

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา



ปริญญานิพนธ์
ของ
เชมจิรา เทียงอยู่

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
มีนาคม 2561

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
มีนาคม 2561
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
มีนาคม 2561

เขมจิรา เขียงอยู่. (2561). ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา. ปรินทิพนิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อาจารย์ที่ปรึกษา: อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ (1) สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80 (2) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และ (3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 24 คน นักเรียนเหล่านี้ได้จากการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาสอน 26 คาบ คาบละ 50 นาที และประเมินผลการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากคะแนนแบบทดสอบย่อย และคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน นอกจากนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

ผลการวิจัยพบว่า (1) ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเท่ากับ 70.25/70.66 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้คือ 80/80 (2) นักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปได้ว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความสามารถในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และ (3) นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ อยู่ในระดับมาก

INSTRUCTIONAL ACTIVITY PACKAGE ON RELATIONS AND FUNCTIONS BY USING
A GRAPHING CALCULATOR FOR MATHAYOMSUKSA STUDENTS



Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

March 2018

Khemjira Tiengyoo. (2018). *Instructional Activity Package on Relations and Functions by Using a Graphing Calculator for Mathayomsuksa Students*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakarinwirot University. Advisor: Dr.Sayun Sotaro.

The purposes of this study were (1) to construct an instructional activity package on relations and functions by using a graphing calculator for Mathayomsuksa students in order to attain an efficiency index of 80/80; (2) to study the achievement levels of Mathayomsuksa students in terms of relations and functions by using a graphing calculator; and (3) to study the satisfaction levels of the students regarding the instructional activity package.

This study was conducted during the second semester of the 2017 academic year with Grade Nine Mathayomsuksa students at Princess Chulabhorn's College Lopburi School. The experimental group consisted of twenty four students and the purposive random sampling approach was used. The researcher taught the group for twenty six periods of fifty minutes each. Sub-test and a final achievement relations and functions test were used to assess the performance of the students. Moreover, the experimental group was provided with a questionnaire to measure their levels of satisfaction regarding the instructional activity package.

The results of the study were as follows: (1) The effectiveness of the instructional activity package on relations and functions by using a graphing calculator for Mathayomsuksa students was 70.25/70.66, was below the established criteria of 80/80. (2) More than 60% of the experimental group passed the Instructional Activity Package test at 0.05 level of significant. This showed that the Mathayomsuksa students had the ability to learn about relations and functions through the Instructional Activity Package was designed by the researcher. (3) The satisfaction of the experimental group toward the Instructional Activity Package on relations and functions by using a graphing calculator were at a high level.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
ของ
เชมจิรา เทียงอยู่

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์จักรชัย เอกปัญญาสกุล)
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ที่ปรึกษา
(อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร)

.....ประธาน
(อาจารย์ ดร.กิตติศักดิ์ ชัยนันทราคม)

.....กรรมการ
(อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร)

.....กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือ และให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจาก อาจารย์ ดร.สายัณห์ โสระโร อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ โดยกรุณาให้คำแนะนำ และข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่มีประโยชน์และคุณค่าต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจแก้ไขปริญญานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้ง และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ อาจารย์ ดร.ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์ และอาจารย์จริยวดี บรรทัดเที่ยง ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภักดิ์ สิรินิลกุล และอาจารย์ ดร.กิตติศักดิ์ ชัยนตราคม ที่กรุณาร่วมเป็นคณะกรรมการสอบปากเปล่า ทำให้ปริญญานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ประจำภาควิชา และเจ้าหน้าที่ของภาควิชาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลือ อำนวยความสะดวกและเป็นธุระเกี่ยวกับงานวิจัย รวมทั้งน้ำใจและกำลังใจที่มีให้กับผู้วิจัยมาโดยตลอด

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ ฝ่ายวิชาการ และคณะครูอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ที่คอยถามไถ่ให้กำลังใจตลอด ทำให้คำแนะนำและความสะดวกต่าง ๆ อย่างดียิ่งในระหว่างการทำทดลองนำร่องและการดำเนินการเก็บข้อมูล

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา และบุคคลในครอบครัว ที่คอยสนับสนุนและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

ขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/2 และ 3/4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ที่ให้ความร่วมมือในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ทุกคนที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา ตลอดจนครูบาอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

เขมจิรา เทียงอยู่

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	3
ความสำคัญของการวิจัย.....	4
ขอบเขตของการวิจัย.....	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย.....	4
ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
ข้อตกลงเบื้องต้น.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
สมมติฐานในการวิจัย.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	10
ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	10
ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	11
องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	12
ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	15
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	17
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง	
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	18

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
กรอบเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551..	18
แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน.....	25
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน.....	27
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ.....	29
ความหมายของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ.....	29
บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์.....	30
ความสามารถของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ.....	33
แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่อง คำนวณเชิงกราฟ.....	35
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์..	37
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ.....	40
ความหมายของความพึงพอใจ.....	40
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ.....	40
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ.....	42
3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	44
การกำหนดประชากร.....	44
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	44
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	57
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	58

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	62
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	70
ความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานในการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย.....	70
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	70
สมมติฐานในการวิจัย.....	70
วิธีดำเนินการวิจัย.....	70
สรุปผลการวิจัย.....	73
อภิปรายผล.....	73
ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย.....	77
บรรณานุกรม.....	81
ภาคผนวก.....	88
ภาคผนวก ก.....	89
ภาคผนวก ข.....	103
ภาคผนวก ค.....	121
ภาคผนวก ง.....	159
ภาคผนวก จ.....	250
ภาคผนวก ฉ.....	289
ภาคผนวก ช.....	293
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	295

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 เปรียบเทียบความสามารถของเครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI-83, TI Nspire CX และ TI Nspire CX CAS.....	34
2 กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ.....	49
3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	63
4 ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	64
5 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย.....	65
6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ.....	66
7 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1.....	90
8 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2.....	90
9 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	91
10 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1.....	92
11 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2.....	93
12 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	94
13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มนาร่อง.....	95

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง		หน้า
14	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วย ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่อง คำนวณเชิงกราฟ แบ่งเป็นคะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และคะแนนจากการทำ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน.....	97
15	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจาก การทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	98
16	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจาก การทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	98
17	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจาก การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	98
18	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง.....	99
19	แสดงผลลัพธ์การวิเคราะห์ข้อมูล.....	99
20	คะแนนจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียน การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	100
21	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ ของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	101

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	8
2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน.....	21
3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน.....	25
4 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	48



บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 56) ถึงแม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีบทบาทที่สำคัญและจำเป็นต่อมนุษย์ แต่ในปัจจุบันการเรียนคณิตศาสตร์ยังคงเป็นปัญหาสำหรับนักเรียนอยู่ไม่น้อย เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ยากแก่การทำความเข้าใจ สังเกตได้จากผลการทดสอบระดับชาติการศึกษาระดับพื้นฐาน (O-NET) ในปี 2558-2559 ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับการศึกษาระดับพื้นฐานในกลุ่มสาระหลัก คือ ภาษาไทย ภาษาอังกฤษ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม ยังไม่เป็นที่น่าพอใจนัก โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีคะแนนต่ำมาโดยตลอด ในปีการศึกษา 2558 มีค่าเฉลี่ยเพียงร้อยละ 26.59 สำหรับปีการศึกษา 2559 มีค่าเฉลี่ยเพียงร้อยละ 24.88 (2560: ออนไลน์) จะเห็นว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ที่ลดลงและยังอยู่ในระดับต่ำ และจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและมีประสิทธิภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับนักเรียน โดยเฉพาะสาระที่ 4 พีชคณิต ซึ่งประกอบด้วย แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเรขาคณิต และอนุกรมเรขาคณิต (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 57) ซึ่งพีชคณิตเป็นสาระที่สำคัญสาระหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์โดยมีเรื่องฟังก์ชันเป็นพื้นฐานที่สำคัญและมีประโยชน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น เช่น วิชาแคลคูลัส พีชคณิตนามธรรม เป็นต้น ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามมาตรฐานการเรียนรู้ในเรื่องนี้ต้องการให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ และนำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2557ก: 81)

จากผลการเรียนรู้ที่คาดหวังข้างต้น ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน พบปัญหาดังนี้ นักเรียนยังสรุปความคิดรวบยอดของความสัมพันธ์และฟังก์ชันไม่ได้ ยังไม่เข้าใจการแทนค่าของฟังก์ชัน ยังใช้แกนสมมาตรของกราฟของฟังก์ชันกับกราฟฟังก์ชันผกผันไม่

ถูกต้อง ยังสรุปบทนิยามของฟังก์ชันผกผันไม่ได้ ยังขาดทักษะการคำนวณ และยังใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง (สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี. 2545: 77-79) ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของไพโรจน์ นุ่มน่ม (2554: 45) ที่ศึกษาสภาพจริงเกี่ยวกับการเรียนรู้เรื่องฟังก์ชัน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันหลายประการ เช่น นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์กับฟังก์ชันแตกต่างกันอย่างไร นักเรียนไม่สามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาวิเคราะห์หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน นักเรียนไม่สามารถนำความรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันไปแก้ปัญหาได้

เนื่องจากเรื่องความสัมพันธ์เป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน และจากปัญหาดังกล่าว จะเห็นได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังขาดความเข้าใจทั้งเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ดังนั้นการที่นักเรียนจะเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันให้มีประสิทธิภาพได้นั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนถือว่าเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งต่อการส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้และเกิดความคิดรวบยอด ตลอดจนนักเรียนสามารถใช้ตัวแทนความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ ได้ เช่น ตาราง กราฟและสมการ ซึ่งสภาครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000: 24-25) ได้แนะนำว่าในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ควรนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นสื่อการสอนในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดผ่านตัวแทนที่หลากหลาย

ในปัจจุบันเครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphing Calculator) เป็นสื่อการสอนที่เข้ามามีบทบาทอย่างมากในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ การเขียนกราฟของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน การดำเนินการเกี่ยวกับลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ แคลคูลัส สถิติ และการเขียนโปรแกรม เป็นต้น ซึ่งถนอมเกียรติ งานสกุล (2544: 12) กล่าวว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ โดยในต่างประเทศหลาย ๆ ประเทศได้กำหนดให้มีการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ซึ่งส่งผลในทางบวกทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น ส่วนในประเทศไทยยังมีการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนค่อนข้างน้อย จึงควรนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาเป็นทางเลือกหนึ่งสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นภาพในสิ่งที่เป็นามธรรมยากแก่การทำความเข้าใจ ช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดได้เร็วขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนเก็บความรู้ได้นานขึ้น เพราะสามารถนึกถึงภาพและสิ่งที่ทำซ้ำหลาย ๆ ครั้งได้ และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2550: คำนำ) ได้เล็งเห็นความสำคัญของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และได้เสนอแนะการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟไปใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น และแก้ปัญหาได้ผ่านเครื่องคำนวณเชิงกราฟ เพราะฉะนั้นเครื่องคำนวณเชิงกราฟจึงเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ สามารถสรุปสาระสำคัญด้วยตนเองได้ (อรุณา อัญโย. 2553: 3-4)

ผลงานวิจัยที่ผ่านมา มีผู้ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ได้แก่ ฌัชชา กมล (2542: ง) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ระหว่างกลุ่มที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนคณิตศาสตร์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับ กมล เอกไทยเจริญ (2545: 53) ศึกษาการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในระดับปริญญาตรีโดยทำการทดลองสอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น พบว่า การเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟสามารถเรียนได้น้อยกว่าที่มาก ละเอียด และลึกซึ้ง การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟทำให้มีเวลาเหลือมากพอสำหรับการทำความเข้าใจในเนื้อหาและสามารถแก้ปัญหาได้หลากหลาย ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟอยู่ในระดับดี สอดคล้องกับ เสถียร การคนชื่อ (2552: 52-54) ศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสันกำแพง จังหวัดเชียงใหม่ พบว่าการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้น ประหยัดเวลาในการเรียน และนักเรียนมีความสามารถในการเรียนเรื่องฟังก์ชันกำลังสองอยู่ในระดับดีมาก จะเห็นว่าการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟเข้ามาใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน ช่วยให้นักเรียนประหยัดเวลาในการคำนวณสามารถเรียนเนื้อหาได้ลึกซึ้งขึ้น มีเวลาในการทำโจทย์ได้จำนวนข้อที่มากขึ้น นอกจากนั้นยังทำให้นักเรียนได้สร้างและสำรวจตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง เกิดความคิดรวบยอด มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น

จากเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟ มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ ตลอดจนสามารถนำความรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูงต่อไปได้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ตั้งความมุ่งหมายไว้ดังนี้

1. เพื่อสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

ความสำคัญของการวิจัย

การวิจัยนี้จะนำไปสู่แนวทางในการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ซึ่งจะนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาช่วยอธิบายความคิดรวบยอด (Concept) อธิบายบทนิยามหรือทฤษฎีต่าง ๆ ทำให้นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ผ่านเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้ ช่วยด้านการคำนวณ ตลอดจนช่วยให้นักเรียนมีทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนกราฟต่าง ๆ ได้

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 24 คน นักเรียนเหล่านี้ได้จากการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ทดลองสอนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โดยใช้เวลาเรียนทั้งหมด 26 คาบ คาบละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์
 - 1.1 ผลคูณคาร์ทีเซียน 2 คาบ
 - 1.2 ความสัมพันธ์ 4 คาบ
 - 1.3 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ 2 คาบ
2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตัวผกผันของความสัมพันธ์
 - 2.1 ตัวผกผันของความสัมพันธ์ 2 คาบ
3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชัน

3.1 ความหมายของฟังก์ชัน	2	คาบ
3.2 ความหมายของฟังก์ชัน (ต่อ)		
- หาค่าของฟังก์ชัน		
- โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	2	คาบ
3.3 รูปแบบของฟังก์ชัน	2	คาบ
3.4 ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	2	คาบ
3.5 การดำเนินการของฟังก์ชัน	2	คาบ
3.6 ฟังก์ชันประกอบ	2	คาบ
3.7 ฟังก์ชันผกผัน	2	คาบ
3.8 เทคนิคการเขียนกราฟ	2	คาบ

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
2. ตัวแปรตาม คือ
 - 2.1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
 - 2.2. ความพึงพอใจของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยในครั้งนี้มีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนนักเรียนจะต้องมีเครื่องคำนวณเชิงกราฟ รุ่น TI-Nspire CX CAS หรือคอมพิวเตอร์ เพื่อใช้ในการทำกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคนละ 1 เครื่อง
2. นักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ รุ่น TI-Nspire CX CAS

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **นักเรียนระดับมัธยมศึกษา** หมายถึง นักเรียนอายุระหว่าง 12 ถึง 18 ปี ที่สำเร็จการศึกษาระดับประถมศึกษามาแล้ว และเป็นนักเรียนที่ผ่านการเรียนเรื่องเซตแต่ยังไม่มีความรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับงานวิจัยนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. **เครื่องคำนวณเชิงกราฟ** หมายถึง เครื่องคิดเลขที่นำมาใช้เป็นสื่อการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยเป็นเครื่องคิดเลขรุ่น TI-Nspire CX CAS ซึ่งมี

ความสามารถในหลาย ๆ ด้าน เช่น การแสดงกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ จากตารางข้อมูล การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมการ กราฟกับตารางในขณะเดียวกัน การดำเนินการเกี่ยวกับฟังก์ชันต่าง ๆ การหาจุดตัดกราฟ ค่าตัวแปรในจุดใดจุดหนึ่งของกราฟ จุดสูงสุดและจุดต่ำสุดของกราฟ นอกจากนั้นยังสามารถประมวลผลตัวเลขหรือประโยคสัญลักษณ์ทางพีชคณิตที่ซับซ้อนได้

3. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ หมายถึง ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือใช้ในการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่สร้างขึ้นประกอบด้วย

3.1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

3.2. แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละแผนจะสอดคล้องตามหน่วยการเรียนรู้

3.3. บทเรียนสำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 3 หน่วย โดยแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย ใบกิจกรรม และใบความรู้

ในการจัดการเรียนการสอน นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองภายใต้คำแนะนำของครู โดยครูจะนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาช่วยอธิบายความคิดรวบยอด อธิบายบทนิยามหรือทฤษฎีต่าง ๆ ทำให้นักเรียนสามารถตั้งข้อคาดการณ์ผ่านเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้ และยังเป็นเครื่องมือช่วยในการคำนวณ และเขียนกราฟ

4. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน หมายถึง แบบวัดผลการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา หลังใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ แบ่งเป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเติมคำจำนวน 4 ข้อ และเป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเติมคำจำนวน 4 ข้อ และแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผลดังนี้

5.1. การประเมินผลระหว่างเรียน เป็นการประเมินจากการทำแบบทดสอบย่อยของนักเรียน มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวม แบ่งเป็น 2 ฉบับ ดังนี้

ฉบับที่ 1 ใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องตัวผกผันของความสัมพันธ์ มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวม ซึ่งวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

1.1. ความสัมพันธ์

1.2. ตัวผกผันของความสัมพันธ์

ฉบับที่ 2 ใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการ

เรียนรู้ที่ 3 เรื่องฟังก์ชัน มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวม ซึ่งวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

1.1. ความหมายของฟังก์ชัน

1.2. การดำเนินการของฟังก์ชัน

1.3. ฟังก์ชันผกผัน

1.4. เทคนิคการเขียนกราฟ

และข้อสอบย่อยทั้ง 2 ฉบับเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วย 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

5.2. การประเมินผลหลังเรียน เป็นการประเมินจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวม และเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วย 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

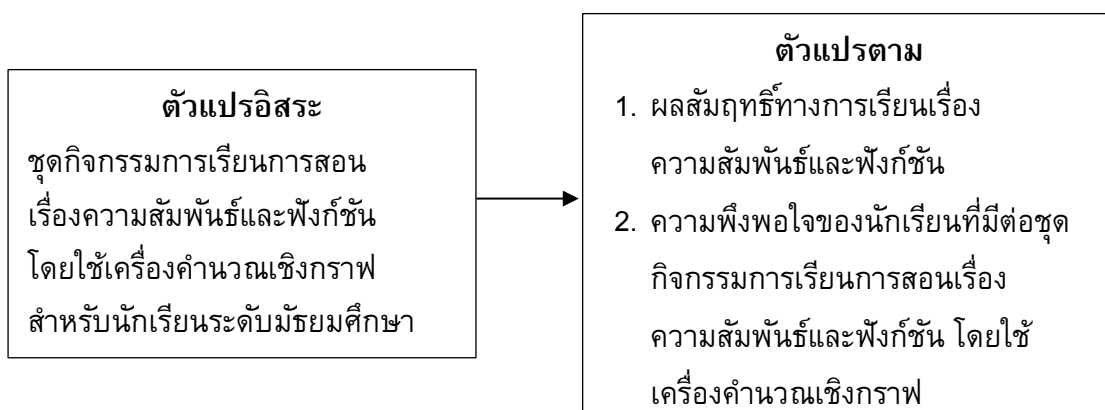
ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

6. เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 60 ของคะแนนรวม กล่าวคือถ้านักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่านักเรียนสอบผ่าน

7. ความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ หมายถึง ระดับความรู้สึกชอบของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งวัดจากแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นชนิดมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ตามวิธีการของลิเคิร์ต (Likert)

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยมีกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังนี้



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- 1.1. ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.2. ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.3. องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.4. ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 1.5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

2.1. กรอบเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

- 2.2. แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
- 2.3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และ

ฟังก์ชัน

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

- 3.1. ความหมายของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ
- 3.2. บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
- 3.3. ความสามารถของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ
- 3.4. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณ

เชิงกราฟ

- 3.5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

- 4.1. ความหมายของความพึงพอใจ
- 4.2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ
- 4.3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1.1. ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนมีชื่อเรียกต่างกัน เช่น ชุดการสอน ชุดการเรียนรู้การสอน ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ชุดสอนรายบุคคล ชุดการเรียนรู้สำเร็จรูป ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้คำว่า “ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน” แทนชื่อเรียกต่าง ๆ ที่กล่าวข้างต้น ซึ่งมีผู้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ กันดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล; และ อรพรรณ ตันบรรจง (2531: 212) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็นชุดกิจกรรมที่นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเอง ซึ่งในชุดกิจกรรมจะประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรม บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลยและบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดกิจกรรมนั้นจะมีสื่อการเรียนรู้การสอนไว้พร้อมเพื่อที่นักเรียนจะใช้ประกอบการเรียนในเนื้อหานั้น ๆ

กองพัฒนาการศึกษาออกโรงเรียน กระทรวงศึกษาธิการ (2542: 5) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็นงานหรือภารกิจที่กำหนดให้นักเรียนลงมือปฏิบัติระหว่างศึกษาหรือหลังจากศึกษาเนื้อหาสาระต่าง ๆ ในชุดวิชาแต่ละเรื่องจบแล้ว ชุดกิจกรรมต้องสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ด้วยตนเองตามที่กำหนดในชุดวิชา เมื่อทำกิจกรรมเสร็จเรียบร้อย จะสามารถตรวจสอบแนวตอบทันทีทั้งที่ ที่เป็นการเสริมแรงและประสบการณ์ที่เป็นความภูมิใจแก่นักเรียน

บุญเกื้อ คอระหาเวช (2545: 91) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็นสื่อการสอนชนิดหนึ่งซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (หมายถึง การใช้สื่อการสอนตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปรวมกัน เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้ตามที่ต้องการ สื่อที่นำมาใช้ร่วมกันนี้จะช่วยเสริมประสบการณ์ซึ่งกันและกันตามลำดับขั้นที่จัดเอาไว้) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้ตามหัวข้อเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยที่ต้องการจะให้นักเรียนได้รับ โดยจัดเอาไว้เป็นชุด ๆ บรรจุอยู่ในซอง กล่อง หรือกระเป๋า

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2553: 14) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็นนวัตกรรมที่ครูใช้ประกอบการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยนักเรียนศึกษาและใช้สื่อต่าง ๆ ในชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ครูสร้างขึ้น ซึ่งชุดการเรียนรู้การสอนเป็นรูปแบบของการสื่อสารระหว่างครูและนักเรียนซึ่งประกอบด้วยคำแนะนำให้ผู้เรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ อย่างมีขั้นตอนที่เป็นระบบชัดเจน จนกระทั่งนักเรียนสามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ โดยนักเรียนเป็นผู้ศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนด้วยตนเอง ครูเป็นเพียงที่ปรึกษาและให้คำแนะนำ

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน หมายถึง สื่อการสอนที่ครูเป็นผู้ออกแบบ ประกอบด้วยคำสั่ง จุดมุ่งหมาย เนื้อหา กิจกรรมและวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำช่วยเหลือ

1.2. ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ไว้ดังนี้

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2545: 94-95) ได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนประกอบคำบรรยาย เป็นชุดการสอนสำหรับผู้สอน จะใช้สอนนักเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ หรือการสอนที่ต้องการปูพื้นฐานให้นักเรียนส่วนใหญ่รู้และเข้าใจในเวลาเดียวกันมุ่งในการขยายเนื้อหาสาระให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชุดการสอนแบบนี้จะช่วยให้ผู้สอนลดการพูดให้น้อยลงและใช้สื่อการสอนที่มีความพร้อมอยู่ในชุดการสอนในการเสนอเนื้อหามากขึ้น สื่อที่ใช้ อาจได้แก่ รูปภาพแผนภูมิ สไลด์ ฟลิ้ม สคริป ภาพยนตร์ เป็นต้น ข้อสำคัญคือสื่อที่จะนำมาใช้นี้ต้องให้นักเรียนได้เห็นอย่างชัดเจนทุกคน ชุดการสอนชนิดนี้บางคนอาจเรียกว่าชุดการสอนสำหรับครู

2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการสอนสำหรับให้นักเรียนได้เรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 5-7 คน โดยใช้สื่อการสอนที่บรรจุไว้ในชุดการสอน แต่ละชุด มุ่งที่จะฝึกทักษะในเนื้อหาวิชาที่เรียนและให้นักเรียนมีโอกาสร่วมกัน ชุดการสอนชนิดนี้มักจะใช้ในการสอนแบบกิจกรรมกลุ่ม เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียนรู้ การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ เป็นต้น

3. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบรายบุคคลหรือชุดการสอนตามเอกัตภาพ เป็นชุดการสอนสำหรับการเรียนด้วยตนเองเป็นรายบุคคล คือ นักเรียนจะต้องศึกษาหาความรู้ตามความสามารถและความสนใจของตนเองอาจจะเรียนที่โรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ ส่วนมากมักจะมุ่งให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจในเนื้อหาวิชาที่เรียนเพิ่มเติม นักเรียนสามารถจะประเมินผลการเรียนด้วยตนเองได้ด้วย ชุดการสอนชนิดนี้อาจจะจัดในลักษณะของหน่วยการสอนย่อยหรือโมดูลก็ได้

สุนทร สินธพานนท์ (2553: 16-17) ได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ที่เหมาะกับครูผู้สอนในการจัดการศึกษาในระบบนั้นสามารถจัดทำได้ 4 รูปแบบ คือ

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสำหรับครูผู้สอน เป็นชุดการสอนที่ครูใช้ประกอบการสอน ประกอบด้วยคู่มือครู สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย มีการจัดกิจกรรมและสื่อการสอน ประกอบการบรรยายของผู้สอน ชุดการเรียนการสอนนี้มีเนื้อหาสาระวิชาเพียงหน่วยเดียวและใช้กับผู้เรียนทั้งชั้นแบ่งเป็นหัวข้อที่จะบรรยาย มีการกำหนดกิจกรรมตามลำดับขั้น

2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสำหรับกิจกรรมกลุ่ม เป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนได้ศึกษาความรู้ร่วมกัน โดยปฏิบัติกิจกรรมตามขั้นตอนต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ในชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนหรืออาจจะเรียนรู้ชุดการเรียนการสอนในศูนย์การเรียนรู้ กล่าวคือในแต่ละศูนย์การเรียนรู้จะมีชุดการเรียนการสอนในแต่ละหัวข้อย่อยของหน่วยการเรียนรู้ให้ผู้เรียนศึกษา ผู้เรียนแต่ละกลุ่มจะหมุนเวียนศึกษาความรู้และทำกิจกรรมของชุดการสอนครบทุกศูนย์การเรียนรู้

3. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่ให้ผู้เรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเอง ผู้เรียนจะเรียนรู้ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ในชุดการเรียนรู้การสอน ซึ่งสามารถศึกษาได้ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน และเมื่อศึกษาจนครบตามขั้นตอนแล้วผู้เรียนสามารถประเมินผลการเรียนรู้ของตนเองได้ด้วยตนเอง

4. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแบบผสม เป็นชุดการเรียนรู้การสอนที่มีการจัดกิจกรรมหลากหลาย บางขั้นตอนผู้สอนอาจใช้วิธีการบรรยายประกอบการใช้สื่อ บางขั้นตอนผู้สอนอาจให้ผู้เรียนศึกษาความรู้ด้วยตนเองเป็นรายบุคคล และบางขั้นตอนอาจให้ผู้เรียนศึกษาความรู้จากชุดการเรียนรู้การสอนโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เป็นต้น

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ชุดกิจกรรมสำหรับครูเพื่อใช้ประกอบการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วยคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนและมีรายละเอียดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละคาบตลอดจนการวัดผลและประเมินผล ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผู้วิจัยจะเป็นผู้ดำเนินการ และควบคุมกิจกรรมทั้งหมด โดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมการปฏิบัติกิจกรรมภายใต้การดูแลของผู้วิจัย

1.3. องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526: 114-116) ได้กล่าวว่า ชุดกิจกรรมมีหลายประเภท แต่อย่างไรก็ตาม ชุดกิจกรรมประเภทต่าง ๆ นี้ มีส่วนที่เป็นองค์ประกอบพื้นฐานที่คล้ายคลึงกัน 7 ประการ คือ

1. หัวเรื่อง เป็นการแบ่งหน่วยงานออกเป็นส่วนย่อยให้นักเรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้น ซึ่งหัวข้อเรื่องนี้ต้องตรงกับความต้องการของนักเรียนและครูอีกทั้งมีคุณค่าแก่การเรียนรู้การสอนตามหลักสูตร

2. คู่มือการใช้กิจกรรม เป็นสิ่งที่จำเป็นมากซึ่งผู้ใช้ชุดกิจกรรมนั้นจะศึกษาจากคู่มือเป็นอันดับแรกดังนั้นคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมจึงประกอบด้วย

2.1. หัวเรื่อง กำหนดเวลาเรียนและจำนวนนักเรียน

2.2. เนื้อหา สาระสำคัญจากรายละเอียดของเนื้อเรื่องทั้งหมด ควรจะบรรยายเนื้อหาอย่างสั้น ๆ

2.3. ความคิดรวบยอด กล่าวถึงหลักการเรียนรู้ที่มุ่งเน้น

2.4. วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ที่มุ่งให้นักเรียนได้รับ

2.5. สื่อการเรียนหรือ วัสดุประกอบการเรียน ระบุรายการศึกษาค้นคว้า และที่ผู้สอนจะใช้ประกอบการสอน

2.6. กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน และการใช้อุปกรณ์

2.7. การประเมินผล

3. วัสดุประกอบการเรียนหรือสื่อ รายการที่ระบุไว้ในคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมจะต้องมีไว้ในชุดกิจกรรมจริง ๆ และต้องระบุรายการวัสดุอุปกรณ์ หรือสิ่งที่มีอยู่ด้วยหมายเลขให้แน่ชัด

4. การประเมินผล แบบประเมินผลเพื่อดูพฤติกรรมของนักเรียน อาจเป็นลักษณะของแบบทดสอบ หรือการให้แสดงผลงาน ซึ่งจะต้องกำหนดให้ชัดเจนและออกแบบมาให้เข้าใจ

5. สิ่งที่ใช้บรรจุ ขนาดรูปแบบของชุดกิจกรรม ไม่ควรจะใหญ่เกินไป ต้องคำนึงถึงความสะดวกในการขนย้ายและการนำไปใช้

6. กิจกรรมสำรอง ถ้าเป็นชุดกิจกรรมแบบกลุ่มกิจกรรม ควรจะจัดกิจกรรมสำรองไว้สำหรับนักเรียนบางคนที่ทำเสร็จก่อนผู้อื่นได้มีกิจกรรมอย่างอื่นทำ

7. การทดลองใช้ เพื่อปรับปรุงแก้ไขก่อนที่จะนำออกใช้ประกอบการสอน

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2553: 18-19) ได้กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนแต่ละชุดมีเนื้อหาเหมือนกันคือเรื่องเดียวกัน เมื่อนักเรียนได้ศึกษาชุดการเรียนการสอนแล้วจะมีการประเมินผลและก่อนซ่อมเสริม สำหรับเวลาที่ใช้ขึ้นอยู่กับความสามารถของนักเรียน ส่วนองค์ประกอบที่สำคัญของชุดการเรียนการสอน คือ

1. คำชี้แจงในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นคำชี้แจงให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์ของการเรียน ศึกษาชุดการเรียนการสอนและส่วนประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เช่น ประกอบด้วยบัตรคำสั่ง บัตรปฏิบัติการ บัตรเนื้อหา บัตรฝึกหัดและบัตรเฉลย บัตรปฏิบัติการและบัตรเฉลย บัตรทดสอบ และบัตรเฉลยบัตรทดสอบ

2. บัตรคำสั่ง เป็นการชี้แจงรายละเอียดของการศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้นว่าต้องปฏิบัติตามขั้นตอนอย่างไร

3. บัตรกิจกรรมหรือบัตรปฏิบัติการ บางชุดการเรียนการสอนอาจออกแบบให้มีบัตรกิจกรรมหรือบัตรปฏิบัติการ ซึ่งเป็นบัตรที่บอกให้นักเรียนทำกิจกรรมต่าง ๆ

4. บัตรเนื้อหา เป็นบัตรที่บอกเนื้อหาที่ให้นักเรียนศึกษา สิ่งที่ควรมีในบัตรเนื้อหาคือ หัวเรื่อง สูตร นิยาม และคำอธิบาย

5. บัตรแบบฝึกหัดหรือบัตรงาน เป็นแบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนทำหลังจากได้ทำกิจกรรมและศึกษาเนื้อหาจนเข้าใจและ (ในกรณีวิชาคณิตศาสตร์อาจมีหัวเรื่อง สูตร นิยาม กฎ ที่ต้องการใช้ในโจทย์ฝึกหัด)

6. บัตรเฉลยบัตรแบบฝึกหัด เมื่อนักเรียนทำบัตรแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว สามารถตรวจสอบความถูกต้องจากบัตรเฉลยบัตรแบบฝึกหัด

7. บัตรทดสอบ เมื่อนักเรียนได้ทำบัตรแบบฝึกหัดเสร็จแล้ว ผู้เรียนจะมีความรู้ในหัวข้อที่เรียนนั้น ๆ ต่อจากนั้นจึงให้ผู้เรียนทำบัตรทดสอบ

8. บัตรเฉลยบัตรทดสอบ เป็นบัตรที่มีค่าเฉลยของบัตรทดสอบที่ผู้เรียนได้ทำไปแล้ว เป็นการตรวจสอบหรือวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ในการศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น

จากการศึกษาเรื่ององค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยจึงสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีองค์ประกอบดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ประกอบด้วย

1.1. คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.2. คู่มือการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเบื้องต้น สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

2. แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละแผนจะสอดคล้องตามหน่วยการเรียนรู้ ประกอบด้วย

2.1. ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม

2.2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.3. สารการเรียนรู้

2.4. กิจกรรมการเรียนการสอน ที่ระบุกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

2.5. สื่อการเรียนรู้ ได้แก่ บทเรียนที่สร้างด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

3. บทเรียนสำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน ซึ่งแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 3 หน่วย โดยแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย

3.1. ใบกิจกรรม เป็นส่วนที่ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟตามขั้นตอนที่กำหนดไว้

3.2. ใบความรู้ เป็นเนื้อหาสรุปใบกิจกรรม ซึ่งส่วนนี้นักเรียนจะได้หลังจากการปฏิบัติกิจกรรมในแต่ละคาบเสร็จ เพื่อให้ให้นักเรียนได้นำกลับไปทบทวนความรู้ที่ตนได้เรียนมา

1.4. ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2542: 782) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ซึ่งมีขั้นตอนดำเนินการ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การวิเคราะห์เนื้อหา

การวิเคราะห์เนื้อหา หมายถึง การจำแนกเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยแยกย่อยลงไปจนถึงหน่วยระดับบทเรียน ซึ่งเป็นหน่วยที่ใช้สอนได้ 1 ครั้ง ชุดการสอนที่ผลิตขึ้นจึงเป็นชุดการสอนประจำหน่วยระดับบทเรียน คือ ชุดการสอนสำหรับการสอนแต่ละครั้งจำนวน 1 ชุด

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนการสอน

การวางแผนการสอนเป็นการคาดการณ์ล่วงหน้าว่า เมื่อครูเริ่มสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมจะต้องทำอะไรบ้างตามลำดับก่อนหลัง

ขั้นตอนที่ 3 ผลิตสื่อการสอน

ขั้นตอนที่ 4 ทดสอบประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

เป็นการประเมินผลคุณภาพชุดการสอน ด้วยการนำไปทดลองใช้แล้วปรับปรุงให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

สุนทร สันธพานนท์ (2553: 19-20) กล่าวว่า การที่ครูสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อนำไปใช้ในการเรียนการสอนนั้น ครูควรดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. เลือกหัวข้อ (Topic) กำหนดขอบเขต และประเด็นสำคัญของเนื้อหา ผู้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนควรเลือกหัวข้อและประเด็นสำคัญ ได้จากการวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน ในระดับชั้นที่จะสอนว่าหัวข้อใดเหมาะสมที่ควรนำไปสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ที่ให้นักเรียนสามารถศึกษาความรู้ได้ด้วยตนเอง

2. กำหนดเนื้อหาที่จะจัดทำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยคำนึงถึงความรู้พื้นฐานของนักเรียน

3. เขียนจุดประสงค์ในการจัดการเรียนรู้การสอน การเขียนจุดประสงค์ควรเขียนเป็นลักษณะจุดประสงค์เฉพาะหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เพื่อให้นักเรียนและครูทราบจุดประสงค์ว่าเมื่อศึกษาชุดการเรียนรู้การสอนจบแล้ว นักเรียนจะต้องมีความสามารถอะไรบ้าง

4. สร้างแบบทดสอบ การสร้างแบบทดสอบมี 3 แบบคือ

4.1. แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน เพื่อดูว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานก่อนที่จะมาเรียนเพียงพอหรือไม่ (เมื่อทดสอบแล้วถ้านักเรียนมีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอครูควรแนะนำให้นักเรียนแสวงหาความรู้จากแหล่งต่างๆ โดยวิธีใด หรือครูอาจอธิบายความรู้เพิ่มเติมแก่ผู้เรียนในเรื่องนั้น ๆ เป็นต้น)

4.2. แบบทดสอบย่อย เพื่อวัดความรู้ของนักเรียนหลังจากนักเรียนเรียนจบในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ย่อย

4.3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนหลังจากการศึกษาชุดการเรียนการสอนจบแล้ว

5. จัดทำชุดการเรียนการสอน ประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรปฏิบัติการและบัตรเฉลย (ถ้ามี) บัตรเนื้อหา บัตรฝึกหัดและบัตรเฉลยบัตรฝึกหัด บัตรทดสอบและบัตรเฉลยบัตรทดสอบ

6. วางแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูเตรียมออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยมีหลักการสำคัญ คือ นักเรียนมีบทบาทสำคัญในการทำกิจกรรมด้วยตนเอง ครูเป็นเพียงผู้คอยชี้แนะและควบคุมการเรียนการสอน เลือกกิจกรรมหลากหลายที่เหมาะสมกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยการคิดอย่างหลากหลาย เช่น คิดวิเคราะห์ คิดแก้ปัญหา คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดสร้างสรรค์ เป็นต้น และมีกิจกรรมที่ฝึกให้ผู้เรียนได้ทำงานร่วมกับผู้อื่น

7. การรวบรวมและจัดทำสื่อการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอนมีความสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน สื่อการเรียนการสอนบางชนิดอาจมีผู้จัดทำไว้แล้ว ผู้สอนอาจนำมาปรับปรุงดัดแปลงใหม่ให้สอดคล้องกับเนื้อหาสาระและจุดประสงค์ที่ต้องการสอน ในกรณีที่ไม่มีสื่อที่ตรงตามจุดประสงค์ที่จะสอน ครูผู้สอนต้องสร้างสื่อการเรียนการสอนใหม่ ซึ่งต้องใช้เวลา

จากการศึกษาขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนข้างต้น ผู้วิจัยได้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ผู้วิจัยจึงได้แบ่งเนื้อหาในชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นออกเป็น 3 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่

- 1.1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์
- 1.2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตัวผกผันของความสัมพันธ์
- 1.3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชัน

2. สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

- 2.1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน
- 2.2. แผนการจัดการเรียนรู้
- 2.3. บทเรียนสำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน ประกอบด้วย
 - 2.3.1. ใบกิจกรรม
 - 2.3.2. ใบความรู้

3. นำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโท และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา ตรวจสอบความถูกต้อง ที่แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

4. นำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนำร่องที่ไม่ใช่กลุ่ม ตัวอย่าง เพื่อนำข้อบกพร่องที่พบมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

งานวิจัยในประเทศ

เบญจมินทร์ อรัญเพิ่ม (2548) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยได้สร้างชุดการสอน เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนด้วยชุดการสอน เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการเรียน เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

พิจิตร อุตตะโปน (2550) ได้สร้างชุดการเรียนรู้การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสิรินธร จำนวน 16 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีผลการเรียนรู้ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานในระดับมาก

ถาวร ลักษณะ (2548) ศึกษาการพัฒนาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสถิติ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติกับการสอนตามคู่มือ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยได้แก่ 1) ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องสถิติ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 2) แผนการสอนตามคู่มือครูอยู่ในระดับที่เหมาะสมดีมาก 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสถิติ เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ 4) แบบวัดความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะเป็นแบบลิเคอร์สเกล 5 ตัวเลือก จำนวน 26 ข้อ ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ 94.12/86.56 สูงกว่าเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้ตั้งไว้ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการสอนคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญ .05 3) ความสนใจในการ

เรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยชุดการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญ .05

เปียทิพย์ เขาไก่แก้ว (2551) ได้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และศึกษาผลการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล รวมทั้งศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น และกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและเจตคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีจำนวนที่เน้นการให้เหตุผลอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

งานวิจัยในต่างประเทศ

บูล (Bull. 1993: 2497-A) ได้วิจัยเพื่อสำรวจผลกระทบเกี่ยวกับชุดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การสอนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน แบ่งกลุ่มทดลองเป็นครู 5 คน และนักเรียน 274 คน และกลุ่มควบคุมเป็นครู 4 คน นักเรียน 237 คน กลุ่มทดลองจะสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน Magic Math และสังเกตการเรียนรู้การสอนในห้องเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน Magic Math มีความสามารถในการเรียนมากกว่านักเรียนที่สอนตามปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนข้างต้น พบว่าการนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่มีประสิทธิภาพมาใช้ประกอบการเรียนรู้การสอนส่งผลทางบวกให้กับนักเรียน คือนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้น ผู้วิจัยจึงสนใจสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

2.1. กรอบเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วย

2.1.1. เนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันตามหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน

คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

สาระการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน อยู่ในสาระที่ 4 พืชมคณิต ถือว่าเป็นเรื่องหนึ่งในคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญ ความรู้เรื่องฟังก์ชันมีประโยชน์ในการแก้โจทย์ปัญหาที่ต้องใช้ตัวแปร ในบทเรียนนี้จะเน้นเรื่องของฟังก์ชันและฟังก์ชันกำลังสอง โดยเริ่มจากความสัมพันธ์ โดเมนและเรนจ์ ฟังก์ชัน ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ และฟังก์ชันขั้นบันได เน้นกราฟของฟังก์ชันกำลังสองและการแก้สมการ อสมการ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองและกราฟ

ตัวชี้วัด

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟและสมการ
2. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหาและการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

1. ถ้าจับคู่ระหว่างสิ่งสองสิ่งที่มีความสัมพันธ์กัน แล้วเขียนแสดงสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันในวงเล็บ สิ่งที่ได้เหล่านี้เรียกว่า **คู่อันดับ** ในวิชาคณิตศาสตร์จะเขียนคู่อันดับในรูป (a, b) โดยที่ a เป็นสมาชิกตัวหน้า และ b เป็นสมาชิกตัวหลัง
2. **ผลคูณคาร์ทีเซียน** (Cartesian product) ของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \times B$ คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมดซึ่ง a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของ B
3. **ความสัมพันธ์** คือ เซตของคู่อันดับและเป็นสับเซตของผลคูณคาร์ทีเซียนระหว่างเซตสองเซตในบทเรียนนี้จะใช้ r แทนความสัมพันธ์
4. เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์ r เรียกว่า **โดเมน**ของ r เขียนแทนด้วย D_r
5. เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์ r เรียกว่า **เรนจ์**ของ r เขียนแทนด้วย R_r
6. **ฟังก์ชัน** คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

สำหรับการพิจารณาว่าความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชันหรือไม่ นอกจากจะพิจารณาการจับคู่ของสมาชิกตัวหน้าและตัวหลังของคู่อันดับ แล้วยังสามารถพิจารณาได้จากกราฟของความสัมพันธ์นั้นโดยลากเส้นขนานกับแกน y ถ้าไม่มีเส้นขนานกับแกน y เส้นใดตัดกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้มากกว่าหนึ่งจุด ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นฟังก์ชัน แต่ถ้ามีเส้นขนานกับแกน y แม้เพียงเส้นเดียวตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุด ความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน

7. ฟังก์ชันเชิงเส้นของ n ตัวแปรที่มีรูปทั่วไป คือ $y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$ แต่ในบทเรียนนี้จะพิจารณาฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

8. ฟังก์ชันกำลังสอง คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันขึ้นอยู่กับค่าของ a, b และ c กราฟเป็นเส้นโค้งหงายขึ้น เมื่อ $a > 0$ หรือกราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำลง เมื่อ $a < 0$ กราฟของฟังก์ชันกำลังสองนี้มีชื่อเรียกว่า พาราโบลา และจุดวกกลับคือจุดยอดของพาราโบลา

9. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันพื้นฐานเบื้องต้นที่อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

(1) กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอทั้งนี้เพราะว่า $a^0 = 1$

(2) ถ้า $a > 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าเพิ่มขึ้น

ถ้า $0 < a < 1$ เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง

(3) $a^x = a^y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ ($a > 0, a \neq 1$)

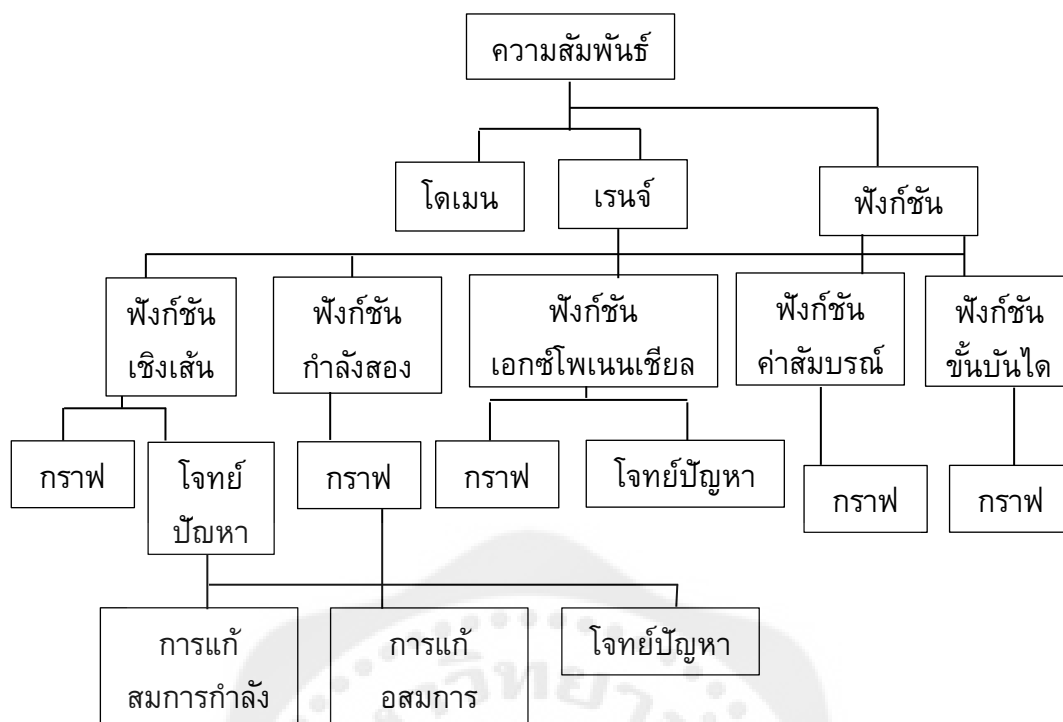
10. ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วย $|a|$ นิยามโดย

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0 \text{ และ } a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

11. ฟังก์ชันขั้นบันได หมายถึง ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วง ๆ มากกว่าสองช่วง กราฟของฟังก์ชันนี้มีลักษณะคล้ายขั้นบันได ((สสวท.). 2556: 155-157)

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันดังกล่าวอาจจัดลำดับเนื้อหาได้ดังนี้



ภาพประกอบ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. หน้า 157.

2.1.2. เนื้อหาเรื่องฟังก์ชันตามหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ฟังก์ชันเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่มีความสำคัญมาก และเป็นประโยชน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงขึ้นไป เช่น วิชาแคลคูลัส พีชคณิตนามธรรม นอกจากนี้ฟังก์ชันยังเป็นประโยชน์ในการแก้โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ที่ต้องใช้ตัวแปร สำหรับบทนี้จะมุ่งให้ผู้เรียนได้ศึกษาเนื้อหาเพิ่มเติมเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ให้ผู้เรียนพิจารณาว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชันหรือไม่ สำหรับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันจะสามารถหาสับเซตของความสัมพันธ์โดยที่สับเซตนั้นเป็นฟังก์ชันได้หรือไม่ นอกจากนี้จะกล่าวถึงฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันลดและฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันพหุนาม การดำเนินการของฟังก์ชัน ฟังก์ชันประกอบ ฟังก์ชันผกผัน และเทคนิคการเขียนกราฟตามลำดับ

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เขียนกราฟของฟังก์ชันและสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2. นำความรู้เรื่องฟังก์ชันไปใช้แก้ปัญหาได้

สาระสำคัญ

1. $A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ และ } b \in B\}$ หรือ ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมด โดยที่ a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B

$r \subset A \times B$ เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B โดยสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังของ r มีความเกี่ยวข้องกันภายใต้กฎเกณฑ์อย่างใดอย่างหนึ่ง

2. โดเมนของความสัมพันธ์ r จากเซต A ไปเซต B เขียนแทนด้วย D_r คือเซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r

เรนจ์ของความสัมพันธ์ r จากเซต A ไปเซต B เขียนแทนด้วย R_r คือเซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r

เขียน D_r และ R_r ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก ได้ดังนี้

$$D_r = \{x \in A \mid \text{มี } y \in B \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$$

$$R_r = \{y \in B \mid \text{มี } x \in A \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$$

3. $r^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in r\}$ หรือ ตัวผกผันของความสัมพันธ์ r คือความสัมพันธ์ที่เกิดจากการสลับที่ของสมาชิกตัวหน้าและสมาชิกตัวหลังในแต่ละคู่อันดับที่เป็นสมาชิกของ r

4. ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับคู่อันดับสองคู่ใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

นั่นคือฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่งสำหรับ x, y และ z ใด ๆ

ถ้า $(x, y) \in f$ และ $(x, z) \in f$ แล้ว $y = z$

ข้อตกลงเกี่ยวกับสัญลักษณ์ ในกรณีที่ความสัมพันธ์ f เป็นฟังก์ชัน จะเขียน $y = f(x)$ แทน $(x, y) \in f$ และเรียก $f(x)$ ว่าเป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x อ่านว่า “เอฟที่เอกซ์” หรือ “เอฟเอกซ์” ของเซตของจำนวนจริง (R)

5. $f: A \rightarrow B$ หรือ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ $D_f = A$ และ $R_f \subset B$

6. ถ้า $R_f = B$ แล้วจะเรียก f ว่าเป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B (function from A onto B) เขียนแทนด้วย $f: A \xrightarrow{\text{ทั่วถึง}} B$

สำหรับฟังก์ชัน f ซึ่ง $(x_1, y_1) \in f$ และ $(x_2, y_2) \in f$ ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$ จะเรียก f ว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง (one-to-one function) จาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f: A \xrightarrow{1:1} B$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและทั่วถึงจาก A ไป B (one-to-one function from A onto B หรือ one-to-one correspondence) เขียนแทนด้วย $f: A \xrightarrow[ทั่วถึง]{1-1} B$ หมายถึง f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งและเป็นฟังก์ชันทั่วถึง หรือเรียกฟังก์ชัน f ว่าเป็นการสมนัยหนึ่งต่อหนึ่ง

เมื่อกำหนดความสัมพันธ์ f ซึ่ง $f \subset A \times B$ มาให้

6.1. การพิจารณาว่า f เป็นฟังก์ชันหรือไม่ จะพิจารณาแต่เพียงว่า คู่อันดับ (x, y) ใน f ต้องไม่มีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกันเพียงพอแล้ว ส่วน D_f จะเท่าหรือไม่เท่ากับ A ก็ได้ และ R_f จะเท่าหรือไม่เท่ากับ B ก็ได้

6.2. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ ก็ต่อเมื่อ

- 1) f เป็นฟังก์ชัน
- 2) $D_f = A$

6.3. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ ก็ต่อเมื่อ

- 1) f เป็นฟังก์ชัน
- 2) $D_f = A$
- 3) $R_f = B$

7. ให้ $A \subset D_f \subset R$ ซึ่ง f เป็น ฟังก์ชันเพิ่ม (increasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อสำหรับ $x_1 \in A$ และ $x_2 \in A$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) < f(x_2)$

f เป็น ฟังก์ชันลด (decreasing function) ใน A ก็ต่อเมื่อสำหรับ $x_1 \in A$ และ $x_2 \in A$ ถ้า $x_1 < x_2$ แล้ว $f(x_1) > f(x_2)$

8. ฟังก์ชันพหุนาม คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ โดยที่ $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ เป็นค่าคงตัวซึ่งอาจเป็นจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ จำนวนจริง หรือจำนวนเชิงซ้อนและ n เป็นจำนวนเต็มซึ่งมากกว่าหรือเท่ากับศูนย์

9. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน การดำเนินการของฟังก์ชันมีดังนี้

ผลบวก (sum) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

ผลต่าง (difference) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

ผลคูณ (product) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

ผลหาร (quotient) ของ f และ g เป็นฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

โดเมนของ $f + g$, $f - g$ และ fg คือ $D_f \cap D_g$ และโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ

$$\{x \mid x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$$

10. ให้ f และ g เป็นฟังก์ชัน และ $R_f \cap D_g \neq \emptyset$ **ฟังก์ชันประกอบ** (composite function) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $g \circ f$ คือฟังก์ชันที่โดเมนคือ $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ ละกำหนด $g \circ f$ โดยที่ $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ สำหรับทุก x ใน $D_{g \circ f}$ (ข้อสังเกต: โดยทั่วไปไม่จำเป็นว่า $g \circ f = f \circ g$)

11. **ฟังก์ชันผกผัน** (inverse function) คือ ตัวผกผันของฟังก์ชันซึ่งเป็นฟังก์ชัน

12. **ทฤษฎีบท 1** ให้ f เป็นฟังก์ชัน f มีฟังก์ชันผกผัน ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

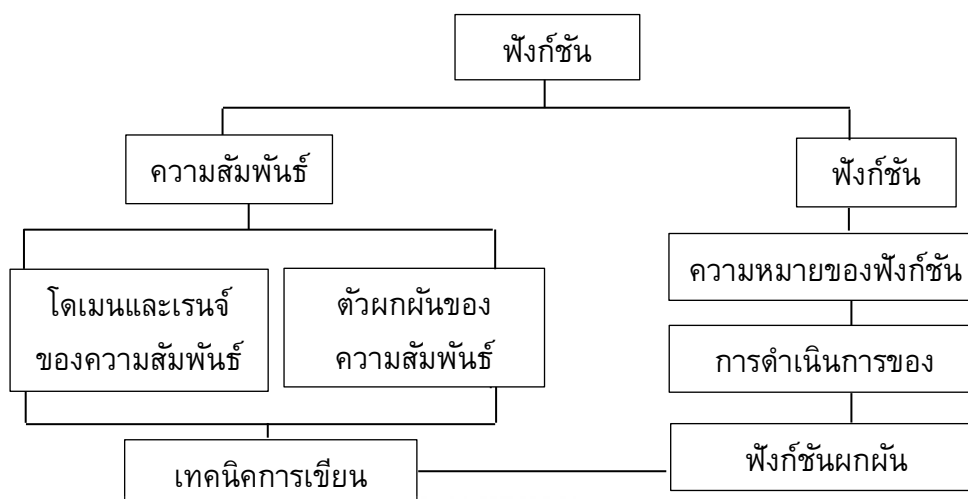
13. ฟังก์ชัน $I(x) = x$ เรียกว่า **ฟังก์ชันเอกลักษณ์** (Identity function) ซึ่งสำหรับฟังก์ชัน f ใด ๆ จะได้ว่า $f \circ I = f$, $I \circ f = f$ และ $f^{-1} \circ f = f \circ f^{-1} = I$

14. การเขียนกราฟของฟังก์ชันบางฟังก์ชันอาจสามารถเขียนได้โดยอาศัยกราฟของฟังก์ชันที่เคยพบมาแล้ว เช่น กราฟของฟังก์ชันเอกลักษณ์ ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันกำลังสาม ฟังก์ชันรากที่สอง ฟังก์ชันส่วนกลับ หรือฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

เทคนิคการเขียนกราฟในระดับนี้ได้แก่

การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง กราฟของ $y = f(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ คือกราฟที่เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ขึ้นหรือลง $|c|$ หน่วย ขึ้นอยู่ว่า c เป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ

การเลื่อนกราฟในแนวนอน กราฟของ $y = f(x - c)$, $c \in \mathbb{R}$ คือกราฟที่เกิดจากการเลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ไปทางขวาหรือซ้าย $|c|$ หน่วย ขึ้นอยู่ว่า c เป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ ((สวท.). 2557ก: 81-85)



ภาพประกอบ 3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน

ที่มา: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557ก). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. หน้า 85.

สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะใช้เนื้อหาในส่วนของความสัมพันธ์และฟังก์ชันตามหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2. แนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และ

ฟังก์ชัน

ในการกำหนดแนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ผู้วิจัยได้ศึกษาจากมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนี้ ((สสวท.). 2556: 155-157)

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟและสมการ
2. สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์หรือปัญหาและการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

แนวคิดหลักที่สำคัญเรื่องฟังก์ชัน ที่นักเรียนระดับมัธยมศึกษาควรมีความเข้าใจ คือ ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วย ความคิดรวบยอดย่อยดังนี้

(ไพโรจน์ นวมุข. 2554: 14-15)

1. ความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน (function notation) ประกอบด้วย ความสัมพันธ์ การแสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน โดเมน และเรนจ์ของฟังก์ชัน และสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน

2. ตัวแทนของฟังก์ชัน (ตาราง กราฟ สมการ) ประกอบด้วย การแสดงตัวแทน ของ ฟังก์ชัน การอ่านหรือหาค่าของฟังก์ชันจากตัวแทนของฟังก์ชัน การตีความตัวแทนของฟังก์ชันสู่ สถานการณ์ในชีวิตจริง การเทียบเคียงระหว่างตัวแทนของฟังก์ชันเดียวกันที่อยู่ในรูปที่ต่างกัน

3. การประยุกต์ใช้ความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสำหรับการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ ชีวิตจริงประกอบด้วยการใช้งานตัวแทนของฟังก์ชันในรูปกราฟหรือสัญลักษณ์กับการ แก้ปัญหาใน สถานการณ์ชีวิตจริง

แนวทางการพัฒนาความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันสามารถทำได้ดังนี้ (ไพโรจน์ นวมุข. 2554: 20)

1. การใช้บริบทชีวิตจริงที่หลากหลายที่เกี่ยวข้องกับฟังก์ชันและนักเรียนมีความ สนใจเป็นเครื่องมือในการพัฒนาแนวคิดของฟังก์ชัน

2. การส่งเสริมการเรียนรู้แนวคิดฟังก์ชันผ่านตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลาย และ นำเสนอตัวแทนของฟังก์ชันพร้อม ๆ กัน

3. การใช้การเขียนโครงสร้างความรู้ หรือการสร้างผังความคิดรวบยอดเพื่อช่วยให้ นักเรียนมองเห็นและเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดย่อย ๆ ของฟังก์ชันและมองเห็น ภาพรวมของแนวคิดฟังก์ชัน

4. การส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสอธิบาย แปลความหมาย พิจารณาไตร่ตรอง (reflect) รวมทั้งการประยุกต์ใช้แนวคิดฟังก์ชันในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

5. การใช้เทคโนโลยี หรือเกม เข้ามาเป็นส่วนหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียน การสอน

ดังนั้นการนำเทคโนโลยีเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควบคู่ กับการใช้ใบกิจกรรมประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยให้การจัด กิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพและสามารถช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนได้

(เกวลิน เสนหา. 2556: 19)

จากเหตุผลข้างต้นผู้วิจัยเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน ผ่านเทคโนโลยีควบคู่กับการใช้ใบกิจกรรมที่นำเสนอผ่านตัวแทนของความสัมพันธ์และ ฟังก์ชันในรูปแบบต่าง ๆ จะช่วยให้นักเรียนสนใจเรียนและเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากขึ้น

2.3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์

และฟังก์ชัน

งานวิจัยในประเทศ

ชญาภา ใจโปร่ง (2554: 83-87) สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์ อำเภอกาญจนดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 30 คน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เรื่อง ฟังก์ชัน มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น นักเรียนแสดงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน นักเรียนสามารถเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาคำตอบได้มากขึ้น และนักเรียนที่ตอบปัญหาได้ถูกต้องมีจำนวนมาก

ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ (2554: 68-71) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทน และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนกับเกณฑ์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 ซึ่งมาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) 1 ห้องเรียน จำนวน 34 คน ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละ 75.44

ไพโรจน์ น่วมนุ่ (2554: 91-94) ศึกษาการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับและการเรียนรู้ตามสภาพจริงและศึกษาประสิทธิผลของการจัดการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน ตามแนวทางที่ออกแบบในด้านความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันและด้านความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนนวมราช “ประชามิตร” จังหวัดพระนครศรีอยุธยา จำนวน 21 คน ระยะเวลาในการทดลอง 20 คาบ คาบละ 55 นาที ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ผลการศึกษาพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ร้อยละ 70 ขึ้นไปมีความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ ด้านความหมายและสัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ด้านตัวแทนของฟังก์ชัน และด้านการประยุกต์ใช้ความรู้

แก้ปัญหาในสถานการณ์ชีวิตจริง ผ่านเกณฑ์ทุกด้านอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และภายหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ นักเรียนมีความคงทนของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันในแต่ละด้านไม่แตกต่างกัน และนักเรียนยังมีพัฒนาการของความเข้าใจเรื่องฟังก์ชันทั้ง 3 ด้านดีขึ้น อย่างเป็นลำดับ

พรรณทิภา ทองนวล (2554: 194-199) ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างมีชีวิตชีวา โดยครูเป็นผู้จัดกิจกรรมให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนสตรีภูเก็ต อำเภอเมือง จังหวัดภูเก็ต จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 48 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ระยะเวลาทดลองจำนวน 24 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งในแต่ละกิจกรรมมีการใช้ตัวแทนลักษณะต่าง ๆ ทั้งแผนภาพ กราฟ และสัญลักษณ์ในการแก้ปัญหาร่วมกับการใช้คำถามเน้น การใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ขึ้นไป มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผ่านเกณฑ์ ร้อยละ 70 ขึ้นไป

เกวลิน เสนหา (2556: 53-59) สร้างกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนราชินี จังหวัดตรัง จำนวน 30 คน โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) จากนักเรียนทั้งหมด 7 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 306 คน โดยแต่ละห้องเรียนมีนักเรียนแต่ละความสามารถ ผลการศึกษาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

งานวิจัยในต่างประเทศ

เครซ (Cates. 1998: Abstract) ศึกษาผลของความเข้าใจความคิดรวบยอดและกราฟเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนการสอน กลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาพีชคณิต จำนวน 56 คน โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มทดลองจำนวน 29 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 27 คน ซึ่งกลุ่มทดลองจะดำเนินการทดลองโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ส่วนกลุ่มควบคุมจะดำเนินการทดลองแบบเรียนปกติที่ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิง

กราฟ ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มควบคุม ซึ่งวัดจากแบบทดสอบฟังก์ชันที่ดัดแปลงจากแบบทดสอบของ O'Callaghan

ฮอลล์ลาร์; และ นอร์วู้ด (Hollar; & Norwood. 1999: 220-226) ศึกษาผลของการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในหลักสูตรการสอนพีชคณิต ที่มีต่อความคิดรวบยอดเรื่อง ฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาพีชคณิต จำนวน 90 คน โดยแบ่งกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยเป็น 2 กลุ่มคือ กลุ่มทดลองจำนวน 46 คน ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการดำเนินการทดลอง และกลุ่มควบคุมจำนวน 44 คน ที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการทดลอง ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มทดลองที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟมีความคิดรวบยอดเรื่องฟังก์ชันสูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ หลังจากการวัดด้วยแบบทดสอบฉบับเดียวกันซึ่งใช้แบบทดสอบของ O'Callaghan ที่วัดความคิดรวบยอดทั้ง 4 ด้านคือ ด้านการสร้างแบบจำลองฟังก์ชัน ด้านการแปลความหมายของฟังก์ชัน ด้านการเปลี่ยนฟังก์ชันและด้านการทำให้เป็นผลสำเร็จ

ไรเดอร์ (Rider. 2007: 494-500) ศึกษาผลของการสอนเรื่องฟังก์ชันและพีชคณิต โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟผ่านตัวแทนที่หลากหลาย ผลการวิจัยพบว่าการสอนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟผ่านตัวแทนที่หลากหลายเป็นวิธีการสอนที่ช่วยให้นักเรียนสามารถหาคำตอบได้หลายวิธี และยังช่วยสร้างความเข้าใจความสัมพันธ์ต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี ทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในใช้ตัวแทนของฟังก์ชันที่หลากหลาย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน พบว่า มีวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนหลายรูปแบบที่ช่วยเสริมสร้างความเข้าใจในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เช่น การสอนผ่านตัวแทนในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และ สมการ หรือมีการนำเทคโนโลยีและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาประกอบการเรียนการสอน เป็นต้น ซึ่งการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นแนวทางหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจได้มากขึ้น ด้วยเหตุผลนี้ผู้วิจัยจึงสนใจสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

3.1. ความหมายของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

นักการศึกษาคณิตศาสตร์และผู้ที่เกี่ยวข้องได้ให้ความหมายของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphing Calculator) หรือเครื่องคิดเลขกราฟิก ไว้ดังนี้

วัชรภรณ์ ปรานีธรรม (2549: 6) กล่าวว่า เครื่องคิดเลขกราฟิก (Graphing calculator) หมายถึง เครื่องคิดเลขที่สามารถแสดงกราฟ และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เป็นเครื่องมือที่ขยายกรอบความสามารถเพิ่มเติมจากเครื่องคิดเลขธรรมดา (Scientific calculator)

สสวท. (2550: คำชี้แจง) กล่าวว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphic Calculator หรือ Handheld) เป็นเทคโนโลยีสารสนเทศชนิดหนึ่งที่ช่วยให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถนำเสนอ

แนวคิดที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมได้มากขึ้น ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และทำความเข้าใจ แสดงการเปรียบเทียบได้ง่าย การคำนวณค่าและการดำเนินงานเกี่ยวกับฟังก์ชันต่าง ๆ ทำได้อย่างรวดเร็ว ชัดเจน และถูกต้องแม่นยำ ตรวจสอบได้ นับว่าเป็นแนวทางหนึ่งซึ่งช่วยขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กว้างขึ้น สามารถนำข้อมูลในชีวิตจริงเข้ามาสู่การคำนวณ สอดคล้องกับสภาพสังคม เทคโนโลยีในปัจจุบัน

เสถียร การคนชื่อ (2552: 17) กล่าวว่า เครื่องคิดเลขกราฟิกเป็นเทคโนโลยีสารสนเทศชนิดหนึ่งที่มีความสามารถในการคำนวณค่าของข้อมูลมีหน่วยความจำในการเก็บข้อมูล และสามารถดำเนินการเกี่ยวกับฟังก์ชันต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ มีศักยภาพในหลาย ๆ ด้าน เช่น การแสดงกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ จากตารางข้อมูล สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง สมการ กราฟกับตาราง จุดสูงสุดและต่ำสุดของกราฟ ตลอดจนความสามารถในการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับตัวเลขและประโยคสัญลักษณ์ทางพีชคณิต เป็นเทคโนโลยีที่ได้รับการพัฒนามาจากโปรแกรมของคอมพิวเตอร์ โดยการนำความสามารถในเรื่องต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มารวบรวมไว้เพื่อให้สะดวกต่อการใช้งานในทุกเนื้อหา แต่เน้นการดำเนินงานอย่างเป็นขั้นตอน ไม่เน้นเฉพาะการหาคำตอบ จึงเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ผู้เรียนสนุกสนานในการคิด สามารถทดลองและศึกษาเรื่องต่าง ๆ ด้วยตนเอง สำหรับผู้สอนสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการสาธิตการสอนเรื่องต่าง ๆ นอกจากนี้ยังเป็นอุปกรณ์ที่สามารถนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้อื่น ๆ ที่น่าสนใจได้

อรุณา อัญโย (2553: 8) กล่าวว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphic Calculator) หมายถึง เครื่องคำนวณที่สามารถคำนวณค่าทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟของฟังก์ชัน ดำเนินการเกี่ยวกับลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ แคลคูลัส และสถิติ เป็นต้น

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟ (Graphic Calculator) หมายถึง เครื่องคิดเลขที่มีความสามารถในการหลาย ๆ ด้านทางคณิตศาสตร์ เช่นการเขียนกราฟของฟังก์ชัน การดำเนินการเกี่ยวกับลำดับและอนุกรม เมทริกซ์ แคลคูลัส และสถิติ นอกจากนั้นยังสามารถประมวลผลตัวเลขหรือประโยคสัญลักษณ์ทางพีชคณิตที่ซับซ้อนได้

3.2. บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์

ในปัจจุบันเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้เข้ามามีบทบาทต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากขึ้น เนื่องจากเนื้อหาส่วนใหญ่มีลักษณะเป็นนามธรรมยากแก่การทำความเข้าใจ จึงจำเป็นต้องอาศัยสื่อการเรียนการสอนในรูปแบบต่าง ๆ มาช่วยอธิบายให้เป็นรูปธรรมเพื่อช่วยต่อการทำความเข้าใจ ซึ่งนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงบทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สุรเชษฐ์ บุญยรักษ์ (2549: 21) กล่าวว่า บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยในการแสดงการกระทำทางคณิตศาสตร์ให้

เป็นรูปธรรม เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนรู้ได้เร็วและลึกซึ้งมากยิ่งขึ้น

ชาญณรงค์ เอียงราย (วัชรภรณ์ ปราณิธรรม. 2549: 15; อ้างอิงจาก ชาญณรงค์ เอียงราย. 2003) กล่าวว่า บทบาทของเครื่องคิดเลขกราฟิกนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 3 บทบาทคือ

1. บทบาทของเครื่องคิดเลขกราฟิกในการเป็นตัวแทนแสดงความเข้าใจระดับการกระทำ (CART) ในบทบาทนี้นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับการกระทำในการแก้ปัญหา จะใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกช่วยในการหาคำตอบในการแก้ปัญหา นั้น เช่น ใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกช่วยในการหาค่าของฟังก์ชัน และการหาจุดต่าง ๆ บนกราฟ

2. บทบาทของเครื่องคิดเลขกราฟิกในการเป็นตัวแทนแสดงความเข้าใจระดับกระบวนการ (CPRT) ในบทบาทนี้นักเรียนที่มีความเข้าใจระดับกระบวนการ จะใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกช่วยในการหาคำตอบ เช่น ใช้ในการเลื่อนดูจุดต่าง ๆ บนกราฟแล้วสามารถหาคำตอบของกราฟที่เป็นช่วงออกมาได้

3. บทบาทของเครื่องคิดเลขกราฟิกในการเป็นตัวแทนแสดงความเข้าใจระดับวัตถุ (CORT) นักเรียนที่มีความเข้าใจในระดับวัตถุ จะใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการนำความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) ไปใช้ในการสร้างมโนคติ (Concept) ใหม่ได้

สสวท. (2550: คำนำ) ได้เล็งเห็นความสำคัญของการใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนว่าเป็นเทคโนโลยีสารสนเทศชนิดหนึ่งที่ช่วยให้ผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถนำเสนอแนวคิดที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมได้มากขึ้น ผู้เรียนสามารถเรียนรู้และทำความเข้าใจ แสดงการเปรียบเทียบได้ง่าย การคำนวณค่าและการดำเนินงานเกี่ยวกับฟังก์ชันต่าง ๆ ทำได้อย่างรวดเร็ว ชัดเจน ถูกต้องและแม่นยำ ตรวจสอบได้ นับว่าเป็นแนวทางหนึ่งที่ช่วยขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กว้างขึ้น สามารถนำข้อมูลในชีวิตจริงเข้ามาสู่การคำนวณ

เสถียร การคนชื่อ (2552: 21) กล่าวว่า เทคโนโลยีได้เข้ามามีบทบาทในกระบวนการเรียนการสอน โดยเฉพาะเครื่องคำนวณเชิงกราฟถือว่าเป็นสื่อการเรียนการสอนที่สามารถช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจในมโนคติ อธิบายสิ่งที่ เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม ช่วยถ่ายทอดองค์ความรู้และกระบวนการคิดให้เป็นไปได้ง่ายขึ้น ช่วยขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กว้างขึ้น สามารถนำข้อมูลในชีวิตจริงเข้ามาสู่การคำนวณ ซึ่งสอดคล้องกับสภาพสังคมเทคโนโลยีในปัจจุบัน รวมไปถึงเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์อีกด้วย

แคมเบล; และ สจิวัด (Heidi Pomerantz. 1997: 10; อ้างอิงจาก Campbell; & Stewart. 1993: 251-268) กล่าวว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟจะช่วยลดความยุ่งยากด้านการคำนวณ แต่เครื่องคำนวณเชิงกราฟไม่ได้ทำงานแทนนักเรียนทั้งหมด งานที่แท้จริงของนักเรียนคือ การเข้าใจในโจทย์ปัญหาและตัดสินใจเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม เช่นการตั้งสมการในการแก้ไขปัญหาให้ถูกต้อง การตีความคำตอบว่าเหมาะสมกับสถานการณ์หรือไม่ เครื่องคิดเลขสามารถทำให้นักเรียนสนใจถึงที่มาของคณิตศาสตร์มากกว่าการมุ่งหาผลลัพธ์เพียงอย่างเดียว นอกจากนี้เครื่องคำนวณเชิงกราฟยังช่วยให้นักเรียนได้ตั้งข้อคาดการณ์และตรวจ

คำตอบได้ แล้วทำให้คุณครูประหยัดเวลาในด้านการคำนวณและใช้เวลาที่เหลือสอนเนื้อหาที่ลึกซึ้งขึ้น เนื่องจากคณิตศาสตร์ที่แท้จริงนั้นไม่ได้เกิดจากกระบวนการขั้นพื้นฐานอย่างการคำนวณ

ซูตาม (Heidi Pomerantz. 1997: 14; อ้างอิงจาก Suydam. 1985: 276) กล่าวว่า การใช้เครื่องคิดเลข สามารถช่วยนักเรียนสนใจในสิ่งที่สำคัญของกระบวนการแก้ไขปัญหา นักเรียนจะสามารถใช้เวลาได้มากขึ้นไปกับการอ่านโจทย์ปัญหาและทำให้มั่นใจว่านักเรียนเรียนจะเข้าใจสิ่งที่โจทย์ต้องการว่าคืออะไร ลักษณะของโจทย์ การอ่านสิ่งที่นำเสนอได้อย่างถูกต้อง และการตัดสินใจว่าคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ นักเรียนสามารถค้นหาแนวทางการแก้ไขโจทย์ปัญหาในแบบของตัวเองได้ สามารถตั้งข้อคาดการณ์ด้วยตัวเองและทดสอบข้อคาดการณ์ของตัวเองโดยใช้เครื่องคิดเลขซึ่งจะสามารถตรวจสอบได้อย่างรวดเร็วว่าถูกต้องหรือไม่ นักเรียนสามารถพัฒนาตัวอย่างด้วยตัวเอง และทำให้นักเรียนความรู้สึถึงสิ่งที่ทำเป็นงานของตนเองไม่ใช่สิ่งที่คุณครูให้

สภาครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (Heidi Pomerantz. 1997: 13-14; อ้างอิงจาก NCTM. 1991) กล่าวว่า บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย 2 ส่วน ดังนี้

1. บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อนักเรียน คือ

- 1.1. ค้นหาและทดลองเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ เช่น รูปแบบทางคณิตศาสตร์ สมบัติทางจำนวนและพีชคณิตและฟังก์ชัน
- 1.2. พัฒนาและเสริมสร้างความสามารถ เช่น การประมาณค่า การคำนวณ การวาดกราฟ และการวิเคราะห์ข้อมูล
- 1.3. สนใจวิธีการแก้ไขปัญหา มากกว่าการสนใจในการคำนวณของปัญหานั้น
- 1.4. ช่วยแก้ปัญหาเรื่องการคำนวณที่น่าเบื่อซึ่งจะพบได้บ่อยในปัญหาที่มาจากสถานการณ์จริง
- 1.5. ใช้ในการเข้าถึงความคิดเชิงคณิตศาสตร์และการทดลองที่เกินกว่าการใช้การคำนวณมือจะทำได้

2. บทบาทของเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อครูผู้สอน คือ

- 2.1. สามารถจำลองการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในสถานการณ์ที่หลากหลายได้
- 2.2. ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการคำนวณ การแก้ปัญหา การพัฒนาความคิดรวบยอด การวิเคราะห์ข้อมูลและการวาดกราฟ
- 2.3. นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการทดสอบความสามารถและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
- 2.4. ทำให้ทันสมัย โดยใช้เทคโนโลยีการวาดภาพที่เหมาะสมสำหรับการสอน
- 2.5. ค้นหาและพัฒนาการสอนแนวทางใหม่โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสนับสนุนการสอนและการประเมินผล

จากที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า บทบาทที่สำคัญของเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์นอกจากจะช่วยด้านการคำนวณ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ และสามารถหาผลลัพธ์ได้อย่างรวดเร็วแล้ว เครื่องคำนวณเชิงกราฟยังเปรียบเสมือนเป็นตัวกลางที่ช่วยอธิบายสิ่งที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาได้มากขึ้น และยังช่วยให้นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ผ่านเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้ สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาช่วยอธิบายความคิดรวบยอด อธิบายบทนิยามหรือทฤษฎีต่าง ๆ และให้นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ผ่านเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้ นอกจากนั้นจะนำมาช่วยด้านการคำนวณ และให้นักเรียนมีทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนกราฟต่าง ๆ ได้

3.3. ความสามารถของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เป็นเครื่องคำนวณขนาดพกพาที่มีความสามารถในการคำนวณค่าของข้อมูล ดำเนินการเกี่ยวกับฟังก์ชันจากข้อมูล และสามารถเขียนกราฟต่าง ๆ ได้ นอกจากนั้นยังสามารถเก็บข้อมูลที่ผู้ใช้บันทึกและสามารถถ่ายเทข้อมูลจากเครื่องหนึ่งไปเครื่องหนึ่งหรือจากเครื่องหนึ่งไปสู่คอมพิวเตอร์ได้ จึงมีความสะดวกและเหมาะสมในการพกพาเพื่อนำไปใช้งานในสถานที่ต่าง ๆ ได้

ในปัจจุบันมีเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่วางจำหน่ายมากมายหลายรุ่น ทั้งรุ่น TI-73, TI-80, TI-82, TI-83, TI-92, TI Nspire CX และ TI Nspire CX CAS เป็นต้น โดยเครื่องคำนวณเชิงกราฟแต่ละรุ่นมีความสามารถในการคำนวณพื้นฐานเหมือนกัน แต่จะมีความสามารถที่พัฒนาขึ้นไปตามรุ่นที่ผลิตออกมาใหม่ ในที่นี้ผู้วิจัยจะศึกษาความสามารถของเครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI-83, TI Nspire CX และ TI Nspire CX CAS โดยจะเปรียบเทียบความสามารถของเครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI-83, TI Nspire CX และ TI Nspire CX CAS ดังตาราง 1

ตาราง 1 เปรียบเทียบความสามารถของเครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI-83, TI Nspire CX และ TI Nspire CX CAS

ด้าน	เครื่องคำนวณเชิงกราฟ				
	TI-83	TI-Nspirs CX	TI-Nspirs CX	CAS	
ความสามารถ					
การทำงาน	การหาค่าและ คำนวณทางคณิตศาสตร์	หาค่าเลขยกกำลัง	✓	✓	✓
		หาค่ารากที่ n	✓	✓	✓
		หาค่าสัมบูรณ์	✓	✓	✓
		หาค่า ครน หรม	✓	✓	✓
		ค่าความน่าจะเป็น	✓	✓	✓
		ค่าตรีโกณ, ค่า ลอการิทึม	✓	✓	✓
		ค่าลอการิทึม	✓	✓	✓
		แก้ระบบสมการได้			
		หลายสมการ แยกตัว	x	x	✓
		ประกอบดีกรีสูง			
		บวก ลบ คูณ หาร กับ จำนวน R, Z, Q และ C	✓	เพิ่ม Q ^c	เพิ่ม Q ^c
		การเขียนกราฟ	แสดงกราฟได้หลาย กราฟ	✓	✓
	หาจุดตัดของกราฟ		✓	✓	✓
	หาค่าต่ำสุด สูงสุดของ กราฟ		✓	✓	✓
	การหาพื้นที่ใต้กราฟ		✓	✓	✓
	เขียนกราฟรูปสามมิติ		x	✓	✓
	ลักษณะเครื่อง	หน่วยความจำ	80K	100MB	100MB
		USB สายเชื่อมต่อข้อมูล	x	✓	✓
		เลื่อนหน้าจอได้ แบบสี	ขาวดำ	✓	✓
ชาร์จแบตเตอรี่		x	✓	✓	
มีระบบสัมผัส		x	✓	✓	

ตาราง 1 ต่อ (2)

ด้าน	เครื่องคำนวณเชิงกราฟ			
	TI-83	TI-Nspire CX	TI-Nspire CX CAS	
ความสามารถ				
ลักษณะเครื่อง	สามารถอัปเดตซอฟต์แวร์	x	✓	✓
	ใส่ภาพได้	x	✓	✓
	น้ำหนักและ	น้ำหนักและ	เบาและบาง	เบาและบาง
	หน้าและหน้า	หน้าและหน้า	เบาและบาง	เบาและบาง
	ความเบาของเครื่อง			

ที่มา: Texas Instruments. (2016). *Ti-Nspire Getting Started with the TI-Nspire CX/TI-Nspire CX CAS Handheld*. (Online).

จะเห็นว่า เครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI Nspire CX CAS มีประสิทธิภาพสูงกว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่นอื่น ๆ และมีความสามารถสูงกว่ารุ่น TI Nspire CX เนื่องจากรุ่น TI Nspire CX CAS จะสามารถแยกตัวประกอบดีกรีสูงได้ และสามารถคำนวณแบบใช้สัญลักษณ์ได้ จึงเหมาะแก่การนำมาประกอบการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์เพราะจะสามารถประหยัดเวลาการคำนวณและช่วยแก้สมการหรือสมการที่ยากได้ ทำให้นักเรียนมีเวลาทำความเข้าใจเนื้อหาที่สำคัญได้มากขึ้น ดังนั้นสำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI Nspire CX CAS มาประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เพื่อใช้ในการเขียนกราฟของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน และใช้ในการดำเนินการหาค่าทางคณิตศาสตร์

3.4. แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่อง

คำนวณเชิงกราฟ

เทคโนโลยีสารสนเทศมีอยู่หลากหลายรูปแบบที่สามารถนำมาใช้ในการบูรณาการให้เข้ากับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รูปแบบหนึ่งที่น่าสนใจ คือการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งค่อนข้างเป็นปัญหาสำหรับครูคณิตศาสตร์ที่ความรู้ความสามารถในด้านคณิตศาสตร์ แต่อาจขาดแนวทางในการนำเทคโนโลยีดังกล่าวมาบูรณาการให้เข้ากับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการตน (สสวท. 2550: คำนำ) ซึ่งมีแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟดังนี้ (อรญา อัญโย. 2553: 32-33)

1. ครูผู้สอนต้องตระหนักถึงข้อดีและข้อเสียในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟรู้ว่าจะนำไปใช้อย่างไรจึงจะเกิดประโยชน์ เวลาใดที่ควรใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเวลาใดที่ไม่ควรใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ รวมทั้งสอนนักเรียนด้วยว่าควรใช้เมื่อใด เพื่อส่งเสริมนักเรียนทั้งด้านความรู้ และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และไม่ทำลายจุดประสงค์ที่แท้จริงของการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. กิจกรรมการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟควรเป็นกิจกรรมหลังจากนักเรียนมีความรู้พื้นฐานในเนื้อหามาก่อนจากการเรียนการสอนของครู แล้วจึงใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในกิจกรรมที่ทำเพื่อให้ให้นักเรียนมีโอกาสค้นคว้า ทำแบบฝึกหัด วางแผนและแก้ปัญหาด้วยตนเอง หรือด้วยคำแนะนำของครู

3. ครูควรให้นักเรียนหาคำตอบจากการแสดงวิธีคิดทางคณิตศาสตร์หรือประมาณค่าคำตอบจากแบบฝึกหัดด้วยตนเองแล้วจึงใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทดสอบหรือค้นหาเพื่อตรวจสอบคำตอบ

4. ครูใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ในการเตรียมประสบการณ์ที่นอกเหนือจากที่ครูทำได้ให้กับนักเรียน เช่น การสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ การจัดการเกี่ยวกับฟังก์ชัน เพื่อให้นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและสนับสนุนการเรียนรู้ของนักเรียน

5. ครูผู้สอนควรมีความรู้ความสามารถเพียงพอในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีความกระตือรือร้นในการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และได้รับการอำนวยความสะดวกในการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้จริงในห้องเรียน

6. ครูผู้สอนควรมีวิธีการสอนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่เหมาะสมกับบทเรียนคณิตศาสตร์ และขั้นตอนการสอนที่เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมเพื่อให้ได้ประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียน

7. ครูสามารถนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟไปใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรูปแบบของการสาธิตโดยครูหรือนักเรียนสาธิตก็ได้ หรือจัดแบ่งกลุ่มนักเรียนมอบให้ศึกษาเองจากใบงาน ให้ร่วมกันอภิปรายและหาข้อสรุปจากใบงานที่กำหนดให้ และจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้แก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง

8. ครูควรใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ เมื่อเนื้อหาไม่ได้มุ่งเน้นความสามารถในการคำนวณโดยให้ความสำคัญกับการให้นักเรียนคิดหาหนทางในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีผลการเรียนอ่อนก็จะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น และช่วยกระตุ้นความสนใจในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน

9. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนได้ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟแก้โจทย์ปัญหาจากเรื่องจริงที่มีความสอดคล้องกับบทเรียน เพื่อดึงดูดให้นักเรียนเกิดความสนใจในกิจกรรมการเรียนการสอน

10. ครูต้องยอมรับที่จะใช้เวลามากขึ้น และรอคอยการค้นพบของนักเรียนเองและความเชื่อมั่นว่า ถ้านักเรียนเข้าใจในองค์ความรู้แล้วจะช่วยให้เขาถ่ายโอนความรู้ไปยังเนื้อหาส่วน

อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้ และนักเรียนจะได้รู้จักวิธีการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ ๆ การตรวจสอบ การหาคำตอบ ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่องไปจนตลอดชีวิต

จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นเหตุผลว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ เครื่องคำนวณเชิงกราฟนั้นต้องเลือกวิธีการนำเสนอหรือการสอนให้เหมาะสมกับเนื้อหา และต้องเน้น ให้นักเรียนได้รู้กระบวนการการได้มาของคำตอบมากกว่าผลลัพธ์จากเครื่อง โดยการนำเครื่อง คำนวณเชิงกราฟมาประกอบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นแนวทางหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนความเข้าใจในสิ่งที่เรียนนามธรรมให้เกิดมโนทัศน์ได้เร็วขึ้น

3.5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยในประเทศ

กมล เอกไทยเจริญ (2545) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของผู้เรียนและ สภาพการเรียนการสอนและสภาพสังคมในชั้นเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิง กราฟ กลุ่มตัวอย่างของงานวิจัยเป็นนิสิตระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ จำนวน 28 คน ผู้เรียน แต่ละคนจะใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ รุ่น TI-92 ประกอบการเรียนการสอนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ผลการวิจัยพบว่า การเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สามารถเรียนได้ เนื้อหาที่มาก ละเอียด และลึกซึ้ง การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟทำให้มีเวลาเหลือมากพอสำหรับการ ทำความเข้าใจในเนื้อหาสามารถแก้ปัญหาได้หลากหลาย ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการใช้เครื่องคำนวณ เชิงกราฟ ผู้เรียนมีความเห็นว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องที่ใช้ง่าย ช่วยประหยัดเวลาในการ คำนวณ และทำให้ผู้เรียนมีความเชื่อมั่นในการแก้ปัญหา และรู้สึก่ววิธีนี้เป็นประสบการณ์ที่ดีสำหรับ ผู้เรียน บรรยากาศของชั้นเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นบรรยากาศแห่งการเรียนรู้ มี การอภิปรายแสดงความคิดเห็นทางด้านการเรียนในรูปแบบที่ไม่เครียด และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาพีชคณิตเชิงเส้นโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ อยู่ในระดับดี และยังพบว่าผลต่างของผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของผู้เรียนในกลุ่มอ่อนและกลุ่มเก่งไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

วัชรภรณ์ ปราณิธรรม (2549: 95-98) ศึกษาระดับความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง ของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และศึกษาบทบาทของเครื่องคิดเลขกราฟิกที่เป็น เครื่องมือในการนำเสนอความเข้าใจในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็น นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) ชั้นปีที่ 1 แผนกวิชาช่างยนต์ ภาคเรียนที่ 2 ปี การศึกษา 2548 ผลการวิจัยพบว่า

1. ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการกระทำ (Action) และระดับกระบวนการ (Process) เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง มีกรณีที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยง ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) และสมบัติที่เกี่ยวข้องในการแก้สถานการณ์ปัญหา แต่ ไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า แมื่อนักเรียนจะมีการเชื่อมโยงความ

เข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา แต่การเชื่อมโยงนั้นไม่เหมาะสม ซึ่งเป็นสาเหตุให้นักเรียนไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้

2. การใช้เครื่องคิดเลขในการแก้สถานการณ์ปัญหาของนักเรียน พบว่า เครื่องคิดเลขกราฟิกใช้เป็นเครื่องมือช่วยส่งเสริมความเข้าใจในทั้ง 2 ระดับ กล่าวคือ บทบาทการเป็นเครื่องมือแสดงความเข้าใจโมเดลในระดับการกระทำ (CART) และระดับกระบวนการ (CPRT) ในการใช้เครื่องคิดเลขในกระบวนการแก้ปัญหาจะใช้ความสามารถและบทบาทของเครื่องคิดเลข ในการเขียนกราฟและการหาค่าต่างๆ เกี่ยวกับกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

สุรเชษฐ์ บุญรักษ (2549: 101-107) พัฒนาและทดลองใช้พร้อมทั้งหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม เรื่อง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2549 คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรดิตถ์ จำนวน 20 คน ผลการวิจัยพบว่าชุดกิจกรรม เรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 1 สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเท่า 74.24/70.17 ซึ่งเป็นไปตามที่ตั้งไว้คือ 70/70

เสถียร การคนชื่อ (2552: บทคัดย่อ) ศึกษาความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก เรื่องฟังก์ชันกำลังสอง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสันกำแพง จังหวัดเชียงใหม่ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 แผนการเรียนที่เน้นศิลป์-ภาษา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 จำนวน 31 คน กิจกรรมการเรียนการสอนเน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจโมเดลด้วยตนเองผ่านการใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกที่นำเสนอโมเดลในเชิงรูปธรรมด้วยตัวอย่างของกราฟที่หลากหลาย เพื่อนำไปสู่โมเดลเชิงนามธรรม จากนั้นนำโมเดลที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนร้อยละ 83.87 และร้อยละ 64.52 มีความสามารถในการเรียนเรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง อยู่ในระดับดีมาก โดยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75 จากการพิจารณาคะแนนการทำใบงาน ใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด และจากการทดสอบวัดความสามารถในการเรียนเรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง ตามลำดับ

ชนกนาถ อาจะศรี (2553: 98-105) เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) กับการใช้โปรแกรมเครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนขอนแก่นวิทยายน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 116 คน แบ่งเป็น 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 58 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอน เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยโปรแกรมเครื่องคำนวณเชิงกราฟ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่มีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อรญา อัญโย (2553: 119-125) ศึกษาโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟกับกลุ่มปกติ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนบุพผางวิทยา ภาควิชาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 88 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 45 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 43 คน โดยนักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยในต่างประเทศ

ดีแวนไทร์ (Devantier. 1992: 535) ศึกษาอิทธิพลของเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีผลต่อความเข้าใจทางการเรียนเรื่อง ฟังก์ชันและการเขียนกราฟของฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มคือกลุ่มทดลองซึ่งใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการทดลอง และกลุ่มควบคุมซึ่งไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการทดลอง ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนมีความเข้าใจทางการเรียนเรื่องฟังก์ชันและการเขียนกราฟของฟังก์ชัน สูงกว่านักเรียนที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนเรื่องฟังก์ชัน

ฟ็อก (Fox. 1998) ศึกษาผลกระทบจากการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยเป็นนักเรียนจำนวน 6 ห้อง ที่มีความสามารถทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ปานกลาง โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่มคือกลุ่มทดลองใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และกลุ่มควบคุมไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ผลการวิจัยพบว่า การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น ช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวน สัญลักษณ์ และกราฟ ได้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ พบว่า การนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟเข้ามาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางหนึ่งที่ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น ซึ่งเครื่องคำนวณเชิงกราฟจะช่วยนักเรียนในด้านการคำนวณทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟ และช่วยอธิบายสิ่งที่ยากแก่การทำ

ความเข้าใจให้เป็นรูปธรรมได้มากขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นสื่อการสอนในกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

4.1. ความหมายของความพึงพอใจ

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ดังนี้

สรุเชษฐ์ บุญรักษ์ (2549: 47) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกของบุคคลที่เป็นความรู้ในทางบวก เป็นความสุขของบุคคลที่เกิดจากการปฏิบัติงานและ ได้รับการตอบแทนทำให้บุคคลเกิดความรู้สึกกระตือรือร้น มีความมุ่งมั่นที่จะทำงาน มีขวัญกำลังใจ สิ่งเหล่านี้มีผลต่อประสิทธิภาพ และประสิทธิผลในการทำงาน รวมทั้งการส่งผลต่อความสำเร็จ และเป็นไปตามเป้าหมายขององค์กร

นันทชัย นวลสะอาด (2554: 62) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกชอบพอใจ ประทับใจ ที่เกิดจากการตอบสนองตามความต้องการของตน

เกวลิน เสน่หา (2556: 31) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง พฤติกรรมหรือความรู้สึกที่เป็นผลมาจากการได้รับการตอบสนองในสิ่งที่ตั้งไว้

รวารุช บุตรรัตน์ (2556: 45) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือเจตคติ ความชอบหรือไม่ชอบ

วอลเล่อร์สเตน (Wallerstein. 1971: 256) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย และอธิบายว่าความพึงพอใจ เป็นการกระทำทางจิตวิทยาไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจน แต่สามารถคาดคะเนได้ว่ามีหรือไม่มีจากการสังเกตพฤติกรรมเท่านั้น การที่จะทำให้คนเกิดความพึงพอใจจะต้องอาศัยปัจจัยและองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุแห่งความพึงพอใจนั้น

กู๊ด (Good. 1973: 320) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง คุณภาพหรือระดับความพอใจซึ่งเป็นผลมาจากความสนใจต่างๆ และทัศนคติของบุคคลต่อกิจกรรม

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ระดับความรู้สึกที่เกิดจากการทำสิ่งใดสิ่งหนึ่งด้วยความสนใจ

4.2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

ทฤษฎีที่สามารถนำมาใช้ประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอนและนำมาสร้างความพึงพอใจมีหลายทฤษฎี แต่ทฤษฎีที่นิยมใช้ในปัจจุบันคือทฤษฎีความต้องการของมาสโลว์ และทฤษฎีการตื่นตัว ซึ่งทฤษฎีที่ผู้วิจัยจะนำเสนอคือทฤษฎีความต้องการของมาสโลว์ (Maslow's Theory of Need Gratification)

มาสโลว์มองเห็นว่ามนุษย์ทุกคนล้วนมีความต้องการที่จะสนองความต้องการให้กับตนเอง ซึ่งความต้องการของมนุษย์มีมากมายหลายอย่างด้วยกัน ซึ่งมาสโลว์ได้นำความต้องการเหล่านี้มาเรียงเป็นลำดับขั้นจากขั้นต่ำสุดไปขั้นสูงสุดได้ 7 ขั้นดังนี้ (พรณี ชูทัย เจนจิต. 2545: 263-268)

1. ความต้องการทางด้านร่างกาย

เป็นความต้องการที่ถือว่าเป็นพื้นฐานและมีอิทธิพลที่สำคัญที่สุดสำหรับการดำรงชีวิตของมนุษย์ ความต้องการเหล่านี้ ได้แก่ อากาศ เครื่องนุ่งห่ม ยารักษาโรค ที่อยู่อาศัย ความรัก เป็นต้น ซึ่งความต้องการนี้จะทำให้มนุษย์เข้าใจพฤติกรรมของตนเองและคนรอบข้างได้ว่าขณะนั้นตนเองหรือคนรอบข้างนั้นต้องการอะไร ขาดอะไร อยากได้อะไรหรือสนใจสิ่งไหนอยู่ และเมื่อมนุษย์ได้รับการตอบสนองแล้วก็จะมีความต้องการอื่น ๆ ต่อไป สูงขึ้นเรื่อย ๆ

2. ความต้องการความปลอดภัย

เมื่อความต้องการทางด้านร่างกายได้รับการตอบสนองแล้ว ความต้องการความมั่นคงปลอดภัยก็จะเข้ามามีบทบาทในพฤติกรรมของมนุษย์ เช่น นักเรียนทุกคนจะต้องไปโรงเรียน และเด็กจะอยากไปโรงเรียน ถ้ารู้สึกในห้องเรียนเป็นที่ปลอดภัยซึ่งหมายถึง การมีบรรยากาศที่อบอุ่น ไม่มีการข่มขู่ หรือจากการลงโทษของครูและเพื่อน แต่ถ้าเกิดมีความรู้สึกในห้องเรียนไม่ใช่ที่ปลอดภัย เด็กก็จะหนีไปอยู่ที่อื่นที่คิดว่ามีความปลอดภัยมากกว่า

3. ความต้องการความรักและเป็นเจ้าของ

ถ้าความต้องการ 2 ชั้นแรกได้รับการตอบสนองอย่างเพียงพอแล้ว ความต้องการความรักและเป็นเจ้าของก็จะเข้ามามีบทบาทในพฤติกรรมของมนุษย์ เนื่องจากมนุษย์ทุกคนต้องการเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มที่ตนเองเกี่ยวข้อง อยากได้รับการยอมรับจากกลุ่ม อยากเป็นเจ้าของคนอื่น และความต้องการชนิดนี้คนที่ขาดมากยิ่งมีความต้องการมาก เช่น การพูดเสียงดังหรือการกินขนมในห้องเรียนเป็นการเรียกร้องความสนใจจากครูหรือเพื่อน ๆ แม้ว่าบางครั้งครูจะมีวิธีการลงโทษอย่างเด็ดขาดก็ตาม แต่เด็กกลับชอบ

4. ความต้องการที่จะเป็นที่ยอมรับและได้รับการยกย่อง

เป็นความต้องการที่จะรู้สึกที่ตนเองมีค่าในสายตาผู้อื่น ตนเองมีคุณค่า มีความสำเร็จ มีความรู้ความสามารถ มีความเป็นอิสระและเสรีภาพในกิจกรรมต่าง ๆ ตลอดจนต้องการมีชื่อเสียง มีการศึกษาที่สูงที่สุดและเป็นที่ยอมรับนับถือของคนทั้งหลาย ความต้องการที่ตระหนักในความสามารถของตนเองหรือรู้จักตนเอง

5. ความต้องการที่จะตระหนักในความสามารถของตนเอง

เมื่อความต้องการ 4 ชั้นแรกได้รับการตอบสนองอย่างเพียงพอแล้ว ความต้องการที่จะเป็นที่ยอมรับและได้รับการยกย่องก็จะเข้ามามีบทบาทในพฤติกรรมของมนุษย์ ซึ่งมนุษย์จะมีความต้องการรู้จักตัวตน เข้าใจถึงความสามารถและความถนัดของตนเอง

เมื่อมนุษย์พัฒนาตนเองมาถึงขั้นที่ 5 มนุษย์จะใช้ความสามารถที่ตนเองมีคำนึงถึงตัวปัญหามากกว่าตัวบุคคล และต้องการพัฒนาให้ตนเองอยู่ในขั้นที่สูงขึ้น ซึ่งมาสโลว์ได้แบ่ง

ความต้องการทั้ง 7 ชั้นออกเป็น 2 กลุ่ม ในกลุ่มแรกเป็นความต้องการ “ขั้นต่ำ” กลุ่มนี้จะจัดอยู่ในชั้นที่ 1-4 ส่วนชั้นที่ 5-7 จัดเป็นความต้องการ “ขั้นสูง” โดยมาสโลว์ได้กล่าวถึงความต้องการชั้น 6 และชั้น 7 ไว้ดังนี้

6. ความต้องการที่จะรู้และเข้าใจ

7. ความต้องการทางด้านสุนทรีย์

เมื่อมนุษย์พัฒนามาถึงขั้นที่สูงสุดแล้วย่อมพร้อมที่จะใช้ความสามารถของตนที่มีอยู่มาสร้างประโยชน์ให้กับผู้อื่นและสังคมได้อย่างเต็มประสิทธิภาพ

พรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 274-276) กล่าวว่า ทฤษฎีเกี่ยวกับแรงจูงใจของมาสโลว์ ได้สอดคล้องกับของ Dewey, Piaget, Comba and Snygg, Neill และคนอื่น ๆ ในแง่ที่เกี่ยวข้องกับเด็ก จะมีการเลือกอย่างฉลาด หากเราจะจัดการศึกษาให้นักเรียนเลือกทำกิจกรรมต่าง ๆ ตามที่กำหนดได้นั้นครูต้องมีการจัดสภาพหรือบรรยากาศทางการเรียนที่น่าสนใจ น่าดึงดูด ตลอดจนสร้างแรงจูงใจทางการเรียนให้แก่นักเรียน เช่น ครูตั้งคำถามแล้วให้นักเรียนตอบ เมื่อนักเรียนตอบได้ถูกต้อง ครูอาจให้รางวัลหรือคะแนนเพิ่ม เป็นต้น

จากการศึกษาแนวคิดทฤษฎีของมาสโลว์ สามารถสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องคำนึงถึงต่าง ๆ เช่น การสร้างบรรยากาศในห้องเรียน รวมถึงการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่น่าสนใจ น่าดึงดูด เพื่อดึงดูดความพึงพอใจของนักเรียน สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น มีความมั่นใจในการตอบคำถามและสนใจเรียนมากขึ้น

4.3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความพึงพอใจ

งานวิจัยในประเทศ

เกตุกนก หนูดี (2553: 75) ศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อเนื้อหา กำหนดการเชิงเส้น และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler กลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านนาสาร อำเภอบ้านนาสาร จังหวัดสุราษฎร์ธานี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อเนื้อหา กำหนดการเชิงเส้น และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และโปรแกรม Euler ในระดับมาก

นันทชัย นวลสะอาด (2554: 95) ศึกษาความพึงพอใจที่มีต่อเนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือด้วยเทคนิค STAD และกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนปราโมชวิทยารามอินทรา เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 33 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความพึงพอใจที่มีต่อเนื้อหาอัตราส่วนตรีโกณมิติและกิจกรรมการเรียนรู้ในระดับเห็นด้วยมาก

เกวลิน เสน่หา (2556: 56) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสภาราชินี จังหวัดตรัง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

ชัยยงค์ พรหมวงศ์ (2556: 7) ศึกษาการทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน ให้มีประสิทธิภาพก่อนที่จะนำไปเผยแพร่หรือใช้จริง ปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อประสิทธิภาพของชุดการสอนคือผู้ใช้ควรมีความพึงพอใจต่อวัตรกรรมหรือสิ่งประดิษฐ์ และหากจะผ่านการยอมรับของผู้ใช้จะต้องมีความดีหรือคุณค่าของนวัตกรรม หรือสิ่งประดิษฐ์นั้นที่สอดคล้องกับความจำเป็น หรือสนองตอบต่อความต้องการของผู้ใช้ได้อย่างใดอย่างหนึ่งอย่างแน่นอน หากนวัตกรรมหรือสิ่งประดิษฐ์นั้น ขาดลักษณะดังกล่าวเป็นการยากที่นวัตกรรมหรือสิ่งประดิษฐ์นั้นจะผ่านการยอมรับ

วรารุช บุตรรัตน์ (2556: 57) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกระสังพิทยาคม อำเภอกระสัง จังหวัดบุรีรัมย์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่อง ภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

งานวิจัยในต่างประเทศ

ไลดิก (Leidig. 1992: 1372) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่เกิดจากการเรียนโดยใช้บทเรียนแบบไฮเปอร์เทกซ์เพื่อการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า รูปแบบการเรียนรู้ไม่ก่อให้เกิดความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจ การนำเสนอส่งผลต่อความพึงพอใจของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ความสามารถในการวิเคราะห์ภาพมีผลทำให้เกิดความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เกี่ยวกับความพึงพอใจในบทเรียน มีปฏิสัมพันธ์ของรูปแบบทางการเรียนและการนำเสนอ เกี่ยวกับความพึงพอใจของนักเรียนแต่ไม่มีปฏิสัมพันธ์ในส่วนของผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน ทำให้ผู้วิจัยสนใจสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากร และการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 24 คน นักเรียนเหล่านี้ได้จากการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
 2. แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ
 3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
 4. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
- ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

**1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่อง
คำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา**

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. ศึกษาเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันจากหนังสือ
 - 2.1 หนังสือฟังก์ชัน (สุเทพ จันทรสมศักดิ์. 2521)
 - 2.2 หนังสือคณิตศาสตร์ขั้นสูง ชุด Advanced Series คณิตศาสตร์ ม.4-5-6
พื้นฐาน & เพิ่มเติม เล่ม 2 (กมล เอกไทยเจริญ. 2555)
 - 2.3 คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท. 2556)
 - 2.4 คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท. 2557ก)
 - 2.5 หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้สาระคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท. 2557ข)
 - 2.6 หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้สาระคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท. 2558)
 - 2.7 International Baccalaureate Mathematics Standard Level 3rd edition (Tobin. 2007)
 - 2.8 Essential Mathematical Methods 1&2 CAS (Evans. 2008)
 - 2.9 Introduction to Relations and Functions (Migliore. 2009)
 - 2.10 Mathematics for the International Student Mathematics SL third edition (Haese; et al. 2012)
 - 2.11 Maths Quest 11 Mathematical Methods (Sue; et al. 2015)
2. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

1. กำหนดขอบเขตเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาขึ้น 3 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้
 - 1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์ 8 คาบ
 - 1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตัวผกผันของความสัมพันธ์ 2 คาบ
 - 1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชัน 16 คาบ
2. จัดทำบทเรียนตามกรอบเนื้อหาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ
3. จัดทำใบกิจกรรม โดยออกแบบใบกิจกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้
4. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ในแต่ละแผนใช้เวลา 2 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที จำนวน 12 แผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้
 1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.1 เรื่องผลคูณคาร์ทีเซียน 2 คาบ
 2. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.2 เรื่องความสัมพันธ์ 4 คาบ
 3. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.3 เรื่องโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ 2 คาบ
 4. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.1 เรื่องตัวผกผันของความสัมพันธ์ 2 คาบ
 5. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.1 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน 2 คาบ
 6. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.2 เรื่องความหมายของฟังก์ชัน (ต่อ)
 - หาค่าของฟังก์ชัน
 - โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน 2 คาบ
 7. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.3 เรื่องรูปแบบของฟังก์ชัน 2 คาบ
 8. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.4 เรื่องฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด 2 คาบ
 9. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.5 เรื่องการดำเนินการของฟังก์ชัน 2 คาบ
 10. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.6 เรื่องฟังก์ชันประกอบ 2 คาบ

11. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.7 เรื่องฟังก์ชันผกผัน

2 คาบ

12. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.8 เรื่องเทคนิคการเขียนกราฟ

2 คาบ

ซึ่งในแต่ละแผนประกอบด้วย

4.1 ชื่อเรื่อง

4.2 เวลาที่ใช้

4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้ แบ่งเป็น 3 ด้าน ประกอบด้วย ด้านความรู้ ด้านทักษะ และกระบวนการและด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

4.4 สารการเรียนรู้

4.5 สื่อการเรียนรู้และอุปกรณ์การเรียนรู้ ประกอบด้วย

4.5.1 กิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่อง
คำนวณเชิงกราฟ

4.5.2 ใบกิจกรรมและใบความรู้

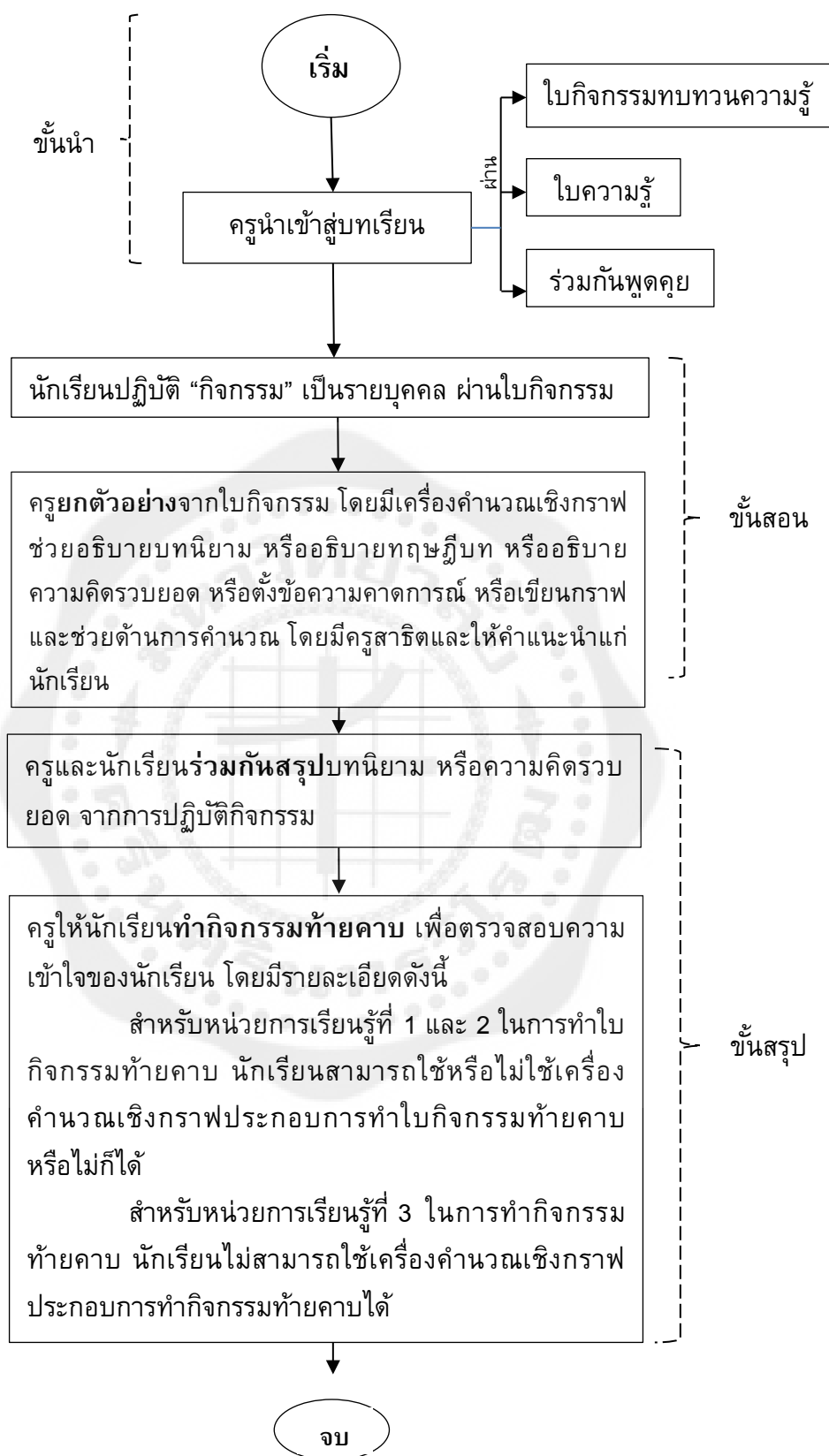
4.5.3 เครื่องคำนวณเชิงกราฟ 1 คน ต่อ 1 เครื่อง หรือคอมพิวเตอร์ที่ลง
โปรแกรม TI-Nspire CX CAS 1 คน ต่อ 1 เครื่อง

4.6 กิจกรรมการเรียนรู้การสอน ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

4.6.1 ขั้นนำ ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยให้นักเรียนผ่านใบกิจกรรมทบทวน
ความรู้ หรือร่วมกันพูดคุยโดยใช้คำถามกระตุ้น หรือเครื่องคำนวณเชิงกราฟ เพื่อให้นักเรียนเกิด
ความสนใจและพร้อมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในขั้นต่อไป

4.6.2 ขั้นสอน เป็นขั้นที่ครูจัดเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง
ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และนักเรียนจะได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมที่มี
การใช้ตัวแทนของความสัมพันธ์และฟังก์ชันในรูปแบบที่หลากหลาย เช่น ตาราง กราฟ สมการและ
อสมการ ด้วยตนเองผ่านเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งนักเรียนจะได้แนวคิดเรื่องความสัมพันธ์และ
ฟังก์ชันจากเครื่องคำนวณเชิงกราฟในการช่วยอธิบายบทนิยาม หรืออธิบายทฤษฎีบท หรืออธิบาย
ความคิดรวบยอด หรือตั้งข้อคาดการณ์ หรือเขียนกราฟ และช่วยด้านการคำนวณ โดยมีครูสาคิตและ
ให้คำแนะนำแก่นักเรียน

4.6.3 ขั้นสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปผลที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรม
เพื่อให้นักเรียนเข้าใจตรงกัน แล้วตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนผ่านใบกิจกรรมท้ายคาบ



ภาพประกอบ 4 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

ผู้วิจัยได้ออกแบบกิจกรรมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ โดยในแต่ละคาบได้นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาประกอบการปฏิบัติกิจกรรม ดังตาราง 2

ตาราง 2 กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คาบ	เรื่อง	การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
1-2	ผลคูณคาร์ทีเซียน	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามของผลคูณคาร์ทีเซียน การเท่ากันและไม่เท่ากันของผลคูณคาร์ทีเซียน รวมถึงอธิบายจำนวนสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟของคู่อันดับและผลคูณคาร์ทีเซียน
3-6	ความสัมพันธ์	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามความสัมพันธ์ และอธิบายรูปแบบของความสัมพันธ์ นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟของความสัมพันธ์
7-8	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ รวมถึงเป็นสื่อกลางที่ช่วยให้นักเรียนเห็นภาพเกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์มากขึ้น นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟ
9-10	ตัวผกผันของความสัมพันธ์	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามตัวผกผันของความสัมพันธ์ กราฟของความสัมพันธ์กับตัวผกผันของความสัมพันธ์ รวมถึงตั้งข้อคาดการณ์เกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์กับตัวผกผันของความสัมพันธ์ นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟ
11-12	ความหมายของฟังก์ชัน	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามฟังก์ชัน และตรวจสอบการเป็นฟังก์ชัน รวมถึงตั้งข้อความคาดการณ์ว่าความสัมพันธ์ $y = a x - h + k$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่

ตาราง 2 (ต่อ)

คาบ	เรื่อง	การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
13-14	ความหมายของฟังก์ชัน (ต่อ) - หาค่าของฟังก์ชัน - โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการหาค่าและการหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ
15-16	รูปแบบของฟังก์ชัน	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามรูปแบบของฟังก์ชัน และตรวจสอบว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นรูปแบบใด นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ
17-18	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด รวมถึงตั้งข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับการเป็นฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลดของฟังก์ชัน $f(x) = (x+1)^n$ เมื่อ n เป็นสมาชิกของจำนวนเต็ม นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณ
19-20	การดำเนินการของฟังก์ชัน	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามการดำเนินการของฟังก์ชัน นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ
21-22	ฟังก์ชันประกอบ	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายบทนิยามฟังก์ชันประกอบ รวมถึงตั้งข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับการสร้างฟังก์ชันแสดงความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัสจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ
23-24	ฟังก์ชันผกผัน	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายความหมาย และอธิบายทฤษฎีบทของฟังก์ชันผกผัน นอกจากนั้นยังนำมาใช้ในการคำนวณและเขียนกราฟของฟังก์ชันต่าง ๆ
25-26	เทคนิคการเขียนกราฟ	นำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาใช้ในการอธิบายการเขียนกราฟด้วยเทคนิคต่าง ๆ รวมถึงตั้งข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับการเลื่อน

4.7 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ มีดังนี้

4.7.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน ในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรม และไฟล์ที่นักเรียนปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

4.7.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน ในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรม

4.7.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ประเมินจากแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากแบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 140-141)

5. กำหนดการประเมินผลของนักเรียน โดยแบ่งการประเมินผลของนักเรียนเป็นดังนี้

5.1 การประเมินผลระหว่างเรียน

5.1.1 จากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ของนักเรียนมีน้ำหนักคะแนน คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวม

5.1.2 จากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ของนักเรียนมีน้ำหนักคะแนน คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวม

5.2 การประเมินผลหลังเรียน

5.2.1 จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวม

6. สร้างคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครูและนักเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ถูกต้องและมีประสิทธิภาพ

7. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญา นินห์และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา ตรวจสอบความถูกต้อง ชี้แนะข้อบกพร่อง พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

8. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอน จากข้อ 7 ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญา นินห์และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

9. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ จากข้อ 8 ไปทดลองใช้กับกลุ่มนักร้องซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี ที่ผ่านการเรียนเรื่องเซตมาแล้วและยังไม่มีความรู้เรื่องความสัมพันธ์ และฟังก์ชันมาก่อน จำนวน 24 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาดทดลองสอนนอกเวลาเรียนปกติ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI-Nspire CX CAS ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคนละ 1 เครื่อง เพื่อดูความชัดเจนของภาษา ความเหมาะสมของเนื้อหาและความเหมาะสมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

10. หาประสิทธิภาพ E_1/E_2 ของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีประสิทธิภาพเท่ากับ 61.75/61.50 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 80/80

11. นำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนจากข้อ 10 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ทั้งนี้ผู้วิจัยจะเตรียมความพร้อมและฝึกการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟรุ่น TI-Nspire CX CAS ให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับเครื่องคำนวณเชิงกราฟก่อนการดำเนินการทดลอง และตลอดการดำเนินการทดลองผู้วิจัยได้ใช้เวลาทดลองสอนนอกเวลาเรียนปกติ

2. แบบทดสอบย่อย

แบบทดสอบย่อย มีทั้งหมด 2 ฉบับ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ฉบับที่ 1 ใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ตัวผกผันของความสัมพันธ์ เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

1. ความสัมพันธ์
2. ตัวผกผันของความสัมพันธ์

ซึ่งแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวม และเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วย 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 4 ข้อ
ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 4 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

ฉบับที่ 2 ใช้วัดหลังจากเสร็จสิ้นการปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

1. ความหมายของฟังก์ชัน
2. การดำเนินการของฟังก์ชัน
3. ฟังก์ชันผกผัน
4. เทคนิคการเขียนกราฟ

ซึ่งแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวม และเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วย 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 9 ข้อ
ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 11 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ

โดยผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบตามลำดับขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากหนังสือ
 - 1.1 หนังสือการวัด การวิเคราะห์ การประเมิน ทางการศึกษาเบื้องต้น (กังวล

เทียนกัณฑ์เทศน์. 2540)

1.2 หนังสือหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ (สิริพร ทิพย์คง. 2545)

1.3 หนังสือการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ทิวต์ มณีโชติ. 2549)

2. วิเคราะห์เนื้อหาสาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อสร้างแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับ

3. สร้างแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 1 ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 10 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 8 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 6 ข้อ

และสร้างแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 18 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 21 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

โดยให้ครอบคลุมเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด

4. นำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC) ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

5. นำแบบทดสอบย่อยแต่ละฉบับที่ได้รับการตรวจจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรและผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

6. นำแบบทดสอบย่อยจากข้อ 5 ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนำร่องซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 6 มาตรวจให้คะแนน ซึ่งใช้หลักการให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 58) โดยผู้วิจัยได้ปรับให้เหมาะสมกับแบบทดสอบในแต่ละข้อ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง หน้า 272-282)

8. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 7 มาวิเคราะห์ความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.39-0.79 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25-0.54 และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 มีค่าความยากง่ายตั้งแต่

0.38-0.79 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25-0.67 โดยจะคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 4 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 4 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

และเป็นแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 9 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 11 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกจากข้อ 8 มาคำนวณเพื่อหาค่าความเชื่อมั่นโดยหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นดังนี้

- แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 มีความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.77
- แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 มีความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.89

10. นำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ไปใช้กับกลุ่ม

ตัวอย่าง

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ใช้ทดสอบหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้ง 3 หน่วยการเรียนรู้และทำแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 2 เสร็จสิ้น ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากหนังสือ

1.1 หนังสือการวัด การวิเคราะห์ การประเมิน ทางการศึกษาเบื้องต้น (กั้ววล เทียนกัณฑ์เทศน์. 2540)

1.2 หนังสือหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ (สิริพร ทิพย์คง. 2545)

1.3 หนังสือการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ทิวต์ถ์ มณีโชติ. 2549)

2. วิเคราะห์เนื้อหา สาระสำคัญ และจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลองเพื่อสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยให้ครอบคลุมเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนด ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 8 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 8 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ

4. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและคุณวุฒิวิชาชีพจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นนั้นสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC) ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่ได้รับการตรวจจากคณะกรรมการและผู้เชี่ยวชาญมาคำนวณค่า IOC แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

6. นำแบบทดสอบจากข้อ 5 ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนำร่องที่เป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 6 มาตรวจให้คะแนนโดยใช้หลักการให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 58) โดยผู้วิจัยได้ปรับให้เหมาะสมกับแบบทดสอบในแต่ละข้อ (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ง หน้า 283-288)

8. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 7 มาวิเคราะห์ความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.49-0.79 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.27-0.50 โดยจะคัดเลือกข้อที่มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ 0.20 ถึง 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 4 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ โดยเป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 4 ข้อ และเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกจากข้อ 8 มาคำนวณเพื่อหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.84

10. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

4. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันตามขั้นตอน ดังนี้

4.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการและหลักการสร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบวัดความพึงพอใจตามวิธีการของลิเคิร์ต (Likert)

4.2 สร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 20 ข้อ โดยปรับปรุงจากแบบสอบถามความพึงพอใจของนักเรียน จากสุรเชษฐ์ บุญรักษ์ (2549: 250-258) และเกวลิน เสนหา (2556: 217-218) ลักษณะของแบบวัดความพึงพอใจเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับ และข้อความเป็นข้อความทางบวก ซึ่งมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนความพึงพอใจ ดังนี้

พึงพอใจมากที่สุด	ให้คะแนน	5	คะแนน
พึงพอใจมาก	ให้คะแนน	4	คะแนน
พึงพอใจปานกลาง	ให้คะแนน	3	คะแนน
พึงพอใจน้อย	ให้คะแนน	2	คะแนน
พึงพอใจน้อยที่สุด	ให้คะแนน	1	คะแนน

4.3 นำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่สร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ ไปให้คณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาและตรวจสอบความถูกต้องเกี่ยวกับการใช้ภาษาในแต่ละข้อให้มีความชัดเจนขึ้น แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

4.4 นำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 4.3 ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนาร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

4.5 นำผลที่ได้จากข้อ 4.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งได้ค่าเชื่อมั่น เท่ากับ 0.79

4.6 นำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง

3. การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One-Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่างแล้วทำการทดสอบหลังการทดลองจากนั้นพิจารณาผลการทดลอง

การดำเนินการทดลอง

ในการทดลองผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. การดำเนินการทดลองผู้วิจัยจะเตรียมความพร้อมด้านการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟให้นักเรียน นอกเวลาเรียนปกติ 2 คาบ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกฝนและเกิดความคุ้นเคยกับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ
2. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีระยะเวลาในการสอนจำนวน 26 คาบ คาบละ 50 นาที ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยตลอดการดำเนินการทดลองผู้วิจัยใช้เวลาทดลองนอกเวลาเรียนปกติ
3. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องตัวผกผันของความสัมพันธ์เสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 โดยใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที
4. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องฟังก์ชัน เสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง
5. เมื่อนักเรียนทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เสร็จสิ้น ผู้วิจัยทบทวนความรู้ให้กับนักเรียน โดยใช้เวลา 1 คาบ
6. เมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เรียบร้อยแล้วผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง
7. ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยใช้เวลาประมาณ 30 นาที
8. ผู้วิจัยนำคะแนนทั้งหมดที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

4. การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการและใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. หาค่าสถิติพื้นฐานโดยนำคะแนนจากแบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. หาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ แล้วนำผลมาเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 80/80

3. ทดสอบสมมติฐานในการวิจัยที่ว่า นักเรียนที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบทวินาม (binomial test)

4. วิเคราะห์แบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และประเมินระดับความคิดเห็นของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เกณฑ์การประเมินผลของประคอง กรรณสูต (2542: 73) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากหลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยหลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (ระพินทร์ โพธิ์ศรี. 2549: 18)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

เมื่อ	$\bar{x}$	คือ	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
	x_i	คือ	คะแนนของนักเรียนคนที่ i
	n	คือ	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

1.2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ระพินทร์ โพธิ์ศรี. 2549: 25)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

เมื่อ	S	คือ	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	x_i	คือ	คะแนนของนักเรียนคนที่ i
	$\bar{x}$	คือ	ค่าเฉลี่ยของคะแนนทั้งหมด
	n	คือ	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการทดสอบคุณภาพเครื่องมือ

2.1. หาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน (ชัยยงค์ พรหมวงศ์. 2556: 10)

$$E_1 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}}{A} \times 100$$

เมื่อ	E_1	คือ	ประสิทธิภาพของกระบวนการ
	x_i	คือ	คะแนนแบบทดสอบย่อยระหว่างเรียนของนักเรียนคนที่ i
	A	คือ	คะแนนเต็มของแบบทดสอบย่อย
	n	คือ	จำนวนนักเรียน

$$E_2 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n F_i}{n}}{B} \times 100$$

เมื่อ	E_2	คือ	ประสิทธิภาพของผลลัพธ์
	F_i	คือ	คะแนนแบบทดสอบหลังเรียนของนักเรียนคนที่ i
	B	คือ	คะแนนเต็มของแบบทดสอบหลังเรียน
	n	คือ	จำนวนนักเรียน

2.2. ค่าความยากง่าย (p) และอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบ (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 209-210)

$$p_i = \frac{(H_i + L_i)}{[T_i (N_H + N_L)]}$$

$$r_i = \frac{(H_i - L_i)}{\left[\frac{T_i (N_H + N_L)}{2} \right]}$$

เมื่อ p_i คือ ค่าความยากง่าย ข้อที่ i
 r_i คือ อำนาจจำแนก ข้อที่ i
 H_i คือ คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มสูง
 L_i คือ คะแนนรวมข้อที่ i ของผู้ตอบถูกในกลุ่มต่ำ
 T_i คือ คะแนนเต็มของข้อที่ i
 N_H คือ จำนวนผู้ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มสูง
 N_L คือ จำนวนผู้ตอบถูกทั้งหมดในกลุ่มต่ำ

2.3. ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC) (ศิริชัย พงษ์วิชัย. 2558: 142)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^N R_i}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ
 R_i คือ คะแนนที่ผู้เชี่ยวชาญคนที่ i
 N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.4. ค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัท (Cronbach) (ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. 2543: 218)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ α คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
 k คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 s_t^2 คือ คะแนนความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ
 s_i^2 คือ คะแนนความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ

$$\text{โดยที่ } s_i^2 = \frac{n \sum_{j=1}^N x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^N x_j \right)^2}{n(n-1)}$$

เมื่อ s_i^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนเป็นรายข้อ
 x_j คือ คะแนนของนักเรียนคนที่ j ในข้อที่ i
 n คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

$$\text{โดยที่ } s_t^2 = \frac{n \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2}{n^2}$$

เมื่อ s_t^2 คือ ความแปรปรวนของคะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับ
 x_i คือ คะแนนแบบทดสอบทั้งฉบับของคนที่ i
 n คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมด

3. สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน

3.1. การทดสอบทวินาม คำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยมีจุดมุ่งหมาย (1) เพื่อสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80 (2) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และ (3) เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลผู้วิจัยได้นำมาวิเคราะห์และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80

ตอนที่ 2 ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

ตอนที่ 3 ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
รายละเอียดมีดังนี้

ตอนที่ 1 สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80

1.1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ผู้วิจัยนำคะแนนจากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ไปหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
1. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1				
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณ	6	4.88	81.33	1.03
เชิงกราฟประกอบการสอบ				
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณ	14	9.08	64.86	1.91
เชิงกราฟประกอบการสอบ				
รวม	20	13.96	69.80	2.49
2. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2				
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณ	11	8.38	76.18	1.61
เชิงกราฟประกอบการสอบ				
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณ	19	12.79	67.32	2.84
เชิงกราฟประกอบการสอบ				
รวม	30	21.17	70.57	3.87
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน				
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณ	8	6.58	82.25	1.25
เชิงกราฟประกอบการสอบ				
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณ	42	28.75	68.45	4.52
เชิงกราฟประกอบการสอบ				
รวม	50	35.33	70.66	4.92
รวมทั้งหมด	100	70.46	70.46	10.47

จากตาราง 3 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 เท่ากับ 13.96 คิดเป็นร้อยละ 69.80 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.49 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

เท่ากับ 21.17 คิดเป็นร้อยละ 70.57 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.87 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันเท่ากับ 35.33 คิดเป็นร้อยละ 70.66 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.92 จึงส่งผลให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนรวมเท่ากับ 70.46 คิดเป็นร้อยละ 70.46 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.47

2.1. การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80 โดย 80 ตัวแรก เขียนแทนด้วย E_1 คือ ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียน คิดจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 มีร้อยละไม่ต่ำกว่า 80 และแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 สำหรับ 80 ตัวที่สอง เขียนแทนด้วย E_2 คือ ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้หลังเรียน คิดจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีร้อยละไม่ต่ำกว่า 80 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนเฉลี่ย	ประสิทธิภาพของชุดกิจกรรม
แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1	20	13.96	69.80
แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2	30	21.17	70.57
คะแนนรวมระหว่างเรียน (E_1)	50	35.13	70.25
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	50	35.33	70.66
คะแนนรวมหลังเรียน (E_2)	50	35.33	70.66

จากตาราง 4 พบว่า คะแนนรวมของแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ฉบับ ที่ได้ระหว่างเรียนมีค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิต (E_1) เท่ากับ 70.25 และคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ที่ได้หลังเรียนมีค่าร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิต (E_2) เท่ากับ 70.66 แสดงว่าผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีประสิทธิภาพเท่ากับ 70.25/70.66 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้คือ 80/80

ตอนที่ 2 ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

ผู้วิจัยได้ทดสอบสมมติฐานของการวิจัยโดยใช้การทดสอบทวินาม (binomial test) เพื่อทดสอบค่าสัดส่วนของจำนวนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ (ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวมทั้งหมด) มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยนำคะแนนจากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างของแต่ละคนมาคำนวณเพื่อหาคะแนนรวม จากนั้นนำคะแนนรวมของแต่ละคนที่ได้มาคำนวณจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ แล้วจึงนำมาทดสอบสมมติฐาน (ดูรายละเอียดในภาคผนวก ก หน้า 98-100)

ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม แสดงดังตาราง 5

ตาราง 5 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันผ่านเกณฑ์ (สัดส่วน)	ค่าสัดส่วนทดสอบ (Test Prop.)	Exact Sig. (1-tailed)
24	20 (0.8)	0.6	0.013*

* ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

จากตาราง 5 พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ซึ่งมีนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์จำนวน 20 คนจากจำนวน 24 คน

ตอนที่ 3 ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดย

แบบสอบถามวัดความพึงพอใจมีลักษณะเป็นมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) แบ่งเป็น 5 ระดับ ข้อความในแบบสอบถามเป็นข้อความที่มีความหมายทางบวก ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

พึงพอใจมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
พึงพอใจมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
พึงพอใจปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
พึงพอใจน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
พึงพอใจน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยรวมซึ่งเป็นผลของการวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทั้งฉบับใช้เกณฑ์การประเมินของประคอง กรรณสูต (2542: 73) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากหลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยหลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

ซึ่งผลการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ แสดงดังตาราง 6

ตาราง 6 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

ข้อที่	ข้อความ	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)	แปลผล
1.	<u>ด้านเนื้อหา</u> เมื่อข้าพเจ้าเรียนเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันแล้วรู้สึกสนุกสนานเพลิดเพลิน	3.71	0.86	มาก

ตาราง 6 (ต่อ)

ข้อที่	ข้อความ	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	แปลผล
2.	เนื้อหาจากชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิง กราฟ เหมาะสมกับระดับความสามารถของข้าพเจ้า	3.75	0.79	มาก
3.	การจัดเรียงลำดับเนื้อหาในใบกิจกรรมมีความ เหมาะสมและทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย	4.04	0.62	มาก
4.	ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันอ่านแล้วเข้าใจง่าย ไม่ สับสน	4.00	0.72	มาก
5.	จากการทำใบกิจกรรม ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหา เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมากยิ่งขึ้น	3.79	0.93	มาก
	รวมด้านเนื้อหา	3.86	0.79	มาก
	<u>ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน</u>			
6.	กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ช่วยส่งเสริม บรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น	3.71	1.04	มาก
7.	การเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่อง คำนวณเชิงกราฟ ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้น ในการเรียนมากขึ้น	3.75	0.74	มาก
8.	จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิง กราฟ ทำให้ข้าพเจ้าสนใจ และอยากเรียน คณิตศาสตร์มากขึ้น	3.50	0.78	มาก
9.	จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิง กราฟ ทำให้ข้าพเจ้าได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วย ตนเอง	4.04	0.69	มาก

ตาราง 6 (ต่อ)

ข้อที่	ข้อความ	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	แปลผล
10.	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิง กราฟ ช่วยพัฒนาทักษะการคิดของข้าพเจ้า	3.96	0.86	มาก
	รวมด้านกิจกรรมการเรียนการสอน	3.79	0.82	มาก
	<u>ด้านสื่อการเรียนการสอน</u>			
11.	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ใ้ข่ายและ สะดวก	4.21	0.59	มาก
12.	การใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันมากขึ้น	4.29	0.69	มาก
13.	การมีปฏิสัมพันธ์กับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ ข้าพเจ้าเห็นภาพเป็นรูปธรรมมากขึ้น	4.25	0.68	มาก
14.	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และ ฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ข้าพเจ้า เกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง	3.54	1.02	มาก
15.	เครื่องมือที่ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน มีสีสันที่สวยงาม น่าสนใจ	4.08	0.72	มาก
	รวมด้านสื่อการเรียนการสอน	4.08	0.74	มาก
	<u>ด้านวัดผลและประเมินผล</u>			
16.	ข้าพเจ้ารู้สึกมั่นใจต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการ เรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้ เครื่องคำนวณเชิงกราฟ	3.29	0.91	ปาน กลาง
17.	ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่หนักใจกับการทำใบ กิจกรรมระหว่างเรียนและหลังเรียน	3.67	0.76	มาก
18.	ข้าพเจ้ารู้สึกทางบวกกับการทำกิจกรรมท้ายคาบเมื่อ ทำได้ถูกต้อง	3.58	0.88	มาก
19.	ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน	4.00	0.78	มาก

ตาราง 6 (ต่อ)

ข้อที่	ข้อความ	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	แปลผล
20.	ข้าพเจ้าเห็นคุณค่าและความสำคัญวิชาคณิตศาสตร์ มากขึ้น	3.33	0.92	ปาน กลาง
	รวมด้านวัดผลและประเมินผล	3.58	0.85	มาก
	รวมทั้งฉบับ	3.83	0.80	มาก

จากตาราง 6 พบว่า คะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับมีค่าเท่ากับ 3.83 แสดงว่าความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ อยู่ในระดับมาก หากพิจารณาการประเมินความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละด้าน พบว่า ในแต่ละด้านมีคะแนนเฉลี่ยที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ ด้านสื่อการเรียนการสอนมีคะแนนเฉลี่ยมากที่สุด ซึ่งเท่ากับ 4.08 รองลงมาคือด้านเนื้อหาและด้านกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.86 และ 3.79 ตามลำดับ และด้านที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดคือด้านวัดผลและประเมินผล ซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.58 จากคะแนนเฉลี่ยทั้ง 4 ด้าน จะเห็นได้ว่าแต่ละด้านมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ระหว่าง 3.50-4.49 แสดงว่าทั้ง 4 ด้านที่กล่าวมาข้างต้นมีความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ อยู่ในระดับมาก

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานในการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
3. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

สมมติฐานในการวิจัย

นักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี อำเภอโคกสำโรง จังหวัดลพบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 24 คน นักเรียนเหล่านี้ได้จากการสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วย
 - 1.1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ
 - 1.2. แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน ซึ่งแต่ละแผนจะสอดคล้องตามหน่วยการเรียนรู้
 - 1.3. บทเรียนสำหรับใช้ประกอบการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 3 หน่วย โดยแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย ใบกิจกรรม และใบความรู้
2. แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ ดังนี้
 - 1.1. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 สำหรับทดสอบหลังจากเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องตัวผกผันของความสัมพันธ์เสร็จสิ้น ซึ่งเป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 4 ข้อ และเป็นข้อสอบที่ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 7 ข้อ
 - 1.2. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 สำหรับทดสอบหลังจากเรียนหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องฟังก์ชันเสร็จสิ้น ซึ่งเป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 9 ข้อ และเป็นข้อสอบที่ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 13 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สำหรับทดสอบหลังจัดการเรียนการสอนทั้ง 3 หน่วยการเรียนรู้เสร็จสิ้น ซึ่งเป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 4 ข้อ และเป็นข้อสอบที่ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 7 ข้อ
4. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ จำนวน 20 ข้อ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 24 คน โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์ฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยใช้เวลาในการสอนนอกคาบเรียนปกติ จำนวน 26 คาบ คาบละ 50 นาที ซึ่งแบ่งเนื้อหาตามหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

1.1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	ความสัมพันธ์	8	คาบ
1.2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2	ตัวผกผันของความสัมพันธ์	2	คาบ
1.3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3	ฟังก์ชัน	16	คาบ
2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่อง

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา เสร็จสิ้น ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบย่อย ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1. หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องตัวผกผัน ของความสัมพันธ์เสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ใช้เวลา ในการทดสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที

2.2. หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องฟังก์ชัน เสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

ในการทดสอบย่อยผู้วิจัยจะนำแบบทดสอบมาตรวจให้คะแนนเพื่อเป็นการ ประเมินผลการเรียนรู้ระหว่างเรียน มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวมทั้งหมด แบ่ง การเก็บคะแนนออกเป็น 2 ส่วน คือ จากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวมทั้งหมด และจากแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวมทั้ง

3. เมื่อนักเรียนกลุ่มตัวอย่างปฏิบัติกิจกรรมครบทุกหน่วยการเรียนรู้ในชุด กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับ นักเรียนระดับมัธยมศึกษา เสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

3.1. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งแบบทดสอบแบ่งเป็น ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการ สอบจำนวน 4 ข้อ และตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบจำนวน 7 ข้อ มี น้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวมทั้งหมด ใช้เวลาในการทดสอบ 2 ชั่วโมง

3.2. ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียน ต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา โดยใช้เวลา 30 นาที

4. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากข้อ 2 (ข้อ 2.1-2.2) และข้อ 3 (3.1-3.2) มาวิเคราะห์ โดยใช้วิธีการทางสถิติ เพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าเฉลี่ย ค่าร้อยละ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจาก แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

2. หาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และ

ฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จากค่าร้อยละของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียน และค่าร้อยละของคะแนนที่ได้หลังเรียนแล้วนำมาเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้คือ 80/80

3. ทดสอบว่าจำนวนนักเรียนที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบทวินาม (binomial test)

4. ประเมินความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

สรุปผลการวิจัย

1. ผลการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่า ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีค่าร้อยละของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนเท่ากับ 70.25 และมีค่าร้อยละของคะแนนที่ได้หลังเรียนเท่ากับ 70.66 ซึ่งมีประสิทธิภาพเท่ากับ 70.25/70.66 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้คือ 80/80

2. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีความสามารถในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

3. ความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจทั้งฉบับ พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ อยู่ในระดับมาก

อภิปรายผล

ผลการวิจัยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. ผลการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ให้มีประสิทธิภาพที่ระดับ 80/80 พบว่า ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 70.25/70.66 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

1.1. ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเรียนก่อนเกณฑ์ที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดไว้ อาจทำให้นักเรียนมีพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์ในหัวข้อที่นำไปประยุกต์ใช้กับการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันไม่เพียงพอ อีกทั้งวัยของนักเรียนยังมีความพร้อมไม่มากพอสำหรับการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ดังที่ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดินส์ (2561: ออนไลน์) กล่าวว่าปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์คือความพร้อมทางวุฒิภาวะ และประสบการณ์ หากนักเรียนยังไม่มีความพร้อมทางวุฒิภาวะและประสบการณ์มากพอ อาจส่งผลต่อการเรียนรู้ได้

1.2. เนื่องจากเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมีเนื้อหาค่อนข้างเยาะ และมีระยะเวลาในการดำเนินการทดลองที่จำกัด ส่งผลนักเรียนมีระยะเวลาในการทบทวนเนื้อหาที่เรียนค่อนข้างน้อย หากเพิ่มระยะเวลาในการดำเนินการทดลองอาจทำให้ผลการวิจัยเปลี่ยนแปลงได้ ดังที่ เสถียร การคนชื่อ (2552: 57) ได้เสนอแนะว่าครูควรกำหนดระยะเวลาในการสอนให้เหมาะสม เพราะอาจจะทำให้เวลาไม่เพียงพอในการเรียนเนื้อหาทั้งหมดได้

1.3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียน ผู้วิจัยคิดจากการทำแบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จะเห็นได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้มาจากการสอบเพียงอย่างเดียว อีกทั้งข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นข้อสอบที่มีคุณภาพ ซึ่งมีทั้งข้อยาก ปานกลาง และง่าย รวมถึงเป็นข้อสอบที่สามารถจำแนกนักเรียนกลุ่มเก่งหรือกลุ่มอ่อนได้ ทำให้ผู้วิจัยมั่นใจได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เกิดขึ้นได้มาจากความรู้ความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนแต่ละคนจริง ๆ จึงเป็นเหตุผลที่ทำให้นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยไม่ถึงร้อยละ 80

1.4. ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมั่นใจได้ว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างยังไม่มีพื้นฐานทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมาก่อน อีกทั้งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผู้วิจัยได้แทรกเนื้อหาบางหัวข้อเกี่ยวกับการพิสูจน์ให้แก่นักเรียนเพิ่มเติม เพื่อให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของบทนิยามมากขึ้น แต่ผู้วิจัยพบปัญหว่านักเรียนไม่มีพื้นฐานในการเขียนบทพิสูจน์มาก่อน จึงส่งผลให้คะแนนในหัวข้อนั้นน้อย หากผู้วิจัยมีเวลาในการสอนพื้นฐานการเขียนบทพิสูจน์เพิ่ม อาจทำให้นักเรียนสามารถทำคะแนนในหัวข้อการพิสูจน์ได้มากขึ้น

2. ผลการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากประเด็นต่อไปนี้

2.1. บทเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นได้เรียงลำดับเนื้อหาตามหนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สสวท. 2557ข) ซึ่งเป็นเนื้อหาจากง่ายไปหายาก มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์เข้าใจง่ายไม่ซับซ้อน ในแต่ละหน่วยการเรียนรู้มีตัวอย่างที่หลากหลาย เพียงพอต่อการทำความเข้าใจของนักเรียน และยังช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะจนสามารถนำความรู้จากการทำตัวอย่างไปต่อยอดในการทำโจทย์ที่ซับซ้อนได้

2.2. ในระหว่างเรียนผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมเป็นรายบุคคล เมื่อปฏิบัติกิจกรรมในแต่ละคาบเสร็จสิ้นแล้วผู้วิจัยให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมพร้อมทั้งไฟล์ที่ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟทุกครั้ง เพื่อนำกลับมาตรวจแล้วส่งคืนนักเรียนในคาบถัดไป ทำให้นักเรียนได้ทราบข้อบกพร่องของตนเอง เพื่อทำการปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้อง ส่งผลให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการปฏิบัติกิจกรรม ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของบอราซิ (Borasi. 1986: 246-248) ที่ว่าการทำให้นักเรียนได้ทราบข้อบกพร่องของตัวเองจะสามารถเป็นแรงจูงใจให้หันมาสนใจวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้

2.3. ในระหว่างเรียนผู้วิจัยได้จัดให้มีการทดสอบย่อยจำนวน 2 ครั้ง โดยครั้งที่ 1 สอบเมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องตัวผกผันของความสัมพันธ์เสร็จ และครั้งที่ 2 สอบเมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องฟังก์ชันเสร็จ ส่งผลให้นักเรียนสนใจเรียน ใฝ่หาความรู้ตลอดเวลาเพื่อสร้างความพร้อมก่อนการสอบย่อยในแต่ละครั้ง ซึ่งหลังจากนักเรียนสอบย่อยครั้งที่ 1 เสร็จสิ้นผู้วิจัยจะแจ้งผลการทดสอบให้นักเรียนได้รับทราบ เพื่อให้นักเรียนทราบความก้าวหน้าและพยายามทำความเข้าใจในเนื้อหาเพิ่มเติม ทำให้การทดสอบครั้งถัดไปนักเรียนมีพัฒนาการในการเรียนที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ นันทชัย นวลสะอาด (2554: 96) ที่พบว่าการให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยระหว่างเรียน ทำให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนเพิ่มขึ้น เพื่อสร้างความพร้อมให้กับตัวเอง

2.4. ก่อนการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ผู้วิจัยได้ทบทวนความรู้ให้แก่นักเรียน โดยการนำแบบทดสอบย่อยทั้ง 2 ฉบับ มาเฉลยเพื่อเน้นย้ำจุดที่นักเรียนส่วนใหญ่ทำผิดพลาด ส่งผลให้การทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันนักเรียนมีจุดผิดพลาดน้อยลง ซึ่งสอดคล้องกับข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัยของ เกวลิน เสนหา (2556: 58) กล่าวว่าเมื่อนักเรียนทราบจุดผิดพลาดของตัวเอง นักเรียนจะได้ทำการแก้ไขหรือศึกษาเพิ่มเติมในเนื้อหานั้น ทำให้นักเรียนพัฒนาตัวเองในการเรียนมากขึ้น

2.5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีจินตนาการในการมองเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันให้ชัดเจนขึ้น เนื่องจากเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีศักยภาพในการเขียนกราฟของฟังก์ชันที่หลากหลายได้ สามารถคำนวณด้านการ

ดำเนินการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว อีกทั้งยังสามารถสร้างภาพเคลื่อนไหวให้มีสีสันที่สวยงามน่าดึงดูดความสนใจของนักเรียนได้ และอย่างที่ทราบกันดีว่าเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นเรื่องที่เป็นนามธรรมสูง ยากแก่การทำความเข้าใจต้องอาศัยรูปภาพเข้ามาช่วยในการสร้างความเข้าใจให้แก่นักเรียน และการที่ผู้วิจัยนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟเข้ามาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่งผลให้นักเรียนมองเห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้นและสามารถทำโจทย์ได้ด้วยความเข้าใจมากกว่าที่จะใช้การท่องจำ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ณัฏชา กมล (2542: 15) ที่พบว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยในการแสดงการกระทำทางคณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรม เพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจของนักเรียน ทำให้นักเรียนเรียนเนื้อหาได้ลึกซึ้งมากขึ้น

2.6. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้เร็วขึ้น ประหยัดเวลาในการเรียนมากขึ้น ทำให้ผู้วิจัยมีเวลาสอนเนื้อหาได้เยอะขึ้น ในขณะเดียวกันนักเรียนสามารถทำโจทย์ที่อยู่ในใบกิจกรรมช้า ๆ หน่อย ๆ ครึ่งได้จนสามารถสังเกตผลลัพธ์ที่ได้จากเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาสร้างข้อความคาดการณ์ได้ อีกทั้งเครื่องคำนวณเชิงกราฟยังช่วยให้นักเรียนมีทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนกราฟต่าง ๆ ทั้งนี้ที่นักเรียนคุ้นเคยและไม่คุ้นเคยได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ อรญา อัญโย (2553: 26-27) ที่พบว่าเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นเครื่องมือที่สำคัญที่ช่วยให้เกิดการเรียนรู้อย่างกระตือรือร้น นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์จากการทดลอง สืบสวน ทำให้เกิดความรู้ได้จากการทดลองทางคณิตศาสตร์ นอกจากนั้นการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟยังช่วยให้ครูมีเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพิ่มขึ้น

2.7. ในการวิจัยครั้งนี้มีกลุ่มตัวอย่างจำนวน 24 คน และมีผู้ช่วยวิจัยจำนวน 1 คน ทำให้ผู้วิจัยสามารถดูแลนักเรียนได้อย่างทั่วถึง เป็นกันเอง ส่งเสริมให้บรรยากาศในการเรียนเป็นมิตรอบอุ่น ไม่เครียดและสนุกต่อการเรียน ดังที่ พรรณี ชูทัย เจนจิต (2545: 274-276) กล่าวว่าควรจัดสภาพหรือบรรยากาศในห้องเรียนให้สนุก น่าสนใจ ตลอดจนสร้างแรงจูงใจทางการเรียนให้แก่ นักเรียน เพื่อให้ นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น และให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้น

3. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟอยู่ในระดับมาก ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากเนื้อหาที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีรูปแบบการนำเสนอที่น่าสนใจ ผู้วิจัยได้ใช้ภาพเคลื่อนไหวจากเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นสื่อกลางการช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันให้เป็นรูปธรรมมากขึ้น อีกทั้งมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เข้าใจง่าย ไม่ซับซ้อน เมื่อนักเรียนทำโจทย์ได้ถูกต้องผู้วิจัยมีการ

กล่าวคำชม หรือให้รางวัล ส่งผลให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น สนุกกับการทำกิจกรรม ไม่เหน็ดเหนื่อยและไม่เครียด เนื่องจากผู้วิจัยได้สร้างบรรยากาศการเรียนรู้ที่เป็นกันเอง คอยให้คำแนะนำทางการเรียนและการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟกับนักเรียนอย่างใกล้ชิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ กมล เอกไทยเจริญ (2545: 54) พบว่าความพึงพอใจของนักเรียนที่เรียนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟอยู่ในระดับมาก

ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย

1. ในการสอนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ระหว่างปฏิบัติการกิจกรรมการเรียนรู้การสอนผู้วิจัยได้ประสบปัญหาเรื่องเวลาเนื่องจาก

1.1. ใน 2 คาบแรก นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นเคยกับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ผู้วิจัยต้องคอยแก้ปัญหาในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟของนักเรียนอยู่ตลอด ส่งผลให้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเกิดความล่าช้า ผู้วิจัยจึงแก้ปัญหาโดยการให้นักเรียนเพิ่มในคาบที่นักเรียนว่างจำนวน 2 คาบ เพื่อฝึกการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเพิ่มให้กับนักเรียนก่อนที่จะเรียนคาบถัดไป ทำให้นักเรียนมีความคุ้นเคยกับปุ่มต่าง ๆ และเกิดความชำนาญในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟมากขึ้น เมื่อผ่านไป 3-4 คาบ นักเรียนสามารถเรียนได้เร็วขึ้นและทันเวลาที่กำหนดไว้

1.2. มีบางคาบที่โจทย์และเนื้อหาที่สำคัญค่อนข้างเยอะ ส่งผลให้คาบนั้นสอนไม่ทันตามเวลาที่กำหนดไว้ ผู้วิจัยจึงแก้ปัญหาโดยการให้โจทย์ที่เหลือเป็นการบ้านให้กับนักเรียน

1.3. เนื่องจากนักเรียนบางส่วนมีพื้นฐานการเรียนรู้เรื่องเซตอ่อน และยังใช้สัญลักษณ์ช่วงเปิด-ช่วงปิด ในเรื่องอสมการที่ผิดอยู่ จึงเป็นอีกหนึ่งเหตุผลที่ทำให้การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเกิดความล่าช้า ผู้วิจัยจึงแก้ปัญหาโดยทบทวนเรื่องเซตในส่วนที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน รวมถึงทบทวนการใช้สัญลักษณ์ช่วงเปิด-ช่วงปิด ในเรื่องอสมการให้นักเรียนก่อนเข้าสู่บทเรียนเรื่องความสัมพันธ์

2. ในการปฏิบัติการกิจกรรมการเรียนรู้การสอนในคาบแรก ๆ ยังไม่ได้รับความร่วมมือจากนักเรียนเท่าที่ควร ซึ่งสังเกตจากนักเรียนไม่ค่อยตอบคำถามหรือซักถามในส่วนที่ตนเองสงสัยกับผู้วิจัย เนื่องจากนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับผู้วิจัย ส่งผลให้บรรยากาศในการเรียนไม่ค่อยดี ผู้วิจัยจึงสร้างความสัมพันธ์ที่ดีกับนักเรียนโดยการชวนคุย เล่นเกม หรือให้รางวัลแก่นักเรียนรวมถึงอธิบายจุดมุ่งหมายของการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้การสอน จนทำให้ช่วงหลัง ๆ มีบรรยากาศในการเรียนที่เป็นกันเอง นักเรียนให้ความร่วมมือและช่วยเหลือผู้วิจัยมากขึ้น

3. เนื่องจากเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันเป็นเรื่องที่มีนามธรรมสูง ยากแก่การทำความเข้าใจ และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเรียนก่อนเกณฑ์ที่หลักสูตร

แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดไว้ จึงทำให้ในระยะแรก ๆ ผู้วิจัยพบข้อผิดพลาดในการเรียนของนักเรียนค่อนข้างมาก ดังนั้นผู้วิจัยต้องคอยให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ และดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิดเพื่อช่วยลดข้อผิดพลาดในการเรียน และให้นักเรียนบรรลุตามจุดประสงค์ของกิจกรรมที่ตั้งไว้

4. นักเรียนมีความกระตือรือร้นระหว่างการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นอย่างมาก เนื่องจากในงานทุกชิ้นนักเรียนทำเป็นรายบุคคลและหลังปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนของแต่ละคาบผู้วิจัยให้นักเรียนทุกคนส่งใบกิจกรรมและไฟล์งานที่ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟทุกครั้ง เพื่อนำกลับมาตรวจแล้วส่งคืนนักเรียน พร้อมกับเน้นย้ำข้อที่นักเรียนส่วนใหญ่บกพร่องมากที่สุด เพื่อนักเรียนเข้าใจถูกต้องตรงกัน และสำหรับนักเรียนที่มีข้อบกพร่องน้อยที่สุดจะได้รับคำชมเชยจากผู้วิจัย

5. นักเรียนมีความสนใจในการเรียนเป็นอย่างดี เพราะผู้วิจัยได้แจ้งให้นักเรียนทุกคนทราบว่าจะมีการทดสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนทั้งหมด 3 ครั้ง คือ (1) เมื่อปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 เรื่องตัวผกผันของความสัมพันธ์ เสร็จผู้วิจัยจะทดสอบครั้งที่ 1 ด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 (2) เมื่อปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องฟังก์ชัน เสร็จผู้วิจัยจะทดสอบครั้งที่ 2 ด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และ (3) เมื่อนักเรียนปฏิบัติทุกกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จสิ้น ผู้วิจัยจะทดสอบครั้งสุดท้ายด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งแบบทดสอบทั้ง 3 ฉบับนี้ ผู้วิจัยได้นำมาคิดเป็นคะแนนทั้งหมด โดยจะแจ้งผลการทดสอบในแต่ละครั้งให้นักเรียนได้ทราบถึงความก้าวหน้าของตนเอง เพื่อจะได้นำกลับมาแก้ไขรวมทั้งศึกษาเนื้อหาในส่วนที่ตนเองทำผิดพลาด ส่งผลให้นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบฉบับต่อไปได้ดีขึ้น

6. ในช่วงหลัง ๆ นักเรียนทุกคนสามารถใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟได้ดี แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่รอบคอบในการป้อนข้อมูล จึงส่งผลให้ผลลัพธ์ที่ได้เกิดความผิดพลาด ผู้วิจัยจึงแก้ปัญหาโดยการให้นักเรียนปฏิบัติในเครื่องคำนวณเชิงกราฟของแต่ละข้อในใบกิจกรรมด้วยตนเอง ก่อน แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้มาตรวจสอบกับผู้วิจัย ซึ่งหลังจากนักเรียนปฏิบัติด้วยตนเองเสร็จสิ้นแล้ว ผู้วิจัยจะแสดงผลลัพธ์ในเครื่องของผู้วิจัยบนโปรเจคเตอร์ เมื่อนักเรียนพบว่าผลลัพธ์ที่ได้ไม่ตรงกับผู้วิจัย ผู้วิจัยจะเน้นย้ำให้นักเรียนมีความรอบคอบมากกว่าเดิมและย้อนกลับไปป้อนข้อมูลให้ถูกต้องเพื่อฝึกความรอบคอบให้กับนักเรียน

7. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุก ไม่ต้องกังวลเรื่องการคำนวณ และมีสมาธิกับการเรียนมากขึ้น นอกจากนั้นนักเรียนที่เรียนอ่อนมีความพยายามในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้น เพราะนักเรียนมั่นใจในคำตอบที่ได้และสามารถทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องเมื่อใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

8. เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนเห็นภาพมากขึ้น ซึ่งผู้วิจัยได้สังเกตจากการทำแบบทดสอบของนักเรียน พบว่าเมื่อมีเครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอนนักเรียนส่วนใหญ่

สามารถทำแบบทดสอบได้ และในขณะเดียวกันเมื่อไม่มีเครื่องคำนวณเชิงกราฟนักเรียนก็สามารถทำแบบทดสอบได้เช่นเดียวกัน

9. การใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยให้นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้เร็วยิ่งขึ้น เนื่องจากนักเรียนสามารถใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟปฏิบัติเงื่อนไขต่าง ๆ หรือทดลองซ้ำ ๆ หลาย ๆ ครั้งได้อย่างรวดเร็วแล้วนำมาสรุปได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1. ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ควรเลือกใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟให้เหมาะสมกับเนื้อหาที่จะสอน ไม่จำเป็นต้องใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอนทุกหัวข้อ ทั้งนี้เพื่อให้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเกิดประโยชน์สูงสุดแก่การเรียนรู้ของนักเรียน

1.2. การนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาประกอบการเรียนการสอน ไม่ควรมีจำนวนนักเรียนที่มากเกินไป ควรอยู่ในขอบเขตที่ครูสามารถดูแลนักเรียนได้ทั่วถึง เนื่องจากระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนอกจากครูทำการสอนเนื้อหาแล้ว ครูต้องคอยให้คำแนะนำการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟให้แก่นักเรียนเมื่อนักเรียนประสบปัญหาในการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพในการเรียนมากที่สุด นอกจากจำนวนนักเรียนควรอยู่ในขอบเขตที่ครูสามารถดูแลได้ทั่วถึงแล้วควรมีผู้ช่วยระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.3. การนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟมาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนควรใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟให้เกิดความชำนาญก่อนที่จะมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ เพื่อให้ผู้สอนจะสามารถรับมือกับการแก้ปัญหาการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟของนักเรียนได้

2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัย

2.1. ควรนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงหรือดัดแปลง แล้วนำไปทดลองซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ในระดับมัธยมศึกษาที่สูงขึ้น

2.2. ควรมีการศึกษาความสัมพันธ์ของความสามารถนักเรียนที่เรียนเรื่องความสัมพันธ์จะส่งผลต่อความสามารถในการเรียนเรื่องฟังก์ชันดีหรือไม่

2.3. ควรมีการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มเก่งกับนักเรียนกลุ่มอ่อน หลังเรียนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันหรือไม่ หรือศึกษาพัฒนาการทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันของนักเรียนกลุ่มเก่งและนักเรียนกลุ่มอ่อน หลังเรียนด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

2.4. ในปัจจุบันมีวิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนหลายแบบ ผู้วิจัยควรตั้งเกณฑ์และเลือกวิธีการหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้

เหมาะสมกับเนื้อหา จุดมุ่งหมาย ความสามารถ วุฒิภาวะ ตลอดจนบริบทของงานวิจัย เพื่อประโยชน์
สูงสุดของผลการวิจัย





บรรณานุกรม

- กมล เอกไทยเจริญ. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของผู้เรียนระดับ
ปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ ที่มีต่อการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น โดยใช้เครื่องคำนวณเชิง
กราฟ. วารสารวิทยาศาสตร์ มศว. 18(2): 52-61.
- . (2555). คณิตศาสตร์ขั้นสูง ชุด [แอนวนซ์ ซีรี่ส์] *Advanced Series คณิตศาสตร์ ม.4-5-6*
พื้นฐาน&เพิ่มเติม. กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิง.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.
กรุงเทพฯ: ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กองพัฒนาการศึกษาออกโรงเรียน กระทรวงศึกษาธิการ. (2542). เทคนิคการเขียนกิจกรรมการ
เรียนการสอนในชุดวิชา. กรุงเทพฯ: กองพัฒนาการศึกษาออกโรงเรียน.
- กั้ววล เทียนกัณฑ์เทศน์. (2540). การวัด การวิเคราะห์ทางการศึกษาเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: ศูนย์
สื่อเสริมกรุงเทพ.
- เกตุกนก หนูดี. (2553). ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรม
C.a.R. และโปรแกรม Euler สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.
(คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เกวลิน เสนหา. (2556). กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชญาภา ใจโปร่ง. (2554). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
ที่หลากหลายเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชนกนาถ อัจยะศรี. (2553). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชา
คณิตศาสตร์เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการ
จัดการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม *The Geometer's Sketchpad (GSP)* และโปรแกรมเครื่อง
คำนวณเชิงกราฟ. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (วิจัยและประเมินผลการศึกษา). เลย: บัณฑิต
วิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย. ถ่ายเอกสาร.

- ชมพูนุท ชาวบ้านเกาะ. (2554). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ตัวแทน (Representation) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. สารนิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. (2556). การทดสอบประสิทธิภาพสื่อหรือชุดการสอน. วารสารศิลปการศึกษาศาสตร์วิจัย. 5(1): 10.
- ณัฏฐา กมล. (2542). ผลของการใช้เครื่องคำนวณกราฟิกที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิต สังกัดทบวงมหาวิทยาลัย. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- ถนอมเกียรติ งานสกุล. (2544). การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง พาราโบลา โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนกลาง จังหวัดภูเก็ต. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). สุโขทัย: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- ถาวร ลักษณะ. (2548). การพัฒนาชุดการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์). นครสวรรค์: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. ถ่ายเอกสาร.
- ทิวดี มณีโชติ. (2549). การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: เกรท เอ็ดดูเคชั่น.
- นันทชัย นวลสะอาด. (2554). ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติโดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือด้วยเทคนิค STAD สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- บุญเกื้อ คอระหาเวช. (2545). นวัตกรรมการศึกษา. กรุงเทพฯ: SR Printing.
- เบญจมินทร์ อธิฐเพิ่ม. (2548). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ประคอง กรรณสูตร. (2542). สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3 (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เปี่ยมทิพย์ เขียวไขแก้ว. (2551). ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนที่เน้นทักษะการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้ที่มีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พรรณิ ชูทัย เจนจิต. (2545). จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: เมธิทิปส์.
- พิจิตร อุดตะโปน. (2550). ชุดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ไพโรจน์ น่วมนุ่. (2554). การออกแบบการจัดการเรียนการสอนเรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อความเสริมสร้างความทนคงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้วิธีการออกแบบย้อนกลับกับการเรียนรู้ตามสภาพจริง. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2542). ชุดวิชาสื่อการสอนระดับมัธยมศึกษา หน่วยที่ 13. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ยุพิน พิพิธกุล; และ อรพรรณ ต้นบรรจง. (2531). สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ระพีพันธ์ โพธิ์ศรี. (2549). สถิติเพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ล้วน สายยศ; และอังคณา สายยศ. (2543). เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วรารุช บุตรรัตน์. (2556). ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องภาคตัดกรวยโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชรภรณ์ ปรานีธรรม. (2549). การศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคิดเลขกราฟิก. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). ขอนแก่น: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น. ถ่ายเอกสาร.
- ศิริชัย พงษ์วิชัย. (2558). การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วยคอมพิวเตอร์. พิมพ์ครั้งที่ 25. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560). คะแนนเฉลี่ย O-NET ม.6 ปีการศึกษา 2559 เทียบกับปีการศึกษา 2558. สืบค้นเมื่อ 1 มิถุนายน 2560, จาก <http://www.AdmissionPremium.com>
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2550). คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ: เจริญรัฐการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดประเมินผลคณิตศาสตร์.

กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

----- (2556). คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

----- (2557ก). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

----- (2557ข). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

----- (2558). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.

กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สุคนธ์ สินธพานนท์. (2553). นวัตกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาคุณภาพของเยาวชน (ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 2). พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: 9119 เทคนิควิธีคิด.

สมทรง สุพานิช. (2561). ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดินส์. สืบค้นเมื่อ 4 กุมภาพันธ์ 2561, จาก <http://www.gotoknow.org/posts/228832>

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม. (2526). กลวิธีการสอน. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม.

สุรเชษฐ์ บุญรักษ. (2549). การพัฒนาชุดกิจกรรม เรื่องการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 1 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์. ปริญญาโท ค.บ. (หลักสูตรและการสอน). อุดรดิตถ์: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรดิตถ์. ถ่ายเอกสาร.

สุพรรณิ ภิรมย์ภักดี. (2545). การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปริญญาโท ค.บ. (การวัดผลศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุเทพ จันทรสมศักดิ์. (2521). ฟังก์ชัน. กรุงเทพฯ: อักษรพิทยา.

เสถียร การคนชื่อ. (2552). การใช้เครื่องคิดเลขกราฟิกเพื่อพัฒนาในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันกำลังสองสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสันกำแพง จังหวัดเชียงใหม่. ปริญญาโท ค.บ. (คณิตศาสตร์ศึกษา). เชียงใหม่: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. ถ่ายเอกสาร.

- อรญา อัญโย. (2553). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน. ปรินูญานิพนธ์ ค.บ. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- Bull, Michael Porter. (1993, January). Exploring the Effects on Mathematics Achievement of Eighth-grade Students that are Taught Problem-solving through a Four-step Method that Addresses the Perceptual Strengths of Each Student. *Dissertation Abstract International*. 54(7): 2497-A.
- Borasi, R. (1989, April). Algebraic Exploration of the Error. *The Mathematics Teacher*. 79(4): 246-248.
- Cates, Janie M. (1998). *The Teacher's Role in the Utilization of the Graphing Calculator in Teacher Graphing Linear Function in Middle School Algebra I*. Dissertation, Ph.D. Florida: College of Education The Florida University. Photocopied.
- Devantier, Alecia Teres. (1992). *The Impact of Graphing Calculators on the Understanding of Function and Their Graphs*. Thesis, M.A.T. (Mathematics). Michigan: School of Graduate Studies Central Michigan University. Photocopied.
- Evans, Michael.; et al. (2008). *Essential Mathematical Methods 1&2 CAS*. 1st ed. Australia: Cambrige Press.
- Fox, Lianan Fernandez. (1998). *The Effects of a Graphing Calculator Used in an Active Learning Environment on Intermediate Algebra Student's Achievement and Attitude*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics Education). Florida: Graduate School University of South Florida. Photocopied.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Haese, Robert.; et al. (2012). *Mathematics for the international student Mathematics SL*. 3rd ed. Australia: Haese Mathematics.
- Hollar, Jeanie C.; & Norwood, Karen. (1999, March). The Effects of a Graphing-Approach Intermediate Algebra Curriculum on Students' Understanding of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*. V.30(2): 220-226.
- Leidig, Paul Marvin. (1992). *The Relationship Between Cognitive Style and Mental Maps in Hypertext Assisted Learning*. Dissertation Virginia: Graduate School Virginia Commonwealth University. Photocopied.
- Rider, Robin. (2007, March). Shifting from Traditional to Nontraditional Teaching Practices Using Multiple Representations. *The Mathematics Teacher*. V.100(7): 494-500.

- Migliore, Ed. (2009). *Introduction to Relations and Functions*. Retrieved May 5, 2017, from https://people.ucsc.edu/~miglior/chapter%20pdf/ch4_SE.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Pomerantz, Heidi. (1997). *The Role of Calculators in Math Education*. Retrieved September 1, 2017, from <http://www.edution.ti.com/sites/US/download/pdf/therole.pdf>
- Sue, Michell.; et al. (2015). *Maths Quest 11 Mathematical Methods*. Australia: Milton.
- Texas Instruments. (2016). *Ti-Nspire Getting Started with the TI-Nspire CX/TI-Nspire CX CAS Handheld*. Retrieved September 4, 2017, from <http://www.opentech.co.th/download/manual>
- Tobin, Patrick. (2007). *International Baccalaureate Mathematics Standard Level*. 3rd ed. Australia: Shannon Book.
- Wallerstein, Harvey. (1971). *Dictionary of Psychology*. 3rd ed. Maryland: Penguin Book Inc.





ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 7 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1

ข้อที่	ผลการพิจารณา ของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 8 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

ข้อที่	ผลการพิจารณา ของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	0	0.67	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 8 (ต่อ)

ข้อที่	ผลการพิจารณา ของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
9	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
ตอนที่ 2 ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 9 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ข้อที่	ผลการพิจารณา ของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 9 (ต่อ)

ข้อที่	ผลการพิจารณา ของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

หมายเหตุ คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
 คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

ตาราง 10 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อย
 ฉบับที่ 1

ข้อที่	p	r
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ		
1	0.73	0.29
2	0.73	0.54
3	0.67	0.50
4	0.58	0.50
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ		
1	0.79	0.42
2	0.58	0.33
3	0.71	0.25
4	0.58	0.33
5	0.68	0.31

ตาราง 10 (ต่อ)

ข้อที่	p	r
6	0.42	0.38
7	0.39	0.33

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ 0.77

ตาราง 11 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2

ข้อที่	p	r
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ		
1	0.67	0.33
2	0.67	0.33
3	0.75	0.50
4	0.54	0.58
5	0.79	0.42
6	0.58	0.67
7	0.67	0.33
8	0.79	0.25
9	0.75	0.33
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ		
1	0.58	0.50
2	0.63	0.33
3	0.38	0.42
4	0.67	0.50
5	0.75	0.33
6	0.79	0.31
7	0.46	0.42
8	0.58	0.50
9	0.58	0.50

ตาราง 11 (ต่อ)

ข้อที่	p	r
10	0.58	0.50
11	0.67	0.50
12	0.38	0.33
13	0.60	0.31

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ 0.89

ตาราง 12 ค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ข้อที่	p	r
ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ		
1	0.71	0.42
2	0.79	0.42
3	0.75	0.50
4	0.58	0.33
ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ		
1	0.79	0.42
2	0.64	0.50
3	0.63	0.36
4	0.79	0.42
5	0.60	0.38
6	0.46	0.42
7	0.57	0.27

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ 0.84

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มนาร่อง

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{x}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
1	25.00% (6 คน)	45.83% (11 คน)	25.00% (6 คน)	4.17% (1 คน)	0%	3.92	0.83	มาก
2	20.83% (5 คน)	29.17% (7 คน)	33.33% (8 คน)	16.67% (4 คน)	0%	3.54	1.02	มาก
3	37.50% (9 คน)	58.33% (14 คน)	4.17% (1 คน)	0%	0%	4.33	0.56	มาก
4	45.83% (11 คน)	33.33% (8 คน)	20.83% (5 คน)	0%	0%	4.25	0.79	มาก
5	8.33% (2 คน)	41.67% (10 คน)	45.83% (11 คน)	4.17% (1 คน)	0%	3.54	0.72	มาก
6	29.17% (7 คน)	50.00% (12 คน)	12.50% (3 คน)	8.33% (2 คน)	0%	4.00	0.88	มาก
7	20.83% (5 คน)	41.67% (10 คน)	37.50% (9 คน)	0%	0%	3.83	0.76	มาก
8	20.83% (5 คน)	29.17% (7 คน)	33.33% (8 คน)	16.67% (4 คน)	0%	3.54	1.02	มาก
9	37.50% (9 คน)	37.50% (9 คน)	20.83% (5 คน)	4.17% (1 คน)	0%	4.08	0.88	มาก
10	25.00% (6 คน)	41.67% (10 คน)	29.17% (7 คน)	4.17% (1 คน)	0%	3.88	0.85	มาก
11	37.50% (9 คน)	45.83% (11 คน)	16.67% (4 คน)	0%	0%	4.21	0.72	มาก
12	50.00% (12 คน)	37.50% (9 คน)	12.50% (3 คน)	0%	0%	4.38	0.71	มาก

ตาราง 13 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{x}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
13	79.17% (19 คน)	20.83% (5 คน)	0%	0%	0%	4.79	0.41	มากที่สุด
14	29.17% (7 คน)	58.33% (14 คน)	12.50% (3 คน)	0%	0%	4.17	0.64	มาก
15	16.67% (4 คน)	54.17% (13 คน)	29.17% (7 คน)	0%	0%	3.88	0.68	มาก
16	20.83% (5 คน)	25.00% (6 คน)	37.50% (9 คน)	16.67% (4 คน)	0%	3.50	1.02	มาก
17	12.50% (3 คน)	45.83% (11 คน)	29.17% (7 คน)	12.50% (3 คน)	0%	3.58	0.88	มาก
18	33.33% (8 คน)	45.83% (11 คน)	20.83% (5 คน)	0%	0%	4.13	0.74	มาก
19	29.17% (7 คน)	29.17% (7 คน)	29.17% (7 คน)	12.50% (3 คน)	0%	3.75	1.03	มาก
20	16.67% (4 คน)	45.83% (11 คน)	29.17% (7 คน)	8.33% (2 คน)	0%	3.71	0.86	มาก
	ค่าเฉลี่ย					3.95	0.80	มาก

ค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มนำร่อง คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าเท่ากับ 0.79

ตาราง 14 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนด้วยชุดกิจกรรม
 การเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ แบ่งเป็น
 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2
 และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คนที่	แบบทดสอบย่อย		แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (50 คะแนน)	คะแนนรวม (100 คะแนน)
	ฉบับที่ 1 (20 คะแนน)	ฉบับที่ 2 (30 คะแนน)		
1	15	23	38	76
2	11	19	34	64
3	16	26	38	80
4	12	18	38	68
5	16	22	32	70
6	16	26	38	80
7	10	16	26	52
8	15	21	36	72
9	18	28	46	92
10	14	20	38	72
11	15	23	36	74
12	16	24	38	78
13	16	21	36	73
14	13	18	36	67
15	10	13	26	49
16	10	16	32	58
17	15	22	40	77
18	17	27	42	86
19	11	19	38	68
20	16	25	36	77
21	13	21	30	64
22	15	24	36	75
23	15	20	32	67
24	10	16	26	52

ตาราง 15 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนระดับ มัธยมศึกษา	24	20	13.96	69.80	2.49

ตาราง 16 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนระดับ มัธยมศึกษา	24	30	21.17	70.57	3.87

ตาราง 17 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้หลังเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนระดับ มัธยมศึกษา	24	50	35.33	70.66	4.92

ตาราง 18 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วน เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)
นักเรียนระดับ มัธยมศึกษา	24	100	70.46	70.46	10.47

ตาราง 19 แสดงผลลัพธ์การวิเคราะห์ข้อมูล

Binomial Test					
	Category	N	Observed Prop.	Test Prop.	Exact Sig. (1-tailed)
Group 1 ผ่านเกณฑ์	1.00	20	.8	.6	.013
Group 2 ไม่ผ่านเกณฑ์	.00	4	.2		
Total		24	1.0		

การทดสอบสมมติฐาน

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่เรียนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ซึ่งใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่า สัดส่วนประชากร โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) ดังนี้

สมมติฐาน คือ $H_0: p = 0.6$

$H_1: p > 0.6$

$\alpha = 0.05$

เนื่องจาก $n = 24$ ไม่มากพอที่จะใช้การแจกแจงปกติ จึงใช้การแจกแจงทวินาม เพื่อทดสอบสมมติฐาน

เพราะฉะนั้นพิจารณาเงื่อนไข $P(x \geq 20 \mid p = 0.6) < 0.05$ หรือไม่

$$\text{เพราะว่า } P(x \geq 20 \mid p = 0.6) = \sum_{x=20}^{24} \binom{24}{x} (0.6)^x (0.4)^{24-x} = 0.013 < 0.05$$

เพราะฉะนั้นปฏิเสธ H_0 และสรุปว่านักเรียนที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีผลสัมฤทธิ์ผ่านเกณฑ์มากกว่า ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ตาราง 20 คะแนนจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ข้อที่ คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	4	3	4	4	3	5	3	4	4	3	4	5	4	3	4	3	4	4	4	3
2	4	3	4	5	4	5	4	3	4	3	5	5	5	4	5	2	3	3	4	3
3	3	2	4	3	2	4	4	3	4	3	4	4	4	2	4	3	4	3	4	4
4	5	4	4	5	3	4	4	4	5	4	5	4	4	4	4	3	4	4	5	4
5	2	3	4	5	5	5	3	3	4	5	4	3	4	5	4	4	5	4	3	4
6	3	3	4	4	3	4	4	4	5	5	4	4	5	4	5	4	5	4	5	4
7	3	4	5	4	5	5	3	4	5	3	3	3	4	5	3	4	4	3	3	2
8	4	4	5	4	3	4	4	3	4	4	5	4	5	4	4	3	3	3	3	2
9	4	4	5	5	4	5	4	4	5	4	5	4	5	4	3	2	3	2	3	2
10	5	5	5	4	3	2	4	4	5	5	4	5	4	4	4	3	2	3	4	3
11	5	4	4	4	4	5	5	3	4	4	4	4	4	5	4	4	4	3	4	4
12	4	5	3	3	5	4	4	3	5	5	4	3	4	3	4	5	5	4	5	4
13	4	5	4	3	4	5	4	2	3	4	4	4	3	2	5	4	4	5	5	5
14	3	4	4	3	4	3	4	3	4	4	4	4	4	2	4	4	4	5	5	4
15	2	3	4	4	5	4	5	4	3	4	5	5	5	5	5	3	3	2	4	3
16	4	3	4	3	4	3	3	4	4	5	4	4	4	2	4	2	3	2	3	4
17	5	4	3	4	3	2	2	3	3	4	5	5	5	3	5	2	3	4	3	3
18	4	4	4	5	4	3	2	3	4	5	5	5	5	4	5	5	4	5	4	2
19	4	5	4	4	4	3	4	5	3	4	3	4	4	4	3	4	3	4	4	3
20	3	4	5	4	5	3	4	5	4	3	4	5	3	4	5	3	4	4	5	4
21	3	3	4	4	3	3	4	4	3	2	4	5	5	3	3	4	4	4	4	5
22	4	4	3	4	5	3	4	4	4	4	4	5	3	2	3	2	3	4	5	3
23	4	4	4	5	4	2	4	3	4	5	4	5	5	4	4	3	4	4	4	3
24	3	3	3	3	2	3	4	2	4	3	4	4	4	3	4	3	3	3	3	2

ตาราง 21 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียน
ที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณ
เชิงกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
1	16.67% (4 คน)	45.83% (11 คน)	29.17% (7 คน)	8.33% (2 คน)	0%	3.71	0.86	มาก
2	16.67% (4 คน)	45.83% (11 คน)	33.33% (8 คน)	4.17% (1 คน)	0%	3.75	0.79	มาก
3	20.83% (5 คน)	62.50% (15 คน)	16.67% (4 คน)	0%	0%	4.04	0.62	มาก
4	25.00% (6 คน)	50.00% (12 คน)	25.00% (6 คน)	0%	0%	4.00	0.72	มาก
5	25.00% (6 คน)	37.50% (9 คน)	29.17% (7 คน)	8.33% (2 คน)	0%	3.79	0.93	มาก
6	29.17% (7 คน)	25.00% (6 คน)	33.33% (8 คน)	12.50% (3 คน)	0%	3.71	1.04	มาก
7	8.33% (2 คน)	66.67% (16 คน)	16.67% (4 คน)	8.33% (2 คน)	0%	3.75	0.74	มาก
8	8.33% (2 คน)	41.67% (10 คน)	41.67% (10 คน)	8.33% (2 คน)	0%	3.50	0.78	มาก
9	25.00% (6 คน)	54.17% (13 คน)	20.83% (5 คน)	0%	0%	4.04	0.69	มาก
10	29.17% (7 คน)	41.67% (10 คน)	25.00% (6 คน)	4.17% (1 คน)	0%	3.96	0.86	มาก
11	29.17% (7 คน)	62.50% (15 คน)	8.33% (2 คน)	0%	0%	4.21	0.59	มาก
12	41.67% (10 คน)	45.83% (11 คน)	12.50% (3 คน)	0%	0%	4.29	0.69	มาก

ตาราง 21 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{X}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
13	37.50% (9 คน)	50.00% (12 คน)	12.50% (3 คน)	0%	0%	4.25	0.68	มาก
14	16.67% (4 คน)	41.67% (10 คน)	20.83% (5 คน)	20.83% (5 คน)	0%	3.54	1.02	มาก
15	29.17% (7 คน)	50.00% (12 คน)	20.83% (5 คน)	0%	0%	4.08	0.72	มาก
16	8.33% (2 คน)	33.33% (8 คน)	37.50% (9 คน)	20.83% (5 คน)	0%	3.29	0.91	ปานกลาง
17	12.50% (3 คน)	45.83% (11 คน)	37.50% (9 คน)	4.17% (1 คน)	0%	3.67	0.76	มาก
18	12.50% (3 คน)	45.83% (11 คน)	29.17% (7 คน)	12.50% (3 คน)	0%	3.58	0.88	มาก
19	29.17% (7 คน)	41.67% (11 คน)	29.17% (7 คน)	0%	0%	4.00	0.78	มาก
20	8.33% (2 คน)	37.50% (9 คน)	33.33% (8 คน)	20.83% (5 คน)	0%	3.33	0.92	ปานกลาง
	ค่าเฉลี่ย					3.83	0.80	มาก



ภาคผนวก ข

คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา



โดย

นางสาวเขมจิรา เทียงอยู่

หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

หลักการและเหตุผล

ความสัมพันธ์และฟังก์ชันถือเป็นเรื่องที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อนักเรียนมาก ซึ่งสามารถนำความรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมาใช้เป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นได้ เช่น วิชาแคลคูลัส พีชคณิตนามธรรม เป็นต้น แต่นักเรียนจำนวนมากยังคงมีปัญหาในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันอยู่ และจากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันพบว่า นักเรียนยังสรุปความคิดรวบยอดของความสัมพันธ์และฟังก์ชันไม่ได้ ยังไม่เข้าใจการแทนค่าของฟังก์ชัน ยังใช้แกนสมมาตรของกราฟของฟังก์ชันกับกราฟฟังก์ชันผกผันไม่ถูกต้อง ยังสรุปบทนิยามของฟังก์ชันผกผันไม่ได้ ยังขาดทักษะการเขียนกราฟของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ไม่สามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์กับฟังก์ชันแตกต่างกันอย่างไร ไม่สามารถบอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ รวมถึงยังขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาวิเคราะห์หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นต้น ซึ่งจากปัญหาดังที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยเห็นว่าการนำเครื่องคำนวณเชิงกราฟเป็นสื่อการสอนจะเป็นแนวทางหนึ่งสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนเห็นภาพในสิ่งที่เป็นนามธรรมยากแก่การทำความเข้าใจ ช่วยให้เกิดความคิดรวบยอดได้เร็วขึ้น ช่วยให้นักเรียนประหยัดเวลาในการคำนวณ สามารถเรียนเนื้อหาได้ลึกซึ้งขึ้น มีเวลาในการทำโจทย์ได้จำนวนข้อที่มากขึ้น ตลอดจนช่วยให้นักเรียนสามารถเก็บความรู้ได้นานขึ้น เพราะสามารถนึกถึงภาพและสิ่งที่ทำซ้ำหลาย ๆ ครั้งได้

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ครูใช้เป็นเครื่องมือในการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

เนื้อหา

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วย 3 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์	8	คาบ
1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตัวผกผันของความสัมพันธ์	2	คาบ
1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 ฟังก์ชัน	16	คาบ

แนวทางการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ประกอบด้วย

1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ประกอบด้วย
 - 1.1. คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
 - 1.2. คู่มือการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ รุ่น TI Nspire CX CAS เบื้องต้น
2. สื่อการเรียนรู้การสอน ซึ่งประกอบด้วย
 - 2.1. ใบกิจกรรม
 - 2.2. ใบความรู้
 - 2.3. เครื่องคำนวณเชิงกราฟ รุ่น TI Nspire CX CAS
3. แผนการจัดการเรียนรู้
4. แบบทดสอบย่อยจำนวน 2 ฉบับ
5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
6. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์

และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นให้ปฏิบัติตามโครงการสอนดังนี้

โครงการสอน

คาบที่	แผนการจัดการ เรียนรู้	เรื่อง	ระยะเวลา (คาบ)
1-2	1.1	ผลคูณคาร์ทีเซียน	2
3-6	1.2	ความสัมพันธ์	4
7-8	1.3	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	2
9-10	2.1	ตัวผกผันของความสัมพันธ์	2
ทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1			1 ชั่วโมง 30 นาที
11-12	3.1	ความหมายของฟังก์ชัน	2
13-14	3.2	ความหมายของฟังก์ชัน (ต่อ) - หาค่าของฟังก์ชัน - โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	2
15-16	3.3	รูปแบบของฟังก์ชัน	2
17-18	3.4	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	2
19-20	3.5	การดำเนินการของฟังก์ชัน	2
21-22	3.6	ฟังก์ชันประกอบ	2
23-24	3.7	ฟังก์ชันผกผัน	2
25-26	3.8	เทคนิคการเขียนกราฟ	2
ทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2			2 ชั่วโมง
ทบทวนความรู้			2 ชั่วโมง
ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน			2 ชั่วโมง
ทำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ			30 นาที

จุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

หน่วยการเรียนรู้	เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
1	ผลคูณคาร์ทีเซียน	1. หาผลคูณคาร์ทีเซียนของเซตสองเซตได้ เมื่อกำหนดเซตทั้งสองมาให้
	ความสัมพันธ์	1. เขียนแสดงความสัมพันธ์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้ เช่น เซตตาราง กราฟ และสมการ 2. สร้างความสัมพันธ์จากปัญหาและนำไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	1. หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้
2	ตัวผกผันของความสัมพันธ์	1. หาตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของตัวผกผันของความสัมพันธ์ได้
3	ความหมายของฟังก์ชัน	1. ตรวจสอบการเป็นฟังก์ชันจากความสัมพันธ์ที่กำหนดให้
	ความหมายของฟังก์ชัน (ต่อ) - หาค่าของฟังก์ชัน - โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน	1. หาค่าของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้ 2. หาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้
	รูปแบบของฟังก์ชัน	1. บอกว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นรูปแบบใด
	ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด	1. บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดและระบุได้ว่าช่วงใดที่เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลด

หน่วยการเรียนรู้	เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้
3 (ต่อ)	การดำเนินการของฟังก์ชัน (ต่อ)	1. หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณและหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ 2. ใช้การดำเนินการของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
	ฟังก์ชันประกอบ	1. บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้หาฟังก์ชันประกอบได้หรือไม่ 2. หาฟังก์ชันประกอบได้
	ฟังก์ชันผกผัน	1. บอกได้ว่ามีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ 2. หาฟังก์ชันผกผันได้
	เทคนิคการเขียนกราฟ	1. เขียนสมการของกราฟด้วยเทคนิคการเขียนกราฟได้

การเก็บคะแนนและการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

การประเมินผลของนักเรียน แบ่งการประเมินผลเป็นดังนี้

1. การประเมินผลระหว่างเรียน

1.2. จากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 ของนักเรียนมีน้ำหนักคะแนน

คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวม

1.3. จากการทำแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 ของนักเรียนมีน้ำหนักคะแนน

คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนรวม

2. การประเมินผลหลังเรียน

2.1. จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนรวม

เกณฑ์ หมายถึง ร้อยละ 60 ของคะแนนรวม

นักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ หมายถึง ผู้เรียนได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนรวม

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1, 2 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

สำหรับการให้คะแนนแบบทดสอบในแต่ละฉบับจะใช้เกณฑ์ตามเอกสารที่แนบไว้ในเฉลยข้อสอบของแต่ละฉบับ

คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครู

1. ก่อนการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ครูควรศึกษาเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ รวมทั้งไปกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนการสอน และศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันอย่างละเอียด ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้
2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรเป็นผู้บรรยาย อธิบาย สาธิต และเน้นให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ภายใต้คำแนะนำของครู โดยครูคอยกระตุ้น ชักถาม และช่วยให้นักเรียนสรุปความคิดรวบยอดได้



ในเอกสารฉบับนี้ จะแนะนำเกี่ยวกับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS เพื่อให้ นักเรียนมีพื้นฐานการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS เบื้องต้นก่อนเข้าสู่บทเรียน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งมีหัวข้อที่จะแนะนำดังนี้

1. ปุ่มต่าง ๆ บนเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI-Nspire CX CAS



จากรูปนักเรียนจะสังเกตเห็นว่า ปุ่มบนแป้นพิมพ์ของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI-Nspire CX CAS แยกออกเป็น 2 กลุ่ม โดยแยกตามสีของตัวอักษร ดังนี้

1.1 กลุ่มตัวอักษรสีขาว

หากต้องการพิมพ์ตัวอักษรใดให้กดปุ่มนี้ได้เลย โดยไม่ต้องอาศัยปุ่มอื่น ๆ

1.2 กลุ่มตัวอักษรสีน้ำเงิน

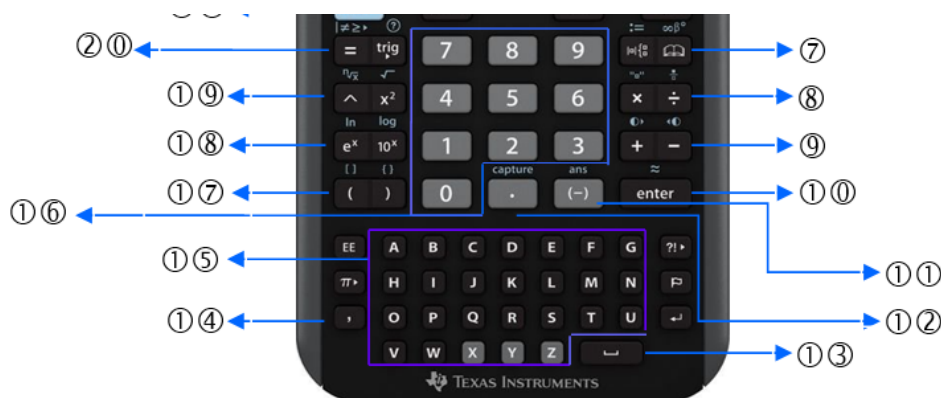
หากต้องการพิมพ์ตัวอักษรใด ต้องกดปุ่ม **ctrl** ก่อน แล้วจึงกดปุ่มที่มีตัวอักษรสีน้ำเงินที่อยู่ข้างบน

ต่อไปเรามารู้จักหน้าที่ของปุ่มต่าง ๆ บนแป้นพิมพ์ของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI-Nspire CX CAS ดังตารางต่อไปนี้



เลข	หน้าที่
①	เป็นหน้าจอซึ่งเรียกว่า Home Screen เมื่อเปิดเครื่องแล้วจะแสดงแถบเครื่องมือ 3 กลุ่ม คือ 1. กลุ่ม Scratchpad ซึ่งอยู่บริเวณด้านบนซ้าย จะประกอบด้วย Calculate และ Graph 2. กลุ่ม Document ซึ่งอยู่บริเวณด้านบนขวา จะประกอบด้วย New Document, My Document, Recent, Current และ Setting 3. กลุ่ม Application ซึ่งอยู่บริเวณด้านล่าง จะประกอบด้วย Calculator, Graphs, Geometry, List & Spreadsheet, Data & Statistic, Notes และ Vernier Data Quest
②	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Cursor โดยปุ่มนี้จะเปรียบเสมือนเมาส์ หากเราต้องการเลื่อนไปยังวัตถุใดสามารถนำนิ้วแตะบนปุ่มนี้ แล้วเลื่อนไปในทิศทางต่าง ๆ ได้โดยกด ▲ หมายถึง เลื่อนขึ้นด้านบน ▼ หมายถึง เลื่อนลงด้านล่าง ◀ หมายถึง เลื่อนไปทางซ้าย ▶ หมายถึง เลื่อนไปทางขวา

เลข	หน้าที่
③	เราจะเรียก  ว่าปุ่ม Home แบ่งหน้าที่ออกเป็น 2 ประเภทคือ - เปิดและปิดเครื่อง 1.2. การเปิดเครื่องให้กดปุ่ม  1.1. การปิดเครื่องให้กดปุ่ม   หรือหากไม่มีการปฏิบัติใด ๆ เป็นเวลาหลายนาที เครื่องจะปิดอัตโนมัติด้วยระบบ Automatics Power Down 2. ในระหว่างปฏิบัติการใดกิจกรรมหนึ่ง หากต้องการกลับมายังหน้าจอหลักสามารถกดปุ่ม  เพื่อกลับมายังหน้าจอหลักได้
④	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Document หากต้องการเปิดเมนูเอกสาร หรือบันทึกไฟล์ ให้กดปุ่ม  และหากต้องการเพิ่มหน้าให้กดปุ่ม  
⑤	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Menu หากต้องการใช้ Application ต่าง ๆ เช่น Calculator, Graphs, List & Spreadsheet, และ Data & Statistic เป็นต้น ให้กดปุ่ม  และหากต้องการคัดลอก กว้าง และลบข้อความ ให้กดปุ่ม   นอกจากนั้นการคัดลอก หรือการวาง สามารถทำได้อีกวิธีดังนี้ 1. ทำแถบดำในข้อความที่ต้องการคัดลอกแล้วกดปุ่ม   เพื่อคัดลอกข้อความนั้น ๆ 2. กดปุ่ม   เพื่อวางข้อความที่คัดลอก
⑥	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Delete หากต้องการลบข้อความทีละตัว ให้กดปุ่ม  แต่หากต้องการลบข้อความทั้งหมด ให้กดปุ่ม  
②①	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Ctrl ปุ่มนี้จะใช้เมื่อต้องการกดพิมพ์ตัวอักษรหรือสัญลักษณ์สีน้ำเงินดังที่กล่าวไว้ข้างต้น
②②	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Lock ปุ่มนี้จะมีประโยชน์ด้านเรขาคณิตหรือด้านกราฟต่าง ๆ เนื่องจากจะช่วยทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของรูปทางเรขาคณิตได้ เช่นการเลื่อนจุดบนกราฟซึ่งสามารถเคลื่อนที่จุดบนกราฟได้โดยการนำนิ้วไปแตะบนปุ่ม  แล้วกด  เพื่อให้  ปรากฏขึ้นแล้วเลื่อนจุดบนกราฟในทิศทางที่ต้องการ
②③	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Tab เป็นปุ่มที่เชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์
②④	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Scratchpad เป็นปุ่มลัดเมื่อต้องการคำนวณผ่าน Calculate หรือเขียนกราฟผ่าน Graph ให้กดปุ่ม  และหากต้องการบันทึกไฟล์ ให้กดปุ่ม  
②⑤	เราจะเรียกปุ่มนี้ว่า ปุ่ม Esc หากต้องการปิดเมนู ให้กดปุ่ม  และหากต้องย้อนกลับไปยังหน้าก่อนหน้า ให้กดปุ่ม  



เลข	หน้าที่
⑦	- เราจะเรียกปุ่ม ว่า ปุ่ม Catalog หากต้องการค้นหาคำสั่งหรือค้นหาเครื่องมือ ให้กดปุ่ม และหากต้องการค้นหาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้กดปุ่ม ctrl $[\infty^{\circ}]$ - เราจะเรียกปุ่ม ว่า ปุ่ม Set equal to เป็นปุ่มเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีรูปแบบเหมือนกับ math type และหากต้องการนิยามค่าหรือตัวแปร ให้กดปุ่ม ctrl $[:=]$
⑧	- เมื่อต้องการหาร ให้กดปุ่ม $\div$ หรือกดปุ่ม ctrl $[\frac{\square}{\square}]$ - เมื่อต้องการคูณ ให้กดปุ่ม $\times$ และเมื่อต้องการใส่เครื่องหมายคำพูด ให้กดปุ่ม ctrl $["\square"]$
⑨	- เมื่อต้องการลบ ให้กดปุ่ม $-$ และเมื่อต้องการลบแสงหน้าจอ ให้กดปุ่ม ctrl $[\bullet]$ - เมื่อต้องการบวก ให้กดปุ่ม $+$ และเมื่อต้องการเพิ่มแสงหน้าจอ ให้กดปุ่ม ctrl $[\bullet]$
⑩	เราจะเรียกปุ่ม enter ว่า ปุ่ม Enter ปุ่มนี้เป็นปุ่มที่ใช้เพื่อตอบรับทุกการกดเลือกในแต่ละคำสั่งหรือแต่ละเมนู และกดปุ่ม ctrl $[\approx]$ เมื่อต้องการได้ผลลัพธ์จากการคำนวณแบบประมาณค่า
⑪	- เมื่อต้องการพิมพ์วงเล็บหรือตัวเลขที่ติดลบ ให้กดปุ่ม $(-)$ แล้วตามด้วยข้อความที่ต้องการพิมพ์ และเมื่อต้องการนำคำตอบก่อนหน้ามาใช้หาผลลัพธ์ ให้กดปุ่ม ctrl $[\text{ans}]$
⑫	- เมื่อต้องการพิมพ์จุด ให้กดปุ่ม $\square$
⑬	- เมื่อต้องการเว้นระยะห่างระหว่างตัวก่อนหน้า ให้กดปุ่ม $\square$
⑭	- เมื่อต้องการพิมพ์ลูกน้ำ ให้กดปุ่ม $\square$
⑮	- ใช้ในการพิมพ์ตัวอักษรภาษาอังกฤษ
⑯	- ใช้ในการพิมพ์ตัวเลข
⑰	- เมื่อต้องการพิมพ์วงเล็บซ้ายซ้าย ให้กดปุ่ม $($ และหาต้องการพิมพ์วงเล็บสี่เหลี่ยม ให้กดปุ่ม ctrl $[[]]$ - เมื่อต้องการพิมพ์วงเล็บซ้ายขวา ให้กดปุ่ม $()$ และหาต้องการพิมพ์ปีกกา ให้กดปุ่ม ctrl $[{}{}]$

เลข	หน้าที่
①⑧	- เมื่อต้องการพิมพ์ e^x ให้กดปุ่ม [e^x] และหาต้องการพิมพ์ $\ln$ ให้กดปุ่ม [ctrl][ln] - เมื่อต้องการพิมพ์ 10^x ให้กดปุ่ม [10^x] และหาต้องการพิมพ์ $\log$ ให้กดปุ่ม [ctrl][log]
①⑨	- เมื่อต้องการพิมพ์ $^$ ให้กดปุ่ม [^] และหาต้องการพิมพ์รากที่ n ให้กดปุ่ม [ctrl][$\sqrt[n]{}$] - เมื่อต้องการพิมพ์ x^2 ให้กดปุ่ม [x²] และหาต้องการพิมพ์รากที่สอง ให้กดปุ่ม [ctrl][$\sqrt{}$]
②⑩	- เมื่อต้องการพิมพ์ $=$ ให้กดปุ่ม [=] และหาต้องการพิมพ์เครื่องหมายอสมการ ให้กดปุ่ม [ctrl][$\neq$] - เมื่อต้องการพิมพ์ฟังก์ชันตรีโกณ ให้กดปุ่ม [trig]

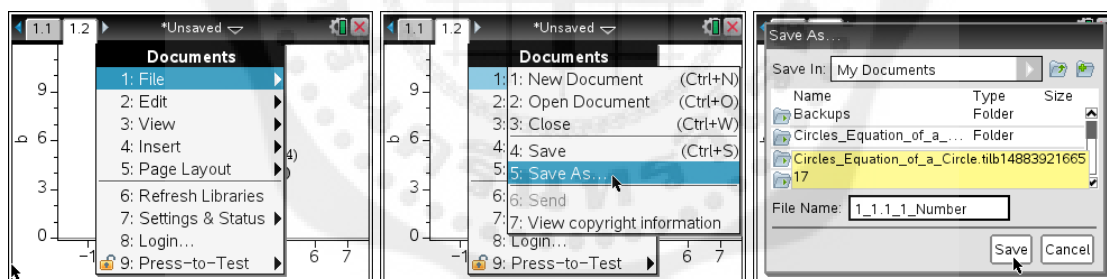
2. การเปิดและปิดเครื่อง

2.2. การเปิดเครื่องให้กดปุ่ม **[on]**

2.1. การปิดเครื่องให้กดปุ่ม **[ctrl][off]** หรือหากไม่มีการปฏิบัติใด ๆ เป็นเวลาหลายนาที เครื่องจะปิดอัตโนมัติด้วยระบบ Automatic Power Down

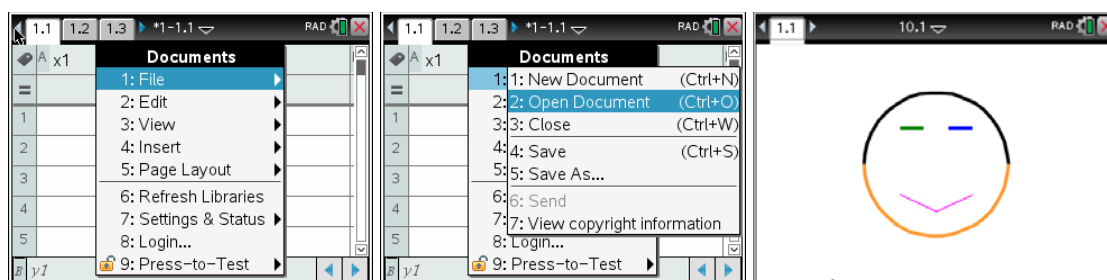
3. การบันทึกข้อมูล

กดปุ่ม **[doc]** แล้วเลือก 1: File 5: Save As เลือกว่าต้องการให้ไฟล์บันทึกที่ใด แล้วตั้งชื่อไฟล์ **[enter]** ดังรูป (ในที่นี้จะให้ไฟล์บันทึกใน Document แล้วตั้งชื่อไฟล์เป็น 1_1.1_1_Number)



4. การเปิดไฟล์ที่ผ่านการบันทึกข้อมูล

1. จากจอภาพ Home **[on]** กดปุ่ม **[doc]** เลือก 1: File 2: Open Document เลือกไฟล์ 10.1 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป

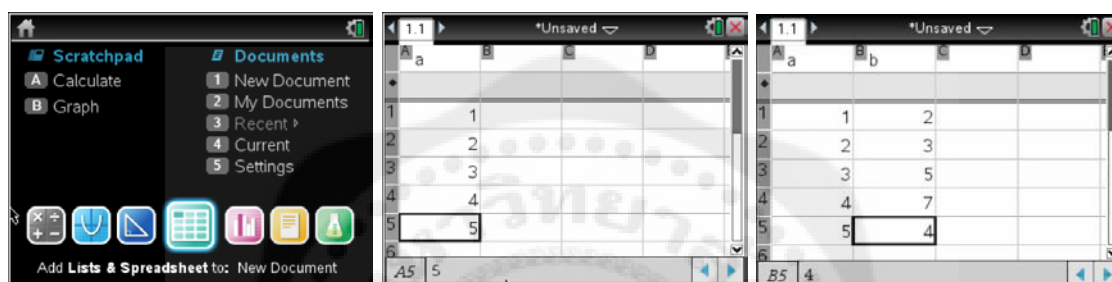


5. การใช้ Application ต่าง ๆ

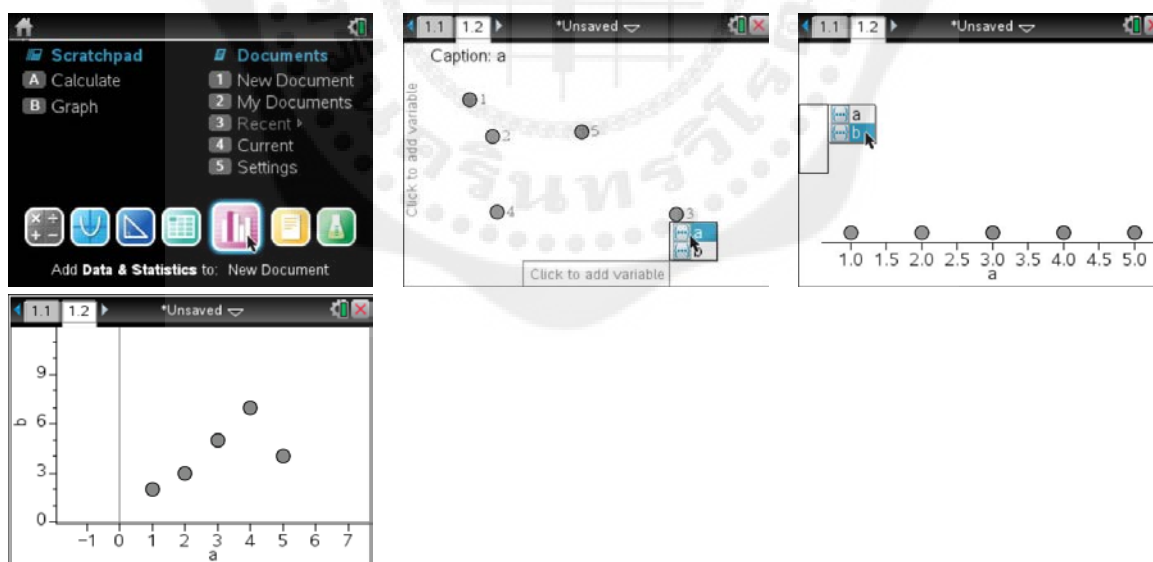
5.1. การใช้ List & Spreadsheet และการใช้ Add Data & Statistics

ในส่วนของ List & Spreadsheet จะทำหน้าที่คล้ายคลึงกับโปรแกรม Excel ใช้ List & Spreadsheet ในการกรอกข้อมูล และใช้ Add Data & Statistics ในการเขียนกราฟ โดยมีขั้นตอนดังนี้

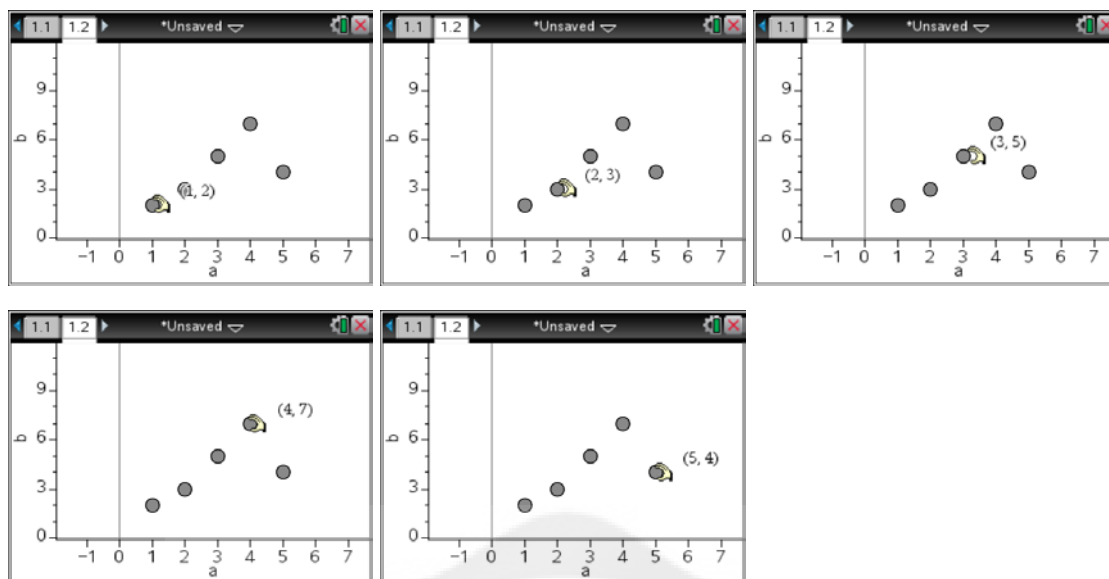
1. จากจอภาพ Home  เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร a ลงในคอลัมน์ A  แล้วป้อนข้อมูล 1, 2, 3, 4 และ 5 และตั้งชื่อตัวแปร b ลงในคอลัมน์ B  แล้วป้อนข้อมูล 2, 3, 5, 7 และ 4 ดังรูป



2. ต่อไปเราจะนำข้อมูลที่กรอกจากข้อ 1 มาเขียนกราฟโดยกดปุ่ม  เลือก Add Data & Statistics จากนั้นแตะปุ่ม  เมาส์จะปรากฏขึ้น เลือกตัวแปร a ในแนวนอน และเลือกตัวแปร b ในแนวตั้ง กราฟของข้อมูลจะปรากฏขึ้น



3. นักเรียนสามารถแตะปุ่ม  แล้วเลื่อนไปยังจุดบนกราฟของข้อมูล จะปรากฏสัญลักษณ์แสดงตำแหน่งของจุดนั้นๆ ดังรูป



ใช้ List & Spreadsheet ในหาค่า โดยมีขั้นตอนดังนี้

ให้ $x = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ และ $y = x^2$ จงหาค่า y

- จากจอภาพ Home เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน $-4, -2, 0, 2$ และ 4 และตั้งชื่อตัวแปร y ลงในคอลัมน์ B แล้วพิมพ์ x^2 ลงในช่อง B แล้วกด เลือก Variable Reference กด OK ผลลัพธ์จะปรากฏขึ้น ดังรูป



- จะได้ ค่า y ดังตาราง

x	y
-4	16
-2	4

x	y
0	0
2	4
4	16

5.2. การใช้ Graphs

การใช้ Graphs ในการเขียนกราฟ โดยมีขั้นตอนดังนี้

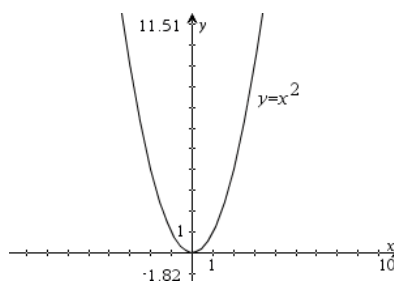
เขียนกราฟของ $y = x^2$

วิธีที่ 1

1. โดยกดปุ่ม  เลือก Graphs กด  เลือก 3: Graph Entry Edit 2: Relation ใส่สมการดังรูป

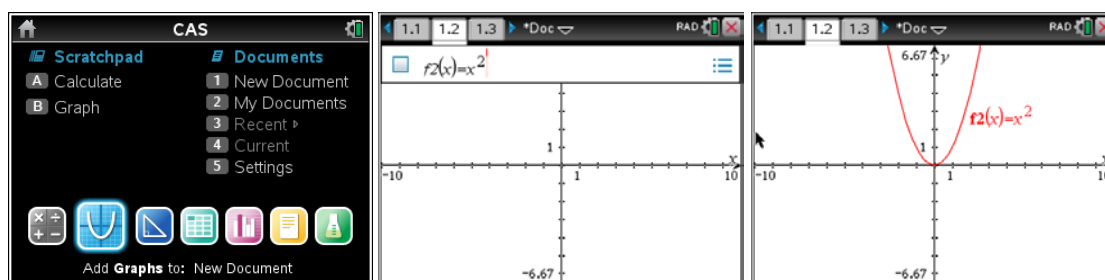


2. จะเขียนกราฟของ $y = x^2$ ได้ดังนี้

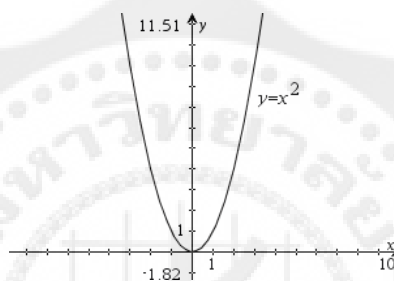


วิธีที่ 2

1. จากจอภาพ Home  เลือก Graphs กด x^2  จะปรากฏกราฟขึ้น

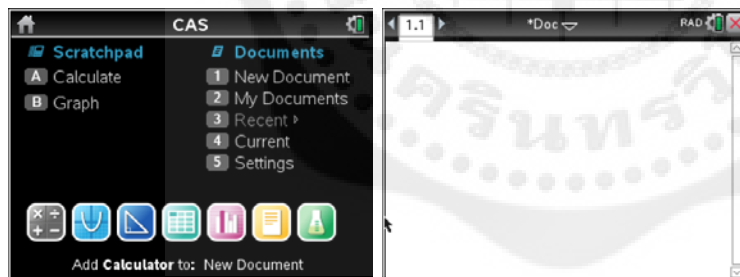


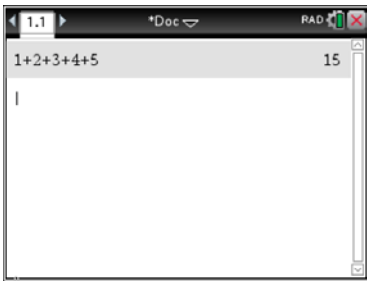
2. จะเขียนกราฟของ $y = x^2$ ได้ดังนี้

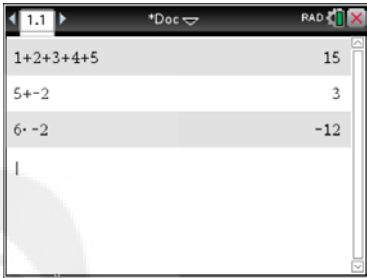
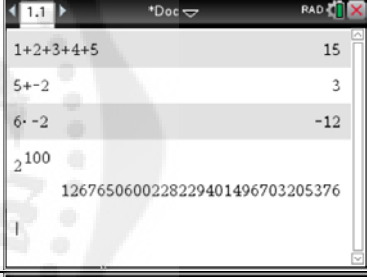
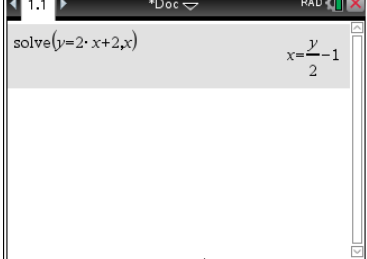


5.3. การใช้ Calculator

จากจอภาพ Home  เลือก Calculator



คำนวณ/คำสั่ง	กดปุ่ม	จอภาพที่ปรากฏขึ้น
1 + 2 + 3 + 4 + 5	         	

คำนวณ/คำสั่ง	กดปุ่ม	จอภาพที่ปรากฏขึ้น
$5 + (-2)$	5 + ((-) 2) enter	
$6(-2)$	6 X ((-) 2) enter	
2^{100}	2 x² 1 0 0 enter	
$2^3 + 5^2$	2 x² 3 + 5 2 x² 2 enter	
จัดรูปสมการ $y = 2x + 2$ ให้อยู่ ในรูป y	กด menu 1: Algebra 1: Solve แล้ว พิมพ์สมการดังรูป	



ภาคผนวก ค

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.3		
รายวิชา	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	ระดับมัธยมศึกษา
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1	ความสัมพันธ์	
หัวข้อเรื่อง	โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	เวลา 2 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.1.1 หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.2.1 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผ่านการเขียนกราฟได้

1.2.2 ให้เหตุผลประกอบการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.3.1 มีความรับผิดชอบ

1.3.2 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

1.3.3 ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม

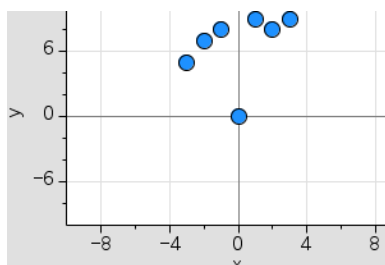
2. สารการเรียนรู้

2.1 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

1. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(-3, 5), (-2, 7), (-1, 8), (0, 0), (1, 9), (2, 8), (3, 9)\}$

พร้อมทั้งหาเซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r และเซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r

วิธีทำ จะเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ได้ดังรูป



เนื่องจาก $r = \{(-3, 5), (-2, 7), (-1, 8), (0, 0), (1, 9), (2, 8), (3, 9)\}$

ดังนั้น เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r คือ $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r คือ $\{0, 5, 7, 8, 9\}$

2. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และกำหนดให้ความสัมพันธ์ r ใน A คือ $\{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$
จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1. จงเขียนความสัมพันธ์ในรูปแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ เนื่องจาก $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$ และ r เป็น
ความสัมพันธ์ใน A นั่นคือ $r \subset A \times A$
ดังนั้น $r = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

2.2. เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r จากข้อ 1.1. คือ $\{1, 2, 3\}$ จะเรียกเซตของ
สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์นี้ว่า **โดเมนของความสัมพันธ์ r**

2.3. เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r จากข้อ 1.1. คือ $\{2, 3, 4\}$ จะเรียกเซตของ
สมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์นี้ว่า **เรนจ์ของความสัมพันธ์ r**

บทนิยาม ให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

โดเมนของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย D_r

เรนจ์ของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย R_r

เมื่อ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

เขียน D_r และ R_r ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ดังนี้

$$D_r = \{x \in A \mid \text{มี } y \in B \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$$

$$R_r = \{y \in B \mid \text{มี } x \in A \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$$

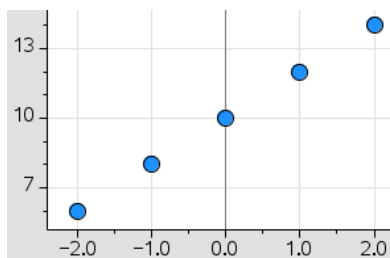
3. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = 2x + 10\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของ
ความสัมพันธ์

วิธีทำ แทน x ด้วย $-2, -1, 0, 1$ และ 2

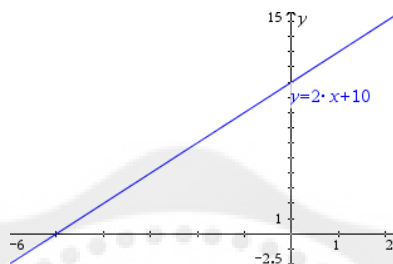
จะได้

x	-2	-1	0	1	2
y	6	8	10	12	14

จะเขียนกราฟได้



เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้ดังนี้



จากกราฟ เนื่องจาก $y = 2x + 10$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

จาก $y = 2x + 10$ จะได้ $x = \frac{y-10}{2}$

เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_f = \{y \mid y \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

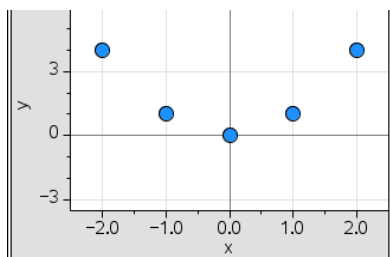
4. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = x^2\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

วิธีทำ แทน x ด้วย -2, -1, 0, 1 และ 2

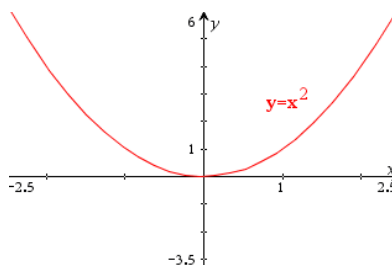
จะได้

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

จะเขียนกราฟได้



เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้ดังรูป



จากกราฟเนื่องจาก $y = x^2$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

จาก $y = x^2$ จะได้ $x = \pm\sqrt{y}$ และ $y \geq 0$

เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_f = \{y \mid y \geq 0\} = [0, \infty)$

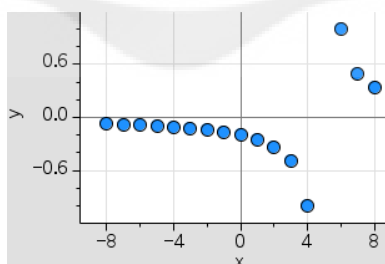
5. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x-5} \right\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

วิธีทำ แทน x ด้วย -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้

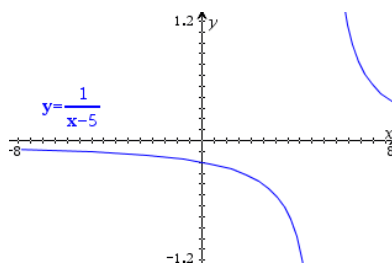
X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

เนื่องจาก $y = \frac{1}{x-5}$ เมื่อแทน x ด้วย 5 จะได้ $\frac{1}{0}$ ซึ่งไม่มีความหมาย

จะเขียนกราฟได้



เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้ดังรูป



จากกราฟ เนื่องจาก $y = \frac{1}{x-5}$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้นเมื่อแทน x ด้วย 5 จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_f = \{x \mid x \neq 5\} = \mathbb{R} - \{5\}$

จาก $y = \frac{1}{x-5}$ จะได้ $x = \frac{1}{y} + 5$

เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้น 0 จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_f = \{y \mid y \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$

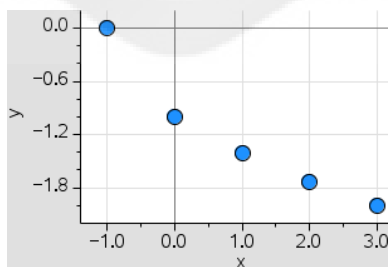
6. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = -\sqrt{x+1}\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

วิธีทำ แทน x ด้วย -1, 0, 1, 2 และ 3

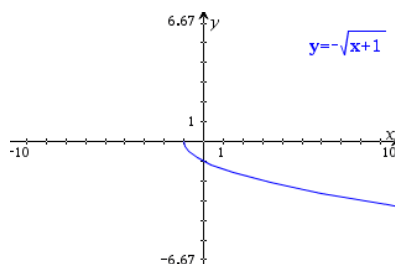
จะได้

x	-1	0	1	2	3
y	0	-1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}$	-2

จะเขียนกราฟได้



เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้ดังรูป



จากกราฟ เนื่องจาก $y = -\sqrt{x+1}$ และ $x + 1 \geq 0$ ดังนั้น $x \geq -1$
 จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ -1 จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_f = \{x \mid x \geq -1\} = [-1, \infty)$

เนื่องจาก $x + 1 \geq 0$ ดังนั้น $-\sqrt{x+1} \leq 0$ มีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ 0 เมื่อ $x = -1$

ดังนั้น $R_f = \{y \mid y \leq 0\} = (-\infty, 0]$

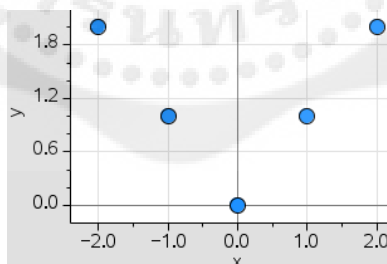
7. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = |x|\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

วิธีทำ แทน x ด้วย $-2, -1, 0, 1$ และ 2

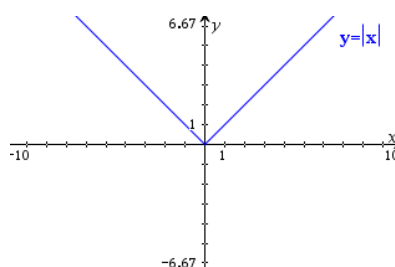
จะได้

x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	1	2

จะเขียนกราฟได้



เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้ดังรูป



จากกราฟ เนื่องจาก $y = |x|$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

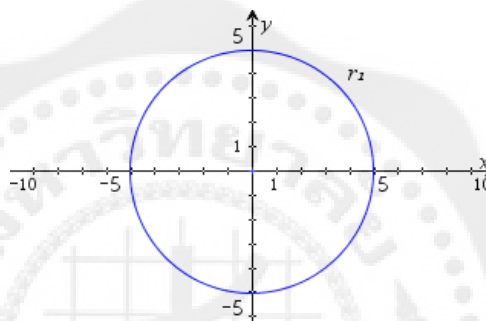
ดังนั้น $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

เนื่องจาก $y = |x|$ จะได้ว่า $y = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$ ฉะนั้น $y \geq 0$

ดังนั้น $R_f = \{y \mid y \geq 0\} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} = [0, \infty)$

2.2 พิจารณากราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์

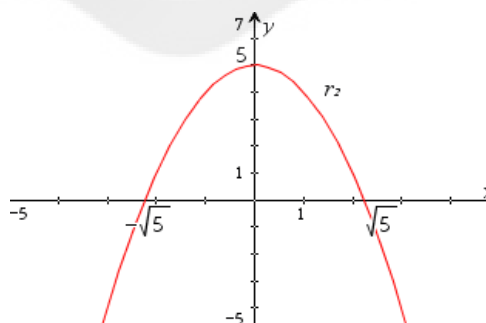
1.



วิธีทำ จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_1 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ -5 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_1 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ -5 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5

ดังนั้น $D_{r_1} = \{x \mid -5 \leq x \leq 5\} = [-5, 5]$ และ $R_{r_1} = \{y \mid -5 \leq y \leq 5\} = [-5, 5]$

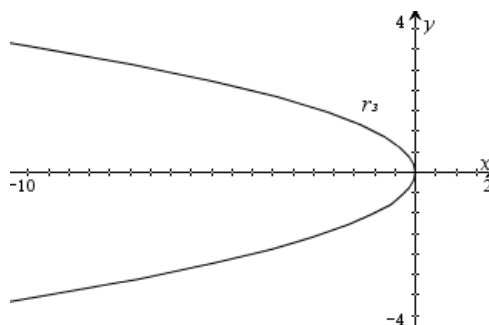
2.



วิธีทำ จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_2 เป็นจำนวนจริงที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5

ดังนั้น $D_{r_2} = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$ และ $R_{r_2} = \{y \mid y \leq 5\} = (-\infty, 5]$

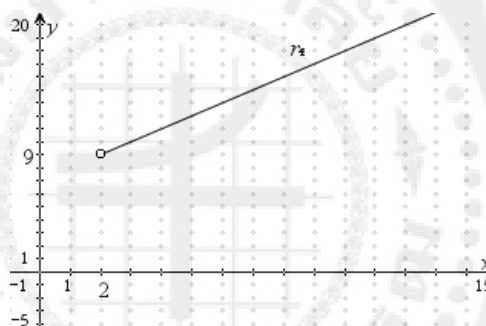
3.



วิธีทำ จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_3 เป็นจำนวนจริงที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_3 เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ดังนั้น $D_{r_3} = \{x \mid x \leq 0\} = (-\infty, 0]$ และ $R_{r_3} = \{y \mid y \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

4.



วิธีทำ จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_4 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 2 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_4 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 9

ดังนั้น $D_{r_4} = \{x \mid x > 2\} = (2, \infty)$

$R_{r_4} = \{y \mid y > 9\} = (9, \infty)$

3. สื่อการเรียนรู้/ แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมที่ 3 “โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์”

3.2 ใบความรู้ 3 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

3.3 เครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

4.1.1 ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์จากใบกิจกรรมที่ 2

4.2 ขั้นสอน

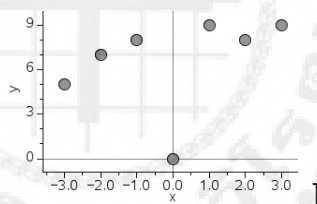
4.2.1 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 “โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์” ให้นักเรียนแต่ละคนพร้อมกับให้นักเรียนเปิดเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS (ตลอดคาบการสอนครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ในแต่ละข้อผ่านการสาธิต (ดังรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 3) และให้นักเรียนปฏิบัติตาม พร้อมทั้งบันทึกไฟล์ที่ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

4.2.2 ครูยกตัวอย่างในกิจกรรมที่ 3.1. ข้อ 1 และข้อ 2 โดยครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบดังนี้

ให้ความสัมพันธ์ $r = \{(-3, 5), (-2, 7), (-1, 8), (0, 0), (1, 9), (2, 8), (3, 9)\}$

1. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ r

[นักเรียนควรตอบว่า จะเขียนกราฟได้ดังนี้]



2. เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r คือ

[นักเรียนควรตอบว่า เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r คือ

$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$]

3. เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r คือ

[นักเรียนควรตอบว่า เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r คือ

$\{0, 5, 7, 8, 9\}$]

ถ้าครูให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ กำหนดให้ความสัมพันธ์ r ใน A คือ

$\{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$

1. จงเขียนความสัมพันธ์ในรูปแจกแจงสมาชิก

[นักเรียนควรตอบว่า $r = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$]

2. เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r คือ

[นักเรียนควรตอบว่า $\{1, 2, 3\}$]

3. เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r คือ

[นักเรียนควรตอบว่า $\{2, 3, 4\}$]

4.2.3 ครูให้นักเรียนสังเกตว่าเราจะเรียกเซต $\{1, 2, 3\}$ นี้ว่าโดเมนของความสัมพันธ์ r และเรียกเซต $\{2, 3, 4\}$ นี้ว่าเรนจ์ของความสัมพันธ์ r

4.2.4 ครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ดังนี้

1. นักเรียนคิดว่าโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ r คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า ให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

โดเมนของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r

เรนจ์ของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r]

4.2.5 จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกตว่า “เราจะเขียน D_r แทนโดเมนของความสัมพันธ์ r และ R_r แทนเรนจ์ของความสัมพันธ์ r ” แล้วให้นักเรียนเขียน D_r และ R_r ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข

4.2.6 ครูอธิบายนักเรียนว่า “จากข้อนี้นักเรียนจะเห็นว่าเราพิจารณาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยพิจารณาโดเมนจากค่า x ในกราฟ และพิจารณาเรนจ์จากค่า y ในกราฟ”

4.2.7 จากนั้นครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปแบบบอกเงื่อนไขของสมาชิก (ดังรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 3 กิจกรรมที่ 3.1. ข้อ 3-7) โดยให้นักเรียนเปิดไฟล์ 3.1-(3-7) ประกอบ แล้วครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่า “ปกติจะกำหนดความสัมพันธ์ให้ y อยู่ในรูปของ x อยู่แล้ว ดังนั้นการพิจารณาโดเมนก็คือการพิจารณาว่ามีค่า x ไດบ้างที่ทำให้หาค่า y ได้ และในทำนองเดียวกันการพิจารณาเรนจ์ก็คือการพิจารณาว่ามีค่า y ไດบ้างที่ทำให้หาค่า x ได้ โดยเขียน x ให้อยู่ในรูปของ y ”

4.2.8 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 3.2. ข้อ 1-4 โดยให้นักเรียนเปิดไฟล์ 3.2-(1-4) ประกอบแล้วตอบคำถามแต่ละข้อให้ถูกต้อง

4.2.9 ครูสุ่มนักเรียน 4 คนตอบคำถามที่ตัวเองตอบพร้อมทั้งให้เหตุผล ถ้าคำตอบมีความคลาดเคลื่อนหรือนักเรียนตอบผิด ครูปรับแก้ให้ถูกต้องทันที

4.3 ขั้นสรุป

4.3.1 ครูแจกใบความรู้ 3 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ให้นักเรียนแต่ละคน เพื่อนำกลับไปทบทวนความรู้ แล้วร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

4.3.2 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมท้ายคาบ 3 เป็นการบ้าน แล้วส่งใบกิจกรรมที่ 3 (กิจกรรมที่ 3.1 และกิจกรรมที่ 3.2) เพื่อนำกลับมาตรวจและส่งคืนนักเรียนในคาบถัดไป เพื่อให้นักเรียนได้ทราบข้อบกพร่องของตนเอง

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านความรู้ทาง</u> <u>คณิตศาสตร์ :</u> 1. หาโดเมนและเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ได้	<u>วิธีวัดผล :</u> ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ของนักเรียน ในใบกิจกรรม ที่ 3 (กิจกรรมที่ 3.1, 3.2 และกิจกรรมท้ายคาบ 3) และเครื่องคำนวณเชิงกราฟ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรมที่ 3 (กิจกรรมที่ 3.1, 3.2 และกิจกรรมท้าย คาบ 3 (ข้อ 1-4)) และ เครื่องคำนวณเชิงกราฟ	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อคำถาม ถ้านักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน เกณฑ์การให้คะแนนในส่วน ของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ดู รายละเอียดในหน้าที่ 158 <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า หรือเท่ากับร้อยละ 60 ของ คะแนนรวม ถือว่าผ่าน
<u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> <u>ทางคณิตศาสตร์ :</u> 1. สื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และนำเสนอ ผ่านการเขียนกราฟได้	<u>วิธีวัดผล :</u> ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ของนักเรียน ในใบกิจกรรม ที่ 3 (กิจกรรมที่ 3.1-3.2. และกิจกรรมท้ายคาบ 3 (ข้อ 1-4))	<u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียนเขียนกราฟที่ กำหนดให้ได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> <u>ทางคณิตศาสตร์ : (ต่อ)</u> 2. ให้เหตุผลประกอบการหา โดเมนและเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ได้	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรมที่ 3 (กิจกรรมที่ 3.1–3.2. และกิจกรรมท้าย คาบ 3 (ข้อ 1–4))	ถ้านักเรียนให้เหตุผล ประกอบการหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ ได้ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะอันพึง</u> <u>ประสงค์ :</u> 1. มีความรับผิดชอบ 2. มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม 3. ให้ความร่วมมือในการทำ กิจกรรม	<u>วิธีวัดผล :</u> สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม ของนักเรียน <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบประเมินคุณลักษณะอัน พึงประสงค์	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ดังรายละเอียดใน เกณฑ์การ ให้คะแนนคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ในหน้าที่ 158 <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า หรือเท่ากับร้อยละ 60 ของ คะแนนเต็มถือว่าผ่าน

บันทึกหลังกิจกรรมการเรียนการสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.5		
รายวิชา	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	ระดับมัธยมศึกษา
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3	ฟังก์ชัน	
หัวข้อเรื่อง	การดำเนินการของฟังก์ชัน	เวลา 2 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1.1.1 หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณและหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
- 1.1.2 ใช้การดำเนินการของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1.2.1 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผ่านการเขียนกราฟได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- 1.3.1 มีความรับผิดชอบ
- 1.3.2 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม
- 1.3.3 ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม

2. สาระการเรียนรู้

2.1 การดำเนินการของฟังก์ชัน

กำหนดฟังก์ชัน $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (5, 10)\}$ และ $g = \{(1, 8), (2, 0), (3, 5), (4, -1)\}$

จงตอบคำถามต่อไป

1. จะหาค่า $f(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

วิธีทำ จะหาค่า $f(x)$ ได้ เมื่อ $x \in D_f$

$$\text{เมื่อ } x \in \{1, 2, 3, 5\}$$

2. จะหาค่า $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

วิธีทำ จะหาค่า $g(x)$ ได้ เมื่อ $x \in D_g$

$$\text{เมื่อ } x \in \{1, 2, 3, 4\}$$

3. จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

วิธีทำ จากข้อ 1 และ 2 จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ได้ เมื่อ $x \in D_f$ และ $x \in D_g$ และ

$$\text{เมื่อ } x \in D_f \cap D_g$$

$$\text{เมื่อ } x \in \{1, 2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\text{เมื่อ } x \in \{1, 2, 3\}$$

4. ถ้า $x \in \{1, 2, 3\}$ จงหาค่าของ $f(x)$ และ $g(x)$

วิธีทำ เมื่อ $x = 1$ จะได้ $f(1) = 2$

$$g(1) = 8$$

เมื่อ $x = 2$ จะได้ $f(2) = 4$

$$g(2) = 10$$

เมื่อ $x = 3$ จะได้ $f(3) = 6$

$$g(3) = 5$$

จากข้อ 1 – 4 จะพบว่า $x \in D_f \cap D_g$ และ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ซึ่งเป็นจำนวนจริงทั้งสองจำนวน ดังนั้นเราจะสามารถนำจำนวนทั้งสองมาดำเนินการพื้นฐานเชิงพีชคณิตได้ดังนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของ R ผลบวก (sum) ผลต่าง (difference) ผลคูณ (product) และผลหาร (quotient) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $f + g$, $f - g$, fg และ $\frac{f}{g}$ ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดค่าโดย

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

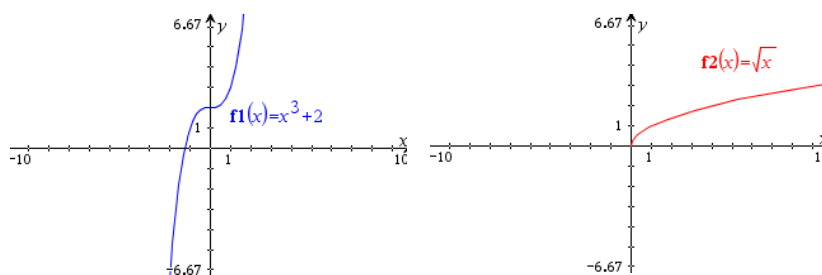
$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ เมื่อ } g(x) \neq 0$$

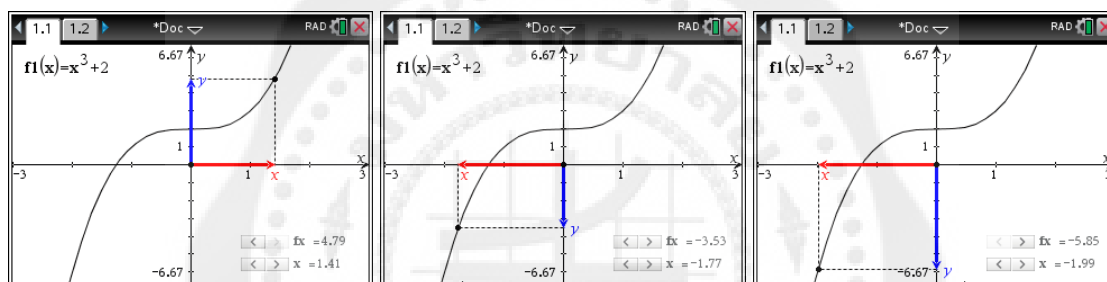
5. ให้ $f(x) = x^3 + 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

5.1. จงเขียนกราฟของ f และ g พร้อมทั้งหาโดเมนของแต่ละฟังก์ชัน

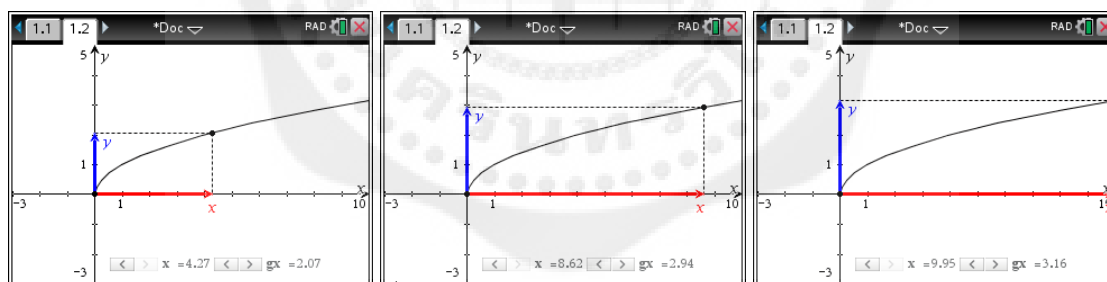
วิธีทำ จะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้



พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยกราฟ



ดังนั้น $D_f = \mathbb{R}$



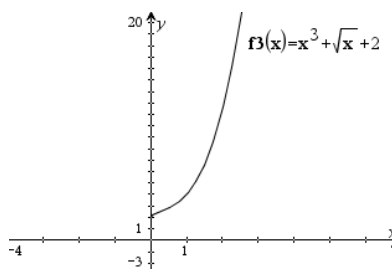
ดังนั้น $D_g = [0, \infty)$

5.2. จงหา $f + g$ และเขียนกราฟของ $f + g$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

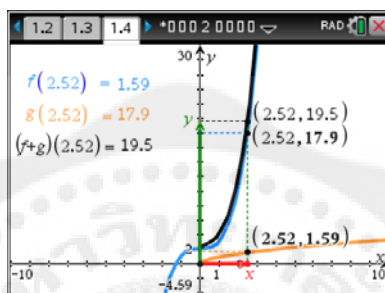
วิธีทำ เนื่องจาก $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$ และ $f(x) = x^3 + 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

ดังนั้น $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x^3 + \sqrt{x} + 2$

จะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้



พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยกราฟ



เนื่องจาก โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $[0, \infty)$

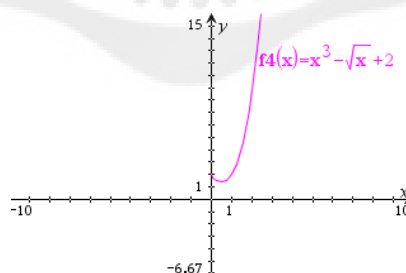
จะได้ โดเมนของ $f + g$ คือ $D_f \cap D_g = [0, \infty)$ ดังนั้น $D_{f+g} = [0, \infty)$

5.3. จงหา $f - g$ และเขียนกราฟของ $f - g$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

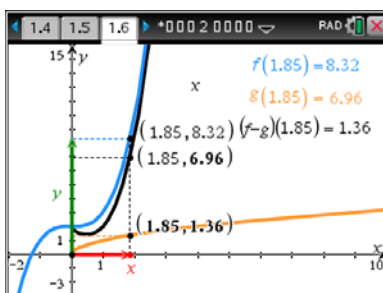
วิธีทำ เนื่องจาก $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$ และ $f(x) = x^3 + 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

ดังนั้น $(f - g)(x) = f(x) - g(x) = x^3 - \sqrt{x} + 2$

จะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้



พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยกราฟ



เนื่องจาก โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ f คือ $[0, \infty)$

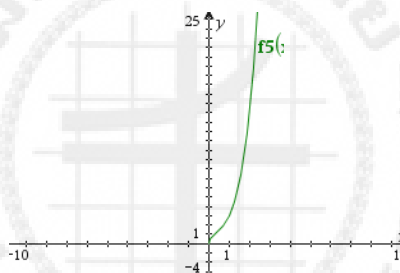
จะได้ โดเมนของ $f - g$ คือ $D_f \cap D_g = [0, \infty)$ ดังนั้น $D_{f-g} = [0, \infty)$

5.4. จงหา fg และเขียนกราฟของ fg พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

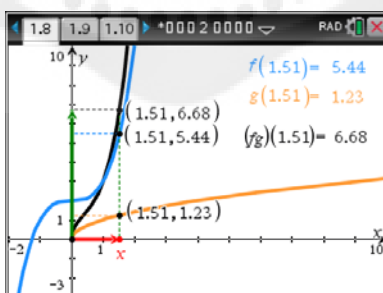
วิธีทำ เนื่องจาก $(fg)(x) = f(x)g(x)$ และ $f(x) = x^3 + 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

$$\text{ดังนั้น } (fg)(x) = f(x)g(x) = \sqrt{x}(x^3 + 2)$$

จะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้



พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยกราฟ



เนื่องจาก โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $[0, \infty)$

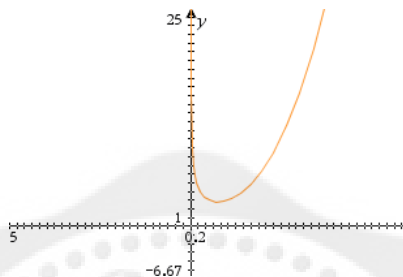
จะได้ โดเมนของ fg คือ $D_f \cap D_g = [0, \infty)$ ดังนั้น $D_{fg} = [0, \infty)$

5.5. จงหา $\frac{f}{g}$ และเขียนกราฟของ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

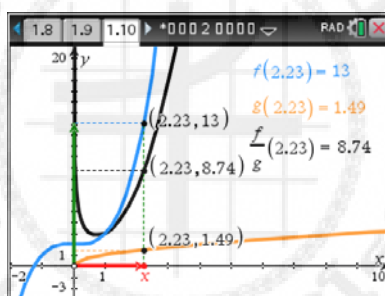
วิธีทำ เนื่องจาก $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ และ $f(x) = x^3 + 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

$$\text{ดังนั้น } \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(x^3 + 2)}{\sqrt{x}}$$

จะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้



พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยกราฟ



เนื่องจาก โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $[0, \infty)$

จะได้ โดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ $\{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\} = (0, \infty)$

ดังนั้น $D_{\frac{f}{g}} = (0, \infty)$

จะเห็นว่าโดเมนของ $f + g$, $f - g$ และ fg คือ $[0, \infty)$ และโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ $(0, \infty)$

ดังนั้น โดเมนของ $f + g$, $f - g$ และ fg คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ทั้งในโดเมนของ f และโดเมนของ g ซึ่งก็คือ $D_f \cap D_g$

สำหรับโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ในโดเมนของ f และโดเมนของ g โดยที่ $g(x)$ ต้องไม่เท่ากับ 0 ด้วย ซึ่งก็คือ $\{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$

5.6. จงหา $(f+g)(1)$, $(f-g)(1)$, $(fg)(1)$ และ $\left(\frac{f}{g}\right)(1)$

วิธีทำ เนื่องจาก $f(x) = x^3 + 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

$$\text{ดังนั้น } (f+g)(1) = f(1) + g(1) = (1^3 + 1 + 2) = 4$$

$$(f-g)(1) = f(1) - g(1) = (1^3 - 1 + 2) = 2$$

$$(fg)(1) = f(1)g(1) = 1(1^3 + 2) = 3$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{(1^3 + 2)}{\sqrt{1}} = 3$$

2.2 ฝึกโจทย์ปัญหา

1. จงหาฟังก์ชันของอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมมีความยาวด้านเป็น x

วิธีทำ ให้ x แทน ความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสามเหลี่ยมด้านเท่า (หน่วย)

$f(x)$ แทน พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า (ตารางหน่วย)

$g(x)$ แทน พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส (ตารางหน่วย)

$h(x)$ แทน อัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส

$$\text{ดังนั้น } f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 \text{ และ } g(x) = x^2$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } h(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}x^2}{x^2} \times \frac{1}{x^2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ } \frac{\sqrt{3}}{4}$$

2. ก้องภพเปิดร้านขายดินสอ วันหนึ่งเขาขายดินสอได้ x แท่ง ในราคาแต่ละ 20 บาท หากราคาทุนของดินสอคือ 10 บาทและมีค่าขนส่งดินสอจากโรงงานผลิตมาถึงร้านของก้องภพ 3,500 บาท ถ้าขายดินสอได้ 184 แท่ง อยากทราบว่าก้องภพจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

วิธีทำ ให้ x แทน จำนวนดินสอที่ขายได้ (แท่ง)

$f(x)$ แทน กำไรที่ได้จากการขายดินสอ x แท่ง

$g(x)$ แทน ราคาต้นทุน

$h(x)$ แทน ราคาที่ขายดินสอได้ x แท่ง

จาก กำไร = ราคาขาย – ราคาทุน

ดังนั้น $h(x) = 20x$ และ $g(x) = 10x + 3,500$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } f(x) &= 20x - (10x + 3,500) \\ &= 10x - 3,500\end{aligned}$$

ถ้าขายดินสอได้ 184 แท่ง

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } f(184) &= 10(184) - 3,500 \\ &= -1,660\end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าขายดินสอได้จำนวน 184 แท่ง ก้องภพจะขาดทุน 1,660 บาท

3. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบกิจกรรมที่ 9 “การดำเนินการของฟังก์ชัน”

3.2 ใบความรู้ 9 การดำเนินการของฟังก์ชัน

3.3 เครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

4.1.1 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 9 “การดำเนินการของฟังก์ชัน” ให้นักเรียนแต่ละคน พร้อมกับให้นักเรียนเปิดเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS (ตลอดคาบการสอนครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ในแต่ละข้อผ่านการสาธิต (ตั้งรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 9) และให้นักเรียนปฏิบัติตาม พร้อมทั้งบันทึกไฟล์ที่ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

4.1.2 ครูให้นักเรียนเปิดไฟล์ 9.1.-(1-4) แล้วตั้งคำถามให้นักเรียนตอบดังนี้

กำหนดฟังก์ชัน $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (5, 10)\}$ และ

$$g = \{(1, 8), (2, 0), (3, 5), (4, -1)\}$$

1. จะหาค่า $f(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

[นักเรียนควรตอบว่า หาค่า $f(x)$ ได้ เมื่อ $x \in D_f$
เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 5\}$]

2. จะหาค่า $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

[นักเรียนควรตอบว่า หาค่า $g(x)$ ได้ เมื่อ $x \in D_g$
เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 4\}$]

3. จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด
 [นักเรียนควรตอบว่า จากข้อ 1 และ 2 จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ได้
 เมื่อ $x \in D_f$ และ $x \in D_g$ และเมื่อ $x \in \{1, 2, 3\}$]

4.1.3 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 9.1 ข้อ 4 พร้อมกับให้นักเรียนสังเกตว่า “โดเมนของฟังก์ชัน f และ g เป็นอย่างไร”

4.2 ขั้นสอน

4.2.1 ครูอธิบายให้นักเรียนสังเกตว่า จากข้อ 1–4 จะพบว่า $x \in D_f \cap D_g$ และ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ซึ่งเป็นจำนวนจริงทั้งสองจำนวน ดังนั้นเราจะสามารถนำจำนวนทั้งสองมาดำเนินการพื้นฐานเชิงพีชคณิตได้ตั้งนิยามต่อไปนี้ (รายละเอียดดังใบกิจกรรมที่ 9 กิจกรรมที่ 9.1. หัวข้อบทนิยาม)

4.2.2 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้นเกี่ยวกับการดำเนินการของฟังก์ชันครูเสนอให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 9.1. ข้อ 2.1 – 2.5 (ดังรายละเอียดในใบกิจกรรมที่ 9 กิจกรรมที่ 9.1 ข้อ 2) โดยให้นักเรียนเปิดไฟล์ 9.2-2 ประกอบ

4.2.3 จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกตคำตอบโดเมนในข้อ 2.1 – 2.5 แล้วตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ดังนี้

1. โดเมนของ $f + g$, $f - g$, fg และ $\frac{f}{g}$ เท่ากันหรือไม่
 [นักเรียนควรตอบว่า โดเมนของ $f + g$, $f - g$, fg เท่ากันคือ $[0, \infty)$
 แต่โดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ $(0, \infty)$]

4.2.4 ครูอธิบายนักเรียนว่า “หากกำหนดฟังก์ชัน f และ g ใด ๆ มา โดเมนของ $f + g$, $f - g$, fg คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ทั้งในโดเมนของ f และโดเมนของ g ซึ่งก็คือ $D_f \cap D_g$ และสำหรับโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ในโดเมนของ f และโดเมนของ g โดยที่ $g(x)$ ต้องไม่เท่ากับ 0 ด้วย ซึ่งก็คือ $\{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$ ”

4.2.5 ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 9.1. ข้อ 2.6 ต่อ แล้วสุ่มนักเรียนตอบคำถามที่ตัวเองตอบ ถ้านักเรียนตอบไม่ถูกต้องหรือคำตอบมีความคลาดเคลื่อน ครูปรับแก้ให้ถูกต้องทันที

4.2.6 จากนั้นครูยกตัวอย่างในกิจกรรมที่ 9.2. ฝึกโจทย์ปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นถึงการนำการดำเนินการของฟังก์ชันมาแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ดังรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 9 กิจกรรมที่ 9.2)

4.3 ขั้นสรุป

4.3.1 ครูแจกใบความรู้ 9 การดำเนินการฟังกัซัน ให้นักเรียนแต่ละคนเพื่อนำกลับไปทบทวนความรู้ แล้วร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

4.3.2 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน ครูแจกกิจกรรมท้ายคาบ 9 ให้นักเรียนแต่ละคนเพื่อเขียนคำตอบของตน

4.3.3 สำหรับนักเรียนที่ทำกิจกรรมที่ 9.2. ไม่เสร็จให้ทำเป็นการบ้าน จากนั้นครูเก็บใบกิจกรรมที่ 9 (กิจกรรมที่ 9.1 และกิจกรรมท้ายคาบ 9) ของนักเรียนแต่ละคน นำกลับมาตรวจแล้วคืนนักเรียนในคาบถัดไป เพื่อให้ทราบถึงข้อบกพร่องของตนเอง

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
<u>ด้านความรู้ทาง</u> <u>คณิตศาสตร์ :</u> 1. หาฟังก์ชันที่ได้จากการ บวก ลบ คูณและหาร ฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้ 2. ใช้การดำเนินการของ ฟังก์ชันในการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ได้	<u>วิธีวัดผล :</u> ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ของนักเรียน ในใบกิจกรรม ที่ 9 และเครื่องคำนวณเชิง กราฟ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> ใบกิจกรรมที่ 9 (กิจกรรมที่ 9.1., 9.2. และกิจกรรมท้าย คาบ 9 (ข้อ 1 – 2)) และ เครื่องคำนวณเชิงกราฟ	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อคำถาม ถ้านักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน เกณฑ์การให้คะแนนในส่วน ของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ดู รายละเอียดในหน้าที่ 158 <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า หรือเท่ากับร้อยละ 60 ของ คะแนนรวม ถือว่าผ่าน

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านทักษะและกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ : 1. สื่อสาร สื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ และนำเสนอ ผ่านการเขียนกราฟได้	วิธีวัดผล : ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ของนักเรียน ในใบกิจกรรม ที่ 9 เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรมที่ 9 (กิจกรรมที่ 9.1 – 9.2 และกิจกรรมท้าย คาบ 9 (ข้อ 1 – 2))	เกณฑ์การประเมินผล : ถ้านักเรียนเขียนกราฟที่ กำหนดให้ได้ถูกต้องถือว่า ผ่าน
ด้านคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ : 1. มีความรับผิดชอบ 2. มีความกระตือรือร้นในการ ทำกิจกรรม 3. ให้ความร่วมมือในการทำ กิจกรรม	วิธีวัดผล : สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม ของนักเรียน เครื่องมือวัดผล : แบบประเมินคุณลักษณะอัน พึงประสงค์	เกณฑ์การให้คะแนน : ดังรายละเอียดใน เกณฑ์การ ให้คะแนนคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ในหน้าที่ 158 เกณฑ์การประเมินผล : ถ้านักเรียนได้คะแนนมากกว่า หรือเท่ากับร้อยละ 60 ของ คะแนนเต็มถือว่าผ่าน

บันทึกหลังกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.8		
รายวิชา	คณิตศาสตร์เพิ่มเติม	ระดับมัธยมศึกษา
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3	ฟังก์ชัน	
หัวข้อเรื่อง	เทคนิคการเขียนกราฟ	เวลา 2 คาบ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.1.1 เขียนสมการของกราฟด้วยเทคนิคการเขียนกราฟได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.2.1 ตั้งข้อความคาดการณ์ได้

1.2.2 สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผ่านการเขียนกราฟได้

1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1.3.1 มีความรับผิดชอบ

1.3.2 มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรม

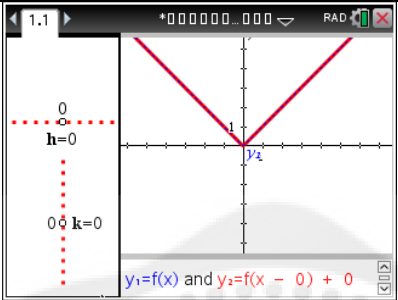
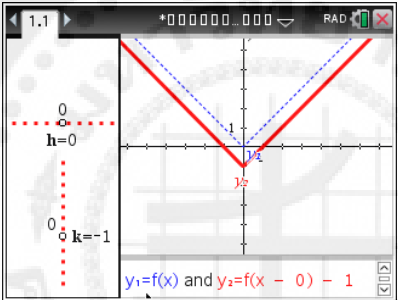
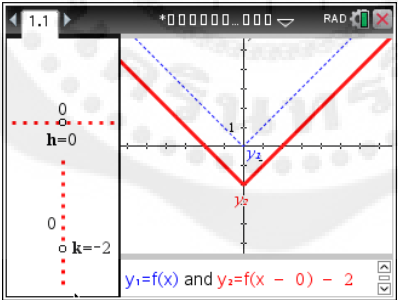
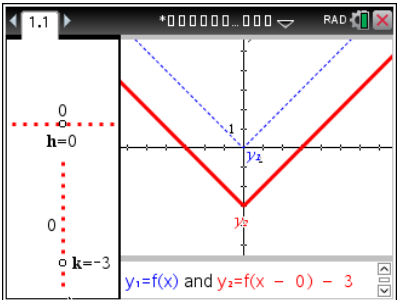
1.3.3 ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม

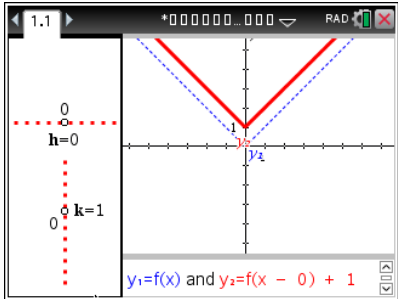
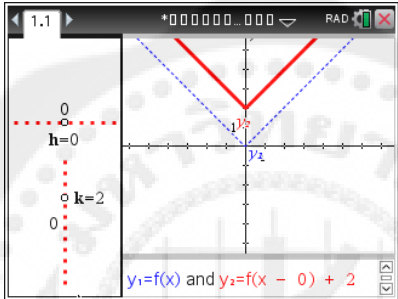
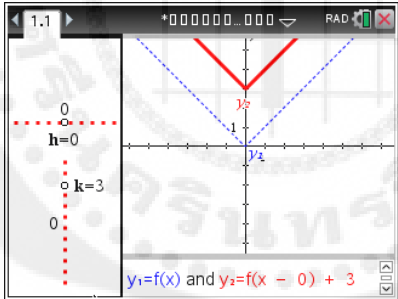
2. สาระการเรียนรู้

2.1 เทคนิคการเขียนกราฟ (การเลื่อน)

 การเขียนกราฟของฟังก์ชันบางฟังก์ชันเราอาจเขียนได้โดยอาศัยกราฟของฟังก์ชันที่เคยพบมาแล้ว ดังกราฟของฟังก์ชันในใบทบทวนความรู้ และเพื่อความรวดเร็วในการเขียนกราฟจะมีเทคนิคการเขียนกราฟที่สำคัญ โดยให้นักเรียนสังเกตตัวอย่างต่อไปนี้ในเครื่องคำนวณเชิงกราฟแล้วตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. จงเขียนกราฟของ y_1 ในระนาบพิกัดจากเดียวกับกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกลักษณะของกราฟ y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 และ y_7
ให้ $y_1 = f(x)$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_1 = x $		-
$y_2 = x - 1$		กราฟของ $y_2 = x - 1$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนลง 1 หน่วย และพบว่า $y_2 = x - 1$ $= f(x - 0) - 1$ $= f(x) - 1$
$y_3 = x - 2$		กราฟของ $y_3 = x - 2$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนลง 2 หน่วย และพบว่า $y_3 = x - 2$ $= f(x - 0) - 2$ $= f(x) - 2$
$y_4 = x - 3$		กราฟของ $y_4 = x - 3$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนลง 3 หน่วย และพบว่า $y_4 = x - 3$ $= f(x - 0) - 3$ $= f(x) - 3$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_5 = x + 1$		กราฟของ $y_5 = x + 1$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนขึ้น 1 หน่วย และพบว่า $y_5 = x + 1$ $= f(x - 0) + 1$ $= f(x) + 1$
$y_6 = x + 2$		กราฟของ $y_6 = x + 2$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนขึ้น 2 หน่วย และพบว่า $y_6 = x + 2$ $= f(x - 0) + 2$ $= f(x) + 2$
$y_7 = x + 3$		กราฟของ $y_7 = x + 3$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนขึ้น 3 หน่วย และพบว่า $y_7 = x + 3$ $= f(x - 0) + 3$ $= f(x) + 3$

➤ จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x) + c$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดยการเลื่อนขึ้น c หน่วย ในทำนองเดียวกันจะเขียนกราฟของ $y = f(x) - c$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดยการเลื่อนลง c หน่วย เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง”

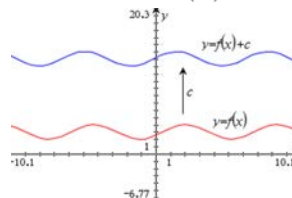
การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง (Vertical Shifts of Graphs)

สมการ

$$y = f(x) + c \text{ เมื่อ } c > 0$$

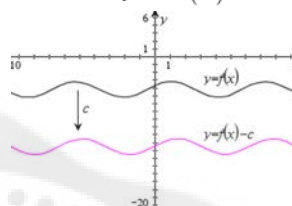
วิธีเขียนกราฟ

เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ขึ้น c หน่วย



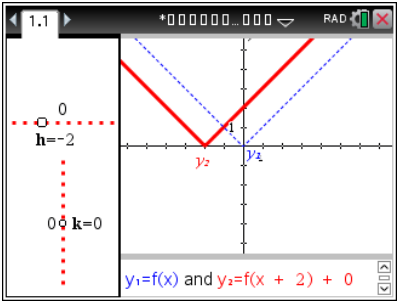
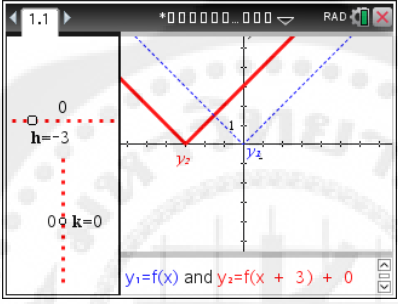
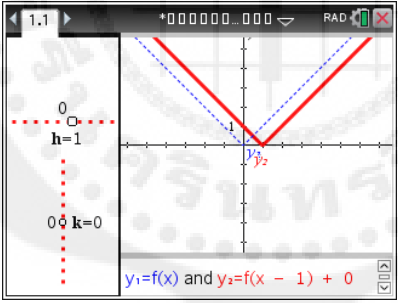
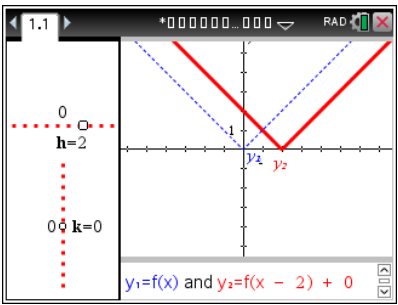
$$y = f(x) - c \text{ เมื่อ } c > 0$$

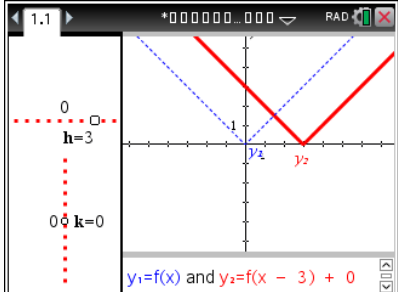
เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ลง c หน่วย



2. จงเขียนกราฟของ y_1 ในระนาบพิกัดจากเดียวกับกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกลักษณะของกราฟ y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 และ y_7 ให้ $y_1 = f(x)$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_1 = x $		-
$y_2 = x + 1 $		กราฟของ $y_2 = x + 1$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนไปทางซ้าย 1 หน่วย และพบว่า $y_2 = x + 1$ $= f(x - (-1))$ $= f(x + 1)$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_3 = x + 2 $		กราฟของ $y_3 = x + 2$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนไปทางซ้าย 2 หน่วย และพบว่า $y_3 = x + 2$ $= f(x - (-2))$ $= f(x + 2)$
$y_4 = x + 3 $		กราฟของ $y_4 = x + 3$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนไปทางซ้าย 3 หน่วย และพบว่า $y_4 = x + 3$ $= f(x - (-3))$ $= f(x + 3)$
$y_5 = x - 1 $		กราฟของ $y_5 = x - 1$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนไปทางขวา 1 หน่วย และพบว่า $y_5 = x - 1$ $= f(x - (1))$ $= f(x - 1)$
$y_6 = x - 2 $		กราฟของ $y_6 = x - 2$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนไปทางขวา 2 หน่วย และพบว่า $y_6 = x - 2$ $= f(x - (2))$ $= f(x - 2)$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_7 = x - 3 $		กราฟของ $y_7 = x - 3$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนไปทางขวา 1 หน่วย และพบว่า $y_7 = x - 3$ $= f(x - (3))$ $= f(x - 3)$

➤ จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x + c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดยการเลื่อนไปทางซ้าย c หน่วย ในทำนองเดียวกันจะเขียนกราฟของ $y = f(x - c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดยการเลื่อนไปทางขวา c หน่วย เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวนอน”

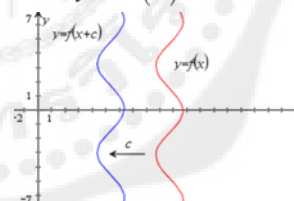
การเลื่อนกราฟในแนวนอน (Horizontal Shifts of Graphs)

สมการ

วิธีเขียนกราฟ

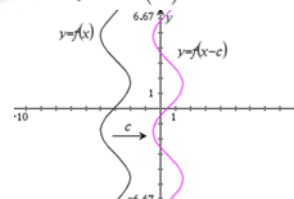
$y = f(x + c)$ เมื่อ $c > 0$

เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ไปทางซ้าย c หน่วย



$y = f(x - c)$ เมื่อ $c > 0$

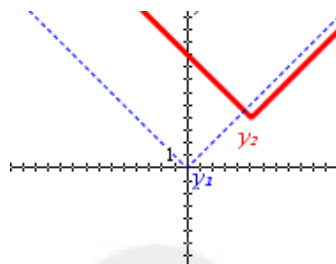
เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ไปทางขวา c หน่วย



3. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = |x - 5| + 4$

วิธีทำ เริ่มต้นจากกราฟของ $y_1 = |x|$ เลื่อนไปทางขวา 5 หน่วย จะได้กราฟของ $y = |x - 5|$ แล้วเลื่อนกราฟของ $y = |x - 5|$ ขึ้นไปข้างบน 4 หน่วย

จะเขียนกราฟของ $f(x) = |x - 5| + 4$ ได้ดังนี้



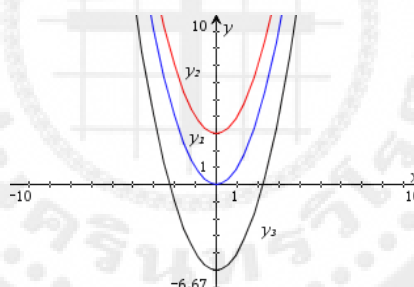
2.2 ฝึกการเลื่อน

1. จงเขียนกราฟของ $y_1 = x^2$, $y_2 = x^2 + 3$ และ $y_3 = x^2 - 5$ ในพิกัดฉากเดียวกัน

วิธีทำ เริ่มต้นจากกราฟของ $y_1 = x^2$ เลื่อนขึ้นไปข้างบน 3 หน่วย จะได้กราฟของ $y_2 = x^2 + 3$

และจากกราฟของ $y_1 = x^2$ เลื่อนขึ้นไปลง 5 หน่วย จะได้กราฟของ $y_3 = x^2 - 5$

ดังนั้นจะเขียนกราฟของ $y_1 = x^2$, $y_2 = x^2 + 3$ และ $y_3 = x^2 - 5$ ได้ดังนี้

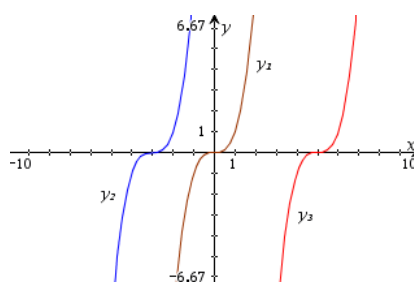


2. จงเขียนกราฟของ $y_1 = x^3$, $y_2 = (x + 3)^3$ และ $y_3 = (x - 5)^3$ ในพิกัดฉากเดียวกัน

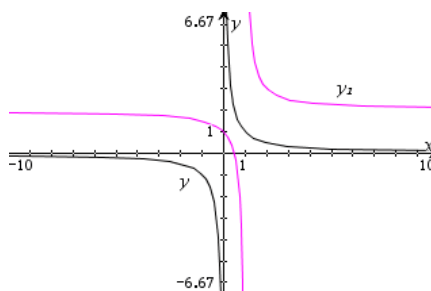
วิธีทำ เริ่มต้นจากกราฟของ $y_1 = x^3$ เลื่อนไปทางซ้าย 3 หน่วย จะได้กราฟของ $y_2 = (x + 3)^3$

และจากกราฟของ $y_1 = x^3$ เลื่อนขึ้นไปทางขวา 5 หน่วย จะได้กราฟของ $y_3 = (x - 5)^3$

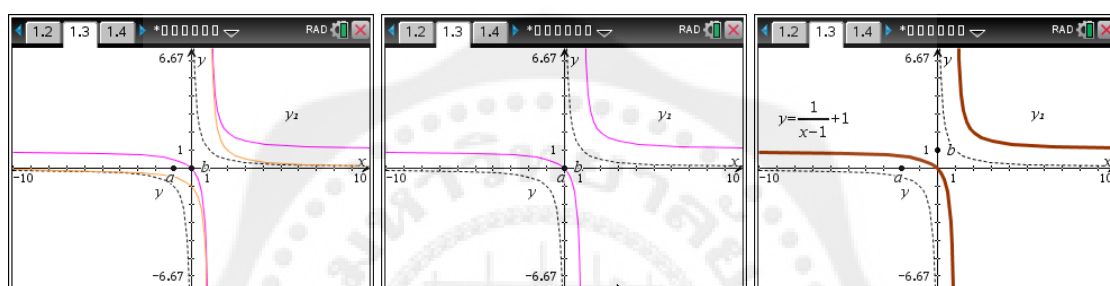
ดังนั้นจะเขียนกราฟของ $y_1 = x^3$, $y_2 = (x + 3)^3$ และ $y_3 = (x - 5)^3$ ได้ดังนี้



3. จงบอกวิธีการเขียนกราฟโดยใช้เทคนิคการเขียนกราฟ และหาสมการของกราฟ y_1



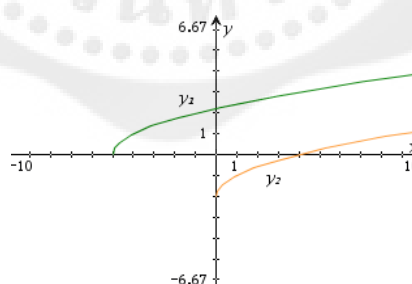
วิธีทำ เริ่มต้นจากกราฟที่รู้จัก $y = \frac{1}{x}$ เลื่อนไปทางขวา 1 หน่วยจะได้กราฟของ $y = \frac{1}{x-1}$



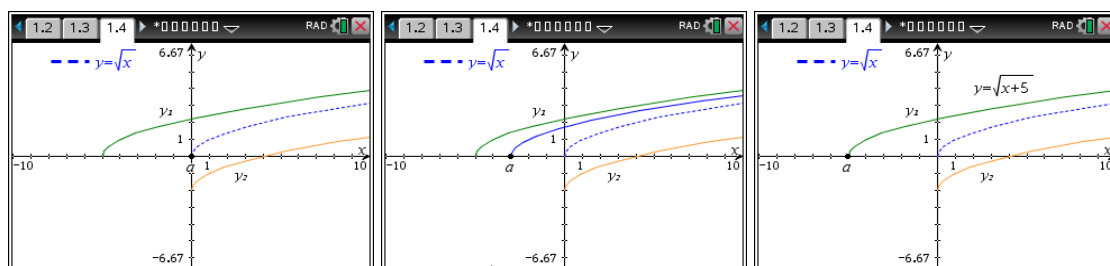
และจาก $y = \frac{1}{x-1}$ เลื่อนขึ้น 1 หน่วย จะได้กราฟของ $y_1 = \frac{1}{x-1} + 1$

ดังนั้น $y_1 = \frac{1}{x-1} + 1$

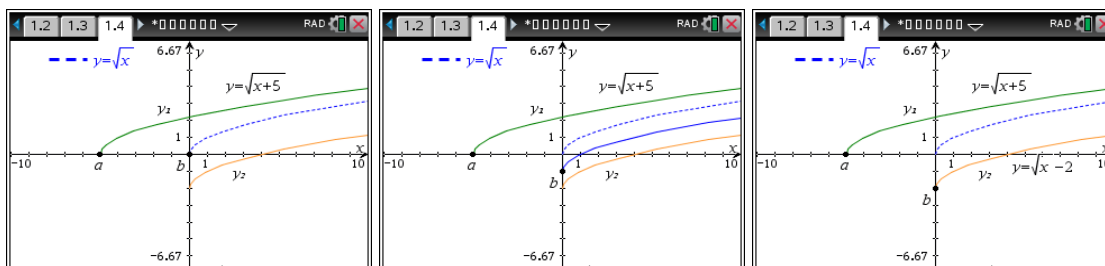
4. จงบอกวิธีการเขียนกราฟโดยใช้เทคนิคการเขียนกราฟ และหาสมการของกราฟ y_1 และ y_2



วิธีทำ เริ่มต้นจากกราฟที่รู้จัก $y = \sqrt{x}$ เลื่อนไปทางซ้าย 5 หน่วยจะได้กราฟของ $y_1 = \sqrt{x+5}$



และจาก $y = \sqrt{x}$ เลื่อนลง 2 หน่วย จะได้กราฟของ $y_2 = \sqrt{x} - 2$



ดังนั้น $y_1 = \sqrt{x+5}$ และ $y_2 = \sqrt{x} - 2$

3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

- 3.1 ใบความรู้ “ทบทวนความรู้”
- 3.2 ใบกิจกรรมที่ 12 “เทคนิคการเขียนกราฟ”
- 3.3 ใบความรู้ 12 เทคนิคการเขียนกราฟ
- 3.4 เครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

- 4.1.1 ครูแจกใบทบทวนความรู้ให้นักเรียนแต่ละคนอ่าน
- 4.1.2 ครูแจกใบกิจกรรมที่ 12 “เทคนิคการเขียนกราฟ” ให้นักเรียนแต่ละคนพร้อม

กับให้นักเรียนเปิดเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS (ตลอดคาบการสอนครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับการใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ในแต่ละข้อผ่านการสาธิต (ตั้งรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 12) และให้นักเรียนปฏิบัติตาม พร้อมทั้งบันทึกไฟล์ที่ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

4.2 ขั้นสอน

4.2.1 ครูให้นักเรียนเปิดไฟล์ 12.1-1 แล้วยกตัวอย่างกิจกรรมที่ 12.1 ข้อ 1 (ตั้งรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 12 กิจกรรมที่ 12.1)

4.2.2 จากนั้นครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบดังนี้

1. จากตัวอย่างข้อข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x) + c$ เมื่อ $c > 0$ ได้อย่างไร
[นักเรียนควรตอบว่า จะเขียนกราฟของ $y = f(x) + c$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย

การเลื่อนขึ้น c หน่วย]

2. ถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x) - c$ เมื่อ $c > 0$ ได้อย่างไร
[นักเรียนควรตอบว่า จะเขียนกราฟของ $y = f(x) - c$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย
การเลื่อนลง c หน่วย]

4.2.3 ครูให้นักเรียนสังเกตว่า เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง”

4.2.4 ครูยกตัวอย่างกิจกรรมที่ 12.1 ข้อ 1 (ดังรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 12 กิจกรรมที่ 12.1)

4.2.5 จากนั้นครูตั้งคำถามให้นักเรียนตอบดังนี้

1. จากตัวอย่างข้อข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x + c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้อย่างไร
[นักเรียนควรตอบว่า จะเขียนกราฟของ $y = f(x + c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย
การเลื่อนไปทางซ้าย c หน่วย]
2. ถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x - c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้อย่างไร
[นักเรียนควรตอบว่า จะเขียนกราฟของ $y = f(x - c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย
การเลื่อนไปทางขวา c หน่วย]

2.2.6 ครูให้นักเรียนสังเกตว่า เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวนอน”

2.2.7 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้นเกี่ยวกับเทคนิคการเขียนกราฟด้วยการเลื่อนกราฟครูเสนอให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 12.1 ข้อ 3 และกิจกรรมที่ 12.2 ข้อ 1–4 (ดังรายละเอียดในเฉลยใบกิจกรรมที่ 12 กิจกรรมที่ 12.1–12.2)

4.3 ขั้นสรุป

4.3.1 ครูแจกใบความรู้ 12 เทคนิคการเขียนกราฟ ให้นักเรียนแต่ละคนเพื่อนำกลับไปทบทวนความรู้ แล้วร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนทุกคนมีแนวคิดในทิศทางเดียวกัน

4.3.2 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน ครูแจกกิจกรรมท้ายคาบ 12 ให้นักเรียนแต่ละคนเพื่อเขียนคำตอบของตน

4.3.3 ครูเก็บใบกิจกรรมที่ 12 ของนักเรียนแต่ละคน นำกลับมาตรวจแล้วส่งคืนนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงข้อบกพร่องของตนเอง

5. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. เขียนสมการของกราฟที่ได้จากการเขียนกราฟด้วยเทคนิคการเขียนกราฟได้	วิธีวัดผล : ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรมที่ 12 และเครื่องคำนวณเชิงกราฟ เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรมที่ 12 และ 13 (กิจกรรมที่ 12. –12.2 และ กิจกรรมท้ายคาบ 12)	เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อคำถาม ถ้านักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ 1 คะแนน ถ้านักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ 0 คะแนน เกณฑ์การให้คะแนนในส่วน ของเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ดูรายละเอียดหน้าที่ 158 เกณฑ์การประเมินผล : ถ้านักเรียนได้คะแนน มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 60 ของคะแนนรวม ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 1. ตั้งข้อคาดการณ์ได้ 2. สื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอผ่านการเขียนกราฟได้	วิธีวัดผล : ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรมที่ 12 เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรมที่ 12 (กิจกรรมที่ 12.1 – 12.2 และกิจกรรมท้ายคาบ 12)	เกณฑ์การประเมินผล : ถ้านักเรียนตั้งข้อคาดการณ์ได้ถือว่าผ่าน ถ้านักเรียนเขียนกราฟที่กำหนดให้ได้ถูกต้องถือว่าผ่าน

เกณฑ์การให้คะแนนคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ด้านความรับผิดชอบ

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3	ส่งงานตรงกำหนดเวลานัดหมาย
2	ส่งงานช้ากว่ากำหนดเล็กน้อย และมีเหตุผลที่พอรับฟังได้
1	ส่งงานช้ากว่ากำหนดโดยไม่มีเหตุผล
0	ไม่ส่งงานเลย

2. ด้านความกระตือรือร้น

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3	ลงมือปฏิบัติกิจกรรมทันทีที่ได้รับมอบหมาย
2	ลงมือปฏิบัติกิจกรรมค่อนข้างช้า แต่มีความสนใจและตั้งใจปฏิบัติ
1	ลงมือปฏิบัติกิจกรรมช้ามาก ต้องมีคนคอยกระตุ้นหรือแนะนำ
0	ไม่ปฏิบัติกิจกรรมเลย

3. ด้านการให้ความร่วมมือ

คะแนน	คุณลักษณะที่ปรากฏให้เห็น
3	ร่วมปฏิบัติกิจกรรมจนสำเร็จด้วยดี
2	ร่วมปฏิบัติกิจกรรมจนสำเร็จด้วยดีเป็นส่วนใหญ่
1	ร่วมปฏิบัติกิจกรรมจนสำเร็จด้วยดีเป็นบางเวลา
0	ไม่ร่วมปฏิบัติกิจกรรมใด ๆ เลย

เกณฑ์การให้คะแนนของการปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
3	ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้อย่างครบถ้วน
2	ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้มากกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนทั้งหมด
1	ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟได้น้อยกว่าหรือเท่ากับครึ่งหนึ่งของจำนวนทั้งหมด
0	ไม่ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟเลย

ภาคผนวก ง

- ตัวอย่างใบกิจกรรม
- ตัวอย่างเฉลยใบกิจกรรม



จุดประสงค์การเรียนรู้

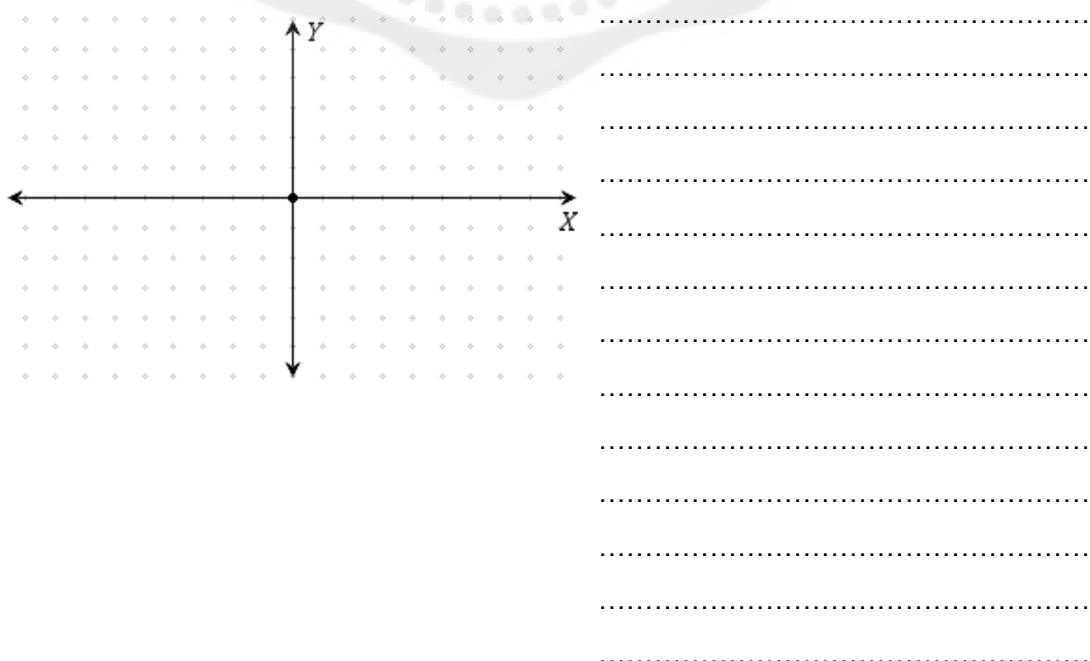
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธุ์ได้

 **คำชี้แจง** : ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (นักเรียนต้องบันทึกไฟล์ทุกข้อในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยตั้งชื่อไฟล์ว่า 3-12-เลขที่ของนักเรียน)

 **กิจกรรมที่ 3.1** การหาความสัมพันธ์จากเซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้และ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

1. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(-3, 5), (-2, 7), (-1, 8), (0, 0), (1, 9), (2, 8), (3, 9)\}$ พร้อมทั้งหาเซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r และเซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r



2. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และกำหนดให้ความสัมพันธ์ r ใน A คือ $\{(x, y) \in A \times A \mid y = x+1\}$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 2.1. จงเขียนความสัมพันธ์ในรูปแจกแจงสมาชิก

.....

.....

.....

.....

.....

- 2.2. เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r จากข้อ 2.1.

คือ

จะเรียกเซตนี้ว่า

- 2.3. เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r จากข้อ 2.1.

คือ

จะเรียกเซตนี้ว่า

สรุป ให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

..... คือ เขียนแทนด้วย D_r

..... คือ เขียนแทนด้วย R_r

เมื่อ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

เขียน D_r และ R_r ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ดังนี้

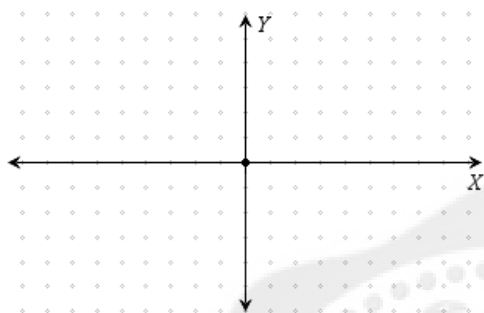
$D_r =$

$R_r =$

5. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x-5} \right\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของ

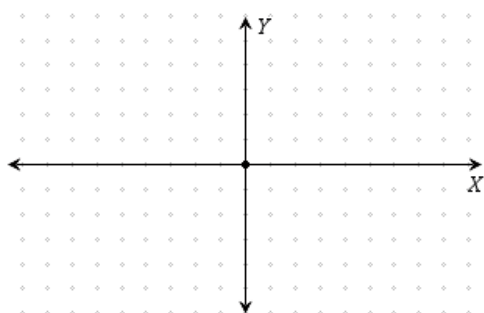
ความสัมพันธ์

x					
y					



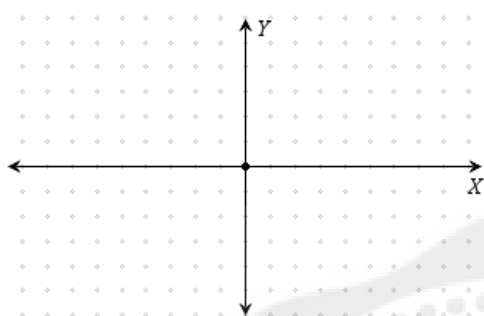
6. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) | y = -\sqrt{x+1}\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

x					
y					



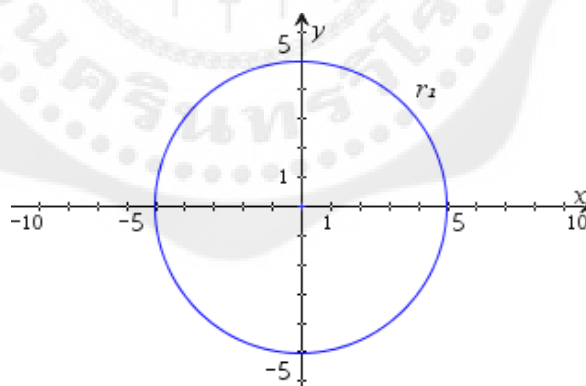
7. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = |x|\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

x					
y					

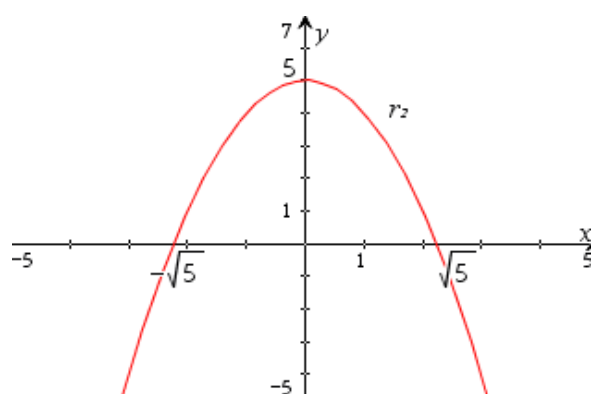


❁ **กิจกรรมที่ 3.2** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟพิจารณารูปภาพของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์

1.



2.



.....

.....

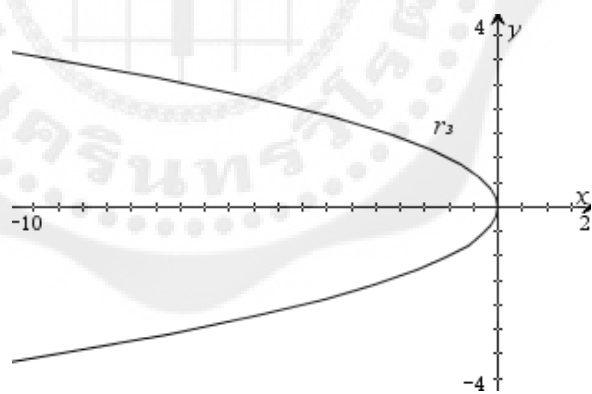
.....

.....

.....

.....

3.



.....

.....

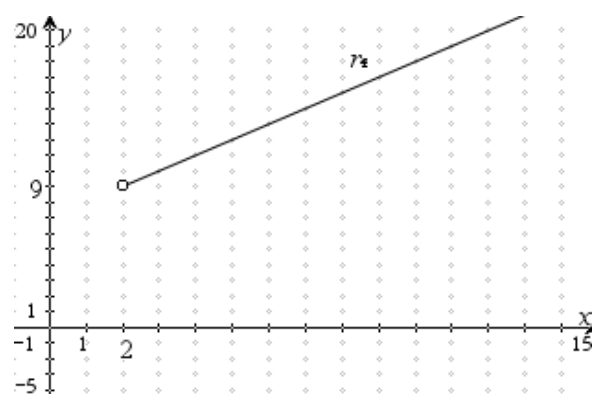
.....

.....

.....

.....

4.



.....

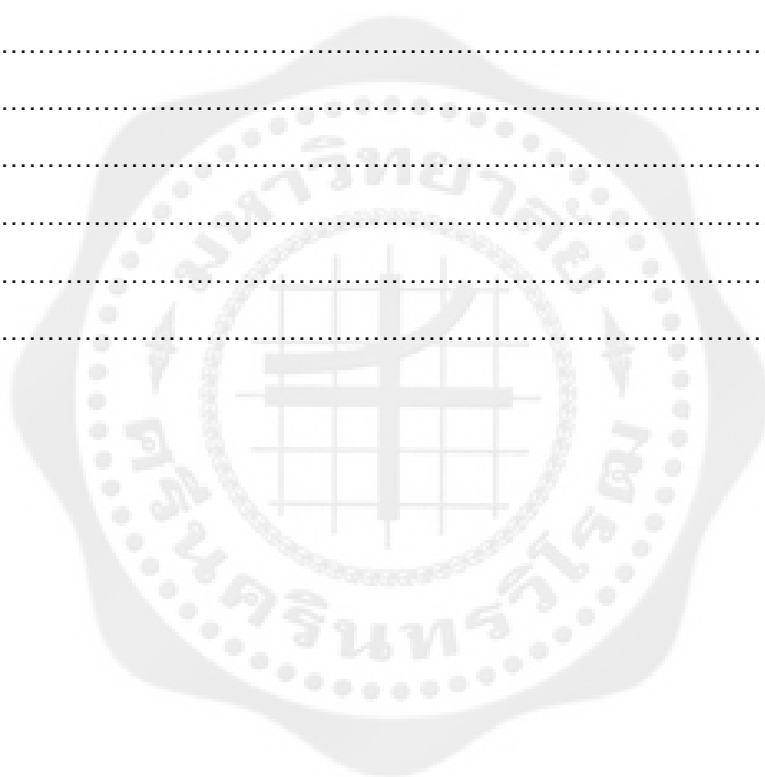
.....

.....

.....

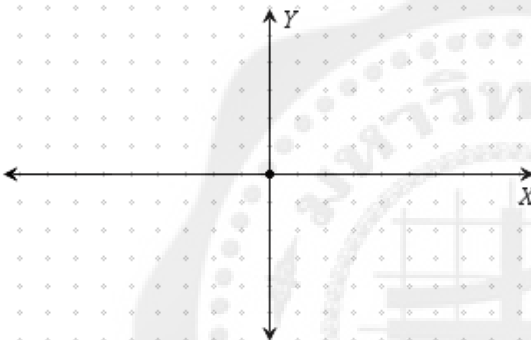
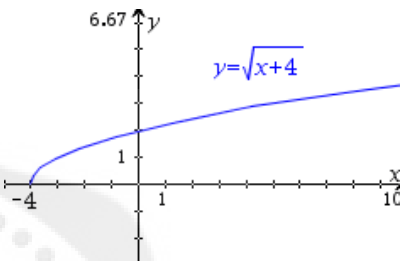
.....

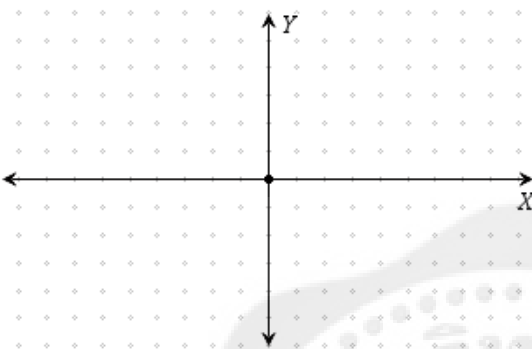
.....



กิจกรรมท้ายคาบ 3

คำสั่ง : จงพิจารณาความสัมพันธ์หรือกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมหาโดเมนและเรนจ์
หมายเหตุ นักเรียนสามารถใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อตรวจสอบคำตอบ หรือไม่ใช่ก็ได้

ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้	กราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้												
1. $r = \{(x, y) \mid y = x - 8\}$ <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 													3.  </

ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้	กราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้											
2. $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x} \right\}$ <table border="1"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>  <												



จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณและหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. ใช้การดำเนินการของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

 **คำชี้แจง :** ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (นักเรียนต้องบันทึกไฟล์ทุกข้อในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยตั้งชื่อไฟล์ว่า 9-12-เลขที่ของนักเรียน)

กิจกรรมที่ 9.1 การดำเนินการของฟังก์ชัน

1. กำหนดฟังก์ชัน $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (5, 10)\}$ และ $g = \{(1, 8), (2, 0), (3, 5), (4, -1)\}$ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จะหาค่า $f(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 จะหาค่า $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 ถ้า $x \in \{1, 2, 3\}$ จงหาค่าของ $f(x)$ และ $g(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

➤ จากข้อ 1 – 4 จะพบว่า $x \in D_f \cap D_g$ และ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ซึ่งเป็นจำนวนจริงทั้งสองจำนวน ดังนั้นเราจะสามารถนำจำนวนทั้งสองมาดำเนินการพื้นฐานเชิงพีชคณิตได้ตั้งนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของ R ผลบวก (sum) ผลต่าง (difference) ผลคูณ (product) และผลหาร (quotient) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $f + g$, $f - g$, fg และ $\frac{f}{g}$ ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดค่าโดย

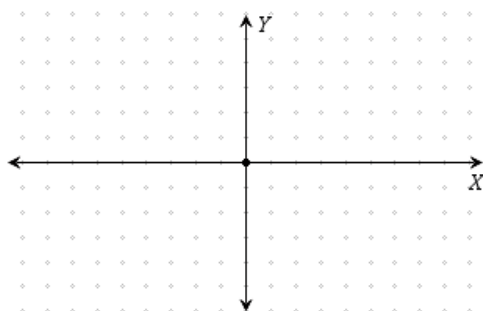
$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ เมื่อ } g(x) \neq 0$$

2.3. จงหา $f - g$ และเขียนกราฟของ $f - g$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน



.....

.....

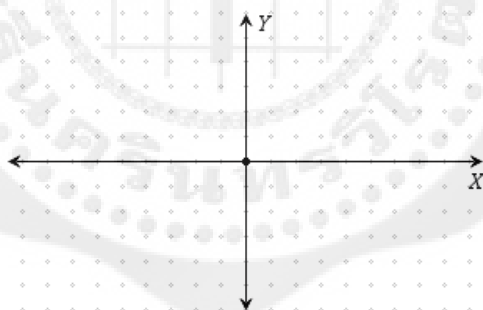
.....

.....

.....

.....

2.4. จงหา fg และเขียนกราฟของ fg พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน



.....

.....

.....

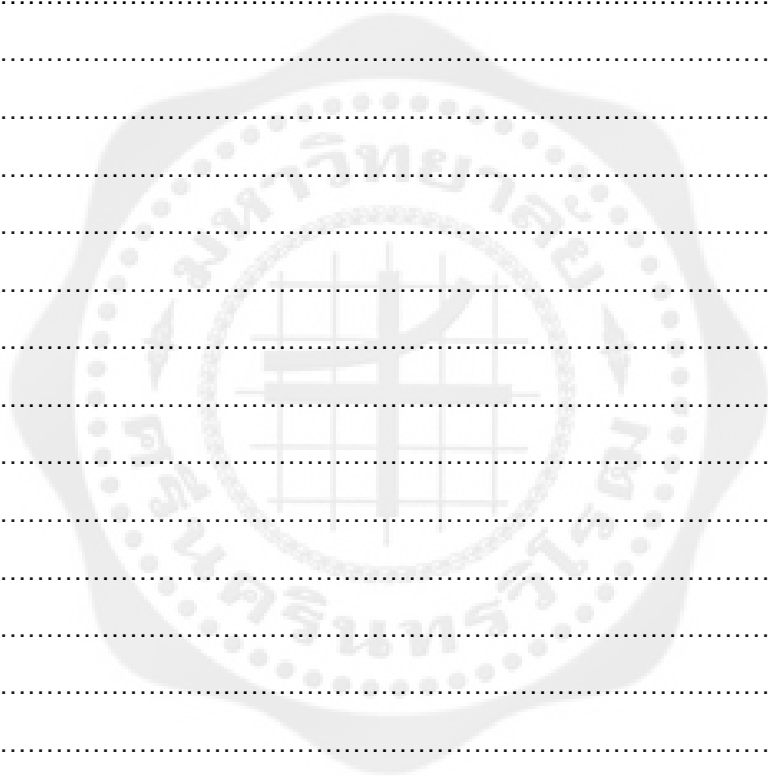
.....

.....

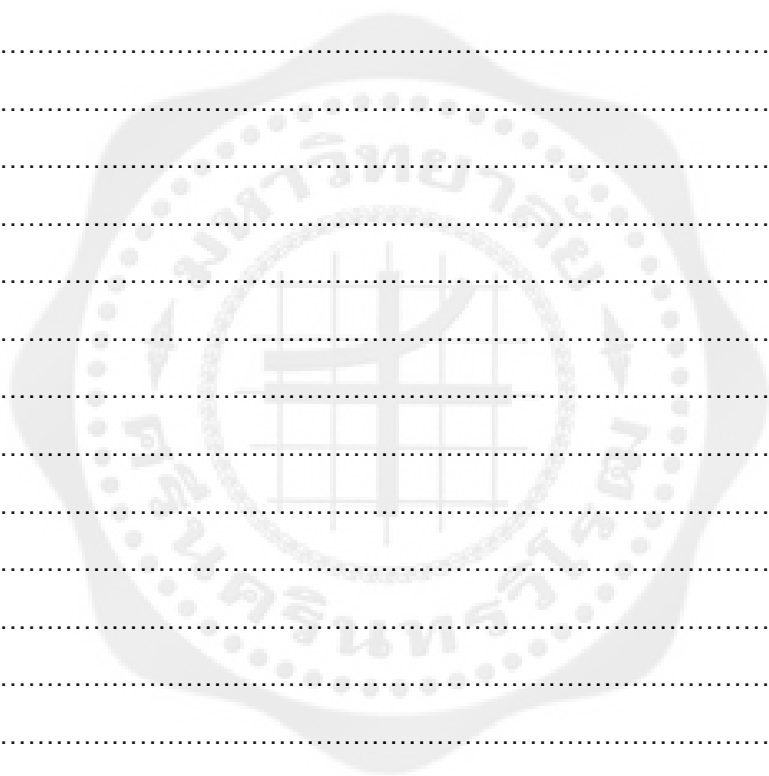
.....

 กิจกรรมที่ 9.2. ฝึกโจทย์ปัญหา

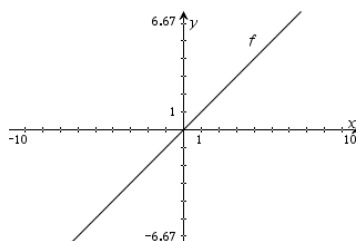
1. จงหาฟังก์ชันของอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมมีความยาวด้านเป็น x



2. ก้องภพเปิดร้านขายดินสอ วันหนึ่งเขาขายดินสอได้ x แท่ง ในราคาแท่งละ 20 บาท หากราคา
ทุนของดินสอคือ 10 บาทและมีค่าขนส่งดินสอจากโรงงานผลิตมาถึงร้านของก้องภพ 3,500 บาท ถ้า
ขายดินสอได้ 184 แท่ง อยากทราบว่าก้องภพจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร



ทบทวนความรู้

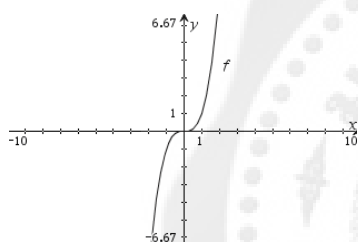
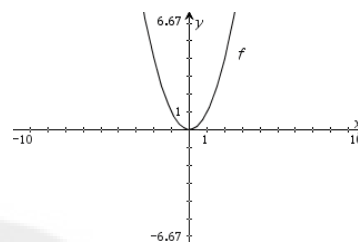


ฟังก์ชันเอกลักษณ์

$$f(x) = x$$

ฟังก์ชันกำลังสอง

$$f(x) = x^2$$



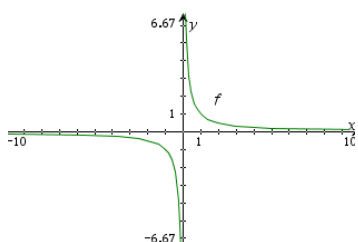
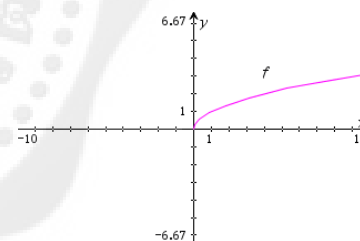
ฟังก์ชันกำลังสาม

$$f(x) = x^3$$



ฟังก์ชันรากที่สอง

$$f(x) = \sqrt{x}$$



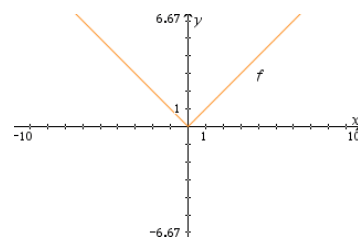
ฟังก์ชันส่วนกลับ

$$f(x) = \frac{1}{x}$$



ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

$$f(x) = |x|$$





จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. เขียนสมการของกราฟด้วยเทคนิคการเขียนกราฟได้

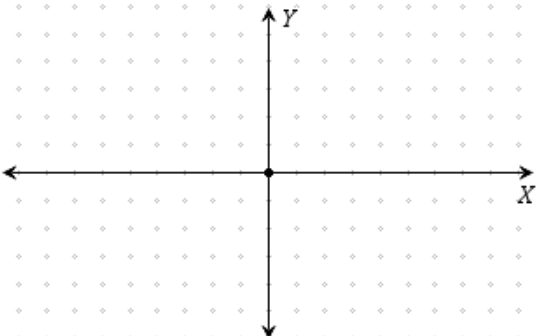
 **คำชี้แจง** : ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (นักเรียนต้องบันทึกไฟล์ทุกข้อในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยตั้งชื่อไฟล์ว่า 12-เลขที่ของนักเรียน)

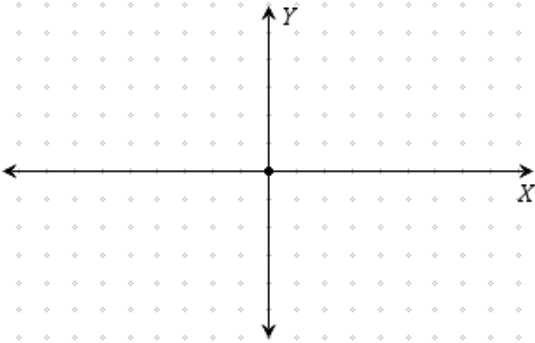
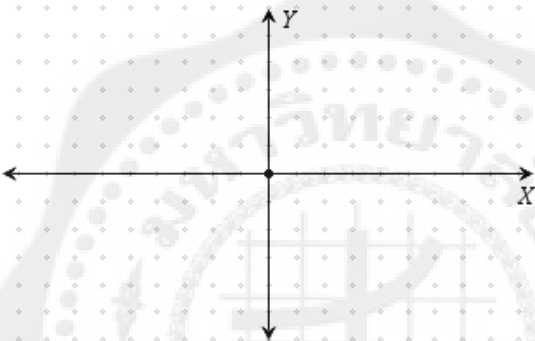
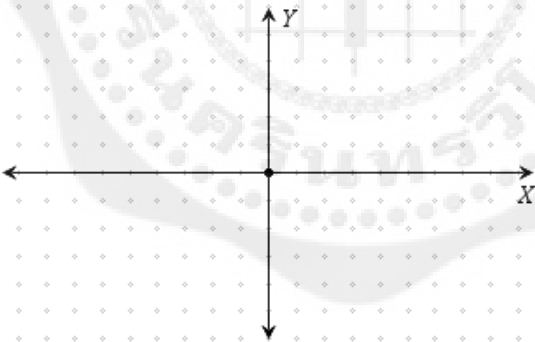
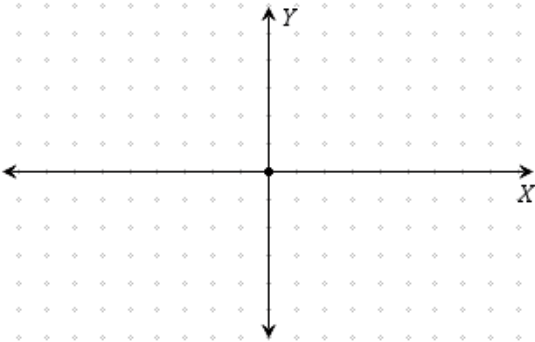
กิจกรรมที่ 12.1 เทคนิคการเขียนกราฟ

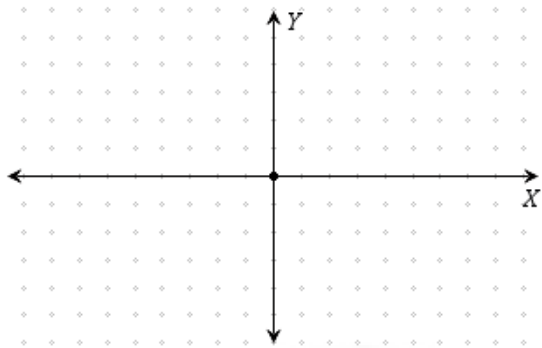
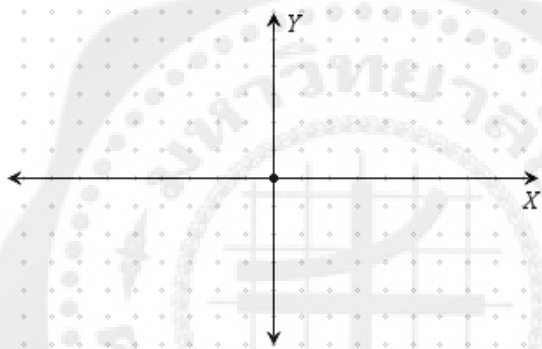
 การเขียนกราฟของฟังก์ชันบางฟังก์ชัน เราอาจเขียนได้โดยอาศัยกราฟของฟังก์ชันที่เคยพบมาแล้ว ดังกราฟของฟังก์ชันในใบทบทวนความรู้ และเพื่อความรวดเร็วในการเขียนกราฟ จะมีเทคนิคการเขียนกราฟที่สำคัญ โดยให้นักเรียนสังเกตตัวอย่างต่อไปนี้ในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ แล้วตอบคำถามให้ถูกต้อง

1. จงเขียนกราฟของ y_1 ในระนาบพิกัดจากเดียวกับกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกลักษณะของกราฟ y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 และ y_7

ให้ $y_1 = f(x)$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_1 = x $		-

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็น อย่างไร
$y_2 = x - 1$		
$y_3 = x - 2$		
$y_4 = x - 3$		
$y_5 = x + 1$		

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_6 = x + 2$		
$y_7 = x + 3$		

➤ จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x) + c$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย.....

.....
.....
.....
.....

ในทำนองเดียวกันจะเขียนกราฟของ $y = f(x) - c$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย

.....
.....
.....
.....

เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง”

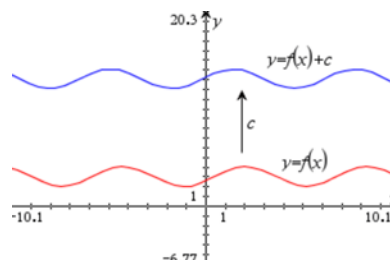
การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง (Vertical Shifts of Graphs)

สมการ

$$y = f(x) + c \text{ เมื่อ } c > 0$$

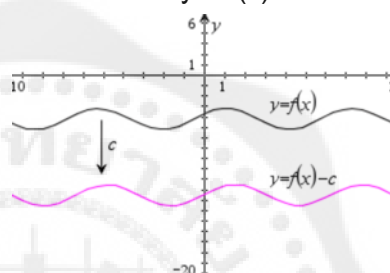
วิธีเขียนกราฟ

เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ขึ้น c หน่วย



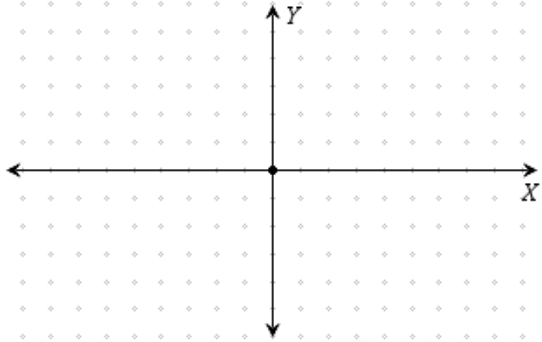
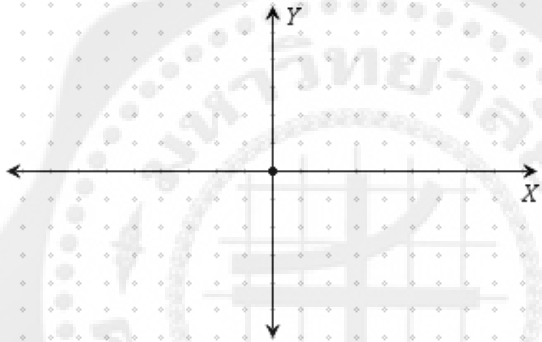
$$y = f(x) - c \text{ เมื่อ } c > 0$$

เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ลง c หน่วย



2. จงเขียนกราฟของ y_1 ในระนาบพิกัดจากเดียวกับกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกลักษณะของกราฟ y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 และ y_7
ให้ $y_1 = f(x)$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_1 = x $		-

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_6 = x - 2 $		
$y_7 = x - 3 $		

➤ จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y = f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y = f(x + c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย.....

.....
.....
.....
.....

ในทำนองเดียวกันจะเขียนกราฟของ $y = f(x - c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดย

.....
.....
.....
.....

เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวนอน”

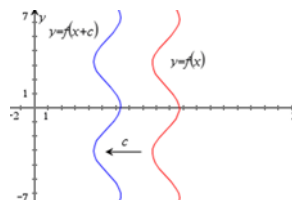
การเลื่อนกราฟในแนวตั้งนอน (Horizontal Shifts of Graphs)

สมาคมการ

$$y = f(x + c) \text{ เมื่อ } c > 0$$

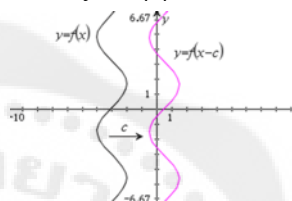
วิธีเขียนกราฟ

เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ไปทางซ้าย c หน่วย

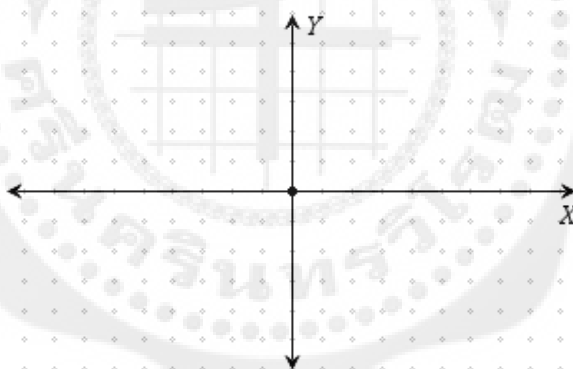


$$y = f(x - c) \text{ เมื่อ } c > 0$$

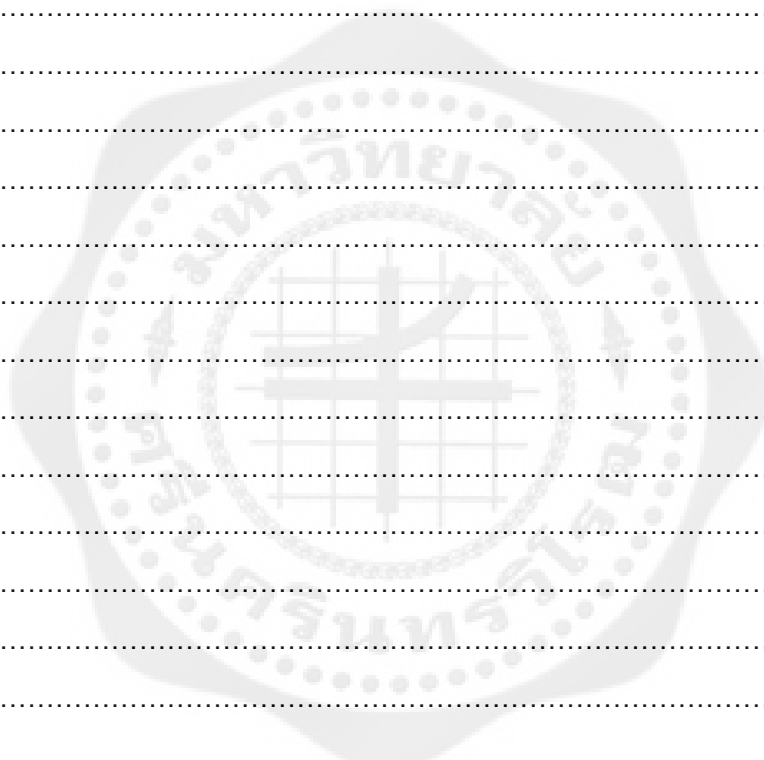
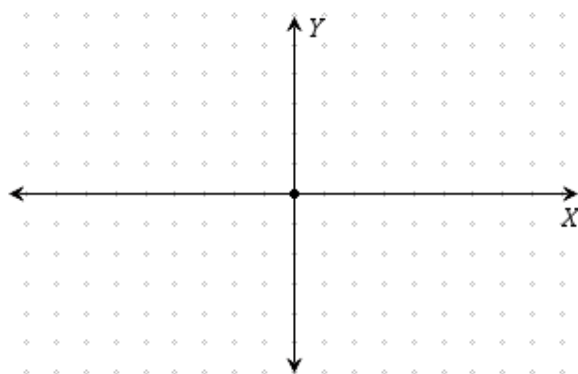
เลื่อนกราฟของ $y = f(x)$ ไปทางขวา c หน่วย



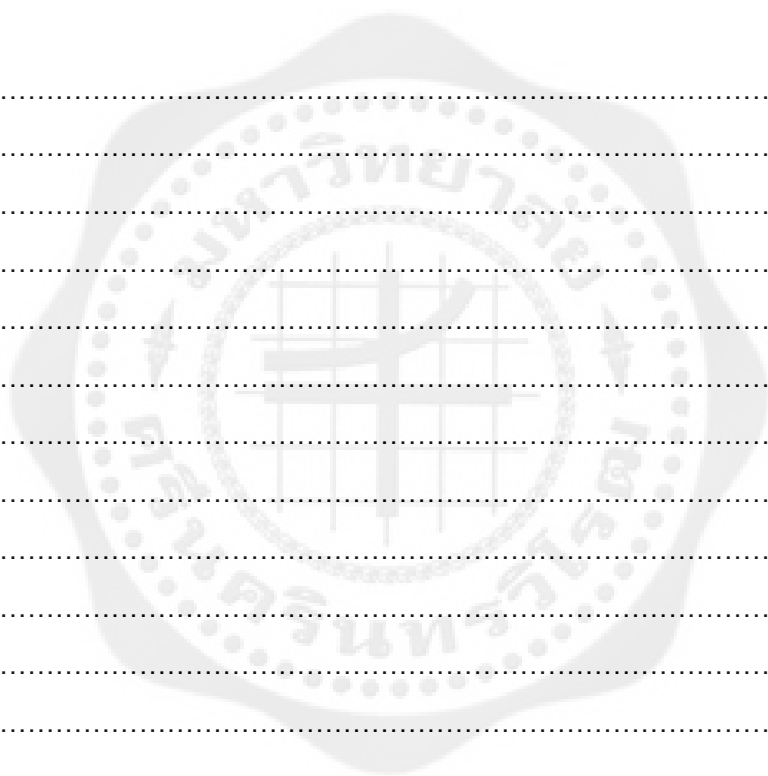
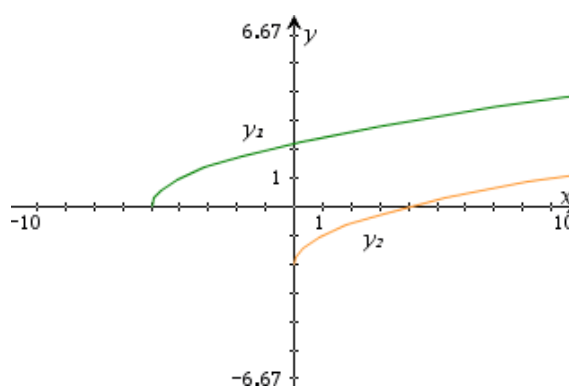
3. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = |x - 5| + 4$

[illegible]

2. จงเขียนกราฟของ $y_1 = x^3$, $y_2 = (x + 3)^3$ และ $y_3 = (x - 5)^3$ ในพิกัดฉากเดียวกัน



4. จงบอกวิธีการเขียนกราฟโดยใช้เทคนิคการเขียนกราฟ และหาสมการของกราฟ y_1 และ y_2





จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. หาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ได้

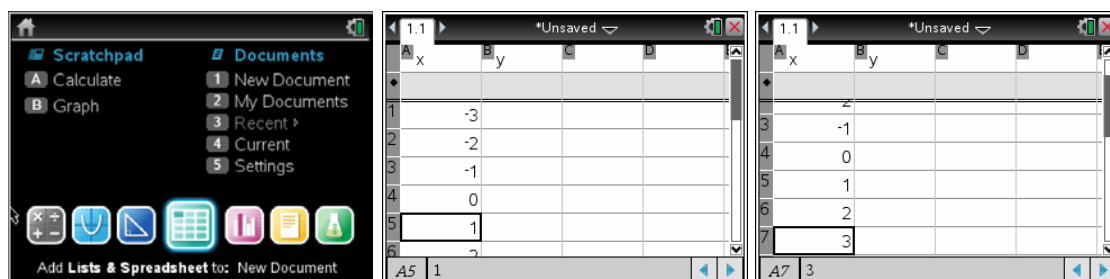
คำชี้แจง : ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (นักเรียนต้องบันทึกไฟล์ทุกข้อในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยตั้งชื่อไฟล์ว่า 3-12-เลขที่ของนักเรียน)

กิจกรรมที่ 3.1 การหาความสัมพันธ์จากเซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้และ เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้

1. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(-3, 5), (-2, 7), (-1, 8), (0, 0), (1, 9), (2, 8), (3, 9)\}$ พร้อมทั้งหาเซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r และเซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r

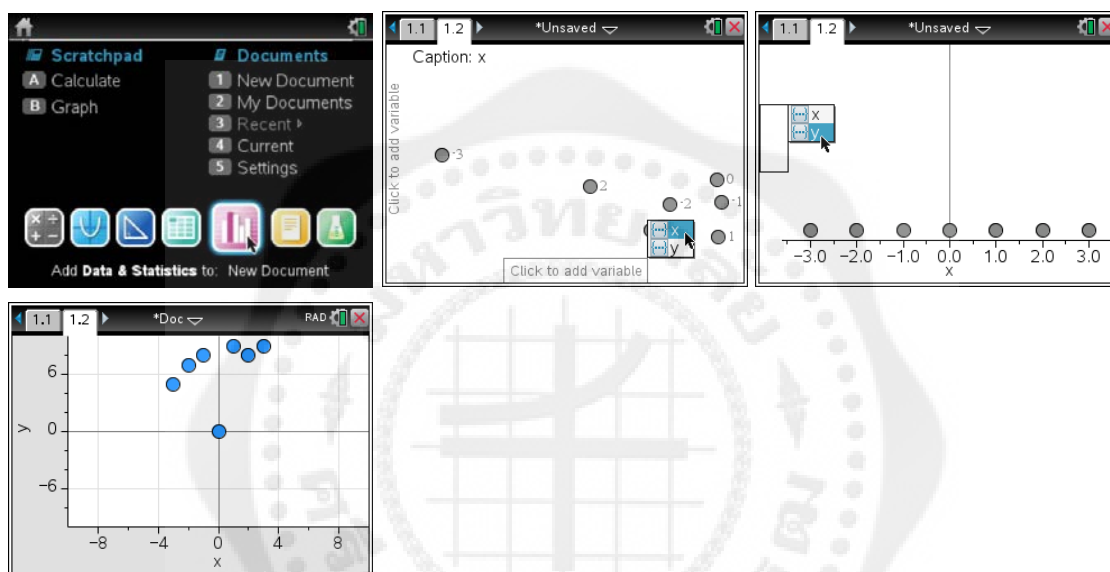
เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน -3, -2, -1, 0, 1, 2 และ 3 และตั้งชื่อตัวแปร y ลงในคอลัมน์ B แล้วป้อน 5, 7, 8, 0, 9, 8 และ 9

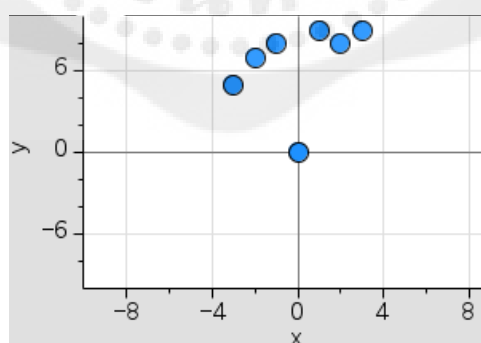


	x	y		
1	-3	5		
2	-2	7		
3	-1	8		
4	0	0		
5	1	9		
6	2	8		
7	3	9		

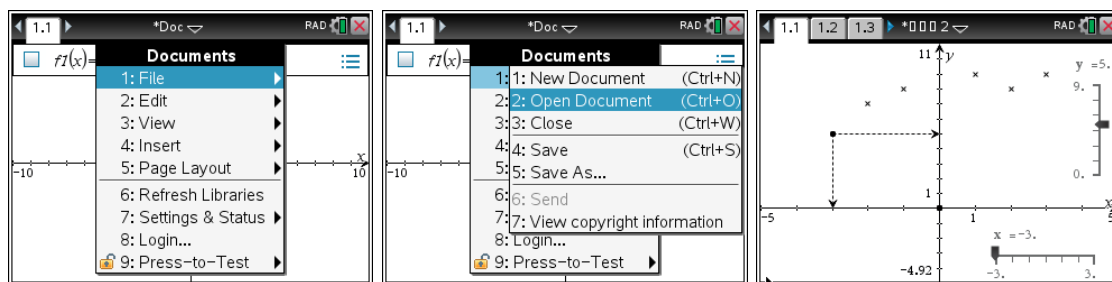
2. กดปุ่ม  เลือก Add Data & Statistics จากนั้นแตะปุ่ม  เมาส์จะปรากฏขึ้น เลือกตัวแปร x ในแนวนอน และเลือกตัวแปร y ในแนวตั้ง กราฟของคู่อันดับจะปรากฏขึ้น



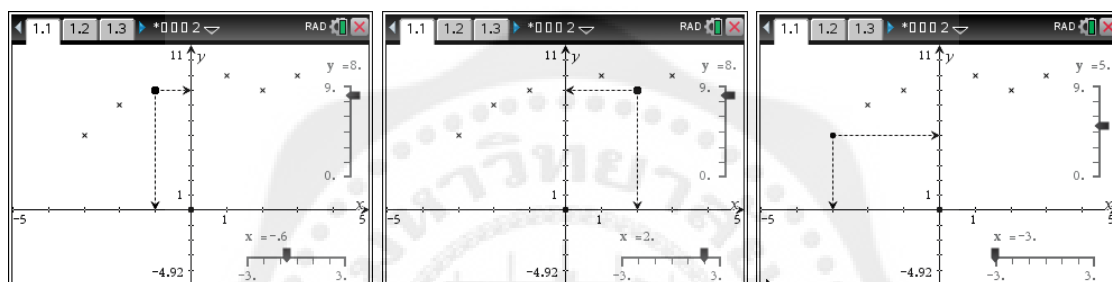
3. ดังนั้นจะเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ได้ดังรูป



4. ให้นักเรียนเปิดไฟล์ 3.1 – 1 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องจากการเขียนกราฟมาข้างต้น กด  เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1 – 2 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



5. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแต่ละปุ่ม จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน ตามจุดบนกราฟเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



6. เนื่องจาก $r = \{(-3, 5), (-2, 7), (-1, 8), (0, 0), (1, 9), (2, 8), (3, 9)\}$

ดังนั้น เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r คือ $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r คือ $\{0, 5, 7, 8, 9\}$

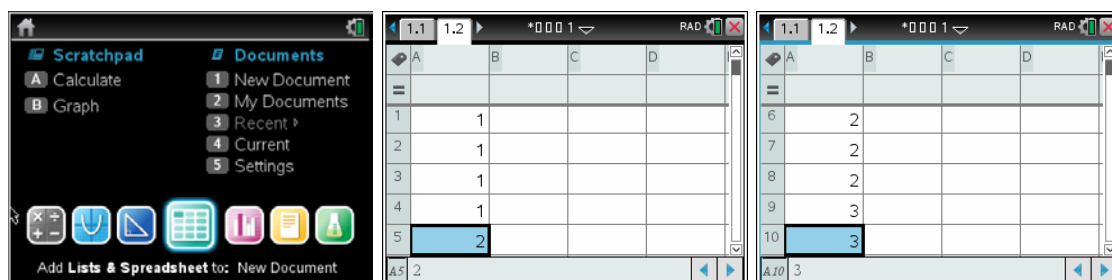
2. ให้ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และกำหนดให้ความสัมพันธ์ r ใน A คือ $\{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนความสัมพันธ์ในรูปแจกแจงสมาชิก

เนื่องจาก $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y = x + 1\}$

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. หา $A \times A$ โดยกด Home เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4 และ 4 ตั้งชื่อตัวแปร y ลงในคอลัมน์ B แล้วป้อน 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3 และ 4



The first row of screenshots shows the initial setup of the spreadsheet. The first two columns are labeled 'A x' and 'B y'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'.

The second row of screenshots shows the initial setup of the spreadsheet. The first two columns are labeled 'A x' and 'B y'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'.

2. หาคความสัมพันธ์ r ใน A โดยตั้งชื่อตัวแปร y_1 ในคอลัมน์ C กดปุ่ม $\blacktriangledown$ แล้วป้อนสมการ $x + 1$ ลงในช่อง C โดยกดปุ่ม $\boxed{X} \boxed{+} \boxed{1}$ เลือก Variable Reference OK จะได้ผลลัพธ์ดังรูป

The first row of screenshots shows the initial setup of the spreadsheet. The first two columns are labeled 'A x' and 'B y'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'.

The second row of screenshots shows the initial setup of the spreadsheet. The first two columns are labeled 'A x' and 'B y'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'.

The third row of screenshots shows the initial setup of the spreadsheet. The first two columns are labeled 'A x' and 'B y'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'. The first three columns are labeled 'C y1' and 'D y2'.

3. ตั้งตัวแปร y_2 ในคอลัมน์ D กดปุ่ม $\blacktriangledown$ แล้วป้อน $y_1 = y$ เพื่อตรวจสอบว่าคู่อันดับใด

อยู่ภายใต้ความสัมพันธ์ของ r ถ้าค่าแสดง true นั้นหมายความว่า เป็นความสัมพันธ์ของ r ถ้าค่าแสดง false นั้นหมายความว่า ไม่เป็นความสัมพันธ์ของ r

The sequence of screenshots shows the following steps:

- Initial data entry: A x, B y, C y1, D y2. Data rows: (1,1,1,2), (2,1,2,2), (3,1,3,2), (4,1,4,2), (5,2,1,3).
- Formula entry: D2 = y1=y2.
- Conflict detection: "Conflict Detected" dialog box appears for cell D2. The message is "=y1=y.". The user selects "Variable Reference".
- Resolution: The dialog box asks "y1 : Cell or Variable?". The user selects "Variable Reference".
- Conflict detection: "Conflict Detected" dialog box appears for cell D2. The message is "=y1=y.". The user selects "Variable Reference".
- Resolution: The dialog box asks "y : Column or Variable?". The user selects "Variable Reference".
- Conflict detection: "Conflict Detected" dialog box appears for cell D2. The message is "=y1=y.". The user selects "Variable Reference".
- Resolution: The dialog box asks "y : Column or Variable?". The user selects "Variable Reference".
- Conflict detection: "Conflict Detected" dialog box appears for cell D2. The message is "=y1=y.". The user selects "Variable Reference".
- Resolution: The dialog box asks "y : Column or Variable?". The user selects "Variable Reference".
- Conflict detection: "Conflict Detected" dialog box appears for cell D2. The message is "=y1=y.". The user selects "Variable Reference".
- Resolution: The dialog box asks "y : Column or Variable?". The user selects "Variable Reference".
- Final result: The spreadsheet shows the completed relation r. The formula bar shows "=false".

4. เนื่องจาก r เป็นความสัมพันธ์ใน A นั่นคือ $r \subset A \times A$

ดังนั้น $r = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

- เซตของสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของ r จากข้อ 2.1. คือ $\{1, 2, 3\}$ จะเรียกเซตนี้ว่า โดเมนของความสัมพันธ์ r
- เซตของสมาชิกตัวหลังในคู่อันดับของ r จากข้อ 2.1. คือ $\{2, 3, 4\}$ จะเรียกเซตนี้ว่า เรนจ์ของความสัมพันธ์ r

สรุป ให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

โดเมนของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย D_r

เรนจ์ของ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย R_r

เมื่อ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

เขียน D_r และ R_r ในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขได้ดังนี้

$$D_r = \{x \in A \mid \text{มี } y \in B \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$$

$$R_r = \{y \in B \mid \text{มี } x \in A \text{ ซึ่ง } (x, y) \in r\}$$

3. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = 2x + 10\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

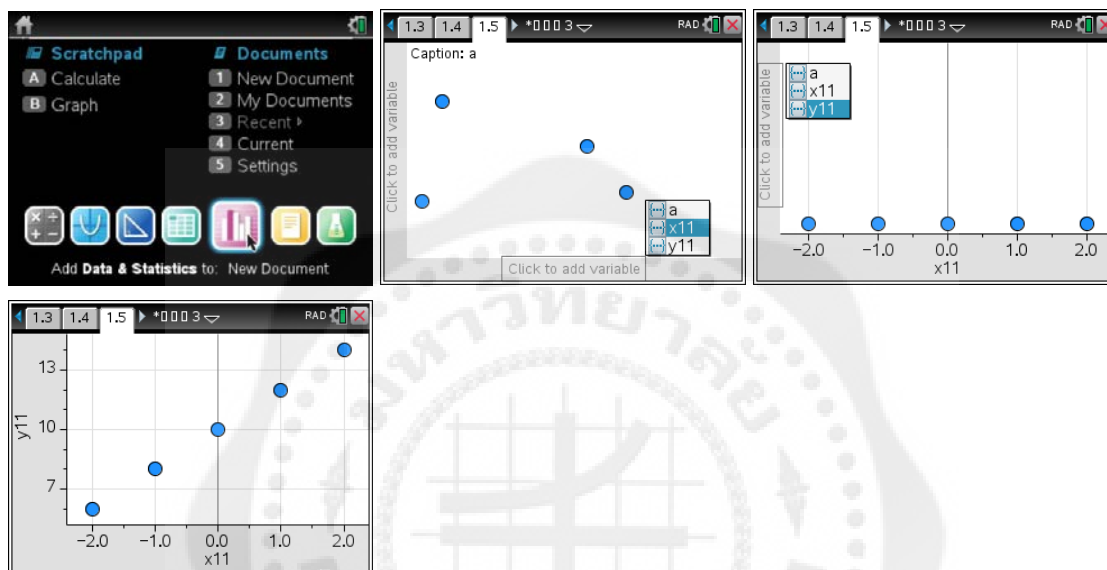
1. จากจอภาพ Home  เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x_{11} ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน -2, -1, 0, 1 และ 2 และตั้งชื่อตัวแปร y_{11} ลงในคอลัมน์ B แล้วสมการ $y = 2x + 10$ โดยกด          เลือก Variable Reference



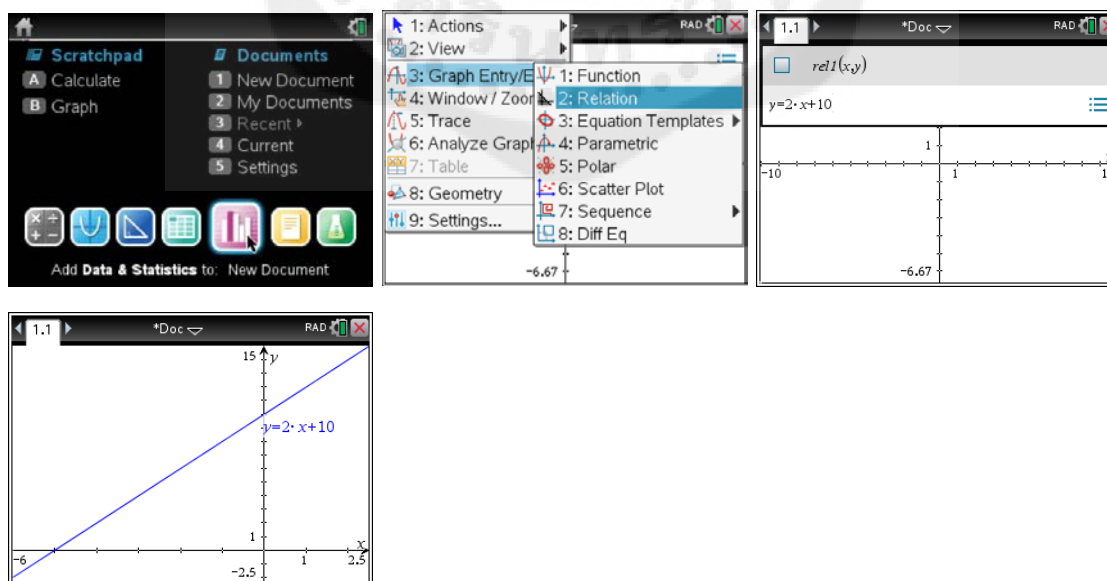
2. จะได้

x	-2	-1	0	1	2
y	6	8	10	12	14

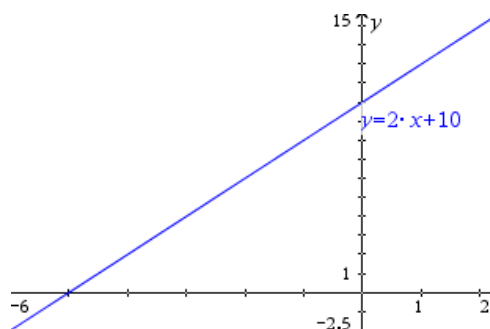
3. กดปุ่ม  เลือก Add Data & Statistics จากนั้นแตะปุ่ม  เมาส์จะปรากฏขึ้น เลือกตัวแปร x11 ในแนวนอน และเลือกตัวแปร y11 ในแนวตั้ง กราฟของคู่อันดับจะปรากฏขึ้น



4. เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้โดยกด  เลือก Graphs 3: Graph Entry / Edit 2: Relation แล้วรอกสมการ จะได้กราฟของความสัมพันธ์ดังรูป

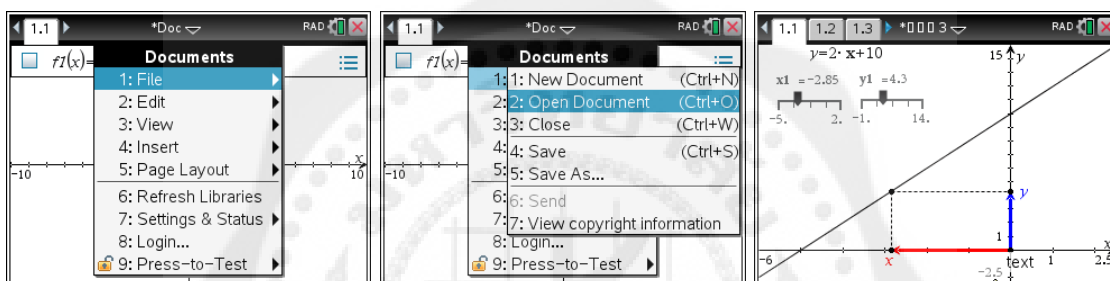


5. ดังนั้นจะเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ได้ดังรูป



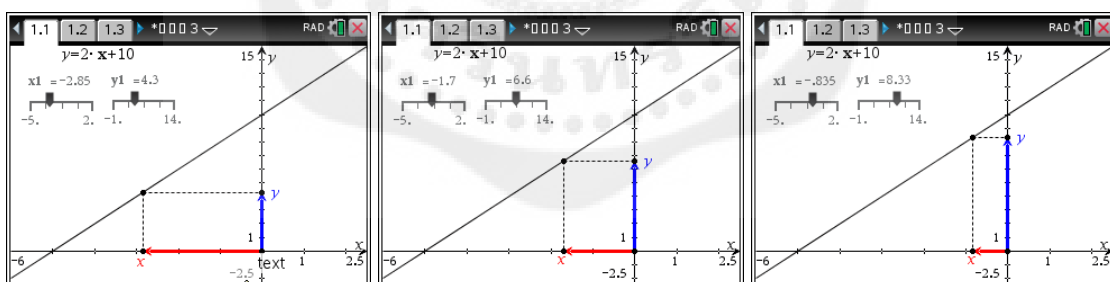
6. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.1 – 3 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องจากการเขียนกราฟมาข้างต้น กด

doc เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1 – 3 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



7. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแต่ละปุ่ม

 จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน  ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



8. จากกราฟ เนื่องจาก $y = 2x + 10$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_r = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

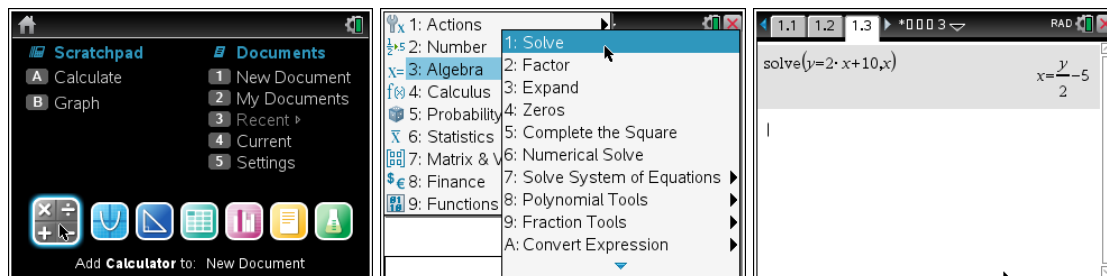
จาก $y = 2x + 10$ จะได้ $x = \frac{y-10}{2}$

เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_r = \{y \mid y \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

หมายเหตุ 1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator กดปุ่ม  เลือก 3: Algebra 1:

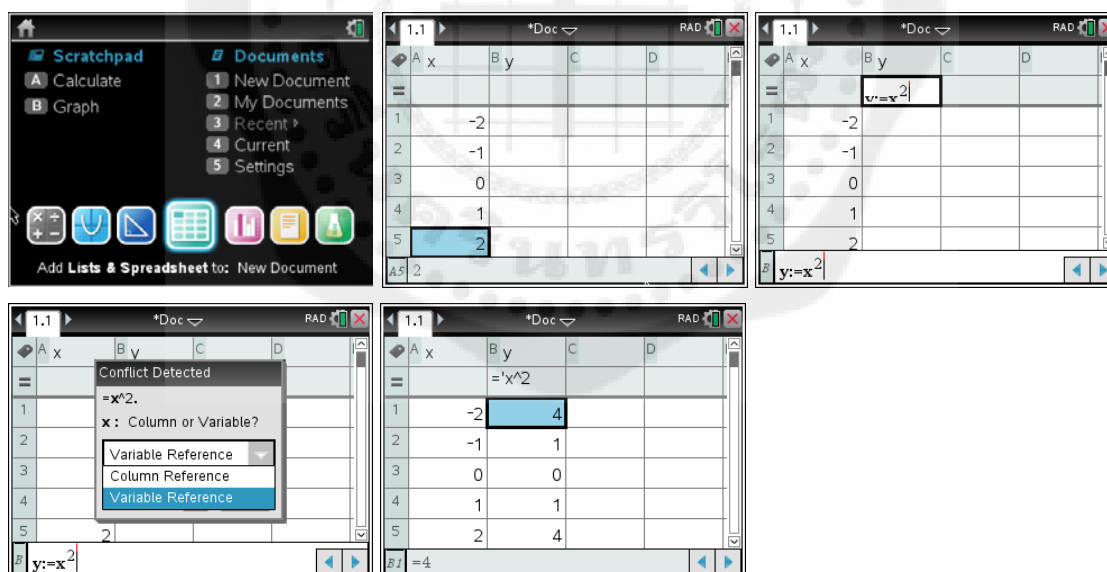
Solve แล้วพิมพ์สมการ ดังรูป จะได้ $x = \frac{y-10}{2}$



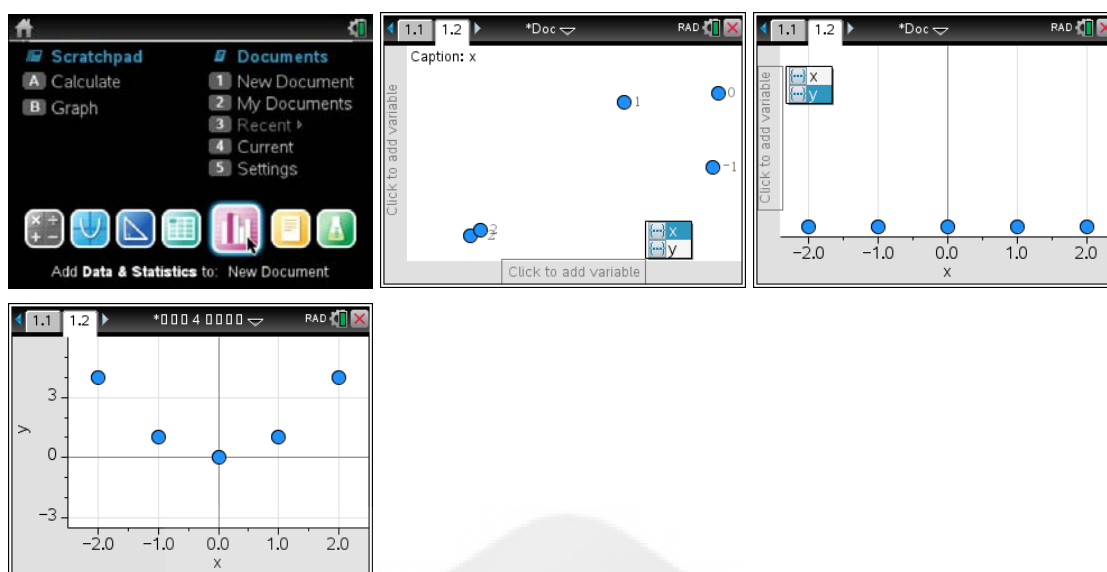
4. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = x^2\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home  เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน -2, -1, 0, 1 และ 2 และตั้งชื่อตัวแปร y ลงในคอลัมน์ B กดปุ่ม  แล้วสมการ $y = x^2$ โดยกด x^2   เลือก Variable Reference



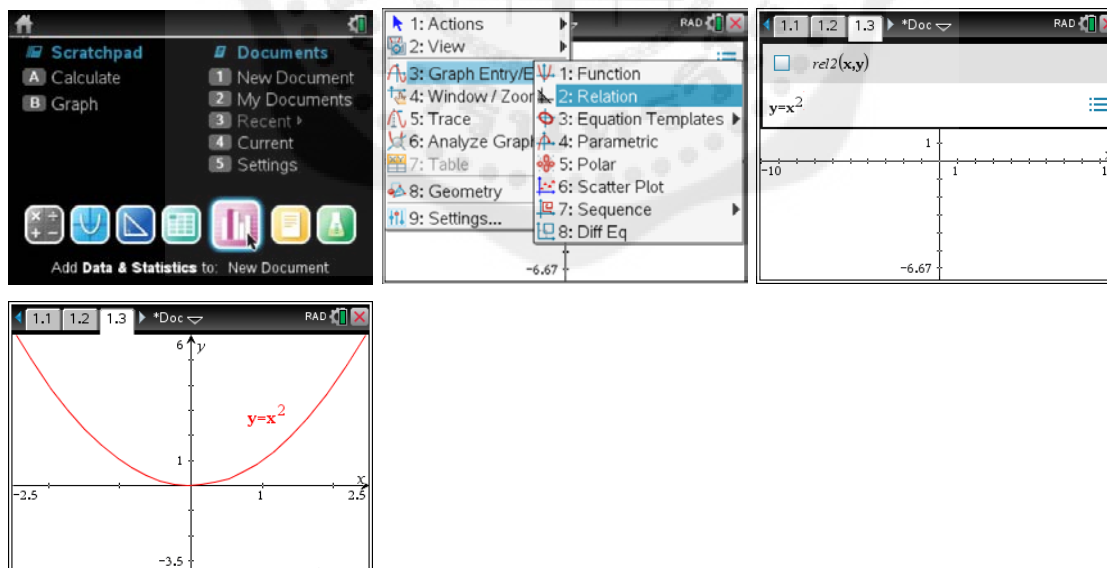
2. กดปุ่ม  เลือก Add Data & Statistics จากนั้นแตะปุ่ม  เมาส์จะปรากฏขึ้น เลือกตัวแปร x ในแนวนอน และเลือกตัวแปร y ในแนวตั้ง กราฟของคู่อันดับจะปรากฏขึ้น



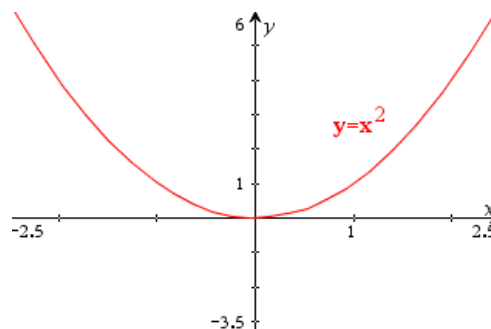
3. จะได้

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

4. เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้โดยกด  on เลือก Graphs 3: Graph Entry / Edit 2: Relation แล้วรอกสมการ จะได้กราฟของความสัมพันธ์ดังรูป

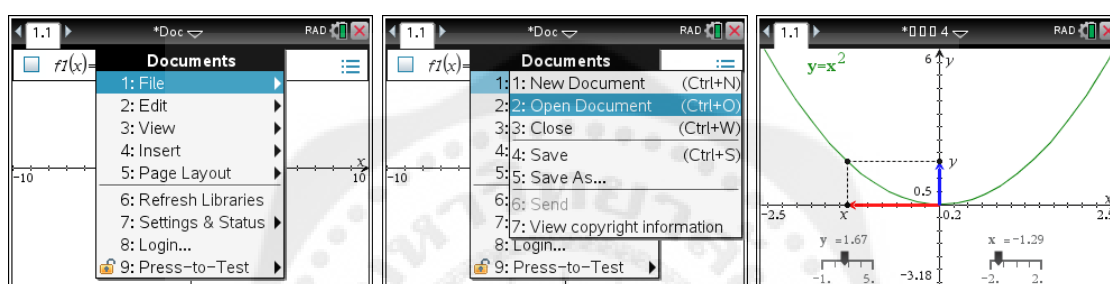


5. ดังนั้นจะเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ได้ดังรูป



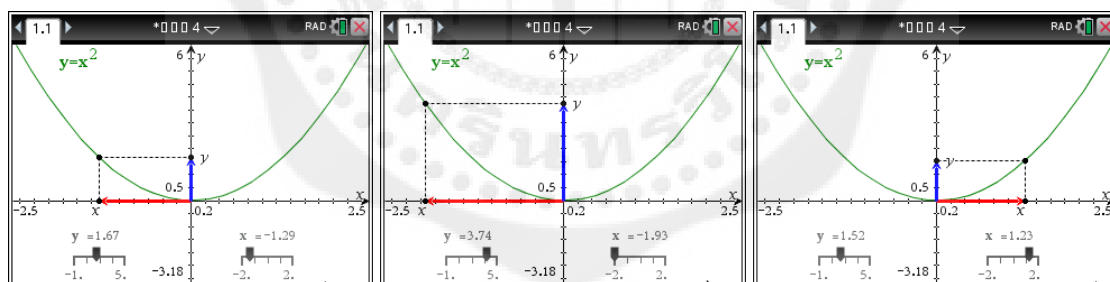
6. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.1 – 4 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องจากการเขียนกราฟมาข้างต้น กด

doc เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1 – 4 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



7. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแต่ละปุ่ม

จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน $[D][R]$ ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



8. จากกราฟ เนื่องจาก $y = x^2$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

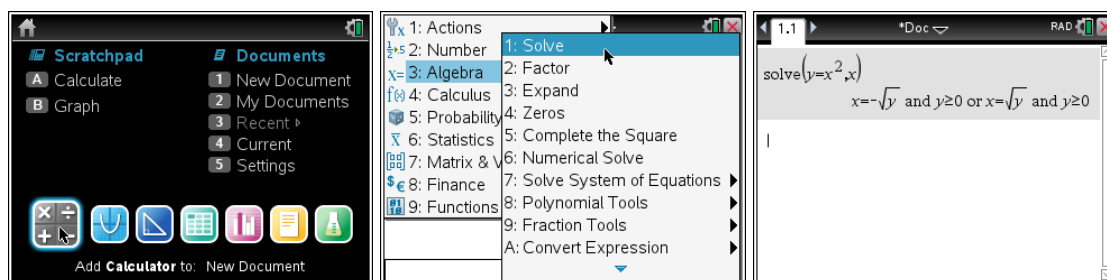
ดังนั้น $D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

จาก $y = x^2$ จะได้ $x = \pm\sqrt{y}$ และ $y \geq 0$

เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_f = \{y \mid y \geq 0\} = [0, \infty)$

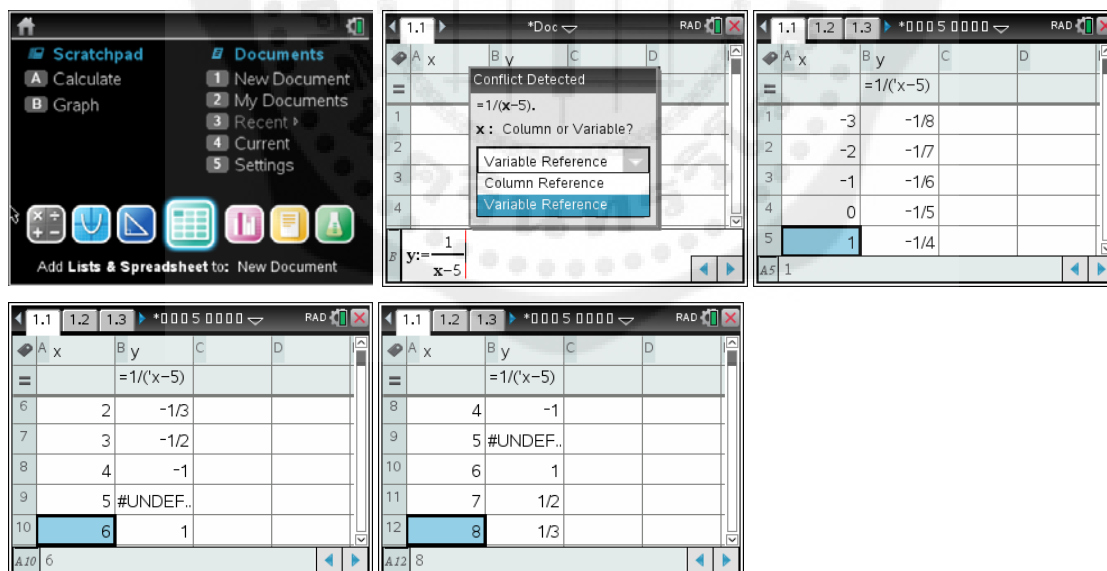
หมายเหตุ 1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator กดปุ่ม  เลือก 3: Algebra 1: Solve แล้วพิมพ์สมการ ดังรูป จะได้ $x = \pm\sqrt{y}$ และ $y \geq 0$



5. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x-5} \right\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

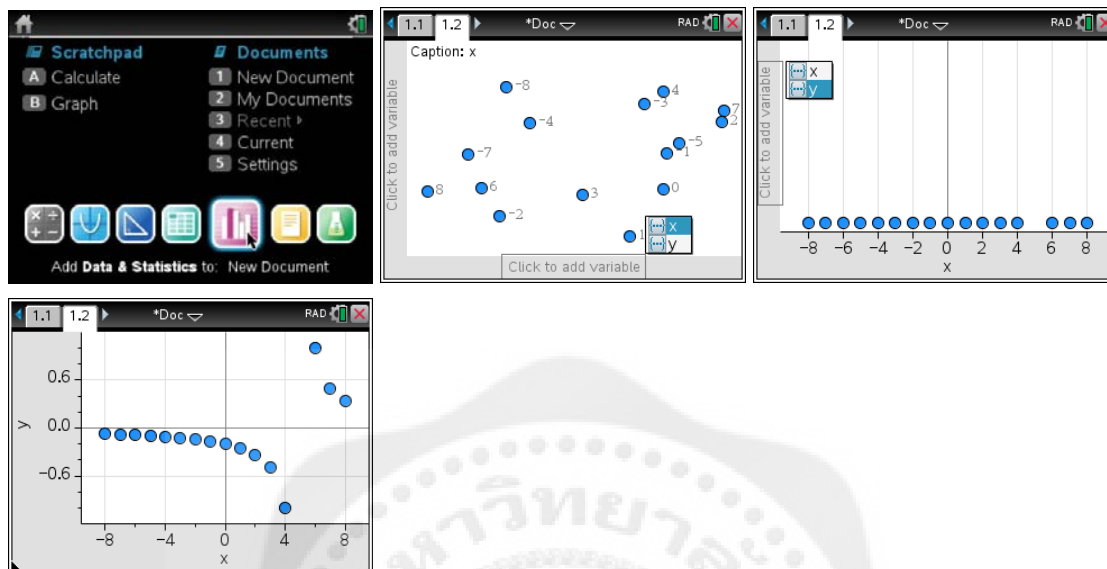
1. จาก  เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 และตั้งชื่อตัวแปร y ลงในคอลัมน์ B กดปุ่ม  แล้วพิมพ์สมการ $y = \frac{1}{x-5}$ โดยกด        เลือก Variable Reference OK



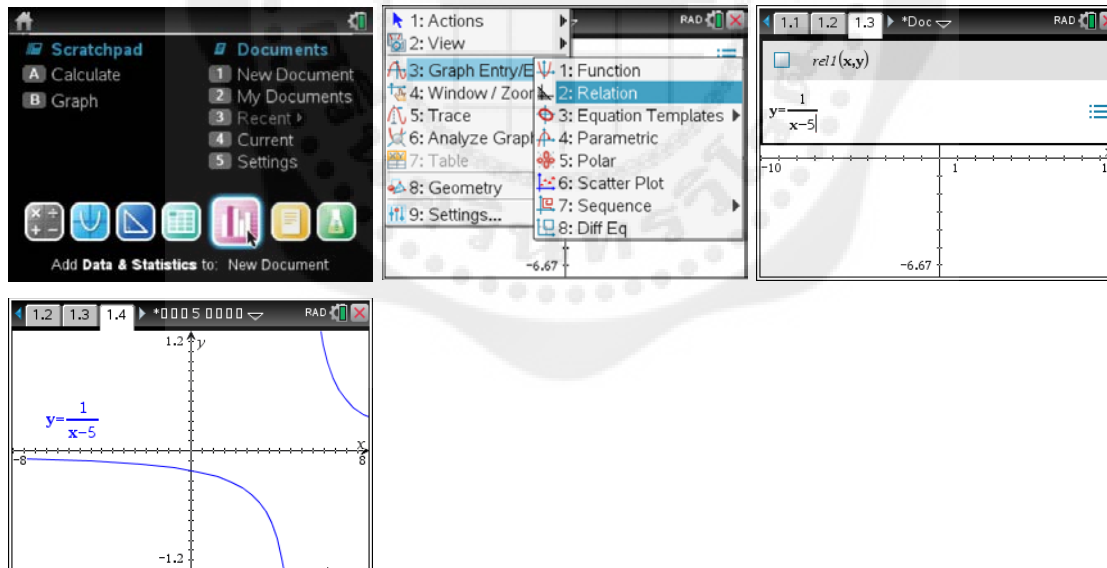
2. เนื่องจาก $y = \frac{1}{x-5}$ เมื่อแทน x ด้วย 5 จะได้ $\frac{1}{0}$ ซึ่งไม่นิยามมีความหมาย จะได้

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-1	.	.1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

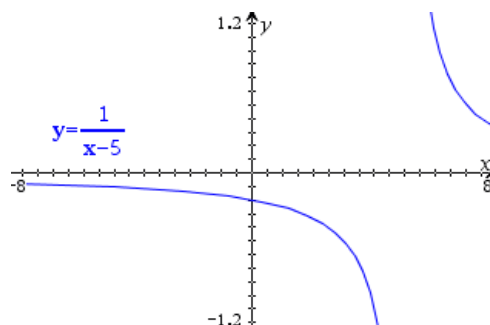
3. กดปุ่ม  on เลือก Add Data & Statistics จากนั้นแตะปุ่ม  เมาส์จะปรากฏขึ้น เลือกตัวแปร x ในแนวนอน และเลือกตัวแปร y ในแนวตั้ง กราฟของคู่อันดับจะปรากฏขึ้น



4. เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้โดยกด  on เลือก Graphs 3: Graph Entry / Edit 2: Relation แล้วรอกสมการ จะได้กราฟของความสัมพันธ์ดังรูป

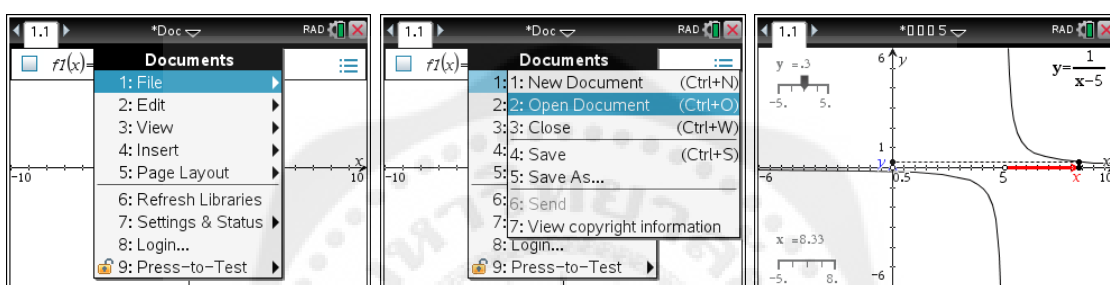


5. ดังนั้นจะเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ได้ดังรูป



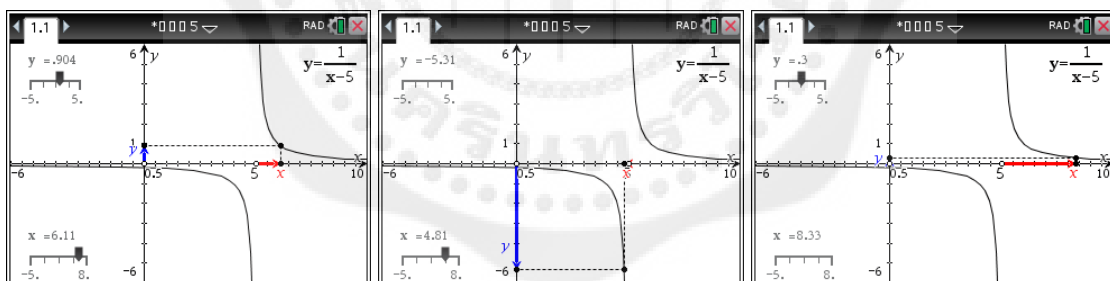
6. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.1 – 5 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องจากการเขียนกราฟมาข้างต้น กด

doc เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1 – 5 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



7. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแต่ละปุ่ม

 จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน   ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



8. จากกราฟ เนื่องจาก $y = \frac{1}{x-5}$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้นเมื่อแทน x ด้วย 5 จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

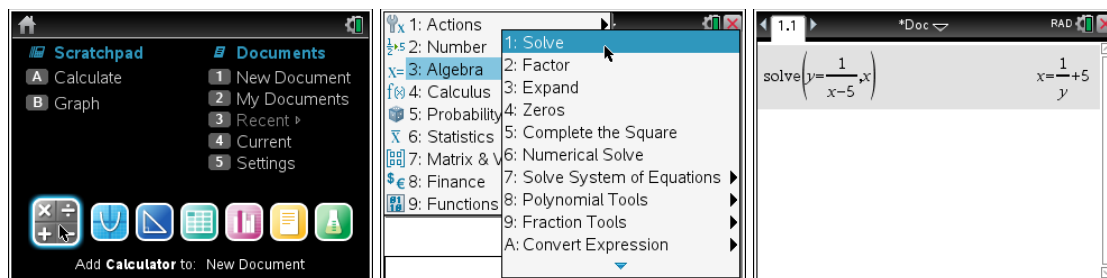
ดังนั้น $D_r = \{x \mid x \neq 5\} = \mathbb{R} - \{5\}$

จาก $y = \frac{1}{x-5}$ จะได้ $x = \frac{1}{y} + 5$

เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้น 0 จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_r = \{y \mid y \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$

หมายเหตุ 1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator กดปุ่ม  เลือก 3: Algebra 1: Solve แล้วพิมพ์สมการ ดังรูป จะได้ $x = \frac{1}{y} + 5$

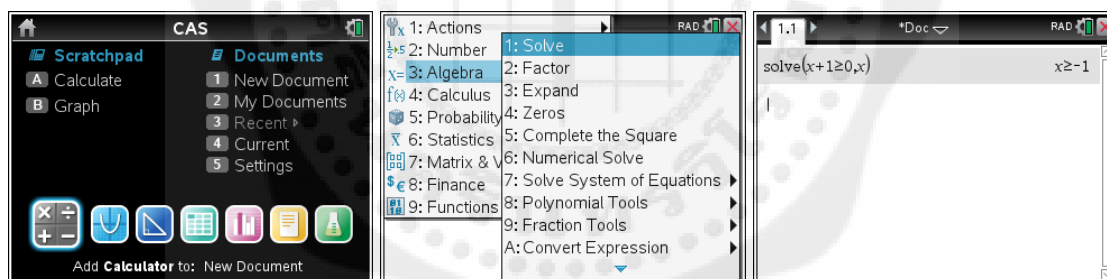


6. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) | y = -\sqrt{x+1}\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

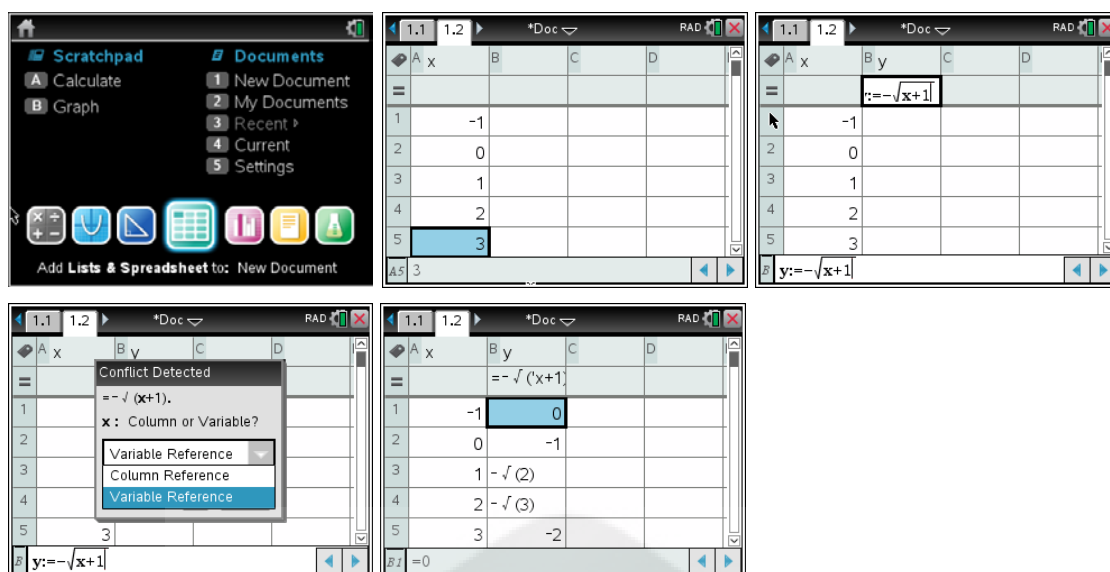
1. พิจารณา $y = -\sqrt{x+1}$ จะเห็นว่า $x+1$ ต้องไม่เป็นจำนวนติดลบ เพราะรากที่สองของจำนวนลบไม่เป็นจำนวนจริง จะได้ $x+1 \geq 0$ คำนวณผ่าน Calculator  เลือก Calculator

 3: Algebra 1: Solve กด  X $+$ 1 $,$ X enter



2. เนื่องจาก $x+1 \geq 0$ จะได้ $x \geq -1$ ดังนั้นเราสามารถแทน x ตั้งแต่ -1 เป็นต้นไปได้

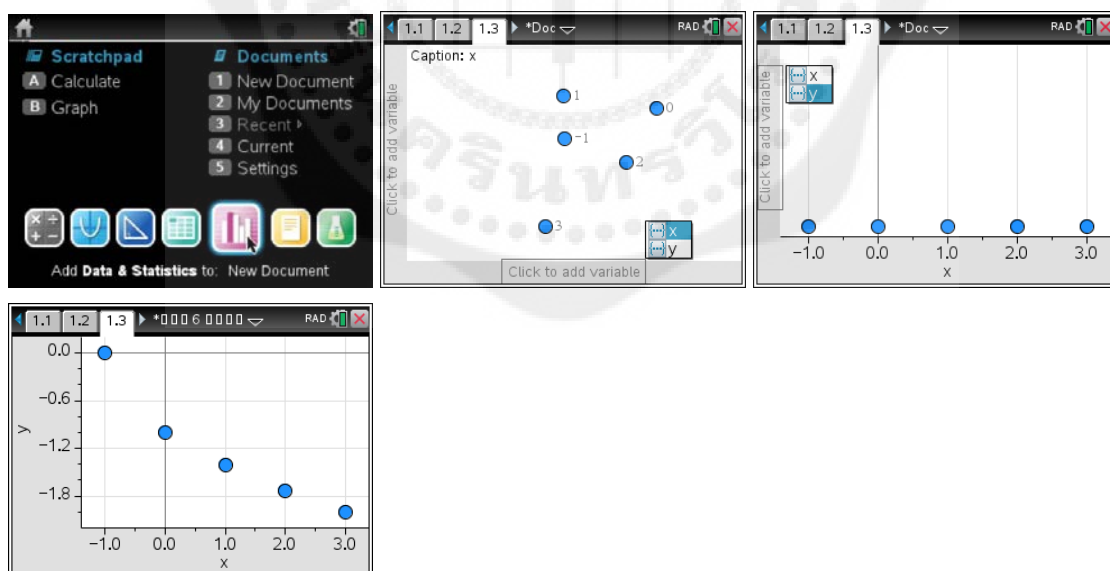
3. กด  เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน $-1, 0, 1, 2$ และ 3 และตั้งชื่อตัวแปร y ลงในคอลัมน์ B กดปุ่ม $\blacktriangledown$ แล้วพิมพ์สมการ $y = -\sqrt{x+1}$ โดยกด (-) ctrl x^2 X $+$ 1 enter เลือก Variable Reference OK



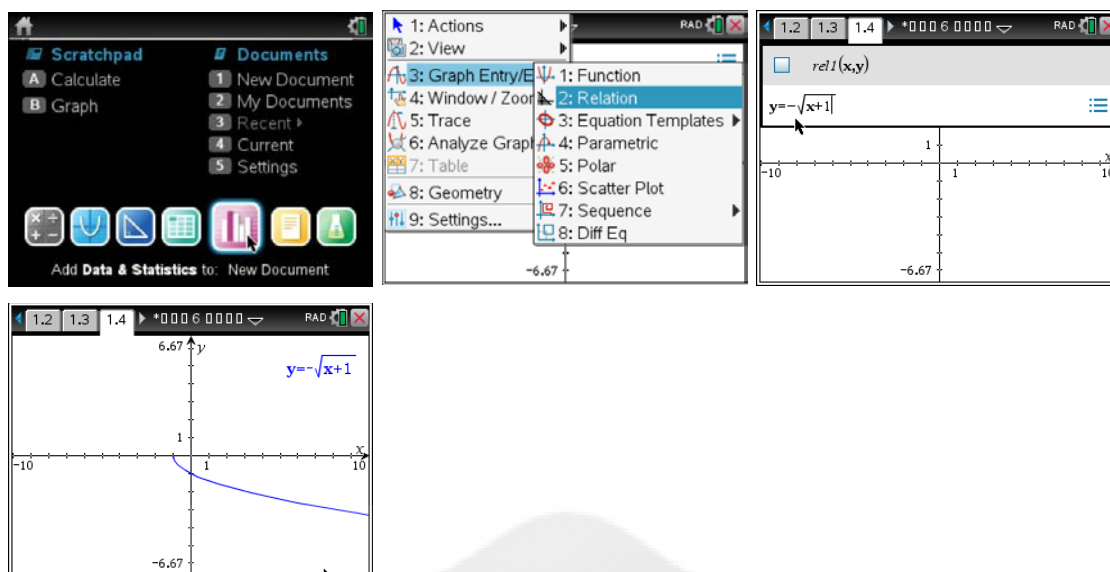
4. จะได้

x	-1	0	1	2	3
y	0	-1	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}$	-2

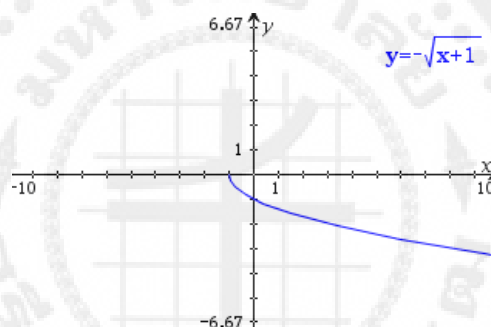
5. กดปุ่ม  เลือก Add Data & Statistics จากนั้นแตะปุ่ม  เมาส์จะปรากฏขึ้น เลือกตัวแปร x ในแนวนอน และเลือกตัวแปร y ในแนวตั้ง กราฟของคู่อันดับจะปรากฏขึ้น



6. เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้โดยกด  เลือก Graphs 3: Graph Entry / Edit 2: Relation แล้วกรอกสมการ จะได้กราฟของความสัมพันธ์ดังรูป

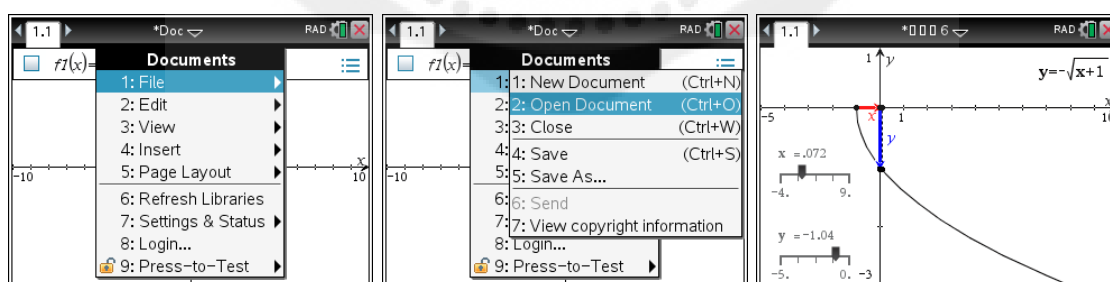


7. ดังนั้นจะเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ได้ดังรูป



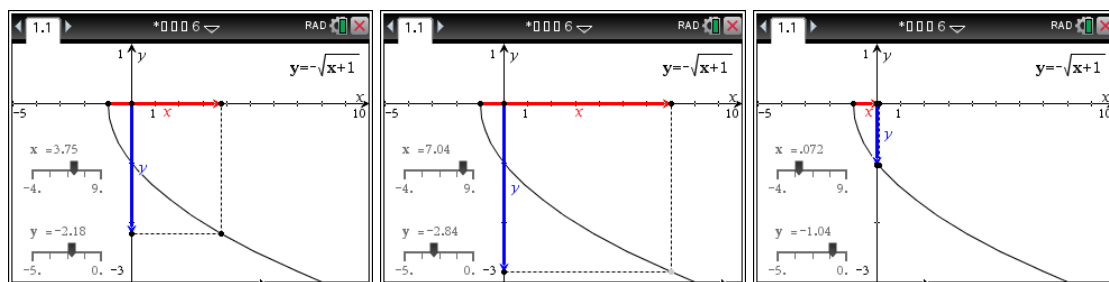
8. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.1 – 6 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องจากการเขียนกราฟมาข้างต้น กด

[doc] เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1 – 6 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



9. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแต่ละปุ่ม

[🔍] จะปรากฏ **📊** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[D][D]** ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



10. จากกราฟ เนื่องจาก $y = -\sqrt{x+1}$ และ $x + 1 \geq 0$ ดังนั้น $x \geq -1$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ -1 จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_f = \{x \mid x \geq -1\} = [-1, \infty)$

เนื่องจาก $x + 1 \geq 0$ ดังนั้น $-\sqrt{x+1} \leq 0$ มีค่ามากที่สุดเท่ากับ 0 เมื่อ $x = -1$

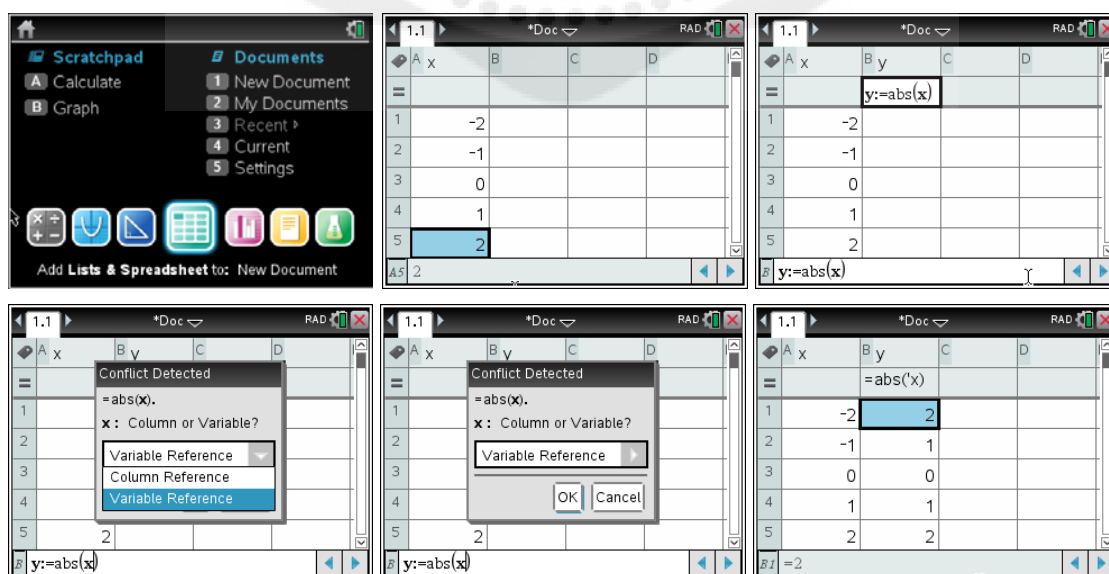
ดังนั้น $R_f = \{y \mid y \leq 0\} = (-\infty, 0]$

7. จงเขียนกราฟของความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \mid y = |x|\}$ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. กด **on** เลือก List & Spreadsheet แล้วตั้งชื่อตัวแปร x ลงในคอลัมน์ A แล้วป้อน $-2, -1, 0, 1$ และ 2 และตั้งชื่อตัวแปร y ลงในคอลัมน์ B กดปุ่ม **▼** แล้วพิมพ์ $y = |x|$ โดยกด

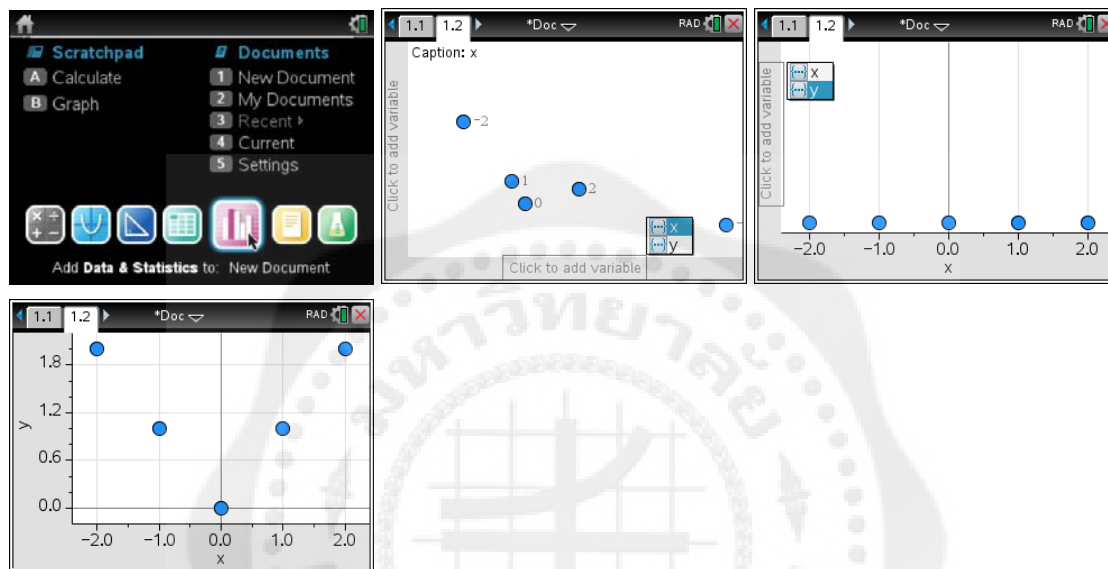
A B S (X) enter เลือก Variable Reference OK



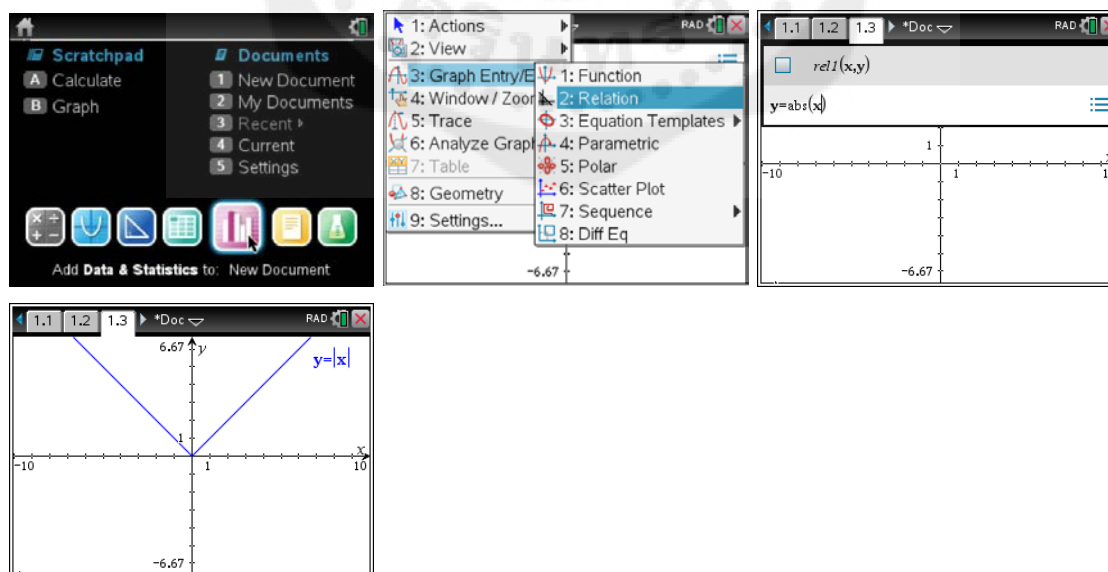
2. จะได้

x	-2	-1	0	1	2
y	2	1	0	1	2

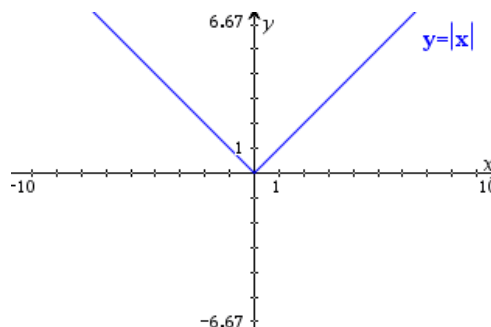
3. กดปุ่ม  เลือก Add Data & Statistics จากนั้นแตะปุ่ม  เมาส์จะปรากฏขึ้น เลือกตัวแปร x ในแนวนอน และเลือกตัวแปร y ในแนวตั้ง กราฟของคู่อันดับจะปรากฏขึ้น



4. เมื่อ เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะเขียนกราฟได้โดยกด  เลือก Graphs 3: Graph Entry / Edit 2: Relation แล้วรอกสมการ จะได้กราฟของความสัมพันธ์ดังรูป

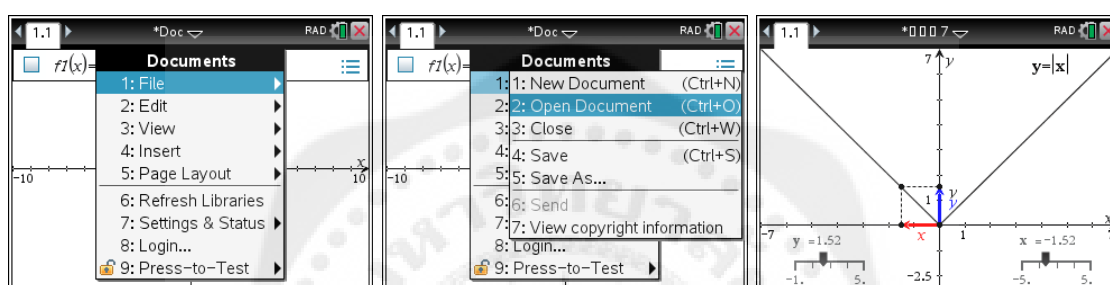


5. ดังนั้นจะเขียนกราฟของความสัมพันธ์ ได้ดังรูป



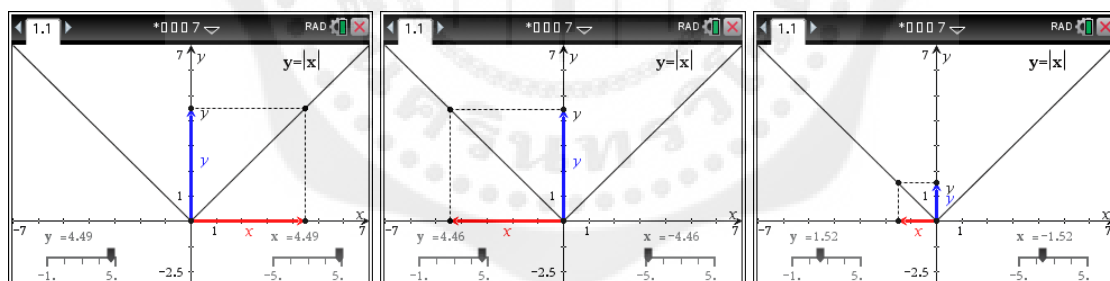
6. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.1 – 7 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องจากการเขียนกราฟมาข้างต้น กด

doc เลือก 1: File 2: Open Document เลือกไฟล์ 3.1 – 7 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



7. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแต่ละปุ่ม

จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



8. จากกราฟ เนื่องจาก $y = |x|$

จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

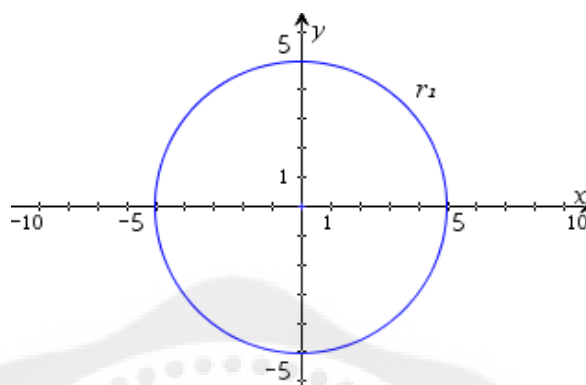
ดังนั้น $D_r = \{x | x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$

เนื่องจาก $y = |x|$ จะได้ว่า $y = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$ ฉะนั้น $y \geq 0$

ดังนั้น $R_r = \{y | y \geq 0\} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\} = [0, \infty)$

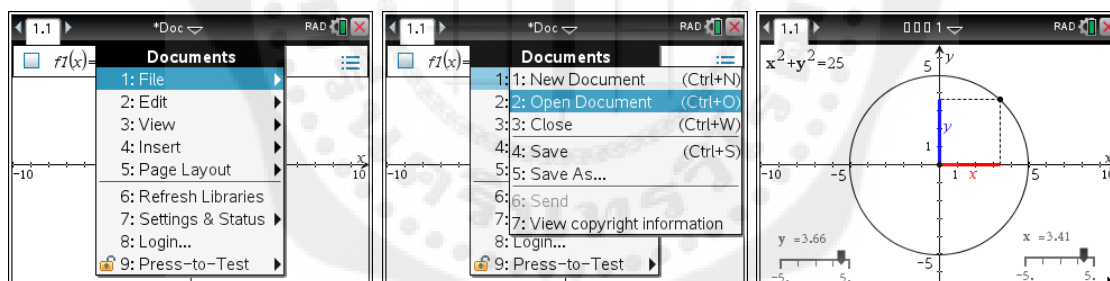
❁ กิจกรรมที่ 3.2 ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟพิจารณารูปของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาโดเมนและเรนจ์

1.

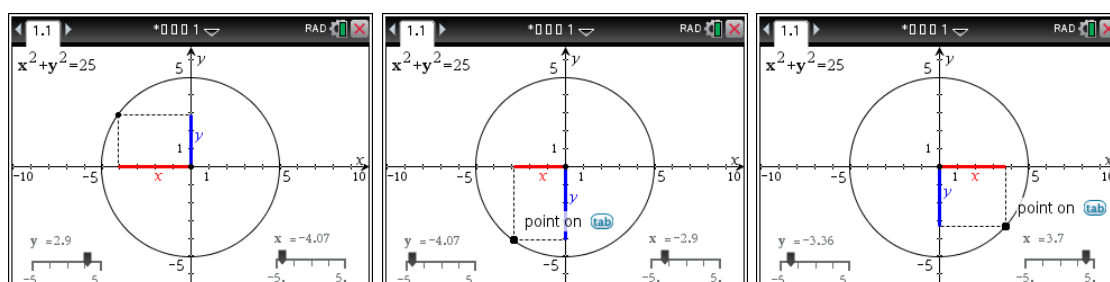


พิจารณารูปด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

1. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.2-1 กด **doc** เลือก 1: File 2: Open Document เลือกไฟล์ 3.2-1 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



2. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r_1 พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแต่ละปุ่ม จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[D]****[D]** ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



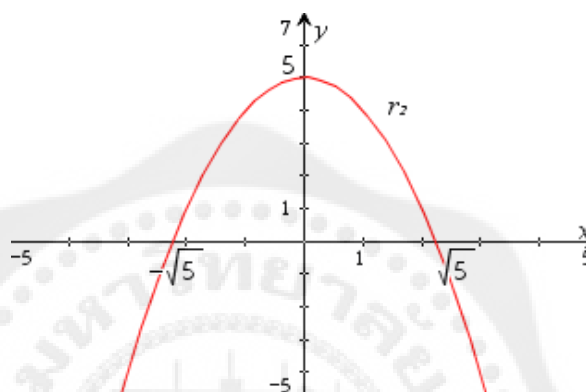
3. จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_1 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือ

เท่ากับ -5 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_1 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ -5 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5

ดังนั้น..... $D_{r_1} = \{x \mid -5 \leq x \leq 5\} = [-5, 5]$

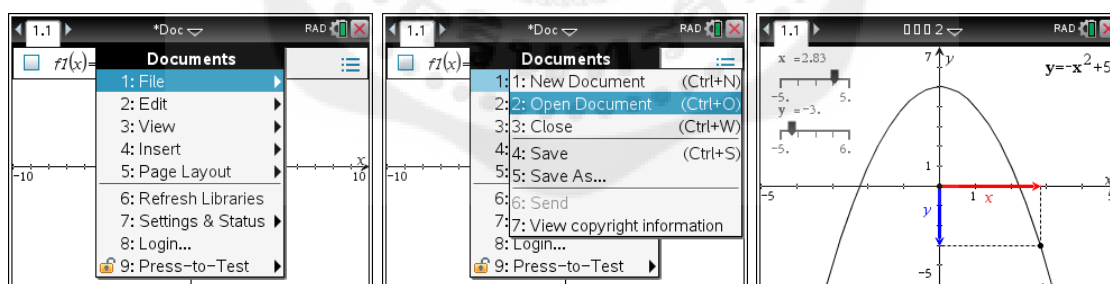
..... $R_{r_1} = \{y \mid -5 \leq y \leq 5\} = [-5, 5]$

2.

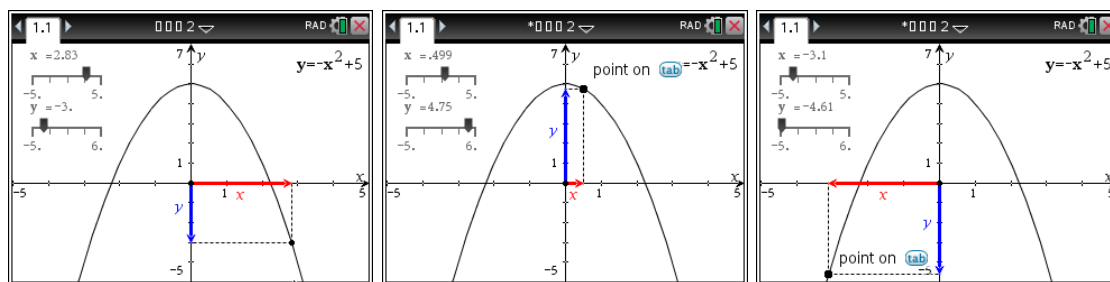


พิจารณากราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

1. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.2-2 กด doc▼ เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1-2 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



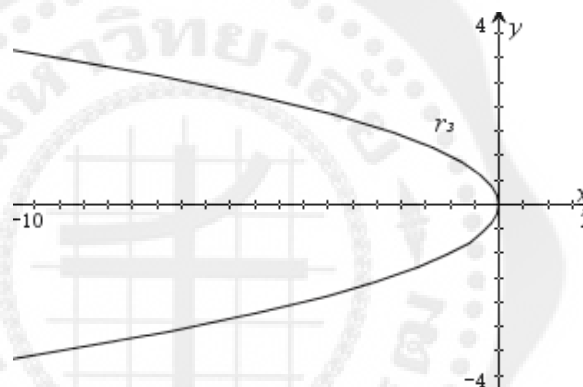
2. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r_2 พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแตะปุ่ม  จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน [D][D] ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



3. จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_2 เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_2 เป็นจำนวนจริงที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5

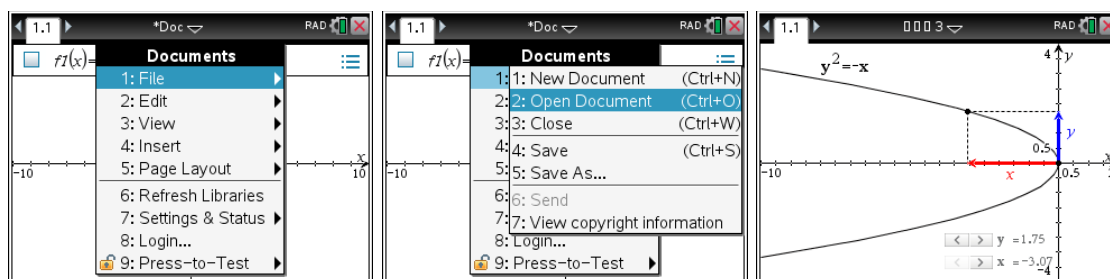
ดังนั้น $D_{r_2} = \mathbb{R}$ และ $R_{r_2} = (-\infty, 5]$

3.

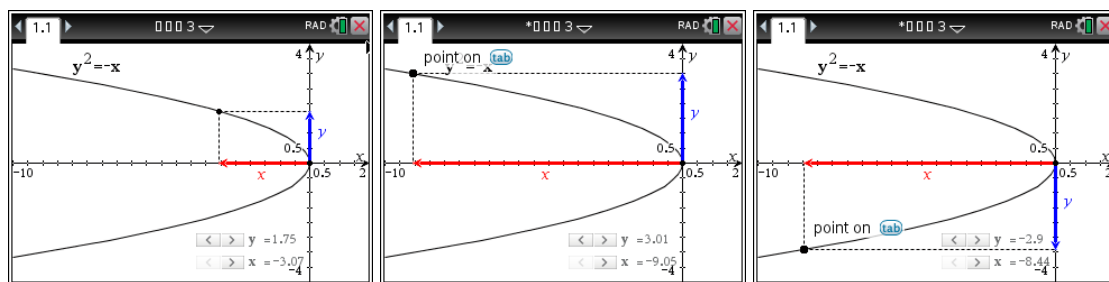


พิจารณากราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

1. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.2-3 กด **doc** เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1-3 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



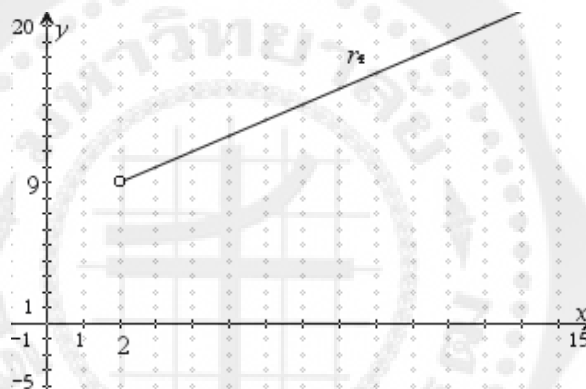
2. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r_3 พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแตะปุ่ม จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[D][D]** ตามจุดบนแกนเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



3. จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_3 เป็นจำนวนจริงที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_3 เป็นจำนวนจริงใด ๆ

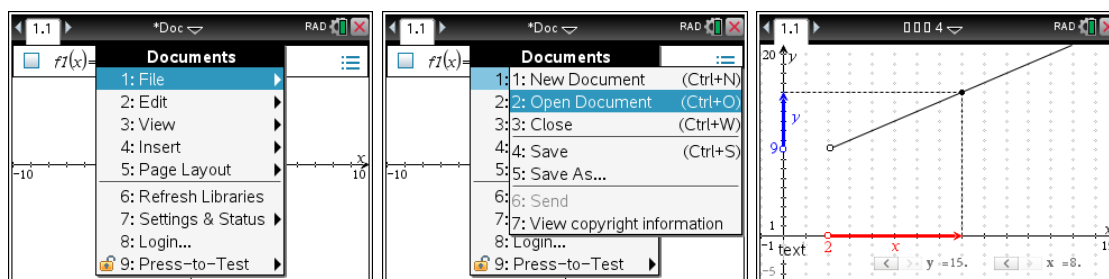
ดังนั้น $D_{r_3} = (-\infty, 0]$ และ $R_{r_3} = \mathbb{R}$

4.

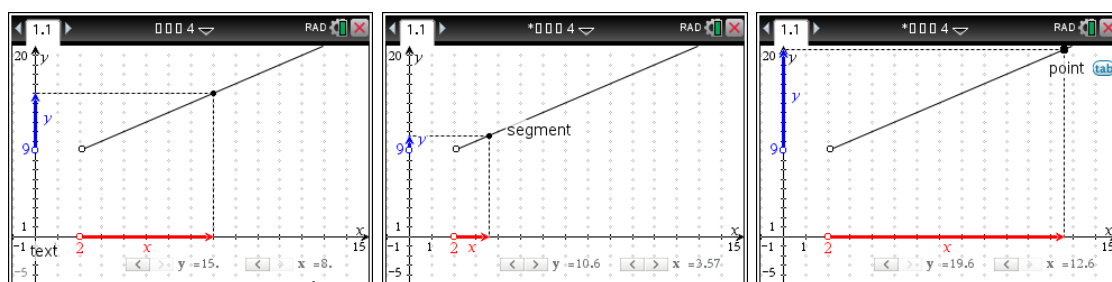


พิจารณากราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ

1. นักเรียนเปิดไฟล์ 3.2 -4 กด **[doc]** เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 3.1-4 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



2. แล้วสำรวจความสัมพันธ์ r_4 พร้อมกับหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ โดยแตะปุ่ม **[]** จะปรากฏ **[]** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[]** ตามจุดบนกราฟเพื่อหาโดเมนของความสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาค่า x และหาเรนจ์ของความสัมพันธ์เมื่อพิจารณาค่า y



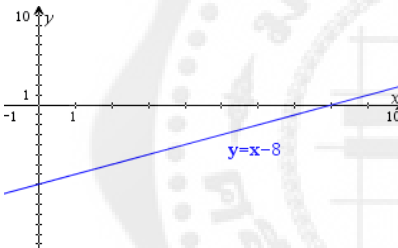
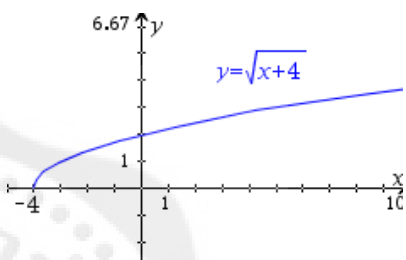
3. จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของ r_4 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 2 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ r_4 เป็นจำนวนจริงที่มากกว่า 9

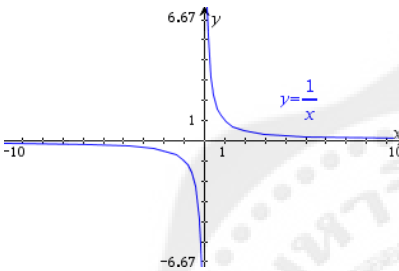
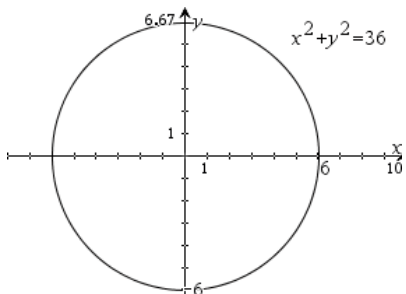
ดังนั้น $D_{r_4} = \{x \mid x > 2\} = (2, \infty)$ และ $R_{r_4} = \{y \mid y > 9\} = (9, \infty)$



กิจกรรมท้ายคาบ 3

คำสั่ง : จงพิจารณาความสัมพันธ์หรือกราฟที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมหาโดเมนและเรนจ์
หมายเหตุ นักเรียนสามารถใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟเพื่อตรวจสอบคำตอบ หรือไม่ใช้ก็ได้

ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้	กราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้												
1. $r = \{(x, y) \mid y = x - 8\}$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>-9</td><td>-5</td><td>0</td><td>5</td><td>9</td></tr><tr><td>y</td><td>-17</td><td>-13</td><td>-8</td><td>-3</td><td>1</td></tr></table> จะเขียนกราฟได้ดังนี้  จากกราฟ เนื่องจาก $y = x - 8$ จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ ดังนั้น $D_r = \{x \mid x \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$ จาก $y = x - 8$ จะได้ $x = y + 8$ เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ ดังนั้น $R_r = \{y \mid y \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}$	x	-9	-5	0	5	9	y	-17	-13	-8	-3	1	3.  จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมนของความสัมพันธ์ $y = \sqrt{x + 4}$ เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ -4 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์ $y = \sqrt{x + 4}$ เป็นจำนวนจริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ 0 ดังนั้น $D_r = \{x \mid x \geq -4\} = [-4, \infty)$ ดังนั้น $R_r = \{y \mid y \geq 0\} = [0, \infty)$
x	-9	-5	0	5	9								
y	-17	-13	-8	-3	1								

ความสัมพันธ์ที่กำหนดให้	กราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้												
2. $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x} \right\}$ <table><tr><td>x</td><td>-5</td><td>-3</td><td>0</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\frac{1}{5}$</td><td>$-\frac{1}{3}$</td><td>$\therefore$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr></table> จะเขียนกราฟได้ดังนี้  จากกราฟ เนื่องจาก $y = \frac{1}{x}$ จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้น 0 จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ ดังนั้น $D_r = \{x \mid x \in \mathbb{R} - \{0\}\} = \mathbb{R} - \{0\}$ จาก $y = \frac{1}{x}$ จะได้ $x = \frac{1}{y}$ เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้น 0 จะ สามารถหาค่า x ได้เสมอ ดังนั้น $R_r = \{y \mid y \in \mathbb{R} - \{0\}\} = \mathbb{R} - \{0\}$	x	-5	-3	0	3	5	y	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$\therefore$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	4.  จากกราฟ พบว่า x ซึ่งเป็นสมาชิกในโดเมน ของความสัมพันธ์ $x^2 + y^2 = 36$ เป็นจำนวน จริงที่มากกว่าหรือเท่ากับ -6 แต่น้อยกว่าหรือ เท่ากับ 6 และ y ซึ่งเป็นสมาชิกในเรนจ์ของ ความสัมพันธ์ $x^2 + y^2 = 36$ เป็นจำนวนจริงที่ มากกว่าหรือเท่ากับ -6 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 6 ดังนั้น $D_r = \{x \mid -6 \leq x \leq 6\} = [-6, 6]$ ดังนั้น $R_r = \{y \mid -6 \leq y \leq 6\} = [-6, 6]$
x	-5	-3	0	3	5								
y	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{3}$	$\therefore$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$								



จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. หาฟังก์ชันที่ได้จากการบวก ลบ คูณและหารฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. ใช้การดำเนินการของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

คำชี้แจง : ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (นักเรียนต้องบันทึกไฟล์ทุกข้อในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยตั้งชื่อไฟล์ว่า 9-12-เลขที่ของนักเรียน)

กิจกรรมที่ 9.1 การดำเนินการของฟังก์ชัน

1. กำหนดฟังก์ชัน $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (5, 10)\}$ และ $g = \{(1, 8), (2, 0), (3, 5), (4, -1)\}$

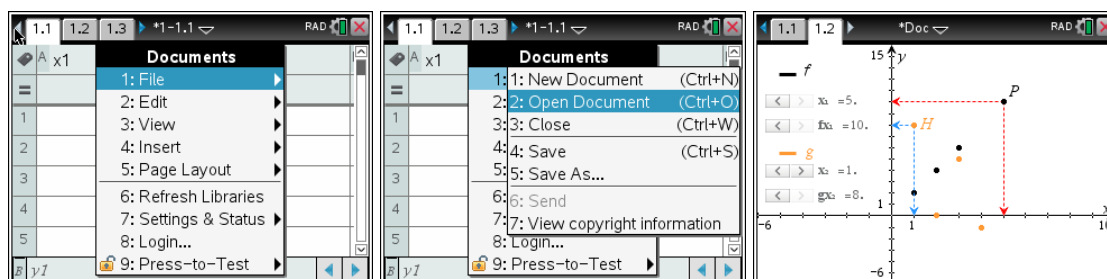
จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1.1 จะหาค่า $f(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

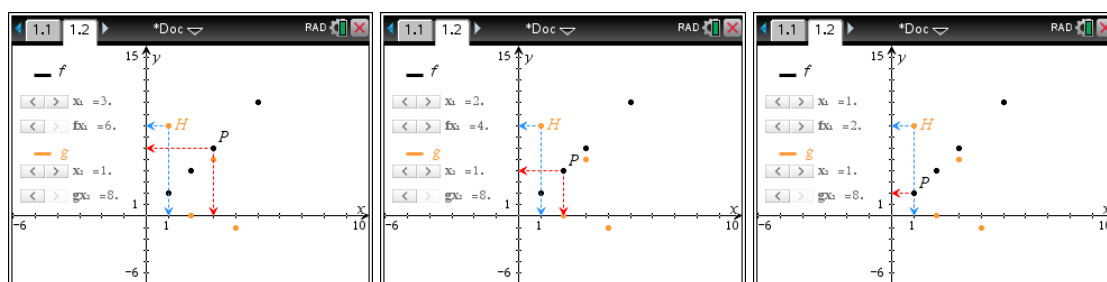
พิจารณาด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home กดปุ่ม เลือก 1: File 2: Open Document เลือกไฟล์

9.1 – 1 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



2. แตะปุ่ม จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน ที่จุด P กราฟเพื่อพิจารณาหาค่า x ที่ทำให้ $f(x)$ มีค่า



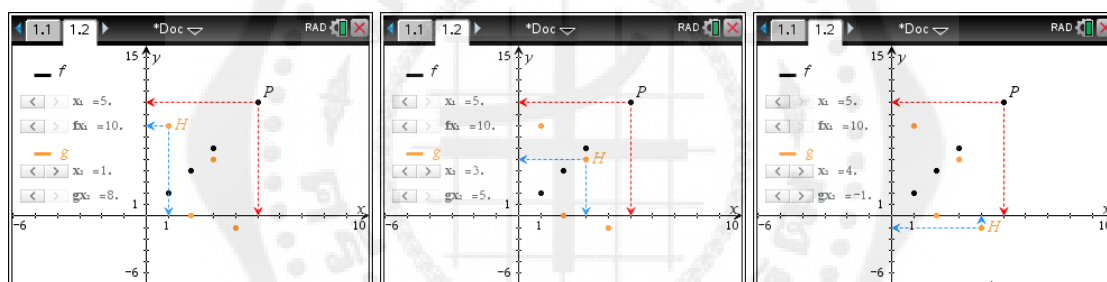
ดังนั้น หาค่า $f(x)$ ได้ เมื่อ $x \in D_f$

เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 5\}$

1.2. จะหาค่า $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

พิจารณาด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. แตะปุ่ม จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน ที่จุด P กราฟเพื่อพิจารณาหาค่า x ที่ทำให้ $g(x)$ มีค่า



ดังนั้น หาค่า $g(x)$ ได้ เมื่อ $x \in D_g$

เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 4\}$

2. จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ได้ เมื่อ x เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตใด

จากข้อ 1 และ 2 จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ได้เมื่อ $x \in D_f$ และ $x \in D_g$

เมื่อ $x \in D_f \cap D_g$

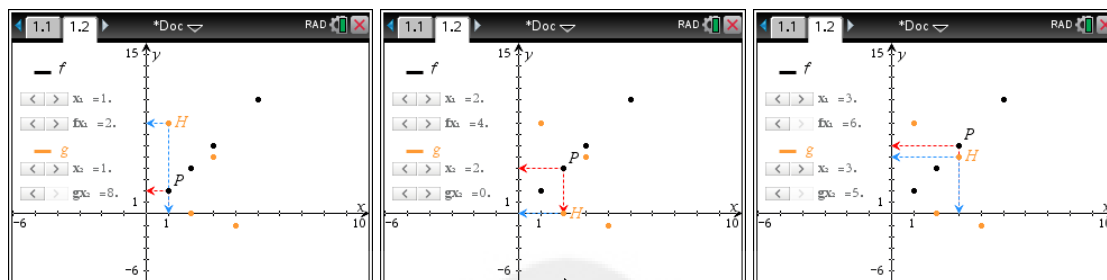
เมื่อ $x \in \{1, 2, 3, 5\} \cap \{1, 2, 3, 4\}$

เมื่อ $x \in \{1, 2, 3\}$

1.3 ถ้า $x \in \{1, 2, 3\}$ จงหาค่าของ $f(x)$ และ $g(x)$

พิจารณาด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. แตะปุ่ม  จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน  ที่จุด P กราฟเพื่อพิจารณาค่า $f(x)$ และ $g(x)$ เมื่อ $x \in \{1, 2, 3\}$



เมื่อ $x=1$... จะได้ $f(1)=2$

$$g(1)=8$$

เมื่อ $x=2$... จะได้ $f(2)=4$

$$g(2)=0$$

เมื่อ $x=3$... จะได้ $f(3)=6$

$$g(3)=5$$

- จากข้อ 1 – 4 จะพบว่า $x \in D_f \cap D_g$ และ $D_f \cap D_g \neq \emptyset$ จะหาค่าได้ทั้ง $f(x)$ และ $g(x)$ ซึ่งเป็นจำนวนจริงทั้งสองจำนวน ดังนั้นเราจะสามารถนำจำนวนทั้งสองมาดำเนินการพื้นฐานเชิงพีชคณิตได้ดังนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของ $\mathbb{R}$ ผลบวก (sum) ผลต่าง (difference) ผลคูณ (product) และผลหาร (quotient) ของ f และ g เขียนแทนด้วย $f+g$, $f-g$, fg และ $\frac{f}{g}$ ตามลำดับ เป็นฟังก์ชันซึ่งกำหนดค่าโดย

$$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$$

$$(f-g)(x) = f(x)-g(x)$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x)$$

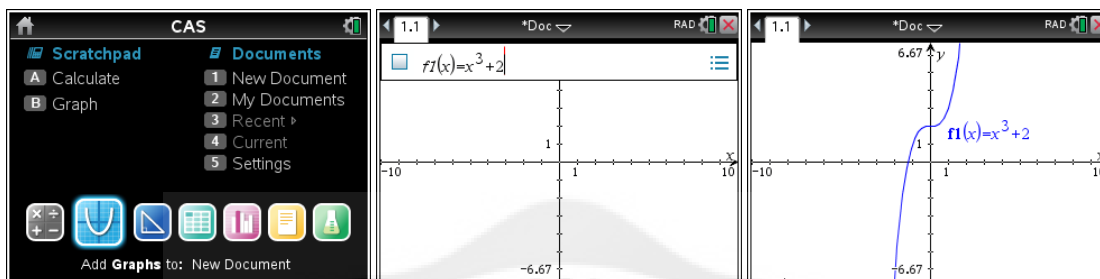
$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \text{ เมื่อ } g(x) \neq 0$$

2. ให้ $f(x) = x^3 + 2$ และ $g(x) = \sqrt{x}$

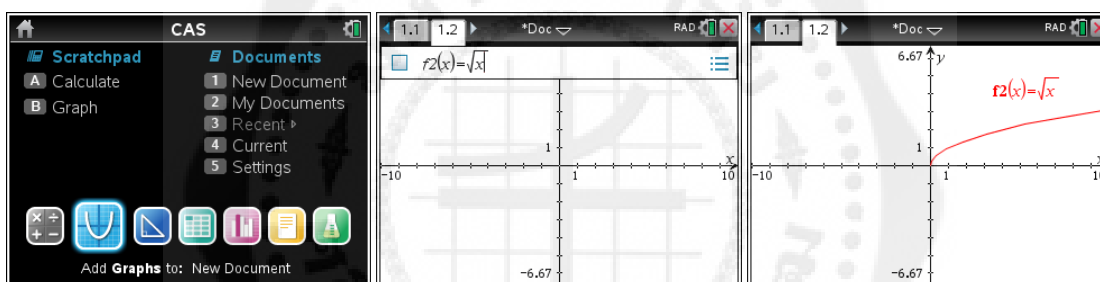
2.1 จงเขียนกราฟของ f และ g พร้อมทั้งหาโดเมนของแต่ละฟังก์ชัน

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

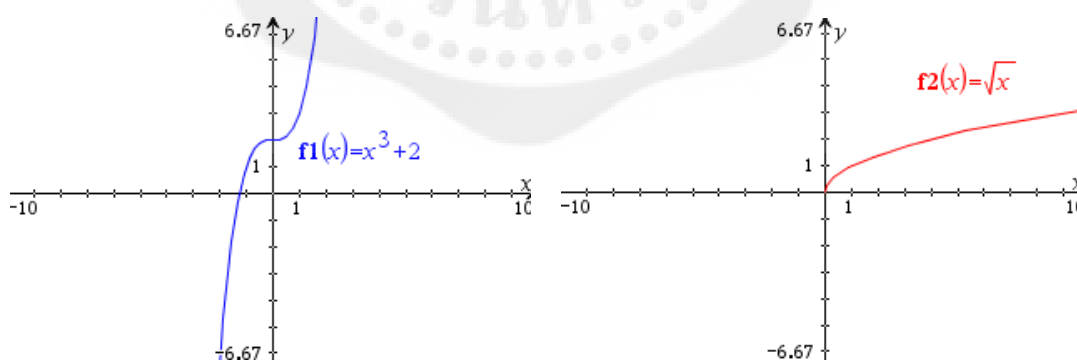
1. จากจอภาพ Home  เลือก Graphs กด       จะปรากฏกราฟขึ้น



2. กดปุ่ม  เลือก Graphs กด     จะปรากฏกราฟขึ้น

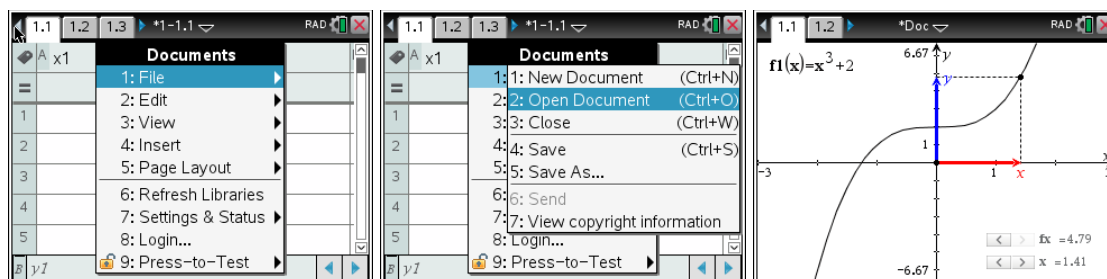


3. ดังนั้นจะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้

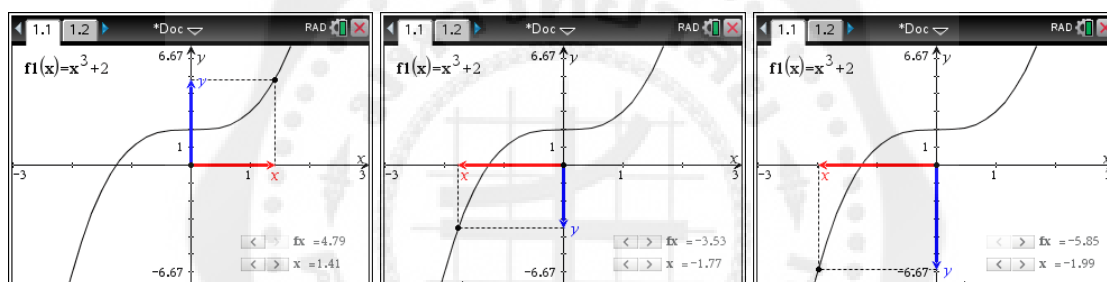


พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. กดปุ่ม **[doc]** เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 9.1 – 2 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป

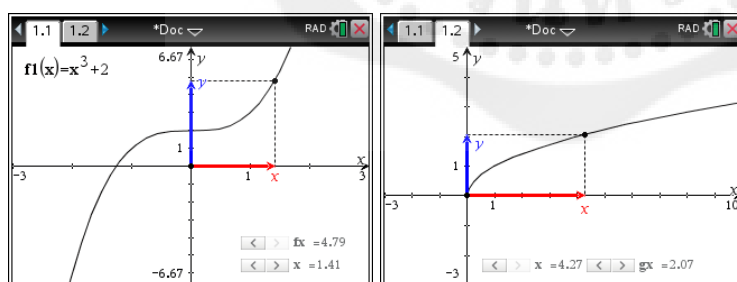


2. กดปุ่ม **[2nd]** จะปรากฏ **ⓧ** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[D]****[D]** ที่จุดบนกราฟเพื่อพิจารณาโดเมนของฟังก์ชัน โดยดูค่า x (สีแดง)

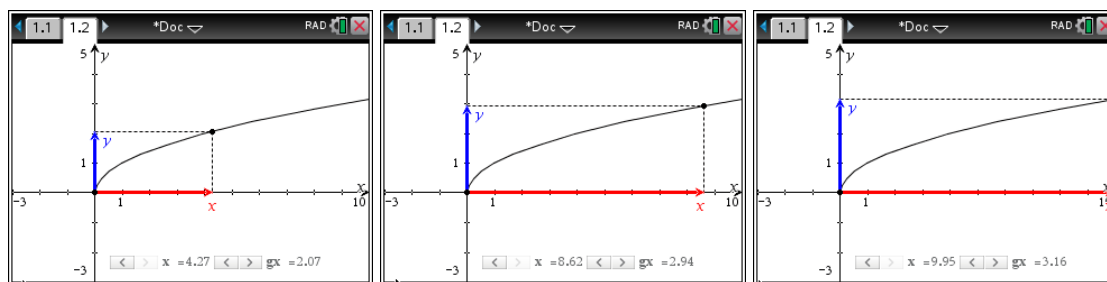


3. ดังนั้น $D_f = \mathbb{R}$

4. กดปุ่ม **[ctrl]** เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.2.



5. กดปุ่ม **[2nd]** จะปรากฏ **ⓧ** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[D]****[D]** ที่จุดบนกราฟเพื่อพิจารณาโดเมนของฟังก์ชัน โดยดูค่า x (สีแดง)



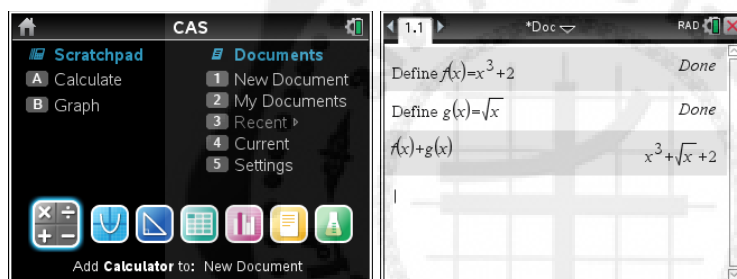
6. ดังนั้น $D_g = [0, \infty)$

2.2 จงหา $f+g$ และเขียนกราฟของ $f+g$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

เนื่องจาก $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

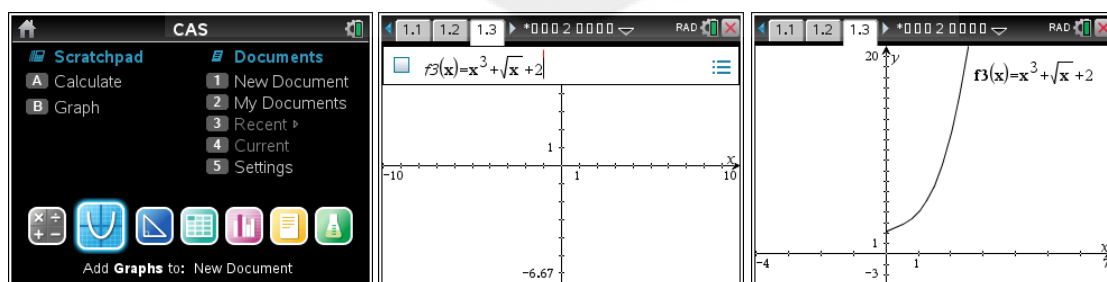
1. จากจอภาพ Home เลือก Calculator แล้วพิมพ์ดังรูป



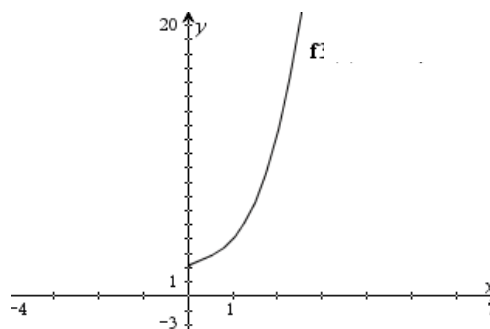
2. ดังนั้น $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = x^3 + \sqrt{x} + 2$

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home เลือก Graphs กด จะปรากฏกราฟขึ้น

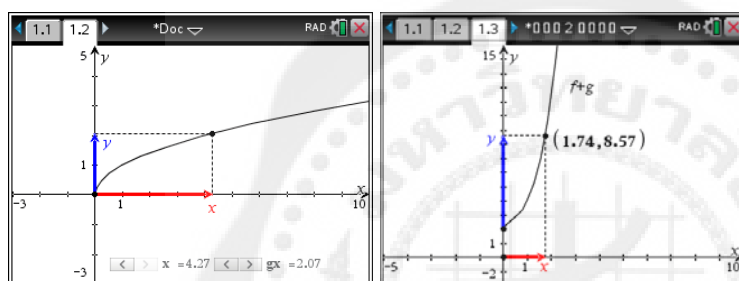


2. ดังนั้นจะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้

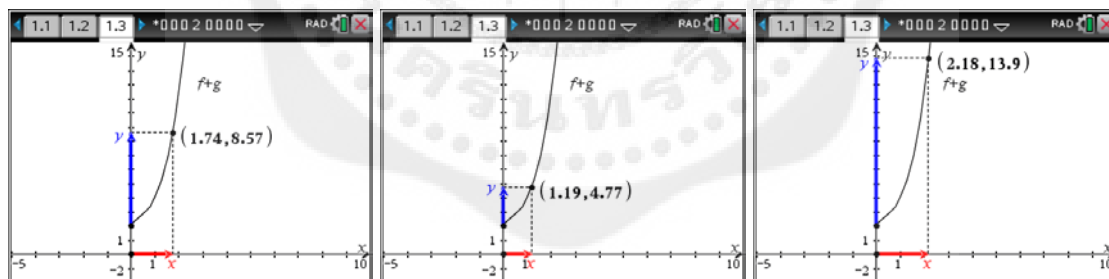


พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

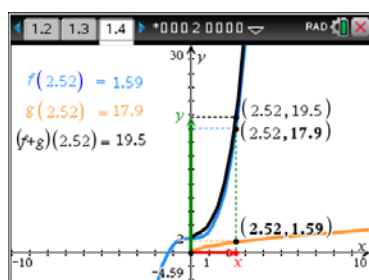
1. กดปุ่ม **ctrl** ► เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.3.



2. กดปุ่ม **2nd** ► จะปรากฏ **2nd** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **2nd** **2nd** ที่จุดบนกราฟเพื่อพิจารณาโดเมนของฟังก์ชัน โดยดูค่า x (สีแดง)



3. กดปุ่ม **ctrl** ► เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.4.



4. โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $[0, \infty)$

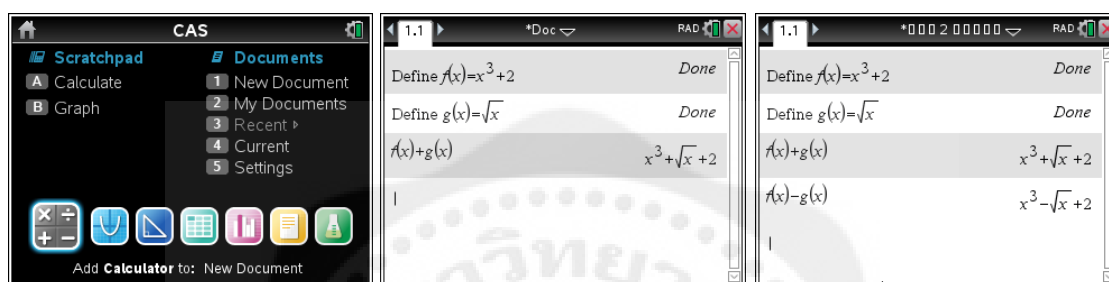
โดเมนของ $f+g$ คือ $D_f \cap D_g = [0, \infty)$ ดังนั้น $D_{f+g} = [0, \infty)$

2.3 จงหา $f-g$ และเขียนกราฟของ $f-g$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

เนื่องจาก $(f-g)(x) = f(x) + g(x)$

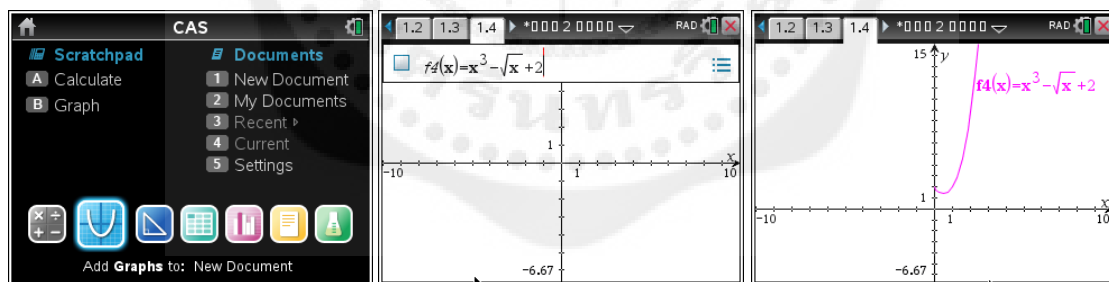
1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator แล้วพิมพ์ดังรูป



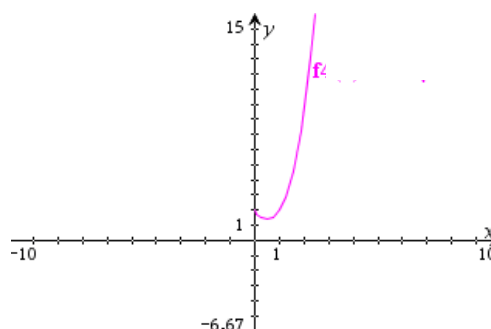
2. ดังนั้น $(f-g)(x) = f(x) + g(x) = x^3 - \sqrt{x} + 2$

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home  เลือก Graphs กด X^2 3 $-$ ctrl X $+$ 2 enter จะปรากฏกราฟขึ้น

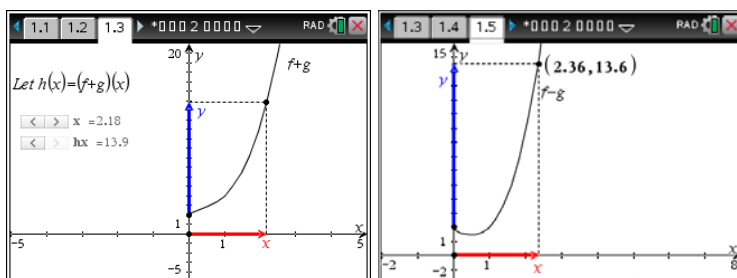


2. ดังนั้นจะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้

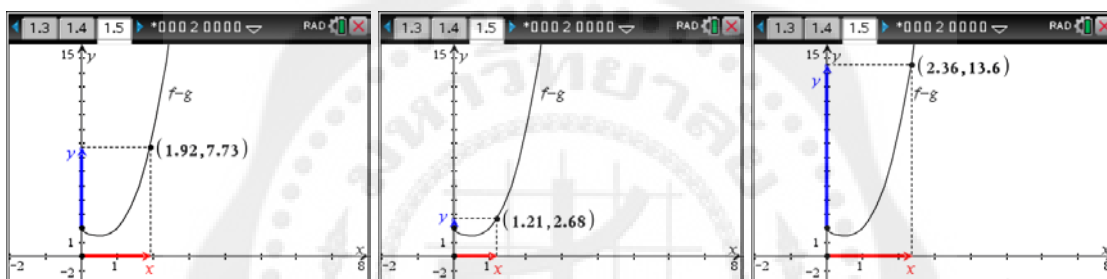


พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

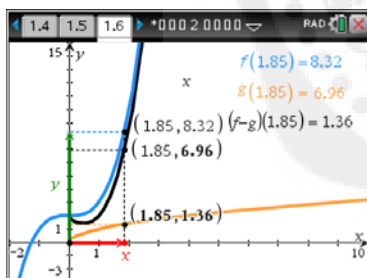
1. กดปุ่ม **ctrl** ► เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.5.



2. แตะปุ่ม จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[D]****[C]** ที่จุดบนกราฟเพื่อพิจารณาโดเมนของฟังก์ชัน โดยดูค่า x (สีแดง)



3. กดปุ่ม **ctrl** ► เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.6.



4. โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $[0, \infty)$

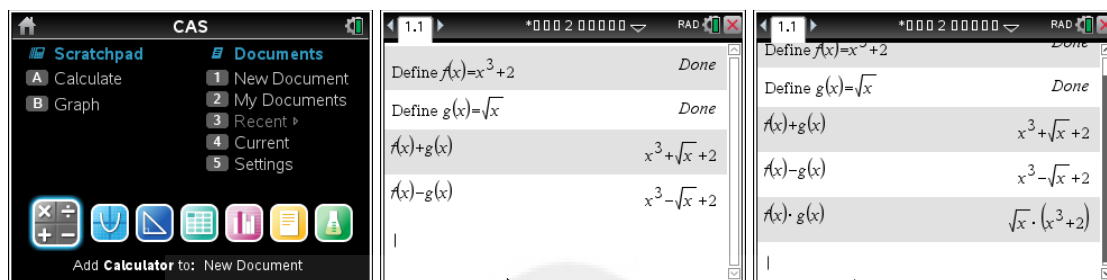
โดเมนของ $f-g$ คือ $D_f \cap D_g = [0, \infty)$ ดังนั้น $D_{f-g} = [0, \infty)$

2.4 จงหา fg และเขียนกราฟของ fg พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

เนื่องจาก $(fg)(x) = f(x)g(x)$

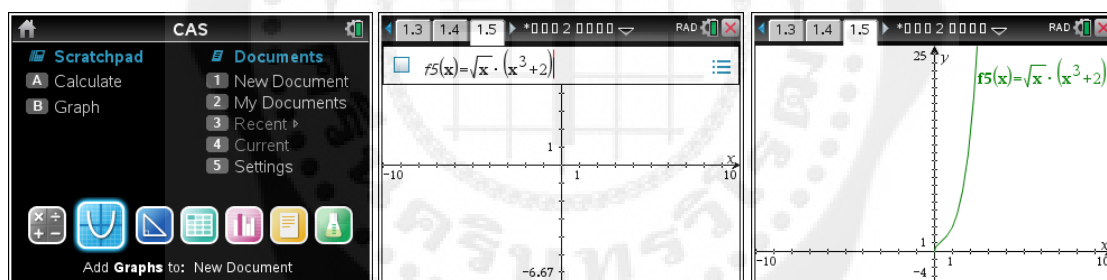
1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator แล้วพิมพ์ดังรูป



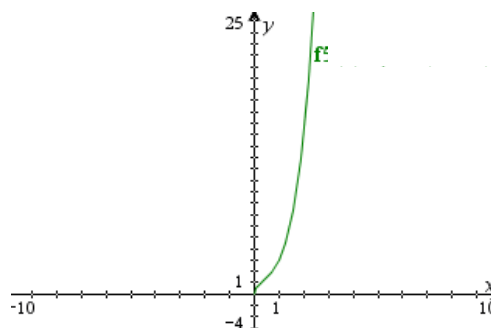
2. ดังนั้น $(fg)(x) = f(x)g(x) = \sqrt{x}(x^3 + 2)$

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home  เลือก Graphs กด           จะปรากฏกราฟขึ้น

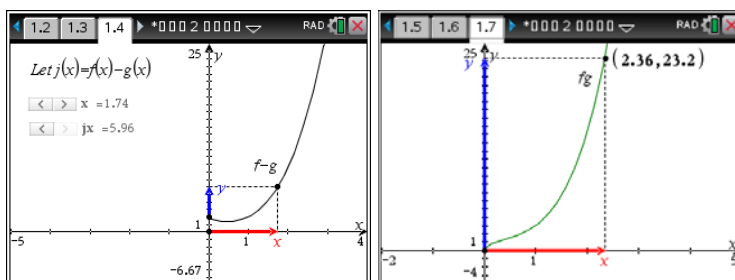


2. ดังนั้นจะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้

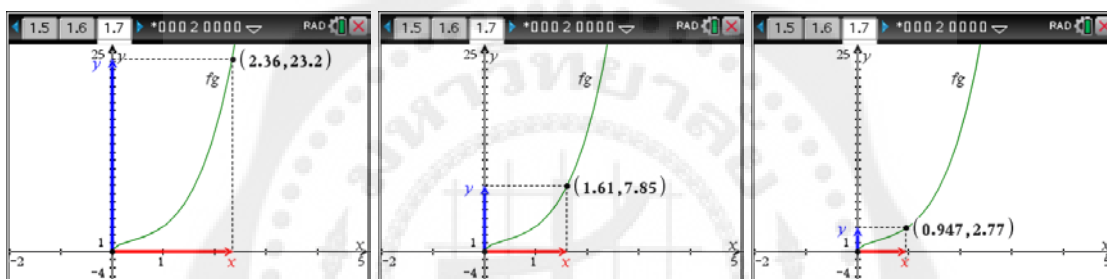


พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

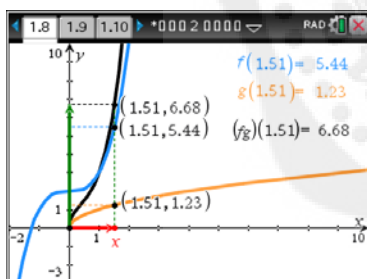
1. กดปุ่ม **ctrl** ► เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.7.



2. แตะปุ่ม **2nd** จะปรากฏ **2nd** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **2nd** ที่จุดบนกราฟเพื่อพิจารณาโดเมนของฟังก์ชัน โดยดูค่า x (สีแดง)



3. กดปุ่ม **ctrl** ► เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.7.



4. โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $[0, \infty)$

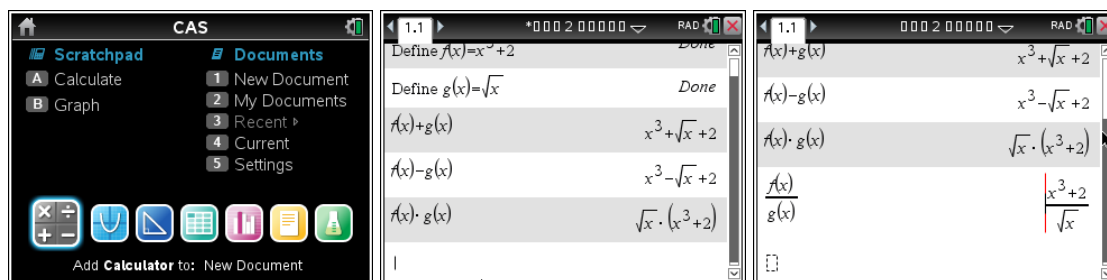
โดเมนของ fg คือ $D_f \cap D_g = [0, \infty)$ ดังนั้น $D_{fg} = [0, \infty)$

2.5 จงหา $\frac{f}{g}$ และเขียนกราฟของ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งหาโดเมนของฟังก์ชัน

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

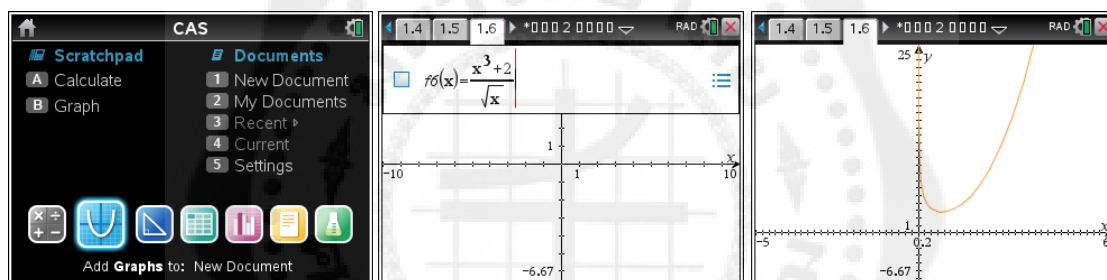
1. จากจอภาพ Home **2nd** เลือก Calculator แล้วพิมพ์ดังรูป



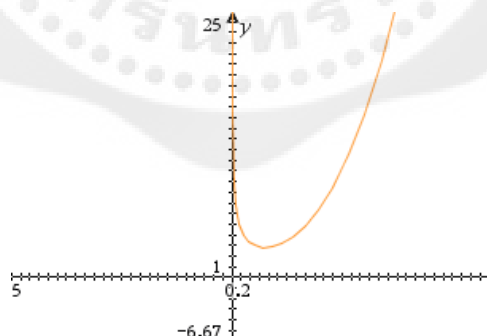
$$2. \text{ ดังนั้น } \left(\frac{f}{g} \right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^3 + 2}{\sqrt{x}}$$

เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

- จากจอภาพ Home กด **on** เลือก Graphs กด **X** **x²** **3** **+** **2** **ctrl** **÷** **x²** **X** **enter** จะปรากฏกราฟขึ้น

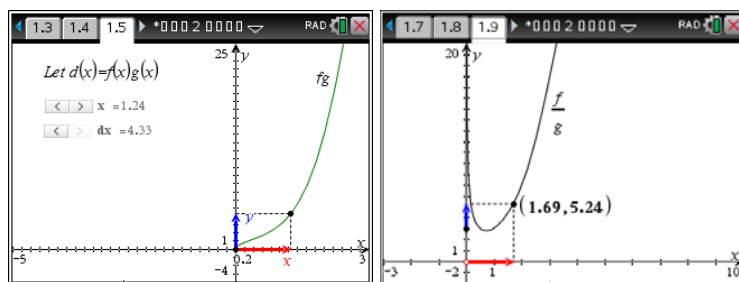


- ดังนั้นจะเขียนกราฟของฟังก์ชัน ได้ดังนี้

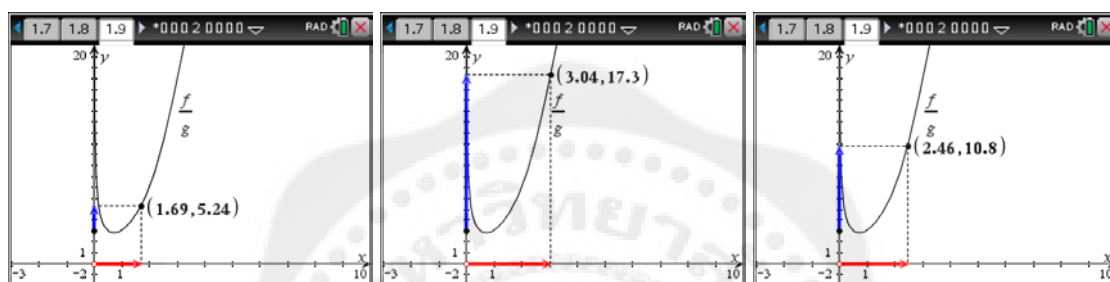


พิจารณาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

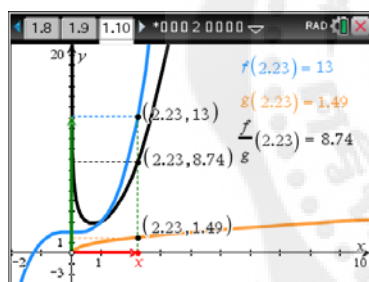
- กดปุ่ม **ctrl** เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.9.



2. แตะปุ่ม จะปรากฏ แล้วเลื่อนไปมาผ่าน ที่จุดบนกราฟเพื่อพิจารณาโดเมนของฟังก์ชัน โดยดูค่า x (สีแดง)



3. กดปุ่ม เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.10.



4. โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $[0, \infty)$

โดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ $\{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\} = (0, \infty)$ ดังนั้น $D_{\frac{f}{g}} = (0, \infty)$

➤ จะเห็นว่าโดเมนของ $f+g$, $f-g$ และ fg คือ $[0, \infty)$ และโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ $(0, \infty)$

ดังนั้น โดเมนของ $f+g$, $f-g$ และ fg คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ในโดเมนของ f และโดเมนของ g ซึ่งก็คือ $D_f \cap D_g$

สำหรับโดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือเซตของจำนวนจริง x ทั้งหมดที่อยู่ในโดเมนของ f และโดเมนของ g โดยที่ $g(x)$ ต้องไม่เท่ากับ 0 ด้วย ซึ่งก็คือ $\{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\}$

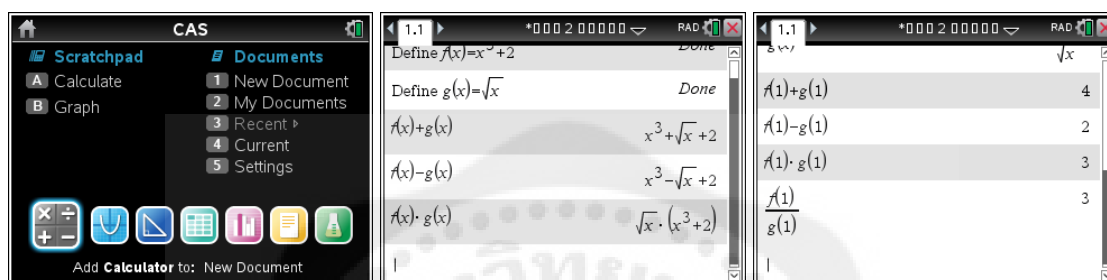
2.6 จงหา $(f+g)(1)$, $(f-g)(1)$, $(fg)(1)$ และ $\left(\frac{f}{g}\right)(1)$

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

เนื่องจาก $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$, $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$, $(fg)(x) = f(x)g(x)$ และ

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator แล้วพิมพ์ดังรูป



2. ดังนั้น $(f+g)(1) = f(1) + g(1) = (1^3 + \sqrt{1} + 2) = 4$

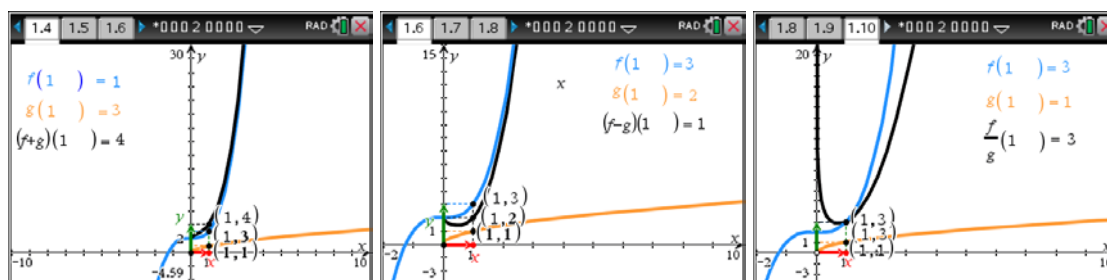
$(f-g)(1) = f(1) - g(1) = (1^3 - \sqrt{1} + 2) = 2$

$(fg)(1) = f(1)g(1) = \sqrt{1}(1^3 + 2) = 3$

$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{(1^3 + 2)}{\sqrt{1}} = 3$

หรือพิจารณาจากกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. กดปุ่ม  เพื่อเลื่อนไปหน้า 1.4, 1.6, 1.8 และ 1.10. ตามลำดับ



❁ กิจกรรมที่ 9.2. ผักโขมปัญหา

1. จงหาฟังก์ชันของอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมมีความยาวด้านเป็น x

วิธีทำ ให้ x แทน ความยาวด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสามเหลี่ยมด้านเท่า (หน่วย)

$f(x)$ แทน พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า (ตารางหน่วย)

$g(x)$ แทน พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส (ตารางหน่วย)

$h(x)$ แทน อัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส

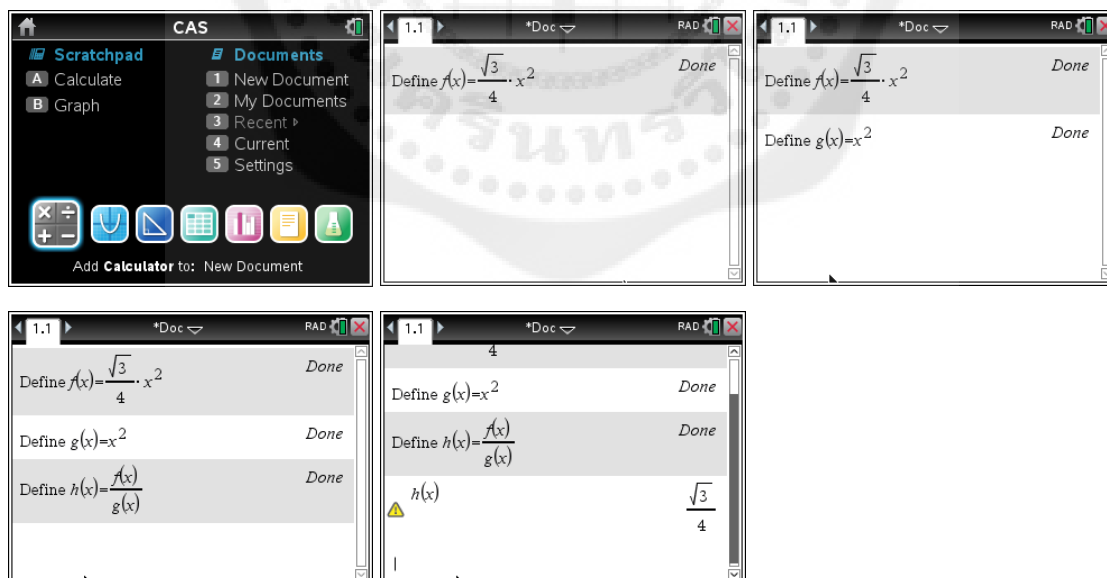
$$\text{ดังนั้น } f(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 \text{ และ } g(x) = x^2$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } h(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}x^2}{x^2} \times \frac{1}{x^2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

ดังนั้นอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator แล้วพิมพ์ดังรูป



2. ดังนั้นอัตราส่วนของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. ก้องภพเปิดร้านขายดินสอ วันหนึ่งเขาขายดินสอได้ x แท่ง ในราคาแท่งละ 20 บาท หากราคาทุนของดินสอคือ 10 บาทและมีค่าขนส่งดินสอจากโรงงานผลิตมาถึงร้านของก้องภพ 3,500 บาท ถ้าขายดินสอได้ 184 แท่ง อยากทราบว่าก้องภพจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

วิธีทำ ให้ x แทน จำนวนดินสอที่ขายได้ (แท่ง)

$f(x)$ แทน กำไรที่ได้จากการขายดินสอ x แท่ง

$g(x)$ แทน ราคาต้นทุน

$h(x)$ แทน ราคาที่ขายดินสอได้ x แท่ง

จาก กำไร = ราคาขาย - ราคาทุน

ดังนั้น $h(x) = 20x$ และ $g(x) = 10x + 3,500$

จะได้ $f(x) = 20x - (10x + 3,500)$
 $= 10x - 3,500$

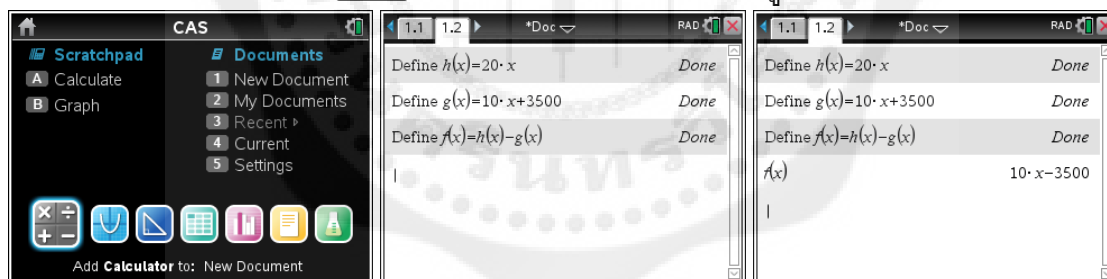
ถ้าขายดินสอได้ 184 แท่ง

จะได้ $f(184) = 10(184) - 3,500$
 $= -1,660$

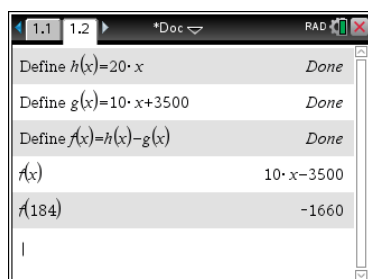
ดังนั้น ถ้าขายดินสอได้จำนวน 184 แท่ง ก้องภพจะขาดทุน 1,660 บาท

คำนวณด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ TI Nspire CX CAS ตามขั้นตอนดังนี้

1. จากจอภาพ Home  เลือก Calculator แล้วพิมพ์ดังรูป



2. ถ้าขายดินสอได้จำนวน 184 แท่ง



3. ดังนั้น ถ้าขายดินสอได้จำนวน 184 แท่ง ก้องภพจะขาดทุน 1,660 บาท

กิจกรรมท้ายคาบ 9

คำสั่ง: ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

1. ให้ $f(x) = x + 4$ และ $g(x) = 7x$ จงหา $f + g$, $f - g$, fg และ $\frac{f}{g}$ พร้อมทั้งหาโดเมนของแต่ละฟังก์ชัน

วิธีทำ โดเมนของ f คือ $\mathbb{R}$ และโดเมนของ g คือ $\mathbb{R}$

โดเมนของ $f + g$, $f - g$, fg คือ $D_f \cap D_g = \mathbb{R}$

โดเมนของ $\frac{f}{g}$ คือ $\{x | x \in D_f \cap D_g \text{ และ } g(x) \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$

$$\text{จะได้ } (f+g)(x) = f(x) + g(x) = (x+4) + (7x) = 8x + 4$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = (x+4) - (7x) = -6x + 4$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = (x+4)(7x) = 7x^2 + 28x$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{(x+4)}{(7x)}$$

2. ลดาเปิดร้านขายปากกา วันหนึ่งขายปากกาได้ x แท่ง ในราคาแท่งละ 10 บาท หากราคาทุนของปากกา คือ 2 บาท และมีค่าขนส่งปากกาจากโรงงานผลิตมาถึงร้านของลดา 500 บาท ถ้าขายปากกาได้ 300 แท่ง อยากทราบว่าลดาจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

วิธีทำ ให้ x แทน จำนวนปากกาที่ขายได้ (แท่ง)

$f(x)$ แทน กำไรที่ได้จากการขายปากกา x แท่ง

$g(x)$ แทน ราคาต้นทุนของปากกา x แท่ง

$h(x)$ แทน ราคาที่ขายปากกาได้ x แท่ง

จาก กำไร = ราคาขาย - ราคาทุน

ดังนั้น $h(x) = 10x$ และ $g(x) = 2x + 500$

จะได้ $f(x) = 10x - (2x + 500)$

$$= 8x - 500$$

ถ้าขายปากกาได้ 300 แท่ง

จะได้ $f(300) = 2(300) - 500 = 100$

ดังนั้น ถ้าขายปากกาได้จำนวน 300 แท่ง ลดาจะได้กำไร 100 บาท



จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนสามารถ

- เขียนสมการของกราฟด้วยเทคนิคการเขียนกราฟได้

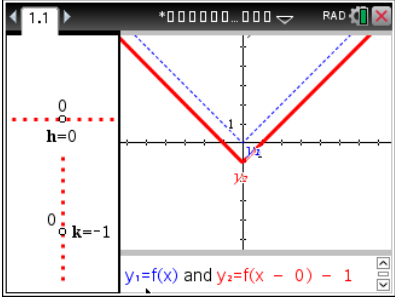
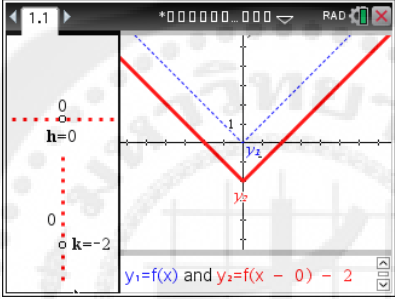
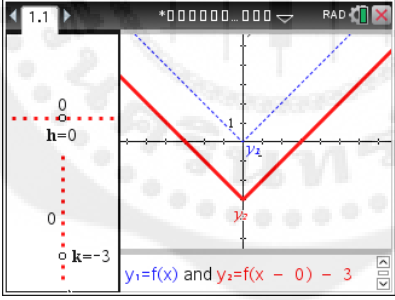
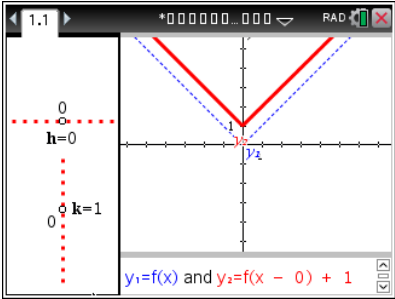
คำชี้แจง : ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ และเติมคำลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (นักเรียนต้องบันทึกไฟล์ทุกข้อในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ โดยตั้งชื่อไฟล์ว่า 12-เลขที่ของนักเรียน)

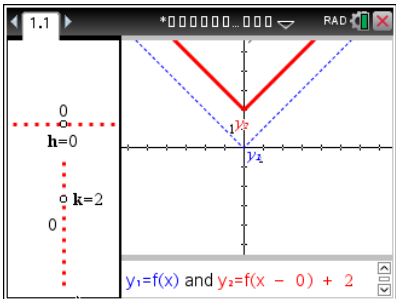
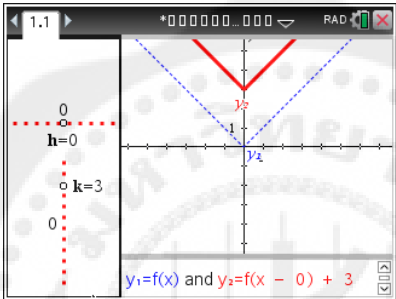
กิจกรรมที่ 12.1 เทคนิคการเขียนกราฟ

การเขียนกราฟของฟังก์ชันบางฟังก์ชันเราอาจเขียนได้โดยอาศัยกราฟของฟังก์ชันที่เคยพบมาแล้ว ดังกราฟของฟังก์ชันในใบทบทวนความรู้ และเพื่อความรวดเร็วในการเขียนกราฟ จะมีเทคนิคการเขียนกราฟที่สำคัญ โดยให้นักเรียนสังเกตตัวอย่างต่อไปนี้ในเครื่องคำนวณเชิงกราฟ แล้วตอบคำถามให้ถูกต้อง

- จงเขียนกราฟของ y_1 ในระนาบพิกัดฉากเดียวกับกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกลักษณะของกราฟ y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 และ y_7
ให้ $y_1 = f(x)$

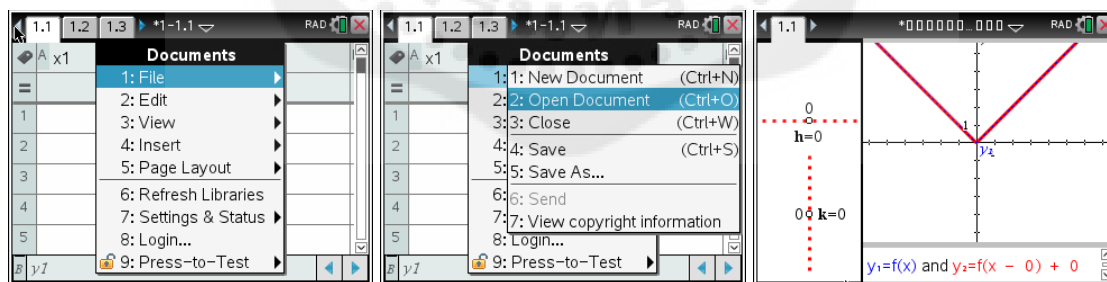
สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_1 = x $		-

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็น อย่างไร
$y_2 = x - 1$		กราฟของ $y_2 = x - 1$ มี รูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนลง 1 หน่วย และพบว่า $y_2 = x - 1$ $= f(x - 0) - 1$ $= f(x) - 1$
$y_3 = x - 2$		กราฟของ $y_3 = x - 2$ มี รูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนลง 2 หน่วย และพบว่า $y_3 = x - 2$ $= f(x - 0) - 2$ $= f(x) - 2$
$y_4 = x - 3$		กราฟของ $y_4 = x - 3$ มี รูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนลง 3 หน่วย และพบว่า $y_4 = x - 3$ $= f(x - 0) - 3$ $= f(x) - 3$
$y_5 = x + 1$		กราฟของ $y_5 = x + 1$ มี รูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x$ แต่เลื่อนขึ้น 1 หน่วย และพบว่า $y_5 = x + 1$ $= f(x - 0) + 1$ $= f(x) + 1$

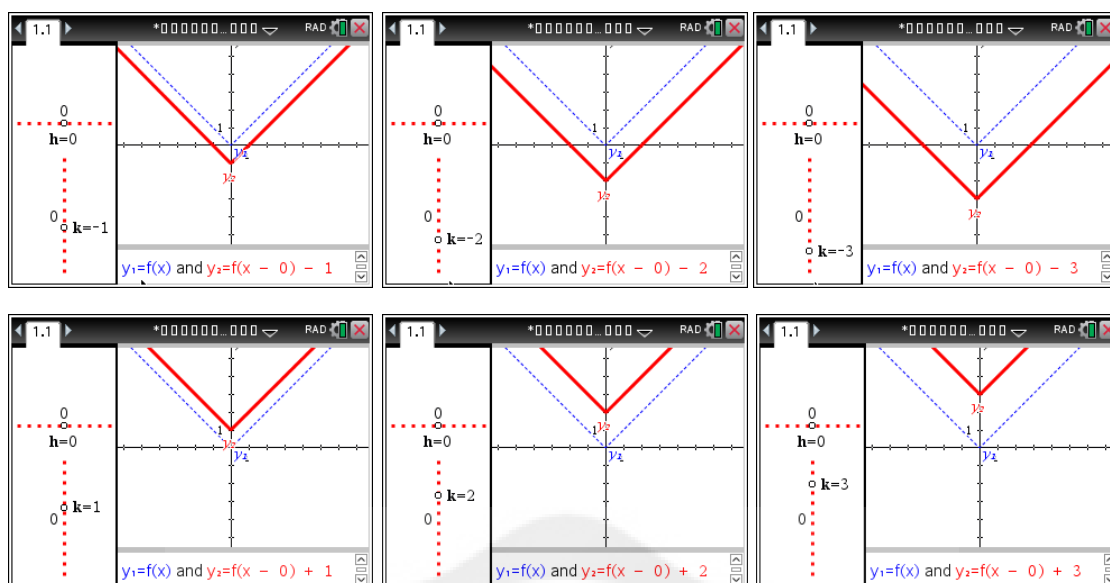
สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_6 = x + 2$		กราฟของ $y_6 = x + 2$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนขึ้น 2 หน่วย และพบว่า $y_6 = x + 2$ $\dots\dots\dots = f(x-0) + 2$ $\dots\dots\dots = f(x) + 2$
$y_7 = x + 3$		กราฟของ $y_7 = x + 3$ มีรูปร่างเหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนขึ้น 3 หน่วย และพบว่า $y_7 = x + 3$ $\dots\dots\dots = f(x-0) + 3$ $\dots\dots\dots = f(x) + 3$

ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

- กดปุ่ม **[doc]** เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 12.1 – 1 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



- แตะปุ่ม **[]** จะปรากฏ **Ⓚ** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[]** ที่จุด K เพื่อพิจารณากราฟเมื่อเลื่อน K เป็น 0, -1, -2, -3, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จะได้กราฟดังนี้



➤ จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y=f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y=f(x)+c$ เมื่อ $c>0$ ได้โดยการเลื่อนขึ้น c หน่วย ในทำนองเดียวกันจะเขียนกราฟของ $y=f(x)-c$ เมื่อ $c>0$ ได้โดยการเลื่อนลง c หน่วย เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง”

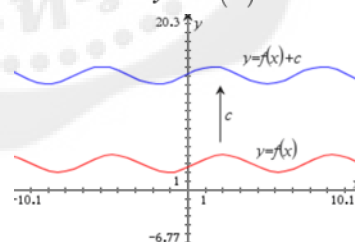
การเลื่อนกราฟในแนวตั้ง (Vertical Shifts of Graphs)

สมการ

$$y=f(x)+c \text{ เมื่อ } c>0$$

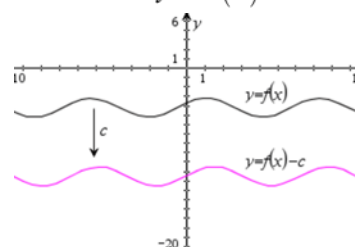
วิธีเขียนกราฟ

เลื่อนกราฟของ $y=f(x)$ ขึ้น c หน่วย



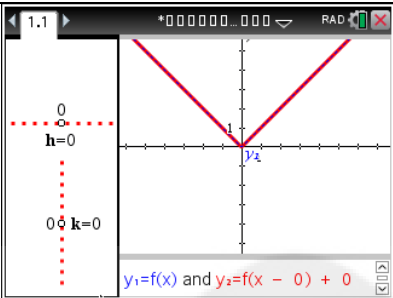
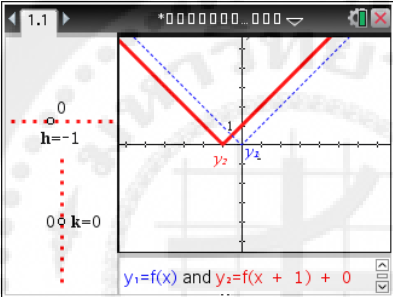
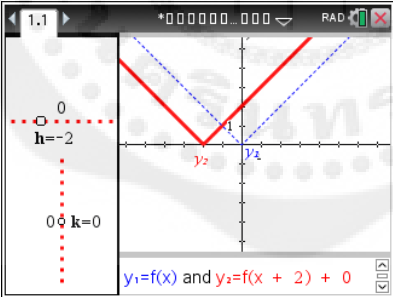
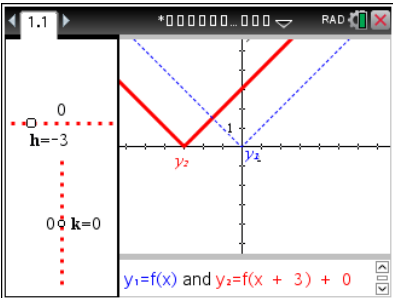
$$y=f(x)-c \text{ เมื่อ } c>0$$

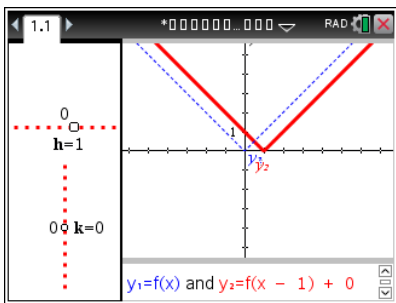
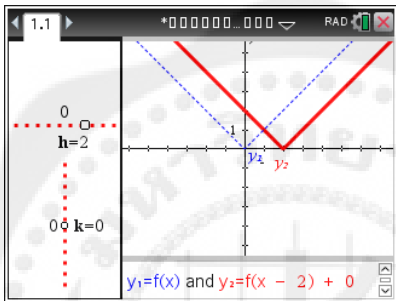
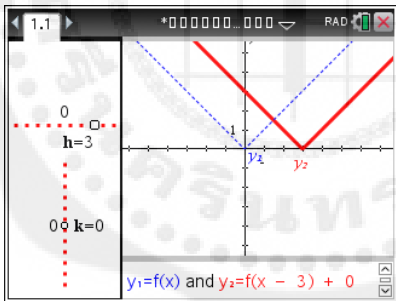
เลื่อนกราฟของ $y=f(x)$ ลง c หน่วย



2. จงเขียนกราฟของ y_1 ในระนาบพิกัดจากเดียวกับกราฟต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกลักษณะของกราฟ y_2, y_3, y_4, y_5, y_6 และ y_7

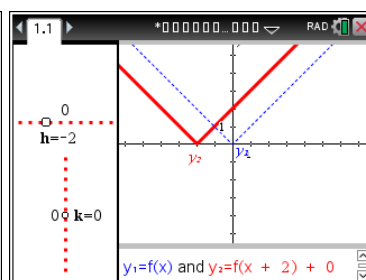
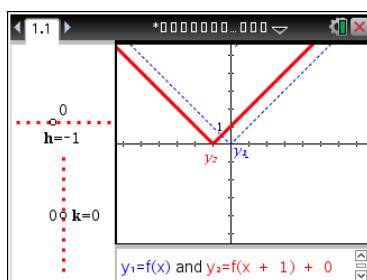
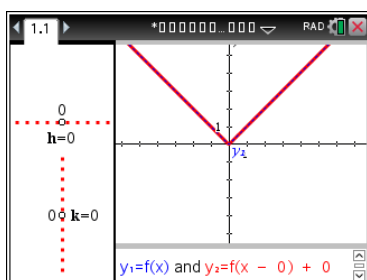
ให้ $y_1 = f(x)$

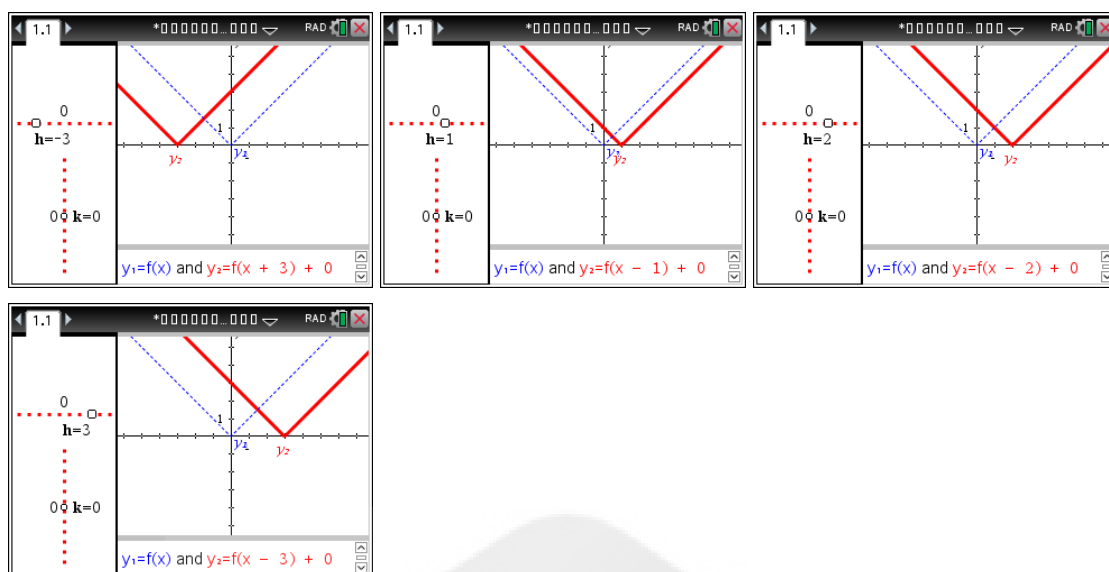
สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_1 = x $		-
$y_2 = x+1 $		กราฟของ $y_2 = x+1 $ มีรูปร่าง เหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนไปทางซ้าย 1 หน่วย และพบว่า $y_2 = x+1 $ $= f(x - (-1))$ $= f(x+1)$
$y_3 = x+2 $		กราฟของ $y_3 = x+2 $ มีรูปร่าง เหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนไปทางซ้าย 2 หน่วย และพบว่า $y_3 = x+2 $ $= f(x - (-2))$ $= f(x+2)$
$y_4 = x+3 $		กราฟของ $y_4 = x+3 $ มีรูปร่าง เหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนไปทางซ้าย 3 หน่วย และพบว่า $y_4 = x+3 $ $= f(x - (-3))$ $= f(x+3)$

สมการ	เขียนกราฟ	ลักษณะของกราฟเป็นอย่างไร
$y_5 = x-1 $		กราฟของ $y_5 = x-1 $ มีรูปร่าง เหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนไปทางขวา 1 หน่วย และพบว่า $y_5 = x-1 $ = $f(x-(1))$ = $f(x-1)$
$y_6 = x-2 $		กราฟของ $y_6 = x-2 $ มีรูปร่าง เหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนไปทางขวา 2 หน่วย และพบว่า $y_6 = x-2 $ = $f(x-(2))$ = $f(x-2)$
$y_7 = x-3 $		กราฟของ $y_7 = x-3 $ มีรูปร่าง เหมือนกับกราฟของ $y_1 = x $ แต่เลื่อนไปทางขวา 3 หน่วย และพบว่า $y_7 = x-3 $ = $f(x-(3))$ = $f(x-3)$

ปฏิบัติเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. ดำเนินการต่อจากข้อ 1 และปุ่ม  จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน   ที่จุด H เพื่อพิจารณากราฟ เมื่อเลื่อน H เป็น 0, -1, -2, -3, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จะได้กราฟดังนี้





➤ จากตัวอย่างข้างต้นนักเรียนจะเห็นว่าถ้าเราให้ $y=f(x)$ จะเขียนกราฟของ $y=f(x+c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดยการเลื่อนไปทางซ้าย c หน่วย ในทำนองเดียวกันจะเขียนกราฟของ $y=f(x-c)$ เมื่อ $c > 0$ ได้โดยการเลื่อนไปทางขวา c หน่วย เราจะเรียกเทคนิคการเขียนกราฟแบบนี้ว่า “การเลื่อนกราฟในแนวนอน”

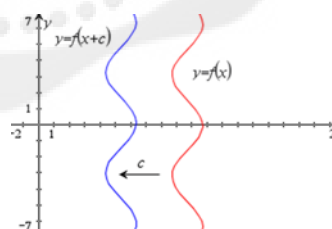
การเลื่อนกราฟในแนวนอน (Horizontal Shifts of Graphs)

สมการ

$$y=f(x+c) \text{ เมื่อ } c > 0$$

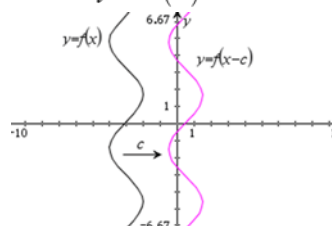
วิธีเขียนกราฟ

เลื่อนกราฟของ $y=f(x)$ ไปทางซ้าย c หน่วย



$$y=f(x-c) \text{ เมื่อ } c > 0$$

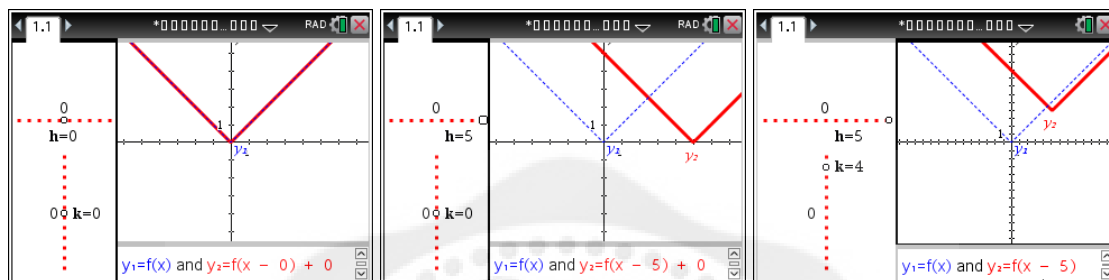
เลื่อนกราฟของ $y=f(x)$ ไปทางขวา c หน่วย



3. จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = |x - 5| + 4$

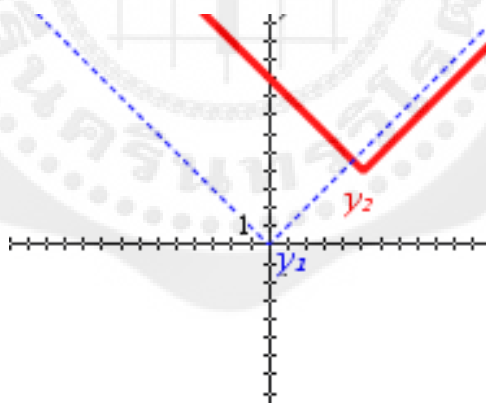
ปฏิบัติเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. ดำเนินการต่อจากข้อ 2 และปุ่ม  จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน  ที่จุด H และ K เพื่อเขียนกราฟของฟังก์ชัน เมื่อเลื่อน H เป็น 5 และเลื่อน K เป็น 4 ตามลำดับ จะได้กราฟดังนี้



2. เริ่มต้นจากกราฟของ $y_1 = |x|$ เลื่อนไปทางขวา 5 หน่วย จะได้กราฟของ $y = |x - 5|$
แล้วเลื่อนกราฟของ $y = |x - 5|$ ขึ้นไปข้างบน 4 หน่วย

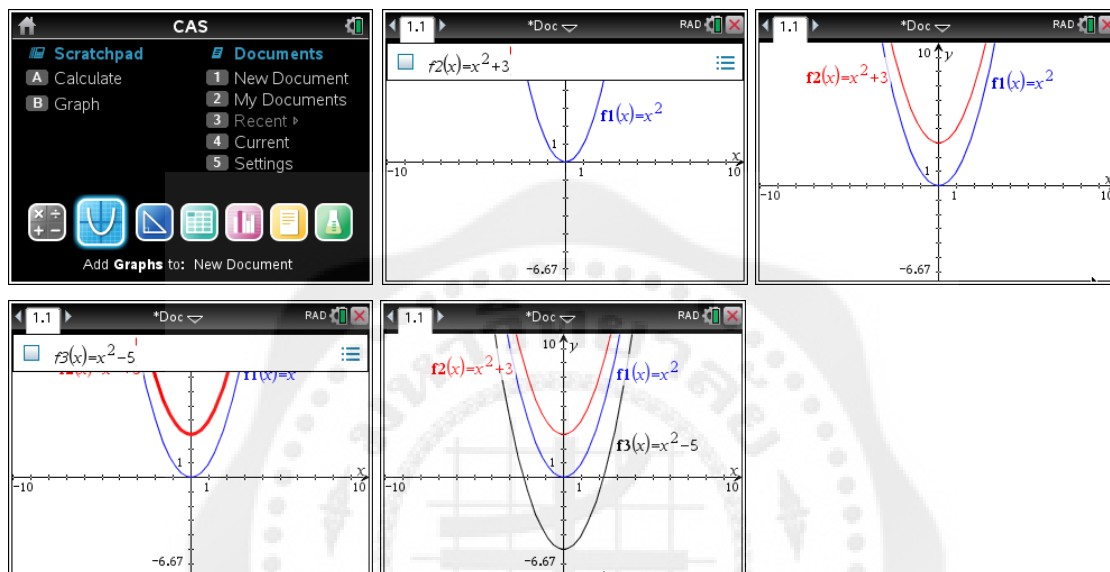
3. จะเขียนกราฟของ $f(x) = |x - 5| + 4$ ได้ดังนี้



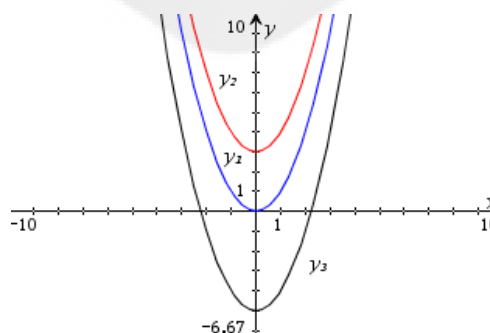
กิจกรรมที่ 12.2

1. จงเขียนกราฟของ $y_1 = x^2$, $y_2 = x^2 + 3$ และ $y_3 = x^2 - 5$ ในพิกัดฉากเดียวกัน
เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. กดปุ่ม **ON** เลือก Graphs เขียนกราฟของ $y_1 = x^2$, $y_2 = x^2 + 3$ และ $y_3 = x^2 - 5$
โดยพิมพ์ดังรูป กราฟจะปรากฏขึ้น

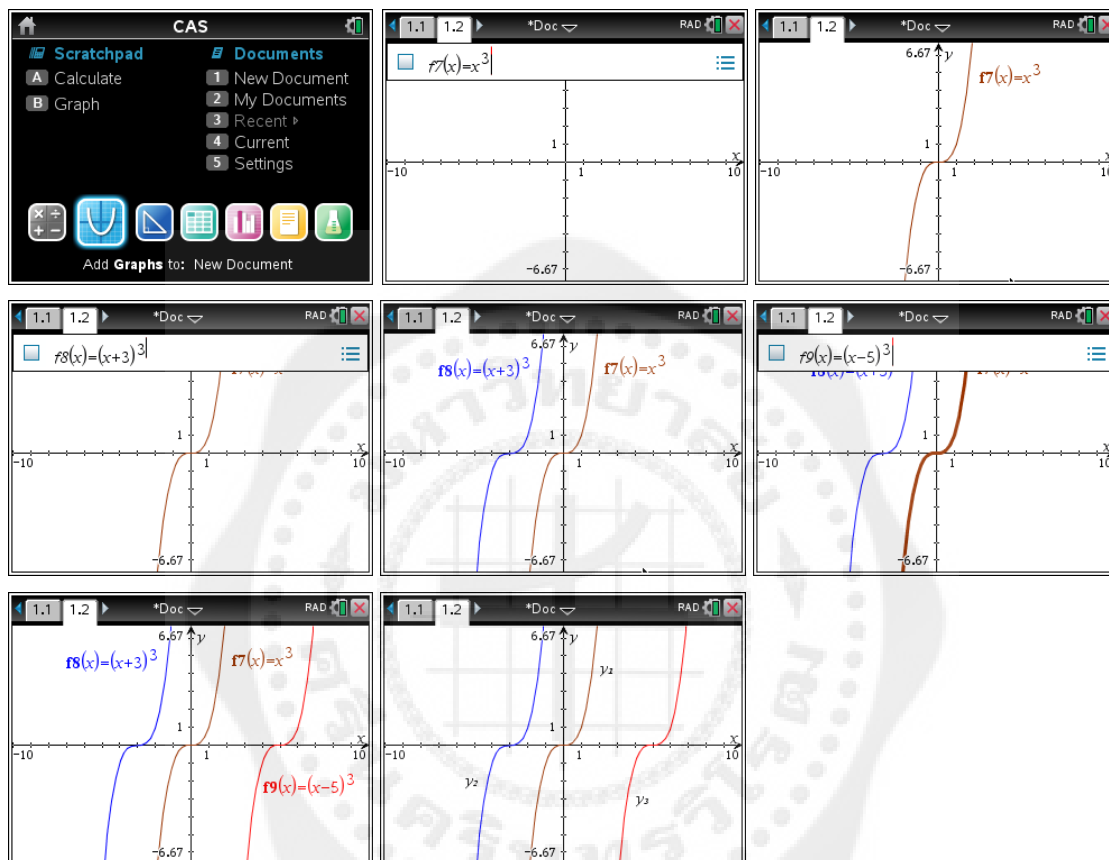


2. เริ่มต้นจากกราฟของ $y_1 = x^2$ เลื่อนไปทางขึ้น 3 หน่วย จะได้กราฟของ $y_2 = x^2 + 3$
และจากกราฟของ $y_1 = x^2$ เลื่อนขึ้นไปลง 5 หน่วย จะได้กราฟของ $y_3 = x^2 - 5$
3. ดังนั้นจะเขียนกราฟของ $y_1 = x^2$, $y_2 = x^2 + 3$ และ $y_3 = x^2 - 5$ ได้ดังนี้



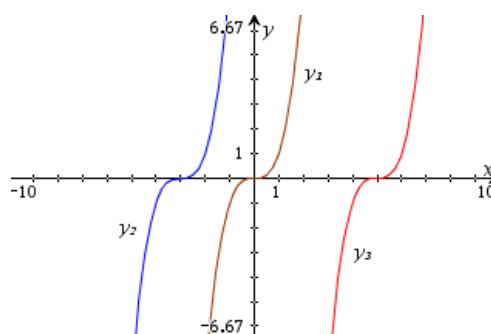
2. จงเขียนกราฟของ $y_1 = x^3$, $y_2 = (x+3)^3$ และ $y_3 = (x-5)^3$ ในพิกัดฉากเดียวกัน
เขียนกราฟด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

1. กดปุ่ม  เลือก Graphs เขียนกราฟของ $y_1 = x^3$, $y_2 = (x+3)^3$ และ $y_3 = (x-5)^3$
โดยพิมพ์ดังรูป กราฟจะปรากฏขึ้น

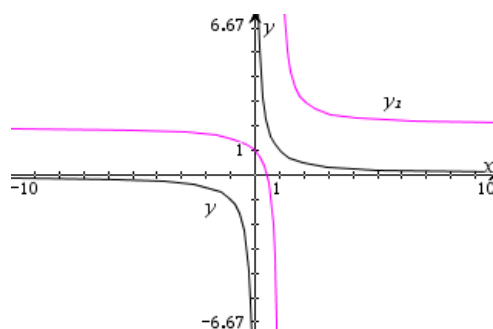


2. เริ่มต้นจากกราฟของ $y_1 = x^3$ เลื่อนไปทางซ้าย 3 หน่วย จะได้กราฟของ $y_2 = (x+3)^3$
และจากกราฟของ $y_1 = x^3$ เลื่อนขึ้นไปขวา 5 หน่วย จะได้กราฟของ $y_3 = (x-5)^3$

3. ดังนั้นจะเขียนกราฟของ $y_1 = x^3$, $y_2 = (x+3)^3$ และ $y_3 = (x-5)^3$ ได้ดังนี้

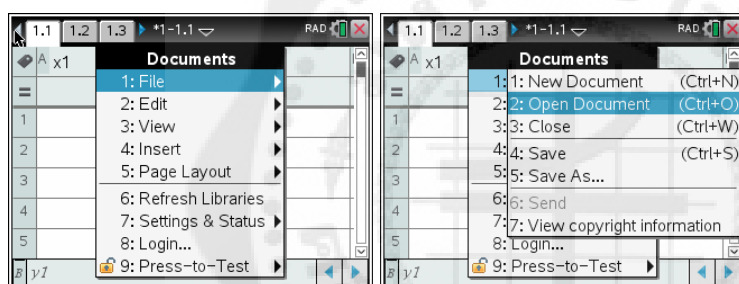


3. จงบอกวิธีการเขียนกราฟโดยใช้เทคนิคการเขียนกราฟ และหาสมการของกราฟ y_1

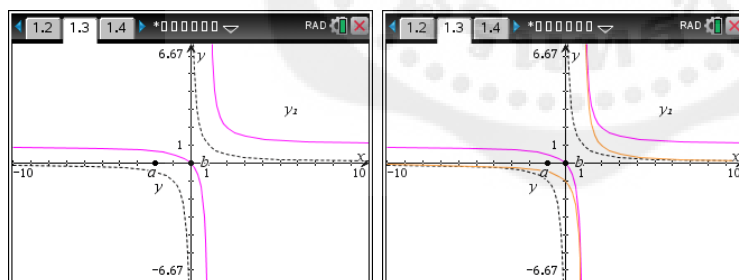


ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

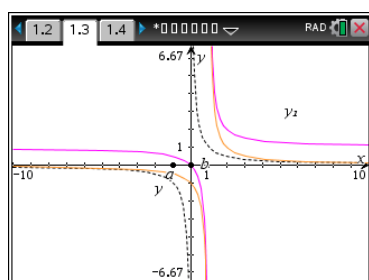
1. กดปุ่ม **[doc]** เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 12.2 – 3 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



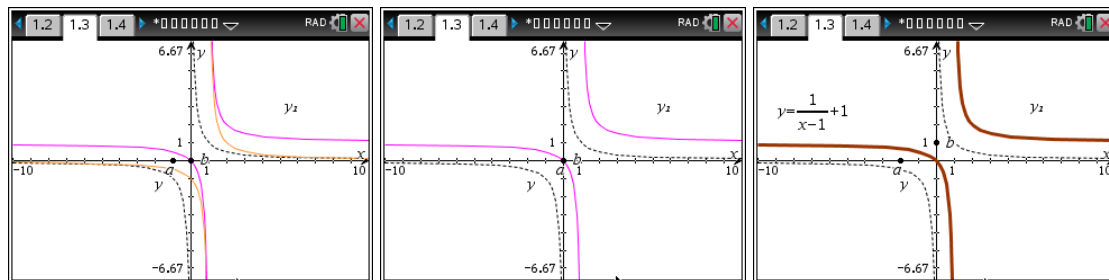
2. กดปุ่ม **[F1]** จะปรากฏ **VIEW** แล้วเลื่อนไปมาผ่าน **[D]** ที่จุด a แล้วเลื่อนไปทางซ้าย



3. เริ่มต้นจากกราฟที่รู้จัก $y = \frac{1}{x}$ เลื่อนไปทางขวา 1 หน่วยจะได้กราฟของ $y = \frac{1}{x-1}$



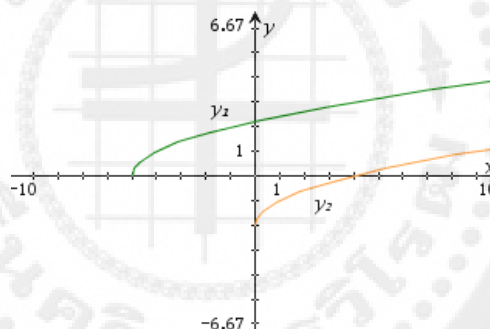
4. กดปุ่ม  จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน  ที่จุด b แล้วเลื่อนขึ้น



5. และจาก $y = \frac{1}{x-1}$ เลื่อนขึ้น 1 หน่วย จะได้กราฟของ $y_1 = \frac{1}{x-1} + 1$

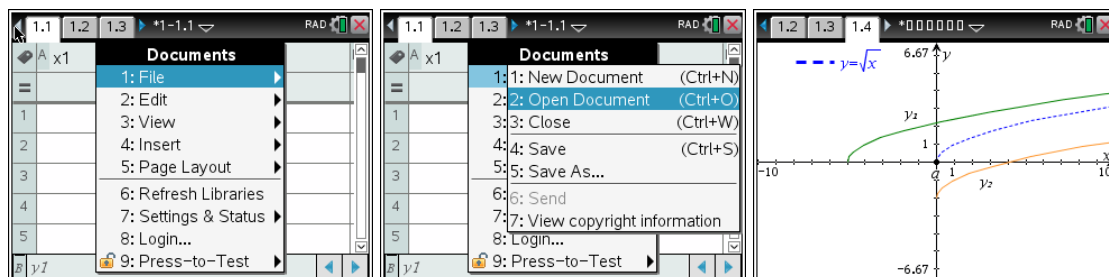
6. ดังนั้น $y_1 = \frac{1}{x-1} + 1$

4. จงบอกวิธีการเขียนกราฟโดยใช้เทคนิคการเขียนกราฟ และหาสมการของกราฟ y_1 และ y_2

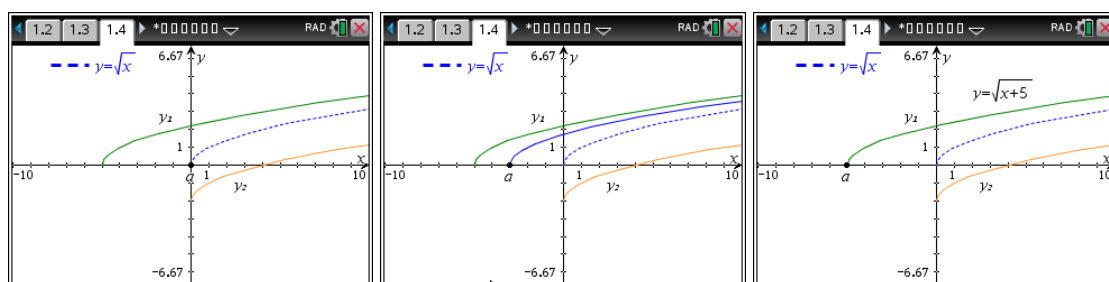


ปฏิบัติด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตามขั้นตอนดังนี้

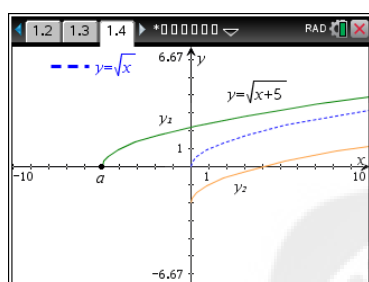
1. กดปุ่ม  เลือก 1: File 2. Open Document เลือกไฟล์ 12.2 – 4 จะปรากฏหน้าต่างขึ้นดังรูป



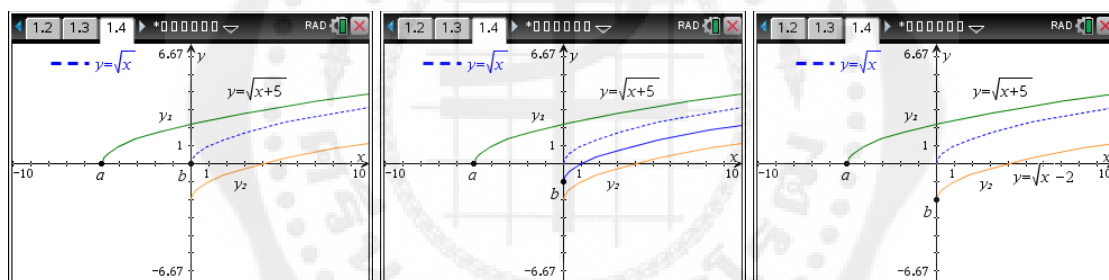
2. กดปุ่ม  จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน  ที่จุด a แล้วเลื่อนไปทางซ้าย



3. เริ่มต้นจากกราฟที่รู้จัก $y = \sqrt{x}$ เลื่อนไปทางซ้าย 5 หน่วยจะได้กราฟของ $y_1 = \sqrt{x+5}$



4. แตะปุ่ม  จะปรากฏ  แล้วเลื่อนไปมาผ่าน  ที่จุด b แล้วเลื่อนลง



5. และจาก $y = \sqrt{x}$ เลื่อนลง 2 หน่วย จะได้กราฟของ $y_2 = \sqrt{x} - 2$

6. ดังนั้น $y_1 = \sqrt{x+5}$ และ $y_2 = \sqrt{x} - 2$

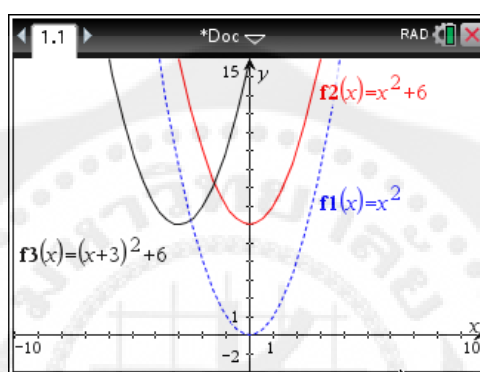
กิจกรรมท้ายคาบ 12

คำสั่ง: ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

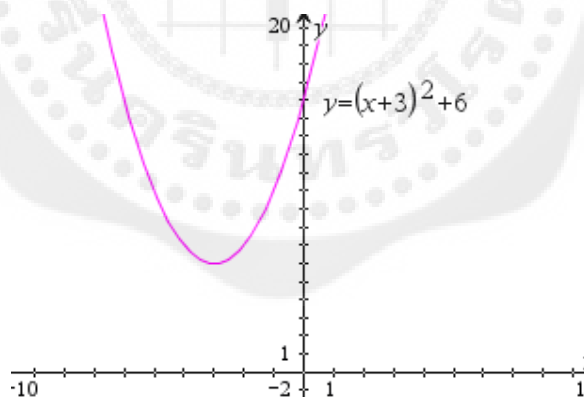
1.เมื่อกำหนดให้ $f(x) = x^2$ เลื่อนกราฟขึ้น 6 หน่วยแล้วเลื่อนไปทางซ้ายอีก 3 หน่วย

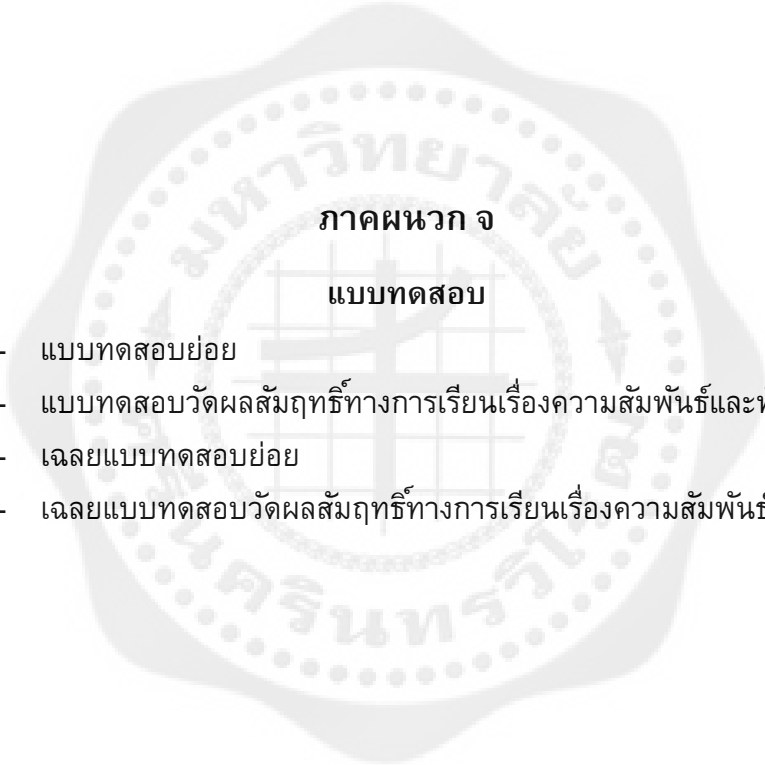
จงเขียนกราฟของ f และหาสมการของกราฟที่ได้ในขั้นสุดท้าย

วิธีทำ เริ่มต้นจากกราฟของ $f(x) = x^2$ เลื่อนกราฟขึ้น 6 หน่วย จะได้กราฟของ $f(x) = x^2 + 6$ แล้วเลื่อนไปทางซ้ายอีก 3 หน่วย จะได้กราฟของ $f(x) = (x+3)^2 + 6$ ดังรูป



จะได้ $f(x) = (x+3)^2 + 6$ และเขียนกราฟได้ดังนี้





ภาคผนวก จ

แบบทดสอบ

- แบบทดสอบย่อย
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน
- เฉลยแบบทดสอบย่อย
- เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ข้อสอบย่อยฉบับที่ 1

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้
 - 1.1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความสัมพันธ์
 - 1.2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ตัวผกผันของความสัมพันธ์
2. แบบทดสอบฉบับนี้ประกอบไปด้วย 2 ตอน ดังนี้
ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 4 ข้อ
ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ แบ่งเป็น
 - ข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 4 ข้อ
 - ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ
3. ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวลงในช่องว่างที่กำหนดให้ และแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบทั้งฉบับ 1 ชั่วโมง 30 นาที
แบ่งเป็น แบบทดสอบตอนที่ 1 ใช้เวลา 15 นาที และตอนที่ 2 ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 15 นาที

ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนใช้คำสั่งในเครื่องคำนวณเชิงกราฟหาคำตอบให้ถูกต้อง พร้อมทั้งบันทึกและตั้งชื่อไฟล์ดังนี้ เลขที่ – test 1

1. กำหนดให้ $r = \{(x, y) \mid y = 3x + 9\}$ จงหา r^{-1} และเขียนกราฟของ r^{-1} (2 คะแนน)

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเปิดไฟล์ชื่อ test 1 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 2 – ข้อ 4) (ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
2. พิจารณากราฟในหน้า 1.2 – 1.3 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้	
2.1. จงหา $A \times A$	
2.2. จงหา $B \times B$	
3. จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ r_1 จากหน้า 1.4	
4. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ r_2^{-1} จากหน้า 1.5	

ตอนที่ 2 ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 4) (ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. กำหนดให้ $A = \{-1, 0, 3\}$ และ $B = \{1, 3\}$ แล้ว $(3, -1) \in B \times A$ จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด	
2. กำหนดให้ $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{3, 5\}$ และ $C = \{2, 4, 6\}$ จงหา $B \times (A \cap C)$	
3. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือไม่ เพราะเหตุใด ให้ $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ และ $r_3 = \{(3, 4), (5, 2)\}$ จะเขียนความสัมพันธ์ r_3 ในรูปแบบบอกเงื่อนไขได้ $r_3 = \{(x, y) \in A \times B \mid x + y = 7\}$	
4. จงหาโดเมนของความสัมพันธ์ $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = 5x + 6\}$	

 คำสั่ง: จงแสดงวิธีทำ (ข้อ 5 – ข้อ 7)

5. ในการเข้าชมนิทรรศการปลาแห่งชาติ ณ สวนสัตว์แห่งหนึ่ง เจ้าหน้าที่ได้จัดอาคารจอดรถไว้โดยคิดอัตราค่าบริการชั่วโมงละ 30 บาท และจะคิดค่าบริการเพิ่มอีก 10 บาท ในทุกครั้งที่ขับรถออกจากอาคารหากนักเรียนต้องการจอดรถ 3 ชั่วโมง จะต้องจ่ายค่าบริการเท่าไร (3 คะแนน)



6. จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{7}{x} \right\}$ (4 คะแนน)



7. กำหนดให้ $r = \{(x, y) | y = \sqrt{x+8}\}$ จงหา r^{-1} และหาเรนจ์ของ r^{-1} (3 คะแนน)



ข้อสอบย่อยฉบับที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้
 - 1.1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 พังก์ชัน
2. แบบทดสอบฉบับนี้ประกอบไปด้วย 2 ตอน ดังนี้
 - ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 9 ข้อ
 - ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ แบ่งเป็น
 - ข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 11 ข้อ
 - ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ
3. ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวลงในช่องว่างที่กำหนดให้ และแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง แบ่งเป็นแบบทดสอบตอนที่ 1 ใช้เวลา 30 นาที และตอนที่ 2 ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเปิดไฟล์ชื่อ test 2 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 7)
(ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. ความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด จากหน้า 1.1	
2. จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน f จากหน้า 1.2	
3. จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เพราะเหตุใด จากหน้า 1.3	
4. ฟังก์ชัน f และ g จะมี gof , fog หรือไม่เพราะเหตุ ใด จากหน้า 1.4	

โจทย์	คำตอบ
5. จงหาสมการของกราฟที่กำหนดให้ จากหน้า 1.5	
6. จงระบุช่วงทั้งหมดที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม จากหน้า 1.6	
7. ฟังก์ชัน f มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด จาก หน้า 1.7	

 คำสั่ง: ให้นักเรียนใช้คำสั่งในเครื่องคำนวณเชิงกราฟหาคำตอบให้ถูกต้อง (ข้อ 8 – 9) พร้อมทั้งบันทึกและตั้งชื่อไฟล์ดังนี้ เลขที่ – test 2

8. กำหนดให้ $f(x) = x^4 + 29$ จงหา $f(2) + f(3)$ (2 คะแนน)

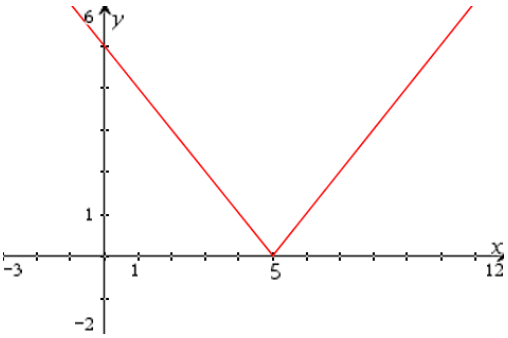
9. กำหนดให้ $f(x) = -5x + 8$ จงหา f^{-1} และเขียนกราฟของ f^{-1} (2 คะแนน)

ตอนที่ 2 ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คำสั่ง: ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 11) (ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. ความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) y = x^2 - 3\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด	
2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$	
2.1. จงหา D_f	
2.2. จงหา R_f	
3. ให้ $f(x) = x^3 - 1 $ ข้อใดเป็นเท็จ 1. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(-2, 2)$ 2. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(-4, -2)$ 3. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $[1, 2]$ 4. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(-1, 1)$	

โจทย์	คำตอบ
4. กำหนดให้ $f(x) = 4x^2 - 16$ และ $g(x) = 2x - 4$ จงหา $\frac{f}{g}$	
5. กำหนดให้ $f(x) = 2x - 1 - 5$ จงหา $f(-2)$	
6. กำหนดให้ $f(x) = x^2$ และ $g(x) = 2x + 1$	
6.1. จงหา $f + g$	
6.2. จงหา $f - g$	
6.3. จงหา fg	

โจทย์	คำตอบ
7. กำหนด $f = \{(1, 2), (3, 4), (6, 7)\}$ และ $g = \{(-1, 0), (2, 3), (9, 1)\}$ มี $f \circ g$ หรือไม่ เพราะเหตุใด	
8. กำหนด $f(x) = -x^2$ และ $g(x) = \sqrt{x} + 1$ ข้อใดถูกต้อง 1. $(f \circ g)(x) = -x - 2\sqrt{x} - 1$ ทุก $x \geq 1$ 2. $(g \circ f)(x) = 1 + \sqrt{-x^2}$ ทุก $x \in [0, 1]$	
9. ถ้า $f(x) = x^3 + 8$ แล้ว f มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด	
10. กำหนดให้ $f(x) = x - 1$ จงหา $f^{-1}(x)$	
11. จงหาสมการของกราฟที่กำหนดให้ 	

 คำสั่ง: จงแสดงวิธีทำ (ข้อ 12 – ข้อ 13)

12. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x}{x-2}$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ โดยใช้ทฤษฎีบท
(2 คะแนน)



13. นกยูงขายสมุดได้ x เล่ม ในราคาเล่มละ 25 บาท หากราคาทุนของสมุดเล่มนี้คือ 10 บาทและมีค่าขนส่งสมุดจากโรงพิมพ์มาถึงร้านของนกยูง 4,800 บาท ถ้าขายสมุดได้ 289 เล่ม อยากทราบว่านกยูงจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร (3 คะแนน)



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ความเข้าใจในเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ซึ่งจะใช้ทดสอบหลังจัดการเรียนการสอนทั้ง 3 หน่วยการเรียนรู้และทดสอบย่อยฉบับที่ 2 เสร็จสิ้น
2. แบบทดสอบฉบับนี้ประกอบไปด้วย 2 ตอน ดังนี้
 - ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบที่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ จำนวน 4 ข้อ
 - ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบที่ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ แบ่งเป็น
 - ข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 4 ข้อ
 - ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ
3. ให้นักเรียนเติมคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวลงในช่องว่างที่กำหนดให้ และแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง

แบ่งเป็นแบบทดสอบตอนที่ 1 ใช้เวลา 20 นาที และตอนที่ 2 ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 40 นาที

ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเปิดไฟล์ชื่อ test แล้วเติมค่าลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 4)
(ข้อละ 2 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. จงเขียนความสัมพันธ์ในรูปแบบบอกเงื่อนไขจากกราฟที่กำหนดให้ จากหน้า 1.1	
2. กำหนดความสัมพันธ์ r จงหา $D_r - R_r$ จากหน้า 1.2	
3. จงพิจารณากราฟของ f จากหน้า 1.3 แล้วหาเรนจ์ของ f	
4. จงหาสมการของกราฟที่กำหนดให้ จากหน้า 1.4	

ตอนที่ 2 ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

📖 คำสั่ง: ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 4) (ข้อละ 2 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, 8\}$ และ $C = \{0, 1\}$ จงหา $(A - C) \times B$	
2. กำหนดให้ $r = \{(x, y) y = \sqrt{2x - 2}\}$	
2.1. จงหา r^{-1}	
2.2. จงหา D_r	
2.3. จงหา $D_{r^{-1}}$	

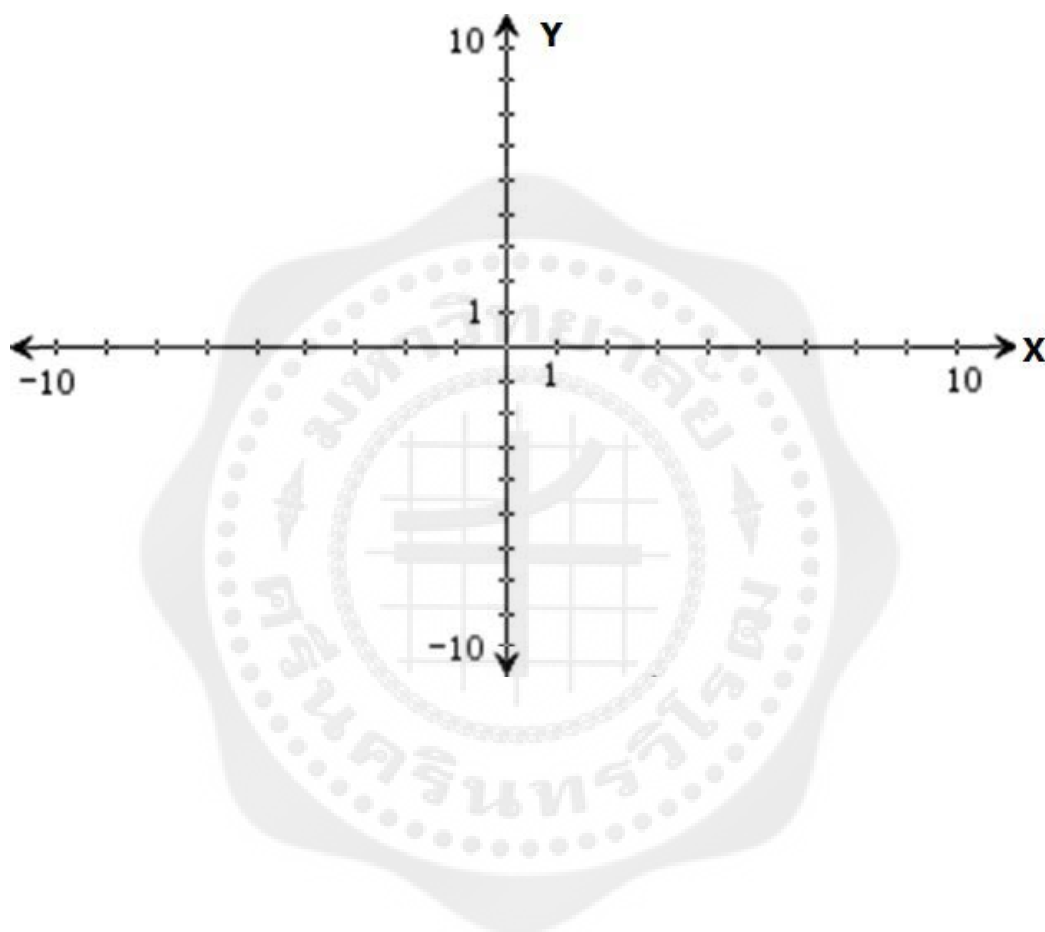
โจทย์	คำตอบ
3. กำหนดให้ $f(x) = x+1 $	
3.1. จงหา $f(-4) + f(4)$	
3.2. จงหา D_f	
3.3. จงหา R_f	
4. กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $r = \{(a, b), (b, c), (c, c)\}$ จะได้ว่า r เป็นฟังก์ชันจาก A ไป A หรือไม่	

 คำสั่ง: จงแสดงวิธีทำ (ข้อ 5 – ข้อ 7)

5. ความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) | y^2 = x + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้บทนิยาม (ข้อละ 4 คะแนน)



6. จงเขียนกราฟของ $f(x) = (x-1)^2 + 4$ โดยใช้เทคนิคการเขียนกราฟ (การเลื่อนขนาน)
(6 คะแนน)



7. กำหนดให้ $f(x)=1-5x$ และ $g(x)=\frac{1}{x}$

7.1. จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดใน $\mathbb{R}$ โดยใช้บทนิยาม (4 คะแนน)

7.2. จงหา $\frac{f}{g}$ (4 คะแนน)

7.3. หา fog ได้หรือไม่ ถ้าหาได้จงหา $\text{fog}(x)$ (4 คะแนน)

7.4. ฟังก์ชัน g มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ ถ้าเป็นจงหา g^{-1} (4 คะแนน)



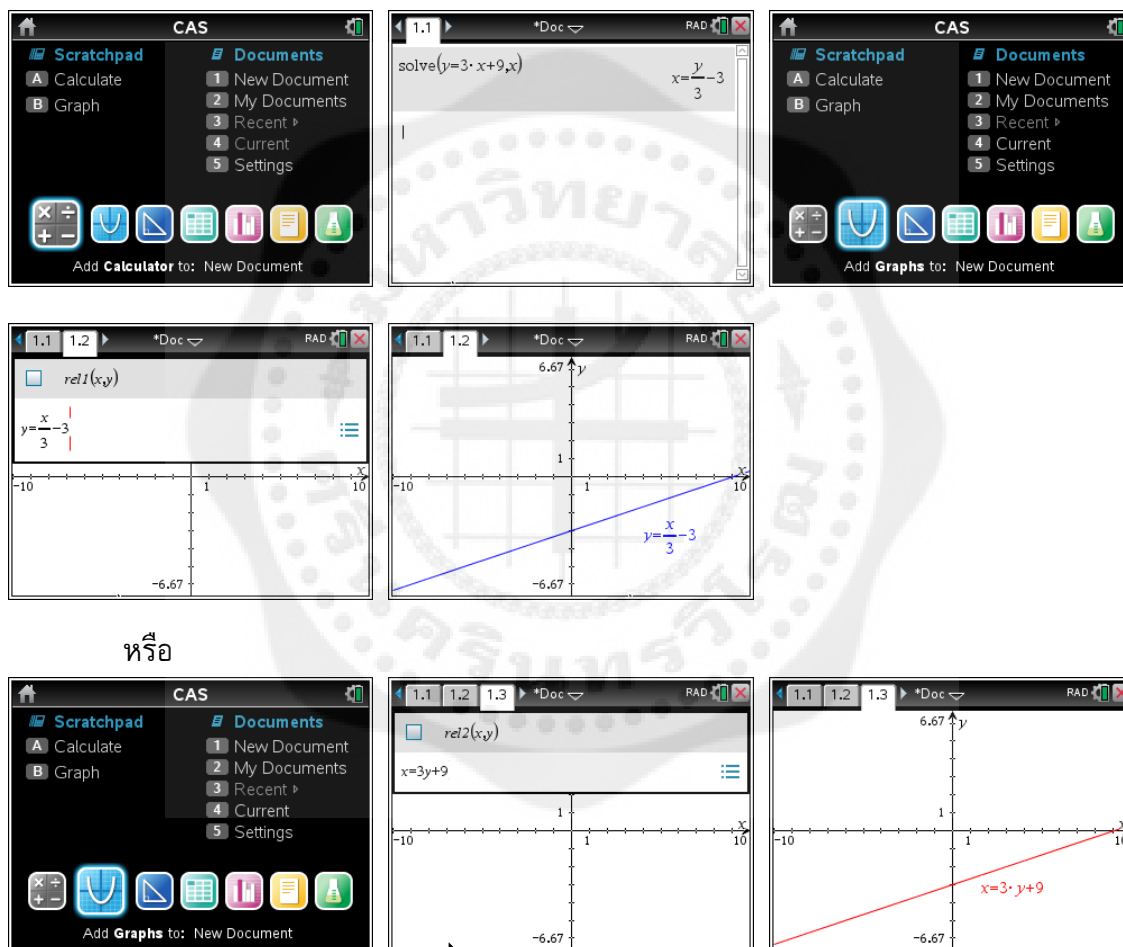
เฉลยข้อสอบย่อยฉบับที่ 1

ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนใช้คำสั่งในเครื่องคำนวณเชิงกราฟหาคำตอบให้ถูกต้อง พร้อมทั้งบันทึกและตั้งชื่อไฟล์ดังนี้ เลขที่ – test 1

1. กำหนดให้ $r = \{(x, y) | y = 3x + 9\}$ จงหา r^{-1} และเขียนกราฟของ r^{-1} (2 คะแนน)

วิธีทำ หา r^{-1} และเขียนกราฟของ r^{-1} ได้ดังนี้



เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 1 ตอนที่ 1

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ใช้แอปพลิเคชันเขียนกราฟถูก กรอก r^{-1} ถูกและเขียนกราฟถูกต้อง	2
ใช้แอปพลิเคชันเขียนกราฟถูก แต่กรอก r^{-1} ผิด	1
ใช้แอปพลิเคชันเขียนกราฟผิดหรือไม่ปฏิบัติตามด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ	0

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเปิดไฟล์ชื่อ test 1 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 2 – ข้อ 4)
(ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
2. พิจารณากราฟในหน้า 1.2 – 1.3 แล้วตอบคำถามต่อไปนี้	
2.1. จงหา $A \times A$	$A \times A = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
2.2. จงหา $B \times B$	$B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$
3. จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ r_1 จากหน้า 1.4	$D_{r_1} = \{x \mid -3 < x < 3\}$ หรือ $D_{r_1} = (-3, 3)$ $R_{r_1} = \{y \mid -3 < y < 3\}$ หรือ $R_{r_1} = (-3, 3)$
4. จงหาโดเมนและเรนจ์ของ r_2^{-1} จากหน้า 1.5	$D_{r_2^{-1}} = \{x \mid x \geq 0\}$ หรือ $D_{r_2^{-1}} = [0, \infty)$ $R_{r_2^{-1}} = \{y \mid y \in \mathbb{R}\}$ หรือ $R_{r_2^{-1}} = \mathbb{R}$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 2 - ข้อ 4 ตอนที่ 1

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบถูก	1
ตอบผิดหรือไม่ตอบ	0

ตอนที่ 2 ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 4) (ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. กำหนดให้ $A = \{-1, 0, 3\}$ และ $B = \{1, 3\}$ แล้ว $(3, -1) \in B \times A$ จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด	จริงเพราะ $3 \in B$ และ $-1 \in A$
2. กำหนดให้ $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{3, 5\}$ และ $C = \{2, 4, 6\}$ จงหา $B \times (A \cap C)$	$B \times (A \cap C) = \{(3, 4), (3, 6), (5, 4), (5, 6)\}$

โจทย์	คำตอบ
3. ข้อความต่อไปนี้ถูกหรือไม่ เพราะเหตุใด ให้ $A = \{3, 5, 7\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ และ $r_3 = \{(3, 4), (5, 2)\}$ จะเขียนความสัมพันธ์ r_3 ในรูปแบบบอกเงื่อนไขได้ $r_3 = \{(x, y) \in A \times B \mid x + y = 7\}$	ถูกเพราะมีเพียง $(3, 4)$ และ $(5, 2)$ ที่สอดคล้อง กับเงื่อนไขของ r_3
4. จงหาโดเมนของความสัมพันธ์ $r^{-1} = \{(x, y) \mid y = 5x + 6\}$	$D_{r^{-1}} = \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ หรือ $D_{r^{-1}} = \mathbb{R}$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 1 – ข้อ 4 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบถูก	1
ตอบผิดหรือไม่ตอบ	0

 คำสั่ง: จงแสดงวิธีทำ (ข้อ 5 – ข้อ 7)

5. ในการเข้าชมนิทรรศการปลาแห่งชาติ ณ สวนสัตว์แห่งหนึ่ง เจ้าหน้าที่ได้จัดอาคารจอดรถไว้โดยคิดอัตราค่าบริการชั่วโมงละ 30 บาท และจะคิดค่าบริการเพิ่มอีก 10 บาท ในทุกครั้งที่ขับรถออกจากอาคารหากนักเรียนต้องการจอดรถ 3 ชั่วโมง จะต้องจ่ายค่าบริการเท่าไร (3 คะแนน)

วิธีทำให้ x แทนจำนวนชั่วโมงที่เข้าจอดรถ

y แทนจำนวนเงินที่ต้องจ่าย

เนื่องจาก คิดอัตราค่าบริการชั่วโมงละ 30 บาท และจะคิดเพิ่มอีก 10 บาทในทุกครั้งที่ขับรถออกจากอาคาร

$$\text{จะได้ } y = 30x + 10$$

$$\text{แทน } x = 3 \text{ ในสมการ } y = 30x + 10$$

$$\text{จะได้ } y = 30(3) + 10 = 90 + 10 = 100$$

ดังนั้น เมื่อจอดรถเป็นเวลา 3 ชั่วโมง ต้องจ่ายค่าบริการ 100 บาท

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 5 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และกำหนดตัวแปรและแสดงความสัมพันธ์ถูกต้องสมบูรณ์	3
คำตอบไม่ถูกต้อง แต่กำหนดตัวแปรและแสดงความสัมพันธ์ถูกต้องสมบูรณ์ หรือ คำตอบถูกต้อง แต่ไม่กำหนดตัวแปรหรือแสดงความสัมพันธ์ไม่สมบูรณ์ (อย่างใดอย่างหนึ่ง)	2
คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่กำหนดตัวแปรแต่แสดงความสัมพันธ์ถูกต้องสมบูรณ์ หรือ คำตอบไม่ถูกต้อง แต่กำหนดตัวแปรและแสดงความสัมพันธ์ไม่ถูกต้องสมบูรณ์	1
คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่แสดงวิธีทำ	0

6. จงหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ $r = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{7}{x} \right\}$ (4 คะแนน)

วิธีทำ จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้นเมื่อแทน x ด้วย 0 จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

$$\text{ดังนั้น } D_r = \{x \mid x \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\text{จาก } y = \frac{7}{x} \text{ จะได้ } x = \frac{7}{y}$$

เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ยกเว้น 0 จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

$$\text{ดังนั้น } R_r = \{y \mid y \neq 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 6 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์	4
คำตอบไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ หรือ คำตอบถูกต้อง แต่ให้เหตุผลไม่ถูกต้องสมบูรณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง	3
คำตอบไม่ถูกต้อง แต่ให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ หรือ คำตอบถูกต้อง แต่ให้เหตุผลไม่ถูกต้องสมบูรณ์ทั้งโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ r	2
คำตอบไม่ถูกต้อง แต่ให้เหตุผลไม่ถูกต้องสมบูรณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือ คำตอบไม่ถูกต้องอย่างใดอย่างหนึ่ง แต่ให้เหตุผลไม่ถูกต้องสมบูรณ์ทั้งโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ r	1
คำตอบไม่ถูกต้องและไม่ให้เหตุผลใด ๆ	0

7. กำหนดให้ $r = \{(x, y) | y = \sqrt{x+8}\}$ จงหา r^{-1} และหาเรนจ์ของ r^{-1} (3 คะแนน)

วิธีทำ จาก $r = \{(x, y) | y = \sqrt{x+8}\}$

จะได้ $r^{-1} = \{(y, x) | y = \sqrt{x+8}\}$ หรือ

$r^{-1} = \{(y, x) | x = y^2 - 8, y \geq 0\}$ หรือ

$r^{-1} = \{(x, y) | y = x^2 - 8, x \geq 0\}$ หรือ

$r^{-1} = \{(x, y) | x = \sqrt{y+8}\}$

จาก $r = \{(x, y) | y = \sqrt{x+8}\}$ จะได้ว่า เมื่อ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าหรือ

เท่ากับ -8 จะสามารถหาค่า y ที่เป็นจำนวนจริงได้เสมอ

ดังนั้น $D_r = \{x | x \geq -8\} = [-8, \infty)$

เพราะฉะนั้น $R_{r^{-1}} = D_r = \{x | x \geq -8\} = [-8, \infty)$ หรือ

จาก $r^{-1} = \{(x, y) | x = \sqrt{y+8}\}$ จะได้เมื่อ y เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่า

หรือเท่ากับ -8 จะสามารถหาค่า x ได้เสมอ

ดังนั้น $R_{r^{-1}} = \{y | y \geq -8\} = [-8, \infty)$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 7 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์	3
หา r^{-1} ไม่ถูกต้อง แต่ให้เหตุผลและหาเรนจ์ของ r^{-1} ถูกต้องสมบูรณ์ หรือ หา r^{-1} ถูกต้อง แต่ให้เหตุผลหรือหาเรนจ์ของ r^{-1} ไม่ถูกต้องสมบูรณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง	2
หา r^{-1} ไม่ถูกต้อง และ หาเรนจ์ของ r^{-1} ไม่ถูกต้องสมบูรณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือ หา r^{-1} ถูกต้อง แต่ ให้เหตุผลหรือหาเรนจ์ของ r^{-1} ไม่ถูกต้องสมบูรณ์	1
คำตอบไม่ถูกต้องละไม่ให้เหตุผลใด ๆ	0

เฉลยข้อสอบย่อยฉบับที่ 2

ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเปิดไฟล์ชื่อ test 2 แล้วเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 7)
(ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. ความสัมพันธ์ r เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด จากหน้า 1.1	เป็น เพราะไม่มีเส้นขนานแกน y เส้นใดเลยที่ตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุด หรือแต่ละค่า x หาค่า y ได้เพียงค่าเดียว
2. จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน f จากหน้า 1.2	$D_f = [-3, 0]$ และ $R_f = [-5, 5]$
3. จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เพราะเหตุใด จากหน้า 1.3	f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เพราะเมื่อลากเส้นขนานกับแกน x ที่จุด $y=1$ แล้วตัดกับกราฟมากกว่า 1 จุด
4. ฟังก์ชัน f และ g จะมี gof , fog หรือไม่เพราะเหตุใด จากหน้า 1.4	ฟังก์ชัน f และ g มี gof , fog เพราะ $D_g \cap R_f \neq \emptyset$ และ $D_f \cap R_g \neq \emptyset$
5. จงหาสมการของกราฟที่กำหนดให้ จากหน้า 1.5	$y = x^2 + 3$
6. จงระบุช่วงทั้งหมดที่ทำให้ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม จากหน้า 1.6	$\mathbb{R}$
7. ฟังก์ชัน f มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด จากหน้า 1.7	ฟังก์ชัน f ไม่มีฟังก์ชันผกผัน เพราะ f ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

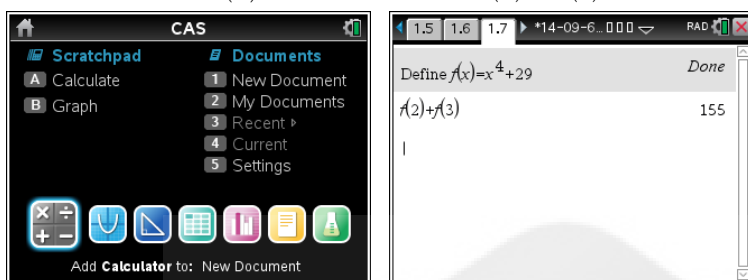
เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 1 – ข้อ 7 ตอนที่ 1

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบถูก	1
ตอบผิดหรือไม่ตอบ	0

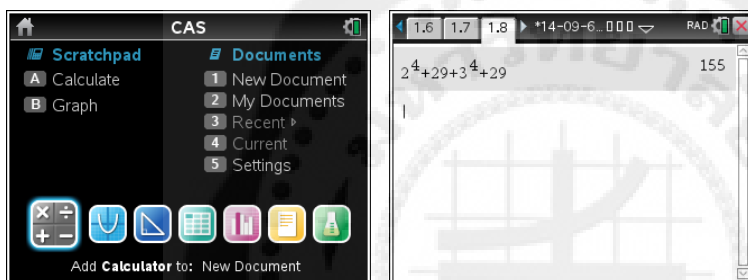
 คำสั่ง: ให้นักเรียนใช้คำสั่งในเครื่องคำนวณเชิงกราฟหาคำตอบให้ถูกต้อง (ข้อ 8 – 9)
พร้อมทั้งบันทึกและตั้งชื่อไฟล์ดังนี้ เลขที่-test 2

8. กำหนดให้ $f(x) = x^4 + 29$ จงหา $f(2) + f(3)$ (2 คะแนน)

วิธีทำ เนื่องจาก $f(x) = x^4 + 29$ จะหา $f(2) + f(3)$



หรือ

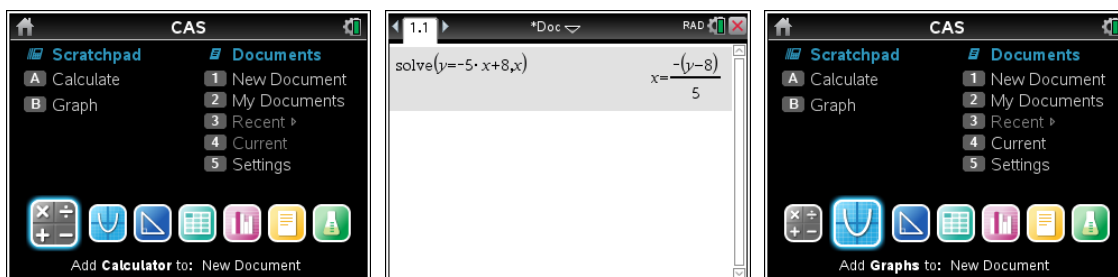


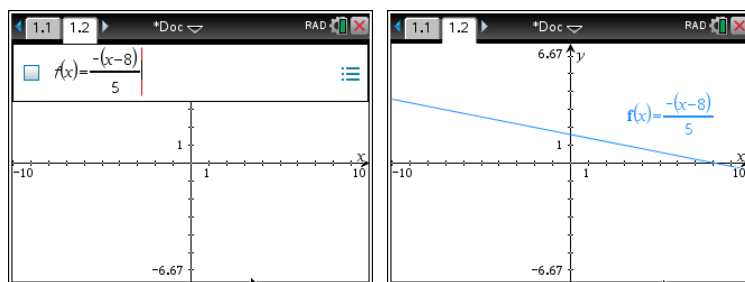
เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 8 ตอนที่ 1

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ใช้แอปพลิเคชันคำนวณถูก กรอกฟังก์ชันถูกและคำตอบถูกต้อง	2
ใช้แอปพลิเคชันคำนวณถูก แต่กรอกฟังก์ชันผิด	1
ใช้แอปพลิเคชันคำนวณผิดหรือไม่ปฏิบัติตามด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ	0

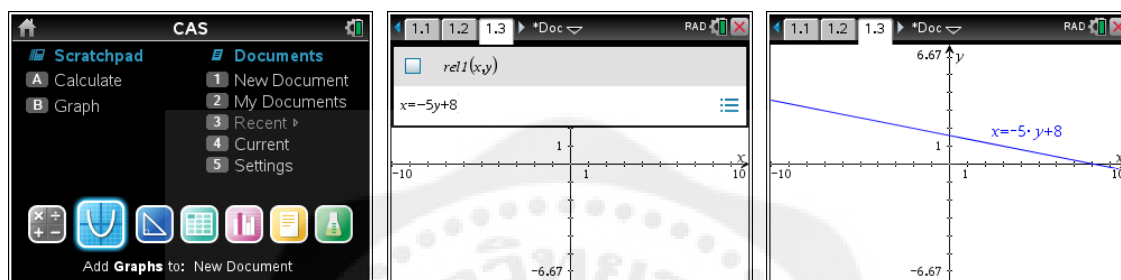
9. กำหนดให้ $f(x) = -5x + 8$ จงหา f^{-1} และเขียนกราฟของ f^{-1} (2 คะแนน)

วิธีทำ เขียนกราฟของ f^{-1} ได้ดังนี้





หรือ



เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 9 ตอนที่ 1

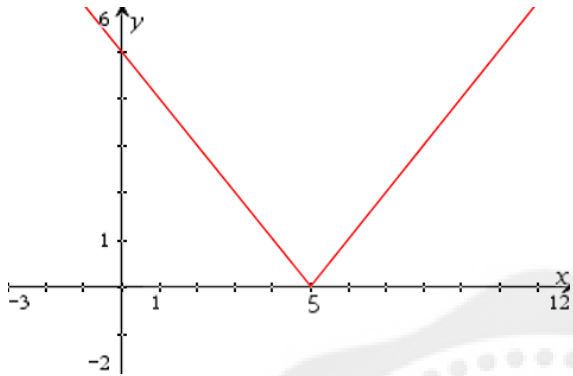
เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ใช้แอปพลิเคชันเขียนกราฟถูก กรอกร f^{-1} ถูกและเขียนกราฟถูกต้อง	2
ใช้แอปพลิเคชันเขียนกราฟถูก แต่กรอกร f^{-1} ผิด	1
ใช้แอปพลิเคชันเขียนกราฟผิดหรือไม่ปฏิบัติตามด้วยเครื่องคำนวณเชิงกราฟ	0

ตอนที่ 2 ไม่ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คำสั่ง: ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 11) (ข้อละ 1 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. ความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) y = x^2 - 3\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด	เป็น เพราะ 1) สำหรับค่าของ x จะหาค่า y ได้เพียงค่าเดียว หรือ 2) ให้ $x_1 = x_2$ แล้ว $f(x_1) = x_1^2 - 3 = x_2^2 - 3 = f(x_2)$ หรือ 3) ไม่มีเส้นขนานแกน y เส้นใดเลยที่ตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุด

โจทย์	คำตอบ
2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{x + \sqrt{2}}{x^2 - 2}$	
2.1. จงหา D_f	$D_f = \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
2.2. จงหา R_f	$R_f = \mathbb{R} - \{0\}$
3. ให้ $f(x) = x^3 - 1 $ ข้อใดเป็นเท็จ 1. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(-2, 2)$ 2. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(-4, -2)$ 3. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $[1, 2]$ 4. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง $(-1, 1)$	1, 2 และ 4
4. กำหนดให้ $f(x) = 4x^2 - 16$ และ $g(x) = 2x - 4$ จงหา $\frac{f}{g}$	$\frac{f}{g}(x) = 2x + 4$ เมื่อ $x \neq 2$ หรือ $\frac{f}{g}(x) = \frac{4x^2 - 16}{2x - 4}$
5. กำหนดให้ $f(x) = 2x - 1 - 5$ จงหา $f(-2)$	$f(-2) = 0$
6. กำหนดให้ $f(x) = x^2$ และ $g(x) = 2x + 1$	
6.1. จงหา $f + g$	$f + g = x^2 + 2x + 1$
6.2. จงหา $f - g$	$f - g = x^2 - 2x - 1$
6.3. จงหา fg	$fg = x^2(2x + 1)$ หรือ $fg = 2x^3 + x^2$
7. กำหนด $f = \{(1, 2), (3, 4), (6, 7)\}$ และ $g = \{(-1, 0), (2, 3), (9, 1)\}$ มี $fo g$ หรือไม่ เพราะเหตุใด	มี เพราะ $D_f \cap R_g \neq \emptyset$
8. กำหนด $f(x) = -x^2$ และ $g(x) = \sqrt{x} + 1$ ข้อใดถูกต้อง 1. $(fog)(x) = -x - 2\sqrt{x} - 1$ ทุก $x \geq 1$ 2. $(gof)(x) = 1 + \sqrt{-x^2}$ ทุก $x \in [0, 1]$	1
9. ถ้า $f(x) = x^3 + 8$ แล้ว f มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ เพราะเหตุใด	มี เพราะ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

โจทย์	คำตอบ
10. กำหนดให้ $f(x) = x - 1$ จงหา $f^{-1}(x)$	$f^{-1}(x) = x + 1$
11. จงหาสมการของกราฟที่กำหนดให้ 	$y = x - 5 $

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 1 – ข้อ 11 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบถูก	1
ตอบผิดหรือไม่ตอบ	0

 คำสั่ง: จงแสดงวิธีทำ (ข้อ 12 – ข้อ 13)

12. จงตรวจสอบว่าฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x}{x-2}$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ โดยใช้บทนิยาม
(2 คะแนน)

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{x}{x-2}$

ให้ $x_1, x_2 \in D_f$

สมมติ $f(x_1) = f(x_2)$

จะได้ $\frac{x_1}{x_1-2} = \frac{x_2}{x_2-2}$

$x_1(x_2-2) = x_2(x_1-2)$

$x_1x_2 - 2x_1 = x_1x_2 - 2x_2$

$-2x_1 = -2x_2$

$x_1 = x_2$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 12 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์	2
คำตอบถูกต้อง แต่เหตุผลไม่ถูกต้องสมบูรณ์	1
คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	0

13. นกยูงขายสมุดได้ x เล่ม ในราคาเล่มละ 25 บาท หากราคาทุนของสมุดเล่มนี้คือ 10 บาทและมีค่าขนส่งสมุดจากโรงพิมพ์มาถึงร้านของนกยูง 4,800 บาท ถ้าขายสมุดได้ 289 เล่ม อยากทราบว่านกยูงจะได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร (3 คะแนน)

วิธีทำให้ x แทน จำนวนสมุดที่ขายได้ (เล่ม)

$f(x)$ แทน กำไรที่ได้จากการขายสมุด x เล่ม

$g(x)$ แทน ราคาต้นทุนของสมุด x เล่ม

$h(x)$ แทน ราคาที่ขายสมุดได้ x เล่ม

จาก

กำไรจากการขายสมุด x เล่ม = ราคาขายของสมุด x เล่ม
 - ราคาทุนของสมุด x เล่ม

ดังนั้น $h(x) = 25x$ และ $g(x) = 10x + 4,800$

จะได้ $f(x) = 25x - (10x + 4,800) = 15x - 4,800$

ถ้าขายสมุดได้ 289 เล่ม

จะได้ $f(289) = 15(289) - 4,800 = -465$

ดังนั้น ถ้าขายสมุดได้จำนวน 289 เล่ม นกยูงจะขาดทุน 465 บาท

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 13 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และกำหนดตัวแปรและแสดงฟังก์ชันถูกต้องสมบูรณ์	3
คำตอบไม่ถูกต้อง แต่กำหนดตัวแปรและแสดงฟังก์ชันถูกต้องสมบูรณ์ หรือคำตอบถูกต้อง แต่ไม่กำหนดตัวแปรหรือแสดงฟังก์ชันไม่สมบูรณ์ (อย่างใดอย่างหนึ่ง)	2
คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่กำหนดตัวแปรแต่แสดงฟังก์ชันถูกต้องสมบูรณ์ หรือคำตอบไม่ถูกต้อง แต่กำหนดตัวแปรและแสดงฟังก์ชันไม่ถูกต้องสมบูรณ์	1
คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการอธิบายการทำ	0

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ตอนที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟประกอบการสอบ

 คำสั่ง: ให้นักเรียนเปิดไฟล์ชื่อ test แล้วเติมคำตอบในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 4)
(ข้อละ 2 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. จงเขียนความสัมพันธ์ในรูปแบบบอกเงื่อนไขจากกราฟที่กำหนดให้ จากหน้า 1.1	$r = \{(x, y) y = x + 5\}$
2. กำหนดความสัมพันธ์ r จงหา $D_r - R_r$ จากหน้า 1.2	$D_r - R_r = \emptyset$
3. จงพิจารณากราฟของ f จากหน้า 1.3 แล้วหาเรนจ์ของ f	$R_f = [2, \infty)$
4. จงหาสมการของกราฟที่กำหนดให้ จากหน้า 1.4	$y = \sqrt{x-1}$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 1 – ข้อ 4 ตอนที่ 1

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบถูก	2
ตอบผิดหรือไม่ตอบ	0

ตอนที่ 2 ไม่ใช่เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

คำสั่ง: ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง (ข้อ 1 – ข้อ 4) (ข้อละ 2 คะแนน)

โจทย์	คำตอบ
1. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, 8\}$ และ $C = \{0, 1\}$ จงหา $(A - C) \times B$	$(A - C) \times B = \{(2, 5), (2, 6), (2, 8),$ $(3, 5), (3, 6), (3, 8)\}$
2. กำหนดให้ $r = \{(x, y) y = \sqrt{2x - 2}\}$	
2.1. จงหา r^{-1}	$r^{-1} = \{(x, y) x = \sqrt{2y - 2}\}$ หรือ $r^{-1} = \{(x, y) y = \frac{x^2 + 2}{2}, x \geq 0\}$ หรือ $r^{-1} = \{(y, x) y = \sqrt{2x - 2}\}$
2.2. จงหา D_r	$D_r = [1, \infty)$
2.3. จงหา $D_{r^{-1}}$	$D_{r^{-1}} = [0, \infty)$
3. กำหนดให้ $f(x) = x + 1 $	
3.1. จงหา $f(-4) + f(4)$	$f(-4) + f(4) = 8$
3.2. จงหา D_f	$D_f = \mathbb{R}$
3.3. จงหา R_f	$R_f = [0, \infty)$
4. กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $r = \{(a, b), (b, c), (c, c)\}$ จะได้ว่า r เป็นฟังก์ชันจาก A ไป A หรือไม่	r เป็นฟังก์ชันจาก A ไป A

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 1 – ข้อ 4 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ตอบถูก	2
ตอบผิดหรือไม่ตอบ	0

📖 คำสั่ง: จงแสดงวิธีทำ (ข้อ 5 – ข้อ 7)

5. ความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) | y^2 = x + 1\}$ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้ทฤษฎีบท (ข้อละ 4 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณา $r = \{(x, y) | y^2 = x + 1\}$ ให้ $(3, 2) \in r$ และ $(3, -2) \in r$

จะได้ $3 = 3$ แต่ $-2 \neq 2$

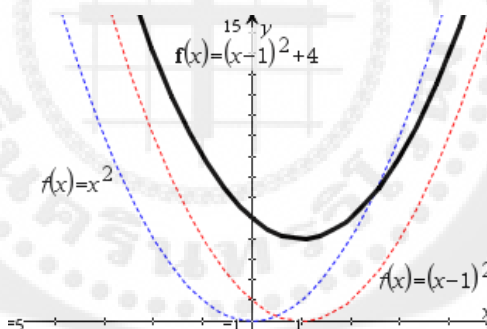
ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าความสัมพันธ์ r ไม่เป็นฟังก์ชัน

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 5 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์	4
คำตอบถูกต้อง แต่เหตุผลไม่ถูกต้องสมบูรณ์	2
คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	0

6. จงเขียนกราฟของ $f(x) = (x-1)^2 + 4$ โดยใช้เทคนิคการเขียนกราฟ (การเลื่อนขนาน)
(6 คะแนน)

วิธีทำ เขียนกราฟได้ดังนี้



เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 6 ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ใช้เทคนิคการเขียนกราฟจากฟังก์ชัน $f(x) = x^2$ พร้อมแสดงร่องรอยการเขียนกราฟได้ครบถูกต้อง	6
เขียนกราฟได้ถูกต้อง แต่แสดงร่องรอยการเขียนกราฟด้วยเทคนิคการเขียนกราฟไม่ครบสมบูรณ์	4
เขียนกราฟได้ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ไม่แสดงร่องรอยการเขียนกราฟด้วยเทคนิคการเขียนกราฟ	2
เขียนกราฟไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนกราฟ	0

7. กำหนดให้ $f(x) = 1 - 5x$ และ $g(x) = \frac{1}{x}$

7.1. จงตรวจสอบว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือฟังก์ชันลดใน $\mathbb{R}$ โดยใช้บทนิยาม (4 คะแนน)

วิธีทำ ให้ $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

สมมติ $x_1 < x_2$

จะได้ว่า $5x_1 < 5x_2$

$-5x_1 > -5x_2$

$1 - 5x_1 > 1 - 5x_2$

$f(x_1) > f(x_2)$

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันลดใน $\mathbb{R}$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 7.1. ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์	4
คำตอบถูกต้อง แต่เหตุผลไม่ถูกต้องสมบูรณ์	2
คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ	0

7.2 จงหา $\frac{f}{g}$ (4 คะแนน)

วิธีทำ เนื่องจาก $f(x) = 1 - 5x$ และ $g(x) = \frac{1}{x}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\ &= \frac{1-5x}{\frac{1}{x}} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{1-5x}{\frac{1}{x}}$$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 7.2. ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์	4
คำตอบถูกต้อง แต่แสดงวิธีทำไม่ถูกต้องสมบูรณ์	2
คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการทำ	0

7.3 หา fog ได้หรือไม่ ถ้าหาได้จงหา $\text{fog}(x)$ (4 คะแนน)

วิธีทำ เนื่องจาก $f(x) = 1 - 5x$ และ $g(x) = \frac{1}{x}$

จะได้ $D_f = \mathbb{R}$ และ $R_f = \mathbb{R}$

$D_g = \mathbb{R} - \{0\}$ และ $R_g = \mathbb{R} - \{0\}$

ดังนั้น $R_g \cap D_f = \mathbb{R} \neq \emptyset$ จึงหา fog ได้

จะได้ $\text{fog}(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = 1 - 5\left(\frac{1}{x}\right)$

ดังนั้น $\text{fog}(x) = \frac{x-5}{x}$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 7.3. ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์	4
คำตอบไม่ถูกต้องแต่แสดงวิธีหา $\text{fog}(x)$ ถูกต้องสมบูรณ์ หรือคำตอบถูกต้องแต่แสดงวิธีหา $\text{fog}(x)$ ไม่ถูกต้องสมบูรณ์	2
คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการทำ	0

7.4 ฟังก์ชัน g มีฟังก์ชันผกผันหรือไม่ถ้าเป็นจงหา g^{-1} (4 คะแนน)

วิธีทำ พิจารณาว่า g เป็นฟังก์ชันผกผันหรือไม่

วิธีที่ 1 ใช้บทนิยาม โดยเขียน g ให้อยู่ในเซตจะได้ $g = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x} \right\}$

จะได้ $g^{-1} = \left\{ (y, x) \mid y = \frac{1}{x} \right\}$ หรือ

$g^{-1} = \left\{ (y, x) \mid x = \frac{1}{y} \right\}$ หรือ

$g^{-1} = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x} \right\}$

ให้ x, y และ z เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง $(x, y) \in g^{-1}$ และ $(x, z) \in g^{-1}$

จะได้ว่า $y = \frac{1}{x}$ และ $z = \frac{1}{x}$ ดังนั้น $y = z$ เสมอ

ฉะนั้น g^{-1} เป็นฟังก์ชัน

ดังนั้น $g^{-1} = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{1}{x} \right\}$

วิธีที่ 2 ให้ x_1, x_2 เป็นสมาชิกในโดเมนของ g ที่ทำให้ $g(x_1) = g(x_2)$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2}$$

$$\text{ทำให้ } x_1 = x_2$$

ดังนั้น g ฟังก์ชัน 1-1 และโดยทฤษฎีบท g^{-1} เป็นฟังก์ชัน

$$\text{ดังนั้น } g(x) = \frac{1}{x} \text{ มีฟังก์ชันผกผัน และ } g^{-1}(x) = \frac{1}{x}$$

เกณฑ์การให้คะแนนข้อ 7.4. ตอนที่ 2

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์	4
ตอบได้ว่า g มีฟังก์ชันผกผัน และทำผิดพลาดในเรื่อง แสดงการหา g^{-1}	2
ตอบว่า g ไม่มีฟังก์ชันผกผัน หรือไม่มีร่องรอยการทำ	0

ภาคผนวก จ

แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอน
เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ

แบบสอบถามวัดความพึงพอใจที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ



คำชี้แจง

1. หลังจากสิ้นสุดการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟแล้ว ให้นักเรียนทุกคนประเมินองค์ประกอบต่าง ๆ ของกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านแบบสอบถามวัดความพึงพอใจฉบับนี้
2. แบบสอบถามวัดความพึงพอใจฉบับนี้เป็นแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีจำนวน 20 ข้อ
3. ให้นักเรียนอ่านข้อความทางซ้ายมือ แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างทางขวามือเพียงช่องเดียว คำตอบที่นักเรียนตอบนั้นไม่มีผลต่อการให้คะแนน
4. ระดับความพึงพอใจแต่ละช่อง มีความหมายดังนี้

พึงพอใจมากที่สุด	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความนั้นมากที่สุด
พึงพอใจมาก	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความนั้นมาก
พึงพอใจปานกลาง	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความนั้นปานกลาง
พึงพอใจน้อย	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความนั้นน้อย
พึงพอใจน้อยที่สุด	หมายความว่า	นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความนั้นน้อยที่สุด

ตัวอย่าง

ข้อ ที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1.	เนื้อหาจากกิจกรรมการเรียนการสอน เหมาะสมกับ ศักยภาพของนักเรียน		✓			

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
ด้านเนื้อหา						
1.	เมื่อข้าพเจ้าเรียนเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันแล้วรู้สึกสนุกสนานเพลิดเพลิน					
2.	เนื้อหาจากชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เหมาะสมกับระดับความสามารถของข้าพเจ้า					
3.	การจัดเรียงลำดับเนื้อหาในใบกิจกรรมมีความเหมาะสมและทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย					
4.	ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันอ่านแล้วเข้าใจง่าย ไม่สับสน					
5.	จากการทำใบกิจกรรม ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมากยิ่งขึ้น					
ด้านกิจกรรมการเรียนการสอน						
6.	กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น					
7.	การเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น					
8.	จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ข้าพเจ้าสนใจ และอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น					
9.	จากการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ข้าพเจ้าได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง					

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
10.	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ช่วยพัฒนาทักษะการคิดของข้าพเจ้า					
ด้านสื่อการเรียนการสอน						
11.	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ใช้งานง่ายและสะดวก					
12.	การใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันมากขึ้น					
13.	การมีปฏิสัมพันธ์กับเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ข้าพเจ้าเห็นภาพเป็นรูปธรรมมากขึ้น					
14.	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง					
15.	เครื่องมือที่ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนมีสีสันที่สวยงาม น่าสนใจ					
ด้านวัดผลและประเมินผล						
16.	ข้าพเจ้ารู้สึกมั่นใจต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ					
17.	ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่หนักใจกับการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนและหลังเรียน					
18.	ข้าพเจ้ารู้สึกทบทวนกับการทำกิจกรรมท้ายคาบเมื่อทำได้ถูกต้อง					
19.	ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน					
20.	ข้าพเจ้าเห็นคุณค่าและความสำคัญวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น					



ภาคผนวก ข
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหา และความเหมาะสมของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ ตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหากับจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบย่อย จำนวน 2 ฉบับ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน รวมทั้งตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ในแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ มีดังนี้

1. อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทแท้
อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ ดร.ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์
อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์จริยวดี บรรทัดเที่ยง
อาจารย์ชำนาญการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี



ประวัตย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวเขมจิรา เที่ยงอยู่
วันเดือนปีเกิด	16 กรกฎาคม 2537
สถานที่เกิด	อำเภอเมือง จังหวัดลพบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	196 หมู่ 1 ตำบลสระโบสถ์ อำเภอสระโบสถ์ จังหวัดลพบุรี 15240

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2549	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนจารีกล้อมวิทยา จังหวัดลพบุรี
พ.ศ. 2552	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จาก โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี
พ.ศ. 2555	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย ลพบุรี
พ.ศ. 2559	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (วท.บ.) สาขาคณิตศาสตร์ จาก จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2561	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ