ซ้ำอีก โดยใช้กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยให้มีขนาดใหญ่ขึ้น และมีขอบเขตกว้างขวางยิ่งขึ้น

2.2 ควรทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม โดยใช้คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มกับใช้คำสั่งบูรณ

2.3 ควรทำการวิจัยให้ครอบคลุมทั้งเรื่องการบวก การลบ การคูณและการหาร

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ชวาล เพรตกุล เทคนิคการวัดผล พิมพ์ครั้งที่ 6 วัฒนาพานิช 2518, 434 หน้า
- ทวีชัย สิทธิธร การศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องกรุป (Group) เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปรินญาณินท์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร 2516, 87 หน้า
- อัสสำเนา
- บุญมา จาริก มโนภาพของคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาและกิจกรรมประกอบการสอน ม.ป.ท. 2523, 244 หน้า
- _____ เพียเจต (Piaget) และคณิตศาสตร์ ม.ป.ท. 2524, 173 หน้า
- เมธี ลิ้มอักษร แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา 2520, 117 หน้า
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ความคิดเห็นเกี่ยวกับหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เอกสารพิมพ์แจก 2524, ไม่มีเลขหน้า
- _____ คู่มือการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2521, 146 หน้า
- _____ คู่มือการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2521, 189 หน้า
- _____ แบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2521, 141 หน้า
- _____ แบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 1 โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2522, 189 หน้า
- _____ รายงานการประเมินผลการเยี่ยมโรงเรียนในโครงการติดตามผลการใช้หลักสูตรวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2523 รายงานการวิจัยอันที่ 1/2524, 42 หน้า
- สุชาติ รัตนกุล "วิธีสอนคณิตศาสตร์" ตำราชุดครู ป.กศ. โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2515, 184 หน้า

สุภาพร สักคีศิริชัยศิลป์ การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนเรื่องจำนวนเต็มลบ ของ
นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปริญญาโท กศ.ม.

วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2514, 82 หน้า อัดสำเนา

สุวัฒนา จุฑิยรัตน์ "สมรรถภาพของครูคณิตศาสตร์" เอกสารการสอนชุดวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์
เล่ม 1 หน่วยที่ 3 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช 2525,
340 หน้า

อรพินท์ เจริญพงษ์ วิจัยทางสถิติ : การทดสอบสมมติฐาน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร 2525, 187 หน้า

อุวาทิ จันทระณธิ แฉะนิรมล แจ่มจำรัส "การนำหลักสูตรคณิตศาสตร์ไปใช้ในโรงเรียน"
เอกสารการสอนชุดวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ เล่ม 1 หน่วยที่ 2 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช 2525, 340 หน้า

Bruner, Jerome S. The Process of Education. Harward U Press, 1960.
97 p.

Copeland, Richard W. How Children Learn Mathematics. London,
The Macmillan Company, 1970. 310 p.

Fan, Chung Teh. Item Analysis Table. Princeton, New Jersey,
Educational Testing Service, 1952. 32 p.

Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education.
4 th. ed., Tokyo, McGraw - Hill Book Company, 1976. 529 p.

The National Council of Teachers of Mathematics. More Topics in
Mathematics. 2 nd. ed., Virginia, 1974. 584 p.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การวิเคราะห์ข้อมูล

ค่าความยาว (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อที่	p	r
1	.31	.55
2	.37	.43
3	.72	.26
4	.62	.40
5	.45	.47
6	.20	.29
7	.65	.43
8	.50	.34
9	.45	.44
10	.55	.34
11	.31	.21
12	.39	.58
13	.72	.57
14	.64	.63
15	.50	.52

ข้อที่	p	r
16	.55	.55
17	.65	.38
18	.69	.70
19	.52	.69
20	.56	.64
21	.58	.50
22	.60	.63
23	.63	.68
24	.54	.53
25	.54	.61
26	.52	.49
27	.48	.42
28	.61	.58
29	.52	.59
30	.58	.65

ค่า p ค่า q และค่า $\sum pq$ ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ข้อ ข้อที่	p	q	pq
1	.33	.67	.2211
2	.32	.68	.2176
3	.75	.25	.1875
4	.65	.35	.2275
5	.48	.52	.2496
6	.24	.76	.1824
7	.68	.32	.2176
8	.50	.50	.2500
9	.47	.53	.2491
10	.50	.50	.2500
11	.32	.68	.2176
12	.43	.57	.2451
13	.72	.28	.2016
14	.61	.39	.2379
15	.50	.50	.2500

ข้อ ข้อที่	p	q	pq
16	.54	.46	.2484
17	.67	.33	.2211
18	.64	.36	.2304
19	.48	.52	.2496
20	.48	.52	.2496
21	.53	.47	.2491
22	.56	.44	.2464
23	.64	.36	.2304
24	.48	.52	.2496
25	.45	.55	.2475
26	.43	.57	.2451
27	.41	.59	.2419
28	.47	.53	.2491
29	.41	.59	.2419
30	.51	.49	.2499

$$\sum pq = 7.0546$$

การคำนวณหาความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบนักเรียน 165 คน

x	f	fx	x^2	fx^2
49	1	49	2401	2401
47	1	47	2209	2209
46	2	92	2116	4232
45	1	45	2025	2025
44	3	132	1936	5808
43	1	43	1849	1849
42	7	294	1764	12348
41	1	41	1681	1681
40	6	240	1600	9600
39	6	234	1521	9126
38	6	228	1444	8664
37	4	148	1369	5476
36	2	72	1296	2592
35	3	105	1225	3675
34	9	306	1156	10404
33	7	231	1089	7623
32	8	256	1024	8192
31	9	279	961	8649
30	5	150	900	4500
29	7	203	841	5887
28	8	224	784	6272
27	4	108	729	2916

x	f	fx	x^2	fx^2
26	8	208	676	5408
25	6	150	625	3750
24	8	192	576	4608
23	6	138	529	3174
22	7	154	484	3388
21	4	84	441	1764
20	9	180	400	3600
19	5	95	361	1805
18	4	72	324	1296
17	3	51	289	867
16	2	32	256	512
15	1	15	225	225
13	1	13	169	169
รวม	165	4911		156695

$$\begin{aligned}
 S_x^2 &= \frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{(165)(156695) - (4911)^2}{(165)(165-1)} \\
 &= \frac{1736754}{27060} \\
 &= 64.1815
 \end{aligned}$$

ดังนั้นความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบเท่ากับ 64.18

การคำนวณหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left[\frac{S_x^2 - \sum pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{30}{29} \left[1 - \frac{7.0546}{64.1815} \right] \\
 &= \frac{26.7025}{29} \\
 &= 0.92
 \end{aligned}$$

ดังนั้นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม มีความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.92

การคำนวณหาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

$$\begin{aligned}
 S_e &= S_x \sqrt{1 - r_{tt}} \\
 &= \sqrt{64.1815} \sqrt{1 - .92} \\
 &= (8.0113)(0.2328) \\
 &= 2.2655
 \end{aligned}$$

ดังนั้นความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.2655

การทดสอบสมมติฐาน

สมมติฐานคือ

$$H_0 : p = \frac{1}{2}$$

$$H_a : p \neq \frac{1}{2}$$

$$\alpha = .01$$

ตัวสถิติทดสอบ $\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$

$$= \frac{(33 - 20)^2}{20} + \frac{(7 - 20)^2}{20}$$

$$= \frac{338}{20}$$

$$= 16.90$$

จากตารางไคสแควร์ได้ว่า

$$\chi^2_{(.01;1)} = 6.635$$

เพราะว่า $16.90 > 6.635$

เพราะฉะนั้น ปฏิเสธ H_0

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบที่ใช้ในการวิจัย

ข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องการบวกและการลบจำนวนเต็ม

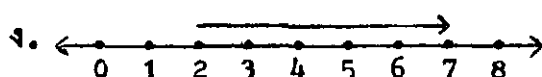
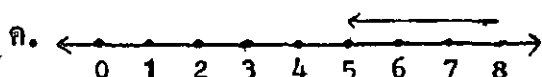
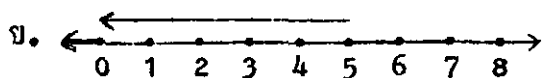
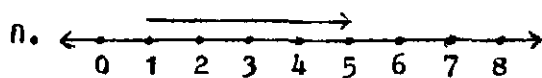
คำชี้แจง

1. ข้อสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ทั้งหมดมี 4 หน้า จำนวน 30 ข้อ เวลา 50 นาที
2. อย่าขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในกระดาษคำถาม
3. ให้ทำเครื่องหมาย ☒ ลงในช่อง ☐ ให้ตรงกับตัวเลือกที่ถูกต้องในกระดาษคำตอบ

ตัวอย่าง	วิธีตอบ
00. $2 + 5$ มีค่าเท่ากับข้อใด	ถ้านักเรียนเลือกข้อ ข ให้ทำดังนี้
ก. 6	ก ข ค ง
ข. 7	00 ☐ ☒ ☐ ☐
ค. 8	ถ้าต้องการเปลี่ยนมาเลือกข้อ ง ให้ทำดังนี้
ง. 9	ก ข ค ง
	00 ☐ ☒ ☐ ☒

4. ควรระวังในการทำเครื่องหมายให้ตรงกับข้อคำถามนั้น ๆ
5. ไม่ควรเสียเวลาในการทำข้อใดข้อหนึ่งนานเกินไป ถ้าเห็นว่าคิดไม่ออก ควรข้ามไปทำข้ออื่น ๆ ก่อน เมื่อมีเวลาพอค่อยกลับมาคิดใหม่
6. ตรวจทานอีกครั้งหนึ่ง ก่อนส่ง
7. ให้ส่งกระดาษคำถามพร้อมกับกระดาษคำตอบ

1. รูปในข้อใดแทนจำนวน 5



2. ข้อใดคือเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่าเจ็ด

ก. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ข. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ค. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

ง. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

3. จำนวนที่น้อยกว่า -4 อยู่ 3 คือจำนวนใด

ก. 7

ข. 1

ค. -1

ง. -7

4. จำนวนเต็มลบที่มีค่าน้อยที่สุดคือข้อใด

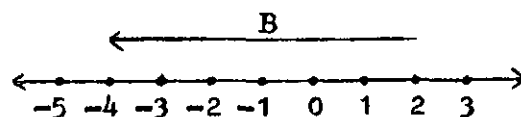
ก. 0

ข. -1

ค. -10,000

ง. ไม่มี

5. จากรูป



ลูกศร B แทนจำนวนอะไร

ก. 2

ข. -2

ค. -4

ง. -6

6. จำนวนตรงข้ามของ $-(-9)$ คือข้อใด

ก. 0

ข. 9

ค. -9

ง. $-(-9)$

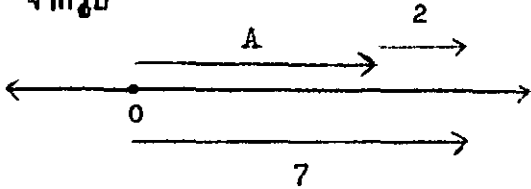
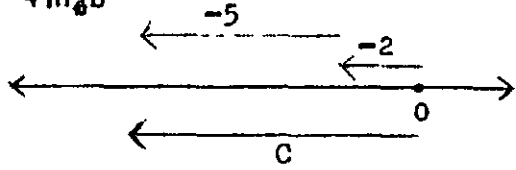
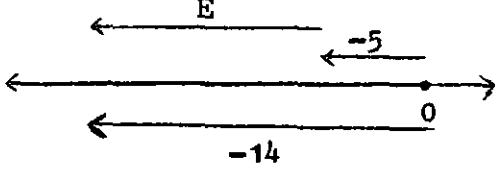
7. ถ้า $a + 5 = 0$ แล้วค่าของ a คือข้อใด

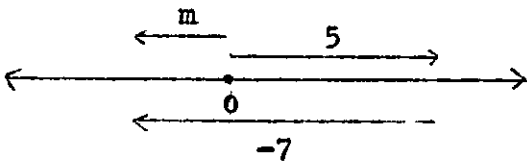
ก. 0

ข. 5

ค. -5

ง. ไม่มีค่าของ a ที่เป็นจำนวนเต็ม

8. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ $a + b = c$ แล้ว c เป็นจำนวนชนิดใด ก. จำนวนเต็ม ข. จำนวนเต็มบวก ค. จำนวนเต็มลบ ง. ศูนย์	12. จากรูป  จุดตร A แทนจำนวนอะไร ก. 0 ข. 2 ค. 5 ง. 9
9. ประโยค $(a + 2) + 3 = a + (2 + 3)$ เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด ก. การสลับที่ ข. การเปลี่ยนกลุ่มได้ ค. การมีเอกลักษณ์ ง. การมีอินเวอร์ส	13. จากรูป  จุดตร C แทนจำนวนอะไร ก. -2 ข. -3 ค. -5 ง. -7
10. a ในข้อใดเป็นเอกลักษณ์สำหรับการบวก ก. $a + 1 = 2$ ข. $1 + 1 = a$ ค. $2 + a = 2$ ง. $a + 3 = 0$	14. จากรูป  จุดตร E แทนจำนวนอะไร ก. -7 ข. -9 ค. -11 ง. -19
11. ถ้า $a + b = 0$ แล้ว ข้อใดเป็นอินเวอร์สการบวกของ a ก. 0 ข. b ค. $-b$ ง. จำนวนเต็มใด ๆ	

15. ถ้า $(-6) + (-6) = P$ แล้ว P คือจำนวนอะไร ก. 0 ข. 12 ค. -12 ง. -36	18. $6 + (-11) = \square$ ก. -17 ข. -5 ค. 5 ง. 17
16. ถ้า $(-5) + W = -9$ แล้ว W คือจำนวนอะไร ก. 4 ข. -4 ค. 14 ง. -14	19. $(-5) + 17 = \square$ ก. 22 ข. 12 ค. -12 ง. -22
17. จากรูป  ลูกศร m แทนจำนวนอะไร ก. 12 ข. 2 ค. -2 ง. -12	20. $\square + (-4) = -1$ ก. -5 ข. -3 ค. 3 ง. 5
ข้อ 18 - 23 จงหาจำนวนที่แทนลงใน $\square$ แล้วทำประโยคนั้นเป็นจริง	21. $8 + \square = 1$ ก. -9 ข. -7 ค. 7 ง. 9 22. $(-21) + \square = 9$ ก. 30 ข. 12 ค. -12 ง. -30

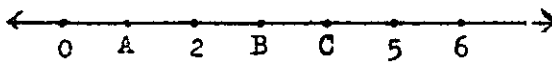
23. $\square + 7 = -13$ ก. 20 ข. 6 ค. -6 ง. -20	27. ผลลัพธ์ของ $(-12) - 5$ คือข้อใด ก. 17 ข. 7 ค. -7 ง. -17
24. $(-7) - 1$ มีค่าเท่ากับผลลัพธ์ของข้อใด ก. $1 - 7$ ข. $7 + (-1)$ ค. $(-1) - (-7)$ ง. $(-7) + (-1)$	28. ผลลัพธ์ของ $4 - (-3)$ คือข้อใด ก. 7 ข. 1 ค. -1 ง. -7
25. $a - (-b)$ มีค่าเท่ากับผลลัพธ์ของข้อใด ก. $a + b$ ข. $a + (-b)$ ค. $(-b) + a$ ง. $(-b) + (-a)$	29. ผลลัพธ์ของ $(-6) - (-13)$ คือข้อใด ก. 19 ข. 7 ค. -7 ง. -19
26. ผลลัพธ์ของ $9 - (-9)$ คือข้อใด ก. 0 ข. 9 ค. 18 ง. -18	30. ผลลัพธ์ของ $(-19) - (-1)$ คือข้อใด ก. 20 ข. 18 ค. -18 ง. -20

ข้อทดสอบตามจุดประสงค์

จุดประสงค์ 1.1

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้นลงในกระดาษคำตอบ

1.



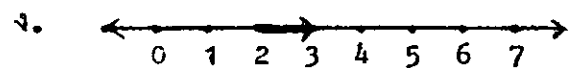
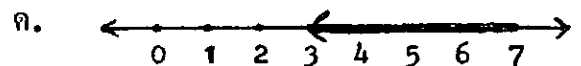
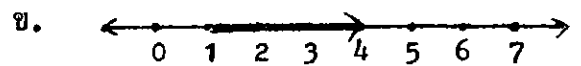
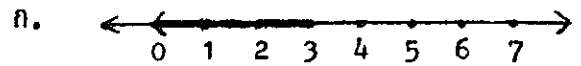
จากรูป จุดที่แทนจำนวน 4 คือข้อใด

- ก. A
- ข. B
- ค. C
- ง. D

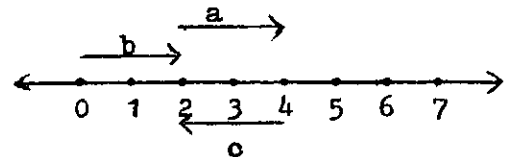
2. จุดที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือ 3 หน่วย แทนจำนวนอะไร

- ก. 2
- ข. 3
- ค. 4
- ง. 5

3. ลูกศรในข้อใดแทนจำนวน 3



4.



จากรูป ข้อใดถูกต้อง

- ก. $a = b$
- ข. $b = c$
- ค. $a = c$
- ง. ถูกทุกข้อ

จุดประสงค์ 1.2

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง แล้วเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้นลงในกระดาษคำตอบ

1. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกทั้งหมด

- ก. $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- ข. $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
- ค. $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$
- ง. $\{0, 1, 2, \dots, 1000\}$

2. จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดคืออะไร

- ก. 0
- ข. 1
- ค. 2
- ง. ไม่มีจำนวนที่น้อยที่สุด

3. จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดคืออะไร
- ก. 100
ข. 1,000
ค. 1,000,000
ง. ไม่มีจำนวนที่มีค่ามากที่สุด
4. เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5 คือข้อใด
- ก. $\{1, 2, 3, 4\}$
ข. $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$
ค. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
ง. $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

จุดประสงค์ 1.3

- ข้อ 1 ให้เขียนหัวข้อของคำตอบที่ถูกในกระดานคำตอบ
ข้อ 2 - 4 ให้เติมคำตอบที่ถูกต้องลงในกระดาษคำตอบ
1. ถ้ากล่าวเกี่ยวกับ 0 ต่อไปนี้ ข้อใดถูกต้อง
- ก. 0 เป็นจำนวนนับ
ข. 0 เป็นจำนวนเต็ม
ค. 0 เป็นจำนวนบวก
ง. 0 เป็นจำนวนลบ
2. สมชายกล่าวว่า "p เป็นจำนวนเต็มซึ่งไม่ใช่จำนวนบวกและไม่ใช่จำนวนลบ"
จงหาว่า p ดังกล่าวนั้น
3. จุดๆหนึ่งบนเส้นจำนวน อยู่ห่างจากจุดที่แทน 2 และ -2 เป็นระยะทางเท่ากัน
จุดนั้นแทนจำนวนใด
4. มีจุดๆหนึ่งบนเส้นจำนวน เป็นจุดที่แบ่งจุดทั้งหมดออกเป็น 2 ส่วน จุดทั้งหลายที่อยู่ด้านหนึ่งของจุดนี้แทนจำนวนบวก ส่วนจุดทั้งหลายที่อยู่อีกด้านหนึ่งของจุดนี้แทนจำนวนลบ
จงหาว่าจุดนี้แทนจำนวนใด

จุดประสงค์ 1.4

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้นๆลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $0 + 5 = p$ จงหาค่าของ p 3. ถ้า $0 + x = 7$ จงหาค่าของ x

ก. 0

ก. 0

ข. 4

ข. 6

ค. 5

ค. 7

ง. 6

ง. 8

2. ถ้า $a + 0 = 1$ จงหาค่าของ a 4. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. 0

ก. $0 + 1 = 1$

ข. 1

ข. $3 + 0 = 0$

ค. 2

ค. $0 + 7 = 7$

ง. เท่าไรก็ได้

ง. $10 + 0 = 10$

จุดประสงค์ 1.5

ข้อ 1 - 2 ให้เขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบที่ถูกต้องลงในกระดาษคำตอบ

ข้อ 3 - 4 ให้เติมคำตอบที่ถูกต้องลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $0 + 0 = m$ จงหาค่าของ m 2. ถ้า $0 + b = 0$ จงหาค่าของ b

ก. 0

ก. 0

ข. 1

ข. 1

ค. 2

ค. 10

ง. เท่าไรก็ได้

ง. เท่าไรก็ได้

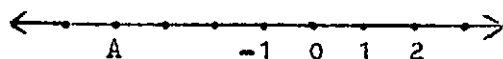
3. ถ้า $x + 0 = y$ และ $x = 0$ แล้ว จงหาค่าของ y

4. ถ้า $p = q$ และ $p + q = 0$ แล้ว จงหาค่า p และ q

จุดประสงค์ที่ 2.1

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้นๆลงในกระดาษคำตอบ

1.



จากรูป จุด A แทนจำนวนอะไร

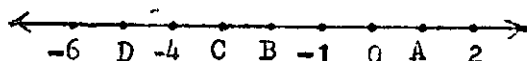
ก. -2

ข. -3

ค. -4

ง. -5

2.



จากรูป จุดที่แทนจำนวน -2 คือจุดใด

ก. A

ข. B

ค. C

ง. D

3. จำนวนที่น้อยกว่า 0 อยู่ 3 คือจำนวนอะไร

ก. 3

ข. 2

ค. -2

ง. -3

4. จำนวนที่น้อยกว่า -1 อยู่ 4 คือจำนวนอะไร

ก. -5

ข. -4

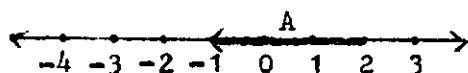
ค. -3

ง. -2

จุดประสงค์ที่ 2.2

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้นๆลงในกระดาษคำตอบ

1. ลูกศร A ในรูปแทนจำนวนอะไร



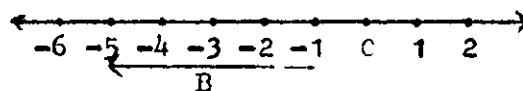
ก. -3

ข. -1

ค. 2

ง. 3

2. ลูกศร B ในรูปแทนจำนวนอะไร



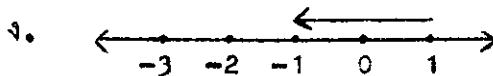
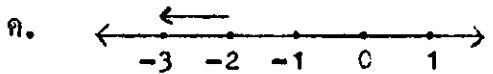
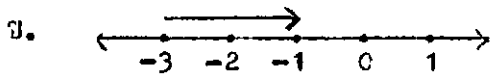
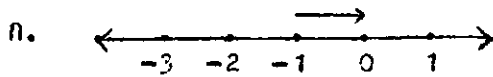
ก. -1

ข. -4

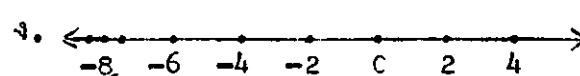
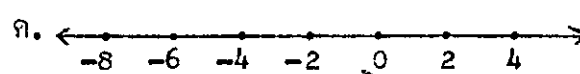
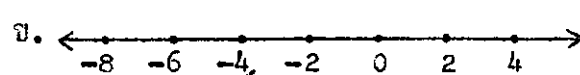
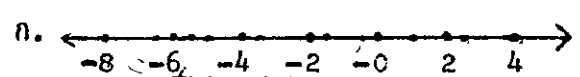
ค. -5

ง. -6

3. ลูกศรในข้อใดแทนจำนวน -1



4. ลูกศรในข้อใดแทนจำนวน -8



จุดประสงค์ที่ 2.3

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้นลงในกระดาษคำตอบ

1. จำนวนเต็มลบในข้อใดมีค่ามากกว่า -5

- ก. -3
- ข. -6
- ค. -7
- ง. -10

3. ข้อใดเรียงจำนวนจากน้อยไปหามาก

- ก. $-2, 1, -1, 0$
- ข. $-1, -3, -4, -5$
- ค. $-9, -5, 0, 3$
- ง. $2, -2, 4, -4$

2. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเท็จ

- ก. -5 น้อยกว่า 0
- ข. -3 มากกว่า -2
- ค. -7 น้อยกว่า 7
- ง. -10 มากกว่า -13

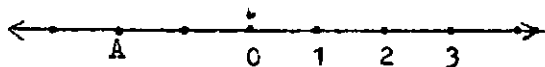
4. จำนวนเต็มลบที่มีค่าน้อยที่สุดคือจำนวนอะไร

- ก. 0
- ข. -1
- ค. -1000
- ง. ไม่มีจำนวนที่น้อยที่สุด

จุดประสงค์ 3.1

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1.



จากรูป จำนวนตรงข้ามของ A คือจำนวน
อะไร

ก. 0

ค. 2

ข. 1

ง. 3

3. ถ้า $p = -(-7)$ แล้วจำนวนตรงข้ามของ p
คือจำนวนอะไร

ก. 0

ค. -7

ข. 7

ง. $-(-7)$

2. จำนวนตรงข้ามของ -1 คือจำนวนอะไร

ก. 0

ค. -1

ข. 1

ง. -2

4. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเท็จ

ก. 0 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 0

ข. -1 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 1

ค. a เป็นจำนวนตรงข้ามของ $-a$ ง. $-(-5)$ เป็นจำนวนตรงข้ามของ

จุดประสงค์ 3.2

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $a = 5$ และ $b = -5$

จงหาผลของ $a + b$

ก. 0

ค. -10

ข. 10

ง. -25

2. $-(-3) + (-3)$ มีค่าเท่าไร

ก. 0

ค. -6

ข. 6

ง. -9

3. ถ้า $a + 7 = 0$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

ก. 0

ค. -7

ข. 7

ง. $-(-7)$

4. ถ้า $1 + (-x) = 0$ แล้ว x
มีค่าเท่าไร

ก. 0

ค. -1

ข. 1

ง. -2

จุดประสงค์ที่ 4.1

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มแล้ว
 $a + b$ เป็นจำนวนชนิดใด
 ก. จำนวนเต็ม
 ข. จำนวนศูนย์
 ค. จำนวนเต็มบวก
 ง. จำนวนเต็มลบ
2. " $3 + (-5)$ เป็นจำนวนเต็ม "
 ข้อความนี้เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด
 ก. คุณสมบัติปิดสำหรับการบวก
 ข. คุณสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก
 ค. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้สำหรับการบวก
 ง. คุณสมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก
3. ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็ม และ
 $x + y = z$ แล้ว z เป็นจำนวนชนิดใด
 ก. จำนวนบวก
 ข. จำนวนลบ
 ค. จำนวนเต็ม
 ง. จำนวนศูนย์
4. ถ้า m และ n เป็นจำนวนเต็มแล้ว
 ข้อใดถูกต้องตามคุณสมบัติปิดของการบวก
 ก. $m + n$ มากกว่าศูนย์
 ข. $m + n$ น้อยกว่าศูนย์
 ค. $m + n$ เท่ากับศูนย์
 ง. $m + n$ เป็นจำนวนเต็ม

จุดประสงค์ที่ 4.2

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ประโยค " $2 + 3 = 3 + 2$ "
 เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด
 ก. คุณสมบัติปิด
 ข. คุณสมบัติการสลับที่
 ค. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้
 ง. คุณสมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก
2. ประโยค " $7 + (3+5) = (3+5) + 7$ "
 เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด
 ก. คุณสมบัติปิด
 ข. คุณสมบัติการสลับที่
 ค. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้
 ง. คุณสมบัติการมีอินเวอร์สการบวก

3. จงเติมจำนวนเต็มใน $\square$ ให้สอดคล้อง
คุณสมบัติการสลับที่

$$7 + (-8) = \square \square \square$$

ก. $(-8) + 7$

ข. $(-7) + 8$

ค. $(-8) - 7$

ง. $(-7) - 8$

4. ข้อใดไม่สอดคล้องคุณสมบัติการสลับที่

ก. $10 + 5 = 5 + 10$

ข. $7 + (-2) = (-2) + 7$

ค. $(-5) + 9 = (-9) + 5$

ง. $(-8) + (-6) = (-6) + (-8)$

จุดประสงค์ที่ 4.3

จงเติมจำนวนที่ขาดไปใน $\square$ เพื่อให้ประโยคนั้นเป็นจริงตามคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้
โดยเขียนเฉพาะคำตอบลงในกระดานคำตอบ

1. $3 + (4 + 9) = (3 + \square) + 9$

2. $6 + (3 + \square) = (6 + 3) + 7$

3. $(5 + \square) + 4 = 5 + (6 + \square)$

4. $(a + b) + c = a + (\square + \square)$

จุดประสงค์ที่ 4.4

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ในกระดาษคำตอบ

1. a ในข้อใดเป็นเอกลักษณ์การบวก

ก. $a + 0 = a$

ข. $5 + 5 = a$

ค. $7 + a = 7$

ง. $a + 5 = 0$

2. ถ้า $0 + y = -5$

ค่าของ y คือข้อใด

ก. 0

ข. 5

ค. -5

ง. $-(-5)$

3. ประโยค $x + 0 = x$

เป็นจริงตามคุณสมบัติข้อใด

ก. คุณสมบัติปิด

ข. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้

ค. คุณสมบัติเอกลักษณ์การบวก

ง. คุณสมบัติอินเวอร์สการบวก

4. สำหรับจำนวนเต็ม p ใด ๆ

$0 + p = p$

จำนวน 0 เกี่ยวข้องกับการบวกอย่างไร

ก. เป็นเอกลักษณ์การบวก

ข. เป็นอินเวอร์สการบวก

ค. -

ง. -

จุดประสงค์ที่ 4.5

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $m + n = 0$
 n เกี่ยวข้องกับ m อย่างไร

- ก. เอกลักษณ์การบวก
- ข. อินเวอร์สการบวก
- ค. ตัวตั้งของการบวก
- ง. ตัวแปรของการบวก

2. x ในข้อใดเป็นอินเวอร์สการบวกของ
 จำนวนในแต่ละข้อ

- ก. $x + 3 = 3$
- ข. $5 + x = 0$
- ค. $0 + x = x$
- ง. $7 + x = x + 7$

3. ประโยคใดถูกต้องตามคุณสมบัติการบวก
 จำนวนเต็ม

- ก. $a + (-a) = 0$
- ข. $0 + (-a) = a$
- ค. $a + 0 = 0$
- ง. $(-a) + a = -2a$

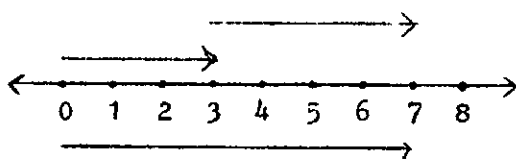
4. ถ้า $3 + x = 0$ ค่าของ x ที่ข้อใด

- ก. 0
- ข. 3
- ค. -3
- ง. $-(-3)$

จุดประสงค์ 5.1

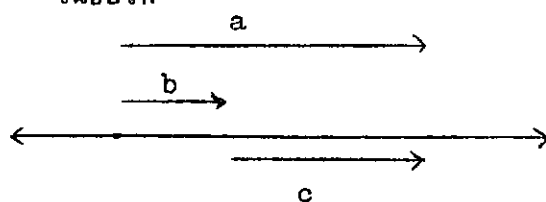
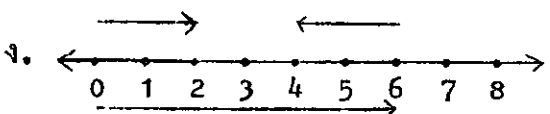
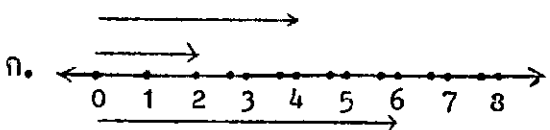
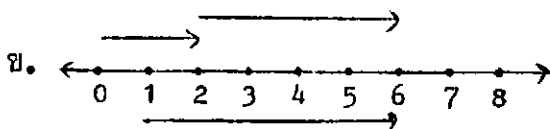
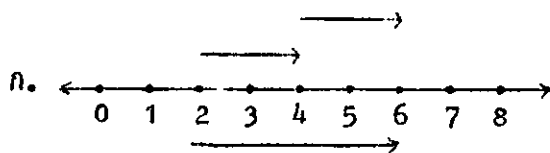
ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. รูปข้างล่างนี้แสดงการบวกของจำนวนในข้อใด 3. รูปข้างล่างนี้แสดงการบวกของจำนวนในข้อใด



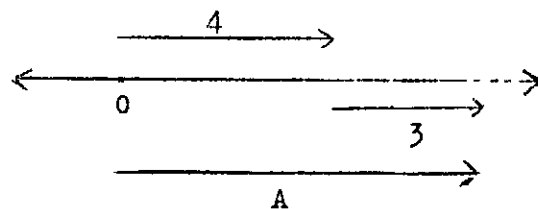
- ก. $3 + 4 = 7$
 ข. $3 + 7 = 10$
 ค. $4 + 7 = 10$
 ง. $3 + 4 + 7 = 14$

2. รูปในข้อใดที่แสดงว่า $2 + 4 = 6$



- ก. $a + b = c$
 ข. $a + c = b$
 ค. $b + c = a$
 ง. $a + b = a + c$

4.



จากรูป ลูกศร A แทนจำนวนอะไร

- ก. 4
 ข. 3
 ค. 7
 ง. 12

จุดประสงค์ที่ 5.2

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $7 + 12 = M$ แล้ว M มีค่าเท่าไร 3. ผลบวกในข้อใดต่างจากข้ออื่น

ก. 5

ก. $1 + 7$

ข. 17

ข. $7 + 10$

ค. 19

ค. $9 + 8$

ง. 29

ง. $13 + 4$

2. ผลบวกในข้อใดเท่ากับ $9 + 6$

ก. $6 + 10$

4. ถ้า $a = 8$ และ $b = 15$ แล้ว

ข. $7 + 8$

$a + b$ มีค่าเท่าไร

ค. $5 + 11$

ก. 7

ง. $8 + 5$

ข. 13

ค. 22

ง. 23

จุดประสงค์ที่ 5.3

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ถ้า $5 + P = 11$ แล้ว P มีค่าเท่าไร 3. จำนวน 21 เป็นผลลัพธ์ของข้อใด

ก. 5

ก. $2 + 10$

ข. 6

ข. $12 + 8$

ค. 10

ค. $7 + 14$

ง. 16

ง. $13 + 9$

2. ถ้า $13 = W + 5$
แล้ว W มีค่าเท่าไร

4. ผลลัพธ์ของข้อใดไม่เท่ากับ $7 + 4$

ก. 6

ก. $3 + 8$

ข. 8

ข. $4 + 7$

ค. 13

ค. $10 + 1$

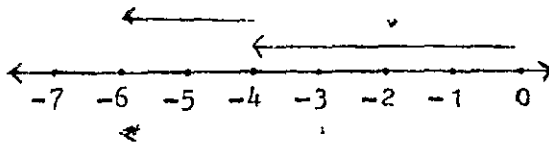
ง. 23

ง. $5 + 5$

จุดประสงค์ที่ 6.1

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1.



รูปข้างบนนี้แสดงการบวกของจำนวนในข้อใด

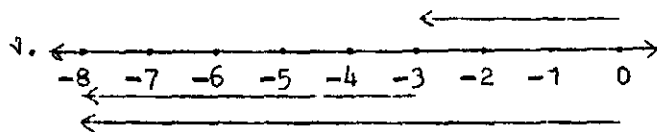
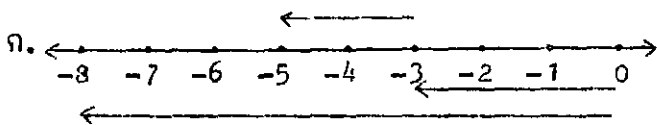
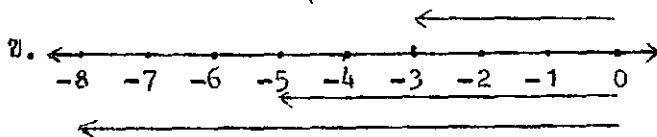
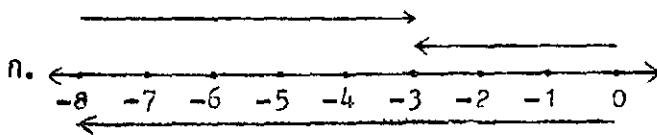
ก. $(-6) + (-4) = -10$

ข. $(-4) + (-2) = -6$

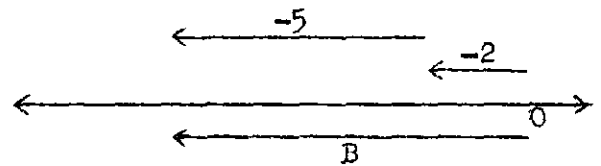
ค. $(-6) + (-2) = -8$

ง. $(-4) + (-6) = -10$

2. รูปในข้อใดที่แสดงว่า $(-3) + (-5) = -8$



3.



จากรูป ลูกศร B แทนจำนวนอะไร

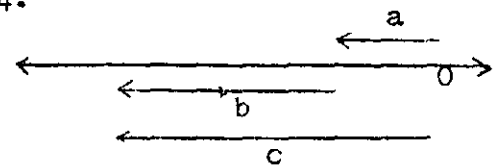
ก. -5

ข. -6

ค. -7

ง. -10

4.



รูปข้างบนแสดงการบวกของจำนวนในข้อใด

ก. $a + b = c$

ข. $b + c = a$

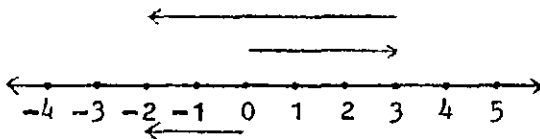
ค. $b + a = c$

ง. $a + c = b$

รูปประสงค 7.1

ใหันักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้นๆลงในกระดาษคำตอบ

1.



ลูกศรในรูปข้างบนแสดงการหาผลบวกของ
จำนวนในข้อใด

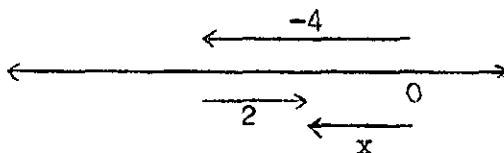
ก. $3 + (-2)$

ข. $3 + (-5)$

ค. $(-5) + 3$

ง. $(-2) + 3$

2.



จากรูป x นี้ค่าเท่ากับผลบวกของจำนวน
ในข้อใด

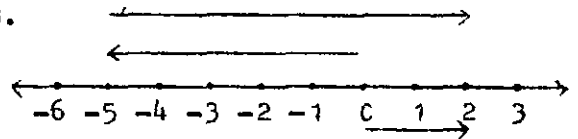
ก. $4 + 2$

ข. $-4 + 2$

ค. $-2 + 4$

ง. $(-2) + (-4)$

3.



ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่สอดคล้องกับรูปที่แสดงข้างบน

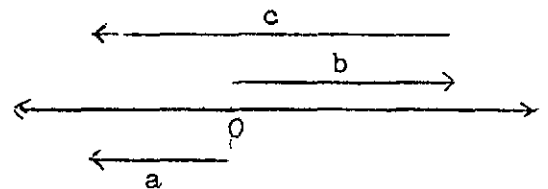
ก. $(-5) + 7 = 2$

ข. $7 + (-5) = 2$

ค. $(-5) + 2 = 7$

ง. $2 + (-7) = -5$

4.



จากรูปข้างบน ข้อใดถูกต้อง

ก. $a + b = c$

ข. $a + c = b$

ค. $b + c = a$

ง. $b + a = c$

จุดประสงค์ที่ 7.2

ให้นักเรียนหาจำนวนที่เติมลงใน แล้วทำให้ประโยคนั้นเป็นจริง

1. $(-2) + 3 = \square$

ก. 1

ข. -1

ค. 5

ง. -5

3. $7 + (-18) = \square$

ก. -25

ข. -11

ค. 11

ง. 25

2. $2 + \square = 1$

ก. 3

ข. 1

ค. -1

ง. -3

4. $21 + (-12) = \square$

ก. 33

ข. 9

ค. -9

ง. -33

จุดประสงค์ที่ 8.1

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. $2 - 3$ มีค่าเท่ากับผลลัพธ์ของข้อใด

ก. $2 + (-3)$

ข. $2 - (-3)$

ค. $3 - 2$

ง. $3 + (-2)$

3. $8 - (-7)$ มีค่าเท่ากับผลลัพธ์ของข้อใด

ก. $8 + 7$

ข. $8 + (-7)$

ค. $(-7) + 8$

ง. $(-7) + (-8)$

2. $(-3) - 5$ มีค่าเท่ากับผลลัพธ์ของข้อใด

ก. $5 - 3$

ข. $3 + (-5)$

ค. $(-5) - (-3)$

ง. $(-3) + (-5)$

4. $a - b$ มีค่าเท่ากับผลลัพธ์ของข้อใด

ก. $b - a$

ข. $(-b) + a$

ค. $(-a) - (-b)$

ง. $(-a) + b$

จุดประสงค์ที่ 8.2

ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้อง และเขียนเฉพาะหัวข้อของคำตอบนั้น ๆ ลงในกระดาษคำตอบ

1. ผลลัพธ์ของ $(-1) - (-1)$ คือข้อใด

ก. -2

ข. -1

ค. 0

ง. 2

3. ผลลัพธ์ของ $(-7) - 15$ คือข้อใด

ก. 8

ข. -8

ค. 22

ง. -22

2. ผลลัพธ์ของ $10 - (-10)$ คือข้อใด

ก. 0

ข. 10

ค. 20

ง. -20

4. ผลลัพธ์ของ $(-5) - (-8)$ คือข้อใด

ก. 3

ข. -3

ค. 13

ง. -13

ภาคผนวก ก

บทเรียนที่ใช้ในการวิจัย

บทเรียนที่ 1
จำนวนเต็มบวกและศูนย์

จุดประสงค์

1. ใ้ให้นักเรียนสามารถเขียนเซตของจำนวนเต็มบวกได้
2. ใ้ให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่าศูนย์เป็นจำนวนเต็ม
3. ใ้ให้นักเรียนสามารถเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มบวกได้
4. ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับศูนย์ได้
5. ใ้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของศูนย์กับศูนย์ได้

จำนวนเต็ม

จำนวนเต็มหมายถึงจำนวนเต็มบวก หรือศูนย์ หรือจำนวนเต็มลบ ซึ่งจะได้อีกไปถึงรายละเอียดต่อไป

1.1 จำนวนเต็มบวก

จำนวนเต็มบวกเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าจำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติ เป็นจำนวนที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดคือ 1 ส่วนจำนวนเต็มบวกอื่น ๆ เป็นจำนวนที่เกิดจากการนับเพิ่มขึ้นทีละหนึ่งตามลำดับดังนี้คือ $1, 1 + 1, 1 + 1 + 1, \dots$ โดยเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $1, 2, 3, \dots$ ตามลำดับ

เราเขียนเซตของจำนวนเต็มบวกได้ดังนี้

$$\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

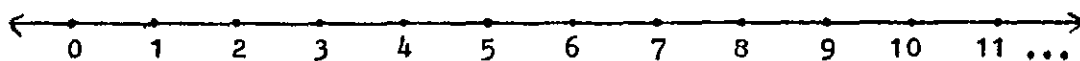
จำนวนเต็มบวกสามารถนับเพิ่มขึ้นได้เรื่อย ๆ ดังนั้นจึงหาจำนวนสุดท้ายหรือจำนวนที่มากที่สุดไม่ได้ นั่นคือไม่มีจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด ทั้งนี้เพราะว่าถ้าเราบอกว่า จำนวน n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด แต่เรายังสามารถหาจำนวนเต็มบวก $n + 1, n + 1 + 1, \dots$ ซึ่งมีค่ามากกว่า n ได้อีก ไม่ว่า n จะมีค่ามากเท่าไรก็ตาม ฉะนั้นทุกกล่าววว่า n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด จึงเป็นเท็จ

1.2 ศูนย์

ศูนย์เป็นจำนวนเต็ม แต่ศูนย์ไม่ใช่จำนวนเต็มบวก เราใช้สัญลักษณ์ "0" แทนศูนย์

โดยทั่วไป "0" ใช้ในความหมาย 2 ประการ ประการที่หนึ่ง "0" หมายถึงไม่มี เช่น มีเงิน 0 บาท ก็หมายถึงไม่มีเงินเลย หรือในห้องนี้มีนักเรียนชาย 0 คน หมายความว่า ในห้องนี้ไม่มีนักเรียนชายเลย ตามปกติเราไม่นิยมใช้ "0" ในการนับ แต่ใช้คำว่า "ไม่มี" แทน ความหมายประการที่สอง "0" หมายถึงปริมาณระดับหนึ่งที่กำหนดค่าเป็น 0 ตัวอย่างเช่น เมื่อกล่าวาน้ำแข็งมีอุณหภูมิ 0 องศา หมายความว่าน้ำแข็งมีความเย็นระดับหนึ่งซึ่งกำหนดค่าเป็น 0 องศาเซลเซียส แต่ไม่ได้หมายความว่าน้ำแข็งไม่มีอุณหภูมิ หรือเด็กหญิงแดงเรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ระดับคะแนน 0 หมายความว่าเด็กหญิงแดงมีความรู้หรือทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้อยู่ในระดับ 0 เท่านั้น แต่ไม่ได้หมายความว่าเด็กหญิงแดงไม่มีความรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เลย

จำนวนเต็มบวกและศูนย์ แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



จุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 1 หน่วย จะแทนจำนวน 1

จุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 2 หน่วย จะแทนจำนวน 2

จุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 3 หน่วย จะแทนจำนวน 3

เป็นเช่นนี้ไปตามลำดับ

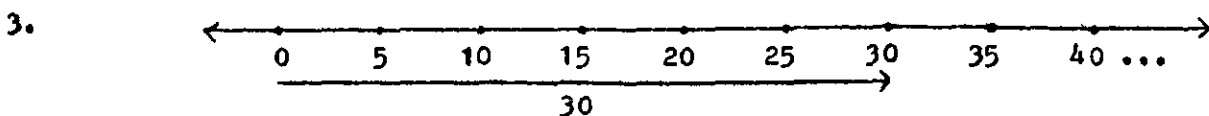
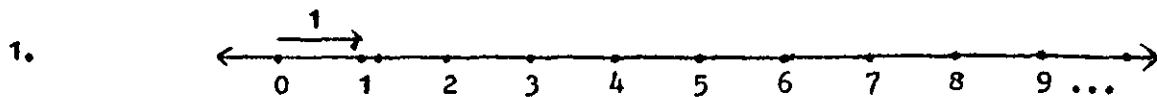
ดังนั้นจะเห็นว่า จุดที่อยู่ทางขวามือแทนจำนวนที่มีค่ามากกว่าจุดที่อยู่ทางซ้ายมือเสมอ และเห็นได้ชัดเจกว่า จำนวนเต็มบวกมีค่ามากกว่าศูนย์ เพราะจุดที่แทนจำนวนเต็มบวกอยู่ทางขวาของจุดที่แทนศูนย์เสมอ

นอกจากนี้เราจะพบว่า ระยะจากจุดที่แทน 0 ถึงจุดที่แทน 1 ยาว 1 หน่วย ระยะจากจุดที่แทน 1 ถึงจุดที่แทน 2 ยาว 1 หน่วย ระยะจากจุดที่แทน 2 ถึงจุดที่แทน 3 ยาว 1 หน่วย ตามลำดับเช่นกัน

1.3 การใช้ลูกศรแทนจำนวนเต็มบวก

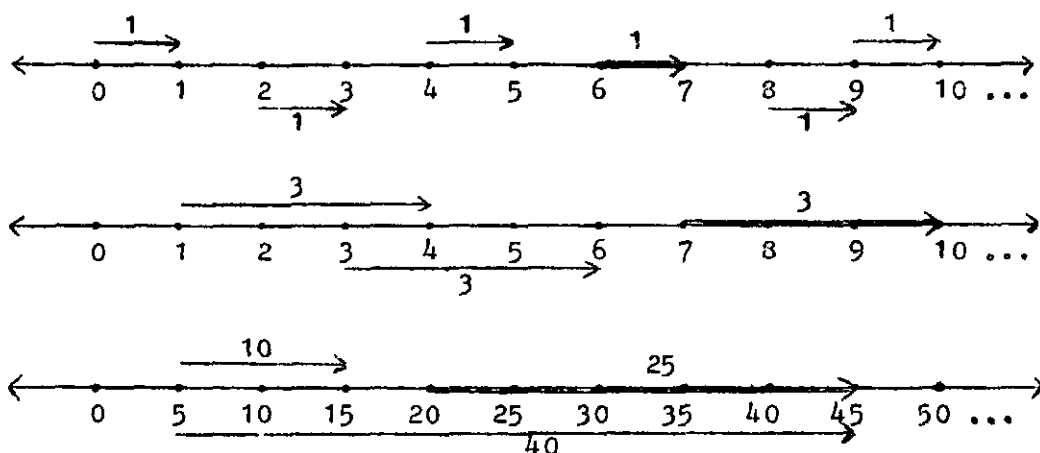
ตั้งกลามาแล้วข้างต้น เราทราบว่าจุดที่แทนจำนวน 1 มีระยะห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือ 1 หน่วย จุดที่แทนจำนวน 2 มีระยะห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือ 2 หน่วย จุดที่แทนจำนวน 3 มีระยะห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือ 3 หน่วย ฯลฯ

ดังนั้นเราอาจใช้ลูกศรแทนจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวนได้ดังรูป



- รูปที่ 1 ขนาดของลูกศรเท่ากับ 1 หน่วย ลูกศรมีทิศทางขวามือ ใช้แทนจำนวน 1
 รูปที่ 2 ขนาดของลูกศรเท่ากับ 5 หน่วย ลูกศรมีทิศทางขวามือ ใช้แทนจำนวน 5
 รูปที่ 3 ขนาดของลูกศรเท่ากับ 30 หน่วย ลูกศรมีทิศทางขวามือ ใช้แทนจำนวน 30

การเขียนลูกศรแทนจำนวนบนเส้นจำนวนนั้น ไม่จำเป็นต้องเริ่มจากจุดที่แทน 0 เสมอไป การแทนจำนวนด้วยลูกศรนั้นเราอาจใช้ในความหมายของการเคลื่อนที่ กล่าวคือ จำนวน 1 ก็คือการเคลื่อนที่ของลูกศรตามแนวเส้นจำนวนไปทางขวามือเป็นระยะทาง 1 หน่วย จำนวน 2 ก็คือการเคลื่อนที่ของลูกศรตามแนวเส้นจำนวนไปทางขวามือเป็นระยะทาง 2 หน่วย เป็นต้น ดังตัวอย่างที่แสดงไว้อย่างนี้นะ



หมายเหตุ 1. ในการเขียนลูกศรแสดงจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวน เราอาจเขียนทับเส้นจำนวน หรือเหนือเส้นจำนวน หรือใต้เส้นจำนวนก็ได้

2. ขนาดและทิศทางของลูกศรจะแสดงถึงจำนวนที่มันแทน ดังรูปข้างบนนี้ ทิศทางของลูกศรไปทางขวามือ แสดงถึงจำนวนเต็มบวก และ ขนาดของลูกศรแทนค่าของจำนวนนั้น

1.4 คุณสมบัติของศูนย์เกี่ยวกับการบวก

จากความหมายของ "ศูนย์" ที่กล่าวมาแล้วในข้อ 1.2 จะเห็นได้ว่า เราหาผลบวกของศูนย์กับศูนย์ได้ดังนี้

$$0 + 0 = 0$$

ในทำนองเดียวกัน เมื่อหาผลบวกของศูนย์กับจำนวนเต็มบวกใด ๆ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนนั้น นั่นคือ

$$2 + 0 = 2$$

$$0 + 2 = 2$$

$$5 + 0 = 5$$

$$0 + 5 = 5$$

$$8 + 0 = 8$$

$$0 + 8 = 8$$

$$12 + 0 = 12$$

$$0 + 12 = 12$$

$$23 + 0 = 23$$

$$0 + 23 = 23$$

สรุปได้ว่า 1. $0 + 0 = 0$

2. $0 + a = a + 0 = a$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ

แบบฝึกหัดที่ 1

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด คือจำนวนอะไร

ตอบ

2. จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด คือจำนวนอะไร

ตอบ

3. จงเขียนเซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 5

ตอบ

4. ศูนย์เป็นจำนวนนับ ใช่หรือไม่

ตอบ

5. ก. นักเรียนในห้องนี้เป็นบุตรของทหารมีจำนวน 0 คน "0" ในที่นี้มีความหมายอย่างไร

ตอบ

ข. เช้าวันนี้อากาศเย็นมาก วัดอุณหภูมิได้ 0 องศาเซลเซียส "0" ในที่นี้มีความหมายอย่างไร

ตอบ

6. สุนัขพูดว่า "มีจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับศูนย์แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ 4" จงหาจำนวนนั้น

ตอบ

7. $0 + 0$ มีค่าเท่าไร

ตอบ

8. ก. $7 + 0$ มีค่าเท่าไร

ตอบ

ข. $0 + 7$ มีค่าเท่าไร

ตอบ

9. จงบอกว่า แต่ละข้อต่อไปนี้แทนจำนวนอะไร

ก. จุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 2 หน่วย

ตอบ

ข. จุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 1 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 5 หน่วย

ตอบ

ค. จุดบนเส้นจำนวนที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 5 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 1 หน่วย

ตอบ

10. จงบอกว่าแต่ละข้อต่อไปนี้แทนจำนวนอะไร

ก. ลูกศรเริ่มต้นที่จุดที่แทน 2 และเคลื่อนที่ไปทางขวาเป็นระยะทาง 3 หน่วย

ข. ลูกศรเริ่มต้นที่จุดที่แทน 4 และเคลื่อนที่ไปทางขวาเป็นระยะทาง 1 หน่วย

ค. จุดที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 2 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 3 หน่วย

ง. จุดที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 4 ไปทางขวามือเป็นระยะทาง 1 หน่วย

ตอบ

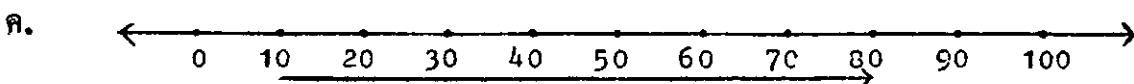
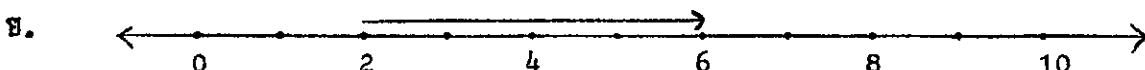
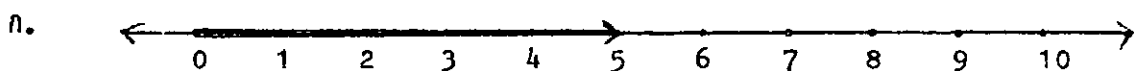
ก.

ข.

ค.

ง.

11. จงพิจารณาว่าลูกศรบนเส้นจำนวนต่อไปนี้แทนจำนวนอะไร



ตอบ

ก.

ข.

ค.

12. จงเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนต่อไปนี้

ก. จำนวน 3 โดยให้จุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดที่แทน 0

ข. จำนวน 3 โดยให้จุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดที่แทน 2

ค. จำนวน 3 โดยให้จุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดที่แทน 3

ง. จำนวน 3 โดยให้จุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดที่แทน 5

บทเรียนที่ 2

จำนวนเต็มลบ

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์ และเรียกชื่อของจำนวนเต็มลบได้
2. นักเรียนสามารถเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มลบได้
3. นักเรียนสามารถเปรียบเทียบจำนวนเต็มลบได้ และบอกได้ว่าไม่มีจำนวนเต็มลบ
น้อยที่สุด

2.1 จำนวนเต็มลบ

เราได้ศึกษาเรื่องจำนวนเต็มบวกและศูนย์มาแล้ว จำนวนดังกล่าวนี้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆได้มาก แต่ในบางกรณีเมื่อนักเรียนได้พบปัญหาบางอย่าง จำนวนที่นักเรียนเคยรู้จักดังกล่าวไม่เพียงพอที่จะแก้ปัญหาต่างๆได้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนคนหนึ่งมีเงินอยู่ 20 บาท เขาต้องการซื้อหนังสือเล่มหนึ่งราคา 23 บาท เขาจะอย่างไร ในการแก้ปัญหานักเรียนคนนี้อาจทำได้หลายวิธี วิธีหนึ่งที่เขาทำได้ก็คือ เขาอาจเอาหนังสือเล่มนั้นไปโดยจ่ายเงิน 20 บาท แล้วนำมาจ่ายเพิ่มที่หลัง โดยเจ้าของร้านยินยอมให้คิดหนี้ไว้ 3 บาท ในกรณีนี้ถ้าถามว่าเขาเหลือเงินเท่าไร คำตอบคงไม่ใช่เหลือเงิน 3 บาท เพราะจำนวนเงิน 3 บาท คือจำนวนที่เขาคิดหนี้ไว้ ถ้าจำเป็นต้องตอบคำถามนี้ คำตอบจะไม่ใช่จำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ แต่จะเป็นจำนวนอีกชนิดหนึ่งซึ่งต่อไปเราจะเรียกว่า

จำนวนเต็มลบ

เพื่อความเข้าใจในความหมายของจำนวนเต็มลบ ขอให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างง่ายๆต่อไปนี้

หนอยมีเงินอยู่ 3 บาท

- ก. ถ้าหนอยซื้อขนม 1 บาท จะเหลือเงินเท่าไร
- ข. ถ้าหนอยซื้อขนม 2 บาท จะเหลือเงินเท่าไร
- ค. ถ้าหนอยซื้อขนม 3 บาท จะเหลือเงินเท่าไร

จากคำถามทั้ง 3 ข้อ คำตอบของนักเรียนคือ

- ก. หนอยจะเหลือเงิน 2 บาท
- ข. หนอยจะเหลือเงิน 1 บาท
- ค. หนอยจะเหลือเงิน 0 บาท หรือไม่มีเงินเหลือเลย

คำตอบทั้ง 3 ข้อนั้น นักเรียนอาจหาได้จากการลบดังนี้

$$3 - 1 = 2$$

$$3 - 2 = 1$$

$$3 - 3 = 0$$

จากปัญหาดังกล่าว นักเรียนจะได้ความสัมพันธ์ของจำนวน 3 ชุด ดังข้างบนนี้ และจะสังเกตเห็นว่าคำตอบลดลงทีละ 1 หากนักเรียนคิดต่อไปอีกว่า ถ้าเราเพิ่มจำนวนที่นำมาลบให้มากกว่า 3 คำตอบจะเป็นอย่างไร นักเรียนจะได้ความสัมพันธ์ของจำนวนชุดใหม่ขึ้น ดังนี้

$$3 - 4 = \square$$

$$3 - 5 = \triangle$$

$$3 - 6 = \nabla$$

ต่อไปเราจะพิจารณาว่า $\square$, $\triangle$ และ ∇ คือจำนวนอะไร

จากการสังเกตความสัมพันธ์ของจำนวน 3 ชุดแรก เราจะเห็นว่าค่าตอบ $\square$, $\triangle$ และ ∇ ต้องไม่เท่ากับ 0 หรือไม่มากกว่า 0 นั่นก็คือ $\square$, $\triangle$ และ ∇ จะต้องน้อยกว่า 0 และถ้าสังเกตต่อไปนักเรียนจะพบว่า

น้อยกว่า 0 อยู่ 1 หน่วย

น้อยกว่า 0 อยู่ 2 หน่วย

น้อยกว่า 0 อยู่ 3 หน่วย

จำนวนที่น้อยกว่า 0 อยู่ 1 หน่วยเรียกว่าจำนวนเต็มลบหนึ่ง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ -1 หรือ $\bar{1}$

จำนวนที่น้อยกว่า 0 อยู่ 2 หน่วยเรียกว่าจำนวนเต็มลบสอง เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ -2 หรือ $\bar{2}$

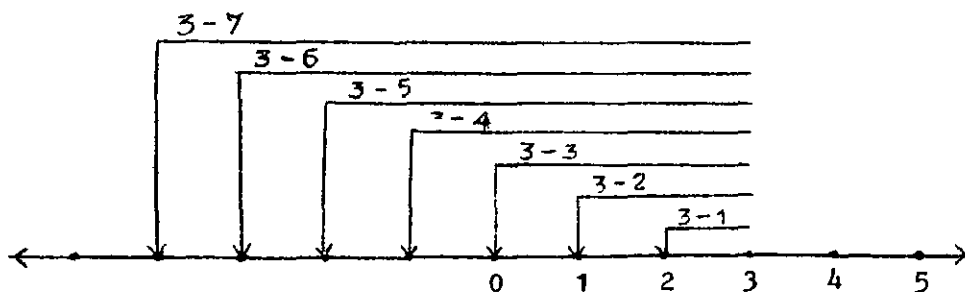
จำนวนที่น้อยกว่า 0 อยู่ 3 หน่วยเรียกว่าจำนวนเต็มลบสาม เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ -3 หรือ $\bar{3}$

ดังนั้นต่อไปถ้าเรามีจำนวนที่น้อยกว่า 0 อยู่ 4 เราจะเรียกว่าจำนวนเต็มลบสี่ ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ -4 หรือ $\bar{4}$

ในทำนองเดียวกัน จำนวนที่น้อยกว่า 0 อยู่ 5 เราจะเรียกว่าจำนวนเต็มลบห้า ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ -5 หรือ $\bar{5}$ เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ ตามลำดับ ในที่สุดเราก็จะได้เซตของจำนวนเต็มลบ คือ

ก. $\{-1, -2, -3, -4, -5, \dots\}$ หรือ $\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$
 หรือ ข. $\{-1, -2, -3, -4, -5, \dots\}$ หรือ $\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$
 ในหนังสือเราจะใช้แบบ ก.

เราอาจใช้เส้นจำนวนช่วยในการหาจำนวนเต็มลบได้ดังนี้

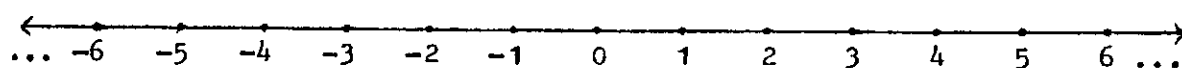


บนเส้นจำนวน จุดที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางซ้ายมือเป็นระยะทาง 1 หน่วย
เรากำหนดให้เป็นจุดที่แทน -1

จุดที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางซ้ายมือเป็นระยะทาง 2 หน่วย
เรากำหนดให้เป็นจุดที่แทน -2

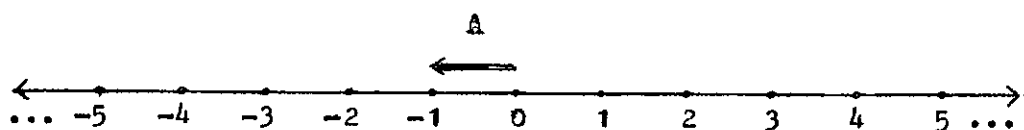
จุดที่อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางซ้ายมือเป็นระยะทาง 3 หน่วย
เรากำหนดให้เป็นจุดที่แทน -3 เป็นต้นไปเรื่อยๆ

ดังนั้นเราจะได้จำนวนเต็มที่แทนด้วยจุดบนเส้นจำนวนดังนี้

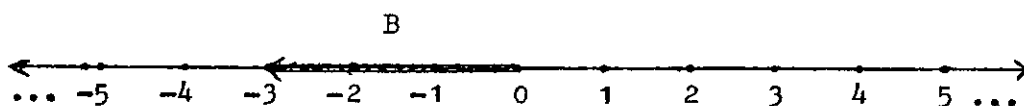


2.2-การใช้ลูกศรแทนจำนวนเต็มลบ

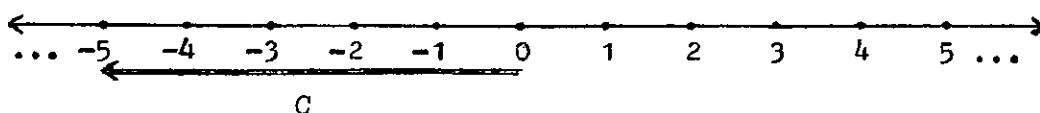
ในการทำงานเดียวกันกับจำนวนเต็มบวก เราอาจเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มลบได้ดังรูปข้างล่างนี้



ลูกศร A แทนจำนวน -1



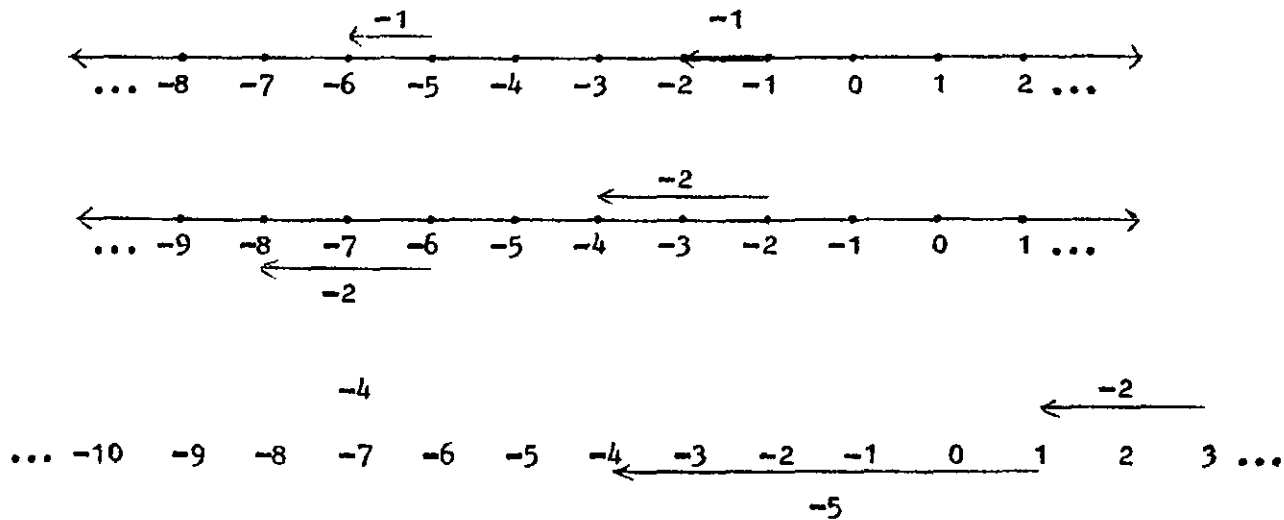
ลูกศร B แทนจำนวน -3



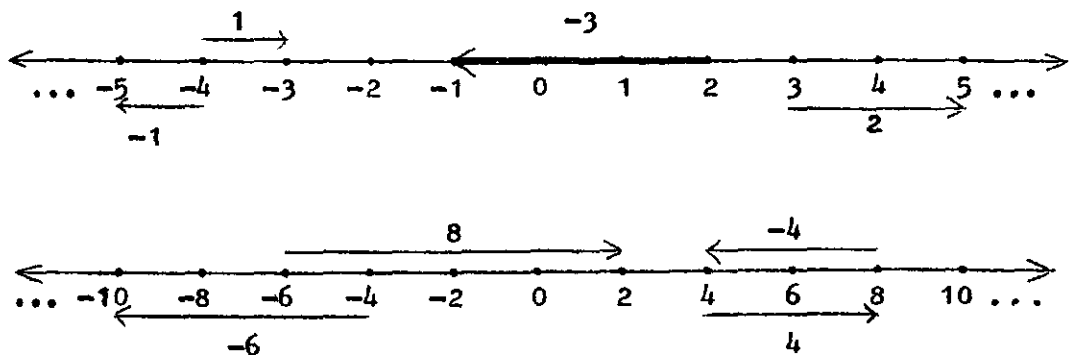
ลูกศร C แทนจำนวน -5

การเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนนั้นได้โดยกล่าวในเรื่องของจำนวนเต็มบวกแล้วว่า การแทนจำนวนด้วยลูกศร เราอาจใช้ในความหมายของการเคลื่อนที่ ในทำงานเดียวกัน การแทนจำนวนเต็มลบด้วยลูกศร ก็มีความหมายเป็นการเคลื่อนที่บนเส้นจำนวนไปทางซ้ายมือ และไม่จำเป็นต้องเริ่มตนจากจุดที่แทน 0 เสมอไป นั่นคือ

จำนวน -1 เป็นการเคลื่อนที่ของลูกศรบนเส้นจำนวนไปทางซ้ายมือเป็นระยะทาง 1 หน่วย
 จำนวน -2 เป็นการเคลื่อนที่ของลูกศรบนเส้นจำนวนไปทางซ้ายมือเป็นระยะทาง 2 หน่วย
 จำนวน -3 เป็นการเคลื่อนที่ของลูกศรบนเส้นจำนวนไปทางซ้ายมือเป็นระยะทาง 3 หน่วย
 ดังนี้ เป็นต้น ดังแสดงในรูปต่อไปนี้



จากที่กล่าวมาทั้งหมดเราสามารถสรุปได้ว่า การเขียนลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มนั้น จะเขียนที่ตำแหน่งใดก็ตาม ถ้าหัวลูกศรไปทางขวามือจะแทนจำนวนเต็มบวก ถ้าหัวลูกศรไปทางซ้ายมือจะแทนจำนวนเต็มลบ ดังรูปต่อไปนี้



ข้อสังเกต

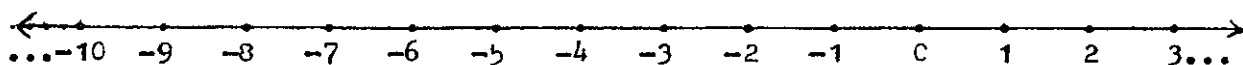
ลูกศรที่แทนจำนวน 1 กับ -1 มีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางตรงข้ามกัน
 ลูกศรที่แทนจำนวน 2 กับ -2 มีขนาดเท่ากัน แต่ทิศทางตรงข้ามกัน

ลูกศรที่แทนจำนวน 3 กับ -3 มีขนาดเท่ากัน แต่ทิศตรงข้ามกัน

ดังนั้น ถ้า a เป็นจำนวนเต็ม ไม่ว่าจะ เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบก็ตาม จะได้ว่า ลูกศรที่แทนจำนวน a กับ $-a$ จะมีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงข้ามกัน

2.3 การเปรียบเทียบจำนวนเต็มลบ

เราไต่หามาแล้ววบนเส้นจำนวน จุดที่อยู่ทางซ้ายมือจะแทนจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า จุดที่อยู่ทางขวามือเสมอ ให้นักเรียนพิจารณาเส้นจำนวนต่อไปนี้



ซึ่งจะเห็นว่า $-1 < 0$

$$-2 < -1$$

$$-3 < -2$$

$$-4 < -3$$

$$-4 < -1$$

$$-7 < -3$$

ดังนั้นเป็นต้น

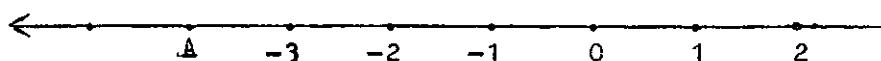
ถ้านักเรียนพิจารณาว่าจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากที่สุดคืออะไร นักเรียนก็จะได้คำตอบว่า จำนวนเต็มลบที่มีค่ามากที่สุดคือ -1 แต่ถาต้องการทราบว่าจำนวนเต็มลบที่มีค่าน้อยที่สุดหรือไม่ ถ้ามีจำนวนนั้นคืออะไร ในการตอบคำถามนี้ ถ้านักเรียนตอบว่ามีจำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุด นักเรียนต้องบอกให้ได้ว่าจำนวนนั้นคืออะไร สมมุติว่านักเรียนตอบว่าจำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุดคือ n นักเรียนจะสามารถหาจำนวนที่น้อยทน้อยกว่า n ได้อีก เช่น $n-1$, $n-2$, ... เหล่านี้เป็นต้น ดังนั้น n ก็ไม่ใช่จำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุด

คำตอบที่ถูกต้องสำหรับคำถามนี้ก็คือ ไม่มีจำนวนเต็มลบที่มีค่าน้อยที่สุด เพราะเราสามารถหาจำนวนเต็มลบที่น้อยลงไปเรื่อย ๆ ได้

แบบฝึกหัดที่ 2

ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้อง

1. จากรูป



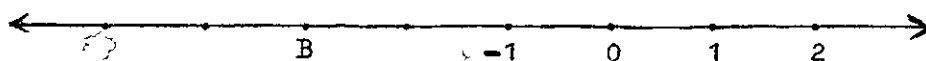
ก. จุด A อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 ไปทางซ้ายกี่หน่วย

ตอบ

ข. จุด A แทนจำนวนอะไร

ตอบ

2. จากรูป



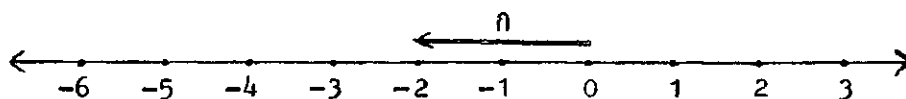
ก. จุด B อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 กี่หน่วย

ตอบ

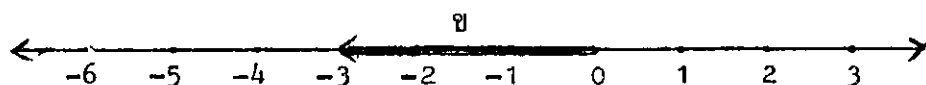
ข. จุด B แทนจำนวนอะไร

ตอบ

3. จงบอกชื่อจำนวนที่เขียนแทนด้วยลูกศรบนเส้นจำนวนต่อไปนี้



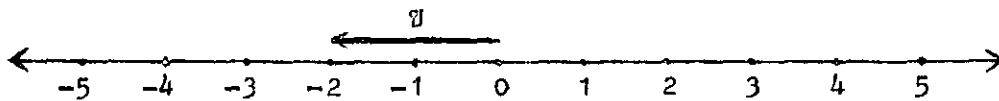
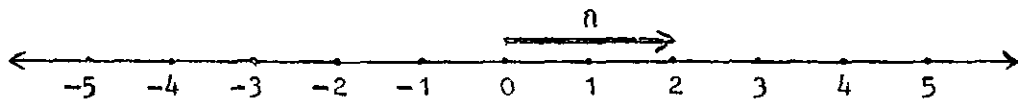
ลูกศร ก แทนจำนวนอะไร

ตอบ

ลูกศร ข แทนจำนวนอะไร

ตอบ

4. จงพิจารณากราฟข้างล่าง แล้วตอบคำถาม



4.1 กราฟ ก มีขนาดเท่าไร และชี้ทิศทางอย่างไร

ตอบ

4.2 กราฟ ข มีขนาดเท่าไร และชี้ทิศทางอย่างไร

ตอบ

4.3 จากข้อ 4.1 และ 4.2 จะเห็นได้ว่า

ก และ ข มีอะไรที่เหมือนกัน

ตอบ

ก และ ข มีอะไรที่ต่างกัน

ตอบ

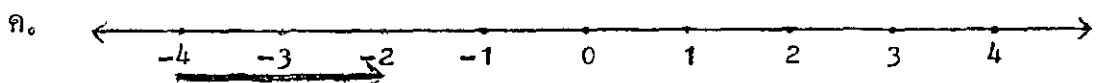
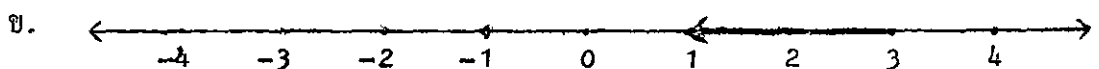
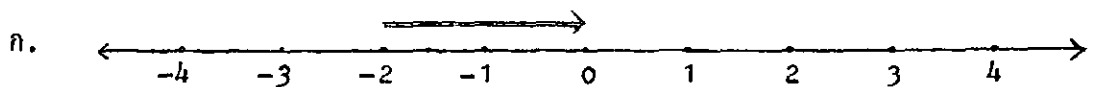
4.4 ก แทนจำนวนอะไร

ตอบ

ข แทนจำนวนอะไร

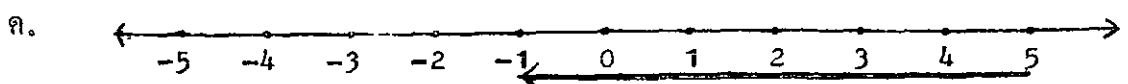
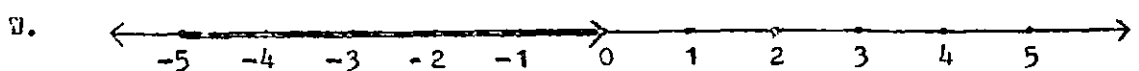
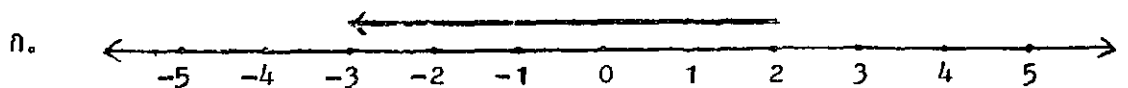
ตอบ

5. กราฟบนเส้นจำนวนในข้อใดแทนจำนวน -2



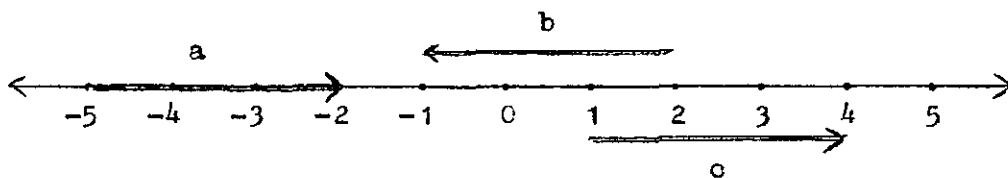
ตอบ

6. กราฟบนเส้นจำนวนในข้อใดแทนจำนวน -5



ตอบ

7. จงพิจารณาภาพ แล้วตอบคำถามโดยเติมคำตอบในช่องว่างท้ายข้อ



ก. ลูกศร a แทนจำนวน _____

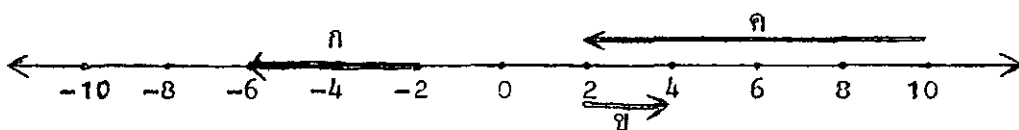
ข. ลูกศร b แทนจำนวน _____

ค. ลูกศร c แทนจำนวน _____

ง. ลูกศรที่แทนจำนวนเดียวกันคือ _____

จ. ลูกศรที่ทิศทางต่างจากอันอื่นคือ _____

8. จงบอกชื่อจำนวนที่เขียนแทนด้วยลูกศรต่อไปนี้



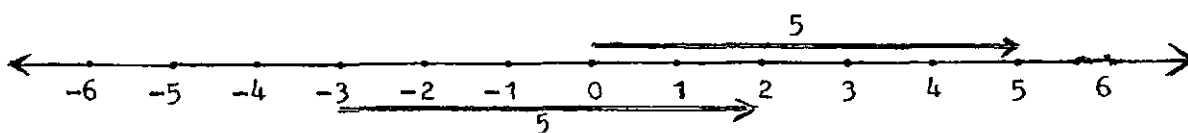
ก. แทนจำนวน _____

ข. แทนจำนวน _____

ค. แทนจำนวน _____

9. จงเขียนลูกศรแทนจำนวนต่อไปนี้ จำนวนละ 2 คำแทน (จุดเริ่มต้นต่างกัน)

ตัวอย่าง จำนวน 5



ก. จำนวน 3

ข. จำนวน -7

ค. จำนวน -12

10. จงเขียนเครื่องหมาย $<$, $>$ ใน $\square$ ให้ถูกต้อง

ก. $3 \square 7$

ข. $-3 \square -7$

ค. $0 \square 2$

ง. $0 \square -5$

จ. $1 \square -1$

ฉ. $-5 \square -6$

ช. $-4 \square 2$

ญ. $7 \square -8$

11. จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากมากไปหาน้อย

ก. $-2, -5, -10, -6, -1$

ตอบ

ข. $0, -2, 2, 1, -3, -9$

ตอบ

12. จำนวนเต็มลบที่มากที่สุดคือจำนวนอะไร

ตอบ

13. จำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุดคือจำนวนอะไร

ตอบ

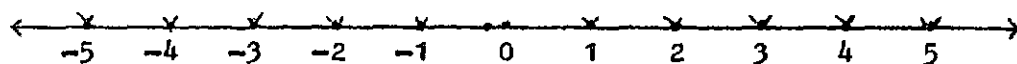
บทเรียนที่ 3
จำนวนตรงข้าม

จุดประสงค์

1. ให้นักเรียนสามารถหาจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใดๆได้
2. ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มใดๆกับจำนวนตรงข้ามของมันได้

3.1 จำนวนตรงข้าม

ใ้ใจห้ขอสังเก้ไ้แล้วว้ ถ้าเ้ณจ้ำนวนทว้ยล้กศรบนเส้ันจ้ำนวนจะไ้คว้
 จ้ำนวน 1 และ -1 เ้ณทว้ยล้กศรท้มขนาดเท้ากัน เ้แต่มีท้ศท้างตรงข้ามกัน
 จ้ำนวน 2 และ -2 เ้ณทว้ยล้กศรท้มขนาดเท้ากัน เ้แต่มีท้ศท้างตรงข้ามกัน
 จ้ำนวน 3 และ -3 เ้ณทว้ยล้กศรท้มขนาดเท้ากัน เ้แต่มีท้ศท้างตรงข้ามกัน
 เป็นท้ังน้้ไปเร้อย ๆ ตามล้ำท้ับ
 ไ้หนักเร้ียนรู้รูปต้อไปน้้



เม้ือพิจารณาเส้ันจ้ำนวน จะเห็นไ้ชัดเจ้ันว้

จุดที่เ้ณ 1 กับ -1 อยู่คนละข้างของจุดที่เ้ณ 0 และอยู่ห่างจากจุดที่เ้ณ 0
 เป็นระยะ 1 หน่วยเท้ากัน

จุดที่เ้ณ 2 กับ -2 อยู่คนละข้างของจุดที่เ้ณ 0 และอยู่ห่างจากจุดที่เ้ณ 0
 เป็นระยะ 2 หน่วยเท้ากัน

จุดที่เ้ณ 3 กับ -3 อยู่คนละข้างของจุดที่เ้ณ 0 และอยู่ห่างจากจุดที่เ้ณ 0
 เป็นระยะ 3 หน่วยเท้ากัน

เป็นเช้ันน้้ เป็นถู ๆ ไปตามล้ำท้ับ

ฉ้ะนั้นจึงกล้าวไ้ย้กอย้างหน้ึ่งว้

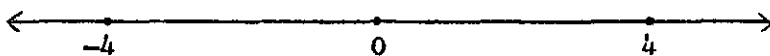
-1 เป็นจ้ำนวนตรงข้ามของ 1 หรือ 1 เป็นจ้ำนวนตรงข้ามของ -1

-2 เป็นจ้ำนวนตรงข้ามของ 2 หรือ 2 เป็นจ้ำนวนตรงข้ามของ -2

-3 เป็นจ้ำนวนตรงข้ามของ 3 หรือ 3 เป็นจ้ำนวนตรงข้ามของ -3

เมื่อนักเรียนมีแนวความคิดของจำนวนตรงข้ามดังกล่าแล้วให้นักเรียนฝึกตอบคำถามต่อไปนี้ โดยเติมคำตอบลงใน ☐

1.



จากรูปจะได้อะไร

-4 เป็นจำนวนตรงข้ามของ ☐

4 เป็นจำนวนตรงข้ามของ ☐

2. จำนวนตรงข้ามของ 5 คือ ☐

จำนวนตรงข้ามของ -5 คือ ☐

3. จำนวนตรงข้ามของ -7 คือ ☐

4. จำนวนตรงข้ามของ 30 คือ ☐

ดังนั้นถ้าเรามีจำนวนเต็ม a ใด ๆ จะได้ว่าจำนวนตรงข้ามของ a คือ $-a$ และจำนวนตรงข้ามของ $-a$ คือ a

สำหรับจำนวนตรงข้ามของ 0 นั้น เนื่องจากจุดที่แทน 0 อยู่ห่างจากจุดที่แทน 0 เป็นระยะเท่ากันทางซ้ายและทางขวา คือห่างเป็นระยะ 0 หน่วย เราจึงกล่าวว่า จำนวนตรงข้ามของ 0 ก็คือ 0

ต่อไปลองพิจารณาว่าจำนวนตรงข้ามของจำนวนใดจำนวนหนึ่ง จะเป็นจำนวนลบเสมอไป หรือจำนวนบวกเสมอไปหรือไม่

เราทราบว่า จำนวนตรงข้ามของ 1 คือ -1

จำนวนตรงข้ามของ -1 คือ 1

จำนวนตรงข้ามของ 3 คือ -3

จำนวนตรงข้ามของ -3 คือ 3

จากตัวอย่างเราจะเห็นว่า

ถ้า a เป็นจำนวนบวก จำนวนตรงข้ามของ a คือ $-a$ จะเป็นจำนวนลบ

ถ้า a เป็นจำนวนลบ จำนวนตรงข้ามของ a คือ $-a$ จะเป็นจำนวนบวก

นอกจากนี้เรายังพบว่า

ถ้าเราเขียน $-a$ จะหมายถึงจำนวนตรงข้ามของ a

ถ้าเราเขียน $-(-a)$ จะหมายถึงจำนวนตรงข้ามของ $-a$

ดังนั้นเราสรุปได้ว่า $-(-a) = a$

จำนวนตรงข้ามของจำนวนใด เรียกอีกอย่างว่า อินเวอร์สการบวกของจำนวนนั้น

ข้อสังเกต สัญลักษณ์ " $-a$ " มีความหมาย 2 อย่างคือ

1. $-a$ เป็นจำนวนเต็มตัวหนึ่ง ซึ่งอาจเป็นจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ หรือศูนย์ก็ได้
ขึ้นอยู่กับว่า a เป็นจำนวนเต็มประเภทใด

2. $-a$ หมายถึงจำนวนตรงข้ามของ a

เพื่อความเข้าใจเรื่องจำนวนตรงข้ามยิ่งขึ้น ให้นักเรียนฝึกตอบคำถามข้างล่างนี้

1. จงเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนต่อไปนี้ โดยที่ 3 ข้อแรกเป็นตัวอย่าง

- | | | |
|---------------------------|------------|---------|
| 1.1 จำนวนลบหนึ่ง | <u>ตอบ</u> | -1 |
| 1.2 จำนวนตรงข้ามของหนึ่ง | <u>ตอบ</u> | -1 |
| 1.3 จำนวนตรงข้ามของ -1 | <u>ตอบ</u> | $-(-1)$ |
| 1.4 จำนวนลบห้า | <u>ตอบ</u> | |
| 1.5 จำนวนตรงข้ามของ 5 | <u>ตอบ</u> | |
| 1.6 จำนวนตรงข้ามของ -5 | <u>ตอบ</u> | |
| 1.7 จำนวนตรงข้ามของ -11 | <u>ตอบ</u> | |
| 1.8 จำนวนตรงข้ามของ 11 | <u>ตอบ</u> | |
| 1.9 จำนวนตรงข้ามของ x | <u>ตอบ</u> | |
| 1.10 จำนวนตรงข้ามของ $-x$ | <u>ตอบ</u> | |

2. จงบอกว่า จำนวนต่อไปนี้เป็นจำนวนตรงข้ามของจำนวนใด และให้บอกค่าของจำนวนนั้นด้วย

2.1	5	<u>ตอบ</u>	จำนวนตรงข้ามของ -5 ซึ่งมีค่าเท่ากับห้า
2.2	-5	<u>ตอบ</u>	จำนวนตรงข้ามของ 5 ซึ่งมีค่าเท่ากับลบห้า
2.3	$-(-5)$	<u>ตอบ</u>	จำนวนตรงข้ามของ -5 ซึ่งมีค่าเท่ากับห้า
2.4	-8	<u>ตอบ</u>	
2.5	$-(-8)$	<u>ตอบ</u>	
2.6	11	<u>ตอบ</u>	
2.7	-11	<u>ตอบ</u>	
2.8	$-(-11)$	<u>ตอบ</u>	
2.9	-b	<u>ตอบ</u>	
2.10	$-(-b)$	<u>ตอบ</u>	

3.2 การบวกจำนวนที่เป็นจำนวนตรงข้ามกัน

ดังที่กล่าวมาแล้วว่า จำนวนที่เป็นจำนวนตรงข้ามกันแต่ละคู่กัน ถ้าจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนลบ อีกจำนวนหนึ่งจะเป็นจำนวนบวกเสมอ

นักเรียนลองหาผลบวกของจำนวนตรงข้ามแต่ละคู่ต่อไปนี้ โดยเติมคำตอบลงใน □

$$3 + (-3) = \square$$

$$(-5) + 5 = \square$$

$$(-7) + 7 = \square$$

$$10 + (-10) = \square$$

นักเรียนจะเห็นว่าผลบวกของจำนวนตรงข้ามแต่ละคู่ข้างบนนี้เป็น 0 นักเรียนลองหาผลบวกของจำนวนตรงข้ามอื่น ๆ อีก แล้วจะสรุปได้ว่า จำนวนตรงข้ามกันบวกกันได้ผลลัพธ์เป็น 0 เสมอ นั่นคือ

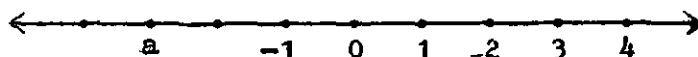
$$\text{สำหรับจำนวนเต็ม } a \text{ ใด ๆ } \quad a + (-a) = (-a) + a = 0$$

แบบฝึกหัดที่ 3

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จำนวนตรงข้ามของ 2 คือจำนวนอะไร ตอบ
 จำนวนตรงข้ามของ -5 คือจำนวนอะไร ตอบ
 จำนวนตรงข้ามของ 51 คือจำนวนอะไร ตอบ
 จำนวนตรงข้ามของ b คือจำนวนอะไร ตอบ
 จำนวนตรงข้ามของ -b คือจำนวนอะไร ตอบ

2. จากรูป



- จำนวนตรงข้ามของ a คือจำนวนอะไร ตอบ
 และ a มีค่าเท่ากับเท่าไร ตอบ
3. ถ้าเขียน $-(-p)$ หมายถึงจำนวนอะไร ตอบ
4. จงหาผลบวกต่อไปนี้ โดยเติมคำตอบท้ายข้อ

$$1 + (-1) =$$

$$(-10) + 10 =$$

$$13 + (-13) =$$

$$b + (-b) =$$

$$(-213) + 213 =$$

5. จงหาคาของ x

$$\text{ก. ถ้า } 3 + (-3) = x \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{ข. ถ้า } (-5) + x = 0 \quad \text{ตอบ}$$

$$\text{ค. ถ้า } (-x) + 10 = 0 \quad \text{ตอบ}$$

6. จงหาคาของ k ถ้าจำนวนตรงข้ามของ k คือ 0 ตอบ

บทเรียนที่ 4

คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม

จุดประสงค์

1. ให้นักเรียนบอกคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มได้
2. ให้นักเรียนสามารถบอกคุณสมบัติการสลับที่ของการบวกจำนวนเต็มได้
3. ให้นักเรียนสามารถบอกคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มไคของการบวกจำนวนเต็มได้
4. ให้นักเรียนสามารถบอกเอกลักษณ์การบวกของการบวกจำนวนเต็มได้
5. ให้นักเรียนสามารถบอกอินเวอร์สการบวกของการบวกจำนวนเต็มได้

คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม

จากการเรียนเรื่องการบวกที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว นักเรียนจะพบข้อเท็จจริงหลายประการ ดังจะสรุปเป็นคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มบวกได้ดังนี้

1. คุณสมบัติปิดของการบวก

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $a + b$ เป็นจำนวนเต็มบวก

ตัวอย่าง 3 และ 5 เป็นจำนวนเต็มบวก

$$3 + 5 = 8 \text{ และ } 8 \text{ เป็นจำนวนเต็มบวก}$$

2. คุณสมบัติการสลับที่ของการบวก

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $a + b = b + a$

ตัวอย่าง 7 และ 3 เป็นจำนวนเต็มบวก

$$7 + 3 = 10 \text{ และ } 3 + 7 = 10$$

$$\text{ดังนั้น } 7 + 3 = 3 + 7$$

3. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มใดของการบวก

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว $(a + b) + c = a + (b + c)$

ตัวอย่าง 2, 3 และ 7 เป็นจำนวนเต็มบวก

$$(2 + 3) + 7 = 5 + 7 = 12$$

$$2 + (3 + 7) = 2 + 10 = 12$$

$$(2 + 3) + 7 = 2 + (3 + 7)$$

คุณสมบัติทั้ง 3 ประการนี้เป็นจริงสำหรับการบวกจำนวนเต็มใดๆ ด้วย กล่าวคือ

1. คุณสมบัติปิดของการบวกจำนวนเต็ม

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มใดๆแล้ว $a + b$ เป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง 5 และ -3 เป็นจำนวนเต็ม

$$5 + (-3) = 2 \text{ และ } 2 \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$$

2. คุณสมบัติการสลับที่ของการบวกจำนวนเต็ม

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มแล้ว $a + b = b + a$

ตัวอย่าง 4 และ -7 เป็นจำนวนเต็ม

$$4 + (-7) = -3 \text{ และ } (-7) + 4 = -3$$

$$\text{ดังนั้น } 4 + (-7) = (-7) + 4$$

3. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มไคของการบวกจำนวนเต็ม

ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนเต็มแล้ว $(a + b) + c = a + (b + c)$

ตัวอย่าง 2, 5 และ -3 เป็นจำนวนเต็ม

$$(2 + 5) + (-3) = 7 + (-3) = 4$$

$$\text{และ } 2 + [5 + (-3)] = 2 + 2 = 4$$

$$\text{ดังนั้น } (2 + 5) + (-3) = 2 + [5 + (-3)]$$

นอกจากคุณสมบัติ 3 ประการนี้แล้ว ในบทเรียนที่ 1 หัวข้อ 1.4 ได้กล่าวถึงคุณสมบัติของศูนย์เกี่ยวกับการบวกไว้ว่า " $0 + a = a + 0 = a$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a ใดๆ" ซึ่งคุณสมบัตินี้เป็นจริงเมื่อ a เป็นจำนวนเต็มใดๆด้วย จึงสรุปเป็นคุณสมบัติข้อที่ 4 ของการบวกจำนวนเต็มได้ดังนี้

4. คุณสมบัติการมีเอกลักษณ์การบวกของจำนวนเต็ม

สำหรับจำนวนเต็ม a ใด ๆ แล้ว $0 + a = a + 0 = a$
 เรียก 0 ว่าเป็นเอกลักษณ์การบวกของจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง 5 เป็นจำนวนเต็ม

$$0 + 5 = 5 \text{ และ } 5 + 0 = 5$$

$$\text{ดังนั้น } 0 + 5 = 5 + 0 = 5$$

นอกจากนี้ในบทเรียนที่ 3 หัวข้อ 3.2 ก็ได้กล่าวไว้ว่า "สำหรับจำนวนเต็ม a ใด ๆ $a + (-a) = (-a) + a = 0$ " จากคุณสมบัตินี้เราจะกล่าวว่า $-a$ เป็นอินเวอร์สการบวกของ a และ a เป็นอินเวอร์สการบวกของ $-a$ ดังนั้นจึงสรุปเป็นคุณสมบัติข้อที่ 5 ของการบวกจำนวนเต็มได้ดังนี้

5. คุณสมบัติการมีอินเวอร์สการบวกของจำนวนเต็ม

สำหรับจำนวนเต็ม a ใด ๆ แล้ว มีจำนวนเต็ม $-a$
 ซึ่ง $a + (-a) = (-a) + a = 0$
 เรียก $-a$ ว่าเป็นอินเวอร์สการบวกของ a และ
 เรียก a ว่าเป็นอินเวอร์สการบวกของ $-a$

ตัวอย่าง 7 เป็นจำนวนเต็ม มีจำนวนเต็ม -7 ซึ่ง

$$7 + (-7) = 0 \text{ และ } (-7) + 7 = 0$$

$$\text{นั่นคือ } 7 + (-7) = (-7) + 7 = 0$$

เรียก -7 ว่าเป็นอินเวอร์สการบวกของ 7 และ

เรียก 7 ว่าเป็นอินเวอร์สการบวกของ -7

จากตัวอย่างข้างบนนี้ เราอาจสรุปได้ว่า อินเวอร์สการบวกของจำนวนเต็ม a ใด ๆ ก็คือจำนวนตรงข้ามของมันนั่นเอง เพราะจำนวนที่จะเรียกว่าอินเวอร์สการบวกของจำนวนหนึ่งก็คือจำนวนที่เมื่อนำมาบวกกับจำนวนนั้นแล้วได้ผลลัพธ์เป็น 0

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จำนวนเต็มบวก บวกกับจำนวนเต็มบวก ผลลัพธ์ได้เป็นจำนวนชนิดใด

ตอบ

1.2 จำนวนเต็ม บวกกับจำนวนเต็ม ผลลัพธ์ได้เป็นจำนวนชนิดใด

ตอบ

1.3 ถ้า x และ y เป็นจำนวนเต็ม และ $x + y = z$ อยากทราบว่า z เป็นจำนวนชนิดใด

ตอบ

2. ให้นักเรียนเติมจำนวนที่ถูกต้องลงใน $\square$ ให้สอดคล้องกับคุณสมบัติการสลับที่

2.1 $2 + 3 = \square + 2$

2.2 $0 + 5 = 5 + \square$

2.3 $0 + (-1) = (-1) + \square$

2.4 $4 + (-4) = \square + 4$

2.5 $11 + 25 = \square + 11$

2.6 $(-25) + 10 = 10 + \square$

2.7 $\square + (-6) = (-6) + 3$

2.8 $12 + \square = (-15) + 12$

2.9 $7 + \square = (-4) + 7$

2.10 $\square + 9 = 9 + 13$

3. ให้นักเรียนเติมจำนวนที่ถูกต้องลงใน $\square$ ให้สอดคล้องกับคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้

$$3.1 \quad 7 + (1 + 3) = (7 + \square) + 3$$

$$3.2 \quad (7 + 4) + 10 = \square + (4 + 10)$$

$$3.3 \quad (4 + 9) + (-5) = 4 + (9 + \square)$$

$$3.4 \quad (-11) + (1 + 7) = [(-11) + \square] + 7$$

$$3.5 \quad (-5) + [2 + (-1)] = [(-5) + \square] + (-1)$$

$$3.6 \quad [(-2) + (-3)] + (-1) = (-2) + [\square + (-1)]$$

$$3.7 \quad a + (6 + 1) = (a + 6) + \square$$

$$3.8 \quad (a + 5) + b = a + (5 + \square)$$

$$3.9 \quad 3 + (5 + 6) = (\square + \square) + 6$$

$$3.10 \quad 3 + [(-7) + a] = [3 + \square] + \square$$

4. เวกลักษณะสำหรับการบวกของจำนวนเต็มคือจำนวนใด

ตอบ

5. ถ้า $5 + x = x + 5 = 5$ นักเรียนคิดว่า x มีค่าเท่าไร

ตอบ

6. ถ้า $a + b = b + a = 0$

a สัมพันธ์กับ b อย่างไร

ตอบ

7. จงตอบคำถามต่อไปนี้

7.1 อินเวอร์สการบวกของ -49 คือจำนวนอะไร

ตอบ

7.2 อินเวอร์สการบวกของ 135 คือจำนวนอะไร

ตอบ

7.3 อินเวอร์สการบวกของ 0 คือจำนวนอะไร

ตอบ

บทเรียนที่ 5

การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก

จุดประสงค์

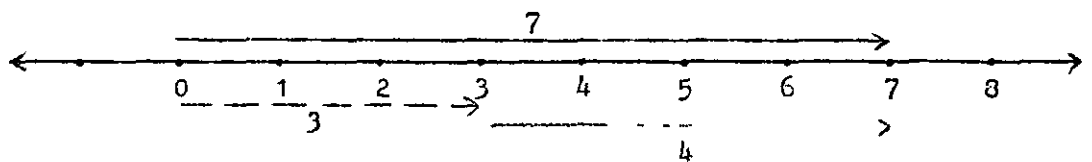
1. ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกโดยอาศัยเส้นจำนวนได้
2. ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกโดยอาศัยสมบัติของการบวกจำนวนได้
3. เพื่อกำหนดจำนวนเต็มบวกให้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าจำนวนนั้นเป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกใดบ้าง

การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก

นักเรียนเคยเรียนเรื่องการบวกจำนวนนับหรือจำนวนเต็มบวกมาแล้ว และทราบแล้วว่า การบวกเป็นสมบัตินับ หรือการหาจำนวนใหม่ที่เกิดจากการรวมของจำนวน 2 จำนวนขึ้นไป

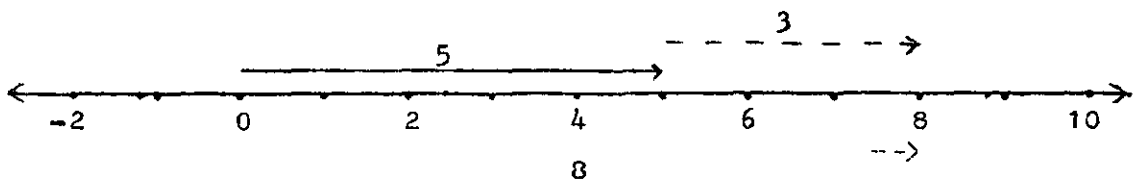
นักเรียนทราบจากบทเรียนก่อนหน้าแล้วว่า เราใช้ลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนใดอย่างไร ในที่นี้เราจะใช้ลูกศรแทนจำนวนเต็มบวกที่จะนำมาบวกกัน และจำนวนที่เป็นผลลัพธ์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ 3 และ 4



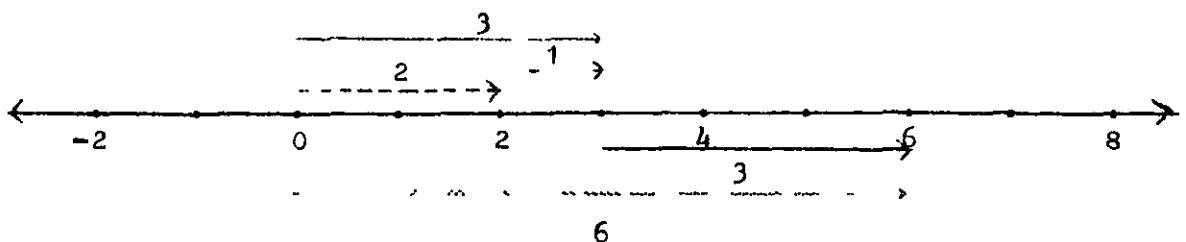
ผลบวกของ 3 และ 4 คือ 7 หรือเขียนว่า $3 + 4 = 7$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ 5 และ 3



ผลบวกของ 5 และ 3 คือ 8 หรือเขียนว่า $5 + 3 = 8$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวกของ $(2 + 1)$ และ 3

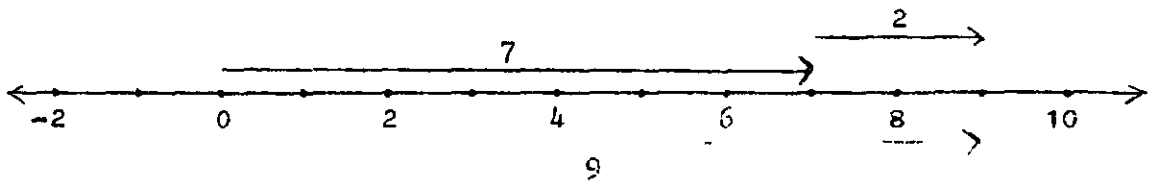


ผลบวกของ $(2 + 1)$ และ 3 คือ 6 หรือเขียนว่า

$$(2 + 1) + 3 = 3 + 3 = 6$$

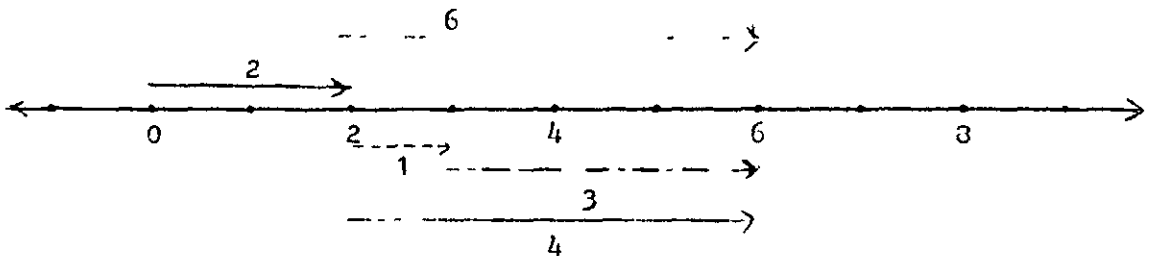
หมายเหตุ ในการหาผลบวกของจำนวน 2 จำนวน หรือมากกว่านั้น นักเรียนอาจอธิบายวิธีทำและตอบด้วยประโยคสำคัญเพียงอย่างเดียวก็ได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวกของ 7 กับ 2



$$\therefore 7 + 2 = 9$$

ตัวอย่างที่ 5 จงหาผลบวกของ 2 และ $(1 + 3)$



$$\therefore 2 + (1 + 3) = 2 + 4 = 6$$

จากทั้ง 5 ตัวอย่างข้างต้นนี้ นักเรียนจะเห็นว่า ในการหาผลบวกโดยใช้ลูกศรบนเส้นจำนวนนั้น เราทำได้โดยเขียนลูกศรแทนตัวตั้งเสียก่อน แล้วเขียนลูกศรแทนตัวบวกโดยให้จุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดปลายของลูกศรที่แทนตัวตั้ง สำหรับลูกศรที่แทนผลลัพธ์ จะมีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดเริ่มต้นของลูกศรที่แทนตัวตั้ง และมีจุดปลายอยู่ที่จุดปลายของลูกศรที่แทนตัวบวก

แบบฝึกหัดที่ 5.1

จงหาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้ โดยใส่ลูกศรบนเส้นจำนวนประกอบการหาผลบวก

1. $1 + 3$

2. $2 + 5$

3. $7 + 1$

4. $(1 + 3) + 2$

5. $(2 + 5) + 3$

6. $4 + (2 + 1)$

7. $5 + (3 + 3)$

เมื่อนักเรียนได้ฝึกหาผลบวกโดยใช้ลูกกรบนเส้นจำนวนมาแล้วในแบบฝึกหัดที่ 5.1 นักเรียนแต่ละคนคงพอจะหาข้อสรุปได้เองว่าจะมีวิธีหาผลบวกให้เร็วขึ้นได้อย่างไร แต่ละวิธีอาจจะแตกต่างกันแต่ถึงอย่างไรก็ต้องใช้หลักการของการบวกจำนวนจำนวนเดียวกัน

ให้นักเรียนฝึกหาผลบวกโดยใช้วิธีการของตนเองจากแบบฝึกหัดต่อไปนี้

แบบฝึกหัดที่ 5.2

จงหาผลบวกของจำนวนต่อไปนี้ แล้วเขียนเฉพาะคำตอบไว้อย่างเดียว

- | | | |
|-----|-----------|------------|
| 1. | $7 + 4$ | <u>ตอบ</u> |
| 2. | $5 + 10$ | <u>ตอบ</u> |
| 3. | $11 + 7$ | <u>ตอบ</u> |
| 4. | $9 + 15$ | <u>ตอบ</u> |
| 5. | $8 + 21$ | <u>ตอบ</u> |
| 6. | $13 + 2$ | <u>ตอบ</u> |
| 7. | $5 + 16$ | <u>ตอบ</u> |
| 8. | $12 + 13$ | <u>ตอบ</u> |
| 9. | $13 + 12$ | <u>ตอบ</u> |
| 10. | $18 + 25$ | <u>ตอบ</u> |

ต่อไปให้นักเรียนพิจารณาว่า ถ้ากำหนดจำนวนเต็มบวกให้จำนวนหนึ่ง นักเรียนจะหาว่าจำนวนนั้นเป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกคู่ใดบ้าง ได้หรือไม่

ตัวอย่างเช่น 8 เป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกแต่ละคู่ต่อไปนี้คือ

$$7 \text{ กับ } 1$$

$$6 \text{ กับ } 2$$

$$5 \text{ กับ } 3$$

และ $4 \text{ กับ } 4$

ดังนี้เพราะว่า $7 + 1 = 8$

$$6 + 2 = 8$$

$$5 + 3 = 8$$

$$4 + 4 = 8$$

ดังนั้นจะเห็นว่า เมื่อกำหนดจำนวนเต็มบวกให้จำนวนหนึ่ง นักเรียนจะสามารถหาได้ว่าจำนวนนั้นเป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกคู่ใดบ้าง ได้หลายคู่

แบบฝึกหัดที่ 5.3

ให้นักเรียนแสดงว่าจำนวนเต็มบวกแต่ละจำนวนต่อไปนี้ เป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกคู่ใดบ้าง ให้ออกมา 3 คู่ จงตัวอย่างข้อ 1

1. 10

ตอบ $10 = 2 + 8 = 4 + 6 = 5 + 5$

2. 7

ตอบ

3. 9

ตอบ

4. 12

ตอบ

5. 15

ตอบ

บทเรียนที่ 6

การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

จุดประสงค์

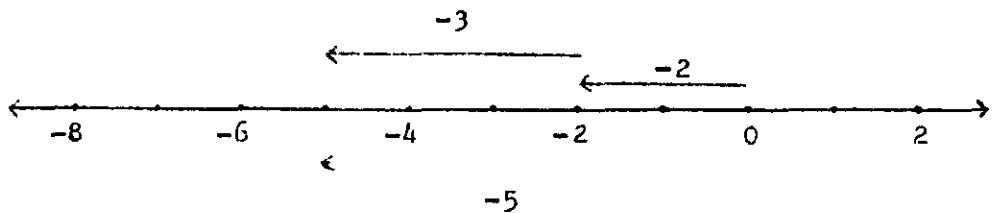
1. ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มลบโดยอาศัยเส้นจำนวนได้
2. ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มลบโดยอาศัยกฎ โนมติของการบวกจำนวนได้
3. เมื่อกำหนดจำนวนเต็มลบให้นักเรียนสามารถบอกได้ว่า จำนวนนั้นเป็นผลบวกของจำนวนเต็มลบคู่ใดบ้าง

การบวกจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

การบวกจำนวนเต็มลบมีหลักการเช่นเดียวกับการบวกจำนวนเต็มบวก แต่ในการใช้ลูกศรบนเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มลบนั้น นักเรียนเคยทราบแล้วว่า ทิศทางของลูกศรจะกลับกันกับการใช้ลูกศรแทนจำนวนเต็มบวก

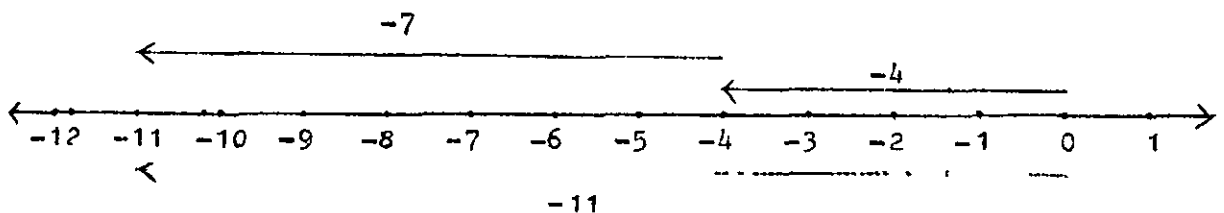
ดังนั้นในการหาผลบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ เราจะใช้ลูกศรแทนจำนวนที่จะนำมาบวกกันและผลลัพธ์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ -2 กับ -3



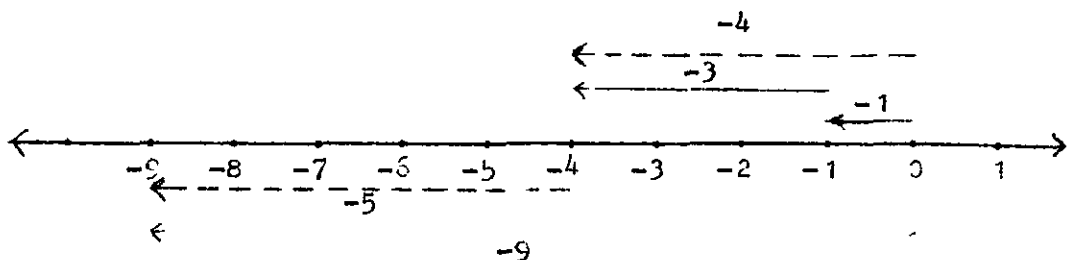
$$\therefore (-2) + (-3) = -5$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ -4 และ -7



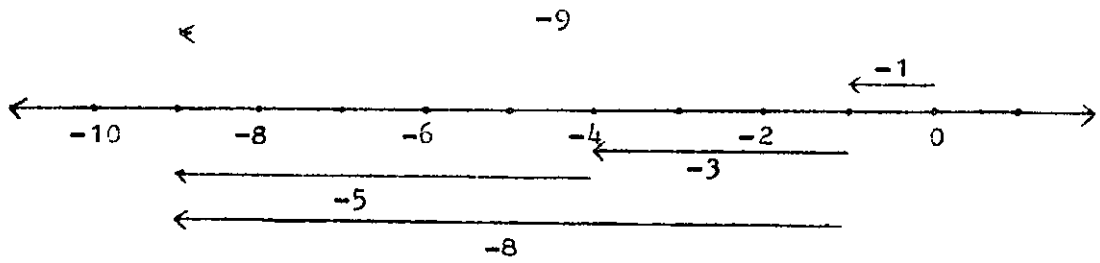
$$\therefore (-4) + (-7) = -11$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวกของ $(-1) + (-3)$ และ (-5)



$$\therefore [(-1) + (-3)] + (-5) = (-4) + (-5) = -9$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวกของ (-1) และ $(-3) + (-5)$



$$\therefore (-1) + [(-3) + (-5)] = (-1) + (-8) = -9$$

.....

แบบฝึกหัดที่ 6.1

จงหาผลบวกของจำนวนเต็มต่อไปนี้ โดยใช้ลูกศรบนเส้นจำนวนประกอบการหาผลบวก

1. $(-2) + (-4)$

2. $(-3) + (-5)$

3. $(-6) + (-1)$

4. $(-7) + (-3)$

5. $(-9) + (-11)$

6. $(-11) + (-9)$

7. $(-2) + (-4)$ และ -1

8. $(-1) + (-4)$ และ -5

9. -3 และ $(-2) + (-1)$

10. -7 และ $(-3) + (-1)$

ข้อสังเกต จากตัวอย่างและแบบฝึกหัด นักเรียนจะพบว่า ผลบวกของจำนวนเต็มลบสองจำนวนใด ๆ จะเป็นจำนวนเต็มลบเสมอ

นอกจากนี้ให้นักเรียนสังเกตผลบวกต่อไปนี้ แล้วลองเปรียบเทียบผลบวกของจำนวนทางซ้ายมือ กับผลบวกของจำนวนทางขวามือเป็นคู่ ๆ

$1 + 1 = 2$	$(-1) + (-1) = -2$
$2 + 1 = 3$	$(-2) + (-1) = -3$
$3 + 1 = 4$	$(-3) + (-1) = -4$
$4 + 1 = 5$	$(-4) + (-1) = -5$
$5 + 1 = 6$	$(-5) + (-1) = -6$
$6 + 1 = 7$	$(-6) + (-1) = -7$
$7 + 1 = 8$	$(-7) + (-1) = -8$
$8 + 1 = 9$	$(-8) + (-1) = -9$
$9 + 1 = 10$	$(-9) + (-1) = -10$
$10 + 1 = 11$	$(-10) + (-1) = -11$

นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า จำนวนทางซ้ายมือเป็นการบวกจำนวนเต็มบวกเพิ่มขึ้นทีละ 1 และจำนวนทางขวามือเป็นการบวกจำนวนเต็มลบลดลงทีละ 1 แต่อย่างไรก็ตามเมื่อนักเรียนสังเกต และเปรียบเทียบจำนวนที่นำมาบวกกันและผลลัพธ์ของแต่ละคู่แล้ว นักเรียนคงจะสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มลบได้รวดเร็วขึ้นถึงแม้การบวกนั้นจะต่างไปจากตัวอย่างข้างบนก็ตาม ดังแสดงข้างล่างนี้

$2 + 3 = 5$	$(-2) + (-3) = -5$
$4 + 2 = 6$	$(-4) + (-2) = -6$
$3 + 5 = 8$	$(-3) + (-5) = -8$
$6 + 4 = 10$	$(-6) + (-4) = -10$
$7 + 8 = 15$	$(-7) + (-8) = -15$
$8 + 3 = 11$	$(-8) + (-3) = -11$
$8 + 6 = 14$	$(-8) + (-6) = -14$

$$9 + 7 = 16$$

$$(-9) + (-7) = -16$$

$$10 + 7 = 17$$

$$(-10) + (-7) = -17$$

$$12 + 9 = 21$$

$$(-12) + (-9) = -21$$

จากตัวอย่างดังกล่าว นักเรียนคงพอจะหาข้อสรุปได้ว่า จะหาผลบวกของจำนวนเต็มลบให้เร็วขึ้นได้อย่างไร ให้นักเรียนฝึกหาผลบวกจากแบบฝึกหัดต่อไปนี้

แบบฝึกหัดที่ 6.2

จงหาผลบวกต่อไปนี้ แล้วเขียนเฉพาะคำตอบไว้อย่างย่อ

1. $(-1) + (-3)$ ตอบ

2. $(-2) + (-5)$ ตอบ

3. $(-4) + (-7)$ ตอบ

4. $(-6) + (-9)$ ตอบ

5. $(-5) + (-8)$ ตอบ

6. $(-7) + (-11)$ ตอบ

7. $(-8) + (-10)$ ตอบ

8. $(-10) + (-5)$ ตอบ

9. $(-13) + (-7)$ ตอบ

10. $(-20) + (-10)$ ตอบ

.....

ต่อไปให้นักเรียนพิจารณาผลบวกของจำนวนเต็มลบแต่ละคู่ข้างล่างนี้

$$1. \quad (-5) + (-5) = -10$$

$$2. \quad (-4) + (-6) = -10$$

$$3. \quad (-3) + (-7) = -10$$

$$4. \quad (-2) + (-8) = -10$$

$$5. \quad (-1) + (-9) = -10$$

นักเรียนจะเห็นว่าผลลัพธ์ทั้ง 5 ข้อนั้นเท่ากับ -10

นั่นคือ ถ้ากำหนดจำนวนเต็มลบให้จำนวนหนึ่ง นักเรียนจะสามารถหาจำนวนเต็มลบที่นำมาบวกกันแล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนที่กำหนดให้ได้หลายคู่

แบบฝึกหัดที่ 6.3

จงหาว่าจำนวนที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นผลบวกของจำนวนเต็มลบคู่ใดบ้าง
ให้บอกมาขอละ 3 คู่ ดังตัวอย่าง

ตัวอย่าง -8

$$-8 = (-2) + (-6)$$

$$-8 = (-3) + (-5)$$

$$-8 = (-4) + (-4)$$

$$1. \quad -6$$

$$2. \quad -7$$

3. -9

4. -10

5. -11

6. -13

7. -14

8. -16

9. -17

10. -20

.....

บทเรียนที่ 7

การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน

จุดประสงค์

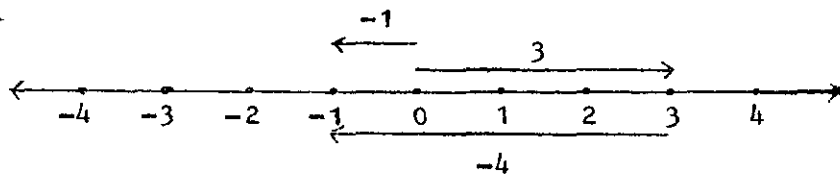
1. ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน โดยอาศัยเส้นจำนวนได้
2. ให้นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน โดยอาศัยคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มได้

การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ หรือกลับกัน โดยใช้เส้นจำนวน

ในการบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ นักเรียนสามารถหาผลบวกโดยอาศัยเส้นจำนวนได้ ซึ่งนักเรียนต้องคำนึงอยู่เสมอว่า บนเส้นจำนวนนั้น ลูกศรที่แทนจำนวนบวกจะมีหัวลูกศรไปทางขวามือ และลูกศรที่แทนจำนวนลบจะมีหัวลูกศรไปทางซ้ายมือ หรือถ้าเราแทนจำนวนบวกด้วยการเคลื่อนที่ที่จะหมายถึงการเคลื่อนที่ไปทางขวาของจุดเริ่มต้น ถ้าแทนจำนวนลบด้วยการเคลื่อนที่ที่จะหมายถึงการเคลื่อนที่ไปทางซ้ายของจุดเริ่มต้น ก็เป็นการเคลื่อนที่ในทิศทางตรงข้ามกันกับจำนวนบวก

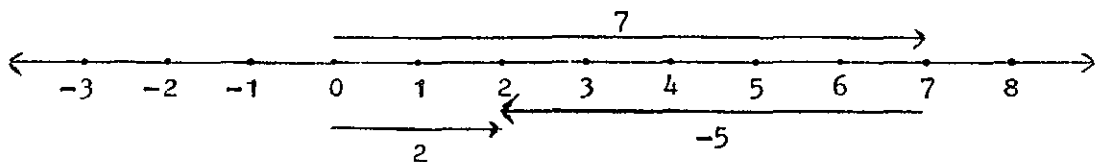
ในการหาผลบวกโดยใช้เส้นจำนวน นักเรียนเคยทราบมาแล้วว่า ลูกศรที่แทนจำนวนที่นำมาบวกนั้นจะมีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดปลายของลูกศรที่แทนจำนวนที่เป็นตัวตั้ง และลูกศรที่แทนผลลัพธ์นั้นก็กอลูกศรที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดเริ่มต้นของลูกศรที่แทนจำนวนที่เป็นตัวตั้ง มีจุดปลายของลูกศรอยู่ที่จุดปลายของลูกศรที่แทนจำนวนที่เป็นตัวบวกเสมอ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ 3 กับ -4



$$\therefore 3 + (-4) = -1$$

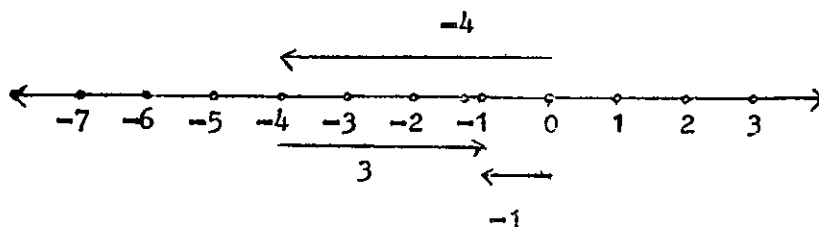
ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ 7 กับ -5



$$\therefore 7 + (-5) = 2$$

การหาผลบวกของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวกก็ทำนองเดียวกัน ทั้งนี้เนื่องจากการบวกจำนวนเต็มมีคุณสมบัติการสลับที่ ดังนั้นในการหาผลบวกของ 3 กับ -4 จะได้ผลลัพธ์เท่ากับผลบวกของ -4 กับ 3 ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวกของ -4 กับ 3

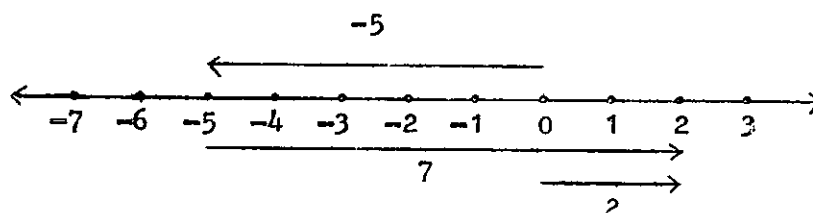


$$\therefore (-4) + 3 = -1$$

จากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 3 นักเรียนจะพบว่า

$$3 + (-4) = (-4) + 3 = -1$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวกของ -5 กับ 7



$$\therefore (-5) + 7 = 2$$

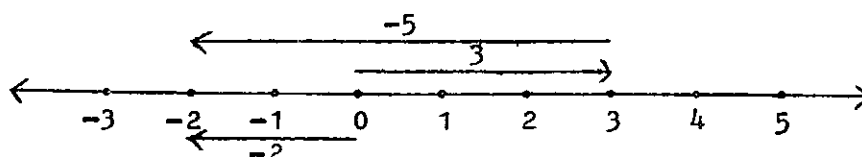
จากตัวอย่างที่ 2 และตัวอย่างที่ 4 นักเรียนจะพบว่า

$$7 + (-5) = (-5) + 7 = 2$$

แบบฝึกหัดที่ 7.1

ให้นักเรียนหาผลบวกต่อไปนี้โดยใช้เส้นจำนวน ดังตัวอย่างข้อ 1

1. $3 + (-5)$



$$\therefore 3 + (-5) = -2$$

2. $1 + (-7)$

3. $5 + (-3)$

4. $7 + (-6)$

5. $11 + (-8)$

6. $(-8) + 11$

7. $(-6) + 7$

8. $(-7) + 6$

9. $(-11) + 8$

10. $(-9) + 13$

.....,..... ..

การหาผลบวกของจำนวนเต็มโดยอาศัยคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม

ในการหาผลบวกของจำนวนเต็มโดยเฉพาะอย่างยิ่งผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบหรือกลับกัน นักเรียนอาจหาได้โดยไม่ต้องอาศัยเส้นจำนวน แต่จะอาศัยคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มที่นักเรียนเรียนมาแล้วมาช่วยในการคิด ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ (-3) กับ 7

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad (-3) + 7 &= (-3) + (3 + 4) && [\because 3 + 4 = 7] \\
 &= [(-3) + 3] + 4 && [\text{โดยคุณสมบัติการเปลี่ยน -} \\
 &&& \text{กลุ่มโคของการบวก}] \\
 &= 0 + 4 && [\text{โดยคุณสมบัติอินเวอร์ส} \\
 &&& \text{การบวก}] \\
 &= 4 && [\text{โดยคุณสมบัติเอกลักษณ์การบวก}] \\
 \therefore (-3) + 7 &= 4
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $5 + (-8)$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 5 + (-8) &= 5 + [(-5) + (-3)] && \because [(-5) + (-3)] = -8 \\
 &= [5 + (-5)] + (-3) && [\text{โดยคุณสมบัติการเปลี่ยน -} \\
 &&& \text{กลุ่มโคของการบวก}] \\
 &= 0 + (-3) && [\text{โดยคุณสมบัติอินเวอร์สการบวก}] \\
 &= -3 && [\text{โดยคุณสมบัติเอกลักษณ์การบวก}] \\
 \therefore 5 + (-8) &= -3
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวกของ $9 + (-4)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 9 + (-4) &= (5 + 4) + (-4) \\ &= 5 + [4 + (-4)] \\ &= 5 + 0 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\therefore 9 + (-4) = 5$$

ในตัวอย่างที่ 3 นักเรียนอาจทำได้ก็วิธีหนึ่ง โดยไม่จุดสมบัติการสลับที่มาช่วยดังนี้

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 9 + (-4) &= (-4) + 9 && \text{โดยจุดสมบัติการสลับที่} \\ &= (-4) + (4 + 5) \\ &= [(-4) + 4] + 5 \\ &= 0 + 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\therefore 9 + (-4) = 5$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวกของ (-11) กับ 7

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (-11) + 7 &= [(-4) + (-7)] + 7 \\ &= (-4) + [(-7) + 7] \\ &= (-4) + 0 \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\therefore (-11) + 7 = -4$$

หรือ วิธีทำ

$$\begin{aligned} (-11) + 7 &= 7 + (-11) \\ &= 7 + [(-7) + (-4)] \\ &= [7 + (-7)] + (-4) \\ &= 0 + (-4) \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\therefore (-11) + 7 = -4$$

แบบฝึกหัดที่ 7.2

จงหาผลบวกของจำนวนเต็มต่อไปนี้โดยใช้คุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็ม ดังตัวอย่างข้อ 1

1. $(-1) + 5$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (-1) + 5 &= (-1) + (1 + 4) \\ &= [(-1) + 1] + 4 \\ &= 0 + 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$\therefore (-1) + 5 = 4$

.....

2. $(-3) + 8$

3. $(-5) + 11$

4. $5 + (-1)$

5. $8 + (-3)$

6. $3 + (-8)$

7. $(-11) + 5$

8. $(-13) + 10$

9. $(-7) + 1$

10. $(-5) + 17$

.....

บทเรียนที่ 8
การลบจำนวนเต็ม

จุดประสงค์

1. ใ้ห้้่นักเรียนสามารถบอกบทนิยามของการลบจำนวนเต็มได้
2. ใ้ห้่นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการลบจำนวนเต็มได้ โดยใช้บทนิยามและหลักการบวกจำนวนเต็ม

การลบจำนวนเต็ม

ในการลบจำนวนเต็ม เราจะพิจารณาทั้งการลบจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ ในการลบจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก จากที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว เราได้ว่า

$$5 - 3 = 2$$

$$7 - 6 = 1$$

$$11 - 8 = 3$$

แต่ในเรื่องของการบวกจำนวนเต็ม นักเรียนพบว่า

$$5 + (-3) = 2$$

$$7 + (-6) = 1$$

$$11 + (-8) = 3$$

นักเรียนจะสังเกตเห็นว่า $5 - 3 = 5 + (-3)$

$$7 - 6 = 7 + (-6)$$

$$11 - 8 = 11 + (-8)$$

ให้นักเรียนหาตัวอย่างอื่น ๆ อีกหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น $10 - 4 = 10 + (-4)$ ดังนั้นเป็นต้น แล้วนักเรียนจะพบว่าเราสามารถให้นิยามการลบในรูปของการบวกได้ดังนี้

สำหรับจำนวนเต็ม a, b ใด ๆ

$$a - b = a + \text{จำนวนตรงข้ามของ } b$$

หรือ

$$a - b = a + (-b)$$

ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 1. \quad 3 - 5 &= 3 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 5 \\ &= 3 + (-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 7 - 6 &= 7 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 6 \\ &= 7 + (-6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad 5 - (-2) &= 5 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } -2 \\
 &= 5 + (-2) \\
 &= 5 + 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad (-5) - 2 &= -5 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 2 \\
 &= (-5) + (-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad (-5) - (-2) &= -5 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } -2 \\
 &= (-5) + -(-2) \\
 &= (-5) + 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad (-8) - 11 &= -8 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 11 \\
 &= (-8) + (-11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7. \quad (-8) - (-11) &= -8 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } -11 \\
 &= (-8) + -(-11) \\
 &= (-8) + 11
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad (-11) - 8 &= -11 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 8 \\
 &= (-11) + (-8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad 0 - 5 &= 0 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 5 \\
 &= 0 + (-5)
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัดที่ 8.1

ให้นักเรียนเขียนการลบต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปของการบวก คู่มือข้างข้อ 1

1. $4 - 1$

$$\begin{aligned}
 4 - 1 &= 4 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 1 \\
 &= 4 + (-1)
 \end{aligned}$$

2. $3 - 7$

3. $2 - 9$

4. $1 - 10$

5. $13 - 6$

6. $11 - (-12)$

7. $3 - (-5)$

8. $4 - (-9)$

9. $0 - (-8)$

10. $0 - 12$

11. $(-5) - (-6)$

12. $(-4) - 8$

13. $(-10) - 12$

14. $(-11) - (-5)$

15. $(-5) - (-11)$

จากนิยามของการลบจำนวนเต็มดังกล่าว เราสามารถหาผลลัพธ์ของการลบโดยใช้นิยาม
และหลักเกิดของการบวกจำนวนเต็มที่เราเรียนมาแล้ว ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลัพธ์ของ $3 - 5$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 3 - 5 &= 3 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 5 \\ &= 3 + (-5) \\ &= 3 + [(-3) + (-2)] \\ &= [3 + (-3)] + (-2) \\ &= 0 + (-2) \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\therefore 3 - 5 = -2$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลัพธ์ของ $5 - (-2)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 5 - (-2) &= 5 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } -2 \\ &= 5 + -(-2) \\ &= 5 + 2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\therefore 5 - (-2) = 7$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลลัพธ์ของ $(-4) - 6$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} (-4) - 6 &= -4 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 6 \\ &= (-4) + (-6) \\ &= -10 \end{aligned}$$

$$\therefore (-4) - 6 = -10$$

ตัวอย่างที่ 4

วิธีทำ

จงหาผลลัพธ์ของ $(-5) - (-7)$

$$\begin{aligned}
 (-5) - (-7) &= (-5) + \text{จำนวนตรงข้ามของ } -7 \\
 &= (-5) + -(-7) \\
 &= (-5) + 7 \\
 &= (-5) + (5 + 2) \\
 &= [(-5) + 5] + 2 \\
 &= 0 + 2 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\therefore (-5) - (-7) = 2$$

ตัวอย่างที่ 5

วิธีทำ

จงหาผลลัพธ์ของ $(-7) - (-5)$

$$\begin{aligned}
 (-7) - (-5) &= -7 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } -5 \\
 &= (-7) + -(-5) \\
 &= (-7) + 5 \\
 &= [(-2) + (-5)] + 5 \\
 &= (-2) + [(-5) + 5] \\
 &= (-2) + 0 \\
 &= -2
 \end{aligned}$$

$$\therefore (-7) - (-5) = -2$$

จากตัวอย่างที่ 4 และตัวอย่างที่ 5 นักเรียนจะเห็นว่า

$$(-5) - (-7) \neq (-7) - (-5)$$

แสดงว่า การลบจำนวนเต็มไม่มีคุณสมบัติการสลับที่

แบบฝึกหัดที่ 3.2

จงหาผลลัพธ์ของจำนวนต่อไปนี้ ภูตัวอย่างข้อ 1

1. $3 - 7$

$$\begin{aligned} 3 - 7 &= 3 + \text{จำนวนตรงข้ามของ } 7 \\ &= 3 + (-7) \\ &= 3 + [(-3) + (-4)] \\ &= [3 + (-3)] + (-4) \\ &= 0 + (-4) \\ &= -4 \end{aligned}$$

$$\therefore 3 - 7 = -4$$

ข้อ 2 - 15 ให้นักเรียนทำในสมุดแบบฝึกหัด

2. $3 - 3$

9. $(-11) - (-13)$

3. $(-3) - 3$

10. $(-10) - (-19)$

4. $(-5) - 7$

11. $12 - 0$

5. $7 - (-5)$

12. $(-2) - 0$

6. $3 - (-2)$

13. $0 - 5$

7. $(-6) - (-9)$

14. $0 - (-5)$

8. $(-7) - 21$

15. $0 - 0$
