

512.720712
ณ 165 ก
ธ.3



การสอนระบบจำนวนเต็มในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้สื่อรูปธรรม

๕๕

ปริญญานิพนธ์
ของ
มนัส พลขำนิ

๙๗ ก.พ. ๒๕๔๓

เสนอต่อสภามหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

พฤศจิกายน ๒๕๔๐

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๙๐๙๐

การสอนระบบจำนวนเต็มในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้สื่อรูปธรรม

บทคัดย่อ
ของ
มนัส พลขำนิ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2540

การศึกษาในครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็มของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมกับการสอนตามปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม อำเภอชัยบาดาล จังหวัดลพบุรี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 1 ห้องเรียน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภوتاหลวง จังหวัดลพบุรี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 1 ห้องเรียน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน กลุ่มทดลอง มีจำนวน 41 คน กลุ่มควบคุม มีจำนวน 41 คน ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม เช่น บัตร +1, -1 สำหรับการบวก และลบจำนวนเต็มและใช้สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณกระจัด ความเร็ว เวลา นำไปสู่แนวความคิดการคูณ ส่วนอาจารย์ประจำวิชาสอนกลุ่มควบคุมโดยใช้บทเรียนและคู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ในแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที เมื่อสิ้นสุดการทดลอง ทดสอบนักเรียนทั้งสองกลุ่มโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมสูงกว่าของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญระดับ .01

A CONCRETE APPROACH TO THE TEACHING OF INTEGRAL NUMBER SYSTEM
AT THE LOWER SECONDARY LEVEL

AN ABSTRACT
BY
MANUS PHOLCHAMNI

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University
November 1997

Recent studies in mathematics education revealed that most of Thai students at the lower secondary level still have great difficulties in learning integral numbers. The present study attempted to propose a concrete approach to help students in learning integral numbers.

The subjects in this study consisted of local school students in Mathayom Suksa II of Lopburi Province, divided into two groups. The experimental group was students from Chaibadarnpittayakom School and the control group was students from Talaungwittayakom school.

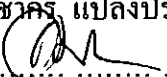
The experimental group, consisting of forty-one students, studied the instructional package under the execution of the researcher, using +1 and -1 cards for adding and subtracting integral numbers and time - velocity - displacement situations to illustrate multiplying. The control group, consisting of forty-one students, was taught by a teacher using the instructional manual of the Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. Both groups spent ten periods of learning, 50 minutes each.

An achievement test in integral numbers constructed by the researcher was administered to both groups at the end of the experiment.

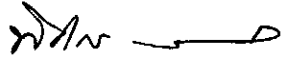
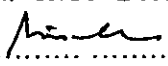
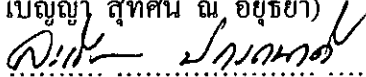
A z - test was employed at the 0.01 level. The results indicated that students who learned integral numbers via a concrete approach performed significantly better than those in the control group.

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอก
คณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

 ประธาน
(รศ. ดร. พิชัย แผลงประสพโชค)
 กรรมการ
(ผศ. อภิชัย บวรกิตติวงศ์)

คณะกรรมการสอบ

 ประธาน
(รศ. ดร. พิชัย แผลงประสพโชค)
 กรรมการ
(ผศ. อภิชัย บวรกิตติวงศ์)
 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(รศ. เบญญา สุทัศน์ ณ อยุธยา)
 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อ.ละเอียด ประรณาดิ)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ดร ศิริวิภา พูลสุวรรณ)

วันที่ 29 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2540

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือ และให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจาก
รองศาสตราจารย์ ดร. พิชากร แปลงประสพโชค และผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตติวงศ์ โดย
กรุณาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่างๆ ที่มีประโยชน์ต่อการวิจัยตลอดจนตรวจแก้ปริญญานิพนธ์
ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ
โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์สุวรรณา กล้ายกระแสน รองศาสตราจารย์ยงยุทธ ธนุกฤติ
และอาจารย์สุภาลักษณ์ พงษ์สุธรรม ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์เบญญา สุทัศน์ ณ อยุธยา และอาจารย์ละเอียด
ปรารณาคี ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่าและให้ข้อคิดในสิ่งที่ เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยส่ง
ผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ ผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม อำเภอชัยบาดาล
จังหวัดลพบุรี อาจารย์ใหญ่ และคณะครูโรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภอท่าหลวง จังหวัดลพบุรี
ทุกท่าน ที่กรุณาให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ และเก็บรวบรวม
ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณญาติ พี่ น้อง และเพื่อนๆ โดยเฉพาะอาจารย์จักรชัย ประชากุล และคณะครู
หมวดคณิตศาสตร์โรงเรียนท่าวังวิทยาคาร ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจด้วยดี

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ และคุณแม่ที่ให้กำลังใจและกำลังใจทรัพย์ สนับสนุน
การศึกษาของผู้วิจัยเสมอมา จนกระทั่งทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

มนัส พลขำนิ

สารบัญ

บทที่

หน้า

1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	3
	ความสำคัญของการวิจัย	3
	ขอบเขตของการวิจัย	3
	นิยามศัพท์เฉพาะ	4
	สมมติฐานของการวิจัย	5
2	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกรวิจัย	6
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระบบจำนวนเต็ม	6
	เอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์	15
	เอกสารเกี่ยวกับมโนคติทางคณิตศาสตร์	16
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนรู้การสอน	22
3	วิธีการดำเนินการวิจัย	25
	การวิจัย	25
	การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอน	26
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	27
	ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ	27
	วิธีดำเนินการทดลอง	31
	วิเคราะห์ข้อมูล	32
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	32
4	ผลการทดลอง	33
	การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล	33
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	33

บทที่	หน้า
5 สรุปรูป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	37
สรุปผลการวิจัย✓	38
อภิปรายผล	38
ข้อเสนอแนะ✓	41
บรรณานุกรม	43
ภาคผนวก	48
ภาคผนวก ก การวิเคราะห์ข้อมูล.	49
ภาคผนวก ข แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203	
เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม	62
ภาคผนวก ค โครงสร้างของชุดการเรียนรู้การสอนและแผนการสอน.....	69
ภาคผนวก ง ชุดการเรียนรู้การสอน....	78
ประวัติย่อของผู้วิจัย	138

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	ตารางแสดงกลุ่มตัวอย่างจำนวนนักเรียนและวิธีการสอนที่ใช้ในการทดลอง	25
2	ตารางแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนจาก แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	34
3	ตารางแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนน จากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง—ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	34
4	ตารางแสดงค่าสถิติทดสอบทีลิลีฟอรัส สำหรับทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนน จากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	35
5	ตารางแสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ..	35
6	ตารางแสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ที่ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เคยเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม มาแล้วจำนวน 113 คน	50
7	ตารางแสดงคะแนนจุดตัดโดยพิจารณาความแม่นยำ ϕ_{kc} และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม แบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เคยเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็มมาแล้วจำนวน 72 คน	51
8	ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 30 คะแนน	52

9	ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม แบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 10 คะแนน	53
10	ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	54
11	ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	55
12	ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	56
13	ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนน แบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลีฟอर्स (Lilliefors Test)	57
14	ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนน แบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มควบคุม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลีฟอर्स (Lilliefors Test)	59
15	ตารางแสดงจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 8 เรื่อง	72
16	ตารางแสดงรูปแบบแผนการสอนของชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	74

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด กระบวนการ และเหตุผล คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบ และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรม ก้าวหน้าของคณิตศาสตร์ (ยุพิน พิพิธกุล, 2530 : 1) การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็เพื่อให้แก่นักเรียนมีทักษะการคิดคำนวณ เพื่อใช้แก้ปัญหาต่างๆที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน มีความเข้าใจในสิ่งแวดล้อมรอบตัวที่เกี่ยวข้องกับการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ตลอดจนให้นักเรียนมีความเข้าใจในลักษณะและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์อันจะนำไปสู่ความสนใจที่จะศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2534 : ก) จากความสำคัญดังกล่าว กระทรวงศึกษาธิการจึงกำหนดให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาบังคับ อยู่ในหลักสูตรชั้นประถมศึกษาจนถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นวิชาเลือกในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จนถึงมัธยมศึกษาตอนปลาย และมีแนวโน้มว่าจะเป็นวิชาบังคับทั้งหมดอีกด้วย พร้อมทั้งมีการปรับปรุงหลักสูตรให้เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมและความต้องการของสังคมอยู่เสมอ แต่ถึงแม้หลักสูตรคณิตศาสตร์จะมีการปรับปรุงหลายครั้งแล้ว บางส่วนในวิชาคณิตศาสตร์ ก็ยังมีปัญหาค่อนักเรียน เช่นเรื่อง ระบบจำนวน

การเรียนการสอนเรื่อง ระบบจำนวน มีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนต่างๆ และ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นต่อไป เช่น ในเรื่อง เอกนาม พหุนาม ระบบสมการ และอสมการ ก็ต้องอาศัยระบบจำนวน นอกจากนี้ระบบจำนวนยังสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ เช่น ในเรื่อง การชั่ง ตวง วัด การซื้อขาย การแบ่งสิ่งของ เป็นต้น (Edward and others, 1972 : 603) เนื่องจากระบบจำนวนเต็มเป็นเนื้อหาย่อยของระบบจำนวน ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนต้องมีความรู้ ความเข้าใจเป็นอย่างดี ด้วยระบบจำนวนเต็มนี้เป็นที่ยอมรับในประเทศต่างๆ ว่าเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญมาก (นงนุช วรรณวาทะ และภัทรกุล จริยวิทยานนท์, 2523 : 79) โดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับจำนวนเต็มลบ การบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม

จากการศึกษาหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยพบว่า การจัดเรียงเนื้อหาแบบจำนวนเต็ม โดยจัดเรียงเนื้อหาจำนวนเต็มลงเพียงเล็กน้อยไว้ในตอนท้ายของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และเรียนเนื้อหาเกี่ยวกับระบบจำนวนเต็มทั้งหมดในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยที่นักเรียนในระดับนี้มีอายุระหว่าง 13 - 14 ปี ตามแผนการศึกษาชาติ เพียเจต์ ได้จัดเด็กในช่วงอายุ 11 - 12 ปีขึ้นไป อยู่ในขั้นคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ คิดในสิ่งที่เป็นนามธรรม คิดย้อนกลับ และคิดสรุปผลแบบอนุมานได้ (Copeland. 1979 : 25) แต่เด็กไทยโดยเฉพาะในชนบทมีพัฒนาการล่าช้าไปประมาณ 2 - 3 ปี จึงควรมีอายุ 13 - 15 ปี นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของไทยในชนบทจึงน่าจะมีความพร้อมที่จะเรียนเนื้อหา ระบบจำนวนเต็ม ดังนั้นการจัดเรียงเนื้อหาดังกล่าวนี้อาจมีความเหมาะสม และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียน อย่างไรก็ตาม เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ต้องใช้ความคิดชนิดสมเหตุสมผลเพื่อเรียนรู้ และเข้าใจโครงสร้างคณิตศาสตร์ (สุชาติ รัตนกุล. 2515 : 3) ระบบจำนวนเต็มในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นค่อนข้างเป็นนามธรรม จึงเป็นเรื่องที่มีปัญหามากเรื่องหนึ่งหากที่นักเรียนส่วนใหญ่จะเข้าใจได้ดี ดังที่ วิรัช นิยมเข้ม (2525 : 127 - 145) ซึ่งได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนมากมีจุดบกพร่องเกี่ยวกับการบวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม และจากประสบการณ์ของผู้วิจัยมีความเห็นว่า ในการเรียนการสอนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ตามหลักสูตรของ สสวท. ในปัจจุบันจะใช้ค่าสัมบูรณ์ และจำนวนตรงข้ามในการคำนวณหา อีกทั้งมีนิยามการลบคือ การบวกด้วยจำนวนตรงข้าม ซึ่งไม่ตรงกับความรู้เดิมในระดับประถมศึกษา ที่การลบใช้ในความหมายของ การหักออกหรือการเอาออก ตลอดจนเนื้อหาใหม่ค่อนข้างที่จะเป็นนามธรรม ทำให้นักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นยากที่จะทำความเข้าใจในการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ อาจเป็นเพราะเหตุผลดังกล่าวที่ทำให้การเรียนการสอนในเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร

ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความคิดเห็นว่า วิธีหนึ่งที่จะช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ คือ การใช้ประโยชน์ของการถ่ายโยงความรู้ จากความรู้เดิมไปสู่ความรู้ที่ขยายกว้างขึ้นและใช้ตัวอย่างรูปธรรม นำไปสู่นามธรรม ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนการสอนโดยใช้สื่อรูปธรรม นำความคิดไปสู่การบวก ลบ และคูณจำนวนเต็มแทนการนำเข้าสู่การเรียนโดยใช้ค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้ามโดยมีความเชื่อว่านักเรียนน่าจะเรียนรู้ได้ง่ายกว่าและมีประสิทธิภาพเสริมสร้างความเข้าใจได้มากกว่า แนวทางการนำเข้าสู่บทเรียนใช้ประโยชน์จากบัตร +1, -1 และสถานการณ์บนเส้นจำนวนที่เกี่ยวข้องกับอัตราที่ตุ๊กตาเดิน ทิศทางที่เดิน เวลาในอดีต และอนาคต ซึ่งนักเรียนสามารถใช้จินตนาการของตนเองสรุปผล เพราะมีพื้นฐานจากประสบการณ์มาแล้ว นักเรียนจะได้ใช้ความเข้าใจนี้เป็นพื้นฐานในการคำนวณ และขยายเป็นกรณีทั่วไปได้ นอกจากนี้จะใช้กระเป๋าน้ำ สีสันจำนวน แผ่นโปรงใส บัตรงาน และแบบฝึกทักษะเสริมประสบการณ์

เป็นอุปกรณ์เสริม หลังจากนักเรียนได้เรียนรู้แล้ว จะแนะนำโน้ตใหม่เพื่อเป็นการสร้างความสัมพันธ์ของความรู้ต่อไป ตามหลักการของเพียเจต์ ที่ว่า การพยายามทำความเข้าใจประสบการณ์ใหม่ด้วยความคิดเก่า หรือประสบการณ์เดิมให้ผสมผสานกลมกลืนกันได้จะก่อให้เกิดความสมดุลนำไปสู่พัฒนาการทางสติปัญญา (พรณี ช.เจนจิต. 2528 85 - 86)

จากชุดการเรียนรู้การสอนโดยใช้สื่อรูปธรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น คาดว่าจะทำให้ผู้เรียนได้พัฒนานิยามที่ชัดเจนในลักษณะต่อเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิม และ นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องระบบจำนวนเต็ม
- 2 เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม และการสอนตามปกติ

ความสำคัญของการวิจัย

1. เป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
- 2 เป็นแนวทางสำหรับครูในการสร้าง และทดลองนำชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมไปใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์
3. เป็นแนวทางสำหรับผู้บริหารการศึกษาที่จะได้รูปแบบในการสร้าง และทดลองนำชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมไปใช้เพื่อสร้างประสิทธิภาพการเรียนรู้การสอนให้ดียิ่งขึ้น ตลอดจนเพื่อแก้ปัญหาการขาดแคลนครู

ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงทดลอง เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็มจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม และการสอนตามปกติ
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม อำเภอชัยบาดาล จังหวัดลพบุรี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 1 ห้องเรียน 41 คน ซึ่งเลือกจากนักเรียน จำนวน 179 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภอท่าหลวง จังหวัดลพบุรี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 1 ห้อง

เรียน 41 คน ซึ่งเลือกจากนักเรียนจำนวน 191 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องและกลุ่มควบคุม 1 ห้อง

3. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาเป็นเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) วิชา คณิตศาสตร์ (ค 203) ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ โดยมีเนื้อหา ดังนี้

3.1 ศูนย์และจำนวนเต็มบวก

3.2 สมบัติการบวก และการคูณของจำนวนเต็มบวก

3.3 จำนวนเต็มลบ

3.4 การบวกจำนวนเต็ม

3.5 การลบจำนวนเต็ม

3.6 การคูณจำนวนเต็ม

3.7 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม

4. ตัวแปรที่จะศึกษา คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ระบบจำนวนเต็ม หมายถึง การบวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม

2. สื่อรูปธรรม หมายถึง บัตร +1 , -1 ที่มี 0 ด้านหลัง เส้นจำนวน ตุ๊กตา และสถานการณ์จำลอง

3. ชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม หมายถึง สื่อการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

3.1 คู่มือครู เป็นเอกสารที่มีคำชี้แจงวิธีใช้ชุดการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมสำหรับครู ประกอบด้วย จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม เนื้อเรื่อง กิจกรรมการเรียนรู้การสอน ตั้งแต่ต้นจนจบ หน่วยการสอน

3.2 อุปกรณ์การสอน เป็นเครื่องมือที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เช่น แผ่นโปรงใส, บัตรงาน, กระเป๋าน้ำพร้อมบัตรตัวเลข และสื่อเส้นจำนวน

3.3 เนื้อหาของบทเรียน ได้จากหนังสือแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และหนังสือเสริมต่าง ๆ โดยใช้มโนคติเดิม การลบในความหมาย การหักออก หรือการเอาออก ไม่เน้นการใช้ค่าสัมบูรณ์ และจำนวนตรงข้าม

3.4 แบบฝึกหัดเสริมทักษะเป็นแบบฝึกหัดที่พัฒนาขึ้น สำหรับให้นักเรียนทำหลังจากเรียนแล้วแต่ละคาบ

4. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม อำเภอชัยบาดาล จังหวัดลพบุรี ปีการศึกษา 2540 จำนวน 41 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภอท่าหลวง จังหวัดลพบุรี ปีการศึกษา 2540 จำนวน 41 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้ คือ

4.1 กลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม ซึ่งผู้วิจัยเป็นผู้สอน

4.2 กลุ่มควบคุม เป็นกลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ ซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ เป็นผู้สอน

ข้อมูลจำเพาะ โรงเรียนทั้งสองโรงเรียนเป็นโรงเรียนขนาดกลาง และเป็นโรงเรียนประจำตำบล และอำเภอ ตามลำดับ นักเรียนสองกลุ่มนี้ เป็นนักเรียนที่จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2539 ไม่เคยสอบข้อสอบของสมาคมคณิตศาสตร์ แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ซึ่งผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2539 ของนักเรียนโรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม มีค่า $\bar{x} = 13.37$, $s = 3.56$ และของนักเรียนโรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม มีค่า $\bar{x} = 13.33$, $s = 3.56$ โดยทั้งสองกลุ่มใช้แบบทดสอบมาตรฐานของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาเขตการศึกษา 6

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ได้จากการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

6. การสอนตามปกติ หมายถึง การสอนกลุ่มควบคุมที่เรียนจากแบบเรียนของ สสวท ที่ใช้เนื้อหาเดียวกันกับชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม

7. การสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม หมายถึง การสอนกลุ่มทดลองที่เรียนจากชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมสูงกว่า นักเรียนที่เรียนจากการสอนสอนตามปกติ

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน และการสอนตามปกติครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระบบจำนวนเต็ม
2. เอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์
3. เอกสารเกี่ยวกับมโนคติทางคณิตศาสตร์
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระบบจำนวนเต็ม

มโนคติของการบวกและการลบจำนวนเต็ม

เนื่องจากเซตของจำนวนเต็มเป็นเซตที่ประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ ดังนั้นการบวกจำนวนเต็มจึงต้องพิจารณาถึงการบวกจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ

การบวกจำนวนเต็มบวก หรือศูนย์นั้นเป็นขบวนการนับ หรือขบวนการหาสมาชิกใหม่ที่เกิดจากการยูเนียนของเซต ซึ่งไม่มีสมาชิกร่วมกัน (บุญมา จาริก. 2523 : 35) และการบวกจำนวนเต็มลบก็อาศัยหลักการบางอย่างเช่นเดียวกับการบวกจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์

ส่วนการลบ โดยปกติจะใช้ในความหมายของ “การหักออก” หรือ “การเอาออก” แต่ความหมายที่กว้างกว่านี้ คือ การหา “ผลต่าง” หรือ กล่าวได้ว่า การลบคือ การบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบหรือการลบเป็นขบวนการตรงข้ามกับการบวก (Copeland. 1979 : 100) นั่นคือ การลบเป็นขบวนการหาตัวบวกที่ขาดไป เมื่อทราบผลบวกและตัวบวกตัวหนึ่งแล้ว ตัวอย่างเช่น

$$5 - 2 = \square$$

↑ การลบ

หมายถึง

$$5 + (-2) = \square$$

การบวก ↑ ↑ จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

หรือหมายถึง

$$5 = 2 + \square$$

การบวก $\uparrow \uparrow$ ตัวบวกที่ขาดไป

สำหรับการบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ โดยทั่วไปมี 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1 การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ โดยใช้บทนิยามของค่าสัมบูรณ์ ซึ่งมีวิธีทำ 2 ขั้น ดังต่อไปนี้ (The National Council of Teachers of Mathematics. 1974 : 26)

ขั้นที่ 1 การหาค่าสัมบูรณ์ของผลบวก ค่าสัมบูรณ์ของผลบวกของจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ จะเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ ซึ่งเป็นผลต่างของค่าสัมบูรณ์ ของจำนวนที่นำมาลบกัน โดยนำค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่าลบออกจากค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่า

ขั้นที่ 2 การพิจารณาผลลัพธ์ ถ้าจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าเป็นจำนวนเต็มบวก ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนเต็มบวก ถ้าจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าเป็นจำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นจำนวนเต็มลบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ $19 + (-10)$

วิธีทำ ขั้นที่ 1 เนื่องจาก $|19| > |-10|$ ดังนั้นจึงทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned} |19 + (-10)| &= |19| - |-10| \\ &= 19 - 10 \\ &= 9 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 เนื่องจาก $|19| > |-10|$ และ 19 เป็นจำนวนเต็มบวก ผลบวกจึงเป็นจำนวนเต็มบวก

$$\text{ดังนั้น } 19 + (-10) = 9$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $-28 + 15$

วิธีทำ ขั้นที่ 1 เนื่องจาก $|-28| > |15|$ ดังนั้นจึงทำได้ดังนี้

$$\begin{aligned} |-28 + 15| &= |-28| - |15| \\ &= 28 - 15 \\ &= 13 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 เนื่องจาก $|-28| > |15|$ และ -28 เป็นจำนวนเต็มลบ ผลบวกจึงเป็นจำนวนเต็มลบ

$$\text{ดังนั้น } -28 + 15 = -13$$

วิธีที่ 2 การบวกจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ โดยใช้สมบัติของการบวกจำนวนเต็ม (The National Council of Teachers of Mathematics. 1974 : 30) ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ $19 + (-10)$

วิธีทำ เนื่องจาก $19 = 9 + 10$

$$\text{ดังนั้น } 19 + (-10) = (9 + 10) + (-10)$$

$$= 9 + [10 + (-10)] \text{ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม}$$

$$= 9 + 0 \quad \text{สมบัติอินเวอร์สการบวก}$$

$$= 9 \quad \text{สมบัติเอกลักษณ์การบวก}$$

$$\text{นั่นคือ } 19 + (-10) = 9$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $(-28) + 15$

วิธีทำ เนื่องจาก $-28 = (-13) + (-15)$

$$\text{ดังนั้น } (-28) + 15 = [(-13) + (-15)] + 15$$

$$= (-13) + [(-15) + 15] \text{ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม}$$

$$= (-13) + 0 \quad \text{สมบัติอินเวอร์สการบวก}$$

$$= -13 \quad \text{สมบัติเอกลักษณ์การบวก}$$

$$\text{นั่นคือ } (-28) + 15 = -13$$

การบวก ลบจำนวนเต็ม

ลักษณะอุปกรณ์ทำเป็นบัตร 2 ชุดๆละสี่จำนวนประมาณ 15 บัตร ชุดแรกเขียน +1 ในแต่ละบัตร ชุดที่สองเขียน -1 และเขียนด้านหลังบัตร -1 เป็น 0 (พิชากร แปลงประสพโชค. 2526 : 123 - 124)

วิธีใช้ ขั้นที่ 1 ให้แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนเต็ม พร้อมทั้งแสดงอุปกรณ์ประกอบดังนี้

จำนวนเต็มบวก $+2 = (+1) + (+1)$ +1 +1

$+3 = (+2) + (+1)$ +1 +1 +1

$+4 = (+3) + (+1)$ +1 +1 +1

จำนวนเต็มลบ $-2 = (-1) + (-1)$ -1 -1

$-3 = (-2) + (-1)$ -1 -1 -1

จำนวนศูนย์

$0 = (+1) + (-1)$ +1 -1 $\rightarrow$ 0

$0 + a = a = a + 0$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มใดๆ

ดังนั้น $0 + (+1) = +1$ $\boxed{0} \boxed{+1} = \boxed{+1}$

$0 + (-2) = -2$ $\boxed{0} \boxed{-1} \boxed{-1} = \boxed{-1} \boxed{-1}$

นักเรียนจะต้องยอมรับแนวคิดที่กล่าวมาก่อนที่จะดำเนินขั้นต่อไป

ขั้นที่ 2 แสดงการบวก ลบ โดยตกลง

บวก หมายถึง เอามารวมกัน

ลบ หมายถึง เอาออก

(ก) $(+3) + (-1) = ?$

$\boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{-1} \rightarrow \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{0}$ **ตอบ** $+2$

← คำบวก

(ข) $(+2) - (-1) = ?$

$\boxed{+1} \boxed{+1} \rightarrow \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{0} \rightarrow \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{-1}$ **เอาออกจะเหลือ** $+3$

$+2 = (+2) + 0 = (+2) + (+1) + (-1)$ **ตอบ** $+3$

(ค) $(-5) - (-3) = ?$

$\boxed{-1} \boxed{-1} \boxed{-1} \boxed{-1} \boxed{-1} \rightarrow$ **เอาออกจะเหลือ** -2 **ตอบ** -2

การคูณของจำนวนระบุทิศทาง

คำถามที่พบบ่อยที่สุดในพีชคณิตเบื้องต้นว่า “ทำไมลบคูณลบจึงให้ผลเป็นบวก” มีการพยายามตอบคำถามโดยใช้วิธีการต่าง ๆ ดังนี้

1. กำหนดวิธีการคูณให้สัมพันธ์กับการเดินทางบนเส้นจำนวนจะสามารถมองเห็นภาพได้กว้างขึ้น โดยกำหนดให้ทิศทางที่เป็นบวกและลบ เวลาที่เป็นบวกและลบ และระยะทางที่เป็นบวกและลบ

สมมติว่า จอห์นอยู่บนถนนที่สามารถเดินทางจากทิศตะวันออกไปทิศตะวันตก เช่นเดียวกับเส้นจำนวน ให้บ้านของจอห์นอยู่ตำแหน่งเริ่มต้น ระยะทางทิศตะวันออกเป็นบวกและทิศตะวันตกเป็นลบ นอกจากนั้นให้ระยะที่รถเคลื่อนที่ไปทิศตะวันออกเป็นบวก และทิศตะวันตกเป็นลบ เวลาในอนาคตเป็นบวก เวลาในอดีตเป็นลบ และปัจจุบันเป็นศูนย์ เช่น $(+30)(+2) = +60$ เพราะว่าการเดินทางไปทางทิศตะวันออกด้วยความเร็ว 30 ไมล์ต่อชั่วโมงเป็นเวลา 2 ชั่วโมงในอนาคต ทำให้จอห์นเดินทางจากบ้านมาทางทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 60 ไมล์ จากตัวอย่างจะสามารถอธิบายว่า $(-30)(+2) = -60$ และ $(+30)(-2) = -60$ ได้ด้วย และในที่สุดจะได้ $(-30)(-2) = +60$ หมายความว่า รถแล่นไปในทิศตะวันตกด้วยความเร็ว 30 ไมล์ต่อชั่วโมง เมื่อ 2 ชั่วโมงที่แล้วมารถต้องอยู่ทางทิศตะวันออกของบ้านจอห์นออกไปเป็นระยะทาง 60 ไมล์

2. คณะกรรมการมหาวิทยาลัยอิลลินอยส์ ได้กล่าวถึง วิธีแบบฉายในการอธิบายเรื่องจำนวนลบคูณกันว่า ควรใช้เครื่องฉายภาพยนตร์ ที่ฟิล์มได้บันทึกภาพการสูบน้ำเข้าไปในถัง ถ้า

ฉายภาพยนตร์ตามปกติภาพที่จอจะแสดงการเพิ่มขึ้นของระดับน้ำในถัง ถ้าฉายภาพยนตร์ย้อนหลัง ภาพที่จอจะแสดงการลดลงของระดับน้ำในถัง และถ้าเราถอยการเริ่มต้นของฟิล์มเอาท้ายขึ้นฉาย ก่อนย้อนไปถึงต้น ภาพที่จอจะแสดงการลดลงของระดับน้ำในถัง ถ้าฉายภาพยนตร์ย้อนหลังภาพที่ จอจะแสดงการเพิ่มขึ้นของระดับน้ำในถัง (Scopes. 1973 : 88 - 89)

จากการศึกษา การบวก ลบ จำนวนเต็มโดยใช้บัตรตัวเลข และการคูณของจำนวนระบุนิเทศทางโดยใช้สถานการณ์จำลอง ทำให้ผู้วิจัยได้แนวความคิดที่จะใช้สื่อรูปธรรมดังกล่าว ให้เป็นประโยชน์ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนและการวิจัย เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ มโนคติอย่างรวดเร็วและถูกต้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับระบบจำนวนเต็ม

วิรัช นิยมแย้ม (2525 : 127 - 145) ได้ทำการศึกษาศึกษาการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สำหรับนักเรียนชั้น ม.ศ. 2 จังหวัดนครนายก เพื่อนำไปทดสอบสำรวจจุดบกพร่องพบว่า นักเรียนส่วนมากมีจุดบกพร่องในการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ดังต่อไปนี้

แบบทดสอบฉบับที่ 1 (ความรู้ที่เกี่ยวกับจำนวนเต็ม) นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

1. ยังไม่เข้าใจความหมายของตัวแปร โดยนำตัวเลขที่แทนตัวแปรแล้วทำให้ประโยคนั้น เป็นจริงมาเป็นคำตอบเนื่องจากไม่อ่านคำสั่ง หรือเข้าใจผิดในคำสั่ง นอกจากนั้นยัง เข้าใจว่าจำนวน ที่อยู่หน้าเครื่องหมายเป็นตัวแปร หรือเข้าใจว่าตัวเลข คือ ตัวแปร

2. ไม่สามารถแยกจำนวนเต็มออกจากจำนวนอื่น ๆ ได้โดยเข้าใจว่าทศนิยม และ เศษส่วน เป็นจำนวนเต็ม

3. ไม่สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างเส้นจำนวนกับจำนวนเต็มได้

4. ไม่สามารถเรียงลำดับตัวเลขตามแบบที่กำหนดให้ได้โดยเรียงจำนวนเพิ่มครั้งละ 1 จากจำนวนสุดท้าย หรือเรียงจำนวนซ้ำแบบที่กำหนดให้ หรือเรียงจำนวนย้อนกลับ แบบที่กำหนดให้

5. เข้าใจว่าจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าจะมีค่ามากกว่า

6. เข้าใจว่าศูนย์มีค่ามากกว่าจำนวนเต็มบวก

7. เข้าใจว่าจำนวนเต็มลบมีค่ามากกว่าจำนวนเต็มบวก หรือศูนย์

8. ไม่เข้าใจสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก และการคูณ โดยนำตัวเลขที่เหมือนกันทั้งสองข้าง หรือนำตัวเลขด้านที่ไม่มีตัวแปรมาบวกกัน หรือนำตัวเลขทั้งหมดมาบวกกัน หรือนำตัวเลขด้านที่ไม่มีตัวแปรมาคูณกัน เป็นคำตอบ

9. ไม่เข้าใจสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม สำหรับการบวก และการคูณ โดยนำจำนวนแรก หรือ จำนวนกลาง หรือจำนวนสุดท้าย หรือนำจำนวนในวงเล็บมาคำนวณเป็นคำตอบ

10. ไม่เข้าใจสมบัติของการแจกแจง โดยนำตัวเลขมาคูณเรียงต่อกัน ใส่เครื่องหมายบวกและคูณสลับที่กัน หรือจำหลักในการแจกแจงสับสน

11. ไม่เข้าใจความหมายของค่าสัมบูรณ์ โดยนำตัวเลขมาบวกกัน นำมาเรียงสลับที่กันใช้จำนวนตรงข้าม หรือใช้จำนวนเดิมมาตอบเป็นค่าสัมบูรณ์ นอกจากนั้นยังเข้าใจว่าจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากจะมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า เข้าใจว่าจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่ามีค่าสัมบูรณ์มากกว่า หรือเข้าใจว่าจำนวนเต็มบวกมีค่าสัมบูรณ์มากกว่าจำนวนเต็มลบ

12 ไม่เข้าใจความหมายของจำนวนตรงข้าม โดยใช้จำนวนเดิมเป็นคำตอบ นอกจากนั้นยังเข้าใจว่าจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า หรือน้อยกว่าจำนวนเต็มใด ๆ อีก 1 คือ จำนวนตรงข้าม หรือเข้าใจว่าจำนวนที่สลับตำแหน่งของจำนวนเต็มใด ๆ คือจำนวนตรงข้าม

ฉบับที่ 2 (การบวกจำนวนเต็ม) นักเรียนมีจุดบกพร่องดังนี้

1. มีความบกพร่องในการคำนวณ โดยบวกเลขผิดตำแหน่ง นำเลขในหลักร้อยมาลบกัน หรือบวกเลขไม่ครบทุกหลัก

2. มีความบกพร่องเกี่ยวกับจำนวนทด โดยคิดว่ามีจำนวนทด ลืมบวกจำนวนทด หรือบวกจำนวนทดผิดหลัก

3. ใช้ขบวนการผิด โดยบวกเลขจากข้างหน้ามาหลัง

4. เข้าใจว่าจำนวนเต็มลบบวกจำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

5. เข้าใจว่านำค่าสัมบูรณ์มาลบกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก

6. เข้าใจว่านำสองจำนวนแรกมาบวกกัน และลบด้วยจำนวนสุดท้าย ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ

7. เข้าใจว่านำสองจำนวนแรกมาบวกกัน และลบด้วยจำนวนสุดท้าย ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

8. เข้าใจว่านำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

9. เข้าใจว่านำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก

10. นำจำนวนใดจำนวนหนึ่งเป็นคำตอบ

11. เข้าใจว่าจำนวนเต็มบวกบวกกับจำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบ โดยไม่ดูว่าพวกใดมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

ฉบับที่ 3 (การลบจำนวนเต็ม) นักเรียนมีจุดบกพร่องดังนี้

1. ไม่เข้าใจวิธีการเปลี่ยนการลบเป็นการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวเอง โดยเข้าใจว่าต้องเปลี่ยนตัวตั้งเป็นจำนวนตรงข้าม หรือไม่ต้องเปลี่ยนตัวลบเป็นจำนวนตรงข้าม หรือเปลี่ยนทั้งตัวตั้งและตัวลบ เป็นจำนวนตรงข้าม

2 ใช้เลขที่อยู่ในหลักเดียวกันที่มีค่ามากกว่าเป็นตัวตั้ง

3. ลืมหักจำนวนที่ถูกนำไปกระจายก่อนที่จะลบเลขหลักต่อไป
4. ใช้วิธีบวกในหลักที่ตัวเลขมากกว่าตัวตั้ง
5. นำตัวตั้งเป็นคำตอบในหลักที่มีตัวเลขมากกว่าตัวตั้ง
6. บกพร่องในการใส่เครื่องหมาย
7. ไม่เข้าใจหลักของการลบจำนวนเต็ม โดยเข้าใจว่านำค่าสัมบูรณ์มาบวกหรือลบแล้ว ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบ

ฉบับที่ 4 (การคูณจำนวนเต็ม) นักเรียนมีจุดบกพร่องดังนี้

1. ไม่เข้าใจความหมายของการคูณที่อยู่ในรูปของการบวก
2. ใช้วิธีบวกแทนวิธีคูณ
3. มีความบกพร่องในการคำนวณ โดยคูณตัวตั้งไม่ครบทุกจำนวน คูณซ้ำหลักที่คูณมาแล้วไม่นำศูนย์ไปคูณ คูณจำนวนทดแทนตัวตั้ง หรือไม่ใช่หลักทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ
4. บกพร่องเกี่ยวกับจำนวนทด โดยลืมบวกจำนวนทด ใส่จำนวนทดผิดหลัก ใส่จำนวนทดขาด ใส่จำนวนทดเกิน หรือใช้ตัวตั้งเป็นจำนวนทด
5. ใช้ขบวนการผิด โดยคูณจากข้างหน้ามาหลัง
6. นำจำนวนตรงข้ามของตัวตั้งเป็นคำตอบ
7. เข้าใจว่าจำนวนเต็มบวก คูณกับจำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์ได้จำนวนเต็มบวก
8. เข้าใจว่าจำนวนเต็มบวกสองจำนวน คูณกับจำนวนเต็มลบหนึ่งจำนวนผลลัพธ์ได้

จำนวนเต็มบวก

9. เข้าใจว่าจำนวนเต็มบวก หนึ่งจำนวน คูณจำนวนเต็มลบสองจำนวน ผลลัพธ์ได้จำนวนเต็มลบ

10. เข้าใจว่าจำนวนเต็มลบ คูณกับจำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์ได้จำนวนเต็มลบ

11. นำตัวเลขมาเรียงกันเป็นคำตอบ

12. เข้าใจว่าจำนวนเต็มลบสามจำนวนคูณกัน ผลลัพธ์ได้จำนวนเต็มบวก

จากแบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับจะเห็นได้ว่าจุดบกพร่องของนักเรียนส่วนใหญ่ ที่สำคัญมีดังนี้

1. นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้าม
2. นักเรียนไม่เข้าใจความหมายของการคูณที่อยู่ในรูปของการบวก
3. นักเรียนขาดความเข้าใจที่เพียงพอ เกี่ยวกับการใช้กฎเกณฑ์ การบวก การลบ และการคูณจำนวนเต็ม ตลอดจนมโนคติในเรื่อง การลบ

จากประสบการณ์ของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สอดคล้องกับ วิรัช นิยมเข้ม ซึ่งสังเกตได้จากตัวอย่างที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำผิดดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวกของ $17 + (-10)$

นักเรียนมักทำผิด ดังนี้ เนื่องจาก $|17| = 17$ และ $|-10| = 10$

$$\begin{aligned} |17 + (-10)| &= |17| + |10| \\ &= 17 + 10 \\ &= 27 \end{aligned}$$

วิธีทำที่ถูกต้อง

วิธีที่ 1 ขั้นที่ 1 เนื่องจาก $|17| > |-10|$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } |17 + (-10)| &= |17| - |-10| \\ &= 17 - 10 \\ &= 7 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 เนื่องจาก $|17| > |-10|$ และ 17 เป็นจำนวนเต็มบวก

ผลบวกที่ได้จึงเป็นจำนวนเต็มบวก

$$\text{ดังนั้น } 17 + (-10) = 7$$

วิธีที่ 2 เนื่องจาก $17 = 7 + 10$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } 17 + (-10) &= (7 + 10) + (-10) \\ &= 7 + [10 + (-10)] \quad \text{สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม} \\ &= 7 + 0 \quad \text{สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก} \\ &= 7 \quad \text{สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลบวกของ $(-18) + 15$

นักเรียนมักทำผิดดังนี้ เนื่องจาก $|-18| = 18$ และ $|15| = 15$

$$\begin{aligned} |(-18) + 15| &= |-18| + |15| \\ &= 33 \end{aligned}$$

วิธีทำที่ถูกต้อง

วิธีที่ 1 ขั้นที่ 1 เนื่องจาก $|-18| > |15|$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } |(-18) + 15| &= |-18| - |15| \\ &= 18 - 15 = 3 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 เนื่องจาก $|-18| > |15|$ และ -18 เป็นจำนวนเต็มลบ

ผลบวกจึงเป็นจำนวนลบ

$$\text{ดังนั้น } (-18) + 15 = -3$$

วิธีที่ 2 เนื่องจาก $-18 = (-3) + (-15)$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } (-18) + 15 &= [(-3) + (-15)] + 15 \\
 &= (-3) + [(-15) + (15)] && \text{สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม} \\
 &= -3 + 0 && \text{สมบัติอินเวอร์สการบวก} \\
 &= -3 && \text{สมบัติเอกลักษณ์การบวก}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณของ $(-4) \times (-3)$

นักเรียนมักทำผิดดังนี้ $(-4) \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$

$$\text{หรือ } (-4) \times (-3) = (-4) + (-4) + (-4) = -12$$

วิธีทำที่ถูกต้อง

วิธีที่ 1 ใช้กฎเกณฑ์ที่ว่า จำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มลบได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์ เท่ากับ ผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

$$\text{เนื่องจาก } |-4| = 4 \text{ และ } |-3| = 3$$

$$\text{ฉะนั้น } |(-4) \times (-3)| = |-4| \times |-3|$$

$$= 4 \times 3 = 12$$

$$\text{ดังนั้น } (-4) \times (-3) = 12$$

วิธีที่ 2 เนื่องจาก $(-3) + 3 = 0$

สมบัติอินเวอร์สการบวก

$$\text{ฉะนั้น } (-4) \times [(-3) + 3] = (-4) \times 0$$

สมบัติการคูณ

$$(-4) \times [(-3) + 3] = 0$$

สมบัติการคูณด้วยศูนย์

$$[(-4) \times (-3)] + [(-4) \times 3] = 0$$

สมบัติการแจกแจง

$$[(-4) \times (-3)] + (-12) = 0 \quad \text{ผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก}$$

แต่เราทราบว่า จำนวนที่บวกกับ -12 แล้วได้ 0 มีอยู่จำนวนเดียว คือ 12

$$\text{ดังนั้น } (-4) \times (-3) = 12$$

จากตัวอย่างพบว่า นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการบวก ลบ และคูณ จำนวนเต็ม จึงทำให้การคำนวณผิดพลาดได้ง่าย นักเรียนที่เรียนเก่ง หรือนักเรียนที่มีความจำดี จะใช้วิธีที่ 1 เพราะถ้า นักเรียนท่องจำ หรือจำขั้นตอนการทำได้ นักเรียนก็จะสามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว โดยที่นักเรียนอาจไม่เข้าใจว่า ทำไมจึงทำอย่างนั้น ส่วนวิธีที่ 2 ใช้สมบัติการบวก การเปลี่ยนกลุ่มการบวกของจำนวนเต็ม และการแจกแจงมาช่วยในการหา โดยไม่ใช่ค่าสัมบูรณ์ ซึ่งนอกจากจะเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักนำสมบัติพื้นฐานมาใช้แล้ว ยังจะเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดย้อนกลับได้ เช่น -18 มาจากจำนวนอะไรบวกกันบ้าง ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาว่า หากอาศัยแนวคิดบางส่วนในวิธีที่ 2 และเพิ่มสื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม เพื่อเป็นการถ่ายโยงความรู้ในระดับประถมศึกษาสู่ระดับมัธยมศึกษาให้เชื่อมต่อกัน จะสามารถแก้ไขจุดบกพร่องต่าง ๆ ได้มากกว่าวิธีสอนแบบเดิม

หรือไม่ ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะสร้างชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม เพื่อใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอนในครั้งนี้

เอกสารเกี่ยวกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์

ผู้วิจัยได้ทำการตรวจสอบว่า การสอนบวก ลบ และคูณจำนวนเต็มในระดับชั้น ม.1 , ม.2 เป็นช่วงเวลาที่เหมาะสมกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนหรือไม่ จากทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget) ซึ่งเพียเจต์ได้แบ่งลำดับขั้นของพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กที่เกี่ยวข้องกับการคิดหาเหตุผลไว้ 4 ลำดับขั้นดังนี้ (Copeland. 1979 : 19 - 28)

ขั้นที่ 1 Sensory motor Stage (อายุ 0 ถึง 1 และ 1½ ปี) ในขั้นนี้เด็กจะเรียนรู้จากการกระทำโดยตรงจากประสาทสัมผัส เริ่มจากการใช้มือให้สัมผัสกับปาก และตามลำดับ และไม่สามารถพัฒนาความคิด เพื่อสร้างมโนคติทางคณิตศาสตร์ได้ เด็กในขั้นนี้จึงยังไม่รู้จักใช้สัญลักษณ์ แต่จะสร้างแบบแผนของการรับรู้ขึ้นเอง

ขั้นที่ 2 Pre-operational Stage (อายุ 1 และ 1½ หรือ 2 ปี ถึง 7 ปี) ในขั้นนี้เด็กเริ่มมีการใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายแทนวัตถุจริง พัฒนาการทางด้านคำพูด และความคิดของเขายึดอยู่กับการรับรู้มากกว่าเหตุผล เด็กคิดแบบยึดตัวเองเป็นศูนย์กลาง เด็กวัยนี้ยังไม่มีมโนคติทางคณิตศาสตร์ ยังมองไม่เห็นความไม่เปลี่ยนแปลง หรือการอนุรักษ์คุณสมบัติบางประการของวัตถุหรือของความสัมพันธ์ เด็กไม่สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนทั้งหมด ไม่สามารถคิดย้อนกลับ และยังเรียงลำดับตามคุณสมบัติอย่างใดอย่างหนึ่ง ไม่ถูกต้อง ดังนั้น เด็กวัยนี้จึงไม่สามารถสร้างมโนคติเกี่ยวกับจำนวนมิติสัมพันธ์และปริมาณได้

ขั้นที่ 3 Concrete Operational Stage (อายุ 7 ปี ถึง 11 หรือ 12 ปี) ในขั้นนี้เด็กวัยนี้จะรู้จักการใช้เหตุผลที่ถูกต้อง และคิดในลักษณะที่เป็นรูปธรรม มีความขัดแย้งระหว่างเหตุผลกับการรับรู้บ่อยลง เมื่อมีวัตถุของจริงให้นักเรียนได้สำรวจสัมผัส เด็กจะสามารถจำแนกวัตถุสิ่งของออกเป็นหมวดหมู่ตามความเหมือน และความแตกต่างได้ สามารถเรียงวัตถุตามลำดับความยาว เข้าใจขบวนการย้อนกลับ สามารถมองเห็นความไม่เปลี่ยนแปลงคุณสมบัติบางประการ หลังจากวัตถุถูกเปลี่ยนแปลงรูปหรือย้ายที่ ถ้าจะให้เด็กวัยนี้เข้าใจได้รวดเร็วขึ้น และเข้าใจถูกต้อง จำเป็นต้องจัดสิ่งแวดล้อมด้วยวัตถุของจริง (รูปธรรม) ที่เด็กสามารถจับต้องและเล่นได้ นอกจากนั้นเด็กยังสามารถเข้าใจเกี่ยวกับ เรื่องจำนวนด้วย

ขั้นที่ 4 Formal Operational Stage (อายุ 11 ปี ถึง 12 ปีขึ้นไป) ในขั้นนี้เด็กจะสามารถใช้เหตุผลกับปัญหาทุกประเภท เช่นเดียวกับผู้ใหญ่ การแก้ปัญหาไม่ต้องพึ่งรูปธรรมมากมีวิธีการคิดที่อิสระขึ้น และสามารถคิดในสิ่งที่ เป็นกึ่งรูปธรรมและสามารถหาข้อสรุป และอนุมานจากสมมติฐานได้ใช้สมมติฐานคิดถึงปัญหาในอนาคต หาความรู้ในลักษณะที่เป็นวิทยาศาสตร์ โดยสอดคล้องตาม

หลักสูตรศาสตร์ได้ จึงสรุปได้ว่า เด็กในชั้นนี้มีความสามารถในการคิดหาเหตุผลตามหลัก
ตรรกศาสตร์

จากการศึกษาทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา ได้ข้อสรุปว่า การสอนบวก ลบ และคูณ
จำนวนเต็มในระดับชั้น ม.2 เป็นช่วงเวลาที่เหมาะสมที่สุด เพราะระบบจำนวนเต็มเป็นเนื้อหาที่ค่อนข้าง
จะเป็นนามธรรมจึงควรจัดไว้ในชั้นที่ 4 สำหรับงานวิจัยในประเทศไทยโดยทั่วไปแสดงให้เห็น
ว่าเด็กในเมืองหลวงมีลำดับขั้นของพัฒนาการเป็นไปตามทฤษฎีของเพียเจต์ (UNESCO. 1972 : 52)
จึงน่าจะให้นักเรียนระดับประถมปลายซึ่งมีอายุ 11 หรือ 12 ปี ได้เรียนรู้ได้แต่สำหรับผลการวิจัยของ
ออปเปอร์ (Oppen. 1971 : 265) ปรากฏว่า เด็กไทยส่วนใหญ่เป็นเด็กชนบทมีขั้นของการพัฒนาการ
ช้ากว่าเด็กในเมืองหลวง 2-3 ปี หมายความว่า กว่าจะถึงขั้นที่ 4 เด็กน่าจะอยู่ในระดับชั้น ม.2 โดย
ประมาณ ดังนั้นการจัดเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนเต็มที่ สสวท. จัดนั้นน่าจะเหมาะสมแล้ว

เอกสารเกี่ยวกับมโนคติทางคณิตศาสตร์

มโนคติทางคณิตศาสตร์

ยูพิน พิพิธกุล (2519 : 21 - 22) และพรหมทิพย์ ม้ามณี (2520 : 30) ให้ความเห็นสอดคล้องกัน
ว่า มโนคติทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้น เมื่อ

1. สามารถสังเกตเห็นแล้วคัดเลือกวัตถุ จัดประเภทเหตุการณ์ หรือความคิดให้เป็น
หมวดหมู่
2. สามารถแยกแยะให้เห็นความแตกต่าง หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่างๆที่เกี่ยวข้อง
กันได้
3. สามารถหาแบบแผนความคิดอันเป็นแนวทางนำไปสู่ความสัมพันธ์ ตลอดจนมองเห็น
โครงสร้างได้
4. สามารถหาข้อสรุปซึ่งได้จากเหตุการณ์ หรือรวมข้อคิดเห็นที่เหมือนกันได้
5. สร้างข้อสรุปใหม่ด้วยการอนุมาน

หลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์

ยูพิน พิพิธกุล (2519 : 25 - 26) และ พรหมทิพย์ ม้ามณี (2520 : 30) ได้ให้ข้อเสนอ
สอดคล้องกันว่า

1. มโนคติเป็นสิ่งที่กำหนดให้แก่ผู้เรียนไม่ได้ จะต้องเกิดจากประสบการณ์ การลงมือ
กระทำเอง และความคิดของตัวเองมากกว่าที่ครูแนะนำ การสอนที่มีประสิทธิภาพประกอบด้วย
การจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียนทุกคน

2. การที่จะให้นักเรียนเกิดมโนคติขึ้นในบทเรียนควรจะขึ้นอยู่กับ ความพร้อม แรงจูงใจ และความสามารถของนักเรียน

3. มโนคติจะพัฒนาจากประสบการณ์หลายอย่างมากกว่า การสอนซ้ำๆ ซากๆ ดังนั้น การแก้ปัญหา การค้นพบ และงานประจำหลายๆแบบจะทำให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากกว่าทำซ้ำๆในการเรียนคณิตศาสตร์

4. มโนคติจะมีความหมายและมีประโยชน์มากขึ้น เมื่อมันสัมพันธ์กับโครงสร้างทั้งหมด ซึ่งมีส่วนร่วมอยู่ด้วย

5. มโนคติจะเกิดขึ้นในขณะที่กระบวนการสอนกำลังดำเนินไปซึ่งเหมือนกับเป็นกระบวนการเจริญเติบโต คือจะมีความหมายมากขึ้นและลึกซึ้งยิ่งขึ้นเรื่อยๆจากประสบการณ์หลายๆชนิด

6. มโนคติควรจะสร้างขึ้นจากสิ่งแวดล้อมของเขาเองมากกว่าจากครูผู้เดียว ครูต้องใช้เวลาแก่นักเรียนอย่างเพียงพอที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรม ดังนั้นบทเรียนคณิตศาสตร์ปกติไม่ควรเป็นผู้ฟังและจดเท่านั้นแต่ควรจัดเป็นกลุ่มกิจกรรมในการแก้ปัญหาามากกว่า

7. ในขณะขบวนการเรียนการสอนดำเนินอยู่ นักเรียนจะต้องคิดว่าอะไรจะเกิดขึ้นตลอดเวลา ต้องตั้งคำถามด้วยตนเองเพื่อหาคำตอบ และต้องขอบถามปัญหาเพื่อหาสิ่งที่ต้องการ

จากมโนคติทางคณิตศาสตร์ และหลักเบื้องต้นในการสอนให้เกิดมโนคติทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาแล้วนั้น จะเห็นได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ให้เกิดการเรียนรู้ มโนคติมีความจำเป็นและสำคัญอย่างมากที่ผู้สอนควรคำนึงถึงเป็นอันดับแรก ดังนั้น ผู้วิจัยจึงสนใจสร้างชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมเพื่อถ่ายโยงความรู้ให้นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการที่จะสร้างมโนคติใหม่

ทฤษฎีการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

Bruner และ Kenney ได้สร้างทฤษฎีที่เกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 4 ทฤษฎี ดังนี้ (Bell 1978 143 - 145)

1. Construction Theorem มีหลักการว่า วิธีที่ดีที่สุดสำหรับเด็กนักเรียนในการเรียนรู้มโนคติทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งหลักการ หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ คือ การสร้างตัวแทนสิ่งนั้น สำหรับเด็กโตกว่าควรให้ใช้ความคิดวิเคราะห์หาตัวแทนที่ครูเป็นผู้นำเสนอ ส่วนเด็กเล็กกว่าควรใช้ตัวแทนที่เป็นรูปธรรม และให้มีส่วนร่วมในการสร้าง กฎ สูตร จะทำให้พวกเขาจำกฎ สูตร ได้ดี และนำไปใช้ได้ถูกต้อง

2. Notation Theorem มีหลักการว่า โครงสร้างในเบื้องต้นหรือตัวแทนสามารถทำให้เด็กนักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจได้ง่ายมากขึ้นถ้าใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสมกับ ระดับของพัฒนาการทางสติปัญญาของพวกเขา จะทำให้ช่วยขยายขอบเขตความเข้าใจได้ เช่นสำหรับเด็กที่เล็กในเรื่องฟังก์ชันอาจใช้ สัญลักษณ์ที่เป็นตัวแทนดังเช่น $\square = 2 \nabla + 3$ เป็นตัวแทน ส่วนเด็กที่โตกว่าที่เริ่ม

ต้นเรียนพีชคณิตและพีชคณิตระดับสูง ควรนำเสนอตัวแทนสัญลักษณ์ $y = 2x + 3$ และ $y = f(x)$ เป็นตัวแทนตามลำดับ วิธีการที่ต่อเนื่องนี้เรียกว่า การเรียนการสอนแบบบันไดเวียน (Spiral Teaching and Learning) ดังนั้น ในการนำเสนอตัวแทนสัญลักษณ์ในขั้นแรกจะเป็นลักษณะที่รู้ได้ง่าย ควรใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมและเด็กคุ้นเคย เมื่อเด็กมีพัฒนาการทางสติปัญญาสูงขึ้น มโนมติเดิมที่นำมาเสนอในระดับสูงควรจะเป็นนามธรรมมากขึ้น

3. Contrast and Variation Theorem มีหลักการว่า กระบวนการที่นำสู่ความคิดทางนามธรรมโดยผ่านสื่อรูปธรรม จะสัมฤทธิ์ผล เมื่อนักเรียนได้เห็น ความแตกต่าง และ ความหลากหลาย การเปรียบเทียบความแตกต่างทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ แบบหยั่งรู้ในสาระสำคัญ เช่น การให้บทนิยามในวิชาคณิตศาสตร์จำนวนอตรรกยะคือ จำนวนจริง ซึ่งไม่ใช่จำนวนตรรกยะ หรือ ในวิชาเรขาคณิต นักเรียนจะเข้าใจส่วนโค้ง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง คอร์ดของวงกลม ต่อเมื่อได้เห็นภาพเปรียบเทียบความแตกต่างของสิ่งเหล่านั้น เป็นต้น เมื่อสอนคณิตศาสตร์จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องจัดหาตัวอย่างของแต่ละมโนมติให้มากมาย และหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปรวมมโนมตินั้นได้

4. Connectivity Theorem มีหลักว่า แต่ละมโนมติ หลักการในทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงหรือสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน ครูควรช่วยให้นักเรียนได้มองเห็นความสำคัญของความเชื่อมโยงทางโครงสร้างทางคณิตศาสตร์นั้น ทำให้นักเรียนเห็นเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในด้านการวิเคราะห์ และสังเคราะห์ เกิดการหยั่งรู้ความคิดทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น ส่งผลถึงความก้าวหน้าทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากทฤษฎีการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของ Bruner และ Kenney จะเห็นได้ว่าการจัดหลักสูตร และการจัดการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ควรคำนึงถึงทฤษฎีทั้งที่เป็นแนวทาง ซึ่งผู้วิจัยมีความเห็นสอดคล้องเป็นอย่างยิ่ง โดยเฉพาะการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมให้เหมาะสมกับสติปัญญาของนักเรียน เพื่อนำไปสู่สิ่งที่นามธรรม

ขั้นตอนในการเรียนรู้มโนมติทางคณิตศาสตร์

Dienes ได้สร้างขั้นตอนในการเรียนการสอนมโนมติทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้นตอนดังนี้

(Bell, 1978 : 125 - 127)

ขั้นที่ 1 Free Play ขั้นการเล่นอย่างอิสระของการเรียนรู้มโนมติ ประกอบด้วย เกมที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองเพื่อให้เรียนรู้ว่า อะไรเป็นส่วนคงที่ อะไรเป็นส่วนที่แปรเปลี่ยนได้ในมโนมติ เช่น มโนมติในรูปสามเหลี่ยม ส่วนที่คงที่คือส่วนที่เป็นด้าน 3 ด้าน ส่วนที่แปรเปลี่ยนได้คือ ความยาวด้าน ขนาดของมุม ขั้นนี้จึงเป็นจุดเริ่มต้นที่จะวิเคราะห์โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของมโนมตินั้น

ขั้นที่ 2 Games หลังจากการเล่นอย่างอิสระแล้ว นักเรียนจะเริ่มสังเกตรูปแบบและกฎเกณฑ์ซึ่งเกิดขึ้นในมโนคติว่า บางสิ่งบางอย่างเป็นไปได้ และอีกหลายสิ่งที่เป็นไปไม่ได้เมื่อนั้นนักเรียนจะพบว่า กฎเกณฑ์และคุณสมบัตินำไปใช้ตัดสินเหตุการณ์ต่างๆ ได้ เกมอันหลากหลายช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบการเปลี่ยนแปลงภายในมโนคติ วิเคราะห์โครงสร้างปัจจัยของมโนคติทางคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุผล

ขั้นที่ 3 Searching for Communalities แม้ว่าหลังจากเล่นเกมต่างๆ อย่างมากมาย นักเรียนอาจไม่ค้นพบโครงสร้างทางคณิตศาสตร์จนกว่านักเรียนได้ทราบสมบัติที่มีส่วนร่วมกันในตัวแทนทั้งหลาย Dienes แนะนำว่า ครูสามารถช่วยให้นักเรียนได้มองเห็นสมบัติร่วมของตัวอย่างที่เป็นโครงสร้างกลุ่มหนึ่งโดยแสดงให้เห็นให้นักเรียนรู้ว่าแต่ละตัวอย่างถ่ายโยงลักษณะไปเป็นตัวอย่างอื่นๆ ได้อย่างไร โดยไม่เปลี่ยนสมบัติทางนามธรรมซึ่งเป็นส่วนร่วมของทุกๆ ตัวอย่าง

ขั้นที่ 4 Representation หลังจากนักเรียนได้สังเกตส่วนประกอบที่ร่วมกันในแต่ละตัวอย่างของมโนคติ พวกเขาจำเป็นต้องพัฒนาตัวแทนของมโนคติขึ้นมาอันหนึ่ง ซึ่งเกิดขึ้นจากส่วนประกอบที่ร่วมกันทั้งหมดที่ค้นพบในแต่ละตัวอย่าง ตัวแทนนี้สามารถสร้างเป็นตัวแทนที่เป็นภาพของมโนคติ คำพูด หรือ ตัวอย่างเพิ่มเติม นักเรียนต้องการตัวแทนเพื่อจัดประเภทของส่วนประกอบที่ร่วมกัน ตัวแทนของมโนคติจะเป็นนามธรรมมากกว่าตัวอย่าง และจะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่เป็นนามธรรมภายในมโนติมากขึ้น

ขั้นที่ 5 Symbolization ในขั้นนี้ ครูควรให้โอกาสนักเรียนในการสร้างสัญลักษณ์ของตัวแทนแต่ละมโนคติที่เป็นของตนเอง และสอดคล้องระบบการสร้างสัญลักษณ์ที่นักเรียนเลือกใช้ให้สอดคล้องกับตำราเรียน เพื่อให้พวกเขาได้เปรียบเทียบ ควรจะมีการแสดงให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสมอย่างเป็นระบบในการแก้ปัญหา การพิสูจน์ทฤษฎีบท และอธิบายมโนคติต่างๆ ตัวอย่างเช่น ทฤษฎีบทพีทาโกรัส สัญลักษณ์ $a^2 + b^2 = c^2$ อาจง่ายต่อการจำและการใช้มากกว่าใช้ภาษาอธิบาย “สำหรับสามเหลี่ยมมุมฉากจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของจัตุรัสบนด้านอื่นๆ อีกสองด้าน” แต่บางครั้งตัวแทนสัญลักษณ์ กฎ สูตร และทฤษฎีบทต่างๆ ที่นำมาใช้มักจะไม่ใช่ชัดเจน นั่นคือ ไม่สามารถอธิบายเงื่อนไขภายใต้ กฎ สูตร และทฤษฎีบทต่างๆ ได้ ดังนั้น ทฤษฎีบทพีทาโกรัสควรเสริมภาษาพูดซึ่งเฉพาะลงไปว่า ใช้กับสามเหลี่ยมมุมฉากเท่านั้น ฯลฯ นักเรียนจำนวนมากที่เก่งในการจำ กฎ สูตร และทฤษฎี จะมีปัญหาในการใช้

ขั้นที่ 6 Formalization หลังจากนักเรียนได้เรียนมโนคติ และโครงสร้างคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กันแล้ว พวกเขาต้องลำดับคุณสมบัติของมโนคติและพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้ คุณสมบัติพื้นฐานในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ก็คือ สัจพจน์ของระบบ คุณสมบัติต่างๆ ที่ได้มาจากหลัง คือ ทฤษฎีบท และกระบวนการนิรนัยที่สรุปผลจากสัจพจน์ไปสู่การเป็นทฤษฎีบทต่างๆ ก็คือ การ

พิสูจน์คณิตศาสตร์ ในขั้นนี้นักเรียนต้องทดสอบผลลัพธ์ของมโนมติ และใช้มโนมติเพื่อแก้ปัญหา คณิตศาสตร์บริสุทธิ์และคณิตศาสตร์ประยุกต์

หลักการในการเรียนรู้มโนมติ

Dienes ได้สรุประบบการสอนคณิตศาสตร์ในหนังสือ Building up Mathematics โดยหลักการทั่ว ๆ ไป 4 ข้อ สำหรับการสอนมโนมติดังนี้ (Paige and others. 1978 : 9 - 14)

1. The Dynamic Principle เด็กจะเรียนรู้จากการเล่นหรือกิจกรรม 3 ระดับ ที่มีความซับซ้อนขึ้นไปตามลำดับ คือ

ระดับ 1 การเล่นเกมหรือกิจกรรมที่ไม่มีโครงสร้าง โดยสังเกตจากผลการกระทำ

ระดับ 2 การเล่นเกมหรือกิจกรรมที่มีโครงสร้าง ครูสามารถช่วยเหลือเด็กได้

ระดับ 3 สามารถสร้าง กฎ สูตร และฟังบรรยายมโนมติ แล้วนำไปใช้ในสถานการณ์ที่เหมือนกัน

2. The Constructive Principle มีพัฒนาของการคิด 2 แบบ คือ

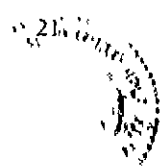
2.1 Constructive เด็กสามารถแก้ปัญหาได้โดยการเลียนแบบจากสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกัน

2.2 Analytical เด็กสามารถคิดวิเคราะห์ส่วนประกอบ และความสัมพันธ์ของส่วนประกอบต่าง ๆ เหล่านั้น ทำให้อธิบายได้ว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นเป็นไปได้ เพราะเหตุใด

3. The Mathematical Variability Principle เด็กต้องเห็นตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง และในตัวอย่างเหล่านั้น ผู้ยกตัวอย่างจะต้องคำนึงถึงตัวแปรที่แฝงอยู่ในนั้น และยกตัวอย่างให้ครบทุกลักษณะ เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอาจเขียนได้หลายลักษณะ หลายขนาด และหลายท่า แต่ยังคงเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสอยู่นั่นเอง

4. The Perceptual Variability or The Multiple Embodiment Principle เป็นหลักการที่ใช้กระบวนการทางนามธรรม ในกระบวนการนี้จะละองค์ประกอบที่ไม่สำคัญออกไปจะค้นหาสาระร่วมโดยใช้ตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง ในเรื่องจำนวนนับ ควรมีการฝึกนับสิ่งต่างๆ หลายๆชนิด เช่น คนหลายคน ลูกบาศก์หลายลูก ดินสอหลายแท่งและหนังสือหลายเล่ม เพื่อทำให้เกิดมโนมติในเรื่องดังกล่าว

จากขั้นตอนการเรียนรู้มโนมติทางคณิตศาสตร์ และหลักการในการเรียนรู้มโนมติของ Dienes สรุปได้ว่า Dienes ให้ความสำคัญกับเกมเป็นอันดับแรก ซึ่งเกมนั้นเป็นสื่อรูปธรรมที่เป็นประโยชน์ เพื่อการเรียนรู้และพัฒนา มโนมติ สามารถนำมาเป็นแนวทางในการฝึกทำแบบฝึกหัดเพื่อทบทวนมโนมติทั้งหลาย ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะนำเอาขั้นตอนและหลักการในการเรียนรู้มโนมติไปเป็นแนวทางในการดำเนินการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ต่อไป



บทนิยามมโนคติ

ไม่มีบทนิยามที่ดีที่สุดของคำว่า มโนคติ ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของบทนิยามของมโนคติ ซึ่งไม่มีการกล่าวยืนยันจากผู้เชี่ยวชาญว่าเป็นบทนิยามที่ทำให้ดีกว่าบทนิยามใด

(a) มโนคติ ประกอบด้วยกลุ่มของวัตถุ สัญลักษณ์ หรือเหตุการณ์ (การอ้างอิง) จัดโดยอาศัยลักษณะร่วมกันในบางประการ มโนคติต่างๆโดยปกติแล้ว เราอ้างอิงมโนคติโดยใช้ชื่อของมัน (Merrill and Wood. 1974 : 19)

(b) เราให้บทนิยามคำว่า มโนคติว่า เป็นข้อมูลเกี่ยวกับสมบัติของสิ่งต่างๆ เหตุการณ์ หรือกระบวนการ ซึ่งได้ประสานสัมพันธ์ในสมองอย่างดีแล้วทำให้สามารถจัดประเภทและแยกแยะสิ่งต่างๆ ได้ตามนั้น (Klausmeier. 1974 . 4)

การเรียนรู้มโนคติ

Klausmeier, Ghatala, and Frayer ได้กำหนดรูปแบบการเรียนรู้และการพัฒนามโนคติ ซึ่งทำให้ได้ความหมายของการเรียนรู้มโนคติในเชิงปฏิบัติการ ซึ่งแบ่งเป็นระดับต่างๆ ของการเรียนรู้ใน 4 ระดับ ดังนี้ (Sowder. 1980 : 245 - 246)

ระดับ 1 Concrete นักเรียนจดจำตัวอย่างที่ได้รับประสบการณ์มาก่อนแล้ว (นักเรียนจำสิ่งที่เคยสัมผัสได้ เมื่อแสดงให้เห็นสิ่งที่เคยสัมผัสที่เห็นมาแล้วเมื่อวานนี้)

ระดับ 2 Identity เพิ่มเติมจากระดับ 1 นักเรียนจดจำตัวอย่างที่พบมาก่อน แม้ว่าตัวอย่างที่สังเกตเห็นได้จากระยะที่ปรากฏแก่สายตาจะแตกต่างกัน หรือรูปกลับกัน (นักเรียนยังคงเรียกภาพสิ่งที่เคยสัมผัส แม้ว่าภาพนั้นจะกลับด้านในครั้งต่อมา)

ระดับ 3 Classification เพิ่มเติมจากระดับ 1 และ 2 นักเรียนสามารถที่จะจำแนกระหว่างตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง (นักเรียนเลือกหยิบภาพสิ่งที่เคยสัมผัสจากภาพต่างๆที่อยู่ร่วมกัน)

ระดับ 4 Formal เพิ่มเติมจากระดับ 1, 2 และ 3 นักเรียนสามารถที่จะให้บทนิยามของมโนคติ

ตามข้อสังเกตของ คลอสไมเออร์ (Klausmeier 1976 : 18) มโนคติต่างๆที่มีตัวอย่างในสิ่งแวดล้อมของเด็ก ควรมีการแนะนำบ้างเพียงเล็กน้อยเพื่อความสำเร็จในการเรียนสองระดับแรก การให้บทนิยามโดยใช้ภาษาอาจจะนำเสนอในขั้นใดก็ได้แต่จะต้องให้ความสำคัญที่ระดับ 4 ว่า ต้องไม่เป็นแต่เพียงการท่องจำบทนิยามแต่ต้องมีความเข้าใจด้วย

ความสามารถยกตัวอย่างของนักเรียนนับเป็นการเรียนรู้ได้อย่างหนึ่ง ถ้าจะสงเคราะห์ความสามารถเข้ากับระดับใดใน 4 ระดับข้างต้นจะมีปัญหาที่ไม่สามารถตัดสินใจชัดเจนได้ ทางออกทางหนึ่ง Klausmeier ได้เสนอทางออกของปัญหาโดยจัดเป็นระดับ 3.5 ดังนี้

ระดับ 3.5 (Production) เพิ่มเติมจากระดับ 1 - 3 นักเรียนสามารถให้ (a) ให้ตัวอย่างที่เคยรู้มาแล้ว และ(b) ตัวอย่างใหม่ของมโนคติ

เฮนเดอร์สัน (Henderson. 1970) อภิปรายเกี่ยวกับการแยกแยะหมวดหมู่ของมโนคติ ตัวอย่างหนึ่งที่เป็นไปได้คือ การแยกประเภทเป็นมโนคติรูปธรรมและนามธรรม มโนคติรูปธรรม เป็นสิ่งที่ซึ่งมีตัวอย่างเป็นของจริงที่มีรูปร่างเห็นได้ ตัวอย่างเช่น หนังสือพีชคณิต ไม้บรรทัด กระดานเรขาคณิต แท่งคูชิเนอร์ ภาพวาด มโนคติที่เป็นนามธรรมจะไม่มีดังตัวอย่างข้างต้น เช่น จำนวนเศษส่วน จำนวนเชิงซ้อน ค่าอนันต์ เส้น รูปหลายเหลี่ยม ความสุม และอื่นๆ

จะเห็นได้ว่า การเรียนรู้มโนคตินี้จะมีความสัมพันธ์กันโดยเรียงจากระดับต่ำไปสู่ระดับสูง ก่อนจะถึงขั้นมโนคตินั้นต้องผ่านการเรียนรู้จากสื่อรูปธรรม และสามารถจำแนกความแตกต่างระหว่างตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างได้จึงจะถึงขั้นให้มโนคติ และนำมโนคตินั้นไปใช้เป็นหลักการในการแก้ปัญหาต่อไป

ความสนใจและความเคลื่อนไหวทางคณิตศาสตร์ในด้านการสอนมโนคติ

ปัจจุบัน แนวโน้มงานวิจัยส่วนใหญ่จะเน้นหนักไปทางด้านการใช้คอมพิวเตอร์ในการเสริมการสอน ดังที่ มหาวิทยาลัยจอร์เจีย ในสหรัฐอเมริกา ได้ทำการวิจัยโดยใช้ Geometer Sketchpad ทำการสอนให้เห็นความเชื่อมโยงของมโนคติต่างๆทางเรขาคณิตและเรขาคณิตวิเคราะห์ เช่น Centroid Orthocentre สามารถสัมพันธ์กับ Hyperbola หรือ กราฟของสมการเมื่อ เปลี่ยนพารามิเตอร์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร (Wilson. 1997) สำหรับความสนใจในเรื่อง การสอน มโนคติโดยใช้ตัวอย่างรูปธรรมยังพอมืออยู่บ้าง ซึ่ง ฟิวสัน (Fuson. 1991: 430 - 457) ได้กล่าวถึง การสอนมโนคติ การบวก ลบ และค่าประจำหลัก ที่ใช้รูปธรรมอย่างมีขั้นตอน หนึ่งในอนาคตหลักสูตรคณิตศาสตร์ก็ยังคงให้ความสำคัญในเรื่อง มโนคติเป็นสำคัญโดยจะเน้น ความรู้เชิงทฤษฎีมากกว่าเชิงปฏิบัติ เพื่อให้ได้มโนคติ หลักการพื้นฐานเพื่อใช้ศึกษาด้วยตนเอง แก้ปัญหา และสร้างสรรค์สิ่งต่างๆ (คณัย ชังคง. 2540)

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน

ชุดการสอน หรือชุดการเรียน มีชื่อเป็นภาษาอังกฤษหลายชื่อดังนี้ Instructional Packages, Learning Packages, Self Instructional Packages, Instructional Kits หรือ Individualized Learning Packages เดิมทีเคยมักใช้คำว่า ชุดการสอน เพราะเป็นสื่อที่ครูนำมาใช้ประกอบการสอน แต่ต่อมาแนวความคิดในการยึดเด็กเป็นศูนย์กลางในการเรียนได้เข้ามามีอิทธิพลมากขึ้น การเรียนรู้ที่ดีควรจะให้ผู้เรียนได้เรียนเอง จึงมีผู้นิยมเรียกชุดการสอนเป็นชุดการเรียนกันมากขึ้น บางคนจะเรียกรวมกันว่า ชุดการเรียนการสอนก็มี (บุญเกื้อ ควรหาเวช. 2530 : 69) เช่นเดียวกับ คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย (2524 : 249) ที่ได้ใช้คำว่า ชุดการเรียนการสอนโดยให้เหตุผลว่า การเรียนรู้เป็นกิจกรรมของ

นักเรียนและการสอนเป็นกิจกรรมของครู จะเห็นว่ากิจกรรมของครูกับของนักเรียนจะต้องเกิดขึ้นคู่กัน ขณะที่ครูสอน - นักเรียนเรียน เวลาครูพูด - นักเรียนฟัง เวลานั้นนักเรียนพูด - ครูฟัง ครูให้แบบฝึกหัดนักเรียนทำแบบฝึกหัด ฯลฯ กิจกรรมดังกล่าวของครูกับนักเรียนต้องเป็นกิจกรรมที่ควบคู่กันไป นอกจากนี้ จลอง ทับศรี (2521 : 55) ซึ่งใช้คำว่าชุดการเรียนการสอนเช่นเดียวกันได้ให้ข้อคิดว่าเป็นวิธีหนึ่งของการจัดการเรียนการสอนที่ได้แนวความคิดหลายๆ แนวมาใช้ร่วมกัน เพื่อให้การเรียนรู้ของนักเรียนเกิดขึ้นอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด ฉะนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้คำว่า ชุดการเรียนการสอนเพื่อจะได้ครอบคลุมถึงกิจกรรมของครูและนักเรียน

ชุดการเรียนการสอน เป็นวิธีการเรียนการสอนอย่างหนึ่งโดยใช้ระบบสื่อประสม ซึ่งครูนำมาใช้เป็นเครื่องชี้แนวทางและเครื่องมือในการสอน หรือผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเอง หรือผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนที่ตั้งไว้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (วิชัย วงษ์ใหญ่ 2525 : 185 , คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. 2524 : 249 และนิพนธ์ สุขปรีดี . 2519 : 62)

การแบ่งประเภทชุดการเรียนการสอนนั้น วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 186) ได้แบ่งเป็น 3 ชนิด ตามลักษณะของการใช้ดังต่อไปนี้

1. ชุดการเรียนการสอนประกอบคำบรรยายหรือชุดการเรียนการสอนสำหรับครูใช้ ครูเป็นผู้บรรยายตามกิจกรรมและใช้สื่อการเรียนตามที่ระบุไว้ในชุด ชุดนี้มีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับกิจกรรมกลุ่ม ชุดนี้ประกอบด้วยชุดย่อยที่มีจำนวนเท่ากับศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละศูนย์มีสื่อการเรียนตามจำนวนนักเรียนในศูนย์กิจกรรมนั้นในขณะที่ทำกิจกรรม หากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ ถ้านักเรียนเรียนครบทุกศูนย์ แล้วนักเรียนสามารถเรียนจากศูนย์สำรองที่จัดเตรียมไว้เพื่อเป็นการไม่เสียเวลาของผู้อื่น

3. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดที่จัดให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาจบแล้วจะทำการสอบประเมินผลความก้าวหน้าและศึกษาชุดต่อไป

นอกจากนี้ยังมีผู้แบ่งชุดการเรียนการสอนในลักษณะเดียวกัน ดังที่กล่าวมาแล้วอีกหลายท่าน เช่น ชัยยงค์ พรหมวงศ์ สุเชาว์ เนตรประเสริฐ และสุดา สีนสกุล (2521 : 53 - 54) จลอง ทับศรี (2521 : 56 - 57) บันลือ พลฤกษ์วัน (2524 : 149) และสุนันท์ สังข์อ่อน (2526 : 134) เป็นต้น

ลักษณะของชุดการเรียนการสอนนั้น คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 251) บุญเกื้อ ควรหาเวช (2530 : 71) ชม ภูมิภาค (2528 : 102) และ ฮุสตัน และคนอื่นๆ (Houston and others. 1972 : 10 - 15) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่

สำคัญภายในชุดการเรียนการสอน สอดคล้องกันว่า ลักษณะของชุดการเรียนการสอน ประกอบด้วย คำชี้แจง หลักการและเหตุผล จุดประสงค์ของการเรียนรู้ พื้นความรู้เดิม การประเมินผล เบื้องต้น สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน เวลาที่ใช้ การประเมินผลขั้นสุดท้าย การซ่อมเสริม

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน ทำให้ผู้วิจัยมองเห็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนที่ใช้สื่อรูปธรรม โดยที่ผู้วิจัยได้นำแนวคิดและหลักการ ตลอดจนเหตุผลดังกล่าวมาใช้ประกอบเพื่อกำหนดรูปแบบของชุดการเรียนการสอนของผู้วิจัยเอง โดยคำนึงถึงความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของการเรียนรู้ ต้องมีการพัฒนาเจตคติ มโนคติและแรงจูงใจในการเรียนรู้

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน และชุดการสอนรายวิชาย่อย (ชุดการสอนจุลบทหรือชุดการสอนมินิคอร์ส (Minicourse)) ซึ่งมีผู้วิจัยทำการวิจัยได้ผลเป็นที่น่าพอใจ เช่น วิริยะ ศิริขานนท์ (2533 : 47) และบรรจง แก้ววิเศษกุล (2533 : 47 - 48) ได้ศึกษาการพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนเสริมทักษะการคูณ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และการหารสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามลำดับ และ ศิริรัตน์ วรวิชัย (2539 : 21) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการโดยใช้ชุดการเรียนการสอนของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ขวลิต สูงใหญ่ (2530 : 66) และ วิมลรัตน์ แก้วโพงผาง (2534 : 118) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยของทั้งห้าท่านที่กล่าวมาสอดคล้องกัน คือนักเรียนที่เรียนด้วยชุดการเรียนการสอน หรือชุดการสอนรายวิชาย่อยมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าการสอนตามปกติ บรูซ (Bruce. 1972 : 429 - A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับการสอนแบบธรรมดา ที่มหาวิทยาลัยไอโอวา ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าการสอนแบบธรรมดา ซึ่งผลการวิจัยลักษณะนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ อาร์มสตรอง (Armstrong. 1972 : 5669 - A) ซึ่งได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการเรียนรู้ภาษาฝรั่งเศสของผู้เริ่มเรียนในระดับวิทยาลัย ด้วยการสอนวิธีบรรยาย และเรียนจากชุดการเรียนการสอนรายบุคคล ชนิดสื่อประสม ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนจากชุดการเรียนการสอน มีผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยวิธีบรรยาย

จากผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอนดังกล่าว จะเห็นได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบบรรยายหรือแบบปกติ ทำให้ผู้วิจัยได้มองเห็นคุณค่าและความสำคัญ ตลอดจนมีความสนใจในการที่จะสร้างชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพสอดคล้องกับผู้เรียนบรรลุจุดประสงค์ของการเรียนตามต้องการ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้เป็นการวิจัยและพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอน แต่เพื่อให้มองเห็นภาพของการดำเนินการวิจัยชัดเจน จะกล่าวถึงการวิจัยและการพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอน ตามลำดับ

1. การวิจัย การวิจัยที่จะกล่าวต่อไปนี้เป็นการศึกษาเชิงทดลองโดยกลุ่มตัวอย่างมี 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

การคัดเลือกกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 2 กลุ่ม โดยกลุ่มที่หนึ่ง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม อำเภอชัยบาดาล จังหวัดลพบุรี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 1 ห้องเรียน 41 คน กลุ่มที่สอง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภอท่าหลวง จังหวัดลพบุรี ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 1 ห้องเรียน 41 คน ซึ่งทั้งสองโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละกันคือ มีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน ตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ได้จากการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Sampling) โดยกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่หนึ่ง สุ่มมาจำนวน 1 ห้องเรียน 41 คน จากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 4 ห้องเรียน 179 คนและตัวอย่างกลุ่มที่สอง สุ่มมาจำนวน 1 ห้องเรียน 41 คนจากนักเรียนทั้งหมดจำนวน 4 ห้องเรียน 191 คน ซึ่งตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม มีค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบปลายภาคเรียนที่ 2 ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใกล้เคียงกัน เมื่อได้กลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มแล้ว กำหนดกลุ่มเพื่อดำเนินการทดลองโดยใช้การสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จัดเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม สำหรับกลุ่มทดลองสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและผู้วิจัยเป็นผู้สอน ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์เป็นผู้สอน ดังแสดงในตาราง 1

ตาราง 1 แสดงกลุ่มตัวอย่าง จำนวนนักเรียน และวิธีการสอนที่ใช้ในการทดลอง

กลุ่ม	จำนวนนักเรียน (คน)	วิธีการสอนที่ใช้ในการทดลอง
ควบคุม	41	สอนตามปกติโดยใช้คู่มือครูของ สสวท.
ทดลอง	41	ใช้ชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ เป็นเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็มในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ

ระยะเวลาของการทดลอง

กลุ่มตัวอย่างแต่ละกลุ่มใช้เวลาในการทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2540

2. การพัฒนาชุดการเรียนการสอน จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่ามีปัญหาเกิดขึ้นในการเรียนการสอนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม และได้ศึกษารายละเอียด ตลอดจนทฤษฎีที่อธิบายถึงสาเหตุของปัญหา ผู้วิจัยได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนขึ้น โดยอาศัยหลักการต่อไปนี้

2.1 เรียนจากสิ่งที่รู้ไปสู่สิ่งที่ไม่รู้

2.2 การถ่ายโยงความรู้

2.3 พัฒนาความคิดทางนามธรรมจากพื้นฐานรูปธรรม

การนำเข้าสู่บทเรียน

1. การบวก ลบจำนวนเต็ม

การบวกใช้ในความหมาย เอามารวมกัน

การลบใช้ในความหมาย หักออกหรือเอาออก

ตัวอย่าง $(+3) + (-1) = ?$

$$\boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{-1} \rightarrow \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{0} \quad \text{ตอบ } +2$$

$$(-2) + (-1) = ?$$

$$\boxed{-1} \boxed{-1} \boxed{-1} \quad \text{ตอบ } -3$$

$$(+2) - (-1) = ?$$

$$\boxed{+1} \boxed{+1} \rightarrow \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{0} \rightarrow \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{-1} \quad \text{ตอบ } +3$$

2. การคูณจำนวนเต็ม

อิงสถานการณ์จำลองที่เกี่ยวข้องกับปริมาณกระจัด (Displacement) บนเส้นจำนวน

ระยะทาง = ความเร็ว $\times$ เวลา

ตัวอย่าง ตุ๊กตาไขลานตัวหนึ่งเดินหน้าหรือถอยหลังได้วินาทีละ 2 ก้าว ปัจจุบันอยู่

ตรงป้ายพอดี กำหนดให้ป้ายนั้นอยู่ตรงจุด 0 บนเส้นจำนวน เวลาในอนาคตเป็นบวก อดีตเป็นลบ และตุ๊กตาเดินหน้าความเร็วเป็นบวก ถอยหลังความเร็วเป็นลบ

ถ้าไขลานปรับตุ๊กตาให้ถอยหลัง วินาทีละ 2 ก้าว (-2)

ในอีก 4 วินาทีข้างหน้าตุ๊กตาอยู่ที่ไหน หน้าหรือหลังป้าย ห่างจากป้ายกี่ก้าว

ตอบ อยู่หลังป้าย ห่างจากป้าย 8 ก้าว นั่นคือ $(-2) \times 4 = -8$

เมื่อ 4 วินาทีที่แล้วมา ตุ๊กตาอยู่ที่ไหน หน้า หรือ หลังป้าย ห่างจากป้ายกี่ก้าว

ตอบ อยู่หน้าป้าย ห่างจากป้าย 8 ก้าว นั่นคือ $(-2) \times (-4) = 8$

หมายเหตุ ในการสอน ผู้วิจัยจะไม่ใช้ศัพท์ “ปริมาณการจัด” แต่จะใช้ศัพท์ที่นักเรียนคุ้นเคย และความหมายตรงกับปริมาณการจัด คือ บอกทั้งระยะทาง และทิศที่อยู่

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือประกอบด้วย

1. แผนการสอน
- 2 ชุดการเรียนรู้การสอน
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ

1. แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) แบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 203 และคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ของ สสวท. กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 วิเคราะห์จุดมุ่งหมายทั่วไป จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

1.3 จัดทำแผนการสอนให้สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้

1.4 นำแผนการสอนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญและคณะกรรมการควบคุมปริญญาณิพนธ์ตรวจ

1.5 นำแผนการสอนที่ผู้เชี่ยวชาญ และคณะกรรมการควบคุมปริญญาณิพนธ์ตรวจและปรับปรุงแก้ไขไปทดลองใช้กับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ยังไม่ได้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างครั้งนี้ จำนวน 10 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม

เกี่ยวกับเวลาที่ใช้จัดกิจกรรม สื่อการเรียนการสอน และปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรมโดย
 ปรึกษาผู้เชี่ยวชาญอย่างใกล้ชิด (ใช้ร่วมกับชุดการเรียนการสอน)

1.6 นำแผนการสอนมาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง ก่อนนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง

2. ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการ และวิธีการสร้างชุดการเรียนการสอน จากเอกสารและจากผู้เชี่ยวชาญ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาให้เหมาะสม และสร้างชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม

2.2 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน เนื้อหาที่จะสอนจากแบบเรียนต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดพฤติกรรมที่ต้องการ

2.3 ศึกษาจุดบกพร่องของนักเรียนในการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จากปริญญา นิพนธ์ของ วิรัช นิยมเข้ม แนวทางสอนมโนคติ การบวก ลบ และคูณจำนวนเต็ม ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญา มโนคติทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนลักษณะของชุดการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

2.4 กำหนดจุดมุ่งหมายทั่วไป จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมจากพฤติกรรมที่ต้องการ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำโครงสร้างกิจกรรมการเรียนการสอน และการประเมินผลของเนื้อหาที่ใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม

2.5 สร้างชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม ชุดการเรียนการสอนที่จะสร้างขึ้นเป็นชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อประสม ซึ่งมีองค์ประกอบดังนี้

2.5.1 คำชี้แจง ประกอบด้วยวัตถุประสงค์และคำแนะนำสำหรับครูผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. วัตถุประสงค์ของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม เพื่อให้ครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม นำชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมไปใช้สอนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. คำแนะนำสำหรับครูผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม ประกอบด้วย (ก) ขั้นตอนเตรียมการสอน ซึ่งได้แก่ การศึกษาโครงสร้างของชุดการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย เป้าหมาย จุดมุ่งหมายทั่วไป จุดมุ่งหมายเฉพาะ การศึกษาแผนการสอน การศึกษากิจกรรมการเรียนการสอน การตรวจสอบความครบถ้วน ความถูกต้อง และการใช้งานของเอกสารประกอบชุดการสอน สื่อการเรียนการสอน และ เครื่องมือประเมินผล

(ข) ขั้นตอน สอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการเรียนการสอน

(ค) ชั้นประเมินผล ประกอบด้วย การประเมินผลโดยครูผู้สอน และการประเมินผลด้วยตนเอง

2.52 เนื้อหาของชุดการเรียนรู้การสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมใช้สอน 10 คาบๆละ 50 นาที ประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

คาบที่ 1	ศูนย์และจำนวนเต็มบวก	1 คาบ
คาบที่ 2-3	สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก	2 คาบ
คาบที่ 4	จำนวนเต็มลบ	1 คาบ
คาบที่ 5-6	การบวกจำนวนเต็ม	2 คาบ
	- การบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ	
	- การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ	
คาบที่ 7	การลบจำนวนเต็ม	1 คาบ
	- การลบระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ	
	- การลบระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ	
คาบที่ 8-9	การคูณจำนวนเต็ม	2 คาบ
	- การคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ	
	- การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก	
	- การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ	
คาบที่ 10	ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม	1 คาบ

2.5.3 กิจกรรมการเรียนรู้การสอน มี 3 ลักษณะ คือ

2.5.3.1 การเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ มีกิจกรรมดังต่อไปนี้

1. ครูอธิบาย สาธิต โดยมีแผ่นโปสเตอร์ กระดาษแผ่น พร้อมบัตรตัวเลข บัตรงาน และสื่อเส้นจำนวน

2. นักเรียนอภิปรายหรือสรุปหลักเกณฑ์

2.5.3.2 การเรียนเป็นกลุ่มย่อย โดยให้นักเรียนศึกษาจากบัตรงานหรือแบบฝึกหัด

2.5.3.3 การเรียนเป็นรายบุคคล โดยให้ศึกษาจากแบบเรียนโปรแกรม และเอกสารอ่านประกอบ

2.5.4 แบบทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

2.5.4.1 แบบทดสอบย่อย ใช้หลังจากนักเรียนเรียนจบในแต่ละเรื่อง เพื่อทบทวนเนื้อหา และวัดความรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

2.5.4.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ใช้หลังนักเรียนเรียนจบบทเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็มแล้ว(รายละเอียดของขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์จะกล่าวถึงในข้อ 3)

2.6 นำชุดการเรียนการสอนที่สร้างแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญและคณะกรรมการควบคุม ปรินูณานิพนธ์ตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาความเหมาะสมของกิจกรรม สื่อ และการประเมินผล

2.7 นำชุดการเรียนการสอนที่ผู้เชี่ยวชาญ และคณะกรรมการควบคุมปรินูณานิพนธ์ ตรวจ และปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ยังไม่ได้เรียน วิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่องระบบจำนวนเต็ม ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้ จำนวน 10 คน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสม เกี่ยวกับเวลาที่ใช้จัดกิจกรรม สื่อการเรียนการสอน และปริมาณเนื้อหาที่นำมา จัดกิจกรรม โดยปรึกษาผู้เชี่ยวชาญและคณะกรรมการควบคุมปรินูณานิพนธ์อย่างใกล้ชิด

2.8 นำชุดการเรียนการสอนที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้สอนกับกลุ่มทดลอง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เป็นแบบปรนัยชนิด เลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ 10 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

3.1 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบ จำนวนเต็ม จำนวน 60 ข้อ โดยให้สอดคล้อง กับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.2 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการเขียนข้อสอบและมีความรู้ใน เนื้อหาอย่างดี จำนวน 3 ท่าน เป็นผู้พิจารณาว่าข้อสอบแต่ละข้อนั้นวัดได้ตามจุดประสงค์เชิง พฤติกรรมหรือไม่ โดยใช้ Content Validity จากค่า IOC และปรับปรุงข้อสอบ ตลอดจนภาษา จากผู้เชี่ยวชาญและคณะกรรมการควบคุมปรินูณานิพนธ์

3.3 นำแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ และชนิดเติมเฉพาะคำตอบที่ผ่านการ พิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญและคณะกรรมการควบคุมปรินูณานิพนธ์ แล้วไปทดสอบกับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 113 คนโดยใช้แบบทดสอบชนิดเลือกตอบและนักเรียนที่รอบรู้ ไม่รอบรู้ รวมจำนวน 72 คน ใช้แบบทดสอบชนิดเติมเฉพาะคำตอบ ที่เคยเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 แล้ว

3.4 วิเคราะห์ข้อสอบ โดยนำข้อสอบที่ได้จากการทดสอบในข้อ 3.3 มาตรวจให้ คะแนน ข้อที่เลือกถูกต้อง ให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน จากนั้น

3.4.1 วิเคราะห์ข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบเป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก ง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) คัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่าย (p) ระหว่าง 0.2 - 0.8 ไว้ใช้ และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 30 ข้อ โดยครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การ เรียนรู้ หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR-20 ของ คูเดอร์-ริชาร์ดสัน ได้ค่า ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.83

3.4.2 วิเคราะห์ข้อสอบแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ 10 ข้อ ใช้แนวคิดของข้อสอบอิงเกณฑ์ที่จะใช้ศึกษาว่า นักเรียนคนใดเป็นนักเรียนที่รอบรู้ และนักเรียนคนใดไม่รอบรู้ ในชุดนี้จะหาคุณภาพข้อสอบโดยใช้ Content Validity จากค่า IOC ของผู้เชี่ยวชาญ หากคะแนนจุดตัดโดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ ϕ_{vc} และหาค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ P โดยใช้สูตรของคาร์เวอร์ ดังนี้

$$\phi_{vc} = \frac{P(TM) - BR(SR)}{\sqrt{BR(1 - BR)SR(1 - SR)}}$$

$$P = (a + c)/(a + b + c + d)$$

a คือ จำนวนผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ภายนอกและสอบได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนจุดตัด

b คือ จำนวนผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์ภายนอก แต่สอบได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ
คะแนนจุดตัด

c คือ จำนวนผู้ที่ผ่านเกณฑ์ภายนอก และสอบได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับ
คะแนนจุดตัด

d คือ จำนวนผู้ที่ผ่านเกณฑ์ภายนอก แต่สอบได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนจุดตัด

ได้ค่าสัมประสิทธิ์ ϕ_{vc} เท่ากับ 0.548 และค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบ P เท่ากับ 0.78

วิธีดำเนินการทดลอง

1. ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลองโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสอนกลุ่มควบคุมโดยสอนตามปกติ ทั้งสองกลุ่มใช้เวลาสอน 10 คาบ คาบละ 50 นาที
2. หลังจากเรียนครบ 10 คาบ แล้วทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มด้วยแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 30 ข้อ และปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ 10 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 100 นาที
3. การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ข้อที่ตอบถูกต้องให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป
4. นำคะแนนที่ได้จากหัวข้อ 3 เฉพาะแบบทดสอบที่เป็นปรนัยชนิดเลือกตอบ ทำการทดสอบสมมติฐานที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็มที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

5. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็มของนักเรียนที่เรียนจากการสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ โดยดำเนินการทดสอบตามลำดับ ดังนี้

2.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนน ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การทดสอบ ลิลลี่ฟอร์ส (Lillefors Test)

2.2 ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 มีการแจกแจงปกติ จึงเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่ม ซึ่งใช้ค่าสถิติ z ทดสอบ (z - test for testing the difference between two population means) ถ้าคะแนนจากข้อ 2.1 ไม่ใช้การแจกแจงปกติจึงเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การทดสอบ แมน - วิทนี (Mann - Whitney Test)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน และ IOC

2. สถิตินิหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคำนวณจากสูตร KR - 20 วิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสรี (Siree) หาคะแนนจุดตัดของแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบโดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ ϕ_{vc} และสูตรของคาร์เวอร์

3. สถิติเพื่อการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่ม ซึ่งใช้ค่าสถิติ z ทดสอบ (z - test for testing the difference between two population means) หรือ การทดสอบโดยวิธี แมน - วิทนี (Mann - Whitney Test)

บทที่ 4

ผลการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง จากการสุ่มอย่างง่ายได้

กลุ่มทดลอง เป็นนักเรียนโรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม อำเภอชัยบาดาล จังหวัดลพบุรี

กลุ่มควบคุม เป็นนักเรียนโรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภوتاหลวง จังหวัดลพบุรี

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ผู้วิจัยเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่องระบบจำนวนเต็มของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนน ที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลิฟอร์ส (Lilliefors Test)

3. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่น่าวิเคราะห์ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อและแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ของคะแนนจากแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็มของ นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏผลดังตาราง 2 และ 3

ตาราง 2 ตารางแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ของคะแนนจากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ร้อยละของ ร้อยละ คิดจาก คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)	สัมประสิทธิ์ของ การแปรผัน (c.v.)
กลุ่มทดลอง	41	30	14.49	48.3	5.24	0.36
กลุ่มควบคุม	41	30	9.39	31.3	4.67	0.50

ตาราง 3 ตารางแสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ของคะแนนจากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ร้อยละของ ร้อยละ คิดจาก คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (s)	สัมประสิทธิ์ของ การแปรผัน (c.v.)
กลุ่มทดลอง	41	10	4.66	46.6	2.30	0.49
กลุ่มควบคุม	41	10	1.76	17.6	1.20	0.68

จากตาราง 2 และ 3 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองกลุ่มต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียนกลุ่มควบคุม และการกระจายของคะแนนของนักเรียนกลุ่มทดลองน้อยกว่ากลุ่มควบคุม

2. ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test) ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ตารางแสดงค่าสถิติทดสอบลิฟต์ฟอร์ส สำหรับทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนจากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน(คน)	ค่าสถิติ T	ค่าวิกฤต
กลุ่มทดลอง	41	0.147*	0.1611
กลุ่มควบคุม	41	0.147*	0.1611

* มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 4 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

3. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ตารางแสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม จากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)	ค่าสถิติ z	ค่าวิกฤต
กลุ่มทดลอง	41	14.49	5.24	4.68*	2.33
กลุ่มควบคุม	41	9.39	4.67		

* มีนัยสำคัญทางสถิติ 0.01

จากตาราง 5 จะเห็นได้ว่า ค่าสถิติ z (4.68) มากกว่าค่าวิกฤต (2.33) แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนจากการสอน

โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม (กลุ่มทดลอง) สูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ (กลุ่มควบคุม) ที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมและการสอนตามปกติ ซึ่งสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
2. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมและการสอนตามปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็มของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ

วิธีดำเนินการทดลอง

1. คัดเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยวิธีสุ่มแบบแบ่งกลุ่มและการจับสลากเลือกกลุ่มตัวอย่าง ได้ผลดังนี้ คือ

กลุ่มทดลอง จำนวน 41 คน ได้มาจากโรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม อำเภอชัยบาดาล จังหวัดลพบุรี

กลุ่มควบคุม จำนวน 41 คน ได้มาจากโรงเรียนท่าหลวงวิทยาคม อำเภอท่าหลวง จังหวัดลพบุรี

2. ดำเนินการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

2.1 กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ประกอบด้วย ชุดการเรียน จำนวน 4 หน่วย และชุดการเรียน (ชุดการเรียนด้วยตนเอง และแบบเรียนโปรแกรม) จำนวน 3 หน่วย และแผนการสอน จำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งชุดการเรียนนั้นครูจะอธิบายเนื้อหาเรื่องระบบจำนวนเต็ม โดยใช้แผ่นโปร่งใส และสื่อรูปธรรม (กระเป๋าค้นพร้อมบัตรตัวเลข สื่อเส้นจำนวนแสดงโดยใช้สถานการณ์จำลอง) ในการสาธิตให้นักเรียนดู และให้นักเรียนได้ทดลองปฏิบัติจริง ร่วมมือกันทำงานแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน มีส่วนร่วมในการสรุปบทเรียน

ตลอดจนฝึกทักษะจากการทำแบบฝึกทักษะ และแบบฝึกหัดในชั้นเรียน สำหรับชุดการเรียนนั้น จะให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองในชั้นเรียน โดยครูคอยให้ความช่วยเหลือ หรือแนะนำในกรณีที่นักเรียนไม่เข้าใจ และให้นักเรียนนำไปศึกษด้วยตนเองนอกชั้นเรียนเป็นการบ้านเพื่อทบทวนอีกครั้งหนึ่ง

2.2 กลุ่มควบคุมเรียนตามปกติซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์เป็นผู้สอนใช้เวลาในการเรียน 10 คาบ คาบละ 50 นาที

3. หลังจากเรียนครบ 10 คาบเรียนทั้งสองกลุ่ม แล้วทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบจำนวน 10 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงคุณภาพแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 100 นาที แล้วนำไปวิเคราะห์ข้อมูลและอภิปรายผลต่อไป

สรุปผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมสูงกว่าของนักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1. ในชุดการเรียนการสอนใช้สื่อรูปธรรมเน้นสมบัติพื้นฐานที่นักเรียนควรรู้ และได้ฝึกปฏิบัติ เช่น สมบัติการบวกและการคูณจำนวนเต็ม การบวก การลบ และการคูณจำนวนเต็ม และเน้นความเข้าใจในโมดูลของเนื้อหาโดยให้นักเรียนเข้าใจในหลักการ การคิดคำนวณ และกระบวนการคิดแต่ละขั้นตอนอย่างชัดเจน ประกอบกับการให้นักเรียนมีส่วนร่วมจับต้อง เรียนรู้ สื่อดังกล่าว จึงทำให้นักเรียนสามารถถ่ายโยงความรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมจากสิ่งที่รู้เป็นพื้นฐานที่จะเข้าใจสิ่งใหม่ และนำความเข้าใจนี้ไปใช้ในการทำแบบฝึกทักษะได้นอกจากนี้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมดังกล่าว ได้สร้างขึ้นโดยคำนึงถึงงานวิจัยเกี่ยวกับจุดบกพร่องต่างๆของนักเรียนที่เรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ด้วยเหตุผลดังกล่าวชุดการเรียนการสอน

สอนที่ใช้สื่อรูปธรรมน่าจะเป็นเครื่องมือที่ช่วยสร้างมโนทัศน์ให้แก่ผู้เรียนได้เหมาะสม และทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นอีกด้วย

2 ในชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมเรื่อง ระบบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้ผ่านการเตรียมค่อนข้างสมบูรณ์ กล่าวคือ ผู้วิจัยได้แยกแยะเนื้อหาที่สอนออกเป็นชุดย่อยๆ เรียงลำดับต่อเนื่องจากง่ายไปยากสอดคล้องกับหลักของการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใช้วิธีการเรียนการสอนดังต่อไปนี้ คือ การเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ โดยครูเป็นผู้บรรยาย สาธิต ใช้แผ่นโปรงใส และสื่อรูปธรรม (กระเป๋าน้ำพร้อมบัตรตัวเลข $+1$, -1 สื่อเส้นจำนวนแสดงโดยใช้สถานการณ์จำลอง) ประกอบการให้ทำแบบฝึกทักษะ แบบฝึกหัดหรือบัตรงานเป็นกลุ่มย่อยและรายบุคคล การเฉลยแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด โดยใช้แผ่นโปรงใส การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกคิดค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองลงมือปฏิบัติจริง ร่วมมือกันทำงานแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ช่วยกันสรุปเนื้อหาที่เรียนและซักถามปัญหา นอกจากนี้จะมีแบบฝึกหัดเสริมเพื่อนักเรียนได้ฝึกปฏิบัติให้เกิดความชำนาญและเรียนเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว โดยผู้สอนจะมอบหมายให้นักเรียนทำการบ้านและเฉลยในวันต่อไป โดยใช้แผ่นโปรงใสเป็นการนำเข้าสู่บทเรียนก่อนที่จะเรียนได้อีกด้วย ถ้านักเรียนคนใดมีปัญหาสามารถปรึกษาผู้สอนได้ทันที อีกทั้งยังมีการให้รางวัลแก่นักเรียนผู้ที่ตั้งใจและตอบคำถามถูกต้อง การเรียนเป็นรายบุคคลให้นักเรียนศึกษาจากชุดการเรียนด้วยตนเอง และแบบเรียนโปรแกรม หลังจากเรียนในชั่วโมงแล้วผู้วิจัยจะแจกให้นักเรียนกลับไปทบทวนเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียนที่บ้านได้ ตลอดจนแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัดส่วนใหญ่เป็นแบบฝึกหัดที่เดิมคำตอบได้เลย จึงทำให้นักเรียนทำได้สะดวก รวดเร็วและ ใช้เวลาน้อยลง สำหรับการประเมินผลนั้นจะกระทำหลังจากนักเรียนเรียนเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนจบแต่ละหน่วยทันที หากนักเรียนคนใดไม่ผ่านเกณฑ์วัดผลที่กำหนดไว้สามารถเรียนซ่อมเสริมนอกเวลาเรียนตามปกติได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้นักเรียนมีความสนใจเอาใจใส่ในการเรียนและ เกิดความกระตือรือร้นมากขึ้น ส่งผลให้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมมีประสิทธิภาพกว่าการสอนตามปกติ

3. นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถที่จะถ่ายโยงความรู้จากความคิดพื้นฐานรูปธรรมไปสู่ความคิดทางนามธรรมได้ ทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นเข้าใจในการเรียนรู้อย่างถ่องแท้มากขึ้นซึ่งสอดคล้องกับหลักการเรียนจากสิ่งที่รู้ไปสู่สิ่งที่ไม่รู้ของ เพียเจต์ ที่ว่า การพยายามทำความเข้าใจประสบการณ์ใหม่ด้วยความคิดเก่าหรือประสบการณ์เดิมที่เรียกว่า ขบวนการปรับตัวเข้าสู่โครงสร้าง (Assimilation) แล้วปรับความคิดที่ได้รับจากประสบการณ์ใหม่ให้ผสมผสานกลมกลืนกันได้กับประสบการณ์เดิมที่เรียกว่า ขบวนการปรับขยายโครงสร้าง (Accommodation) จะก่อให้เกิดความสมดุล (Equilibrium) นำไปสู่พัฒนาการทางสติปัญญา และจากผลการสอนตามปกติกับนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า มีจำนวนนักเรียนเพียง 3 คนที่ทำคะแนนได้ดี (หน้า 54) ซึ่งนับว่าเป็นจำนวนน้อยมากเมื่อเทียบกับจำนวนนักเรียนทั้งหมด อาจเนื่องมาจากนักเรียนดังกล่าวมีสติปัญญาดี

ปรับตัวได้ดีและพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ดี ตลอดจนอยู่ในสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ จึงสามารถทำความเข้าใจกับสิ่งที่เรีนนามธรรมได้

อนึ่งเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไปว่า นักเรียนมัธยมศึกษาไม่ถนัดในเรื่องการเขียนตอบ ผู้วิจัยจึงสนใจผลการทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้พบว่า แบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบยังเป็นปัญหากับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ส่วนใหญ่จะทำคะแนนได้ไม่ถึงร้อยละ 50 คงจะต้องมีการฝึกฝนทักษะ กระบวนการและทำแบบฝึกประเภทนี้ให้มากขึ้น ถึงอย่างไรก็ตาม คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มทดลองยังคงดีกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มควบคุม (หน้า 55) นั่นหมายความว่า ในการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ระบบจำนวนเต็มในระดับนี้ยังต้องพึ่งตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมมากกว่าการใช้คำพูดอธิบาย และเปิดโอกาสให้เด็กได้กระทำสัมผัส ได้เห็นสิ่งต่างๆจะช่วยให้เข้าใจมโนคติต่างๆ และมองเห็นความสัมพันธ์ได้ดีกว่าการเรียนจากสิ่งที่เรีนนามธรรมโดยตรง

ข้อสังเกตบางประการในการวิจัยครั้งนี้

1. รางวัลยังมีส่วนสำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2, เพื่อเป็นแรงจูงใจ และสร้างบรรยากาศในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น
2. การใช้สื่อรูปธรรมที่นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทดลองปฏิบัติจริง ทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ สร้างความเข้าใจและจดจำในมโนคติของเนื้อหาได้อย่างแท้จริง
3. จากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่องระบบจำนวนเต็ม คะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่มต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม และเมื่อพิจารณาลักษณะของแบบทดสอบ พบว่า มีระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ในขั้นวิเคราะห์ และสังเคราะห์ รวมจำนวน 7 ข้อ ซึ่งเป็นพฤติกรรมระดับสูงไม่เหมาะสมในการทดสอบกับนักเรียนระดับนี้ จึงนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบที่มีเฉพาะระดับพฤติกรรมการเรียนรู้ในขั้น ความรู้ความจำ ความเข้าใจ และการนำไปใช้ จำนวน 23 ข้อ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยก็ยังพบว่า ทั้งสองกลุ่มมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม 23 คะแนนเช่นเดิม ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาจากโรงเรียนประจำ ตำบล และอำเภอตามลำดับที่อยู่ในชนบทห่างไกลและค่อนข้างจะกันดาร ผู้ปกครองของนักเรียนส่วนใหญ่มีอาชีพรับจ้างและ ฐานะค่อนข้างยากจนจึงจำเป็นต้องพลัดพรากจากถิ่นที่อยู่ไปรับจ้างที่อื่นๆอยู่เสมอนักเรียนต้องตกเป็นภาระแก่ญาติพี่น้องหรือปู่ย่า ตายาย ซึ่งไม่มีอาชีพอะไร ทำให้เกิดปัญหาทางครอบครัวและไม่มีเวลาทุ่มเทให้กับการเรียนอย่างจริงจัง ทำให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์และเจตคติทางคณิตศาสตร์ต่ำ โรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีกิจกรรมค่อนข้างมาก บางครั้งถึงกับหยุดทำกิจกรรมตลอดทั้งวัน ส่งผลกระทบต่อผู้วิจัยและอาจารย์ที่สอนกลุ่มควบคุมในเรื่องของเวลาที่วางแผนไว้ ทำให้การเรียนขาดความต่อเนื่องจึง

จำเป็นต้องสอนเสริมในสัปดาห์ต่อไป หรือในช่วงเวลาหลังเลิกเรียนอยู่บ่อยครั้ง ในช่วงเวลาดังกล่าวไม่เอื้อต่อความสนใจของนักเรียน เพราะเป็นเวลาที่นักเรียนอยากกลับบ้านจึงน่าจะเป็นอีกสาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนไม่ค่อยใส่ใจ กระตือรือร้นในการเรียนรู้เท่าที่ควร

4. เนื่องจากการวิจัยในครั้งนี้ไม่เน้นการใช้คำสัมบูรณ์ แต่เน้นการใช้มโนคติเดิมที่เด็กเคยเรียนรู้มาแล้ว เช่น การลบใช้ในความหมาย เอาออกหรือหักออก การบวกใช้ในความหมาย เอามารวมกัน ดังนั้น การวิจัยจึงมุ่งแต่นำนักเรียนได้รู้จักและนำไปใช้ได้บ้างด้วยความเข้าใจ ไม่ได้มุ่งให้นำไปใช้ในการบวก ลบจำนวนเต็ม และสามารถชี้ให้เห็นชัดว่า การสอนการบวก ลบจำนวนเต็ม ไม่ต้อง อาศัยมโนคติเกี่ยวกับคำสัมบูรณ์ นักเรียนก็สามารถเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี เพราะฉะนั้นเรื่องคำสัมบูรณ์อาจนำไปใช้สอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามที่มีอยู่ได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ควรคำนึงถึงความสำคัญของพื้นฐานรูปธรรมของมโนคติในวิชาคณิตศาสตร์ และพยายามทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนคติอย่างแท้จริง

1.2 การจัดกิจกรรมในชุดการเรียนการสอน ควรจัดให้มีหลายรูปแบบ เพื่อทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ กระตือรือร้นและไม่เกิดความเบื่อหน่ายในการที่จะเรียน ส่งผลให้เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

1.3 ควรมีการสนับสนุนให้มีการอบรมครูประจำการเกี่ยวกับวิธีการสร้าง และผลิตชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรม เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาการเรียนการสอนเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม และเรื่องอื่นๆในโรงเรียนให้กว้างขวางมากยิ่งขึ้น

1.4 ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่นำชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมต้องเตรียมการสอน ศึกษาข้อแนะนำและควรปฏิบัติตามคำแนะนำอย่างเคร่งครัด ควรนำชุดการเรียนการสอนดังกล่าวไปทดลองใช้ก่อนเพื่อให้เกิดความชำนาญและแก้ไขปัญหาข้อบกพร่องที่อาจจะเกิดขึ้นได้

2 ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรนำชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมเรื่อง ระบบจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ ไปปรับปรุงแก้ไขและทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่างอื่นๆในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 เช่น นักเรียนในโรงเรียนประจำจังหวัดหรือโรงเรียนในส่วนกลาง โดยเปรียบเทียบกับการสอนตามปกติ เพื่อให้ได้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมเรื่อง ระบบจำนวนเต็มมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.2 ควรมีการสร้างชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมในวิชาคณิตศาสตร์กับเนื้อหาอื่น และระดับชั้นอื่นที่เหมาะสม แล้วนำไปทดลองใช้เพื่อดูว่าเนื้อหาในเรื่องใดบ้างที่ใช้สอนด้วยชุดการเรียนการสอนที่ใช้สื่อรูปธรรมแล้วได้ผลดีกว่าการเรียนด้วยการสอนตามปกติ

2.3 ควรมีการวิจัยในลักษณะเดียวกันนี้แต่ศึกษาตัวแปรตามอื่นนอกเหนือไปจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เช่น ความคงทนในการเรียนรู้ เจตคติ ความสนใจ ระดับสติปัญญา และสมรรถภาพในการใช้เหตุผล เป็นต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ทบวงมหาวิทยาลัย, 2524.
- ฉลอง ทับศรี. “ชุดการเรียนรู้การสอน,” ใน ศึกษาศาสตร์สาร. 7 : 55 - 68 ; มิถุนายน 2521.
- ชม ภูมิภาค. เทคโนโลยีทางการสอนและการศึกษา. กรุงเทพฯ : ประสานมิตร, 2528.
- ชัยวงศ์ พรหมวงศ์ สุขาวี เนตรประเสริฐ และสุดา สีนสกุล. ระบบสื่อการสอน. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- ชาวลิต สูงใหญ่. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ อันเป็นผลจากการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อย. ปรียญณานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร , 2530. อัดสำเนา.
- คณัฏ ชังคง. ขอบเขตและแนวโน้มคณิตศาสตร์. การบรรยาย ณ ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. 22 กันยายน 2540.
- นงนุช วรรณวหะ และภัทรกุล จริยวิทยานนท์. “รูปแบบการประเมินผลหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของ ไออีเอ,” ใน วารสารวัดผลการศึกษา. 2 : 71 - 82 ; กันยายน - ธันวาคม 2523.
- นิพนธ์ สุขปรีดี. นวัตกรรมเทคโนโลยีการศึกษา. กรุงเทพฯ : พินนศ, 2519.
- บรรจง แก้วพิเศษกุล. การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนรู้การสอนซ่อมเสริมทักษะการหาร สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรียญณานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.
- บันลือ พงกษะวัน. การประถมศึกษา. ฉบับแก้ไขปรับปรุง. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช, 2522.
- บุญเกื้อ ควรวาเวช. นวัตกรรมทางการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : เจริญวิทย์การพิมพ์, 2530.
- บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. การทดสอบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์, 2527.
- พรรณทิพย์ ม้ามณี. การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ในระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : สารศึกษา, 2520.
- พรรณี ช.เจนจิต. จิตวิทยาการเรียนรู้การสอน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : อมรินทร์การพิมพ์, 2528.

พิชากร แปลงประสพโชค. “การใช้สื่อการสอนคณิตศาสตร์,” ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.

บุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.

_____. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานครพิมพ์, 2519

รัตนภรณ์ กุ้ยบำรุง. การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพ วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต สำหรับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520. อัดสำเนา.

วิชัย วงษ์ใหญ่. พัฒนาหลักสูตรและการสอน - มติใหม่. พิมพ์ครั้งที่ 3. โอเดียนสโตร์, 2525.

วิมลรัตน์ แก้วโพงเพง. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2534. อัดสำเนา.

วิรัช นิยมเยี่ยม. การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สำหรับนักเรียนชั้น มศ 2 จังหวัดนครนายก. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2525. อัดสำเนา.

วิริยะ ศิริขานนท์. การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะ การคูณ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. อัดสำเนา.

สุชาติ รัตนกุล. “วิธีสอนคณิตศาสตร์,” ใน ตำราชุด ครู ป.ก.ศ. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว, 2515.

สุนันท์ สังข์อ่อน. สื่อการสอนและนวัตกรรมการศึกษา. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์, 2526

ศิริรัตน์ วรณิษา. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง สมการ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนของนักเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2539. อัดสำเนา.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. คู่มือครู รายวิชา ค.203 คณิตศาสตร์ 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว, 2537

_____. หนังสือเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค.311 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. พิมพ์ครั้งที่ 5 กรุงเทพฯ : ครูสภาลาดพร้าว, 2534.

- ศึกษาริการ, กระทรวง. หลักสูตรมัธยมศึกษาดอนตัน พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว, 2535.
- อุทัย บุญประเสริฐ. “เทคโนโลยีทางการศึกษา,” ใน บัณฑิตวิทยาลัย. 1 : 80 ; มกราคม 2517
- Armstrong. “The Development and Evaluation of a Multi-media Self-Instructional Package in Beginning France at Tarraw Country Junior College,” in Dissertation Abstracts. 32 : 5669 - A, April, 1972.
- Bell, Frederik H. Teaching and Learning Mathematics. (in Secondary school). Bubuqure, Iowa : Wm. C. Brown Company, 1978.
- Bruce, Meeks Elija. “Learning Packages Versus Conventional Methods of Instruction,” in Dissertation Abstracts. 32 : 429 - A; February, 1972.
- Copeland, Richard W. How Children Learn Mathematics. London : Macmillan Company, 1979.
- Edward, E. L. and others. “Mathematical Competencies and Skill Essential for Enlightened Citizens,” The Arithmetic Teacher : 603 - 604 ; November , 1972.
- Fuson, Karem C. “Teach Addition, Subtraction and Place-Value Concepts,” in Developments in School Mathematics Education Around the World. Second Printing. Chicago, Illinois : The Nationnal Council of Teachers of Mathematics, 1991.
- Henderson, K.B. “Concepts,” in M. Roskoopf (Ed.), The Teaching of Secondary School Mathematics. Thirty - third Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, Washington, D.C.: The Council, 1970.
- Houston, Robert W. and others. Development Instructional Modules, A Modular for Writing Modules College of Education. Houston, Texas : University of Houston, 1972.
- Klausmeier, H.J. “Conceptual Development during the School Years,” in J. Levin and V. Allen (Eds.). Cognitive Learning in Children New York : Academic Press, 1976.
- Klausmeier, H.J., E.S. Ghatala and D.A. Frayer. Conceptual Learning and Development. New York : Academic Press, 1974.
- Paige, Donald D. and others. Elementary Mathematical Methods. New York : John Wiley and Sons, 1978.
- Scopes, P. G. Mathematics in Secondary Schools - a Teaching Approach. London : Cambridge University Press, 1973.

- Sowder, Larry "Concept and Principle Learning," in Research in Mathematics Education.
Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, 1980.
- Merrill, M D and N.D wood. Instructional Strategies : A preliminary taxonomy Columbus,
Ohio ERIC/SMEAC, 1974.
- Oppcr, Sylvia P. Intellectual Development in Thai Children. Doctor' s Thesis, Faculty of
the Graduate School, Cornell : Cornell University, 1971.
- The National Council of Teachers of Mathematics. More Topics in Mathematics 2nd ed.
Verginia, 1974.
- UNESCO, UNICEF and CEDO. Asian Expert Seminar on the Development of Science
and Mathematics Concepts in Children, Final Report UNESCO Regional Office for
Education in Asia Bangkok, 29 May - 10 June 1972.
- Wilson, James W. "Technology in Mathematics Teaching and Learning," ใน การประชุม
วิชาการ. จัดโดยคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ณ โรงแรมมารวยการ์เด็น.
9 - 11 กันยายน 2540.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 6 ตารางแสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่องระบบจำนวนเต็มแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เคยเรียนเรื่องระบบจำนวนเต็มมาแล้ว จำนวน 113 คน

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.61	.41	16	.39	.39
2	.73	.40	17	.23	.40
3	.44	.61	18	.41	.61
4	.30	.38	19	.35	.41
5	.55	.42	20	.33	.30
6	.38	.42	21	.58	.47
7	.71	.47	22	.59	.45
8	.54	.36	23	.56	.34
9	.46	.48	24	.49	.54
10	.65	.45	25	.58	.33
11	.39	.44	26	.29	.39
12	.57	.40	27	.29	.54
13	.39	.60	28	.35	.59
14	.22	.45	29	.30	.27
15	.40	.30	30	.48	.33

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.83 โดยคำนวณจากสูตร KR-20

ตาราง 7 ตารางแสดงคะแนนจุดตัดโดยพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ความแม่นยำ ϕ_{vc} และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม แบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เคยเรียนเรื่อง ระบบจำนวนเต็มมาแล้ว จำนวน 72 คน

คะแนน	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	รวม
ผู้รอบรู้	-	-	1	4	4	6	3	2	4	4	4	32
ผู้ไม่รอบรู้	1	6	10	9	7	4	1	2	-	-	-	40

? 4
? 1
? 2
? 0
? 0
? 0

FOR GROUP A WE HAVE 0 , 0 , 1 , 4 , 4 , 6 , 3 , 2 , 4 , 4 , 4 RESPECTIVELY.
FOR GROUP B WE HAVE 1 , 6 , 10 , 9 , 7 , 4 , 1 , 2 , 0 , 0 , 0 RESPECTIVELY.

SCORE	PROB		vc
	CORRECT	INCORRECT	
1	0.458	0.542	0.106
2	0.542	0.458	0.294
3	0.667	0.333	0.452
4	0.736	0.264	0.495
5	0.778	0.222	0.548
6	0.750	0.250	0.506
7	0.722	0.278	0.463
8	0.722	0.278	0.500
9	0.667	0.333	0.395
10	0.611	0.389	0.271

Press any key to continue

ค่าสัมประสิทธิ์ความแม่นยำ $\phi_{vc} = 0.548$ ซึ่งตรงกับคะแนน 5

ดังนั้น คะแนนที่ใช้เป็นคะแนนจุดตัด คือ 5

$$\begin{aligned}
 \text{ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ } P &= \frac{a + c}{a + b + c + d} \\
 &= \frac{56}{72} \\
 &= 0.78
 \end{aligned}$$

ตาราง 8 ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวน
เต็มแบบปรัญชนิดเลือกตอบ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนนเต็ม 30
คะแนน

เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม	เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม
1	10	20	22	8	6
2	16	12	23	20	5
3	25	8	24	9	9
4	14	11	25	11	10
5	19	8	26	13	7
6	6	6	27	11	14
7	12	19	28	23	12
8	23	27	29	12	12
9	10	5	30	22	15
10	14	11	31	7	5
11	12	6	32	12	9
12	20	9	33	10	7
13	20	7	34	11	8
14	18	8	35	20	5
15	14	4	36	12	5
16	15	11	37	8	10
17	17	13	38	13	4
18	20	10	39	11	7
19	7	10	40	22	9
20	8	6	41	20	4
21	19	11			

ตาราง 9 ตารางแสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวน
เต็มแบบปรัญชนิตเดิมเฉพาะคำตอบ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คะแนน
เต็ม 10 คะแนน

เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม	เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม
1	6	4	22	6	4
2	7	1	23	6	2
3	9	1	24	6	1
4	6	1	25	4	2
5	5	2	26	2	0
6	2	1	27	2	3
7	1	3	28	7	3
8	6	5	29	5	2
9	3	1	30	6	2
10	2	0	31	3	3
11	2	3	32	2	1
12	8	2	33	3	0
13	4	0	34	3	1
14	6	2	35	5	3
15	5	3	36	7	1
16	6	2	37	5	1
17	6	2	38	3	1
18	8	1	39	0	2
19	0	0	40	8	1
20	3	1	41	7	1
21	6	3			

ตาราง 10 ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัย
ชนิดเลือกตอบของนักเรียน กลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

x	f	fx	x ²	fx ²
6	1	6	36	36
7	2	14	49	98
8	3	24	64	192
9	1	9	81	81
10	3	30	100	300
11	4	44	121	484
12	5	60	144	720
13	2	26	169	338
14	3	42	196	588
15	1	15	225	225
16	1	16	256	256
17	1	17	289	289
18	1	18	324	324
19	2	38	361	722
20	6	120	400	2,400
22	2	44	484	968
23	2	46	529	1,058
25	1	25	625	625
รวม	41	594		9,704

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{594}{41} = 14.49$$

$$s = \sqrt{\frac{N\sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{41(9,704) - (594)^2}{41(40)}} = \sqrt{27.46} = 5.24$$

ตาราง 11 ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบของนักเรียน กลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

x	f	fx	x ²	fx ²
4	3	12	16	48
5	5	25	25	125
6	4	24	36	144
7	4	28	49	196
8	4	32	64	256
9	4	36	81	324
10	4	40	100	400
11	4	44	121	484
12	3	36	144	432
13	1	13	169	169
14	1	14	196	196
15	1	15	225	225
19	1	19	361	361
20	1	20	400	400
27	1	27	729	729
รวม	41	385		4,489

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{385}{41} = 9.39$$

$$s = \sqrt{\frac{N\sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{41(4,489) - (385)^2}{41(40)}} = \sqrt{21.48} = 4.67$$

ตาราง 12 ตารางการคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัย
ชนิดเติมเฉพาะคำตอบของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

กลุ่มทดลอง

x	f	fx	x ²	fx ²
0	2	0	0	0
1	1	1	1	1
2	6	12	4	24
3	6	18	9	54
4	2	8	16	32
5	5	25	25	125
6	11	66	36	396
7	4	28	49	196
8	3	24	64	192
9	1	9	81	81
รวม	41	191		1,101

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{191}{41} = 4.66$$

$$s = \sqrt{\frac{N\sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{41(1,101) - (191)^2}{41(40)}} = \sqrt{5.28} = 2.30$$

กลุ่มควบคุม

x	f	fx	x ²	fx ²
0	5	0	0	0
1	15	15	1	15
2	10	20	4	40
3	8	24	9	72
4	2	8	16	32
5	1	5	25	25
รวม	41	72		184

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{72}{41} = 1.76$$

$$s = \sqrt{\frac{N\sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{41(184) - (72)^2}{41(40)}} = \sqrt{1.44} = 1.20$$

ตาราง 13 ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักเรียนกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลีฟอรัส (Lilliefors Test)

H_0 : คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ

คะแนนกลุ่มทดลอง $\bar{x} = 14.49$, $s = 5.24$

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(x_i)$	$S(x_i)$	$ F(x_i) - S(x_i) $
6	-8.49	-1.62	0.053	0.024	0.029
7	-7.49	-1.43	0.076	0.049	0.027
7	-7.49	-1.43	0.076	0.073	0.003
8	-6.49	-1.24	0.108	0.098	0.010
8	-6.49	-1.24	0.108	0.122	0.015
9	-5.49	-1.05	0.147	0.171	0.024
10	-4.49	-0.86	0.195	0.195	0.000
10	-4.49	-0.86	0.195	0.220	0.025
10	-4.49	-0.86	0.195	0.244	0.049
11	-3.49	-0.67	0.251	0.268	0.017
11	-3.49	-0.67	0.251	0.293	0.042
11	-3.49	-0.67	0.251	0.317	0.066
11	-3.49	-0.67	0.251	0.341	0.090
12	-2.49	-0.48	0.316	0.366	0.050
12	-2.49	-0.48	0.316	0.390	0.074
12	-2.49	-0.48	0.316	0.415	0.099
12	-2.49	-0.48	0.316	0.439	0.123
12	-2.49	-0.48	0.316	0.463	0.147** T
13	-1.49	-0.28	0.390	0.488	0.098
13	-1.49	-0.28	0.390	0.512	0.122
14	-0.49	-0.09	0.464	0.537	0.073

ตาราง 13 (ต่อ)

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(x_i)$	$S(x_i)$	$ F(x_i) - S(x_i) $
14	-0.49	-0.09	0.464	0.561	0.097
14	-0.49	-0.09	0.464	0.585	0.121
15	0.51	0.10	0.540	0.610	0.070
16	1.51	0.29	0.614	0.634	0.020
17	2.51	0.48	0.684	0.659	0.025
18	3.51	0.67	0.749	0.683	0.066
19	4.51	0.86	0.805	0.707	0.098
19	4.51	0.86	0.805	0.732	0.073
20	5.51	1.05	0.853	0.756	0.097
20	5.51	1.05	0.853	0.780	0.073
20	5.51	1.05	0.853	0.805	0.048
20	5.51	1.05	0.853	0.829	0.024
20	5.51	1.05	0.853	0.854	0.001
20	5.51	1.05	0.853	0.878	0.025
22	7.51	1.43	0.924	0.902	0.022
22	7.51	1.43	0.924	0.927	0.003
23	8.51	1.62	0.947	0.951	0.004
23	8.51	1.62	0.947	0.976	0.029
25	10.51	2.01	0.978	1.000	0.022

$$n = 41, \quad W_{0.99} = 0.1611$$

$$\text{สรุป } T = \max |F(x_i) - S(x_i)| = 0.147$$

เนื่องจาก $T < W_{0.99}$ ดังนั้นแสดงว่า ขอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

นั่นคือ คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงตามปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ตาราง 14 ตารางการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของ
นักเรียนกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)

H_0 : คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ

คะแนนกลุ่มทดลอง $\bar{x} = 9.39$, $s = 4.67$

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(x_i)$	$S(x_i)$	$ F(x_i) - S(x_i) $
4	-5.39	-1.15	0.125	0.024	0.101
4	-5.39	-1.15	0.125	0.049	0.076
4	-5.39	-1.15	0.125	0.073	0.052
5	-4.39	-0.94	0.174	0.098	0.076
5	-4.39	-0.94	0.174	0.122	0.052
5	-4.39	-0.94	0.174	0.146	0.028
5	-4.39	-0.94	0.174	0.171	0.003
5	-4.39	-0.94	0.174	0.195	0.021
6	-3.39	-0.73	0.233	0.220	0.013
6	-3.39	-0.73	0.233	0.244	0.011
6	-3.39	-0.73	0.233	0.268	0.035
6	-3.39	-0.73	0.233	0.293	0.060
7	-2.39	-0.51	0.305	0.317	0.012
7	-2.39	-0.51	0.305	0.341	0.036
7	-2.39	-0.51	0.305	0.366	0.061
7	-2.39	-0.51	0.305	0.390	0.085
8	-1.39	-0.30	0.382	0.415	0.033
8	-1.39	-0.30	0.382	0.439	0.057
8	-1.39	-0.30	0.382	0.463	0.081
8	-1.39	-0.30	0.382	0.488	0.106
9	-0.39	-0.08	0.468	0.512	0.044

ตาราง 14 (ต่อ)

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$	$F(x_i)$	$S(x_i)$	$ F(x_i) - S(x_i) $
9	-0.39	-0.08	0.468	0.537	0.069
9	-0.39	-0.08	0.468	0.561	0.093
9	-0.39	-0.08	0.468	0.585	0.117
10	0.61	0.13	0.552	0.610	0.058
10	0.61	0.13	0.552	0.634	0.082
10	0.61	0.13	0.552	0.659	0.107
10	0.61	0.13	0.552	0.683	0.131
11	1.61	0.34	0.633	0.707	0.074
11	1.61	0.34	0.633	0.732	0.099
11	1.61	0.34	0.633	0.756	0.123
11	1.61	0.34	0.633	0.780	0.147** T
12	2.61	0.56	0.712	0.805	0.093
12	2.61	0.56	0.712	0.829	0.117
12	2.61	0.56	0.712	0.854	0.142
13	3.61	0.77	0.779	0.878	0.099
14	4.61	0.99	0.839	0.902	0.063
15	5.61	1.20	0.885	0.927	0.042
19	9.61	2.06	0.980	0.951	0.029
20	10.61	2.27	0.988	0.976	0.012
27	17.61	3.77	1.000	1.000	0.000

$n = 41$, $W_{0.99} = 0.1611$

สรุป $T = \max |F(x_i) - S(x_i)| = 0.147$

เนื่องจาก $T < W_{0.99}$ ดังนั้นแสดงว่า ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

นั่นคือ คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

การทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 2 โดยใช้ค่าสถิติ z ทดสอบ ซึ่งทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ .01

$$H_0 \quad \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 \quad \mu_1 > \mu_2$$

$$\bar{x}_1 = 14.49 \quad , \quad \bar{x}_2 = 9.39$$

$$s_1^2 = 27.46 \quad , \quad s_2^2 = 27.46$$

$$n_1 = n_2 = 41$$

$$Z_\alpha = Z_{0.01} = 2.33$$

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \\ &= \frac{(14.49 - 9.39) - 0}{\sqrt{\frac{27.46}{41} + \frac{27.46}{41}}} \\ &= \frac{5.1}{\sqrt{1.19}} \\ &= 4.68 \end{aligned}$$

พบว่า ค่าวิกฤต z (4.68) มากกว่า $z_{0.01}$ (2.33) ดังนั้น แสดงว่าปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ใช้ สื่อรูปธรรมสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามปกติที่ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ข

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม
 - ตอนที่ 1 แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
 - ตอนที่ 2 แบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ
- เฉลยคำตอบ ตอนที่ 1
- เฉลยคำตอบ ตอนที่ 2

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203

เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เวลา 100 นาที

คำชี้แจง

ก. ข้อสอบฉบับนี้แบ่งออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบมี 30 ข้อๆ ละ 1 คะแนน

รวม 30 คะแนน

ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบชนิดเติมเฉพาะคำตอบมี 10 ข้อๆ ละ 1 คะแนน

รวม 10 คะแนน

ข. ไม่ควรเสียเวลาในการทำข้อใดข้อหนึ่งนานเกินไป ถ้าคิดไม่ออกควรข้ามไปทำข้ออื่นๆ ก่อน เมื่อมีเวลาค่อยย้อนกลับมาทำใหม่

ค. ตรวจทานอีกครั้งก่อนส่งคำตอบ

ง ให้ส่งกระดาษคำถามพร้อมกระดาษคำตอบ

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่นักเรียนเห็นว่าถูกต้องเพียงข้อเดียว ในการตอบคำถามแต่ละข้อให้เขียน
(X) ลงในช่อง ☐ ที่เป็นตัวเลือกในกระดาษคำตอบที่กำหนดให้

1. ถ้า $a = 0$ จะทำให้ประโยคใดเป็นจริง

ก. $a + 6 = 0$

ข. $a - 0 = 9$

ค. $-12 + a = -12$

ง. $20 \times a = 20$

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. $(-1) \times 0 = -1$

ข. $1 \times 0 = 1$

ค. $(-1) \times 0 = 0$

ง. $(-1) \times 1 = 1$

3. ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. $a \times 0 = a + 1$

ข. $a \times 0 = a \times 1$

ค. $a + 0 = a \times 1$

ง. $a + 0 = a + 1$

4. ถ้า $(b \times b) - b = 0$ แล้ว b แทนจำนวนใด

ก. 0 เพียงจำนวนเดียว

ข. 1 เพียงจำนวนเดียว

ค. 0 หรือ 1

ง. ไม่มีจำนวนใดที่แทน b แล้วได้ $(b \times b) - b = 0$

5. ข้อใดแสดงสมบัติการสลับที่

ก. ถ้า $3 + 4 = 7$ แล้ว $7 = 3 + 4$

ข. ถ้า $4 + 5 = 9$ แล้ว $4 = 9 - 5$

ค. ถ้า $6 \times 7 = 42$ แล้ว $42 = 6 \times 7$

ง. ถ้า $8 \times 9 = 72$ แล้ว $9 \times 8 = 72$

6. ข้อใดเป็นไปตามสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณ

ก. $(4 + 2) \times 3 = (4 \times 3) + (2 \times 3)$

ข. $(4 \times 2) \times 5 = 5 \times (4 \times 2)$

ค. $(7 \times 1) \times 2 = 7 \times (1 \times 2)$

ง. $(3 + 5) + 4 = 3 + (5 + 4)$

7. ถ้า $(7 \times 5) + (7 \times 2) = 7 \times a$ แล้ว a แทนจำนวนใด

ก. 4

ข. 5

ค. 6

ง. 7

8. ให้ a , b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ ถ้า $9(a + b + c) = \square$ แล้ว $\square$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $9a + 9b + 9c$

ข. $(a + 9) + (b + 9) + (c + 9)$

ค. $9abc$

ง. $9 \times (a + b) + 9 + c$

9. จำนวนในข้อใดเรียงแตกต่างจากข้ออื่น

ก. $-1, 0, 1, 2$

ข. $15, 14, 13, 12$

ค. $-5, -4, -3, -2$

ง. $-14, -13, -12, -11$

10. ข้อความใดไม่ถูกต้อง

ก. $-10 < 1$

ข. $-8 < -9$

ค. สำหรับจำนวนเต็มบวก a ใดๆ $-1 < a$ ง สำหรับจำนวนเต็มลบ a ใดๆ $a < 0$

11. ให้จุด A, B, C แทนจำนวนเต็มที่อยู่บนเส้นจำนวน A อยู่ทางซ้ายของ 0 , C อยู่ทางขวาของ 0 และ B อยู่ระหว่าง A กับ C ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $B > C$

ข. $A > B$

ค. $B > A$

ง. $A > C$

12. $(-21) + (-4)$ มีค่าเท่าไร

ก. 25

ข. -25

ค. 17

ง. -17

13. $3 - 18$ มีค่าเท่าไร

ก. -21

ข. 21

ค. 15

ง. -15

14. $17 + (-8)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $2 + (-11)$

ข. $(-6) + 15$

ค. $4 + (-13)$

ง. $(-7) + 18$

15. $(-7) - (-4)$ มีค่าเท่าไร

ก. -11

ข. 11

ค. 3

ง. -3

16. $[11 + (-6)] + [19 + (-25)]$ มีค่าเท่าไร

ก. -1

ข. 1

ค. -11

ง. 11

17. ข้อต่อไปนี้เป็นข้อใดถูกต้อง

ก. $(-9) + (-12) = 21$

ข. $(-8) - (-19) = -27$

ค. $18 - (-5) = 23$

ง. $(-17) + 6 = 11$

18. ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อใดถูกต้อง

ก. $(-15) + 7 + (-3) = -11$

ข. $6 + 4 + (-10) = 0$

ค. $38 + 5 + (-2) = -45$

ง. $12 + (-3) + (-8) = 1$

19. ถ้า $a + b + c = 0$ และถ้า a เป็นจำนวนเต็มบวก และ $b > a$ แล้ว c มีค่าเช่นไร

ก. $c > 0$

ข. $c = 0$

ค. $c = a + b$

ง. $c < 0$

20. บรรทัดที่ 1 2

บรรทัดที่ 2 $2 + (-2)$

บรรทัดที่ 3 $2 + (-2) + 2$

บรรทัดที่ 4 $2 + (-2) + 2 + (-2)$

บรรทัดที่ 5 $2 + (-2) + 2 + (-2) + 2$

ผลบวกตั้งแต่บรรทัดที่ 1 ถึง บรรทัดที่ 10 มีค่าเท่าไร

ก. 0

ข. 4

ค. 8

ง. 10

21. $-8(9 - 6)$ มีค่าเท่าไร

ก. 66

ข. 24

ค. -24

ง. -66

22. การคูณในข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $(-7) \times (-10) = 70$

ข. $(-7) \times (-10) = -70$

ค. $7 \times (-10) = -70$

ง. $(-7) \times 10 = -70$

23. $(-x) \times (-y)$ มีค่าเท่ากับเท่าไร เมื่อ x, y เป็นจำนวนเต็มใดๆ

ก. $(-x)y$

ข. xy

ค. $-xy$

ง. $-y + x$

24. $7 \times (-25) \times 40$ มีค่าเท่าไร

ก. 7,000

ข. 280

ค. -1,000

ง. -7,000

25. $[13 \times (-9)] \times (-7)$ มีค่าเท่าไร

ก. -919

ข. -819

ค. 819

ง. 919

26. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $(-5)(-4) < (5)(-40)$

ข. $(-15)(2) = (-15)(-2)$

ค. $(12)(6) > (-12)(-6)$

ง. $(8)(3) = (-8)(-3)$

เฉลยคำตอบแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

ตอนที่ 1 แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1) ค | 2) ค | 3) ค | 4) ค | 5) ง | 6) ค |
| 7) ง | 8) ก | 9) ข | 10) ข | 11) ค | 12) ข |
| 13) ง | 14) ข | 15) ง | 16) ก | 17) ค | 18) ค |
| 19) ง | 20) ง | 21) ค | 22) ข | 23) ข | 24) ง |
| 25) ค | 26) ง | 27) ก | 28) ค | 29) ก | 30) ค |

ตอนที่ 2 แบบปรนัยชนิดเติมเฉพาะคำตอบ

- | | | | | |
|--------|---------|-------|--------|----------|
| 1) -42 | 2) -35 | 3) 17 | 4) -23 | 5) 6 |
| 6) -2 | 7) -180 | 8) 57 | 9) -3 | 10) -111 |

ภาคผนวก ค

- โครงสร้างของชุดการเรียนรู้การสอน
- แผนการสอน

โครงสร้างของชุดการเรียนรู้การสอน วิชา คณิตศาสตร์ ค 203 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หลักการและเหตุผล

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษา ตามเป้าหมายของหลักสูตรปัจจุบัน มีจุดประสงค์หลายประการ กล่าวคือ เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ปรากฏในสิ่งแวดล้อม สามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณ เพื่อให้เห็นประโยชน์ของวิชา คณิตศาสตร์ ทั้งที่มีต่อชีวิตประจำวันและที่เป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้ เพื่อให้สามารถนำความรู้ ความเข้าใจ และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นพื้นฐานในการศึกษาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ที่อาศัยคณิตศาสตร์ ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จะบรรลุเป้าหมายของหลักสูตรได้นั้น จำเป็นต้องจัดให้มีสื่อและกิจกรรม เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและเกิดมโนคติในเรื่องที่เรียนมากขึ้น

เป้าหมาย

ชุดการเรียนรู้การสอน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม สร้างขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือสำหรับครูที่สอนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 สามารถนำไปใช้สอนนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในภาคเรียนที่ 1

จุดมุ่งหมายทั่วไป

เพื่อให้ให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และเกิดมโนคติ เรื่อง ระบบจำนวนเต็มในขั้นต้น มีทักษะในการคิดคำนวณ สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับจำนวนเต็มและเป็นพื้นฐานในการศึกษาระดับสูงต่อไป

คำแนะนำสำหรับผู้ใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

เนื่องจากชุดการเรียนรู้การสอนได้แบ่งเป็น ชุดการสอน กับชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งแต่ละประเภทมีคำแนะนำดังนี้

1. คำแนะนำสำหรับครูผู้สอน

ชุดการสอนนี้สร้างขึ้นสำหรับครูผู้สอนวิชา คณิตศาสตร์ ค 203 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อใช้ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในเนื้อหาเรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำสำหรับครูผู้สอน โครงสร้างของชุดการเรียนรู้การสอน (หลักการและเหตุผล เป้าหมาย จุดมุ่งหมาย)

แผนการสอน กิจกรรมของครูและของนักเรียน เอกสารประกอบชุดการสอน และสื่อการเรียนการสอน ซึ่งจะสามารถอำนวยความสะดวกแก่ครูผู้สอนเป็นอย่างมาก และครูสามารถจัดการเรียนการสอนให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

คำแนะนำที่สำคัญในการใช้ชุดการสอน

1. ขั้นเตรียมการสอน ก่อนที่จะนำชุดการสอนไปใช้ ครูควรศึกษารายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 ศึกษาโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย หลักการและเหตุผล เป้าหมาย จุดมุ่งหมายทั่วไป จุดมุ่งหมายเฉพาะของชุดการสอนให้เข้าใจอย่างละเอียดถี่ถ้วนเสียก่อน

1.2 ศึกษาแผนการสอน ให้เข้าใจว่าช่วงใด ระยะเวลาใดจะให้ทำกิจกรรมอะไรบ้าง กิจกรรมดังกล่าวมีลักษณะเป็นกลุ่มใหญ่ กลุ่มย่อย หรือ รายบุคคล

1.3 ศึกษาว่าในแต่ละกิจกรรมนั้น ครูต้องทำอะไรบ้าง เมื่อใด

1.4 ตรวจสอบเอกสารประกอบชุดการสอน สื่อการสอน และเครื่องมือประเมินผลที่กำหนดไว้ว่าเพียงพอหรือไม่ พร้อมทั้งจะใช้เพียงใด ถ้ามีปัญหาก็ใช้สื่ออะไรแทน ทั้งนี้ เพื่อป้องกันการเกิดปัญหาในขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

2. ขั้นดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

2.1 ครูควรดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ตามที่กำหนดไว้ แต่สามารถยืดหยุ่นกิจกรรมได้บ้าง ตามความเหมาะสมของผู้เรียนและสถานการณ์

2.2 ในการดำเนินกิจกรรมกลุ่ม ครูต้องคอยควบคุม ช่วยเหลือ เพื่อร่วมแก้ไขปัญหานักเรียน ครูควรกระตุ้นหรือรื้อฟื้นในการร่วมกิจกรรมกับนักเรียน ให้ความเชื่อมั่น ให้กำลังใจ อันจะเป็นการสร้างแรงจูงใจให้เกิดขึ้นกับนักเรียน

2.3 ในขณะดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน อาจมีนักเรียนซักถามปัญหาที่ลึกซึ้งเกี่ยวกับเนื้อหา ซึ่งครูควรเตรียมความพร้อมในเรื่องที่สอนให้มาก เพื่อเพิ่มความรู้ และเจตคติที่ดีแก่นักเรียน

3. ขั้นประเมินผล

3.1 การประเมินผลโดยครูผู้สอน ครูควรจดบันทึกปัญหาและอุปสรรค ในการจัดกิจกรรม และประเมินผลผู้เรียน โดยการสังเกตการร่วมกิจกรรมต่างๆ ของนักเรียน เช่น การเสนอผลงาน และการทดสอบความรู้ในแต่ละจุดประสงค์

3.2 การประเมินผลตนเองของนักเรียน นักเรียนประเมินผลตนเองได้จากเอกสารฝึกหัดที่ครูแจกทุกครั้ง โดยใช้แผ่นโปรงใส หลังจากที่มีการประเมินผลแล้วควรให้นักเรียน ซักถามเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง

2. คำแนะนำสำหรับผู้ใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองในที่นี้ เป็นเอกสารที่ให้ตนเอง และเป็นบทเรียนโปรแกรม ซึ่งบทเรียนโปรแกรมมีคำแนะนำในการใช้ ดังนี้

1. บทเรียนโปรแกรมเป็นบทเรียนที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตัวเอง โดยอ่านข้อความที่อยู่ในกรอบ เรียงไปตามลำดับ และปฏิบัติตามคำแนะนำที่ให้ไว้
2. ถ้ากรอบใดมีแต่คำอธิบาย ไม่มีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ เมื่ออ่านจบและเข้าใจแล้วให้อ่านกรอบต่อไปได้เลย
3. ถ้ากรอบใดมีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ บทเรียนนี้จะเฉลยคำตอบให้ทราบในกรอบถัดไปทางขวามือทุก ๆ ครั้ง เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบด้วยตนเองในขณะที่เรียน นักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเอง โดยไม่ดูคำตอบก่อน การตอบผิดไม่ใช่เรื่องเสียหาย แต่เป็นการบอกให้ทราบว่านักเรียนอาจจะยังไม่เข้าใจ หรือยังคิดไม่รอบคอบ
4. เมื่อนักเรียนมีความพร้อมที่จะเรียน ให้ลงมือเรียนทันที

จุดประสงค์การเรียนรู้ (จุดมุ่งหมายเฉพาะ)

เมื่อนักเรียนเรียนเนื้อหาแต่ละตอนจบแล้ว นักเรียนสามารถ

เนื้อหา	จุดประสงค์นำทาง	จุดประสงค์ปลายทาง
ศูนย์และจำนวนเต็มบวก	1. อธิบายความหมายของศูนย์และจำนวนเต็มบวกได้ถูกต้อง 2. นำสมบัติของศูนย์ไปใช้ได้ 3. นำสมบัติของหนึ่งไปใช้ได้	- นำสมบัติของศูนย์และหนึ่งไปใช้แก้ปัญหาก็ได้
สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก	1. นำสมบัติการสลับที่การบวกและ คูณของจำนวนเต็มบวกไปใช้ได้ 2. นำสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวกและ คูณของจำนวนเต็มบวกไปใช้ได้ 3. นำสมบัติการแจกแจงไปใช้ได้	- บอกสมบัติ การสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจงได้ และนำสมบัติดังกล่าวไปใช้ตอบปัญหาได้
จำนวนเต็มลบ	1. เขียนจุดแทนจำนวนเต็มลบบนเส้นจำนวนและเรียงลำดับจำนวนเต็มลบได้ 2. จำแนกจำนวนเต็มได้	- เปรียบเทียบจำนวนเต็มได้
การบวกจำนวน	1. หาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบ กับ	- หาผลบวกของจำนวนเต็มได้

เต็ม	จำนวนเต็มลบได้ 2 หาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวก กับ จำนวนเต็มลบได้	
การลบจำนวน เต็ม	1 หาผลต่างระหว่างจำนวนเต็มบวกกับ จำนวนเต็มลบได้ 2. หาผลต่างระหว่างจำนวนเต็มลบกับ จำนวนเต็มลบได้	- หาผลต่างของจำนวนเต็มได้
การคูณจำนวน เต็ม	1. หาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มบวก กับ จำนวนเต็มลบได้ 2. หาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบ กับ จำนวนเต็มบวกได้ 3. หาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบ กับ จำนวนเต็มลบได้	- หาผลคูณของจำนวนเต็มได้
ค่าสัมบูรณ์ของ จำนวนเต็ม	1. หาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มที่กำหนด ให้ได้ 2 หาจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็ม ที่กำหนดให้ได้	- บอกค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้ามของ จำนวนเต็มที่อยู่ในรูปต่าง ๆ ได้

แผนการสอน

ชุดการเรียนรู้การสอน
เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม

วิชาคณิตศาสตร์ ค 203
เวลา 10 คาบ

เวลา	เนื้อเรื่อง และ กิจกรรม	การจัดกลุ่ม
คาบที่ 1 50 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> ศูนย์และจำนวนเต็มบวก <u>กิจกรรม</u> ครูมีกิจกรรมการสอนดังนี้	กลุ่มใหญ่ รายบุคคล รายบุคคล กลุ่มใหญ่ กลุ่มใหญ่ รายบุคคล กลุ่มใหญ่
2 นาที	1. ครูอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในชุดการเรียน	
20 นาที	2. ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง จากเอกสาร ชุด การเรียนด้วยตนเอง เรื่อง ศูนย์ และจำนวน เต็มบวก	
10 นาที	3 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 1.1	
3 นาที	4. เฉลยแบบฝึกหัดโดยใช้แผ่นโปรงใส	
5 นาที	5 สรุป	
5 นาที	6. ประเมินผล	
5 นาที	7 เฉลยแบบทดสอบ	
คาบที่ 2-3 100 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็ม บวก <u>กิจกรรม</u> ครูมีกิจกรรมการสอน ดังนี้	กลุ่มใหญ่ กลุ่มใหญ่ กลุ่มใหญ่ รายบุคคล
2 นาที	1. ครูอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในชุดการสอน	
3 นาที	2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้	
40 นาที	3. ครูอธิบายสมบัติการสลับที่การบวก และ การคูณ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวก และการคูณ สมบัติการแจกแจง พร้อมกับ ยกตัวอย่างโดยใช้แผ่นโปรงใส และแผนภูมิ แสดงสมบัติการบวกและการคูณ	
15 นาที	4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด 2.1	

10 นาที	5. เฉลยแบบฝึกทักษะ และ แบบฝึกหัด	กลุ่มใหญ่
5 นาที	6. สรุป	กลุ่มใหญ่
15 นาที	7. ประเมินผล	รายบุคคล
10 นาที	8. เฉลยแบบทดสอบ	กลุ่มใหญ่
คาบที่ 4	<u>เนื้อเรื่อง</u> จำนวนเต็มลบ	กลุ่มใหญ่
50 นาที	<u>กิจกรรม</u> ครูมีกิจกรรมการสอนดังนี้	
2 นาที	1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้	
30 นาที	2. ให้นักเรียนศึกษาบทเรียนโปรแกรม เรื่อง จำนวนเต็มลบ ด้วยตนเอง	
10 นาที	3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อย เรื่อง จำนวนเต็มลบ	
8 นาที	4. เฉลยแบบทดสอบ	กลุ่มใหญ่
คาบที่ 5-6	<u>เนื้อเรื่อง</u> การบวกจำนวนเต็ม	กลุ่มใหญ่
100 นาที	<u>กิจกรรม</u> ครูมีกิจกรรมการสอนดังนี้	
3 นาที	1. ครูอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในชุดการสอน	
2 นาที	2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้	
20 นาที	3. ครูอธิบายและสาธิต การหาผลบวกระหว่าง จำนวนเต็มลบและการหาผลบวกระหว่าง จำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ พร้อมกับ ยกตัวอย่างโดยใช้แผ่นโปรงใส กระดาษแข็ง พร้อมบัตรตัวเลขประกอบการอธิบาย	
20 นาที	4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1,2 และ แบบฝึกหัด 3.1,3 2	รายบุคคล
20 นาที	5. ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม	กลุ่มย่อย
10 นาที	6. เฉลยแบบฝึกทักษะ แบบฝึกหัดโดยแผ่น โปรงใส	กลุ่มใหญ่
5 นาที	7. สรุป	กลุ่มใหญ่
15 นาที	8. ประเมินผล	รายบุคคล และกลุ่มย่อย
5 นาที	9. เฉลยแบบทดสอบ	กลุ่มใหญ่

คาบที่ 7 50 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> การลบจำนวนเต็ม <u>กิจกรรม</u> ครูมีกิจกรรมการสอนดังนี้	
3 นาที	1. ครูอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในชุดการสอน	กลุ่มใหญ่
2 นาที	2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้	กลุ่มใหญ่
10 นาที	3. ครูอธิบาย การหาผลต่างระหว่างจำนวนเต็ม กับจำนวนเต็ม พร้อมกับยกตัวอย่าง โดยใช้แผ่นโปรงใสและกระเป๋าน้ำพร้อมบัตรตัวเลขประกอบการอธิบาย	กลุ่มใหญ่
10 นาที	4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และแบบฝึกหัด 4.1	รายบุคคล
10 นาที	5. ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม	กลุ่มย่อย
5 นาที	6. เฉลยแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด โดยใช้แผ่นโปรงใส	กลุ่มใหญ่
2 นาที	7. สรุป	กลุ่มใหญ่
5 นาที	8. ประเมินผล	รายบุคคล
3 นาที	9. เฉลยแบบทดสอบ	กลุ่มใหญ่
คาบที่ 8-9 100 นาที	<u>เนื้อเรื่อง</u> การคูณจำนวนเต็ม <u>กิจกรรม</u> ครูมีกิจกรรมการสอนดังนี้	
3 นาที	1. ครูอธิบายการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในชุดการสอน	กลุ่มใหญ่
2 นาที	2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้	กลุ่มใหญ่
30 นาที	3. ครูอธิบายสมบัติของจำนวนเต็ม การหาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ การหาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก และการหาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ พร้อมกับยกตัวอย่าง โดยใช้แผ่นโปรงใส กระเป๋าน้ำพร้อมบัตรอักษรและสื่อเส้นจำนวนประกอบการอธิบาย	กลุ่มใหญ่
10 นาที	4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1,2 และ	รายบุคคล

20 นาที	แบบฝึกหัด 5.1, 5.2	
10 นาที	5. ให้นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม	กลุ่มย่อย
5 นาที	6. เฉลยแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด โดย แผ่นโปรงใส	กลุ่มใหญ่
15 นาที	7. สรุป	กลุ่มใหญ่
5 นาที	8. ประเมินผล	รายบุคคลและกลุ่มย่อย
	9. เฉลยแบบทดสอบ	กลุ่มใหญ่
คาบที่ 10	<u>เนื้อเรื่อง</u> คำสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม	
50 นาที	<u>กิจกรรม</u> ครูมีกิจกรรมการสอนดังนี้	
5 นาที	1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้	กลุ่มใหญ่
30 นาที	2 ครูให้นักเรียนศึกษาบทเรียน โปรแกรม เรื่อง คำสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม	รายบุคคล
10 นาที	3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยเรื่องคำ สัมบูรณ์ ของจำนวนเต็ม	รายบุคคล
5 นาที	4. เฉลยแบบทดสอบ	กลุ่มใหญ่

ภาคผนวก ง

ชุดการเรียนรู้การสอน

- ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเองและแบบเรียนโปรแกรม จำนวน 3 หน่วย
- ชุดการสอน จำนวน 4 หน่วย

หน่วยที่ 1

เรื่อง

ศูนย์และจำนวนเต็มบวก

สื่อ : ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายความหมายของศูนย์และจำนวนเต็มบวกได้ถูกต้อง
2. นำสมบัติของศูนย์ไปใช้ได้
3. นำสมบัติของหนึ่งไปใช้ได้
4. นำสมบัติของศูนย์และหนึ่งไปใช้แก้ปัญหาได้

1. ศูนย์และจำนวนเต็มบวก

ศูนย์

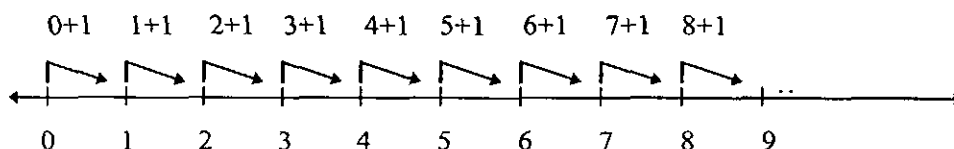
จำนวน $1, 2, 3, \dots$ ต่างก็เป็นจำนวนนับ 0 ไม่ใช่จำนวนนับ โดยทั่วไปแล้ว 0 ใช้แทนความหมายสองประการ คือ

1. 0 หมายถึง ไม่มี เช่น มีส้มอยู่ 0 ผล หรือมีสมุด 0 เล่ม นั้นหมายถึง ไม่มีส้ม ไม่มีสมุด เมื่อเราไม่มีสิ่งของเราก็จะไม่นับ
2. 0 หมายถึง ปริมาณระดับหนึ่งที่กำหนดค่าเป็น 0 เช่น เมื่อเราพูดว่าอุณหภูมิของน้ำแข็งเป็น 0 องศาเซลเซียส ไม่ได้หมายความว่า น้ำแข็งไม่มีอุณหภูมิ แต่หมายความว่า น้ำแข็งมีความเย็นระดับหนึ่งซึ่งกำหนดว่าเป็น 0 องศาเซลเซียส หรือ เส้นแวง 0 องศา ไม่ได้หมายความว่า ไม่มีเส้นแวง เพราะการแบ่งเขตภูมิศาสตร์ของโลกกำหนดให้มีเส้นแวงมาตรฐานหรือเส้นแวงตัวกลาง และเรียกเส้นแวงนั้นว่า เส้นแวง 0 องศา หรือ เด็กชายคำเรียนวิชา คณิตศาสตร์ได้ระดับคะแนน 0 หมายความว่า เด็กชายคำทำคะแนนวิชา คณิตศาสตร์ ได้อยู่ในระดับ 0 ไม่ได้หมายความว่า เด็กชายคำไม่มีความรู้ทางคณิตศาสตร์เลย

จำนวนเต็มบวก

เราทราบมาแล้วว่า 1 เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุด ดังนั้นถ้าเพิ่มทีละ 1 จะก่อให้เกิดจำนวนนับไม่มีที่สิ้นสุด นั่นคือ ไม่มีจำนวนนับจำนวนสุดท้าย

พิจารณาบนเส้นจำนวน



บนเส้นจำนวนเราจะให้ 0 อยู่ทางซ้ายของ 1 และห่างจาก 1 ระยะทาง 1 หน่วย ห่างจาก 2 ระยะทาง 2 หน่วย ห่างจาก 3 ระยะทาง 3 หน่วย ไปเช่นนี้เรื่อย ๆ ทางขวามือ

จะเห็นได้ว่า จุดที่อยู่ทางขวามือแทนจำนวนที่มีค่ามากกว่าจุดที่อยู่ทางซ้ายมือเสมอ นั่นคือ $0 < 1 < 2 < 3 < \dots$

สรุปได้ว่า จำนวนนับทุกจำนวนมีค่ามากกว่า 0

เราอาจจะเรียกจำนวนนับว่า จำนวนเต็มบวก หรือ จำนวนธรรมชาติ อย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้และเราจะเรียก 0 ว่า จำนวนเต็มศูนย์ หรือ ศูนย์

สมบัติพิเศษของ 0

1. เมื่อนำ 0 ไปบวกกับจำนวนใด ๆ จะได้จำนวนนั้น เช่น

$$0 + 0 = 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$2 + 0 = 0 + 2 = 2 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$5 + 0 = 0 + 5 = 5 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$21 + 0 = 0 + 21 = 21 \quad \text{เป็นจริง}$$

นั่นคือ $a + 0 = 0 + a = a$ เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ กล่าวได้ว่า 0 เป็นเอกลักษณ์การบวก

2. เมื่อนำ 0 ไปคูณ กับจำนวนใด ๆ จะได้ 0 เช่น

$$0 \times 0 = 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$3 \times 0 = 0 \times 3 = 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$8 \times 0 = 0 \times 8 = 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$12 \times 0 = 0 \times 12 = 0 \quad \text{เป็นจริง}$$

นั่นคือ $a \times 0 = 0 \times a = 0$ เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ

สมบัติพิเศษของ 1

เมื่อนำ 1 ไปคูณกับจำนวนใดๆ จะได้จำนวนนั้น เช่น

$$1 \times 1 = 1 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$6 \times 1 = 1 \times 6 = 6 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$9 \times 1 = 1 \times 9 = 9 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$15 \times 1 = 1 \times 15 = 15 \quad \text{เป็นจริง}$$

นั่นคือ

$a \times 1 = 1 \times a = a$ เมื่อ a แทนจำนวนใดๆ กล่าวว่าเป็นเอกลักษณ์การคูณ

ตัวอย่าง 1 จงหาจำนวนหนึ่งจำนวนมาแทนสัญลักษณ์ แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

1. x เป็นจำนวนเต็มบวก มีหลายคำตอบ เช่น 1, 2, 3
2. y เป็นจำนวนเต็มคู่ มีหลายคำตอบ เช่น 2, 4, 6
3. $a + 1 = 1 + a$ มีหลายคำตอบ เช่น 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$
4. $b + 0 = 0 + b$ มีหลายคำตอบ เช่น $\frac{1}{2}$, 1, 8
5. $m \times 9 = 9 \times m$ มีหลายคำตอบ เช่น $\frac{1}{7}$, 1, 2
6. $y > 0$ มีหลายคำตอบ เช่น 1, 2, 3
7. $0 + x = x$ มีหลายคำตอบ เช่น $\frac{4}{5}$, 1, 9
8. z เป็นจำนวนคี่ มีหลายคำตอบ เช่น 1, 3, 5

ตัวอย่าง 2 จงพิจารณาข้อเท็จจริงดังต่อไปนี้

1. $a + 15 = 15$ แล้ว $a = 0$
2. $b + 0 = 21$ แล้ว $b = 21$
3. $5 \times c = 5$ แล้ว $c = 1$
4. $y - 25 = 0$ แล้ว $y = 25$
5. $9 - n = 0$ แล้ว $n = 9$
6. $22 - x = 22$ แล้ว $x = 0$
7. $z + 0 = 0$ แล้ว $z = 0$
8. $x + x = 0$ แล้ว $x = 0$
9. $y \times 1 = 1$ แล้ว $y = 1$
10. $b \times b = 0$ แล้ว $b = 0$

แบบฝึกหัด 1.1

ประโยคต่อไปนี้ ประโยคใดเป็นจริง ประโยคใดเป็นเท็จ

1. 0 เป็นจำนวนนับ
2. 0 เป็นจำนวนเต็ม
3. 0 ไม่ใช่จำนวนเต็มบวก
4. จำนวนนับทุกจำนวน คือ จำนวนเต็มบวก
5. 21 เป็นจำนวนเต็มบวก
6. ไม่มีจำนวนเต็มบวกใดน้อยกว่า 1
7. $3\frac{1}{2}$ เป็นจำนวนเต็มบวก
8. ถ้า x เป็นจำนวนเต็มบวก เราสามารถหาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า x ได้เสมอ

จงหาจำนวนที่แทนสัญลักษณ์แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

1. $p \times p = 1$ $p = \dots\dots\dots$
2. $29 + 3a = 29$ $a = \dots\dots\dots$
3. $(0 + b) \times 1 = 7$ $b = \dots\dots\dots$
4. $(1 \times x) + (x + 1) = 3$ $x = \dots\dots\dots$
5. $5 = (5 \times 0) + (5 \times y)$ $y = \dots\dots\dots$
6. $(7 + 0) + (1 \times c) = 7$ $c = \dots\dots\dots$

แบบฝึกหัดเสริม

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด คือจำนวนอะไร
2. จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดมีหรือไม่ ถ้ามีคือจำนวนอะไร
3. นักเรียนในห้องนี้ที่เป็นบุตรของข้าราชการครูมีจำนวน 0 คน “0” ในที่นี้มีความหมายอย่างไร
4. ภาคเหนือของไทยในเดือนมกราคม มีอากาศหนาวจัด วัดอุณหภูมิได้ 0 องศาเซลเซียส “0” ในที่นี้มีความหมายอย่างไร
5. สายพิณ พูดว่า “มีจำนวนจำนวนหนึ่งคูณกับ 9 แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ 9” จงหาจำนวนนั้น
6. ถ้า $y + 0 = 0 + y = 0$ แล้ว y มีค่าเท่าไร
7. ถ้า $21 \div x = 1$ แล้ว x มีค่าเท่าไร
8. ถ้า $43 \div z = 43$ แล้ว z มีค่าเท่าไร

แบบทดสอบย่อย เรื่อง ศูนย์และจำนวนเต็มบวก

วิธีตอบให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยวิธีการกากบาทข้อที่ถูกลงในกระดาษคำตอบที่จัดเตรียมไว้ให้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถนำสมบัติของศูนย์และหนึ่งไปใช้แก้ปัญหาคได้

1. ค่าของ $(33 + 0) \times (1 \times 5)$ มีค่าเท่าใด

ก. 0

ข. 33

ค. 38

ง. 165

2. ข้อใดสรุปถูกต้อง เมื่อ b ไม่ใช่ 0

ก. $0 + b = 0 \times b$

ข. $0 + b = 0$

ค. $0 \times b = b$

ง. $0 + b = b$

3. ข้อใดถูกต้อง

ก. $1 \times 1 \times 1 \times a = 3a$

ข. $(7+0) + (0+7) = 7$

ค. $5 \times (1+0) = (5 \times 0) + (1 \times 5)$

ง. $(9 \times 1) + (0 \times 9) + (1 \times 9) = (9+0+1) \times 9$

หน่วยที่ 2

เรื่อง

สมบัติของการบวกและ
การคูณจำนวนเต็มบวก

สื่อ : ชุดการสอน

ชุดการสอนเรื่อง สมบัติของการบวกและการคูณจำนวนเต็มบวก

เวลา 100 นาที 2 คาบ

- เนื้อหา
1. สมบัติการสลับที่การบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก
 2. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก
 3. สมบัติการแจกแจงสำหรับการคูณบนการบวก

มโนคติ 1. ในการบวกจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) สองจำนวนใดๆ ไม่ว่าจะใช้จำนวนใดเป็นตัวตั้ง จะได้ผลลัพธ์เท่าเดิม เรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก สำหรับการคูณก็เช่นเดียวกัน และเรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ

2. ในการบวกจำนวนเต็มบวก(หรือศูนย์) มากกว่าสองจำนวนขึ้นไป เมื่อนำมาบวกกัน สามารถบวกสองจำนวนใดก่อนก็ได้แล้วจึงนำผลบวกมารวมกับจำนวนที่เหลือโดยจะได้ผลลัพธ์เท่าเดิม เรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก สำหรับการคูณก็เช่นเดียวกัน และเรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณ

3. ในการหาผลคูณของจำนวนเต็มบวกจำนวนหนึ่งกับผลบวกของจำนวนเต็มบวกอีกสองจำนวน จะหาผลบวกก่อนแล้วจึงหาผลคูณ หรือจะหาผลคูณย่อยๆ แล้วนำมาบวกกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน เรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการแจกแจง

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. นำสมบัติการสลับที่การบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวกไปใช้ได้
2. นำสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวกไปใช้ได้
3. นำสมบัติการแจกแจงไปใช้ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้แผ่นโปรงใส แผนภูมิแสดงการบวกการคูณ และให้นักเรียนฝึกทักษะจากแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัดหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใสเรื่องการสลับที่การบวกและการคูณ รวมจำนวน 4 แผ่น
2. แผ่นโปรงใส เรื่องการเปลี่ยนกลุ่มการบวกและการคูณ รวมจำนวน 5 แผ่น
3. แผ่นโปรงใสเรื่องการแจกแจงสำหรับการคูณบนการบวก จำนวน 5 แผ่น
4. แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 1 แผ่น
5. แผนภูมิแสดงสมบัติการบวกและการคูณ
6. แบบฝึกทักษะ
7. แบบฝึกหัด 2 1

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 2-3 เรื่อง สมบัติการบวกและการคูณจำนวนเต็มบวก

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปรงใส

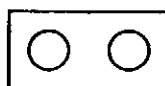
ขั้นตอน

1. ครูยกตัวอย่าง การบวกจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) สองจำนวนใดๆ โดยใช้สื่อ
รูปธรรม ดังนี้

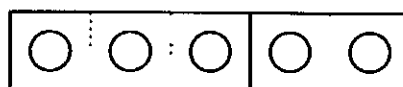
แถบที่ 1 มีลูกปัดจำนวน 3 ลูก



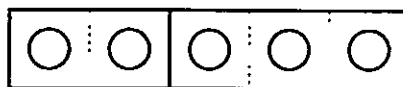
แถบที่ 2 มีลูกปัดจำนวน 2 ลูก



ถ้านำเอาแถบที่ 1 มารวมกับแถบที่ 2 จะได้



ถ้านำเอาแถบที่ 2 มารวมกับแถบที่ 1 จะได้



จะเห็นได้ว่า แถบที่ 1 + แถบที่ 2 = แถบที่ 2 + แถบที่ 1 ซึ่งมีความยาวและจำนวน
ลูกปัดเท่ากัน

ดังนั้น ถ้ามีแถบลูกปัดจำนวน $a + b$ ลูก เราอาจจะกล่าวว่า แถบลูกปัดดังกล่าว มี
จำนวน $b + a$ ลูก ได้เช่นกัน

$$\text{นั่นคือ } a + b = b + a$$

2. ครูยกตัวอย่าง การบวกจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) สองจำนวนใดๆ เช่น

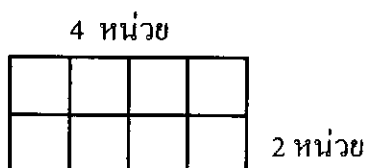
$$3 + 5 = 5 + 3, \quad 9 + 25 = \dots\dots, \quad 32 + 63 = \dots\dots\dots, \quad 0 + 21 = \dots\dots\dots$$

เราเรียกสมบัติดังกล่าวว่า สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก ซึ่งเขียนให้สั้นและ
กะทัดรัดได้ดังนี้

ให้ a, b แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ

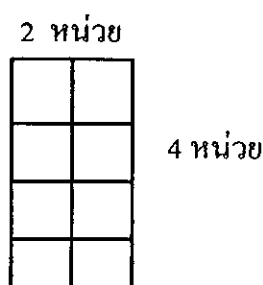
$$a + b = b + a$$

3. ครูอธิบายการคูณจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) สองจำนวนใดๆ โดยใช้สื่อรูปธรรม ดังนี้



รูปที่ 1

มีพื้นที่เท่ากับ $2 \times 4 = 8$ ตารางหน่วย



รูปที่ 2

มีพื้นที่เท่ากับ $4 \times 2 = 8$ ตารางหน่วย

จะเห็นได้ว่า พื้นที่รูปที่ 1 เท่ากับ พื้นที่รูปที่ 2

ดังนั้น ถ้าพื้นที่รูปหนึ่งเท่ากับ $a \times b$ ตารางหน่วย เราอาจจะกล่าวว่า พื้นที่รูปดังกล่าวเท่ากับ $b \times a$ ตารางหน่วย ได้เช่นกัน

นั่นคือ $a \times b = b \times a$

4. ครูยกตัวอย่าง การคูณจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) สองจำนวนใดๆ เช่น

$$8 \times 12 = 12 \times 8, \quad 19 \times 22 = \dots\dots\dots, \quad 0 \times 24 = \dots\dots\dots$$

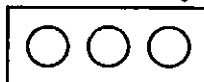
เราเรียกสมบัติข้อนี้ว่า สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ ซึ่งเขียนให้สั้นและกะทัดรัดได้ดังนี้

ให้ a และ b แทนจำนวนเต็มบวกใด ๆ

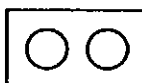
$$a \times b = b \times a$$

5. ครูอธิบาย การบวกจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) มากกว่าสองจำนวนขึ้นไปโดยไม่เปลี่ยนแปลงลำดับของจำนวนทั้งหมดที่เรียงไว้ โดยใช้สื่อรูปธรรม ดังนี้

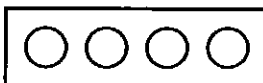
แถบที่ 1 มีลูกปัดจำนวน 3 ลูก



แถบที่ 2 มีลูกปัดจำนวน 2 ลูก



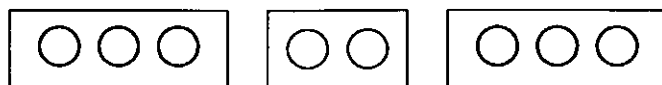
แถบที่ 3 มีลูกปัดจำนวน 4 ลูก



ถ้านำเอา (แถบที่ 1 + แถบที่ 2) ก่อนแล้วนำมารวมกับแถบที่ 3 จะได้



ถ้าเราเอาแถบที่ 1 มารวมกับ (แถบที่ 2 + แถบที่ 3) จะได้



จะเห็นได้ว่า (แถบที่ 1 + แถบที่ 2) + แถบที่ 3 = แถบที่ 1 + (แถบที่ 2 + แถบที่ 3)

ซึ่งจะมีความยาวและจำนวนลูกปัดเท่ากัน

ถ้าให้แถบที่ 1 มีลูกปัด จำนวน a ลูก

ถ้าให้แถบที่ 2 มีลูกปัด จำนวน b ลูก

ถ้าให้แถบที่ 3 มีลูกปัด จำนวน c ลูก

ถ้าเรานำ (แถบที่ 1 + แถบที่ 2) จำนวน $a + b$ ลูก มารวมกับแถบที่ 3 จำนวน c ลูก
จะได้แถบลูกปัดจำนวน $(a + b) + c$ ลูก เราอาจกล่าวได้ว่า แถบลูกปัดดังกล่าวมี จำนวนเท่ากับ
 $(a + b) + c$ ลูกได้เช่นกัน

นั่นคือ $(a + b) + c = a + (b + c)$

6. ครอบตัวอย่าง การบวกจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) มากกว่าสองจำนวนขึ้นไป เช่น

$$(21 + 8) + 12 = 21 + (8 + 12), \quad (10 + 25) + 4 = \dots\dots\dots$$

$$(49 + 15) + 27 = \dots\dots\dots, \quad (0 + 14) + 22 = \dots\dots\dots$$

เราเรียกสมบัติการบวกดังกล่าวว่า สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก ซึ่งเขียนให้
สั้นและกะทัดรัดได้ดังนี้

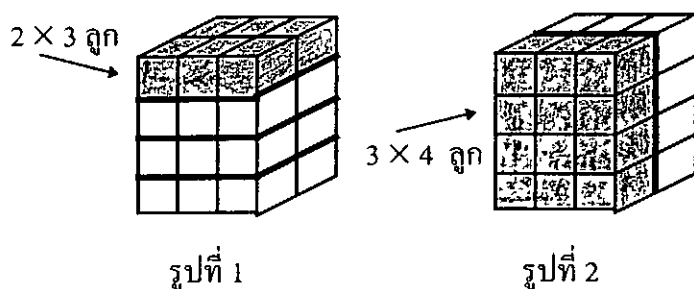
ให้ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

7. ครอบอธิบาย การคูณจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) มากกว่าสองจำนวนขึ้นไปโดยไม่
เปลี่ยนแปลงลำดับของจำนวนทั้งหมดที่เรียงไว้ โดยใช้สื่อรูปธรรมดังต่อไปนี้

จำนวน 4 ชั้น ชั้นละ 2×3 ลูก

จำนวน 2 ตอน ตอนละ 3×4 ลูก



จากรูปที่ 1 ถ้านำลูกบาศก์จำนวน (2×3) ลูก มาวางจัดชั้น จำนวน 4 ชั้น จะได้จำนวนลูกบาศก์ทั้งหมดเท่ากับ $(2 \times 3) \times 4 = 24$ ลูก

จากรูปที่ 2 ถ้านำลูกบาศก์ จำนวน 2 ตอน ตอนละจำนวน (3×4) ลูก มาวางเรียงกันจะได้จำนวนลูกบาศก์ทั้งหมดเท่ากับ $2 \times (3 \times 4) = 24$ ลูก

จะเห็นได้ว่า รูปที่ 1 และ รูปที่ 2 มีจำนวนลูกบาศก์เท่ากัน

ดังนั้น ถ้านำลูกบาศก์จำนวน $(a \times b)$ ลูก มาวางจัดชั้น จำนวน c ชั้น จะได้จำนวนลูกบาศก์ทั้งหมด $(a \times b) \times c$ ลูก เราอาจจะกล่าวว่า จำนวนลูกบาศก์ดังกล่าวมีจำนวน เท่ากับ $a \times (b \times c)$ ลูกได้เช่นกัน

นั่นคือ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

8. ครบตัวอย่าง การคูณจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) มากกว่าสองจำนวนขึ้นไป เช่น

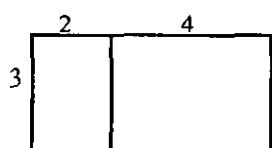
$$(3 \times 4) \times 9 = 3 \times (4 \times 9), \quad (17 \times 15) \times 19 = \dots \dots \dots$$

$$(0 \times 18) \times 6 = \dots \dots \dots, \quad (25 \times 12) \times 37 = \dots \dots \dots$$

เราเรียกสมบัติการคูณดังกล่าวว่า สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณ ซึ่งเขียนให้สั้นและกะทัดรัด ได้ดังนี้

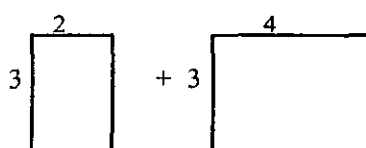
ให้ a, b, และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

9. ครบตัวอย่าง การคูณจำนวนเต็มบวกกับผลบวกของจำนวนเต็มบวก โดยใช้สื่อรูปธรรมดังนี้



รูปที่ 1 มีพื้นที่เท่ากับ

$$3 \times (2+4) = 18 \text{ ตารางหน่วย}$$



รูปที่ 2 มีพื้นที่เท่ากับ

$$(3 \times 2) + (3 \times 4) = 18 \text{ ตารางหน่วย}$$

จะเห็นได้ว่า พื้นที่รูปที่ 1 เท่ากับ พื้นที่รูปที่ 2

ดังนั้น ถ้าพื้นที่รูปหนึ่ง มีความกว้าง a และยาว $(b + c)$ หน่วย จะมีพื้นที่เท่ากับ $a \times (b+c)$ ตารางหน่วย เราอาจกล่าวว่า พื้นที่รูปดังกล่าวเท่ากับ $(a \times b) + (a \times c)$ ตารางหน่วยได้เช่นกัน

นั่นคือ $a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$

ในทำนองเดียวกันก็จะได้ว่า $(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$

10. ครูปกติตัวอย่าง การคูณจำนวนเต็มบวกกับผลบวกของจำนวนเต็มบวก เช่น

$$7 \times (8 + 5) = (7 \times 8) + (7 \times 5), \quad 10 \times (11 + 20) = \dots\dots\dots$$

$$(9 + 15) \times 5 = \dots\dots\dots, \quad (16 + 12) \times 15 = \dots\dots\dots$$

เราเรียกสมบัติดังกล่าวนี้ว่า สมบัติการแจกแจง ซึ่งเขียนให้สั้นและกะทัดรัดได้ดังนี้

ให้ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใด ๆ

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะเป็นรายบุคคล

12. ครูอธิบายว่า สมบัติการแจกแจงนี้มีประโยชน์ต่อชีวิตประจำวันในการคูณจำนวนที่มีค่ามาก ๆ เราจะแจกแจงให้เป็นจำนวนย่อย ๆ ซึ่งจะช่วยให้การคูณนั้นง่ายขึ้นและได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง เช่น

$$\begin{aligned} 25 \times 109 &= 25 \times (100 + 9) \\ &= (25 \times 100) + (25 \times 9) \\ &= 2,500 + 225 \\ &= 2,725 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 29 \times 1,020 &= 29 \times (1,000 + 20) \\ &= (29 \times 1,000) + (29 \times 20) \\ &= 29,000 + 580 \\ &= 29,580 \end{aligned}$$

13 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.1 เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใส เรื่อง การสลับที่การบวกและการคูณจำนวน 2 แผ่น
2. แผ่นโปรงใส เรื่อง การเปลี่ยนกลุ่มการบวกและการคูณจำนวน 3 แผ่น
3. แผ่นโปรงใส เรื่อง การแจกแจงสำหรับการคูณบนการบวกจำนวน 4 แผ่น
4. แบบฝึกทักษะ
5. แบบฝึกหัด 2.1

กิจกรรมที่ 2

ครูเฉลยแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัด 2.1

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยแบบฝึกทักษะด้วยปากเปล่าโดยการถาม - ตอบกับนักเรียน
2. ครูเฉลยแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโปรงใส
3. ครูให้นักเรียนตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกหัดจำนวน 1 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวกดังต่อไปนี้
แล้วนำเสนอโดยใช้แผ่นโปรงใส และแผนภูมิแสดงสมบัติการบวกและการคูณ

กำหนดให้ a, b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใด ๆ		
สมบัติ	การบวก	การคูณ
การสลับที่	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
การเปลี่ยนกลุ่ม	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
การแจกแจง	$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ $(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$	

สื่อการเรียนการสอน แผ่นโปรงใส และแผนภูมิแสดงสมบัติการบวกและการคูณ

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องสมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก ให้นักเรียน
ทำเป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบย่อย เรื่องสมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก

แบบฝึกทักษะ

จงบอกสมบัติของระบบจำนวนเต็มที่ใช้สรุปประโยคคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. $23 + 121 = 121 + 23$
2. $8 \times (42 + 29) = (8 \times 42) + (8 \times 29)$
3. $125 + (27 + 94) = (125 + 27) + 94$
4. $(82 + 135) \times 7 = (82 \times 7) + (135 \times 7)$
5. $(44 \times 33) \times 22 = 44 \times (33 \times 22)$
6. $a \times 9 = 9 \times a$
7. $(m + n) \times 10 = 10m + 10n$
8. $(5 + x) + y = 5 + (x + y)$
9. $a(5b + 4c) = 5ab + 4ac$
10. $(ab)c = a(bc)$

จงเติมจำนวนเต็มบวกลงในช่อง $\square$ ต่อไปนี้แล้วทำให้ประโยคเป็นจริง

1. $83 \times 22 = (80 + 3) \times \square$
2. $(30 + 20) \times 51 = (30 \times \square) + (\square \times 51)$
3. $206 \times 17 = (200 \times 17) + (\square \times \square)$
4. $a(b + c + d) = ab + \square + ad$
5. $5a + 5b + 5c = \square(a + b + c)$
6. $\square \times 5 = (2000 \times 5) + (700 \times 5) + (10 \times 5)$

แบบฝึกหัด 2.1

จงหาจำนวนที่แทนสัญลักษณ์ แล้วทำให้ได้ประโยคเป็นจริง

1. $41 + 25 = x + 41$ $x = \dots \dots \dots$
2. $5 \times (y \times 9) = (5 \times 289) \times 9$ $y = \dots \dots \dots$
3. $(15 \times 8) + (7 \times 8) = d \times 8$ $d = \dots \dots \dots$
4. $a \times 282 = (7 \times 200) + (7 \times 80) + (7 \times 2)$ $a = \dots \dots \dots$
5. $(12 \times c) + (19 \times 5) = 31 \times 5$ $c = \dots \dots \dots$
6. $(12 \times 55) + (12 \times d) = 12 \times 100$ $d = \dots \dots \dots$

จงเติมจำนวนหรือสัญลักษณ์ในช่องที่เว้นไว้เพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริงสำหรับทุก ๆ ค่าของตัวแปร

1. $(a \times c) + (b \times c) = (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) \times c$
2. $\dots\dots\dots = (a \times 4) + (b \times 4)$
3. $20c = (\dots\dots\dots \times c) + (11 \times c)$
4. $2 \times (3 + 4 + 5) = (2 \times \dots\dots\dots) + (2 \times \dots\dots\dots) + (2 \times \dots\dots\dots)$
5. $(70 + 7) \times \dots\dots\dots = (70 \times 14) + (7 \times 14)$
6. $49 \times 8 = (40 \times \dots\dots\dots) + (9 \times \dots\dots\dots)$

แบบฝึกหัดเสริม

จงตรวจสอบว่าประโยคต่อไปนี้จริงหรือเท็จ

1. $8 \times (5 - 3) = (8 \times 5) - (8 \times 3)$
2. $10 \times (25 - 5) = (10 \times 25) - (10 \times 5)$
3. $(8 - 5) \times 3 = (8 \times 3) - (5 \times 3)$
4. $8 - (5 - 3) = (8 - 5) - 3$
5. $(100 - 25) \times 5 = (100 \times 5) - (25 \times 5)$
6. $8 \div (4 \div 2) = (8 \div 4) \div 2$

แบบทดสอบย่อย เรื่อง สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก

วิธีตอบให้นักเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดโดยวิธีกากบาทข้อที่ถูกลงในกระดาษคำตอบที่จัดเตรียมไว้ให้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ นำสมบัติ การสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจง ไปใช้ตอบปัญหาได้

1. ข้อใดเป็นสมบัติการสลับที่สำหรับการบวก

ก. $ab = ba$

ข. $a+c = c+a$

ค. $a+b = a+b$

ง. $a+(b+c) = (a+b)+c$

2. ข้อใดเป็นจริงตามสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ

ก. $(25 \times 27) \times 29 = 25 \times (27 \times 29)$ ข. $(25 \times 27) \times 29 = 29 \times (25 \times 27)$

ค. $(25 \times 27) \times 29 = 675 \times 9$ ง. $25 \times (27 \times 29) = 25 \times 783$

3. $(5+6+7) \times a = (5 \times a) + (6 \times a) + (7 \times a)$ ใช้สมบัติข้อใด

ก. การเปลี่ยนกลุ่ม

ข. การสลับที่

ค. การแจกแจง

ง. การคูณ

4. ข้อใดเป็นจริงตามสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก

ก. $9+(11+14) = (9+11)+14$ ข. $9+(11+14) = 9+(14+11)$

ค. $9+(11+14) = (11+14)+9$ ง. $9+(11+14) = (14+11)+9$

5. กำหนดให้ $(29 \times a) \times 45 = b \times (59 \times c)$ เป็นจริงโดยสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณ

จงหาค่า a, b และ c เรียงตามลำดับ

ก. 29, 45, 59

ข. 59, 29, 45

ค. 45, 59, 29

ง. 45, 29, 59

6. จาก $(43+a) \times 55 = 55 \times (a+43)$ การสรุปนี้ใช้สมบัติอะไร

ก. การสลับที่ของการคูณเพียงอย่างเดียว ข. การสลับที่ของการบวกเพียงอย่างเดียว

ค. การสลับที่ของการบวกและการคูณ ง. การสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่ม

7. กำหนดให้ $a \times 529 = (7 \times 500) + (b \times 20) + (7 \times c)$ เป็นจริงตามสมบัติการแจกแจง แล้ว a, b และ c มีค่าเรียงตามลำดับตามข้อใด

ก. 7, 7, 9

ข. 7, 20, 9

ค. 500, 20, 9

ง. 7, 500, 20

8. กำหนดให้ $10 \times b = (10 \times 200) + (10 \times 90) + (10 \times 8)$ แล้ว b มีค่าเท่าไร

ก. 8

ข. 90

ค. 200

ง. 298

หน่วยที่ 3

เรื่อง

จำนวนเต็มลบ

สื่อ : แบบเรียนโปรแกรม

บทเรียนโปรแกรม (คาบที่ 4)

เรื่อง จำนวนเต็มลบ

วิชา คณิตศาสตร์ (ค 203)

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

มโนคติ จำนวนเต็มลบเป็นจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์

จำนวนเต็มบวกเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่าศูนย์

จำนวนเต็ม หมายถึง จำนวนเต็มบวกหรือ จำนวนเต็มลบหรือจำนวนเต็มศูนย์

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนจุดแทนจำนวนเต็มลบบนเส้นจำนวนและเรียงลำดับจำนวนเต็มลบได้
2. จำแนกจำนวนเต็มได้
3. เปรียบเทียบจำนวนเต็มได้

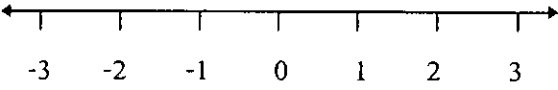
คำแนะนำในการใช้บทเรียนโปรแกรม

1. บทเรียนโปรแกรมเป็นบทเรียนที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง โดยอ่านข้อความที่อยู่ในกรอบเรียงไปตามลำดับและปฏิบัติตามคำแนะนำที่ให้ไว้

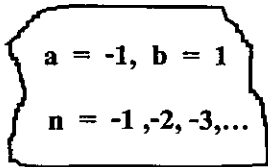
2. ถ้ากรอบใดมีแต่คำอธิบาย ไม่มีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ เมื่ออ่านจบและเข้าใจแล้วให้อ่านกรอบต่อไปได้เลย

3. ถ้ากรอบใดมีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ บทเรียนนี้จะเฉลยคำตอบให้ทราบในกรอบถัดไปทางขวามือทุก ๆ ครั้ง เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบด้วยตนเอง ในขณะที่เรียนนักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดูคำตอบก่อน การตอบผิดไม่ใช่เรื่องเสียหาย แต่จะเป็นการบอกให้ทราบว่านักเรียนอาจจะยังไม่เข้าใจหรือยังคิดไม่รอบคอบ

4. เมื่อนักเรียนพร้อมที่จะเรียนให้ลงมือเรียนทันที

พิจารณาเส้นจำนวน  จุด 0 เป็นจุดเริ่มต้น เมื่อนับจำนวนไปทางขวามือของ 0 ตามลำดับ จำนวนเต็มที่อยู่ทางขวาของ 0 ซึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นทีละ 1 ได้แก่ 1, 2, 3, 4,... เราเรียกว่า จำนวนเต็มบวก ในทำนองเดียวกัน เมื่อนับจำนวนไปทางซ้ายมือของ 0 ตามลำดับ จำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายของ 0 ซึ่งมีค่าลดลงทีละ 1 ได้แก่ -1, -2, -3, -4,... เราเรียกว่า จำนวนเต็มลบ จะสังเกตเห็นว่า -2 ได้จากการลดลงจาก -1 ลงไป 1 จึงจะได้ -2 -3 ได้จากการลดลงจาก -2 ลงไป จึงจะได้ -3 -4 ได้จากการลดลงจาก -1 ลงไป 3 จึงจะได้ -4 -10 ได้จากการลดลงจาก -5 ลงไป จึงจะได้ -10	
ตัวอย่างที่ 1 จงใส่เครื่องหมาย < (น้อยกว่า) หรือ > (มากกว่า) เพื่อให้แต่ละประโยคเป็นจริง 1. $(-9) < (-3)$ 2. $(-9) \dots\dots\dots (-10)$ 3. $0 > -1$ 4. $0 < 1$ 5. $(-23) \dots\dots\dots (-32)$ 6. $(-2) \dots\dots\dots 2$ 7. $(-1) \dots\dots\dots -3$ 8. $(-11) \dots\dots\dots (-10)$	1 5

ตัวอย่างที่ 2 จงเรียงจำนวนเต็มต่อไปนี้ ไปทางขวา จาก น้อยไปหามาก 0, -2, 1, -13, 8, 2 จะได้ -13, -2, 0, 1, 2, 8 -1, -5, -9, 7, 4, 1, 0 จะได้ -9, -5, -1, 0, 1, 4, 7 -2, -4, 6, 0, -6, 4, 2 จะได้ -3, 7, 31, -1, 5, 2, 0 จะได้	$\geq, >, <, >, <$
ตัวอย่างที่ 3 จงเติมจำนวนเต็มห้ำจำนวนที่ลดลงไปใน ขนาดเดียวกันต่อจากสามจำนวนที่กำหนดให้ 0, -2, -4, -6, -8, -10, -12, -14 3, 1, -1, -3, -5, -7, -9, -11 3, -2, -7, -3, -6, -9, 1, -4, -9, 	-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6 -3, -1, 0, 2, 5, 7, 31
ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนที่แทนสัญลักษณ์ใน ประโยคแล้วทำให้ประโยคนั้นเป็น จริง - x น้อยกว่า 0 x คือ จำนวนเต็มลบ เช่น -1, -2, -3 - y มากกว่า 0 y คือ จำนวนเต็มบวก เช่น 1, 2, 3 - a เป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่ามากที่สุด - b เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุด - n เป็นจำนวนเต็มลบ.....	-12, -17, -22, -27, -32 (ลดลงทีละ 5) -12, -15, -18, -21, -24 (ลดลงทีละ 3) -14, -19, -24, -29, -34 (ลดลงทีละ 5)

6. จากตัวอย่างและแบบฝึก เราสามารถสรุปได้ดังนี้ จำนวนเต็มลบเป็นจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ซึ่ง $\dots < -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0 < \dots$ นั่นคือ ไม่มีจำนวนเต็มลบที่น้อยที่สุด จำนวนเต็ม จึงหมายถึง จำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบ หรือจำนวนเต็มศูนย์	 $a = -1, b = 1$ $n = -1, -2, -3, \dots$
--	---

แบบทดสอบย่อยเรื่อง จำนวนเต็มลบ

วิธีตอบให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยวิธีกาบาทข้อที่ถูกต้องลงในกระดาษคำตอบที่จัดเตรียมไว้ให้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถเปรียบเทียบจำนวนเต็มได้

- จำนวนในข้อใดเรียงไปทางขวาจากน้อยไปหามาก
 - 0, -2, -5, 2, 5
 - 5, -2, 0, 2, 5
 - 2, -5, 0, 2, 5
 - 2, 2, -5, 5, 0
- จำนวนในข้อใดเรียงไปทางขวาจากมากไปหาน้อย
 - 8, -6, -4, -2
 - 17, -9, 0, 8
 - 7, -5, -2, -3
 - 1, -2, -3, -4
- ให้จุด x, y, z แทนจำนวนเต็มที่อยู่บนเส้นจำนวน x อยู่ทางซ้ายของ 0, z อยู่ทางขวาของ 0, y อยู่ระหว่าง x กับ z ข้อใดกล่าวถูกต้อง
 - $x > y$
 - $x = y$
 - $y = 0$
 - $y > x$
- จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้
 - 0 เป็นจำนวนเต็ม
 - จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดคือ 1
 - จำนวนเต็มลบที่มากที่สุดคือ -1
 - ข้อ 1 เท่านั้นที่ถูก
 - ข้อ 1, 2 เท่านั้นที่ถูก
 - ข้อ 2, 3 เท่านั้นที่ถูก
 - ถูกหมดทั้งสามข้อ

หน่วยที่ 4

เรื่อง

การบวกจำนวนเต็ม

สื่อ : ชุดการสอน

ชุดการสอน เรื่อง การบวกจำนวนเต็ม

เวลา 100 นาที 2 คาบ

- เนื้อหา
1. การบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ
 2. การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ

มโนคติ การหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มกับจำนวนเต็มนั้น จะอาศัยมโนคติการบวกที่ใช้ในความหมายของการเอามารวมกัน ผลลัพธ์ที่ได้เป็นไปตามข้อตกลงของสื่อรูปธรรม เช่น

$$(-2) = (-1) + (-1) \qquad (+2) = (+1) + (+1) \qquad 0 = (+1) + (-1)$$

$$(-3) = (-2) + (-1) \qquad (+3) = (+2) + (+1) \qquad 0 + (+1) = (+1)$$

$$(-4) = (-3) + (-1) \qquad (+4) = (+3) + (+1) \qquad 0 + (-1) = (-1)$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบได้
2. หาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบได้
3. หาผลบวกของจำนวนเต็มได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้แผ่นโปรงใส และกระเป๋าค้นหา พร้อมบัตรตัวเลขประกอบ ให้นักเรียนฝึกทักษะจากบัตรงาน แบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล และทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย จำนวน 10 กลุ่ม ๆ ละประมาณ 4 คน

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใส เรื่อง การบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ จำนวน 2 แผ่น
2. แผ่นโปรงใส เรื่อง การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ จำนวน 3 แผ่น
3. แผ่นโปรงใส เฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 2 แผ่น
4. แผ่นโปรงใส เฉลยแบบฝึกทักษะ 1 และ 2 จำนวน 3 แผ่น
5. แผ่นโปรงใส เฉลยคำถาม จากบัตรงาน จำนวน 1 แผ่น
6. กระเป๋าค้นหาพร้อมบัตรตัวเลข
7. บัตรงาน
8. แบบฝึกทักษะ 1 และ 2
9. แบบฝึกหัด 3.1 และ 3.2

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 5 - 6 เรื่อง การบวกจำนวนเต็ม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปรงใส และสาธิตการสอนด้วยกระเป๋าน้ำพร้อมบัตรตัวเลข

ขั้นตอน

1. ครูอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนเต็ม พร้อมทั้งกำหนดข้อตกลงว่า การบวก ใช้ในความหมาย การเอามารวมกัน

จำนวนเต็มบวก $+2 = (+1) + (+1)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{+1}$ $\boxed{+1}$
 $+3 = (+2) + (+1)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{+1}$ $\boxed{+1}$ $\boxed{+1}$
 $+4 = (+3) + (+1)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{+1}$ $\boxed{+1}$ $\boxed{+1}$ $\boxed{+1}$

จำนวนเต็มลบ $-2 = (-1) + (-1)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$
 $-3 = (-2) + (-1)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$
 $-4 = (-3) + (-1)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$

2. ครูอธิบายตัวอย่าง การบวกจำนวนเต็มลบ กับจำนวนเต็มลบโดยสาธิตให้นักเรียนดู

$(-1) + (-2)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{-1}$ และ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ รวมเป็น -3
 $(-2) + (-3)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ และ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ รวมเป็น -5
 $(-4) + (-2)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ และ $\boxed{-1}$ $\boxed{-1}$ รวมเป็น -6
 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$(-1) + (-2) = -3, \quad (-2) + (-3) = -5, \quad (-4) + (-2) = -6$$

3. ครูยกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบปากเปล่า

$(-3) + (-4) = \dots\dots\dots$, $(-4) + (-3) = \dots\dots\dots$
 $(-9) + (-8) = \dots\dots\dots$, $(-8) + (-9) = \dots\dots\dots$
 $(-25) + (-32) = \dots\dots\dots$, $(-32) + (-25) = \dots\dots\dots$
 $(-60) + (-50) = \dots\dots\dots$, $(-50) + (-60) = \dots\dots\dots$

4. ครูพยายามซักถามถึง คำตอบจากตัวอย่างที่ครูอธิบาย และที่นักเรียนตอบว่า เป็นจำนวนเท่าไร แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปให้ได้ว่า ผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบสองจำนวนจะเป็นจำนวนเต็มลบ

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1 เป็นรายบุคคล

6. ครูเฉลยแบบฝึกทักษะ 1 แล้วถามนักเรียนว่า จำนวนเต็มลบมีสมบัติการสลับที่ และการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกหรือไม่
7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3.1
8. ครูอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนเต็ม พร้อมทั้งกำหนดข้อตกลงว่า

จำนวนเต็มศูนย์

$0 = (+1) + (-1)$ เล่นเกมโดยใช้บัตรตัวเลข $+1$ และ -1 ซึ่งตกลงว่ารวมกันโดยอนุญาตการคว่ำบัตร -1 ไปบนบัตร $+1$ จะได้ 0 ซึ่งเขียนไว้ด้านหลังของบัตร -1

$0 + a = a = a + 0$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มใดๆ

ดังนั้น

$0 + (+1) = +1$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $0 \quad +1$

$0 + (+2) = +2$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $0 \quad +1 \quad +1$ เท่ากับ $+1 \quad +1$

$0 + (-1) = -1$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $0 \quad -1$ เท่ากับ -1

$0 + (-3) = -3$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $0 \quad -1 \quad -1 \quad -1$ เท่ากับ $-1 \quad -1 \quad -1$

9. ครูยกตัวอย่างการหาผลบวกระหว่าง จำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ โดยสาธิตให้

นักเรียนดู

$(+3) + (-1)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $+1 \quad +1 \quad +1$ และ -1 จะได้ $+1 \quad +1 \quad 0$
นั่นคือ $+2$

$(+3) + (-4)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $+1 \quad +1 \quad +1$ และ $-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1$ จะได้ $0 \quad 0 \quad 0 \quad -1$ นั่นคือ -1

$(-2) + (+5)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $-1 \quad -1$ และ $+1 \quad +1 \quad +1 \quad +1 \quad +1$ จะได้ $0 \quad 0 \quad +1 \quad +1 \quad +1$ นั่นคือ $+3$

$(-6) + (+4)$ เท่ากับ บัตรตัวเลข $-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1$ และ $+1 \quad +1 \quad +1 \quad +1$ จะได้ $-1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$ นั่นคือ -2

10. ครูยกตัวอย่าง และให้นักเรียนบอกวิธีใช้บัตรตัวเลข โดยที่ครูแสดงบนกระเป่าผนัง

$(-5) + (+3)$, $(-4) + (+2)$, $(-3) + (+6)$ แล้วให้นักเรียนตอบปากเปล่าจากตัวอย่าง

$0 + (-21)$, $(-10) + (+17)$, $(+29) + (-14)$, $(-25) + (+16)$, $(-40) + (+15)$

หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันสรุปถึงการบวกจำนวนเต็มที่มีขนาดใหญ่ ว่ากระทำโดยการกระจายบัตรตัวเลข $+1, -1$ ตามจำนวนที่โจทย์กำหนด ทำนองเดียวกันกับการบวกจำนวนเต็มที่มีขนาดเล็ก และจับคู่บัตร $+1, -1$ ซึ่งมีผลเป็นศูนย์แล้วบวกจำนวนที่เหลือกับศูนย์จะได้ผลลัพธ์ (ทั้งนี้เป็นการใช้จินตนาการไม่ต้องทำจริง)

11. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2 เป็นรายบุคคล
 12. ครูเฉลยแบบฝึกทักษะ 2 แล้วถามนักเรียนว่า จำนวนเต็มมีสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกหรือไม่
 13. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุป สมบัติการบวกของจำนวนเต็ม โดยกำหนดให้ a , b และ c เป็นจำนวนเต็มใด ๆ
 1. สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก

$$a + b = b + a$$
 2. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
 3. สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก

$$0 + a = a + 0 = a$$
 เรียก 0 ว่า เป็นเอกลักษณ์การบวกของจำนวนเต็ม
 4. สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก

$$a + (-a) = (-a) + a = 0$$
 เรียก $-a$ ว่า เป็นอินเวอร์สของ a เทียบกับการบวก และเรียก a ว่า เป็นอินเวอร์สของ $-a$
 14. ครูพยายามซักถามนักเรียน จนทำให้นักเรียนสรุปได้ว่า การหาผลบวกระหว่าง จำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ แบ่งออกเป็น 2 กรณี

กรณี 1 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนบวกมากกว่าให้นำเฉพาะค่าสัมบูรณ์ของแต่ละจำนวนมาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก

กรณี 2 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนลบมากกว่าให้นำเฉพาะค่าสัมบูรณ์ของแต่ละจำนวนมาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ

(อย่างไรก็ตาม เนื่องจากการเรียนในบทเรียนนี้ไม่ได้สอนเรื่องค่าสัมบูรณ์ เพื่อความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยจะยังใช้มนต์ของคำนี้อธิบายข้อสรุป แทนคำอธิบายอย่างอื่น)
 15. ครูให้นักเรียน แบ่งเป็นกลุ่มย่อย 10 กลุ่ม ๆ ละ 4 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยตอบคำถาม เรื่อง การบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ และการบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ดังนี้
 1. ครูแจกบัตรงาน (บัตรคำถาม) ให้กลุ่มละ 1 บัตร 8 ข้อคำถาม
 2. ให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดหาคำตอบ โดยกำหนดเวลาพอประมาณ
 3. เมื่อทุกกลุ่มเขียนคำตอบเสร็จแล้วให้นำมาส่งครู
 4. ครูเฉลยคำตอบ
 16. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.2 เป็นรายบุคคล
- สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใส เรื่อง การบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ จำนวน 2 แผ่น
2. แผ่นโปรงใส เรื่อง การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ จำนวน 3 แผ่น
3. แผ่นโปรงใส เฉลยแบบฝึกทักษะ 1 และ 2 จำนวน 2 แผ่น
4. แผ่นโปรงใส เฉลยคำตอบจากบัตรงาน จำนวน 1 แผ่น
5. กระเป๋าหนังพร้อมบัตรตัวเลข
6. บัตรงาน
7. แบบฝึกทักษะ 1 และ 2
8. แบบฝึกหัด 3.1 และ 3.2

กิจกรรมที่ 2

ครูเฉลยแบบฝึกหัด 3.1 และ 3.2

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโปรงใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 2 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปตามหัวข้อต่อไปนี้

1. การหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบทำอย่างไร
2. การหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบทำอย่างไร
3. สมบัติการบวกของจำนวนเต็ม

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใส สรุป การบวกจำนวนเต็ม

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

ครูแจกแบบทดสอบย่อย เรื่อง การบวกจำนวนเต็ม ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบย่อย เรื่อง การบวกจำนวนเต็ม

แบบฝึกทักษะ 1

จงหาผลลัพธ์

1. $(-2) + (-8)$
2. $(-8) + (-2)$
3. $(-4) + (-9)$
4. $(-9) + (-4)$
5. $(-28) + (-17)$
6. $(-17) + (-28)$

จงหาผลลัพธ์

1. $(-8) + [(-9) + (-3)]$
2. $[(-8) + (-9)] + (-3)$
3. $(-5) + [(-4) + (-10)]$
4. $[(-5) + (-4)] + (-10)$
5. $(-6) + [(-15) + (-11)]$
6. $[(-6) + (-15)] + (-11)$

แบบฝึกหัด 3.1

จงหาจำนวนที่แทน x แล้วทำให้ได้ประโยคที่เป็นจริง

1. $(-8) + x = -13$
2. $(-31) + x = -34$
3. $x + (-11) = -15$
4. $x + (-33) = -39$
5. $x + (-78) = -105$

จงหาผลลัพธ์

1. $[(-7) + (-8)] + (-4)$
2. $(-7) + [(-8) + (-4)]$
3. $(-13) + [(-70) + (-31)]$
4. $[(-13) + (-70)] + (-31)$
5. $[(-291) + (-374)] + [(-23) + (-289)]$

แบบฝึกทักษะ 2

จงหาผลบวก

1. $0 + (-59)$
2. $(-17) + 0$
3. $7 + (-4)$
4. $(-4) + 7$
5. $(-9) + 5$
6. $5 + (-9)$
7. $27 + (-18)$
8. $(-18) + 27$

จงหาค่าของ จำนวนต่อไปนี้

1. $[5 + (-2)] + (-11)$
2. $5 + [(-2) + (-11)]$
3. $[(-21) + 32] + (-6)$
4. $(-21) + [32 + (-6)]$
5. $[(-4) + (-15)] + 7$
6. $(-4) + [(-15) + 7]$

แบบฝึกหัด 3.2

จงหาผลบวก โดยหาเฉพาะคำตอบเท่านั้น

1. $7 + (-20)$
2. $(-39) + 12$
3. $18 + (-6)$
4. $8 + (-15) + (-4)$
5. $7 + 31 + (-5) + (-31)$
6. $(-16) + (-27) + (-5) + 4$
7. $[(-39) + 18] + (-14)$
8. $(-21) + [45 + (-19)]$

จงหาจำนวนที่แทนค่าสัญลักษณ์ แล้วทำให้ประโยคนั้นเป็นจริง

1. $a + (-18) = 5$
2. $(-12) + b = 9$
3. $13 + c = -2$
4. $(-9) + y = -3$
5. $(-6) + (-7) + x = -14$
6. $(-4) + 9 + n = -1$

บัตรงาน จำนวน 10 บัตร บัตรละ 8 ข้อ

จงหาผลลัพธ์ในข้อ 1 - 6

1. $(-28) + (-27)$ =
2. $(-7) + [(-12) + (-5)]$ =
3. $[(-3) + (-8)] + (-4)$ =
4. $(-47) + 19$ =
5. $[(-15) + 7] + [26 + (-8)]$ =
6. $[21 + (-12)] + (-7)$ =
7. $(-29) + n = -36$ จงหาค่าของ n =
8. กำหนดให้ $a = -9$, $b = 7$, และ $c = -6$ จงหาค่าของ $a - (b + c)$ =

แบบทดสอบย่อย เรื่อง การบวกจำนวนเต็ม

วิธีตอบ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดโดยวิธีการบาทข้อที่ถูก ลงในกระดาษคำตอบที่จัดเตรียมไว้ให้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถหาผลบวกของจำนวนเต็มได้

1. $(-15) + (-29)$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด
 ก. -44 ข. -14 ค. 14 ง. 44
2. $(-21) + (-9) + (-8)$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด
 ก. 38 ข. -38 ค. -4 ง. -22
3. $(-31) + (-20) + 40$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด
 ก. -91 ข. 91 ค. 11 ง. -11
4. $5 + (-3)$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด
 ก. $1 + (-3)$ ข. $(-1) + 3$ ค. $5 + (-7)$ ง. $13 + (-10)$
5. $[18 + (-19)] + (-11)$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด
 ก. $(-5) + 7$ ข. $9 + (-3)$ ค. $8 + (-20)$ ง. $(-11) + 1$
6. $37 + (-49) + (-12) + (-35)$ มีค่าเท่ากับจำนวนใด
 ก. -11 ข. -59 ค. -109 ง. -133
7. $x + 29 + (-45) + (-13) = 0$ แล้ว x มีค่าเท่าไร
 ก. 29 ข. -16 ค. 16 ง. -29
8. ประโยคใดต่อไปนี้เป็นจริง
 ก. $29 + (-45) + (-62) + 73 = -6$
 ข. $31 + (-57) + (-14) + 28 = -12$
 ค. $-56 + 14 + (-72) + 12 = -103$
 ง. $58 + (-46) + 71 + (-83) = 1$

หน่วยที่ 5

เรื่อง

การลบจำนวนเต็ม

สื่อ : ชุดการสอน

ชุดการสอน เรื่อง การลบจำนวนเต็ม

เวลา 50 นาที 1 คาบ

เนื้อหา การหาผลต่างระหว่างจำนวนเต็มกับจำนวนเต็ม

มโนคติ การหาผลต่างระหว่างจำนวนเต็มกับจำนวนเต็มนี้จะอาศัยมโนคติเดิม กล่าวคือ การลบ ใช้ในความหมายของ การหักออกหรือเอาออก

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้งถูกหักออกหรือเอาออกเท่ากับตัวลบ}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาผลต่างระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบได้
2. หาผลต่างระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหา โดยใช้แผ่นโปรงใส และกระเป๋าน้ำพร้อมบัตรตัวเลขให้นักเรียนฝึกทักษะจากแบบฝึกทักษะและแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใส เรื่องการลบจำนวนเต็ม จำนวน 2 แผ่น
2. แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกทักษะ จำนวน 1 แผ่น
3. แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 1 แผ่น
4. แผ่นโปรงใสเฉลยคำตอบจากบัตรงาน จำนวน 1 แผ่น
5. กระเป๋าน้ำพร้อมบัตรตัวเลข
6. แบบฝึกทักษะ
7. แบบฝึกหัด 4 1

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 7 เรื่อง การลบจำนวนเต็ม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปรงใส และสาธิตการสอนด้วยกระเป๋าน้ำพร้อมบัตรตัวเลข
ขั้นตอน

1. ครูทบทวน จำนวน $0 = (+1) + (-1)$ และอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับจำนวนเต็ม โดยกำหนดข้อตกลงว่า การลบ คือ การหักออกหรือการเอาออก เช่น

การหาผลลบของ $(+2) - (+1)$ เท่ากับ

มีบัตรตัวเลข $\boxed{+1} \boxed{+1} \longrightarrow \boxed{+1}$ ตอบ $+1$

↘เอาออก +1

การหาผลลบของ $(+3) - (+4)$ เท่ากับ

มีบัตรตัวเลข $\boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} = \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{0}$
 นั่นคือ $\boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{-1}$ ตอบ -1
 → เอาออก +4

การหาผลลบของ $(+2) - (-1)$ เท่ากับ

มีบัตรตัวเลข $\boxed{+1} \boxed{+1} = \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{0}$ นั่นคือ $\boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{-1}$ ตอบ $+3$
 → เอาออก -1

การหาผลลบของ $(-2) - (-3)$ เท่ากับ

มีบัตรตัวเลข $\boxed{-1} \boxed{-1} = \boxed{-1} \boxed{-1} \boxed{0}$ นั่นคือ $\boxed{-1} \boxed{-1} \boxed{-1} \boxed{+1}$ ตอบ $+1$
 → เอาออก -3

2. ครูยกตัวอย่าง และให้นักเรียนบอกวิธีใช้บัตรตัวเลข โดยที่ครูแสดงบนกระเปาะผนัง
 $(+3) - (+6)$, $(+5) - (-2)$, $(-4) - (-7)$, $(-3) - (-4)$ แล้วครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนตอบปากเปล่า ครูคอยให้คำชี้แนะ

$(+51) - (+70)$, $(+28) - (-9)$, $(-47) - (-64)$, $(-32) - (-17)$ หลังจากนั้นให้นักเรียนช่วยกันสรุปถึงการลบจำนวนเต็มที่มีขนาดใหญ่ ว่ากระทำโดยการนำบัตรตัวเลข +1, -1 คู่กันมีค่าเป็นศูนย์ ทำนองเดียวกับการลบจำนวนเต็มที่มีขนาดเล็ก มาใส่รวมกับตัวตั้ง มีศูนย์ดังกล่าวมากพอสำหรับการหักออกได้ แล้วทำการบวกตัวเลขที่เหลือจะได้ผลลัพธ์ (ทั้งนี้เป็นการใช้จินตนาการไม่ต้องทำจริง)

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะเป็นรายบุคคล
 4. ครูเฉลยแบบฝึกทักษะ
 5. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่มย่อย 10 กลุ่ม ๆ ละ 4 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรม โดยตอบคำถาม เรื่อง การลบจำนวนเต็ม ดังนี้

1. ครูแจกบัตรงาน (บัตรคำถาม) ให้กลุ่มละ 1 บัตร 5 ข้อคำถาม
2. ให้สมาชิกในแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดหาคำตอบ โดยกำหนดเวลาพอประมาณ
3. เมื่อทุกกลุ่มเขียนคำตอบเสร็จแล้วให้นำมาส่งครู
4. ครูเฉลยคำตอบ

6. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1 เป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโปรงใส เรื่อง การลบจำนวนเต็ม จำนวน 2 แผ่น
2. แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกทักษะ จำนวน 1 แผ่น
3. แผ่นโปรงใสเฉลยคำตอบจากบัตรงาน จำนวน 1 แผ่น

4. กระเป๋าค้น พร้อมบัตรตัวเลข
5. บัตรงาน
6. แบบฝึกทักษะ
7. แบบฝึกหัด 4.1

กิจกรรมที่ 2

ครูเฉลยแบบฝึกหัด

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัดด้วยแผ่นโปรงใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 1 แผ่น

กิจกรรมที่ 3 สรุป

ขั้นตอน

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า

การลบจำนวนเต็มนั้นอาศัยสมบัติเดิม การลบ ใช้ในความหมายของ การหักออกหรือการเอาออก ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้งหักออกหรือเอาออกเท่ากับตัวลบ

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใส สรุปการลบจำนวนเต็ม พร้อมทั้งแนะนำจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มจากนั้นให้ใช้วิธีลบที่นักเรียนเคยทำมาแล้วว่ามีผลเหมือนกับการบวกด้วยจำนวนตรงข้าม เช่น

$$\text{จาก } 2 - (-1) \text{ แทนด้วย } \boxed{+1} \boxed{+1} = \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{+1} \boxed{-1} \quad \text{ตอบ } +3$$

↘เอาออก

จะเห็นว่า มีผลลัพธ์เหมือนกับนำ +2 แล้วบวก +1 ซึ่งเป็นจำนวนตรงข้ามของ -1

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องการลบจำนวนเต็ม ให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบย่อย เรื่อง การลบจำนวนเต็ม

แบบฝึกทักษะ

จงหาผลลัพธ์

1. $7 - 13$
2. $(-5) - 8$
3. $9 - (-12)$
4. $15 - (-8)$
5. $(-4) - (-13)$
6. $(-16) - (-7)$

จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $[(-5) + 8] - 9$
2. $(-5) + [8 + (-9)]$
3. $[16 + (-24)] - 11$
4. $12 - [17 - (-18)]$
5. $(-20) + [(-15) - 5]$

บัตรงาน จำนวน 10 บัตร แต่ละบัตรมี 5 ข้อ

จงหาผลลัพธ์

1. $73 - (-51) = \dots\dots\dots$
2. $(-17) - (-45) = \dots\dots\dots$
3. $19 - [37 - (-48)] = \dots\dots\dots$
4. $(-10) - [(-28) - (-49)] = \dots\dots\dots$
5. ให้ $a = -6$, $b = -12$ และ $c = 7$ ค่าของ $a - (b - c) = \dots\dots\dots$

แบบฝึกหัด 4.1

จงหาค่าของ

1. $[(-8) + (-9)] - (-7)$
2. $(-12) - [(-25) - (-35)]$
3. $19 - [(-18) - 6]$
4. $[19 - (-18)] - 6$

จงหาค่าของ $(a + b) - c$

1. $a = 8, b = -6, c = 7$
2. $a = 11, b = -3, c = -5$

จงหาค่าของ $a + (b - c)$

1. $a = -9, b = -15, c = -31$
2. $a = -12, b = -7, c = 9$

จงหาค่าของ a ที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1. $0 - (-7) = a$
2. $(-11) - a = 0$
3. $a - 19 = -28$
4. $(-17) - a = -25$
5. $(-14) - a = 9$

แบบทดสอบย่อย เรื่อง การลบจำนวนเต็ม

วิธีตอบให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด โดยวิธีกากบาทข้อที่ถูกลงในกระดาษคำตอบ
ที่จัดเตรียมไว้ให้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ หาผลลบของจำนวนเต็มได้

1. $(-39) - (-47)$ เท่ากับเท่าไร

ก. -86

ข. -8

ค. 8

ง. 86

2. $[(-38) + 40] - (-16)$ เท่ากับเท่าไร

ก. -18

ข. -14

ค. 14

ง. 18

3. กำหนดให้ $a = -22, b = 5, c = -17$ ค่าของ $a - (b - c)$ เท่ากับเท่าไร

ก. 0

ข. -22

ค. -32

ง. -44

4. ถ้า $-[9 + (-x)] = 13$ แล้ว x มีค่าเท่าไร

ก. -22

ข. 22

ค. -4

ง. 4

หน่วยที่ 6

เรื่อง

การคูณจำนวนเต็ม

สื่อ : ชุดการสอน

ชุดการสอน เรื่อง การคูณจำนวนเต็ม

เวลา 100 นาที 2 คาบ

- เนื้อหา
1. การคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ
 2. การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก
 3. การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

- มโนคติ
1. ผลคูณระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบ
 2. ผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวกได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบ
 3. ผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบได้
2. หาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวกได้
3. หาผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบได้
4. หาผลคูณของจำนวนเต็มได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

สอนเป็นกลุ่มใหญ่ ครูอธิบายเนื้อหาโดยใช้แผ่นโปรงใส และสื่อเส้นจำนวน ให้นักเรียนฝึกทักษะจากบัตรงาน แบบฝึกทักษะ และแบบฝึกหัดที่ครูแจกให้เป็นรายบุคคล และทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อย จำนวน 10 กลุ่ม ๆ ละ 4 คน

สื่อการเรียนการสอน

- 1 แผ่นโปรงใส เรื่อง การคูณจำนวนเต็มบวก กับจำนวนเต็มลบ จำนวน 2 แผ่น
2. แผ่นโปรงใส เรื่อง การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก จำนวน 1 แผ่น
- 3 แผ่นโปรงใส เรื่อง การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ จำนวน 4 แผ่น
- 4 แผ่นโปรงใส เฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 2 แผ่น
- 5 แผ่นโปรงใส เฉลยคำถามจากบัตรงาน จำนวน 5 แผ่น
6. แผ่นโปรงใส เฉลยแบบฝึกทักษะ 1 และ 2 จำนวน 4 แผ่น
7. สื่อเส้นจำนวน
- 8 บัตรงาน
- 9 แบบฝึกหัด 5.1 และ 5.2
- 10 แบบฝึกทักษะ 1 และ 2

รายละเอียดสำหรับผู้สอน

คาบที่ 8-9 เรื่อง การคูณจำนวนเต็ม

กิจกรรมที่ 1 ครูอธิบายโดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นตอน

1. ครูอธิบายว่า การคูณจำนวนเต็ม มีสมบัติการสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจงบนการบวก กำหนดให้ a , b และ c แทนจำนวนเต็มใดๆ

1.1 สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ

$$a \times b = b \times a$$

1.2 สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณ

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

1.3 สมบัติการแจกแจงบนการบวก

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$(b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

2. ครูอธิบายตัวอย่าง การคูณระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก และการคูณระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ เช่น

$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

$$5 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

$$3 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$$

$$5 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -15$$

$$7 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -28$$

$$4 \times (-8) = (-8) + (-8) + (-8) + (-8) = -32$$

3. ครูยกตัวอย่างแล้วให้นักเรียนช่วยกันตอบให้อยู่ในรูปการบวก

$$8 \times (-2) = \dots\dots\dots 7 \times (-7) = \dots\dots\dots$$

$$5 \times (-3) = \dots\dots\dots 6 \times (-15) = \dots\dots\dots$$

$$4 \times (-9) = \dots\dots\dots 3 \times (-10) = \dots\dots\dots$$

4. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมโดยให้นักเรียนบอกเฉพาะผลคูณ

$$10 \times (-6) = \dots\dots\dots, 17 \times (-8) = \dots\dots\dots, 20 \times (-5) = \dots\dots\dots$$

$$15 \times (-11) = \dots\dots\dots, 12 \times (-12) = \dots\dots\dots, 30 \times (-40) = \dots\dots\dots$$

5. ครุยกตัวอย่างการคูณระหว่าง จำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวกพร้อมทั้งอธิบายว่า ถ้ายังไม่ใช้สมบัติการคูณช่วย เราจะไม่สามารถหาผลคูณโดยเขียนเป็นรูปการบวกได้ เช่น

$(-2) \times 8$, $(-3) \times 5$, $(-9) \times 4$ ไม่สามารถหาผลคูณโดยเขียนเป็นรูปการบวก จะหาได้โดยใช้สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณของจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned} (-2) \times 8 &= 8 \times (-2) \\ &= (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) + (-2) \\ &= -16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-3) \times 5 &= 5 \times (-3) \\ &= (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) \\ &= -15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-9) \times 4 &= 4 \times (-9) \\ &= (-9) + (-9) + (-9) + (-9) \\ &= -36 \end{aligned}$$

จะเห็นได้ว่า $(-2) \times 8 = 8 \times (-2)$

$$(-3) \times 5 = 5 \times (-3)$$

$$(-9) \times 4 = 4 \times (-9)$$

6. ครุยกตัวอย่างเพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนบอกคำตอบ

$$4 \times (-1) , 5 \times (-2) , 6 \times (-10) , 7 \times (-9)$$

$$(-7) \times 3 , (-6) \times 8 , (-11) \times 5 , (-15) \times 4$$

7. ครุให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 1

8. ครุเฉลยแบบฝึกทักษะ 1 และพยายามซักถามนักเรียนจนทำให้นักเรียนสรุปได้ว่า การคูณระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ และการคูณระหว่างจำนวนเต็มลบ กับจำนวนเต็มบวกจะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

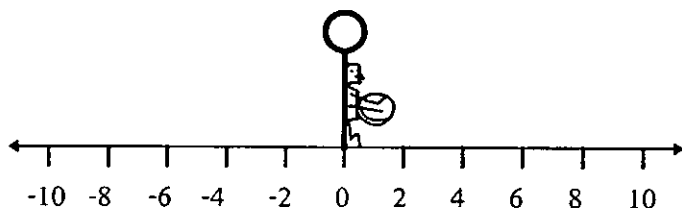
9. ครุให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5.1

10. ครุยกตัวอย่างสิ่งที่เกี่ยวข้องในชีวิตประจำวันที่เป็นจำนวนเต็มบวก ลบและศูนย์ เช่น เทอร์โมมิเตอร์วัดอุณหภูมิ เวลาก่อนปี ค.ศ. (B.C.) และเวลาในปี ค.ศ. (A.D.) เป็นต้น

11. ครุยกตัวอย่างสถานการณ์จำลอง ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณกระจัด บนเส้นจำนวน

ระยะทาง = ความเร็ว $\times$ เวลา โดยเริ่มต้นจากการคูณระหว่างจำนวนเต็มบวก กับ จำนวนเต็มบวก เพื่อนำไปสู่การคูณระหว่างจำนวนเต็ม

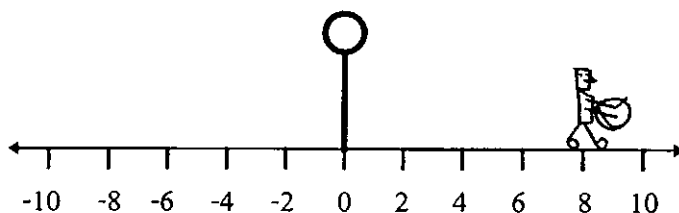
สถานการณ์จำลอง มีตุ๊กตาไขลานตัวหนึ่ง เดินหน้า หรือถอยหลังได้ วินาทีละ 2 ก้าว ปัจจุบันอยู่ตรงป้ายพอดี กำหนดให้ป้ายนั้นอยู่ตรงจุด 0 บนเส้นจำนวน เวลาในอนาคต เป็นบวก ในอดีตเป็นลบ และระยะทาง ถ้าตุ๊กตาเดินหน้าเป็นบวก ถอยหลังเป็นลบ



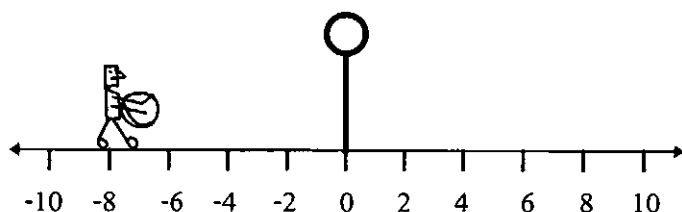
ครูถามนักเรียน

- ถ้าไขลานให้ตุ๊กตา เดินหน้า วินาทีละ 2 ก้าว

- ในอีก 4 วินาทีข้างหน้าตุ๊กตาอยู่ที่ไหนจึงทำให้ปัจจุบันอยู่ที่ป้าย หน้าหรือหลังป้าย ห่างจากป้ายกี่ก้าว (อยู่หน้าป้าย ห่างจากป้าย 8 ก้าว)

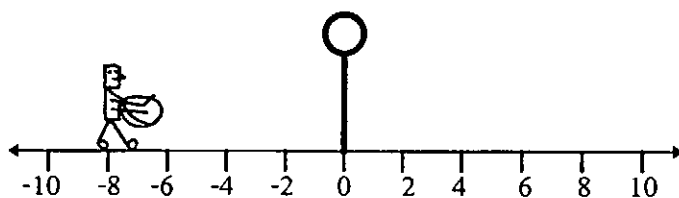


- เมื่อ 4 วินาทีที่แล้วมาตุ๊กตาอยู่ที่ไหนจึงทำให้ปัจจุบันอยู่ที่ป้าย หน้าหรือหลังป้าย ห่างจากป้ายกี่ก้าว (อยู่หลังป้าย ห่างจากป้าย 8 ก้าว)

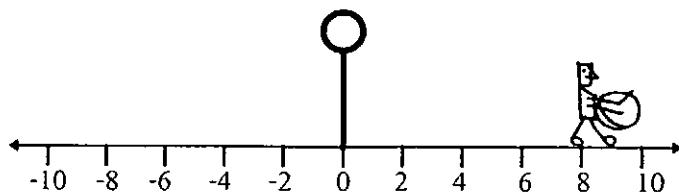


- ถ้าไขปรับตุ๊กตาให้ ถอยหลัง วินาทีละ 2 ก้าว

- ในอีก 4 วินาทีข้างหน้าตุ๊กตาอยู่ที่ไหนจึงทำให้ปัจจุบันอยู่ที่ป้าย หน้าหรือหลังป้าย ห่างจากป้ายกี่ก้าว (อยู่หลังป้าย ห่างจากป้าย 8 ก้าว)



- เมื่อ 4 วินาทีที่แล้วมา ตุ๊กตาอยู่ที่ไหนจึงทำให้ปัจจุบันอยู่ที่ป้าย หน้าหรือหลังป้าย ห่างจากป้ายกี่ก้าว (อยู่หน้าป้าย ห่างจากป้าย 8 ก้าว)



จากแต่ละสถานการณ์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณระหว่างจำนวนใด กับจำนวนใด

1. $2 \times 4 = 8$, $2 \times (-4) = -8$
2. $(-2) \times 4 = -8$, $(-2) \times (-4) = 8$

ยกตัวอย่างเพิ่มเติม โดยให้นักเรียนใช้สถานการณ์เดิมในการพิจารณาคำตอบ เช่น

$$3 \times (-8), (-4) \times 6, (-3) \times (-5)$$

12. ครูอธิบายว่า การคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ เราจะใช้สมบัติอินเวอร์สการบวก สมบัติการคูณ สมบัติการคูณด้วยศูนย์ และสมบัติการแจกแจงในการหาผลคูณ เช่น $(-3) \times (-5) = \square$

$$\text{เนื่องจาก } (-5) + 5 = 0$$

สมบัติอินเวอร์สการบวก

$$\text{ดังนั้น } (-3) \times [(-5) + 5] = (-3) \times 0$$

สมบัติการคูณ

$$(-3) \times [(-5) + 5] = 0$$

สมบัติการคูณด้วยศูนย์

$$[(-3) \times (-5)] + [(-3) \times 5] = 0$$

สมบัติการแจกแจง

$$[(-3) \times (-5)] + (-15) = 0$$

การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก

แต่เราทราบว่า จำนวนที่บวกกับ -15 แล้วได้ 0 มีอยู่จำนวนเดียวคือ 15

$$\text{ดังนั้น } (-3) \times (-5) = 15$$

$$(-9) \times (-8) = \square$$

$$\text{เนื่องจาก } (-8) + 8 = 0$$

สมบัติอินเวอร์สการบวก

$$\text{ดังนั้น } (-9) \times [(-8) + 8] = (-9) \times 0$$

สมบัติการคูณ

$$(-9) \times [(-8) + 8] = 0$$

สมบัติการคูณด้วยศูนย์

$$[(-9) \times (-8)] + [(-9) \times 8] = 0$$

สมบัติการแจกแจง

$$[(-9) \times (-8)] + (-72) = 0$$

การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก

แต่เราทราบว่า จำนวนที่บวกกับ -72 แล้วได้ 0 มีอยู่จำนวนเดียวคือ 72

$$\text{ดังนั้น } (-9) \times (-8) = 72$$

13. ครูยกตัวอย่าง การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบเพิ่มเติม เช่น $(-4) \times (-8)$ และ $(-14) \times (-12)$ แล้วซักถามวิธีการทำเป็นขั้นตอน โดยครูเขียนลงแผ่นใสตามที่นักเรียนตอบ

14. ครูยกตัวอย่าง เพิ่มเติม แล้วให้นักเรียนบอกคำตอบ
 $(-3) \times (-2)$, $(-10) \times (-9)$, $(-7) \times (-9)$, $(-12) \times (-11)$, $(-1) \times (-1)$
 $(-5) \times (-6)$, $(-6) \times (-8)$, $(-15) \times (-7)$, $(-27) \times (-5)$, $(-1) \times (-4)$
15. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ 2
16. ครูเฉลยแบบฝึกทักษะ 2 และพยายามซักถามนักเรียนจนทำให้นักเรียน สรุปได้ว่า ผลคูณระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก
17. ครูให้นักเรียนแบ่งเป็นกลุ่มย่อย 10 กลุ่ม ๆ ละ 4 คน ให้นักเรียนทำกิจกรรม แสดงวิธีการคูณระหว่างจำนวนเต็มลบ กับจำนวนเต็มลบโดยใช้สมบัติต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้
 1. ครูแจกบัตรงาน (บัตรคำถาม) ให้กลุ่มละ 1 บัตร 1 ข้อคำถาม
 2. ให้สมาชิกแต่ละกลุ่มช่วยกันทำ โดยแสดงวิธีทำดังตัวอย่างที่ครูอธิบายในกระดานที่ครูแจกให้
 3. เมื่อกลุ่มใดเขียนคำตอบเสร็จแล้ว ให้นำมาส่งครู
 4. กลุ่มใดทำเสร็จก่อนกลุ่มนั้นเป็นผู้ชนะ (มีข้อแม้ว่าจะต้องแสดงวิธีทำตามขั้นตอนถูกต้องเท่านั้น)
 5. ครูให้กลุ่มที่ชนะส่งตัวแทนมาแสดงวิธีทำบนกระดานคำ
 6. ครูเฉลยวิธีทำของกลุ่มที่เหลือ
18. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5.2

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใส เรื่อง การคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มบวก และการคูณระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ จำนวน 2 แผ่น
2. แผ่นโป่งใส เรื่อง การคูณ จำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก จำนวน 1 แผ่น
3. แผ่นโป่งใส เรื่อง การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ จำนวน 4 แผ่น
4. แผ่นโป่งใส เฉลยคำถาม จากบัตรงาน จำนวน 5 แผ่น
5. แผ่นโป่งใส เฉลยแบบฝึกทักษะ 1 และ 2 จำนวน 4 แผ่น
6. บัตรงาน
7. สื่อเส้นจำนวน
8. แบบฝึกทักษะ 1 และ 2
9. แบบฝึกหัด 5.1 และ 5.2

กิจกรรมที่ 2

ครูเฉลยแบบฝึกหัด 5.1 และ 5.2

ขั้นตอน

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัด ด้วยแผ่นโปรงใส
2. ครูให้นักเรียนตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเอง

สื่อการเรียนการสอน

แผ่นโปรงใสเฉลยแบบฝึกหัด จำนวน 2 แผ่น

กิจกรรมที่ 4 ประเมินผล

ขั้นตอน

ครูแจกแบบทดสอบย่อย เรื่อง การคูณจำนวนเต็มให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล

สื่อการเรียนการสอน

แบบทดสอบย่อย เรื่อง การคูณจำนวนเต็ม

แบบฝึกทักษะ 1

จงหาผลคูณโดยเปลี่ยนเป็นรูปการบวก

1. $3 \times (-7)$
2. $5 \times (-9)$
3. $6 \times (-1)$
4. $(-4) \times 4$
5. $(-8) \times 6$
6. $(-11) \times 7$

จงหาผลคูณ

1. $8 \times (-9)$
2. $12 \times (-7)$
3. $15 \times (-16)$
4. $(-21) \times 12$
5. $(-32) \times 9$
6. $(-92) \times 12$

แบบฝึกหัด 5.1

จงหาผลลัพธ์

1. $9 \times (-12)$
2. $15 \times (-19)$
3. $(-241) \times 24$
4. $(-317) \times 15$
5. $(-7) \times 21 \times 9$
6. $8 \times (-35) \times 27$
7. $[8 \times (-21)] + (-39)$
8. $(-13) + [(-11) \times 4]$

จงหาค่าสัญลักษณ์ที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1. $a \times 12 = -36$
2. $-24 \times b = -48$
3. $100 \times c = -600$
4. $a \times (-1) = -21$
5. $b \times (-15) = 45$
6. $6 \times (-4) \times c = 72$

แบบฝึกทักษะ 2

จงหาผลคูณโดยใช้สมบัติการบวกและการคูณ แสดงวิธีทำ

1. $(-12) \times (-8)$
2. $(-9) \times (-15)$
3. $(-6) \times (-11)$

จงหาผลคูณ

1. $(-1) \times (-2)$
2. $(-6) \times (-13)$
3. $(-12) \times (-4) \times 8$
4. $(-7) \times (-3) \times (-9)$
5. $(-6) \times (15) \times (-10)$
6. $(-3) \times 4 \times (-5) \times (-6) \times 8$

แบบฝึกหัด 5.2

จงหาผลคูณ

1. $(-12) \times (-9)$
2. $5 \times (-4) \times (-7)$
3. $(-3) \times (-8) \times (-5) \times 9$
4. $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$
5. $(-9) \times 5 \times (-12) \times (-24) \times 4$
6. $[(-31) \times (-5)] - [(-2) \times (-3) \times (-7)]$

จงหาค่า a ที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1. $(-4) \times a = 28$
2. $(-2) \times 4 \times a = 48$
3. $(-6) \times a \times (-7) = -84$
4. $a \times 3 \times (-8) = -120$
5. $(-1) \times a \times (-1) = 1$
6. $(-6) \times a \times (-6) = -216$

จงหาค่า y เมื่อกำหนด a, b และ c ให้ดังนี้

1. $y = a \times b$ เมื่อ $a = 7, b = -3$
2. $y = a - (b \times c)$ เมื่อ $a = -9, b = -6, c = -2$
3. $y = (9 - a) \times (9 - b)$ เมื่อ $a = 4, b = 7$
4. $y = (a \times b) + (a \times c)$ เมื่อ $a = 3, b = -11, c = -6$

บัตรงาน กลุ่มละ 1 บัตร

บัตรงานที่ 1
 $(-12) \times (-9)$

บัตรงานที่ 2
 $(-17) \times (-8)$

บัตรงานที่ 3
 $(-34) \times (-10)$

บัตรงานที่ 4
 $(-19) \times (-8)$

บัตรงานที่ 5
 $(-38) \times (-7)$

บัตรงานที่ 6
 $(-15) \times (-7)$

บัตรงานที่ 7
 $(-21) \times (-6)$

บัตรงานที่ 8
 $(-36) \times (-9)$

บัตรงานที่ 9
 $(-27) \times (-5)$

บัตรงานที่ 10
 $(-16) \times (-4)$

แบบทดสอบย่อย เรื่อง การคูณจำนวนเต็ม

วิธีตอบให้นักเรียน เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดโดยวิธีกากบาท ข้อที่ถูกลงในกระดาษ คำตอบ ที่จัดเตรียมไว้ให้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถหาผลคูณของจำนวนเต็มได้

1. $(-27) \times 5$ มีค่าเท่าไร

ก. 135	ข. -135
ค. 32	ง. -32
2. จงหาค่าของ $(-6) \times [12 \times (-3)]$

ก. 216	ข. -216
ค. 261	ง. -126
3. $[(-3) + (-4)] \times (-5)$ มีค่าเท่าไร

ก. 35	ข. -35
ค. -60	ง. 60
4. ถ้า $(-4) \times (-4) \times b = 2 \times (-2) \times 4$ แล้ว b มีค่าเท่าไร

ก. 1	ข. 0
ค. -1	ง. 2
5. ถ้า $(-7) \times a \times (-5) = -245$ แล้ว a มีค่าเท่าไร

ก. -7	ข. -6
ค. 6	ง. 7
6. ให้ $a = 18$, $b = -4$ และ $c = 10$ จงหาค่าของ $(a \times c) + (b \times c)$

ก. -40	ข. 100
ค. 140	ง. 220
7. กำหนดให้ $m = 6$, $n = -4$, $x = -2$ ค่าของ $5mx - 4x - 2$ เท่ากับจำนวนใด

ก. -64	ข. -62
ค. -54	ง. -48
8. กำหนด $a = -31$, $b = -22$ ค่าของ $(11 - a) \times (-b)$ เท่ากับจำนวนใด

ก. -924	ข. -440
ค. 440	ง. 924

หน่วยที่ 7

เรื่อง

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม

สื่อ : แบบเรียนโปรแกรม

บทเรียนโปรแกรม

เรื่อง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม

วิชา คณิตศาสตร์ (ค 203)

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

มโนคติ ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใด ๆ คือ ขนาดหรือระยะห่างของจำนวนเต็มนั้น ๆ กับ 0 (ศูนย์) ซึ่งจะทราบโดยใช้การวัดหรือสูตร

ถ้า a เป็นจำนวนใด ๆ จำนวนตรงข้ามของ a มีเพียงจำนวนเดียวและเขียนแทนด้วย $-a$ จำนวนตรงข้ามของ a บวกกับ a แล้วได้ 0

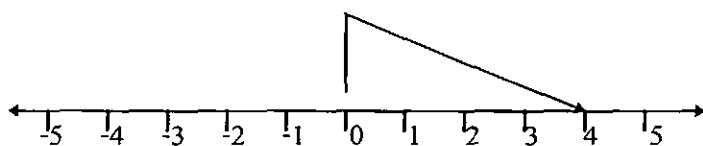
จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. หาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มที่กำหนดให้ได้
2. หาจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มที่กำหนดให้ได้.
3. บอกค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มที่อยู่ในรูปต่าง ๆ ได้

คำแนะนำในการใช้บทเรียน โปรแกรม

1. บทเรียนโปรแกรมเป็นบทเรียนที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง โดยอ่านข้อความที่อยู่ในกรอบเรียงไปตามลำดับและปฏิบัติตามคำแนะนำที่ให้ไว้
2. ถ้ากรอบใดมีแต่คำอธิบาย ไม่มีส่วนที่นักเรียนต้องตอบเมื่ออ่านจบและเข้าใจแล้วให้อ่านกรอบถัดไปได้เลย
3. ถ้ากรอบใดมีส่วนที่นักเรียนต้องตอบ บทเรียนนี้จะเฉลยคำตอบให้ทราบในกรอบถัดไปทางขวามือทุก ๆ ครั้ง เพื่อให้นักเรียนตรวจสอบด้วยตนเอง ในขณะที่เรียน นักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเองโดยไม่ดูคำตอบก่อน การตอบผิดไม่ใช่เรื่องเสียหายแต่จะเป็นการบอกให้ทราบว่านักเรียนอาจจะยังไม่เข้าใจหรือยังคิดไม่รอบคอบ
4. เมื่อนักเรียนพร้อมที่จะเรียนให้ลงมือเรียนทันที

พิจารณาเส้นจำนวน



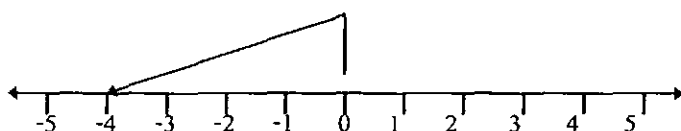
จากเส้นจำนวน จำนวนเต็ม 4 อยู่ห่างจาก 0

เป็นระยะ 4 หน่วย

เราทราบว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 4 เท่ากับ 4

เขียนแทน ค่าสัมบูรณ์ของ 4 ด้วย $|4|$

จะได้ว่า $|4| = 4$



จากเส้นจำนวน จำนวนเต็มลบ -4 อยู่ห่างจาก 0

เป็นระยะ 4 หน่วย

เราทราบว่า ค่าสัมบูรณ์ของ -4 เท่ากับ 4

เขียนแทนค่าสัมบูรณ์ของ -4 ด้วย $|-4|$

จะได้ว่า $|-4| = 4$

ตัวอย่างที่ 1 จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ค่าสัมบูรณ์ของ 2 เท่ากับ 2

ค่าสัมบูรณ์ของ -2 เท่ากับ 2

ค่าสัมบูรณ์ของ 5 เท่ากับ 5

ค่าสัมบูรณ์ของ -5 เท่ากับ

ค่าสัมบูรณ์ของ 10 เท่ากับ

ค่าสัมบูรณ์ของ -10 เท่ากับ

ค่าสัมบูรณ์ของ 100 เท่ากับ

ค่าสัมบูรณ์ของ 0 เท่ากับ

ตัวอย่างที่ 2 1. จงเติมคำว่า “น้อยกว่า” “เท่ากับ”

หรือ “มากกว่า” ลงในช่องว่างเพื่อให้ประโยคเป็นจริง

-7 น้อยกว่า 3

ค่าสัมบูรณ์ของ -7 เท่ากับ 7

ค่าสัมบูรณ์ของ 3 เท่ากับ 3

ค่าสัมบูรณ์ของ -7 มากกว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 3

5 -5

ค่าสัมบูรณ์ของ 5 ค่าสัมบูรณ์ของ -5

ค่าสัมบูรณ์ของ -4 ค่าสัมบูรณ์ของ 8

ค่าสัมบูรณ์ของ -9 ค่าสัมบูรณ์ของ -10

ค่าสัมบูรณ์ของ -25 ค่าสัมบูรณ์ของ -20

๕2. จงเติมผลลัพธ์ เช่น $|-2 + 3| = |1| = 1$

$|-3 + 1| = \dots$

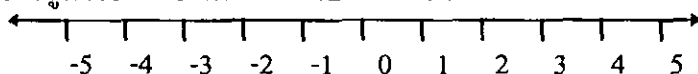
$|-5 - 4| = \dots$

$|-3| - |2| = \dots$

5, 10, 10

100, 0

จากเห็นได้ว่า จำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบ ที่มีค่าสัมบูรณ์
จะอยู่ห่างจาก 0 คนละข้างเป็นระยะเท่ากัน



เราจะกล่าวว่า -4 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 4

และ 4 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -4

-11 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 11

11 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -11

ดังนั้น ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ จำนวนตรงข้ามของ a

มีเพียงจำนวนเดียว และเขียนแทนด้วย $-a$

ข้อตกลง 0 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 0

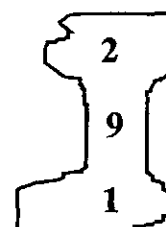
มากกว่า

เท่ากับ

น้อยกว่า

น้อยกว่า

มากกว่า



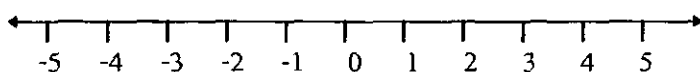
ตัวอย่างที่ 3 จงเขียนจำนวนในช่องว่างให้ถูกต้อง

จำนวนตรงข้ามของ 91 คือ

จำนวนตรงข้ามของ -150 คือ

จำนวนตรงข้ามของ 3 คือ

จำนวนตรงข้ามของ -3 คือ $-(-3)$



และจำนวนตรงข้ามของ -3 คือ 3

เนื่องจาก จำนวนตรงข้ามของ จำนวนใดๆ

ย่อมมีเพียง จำนวนเดียว

$$\text{ดังนั้น } -(-3) = 3$$

$$-(-5) = \dots\dots\dots$$

$$-(-82) = \dots\dots\dots$$

$$-(-110) = \dots\dots\dots$$

ตัวอย่าง 4 การนำเอาค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้ามไปใช้

จงเติมคำว่า “น้อยกว่า” “เท่ากับ” หรือ “มากกว่า”

ลงในช่องว่างเพื่อให้ประโยคเป็นจริง

1. $|(-3) + 5|$ น้อยกว่า $|-3| + |5|$

2. $|(-5) + (-3)|$ เท่ากับ $|-5| + |-3|$

3. $|(-4) - 2|$ $|-4| - |2|$

4. $|4 - 8|$ $|4| - |8|$

5. $|-9|$ $|9|$

6. $|6 + (-3)|$ $|6| + |-3|$

7. $|(-2) \times (-3)|$ $|-2| \times |-3|$

8. $|5 - 9|$ $|9| - |5|$

-91, 150, -3

5, 82, 110

จากตัวอย่างและแบบฝึก เราสามารถ สรุปได้ดังนี้ ค่าสัมบูรณ์ ของจำนวนเต็มใดๆ คือ ขนาด หรือ ระยะห่างจากจำนวนเต็มนั้น กับ 0 (ศูนย์) ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ (ยกเว้นค่าสัมบูรณ์ของศูนย์)	มากกว่า มากกว่า เท่ากับ น้อยกว่า เท่ากับ เท่ากับ
---	---

แบบทดสอบย่อย เรื่อง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม

วิธีตอบ ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดโดยวิธีกากบาทข้อที่ถูกต้องลงในกระดาษคำตอบที่จัดเตรียมไว้ให้

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ หาค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มที่อยู่ในรูปต่างๆได้

- ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง
 - ค่าสัมบูรณ์ของ 25 คือ 25
 - ค่าสัมบูรณ์ของ -39 และ 39 เท่ากัน
 - 50 เป็นค่าสัมบูรณ์ ของ -50
 - ค่าสัมบูรณ์ของ 0 คือ 0
- ข้อใดถูกต้อง
 - ค่าสัมบูรณ์ของ 18 คือ -18
 - ค่าของ 19 น้อยกว่า -19
 - จำนวนตรงข้ามของ 31 คือ -31
 - ค่าสัมบูรณ์และจำนวนตรงข้ามของ 42 คือ -42
- จำนวนตรงข้ามของ 4 , -9 , 16 และ -40 โดยเรียงจากมากไปน้อยคือข้อใด
 - 40 , 9 , -16 , -4
 - 40 , 9 , -4 , -16
 - 40 , 16 , 9 , 4
 - 40 , -16 , 9 , 4
- ข้อใดกล่าว ถูกต้อง
 - ค่าสัมบูรณ์ของ 10 เท่ากับ -10
 - 9 มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าค่าสัมบูรณ์ของ -10
 - ค่าสัมบูรณ์ของ -6 น้อยกว่า 6
 - 7 เป็นค่าสัมบูรณ์ของ 7 และ 7 เป็นค่าสัมบูรณ์ของ -7 ด้วย

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นายมนัส พลขำนิ
 เกิดวันที่ 9 เดือน ตุลาคม พุทธศักราช 2507
 สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี
 สถานที่อยู่ปัจจุบัน 235/6 หมู่ 8 ตำบลเขาพระงาม อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี 15160
 ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน อาจารย์ 2 ระดับ 6
 สถานที่ทำงานปัจจุบัน โรงเรียนชัยบาดาลพิทยาคม ตำบลชัยบาดาล อำเภอชัยบาดาล
 จังหวัดลพบุรี 15230

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2525 มัธยมศึกษาปีที่ 5 จากโรงเรียนพิบูลวิทยาลัย จังหวัดลพบุรี
 พ.ศ. 2529 ครุศาสตร์บัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) จากวิทยาลัยครูเทพสตรี ลพบุรี
 พ.ศ. 2540 การศึกษามหาบัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัย
 ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร