การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปริญญานิพนธ์

ของ

อัญชนา โพธิพลากร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
เมษายน 2545

ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

510.78
อ๖๓ก
ว.2

การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

27 ส.ค. 2545

บทคัดย่อ

ของ
อัญชนา โพธิพลากร

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
เมษายน 2545

ม 148063

บทคัดย่อ

อัญชนา โพธิพลากร. (2545), *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม : รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ, รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 50 คน ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาในการสอน 15 คาบๆ ละ 50 นาที แบบแผนการทดลอง One – Group Pretest – Posttest Design และวิเคราะห์ข้อมูลโดยการทดสอบค่าสถิติ t – test Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมืออยู่ในระดับ เห็นด้วย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICS LEARNING PACKAGES EMPHASIZING MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING SKILLS BY COOPERATIVE LEARNING FOR MATHAYOM SUKSA III

AN ABSTRACT

BY

ANCHANA PHOTIPALAKORN

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
April 2002

Anchana Photipalakorn. (2002). *The Development of Mathematics Learning Packages Emphasizing Mathematical Problem Solving Skills by Cooperative Learning for Mathayom Suksa III.* Master Thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee: Assoc. Prof. Dr. Somchai Chuchat, Assoc. Prof. Dr. Chanwit Tiamboonprasert.

The purposes of this research were to develop the mathematics learning packages emphasizing mathematical problem solving skills by cooperative learning for Mathayom Suksa III, to study the students ' mathematics achievement and their opinions on using these learning packages.

The subjects of this study were 50 Mathayom Suksa III students in the first semester of the 2001 academic year at Mathayomwatsing School, Jomthong District, Bangkok. The experimental group was taught through the learning packages by the researcher for 15 fifty – minute periods. The One – Group Pretest – Posttest Design was used for this study. The data were statistically analyzed by using t – test Dependent.

The findings were as follows :

1. The mathematics learning packages emphasizing mathematical problem solving skills by cooperative learning possessed the efficiency of 80/80 criteria.

2. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by mathematics learning packages emphasizing mathematical problem solving skills by cooperative learning was statistically higher than that before being taught at the .01 level of significance.

3. The students' opinions after being taught by using these learning packages were positive at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง

การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ของ
นางสาวอัญชนา โพธิพลากร

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาภรณ์ หะวานนท์)

วันที่ 20 เดือน เมษายน พ.ศ. 2545

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์)

..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางในการทำการวิจัยจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ รองศาสตราจารย์ ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล เป็นอย่างดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณไว้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ รองศาสตราจารย์ ดร.ดวงเดือน ศาสตรภัทร ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ระวีวรรณ พันธ์พานิช ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชาญชัย อินทรสุนานนท์ ดร.จารุวรรณ แสงทอง รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล อาจารย์กัลญา ยอดดี และอาจารย์วิชัย สินวัฒนาพานิช ที่กรุณาช่วยตรวจแก้ไขข้อบกพร่องและให้คำแนะนำในเรื่องของแผนการสอน ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ อาจารย์หมวดคณิตศาสตร์และอาจารย์ทุกท่านในโรงเรียน ที่ได้อำนวยความสะดวกในการทดลองหาคุณภาพของเครื่องมือและในการดำเนินการทดลองศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอขอบใจนักเรียนโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ ที่ได้เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาคุณภาพของเครื่องมือและการดำเนินการทดลองศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒที่ให้ทุนสำหรับการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และขอบคุณพี่ น้องทุกคนในครอบครัวและเพื่อน ๆ เอกการมัธยมศึกษาที่ให้การช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจในการทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดามารดา ครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย

อัญชนา โพธิพลากร

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	4
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	5
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	5
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	5
	เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	5
	ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	5
	ตัวแปรที่ศึกษา	6
	นิยามศัพท์เฉพาะ	6
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า	9
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ	12
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแก้ปัญหาและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	44
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน	65
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบย่อย	88
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	90
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดเห็น	96
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	101
	การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง	101
	การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	102
	วิธีดำเนินการทดลอง	113
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	114
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	119
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	119
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	119
5	สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ	127
	สังเขปความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า	127

สารบัญ(ต่อ)

บทที่ หน้า

5 (ต่อ)

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า 131

อภิปรายผล 133

ข้อเสนอแนะ 140

บรรณานุกรม 142

ภาคผนวก 158

ประวัติย่อผู้วิจัย 484

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	ความแตกต่างระหว่างการเรียนเป็นกลุ่มแบบร่วมมือกับการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม	20
2	แสดงการวิเคราะห์การผสมผสานการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD และ TGT	104
3	รูปแบบ แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังจากใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ	112
4	แบบแผนการทดลอง	113
5	ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80/80	120
6	ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการทดลอง	121
7	ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	122
8	ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ	126
9	ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 30 ข้อ	160
10	ค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 49 ข้อ	161
11	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนกับหลังเรียนโดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	163
12	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ใช้เทคนิค STAD	165

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง		หน้า
13	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ใช้เทคนิค STAD	167
14	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ใช้เทคนิค STAD	169
15	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ใช้เทคนิค STAD	171
16	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ ใช้เทคนิค STAD	173
17	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ ใช้เทคนิค STAD	175
18	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 เรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ใช้เทคนิค STAD	177
19	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A ใช้เทคนิค STAD	179
20	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° ใช้เทคนิค STAD	181
21	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 เรื่องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง ใช้เทคนิค TGT	183
22	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A ใช้เทคนิค TGT	185
23	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ ใช้เทคนิค STAD	187
24	ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ) ใช้เทคนิค TGT	189
25	จุดประสงค์การเรียนรู้	194

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ		หน้า
1	แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน	13
2	แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต	51
3	องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียน	72
4	แผนภูมิผลิตชุดการเรียน	78

บทที่ 1
บทนำ

ภูมิหลัง

ในยุคปัจจุบันวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมีความสำคัญมากในการดำเนินชีวิต เพราะเป็นยุคของข้อมูลข่าวสาร เทคโนโลยีใหม่ ๆ มาสู่ประเทศไทยมีผลทำให้ เศรษฐกิจ วัฒนธรรม สังคม การเมือง และการปกครองของไทยเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว ระบบการศึกษา จึงเป็นกระบวนการที่สำคัญในการเตรียมคนให้เป็นคนที่มีคุณภาพ มีความรู้ ความสามารถ รู้จักคิด วิเคราะห์และแก้ปัญหาได้ ซึ่งแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544) ได้มุ่งเน้นการพัฒนาคน และคุณภาพของคน ให้เป็นผู้มีความรู้ความสามารถในด้านทักษะที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิต ใฝ่การเรียนรู้ที่ทำให้รู้เท่าทันต่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว รู้จักคิดวิเคราะห์ให้เหตุผลเชิงวิทยาศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมุ่งเน้นพฤติกรรมทางสังคมที่ดีงามทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2540 : 1 – 2) ซึ่งสิ่งเหล่านี้ควรได้รับการปลูกฝังและฝึกฝนให้เกิดขึ้นกับนักเรียน วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญมากที่สุดวิชาหนึ่งในการจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาคนหรือทรัพยากรมนุษย์ เข้าสู่สังคมใหม่ในยุคโลกาภิวัตน์ ที่ทุกสิ่งทุกอย่างรอบตัวเราต้องพัฒนาขึ้นโดยอาศัย วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่ทันสมัยแทบทั้งสิ้น เพราะคณิตศาสตร์จะเป็นเครื่องมือสำคัญอันจะนำมาซึ่งความรู้หรือศิลปะวิทยาการทุกแขนงไม่ว่าจะเป็นด้านวิทยาศาสตร์หรือสังคมศาสตร์ก็ตาม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของคนเราตลอดเกือบทุกขณะของการดำรงชีวิตอีกด้วย (วรรณี โสมประยูร. 2541 : 1)

จากความสำคัญดังกล่าว กระทรวงศึกษาธิการจึงได้จัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น โดยที่หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) มุ่งเน้นกระบวนการทางด้านความคิดและการปฏิบัติ โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อได้ (กรมวิชาการ. 2535 : 40) แต่ในสภาพของความเป็นจริงปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นทั่วประเทศอยู่ในเกณฑ์ค่อนข้างต่ำ จากรายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540 ทั่วประเทศ พบว่าผลการวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านโครงสร้างความรู้ ทักษะกระบวนการและกรอบการวิเคราะห์เกี่ยวกับจำนวน เรขาคณิต การวัด พีชคณิต ความน่าจะเป็นและสถิติ เฉลี่ยร้อยละ 36.91 และผลการประเมินนักเรียนตามระดับคุณภาพพบว่านักเรียนอยู่ในระดับที่ควรปรับปรุงสูงถึงร้อยละ 80.95 (กรมวิชาการ. 2542 : 13 , 29) การที่ผลการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ต้องตกต่ำอยู่ในสภาพเช่นนี้คงเนื่องจากสาเหตุหลายประการประกอบกัน ซึ่งสาเหตุประการแรกอาจมาจากธรรมชาติของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เป็นการคิดคำนวณ ความคิดรวบยอดและทักษะ มีโครงสร้างแสดงความเป็นเหตุเป็นผลสื่อความหมายโดยใช้สัญลักษณ์ ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม จึงยากต่อการเรียนรู้และทำความเข้าใจได้อย่างรวดเร็ว (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 1 – 3) ประการที่สองโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ก็นับว่าเป็นปัญหาการเรียนการสอนที่สำคัญประการหนึ่ง เพราะโจทย์ปัญหาเป็นหัวข้อการสอนที่ยากหัวข้อหนึ่งและนักเรียนเข้าใจได้ยาก ซึ่งสาเหตุที่เด็กส่วนใหญ่ทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้เพราะไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นอย่างไร แปลงโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ได้ และประการสุดท้ายเป็นสาเหตุที่สำคัญมากอย่างหนึ่งซึ่งเป็นที่ยอมรับกันในวงวิชาการทั่วไปก็คือ การสอนของครู วิธีสอนของครูโดยส่วนใหญ่จะสอนโดยยึดครูเป็นศูนย์กลาง เน้นเนื้อหาที่มีในหลักสูตรเท่านั้น มุ่งเน้นไปที่การให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง โดยไม่คำนึงถึงวิธีการคิดหาคำตอบนั้นมา ทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสได้พัฒนาศักยภาพทางสมองเท่าที่ควร (ประทีป โกมลมาศ. 2536 : 13–14) โดยเฉพาะอย่างยิ่ง รูปแบบการสอนและสื่อการสอนที่ครูใช้อยู่ก็นับได้ว่ามีส่วนสำคัญและสัมพันธ์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก (วรรณี โสมประยูร. 2541 :1) ไม่มีวิธีการสอนวิธีใดที่เหมาะสมและสนองความต้องการทุกอย่าง วิธีการสอนทุกวิธีจะมีคุณสมบัติที่ดีบางอย่าง และจะประสบผลสำเร็จได้มากที่สุดต่อเมื่อคุณสมบัตินั้นสอดคล้องกับจุดประสงค์ของการเรียนการสอนและลักษณะของนักเรียนซึ่งแตกต่างกันไป (สมพร จารุนัฏ. 2540 : 111)

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนนั้นมีเป้าหมายที่สำคัญอยู่ 2 ประการคือให้นักเรียนรู้จักวิธีการคิดและมีทักษะในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ เครื่องมือหรือวิธีการที่จะเสริมสร้างให้นักเรียนเกิดคุณลักษณะตามเป้าหมายทั้งสองประการนั้นคือการฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน หรืออาจกล่าวได้ว่าจุดมุ่งหมายสูงสุดของการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนก็คือ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งประสบการณ์จากการฝึกทักษะในการแก้ปัญหาในชั้นเรียนนี้ จะเป็นรากฐานสำคัญนำไปสู่การพัฒนาวิธีการคิดและเสริมสร้างทักษะการแก้ปัญหาต่างๆ ต่อไป การที่ได้ฝึกแก้ปัญหาจะช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดมีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และรู้จักตัดสินใจอย่างฉลาด ดังนั้นครูควรจัดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน เพื่อที่นักเรียนจะได้มีความสามารถและความมั่นใจในการแก้ปัญหา (จุมพต ขำวีระ. 2538 : 2 – 3) การเรียนการสอนที่ผ่านมาในชั้นเรียนปกติทั่วๆ ไป นักเรียนจะเรียนเพื่อตัวเอง และครูใช้ความสามารถในการสอนเพียงคนเดียวถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียนเป็นกลุ่มใหญ่พร้อมกัน ซึ่งในสภาพห้องเรียนที่มีบทบาทของครูมากเกินไปนั้นจะไม่สามารถที่จะให้นักเรียนทั้งหมดรู้ได้อย่างดี ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและปัญหาด้านอื่นๆ และปัญหาที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนต่ำคือ การจัดการเรียนการสอนที่ไม่สนองตอบความแตกต่างของผู้เรียนในด้านต่างๆ โดยเฉพาะในด้านทักษะความสามารถ ความเข้าใจ และความสามารถในการแก้ปัญหา การที่จะให้นักเรียนทุกคนเรียนในสิ่งที่ยากและมีลักษณะนามธรรมให้ได้ผลเท่ากันในเวลาจำกัด ย่อมเป็นไปได้ยาก (วรลาภ แสงวัฒนะชัย. 2532 :11) เนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติเป็นเนื้อหาที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ส่วนใหญ่มีปัญหาเนื่องจากไม่สามารถนำนิยามหรือสูตรไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ เพราะนักเรียนมีความรู้พื้นฐาน มีความสามารถ และมีความสนใจแตกต่างกันทำให้การเรียนรู้ของแต่ละคนแตกต่างกัน ทั้งนี้เพราะความแตกต่างระหว่างบุคคลทางด้านความสามารถมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน การสอนโดยใช้ชุดการเรียนจะสนองตอบในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคล (ชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ. 2521 : 103)

ชุดการเรียนเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ครูดำเนินการสอนไปตามขั้นตอน สามารถถ่ายทอดเนื้อหาประสบการณ์ที่เป็นนามธรรมได้ ช่วยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน และเป็นเครื่องมือสื่อสารระหว่างนักเรียนกับครูให้มีกิจกรรมการเรียนการสอนร่วมกันและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ทำให้นักเรียนได้รู้จักการวางแผนในการแก้ปัญหา รู้จักช่วยเหลือซึ่งกันและกันทำให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับครูและนักเรียนกับนักเรียน ชุดการเรียนเป็นชุดอุปกรณ์สื่อประสม ที่นำสื่อหลายอย่างมาสัมพันธ์กันเพื่อถ่ายทอดเนื้อหา ซึ่งสอดคล้องกับชัยยงค์ พรหมวงศ์และคณะ (2521) กล่าวว่า ถ้านำสื่อการเรียนการสอนตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปที่เลือกสรรแล้วว่าเหมาะสมกับเนื้อหานั้นๆ มาใช้ประกอบเข้าด้วยกันจะช่วยให้ผู้ที่มีความสามารถในการเรียนรู้ช้า สามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้น และทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นกว่าการใช้สื่ออย่างใดอย่างหนึ่งเพียงอย่างเดียว และสอดคล้องกับวิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) ที่กล่าวว่า การสอนโดยใช้บทเรียนสื่อประสมที่มีระบบการผลิตโดยการนำสื่อการเรียนการสอนหลายๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและมีคุณค่าส่งเสริมกันและกันจะทำให้ครูมีความมั่นใจในการสอนนักเรียน ทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ และฉลอง ทับศรี (2521 : 55) กล่าวว่า ชุดการเรียนได้แนวความคิดหลายแนวมาใช้ร่วมกัน ได้แก่ แนวความคิดในการใช้สื่อประสม แนวความคิดในการใช้ระบบวิธี แนวความคิดในการศึกษาแบบหน่วย และแนวความคิดในการให้การศึกษาเป็นรายบุคคล ชุดการเรียนให้ความสะดวกแก่ผู้ใช้ทั้งนักเรียนและครูเพราะมีการทำกิจกรรมการเรียนอย่างมีระบบจะต้องจัดแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อยและเหมาะสมกับเวลาที่ใช้เรียนมีสื่อการเรียนหลายชนิดที่ช่วยเร้าความสนใจและสร้างความสนใจในเนื้อหานั้นๆ แก่นักเรียน ทำให้นักเรียนได้พัฒนาสติปัญญาช่วยให้นักเรียนที่เรียนรู้ช้าได้เรียนรู้เร็วขึ้น อันเกิดจากการที่นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองและเป็นกลุ่ม โดยมีครูเป็นผู้ช่วยเหลือและแนะนำ ซึ่งการรวมกลุ่มกันนั้นจะทำให้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ทำให้เกิดความสนุกสนานในการเรียน ทำให้ผู้เรียนอยากเรียนมากขึ้น การเรียนรู้จากกันและกันของนักเรียน จะทำให้เกิดความเข้าใจได้ดีกว่าการเรียนรู้จากครู เพราะภาษาที่นักเรียนใช้พูดกันนั้นสื่อความเข้าใจซึ่งกันและกันได้ดี สำหรับเด็กเก่งที่ได้รับการเรียนแบบเป็นกลุ่มโดยทำหน้าที่สอนเด็กอ่อนจะทำให้เด็กเก่งได้นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ทันที ทำให้เข้าใจดีขึ้น จดจำได้นาน ทำให้ความคงทนในการเรียนรู้ดีขึ้นด้วย นอกจากนี้การเรียนเป็นกลุ่มจะทำให้นักเรียนเก่งยอมรับนักเรียนอ่อนและนักเรียนอ่อนเห็นคุณค่าของนักเรียนเก่ง (Young. 1972 : 630) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน โดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้และในความสำเร็จของกลุ่ม ทั้งการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่เรียนอ่อนกว่า สมาชิกในกลุ่มรับผิดชอบต่อการเรียนของตนเองและร่วมรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ความสำเร็จของแต่ละบุคคลคือความสำเร็จของกลุ่ม เป็นวิธีการเรียนแบบร่วมมือ (วัฒนาพร ระงับทุกข์. 2541 : 38)

วิธีการเรียนแบบร่วมมือ จะช่วยพัฒนาและแก้ปัญหาหลายๆ ด้านที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสัมพันธ์ภายในกลุ่ม การยอมรับความอ่อนด้อยทางวิชาการของเพื่อนและความภาคภูมิใจในตนเอง (กองวิจัยทางการศึกษา.

2542 : 36) การเรียนแบบร่วมมือมีเทคนิคหลายรูปแบบ ผู้วิจัยสนใจนำเทคนิค STAD และ TGT มาใช้ในงานวิจัย เพื่อทำให้นักเรียนมีบรรยากาศในการเรียนที่หลากหลาย ไม่น่าเบื่อ ซึ่งจะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ รัชนี มณีโกศล (2543) ที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความรับผิดชอบและความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 สูงกว่านักเรียนที่ใช้การเรียนแบบปกติและ สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ ผลปรากฏว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารหลังการทดลองของกลุ่มทดลองสูงขึ้นกว่าก่อนการทดลอง และยังสอดคล้องกับผลงานวิจัยของประกายแก้ว แปรโคกสูง (2541) และนลินี ทีหอคำ (2541) ที่ศึกษาผลของการสอนโดยการเรียนแบบร่วมมือ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีเรียนแบบร่วมมือมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและ เจตคติสูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อศึกษาว่าการสอนด้วยชุดการเรียนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมา โดยนักเรียนเรียนแบบร่วมมือ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงขึ้นเพียงใด และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียน ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการเรียนการสอน นอกจากนั้นยังเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

3. เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ สามารถใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้ และปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ ให้มีประสิทธิภาพสูงยิ่งขึ้น อีกทั้งยังสามารถนำสื่อการสอนที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในการสอนของครูซึ่งเป็นการลดภาระของครูในส่วนหนึ่ง ตลอดจนนำการสอนแบบแก้ปัญหาไปใช้สอนกับเนื้อหาวิชาอื่นในระดับชั้นอื่น ๆ ต่อไป

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 12 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียนทั้งหมด 566 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 ซึ่งได้จากการนำผลการสอบภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2543 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนทั้งหมด 12 ห้องเรียน มาคำนวณหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) แล้วเลือกห้องเรียนที่ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกระจายมากที่สุดมา 1 ห้องเรียน ถ้ามีห้องเรียนที่มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน ใช้วิธีสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลากมา 1 ห้องเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ได้แก่ วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โดยผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง ใช้เวลาทดลอง 15 คาบ ๆ ละ 50 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียน หมายถึง สื่อการสอนที่ครูสร้างขึ้นโดยใช้วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมหลายชนิดประกอบกันเพื่อทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดีและบรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งนักเรียนสามารถศึกษาเนื้อหาและปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองตามความสามารถ เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ฝึกให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนของตนเอง มีระเบียบวินัย มีความซื่อสัตย์ โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ ในที่นี้หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยสอดคล้องกับเนื้อหาวิชาที่ต้องการให้นักเรียนได้รับ มีองค์ประกอบสำคัญคือ คู่มือการใช้ชุดการเรียนแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน ใบกิจกรรม เนื้อหาสาระ แบบประเมินผล โดยในแต่ละหน่วยการเรียนย่อยจะมีจุดประสงค์ สื่อการเรียน กิจกรรมการเรียน และการประเมินหลังเรียน

2. การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มแบบคละความสามารถ มีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และเรียนอ่อน กลุ่มละประมาณ 5 คน โดยที่สมาชิกในกลุ่มทุกคนมีหน้าที่รับผิดชอบงานของตนเองและงานของกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ให้กำลังใจและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทำให้ทุกคนในกลุ่มได้เรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ และคะแนนจากความสำเร็จของแต่ละคนจะเป็นคะแนนความสำเร็จของกลุ่ม รวมทั้งทุกคนเห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคลซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการดำรงชีวิตในสังคมต่อไปในภายหน้า การเรียนแบบร่วมมือมีขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม กิจกรรมในขั้นเตรียมประกอบด้วย ครูแนะนำทักษะในการเรียนรู้ร่วมกันและจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย ๆ ตามระดับความสามารถสูง ปานกลาง ต่ำ เป็นสัดส่วน 1 : 3 :1 กลุ่มละ 5 คน ครูแนะนำเกี่ยวกับระเบียบของกลุ่ม บทบาทและหน้าที่ของสมาชิกกลุ่ม แจ้งวัตถุประสงค์ของบทเรียน และการทำกิจกรรมร่วมกัน การฝึกฝนทักษะพื้นฐานจำเป็นสำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม

2. ขั้นสอน ครูนำเข้าสู่บทเรียน แนะนำเนื้อหา แนะนำแหล่งข้อมูล และมอบหมายงานให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม

3. ขั้นทำกิจกรรมกลุ่ม นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันในกลุ่มย่อย โดยที่แต่ละคนมีบทบาทและหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย เป็นขั้นตอนที่สมาชิกในกลุ่มจะได้ร่วมกันรับผิดชอบต่อผลงานของกลุ่ม ในขั้นนี้ครูอาจกำหนดให้นักเรียนใช้เทคนิคต่าง ๆ กัน เพราะเทคนิคต่าง ๆ จะต้องเหมาะสมกับ

วัตถุประสงค์ในการเรียนรู้แต่ละเรื่อง ในการเรียนครั้งหนึ่ง ๆ อาจต้องใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือหลาย ๆ เทคนิคประกอบกันเพื่อให้ได้ผลการเรียนที่มีประสิทธิภาพ

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ ในขั้นนี้เป็นการตรวจสอบว่า นักเรียนได้ปฏิบัติหน้าที่ครบถ้วนแล้วหรือยัง ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไร เน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายบุคคล ในบางกรณี นักเรียนต้องซ่อมเสริมส่วนที่ยังขาดตกบกพร่องต่อจากนั้นเป็นการทดสอบความรู้

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียน ถ้ามีสิ่งที่นักเรียนไม่เข้าใจ ครูจะอธิบายเพิ่มเติม ครูและนักเรียนช่วยกันประเมินผลการทำงานเป็นกลุ่ม และพิจารณาว่าอะไรคือจุดเด่นของงาน และอะไรคือสิ่งที่ควรปรับปรุงแก้ไข

3. วิธีการเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการเรียนที่มีลักษณะดังนี้

2.1 แบ่งนักเรียนในห้องเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ แต่ละกลุ่มย่อยประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ความสามารถคละกันประมาณ 5 คน

2.2 มีการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (positive interdependence) สมาชิกในกลุ่มทุกคนจะมีหน้าที่และบทบาทที่สำคัญและจำเป็นทุกคน

2.3 มีปฏิสัมพันธ์อย่างใกล้ชิด (face–to–face interaction) สมาชิกทุกคนจะได้แสดงความคิดเห็นของตนเองต่อหน้าเพื่อน ๆ ในกลุ่ม

2.4 สมาชิกแต่ละคนต้องรับผิดชอบงานที่ได้รับมอบหมาย(individual accountability)

2.5 สมาชิกของกลุ่มจะต้องได้รับการฝึกฝนในเรื่องทักษะทางมนุษยสัมพันธ์และกระบวนการกลุ่ม (interpersonal and small group skills)

วิธีเรียนแบบร่วมมือมีเทคนิควิธีเรียนหลายเทคนิค ในที่นี้ผู้วิจัยใช้วิธีเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD และ TGT

4. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์มีวิธีการและขั้นตอนในการหาคำตอบที่ถูกต้องจากปัญหาที่กำหนดให้

5. การสอนโดยเน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การสอนที่สอดแทรกกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ในขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ

6. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยการเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง ชุดการเรียนที่มีการนำนวัตกรรมทางการศึกษาอันได้แก่ สื่อ อุปกรณ์ และกระบวนการ

จัดกิจกรรมการเรียนการสอนต่าง ๆ ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อให้นักเรียนเกิดพฤติกรรมอันพึงประสงค์และบรรลุตามวัตถุประสงค์ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นประกอบด้วยชื่อชุดการเรียน คำชี้แจง จุดประสงค์ เวลาที่ใช้ สื่อ เนื้อหาสาระ กิจกรรมการเรียน และการประเมินผล

7. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยการเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง คุณภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อนำไปใช้สอนแล้วทำให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ตามเกณฑ์ 80/80 โดยมีความหมายดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนและกิจกรรมในระหว่างเรียนในแต่ละชุดการเรียน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบท้ายชุดการเรียนในแต่ละชุดการเรียน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ถือค่าความแปรปรวน 2.5 % คือ ประสิทธิภาพของชุดการเรียนไม่ควรต่ำกว่าเกณฑ์ 2.5 %(ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 215)

8. แบบทดสอบย่อย หมายถึงแบบประเมินผลการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์และเนื้อหาในแต่ละชุดการเรียน ซึ่งกระทำเมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในชุดการเรียนแต่ละชุดจบแล้วพร้อมทั้งเฉลยคำตอบ

9. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยการเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดของนักเรียนแต่ละบุคคลที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้ศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ในด้านความเหมาะสมของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวกับรูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ จุดประสงค์การเรียน เนื้อหาสาระ แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ เวลา สื่อ และการประเมินผล รวมถึงความคิดเห็นทั่วไปและข้อเสนอแนะในการปรับปรุง ซึ่งวัดโดยใช้แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน หลังจากการทดลองใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 4 สเกล คือ 4, 3, 2 และ 1 แบ่งเป็น เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย และ ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ตามลำดับ และนำเสนอค่าของความคิดเห็นคิดเป็นค่าเฉลี่ยและประเมินระดับความคิดเห็นโดยใช้เกณฑ์การประเมินค่าของความคิดเห็นจากรูปแบบของประคอง กรรณสูต (2538 : 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 3.50 – 4.00 หมายถึง นักเรียน <u>เห็นด้วยอย่างยิ่ง</u> ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คะแนนเฉลี่ย 2.50 – 3.49 หมายถึง นักเรียน <u>เห็นด้วย</u> ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คะแนนเฉลี่ย 1.50 – 2.49 หมายถึง นักเรียน ไม่เห็นด้วย ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.49 หมายถึง นักเรียน ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

10. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง " ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ" ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก และได้ตรวจสอบคุณภาพแล้วโดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้และความคิด (Cognitive Domain) ตามที่วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 – 685) จำแนกไว้ 4 ระดับ คือ ด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

3. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ อยู่ในระดับที่เห็นด้วย ขึ้นไป

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ
   - 1.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ
   - 1.2 องค์ประกอบและเป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือ
   - 1.3 ขั้นตอนการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ
   - 1.4 ความแตกต่างระหว่างการเรียนแบบร่วมมือและการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม
   - 1.5 บทบาทของครูในการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ
   - 1.6 สาเหตุที่การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้ผลดี
   - 1.7 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ
   - 1.8 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์
   - 1.9 เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือแบบ Student Teams - Achievement Division (STAD)
     - 1.9.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับ STAD
     - 1.9.2 ขั้นตอนการสอนแบบ STAD
   - 1.10 เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือแบบ Teams - Games - Tournament (TGT)
     - 1.10.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับ TGT
     - 1.10.2 ขั้นตอนการสอนแบบ TGT
   - 1.11 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนเป็นกลุ่มและการเรียนเป็นรายบุคคล
   - 1.12 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
   - 2.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.3 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ
   - 2.4 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.5 กระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.7 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
   - 2.8 ทักษะและเทคนิควิธีการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.9 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหา

2.10 ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.11 อุปสรรคของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.12 งานวิจัยที่เกี่ยวกับวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน

3.1 ความหมายของชุดการเรียน

3.2 ประเภทของชุดการเรียน

3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียน

3.4 หลักการ ทฤษฎี และจิตวิทยาที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการเรียน

3.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียน

3.6 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน

3.7 ลักษณะของชุดการเรียนที่ดี

3.8 ประโยชน์ของชุดการเรียน

3.9 การใช้ชุดการเรียน

3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบย่อย

4.1 ความหมายและความสำคัญของแบบทดสอบย่อย

4.2 แนวคิดพื้นฐานของแบบทดสอบย่อย

4.3 ข้อดีของแบบทดสอบย่อย

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.2 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.3 ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

5.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

6. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดเห็น

6.1 ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับความคิดเห็น

6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดเห็น

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

1.1 ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

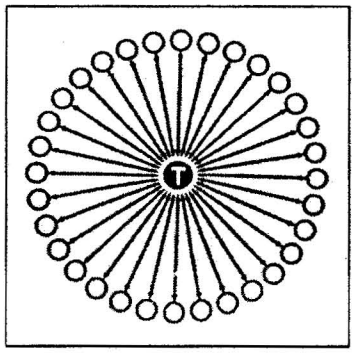
การเรียนแบบร่วมมือมีผู้ให้ความหมายไว้หลายคน ดังนี้

สลาวิน (Slavin. 1987 : 8) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ คือ การสอนแบบหนึ่งซึ่งนักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ปกติ 4 คน และการจัดกลุ่มต้องคำนึงถึงความสามารถของนักเรียน เช่น นักเรียนที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน และความสามารถต่ำ 1 คน หน้าที่ของนักเรียนในกลุ่มจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียนซึ่งกันและกัน

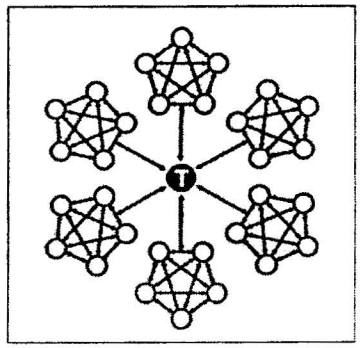
อาโจสและจอยเนอร์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 53 ; อ้างอิงจาก Ajose and Joyner. 1990 : 198) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกระบวนการซึ่งนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันอยู่รวมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ทำงานร่วมกันเพื่อบรรลุเป้าหมายเดียวกัน ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือมีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ คือ

1. ใช้การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน
2. ใช้ปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด
3. ใช้ความรับผิดชอบในตัวเองต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. ใช้ทักษะทางสังคม
5. ใช้ทักษะในกระบวนการกลุ่ม

อาทซท์และนิวแมน (Artzt and Newman. 1990 : 448 - 449) ได้กล่าวถึง การเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นแนวทางที่เกี่ยวกับการที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ ซึ่งสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่าเขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย สมาชิกทุกคนต้องแสดงความคิดเห็นและช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน นักเรียนเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกันในกระบวนการเรียนรู้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



รูปที่ 1 ชั้นเรียนที่เป็นแบบครูเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้



รูปที่ 2 ชั้นเรียนที่เป็นแบบการเรียนแบบร่วมมือ

ภาพประกอบ 1 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

สุรศักดิ์ หลาบมาลา (2531 : 4) ได้กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือหมายถึง วิธีการสอนอีกแบบหนึ่งซึ่งกำหนดให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ โดยปกติจะมี 4 คน เป็นเด็กเรียนเก่ง 1 คน เรียนปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน ผลการเรียนของเด็กจะพิจารณาเป็น 2 ตอน ตอนแรกจะพิจารณาค่าเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม ตอนที่สองจะพิจารณาจากคะแนนสอบเป็นรายบุคคล การสอบทั้งสองครั้งนักเรียนต่างคนต่างสอบแต่เวลาเรียนต้องร่วมมือกัน ดังนั้นเด็กเก่งจึงพยายามช่วยเด็กอ่อนเพราะจะทำให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มดีขึ้น ครูจะใช้การให้รางวัลเป็นการเสริมแรง โดยการพิจารณาจากเกณฑ์ที่ครูกำหนดไว้

พรรณรัศมี เง่าธรรมสาร (2533 : 35) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่าหมายถึง การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ผู้เรียนเรียนเป็นกลุ่มเล็กๆ สมาชิกในกลุ่มจะมีความสามารถที่แตกต่างกัน ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และรับผิดชอบการทำงานของตัวเองเท่าๆ กับรับผิดชอบการทำงานของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่มด้วย

ชูศรี สนิทประชากร (2534 : 46) ได้กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือนั้นเป็นการเรียนที่ไม่เหมือนกับการเรียนแบบแข่งขัน และการเรียนด้วยตนเอง เพราะการเรียนแบบร่วมมือเป็นการสอนที่มีแนวความคิดว่า ครูจะทำการแนะนำนักเรียน ให้เขาทำงานร่วมกันได้จนประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของการเรียนนั้นร่วมกันทุกคน

ปสาสน์ กงตาล (2535 : 19) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่มีลักษณะจัดการให้ผู้เรียนจับกลุ่มกันเป็นกลุ่มย่อย สำหรับทำงานร่วมกันแก้ปัญหาและทำกิจกรรมให้บรรลุวัตถุประสงค์ตามที่ครูผู้สอนกำหนด โดยที่สมาชิกในกลุ่มตระหนักว่าแต่ละคนเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวที่เกิดขึ้นสมาชิกในกลุ่มนั้นต้องรับผิดชอบร่วมกัน สมาชิกจะพูดคุยและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

นงลักษณ์ อ่วยสุข (2536 : 11) ได้สรุปไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึง วิธีเรียนแบบหนึ่งที่กำหนดให้นักเรียนทำงานร่วมกันเพื่อให้บรรลุเป้าหมาย โดยการทำงานเป็นกลุ่มเล็กๆ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ให้เห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อให้ได้มาซึ่งการเรียนรู้ของตนเองและของกลุ่ม

กาญจนา สุจีนะพงษ์ (2539 : 8) ได้สรุปไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือหมายถึง การเรียนการสอนที่จัดผู้เรียนเป็นกลุ่มย่อย ปกติจะจัดกลุ่มละ 4 คน โดยที่สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน เป็นนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ความสามารถปานกลางและความสามารถต่ำ กลุ่มจะกำหนดหน้าที่สมาชิกแต่ละคนแตกต่างกัน ครูจะมอบหมายงานให้นักเรียนทุกคนในกลุ่มทำงานร่วมกัน หน้าที่ของนักเรียนจะต้องช่วยกันทำงาน รับผิดชอบและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม หลังจากมีการทดสอบแล้วครูจะให้การเสริมแรงแก่นักเรียนของกลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ยเกินเกณฑ์ที่ครูตั้งไว้

อารี สัณหฉวี (2539 : 89) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่า หมายถึง วิธีการเรียนที่ให้นักเรียนทำงานด้วยกันเป็นกลุ่มเล็กๆ เพื่อให้เกิดผลการเรียนรู้ทั้งทางด้านความรู้และทางด้านจิตใจ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคลของเพื่อนๆ เคารพความคิดเห็นและความสามารถของผู้อื่นที่แตกต่างจากตน ตลอดจนรู้จักช่วยเหลือและสนับสนุนเพื่อนๆ

กิดานันท์ มลิทอง (2540 : 122) ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่าหมายถึง การเรียนกลุ่มเล็กที่ใช้ได้ทั้งการศึกษาในระบบและนอกระบบโรงเรียนที่เกิดจากแรงผลักดันที่มาบรรจบกัน 2 อย่างคือ 1) ชีวิตภายนอกห้องเรียนจำเป็นต้องมีกิจกรรมที่ร่วมมือกัน โดยการใช้ทีมงานในการทำงานในชีวิตประจำวันและ 2) การรู้ในคุณค่าของปฏิสัมพันธ์ทางสังคมที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมายขึ้น

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 54) ได้สรุปความหมายของการเรียนแบบร่วมมือไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบหนึ่งที่กำหนดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละประมาณ 4 คน แบบคละความสามารถ เป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน โดยที่สมาชิกทุกคนมีเป้าหมายในการเรียนร่วมกันคือ เกิดการเรียนรู้หรือประสบความสำเร็จร่วมกัน เมื่อกลุ่มได้รับปัญหา ทุกคนในกลุ่มจะอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น แสดงเหตุผลโต้ตอบกันหรือสนับสนุนความคิดเห็นกัน และให้เป็นหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มที่จะช่วยสมาชิกให้เข้าใจในงานให้ทุกคนสามารถอธิบายสิ่งที่ทำและให้เหตุผลได้อย่างชัดเจน มีการมอบหมายหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม อาจกล่าวโดยสรุปว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ต้องการ เน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและช่วยเหลือกัน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันและฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น

สาคร ธรรมศักดิ์ (2541 : 26) ได้สรุปความหมายของการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นวิธีการเรียนที่เน้นการจัดสภาพแวดล้อมทางการเรียนให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน แต่ละคนจะต้องมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงใน

การเรียนรู้และในความสำเร็จของกลุ่ม ทั้งโดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้ รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่เรียนอ่อนกว่า สมาชิกในกลุ่มไม่เพียงแต่รับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเองเท่านั้น แต่จะต้องรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของเพื่อนสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ความสำเร็จของแต่ละบุคคลคือความสำเร็จของกลุ่ม

ประกายแก้ว แปรโคกสูง (2541 : 33) ได้สรุปไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ หมายถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยครูจะแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละประมาณ 3 - 6 คน ภายในกลุ่มผู้เรียนจะมีระดับความสามารถที่แตกต่างกันทางด้านการเรียน ผู้เรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน มีการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน สมาชิกทุกคนต้องรับผิดชอบต่อบทบาทหน้าที่ของตน และรับผิดชอบงานของกลุ่มโดยที่สมาชิกกลุ่มจะได้รับผลประโยชน์จากการทำงานร่วมกันเท่าๆ กัน

นลินี ทีหอคำ (2541 : 45) สรุปไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ คือ วิธีเรียนแบบหนึ่งที่กำหนดให้นักเรียนทำงานร่วมกัน เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย โดยแบ่งผู้เรียนออกเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละประมาณ 3 – 5 คน สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถแตกต่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือสนับสนุนซึ่งกันและกัน และมีความรับผิดชอบร่วมกัน ทั้งในส่วนตัวและส่วนรวมให้เห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคล เพื่อให้ได้มาซึ่งการเรียนรู้ของตนเองและกลุ่ม

ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา (2542 : 13) ได้สรุปไว้ว่าการเรียนแบบร่วมมือ คือ ยุทธวิธีในการสอนวิธีหนึ่ง ซึ่งมีลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางให้นักเรียนอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ กลุ่มละประมาณ 4 คนแบบคละความสามารถ ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ และเรียนรู้ร่วมกัน มีการช่วยเหลือกันภายในกลุ่ม ซึ่งต้องมีการอธิบาย การอภิปรายกันภายในกลุ่มเพื่อทำให้กลุ่มประสบความสำเร็จ

จากความหมายของการเรียนแบบร่วมมือดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มแบบคละความสามารถ มีทั้งนักเรียนเก่ง ปานกลาง และเรียนอ่อน กลุ่มละประมาณ 5 คน โดยที่สมาชิกในกลุ่มทุกคนมีหน้าที่รับผิดชอบงานของตนเองและงานของกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ให้กำลังใจและช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ทำให้ทุกคนในกลุ่มได้เรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ และคะแนนจากความสำเร็จของแต่ละคนจะเป็นคะแนนความสำเร็จของกลุ่ม รวมทั้งทุกคนเห็นคุณค่าในความแตกต่างระหว่างบุคคลซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการดำรงชีวิตในสังคมต่อไปในภายหน้า

1.2 องค์ประกอบและเป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson. 1990 : 105 - 107) ศาสตราจารย์ทางจิตวิทยาสังคม มีประสบการณ์ในการให้คำปรึกษาด้านการสอนแบบเรียนร่วมมือแก่โรงเรียนต่างๆ กว่า 20 ปี และอีกท่านหนึ่งเป็นศาสตราจารย์ด้านหลักสูตรและการสอนทางวิทยาศาสตร์ศึกษา ในมหาวิทยาลัยมินนิโซต้า มีชื่อเสียงด้านการเป็นที่ปรึกษาเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ ได้สรุปองค์ประกอบของกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือไว้ 5 ประการ คือ

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันทางบวก (Positive Interdependence) นักเรียนต้องตระหนักว่างานที่ทำด้วยกันเป็นงานกลุ่ม การที่งานจะบรรลุจุดประสงค์หรือประสบความสำเร็จหรือไม่นั้น ขึ้นอยู่กับสมาชิกทุกคนในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันทางการเรียนและต้องระลึกว่าทุกคนต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์ของกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มคือผลสำเร็จของนักเรียนแต่ละคน และเช่นเดียวกัน ผลงานของนักเรียนแต่ละคนก็เป็นผลสำเร็จของกลุ่มด้วย ซึ่งความสำเร็จนี้จะขึ้นอยู่กับความร่วมมือร่วมใจของสมาชิกทุกคนจะไม่มีการยอมรับความสำคัญหรือความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว

2. การติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรง (Face - to - Face Interaction) การปฏิสัมพันธ์จะเกิดขึ้นเมื่อทุกคนในกลุ่มช่วยเหลือกันและให้กำลังใจซึ่งกันและกัน มีการสนับสนุนผลงานของสมาชิก การอธิบาย ขยายความในบทเรียนที่เรียนมาให้แก่เพื่อนในกลุ่มเข้าใจ การทำความเข้าใจ การสรุปเรื่องและการให้เหตุผลต่างๆ ตลอดจนมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อเปิดโอกาสให้สมาชิกได้เสนอแนวความคิดใหม่ๆ เพื่อเลือกสิ่งที่ดีที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด

3. การรับผิดชอบงานของกลุ่ม (Individual Accountability and Personal Responsibility) การเรียนแบบร่วมมือนั้นให้ความสำคัญเกี่ยวกับความสามารถ และความรู้ที่แต่ละคนจะได้รับ กล่าวคือ การเรียนแบบร่วมมือจะถือว่าสำเร็จเมื่อทุกคนในกลุ่มเข้าใจในบทเรียนตรงกัน หรือได้รับความช่วยเหลือจากเพื่อนในกลุ่มให้เข้าใจในบทเรียนนั้น ดังนั้นเป็นหน้าที่ของแต่ละกลุ่มที่ต้องคอยตรวจสอบดูว่าสมาชิกทุกคนเข้าใจในบทเรียนหรือไม่ และครูอาจจะทำการทดสอบแต่ละกลุ่มได้โดยใช้วิธีสุ่มตัวแทนจากแต่ละกลุ่ม

4. ทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Interpersonal and Small Group Skill) นักเรียนทุกคนต้องสามารถที่จะทำงานร่วมกัน เข้ากันได้ทุกคน และสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยได้ เพื่อให้งานของกลุ่มบรรลุจุดมุ่งหมายและมีประสิทธิภาพ ครูต้องฝึกให้นักเรียนทำความรู้จักกันและไว้วางใจกัน พูดสื่อความหมายกันได้อย่างชัดเจน ยอมรับความคิดเห็นและให้การสนับสนุนซึ่งกันและกัน ช่วยกันแก้ปัญหาของความขัดแย้ง

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Processing) ทุกคนในกลุ่มต้องรู้จักช่วยกันทำงาน อภิปรายออกความคิดเห็น เมื่องานเสร็จแล้วนักเรียนในกลุ่มสามารถบอกที่มาของผลลัพธ์ได้ สามารถวิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและหาวิธีปรับปรุงการทำงานของกลุ่มให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

จากองค์ประกอบของการเรียนแบบร่วมมือ จะเห็นได้ว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่ยึดการเรียนแบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมทักษะทางสังคมในหลายๆ ด้านให้กับผู้เรียน จะทำให้ผู้เรียนสามารถออกไปสู่สังคมภายนอกได้อย่างมีประสิทธิภาพได้

เป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 54 – 55) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาทั้งเจตคติและค่านิยมในตัวของผู้เรียน มีการนำเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและแนวคิดที่หลากหลายระหว่างสมาชิกในกลุ่ม พัฒนาพฤติกรรมการแก้ปัญหา การคิด

วิเคราะห์ และการคิดอย่างมีเหตุผล รวมทั้งพัฒนาคุณลักษณะของผู้เรียนให้รู้จักตนเองและเพิ่มคุณค่าของตนเอง ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวจะมีผลต่อผู้เรียน 3 ประการคือ

1. มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา (Academic Learning)
2. มีทักษะทางสังคม โดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน (Social Skills)
3. รู้จักตนเองและตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self - esteem)

1.3 ขั้นตอนของการเรียนแบบร่วมมือ

เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซ่น (ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา. 2542 : 14 ; อ้างอิงจาก เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซ่น. 2536 : 8-9 *เอกสารประกอบการบรรยาย "วิธีสอนแบบการเรียนรู้ร่วมกัน"*) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือโดยทั่วไปไว้ดังนี้

1. ขั้นเตรียม มีดังนี้

ครูสอนทักษะในการเรียนแบบร่วมมือ จัดกลุ่มนักเรียน บอกวัตถุประสงค์ของบทเรียนและบอกวัตถุประสงค์ของการทำงานร่วมกัน

2. ขั้นสอน

ครูสอนเนื้อหาหรือบทเรียนใหม่ด้วยวิธีสอนที่เหมาะสมแล้วให้งาน

3. ขั้นทำงานกลุ่ม

นักเรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย แต่ละคนมีบทบาทหน้าที่ของตน ช่วยกันแก้ปัญหาอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดมากกว่าดูคำเฉลยหรือรอคำเฉลยจากครู

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ

4.1 ตรวจผลงาน (กลุ่มและ / หรือรายบุคคล) ถ้าเป็นงานกลุ่มสมาชิกในกลุ่มเซ็นชื่อในผลงานที่ส่ง ครูอาจประเมินด้วยการหยิบผลงานของกลุ่มขึ้นมาแล้วถามสมาชิกกลุ่มคนใดคนหนึ่งเกี่ยวกับงานชิ้นนั้น และถ้าเป็นงานเดี่ยวครูอาจให้นักเรียนคนใดคนหนึ่งในกลุ่มอธิบายวิธีหาคำตอบของเขาที่ได้จากการเรียนรู้ร่วมกันภายในกลุ่ม

4.2 ครูทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยไม่มีการช่วยเหลือกัน และเมื่อครูตรวจผลการสอบแล้วจะคำนวณคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มให้นักเรียนทราบ และถือว่าเป็นคะแนนของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มด้วย

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผลการทำงานกลุ่ม

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนและประเมินการทำงานกลุ่ม โดยอภิปรายถึงผลงานของนักเรียน และวิธีการทำงานของนักเรียนรวมถึงวิธีการปรับปรุงการทำงานของกลุ่มด้วยซึ่งจะทำให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองทั้งทางด้านวิชาการและด้านสังคม

เอเรนส์ (Arends. 1997 : 113) ได้เสนอขั้นตอนการเรียนแบบร่วมมือไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ชี้แจงวัตถุประสงค์ในการเรียน เป็นขั้นตอนที่ครูอธิบายเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ของบทเรียนให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน

ขั้นที่ 2 ให้ข้อมูล เป็นขั้นที่ครูสอนเนื้อหาในบทเรียนที่นักเรียนจะต้องศึกษา

ขั้นที่ 3 จัดนักเรียนเป็นกลุ่ม ในขั้นนี้ครูอธิบายให้นักเรียนทราบถึงวิธีการจัดกลุ่ม ครูแนะนำเกี่ยวกับทักษะการทำงานกลุ่ม และทักษะทางสังคม

ขั้นที่ 4 ให้ความช่วยเหลือในการทำงานหรือการเรียน ในขั้นนี้นักเรียนจะเรียนหรือทำงานกลุ่มร่วมกัน ครูจะต้องคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือ เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยหรือมีปัญหาที่สมาชิกภายในกลุ่มไม่สามารถช่วยกันได้ และเมื่อกลุ่มต้องการคำแนะนำช่วยเหลือจากครู

ขั้นที่ 5 ทดสอบ เมื่อจบบทเรียนหนึ่งๆ นักเรียนทุกคนต้องได้รับการทดสอบเพื่อที่จะได้รู้ว่าเขาประสบความสำเร็จในการเรียนมากน้อยเพียงใด และนำคะแนนที่ได้มาคิดเป็นคะแนนของกลุ่ม ซึ่งจะเป็นคะแนนของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม

ขั้นที่ 6 ให้การเสริมแรง เป็นขั้นตอนของการยอมรับความสำเร็จของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ซึ่งจะเป็นการใช้คำพูด หรือใช้รางวัล เป็นการสร้างกำลังใจให้แก่นักเรียนแต่ละกลุ่ม

เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซ่น (ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา. 2542 : 15 ; อ้างอิงจาก เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซ่น. 2536 : 4 *เอกสารประกอบการบรรยาย "วิธีสอนแบบการเรียนรู้ร่วมกัน"*) ได้เสนอวิธีการวัดผลของกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งเป็นแบบอิงเกณฑ์ ดังนี้

1. ให้คะแนนรายบุคคลรวมกับคะแนนพิเศษ (Bonus) ถ้าทุกคนในกลุ่มทำงานได้ตามเกณฑ์ที่ครูตั้งไว้
2. ให้คะแนนรายบุคคลรวมกับคะแนนพิเศษ โดยคิดเกณฑ์คะแนนต่ำสุด
3. ให้คะแนนรายบุคคลรวมกับคะแนนพิเศษ ซึ่งเป็นคะแนนความก้าวหน้า
4. ให้คะแนนเดียวสำหรับคนในกลุ่มทั้งหมด
5. เลือกงานคนใดคนหนึ่งในกลุ่มตรวจแล้วให้คะแนน
6. ตรวจผลงานในกลุ่มแล้วหาคะแนนเฉลี่ยบวกกับคะแนนการทำงานร่วมกัน

1.4 ความแตกต่างระหว่างการเรียนแบบร่วมมือและการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม

พรรณรัศมี เง่าธรรมสาร (2533 : 35 - 36) ได้อธิบายถึงความแตกต่างระหว่างการเรียนแบบร่วมมือและการเรียนแบบกลุ่มเดิมไว้ดังนี้

1. การเรียนแบบร่วมมือสมาชิกกลุ่มมีความรับผิดชอบในการเรียนร่วมกัน สนใจในการทำงานของตนเองเท่ากับการทำงานของสมาชิกกลุ่ม ส่วนการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมสมาชิกกลุ่มไม่มีความรับผิดชอบร่วมกัน

2. สมาชิกกลุ่มแต่ละคนรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย มีการให้คำแนะนำ ชมเชย เสนอแนะการทำงานกลุ่มของสมาชิก ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้นสมาชิกกลุ่มแต่ละคนไม่รับผิดชอบการทำงานของตัวเองเสมอไป บางครั้งก็ใส่ชื่อของตัวเองโดยที่ไม่ได้ทำงาน

3. ในการเรียนแบบร่วมมือนั้นสมาชิกมีความสามารถที่แตกต่างกัน แต่ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้นสมาชิกกลุ่มมีความสามารถใกล้เคียงกัน

4. มีการแลกเปลี่ยนบทบาทของผู้นำภายในกลุ่มการเรียนแบบร่วมมือ ในขณะที่ผู้นำหรือหัวหน้าจะได้รับการคัดเลือกจากสมาชิกกลุ่มแบบเดิม

5. สมาชิกกลุ่มในการเรียนแบบร่วมมือ ช่วยเหลือสนับสนุน ให้กำลังใจในการทำงานกลุ่ม ช่วยกันรับผิดชอบการเรียนของสมาชิกกลุ่ม และแน่ใจว่าสมาชิกทุกคนทำงานกลุ่ม ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้นสมาชิกรับผิดชอบงานของตนเองเท่านั้น อาจแบ่งงานกันไปทำและเอาผลงานมารวมกัน

6. จุดมุ่งหมายของการเรียนแบบร่วมมือนั้น คือ การให้สมาชิกทุกคนใช้ความสามารถอย่างเต็มที่ในการทำงานกลุ่ม โดยยังคงรักษาสัมพันธภาพที่ดีต่อสมาชิกกลุ่ม ในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้นจุดมุ่งหมายอยู่ที่การทำงานให้สำเร็จเท่านั้น

7. นักเรียนจะได้รับทักษะทางสังคม (Social Skills) ที่จำเป็นต้องใช้ในขณะทำงานกลุ่ม แต่ทักษะเหล่านี้จะถูกละเลยสำหรับการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม

8. บทบาทของครูในการเรียนแบบร่วมมือ จะเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ สังเกตการทำงานของสมาชิกในกลุ่ม ในขณะที่ครูในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมไม่สนใจกับนักเรียนในขณะทำงานกลุ่ม

9. ในการเรียนแบบร่วมมือ ครูเป็นผู้กำหนดวิธีการในการทำงานกลุ่ม เพื่อให้กลุ่มดำเนินงานไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ ส่วนในการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมนั้นครูไม่สนใจวิธีการในการดำเนินงานภายในกลุ่ม ให้สมาชิกกลุ่มจัดการกันเอง

จากที่กล่าวมา การเรียนแบบร่วมมือมีความแตกต่างกับการเรียนแบบกลุ่มเดิม ทั้งในด้านตัวนักเรียน ตัวครู บทบาท และความรับผิดชอบในการทำงานของนักเรียนและครู ซึ่งอาจสรุปเป็นตารางได้ดังปรากฏในตาราง 1 ดังนี้

ตาราง 1 ความแตกต่างระหว่างการเรียนเป็นกลุ่มแบบร่วมมือกับการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม

การเรียนแบบร่วมมือ (Cooperative Learning)	การเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิม (Traditional Learning)
1. มีความรับผิดชอบร่วมกัน	1. ไม่ต้องมีความรับผิดชอบร่วมกัน
2. สมาชิกแต่ละคนรับผิดชอบในงานของตนเองและของสมาชิกในกลุ่ม	2. สมาชิกแต่ละคนอาจจะไม่รับผิดชอบในงานของตนเองและของสมาชิกในกลุ่ม
3. สมาชิกมีความสามารถที่แตกต่างกัน	3. สมาชิกมีความสามารถใกล้เคียงกัน
4. สมาชิกผลัดเปลี่ยนกันเป็นหัวหน้า	4. สมาชิกเลือกหัวหน้า
5. สมาชิกแบ่งความรับผิดชอบซึ่งกันและกัน	5. สมาชิกรับผิดชอบเฉพาะตัวเอง
6. เน้นที่วิธีการและผลงาน	6. เน้นที่ผลงาน
7. มีการสอนทักษะทางสังคม	7. ทักษะทางสังคมถูกละเลย ไม่ได้มีการสอน
8. ครูสังเกตการณ์ แนะนำการทำงานกลุ่ม	8. ครูละเลยไม่สนใจการทำงานกลุ่มของนักเรียน
9. มีวิธีการทำงานกลุ่ม	9. ไม่มีวิธีการทำงานกลุ่ม

1.5 บทบาทของครูในการการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ

เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซ่น (ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา. 2542 : 16 – 17 ; อ้างอิงจาก เปรมจิตต์ ขจรภัยลาร์เซ่น. 2533 : 2 – 3 *เอกสารประกอบการบรรยาย "วิธีสอนแบบการเรียนรู้ร่วมกัน"*) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ดังนี้

1. กำหนดจุดประสงค์ของเนื้อหาวิชา
2. กำหนดจุดประสงค์ของการเรียนแบบร่วมมือ
3. กำหนดขนาดของกลุ่ม
4. จัดนักเรียนเข้ากลุ่มต่างๆ
5. จัดห้องเรียนที่เอื้อต่อการมีปฏิสัมพันธ์
6. เตรียมบทเรียนและสื่อการสอน
7. กำหนดบทบาทต่างๆ ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่ม
8. อธิบายงานที่นักเรียนต้องทำ บอกสิ่งที่คาดหวังจากกลุ่มให้ชัดเจน และกำหนดเวลาที่จะให้งานเสร็จ
9. ครูเสนอเนื้อหา โดยใช้วิธีสอนที่เหมาะสม
10. กำหนดให้นักเรียนพึ่งพาอาศัยกันในทางบวก กล่าวคือ ความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับความสำเร็จของตน
11. ช่วยให้นักเรียนมีความรู้ในเรื่องนั้นอย่างแท้จริง

12. ช่วยให้นักเรียนทำงานร่วมกันระหว่างกลุ่มกับกลุ่ม
13. อธิบายเกณฑ์แห่งความสำเร็จ
14. อธิบายพฤติกรรมที่ครูต้องการให้นักเรียนแสดงออก
15. ควบคุมพฤติกรรมของนักเรียน
16. ช่วยนักเรียนเมื่อเขาต้องการ ขณะที่เขากำลังทำงาน
17. สอนทักษะในการทำงานร่วมกัน การใช้กระบวนการกลุ่ม
18. ครูสรุปบทเรียนหรือมีบทบาทในตอนท้ายของบทเรียน
19. วัดผลคุณภาพและปริมาณความรู้ของนักเรียน
20. ให้กลุ่มตัดสินหรือประเมินผลการทำงานกลุ่ม
21. ให้นักเรียนทั้งห้องบอกว่าพวกเขาทำอย่างไรในการเรียน
22. ให้นักเรียนแต่ละคนบอกประโยชน์ที่ตนได้รับ
23. สอนทักษะต่างๆ ที่ทำให้นักเรียนสามารถทำงานร่วมกัน
24. สังเกตว่านักเรียนได้ใช้ทักษะที่สอนไปหรือไม่
25. ให้การสะท้อนกลับ (Feedback) แก่นักเรียนว่าเขาใช้ทักษะการเรียนร่วมเป็นอย่างไร
26. ให้รางวัลแก่กลุ่มที่ทำงานร่วมกันได้ดี
27. ให้รางวัลแก่นักเรียนที่มีทักษะในการทำงานร่วมกัน
28. ให้นักเรียนสังเกตซึ่งกันและกัน

นอกจากนี้ พรรณรัศมี เง่าธรรมสาร (2533 : 37) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการเรียนแบบร่วมมือว่า บทบาทของครูเปลี่ยนจากการเป็นผู้ควบคุมชั้น เป็นเพียงผู้แนะนำให้นักเรียนใช้ข้อมูลทั้งหลายดำเนินการให้บรรลุตามจุดมุ่งหมายที่ต้องการ ครูเป็นเพียงผู้จัดบรรยากาศให้เอื้ออำนวยต่อการเรียนของนักเรียน ผลงานวิจัยได้ชี้ให้เห็นว่า นักเรียนจะเรียนได้ดีในบรรยากาศที่เป็นกันเอง ที่ทุกคนไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครูก็สามารถทำผิดได้ ครูและนักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ความรู้สึกซึ่งกันและกัน ครูเป็นบุคคลสำคัญในการสร้างบรรยากาศเช่นนี้โดย

1. ให้งานที่ท้าทายความสามารถของนักเรียนมากกว่าที่จะเป็นงานที่แข่งขันกัน
2. ให้นักเรียนได้มีโอกาสเลือกและตัดสินใจทำงาน
3. นับถือความคิดและสนใจความรู้สึกของนักเรียน
4. เห็นว่าความคิดเห็นของนักเรียนมีความหมายและคุณค่า ถึงแม้จะเป็นความคิดที่จำกัด
5. ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงออกซึ่งความคิดของตนเอง ซึ่งอาจจะออกมาในรูปแบบต่างๆ เช่น การวาดภาพระบายสี แสดงบทบาทสมมติ ละคร เขียนบรรยายและอื่นๆ
6. ยอมรับความผิดพลาดของนักเรียน
7. เผยแพร่ข้อเขียนหรือผลงานของนักเรียนในรูปจดหมายข่าว หนังสือของห้องหรือหนังสือพิมพ์ของโรงเรียน
8. กระตุ้นส่งเสริมทักษะทางด้านความคิดแก่นักเรียน โดยใช้แหล่งข้อมูลต่างๆ และสื่อการสอน เช่น หนังสืออ้างอิงทั้งหลาย ภาพยนตร์ วารสาร

h 148063
ช.2

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง สรุปได้ว่า บทบาทของครูในการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือนั้น จะได้ผลดีก็ต่อเมื่อครูได้วางแผน จัดเตรียมสภาพห้องเรียนได้เหมาะสม มีการอธิบายขั้นตอนและวิธีการเรียนให้นักเรียนเข้าใจ บอกจุดมุ่งหมายในการเรียนและเกณฑ์ในการประเมินผลให้นักเรียนทราบเพื่อให้นักเรียนทุกคนเข้าใจในการทำงานร่วมกันจนเกิดผลสำเร็จทั้งแก่ตนเองและของกลุ่มคือนักเรียนได้รับความรู้ในเนื้อหาวิชา มีเจตคติที่ดีต่อการเรียน มีระเบียบวินัยและมีความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

1.6 สาเหตุที่ทำให้การสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้ผลดี

จอห์นสันและจอห์นสัน (สุรศักดิ์ หลาบมาลา. 2531 : 5 ; อ้างอิงมาจาก Johnson and Johnson : 1987*"Research Shows the Benefits of Adult Cooperation"in Educational Leadership.*) ได้สรุปสาเหตุที่ทำให้การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือใช้ได้ผลดีนั้น มีดังนี้

1. เด็กเก่งที่เข้าใจคำสอนของครูได้ดีจะเปลี่ยนคำสอนของครูเป็นภาษาพูดของเด็ก อธิบายให้เพื่อนฟังได้ ทำให้เพื่อนเข้าใจได้ดีขึ้น

2. เด็กที่ทำหน้าที่อธิบายบทเรียนให้เพื่อนฟังจะเข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้น ครูทุกคนทราบข้อนี้ดีคือยิ่งสอนยิ่งเข้าใจบทเรียนที่ตนสอนได้ดียิ่งขึ้น

3. การสอนเพื่อนเป็นการสอนแบบตัวต่อตัวทำให้เด็กได้รับความเอาใจใส่และมีความสนใจมากยิ่งขึ้น

4. เด็กทุกคนต่างก็พยายามช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพราะครูคิดคะแนนเฉลี่ยของทั้งกลุ่ม

5. เด็กทุกคนเข้าใจดีว่าคะแนนของตนมีส่วนช่วยเพิ่มหรือลดค่าเฉลี่ยของกลุ่ม ดังนั้นทุกคนต้องพยายามอย่างเต็มที่ จะคอยอาศัยเพื่อนอย่างเดียวไม่ได้

6. เด็กทุกคนมีโอกาสฝึกทักษะทางสังคม มีเพื่อนร่วมกลุ่ม และเป็นการเรียนรู้วิธีการทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นทีมงาน ซึ่งจะเป็นประโยชน์มากเมื่อเข้าสู่ระบบการทำงานอันแท้จริง

7. เด็กได้มีโอกาสเรียนรู้กระบวนการกลุ่มเพราะการปฏิบัติงานร่วมกันนั้นก็ต้องมีการทบทวนกระบวนการทำงานของกลุ่ม เพื่อให้ประสิทธิภาพการปฏิบัติงานหรือคะแนนของกลุ่มดีขึ้น

8. เด็กเก่งจะมีบทบาททางสังคมในชั้นมากขึ้นเพราะเขาจะรู้สึกว่าเขาไม่ได้เรียนหรือหลบไปท่องหนังสือเฉพาะตนเพราะเขามีหน้าที่ต่อสังคมด้วย

9. ในการตอบคำถามในห้องเรียน ถ้าหากตอบผิดเพื่อนจะหัวเราะ เมื่อทำงานเป็นกลุ่มเด็กจะช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ถ้าหากตอบผิดก็ถือว่าตอบผิดทั้งกลุ่ม คนอื่นๆ อาจจะช่วยเหลือบ้างเด็ก ในกลุ่มจะมีความผูกพันกันมากขึ้น

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง สรุปได้ว่าการเรียนแบบร่วมมือใช้ได้ผลดีและเป็นที่นิยมใช้กันในปัจจุบันก็เพราะว่าการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือมีบรรยากาศการเรียนแบบให้นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการปรึกษาหารือ การแสดงความคิดเห็น เด็กเก่งช่วยเหลือเด็กอ่อน ทำให้ทั้งเด็กเก่งและเด็กอ่อนมีการพัฒนาขึ้นทั้งด้านวิชาการและด้านสังคม

1.7 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

ทฤษฎีสนามของเคิร์ท เลวิน (Kurt Lewin)

ทิศนา แขมมณีและคณะ (2522 : 10 – 12) ได้สรุปแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีสนาม (Field Theory)ของเคิร์ท เลวิน ไว้ดังนี้

1. พฤติกรรมจะเป็นผลมาจากพลังความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่ม

2. โครงสร้างของกลุ่มจะเกิดจากการรวมกลุ่มของบุคคลที่มีลักษณะแตกต่างกัน

3. การรวมกลุ่มแต่ละครั้งจะต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในกลุ่มโดยปฏิสัมพันธ์ในรูปของการกระทำ (Action) ความรู้สึก (Feeling) และความคิด (Thinking)

ทฤษฎีแรงจูงใจ (Motivation Theory)

อารี พันธ์มณี (2542 : 198 – 200) ได้กล่าวถึงหลักในการสร้างแรงจูงใจในการเรียนดังนี้

1. การชมเชยและการตำหนิ ทั้งการชมเชยและการตำหนิจะมีผลต่อการเรียนรู้ของเด็กด้วยกันทั้งสองอย่าง จากการพิจารณาโดยละเอียดเกี่ยวกับอิทธิพลของการชมเชย และการตำหนิปรากฏว่า โดยทั่วไปแล้วการชมเชยจะให้ผลดีกว่าการตำหนิบ้างเล็กน้อย เด็กโดชอบการชมเชยมากกว่าการตำหนิ การชมเชยและการตำหนิมีผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก และเด็กที่เรียนดีนั้นเมื่อถูกตำหนิจะมีความพยายามมากกว่าที่ได้รับคำชมเชย

2. การทดสอบบ่อยครั้ง คะแนนจากการสอบจะเป็นสิ่งจูงใจมีความหมายต่อนักเรียนอย่างมาก การทดสอบบ่อยครั้งจะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนสนใจเรียนมากขึ้นอย่างต่อเนื่องและสม่ำเสมอ ทำให้นักเรียนตื่นตัวในการเรียน สนใจ เอาใจใส่อย่างจริงจังมากขึ้นและส่งผลต่อการเรียนของนักเรียนด้วย

3. การค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเองด้วยการเสนอแนะหรือกำหนดหัวข้อที่จะทำให้นักเรียนสนใจใคร่รู้ เพื่อให้เด็กค้นคว้าเพิ่มเติมด้วยตนเอง หัวข้อเหล่านี้อาจเป็นเรื่องที่น่าสนใจ น่าสงสัย ไม่แน่ใจ หรือเกิดความรู้สึกขัดแย้งก็ได้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ จนกว่าจะสามารถค้นคว้าหาความรู้มาสนองความสนใจนั้นได้ อย่างไรก็ตาม การกำหนดหัวข้อต้องพึงระวังอย่าให้ยากเกินความสามารถหรือต้องใช้เวลานานเกินไปเพราะจะทำให้นักเรียนเบื่อหน่ายและหมดความสนใจ และทำให้เกิดผลเสียต่อการเรียนรู้ของนักเรียนคนนั้นได้

4. วิธีการที่แปลกใหม่ ควรนำวิธีการที่แปลกๆ ใหม่ๆ เพื่อเร้าความสนใจโดยใช้วิธีการใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่คาดคิดหรือมีประสบการณ์มาก่อน เช่น การให้นักเรียนร่วมกันวางเค้าโครงประเมินผลการเรียนการสอน ให้นักเรียนช่วยกันคิดกิจกรรมต่างๆ ซึ่งแปลกไปกว่าที่เคยทำ วิธีการแปลกใหม่จะช่วยให้นักเรียนเกิดความสนใจ และมีแรงจูงใจในการเรียนการสอน

5. ตั้งรางวัลสำหรับงานที่มอบหมาย ครูควรตั้งรางวัลล่วงหน้าแก่งานที่นักเรียนทำสำเร็จ เพื่อยั่วยุให้นักเรียนพยายามมากยิ่งขึ้น และการให้รางวัลก่อนการเรียนรู้ก็ได้ เพื่อให้เด็กทราบถึงผลที่เกิดจากการเรียนรู้ใหม่ ครูควรพยายามให้เด็กมีโอกาสได้รับแรงเสริมอย่างทั่วถึงกัน ไม่ควรเน้นเฉพาะผู้ที่ชนะแข่งขันเท่านั้น แต่อาจให้รางวัลในการแข่งขันกับตนเองก็ได้

6. ให้ตัวอย่างจากสิ่งที่เด็กคุ้นเคยและคาดไม่ถึง การยกตัวอย่างประกอบการสอนควรเป็นสิ่งที่นักเรียนคุ้นเคยแล้ว เพื่อให้นักเรียนเข้าใจง่ายและรวดเร็วขึ้น

7. เชื่อมโยงบทเรียนใหม่กับสิ่งที่เคยเรียนรู้มาก่อน การนำเอาสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงสัมพันธ์กับสิ่งที่เคยรู้มาก่อนจะทำให้เข้าใจง่ายและชัดเจนขึ้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนสนใจบทเรียนมากขึ้น เพราะคาดหวังไว้ว่าจะได้นำเอาสิ่งที่เรียนไปใช้ประโยชน์และเป็นพื้นฐานในการเรียนต่อไป

8. เกมและการเล่นละคร การสอนที่ให้เด็กได้ปฏิบัติจริง ทั้งในการเล่นเกมและแสดงละคร ทำให้เด็กเกิดความสนุกสนานเพลิดเพลิน ส่งเสริมความสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนและช่วยให้เข้าใจบทเรียนได้ดีขึ้นด้วย

9. สถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนไม่พึงปรารถนา สถานการณ์ในชั้นเรียนที่อาจทำให้นักเรียนเบื่อ ไม่พอใจ ขัดแย้ง ควรหาทางลดหรือขจัดเพราะเป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนอาจทำให้ ไม่เข้าใจบทเรียนได้

ฉะนั้น ในการเรียนการสอนครูต้องมีการสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนอยากเรียน ให้สนใจเรียนเสียก่อนจึงจะเรียนได้ดี ด้วยการนำเอาหลักการ ทฤษฎี และแนวปฏิบัติที่เกี่ยวข้องมาประยุกต์ใช้เพื่อให้สามารถบรรลุเป้าหมายและเกิดประสิทธิภาพต่อการเรียนได้

1.8 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

จอห์นสันและจอห์นสัน (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 56 – 57 ; อ้างอิงจาก Johnson and Johnson. 1989 : 235 – 237 *New Directions for Elementary School Mathematics.1989 yearbook.*) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์ เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนมติและกระบวนการ และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมาย ด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนมติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (Dynamic Process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างแข่งขัน การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรม มากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่า นักเรียนเป็นผู้คอยดูดซับข้อมูลความรู้ จากการฝึกซ้ำ และจากการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแข่งขันเป็นการท้าทายทางสมองสำหรับนักเรียนทุกคน และการอยากรู้อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (Interpersonal Enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่า จะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหา ให้เหตุผลและวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อน จะทำให้เกิดการหยั่งรู้ (Insight) มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูง และเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่ม มีโอกาสในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ

แต่ในโครงสร้างของการแข่งขัน และการเรียนรายบุคคลนักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยนการวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลก็จะเป็นไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขัน และการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวคิดใหม่ การถ่ายโยงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อยๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือถ่ายโยงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานร่วมมือกัน นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้มโนมติ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่มมีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง (Self - esteem) เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6. การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียน หากมีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเขา การช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะเกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าและได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดจากการทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหา จะทำให้เกิดการเรียนรู้มโนมติและการวิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้สถานการณ์ใหม่ เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกันการช่วยเหลือกันและการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือ มีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ในกลุ่ม ต่อเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง (Self – confidence)

เดวิดสัน (Davidson. 1990 : 4 - 5) ผู้อำนวยการโครงการโรงเรียนประถมศึกษา ซึ่งตั้งอยู่ที่ศูนย์วิจัยโรงเรียนประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มหาวิทยาลัยจอห์นฮอปกินส์ ได้กล่าวถึงความเหมาะสมของการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. การเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต้องแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ซักถามปัญหากันอย่างอิสระ อธิบายให้สมาชิกในกลุ่มได้เข้าใจถึงแนวความคิดและมโนมติของตนเองให้กระจ่างชัดขึ้นตลอดจนได้แสดงความรู้สึกเกี่ยวกับการเรียนรู้ของเขา

2. การเรียนเป็นกลุ่มย่อยเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนภายในกลุ่มจะไม่มีการแข่งขันกันในการแก้ปัญหา ซึ่งปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มนั้นจะช่วยให้นักเรียนทุกคนเรียนรู้มโนมติและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้

3. คณิตศาสตร์แตกต่างไปจากวิชาอื่นในแง่ที่ครูสามารถประมาณเวลาได้ว่าในการแก้ปัญหาแต่ละข้อควรใช้เวลานานเท่าไร และเป็นการเหมาะสมอย่างยิ่งในการอภิปรายกลุ่มเพื่อหา คำตอบที่พิสูจน์ได้จริง โดยที่นักเรียนสามารถโน้มน้าวเพื่อนให้ยอมรับได้โดยใช้เหตุผลประกอบ

4. ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละปัญหาสามารถแก้ได้หลายวิธี และนักเรียนก็สามารถอภิปรายถึงข้อดีและข้อเสียของการหาคำตอบนั้นได้

5. นักเรียนสามารถช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มเกี่ยวกับความจริงที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (Basic Fact) และกระบวนการคิดคำนวณที่จำเป็น ซึ่งสิ่งเหล่านี้สามารถนำไปใช้ในแง่ที่ตื่นเต้นและท้าทายทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น เกม ปริศนา หรือการอภิปรายปัญหา

6. ในขอบเขตของวิชาคณิตศาสตร์เต็มไปด้วยความคิดที่ท้าทายและตื่นเต้น จะทำให้มีการอภิปรายถึงข้อดีข้อเสีย ผู้ที่เรียนโดยการพูดคุย การฟัง การอธิบายและการคิดร่วมกับผู้อื่นก็สามารถเรียนรู้ได้ดีเช่นเดียวกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

7. คณิตศาสตร์เปิดโอกาสอย่างมากในการสร้างความคิด ค้นคว้าในสถานการณ์ต่างๆ มีการคาดคะเนและการตรวจสอบด้วยข้อมูล การตั้งปัญหาเพื่อกระตุ้นให้สนใจอยากรู้อยากเห็น และมีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ซึ่งไม่เคยพบเห็นมาก่อน ความพยายามของนักเรียนแต่ละคนในการหาคำตอบจากปัญหาเดียวกันจะทำให้เกิดความก้าวหน้าทีละน้อย และเป็นประสบการณ์ที่มีค่า

จากลักษณะความเหมาะสมของการเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์ ดังกล่าวนั้น เพื่อให้การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผล บารูดี้ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 37 – 38 ; อ้างอิงจาก Baroody. 1993 : 2 –105 –106 *Problem Solving, Reasoning and Communicating, K – 8 ,Helping Children Think Mathematically.*) ได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ ดังนี้

1. เริ่มทีละน้อย ในตอนเริ่มต้นใช้การเรียนแบบร่วมมือเป็นบางครั้ง แล้วใช้ถี่มากขึ้น

2. ใช้กลุ่มละ 4 คน กลุ่มเล็กเกินไปจะไม่เกิดการอภิปราย กลุ่มใหญ่เกินไปทำให้การมีส่วนร่วมในการมีปฏิสัมพันธ์ลดลง ในกลุ่ม 4 คน นักเรียนรู้สึกสะดวกและปลอดภัยที่จะขยายแนวคิดหรืออธิบายเหตุผลกันในกลุ่ม

3. เตรียมประสบการณ์การแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างหลากหลาย เตรียมโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาทั้งรายบุคคล ทั้งชั้น และกิจกรรมกลุ่ม

4. เน้นปัญหาของกลุ่ม โดยสนับสนุนให้นักเรียนได้อภิปรายและสรุปปัญหาโดยกลุ่มและควรให้มีการอภิปรายประเด็นทางสังคมด้วย

5. ต้องมั่นใจว่าสมาชิกแต่ละคนมีความรับผิดชอบซึ่งนักเรียนต้องเข้าใจก่อนว่าข้อผิดพลาดของกลุ่มก็คือข้อผิดพลาดของทุกคนในกลุ่ม ผลงานของกลุ่มเป็นผลมาจากสมาชิกทุกคน การสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคลจะช่วยให้เกิดความรับผิดชอบ

6. ส่งเสริมความพยายามร่วมกัน กลุ่มต้องรับผิดชอบต่อการพัฒนาของสมาชิกทุกคน

7. ส่งเสริมให้เกิดทักษะทางสังคม โดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทักษะการทำงานร่วมกัน การร่วมมือกันช่วยลดข้อขัดแย้งหรือความสับสนต่างๆ

8. ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนสรุปเพราะการเขียนสรุปทำให้ครูได้ติดตามและควบคุมการร่วมมือกันในกลุ่ม

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือจะเห็นได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือมี

ความเหมาะสมในการนำมาใช้จัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำเอาเทคนิคของการเรียนร่วมมือแบบ Student Teams - Achievement Division (STAD) และเทคนิคของการเรียน ร่วมมือแบบ Teams - Games - Tournament (TGT) มาศึกษาและทำการวิจัยในครั้งนี้

1.9 เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือ แบบ Student Teams - Achievement Division (STAD)

1.9.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับ STAD

การเรียนแบบร่วมมือแบบแรกที่ได้รับการพัฒนาขึ้นที่ Johns Hopkins University (Slavin. 1987) เรียกชื่อเป็นภาษาอังกฤษว่า Student Teams - Achievement Division (STAD) ประกอบด้วย กิจกรรมที่เป็นวงจรตามลำดับขั้นดังนี้

1. ครูสอนบทเรียน

2. นักเรียนในกลุ่มทำงานร่วมกันตามที่ครูกำหนดให้เปรียบเทียบคำตอบ ซักถามอภิปราย และตรวจคำตอบกัน

3. นักเรียนได้รับคำแนะนำให้อธิบายวิธีทำแบบฝึกหัดให้เพื่อนฟังด้วย ไม่ใช่บอกแต่คำตอบเท่านั้น

4. เมื่อจบบทเรียน ครูจึงให้ทำแบบทดสอบสั้นๆ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนต้องทำด้วยตนเองจะช่วยกันไม่ได้

5. ครูตรวจผลการสอบของนักเรียน โดยคะแนนที่นักเรียนทำได้ในการสอบจะถือเป็นคะแนนรายบุคคลแล้วนำคะแนนรายบุคคลไปแปลงเป็นคะแนนของกลุ่ม

6. นักเรียนคนใดทำคะแนนได้ดีกว่าครั้งก่อนจะได้รับคำชมเชยเป็นรายบุคคล และกลุ่มใดทำคะแนนได้ดีกว่าครั้งก่อนจะได้รับคำชมเชยทั้งกลุ่ม

เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD

เงื่อนไขซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูจะต้องตระหนักถึง เพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD มี 2 ประการ คือ

1. เป้าหมายของกลุ่ม (Group Goal)

เงื่อนไขนี้เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับผู้เรียน ทั้งนี้เพราะกลุ่มจำต้องให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มได้ทราบเป้าหมายของกลุ่มในการร่วมมือกันทำงาน ถ้าปราศจากเงื่อนไขข้อนี้งานจะสำเร็จไม่ได้เลย

2. ความรับผิดชอบต่อตนเอง (Individual Accountability)

สมาชิกในกลุ่มทุกคนจะต้องมีความรับผิดชอบต่อตนเองเท่าๆ กับรับผิดชอบต่อกลุ่ม กล่าวคือ กลุ่มจะได้รับการชมเชยหรือได้รับคะแนนต้องเป็นผลสืบเนื่องมาจากคะแนนรายบุคคลของสมาชิกในกลุ่ม ซึ่งจะนำไปแปลงเป็นคะแนนของกลุ่ม

ทั้งสองเงื่อนไขนี้มีความเกี่ยวเนื่องและสัมพันธ์กัน ซึ่งมีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กล่าวคือเป้าหมายของกลุ่มเป็นสิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจที่จะช่วยเหลือสมาชิกคนอื่นๆ ในกลุ่มให้เรียนรู้ได้เหมือนตนถ้าปราศจากเป้าหมายของกลุ่มนักเรียนก็จะทำงานผิดจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ดังนั้นนักเรียนจึงต้องทราบเป้าหมายของกลุ่มเพื่อความสำเร็จในการเรียน ยิ่งไปกว่านั้นเป้าหมายของกลุ่มอาจจะช่วยให้นักเรียนผ่านพ้นความสงสัย ลังเล ไม่แน่ใจในการที่จะตั้งคำถามถามครู ซึ่งถ้าปราศจากข้อนี้ นักเรียนจะไม่กล้าถาม ในขณะเดียวกัน ถ้าปราศจากความรับผิดชอบต่อตนเองของสมาชิกในกลุ่ม นั่นคือ หมายความว่า สมาชิก 2 หรือ 3 คนภายในกลุ่มเท่านั้นที่ต้องทำงานเองทั้งหมด ส่วนที่เหลือจะไม่ลงปฏิบัติงานกับเพื่อนในกลุ่ม และไม่ให้ความร่วมมือ อันจะเป็นสาเหตุให้วิธีการเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD ประสบความล้มเหลวได้ในที่สุด

หลักการพื้นฐานของการเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD

ในการเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD นั้น สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องปฏิบัติตามหลักการพื้นฐาน 5 ประการดังต่อไปนี้

1. การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเชิงบวก (Positive Interdependence)

นักเรียนจะรู้สึกว่าตนจำเป็นจะต้องอาศัยผู้อื่นในการที่จะทำงานกลุ่มให้สำเร็จ กล่าวคือ " ร่วมเป็นร่วมตาย" วิธีการที่จะทำให้เกิดความรู้สึกเช่นนี้อาจจะทำได้โดยทำให้มีจุดมุ่งหมายร่วมกัน เช่น ถ้านักเรียนทำคะแนนกลุ่มได้สูงแต่ละคนจะได้รับรางวัลร่วมกัน ประเด็นที่สำคัญก็คือ สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องทำงานกลุ่มให้เป็นผลสำเร็จ ซึ่งความสำเร็จนี้จะขึ้นอยู่กับความร่วมมือร่วมใจของสมาชิกทุกคน จะไม่มีการยอมรับความสำคัญหรือความสามารถของบุคคลเพียงคนเดียว

2. การติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรง (Face to Face Interaction)

เนื่องจากการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันเชิงบวก มิใช่วิธีที่จะทำให้เกิดผลอย่างปาฏิหาริย์ แต่ผลดีที่จะเกิดขึ้นจากการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันนั้น จะต้องมีการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันระหว่างนักเรียนที่เป็นสมาชิกกลุ่ม ในกิจกรรมการเรียนแบบ STAD นั้น การสรุปเรื่อง การอธิบาย การขยายความในบทเรียนที่เรียนมาให้แก่เพื่อนในกลุ่ม เป็นลักษณะสัมพันธ์ของการติดต่อปฏิสัมพันธ์โดยตรงของกิจกรรมการเรียนแบบ STAD ดังนั้นจึงควรมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันโดยเปิดโอกาสให้สมาชิกได้เสนอแนวความคิดใหม่ๆ เพื่อเลือกสิ่งที่ดี ที่ถูกต้องและเหมาะสมที่สุด

3. การรับผิดชอบงานของกลุ่ม (Individual Accountability at Group Work)

การเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD จะถือว่าไม่สำเร็จจนกว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มจะได้เรียนรู้เรื่องในบทเรียนได้ทุกคน หรือได้รับการช่วยเหลือจากเพื่อนในกลุ่มให้ได้เรียนรู้ได้ทุกคน เพราะฉะนั้นจึงจำเป็นต้องวัดผลการเรียนของแต่ละคนเพื่อให้สมาชิกในกลุ่มได้ช่วยเหลือเพื่อนที่เรียนไม่เก่ง บางทีครูอาจจะใช้วิธีทดสอบสมาชิกในกลุ่มเป็นรายบุคคลหรือสุ่มเรียกบุคคลใดบุคคลหนึ่งในกลุ่มเป็นผู้ตอบ ด้วยวิธีดังกล่าวกลุ่มจะต้องช่วยกันเรียนรู้และช่วยกันทำงาน มีความรับผิดชอบต่องานของตนเป็นพื้นฐาน ซึ่งทุกคนจะต้องเข้าใจและรู้แจ้งในงานที่ตนรับผิดชอบ อันจะก่อให้เกิดผลสำเร็จของกลุ่มตามมา

4. ทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Social Skills)

นักเรียนทุกคนไม่ได้มาโรงเรียนพร้อมกับทักษะในการติดต่อสัมพันธ์กับผู้อื่นเพราะฉะนั้น จึงเป็นหน้าที่ของครูที่จะช่วยนักเรียนในการสื่อสารการเป็นผู้นำ การไว้ใจผู้อื่น การตัดสินใจ การแก้ปัญหาความขัดแย้ง ครูควรจัดสถานการณ์ที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ทักษะมนุษยสัมพันธ์และกลุ่มสัมพันธ์ เพื่อให้สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ครูควรสอบทักษะและมีการประเมินการทำงานของกลุ่มนักเรียนด้วย การที่จัดนักเรียนที่ขาดทักษะในการทำงานกลุ่มมาทำงานร่วมกันจะทำให้การทำงานนั้นไม่ประสบผลสำเร็จเพราะกิจกรรมการเรียนแบบ STAD ไม่ได้หมายถึงแต่เพียงการที่จัดให้นักเรียนมานั่งทำงานเป็นกลุ่มเท่านั้น ซึ่งจุดนี้เป็นหลักการหนึ่งที่ทำให้นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD แตกต่างจากการเรียนเป็นกลุ่มแบบเดิมที่เคยใช้กันมานาน

จากทักษะการทำงานกลุ่มนี้เองที่จะทำให้นักเรียนช่วยเหลือ เอื้ออาทรในการถ่ายทอดความรู้ซึ่งกันและกัน และมีการร่วมมือในกลุ่ม ดังนั้นทุกคนจึงเกิดการเรียนรู้ที่จะมีส่วนร่วมในการทำงานให้กลุ่มได้รับความสำเร็จ

5. กระบวนการกลุ่ม (Group Processing)

กระบวนการกลุ่มหมายถึงการให้นักเรียนมีเวลาและใช้กระบวนการในการวิเคราะห์ว่ากลุ่มทำงานได้เพียงใด และสามารถใช้ทักษะสังคมและมนุษยสัมพันธ์ได้เหมาะสม กระบวนการกลุ่มนี้จะช่วยให้สมาชิกในกลุ่มทำงานได้ผล ในขณะที่สัมพันธภาพในกลุ่มก็จะเป็นไปด้วยดี กล่าวคือกลุ่มจะมีความเป็นอิสระโดยสมาชิกในกลุ่ม สามารถจัดกระบวนการกลุ่มและสามารถแก้ปัญหาด้วยตัวของพวกเขาเอง ทั้งนี้ ข้อมูลย้อนกลับจากครูหรือเพื่อนนักเรียนที่เป็นผู้สังเกตจะช่วยให้กลุ่มได้ดำเนินการได้เป็นอย่างดีและมีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.9.2 ขั้นตอนการสอนแบบ STAD

STAD เป็นรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่ Robert Slavin และคณะได้พัฒนาขึ้น เป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุดและใช้กันแพร่หลายที่สุด เหมาะสำหรับครูผู้สอนที่เลือกใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการสอน 5 ขั้นคือ

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (Class Presentation)

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (Team Study)

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (Test)

ขั้นที่ 4 คะแนนในการพัฒนาตนเอง (Individual Improvement Scores)

ขั้นที่ 5 ทีมที่ได้รับการยกย่อง (Team Recognition)

ขั้นตอนการสอนตามรูปแบบการสอนแบบ STAD ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้น อธิบายได้ดังนี้คือ

ขั้นที่ 1 การเสนอบทเรียนต่อชั้นเรียน เนื้อหาของบทเรียนจะถูกเสนอต่อนักเรียนทั้งห้อง โดยครูผู้สอน ซึ่งครูผู้สอนต้องใช้เทคนิคการสอนที่เหมาะสมตามลักษณะของเนื้อหา บทเรียนโดยใช้สื่อการเรียนการสอนประกอบคำอธิบายของครูเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาบทเรียน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย ซึ่งแต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยสมาชิก 4 – 5 คน ซึ่งสมาชิกกลุ่มจะมีความแตกต่างกันในเรื่องเพศและระดับสติปัญญา ซึ่งหน้าที่สำคัญของกลุ่มก็คือ การเตรียม

สมาชิกของกลุ่มให้สามารถทำแบบทดสอบได้ดี กิจกรรมของกลุ่มจะอยู่ในรูปการอภิปรายหรือการแก้ปัญหาร่วมกัน การแก้ความเข้าใจผิดของเพื่อนร่วมกลุ่ม กลุ่มจะต้องทำให้ดีที่สุดเพื่อช่วยสมาชิกแต่ละคนของกลุ่ม กลุ่มจะต้อง ติวและสอนเพื่อนร่วมกลุ่มให้เข้าใจเนื้อหาที่จะเรียน ซึ่งการทำงานของกลุ่มจะเน้นความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่ม การนับถือตนเอง (Self – Esteem) และการยอมรับเพื่อนที่เรียนอ่อนซึ่งสิ่งที่นักเรียนควรคำนึงถึงคือ นักเรียนต้องช่วยเหลือเพื่อนให้รู้เนื้อหาอย่างถ่องแท้ นักเรียนไม่สามารถศึกษาเนื้อหาจบคนเดียวโดยที่เพื่อนในกลุ่มไม่เข้าใจ ถ้าหากไม่เข้าใจควรปรึกษาเพื่อนในกลุ่มก่อนปรึกษาครู และในการปรึกษากันในกลุ่มไม่ควรเสียงดังรบกวนกลุ่มอื่น

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย หลังการเรียนไปแล้ว 1 – 2 คาบ นักเรียนจะต้องได้รับการทดสอบ ซึ่งในการทดสอบนักเรียนทุกคนทำข้อสอบตามความสามารถของตนไม่ให้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

ขั้นที่ 4 คะแนนในการพัฒนาตนเอง ซึ่งเป็นคะแนนที่ได้จากการเปรียบเทียบคะแนนที่สอบได้กับคะแนนฐาน โดยคะแนนที่ได้จะเป็นคะแนนความก้าวหน้าของผู้เรียน ซึ่งนักเรียนจะทำได้หรือไม่จะขึ้นอยู่กับความขยันที่เพิ่มขึ้นมากกว่าบทเรียนบทก่อนหรือไม่ นักเรียนทุกคนมีโอกาสได้คะแนนสูงสุดเพื่อช่วยเหลือกลุ่ม หรืออาจจะไม่ได้เลย ถ้าหากได้คะแนนน้อยกว่าคะแนนฐานเกิน 10 คะแนน

ขั้นที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการยกย่องและการยอมรับ กลุ่มจะได้รับรางวัลเมื่อคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มเกินเกณฑ์ที่ตั้งไว้ คะแนนกลุ่มของนักเรียนอาจคิดเป็น 20 % ของคะแนนรวมทั้งหมดของวิชานั้น

การเตรียมการสำหรับการเรียนแบบ STAD

สื่อการสอน STAD สามารถใช้กับหลักสูตรการสอนที่ออกแบบมาโดยเฉพาะสำหรับการเรียนรู้เป็นกลุ่มของนักเรียน สามารถใช้ได้กับสื่อการสอนที่ครูสร้างขึ้น โดยการสร้างแบบฝึกทักษะ กระดาษคำตอบ และแบบทดสอบย่อยสำหรับแต่ละหน่วยที่ครูวางแผนที่จะสอน

การจัดกลุ่มนักเรียน กลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีพื้นฐานแตกต่างกัน กลุ่มหนึ่งมีสมาชิก 4 คน สมาชิกจะแบ่งออกเป็นคนที่มีคะแนนสูง 1 คน คะแนนปานกลาง 2 คน และคะแนนต่ำ 1 คน การคัดเลือกนักเรียนเข้ากลุ่มปฏิบัติตามขั้นตอนดังนี้

1. ถ่ายเอกสารสรุปคะแนนของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม ซึ่งประกอบด้วยนักเรียน 4 คน

2. จัดชั้นนักเรียน ในใบรายงานคะแนนของนักเรียนทั้งชั้น ให้จัดลำดับชั้นของนักเรียนจากคะแนนสูงสุดไปหาคะแนนต่ำสุด ใช้ข้อมูลที่มีอยู่ เช่น คะแนนทดสอบ หรือเกรด เพื่อจัดชั้นความสามารถของนักเรียน

3. กำหนดจำนวนกลุ่ม ถ้าเป็นไปได้แต่ละกลุ่มควรจะมีสมาชิก 4 คน ในการตัดสินใจว่าจะมีจำนวนกลุ่มเท่าไร ให้หารจำนวนนักเรียนทั้งหมดด้วย 4 ถ้าหารลงตัวก็ได้จำนวนกลุ่มตามผลหารที่ได้ ถ้าหารไม่ลงตัวเหลือเศษ 1, 2, หรือ 3 ก็จะได้ 1 , 2 หรือ 3 กลุ่มที่มีจำนวนสมาชิก 5 คน เช่น ถ้านักเรียนในชั้นมีทั้งหมด 30 คนก็จะได้ 7 กลุ่ม โดย 5 กลุ่มแรกมีสมาชิก 4 คน และ 2 กลุ่มหลังมีสมาชิก 5 คน

4. การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม ในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มจะต้องรักษาความสมดุลภายในกลุ่มเพื่อที่ว่าแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับคะแนนต่างกันตั้งแต่ สูง ปานกลาง และต่ำ และระดับคะแนนเฉลี่ยของทุกกลุ่มในชั้นควรจะเท่ากัน ใช้ตารางลำดับชั้นคะแนนของนักเรียนจัดแบ่งกลุ่ม โดยใส่ชื่อทีมลงไปบนชื่อของนักเรียนแต่ละคน เช่น ในชั้นเรียนมี 8 ทีม จะใช้อักษรชื่อทีมตั้งแต่ A – H โดยเริ่มต้นจากนักเรียนคนแรกที่ได้คะแนนสูงสุดเรียงลำดับต่อเนื่องกันมาตั้งแต่ A ถึง H เมื่อเรียงไปถึง H แล้วให้เรียงใหม่ในทิศทางตรงข้าม ตัวอย่างเช่น ถ้าใช้อักษร A – H นักเรียนคนที่ 8 – 9 จะถูกจัดอยู่ในกลุ่ม H คนที่ 10 อยู่ในกลุ่ม G คนต่อไปอยู่ในทีม F เรียงย้อนกลับไปเรื่อยๆ จนถึงกลุ่ม A และเริ่มต้นกระบวนการใหม่จากนักเรียนคนสุดท้ายขึ้นมา โดยเริ่มต้นและจบลงด้วยอักษร A

5. เติมข้อความลงในกระดาษบันทึก เขียนชื่อนักเรียนลงไปบนแต่ละกลุ่มในกระดาษบันทึกของครู โดยเว้นชื่อกลุ่มเอาไว้

การกำหนดฐานคะแนนเบื้องต้น

ฐานคะแนนคำนวณมาจากคะแนนเฉลี่ยของแบบทดสอบย่อยในอดีต ถ้าครูเริ่มต้น STAD ภายหลังจากที่ทดสอบย่อยตั้งแต่ 3 ครั้งขึ้นไป จะใช้คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนเป็นฐานคะแนน หรือใช้เกรดสุดท้ายจากปีการศึกษาที่แล้วเป็นฐานคะแนน

คะแนนการพัฒนาตนเอง

นักเรียนจะทำคะแนนให้กับกลุ่มของเขาบนพื้นฐานของระดับคะแนนสอบส่วนที่เกินกว่าฐานคะแนน ดังนี้

คะแนนสอบย่อย	คะแนนการพัฒนาตนเอง
ต่ำกว่าฐานคะแนน 10 คะแนนลงไป	0
ต่ำกว่าฐานคะแนน 1 – 10 คะแนน	10
เกินกว่าฐานคะแนน 1 – 10 คะแนน	20
เกินกว่าฐานคะแนน 10 คะแนนขึ้นไป	30
คำตอบถูกต้องหมด (ไม่ต้องดูฐานคะแนน)	30

จุดประสงค์ของการกำหนดฐานคะแนนและคะแนนการปรับปรุงตนเองคือเพื่อทำให้นักเรียนทุกคนมีแรงจูงใจในการทำคะแนนสูงสุดให้แก่กลุ่ม ไม่ว่าเขาจะเคยมีผลการเรียนในอดีตเป็นอย่างไรก็ตามนักเรียนจะเข้าใจดีว่าเป็นการยุติธรรมที่จะเปรียบเทียบนักเรียนแต่ละคนด้วยผลการเรียนในอดีตของเขาเอง เนื่องจากนักเรียนทุกคนเข้าสู่ชั้นเรียนด้วยระดับทักษะและประสบการณ์ที่แตกต่างกันในวิชาคณิตศาสตร์

คะแนนของกลุ่ม

ในการคำนวณคะแนนของกลุ่ม ให้นำคะแนนการพัฒนาตนเองของสมาชิกแต่ละคนมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนสมาชิกในทีมนั้น ปัดเศษทศนิยมทิ้งไป คะแนนของกลุ่มขึ้นอยู่กับคะแนนพัฒนาตนเองแทนที่จะเป็นคะแนนดิบที่ได้จากการทดสอบย่อย

การให้รางวัลของกลุ่ม

การให้รางวัลมี 3 ระดับ ขึ้นอยู่กับระดับคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ดังนี้

หลักเกณฑ์(คะแนนเฉลี่ยของทีม)	รางวัล
15	GOODTEAM
20	GREATTEAM
25	SUPERTEAM

ทุกกลุ่มมีสิทธิ์ได้รับรางวัลทั้งนั้น แต่ละกลุ่มจึงมิได้แข่งขันกับกลุ่มอื่นๆ หลักเกณฑ์นั้นถูกกำหนดขึ้นเพื่อจูงใจให้สมาชิกในทีมทำคะแนนให้เกินกว่าฐานคะแนนขั้นต่ำสำหรับรางวัล "GREATTEAM" และเกินกว่าฐานคะแนนตั้งแต่ 10 คะแนนขึ้นไปสำหรับรางวัล " SUPERTEAM" อาจจะเปลี่ยนแปลงหลักเกณฑ์เหล่านี้ได้ถ้าจำเป็น

การแจกคืนแบบทดสอบชุดแรก

เมื่อแจกคืนแบบทดสอบย่อยชุดแรก (พร้อมด้วยฐานคะแนน คะแนนของแบบทดสอบ และคะแนนการพัฒนาตนเอง) แก่นักเรียน ครูต้องอธิบายระบบคะแนนพัฒนาตนเองให้นักเรียนฟัง และในการอธิบายควรเน้นในสิ่งต่อไปนี้

1. จุดประสงค์หลักของระบบคะแนนพัฒนาตนเองคือ การให้คะแนนขั้นต่ำสุดแก่ทุกๆ คน เพื่อให้นักเรียนพยายามเอาชนะและเพื่อเป็นฐานคะแนนขั้นต่ำจากผลการเรียนในอดีต ซึ่งนักเรียนจะได้รับโอกาสเท่าเทียมกันในการเดินไปสู่ความสำเร็จ ถ้าเขามีความก้าวหน้าทางวิชาการมากขึ้น

2. นักเรียนจะต้องตระหนักว่าคะแนนของทุกคนในกลุ่มมีความสำคัญ ซึ่งสมาชิกทุกคนสามารถทำคะแนนสูงสุดให้แก่ทีมได้

3. ระบบคะแนนการพัฒนาตนเองเป็นระบบที่ยุติธรรม เพราะทุกคนเพียงแต่แข่งขันกับตัวเอง (ด้วยการพยายามพัฒนาผลการเรียนของตน) โดยไม่สนใจว่าเพื่อนร่วมชั้นคนอื่นๆ จะได้คะแนนเท่าไร

การปรับฐานคะแนนใหม่

ในทุกๆ ช่วงเวลา(จะบ่อยมากแค่ไหนขึ้นอยู่กับครู) ควรจะคำนวณคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบทุกครั้ง แล้วปรับฐานคะแนนใหม่ให้กับนักเรียน

การเปลี่ยนทีม

ภายหลังจากจัดกลุ่ม STAD ได้ประมาณ 5 – 6 สัปดาห์ ควรจะสับเปลี่ยนหมุนเวียนสมาชิกในกลุ่มใหม่ เพื่อให้นักเรียนคนที่ทำคะแนนต่ำให้แก่กลุ่มได้มีโอกาสแก้ตัวใหม่ เพื่อให้นักเรียนได้ทำงานร่วมกับเพื่อนร่วมชั้นคนอื่นๆ และเพื่อทำให้โปรแกรม STAD น่าตื่นเต้นอยู่เสมอ

การให้เกรด

ใบรายงานเกรดควรเป็นรายงานคะแนนสอบจริงของนักเรียน มิใช่รายงานคะแนนของกลุ่มหรือคะแนนการพัฒนาตนเอง ครูอาจใช้คะแนนกลุ่มของนักเรียนเป็นส่วนหนึ่งของเกรดก็ได้ เช่น คิดเป็น 20 % ของคะแนนทั้งหมด

1.10 เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือแบบ Teams – Games – Tournament (TGT)

1.10.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับ TGT

TGT มีลักษณะเหมือนกับ STAD ในทุกๆ ลักษณะ ยกเว้นเพียงสิ่งเดียวคือ แทนที่จะใช้ระบบคะแนนการพัฒนาผลการเรียนของแต่ละคนและการทดสอบย่อย TGT จะใช้วิธีแข่งขันวิชากันซึ่งนักเรียนจะเข้าแข่งขันในฐานะเป็นตัวแทนของแต่ละกลุ่มผู้ซึ่งมีผลการเรียนในอดีตที่คล้ายคลึงกัน

ลักษณะของ TGT

รูปแบบการร่วมมือแบบ TGT มีองค์ประกอบ 3 ประการ (เกษม วิจิโน. 2535 : 17–18) คือ

1. ทีม (Teams) แบ่งนักเรียนออกเป็น 4 – 5 ทีม แต่ละทีมจะมีนักเรียนหลากหลายทั้งเรื่องของระดับผลสัมฤทธิ์ เชื้อชาติ และเพศ โดยอุดมคติ แต่ละทีมจะมีผู้มีผลสัมฤทธิ์สูงคนหนึ่ง ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน อย่างไรก็ดีแต่ละทีมต้องประมาณว่ามีความสามารถทางการเรียนพอๆ กัน ตลอดช่วงของการใช้ TGT สมาชิกจะสังกัดทีมอย่างถาวร แต่ละทีมจะได้รับการฝึกฝนที่เหมือนกันหรือติวกัน และในทีมจะช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการทบทวนสิ่งที่ครูสอน

2. เกม (Games) เกมที่ใช้เป็นการฝึกทักษะ ซึ่งเน้นที่เนื้อหาหลักสูตรนักเรียนจะได้ตอบปัญหาเกมบนบัตร (Card) หรือเอกสาร (Sheet) ที่มีแต่ละทักษะ ซึ่งเน้นเฉพาะกฎเกณฑ์พื้นฐานสำคัญคือ การแข่งขันกัน

3. การแข่งขัน (Tournament) การฝึกในทีมจะมีการแข่งขัน การแข่งขันจะมีอาทิตย์ละ 1 ครั้ง หรือ 2 ครั้ง โดยให้งานชนิดที่แต่ละทีมต้องแข่งขันกัน แต่ละทีมจะได้รับการประเมินคร่าวๆ ในระดับผลสัมฤทธิ์ว่าทีมไหนจะได้คะแนนสูงสุด (Top) แต่ละคาบเรียนในปลายคาบเรียนนักเรียนหรือผู้เล่นทุกคนจะได้เปรียบเทียบคะแนนของแต่ละทีมว่าทีมใดคะแนนสูงสุด (Top) ปานกลาง ต่ำ ทีมได้คะแนนสูงสุด (Top) ได้ 6 คะแนน ปานกลาง 4 คะแนน และต่ำได้ 2 คะแนน คะแนนนี้จะบวก แยกคะแนนสมาชิกแต่ละคนด้วยและมีการบวกรวม (Tally) กับครั้งก่อนๆ แล้วจะมีการปรับวิธีการและเกิดการแลกเปลี่ยนความรู้กัน ผลคะแนนจะประกาศเป็นการสาธารณะในลักษณะจดหมายข่าว (Newsletter) สัปดาห์ละครั้ง

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับเกม

การใช้เกมเป็นเครื่องมือในการสอนเริ่มในปี พ.ศ. 2500 โดยมีนักการศึกษาดัดแปลงเกมขึ้นจากเกมสงคราม (War Game) และได้มีการพัฒนาแพร่หลายอย่างรวดเร็ว โดยเฉพาะในสาขาวิชาธุรกิจและการจัดการ การเล่มเกมได้พัฒนาขึ้นจากเกมที่ใช้อุปกรณ์ง่ายๆ เช่น ดินสอ กระดาษ จนกระทั่งถึงเกมที่ใช้คอมพิวเตอร์และอุปกรณ์ไฟฟ้าอื่นๆ (วนา ชลประเวส. 2526 : 13)

ความหมายของเกม

เกม เป็นกิจกรรมที่มีความสำคัญยิ่งในการเร้าความสนใจและสร้างความสนุกสนาน การเล่นเกมเป็นวิธีหนึ่งที่จะส่งเสริมให้เด็กเกิดการเรียนรู้และช่วยพัฒนาทักษะต่างๆ รวมทั้งส่งเสริมกระบวนการในการทำงาน และการอยู่ร่วมกันกับเพื่อนในสังคม เยาวพา เดชะคุปต์ (2525 : 53) กล่าวว่า เกมคือ กิจกรรมการเล่นแข่งขันซึ่งจะต้องมีแพ้หรือชนะตามกติกาที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง ซึ่งสอดคล้องกับความหมายที่ เมการ์รี กล่าวไว้ในสารานุกรม The International

Encyclopedia of Education (Megarry. 1985 : 4577) ว่าเกม คือ การเล่นที่มีผู้เล่นคนเดียวหรือหลายคนแข่งขันหรือร่วมมือกันเพื่อบรรลุวัตถุประสงค์ตามกติกาที่ตกลงกัน จากสื่อหรืออุปกรณ์การเล่นที่กำหนดและการกำหนดระบบการให้คะแนนหรือวิธีการตัดสินผู้ชนะและผู้แพ้

ประเภทของเกม

การแบ่งประเภทของเกมตามแนวคิดของนักการศึกษา ได้มีนักการศึกษาหลายท่านแบ่งประเภทของเกมดังต่อไปนี้ (ศรีภรณ์ ณะวงษ์ษา. 2542 : 23 – 24)

ลัดดาวัลย์ กันหสุวรรณ จำแนกประเภทของเกมตามลักษณะของการเล่น ได้เป็น Instructional Game และ Simulation Game ดังนี้

Instructional Game หมายถึง กิจกรรมการเล่นใดๆ ที่มีกติกากำหนดไว้แน่นอนและจากกติกานี้ทำให้ผู้เล่นสามารถประเมินผลได้ว่าประสบความสำเร็จในการเล่นเพียงใด นอกจากนี้ Instructional Game ยังเป็นเกมที่สามารถสอนมโนมติ หลักความจริง ทักษะ และเจตคติให้กับผู้เล่นด้วย

Simulation Game หมายถึง กิจกรรมการเล่นใดๆ ที่มีกติกาและเป็นการเล่นที่เลียนแบบสถานการณ์ที่อาจเกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน เราอาจเรียกเกมแบบนี้ว่าเกมสถานการณ์จำลอง สำหรับเกมแบบนี้ ผู้เล่นแต่ละคนจะแสดงบทบาท (Role Play) เช่นเดียวกับที่เกิดขึ้นในสถานการณ์จริงๆ

โลเวล (Lovell) ได้แบ่งเกมคณิตศาสตร์ออกเป็นสามประเภท ดังนี้

1. เกมเบื้องต้น (Preliminary Games) เป็นเกมที่สนุกสนาน พฤติกรรมการเล่นจะไม่เป็นแบบแผน การกระทำจะสัมพันธ์กับความคิดรวบยอดที่วางไว้น้อยมาก เหมาะกับเด็กอนุบาลหรือเด็กเล็ก

2. เกมที่สร้างขึ้น (Structured Games) เป็นเกมที่สร้างขึ้นอย่างมีจุดหมายแน่นอน การสร้างเกมจะสร้างไปตามแนวของความคิดรวบยอดให้สอดคล้องกับเนื้อหาที่ต้องการ

3. เกมฝึกหัด (Practice Games) เกมนี้จะช่วยเน้นความเข้าใจมากยิ่งขึ้น การจัดเกมให้เด็กควรจะได้เริ่มไปเป็นขั้นตอนตั้งแต่เกมเบื้องต้นโดยเฉพาะเนื้อหาที่เด็กเข้าใจช้า

กิลแมน (Gilman)ได้แบ่งประเภทของเกมคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. เกมพัฒนาการ (Developmental Games) เป็นเกมส่งเสริมให้ผู้เล่นได้เรียนรู้มโนมติใหม่ๆ

2. เกมยุทธวิธี (Strategy Games) เป็นเกมที่ผู้เล่นคิดหาแนวทาง เพื่อให้บรรลุจุดประสงค์นั้นๆ โดยเฉพาะ

3. เกมเสริมแรง (Reinforcement Games) เป็นเกมที่จะช่วยให้ผู้เล่นได้เรียนรู้พื้นฐานต่างๆ และฝึกทักษะในการนำมโนมติเกี่ยวกับเรื่องนั้นๆ ไปใช้ได้

เบลล์ (Bell) ได้แบ่งเกมคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของผู้ที่นำเกมไปใช้ออกเป็น 6 ประเภท คือ

1. เกมตัดสินปริศนาทางคณิตศาสตร์นั้นผู้เรียนอาจจะต้องใช้ทักษะ มโนมติ และหลักการทางคณิตศาสตร์ หรืออาจจะค้นพบคณิตศาสตร์ใหม่ได้

2. เกมเพื่อหาหลักการ เพื่อให้ผู้เรียนหาหลักการหรือสรุปกฎ สูตร และ วิธีการทางคณิตศาสตร์

3. เกมเพื่อหากฎหรือรูปแบบการวิเคราะห์หรือการสังเคราะห์เพื่อหากฎ ผู้เรียนเข้าใจมโนมติและหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ ถ้าผู้สอนใช้เกมง่ายๆ ในการสอนโดยที่ผู้เรียนแต่ละกลุ่มผลัดกัน เล่นเกม

4. เกมเดา ช่วยปรับปรุงความสามารถในการคิดคำนวณและการประมาณ ทำให้เกิดมโนมติทางคณิตศาสตร์ได้

5. เกมฝึกการคิดค่าประมาณ การประมาณคำตอบ การประมาณการวัด และการประมาณคำตอบของปัญหาในชีวิตประจำวัน ถ้าได้ฝึกฝนการปรับปรุงความเร็วและความถูกต้องจะทำให้สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

6. เกมฝึกทักษะ ใช้หลังจากผู้สอนได้สอนเนื้อหาไปจนจบแล้ว ผู้สอนควรมีกิจกรรมอื่นสลับเพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่ายแก่ผู้เรียน โดยใช้เกมสรุปเพื่อสังเกตผู้เรียนว่าเรียนรู้ข้อเท็จจริง เกิดมโนมติหรือหลักการแล้วมากน้อยเพียงใด

สำหรับเกมที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เป็นเกมการแข่งขันทางวิชาการโดยสร้างขึ้นเพื่อทดสอบความเข้าใจของผู้เรียนในเนื้อหาที่เรียนไปแล้วในแต่ละเรื่อง โดยยึดตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแต่ละเนื้อหานั้น เช่น เกมจับคู่คำ เป็นต้น

ประโยชน์ของเกมต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

เกมเป็นส่วนหนึ่งที่เร้าให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ มีความตื่นเต้นในการเรียนและยังช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนได้อย่างกว้างขวางจากทักษะพื้นฐานสู่ความสามารถในการแก้ปัญหา การใช้เกมการสอนที่เหมาะสมในห้องเรียนยังให้ประโยชน์ที่นอกเหนือจากที่กล่าวแล้วดังต่อไปนี้ (ศรีภรณ์ ณะวงค์ษา.2540 : 24 ; อ้างอิงจาก Heimer and Trueblood. 1977 : 34 *Strategies for Teaching Children Mathematics.*)

1. เกมที่เหมาะสมสามารถช่วยเด็กที่มีปัญหาต่างๆ ทางการเรียน เช่น เด็กที่มีปัญหาในเรื่องของภาษาซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งของการเรียนอ่อนทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

2. เกมสามารถช่วยนักเรียนซึ่งมีปัญหาทางด้านวินัยอันเกิดจากความเบื่อหน่ายในพฤติกรรมที่จำเจของการเรียนการสอนตามปกติ

3. เกมช่วยส่งเสริมในด้านปฏิสัมพันธ์ทางสังคมโดยการกระตุ้นให้เกิดความร่วมมือและการอภิปรายปรึกษากัน

4. เกมช่วยให้ครูสามารถวินิจฉัยและให้ความช่วยเหลือเด็กเป็นรายบุคคลในการแก้ไขมโนมติที่ผิดๆ หรือข้อบกพร่องทางการเรียนของเด็ก

5. เกมสามารถใช้ในการบูรณาการคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ และสามารถสร้างให้สอดคล้องกับความสนใจเฉพาะของนักเรียนได้

จากประโยชน์ของเกมดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าการสอนที่ใช้เกมประกอบนั้น ครูจะต้องคัดเลือกเกมที่เหมาะสม รู้สึกสนุกสนานกับการเล่นเกมด้วย และครูควรจะกำชับให้นักเรียน

ปฏิบัติตามกติกา มีน้ำใจนักกีฬา มีมารยาทและมีความยุติธรรม เพื่อให้การสอนโดยใช้เกมประกอบมีประโยชน์มากที่สุด

1.10.2 ขั้นตอนการสอนแบบ TGT

สุลัดดา ลอยฟ้า (ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา. 2542 : 25 ; อ้างอิงจาก สุลัดดา ลอยฟ้า. 2536 : 35 – 37 *เอกสารประกอบการสอนวิชาปัญหาและกลวิธีการสอนคณิตศาสตร์*) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบ TGT ไว้ดังนี้

1. การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น เนื้อหาของบทเรียนจะถูกเสนอต่อนักเรียนทั้งชั้นโดยครูผู้สอน ซึ่งครูผู้สอนต้องใช้เทคนิคการสอนที่เหมาะสมตามลักษณะของเนื้อหาบทเรียน โดยใช้สื่อการเรียนการสอนประกอบคำอธิบายของครูเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาบทเรียน

2. การเรียนกลุ่มย่อย เป็นการทำงานกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยสมาชิกประมาณ 4 - 5 คน กิจกรรมของกลุ่มจะอยู่ในรูปการอภิปรายหรือการแก้ปัญหาร่วมกัน กลุ่มจะต้องทำให้ดีที่สุดเพื่อช่วยสมาชิกแต่ละคนของกลุ่ม ครูควรกระตุ้นให้สมาชิกทุกคนทราบว่างานของกลุ่มจะเดินได้ดีก็ต่อเมื่อสมาชิกในกลุ่มส่งเสริมและสนับสนุนซึ่งกันและกัน

3. การเล่นเกมแข่งขันตอบปัญหา เกมเป็นการแข่งขันตอบคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาของบทเรียน โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อทดสอบความรู้ความเข้าใจในบทเรียน เกมประกอบด้วยผู้เล่น 4 คน ซึ่ง แต่ละคนจะเป็นตัวแทนของกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่ม การกำหนดนักเรียนเข้ากลุ่มเล่นเกมจะยึดหลักนักเรียนที่มีความสามารถทัดเทียมกันแข่งขันกัน กล่าวคือนักเรียนเก่งของแต่ละกลุ่มแข่งขันกัน นักเรียนปานกลาง แข่งขันกัน และนักเรียนอ่อนแข่งขันกัน การที่นักเรียนที่มีความสามารถทัดเทียมกันจากแต่ละกลุ่มมาทำการแข่งขันกันเพื่อให้นักเรียนแข่งขันกับตนเอง และนักเรียนแต่ละคนมีโอกาสได้ช่วยเหลือกลุ่มประสบผลสำเร็จเท่าเทียมกัน ถ้านักเรียนแต่ละคนเตรียมตัวให้ดีที่สุดการแข่งขันเกมจะกระทำประมาณสัปดาห์ละหนึ่งครั้งหลังจากแข่งขันเกมไปแล้ว สัปดาห์ต่อไปนักเรียนอาจถูกเปลี่ยนไปแข่งขันกับโต๊ะเกมอื่น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับผลการแข่งขันของสัปดาห์ก่อนว่า ผลการแข่งขันนั้นนักเรียนอยู่ในตำแหน่งใด ถ้าได้ตำแหน่งที่ 1 อาจถูกเลื่อนไปแข่งกันในโต๊ะที่มีเกมยากขึ้นกว่าเดิม เช่น ย้ายจากโต๊ะเกมที่ 4 ไปโต๊ะเกมที่ 3 เป็นต้น และเช่นกันก็ได้ตำแหน่งสุดท้ายก็อาจถูกเลื่อนลงไปแข่งขันในโต๊ะเกมที่ง่ายลง เช่น ย้ายลงจากโต๊ะที่ 2 ไปโต๊ะที่ 1 เป็นต้น

4. การยกย่องทีมที่ประสบผลสำเร็จ ทีมที่คะแนนรวมถึงเกณฑ์ที่กำหนดจะได้รางวัลหรือได้รับการยกย่อง

1.11 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนเป็นกลุ่มและการเรียนเป็นรายบุคคล

1.11.1 การเรียนเป็นกลุ่ม

การสอนมีบทบาทสำคัญในการให้การศึกษาแก่นักเรียน เพราะเป็นเครื่องมือที่ช่วยเสริมให้นักเรียน ตั้งใจเรียน และเกิดการเรียนรู้ เพื่อนำไปใช้ให้เหมาะสมกับวิชาและธรรมชาติของผู้เรียนและเข้ากับสิ่งแวดล้อม ดังนั้นวิธีการหรือรูปแบบในการจัดการเรียนการสอนจึงเป็นสิ่งหนึ่ง ที่ครูผู้สอนจะต้องให้ความสนใจ ซึ่งมีผู้ให้คำจำกัดความของการเรียนเป็นกลุ่มไว้ดังต่อไปนี้

ทิศนา แขมมณี และคณะ (2522 : 7) กล่าวว่า การเรียนเป็นกลุ่มเป็นการให้นักเรียนได้ร่วมมือกันเป็นกลุ่มเพื่อฝึกทักษะร่วมกัน ทิศนา แขมมณี ได้กล่าวอ้างคำกล่าวของเบรดฟอร์ด (Bredfod) ซึ่งได้กล่าวถึงที่มาของการนำเอาพลังกลุ่มมาใช้ในการเรียนการสอน เกิดจากหลัก 2 ประการ คือ

1. จุดหมายที่สำคัญทางการศึกษา คือ การให้ผู้เรียนเกิดการเปลี่ยนแปลง และพัฒนาพฤติกรรม จุดมุ่งหมาย มีความหมายลึกซึ้งและกว้างกว่าให้ความรู้แต่เพียงอย่างเดียว ดังนั้น การใช้พลังกลุ่มในการเรียนการสอน จะเน้นการให้การพัฒนามากกว่าการสอนเนื้อหาวิชาเพียงอย่างเดียว ซึ่งผู้เรียนไม่สามารถนำไปถ่ายโยง เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2. วิธีการที่ดีที่สุดในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ คือ การสร้างบรรยากาศเพื่อเสริมสร้างให้ผู้เรียนมีอิสระในการแสดงความรู้สึกนึกคิดของตัวเอง มีประโยชน์ต่อการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้เรียนเป็นอย่างมาก

ในสถานการณ์การเรียนเป็นรายบุคคล การบรรลุจุดมุ่งหมายของผู้เรียนแต่ละคนนั้นจะ ก้าวหน้าช้าหรือเร็วตามอัตราศักยภาพความสามารถของผู้เรียนเอง ส่วนสถานการณ์แบบกลุ่มนั้น ผู้เรียนจะมีส่วนร่วมในการวิเคราะห์กระบวนการเรียนรู้ เนื้อหาและความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่มมีข้อตกลงทางสติปัญญา ดังนั้นการเรียนแบบกลุ่มจึงเป็นวิธีช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเอง เข้าใจผู้อื่นและสามารถค้นพบสิ่งที่ต้องการเรียนรู้ด้วยตนเอง ภายหลังจากที่ได้ทำกิจกรรมร่วมกลุ่ม

วสันต์ อติศัพท์ (2524 : 24) กล่าวว่า การเรียนเป็นกลุ่ม คือ การสอนโดยครูยึดกลุ่มเป็นหลักในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม ไวต่อความรู้สึกของผู้อื่นแล้วแสดงออก รู้จักปรับตัวและเข้าใจบทบาท และหน้าที่ของตนเองต่อกลุ่ม ซึ่งเป็นระบบการเรียนการสอนที่นอกจากให้ความรู้ในแง่เนื้อหาวิชาการแล้ว ยังเป็นการสร้างคุณธรรมให้แก่ผู้เรียนในการที่จะดำเนินชีวิตในสังคมอีกด้วย

วิชัย ราษฎร์ศิริ (2524 : 94) กล่าวว่า การแบ่งกลุ่มทำกิจกรรมเป็นวิธีการสอนวิธีหนึ่งที่นำมาใช้สอนได้กับทุกกลุ่มวิชา โดยให้นักเรียนช่วยกันทำงานเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาที่เรียน การให้ทำงานเป็นกลุ่มอาจให้ช่วยกันค้นคว้าเพื่อหาข้อสรุปมาแก้ปัญหาเกี่ยวกับบทเรียน หรืออาจทำเป็นกิจกรรมส่งเสริมหลังการเรียน เพื่อช่วยให้เกิดความรู้ ความเข้าใจดีขึ้น การทำงานเป็นกลุ่มย่อยๆ จะช่วยสร้างนิสัยเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่ ไม่เห็นแก่ตัว ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

โสภา ชูพิกุล และ อรทัย ชื่นมนุษย์ (ม.ป.ป. : 160-161) กล่าวว่า กลุ่ม คือ การรวมกันของคนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป โดยแต่ละคนในกลุ่มมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกัน สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มมีหน้าที่ มีบทบาทตามตำแหน่งของตน ตลอดทั้งบทบาทเหล่านี้จะมีความสำคัญต่อบทบาทสมาชิกคนอื่นๆ ด้วย

ชาญชัย ศรีไสยเพชร (2525 : 121) กล่าวถึง กลุ่มว่า การแบ่งกลุ่มจะมีขนาดมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของกิจกรรมที่ทำด้วย โดยพิจารณาจาก จำนวนผู้เรียนและผู้สอนต้องสมดุลกัน สภาพการณ์ของการเรียนการสอน วัสดุอุปกรณ์และเครื่องอำนวยความสะดวกที่จำเป็นต้องใช้ ควรให้มีความสมดุลกับกลุ่มที่แบ่งนั้น

จากเอกสารดังกล่าว สรุปได้ว่า การเรียนเป็นกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกตั้งแต่ 2 คน ขึ้นไป มีปฏิสัมพันธ์กัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีวัตถุประสงค์ในการทำกิจกรรมร่วมกัน เพื่อช่วยให้ผู้เรียนได้รับความรู้ความเข้าใจดีขึ้น มีคุณลักษณะทางสังคมที่ดี

จุดมุ่งหมายของการแบ่งกลุ่ม

ชาญไชย ศรีไสยเพชร (2525 : 121) กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการแบ่งกลุ่มไว้ดังนี้

1. เพื่อผสมผสานวิธีสอนหลายๆ แบบเข้าด้วยกัน
2. ครูสามารถรู้จักนักเรียนเป็นรายบุคคล
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้รู้จัก และทำความเข้าใจซึ่งกันและกัน
4. ช่วยให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างกลุ่ม
5. ให้นักเรียนมีโอกาสอภิปรายและแสดงความคิดเห็น
6. เป็นการเรียนรู้แบบนักเรียนเป็นศูนย์กลางอย่างแท้จริง
7. เป็นการสร้างบรรยากาศแห่งการเข้าใจตนเองของนักเรียนให้มากขึ้น
8. สามารถใช้ประสบการณ์จากกลุ่มช่วยพัฒนาการเรียนรู้เป็นรายบุคคล

วิธีการในการแบ่งกลุ่มทำกิจกรรม

1. ครูต้องวางจุดประสงค์ให้แน่นอนว่าจะแบ่งกลุ่มให้นักเรียนทำอะไร กลุ่มละกี่คน ทำแล้วควรได้ผลเป็นอย่างไร โดยคำนึงถึงวัยและความยากง่ายของกิจกรรมที่ทำ

2. กลุ่มที่แบ่งต้องมีกิจกรรมที่ใกล้เคียงกันทั้งปริมาณ และคุณภาพ เพื่อไม่ให้เกิดความเหลื่อมล้ำกัน

3. ครูต้องอธิบายหน้าที่ของแต่ละคนให้เข้าใจก่อนลงมือทำงาน จะได้ทำงานได้ถูกต้องตรงจุดประสงค์ ได้งานและไม่เสียเวลา

4. หลังจากทำงานเสร็จ หรือหมดเวลาที่กำหนดให้แล้ว แต่ละกลุ่มควรได้แสดงผลงานของตนให้กลุ่มอื่นได้รับรู้

5. ขณะที่เด็กกำลังทำงานครูควรเอาใจใส่ดูแลให้ทั่วถึง เป็นที่ปรึกษาในบางโอกาส ไม่ควรปล่อยให้เด็กทำงานไปตามลำพัง

6. การเสริมพลัง โดยยกย่องชมเชยเมื่อนักเรียนทำงานเสร็จแล้วว่า เรียบร้อย สวยงามหรือมีความคิดริเริ่ม รู้จักดัดแปลงงานที่ทำให้ดีขึ้น เป็นสิ่งที่ควรกระทำอยู่เสมอเป็นอย่างยิ่ง การชมเพื่อติดีกว่าติงานของนักเรียนตรงๆ

ประโยชน์ของการเรียนเป็นกลุ่ม

วิชัย ราษฎร์ศิริ (2524 : 94 – 95) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการเรียนเป็นกลุ่มไว้ดังนี้

1. นักเรียนได้มีโอกาสเลือกทำกิจกรรมที่ตนถนัด และสนใจ
2. นักเรียนทุกคนได้ทำงาน เพื่อเสริมสร้างความรู้ความเข้าใจอย่างทั่วถึง
3. นักเรียนได้มีโอกาสใช้สติปัญญาคิดค้นหาวิธีแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นเสมอ
4. ทำให้รู้จักทำงานร่วมกัน สร้างนิสัยเสียสละ ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
5. สร้างความสามัคคีในหมู่คณะให้เกิดขึ้นโดยไม่รู้ตัว

6. ได้ผลงานเป็นชิ้นเป็นอัน เป็นกอบเป็นกำ ดีกว่าแบ่งแยกกันทำ

7. นักเรียนได้รับความสนุกสนานในการเรียน มากกว่าการให้ทำงานตามลำพัง

ยุพิน พิพิธกุล (2524 : 265) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการเรียนเป็นกลุ่ม ดังนี้

1. ฝึกการทำงานร่วมกันแบบประชาธิปไตย ฝึกความเป็นผู้นำ และการทำงานกลุ่ม

2. ฝึกให้นักเรียนรู้จักแสดงความคิดเห็น อภิปราย ซักถาม

3. ทำให้นักเรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

4. ฝึกให้นักเรียนรู้จักศึกษาค้นคว้า

5. ฝึกให้รู้จักรับผิดชอบต่อหน้าที่ของตนเองที่มีต่อกลุ่ม

6. ทำให้เกิดความสามัคคี

7. ทำให้บรรยากาศในห้องเรียนดีขึ้น ไม่เคร่งเครียดจนเกินไป

8. ฝึกความมีระเบียบวินัยของตนเอง

9. ช่วยครูให้มีเวลามากขึ้น เพราะครูจะอธิบายเฉพาะกลุ่มที่มีปัญหาเท่านั้น

จากเอกสารข้างต้น จะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนการสอนเป็นกลุ่ม ก่อให้เกิดประโยชน์ต่อนักเรียนในด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ความรับผิดชอบต่อตนเองและส่วนรวม เป็นการส่งเสริมสร้างความสัมพันธ์ และการให้ความช่วยเหลือซึ่งกันและกันระหว่างกลุ่มด้วย

1.11.2 การเรียนเป็นรายบุคคล

การเรียนเป็นรายบุคคล เป็นการสอนให้เหมาะแก่บุคคล ได้เริ่มในสหรัฐอเมริกา เมื่อปลายศตวรรษที่ 19 การจัดการเรียนการสอนเป็นรายบุคคล เน้นระเบียบการเรียนการเรียนการสอนแตกต่างจากวิธีสอนตามลำดับชั้น หรือตามระดับอายุของนักเรียน เป็นการสอนโดยคำนึงถึงความสามารถ ความสนใจของนักเรียน อาจเรียนจบก่อนหรือหลังก็ได้

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนเป็นรายบุคคล คือ ทฤษฎีความแตกต่างระหว่างบุคคล ไม่ว่าจะเป็นการเรียนการสอนแบบใดก็ตาม จะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล การจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับแต่ละบุคคลมีหลายรูปแบบ (นิพนธ์ ศุขปรีดี. 2524 : 91 – 92) เช่น

1. จัดเป็นศูนย์การเรียน เน้นการจัดประสบการณ์เรียนรู้โดยอาศัยสื่อผสม

2. การสอนแบบตัวต่อตัว ครูสอนเด็กเป็นรายบุคคล หรือให้เด็กเก่งสอนเด็กอ่อน เด็กโตสอนเด็กเล็ก การเรียนที่เป็นอิสระ (Independent Study) อาจเรียนเรื่องใดๆ ก็ได้ ไม่จำเป็นต้องตรงตามหลักสูตรหรือตรงเวลา

ประโยชน์ของการเรียนเป็นรายบุคคล

นิพนธ์ ศุขปรีดี (2524 : 92) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการเรียนการสอนที่เรียนเป็นรายบุคคล

1. สนองความต้องการของผู้เรียนตามลักษณะความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์

3. ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักค้นคว้าด้วยตนเอง

4. ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถเพิ่มพูนความรู้แก่ตัวเองตามต้องการ

5. ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิดและแก้ปัญหาด้วยตนเอง

จากที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนเป็นรายบุคคล ต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าความรู้ การเรียนรู้จากเพื่อน รู้จักช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และสำคัญที่สุดคือนักเรียนทุกคนรู้จักหน้าที่และความรับผิดชอบของตนเอง การเรียนโดยใช้ชุดการเรียนจึงเป็นการตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วยเช่นเดียวกัน

1.12 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนแบบร่วมมือ

งานวิจัยต่างประเทศ

โบนาพาร์ท (Bonaparte. 1990 : 1911 – A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการจัดชั้นเรียนของนักเรียนเกรด 2 จำนวน 240 คน ในพื้นที่เขตแอตแลนติกตอนกลางของสหรัฐอเมริกา ผลปรากฏว่าวิธีการเรียนแบบ STAD มีการจัดชั้นเรียนที่ดีกว่าและแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์อย่างสูงกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความภาคภูมิใจในตนเอง

ดูบอยส์ (Dubois. 1990 : 408 – A) ได้ศึกษาวิธีสอนแบบ STAD และ TGT โดยศึกษากลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 นักเรียนเรียนรู้จากครูที่ผ่านการอบรมการสอนทั้งสองแบบและใช้วิธีสอนทั้งสองแบบ กลุ่มที่ 2 นักเรียนเรียนรู้จากครูที่ผ่านการอบรมการสอนทั้งสองแบบแต่ไม่ใช้วิธีสอนทั้งสองแบบ กลุ่มที่ 3 นักเรียนเรียนรู้จากครูที่ไม่ผ่านการอบรมวิธีสอนทั้งสองแบบ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกับกลุ่มที่ 2 และกลุ่มที่ 3 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติแต่เจตคติทั้ง 3 กลุ่มไม่แตกต่างกัน

สพูเลอร์ (Spuler. 1993 : 1715 – A) ได้สังเคราะห์งานวิจัยแบบเมตต้า เพื่อศึกษาประสิทธิผลการเรียนแบบ STAD และ TGT ของนักเรียนตั้งแต่ระดับอนุบาลถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลปรากฏว่าวิธีสอนแบบ TGT นั้นทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นกว่าวิธีสอนแบบ STAD อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

รุฟนอฟว์ (Rupnow. 1997 : 76 – A) ได้ทำการศึกษาผลกระทบของการใช้เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันที่มีต่อนักศึกษาคณิตศาสตร์แขนงพีชคณิตในวิทยาลัยศิลปากรขนาดเล็กของเอกชน กลุ่มทดลองเป็นนักศึกษาวิทยาลัยศิลปากร ขนาดเล็กของเอกชน 4 แห่ง สอนด้วยเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน และกลุ่มควบคุมเป็นนักศึกษาวิทยาลัยศิลปากรขนาดเล็กของเอกชน 1 แห่ง สอนโดยใช้วิธีการสอนแบบเก่า สถิติใช้ค่าเฉลี่ย และการวิเคราะห์ ANOVAs ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งกลุ่มทดลองด้วยเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันมีผลการเรียนดีกว่ากลุ่มควบคุม สำหรับตัวแปรด้านความเข้าใจคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และความเชื่อพื้นฐาน 5 ข้อเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติระหว่างกลุ่มทั้งสอง

ไดจิเอคโคโม (Digiacomo. 1997 : 71 – A) ได้ทำการศึกษาการใช้ The National Educational Longitudinal Study (NELS) เพื่อประเมินผลกระทบของเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน กลุ่มทดลองเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมปลาย ใช้ฐานข้อมูลขนาดใหญ่ระดับชาติ และใช้ระยะเวลาศึกษาถึง 2 ปี การศึกษาอันยาวนานเช่นนี้เพื่อตรวจสอบ

ความสัมพันธ์ระหว่างเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (เกรด 10) ในวิชาการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ในระหว่างคะแนนสอบเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ มีเพียงคะแนนวิชาวิทยาศาสตร์เท่านั้นที่แสดงให้เห็นว่าเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันมีผลทำให้การเรียนดีขึ้น

มอร์แกน (Morgan. 1998 : 665) ได้ทำการศึกษาความรับผิดชอบของแต่ละบุคคลในกลุ่มการเรียนรู้ร่วมกัน : ผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 3 ห้อง นักเรียนแต่ละห้องถูกออกแบบให้เป็นกลุ่มที่มีความสามารถสูงหรือกลุ่มที่มีความสามารถต่ำ โดยกลุ่มที่ 1 ใช้เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันพร้อมด้วยกระบวนการรับผิดชอบของแต่ละบุคคล กลุ่มที่ 2 ใช้การเรียนรู้ร่วมกันที่ปราศจากความรับผิดชอบของแต่ละบุคคล และกลุ่มที่ 3 ใช้วิธีการสอนแบบเก่า ผลการวิจัยพบว่านักเรียนในกลุ่มที่สอนด้วยเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันจะมีคะแนนดีกว่ากลุ่มที่สอนด้วยวิธีการแบบเก่า ผลการทดสอบภายหลังการทดลองมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ระหว่างกลุ่มที่มีสมาชิกแต่ละคนมีความรับผิดชอบและกลุ่มที่ไม่มีความรับผิดชอบ นักเรียนคนที่มีผลการเรียนในอดีตไม่ค่อยดีนัก จะมีผลการเรียนดีขึ้นเมื่ออยู่ในกลุ่มการเรียนรู้ร่วมกันที่ซึ่งสมาชิกมีความรับผิดชอบ และดีกว่ากลุ่มควบคุมที่ใช้วิธีการสอนแบบเก่า ขณะที่กลุ่มการเรียนรู้ร่วมกันที่สมาชิก ขาดความรับผิดชอบจะมีผลการเรียนไม่แตกต่างไปจากกลุ่มควบคุม ผลการทดสอบการเก็บสะสมความรู้ พบว่า ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติกลุ่มการเรียนรู้ร่วมกันที่ซึ่งสมาชิกมีความรับผิดชอบจะมีผลกระทบสำคัญต่อ ผลสัมฤทธิ์ในการเรียน ขณะที่กลุ่มการเรียนรู้ร่วมกันที่ซึ่งสมาชิกขาดความรับผิดชอบจะมีผลกระทบสำคัญต่อเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ซูยานโต (Suyanto. 1999 : 3766 – A) ได้ศึกษาผลกระทบของ STAD ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนประถมในเขตชนบทยอร์กยากาต้า (Yogyakarta) ของอินโดนีเซีย กลุ่มตัวอย่างสุ่มเลือกมาจากนักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 , 4 และ 5 รวม 664 คน จากห้องเรียนทั้งหมด 30 ห้อง ใน 10 โรงเรียน โดยที่ 5 โรงเรียนแรกจะคัดเลือกเป็นกลุ่มทดลอง ส่วนอีก 5 โรงเรียนหลังจะถูกกำหนดให้เป็นกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองจะดำเนินการสอนโดยครูที่ผ่านการฝึกอบรมวิธีการสอนแบบ STAD กลุ่มควบคุมใช้วิธีการสอนดั้งเดิม (บรรยายในชั้นทั้งหมด) เครื่องมือที่ใช้ในการทดสอบก่อนและหลังการทดลองวิธีการสอนแบบ STAD ใช้แบบทดสอบมาตรฐานวิชาคณิตศาสตร์ (Tes Hasil Belajar) ทั้ง 2 ฉบับ การวิเคราะห์คะแนน THB ก่อนการทดสอบใช้วิธีการวิเคราะห์ ANCOVA เพื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม และใช้ t – test เพื่อวิเคราะห์เจตคติโดยกำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติไว้ที่ 95 % ($p < .05$) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในชั้นที่ใช้วิธีการสอนแบบ STAD จะมีคะแนนสอบคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในชั้นที่ใช้วิธีการสอนแบบปกติ เมื่อจำแนกตามระดับชั้นการศึกษาแล้ว ปรากฏว่านักเรียนชั้นประถมปีที่ 3 และ 5 ในกลุ่มทดลอง STAD มีคะแนนสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม และไม่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างคะแนนสอบของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 ในกลุ่ม STAD และกลุ่มควบคุม และนักเรียนในกลุ่มทดลอง STAD มีเจตคติที่ดีต่อบรรยากาศในชั้นเรียนสูงกว่าในกลุ่มควบคุม

งานวิจัยในประเทศ

ศรไกร รุ่งรอด (2533 : 60 –62) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนตามคู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ส่วนการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้การเรียนแบบ STAD และนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูให้ผลไม่แตกต่างกัน

เกษม วิจิโน (2535 : 106 – 107) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TGT กับกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TGT มีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. ส่วนการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TGT และนักเรียนที่เรียนโดยการใช้กิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มยุรี สาลีวงศ์ (2535 : บทคัดย่อ) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สำหรับความภาคภูมิใจในตนเอง นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. มีความภาคภูมิใจในตนเองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รตินันท์ ไมตรีจิต (2537 : 72 - 73) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความรับผิดชอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนตามคู่มือครู โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2536 โรงเรียนบางแก้วประชาสรรค์ อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ จำนวน 80 คน กลุ่มทดลองสอนโดยการเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่กลุ่มควบคุมมีการพัฒนาการทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มทดลอง ส่วนความรับผิดชอบต่อการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รัตนา เจียมบุญ (2540 : 58 – 59) ได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือประกอบการสอนแบบ TGT กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สมเดช บุญประจักษ์ (2540 : 95 – 96) ได้ทำการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 โรงเรียนพระนารายณ์และโรงเรียนดงตาลวิทยา จำนวน 154 คน โดยสุ่มเป็นกลุ่มทดลองโรงเรียนละ 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 75 คน และกลุ่มควบคุมโรงเรียนละ 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 79 คน กลุ่มทดลองดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ กลุ่มควบคุมดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนการสอนตามปกติ เพื่อศึกษาพัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ผลการวิจัยพบว่า แผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2) มีประสิทธิภาพ 66.31 / 59.12 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่คาดหวัง คือ 70 / 70 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารหลังการทดลองของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

นลินี ทีหอคำ (2541 : 98) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง โจทย์ปัญหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สาคร ธรรมศักดิ์ (2541 : 83) ได้ศึกษาผลของการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อมและความสามารถในการคิดแก้ปัญหา สิ่งแวดล้อมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ สิ่งแวดล้อมของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่สอนตามคู่มือครูกับกลุ่มทดลองที่สอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมแบบร่วมมือแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ สิ่งแวดล้อมของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม ส่วนความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสิ่งแวดล้อมของนักเรียนกลุ่มควบคุมที่สอนตามคู่มือครูกับกลุ่มทดลองที่สอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมแบบร่วมมือแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สมพร ศิลาทอง (2541 : 62) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต หน่วยสิ่งแวดล้อมทางธรรมชาติและเจตคติในการอนุรักษ์สิ่งแวดล้อม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนแบบร่วมมือแบบ STAD กลุ่มทดลองสอนโดยการเรียนแบบร่วมมือแบบ STAD โดยแบ่งเป็น 9 กลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน กลุ่มควบคุมสอนโดยใช้การสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือแบบ STAD กับนักเรียนที่เรียนโดยใช้คู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต หน่วยสิ่งแวดล้อมทางธรรมชาติ และเจตคติ

ในการอนุรักษ์สิ่งแวดล้อมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยที่นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติในการอนุรักษ์สิ่งแวดล้อมสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา (2542 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TGT และแบบ STAD และการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ กิจกรรมการเรียนการสอนแบบ TGT และแบบ STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบ TGTกับแบบ STAD มีความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษางานวิจัยจะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น การสอนด้วยชุดการเรียนเป็นการสอนให้นักเรียนได้ศึกษาตามความสามารถของตนเอง มีอิสระในการคิดซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดการค้นพบและสรุปกฎเกณฑ์ต่างๆ ได้ด้วยตนเอง และการเรียนเป็นกลุ่มย่อย เป็นการเรียนวิธีหนึ่งที่นักเรียนได้ทำกิจกรรม มีปฏิสัมพันธ์กัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น ทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจทำการสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสต์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อศึกษาว่าการเรียนด้วยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยเรียนเป็นกลุ่มย่อยแบบร่วมมือกัน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้นหรือไม่

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแก้ปัญหาและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้มากมายซึ่งมีส่วนคล้ายคลึงกันดังนี้

แอนเดอร์สัน และพินกรี (Anderson and Pingry. 1973 : 228) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะทำได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

อดัมส์ เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis and Beeson. 1977 : 173 – 174) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า คือ สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุ วิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหา คำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา จะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

เลสเตอร์ (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 131 ; อ้างอิงจาก F. K. Lester. 1978 *Mathematical Problem Solving in the Elementary School.*) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า ปัญหาเป็นสภาพซึ่งแต่ละบุคคลหรือกลุ่มได้กระทำงานอย่างหนึ่ง ซึ่งไม่มีวิธีการง่ายๆ ที่จะนำมากำหนดวิธีแก้ปัญหานั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และอุปกรณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่ง แต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับบุคคลอีกคนหนึ่งก็ได้ และสถานการณ์ที่เคยเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งในอดีต อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลนั้นแล้วในปัจจุบัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์หรือคำถามที่เกี่ยวกับปริมาณ การพิสูจน์ และปัญหาที่ใช้ในชีวิตประจำวัน ที่บุคคลหรือกลุ่มบุคคลได้พบและต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่รู้วิธีการที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

สำหรับความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้มากมาย ดังนี้

กรูลิค และเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 3 – 4) ได้อ้างถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมาย (Problem Solving as a Goal) จะพบคำถามว่าทำไมต้องสอนคณิตศาสตร์ อะไรเป็นเป้าหมายในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นักการศึกษา นักคณิตศาสตร์ และบุคคลอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามเหล่านี้เข้าใจว่า การแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อการแก้ปัญหาถูกนำมาพิจารณาว่าเป็นเป้าหมายอันหนึ่ง การแก้ปัญหาจึงเป็นอิสระจากปัญหาเฉพาะ (Specific Problem) กระบวนการและวิธีการ ตลอดจนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ แต่การพิจารณาที่สำคัญคือจะต้องคำนึงว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นเหตุผลแรกสำหรับศึกษาคณิตศาสตร์ ข้อพิจารณานี้มีอิทธิพลต่อหลักสูตรทั้งหมด และมีความสำคัญต่อการนำไปใช้ในการฝึกปฏิบัติในห้องเรียน

2. การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) การตีความในลักษณะนี้จะเห็นได้ชัดเจนเมื่อนักเรียนตอบปัญหา ตลอดจนกระบวนการ หรือขั้นตอนที่กระทำเพื่อจะได้คำตอบ สิ่งสำคัญที่ควรนำมาพิจารณาก็คือ วิธีการ กระบวนการและกลวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นในกระบวนการแก้ปัญหาและเป็นจุดสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์

3. การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน ((Problem Solving as a Basic Skill) การตีความ

ลักษณะนี้ จะพิจารณาเฉพาะในเนื้อหาที่เป็นโจทย์ปัญหา คำนึงถึงรูปแบบของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา การพิจารณาถึงการแก้ปัญหาว่า เป็นทักษะพื้นฐาน จึงช่วยในการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งประกอบด้วย การสอนทักษะ (Skill) มโนมติ (Concept) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ในทุกครั้งของการสอน

โพลยา (Polya. 1980 : 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิถีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

เคนเนดี้ (Kennedy. 1984 : 81) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นการแสดงออกของแต่ละบุคคลในการตอบสนองสถานการณ์ที่เป็นปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการ หรือวิธีการเทคนิคเฉพาะต่างๆ ที่ผู้แก้ปัญหาต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจ มโนมติ การคิดวิเคราะห์ ประสบการณ์และทักษะพื้นฐานต่างๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาจึงรวมถึงกระบวนการทั้งหมด ไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย

2.2 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ข้างต้น ได้มีผู้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็นประเภทต่างๆ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา โพลยา (Polya. 1985 : 123 – 127) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา เรย์ ซุยดัม และลินด์ควิสท์ (Reys, Suysdam and Lindquist. 1992 : 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา (Routine Problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาแปลกใหม่ (Nonroutine Problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการ

แก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. พิจารณาตามลักษณะของปัญหา แฮทฟิลด์ เอดเวิดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield ,Edwards and Bitter. 1993 : 37) แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

3.1 ปัญหาปลายเปิด (Open – Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

3.2 ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (Clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือ ไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

4. พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก ชาร์ล และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6 - 10) ได้จำแนกประเภทของปัญหาและเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

4.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

4.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

4.3 ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

4.5 ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้มโนมติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนมติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

4.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

จากการศึกษาเอกสารดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าปัญหาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ปัญหาที่เป็นแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฎ นิยาม ทฤษฎี และปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องอาศัยยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาเข้ามาช่วยแก้ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

2.3 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจไว้มากมาย ดังนี้

เฟอร์ (Fehr. 1972 : 424) ได้กล่าวว่า เทคนิคที่ช่วยในการทำให้ปัญหาคณิตศาสตร์น่าสนใจ คือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างปัญหาขึ้นมาเอง

กรูลิคและเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 208) ได้กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่ค่อยพบในห้องเรียน ซึ่งในการสร้างปัญหาควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2533 : 79) กล่าวว่า ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นดังนี้

1. ภาษาที่ใช้สามารถเข้าใจง่าย ไม่สั้นและยาวเกินไป
2. ช่วยกระตุ้นพัฒนาความคิด
3. ไม่ยากหรือง่ายเกินไปสำหรับความสามารถของเด็กในวัยนั้นๆ
4. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
5. ข้อมูลที่มีอยู่ต้องทันสมัยและเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
6. สามารถใช้การวาดแผนภาพไดอะแกรมหรือแผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา
7. ในการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยประสบการณ์และความรู้ที่เคยเรียนมาแล้ว
8. ก่อให้เกิดการวิเคราะห์และแยกแยะปัญหาซึ่งเป็นขบวนการที่สำคัญในทางความคิด
9. คำตอบที่ได้ควรเป็นคำตอบที่มีเหตุผล ไม่ใช่คำตอบที่ได้จากการจำ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ควรจะมีลักษณะเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานหลายๆ เรื่องในการแก้ปัญหา และเป็น ปัญหาที่เน้นให้ผู้เรียนได้คิดหาวิธีการแก้ปัญหามากกว่าการเน้นที่คำตอบ

2.4 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยความรู้ ทักษะ และประสบการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งนักการศึกษาหลายท่าน กล่าวไว้ดังนี้

ไฮเมอร์ และ ทรูบลัด (Heimer and Trueblood. 1977 : 30 – 32) ได้กล่าวว่าองค์ประกอบที่สำคัญบางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับภาษาหรือคำพูด สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ
2. ความสามารถในการคำนวณ

3. ความสามารถในการรวบรวมความรู้รอบตัว

4. ความสามารถในการรับรู้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้มา

5. ความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับคำตอบที่ตั้งจุดมุ่งหมายไว้

6. ความสามารถในการเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป

8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ชาร์ล และ เลสเตอร์(Charles and Lester. 1982 : 10 – 12) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. ด้านประสบการณ์ ทั้งที่เป็นสิ่งแวดล้อมและประสบการณ์ในตัวผู้แก้ปัญหา

2. ด้านความรู้สึก เช่น ความสนใจ ความอดทน ความพากเพียร การกระตุ้นความกดดัน ความวิตกกังวล และอื่นๆ

3. ด้านสติปัญญาและความคิด เช่น ความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในเชิงมิติสัมพันธ์ ความสามารถในการให้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณและอื่นๆ

บารูดี้ (สุนันท์ ฉิมวัย. 2543 : 21 ; อ้างอิงจาก Baroody. 1993 : 2-8 – 2-10 *Problem Solving, Reasoning and Communicating, K – 8, Helping Children Think Mathematically.*) กล่าวถึง องค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการ คือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (Cognitive factor) ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนมติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (Affective factor) ซึ่งจะเป็นแรงขับในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของ นักเรียน

3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (Metacognitive factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

จากเอกสารดังกล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 2 ประการคือ องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับความรู้ความคิดและประสบการณ์ ระดับสติปัญญาและความสามารถการรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด ทักษะและความรู้ พื้นฐานต่างๆ เจตคติต่อการแก้ปัญหา ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเอง ส่วนองค์ประกอบที่สองเป็นองค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับบรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหา มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอ สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้

2.5 กระบวนการและขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ดี และกระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาคณิตศาสตร์ เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหาจะทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่นๆ ได้ จากการศึกษางานวิจัยพบว่านักการศึกษาได้ศึกษาขั้นตอนการแก้ปัญหาไว้หลากหลาย ดังต่อไปนี้

โพลยา (Polya. 1973 : 5 – 40) ได้จัดขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่ต้องทำความเข้าใจ คือ สัญลักษณ์ต่างๆ ในปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสรุปปัญหาในภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร อะไรเป็นสิ่งที่ให้มา อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้ชื่อกับข้อมูลต่างๆ เขาควรจะเลือกสัญลักษณ์ที่ เหมาะสมได้ นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจ ซ้ำแล้วซ้ำอีกและหลายๆ แง่มุม จนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ในปัญหาให้ชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหามีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งสำคัญที่ นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้ คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้างที่เขามีซึ่งสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหา ได้แก่ การพยายามนึกถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรจะแบ่งเป็นขั้นๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้นก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็กๆ อีกมากมาย นอกจากนั้นในขั้นนี้นักเรียนต้องมองเห็นว่า ถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาจะต้องใช้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้ คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนขบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

เบลล์ (Bell. 1978 : 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป

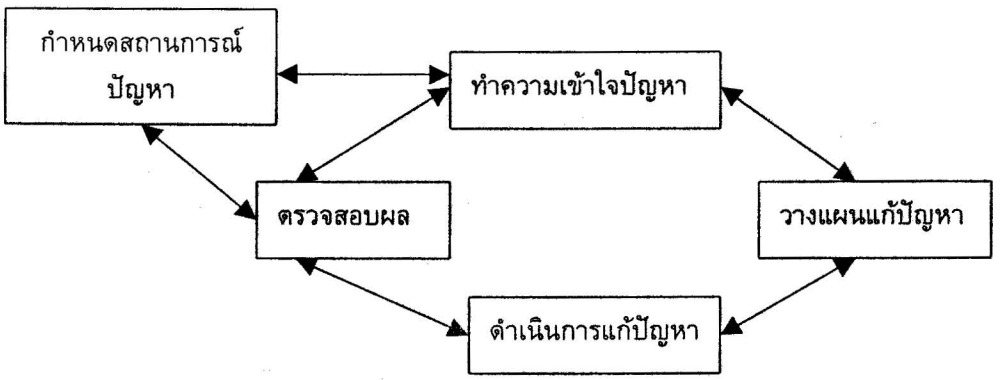
ขั้นที่ 2 เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้

ขั้นที่ 3 ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบหรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadawey. 1993 : 60 – 62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง ดังนั้นจึงได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต
(Wilson, Fernandez and Hadawey. 1993 : 62)

ลูกศรเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงาน จากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจจะพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือข้อสงสัย จะเห็นว่า กระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่ขั้นการวางแผน ระหว่างการดำเนินการนั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดยไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

สำหรับงานวิจัยนี้ยึดกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยาที่ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ ซึ่งมีวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังภาพประกอบ 2 เพราะการแก้ปัญหาได้รวมกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่เพียงผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบสุดท้ายเท่านั้น

2.6 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เมื่อพบปัญหาบุคคลต้องสืบค้นสถานการณ์ และเลือกยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้ นักแก้ปัญหาที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ในทันทีที่

เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย มีนักการศึกษาได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

กรีนส์ และคณะ (ยุพิน พิพิธกุล. 2530 : 134-135 ; อ้างอิงจาก Greenes and Others. : 1972 *Problem Solving in the Mathematics Laboratory.*) ได้กล่าวถึงวิธีการในการแก้ปัญหาว่าอาจจะใช้กลวิธีหลายๆ อย่าง จึงจะแก้ปัญหาได้ กลวิธีต่างๆ มีดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดาคำตอบไว้ล่วงหน้า ลองเดาดูเสียก่อนเพื่อจะได้หาสิ่งที่จะต้องอ้างถึงต่อไป

2. การทำให้เป็นอย่างง่ายๆ มี 2 แบบ คือ

2.1 ทำโจทย์ให้เป็นกรณีที่ง่ายๆ เท่าที่จะทำได้แล้วลองหารูปแบบและความสัมพันธ์เพื่อขยายไปเป็นโจทย์เดิมที่ซับซ้อนขึ้น

2.2 แยกแยะโจทย์เดิม วิเคราะห์ปัญหาย่อยๆ แล้วรวบรวมผลเข้าสู่ปัญหาเดิม

3. การทดลอง ใช้การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น การโยนลูกเต๋า การสร้างรูป การวัด การคำนวณ ฯลฯ คอยสังเกตดูว่าผลจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไร เป็นการทดลองเพื่อเก็บข้อมูลพิจารณา

4. การสร้างแผนภาพ ช่วยทำให้ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัดเจน ซึ่งจะทำให้มองเห็นแนวทางในการคิด ช่วยในการหาคำตอบได้

5. การทำตารางเก็บข้อมูลจากโจทย์ปัญหา การทำตารางจะช่วยให้มองเห็นข้อที่เหมือนกันหรือแตกต่างกัน เห็นรูปแบบได้ชัดเจน อันจะนำไปสู่การสรุปการแก้ปัญหาได้

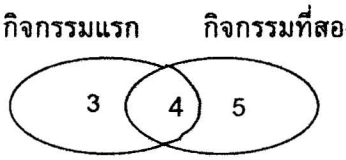
6. การเขียนกราฟ กราฟเป็นสิ่งที่แทนข้อมูลต่างๆ ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล เห็นแนวทางของสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

ดังนั้นการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ครูผู้สอนต้องช่วยให้นักเรียนสามารถทำโจทย์ปัญหาได้เอง นำโจทย์ปัญหาต่างๆ มาให้นักเรียนฝึกหัดทำโดยพยายามให้เด็กมีความเชื่อมั่นในการทำงาน สามารถแยกแยะทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาเป็นตอนๆ และหาคำตอบได้ด้วยตนเอง และแล้วเด็กย่อมจะมีทัศนคติที่ดีต่อการคิดคำนวณโจทย์ปัญหามากยิ่งขึ้น

เคนเนดี้ (จุฑารัตน์ จันทะนาม. 2543 : 17-19 ; อ้างอิงจาก Kennedy. 1984 : 82 *Guiding Childen's Learning of Mathematics.*) ให้ความคิดเห็นในเรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดและจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต เช่น การหารูปทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (triangular numbers)

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนแผนผังหรือภาพต่างๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ เช่น กำหนดปัญหา " ครูมานะต้องการจัดนักเรียน 12 คน ทำกิจกรรม 2 อย่าง โดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกจำนวน 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่าง" เขียนแผนภาพแทนสถานการณ์ปัญหาข้างต้นได้ดังนี้



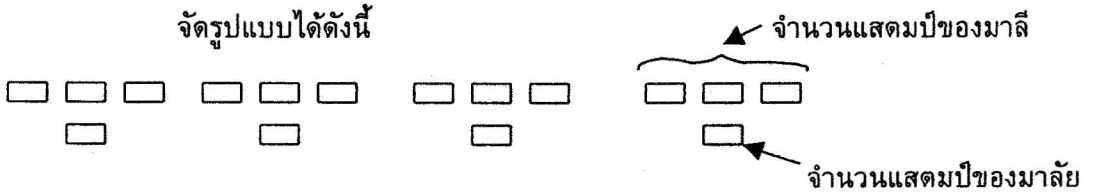
จากแผนภาพ จะได้ว่า

กิจกรรมแรกมีนักเรียน 7 คน

กิจกรรมที่สองมีนักเรียน 9 คน

3. สร้างรูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้ เช่น เมื่อกำหนดปัญหา " มาลีมีแสตมป์เป็น สามเท่าของมาลัย ถ้ามาลัยมีแสตมป์มากกว่าที่มีอยู่เดิม 8 ดวง เขาทั้งสองจะมีแสตมป์เท่ากัน จงหาว่ามาลีมีแสตมป์กี่ดวง"

จัดรูปแบบได้ดังนี้



จะได้ว่า มาลีมีแสตมป์ 12 ดวง

มาลัยมีแสตมป์ 4 ดวง

4. การสร้างตารางหรือกราฟ การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่นๆ

5. การเดาและตรวจสอบ เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเดาแล้วตรวจสอบถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเดาและตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเดาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่นๆ

6. การแจงกรณีที่เป็นไปได้ เป็นการแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจงกรณี

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องแสดงว่าเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

9. ระบุข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้

10. การแบ่งเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหา

คำตอบ แล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อยๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น

นอกจากนี้ แฮทฟิลด์ เอดเวิดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter. 1993 : 55 – 60) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับของ เคนเนดี้ แต่ได้เพิ่มยุทธวิธี อื่นๆ อีก เช่น

การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก

การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ

การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น

การเขียนแผนผังขั้นตอนการดำเนินงาน

ในการนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ (Kennedy. 1984 : 82 – 83) คือ

1. ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
2. ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
3. การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นเสมอไปที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจงกับปัญหาที่กำหนด
4. นักเรียนจะไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี
5. กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นๆ
6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่จะเรียนและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

การที่จะแก้ปัญหาได้นั้น ยุทธวิธีนับว่ามีความสำคัญ ยุทธวิธีนั้นมีหลากหลาย การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหา นอกจากจะส่งผลให้แก้ปัญหาได้แล้ว ยังอาจมีผลต่อวิธีการแก้ปัญหาให้ง่ายและสั้นอีกด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น มีหลากหลายวิธี ต้องฝึกให้นักเรียนรู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างมีระบบ กฎเกณฑ์ มีเป้าหมายที่แน่นอน เริ่มจากการทำความเข้าใจกับปัญหา วางแผนหาแนวทางแก้ปัญหา ปฏิบัติตามแผน และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ นอกจากนี้ยังต้องอาศัยยุทธวิธีต่างๆ มาช่วยแก้ปัญหาด้วย ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2.7 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

วิธีการแก้ปัญหาจะเกิดขึ้นได้อย่างไรนั้น มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านให้ทัศนะไว้พอสรุปได้ ดังนี้

กาเย่ (จุฑารัตน์ จันทะนาม. 2543 : 20 ; อ้างอิงจาก Gagne'. 1977 : 63 *The Conditions of Learning.*) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาเป็นการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และใช้หลักการนั้น

ประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาโดยการเรียนรู้ประเภทหลักการนี้ต้องอาศัย หลักการเรียนรู้ประเภทมโนมติ ซึ่งกาเย่ได้อธิบายว่า เป็นการเรียนรู้อีกประเภทหนึ่งที่ต้องอาศัยความสามารถในการมองเห็นลักษณะร่วมของสิ่งเร้า

ไฮนิก (Heinig. 1981 : 61) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาของนักเรียนจะเกิดขึ้นได้โดยครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ควรจัดเป็นกิจกรรมปลายเปิด ซึ่งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเห็นของตนเพื่อสังเคราะห์เรื่องราวใหม่ สิ่งใหม่ สถานการณ์ หรือกิจกรรมที่จัดขึ้นสำหรับนักเรียนควรจะให้ได้แก้ปัญหา ซึ่งจะส่งเสริมให้นักเรียนได้คาดคะเน ตั้งสมมติฐาน ทดสอบสมมติฐาน บางครั้งนักเรียนต้องหาทางเลือกใช้ความคิดใหม่ๆ และจินตนาการเพื่อสังเคราะห์องค์ประกอบต่าง ๆ

พรรณี ช. เจนจิต (2528 : 218 – 219) ได้กล่าวถึงแนวคิดทางจิตวิทยาในการสอนแบบแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

1. ความคิดของกลุ่ม " S – R " ในการสอนให้แก้ปัญหาเนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า มนุษย์เรียนรู้จากการถ่ายทอดและบอกเล่า ดังนั้นในการสอนให้คนแก้ปัญหาจะต้องมีการฝึกหัดให้ทำซ้ำๆ และมีการให้รางวัล เด็กจะต้องได้รับการช่วยเหลือให้มองเห็นความแตกต่าง รู้จักจำแนกแยกแยะ ครูจะต้องดูว่าในการแก้ปัญหานั้น จะต้องใช้ทักษะใดบ้าง และเด็กจะได้รับการฝึกหัดให้ใช้ทักษะนั้นๆ ในการเรียนแต่ละอย่าง เด็กจะต้องได้รับข้อคิดเห็นย้อนกลับ (Feedback) เพื่อให้ทราบผลการเรียนว่าดีขึ้นหรือยังมีข้อบกพร่อง ดังนั้นความคิดเห็นของกลุ่มนี้ในการสอนให้เด็กรู้จักแก้ปัญหาต้องมีการสอนแบบฝึกหัดจนเด็กสามารถทำได้และถ่ายโยงการเรียนรู้ไปแก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ๆ ได้

2. ความคิดเห็นของกลุ่ม " Cognitive – field " ในการสอนให้แก้ปัญหาเนื่องจากกลุ่มนี้มองธรรมชาติของมนุษย์ว่า " Active" หรือ " Interactive" ดังนั้นการเรียนรู้ จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนได้เป็นผู้ลงมือกระทำเอง จึงใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้เด็กเกิดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยตนเอง การกระตุ้นโดยการใช้คำถามหรือใช้ข้อความที่มีลักษณะเร้าความสนใจเด็ก จากนั้นกระตุ้นให้เด็กแสวงหาคำตอบ โดยครูแนะแหล่งข้อมูลให้หรืออาจใช้ คำถามประเภท 20 คำถาม โดยครูจะตอบเพียง ใช่หรือไม่ใช่ จะช่วยให้เด็กมีประสบการณ์ในการเก็บข้อมูล สำรวจ ทดลอง และเกิดความมั่นใจในตนเอง กระตุ้นให้เกิดการแสวงหาความรู้ต่อๆ ไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการแก้ปัญหาของบุคคลจะแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับวุฒิภาวะทางสมอง สติปัญญา ความพร้อม ความสนใจ ประสบการณ์ แรงจูงใจ อารมณ์และสภาพแวดล้อม การเรียนการสอนเป็นส่วนหนึ่งที่จะช่วยให้แก้ปัญหาดีขึ้น สอนให้เด็กรู้จักคิดรู้จักพิสูจน์หาข้อสรุปการวางแผนงาน จะได้มีประสบการณ์เพื่อนำหลักการไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

2.8 ทักษะและเทคนิควิธีการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงเทคนิคและทักษะการสอนแก้ปัญหา ไว้ดังต่อไปนี้

คิลแพรทริค (Kilpatrick. 1985 : 1 – 15) สรุปว่าวิธีการสอนแก้ปัญหาที่ใช้กันมากมี 5 เทคนิควิธีผสมผสานกัน ได้แก่

1. ออสโมซิส (Osmosis) สอนการแก้ปัญหาโดยให้นักเรียนได้อยู่ในสิ่งแวดล้อมของปัญหา ส่งเสริมให้เด็กทำการแก้ปัญหาโดยจัดบรรยากาศแห่งการสนับสนุนไร้ความกดดันในเรื่องเวลา กลัวความล้มเหลว หรือความกดดันอื่นๆ นักเรียนจะเรียนรู้เทคนิควิธีการแก้ปัญหาได้เอง

2. การจดจำ (Memorization) ครูสอนขั้นตอนการหาคำตอบให้แก้ปัญหาที่กำหนดและให้เด็กจดจำวิธีทำ เทคนิควิธีนี้ลดระดับของปัญหาเป็นเพียงแบบฝึกหัด และไม่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้การแก้ปัญหาชุดอื่นๆ ได้ เทคนิคการจดจำที่นักเรียนใช้กันบ่อยๆ ก็คือ การจดจำวิธีการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ของโพลยา (Poiya's Four-Phase Approach) คือขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the Problem) วางแผน (Devising a Plan) ดำเนินการตามแผน (Carrying Out the Plan) และตรวจสอบ (Looking Back)

3. การเลียนแบบ (Imitation) วิธีนี้ครูจะให้นักเรียนวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างคำตอบ (Problem Solution) ของตนกับของผู้เฉลยปัญหา ซึ่งถือว่าเป็นแม่แบบที่ผู้อื่นทำไว้เป็นต้นแบบ เช่นของผู้แต่งตำราเล่มที่นักเรียนใช้อยู่ เพื่อจะได้เลียนแบบวิธีการแก้ปัญหานั้นตามแม่แบบ

4. การร่วมมือกับเพื่อน (Co-operation) วิธีการนี้ครูจะส่งเสริมให้นักเรียนร่วมแก้ปัญหาโดยแบ่งเป็นกลุ่มย่อยเพื่อจะได้ช่วยกันคิดและค้นหาวิธีการหาคำตอบของปัญหา วิธีการนี้ทำให้นักเรียนสามารถประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งถ้านักเรียนคิดและทำคนเดียวอาจยากเกินไปและอาจยากเกินความสามารถ

5. วิธีการสะท้อนความคิด หรือประเมินความคิด (Reflection) พาเพิท (Kilpatrick. 1985 : 1 – 15 ; citing Papert. n.d.) เชื่อว่าเด็กเรียนรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติจริงและโดยการประเมินความคิดของตนออกมา การใช้วิธีนี้ครูจะส่งเสริมให้เด็กทำบันทึก (Journal) เกี่ยวกับกิจกรรมการแก้ปัญหาของตนซึ่งรวมทั้งตัวปัญหา วิธีการแก้ปัญหา และคำตอบของปัญหา และการตรวจสอบปัญหา วิธีการและผลลัพธ์

ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์ (2528 : 39) ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีสอนแก้ปัญหาไว้ว่าเป็นวิธีสอนที่สำคัญวิธีหนึ่ง คือ การให้คำแนะนำและความช่วยเหลือที่เหมาะสม มีการใช้คำถามที่ดีไม่ใช่เป็นผู้ที่ป้อนหรือจัดหาข้อมูลหรือสื่อให้นักเรียนเสร็จสมบูรณ์ แต่จะต้องให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถของตนเองในการหาข้อมูลและวิธีการแก้ปัญหาเอง ให้นักเรียนรู้จักการเขียนรายงานและรายงานที่ถูกต้อง อาจจะทดสอบว่า วิธีการแก้ปัญหานั้นใช้ได้เหมาะสมหรือถูกต้อง โดยใช้นักเรียนเป็นผู้ทดสอบ ประเมินผล และติดตามผลเอง

โดยสรุป เทคนิคของการสอนแก้ปัญหา ประกอบด้วย

1. ประเมินความรู้ของผู้เรียนก่อนว่ามีความคิดรวบยอด หลักการเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ อย่างไร

2. ให้คำแนะนำผู้เรียน ได้คิดหาวิธีการแก้ปัญหา

3. กระตุ้นให้ผู้เรียนนึกถึงความรู้เดิมและเกิดความรู้สึกเป็นอิสระ บรรยากาศเป็นกันเอง

4. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

5. ให้ผู้เรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตั้งแต่ต้นจนจบกระบวนการอีกครั้ง โดยการแก้ปัญหาอื่นที่มีระดับความยากง่ายในระดับเดียวกัน

6. ให้ผู้เรียนเป็นผู้ทดสอบประเมินผล และติดตามผลเอง

สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530 : 13 – 15) กล่าวถึงทักษะที่ต้องนำมาใช้ในวิธีการสอนแบบแก้ปัญหา คือ

1. ทักษะการเขียนประโยคสัญลักษณ์ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนสามารถเปลี่ยนข้อความที่เป็นคำพูดให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้

2. ทักษะการคิดคำนวณ เป็นทักษะที่จำเป็นหลังจากเปลี่ยนโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์

3. ทักษะการเขียนภาพ หรือวาดภาพแทนโจทย์ปัญหา ปัญหาหลายปัญหาจะชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น ถ้าวาดภาพหรือเขียนแผนภาพประกอบ ทักษะการเขียนภาพหรือวาดภาพแทนปัญหาถือว่าเป็นทักษะที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

4. ทักษะการใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหา

5. ทักษะการพิจารณาข้อมูลหรือส่วนที่จำเป็นเพิ่มเติม ในการแก้ปัญหามีหลายกรณีที่เงื่อนไขหรือข้อมูลที่กำหนดให้ในสถานการณ์ของปัญหายังไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบได้ นักเรียนควรจะมีประสบการณ์ในการพิจารณาข้อมูลหรือเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการหาคำตอบที่ขาดหายไป

6. ทักษะการพิจารณาข้อมูลหรือส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องสำหรับการหาคำตอบ

7. ทักษะการประมาณค่าผลลัพธ์หรือคำตอบ การประมาณค่าเป็นทักษะที่สำคัญมากที่ใช้ในชีวิตประจำวัน มีหลายสถานการณ์ที่จำเป็น ต้องหาคำตอบอย่างคร่าวๆ และรวดเร็ว นอกจากนี้ถ้านักเรียนมีทักษะในการประมาณค่าจะช่วยนักเรียนพิจารณาคำตอบหรือผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาว่าเป็นคำตอบที่เป็นไปได้และสมเหตุสมผล

8. ทักษะการสร้างปัญหา นักคณิตศาสตร์หลายท่านเชื่อว่า ถ้านักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้ดีขึ้น เพราะนักเรียนจะเข้าใจปัญหาและโครงสร้างปัญหาได้ดีกว่า

9. ทักษะการอ่านแผนภูมิ การเสนอข่าวสารข้อมูลที่จำเป็นในชีวิตประจำวันทุกวันนี้ ส่วนมากมักจะพบเสมอในแผนภูมิหรือแผนภาพต่างๆ จึงจำเป็นที่นักเรียนจะต้องมีทักษะในการอ่าน เพื่อจะเก็บข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

10. ทักษะการเขียนแผนภูมิต่อเนื่อง (Flow Charts) เป็นทักษะที่ถือว่าสำคัญสำหรับสังคมปัจจุบัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ มีวิธีการและขั้นตอนในการหาคำตอบที่ถูกต้องจากปัญหาที่กำหนดให้ วิธีสอนการแก้ปัญหามีเทคนิคและทักษะต่างๆ มากมายครูจะต้องสอนและชี้แนะให้นักเรียนสังเกตและรู้จักนำเทคนิคเหล่านี้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ที่สำคัญควรจะสอนไปตามลำดับขั้นตอน สอนปัญหาที่นักเรียนพบในชีวิตประจำวัน โดยให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น แสดงเหตุผลในโจทย์ปัญหาต่างๆ

แล้วเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จากนั้นครูจึงสรุปเป็นหลักเกณฑ์ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้หรือหลักเกณฑ์นั้น ๆ ไปใช้

2.9 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหา

2.9.1 บทบาทของครู

การแก้ปัญหาไม่มีขั้นตอนแน่นอนตายตัว การฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้เกิดขึ้นกับเด็ก จึงมีความจำเป็นมากต่อการจัดการเรียนการสอนให้เด็กได้มีโอกาสเคยชินกับการแก้ปัญหา ครูจึงเป็นบุคคลสำคัญผู้หนึ่งที่จะปลูกฝังความรู้ในเรื่องวิธีการแก้ปัญหาให้แก่เด็ก เพื่อให้เด็กได้เตรียมตัวเผชิญกับปัญหา และทราบขั้นตอนต่างๆ ในการแก้ปัญหา มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนแก้ปัญหา ดังนี้

อาภา ถนัดช่าง (2534 : 23) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนแก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. ครูควรสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้เด็กมีอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงออก เพราะการคิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้ จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้น ทั้งในแง่ของสติปัญญาและอารมณ์หรือปมทางจิตต่างๆ ซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลือให้เหมาะสมต่อไป

2. การจะให้เด็กคิดและแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้น จะต้องอาศัยสิ่งเร้าหรือการกระตุ้นที่ดี คือมีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิดที่ท้าทายน่าสนใจ และเหมาะสมกับวัยของเด็ก

3. ครูอาจให้ความรู้ในรูปข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือกได้ แต่ในขั้นตัดสินใจครูควรให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง แม้การตัดสินใจนั้นจะผิดพลาดครูก็ควรจะให้เด็กได้เรียนรู้ในความผิดพลาดเหล่านั้นด้วยตนเอง เพื่อที่จะให้เด็กได้รับผิดชอบตนเองและรู้จักควบคุมตนเองต่อไป

สุลัดดา ลอยฟ้า (เฉลิมศักดิ์ ภูมี. 2538 : 40 – 42 ; อ้างอิงจาก สุลัดดา ลอยฟ้า. ม.ป.ป.) ได้เสนอแนะบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสร้างบรรยากาศของการประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา ครูควรเริ่มต้นด้วยปัญหาที่ง่ายๆ เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาในระยะเริ่มแรก นักเรียนจะพัฒนาความมั่นใจตนเอง มีความอยากที่จะแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2. สนับสนุนหรือกระตุ้นในนักเรียนแก้ปัญหา เมื่อครูหาปัญหาหรือทำปัญหาให้น่าสนใจ ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาไม่ได้ใช้วิธีการเพียงวิธีการเดียวครูควรพยายามกระตุ้นให้นักเรียนพยายามสำรวจ คิดค้น หาวิธีแก้ปัญหาหลายๆ วิธี เพื่อเป็นการเพิ่มทางเลือกให้แก่นักเรียน รวมทั้งให้ นักเรียนเรียนรู้เทคนิควิธีการแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้น เพื่อจะได้นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์อื่นๆ

3. สอนให้นักเรียนรู้วิธีการอ่านปัญหา การทำความเข้าใจในสถานการณ์ความสามารถในการอ่าน หรือเข้าใจปัญหาเป็นสิ่งสำคัญเบื้องต้นที่จะต้องฝึกนักเรียน

4. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในปัญหา

5. ให้โอกาสนักเรียนสร้างปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนสร้างปัญหาด้วยตนเองเขาจะสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าทั้งนี้เพราะเขาจะรู้จักโครงสร้างของปัญหาเป็นอย่างดี

6. สนับสนุนให้นักเรียนวาดภาพหรือแผนภาพประกอบปัญหา การเขียนแผนภาพหรือรูปภาพประกอบจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในปัญหาที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นและถูกต้อง

7. ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นคู่ในการแก้ปัญหา การเปิดโอกาสให้นักเรียนช่วยกันคิด อภิปราย สำรวจ คิดค้น วิธีการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยจะช่วยพัฒนา หรือกระตุ้นให้นักเรียนแสดงออกเพิ่มมากขึ้น เป็นการสร้างบรรยากาศเชิงสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหายิ่งขึ้น

8. สนับสนุนให้มีการเลือกหลากหลายในการแก้ปัญหา กระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

9. ครูควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์ ครูควรใช้คำถามในลักษณะชี้นำหรือเสนอแนะแนวทางแก้ปัญหา แต่ละคำถามต้องมีลักษณะเปิดกว้างที่กระตุ้นความนึกคิดให้ชวนคิดค้นพร้อมให้เวลานักเรียนสำหรับคิด

10. เน้นให้นักเรียนคิดและจินตนาการ บรรยากาศในห้องเรียนควรเป็นลักษณะสนับสนุนให้นักเรียนคิดอย่างอิสระเสรีเป็นตัวของตัวเองและกล้าแสดงออก

11. การใช้กลยุทธวิธีเพื่อพัฒนาการคิดและการแก้ปัญหาในชั้นเรียน

12. เสนอปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน

2.9.2 บทบาทของผู้แก้ปัญหา

ซุยแดม (Suydam. 1980 : 36) ได้กล่าวถึงบทบาทของนักแก้ปัญหาที่ดีไว้ 10 ประการดังนี้

1. มีความสามารถในการเข้าใจในความคิดรวบยอด (Concepts) และข้อความทางคณิตศาสตร์

2. มีความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงกันหรือความแตกต่างกัน

3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง

4. มีความสามารถแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง

5. มีความสามารถในการวิเคราะห์และประมาณค่า

6. มีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ

7. มีความสามารถในการกล่าวถึงส่วนสำคัญของตัวอย่างที่กำหนดให้

8. มีความสามารถในการเปลี่ยนวิธีการคิดได้อย่างถูกต้อง

9. มีความเชื่อมั่นในตนเองสูงและมีสัมพันธภาพที่ดีกับผู้อื่น

10. มีความวิตกกังวลต่ำ

สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530 : 12 – 13) ได้เสนอแนะบทบาทของผู้แก้ปัญหาควรจะมีลักษณะดังนี้

1. สังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์ว่าอะไรคือปัญหา

2. พิจารณาและทำปัญหาให้ง่ายในการแก้ปัญหา เช่น ตัดส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องออก เขียนภาพหรือวาดภาพประกอบ

3. เปลี่ยนให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

4. คิดคำนวณหาผลลัพธ์หรือคำตอบจากประโยคสัญลักษณ์

5. นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหา แปลความหมายของผลลัพธ์ไปสู่ปัญหา

6. นำปัญหาที่แก้ได้ ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน รวมทั้งบทบาทของครูมีส่วนที่จะช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยอาจจะมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จักวางแผน ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.10 ประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สุวัฒน์ มุทธเมธา (2523 : 206 - 207) เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 38 – 40) และประภัสสร วงศ์วรรณ (2531 : 56) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ส่งเสริมทักษะทางด้านคณิตศาสตร์ให้กับเด็กโดยตรง คือให้เรียนจากการสังเกตเพื่อให้ได้มาซึ่งปัญหาและใช้การคาดคะเนสมมติฐานว่าน่าจะเป็นอย่างนั้น จึงรวบรวมข้อมูลแล้วหาทางพิสูจน์

2. ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและตั้งใจเรียน เห็นประโยชน์ของการเรียนรู้

3. ส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา

4. ส่งเสริมให้เกิดวินัยและความรับผิดชอบในตนเอง และทำงานเป็นคู่หรือเป็นกลุ่ม

5. ส่งเสริมความเป็นประชาธิปไตยในเด็ก เพื่อช่วยพัฒนาเจตคติของเด็ก

6. นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้

7. สร้างความมั่นใจในความสามารถของตนเอง และยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

8. มีความเข้าใจและจำบทเรียนได้ดี เพราะมีโอกาสได้คิดแก้ปัญหา

9. ทำให้ผู้เรียนไม่เป็นคนเชื่อง่าย มีเหตุผลก่อนตัดสินใจ

10.ในด้านความสนใจ ครูเร้าความสนใจให้เด็กเกิดความอยากเรียนขึ้นเองโดยนำเข้าสู่ปัญหา

2.11 อุปสรรคของวิธีสอนแบบแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหาที่ประสบกันมากในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้เนื่องจากมีอุปสรรคหลายประการตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ดังนี้

บรุคเนอร์และกรอสนิกเกิล (Brueckner and Grossnickle. 1947 : 30 – 31) ได้อธิบายอุปสรรคในการทำโจทย์ปัญหาของนักเรียน ดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดความคิดรวบยอดในสภาพของโจทย์ปัญหา

2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและทำความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ไม่สามารถจดจำ และจัดระบบสิ่งซึ่งเราได้อ่านมา และไม่สามารถจะอ่านเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา

3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากที่นักเรียนลืมวิธีทำหรือไม่เคยเรียนมาก่อน

4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการ และวิธีการเป็นผลทำให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม

5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสำคัญ กฎเกณฑ์ สูตร เช่น ไม่ทราบว่าหนึ่งหลามีกี่นิ้ว หรือไม่ทราบกฎการหาเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็นต้น

6. นักเรียนมีความสะเพร่า ทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิดๆ นักเรียนตีปัญหาโจทย์ผิดตลอดจนการคำนวณผิด

วิลสัน, เฟอร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60 – 62) มองว่ามีข้อบกพร่องของการสอนแก้ปัญหา ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวตรงเสมอ

2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน

3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำๆ

4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

สิริพร ทิพย์คง (2537 : 60 – 62) ได้กล่าวข้อสรุปเกี่ยวกับอุปสรรคในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาแล้วไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมด หรือเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน เนื่องมาจากมีความบกพร่องในการอ่านและการทำความเข้าใจ

2. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการคิดคำนวณ เนื่องมาจากนักเรียนลืมวิธีการคิดนั้นหรือไม่เคยเรียนมาก่อน

3. นักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ปัญหาและการคิด

4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการทำ วิธีการคิด ทำให้นักเรียนได้คำตอบมาโดยวิธีการเดาสุ่มที่ขาดเหตุผล

5. นักเรียนขาดความชัดเจนในการเขียนคำอธิบาย

6. นักเรียนขาดความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดในเรื่องที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหานั้นลืมกฎเกณฑ์หรือสูตร

7. นักเรียนขาดความสนใจโจทย์ปัญหา ไม่มีแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

8. นักเรียนขาดความสามารถในการวิเคราะห์ให้เห็นความแตกต่างของสิ่งของสัมพันธ์กันโดยโจทย์ปัญหา เช่น ความยาว ความกว้าง เส้นรอบรูป พื้นที่ เป็นต้น

9. นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น

10.นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำแบบฝึกหัดที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ปัญหาที่พบกันมากในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้เนื่องมาจากนักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ปัญหา การคิดวิเคราะห์ และการฝึกฝนในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยการสร้างสถานการณ์ของการแก้ปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จักวางแผน ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในอันที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ การสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีสอนที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาควรเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ปฏิบัติด้วยตนเองในการแก้ปัญหา หรือฝึกให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาขึ้นเองพร้อมทั้งหาวิธีแก้โจทย์ปัญหามาด้วย

2.12 งานวิจัยที่เกี่ยวกับวิธีสอนแบบแก้ปัญหา

งานวิจัยต่างประเทศ

ฮาร์ท (Hart. 1993 : 169 – 170) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหา โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อย พบว่าองค์ประกอบที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี 3 ประการ คือ

1. ความร่วมมือกันในกลุ่ม
2. ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม
3. ปทัสถานทางสังคมในกลุ่มย่อย

นอกจากนี้ ฮาร์ท ยังพบว่า องค์ประกอบที่ขัดขวางพฤติกรรมในการแก้ปัญหา 4 ประการคือ

1. ขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
2. มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
3. ขาดการติดตามหรือวางระบบความคิด
4. เชื่อว่าจะไม่สามารถประสบผลสำเร็จ

กูยา (Gooya. 1994 : 2865 – A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และ ความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นสังเคราะห์ความคิดและการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหากับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อย และการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด สำหรับกลุ่มย่อย นักเรียนได้เรียนรู้ และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายกับคนอื่นๆ และทำงานร่วมกัน ทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้นักเรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่าการใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่างๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญ

ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่าง ๆ มาเป็นกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

เทเลอร์ (Taylor. 1994 : 633) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในมโนมติและการใช้ยุทธวิธีการสังเคราะห์ความคิด (Metacognition strategies) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม (Socially assisted learning) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 36 คน โดยกิจกรรมของกลุ่มทดลองที่หนึ่งให้เรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม กลุ่มทดลองที่สองให้เป็นการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD ส่วนกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ในแต่ละกลุ่มย่อยของทั้งสามกลุ่ม ประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถคละกันกลุ่มละ 4 คน ผลการทดลองพบว่า คะแนนจากการสอบของกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มสูงกว่ากลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองที่หนึ่งได้คะแนนการสอบวัดการประยุกต์ใช้ความรู้และการยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มทดลองที่สอง นอกจากนี้ยังพบว่ากลุ่มที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคมมีการวางแผนการแก้ปัญหา และแสดงการได้คำตอบของปัญหาได้ชัดเจนกว่ากลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD

ทูกอว์ (Tougaw. 1994 : 2934 – A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (Open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์โดยศึกษาถึงพฤติกรรมการแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้างหมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิดและ เจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบ เปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

เฮอร์นันเดซ การ์ดูโน (Hernandez Garduno. 1998 : 3053 – A) ได้ศึกษาผลกระทบของการสอนวิธีแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิคการเรียนรู้ร่วมกันที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถส่วนตัวทางคณิตศาสตร์ และองค์ความรู้ทั้งหมด งานวิจัยนี้ได้ใช้แบบแผนการทดลองแบบสอบก่อนทดลอง สอบหลังทดลอง มีกลุ่มควบคุม โดยเลือกนักเรียนอย่างสุ่ม เข้าเป็นกลุ่มควบคุมกลุ่มหนึ่งในระหว่างการเรียนพิเศษภาคฤดูร้อน นักเรียนทั้ง 3 กลุ่มจะต้องเรียนวิชาสถิติและความน่าจะเป็นโดยวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบเรียนรู้ด้วยตนเอง นักเรียนในกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่มจะใช้วิธีการสอนด้วยเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน โดยกลุ่มทดลองแรกจะจัดให้นักเรียนชาย – หญิงเรียนร่วมกัน ส่วนกลุ่มทดลองที่สองจะแยกนักเรียนชาย – หญิงออกจากกัน สำหรับกลุ่มควบคุมจะใช้วิธีสอนแบบเรียนรวมทั้งกลุ่มซึ่งเน้นการแข่งขันและผลการเรียนของแต่ละคน ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสถิติและ ความน่าจะเป็น ความสามารถส่วนตัวและเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จะได้รับการประเมินทั้งก่อนและหลังการทดลอง ข้อมูลที่ได้รับจากการประเมินตัวแปรทั้ง 3 นี้ จะถูกวิเคราะห์โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมและการวิเคราะห์ฟังก์ชันแบบแยกส่วน ส่วนการประเมินองค์ความรู้ทั้งหมดของนักเรียนจะกระทำโดยกระบวนการวิเคราะห์เนื้อหาวิชา แม้ว่าในทางทฤษฎีจะเสนอแนะว่าเทคนิคการเรียนรู้ร่วมกัน (โดยเฉพาะในกลุ่มที่เป็นเพศเดียวกัน) จะเป็นวิธีการสอนที่เป็นประโยชน์มากสำหรับนักเรียนหญิง แต่ผลการวิจัยพบว่า ในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหรือความสามารถส่วนตัวไม่พบความแตกต่าง

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ในด้านเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนชาย – หญิงในกลุ่มควบคุมผู้ที่มีคะแนนสูงสุด ได้แสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจในองค์ความรู้ทั้งหมดดีกว่ากลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม นักเรียนชาย – หญิงในกลุ่มควบคุมผู้ที่มีคะแนนต่ำได้แสดงให้เห็นว่ามีความเข้าใจใน องค์ความรู้ทั้งหมดน้อยกว่ากลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม

ไฟเอล (Friel. 1998 : 762 – A) ได้ศึกษากลยุทธ์การแก้โจทย์และการหาคำตอบคณิตศาสตร์โดยนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 แห่งชนเผ่านาวาโจ (Navajo) กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาคือนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 โรงเรียน Leupp ในเขตสงวนของอินเดียนแดงเผ่านาวาโจ การวิจัยครั้งนี้แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน โดยให้นักเรียนแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนและเชิงประยุกต์ ขณะที่กรรมการผู้ตัดสินหลายท่าน จะคอยเฝ้าสังเกตนักเรียนและจดบันทึกวิธีการแก้โจทย์และคำตอบของนักเรียน การออกแบบและขั้นตอนการวิจัยในที่นี้ได้รวมเอาวิธีการทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพเข้าไว้ด้วยกัน เพื่อทำการวิเคราะห์ว่านักเรียนกลุ่มนี้ใช้วิธีการอย่างไรในการแก้ปัญหาซับซ้อน งานวิจัยนี้จะแสดงให้เห็นกลยุทธ์การแก้ปัญหาและคำตอบที่ได้รับของนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 ชนเผ่าอินเดียนแดงนาวาโจ แล้วเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับกระบวนการและกลยุทธ์การเรียนรู้ของคนชาติอเมริกัน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มนี้ได้ใช้กลยุทธ์ในการแก้โจทย์และหาคำตอบทางคณิตศาสตร์ดังนี้ ชัดเจน/แน่นอน ค้นหา/วางแผน ร่วมมือ/ช่วยเหลือกัน การให้เหตุผลโดยตรง ไม่เปลี่ยนกลยุทธ์ ใช้วิธีการอุปนัย วิเคราะห์อย่างเป็นระบบ ยึดตามถ้อยคำ เข้าใจปัญหาที่แท้จริง คำตอบผิดเป็นตรรกะ แสดงการคำนวณทางคณิตศาสตร์ แสดงวิธีการแก้ปัญหาตามถ้อยคำ และมีส่วนเกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมส่วนตัวของพวกเขา กลยุทธ์เหล่านี้มีอยู่ 3 ข้อในจำนวนทั้งหมด 15 ข้อที่ต่างไปจากกลยุทธ์ของนักเรียนเชื้อสายอเมริกัน นักเรียนชาวอินเดียนแดงมีการยึดถือตามถ้อยคำมากกว่า คำตอบของพวกเขามีความผิดพลาดมากกว่าและเป็นคณิตศาสตร์ (มิใช่ในเชิงสังคม) มากกว่านักเรียนชาวอเมริกัน ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่า นักเรียนชาวอินเดียนแดงเผ่านาวาโจใช้วิธีการแก้ปัญหาตามพื้นฐานการบ่มเพาะทางวัฒนธรรมของพวกเขา ดังนั้นจึงต้องทำความเข้าใจและยอมรับวัฒนธรรมของนักเรียน ก่อนที่จะเสนอหลักสูตรการเรียนที่เกี่ยวข้องกับวัฒนธรรมและหลักสูตรการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

งานวิจัยในประเทศ

เฉลิมศักดิ์ ภูมี (2538 : 69) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาการแก้ปัญหากับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05

คนธรส รสหวาน (2539 : 93 - 94) ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน ผลการวิจัยพบว่ารูปแบบ

การสอนกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากคะแนนการทำแบบฝึกหัดท้ายบทเรียน และคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์สูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 80/80

วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68 – 74) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึม ด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู ภาคเรียนที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาโดยใช้กิจกรรมคอนสตรัคติวิซึมกับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิมล พงษ์ปาลิต (2541 : 86 - 88) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 94 คน ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับ การสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุขจิตร ตั้งเจริญ (2543 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 2 ห้องเรียนๆ ละ 49 คน กลุ่มทดลองได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา 4 กลวิธี ได้แก่ กลวิธีเดาและตรวจสอบ กลวิธีสร้างตาราง กลวิธีวาดภาพ และกลวิธีทำย้อนกลับ ก่อนได้รับการเรียนการสอนเรื่องโจทย์สมการ นอกเวลาเรียนปกติ 12 แผนการสอนแผนละ 60 นาที กลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา ได้รับแต่การเรียนการสอนเรื่องโจทย์สมการตามหลักสูตรปกติ ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกการใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีสอนแก้ปัญหาที่กล่าวมา พบว่าวิธีการสอนแบบแก้ปัญหาสอนให้เกิดกระบวนการที่มีระบบมีเหตุผล ทำให้เด็กมีความเข้าใจและกล้าตัดสินใจ ย่อมส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้น ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยสนใจที่ศึกษาวิธีสอนแก้ปัญหาโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ว่าจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หรือไม่

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการเรียน

3.1 ความหมายของชุดการเรียน

ชุดการเรียน (Learning Package) มีชื่อเรียกต่างๆ กัน เช่น ชุดการสอน ชุดกิจกรรม ชุดการเรียนสำเร็จรูป ชุดการเรียนการสอน ชุดการเรียนรายบุคคล เป็นต้น สาเหตุที่ทำให้มีชื่อแตกต่างกันก็เนื่องจากชุดการเรียนเกิดขึ้นในหลายๆ แห่ง ดังนั้นใครมีความเห็นอย่างไรก็ตั้งชื่อเอาอย่างนั้น เหตุนี้ชุดการเรียนจึงไม่มีลักษณะที่แน่นอนตายตัว (ฉลอง ทับศรี. 2521 : 55)

เดิมทีเดียวมักใช้คำว่า ชุดการสอน เพราะเป็นสื่อที่ครูนำมาใช้ประกอบการสอน ต่อมาแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางมีบทบาทมากขึ้น นักการศึกษาจึงเปลี่ยนมาใช้คำว่า ชุดการเรียน เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้สื่อต่างๆ ในชุดการเรียนเพื่อการศึกษาด้วยตนเอง (กาญจนา เกียรติประวัติ. 2524 : 174 - 175) ดังนั้นต่อไปนี้ ผู้วิจัยจึงใช้คำว่า " ชุดการเรียน"

สำหรับความหมายของชุดการเรียน ได้มีผู้ให้ความหมายไว้ ดังนี้

ฮุสตัน และคณะ (Houston and others. 1972 : 10 – 15) ให้ความหมายว่า ชุดการเรียนเป็นชุดของประสบการณ์ที่จัดเตรียมไว้ให้กับผู้เรียน เพื่อให้บรรลุถึงเป้าหมายที่ตั้งไว้

แคปเฟอร์และแคปเฟอร์ (Kapfer and Kapfer. 1972 : 3 – 10) ให้ความหมายว่า ชุดการเรียนเป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียน ซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำที่ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการเรียน จนบรรลุพฤติกรรมที่เป็นผลของการเรียนรู้ การรวบรวมเนื้อหาที่นำมาสร้างชุดการเรียนนั้นได้มาจากขอบข่ายของความรู้ที่หลักสูตรต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้และเนื้อหาต้องตรงและชัดเจนที่จะสื่อความหมายให้ผู้เรียนได้เกิดพฤติกรรมตามเป้าหมายของการเรียน

ดวน (Duane. 1973 : 169) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า เป็นชุดการเรียนรายบุคคล (Individualized Instruction) อีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้สัมฤทธิ์ผลทางการเรียนตามเป้าหมาย ผู้เรียนจะเรียนไปตามอัตราความสามารถและความต้องการของตนเอง

กู๊ด (Good. 1973 : 306) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า หมายถึง ชุดโปรมแกรมการสอนแต่ละหน่วยประกอบด้วยสื่อการสอน เครื่องมือการเรียนรู้ เครื่องมือแนะนำผู้สอนหรือคู่มือแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ข้อมูลที่มีความเที่ยงตรง คำบรรยายลักษณะของผู้เรียนที่ตั้งใจเรียน จุดประสงค์การเรียนรู้

มัว (Moore. 1974 : 24) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า เป็นการศึกษารายบุคคลที่เป็นระบบที่ผู้เรียนสามารถบรรลุเป้าประสงค์ในการเรียนต่อเนื่องกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยใช้สื่อและกิจกรรมที่จัดไว้

วาสนา ชาวหา (2522 : 32) ได้ให้ความหมายชุดการเรียนว่า หมายถึง การวางแผนการเรียนการสอนโดยใช้สื่อต่างๆ ร่วมกัน (Multi Media Approach) หรือ หมายถึงการใช้สื่อประสม (Multi Media) เพื่อสร้างประสบการณ์ในการเรียนรู้อย่างกว้างขวางและเป็นไปตามจุดมุ่งหมายที่วางไว้ โดยจัดไว้เป็นชุดในลักษณะซองหรือกล่อง

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนว่า เป็นการนำเอาวัสดุอุปกรณ์และวิธีการเรียนการสอนในรูปสื่อการเรียนแบบประสมมาช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีประสิทธิภาพ

นิพนธ์ ศุขปรีดี (2525 : 74 – 75) ได้ให้ความหมายของชุดการเรียนด้วยตนเองไว้ว่า เป็นการรวบรวมสื่อการเรียนสำเร็จรูปเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองจากชุดการเรียนด้วยความสะดวกสบาย เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ ชุดการเรียนจะต้องประกอบไปด้วยสื่อต่างๆ ที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจบทเรียนโดยอาจจะเป็นสื่อหลายอย่างตามความเหมาะสมโดยพิจารณาจาก

1. ใช้สื่อที่ตรงจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

2. เหมาะสมกับประสบการณ์เดิมของผู้เรียน

3. เหมาะสมกับลักษณะการตอบสนองของผู้เรียนที่คาดหวังว่าจะได้รับ

4. เป็นสื่อที่พอจะจัดหาได้ไม่ยากนัก

วีระ ไทยพานิช (2529 : 134) กล่าวว่า ชุดการเรียนมีชื่อเรียกต่างๆ กัน เช่น ชุดการสอน (Instructional Package) ชุดการเรียนเบ็ดเสร็จ (Self - Instructional Package) ชุดการสอนรายบุคคล (Individualiaed Learning Package) ซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (Multi - Media) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียน หัวข้อ เนื้อหาและอุปกรณ์ของแต่ละหน่วยได้จัดไว้เป็นชุด กล่อง หรือซอง ชุดการเรียนอาจมีรูปแบบ (Formats) ที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งส่วนมากจะประกอบด้วย คำชี้แจง หัวข้อ จุดมุ่งหมาย การประเมินผลขั้นต้น การกำหนดกิจกรรมและการประเมินผลขั้นสุดท้าย จุดมุ่งหมายที่สำคัญเพื่อการสอนนักเรียนเป็นรายบุคคลให้นักเรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนของตนเอง

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ตันบรรจง (2531 : 181) ได้กล่าวถึงความหมายของชุดการเรียนว่า เป็นชุดการเรียนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนจะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลยและบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนนั้นจะมีสื่อการเรียนไว้พร้อมเพื่อผู้เรียนจะใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้นๆ

วิภาภรณ์ เตโชชัยวุฒิ (2533 : 17 – 18) ได้กล่าวถึงชุดการเรียนว่า ชุดการเรียนเป็นสื่อการเรียนสำเร็จรูปที่ผู้เรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเองตามขั้นตอนที่ระบุไว้ในชุดโดยพึ่งครูน้อยที่สุด ผู้เรียนสามารถเรียนได้อย่างอิสระตามความสามารถของแต่ละบุคคล ซึ่งเป็นการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการพึ่งพาตนเองในการศึกษาหาความรู้

จากการศึกษาความหมายของชุดการเรียนดังกล่าวมาแล้วข้างต้นพอจะสรุปได้ว่า ชุดการเรียน หมายถึง สื่อการสอนที่ครูสร้างขึ้นโดยใช้วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมหลายชนิดประกอบกันเพื่อทำให้ผู้เรียนเข้าใจบทเรียนได้ดีและบรรลุตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้ ซึ่งผู้เรียนสามารถศึกษาเนื้อหาและปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองตามความสามารถ เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ฝึกให้ผู้เรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนของตนเอง มีระเบียบวินัย มีความซื่อสัตย์ โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ ในที่นี้หมายถึง สื่อการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยสอดคล้องกับเนื้อหาวิชาที่ต้องการให้ผู้เรียนได้รับ มีองค์ประกอบสำคัญคือ คู่มือการใช้ชุดการเรียน แบบฝึกหัดระหว่างเรียน ใบกิจกรรม เนื้อหาสาระ แบบประเมินผล โดยในแต่ละหน่วยการเรียนย่อยจะมี จุดประสงค์ การประเมินก่อนเรียน กิจกรรมการเรียน การประเมินหลังเรียน และสื่อการเรียน

3.2 ประเภทของชุดการเรียน

ในการสร้างชุดการเรียน ผู้สร้างจะต้องศึกษาประเภทของชุดการเรียนก่อน ซึ่งแต่ละประเภทมีจุดมุ่งหมายในการใช้แตกต่างกัน ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนไว้ดังนี้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 114) ได้จำแนกประเภทของชุดการเรียนและแนวคิดในการผลิตชุดการเรียนออกเป็นชุด และประเภทใหญ่ๆ 4 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนประกอบการบรรยาย เป็นชุดการเรียนที่มุ่งขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น โดยกำหนดกิจกรรม และสื่อการสอนให้ครูใช้ประกอบการบรรยาย บางครั้งจึงเรียกว่า " ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู" ชุดการเรียนนี้จะมีเนื้อหาวิชาเพียงหน่วยเดียว และใช้กับผู้เรียนทั้งชั้น โดยแบ่งหัวข้อที่จะบรรยายและกิจกรรมไว้ตามลำดับขั้น ทั้งนี้เพื่ออำนวยความสะดวกแก่ครูผู้สอน และเพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้น้อยลง เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนในการจัดกิจกรรมการเรียนมากยิ่งขึ้น ชุดการเรียนประกอบการบรรยายนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษา สื่อการสอนที่ใช้อาจเป็น แผ่นคำสอน แผนภูมิ รูปภาพ ภาพยนตร์โทรทัศน์ หรือกิจกรรมกลุ่ม เป็นต้น สื่อการสอนชุดการเรียนมักจะบรรจุในกล่องที่มีขนาดเหมาะสม แต่ถ้าเป็นวัสดุอุปกรณ์ที่มีราคาแพง หรือขนาดเล็ก หรือใหญ่เกินไป ตลอดจนเสียหายง่าย หรือเป็น สิ่งมีชีวิตก็จะไม่บรรจุในกล่อง แต่จะกำหนดไว้ในคู่มือครู เพื่อจัดเตรียมก่อนสอน

2. ชุดการเรียนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม เป็นชุดการเรียนที่มุ่งเน้นที่ตัวผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน ครูจะเปลี่ยนบทบาทจากผู้บรรยาย เป็นผู้แนะนำช่วยเหลือผู้เรียน ชุดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่มอาจจัดเรียนในห้องเรียนแบบศูนย์การเรียน ชุดการเรียนแต่ละชุดจะประกอบด้วยชุดการเรียนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับจำนวนศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีชื่อหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนผู้เรียนในศูนย์กิจกรรมนั้นๆ ซึ่งจัดไว้ในรูปสื่อประสม อาจใช้เป็นสื่อรายบุคคล หรือทั้งกลุ่มใช้ร่วมกันก็ได้ ในขณะทำกิจกรรมการเรียนหากมีปัญหาผู้เรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนในแต่ละศูนย์แล้ว ผู้เรียนสนใจที่จะเรียนเสริมก็สามารถศึกษาได้จากศูนย์สำรองที่จัดเตรียมไว้โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น

3. ชุดการเรียนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนที่จัดไว้ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเองตามคำแนะนำที่ระบุไว้ แต่อาจมีการปรึกษากันระหว่างเรียนได้ และเมื่อสงสัยไม่เข้าใจบทเรียนตอนไหนสามารถไต่ถามครูได้ การเรียนจากชุดการเรียนรายบุคคลนี้ นิยมใช้ห้องเรียนที่มีลักษณะพิเศษแบ่งเป็นสัดส่วนสำหรับผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งเรียกว่า " ห้องเรียนรายบุคคล" ชุดการเรียนรายบุคคลนี้ผู้เรียนอาจนำไปเรียนที่บ้านได้ด้วย โดยมีผู้ปกครองหรือบุคลากรอื่นคอยให้ความช่วยเหลือ ชุดการเรียนรายบุคคลนี้เน้นหน่วยการสอนย่อย จึงนิยมเรียกว่า บทเรียนโมดูล(Instructional module)

4. ชุดการเรียนทางไกล เป็นชุดการเรียนสำหรับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่น ต่างเวลา มุ่งสอนให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเอง โดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วย สื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุ กระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา เช่น ชุดการเรียนการสอนทางไกลของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช เป็นต้น

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524 : 250 – 251) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนสำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะมีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนสำหรับนักเรียน เป็นชุดการเรียนสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดการเรียนให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะ ๆ ให้

คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดการเรียนนี้จะฝึกการเรียนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดแบบที่ 1 และ ชุดแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดู และกิจกรรม บางอย่างนักเรียนต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนแบบนี้เหมาะอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักการเรียนด้วยตนเอง ภายใต้การดูแลของครู

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 185 – 186) ได้แบ่งชุดการเรียนตามลักษณะของการใช้ออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนสำหรับการบรรยาย หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าชุดการเรียนสำหรับครูใช้ คือเป็นชุดการเรียนสำหรับกำหนดกิจกรรมและสื่อการเรียนให้ครูใช้ประกอบคำบรรยาย เพื่อเปลี่ยนบทบาทการพูดของครูให้ลดน้อยลง และเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกิจกรรมการเรียนมากยิ่งขึ้น ชุดการเรียนนี้จะมีเนื้อหาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับนักเรียนทั้งชั้น

2. ชุดการเรียนสำหรับกิจกรรมแบบกลุ่ม ชุดการเรียนนี้มุ่งเน้นที่ตัวนักเรียนได้ประกอบกิจกรรมร่วมกัน และอาจจัดการเรียนในรูปศูนย์การเรียน ชุดการเรียนแบบกลุ่มจะประกอบด้วยชุดการเรียนย่อยที่มีจำนวนเท่ากับศูนย์ที่แบ่งไว้ในแต่ละหน่วย ในแต่ละศูนย์มีสื่อการเรียนหรือบทเรียนครบชุดตามจำนวนนักเรียนในศูนย์กิจกรรมนั้น สื่อการเรียนอาจจัดอยู่ในรูปของการเรียนรายบุคคล หรือนักเรียนทั้งศูนย์ ใช้ร่วมกันก็ได้ นักเรียนที่เรียนจากชุดการเรียนแบบกิจกรรมกลุ่มอาจจะต้องขอความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อยในระยะเริ่มต้นเท่านั้น หลังจากเคยชินต่อวิธีการใช้แล้ว นักเรียนสามารถช่วยเหลือซึ่งกันและกันได้เอง ในขณะทำกิจกรรมการเรียนหากมีปัญหานักเรียนสามารถซักถามครูได้เสมอ เมื่อจบการเรียนแต่ละศูนย์แล้วนักเรียนอาจจะสนใจการเรียนเสริมเพื่อเจาะลึกถึงสิ่งที่รู้ได้อีก จากศูนย์สำรองที่ครูจัดเตรียมไว้เพื่อเป็นการไม่เสียเวลาที่จะต้องรอคอยผู้อื่น

3. ชุดการเรียนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนที่จัดระบบขั้นตอนเพื่อให้นักเรียนใช้เรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นความสามารถของแต่ละบุคคล เมื่อศึกษาครบแล้วจะทำการทดสอบประเมินผลความก้าวหน้า และศึกษาชุดการเรียนชุดอื่นต่อไปตามลำดับ เมื่อมีปัญหานักเรียนจะปรึกษากันได้ในระหว่างนักเรียนและครูพร้อมที่จะให้ความช่วยเหลือทันทีในฐานะผู้ประสานงาน หรือผู้ชี้แนะแนวทาง การเรียนด้วยชุดการเรียนนี้จัดขึ้นเพื่อส่งเสริมศักยภาพการเรียนรู้ของแต่ละบุคคลให้พัฒนาการเรียนรู้ของตนเองไปจนเต็มสุดขีดความสามารถ โดยไม่ต้องเสียเวลารอคอยผู้อื่น ชุดการเรียนแบบนี้บางครั้ง เรียกว่า บทเรียนโมดูล

จากการที่มีการแบ่งประเภทของชุดการเรียนออกเป็นประเภทต่าง ๆ ซึ่งบางคนอาจจะแบ่งเป็น 3 ประเภท หรือบางคนอาจแบ่งออกเป็น 4 ประเภทบ้าง ดังที่กล่าวมาแล้วนั้น ทำให้ผู้วิจัยได้ข้อสรุปว่า เหตุผลที่ต้องแบ่งประเภทของชุดการเรียนเพราะ ชุดการเรียนแต่ละประเภทนั้นจะเป็นตัวกำหนดบทบาทของครูและนักเรียนแตกต่างกันออกไป ดังนั้นแนวทางการสร้างชุดการเรียนของผู้วิจัยจะยึดบทบาทที่นักเรียนเป็นผู้ทำการศึกษาเนื้อหาจากชุดการเรียนด้วยตนเอง โดยร่วมมือกันภายในกลุ่ม และครูจะมีบทบาทเป็นผู้ชี้แนะแนวทางหรือที่ปรึกษาเมื่อนักเรียนพบปัญหาหรืออุปสรรคหรือข้อสงสัยขณะที่ทำการศึกษาชุดการเรียนนั้น

3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียน

ในการสร้างชุดการเรียนเพื่อนำมาใช้ในการเรียนการสอนวิชาต่างๆ นั้น ผู้สร้างจะต้องศึกษาถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนว่ามีองค์ประกอบหลักอะไรบ้าง เพื่อจะได้นำมากำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนที่จะสร้างขึ้น ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง องค์ประกอบของชุดการเรียนไว้ดังนี้

ฮุสตัน และคณะ (Houston and others. 1972 : 10 – 15) ได้ให้ส่วนประกอบของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. คำชี้แจง (Prospectus) ในส่วนนี้ จะอธิบายถึงความสำคัญของจุดมุ่งหมาย ขอบข่ายชุดการเรียน สิ่งที่ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ก่อนเรียนและขอบข่ายของกระบวนการทั้งหมดในชุดการเรียน

2. จุดมุ่งหมาย (Objectives) คือ ข้อความที่แจ่มชัดไม่กำกวมที่กำหนดว่า ผู้เรียนจะประสบความสำเร็จอะไรหลังจากเรียนแล้ว

3. การประเมินผลเบื้องต้น (Pre – Assessment) มีจุดประสงค์ 2 ประการคือ เพื่อให้ทราบว่าผู้เรียนอยู่ในการเรียนจากชุดการเรียนนั้น และเพื่อดูว่าเขาได้สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เพียงใด การประเมินเบื้องต้นนี้อาจจะอยู่ในรูปของการทดสอบแบบข้อเขียนปากเปล่า การทำงานปฏิกิริยาตอบสนองต่อคำถามง่ายๆ เพื่อให้รู้ถึงความต้องการและความสนใจ

4. การกำหนดกิจกรรม (Enabling Activities) คือ การกำหนดแนวทางและวิธีเพื่อไปสู่จุดประสงค์ที่ตั้งไว้ โดยให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมนั้นด้วย

5. การประเมินขั้นสุดท้าย (Post –Assessment) เป็นข้อทดสอบเพื่อวัดผลการเรียนหลังจากที่เรียนแล้ว

คาร์ดาเรลลี (Cadarelli. 1973 : 150) ได้กำหนดโครงสร้างของชุดการเรียนว่าต้องประกอบด้วย

1. หัวข้อ (Topic)
2. หัวข้อย่อย (Subtopic)
3. จุดมุ่งหมายหรือเหตุผล (Rational)
4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral Objectives)
5. การทดสอบก่อนเรียน (Pretest)
6. กิจกรรมและการประเมินตนเอง (Activities and Self – evaluation)
7. การทดสอบย่อย (Quiz หรือ Formative Test)
8. การทดสอบขั้นสุดท้าย (Posttest หรือ Summative Evaluation)

ดวน (Duan. 1973 : 169) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียน 7 ประการ ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายและเนื้อหา
2. บรรยายเนื้อหา
3. มีจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
4. มีกิจกรรมให้เลือกเรียน

5. มีกิจกรรมที่ส่งเสริมเจตคติ

6. มีเครื่องมือวัดผลก่อนการเรียน ระหว่างเรียนและหลังการเรียน

7. การสร้างคู่มือครู

ลัดดา ศุขปรีดี (2523 : 31) กล่าวว่า ชุดการเรียนประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

1. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของบทเรียน

2. ข้อทดสอบความรู้เดิมของผู้เรียน ซึ่งมีจุดมุ่งหมาย 2 อย่าง คือ วัดความรู้เดิมของผู้เรียนว่าเข้าใจบทเรียนได้หรือไม่ และวัดความรู้เดิมของผู้เรียนว่ามีความรู้เกี่ยวกับบทเรียนมากน้อยเพียงใด

3. บัตรแนะนำวิธีการเรียนด้วยตนเอง

4. สื่อการเรียน

5. ข้อทดสอบหลังเรียน

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2530 : 71) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนว่าสามารถจำแนกได้ 4 ส่วนด้วยกัน คือ

1. คู่มือ เป็นคู่มือสำหรับผู้เรียน ภายในจะมีคำชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดการเรียนอย่างละเอียด อาจทำเป็นเล่มหรือแผ่นพับก็ได้

2. บัตรคำสั่งหรือคำแนะนำ จะเป็นส่วนที่บอกให้ผู้เรียนดำเนินการเรียนหรือประกอบกิจกรรมแต่ละอย่างตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ ประกอบด้วย คำอธิบายเรื่องที่จะศึกษา คำสั่งให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรมและการสรุปบทเรียน บัตรนี้นิยมใช้บัตรแข็งตัดเป็นขนาด 6 x 8 นิ้ว

3. เนื้อหาสาระและสื่อ จะบรรจุไว้ในรูปของสื่อการสอนต่างๆ อาจประกอบด้วยบทเรียนโปรแกรม สไลด์ แผ่นภาพ วัสดุกราฟิก ฯลฯ ผู้เรียนจะศึกษาจากสื่อการสอนต่างๆ ที่บรรจุอยู่ในชุดการเรียนตามบัตรคำสั่งที่กำหนดไว้

4. แบบประเมินผล ผู้เรียนจะทำการประเมินผลความรู้ของตนเองก่อนและหลังเรียน แบบประเมินผลอาจเป็นแบบฝึกหัดให้เติมคำลงในช่องว่าง เลือกคำตอบที่ถูกที่สุด จับคู่ ดูผลจากการทดลองหรือทำกิจกรรม ฯลฯ

กิดานันท์ มลิทอง (2536 : 81) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. คู่มือ สำหรับผู้สอนในการใช้ชุดการเรียน และสำหรับผู้เรียนใช้ชุดการเรียน

2. คำสั่ง เพื่อกำหนดแนวทางในการเรียน

3. เนื้อหาบทเรียน จะจัดอยู่ในรูปของสื่อต่างๆ เช่น สไลด์ เทป ฯลฯ

4. กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมให้ผู้เรียนทำรายงาน หรือค้นคว้าต่อจากที่เรียนไปแล้ว เพื่อความรู้ที่กว้างขวางขึ้น

5. แบบทดสอบ เป็นแบบทดสอบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของบทเรียนนั้นเพื่อการประเมินผล

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง (2531 : 182) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนรายบุคคลไว้ว่า จะต้องเอาบทเรียนมาแบ่งเป็นหน่วยย่อยๆ แต่ละหน่วยย่อยประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

1. บัตรคำสั่ง จะชี้แจงรายละเอียดว่า ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างไร

2. บัตรกิจกรรม เป็นบัตรที่บอกให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่างๆ สิ่งที่ควรจะมีในบัตรกิจกรรม คือ หัวเรื่อง ระดับชั้น สื่อการเรียนการสอน กิจกรรมและเฉลยกิจกรรม

3. บัตรเนื้อหา เป็นบัตรที่บอกเนื้อหาทั้งหมดที่ต้องการให้เรียน สิ่งที่ควรจะมีในบัตรเนื้อหาก็คือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม เป็นต้น

4. บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน เป็นแบบฝึกหัดที่ทำไว้ให้ผู้เรียนฝึกหัดทำหลังจากที่ได้ทำบัตรกิจกรรมและศึกษาเนื้อหาจนเข้าใจแล้ว ในบัตรแบบฝึกหัดนี้จะต้องทำบัตรเฉลยไว้พร้อม สิ่งที่ควรในแบบฝึกหัดหรือบัตรงานคือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม กฎ ที่ต้องการใช้ในโจทย์แบบฝึกหัด ให้นักเรียนตั้งโจทย์เองแล้วหาคำตอบ เฉลยแบบฝึกหัด

5. บัตรทดสอบหรือบัตรปัญหา เป็นข้อทดสอบตามเนื้อหาของแต่ละหน่วยย่อยและมีเฉลยไว้พร้อม อาจทำทั้งข้อทดสอบก่อนเรียน (Pretest) และข้อทดสอบหลังเรียน (Posttest)

บุญชม ศรีสะอาด (2541 : 95 – 96) ได้กล่าวว่า ชุดการเรียนจะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ด้าน ดังนี้

ภาพประกอบ 3 องค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียน

คู่มือการใช้ชุดการเรียน เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดการเรียนศึกษาและปฏิบัติตาม เพื่อให้บรรลุผลอย่างมีประสิทธิภาพ อาจประกอบด้วย แผนการสอน สิ่งที่ครูต้องเตรียมก่อนสอน บทบาทของผู้เรียน การจัดชั้นเรียน (ในกรณีของชุดการเรียนที่มุ่งใช้กับกลุ่มย่อย เช่น ในศูนย์การเรียน)

บัตรงาน เป็นบัตรที่มีคำสั่งว่าจะให้ผู้เรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน

แบบทดสอบวัดความก้าวหน้าของผู้เรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดการเรียนจบแล้วผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่

สื่อการเรียนต่างๆ เป็นสื่อสำหรับผู้เรียนได้ศึกษา มีหลายชนิดประกอบกันอาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรมหรือประเภท

โสตทัศนูปกรณ์ เช่น รูปภาพ แผนภูมิต่างๆ เทปบันทึกเสียง ฟิล์มสตริป สไลด์ ขนาด 2 x 2 นิ้ว ของจริง เป็นต้น

จากการที่มีผู้กำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนไว้หลายรูปแบบสรุปได้ว่า ชุดการเรียนนั้นจะต้องมีองค์ประกอบหลักคือ คู่มือการใช้ชุดการเรียน เนื้อหา กิจกรรมการเรียน และการประเมินผล สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยกำหนดองค์ประกอบของชุดการเรียนโดยประยุกต์มาจากรูปแบบของ บุญชม ศรีสะอาด ยุพิน พิพิธกุลและอรพรรณ ตันบรรจง กิดานันท์ มลิทอง คาร์ดาเรลลี่ ฮุสตันและคณะ โดยมีองค์ประกอบดังต่อไปนี้

1. คู่มือการใช้ชุดการเรียน
2. ชื่อชุดการเรียน
3. คำชี้แจง เป็นส่วนที่อธิบายลักษณะของชุดการเรียน
4. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม คือ สิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนหลังจากที่ได้ศึกษาชุดการเรียนแล้ว
5. เวลาที่ใช้ ในการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัดในชุดการเรียน
6. สื่อ เป็นส่วนที่ระบุในชุดการเรียนนั้นมีวัสดุ อุปกรณ์อะไรบ้าง
7. เนื้อหา เป็นส่วนที่เสนอความรู้ให้กับนักเรียน
8. กิจกรรม เป็นกิจกรรมที่จะให้นักเรียนปฏิบัติ
9. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
10. การประเมินผล เป็นแบบทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนแต่ละชุด

3.4 หลักการ ทฤษฎี และจิตวิทยาที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการเรียน

ในการสร้างชุดการเรียนจะต้องยึดหลักการดำเนินการตามหลักจิตวิทยา เพื่อให้ชุดการเรียนมีประสิทธิภาพที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน มีนักการศึกษาได้ให้แนวคิด หลักการไว้หลายท่าน ดังนี้

บลูม (Bloom. 1976 : 115 – 124) กล่าวว่าการสอนที่มีประสิทธิภาพประกอบด้วยลักษณะที่สำคัญ 4 ประการ คือ

1. การให้แนวทาง (Cues) คือคำอธิบายของครูที่ทำให้นักเรียนเข้าใจชัดเจนว่าเมื่อเรียนเรื่องนั้นๆ แล้ว จะต้องมีความสามารถอย่างไร ต้องทำอะไรบ้าง
2. การมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน (Participation) เปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียน
3. การเสริมแรง (Reinforcement) ทั้งการเสริมแรงภายนอก เช่น สิ่งของ การกล่าวดิชมหรือการเสริมแรงภายในตัวนักเรียนเอง เช่น ความอยากรู้อยากเห็น ฯลฯ
4. การให้ข้อมูลย้อนกลับและการแก้ไขข้อบกพร่อง (Feedback and Corrections) จะต้องมีการแจ้งผลการเรียนและข้อบกพร่องให้นักเรียนทราบ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 119) ได้นำแนวความคิดซึ่งมาจากจิตวิทยาการเรียนการสอน มาใช้ในการผลิตชุดการเรียน ดังนี้

1. เพื่อสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล

2. เพื่อยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางด้วยการให้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง

3. มีสื่อการเรียนใหม่ๆ ที่ช่วยในการเรียนของนักเรียน เพื่อช่วยการสอนของครู

4. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนที่เปลี่ยนไป เปลี่ยนจากครูเป็นผู้นำเป็นผู้มีอิทธิพลต่อนักเรียนมาก

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต (2528 : 292) ได้กล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่นำมาใช้ในการผลิตชุดการเรียน ดังนี้

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล (Individual Differences) นักการศึกษาได้นำหลักจิตวิทยาในด้านความแตกต่างระหว่างบุคคลมาใช้ เพราะถือว่าการสอนนั้นไม่สามารถปั้นผู้เรียนให้เป็นพิมพ์เดียวกันได้ ในช่วงเวลาที่เท่ากันเพราะผู้เรียนแต่ละคนจะเรียนรู้ตามวิถีทางของเขา และใช้เวลาเรียนในเรื่องหนึ่งๆ ที่แตกต่างกันไป ความแตกต่างเหล่านี้มีความแตกต่างในด้านความสามารถ (Ability) สติปัญญา (Intelligence) ความต้องการ (Need) ความสนใจ (Interest) ร่างกาย (Physical) อารมณ์ (Emotion) และสังคม (Social) ด้วยเหตุผลที่คนเรามีความแตกต่างกันดังกล่าว ผู้สร้างชุดการเรียนจึงพยายามที่จะหาวิธีการที่เหมาะสมที่สุด ในการที่จะทำให้ผู้เรียนได้เรียนอย่างบรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้ในชุดนั้นๆ ซึ่งวิธีที่เหมาะที่สุดวิธีหนึ่งก็คือ การจัดการสอนรายบุคคล หรือการจัดการสอนตามเอกัตภาพ หรือการศึกษาด้วยตนเอง ซึ่งล้วนแต่เป็นวิธีสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนตามความแตกต่างของแต่ละคน

2. การนำสื่อประสมมาใช้ (Multi – Media Approach) เป็นการนำเอาสื่อการสอนหลายประเภทมาใช้สัมพันธ์กันอย่างมีระบบ ความพยายามอันนี้ก็เพื่อที่จะเปลี่ยนแปลงการเรียนการสอน จากเดิมที่เคยยึดครูเป็นแหล่งให้ความรู้หลัก มาเป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนเรียนด้วยการใช้แหล่งความรู้จากสื่อประเภทต่างๆ

3. ทฤษฎีการเรียนรู้ (Learning Theory) จิตวิทยาการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเรียนได้โดย

3.1 การเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยตนเอง

3.2 ตรวจสอบผลการเรียนของตนเองว่าถูกหรือผิดได้ทันที

3.3 มีการเสริมแรง คือ ผู้เรียนจะเกิดความภาคภูมิใจ ดีใจ ที่ตนเองทำได้ถูกต้องเป็นการให้กำลังใจที่จะเรียนต่อไป ถ้าตนเองทำไม่ถูกต้องจะได้ทราบว่าที่ถูกต้องนั้นคืออะไร จะได้ไตร่ตรองพิจารณา ทำให้เกิดความเข้าใจซึ่งจะไม่ทำให้เกิดความท้อถอยหรือสิ้นหวังในการเรียน เพราะเขามีโอกาสที่จะสำเร็จได้เหมือนคนอื่น

3.4 เรียนรู้ไปทีละขั้นตามความสามารถและความสนใจของตนเอง

4. การใช้วิธีวิเคราะห์ระบบ (Systems Analysis) โดยจัดเนื้อหาวิชาให้สอดคล้องกับสภาพแวดล้อม และวัยของผู้เรียน ทุกสิ่งทุกอย่างที่จัดไว้ในชุดการเรียนจะสร้างขึ้นอย่างมีระบบมีการตรวจเช็คทุกขั้นตอน และทุกอย่างจะต้องสัมพันธ์สอดคล้องกันเป็นอย่างดี มีการทดลองพัฒนาปรับปรุงจนมีประสิทธิภาพอยู่ในเกณฑ์มาตรฐานที่เชื่อถือได้จึงจะนำออกใช้

จากการศึกษาหลักการ ทฤษฎีและจิตวิทยาที่นำมาใช้ในการสร้างชุดการเรียน จะเห็นว่า ยึดหลักการดำเนินการตามหลักจิตวิทยาที่เน้นความแตกต่างระหว่างบุคคล ให้เด็กได้เรียนตามความสามารถจากง่ายไปยากตามลำดับ นักเรียนได้รู้ผลการเรียนของตนเอง นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียน ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียน โดยมีครูเป็นผู้คอยให้คำแนะนำปรึกษา เร้าความสนใจของเด็กด้วยสื่อต่างๆ มีการให้การเสริมแรงด้วยคำติชม ชุดการเรียนที่ได้ก็จะเป็นชุดการเรียนที่ดีมีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้การเรียนมีคุณภาพมากขึ้น

3.5 ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียน

การสร้างชุดการเรียนผู้สร้างจะต้องรู้ขั้นตอนการสร้างก่อนว่าจะต้องมีการดำเนินการอย่างไร ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนไว้ดังนี้

ฮีทเทอร์ (Heather. 1964 : 342 – 344) ได้ให้ขั้นตอนสำคัญสำหรับครูผู้สร้างชุดการเรียนด้วยตนเอง คือ

1. ศึกษาหลักสูตร ตัดสินใจเลือกสิ่งที่จะให้ผู้เรียนได้ศึกษาแล้วจัดลำดับขั้นเนื้อหาให้ต่อเนื่องจากง่ายไปหายาก
2. ประเมินความรู้พื้นฐานประสบการณ์เดิมของผู้เรียน
3. เลือกกิจกรรมการเรียน วิธีสอน และสื่อการเรียนให้เหมาะสมกับผู้เรียน โดยต้องคำนึงถึงความพร้อมและความต้องการของผู้เรียน
4. กำหนดรูปแบบของการเรียน
5. กำหนดหน้าที่ของผู้ประสานงาน หรือจัดอำนวยความสะดวกในการเรียน
6. สร้างแบบประเมินผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนว่าบรรลุเป้าประสงค์ในการเรียนหรือไม่

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2521 : 171 - 173) ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2526 : 199 – 200) ได้กล่าวถึงหลักในการผลิตชุดการเรียนไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดหมวดหมู่เนื้อหาและประสบการณ์ กำหนดเป็นหมวดวิชา
2. กำหนดหน่วยการสอน แบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยการสอน
3. กำหนดหัวเรื่อง ในการสอนแต่ละหน่วยควรแบ่งประสบการณ์ออกเป็น 4 – 6 หัวเรื่อง
4. กำหนดความคิดรวบยอดและหลักการให้สอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวคิด สาระ และหลักเกณฑ์สำคัญไว้
5. กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับหัวเรื่องโดยเขียนเป็นวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
6. กำหนดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม
7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องประเมินให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมโดยใช้แบบทดสอบอิงเกณฑ์เพื่อให้ผู้สอนทราบว่าหลังจากใช้ชุดการเรียนแล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

8. เลือกและผลิตสื่อการเรียน วัสดุ อุปกรณ์ และวิธีการที่ครูใช้ ถือว่าเป็นสื่อการเรียน เมื่อผลิตสื่อการเรียนของแต่ละหัวเรื่องแล้วก็จัดสื่อการเรียนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ในกล่องที่เตรียมไว้ ก่อนนำไปทดลองหาประสิทธิภาพ

9. การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนเพื่อเป็นการประกันว่า ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพในการสอนตามเกณฑ์ที่กำหนด ผู้วิจัยจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ขึ้นล่วงหน้า อาจตั้งเป็น 90/90 สำหรับเนื้อหาที่เป็นความจำและไม่ต่ำกว่า 80/80 สำหรับวิชาทักษะ โดยคำนึงถึงหลักการที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุผล

10. การใช้ชุดการเรียนเป็นขั้นนำไปใช้ซึ่งจะต้องตรวจสอบปรับปรุงอยู่ตลอดเวลา

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 189 – 191) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่า สิ่งที่เราจะนำมาสร้างชุดการเรียนนั้น ต้องการให้ผู้เรียนเรียนรู้อะไรบ้าง เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในหน่วยอื่นๆ อันจะสร้างความสับสนให้กับผู้เรียนได้ ผู้วิจัยจะต้องทำการศึกษาวิเคราะห์ แล้วแบ่งหน่วยการเรียนในแต่ละหน่วยนั้นให้มีหัวเรื่องย่อยๆ และควรเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระ ให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อน อันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

2. ผู้สร้างจะต้องพิจารณาตัดสินว่า จะสร้างชุดการเรียนแบบใด โดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร (Who is Learner) จะให้อะไรกับผู้เรียน (Give what Condition) จะทำกิจกรรมอย่างไร (Does what Activities) และจะทำได้ดีอย่างไร (How well Criterion) ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

3. กำหนดหน่วยการเรียน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียน หาสื่อการเรียน พยายามศึกษาวิเคราะห์อีกครั้งหนึ่งว่าหน่วยการเรียนนี้มีหลักการ หรือความคิดรวบยอดอะไร และแต่ละหัวเรื่องย่อยมีความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อยๆ อะไรอีกบ้างที่จะต้องศึกษา พยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด จะต้องสอดคล้องกับหน่วยการเรียนและหัวเรื่อง โดยสรุปแนวความคิด สาระ หลักเกณฑ์ที่สำคัญ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจ อันเกิดจากประสาทสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมอง แล้วนำสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงกันกับประสบการณ์เดิมเกิดเป็นความคิดรวบยอด

5. การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ จะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้ว โดยผู้สอนสามารถวัดได้ ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยิ่งมีทางประสบความสำเร็จในการสอบมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์ การเรียนแต่ละข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์งาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งาน เพื่อหากิจกรรมการเรียนการสอนแล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนให้เหมาะสมถูกต้อง สอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียนภายหลังจากที่เรานำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาวิเคราะห์งานแล้วเรียงลำดับกิจกรรมของแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอน และไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในการเรียนโดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน (Entering Behavior) วิธีดำเนินการสอน (Instructional Procedures) ตลอดจนการติดตามผล และการประเมินผล

8. สื่อการเรียน คือ วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียนเป็นของที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่าที่จะต้องจัดเตรียมมาก่อน จะต้องเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนในคู่มือครูเกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียน ว่าจะให้จัดหาได้ ณ ที่ใด เช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และพวกสิ่งที่เก็บไว้ไม่ได้ ทนทาน เพราะเกิดการเน่าเสีย เช่น ใบไม้ พืช สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผล คือ การตรวจสอบดูว่า หลังจากการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนกำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตามแต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน และไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วย การเรียนรู้ในสิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมาก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณค่า

10. การทดลองใช้ชุดการเรียนเพื่อหาประสิทธิภาพ เมื่อพิจารณาถึงรูปแบบของชุดการเรียนและออกมาเป็นแฟ้มหรือกล่องชุดแล้วแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษาและความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน เพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็กๆ ดูก่อนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดี แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

10.1 ชุดการเรียนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

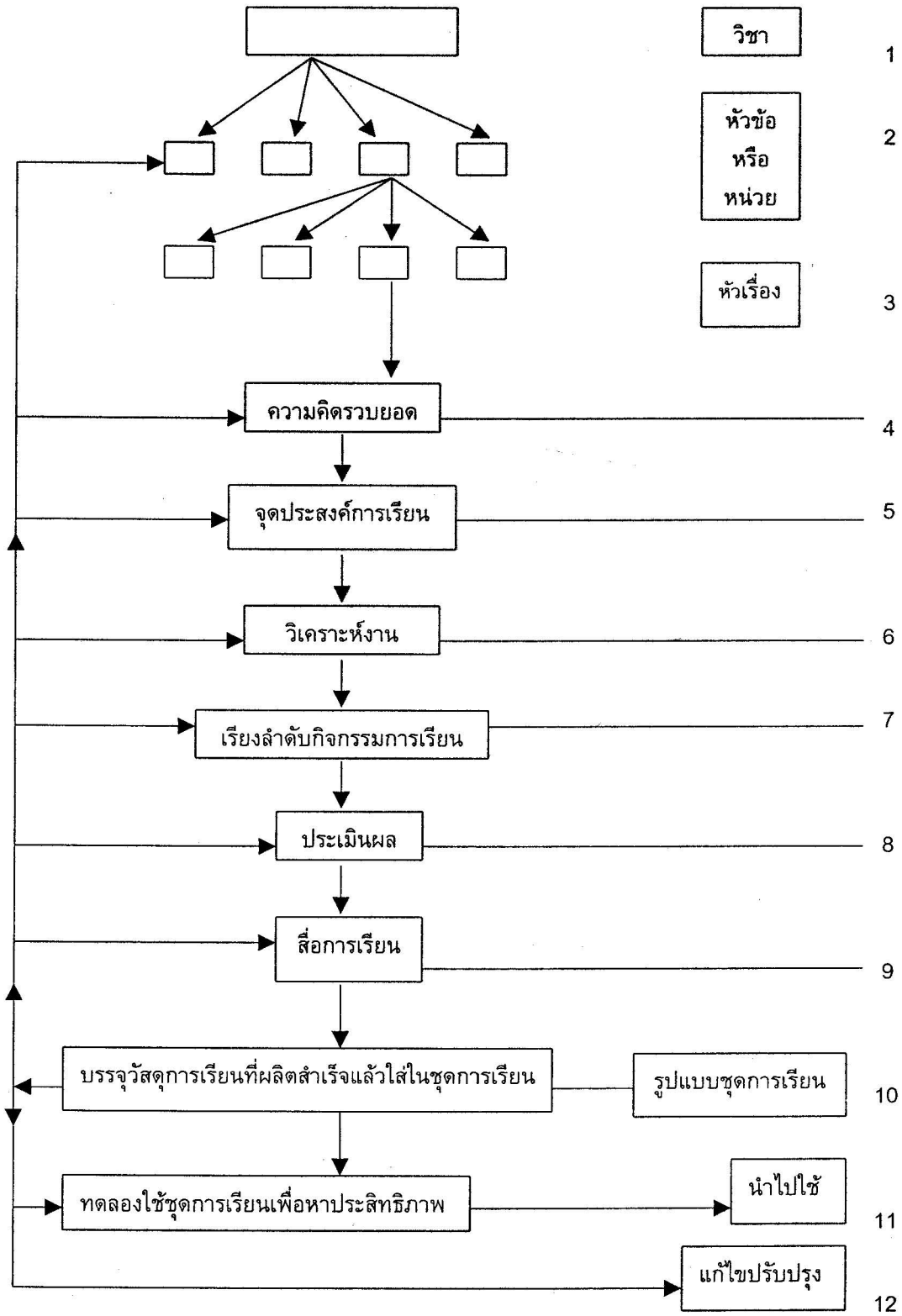
10.2 การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการเรียนนี้เหมาะสมหรือไม่

10.3 การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียนและดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

10.4 การสรุปผลการเรียนการสอนเพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอด หรือหลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้นๆ ดีหรือไม่หรือจะต้องตรวจปรับเพิ่มเติมอย่างไร

10.5 การประเมินผลหลังการเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้นให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

ขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนดังกล่าวแสดงในรูปของแผนภูมิได้ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 แผนภูมิผลิตชุดการเรียน
(วิชัย วงษ์ใหญ่. 2525 : 194)

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2533 : 495) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียน ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ ได้แก่ การกำหนดหน่วย หัวเรื่องและมโนมติ

ขั้นที่ 2 การวางแผน เป็นการวางแผนไว้ล่วงหน้าโดยกำหนดรายละเอียดไว้

ขั้นที่ 3 การผลิตสื่อการเรียน เป็นการผลิตสื่อประเภทต่างๆ ที่กำหนดไว้ในแผน

ขั้นที่ 4 หาประสิทธิภาพ เป็นการประเมินคุณภาพของชุดการเรียน โดยนำไปทดลองใช้ ปรับปรุงให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

จากการที่มีผู้นำเสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนไว้หลายแนวทาง ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ยึดขั้นตอนในการสร้างตามแนวของ ฮีทเทอร์ ชัยยงค์ พรหมวงศ์ วิชัย วงษ์ใหญ่ และไชยยศ เรืองสุวรรณ โดยนำมาประยุกต์เข้าด้วยกันเพื่อให้เหมาะสมกับงานวิจัย ตามขั้นตอนดังนี้

1. เตรียมงานทางด้านวิชาการ โดยผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าสิ่งที่จะนำมาสร้างชุดการเรียน ดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) คู่มือครูคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เกี่ยวกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องสมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.2 ศึกษาเอกสาร ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 คัดเลือกบทเรียนในการสร้างชุดการเรียนโดยการจัดกิจกรรมตามรูปแบบการเรียนแบบร่วมมือด้วยเทคนิค STAD และ TGT

2. ดำเนินการสร้างชุดการเรียน โดย

2.1 สร้างชุดการเรียนตามรูปแบบการเรียนแบบร่วมมือที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้กำหนดไว้

2.2 นำชุดการเรียน พร้อมแผนการสอน แบบทดสอบเสนอต่อกรรมการและผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบคุณภาพและนำไปปรับปรุง

2.3 นำชุดการเรียนที่ได้รับการปรับปรุงแล้วให้ประธานกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อยพร้อมที่จะนำไปทดสอบหาประสิทธิภาพ

3. หาประสิทธิภาพของชุดการเรียน ตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย 80/80 ตามลำดับขั้น ดังนี้

3.1 หาประสิทธิภาพเป็นรายบุคคล (1 : 1)

3.2 หาประสิทธิภาพเป็นรายกลุ่ม (1 : 10)

โดยแต่ละครั้งที่หาประสิทธิภาพ ผู้วิจัยได้หาข้อบกพร่องของชุดการเรียน นำมาแก้ไข แล้วเสนอประธานกรรมการตรวจพิจารณาทุกครั้ง ก่อนนำไปดำเนินการทดลอง

3.3 ดำเนินการทดลอง เพื่อหาประสิทธิภาพภาคสนาม (1 : 30 -100 คน)

3.4 ดำเนินการทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

3.6 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ ; สมเชาว์ เนตรประเสริฐ และสุดา สินสกุล (2521 : 134) ได้กล่าวถึงการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน หมายถึง การนำชุดการเรียนไปทดลองใช้ เพื่อปรับปรุงแล้วนำไปทดลองสอนจริง นำผลที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข เสร็จแล้วจึงผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก

3.6.1 ความจำเป็นที่จะต้องหาประสิทธิภาพ

การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนมีความจำเป็นด้วยเหตุผล ดังต่อไปนี้

1. เป็นการประกันคุณภาพของชุดการเรียนว่าอยู่ในขั้นสูง เหมาะสมที่จะลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก หากไม่มีการหาประสิทธิภาพเสียก่อน เมื่อผลิตออกมาใช้ประโยชน์ไม่ได้ดีก็ต้องทำใหม่เป็นการสิ้นเปลืองทั้งเวลา แรงงานและเงินทอง

2. ชุดการเรียนจะทำหน้าที่สอน โดยที่สร้างสภาพการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเปลี่ยนพฤติกรรมตามที่มุ่งหวัง บางครั้งต้องช่วยครูผู้สอน บางครั้งต้องสอนแทนครู ดังนั้นก่อนนำชุดการเรียนไปใช้ครูจึงควรมั่นใจว่าชุดการเรียนนั้นมีประสิทธิภาพในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จริง การหาประสิทธิภาพตามลำดับขั้นจะช่วยให้เราได้ชุดการเรียนที่มีคุณค่าทางการสอนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

3. การทดสอบหาประสิทธิภาพจะทำให้ผู้ผลิตมั่นใจว่า เนื้อหาสาระที่บรรจุลงในชุดการเรียนเหมาะสม เข้าใจง่ายอันจะช่วยให้ผู้ผลิตมีความชำนาญสูงขึ้น และเป็นการประหยัดแรงสมอง แรงงาน เวลา และเงินทองในการเตรียมต้นฉบับ

อธิพร ศรียมก (2537 : 914) กล่าวถึงความจำเป็นที่จะต้องหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. เพื่อความมั่นใจว่า ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมีคุณภาพ

2. เพื่อความแน่ใจว่า ชุดการเรียนนั้นสามารถทำให้การเรียนการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ได้อย่างแท้จริง

3. ถ้าจะผลิตชุดการเรียนออกมาเป็นจำนวนมาก ทดสอบหาประสิทธิภาพจะเป็นหลักประกันว่าผลิตออกมาแล้วใช้ได้ มิฉะนั้นจะเสียเงิน เสียแรง เสียเวลาเปล่า เพราะผลิตออกมาแล้วใช้ประโยชน์อะไรไม่ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงว่าการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน เพื่อให้เกิดความมั่นใจว่า ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นมานั้น มีประสิทธิภาพเพียงพอที่จะช่วยให้การเรียนการสอนมีคุณภาพดีขึ้น ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ได้จริงหรือไม่ เพียงใด ก่อนที่จะนำไปผลิตออกมาใช้จริง

3.6.2 การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ

3.6.2.1 เกณฑ์ประสิทธิภาพ หมายถึง ระดับประสิทธิภาพของชุดการเรียนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เป็นระดับที่ผู้ผลิตชุดการเรียนพึงพอใจว่า หากชุดการเรียนมีประสิทธิภาพถึงระดับนั้นแล้ว ชุดการเรียนนั้นจะมีคุณค่าที่จะนำไปสอนนักเรียนและคุ้มแก่การลงทุนผลิตออกมาเป็นจำนวนมาก การกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพกระทำได้โดยการประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียน 2 ประเภท คือ พฤติกรรมต่อเนื่องและพฤติกรรมขั้นสุดท้าย โดยกำหนดค่าประสิทธิภาพเป็น E_1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ

ของผลเฉลี่ยของคะแนน ที่ได้ ดังนั้น E_1 / E_2 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ เช่น 80/80 หมายความว่า เมื่อเรียนชุดกิจกรรมแล้ว ผู้เรียนจะสามารถทำแบบฝึกหัดหรืองานที่ผลเฉลี่ยร้อยละ 80 และทำแบบทดสอบหลังเรียนได้ผลเฉลี่ยร้อยละ 80 การกำหนดเกณฑ์ E_1 / E_2 โดยปกติเนื้อหาที่เป็นความรู้ความจำมักจะตั้งไว้ 80/80 ; 85/85 หรือ 90/90 ส่วนเนื้อหาที่เป็นทักษะมักจะต่ำกว่านี้ เช่น 75/75

3.6.2.2 เกณฑ์มาตรฐานของชุดการเรียน เกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ที่ระดับ 80/80

80 ตัวแรก คือค่าประสิทธิภาพของกระบวนการเรียนการสอนจากชุดการเรียน คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียนของแต่ละกิจกรรม

80 ตัวหลัง คือค่าประสิทธิภาพของการเรียนรู้ ที่ผู้เรียนได้รับจากการเรียนด้วยชุดการเรียน คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยคิดจากการทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดหลังเรียน

3.6.2.3 การยอมรับประสิทธิภาพของชุดการเรียน มี 3 ระดับ คือ (ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. 2528 : 215)

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ มีค่าเกินกว่า 2.5 เปอร์เซ็นต์ขึ้นไป

2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนเท่ากับเกณฑ์หรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้แต่ไม่เกิน 2.5 เปอร์เซ็นต์

3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของชุดการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์แต่ไม่ต่ำกว่า 2.5 เปอร์เซ็นต์ ถือว่ายังมีประสิทธิภาพที่ยอมรับได้

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การยอมรับประสิทธิภาพของ ชุดการเรียนไว้ คือ 80/80 และมีระดับความผิดพลาดไว้ร้อยละ $\pm$ 2.5 โดยแบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อชุดการเรียนมีประสิทธิภาพตั้งแต่ 82.5/82.5 ขึ้นไป

2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อชุดการเรียนมีประสิทธิภาพ 80/80

3. ต่ำกว่าเกณฑ์ เมื่อชุดการเรียนมีประสิทธิภาพไม่ต่ำกว่า 77.5/77.5

3.6.3 การทดลองหาประสิทธิภาพ

เมื่อผลิตชุดการเรียนเป็นต้นฉบับแล้ว ต้องนำชุดการเรียนไปทดลองหาประสิทธิภาพ ตามขั้นตอนดังนี้ (ชัยยงค์ พรหมวงศ์. 2521 : 172)

1. การทดลองแบบเดี่ยวหรือแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (One – to – one testing) หรือ (1:1) คือ ทดลองกับผู้เรียน 3 คน โดยใช้เด็กที่มีระดับสติปัญญาสูง ปานกลาง และต่ำ แล้วให้ศึกษาด้วยตนเองจากชุดการเรียนจนจบ โดยปฏิบัติดังนี้

1.1 ตอบแบบทดสอบก่อนเรียน (pre-test)

1.2 เรียนจากชุดการเรียนจนจบบทเรียน

1.3 ทำแบบฝึกหัดในบทเรียนไปพร้อมกันในขณะที่เรียน

1.4 ตอบแบบทดสอบหลังเรียน (post-test)

แล้วนำผลที่ได้รับมาพิจารณาปรับปรุงส่วนที่เห็นว่ายังบกพร่อง เช่น เนื้อหา สื่อต่างๆ แบบทดสอบต่างๆ ให้ดียิ่งขึ้น นำผลที่ได้คำนวณหาประสิทธิภาพเสร็จแล้วปรับปรุงให้ดีขึ้น โดยปกติคะแนนที่ได้จากการทดลอง แบบเดี่ยวจะมีค่าต่ำกว่าเกณฑ์

2. การทดลองแบบกลุ่มเล็ก (Small group testing) หรือ (1:10) คือ ทดลองกับ ผู้เรียน 6 – 10 คน นำผลที่ได้คำนวณหาประสิทธิภาพแล้วปรับปรุงให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

3. การทดลองภาคสนาม หรือกลุ่มใหญ่ (Large group testing) หรือ (1:100) คือ ทดลองกับผู้เรียนทั้งชั้น 30 – 100 คน นำผลที่ได้คำนวณหาประสิทธิภาพ แล้วปรับปรุงให้สมบูรณ์อีกครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้ควรใกล้เคียงกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ หากต่ำกว่าเกณฑ์ไม่เกินร้อยละ 2.5 ก็ยอมรับแต่ถ้าแตกต่างกันมากต้องกำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพของชุดการเรียนใหม่ โดยยึดหลักความเป็นจริง

3.7 ลักษณะของชุดการเรียนที่ดี

สมิท (วัฒนา สิงหานุวัฒน์. 2533 : 22 ; อ้างอิงจาก Smith. 1973 *Learning Package in American Education.*) ได้ให้ความเห็นว่า ชุดการเรียนที่ดีนั้น จะต้องจัดหาสิ่งอำนวยความสะดวกและวิธีการต่างๆ ให้แก่ผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนบรรลุเป้าหมาย เช่น

1. ใช้สื่อหลายๆ อย่าง เพื่อให้เกิดประสบการณ์ทางการเรียนดีขึ้น

2. หาวิธีการหลายๆ รูปแบบ โดยมีจุดมุ่งหมายและขบวนการหลายอย่าง เช่น อาจจะจัดให้เป็นไปตามขนาดของกลุ่ม และจะต้องหาวิธีการที่เหมาะสมเฉพาะแต่ละกลุ่มด้วย

3. แบ่งเนื้อหาออกเป็นขั้นตอนตามลำดับความยากง่าย

4. จัดหากิจกรรมหลายๆ อย่าง ให้ผู้เรียนได้เลือกและมีส่วนร่วมในบทเรียน

นอกจากนี้ สมิท ยังได้อธิบายเพิ่มเติมอีกว่า ชุดการเรียนที่ดีนั้นจะต้องมีสิ่งที่ดึงดูดความสนใจของผู้เรียน เช่น มีสีสรรต่างๆ มีภาพประกอบตามความจำเป็น และรวบรวมสื่อและเรื่องราวต่างๆ ใส่ในกล่องเล็กๆ ที่เหมาะสม จะทำให้มีความสะดวกสบายในการเก็บรักษาและการนำไปใช้

นิพนธ์ ศุขปรีดี (2519 : 67) กล่าวถึงลักษณะของชุดการเรียนที่ดี ไว้ดังนี้

1. เป็นชุดการเรียนที่เหมาะสมตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
2. เหมาะสมกับประสบการณ์เดิมของผู้เรียน
3. สิ่งที่ใช้สามารถเร้าความสนใจของผู้เรียนได้ดี
4. มีคำแนะนำหรือวิธีการใช้อย่างละเอียด ง่ายต่อการใช้
5. มีวัสดุอุปกรณ์ในการเรียนการสอนทั้งหมดที่กำหนดไว้ในบทเรียนอย่างครบถ้วน
6. ได้ทดลองและปรับปรุงให้ทันต่อเหตุการณ์เสมอ
7. มีความคงทนต่อการเก็บและการหยิบใช้

3.8 ประโยชน์ของชุดการเรียน

ในการใช้ชุดการเรียนเพื่อช่วยในการจัดการเรียนการสอนนั้น มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียน ดังต่อไปนี้

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524 : 175 -176) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู ลดบทบาทในการบอกของครู

2. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของนักเรียนเพราะสื่อประสม(Multi – Media) ที่ได้จัดไว้ในระบบเป็นการแปรเปลี่ยนกิจกรรม และช่วยรักษาระดับความสนใจของนักเรียนอยู่ตลอดเวลา

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเอง ทำให้มีทักษะในการแสวงหาความรู้ พิจารณาข้อมูล ฝึกความรับผิดชอบและการตัดสินใจ

4. เป็นแหล่งความรู้ที่ทันสมัย และคำนึงถึงหลักจิตวิทยาการเรียนรู้

5. ช่วยขจัดปัญหาการขาดครู เพราะนักเรียนสามารถศึกษาด้วยตนเอง

6. ส่งเสริมการศึกษานอกระบบ เพราะสามารถนำไปใช้ได้ทุกเวลา และไม่จำเป็นต้องใช้เฉพาะในโรงเรียน

วาสนา ชาวหา (2525 : 139 – 140) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถเรียนได้ตามลำพังเป็นกลุ่มหรือรายบุคคลโดยไม่ต้องอาศัยครูผู้สอน และเป็นไปตามความสามารถของผู้เรียนในอัตราความเร็วของแต่ละคน โดยไม่ต้องกังวลว่าจะตามเพื่อนไม่ทันหรือต้องเสียเวลาคอยเพื่อน

2. นักเรียนสามารถนำไปเรียนที่ใดก็ได้ตามความสะดวก

3. แก้ปัญหาการขาดแคลนครูได้เป็นบางโอกาส อาจใช้ชุดการเรียนนี้กับนักเรียนเนื่องจากครูไม่เพียงพอ หรือมีความจำเป็นมาสอนแทนไม่ได้

4. ฝึกนักเรียนให้เรียนรู้ โดยการกระทำที่นอกเหนือไปจากสถานการณ์ในชั้นเรียนปกติที่ปฏิบัติอยู่เป็นประจำ เป็นการสร้างประสบการณ์เรียนรู้ให้แก่ผู้เรียนอย่างกว้างขวาง และเป็นการเน้นกระบวนการเรียนรู้ (Process) มากกว่าเนื้อหา

สันทัด ภิบาลสุข และพิมพ์ใจ ภิบาลสุข (2525 : 199) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียน ไว้ดังนี้

1. ช่วยเร้าความสนใจของผู้เรียนต่อสิ่งที่กำลังศึกษาอยู่ เพราะชุดการเรียนจะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนของตนมากที่สุด

2. ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรมการเรียนด้วยตนเอง และเรียนได้ตามความสามารถความสนใจ หรือความต้องการของตนเอง

3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และมีความรับผิดชอบต่อตนเองและสังคม

4. ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากรับความรู้แนวเดียวกัน

5. ทำให้การเรียนรู้เป็นอิสระจากอารมณ์ของครู ชุดการเรียนสามารถทำให้ผู้เรียน

เรียนได้ตลอด ไม่ว่าผู้สอนจะมีสภาพหรือคับข้องทางอารมณ์มากน้อยเพียงใด

6. ช่วยให้การเรียนเป็นอิสระภาพจากบุคลิกภาพของครู เนื่องจากชุดการเรียนช่วยถ่ายทอดเนื้อหาได้ ดังนั้น ครูที่พูดไม่เก่งก็สามารถสอนให้มีประสิทธิภาพได้

7. ช่วยให้ครูวัดผลผู้เรียนได้ตรงตามจุดมุ่งหมาย

8. ช่วยลดภาระและสร้างความพร้อมและความมั่นใจให้แก่ครูเพราะชุดการเรียนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที

9. ช่วยขจัดปัญหาขาดแคลนครูผู้ชำนาญการ เพราะชุดกิจกรรมช่วยให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยตนเอง หรือต้องการความช่วยเหลือจากครูเพียงเล็กน้อย

10. ช่วยสร้างเสริมการเรียนแบบต่อเนื่องหรือการศึกษานอกระบบ เพราะชุดการเรียนสามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ทุกสถานที่ทุกเวลา

11. แก้ปัญหาความแตกต่างระหว่างบุคคล เพราะชุดการเรียนสามารถทำให้ผู้เรียนได้เรียนตามความสามารถ ความถนัด และความสนใจตามเวลาและโอกาสที่เอื้ออำนวยแก่ผู้เรียนซึ่งแตกต่างกัน

จากการศึกษาประโยชน์ของชุดการเรียนดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ชุดการเรียนช่วยให้ การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น ในด้านการเรียนของนักเรียน ส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียนศึกษาและปฏิบัติกิจกรรมจากชุดการเรียนด้วยตนเอง ผู้เรียนจะมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ตามความสามารถของแต่ละบุคคล นอกจากนี้ยังทราบผลการปฏิบัติกิจกรรมนั้นๆ อย่างรวดเร็ว ทำให้ไม่เบื่อหน่ายในการเรียนและผู้เรียนยังสามารถกลับไปศึกษาเรื่องที่ตนเองไม่เข้าใจใหม่ได้ ส่วนด้านการสอนของครู ช่วยให้ครูสอนด้วยความมั่นใจและมีความพร้อมในการสอนมากขึ้น มีความสะดวกในการสอน เพราะไม่ต้องเสียเวลาในการเตรียมและผลิตสื่อการสอน ครูสามารถนำชุดการเรียนไปใช้สอนได้ทันที

3.9 การใช้ชุดการเรียน

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525 : 192) ได้เสนอแนะว่าการใช้ชุดการเรียนจะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง

2. ให้นักเรียนมีโอกาสทราบผลการกระทำทันทีจากกิจกรรมการเรียนการสอน

3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุดตามขั้นตอนของการเรียนรู้

4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

รุ่งทิวา จักร์กร (2527 : 91 – 92) กล่าวว่า การนำชุดการเรียนไปใช้มีขั้นตอนดังนี้คือ

1. การทดสอบก่อนเรียน เพื่อดูพฤติกรรมเบื้องต้นอันเป็นพื้นฐานการเรียนรู้ของผู้เรียน

2. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เนื่องจากการนำเข้าสู่บทเรียนเป็นการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนกระตือรือร้น มีความต้องการที่จะเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับเทคนิคของผู้สอนด้วย ในการที่จะนำเข้าสู่บทเรียนให้เข้าใจ

3. ขั้นประกอบกิจกรรม ครูต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในการทำกิจกรรมก่อนลงมือทำการสอน

4. สรุปบทเรียน ครูนำในการสรุปบทเรียน ซึ่งอาจทำได้โดยการถามหรือให้นักเรียนเล่าสรุปความเข้าใจ หรือทำกิจกรรมอื่นที่ทำให้แน่ใจว่านักเรียนได้เรียนรู้มโนมติหรือหลักการตามที่กำหนด

5. ประเมินผลการเรียน โดยทำข้อสอบอีกครั้งหนึ่ง เพื่อประเมินดูว่านักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้หรือไม่ เพื่อจะได้ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนในกรณีที่ ไม่ผ่านจุดประสงค์ที่กำหนดข้อใดข้อหนึ่ง ถ้านักเรียนผ่านจุดประสงค์หมดทุกข้อก็ให้เรียนก้าวหน้าต่อไป

สรุปได้ว่า การใช้ชุดการเรียนเป็นการนำชุดการเรียนที่มีอยู่ไปประกอบการสอนในเรื่องที่จะสอนตามขั้นตอนของชุดการเรียนเพื่อทำให้การเรียนการสอนเกิดประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

3.10 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียน

เพื่อประโยชน์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวกับการนำชุดการสอน ชุดการเรียน ชุดการเรียนการสอน หรือชุดกิจกรรม ดังได้มีผู้วิจัยไว้ดังต่อไปนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

แอนเดอร์สัน (Anderson. 1982 : 4795 – A) ได้สร้างชุดการสอนด้วยตนเองเพื่อหาประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้และเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาในระดับเตรียมประถมศึกษา โดยใช้ชุดการสอนด้วยตนเองกับการสอนแบบบรรยาย ผลการวิจัยพบว่ามีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ จากกลุ่มที่สอนโดยใช้ชุดการสอนด้วยตนเองและการสอนแบบบรรยายทั้งในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การวางแผนการสอนและวิธีสอนแต่ไม่มีความแตกต่างกันด้านทัศนคติที่มีต่อวิชาสังคมศึกษาและครูฝึกสอนโดยชอบชุดการสอนด้วยตนเอง

เอนิไอเยจุ (Eniaiyeju. 1983 : 795 – 801) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการสอนโดยครูสาธิต กับการสอนโดยศึกษาเอกสาร และทักษะในการแก้ปัญหาในวิชาเคมีระดับวิทยาลัย กลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 คน ซึ่งได้มาด้วยการสุ่มตัวอย่างอย่างง่าย แบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกสอนโดยให้นักเรียนศึกษาด้วยชุดการเรียนด้วยตนเอง กลุ่มที่สองสอนโดยครู พบว่า การสอนโดยศึกษาด้วยชุดการเรียนด้วยตนเอง ส่งผลต่อมโนมติ และทักษะในการแก้ปัญหาอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และนักเรียนส่วนมากชอบชุดการเรียนด้วยตนเองมากกว่าการสอนโดยครูสาธิต

วีวาส (Vivas. 1985 : 603) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนาและประเมินค่าของการรับรู้ทางความคิดของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซูเอล่า โดยใช้ชุดการสอนจากการ

ศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจในการพัฒนาทักษะทั้ง 5 ด้าน คือ ด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญา และด้านการปรับตัวทางสังคม ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอน มีความสามารถเพิ่มขึ้นในด้านความคิด ด้านความพร้อมในการเรียน ด้านความคิดสร้างสรรค์ ด้านเชาวน์ปัญญาและด้านการปรับตัวทางสังคม หลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการสอนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989 : 416) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการสอนของครูเพื่อแก้ปัญหาในการเรียนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอนยอมรับว่าการใช้ชุดการสอนมีผลดีมากกว่าการสอนตามปกติ อันเป็นวิธีการหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเรียนช้า

งานวิจัยในประเทศ

นันทิยา จิตภิรมย์ (2532 : 47 – 50) ได้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่องพหุนามในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 80 คน ซึ่งแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่าประสิทธิภาพทางการเรียน เรื่องพหุนามของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับนักเรียนในกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่อง ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีลักษณะเป็นสื่อผสมอันได้แก่ แผ่นโปร่งใส แบบฝึกกลุ่ม แบบฝึกรายบุคคลและเกมการแข่งขัน พัฒนาโดยใช้ทฤษฎีการรู้คิด (Cognitive theory) และทฤษฎีซึมซับ (Absorbtion theory) หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน (Cooperative learning) หลักการเรียนรู้เป็นรายบุคคล (Individual learning) และหลักการเรียนแบบรอบรู้ (Mastery learning) ประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนย่อย ๆ 3 ชุด คือ ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหา และชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา พัฒนากับนักเรียนชั้นประถมปีที่ 4 จำนวน 59 คน ซึ่งมีความสามารถในการคิดคำนวณแต่มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา กลุ่มทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนทั้ง 3 ชุด ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ผลการทดลองพบว่าชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ยเกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียนและเกณฑ์ความคงทนในการเรียนรู้

จุมพต ขำวีระ (2538 : 53) ได้ทำการพัฒนาชุดการสอน เพื่อพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนด้วยชุดการสอนสูงกว่าก่อนเรียน

ทวีศักดิ์ ไชยมาโย (2540 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ เรื่องความร้อน

และสสารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้ชุดการสอน ผลการวิจัยพบว่า ชุดการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 85.11/82.50 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้คือ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ ระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม และครูผู้สอนและนักเรียนกลุ่มทดลองเห็นว่าชุดการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมีความเหมาะสม สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพอยู่ในระดับ " มาก"

นุชลดา ส่องแสง (2540 : 73) ได้ทำการวิจัยการสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก การลบ ในระดับประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ตามเกณฑ์ 80/80 และผลลัพธ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูนประกอบสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูนประกอบ เรื่อง เศษส่วนในแต่ละเล่มมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหาโดยใช้ชุดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูนประกอบกับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุดารัตน์ ไผ่พงศาวงศ์ (2543 : 97 – 98) ได้ทำการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้ การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลปรากฏว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 83.26/82.37 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้คือ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนกลุ่มทดลองเห็นว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสม สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพอยู่ในระดับ "เห็นด้วย"

สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ (2543 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาพบว่า ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบเรียนเป็นคู่สูงกว่าการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความรับผิดชอบในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนแบบเรียนเป็นคู่สูงกว่าการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัย สรุปได้ว่าการสอนโดยใช้ชุดการเรียน เป็นการสอนให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน ส่งเสริมให้นักเรียนได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองตามความสามารถของแต่ละบุคคล มีอิสระในการคิดทำให้นักเรียนเกิดการค้นพบ และสรุปกฎเกณฑ์ต่างๆ ได้ด้วยตนเอง และการจัดกิจกรรมจะช่วยเพิ่มความสนใจและเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นด้วย ด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือเพื่อทำการวิจัยครั้งนี้

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบทดสอบย่อย

4.1 ความหมายและความสำคัญของแบบทดสอบย่อย

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการทดสอบย่อยและแบบทดสอบย่อยไว้ดังนี้

สมบูรณ์ สินถาวร (2521 : 5 – 6) ให้นิยามว่า การทดสอบย่อยหมายถึงการประเมินผลเป็นขั้นๆ เพื่อวัดว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้นๆ เพียงพอหรือยัง โดยทำการทดสอบแบบทดสอบย่อยที่สร้างขึ้นสำหรับเนื้อหาแต่ละตอน การทดสอบย่อยกระทำเมื่อนักเรียนได้เรียนบทเรียนในแต่ละตอนสิ้นสุดลง มีการแจ้งผลการตอบและเฉลยคำตอบพร้อมทั้งอภิปรายข้อผิดพลาดทุกครั้ง

วัญญา วิศาลาภรณ์ (2530 : 6 – 7) กล่าวถึงการทดสอบย่อยว่า คือ การทดสอบเป็นระยะๆ ในระหว่างดำเนินการสอน เพื่อตรวจสอบความก้าวหน้าระหว่างเรียนและตรวจหาจุดบกพร่องในการเรียน การทดสอบย่อยอาจสอบทีละบทที่ละตอนหรือทีละทักษะโดยการทดสอบย่อยเป็นการวัดผลแบบอิงเกณฑ์ ซึ่งจุดประสงค์ใหญ่ของการทดสอบย่อยก็เพื่อนำผลที่ได้มาปรับปรุงการเรียนการสอน

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2530 : 18) ให้ความหมายของแบบทดสอบย่อยว่า แบบทดสอบย่อยหมายถึง ชุดของข้อคำถามหรือกลุ่มงานใดๆ ที่สร้างขึ้นมาเพื่อใช้เป็นสิ่งเร้าในการวัดคุณสมบัติอย่างใดอย่างหนึ่งของผู้สอบ เมื่อผู้ทดสอบได้ทำการทดสอบหรือได้รับสิ่งเร้าดังกล่าว ก็จะแสดงพฤติกรรมตอบสนองออกมาให้อยู่ในรูปที่สามารถสังเกตและวัดได้ เช่น พูด เขียน แสดงท่าทางหรือใช้สัญลักษณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง เป็นต้น นำไปสู่การแปลความหมายของผลการทดสอบได้ โดยแบบทดสอบย่อยนี้ครูผู้สอนเป็นผู้สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดผลการเรียนภายหลังการสิ้นสุดการเรียนการสอนในแต่ละตอน หรือหน่วยของความรู้ โดยเนื้อแท้แล้วการทดสอบย่อย มุ่งจะนำผลการสอบไปปรับปรุงการเรียนการสอนของนักเรียนหรือเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนหน่วยที่ผ่านมา ก่อนที่จะผ่านไปเรียนในหน่วยต่อไป

เชนิสา ชื่นสุวรรณ (2539 : 9) กล่าวถึงแบบทดสอบย่อย หมายถึงแบบประเมินผลการเรียนเป็นตอนโดยผู้วิจัยสร้างขึ้นสำหรับเนื้อหาแต่ละตอน การทดสอบย่อยกระทำเมื่อนักเรียนเรียนบทเรียนในแต่ละตอนสิ้นสุดลง มีการแจ้งผลการทดสอบและอธิบายเพิ่มเติมอย่างเหมาะสม

จากความหมายที่นักการศึกษากล่าวไว้ข้างต้นสรุปได้ว่า การทดสอบย่อย หมายถึง การทดสอบเป็นระยะๆ หลังจากเรียนจบบทเรียนในแต่ละตอนหรือแต่ละหน่วย เพื่อตรวจสอบว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้นหรือไม่อย่างไร และเพื่อหาข้อบกพร่องในการเรียนการสอน แล้วนำผลที่ได้มาพัฒนาปรับปรุงการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้น แบบทดสอบย่อย หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่สร้างขึ้นสำหรับจุดประสงค์และเนื้อหาแต่ละตอน ในที่นี้หมายถึงแบบประเมินผลการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์และเนื้อหาในแต่ละชุดการเรียน ซึ่งกระทำเมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในชุดการเรียนแต่ละชุดจบแล้วพร้อมทั้งเฉลยคำตอบ

4.2 แนวคิดพื้นฐานของแบบทดสอบย่อย

แบบทดสอบย่อยมีความคิดพื้นฐานมาจากนักจิตวิทยาการศึกษาชื่อ ธอร์นไดค์ (Edward L. Thomdike) ซึ่งกล่าวไว้ในกฎแห่งผลว่าคนเราจะเรียนรู้ได้ดีเมื่อเขารู้ผลแห่งการเรียนนั้นว่าผิดหรือถูก ดีหรือเลว ควรปรับปรุง ควรแก้ไขอย่างไร นอกจากนี้ ทฤษฎีสิ่งเร้าและการตอบสนอง (S – R Theory) ของสกินเนอร์ (Skinner) กล่าวว่า กระบวนการเรียนรู้ของมนุษย์ประกอบด้วยขั้นตอนย้อนกลับ การทดสอบและการเฉลยข้อสอบเป็นขั้นตอนสุดท้าย ซึ่งนักเรียนจะได้รับการเสริมแรงจากการเฉลยข้อสอบ (พรรณี ช. เจนจิต. 2528 : 171 – 174) ในการสอนโดยวิธีการเรียนแบบรอบรู้ของบลูมตอนหนึ่งกล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญของรูปแบบการเรียนแบบรอบรู้ก็คือการให้ผลย้อนกลับและแก้ไขข้อบกพร่อง การสอนที่มีคุณภาพครูจะต้องให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน กล่าวคือ จะต้องแจ้งผลการสอบและข้อบกพร่องในการเรียนให้กับนักเรียนทราบทันทีว่า เขามีความสามารถในการเรียนมากน้อยเพียงใด ครูจะต้องแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนควบคู่กันไปกับการสอน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานอย่างเพียงพอในการเรียนในบทต่อไป (เชนิสา ชื่นสุวรรณ. 2539 : 23)

4.3 ข้อดีของแบบทดสอบย่อย

เชนิสา ชื่นสุวรรณ (2539 : 23) กล่าวว่าแบบทดสอบย่อยมีข้อดีหลายประการดังต่อไปนี้

1. ครูจะทราบว่านักเรียนมีความรู้มากน้อยเพียงใดในแต่ละตอน
2. ครูสามารถจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนที่ยังบกพร่อง และสามารถจัดเนื้อหาการเรียนซ่อมเสริมได้ถูกต้อง
3. ครูจะใช้ผลการทดสอบเพื่อเป็นแนวทางในการวางแผนการจัดการเรียนการสอนในตอนต่อไป
4. นักเรียนจะทราบความสามารถของตนเองและสามารถแก้ไขข้อบกพร่องในการเรียนของตนเองได้จากการเฉลยข้อสอบและการแนะนำจากครูผู้สอน
5. การทดสอบย่อยจะทำให้ทราบข้อมูลความรู้ของนักเรียนทันที สามารถแก้ไขปัญหาการเรียนการสอนได้ทันท่วงที ดีกว่าการทดสอบเพียงครั้งเดียวท้ายบทเรียน

จากแนวคิดพื้นฐานของแบบทดสอบย่อยและข้อดีนั้น แสดงให้เห็นว่าการทดสอบย่อยในแต่ละบทเรียนหรือในแต่ละหน่วยการเรียนนั้น ทำให้ครูสามารถแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ของการเรียนการสอนได้ทันท่วงที ซึ่งจะเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาปรับปรุงคุณภาพการเรียนการสอน

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1971 : 648) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กู๊ด (Good. 1973 : 7) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง การเข้าถึงความรู้ (Knowledge Attained) หรือการพัฒนาทักษะในการเรียน ซึ่งอาจพิจารณาจากคะแนนสอบที่กำหนดให้ คะแนนที่ได้จากงานที่ครูมอบหมายให้หรือทั้งสองอย่าง

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643 - 696) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาออกเป็น 2 ด้าน

1. พฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย หรือความรู้และความคิด (Cognitive Domain)
2. พฤติกรรมด้านจิตพิสัย หรือด้านความรู้สึก (Affective Domain)

สำหรับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ได้แบ่งพฤติกรรมตามกรอบแนวคิดของบลูม (Bloom 's Taxonomy) ไว้ 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation)

พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่ระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สะสมมาเป็นระยะเวลานาน

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้แต่ต้องอาศัยการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ ต้องเป็นโจทย์ง่ายคล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension)

เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนมากขึ้น แบ่งได้เป็น 6 ขั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริง

ต่างๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้น สามารถทำได้โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้โดยเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นเพียงการวัดความจำเท่านั้น

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principle, Rules and Generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการซึ่งมีความหมายคงเดิมโดยไม่รวมถึงกระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Mathematics Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่นๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ปัญหาซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application)

เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียนหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วนๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งคุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาให้พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis)

เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ขั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Slove Noroutine Problems) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว มาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่างๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในขั้นนี้ เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยามหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย นั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทาง

คณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจัดได้ว่าเป็นเกณฑ์อย่างหนึ่งที่จะนำมาใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของการสอนอย่างกว้างขวาง ซึ่งผู้วิจัยสนใจทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ในที่นี้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก และได้ตรวจสอบคุณภาพแล้วโดยแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain) ตามที่วิลสันจำแนกไว้ 4 ระดับ คือ ด้านความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์

5.2 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ (2536 : 146 – 147) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่วัดความรู้นักเรียนที่ได้เรียนไปแล้ว ซึ่งมักจะเป็น ข้อคำถามให้นักเรียนตอบด้วยกระดาษและดินสอ กับให้นักเรียนปฏิบัติจริง ซึ่งแบ่งแบบทดสอบประเภทนี้เป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบของครู หมายถึง ชุดของคำถามที่ครูเป็นผู้สร้างขึ้น ซึ่งเป็นคำถามที่ถามเกี่ยวกับความรู้ที่นักเรียนได้เรียนรู้ในห้องเรียน ว่ามีความรู้มากแค่ไหน บกพร่องตรงไหนจะได้สอนซ่อมเสริม หรือวัดดูความพร้อมที่จะเรียนบทเรียนใหม่ ซึ่งขึ้นอยู่กับความต้องการของครู

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างขึ้น จากผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชา หรือจากครูที่สอนวิชานั้น แต่ผ่านการทดลองหาคุณภาพหลายครั้ง จนกระทั่งมีคุณภาพดีพอจึงสร้างเกณฑ์ปกติของแบบทดสอบนั้น สามารถใช้เป็นหลัก และเปรียบเทียบผลเพื่อประเมินค่าของการเรียนการสอนในเรื่องใดๆ ก็ได้ แบบทดสอบมาตรฐานจะมีคู่มือดำเนินการสอบ และยังมีมาตรฐานในด้านการแปลคะแนนด้วย ทั้งแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้น และแบบทดสอบมาตรฐาน มีวิธีการสร้างข้อคำถามเหมือนกัน เป็นคำถามที่วัดเนื้อหาและ พฤติกรรมที่ได้สอนนักเรียนไปแล้ว ซึ่งสามารถวัดได้และควรวัดให้ครอบคลุมพฤติกรรมต่างๆ ดังนี้

1. วัดด้านความรู้ความจำ
2. วัดด้านความเข้าใจ
3. วัดการนำไปใช้
4. วัดด้านการวิเคราะห์
5. วัดด้านการสังเคราะห์
6. วัดด้านการประเมินค่า

5.3 ปัจจัยและองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ชญานิษฐ์ พุกเถื่อน (2536 : 16 - 17) พบว่า ปัจจัยที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นมีองค์ประกอบมากมายหลายลักษณะดังต่อไปนี้ คือ

1. ด้านคุณลักษณะในการจัดระบบในโรงเรียนจะประกอบด้วย ขนาดของโรงเรียน อัตราส่วนนักเรียนต่อครู อัตราส่วนนักเรียนต่อห้องเรียน และระยะทางจากโรงเรียนถึงสำนักงานการประถมศึกษาอำเภอ/กิ่งอำเภอ

2. ด้านคุณลักษณะของครู จะประกอบด้วย อายุ วุฒิครู ประสบการณ์ของครู การฝึกอบรมของครู จำนวนวันลาของครู จำนวนคาบที่สอนในหนึ่งสัปดาห์ ความเอาใจใส่ต่อหน้าที่ ทัศนคติเกี่ยวกับนักเรียน ฯลฯ

3. ด้านคุณลักษณะของนักเรียน เช่น เพศ อายุ สติปัญญา การเรียนพิเศษ การได้รับความช่วยเหลือเกี่ยวกับการเรียน สมาชิกในครอบครัว ความเอาใจใส่ในการเรียน ทัศนคติเกี่ยวกับการเรียนการสอน การขาดเรียน การเข้าร่วมกิจกรรมที่ทางโรงเรียนจัดขึ้น ฯลฯ

4. ด้านภูมิหลังทางเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ซึ่งประกอบด้วย ขนาดครอบครัว ภาษาที่พูดในบ้าน ถิ่นที่ตั้งบ้าน การมีสื่อทางการศึกษาต่างๆ ระดับการศึกษาของบิดามารดา ฯลฯ

เพรสคอตต์ (Prescott. 1961 : 14 - 16) ได้ใช้ความรู้ทางชีววิทยา สังคมวิทยา จิตวิทยา และการแพทย์ ศึกษาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียน และสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน มีดังต่อไปนี้

1. องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพทางกาย ข้อบกพร่องทางร่างกายและบุคลิกท่าทาง

2. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดามารดา ความสัมพันธ์ของบิดามารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างลูกๆ ด้วยกัน และความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

3. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ ขนบธรรมเนียมประเพณี ความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และฐานะทางบ้าน

4. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกัน ทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

5. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนต่อการเรียน

6. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตน การแสดงออกทางอารมณ์

แคร์รอล (Carroll. 1963 : 723 - 733) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่างๆ ที่มีต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการนำเอาครู นักเรียน และหลักสูตรมาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญ โดยเชื่อว่าเวลาและคุณภาพของการสอนมีอิทธิพลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนจะได้รับ

แมคดอกซ์ (Maddox. 1965 : 9) ได้ศึกษา พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของแต่ละบุคคลขึ้นอยู่กับองค์ประกอบทางสติปัญญาและความสามารถทางสมอง ร้อยละ 50 - 60 ขึ้นอยู่กับโอกาสและสิ่งแวดล้อม ร้อยละ 10 – 15

จากการศึกษาปัจจัยและองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดังกล่าว สรุปได้ว่า มีองค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือ ด้านตัวนักเรียน เช่น สติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน ด้านตัวครู เช่น คุณภาพของครู การจัดระบบ การบริหารของผู้บริหาร ด้านสังคม เช่นสภาพเศรษฐกิจและสังคมของครอบครัวของนักเรียน เป็นต้น แต่ปัจจัยที่มีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนก็คือ การสอนของครูนั่นเอง

5.4 สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

สาเหตุของการสอบตกและการออกจากโรงเรียนในระดับประถมศึกษา ซึ่ง เรวัต และคุปตะ (Rawat and Cupta. 1970 : 7 - 9) ได้กล่าวว่าอาจมาจากสาเหตุใดสาเหตุหนึ่ง หรือมากกว่านั้น โดยมีด้วยกันหลายประการ ได้แก่

1. นักเรียนขาดความรู้สึกในการมีส่วนร่วมกับโรงเรียน
2. ความไม่เหมาะสมของการจัดเวลาเรียน
3. ผู้ปกครองไม่เอาใจใส่ในการศึกษาบุตร
4. นักเรียนมีสุขภาพไม่สมบูรณ์
5. ความยากจนของผู้ปกครอง
6. ประเพณีทางสังคม ความเชื่อที่ไม่เหมาะสม
7. โรงเรียนไม่มีการปรับปรุงที่ดี
8. การสอบตกซ้ำชั้นเพราะการวัดผลไม่ดี
9. อายุน้อยหรือมากเกินไป
10. สาเหตุอื่นๆ เช่น การคมนาคมไม่สะดวก

สำหรับนักเรียนที่อ่อนวิชาคณิตศาสตร์นั้น วัชรี บูรณสิงห์ (2525 : 435) ได้กล่าวว่าเป็นนักเรียนที่มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ระดับสติปัญญา (I.Q.) อยู่ระหว่าง 75 – 90 และคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 30
2. อัตราการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์จะต่ำกว่านักเรียนอื่นๆ
3. มีความสามารถทางการอ่านต่ำ
4. จำหลักหรือมโนมติเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ที่เรียนไปแล้วไม่ได้
5. มีปัญหาในการใช้ถ้อยคำ
6. มีปัญหาในการหาความสัมพันธ์ของสิ่งของต่างๆ และการสรุปเป็นหลักเกณฑ์โดยทั่วไป

7. มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์น้อย สังเกตจากการสอบตกวิชาคณิตศาสตร์บ่อยครั้ง

8. มีเจตคติที่ไม่ดีต่อโรงเรียนและโดยเฉพาะอย่างยิ่งต่อวิชาคณิตศาสตร์

9. มีความกดดันและรู้สึกกังวลต่อความล้มเหลวทางด้านการเรียนของตนเอง และบางครั้งรู้สึกดูถูกตัวเอง

10. ขาดความเชื่อมั่นในความสามารถของตนเอง

11. อาจมาจากครอบครัวที่มีสภาพแวดล้อมแตกต่างจากนักเรียนอื่นๆ ซึ่งมีผลทำให้ขาดประสบการณ์ที่จำเป็นต่อความสำเร็จในการเรียน

12. ขาดทักษะในการฟัง และไม่มีความตั้งใจในการเรียน หรือมีความตั้งใจในการเรียนเพียงชั่วระยะเวลาสั้น

13. มีข้อบกพร่องในด้านสุขภาพ เช่น สายตาไม่ปกติ มีปัญหาด้านการฟังและมีข้อบกพร่องทางทักษะการใช้มือ

14. ไม่ประสบผลสำเร็จในด้านการเรียนทั่วๆ ไป

15. ขาดความสามารถในการแสดงออกทางคำพูด ซึ่งทำให้ไม่สามารถใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าตนเองก็ยังไม่เข้าใจในการเรียนนั้น ๆ

16. มีวุฒิภาวะค่อนข้างต่ำทั้งทางด้านอารมณ์และสังคม

จากการศึกษาถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาต่อการเรียนคณิตศาสตร์ และมีผลต่อการเรียนของนักเรียน ก็คือ การจัดกิจกรรม การเรียนการสอน และการสร้างเจตคติ ความรู้สึกต่อการมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่างๆ ที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นหน้าที่ของครูโดยตรงที่จะจัดหาวิธีสอนและเทคนิคการสอนที่เหมาะสม นำมาใช้ในการจัด การเรียนการสอน เพื่อให้เกิดประสิทธิผลที่ดียิ่งขึ้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างชุดการเรียนที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ที่ได้รับการพัฒนามาแล้วมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีและมีความรับผิดชอบต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อันจะช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้น

6. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดเห็น

6.1 ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับความคิดเห็น

นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความหมายและแนวคิดเกี่ยวกับความคิดเห็น ไว้ดังนี้

พจนานุกรมจิตวิทยาและจิตวิทยาวิเคราะห์ (Harace and AVC. 1967 : 358 – 359) ได้อธิบายความหมายของความคิดเห็นไว้ 3 ประการ คือ

1. ความคิดเห็นเป็นความเชื่อที่คนยึดถือโดยปราศจากการพิจารณาด้วยอารมณ์ หรือความต้องการ และสามารถกลับมาทบทวนใหม่ ถ้าหากว่ามีหลักฐานยืนยันที่น่าเชื่อถือ ความคิดเห็นเป็นการแสดงออกด้วยท่าทางตามสภาพแวดล้อมในขณะนั้น มีความเป็นตัวเองน้อยที่สุด เข้าใจว่าความคิดเห็นได้แยกตัวออกจากทัศนคติ ความคิดเห็นส่วนมากเป็นการแสดงออกของความต้องการใน

ส่วนบุคคลมากกว่าที่จะเป็นความเชื่อถือของคนทั่วไป แต่ไม่ว่าจะเป็นอิทธิพลของสิ่งเร้าหรือด้วยตนเอง ความคิดเห็นก็เป็นการกล่าวถึงเรื่องราวที่นำไปสู่ความรู้และสามารถวัดเกี่ยวกับความจริงที่ปรากฏ อีกนัยหนึ่ง ความคิดเห็นเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นชั่วขณะหนึ่ง

2. ความคิดเห็นมีความหมายในตัวเองเป็นคำพูดทั่วไป ที่อาจจะคำนึงถึงหรือไม่คำนึงถึงความถูกต้องก็ได้

3. ความคิดเห็นมีความหมายเหมือนกับทัศนคติ ความคิดเห็นมักจะใช้แสดงออกให้เห็น ความคิดเห็นและทัศนคติมักจะใช้แทนกัน โดยทั่วไป ความคิดเห็นใช้กับงานที่ต้องใช้สมอง ทัศนคติใช้เกี่ยวกับการวัดประเมินค่า

กู๊ด (Good. 1973 : 399) ให้ความหมายไว้ว่า ความคิดเห็น หมายถึง ความนึกคิดหรือความรู้สึก หรือการลงความเห็นในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งไม่อาจบอกได้ว่าถูกต้องหรือไม่

ประสาท หลักศิลา (2511 : 398 – 399) กล่าวไว้ว่า ความคิดเห็นต่างๆ ของคนเรานั้นเกิดได้จากการปะทะสังสรรค์ประจำวันของคนเรา แต่คนเราก็มีภูมิหลังทางสังคมจำกัดอยู่ ภูมิหลังทางสังคมของแต่ละคนย่อมเป็นผลถึงการที่คนเรากระทำตอบสนองต่อเหตุการณ์และเกิดความคิดเห็นเกี่ยวกับเหตุการณ์นั้น

อุทัย หิรัญโต (2519 : 80 – 81) กล่าวไว้ว่า ความคิดเห็นของคนมีหลายระดับ คืออย่างผิวเผินก็มี อย่างลึกซึ้งก็มี สำหรับความคิดเห็นที่เป็นทัศนคตินั้นเป็นความคิดเห็นอย่างลึกซึ้งและติดตัวไปเป็นเวลานาน เป็นความคิดเห็นทั่วๆ ไปไม่เฉพาะอย่าง ซึ่งมีประจำตัวของบุคคลทุกคน ความคิดเห็นที่ไม่ลึกซึ้งและเป็นความคิดเห็นเฉพาะอย่าง และมีอยู่ในเวลาอันสั้นเรียกว่า Opinion เป็นความคิดเห็นประเภทหนึ่งที่ไม่ตั้งอยู่บนรากฐานของพยานหลักฐานที่เพียงพอแก่การพิสูจน์ มีความรู้แห่งอารมณ์น้อย และเกิดขึ้นได้ง่าย แต่ก็สลายตัวเร็ว

ประภาเพ็ญ สุวรรณ (2520 : 3) ได้กล่าวไว้ว่า ความคิดเห็นถือได้ว่าเป็นการแสดงออกทางด้านทัศนคติอย่างหนึ่ง แต่การแสดงความคิดเห็นนั้นมักจะมีอารมณ์เป็นส่วนประกอบและเป็นส่วนที่พร้อมที่จะมีปฏิกิริยาเฉพาะอย่างต่อสถานการณ์ภายนอก

สุชา จันทร์เอม และสุรางค์ จันทร์เอม (2520 : 104) ได้ให้ความเห็นว่าเราไม่สามารถจะแยกทัศนคติและความคิดเห็นออกจากกันได้ เพราะทัศนคติและความคิดเห็นนั้นมีลักษณะคล้ายๆ กัน แต่ลักษณะของความคิดเห็นจะไม่ลึกซึ้งเหมือนทัศนคติ

จำรูนศรี ทองมาก (2524 : 13) กล่าวไว้ว่า ความคิดเห็น หมายถึง ความคิดหรือความรู้สึกที่ได้จากการแสดงออกมาในรูปของการตอบแบบสอบถาม

สมศักดิ์ คำศรี (2524 : 173) กล่าวว่า เจตคติเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในจิตใจที่พร้อมที่จะแสดงออก ถ้าหากบุคคลแสดงออกถึงความพร้อมนั้นออกมาให้สังเกตเห็นได้ สิ่งที่แสดงออกมานั้นจะเรียกว่า " ความคิดเห็น "

สุทธิพงศ์ แสงมณี (2524 : 14) ได้แปลจาก Nunnally ความว่า ทั้งความคิดเห็นและทัศนคตินั้นเป็นเรื่องของการแสดงออกของแต่ละบุคคลต่อประชาชาติทั่วไปต่อขนบธรรมเนียมประเพณีและการแสดงออกทางความคิดเห็นในรูปที่เกี่ยวกับตัวเขา นอกจากนี้ยังอธิบายอีกว่า คำว่า ความคิดเห็น " นั้น จะใช้ในเรื่องเกี่ยวกับการลงความเห็น (Judgment) และความรู้ (Knowledge)

ในขณะที่ทัศนคตินั้นใช้กันมากในเรื่องที่เกี่ยวกับความรู้สึก (Feeling) และความชอบพอ (Preference) ในท้ายที่สุดเขาได้สรุปว่าเรามักใช้คำว่าความคิดเห็นมากกว่า คำว่า " ทัศนคติ "

พจนานุกรมศัพท์สังคมวิทยา (ราชบัณฑิตยสถาน. 2532) ได้อธิบายความหมายของความคิดเห็นไว้ 3 ประการ คือ

1. ข้อพิจารณาเห็นว่าเป็นจริงจากการใช้ปัญญาความคิดประกอบถึงแม้จะไม่ได้อาศัยหลักฐานพิสูจน์ยืนยันได้เสมอไปก็ตาม

2. ทัศนะหรือประมาณการเกี่ยวกับปัญหาหรือประเด็นใดประเด็นหนึ่ง เช่นทัศนะเกี่ยวกับความเหมาะสมของนโยบายวางแผนครอบครัว

3. คำแถลงของผู้ที่ยอมรับนับถือกันว่าเป็นผู้เชี่ยวชาญในหัวข้อปัญหาที่มีผู้นำมาขอปรึกษา

เอื้อมพร เถื่อนมูลละ (2539 : 8) ให้ความหมายว่า ความคิดเห็น หมายถึง การแสดงออกถึงความรู้สึก ความเข้าใจ และการรับรู้ที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง โดยสามารถถ่ายทอดออกมาในลักษณะของการพูดหรือการเขียนเป็นลายลักษณ์อักษร

ลดาวัลย์ บุญญพนิช (2540 : 7) กล่าวไว้ว่า ความคิดเห็น หมายถึง การแสดงออกถึงความรู้สึก ความเข้าใจ และการรับรู้ที่มีต่อบุคคลหรือเหตุการณ์โดยสามารถถ่ายทอดออกมาเป็นคำพูด ความคิด หรือเขียนเป็นลายลักษณ์อักษร

จากความหมายของความคิดเห็นดังกล่าวข้างต้นสรุปได้ว่า ความคิดเห็น หมายถึง การแสดงออกถึง ความคิด ความรู้สึก ความเข้าใจ และการรับรู้ที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่งโดยสามารถถ่ายทอดออกมาในลักษณะของการพูดหรือการเขียนเป็นลายลักษณ์อักษร ในที่นี้ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดของนักเรียนแต่ละบุคคลที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากที่ได้ศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ในด้านความเหมาะสมของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับรูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ จุดประสงค์การเรียน เนื้อหาสาระ แบบฝึกหัดระหว่างเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ เวลา สื่อ และการประเมินผล รวมถึงความคิดเห็นทั่วไปและข้อเสนอแนะในการปรับปรุง ซึ่งวัดโดยใช้แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน หลังจากการทดลองใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 4 สเกล คือ 4, 3, 2 และ 1 แบ่งเป็น เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ตามลำดับและนำเสนอค่าของความคิดเห็นคิดเป็นค่าเฉลี่ยและประเมินระดับความคิดเห็นโดยใช้เกณฑ์การประเมินค่าของความคิดเห็นจากรูปแบบของ ประคอง กรรณสูต (2538 : 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 3.50 – 4.00 หมายถึง นักเรียน <u>เห็นด้วยอย่างยิ่ง</u> ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คะแนนเฉลี่ย 2.50 – 3.49 หมายถึง นักเรียน <u>เห็นด้วย</u> ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คะแนนเฉลี่ย 1.50 – 2.49 หมายถึง นักเรียน ไม่เห็นด้วย ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คะแนนเฉลี่ย 1.00 – 1.49 หมายถึง นักเรียน ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ในการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับความคิดเห็น

งานวิจัยในประเทศ

เพ็ญประภา แสนลี (2542 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ศึกษาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นของครูผู้สอน ผลการวิจัยพบว่า ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของครูหลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ อยู่ในระดับความเหมาะสมมากที่สุดในทุกด้าน

วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่อง " เซต " ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย ได้ศึกษาประสิทธิภาพของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความคิดเห็นของครูผู้สอนต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และความพึงพอใจของผู้เรียนต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมีประสิทธิภาพเท่ากับ 88.56/85.66 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองภายหลังได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ความคิดเห็นของครูผู้สอนต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย อยู่ในระดับความเหมาะสมมากและมากที่สุด และความพึงพอใจของผู้เรียนต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนอยู่ในระดับมากและมากที่สุด

สุวรรณมาลี นาคเสน (2544 : บทคัดย่อ) ได้ทำการพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นของครูหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองภายหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของครูหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับความคิดเห็น เห็นด้วยอย่างยิ่ง

จากการศึกษางานวิจัยจะพบว่าในการทำการวิจัยเกี่ยวกับการใช้นวัตกรรมและเทคโนโลยี จะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น และการศึกษาความคิดเห็นต่อ

การใช้นวัตกรรมและเทคโนโลยีที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จะเป็นสิ่งที่ยืนยันถึงคุณภาพและความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ได้จริงเพื่อเป็นการพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ หลังจากที่นักเรียนใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้วว่าชุดการเรียนที่สร้างขึ้น นักเรียนมีความเห็นต่อชุดการเรียนด้านต่างๆ ในระดับใด

บทที่ 3
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 12 ห้องเรียน รวมจำนวนนักเรียนทั้งหมด 566 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 97 คน โดยการสุ่มอย่างง่าย เป็นกลุ่มตัวอย่างการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้แก่ ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ แบบทดสอบย่อยประจำชุด แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการเรียนแบบร่วมมือ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ จำนวนนักเรียนทั้งหมด 200 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองศึกษาค้นคว้า

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน โดยมีขั้นตอนการเลือกกลุ่มตัวอย่างดังนี้

1. นำผลการสอบภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2543 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนทั้งหมด 12 ห้องเรียน มาคำนวณหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) แล้วเลือกห้องเรียนที่มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ของคะแนนกระจายมากที่สุดมา 1ห้องเรียน ถ้ามีห้องเรียนที่มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน ใช้วิธีสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลากมา 1 ห้องเรียน

2. นำกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มได้มาจัดกลุ่มย่อยกลุ่มละ 5 คน ตามระดับความสามารถ สูง ปานกลาง ต่ำ เป็นสัดส่วน 1 : 3 : 1 โดยใช้ผลการสอบภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2543 ตามเกณฑ์ที่ชวาล แพรัตกุล (2516 : 374 – 377) เสนอไว้ดังนี้

ระดับความสามารถสูง คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป

ระดับความสามารถปานกลาง คือนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 – 75

ระดับความสามารถต่ำ คือ นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เวลาทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โดยใช้เวลาในการทดลอง 15 คาบ คาบละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ ซึ่งประกอบด้วย

1. ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
3. การนำไปใช้
4. อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีดังนี้

1. แผนการสอนการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 13 ชุด
3. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน
4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ
5. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

1. ขั้นตอนการสร้างแผนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการสอนที่ใช้การจัดการเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และคู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ค 011 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ เกี่ยวกับจุดประสงค์การเรียนรู้ เนื้อหาและกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ และคู่มือการเขียนแผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของ ดร. วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542)

1.2 วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รายวิชา ค 011 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยาและการเรียนแบบร่วมมือด้วยเทคนิค STAD และ TGT

1.3 กำหนดรูปแบบแผนการสอน และจัดทำแผนการสอนที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนการทำแผนการสอนดังนี้

ขั้นนำ	สร้าง/กระตุ้นความสนใจ หรือเตรียมความพร้อมในการเรียน
ขั้นกิจกรรม	จัดกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียน
	1. มีส่วนร่วมในการเรียนรู้
	2. มีปฏิสัมพันธ์กันภายในกลุ่ม ช่วยเหลือกันทำให้กลุ่มประสบความสำเร็จ
	3. มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
	4. นำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้
ขั้นวิเคราะห์	อภิปรายผลงานและข้อความรู้ที่สรุปได้จากกิจกรรมการเรียน
ขั้นสรุป/ประเมิน	สรุป/ประเมินผลการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์

1.4 ดำเนินการเขียนแผนการสอนตามขั้นตอนในข้อ 1.3 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยแบ่งบทเรียนออกเป็น 13 คาบตามตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 แสดงการวิเคราะห์การผสมผสานการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD และ TGT

คาบ	ชื่อเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
1	รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	เป็นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับส่วนประกอบของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และ การหาความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส มีการฝึกปฏิบัติ	STAD
2	ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)	การพิสูจน์ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส การฝึกปฏิบัติ นำหลักการไปใช้ในการแก้ปัญหา	STAD
3	บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	เป็นการทำความเข้าใจในหลักการ และการหาความสัมพันธ์ของด้าน 3 ด้านของรูปสามเหลี่ยมโดยด้านที่ยาวที่สุดยกกำลังสองเท่ากับผลบวกของกำลังสองของด้านสั้น 2 ด้านจะทำให้รูป△นั้นเป็นรูป△ มุมฉาก	STAD
4	บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)	นำหลักการต่างๆ มาใช้ในการแก้ปัญหาและฝึกปฏิบัติ	STAD
5	การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้	นำหลักการต่างๆ มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา และฝึกปฏิบัติ	STAD
6	การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)	นำหลักการต่างๆ มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา และฝึกปฏิบัติ	STAD
7	อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย	เป็นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมคล้าย และหลักการในการหาอัตราส่วนของด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้ายและการฝึกปฏิบัติ	STAD
8	อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A	นำหลักการจากนิยามของ sin A, cos A และtan A มาใช้หาความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	STAD
9	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60°	เป็นการพิสูจน์อัตราส่วนตรีโกณมิติของ sin A, cos A และ tan A โดยที่มุม A มีขนาด30°, 45° และ 60°	STAD

ตาราง 2 (ต่อ)

คาบ	ชื่อเรื่อง	ลักษณะเนื้อหา	เทคนิคที่ใช้
10	การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง	เป็นการเปิดตารางหาค่า sin A, cos A และ tan A โดยที่มุม A เป็นมุมที่นักเรียนไม่สามารถท่องจำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ ต้องเปิดหาค่าจากตาราง	TGT
11	อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A	นำหลักการจากนิยามของ cosec A, sec A และcot A มาใช้หาความสัมพันธ์ของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก	TGT
12	การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้	เป็นการทำความเข้าใจในหลักการของอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำหลักการไปใช้แก้โจทย์ปัญหา และฝึกปฏิบัติ	STAD
13	การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)	นำหลักการไปใช้แก้โจทย์ปัญหา และฝึกปฏิบัติ	TGT

1.5 นำแผนการสอนที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว นำไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้และกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อแก้ไขปรับปรุง

1.6 ปรับปรุงแผนการสอนที่ใช้การจัดการเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำของประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญแล้วนำไปสร้างเป็นชุดการเรียนคณิตศาสตร์

2. ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ขั้นที่ 1 การเตรียมเอกสารด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องก่อนที่จะสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) และคู่มือครู รายวิชา ค 011 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ และคู่มือการเขียนแผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางของดร. วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542)

2. วิเคราะห์เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ รายวิชา ค 011 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องทฤษฎีบทปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับกระบวนการแก้ปัญหา และการเรียนแบบร่วมมือ

3. ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างชุดการเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนคณิตศาสตร์

4. เลือกบทเรียน ผู้วิจัยได้เลือกเรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ ในการสร้างชุดการเรียน และได้แบ่งเนื้อหาออกเป็นชุดได้ทั้งหมด 13 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ชุดที่ 2 ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

ชุดที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ชุดที่ 4 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

ชุดที่ 5 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้

ชุดที่ 6 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)

ชุดที่ 7 อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

ชุดที่ 8 อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A

ชุดที่ 9 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45°, 60°

ชุดที่ 10 การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง

ชุดที่ 11 อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A

ชุดที่ 12 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

ชุดที่ 13 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดการเรียน ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1. กำหนดรูปแบบของชุดการเรียน โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแนวคิดการสร้างชุดการเรียนของ คาร์ดาเรลลี่ (Cardarelli. 1973 : 150) ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2523 : 120) และกิดานันท์ มลิทอง (2536 : 81) ซึ่งประกอบด้วย

1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียน เป็นส่วนที่อธิบายรายละเอียดการใช้ชุดการเรียน

1.2 ชื่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์

1.3 คำชี้แจง เป็นส่วนที่อธิบายลักษณะของกิจกรรมการเรียน

1.4 จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายที่จะให้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนทำกิจกรรมในชุดการเรียนนั้นจบลงแล้ว

1.5 เวลาที่ใช้ เป็นส่วนบอกเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการทำกิจกรรมการเรียน

1.6 สื่อการเรียน เป็นส่วนระบุว่าในชุดการเรียนนั้นมีวัสดุ อุปกรณ์อะไรบ้าง

1.7 เนื้อหาสาระ เป็นส่วนที่อธิบายให้ความรู้กับนักเรียนและแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

1.8 กิจกรรมที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ เป็นส่วนที่กำหนดให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

1.9 การประเมินผล เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนจากการศึกษาด้วยชุดการเรียนด้วยตนเองตามสภาพความเป็นจริงจากการปฏิบัติกิจกรรมและแบบทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือซึ่งกำหนดด้วยจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2. กำหนดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่กำหนดไว้

3. นำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ พร้อมกับแผนการสอนเสนอต่อประธานกรรมการ และผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน คือ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ รศ.ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล ดร.จารุวรรณ แสงทอง ผศ.ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล และ ผศ.ชาญชัย อินทรสุนานนท์ ตรวจสอบเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของชุดการเรียนคณิตศาสตร์และการจัดการเรียนการสอน จากนั้นนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

4. นำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ พร้อมกับแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้ว เสนอต่อประธานกรรมการตรวจพิจารณาอีกครั้ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เรียบร้อย พร้อมที่จะนำไปทดสอบหาคุณภาพและประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

5. ขอความร่วมมือโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ในการทดลองจำนวน 2 ห้องเรียน เพื่อใช้การทดสอบหาคุณภาพและประสิทธิภาพของชุดการเรียน และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอน

ขั้นที่ 3 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ผู้วิจัยดำเนินการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน ตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย 80/80 โดยนำชุดการเรียนไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ตามลำดับขั้นดังนี้

1. การหาประสิทธภาพเป็นรายบุคคล (1 : 3)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ทั้งหมด 13 ชุด ไปทดลองรายบุคคลกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 คน

ที่เรียนเก่ง ปานกลาง และอ่อน เพื่อพิจารณาเกี่ยวกับภาษาและกิจกรรมที่จัดไว้ในชุดการเรียน เก็บรวบรวมข้อมูลต่างๆ โดยการสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด สัมภาษณ์ผู้เรียน ตลอดจนตรวจดูผลงานจากการทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน และการปฏิบัติกิจกรรมระหว่างเรียน แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขชุดการเรียน

2. การหาประสิทธิภาพเป็นกลุ่ม (1 : 10)

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขจากการทดลอง ขั้นทดลองเป็นรายบุคคล ทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 10 คน โดยการจัดเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 5 คน ที่มีนักเรียนเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน และอ่อน 1 คน จำนวน 2 กลุ่ม โดยสังเกตพฤติกรรมอย่างใกล้ชิด เพื่อดูข้อบกพร่องเกี่ยวกับเนื้อหาสาระ การจัดกิจกรรม การปฏิบัติกิจกรรม และเวลาว่าเป็นไปตามที่กำหนดไว้หรือไม่ จากนั้นนำข้อบกพร่องทั้งหมดของชุดการเรียนคณิตศาสตร์มาปรับปรุงแก้ไขอีกครั้ง

3. ขั้นดำเนินการทดลอง เพื่อหาประสิทธิภาพภาคสนาม

ผู้วิจัยนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามข้อ 1 และข้อ 2 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาประสิทธิภาพของชุดการเรียน ใช้เกณฑ์มาตรฐาน 80/80 และนำแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนต่อชุดการเรียนหลังจากใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือไปสอบถามนักเรียน

3. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนแต่ละชุด

แบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือกจำนวน 3 ข้อ และอัตนัยแสดงวิธีทำ 1 ข้อ จำนวน 10 ฉบับ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีสร้าง จากตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง และวิเคราะห์ข้อสอบของ ชวาล แพรัตกุล (2520 : 1 – 407) และไพศาล หวังพานิช (2526 : 57 – 62)

3.2 ศึกษาเนื้อหา และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ จากหนังสือแบบเรียนและคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3.3 สร้างแบบทดสอบย่อยทั้ง 10 ฉบับ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้ครอบคลุมเนื้อหาในแต่ละจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วนำแบบทดสอบเสนอต่อประธานกรรมการ และให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน คือ ผศ.ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล รศ.ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล และดร.จารุวรรณ แสงทอง ตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและความครอบคลุมของคำถาม (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2526 : 89)

3.4 นำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์

3.5 นำคำตอบที่ได้จากการทดสอบในข้อ 3.4 ในแต่ละฉบับมาตรวจให้คะแนน ข้อสอบปรนัยให้คะแนนแบบ 0 กับ 1 โดยข้อที่เลือกตอบถูกได้ 1 คะแนน ข้อที่เลือกตอบผิด ข้อที่ไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน ข้อสอบอัตนัยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ (ปรีชา เนาว์เย็นผล. 2544 : 310)

(1) แสดงแนวคิด/วิธีทำชัดเจน และคำตอบถูกต้อง (4 คะแนน)

(2) แสดงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง (3 คะแนน)

(3) ได้คำตอบถูกต้อง โดยไม่แสดงแนวคิด/วิธีทำ (2 คะแนน)

(4) แสดงวิธีหาคำตอบที่มีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหา แต่ยังทำไม่สำเร็จ (1 คะแนน)

(5) ทำไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ (4) หรือไม่ทำ (0 คะแนน)

4. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ

เป็นแบบทดสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

4.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียน และวิธีสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากเอกสาร และตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้าง และวิเคราะห์ข้อสอบ ของ ชวาล แพรัตกุล (2520 : 1 – 407) และไพศาล หวังพานิช (2526 : 57 – 62)

4.2 ศึกษาเนื้อหา และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของกลุ่มโรงเรียนมัธยมศึกษาส่วนกลางกลุ่ม 7 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ

4.3 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมตามเนื้อหา ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 3 ท่าน ได้แก่ อาจารย์อุทุมพร ชินตะวัน อาจารย์ยุพดี ทองรักษา อาจารย์วิชัย พรสิริโชคชัย โดยยึดหลักการประเมินผลทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของวิลสัน (Wilson. 1971 : 643 – 685)

4.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 80 ข้อ ให้ครอบคลุมเนื้อหาตามตารางวิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม แล้วนำแบบทดสอบเสนอต่อประธานกรรมการ และให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน คือ ผศ.ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล ผศ.ระวีวรรณ พันธ์พานิช และอาจารย์วิชัย สินวัฒนาพานิช ตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหา จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและความครอบคลุมของคำถาม

4.5 นำแบบทดสอบที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC (Index of item Objective Congruence) ตามสูตรของโรวิเนลลี่และแฮมเบิลตัน (บุญเชิด ภิญโญอนันต์พงษ์. 2526 : 88 -90) และ คัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ .50 ขึ้นไป จำนวน 60 ข้อ นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้ว ไปทำการทดสอบ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร ที่เรียนเรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ ผ่านมาแล้ว จำนวน 100 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

4.6 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับข้อที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนนสำหรับข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 คำตอบ

4.7 นำผลจากข้อ 4.6 มาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 3 – 32) เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อสอบที่มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.24 – 0.77 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.22 – 0.83 จำนวน 30 ข้อ

4.8 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 100 คน ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาประสิทธิภาพอีกกลุ่ม เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตร KR –20 (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 197 – 199) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.83

5. ขั้นตอนในการสร้างแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

5.1 ศึกษาวิธีสร้างแบบสอบถามจากเอกสาร ตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการและหลักการสร้างแบบสอบถาม แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบสอบถาม

5.2 สร้างแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ที่ปรับปรุงมาจาก ทวีศักดิ์ ไชยมาโย (2540 : 531-533) และสุดารัตน์ ไผ่พงศาวงศ์ (2543 : 393) โดยกำหนดแบบสอบถามเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ จำนวน 60 ข้อ ให้ครอบคลุมตามความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง และใช้มาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) สอบถามความเหมาะสมของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับ รูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เนื้อหาสาระ แบบฝึกหัดระหว่างเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ เวลา ซึ่งแบ่งเป็น 4 ระดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

ตอนที่ 2 สอบถามความคิดเห็นทั่วไป เกี่ยวกับข้อเสนอแนะในการปรับปรุงชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีลักษณะปลายเปิด แล้วสรุปเป็นความเรียง

5.3 นำแบบสอบถามที่สร้างขึ้น เสนอต่อประธานกรรมการและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน คือ รศ.ดร.ดวงเดือน ศาสตรภัทร ผศ.ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล และอาจารย์กัลญา ยอดดี ตรวจสอบความถูกต้อง และความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง ตลอดจนความเหมาะสมของการใช้ภาษา

5.4 นำแบบสอบถามที่ได้รับการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณหาค่า IOC และคัดเลือกแบบสอบถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.60 – 1 สร้างเป็นแบบสอบถามความคิดเห็นจำนวน 54 ข้อ

5.5 นำแบบสอบถามที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้ (Try – out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน รวม 97 คน ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้วนำคำตอบตอนที่ 1 ของแบบสอบถามมาคำนวณหาค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (Reliability)

5.6 แบบสอบถามตอนที่ 1 ซึ่งเป็นคำถามแบบมาตราส่วนประมาณค่า 4 ระดับ โดยให้คะแนน เป็น 4, 3, 2 และ 1 ตามลำดับ คือ เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ในด้านรูปแบบของชุดการเรียน ด้านเนื้อหาสาระ ด้านแบบฝึกหัดระหว่างเรียน ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล

5.7 นำผลจากข้อ 5.6 มาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบถามความคิดเห็น โดยวิธีแจกแจงค่าที (t – Distribution) แล้วเลือกเฉพาะข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกสูง คือ มากกว่าหรือเท่ากับ 1.75 (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 215 – 217) ได้แบบสอบถามจำนวน 49 ข้อ มีค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 1.93 – 8.52

5.8 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามความคิดเห็น โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 200 – 202) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.93

ตาราง 3 รูปแบบ แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังจากใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คำชี้แจง แบบสอบถามฉบับนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการทราบความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เนื้อหาสาระ แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือ สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล มีความเหมาะสมในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมากน้อยเพียงใด เมื่อศึกษาครบทุกชุดการเรียนแล้ว โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับความคิดเห็นที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด และให้น้ำหนักของคะแนนตามความหมาย ดังนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง ให้ 4 คะแนน
เห็นด้วย ให้ 3 คะแนน
ไม่เห็นด้วย ให้ 2 คะแนน
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ให้ 1 คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			
	4	3	2	1
จากการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ครบทุกชุดการเรียนแล้ว นักเรียนมีความคิดเห็นว่า				
1. รูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์				
1.1 รูปเล่มของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสม สะดวกในการใช้และพกพา				
1.2 ภาพประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ น่าสนใจ				

การดำเนินการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้เป็นการพัฒนาและทดลอง ที่ศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 249)

ตาราง 4 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อน	ทดลอง	สอบหลัง
E	T_1	X	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การเรียนแบบร่วมมือโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

T_1 แทน การสอบก่อนการจัดกระทำการทดลอง (Pre – test)

T_2 แทน การสอบหลังการจัดกระทำการทดลอง (Post – test)

ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนที่จะทำการทดลองสอน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ และผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ จำนวน 1 ห้องเรียน

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อที่นักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้องในการทดลองครั้งนี้

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทำการทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 1 ห้องเรียน โดยใช้เวลาทดสอบ 50 นาที แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre – test)

4. ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง จำนวน 13 คาบ

5. ทำการทดสอบหลังเรียน ของกลุ่มทดลองอีกครั้ง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นแบบทดสอบชุดเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน และบันทึกผลการสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post – test)

6. สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบสอบถามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน

7. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. วิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือตามเกณฑ์ 80/80

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือกับก่อนได้รับการสอน โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ t – test Dependent

3. วิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยการเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้คะแนนเฉลี่ย ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน และใช้วิธีการทางสถิติแบบ t - test

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 73)

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 73)

สูตร $S = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}{N(N-1)}}$

เมื่อ S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$\left(\sum X\right)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่

2.1 การหาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน และแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. 2526 : 89)

สูตร $IOC = \frac{\sum R}{N}$

IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27 % จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (Fan. 1952 : 3 – 32)

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร KR 20 คูเดอร์ – ริดชาร์ดสัน (Kuder - Richardson) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 197 – 199)

$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2}\right]$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

p แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำได้ในข้อหนึ่งๆ หรือ $\frac{\text{จำนวนคนที่ถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$

q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำผิดในข้อหนึ่งๆ คือ $1 - p$

S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบฉบับนั้น

2.4 หาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ โดยวิธีการของการแจกแจงที (t – distribution) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 215 – 217) โดยจะแบ่งกลุ่มที่ได้น้ำหนักคะแนนสูงออกมา 25% เป็นกลุ่มสูง และกลุ่มที่ได้น้ำหนักคะแนนต่ำออกมา 25% เป็นกลุ่มต่ำ แล้วคำนวณหาค่าคะแนนเฉลี่ยและคะแนนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแต่ละกลุ่มและแทนค่าในสูตร

สูตร $$t = \frac{\overline{X}_H - \overline{X}_L}{\sqrt{\frac{S_H^2}{n_H} + \frac{S_L^2}{n_L}}}$$

เมื่อ t แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

$\overline{X}_H$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มสูง

$\overline{X}_L$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มต่ำ

S_H^2 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มสูง

S_L^2 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มต่ำ

n_H แทน จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มสูง

n_L แทน จำนวนของกลุ่มตัวอย่างในกลุ่มต่ำ

2.5 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ทั้งฉบับโดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟา (α - coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 200)

$$\alpha = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อในแบบสอบถาม

S_i^2 แทน คะแนนความแปรปรวนเป็นรายข้อ

S_t^2 แทน คะแนนความแปรปรวนของแบบสอบถามทั้งฉบับ

3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สูตร (E_1/E_2) (เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528 : 295) เพื่อทดสอบว่าชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ดังนี้

สูตรที่ 1 $E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100$

เมื่อ E_1 คือ ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบฝึกหัดระหว่างเรียน

$\sum X$ คือ คะแนนรวมจากการทำแบบฝึกหัดและ/หรือการประกอบกิจกรรมระหว่างการเรียนของนักเรียน

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

A คือ คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดระหว่างเรียน และ/หรือ กิจกรรมการเรียน

สูตรที่ 2 $E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100$

เมื่อ E_2 คือ ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ (พฤติกรรมที่เปลี่ยนในตัวผู้เรียนหลังจากการเรียนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์) คิดเป็นร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือประกอบกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ คือ คะแนนรวมจากการทำแบบทดสอบหลังเรียนและ/หรือการประกอบกิจกรรมหลังเรียน

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

B คือ คะแนนเต็มของการสอบหลังเรียน และ/หรือกิจกรรมหลังเรียน

3.2 ทดสอบสมมติฐานข้อ 2 ใช้ค่าสถิติ t – test Dependent เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ จากสูตร (ล้วน สายยศและอังคณา สายยศ. 2538 : 104 อ้างมาจาก Ferguson. 1971 : 154)

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - (\sum D)^2}{N-1}}} \qquad df = N - 1$$

เมื่อ $\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือกับก่อนใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

$\sum D^2$ แทน ผลรวมของกำลังสองของความแตกต่างระหว่างคะแนนหลังใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือกับก่อนใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

N คือ จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

3.3 ใช้สถิติค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ในการศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ และทดสอบสมมติฐานข้อที่ 3 โดยใช้สถิติ t – test จากสูตร (พวงรัตน์ ทวีรัตน์. 2540 : 161)

$$t = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \qquad df = n - 1$$

เมื่อ μ_0 แทน คะแนนความคิดเห็นเฉลี่ยของประชากรเท่ากับ 2.5

$\overline{X}$ แทน คะแนนความคิดเห็นเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูป SPSS/PC$^+$ (Statistical Package for the Social Sciences Personal Computer Plus)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลการทดลอง และการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\overline{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ΣD	แทน	ผลรวมของคะแนนความแตกต่าง ระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์กับก่อนใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์
ΣD^2	แทน	ผลรวมของกำลังสองของคะแนนความแตกต่าง ระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์กับก่อนใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์
t	แทน	ค่าที่ใช้ในการพิจารณา (t – test Dependent)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยเสนอตามลำดับ ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

3. ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80/80 ปรากฏผลดังนี้ ในตาราง 5

ตาราง 5 ค่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามเกณฑ์ 80/80

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่/เรื่อง	เกณฑ์ 80/80	
	E_1	E_2
1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	88.06	80.78
2. ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)	84.03	85.20
3. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	91.90	89.88
4. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)	90.61	84.27
5. การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้	91.02	92.01
6. การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)	86.60	89.46
7. อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย	89.18	91.67
8. อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A	85.71	93.20
9. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60°	91.89	85.97
10. การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง	85.97	86.12
11. อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A	87.69	82.79
12. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้	85.99	82.82
13. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)	87.41	80.95
เฉลี่ย	88.16	86.55

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่าประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้ ภาพรวม ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 1

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ โดยนำคะแนนความแตกต่างก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t – test Dependent ปรากฏในตาราง 6 ดังนี้

ตาราง 6 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนและหลังการทดลอง

	N	$\overline{X}$	S	ΣD	ΣD^2	t
Pre – test	50	7.30	2.4265			
				395	3767	15.3789**
Post – test	50	15.20	4.0958			

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

$t_{(.01\ ,\ df\ =\ 49)} = 2.408$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 6 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนการสอน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 2

3. ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ปรากฏผลในตาราง 7 ดังนี้

ตาราง 7 ผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ระดับความคิดเห็น
จากการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ครบทุกชุดการเรียนแล้ว นักเรียนมีความคิดเห็นว่า		
1. **รูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์**	**3.37**	**เห็นด้วย**
1.1 **รูปเล่มของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสม สะดวกในการใช้และพกพา**	3.52	เห็นด้วยอย่างยิ่ง
1.2 ภาพประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ น่าสนใจ	3.08	เห็นด้วย
1.3 สัดส่วนของเนื้อหากับภาพประกอบมีความเหมาะสม	3.14	เห็นด้วย
1.4 ขนาดตัวอักษรในการพิมพ์อ่านง่าย	3.68	เห็นด้วยอย่างยิ่ง
1.5 ระยะบรรทัดในแต่ละหน้าจัดได้อย่างเหมาะสม	3.42	เห็นด้วย
1.6 ช่องไฟ ในแต่ละบรรทัดมีระยะห่างเหมาะสม	3.38	เห็นด้วย
2. เนื้อหาสาระ	**3.01**	**เห็นด้วย**
2.1 การนำเสนอเนื้อหา มีรูปแบบชัดเจน เข้าใจง่าย	3.12	เห็นด้วย
2.2 เนื้อหามีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้เรียน	2.70	เห็นด้วย
2.3 ความยากง่ายของเนื้อหาเหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	2.88	เห็นด้วย
2.4 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความชัดเจนและต่อเนื่อง	3.12	เห็นด้วย
2.5 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการวิเคราะห์ปัญหา	3.20	เห็นด้วย
2.6 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน	3.22	เห็นด้วย
2.7 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	3.10	เห็นด้วย

ตาราง 7 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ระดับความคิดเห็น
2.8 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน	2.76	เห็นด้วย
2.9 ภาษาที่ใช้ในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เข้าใจง่ายเหมาะสมกับระดับของนักเรียน	2.96	เห็นด้วย
3. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนของชุดการเรียนคณิตศาสตร์	**3.09**	**เห็นด้วย**
3.1 ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหาได้	3.34	เห็นด้วย
3.2 ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้	3.20	เห็นด้วย
3.3 ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้จากเนื้อหาไปใช้ประโยชน์ได้	3.02	เห็นด้วย
3.4 มีความต่อเนื่องตามขั้นตอนของการเรียนรู้	3.24	เห็นด้วย
3.5 กระตุ้นความสนใจของนักเรียน	2.98	เห็นด้วย
3.6 คำถามในแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน มีความชัดเจน	3.00	เห็นด้วย
3.7 จำนวนคำถามในแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน เหมาะสมกับเวลา	2.68	เห็นด้วย
3.8 บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน ช่วยให้นักเรียนทราบผลของการทำงาน และสามารถแก้ไขข้อผิดพลาดได้ทันที	3.32	เห็นด้วย
4. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือ	**3.09**	**เห็นด้วย**
4.1 กิจกรรมที่นำมาใช้เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้	2.72	เห็นด้วย
4.2 กิจกรรมที่นำมาใช้ ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ได้จริง	3.00	เห็นด้วย
4.3 การสอดแทรกกิจกรรมใหม่ๆ ที่ท้าทาย ในการเรียนการสอนช่วยให้การเรียนรู้ดีขึ้น	3.12	เห็นด้วย
4.4 นักเรียนทุกคนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง	2.92	เห็นด้วย
4.5 นักเรียนได้ร่วมปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มกับผู้อื่น	3.32	เห็นด้วย
4.6 นักเรียนได้ค้นพบคำตอบหรือทำกิจกรรมสำเร็จด้วยตนเอง	3.00	เห็นด้วย
4.7 นักเรียนได้ค้นพบคำตอบหรือทำกิจกรรมสำเร็จเป็นกลุ่มร่วมกับผู้อื่น	3.22	เห็นด้วย
4.8 นักเรียนได้แก้ปัญหาหรือค้นหาแนวทางไปสู่ความสำเร็จในการทำกิจกรรมด้วยตนเอง	3.04	เห็นด้วย

ตาราง 7 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ระดับความคิดเห็น
4.9 นักเรียนได้แก้ปัญหาหรือค้นหาแนวทางไปสู่ความสำเร็จในการทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม	3.30	เห็นด้วย
4.10 ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น	3.16	เห็นด้วย
4.11 ฝึกให้นักเรียนรู้จักเคารพความคิดเห็นของผู้อื่น	3.20	เห็นด้วย
4.12 ส่งเสริมให้นักเรียนรับผิดชอบต่อตนเองและผู้อื่น	3.22	เห็นด้วย
4.13 นักเรียนสามารถนำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้	2.84	เห็นด้วย
4.14 เมื่อไม่เข้าใจเนื้อหาที่เรียนนักเรียนจะถามเพื่อนหรือครูผู้สอนได้ทันที	3.16	เห็นด้วย
4.15 กิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ครูจัดให้นักเรียนปฏิบัตินั้น ทำให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์และประยุกต์ใช้ได้ในหลายวิชา	3.02	เห็นด้วย
4.16 การจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนมากขึ้น	3.08	เห็นด้วย
4.17 ความรู้พื้นฐานเป็นสิ่งจำเป็นต่อการเรียนแบบร่วมมือ	3.28	เห็นด้วย
5. สื่อการเรียนการสอน	**3.07**	**เห็นด้วย**
5.1 สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา	3.16	เห็นด้วย
5.2 เร้าความสนใจของนักเรียน	2.84	เห็นด้วย
5.3 ช่วยให้การเรียนเข้าใจง่าย และเรียนรู้ได้เร็ว	3.10	เห็นด้วย
5.4 ภาพประกอบเนื้อหา ในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์มีจุดเด่นน่าสนใจ	3.06	เห็นด้วย
5.5 ภาษาที่ใช้ในใบกิจกรรมทำให้เข้าใจวิธีการปฏิบัติกิจกรรมชัดเจน	3.20	เห็นด้วย

ตาราง 7 (ต่อ)

รายการประเมิน	ค่าเฉลี่ย	ระดับความคิดเห็น
6. การวัดและการประเมินผล	**3.24**	**เห็นด้วย**
6.1 แบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์เหมาะสมกับเนื้อหา	3.18	เห็นด้วย
6.2 แบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับของนักเรียน	3.10	เห็นด้วย
6.3 บัตรเฉลยในแต่ละชุดการเรียนทำให้การตรวจผลการทำกิจกรรมสะดวกขึ้น	3.36	เห็นด้วย
6.4 การทำแบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเอง	3.30	เห็นด้วย
รวมเฉลี่ย	3.1459	เห็นด้วย

จากตาราง 7 พบว่า โดยภาพรวมนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นกลุ่มทดลองที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์มีความคิดเห็นว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในการเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพอยู่ในระดับ "เห็นด้วย"

หากนำผลการประเมินความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์มาพิจารณาจำแนกตามองค์ประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์เป็นรายด้าน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เห็นว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมสามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพอยู่ในระดับ "เห็นด้วย" ทุกด้าน

จากคำถามปลายเปิดนักเรียนส่วนใหญ่จะชอบวิธีการเรียนเป็นกลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 52 ชอบวิธีการเรียนเป็นรายบุคคล คิดเป็นร้อยละ 10 ชอบวิธีเรียนเป็นรายบุคคลและเรียนเป็นกลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 38 และนักเรียนคิดว่ามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนระดับมากร้อยละ 14 ระดับปานกลางร้อยละ 62 ระดับน้อยร้อยละ 14 และไม่เข้าใจเลยร้อยละ 10 การเรียนด้วย

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่เห็นด้วยเพราะเป็นวิธีการเรียนที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองหรือจากกลุ่มเพื่อน และมีครูคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือ นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ในห้องเรียนมีการช่วยเหลือกันในด้านเนื้อหา แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนและการทำกิจกรรมระหว่างเรียน

ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยนำคะแนนความคิดเห็นเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกับคะแนนความคิดเห็นเฉลี่ยของประชากรที่ตั้งเกณฑ์ไว้มาเปรียบเทียบโดยใช้ t – test ปรากฏในตาราง 8 ดังนี้

ตาราง 8 ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

	N	S	$\bar{x}$	t
ความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ	50	0.4235	3.1459	10.78**

$t_{(.01,\ df = 49)} = 2.408$

** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล จากตาราง 8 ปรากฏว่าความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ อยู่ในระดับที่เห็นด้วย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 3

บทที่ 5
สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนามีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งสรุปสาระสำคัญของการศึกษาได้ดังนี้

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

3. เพื่อศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาค์ณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจากได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

3. ความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ อยู่ในระดับที่เห็นด้วย ขึ้นไป

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ แขวงบางขุนเทียน เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร จำนวนนักเรียนทั้งหมด 566 คน จำนวนห้องเรียนทั้งหมด 12 ห้องเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

- กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 97 คน โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple random sampling) เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ได้แก่ ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ จำนวนนักเรียนทั้งหมด 200 คน เป็นกลุ่มตัวอย่างในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้

- กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองศึกษาค้นคว้า

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ 1 ห้องเรียน จำนวน 50 คน โดยมีขั้นตอนการเลือกกลุ่มตัวอย่างดังนี้

1. นำผลการสอบภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2543 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนทั้งหมด 12 ห้องเรียน มาคำนวณหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) แล้วเลือกห้องเรียนที่มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกระจายมากที่สุดมา 1 ห้องเรียน ถ้ามีห้องเรียนที่มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน ใช้วิธีสุ่มอย่างง่ายโดยการจับสลากมา 1 ห้องเรียน

2. นำกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มได้มาจัดกลุ่มย่อยกลุ่มละ 5 คน ตามระดับความสามารถ สูง ปานกลาง ต่ำ เป็นสัดส่วน 1 : 3 : 1 โดยใช้ผลการสอบภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์ ค 204 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2543

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ได้แก่ วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 โดยผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเอง โดยใช้เวลาในการทดลองสอน 15 คาบ คาบละ 50 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการสอนการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 13 ชุด คือ
   - ชุดที่ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
   - ชุดที่ 2 ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)
   - ชุดที่ 3 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
   - ชุดที่ 4 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)
   - ชุดที่ 5 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้
   - ชุดที่ 6 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)
   - ชุดที่ 7 อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย
   - ชุดที่ 8 อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A
   - ชุดที่ 9 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45°, 60°
   - ชุดที่ 10 การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง
   - ชุดที่ 11 อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A
   - ชุดที่ 12 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้
   - ชุดที่ 13 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)
3. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียน
4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ นำไปหาค่าความยาก (p) ได้ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.24 – 0.77 ค่าอำนาจจำแนก (r) ได้ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.22 – 0.83 และค่าความเชื่อมั่น 0.83

5. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 4 สเกล คือ 4, 3, 2 และ 1 เป็นเห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่เห็นด้วย ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง จำนวนทั้งหมด 54 ข้อ นำไปหาค่าอำนาจจำแนกเป็นรายข้อซึ่งใช้วิธีการแจกแจงที (t – distribution) ได้จำนวน 49 ข้อ ค่าอำนาจจำแนกรายข้ออยู่ระหว่าง 1.93 – 8.52 และค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.93

วิธีดำเนินการทดลอง

เมื่อผู้วิจัยหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้ง 13 ชุด ได้ตามเกณฑ์ 80/80 แล้วผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนที่จะทำการทดลองสอน ได้แก่ โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการศึกษาค้นคว้า และผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนด้วยตนเองโดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ จำนวน 1 ห้องเรียน

2. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการทดลองทราบถึงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เพื่อที่นักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง

3. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปทำการทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาทดสอบ 50 นาที แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre – test)

4. ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ จำนวน 13 คาบ ๆ ละ 50 นาที

5. เมื่อดำเนินการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ครบทั้ง 13 ชุดแล้ว ทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองอีกครั้ง โดยใช้ข้อสอบชุดเดิม และบันทึกผลการสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Post – test)

6. สอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในการทดลอง โดยใช้แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

7. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามความคิดเห็น นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. ใช้สูตร E_1 / E_2 เพื่อทดสอบหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ตามเกณฑ์ 80/80

2. ใช้ค่าสถิติ t – test เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

3. ใช้สถิติค่าเฉลี่ย และระดับความคิดเห็นของนักเรียน มาประเมินความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 โดยจำแนกเป็นรายชุดดังนี้

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 88.06/80.78 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 84.03/85.20 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 91.90/89.88 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 90.61/84.27 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 91.02/92.01 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ) มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 86.60/89.46 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 เรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้ายมีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 89.18/91.67 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 85.71/93.20 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 91.89/85.97 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 เรื่องการหาอัตราส่วนของมุมจากตาราง มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 85.97/86.12 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 87.69/82.79 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 85.99/82.82 สูงกว่าเกณฑ์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ) มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ย 87.41/80.95 สูงกว่าเกณฑ์

สรุปประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 13 ชุด เท่ากับ 88.16/86.55

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ สูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ความคิดเห็นของนักเรียนหลังจากการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้น นำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เห็นว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีความเหมาะสมสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพอยู่ในระดับ "เห็นด้วย" และช่วยให้นักเรียนได้รู้จักการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม มีความรับผิดชอบต่อตนเองและต่อผู้อื่น นักเรียนรู้จักการยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น และสร้างบรรยากาศการเรียนให้สนุกสนาน นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดซึ่งกันและกัน

หากพิจารณาจำแนกเป็นรายด้านตามองค์ประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีความคิดเห็นสอดคล้องกันว่า องค์ประกอบในทุกด้าน มีความเหมาะสมสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพอยู่ในระดับ "เห็นด้วย"

อภิปรายผล

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ได้ข้อค้นพบจากการทดลองสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยที่ตั้งไว้ทุกประเด็น โดยพบว่า ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ และการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนได้เรียนเป็นกลุ่มแบบร่วมมือกัน ทำกิจกรรมร่วมกัน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น และนักเรียนมีความคิดเห็นต่อการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะที่เห็นด้วย ทุกด้าน ซึ่งสามารถอภิปรายผล ได้ดังนี้

1. ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ที่ทำการวิจัยและพัฒนาในแต่ละชุด มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : 72) ที่พัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูนประกอบ สมจิตร เพชรผา (2544 : 93) ที่พัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบฮิวริสติก และสุภาพร บุญหนัก (2544 : 73) ที่พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ภาพรวมของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือนี้ มีประสิทธิภาพเท่ากับ 88.16/86.55 ซึ่งเป็นค่าของประสิทธิภาพของกระบวนการ/ประสิทธิภาพของผลลัพธ์ แสดงให้เห็นว่าชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนด นั่นคือ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีผลงานจากการทำกิจกรรมระหว่างเรียนและการทำแบบฝึกหัดเป็นรายบุคคล ได้ถูกต้องโดยเฉลี่ยคิดเป็นคะแนนร้อยละ 88.16 และในส่วนประสิทธิภาพของผลลัพธ์ก็เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด คือ นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีผลสำเร็จจากการทำใบกิจกรรมเป็นกลุ่ม และทำแบบทดสอบย่อยได้ถูกต้อง โดยเฉลี่ยคิดเป็นคะแนนร้อยละ 86.55 แสดงว่าชุดการเรียนนี้มีประสิทธิภาพเพียงพอ เหมาะสมแก่การนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน อาจเนื่องมาจากเหตุผลต่อไปนี้

1.1 การสร้างชุดการเรียนนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างอย่างเป็นระบบโดยได้ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น คู่มือครูคณิตศาสตร์ รายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างชุดการเรียน โดยได้กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ พร้อมกับสร้างแบบทดสอบย่อยสำหรับทดสอบหลังการใช้ชุดการเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ทราบผลการเรียนของตนเอง ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แต่ละชุดสามารถเรียนจบได้ใน 1 คาบ และในแต่ละชุดจะประกอบไปด้วยเนื้อหา แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน และใบกิจกรรม พร้อมกับเฉลยไว้ท้ายชุด เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมและแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนเสร็จแล้ว นักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้ทันที ถ้าหากนักเรียนตอบผิดก็สามารถแก้ไขคำตอบได้ใหม่ จึงเป็นการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ได้ดีขึ้น ส่วนด้าน

เนื้อหา ผู้วิจัยได้นำรูปการ์ตูนมาประกอบคำอธิบาย ทำให้นักเรียนได้รับความเพลิดเพลินในการเรียนและสนใจทำกิจกรรมระหว่างเรียนมากขึ้น

1.2 ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีลักษณะเป็นสื่อประสมที่เกิดจากการบูรณาการนวัตกรรมทางการศึกษา ซึ่งประกอบด้วย สื่อ อุปกรณ์ รูปภาพ ใบกิจกรรม แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบย่อย และกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาจัดอย่างมีระบบ ความหลากหลายของสื่อ ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและกระตือรือร้นที่จะเรียน ทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพตามเป้าหมาย บรรยากาศในการเรียนไม่น่าเบื่อ

1.3 ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีกิจกรรมการเรียนการสอนที่เป็นขั้นตอน โดยผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของโพลยา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบ โดยการใช้คำถามเป็นตัวกระตุ้น ขั้นตอนการแก้ปัญหานี้ได้ผ่านการวิจัยแล้วว่าก่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในตัวผู้เรียนสูง เช่นงานวิจัยของ วิมล พงษ์ปาลิต (2541 : 88) วิโชติ พงษ์ศิริ (2540 : 68)

1.4 ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีกิจกรรมการเรียนการสอน 3 ลักษณะ คือ

1.4.1 กิจกรรมที่ครูเป็นผู้ช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในด้านความคิดรวบยอดต่างๆ โดยเน้นให้นักเรียนเป็นผู้ทำกิจกรรม

1.4.2 กิจกรรมที่นักเรียนเรียนเป็นกลุ่มย่อย ได้แก่ การศึกษาเนื้อหา การทำใบกิจกรรม การแข่งขันเกมทางวิชาการ ซึ่งทำให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานเป็นกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะแบ่งหน้าที่กันรับผิดชอบภายในกลุ่ม ฝึกความเป็นผู้นำและผู้ตามที่ดี

1.4.3 กิจกรรมที่นักเรียนเรียนรู้เป็นรายบุคคล ได้แก่ การทำแบบฝึกทักษะ และแบบทดสอบย่อย ทำให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง และได้พัฒนาตนเองเต็มความสามารถ

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือ นักเรียนให้ความสนใจและร่วมกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี เป็นผลทำให้นักเรียนได้พัฒนาด้านอารมณ์ สังคมและสติปัญญา เพราะนักเรียนได้ทำกิจกรรมต่างๆ ด้วยความเพลิดเพลิน ได้ร่วมมือกันทำงานเป็นกลุ่ม ซึ่งจะพัฒนาความสามารถในการอยู่ร่วมกันกับผู้อื่นในสังคมได้ ซึ่งนักเรียนจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

1.5 ชุดการเรียนที่ใช้เทคนิค STAD นักเรียนได้ทราบผลของคะแนนความก้าวหน้าของตนเอง ทำให้นักเรียนได้รู้ว่ากลุ่มของตนจะมีคะแนนความสำเร็จของกลุ่มอยู่ในระดับใด นักเรียนเกิดแรงจูงใจที่จะทำคะแนนให้ได้ดีขึ้น เพื่อการได้รับการยกย่อง ชมเชย

1.6 ชุดการเรียนที่ใช้เทคนิค TGT นักเรียนทุกคนมีความสำคัญที่จะนำผลคะแนนจากการไปแข่งขันกับกลุ่มอื่น และนำคะแนนกลับมาที่กลุ่มเดิมของตัวเอง ซึ่งผลการแข่งขันทำให้ทราบว่านักเรียนอ่อนก็สามารถจะช่วยกลุ่มของตนเองได้

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อ 2 ผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ ศรไกร รุ่งรอด (2533 : 62) ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา (2542 : 74) จุฑารัตน์ จันทะนาม (2543 : 76) และสุวรรณมาลี นาคเสน (2544 : 92) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก

2.1 ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นสื่อประสม ที่ประกอบด้วย สื่อ อุปกรณ์ และกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดไว้อย่างเป็นระบบ โดยเรียงลำดับความรู้จากง่ายไปหายาก มีการกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละชุด เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาในแต่ละชุดจบแล้ว นักเรียนสามารถตรวจสอบความเข้าใจจากการทำกิจกรรม ทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน และแบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียน ซึ่งในแต่ละชุดการเรียนจะมีเฉลยคำตอบอยู่ด้านหลัง ทำให้นักเรียนทราบผลการเรียน ในการเรียนรู้ของตนเองตลอดเวลา ซึ่งสอดคล้องกับแนวความคิดของ วีระ ไทยพานิช (2529 : 137) ที่ว่า การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนซึ่งมีการวัดผลการเรียนรู้บ่อยๆ จะช่วยให้นักเรียนรู้การกระทำของตนเอง และเป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ ส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

2.2 การสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เป็นการสอนที่จัดให้นักเรียนได้ศึกษาและทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่คละระดับความสามารถ คือนักเรียนที่มีความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ ซึ่งสมาชิกทุกคนจะมีความรับผิดชอบต่อกลุ่มร่วมกัน เพื่อเป้าหมายและความสำเร็จของกลุ่ม ดังนั้นสมาชิกจะมีการซักถาม อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับเนื้อหาของบทเรียนแต่ละชุดการเรียน มีการช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ภายในกลุ่ม โดยนักเรียนที่มีความสามารถสูงซึ่งจะสามารถเข้าใจเนื้อหาได้ดีจะช่วยอธิบายให้นักเรียนที่มีความสามารถต่ำให้มีความเข้าใจในเนื้อหาของบทเรียนมากยิ่งขึ้น เพราะมีวัยที่ใกล้เคียงกัน ดังนั้นภาษาที่นักเรียนพูดกันนั้นจะสามารถสื่อความเข้าใจกันได้ดีและเหมาะสมมากกว่าครู ประกอบกับเป็นการอธิบายกันแบบตัวต่อตัว ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจบทเรียนต่างๆ จากเพื่อนได้มากยิ่งขึ้น (Young. 1972 : 630) จึงมีส่วนช่วยให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น

2.3 การสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนมีวิธีการที่ดีในการแก้ปัญหามากกว่าที่จะสอนให้รู้คำตอบของปัญหา โดยผู้วิจัยได้เน้นทักษะการแก้ปัญหาตามลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้น คือ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นที่ 4 ขั้น

ตรวจสอบ โดยพยายามให้นักเรียนฝึกวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ด้วยตนเอง ในชุดการเรียนนี้นักเรียนจะมีส่วนร่วมในการเรียนรู้มากที่สุด ซึ่งนักเรียนได้ลงมือกระทำกิจกรรมต่างๆ ด้วยตนเอง ได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในกลุ่ม ฝึกการคิด การตัดสินใจ กิจกรรมการเรียนการสอนจึงไม่น่าเบื่อ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มากขึ้น ส่งผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2.4 การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD นั้น นอกจากจะเป็นการเรียนโดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆ โดยคละความสามารถแล้ว หัวใจสำคัญของการเรียนการสอนแบบ STAD อีกประการหนึ่ง คือ การใช้ระบบกลุ่มสัมฤทธิ์ (Achievement Division) โดยหลังจากที่นักเรียนทำการทดสอบย่อยในแต่ละชุดการเรียนแล้ว คะแนนของนักเรียนที่ได้จะถูกพิจารณาเป็น 2 ส่วน คือ คะแนนรายบุคคล และคะแนนของกลุ่ม ซึ่งคะแนนรายบุคคลเป็นคะแนนที่ใช้ในการพิจารณาผลการเรียนของนักเรียนแต่ละคน ส่วนคะแนนของกลุ่มนั้นได้จากการนำคะแนนของสมาชิกแต่ละคนภายในกลุ่มมาแปลงเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยใช้ระบบกลุ่มสัมฤทธิ์ ซึ่งระบบกลุ่มสัมฤทธิ์จะช่วยให้นักเรียนทุกระดับความสามารถพยายามที่จะทำคะแนนให้ได้สูงสุด เต็มความสามารถของตนเอง ดังนั้นนักเรียนที่สามารถทำคะแนนสูงสุดให้แก่กลุ่มของตนอาจจะไม่ใช่นักเรียนที่มีระดับความสามารถสูงในกลุ่มก็ได้ เพราะนักเรียนได้มีการช่วยเหลือกันภายในกลุ่มเพื่อเป้าหมายและความสำเร็จของกลุ่ม ประกอบกับการเสริมแรงทางบวกก็เป็นส่วนหนึ่งที่กระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียน พยายามที่จะช่วยเหลือซึ่งกันและกันให้เกิดการเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนให้ได้มากที่สุด ซึ่งผู้วิจัยได้มีการเสริมแรงในลักษณะคำชมเชย หลังจากที่มีการทดสอบย่อย แต่ละครั้งไปแล้ว ทำให้นักเรียนที่ได้คะแนนมากในการทดสอบย่อยแต่ละครั้งมีความขยันและเอาใจใส่การเรียนมากยิ่งขึ้นเพื่อให้ตนเองและกลุ่มได้คะแนนสูงเช่นเดิม ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนน้อยในการทดสอบย่อยแต่ละครั้ง ก็จะเกิดความพยายามในการเรียนมากกว่าเดิมและจะได้รับความช่วยเหลือจากนักเรียนที่ทำคะแนนได้สูงมาช่วยเหลือให้เรียนรู้ได้มากขึ้นสำหรับเนื้อหาในชุดการเรียนต่อไป เพื่อเป้าหมายคือความสำเร็จของกลุ่ม ซึ่งส่งผลให้นักเรียนแต่ละคนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น

2.5 การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค TGT นั้นเป็นการจัดนักเรียนมาเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็กๆ โดยคละความสามารถ นักเรียนที่มีความสามารถสูงต้องอธิบายและให้ความช่วยเหลือนักเรียนที่มีความสามารถต่ำ สมาชิกในกลุ่มต้องช่วยเหลือกันและให้คำปรึกษาหารือกัน เทคนิค TGT จะใช้เกมเป็นการแข่งขันระหว่างกลุ่ม โดยนักเรียนที่มีความสามารถระดับเดียวกันจากแต่ละกลุ่มย่อยมาแข่งขันกัน นักเรียนแต่ละคนจะพยายามทำคะแนนให้ได้มากที่สุดเพื่อนำคะแนนกลับไปกลุ่มเดิมของตนเอง ทำให้คะแนนของกลุ่มสูงขึ้น และส่งผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนแต่ละคนสูงขึ้น

3. ผลการวิเคราะห์ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อยู่ในระดับเห็นด้วย อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 3 ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ สุดารัตน์ ไผ่พงศาวงศ์ (2543 : 98) ได้ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนใน

การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 อยู่ในระดับเห็นด้วย

3.1 ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ด้านรูปแบบของชุดการเรียน ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นอยู่ที่ 3.37 เห็นด้วย โดยเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อแล้วพบว่า นักเรียนมีความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปเล่มของชุดการเรียน มีความเหมาะสมสะดวกในการใช้และพกพา ($\overline{X}$ = 3.52) ขนาดตัวอักษรในการพิมพ์อ่านง่าย ($\overline{X}$ = 3.68) นักเรียนมีความคิดเห็นว่า "เห็นด้วยอย่างยิ่ง" และนักเรียนเห็นด้วยต่ำที่สุดคือภาพประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์น่าสนใจ ($\overline{X}$ = 3.08)

ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าในปัจจุบัน มีการนำคอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการจัดรูปแบบของชุดการเรียนให้น่าสนใจ และขนาดของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้จะมีลักษณะเป็นเล่มบางๆ ทำให้นักเรียนพกพาได้สะดวก สำหรับภาพประกอบในชุดการเรียนที่ไม่สามารถเร้าความสนใจของนักเรียนอาจเป็นเพราะมีภาพน้อยเกินไปและเป็นภาพที่ไม่อยู่ในความสนใจของนักเรียน

3.2 ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ด้านเนื้อหาสาระ ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นอยู่ที่ 3.01 เห็นด้วย โดยเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อแล้วพบว่า นักเรียนเห็นด้วยสูงที่สุด คือเนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ($\overline{X}$ = 3.22) นักเรียนเห็นด้วยต่ำที่สุด คือ เนื้อหามีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้เรียน ($\overline{X}$ = 2.70)

ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนจะเน้นให้นักเรียนฝึกทักษะในการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของโพลยา สำหรับเนื้อหาที่ไม่เหมาะสมกับเวลา เนื่องจากงานวิจัยมีข้อจำกัดเรื่องเวลา นักเรียนไม่คุ้นเคยกับการเรียนแบบนี้จึงรู้สึกว่าเนื้อหากับเวลาไม่เหมาะสมกัน เพราะนักเรียนจะต้องทำตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ด้วยเวลาอันจำกัด คือจะใช้เวลาเรียน 50 นาทีต่อ 1 ชุดการเรียน โดยแบ่งเป็นการนำเข้าสู่บทเรียน 5 นาที เนื้อหาสาระ แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน และใบกิจกรรม 30 นาที แบบทดสอบย่อย 10 นาที ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาในชุดการเรียนคณิตศาสตร์ 5 นาที นักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง และต่ำ จะค่อนข้างมีปัญหาในการทำกิจกรรม จะต้องใช้เวลามากกว่านักเรียนที่มีความสามารถสูง โดยเฉพาะนักเรียนที่มีความสามารถในการอ่านอยู่ในระดับต่ำ จะทำกิจกรรมได้ช้ากว่าคนอื่น

3.3 ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ด้านแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นอยู่ที่ 3.09 เห็นด้วย โดยเมื่อ

พิจารณาเป็นรายข้อแล้วพบว่า นักเรียนเห็นด้วยสูงที่สุดคือ ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหาได้ ($\overline{X}$ = 3.34) นักเรียนเห็นด้วยต่ำที่สุด คือ จำนวนคำถามในแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนเหมาะสมกับเวลา ($\overline{X}$ = 2.68)

ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า คำถามในแบบฝึกทักษะของชุดการเรียน เป็นคำถามในลักษณะโจทย์ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยต้องการเน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหา การวิเคราะห์ปัญหา ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งแต่ละข้อต้องใช้ 4 ขั้นตอน และจำนวนคำถามมีหลายข้อ นักเรียนก็ต้องใช้เวลานาน ซึ่งทำให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะไม่ทันกับเวลาที่กำหนดให้

3.4 ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นอยู่ที่ 3.09 เห็นด้วย โดยเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อแล้วพบว่า นักเรียนเห็นด้วยสูงที่สุด คือ นักเรียนได้ร่วมปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มกับผู้อื่น ($\overline{X}$ = 3.32) นักเรียนเห็นด้วยต่ำที่สุด คือ กิจกรรมที่นำมาใช้เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้ ($\overline{X}$ = 2.72)

ซึ่งอาจกล่าวได้ว่าการจัดการเรียนการสอนโดยการเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนได้ทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม โดยทุกคนมีหน้าที่ที่ต้องรับผิดชอบภายในกลุ่ม สำหรับกิจกรรมเหมาะสมกับเวลาที่กำหนดนักเรียนเห็นด้วยน้อย เนื่องจากกิจกรรมบางกิจกรรม นักเรียนต้องใช้เวลาทำมากเกินไป ต้องออกไปนอกห้องเรียน ทำให้เวลาไม่พอ

3.5 ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ด้านสื่อการเรียนการสอน ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นอยู่ที่ 3.07 เห็นด้วย โดยเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อแล้วพบว่า นักเรียนเห็นด้วยสูงที่สุด คือ ภาษาที่ใช้ในใบกิจกรรมทำให้เข้าใจวิธีการปฏิบัติกิจกรรมชัดเจน ($\overline{X}$ = 3.20) นักเรียนเห็นด้วยต่ำที่สุด คือ เร้าความสนใจของนักเรียน ($\overline{X}$ = 2.84)

ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า ภาษาที่ใช้ในใบกิจกรรมผู้วิจัยใช้ถ้อยคำที่ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงขั้นตอนการทำกิจกรรมได้ง่าย นักเรียนอ่านแล้วสามารถลงมือปฏิบัติกิจกรรมได้ทันที สำหรับสื่อการเรียนที่ใช้นักเรียนเห็นว่าเร้าความสนใจของนักเรียนน้อย อาจเนื่องมาจากสื่อที่ใช้เป็น ใบกิจกรรมเป็นรูปสามเหลี่ยม เป็นกล่องกระดาษ เป็นสื่อที่ไม่แปลกใหม่สำหรับนักเรียน

3.6 ความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ด้านการวัดและการประเมินผล ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยของความคิดเห็นอยู่ที่ 3.24 เห็นด้วย โดยเมื่อพิจารณาเป็นรายข้อแล้วพบว่า นักเรียนเห็นด้วยสูงที่สุด คือ บัตรเฉลยในแต่ละชุดการเรียนทำให้การตรวจผลการทำกิจกรรมสะดวกขึ้น ($\overline{X}$ = 3.36) นักเรียนเห็นด้วยต่ำที่สุด คือ แบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับของนักเรียน ($\overline{X}$ = 3.10)

ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า เวลาที่ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนแต่ละชุดการเรียนน้อยเกินไป โดยเฉพาะนักเรียนที่มีความสามารถปานกลางและต่ำ นักเรียนจะบอกกับ

ผู้วิจัยว่าทำไม่ทัน และมีเวลาทบทวนเนื้อหาในชุดการเรียนน้อยไป ผู้วิจัยต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจถึงข้อจำกัดในเรื่องของเวลา สำหรับบัตรเฉลยในแต่ละชุดการเรียนทำให้นักเรียนได้ทราบผลการทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนและการทำใบกิจกรรม ซึ่งทำให้นักเรียนได้ทราบข้อบกพร่องของตนเอง และแก้ไขได้ในทันที และหากมีข้อสงสัยก็สามารถถามครูได้ทันที ในด้านความยากง่ายของแบบทดสอบว่าเหมาะสมกับระดับของนักเรียน นักเรียนเห็นด้วยน้อยอาจเนื่องจากมีข้อสอบเป็นแบบอัตนัยให้นักเรียนแสดงวิธีทำตามลำดับขั้นตอนของโพลยา ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ไม่คุ้นเคยกับการตอบแบบทดสอบโดยการแสดงวิธีทำ นักเรียนจึงมีความคิดเห็นว่าแบบทดสอบยากสำหรับนักเรียน

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

1. การสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ หลังจากผู้วิจัยได้จัดกลุ่มการเรียนให้นักเรียนแล้วนักเรียนจะแบ่งบทบาทหน้าที่กันในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียน จะมีนักเรียนบางกลุ่มไม่อยากเป็นประธานเพราะจะต้องรับผิดชอบเป็นส่วนใหญ่ ผู้วิจัยได้อธิบายหลักการและวิธีการให้นักเรียนเข้าใจว่าทุกคนจะต้องหมุนเวียนในการปฏิบัติกิจกรรมนี้เท่าเทียมกัน หลังจากนักเรียนเข้าใจและเคยชินต่อการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มแล้ว ความร่วมมือภายในกลุ่มของนักเรียนมีมากขึ้น เกิดความกระตือรือร้น เพราะทุกคนมีหน้าที่จะต้องรับผิดชอบ เป็นการฝึกให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ซึ่งจะส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน และทำให้ผลงานของกลุ่มสำเร็จตามเป้าหมาย

2. ในชุดการเรียนแรกๆ นักเรียนบางกลุ่มยังไม่เข้าใจทักษะการทำงานกลุ่ม ซึ่งบางกลุ่มจะให้นักเรียนที่เรียนเก่งเป็นผู้คอยชี้แนะแต่เพียงผู้เดียว ผู้วิจัยต้องอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่าทุกคนในกลุ่มสามารถแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และรู้จักวางแผนในการทำงานร่วมกัน เพื่อให้งานนั้นเสร็จทันเวลา และนักเรียนจะต่างคนต่างทำงานของตนเอง ผู้วิจัยต้องอธิบายถึงวิธีการเรียนเป็นกลุ่มแบบร่วมมือให้นักเรียนเข้าใจ ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร และนักเรียนจะต้องปฏิบัติตนอย่างไรในการเรียนและการทำงานร่วมกัน ปัญหาอีกอย่างหนึ่งที่พบก็คือบางกลุ่มนักเรียนที่เรียนเก่งไม่ค่อยช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อน บางกลุ่มนักเรียนที่เรียนเก่งก็ให้นักเรียนที่เรียนอ่อนลอกคำตอบโดยไม่อธิบายให้ฟัง เมื่อผู้วิจัยอธิบายเหตุผลให้นักเรียนที่เรียนเก่งเข้าใจแล้ว นักเรียนที่เรียนเก่งก็สามารถจะปฏิบัติตนได้อย่างถูกต้อง นักเรียนได้มีการอธิบายเนื้อหาให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้เข้าใจมากขึ้นและพยายามช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนอ่อนให้ทำงานได้ทันเวลา

3. ในช่วงการสอนคาบแรกๆ นักเรียนในกลุ่มทดลองประสบปัญหาในการปฏิบัติกิจกรรมจากชุดการเรียน นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้านเนื้อหา ใบกิจกรรม และแบบทดสอบย่อยไม่ค่อยทันตามเวลาที่กำหนด โดยเฉพาะนักเรียนที่เรียนอ่อน ผู้วิจัยต้องคอยให้คำชี้แนะในการทำแบบฝึกทักษะ การทำกิจกรรมแต่ละขั้นตอน เพราะนักเรียนที่เรียนอ่อนจะศึกษาเนื้อหาได้ช้า ในการทดลองครั้งนี้มีข้อจำกัดเรื่องเวลา นักเรียนที่เรียนเก่งและปานกลาง สามารถทำได้ทันเวลา ส่วนนักเรียนที่เรียนอ่อน จะเหนื่อยกับการเรียนอย่างมาก จะต้องพยายามศึกษาเนื้อหา ใบกิจกรรม ทำแบบฝึกทักษะ ทำแบบทดสอบย่อยให้ทันกับเวลาที่กำหนดให้ ผู้วิจัยต้องคอยดูแลให้การช่วยเหลือ

ให้กำลังใจกับนักเรียนกลุ่มนี้ ผู้วิจัยจึงให้การเสริมแรงทางบวกกับนักเรียนกลุ่มนี้ เพื่อให้นักเรียนได้มีพัฒนาการทางการเรียนสูงขึ้น และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย

4. การสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ มีการอธิบาย ซักถาม ปรึกษาหารือ และอภิปรายกัน ทำให้บรรยากาศในการเรียนมีความเป็นกันเอง มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน และนักเรียนกับนักเรียน

5. ในการปฏิบัติกิจกรรมที่แข่งกับเวลา ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน ช่วยเหลือกันปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้งานสำเร็จตามเป้าหมาย

6. การเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค TGT นักเรียนเก่งไม่ชอบการแข่งขันกันเองภายในกลุ่มนักเรียนเก่งอาจเป็นเพราะนักเรียนเก่งต้องการเป็นที่ยอมรับของเพื่อนในกลุ่มและไม่ยอมรับความจริงว่ายังมีคนอื่นที่เก่งกว่าตนเอง สำหรับนักเรียนอ่อนและปานกลางรู้สึกว่าตนเองมีความสำคัญกับกลุ่มเนื่องจากมีส่วนทำคะแนนให้กลุ่มได้

7. การเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD นักเรียนเก่งชอบที่มีการทดสอบย่อยหลังการเรียนแต่ละคาบ แต่นักเรียนอ่อนและปานกลางไม่ชอบการทดสอบบ่อย ๆ เนื่องจากนักเรียนยังไม่เข้าใจบทเรียนเพียงพอ นักเรียนต้องการเวลาสักระยะหนึ่งก่อน เพื่อทำความเข้าใจกับเนื้อหาการทดสอบทุกคาบที่เรียนทำให้นักเรียนท้อแท้ และเบื่อ

8. นักเรียนเก่งบางคนไม่ชอบเรียนเป็นกลุ่ม ชอบเรียนรายบุคคล และไม่ชอบสอนเพื่อน แต่นักเรียนเก่งส่วนใหญ่ชอบที่จะสอนเพื่อน เนื่องจากได้ทบทวนความรู้ ความเข้าใจของตนเองด้วย และมีส่วนทำให้ได้รับการยอมรับจากเพื่อน สำหรับนักเรียนอ่อนและปานกลางชอบเรียนแบบแบ่งกลุ่มเพราะมีเพื่อนคอยให้คำปรึกษา แนะนำ

9. จากการสอบถามนักเรียนส่วนใหญ่ชอบการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค STAD เนื่องจากมีบรรยากาศในการเรียนที่ไม่ต้องแข่งขันกันเองภายในกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อน แต่เป็นการเรียนที่แข่งกับตนเองดูว่าตนเองมีความก้าวหน้าในการเรียนมากน้อยเพียงใด จากการทำแบบทดสอบย่อย

10. ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ การเรียนแบบร่วมมือโดยใช้เทคนิค TGT ผู้วิจัยใช้เกมการแข่งขันทางวิชาการโดยเป็นโจทย์คำถามเกี่ยวกับเนื้อหาในบทเรียน ซึ่งอาจทำให้นักเรียนไม่รู้สึกสนุกสนานกับเกมการแข่งขัน ดังนั้นลักษณะของเกมและบุคลิกภาพของครูก็มีส่วนทำให้เกมการแข่งขันและบรรยากาศในการแข่งขันน่าสนุกสนาน

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาค้นคว้าผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะที่อาจจะให้ประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาค้นคว้าดังนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ก่อนทำการสอนครูผู้สอนควรฝึกให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทักษะต่างๆ ได้แก่ ทักษะทางสังคม ทักษะในการทำงานกลุ่ม รวมทั้งมีความรับผิดชอบต่อหน้าที่ รู้จักยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อม

1.2 ก่อนทำการสอนโดยใช้ชุดการเรียน ควรมีการแนะนำวิธีการใช้ชุดการเรียนให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิธีการเรียนก่อน เพราะถ้านักเรียนไม่เข้าใจถึงวิธีการเรียนอาจส่งผลให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จในการเรียนได้

1.3 การสอนด้วยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองเป็นกลุ่มเมื่อนักเรียนพบปัญหาที่สงสัย ครูผู้สอนควรดูแลให้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด

1.4 ควรมีการให้การเสริมแรงด้วยการกล่าวคำชมเชย หรือให้รางวัล หรือมีการทำเกียรติบัตร หรือมีการจัดบอร์ดประกาศรายชื่อ ให้กับกลุ่มของนักเรียนที่ทำคะแนนได้สูง จากการทำแบบทดสอบย่อย เพื่อให้นักเรียนมีกำลังใจในการเรียนมากขึ้น

1.5 การจัดชั้นเรียน ควรเป็นห้องเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะที่นักเรียนสามารถทำกิจกรรมต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว เพราะนักเรียนต้องเคลื่อนย้ายที่นั่งเรียนเพื่อจัดเป็นกลุ่มทุกครั้งก่อนเรียน

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการศึกษาค้นคว้าต่อไป

2.1 ควรศึกษาผลของการใช้ชุดการเรียนที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาด้วยการเรียนแบบร่วมมือในลักษณะเดียวกันนี้ในระดับชั้นและเนื้อหาอื่นๆ ให้กว้างขวางยิ่งขึ้น

2.2 ควรศึกษาเกี่ยวกับตัวแปรอื่นๆ นอกเหนือจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดเห็น เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การคิดอย่างมีเหตุผล ความคงทนในการเรียน ความสนใจในการเรียน ความรับผิดชอบต่อตนเอง และความร่วมมือภายในกลุ่ม เป็นต้น

2.3 เนื่องจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ทำให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอย่างมีระบบ รู้จักการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น มีความรับผิดชอบต่อตนเองและต่อกลุ่ม จึงควรทำการศึกษาการสร้างชุดการเรียนที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือให้แพร่หลายต่อไป

2.4 ในการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไปควรใช้วิธีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ด้วยวิธีการสอนรูปแบบต่างๆ โดยใช้ชุดการเรียนเป็นส่วนประกอบในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). *วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน*. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กาญจนา สุจีนะพงษ์. (2539). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนร่วม*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

กิดานันท์ มลิทอง. (2536). *เทคโนโลยีการศึกษาร่วมสมัย*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2540). *เทคโนโลยีการศึกษาและนวัตกรรม*. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เกษม วิจิโน. (2535). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยกิจกรรมการเรียน แบบ TGT กับกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

คนธรส รสหวาน. (2539). *การพัฒนารูปแบบการสอนแบบกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาบวก ลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่1 ในโรงเรียนโครงการนำร่องศูนย์พัฒนาอัจฉริยะภาพเด็กและเยาวชน*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาพิเศษ). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

คณะอนุกรรมการ การพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). *ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย.

จำรูนศรี ทองมาก. (2524). *ความคิดเห็นของครูและนักเรียนของโรงเรียนพณิชยการเกี่ยวกับหลักสูตรวิทยาศาสตร์ของ สสวท.* วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาวิทยาศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

จุฑารัตน์ จันทะนาม. (2543). *การพัฒนาชุดการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยตนเองที่ใช้การ์ตูนประกอบสำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

จุมพต ขำวีระ. (2538). *การพัฒนาชุดการสอน เพื่อพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

ฉลอง ทับศรี. (2521, มิถุนายน). " ชุดการเรียนการสอน," *ศึกษาศาสตร์สาร. คณะศึกษาศาสตร์* มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. 7 (2) : 55 – 58.

ฉลองชัย สุรวัฒนบูรณ์. (2528). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

เฉลิมศักดิ์ ภูมี. (2538). *ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยเน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาเรื่องเศษส่วนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4.* วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (การประถมศึกษา). ขอนแก่น : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

ชญานิษฐ์ พุกเถื่อน. (2536). *การศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษา จังหวัดพิษณุโลก.* วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา). พิษณุโลก : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร. ถ่ายเอกสาร.

ชวาล แพรัตกุล. (2516). *เทคนิคการวัดผล.* พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช.

_____. (2520). *เทคนิคการเขียนข้อทดสอบ.* กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2521). *นวกรรมและเทคโนโลยีทางการศึกษากับการสอนระดับอนุบาล.* กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

_____. (2523). "กระบวนสันนิเวทนาการและระบบสื่อการสอน," ใน*เอกสารการสอนชุดวิชาเทคโนโลยีและสื่อสารการศึกษา เล่ม 1 หน่วยที่ 1 – 8.* กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ สมเชาว์ เนตรประเสริฐและสุดา สินสกุล. (2521). *ระบบสื่อการสอน.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชาญชัย ศรีไสยเพชร. (2525). *ทักษะและเทคนิคการสอน.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิทักษ์อักษร.

ชูศรี สนิทประชากร. (2534, กรกฎาคม - ธันวาคม). " การเรียนรู้โดยการร่วมมือ (Cooperative Learning)," *วารสารจันทรเกษมสาร.* 2 (4) : 45 – 49.

เชนิสา ชื่นสุวรรณ. (2539). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความรับผิดชอบในการเรียน และความสนใจในวิชาสังคมศึกษา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบเรียนเป็นคู่ (Learning Cell) กับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2522). *หลักการทฤษฎี เทคโนโลยีและนวกรรมทางการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์เรือนแก้วการพิมพ์

_____. (2526). *เทคโนโลยีทางการศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

ทวีศักดิ์ ไชยมาโย. (2540). *รายงานการวิจัยการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ ทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ เรื่องความร้อนและสสาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยชุดการสอน*. นครพนม : ฝ่ายวิจัยและประเมินผลทางการศึกษา หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษา นครพนม.

ทิศนา แขมมณีและคณะ. (2522). *กลุ่มสัมพันธ์ : ทฤษฎีและแนวปฏิบัติ เล่ม 1*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์บูรพาศิลป์การพิมพ์.

นลินี ทีหอคำ. (2541). *ผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องโจทย์ปัญหา และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นงลักษณ์ อ่วยสุข. (2536). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในโครงการพัฒนาความเป็นเลิศของนักเรียนจังหวัดสุพรรณบุรีที่ได้รับการสอนโดยใช้วิธีการเรียนแบบสหร่วมใจกับวิธีการเรียนแบบปกติ*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาพิเศษ). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นันทิยา จิตภิรมย์. (2532). *การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนที่ใช้สอนเรื่อง พหุนาม ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นิพนธ์ ศุขปรีดี. (2519). *นวกรรมเทคโนโลยีการศึกษา*. ชลบุรี : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน.

_____. (2524). *โครงการบ้าน โรงเรียน มหาวิทยาลัย เพื่อพัฒนาประสิทธิภาพการเรียนการสอน*. ชลบุรี : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน.

_____. (2525). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิฆเณศ.

นุชลดา ส่องแสง. (2540). *การสร้างชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก การลบ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

บุญเกื้อ ควรหาเวช. (2530). *นวัตกรรมการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน.

บุญชม ศรีสะอาด. (2541). *การพัฒนาการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ชมรมเด็ก.

บุญเชิด ภิญโญอนันพงษ์. (2526). *การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ*. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

ปสาสน์ กงตาล. (2535, กันยายน). " การร่วมมือการเรียนรู้ ," *วารสารศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัยขอนแก่น*. 15(1-2) : 19 – 26.

ประกายแก้ว แปรโคกสูง. (2541). *ประสิทธิผลของวิธีสอนโดยการเรียนแบบร่วมมือเรื่องโรคขาดสารอาหารของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดบุรีรัมย์.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.(สุขศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ประคอง กรรณสูต. (2538). *สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์.* กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประทีป โกมลมาศ. (2536, ตุลาคม –พฤศจิกายน). " สัมภาษณ์," *การศึกษาแห่งชาติ.* 28 (1) : 13 – 14.

ประภัสสร วงศ์วรรณ. (2531). *ประมวลการสอนหลักและวิธีการสอน.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาลัยเทคโนโลยีและอาชีวศึกษา.

ประภาเพ็ญ สุวรรณ. (2520). *การวัดการเปลี่ยนแปลงและพฤติกรรมอนามัย.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช.

ประสาท หลักศิลา. (2511). *สังคมวิทยา.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ก้าวหน้า.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537, พฤศจิกายน – ธันวาคม). " การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์," *วารสารคณิตศาสตร์.* 38 (434 –435) : 62 – 74.

_____. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พรรณี ช เจนจิต. (2528). *จิตวิทยาการเรียนการสอน : จิตวิทยาการศึกษาสำหรับครูในชั้นเรียน.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : อมรินทร์การพิมพ์.

พรรณรัศมี์ เง่าธรรมสาร. (2533, กุมภาพันธ์). " การเรียนแบบทำงานรับผิดชอบร่วมกัน ," *สารพัฒนาหลักสูตร.* 95 : 35 – 37.

พวงรัตน์ ทวีรัตน์. (2530). *การสร้างและพัฒนาแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์.* กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

_____. (2540). *วิธีการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ : สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เพ็ญประภา แสนลี. (2542). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ไพศาล หวังพานิช. (2526). *การวัดผลการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

มยุรี สาลีวงศ์. (2535). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ยุพิน พิพิธกุล. (2524). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์บพิธการพิมพ์.

_____. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุลและอรพรรณ ตันบรรจง. (2531). *สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เยาวพา เดชะคุปต์. (2525). *กิจกรรมสำหรับเด็กก่อนวัยเรียน*. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

รตินันท์ ไมตรีจิต. (2537). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความรับผิดชอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยการเรียนแบบร่วมมือกับการสอนตามคู่มือครู*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

รัชนี มณีโกศล. (2540). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความรับผิดชอบและความคงทนทางการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 เรื่องการหาร ที่เรียนโดยวิธีการเรียนแบบร่วมมือ*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

รัตนา เจียมบุญ. (2540). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนแบบร่วมมือประกอบการสอนแบบTEAMS-GAMES-TOURNAMENTS กับการสอนตามคู่มือครู*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2532). *พจนานุกรมศัพท์สังคมวิทยา อังกฤษ – ไทย ฉบับราชบัณฑิตยสถาน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : อมรินทร์ พริ้นติ้ง กรุ๊พ.

รุ่งทิวา จักร์กร. (2527). *วิธีการสอนทั่วไป*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม.

ลดาวัลย์ บุญญพนิช. (2540). *ความคิดเห็นของผู้เรียนเกี่ยวกับการเรียนโครงการยกระดับความรู้พื้นฐานสำหรับกำนันผู้ใหญ่บ้าน และผู้นำท้องถิ่นในเขตภาคกลาง*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาผู้ใหญ่). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.

ลัดดา ศุขปรีดี. (2523). *เทคโนโลยีการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

วนา ชลประเวส. (2526). *การศึกษาเปรียบเทียบวิธีสอนแบบใช้เกมกับวิธีสอนแบบปฏิบัติการทดสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ด้านทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วรรณี โสมประยูร. (2541). *การวิจัยและพัฒนารูปแบบการสอนและสื่อการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา (รายงานการวิจัยและพัฒนาเกี่ยวกับวิธีสอนแบบวรรณี).* กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วรลาภ แสงวัฒนะชัย. (2532, กันยายน - ธันวาคม). " การจัดการเรียนการสอนแบบ Individualized Learning," *วารสารส่งเสริมประสิทธิภาพการเรียนการสอน.* 1 (2) : 11 – 14.

วสันต์ อติศัพท์. (2524). *นวกรรมการศึกษา.* ปัตตานี : โครงการจัดตั้งสำนักเทคโนโลยีการศึกษา มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี .

วัชรี บูรณสิงห์. (2525). " การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล," ใน*เอกสารการสอนชุดวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8 – 15.* กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

วัญญา วิศาลาภรณ์. (2530). *การสร้างแบบทดสอบ.* กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

วัฒนา สิงหานุวัฒน์. (2533). *การเปรียบเทียบทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ เรื่อง พืช ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยการใช้ชุดการสอนกับการสอนตามปกติ.* วิทยานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). ขอนแก่น : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2541). *การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง.* กรุงเทพฯ : ต้นอ้อ 1999.

_____. (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : เอล ที เพรส.

วาสนา ชาวหา. (2522). *เทคโนโลยีทางการศึกษา.* ชลบุรี : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน.

_____. (2525). *เทคโนโลยีทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : กราฟฟิคอาร์ต.

วิจัยทางการศึกษา,กอง กรมวิชาการ. (2542). *แนวการจัดกิจกรรมเพื่อสร้างเสริมคุณลักษณะดี เก่ง มีสุข.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา.

วิชัย ราษฎร์ศิริ. (2524). *หลักสูตรและแบบเรียนประถมศึกษา (หลักการและแนวปฏิบัติให้หลักสูตรใหม่สัมฤทธิ์ผล).* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *พัฒนาหลักสูตรและการสอน – มิติใหม่.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

วิชาการ, กรม. (2535). *หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2542). *รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2540.* กรุงเทพฯ : สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ.

วิโชติ พงษ์ศิริ. (2540). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยกิจกรรมการเรียนแบบคอนสตรัคติวิซึมด้วยวิธีสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วิภาภรณ์ เตโชชัยวุฒิ. (2533). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนด้วยชุดการเรียนด้วยตนเองแบบสืบเสาะหาความรู้กับการเรียนตามปกติ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (วิทยาศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วิภาวดี วงศ์เลิศ. (2544). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่อง "เซต" ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วิมล พงษ์ปาลิต. (2541). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

วีระ ไทยพานิช. (2529). *57 วิธีสอน.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ศรไกร รุ่งรอด. (2533). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ศรีภรณ์ ณะวงศ์ษา. (2542). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบ TEAMS – GAMES –TOURNAMENT แบบ STUDENT TEAMS – ACHIEVEMENT DIVISION และการสอนตามคู่มือครู.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2536). *คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ค 011 คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

_____. (2536). *หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สมจิตร เพชรผา. (2544). *การพัฒนาชุดการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติก เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). *การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมบูรณ์ สินถาวร. (2521). *ผลของการทำแบบฝึกหัดการทดสอบย่อยและการสอนสิ่งบกพร่องที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมพร จารุนัฏ. (2540). *การวางแผนการเรียนการสอน : สื่อและกระบวนการ (เอกสารเพื่อการพัฒนาหนังสืออันดับที่ 6) กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.* กรุงเทพฯ : คุรุสภาลาดพร้าว.

สมพร ศิลาทอง. (2541). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตหน่วยสิ่งแวดล้อมทางธรรมชาติและเจตคติในการอนุรักษ์สิ่งแวดล้อมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนแบบร่วมมือแบบ STAD.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สมศักดิ์ คำศรี. (2524). *จิตวิทยาการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาจิตวิทยาและการแนะแนว วิทยาลัยครูมหาสารคาม.

สันทัด ภิบาลสุขและพิมพ์ใจ ภิบาลสุข. (2525). *การใช้สื่อการสอน.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พีระพัธนา.

สาคร ธรรมศักดิ์. (2541).*ผลการสอนตามแนวคอนสตรัคติวิซึมแบบร่วมมือที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาสิ่งแวดล้อมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2540). *แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544).* กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.

สิริพร ทิพย์คง. (2533, 9 กรกฎาคม). *เอกสารประกอบคำบรรยายเรื่องการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์.* ตึก 6 ห้อง 406 คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

_____. (2537, กรกฎาคม – สิงหาคม). " การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา," *วารสารคณิตศาสตร์.* 38 (430 – 431) : 57 – 62.

สุขจิตร ตั้งเจริญ. (2543). *การใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุโขทัยธรรมาธิราช, มหาวิทยาลัย. (2533). *เอกสารการสอนชุดกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์หน่วยที่ 8 – 15.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุชา จันทร์เอม และสุรางค์ จันทร์เอม. (2520). *จิตวิทยาสังคม.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แพร่พิทยา.

สุดารัตน์ ไผ่พงศาวงศ์. (2543). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ใช้การจัดการเรียนการสอนแบบ CIPPA MODEL เรื่องเส้นขนานและความคล้ายชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุทธิพงศ์ แสงมณี. (2524). *ความคิดเห็นของผู้นำท้องถิ่นที่มีต่อการปฏิบัติงานของพัฒนากรในท้องถิ่น 3 จังหวัดภาคใต้.* วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (พัฒนาสังคม). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

สุนันท์ ฉิมวัย. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์. (2533). *การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา. : หน่วยศึกษานิเทศก์ สำนักงานการประถมศึกษา จังหวัดอุบลราชธานี.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุภาพร บุญหนัก. (2544). *การพัฒนาชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีการแก้ปัญหา เรื่องความเท่ากันทุกประการ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ. (2543). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบเรียนเป็นคู่ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุรศักดิ์ หลาบมาลา. (2531, กุมภาพันธ์). " การเรียนการสอนแบบร่วมมือ," *วิทยาจารย์.* 86(6) : 4 – 8.

สุลัดดา ลอยฟ้าและคณะ. (2530). *รายงานการวิจัยการพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา.* ขอนแก่น : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

สุวรรณมาลี นาคเสน. (2544). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน Group Investigation เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุวัฒน์ มุทธเมธา. (2523). *การเรียนการสอนปัจจุบัน.* กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์.

เสาวณีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีทางการศึกษา.* กรุงเทพฯ : ภาควิชาครุศาสตร์เทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

โสภา ชูพิกุลชัยและ อรทัย ชื่นมนุษย์. (ม.ป.ป.). *จิตวิทยาสังคม.* กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

อธิพร ศรียมก. (2537). " การประเมินผลสื่อการสอน," *เอกสารการสอนชุดวิชาสื่อการสอนระดับมัธยมศึกษาเล่ม 2 หน่วยที่ 8 – 15.* หน้า 875 – 921. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

อาภา ถนัดช่าง. (2534, มิถุนายน – กรกฎาคม). " การสอนแบบแก้ปัญหา," *วารสารแนะแนว.* 25(135) : 15 – 23.

อารี พันธ์มณี. (2542). *จิตวิทยาการเรียนการสอน.* กรุงเทพฯ : ต้นอ้อ 1999.

อารี สัณหฉวี. (2539). " การเรียนแบบร่วมมือ," *สารานุกรมศึกษาศาสตร์ ฉบับที่ 15.* หน้า 89 – 93. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. กรุงเทพฯ : พัฒนาศึกษา.

อุทัย หิรัญโต. (2519). *สังคมวิทยาประยุกต์.* กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์โอเดียนสโตร์.

เอื้อมพร เถื่อนมูลละ. (2539). *ความคิดเห็นของทหารกองประจำการที่มีต่อการเรียนทางไกลตามโครงการขยายโอกาสทางการศึกษาในเขตมณฑลทหารบกที่ 22.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การศึกษาผู้ใหญ่). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

Adams, Sam, Leslie C. Ellis and B. F. Beeson. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach.* New York : Harper & Row Publishers, Co.

Anderson, K. B. and R. E. Pingry. (1973). " Problem – Solving in Mathematics," in *The Learning of Mathematics : The Theory and Practices.* Washington, D. C. : The National Council of Teachers of Mathematics.

Anderson, Raymond M. (1982, May). " Self Instruction as a Method of Preparing Elementary Schools Social Studies Teacher Trainees to Apply an Inductive Teaching Model," *Dissertation Abstracts International.* 42(11) : 4795 – A.

Arends, Richard I. (1997). *Classroom Instruction and Management.* U.S.A. : The McGraw – Hill Companies.

Artzt, Alice F. and Newman, Claire M. (1990, September). " Coopertive Learning," *The Mathematics Teacher.* 83(6) : 448 – 452.

Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (in Secondary School).* Dubuque,Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers.

Bloom, Benjamin S. (1976). *Human Characteries and School Learning.* New York : McGraw – Hill Book Company.

Bonaparte, Edward Paul Christian. (1990, January). " The Effects of Cooperative Versus Competitive Classroom Organization for Mastery Learning on Mathematical Achievement and Self – Esteem of Urban Second – Grade Pupils," *Dissertation Abstracts International.* 50(7) : 1911 – A.

Bruckner, Leo J. and Grossnickle, Foster E. (1947). *How to Make Arithmetic Meaningful.* Philadelphia : The John C. Winston, Co.

Cardarelli, Sally M. (1973). *Individualized Instruction Programmed and Material.* New York : Englewood Cliffs Company.

Carroll, John B. (1963, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record.* 64(8) : p. 723 – 733.

Charles, Randal and FranK K. Lester. (1982). *Teaching Problem Solving : What, Why & How.* CA : Dale Seymour Publications.

Davidson, Neil. (1990). " Small – Group Cooperative Learning in Mathematics," in *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s.* 1990 yearbook. Edited by Thomas J. Coney and Christian R. Hirsch. p. 52 –61. Boston, Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics.

Digiacomo, Anthony J. (1997, July). " Using The National Educational Longitudinal Study to Assess The Effects of Cooperative Learning on Student Achievement," *Dissertation Abstracts International.* 58(1) : 71 – A.

Duane, James E. (1973). *Individualized Instruction- Programs and Materials.* Englewood Cliffs, New Jersey : Educational Technology Publications, Inc.

Dubois, Dion Joseph. (1991, August). " The Relationship Between Selected Student Team Learning Strategies and Student Achievement and Attitude in Middle School Mathematics," *Dissertation Abstracts International.* 52(2) : 408 –A.

Eniaiyeju, Paul A. (1983,November). " The Comparative Effects of Teacher – Demonstration and Self – Paced Instruction on Concept Acquisition and Problem – Solving Skills of College Level Chemistry Student," *Journal of Research in Science Teaching.* New York : John Wiley & Sons. edited by James A. Shymansky. 20(8):p. 795 – 801.

Fan, Chung – The. (1952). *Item Analysis Table.* Princeton, New Jersey : Educational Testing Service.

Fehr, Howard F. (1972). *Teaching Modern Mathematics in the Elementary School.* Philipines : Addison Wesley Publishing.

Ferguson, George A. (1981). *Statistical Analysis in Psychology and Education.* 5th ed. New York : McGraw – Hill.

Friel, Lisa A. (1998, September). " Mathematical Problem – Solving Strategies and Solutions Utilized by Navajo Fourth – Grade Students," *Dissertation Abstracts International.* 59(3) : 762 – A.

Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education.* 3rd ed. New York : McGraw – Hill Book Company.

Gooya, Zahra. (1994, February). " Influences of Metacognition – Based Teaching Via Problem – Solving on Students 'Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem – Solving," *Dissertation Abstracts International.* 54(8) : 2865 – A.

Harace B. English and AVC. C. English. (1967). *A Comprehensive Dictionary of Psychological and Psychoanalytical Terms.* New York : Princeton.

Hart, Lynn C. (1993, March). " Same Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem – Solving," *Journal for Research in Mathematics Education.* 24(2) : 167 – 171.

Hatfield, Mary M., Edwards, Nancy T. and Bitter,Gary G. (1993). *Mathematics Methods for the Elementary and Middle Schools.* 2nd ed. Boston : Allyn and Bacon,Inc.

Heathers, Glen. (1977, February). " A Working Definition of Individualized Instruction," *Educational Leadership.* 34(5) : 342 – 344.

Heimer, Ralph T. and Trueblood, Cecil R. (1977). *Strategies for Teaching Children Mathematics.* Washington D. C. : Addison – Wesley Publishing.

Heinig, Ruth Beall. (1981). *Creative Dramatics for the Classroom Teaching.* Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall.

Hernandez Garduno,Edna Leticia. (1998, February). " Effects of Teaching Problem – Solving Through Cooperative Learning Methods on Student Mathematics Achievement, Attitudes Toward Mathematics, Mathematics Self – Efficacy, and Metacognition," *Dissertation Abstracts International.* 58(8) : 3053 – A.

Houston, Robert W. and others. (1972). *Development Instructional Modules : A Modular System for Writing Modules.* Texas : College of Education. University of Houston.

Johnson, David W. and Johnson, T. Roger. (1990). " Using Cooperative Learning in Math," Cooperative Learning in Mathematics. New York : Addison Wesley Publishing.

Kapfer, Philip G. and Kapfer, B. Mirian. (1972). " Introduction to Learning Package," *Learning Package in American Education.* Englewood Cliffs, New Jersey : Educational Technology Publication.

Kennedy, Leonard M. (1984). *Guiding Children 's Learning of Mathematics.* 4th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing.

Kilpatrick, J.A. (1985). " Retrospective Account of The Past 25 years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving. In E. Silver (Ed.)," *Teaching and Learning Mathematical Problem* Solving : Multiple Research Perspective. p .1-15. Hillsdale, New Jersey : Lawrence Erlbaum.

Krulik, Stephen and Reys, Robert E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics.* Washington D.C. : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Maddox, Hary. (1965). *How to Study.* London : Wyman Lid.

Megarry, J. (1985). " Simulation and Games in Education, "in *The International Encyclopedia of Education : Research and Studies.* V. 8. p. 4575 -4585. Edited by Torsten Husen and T. Neville Postlethwaite. Oxford : Pergamon Press.

Moore, Kenneth D. and Jacob W. Blankenship. (1977,July-September). " Teaching Basic Science Skills Through Realistic Science Experience in the Elementary School," *Science Education.* 61(3) : 337 – 345.

Morgan, Judy Christine. (1998, June). " Individual Accountability in Cooperative Learning Groups : Its Impact on Achievement and on Attitude With Grade Three Students," *Masters Abstracts International.* 36(3) : 665.

Polya, George. (1973). *How to Solve It.* New Jersey : Princeton University Press.

_____ . (1980). " On Solving Mathematical Problems in High School," *Problem Solving in School Mathematics ; 1980 Yearbook.* Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics.

_____ . (1985). *How to Solve It.* New Jersey : Princeton University Press.

Prescott, Daniel A. (1961,February). " Basic Techniques of Studying Children, from A Report of the Conference on Child Study," *Educational Bulletin.* 18. Bangkok : Faculty of Education, Chulalongkorn University.

Rawat, D. S. and S. L. Cupta. (1970). *Educational Wastage at the Primary Level : A Hand BooK for Teacher.* New Delhi : S. K. Kitchula at Nalanda Press.

Reys, Robert E., Marilyn N. Suydum and Mary Montgomery Lindquist. (1992). *Heiping Children Learn Mathematics.* 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon,Inc.

Rupnow,Kenneth Clai. (1997, July). " Effects of Cooperative Learning on Beginning Algebra Students in the Small Private Liberal Arts College (College Students)," *Dissertation Abstracts International.* 58(1) : 76 – A.

Slavin, Robert E. (1987, November). " Cooperative Learning and Cooperative School," *Educational Leadership.* 45(3) : 7 – 13.

_____. (1990). *Cooperative Learning Theory, Research, and Practice.* Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice Hall.

Spuler, Frances Burton. (1993, November). " A Meta – Analysis of the Relative Effectiveness of Two Cooperative Learning Models in Increasing Mathematics Achievement," *Dissertation Abstracts International.* 54(5) : 1715 – A.

Suyanto, Wardan. (1999, April). " The Effects of Student Teams – Achievement Divisions on Mathematics Achievement in Yogyakarta Rural Primary Schools (Indonesia)," *Dissertation Abstracts International.* 59(10) : 3766 – A.

Suydam, Marilyn N. (1980). " Untangling Clues from Research on Problem Solving," *Problem Solving in School Mathematics.* Virginia : The National Council of teachers of Mathematics, Inc.

Taylor, Jill. (1994, August). " Socially Assisted Learning and Mathematical Problem – Solving (Vygotskian)," *Dissertation Abstracts International.* 55(2) : 633 – B.

Tougaw, Paul Willium. (1994, February). " A Study of the Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem – Solving Behaviors of Secondary School Students," *Dissertation Abstracts International.* 54(8) : 2934 -A

Vivas, David A. (1985, September). " The Design and Evaluation of a Course in "Thinking Operations" for First Graders in Venezuela," *Dissertation Abstracts International.* 46 (3) : 603 – A.

Wilson, Cynthia Louise. (1989, August). " An Analysis of a Direct Instruction Produce in Teaching Word Problem – Solving to Learning Disabled Student," *Dissertation Abstracts International.* 50(2) : 416 – A.

Wilson, James W., Maria L. Fernandez and Nelda Hadawey. (1993). " Mathematical Problem Solving," in *Research Ideas for the Classroom, (High School Mathematics).* p 57 – 78. Edited by Patricia S. Wilson. New York : Macmillan Publishing Company.

Wilson, James W. (1971). " Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," *Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning.* p. 643 –696. Edited by Benjamin S. Bloom. New York : McGraw – Hill Book Company.

Young, Carolyn. (1972, December). " Team Learning," *The Arithmetic Teacher.* 19(8) : 630 – 634.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ตารางค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 30 ข้อ
2. ตารางค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ตาราง 9 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ทฤษฎีบทปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.43	0.67	16	0.68	0.83
2	0.77	0.76	17	0.57	0.82
3	0.34	0.65	18	0.68	0.72
4	0.68	0.62	19	0.52	0.44
5	0.50	0.40	20	0.76	0.62
6	0.52	0.52	21	0.34	0.45
7	0.33	0.53	22	0.63	0.59
8	0.70	0.59	23	0.38	0.50
9	0.69	0.70	24	0.40	0.39
10	0.35	0.56	25	0.24	0.24
11	0.47	0.65	26	0.40	0.39
12	0.34	0.74	27	0.52	0.58
13	0.52	0.58	28	0.48	0.30
14	0.50	0.61	29	0.42	0.49
15	0.48	0.52	30	0.31	0.22

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) = 0.83

ตาราง 10 ค่าอำนาจจำแนก (t) และค่าความเชื่อมั่น (α - Coefficient) ของแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียน หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 49 ข้อ

ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนก (t)	ข้อที่	ค่าอำนาจจำแนก (t)
1.1	4.952	4.3	4.715
1.2	4.577	4.4	3.175
1.3	4.836	4.5	3.562
1.4	3.760	4.6	2.979
1.5	3.837	4.7	1.926
1.6	3.638	4.8	4.256
2.1	3.269	4.9	4.256
2.2	4.703	4.10	5.412
2.3	4.562	4.11	4.897
2.4	7.018	4.12	5.069
2.5	6.934	4.13	3.654
2.6	3.818	4.14	3.884
2.7	3.927	4.15	5.956
2.8	5.346	4.16	4.669
2.9	4.307	4.17	5.495
3.1	5.791	5.1	4.920
3.2	5.894	5.2	4.235
3.3	5.093	5.3	7.752
3.4	4.623	5.4	4.133
3.5	5.456	5.5	5.038
3.6	5.412	6.1	8.524
3.7	4.051	6.2	4.133
3.8	3.762	6.3	3.269
4.1	3.911	6.4	4.106
4.2	5.411		

ค่าความเชื่อมั่น (α) 0.93

ภาคผนวก ข

1. ตารางคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนกับหลังเรียนโดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวนนักเรียน 50 คน
2. ตารางคะแนนการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 13 ชุด

ตาราง 11 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนกับหลังเรียนโดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คนที่	Pre-test (30 คะแนน)	Post-test (30 คะแนน)	D	D^2	คนที่	Pre-test (30 คะแนน)	Post-test (30 คะแนน)	D	D^2
1	9	20	11	121	26	9	13	4	16
2	14	23	9	81	27	7	13	6	36
3	8	20	12	144	28	5	10	5	25
4	2	13	11	121	29	5	12	7	49
5	10	20	10	100	30	7	9	2	4
6	7	13	6	36	31	10	10	0	0
7	13	25	12	144	32	5	17	12	144
8	6	13	7	49	33	7	16	9	81
9	7	13	6	36	34	6	13	7	49
10	8	19	11	121	35	9	15	6	36
11	7	23	16	256	36	6	15	9	81
12	7	12	5	25	37	2	16	14	196
13	9	15	6	36	38	5	12	7	49
14	8	13	5	25	39	4	14	10	100
15	9	21	12	144	40	9	13	4	16
16	8	23	15	225	41	4	15	11	121
17	9	17	8	64	42	6	9	3	9
18	7	20	13	169	43	9	16	7	49
19	6	14	8	64	44	11	19	8	64
20	9	16	7	49	45	8	16	8	64
21	7	8	1	1	46	4	10	6	36
22	10	13	3	9	47	5	10	5	25
23	10	16	6	36	48	7	20	13	169
24	9	14	5	25	49	5	12	7	49
25	6	19	13	169	50	5	12	7	49

t จากตาราง $t_{(.01,df = 40)} = 2.423$

$t_{(.01,df = 60)} = 2.390$

df ต่างกัน 20 ค่า t ต่างกัน 0.033

df ต่างกัน 9 ค่า t ต่างกัน $\frac{0.033 \times 9}{20} = 0.01485$

$t_{(.01,df = 49)} = 2.423 - 0.01485 = 2.40815$

t คำนวณ $t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N\sum D^2 - \left(\sum D\right)^2}{N-1}}}$, df = N – 1

$t = \frac{395}{\sqrt{\frac{50(3767) - (395)^2}{50-1}}}$, df = 49

$t = \frac{395}{\sqrt{\frac{188350 - 156025}{49}}}$

$t = \frac{395}{\sqrt{\frac{32325}{49}}}$

$t = \frac{395}{\sqrt{659.69387}}$

$t = \frac{395}{25.684506}$

$t = 15.378921^{**}$

(** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01)

ตาราง 12 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	15	5	5	5
2	15	4	5	5
3	14	4	5	5
4	11	4	5	5
5	14	4	6	5
6	15	4	4	5
7	12	5	5	4.5
8	12	5	5	4.5
9	12	4	5	4.5
10	11	5	5	4.5
11	15	5	6	4.5
12	15	4	5	5
13	15	4	5	5
14	15	5	6	4.5
15	14	4	5	5
16	10	5	5	4.5
17	15	4	5	4.5
18	15	4	5	5
19	15	4	5	4.5
20	15	4	4	5
21	13	4	5	4.5
22	11	4	5	5
23	10	4	5	5
24	12	5	5	4.5
25	15	4	5	5
26	11	5	4	4.5
27	11	5	5	4.5
28	13	4	5	5

ตาราง 12 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	11	5	5	4.5
30	15	5	6	4.5
31	14	5	5	5
32	13	5	5	4.5
33	14	4	4	5
34	11	4	5	5
35	13	4	5	5
36	10	4	5	5
37	13	4	4	5
38	12	4	4	5
39	13	5	5	4.5
40	13	4	5	5
41	13	5	4	5
42	14	4	4	5
43	15	5	5	4.5
44	14	5	4	5
45	13	4	5	4.5
46	13	4	5	5
47	15	5	4	4.5
48	14	5	5	5
49	13	4	6	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{863}{49}}{20} \times 100 = 88.06$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{475}{49}}{12} \times 100 = 80.78$$

$E_1 / E_2 = 88.06 / 80.78$

ตาราง 13 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	11	5	7	5
2	14	5	6	5
3	12	4.5	6	5
4	12	5	6	4.5
5	11	5	7	4.5
6	13	5	5	5
7	14	4.5	7	5
8	11	5	6.5	5
9	12	5	4.5	5
10	11	5	4	5
11	13	5	7	5
12	14	4.5	6.5	4.5
13	14	4.5	6.5	4.5
14	14	5	6	5
15	11	4.5	5	5
16	10	5	2.5	5
17	10	4.5	5	5
18	14	4.5	6.5	4.5
19	12	4.5	6.5	5
20	9	5	6	5
21	11	4.5	4	5
22	10	5	5	4.5
23	14	4.5	6.5	4.5
24	11	5	5	5
25	9	5	4	5
26	13	5	7	5
27	14	5	5	5
28	12	5	6	4.5

ตาราง 13 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	11	5	3.5	5
30	13	5	6.5	5
31	14	5	4.5	5
32	14	5	5.5	5
33	11	4.5	3	5
34	10	5	5.5	4.5
35	9	5	5	4.5
36	13	4.5	7	4.5
37	10	5	4	4.5
38	10	5	4	5
39	9	5	5	5
40	11	4.5	2	5
41	13	5	4.5	5
42	10	4.5	5.5	5
43	14	5	6.5	5
44	14	5	6.5	5
45	14	4.5	6	5
46	12	5	3	4.5
47	13	5	6.5	5
48	12	5	4	5
49	13	5	6	4.5

$$E_1 = \frac{\sum X}{\frac{N}{A}} \times 100 = \frac{823.5}{\frac{49}{20}} \times 100 = 84.03$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{\frac{N}{B}} \times 100 = \frac{501}{\frac{49}{12}} \times 100 = 85.20$$

$E_1 / E_2 = 84.03 / 85.20$

ตาราง 14 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบท ของปีทาโกรัส ใช้เทคนิค STAD

นักเรียน คนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	7	4.5	6	4.5
2	10	5	6.5	5
3	10	4.5	6.5	5
4	10	4.5	6.5	5
5	8	5	5.5	5
6	10	5	6.5	5
7	9	5	6	5
8	9	4.5	4	4.5
9	9	5	6	4.5
10	8	4.5	3.5	4.5
11	10	5	6.5	5
12	8	4.5	7	4.5
13	10	4.5	7	4.5
14	10	5	6.5	5
15	10	5	6.5	5
16	7	4.5	4	5
17	10	5	7	4.5
18	9	4.5	7	4.5
19	10	5	7	4.5
20	10	5	6.5	5
21	10	5	6.5	4.5
22	8	5	6	5
23	9	4.5	6.5	4.5
24	9	4.5	5	4.5
25	8	5	6.5	5
26	8	4.5	6	5
27	8	4.5	4.5	5
28	9	4.5	6.5	5

ตาราง 14 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	7	4.5	4	4.5
30	9	5	5	5
31	10	4.5	6.5	4.5
32	10	4.5	4	4.5
33	10	5	6.5	5
34	9	5	6.5	5
35	10	4.5	5	5
36	6	4.5	7	4.5
37	10	5	6.5	5
38	7	5	4	5
39	8	4.5	6.5	5
40	10	5	6	5
41	8	4.5	5.5	4.5
42	8	5	6.5	5
43	10	5	6.5	5
44	10	4.5	6.5	4.5
45	10	5	7	4.5
46	10	4.5	5.5	5
47	10	5	6	5
48	8	4.5	6.5	4.5
49	10	4.5	6.5	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{675.5}{49}}{15} \times 100 = 91.90$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{528.5}{49}}{12} \times 100 = 89.88$$

$E_1 / E_2 = 91.90 / 89.88$

ตาราง 15 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	10	5	5	4
2	10	5	6	4.5
3	10	5	6	4
4	10	4.5	6	5
5	6	5	6	4
6	9	5	6	4.5
7	10	4.5	6	4.5
8	9	4.5	6	5
9	10	4.5	6	4
10	10	4.5	6	5
11	10	4.5	6	4.5
12	10	4.5	7	4
13	7	4.5	7	4
14	8	4.5	5	4.5
15	9	5	6	4
16	10	4.5	3	4.5
17	10	4.5	6	4
18	10	4.5	7	4
19	10	4.5	6	4
20	5	5	6	4.5
21	9	4.5	6	4
22	8	5	6	4
23	10	4.5	7	4
24	9	4.5	5	5
25	7	5	6	4.5
26	7	4.5	6	4.5
27	6	4.5	6	4.5
28	9	4.5	6	5

ตาราง 15 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	9	4.5	6	5
30	10	4.5	6	4.5
31	7	5	5	4
32	10	4.5	6	5
33	8	5	5	4
34	10	5	6	4
35	10	4.5	6	5
36	9	4.5	7	4
37	6	5	5.5	4
38	8	5	5.5	4.5
39	10	4.5	5	4.5
40	8	5	4	4
41	10	5	6	4
42	9	5	5	4
43	10	4.5	6	4.5
44	10	5	4.5	4
45	8	4.5	5	4
46	9	4.5	4.5	5
47	10	4.5	6	4.5
48	7	5	6	4
49	10	4.5	6	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{666}{49}}{15} \times 100 = 90.61$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{495.5}{49}}{12} \times 100 = 84.27$$

$E_1 / E_2 = 90.61 / 84.27$

ตาราง 16 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	10	5	5	4.5
2	10	5	7	5
3	10	4.5	6	5
4	10	5	5	5
5	7	5	6	5
6	10	5	7	5
7	10	4.5	6.5	5
8	10	5	7	5
9	10	4.5	6.5	5
10	10	5	6	5
11	10	5	7	5
12	10	4.5	6	5
13	6	4.5	6	5
14	10	5	6	5
15	7	4.5	6	5
16	10	4.5	5	5
17	9	4.5	6	5
18	6	4.5	7	5
19	10	4.5	6	5
20	7	5	7	5
21	10	4.5	5.5	5
22	10	5	6	5
23	10	4.5	7	5
24	10	5	5	5
25	9	5	7	5
26	8	4.5	7	5
27	8	4.5	6	5
28	7	5	7	5

ตาราง 16 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	10	5	6	5
30	10	5	6.5	5
31	8	5	5	4.5
32	10	5	5	5
33	7	4.5	5	5
34	7	5	7	5
35	9	5	6.5	5
36	7	4.5	6	5
37	10	5	6	5
38	8	5	7	5
39	7	4.5	5.5	5
40	8	4.5	4	5
41	8	5	5	4.5
42	8	4.5	6	5
43	10	5	7	5
44	8	5	6	4.5
45	10	4.5	6	5
46	10	5	5	5
47	10	5	6.5	5
48	7	5	6	4.5
49	8	5	7	5

$$E_1 = \frac{\sum X}{\frac{N}{A}} \times 100 = \frac{669}{\frac{49}{15}} \times 100 = 91.02$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{\frac{N}{B}} \times 100 = \frac{541}{\frac{49}{12}} \times 100 = 92.01$$

$E_1 / E_2 = 91.02 / 92.01$

ตาราง 17 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ) ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	10	5	5.5	5
2	7	4.5	7	5
3	9	4.5	6	5
4	10	4.5	5.5	5
5	10	4.5	5.5	5
6	6	4.5	7	5
7	7	5	7	5
8	8	4.5	5.5	5
9	7	4.5	5.5	5
10	9	4.5	6.5	5
11	7	4.5	6	5
12	7	4.5	6.5	5
13	7	4.5	6.5	5
14	7	4.5	6	5
15	7	4.5	6	5
16	10	5	4.5	5
17	7	4.5	5.5	5
18	7	4.5	6.5	5
19	10	4.5	6	5
20	7	4.5	6.5	5
21	9	4.5	5	5
22	8	4.5	5.5	5
23	7	4.5	6.5	5
24	10	4.5	5	5
25	8	4.5	6.5	5
26	10	5	6.5	5
27	9	5	6.5	5
28	7	4.5	6.5	5

ตาราง 17 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	10	4.5	4.5	5
30	7	4.5	5	5
31	8	5	5.5	5
32	7	4.5	5.5	5
33	9	4.5	5.5	5
34	9	4.5	6.5	5
35	10	4.5	6.5	5
36	9	4.5	6	5
37	9	4.5	5	5
38	10	4.5	6.5	5
39	10	5	5	5
40	9	4.5	0	5
41	7	5	5.5	5
42	10	4.5	4.5	5
43	7	4.5	6	5
44	10	5	6	5
45	10	4.5	6	5
46	9	4.5	5	5
47	7	4.5	5.5	5
48	10	5	6	5
49	7	4.5	6	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{636.5}{49}}{15} \times 100 = 86.60$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{526}{49}}{12} \times 100 = 89.46$$

$E_1 / E_2 = 86.60 / 89.46$

ตาราง 18 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 เรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	10	5	5	5
2	8	5	7	5
3	10	4.5	6	5
4	9	5	6	5
5	6	4.5	5.5	5
6	8	5	7	5
7	8	5	7	4.5
8	9	5	6.5	5
9	8	4.5	6	5
10	9	5	6.5	5
11	9	5	5	5
12	6	4.5	5.5	4.5
13	8	4.5	5.5	4.5
14	10	5	7	5
15	6	4.5	6	5
16	6	5	6	4.5
17	9	4.5	6	5
18	10	4.5	5.5	4.5
19	8	4.5	6	5
20	10	5	7	5
21	9	4.5	6	5
22	6	4.5	6.5	5
23	10	4.5	5.5	4.5
24	8	5	5.5	5
25	9	5	7	5
26	9	5	6	4.5
27	10	5	4.5	4.5
28	6	5	6	5

ตาราง 18 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	6	5	6	5
30	9	5	6.5	5
31	8	5	5	5
32	9	5	5.5	5
33	8	4.5	6	5
34	8	4.5	7	5
35	8	5	5.5	5
36	9	4.5	5.5	4.5
37	10	4.5	7	5
38	10	5	7	5
39	10	5	7	4.5
40	10	4.5	4.5	5
41	9	5	7	5
42	9	4.5	7	5
43	10	5	7	5
44	6	5	6	5
45	9	4.5	6	5
46	10	5	5	5
47	10	5	6.5	5
48	8	5	6.5	5
49	10	5	6.5	5

$$E_1 = \frac{\sum X}{\frac{N}{A}} \times 100 = \frac{655.5}{\frac{49}{15}} \times 100 = 89.18$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{\frac{N}{B}} \times 100 = \frac{539}{\frac{49}{12}} \times 100 = 91.67$$

$E_1 / E_2 = 89.18 / 91.67$

ตาราง 19 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	13	5	6	5
2	12	4.5	7	5
3	15	4.5	3.5	5
4	14	4.5	6	5
5	8	5	7	5
6	7	4.5	7	5
7	15	5	7	5
8	15	4.5	4.5	5
9	15	4.5	7	5
10	15	4.5	6	5
11	10	5	7	5
12	15	4.5	7	5
13	8	4.5	6	5
14	11	5	6	5
15	7	4.5	6	5
16	15	5	5.5	5
17	15	4.5	7	5
18	15	4.5	6.5	5
19	15	4.5	7	5
20	7	4.5	7	5
21	15	4.5	7	5
22	6	5	3.5	5
23	10	4.5	6.5	5
24	15	4.5	5	5
25	13	4.5	7	5
26	15	5	7	5
27	15	5	6	5
28	14	4.5	6	5

ตาราง 19 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	15	4.5	5	5
30	10	5	7	5
31	12	5	6	5
32	15	4.5	6	5
33	15	4.5	6	5
34	8	5	7	5
35	6	4.5	7	5
36	15	4.5	7	5
37	6	5	6	5
38	9	4.5	7	5
39	15	5	6.5	5
40	15	4.5	4	5
41	15	5	7	5
42	15	4.5	3.5	5
43	6	5	7	5
44	15	5	6	5
45	15	4.5	7	5
46	13	4.5	4	5
47	10	5	7	5
48	15	5	7	5
49	15	4.5	6	5

$$E_1 = \frac{\sum X}{\frac{N}{A}} \times 100 = \frac{863}{\frac{49}{20}} \times 100 = 85.71$$

$$E_2 = \frac{\sum F}{\frac{N}{B}} \times 100 = \frac{863}{\frac{49}{20}} \times 100 = 93.20$$

$E_1 / E_2 = 85.71 / 93.20$

ตาราง 20 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	13	5	6.5	5
2	14	5	7	5
3	14	5	5	5
4	14	5	6.5	5
5	12	5	6	5
6	14	4.5	6	5
7	15	4.5	7	5
8	14	4.5	4	5
9	13	4.5	4	5
10	14	4.5	6.5	5
11	14	5	4	5
12	14	5	5.5	5
13	14	4.5	6	5
14	15	5	3.5	5
15	14	4.5	6.5	5
16	14	5	6	5
17	13	5	4	5
18	14	5	5.5	5
19	14	4.5	4	5
20	14	5	7	5
21	13	4.5	4	5
22	14	5	6	5
23	15	4.5	6.5	5
24	14	5	6.5	5
25	10	4.5	6.5	5
26	12	4.5	6.5	5
27	12	4.5	6	5
28	15	5	6.5	5

ตาราง 20 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	15	4.5	6	5
30	15	4.5	6	5
31	14	5	6	5
32	14	5	6	5
33	14	4.5	0.5	5
34	12	5	6	5
35	14	5	6	5
36	14	4.5	6.5	5
37	14	5	6	5
38	15	5	6.5	5
39	15	5	5	5
40	13	4.5	0	5
41	15	5	3.5	5
42	14	5	1.5	5
43	14	5	3.5	5
44	13	5	6.5	5
45	6	4.5	3.5	5
46	14	4.5	4	5
47	14	5	6	5
48	10	4.5	6	5
49	15	5	6.5	5

$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{900.5}{49}}{20} \times 100 = 91.89$

$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{505.5}{49}}{12} \times 100 = 85.97$

$E_1 / E_2 = 91.89 / 85.97$

ตาราง 21 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 เรื่องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง ใช้เทคนิค TGT

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของการแข่งขันเกม (10 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	11	4.5	10	5
2	14	4.5	8	5
3	13	4	8	5
4	12	4	9	5
5	14	4.5	8	5
6	14	4.5	8	5
7	15	4	10	4
8	11	4	9	5
9	13	4	8	5
10	12	4	8	5
11	13	4.5	10	5
12	13	4	6	5
13	12	4	5	5
14	14	4.5	10	5
15	15	4	8	5
16	13	4	7	4
17	14	4	8	5
18	14	4	5	5
19	14	4	6	5
20	13	4.5	10	5
21	12	4	8	5
22	12	4.5	9	5
23	13	4	6	5
24	15	4	7	5
25	11	4.5	6	5
26	14	4	7	4
27	12	4	10	4
28	14	4	10	5

ตาราง 21 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (15 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของการแข่งขันเกม (10 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	10	4	9	5
30	13	4.5	9	5
31	13	4.5	9	5
32	13	4	8	5
33	13	4	8	5
34	13	4.5	7	5
35	12	4	8	5
36	13	4	7	5
37	11	4.5	8	5
38	12	4.5	5	5
39	14	4	9	4
40	14	4	6	5
41	13	4.5	7	5
42	13	4	9	5
43	13	4.5	10	5
44	15	4.5	9	5
45	13	4	8	5
46	13	4	8	5
47	14	4.5	9	5
48	13	4.5	7	5
49	12	4	9	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{842.5}{49}}{20} \times 100 = 85.97$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{633}{49}}{15} \times 100 = 86.12$$

E_1 / E_2 = 85.97 / 86.12

ตาราง 22 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , cot A ใช้เทคนิค TGT

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของการแข่งขันเกม (10 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	8	5	10	5
2	9	5	8	5
3	8	4.5	5	4.5
4	8	5	9	5
5	7	5	8	5
6	8	5	7	5
7	8	5	8	5
8	7	4.5	10	4.5
9	8	4.5	6	4
10	9	4.5	9	4.5
11	9	5	9	5
12	8	5	8	4.5
13	8	5	10	4.5
14	9	5	6	5
15	8	4.5	7	4.5
16	8	5	6	5
17	8	4.5	7	4
18	8	5	10	4.5
19	9	4.5	7	4
20	6	5	8	5
21	8	4.5	6	4
22	9	5	5	5
23	6	5	8	4.5
24	8	4.5	7	4.5
25	9	5	8	5
26	8	5	9	5
27	8	5	6	5
28	8	5	8	5

ตาราง 22 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของการแข่งขันเกม (10 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	9	4.5	7	4.5
30	9	5	9	5
31	6	5	8	5
32	8	4.5	9	4.5
33	8	4.5	4	4.5
34	9	5	6	5
35	8	5	7	5
36	8	5	6	4.5
37	10	5	8	5
38	10	5	8	5
39	9	5	6	5
40	8	4.5	8	4.5
41	8	5	7	5
42	9	4.5	8	4.5
43	10	5	8	5
44	9	5	9	5
45	8	4.5	7	4
46	8	5	10	5
47	10	5	8	5
48	9	5	8	5
49	9	5	10	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{644.5}{49}}{15} \times 100 = 87.69$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{608.5}{49}}{15} \times 100 = 82.79$$

$E_1 / E_2 = 87.69 / 82.79$

ตาราง 23 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ ใช้เทคนิค STAD

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	10	5	6	4
2	6	4.5	7	4.5
3	9	4.5	4.5	4
4	9	5	4	4
5	8	5	7	4
6	6	4.5	2.5	4.5
7	6	5	6.5	5
8	9	4.5	6	5
9	9	4.5	6	5
10	9	4.5	6.5	5
11	10	4.5	5.5	5
12	10	4.5	6	5
13	6	4.5	6.5	5
14	6	4.5	3	5
15	10	4.5	5	4
16	10	5	4	5
17	6	4.5	5	5
18	10	4.5	3	5
19	9	4.5	6.5	5
20	6	4.5	5	4.5
21	10	4.5	6	5
22	9	5	5.5	4
23	6	4.5	5	5
24	9	4.5	4	5
25	10	4.5	5.5	4.5
26	10	5	6.5	5
27	6	5	4	5
28	9	5	6.5	5

ตาราง 23 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของแบบทดสอบย่อย (7 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	9	4.5	5.5	5
30	10	4.5	7	5
31	10	5	7	4
32	9	4.5	6	5
33	8	4.5	2.5	4
34	9	5	6	4
35	9	5	6.5	5
36	9	4.5	5	5
37	8	5	4.5	4
38	6	4.5	4.5	4.5
39	6	5	6.5	5
40	9	4.5	3	4
41	9	5	5	4
42	7	4.5	5.5	4
43	9	4.5	5	5
44	9	5	6	4
45	6	4.5	5	5
46	9	5	4.5	5
47	6	4.5	5	5
48	6	5	5	4
49	6	5	6	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{A} \times 100 = \frac{\frac{632}{49}}{15} \times 100 = 85.99$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{B} \times 100 = \frac{\frac{487}{49}}{12} \times 100 = 82.82$$

E_1 / E_2 = 85.99 / 82.82

ตาราง 24 ประสิทธิภาพของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ) ใช้เทคนิค TGT

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของการแข่งขันเกม (10 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
1	8	4.5	7	5
2	8	4.5	5	5
3	10	4.5	5	5
4	10	5	9	5
5	10	5	6	5
6	8	4.5	7	5
7	8	5	8	5
8	8	5	10	5
9	8	4.5	9	5
10	8	5	7	5
11	8	4.5	8	5
12	10	4	5	5
13	8	4	10	5
14	8	4.5	8	5
15	8	4.5	6	5
16	8	5	7	5
17	8	4.5	10	5
18	8	4	8	5
19	8	4.5	6	5
20	8	4.5	8	5
21	8	4.5	6	5
22	8	5	7	5
23	8	4	8	5
24	8	5	5	5
25	8	4.5	4	5
26	8	5	9	5
27	10	5	4	5
28	10	5	9	5

ตาราง 24 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	คะแนนของแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (10 คะแนน)	คะแนนของการร่วมกิจกรรมระหว่างเรียน (5 คะแนน)	คะแนนของการแข่งขันเกม (10 คะแนน)	คะแนนของผลสำเร็จของใบกิจกรรม (5 คะแนน)
29	7	5	6	5
30	8	4.5	9	5
31	8	4.5	7	5
32	10	5	9	5
33	8	4.5	5	5
34	8	5	6	5
35	10	5	9	5
36	10	4	6	5
37	10	5	6	5
38	8	4.5	7	5
39	8	5	5	5
40	8	4.5	6	5
41	8	4.5	5	5
42	10	4.5	6	5
43	8	4.5	7	5
44	10	4.5	9	5
45	8	4.5	6	5
46	8	5	10	5
47	8	4.5	8	5
48	8	4.5	7	5
49	8	5	10	5

$$E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N}}{\frac{A}{}} \times 100 = \frac{\frac{642.5}{49}}{\frac{}{15}} \times 100 = 87.41$$

$$E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N}}{\frac{B}{}} \times 100 = \frac{\frac{595}{49}}{\frac{}{15}} \times 100 = 80.95$$

$E_1 / E_2 = 87.41 / 80.95$

ทดสอบสมมติฐานข้อ 3 ใช้สถิติ t – test

t จากตาราง $t_{(.01,\ df = 49)} = 2.408$

t คำนวณ จากสูตร $t = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{s}{\sqrt{n}}}$, df = n –1

$$t = \frac{3.1459 - 2.5}{\dfrac{0.4235}{\sqrt{50}}} \quad , \ df = 49$$

$$t = \frac{0.6459}{\dfrac{0.4235}{7.0711}}$$

$$t = \frac{0.6459}{0.05989}$$

$$t = 10.784772^{**}$$

(** มีนัยสำคัญที่ระดับ .01)

ภาคผนวก ค

1. โครงการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. คู่มือการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
4. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 13 ชุด

โครงการสอนวิชาคณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์ (ค 011) **เรื่อง**ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 **ภาคเรียนที่** 1 **จำนวน** 15 คาบ

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท เมื่อนักเรียนศึกษาบทเรียนนี้จบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
3. นำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและบทกลับไปใช้ได้

เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท เมื่อนักเรียนศึกษาบทเรียนนี้จบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้
2. บอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา, 45 องศา และ 60 องศา และอ่านค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่างๆ จากตารางได้
3. นำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ได้

เนื้อหา เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ มี 15 คาบ ดังนี้

1. ทดสอบก่อนเรียน	1 คาบ
2. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	2 คาบ
3. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	2 คาบ
4. การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้	2 คาบ
5. อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย	1 คาบ
6. อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A	1 คาบ
7. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60°	1 คาบ
8. การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง	1 คาบ
9. อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A , cot A	1 คาบ
10. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้	2 คาบ
11. ทดสอบหลังเรียน	1 คาบ
รวม	**15 คาบ**

ตาราง 25 จุดประสงค์การเรียนรู้

หัวข้อเรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	1. นักเรียนสามารถเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและบอกด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉากได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้ 3. นักเรียนสามารถหาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส 4. นักเรียนสามารถเขียนทฤษฎีบทของปีทาโกรัสในรูปของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	5. นักเรียนสามารถเขียนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและนำไปใช้ได้
3. การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้	6. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาได้
4. อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย	7. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่ 8. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันแล้วอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน 9. นักเรียนสามารถนำสมบัติความคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมไปใช้หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมได้
5. อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A	10. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ 11. นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ 12. นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าใดค่าหนึ่งให้ได้

ตาราง 25 (ต่อ)

หัวข้อเรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
6. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60°	13. นักเรียนสามารถบอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° ได้
7. การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง	14. นักเรียนสามารถอ่านค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ จากตารางได้
8. อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A	15. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามของโคเซแคนต์ เซแคนต์ และ โคแทนเจนต์ ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ 16. นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ 17. นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าใดค่าหนึ่งให้ได้
9. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้	18. นักเรียนสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้

จำนวนสัปดาห์ที่ใช้สอน

สัปดาห์ที่	แผนการสอนที่	จำนวนคาบ	แผนการสอน	เวลา (นาที)
1	-	1	Pre – test	50
	1	1	รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	50
	2	1	ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	50
	3	2	บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	50
		-	บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส	50
2	4	2	การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้	50
		-	การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้	50
	5	1	อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย	50
	6	1	อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A	50
3	7	1	อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60°	50
	8	1	การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง	50
	9	1	อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A , cot A	50
	10	2	การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้	50
		-	การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้	50
	-	1	Post - test	50

แผนการสอนที่ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

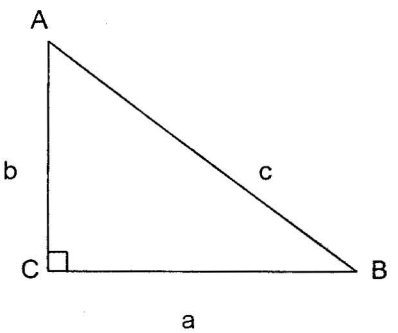
เรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

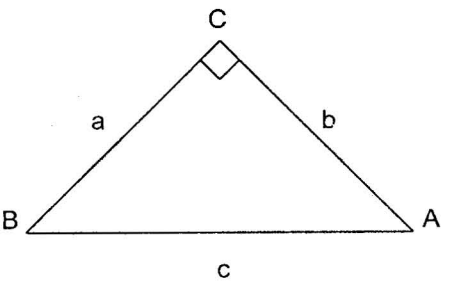
สาระสำคัญ ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและบอกด้านต่างๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉากได้
2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้
3. หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

เนื้อหา





สำหรับรูปสามเหลี่ยม ABC ใดๆ โดยทั่วไปนิยมใช้

a แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

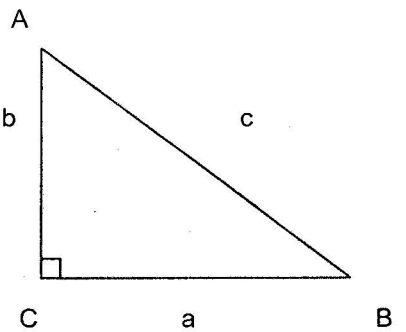
b แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม B

c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม C

จากรูป $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ด้าน BC เป็นด้านประกอบมุมฉาก ยาว a หน่วย ด้าน AC เป็นด้านประกอบมุมฉาก ยาว b หน่วย ด้าน AB เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว c หน่วย

ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส กล่าวว่า

> **ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก จะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก**



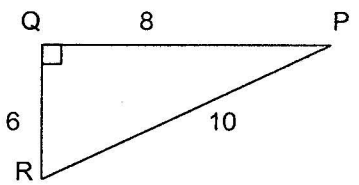
ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส จะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

1)

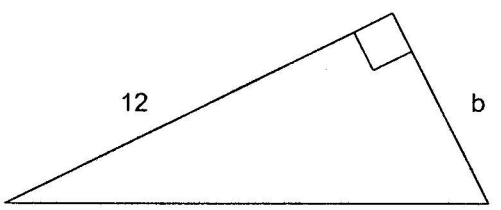


วิธีทำ จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$10^2 = 8^2 + 6^2$

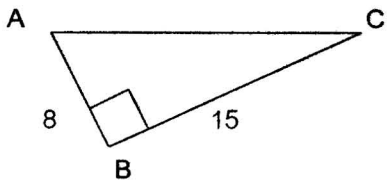
2)



วิธีทำ จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$13^2 = 12^2 + b^2$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีความยาวของด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยความยาวเป็นนิ้ว จงหาความยาวของด้าน AC



วิธีทำ จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

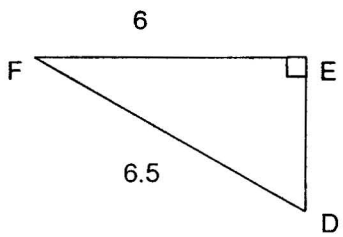
$AC^2 = 8^2 + 15^2$

$AC^2 = 64 + 225 = 289$

$AC = \sqrt{289} = 17$

ดังนั้น $AC = 17$ นิ้ว

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF มีความยาวของด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยเป็นหน่วยความยาว จงหาความยาวของด้าน DE



วิธีทำ จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

$(6.5)^2 = DE^2 + 6^2$

$42.25 = DE^2 + 36$

$DE^2 = 42.25 - 36 = 6.25$

$DE = \sqrt{6.25} = 2.5$

ดังนั้น $DE = 2.5$ หน่วย

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

1. ครูชี้แจงวิธีการเรียนแบบร่วมมือให้นักเรียนทราบ ดังนี้

1.1 ครูแนะนำทักษะพื้นฐานสำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม ระเบียบของกลุ่ม บทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม

1.2 ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน และอ่อน 1 คน นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันในการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มต้องสนใจการเรียนเพราะจะมีการทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคลภายหลังการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์จบในแต่ละคาบเรียน

1.3 นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ และปฏิบัติตามขั้นตอนของกิจกรรมเวลาที่กำหนดไว้อย่างเคร่งครัดและด้วยความซื่อสัตย์ และประเมินผลการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่ม ส่งผลงานของแต่ละกลุ่มมา 1 ชิ้น จากการทำใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเป็นกลุ่ม

2. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

1. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับส่วนประกอบและสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้รูปภาพประกอบ

2. ครูถามนักเรียนว่าใครรู้ประวัติของปีทาโกรัสบ้าง เขามีความสำคัญอย่างไร และเล่าประวัติของปีทาโกรัสอย่างย่อ ๆ ให้นักเรียนฟัง

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อนำไปสู่ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

3. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

5. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัสให้นักเรียนทุกคน โดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้ 1. แสดงแนวคิด/วิธีทำชัดเจน และคำตอบถูกต้อง 4 คะแนน 2. แสดงแนวคิด/วิธีทำไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง และได้คำตอบถูกต้อง 3 คะแนน 3. ได้คำตอบถูกต้อง โดยไม่แสดง

แนวคิด/วิธีทำ 2 คะแนน 4. แสดงวิธีหาคำตอบที่มีสิ่งบ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหา แต่ยังทำไม่สำเร็จ 1 คะแนน 5. ทำไม่ถึงเกณฑ์ตามข้อ 4 หรือไม่ทำ 0 คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 1

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 1 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 15 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 เรื่องรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. ใบกิจกรรมที่ 1
3. รูปภาพสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่แสดงส่วนประกอบต่างๆ

แผนการสอนที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) **จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที**

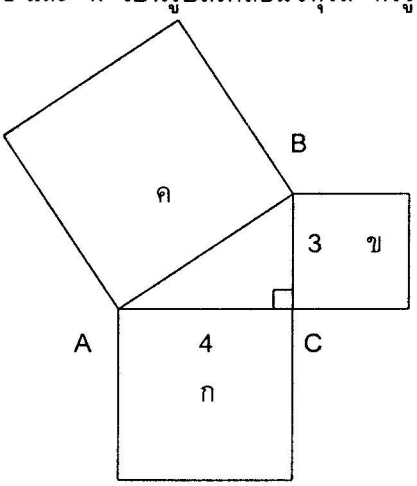
สาระสำคัญ **ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก** เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

จุดประสงค์เรียนรู้ นักเรียนสามารถ

1. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. เขียนทฤษฎีบทของปีทาโกรัสในรูปของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
3. นำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาได้

เนื้อหา

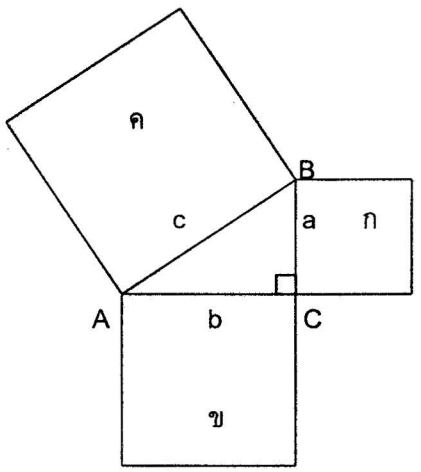
กำหนดให้ $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก AC = 4 หน่วย BC = 3 หน่วย รูปสี่เหลี่ยม ก , ข และ ค เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



จากรูป ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\overline{AB}$ ยาวเท่าไร (5 หน่วย)
2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก , ข และ ค มีพื้นที่เท่าไร (16 ตารางหน่วย , 9 ตารางหน่วย และ 25 ตารางหน่วย ตามลำดับ)
3. พื้นที่ของรูป ค สัมพันธ์กับผลบวกของพื้นที่ของรูป ก และ รูป ข อย่างไร (พื้นที่ของรูป ค เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูป ก และ รูป ข)

ถ้า $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก a , b และ c แทนความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม ก , ข และ ค เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



จากรูป ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก , ข และ ค มีพื้นที่เป็นเท่าไร (a^2 , b^2 และ c^2 ตามลำดับ)

2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้เป็นอย่างไร ($c^2 = a^2 + b^2$)

เนื่องจาก a^2 เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน BC (ด้านประกอบมุมฉาก)

b^2 เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AC (ด้านประกอบมุมฉาก)

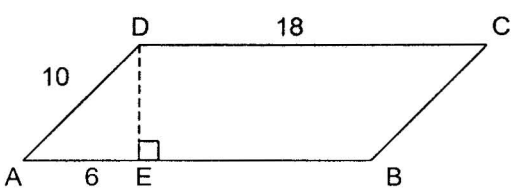
c^2 เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB (ด้านตรงข้ามมุมฉาก)

ดังนั้นจึงเขียนทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้อีกแบบหนึ่งดังนี้

> ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ที่มีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร



วิธีทำ จาก $\triangle$ ADE ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

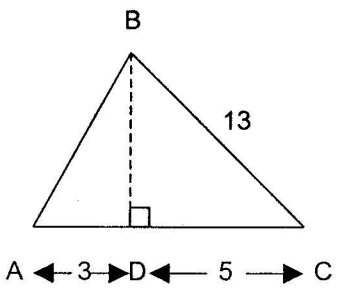
$$AD^2 = DE^2 + AE^2$$
$$DE^2 = AD^2 - AE^2$$
$$DE^2 = 10^2 - 6^2$$
$$DE^2 = 100 - 36 = 64$$
$$DE = 8$$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน = ฐาน $\times$ สูง

ดังนั้นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD = AB $\times$ DE

$$= 18 \times 8$$
$$= 144 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร



วิธีทำ จาก $\triangle$ มุมฉาก BCD ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$$BC^2 = BD^2 + CD^2$$
$$13^2 = BD^2 + 5^2$$
$$BD^2 = 13^2 - 5^2$$
$$BD^2 = 169 - 25 = 144$$
$$BD = 12$$

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

ดังนั้นพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC $= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12$$
$$= 48 \quad \text{ตารางเซนติเมตร}$$

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม 2 รูป

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 เป็นงานกลุ่มและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ให้นักเรียนทุกคน โดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่มโดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทของปีทาโกรัส การนำหลักการของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหา

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 2

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 2 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 15 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก , รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

แผนการสอนที่ 3

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส **จำนวน 2 คาบ 100 นาที**

สาระสำคัญ ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว a , b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ แล้ว จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและนำไปใช้ได้

เนื้อหา **คาบที่ 1**

กิจกรรมที่ 1

1. ให้นักเรียนหาว่า $a^2 + b^2$ เท่ากับ c^2 หรือไม่ เมื่อกำหนด a , b และ c ให้ดังนี้

(1.1) a = 6 , b = $2\frac{1}{2}$, c = $6\frac{1}{2}$

(1.2) a = 2.0 , b = 2.1 , c = 2.9

(1.3) a = 1 , b = 0.75 , c = 1.25

(1.4) a = 1.5 , b = 2.6 , c = 3.9

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมให้มีด้านทั้งสามยาวตามที่กำหนดให้ในข้อ 1 แล้ววัดขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป รูปสามเหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ ถ้าเป็นด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ข้อสังเกต ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด
ผลที่ได้จากข้อ 1 และ 2 เป็นไปตามบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ซึ่งกล่าวว่า

> ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว a , b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

กิจกรรมที่ 2 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมาให้ดังต่อไปนี้

1. 15 , 20 ,25
2. $2\sqrt{2}$, 3 , 4
3. 12 , 35 , 37

จงตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมคือ 7 , 4 , 8 หน่วย
จงตรวจสอบว่า รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
วิธีทำ ให้ ด้านที่ยาวที่สุดเป็นด้าน c ดังนั้น a = 7 , b = 4 , c = 8

$a^2 = 7^2 = 49$

$b^2 = 4^2 = 16$

$c^2 = 8^2 = 64$

$a^2 + b^2 = 49 + 16 = 65$

ดังนั้น $a^2 + b^2 \neq c^2$

แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 7, 4 , 8 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมคือ 28 , 53 , 45 หน่วย
จงตรวจสอบว่า รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
วิธีทำ ให้ ด้านที่ยาวที่สุดเป็นด้าน c ดังนั้น a = 28 , b = 45 , c = 53

$a^2 = 28^2 = 784$

$b^2 = 45^2 = 2025$

$c^2 = 53^2 = 2809$

$a^2 + b^2 = 784 + 2025 = 2809$

ดังนั้น $a^2 + b^2 = c^2$

แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 28, 53, 45 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก **ตอบ**

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนการเขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดานดำ ให้นักเรียนตอบคำถาม

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนทำเป็นงานกลุ่มและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำใบกิจกรรมที่ 3 เพื่อนำไปสู่บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

3. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

5. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสให้นักเรียนทุกคน โดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 3

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 3 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

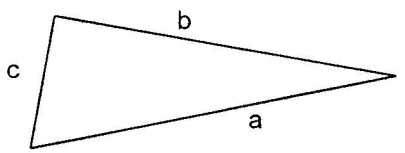
3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 3 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. ใบกิจกรรมที่ 3
3. ไม้ฉาก , ไม้บรรทัด , ไม้โพรแทรกเตอร์

เนื้อหา คาบที่ 2

ตัวอย่างที่ 1 ให้ a , b และ c เป็นความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม โดยที่ a = 13 หน่วย b = 12 หน่วย และ c = 5 หน่วย จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมดังกล่าวเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ a = 13 หน่วย , b = 12 หน่วย และ c = 5 หน่วย

จะพบว่า $a^2 = 13^2 = 169$

$b^2 = 12^2 = 144$

$c^2 = 5^2 = 25$

เพราะว่า $169 = 144 + 25$

ซึ่งอยู่ในรูป $a^2 = b^2 + c^2$

จากบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส สรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมดังกล่าวเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี a เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

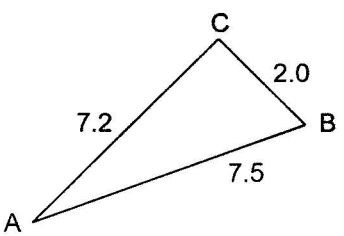
ตัวอย่างที่ 2 รูปสามเหลี่ยม ABC มี $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{AB}$ ยาว 2.0 , 7.2 และ 7.5 เซนติเมตร ตามลำดับ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

วิธีทำ ให้ a , b และ c แทนความยาวของด้าน BC , CA และ AB ของรูปสามเหลี่ยม ABC ตามลำดับ

จะได้ $a = 2.0$ เซนติเมตร

$b = 7.2$ เซนติเมตร

$c = 7.5$ เซนติเมตร



$a^2 = (2.0)^2 = 4.00$

$b^2 = (7.2)^2 = 51.84$

$c^2 = (7.5)^2 = 56.25$

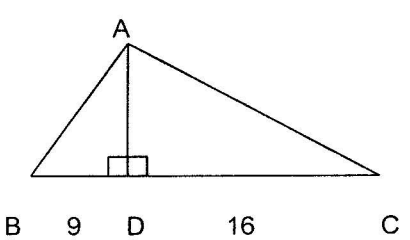
$a^2 + b^2 = 4.00 + 51.84$

$a^2 + b^2 = 55.84$

ดังนั้น $a^2 + b^2 \neq c^2$

นั่นคือ $\triangle$ ABC ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่ง $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ด้าน AD = 12 หน่วย BD = 9 หน่วย DC = 16 หน่วย ดังรูป จงแสดงว่า$\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = 9^2 + 12^2$

$AB^2 = 81 + 144 = 225$

เนื่องจาก $\triangle$ ADC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = 12^2 + 16^2$

$AC^2 = 144 + 256 = 400$

และ $BC = BD + DC$

$BC = 9 + 16 = 25$

ดังนั้น $BC^2 = 25^2 = 625$

และ $AB^2 + AC^2 = 225 + 400 = 625$

ดังนั้น $BC^2 = AB^2 + AC^2$

เพราะฉะนั้น $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมฉาก

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยให้นักเรียนออกมาเขียนบนกระดานดำ

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4 เป็นงานกลุ่มและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) ให้นักเรียนทุกคนโดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนนถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปข้อความจากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสว่าข้อความใดเป็นเหตุ ข้อความใดเป็นผล

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม

4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 4

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 4 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 4 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 เรื่องบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)
2. ใบกิจกรรมที่ 4
3. ไม้ฉาก , ไม้บรรทัด , ไม้โพรแทรกเตอร์

แผนการสอนที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่อง การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ จำนวน 2 คาบ 100 นาที

สาระสำคัญ ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสนำไปใช้หาความกว้าง ความยาว หรือ ความสูงของสิ่งต่าง ๆ ได้

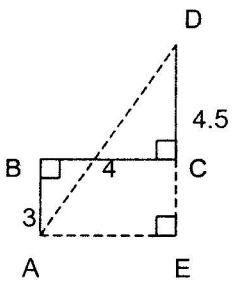
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาได้

เนื้อหา คาบที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 ลูกเสือออกเดินทางไปยังที่พักแรมแห่งหนึ่ง ตามแผนผังการเดินทาง จะต้องเดินตรงไปทางทิศเหนือของโรงเรียน 3 กิโลเมตร เลี้ยวขวาตรงไปทางทิศตะวันออก 4 กิโลเมตร แล้วตรงขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 4.5 กิโลเมตร จึงจะถึงที่พัก จงหาว่าที่พักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

วิธีทำ จากโจทย์วาดรูปได้ดังนี้



ให้ A แทนที่ตั้งโรงเรียน

AB แทนระยะห่างจากโรงเรียนไปทางทิศเหนือ 3 กิโลเมตร

BC แทนระยะห่างจาก B ไปทางทิศตะวันออก 4 กิโลเมตร

CD แทนระยะห่างจาก C ไปทางทิศเหนือ 4.5 กิโลเมตร

AD แทนระยะห่างจากโรงเรียนถึงที่พักแรม

ต่อ $\overline{DC}$ ไปทาง C พบเส้นที่ลากจาก A ขนานกับ $\overline{BC}$ ที่ E

จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCE และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี E เป็นมุมฉาก

จะได้ว่า $AD^2 = AE^2 + DE^2$

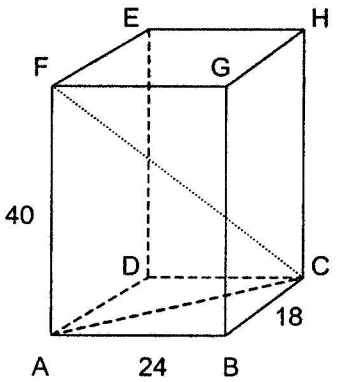
$AD^2 = 4^2 + (4.5 + 3)^2$

$AD^2 = 16 + 56.25 = 72.25$

$AD = 8.5$

ดังนั้น ที่พักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียน 8.5 กิโลเมตร

ตัวอย่างที่ 2 ABCDEFGH เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีด้าน AF ยาว 40 เซนติเมตร ด้าน AB ยาว 24 เซนติเมตร และด้าน BC ยาว 18 เซนติเมตร จงหาความยาวของ $\overline{FC}$



วิธีทำ เนื่องจากรูป $\triangle AFC$ มีมุม A เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $FC^2 = AF^2 + AC^2$

หา AC^2 จาก $\triangle ABC$

เนื่องจากรูป $\triangle ABC$ มีมุม B เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 24^2 + 18^2$

$AC^2 = 576 + 324 = 900$

จาก $FC^2 = AF^2 + AC^2$

$FC^2 = 40^2 + 900$

$FC^2 = 1600 + 900 = 2500$

$FC = 50$

นั่นคือ $\overline{FC}$ ยาว 50 เซนติเมตร

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเกี่ยวกับสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 5 เป็นงานกลุ่มและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ให้นักเรียนทุกคน โดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้โจทย์ปัญหา

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 5

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 5 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

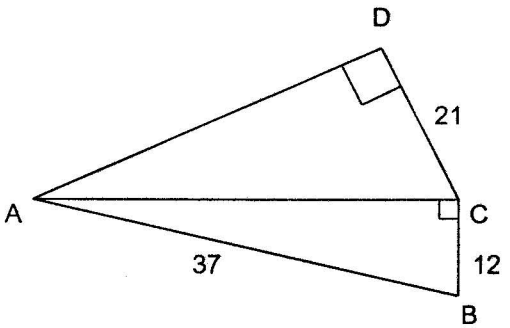
3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 5 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้
2. ใบกิจกรรมที่ 5
3. กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เช่น กล่องซอล์ก กล่องไมโล กล่องใส่แก้ว
4. ไม้บรรทัด ,ไม้โพรแทรกเตอร์
5. เชือกฟาง

เนื้อหา คาบที่ 2

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดให้ AB = 37 หน่วย BC = 12 หน่วย และ CD = 21 หน่วย จงหาความยาวของ AD และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$37^2 = AC^2 + 12^2$

$AC^2 = 37^2 - 12^2$

$AC^2 = 1369 - 144 = 1225$

AC = 35 หน่วย

เนื่องจาก $\triangle$ ADC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$35^2 = AD^2 + 21^2$

$AD^2 = 35^2 - 21^2$

$AD^2 = 1225 - 441 = 784$

AD = 28 หน่วย **ตอบ**

พื้นที่ของรูป $\square$ ABCD = พื้นที่ของรูป $\triangle$ADC + พื้นที่ของรูป $\triangle$ ABC

$= \left[\frac{1}{2} \times AD \times CD\right] + \left[\frac{1}{2} \times AC \times BC\right]$

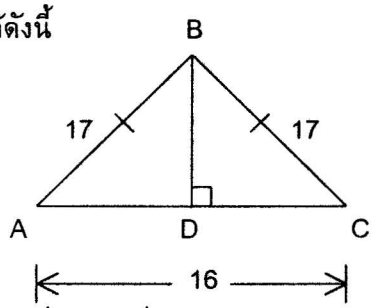
$= \left[\frac{1}{2} \times 28 \times 21\right] + \left[\frac{1}{2} \times 35 \times 12\right]$

$= 294 + 210$

$= 504$ ตารางหน่วย **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีฐานยาว 16 นิ้ว ถ้าผลบวกของด้านประกอบมุมยอดเป็น 34 นิ้ว แล้วรูปสามเหลี่ยมนี้จะมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว

วิธีทำ จากโจทย์วาดรูปได้ดังนี้



ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ด้านประกอบมุมยอด AB และ BC ยาวด้านละ 17 นิ้ว จากมุม B ลากส่วนของเส้นตรง BD มาตั้งฉากและแบ่งครึ่ง AC

ดังนั้น $AD = CD = \frac{16}{2} = 8$ นิ้ว

เนื่องจากรูป $\triangle ABD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$17^2 = 8^2 + BD^2$

$BD^2 = 17^2 - 8^2$

$BD^2 = 289 - 64 = 225$

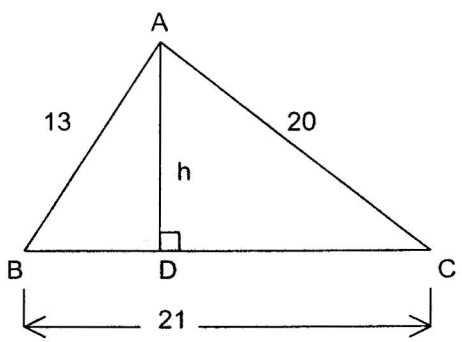
$BD = 15$ นิ้ว

พื้นที่ของรูป $\triangle$ หน้าจั่ว ABC $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120$ ตารางนิ้ว **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 จากรูป AB = 13 เซนติเมตร AC = 20 เซนติเมตร และ BC = 21 เซนติเมตร จงหาค่าของ h



วิธีทำ ให้ด้าน BD ยาว x เซนติเมตร ดังนั้นด้าน CD ยาว $21 - x$ เซนติเมตร

เนื่องจาก $\triangle$ ADC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$20^2 = h^2 + (21 - x)^2$

$h^2 = 20^2 - (21 - x)^2$ ---------- สมการ 1

เนื่องจาก $\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$13^2 = h^2 + x^2$

$h^2 = 13^2 - x^2$ ---------- สมการ 2

สมการ 1 = สมการ 2

$20^2 - (21 - x)^2 = 13^2 - x^2$

$400 - (441 - 42x + x^2) = 169 - x^2$

$400 - 441 + 42x - x^2 = 169 - x^2$

$-41 + 42x - x^2 + x^2 = 169$

$42x = 169 + 41$

$42x = 210$

$x = \frac{210}{42} = 5$

แทนค่า $x = 5$ ในสมการ 2

$h^2 = 13^2 - x^2$

$h^2 = 13^2 - 5^2$

$h^2 = 169 - 25 = 144$

$h = 12$ ซม. **ตอบ**

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนเรื่องการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมโดยยกตัวอย่างบนกระดานดำ ให้นักเรียนเขียนสูตรแสดงวิธีคิด

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ) ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 6 เป็นงานกลุ่มและให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ) ให้นักเรียนทุกคนโดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหา

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 6

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 6 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 6 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 เรื่องการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)
2. ใบกิจกรรมที่ 6
3. เชือกฟาง
4. ไม้บรรทัด , ตลับเมตร

แผนการสอนที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่อง อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย **จำนวน 1 คาบ 50 นาที**

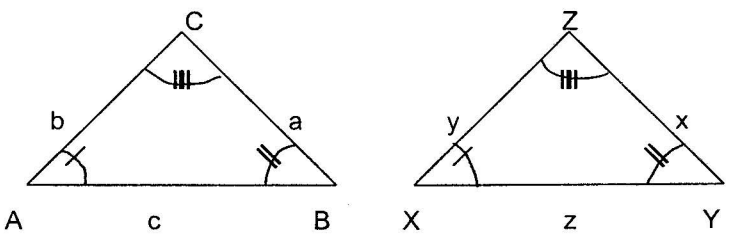
สาระสำคัญ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูป มีมุมซึ่งมีขนาดเท่ากัน 3 คู่ แล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกัน และถ้ารูปสามเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกันแล้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน จะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันแล้วอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน
3. นำสมบัติความคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมไปใช้หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม

เนื้อหา



กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม XYZ มี $B\hat{A}C = Y\hat{X}Z$, $A\hat{C}B = X\hat{Z}Y$ และ $A\hat{B}C = X\hat{Y}Z$ ให้ a , b , c , x , y และ z แทนความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมดังรูป จะได้ว่ารูป △ ABC คล้ายกับรูป △ XYZ

ใช้สัญลักษณ์ △ ABC ~ △ XYZ

จากสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมจะได้ผลตามมา คือ

$$\frac{BC}{YZ} = \frac{AC}{XZ} = \frac{AB}{XY}$$

หรือ $$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

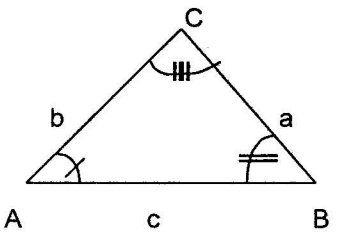
ถ้าพิจารณาทีละคู่ จะได้ผลเพิ่มเติมดังนี้

$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ ดังนั้น $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ (สมบัติการเท่ากัน)

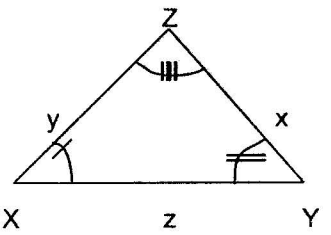
$\frac{a}{x} = \frac{c}{z}$ ดังนั้น $\frac{a}{c} = \frac{x}{z}$ (สมบัติการเท่ากัน)

$\frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ ดังนั้น $\frac{b}{c} = \frac{y}{z}$ (สมบัติการเท่ากัน)

จากผลเพิ่มเติมที่ได้มา ถ้าเรานำย้อนกลับไปพิจารณาเทียบกับรูปสามเหลี่ยมเดิมในหน้า 1 ถ้า $B\hat{A}C = Y\hat{X}Z$ ($\hat{A} = \hat{X}$) $A\hat{B}C = X\hat{Y}Z$ ($\hat{B} = \hat{Y}$) $A\hat{C}B = X\hat{Z}Y$ ($\hat{C} = \hat{Z}$) จะได้ว่า



รูป 1



รูป 2

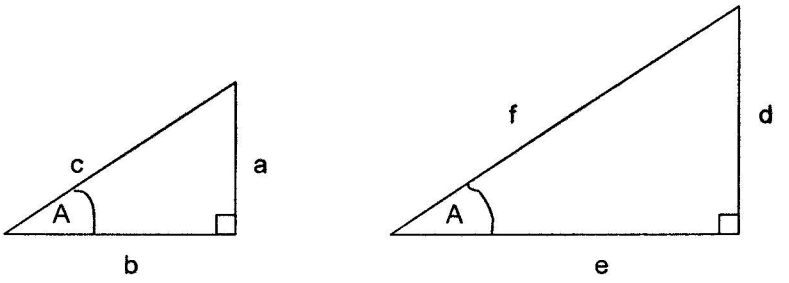
$\frac{a}{b}$ (ในรูป 1) = $\frac{x}{y}$ (ในรูป 2)

$\frac{a}{c}$ (ในรูป 1) = $\frac{x}{z}$ (ในรูป 2)

$\frac{b}{c}$ (ในรูป 1) = $\frac{y}{z}$ (ในรูป 2)

นั่นคือ **ถ้ามีรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง จะเท่ากับอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง** โดยที่ด้านของรูปสามเหลี่ยมที่หาความยาวนั้นจะต้องเป็น**ด้านที่สมนัยกัน** (คือด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน)

ในทำนองเดียวกัน ถ้ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุมแหลมเท่ากัน สมมติว่าเป็นมุม A ดังรูป



จากรูปจะพบว่ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปนี้คล้ายกัน (เพราะขนาดของมุมเท่ากัน 3 คู่)

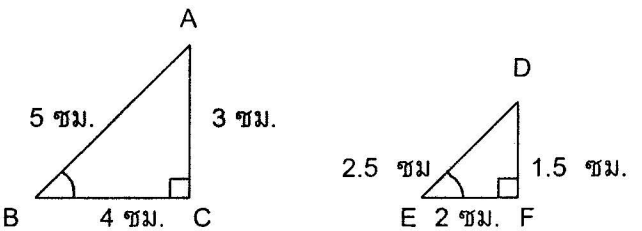
ดังนั้น $\frac{a}{c} = \frac{d}{f}$, $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$, $\frac{c}{b} = \frac{f}{e}$

สรุป ถ้ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปคล้ายกันแล้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะเท่ากับอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งเสมอ (ด้านที่กล่าวถึงนี้ต้องเป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน)

ข้อสังเกต

1. ด้านคู่ที่สมนัยกันคือด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน
2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวด้านที่สมนัยกันจะเท่ากัน
3. ถ้าอัตราส่วนของความยาวด้าน 3 คู่ ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีค่าเท่ากันแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกัน

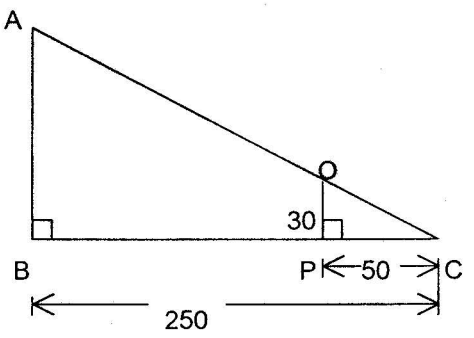
ตัวอย่างที่ 1 จากรูป $\triangle$ ABC คล้ายกับ $\triangle$ DEF หรือไม่



วิธีทำ
$$\frac{AB}{DE} = \frac{5}{2.5} = \frac{2}{1}$$
$$\frac{BC}{EF} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$
$$\frac{AC}{DF} = \frac{3}{1.5} = \frac{2}{1}$$

ดังนั้น $\triangle$ ABC $\sim$ $\triangle$ DEF (อัตราส่วนของความยาวด้าน 3 คู่เท่ากัน) **ตอบ**

ตัวอย่างที่2 กำหนดให้ $A\hat{B}C = O\hat{P}C = 90^\circ$ BC = 250 หน่วย PC = 50 หน่วย และ PO = 30 หน่วย ดังรูป จงหาความยาวของด้าน AB



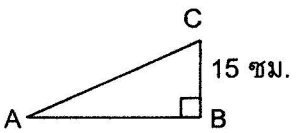
วิธีทำ จากรูป $\triangle$ ABC $\sim$ $\triangle$ OPC เนื่องจาก $A\hat{B}C = O\hat{P}C = 90^\circ$ $A\hat{C}B = O\hat{C}P$ เป็นมุมร่วม $B\hat{A}C = P\hat{O}C$ รูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของมุมเท่ากัน 2 คู่ มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันจะเท่ากัน

ดังนั้น
$$\frac{AB}{OP} = \frac{BC}{PC}$$
$$\frac{AB}{30} = \frac{250}{50}$$
$$AB = \frac{250 \times 30}{50} = 150 \text{ หน่วย}$$ **ตอบ**

หรือ
$$\frac{AB}{BC} = \frac{OP}{PC}$$
$$\frac{AB}{250} = \frac{30}{50}$$
$$AB = \frac{30 \times 250}{50} = 150 \text{ หน่วย}$$ **ตอบ**

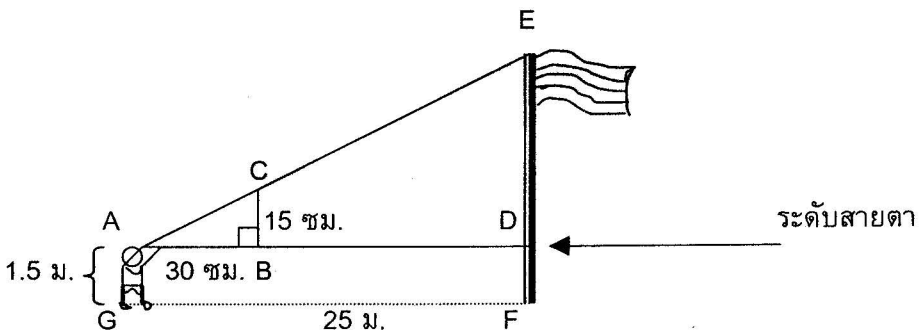
จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย สามารถนำไปใช้หาระยะทางหรือความสูงที่ไม่สะดวกต่อการวัดได้

ตัวอย่างที่ 3 นักเรียนคนหนึ่งต้องการวัดความสูงของเสาธง โดยใช้กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว 15 เซนติเมตรและ 30 เซนติเมตร ดังรูป นักเรียนคนนั้นยืนห่างจากเสาธง 25 เมตร และความสูงจากเท้าถึงระดับสายตาของเขาเท่ากับ 150 เซนติเมตร จงหาว่าเสาธงสูงเท่าไร



30 ซม.

วิธีทำ จากโจทย์วาดรูปได้ดังนี้



ความสูงของเสาธงเท่ากับ DE + DF

จากรูป $\triangle$ ABC $\sim$ $\triangle$ ADE

ดังนั้น $\dfrac{DE}{AD} = \dfrac{BC}{AB}$

BC = 15 ซม. = 0.15 ม. (1 ม. = 100 ซม.)

AB = 30 ซม. = 0.30 ม.

และ GF = AD = 25 ม.

จะได้ $\dfrac{DE}{25} = \dfrac{0.15}{0.30}$

$DE = \dfrac{0.15 \times 25}{0.30} = 12.5$ ม.

AG คือความสูงจากเท้าถึงระดับสายตาของนักเรียนเท่ากับ 150 ซม.

DF = AG = 1.5 ม.

ดังนั้นเสาธงสูง = DE + DF

= 12.5 + 1.5

= 14 เมตร ตอบ

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องรูปสามเหลี่ยมคล้าย โดยใช้รูปสามเหลี่ยมจำนวน 5 คู่ มาให้นักเรียนดูแล้วให้นักเรียนบอกว่ารูปสามเหลี่ยมคู่ใดคล้ายกัน

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30นาที)

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 7 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการทำใบกิจกรรมที่ 7 เพื่อนำไปสู่เรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

3. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 เรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

5. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้ายให้นักเรียนทุกคน โดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้ว

นำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ซึ่งจะนำไปใช้ในเรื่องของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 7

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 7 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 7 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 เรื่องอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย
2. ใบกิจกรรมที่ 7
3. รูปสามเหลี่ยมคล้าย
4. ไม้โพรแทรกเตอร์

แผนการสอนที่ 6

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A **จำนวน 1 คาบ 50 นาที**

สาระสำคัญ **ไซน์ของมุม A หรือ sin A คือ** $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A หรือ cos A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A หรือ tan A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. **บอกบทนิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้**
2. **หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้**
3. **หาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าใดค่าหนึ่งให้ได้**

เนื้อหา

จากหลักการของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากัน 3 มุม มุมต่อมุม ย่อมทำให้อัตราส่วนของความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันมีค่าเท่ากันเสมอ

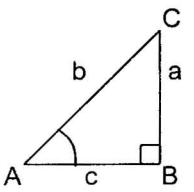
จากรูปสามเหลี่ยม ABC มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก

ถ้ากำหนดให้ มุม A เป็นมุมหลัก

$\overline{BC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุม A ยาว a หน่วย

$\overline{AC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว b หน่วย

$\overline{AB}$ เป็นด้านประชิดมุม A ยาว c หน่วย

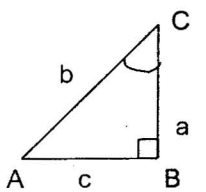


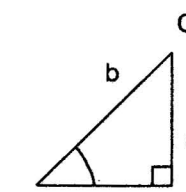
ถ้ากำหนดให้ มุม C เป็นมุมหลัก

$\overline{BC}$ เป็นด้านประชิดมุม C ยาว a หน่วย

$\overline{AC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว b หน่วย

$\overline{AB}$ เป็นด้านตรงข้ามมุม C ยาว c หน่วย





จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก ถ้าให้มุม A เป็นมุมหลัก

เรียก $\frac{BC}{AC}$ หรือ $\frac{a}{b}$ ว่า ไซน์ (sine) ของมุม A

เรียก $\frac{AB}{AC}$ หรือ $\frac{c}{b}$ ว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A

เรียก $\frac{BC}{AB}$ หรือ $\frac{a}{c}$ ว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A

โดยทั่วไปเรานิยมเขียน sin A แทน ไซน์ของมุม A

cos A แทน โคไซน์ของมุม A

tan A แทน แทนเจนต์ของมุม A

นั่นคือ $\sin A = \frac{BC}{AC}$ หรือ $\frac{a}{b}$

$\cos A = \frac{AB}{AC}$ หรือ $\frac{c}{b}$

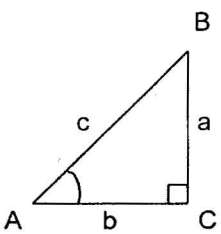
$\tan A = \frac{BC}{AB}$ หรือ $\frac{a}{c}$

สรุป ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ยึดมุมแหลมมุมหนึ่งเป็นมุมหลัก อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีดังนี้

ไซน์ของมุม A หรือ sin A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A หรือ cos A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A หรือ tan A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$



จากรูป ABC เป็น Δมุมฉาก ที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

ถ้าให้มุม A เป็นหลักจะได้ว่า $\sin A = \frac{a}{c}$

$\cos A = \frac{b}{c}$

$\tan A = \frac{a}{b}$

ถ้าให้มุม B เป็นหลักจะได้ว่า $\sin B = \frac{b}{c}$

$\cos B = \frac{a}{c}$

$\tan B = \frac{b}{a}$

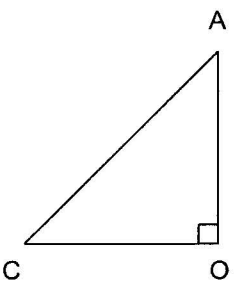
➪ **ข้อสังเกต** จากรูปสามเหลี่ยม ABC ข้างต้น

$\sin A = \cos B$

$\sin B = \cos A$

$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม AOC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{O}C$ เป็นมุมฉาก จงหาค่าไซน์ โคไซน์ และ แทนเจนต์ของมุม A และมุม C



$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

$\sin A = \frac{CO}{AC}$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{AO}{AC}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$$

$$\tan A = \frac{CO}{AO}$$

$$\sin C = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\sin C = \frac{AO}{AC}$$

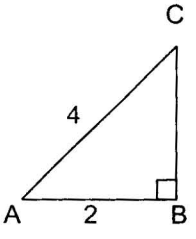
$$\cos C = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม C}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\cos C = \frac{CO}{AC}$$

$$\tan C = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม C}}$$

$$\tan C = \frac{AO}{CO}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $\triangle$ มุมฉาก ABC ดังรูป จงหา sin A , cos A , tan A , sin C , cos C , tan C



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$BC^2 = 4^2 - 2^2$

$BC^2 = 16 - 4 = 12$

$BC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$\sin A = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos A = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\tan A = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\sin C = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos C = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

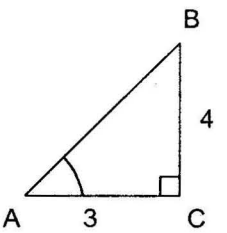
$$\tan C = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ตัวอย่างที่ 3 ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก และให้ $\tan A = \frac{4}{3}$ จงหา sin A , cos A , sin B , cos B , tan B

วิธีทำ $\tan A = \frac{4}{3}$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$$

เขียนรูปได้ดังนี้



เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 3^2 + 4^2$

$AB^2 = 9 + 16 = 25$

$AB = \sqrt{25} = 5$

$$\sin A = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \frac{3}{5}$$

$$\sin B = \frac{3}{5}$$

$$\cos B = \frac{4}{5}$$

$$\tan B = \frac{3}{4}$$

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องการถอดรากที่สองของจำนวนเต็มและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส โดยยกตัวอย่างบนกระดานดำให้นักเรียนออกมาหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 8 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 8 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A ให้นักเรียนทุกคน โดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 8

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 8 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 15 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 8 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A
2. ใบกิจกรรมที่ 8

แผนการสอนที่ 7

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° **จำนวน** 1 คาบ 50 นาที

สาระสำคัญ การหาค่า sin A , cos A และ tan A เมื่อมุม A มีขนาด 30° , 45° และ 60° อาจใช้การวัดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมหรือความรู้เกี่ยวกับวิชาเรขาคณิต

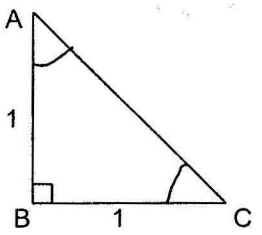
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° และนำไปใช้ได้

เนื้อหา

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 45°

สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้มีด้านประกอบมุมฉากยาวด้านละ 1 หน่วย ดังรูป



รูป $\triangle$ มุมฉาก ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วอีกชนิดหนึ่งซึ่งมุม A และมุม C มีขนาด 45° หาความยาวของด้าน AC โดยใช้ทฤษฎีของปีทาโกรัส

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 1^2 + 1^2$$

$$AC^2 = 1 + 1 = 2$$

ดังนั้น $AC = \sqrt{2} \approx 1.414$

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45°

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

แผนการสอนที่ 7

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° **จำนวน** 1 คาบ 50 นาที

สาระสำคัญ การหาค่า sin A , cos A และ tan A เมื่อมุม A มีขนาด 30° , 45° และ 60° อาจใช้การวัดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมหรือความรู้เกี่ยวกับวิชาเรขาคณิต

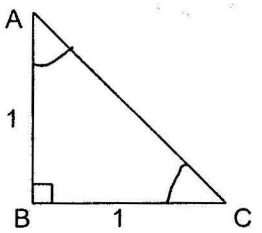
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° และนำไปใช้ได้

เนื้อหา

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 45°

สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้มีด้านประกอบมุมฉากยาวด้านละ 1 หน่วย ดังรูป



รูป $\triangle$ มุมฉาก ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วอีกชนิดหนึ่งซึ่งมุม A และมุม C มีขนาด 45° หาความยาวของด้าน AC โดยใช้ทฤษฎีของปีทาโกรัส

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 1^2 + 1^2$$

$$AC^2 = 1 + 1 = 2$$

ดังนั้น $AC = \sqrt{2} \approx 1.414$

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45°

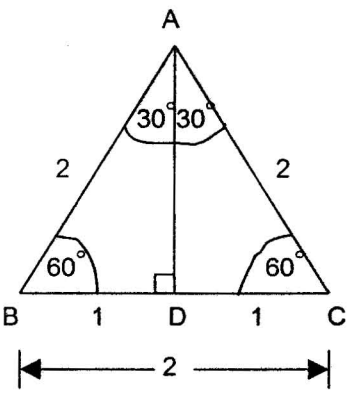
$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{หรือ} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1$$

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° และ 60°

สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ให้มีด้านยาวด้านละ 2 หน่วย มี $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ = 60° ดังรูป



จากจุดยอด A ลากเส้นตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ที่จุด D ทำให้ $B\hat{A}D$ = 30° และ BD = DC = 1 หน่วย หา AD ได้จาก

$AD^2 = AB^2 - BD^2$

$AD^2 = 2^2 - 1^2$

$AD^2 = 4 - 1 = 3$

$AD = \sqrt{3} \approx 1.732$

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ หรือ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

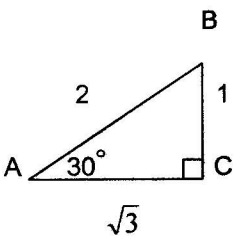
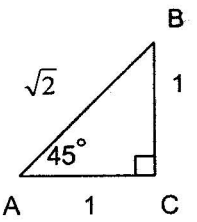
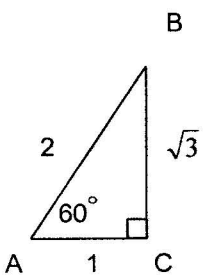
อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 60°

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

สรุปเป็นตารางได้ดังนี้

	A	sin A	cos A	tan A
	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
	45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $\cos 45^\circ \tan 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ$

วิธีทำ แทนค่า $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan 45^\circ = 1$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\cos 45^\circ \tan 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 1\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 45^\circ \tan 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $4 (\tan 30^\circ)^2 + (\sin 60^\circ)^2$

วิธีทำ แทนค่า $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$4 (\tan 30^\circ)^2 + (\sin 60^\circ)^2 = 4\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= 4\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$$

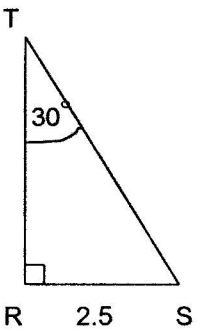
$$= \frac{(4 \times 4) + (3 \times 3)}{12}$$

$$= \frac{16 + 9}{12}$$

$$= \frac{25}{12}$$

$$4 (\tan 30^\circ)^2 + (\sin 60^\circ)^2 = 2\frac{1}{12}$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 จากรูป ถ้า RS = 2.5 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้าน ST



วิธีทำ ให้ความยาวของด้าน ST เท่ากับ x เซนติเมตร

$$\sin 30^\circ = \frac{RS}{ST}$$

แทนค่า $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, RS = 2.5 , ST = x

$$\frac{1}{2} = \frac{2.5}{x}$$

$$x \times \frac{1}{2} = 2.5$$

$$x = 2.5 \times \frac{2}{1}$$

x = 5 เซนติเมตร

ความยาวของด้าน ST = 5 เซนติเมตร **ตอบ**

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องนิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยยกตัวอย่างบนกระดานดำให้นักเรียนออกมาหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (30 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 9 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60° ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลา

ที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 9 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (10 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อยเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° ให้นักเรียนทุกคน โดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้วนำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60°

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 9

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 9 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 15 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 9 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60°
2. ใบกิจกรรมที่ 9

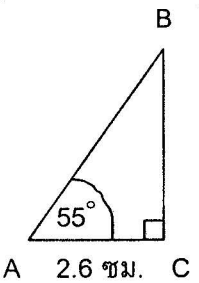
ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่อไปนี้

1. $\sin 17^\circ$
2. $\cos 4^\circ$
3. $\tan 33^\circ$
4. $\sin 46^\circ$
5. $\cos 89^\circ$

วิธีทำ จากตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ จะได้

1. $\sin 17^\circ = 0.292$
2. $\cos 4^\circ = 0.998$
3. $\tan 33^\circ = 0.649$
4. $\sin 46^\circ = 0.719$
5. $\cos 89^\circ = 0.018$

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป ด้าน BC ยาวเท่าไร (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)



วิธีทำ จากตาราง $\tan 55^\circ = 1.428$

จากรูป $\tan 55^\circ = \frac{BC}{AC}$

$\tan 55^\circ \times AC = BC$

แทนค่า $\tan 55^\circ = 1.428$, $AC = 2.6$ ซม.

$BC = 1.428 \times 2.6$

$BC \approx 3.71$ ซม.

ด้าน BC ยาวประมาณ 3.71 เซนติเมตร **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 ถ้ากำหนดให้ $\tan A = 0.650$ มุม A ประมาณกี่องศา

วิธีทำ $\tan A = 0.650$

จากตาราง $\tan 33^\circ = 0.649$

$\tan 34^\circ = 0.675$

ดังนั้น มุม A $\approx$ 33 องศา **ตอบ**

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค TGT

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° โดยให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 10 และแนะนำการใช้ตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (20 นาที)

1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

2. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 10 เรื่องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การแข่งขันเกมเชิงวิชาการ (20 นาที)

ครูให้นักเรียนแข่งขันเกมทางวิชาการชุดที่ 1 โดยจัดให้มีการแข่งขันแยกตามระดับความสามารถ เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนและนำคะแนนที่แต่ละคนทำได้ไปคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

1. ครูจัดนักเรียนเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความสามารถ กลุ่มละ 10 คน

2. ให้นักเรียนทุกคนในแต่ละกลุ่ม เลือกซองคำถามคนละ 1 ข้อ

3. นักเรียนที่เลือกซองที่ 1 , 2 , ... , 10 อ่านคำถามให้เพื่อนที่แข่งขันฟังเพื่อตอบคำถาม (ตอบลงในกระดาษเขียนตอบ) โดยใช้เวลาข้อละ 1 นาที

4. คนที่ตอบถูกคนแรกได้คะแนน 2 คะแนน คนที่ตอบถูกถัดมาได้คนละ 1 คะแนน

5. เมื่อตอบคำถามจนครบ 10 ข้อแล้ว รวมคะแนนโดยคนที่ได้คะแนนมากที่สุดในโต๊ะแข่งขันจะได้ 10 คะแนน และได้ 9 , 8 , ... , 1 ตามลำดับ แล้วนำคะแนนที่ได้กลับไปกลุ่มเดิมเพื่อรวมคะแนนของกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การยกย่องทีมที่ประสบความสำเร็จ

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนน 24 – 29 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนน 30 – 35 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนน 36 – 40 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เรื่องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. คำถามสำหรับการแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 1
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 10

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 10 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 15 คะแนน) คะแนนจากการแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 1 (ให้ 10 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 เรื่องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง
2. ใบกิจกรรมที่ 10
3. ตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการสอนที่ 9

รายวิชาคณิตศาสตร์ รหัส ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , cot A จำนวน 1 คาบ 50 นาที

สาระสำคัญ เซแคนต์ของมุม A หรือ sec A คือส่วนกลับของ cos A เมื่อ cos A $\neq$ 0 นั่นคือ

$\sec A = \frac{1}{\cos A}$ เมื่อ cos A $\neq$ 0

โคเซแคนต์ของมุม A หรือ cosec A คือส่วนกลับของ sin A เมื่อ sin A $\neq$ 0

นั่นคือ $\text{cosec} = \frac{1}{\sin A}$ เมื่อ sin A $\neq$ 0

โคแทนเจนต์ของมุม A หรือ cot A คือส่วนกลับของ tan A เมื่อ tan A $\neq$ 0

นั่นคือ $\cot = \frac{1}{\tan A}$ เมื่อ tan A $\neq$ 0

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของโคเซแคนต์ เซแคนต์ และโคแทนเจนต์ ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
3. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าใดค่าหนึ่งให้ได้

เนื้อหา

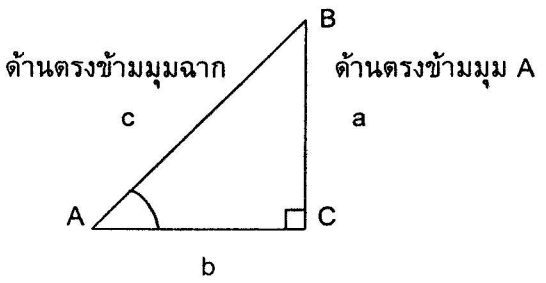
นอกจากไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์แล้ว ยังมีอัตราส่วนตรีโกณมิติอีก 3 อัตราส่วน ซึ่งกำหนดด้วยบทนิยามดังนี้

เซแคนต์ของมุม A เขียนว่า secant A หรือเขียนย่อว่า sec A คือส่วนกลับของ cos A

นั่นคือ $\sec A = \frac{1}{\cos A}$ เมื่อ cos A $\neq$ 0

โคเซแคนต์ของมุม A เขียนว่า cosecant A หรือเขียนย่อว่า cosec A คือส่วนกลับของ sin A นั่นคือ $\text{cosec } A = \frac{1}{\sin A}$ เมื่อ sin A $\neq$ 0

โคแทนเจนต์ของมุม A เขียนว่า cotangent A หรือเขียนย่อว่า cot A คือส่วนกลับของ tan A นั่นคือ $\cot A = \frac{1}{\tan A}$ เมื่อ tan A $\neq$ 0

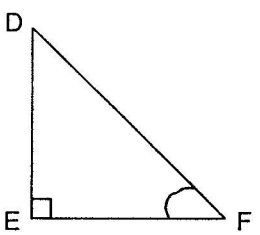


ด้านประชิดมุม A

จากรูป รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก ถ้ายึดมุม A เป็นหลัก จะได้อัตราส่วนกลับดังนี้

	เทคนิคการจำ	อัตราส่วนตรีโกณมิติ
$\text{cosec A} = \frac{1}{\sin A}$ $\text{cosec A} = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$	$\frac{\text{ฉาก}}{\text{ข้าม}}$	$\frac{c}{a}$
$\sec A = \frac{1}{\cos A}$ $\sec A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$	$\frac{\text{ฉาก}}{\text{ชิด}}$	$\frac{c}{b}$
$\cot A = \frac{1}{\tan A}$ $\cot A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$	$\frac{\text{ชิด}}{\text{ข้าม}}$	$\frac{b}{a}$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม E เป็นมุมฉาก จงหาcosec F , sec F และ cot F



วิธีทำ $\text{cosec F} = \dfrac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม F}}$

$$\text{cosec F} = \frac{DF}{DE}$$

$$\sec F = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม F}}$$

$$\sec F = \frac{DF}{EF}$$

$$\cot F = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม F}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม F}}$$

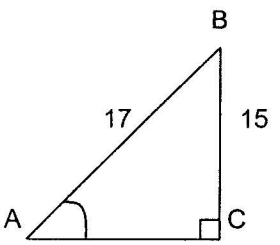
$$\cot F = \frac{EF}{DE}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin A = \frac{15}{17}$ จงหา cos A , tan A , sec A , cosec A , cot A

วิธีทำ เนื่องจาก $\sin A = \frac{15}{17}$

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

วาดรูปได้ดังนี้



$\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = 17^2 - 15^2$

$AC^2 = 289 - 225 = 64$

$AC = \sqrt{64} = 8$

$$\cos A = \frac{8}{17}$$

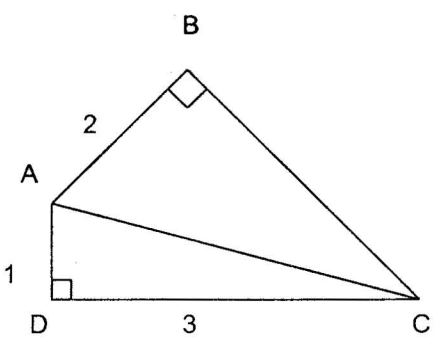
$$\tan A = \frac{15}{8}$$

$$\sec A = \frac{17}{8}$$

$$\text{cosec } A = \frac{17}{15}$$

$$\cot A = \frac{8}{15}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสี่เหลี่ยมดังต่อไปนี้ จงหา $\sin C\hat{A}D$, $\cos B\hat{A}C$, $\tan B\hat{A}C$, $\sec A\hat{C}D$, $\text{cosec } A\hat{C}D$, $\cot A\hat{C}B$



วิธีทำ $\triangle ACD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$AC^2 = 1^2 + 3^2$

$AC^2 = 1 + 9 = 10$

$AC = \sqrt{10}$

$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$BC^2 = (\sqrt{10})^2 - AB^2$

$BC^2 = 10 - 4 = 6$

$BC = \sqrt{6}$

$$\sin C\hat{A}D = \frac{3}{\sqrt{10}} \qquad \tan B\hat{A}C = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\cos B\hat{A}C = \frac{2}{\sqrt{10}} \qquad \sec A\hat{C}D = \frac{\sqrt{10}}{3}$$

$$\text{cosec } A\hat{C}D = \frac{\sqrt{10}}{1} \qquad \cot A\hat{C}B = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค TGT

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติของ sin A , cos A , tan A โดยเขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากบนกระดานดำและให้นักเรียนบอกอัตราส่วนไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (20 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 11 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , cot A ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 11 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) และให้แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การแข่งขันเกมเชิงวิชาการ (20 นาที)

ครูให้นักเรียนแข่งขันเกมทางวิชาการชุดที่ 2 โดยจัดให้มีการแข่งขันแยกตามระดับความสามารถ เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนและนำคะแนนที่แต่ละคนทำได้ไปคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

1. ครูจัดนักเรียนเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความสามารถ กลุ่มละ 10 คน
2. ให้นักเรียนทุกคนในแต่ละกลุ่ม เลือกซองคำถามคนละ 1 ข้อ

3. นักเรียนที่เลือกซองที่ 1 , 2 , ... , 10 อ่านคำถามให้เพื่อนที่แข่งขันฟังเพื่อตอบคำถาม (ตอบลงในกระดาษเขียนตอบ) โดยใช้เวลาข้อละ 1 นาที

4. คนที่ตอบถูกคนแรกได้คะแนน 2 คะแนน คนที่ตอบถูกถัดมาได้คนละ 1 คะแนน

5. เมื่อตอบคำถามจนครบ 10 ข้อแล้ว รวมคะแนนโดยคนที่ได้คะแนนมากที่สุดในโต๊ะแข่งขันจะได้ 10 คะแนน และได้ 9 , 8 , ... , 1 ตามลำดับ แล้วนำคะแนนที่ได้กลับไปกลุ่มเดิมเพื่อรวมคะแนนของกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การยกย่องทีมที่ประสบความสำเร็จ

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM	ได้คะแนน	24 – 29 คะแนน
GREATTEAM	ได้คะแนน	30 – 35 คะแนน
SUPERTEAM	ได้คะแนน	36 – 40 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , cot A

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. คำถามสำหรับการแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 2
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 11

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 11 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) คะแนนจากการแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 2 (ให้ 10 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , cot A
2. ใบกิจกรรมที่ 11

แผนการสอนที่ 10

รายวิชาคณิตศาสตร์ **รหัส ค 011** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**

เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ **จำนวน 2 คาบ 100 นาที**

สาระสำคัญ อัตราส่วนตรีโกณมิติมีประโยชน์ในการหาระยะทาง ความยาวและความสูงของสิ่งต่างๆ โดยใช้อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

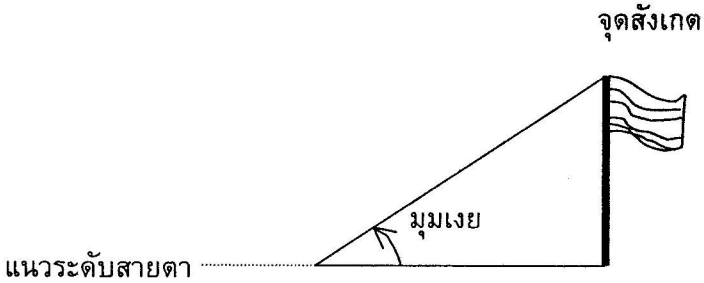
นักเรียนสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้โจทย์ปัญหาต่างๆ ได้

เนื้อหา คาบที่ 1

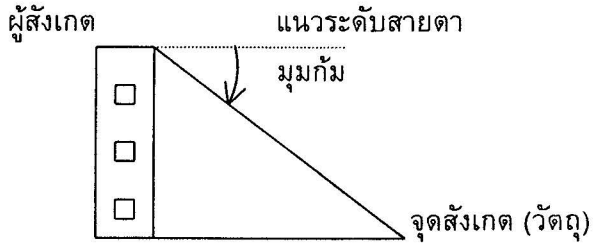
หลักการคำนวณระยะทางและความสูง

1. มุมเงย และมุมก้ม มีความหมายดังนี้

มุมเงยหรือมุมยกขึ้น คือ มุมที่วัดจากแนวระดับสายตาขึ้นไป จากการมองวัตถุซึ่งอยู่เหนือระดับสายตา ดังรูป



มุมก้มหรือมุมกดลง คือ มุมที่วัดจากระดับสายตาลงมาจากการมองวัตถุซึ่งอยู่ต่ำกว่าระดับสายตา ดังรูป



2. ในการคำนวณหาระยะทางและความสูง จะพิจารณาในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและเขียนสมการอัตราส่วนตรีโกณมิติดังนี้

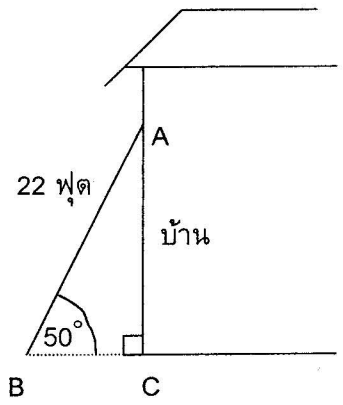
$\frac{\text{ด้านที่โจทย์ถาม}}{\text{ด้านที่โจทย์กำหนด}}$ = อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่ทราบองศา

การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหา สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เขียนรูปอย่างคร่าว ๆ แสดงถึงรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เกี่ยวข้อง
2. ระบุคำที่กำหนดให้ในรูป พร้อมทั้งให้สัญลักษณ์ส่วนที่ต้องการหา
3. เขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้าน เมื่อทราบความยาวของด้านใดด้านหนึ่ง
4. ระบุอัตราส่วนในข้อ (3) ว่าเป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมใด
5. แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่ต้องการ
6. ถ้ามีสิ่งที่ต้องการหาอีกก็หาค่าเหล่านั้น

ตัวอย่างที่ 1 บันไดยาว 22 ฟุต พิงผนังบ้าน ทำมุม 50° กับพื้น อยากทราบว่าจุดที่บันไดแตะผนังบ้านสูงจากพื้นดินเท่าไร (ตอบเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง)

วิธีทำ วาดรูปได้ดังนี้



ให้ A เป็นจุดที่บันไดแตะผนังบ้าน

AB เป็นความยาวของบันได เท่ากับ 22 ฟุต

AC เป็นความสูงของจุดที่บันไดแตะผนังบ้านจากพื้นดิน

$\frac{AC}{AB}$ = sin 50°

AC = sin 50° × AB

จากตาราง sin 50° = 0.766

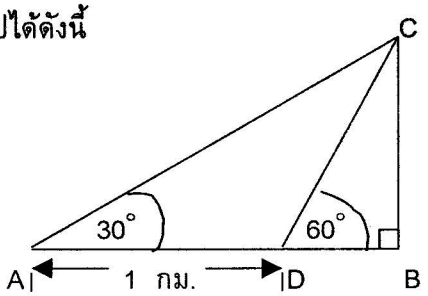
AC ≈ 0.766 × 22 ≈ 16.852

AC ≈ 16.9

ดังนั้น จุดที่บันไดแตะผนังบ้านสูงจากพื้นดินประมาณ 16.9 ฟุต **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 ชายคนหนึ่งสังเกตเห็นการลอยของลูกบอลลูนเป็นมุมเงย 30 องศา เมื่อเดินทางเข้าหาลูกบอลลูน 1 กิโลเมตร พบว่ามุมเงยเป็น 60 องศา เขาจะต้องเดินอีกกี่เมตร จึงจะอยู่ใต้ลูกบอลลูนพอดี

วิธีทำ วาดรูปได้ดังนี้



ให้ A เป็นจุดที่เขามองเห็นลูกบอลลูนเป็นมุมเงย 30°

D เป็นจุดที่เขามองเห็นลูกบอลลูนเป็นมุมเงย 60°

B เป็นจุดที่เขายืนอยู่ใต้ลูกบอลลูน

BC เป็นความสูงของบอลลูนจากพื้นดิน

AD เป็นระยะที่เขาเดินเข้าใกล้ลูกบอลลูน 1 กม.

BD เป็นระยะทางที่เขาต้องเดินเข้าไปอยู่ใต้ลูกบอลลูนพอดี

ใน △ ACD มี $A\hat{D}C$ = 180° – 60° = 120°

ดังนั้น $A\hat{C}D$ = 180° – 120° – 30° = 30°

ดังนั้น △ ACD เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

AD = CD = 1 กม.

ใน △ มุมฉาก BCD ; $\cos 60° = \frac{BD}{CD}$

$$\frac{1}{2} = \frac{BD}{1}$$

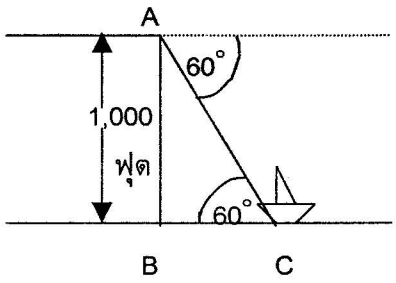
$$BD = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \text{ กม.}$$

$$BD = \frac{1}{2} \times 1{,}000 = 500 \text{ ม. (1 กม. = 1,000 ม.)}$$

∴ เขาจะต้องเดินอีก 500 เมตร จึงจะอยู่ใต้ลูกบอลลูนพอดี **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 มาโนชยืนอยู่บนหน้าผาซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 1,000 ฟุต มองเห็นเรือในทะเลเป็นมุมกัม 60° เรือลำนั้นอยู่ห่างจากหน้าผาเท่าไร

วิธีทำ วาดรูปได้ดังนี้



ให้ A เป็นจุดที่มาโนชยืนอยู่บนหน้าผา

AB เป็นความสูงของหน้าผา เท่ากับ 1,000 ฟุต

C เป็นจุดที่เรือจอดอยู่ในทะเล

BC เป็นระยะทางที่เรืออยู่ห่างจากหน้าผา

$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $\frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$

$AB = \tan 60^\circ \times BC$

$1{,}000 = \sqrt{3} \times BC$

$BC = \frac{1{,}000}{\sqrt{3}}$

$BC \approx \frac{1{,}000}{1.732} \approx 577.37$ ฟุต

∴ เรืออยู่ห่างจากหน้าผา ประมาณ 577.37 ฟุต **ตอบ**

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค STAD

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน (20 นาที)

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A เมื่อมุม A มีขนาด 30° , 45° , 60° โดยยกตัวอย่างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านทราบความยาวหนึ่งด้านและมีมุมแหลมที่ทราบค่าหนึ่งมุมบนกระดานดำและให้นักเรียนช่วยกันหาความยาวของด้านที่เหลือ

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 12 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 12 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การทดสอบย่อย (20 นาที)

1. ครูแจกแบบทดสอบย่อย เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ ให้นักเรียนทุกคนโดยทำเป็นรายบุคคล

2. ครูตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อย โดยให้คะแนนข้อสอบปรนัยข้อละ 1 คะแนน ถ้าตอบถูก และให้คะแนนเป็นศูนย์(0) ถ้าตอบข้อนั้นผิด และให้คะแนนข้อสอบอัตนัยตามเกณฑ์การให้คะแนน

ขั้นที่4 การคิดคะแนนในการพัฒนาตนเอง

นำคะแนนที่แต่ละคนทำแบบทดสอบได้ คิดคะแนนเต็มเป็น 100 คะแนน และนำไปเปรียบเทียบกับคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน คิดคะแนนการพัฒนาตนเองตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ แล้ว

นำคะแนนการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคนกลับไปกลุ่มเดิม และรวมคะแนนเป็นคะแนนของกลุ่ม โดยนำจำนวนคนในกลุ่มหารผลบวกของคะแนนทั้งหมด คะแนนที่ได้เป็นคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การยกย่องทีมที่ได้รับรางวัล

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 15 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 20 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนนเฉลี่ยของทีม 25 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 12

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 12 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

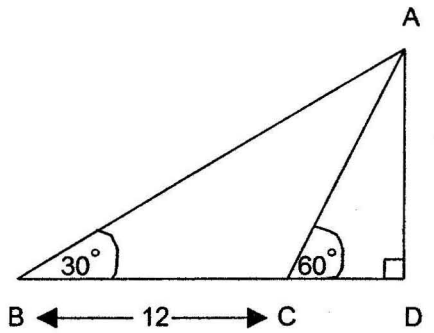
3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 12 (ให้ 7 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้
2. ใบกิจกรรมที่ 12

เนื้อหา คาบที่ 2

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป BC = 12 หน่วย AD เท่ากับเท่าไร



วิธีทำ ใน $\triangle$ ABC มี $A\hat{C}B$ = $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

ดังนั้น $B\hat{A}C$ = $180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

ดังนั้น $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

AC = BC = 12 หน่วย

ใน $\triangle$ มุมฉาก ACD ; $\sin 60^\circ = \frac{AD}{AC}$

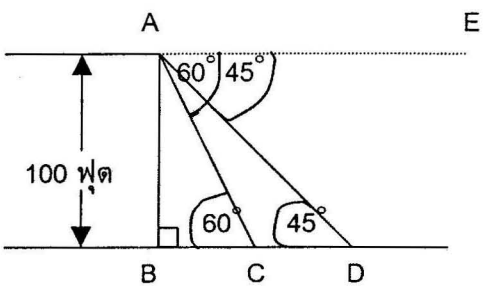
$\sin 60^\circ \times AC = AD$

$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$ หน่วย **ตอบ**

หรือ $AD \approx 6 \times 1.732 \approx 10.392$ หน่วย

ตัวอย่างที่ 2 เอกยืนอยู่บนหน้าผาสูง 100 ฟุต มองเห็นกองหินสองกองบนพื้นดินด้านล่างในแนวเดียวกัน ถ้ามุมที่สายตามองไปยังกองหินทั้งสองเป็น 60° และ 45° กับแนวระดับ ตามลำดับ อยากทราบว่ากองหินทั้งสองกองนั้นอยู่ห่างกันเท่าไร

วิธีทำ เขียนรูปได้ดังนี้



จากรูปเอกยืนอยู่ที่จุด A

AB เป็นความสูงของหน้าผา เท่ากับ 100 ฟุต

C และ D เป็นตำแหน่งของกองหิน

AE เป็นแนวเส้นระดับ

$A\hat{D}C = E\hat{A}D$ = 45° (มุมแย้งเท่ากัน)

และ $A\hat{C}B = E\hat{A}C$ = 60° (มุมแย้งเท่ากัน)

△ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC}$

$\tan 60^\circ \times BC = AB$

$\sqrt{3} \times BC = 100$

$BC = \frac{100}{\sqrt{3}}$ ฟุต

รูป△ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $\tan 45^\circ = \frac{AB}{BD}$

$\tan 45^\circ \times BD = AB$

$1 \times BD = 100$

$BD = 100$ ฟุต

CD เป็นระยะห่างของกองหินทั้งสองกอง

ดังนั้น $CD = BD - BC$

$CD = 100 - \frac{100}{\sqrt{3}}$

$CD = \frac{100\sqrt{3} - 100}{\sqrt{3}}$

$CD = \frac{100(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3}}$

$CD \approx \frac{100(1.732 - 1)}{1.732}$

$CD \approx \frac{100(0.732)}{1.732}$

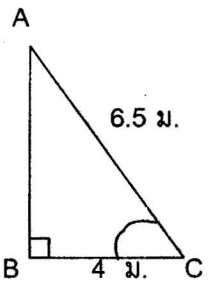
$CD \approx \frac{73.2}{1.732}$

$CD \approx 42.26$

∴ กองหินทั้งสองกองอยู่ห่างกันประมาณ 42.26 ฟุต **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 พาดบันไดไว้กับกำแพงโดยให้ปลายบันไดตอนบนจดขอบกำแพงพอดี ถ้าบันไดยาว 6.5 เมตร และโคนบันไดอยู่ห่างจากกำแพง 4 เมตร จงหาว่าบันไดทำมุมกับพื้นดินประมาณกี่องศา และกำแพงนี้สูงประมาณเท่าใด

วิธีทำ เขียนรูปได้ดังนี้



AB เป็นความสูงของกำแพง

AC เป็นความยาวของบันได เท่ากับ 6.5 เมตร

BC เป็นระยะที่โคนบันไดอยู่ห่างจากกำแพง เท่ากับ 4 เมตร

รูป Δ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $\cos C = \frac{BC}{AC}$

$\cos C = \frac{4}{6.5} = 0.61538$

จากตาราง $\cos 52^\circ = 0.616$

ดังนั้น มุม C มีขนาดประมาณ 52 องศา

$\sin C = \sin 52^\circ = \frac{AB}{AC}$

$AB = \sin 52^\circ \times AC$

จากตาราง $\sin 52^\circ = 0.788$

$AB = 0.788 \times 6.5 \approx 5.122$ เมตร

ดังนั้น บันไดทำมุมกับพื้นดินประมาณ 52 องศา
กำแพงสูงประมาณ 5.122 เมตร } **ตอบ**

กิจกรรมการเรียนการสอน ใช้เทคนิค TGT

ขั้นนำ

ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 1 การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (5 นาที)

ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนเรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A

ขั้นที่ 2 การเรียนกลุ่มย่อย (20 นาที)

1. ครูแจกชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 13 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ) ให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มทุกกลุ่ม เพื่อศึกษารายละเอียดของเนื้อหาและวิธีการดำเนินกิจกรรมซึ่งแจงรายละเอียดไว้ในชุดการเรียนคณิตศาสตร์แล้ว และนักเรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมให้ทันในเวลาที่กำหนดไว้

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ และในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรม ครูจะต้องเดินดูนักเรียนแต่ละกลุ่มว่าปฏิบัติงานกันอย่างไร พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะ ตอบข้อซักถามของนักเรียนในแต่ละกลุ่มที่มีปัญหา

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 13 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมมือกันทำ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนไปนำเสนอผลงานของกลุ่มจากการทำใบกิจกรรมที่ 13 หน้าชั้นเรียน (โดยครูอาจสุ่มเอาเป็นบางกลุ่ม) และให้แต่ละกลุ่มส่งผลงานของกลุ่ม 1 ชิ้น เพื่อประเมินผลงานของกลุ่ม

4. หลังจากทำกิจกรรมในชุดการเรียนเสร็จแล้วครูและนักเรียนช่วยกันวิเคราะห์สิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมร่วมกันและสรุปความรู้ที่ได้จากการเรียนชุดการเรียนนี้

ขั้นที่ 3 การแข่งขันเกมเชิงวิชาการ (20 นาที)

ครูให้นักเรียนแข่งขันเกมทางวิชาการชุดที่ 3 โดยจัดให้มีการแข่งขันแยกตามระดับความสามารถ เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนและนำคะแนนที่แต่ละคนทำได้ไปคิดเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม

1. ครูจัดนักเรียนเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความสามารถ กลุ่มละ 10 คน
2. ให้นักเรียนทุกคนในแต่ละกลุ่ม เลือกซองคำถามคนละ 1 ข้อ
3. นักเรียนที่เลือกซองที่ 1 , 2 , ... , 10 อ่านคำถามให้เพื่อนที่แข่งขันฟังเพื่อตอบคำถาม (ตอบลงในกระดาษเขียนตอบ) โดยใช้เวลาข้อละ 2 นาที
4. คนที่ตอบถูกคนแรกได้คะแนน 2 คะแนน คนที่ตอบถูกถัดมาได้คนละ 1 คะแนน

5. เมื่อตอบคำถามจนครบ 10 ข้อแล้ว รวมคะแนนโดยคนที่ได้คะแนนมากที่สุดในโต๊ะแข่งขันจะได้ 10 คะแนน และได้ 9 , 8 , ... , 1 ตามลำดับ แล้วนำคะแนนที่ได้กลับไปกลุ่มเดิมเพื่อรวมคะแนนของกลุ่ม

ขั้นที่ 4 การยกย่องทีมที่ประสบความสำเร็จ

ครูประกาศคะแนนของกลุ่มแต่ละกลุ่มและยกย่องดังนี้

GOODTEAM ได้คะแนน 24 – 29 คะแนน

GREATTEAM ได้คะแนน 30 – 35 คะแนน

SUPERTEAM ได้คะแนน 36 – 40 คะแนน

ขั้นวิเคราะห์ (3 นาที)

นักเรียนและครูผู้สอนช่วยกันวิเคราะห์ อภิปรายผลงานและสิ่งที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน

ขั้นสรุป (2 นาที)

นักเรียนและครูช่วยกันสรุปความรู้เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)

ขั้นประเมินผล

เครื่องมือการวัด

1. คำถามสำหรับการแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 3
2. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน
3. แบบประเมินผลงานของกลุ่ม
4. ผลงานของใบกิจกรรมที่ 13

วิธีการวัด

1. จิตพิสัย วัดความสนใจ ความรับผิดชอบ การทำงานร่วมกัน ความกระตือรือร้น มีระเบียบวินัยในการเรียน (ให้ 5 คะแนน)

2. ทักษะพิสัย วัดความสามารถในการทำกิจกรรมกลุ่ม ใบกิจกรรมที่ 13 ส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น (ให้ 5 คะแนน)

3. พุทธิพิสัย วัดความรู้ความเข้าใจ ด้วยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน (ให้ 10 คะแนน) คะแนนจากการแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 3 (ให้ 10 คะแนน)

สื่อการสอน

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13 เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)
2. ใบกิจกรรมที่ 13

คู่มือการใช้ชุดการเรียน

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองด้วยวิธีการเรียนเป็นกลุ่ม นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ ฝึกการคิด ฝึกการค้นคว้า ฝึกทักษะการแก้ปัญหา และส่งเสริมการมีปฏิสัมพันธ์กันระหว่างครูกับนักเรียน นักเรียนกับนักเรียน การแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ฝึกการเป็นผู้นำและผู้ตาม ตลอดจนการฝึกตนเองให้มีวินัยและรับผิดชอบในการทำงาน

การจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์หลากหลายรูปแบบ ใช้เทคนิคการเรียนหลายวิธี จะช่วยสร้างบรรยากาศในชั้นเรียนให้สนุกสนาน โดยมีการแลกเปลี่ยนความรู้ ฝึกการทำงานร่วมกัน รวมถึงการคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยการกระตุ้นความสนใจของนักเรียน และการเสริมแรงทางบวก จะส่งผลต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น และการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ก็จะบรรลุตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

ลักษณะของชุดการเรียนคณิตศาสตร์

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เป็นชุดการเรียนที่เป็นสื่อประสม ได้แก่ สื่อ อุปกรณ์ และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มาประยุกต์ใช้กับกิจกรรมคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์จากการปฏิบัติด้วยตนเองด้วยวิธีการเรียนเป็นกลุ่มแบบร่วมมือ

จุดประสงค์ของการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์

เพื่อช่วยแก้ไขปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการเรียงเนื้อหาจากง่ายไปยาก ให้นักเรียนศึกษาด้วยตนเองหรือศึกษาจากกลุ่มเพื่อน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ตลอดจนเป็นการสร้างบรรยากาศในชั้นเรียน กระตุ้นให้นักเรียนสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อันจะส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

องค์ประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

ชื่อเรื่อง	เป็นส่วนที่บอกให้ทราบว่าศึกษาเกี่ยวกับเรื่องอะไร
คำชี้แจง	เป็นส่วนที่อธิบายความมุ่งหมายหลักของกิจกรรมและลักษณะของกิจกรรม
จุดประสงค์การเรียนรู้	เป็นส่วนที่ระบุเป้าหมายที่จะทำให้เกิดขึ้นหลังจากนักเรียนทำกิจกรรมในชุดการเรียนนั้นจบลง
เนื้อหาสาระ	เป็นส่วนที่อธิบายให้ความรู้กับนักเรียน

กิจกรรมการเรียนการสอน	เป็นส่วนที่กำหนดให้นักเรียนได้ปฏิบัติเพื่อนำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้
สื่อการเรียนการสอน	เป็นส่วนที่ระบุว่าในชุดการเรียนนั้นมีวัสดุ อุปกรณ์ อะไรบ้าง
การประเมินผล	เป็นส่วนที่ให้นักเรียนได้ประเมินความรู้ความสามารถของตนเองจากการศึกษาด้วยชุดการเรียน

สำหรับครูผู้สอนมี แผนการสอน คู่มือในการใช้ชุดการเรียน ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ คู่มือเฉลยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือไปใช้สอนในชั้นเรียน

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

มีทั้งหมด 13 ชุด ดังนี้

1. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
2. ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)
3. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
4. บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)
5. การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้
6. การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)
7. อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย
8. อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A, cos A, tan A
9. อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° , 60°
10. การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง
11. อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A, sec A, cot A
12. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้
13. การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)

ลักษณะการใช้ชุดการเรียน

ในการใช้ชุดการเรียนให้ปฏิบัติตามคำชี้แจง ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอนให้ปฏิบัติตามแผนการสอนและฝึกทักษะด้วยแบบฝึกหัดที่สร้างขึ้นแล้วทำการทดสอบหลังใช้ชุดการเรียน

การเตรียมตัวก่อนนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือไปใช้

1. ครูผู้สอนจะต้องเข้าใจการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือ โดยใช้เทคนิค STAD และ TGT ก่อนว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร มีขั้นตอนอะไรบ้าง

2. ครูผู้สอนจะต้องศึกษาองค์ประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งมีทั้งหมด 13 ชุด และแต่ละชุดจะมีสื่อประกอบเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการสอนของชุดการเรียนคณิตศาสตร์

3. ครูผู้สอนจะต้องศึกษาคู่มือการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ แผนการสอน และการจัดการเรียนการสอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งเป็นขั้นตอนของการนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้

ขั้นตอนการนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน

1. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ไปทดสอบกับนักเรียน ในชั้นเรียน ใช้เวลาทดสอบ 50 นาที แล้วบันทึกคะแนนจากการทดสอบเป็นคะแนนก่อนเรียน (Pretest)

2. ดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการสอนในแผนการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือ และอธิบายขั้นตอนการเรียนการสอนให้นักเรียน เพื่อที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้วยความเข้าใจ ถูกต้อง ชัดเจน ดังนี้

2.1 ครูชี้แจงวิธีการเรียนแบบร่วมมือให้นักเรียนทราบ ดังนี้

2.1.1 ครูแนะนำทักษะพื้นฐานสำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม ระเบียบของกลุ่ม บทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม

2.1.2 ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน แต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 3 คน และอ่อน 1 คน นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมร่วมกันในการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มต้องสนใจการเรียนเพราะจะมีการทดสอบนักเรียนเป็นรายบุคคลภายหลังการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์จบในแต่ละคาบเรียน

2.1.3 นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ และปฏิบัติตามขั้นตอนของกิจกรรมเวลาที่กำหนดไว้อย่างเคร่งครัดและด้วยความซื่อสัตย์และประเมินผลการปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่ม ส่งผลงานของแต่ละกลุ่มมา 1 ชิ้น จากการทำใบกิจกรรม เพื่อประเมินความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเป็นกลุ่ม

2. 2 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

3. ทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากที่ได้มีการศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จเรียบร้อยแล้ว ใช้เวลา 50 นาที แล้วบันทึกผลการสอบให้เป็นคะแนนหลังเรียน (Posttest)

4. แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์นั้น ให้ครูผู้สอนนำไปใช้เป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียน พร้อมกับการประเมินผลตามสภาพจริงในการปฏิบัติกิจกรรมด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งครูผู้สอนสามารถนำผลงานของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมเก็บไว้เป็นแฟ้มสะสมงานของนักเรียน

ข้อปฏิบัติหลังการนำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือไปใช้

ครูผู้สอนให้นักเรียนตอบแบบสอบถามความคิดเห็นที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือหลังจากการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ครบทั้ง 13 ชุด

สิ่งที่ครูผู้สอน ควรทำความเข้าใจ

บทบาทของครู

1. ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการสอน ดูแลให้คำปรึกษานักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมกัน
2. เป็นผู้มอบหมายหน้าที่ความรับผิดชอบให้แก่นักเรียนทุกคนได้ปฏิบัติ
3. จัดสิ่งแวดล้อมและบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้
4. ใช้สื่อการสอนเพื่อฝึกการคิด และการแก้ปัญหา
5. ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกคิด ฝึกทำ กิจกรรมด้วยตนเอง
6. สังเกตและประเมินพัฒนาการของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ

บทบาทของนักเรียน

1. ฝึกปฏิบัติกิจกรรมจนค้นพบวิธีการของตนเอง
2. ฝึกแลกเปลี่ยนการเรียนรู้จากครูและกลุ่มเพื่อน
3. ฝึกความมีวินัยในตนเอง ทำงานแข่งกับเวลาและฝึกความรับผิดชอบในการทำงาน
4. ฝึกการค้นคว้าหาข้อมูล จากแหล่งการเรียนรู้
5. ฝึกการประเมิน และปรับปรุงตนเอง เพราะมีการวัดความก้าวหน้าของนักเรียนจากการทดสอบย่อย และวัดความก้าวหน้าของกลุ่มจากคะแนนในการพัฒนาตนเองของนักเรียนแต่ละคน

ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียน

1. ก่อนดำเนินการสอนทุกครั้ง ควรศึกษาชุดการเรียนทุกขั้นตอนอย่างละเอียดก่อนสอนเพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจ
2. เตรียมสื่อการเรียนการสอนให้พร้อมและควรทดลองใช้ก่อนสอน
3. ครูควรมีพฤติกรรมการสอน ดังนี้

    3.1 เปิดใจให้กว้าง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองอย่างทั่วถึง

    3.2 ทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะในประเด็นต่าง ๆ ที่ไม่เข้าใจหรือมีปัญหา และอำนวยความสะดวกในการเรียน

    3.3 ให้การเสริมแรงทางบวกแก่นักเรียน

    3.4 จัดบรรยากาศในชั้นเรียนให้มีความเป็นกันเอง สนุกสนาน

    3.5 ให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางของการเรียนรู้

คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

เรื่อง

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

เรื่อง รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 1 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรม นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน และนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1 แล้ว นักเรียนสามารถ

1. สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและบอกด้านต่าง ๆ ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากว่าด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ด้านใดเป็นด้านประกอบมุมฉากได้
2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้
3. หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ
1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1
2. ใบกิจกรรมที่ 1
3. ภาพรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC แสดงส่วนประกอบต่าง ๆ
4. ไม้บรรทัด

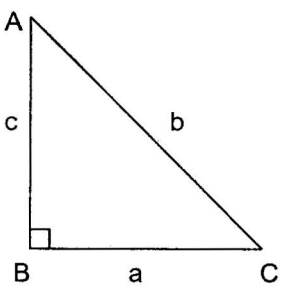
ตั้งใจเรียนให้ดีนะเพื่อความสำเร็จของตัวเองและของกลุ่ม

รูปสามเหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

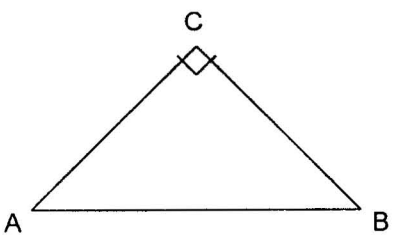
นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 30 นาที

เนื้อหารูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

พิจารณารูปต่อไปนี้



รูปที่ 1



รูปที่ 2

สำหรับรูปสามเหลี่ยม ABC ใดๆ โดยทั่วไปนิยมใช้

a แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม A

b แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม B

c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุม C

จากรูปที่ 1 เรียกรูปสามเหลี่ยม ABC ว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก

เรียกด้าน BC ว่า ด้านประกอบมุมฉาก ยาว a หน่วย

เรียกด้าน AB ว่า ด้านประกอบมุมฉาก ยาว c หน่วย

เรียกด้าน AC ว่า ด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว b หน่วย

จากรูปที่ 2 ให้นักเรียนเติมคำตอบ

เรียกรูปสามเหลี่ยม ABC ว่า รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี.....เป็นมุมฉาก

เรียกด้าน BC ว่า..... ยาว.....หน่วย

เรียกด้าน AB ว่า.....ยาว.....หน่วย

เรียกด้าน AC ว่า.....ยาว.....หน่วย

ให้นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 1

สรุปผลที่ได้จากใบกิจกรรมที่ 1 .....

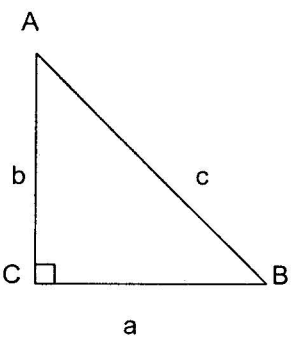
.....

เนื้อหาทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ความสัมพันธ์ของกำลังสองของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่นักเรียนหาได้เป็นไปตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส กล่าวว่า

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใด ๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากจะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก



ถ้า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ซึ่งมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

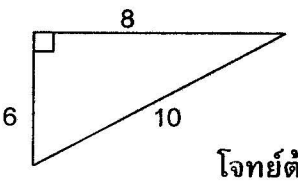
ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส จะได้ว่า

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ศึกษาตัวอย่างค่ะ

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

1)



โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

โจทย์ต้องการให้เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาว 6, 8 และ 10

จะเขียนความสัมพันธ์ได้อย่างไร

จากรูปให้ a เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ยาว 8 หน่วย

b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ยาว 6 หน่วย

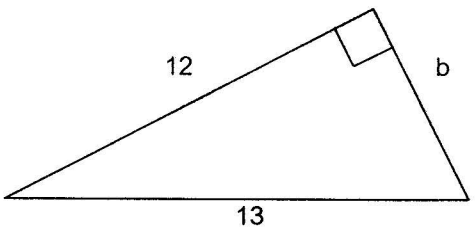
c เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว 10 หน่วย

จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า $c^2 = a^2 + b^2$

แทนค่า $a = 8, b = 6, c = 10$

ดังนั้นเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า $10^2 = 8^2 + 6^2$ **ตอบ**

2)



โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

โจทย์ต้องการให้เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาว 12, b และ 13

จะเขียนความสัมพันธ์ได้อย่างไร

จากรูปให้ c เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ยาว 12 หน่วย

b เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก ยาว b หน่วย

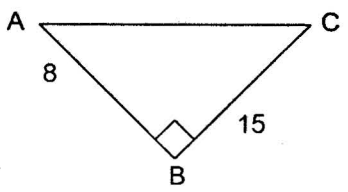
a เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว 13 หน่วย

จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า $a^2 = c^2 + b^2$

แทนค่า $a = 13, c = 12$

ดังนั้นเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า $13^2 = 12^2 + b^2$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยความยาวเป็นนิ้ว จงหาความยาวของด้าน AC



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบความยาวของด้าน AC

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

โจทย์กำหนด ด้านประกอบมุมฉาก AB ยาว 8 นิ้ว และด้านประกอบมุมฉาก BC ยาว 15 นิ้ว

มีวิธีการหาความยาวของด้าน AC ได้อย่างไร

จากรูป AC เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก AB และ BC เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ได้ดังนี้

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

แทนค่า $AB = 8, \quad BC = 15$

จะได้ว่า $AC^2 = 8^2 + 15^2$

$$AC^2 = 64 + 225 = 289$$

$$AC = \sqrt{289} = 17$$

ดังนั้น AC = 17 นิ้ว **ตอบ**

ตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร

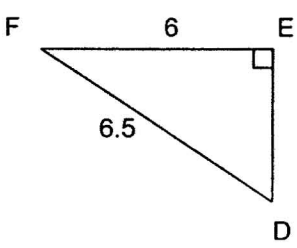
$$17^2 = 8^2 + 15^2$$

$$289 = 64 + 225$$

$$289 = 289 \quad \text{เป็นจริง}$$

พยายามทำความเข้าใจกับตัวอย่างก่อน แล้วไปทำแบบฝึกทักษะ อย่าดูเฉลยก่อน

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก DEF มีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยเป็นหน่วยความยาว จงหาความยาวของด้าน DE



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบความยาวของด้าน DE

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

โจทย์กำหนด ด้านตรงข้ามมุมฉาก DF ยาว 6.5 หน่วย

ด้านประกอบมุมฉาก EF ยาว 6 หน่วย

มีวิธีการหาความยาวของด้าน DE ได้อย่างไร

จากรูป DF เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก DE และ EF เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ได้ดังนี้

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

ดังนั้น $DE^2 = DF^2 - EF^2$

แทนค่า DF = 6.5 หน่วย, EF = 6 หน่วย

จะได้ว่า $DE^2 = (6.5)^2 - 6^2$

$DE^2 = 42.25 - 36 = 6.25$

$DE = \sqrt{6.25} = 2.5$

ดังนั้น DE = 2.5 หน่วย **ตอบ**

ตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร

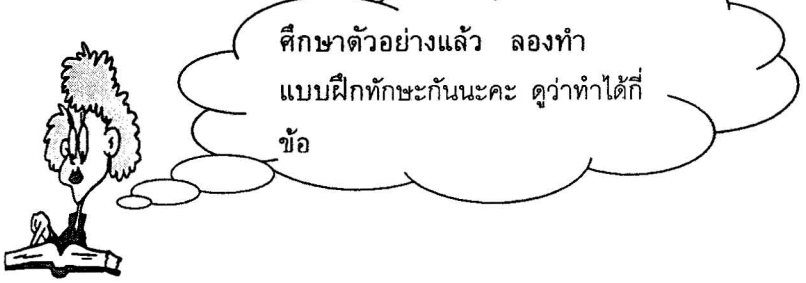
ตรวจสอบ แทนค่า DE = 2.5

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

$(6.25)^2 = (2.5)^2 + 6^2$

$42.25 = 6.25 + 36$

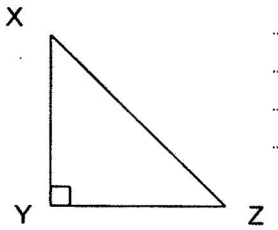
$42.25 = 42.25$ เป็นจริง



แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

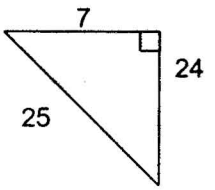
1. ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากต่อไปนี้ ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

1) เขียนความสัมพันธ์ได้อย่างไร



.....
.....
.....
.....

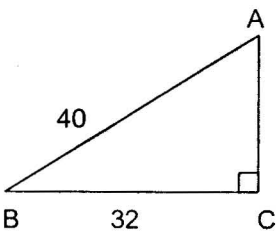
2) เขียนความสัมพันธ์ได้อย่างไร



.....
.....
.....
.....

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยเป็นหน่วยความยาว จงหาความยาวของด้าน AC

โจทย์ต้องการทราบอะไร



.....

โจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง

.....
.....

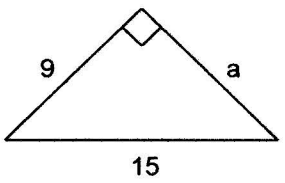
มีวิธีการหาความยาวของด้าน AC ได้อย่างไร

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร

.....
.....

3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยเป็นหน่วยความยาว ให้หาความยาวของ a



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

โจทย์กำหนดอะไรมาบ้าง

.....

.....

มีวิธีการหาความยาวของ a ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 1

จากรูปที่ 2 ให้นักเรียนเติมคำตอบ

มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

เรียกด้าน BC ว่า **ด้านประกอบมุมฉาก** ยาว **a** หน่วย

เรียกด้าน AB ว่า **ด้านตรงข้ามมุมฉาก** ยาว **c** หน่วย

เรียกด้าน AC ว่า **ด้านประกอบมุมฉาก** ยาว **b** หน่วย

สรุปผลที่ได้จากการทำใบกิจกรรมที่ 1 **ผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉากเท่ากับกำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก**

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

ข้อ 1.

1) จากรูป XZ เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

XY และ YZ เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้ดังนี้ $XZ^2 = XY^2 + YZ^2$

2) จากรูป 25 เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

7 และ 24 เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้ดังนี้ $25^2 = 7^2 + 24^2$

ข้อ 2.

โจทย์ต้องการทราบความยาวของด้าน AC

โจทย์กำหนดด้านตรงข้ามมุมฉาก AB ยาว 40 หน่วย และด้านประกอบมุมฉาก BC ยาว 32 หน่วย

วิธีการหาความยาวของด้าน AC

จากรูป AB เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก AC และ BC เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้ดังนี้ $AB^2 = AC^2 + BC^2$

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 - BC^2$

แทนค่า AB = 40 , BC = 32

จะได้ $AC^2 = 40^2 - 32^2$

$AC^2 = 1600 - 1024 = 576$

$AC = \sqrt{576} = 24$

ดังนั้น AC = 24 หน่วย

ตรวจสอบคำตอบ $40^2 = 24^2 + 32^2$

$1600 = 576 + 1024$

$1600 = 1600$ เป็นจริง

ข้อ3. โจทย์ต้องการทราบความยาวของ a

โจทย์กำหนดด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 15 หน่วย ด้านประกอบมุมฉากยาว 9 หน่วย

วิธีการหาความยาวของ a

จากรูป 15 เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ 9 เป็นความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

เขียนความสัมพันธ์ของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้ดังนี้ $15^2 = a^2 + 9^2$

ดังนั้น $a^2 = 15^2 - 9^2$

จะได้ $a^2 = 225 - 81 = 144$

$a = \sqrt{144} = 12$

ดังนั้น a = 12 หน่วย

ตรวจสอบคำตอบ $15^2 = 12^2 + 9^2$

$225 = 144 + 81$ เป็นจริง

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 1

ใบกิจกรรมที่ 1

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่1 โดยสร้างรูปตามคำสั่งในข้อ1 และข้อ2 ลงในกระดาษ พร้อมทั้งตอบคำถาม ส่งผลงานกลุ่มละ 1 ชิ้นพร้อมนำเสนอผลงาน ใช้เวลา 10 นาที

1. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ให้มีด้านประกอบมุมฉาก AB ยาว 4 ซม. และ BC ยาว 3 ซม. ให้นักเรียนวัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก AC แล้วหา
   (1) ความยาวของ $\overline{AB}$ ยกกำลังสอง
   (2) ความยาวของ $\overline{BC}$ ยกกำลังสอง
   (3) ผลบวกของผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) และข้อ (2)
   (4) ความยาวของ $\overline{AC}$ ยกกำลังสอง
   (5) ข้อ (3) และ ข้อ (4) สัมพันธ์กันอย่างไร

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากอีกรูปหนึ่ง (ตั้งชื่อเอง) ให้มีด้านประกอบมุมฉาก ยาว 6 ซม. และ 4.5 ซม. วัดความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก แล้วหา
   (1) ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านที่หนึ่งยกกำลังสอง (ดูชื่อด้านจากรูปของนักเรียนที่สร้างขึ้น)
   (2) ความยาวของด้านประกอบมุมฉากด้านที่สองยกกำลังสอง (ดูชื่อด้านจากรูปของนักเรียนที่สร้างขึ้น)
   (3) ผลบวกของผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) และข้อ (2)
   (4) ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสอง (ดูชื่อด้านจากรูปของนักเรียนที่สร้างขึ้น)
   (5) ข้อ (3) และข้อ (4) สัมพันธ์กันอย่างไร

3. นักเรียนคิดว่าในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปอื่นๆ ความสัมพันธ์ของกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากจะเป็นเช่นไร ให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันสรุป ความสัมพันธ์ของกำลังสองของความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

สรุป

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

1. (1) ความยาวของ $\overline{AB}$ ยกกำลังสองเท่ากับ 16
   (2) ความยาวของ $\overline{BC}$ ยกกำลังสองเท่ากับ 9
   (3) ผลบวกของผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) และข้อ (2) เท่ากับ 25
   (4) ความยาวของ $\overline{AC}$ ยกกำลังสองเท่ากับ 25
   (5) คำตอบของข้อ (3) และ ข้อ (4) เท่ากัน
2. (1) ด้านประกอบมุมฉากด้านที่ยาว 6 ซม.ยกกำลังสองเท่ากับ 36
   (2) ด้านประกอบมุมฉากด้านที่ยาว 4.5 ซม.ยกกำลังสองเท่ากับ 20.25
   (3) ผลบวกของผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) และข้อ (2) เท่ากับ 56.25
   (4) ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากยกกำลังสองเท่ากับ 56.25
   (5) คำตอบของข้อ (3) และ ข้อ (4) เท่ากัน
3. สรุป ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก จะเท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์
ของกำลังสองของความยาว
ของด้านของรูปสามเหลี่ยม
มุมฉากหรือยัง ถ้าเข้าใจแล้ว
กลับไปศึกษาชุดการเรียน
ถ้ายังไม่เข้าใจกลับไปทำ
กิจกรรมข้อ 1 ข้อ 2 ซ้ำ

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 1

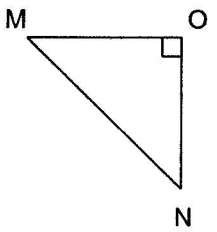
คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ที่ 1 เขียนความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ข้อ 1 – 2)

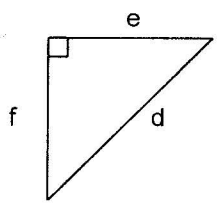
1. จากรูปความสัมพันธ์ในข้อใด<u>ไม่ถูกต้อง</u>



ก. $MO^2 = MN^2 - NO^2$ ข. $MN^2 = MO^2 + NO^2$

ค. $NO^2 = MN^2 - MO^2$ ง. $MO^2 = NO^2 + MN^2$

2. จากรูปความสัมพันธ์ในข้อใดถูกต้อง

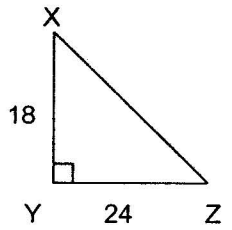


ก. $f^2 = d^2 - e^2$ ข. $e^2 = d^2 + f^2$

ค. $d^2 = f^2 - e^2$ ง. $e^2 + d^2 = f^2$

จุดประสงค์ที่ 2 หาความยาวของด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเมื่อกำหนดความยาวของด้านสองด้านให้ โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ข้อ 3 – 4)

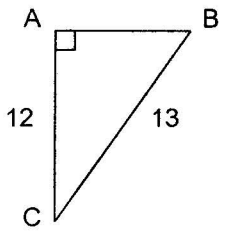
3. จากรูป XYZ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้าน XY ยาว 18 หน่วย ด้าน YZ ยาว 24 หน่วย ด้าน XZ ยาวเท่าไร



ก. 17 หน่วย ข. 25 หน่วย

ค. 30 หน่วย ง. 32 หน่วย

4. จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้าน AC ยาว 12 หน่วย ด้าน BC ยาว 13 หน่วย จงหาความยาวของด้าน AB (จงแสดงวิธีทำ 4 คะแนน)



วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

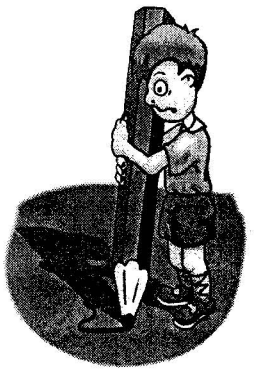
.....

.....

.....

.....

คณิตศาสตร์ (ค 011)



ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

เรื่อง

ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 2 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

ศึกษาชุดการเรียนนี้แล้วทำ
ให้ได้ตามจุดประสงค์นะครับ

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2 แล้ว นักเรียนสามารถ

1. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสองของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. เขียนทฤษฎีบทของปีทาโกรัสในรูปของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
3. นำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

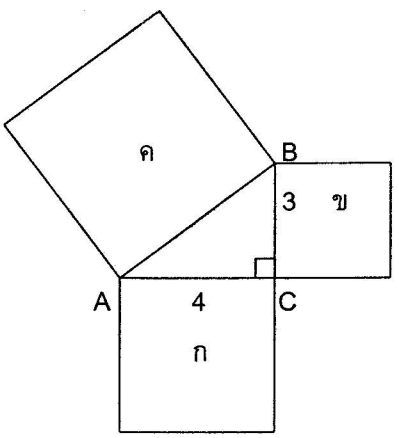
สื่อ
1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2
2. ใบกิจกรรมที่ 2
3. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ตอนที่ 1 ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 30 นาที

เนื้อหาทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

กำหนดให้ $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก AC = 4 หน่วย BC = 3 หน่วย รูปสี่เหลี่ยม ก , ข และ ค เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



จากรูป ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\overline{AB}$ ยาวเท่าไร ทราบได้อย่างไร

   ตอบ ----------

2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก , ข และ ค มีพื้นที่เท่าไร ทราบได้อย่างไร

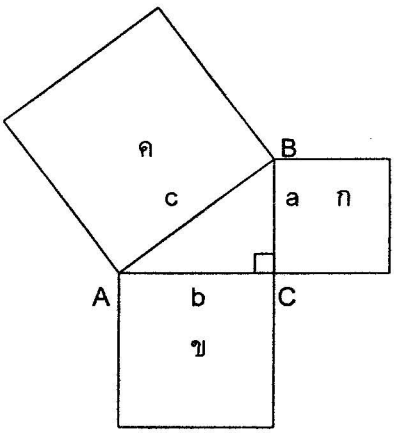
   ตอบ ----------

3. พื้นที่ของรูป ค สัมพันธ์กับผลบวกของพื้นที่ของรูป ก และ รูป ข อย่างไร

   ตอบ ----------

ช่วยผมหา คำตอบ หน่อยครับ

ถ้า $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก a , b และ c แทนความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม และรูปสี่เหลี่ยม ก , ข และ ค เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังรูป



จากรูป ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ก , ข และ ค มีพื้นที่เป็นเท่าไร

   ตอบ ----------

2. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้เป็นอย่างไร

   ตอบ ----------

เนื่องจาก a^2 เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน BC (ด้านประกอบมุมฉาก)

b^2 เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AC (ด้านประกอบมุมฉาก)

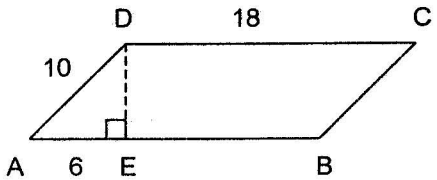
c^2 เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้าน AB (ด้านตรงข้ามมุมฉาก)

ดังนั้นจึงเขียนทฤษฎีบทของปีทาโกรัสได้อีกแบบหนึ่งดังนี้

> ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก

การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหา

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ที่มีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

จะหาพื้นที่ต้องทราบอะไรบ้าง

ส่วนสูง DE และความยาวฐาน AB

โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

ความยาวของด้าน CD , AD และ AE เท่ากับ 18 ซม. ,10 ซม.และ 6 ซม. ตามลำดับ

ส่วนใดจะต้องหา

ส่วนสูง DE และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD

มีวิธีการหาได้อย่างไร

วิธีทำ จาก $\triangle$ ADE ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$$AD^2 = DE^2 + AE^2$$

$$DE^2 = AD^2 - AE^2$$

$$DE^2 = 10^2 - 6^2$$

$$DE^2 = 100 - 36 = 64$$

$$DE = 8 \text{ ซม.}$$

$$AB = CD = 18 \text{ ซม.}$$

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน = ฐาน $\times$ สูง

ดังนั้นพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD $= AB \times DE$

$= 18 \times 8$

$= 144$ ตารางเซนติเมตร **ตอบ**

ตรวจสอบคำตอบ

$$AD^2 = DE^2 + AE^2$$

$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

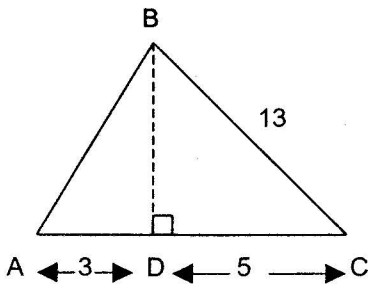
$$100 = 64 + 36 \quad \text{เป็นจริง}$$

$$\text{ฐาน} = \frac{\text{พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD}}{\text{ส่วนสูง}}$$

$$18 = \frac{144}{8}$$

$$18 = 18 \quad \text{เป็นจริง}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีความยาวด้านตามตัวเลขที่กำกับด้าน มีหน่วยความยาวเป็นเซนติเมตร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

จะหาพื้นที่ต้องทราบอะไรบ้าง

ความยาวฐาน AC และส่วนสูง BD

โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

โจทย์กำหนดให้ AD = 3 ซม. CD = 5 ซม. และ BC = 13 ซม.

ส่วนใดจะต้องหา

ส่วนสูง BD และ พื้นที่สามเหลี่ยม ABC

มีวิธีการหาได้อย่างไร

วิธีทำ จาก $\triangle$ BCD ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

.....

.....

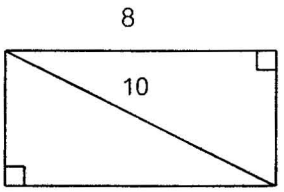
.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ให้ตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว



โจทย์ต้องการทราบอะไร

จะหาพื้นที่ต้องทราบอะไรบ้าง

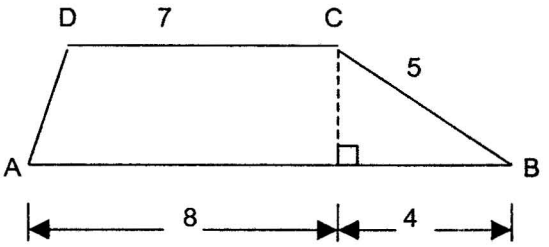
โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

ส่วนใดจะต้องหา

มีวิธีการหาได้อย่างไร

ตรวจสอบคำตอบ

2. จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD ให้ตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วยความยาว



โจทย์ต้องการทราบอะไร

จะหาพื้นที่ต้องทราบอะไรบ้าง

โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

ส่วนใดจะต้องหา

มีวิธีการหาได้อย่างไร

ตรวจสอบคำตอบ

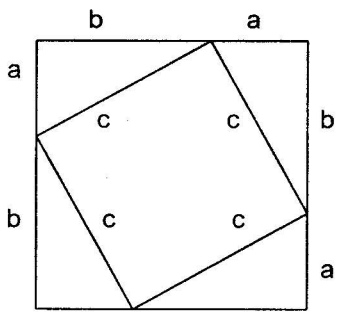
ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 2

ใบกิจกรรมที่ 2

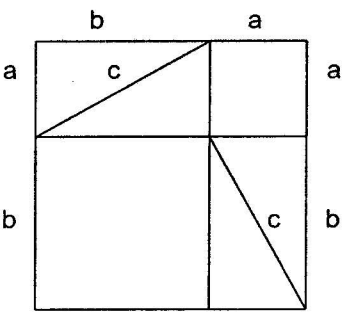
คำสั่ง ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ ใช้เวลา 5 นาที

1. ตัดกระดาษเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากขนาดเท่ากัน 8 รูป โดยให้ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว c หน่วย ด้านประกอบมุมฉากยาว a และ b หน่วย และตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว a , b และ c หน่วย อย่างละ 1 รูป

2. ให้นักเรียนนำรูปที่ตัดได้มาต่อกันเป็นรูป ก และ รูป ข ดังรูป



รูป ก



รูป ข

จากรูป จงตอบคำถามต่อไปนี้

(1) รูป ก และ รูป ข ที่ได้ทั้งสองรูปเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือไม่ เพราะเหตุใด

(2) รูป ก และ รูป ข มีพื้นที่เท่ากันหรือไม่ ทราบได้อย่างไร

(3) เมื่อนำรูปสามเหลี่ยมทั้งหมดออกจากรูป ก และ รูป ข พื้นที่ของรูปที่เหลือเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

(4) พื้นที่ของรูป ก ที่เหลือเป็นเท่าไร และพื้นที่ของรูป ข ที่เหลือเป็นเท่าไร

(5) จากคำตอบในข้อ (3) และข้อ (4) จงเขียนความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปที่เหลือ

(6) ผลที่ได้ในข้อ (5) เป็นไปตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส หรือไม่

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 2

จากรูป ตอบคำถามดังนี้

1. $\overline{AB}$ ยาว 5 หน่วย

2. รูป ก มีพื้นที่ 16 ตารางหน่วย รูป ข มีพื้นที่ 9 ตารางหน่วย รูป ค มีพื้นที่ 25 ตารางหน่วย

3. พื้นที่ของรูป ค เท่ากับผลบวกของพื้นที่ของรูป ก และ รูป ข

จากรูป ตอบคำถามดังนี้

1. รูป ก มีพื้นที่ a^2 ตารางหน่วย รูป ข มีพื้นที่ b^2 ตารางหน่วย รูป ค มีพื้นที่ c^2 ตารางหน่วย

2. $c^2 = a^2 + b^2$

ตัวอย่างที่ 2

วิธีทำ จาก $\triangle$BCD ตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$BC^2 = BD^2 + CD^2$

$BD^2 = BC^2 - CD^2$

$BD^2 = 13^2 - 5^2$

$BD^2 = 169 - 25 = 144$

$BD = \sqrt{144} = 12$ ซม.

พื้นที่ของรูป $\triangle$ ABC $= \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$AC = 3 + 5 = 8$ ซม.

ดังนั้น พื้นที่ของรูป $\triangle$ ABC $= \frac{1}{2} \times 8 \times 12$

$= 48$ ตารางเซนติเมตร

ตรวจคำตอบ

$BC^2 = BD^2 + CD^2$

$13^2 = 12^2 + 5^2$

$169 = 144 + 25$

$169 = 169$ เป็นจริง

ความยาวของฐาน = $\frac{\text{พื้นที่ของรูป } \Delta ABC \times 2}{\text{ส่วนสูง}}$

$$8 = \frac{48 \times 2}{12}$$

$$8 = 8$$

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

ข้อ1. โจทย์ต้องการทราบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จะหาพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าจะต้องทราบ ด้านกว้าง และ ด้านยาว

โจทย์กำหนดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาว ยาวเท่ากับ 8 หน่วย เส้นทแยงมุมยาว 10 หน่วย ส่วนที่จะต้องหาคือ ความยาวของด้านกว้าง

วิธีทำ ให้ด้านกว้างของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว a หน่วย

จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$10^2 = 8^2 + a^2$

$a^2 = 10^2 - 8^2$

$a^2 = 100 - 64 = 36$

$a = 6$ หน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง × ยาว

= 6 × 8

= 48 ตารางหน่วย

ตรวจสอบคำตอบ

ความยาวของด้านยาว = $\frac{\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า}}{\text{ความยาวของด้านกว้าง}}$

$$8 = \frac{48}{6}$$

$8 = 8$ เป็นจริง

ข้อ3. โจทย์ต้องการทราบพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

จะหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมูจะต้องทราบ ส่วนสูง และ ผลบวกของด้านคู่ขนาน

โจทย์กำหนดด้านขนานสองด้านยาว 7 หน่วยและ 12 หน่วย ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย ด้านประกอบมุมฉากยาว 4 หน่วย

วิธีทำ ให้ส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ยาว a หน่วย

จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$5^2 = a^2 + 4^2$

$a^2 = 5^2 - 4^2$

$a^2 = 25 - 16 = 9$

$a = 3$ หน่วย

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $= \frac{1}{2} \times$ ผลบวกของความยาวของด้านคู่ขนาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times (7 + 12) \times 3$

$= 28.5$ ตารางหน่วย

ตรวจสอบคำตอบ

ผลบวกของความยาวของด้านคู่ขนาน $= \frac{\text{พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู} \times 2}{\text{สูง}}$

ผลบวกของความยาวของด้านคู่ขนาน $= \frac{28.5 \times 2}{3}$

ผลบวกของความยาวของด้านคู่ขนาน $= 19$ เป็นจริง

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2

(1) รูป ก และรูป ข เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพราะความยาวด้านทั้งสี่ด้านเท่ากัน คือ a+b หน่วย

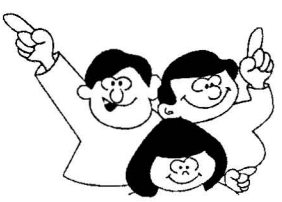
(2) รูป ก และรูป ข มีพื้นที่เท่ากัน เพราะเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวด้านเท่ากัน

(3) พื้นที่รูปก และรูป ข ที่เหลือเท่ากัน เพราะรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีพื้นที่เท่ากัน คือ $\frac{1}{2}ab$ ตารางหน่วย

(4) พื้นที่ของรูป ก ที่เหลือเท่ากับ c^2 ตารางหน่วย พื้นที่ของรูป ข ที่เหลือเท่ากับ $a^2 + b^2$ ตารางหน่วย

(5) ความสัมพันธ์ของพื้นที่ของรูปที่เหลือ $c^2 = a^2 + b^2$

(6) ผลที่ได้เป็นไปตามทฤษฎีบทของปีทาโกรัส



พวกเรามาร่วมมือกัน คนที่เข้าใจช่วยอธิบายให้เพื่อนๆที่ไม่เข้าใจให้เข้าใจได้ กลุ่มนั้นถือว่าประสบความสำเร็จ

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 2

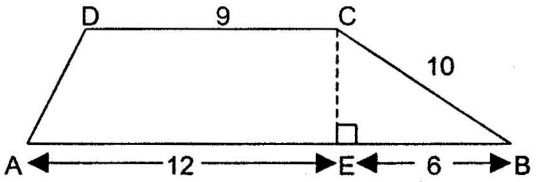
คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาได้

1.

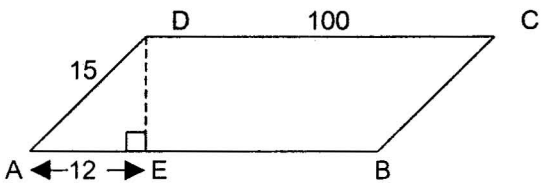


รูปสี่เหลี่ยมคางหมู ABCD มีพื้นที่เท่าไร

ก. 108 ตารางหน่วย ข. 105 ตารางหน่วย

ค. 84 ตารางหน่วย ง. 72 ตารางหน่วย

2.

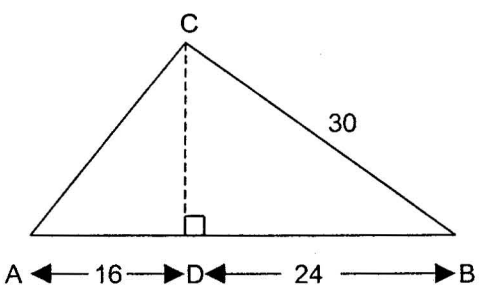


รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD มีพื้นที่เท่าไร

ก. 1,500 ตารางหน่วย ข. 900 ตารางหน่วย

ค. 800 ตารางหน่วย ง. 792 ตารางหน่วย

3.

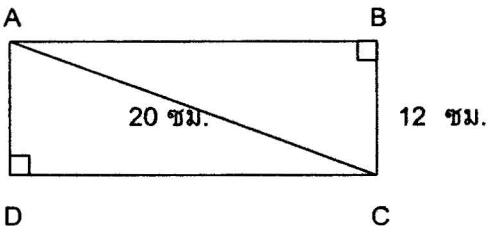


รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่าไร

ก. 216 ตารางหน่วย ข. 360 ตารางหน่วย

ค. 600 ตารางหน่วย ง. 720 ตารางหน่วย

4. จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD (แสดงวิธีทำ 4 คะแนน)



คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

เรื่อง

บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

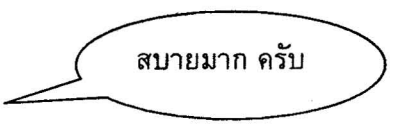
คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ใช้เวลา 30นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 3 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรม นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน และนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน



จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3 แล้ว นักเรียนสามารถเขียนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและนำไปใช้ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ
1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3
2. ใบกิจกรรมที่ 3
3. ไม้ฉาก หรือ ไม้โพรแทรกเตอร์
4. ไม้บรรทัด

ตอนที่ 1 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 30 นาที

เนื้อหาบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

ให้นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 3

ข้อสังเกต จากการทำกิจกรรม ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้านตรงข้ามมุมฉากเป็นด้านที่ยาวที่สุด

ผลที่ได้จากกิจกรรมข้อ 1 และ 2 เป็นไปตาม**บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส** ซึ่งกล่าวว่า

> ถ้า ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว a , b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$ จะได้ว่า รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และมีด้านที่ยาว c หน่วย เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

โปรดศึกษาตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม คือ 7, 4 , 8 หน่วย จงตรวจสอบว่า เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 7 , 4 , 8 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

จะใช้อะไรตรวจสอบ

ตรวจสอบโดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามคือ $a^2 + b^2 = c^2$

โดยให้ c เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด

มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

วิธีทำ ให้ $a = 7, b = 4, c = 8$

$a^2 = 7^2 = 49$

$b^2 = 4^2 = 16$

$c^2 = 8^2 = 64$

$a^2 + b^2 = 49 + 16 = 65$

ดังนั้น $a^2 + b^2 \neq c^2$

แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 7, 4 , 8 หน่วย ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม คือ 28, 53 , 45 หน่วย จงตรวจสอบว่า เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 28 , 53 , 45 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

จะใช้อะไรตรวจสอบ

ตรวจสอบโดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามคือ $a^2 + b^2 = c^2$

โดยให้ c เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด

มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

วิธีทำ ให้ $a = 28, b = 45, c = 53$

$a^2 = 28^2 = 784$

$b^2 = 45^2 = 2025$

$c^2 = 53^2 = 2809$

$a^2 + b^2 = 784 + 2025 = 2809$

ดังนั้น $a^2 + b^2 = c^2$

แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 28, 53 , 45 หน่วย เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก **ตอบ**

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

จงตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมแต่ละข้อต่อไปนี้ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

1. กำหนดความยาวของด้านทั้งสาม คือ 10 , 24 , 28

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

.....

จะใช้อะไรตรวจสอบ

.....

.....

มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดความยาวของด้านทั้งสามคือ 3.5 , 12 , 12.5

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

.....

จะใช้อะไรตรวจสอบ

.....

.....

มีวิธีการตรวจสอบอย่างไร

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 3

ใบกิจกรรมที่ 3

กิจกรรมที่ 1

1. ให้นักเรียนหาว่า $a^2 + b^2$ เท่ากับ c^2 หรือไม่ เมื่อกำหนด a , b , c ให้ดังนี้

   (1.1) a = 6 , b = $2\frac{1}{2}$, c = $6\frac{1}{2}$

   (1.2) a = 2 , b = 2.1 , c = 2.9

   (1.3) a = 1 , b = 0.75 , c = 1.25

   (1.4) a = 1.5 , b = 2.6 , c = 3.9

2. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม ให้มีด้านทั้งสามยาวตามที่กำหนดให้ในข้อ 1 แล้ววัดขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป รูปสามเหลี่ยมที่ได้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ ถ้าเป็นด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

กิจกรรมที่ 2 กำหนดความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมาให้ดังต่อไปนี้

1. 15 , 20 ,25
2. $2\sqrt{2}$, 3 , 4
3. 12 , 35 , 37

จงตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 3

ข้อ1. กำหนดความยาวของด้านทั้งสาม คือ 10 , 24 , 28

โจทย์ต้องการทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 10 , 24 , 28

เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

ตรวจสอบโดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสาม คือ $a^2 + b^2 = c^2$

โดยให้ c เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด

วิธีทำ ให้ $a = 10, b = 24, c = 28$

$a^2 = 10^2 = 100$

$b^2 = 24^2 = 576$

$c^2 = 28^2 = 784$

$a^2 + b^2 = 100 + 576 = 676$

ดังนั้น $a^2 + b^2 \neq c^2$

แสดงว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 10 , 24 , 28 ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข้อ2. กำหนดความยาวของด้านทั้งสาม คือ 3.5 , 12 , 12.5

โจทย์ต้องการทราบว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 3.5 ,12 ,12.5

เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

ตรวจสอบโดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสาม คือ $a^2 + b^2 = c^2$

โดยให้ c เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด

วิธีทำ ให้ $a = 3.5, b = 12, c = 12.5$

$a^2 = (3.5)^2 = 12.25$

$b^2 = 12^2 = 144$

$c^2 = (12.5)^2 = 156.25$

$a^2 + b^2 = 12.25 + 144 = 156.25$

ดังนั้น $a^2 + b^2 = c^2$

แสดงว่า รูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 3.5 , 12 , 12.5 เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

กิจกรรมที่ 1

ข้อ 1 (1.1) $a^2 + b^2 = c^2$

(1.2) $a^2 + b^2 = c^2$

(1.3) $a^2 + b^2 = c^2$

(1.4) $a^2 + b^2 \neq c^2$

ข้อ 2 (1.1) เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

(1.2) เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉากc

(1.3) เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก c เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

(1.4) ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรมที่ 2

1. เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
2. ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
3. เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 3

คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)
ข้อ 4 ให้นักเรียนเขียนตอบ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถเขียนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและนำไปใช้ได้

1. รูปสามเหลี่ยมซึ่งมีความยาวของด้านทั้งสามในข้อใดต่อไปนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

   ก. 5 , 10 , 15 ข. 2.5 , 6 , 6.5

   ค. 20 , 24 , 36 ง. 9 , 24 , 26

2. กำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม 4 รูป ให้ดังนี้

   รูปที่ 1 21 , 28 , 35

   รูปที่ 2 15 , 18 , 23

   รูปที่ 3 5 , 10 , 13

   รูปที่ 4 15 , 12 , 14

   ข้อใดถูกต้อง

   ก. รูปที่ 1 เท่านั้นที่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

   ข. รูปที่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉากมีอย่างมาก 3 รูป

   ค. รูปที่ 1 และ รูปที่ 2 เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

   ง. รูปที่ 3 และ รูปที่ 4 เท่านั้นที่ไม่เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

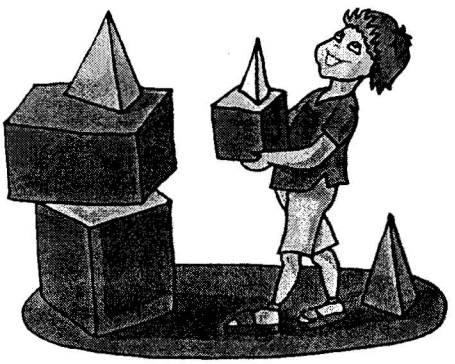
3. กำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมาให้ รูปสามเหลี่ยมในข้อใดไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

   ก. 3 , 4 , 5 ข. 6 , 12 , 18

   ค. 18 , 24 , 30 ง. 1 , 0.75 , 1.25

4. จงตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านทั้งสามยาว 7 , 24 , 25 นิ้ว เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หรือไม่ และจงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมนี้ (แสดงวิธีทำ)

คณิตศาสตร์ (ค 011)



ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4

เรื่อง

บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4

เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ) พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 4 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 (ใช้เวลา 10 นาที)

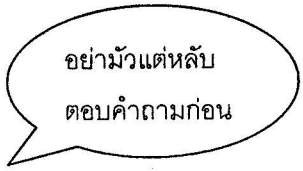
นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์

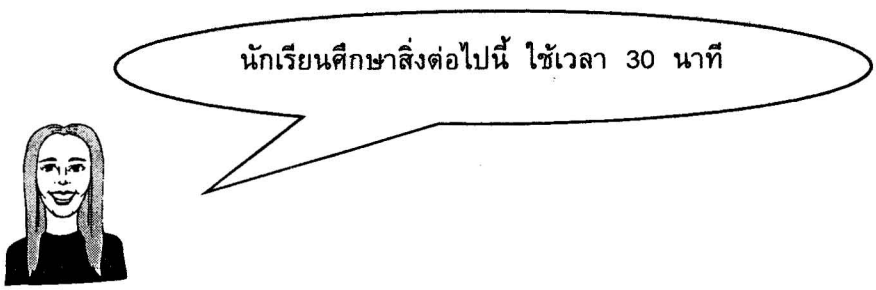
เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4 แล้ว นักเรียนสามารถเขียนบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและนำไปใช้ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ 1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 4
2. ใบกิจกรรมที่ 4
3. ไม้บรรทัด

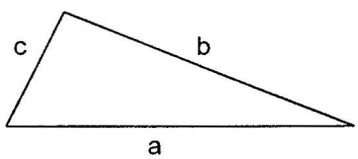


ตอนที่ 1 บทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส



เนื้อหาบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส (ต่อ)

ตัวอย่างที่1 ให้ a , b และ c เป็นความยาวของด้านแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยม โดยที่ a = 13 หน่วย b = 12 หน่วย และ c = 5 หน่วย จงแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมดังกล่าวเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

โจทย์ให้แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว 13 , 12 และ 5 หน่วยเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

มีวิธีการอย่างไร

ตรวจสอบโดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามคือ $a^2 = b^2 + c^2$ โดยให้ด้าน a เป็นด้านที่ยาวที่สุด

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้ a = 13 หน่วย , b = 12 หน่วย และ c = 5 หน่วย

จะพบว่า $a^2 = 13^2 = 169$

$b^2 = 12^2 = 144$

$c^2 = 5^2 = 25$

เพราะว่า $169 = 144 + 25$

ซึ่งอยู่ในรูป $a^2 = b^2 + c^2$

จากบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส สรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมดังกล่าวเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี a เป็นความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

ตัวอย่างที่ 2 รูปสามเหลี่ยม ABC มี $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{AB}$ ยาว 2.0 , 7.2 และ 7.5 เซนติเมตร ตามลำดับ รูป $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบว่า รูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีด้านยาว 2.0 , 7.2 และ 7.5 ซม. เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

มีวิธีการอย่างไร

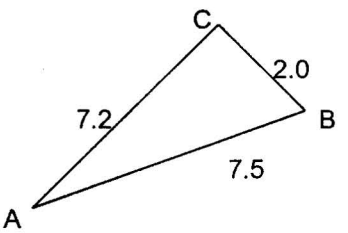
ตรวจสอบโดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามคือ $c^2 = a^2 + b^2$ โดยให้ c เป็นความยาวของด้านที่ยาวที่สุด

วิธีทำ ให้ a , b และ c แทนความยาวของ $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ และ $\overline{AB}$ ของรูปสามเหลี่ยม ABC ตามลำดับ

จะได้ a = 2.0 เซนติเมตร

b = 7.2 เซนติเมตร

c = 7.5 เซนติเมตร



$a^2 = (2.0)^2 = 4.00$

$b^2 = (7.2)^2 = 51.84$

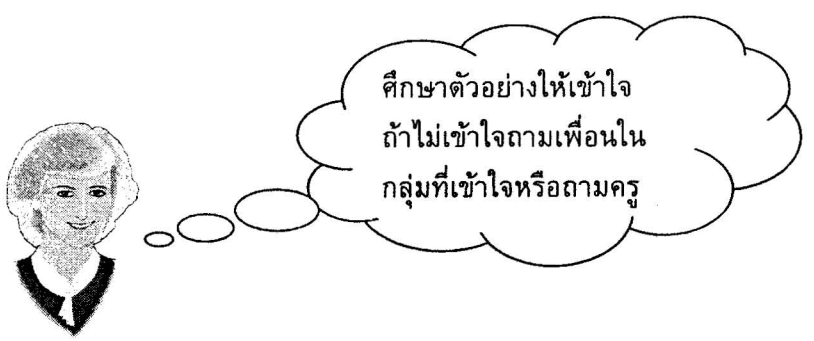
$c^2 = (7.5)^2 = 56.25$

$a^2 + b^2 = 4.00 + 51.84$

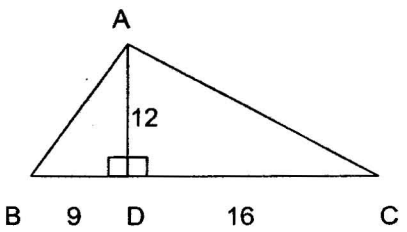
$a^2 + b^2 = 55.84$

ดังนั้น $a^2 + b^2 \neq c^2$

นั่นคือ $\triangle$ ABC ไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ซึ่ง $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ด้าน AD = 12 หน่วย BD = 9 หน่วย DC = 16 หน่วย ดังรูป จงแสดงว่า $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

โจทย์ให้แสดงว่า $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

มีวิธีการอย่างไร

หาความยาวของด้านที่ไม่ทราบค่า ตรวจสอบโดยใช้ความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามคือ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ โดยที่ด้าน BC เป็นด้านที่ยาวที่สุด

วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = 9^2 + 12^2$

$AB^2 = 81 + 144 = 225$

เนื่องจาก $\triangle$ ADC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = 12^2 + 16^2$

$AC^2 = 144 + 256 = 400$

และ $BC = BD + DC$

$BC = 9 + 16 = 25$

ดังนั้น $BC^2 = 25^2 = 625$

และ $AB^2 + AC^2 = 225 + 400$

$= 625$

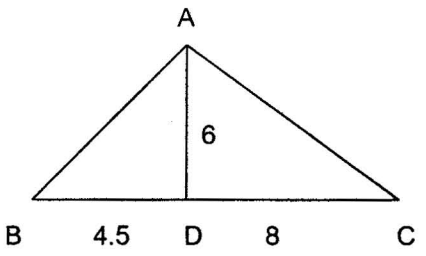
ดังนั้น $BC^2 = AB^2 + AC^2$

เพราะฉะนั้น $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมฉาก

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

จงแสดงว่า ΔABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

1.



โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

.....

มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

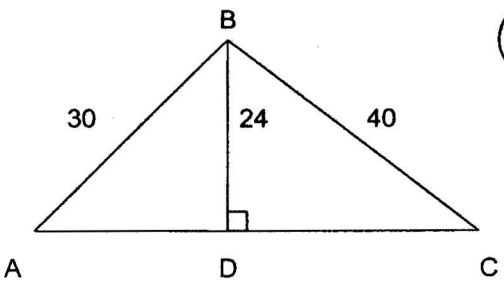
.....

.....

.....

.....

2.



โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

มีวิธีการอย่างไร

วิธีทำ

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 4

ใบกิจกรรมที่ 4

1. ให้นักเรียนเขียนสรุปขั้นตอนการตรวจสอบว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 ในข้อความของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผล

<u>ตอบ</u> .....

.....

.....

.....

2.2 ในข้อความของบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัส อะไรเป็นเหตุ อะไรเป็นผล

<u>ตอบ</u> .....

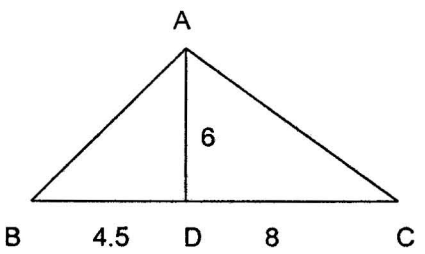
.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 4

ข้อ1.



โจทย์ต้องการทราบ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
หาความยาวของด้าน AB , AC และ BC แล้วตรวจสอบความสัมพันธ์ $BC^2 = AB^2 + AC^2$
โดยด้าน BC เป็นด้านที่ยาวที่สุด

วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = BD^2 + AD^2$

$AB^2 = (4.5)^2 + 6^2$

$AB^2 = 20.25 + 36 = 56.25$

$AB = 7.5$

เนื่องจาก $\triangle$ ACD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AD^2 + DC^2$

$AC^2 = 6^2 + 8^2$

$AC^2 = 36 + 64 = 100$

$AC = 10$

และ $BC = BD + DC$

$BC = 4.5 + 8 = 12.5$

ดังนั้น $BC^2 = (12.5)^2 = 156.25$

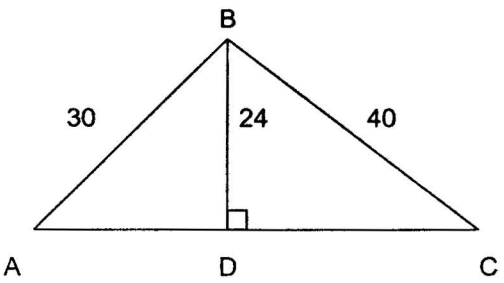
และ $AB^2 + AC^2 = 56.25 + 100$

$= 156.25$

ดังนั้น $BC^2 = AB^2 + AC^2$

เพราะฉะนั้น รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมฉาก
และ BC เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ข้อ 2.



โจทย์ต้องการทราบ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ หาความยาวของด้าน AD และ DC แล้วตรวจสอบความสัมพันธ์ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ โดยด้าน AC เป็นด้านที่ยาวที่สุด

วิธีทำ เนื่องจาก Δ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AD^2 = AB^2 - BD^2$

$AD^2 = 30^2 - 24^2$

$AD^2 = 900 - 576 = 324$

$AD = 18$

เนื่องจาก Δ BCD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $DC^2 = BC^2 - BD^2$

$DC^2 = 40^2 - 24^2$

$DC^2 = 1600 - 576 = 1024$

$DC = 32$

และ $AC = AD + DC$

$AC = 18 + 32 = 50$

ดังนั้น $AC^2 = 50^2 = 2500$

และ $AB^2 + BC^2 = 900 + 1600$

$= 2500$

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 + BC^2$

เพราะฉะนั้น รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก และ AC เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

เฉลยใบกิจกรรมที่ 4

ข้อ 1.

สรุปขั้นตอนการตรวจสอบว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 หาความยาวของด้านที่ไม่ทราบค่า

ขั้นที่ 2 ตรวจสอบความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสาม

ขั้นที่ 3 สรุปว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

ข้อ 2.

2.1 ตอบ ส่วนที่เป็นเหตุ คือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก c แทนความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก a และ b แทนความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

ส่วนที่เป็นผล คือ $c^2 = a^2 + b^2$

2.2 ตอบ ส่วนที่เป็นเหตุ คือ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มีด้านยาว a , b และ c หน่วย และ $c^2 = a^2 + b^2$

ส่วนที่เป็นผล คือ รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและมีด้านที่ยาว c หน่วยเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 4

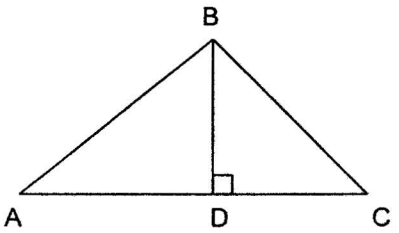
คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำบทกลับของทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ได้

ใช้รูปต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1



1. ขั้นตอนการตรวจสอบว่ารูป Δ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ มีดังนี้

ขั้นที่ 1 หาความยาวของด้านที่ไม่ทราบค่า

ขั้นที่ 2 ตรวจสอบความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสาม

ขั้นที่ 3 สรุปว่า Δ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

ขั้นตอนการตรวจสอบขั้นใดสำคัญที่สุด

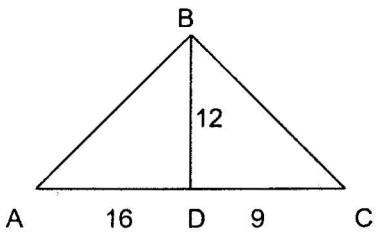
ก. ขั้นที่ 1

ข. ขั้นที่ 2

ค. ขั้นที่ 3

ง. ขั้นที่ 1 – 3

2. รูปสามเหลี่ยม ABC มีความยาวของด้าน ดังรูป ถ้าต้องการทราบว่า $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉากหรือไม่ จะต้องทำอย่างไร



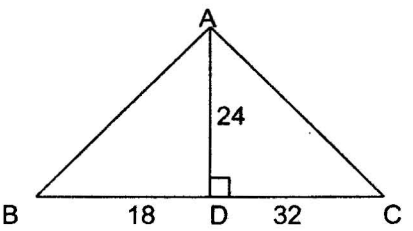
ก. พิจารณาจาก $AB^2 = AD^2 + BD^2$

ข. พิจารณาจาก $BC^2 = BD^2 + CD^2$

ค. พิจารณาจาก $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ง. พิจารณาจาก $A\hat{B}D + C\hat{B}D = 90^\circ$

3. กำหนดให้ รูป△ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีความยาวของแต่ละด้าน ดังรูป



ข้อใดกล่าวถูกต้อง

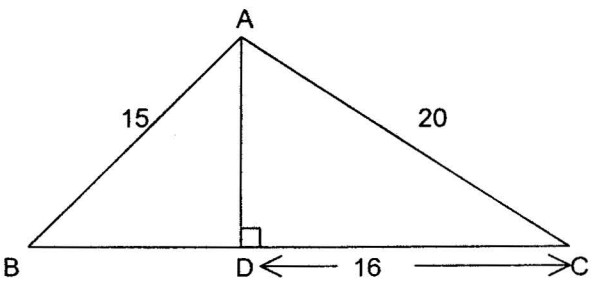
ก. △ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม ที่มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมแหลม

ข. △ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมป้าน ที่มีด้าน BC ยาวที่สุด

ค. △ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีด้าน AC เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ง. △ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $B\hat{A}C$ เป็นมุมฉาก

4. จากรูป จงหาความยาวของ $\overline{BD}$ และตรวจสอบว่ารูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่ (แสดงวิธีทำ 4 คะแนน)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5

เรื่อง

การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5

เรื่อง การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 6 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถามสามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5 แล้ว นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้ปัญหาได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 5
2. ใบกิจกรรมที่ 5
3. กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เช่น กล่องชอล์ก กล่องไมโล
4. ไม้บรรทัด , ไม้โพรแทรกเตอร์
5. เชือกฟาง

ตอนที่ 1 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้

นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 30 นาที

เนื้อหาการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้

เราสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้หาความกว้าง ความยาว หรือความสูงของสิ่งต่างๆ ได้

ศึกษาตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 ลูกเสือออกเดินทางไปยังที่พักแรมแห่งหนึ่ง ตามแผนผังการเดินทาง จะต้องเดินตรงไปทางทิศเหนือของโรงเรียน 3 กิโลเมตร เลี้ยวขวาตรงไปทางทิศตะวันออก 4 กิโลเมตร แล้วตรงขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 4.5 กิโลเมตร จึงจะถึงที่พัก จงหาว่าที่พักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

โจทย์ถามอะไร

โจทย์ต้องการทราบว่าที่พักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

โจทย์บอกอะไร

โจทย์บอกแผนผังการเดินทาง

จะเริ่มต้นทำอะไรก่อน

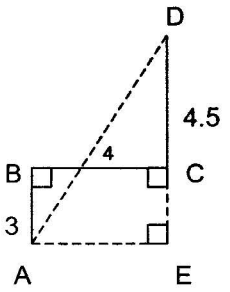
จะต้องเขียนแผนผังการเดินทาง สร้างให้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก กำหนดจุดและด้านตามที่โจทย์กำหนด

ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสมาหาด้านที่ต้องการทราบ

จะดำเนินการอย่างไร

วิธีทำ จากโจทย์วาดรูปได้ดังนี้



ให้ A แทนที่ตั้งโรงเรียน

AB แทนระยะห่างจากโรงเรียนไปทางทิศเหนือ 3 กิโลเมตร

BC แทนระยะห่างจาก B ไปทางทิศตะวันออก 4 กิโลเมตร

CD แทนระยะห่างจาก C ไปทางทิศเหนือ 4.5 กิโลเมตร

AD แทนระยะห่างจากโรงเรียนถึงที่พักแรม

จะต้องสร้างอะไรเพิ่มเติมในรูปหรือไม่

ต่อ $\overline{DC}$ ไปทาง C พบเส้นที่ลากจาก A ขนานกับ $\overline{BC}$ ที่ E จะได้รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCE และรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ADE ที่มี $\hat{E}$ เป็นมุมฉาก

จะได้ว่า $AD^2 = AE^2 + DE^2$

$AD^2 = 4^2 + (4.5 + 3)^2$

$AD^2 = 16 + 56.25 = 72.25$

$AD = 8.5$

ดังนั้นที่พักแรมอยู่ห่างจากโรงเรียน 8.5 กิโลเมตร **ตอบ**

จะตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

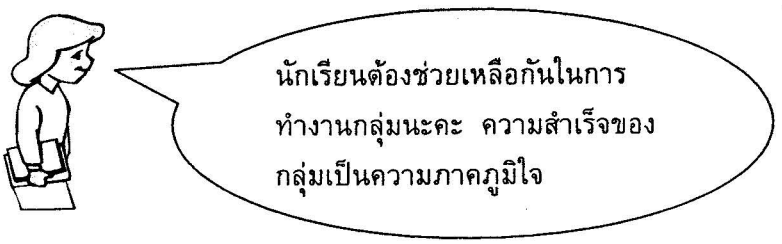
ตรวจสอบ ถ้า AD = 8.5 กม. แล้ว DE = 7.5 จริงหรือไม่

$DE^2 = AD^2 - AE^2$

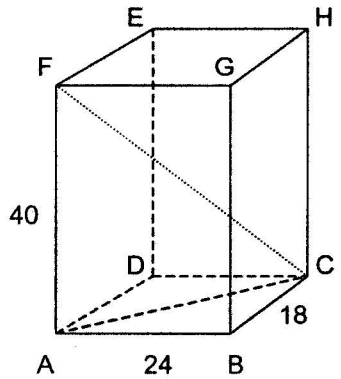
$= (8.5)^2 - 4^2$

$= 72.25 - 16 = 56.25$

$DE = 7.5$ จริง



ตัวอย่างที่ 2 ABCDEFGH เป็นทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีด้าน AF ยาว 40 เซนติเมตร ด้าน AB ยาว 24 เซนติเมตร และด้าน BC ยาว 18 เซนติเมตร จงหาความยาวของ $\overline{FC}$



โจทย์ถามอะไร

โจทย์ต้องการทราบความยาวของ $\overline{FC}$

จะหาได้อย่างไร

หาความยาวของ $\overline{FC}$ จากรูป $\triangle$ AFC

จะต้องทราบส่วนใดบ้าง

ทราบความยาวของ $\overline{AF}$ และ $\overline{AC}$

โจทย์บอกอะไร

AF = 40 ซม. , AB = 24 ซม., BC = 18 ซม.

จะต้องหาส่วนใด

หาความยาวของ $\overline{AC}$ จากรูป $\triangle$ ABC

มีวิธีดำเนินการอย่างไร

วิธีทำ เนื่องจากรูป $\triangle$ AFC มี $\hat{A}$ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $FC^2 = AF^2 + AC^2$

หา AC^2 จากรูป $\triangle$ ABC

เนื่องจากรูป $\triangle$ ABC มี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 24^2 + 18^2$

$AC^2 = 576 + 324 = 900$

$AC = 30$

จาก $FC^2 = AF^2 + AC^2$

$FC^2 = 40^2 + 900$

$FC^2 = 1600 + 900 = 2500$

FC = 50

นั่นคือ $\overline{FC}$ ยาว 50 เซนติเมตร ตอบ

จะตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

ตรวจสอบ ถ้า FC = 50 แล้ว AF = 40 จริงหรือไม่

$AF^2 = FC^2 - AC^2$

$AF^2 = 50^2 - 30^2$

$AF^2 = 2500 - 900 = 1600$

$AF = 40$ จริง

1. ชายผู้หนึ่งขับรถไปทางทิศเหนือ 7 กิโลเมตร แล้วขับต่อไปทางทิศตะวันออก 1 กิโลเมตร จากนั้นไปทางทิศเหนือ 2 กิโลเมตร และทิศตะวันออกอีก 11 กิโลเมตร เขาจะอยู่ห่างจากที่ตั้งต้นกี่กิโลเมตร

โจทย์ถามอะไร

.....

โจทย์บอกอะไร

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง

.....

จะดำเนินการอย่างไร

.....

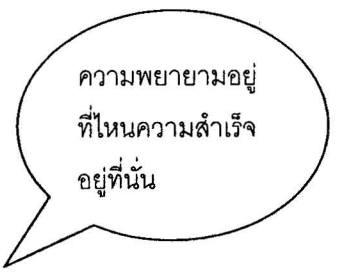
.....

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

ส่วนใดที่ต้องการหา และมีวิธีหาอย่างไร

ชายคนนั้นอยู่ห่างจากที่ตั้งต้นเท่าไร

จะตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร



2. บันไดยาว 6.5 เมตร วางพิงผนังตึกให้เชิงบันไดห่างจากผนัง 2.5 เมตร

(1) อยากทราบว่าปลายบนของบันไดอยู่สูงจากพื้นกี่เมตร

โจทย์ถามอะไร

.....

ส่วนใดที่ทราบแล้ว

.....

ส่วนใดที่จะต้องหา

.....

มีวิธีดำเนินการอย่างไร

.....

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

จะหาคำตอบได้ต้องใช้ความรู้เรื่องใด มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปลายบนของบันไดอยู่สูงจากพื้นเท่าไร

.....

จะตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

.....

.....

.....

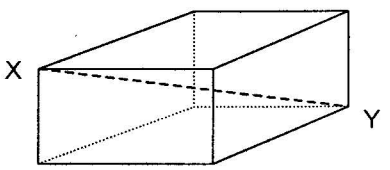
(2) ถ้าต้องการพิงบันไดให้ปลายบนของบันไดอยู่สูงกว่าพื้นไม่ถึง 6 เมตร ควรจะวางให้เชิงบันไดห่างจากผนังตึกมากกว่า หรือน้อยกว่า 2.5 เมตร

ตอบ.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 5

ใบกิจกรรมที่ 5

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาความยาวของเส้นทแยงมุมจากปากกล่องด้านบนซ้ายถึงก้นกล่องด้านล่างขวาของกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ครูนำมาให้ (เส้น XY ดังรูป) โดยใช้การวัดและการคำนวณหา เขียนขั้นตอนวิธีการคำนวณในกระดาษที่แจกให้ (ใช้เวลา 10 นาที)



เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่5

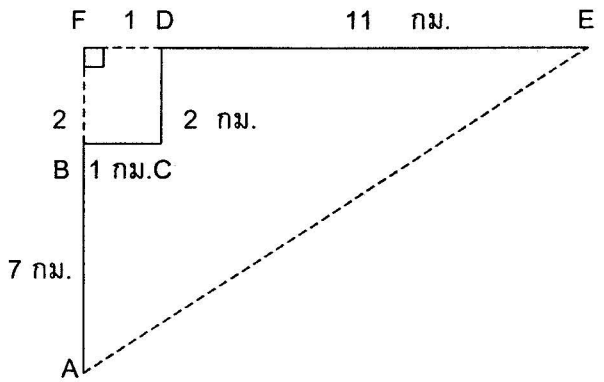
1. โจทย์ต้องการทราบ ชายคนนั้นจะอยู่ห่างจากที่ตั้งต้นกี่กิโลเมตร

โจทย์บอกแผนผังการเดินทาง

ใช้ความรู้เรื่องทิศและทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

เขียนรูปให้อยู่ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก หาด้านที่ต้องการทราบ

เขียนรูปได้ดังนี้



ส่วนที่ต้องการหา คือ ความยาวของ $\overline{AE}$ มีวิธีการดังนี้

ให้ A เป็นจุดเริ่มต้น

AB แทนระยะห่างจาก A ไปทางทิศเหนือ 7 กม.

BC แทนระยะห่างจาก B ไปทางทิศตะวันออก 1 กม.

CD แทนระยะห่างจาก C ไปทางทิศเหนือ 2 กม.

DE แทนระยะห่างจาก D ไปทางทิศตะวันออก 11 กม.

AE แทนระยะห่างจากจุดเริ่มต้นถึงปลายทาง

ลากเส้นจาก D ให้ขนานกับ $\overline{BC}$ ไปพบกับเส้นที่ลากจาก B ขนานกับ $\overline{CD}$ ที่ F

จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก AEF ที่มี $\hat{F}$ เป็นมุมฉาก

จะได้ว่า $AE^2 = AF^2 + EF^2$

$AE^2 = 9^2 + 12^2$

$AE^2 = 81 + 144 = 225$

$AE = 15$

∴ เขาจะอยู่ห่างจากที่ตั้งตัน 15 กิโลเมตร **ตอบ**

ตรวจสอบ $AF^2 = AE^2 - EF^2$

$AF^2 = 15^2 - 12^2$

$AF^2 = 225 - 144 = 81$

$AF = 9$ เป็นจริง

---

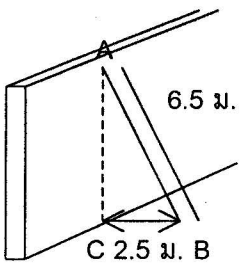
2. (1) โจทย์ต้องการทราบ ปลายบนของบันไดอยู่สูงจากพื้นกี่เมตร

ส่วนที่ทราบแล้ว บันไดยาว 6.5 เมตร เชิงบันไดห่างจากผนัง 2.5 เมตร

ส่วนที่จะต้องหา ความสูงจากพื้นถึงปลายบนของบันได

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสหาด้านที่เหลือ

เขียนรูปได้ดังนี้



ต้องใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส มีวิธีการดังนี้

จากรูปให้ AB เป็นความยาวของบันได เท่ากับ 6.5 เมตร

BC เป็นระยะเชิงบันไดห่างจากผนัง 2.5 เมตร

AC เป็นความสูงของของปลายบันไดจากพื้น

จากทฤษฎีบทของปีทาโกรัสจะได้ว่า

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$(6.5)^2 = AC^2 + (2.5)^2$

$AC^2 = (6.5)^2 - (2.5)^2$

$AC^2 = 42.25 - 6.25 = 36$

$AC = 6$

∴ ปลายบนของบันไดอยู่สูงจากพื้น 6 เมตร **ตอบ**

ตรวจสอบ $AB^2 = AC^2 - BC^2$

$AB^2 = 6^2 - (2.5)^2$

$AB^2 = 36 + 6.25 = 42.25$

$AB = 6.5$ เป็นจริง

(2) ถ้าต้องการพิงบันไดให้ปลายบนของบันไดอยู่สูงกว่าพื้นไม่ถึง 6 เมตร ควรจะวางให้เชิงบันไดห่างจากผนังตึกมากกว่า หรือน้อยกว่า 2.5 เมตร

ตอบ ควรวางให้เชิงบันไดห่างจากผนังตึกมากกว่า 2.5 เมตร

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 5

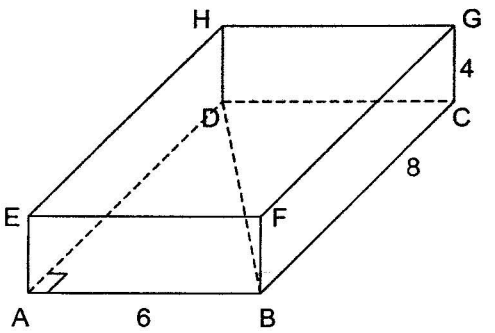
คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

1. จากรูป เป็นกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ความยาวของ BD เป็นเท่าใด



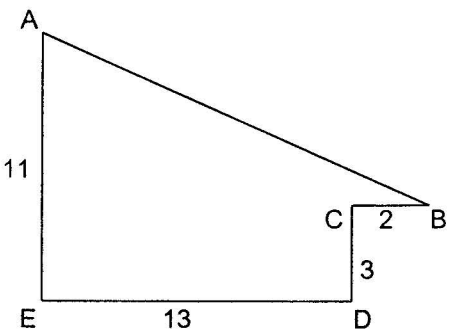
ก. 8 หน่วย ข. 9 หน่วย

ค. 10 หน่วย ง. 12 หน่วย

2. จากรูป $\overline{AE}$ ตั้งฉากกับ $\overline{ED}$ $\overline{CD}$ ตั้งฉากกับ $\overline{ED}$ และ $\overline{CB}$

ED = 13 เมตร CD = 3 เมตร CB = 2 เมตร AE = 11 เมตร

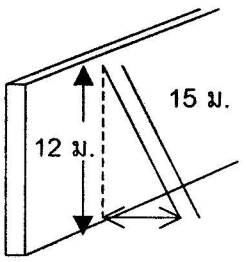
AB เท่ากับกี่เมตร



ก. 14 เมตร ข. 15 เมตร

ค. 16 เมตร ง. 17 เมตร

3. บันไดยาว 15 เมตร พาดบนผนังดึกสูง 12 เมตร (ดังรูป) โคนบันไดอยู่ห่างจากผนังดึกกี่เมตร



ก. 7 เมตร ข. 8 เมตร

ค. 9 เมตร ง. 10 เมตร

4. สมศักดิ์ขับรถไปทางเหนือ 9 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางตะวันออก 2 กิโลเมตร แล้วขึ้นไปทางเหนืออีก 3 กิโลเมตร แล้วไปทางตะวันออกอีก 14 กิโลเมตร จงหาระยะทางที่สั้นที่สุดที่เขาอยู่ห่างจากจุดตั้งต้น (แสดงวิธีทำ 4 คะแนน)

คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6

เรื่อง

การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6

เรื่อง การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ) (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ) พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 6 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถามสามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6 แล้ว นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ
1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 6
2. ใบกิจกรรมที่ 6
3. เชือกฟาง
4. ไม้บรรทัด , ตลับเมตร

ตอนที่ 1 การนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)

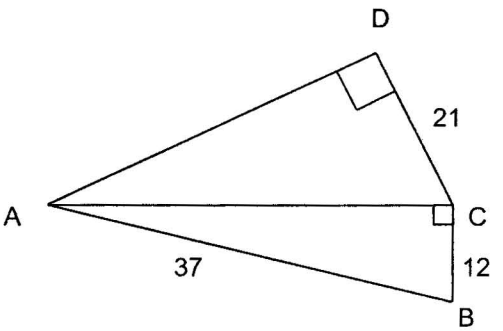
นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 30 นาที

เนื้อหาการนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ (ต่อ)

เราสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้หาความกว้าง ความยาว หรือความสูงของสิ่งต่างๆ ได้

ศึกษาตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปกำหนดให้ AB = 37 หน่วย BC = 12 หน่วย และ CD = 21 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{AD}$ และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของ $\overline{AD}$ และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD

จะหาความยาวของ $\overline{AD}$ จะต้องทราบส่วนใด

ทราบความยาวของ $\overline{AC}$ และ $\overline{CD}$

มีวิธีการหาความยาวของ $\overline{AC}$ อย่างไร

หาความยาวของ $\overline{AC}$ จากรูป$\triangle$ มุมฉาก ABC โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส

วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $\overline{AB}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = 37^2 - 12^2$

$AC^2 = 1369 - 144 = 1225$

$AC = 35$ หน่วย

หาความยาวของ $\overline{AD}$ ได้เท่าไร

เนื่องจาก $\triangle$ ADC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี $\overline{AC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$AD^2 = AC^2 - CD^2$

$AD^2 = 35^2 - 21^2$

$AD^2 = 1225 - 441 = 784$

$AD = 28$ หน่วย **ตอบ**

หาพื้นที่ของ $\square$ ABCD ได้อย่างไร

พื้นที่ของ $\square$ABCD = พื้นที่ของ $\triangle$ ADC + พื้นที่ของ $\triangle$ ABC

$= \left[\frac{1}{2} \times AD \times CD\right] + \left[\frac{1}{2} \times AC \times BC\right]$

$= \left[\frac{1}{2} \times 28 \times 21\right] + \left[\frac{1}{2} \times 35 \times 12\right]$

$= 294 + 210$

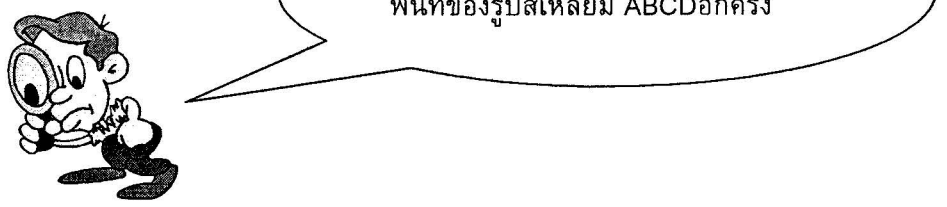
$= 504$ ตารางหน่วย **ตอบ**

ตรวจสอบ $CD^2 = AC^2 - AD^2$

$CD^2 = 35^2 - 28^2$

$CD^2 = 1225 - 784 = 441$

$CD = 21$ เป็นจริง



ตัวอย่างที่ 2 รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีฐานยาว 16 นิ้ว ถ้าผลบวกของด้านประกอบมุมยอดเป็น 34 นิ้ว แล้ว รูปสามเหลี่ยมนี้จะมีพื้นที่กี่ตารางนิ้ว

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมจะต้องทราบส่วนใด

ทราบความยาวฐาน และส่วนสูง

ต้องใช้ความรู้เรื่องใดมาแก้ปัญหา

ใช้ความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

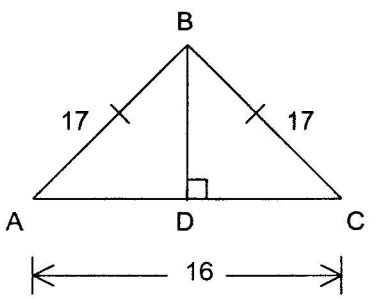
จงบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

สามเหลี่ยมหน้าจั่วมีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากมุมยอดมาตั้งฉากกับฐานจะแบ่งครึ่งฐาน

มีวิธีการหาส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมได้อย่างไร

เขียนรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และใช้ทฤษฎีบทปีทาโกรัสหาส่วนสูง

วิธีทำ จากโจทย์เขียนรูปได้ดังนี้



ให้รูป $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ด้านประกอบมุมยอด AB และ BC ยาวด้านละ 17 นิ้ว จากมุม B ลาก $\overline{BD}$ มาตั้งฉากและแบ่งครึ่ง $\overline{AC}$

ดังนั้น AD = CD = $\frac{16}{2}$ = 8 นิ้ว

เนื่องจาก $\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$17^2 = 8^2 + BD^2$

$BD^2 = 17^2 - 8^2$

$BD^2 = 289 - 64 = 225$

$BD = 15$

พื้นที่ของ $\triangle$ หน้าจั่ว ABC = $\frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

= 120 ตารางนิ้ว **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า BD = 15

$BC^2 = BD^2 + CD^2$

$BC^2 = 15^2 + 8^2$

$BC^2 = 225 + 64 = 289$

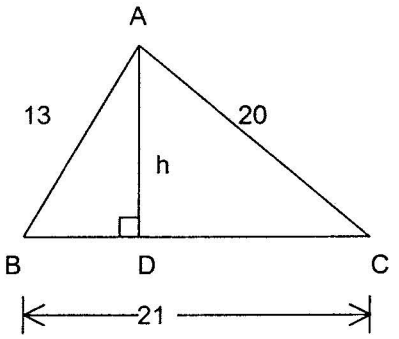
BC = 17 เป็นจริง

ความยาวฐาน = $\frac{\text{พื้นที่ของรูป } \triangle ABC \times 2}{\text{ส่วนสูง}}$

$AC = \frac{120 \times 2}{15}$

AC = 16 เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 3 จากรูป AB = 13 เซนติเมตร AC = 20 เซนติเมตร และ BC = 21 เซนติเมตร จงหาค่าของ h



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ ค่าของ h

จะหาค่าของ h จะต้องทราบส่วนใด และใช้วิธีการใด

จะหาค่าของ h ต้องทราบความยาวด้าน BD หรือ CD โดยการสมมติให้ความยาวของด้านใดด้านหนึ่งเป็นตัวแปร x แล้วใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัสหาความยาวด้าน

วิธีทำ ให้ด้าน BD ยาว x เซนติเมตร ดังนั้นด้าน CD ยาว 21 – x เซนติเมตร เนื่องจากรูป$\triangle$ ADC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$20^2 = h^2 + (21 - x)^2$

$h^2 = 20^2 - (21 - x)^2$ ---------- สมการ 1

เนื่องจากรูปΔ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AD^2 + BD^2$

$13^2 = h^2 + x^2$

$h^2 = 13^2 - x^2$ ---------- สมการ 2

สมการ 1 = สมการ 2 (ด้านซ้ายมือเป็นค่า h^2 ทั้งสองสมการดังนั้นด้านขวามือจึงเท่ากัน)

$20^2 - (21 - x)^2 = 13^2 - x^2$

$400 - (441 - 42x + x^2) = 169 - x^2$

$400 - 441 + 42x - x^2 = 169 - x^2$

$-41 + 42x - x^2 + x^2 = 169$

$42x = 169 + 41$

$42x = 210$

$x = \frac{210}{42} = 5$

แทนค่า $x = 5$ ในสมการ 2

$h^2 = 13^2 - x^2$

$h^2 = 13^2 - 5^2$

$h^2 = 169 - 25 = 144$

$h = 12$ ซม. **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า $h = 12$ ดังนั้น AD ยาว 12 ซม.

แทนค่า $x = 5$ ดังนั้น BD ยาว 5 ซม.

CD ยาว $21 - 5 = 16$ ซม.

จากรูป Δ มุมฉาก ADC ; $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$AC^2 = 12^2 + 16^2$

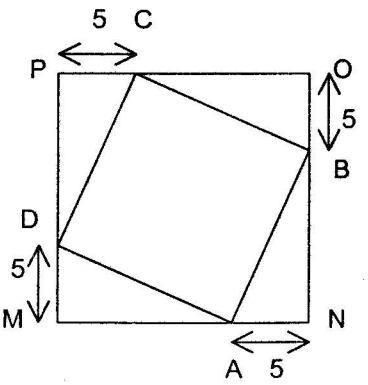
$AC^2 = 144 + 256 = 400$

$AC = 20$ เป็นจริง

จากตัวอย่างที่ 3 นักเรียนคิดว่ามีวิธีการหาค่า h วิธีอื่นที่แตกต่างไปจากนี้อีกหรือไม่ ถ้ากลุ่มใดคิดว่ามีวิธีอื่นอีกก็สามารถมานำเสนอหน้าชั้นเรียนได้ เพื่อเป็นประโยชน์กับเพื่อนๆ กลุ่มอื่น

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส MNOP มีพื้นที่ 289 ตารางนิ้ว พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD จะเป็นเท่าใด



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

จงบอกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเกี่ยวกับความยาวด้าน

.....

จะหาความยาวด้านทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยม MNOPได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

ความยาวของ $\overline{MA}$ เท่ากับเท่าไร

.....

รูปสามเหลี่ยม AMD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่

.....

หาความยาวของด้าน AD ได้อย่างไร

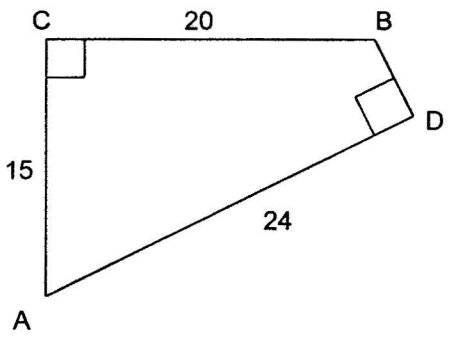
.....

จากรูป รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมอะไร ทราบได้อย่างไร

หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ได้เท่าไร มีวิธีหาอย่างไร

จะตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

2. ให้ ADBC เป็นรูปสี่เหลี่ยม ซึ่ง $\overline{AC}$ ยาว 15 นิ้ว $\overline{BC}$ ยาว 20 นิ้ว $\overline{AD}$ ยาว 24 นิ้ว $\overline{BD}$ ยาวเท่าไร และรูปสี่เหลี่ยม ADBC มีพื้นที่เท่าไร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

จะหาความยาวของ $\overline{BD}$ จะต้องทราบส่วนใด มีวิธีการหาอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

ความยาวของ $\overline{BD}$ ได้เท่าไร มีวิธีหาอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

รูปสี่เหลี่ยม ADBC มีพื้นที่เท่าไร มีวิธีหาอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

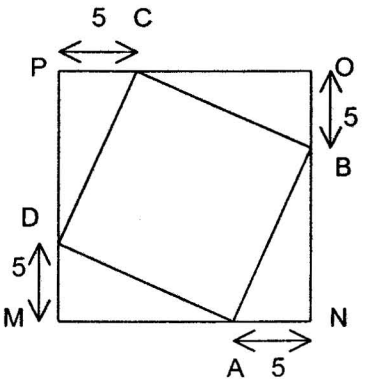
ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 6

ใบกิจกรรมที่ 6

คำสั่ง ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาความยาวของเส้นทแยงมุมของสระน้ำหน้าอาคาร 3 โดยนักเรียนต้องเขียนรูปและวิธีการหาคำตอบลงในกระดาษนี้ พร้อมทั้งบอกอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัด หลังจากทำกิจกรรมเสร็จให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลงาน (ใช้เวลา 10 นาที)

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 6

1.



โจทย์ต้องการทราบ พื้นที่ของสี่เหลี่ยม ABCD

โจทย์กำหนดรูปสี่เหลี่ยม MNOP เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีพื้นที่ 289 ตารางนิ้ว

สมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเกี่ยวกับความยาวด้านคือด้านทั้งสี่ด้านยาวเท่ากัน

หาความยาวด้านทั้งสี่ได้จากสูตร พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ความยาวด้าน^2

ความยาวด้าน^2 = 289

ความยาวด้าน = $\sqrt{289}$ = 17 นิ้ว

ดังนั้นด้าน MN = NO = OP = PM = 17 นิ้ว

โจทย์กำหนดให้ AN = BO = CP = DM = 5 นิ้ว

จากรูป ด้าน MA = 17 – 5 = 12 นิ้ว

ดังนั้น MA = NB = OC = PD = 12 นิ้ว

จะได้ว่า $\triangle$ AMD $\cong$ $\triangle$ ANB $\cong$ $\triangle$ BOC $\cong$ $\triangle$ CPD เนื่องจากมีด้านเท่ากันสองด้านและมีมุมเป็นมุมฉาก (แบบ ด.ม.ด.)

จากรูป $\triangle$ มุมฉาก AMD ; $AD^2 = DM^2 + MA^2$

$AD^2 = 5^2 + 12^2$

$AD^2 = 25 + 144 = 169$

$AD = 13$

เนื่องจากรูปสามเหลี่ยมเท่ากันทุกประการดังนั้น AD = CD = CB = AB นั่นคือ รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD = AD^2

= 13^2

= 169 ตารางนิ้ว **ตอบ**

ตรวจสอบ

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม MNOP เท่ากับ 289 ตารางนิ้ว

พื้นที่ของรูป $\triangle$ AMD = $\frac{1}{2} \times MA \times MD$

= $\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$ ตารางนิ้ว

$\triangle$ AMD $\cong$ $\triangle$ ANB $\cong$ $\triangle$ BOC $\cong$ $\triangle$ COD (เท่ากันแบบ ด.ม.ด.)

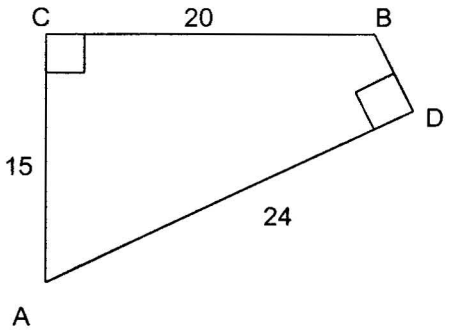
พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม 4 รูป = 4×30 = 120 ตารางนิ้ว

พื้นที่ $\square$ ABCD = พื้นที่ $\square$ MNOP – พื้นที่สามเหลี่ยม 4 รูป

= 289 – 120

= 169 ตารางนิ้ว

2.



โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของ $\overline{BD}$ และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ADBC

ใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม

หาความยาวของ $\overline{BD}$ ต้องทราบความยาวของ $\overline{AB}$

ลากส่วนของเส้นตรงจาก A ไป B หาความยาวของ $\overline{AB}$ จากรูปสามเหลี่ยม ABC

เนื่องจากรูป $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 15^2 + 20^2$

$AB^2 = 225 + 400 = 625$

AB = 25 นิ้ว

หาความยาวของ $\overline{BD}$ จากรูปสามเหลี่ยม ABD

เนื่องจากรูป $\triangle$ ABD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $BD^2 = AB^2 - AD^2$

$BD^2 = 25^2 - 24^2$

$BD^2 = 625 - 576 = 49$

BD = 7 นิ้ว **ตอบ**

หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ADBC จากผลบวกของพื้นที่ของรูป $\triangle$ ABC กับพื้นที่ของรูป $\triangle$ ABD

พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม ADBC = พื้นที่ของรูป $\triangle$ ABC + พื้นที่ของรูป $\triangle$ ABD

$= \left[\frac{1}{2} \times AC \times AB\right] + \left[\frac{1}{2} \times AD \times BD\right]$

$= \left[\frac{1}{2} \times 15 \times 20\right] + \left[\frac{1}{2} \times 24 \times 7\right]$

$= 150 + 84$

$= 234$ ตารางนิ้ว **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า AB = 25

$AD^2 = AB^2 - BC^2$

$AD^2 = 25^2 - 7^2$

$AD^2 = 625 - 49 = 576$

$AD = \sqrt{576} = 24$ เป็นจริง

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 6

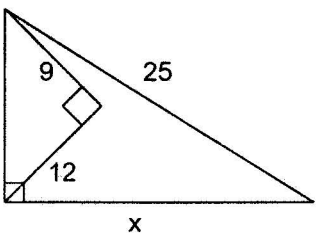
คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทของปีทาโกรัสไปใช้ได้

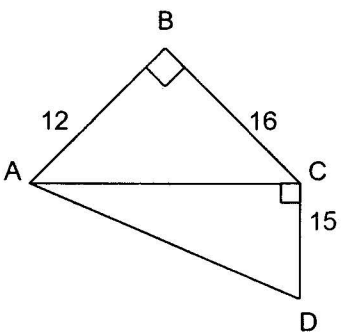
1. จากรูป x มีค่าเท่าไร



ก. 15 ข. 20

ค. 22 ง. 24

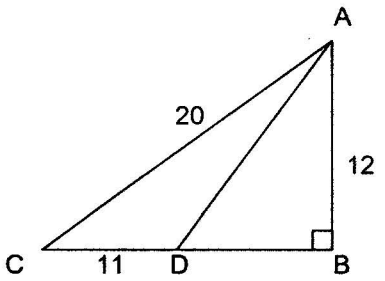
2. จากรูปกำหนดให้ AB = 12 นิ้ว BC = 16 นิ้ว และ CD = 15 นิ้ว AD เท่ากับเท่าไร



ก. 28 นิ้ว ข. 26 นิ้ว

ค. 25 นิ้ว ง. 24 นิ้ว

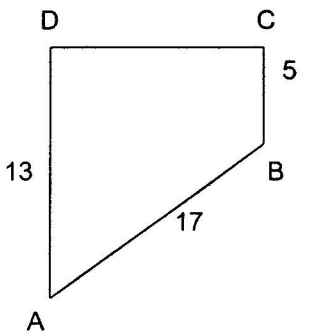
3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มีมุม B เป็นมุมฉาก AC = 20 เซนติเมตร AB = 12 เซนติเมตร และ CD = 11 เซนติเมตร AD เท่ากับกี่เซนติเมตร



ก. 16 เซนติเมตร ข. 15 เซนติเมตร

ค. 14 เซนติเมตร ง. 13 เซนติเมตร

4. จากรูป $\overline{AD}$ และ $\overline{BC}$ ตั้งฉากกับ $\overline{DC}$ ที่ D และ C ตามลำดับ ถ้า AD = 13, BC = 5 และ AB = 17 จงหาความยาวของ $\overline{DC}$ (แสดงวิธีทำ)



คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7

เรื่อง

อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7

เรื่อง อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

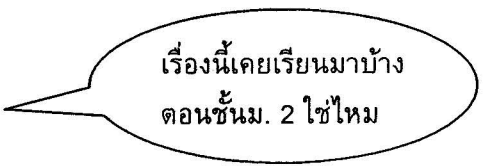
คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 7 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน



จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7 แล้ว นักเรียนสามารถ

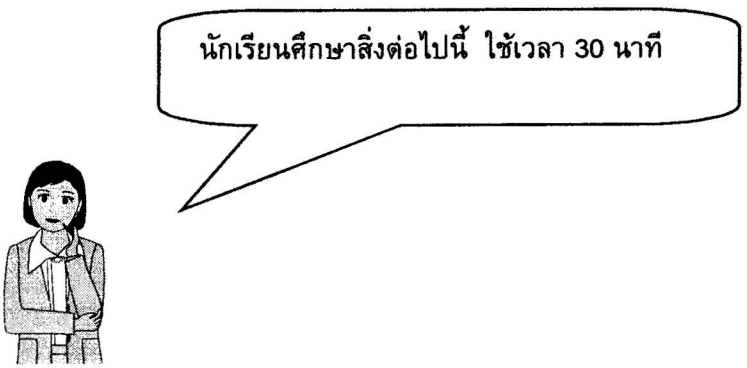
1. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่
2. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันแล้วอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน
3. นำสมบัติความคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมไปใช้หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม

เวลาที่ใช้ 40 นาที

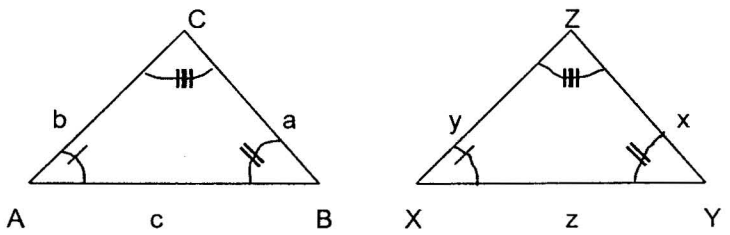
สื่อ

1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 7
2. ใบกิจกรรมที่ 7
3. ไม้บรรทัด
4. รูปสามเหลี่ยมคล้าย

ตอนที่ 1 อัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย



เนื้อหาอัตราส่วนของความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมคล้าย



กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม XYZ มี $B\hat{A}C = Y\hat{X}Z$, $A\hat{C}B = X\hat{Z}Y$ และ $A\hat{B}C = X\hat{Y}Z$ ให้ a , b , c , x , y และ z แทนความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมดังรูป จะได้ว่า △ ABC คล้ายกับ △ XYZ

ใช้สัญลักษณ์ △ ABC ~ △ XYZ

จากสมบัติการคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมจะได้ผลตามมา คือ

$$\frac{BC}{YZ} = \frac{AC}{XZ} = \frac{AB}{XY}$$

หรือ $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$

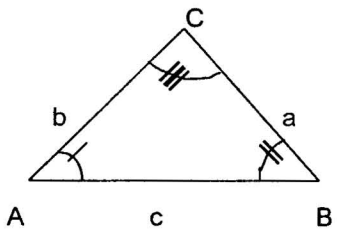
ถ้าพิจารณาทีละคู่ จะได้ผลเพิ่มเติมดังนี้

$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ ดังนั้น $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ (สมบัติการเท่ากัน)

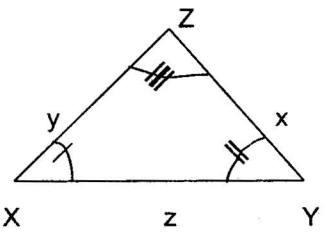
$\frac{a}{x} = \frac{c}{z}$ ดังนั้น $\frac{a}{c} = \frac{x}{z}$ (สมบัติการเท่ากัน)

$\frac{b}{y} = \frac{c}{z}$ ดังนั้น $\frac{b}{c} = \frac{y}{z}$ (สมบัติการเท่ากัน)

จากผลเพิ่มเติมที่ได้มา ถ้าเรานำย้อนกลับไปพิจารณาเทียบกับรูปสามเหลี่ยมเดิมในหน้า 3 ถ้า $B\hat{A}C = Y\hat{X}Z$ ($\hat{A} = \hat{X}$) $A\hat{B}C = X\hat{Y}Z$ ($\hat{B} = \hat{Y}$) $A\hat{C}B = X\hat{Z}Y$ ($\hat{C} = \hat{Z}$) จะได้ว่า



รูป 1



รูป 2

$\frac{a}{b}$ (ในรูป 1) = $\frac{x}{y}$ (ในรูป 2)

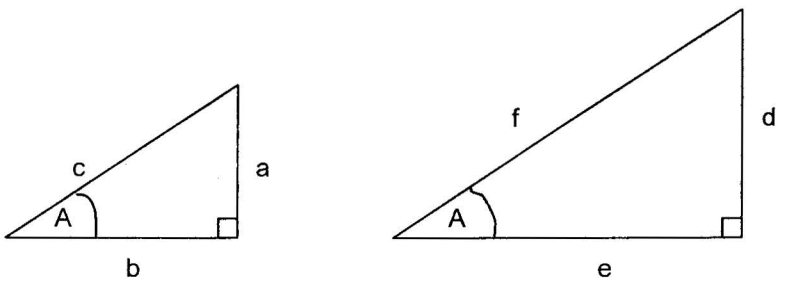
$\frac{a}{c}$ (ในรูป 1) = $\frac{x}{z}$ (ในรูป 2)

$\frac{b}{c}$ (ในรูป 1) = $\frac{y}{z}$ (ในรูป 2)

ข้อแนะนำ ด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่เท่ากัน เรียกว่า ด้านที่สมนัยกัน

นั่นคือ **ถ้ามีรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง จะเท่ากับอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่ง** โดยที่ด้านของรูปสามเหลี่ยมที่หาความยาวนั้นจะต้องเป็น**ด้านที่สมนัยกัน**

ในทำนองเดียวกัน ถ้ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีมุมแหลมเท่ากัน สมมติว่าเป็นมุม A ดังรูป ดังนั้นมุมที่เหลือเท่ากัน



จากรูปจะพบว่ารูปสามเหลี่ยม 2 รูปนี้คล้ายกัน (เพราะมีมุมที่มีขนาดเท่ากันมุมต่อมุม 3 คู่)

ดังนั้น $\frac{a}{c} = \frac{d}{f}$, $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$, $\frac{c}{b} = \frac{f}{e}$

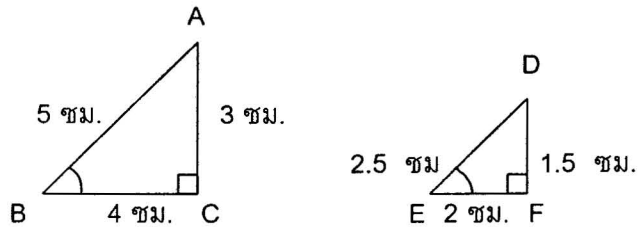
สรุป ถ้ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปคล้ายกันแล้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งจะเท่ากับอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมอีกรูปหนึ่งเสมอ (ด้านที่กล่าวถึงนี้ต้องเป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่เท่ากัน)

➡ ข้อสังเกต

1. ด้านคู่ที่สมนัยกันคือด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน
2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวด้านที่สมนัยกันจะเท่ากัน
3. ถ้าอัตราส่วนของความยาวด้าน 3 คู่ ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีค่าเท่ากันแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะคล้ายกัน

ศึกษาตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป △ ABC คล้ายกับ △ DEF หรือไม่



โจทย์ต้องการทราบอะไร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ △ ABC คล้ายกับ △ DEF หรือไม่

จงบอกสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ และอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน

จะพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันหรือไม่ ได้อย่างไร

หาอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกัน 3 คู่ พิจารณาอัตราส่วนทั้ง 3 อัตราส่วนเท่ากันหรือไม่

วิธีทำ

$$\frac{AB}{DE} = \frac{5}{2.5} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{3}{1.5} = \frac{2}{1}$$

เป็นอัตราส่วนของความยาวด้านคนละรูปซึ่งเป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากัน

ดังนั้น △ ABC ~ △DEF (เพราะอัตราส่วนของความยาวของด้าน 3 คู่เท่ากัน) **ตอบ**

ตรวจสอบ

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{2.5}{2}$$

$$1.25 = 1.25$$

$$\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1.5}{2}$$

$$0.75 = 0.75$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$$

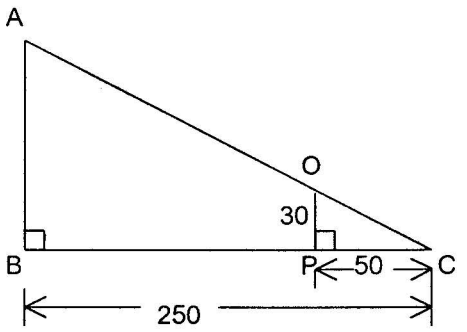
$$\frac{5}{3} = \frac{2.5}{1.5}$$

$$1.66 = 1.66$$

เป็นอัตราส่วนของความยาวของด้านรูปเดียวกัน

อัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากัน แสดงว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน

ตัวอย่างที่2 กำหนดให้ $A\hat{B}C = O\hat{P}C = 90^\circ$ BC = 250 หน่วย PC = 50 หน่วย และ PO = 30 หน่วย ดังรูป จงหาความยาวของด้าน AB



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของด้าน AB

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย คือ อัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันจะเท่ากัน

$\frac{AB}{OP} = \frac{BC}{PC}$ หรือ $\frac{AB}{BC} = \frac{OP}{PC}$

มีวิธีหาความยาวของด้าน AB ได้อย่างไร

วิธีทำ จากรูป $\triangle$ ABC $\sim \triangle$ OPC เนื่องจาก $A\hat{B}C = O\hat{P}C = 90^\circ$

$A\hat{C}B = O\hat{C}P$ เป็นมุมร่วม $B\hat{A}C = P\hat{O}C$ รูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของมุมเท่ากัน 2 คู่ มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกันจะเท่ากัน

ดังนั้น $\frac{AB}{OP} = \frac{BC}{PC}$

$\frac{AB}{30} = \frac{250}{50}$

$AB = \frac{250 \times 30}{50} = 150$ หน่วย **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า AB = 150

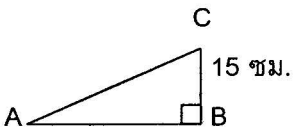
$\frac{AB}{OP} = \frac{BC}{PC}$

$\frac{150}{30} = \frac{250}{50}$

$5 = 5$ เป็นจริง

จากสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย เราสามารถนำไปใช้หาระยะทางหรือความสูงที่ไม่สะดวกต่อการวัดได้

ตัวอย่างที่ 3 นักเรียนคนหนึ่งต้องการวัดความสูงของเสาธง โดยใช้กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว 15 เซนติเมตรและ 30 เซนติเมตร ดังรูป นักเรียนคนนั้นยืนห่างจากเสาธง 25 เมตร และความสูงจากเท้าถึงระดับสายตาของเขาเท่ากับ 150 เซนติเมตร จงหาว่าเสาธงสูงเท่าไร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

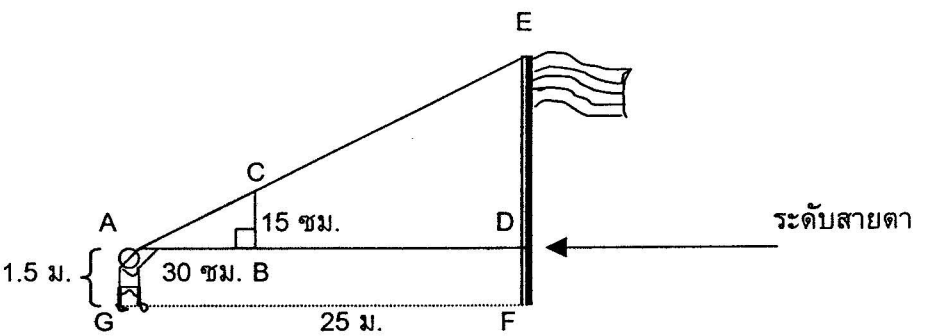
โจทย์ต้องการทราบ ความสูงของเสาธง

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ใช้อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

จากโจทย์เขียนรูปได้ดังนี้



ความสูงของเสาธงคือด้านใด

ด้าน EF

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันคือรูปใด

รูป $\triangle$ ABC ~ $\triangle$ ADE

อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันคืออัตราส่วนใด

$$\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB}$$

มีวิธีหาความสูงของเสาธงได้อย่างไร

วิธีทำ ความสูงของเสาธงเท่ากับ DE + DF

จากรูป $\triangle$ ABC ~ $\triangle$ ADE

ดังนั้น $\frac{DE}{AD} = \frac{BC}{AB}$

BC = 15 ซม. = 0.15 ม. (1 ม. = 100 ซม.)

AB = 30 ซม. = 0.30 ม.

และ GF = AD = 25 ม.

จะได้ $\frac{DE}{25} = \frac{0.15}{0.30}$

$DE = \frac{0.15 \times 25}{0.30} = 12.5$ ม.

AG คือความสูงจากเท้าถึงระดับสายตาของนักเรียนเท่ากับ 150 ซม.

DF = AG = 1.5 ม.

ดังนั้นเสาธงสูง = DE + DF

= 12.5 + 1.5

= 14 เมตร **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า DE = 12.5

$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$

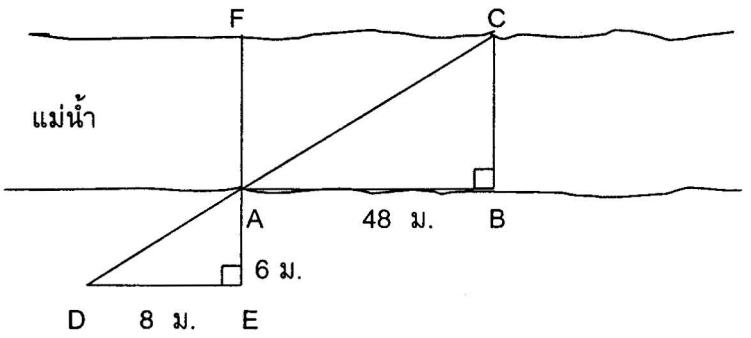
$\frac{12.5}{0.15} = \frac{25}{0.30}$

$\frac{1250}{15} = \frac{2500}{30}$

$\frac{250}{3} = \frac{250}{3}$ เป็นจริง

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. นักเรียนคนหนึ่งต้องการหาความกว้างของแม่น้ำโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยม ดังรูป



จงหาความกว้างของแม่น้ำ

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

จะต้องหาความยาวของด้านใด

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

จากรูป รูปสามเหลี่ยมใดคล้ายกัน ทราบได้อย่างไร

.....

.....

.....

จากรูป รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ใดที่เท่ากัน

.....

หาความกว้างของแม่น้ำได้เท่าไร มีวิธีการอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

---

2. เมื่อเวลา 14.00 น. เงาของนักเรียนคนหนึ่งซึ่งสูง 180 เซนติเมตร ยาว 60 เซนติเมตร ถ้าเงาของเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งยาว 10 เมตร เสาไฟฟ้าสูงเท่าไร

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

จงเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

.....

เสาไฟฟ้าสูงเท่าไร มีวิธีหาคำตอบอย่างไร

.....

.....

.....

.....

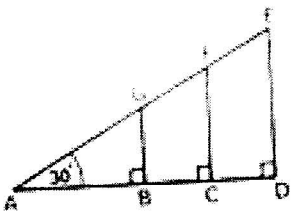
.....

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

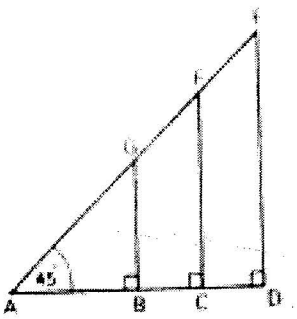
ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 7

ใบกิจกรรมที่ 7

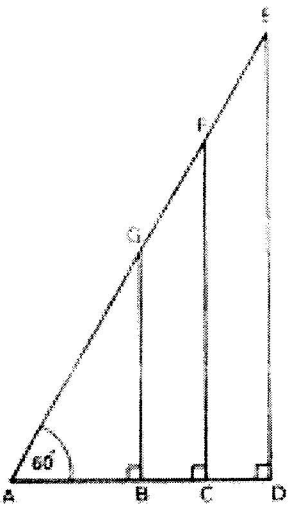
ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มวัดความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ แล้วหาอัตราส่วนของความยาวของด้านที่กำหนดให้ในตารางให้สมบูรณ์



รูปที่ 1



รูปที่ 2

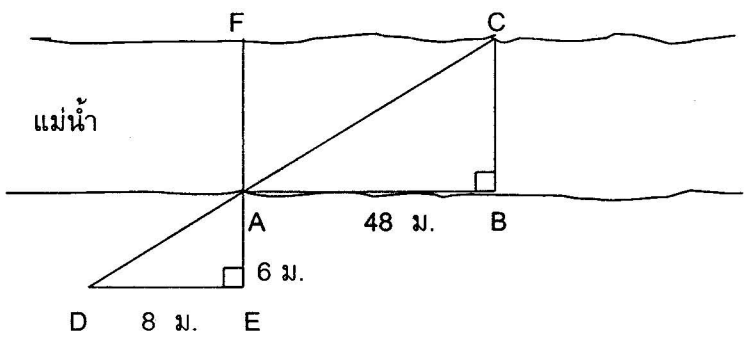


รูปที่ 3

	รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3
$\frac{DE}{AE}$			
$\frac{CF}{AF}$			
$\frac{BG}{AG}$			

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 7

ข้อ 1.



โจทย์ต้องการทราบ ความกว้างของแม่น้ำ

หาความยาวของด้าน BC

ใช้ความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย

จากรูป $\triangle$ ADE $\sim$ $\triangle$ABC เนื่องจาก $A\hat{E}D = A\hat{B}C = 90^\circ$

$D\hat{A}E = A\hat{C}B$ (เพราะ $D\hat{A}E = F\hat{A}C$ มุมตรงข้าม $F\hat{A}C = A\hat{C}B$ เป็นมุมแย้ง)

$A\hat{D}E = C\hat{A}B$ (รูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากัน 2 คู่ มุมที่เหลือย่อมเท่ากัน)

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากัน

จะเท่ากัน ดังนั้น $\frac{BC}{AB} = \frac{AE}{DE}$

วิธีทำ $\triangle$ ADE $\sim$ $\triangle$ ABC

ดังนั้น $\frac{BC}{AB} = \frac{AE}{DE}$

$\frac{BC}{48} = \frac{6}{8}$

BC $= \frac{6 \times 48}{8} = 36$ เมตร

$\therefore$ ความกว้างของแม่น้ำ เท่ากับ 36 เมตร **ตอบ**

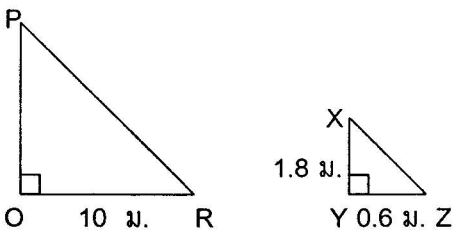
ตรวจสอบ แทนค่า BC = 36

$$\frac{BC}{AB} = \frac{AE}{DE}$$

$$\frac{36}{48} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$ เป็นจริง

ข้อ 2. โจทย์ต้องการทราบ ความสูงของเสาไฟฟ้า
เขียนรูปได้ดังนี้



ใช้ความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้าย รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่เท่ากันจะเท่ากัน

ให้ PO แทนความสูงของเสาไฟฟ้า

OR แทนเงาของเสาไฟฟ้า ยาว 10 เมตร

XY แทนความสูงของนักเรียน 180 ซม. เท่ากับ 1.8 เมตร

YZ แทนเงาของนักเรียน 60 ซม. เท่ากับ 0.6 เมตร

เนื่องจากเป็นเงาในขณะเวลาเดียวกัน

ดังนั้น $\Delta POR \sim \Delta XYZ$

$$\frac{PO}{OR} = \frac{XY}{YZ}$$

$$\frac{PO}{10} = \frac{1.8}{0.6}$$

$$PO = \frac{1.8 \times 10}{0.6} = 30 \text{ เมตร}$$

$\therefore$ เสาไฟฟ้าสูง 30 เมตร **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า PO = 30

$$\frac{PO}{OR} = \frac{XY}{YZ}$$

$$\frac{30}{10} = \frac{1.8}{0.6}$$

$$3 = 3 \quad \text{เป็นจริง}$$

เฉลยใบกิจกรรมที่ 7

	รูปที่ 1	รูปที่ 2	รูปที่ 3
$\frac{DE}{AE}$	0.5	0.707	0.866
$\frac{CF}{AF}$	0.5	0.707	0.866
$\frac{BG}{AG}$	0.5	0.707	0.866

หมายเหตุ ตัวเลขที่นักเรียนได้อาจไม่เท่ากันทุกกลุ่มและอาจไม่เท่ากับเฉลยเนื่องจากความคลาดเคลื่อนในการวัด ถือว่าตัวเลขที่ได้เป็นค่าโดยประมาณที่ใกล้เคียงกับเฉลย

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 7

คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์

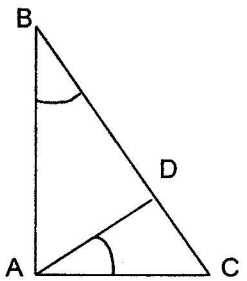
1. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ คล้ายกันหรือไม่ (ข้อ 1)
2. นักเรียนสามารถบอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันแล้วอัตราส่วนของความยาวด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน (ข้อ 2)
3. นักเรียนสามารถนำสมบัติความคล้ายกันของรูปสามเหลี่ยมไปใช้หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยม (ข้อ 3 – 4)

1. ความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมในข้อใดที่คล้ายกับรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวด้านเป็น 3 , 4 , และ 5 หน่วย

ก. 6 , 8 และ 12 หน่วย ข. 10 , 12 และ 15 หน่วย

ค. 12 ,16 และ 20 หน่วย ง. 15 , 20 และ 30 หน่วย

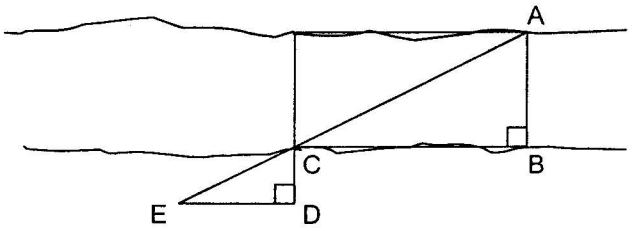
2. กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยม ABC และรูปสามเหลี่ยม ACD มี $A\hat{B}C = C\hat{A}D$ อัตราส่วนของความยาวของด้านในข้อใดถูกต้อง



ก. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AD} = \frac{BD}{AB}$ ข. $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{DC} = \frac{AD}{BD}$

ค. $\frac{DC}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC}$ ง. $\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC}$

3. จากรูป AB เป็นความกว้างของแม่น้ำ BC = 50 เมตร CD = 10 เมตร DE = 15 เมตร แม่น้ำกว้างเท่าไร



ก. 30 เมตร ข. $33\frac{1}{3}$ เมตร

ค. $48\frac{1}{3}$ เมตร ง. 75 เมตร

4. เงาของอาคารเรียนหลังหนึ่งทอดยาว 20 เมตร ขณะเวลาเดียวกัน นักเรียนคนหนึ่งซึ่งสูง 150 เซนติเมตร เงาของเขาทอดยาว 2 เมตร จงหาความสูงของอาคารเรียนหลังนั้น (แสดงวิธีทำ)

คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8

เรื่อง

อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A

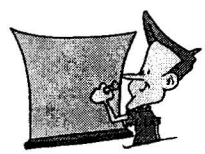
คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 8 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถามสามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน



จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8 แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
3. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าใดค่าหนึ่งให้ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ 1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 8

2. ใบกิจกรรมที่ 8

ตอนที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A

นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 30 นาที

เนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ sin A , cos A , tan A

จากหลักการของรูปสามเหลี่ยมคล้าย ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ ถ้ามีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 3 มุม มุมต่อมุม ย่อมทำให้อัตราส่วนของความยาวด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากันมีค่าเท่ากันเสมอ

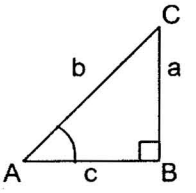
จากรูปสามเหลี่ยม ABC มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก

ถ้ากำหนดให้ มุม A เป็นมุมหลัก

$\overline{BC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุม A ยาว a หน่วย

$\overline{AC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว b หน่วย

$\overline{AB}$ เป็นด้านประชิดมุม A ยาว c หน่วย

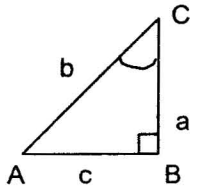


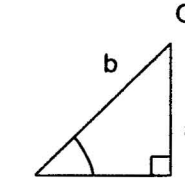
ถ้ากำหนดให้ มุม C เป็นมุมหลัก

$\overline{BC}$ เป็นด้านประชิดมุม C ยาว a หน่วย

$\overline{AC}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ยาว b หน่วย

$\overline{AB}$ เป็นด้านตรงข้ามมุม C ยาว c หน่วย





จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มี $A\hat{B}C$ เป็นมุมฉาก

ถ้าให้มุม A เป็นมุมหลัก

เรียก $\frac{BC}{AC}$ หรือ $\frac{a}{b}$ ว่า ไซน์ (sine) ของมุม A

เรียก $\frac{AB}{AC}$ หรือ $\frac{c}{b}$ ว่า โคไซน์ (cosine) ของมุม A

เรียก $\frac{BC}{AB}$ หรือ $\frac{a}{c}$ ว่า แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A

โดยทั่วไปเรานิยมเขียน sin A แทน ไซน์ของมุม A

cos A แทน โคไซน์ของมุม A

tan A แทน แทนเจนต์ของมุม A

นั่นคือ $\sin A = \frac{BC}{AC}$ หรือ $\frac{a}{b}$

$\cos A = \frac{AB}{AC}$ หรือ $\frac{c}{b}$

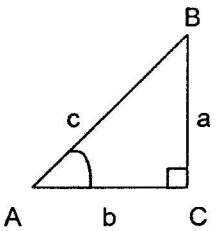
$\tan A = \frac{BC}{AB}$ หรือ $\frac{a}{c}$

สรุป ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ยึดมุมแหลมมุมหนึ่งเป็นมุมหลัก อัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เรียกว่า อัตราส่วนตรีโกณมิติ มีดังนี้

ไซน์ของมุม A หรือ sin A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A หรือ cos A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A หรือ tan A คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$



จากรูป ABC เป็น $\triangle$ มุมฉาก ที่มี $A\hat{C}B$ เป็นมุมฉาก

ถ้าให้มุม A เป็นหลักจะได้ว่า $\sin A = \frac{a}{c}$

$\cos A = \frac{b}{c}$

$\tan A = \frac{a}{b}$

ถ้าให้มุม B เป็นหลักจะได้ว่า $\sin B = \frac{b}{c}$

$\cos B = \frac{a}{c}$

$\tan B = \frac{b}{a}$

➪ **ข้อสังเกต** จากรูปสามเหลี่ยม ABC ข้างต้น

$\sin A = \cos B$

$\sin B = \cos A$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$$

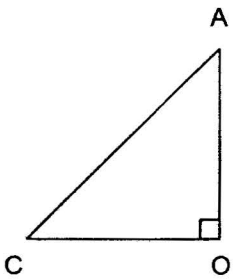
❤ **เทคนิคการจำ**

sin A	=	ข้าม / ฉาก
cos A	=	ชิด / ฉาก
tan A	=	ข้าม / ชิด

เทคนิคข้างบนช่วยในการจำครับ ขอให้เพื่อนๆ ท่องจำไว้ให้แม่นยำ
ข้าม หมายถึง ความยาวด้านตรงข้ามมุม A
ชิด หมายถึง ความยาวด้านประชิดมุม A
ฉาก หมายถึง ความยาวด้านตรงข้ามมุมฉาก

เพื่อนๆ ศึกษาจากตัวอย่างนะครับ

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม AOC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี $A\hat{O}C$ เป็นมุมฉาก จงหาค่าไซน์ โคไซน์ และ แทนเจนต์ของมุม A และมุม C



โจทย์ต้องการทราบอะไร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม C

จะต้องใช้ความรู้เรื่องใด

ใช้นิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ในการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A และมุม C

มีวิธีการอย่างไร

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\sin A = \frac{CO}{AC}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{AO}{AC}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$$

$$\tan A = \frac{CO}{AO}$$

$$\sin C = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\sin C = \frac{AO}{AC}$$

$$\cos C = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม C}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

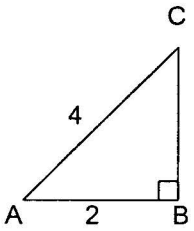
$$\cos C = \frac{CO}{AC}$$

$$\tan C = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม C}}$$

$$\tan C = \frac{AO}{CO}$$

ถ้าเข้าใจแล้วไม่ต้องเขียน
บรรทัดที่เป็นนิยามทุกครั้งก็ได้

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $\triangle$ มุมฉาก ABC ดังรูป จงหา sin A , cos A , tan A , sin C , cos C , tan C



โจทย์ต้องการทราบอะไร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ค่าของ sin A , cos A , tan A , sin C , cos C และ tan C

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบด้านใด

ทราบความยาวของด้าน BC

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และใช้นิยามของ ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ หาคำตอบ

หาความยาวของด้าน BC ได้เท่าไร มีวิธีการอย่างไร

วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$BC^2 = 4^2 - 2^2$

$BC^2 = 16 - 4 = 12$

$BC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

หาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม A และ มุม C ได้อย่างไร

$$\sin A = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos A = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\tan A = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\sin C = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos C = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan C = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

เรานิยมทำตัวส่วนไม่ให้ติดกรณฑ์($\sqrt{\ }$) โดยใช้ตัวมันเองคูณทั้งเศษและส่วนซึ่งจะทำให้ค่าไม่เปลี่ยนแปลง เนื่องจาก $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$

ตรวจสอบ แทนค่า $BC = 2\sqrt{3}$

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

$AC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2$

$AC^2 = (4X3) + 4 = 16$

$AC = 4$ เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 3 ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก และให้ $\tan A = \frac{4}{3}$ จงหา sin A , cos A , sin B , cos B , tan B

โจทย์ต้องการทราบอะไร

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ค่าของ sin A , cos A , sin B , cos B , tan B

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบส่วนใด

ทราบความยาวของด้านทั้งสามด้าน

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และใช้นิยามไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์หาคำตอบ

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก และ $\tan A = \frac{4}{3}$

จากสิ่งที่โจทย์กำหนดทำให้ทราบความยาวของด้านใด

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A และความยาวของด้านประชิดมุม A

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

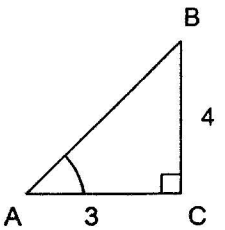
เขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ให้มุม C เป็นมุมฉาก จากโจทย์ทราบค่า tan A ใส่ความยาวด้านในรูป

วิธีทำ $\tan A = \frac{4}{3}$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$$

เป็นอัตราส่วนอย่างต่ำ ซึ่งความยาวของด้านจริงอาจเป็น $\frac{8}{6}$ หรือจำนวนอื่น ๆ ก็ได้

เขียนรูปได้ดังนี้



มีวิธีหาความยาวของด้านที่เหลืออีกหนึ่งด้านอย่างไร

เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 3^2 + 4^2$

$AB^2 = 9 + 16 = 25$

$AB = \sqrt{25} = 5$

หาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ของมุม A และ มุม B ได้อย่างไร

$$\sin A = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \frac{3}{5}$$

$$\sin B = \frac{3}{5}$$

$$\cos B = \frac{4}{5}$$

$$\tan B = \frac{3}{4}$$

ตรวจสอบ แทนค่า AB = 5

$AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = 5^2 - 4^2$

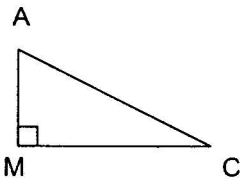
$AC^2 = 25 - 16 = 9$

$AC = \sqrt{9} = 3$ เป็นจริง

ศึกษาตัวอย่างแล้วเพื่อนๆ ก็
ลองทำแบบฝึกทักษะนะคะ

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม C



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

.....

.....

.....

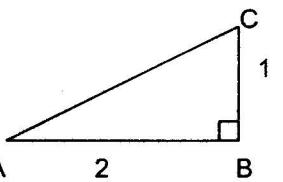
.....

.....

.....

---

2. กำหนด รูป △มุมฉาก ABC ดังรูป จงหา sin A , cos A , tan A , sin C , cos C และ tan C



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบด้านใด

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

หาความยาวของด้าน AC ได้เท่าไร มีวิธีการอย่างไร

หาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม C ได้อย่างไร

ตรวจสอบความถูกต้องอย่างไร

จำนิยามของ sin A , cos A, tan A
ให้แม่นยำจะทำแบบฝึกหัดได้นะครับ
อ้อ! อย่าลืมทฤษฎีบทของปีทาโกรัส
นะครับต้องนำมาใช้ด้วย

3. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งมี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก และให้ 13cos A = 12 จงหา sin A , tan A , sin B , cos B และ tan B

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบส่วนใด

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

.....

จากสิ่งที่โจทย์กำหนดทำให้ทราบความยาวของด้านใด

.....

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

มีวิธีหาความยาวของด้านที่เหลืออีกหนึ่งด้านอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

หาค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม B ได้อย่างไร

.....

.....

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 8

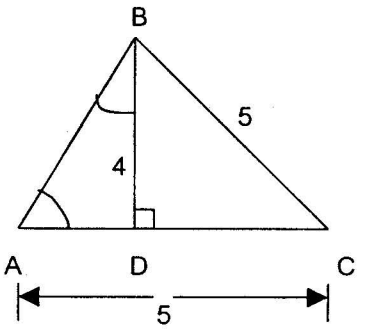
ใบกิจกรรมที่ 8

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้ โดยแสดงวิธีทำ

กำหนด รูปสามเหลี่ยม ABC ให้ดังรูป จงหา

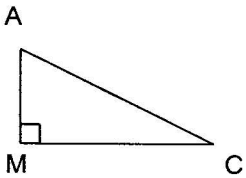
(1) sin $B\hat{A}D$

(2) sin $A\hat{B}D$



เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 8

ข้อ 1.



สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ค่าไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม A และมุม C

ใช้ความรู้เกี่ยวกับนิยามของ ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุม

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\sin A = \frac{MC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\cos A = \frac{AM}{AC}$$

$$\tan A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$$

$$\tan A = \frac{MC}{AM}$$

$$\sin C = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\sin C = \frac{AM}{AC}$$

$$\cos C = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม C}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

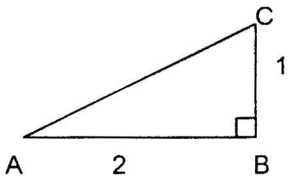
$$\cos C = \frac{MC}{AC}$$

$$\tan C = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม C}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม C}}$$

$$\tan C = \frac{AM}{MC}$$

ตรวจสอบ คำตอบเป็นไปตามนิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

ข้อ 2.



สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ค่าของ sin A , cos A , tan A , sin C , cos C และ tan C จะต้องทราบความยาวของด้าน AC

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และนิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ หาคำตอบ

วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = BC^2 + AB^2$

$AC^2 = 1^2 + 2^2$

$AC^2 = 1 + 4 = 5$

$AC = \sqrt{5}$

$\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos A = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\tan A = \frac{1}{2}$

$\sin C = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos C = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

$\tan C = \frac{2}{1} = 2$

ตรวจสอบ แทนค่า $AC = \sqrt{5}$

$AB^2 = AC^2 - BC^2$

$AB^2 = (\sqrt{5})^2 - 1^2$

$AB^2 = 5 - 1 = 4$

$AB = 2$ **เป็นจริง**

ข้อ 3.

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ ค่าของ sin A , tan A , sin B , cos B และ tan B

จะต้องทราบความยาวของด้านทั้งสามด้าน

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และนิยามไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์หาคำตอบ

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก และให้ค่า cos A

ความยาวของด้านประชิดมุม A และความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

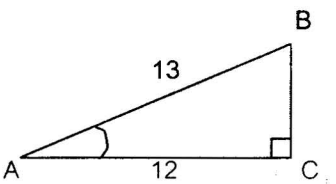
วิธีทำ $13 \cos A = 12$

ดังนั้น $\cos A = \frac{12}{13}$

13 คูณกับ cos A ใช้สมบัติการเท่ากันของการหารนำ 13 มาหารทั้งสองข้าง

$\cos A = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A เท่ากับ 12 หน่วย}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากเท่ากับ 13 หน่วย}}$

เขียนรูปได้ดังนี้



เนื่องจาก $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $BC^2 = AB^2 - AC^2$

$BC^2 = 13^2 - 12^2$

$BC^2 = 169 - 144 = 25$

$BC = 5$

$\sin A = \frac{5}{13}$

$\tan A = \frac{5}{12}$

$\sin B = \frac{12}{13}$

$\cos B = \frac{5}{13}$

$\tan B = \frac{12}{5}$

ตรวจสอบ แทนค่า $BC = 5$

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$AB^2 = 5^2 + 12^2$

$AB^2 = 25 + 144 = 169$

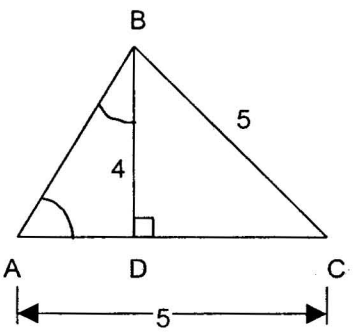
$AB = 13$ เป็นจริง

เฉลยใบกิจกรรมที่ 8

กำหนด รูปสามเหลี่ยม ABC ให้ดังรูป จงหา

(1) sin $B\hat{A}D$

(2) sin $A\hat{B}D$



สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ sin $B\hat{A}D$ และ sin $A\hat{B}D$

หาความยาวของด้าน CD , AD และ AB โดยใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และใช้นิยามของไซน์หาคำตอบ

วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle$ BCD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $CD^2 = 5^2 - 4^2$

$CD^2 = 25 - 16 = 9$

$CD = 3$

$AD = 5 - 3 = 2$

เนื่องจาก $\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AB^2 = 4^2 + 2^2$

$AB^2 = 16 + 4 = 20$

$AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$$\sin B\hat{A}D = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin A\hat{B}D = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 8

คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

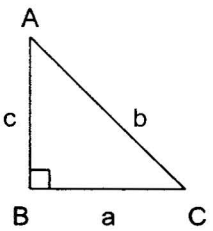
คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์

1. นักเรียนสามารถบอกบทนิยามของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้ (ข้อ 1)
2. นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ (ข้อ 2 – 3)
3. นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าใดค่าหนึ่งให้ได้ (ข้อ 4)

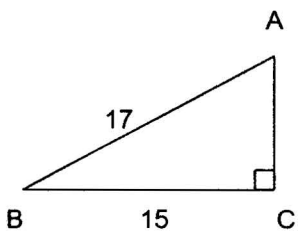
1. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม B เป็นมุมฉาก ดังรูป tan A เท่ากับข้อใด



ก. $\frac{c}{b}$ ข. $\frac{a}{c}$

ค. $\frac{a}{b}$ ง. $\frac{c}{a}$

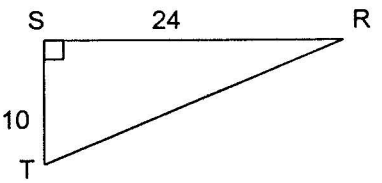
2. จากรูป sin B เท่ากับเท่าไร



ก. $\frac{15}{8}$ ข. $\frac{15}{17}$

ค. $\frac{8}{15}$ ง. $\frac{8}{17}$

3. จากรูป cos R เท่ากับเท่าไร



ก. $\frac{5}{12}$ ข. $\frac{5}{13}$

ค. $\frac{12}{13}$ ง. $\frac{13}{12}$

4. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก กำหนดให้ $\cos A = \frac{2}{3}$ จงหา tan B (แสดงวิธีทำ)

คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9

เรื่อง

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60°

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9

เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60°

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60° (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60° พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 9 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9 แล้ว นักเรียนสามารถบอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° และนำไปใช้ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ 1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 9

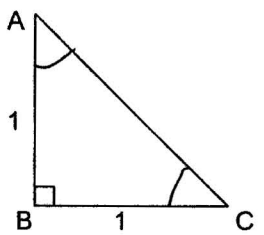
2. ใบกิจกรรมที่ 9

ตอนที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60°

เนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45°, 60°

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่มีขนาด 45°

สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้มีด้านประกอบมุมฉากยาวด้านละ 1 หน่วย ดังรูป



ให้นักเรียนพิจารณาว่า $\triangle$ มุมฉาก ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใดอีก .....

..... มุม A และมุม C มีขนาด ..... องศา หาความยาวของด้าน AC โดยใช้ .....

AC^2 = ...

AC^2 = ...

AC^2 = ... =

ดังนั้น AC = ... $\approx$ 1.414

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 45°

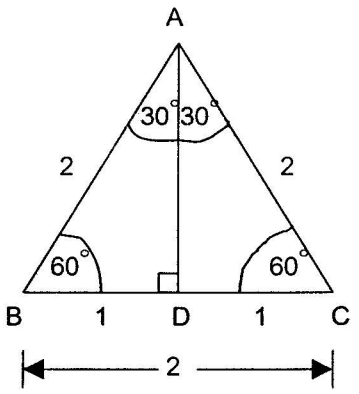
sin 45° = ...

cos 45° = ...

tan 45° = ...

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° และ 60°

สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC ให้มีด้านยาวด้านละ 2 หน่วย มี $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ = 60° ดังรูป



จากจุดยอด A ลากเส้นตั้งฉากกับ $\overline{BC}$ ที่จุด D ทำให้ $B\hat{A}D$ = 30° และ BD = DC = 1 หน่วย หา AD ได้จาก

AD^2 = ...

AD^2 = ...

AD^2 = ... = ...

AD = ... ≈ 1.732

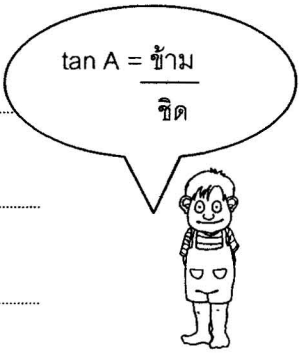
อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°

sin 30° = ...

cos 30° = ...

tan 30° = ...

อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 60°

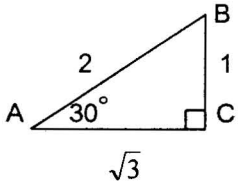
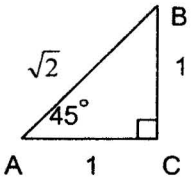
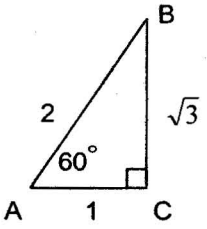


sin 60° = ...

cos 60° = ...

tan 60° = ...

สรุปเป็นตารางได้ดังนี้

	A	sin A	cos A	tan A
	30°			
	45°			
	60°			

ศึกษาตัวอย่างครับ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าของ $\cos 45^\circ \tan 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ$

$\cos 60^\circ \sin 45^\circ$ เขียนติดกันหมายถึง นำค่าของมันคูณกัน

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบค่าของ $\cos 45^\circ \tan 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ$

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบอะไร

จะต้องทราบค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามที่โจทย์กำหนด

จะมีวิธีหาคำตอบอย่างไร

แทนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดลงในโจทย์แล้วคำนวณหาคำตอบ

วิธีทำ แทนค่า $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan 45^\circ = 1$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\cos 45^\circ \tan 45^\circ - \cos 60^\circ \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 1\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4} \quad \textbf{ตอบ}$$

วิธีทำส่วนไม่ให้ติดกรณฑ์ ($\sqrt{\ }$)ต้องนำตัวมันเองมาคูณทั้งเศษและส่วน เนื่องจาก $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ ค่าจะไม่เปลี่ยนแปลง

ทำส่วนให้เท่ากันโดยหา ค.ร.น.

การลบให้นำจำนวนหน้าเครื่องหมายกรณฑ์มาลบกัน ถ้าหน้าเครื่องหมายกรณฑ์ไม่มีตัวเลขปรากฏให้เห็นแสดงว่ามีค่า 1

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $4\ (\tan 30^\circ)^2 + (\sin 60^\circ)^2$

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบค่าของ $4\ (\tan 30^\circ)^2 + (\sin 60^\circ)^2$

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบอะไร

จะต้องทราบค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่โจทย์กำหนด

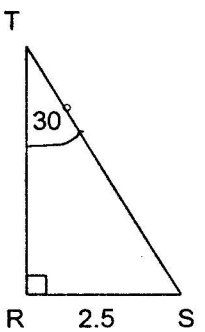
จะมีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

แทนค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมลงในโจทย์แล้วคำนวณหาคำตอบ

วิธีทำ แทนค่า $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$
\begin{aligned}
4\ (\tan 30^\circ)^2 + (\sin 60^\circ)^2 &= 4\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \\
&= 4\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{4}\right) \\
&= \frac{4}{3} + \frac{3}{4} \\
&= \frac{(4\times 4)+(3\times 3)}{12} \\
&= \frac{16+9}{12} \\
&= \frac{25}{12} \\
&= 2\frac{1}{12}
\end{aligned}
$$

ตัวอย่างที่ 3 จากรูป ถ้า RS = 2.5 เซนติเมตร ความยาวของด้าน ST เท่ากับเท่าไร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบความยาวของด้าน ST

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

โจทย์กำหนด $R\hat{T}S$ = 30° , RS = 2.5 เซนติเมตร ซึ่งเป็นด้านตรงข้ามมุม $R\hat{T}S$

ด้าน ST เป็นด้านอะไรของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก RST

ด้าน ST เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

จะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ดังนั้นจะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin 30°

มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

วิธีทำ ให้ความยาวของด้าน ST เท่ากับ x เซนติเมตร

$$\sin 30^\circ = \frac{RS}{ST}$$

แทนค่า $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, RS = 2.5 , ST = x

$$\frac{1}{2} = \frac{2.5}{x}$$

$$x \times \frac{1}{2} = 2.5$$

$$x = 2.5 \text{ X } \frac{2}{1}$$

$$x = 5 \text{ เซนติเมตร}$$

ความยาวของด้าน ST = 5 เซนติเมตร **ตอบ**

ตรวจสอบความถูกต้องอย่างไร

ตรวจสอบ แทนค่า ST = 5

$$\sin 30^\circ = \frac{RS}{ST}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{2.5}{5}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ เป็นจริง}$$

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. จงหาค่าของ

(1) $(\sin 45^\circ)(\cos 45^\circ) - (\sin 30^\circ)(\cos 60^\circ)$ = ...

= .....

= .....

= .....

---

(2) $\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} + \tan 45^\circ$ = ...

= .....

= .....

= .....

---

(3) $(\tan 60^\circ)^2 - (\tan 30^\circ)^2$ = ...

= .....

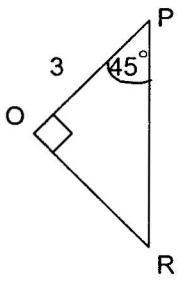
= .....

= .....

= .....

---

2. จากรูปถ้า PO = 3 เซนติเมตร ความยาวของด้าน PR เท่ากับเท่าไร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

.....

ด้าน PR เป็นด้านอะไรของรูปสามเลี่ยมมุมฉาก POR

.....

จะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

.....

มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มีวิธีตรวจสอบอย่างไร

.....

.....

.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 9

ใบกิจกรรมที่ 9

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนสรุปอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30° , 45° และ 60° ลงตาราง ให้นักเรียนออกแบบตารางเองเพื่อให้จำได้ง่ายและสะดวกต่อการใช้

เฉลยชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 9

เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

มีขนาด 45°

ใช้ทฤษฎีของปีทาโกรัส

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 1^2 + 1^2$

$AC^2 = 1 + 1 = 2$

ดังนั้น $AC = \sqrt{2} \approx 1.414$

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ หรือ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ หรือ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 45^\circ = 1$

$AD^2 = AB^2 - BD^2$

$AD^2 = 2^2 - 1^2$

$AD^2 = 4 - 1 = 3$

$AD = \sqrt{3}$

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ หรือ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 9

ข้อ1.

(1) $(\sin 45^\circ)(\cos 45^\circ) - (\sin 30^\circ)(\cos 60^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

$= \frac{2-1}{4}$

$= \frac{1}{4}$

---

(2) $\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} + \tan 45^\circ = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + 1$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{1} + 1$

$= 1 + 1$

$= 2$

---

(3) $(\tan 60^\circ)^2 - (\tan 30^\circ)^2 = (\sqrt{3})^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

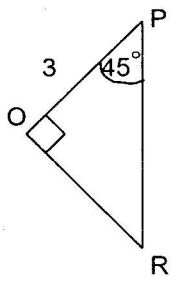
$= 3 - \frac{1}{3}$

$= \frac{9-1}{3}$

$= \frac{8}{3}$

$= 2\frac{2}{3}$

ข้อ 2.



โจทย์ต้องการทราบความยาวของด้าน PR

โจทย์กำหนด $O\hat{P}R$ = 45° , PO = 3 เซนติเมตร ซึ่งเป็นด้านประชิด $O\hat{P}R$

ด้าน PR เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

ดังนั้นจะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ cos 45°

$$\cos 45^\circ = \frac{PO}{PR}$$

$$PR \times \cos 45^\circ = PO$$

แทนค่า $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$, PO = 3 ซม.

$$PR \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3$$

$$PR = 3 \times \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$PR = 3\sqrt{2} \text{ ซม.}$$

$\sqrt{2} \approx 1.414$

$$PR = 3 \times 1.414$$

$$PR \approx 4.242 \text{ ซม.}$$

ตรวจสอบ แทนค่า $PR = 3\sqrt{2}$

เราจะไม่ใช้ค่าประมาณในการแทนค่าเพราะค่าที่ได้อาจคลาดเคลื่อน

$$\cos 45^\circ = \frac{PO}{PR}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{3}{3\sqrt{2}}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$ เป็นจริง

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 9

คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถบอกอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° และนำไปใช้ได้

1. ค่าของ $\sin 45^\circ \cos 45^\circ + \sin 60^\circ \tan 60^\circ$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

   ก. $\frac{1}{2}$ ข. 1

   ค. $\frac{3}{2}$ ง. 2

2. ค่าของ $\sin 30^\circ \tan 45^\circ - (\cos 45^\circ)^2$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

   ก. 0 ข. $\frac{1}{2}$

   ค. 1 ง. $\frac{3}{2}$

3. ค่าของ $(\tan 30^\circ)^2 \cos 60^\circ - \tan 45^\circ$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

   ก. -1 ข. $-\frac{5}{6}$

   ค. $\frac{5}{6}$ ง. 1

4. ถ้า $A = 30^\circ$ แล้ว จงหาค่าของ $2\sin A + 3\cos 2A$ (แสดงวิธีทำ)

.....

.....

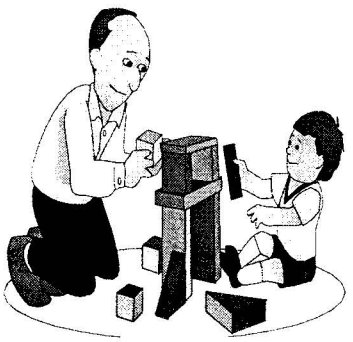
.....

.....

.....

.....

คณิตศาสตร์ (ค 011)



ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10

เรื่อง

การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10

เรื่องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง

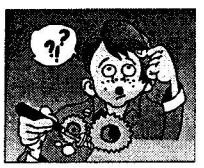
คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง (ใช้เวลา 20 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่10 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรม นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาเรื่องการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน และนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 การแข่งขันเกมทางวิชาการ (ใช้เวลา 20 นาที)

นักเรียนแข่งขันเกมทางวิชาการชุดที่ 1 หลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน



เรียนชุดการเรียนนี้
แล้วรู้อะไรบ้าง

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10 แล้ว นักเรียนสามารถอ่านค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ จากตารางได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ
1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 10
2. ใบกิจกรรมที่ 10
3. ตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ตอนที่ 1 การหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง

นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 20 นาที

เนื้อหาการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง

เราสามารถคำนวณหาค่าได้ทุกค่าของ sin A , cos A และ tan A เมื่อ $0^\circ < \hat{A} < 90^\circ$ ดังตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้
(หมายเหตุ ตัวเลขในตารางเป็นค่าประมาณถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 3)

ตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติอยู่ด้านหลังของชุดการเรียน

เพื่อนๆ

ศึกษาตัวอย่าง

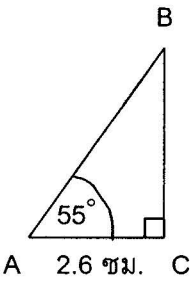
ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่อไปนี้

1. $\sin 17^\circ$
2. $\cos 4^\circ$
3. $\tan 33^\circ$
4. $\sin 46^\circ$
5. $\cos 89^\circ$

วิธีทำ จากตารางแสดงค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ จะได้

1. $\sin 17^\circ \approx 0.292$
2. $\cos 4^\circ \approx 0.998$
3. $\tan 33^\circ \approx 0.649$
4. $\sin 46^\circ \approx 0.719$
5. $\cos 89^\circ \approx 0.018$

ตัวอย่างที่ 2 จากรูป ด้าน BC ยาวเท่าไร (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของด้าน BC

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

โจทย์กำหนดมุม 55° ด้าน AC ยาว 2.6 ซม. ซึ่งเป็นด้านประชิดมุม 55°

ด้าน BC เป็นด้านอะไรของมุม 55°

ด้าน BC เป็นด้านตรงข้ามมุม 55°

จะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

ดังนั้นจะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ tan 55°

มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

วิธีทำ จากตาราง $\tan 55^\circ \approx 1.428$

จากรูป $\tan 55^\circ = \frac{BC}{AC}$

$\tan 55^\circ \times AC = BC$

แทนค่า $\tan 55^\circ \approx 1.428$, $AC = 2.6$ ซม.

$BC \approx 1.428 \times 2.6$

$BC \approx 3.7128$ ซม.

ด้าน BC ยาวประมาณ 3.71 เซนติเมตร **ตอบ**

ตรวจสอบความถูกต้องอย่างไร

ตรวจสอบ แทนค่า $BC \approx 3.7128$

$\tan 55^\circ = \frac{BC}{AC}$

$\tan 55^\circ \approx \frac{3.7128}{2.6}$

$\tan 55^\circ \approx 1.428$ เป็นจริง

ตัวอย่างที่ 3 ถ้ากำหนดให้ $\tan A = 0.650$ มุม A มีขนาดประมาณกี่องศา

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบขนาดของมุม A

จะหาขนาดของมุม A ได้โดยวิธีใด ทำอย่างไร

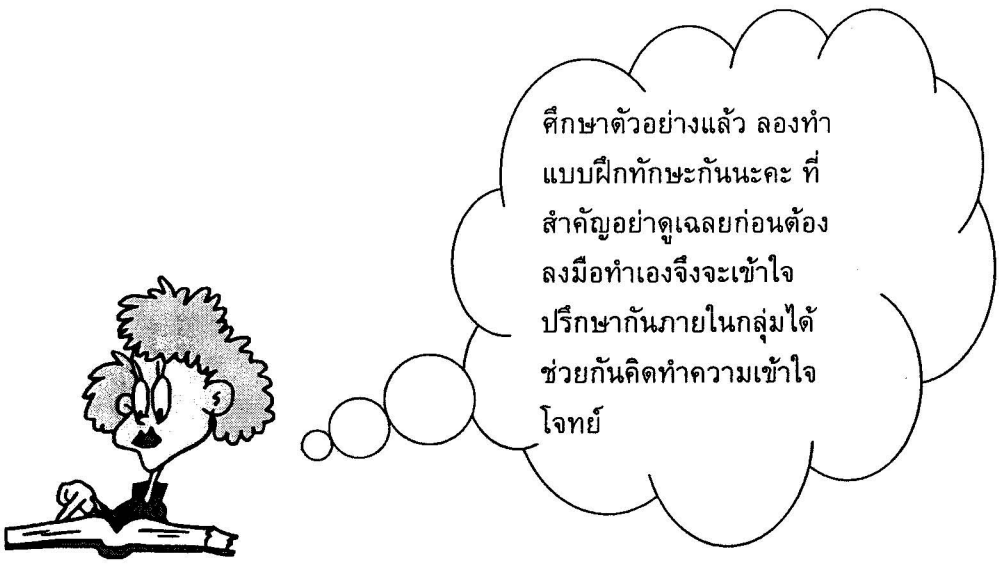
เปิดตารางหาค่า tan A ที่เท่ากับหรือใกล้เคียง 0.650 แล้วดูว่าตรงกับมุมกี่องศา

$\tan A = 0.650$

จากตาราง $\tan 33^\circ \approx 0.649$

$\tan 34^\circ \approx 0.675$

ดังนั้น มุม A $\approx$ 33 องศา (เพราะค่า 0.650 ใกล้เคียงกับ 0.649)



แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. จากตารางแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ จงหาค่าของ

   (1) $\tan 68^\circ \approx$ .....

   (2) $\sin 21^\circ \approx$ .....

   (3) $\tan 50^\circ \approx$ .....

   (4) $\cos 81^\circ \approx$ .....

   (5) $\sin 40^\circ \approx$ .....

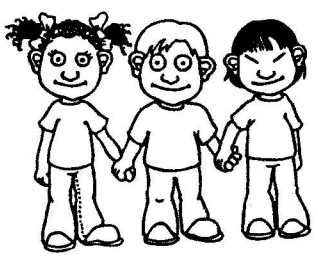
   (6) $\tan 10^\circ \approx$ .....

   (7) $\sin 73^\circ \approx$ .....

   (8) $\cos 30^\circ \approx$ .....

   (9) $\tan 1^\circ \approx$ .....

   (10) $\cos 21^\circ \approx$ .....



2. ถ้ากำหนดให้ $\sin A = 0.815$ มุม A มีขนาดประมาณกี่องศา
   โจทย์ต้องการทราบอะไร

   .....

   จะหาขนาดของมุม A ได้โดยวิธีใด ทำอย่างไร

   .....

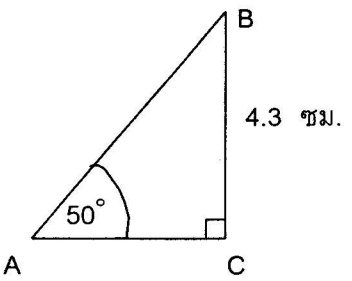
   .....

   .....

   .....

   .....

3. จากรูป ด้าน AC ยาวเท่าไร (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

.....

ด้าน AC เป็นด้านอะไรของมุม 50°

.....

จะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

.....

มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

.....

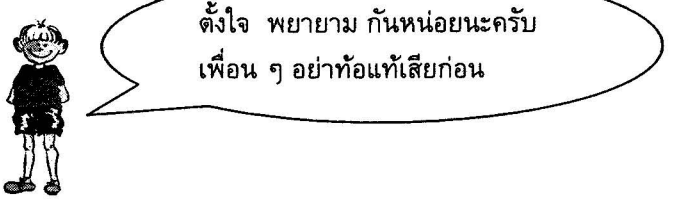
.....

.....

.....

.....

.....



ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 10

ใบกิจกรรมที่ 10

ให้นักเรียนหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° โดยทำเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง

1. $\sin 30^\circ \approx$ .....
2. $\cos 30^\circ \approx$ .....
3. $\tan 30^\circ \approx$ .....
4. $\sin 45^\circ \approx$ .....
5. $\cos 45^\circ \approx$ .....
6. $\tan 45^\circ \approx$ .....
7. $\sin 60^\circ \approx$ .....
8. $\cos 60^\circ \approx$ .....
9. $\tan 60^\circ \approx$ .....

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 10

ข้อ 1. จากตารางแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ ค่าของ

(1)	$\tan 68^\circ$	$\approx$	2.475	(6)	$\tan 10^\circ$	$\approx$	0.176
(2)	$\sin 21^\circ$	$\approx$	0.358	(7)	$\sin 73^\circ$	$\approx$	0.956
(3)	$\tan 50^\circ$	$\approx$	1.192	(8)	$\cos 30^\circ$	$\approx$	0.866
(4)	$\cos 81^\circ$	$\approx$	0.156	(9)	$\tan 1^\circ$	$\approx$	0.017
(5)	$\sin 40^\circ$	$\approx$	0.643	(10)	$\cos 21^\circ$	$\approx$	0.934

---

2. ถ้ากำหนดให้ $\sin A = 0.815$ มุม A มีขนาดประมาณกี่องศา

โจทย์ต้องการทราบขนาดของมุม A

เปิดตารางหาค่า $\sin A$ ที่เท่ากับหรือใกล้เคียง 0.815 แล้วดูว่าตรงกับมุมกี่องศา

$\sin A = 0.815$

จากตาราง $\sin 54^\circ \approx 0.809$

$\sin 55^\circ \approx 0.819$

ดังนั้น มุม A $\approx$ 55 องศา

---

3. โจทย์ต้องการทราบ ความยาวของด้าน AC

โจทย์กำหนดมุม 50° ด้าน BC ยาว 4.3 ซม. ซึ่งเป็นด้านตรงข้ามมุม 50°

ด้าน AC เป็นด้านประชิดมุม 50°

ดังนั้นจะต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\tan 50^\circ$

จากตาราง $\tan 50^\circ \approx 1.192$

$$\tan 50^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan 50^\circ \times AC = BC$$

แทนค่า $\tan 50^\circ \approx 1.192$, BC = 4.3 ซม.

$$1.192 \times AC \approx 4.3$$

$$AC \approx \frac{4.3}{1.192} \approx \frac{4300}{1192} \approx 3.6073$$

$AC \approx 3.61$ ซม.

ตัวส่วนเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่งทำเป็นจำนวนเต็มโดยนำ 1000 มาคูณทั้งเศษและส่วน

เฉลยใบกิจกรรมที่ 10

ให้นักเรียนหาค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30°, 45° และ 60° โดยทำเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง

1. $\sin 30^\circ \approx 0.500$
2. $\cos 30^\circ \approx 0.866$
3. $\tan 30^\circ \approx 0.577$
4. $\sin 45^\circ \approx 0.707$
5. $\cos 45^\circ \approx 0.707$
6. $\tan 45^\circ \approx 1.00$
7. $\sin 60^\circ \approx 0.866$
8. $\cos 60^\circ \approx 0.500$
9. $\tan 60^\circ \approx 1.732$

เกมการแข่งขันเชิงวิชาการชุดที่ 1

จุดประสงค์ เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่องการอ่านตารางค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ

กติกา

1. ให้นักเรียนทุกคนเลือกคำถามคนละ 1 ข้อจากซองคำถาม
2. นักเรียนที่เลือกคำถามที่ 1 , 2 , 3 , ... , 10 อ่านคำถามให้เพื่อนฟัง เพื่อตอบคำถามโดยใช้เวลาข้อละ 1 นาที และให้สิทธิ์คนที่ได้ข้อนั้นๆ มีสิทธิ์ตอบก่อน คนอื่นมีสิทธิ์ตอบได้ถ้าผู้มีสิทธิ์ข้อนั้นไม่ตอบ
3. คนที่ตอบถูกคนแรกได้คะแนน 2 คะแนน คนที่ตอบถูกถัดมาได้คะแนนคนละ 1 คะแนน
4. อ่านคำถามจนครบ 10 ข้อ รวมคะแนนโดยให้โบนัสแก่คนที่ได้คะแนนมากที่สุดในโต๊ะแข่งขันแต่ละโต๊ะ 10 คะแนน และได้ 9 , 8 , 7 , ... , 1 คะแนนตามลำดับ
5. นำผลคะแนนโบนัสที่ได้กลับไปกลุ่มเดิมเพื่อรวมเป็นคะแนนของกลุ่ม

♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠

คำถาม

คำถามข้อที่1 sin A = 0.087 $\hat{A}$ มีขนาด.....องศา

คำถามข้อที่ 2 cos 85° มีค่าเท่ากับ.....

คำถามข้อที่ 3 sin 86° มีค่าเท่ากับ cos A ดังนั้น $\hat{A}$ มีขนาด ..... องศา

คำถามข้อที่ 4 cos 15° – sin 50° + tan 44° – cos 40° มีค่าเท่ากับ .....

คำถามข้อที่ 5 tan A = 1.732 $\hat{A}$ มีขนาด.....องศา

คำถามข้อที่ 6 $(\sin 30^\circ)(\cos 30^\circ)$ มีค่าเท่ากับ .....
(ตอบทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

คำถามข้อที่ 7 $\frac{\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} + (\sin 60^\circ)(\cos 30^\circ)$ มีค่าเท่ากับ .....
(ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง)

คำถามข้อที่ 8 $(\sin 30^\circ \div \cos 60^\circ) + \tan 45^\circ$ มีค่าเท่ากับ.....

คำถามข้อที่ 9 $\tan 58^\circ - \tan 31^\circ$ มีค่าเท่ากับ .....

คำถามข้อที่ 10 $(\tan 35^\circ)^2 + (\tan 42^\circ)^2$ มีค่าเท่ากับ .....

A	tanA	sinA	cosA
1°	.017	.017	.999
2°	.035	.035	.999
3°	.052	.052	.999
4°	.070	.070	.998
5°	.087	.087	.996
6°	.105	.105	.995
7°	.123	.122	.993
8°	.141	.139	.990
9°	.158	.156	.988
10°	.176	.174	.985
11°	.194	.191	.982
12°	.213	.208	.978
13°	.231	.225	.974
14°	.249	.242	.970
15°	.268	.259	.966
16°	.287	.276	.961
17°	.306	.292	.956
18°	.325	.309	.951
19°	.344	.326	.946
20°	.364	.342	.940
21°	.384	.358	.934
22°	.404	.375	.927
23°	.424	.391	.921
24°	.445	.407	.914
25°	.466	.423	.906
26°	.488	.438	.899
27°	.510	.454	.891
28°	.532	.469	.883
29°	.554	.485	.875
30°	.577	.500	.866
31°	.601	.515	.857
32°	.625	.530	.848
33°	.649	.545	.839
34°	.675	.559	.829
35°	.700	.574	.819
36°	.727	.588	.809
37°	.754	.602	.799
38°	.781	.616	.788
39°	.810	.629	.777
40°	.839	.643	.766
41°	.869	.656	.755
42°	.900	.669	.743
43°	.933	.682	.731
44°	.966	.695	.719
45°	1.000	.707	.707

A	tanA	sinA	cosA
46°	1.036	.719	.695
47°	1.072	.731	.682
48°	1.111	.743	.669
49°	1.150	.755	.656
50°	1.192	.766	.643
51°	1.235	.777	.629
52°	1.280	.788	.616
53°	1.327	.799	.602
54°	1.376	.809	.588
55°	1.428	.819	.574
56°	1.483	.829	.559
57°	1.540	.839	.545
58°	1.600	.848	.530
59°	1.664	.857	.515
60°	1.732	.866	.500
61°	1.804	.875	.485
62°	1.881	.883	.469
63°	1.963	.891	.454
64°	2.050	.899	.438
65°	2.145	.906	.423
66°	2.246	.914	.407
67°	2.356	.921	.391
68°	2.475	.927	.375
69°	2.605	.934	.358
70°	2.748	.940	.342
71°	2.904	.946	.326
72°	3.078	.951	.309
73°	3.271	.956	.292
74°	3.487	.961	.276
75°	3.732	.966	.259
76°	4.011	.970	.242
77°	4.332	.974	.225
78°	4.705	.978	.208
79°	5.145	.982	.191
80°	5.671	.985	.174
81°	6.314	.988	.156
82°	7.115	.990	.139
83°	8.144	.993	.122
84°	9.514	.995	.105
85°	11.430	.996	.087
86°	14.301	.998	.070
87°	19.081	.999	.052
88°	28.636	.999	.035
89°	57.290	.999	.018

คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11

เรื่อง

อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , tan A

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11

เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , tan A

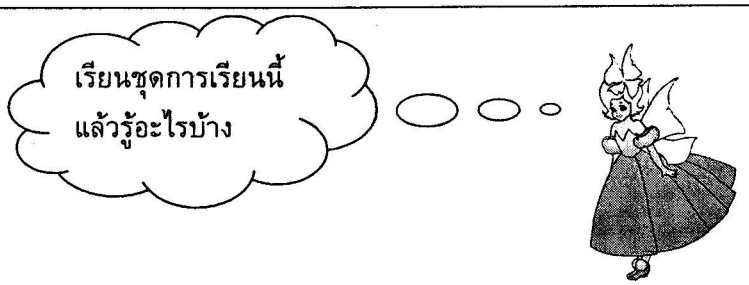
คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติมิติ cosec A , sec A , tan A (ใช้เวลา 20 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , tan A พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมในใบกิจกรรมที่11 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 การแข่งขันเกมเชิงวิชาการ (ใช้เวลา 20 นาที)

นักเรียนแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 2 หลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน



จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11 แล้ว นักเรียนสามารถ

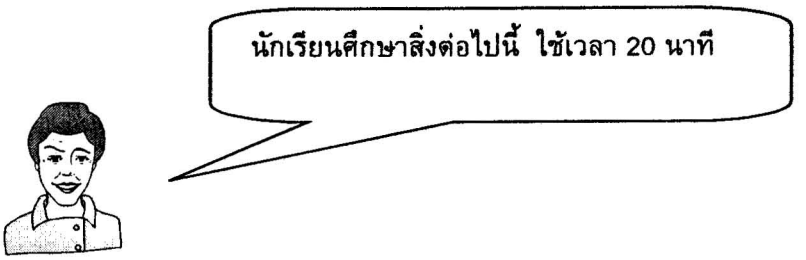
1. บอกนิยามของโคเซแคนต์ เซแคนต์ และโคแทนเจนต์ ของมุมแหลมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้
2. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมตามเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้
3. หาอัตราส่วนตรีโกณมิติที่เหลือเมื่อกำหนดอัตราส่วนตรีโกณมิติค่าใดค่าหนึ่งให้ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ 1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 11

2. ใบกิจกรรมที่ 11

ตอนที่ 1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , cot A



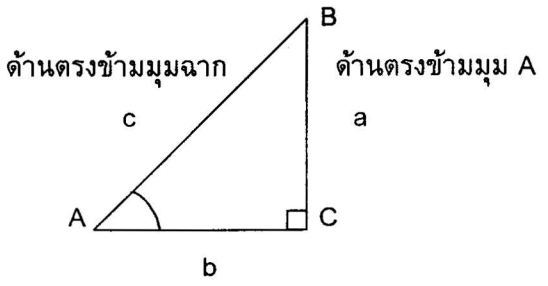
เนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ cosec A , sec A , cot A

นอกจากไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์แล้ว ยังมีอัตราส่วนตรีโกณมิติอีก 3 อัตราส่วน ซึ่งกำหนดด้วยบทนิยามดังนี้

เซแคนต์ของมุม A เขียนว่า secant A หรือเขียนย่อว่า sec A คือส่วนกลับของ cos A นั่นคือ $\sec A = \frac{1}{\cos A}$ เมื่อ $\cos A \neq 0$

โคเซแคนต์ของมุม A เขียนว่า cosecant A หรือเขียนย่อว่า cosec A คือส่วนกลับของ sin A นั่นคือ $\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$ เมื่อ $\sin A \neq 0$

โคแทนเจนต์ของมุม A เขียนว่า cotangent A หรือเขียนย่อว่า cot A คือส่วนกลับของ tan A นั่นคือ $\cot A = \frac{1}{\tan A}$ เมื่อ $\tan A \neq 0$

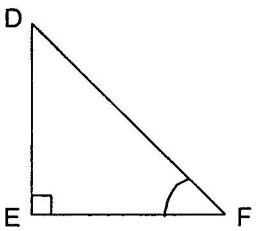


ด้านประชิดมุม A

จากรูป รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก ถ้ายึดมุม A เป็นหลัก จะได้อัตราส่วนกลับดังนี้

	เทคนิคการจำ	อัตราส่วนตรีโกณมิติ
cosec A = $\frac{1}{\sin A}$ cosec A = $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$	$\frac{\text{ฉาก}}{\text{ข้าม}}$	$\frac{c}{a}$
sec A = $\frac{1}{\cos A}$ sec A = $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$	$\frac{\text{ฉาก}}{\text{ชิด}}$	$\frac{c}{b}$
cot A = $\frac{1}{\tan A}$ cot A = $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}$	$\frac{\text{ชิด}}{\text{ข้าม}}$	$\frac{b}{a}$

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม DEF เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม E เป็นมุมฉาก จงหา cosec F , sec F และ cot F



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ ค่าโคเซแคนต์ เซแคนต์ และโคแทนเจนต์ของมุม F

จะต้องใช้ความรู้เรื่องใด

ใช้นิยามของโคเซแคนต์ เซแคนต์ และโคแทนเจนต์ ในการหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม F

จะดำเนินการหาคำตอบอย่างไร

วิธีทำ cosec F = $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม F}}$

cosec F = $\frac{DF}{DE}$

$$\sec F = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม F}}$$

$$\sec F = \frac{DF}{EF}$$

$$\cot F = \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม F}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม F}}$$

$$\cot F = \frac{EF}{DE}$$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้รูปสามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin A = \frac{15}{17}$ จงหา cos A , tan A , sec A , cosec A , cot A

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ ค่าของ cos A , tan A , sec A , cosec A , cot A

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบส่วนใด

ทราบความยาวของด้านทั้งสามด้าน

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และใช้นิยามของโคไซน์ แทนเจนต์ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์หาคำตอบ

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก และ $\sin A = \frac{15}{17}$

จากสิ่งที่โจทย์กำหนดทำให้ทราบความยาวของด้านใด

ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A และความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก

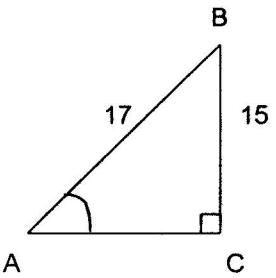
เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

เขียนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ให้มุม C เป็นมุมฉาก จากโจทย์ทราบค่า sin A ใส่ความยาวด้านในรูป

วิธีทำ เนื่องจาก $\sin A = \frac{15}{17}$

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

เขียนรูปได้ดังนี้



มีวิธีหาความยาวของด้านที่เหลืออีกหนึ่งด้านอย่างไร

เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = 17^2 - 15^2$

$AC^2 = 289 - 225 = 64$

$AC = \sqrt{64} = 8$

หาค่าโคไซน์ แทนเจนต์ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์ของมุม A ได้เท่าไร

$$\cos A = \frac{8}{17}$$

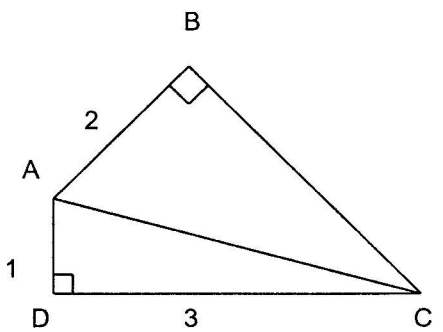
$$\tan A = \frac{15}{8}$$

$$\sec A = \frac{17}{8}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{17}{15}$$

$$\cot A = \frac{8}{15}$$

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดรูปสี่เหลี่ยมดังต่อไปนี้ จงหา sin $C\hat{A}D$, cos $B\hat{A}C$, tan $B\hat{A}C$, sec $A\hat{C}D$, cosec $A\hat{C}D$, cot $A\hat{C}B$



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบ ค่าของ sin $C\hat{A}D$, cos $B\hat{A}C$, tan $B\hat{A}C$, sec $A\hat{C}D$, cosec $A\hat{C}D$, cot $A\hat{C}B$

จะหาคำตอบได้จะต้องทราบความยาวของด้านใด

ความยาวของด้าน AC และ BC

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส ใช้นิยามของไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์หาคำตอบ

มีวิธีการหาความยาวของด้านที่ต้องการทราบอย่างไร

วิธีทำ $\triangle ACD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AD^2 + CD^2$

$AC^2 = 1^2 + 3^2$

$AC^2 = 1 + 9 = 10$

$AC = \sqrt{10}$

$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$BC^2 = (\sqrt{10})^2 - 2^2$

$BC^2 = 10 - 4 = 6$

$BC = \sqrt{6}$

$\sin C\hat{A}D = \frac{3}{\sqrt{10}}$ $\quad$ $\tan B\hat{A}C = \frac{\sqrt{6}}{2}$

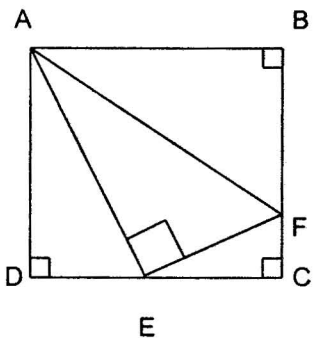
$\cos B\hat{A}C = \frac{2}{\sqrt{10}}$ $\quad$ $\sec A\hat{C}D = \frac{\sqrt{10}}{3}$

$\text{cosec } A\hat{C}D = \frac{\sqrt{10}}{1}$ $\quad$ $\cot A\hat{C}B = \frac{\sqrt{6}}{2}$

ศึกษาตัวอย่างจนเข้าใจแล้วก็
ไปทำแบบฝึกทักษะกันนะคะ

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. จากรูปที่กำหนดให้ จงหาอัตราส่วนตรีโกณมิติต่อไปนี้



(1) sin $A\hat{F}E$

(2) cos $A\hat{F}B$

(3) tan $D\hat{A}E$

(4) sec $E\hat{A}F$

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

มีวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร

.....

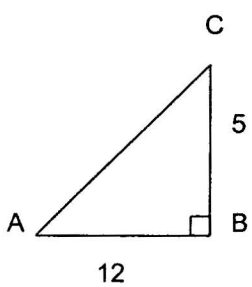
.....

.....

.....

---

2. กำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC และความยาวของด้านดังรูป



จงหา sin A , cos A , tan A , cosec A , sec A , cot A

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

จะต้องหาส่วนใด

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

หาความยาวของด้านที่ต้องการทราบอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

หาค่าไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์ของมุม A ได้เท่าไร

sin A = ... cos A = ...

tan A = ... cosec A = ...

sec A = ... cot A = ...

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

.....

.....

.....

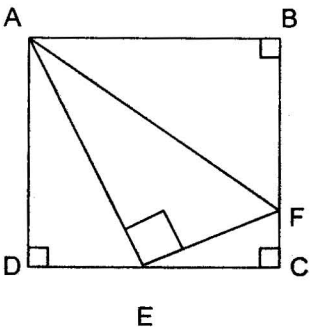
.....

.....

.....

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 11

ข้อ1.



โจทย์ต้องการทราบ ค่าของ sin $A\hat{F}E$, cos $A\hat{F}B$, tan $D\hat{A}E$, sec $E\hat{A}F$

ใช้นิยามของไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ และเซแคนต์ หาคำตอบ

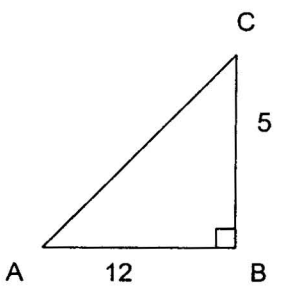
ใน $\triangle$ มุมฉาก AEF ; sin $A\hat{F}E = \frac{AE}{AF}$

ใน $\triangle$ มุมฉาก ABF ; cos $A\hat{F}B = \frac{BF}{AF}$

ใน $\triangle$ มุมฉาก ADE ; tan $D\hat{A}E = \frac{DE}{AD}$

ใน $\triangle$ มุมฉาก AEF ; sec $E\hat{A}F = \frac{AF}{AE}$

ข้อ 2.



โจทย์ต้องการทราบค่าของ sin A , cos A , tan A , cosec A , sec A , cot A

หาความยาวของด้าน AC

ใช้ทฤษฎีบทของปีทาโกรัส และนิยามไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์หาคำตอบ

เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 12^2 + 5^2$

$AC^2 = 144 + 25 = 169$

$AC = \sqrt{169} = 13$

$\sin A = \frac{5}{13}$ $\quad \cos A = \frac{12}{13}$

$\tan A = \frac{5}{12}$ $\quad \operatorname{cosec} A = \frac{13}{5}$

$\sec A = \frac{13}{12}$ $\quad \cot A = \frac{12}{5}$

ตรวจสอบ แทนค่า AC = 13

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$13^2 = 12^2 + 5^2$

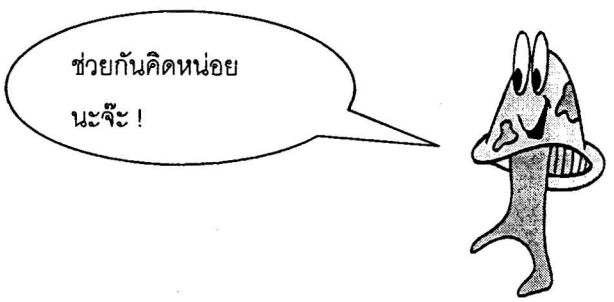
$169 = 144 + 25$

$169 = 169$ เป็นจริง

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 11

ใบกิจกรรมที่ 11

ให้นักเรียนหาค่า sec A , cosec A , และ cot A เมื่อ A เป็นมุมที่มีขนาด 30° , 45° และ 60° พร้อมทั้งเขียนตารางแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติทั้ง 6 อัตราส่วน ลงในตารางเดียวกัน



เกมการแข่งขันเชิงวิชาการชุดที่ 2

จุดประสงค์ เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

กติกา

1. ให้นักเรียนทุกคนเลือกคำถามคนละ 1 ข้อจากซองคำถาม
2. นักเรียนที่เลือกคำถามที่ 1 , 2 , 3 , ... , 10 อ่านคำถามให้เพื่อนฟัง เพื่อตอบคำถามโดยใช้เวลาข้อละ 1 นาที และให้สิทธิ์คนที่ได้ข้อนั้นๆ มีสิทธิ์ตอบก่อน คนอื่นมีสิทธิ์ตอบได้ถ้าผู้มีสิทธิ์ข้อนั้นไม่ตอบ
3. คนที่ตอบถูกคนแรกได้คะแนน 2 คะแนน คนที่ตอบถูกถัดมาได้คะแนนคนละ 1 คะแนน
4. อ่านคำถามจนครบ 10 ข้อ รวมคะแนนโดยให้โบนัสแก่คนที่ได้คะแนนมากที่สุดในโต๊ะแข่งขันแต่ละโต๊ะ 10 คะแนน และได้ 9 , 8 , 7 , ... , 1 คะแนนตามลำดับ
5. นำผลคะแนนโบนัสที่ได้กลับไปกลุ่มเดิมเพื่อรวมเป็นคะแนนของกลุ่ม

♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠

คำถาม

คำถามข้อที่1 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก ถ้า sin A = $\frac{2}{3}$
แล้ว cot A เท่ากับ .....

คำถามข้อที่ 2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก ถ้า tan A = $\frac{1}{2}$
แล้ว cosec A เท่ากับ.....

คำถามข้อที่ 3 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก ถ้า cos A = $\frac{\sqrt{3}}{2}$
แล้ว cosec A เท่ากับ.....

คำถามข้อที่ 4 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก ถ้า sin B = $\frac{15}{17}$
แล้ว sec A เท่ากับ .....

คำถามข้อที่ 5 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก ถ้า cos B = $\frac{3}{5}$
แล้ว cot A เท่ากับ.....

คำถามข้อที่ 6 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก ถ้า cot A = $\frac{15}{8}$ แล้ว tan C เท่ากับ.....

คำถามข้อที่ 7 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ถ้า $\hat{A}$ = 60° แล้วค่าของ 2sin A + 3cos A มีค่าเท่ากับ .....

คำถามข้อที่ 8 กำหนดให้ 13cos A = 12 และ 0° < $\hat{A}$ < 90° ค่าของ cosec A เท่ากับ .....

คำถามข้อที่ 9 กำหนดให้ สามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และ cot A = 0.75 ค่าของ cos A + sin A เท่ากับ.....

คำถามข้อที่ 10 $\cot^2 30° - \cot^2 60° = x \sec 30° \operatorname{cosec} 60°$ x มีค่าเท่ากับ.....

คณิตศาสตร์ (ค 011)

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12

เรื่อง

การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12

เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมิติไปใช้ (ใช้เวลา 30 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาเรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมใน ใบกิจกรรมที่12 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 (ใช้เวลา 10 นาที)

นักเรียนทำแบบทดสอบหลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์

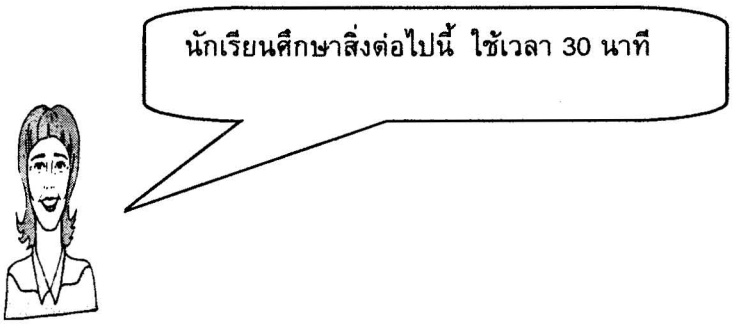
เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12 แล้ว นักเรียนสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ 1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 12

2. ใบกิจกรรมที่ 12

ตอนที่ 1 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

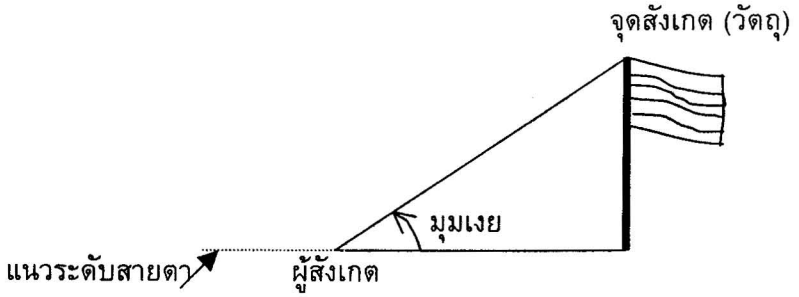


เนื้อหาการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

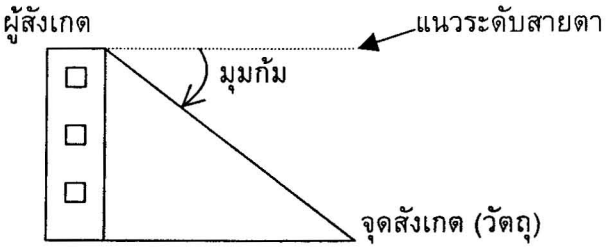
หลักการคำนวณระยะทางและความสูง

1. มุมเงย และมุมก้ม มีความหมายดังนี้

มุมเงยหรือมุมยกขึ้น คือ มุมที่วัดจากแนวระดับสายตาขึ้นไป จากการมองวัตถุซึ่งอยู่เหนือระดับสายตา ดังรูป



มุมก้มหรือมุมกดลง คือ มุมที่วัดจากระดับสายตาลงมาจากการมองวัตถุซึ่งอยู่ต่ำกว่าระดับสายตา ดังรูป



2. ในการคำนวณหาระยะทางและความสูง จะพิจารณาในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและเขียนสมการอัตราส่วนตรีโกณมิติดังนี้

ความยาวของด้านที่โจทย์ถาม / ความยาวของด้านที่โจทย์กำหนด = อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่ทราบองศา

การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหา สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เขียนรูปอย่างคร่าว ๆ แสดงถึงรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เกี่ยวข้อง
2. ระบุค่าที่กำหนดให้ในรูป พร้อมทั้งให้สัญลักษณ์ส่วนที่ต้องการหา
3. เขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านสองด้าน เมื่อทราบความยาวของด้านใดด้านหนึ่ง
4. ระบุอัตราส่วนในข้อ (3) ว่าเป็นอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมใด
5. แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่ต้องการ
6. ถ้ามีสิ่งที่ต้องการหาอีกก็หาค่าเหล่านั้น

ศึกษาตัวอย่างครับ

ตัวอย่างที่ 1 บันไดยาว 22 ฟุต พิงผนังบ้าน ทำมุม 50° กับพื้น อยากทราบว่าจุดที่บันไดแตะผนังบ้านสูงจากพื้นดินเท่าไร (ตอบเป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง)

โจทย์ต้องการทราบอะไร

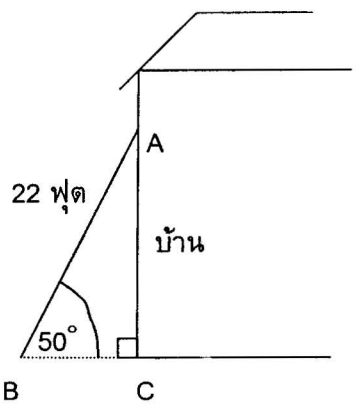
โจทย์ต้องการทราบ ความสูงของจุดที่บันไดแตะผนังบ้านจากพื้นดิน

โจทย์กำหนดอะไรมาให้

บันไดยาว 22 ฟุต โคนบันไดทำมุม 50° กับพื้นดิน

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

เขียนรูปได้ดังนี้



ให้ A เป็นจุดที่บันไดแตะผนังบ้าน

AB เป็นความยาวของบันได เท่ากับ 22 ฟุต

AC เป็นความสูงของจุดที่บันไดแตะผนังบ้านจากพื้นดิน

เขียนอัตราส่วนของด้านที่ต้องการหากับด้านที่ทราบค่าได้อย่างไร

$\frac{AC}{AB}$

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

$\sin 50^\circ$

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

$$\frac{AC}{AB} = \sin 50^\circ$$

ดำเนินการหาคำตอบอย่างไร

$$\frac{AC}{AB} = \sin 50^\circ$$

$$AC = \sin 50^\circ \times AB$$

เปิดจากตารางแสดงค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ $\sin 50^\circ \approx 0.766$

$$AC \approx 0.766 \times 22 \approx 16.852$$

$$AC \approx 16.9$$

ดังนั้น จุดที่บันไดแตะผนังบ้านสูงจากพื้นดินประมาณ 16.9 ฟุต **ตอบ**

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

ตรวจสอบ แทนค่า AC = 16.852

$$\sin 50^\circ = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin 50^\circ \approx \frac{16.852}{22}$$

$\sin 50^\circ \approx 0.766$ เป็นจริง

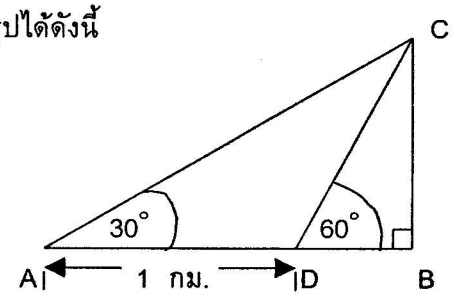
ตัวอย่างที่ 2 ชายคนหนึ่งสังเกตเห็นการลอยของลูกบอลลูนเป็นมุมเงย 30 องศา เมื่อเดินทางเข้าหาลูกบอลลูน 1 กิโลเมตร พบว่าเขาต้องมองลูกบอลลูนเป็นมุมเงย 60 องศา เขาจะต้องเดินอีกกี่เมตร จึงจะอยู่ใต้ลูกบอลลูนพอดี (ลูกบอลลูนผูกเชือกไว้)

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบระยะทางที่ชายคนนี้ต้องเดินจากจุดที่เขามองเห็นลูกบอลลูนเป็นมุม 60° ถึงจุดที่เขายืนอยู่ใต้ลูกบอลลูนพอดี

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

เขียนรูปได้ดังนี้



ให้ A เป็นจุดที่เขามองเห็นลูกบอลลูนเป็นมุมเงย 30°

D เป็นจุดที่เขามองเห็นลูกบอลลูนเป็นมุมเงย 60°

B เป็นจุดที่เขายืนอยู่ใต้ลูกบอลลูน

BC เป็นความสูงของบอลลูนจากพื้นดิน

AD เป็นระยะที่เขาเดินเข้าใกล้ลูกบอลลูน 1 กม.

BD เป็นระยะทางที่เขาต้องเดินเข้าไปอยู่ใต้ลูกบอลลูนพอดี

จะต้องหาด้านใด

ด้าน BD

ด้านใดที่ทราบแล้ว

ด้าน AD

ด้าน AD มีความสัมพันธ์อย่างไรกับด้าน CD

ใน $\triangle$ ACD มี $A\hat{D}C = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

ดังนั้น $A\hat{C}D = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

ดังนั้น $\triangle$ ACD เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

AD = CD = 1 กม.

เขียนอัตราส่วนของด้านที่ต้องการหากับด้านที่ทราบค่าได้อย่างไร

$\frac{BD}{CD}$

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

$\cos 60^\circ$

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

$\cos 60^\circ = \frac{BD}{CD}$

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

ใน $\triangle$ มุมฉาก BCD ; $\cos 60^\circ = \frac{BD}{CD}$

$$\frac{1}{2} = \frac{BD}{1}$$

$$BD = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \text{ กม.}$$

$$BD = \frac{1}{2} \times 1{,}000 = 500 \text{ ม. (1 กม. = 1,000 ม.)}$$

$\therefore$ เขาจะต้องเดินอีก 500 เมตร จึงจะอยู่ใต้ลูกบอลลูนพอดี **ตอบ**

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

ตรวจสอบ แทนค่า BD = 500 เมตร

$$\tan 60^\circ = \frac{BC}{BD} \quad \text{.....สมการ 1}$$

$$\sqrt{3} = \frac{BC}{500}$$

$$BC = 500 \times \sqrt{3}$$

$$BC \approx 500 \times 1.732 \approx 866 \text{ เมตร}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BC}{AB} \quad \text{..... สมการ 2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{1{,}500}$$

AB = AD + BD
= 1 กม.+ 500 ม.
= 1,500 ม.

$$BC = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 1{,}500$$

$$BC \approx \frac{1 \times 1{,}500}{1.732} \approx 866 \text{ เมตร}$$

นั่นคือแทนค่า BD = 500 ม. ในสมการ 1 และสมการ 2 แล้วได้ค่า BC เท่ากัน แสดงว่าคำตอบถูกต้อง

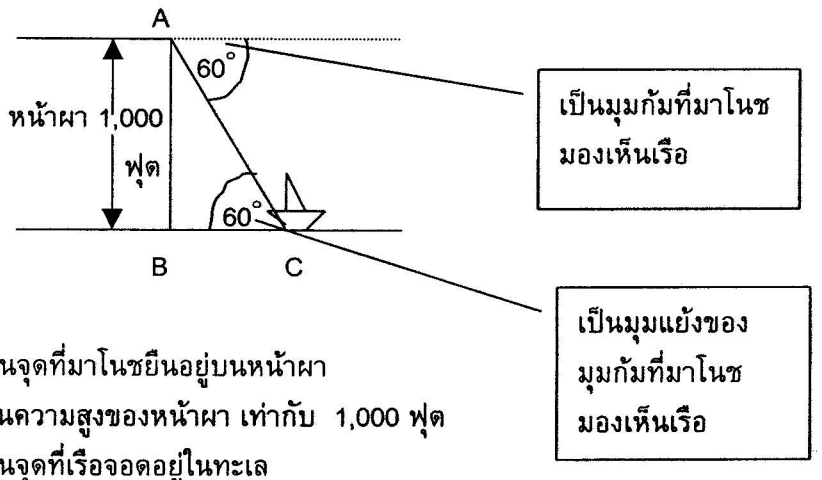
ตัวอย่างที่ 3 มาโนชยืนอยู่บนหน้าผาซึ่งสูงจากระดับน้ำทะเล 1,000 ฟุต มองเห็นเรือในทะเลเป็นมุมกัม 60° เรือลำนั้นอยู่ห่างจากหน้าผาเท่าไร

โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบระยะทางที่เรืออยู่ห่างจากหน้าผา

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

เขียนรูปได้ดังนี้



ให้ A เป็นจุดที่มาโนชยืนอยู่บนหน้าผา

AB เป็นความสูงของหน้าผา เท่ากับ 1,000 ฟุต

C เป็นจุดที่เรือจอดอยู่ในทะเล

BC เป็นระยะทางที่เรืออยู่ห่างจากหน้าผา

จะต้องหาด้านใด

ด้าน BC

ด้านใดที่ทราบแล้ว

ด้าน AB

เขียนอัตราส่วนของด้านที่ทราบค่ากับด้านที่ต้องการหาได้อย่างไร

$\frac{AB}{BC}$

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

$\tan 60^\circ$

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

$\frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

$\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $\frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$

$AB = \tan 60^\circ \times BC$

$1{,}000 = \sqrt{3} \times BC$

$BC = \frac{1{,}000}{\sqrt{3}}$

$BC \approx \frac{1{,}000}{1.732} \approx 577.37$ ฟุต

$\therefore$ เรืออยู่ห่างจากหน้าผา ประมาณ 577.37 ฟุต **ตอบ**

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

ตรวจสอบ แทนค่า BC = $\frac{1,000}{\sqrt{3}}$

$\frac{AB}{BC}$ = tan 60°

AB = tan 60° × BC

AB = $\sqrt{3} \times \frac{1,000}{\sqrt{3}}$

AB = 1,000 เป็นจริง

ทำไมจึงไม่แทนค่า BC = 577.37 เพราะเราจะไม่ใช้ค่าประมาณในการแทนค่าตรวจสอบ เนื่องจากจะทำให้คำตอบคลาดเคลื่อน

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. ลูกเสือคนหนึ่งต้องการหาความสูงของเสาธงของโรงเรียนจึงทำมุมขนาด 45° ขึ้นอันหนึ่ง ถ้าขณะที่เล็ง เขายืนอยู่ห่างจากเสาธง 12 เมตร และความสูงจากพื้นดินถึงระดับตาของเขาเป็น 1.5 เมตร เสาธงสูงเท่าใด

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

เขียนรูปได้ดังนี้

.....

.....

.....

.....

จะต้องหาด้านใด

.....

ด้านใดที่ทราบแล้ว

.....

เขียนอัตราส่วนของด้านที่ต้องการหากับด้านที่ทราบค่าได้อย่างไร

.....

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

.....

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

.....

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

---

2. ชายคนหนึ่งยืนอยู่ที่จุดซึ่งห่างจากตึกหลังหนึ่ง 80 เมตร ที่จุดนั้นเมื่อเงยหน้าขึ้นเป็นมุม 60 องศา เขามองเห็นยอดตึกพอดี ตึกสูงเท่าไร

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

เขียนรูปได้ดังนี้

.....

.....

.....

จะต้องหาด้านใด

.....

ด้านใดที่ทราบแล้ว

.....

เขียนอัตราส่วนของด้านที่ต้องการหากับด้านที่ทราบค่าได้อย่างไร

.....

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

.....

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

.....

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

∴ **ตึกสูงประมาณ** ..... **เมตร**

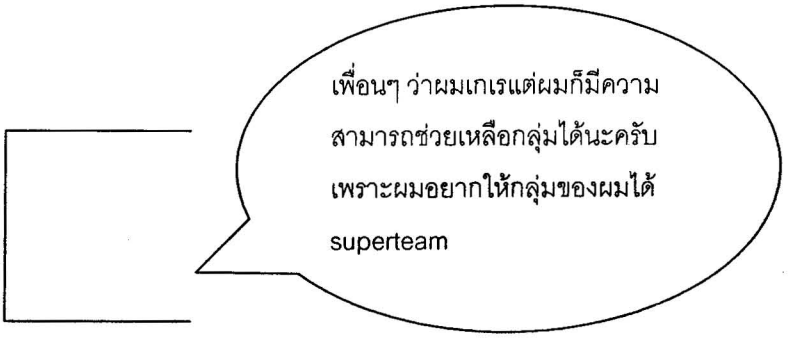
ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....



ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 12

ใบกิจกรรมที่ 12

ให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบของโจทย์ต่อไปนี้ โดยเขียนแสดงวิธีทำ

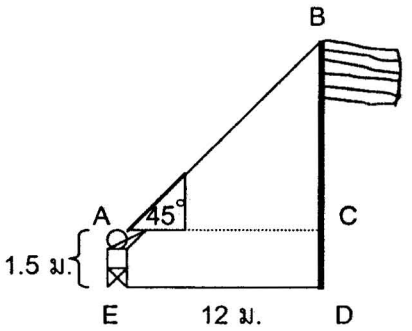
โจทย์ ถ้า $2\cos 2A = \tan 60^\circ$ จงหาว่ามุม A ที่เป็นมุมแหลมมีขนาดกี่องศา

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 12

ข้อ 1.

โจทย์ต้องการทราบความสูงของเสาธง

เขียนรูปได้ดังนี้



ให้ BD เป็นความสูงของเสาธง

AE เป็นความสูงจากพื้นดินถึงระดับตาของลูกเสือ เท่ากับ 1.5 ม.

DE เป็นระยะทางที่ลูกเสือยืนห่างจากเสาธง เท่ากับ 12 ม.

CD = AE , AC = DE

จะต้องหาด้าน BC

ด้านที่ทราบแล้วคือด้าน AC

เขียนอัตราส่วนของด้านที่ต้องการหากับด้านที่ทราบค่าดังนี้ $\frac{BC}{AC}$

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ tan 45°

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติดังนี้ $\frac{BC}{AC}$ = tan 45°

วิธีทำ จากรูป △ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $\frac{BC}{AC}$ = tan 45°

BC = tan 45° × AC

BC = 1 × 12 = 12 เมตร

BD = BC + CD

BD = 12 + 1.5 = 13.5 เมตร

∴ เสาธงสูง 13.5 เมตร **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า BC = 12

$$\tan 45^\circ = \frac{BC}{AC}$$

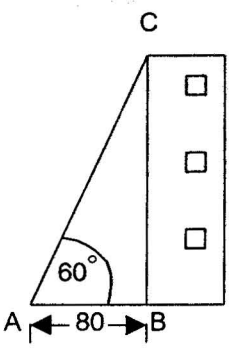
$$\tan 45^\circ = \frac{12}{12}$$

$\tan 45^\circ = 1$ เป็นจริง

ข้อ 2.

โจทย์ต้องการทราบความสูงของตึก

เขียนรูปได้ดังนี้



ให้ A เป็นจุดที่ชายคนหนึ่งยืนอยู่

AB เป็นระยะทางที่ชายคนนั้นยืนอยู่ห่างจากตึก เท่ากับ 80 เมตร

BC เป็นความสูงของตึก

จะต้องหาด้าน BC

ด้านที่ทราบค่าแล้วคือ AB

เขียนอัตราส่วนของด้านที่ต้องการหากับด้านที่ทราบค่าดังนี้ $\frac{BC}{AB}$

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ $\tan 60^\circ$

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติดังนี้ $\frac{BC}{AB} = \tan 60^\circ$

วิธีทำ จากรูป $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $\frac{BC}{AB} = \tan 60^\circ$

$BC = \tan 60^\circ \times AB$

$BC = \sqrt{3} \times 80 = 80\sqrt{3}$ เมตร

$BC \approx 1.732 \times 80 \approx 138.56$ เมตร

$\therefore$ ตึกสูงประมาณ 138.56 เมตร ตอบ

ตรวจสอบ แทนค่า BC = $80\sqrt{3}$

$\tan 60^\circ = \frac{BC}{AB}$

$\tan 60^\circ = \frac{80\sqrt{3}}{80}$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ เป็นจริง

เฉลยใบกิจกรรมที่ 12

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ ขนาดของมุม A

แทนค่า $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ แก้สมการหาค่า cos 2A

หาค่าโคไซน์ของมุม ที่เท่ากับค่าของ cos 2A เทียบขนาดของมุมที่หาได้กับมุม 2A

แก้สมการหาค่า A

วิธีทำ $2\cos 2A = \tan 60^\circ$

$2\cos 2A = \sqrt{3}$

ดังนั้น $\cos 2A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

แต่ $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ดังนั้น $2A = 30^\circ$

$A = \frac{30^\circ}{2}$

$A = 15^\circ$ **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า $A = 15^\circ$

$2\cos 2A = \tan 60^\circ$

$2\cos 2(15^\circ) = \tan 60^\circ$

$2\cos 30^\circ = \tan 60^\circ$

$2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \sqrt{3}$ เป็นจริง

แบบทดสอบย่อยประจำชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 12

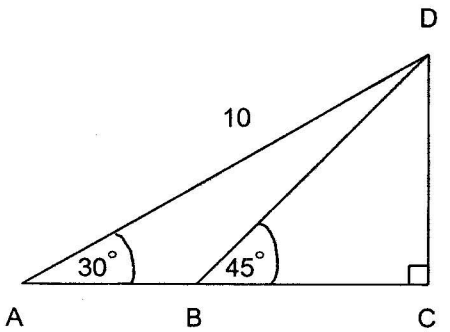
คำชี้แจง ใช้เวลา 10 นาที ให้นักเรียนทำลงในกระดาษคำตอบ (7 คะแนน)

คำสั่ง ข้อ 1 – 3 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ 4 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (4 คะแนน)

จุดประสงค์ นักเรียนสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

1. จากรูป ด้าน BC ยาวเท่าไร



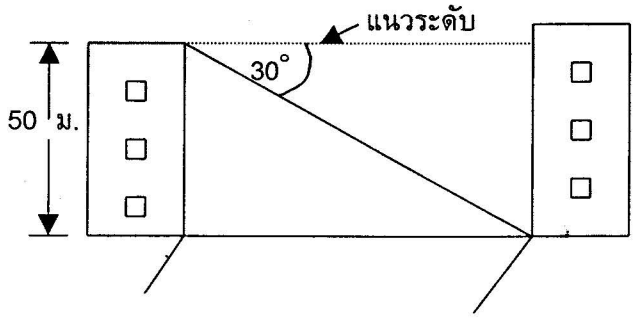
ก. 5.00 หน่วย

ข. 6.00 หน่วย

ค. 7.05 หน่วย

ง. 7.50 หน่วย

2. โต้งขึ้นไปนอนราบอยู่บนตึกซึ่งสูง 50 เมตร กัมลงมองเห็นฐานตึกอีกตึกหนึ่งซึ่งอยู่ตรงกันข้าม คนละฝั่งถนนเป็นมุม 30 องศา กับแนวระดับที่เขานอนอยู่ (ดังรูป) ถนนนี้กว้างกี่เมตร



ก. $50\sqrt{2}$ เมตร

ข. $50\sqrt{3}$ เมตร

ค. $\frac{50}{\sqrt{2}}$ เมตร

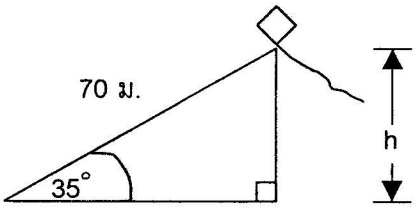
ง. $\frac{50}{\sqrt{3}}$ เมตร

3. กำหนดให้ $\tan 35^\circ = 0.700$

$\sin 35^\circ = 0.574$

$\cos 35^\circ = 0.819$

จากรูป ว่าวสูงจากพื้นดินประมาณกี่เมตร



ก. 40 เมตร

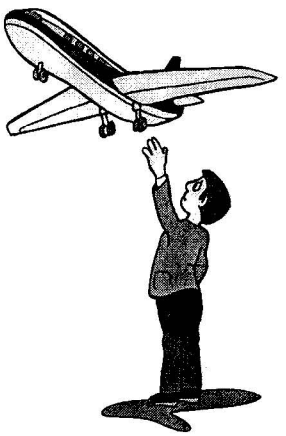
ข. 49 เมตร

ค. 57 เมตร

ง. 100 เมตร

4. น้อยยืนอยู่ที่จุดซึ่งห่างจากฐานตึกหลังหนึ่ง 80 เมตร ที่จุดนั้นเมื่อเงยหน้าขึ้นเป็นมุม 60° เขามองเห็นยอดตึกพอดี น้อยหาความสูงของตึกได้กี่เมตร (แสดงวิธีทำ)

คณิตศาสตร์ (ค 011)



ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13

เรื่อง

การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)

เวลา 50 นาที

โรงเรียน.....

ชื่อ.....**นามสกุล**.....

ชั้น ม. 3/.....**เลขที่**.....

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13

เรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)

คำชี้แจง ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13 มี 2 ตอน

ตอนที่ 1 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติมิติไปใช้ (ต่อ) (ใช้เวลา 20 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาเนื้อหาเรื่องการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ พร้อมทั้งทำแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมใน ใบกิจกรรมที่13 ตามลำดับขั้นตอนของคำสั่งในใบกิจกรรม เมื่อทำเสร็จให้นักเรียนส่งผลงานของกลุ่มมา 1 ชิ้น หลังจากหมดเวลาในการทำกิจกรรมและนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยในคำถาม สามารถซักถามครูผู้สอนได้ตลอดเวลา

ตอนที่ 2 การแข่งขันเกมเชิงวิชาการ (ใช้เวลา 20 นาที)

นักเรียนแข่งขันเกมเชิงวิชาการชุดที่ 3 หลังจากการเรียนชุดการเรียนคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว จะเป็นคะแนนเก็บระหว่างเรียนของนักเรียนแต่ละคน

จุดประสงค์

เมื่อนักเรียนศึกษาชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13 แล้ว นักเรียนสามารถนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

เวลาที่ใช้ 40 นาที

สื่อ 1. ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ชุดที่ 13

2. ใบกิจกรรมที่ 13

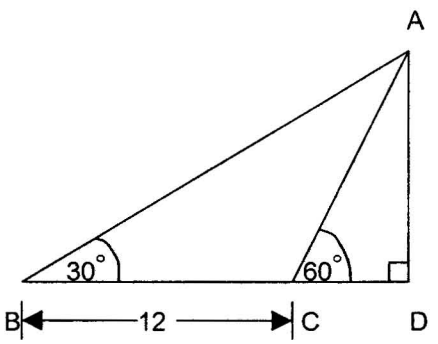
ตอนที่ 1 การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)

นักเรียนศึกษาสิ่งต่อไปนี้ ใช้เวลา 20 นาที

เนื้อหาการนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้ (ต่อ)

ศึกษาตัวอย่างครับ

ตัวอย่างที่ 1 จากรูป BC = 12 หน่วย จงหา AD เท่ากับเท่าไร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบความยาวของด้าน AD

หาความสัมพันธ์ของด้าน BC และ AC โดยใช้สมบัติของรูปใด

สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ด้าน BC และด้าน AC สัมพันธ์กันอย่างไร

ด้าน BC ยาวเท่ากับด้าน AC

ด้านใดที่ต้องการหา

ด้าน AD

ด้านใดที่ทราบความยาวแล้ว

ด้าน AC

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

$\sin 60^\circ$

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

$\sin 60^\circ = \frac{AD}{AC}$

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

วิธีทำ ใน Δ ABC มี $A\hat{C}B = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

ดังนั้น $B\hat{A}C = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

ดังนั้น Δ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

AC = BC = 12 หน่วย

ใน Δมุมฉาก ACD ; $\sin 60^\circ = \frac{AD}{AC}$

$\sin 60^\circ \times AC = AD$

$AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$ หน่วย **ตอบ**

หรือ $AD \approx 6 \times 1.732 \approx 10.392$ หน่วย

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

ตรวจสอบ แทนค่า $AD = 6\sqrt{3}$ หน่วย

$\tan 60^\circ = \frac{AD}{CD}$ ..... สมการ 1

$\tan 60^\circ \times CD = AD$

$\sqrt{3} \times CD = 6\sqrt{3}$

$CD = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 6$ หน่วย

$\tan 30^\circ = \frac{AD}{BD}$ ..... สมการ 2

$\tan 30^\circ \times BD = AD$

$\frac{1}{\sqrt{3}} \times (12 + CD) = 6\sqrt{3}$

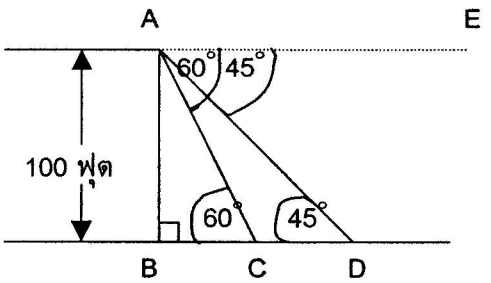
$12 + CD = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{1}$

$CD = 18 - 12 = 6$ หน่วย

นั่นคือ แทนค่า $AD = 6\sqrt{3}$ ในสมการ 1 และ สมการ 2 แล้วได้ค่า CD เท่ากัน แสดงว่าคำตอบถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 2 เอกยืนอยู่บนหน้าผาสูง 100 ฟุต มองเห็นกองหินสองกองบนพื้นดินด้านล่างในแนวเดียวกัน ถ้ามุมที่สายตามองไปยังกองหินทั้งสองเป็น 60° และ 45° กับแนวระดับ ตามลำดับ อยากทราบว่ากองหินทั้งสองกองนั้นอยู่ห่างกันเท่าไร

วิธีทำ เขียนรูปได้ดังนี้



จากรูปเอกยืนอยู่ที่จุด A

AB เป็นความสูงของหน้าผา เท่ากับ 100 ฟุต

C และ D เป็นตำแหน่งของกองหิน

AE เป็นแนวเส้นระดับ

$A\hat{D}C = E\hat{A}D = 45^\circ$ (มุมแย้งเท่ากัน)

และ $A\hat{C}B = E\hat{A}C = 60^\circ$ (มุมแย้งเท่ากัน)

$\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $\tan 60^\circ = \dfrac{AB}{BC}$

$\tan 60^\circ \times BC = AB$

$\sqrt{3} \times BC = 100$

$BC = \dfrac{100}{\sqrt{3}}$ ฟุต

$\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก

ดังนั้น $\tan 45^\circ = \dfrac{AB}{BD}$

$\tan 45^\circ \times BD = AB$

$1 \times BD = 100$

$BD = 100$ ฟุต

CD เป็นระยะห่างของกองหินทั้งสองกอง

ดังนั้น $CD = BD - BC$

$CD = 100 - \dfrac{100}{\sqrt{3}}$

$$CD = \frac{100\sqrt{3}-100}{\sqrt{3}}$$

$$CD = \frac{100\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}}$$

ดึงตัวร่วม 100 ออกนอกวงเล็บ

$$CD \approx \frac{100(1.732-1)}{1.732}$$

$$CD \approx \frac{100(0.732)}{1.732}$$

$$CD \approx \frac{73.2}{1.732}$$

$$CD \approx 42.26$$

$\therefore$ กองหินทั้งสองกองอยู่ห่างกันประมาณ 42.26 ฟุต **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 พาดบันไดไว้กับกำแพงโดยให้ปลายบันไดตอนบนจดขอบกำแพงพอดี ถ้าบันไดยาว 6.5 เมตร และโคนบันไดอยู่ห่างจากกำแพง 4 เมตร จงหาว่าบันไดทำมุมกับพื้นดินประมาณกี่องศา และกำแพงนี้สูงประมาณเท่าใด

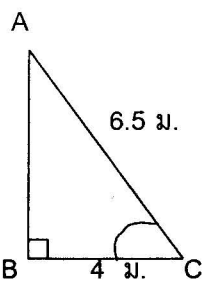
โจทย์ต้องการทราบอะไร

โจทย์ต้องการทราบขนาดของมุมที่โคนบันไดทำกับพื้นดิน และความสูงของกำแพง

วาดรูป หาขนาดของมุมที่โคนบันไดทำกับพื้นดินโดยเขียนอัตราส่วนตรีโกณมิติของด้านที่กำหนดให้หาขนาดของมุมโดยเปิดจากตาราง เขียนสมการอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่เท่ากับอัตราส่วนของด้านที่ต้องการทราบกับด้านที่กำหนดให้ เปิดหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมจากตาราง แก้สมการหาคำตอบ

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

วิธีทำ เขียนรูปได้ดังนี้



AB เป็นความสูงของกำแพง

AC เป็นความยาวของบันได เท่ากับ 6.5 เมตร

BC เป็นระยะที่โคนบันไดอยู่ห่างจากกำแพง เท่ากับ 4 เมตร

ส่วนใดที่ต้องการหา

ความยาวด้าน AB และขนาดของ $A\hat{C}B$

ส่วนใดที่ทราบแล้ว

ความยาวด้าน AC และความยาวด้าน BC

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

cos C

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

$\cos C = \frac{BC}{AC}$

ดำเนินการหาขนาดของมุม C ได้อย่างไร

วิธีทำ $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $\cos C = \frac{BC}{AC}$

$\cos C = \frac{4}{6.5} = 0.61538$

จากตาราง $\cos 52^\circ = 0.616$

ดังนั้น มุม C มีขนาดประมาณ 52 องศา

ดำเนินการหาความยาวด้าน AB ได้อย่างไร

$\sin C = \sin 52^\circ = \frac{AB}{AC}$

$AB = \sin 52^\circ \times AC$

จากตาราง $\sin 52^\circ \approx 0.788$

$AB \approx 0.788 \times 6.5 \approx 5.122$ เมตร

ดังนั้น บันไดทำมุมกับพื้นดินประมาณ 52 องศา
กำแพงสูงประมาณ 5.122 เมตร
} **ตอบ**

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

ตรวจสอบ เนื่องจาก $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ดังนั้น $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$(6.5)^2 = (5.122)^2 + 4^2$

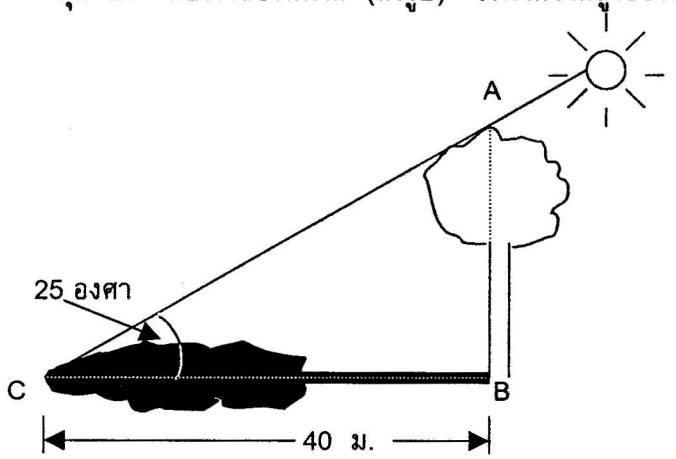
$42.25 = 26.23 + 16$

$42.25 = 42.23$

ขนาดมุม 52° เป็นขนาดโดยประมาณจึงทำให้ค่าที่ตรวจสอบไม่เท่ากัน เกิดความคลาดเคลื่อนเล็กน้อย ดังนั้นบันไดทำมุมกับพื้นดินประมาณ 52 องศา

แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน

1. ต้นไม้ต้นหนึ่งทอดเงายาว 40 เมตร แนวของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดปลายของเงาต้นไม้และยอดต้นไม้ทำมุม 25° กับเงาของต้นไม้ (ดังรูป) จงหาความสูงของต้นไม้



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

ส่วนใดที่จะต้องหา

.....

ส่วนใดที่ทราบแล้ว

.....

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

.....

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

.....

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

วิธีทำ .....

.....

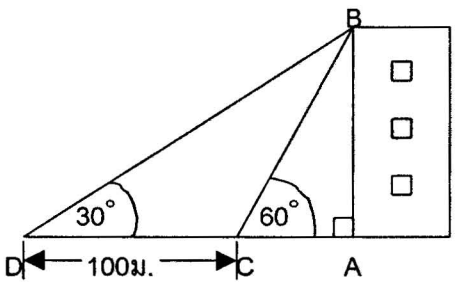
.....

.....

.....

.....

2. ชายคนหนึ่งยืนอยู่ห่างจากตึกหลังหนึ่ง มองขึ้นไปเห็นยอดตึกเป็นมุมเงย 60° เมื่อเขาเดินออกห่างจากตึกอีก 100 เมตร จะเห็นยอดตึกเป็นมุมเงย 30° (ดังรูป) ตึกหลังนี้สูงเท่าไร



โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

ด้าน BC และด้าน CD สัมพันธ์กันอย่างไร ทราบได้จากสมบัติของรูปใด

.....

ด้านใดที่ต้องการหา

.....

ด้านใดที่ทราบแล้ว

.....

ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติใด

.....

เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างไร

.....

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

∴ ตึกหลังนี้สูง ..... เมตร **ตอบ**

ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ชุดที่ 13

ใบกิจกรรมที่ 13

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันคิดหาคำตอบของโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ โดยแสดงวิธีทำและบอกขั้นตอนการแก้ปัญหา

โจทย์ปัญหา สมศักดิ์ยืนอยู่ที่จุดจุดหนึ่ง มองเห็นยอดเขาด้วยมุมเงย 15° เมื่อเขาเดินเข้าไปหายอดเขาอีก 50 เมตร วัดมุมเงยได้ 30° ภูเขานี้สูงเท่าไร

โจทย์ต้องการทราบอะไร

.....

ต้องใช้ความรู้เรื่องใด

.....

เขียนรูปแทนปัญหานี้ได้อย่างไร

วิธีทำ เขียนรูปได้ดังนี้

ดำเนินการหาคำตอบได้อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

∴ ..... เมตร **ตอบ**

ตรวจสอบความถูกต้องได้อย่างไร

.....

.....

เฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียนชุดที่ 13

ข้อ 1.

โจทย์ต้องการทราบความสูงของต้นไม้
ส่วนที่ต้องหา คือ ความยาวด้าน AB
ส่วนที่ทราบแล้ว คือ ความยาวด้าน BC
ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ tan 25°
เขียนสมการอัตราส่วนตรีโกณมิติดังนี้ tan 25° = $\frac{AB}{BC}$
วิธีทำ จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมี $\hat{B}$ เป็นมุมฉาก
และ AB เป็นความสูงของต้นไม้

$$\tan 25^\circ = \frac{AB}{BC}$$

$$AB = \tan 25^\circ \times BC$$

จากตาราง tan 25° = 0.466 และ BC = 40
ดังนั้น AB = 0.466 × 40 = 18.64 เมตร
∴ ต้นไม้สูงประมาณ 18.64 เมตร **ตอบ**

ข้อ 2.

โจทย์ต้องการทราบความสูงของตึก
ความยาวด้าน BC เท่ากับความยาวด้าน CD เพราะ △ BCD เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
ด้านที่ต้องการหา คือ ด้าน AB
ด้านที่ทราบแล้ว คือ ด้าน BC และด้าน CD
ต้องใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ sin 60°
เขียนสมการของอัตราส่วนตรีโกณมิติดังนี้ sin 60° = $\frac{AB}{BC}$
วิธีทำ จากรูป AB เป็นความสูงของตึก
AC เป็นระยะทางที่ชายคนนี้ยืนอยู่ห่างจากตึกครั้งแรก
CD เป็นระยะทางที่เขาเดินออกห่างจากตึกอีก 100 เมตร
ใน △ BCD มี $B\hat{C}D$ = 180° – 60° = 120°

$C\hat{B}D = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

ดังนั้น $\triangle$ BCD เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

BC = CD = 100 ม.

รูป $\triangle$ มุมฉาก ABC ; $\sin 60^\circ = \frac{AB}{BC}$

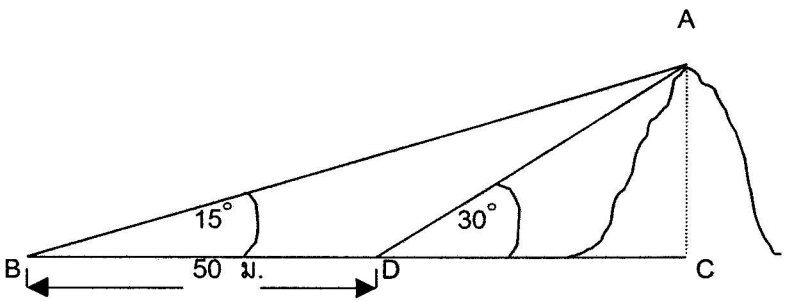
$AB = \sin 60^\circ \times BC$

$AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 100 = 50\sqrt{3}$

$\therefore$ ตึกหลังนี้สูง $50\sqrt{3}$ เมตร **ตอบ**

เฉลยใบกิจกรรมที่ 13

โจทย์ต้องการทราบ ความสูงของภูเขา
ต้องใช้ความรู้เรื่องสมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และอัตราส่วนตรีโกณมิติ
วิธีทำ เขียนรูปได้ดังนี้



จากรูป AC เป็นความสูงของภูเขา
ใน $\triangle$ ABD มี $A\hat{D}B$ = $180^\circ - 30^\circ$ = 150°
ดังนั้น $B\hat{A}D$ = $180^\circ - 150^\circ - 15^\circ$ = 15°
ดังนั้น $\triangle$ ABD เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

AD = BD = 50 เมตร

ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ACD ; $\sin 30^\circ = \frac{AC}{AD}$

$$AC = \sin 30^\circ \times AD$$

$$AC = \frac{1}{2} \times 50 = 25 \text{ ม.}$$

$\therefore$ ภูเขาสูง 25 เมตร **ตอบ**

ตรวจสอบ แทนค่า AC = 25

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{AD}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{25}{50}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \text{เป็นจริง}$$

เกมการแข่งขันเชิงวิชาการชุดที่ 3

จุดประสงค์ เพื่อทดสอบความเข้าใจ เรื่อง การนำอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้

กติกา

1. ให้นักเรียนทุกคนเลือกคำถามคนละ 1 ข้อจากซองคำถาม
2. นักเรียนที่เลือกคำถามที่ 1 , 2 , 3 , ... , 10 อ่านคำถามให้เพื่อนฟัง เพื่อตอบคำถามโดยใช้เวลาข้อละ 1 นาที และให้สิทธิ์คนที่ได้ข้อนั้นๆ มีสิทธิ์ตอบก่อน คนอื่นมีสิทธิ์ตอบได้ถ้าผู้มีสิทธิ์ข้อนั้นไม่ตอบ
3. คนที่ตอบถูกคนแรกได้คะแนน 2 คะแนน คนที่ตอบถูกถัดมาได้คะแนนคนละ 1 คะแนน
4. อ่านคำถามจนครบ 10 ข้อ รวมคะแนนโดยให้โบนัสแก่คนที่ได้คะแนนมากที่สุดในโต๊ะแข่งขันแต่ละโต๊ะ 10 คะแนน และได้ 9 , 8 , 7 , ... , 1 คะแนนตามลำดับ
5. นำผลคะแนนโบนัสที่ได้กลับไปกลุ่มเดิมเพื่อรวมเป็นคะแนนของกลุ่ม

♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠♠

คำถาม

คำถามข้อที่1 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่งมีด้านยาว 24 เซนติเมตร ความสูงของรูปสามเหลี่ยมรูปนี้เท่ากับ..... เซนติเมตร

คำถามข้อที่ 2 รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มี $\hat{C}$ เป็นมุมฉาก $B\hat{A}C = 45^{\circ}$ ถ้า AB = 6 เซนติเมตร AC เท่ากับ .....เซนติเมตร

คำถามข้อที่ 3 ณ จุดๆ หนึ่ง ห่างจากโคนเสาธง 25 เมตร มองเล็งไปที่ยอดเสาธงทำมุม 45° กับพื้นดิน ดังนั้นเสาธงต้นนี้สูง .....เมตร

คำถามข้อที่ 4 ลูกเกดยืนอยู่ที่สนามบิน จากจุดที่เขายืน มองเห็นเครื่องบินกำลังบินขึ้น ทำมุม 30° กับพื้นดิน ถ้าเครื่องบินบินไปได้ระยะทาง 2500 เมตร เครื่องบิน อยู่สูงจากพื้นดิน .....เมตร

คำถามข้อที่ 5 นักเรียนคนหนึ่งยืนอยู่กลางสนาม เขามองเห็นลูกบอลลูนลอยอยู่เป็นมุมเงย 60° ถ้าระยะทางจากจุดที่เขามองเห็นบอลลูนไปถึงจุดที่บอลลูนทำมุม 90° กับพื้นดินเท่ากับ 50 เมตรลูกบอลลูนอยู่สูงจากพื้นดิน .....เมตร

คำถามข้อที่ 6 ในขณะที่ดวงอาทิตย์ทำมุมเงย 40° กับพื้นดิน จงหาความยาวของเงาของต้นไม้ซึ่งสูง 65 ฟุต กำหนด $\tan 40^\circ = 0.839$ (ตอบทศนิยม 1 ตำแหน่ง) ดังนั้นเงาของต้นไม้ยาว _____ ฟุต

คำถามข้อที่ 7 บันไดยาว 7.3 เมตร พิงกับผนังบ้านทำมุม 75° กับพื้น จงหาว่าปลายล่างของบันไดอยู่ห่างจากผนังบ้านเท่าไร กำหนด $\cos 75^\circ = 0.259$ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง) ดังนั้นปลายล่างของบันไดอยู่ห่างจากผนังบ้าน _____ เมตร

คำถามข้อที่ 8 เงาของต้นสนต้นหนึ่งทอดตามพื้นดินยาว 20.5 เมตร ถ้ามุมที่แสงอาทิตย์ทำกับเส้นระดับเท่ากับ 34° จงหาความสูงของต้นสน กำหนด $\tan 34^\circ = 0.675$ (ตอบทศนิยม 2 ตำแหน่ง) ดังนั้นต้นสนสูง _____ เมตร

คำถามข้อที่ 9 ไม้อันหนึ่งยาว 50 ฟุต พาดกับกำแพงซึ่งสูง 25 ฟุต จะทำมุมกับพื้นกี่องศา ตอบ _____ องศา

คำถามข้อที่ 10 รูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่ 12 ตารางนิ้ว ฐาน BC ยาว 8 นิ้ว ด้าน AB ยาว 5 นิ้ว แล้ว $\sin C$ เท่ากับ _____

ภาคผนวก ง

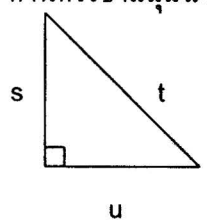
1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้น ม. 3
เวลา 60 นาที จำนวน 30 ข้อ 30 คะแนน

คำสั่ง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ

ข้อ 1. จากรูป ด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่าไร



ก. $s^2 + u^2$
ข. $t^2 - s^2 - u^2$
ค. $\sqrt{s^2+u^2}$
ง. $\sqrt{t^2-s^2-u^2}$

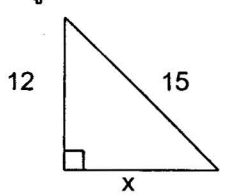
ข้อ 2. ถ้า p , q และ r เป็นด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้าน p เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก ข้อใดที่ทำให้ความสัมพันธ์ของด้านทั้งสามเป็นจริง

ก. p = 2 , q = 3 , r = 4
ข. p = 3 , q = 4 , r = 5
ค. p = 6 , q = 4 , r = 5
ง. p = 5 , q = 3 , r = 4

ข้อ 3. ให้ x , y และ z เป็นด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และความสัมพันธ์คือ $y = \sqrt{z^2 - x^2}$ ด้านใดเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก

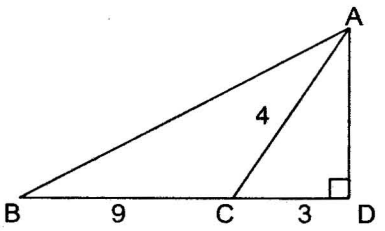
ก. x
ข. y
ค. z
ง. เป็นได้ทั้ง x , y และ z

ข้อ 4. จากรูป x^2 เท่ากับเท่าไร



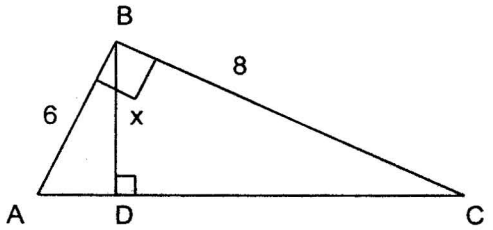
ก. 9
ข. 18
ค. 81
ง. 100

ข้อ 5. จากรูป AB^2 มีค่าเท่าไร



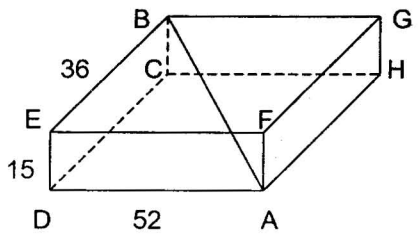
ก. 111
ข. 131
ค. 151
ง. 171

ข้อ 6. จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC BD = x หน่วย x มีค่าเท่าไร



ก. 4.0 หน่วย
ข. 4.8 หน่วย
ค. 6.5 หน่วย
ง. 10.0 หน่วย

ข้อ 7. จากรูป $\overline{AB}$ ยาวเท่ากับเท่าไร



ก. 65 หน่วย
ข. 70 หน่วย
ค. 75 หน่วย
ง. 80 หน่วย

ข้อ 8. กำหนดความยาวของด้านสามด้านของรูปสามเหลี่ยมดังนี้

(1) 26, 24, 10 (2) 14, 5, 9 (3) 54, 72, 90

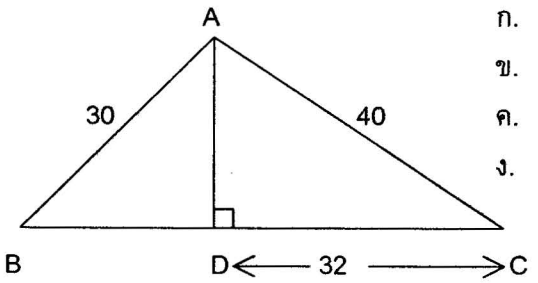
ความยาวของด้านในข้อใดเป็นความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ก. 1 และ 2
ข. 1 และ 3
ค. 2 และ 3
ง. 1 , 2 และ 3

ข้อ 9. ถ้าต้องการสร้างสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่งให้มีเส้นทแยงมุมยาว 20 เมตร ความยาวของด้านกว้างและด้านยาวในข้อใดที่เป็นไปได้

ก. 12 , 16 เมตร
ข. 10 , 10 เมตร
ค. 5 , 15 เมตร
ง. 6 , 18 เมตร

ข้อ 10. จากรูป ข้อสรุปในข้อใดเป็นจริง



ก. รูป $\triangle$ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข. พื้นที่ $\triangle$ ABC = 576 ตารางหน่วย

ค. BC เป็นด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 48 หน่วย

ง. $\triangle$ ABC มีพื้นที่เป็น 2 เท่าของ $\triangle$ ABD

ข้อ 11. รถยนต์เริ่มวิ่งจากจุด R ไปทางเหนือ 14 กิโลเมตร ถึงจุด S แล้วไปทางทิศตะวันตก 48 กิโลเมตร ถึงจุด T เส้นทางลัดที่รถวิ่งตรงจากจุด R ถึงจุด T มีความยาวกี่กิโลเมตร

ก. 25 กิโลเมตร

ข. 34 กิโลเมตร

ค. 50 กิโลเมตร

ง. 62 กิโลเมตร

ข้อ 12. ลูกเสือออกเดินทางไปยังที่พักแรมแห่งหนึ่ง ตามแผนผังการเดินทางจะต้องเดินตรงไปทางทิศเหนือของโรงเรียน 11 กิโลเมตร เลี้ยวขวาตรงไปทางทิศตะวันออก 12 กิโลเมตร แล้วตรงขึ้นไปทางทิศเหนืออีก 5 กิโลเมตร จึงจะถึงที่พัก ระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างโรงเรียนถึงที่พักแรมยาวกี่กิโลเมตร

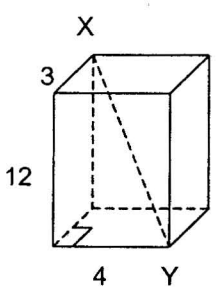
ก. 16 กิโลเมตร

ข. 17 กิโลเมตร

ค. 20 กิโลเมตร

ง. 23 กิโลเมตร

ข้อ 13. กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก กว้าง 3 นิ้ว ยาว 4 นิ้ว สูง 12 นิ้ว ตามรูป เส้นทแยงมุม XY ยาวกี่นิ้ว



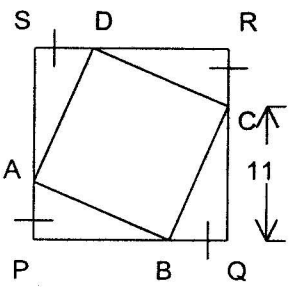
ก. 13 นิ้ว

ข. 17 นิ้ว

ค. 18 นิ้ว

ง. 19 นิ้ว

ข้อ 14. จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส PQRS มีพื้นที่ 225 ตารางเซนติเมตร QC = 11 เซนติเมตร สี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร

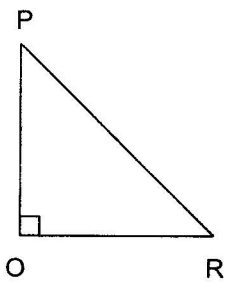


ก. 130 ตารางเซนติเมตร
ข. 135 ตารางเซนติเมตร
ค. 137 ตารางเซนติเมตร
ง. 141 ตารางเซนติเมตร

ข้อ 15. เสาโทรทัศน์ต้นหนึ่งตั้งฉากกับพื้นราบ มีความสูง 7.2 เมตร ขึงลวดยึดเสาโทรทัศน์ตรงกึ่งกลางของเสา โดยขึงลวด 4 เส้น ระยะห่างจากโคนเสาถึงปลายลวดที่พื้นคือ 2.7 เมตร จะต้องใช้ลวดทั้งหมดยาวกี่เมตร (ไม่รวมลวดที่ใช้ผูก)

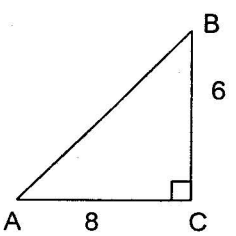
ก. 16 เมตร
ข. 18 เมตร
ค. 20 เมตร
ง. 22 เมตร

ข้อ 16. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก POR มีมุม O เป็นมุมฉาก cos P เท่ากับข้อใด



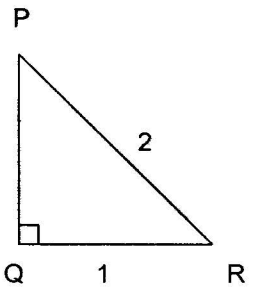
ก. $\frac{OR}{PR}$
ข. $\frac{PO}{OR}$
ค. $\frac{PR}{PO}$
ง. $\frac{PO}{PR}$

ข้อ 17. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม C เป็นมุมฉาก ดังรูป sin B มีค่าเท่าไร



ก. $\frac{3}{4}$
ข. $\frac{3}{5}$
ค. $\frac{4}{5}$
ง. $\frac{5}{3}$

ข้อ 18. รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก PQR มีมุม Q เป็นมุมฉาก (ดังรูป) tan R มีค่าเท่าไร



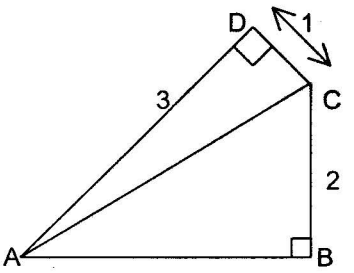
ก. $\sqrt{3}$

ข. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ค. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ง. $\frac{1}{2}$

ข้อ 19. กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD ให้ดังรูป แล้ว tan $B\hat{A}C$ มีค่าเท่าไร



ก. $\frac{2}{\sqrt{10}}$

ข. $\frac{2}{\sqrt{6}}$

ค. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}$

ง. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

ข้อ 20. กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin A = \frac{3}{5}$ แล้ว tan A มีค่าเท่าไร

ก. $\frac{3}{4}$

ข. $\frac{4}{5}$

ค. $\frac{4}{3}$

ง. $\frac{5}{4}$

ข้อ 21. กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $13 \sin A = 5$ แล้ว $\sec A - \tan A$ เท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{2}{3}$

ข. $\frac{3}{2}$

ค. $\frac{5}{12}$

ง. $\frac{12}{5}$

ข้อ 22. กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\sin A = \frac{5}{13}$ ข้อใดเป็นจริง

ก. $\cos A = \frac{12}{13}$, $\cos B = \frac{12}{13}$

ข. $\sin B = \frac{12}{13}$, $\cos B = \frac{12}{13}$

ค. $\tan A = \frac{12}{5}$, $\tan B = \frac{5}{12}$

ง. $\cos A = \frac{12}{13}$, $\sin B = \frac{12}{13}$

ข้อ 23. ค่าของ $\sin 30^\circ \cos 30^\circ \tan 30^\circ \cot 45^\circ$ เท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ข้อ 24. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ถ้า $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ และ $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ค่าของ $\sin A \cos B - \cos A \sin B$ เท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ค. $-\frac{1}{2}$

ง. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

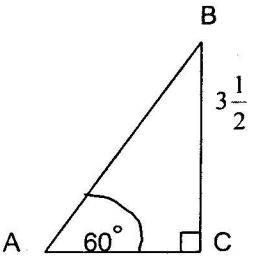
ข้อ 25. จากรูป ถ้า BC = $3\frac{1}{2}$ เซนติเมตร แล้ว AC เท่ากับเท่าไร

ก. $\frac{7}{\sqrt{3}}$ เซนติเมตร

ข. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ เซนติเมตร

ค. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ เซนติเมตร

ง. $\frac{7\sqrt{3}}{6}$ เซนติเมตร



ข้อ 26. ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า $\cos A - \sin A = 0$ แล้ว $\tan A$ มีค่าเท่าไร

ก. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ข. 1

ค. 2

ง. หาไม่ได้

ใช้ตารางท้ายข้อสอบตอบคำถามข้อ 27 – 28

ข้อ 27. ถ้ากำหนดให้ $\cos A = 0.125$ มุม A ประมาณกี่องศา

ก. 7 องศา

ข. 8 องศา

ค. 82 องศา

ง. 83 องศา

ข้อ 28. จากจุดบนพื้นราบ ซึ่งอยู่ห่างจากโคนต้นไม้ 42 เมตร ทำมุมเงยกับยอดต้นไม้เท่ากับ 33 องศา ต้นไม้สูงประมาณกี่เมตร

กำหนด $\sin 33^\circ = 0.545$

$\cos 33^\circ = 0.839$

$\tan 33^\circ = 0.649$

ก. 23 เมตร

ข. 27 เมตร

ค. 35 เมตร

ง. 65 เมตร

ข้อ 29. ทางขึ้นที่จอดรถเอียง 30° และยาว 10 เมตร ที่จอดรถสูงจากพื้นกี่เมตร

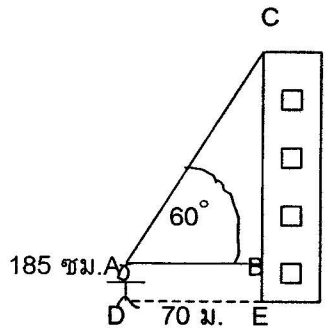
ก. 4 เมตร

ข. 5 เมตร

ค. 6 เมตร

ง. 10 เมตร

ข้อ 30. เจมส์ยืนอยู่ริมแม่น้ำซึ่งกว้าง 70 เมตร มองไปยังยอดตึกริมแม่น้ำ ซึ่งอยู่ตรงข้ามคนละฟากของแม่น้ำเป็นมุมเงย 60° ดังรูป ถ้าเจมส์สูง 185 เซนติเมตร ตึกสูงประมาณเท่าไร



ก. 115 เมตร

ข. 120 เมตร

ค. 121 เมตร

ง. 123 เมตร

ตารางค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

Measure of angle	tan	sin	cos
1°	.017	.017	.999
2°	.035	.035	.999
3°	.052	.052	.999
4°	.070	.070	.998
5°	.087	.087	.996
6°	.105	.105	.995
7°	.123	.122	.993
8°	.141	.139	.990
9°	.158	.156	.988
10°	.176	.174	.985
11°	.194	.191	.982
12°	.213	.208	.978
13°	.231	.225	.974
14°	.249	.242	.970
15°	.268	.259	.966
16°	.287	.276	.961
17°	.306	.292	.956
18°	.325	.309	.951
19°	.344	.326	.946
20°	.364	.342	.940
21°	.384	.358	.934
22°	.404	.375	.927
23°	.424	.391	.921
24°	.445	.407	.914
25°	.466	.423	.906
26°	.488	.438	.899
27°	.510	.454	.891
28°	.532	.469	.883
29°	.554	.485	.875
30°			
31°	.601	.515	.857
32°	.625	.530	.848
33°	.649	.545	.839
34°	.675	.559	.829
35°	.700	.574	.819
36°	.727	.588	.809
37°	.754	.602	.799
38°	.781	.616	.788
39°	.810	.629	.777
40°	.839	.643	.766
41°	.869	.656	.755
42°	.900	.669	.743
43°	.933	.682	.731
44°	.966	.695	.719
45°			

Measure of angle	tan	sin	cos
46°	1.036	.719	.695
47°	1.072	.731	.682
48°	1.111	.743	.669
49°	1.150	.755	.656
50°	1.192	.766	.643
51°	1.235	.777	.629
52°	1.280	.788	.616
53°	1.327	.799	.602
54°	1.376	.809	.588
55°	1.428	.819	.574
56°	1.483	.829	.559
57°	1.540	.839	.545
58°	1.600	.848	.530
59°	1.664	.857	.515
60°			
61°	1.804	.875	.485
62°	1.881	.883	.469
63°	1.965	.891	.454
64°	2.050	.899	.438
65°	2.145	.906	.425
66°	2.246	.914	.407
67°	2.356	.921	.391
68°	2.475	.927	.375
69°	2.605	.934	.358
70°	2.748	.940	.342
71°	2.904	.946	.326
72°	3.078	.951	.309
73°	3.271	.956	.292
74°	3.487	.961	.276
75°		.966	.259
76°	4.011	.970	.242
77°	4.332	.974	.225
78°	4.705	.978	.208
79°	5.145	.982	.191
80°	5.671	.985	.174
81°	6.314	.988	.156
82°	7.115	.990	.139
83°	8.144	.993	.122
84°	9.514	.995	.105
85°	11.430	.996	.087
86°	14.301	.998	.070
87°	19.081	.999	.052
88°	28.636	.999	.035
89°	57.290	.999	.018

แบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ หลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ

คำชี้แจง แบบสอบถามฉบับนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการทราบความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ภายหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้นักเรียนช่วยแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เนื้อหาสาระ แบบฝึกทักษะระหว่างเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เวลา สื่อการเรียนการสอน การวัดและประเมินผล ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน เมื่อศึกษาครบทุกชุดการเรียนแล้ว โดยทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องระดับความคิดเห็นที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนมากที่สุด และให้น้ำหนักของคะแนนตามความหมาย ดังนี้

เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	4	คะแนน
เห็นด้วย	ให้	3	คะแนน
ไม่เห็นด้วย	ให้	2	คะแนน
ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง	ให้	1	คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			
	4	3	2	1
จากการเรียนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ เรื่องทฤษฎีบทของปีทาโกรัสและอัตราส่วนตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ครบทุกชุดการเรียนแล้ว นักเรียนมีความคิดเห็นว่า				
1. รูปแบบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์				
1.1 รูปเล่มของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความเหมาะสม สะดวกในการใช้และพกพา				
1.2 ภาพประกอบของชุดการเรียนคณิตศาสตร์ น่าสนใจ				
1.3 สัดส่วนของเนื้อหากับภาพประกอบมีความเหมาะสม				
1.4 ขนาดตัวอักษรในการพิมพ์อ่านง่าย				
1.5 ระยะบรรทัดในแต่ละหน้าจัดได้อย่างเหมาะสม				
1.6 ช่องไฟ ในแต่ละบรรทัดมีระยะห่างเหมาะสม				

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			
	4	3	2	1
2. เนื้อหาสาระ				
2.1 การนำเสนอเนื้อหา มีรูปแบบชัดเจน เข้าใจง่าย				
2.2 เนื้อหามีความเหมาะสมกับเวลาที่ใช้เรียน				
2.3 ความยากง่ายของเนื้อหาเหมาะสมกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3				
2.4 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความชัดเจนและต่อเนื่อง				
2.5 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการวิเคราะห์ปัญหา				
2.6 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน				
2.7 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์				
2.8 เนื้อหาในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน				
2.9 ภาษาที่ใช้ในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ เข้าใจง่ายเหมาะสมกับระดับของนักเรียน				
3. แบบฝึกทักษะระหว่างเรียนของชุดการเรียนคณิตศาสตร์				
3.1 ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ปัญหาได้				
3.2 ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้				
3.3 ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้จากเนื้อหาไปใช้ประโยชน์ได้				
3.4 มีความต่อเนื่องตามขั้นตอนของการเรียนรู้				
3.5 กระตุ้นความสนใจของนักเรียน				
3.6 คำถามในแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน มีความชัดเจน				
3.7 จำนวนคำถามในแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน เหมาะสมกับเวลา				
3.8 บัตรเฉลยแบบฝึกทักษะระหว่างเรียน ช่วยให้นักเรียนทราบผลของการทำงาน และสามารถแก้ไขข้อผิดพลาดได้ทันที				
4. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการเรียนแบบร่วมมือ				
4.1 กิจกรรมที่นำมาใช้เหมาะสมกับเวลาที่กำหนดให้				
4.2 กิจกรรมที่นำมาใช้ ช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ได้จริง				

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			
	4	3	2	1
4.3 การสอดแทรกกิจกรรมใหม่ๆ ที่ท้าทาย ในการเรียนการสอนช่วยให้การเรียนรู้ดีขึ้น				
4.4 นักเรียนทุกคนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง				
4.5 นักเรียนได้ร่วมปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่มกับผู้อื่น				
4.6 นักเรียนได้ค้นพบคำตอบหรือทำกิจกรรมสำเร็จด้วยตนเอง				
4.7 นักเรียนได้ค้นพบคำตอบหรือทำกิจกรรมสำเร็จเป็นกลุ่มร่วมกับผู้อื่น				
4.8 นักเรียนได้แก้ปัญหาหรือค้นหาแนวทางไปสู่ความสำเร็จในการทำกิจกรรมด้วยตนเอง				
4.9 นักเรียนได้แก้ปัญหาหรือค้นหาแนวทางไปสู่ความสำเร็จในการทำกิจกรรมร่วมกันเป็นกลุ่ม				
4.10 ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น				
4.11 ฝึกให้นักเรียนรู้จักเคารพความคิดเห็นของผู้อื่น				
4.12 ส่งเสริมให้นักเรียนรับผิดชอบต่อตนเองและผู้อื่น				
4.13 นักเรียนสามารถนำเอาหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้				
4.14 เมื่อไม่เข้าใจเนื้อหาที่เรียนนักเรียนจะถามเพื่อนหรือครูผู้สอนได้ทันที				
4.15 กิจกรรมคณิตศาสตร์ที่ครูจัดให้นักเรียนปฏิบัตินั้น ทำให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์และประยุกต์ใช้ได้ในหลายวิชา				
4.16 การจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนมากขึ้น				
4.17 ความรู้พื้นฐานเป็นสิ่งจำเป็นต่อการเรียนแบบร่วมมือ				
5. สื่อการเรียนการสอน				
5.1 สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา				
5.2 เร้าความสนใจของนักเรียน				
5.3 ช่วยให้การเรียนเข้าใจง่าย และเรียนรู้ได้เร็ว				
5.4 ภาพประกอบเนื้อหา ในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีจุดเด่นน่าสนใจ				

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น			
	4	3	2	1
5.5 ภาษาที่ใช้ในใบกิจกรรมทำให้เข้าใจวิธีการปฏิบัติกิจกรรมชัดเจน				
6. การวัดและการประเมินผล				
6.1 แบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์เหมาะสมกับเนื้อหา				
6.2 แบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ มีความยากง่ายเหมาะสมกับระดับของนักเรียน				
6.3 บัตรเฉลยในแต่ละชุดการเรียนทำให้การตรวจผลการทำกิจกรรมสะดวกขึ้น				
6.4 การทำแบบทดสอบในแต่ละชุดการเรียนคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนทราบความก้าวหน้าในการเรียนของตนเอง				

โปรดขีด ✓ลงในช่อง ☐ หน้าข้อความที่ตรงกับความคิดเห็นของนักเรียนหรือกรอกข้อความลงในช่องว่างตามความเป็นจริง

นักเรียนชอบวิธีการเรียนแบบใดมากที่สุด

☐ เป็นรายบุคคล ☐ เป็นกลุ่ม ☐ ทั้งสองแบบ

เพราะเหตุใด

.....

.....

นักเรียนคิดว่ามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนมากน้อยเพียงใด

☐ มาก ☐ ปานกลาง ☐ น้อย ☐ ไม่เข้าใจเลย

ความคิดเห็นและข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก จ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองศึกษาค้นคว้า

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองศึกษาค้นคว้า

ผู้เชี่ยวชาญแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

1. ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์
   ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
   คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล
   สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
4. ดร.จารุวรรณ แสงทอง
   สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ผู้เชี่ยวชาญด้านชุดการเรียนคณิตศาสตร์

1. ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์
   ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชาญชัย อินทรสุนานนท์
   ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
   คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
4. รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล
   สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
5. ดร.จารุวรรณ แสงทอง
   สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผลการศึกษา

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ระวีวรรณ พันธ์พานิช
   ภาควิชาการวัดผลและวิจัยทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
   คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. รองศาสตราจารย์ ดร.ปรีชา เนาว์เย็นผล
   สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
4. ดร.จารุวรรณ แสงทอง
   สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
5. อาจารย์วิชัย สินวัฒนาพานิช
   อาจารย์หมวดวิทยาศาสตร์ (หัวหน้าแผนงาน) โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง
   กรุงเทพมหานคร

ผู้เชี่ยวชาญด้านแบบสอบถามความคิดเห็นของนักเรียนหลังการใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ดวงเดือน ศาสตรภัทร
   ภาควิชาจิตวิทยาทางการศึกษา คณะมนุษยศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
   โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
   คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์กัลญา ยอดดี
   อาจารย์หมวดภาษาต่างประเทศ (หัวหน้างานวัดผล) โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง
   กรุงเทพมหานคร

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ - ชื่อสกุล	นางสาวอัญชนา โพธิพลากร
วันเดือนปีเกิด	1 ตุลาคม 2510
สถานที่เกิด	เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	24/1 หมู่ 6 แขวงจอมทอง เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร 10150
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 2 ระดับ 6
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนมัธยมวัดสิงห์ เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร 10150
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2528	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนสิงหราชพิทยาคม (ปัจจุบันเปลี่ยนชื่อเป็นโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์) เขตจอมทอง กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2532	คบ. (เอกคณิตศาสตร์ โทวัดผลการศึกษา) จากวิทยาลัยครูบ้านสมเด็จเจ้าพระยา
พ.ศ. 2545	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ