

๕๑๖
๗๔๖๔๕
๗.๓

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔

ปริญญานิพนธ์
ของ
ปรีชา จันทร์กล้า

๒๙ ต.ค. ๒๕๓๙

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์

มีนาคม ๒๕๓๙

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

๕ ๕/๐๙๗

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

.....ประธาน
(อ.สุวรรณ คล้ายกระแสน)
.....กรรมการ
(ผศ.อภิชัย บวรกิตติวงศ์)

คณะกรรมการสอบ

.....ประธาน
(อ.สุวรรณ คล้ายกระแสน)
.....กรรมการ
(ผศ.อภิชัย บวรกิตติวงศ์)
.....กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อ.สุภาลักษณ์ พงษ์สุธรรม)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ดร.ศิริบุภา พูลสุวรรณ)
วันที่ ๑๖ เดือน มีนาคม พ.ศ. ๒๕๕๙

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ เนื่องจากได้รับความช่วยเหลือและคำแนะนำอย่างดีจาก
อาจารย์ สุวรรณ คัลยากระเส ผู้ช่วยศาสตราจารย์ อภิชัย บวรกิตินนท์ และอาจารย์
สุภาลักษณ์ พงษ์สุธรรม ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบคุณ คณะครูหมวดคณิตศาสตร์ของโรงเรียนปากเกร็ดและโรงเรียนหัตถสารเกษตร
วิทยาการ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกแก่ผู้วิจัยมาโดยตลอด นอกจากนี้
ผู้วิจัยขอขอบคุณอาจารย์ นฤนาท รอดไพฑูรย์ ที่ช่วยเหลือการพิมพ์ปริญญานิพนธ์ให้สำเร็จ
ลุล่วงไปด้วยดี

ถ้าปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีประโยชน์และเกิดคุณค่าในอนาคต ผู้วิจัยขอขอบความดีงามนี้
สำหรับ ครู-อาจารย์ ของผู้วิจัยทุกท่าน

ปรีชา จันทัก

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	2
ความสำคัญของการวิจัย.....	2
ขอบเขตของการวิจัย.....	2
คำนิยามศัพท์เฉพาะ.....	3
สมมุติฐานของการวิจัย.....	3
ข้อตกลงเบื้องต้น.....	3
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย	
พุทธศักราช 2524(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533).....	4
เนื้อหากระบวนงานจริง และทฤษฎีงานเบื้องต้น ในหนังสือ	
วิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 041 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.....	6
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดลองนำเนื้อหาที่สอนในระดับสูงมา	
ทดลองสอนในระดับต่ำกว่า.....	8
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	10
กลุ่มตัวอย่าง.....	10
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	10
วิธีดำเนินการวิจัย.....	12
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	13
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	13
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	14
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	14

5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	20
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	20
สมมุติฐานของการวิจัย.....	20
วิธีดำเนินการวิจัย.....	20
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	21
สรุปผลการวิจัย.....	21
อภิปรายผล.....	21
ข้อเสนอแนะ.....	22
บรรณานุกรม.....	23
ภาคผนวก.....	26
ภาคผนวก ก. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	27
ภาคผนวก ข. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น.....	32
ภาคผนวก ค. บทเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น.....	39
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	54

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ความถี่ของคะแนน ทิสัย ฐานนิยมและมัธยฐานของกลุ่มตัวอย่าง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบ.....	14
2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป.....	15
3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.)ของคะแนน กลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	16
4 ค่าสถิติ Z ของผลการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น.....	16
5 ค่าร้อยละที่แสดงทัศนคติและความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 มีต่อการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น.....	17
6 ค่าความยากง่าย(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น.....	28
7 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น.....	29
8 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน กลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	30

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับต่างๆ ควรจะได้รับการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงเพื่อให้สอดคล้องกับสภาพความเปลี่ยนแปลง ความต้องการด้านเศรษฐกิจและสังคม ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีในปัจจุบัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2536 : ก) ในต่างประเทศมีโครงการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายหลายโครงการ ซึ่งโครงการเหล่านี้จะแนะนำหัวข้อต่างๆ ที่ควรจะมีเพิ่มเติมในหลักสูตรระดับนี้ซึ่งอาจเป็นหัวข้อที่ไม่มีในหลักสูตรเดิม หรือหัวข้อเดิมแต่สอนให้ลึกขึ้น เช่น การนำไมโครคอมพิวเตอร์มาประยุกต์ใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ มิตินี้สี่และมิติที่มากกว่ามิติที่สี่ กรุปจำกัด จำนวนเชิงอนันต์ โทโพโลยี พีทาโกรัสและทฤษฎีบทของพีทาโกรัส การผกผัน(inversion)ในวิชาเรขาคณิต คณิตศาสตร์การนับ เศษส่วนต่อเนื่อง ข้อขัดแย้งกันแต่จริง(paradox)ในคณิตศาสตร์ การสร้างสมการจากตารางแสดงค่าของตัวแปร การเขียนรูปที่เหมือนกันหลายๆ รูปลงบนระนาบ การแปลงสภาพและเมตริกซ์ตลอดจนการประยุกต์ สถิติ π กับประวัติของ π ปาสกาลและสามเหลี่ยมของปาสกาล(Sachs, 1988 : 118) ส่วนในประเทศไทยได้มีการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับ พ.ศ. 2524 และประกาศใช้ใน ปี พ.ศ. 2534 โดยได้ปรับปรุงระยะเวลาในการเรียนและเนื้อหาของวิชา โดยเฉพาะในด้านเนื้อหาได้พยายามเพิ่มเนื้อหาใหม่ๆ ซึ่งมีประโยชน์และเป็นพื้นฐานของวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงลงไปให้นักเรียนได้ศึกษา อาทิเช่น เนื้อหาเกี่ยวกับโปรแกรมเชิงเส้นเบื้องต้น และทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นเป็นต้น สำหรับเนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นมีอยู่ในหนังสือ ค 011 และ ค 041(กระทรวงศึกษาธิการ, 2534 : 38-110)

การนำเนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นมาให้นักเรียนได้ศึกษานั้น นับว่าสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สุกัญญา ชันธประสิทธิ์(2531 : 55-60)ที่ว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความจำเป็นจะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่องระบบจำนวนอย่างมาก ดังที่ ไวเยร์สตราสส์(Weierstrass)และเดเคกินด์(Dedekind) ได้กล่าวว่า "คณิตศาสตร์ทุกสาขาไม่ว่าจะเป็นเรขาคณิต แคลคูลัสและอื่นๆ มิฉะนั้นก็เริ่มกันคือเริ่มจากจำนวนนับ" ทฤษฎีจำนวนจึงนับว่า เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง(สมศักดิ์ โพธิ์วิจิตร, 2523 : 91) เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นเป็นหัวข้อหนึ่งของทฤษฎีจำนวนซึ่งเป็นหัวข้อที่มีความสำคัญในคณิตศาสตร์สาขาอื่นๆ หลายสาขา โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการประมาณค่าจำนวนจริงโดยใช้จำนวนตรรกยะ(Hardy and Wright, 1981 : 152)และการเขียนจำนวนตรรกยะให้อยู่ในรูปเศษส่วนต่อเนื่องอย่างง่าย(ณรงค์ ปิ่นนิยม, 2531 : 26)

การนำเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นมาสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้างของระบบจำนวนจริงได้กว้างขึ้น ดังที่ ณรงค์ ปิ่นนัม ได้กล่าวว่า ผู้เรียนจะได้ทราบวิธีสร้างระบบจำนวนตรรกยะจากระบบจำนวนเต็ม และทราบวิธีสร้างระบบจำนวนจริงจากระบบจำนวนเต็มรวมทั้งจะได้เห็นตัวอย่างการนำความรู้เกี่ยวกับตัวหารร่วมมากมาประยุกต์ในการกำหนดบทนิยามและพิสูจน์ทฤษฎีบทต่างๆ(ณรงค์ ปิ่นนัม, 2531 : 25) นอกจากนี้การนำเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องมาสอนในระดับมัธยมศึกษายังเป็นการแสดงความแตกต่างระหว่างคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาอีกทั้งยังเป็นการยกมาตรฐานการศึกษาทางหนึ่งด้วย

จากความสำเร็จและเหตุผลดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยสนใจจะศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้อาจนำไปใช้ในการตัดสินใจของนักเรียนที่จะเลือกเรื่องเพื่อศึกษาในรายวิชา ค 021- ค 026 และเพื่อเป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายต่อไป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น
2. เพื่อพัฒนาต้นแบบของบทเรียน เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

ความสำคัญของการวิจัย

1. ทำให้ทราบถึงความเป็นไปได้ในการนำเนื้อหาเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นมาสอนนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เป็นแนวทางในการพัฒนาบทเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นสำหรับใช้สอนนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในอนาคต

ขอบเขตของการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนหัตถสารเกษมตรวิทยาการ จังหวัดปทุมธานีในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 1 ห้องเรียน จำนวน 35 คน ซึ่งสุ่มมาจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 2 ห้องเรียน จำนวน 70 คน

2. การวิจัยครั้งนี้มุ่งศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นซึ่งประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- 2.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเศษส่วนต่อเนื่องที่เกี่ยวกับการหาร
 - 2.2 เศษส่วนต่อเนื่องจำกัดและการแสดงจำนวนตรรกยะเป็นเศษส่วนต่อเนื่อง
 - 2.3 การหาค่าเศษส่วนต่อเนื่องจำกัด
 - 2.4 การหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มของสมการ $ax+by = n$ เมื่อ a, b, n เป็นจำนวนเต็ม
 - 2.5 เศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัดและ การหาค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่อง
3. ตัวแปรที่ศึกษาคือ

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กานิยามศัพท์เฉพาะ

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หมายถึงนักเรียนที่กำลังศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนหัตถสารเกษตรวิทยาการ จังหวัดปทุมธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 ซึ่งเรียนเรื่องระบบจำนวนจริงตามหัวข้อในบทที่ 2 ของหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) มาแล้ว

2. ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง คะแนนที่นักเรียนได้จากการทำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นในเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

3. เกณฑ์การเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่อง หมายถึง คะแนนในการทำแบบทดสอบคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้าผู้เรียนได้คะแนนในการทำแบบทดสอบตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวมถือว่า ผู้นั้นสอบผ่านเกณฑ์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2534 : 28)

สมมุติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ข้อตกลงเบื้องต้น

การเรียนการสอนเป็นไปภายใต้ภาวะปกติในชั้นเรียนโดยทั่วไป

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1. โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)
2. เนื้อหาระบบจำนวนจริงและทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นในหนังสือวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 041 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)
3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดลองนำเนื้อหาที่สอนในระดับสูงมาทดลองสอนในระดับต่ำกว่า

1. โครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)

กระทรวงศึกษาธิการได้มีการเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงหลักสูตรทุกระดับชั้น เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐกิจ สังคม และเทคโนโลยี ในปี พ.ศ. 2520 ได้มีการประกาศใช้หลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และประกาศใช้ตั้งแต่ปีการศึกษา 2521 เรียกว่า หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 เพื่อให้การศึกษาเป็นระบบที่ต่อเนื่องกัน สำหรับบุคคลที่จะเรียนในระดับสูงขึ้นไป กระทรวงศึกษาธิการจึงได้เปลี่ยนแปลงหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายเสียใหม่ ให้สอดคล้องกับหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น และประกาศใช้ตั้งแต่ปีการศึกษา 2524 เป็นต้นมา(กระทรวงศึกษาธิการ, 2535 : 215 - 217)

หลังจากหลักสูตรได้ใช้มาระยะหนึ่งจนถึงปี พ.ศ. 2533 ได้มีการปรับปรุงหลักสูตรทั้ง 2 ระดับ อีกครั้งหนึ่ง โดยเฉพาะหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 กระทรวงศึกษาธิการได้มอบหมายให้สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และประกาศใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ในปีการศึกษา 2534 วิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จัดอยู่ในประเภทวิชาเลือกเสรี โดยมี 2 โครงสร้างดังนี้

โครงสร้างที่ 1 วิชาเลือกเสรี

สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนเน้นหนักทางคณิตศาสตร์ ให้เลือกเรียนรายวิชาต่อไปนี้

ค 011 คณิตศาสตร์

5 คาบ/สัปดาห์/ภาค

2.5 หน่วยการเรียนรู้

ค 012	คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 013	คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 014	คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 015	คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 016	คณิตศาสตร์	5 คาบ/สัปดาห์/ภาค	2.5 หน่วยการเรียนรู้

สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมจากรายวิชา ค 011- ค 016 ให้เลือกเรียน

รายวิชา ต่อไปนี้

ค 021	คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 022	คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 023	คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 024	คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 025	คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 026	คณิตศาสตร์	1 คาบ/สัปดาห์/ภาค	0.5 หน่วยการเรียนรู้

สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์เฉพาะด้านเพิ่มเติมจากรายวิชา ค 011-ค 016 อาจเลือกเรียนรายวิชาต่อไปนี้

ค 031	คณิตศาสตร์	2 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1 หน่วยการเรียนรู้
-------	------------	-------------------	--------------------

รายวิชา ค 011-ค 016 รายวิชาละ 2.5 หน่วยการเรียนรู้ เป็นจุดที่จัดไว้สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนเน้นหนักทางด้านคณิตศาสตร์เพื่อเป็นพื้นฐานในระดับสูง หรือมุ่งศึกษาต่อในแขนงที่ต้องการใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เช่น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เป็นต้น ผู้เรียนในกลุ่มนี้หากต้องการเรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมอาจเลือกเรียน รายวิชา ค 021-ค 026 รายวิชาละ 0.5 หน่วยการเรียนรู้ ซึ่งเป็นจุดที่เน้นการศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง และเรื่องที่เลือกให้เรียนเป็นการตกลงระหว่างผู้สอนและผู้เรียนเป็นรายบุคคล โดยความเห็นชอบของโรงเรียนและใช้รหัสวิชา ค 021 เป็นรายวิชาแรกที่เริ่มเรียนของแต่ละคน นอกจากนี้หากผู้เรียนต้องการเลือกเรียนรายวิชาที่เป็นเนื้อหาเฉพาะด้านเพิ่มเติมอีกอาจเลือกเรียนรายวิชา ค 031 รายวิชาละ 1 หน่วยการเรียนรู้ซึ่งเน้นการศึกษาค้นคว้าทักษะการพิสูจน์ทฤษฎีบทและข้อสรุปทางเรขาคณิต

โครงสร้างที่ 2 วิชาเลือกเสรี

สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์พอเป็นพื้นฐาน ให้เลือกเรียนรายวิชา ต่อไปนี้

ค 041	คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 042	คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้

ค 043 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 044 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 045 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้
ค 046 คณิตศาสตร์	3 คาบ/สัปดาห์/ภาค	1.5 หน่วยการเรียนรู้

หมายเหตุ

สำหรับผู้เลือกเรียนวิชาชีพและประสงค์จะเลือกเรียนคณิตศาสตร์ อาจเลือกเรียนคณิตศาสตร์ประยุกต์จากหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ

รายวิชา ค 041-ค 046 รายวิชาละ 1.5 หน่วยการเรียนรู้ เป็นชุดที่จัดไว้สำหรับผู้ที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์พอเป็นพื้นฐาน เหมาะสำหรับผู้ที่ต้องการมุ่งศึกษาต่อในแขนงวิชาที่ต้องการใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่มากนัก เช่น วิทยาศาสตร์ นิติศาสตร์ เป็นต้น(กระทรวงศึกษาธิการ. 2534 : 131- 138)

2. เนื้อหาระบบจำนวนจริง และทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ในหนังสือวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 041 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

เนื้อหาระบบจำนวนจริงและทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่บรรจุอยู่ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

1. จำนวนจริง เป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึง เซตของจำนวนจริง ว่าประกอบด้วยเซตของจำนวนตรรกยะยูเนียนกับเซตของจำนวนอตรรกยะและใช้สัญลักษณ์ $\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง

2. การเท่ากันในระบบจำนวน ประกอบด้วย สมบัติการสะท้อน สมบัติการสมมาตร สมบัติการถ่ายทอด และสมบัติการบวกและการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน

3. การบวกและการคูณในระบบจำนวนจริง เป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึง สมบัติของระบบจำนวนจริงที่เกี่ยวกับการบวกและการคูณ ประกอบด้วย สมบัติปิดของการบวกและการคูณ สมบัติสลับที่ของการบวกและการคูณ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวกและการคูณ สมบัติการมีเอกลักษณ์การบวกและการคูณ และสมบัติการมีอินเวอร์สการบวกและการคูณ

4. สมบัติของระบบจำนวนจริง เป็นการสรุปสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกและการคูณ สมบัติการแจกแจง สมบัติของจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 สมบัติของการบวกและการคูณของจำนวนจริงบวกและแสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทพื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนจริง

5. การลบและการหารจำนวนจริง ประกอบด้วย ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการลบและการหารจำนวนจริง

6. การแก้สมการตัวแปรเดียว ประกอบด้วย การแก้สมการพหุนามโดยใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือ ทฤษฎีบทตัวประกอบและทฤษฎีบทตัวประกอบจำนวนตรรกยะ

7. สมบัติไม่เท่ากัน ประกอบด้วย สมบัติไตรวิภาคและทฤษฎีบทเกี่ยวกับสมบัติการไม่เท่ากัน เช่น สมบัติการถ่ายทอด เป็นต้น

8. ช่วงและการแก้อสมการ เป็นการแนะนำให้ผู้รู้จักกับช่วงเปิด ช่วงปิด ช่วงอนันต์ และการหาเซตคำตอบของอสมการ

9. ค่าสัมบูรณ์ ประกอบด้วย บทนิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์

10. สมบัติความบริบูรณ์ ประกอบด้วย บทนิยามค่าขอบเขตบน สัจพจน์การมีค่าขอบเขตบนน้อยสุด และสรุปโครงสร้างของระบบจำนวนจริง

11. สมบัติของจำนวนเต็ม ประกอบด้วย บทนิยามและสมบัติการหารลงตัว การจำแนกจำนวนเต็มโดยสมบัติการหารลงตัว จำนวนเฉพาะ หลักการมีตัวประกอบชุดเดียว ขั้นตอนวิธีการหาร บทนิยามจำนวนเต็มคู่ จำนวนเต็มคี่ ห.ร.ม.และค.ร.น. และทฤษฎีบทพื้นฐานเบื้องต้นทางทฤษฎีจำนวนที่เกี่ยวกับการหารลงตัวและห.ร.ม.(กระทรวงศึกษาธิการ, 2534 : 38-110)

สำหรับเนื้อหาาระบบจำนวนจริงและทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่บรรจุอยู่ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค 041 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

1. จำนวนจริง เป็นการแนะนำให้ผู้เรียนทราบถึงเซตของจำนวนจริง ประกอบด้วยเซตของจำนวนตรรกยะยูเนียนกับเซตของจำนวนอตรรกยะ

2. สมบัติของจำนวนจริง ประกอบด้วย สมบัติการปิดของการบวก สมบัติการสลับที่ของการบวก สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก สมบัติการมีอินเวอร์สการบวก สมบัติการปิดของการคูณ สมบัติการสลับที่ของการคูณ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ สมบัติการมีอินเวอร์สการคูณ สมบัติการแจกแจง สมบัติไตรวิภาค

3. ขั้นตอนวิธีการหาร ประกอบด้วย ทฤษฎีบทขั้นตอนวิธีการหาร ห.ร.ม.และค.ร.น.

4. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง ประกอบด้วย บทนิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์

5. การไม่เท่ากัน ประกอบด้วย บทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับสมบัติการไม่เท่ากัน

6. ช่วงและการแก้อสมการ เป็นการแนะนำให้ผู้รู้จักกับ ช่วงเปิด ช่วงปิด ช่วงอนันต์ และการหาเซตคำตอบของอสมการ

7. การแก้สมการและอสมการในรูปค่าสัมบูรณ์ ประกอบด้วย บทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์(กระทรวงศึกษาธิการ. 2524 : 34-75)

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดลองนำเนื้อหาที่สอนในระดับสูงมาทดลองสอนในระดับต่ำกว่า

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศพบว่าได้มีการทดลองนำเนื้อหาที่สอนในระดับสูงมาปรับปรุงใหม่ให้เหมาะสมแล้วทดลองสอนในระดับชั้นที่ต่ำกว่าหลายเรื่อง เช่น งานวิจัยของ เสกสรรค์ คำกระบี่ สุทธิพงษ์ พะลัง นพคต สุราพาณิชย์และธีรสินธุ์ นุชนาด ดังต่อไปนี้

เสกสรรค์ คำกระบี่(2517 : 20-22) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่อง ลิมิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 สายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ไม่มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิต แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนเรื่องลิมิต

นอกจากนี้ สุทธิพงษ์ พะลัง (2521 : 32-36) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 สายพณิชยการ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 มีความสามารถที่จะเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นได้ และความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนทั้งสองชั้นไม่แตกต่างกัน

นพคต สุราพาณิชย์(2524 : 22-25) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 5 เรียนวิชาเรขาคณิตอนยุคลิเคียนได้หรือไม่ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตอนยุคลิเคียนได้ดีกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

และธีรสินธุ์ นุชนาด(2538 : 52-58) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องการลงรอยกันเบื้องต้นในทฤษฎีจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องการลงรอยกันเบื้องต้น

สำหรับงานวิจัยในต่างประเทศ อาทิเช่น ครัมมอนด์(Drummond. 1989 : 641-A) ได้ทำการวิจัยออกแบบวิชาคณิตศาสตร์เต็มหน่วย(Discrete Mathematics) สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบวิชาคณิตศาสตร์เต็มหน่วยสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายซึ่งเน้นการนำไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งหัวข้อของวิชาคณิตศาสตร์เต็มหน่วยประกอบด้วยเรื่อง เมตริกซ์ ตรรกศาสตร์ เซต การนับและความน่าจะเป็น กราฟ Trees และ Recursion กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายที่ผ่านการเรียนรายวิชาพีชคณิต 1 เรขาคณิต และพีชคณิต 2 จำนวน 203 คน ผลการวิจัยปรากฏว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เต็มหน่วย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยดังกล่าวพบว่า นักการศึกษาทั้งในประเทศและต่างประเทศได้มีการทดลองนำเนื้อหาที่สอนในระดับสูงกว่าระดับมัธยมศึกษามาปรับปรุงเนื้อหาให้เหมาะสม แล้วนำมาสอนในระดับมัธยมศึกษา ซึ่งนักเรียนในระดับมัศึกษามีความสามารถที่จะเรียนเนื้อหาเหล่านี้ได้ งานวิจัยดังกล่าวนับว่าเป็นงานวิจัยนัร่องที่สำคัญ ซึ่งทำให้ทราบถึงความสามารถของนักเรียนระดับมัศึกษาก่อนที่จะทำการพัฒนาและปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจและสังคมในอนาคต

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการทดลองสอน เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2538

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนหัตถสารเกษตรวิทยาการ อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 จำนวน 1 ห้อง จำนวน 35 คน ซึ่งได้มาโดยวิธีสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม(Cluster Sampling) โดยสุ่มมา 1 ห้อง จากที่มีอยู่ทั้งหมด 2 ห้อง จำนวน 70 คน สาเหตุที่ใช้วิธีการสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม เนื่องจากโรงเรียนได้จัดนักเรียนเข้าชั้นเรียนแบบคละกัน(Heterogeneous Grouping)หรือเป็นการจัดชั้นเรียนโดยไม่คำนึงถึงระดับความสามารถของผู้เรียนซึ่งนักเรียนทั้งสองห้องจะมีระดับผลการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ทั้งเกรด 4,3,2,1,0 คละกัน ดังนั้นนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างจึงมีระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันตั้งแต่สูงไปยั้งต่ำ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ลักษณะของเครื่องมือ

1.1 บทเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น เพื่อใช้สอนใน 10 คาบๆ ละ 50 นาที ซึ่งประกอบด้วย หัวข้อต่อไปนี้

1.1.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเศษส่วนต่อเนื่องที่เกี่ยวกับการหาร(1 คาบ)

1.1.2 เศษส่วนต่อเนื่องจำกัด และการแสดงจำนวนตรรกยะเป็นเศษส่วนต่อเนื่อง (2 คาบ)

1.1.3 การหาค่าเศษส่วนต่อเนื่องจำกัด(2 คาบ)

1.1.4 การหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มของสมการ $ax+by = n$ เมื่อ a,b,n เป็นจำนวนเต็ม(2 คาบ)

1.1.5 เศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัด และการหาค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัด(3 คาบ)

1.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นจำนวน 31 ข้อ โดยแบ่งเป็นแบบปรนัย 30 ข้อ และแบบอัตนัย 1 ข้อ

1.3 แบบสอบถามภายหลังการเรียน เกี่ยวกับทัศนคติและความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นรวม 20 ข้อ

2. ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ

ในการเรียบเรียงบทเรียนและการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นดังนี้

2.1 ศึกษาการสร้างบทเรียนทฤษฎีจำนวน โดยค้นคว้าจากหนังสือต่อไปนี้

1. ทฤษฎีจำนวน(ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2530 : 164-196)
2. ทฤษฎีจำนวน(สมพร เรืองโชติวิทย์. 2521 : 210 - 240)
3. ทฤษฎีจำนวน(สมพล เล็กสกุล. 2521 : 77-96)
4. ทฤษฎีจำนวน(สมวงษ์ แปลงประสพโชค. 2535 : 203-230)
5. Elementary Number Theory(Burton. 1980 : 286-340)
6. The Higher Arithmetic (Davenport. 1971 : 77-113)

2.2 กำหนดจุดประสงค์ในการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นโดยมีจุดประสงค์มุ่งให้นักเรียนมีความสามารถดังนี้

1. เขียนจำนวนตรรกยะให้อยู่ในรูปเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายได้
2. หาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายได้
3. หาค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัดได้
4. หาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มของสมการ $ax+by = n$ เมื่อ a,b,n เป็นจำนวนเต็มได้

2.3 เรียบเรียงบทเรียนตามลำดับขั้นดังนี้

1. เขียนบทเรียนให้มีเนื้อหาครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้
2. นำบทเรียนไปให้คณะกรรมการที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบแก้ไขและปรับปรุง
3. นำบทเรียนที่ปรับปรุงไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งไม่ใช่

นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 คน ใช้เวลาสอนรวม 10 คาบๆละ 50 นาที หลังจากทดลองสอนผู้วิจัยนำบทเรียนมาปรับปรุงข้อบกพร่องแล้วให้กรรมการที่ปรึกษาปริญญาโทตรวจสอบแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ผู้วิจัยเป็นผู้สร้างตามจุดประสงค์การเรียนรู้ เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือกจำนวน 40 ข้อ และเป็นแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ

2.5 นำแบบทดสอบชุดที่สร้างขึ้นในข้อ 2.4 ไปให้คณะกรรมการที่ปรึกษาปริญญา นิพนธ์และผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบคัดเลือกเพื่อให้ได้ข้อสอบที่มีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษาที่ใช้จำนวน 31 ข้อ ซึ่งเป็นแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ แบบอัตนัยจำนวน 1 ข้อ โดยที่ข้อสอบแบบอัตนัยนำมาวิเคราะห์เพื่อประกอบการอภิปรายผล จากนั้นนำแบบทดสอบดังกล่าวไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดิมที่ได้ทดลองสอนมาแล้วจำนวน 10 คน ใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง เพื่อหาความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน ค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายโดยใช้โปรแกรมสปีรี ซึ่งค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.89 ค่าความยากง่ายอยู่ในช่วง 0.33-0.75 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ในช่วง 0.23-0.61

2.6 สร้างแบบสอบถามวัดทัศนคติและความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ผู้วิจัยสร้างแบบสอบถามเป็นมาตราส่วนประเมินค่าแบบกำหนดเป็นตัวเลขจำนวน 30 ข้อ

2.7 นำแบบสอบถามชุดที่สร้างขึ้นในข้อ 2.6 ไปให้คณะกรรมการที่ปรึกษาปริญญา นิพนธ์และผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบโดยพิจารณาเกี่ยวกับความเที่ยงตรงของข้อคำถามว่าคำถามต่างๆ สอดคล้องกับหัวข้อปัญหาและจุดมุ่งหมายที่ศึกษาหรือไม่และประเด็นต่างๆที่ถามครอบคลุมหรือไม่ หลังจากที่ได้ผ่านการตรวจสอบแล้ว นำแบบสอบถามมาปรับปรุงแก้ไขตามที่ได้รับคำแนะนำ ได้แบบสอบถามจำนวน 20 ข้อ นำแบบสอบถามไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มเดิม ที่ได้ทดลองสอนมาแล้วจำนวน 10 คน แล้วนำมาปรับปรุงข้อบกพร่องของแบบสอบถาม และให้คณะกรรมการที่ปรึกษาปริญญา นิพนธ์ตรวจสอบแก้ไขอีกครั้งหนึ่ง

วิธีดำเนินการวิจัย

1. นำบทเรียนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นไปสอนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 35 คน ใช้เวลาในการสอน 10 คาบๆ ละ 50 นาที โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอน
2. เมื่อสอนกลุ่มตัวอย่างครบตามเนื้อหาที่กำหนดไว้แล้ว ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามวัดทัศนคติและความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีต่อการเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น
3. ทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นโดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง
4. ตรวจสอบข้อสอบให้คะแนนแบบทดสอบแต่ละข้อถ้าตอบถูกได้ 1 คะแนนถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบได้ 0 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้ไปทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าพิสัย ฐานนิยม ค่ามัธยฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ทดสอบสมมุติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดโดยใช้การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร ซึ่งใช้ค่าสถิติ Z ทดสอบ(Z-test for population proportion)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าพิสัย ฐานนิยม ค่ามัธยฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
2. ค่าสถิติ Z
3. ค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่าย ซึ่งวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสปีรี
4. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตามสูตรของคูเคอร์-ริชาร์ดสัน ซึ่งวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสปีรี

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นนั้น ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ข้อมูลจากคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบแบบปรนัย และเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับดังนี้

ตอนที่ 1 ความถี่ของคะแนน พิสัย ฐานนิยมและมัธยฐานของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบ

ตอนที่ 2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปของคะแนนรวม

ตอนที่ 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต($\bar{x}$)และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.)ของคะแนนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตอนที่ 4 ค่าสถิติ Z ของผลการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

ตอนที่ 5 ค่าร้อยละที่แสดงทัศนคติและความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ได้ผลการวิเคราะห์ในแต่ละตอนดังนี้

ตอนที่ 1 ความถี่ของคะแนน พิสัย ฐานนิยมและมัธยฐานของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบ

ปรากฏผลดังตาราง 1

ตาราง 1 ความถี่ของคะแนน พิสัย ฐานนิยมและมัธยฐานของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบ

คะแนน	ความถี่	คะแนน	ความถี่
11	3	20	2
12	4	21	2
13	3	22	1
15	3	23	1
16	3	24	3
18	7	25	1

ตาราง 1(ต่อ)

คะแนน	ความถี่	คะแนน	ความถี่
19	2		
พิสัย=14	ฐานนิยม=18	มัธยฐาน=18	คะแนนเฉลี่ย=17.17

จากตาราง 1 แสดงผลของคะแนนที่นักเรียนทำได้จากข้อทดสอบซึ่งมีคะแนนเต็ม 30 คะแนน โดยเรียงคะแนนจากน้อยไปมาก คะแนนต่ำสุดเท่ากับ 11 คะแนนและคะแนนสูงสุดเท่ากับ 25 คะแนน พิสัยเท่ากับ 14 คะแนน ฐานนิยมเท่ากับ 18 คะแนน มัธยฐานเท่ากับ 18 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 17.17 คะแนน

ตอนที่ 2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

ปรากฏผลดังตาราง 2

ตาราง 2 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้ คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน ตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป คิดเป็นร้อยละ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	35	25	71

จากตาราง 2 แสดงให้เห็นว่ากลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไปมีจำนวนร้อยละ 71

ตอนที่ 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต($\bar{x}$)และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.)ของคะแนนกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต($\bar{x}$)และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.)ของคะแนนกลุ่มตัวอย่างนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

กลุ่ม ตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษา ปีที่ 4	35	30	17.17	57.23	4.22

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนื่อง
เบื้องต้นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 35 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต
เป็น 17.17 คิดเป็นร้อยละ 57.23 ของคะแนนเต็ม และมีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.22 คะแนน

ตอนที่ 4 ค่าสถิติ Z ของผลการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่
สอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าสถิติ Z ของผลการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่สอบผ่าน
เกณฑ์การเรียนรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้ คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ขึ้นไป	ค่าสถิติ Z
นักเรียนชั้นมัธยม ศึกษาปีที่ 4	35	25	2.625**

**มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 4 จะเห็นว่าจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์
การเรียนรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัย
สำคัญ 0.01

ตอนที่ 5 ค่าร้อยละที่แสดงทัศนคติและความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

การวิเคราะห์ข้อมูลในแบบสอบถาม เป็นการศึกษาศนคติและความคิดเห็นด้านเนื้อหา

ของเศษส่วนต่อเนื่อง ด้านบทเรียนและด้านการสอนของครูของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น โดยแบ่งระดับความคิดเห็นในแบบสอบถามเป็น 5 ระดับดังนี้

- 1 ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง
- 2 ไม่เห็นด้วย
- 3 ไม่แน่ใจ
- 4 เห็นด้วย
- 5 เห็นด้วยอย่างยิ่ง

จากการที่ให้กลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แสดงทัศนคติและความคิดเห็นในระดับต่างๆ 5 ระดับ ในแบบสอบถาม ปรากฏว่าไม่มีนักเรียนคนใดในกลุ่มตัวอย่างแสดงความคิดเห็นในระดับที่ 1 ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำระดับความคิดเห็นในระดับที่ 1 และระดับที่ 2 รวมเข้าด้วยกัน และได้แบ่งระดับความคิดเห็นในแบบสอบถามใหม่เป็น 4 ระดับดังนี้

- 1 ไม่เห็นด้วย
- 2 ไม่แน่ใจ
- 3 เห็นด้วย
- 4 เห็นด้วยอย่างยิ่ง

ปรากฏผลในตาราง 5

ตาราง 5 ค่าร้อยละที่แสดงทัศนคติและความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

ข้อความ	จำนวนนักเรียนที่แสดงความคิดเห็นในระดับต่างๆคิดเป็นร้อยละ				
	4	3	2	1	
<u>เนื้อหาเศษส่วนต่อเนื่องที่เรียนมาแล้วมีลักษณะอย่างไร</u>					
1. เป็นเรื่องที่ยิ่งเรียนยิ่งน่าสนใจ	5.72	57.14	28.57	8.57	
2. เป็นเรื่องที่เรียนแล้วไม่น่าเบื่อ	8.58	48.57	28.57	14.28	
3. เป็นเรื่องที่เรียนแล้วมีความรู้สึกภาคภูมิใจ	5.73	42.85	28.57	22.85	
4. เป็นเรื่องที่มีเนื้อหาไม่ยาก	20.00	54.28	0.00	25.72	

ตาราง 5(ต่อ)

ข้อความ	จำนวนนักเรียนที่แสดงความคิดเห็นใน ระดับต่างๆคิดเป็นร้อยละ				
	4	3	2	1	
5. เป็นเรื่องที่มีเนื้อหาท้าทาย ความคิด	20.00	51.44	14.28	14.28	
6. เป็นเรื่องที่ควรจัดให้เรียนใน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	34.28	54.28	0.00	11.44	
7. เป็นเรื่องที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจ ระบบจำนวนมากขึ้น	11.42	62.87	25.71	0.00	
8. เป็นเรื่องที่ช่วยฝึกทักษะการ เขียนเศษส่วน	14.28	85.72	0.00	0.00	
9. เป็นเรื่องที่มีขั้นตอนวิธีคิดไม่ ยุ่งยาก	22.86	77.14	0.00	0.00	
<u>บทเรียนเศษส่วนต่อเนื่องมี</u> <u>ลักษณะอย่างไร</u>					
1. ภาษาที่ใช้ในบทเรียนอ่านเข้าใจง่าย	28.57	57.14	2.87	11.42	
2. เนื้อหาในบทเรียนเรียงลำดับ ได้เหมาะสม	37.15	48.57	0.00	14.28	
3. บทนิยามและทฤษฎีบทใน บทเรียนมีเพียงพอสำหรับการ ทำแบบฝึกหัด	5.72	54.28	40.00	0.00	
4. ตัวอย่างในบทเรียนมีความ ชัดเจน และเข้าใจง่าย	28.58	45.71	0.00	25.71	
5. ควรจะมีเฉลยแบบฝึกหัดใน บทเรียนอย่างละเอียด	40.00	60.00	0.00	0.00	
6. ควรจะมีโจทย์เสริมในบท เรียนพร้อมเฉลย	22.86	68.57	0.00	8.57	

ตาราง 5(ต่อ)

ข้อความ	จำนวนนักเรียนที่แสดงความคิดเห็นในระดับต่างๆคิดเป็นร้อยละ				
	4	3	2	1	
การสอนของครูเป็นอย่างไร					
1. ควรอธิบายมากๆเพราะจะทำให้ชัดเจนยิ่งขึ้น	22.87	65.71	11.42	0.00	
2. สนับสนุนให้นักเรียนมีความคิดริเริ่ม	42.86	57.14	0.00	0.00	
3. เปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้	28.58	71.42	0.00	0.00	
4. ฝึกนักเรียนให้เป็นคนช่างสังเกต	17.15	82.85	0.00	0.00	
5. สรุปเนื้อหาหลังจากเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องจบ	34.28	65.72	0.00	0.00	

จากตาราง 5 ในภาพรวมทัศนคติและความคิดเห็นของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น พบว่ากลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ส่วนใหญ่มีทัศนคติในทางที่ดีต่อ ด้านเนื้อหา ด้านบทเรียนและด้านการสอนของครู ตัวอย่างเช่น

ด้านเนื้อหา พบว่าร้อยละ 85.72 เห็นด้วยว่าเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นเป็นเรื่องที่ช่วยฝึกทักษะการเขียนเศษส่วนธรรมดา ร้อยละ 77.14 เห็นด้วยว่าเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นเป็นเรื่องที่มีขั้นตอนวิธีคิดไม่ยุ่งยาก และร้อยละ 62.87 เห็นด้วยว่าเป็นเรื่องที่ทำให้ผู้เรียนเข้าใจระบบจำนวนมากขึ้น

ด้านบทเรียน พบว่าร้อยละ 57.14 เห็นด้วยว่าภาษาที่ใช้ในบทเรียนอ่านเข้าใจง่าย ร้อยละ 54.28 เห็นด้วยว่าบทนิยามและทฤษฎีบทในบทเรียนมีเพียงพอสำหรับการทำแบบฝึกหัด

ด้านการสอนของครู พบว่าร้อยละ 82.85 เห็นด้วยที่ครูฝึกให้นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต ร้อยละ 71.42 เห็นด้วยที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ และร้อยละ 65.72 เห็นด้วยที่ครูสรุปเนื้อหาหลังจากเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องจบ

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น
2. เพื่อพัฒนาต้นแบบของบทเรียน เรื่องเศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้น

สมมุติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้นได้มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 โรงเรียนหัตถสารเกษตรวิทยาการ อำเภอลองหลวง จังหวัดปทุมธานี จำนวน 35 คน
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 2.1 บทเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้นที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น
 - 2.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้นเป็นแบบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ และแบบอัตนัย 1 ข้อ
 - 2.3 แบบสอบถามภายหลังการเรียนรู้ เกี่ยวกับทัศนคติและความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้นรวม 20 ข้อ
3. วิธีดำเนินการวิจัย
 - 3.1 นำบทเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้นที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ไปสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในกลุ่มตัวอย่างจำนวน 35 คน ใช้เวลาสอน 1 คาบ คาบละ 50 นาที โดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนเอง
 - 3.2 เมื่อสอนกลุ่มตัวอย่างครบตามเนื้อหาที่กำหนดแล้ว ให้นักเรียนตอบแบบสอบถามวัดทัศนคติและความคิดเห็นของนักเรียน ที่มีต่อการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้น
 - 3.3 ทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ในการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนืองเบื้องต้นโดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทดสอบของกลุ่มตัวอย่างมาหา ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ Z (Z-Test for Proportion)

สรุปผลการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ดังนั้นสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

อภิปรายผล

ผลการวิจัยปรากฏว่า

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นจากบทเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากสาเหตุต่างๆดังต่อไปนี้

1. เนื้อหา

เนื้อหาเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีความเหมาะสมและสอดคล้องกัน โดยผู้วิจัยเริ่มสอนเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานก่อนแล้วจึงสอนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น โดยเริ่มจาก เนื้อหาง่ายไปหาเนื้อหายาก ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษาทัศนคติของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อทางด้านเนื้อหา ซึ่งพบว่า นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่มีทัศนคติ และความคิดเห็นในทางที่ดีที่เกี่ยวกับเนื้อหา และบทเรียนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นนั้น ใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายรวมทั้งเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นเป็นเรื่องที่ไม่ต้องใช้ความรู้พื้นฐานมากนัก นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างจึงสามารถที่จะเรียนรู้และเข้าใจได้พร้อมๆกัน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ตรวจข้อสอบที่เป็นแบบอัตนัย พบว่านักเรียนในกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่แสดงวิธีทำได้อย่างถูกต้องเป็นขั้นตอน แสดงว่าเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นเป็นวิชาที่มีเนื้อหาไม่ยากเกินไปที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จะทำความเข้าใจ

2. นักเรียน

ในขณะที่ดำเนินการทดลอง นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างมีความสนใจและตั้งใจเรียนเป็นอย่างดี สังเกตได้ในขณะที่ผู้วิจัยกำลังสอน นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างส่วนใหญ่ตั้งใจฟังและพยายามทำความเข้าใจกับเนื้อหา รวมทั้งการซักถามปัญหาและการตอบคำถามในชั้นเรียน การทำแบบฝึกหัดและการถามใจทศปัญหาที่ไม่มีในแบบฝึกหัด จากพฤติกรรมดังกล่าวผู้วิจัยคิดว่า สาเหตุที่ทำให้นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างสนใจเรื่องนี้เนื่องมาจาก

- 2.1 นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างอยากเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ
- 2.2 เศษส่วนต่อเนื่องเป็นเรื่องที่มีเนื้อหาไม่ยากเกินไป
- 2.3 ความรู้พื้นฐานของนักเรียนทั่วไปจะรู้จักเพียง เศษส่วนธรรมดา เศษเกิน และ จำนวนคละ ดังนั้น เมื่อนักเรียนได้รู้จักเศษส่วนต่อเนื่องซึ่งมีวิธีการเขียนที่แปลกไปจากการเขียน เศษส่วนทั่วไป ทำให้นักเรียนในกลุ่มตัวอย่างเกิดความสนใจ

3. วิธีสอน

ผู้วิจัยใช้วิธีสอนโดยยึดหลักในการทำให้เนื้อหาเป็นรูปธรรม เข้าใจง่ายและสะดวกต่อการเรียนรู้ นอกจากนี้นักเรียนได้ฝึกทักษะโดยการทำแบบฝึกหัดด้วยตนเองในแต่ละคาบ ทำให้รู้ปัญหาและซักถามเนื้อหาที่ไม่เข้าใจจากผู้วิจัย จึงทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาได้ดีขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น ดังนั้นผลการวิจัยนี้น่าจะเป็นแนวทางในการตัดสินใจของนักเรียน ที่จะเลือกเรื่องเพื่อศึกษาในรายวิชา ค 021-ค 026

1.2 ในการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์สามารถนำเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้นไปสอนเสริมในกิจกรรม หรือนำไปเป็นเกมการแข่งขันในกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรทำการวิจัยเรื่องนี้ซ้ำอีกโดยใช้กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ขึ้น ทั้งในส่วนกลางและส่วนภูมิภาค โดยขยายผลเพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้น

2.2 ควรทำการวิจัยเรื่องนี้เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้ง 2 ชั้น ซึ่งผลจากการศึกษาจะทำให้ทราบว่าควรนำเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น นำมาสอนในชั้นใดจึงเหมาะสมที่สุด

2.3 ควรทำการวิจัยเรื่องนี้ซ้ำอีกโดยเพิ่มเนื้อหาการเขียนจำนวนอตรรกยะให้เป็นเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น เพื่อศึกษาว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถเรียนเนื้อหานี้ได้หรือไม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ณรงค์ ปั่นนัม. คู่มือการสอนคณิตศาสตร์321 ทฤษฎีจำนวน. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. อัดสำเนา.
นพดล สุภาพาณิชย์. การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับการเรียนวิชาเรขาคณิตบน
ยูคลิเดียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-5 ปรินซ์ตันนิพนธ์ กศ.ม.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524. อัดสำเนา.
ปิยวดี วงษ์ใหญ่. ทฤษฎีจำนวน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530.
ศึกษาธิการ, กระทรวง. หลักสูตรประโยคมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2534.
_____. คู่มือการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2534.
_____. แบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์คุรุสภา, 2534.
_____. แบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 041 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ :
โรงพิมพ์คุรุสภา, 2534.
_____. 100 ปี กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ, 2535.
ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ค 011. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2536.
สมพร เรืองโชติวิทย์. ทฤษฎีจำนวน. กรุงเทพฯ : ภาควิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน, 2521.
สมพล เล็กสกุล. ทฤษฎีจำนวน. กรุงเทพฯ : อักษรบัณฑิต, 2521.
สมวงศ์ แปลงประสพโชค. ทฤษฎีจำนวน. กรุงเทพฯ : ชมรมคณิตศาสตร์
วิทยาลัยครูพระนคร, 2535.
สมศักดิ์ โพธิ์วิจิตร. หลักคณิตศาสตร์และโครงสร้างของระบบจำนวน. สงขลา
: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา, 2523.
สิริสินธุ์ บุชนาก. การศึกษาศาสนาความสามารถในการเรียนเรื่องการลงรอยกัน
เบื้องต้นในทฤษฎีจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรินซ์ตันนิพนธ์ กศ.ม.
กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2538. อัดสำเนา.

- สุกัญญา ชันธประสิทธิ์. ความรู้พื้นฐานสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 และ ค 012 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในทรรณะของครูในเขตการศึกษา 1. วิทยานิพนธ์
ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2531. อัดสำเนา.
- สุทธิพงษ์ พะลัง. การศึกษาคผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาโปรแกรมเส้นตรงโดยใช้
หน่วยการเรียนรู้การสอนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และปีที่ 5
สายพานิชยการ. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2521. อัดสำเนา.
- เสกสรรค์ คำกระบี่. การศึกษาคผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องลิมิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา
ตอนปลายสายสามัญ แผนกวิทยาศาสตร์. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ :
วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร, 2517. อัดสำเนา.
- Burton, David M. Elementary Number Theory. Boston : University of New
Hampshire, 1989.
- Davenport, H. The Higher Arithmetic. London : University of Cambridge, 1971.
- Drummond, Pamela Johnson. "The design, implementation, and evaluation of a course
in discrete mathematics for high school students," Dissertation Abstracts.
50(3) : 641-A ; 1989.
- Hardy, G.H. and E.M. Wright. An Introduction to the Theory of Numbers. London :
Oxford University Press, 1968.
- Sachs, Leroy Ed. "Projects To Enrich School Mathematics," Resources In Education.
23(10) : 118-119 ; 1988.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.
การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 6 ค่าความยากง่าย(p) และค่าอำนาจจำแนก(r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.68	0.40	16	0.63	0.45
2	0.65	0.54	17	0.48	0.54
3	0.75	0.61	18	0.65	0.60
4	0.55	0.42	19	0.56	0.33
5	0.50	0.40	20	0.33	0.28
6	0.67	0.45	21	0.39	0.40
7	0.60	0.41	22	0.54	0.55
8	0.56	0.33	23	0.46	0.54
9	0.48	0.28	24	0.56	0.32
10	0.62	0.38	25	0.58	0.42
11	0.65	0.46	26	0.40	0.53
12	0.42	0.23	27	0.36	0.28
13	0.56	0.39	28	0.44	0.40
14	0.60	0.56	29	0.65	0.38
15	0.65	0.58	30	0.59	0.46

ตาราง 7 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.7	0.3	0.21	16	0.8	0.2	0.16
2	0.8	0.2	0.16	17	0.7	0.3	0.21
3	0.7	0.3	0.21	18	0.6	0.4	0.24
4	0.7	0.3	0.21	19	0.6	0.4	0.24
5	0.8	0.2	0.16	20	0.6	0.4	0.24
6	0.7	0.3	0.21	21	0.5	0.5	0.25
7	0.4	0.6	0.24	22	0.8	0.2	0.16
8	0.8	0.2	0.16	23	0.8	0.2	0.16
9	0.7	0.3	0.21	24	0.8	0.2	0.16
10	0.6	0.4	0.24	25	0.8	0.2	0.16
11	0.8	0.2	0.16	26	0.7	0.3	0.21
12	0.8	0.2	0.16	27	0.7	0.3	0.21
13	0.3	0.7	0.21	28	0.8	0.2	0.16
14	0.7	0.3	0.21	29	0.7	0.3	0.21
15	0.7	0.3	0.21	30	0.8	0.2	0.16
							$\sum pq = 5.84$

x	28	26	24	23	22	19	16	12	8
f	1	2	1	1	1	1	1	1	1

$$s^2 = 43.15$$

ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ(KR-20)

$$\begin{aligned}
 KR-20 &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right] && , n \text{ แทน จำนวนข้อสอบ} \\
 &= \frac{30}{29} \left[1 - \frac{5.84}{43.15} \right] \\
 &= \frac{30}{29} [0.865] \\
 &= 0.89
 \end{aligned}$$

ตาราง 8 การคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกลุ่มตัวอย่าง
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

x	f	fx	x^2	fx^2
11	3	33	121	363
12	4	48	144	576
13	3	39	169	507
15	3	45	225	675
16	3	48	256	768
18	7	126	324	2268
19	2	38	361	722
20	2	40	400	800
21	2	42	441	882
22	1	22	484	484
23	1	23	529	529
24	3	72	576	1728
25	1	25	625	625
$n = 35$		$\sum fx = 601$		$\sum fx^2 = 10927$

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum fx}{n} \\ &= \frac{601}{35} \\ &= 17.17\end{aligned}$$

หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{35(10927) - (601)^2}{35(34)}} \\ &= \sqrt{\frac{382445 - 361201}{1190}} \\ &= \sqrt{\frac{21244}{1190}} = 4.22\end{aligned}$$

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ซึ่งใช้ตัวสถิติ Z ทดสอบ (Z - test for Population Proportion)

สมมติฐานคือ $H_0: P \leq 0.5$

$H_1: P > 0.5$

ตัวสถิติทดสอบ $Z = \frac{\hat{p} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}}}$ โดยที่ $\hat{p} = \frac{x}{n}$ เมื่อ

x แทนจำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนมากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ
50 ของคะแนนเต็ม

n แทนจำนวนนักเรียนทั้งหมด

$P_0 = 0.5$

สถิติทดสอบ $Z = \frac{0.71 - 0.50}{\sqrt{\frac{0.50(1 - 0.50)}{35}}}$
 $= 2.625$

$Z_{.01} = 2.33$

ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ .01

นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนรู้เรื่องเศษส่วน
ต่อเนื่องเบื้องต้นเป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

คำสั่ง ให้นักเรียนกากบาทในกระดาษคำตอบโดยเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. $\frac{5}{2}$ เขียนเป็นเศษส่วนต่อเนื่องได้เท่ากับข้อใด

ก. $2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$

ค. $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}$

ข. $2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}$

ง. $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$

2. $\frac{11}{15}$ เขียนเป็นเศษส่วนต่อเนื่องได้เท่ากับข้อใด

ก. $0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$

ค. $0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}}$

ข. $0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}}$

ง. $0 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$

3. $2\frac{1}{3}$ เขียนเป็นเศษส่วนต่อเนื่องได้เท่ากับข้อใด

ก. $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$

ค. $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}$

ข. $2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$

ง. $2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$

4. $-2\frac{1}{3}$ เขียนเป็นเศษส่วนต่อเนื่อง ได้เท่ากับข้อใด

ก. $-2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}$

ข. $-3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}$

ค. $-3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}$

ง. $-3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}$

5. เศษส่วนต่อเนื่อง $-2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1}}}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $-\frac{13}{17}$

ข. $-\frac{15}{13}$

ค. $-\frac{17}{13}$

ง. $-\frac{17}{15}$

6. เศษส่วนต่อเนื่อง $-3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{7 + \frac{1}{2}}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $-\frac{216}{75}$

ข. $-\frac{216}{77}$

ค. $-\frac{216}{73}$

ง. $-\frac{216}{71}$

7. $\frac{33}{17}$ เขียนเป็นเศษส่วนต่อเนื่อง ได้เท่ากับข้อใด

ก. $\langle 1, 1, 15, 1 \rangle$

ข. $\langle 1, 1, 16, 1 \rangle$

ค. $\langle 1, 2, 15, 1 \rangle$

ง. $\langle 1, 1, 17, 1 \rangle$

8. $\left(\frac{5}{3}\right)^2$ เขียนเป็นเศษส่วนต่อเนื่อง ได้เท่ากับข้อใด

ก. $\langle 2, 3, 1, 2 \rangle$

ข. $\langle 2, 1, 2, 3 \rangle$

ค. $\langle 2, 1, 3, 2 \rangle$

ง. $\langle 2, 2, 1, 3 \rangle$

9. $2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{15}{7}$

ข. $\frac{16}{7}$

ค. $\frac{17}{7}$

ง. $\frac{18}{7}$

10. $\frac{111}{33}$ เขียนเป็นเศษส่วนต่อเนื่อง ได้เท่ากับข้อใด
 ก. $\langle 3, 2, 1, 4 \rangle$ ข. $\langle 3, 2, 1, 2 \rangle$ ค. $\langle 3, 2, 1, 3 \rangle$ ง. $\langle 3, 2, 1, 1 \rangle$
11. เศษส่วนต่อเนื่อง $\langle -2, 1, 1, 2 \rangle$ มีค่าเท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{-7}{6}$ ข. $\frac{-7}{5}$ ค. $\frac{-8}{5}$ ง. $\frac{-8}{6}$
12. กำหนดสมการ $27x - 7y = 1$ ค่าของ x และ y มีค่าเท่าใด
 ก. $-4, -1$ ข. $-4, 1$ ค. $-1, -4$ ง. $-1, 4$
13. กำหนดสมการ $-11y + 12x - 20 = 0$ ค่าของ x และ y เท่ากับข้อใด
 ก. $21, 21$ ข. $-20, -20$ ค. $20, 20$ ง. $40, 40$
14. ค่าประมาณของ $\langle 1, \bar{1} \rangle$ เท่ากับข้อใด
 ก. 1.4 ข. 1.5 ค. 1.6 ง. 1.7
15. ค่าประมาณของ $\langle -2, \bar{2} \rangle$ เท่ากับข้อใด
 ก. -1.4 ข. -1.5 ค. -1.6 ง. -1.7
16. ค่าประมาณของ $\langle -2, \bar{3} \rangle + \langle 2, \bar{3} \rangle$ เท่ากับข้อใด
 ก. 0.6 ข. 0.7 ค. 0.8 ง. 0.9
17. ค่าประมาณของ $\langle 2, \bar{3} \rangle^{(2)}$ เท่ากับข้อใด
 ก. 5.25 ข. 5.26 ค. 5.27 ง. 5.29
18. ค่าประมาณของ $\langle -2, \bar{2} \rangle + \langle 0, 1, 1 \rangle$ มีค่าเท่ากับข้อใด
 ก. -3.2 ข. -3.3 ค. -3.4 ง. -3.5
19. ค่าประมาณของ $\langle 0, \bar{1} \rangle \times \langle 0, 1, 1 \rangle$ เท่ากับข้อใด
 ก. $\frac{1}{4}$ ข. $\frac{1}{6}$ ค. $\frac{1}{8}$ ง. $\frac{1}{10}$

20. $\langle -3, 1 \rangle$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 2.3

ข. 2.4

ค. 2.5

ง. 2.6

21. กำหนดสมการ $43x + 5y = 1$ ค่าของ x และ y เท่ากับข้อใด

ก. 2, -17

ข. -17, 2

ค. -2, 17

ง. -2, -17

22. กำหนดสมการ $-15y + 35x = 40$ ค่าของ x และ y เท่ากับข้อใด

ก. -8, 16

ข. 8, -16

ค. 8, 16

ง. -8, -16

23. ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. $\langle 1, -1 \rangle$ เป็นเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

ข. $\langle 1, 1, 1 \rangle = \frac{5}{7}$

ค. $\langle -1, 0, 1 \rangle = \frac{-5}{4}$

ง. $\langle 1, -1 \rangle$ ไม่เป็นเศษส่วนต่อเนื่อง

24. $\langle -1, 1, 2 \rangle^{(2)}$ มีค่าเท่าใด

ก. $\frac{2}{9}$

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{9}$

ง. $\frac{-1}{9}$

25. ผลคูณของ $\langle -1, 2 \rangle$ กับ $\langle 1, 2 \rangle$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{-3}{2}$

ข. $\frac{-1}{2}$

ค. $\frac{-3}{4}$

ง. $\frac{-1}{4}$

26. ผลหารของ $\frac{-7}{10}$ กับ $\langle 2, 2 \rangle$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{-7}{25}$

ข. $\frac{-7}{15}$

ค. $\frac{-1}{25}$

ง. $\frac{-1}{15}$

27. เศษส่วนต่อเนื่อง $\langle 1, 3, 3, 1 \rangle$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3}}$

ข. $1 + \frac{3}{3 + \frac{1}{3}}$

ค. $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1+1}}}$

ง. $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1+1}}}$

28. จากโจทย์ข้อ 27 สามารถเขียนเศษส่วนต่อเนื่องได้อีกแบบหนึ่งคือข้อใด

ก. $\langle 1, 4, 3 \rangle$

ข. $\langle 4, 3, 1 \rangle$

ค. $\langle 1, 3, 4 \rangle$

ง. $\langle 1, 6, 1 \rangle$

29. ถ้า $y = \langle 0, 1, 2 \rangle$ แล้ว $9y^2 - 3y + 1$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

30. ค่าของ $a \in I^+$ ที่ทำให้ $\langle 5, 1, a \rangle = \frac{23}{4}$ เท่ากับข้อใด

ก. 2

ข. 3

ค. 4

ง. 5

จบสองวิธีทำ

จงหาค่าของเศษส่วนต่อเนื่อง $-3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$ และ ค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่อง $\langle 2, \overline{3, 1} \rangle$

เฉลยแบบทดสอบ

ข้อสอบแบบปรนัย

ข้อที่	ข้อที่	ข้อที่
1. ข	11. ข	21. ก
2. ง	12. ก	22. ค
3. ค	13. ค	23. ง
4. ค	14. ค	24. ค
5. ค	15. ค	25. ค
6. ข	16. ก	26. ก
7. ก	17. ง	27. ง
8. ค	18. ก	28. ค
9. ง	19. ก	29. ง
10. ข	20. ข	30. ข

ข้อสอบแบบอัตนัย

ค่าของเศษส่วนต่อเนื่อง $-3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$ เท่ากับ $\frac{-21}{8}$

ค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่อง $(2, \overline{3, 1})$ เท่ากับ $\frac{43}{19}$

ภาคผนวก ก
บทเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น

บทเรียนทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นเรื่อง เศษส่วนต่อเนื่อง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เมื่อกำหนดจำนวนตรรกยะให้ นักเรียนสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนต่อเนื่องได้
2. เมื่อกำหนดเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายให้ นักเรียนสามารถหาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายได้
3. เมื่อกำหนดเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัดให้ นักเรียนสามารถหาค่าโดยประมาณของเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัดได้
4. เมื่อกำหนดสมการ $ax + by = n$ โดยที่ a, b, n เป็นจำนวนเต็ม นักเรียนสามารถหาคำตอบที่เป็นจำนวนเต็มของสมการที่กำหนดมาให้ได้ โดยใช้ความรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนื่อง

1. ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับการหาร

1.1 การหารลงตัว

บทนิยาม 1.1 ให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มโดยที่ $n \neq 0$ เรียก n ว่าเป็นตัวประกอบของ m หรือ n หาร m ลงตัว ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $m = nk$

ใช้สัญลักษณ์ $n \mid m$ แทน n หาร m ลงตัว และ $n \nmid m$ แทน n หาร m ไม่ลงตัว

ตัวอย่าง 1. $2 \mid 4$ เพราะว่า $4 = 2(2)$

2. $3 \mid 0$ เพราะว่า $0 = 3(0)$

3. $-3 \mid 18$ เพราะว่า $18 = (-3)(-6)$

4. $2 \nmid -11$ เพราะว่า ไม่มี $k \in \mathbb{I}$ ที่ทำให้ $-11 = 2(k)$

#

1.2 ขั้นตอนวิธีการหาร (Division Algorithm)

เมื่อมีจำนวนเต็ม 2 จำนวน m, n และ $n \neq 0$ จากบทนิยามการหารลงตัว เราพบว่า n หาร m ลงตัว ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็ม k ซึ่ง $m = nk$ ในกรณีที่ $n \nmid m$ เราสามารถเขียนอยู่ในรูป $m = nq + r$ โดยที่ q, r เป็นจำนวนเต็ม เช่น $n = 6, m = 35$ จะเห็นว่า 6 หาร 35 ไม่ลงตัว เพราะฉะนั้น เราอาจเขียนในรูป $35 = 6q + r$ ได้หลายกรณีดังตัวอย่างต่อไปนี้

$$35 = 6(1) + 29$$

$$35 = 6(2) + 23$$

$$35 = 6(3) + 17$$

$$35 = 6(4) + 11$$

$$35 = 6(5) + 5 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$35 = 6(6) + (-1)$$

⋮

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่ากรณีที่น่าสนใจคือ การเขียนในบรรทัด (1) ซึ่ง r เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยกว่า $|n|$ และมีทฤษฎีบทที่สนับสนุนดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1.2 (ขั้นตอนวิธีการหาร) ให้ m, n เป็นจำนวนเต็ม และ $n \neq 0$ จะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงคู่เดียวเท่านั้นที่ทำให้ $m = nq + r$ เมื่อ $0 \leq r < |n|$ (จะไม่แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทในที่นี้)

ตัวอย่าง จงหาจำนวนเต็ม q, r ที่เป็นไปตามทฤษฎีบทขั้นตอนวิธีการหาร จาก m, n ที่กำหนดให้ต่อไปนี้.

1. $m = 111, n = 11$

2. $m = -114, n = 9$

3. $m = 1205, n = -12$

วิธีทำ

1. เพราะว่า $11(10) = 110$

ดังนั้น $111 = 11(10) + 1$

นั่นคือ $q = 10, r = 1$

2. เพราะว่า $9(-13) = -117$

ดังนั้น $-114 = 9(-13) + 3$

นั่นคือ $q = -13, r = 3$

3. เพราะว่า $(-12)(-100) = 1200$

ดังนั้น $1205 = (-12)(-100) + 5$

นั่นคือ $q = -100, r = 5$

#

แบบฝึกหัด

จงหาจำนวนเต็ม q, r ที่เป็นไปตามทฤษฎีบท 1.2 จาก m, n ที่กำหนดให้ดังต่อไปนี้

1. $m = 8, n = 7$

2. $m = -42, n = 6$

3. $m = -52, n = 11$

4. $m = -1, n = -4$

5. $m = 18, n = -6$

6. $m = 39, n = -11$

2. เศษส่วนต่อเนื่อง (Continued Fractions)

ถ้าหากเราพิจารณา $\frac{67}{24}$ โดยเขียนให้อยู่ในรูป $m = nq + r$ ที่ $0 \leq r < |n|$

จะได้

$$67 = 24(2) + 19 \quad \text{หรือ} \quad \frac{67}{24} = 2 + \frac{19}{24}$$

$$24 = 19(1) + 5 \quad \text{หรือ} \quad \frac{24}{19} = 1 + \frac{5}{19}$$

$$19 = 5(3) + 4 \quad \text{หรือ} \quad \frac{19}{5} = 3 + \frac{4}{5}$$

$$5 = 4(1) + 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4}$$

ดังนั้น

$$\frac{67}{24} = 2 + \frac{19}{24}$$

$$= 2 + \frac{1}{\frac{24}{19}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{19}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{19}{5}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{4}{5}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{5}{4}}}}$$

นั่นคือ

$$\frac{67}{24} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}$$

เศษส่วนดังกล่าวข้างต้นเรียกว่า เศษส่วนต่อเนื่อง (Continued Fractions)

2.1 เศษส่วนต่อเนื่องจำกัด (Finite Continued Fractions)

บทนิยาม 2.1 ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นจำนวนจริงบวก และ a_0 เป็นจำนวนจริงใดๆ

$$\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rangle = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\ddots \frac{1}{a_{n-1} + \frac{1}{a_n}}}}}$$

เรียกว่า " เศษส่วนต่อเนื่องจำกัด " จำนวน $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ เรียกว่า พจน์ (Terms or Partial denominators) ของเศษส่วนต่อเนื่อง ซึ่งมีทั้งหมด $n+1$ พจน์

ถ้า a_i เป็นจำนวนเต็ม แล้วเศษส่วนต่อเนื่องจำกัด $\langle a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \rangle$ จะเรียกว่า เป็น " เศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย " (Simple Continued Fractions) จำนวนเต็ม a_0

อาจเป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบก็ได้ แต่ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ต้องเป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น

ข้อตกลง $a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\ddots \frac{1}{a_{n-1} + \frac{1}{a_n}}}}}$ เราอาจเขียนแทนด้วย $a_0 + \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$

เช่น $3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}$ เขียนแทนด้วย $3 + \frac{1}{1} + \frac{1}{4}$

จากบทนิยามจะได้ว่า

1. $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rangle = a_0 + \frac{1}{\langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle}$
 $= \langle a_0, \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle \rangle$
2. $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rangle = \left\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1} + \frac{1}{a_n} \right\rangle$

2.2 การแสดงจำนวนตรรกยะเป็นเศษส่วนต่อเนื่อง

ทฤษฎีบท 2.2 จำนวนตรรกยะทุกจำนวน สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายได้

พิสูจน์

กำหนดให้ $\frac{a}{b}$ เป็นจำนวนตรรกยะใดๆ ซึ่ง $b > 0$ จากขั้นตอนวิธีการหาร

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ว่า} \quad a &= ba_0 + r_1 & ; \quad 0 < r_1 < b \\
 b &= r_1 a_1 + r_2 & ; \quad 0 < r_2 < r_1 \\
 r_1 &= r_2 a_2 + r_3 & ; \quad 0 < r_3 < r_2 \\
 &\vdots \\
 r_{n-2} &= r_{n-1} a_{n-1} + r_n & ; \quad 0 < r_n < r_{n-1} \\
 r_{n-1} &= r_n a_n + 0
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก r_i เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นจำนวนเต็มบวก
 ดังนั้นเขียนสมการข้างต้นให้อยู่ในรูปดังต่อไปนี้ได้

$$\frac{a}{b} = a_0 + \frac{r_1}{b} = a_0 + \frac{1}{\frac{b}{r_1}}$$

$$\frac{b}{r_1} = a_1 + \frac{r_2}{r_1} = a_1 + \frac{1}{\frac{r_1}{r_2}}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = a_2 + \frac{r_3}{r_2} = a_2 + \frac{1}{\frac{r_2}{r_3}}$$

$\vdots$

$$\frac{r_{n-1}}{r_n} = a_n$$

ถ้าแทนค่าต่อเนื่องกันตามลำดับจะได้ดังนี้

$$\frac{a}{b} = a_0 + \frac{1}{\frac{b}{r_1}}$$

$$= a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{\frac{r_1}{r_2}}}$$

$$= a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\frac{r_2}{r_3}}}}$$

$$\vdots$$

นั่นคือ $\frac{a}{b} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\ddots \frac{1}{a_{n-1} + \frac{1}{a_n}}}}}$

#

ตัวอย่าง จงเขียน $\frac{19}{51}$ ในรูปเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

วิธีทำ $51 = 2(19) + 13$ หรือ $\frac{51}{19} = 2 + \frac{13}{19}$

$$19 = 1(13) + 6 \quad \text{หรือ} \quad \frac{19}{13} = 1 + \frac{6}{13}$$

$$13 = 2(6) + 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{13}{6} = 2 + \frac{1}{6}$$

$$6 = 6(1) + 0 \quad \text{หรือ} \quad \frac{6}{6} = 1$$

ดังนั้น

$$\frac{19}{51} = \frac{1}{\frac{51}{19}}$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{13}{19}}$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{19}{13}}}$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{6}{13}}}$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{6}}}}$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{13}{6}}}$$

นั่นคือ $\frac{19}{51} = \langle 0, 2, 1, 2, 6 \rangle$

ตัวอย่าง จงเขียน $\frac{17}{9}$ ในรูปเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

วิธีทำ $17 = 9(1) + 8$ หรือ $\frac{17}{9} = 1 + \frac{8}{9}$

$$9 = 8(1) + 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8}$$

$$8 = 1(8) + 0 \quad \text{หรือ} \quad \frac{8}{8} = 1$$

ดังนั้น $\frac{17}{9} = 1 + \frac{8}{9} = 1 + \frac{1}{\frac{9}{8}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{8}}$

นั่นคือ $\frac{17}{9} = \langle 1, 1, 8 \rangle$

ตัวอย่าง จงเขียน $-\frac{4}{17}$ ในรูปเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

วิธีทำ $-4 = 17(-1) + 13$ หรือ $-\frac{4}{17} = -1 + \frac{13}{17}$

$$17 = 13(1) + 4 \quad \text{หรือ} \quad \frac{17}{13} = 1 + \frac{4}{13}$$

$$13 = 4(3) + 1 \quad \text{หรือ} \quad \frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$$

$$4 = 1(4) + 0 \quad \text{หรือ} \quad \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{นั่นคือ} \quad \frac{-4}{17} = -1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = \langle -1, 1, 3, 4 \rangle \quad \#$$

ในการเขียนจำนวนตรรกยะให้อยู่ในรูปของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย สามารถเขียน

ได้ 2 แบบ

ดังนี้ แบบที่ 1 $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n - 1, 1 \rangle$

แบบที่ 2 $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-2}, a_{n-1} + 1 \rangle$

ทั้งนี้เพราะว่า ก. ถ้า $a_n > 1$ จะได้ว่า $a_n = (a_n - 1) + 1 = (a_n - 1) + \frac{1}{1}$

เนื่องจาก $a_n - 1$ เป็นจำนวนจริงบวก

ดังนั้น $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rangle = \langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n - 1, 1 \rangle$

ข. ถ้า $a_n = 1$ จะได้ว่า $a_{n-1} + \frac{1}{a_n} = a_{n-1} + \frac{1}{1} = a_{n-1} + 1$

ดังนั้น $\langle a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n \rangle = \langle a_0, a_1, \dots, a_{n-2}, a_{n-1} + 1 \rangle$

จากกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่าในการเขียนเศษส่วนต่อเนื่องนั้นจะมีจำนวนพจน์เป็นคู่

หรือคี่ก็ได้

$$\text{ตัวอย่าง} \quad \frac{19}{51} = \langle 0, 2, 1, 2, 6 \rangle = \langle 0, 2, 1, 2, 5, 1 \rangle$$

$$\frac{17}{9} = \langle 1, 1, 8 \rangle = \langle 1, 1, 7, 1 \rangle$$

$$\frac{-4}{17} = \langle -1, 1, 3, 4 \rangle = \langle -1, 1, 3, 3, 1 \rangle \quad \#$$

แบบฝึกหัด

จงเขียนแสดงจำนวนต่อไปนี้ ให้อยู่ในรูปเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายทั้ง 2 แบบ

$$1. \frac{35}{13}$$

$$2. \frac{7}{37}$$

$$3. \frac{152}{11}$$

$$4. \frac{216}{19}$$

$$5. \frac{7}{100}$$

$$6. \frac{-215}{132}$$

$$7. \frac{-233}{112}$$

$$8. \frac{-333}{123}$$

2.3 การหาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

ให้พิจารณาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายต่อไปนี้

$$\langle a_0 \rangle = a_0$$

$$\langle a_0, a_1 \rangle = a_0 + \frac{1}{a_1} = \frac{a_0 a_1 + 1}{a_1}$$

$$\langle a_0, a_1, a_2 \rangle = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2}} = \frac{a_0 a_1 a_2 + a_0 + a_2}{a_1 a_2 + 1}$$

จะเห็นว่าในการหาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ ถ้า n มีค่าน้อย เช่น เมื่อ $n = 0, 1, 2, 3$ เราก็ใช้ความรู้เรื่องเศษส่วนหาได้โดยไม่ต้องยากจนเกินไปนัก แต่ ถ้า n มีค่ามากเมื่อหาค่าโดยใช้วิธีนี้จะยาวและยุ่งยาก เราจึงจะหาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องโดยใช้วิธีการอื่น

ข้อตกลง ให้ p_k แทนตัวเศษของเศษส่วนต่อเนื่อง และ q_k แทนตัวส่วนของเศษส่วนต่อเนื่อง เมื่อเขียนเศษส่วนต่อเนื่องในรูปเศษส่วน

บทนิยาม 2.3.1 ถ้า $\frac{p_n}{q_n} = \langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ เป็นเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

เรียก $\frac{p_k}{q_k}$ ว่า คอนเวอร์เจนต์ที่ k (k th convergent) ของเศษส่วนต่อเนื่อง $\frac{p_n}{q_n}$ เมื่อ

$$0 \leq k \leq n$$

บทนิยาม 2.3.2 ถ้า $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ เป็นเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

กำหนด p_k และ q_k ดังนี้

$$p_{-2} = 0, p_{-1} = 1, p_0 = a_0, p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2}; (1 \leq k \leq n)$$

$$q_{-2} = 1, q_{-1} = 0, q_0 = 1, q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2}; (1 \leq k \leq n)$$

ทฤษฎีบท 2.3.1 ถ้า $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k \rangle$ เป็นเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย เมื่อ a_0 เป็นจำนวนเต็ม $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}$ เป็นจำนวนเต็มบวกและ a_k เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้

$$\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k \rangle = \frac{a_k p_{k-1} + p_{k-2}}{a_k q_{k-1} + q_{k-2}} = \frac{p_k}{q_k}$$

(จะไม่แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทในที่นี้)

ในการหาค่า p_k และ q_k ควรคำนวณโดยสูตรในบทนิยาม 2.3.2 แล้ว สร้างตารางหาค่า p_k, q_k โดยทำจากซ้ายไปขวา ดังนี้

k	-2	-1	0	1	2	...	n
a_k			a_0	a_1	a_2	...	a_n
p_k	0	1	a_0	p_1	p_2	...	p_n
q_k	1	0	1	q_1	q_2	...	q_n

ตัวอย่าง จงหาค่า $\langle -3, 2, 4, 5, 2 \rangle$

วิธีทำ สร้างตารางหาค่า p_k และ q_k โดยที่
$$\begin{cases} p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2} \\ q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2} \end{cases}$$

k	-2	-1	0	1	2	3	4
a_k			-3	2	4	5	2
p_k	0	1	-3	-5	-23	-120	-263
q_k	1	0	1	2	9	47	103

จะได้ว่า $\langle -3, 2, 4, 5, 2 \rangle = \frac{-263}{103}$ #

ตัวอย่าง จงเขียนเศษส่วนต่อเนื่อง $\langle -1, 1, 3, 3, 1 \rangle$ ให้อยู่ในรูปเศษส่วน

วิธีทำ สร้างตารางหาค่า p_k และ q_k โดยที่
$$\begin{cases} p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2} \\ q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2} \end{cases}$$

k	-2	-1	0	1	2	3	4
a_k			-1	1	3	3	1
p_k	0	1	-1	0	-1	-3	-4
q_k	1	0	1	1	4	13	17

จะได้ $\langle -1, 1, 3, 3, 1 \rangle = \frac{-4}{17}$ #

2.4 การหาค่าตอบที่เป็นจำนวนเต็มของสมการ $ax + by = n$ เมื่อ a, b, n เป็นจำนวนเต็ม

โดยใช้ p_k และ q_k

ทฤษฎีบท 2.4.1 ถ้า $k \geq 0$ จะได้ $p_k q_{k-1} - p_{k-1} q_k = (-1)^{k+1}$

(จะไม่แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทในที่นี้)

ทฤษฎีบท 2.4.2 ถ้า $(a, b) = d$ จะหาจำนวนเต็ม x และ y ซึ่ง $ax - by = \pm d$

ได้จาก $\frac{a}{b} = \langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ โดยให้ $y = p_{k-1}, x = q_{k-1}$

(จะไม่แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทในที่นี้)

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของสมการ $17x - 13y = 8$

วิธีทำ ให้ $p_k = 17, q_k = 13$ จะหาเศษส่วนต่อเนื่องที่เท่ากับ $\frac{17}{13}$

$$\frac{17}{13} = 1 + \frac{4}{13} = 1 + \frac{1}{\frac{13}{4}}$$

และ $\frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$

ดังนั้น $\frac{17}{13} = 1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}} = \langle 1, 3, 4 \rangle$

สร้างตารางหาค่า p_k และ q_k

k	-2	-1	0	1	2
a_k			1	3	4
p_k	0	1	1	4	17
q_k	1	0	1	3	13

จะได้ว่า $p_{k-1} = 4$ และ $q_{k-1} = 3$

ดังนั้น $17(3) - 13(4) = (-1)^3 = -1$

หรือ $17(-3) - 13(-4) = 1$

หรือ $17(-24) - 13(-32) = 8$

นั่นคือ $x = -24, y = -32$

#

ตัวอย่าง จงหาคำตอบของสมการ $172x + 20y = 1000$

วิธีทำ จาก $172x + 20y = 1000$ เนื่องจาก ห.ร.ม ของ 172 กับ 20 เท่ากับ 4

ดังนั้น เอา 4หารตลอดสมการ $172x + 20y = 1000$

จะได้ $43x + 5y = 250$

ให้ $p_k = 43, q_k = 5$

เพราะว่า $43 = 8.5 + 3$

$$5 = 1.3 + 2$$

$$3 = 1.2 + 1$$

$$2 = 2.1$$

เพราะฉะนั้น $\frac{43}{5} = \langle 8, 1, 1, 2 \rangle = 8 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$

สร้างตารางหาค่า p_k และ q_k

k	-2	-1	0	1	2	3
a_k			8	1	1	2
p_k	0	1	8	9	17	43
q_k	1	0	1	1	2	5

จะได้ว่า $p_{k-1} = 17$ และ $q_{k-1} = 2$

ดังนั้น $43(2) - 5(17) = (-1)^4 = 1$

$$43(2) + 5(-17) = 1$$

เอา 250 คูณตลอดสมการ จะได้ $43(500) + 5(-4250) = 250$

นั่นคือ $x = 500, y = -4250$

แบบฝึกหัด

1. จงหาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายต่อไปนี้

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| 1. $\langle 1, 2, 3, 4, 2 \rangle$ | 4. $\langle 1, 2, 1, 2 \rangle$ |
| 2. $\langle 2, 2, 2, 2 \rangle$ | 5. $\langle 0, 1, 3, 5 \rangle$ |
| 3. $\langle -1, 2, 1, 2, 3 \rangle$ | 6. $\langle 2, 1, 1 \rangle$ |

2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยใช้ความรู้เรื่องเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่าย

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1. $16x + 17y = 1$ | 4. $17x - 13y = 8$ |
| 2. $13x + 19y = 4$ | 5. $54x + 23y = 17$ |
| 3. $48x - 91y = 13$ | 6. $114x + 11y = 22$ |

2.5 เศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัด(Infinite Continued Fraction)

บทนิยาม 2.5 ถ้า $a_0, a_1, a_2, \dots$ เป็นชุดของจำนวนเต็มใดๆ ซึ่งทุกค่าเป็นจำนวนเต็มบวกยกเว้น a_0 เป็นจำนวนเต็มใดๆ กำหนดเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัดแบบง่าย

โดยใช้สัญลักษณ์ $\langle a_0; a_1, a_2, \dots \rangle$

เมื่อ $c_k = \langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ เป็นคอนเวอร์เจนต์ที่ k ของเศษส่วนต่อเนื่อง

a_k เรียกว่า Partial quotient

ทฤษฎีบท 2.5 ค่าของเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัดจะเป็นจำนวนอตรรกยะ (จะไม่แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีบทในที่นี้)

2.6 การหาค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัด

บทนิยาม 2.6 เศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัด $\langle a_0, a_1, \dots \rangle$ จะเรียกว่าเป็นแบบคาบ (Periodic) ถ้ามีจำนวนเต็ม k โดยที่ $a_h = a_{k+h}$ สำหรับทุกๆ ค่าของ h สัญลักษณ์ที่ใช้แทนเศษส่วนต่อเนื่องแบบคาบคือ $\langle a_0, a_1, a_2, \dots, a_k, \overline{a_{k+1}, \dots, a_{k+h}} \rangle$ เครื่องหมายขีด(bar)ที่อยู่เหนือ $a_{k+1}, \dots, a_{k+h}$ แสดงว่าจำนวนเต็มเหล่านั้นจะมีซ้ำกันต่อไปเรื่อยๆ โดยไม่จำกัด เช่น $\langle 1, \overline{2, 4} \rangle = \langle 1, 2, 4, 2, 4, 2, 4, \dots \rangle$ การหาค่าประมาณของเศษส่วนต่อเนื่องไม่จำกัดใช้หลักการเกี่ยวกับการหาค่าของเศษส่วนต่อเนื่องแบบง่ายดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง จงหาค่าประมาณของ $\langle 1, \overline{2} \rangle$

วิธีทำ สร้างตารางหาค่า p_k และ q_k โดยที่
$$\begin{cases} p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2} \\ q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2} \end{cases}$$

k	-2	-1	0	1	2	3	4	...
a_k			1	2	2	2	2	...
p_k	0	1	1	3	7	17	41	...
q_k	1	0	1	2	5	12	29	...

ดังนั้น ค่าประมาณของ $\langle 1, \overline{2} \rangle$ คือ $\frac{41}{29} = 1.414$

#

ตัวอย่าง จงหาค่าประมาณของ $\langle 1, \overline{1, 2} \rangle$

วิธีทำ สร้างตารางหาค่า p_k และ q_k โดยที่
$$\begin{cases} p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2} \\ q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2} \end{cases}$$

k	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	...
a_k			1	1	2	1	2	1	2	...
p_k	0	1	1	2	5	7	19	26	71	...
q_k	1	0	1	1	3	4	11	15	41	...

ดังนั้นค่าประมาณของ $\langle 1, \overline{1, 2} \rangle$ คือ $\frac{71}{41} = 1.731$

#

ตัวอย่าง จงหาค่าประมาณของ $\pi = \langle 3, \overline{7, 15, 1, \dots} \rangle$

วิธีทำ สร้างตารางหาค่า p_k และ q_k โดยที่
$$\begin{cases} p_k = a_k p_{k-1} + p_{k-2} \\ q_k = a_k q_{k-1} + q_{k-2} \end{cases}$$

k	-2	-1	0	1	2	3
a_k			3	7	15	1
p_k	0	1	3	22	333	355
q_k	1	0	1	7	106	113

ดังนั้น ค่าประมาณของ π ได้จากค่า $\frac{p_k}{q_k}$ เหล่านี้คือ $\frac{3}{1}, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \dots$

ค่า $\frac{22}{7}$ เป็นค่าประมาณที่ง่ายกว่า แต่ $\frac{333}{106}$ และ $\frac{355}{113}$ เป็นค่าประมาณที่ดีกว่า เพราะใกล้เคียงกับค่า π มากกว่า

#

แบบฝึกหัด

จงหาค่าประมาณของ

1. $\langle 1, \overline{2, 3} \rangle$
2. $\langle 2, \overline{2, 4} \rangle$
3. $\langle 1, 2, 3, \overline{4} \rangle$
4. $\langle -2, \overline{1, 4} \rangle$
5. $\langle -3, 1, \overline{2, 1} \rangle$
6. $\langle -1, \overline{2} \rangle$

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ	นายปรีชา จันทร์กล้า
วันเดือนปีเกิด	วันที่ 22 เดือนมิถุนายน พุทธศักราช 2512
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดปทุมธานี
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 85 / 2 หมู่ 3 ตำบลบางพูน อำเภอเมือง จังหวัดปทุมธานี
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนหัตถสารวิทยาการ อำเภอคลองหลวง จังหวัดปทุมธานี

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2529	ม.6 จากโรงเรียนวัดราชาธิวาส
พ.ศ. 2534	ก.บ.(คณิตศาสตร์) จากวิทยาลัยครูพระนคร
พ.ศ. 2538	กศ.ม.(คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนต่อเนื่องเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

บทคัดย่อ
ของ
ปรีชา จันทกล้า

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์
มีนาคม 2539

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเศษส่วนค่อเนื่องเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น และพัฒนาต้นแบบของบทเรียนเรื่องเศษส่วนค่อเนื่องเบื้องต้น ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ไม่มีในหลักสูตรของระดับชั้นมัธยมศึกษาในปัจจุบัน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สายวิทยาศาสตร์ของโรงเรียนหัตถสารเกษตรวิทยาการ ปทุมธานี ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 จำนวน 35 คน โดยสุ่ม 1 ห้อง จากทั้งหมด 2 ห้อง ผู้วิจัยสอนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 35 คน โดยใช้บทเรียนเรื่องเศษส่วนค่อเนื่องเบื้องต้นที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ใช้เวลาสอน 10 คาบๆละ 50 นาที เมื่อสอนกลุ่มตัวอย่างครบตามเนื้อหาที่กำหนดแล้ว ให้นักเรียนตอบแบบสอบถามวัดทัศนคติและความคิดเห็น และทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนค่อเนื่องเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเศษส่วนค่อเนื่องเบื้องต้นที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

A STUDY OF STUDENTS' ACHIEVEMENT IN LEARNING ELEMENTARY
CONTINUED FRACTION IN MATHAYOM SUKSA 4

AN ABSTRACT
BY
PREECHA JUNKLA

Presented in partial fulfillment of the requirements for the
Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

March 1996

The objective of this research is to study the achievement of Mathayom Suksa IV students in learning the Elementary Continued Fraction Lessons.

The sample is the students of Mathayom Suksa IV in science program at Hathasankasetvithayakan, Pathumthanee registered for Mathematics 012 in the second semester of the 1995 academic year. This sample acquires by simple random. The researcher tries with the experimental groups: 35 students by this Elementary Continued Fraction Lessons: 10 periods (50 minutes/period). After the experiment, the students answer the attitude test and post-test.

The result is that the Mathayom Suksa IV students have the capacity in studying this Elementary Continued Fraction Lessons in the significant 0.01.