

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์
ของ
อนวัจน์ เดชไธสง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2553

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ปริญญานิพนธ์
ของ
อนวัณน์ เดชไธสง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2553
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

บทคัดย่อ
ของ
อันวัดน์ เดชไธสง

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2553

อนุวัฒน์ เดชโชติสง. (2553). ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินซ์นิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสระโร, อาจารย์ธนชัย ภูอุดม และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์วีวรรณ งามสันติกุล.

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ (1) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และ (2) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาคาร อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 30 คน ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาสอนทั้งหมด 12 ชั่วโมง เมื่อสิ้นสุดการสอนแล้วผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ และตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

AN INSTRUCTIONAL ACTIVITY PACKAGE ON VECTORS BY USING C.a.R.
PROGRAM FOR MATHAYOMSUKSA II STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
ANUWAT DECHTHAISONG

Presented in Partial Fulfillment of Requirement for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University

May 2010

Anuwat Dechthaisong. (2010). *An Instructional Activity Package on Vectors by Using C.a.R. Program for Mathayomsuksa II Students*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics).
Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee:
Dr. Sayun Sotaro , Mr. Thanuchai Pooudom , Assist. Prof. Raweewan
Ngamsuntikul.

The purposes of this study were (1) to determine the effectiveness of such activity package in terms of students' achievement, and (2) to evaluate students' attitude toward instructional activity package.

The study was conducted during the second semester of the 2009 academic year with Mathayomsuksa II students at Niyommitwittayakarn School in Nakornratchasima Province. The experiment group with 30 students was using cluster sampling approach and a mathematics instructional package was designed to teach by researcher. The researcher taught them a total of 12 hours. At the end of the instruction, an achievement test was given to measure their performance on vectors. To find out their preference toward this kind of instruction activity package, a questionnaire involving their attitude was also given to each student in the experimental group.

The results showed that more than 60% of the experimental groups passed the instruction at .05 level of significant. In sum, Matthayomsuksa II students have ability to learn on vectors by the instructional activity package on vectors by using C.a.R. program as designed by the researcher. And the scores on questionnaire showed an average satisfaction of the experimental group toward the instruction.

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ของ
อนุวัฒน์ เตชไธสง

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่ เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2553

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(อาจารย์ ดร.สายัณห์ ไสระโร)

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทรสนธิ)

..... กรรมการ
(อาจารย์ธนุชัย ภูอุดม)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วีวรรณ งามสันติกุล)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.สายัณห์ ไสระโร)

..... กรรมการ
(อาจารย์ธนุชัย ภูอุดม)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วีวรรณ งามสันติกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ เพราะได้รับความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดี
ยิ่งจาก อาจารย์ ดร.สายันท์ โสระโร ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ อาจารย์ธนูชัย ภูอุดม
และผู้ช่วยศาสตราจารย์วีวรรณ งามสันติกุล กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ซึ่งทั้งสามท่านได้
กรุณาให้ความอนุเคราะห์ช่วยเหลือ พร้อมทั้งให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์
ต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจ แก้ไขปริญญานิพนธ์เล่มนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ขอกราบ

ขอขอบคุณ รองศาสตราจารย์อุษาวดี จันทรสนธิ ที่กรุณาเป็นประธานกรรมการสอบปากเปล่า
และอาจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ ที่กรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า รวมทั้งให้ข้อคิดที่เป็น
ประโยชน์ต่อผู้วิจัย ส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบ
ขอขอบคุณอาจารย์ทุกท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้รับความกรุณาจาก อาจารย์ธนูชัย ภูอุดม อาจารย์
เมตต์ แยมวงษ์ และอาจารย์วิชา รัตนเมธาวิ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ
เครื่องมือในการวิจัย รวมทั้งให้ข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์และมีคุณค่ายิ่ง ผู้ขอกราบขอขอบคุณ
เป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณ ผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนนิยมมิตรวิทยาการ
ที่ได้ให้ความสะดวกต่าง ๆ ในระหว่างดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาการ ที่ได้ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอขอบคุณ ผู้อำนวยการ และคณะครูโรงเรียนบ้านมะค่างาม ที่ได้ให้ความสะดวก
ต่าง ๆ สำหรับการทดลองนาร่องเพื่อพัฒนาเครื่องมือและขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
โรงเรียนบ้านมะค่างาม ที่ได้ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอกราบขอขอบคุณ บิดา มารดา และบุคคลในครอบครัว รวมทั้งญาติมิตรทุกท่านที่
สนับสนุนและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

ขอขอบคุณ โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และ
คณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ได้สนับสนุน
ทุนการศึกษาและทุนการทำวิจัยในครั้งนี้

ขอขอบคุณ พี่ เพื่อน น้องนิสิตปริญญาโทและปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ทุกคน ที่
ให้คำแนะนำและกำลังใจด้วยดีตลอดระยะเวลาในการทำวิจัยเรื่องนี้

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์เล่มนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชา พระคุณบิดามารดา
และครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

อนุวัฒน์ เดชไธสง

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย	4
ความสำคัญของการวิจัย	4
ขอบเขตของการวิจัย	5
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	5
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	5
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	5
ตัวแปรที่ศึกษา	5
นิยามศัพท์เฉพาะ	6
สมมติฐานของการวิจัย	7
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์	9
เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์	9
งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์	14
เอกสารเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	18
ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	18
ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	19
องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	20
ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน	22
งานวิจัยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์	25
เอกสารเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน	26
ความหมายของความพึงพอใจ	26
ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจในการเรียน	27
งานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน	29
เอกสารเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต	31
เอกสารเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์สอนคณิตศาสตร์	31
เอกสารเกี่ยวกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต	33
แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างชุดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R.	34

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตสอนคณิตศาสตร์.....	36
งานวิจัยเกี่ยวกับการนำเนื้อหาที่สอนในระดับที่สูงกว่าระดับมัธยมศึกษา ตอนต้นมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.....	40
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	43
การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	43
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	43
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	51
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	51
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	53
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	60
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	60
สมมติฐานของการวิจัย.....	60
วิธีดำเนินการวิจัย.....	60
สรุปผลการวิจัย.....	62
อภิปรายผล.....	63
ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย	65
ข้อเสนอแนะ.....	66
บรรณานุกรม.....	67
ภาคผนวก.....	76
ภาคผนวก ก การวิเคราะห์ข้อมูล.....	77
ภาคผนวก ข คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	89
ภาคผนวก ค แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.....	104

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
ภาคผนวก (ต่อ)	
ภาคผนวก ง ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	139
ภาคผนวก จ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	195
ภาคผนวก ฉ เฉลยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.....	202
ภาคผนวก ช แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียน ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.....	258
ภาคผนวก ซ รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....	262
ประวัติย่อผู้วิจัย	264

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องเวกเตอร์ แบบอัตนัย.....	49
2 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ ใบกิจกรรมระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	54
3 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	54
4 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.....	55
5 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ของคะแนนรวม.....	56
6 การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด.....	56
7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.....	58
8 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์.....	78
9 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนที่เป็นกลุ่มนาร่อง.....	80
10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจ ของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจ ของนักเรียนกลุ่มนาร่อง.....	82
11 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ ระหว่างเรียนจากใบกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	83

บัญชีตาราง (ต่อ)

ตาราง	หน้า
12 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	84
13 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.	84
14 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จาก ใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	84
15 คะแนนแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อการเรียนด้วย ชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.....	86
16 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างหลังการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.....	87

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยมด้วยเวกเตอร์.....	2
2 แสดงการใช้เวกเตอร์บอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน.....	13
3 แสดงการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ ด้วยเวกเตอร์ $\overrightarrow{ST}$	13
4 ตัวอย่างสารบัญหลักของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	46
5 ตัวอย่างสารบัญย่อยของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	46
6 ตัวอย่างกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	47

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ปัจจุบันความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมีการพัฒนาไปอย่างรวดเร็วและมีบทบาทต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์มากขึ้น ไม่ว่าจะเป็นทางด้านการติดต่อสื่อสาร การจราจร การขนส่ง การพัฒนาทางด้านเศรษฐกิจ ตลอดจนด้านการจัดการศึกษา ซึ่งคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่ช่วยก่อให้เกิดความก้าวหน้าทางเทคโนโลยี ทำให้โลกเจริญ เพราะจากการคิดค้นทางวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ (สิริพร ทิพย์คง. 2545: 1) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีต่างๆ ก็ล้วนอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น (อมรวิรัช นาคทรพร. 2539: 102) และคณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐกิจ สังคม การค้นคว้าวิจัย ตลอดจนการพัฒนาวิชาการต่างๆ และได้ชื่อว่าเป็นเครื่องนำทางไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยหลักการใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ (สมชาย ชูชาติ. 2542: 75-78) ซึ่งสอดคล้องกับ ยุพิน พิพิธกุล (2536: 1) ที่กล่าวไว้ว่า “คณิตศาสตร์ฝึกให้คนคิดอย่างมีระเบียบและเป็นรากฐานของวิทยาการหลายๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ ก็ล้วนแต่ต้องอาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น” ตัวอย่างของสาขาวิชาที่ใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือ เช่น

สาขาฟิสิกส์ใช้ แคลคูลัส เรขาคณิตวิเคราะห์ เวกเตอร์ เมตริกซ์

สาขาเคมีใช้ พีชคณิตและแคลคูลัส

สาขาชีววิทยาใช้ ความน่าจะเป็นและสถิติ

สาขาเศรษฐศาสตร์ใช้ แคลคูลัส เมตริกซ์ กำหนดการเชิงเส้น

สาขาภูมิศาสตร์ใช้ ตรีโกณมิติ เรขาคณิตระบยพิกัดและเรขาคณิตเชิงวงกลม

สาขาสถาปัตยกรรมศาสตร์ใช้ ตรีโกณมิติ เรขาคณิตระบยพิกัดและเรขาคณิตโปรเจกทีฟ

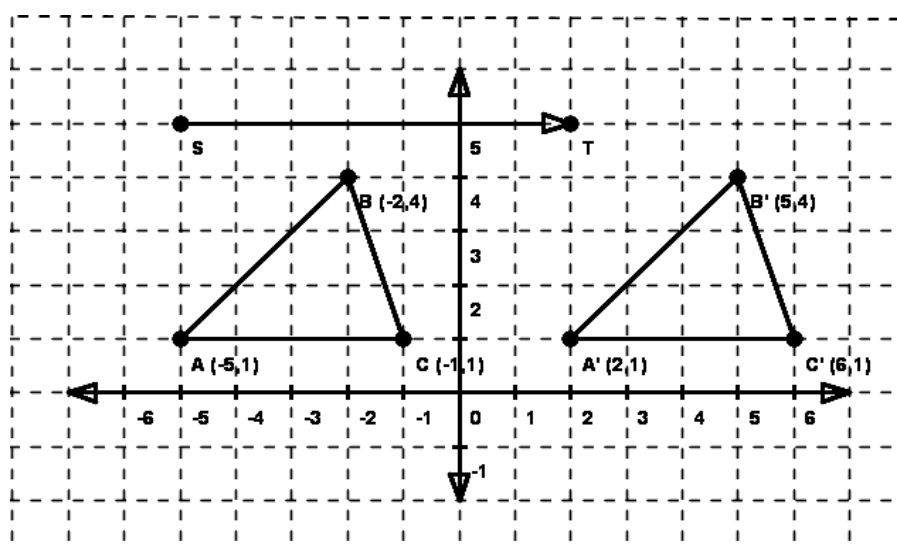
สาขาดนตรีใช้ พีชคณิต (เศษส่วน อัตราส่วน) เป็นต้น (สถาบันส่งเสริมการสอน

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี(สสวท.) 2540: 27)

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น การจัดการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์จึงจำเป็นที่จะต้องมีการพัฒนาหลักสูตรเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้สอดคล้องกับชีวิต สภาพเศรษฐกิจและสังคม และหลักสูตรที่ดีควรมีการปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงเพื่อให้เหมาะสมและทันต่อเหตุการณ์ (สิริพร ทิพย์คง. 2545: 14) จะเห็นได้ว่าประเทศไทยมีการปรับปรุงหลักสูตรทางด้านคณิตศาสตร์เรื่อยมา ไม่ว่าจะเป็นโครงสร้าง จุดประสงค์ และเนื้อหาที่เพิ่มเข้ามาทุกสมัยเพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์มากขึ้น จนกระทั่งปัจจุบันประเทศไทยได้เปลี่ยนมาใช้หลักสูตร

การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมีการปรับปรุงเนื้อหาคณิตศาสตร์และเพิ่มเนื้อหาใหม่ๆ ที่มีประโยชน์และเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์ในระดับสูงให้นักเรียนได้เรียนรู้และพัฒนาตนเองได้อย่างเต็มศักยภาพ สำหรับนักเรียนที่มีความสนใจหรือมีความสามารถสูงทางคณิตศาสตร์ สถานศึกษาอาจจัดให้นักเรียนเรียนรู้สาระที่เป็นเนื้อหาวิชาให้กว้างขึ้น เข้มข้นขึ้น หรือฝึกทักษะกระบวนการมากขึ้น โดยพิจารณาจากสาระหลักที่กำหนดไว้ หรือสถานศึกษาอาจจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์อื่นๆ เพิ่มเติมก็ได้ โดยพิจารณาให้เหมาะสมกับความสามารถและความต้องการของนักเรียน (สสวท. 2544: 6) สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner. 1963: 33) ที่กล่าวว่า “ครูจะสามารถสอนวิชาใดๆ ก็ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยใช้วิธีการที่เหมาะสมให้กับเด็กคนใดคนหนึ่งในระดับอายุใดก็ได้” ซึ่งบรูเนอร์มองว่าในการจัดการศึกษานั้น ควรที่จะทำให้นเนื้อหาวิชามีความต่อเนื่องกัน ถ้าครูทราบว่าเนื้อหาวิชาใดเป็นสิ่งจำเป็นที่เด็กจะต้องเรียนหรือจะต้องใช้เมื่อตอนโต ก็ให้ริบนำเนื้อหาวิชานั้นมาสอนให้กับเด็กตั้งแต่เขายังเล็กๆ โดยที่ปรับเนื้อหาวิชานั้นให้เหมาะสมกับความสามารถในการคิดหรือการรับรู้ของเด็กหรือใช้ภาษาที่เด็กเข้าใจได้ (พรณี ชูทัย เจนจิต. 2545: 104)

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ไว้ในหนังสือเรียน ค 014 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ต้องการเน้นทางคณิตศาสตร์หรือมุ่งศึกษาต่อในแขนงวิชาที่ต้องใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ไว้ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ได้นำความรู้เรื่องเวกเตอร์ไปใช้ในกิจกรรมเรื่องการเลื่อนขนาน ดังเช่น การเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ ด้วยเวกเตอร์ $\overrightarrow{ST}$ ภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานคือ $\triangle A'B'C'$ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 การเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยมด้วยเวกเตอร์

อีกทั้งเวกเตอร์ยังนำไปใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องแรงและการเคลื่อนที่ ในสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น แต่การจัดการเรียนการสอนในปัจจุบัน นักเรียนจะได้เรียนเรื่องเวกเตอร์ ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยเห็นว่าถ้านำเรื่องเวกเตอร์มาสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยปรับเนื้อหาวิชาให้เหมาะสมกับความสามารถในการคิดหรือการเรียนรู้ของเด็ก ใช้ภาษาที่เข้าใจได้ ใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยจัดเป็นชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ก็จะทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเรื่องเวกเตอร์สำหรับนำไปใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการเลื่อนขนานและเรื่องแรงและการเคลื่อนที่ และยังเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 อีกด้วย

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ของนักเรียน ซึ่งมีเนื้อหาค่อนข้างจะเป็นนามธรรม ก็พบปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียน ดังที่ อัมพร ม้าคอง (2536: 49-53) ได้ทำการศึกษาข้อบกพร่องในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่านักเรียนมีข้อผิดพลาดมากที่สุดใน 2 ส่วน คือ

1. นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ
2. นักเรียนประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้องโดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่ในการหามุมระหว่างเวกเตอร์ไม่ถูกต้อง

สำหรับปัญหาดังกล่าวนี้นักวิจัยเห็นว่าวิธีการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนที่สามารถแก้ไขปัญหาได้ ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันว่าการใช้คอมพิวเตอร์ในการสอนช่วยพัฒนาทักษะและมโนทัศน์ของนักเรียนในสิ่งที่ได้เรียนรู้ไป (ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. 2543: 218) ในการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนสามารถใช้ได้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ เช่น ใช้เพื่อเป็นโปรแกรมในการฝึกและทบทวน ใช้เป็นเครื่องมือศึกษาเนื้อหา ใช้แสดงความคิดและกระบวนการ เป็นต้น สำหรับการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ มีผู้พยายามนำคอมพิวเตอร์มาใช้ประโยชน์ ทั้งในลักษณะที่ใช้เพื่อเรียนรู้เนื้อหา สืบค้น ตรวจสอบ วิเคราะห์ แนวความคิดและกระบวนการ ตลอดจนการใช้เพื่อทบทวนและทดสอบ (ธนชัย ภู่อุดม. 2551: 1) และด้วยความก้าวหน้าของเทคโนโลยีทางคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันได้มีซอฟต์แวร์ทางคอมพิวเตอร์ที่สามารถนำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งทางด้านเรขาคณิต พีชคณิต จำนวนและการดำเนินการ โดยเฉพาะในส่วนของเรขาคณิต ซึ่งซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ที่ดีจะช่วยให้นักเรียนสามารถสร้างรูปเรขาคณิต และวัดขนาดความยาวส่วนของเส้นตรง ความยาวส่วนโค้ง และมุมได้อย่างรวดเร็วถูกต้อง ทั้งยังช่วยให้นักเรียนสร้างรูปสองมิติและสามมิติบนหน้าจอแล้วสามารถพลิก หมุน หรือเลือกรูปในมุมมองต่างๆ ทำกิจกรรมการสำรวจด้วยการพลิก เลื่อน หมุน ย่อ ขยาย เพื่อเรียนรู้มโนทัศน์ต่างๆ ทางเรขาคณิตได้รวดเร็ว และสามารถทดลองสร้างรูปเรขาคณิต หรือกราฟ ในลักษณะต่างๆ ได้หลายๆ ครั้ง ซึ่งนำไปสู่การค้นหาคำตอบต่างๆ ทางเรขาคณิต นักเรียนสามารถสำรวจ ตั้งข้อคาดการณ์ และสืบเสาะตรวจสอบค้นรูปต่างๆ ในหลายลักษณะเพื่อยืนยันเหตุผลของตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดจินตนาการในการค้นคว้าหา

เหตุผลและเพิ่มพูนความรู้ ซึ่งการเรียนรู้เรขาคณิตในลักษณะดังกล่าว จะทำให้นักเรียนมองสิ่งต่างๆ รอบตัวได้อย่างมีความหมายมากขึ้น (วรรณวิภา สุทธเกียรติ. 2542: 3-4)

สำหรับโปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมหนึ่งที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ โดย Prof Dr. René Grothmann ชาวเยอรมัน เป็นโปรแกรมที่สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่างๆ สามารถเลื่อน หมุน ย่อ ขยาย และเคลื่อนไหวได้ รวมถึงการคำนวณสูตรทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต ตั้งข้อคาดการณ์และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง อีกทั้งยังคงรักษาสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปนั้นไว้ ซึ่งลักษณะเด่นของโปรแกรม C.a.R. คือ

1. สามารถแปลงเป็นแฟ้มงาน HTML ได้
2. สามารถสร้างงานในลักษณะของแบบทดสอบที่สามารถตรวจสอบความถูกต้องได้
3. สามารถสร้างภาพในลักษณะการเคลื่อนไหวได้

จากความสำเร็จและเหตุผลที่กล่าวข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจสอนเรื่องเวกเตอร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในการเรียนเรื่องการเลื่อนขนานและเรื่องแรงและการเคลื่อนที่ อีกทั้งยังเป็นการให้ความรู้พื้นฐานเรื่องเวกเตอร์สำหรับนักเรียนเพื่อใช้ในการเรียนระดับที่สูงขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
2. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ความสำคัญของการวิจัย

ผลของการวิจัยครั้งนี้จะเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรมทางคอมพิวเตอร์มาช่วยสร้างเป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งในงานวิจัยนี้เป็นการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งสร้างเป็นสื่อในลักษณะที่ให้นักเรียนสามารถทำการสำรวจ สังเกต ตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นแนวทางในการสร้างสื่อเพื่อปรับปรุงและพัฒนาคุณภาพการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาการ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาการ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Random Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 30 คน จากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน นักเรียน 60 คน โดยโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ได้ทำการทดลองสอนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยใช้เวลาเรียน จำนวน 12 ชั่วโมง เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 2 ชั่วโมง และเวลาที่ใช้ในการทำแบบวัดความพึงพอใจ จำนวน 20 นาที รวมเวลาทั้งหมดที่ใช้วิจัยครั้งนี้ คือ 14 ชั่วโมง 20 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ ประกอบด้วยหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

1. เวกเตอร์	2 ชั่วโมง
2. การบวกและการลบเวกเตอร์	2 ชั่วโมง
3. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	2 ชั่วโมง
4. เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก	2 ชั่วโมง
5. ผลคูณเชิงสเกลาร์	2 ชั่วโมง
6. การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้	2 ชั่วโมง

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ คือ ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. ตัวแปรตาม คือ

2.1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.2. ความพึงพอใจของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. โปรแกรม C.a.R. หมายถึง โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต ที่สามารถสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน ซึ่งสามารถเลื่อน หมุน ย่อ ขยาย และเคลื่อนไหวได้ รวมถึงการคำนวณสูตรทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกต ตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง อีกทั้งยังคงรักษาสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปนั้นไว้

2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. หมายถึง ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนบางกิจกรรมครูเป็นผู้บรรยาย อธิบาย สาธิต หรือ บางกิจกรรมจะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง โดยอาศัยการสำรวจ การสังเกต และการตั้งข้อคาดการณ์ รวมทั้งฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ภายใต้คำแนะนำของครู โดยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นประกอบด้วย

2.1 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2.2 บทเรียนสำหรับใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 6 หน่วย และในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง ใบกิจกรรม และกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่มีลักษณะเป็นแฟ้มคำสั่งที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R. ซึ่งหน่วยการเรียนรู้ในบทเรียน ประกอบด้วย

1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์
2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การบวกและการลบเวกเตอร์
3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
4. หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
5. หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ผลคูณเชิงสเกลาร์
6. หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้

2.3 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ มีทั้งหมด 6 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 2 ชั่วโมง และสอดคล้องตามหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ หมายถึง แบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งเป็นแบบปรนัย 20 ข้อ และแบบอัตนัย 5 ข้อ

4. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ หมายถึง คะแนนรวมของนักเรียนที่ได้จากการประเมินผลดังนี้

4.1 การประเมินผลระหว่างเรียนจากใบกิจกรรม มีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนทั้งหมด

4.2 การประเมินผลหลังเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีน้ำหนักคิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

5. เกณฑ์ หมายถึง ค่าร้อยละ 70 ของคะแนนรวม กล่าวคือ ถ้านักเรียนได้คะแนนรวมจากการประเมินผลระหว่างเรียนและหลังเรียนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ถือว่าผู้นั้นผ่านเกณฑ์

6. ความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนถึงความรู้สึกพึงพอใจในการเรียนเรื่องเวกเตอร์หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งพิจารณาจากคะแนนการตอบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์

1.1 เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์

1.2 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์

2. เอกสารเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.1 ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.2 ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.3 องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.4 ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.5 งานวิจัยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

3. เอกสารเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน

3.1 ความหมายของความพึงพอใจ

3.2 ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจในการเรียน

3.3 งานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน

4. เอกสารเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

4.1 เอกสารเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์สอนคณิตศาสตร์

4.2 เอกสารเกี่ยวกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

4.3 แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างชุดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

4.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตสอนคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยเกี่ยวกับการนำเนื้อหาที่สอนในระดับที่สูงกว่าระดับมัธยมศึกษา

ตอนต้นมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1. เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์

1.1 เอกสารเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์

1.1.1 เนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ตามหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 014 หลักสูตร มัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

เนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ที่บรรจุในหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 014 หลักสูตร
มัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับเวกเตอร์
ในสองมิติ ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. เวกเตอร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจปริมาณสเกลาร์ ปริมาณ
เวกเตอร์ สัญลักษณ์เกี่ยวกับเวกเตอร์ บทนิยามการขนานกัน การเท่ากัน และนิเสธของเวกเตอร์
2. การบวกเวกเตอร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามการบวก
เวกเตอร์ เวกเตอร์ศูนย์ สมบัติการบวกเวกเตอร์ ซึ่งประกอบด้วย สมบัติปิด สมบัติการสลับที่ สมบัติ
การเปลี่ยนกลุ่ม สมบัติการมีเอกลักษณ์ สมบัติการมีอินเวอร์สและสมบัติการบวกเวกเตอร์ที่เท่ากัน
3. การลบเวกเตอร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามการลบ
4. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยาม
ของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ สมบัติการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ซึ่งประกอบด้วย สมบัติปิด
สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม สมบัติการแจกแจง และทฤษฎีที่สำคัญเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ที่
นำไปประยุกต์ใช้กับเรขาคณิต และวิชาอื่นๆ
5. การใช้เวกเตอร์ในการพิสูจน์ทฤษฎีบทในเรขาคณิต มีจุดประสงค์เพื่อให้
นักเรียนเข้าใจทฤษฎีบทบางทฤษฎีบทในเรขาคณิตที่พิสูจน์ได้โดยใช้เวกเตอร์
6. เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก มีจุดประสงค์เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจเวกเตอร์
ในระบบแกนมุมฉาก ที่ประกอบด้วยบทนิยามการเท่ากัน การบวกเวกเตอร์ เวกเตอร์ศูนย์ นิเสธของ
เวกเตอร์ การลบเวกเตอร์และการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ขนาดของเวกเตอร์ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย
7. ผลคูณเชิงสเกลาร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้ นักเรียนเข้าใจบทนิยามผลคูณของ
เวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นสเกลาร์ และสมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงสเกลาร์
8. บทสรุปสมบัติของเวกเตอร์ เป็นการสรุปสมบัติที่สำคัญของเวกเตอร์ ซึ่ง
ได้แก่สมบัติของการบวกเวกเตอร์ และสมบัติของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
(กระทรวงศึกษาธิการ. 2535: 1-47)

1.1.2 เนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ตามหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพิ่มเติม เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

เนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ที่บรรจุในหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับเวกเตอร์ในสามมิติ โดยรวมทั้งเวกเตอร์ในสองมิติ
และสามมิติไว้ด้วยกัน ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้

1. ระบบพิกัดฉากสามมิติ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจระบบพิกัดฉากในปริภูมิสามมิติ โดยใช้กฎมือขวา พิกัดของจุดในปริภูมิสามมิติ ระยะทางระหว่างจุดสองจุด และทฤษฎีบทของระยะทางระหว่างจุดสองจุด
2. เวกเตอร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจปริมาณสเกลาร์ ปริมาณเวกเตอร์ สัญลักษณ์เกี่ยวกับเวกเตอร์ บทนิยามการขนานกัน การเท่ากัน และนิเสธของเวกเตอร์
3. การบวกและการลบเวกเตอร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามการบวกและการลบเวกเตอร์ เวกเตอร์ศูนย์ สมบัติการบวกและการลบเวกเตอร์
4. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ การนำไปประยุกต์ใช้ในการพิสูจน์ทฤษฎีในทางเรขาคณิต
5. เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสองมิติและสามมิติ ขนาดของเวกเตอร์ในสองมิติและสามมิติ เวกเตอร์หนึ่งหน่วยในสองมิติและสามมิติ โคไซน์แสดงทิศทาง
6. ผลคูณเชิงสเกลาร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามผลคูณของเวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นสเกลาร์ทั้งเวกเตอร์ในสองมิติและสามมิติ และสมบัติต่างๆ ของผลคูณเชิงสเกลาร์
7. ผลคูณเชิงเวกเตอร์ มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนเข้าใจบทนิยามของผลคูณของเวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นเวกเตอร์ในเวกเตอร์สามมิติ สมบัติที่สำคัญของผลคูณเชิงเวกเตอร์ การใช้เวกเตอร์ในการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและปริมาตรรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน (กระทรวงศึกษาธิการ. 2550: 183-258)

1.1.3 เอกสารเกี่ยวกับการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในสาระการเรียนรู้

วิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีสาระที่เป็นองค์ความรู้ ประกอบด้วย

สาระที่ 1 สิ่งมีชีวิตกับกระบวนการดำรงชีวิต

สาระที่ 2 ชีวิตกับสิ่งแวดล้อม

สาระที่ 3 สารและสมบัติของสาร

สาระที่ 4 แรงและการเคลื่อนที่

สาระที่ 5 พลังงาน

สาระที่ 6 ธรรมชาติของวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สำหรับสาระที่ 4 แรงและการเคลื่อนที่ มีมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด ดังนี้

มาตรฐาน ว 4.1 เข้าใจธรรมชาติของแรงแม่เหล็กไฟฟ้า แรงโน้มถ่วงและแรงนิวเคลียร์ มีกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ สื่อสารสิ่งที่เรียนรู้และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์อย่างถูกต้องและมีคุณธรรม

ตัวชี้วัดที่ 1 สืบค้นข้อมูลและอธิบายปริมาณสเกลาร์ ปริมาณเวกเตอร์

สาระการเรียนรู้แกนกลาง ปริมาณทางกายภาพแบ่งเป็นปริมาณสเกลาร์และปริมาณเวกเตอร์ ปริมาณสเกลาร์เป็นปริมาณที่มีแต่ขนาด ปริมาณเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง

ตัวชี้วัดที่ 2 ทดลองและอธิบายระยะทางการกระจัด อัตราเร็ว และความเร็วในการเคลื่อนที่ของวัตถุ

สาระการเรียนรู้แกนกลาง การเคลื่อนที่ของวัตถุเกี่ยวข้องกับระยะทาง การกระจัด อัตราเร็ว ความเร็ว ระยะทาง คือความยาวที่วัดตามแนวทางการเคลื่อนที่ของวัตถุจากตำแหน่งเริ่มต้นไปยังตำแหน่งสุดท้าย การกระจัด คือ เวกเตอร์ที่ชี้ตำแหน่งสุดท้ายของวัตถุเทียบกับตำแหน่งเริ่มต้น อัตราเร็ว คือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในหนึ่งหน่วยเวลา ความเร็ว คือ การกระจัดของวัตถุในหนึ่งหน่วยเวลา

ตัวชี้วัดที่ 3 ทดลองและอธิบายการหาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงในระนาบเดียวกันที่กระทำต่อวัตถุ

สาระการเรียนรู้แกนกลาง แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ เมื่อมีแรงหลายแรงในระนาบเดียวกันกระทำต่อวัตถุเดียวกัน สามารถหาแรงลัพธ์ได้โดยใช้หลักการรวมเวกเตอร์

ตัวชี้วัดที่ 4 อธิบายแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุที่หยุดนิ่งหรือวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่

สาระการเรียนรู้แกนกลาง เมื่อแรงลัพธ์มีค่าเป็นศูนย์กระทำต่อวัตถุที่หยุดนิ่ง วัตถุนั้นก็จะหยุดนิ่งตลอดไป แต่ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว ก็จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวตลอดไป

ตัวชี้วัดที่ 5 อธิบายความเร่งและผลของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ

สาระการเรียนรู้แกนกลาง วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่เปลี่ยนแปลงเป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง เมื่อแรงลัพธ์มีค่าไม่เท่ากับศูนย์กระทำต่อวัตถุ วัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งซึ่งมีทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์

ตัวชี้วัดที่ 6 ทดลองและอธิบายแรงกิริยาและแรงปฏิกิริยาระหว่างวัตถุ และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์

สาระการเรียนรู้แกนกลาง ทุกแรงกิริยาจะมีแรงปฏิกิริยาโต้ตอบด้วยขนาดของแรงเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงข้าม การนำความรู้เรื่องแรงกิริยาและแรงปฏิกิริยาไปใช้อธิบาย เช่น การชักเย่อ การจุดบั้งไฟ

ตัวชี้วัดที่ 7 ทดลองและอธิบายแรงพยางของของเหลวที่กระทำต่อวัตถุ

สาระการเรียนรู้แกนกลาง แรงพยาง คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่มีปริมาตรเท่ากับส่วนของวัตถุ ของเหลวที่มีความหนาแน่นมากจะมีแรงพยางมาก และวัตถุที่ลอยได้ในของเหลวจะมีความหนาแน่นน้อยกว่าความหนาแน่นของของเหลว

มาตรฐาน ว 4.2 เข้าใจลักษณะการเคลื่อนที่แบบต่าง ๆ ของวัตถุใน

ธรรมชาติ มีกระบวนการสืบเสาะหาความรู้และจิตวิทยาศาสตร์ สื่อสารสิ่งที่เรียนรู้และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์

ตัวชี้วัดที่ 1 ทดลองและอธิบายความแตกต่างระหว่างแรงเสียดทานสถิต

กับแรงเสียดทานจลน์ และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์

สาระการเรียนรู้แกนกลาง แรงเสียดทานสถิตเป็นแรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุขณะหยุดนิ่ง ส่วนแรงเสียดทานจลน์เป็นแรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุขณะเคลื่อนที่ การเพิ่มแรงเสียดทาน เช่น การออกแบบพื้นรองเท้าเพื่อกันลื่น การลดแรงเสียดทาน เช่น การใช้ น้ำมันหล่อลื่นที่จุดหมุน

ตัวชี้วัดที่ 2 ทดลองและวิเคราะห์โมเมนต์ของแรง และนำความรู้ไปใช้

ประโยชน์

สาระการเรียนรู้แกนกลาง เมื่อมีแรงที่กระทำต่อวัตถุแล้วทำให้เกิดโมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุน วัตถุจะเปลี่ยนสภาพการหมุน การวิเคราะห์โมเมนต์ของแรงในสถานการณ์ต่างๆ

ตัวชี้วัดที่ 3 สังเกตและอธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เป็นแนวตรงและ

แนวโค้ง

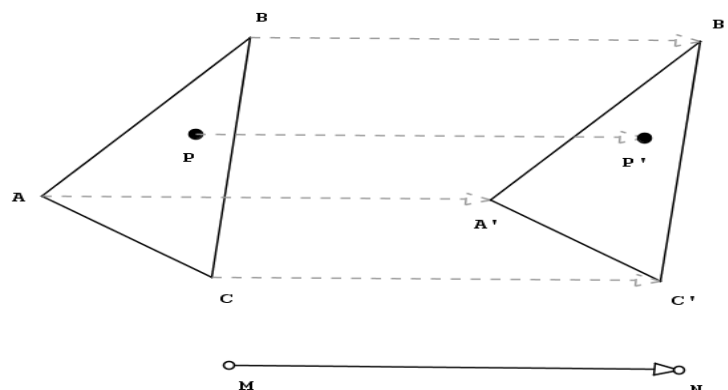
สาระการเรียนรู้แกนกลาง การเคลื่อนที่ของวัตถุมีทั้งการเคลื่อนที่ในแนวตรง เช่น การตกแบบเสรี และการเคลื่อนที่ในแนวโค้ง เช่น การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ของลูกบาสเกตบอลในอากาศ การเคลื่อนที่แบบวงกลมของวัตถุที่ผูกเชือกแล้วแกว่ง เป็นต้น (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 1-244)

1.1.4 เอกสารเกี่ยวกับการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในสาระการเรียนรู้

คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

การจัดการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ตามหนังสือเรียนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้นำความรู้เรื่องเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในกิจกรรมเรื่องการเลื่อนขนาน ดังตัวอย่างการจัดการกิจกรรมเรียนการสอนตามหนังสือเรียนต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 การใช้เวกเตอร์ MN เพื่อบอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 การใช้เวกเตอร์บอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน

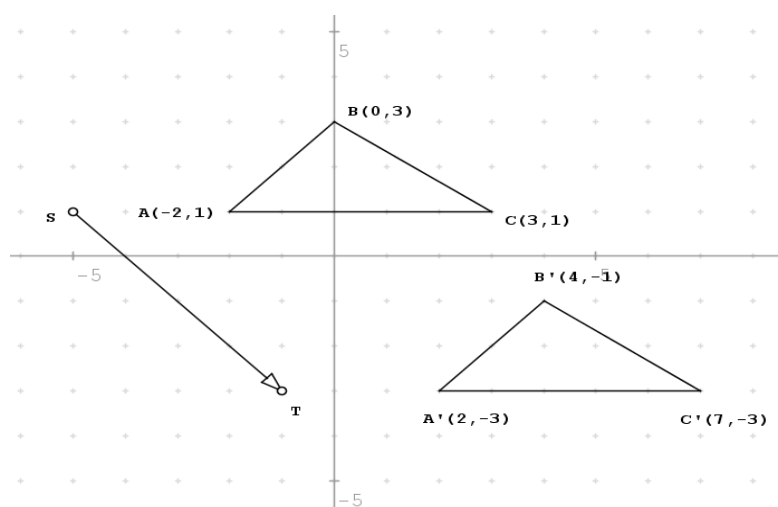
เวกเตอร์ MN อาจเขียนแทนด้วย $\overrightarrow{MN}$ ซึ่ง $\overrightarrow{MN}$ จะมีทิศทางจากจุดเริ่มต้น M ไปยังจุดสิ้นสุด N และมีขนาดเท่ากับความยาวของ MN

จากการเลื่อนขนานข้างต้นจะได้ว่า

1. $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ และ $\overline{PP'}$ จะขนานกันกับ $\overline{MN}$
2. $AA' = BB' = CC' = PP' = MN$

การกำหนดเวกเตอร์ของการเลื่อนขนานอาจให้จุดเริ่มต้นอยู่บนรูปต้นแบบหรืออยู่นอกรูปต้นแบบก็ได้

ตัวอย่างที่ 2 กำหนด $\triangle ABC$ มีจุด $A(-2, 1)$, จุด $B(0, 3)$ และจุด $C(3, 1)$ เป็นจุดยอดมุม จงเลื่อน $\triangle ABC$ ด้วย $\overrightarrow{ST}$ ที่กำหนดให้ และหาพิกัดของจุดยอดมุมของ $\triangle A'B'C'$ ซึ่งเป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ ดังภาพประกอบ 3



ภาพประกอบ 3 การเลื่อนขนาน $\triangle ABC$ ด้วยเวกเตอร์ $\overrightarrow{ST}$

การจัดกิจกรรมทำได้ดังนี้

1. จากจุด $A(-2, 1)$ เลื่อนจุด A ไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแกน Y 4 หน่วย จะได้จุด A' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด A และมีพิกัดเป็น $(2, -3)$
2. จากจุด $B(-2, 1)$ เลื่อนจุด B ไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแกน Y 4 หน่วย จะได้จุด B' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด B และมีพิกัดเป็น $(4, -1)$
3. จากจุด $C(3, 1)$ เลื่อนจุด C ไปทางขวาตามแนวแกน X 4 หน่วย และเลื่อนลงมาตามแกน Y 4 หน่วย จะได้จุด C' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานจุด C และมีพิกัดเป็น $(7, -3)$

นั่นคือ $\Delta A'B'C'$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน ΔABC ด้วย $\overrightarrow{ST}$ มีจุดยอดมุมเป็น $A'(2, -3)$, $B'(4, -1)$ และ $C'(7, -3)$ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2548: 127-176)

จากการศึกษาเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ พบว่ามีการสอนเฉพาะในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเท่านั้น และจากการศึกษาการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ พบว่าในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการนำความรู้เรื่องเวกเตอร์ในสองมิติไปประยุกต์ใช้ในเรื่องการเลื่อนขนาน และเรื่องแรงและการเคลื่อนที่ แต่เนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ในสองมิตียังไม่มีการสอนในระดับนี้ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำเนื้อหาเวกเตอร์ในสองมิติ มาสร้างเป็นชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเป็นความรู้สำหรับการนำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนเรื่องการเลื่อนขนาน สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องแรงและการเคลื่อนที่ สารการเรียนรู้วิทยาศาสตร์

1.2 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์

งานวิจัยในประเทศ

เสาวนิตย์ วงศ์อำไพ (2516) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนเวกเตอร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนสหศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, 2 และ 3 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม กรุงเทพมหานคร จำนวนชั้นละ 24 คน รวม 72 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนเวกเตอร์ได้ และนักเรียนในระดับชั้นที่สูงสามารถเรียนเวกเตอร์ได้ดีกว่าในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

วันชัย ทัพพะปุระ (2529) ได้ทำการทดลองสอนเวกเตอร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 โรงเรียนดีบุกพังงาวิทยายน ปีการศึกษา 2528 จำนวน 72 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาเลือกสายที่ 1 มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนเรื่องเวกเตอร์และมีความเป็นไปได้ที่จะเริ่มสอนเรื่องเวกเตอร์ตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

วีรยุทธ ด่วงไย (2536) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนกับการสอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผล โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมสาธิตวัดพระศรีมหาธาตุ วิทยาลัยครูพระนคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2535 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 45 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ ของกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบอธิบายและแสดงเหตุผลอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประจิต เอื้ออภิสิทธิ์วงศ์ (2537) ได้ทำการศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ ระหว่างกลุ่มที่เรียนด้วยการตรวจแบบฝึกหัดโดยครูและกลุ่มที่ตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเองจากการเฉลยคำตอบของครู โรงเรียนมัธยมวัดดุสิตาราม กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2536 จำนวน 79 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ ระหว่างกลุ่มที่เรียนด้วยการตรวจแบบฝึกหัดโดยครูและกลุ่มที่ตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเองจากการเฉลยคำตอบของครู ไม่แตกต่างกัน

ศรีสกุล สุขสว่าง (2541) ได้ทำการวิจัยการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 014 เรื่องเวกเตอร์ โดยใช้ชุดการสอนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม ผลการวิจัยพบว่า

1. ชุดการสอนเรื่องเวกเตอร์ทั้ง 6 หน่วย มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ 75/75

2. นักเรียนที่เรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้ชุดการสอนมีผลสัมฤทธิ์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์

จิรศักดิ์ ดีสะเมาะ (2545) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนสายวิทยาศาสตร์ โรงเรียนพระโขนงพิทยาลัย กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 38 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ชัยชนะ ไชบุญ (2545) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนครสวรรค์ จังหวัดนครสวรรค์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 60% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พิทยา ศิริชัย (2545) ได้ทำการศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเซนต์โยเซฟคอนเวนต์ กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน หลังการเรียนสูงกว่าก่อนการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ 50% อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

กาญจนา ศิลให้อยู่สุข (2546) ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบ มัลติมีเดีย วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ วิทยาลัยการอาชีพศรีสะเกษ ผลการวิจัยพบว่า

1. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาวิทยาศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพเรื่องเวกเตอร์ มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนมีความคิดเห็นต่อความเหมาะสมในการใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนอยู่ในระดับมาก

วิไลลักษณ์ คีรีเพชร (2546) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนพรหมคีรีพิทยาคม ตำบลทอนหงส์ อำเภอพรหมคีรี จังหวัดนครศรีธรรมราช ชั้นละ 25 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติ โดยที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติสูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชื่นจิต โฉมอุดม (2549) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี ผลการวิจัยพบว่า

1. กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์ เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเท่ากับ 79.86/80.25
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดเห็นของนักเรียนต่อการเรียนโดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์อยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

ชัชวาลย์ รัตนสวนจิก (2550) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ ระหว่างการสอนแบบร่วมมือ (STAD) การสอนที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล 4 รูปแบบ (4 MAT) และการสอนแบบปกติ ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่านักเรียนที่เรียนตามการสอนแบบร่วมมือ (STAD) การสอนที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล 4 รูปแบบ (4 MAT) และการสอนแบบปกติ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แตกต่างกัน โดยนักเรียนที่เรียนตามการสอนที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคล 4 รูปแบบ (4 MAT) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความพึงพอใจต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามการสอนแบบร่วมมือ (STAD) และการสอนแบบปกติ ตามลำดับ

งานวิจัยในต่างประเทศ

กัปรัด (Gubrud. 1971: 6468-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลการเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์ของนักเรียนในเกรด 8 ,9 และ 10 สามารถสรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1. นักเรียนเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำและนักเรียนเกรด 8 ทั้งหมด มีความสามารถในการเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์เบื้องต้น
2. ความรู้พื้นฐานของนักเรียนเกรด 8 ,9 และ 10 ช่วยให้การเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์ง่ายขึ้น
3. นักเรียนที่เรียนโดยอาศัยภาพประกอบจะช่วยให้เข้าใจเรื่องเวกเตอร์ง่ายขึ้น
4. นักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าสามารถเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์ได้ดีกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า
5. นักเรียนเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงและเกรด 10 ทั้งหมด สามารถรวบรวมเนื้อหาเกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์ได้ชัดเจนกว่า นักเรียนเกรด 8 และเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ

นิโคลสัน (Nicholson. 1975) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสอนเวกเตอร์และการประยุกต์ สำหรับนักเรียนเกรด 6 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 6 มีความสามารถในการเรียนเวกเตอร์และการประยุกต์โดยใช้หน่วยการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นได้ และเห็นว่าควรมีการปรับปรุงหน่วยการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์และการประยุกต์ให้มีความเหมาะสมเพื่อนำไปใช้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนเกรด 6, 7 และ 8 ต่อไป

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนเวกเตอร์ 2 แนวทาง คือ การวิจัยเกี่ยวกับการนำเรื่องเวกเตอร์ลงมาสอนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า ทำให้ทราบถึงความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ของนักเรียนในระดับต่างๆ และการวิจัยเกี่ยวกับการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้วิธีการสอนต่างๆ เพื่อหาวิธีการสอนที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพในการจัดการเรียนการสอน ผู้วิจัยจึงได้แนวทางในการจัดการเรียนการสอน คือ สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์และความพึงพอใจต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนของนักเรียน ซึ่งอาจจะเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ให้มีประสิทธิภาพต่อไป

2. เอกสารเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

2.1 ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนมีชื่อเรียกต่างๆ กัน เช่น ชุดการสอน ชุดการเรียนรู้การสอน ชุดการเรียนสำเร็จรูป ชุดการสอนรายบุคคล ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยขอใช้คำว่า “ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน” แทนชื่อต่างๆ ที่กล่าวข้างต้น ซึ่งมีผู้ให้ความหมายไว้ต่างๆ กันดังนี้

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 185) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็นระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลายๆ อย่างมาสัมพันธ์กัน และมีประโยชน์ส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการเรียนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อการสร้างความสนใจ ในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหาและอีกอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อก่อให้เกิดการเสาะแสวงหาอันนำไปสู่ความเข้าใจอันลึกซึ้งและป้องกันการเข้าใจความหมายผิด สื่อการเรียนเหล่านี้เรียกอีกประการหนึ่ง สื่อประสมที่เรานำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา เพื่อช่วยให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526: 112) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน หมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลายๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและมีประโยชน์ส่งเสริมซึ่งกันและกัน หรือการนำระบบสื่อประสม (Multimedia) ที่สอดคล้องกับเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยวิชา มาช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 95) ได้ให้ความหมายของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน หมายถึง สื่อการเรียนหลายๆ อย่างประกอบกันจัดเข้าไว้เป็นชุด เรียกว่า สื่อประสม (Multimedia) เพื่อมุ่งให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

สุกิจ ศรีพรหม (2541: 68) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน หมายถึง การนำสื่อประสมที่สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์ของวิชามาใช้ในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ

วรกิต วัดเข้าหลาม (2542: 6) กล่าวว่า ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เป็นชุดสื่อประสมที่จัดเตรียมไว้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละวิชา เพื่อที่จะช่วยให้เกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วย คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน แผนการจัดการเรียนรู้ และสื่อประกอบอื่นๆ ที่จะใช้ประกอบในหน่วยการเรียนรู้นั้นๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์กว้างขวางขึ้น

บุญเกื้อ คอระหาเวช (2545: 91) ได้ให้ความหมายชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน หมายถึง สื่อการสอนชนิดหนึ่งซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (หมายถึง การใช้สื่อการสอนตั้งแต่สองชนิดขึ้นไปร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนได้รับความรู้ตามที่ต้องการ สื่อที่นำมาใช้ร่วมกันนี้จะช่วยเสริมประสบการณ์ซึ่งกันและกันตามลำดับขั้นที่จัดเอาไว้) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนรู้ตามหัวข้อเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยที่ต้องการจะให้นักเรียนได้รับ

จากการศึกษาความหมายต่างๆ ของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายได้ว่า ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นสื่อการเรียนการสอนอย่างหนึ่งที่เป็นนำเอาสื่อการเรียนรู้หลายๆ อย่างมาทำให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา ที่ประกอบด้วยคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน แผนการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม แบบฝึกหัด และสื่อประกอบการเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2.2 ประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

คณะกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 250-251) ได้แบ่งชุดกิจกรรมการเรียนการสอนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดกิจกรรมที่จัดให้ครูโดยเฉพาะมีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครู ซึ่งพร้อมที่จะนำไปใช้สอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู
2. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียน เป็นชุดกิจกรรมสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดชุดกิจกรรมให้ แล้วคอยรับรายงานผลเป็นระยะๆ ให้คำแนะนำเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดกิจกรรมนี้จะฝึกการเรียนรู้ด้วยตนเอง เมื่อเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง
3. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดกิจกรรมนี้มีลักษณะผสมระหว่างชุดกิจกรรมแบบที่ 1 และแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแล โดยกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงให้นักเรียนดู หรือบางกิจกรรมนักเรียนต้องเรียนรู้ด้วยตนเอง ชุดกิจกรรมแบบนี้เหมาะสมอย่างยิ่งที่จะใช้กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักเรียนด้วยตนเองภายใต้การดูแลของครู

ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ดันบรรจง (2531: 161-197) ได้แบ่งประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองในชุดการเรียนการสอน ประกอบด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรมพร้อมบัตรเฉลย บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย และแบบทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนการสอนนั้น จะมีสื่อการสอนไว้พร้อม เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ประกอบการเรียนในเรื่องนั้น ๆ
2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดการเรียนการสอนที่ครูใช้ ประกอบด้วยรายละเอียดการสอนในแต่ละคาบ วิธีใช้สื่อการสอน แบบฝึกหัด เพื่อฝึกทักษะ ตลอดจนการวัดผลและประเมินผล นอกจากนี้ยังประกอบด้วยปัญหาต่าง ๆ ที่ควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึก
3. ชุดการเรียนการสอนแบบผสม เป็นชุดการเรียนการสอนซึ่งนักเรียนสามารถให้เรียนด้วยตนเองหรือครูใช้สอนก็ได้ จึงเป็นชุดการเรียนการสอนที่ประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนรายบุคคลกับชุดการเรียนการสอนสำหรับครู ในการสร้างชุดการเรียนการสอนลักษณะนี้ จะต้อง

เตรียมกิจกรรมสำหรับทั้งครูและนักเรียนให้ครอบคลุมทุกกิจกรรมและในขณะใช้ชุดการเรียนการสอนครูอาจสอนเองหรือให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองก็ได้

จากการศึกษาประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน สามารถสรุปประเภทของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ 3 ประเภท ดังนี้

ประเภทที่ 1 ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครู

ประเภทที่ 2 ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับนักเรียน

ประเภทที่ 3 ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน

สำหรับชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจัดอยู่ในประเภทชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนบางกิจกรรมครูเป็นผู้บรรยาย อธิบาย สาธิต หรือ บางกิจกรรมจะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง

2.3 องค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 95) กล่าวว่าชุดกิจกรรมการเรียนการสอน มีองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ด้าน ดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นคู่มือที่จัดทำขึ้นเพื่อให้ผู้ใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ศึกษาและปฏิบัติตามเพื่อให้บรรลุผลอย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วยแผนการสอน สิ่งที่ต้องเตรียมก่อนสอน บทบาทของนักเรียน และการจัดชั้นเรียน
2. ใบงาน เป็นคำสั่งว่าจะให้นักเรียนปฏิบัติอะไรบ้าง โดยระบุกิจกรรมตามลำดับขั้นตอนของการเรียน
3. แบบทดสอบวัดผลความก้าวหน้าของนักเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับตรวจสอบว่าหลังจากเรียนชุดกิจกรรมการเรียนการสอน จบแล้วนักเรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้หรือไม่
4. สื่อการเรียนต่างๆ เป็นสื่อสำหรับนักเรียนได้ศึกษามีหลายชนิดประกอบกัน อาจเป็นประเภทสิ่งพิมพ์ เช่น บทความ เนื้อหาเฉพาะเรื่อง จุลสาร บทเรียนโปรแกรม หรือประเภทโสตทัศนูปกรณ์

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2545: 95-97) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญๆ ภายในชุดกิจกรรมการเรียนการสอน สามารถจำแนกออกเป็น 4 ส่วนด้วยกัน คือ

1. คู่มือครู เป็นคู่มือและแผนการสอนสำหรับครูหรือนักเรียนตามแต่วิธีของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ภายในคู่มือและชี้แจงถึงวิธีการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเอาไว้อย่างละเอียด
2. ใบคำสั่งหรือคำแนะนำ เป็นส่วนที่บอกให้นักเรียนดำเนินการเรียนหรือประกอบกิจกรรมแต่ละอย่าง ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ ซึ่งจะประกอบด้วย

2.1 คำอธิบายในเรื่องที่จะเรียน

2.2 คำสั่งให้นักเรียนดำเนินกิจกรรม

2.3 การสรุปบทเรียน

3. เนื้อหาสาระและสื่อ จะบรรจุไว้ในรูปของสื่อการสอนต่างๆ เช่น บทเรียน โปรแกรม สไลด์ เทปบันทึกเสียง फिल्मสคริป แผ่นภาพโปร่งใส วัสดุกราฟฟิกส์ หุ่นจำลองของ ตัวอย่าง รูปภาพ เป็นต้น นักเรียนจะศึกษาจากสื่อการสอนต่างๆ ที่บรรจุอยู่ในชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ตามใบคำสั่งที่กำหนดไว้

4. แบบประเมินผล นักเรียนจะทำการประเมินผลความรู้หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอน แบบประเมินผลที่อยู่ในชุดกิจกรรมการเรียนการสอนอาจจะเป็น แบบฝึกหัด แบบทดสอบ หรือการทำใบกิจกรรม เป็นต้น

จากการศึกษาองค์ประกอบของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยจึงสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยมีองค์ประกอบดังนี้

1. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เป็นส่วนที่อธิบายการใช้ชุดกิจกรรม

2. คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรม

3. แผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

3.1 ระยะเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม

3.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

3.3 สาระการเรียนรู้

3.4 กิจกรรมการเรียนการสอน ที่ระบุกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนปฏิบัติเพื่อให้บรรลุตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

3.5 สื่อการเรียนรู้ ได้แก่ บทเรียนที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R.

4. บทเรียนสำหรับใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย

4.1 . ใบกิจกรรม เป็นส่วนที่บอกให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมแต่ละอย่าง ตามขั้นตอนที่กำหนดไว้

4.2. กิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ซึ่งเป็นแฟ้มคำสั่งที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R. มีลักษณะดังนี้

4.2.1 กิจกรรมที่เป็นแบบทดสอบการสร้างทางเรขาคณิตที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมแล้วโปรแกรม C.a.R. จะตอบสนองว่า Well Done ในทันทีเมื่อนักเรียนสร้างได้ถูกต้องและสมเหตุสมผล นักเรียนสามารถนำความรู้ทางเรขาคณิตที่ได้เรียนมาใช้ในการสร้าง โดยไม่จำกัดวิธีในการสร้าง

4.2.2 กิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ทำการสำรวจและสังเกตจากการเคลื่อนไหวของภาพ แล้วตั้งข้อคาดการณ์และสรุปหาเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดต่างๆ ของเวกเตอร์ด้วยตนเอง

4.3 แบบฝึกหัด เป็นส่วนที่ฝึกให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องเวกเตอร์ โดยไม่ใช่โปรแกรม C.a.R.

5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

2.4 ขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 189–192) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ไว้ 10 ขั้นตอน คือ

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าต้องการมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างให้กับนักเรียน ควรจะเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งที่จำเป็นที่นักเรียนจะต้องเรียนรู้ก่อนตามลักษณะธรรมชาติของวิชานั้น
2. เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนการสอนได้แล้วจะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งว่า จะทำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า นักเรียนคือใคร จะให้อะไรกับนักเรียน จะทำกิจกรรมอย่างไรและจะทำได้ดีอย่างไร สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน
3. กำหนดการเรียนการสอนโดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียน หาสื่อการเรียนได้ง่าย พยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งหนึ่งถึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้
4. กำหนดความคิดรวบยอดโดยที่จะต้องสอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปแนวความคิดสาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้อง
5. จุดประสงค์การเรียน การกำหนดจุดประสงค์การเรียนจะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอด โดยกำหนดเป็นจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของนักเรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้วโดยผู้สอนควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อให้ถูกต้อง และครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้
6. การวิเคราะห์งาน คือ การนำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งานเพื่อหากิจกรรมการเรียนการสอน แล้วจัดลำดับกิจกรรมการเรียนให้เหมาะสมถูกต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้แต่ละข้อ
7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียน ภายหลังจากที่เรา นำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อมาทำการวิเคราะห์งาน และเรียงลำดับกิจกรรมของแต่ละข้อ เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในการเรียน โดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของนักเรียน (Entering Behavior) วิธีดำเนินการสอน (Instructional Procedures) ตลอดจนการติดตามผลและประเมินผลพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมาเมื่อมีการเรียนการสอนแล้ว (Performance Assessment)

8. สื่อการเรียน คือ วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้เรียบร้อย

9. การประเมิน คือ การตรวจสอบดูว่า หลังจากการเรียนรู้การสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมที่จุดประสงค์การเรียนรู้กำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตามแต่จะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินผลไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมาเป็นการเสียเวลาและไม่มีประโยชน์

10. การทดลองใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อหาประสิทธิภาพ การหาประสิทธิภาพของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อน และเมื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องพร้อมทั้งแก้ไขปรับปรุงอย่างดีแล้ว จึงนำไปทดลองกับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

10.1 ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน นี้ต้องการความรู้เดิมของนักเรียนหรือไม่

10.2 การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน นี้เหมาะสมหรือไม่

10.3 การประกอบกิจกรรมการเรียนรู้การสอน มีความสับสนวุ่นวายกับนักเรียน และดำเนินไปตามขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

10.4 การสรุปผลการเรียนรู้การสอนเพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอด หรือหลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจปรับเพิ่มเติมอย่างไร

10.5 การประเมินผลหลังการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น ให้ความเชื่อมั่นได้มากน้อยแค่ไหนกับนักเรียน

บุญชม ศรีสะอาด (2541: 99–100) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ดังนี้

1. วิเคราะห์ภารกิจการเรียนรู้สำหรับเนื้อหาวิชาที่จะสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน กำหนดจุดประสงค์ทั่วไป จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และจำแนกเนื้อหาออกเป็นหน่วยย่อยๆ สำหรับสอนแต่ละคาบเวลา

2. สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ตามลักษณะของชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน และทฤษฎีที่เป็นพื้นฐานและหลักการการเรียนรู้การสอนที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยมีส่วนประกอบดังนี้

2.1 ข้อเสนอแนะในการใช้จุดประสงค์ของบทเรียน

2.2 กิจกรรมของนักเรียนและผู้สอน

2.3 เอกสารสำหรับนักเรียนและผู้สอน

2.4 สื่อการเรียนการสอนต่างๆ

2.5 การประเมินผล

3. ทบทวนและปรับปรุง

4. ให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการพัฒนาหลักสูตร ด้านเนื้อหาสาระ ด้านสื่อการเรียนพิจารณาให้ข้อเสนอแนะ ผู้สร้างปรับปรุงตามข้อเสนอแนะนั้นๆ

5. ทดลองใช้และปรับปรุง โดยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายของการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

5.1 ทดลองแบบหนึ่งต่อหนึ่ง โดยนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ไปทดลองใช้กับนักเรียนหนึ่งคน ทำการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนระหว่างเรียน จับเวลาที่ใช้ในการเรียน สัมภาษณ์หรือให้นักเรียนเขียนวิจารณ์ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น แล้วนำเอาข้อสังเกตต่างๆ ที่ได้มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง

5.2 ทดลองกับกลุ่มย่อย โดยนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ที่ได้รับการปรับปรุงแล้วในข้อ 5.1 ไปทดลองใช้กับนักเรียนจำนวน 10 คน โดยจะมีการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แล้วนำคะแนนจากการทดสอบมาวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของบทเรียนตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90 นำเอาผลมาปรับปรุงกิจกรรม เนื้อหาสาระและสื่อต่างๆ ตามข้อสังเกตที่ได้รับ

5.3 ทดลองกับกลุ่มใหญ่ หลังจากทดลองและปรับปรุงแก้ไขชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ทั้งสองครั้งแล้ว นำเอาชุดกิจกรรมการเรียนการสอน นี้ไปทดลองใช้กับนักเรียนหนึ่งห้องเรียน แล้วนำผลการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมาหาประสิทธิภาพของบทเรียนตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90

จากการศึกษาขั้นตอนการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนข้างต้น ผู้วิจัยได้สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยมีขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ ผู้วิจัยจึงได้แบ่งเนื้อหาในชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นออกเป็น 6 หน่วยการเรียนรู้ ได้แก่

- 1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์
- 1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การบวกและการลบเวกเตอร์
- 1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- 1.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
- 1.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ผลคูณเชิงสเกลาร์
- 1.6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้

2. สร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

- 2.1 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน
- 2.2 แผนการจัดการเรียนรู้
- 2.3 บทเรียนที่ใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน ได้แก่
 - 2.3.1 ใบกิจกรรม
 - 2.3.2 กิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R.
 - 2.3.3 แบบฝึกหัด
 - 2.3.4 แบบทดสอบ

3. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาความเที่ยงตรงของเนื้อหาและความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วผู้วิจัยนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

4. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มนําร่อง เพื่อหาข้อบกพร่องของชุดกิจกรรมการเรียนการสอน แล้วผู้วิจัยนำข้อบกพร่องที่พบมาปรับปรุงแก้ไขชุดกิจกรรมการเรียนการสอนก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.5. งานวิจัยเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

เอนก จันทรเจริญ (2545) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนสำหรับใช้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างจำนวน 33 คน ผลการศึกษาพบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างภายหลังใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าก่อนใช้ชุดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยกุล (2547) ได้พัฒนาชุดการเรียนเรื่องเมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งได้ทำการวิจัยกับนักเรียน โรงเรียนวัดสุทธิวราราม เขตสาทร กรุงเทพมหานคร จำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนหลังได้รับชุดการเรียนเรื่องเมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .01

สุรางคณา ยาหยี (2549) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 โดยได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เปี้ยทิพย์ เขาไขแก้ว (2551) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และได้ทำการศึกษาผลการเรียนรู้หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล และได้ศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นได้ และเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

งานวิจัยในต่างประเทศ

วิวาส (Vivas. 1984: 603-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนาและประเมินชุดการเรียนการสอนเกี่ยวกับกระบวนการคิดของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซุเอล่า กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 1 จำนวน 214 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 114 คน ซึ่งได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน และกลุ่มควบคุม จำนวน 100 คน ได้รับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนดังกล่าวมีความสามารถด้านกระบวนการคิดเพิ่มขึ้นหลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนและสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ

บูล (Bull. 1993: 2497-A) ได้วิจัยเพื่อสำรวจผลกระทบเกี่ยวกับชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 โดยใช้การสอนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แบ่งกลุ่มทดลองเป็นครู 5 คน และนักเรียน 274 คน และกลุ่มควบคุมเป็นครู 4 คน นักเรียน 237 คน โดยกลุ่มทดลองสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอน Magic Math และสังเกตการณ์เรียนการสอนในห้องเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน Magic Math มีความสามารถในการเรียนมากกว่านักเรียนที่สอนตามปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนการสอนทั้งในและต่างประเทศสรุปได้ว่าการนำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีคุณภาพมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนจะเป็นผลดีต่อการจัดการเรียนการสอน การเรียนรู้ของนักเรียนหรือแม้กระทั่งเจตคติของนักเรียน และด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3. เอกสารเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน

3.1 ความหมายของความพึงพอใจ

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ดังนี้

กาญจนา ภาสุพันธ์ (2531: 5) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ระดับความรู้สึกหรือความนึกคิดที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่ได้รับตามที่คาดหวังหรือมากกว่าที่คาดหวัง

ลักขณา สิริวัฒน์ (2539: 132) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่าหมายถึงพฤติกรรมที่สนองต่อความต้องการของมนุษย์และเป็นพฤติกรรมที่นำไปสู่จุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

ประสาธ อิศรปริดา (2541: 300) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่าหมายถึงพลังที่เกิดจากพลังทางจิตที่มีผลไปสู่เป้าหมายที่ต้องการและหาสิ่งที่ต้องการมาตอบสนอง

วอลล์เตอร์สเตน (Wallerstein. 1971: 256) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย และอธิบายว่าความพึงพอใจ เป็นการกระทำทางจิตวิทยาไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจนแต่สามารถคาดคะเนได้ว่ามีหรือไม่มีจากการสังเกตพฤติกรรมเท่านั้น การที่จะทำให้คนเกิดความพึงพอใจจะต้องอาศัยปัจจัยและองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุแห่งความพึงพอใจนั้น

กู๊ด (Good. 1973: 320) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจว่าหมายถึง คุณภาพหรือระดับความพอใจซึ่งเป็นผลจากความสนใจต่างๆ และทัศนคติของบุคคลต่อกิจกรรม

รีเบอร์ (Reber. 1985: 83) ให้ความหมายเกี่ยวกับความพึงพอใจไว้ว่าหมายถึง สภาวะทางอารมณ์ (Emotional State) ของบุคคลที่นำไปสู่เป้าหมายความสำเร็จ

จากการศึกษาความหมายของความพึงพอใจที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายไว้ข้างต้น สามารถสรุปความหมายของความพึงพอใจในการเรียนได้ว่า ความพึงพอใจในการเรียน หมายถึง ความรู้สึก ความนึกคิด หรือทัศนคติที่แสดงออกของพฤติกรรมต่อการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนของแต่ละบุคคลเมื่อได้รับผลสำเร็จตามสิ่งที่ต้องการ

3.2 ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจในการเรียน

ทฤษฎีสำหรับการสร้างความพึงพอใจมีหลายทฤษฎี ทฤษฎีที่ผู้วิจัยจะนำเสนอ คือ ทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นของมาสโลว์ (Maslow's Hierarchy of Needs) ซึ่งมาสโลว์เห็นว่ามนุษย์ถูกกระตุ้นจากความปรารถนาที่จะได้ครอบครองความต้องการเฉพาะอย่าง โดยได้ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับความต้องการของบุคคล ดังนี้ (พรณี ชูทัย เจนจิต. 2545: 262–273)

1. บุคคลย่อมมีความต้องการอยู่เสมอและไม่สิ้นสุด ขณะที่ความต้องการใดได้รับการตอบสนองแล้ว ความต้องการอย่างอื่นก็จะเกิดขึ้นอีกไม่มีวันจบสิ้น
2. ความต้องการที่ได้รับการตอบสนองแล้วจะไม่เป็นสิ่งจูงใจของพฤติกรรมอื่นๆ ต่อไป ความต้องการที่ยังไม่ได้รับการตอบสนองจึงเป็นสิ่งที่จูงใจกับพฤติกรรมของคนนั้น
3. ความต้องการของบุคคล จะเรียงเป็นลำดับขั้นตอนความสำคัญเมื่อความต้องการระดับต่ำได้รับการตอบสนองแล้ว บุคคลก็จะให้ความสนใจกับความต้องการระดับสูงต่อไป ลำดับความต้องการของบุคคลมี 5 ลำดับขั้น ดังนี้

3.1 ความต้องการทางร่างกาย (Physiological Needs) เป็นความต้องการเบื้องต้นเพื่อความอยู่รอดของชีวิต เช่น ความต้องการในเรื่องของอาหาร น้ำ อากาศ เครื่องนุ่งห่ม ยารักษาโรค ที่อยู่อาศัย ความต้องการทางเพศ ความต้องการทางด้านร่างกายจะมีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของตน ก็ต่อเมื่อความต้องการทั้งหมดของคนยังไม่ได้ได้รับการตอบสนอง

3.2 ความต้องการความปลอดภัยหรือความมั่นคง (Social or Blogging Needs) ถ้าหากความต้องการทางด้านร่างกายได้รับการตอบสนองตามสมควรแล้วมนุษย์จะต้องการ

ในขั้นสูงขึ้นไป คือ เป็นความรู้สึกที่ต้องการความปลอดภัยหรือมั่นคงในปัจจุบันและอนาคต ซึ่งรวมถึงความก้าวหน้าและความอบอุ่นใจ

3.3 ความต้องการทางสังคม (Social or Belonging Needs) ภายหลังจากที่คนได้รับการตอบสนองในสองขั้นดังกล่าวก็จะมีความต้องการที่สูงขึ้นคือ ความต้องการทางสังคม เป็นความต้องการที่จะเข้าร่วมและได้รับการยอมรับในสังคม ความเป็นมิตรและความรักจากเพื่อน

3.4 ความต้องการที่จะได้รับการยกย่องนับถือ (Esteem Needs) เป็นความต้องการให้คนอื่นยกย่อง ให้เกียรติ และเห็นความสำคัญของตน อยากเด่นในสังคม รวมถึงความสำเร็จ ความรู้ความสามารถ ความเป็นอิสระและเสรี

3.5 ความต้องการความสำเร็จในชีวิต (Self Actualization) เป็นความต้องการระดับสูงสุดของมนุษย์ ที่อยากจะเป็น อยากจะให้ ตามความคิดของตน หรือต้องการจะเป็นมากกว่าที่ตัวเองเป็นอยู่ในขณะนี้

สาระสำคัญของทฤษฎีความต้องการตามลำดับขั้นของมาสโลว์ สรุปได้ว่า ความต้องการทั้ง 5 ขั้นของมนุษย์มีความสำคัญไม่เท่ากัน แต่ละบุคคลจะปฏิบัติตนให้สอดคล้องความต้องการในแต่ละขั้นที่เกิดขึ้น การมุ่งใจตามทฤษฎีนี้จะต้องพยายามตอบสนองความต้องการของมนุษย์ที่มีความต้องการลำดับขั้นที่แตกต่างกันไป และความต้องการในแต่ละขั้นจะมีความสำคัญสำหรับบุคคลมากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับความพึงพอใจที่ได้รับจากการตอบสนองความต้องการในลำดับขั้นนั้น

สำหรับแรงจูงใจที่ทำให้เกิดความพึงพอใจในการเรียนนั้นจะต้องอาศัยการจูงใจมากระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากรู้ อยากเห็น หรืออยากประสบความสำเร็จในการเรียน นักจิตวิทยาได้แบ่งการจูงใจออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ (สรวงศ์ โค้วตระกูล, 2548: 169-172)

1. การจูงใจภายใน (Intrinsic Motivation) ได้แก่การจูงใจที่เกิดจากความรู้สึกภายในของนักเรียนเอง เช่น ความต้องการ ความสนใจ และทัศนคติที่ดีต่อวิชาที่เรียน ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น อยากเรียน เต็มใจและตั้งใจเรียน เพราะต้องการความรู้มิใช่เรียนเพราะหวังผลอย่างอื่น

2. การจูงใจภายนอก (Extrinsic Motivation) ได้แก่การจูงใจที่เกิดจากสภาพแวดล้อมภายนอกมาชักจูงหรือกระตุ้นให้เกิดการจูงใจภายในขึ้น เป็นต้นว่า วิธีการสอน บุคลิกภาพของผู้สอนและเทคนิคที่ครูใช้ในการสอน จะเป็นสิ่งจูงใจให้นักเรียนเกิดความรู้สึกอยากเรียนรู้ การกระทำที่เกิดจากแรงจูงใจภายนอกไม่ได้เป็นการกระทำเพื่อความสำเร็จในสิ่งนั้นอย่างแท้จริง แต่เป็นการกระทำเพื่อสิ่งจูงใจอย่างอื่น เช่น การเรียนที่หวังคะแนน นอกเหนือไปจากการได้รับความรู้

จะเห็นได้ว่าการจูงใจภายในและการจูงใจภายนอกมีความสำคัญและมีความจำเป็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนพอๆ กัน ในหลายๆ กิจกรรมอาจใช้การจูงใจภายใน เช่น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้งานง่าย สามารถสร้างรูปได้อย่างรวดเร็ว และทำภาพเคลื่อนไหวได้ ทำให้นักเรียนเกิดความสนใจ อยากรู้ อยากเห็นและอยาก

เรียนรู้ แต่การจูงใจในลักษณะนี้ไม่อาจจูงใจได้ทุกกิจกรรม จึงต้องใช้การจูงใจภายนอก เช่น คะแนนหรือรางวัล เป็นสิ่งล่อให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียน

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในลักษณะที่ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R. ทำการสำรวจ สังเกต ตั้งข้อคาดการณ์และสรุปหาเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดของเวกเตอร์ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นการตอบสนองความต้องการของนักเรียนที่ต้องการความสำเร็จ ความรู้ความสามารถ ความเป็นอิสระและเสรีในการเรียน จึงทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น อยากเรียนและตั้งใจเรียน และเมื่อนักเรียนค้นพบแนวคิดของเวกเตอร์ด้วยตนเองจนสามารถนำเสนอในชั้นเรียน นักเรียนจะมีความพึงพอใจเมื่อได้รับการยกย่องและยอมรับจากเพื่อนและครู ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มาเป็นสิ่งล่อให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนจนเกิดความพึงพอใจในการเรียนด้วย

3.3 งานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียน

งานวิจัยในประเทศ

วิภาวดี วงศ์เลิศ (2544) ได้ศึกษาการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่องเซต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ 1 เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2543 จากโรงเรียนสนมวิทยาการ โรงเรียนรามวิทยา โรงเรียนรัชมังคลาภิเษก โรงเรียนรัตนบุรี และโรงเรียนสังขะ โรงเรียนละประมาณ 30 คน รวมจำนวนทั้งสิ้น 136 คน และกลุ่มที่ 2 เป็นครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 คน ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า

1. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่องเซต โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย มีประสิทธิภาพเท่ากับ 88.56/85.66 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่องเซต โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ความคิดของครูผู้สอนต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่องเซต โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย อยู่ในระดับเหมาะสมมากและมากที่สุด
4. ความพึงพอใจของนักเรียนต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียเรื่องเซต โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปรายอยู่ในระดับพึงพอใจมากและมากที่สุด

วนิสา นิรมาณ (2545) ได้ศึกษาการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในการศึกษาครั้งนี้กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2544 จากโรงเรียนอัสสัมชัญ กรุงเทพฯ ซึ่ง

เป็นนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษ อย่างละ 1 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน รวมจำนวน 100 คน ผลการศึกษาพบว่า

1. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ มีประสิทธิภาพเท่ากับ 85.10/85.67 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
4. ความพึงพอใจของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ อยู่ในระดับมาก
5. ความพึงพอใจของนักเรียนแผนการเรียนคณิตศาสตร์-ภาษาอังกฤษต่อบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ อยู่ในระดับมาก

พัลลภ คงนุรัตน์ (2547) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียเรื่องโจทย์ปัญหาการบวก ลบ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2546 โรงเรียนสายน้ำทิพย์ กรุงเทพฯ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 39 คน ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียมีความพึงพอใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

ไลดิก (Leidig. 1992) ได้ศึกษาถึงผลสัมฤทธิ์และความพึงพอใจของนักเรียนที่เกิดจากการเรียนโดยใช้บทเรียนแบบไฮเปอร์เทกซ์เพื่อการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า

1. รูปแบบการเรียนรู้นี้ไม่ก่อให้เกิดความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติ

2. วิธีการนำเสนอทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และระดับความพึงพอใจของนักเรียนแตกต่างกันอย่างนัยสำคัญทางสถิติ

3. ความสามารถในการมองภาพและตีความหมายจากภาพ มีผลทำให้เกิดความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เกี่ยวกับความพึงพอใจในบทเรียนและปัญหาในการเข้าสู่เนื้อหาในไฮเปอร์เทกซ์

4. มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างรูปแบบในการเรียนและวิธีการนำเสนอ ในส่วนที่เกี่ยวกับทัศนคติของนักเรียน แต่ไม่มีปฏิสัมพันธ์ในส่วนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับความพึงพอใจในการเรียนระหว่างการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์บนคอมพิวเตอร์กับการเรียนโดยการสอนแบบปกติ ผลของงานวิจัยพบว่า นักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์บนคอมพิวเตอร์มากกว่าการเรียนโดยการสอนแบบปกติ ด้วยเหตุนี้ทำให้ผู้วิจัยสนใจสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

4. เอกสารเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

4.1 เอกสารเกี่ยวกับการใช้คอมพิวเตอร์สอนคณิตศาสตร์

การพัฒนาทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีความก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว โดยในปัจจุบันได้มีการนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในด้าน การเรียนการสอนมากขึ้น เวอร์ไทเมอร์ (Wertheimer. 1990: 315) ได้กล่าวสรุปไว้ว่า การใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือเพื่อส่งเสริมการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง จะช่วยให้เกิดกระบวนการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น เนื่องจากเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1. ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการสำรวจ สืบเสาะ ตั้งข้อาคัดเดา สร้างสรรค์ ค้นพบหลักการและตั้งข้อาคัดเดาทั่วไป
2. ช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
3. ช่วยให้นักเรียนเป็นผู้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนได้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้มากกว่าการเรียนปกติ
4. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจแก่นแท้ทางคณิตศาสตร์
5. ช่วยสนับสนุนให้ผู้สอนเป็นผู้จัดกิจกรรมเพื่อเอื้ออำนวยให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้
6. ช่วยทำให้ครูผู้สอนเข้าใจความแตกต่างระหว่างบุคคลว่า นักเรียนคนใดต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ หรือนักเรียนคนใดมีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

สำหรับในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น สมชาย ชูชาติ (2529: 8-18) ได้เสนอแนวทางในการใช้คอมพิวเตอร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ใช้ในการสอนซ่อมเสริม เพื่อฝึกทักษะในวิชาคณิตศาสตร์ควรเป็นโปรแกรมที่สามารถป้องกันข้อผิดพลาดของคำตอบ และแนะแนวทางหรือให้ข้อเสนอแนะเมื่อนักเรียนตอบผิด
2. การสอนรายบุคคล หรือเรียกว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (Computer Assisted Instruction) ต้องมีการวางแผนการใช้ให้ผสมผสานกับโปรแกรมการเรียนการสอนของโรงเรียน ครูอาจจะใช้ในการเสริมแต่ไม่ใช่แทนการเรียนการสอนในชั้นเรียนปกติ
3. คณิตศาสตร์นันทนาการ โดยครูเลือกเกมที่มีเนื้อหาสาระเกี่ยวกับการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดคำนวณ การคิดหาเหตุผลหรือตรรกะ(Logic) มีระดับความยากง่ายที่เหมาะสมกับนักเรียน
4. การสอนคณิตศาสตร์ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ (Computer Mathematics) เป็นการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา (Problem Solving) โดยโรงเรียนอาจเปิดสอนวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์เป็นวิชาเลือกชั้นในโรงเรียน เพื่อเสริมและขยายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีการสอนอยู่ในชั้นเรียนปกติ
5. คอมพิวเตอร์ในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งไม่เปิดสอนเป็นวิชาเลือก ดังนั้นจำเป็นต้องจัดให้มีการสอนภาษาคอมพิวเตอร์และการเขียนโปรแกรมก่อนการเรียนในภาคการศึกษานั้นๆ

การพัฒนาบทเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยมี 3 ลักษณะ (วรรณวิภา สุทธิเกียรติ. 2542: 28) คือ

1. พัฒนาบทเรียนโดยการสร้างโปรแกรมภาษาทางคอมพิวเตอร์ เช่น พัฒนาโดยใช้ BASIC , FORTRAN , Pascal , Visual C , Visual BASIC , Maple เป็นต้น ปัญหาที่พบในกรณีนี้คือ ผู้พัฒนาต้องมีความรู้และประสบการณ์ทางคอมพิวเตอร์สูง และใช้เวลาในการพัฒนามาก
2. พัฒนาบทเรียนจากโปรแกรมบทเรียน (Authoring System) เช่น โปรแกรมไทยทัศน์ 2.0 โปรแกรม Authorware Professional ซึ่งโปรแกรมเหล่านี้มีความสามารถนำเสนอข้อความบนภาพกราฟฟิก มีรูปแบบตัวอักษรต่างๆ มีภาพสามมิติ ลดความยุ่งยากในการใช้คำสั่งต่างๆ นำเสนอเนื้อหา ตัวอย่างการคำนวณ การตัดสินใจ การสร้างภาพและเสียงประกอบคำถาม และการฝึกปฏิบัติ แต่ปัญหาที่พบคือ ผู้พัฒนาส่วนมากจะสร้างบทเรียนสั้นๆ แต่การพัฒนารูปภาพทางเรขาคณิตประกอบการคำนวณต้องใช้เวลาและต้องมีความรู้เชื่อมโยงโปรแกรมเข้าด้วยกัน
3. พัฒนาจากโปรแกรมสำเร็จรูป ที่มีจำหน่ายทั่วไปและเหมาะสมกับงานแต่ละงาน เช่น Microsoft Excel เหมาะกับการคำนวณในลักษณะของแถวหรือหลัก Microsoft Word เหมาะกับการทำเอกสาร Mathematica , Mathcad และ Matlab ทั้งสามโปรแกรมนี้เหมาะกับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้ได้ในแง่ของสัญลักษณ์ การเขียนกราฟของฟังก์ชันและฟังก์ชันแฝง (Implicit Function) การคำนวณของแคลคูลัสและคณิตศาสตร์ชั้นสูง

4.2 เอกสารเกี่ยวกับโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต

โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็นโปรแกรมด้านเรขาคณิตซึ่งเน้นการสร้างรูปเรขาคณิตในลักษณะเดียวกับการใช้สันตรงและวงเวียน แต่มีลักษณะปฏิสัมพันธ์ ผู้ใช้สามารถสร้างรูปและเคลื่อนย้ายรูปได้ โดยการเคลื่อนย้ายจุดหรือย้ายเส้นนั้นสามารถทำได้โดยง่าย และการเคลื่อนย้ายจะยังคงรักษาสสมบัติที่ร่วมกันของรูปนั้นไว้เสมอ ทำให้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเหมาะสำหรับการเรียนรู้เรขาคณิตโดยทดลองสร้างและสำรวจสมบัติหรือค้นหาความจริงในเชิงเรขาคณิตจากรูปหลายๆ ลักษณะ (สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์. 2549: 18)

โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตที่มีในปัจจุบันมีสมบัติพื้นฐานของการสร้างและการเคลื่อนย้ายจุด เส้นตรง วงกลม มุม พร้อมทั้งเครื่องมืออำนวยความสะดวกเบื้องต้น เช่น ความยาว ขนาดมุม คล้ายคลึงกัน ซึ่งสามารถจำแนกตามลักษณะการเผยแพร่ได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

1. โปรแกรมที่ใช้ในเชิงธุรกิจ เช่น

- 1.1 Cabri (<http://www.chartwellyorke.com/cabri.html>)
- 1.2 Cinderella (<http://www.cinderella.de/tiki-index.php>)
- 1.3 GSP (<http://www.keypress.com/sketchpad/>)
- 1.4 GEUP (<http://www.geup.net/en/index.htm>)
- 1.5 Cabri 3D (<http://www.chartwellyorke.com/cabri3d/cabri3d.html>)
- 1.6 Geometry Expressions (<http://www.geometryexpressions.com>)

2. โปรแกรมแบบ General Public License (GPL) คือโปรแกรมที่ใช้และเผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย เช่น

- 2.1 C.a.R. (<http://www.z-u-l.de/>)
- 2.2 CaRMetal (http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/index_en.html)
- 2.3 Eukleides (<http://www.eukleides.org/>)
- 2.4 GeoGebra (<http://www.geogebra.at/>)
- 2.5 GeoProof (<http://home.gna.org/geoproof/>)
- 2.6 GeoView (<http://www-sop.inria.fr/lemme/geoview/geoview.html>)

สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยสนใจเลือกใช้โปรแกรม C.a.R. (Compass and Ruler) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่มีสมบัติเบื้องต้นของโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตพอเพียง และสามารถเพิ่มเติมเครื่องมือโดยผู้ใช้งานด้วยการสร้างคำสั่งมาโคร (Macro) ซึ่งโปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นโดย ศาสตราจารย์ ดร. เรอเน่ กรอธมันน์ (Prof. Dr. Rene Grothmann) ชาวเยอรมัน โดยมีวัตถุประสงค์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษาขึ้นไป เพื่อนำมาใช้ในทางคณิตศาสตร์ การใช้โปรแกรมสามารถใช้ได้ด้วยการคลิกเมาส์และลากเมาส์ หรือใช้คำสั่งเป็นข้อความโดยตรง สำหรับโปรแกรม C.a.R. มีลักษณะเด่นดังนี้

1. สามารถแปลงแฟ้มงานจากแฟ้มงานของ C.a.R. ให้เป็นแฟ้มงานแบบ HTML โดยที่ยังคงคุณสมบัติต่างๆ ของโปรแกรมเสมือนอยู่ในแฟ้มงานของ C.a.R. และสามารถเลือกเครื่องมือในโปรแกรม C.a.R. เฉพาะที่จำเป็นมาใช้งานในแฟ้มงานแบบ HTML ได้

2. สามารถสร้างงานในลักษณะของแบบทดสอบการสร้างทางเรขาคณิตได้ หมายความว่าครูผู้สอนสามารถที่จะกำหนดคำตอบหรือวิธีการของกิจกรรมที่เกี่ยวกับการสร้างนั้นๆ ได้ ในขณะที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมนั้นนักเรียนสามารถตอบสนองกับโปรแกรม C.a.R. ได้ทันทีที่นักเรียนสร้างได้ถูกต้อง โปรแกรม C.a.R. จะมีการตอบสนองว่า Well Done ซึ่งวิธีการเช่นนี้ทำให้นักเรียนนำความรู้ทางเรขาคณิตที่ได้เรียนมาใช้ในการสร้าง โดยไม่จำกัดวิธีการสร้าง

3. สามารถสร้างภาพหรือข้อความที่เคลื่อนไหวได้ ซึ่งการเห็นความเคลื่อนไหว จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นการเปลี่ยนแปลง นำไปสู่การสำรวจ สังเกต และตั้งข้อคาดการณ์ เป็นแนวทางการเรียนรู้ จะทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนได้ดีขึ้น

4.3 แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างชุดกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R.

แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมโดยอาศัยการสำรวจ การสังเกต การตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง รวมทั้งฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ภายใต้คำแนะนำของครู ซึ่งแนวทางดังกล่าวสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2550: 145) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปด้วยตนเอง และให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาดด้วยตนเองตามขั้นตอนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปด้วยตนเอง

สำหรับมาตรฐานด้านทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่กำหนดไว้คือ นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 90-91)

ในการนำโปรแกรม C.a.R. มาสร้างเป็นสื่อในกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 นั้น ผู้วิจัยสร้างในลักษณะเป็นแฟ้มงานแบบ HTML เพื่อความสะดวกในการนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยสร้างกิจกรรมให้นักเรียนเกิดทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ด้านการแก้ปัญหา

- 1.1 สร้างกิจกรรมในลักษณะที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้นักเรียนสามารถสร้างความรู้เกี่ยวกับแนวคิดของเวกเตอร์ด้วยตนเอง
- 1.2 สร้างกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่เป็นแบบทดสอบการสร้างทางเรขาคณิตในลักษณะที่ไม่จำกัดวิธีการสร้าง นักเรียนจะพบวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย
- 1.3 ในใบกิจกรรมจะมีการสรุปแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ที่เรียนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. จนเกิดความเข้าใจ สามารถนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในการทำแบบฝึกหัดโดยไม่ใช้โปรแกรม C.a.R. ในการทำได้อย่างหลากหลายวิธี

2. ด้านการให้เหตุผล

- 2.1 สร้างกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำการสำรวจเกี่ยวกับสมบัติต่างๆ ของเวกเตอร์ แล้วให้เหตุผลประกอบด้วยตนเอง นักเรียนสามารถใช้รูปแบบการให้เหตุผลได้หลากหลาย ขึ้นอยู่กับความสามารถของนักเรียนแต่ละคน
- 2.2 .สร้างกิจกรรมที่ให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติต่างๆ ของเวกเตอร์และสามารถสืบสวนข้อคาดการณ์ด้วยตนเองโดยใช้โปรแกรม C.a.R.
- 2.3 สร้างกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำการสำรวจแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ด้วยตนเอง เมื่อได้ข้อมูลแล้วครูและนักเรียนจะร่วมกันให้เหตุผลประกอบ ทำให้นักเรียนพัฒนาการให้เหตุผลได้ดีขึ้น

3. ด้านการสื่อสาร

- 3.1 ในการสรุปแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ จากการทำกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ครูจะให้นักเรียนนำเสนอเพื่อสื่อสารความคิดกับเพื่อนในชั้นเรียนและครู แล้วร่วมกันวิเคราะห์และประเมินความคิดของเพื่อนในชั้นเรียน
- 3.2 สร้างกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำการสำรวจแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เมื่อนักเรียนได้ข้อมูลครบถ้วนแล้ว จึงนำมาเขียนสรุปโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวคิดต่างๆ

4. ด้านการเชื่อมโยง

- 4.1 สร้างกิจกรรมที่ให้นักเรียนเรียนรู้แนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จนเข้าใจแนวคิดต่างๆ ทำให้สามารถระลึกและเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ มาทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบโดยไม่ใช้โปรแกรม C.a.R. ได้อย่างถูกต้อง
- 4.2 สร้างกิจกรรมที่มีลักษณะการเรียงลำดับก่อนหลังของเนื้อหา ซึ่งในการสรุปแนวคิดหลักนักเรียนจะได้เชื่อมโยงระหว่างแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ที่เรียนก่อนหน้านี้กับแนวคิดที่กำลังเรียน
- 4.3 สร้างกิจกรรมเกี่ยวกับการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เพื่อให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงแนวคิดต่างๆ เกี่ยวกับเวกเตอร์กับการพิสูจน์ทางเรขาคณิตและฟิสิกส์

5. ด้านการนำเสนอ

5.1 สร้างกิจกรรมที่ให้นักเรียนสำรวจและสังเกตจากโปรแกรม C.a.R. เกี่ยวกับแนวคิดของเวกเตอร์ นักเรียนจะนำข้อมูลที่ได้มารวบรวม บันทึก นำเสนอออกมาเป็นแนวคิดของตนเอง

5.2 สร้างกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เมื่อนักเรียนได้ข้อมูลและสรุปเรียบร้อยแล้ว ครูจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดในชั้นเรียน

6. ด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

สร้างกิจกรรมที่เป็นแบบทดสอบการสร้างทางเรขาคณิตที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมแล้วโปรแกรม C.a.R. จะแสดงว่า Well Done ในทันทีเมื่อนักเรียนสร้างได้ถูกต้องและสมเหตุสมผล นักเรียนสามารถนำความรู้ทางเรขาคณิตที่ได้เรียนมาใช้ในการสร้าง โดยไม่จำกัดวิธีการสร้าง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการหาวิธีการสร้างทางเรขาคณิตที่แตกต่างกัน

4.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตสอนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

วรรณวิภา สุทธเกียรติ (2542) ได้พัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิดจินตนาการเพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติเอง โดยการสำรวจ ตั้งข้อคาดการณ์ และสืบเสาะหาเหตุผลตามความเหมาะสมเพื่อตรวจสอบข้อคาดการณ์ที่ตั้งไว้ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองตามขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตได้แก่ นักเรียนอาสาสมัครจำนวน 42 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ปีการศึกษา 2542 ผลการวิจัยพบว่าบทเรียนเรขาคณิตมีคุณภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้และมีลักษณะตามที่กำหนด

สุจิรา มุสิกะเจริญ (2542) ได้เปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตและไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีความสามารถด้าน

มิติสัมพันธ์แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .5

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้าย แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .5

อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ (2542) ได้ศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการวิชาการเรียนคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้

2. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ที่มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้มีร้อยละ 100, 63.64 และ 25 ตามลำดับ

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตประกอบกิจกรรมการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .5

4. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียน คิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 40.30, 30.00, และ 26.39 ตามลำดับ

วัชรสันต์ อินธิสาร (2547) ได้ทำการศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad โรงเรียนสุนรรีวิทยา อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา ปีการศึกษา 2547 จำนวน 60 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังการเรียนโดยใช้โปรแกรมผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50

2. นักเรียนมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตหลังเรียนโดยใช้โปรแกรมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงมีมโนทัศน์ทางเรขาคณิตสูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางและต่ำ และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ปานกลางมีมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ

4. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงและปานกลางมีเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน แต่นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำมีเจตคติก่อนเรียนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์ (2549) ได้ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง การแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนศึกษานารี เขตธนบุรี กรุงเทพมหานคร 1 ห้องเรียน จำนวน 57 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จากประชากรทั้งหมด 12 ห้องเรียน จำนวน 680 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตได้มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สุภัทรา เกิดมงคล (2550) ได้ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์ทางเรขาคณิตแบบพลวัต มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม ไม่แตกต่างกัน และนักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับปานกลาง

วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551) ได้ทำการศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนสามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการ โดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตอยู่ในระดับมาก

บุญยพล จันทรฝอย (2551) ได้ทำการวิจัยโดยสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏบ้านสมเด็จเจ้าพระยา เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 1 ห้องเรียน จำนวน 53 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถสอบผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจในการเรียนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 4 มีความสามารถในการเรียนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

งานวิจัยในต่างประเทศ

พอเลทา (Foletta. 1995: 2311-A) ได้ศึกษาวิจัยผลของการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียนการสอนเรื่องการสำรวจพื้นที่โดยแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมของนักเรียนเกรด 9 และ 10 รัฐไอโอวา สหรัฐอเมริกา ปี ค.ศ. 1994 ผลการวิจัยพบว่า

1. การวาด การวัด หรือการสำรวจของนักเรียนจะเกิดจากการผลักดันและแนะนำจากครู
2. ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต เป็นเครื่องมือใหม่ของการเรียนรู้ทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในส่วนที่เพิ่มเติมจากการใช้กระดาษและดินสอ
3. การสืบเสาะโดยการใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถทำได้ดี แต่ต้องมีขั้นตอนมากกว่า
4. นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้ตั้งแต่เมื่อเริ่มใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการสืบเสาะ

เฟอร์กิง (Frerking. 1995: 3772-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างระดับชั้นของแวนฮิลลี ผลสัมฤทธิ์ทางการพิสูจน์และการตั้งข้อความคาดการณ์ในการเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตช่วยในการตั้งข้อความคาดการณ์สมบัติของรูปเรขาคณิต ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการตั้งข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์นั้นสัมพันธ์กับความสามารถในการพิสูจน์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสัมพันธ์กับระดับชั้นของแวนฮิลลี

บาฮาร์วานด์ (Baharvand. 2002: 552-A) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างการสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเทียบกับการสอนของครูแบบปกติโดยใช้กระดาษ ดินสอ และครูเป็นผู้บรรยาย กลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 26 คน ได้รับการสอนของครูแบบปกติ และกลุ่มทดลองเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 24 คน เรียนด้วยเนื้อหาเดียวกับกลุ่มควบคุมแต่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนซึ่งเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตมีคะแนนการทำแบบทดสอบหลังการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับนัยสำคัญ .05 นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์และเรขาคณิตในทางบวก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

แฮน (Han. 2007) ได้เปรียบเทียบผลการสอนเรื่องรูปสี่เหลี่ยม ระหว่างการสอนโดยใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP กับการสอนปกติ และศึกษาว่าโปรแกรม GSP สามารถช่วยพัฒนาความเข้าใจเรื่องรูปสี่เหลี่ยมและความสามารถในการให้เหตุผลอย่างไร กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 97 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 57 คน ซึ่งได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ได้รับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องรูปสี่เหลี่ยม ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าการสอนปกติ และจากการสัมภาษณ์นักเรียนรายบุคคลจำนวน 12 คน พบว่าโปรแกรม GSP มีประสิทธิภาพในการพัฒนาความเข้าใจและทำให้ระดับความสามารถการให้เหตุผลเพิ่มขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตสอนคณิตศาสตร์ พบว่า โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตเป็นสิ่งที่เอื้อประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทั้งในการสำรวจ การตั้งข้อคาดการณ์ และการตรวจสอบข้อคาดการณ์ที่ตั้งไว้ รวมทั้งยังส่งผลให้เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์เป็นไปในทางบวกด้วย ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจนำโปรแกรม C.a.R. มาสร้างเป็นสื่อในกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยการสำรวจ การสังเกต การตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง

5. งานวิจัยเกี่ยวกับการนำเนื้อหาที่สอนในระดับที่สูงกว่าระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

งานวิจัยในประเทศ

อำพล โตตอบ (2539) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนคณิตศาสตร์ ค011 และ ค012 โรงเรียนวัดจันทราวาส (ศุขประสารราษฎร์) จังหวัดเพชรบุรี จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถที่จะเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนาม ได้

นิตติยา ปากาพจน์ (2540) ได้พัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยได้พัฒนาหลักสูตรให้มีความเหมาะสมกับความสามารถที่แท้จริงของนักเรียน โดยการเลือกสรรเนื้อหา วิธีการ จัดกิจกรรมและประสบการณ์เรียนรู้ เวลา การวัดผลประเมินผลบนพื้นฐานของความต้องการ ความสนใจ ลักษณะนิสัย และศักยภาพของนักเรียน ผลการทดลองใช้ปรากฏว่านักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในทางที่ดีขึ้นโดยมีความรู้ ความสามารถเพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ยร้อยละ 70 และมีทัศนคติต่อวิชาทฤษฎีจำนวนดีขึ้น

ธานินทร์ ลิขิตวิรัชธรรม (2542) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่อง ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01

สุธรรม กิตติพิณพงศ์ (2544) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสตรีสาสนูปถัมภ์ อำเภอยะหา จังหวัดยะลา จำนวนชั้นละ 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไม่มีความสามารถในการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ส่วนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 บางคน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้นไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ถนอม ชำนาญพันธ์ (2546) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ทฤษฎีสมการพหุนามเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องทฤษฎีสมการพหุนามเบื้องต้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิรรัตน์ สุวรรณ (2546) ได้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เบื้องต้นสำหรับนักเรียน ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ และได้ทดลองใช้ผลปรากฏว่า การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหา มีการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นนักเรียนสามารถเลือก ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ มโนคติทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้มีความถูกต้อง สอดคล้องกับปัญหา และสามารถเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานได้เป็นอย่างดี นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดได้มากกว่าหนึ่งแนวคิด นอกจากนี้ยังอธิบายเหตุผลประกอบแนวคิดได้

จิตสุภา อุตสงควัฒน์ (2547) ได้ศึกษาการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โครงการดาวรุ่งมุ่งโอลิมปิก โรงเรียนนครสวรรค์ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โครงการดาวรุ่งมุ่งโอลิมปิก โรงเรียนนครสวรรค์ อำเภอเมือง จังหวัดนครสวรรค์ จำนวน 32 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์ ที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพ โดยองค์ประกอบของหลักสูตรมีความเหมาะสมมาก และผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยนักเรียนร้อยละ 75 ของนักเรียนทั้งหมดมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เริงชัย สถิตพรบรรพต (2548) ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชบางขุนเทียน โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชบางขุนเทียน เขตบางขุนเทียน กรุงเทพมหานคร จำนวน 45 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า กิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎี

กราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชบางขุนเทียน มีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.30/77.70 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด

งานวิจัยในต่างประเทศ

โฮบาน (Hoban. 1970: 5482-B) ได้ทดลองสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผลการทดลองพบว่า นักเรียนในระดับชั้นนี้สามารถเรียนรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตได้เป็นอย่างดี และบทเรียนที่ใช้ทดลองสอนมีคุณภาพสูง

กัลลิก (Gullick. 1971: 4035-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนเกรด 5 , 6 , 9 และ 10 ผลการวิจัยพบว่า

1 นักเรียนเกรด 5 และ นักเรียนเกรด 6 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ไม่แตกต่างกัน

2 นักเรียนเกรด 9 และเกรด 10 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ แต่พบว่านักเรียนเกรด 9 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า นักเรียนเกรด 10

3 นักเรียนเกรด 9 และนักเรียนเกรด 10 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ มากกว่านักเรียนเกรด 5 และนักเรียนเกรด 6 สรุปได้ว่าควรสอนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์กับนักเรียนเกรด 9

ไวท์ (White. 1974: 1969-A) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้นของนักเรียนในระดับเกรด 7 และ 8 ซึ่งผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในระดับเกรด 7 และ 8 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้นได้ และได้เสนอให้นำเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้น บรรจุในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 และ 8

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการนำเนื้อหาที่สอนในระดับที่สูงกว่าระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่ามีนักการศึกษาได้ให้ความสนใจทำการวิจัยในหลายรูปแบบ เช่น การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การศึกษาความสามารถทางการเรียน การพัฒนาหลักสูตร หรือ การทดลองสอน ในเนื้อหาต่างๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ที่อยู่ในระดับชั้นที่สูงกว่าชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และจากแนวทางการวิจัยดังกล่าวจะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยนำเนื้อหาในระดับสูงกว่าระดับมัธยมศึกษาตอนต้นมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จะต้องคำนึงถึง ประสิทธิภาพพื้นฐานของนักเรียน เนื้อหา และวิธีการสอนให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนด้วย ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และหวังว่าการวิจัยครั้งนี้จะเป็นข้อมูลที่มีประโยชน์ต่อการปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของประเทศไทยต่อไป

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาคาร อำเภอศีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาคาร อำเภอศีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 30 คน จากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน จำนวน 60 คน โดยที่โรงเรียนจัดห้องเรียนแบบละความสามารถของนักเรียนที่มีการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้การโปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พร้อมทั้งคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้การโปรแกรม C.a.R. ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการ ดังนี้

ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และคู่มือการใช้กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นที่ 1 การเตรียมงานด้านวิชาการ

1. ศึกษาหลักการมาตรฐานการเรียนรู้ และมาตรฐานการเรียนรู้ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. ศึกษาเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์จากหนังสือต่อไปนี้

- 2.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2550: 183-258)
- 2.2 หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 014 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) (กระทรวงศึกษาธิการ. 2535: 1-47)
- 2.3 เวกเตอร์วิเคราะห์ ฉบับแก้ไขปรับปรุง (สมใจ จิตพิทักษ์. 2527: 1-54)
- 2.4 เวกเตอร์อะนาลิซิส (เบญญา สุทัศน์ ณ อยุธยา. 2529: 1-50)
- 2.5 เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เวกเตอร์ (กวียา เนาวประทีป. 2550: 1-80)
- 2.6 Vector geometry (James A. Hummel.1965: 1-263)
- 2.7 Vector calculus (Thomas H. Barr.2001: 1-458)
- 2.8 Introduction to vector analysis (Harry F. Davis and Arthur David Snider.1995: 1-408)
- 2.9 Introduction to vector functions (James A. Hummel.1967: 1-372)

3. ศึกษาเนื้อหาที่นำความรู้เรื่องเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้จากหนังสือต่อไปนี้

- 3.1 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2548: 127-176)
- 3.2 หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ เรื่องแรงและการเคลื่อนที่ พลังงาน ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552: 1-37)
- 3.3 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551: 92-131)

4. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ และคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

5. กำหนดเนื้อหา ความคิดรวบยอด และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยผู้วิจัยได้กำหนดเนื้อหาขึ้น 6 หน่วยการเรียนรู้ ใช้เวลาในการสอนทั้งหมด 12 ชั่วโมง และทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ 2 ชั่วโมง ได้แก่

- | | |
|---------------------------------|-----------|
| 4.1. เวกเตอร์ | 2 ชั่วโมง |
| 4.2. การบวกและการลบเวกเตอร์ | 2 ชั่วโมง |
| 4.3. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ | 2 ชั่วโมง |
| 4.4. เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก | 2 ชั่วโมง |
| 4.5. ผลคูณเชิงสเกลาร์ | 2 ชั่วโมง |
| 4.6. การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ | 2 ชั่วโมง |

ขั้นที่ 2 การสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม

C.a.R. และคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. กำหนดกรอบเนื้อหาและรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 หน่วยการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดของเนื้อหาแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

- 1.1. เวกเตอร์ 2 ชั่วโมง
 ชั่วโมงที่ 1 ปริมาณเวกเตอร์ และสัญลักษณ์เกี่ยวกับเวกเตอร์
 ชั่วโมงที่ 2 การขนานกัน การเท่ากัน และนิเสธของเวกเตอร์
- 1.2. การบวกและการลบเวกเตอร์ 2 ชั่วโมง
 ชั่วโมงที่ 1 การบวกเวกเตอร์และสมบัติการบวกเวกเตอร์
 ชั่วโมงที่ 2 การลบเวกเตอร์
- 1.3. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ 2 ชั่วโมง
 ชั่วโมงที่ 1-2 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์และสมบัติ
- 1.4. เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก 2 ชั่วโมง
 ชั่วโมงที่ 1 เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
 ชั่วโมงที่ 2 ขนาดของเวกเตอร์และเวกเตอร์หนึ่งหน่วย
- 1.5. ผลคูณเชิงสเกลาร์ 2 ชั่วโมง
 ชั่วโมงที่ 1-2 ผลคูณเชิงสเกลาร์และสมบัติของผลคูณเชิงสเกลาร์
- 1.6. การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ 2 ชั่วโมง
 ชั่วโมงที่ 1 การประยุกต์ใช้เวกเตอร์ในทางเรขาคณิต
 ชั่วโมงที่ 2 การประยุกต์ใช้เวกเตอร์ในทางฟิสิกส์

2. จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ ประกอบด้วย

- 2.1 ชื่อเรื่อง
- 2.2 ระยะเวลาที่ใช้
- 2.3 ความคิดรวบยอด
- 2.4 ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
- 2.5 สารการเรียนรู้
- 2.6 กิจกรรมการเรียนรู้การสอน มีขั้นตอนดังนี้
 - 2.6.1 ครูแนะนำการใช้โปรแกรม C.a.R. และชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน
 - 2.6.2 นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ในการสำรวจสังเกต ตั้งข้อคาดการณ์และสรุปเหตุผลด้วยตนเอง
 - 2.6.3 นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายสรุป
- 2.7 สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้ ประกอบด้วย
 - 2.7.1 ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

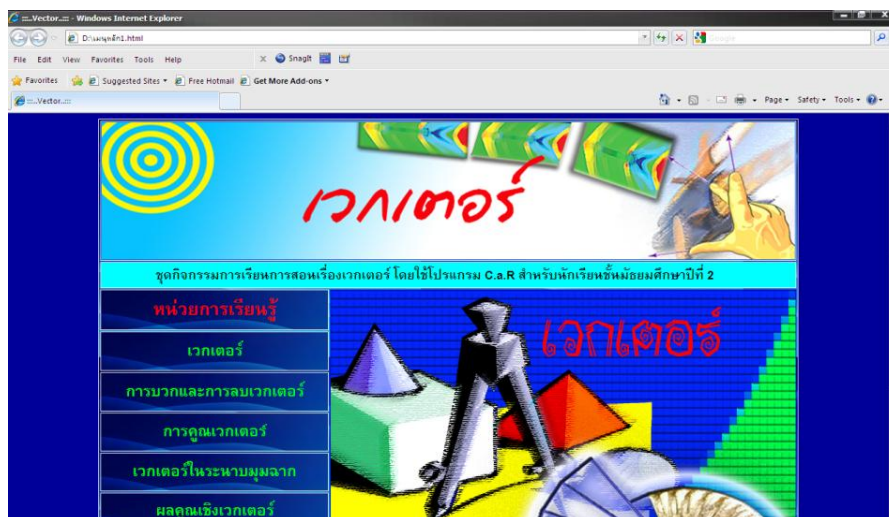
2.7.2 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

2.7.3 ใบกิจกรรม

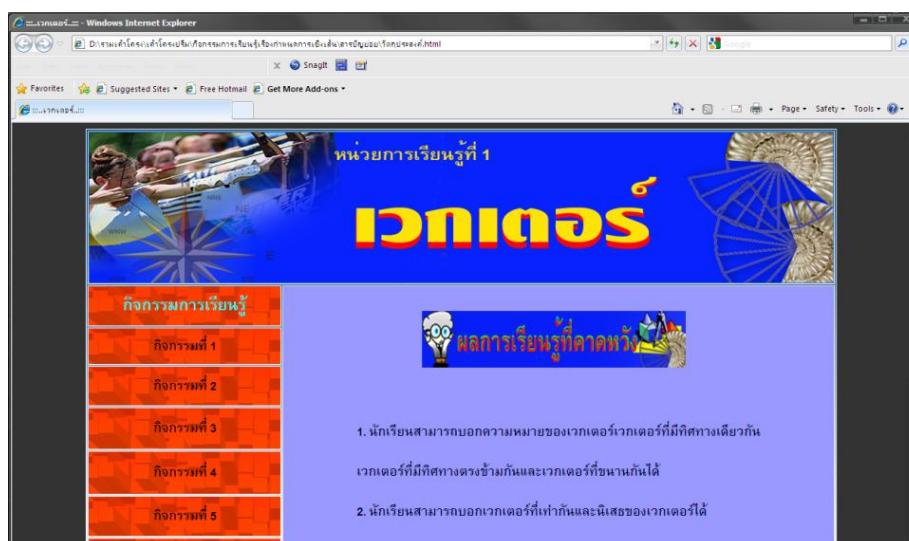
2.8 การวัดและประเมินผล

3. สร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนและคู่มือการใช้สำหรับครูและนักเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ถูกต้องและมีประสิทธิภาพ โดยมีโครงสร้างของกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ในรูปแบบของ HTML เพื่อให้เกิดความสะดวกในการเรียกใช้ในแต่ละกิจกรรม ซึ่งมีองค์ประกอบดังต่อไปนี้

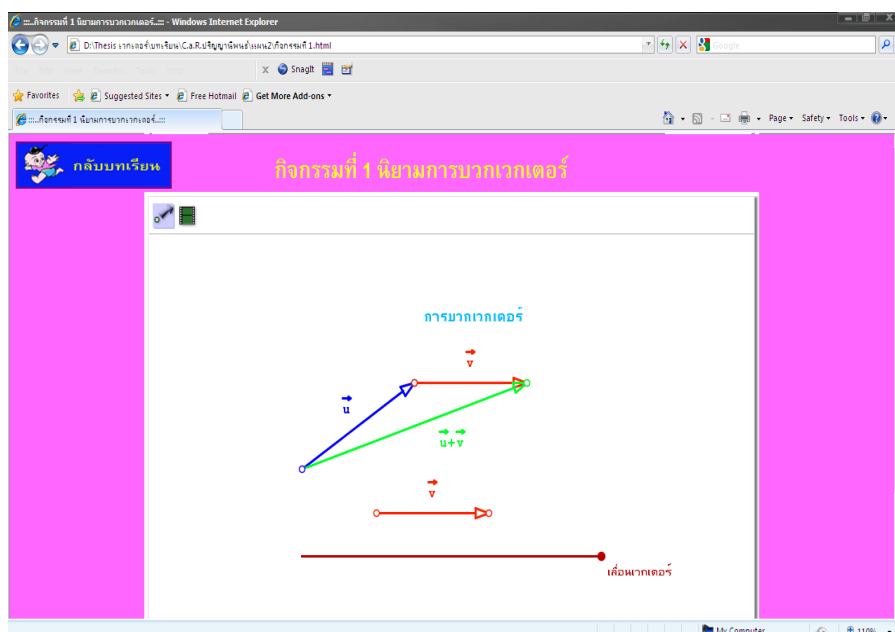
1. สารบัญหลัก
2. สารบัญย่อย
3. กิจกรรม (ดังภาพประกอบ)



ภาพประกอบ 4 สารบัญหลัก



ภาพประกอบ 5 สารบัญย่อย



ภาพประกอบ 6 กิจกรรม

4. กำหนดการประเมินผลของนักเรียน โดยแบ่งการประเมินผลของนักเรียนออกเป็นดังนี้

4.1 การประเมินผลระหว่างเรียน ครูผู้สอนประเมินจากการสรุป และคำตอบของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจากใบกิจกรรมมีน้ำหนักคะแนนคิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนทั้งหมด

4.2 การประเมินผลหลังเรียน ครูผู้สอนประเมินจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีน้ำหนักของคะแนนคิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนทั้งหมด

5. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. คู่มือการใช้ชุดกิจกรรม แผนการจัดการเรียนรู้ และใบกิจกรรม ที่สร้างเสร็จแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรม และความเหมาะสมกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

6. นำชุดกิจกรรมการเรียนการสอนและคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์มาทดลองสอนกับนักเรียนกลุ่มนาร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนบ้านมะค่างาม อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 10 คน โดยให้นักเรียนใช้คอมพิวเตอร์ 1 คนต่อ 1 เครื่อง และใช้เวลาทดลองสอนนอกเวลาเรียนปกติ

7. นำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนและคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมจาก ข้อ 6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์ตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง

8. นำชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนและคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิคมมิตรวิทยาการ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา จำนวน 30 คน ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่าง

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์

แบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ เป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ศึกษาทฤษฎีและหลักการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จากหนังสือเทคนิคการเขียนแบบทดสอบของชวาล แพรัตกุล (2520: 1-40) การวัด การวิเคราะห์ และการประเมินผลทางการศึกษาเบื้องต้นของกังวล เทียนกันท์เทศน์ (2540: 92-112) และเทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ของล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543: 196-198)

2. วิเคราะห์เนื้อหาสาระสำคัญ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ให้ครอบคลุมเนื้อหาและผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้ โดยแบบทดสอบแบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แบบทดสอบปรนัย ชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

4. นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา โดยพิจารณาว่าแบบทดสอบที่สร้างขึ้นสอดคล้องกับเนื้อหา และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังหรือไม่ โดยใช้หลักเกณฑ์การพิจารณาดังนี้

คะแนน +1 สำหรับแบบทดสอบที่สอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

คะแนน 0 สำหรับแบบทดสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

คะแนน -1 สำหรับแบบทดสอบที่ไม่สอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

5. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ที่ได้รับการตรวจสอบจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์มาคำนวณหาค่า IOC แล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยเลือกแบบทดสอบปรนัยจำนวน 30 ข้อ และแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 7 ข้อ

6. นำแบบทดสอบจากข้อ 5 ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มนําร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวที่ใช้ในการทดลองชุดกิจกรรมการเรียนการสอนและคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

7. วิเคราะห์แบบทดสอบ โดยนำแบบทดสอบที่ได้จากการสอบในข้อ 6 มาตรวจให้คะแนน ซึ่งมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

7.1 แบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก มีเกณฑ์ให้คะแนนในแต่ละข้อ คือ ข้อที่ตอบถูกให้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน

7.2 แบบทดสอบอัตนัยข้อละ 4 คะแนน โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 72-74) โดยผู้วิจัยปรับให้เหมาะสมกับแบบทดสอบในแต่ละข้อ ดังนี้

ตาราง 1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องเวกเตอร์ แบบอัตนัย

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	คำตอบถูกต้อง และแสดงวิธีทำถูกต้องสมบูรณ์
3	คำตอบถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่ชัดเจน และอยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง
2	คำตอบถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่ชัดเจน
1	คำตอบไม่ถูกต้อง มีการแสดงวิธีทำแต่ยังไม่สมบูรณ์
0	คำตอบไม่ถูกต้อง และแสดงวิธีทำไม่ถูกต้อง

8. นำคะแนนที่ได้จากข้อ 7 มาวิเคราะห์หาความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่า แบบทดสอบแบบปรนัยมีความยากง่ายตั้งแต่ 0.1-0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ -0.33-0.67 แบบทดสอบแบบอัตนัยมีความยากง่ายตั้งแต่ 0.33-0.67 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.56-1.00 โดยจะคัดเลือกแบบทดสอบปรนัยและอัตนัยเฉพาะข้อที่มีความยากง่ายในช่วง 0.20-0.80 และมีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 20 ข้อ และ 5 ข้อ ตามลำดับ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ สำหรับทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

9. นำแบบทดสอบที่ผ่านการคัดเลือกในข้อ 8 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่น โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่าค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบปรนัยเท่ากับ 0.77 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบอัตนัยเท่ากับ 0.92 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับเท่ากับ 0.91

10. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ที่คัดเลือกในข้อ 8 เสนอต่คณะกรรมการควบคุมปริญญาโท เพื่อตรวจพิจารณาความเรียบร้อยอีกครั้ง ก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 20 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความพึงพอใจจากเอกสาร ตำราที่เกี่ยวข้องกับวิธีการและหลักการสร้างแบบวัดความพึงพอใจ แล้วกำหนดแนวทางในการออกแบบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจตามวิธีการของลิเคิร์ต (Likert)

2. สร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 20 ข้อ โดยปรับปรุงจากแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียน จากสุภัทรา เกิดมงคล (2550: 180–182) และ วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551: 274-276) ซึ่งลักษณะของแบบวัดความพึงพอใจเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับ และข้อความเป็นข้อความทางบวก โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละของความพึงพอใจ ดังนี้

มากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
มาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
ปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
น้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
น้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

3. นำแบบวัดความพึงพอใจที่สร้างขึ้นเสนอต่คณะกรรมการควบคุมปริญญาโทและผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พิจารณาและเสนอแนะเกี่ยวกับการใช้ภาษาในแต่ละข้อให้มีความชัดเจนและเหมาะสมยิ่งขึ้น

4. นำแบบวัดความพึงพอใจที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วจากข้อ 3 ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการทดลองชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

5. นำผลที่ได้จากข้อ 4 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค ซึ่งผลการวิเคราะห์ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจเท่ากับ 0.91

6. นำแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยทำการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาเรียน จำนวน 12 ชั่วโมง เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 2 ชั่วโมง และเวลาที่ใช้ในการทำแบบวัดความพึงพอใจจำนวน 20 นาที รวมเวลาทั้งหมดที่ผู้วิจัยครั้งนี้ คือ 14 ชั่วโมง 20 นาที โดยการเรียนการสอนแต่ละกิจกรรมจะมีการเก็บคะแนนเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1. เวกเตอร์	2 ชั่วโมง
1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2. การบวกและการลบเวกเตอร์	2 ชั่วโมง
1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3. การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	2 ชั่วโมง
1.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4. เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก	2 ชั่วโมง
1.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5. ผลคูณเชิงสเกลาร์	2 ชั่วโมง
1.6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 6. การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้	2 ชั่วโมง
1.7 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	2 ชั่วโมง

2. เมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนและการทดสอบแล้วให้นักเรียนตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้เวลา 20 นาที

3. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ต่อไปนี้ มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ

3.1 คะแนนจากใบกิจกรรมระหว่างเรียน คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนรวม

3.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ คิดเป็นร้อยละ 60 ของคะแนนรวม โดยแบ่งเป็น

3.2.1 คะแนนจากตอนที่ 1 แบบปรนัย คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนรวม

3.2.2 คะแนนจากตอนที่ 2 แบบอัตนัย คิดเป็นร้อยละ 20 ของคะแนนรวม

การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-Test for Population Proportion) ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร

3. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1. สถิติที่ใช้ในการทดสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองมีดังนี้

3.1.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้องจากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยใช้สูตร IOC

3.1.2 การหาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัค

3.1.4 การวิเคราะห์แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และนำเสนอให้นักความคิดโดยใช้การประเมินค่าความคิดเห็นของประคอง กรรณสูต (2538: 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุดหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลางหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุดหลังจากเรียนด้วยด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

3.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

3.2.1 สถิติพื้นฐาน

3.2.1.1 ค่าร้อยละ

3.2.1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

3.2.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.2.2. สถิติสำหรับการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ สถิติทดสอบ Z

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แล้วศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
2. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
3. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม
5. การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- 6 การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิคมมิตรวิทยาการ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 30 คน ซึ่งข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ประกอบด้วย คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม และคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ และคะแนนความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

**1. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
ใบกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ปรากฏผลดังตาราง 2**

ตาราง 2 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
ใบกิจกรรมระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	30	40	34.44	86.10	1.77

จากตาราง 2 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่ม
ตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 34.44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.10 ของคะแนนเต็ม และมี
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.77 คะแนน

**2. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่อง
เวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ปรากฏผลดังตาราง 3**

ตาราง 3 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	30	60	37.50	62.50	6.94

จากตาราง 3 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
เรื่องเวกเตอร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 37.50 คะแนน
คิดเป็นร้อยละ 62.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.94 คะแนน

3. ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต $\bar{x}$	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	30	100	71.94	71.94	8.16

จากตาราง 4 พบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 30 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 71.94 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.94 ของคะแนนรวมทั้งหมด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 8.16 คะแนน

หมายเหตุ คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ได้มาจากคะแนนดังนี้

1. คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน ร้อยละ 40 ของคะแนนรวมทั้งหมด
2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ร้อยละ 60 ของคะแนนรวมทั้งหมด แบ่งเป็น
 - 2.1 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ (แบบปรนัย) ร้อยละ 40 ของคะแนนรวมทั้งหมด
 - 2.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ (แบบอัตนัย) ร้อยละ 20 ของคะแนนรวมทั้งหมด

4. ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนน ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ของคะแนนรวม (คน)	ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	30	23	76.7

จากตาราง 5 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม มีจำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 76.7 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

5. การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรม การเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ปรากฏผลดังตาราง 6

ตาราง 6 การทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผ่านเกณฑ์การเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม	สถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤต
นักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2	30	23	1.9	1.645*

* นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตาราง 6 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 23 คน หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

6. การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

แบบวัดความพึงพอใจเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) ซึ่งมี 5 ระดับ และข้อความเป็นข้อความทางบวก โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละระดับ ดังนี้

มากที่สุด ให้คะแนน 5 คะแนน

มาก ให้คะแนน 4 คะแนน

ปานกลาง ให้คะแนน 3 คะแนน

น้อย ให้คะแนน 2 คะแนน

น้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

การแปลความหมายของคะแนนเฉลี่ยรวม ซึ่งเป็นผลจากความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทั้งฉบับใช้เกณฑ์การประเมินของประคอง กรรณสูต (2538: 77) ดังนี้

คะแนนเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับปานกลาง หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อย หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับน้อยที่สุด หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

การประเมินความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ปรากฏผลดังตาราง 7

ตาราง 7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและระดับความพึงพอใจของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์
โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย $\bar{x}$	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับ ความพึง พอใจ
1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีความ กระตือรือร้นและสนุกกับการเรียนมากขึ้น	3.97	0.72	มาก
2. ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่หนักใจต่อการเรียนด้วย ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้ โปรแกรม C.a.R.	3.97	0.81	มาก
3. เนื้อหาจากชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เหมาะสมกับระดับความ เข้าใจของข้าพเจ้า	3.97	0.62	มาก
4. จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้า เข้าใจเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์มากขึ้น	3.87	0.68	มาก
5. การจัดลำดับเนื้อหาใบกิจกรรม มีความต่อเนื่องและ ชัดเจน ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย	3.90	0.66	มาก
6. การเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ ข้าพเจ้ามองเห็นมโนภาพได้ดีขึ้น	3.97	0.62	มาก
7. การเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ ข้าพเจ้าสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้	3.83	0.75	มาก
8. การมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้า เข้าใจเนื้อหามากขึ้น	3.87	0.78	มาก
9. การออกแบบจอภาพ และการใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้ กิจกรรมน่าสนใจและมีความสวยงาม	4.33	0.71	มาก
10. เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการ สอนเรื่องเวกเตอร์ ใช้ได้สะดวกตามความต้องการของ ข้าพเจ้า	4.23	0.73	มาก
11. ข้าพเจ้ารู้สึกสนุกกับการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน	4.27	0.58	มาก

ตาราง 7 (ต่อ)

ข้อความ	ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	ระดับ ความพึง พอใจ
12. การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น	4.27	0.83	มาก
13. การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ารู้สึกอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	4.17	0.65	มาก
14. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง	4.00	0.83	มาก
15. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ช่วยพัฒนาทักษะการคิดของข้าพเจ้า	4.27	0.83	มาก
16. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น	3.90	0.76	มาก
17. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น	4.17	0.75	มาก
18. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง	4.23	0.57	มาก
19. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองเกี่ยวกับการเรียนมากขึ้น	3.93	0.83	มาก
20. การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์	3.97	0.93	มาก
รวมทั้งฉบับ	4.05	0.74	มาก

จากตาราง 7 แสดงให้เห็นว่าคะแนนระดับความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อข้อคำถามทั้งหมด นักเรียนมีความคิดเห็นอยู่ในระดับมาก และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทั้งฉบับ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 4.05 แสดงว่านักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานของการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
2. เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาการ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 30 คน จากนักเรียนทั้งหมด 2 ห้องเรียน จำนวน 60 คน โดยที่โรงเรียนจัดห้องเรียนแบบความสามารถของนักเรียนที่มีการเรียนระดับเก่ง ปานกลาง และอ่อนอยู่ในห้องเดียวกัน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้เครื่องมือกับกลุ่มนาร่อง ประกอบด้วย

- 1.1 คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

- 1.2 บทเรียนสำหรับใช้ประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 6 หน่วย และในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ประกอบด้วยเนื้อหา

ตัวอย่าง ใบกิจกรรม และกิจกรรมภาคปฏิบัติบนคอมพิวเตอร์ที่มีลักษณะเป็นแฟ้มคำสั่งที่สร้างจากโปรแกรม C.a.R.

- 1.3 แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ มีทั้งหมด 6 แผน แต่ละแผนมี 2 ชั่วโมง และสอดคล้องตามหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วย
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญ และผ่านการทดลองใช้กับกลุ่มนาร่อง แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่
 - ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ
 - ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
3. แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งแบ่งเนื้อหาตามหน่วยการเรียนรู้ดังนี้

1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์	2 ชั่วโมง
1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การบวกและการลบเวกเตอร์	2 ชั่วโมง
1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	2 ชั่วโมง
1.4 หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก	2 ชั่วโมง
1.5 หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ผลคูณเชิงสเกลาร์	2 ชั่วโมง
1.6 หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้	2 ชั่วโมง
- ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน จะมีใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติเป็นแบบรายบุคคล ผู้วิจัยจะนำใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนนทุกครั้ง เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ สำหรับใบกิจกรรมแบบรายบุคคล คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนรวมทั้งหมด
2. เมื่อนักเรียนกลุ่มตัวอย่างปฏิบัติกิจกรรมครบทุกหน่วยการเรียนรู้ในชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. แล้วเสร็จ ผู้วิจัยดำเนินการดังนี้
 - 2.1 ทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลา 2 ชั่วโมง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ประกอบด้วย
 - ตอนที่ 1 แบบปรนัย 20 ข้อ
 - ตอนที่ 2 แบบอัตนัย 5 ข้อ
 - 2.2 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างตอบแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. จำนวน 20 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
2. หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
3. หาค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
4. หาค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม
5. ทดสอบจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- 6 ประเมินความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 34.44 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 86.10 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.77 คะแนน
2. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 37.50 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.50 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.94 คะแนน
3. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น 71.94 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 71.94 ของคะแนนรวมทั้งหมด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 8.16 คะแนน
4. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ของคะแนนรวมทั้งหมด มีจำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 76.7 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. ความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งประเมินจากคะแนนเฉลี่ยของแบบวัดความพึงพอใจทั้งฉบับ พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความพึงพอใจหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

อภิปรายผล

1. จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. พบว่า นักเรียนสามารถผ่านเกณฑ์การเรียนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1.1 ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนสามารถทำการสำรวจ สังเกต ตั้งข้อคำถามและสรุปแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ด้วยตนเอง การเรียนรู้ในลักษณะนี้สอดคล้องกับแนวทางการจัดการเรียนการสอนของBrunerที่ให้นักเรียนค้นพบหรือสรุปกฎเกณฑ์ต่างๆ ด้วยตนเอง โดยจัดเนื้อหาวิชาให้มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกันไปเรื่อยๆ มีความลึกซึ่งซับซ้อนและกว้างขวางออกไปตามประสบการณ์ของนักเรียน ซึ่งBrunerเชื่อว่าครูจะสามารถสอนวิชาใดๆ ก็ได้โดยมีประสิทธิภาพ โดยใช้วิธีการที่เหมาะสมให้กับเด็กคนใดคนหนึ่งในระดับอายุใดก็ได้ (พรณี ชูทัย เจนจิต. 2545: 381–407) ดังนั้นการนำเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ซึ่งเป็นเนื้อหาที่สูงกว่ามาสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในลักษณะที่ให้นักเรียนใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ได้ สอดคล้องกับผลการศึกษาของเสาวนิตย์ วงศ์อำไพ (2516), วันชัย ทัพพะปุระ (2529) และนิโคลสัน (1975) พบว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนเรื่องเวกเตอร์

1.2 โปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่ใช้งานง่าย สามารถสร้างรูปได้อย่างรวดเร็ว รวมทั้งสามารถทำภาพเคลื่อนไหวได้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ในการสำรวจ การสังเกต ตั้งข้อคำถามและสรุปเหตุผล จึงทำให้นักเรียนมองเห็นภาพในลักษณะเป็นรูปธรรมมากขึ้น และเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับเวกเตอร์ได้ง่ายขึ้น นักเรียนยังมีความกระตือรือร้น สนใจอยากเรียนรู้ ซึ่งสอดคล้องกับ ศรีศักดิ์ จามรมา (2535: 10) ที่กล่าวว่า การนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนสนใจและกระตือรือร้นมากขึ้น เกิดความเข้าใจและมองเห็นสิ่งที่ป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรม นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ออกแบบชุดกิจกรรมให้นักเรียนสามารถทำการสำรวจ การสร้าง การสังเกต และการเคลื่อนไหวได้อย่างอิสระ พร้อมเน้นให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับบทเรียนโดยมีการตอบสนองทันทีที่นักเรียนปฏิบัติได้ถูกต้อง เช่น กิจกรรมการบวกเวกเตอร์ เป็นกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนสร้างเวกเตอร์ผลลัพธ์ที่เกิดจากการบวกเวกเตอร์สองเวกเตอร์ที่กำหนดให้ เมื่อนักเรียนสร้างได้ถูกต้อง โปรแกรม C.a.R. จะแสดงว่า

Well Done ให้ทราบ ในการหาเวกเตอร์ผลลัพธ์นักเรียนสามารถหาได้หลายวิธี ก่อให้เกิดการแข่งขันกันเพื่อหาเวกเตอร์ผลลัพธ์ ส่งผลให้บรรยากาศในการเรียนการสอนมีความสนุกสนาน ไม่น่าเบื่อและไม่เครียด

1.3 ในใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนทำกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ได้กำหนดจุดประสงค์ให้นักเรียนทราบทุกกิจกรรม ทำให้นักเรียนทราบแนวทางการเรียนรู้และแนวทางการวัดผลในแต่ละใบกิจกรรม เมื่อนักเรียนเรียนจบแต่ละกิจกรรมแล้วจะให้ทำแบบฝึกหัดโดยไม่ใช้โปรแกรม C.a.R. จากนั้นครูจะตรวจคำตอบและส่งคืนให้นักเรียนทราบคำตอบและวิธีการทำที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับยุพิน พิพิธกุล (2530: 14-15) ที่กล่าวว่า นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ นักเรียนจะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียนของบทเรียน การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดควรฝึกไปที่ละเรื่องเมื่อจบบทเรียนหนึ่ง และควรมีการตรวจแบบฝึกหัดในแต่ละครั้ง เพื่อประเมินผลการเรียนของนักเรียน ตลอดจนประเมินผลการสอนของครู

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. เป็นสื่อในจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น จะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมโดยอาศัยการสำรวจ การสังเกต การตั้งข้อคาดการณ์ และสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง รวมทั้งฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ภายใต้คำแนะนำของครู ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2550: 145) ที่กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปด้วยตนเอง และให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองตามขั้นตอนการสำรวจ สืบสวน สร้างข้อคาดการณ์ อธิบายและตัดสินข้อสรุปด้วยตนเอง สอดคล้องกับผลการวิจัยของเฟอร์กิง(Ferking. 1995) และ แฮน (Han. 2007) ที่พบว่าการใช้โปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตในการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น

2. ผลการศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งประเมินผลจากคะแนนเฉลี่ยทั้งฉบับของแบบวัดความพึงพอใจ พบว่านักเรียนมีความพึงพอใจหลังจากเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก ทั้งนี้อาจมีสาเหตุมาจากนักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. นักเรียนสามารถทำการสำรวจ สังเกต ตั้งข้อคาดการณ์และสรุปด้วยตนเอง และสามารถทำการสำรวจ สังเกตซ้ำๆ กันได้หลายครั้ง ทำให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถ ความถนัดและความสนใจของนักเรียน จึงรู้สึกสนุก ไม่เกิดความเครียดในการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนเกิดความพึงพอใจหลังเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สอดคล้องกับผลการวิจัยของสุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์ (2549), สุภัทรา เกิดมงคล (2550), วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์ (2551) และปยุตพล จันทร้อย (2551) ที่พบว่านักเรียนมีความพึงพอใจในการเรียนโดยใช้โปรแกรม C.a.R. อยู่ในระดับมาก

ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย

จากการจัดการเรียนการสอนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ข้อสังเกตบางประการดังนี้

1. การใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในช่วงที่ 1-2 พบว่านักเรียนไม่สามารถนำข้อมูลจากการสำรวจเกี่ยวกับสมบัติต่างๆ ของเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มาสรุปเป็นแนวคิดหลักได้ ผู้วิจัยจึงให้คำแนะนำในการสรุป และถามให้นักเรียนตอบ ทำให้นักเรียนสรุปแนวคิดต่างๆ ได้ดีขึ้น
2. การทำแบบฝึกหัดในใบกิจกรรมบางข้อนักเรียนใช้เวลานานเกินไป ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนมีความพยายามทำด้วยตนเอง แต่ยังไม่สามารถค้นหาคำตอบได้ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและเห็นแนวทางในการตอบ โดยไม่เฉลยคำตอบให้นักเรียนทราบในทันทีทันใด เพราะจะทำให้นักเรียนไม่เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง และในช่วงเรียนต่อไปนักเรียนจะรอคำตอบจากครูเพียงฝ่ายเดียว
3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย โดยภาพรวมถือว่ามีความเหมาะสมและสอดคล้องตามแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน แต่มีบางแผนที่ไม่สามารถจัดกิจกรรมได้ทันตามเวลาที่กำหนด เช่น แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก พบว่านักเรียนทำใบกิจกรรมโดยใช้โปรแกรม C.a.R. ได้ตามเวลาที่กำหนด แต่การทำแบบฝึกหัดไม่ทันตามเวลาที่กำหนด ผู้วิจัยจึงแก้ปัญหาด้วยการพิจารณาให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อที่ต้องใช้เวลามากเป็นการบ้าน
4. ตัวอย่างกับแบบฝึกหัดในใบกิจกรรมมีแนวคิดว่าหาคำตอบและความยากง่ายใกล้เคียงกัน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดได้ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าตัวอย่างในใบกิจกรรมบางตัวอย่าง ผู้วิจัยและนักเรียนทำไปพร้อมๆ กัน โดยผู้วิจัยอธิบายตัวอย่างทีละขั้นตอน และคอยซักถามให้นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบ จากนั้นผู้วิจัยและนักเรียนช่วยกันสรุป
5. การทำใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่านักเรียนสามารถทำใบกิจกรรมเสร็จภายในเวลาที่กำหนด ซึ่งใบกิจกรรมที่นักเรียนทำเสร็จในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะตรวจให้คะแนนทุกครั้งเพื่อนำคะแนนไปเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล แล้วส่งคืนให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องและข้อผิดพลาด เพื่อให้นักเรียนนำไปปรับปรุงแก้ไขการทำใบกิจกรรมในหน่วยการเรียนรู้อื่นให้ดีขึ้นต่อไป
6. ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักเรียนกลุ่มอ่อนในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน พบว่านักเรียนกลุ่มอ่อนทำใบกิจกรรมได้ไม่ดีนัก แต่ก็มี ความพยายามในการค้นหาคำตอบ ผู้วิจัยจึงคอยให้คำแนะนำ อธิบาย และดูแลอย่างใกล้ชิด ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มอ่อนสามารถทำใบกิจกรรมได้ดีขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครูควรศึกษาคู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้ ใบกิจกรรมและแผนการจัดการเรียนรู้อย่างละเอียด เพื่อเป็นแนวทางในการนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้

1.2 ในขณะทำใบกิจกรรม ครูควรเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียน คอยสังเกตและให้คำแนะนำแก่นักเรียนตามความเหมาะสม โดยใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้น ให้นักเรียนตอบคำถามและทำใบกิจกรรมได้

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ครูควรอธิบายให้นักเรียนเข้าใจวิธีการเรียนก่อนเริ่มต้นเรียนจะทำให้ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่างๆ ด้วยความตั้งใจและมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากกว่ามอบสื่อการเรียนรู้ให้นักเรียนไปศึกษาเอง และต้องดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด เพื่อให้คำแนะนำและตอบคำถามเมื่อนักเรียนเกิดปัญหา

2. ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัย

2.1 ควรมีการสร้างชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้วิธีการสอนรูปแบบอื่นๆ

2.2 ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องเวกเตอร์สำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นชั้นอื่นๆ เช่น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยพิจารณาถึงความเหมาะสมของเนื้อหากับระดับความสามารถของนักเรียน

2.3 ควรนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไขและนำไปทดลองซ้ำกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างอื่นๆ ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้นต่อไป

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2535). หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค014. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภา.
- (2548). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- (2550). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- (2552). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ แรงและการเคลื่อนที่ พลังงาน. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กวิยา เนาวประทีป. (2550). เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์เวกเตอร์. กรุงเทพฯ: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- กั้ววล เทียนกัณฑ์เทศน์. (2540). การวัด การวิเคราะห์ การประเมินทางการศึกษาเบื้องต้น. กรุงเทพฯ: ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ.
- กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- กาญจนา ภาสุพันธ์. (2531). ความพึงพอใจของนักเรียนที่มีต่อสภาพแวดล้อมภายในวิทยาลัยอาชีวศึกษา สังกัดกรมอาชีวศึกษา เขตการศึกษา 8. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม. (การบริหารการศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- กาญจนา ศीलให้อยู่สุข. (2546). การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย วิชาวิทยาศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ วิทยาลัยการอาชีพศรีสะเกษ. การค้นคว้าอิสระ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- คณะกรรมการการพัฒนาการสอนและผลิตอบุกรณ์การสอนคณิตศาสตร์. (2524). ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ทบวงมหาวิทยาลัย.
- จรีรัตน์ สุวรรณ. (2546). การพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เบื้องต้นสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์. ปรินญาณิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- จิตสุภา อุตสงควัฒน์. (2547). การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์เรื่องเมทริกซ์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โครงการดาวรุ่งมุ่งโอลิมปิก โรงเรียนนครสวรรค์. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (หลักสูตรและการสอน). นครสวรรค์: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์. ถ่ายเอกสาร.

- จิรศักดิ์ ดีสะเมาะ. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ชวาล แพรัตกุล. (2520). เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ: ครูสภากรุงเทพฯ.
- ชัชวาลย์ รัตนสวนจิ. (2550). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจต่อการ
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องเวกเตอร์ ระหว่างการสอนแบบร่วมมือ (STAD) การสอนแบบ
4 MAT และการสอนแบบปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ กศ.ม.
(การวิจัยการศึกษา). มหาสารคาม: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
ถ่ายเอกสาร.
- ชัยชนะ ใจบุญ. (2545). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเวกเตอร์ในปริภูมิ
สามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนครสวรรค์ จังหวัดนครสวรรค์.
วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2543). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ :
เอกสารคำสอนมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชื่นจิต โฉมอุดม. (2549). กิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ โดยใช้สื่อคอมพิวเตอร์
สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนปากเกร็ด จังหวัดนนทบุรี.
ปรินูญานิพนธ์ ศษ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
สุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- ถนอม ชำนาญพันธ์. (2546). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องทฤษฎีสมการพหุนามเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- ธัญชัย ภูอุดม. (2551). การนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการสอนคณิตศาสตร์. (เอกสารประกอบ
การสอน). กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ธานินทร์ สิทธิวิรัชธรรม. (2542). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- นิตติยา ปภาพจน์. (2540). การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มีความสามารถ
พิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ด.
(คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
ถ่ายเอกสาร.
- บุญเกื้อ ควรหาเวช. (2545). นวัตกรรมการศึกษา. กรุงเทพฯ: SR Printing.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2541). การพัฒนาการสอน. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
มหาสารคาม.

- เบญญา สุทัศน์ ณ.อยุธยา. (2529). *เวกเตอร์อะนาลิซิส*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน.
- ประคอง กรรณสูต. (2538). *สถิติเพื่อการวิจัยทางพฤติกรรมศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 2. (ฉบับปรับปรุงแก้ไข). กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือ ดร.ศรีสง่า.
- ประจิต เอื้ออภิสถิรวงศ์. (2537). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ ระหว่างกลุ่มที่เรียนด้วยการตรวจแบบฝึกหัด โดยครูและกลุ่มที่ตรวจแบบฝึกหัดด้วยตนเองจากการเฉลยคำตอบของครู โรงเรียนมัธยม วัดดุสิตาราม กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.*
- ประสาธ อิศรปริดา. (2541). *สารัตถะจิตวิทยาการศึกษา*. มหาสารคาม: ภาควิชาจิตวิทยา การศึกษาและการแนะแนว คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- บุญยพล จันท์ฝอย. (2551). *ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- เปี้ยทิพย์ เขียวไข่แก้ว. (2551). *ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวน ที่เน้นทักษะการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- พิทยา ศิริชัย. (2545). *ทำการศึกษาความก้าวหน้าทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เวกเตอร์ ที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนเซนต์โยเซฟ คอนเวนต์ จังหวัดกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.*
- พลลภ คงนุรัตน์. (2547). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่องโจทย์ปัญหาการบวก ลบ. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การประถมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2545). *จิตวิทยาการเรียนการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ: เมธีทิปส์.
- พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยกุล. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนรู้เรื่องเมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.*
- ยุพิน พิพิธกุล. (2536). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

- ยุพิน พิพิธกุล และอรพรรณ ตันบรรจง. (2531). *สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เริงชัย สถิตพรบรรพต. (2548). *การพัฒนากิจกรรมการแก้ปัญหาโดยใช้ทักษะกราฟเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนรัตนโกสินทร์สมโภชบางขุนเทียน*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร. ถ่ายเอกสาร.
- ลักขณา สิริวัฒน์. (2539). *จิตวิทยาเบื้องต้น*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- วนิสานี นิรมาณ. (2545). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดียโดยวิธีการค้นพบเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วรกิต วัดเข้าหลาม. (2542, พฤษภาคม-สิงหาคม). *หลักการแนวความคิดการผลิตและใช้ชุดการเรียนส่งเสริมประสิทธิภาพการเรียนการสอน*. 8(2): 6.
- วรรณวิภา สุทธเกียรติ. (2542). *การพัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้*. วิทยานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วรวรรณ กฤตยากรนุพงศ์. (2551). *กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องความเท่ากันทุกประการโดยใช้การแปลงทางเรขาคณิตและซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *การพัฒนาหลักสูตรและการสอนมิติใหม่*. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.
- วิภาวดี วงศ์เลิศ. (2544). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนแบบมัลติมีเดีย เรื่อง “เซต” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบคู่คิดอภิปราย*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- วิไลลักษณ์ คีรีเพชร. (2546). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องเวกเตอร์ในปริภูมิสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). สงขลา: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยทักษิณ. ถ่ายเอกสาร.
- วัชรสันต์ อินธิสาร. (2547). *ผลของการพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad*. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- วันชัย ทัพพะปุระ. (2529). การทดลองสอนเวกเตอร์ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนดื่บุก
พังงาวิทยายน. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- วีรยุทธ ดำงโย. (2536). การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องเวกเตอร์ ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยการคัดสรรกลวิธีการสอนแบบ
อธิบายและแสดงเหตุผล. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.
- ศรีศักดิ์ จามรมาร. (2535). การพัฒนาและการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการเรียนการสอน.
วารสารรวมคำแหง. 15(3): 10.
- ศรีสกุล สุขสว่าง. (2541). การพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 014 เรื่องเวกเตอร์
โดยใช้ชุดการสอนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย
จังหวัดนครปฐม. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (หลักสูตรและการสอน). กรุงเทพฯ:
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. ถ่ายเอกสาร.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2540). 25 ปี สสวท. กรุงเทพฯ:
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ:
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2546). คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอน
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- (2550). ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมใจ จิตพิทักษ์. (2527). เวกเตอร์วิเคราะห์(ฉบับแก้ไขปรับปรุง). สงขลา: โครงการบริการ
วิชาการ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา.
- สมชาย ชูชาติ. (2529, กันยายน-ตุลาคม). คอมพิวเตอร์กับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.
วารสารคณิตศาสตร์. 8-18.
- (2542, กันยายน). ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์. วารสารบัณฑิตศึกษา. 3(3): 77-78.
- สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุกิจ ศรีพรหม. (2541, กันยายน). ชุดการสอนกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน. วารสารวิชาการ.
1(9): 72.
- สุจิรา มุสิกะเจริญ. (2542). การเปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์และผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้และไม่ใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ทางเรขาคณิต. วิทยานิพนธ์
ศ.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
ถ่ายเอกสาร.

- สุธรรม กิตติพัฒน์พงศ์. (2544). การศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องตรรกศาสตร์เบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). สงขลา: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยทักษิณ. ถ่ายเอกสาร.
- สุรินทร์ บุญพัฒนาภรณ์. (2548). กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุภัทรา เกิดมงคล. (2549). กิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์ เรขาคณิตแบบพลวัต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- สุมานัน รุ่งเรืองธรรม. (2526). กลวิธีสอน. กรุงเทพมหานคร: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2548). จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย
- สุรางคณา ยาหยี. (2549). การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการ เชื่อมโยงเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- เสาวนิตย์ วงศ์อำไพ. (2516). การศึกษาความสามารถในการเรียนเวกเตอร์ของนักเรียนในระดับ มัธยมศึกษาตอนต้น. ปรินุณยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต. กรุงเทพฯ : วิทยาลัย วิชาการศึกษา ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร.
- สันทัต ภิบาลสุข; และพิมพ์ใจ ภิบาลสุข. (2525). การใช้สื่อการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- เอนก จันทรเจริญ. (2545). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอน. ปรินุณยานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- อมรวิรัช นาคทรรพ์. (2539). คณะศึกษาศาสตร์โครงการ “การศึกษาไทยในยุคโลกาภิวัตน์”. ความฝัน ของแผ่นดิน. โรงพิมพ์ตะวันออกจำกัด(มหาชน).
- อัมพร ม้าคนอง. (2539). รายงานการวิจัยการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กรุงเทพฯ: ครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.

- อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์. (2542). ผลของการใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ประกอบกิจกรรม การเรียน วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น ที่มีต่อความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากัน ทุกประการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การศึกษาคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. ถ่ายเอกสาร.
- อำพล โตตอบ. (2539). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวน เชิงซ้อนของสมการพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Baharvand, Mohsen. (2002, June). A Comparison of the Effectiveness of Computer-Assisted Instruction versus Traditional Approach to Teaching Geometry. *Dissertation Abstracts International*. 40(3): 552-A.
- Bruner, Jerome. (1963). *The Process of Education*. Harvard: Harvard University Press.
- Bull, Michael Porter. (1993, January). Exploring the Effects on Mathematics Achievement of Eighth-grade Students that are Taught Problem-solving through a Four-step Method that Addresses the Perceptual Strengths of Each Student. *Dissertation Abstract International*. 54(7): 2497-A.
- Foletta, Gina Marie. (1995, February). Technology and Guided Inquiry: Understanding of Students' Thinking while Using a Cognitive Computer Tool, The Geometer's Sketchpad in a Geometry Class. *Dissertation Abstracts International*. 55(8): 2311-A.
- Frerking, Bonnie Giddens. (1995, June). *Conjecturing and Proof-Writing in Dynamic Geometry*. *Dissertation Abstracts International*. 55(12): 3772-A.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill Book.
- Gubrud, Allarm Roy. (1971, June). The Effect of an Advance Organizer and a concrete Experience on Learning the Concept of Vectors in Junior and Senior High School. *Dissertation Abstracts International*. 31(12): 6468-A.
- Gullick, Marry Catherine. (1971, February). Achievement of Fifth, Sixth and Tenth Grades in Coordinate Geometry. *Dissertation Abstract International*. 31(8): 4035-A.
- Harry F. Davis; & Arthur David Snider. (1995). *Introduction to vector analysis*. Dubuque, IA: Wm. C. Brown.
- Han, Hyesook. (2007). *Middle school students' quadrilateral learning: A comparison Study*. Southwest Minnesota State University. Retrieved December, 2, 2009, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=1390281121&sid=7&Fmt=2&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>.

- Hoban, Michael James. (1971). Transformation Geometry in the junior high school: An Evaluation of A Curricular Unit in the Seventh Grade. *Dissertation Abstracts International*. 9: 5482-5483.
- James A. Hummel. (1965). *Vector geometry*. Reading, Mass: Addison Wesley.
- (1967). *Introduction to vector functions*. Reading, Mass: Addison-Wesley.
- Leidig, Paul Marvin. (1992). *The Relationship Between Cognitive Style and Mental Maps in Hypertext Assisted Learning*. Dissertation Virginia: Graduate School Virginia Commonwealth University. Photocopied.
- Nicholson, James L. (1975). *Vector operations and applications for the middle-school Mathematics curriculum*. New York: Columbia University Teachers College
- Retrieved December, 2, 2009, from <http://proquest.umi.com/pqdweb?did=755781081&sid=7&Fmt=1&clientId=61839&RQT=309&VName=PQD>
- Reber, Arthur S. (1985). *The Penguin Dictionary of Psychology*. New York: Penguin.
- Thomas H. Barr. (2001). *Vector calculus*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Vivas, David A. (1984, September). The Design and Evaluation of a course in "Thinking Operations" for First Grade in Venezuela (Cognitive, Elementary, Learning).
- Dissertation Abstracts International*. 46(3): 603-A.
- Wallerstein, Harvey. (1971). *Dictionary of Psychology*. Maryland: Penguin Book Inc.
- Wertheimer, R. (1990). The Geometry Proof Tutor: An Intelligent Computer-Based Tutor in The Classroom. *National Council of Teachers of Mathematics*. 308-317.
- White, Charles Willian. (1971). A study to learn basic concepts of probability and the relationship Between achievement in probability and selected factors. *Dissertation Abstracts International*. 35(4): 1969-A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 8 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
14	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตาราง 8 (ต่อ)

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
29	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
31	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
32	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
33	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
34	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
35	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
36	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
37	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
38	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
39	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
40	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย ข้อที่					
1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

หมายเหตุ คะแนน +1 สำหรับแบบทดสอบที่สอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
 คะแนน 0 สำหรับแบบทดสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
 คะแนน -1 สำหรับแบบทดสอบที่ไม่สอดคล้องผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ตาราง 9 แสดงค่าความยากง่าย (p), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนที่เป็นกลุ่มนำร่อง

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ข้อที่	p	r
1	0.8	0.33
2	0.6	0.67
3	0.8	0.33
4	0.8	0.33
5	0.6	0.67
6	0.6	0.33
7	0.4	0.33
8	0.4	0.33
9	0.6	0.33
10	0.6	0
11	0.2	0.67
12	0.3	0.33
13	0.1	0.33
14	0.4	0.67
15	0.2	0.33
16	0.2	0.67
17	0.7	0.33
18	0.1	0.33
19	0.3	0.33
20	0.3	0.67
21	0.2	0
22	0.3	0.67
23	0.1	0
24	0.2	0.67
25	0.3	0.67
26	0.2	0.33
27	0.3	0
28	0.7	0.33

ตาราง 9 (ต่อ)

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ข้อที่	p	r
29	0.1	-0.33
30	0.3	0.33
ตอนที่ 2 แบบอัตนัย ข้อที่		
1	0.5	0.78
2	0.67	0.67
3	0.42	0.83
4	0.44	1.00
5	0.4	0.56
6	0.33	0.67
7	0.33	0.67

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าความเชื่อมั่นโดยพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 1 แบบปรนัย เท่ากับ 0.77
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 แบบอัตนัย เท่ากับ 0.92
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับ เท่ากับ 0.91

ตาราง 10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อ
การเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มนำร่อง

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{x}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
1	20% (2 คน)	60% (6 คน)	20% (2 คน)	-	-	4.00	0.67	มาก
2	-	20% (2 คน)	70% (7 คน)	10% (1 คน)	-	3.10	0.57	ปานกลาง
3	-	40% (4 คน)	60% (6 คน)-	-	-	3.40	0.52	ปานกลาง
4	-	50% (5 คน)	50% (5 คน)	-	-	3.50	0.53	มาก
5	10% (1 คน)	30% (3 คน)	60% (6 คน)	-	-	3.50	0.71	มาก
6	-	90% (9 คน)	10% (1 คน)	-	-	3.90	0.34	มาก
7	-	30% (3 คน)	70% (7 คน)	-	-	3.30	0.48	ปานกลาง
8	20% (2 คน)	70% (7 คน)	10% (1 คน)	-	-	4.10	0.57	มาก
9	60% (6 คน)	20% (2 คน)	20% (2 คน)	-	-	4.40	0.84	มาก
10	30% (3 คน)	50% (5 คน)	20% (2 คน)	-	-	4.10	0.74	มาก
11	10% (1 คน)	60% (6 คน)	30% (3 คน)	-	-	3.80	0.63	มาก
12	30% (3 คน)	20% (2 คน)	50% (5 คน)	-	-	3.80	0.92	มาก
13	10% (1 คน)	40% (4 คน)	50% (5 คน)	-	-	3.60	0.70	มาก

ตาราง 10 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{x}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
14	40% (4 คน)	30% (3 คน)	30% (3 คน)	-	-	4.10	0.88	มาก
15	10% (1 คน)	80% (8 คน)	10% (1 คน)	-	-	4.00	0.47	มาก
16	20% (2 คน)	40% (4 คน)	40% (4 คน)	-	-	3.80	0.79	มาก
17	10% (1 คน)	40% (4 คน)	50% (5 คน)	-	-	3.60	0.70	มาก
18	30% (3 คน)	40% (4 คน)	20% (2 คน)	-	-	3.90	0.99	มาก
19	10% (1 คน)	60% (6 คน)	30% (3 คน)	-	-	3.80	0.63	มาก
20	30% (3 คน)	30% (3 คน)	40% (4 คน)	-	-	3.90	0.88	มาก

ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มนำร่องทั้งฉบับ (α)

เท่ากับ 0.91

ตาราง 11 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้ระหว่างเรียนจาก
ใบกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	30	40	34.44	86.10	1.77

ตาราง 12 การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากการทำ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละของ คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	30	60	37.50	62.50	6.94

ตาราง 13 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักเรียน (คน)	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
นักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	30	100	71.94	71.94	8.16

ตาราง 14 ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์	คะแนน เต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D)
ใบกิจกรรม	40	34.44	86.10	1.77
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	60	37.50	62.50	6.94
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	100	71.94	71.94	8.16

การทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรม
การเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สามารถผ่านเกณฑ์ได้มากกว่าร้อยละ 60
ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z

$$\text{สมมติฐาน} \quad H_0 : p \leq 0.6$$

$$H_1 : p > 0.6$$

$$\text{สถิติทดสอบ} \quad Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม

p_0 คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

$$\text{เพราะว่า } \hat{p} = \frac{23}{30} = 0.77, \quad p_0 = 0.6 \quad \text{และ} \quad n = 30$$

$$\text{ดังนั้น } Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.77 - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(0.4)}{30}}} = 1.90$$

$$\text{เนื่องจาก } Z_{.05} = 1.645$$

$$\text{ดังนั้น จะปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } Z > Z_{.05}$$

$$\text{จะได้ว่า } 1.90 > 1.645$$

เพราะฉะนั้น จึงปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_1 สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่
2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวน
นักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

ตาราง 15 คะแนนแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรม
การเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ข้อที่ คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	3	4	4	3	4	3	3	4	3	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3
2	4	4	4	4	4	4	3	4	5	5	5	4	5	4	5	4	4	4	4	5
3	4	4	4	4	4	4	3	4	5	5	4	4	5	4	5	4	5	4	4	4
4	3	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	4	3	5	3	3	2	4	4	4	5	4	3	5	4	3	3	4	5
6	5	3	4	4	4	5	3	5	5	5	4	5	4	3	4	5	4	4	4	3
7	3	5	5	5	4	5	3	4	5	4	5	5	5	5	3	5	4	5	5	4
8	3	4	4	3	3	4	3	3	2	5	4	3	3	2	3	4	3	4	4	3
9	3	4	4	3	3	4	5	5	5	4	4	5	5	4	3	3	3	5	5	4
10	4	4	4	4	4	4	4	5	5	4	4	5	4	4	5	4	5	4	3	5
11	4	3	3	3	4	4	3	4	4	4	5	5	4	4	4	4	5	4	4	4
12	4	4	4	4	5	4	4	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
13	5	5	4	4	4	5	5	4	4	4	4	5	5	4	5	4	4	4	5	5
14	5	4	5	4	3	5	4	3	5	4	4	5	4	5	4	3	5	4	4	5
15	4	5	4	5	4	4	4	4	4	5	5	5	4	4	5	4	4	4	4	4
16	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
17	3	3	4	4	3	4	3	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4
18	5	4	5	5	5	4	5	4	5	5	5	5	4	4	5	4	5	5	5	5
19	3	4	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	3	4	5	4	4	4	4	3
20	4	5	5	5	5	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	5	5	4	4
21	4	5	5	4	4	3	3	4	4	4	5	4	4	5	5	5	4	5	4	4
22	4	3	3	4	4	5	4	4	5	5	4	5	4	5	5	4	4	4	4	4
23	4	3	4	4	4	4	5	5	5	5	4	4	5	5	5	4	5	4	4	4
24	5	5	4	5	4	3	5	4	5	5	3	4	5	5	4	4	5	4	4	5
25	4	3	3	4	3	4	5	3	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	2
26	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	4	5	5	4	5
27	4	4	3	3	4	4	3	4	4	4	5	4	5	5	5	4	4	5	5	4
28	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	4	5	5

ตาราง 15 (ต่อ)

ข้อที่ คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
29	3	2	4	3	2	3	4	2	4	2	3	2	4	3	4	2	3	4	3	2
30	4	3	3	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4	2	2	2	3	5	3	2

ตาราง 16 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียน
กลุ่มตัวอย่างหลังการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์
โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{x}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
1	23.30% (7 คน)	50.00% (15 คน)	26.70% (8 คน)	-	-	3.97	0.72	มาก
2	26.70% (8 คน)	46.70% (14 คน)	23.30% (7 คน)	3.30% (1 คน)	-	3.97	0.81	มาก
3	16.70% (5 คน)	63.30% (19 คน)	20.00% (6 คน)	-	-	3.97	0.62	มาก
4	16.70% (5 คน)	53.30% (16 คน)	30.00% (9 คน)	-	-	3.87	0.68	มาก
5	13.30% (4 คน)	66.70% (20 คน)	16.70% (5 คน)	3.30% (1 คน)	-	3.90	0.66	มาก
6	16.70% (5 คน)	63.30% (19 คน)	20.00% (6 คน)	-	-	3.97	0.62	มาก
7	20.00% (6 คน)	43.30% (13 คน)	36.70% (11 คน)	-	-	3.83	0.75	มาก
8	16.70% (5 คน)	60.00% (18 คน)	16.70% (5 คน)	6.70% (2 คน)	-	3.87	0.78	มาก
9	43.30% (13 คน)	50.00% (15 คน)	3.30% (1 คน)	3.30% (1 คน)	-	4.33	0.71	มาก
10	36.70% (11 คน)	53.30% (16 คน)	6.70% (2 คน)	3.30% (1 คน)	-	4.23	0.73	มาก

ตาราง 16 (ต่อ)

ข้อที่	ระดับความคิดเห็น					$\bar{x}$	S.D.	แปลผล
	5	4	3	2	1			
11	33.30% (10 คน)	60.00% (18 คน)	6.70% (2 คน)	-	-	4.27	0.58	มาก
12	46.70% (14 คน)	36.70% (11 คน)	13.30% (4 คน)	3.30% (1 คน)	-	4.27	0.83	มาก
13	30.00% (9 คน)	56.70% (17 คน)	13.30% (4 คน)	-	-	4.17	0.65	มาก
14	26.70% (8 คน)	53.30% (16 คน)	13.30% (4 คน)	6.70% (2 คน)	-	4.00	0.83	มาก
15	46.70% (14 คน)	36.70% (11 คน)	13.30% (4 คน)	3.30% (1 คน)	-	4.27	0.83	มาก
16	16.70% (5 คน)	63.30% (19 คน)	13.30% (4 คน)	6.70% (2 คน)	-	3.90	0.76	มาก
17	36.70% (11 คน)	43.30% (13 คน)	20.00% (6 คน)	-	-	4.17	0.75	มาก
18	30.00% (9 คน)	63.30% (19 คน)	6.70% (2 คน)	-	-	4.23	0.57	มาก
19	20.00% (6 คน)	60.00% (18 คน)	16.70% (5 คน)	-	3.30% (1 คน)	3.93	0.83	มาก
20	30.00% (9 คน)	46.70% (14 คน)	13.30% (4 คน)	10.00% (3 คน)	-	3.97	0.93	มาก
ค่าเฉลี่ย						4.05	0.74	มาก

ภาคผนวก ข
คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน



ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องเวกเตอร์
โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2



โดย

นายอนุวัฒน์ เดชไธสง

หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คู่มือการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หลักการและเหตุผล

ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามหลักสูตรคณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์ไว้ในหนังสือเรียน ค 014 สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ต้องการเน้นหนักทางคณิตศาสตร์หรือมุ่งศึกษาต่อในแขนงวิชาที่ต้องใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์รวมอยู่กับเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และในการเรียนการสอนสารการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต ได้นำความรู้เรื่องเวกเตอร์ไปใช้ในกิจกรรมเรื่องการเลื่อนขนาน สำหรับสารการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่องแรงและการเคลื่อนที่ ก็ได้้นำความรู้เรื่องเวกเตอร์ไปใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนด้วยเช่นกัน ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าถ้านำเรื่องเวกเตอร์มาสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะทำให้นักเรียนเข้าใจเรื่องเวกเตอร์ซึ่งเป็นเรื่องที่น่าไปใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้การเลื่อนขนานและเรื่องแรงและการเคลื่อนที่ ทั้งยังทำให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานเรื่องเวกเตอร์เพื่อใช้ในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ในสามมิติ สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วย

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาในการเรียนเรื่องเวกเตอร์ของนักเรียน ซึ่งมีเนื้อหาค่อนข้างจะเป็นนามธรรม พบว่านักเรียนมีปัญหาข้อผิดพลาดมากที่สุดใน 2 ส่วน คือ

1. นักเรียนขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ
2. นักเรียนประยุกต์ใช้ข้อมูลกับทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง

โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่ในการหามุมระหว่างเวกเตอร์ไม่ถูกต้อง

สำหรับปัญหาดังกล่าวนี้ผู้วิจัยเห็นว่าวิธีการสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นสื่อในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนที่สามารถแก้ไขปัญหาได้ ซึ่งเป็นที่ยอมรับกันว่าการใช้คอมพิวเตอร์ในการสอนช่วยพัฒนาทักษะและเมโนทัศน์ของนักเรียนในสิ่งที่ได้เรียนรู้ไป ในการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอน สามารถใช้ได้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ เช่น ใช้เพื่อเป็นโปรแกรมในการฝึกและทบทวน ใช้เป็นเครื่องมือศึกษาเนื้อหา ใช้แสดงความคิดและกระบวนการ เป็นต้น สำหรับการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มีผู้พยายามนำคอมพิวเตอร์มาใช้ประโยชน์ ทั้งในลักษณะที่ใช้เพื่อเรียนรู้เนื้อหา สืบค้น ตรวจสอบ วิเคราะห์ แนวความคิดและกระบวนการ ตลอดจนการใช้เพื่อทบทวนและทดสอบ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจใช้โปรแกรม C.a.R. ซึ่งเป็นโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัต (Dynamic Geometry) เข้ามาประกอบการเรียนการสอน เพราะว่าโปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่เกี่ยวข้องกับการสร้างรูปเรขาคณิต มีความสามารถในการสร้างรูปเรขาคณิตได้เสมือนกับการใช้สันตรงและวงเวียน

โปรแกรม C.a.R. มีความสามารถในการสร้างทางเรขาคณิตและจัดกระทำกับวัตถุ เช่น สร้างรูปเรขาคณิต สร้างกราฟ เคลื่อนที่วัตถุ และสร้างภาพเคลื่อนไหว เป็นต้น เครื่องมือต่างๆ ที่มีอยู่ในโปรแกรม C.a.R. สามารถใช้ออกแบบกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มองเห็นภาพในลักษณะที่เห็นเป็นรูปธรรมมากขึ้น นักเรียนสามารถทำกิจกรรมต่างๆ โดยใช้การสำรวจ การสังเกต การตั้งข้อคาดการณ์ และการสรุปหาเหตุผลด้วยตนเอง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดที่สำคัญต่างๆ เกี่ยวกับเวกเตอร์ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้นำไปใช้ในการเรียนเรื่องการเลื่อนขนาน เรื่องแรงและการเคลื่อนที่ อีกทั้งยังใช้เป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนระดับที่สูงขึ้นต่อไป

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ครูใช้เป็นเครื่องมือในการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เนื้อหา

ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วย 6 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยที่ 1 เวกเตอร์	เวลา 2 ชั่วโมง
หน่วยที่ 2 การบวกและการลบเวกเตอร์	เวลา 2 ชั่วโมง
หน่วยที่ 3 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	เวลา 2 ชั่วโมง
หน่วยที่ 4 เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก	เวลา 2 ชั่วโมง
หน่วยที่ 5 ผลคูณเชิงสเกลาร์	เวลา 2 ชั่วโมง
หน่วยที่ 6 การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้	เวลา 2 ชั่วโมง

แนวทางการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน

ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ประกอบด้วย

1. คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนการสอน
2. คู่มือการใช้โปรแกรม C.a.R.
3. แผนการจัดการเรียนรู้
4. สื่อการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย
 - 4.1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์
 - 4.2. ใบกิจกรรม
 - 4.3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
 - 4.4. โปรแกรม C.a.R.

5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์

6. แบบวัดความพึงพอใจ

การใช้กิจกรรมต่างๆ ให้ปฏิบัติตามแผนการจัดการเรียนรู้และฝึกทักษะตามใบกิจกรรม โดยแต่ละกิจกรรมจะใช้แฟ้มคำสั่งร่วมกับใบกิจกรรมที่สร้างขึ้น เมื่อเสร็จสิ้นการเรียนการสอนให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ และตอบแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนหลังจากเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

โครงการสอน

แผนการจัดการเรียนรู้	เรื่อง	จำนวนคาบ (คาบ)
1	เวกเตอร์ เวกเตอร์ที่เท่ากัน นิเสธของเวกเตอร์	2
2	การบวกเวกเตอร์ การลบเวกเตอร์	2
3	การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ สมบัติของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	2
4	เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก ขนาดของเวกเตอร์ เวกเตอร์หนึ่งหน่วย	2
5	ผลคูณเชิงสเกลาร์ สมบัติของผลคูณเชิงสเกลาร์	2
6	การประยุกต์ใช้เวกเตอร์ในทางเรขาคณิต การประยุกต์ใช้เวกเตอร์ในทางฟิสิกส์	2

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังเรื่องเวกเตอร์

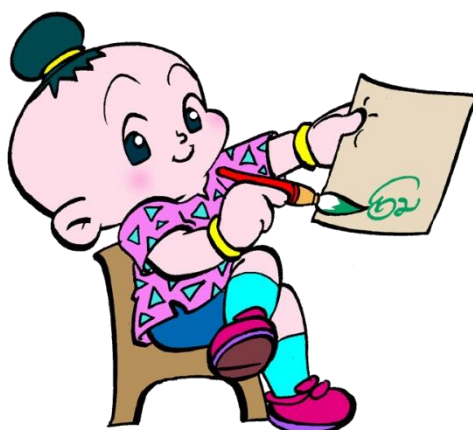
หน่วย การเรียนรู้	เรื่อง	ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง
1	เวกเตอร์	1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของเวกเตอร์ เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรง ข้ามกันและเวกเตอร์ที่ขนานกันได้ 2. นักเรียนสามารถบอกเวกเตอร์ที่เท่ากันและนิเสธ ของเวกเตอร์ได้
2	การบวกและการลบเวกเตอร์	1. นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลลบเวกเตอร์ได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของการบวก เวกเตอร์ได้
3	การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์	1. นักเรียนสามารถบอกนิยามการคูณเวกเตอร์ด้วย สเกลาร์ได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของการคูณ เวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ได้
4	เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก	1. นักเรียนสามารถเขียนเวกเตอร์และหาผลบวก ผล ลบ และผลคูณของเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากได้ 2. นักเรียนสามารถหาขนาดของเวกเตอร์ในระบบ แกนมุมฉากได้ 3. นักเรียนสามารถหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบ แกนมุมฉากได้
5	ผลคูณเชิงสเกลาร์	1. นักเรียนสามารถหาผลคูณเชิงสเกลาร์ได้ 2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของผลคูณเชิงส เกลาร์และนำไปใช้ได้ 3. นักเรียนสามารถหามุมระหว่างเวกเตอร์ในระนาบ ได้
6	การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้	1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไป ประยุกต์ใช้ในทางเรขาคณิตได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไป ประยุกต์ใช้ในทางฟิสิกส์ได้

คำชี้แจงการใช้ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนสำหรับครู

1. ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ครูควรศึกษาเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ รวมทั้งไปกิจกรรมในชุดกิจกรรมการเรียนรู้ และศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์อย่างละเอียด ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการนำชุดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ไปใช้

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน บางกิจกรรมครูเป็นผู้บรรยาย อธิบาย สาธิต หรือ บางกิจกรรมจะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง อาศัยการสำรวจ การสังเกต และการตั้งข้อคำถาม รวมทั้งฝึกการแก้ปัญหาต่างๆ ภายใต้อำนาจของครู โดยครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมด้วยความตั้งใจ ตอบข้อซักถาม และช่วยให้นักเรียนสรุปแนวคิดได้ชัดเจนขึ้น

3. ในการวัดและประเมินผล ควรวัดผลให้เกิดความเที่ยงตรงมากที่สุด เช่น ในการทำใบกิจกรรมทุกครั้งควรให้นักเรียนทำด้วยตนเองและให้เสร็จภายในชั่วโมงที่เรียนทุกครั้ง ส่วนการประเมินผลหรือการทดสอบทุกครั้ง ครูควรแจ้งข้อมูลกลับแก่นักเรียนทันที เพื่อให้นักเรียนทราบคำตอบและวิธีการทำที่ถูกต้อง ควรมีการเสริมแรงทางบวกแก่นักเรียนด้วย เพื่อเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และเพื่อประโยชน์ในการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนในครั้งต่อไป



คู่มือการใช้โปรแกรม C.a.R.



จัดทำโดย

นายอนุวัฒน์ เดชไธสง

หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คู่มือการใช้โปรแกรม C.a.R.

บทนำ

โปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมซึ่งอนุญาตให้ใช้และเผยแพร่ได้โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย และมีสมบัติเบื้องต้นของซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัตเพียงพอ โปรแกรม C.a.R. เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นโดยศาสตราจารย์ ดร.เรอเน่ โกรธมันน์ (Prof.Dr.Rene Grothmann) ชาวเยอรมัน โดยมีวัตถุประสงค์สำหรับนักเรียนตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษาขึ้นไป การใช้โปรแกรมสามารถใช้ได้ด้วยการคลิกเมาส์และลากเมาส์ หรือใช้คำสั่งเป็นข้อความโดยตรง นอกจากนี้ผู้สอนยังสามารถออกแบบการบ้านให้นักเรียนสร้าง โดยโปรแกรมจะแจ้งให้รู้เมื่อทำได้ถูกต้อง จุดเด่นอีกประการหนึ่งคือสามารถนำเสนอในรูปแบบ HTML ได้สะดวกเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่พัฒนาด้วยภาษา JAVA

การติดตั้งโปรแกรม C.a.R.

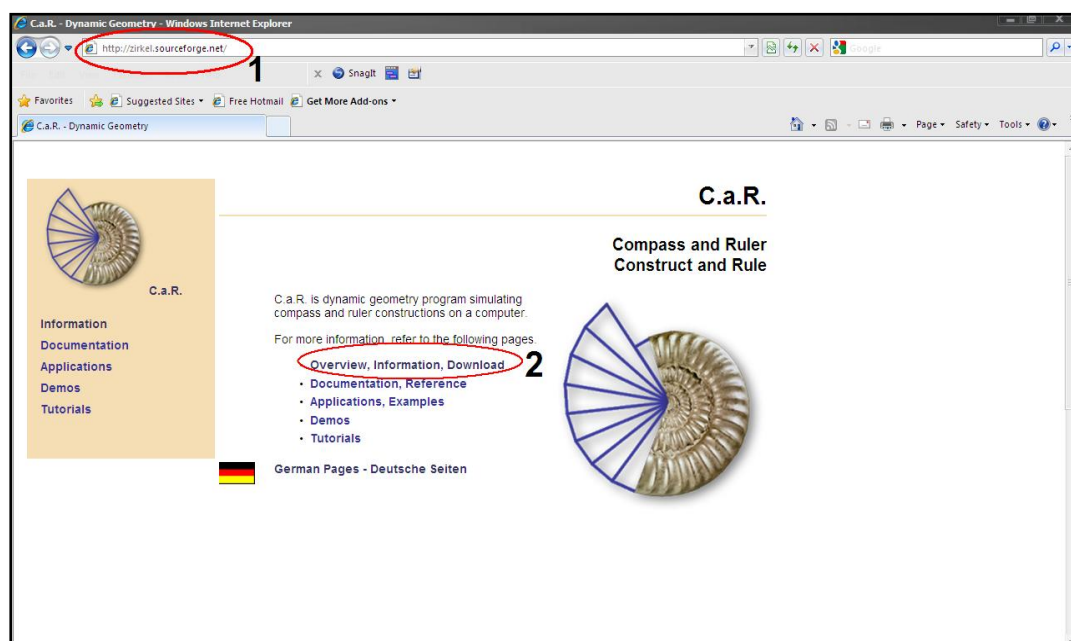
ในที่นี้ผู้วิจัยขอแนะนำการติดตั้งโปรแกรม เพื่อเป็นประโยชน์ต่อครู นักเรียนและผู้ที่น่าสนใจที่จะศึกษาโปรแกรม C.a.R. ในการสร้างสื่อการเรียนการสอน และนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ติดตั้งโปรแกรมควรมีคุณสมบัติ คือ

1. มีระบบปฏิบัติการ Microsoft Window xp หรือรุ่นใหม่กว่า
2. มีฮาร์ดดิสก์ (Hard Disk) ขนาดไม่น้อยกว่า 4 GB.
3. สนับสนุนโปรแกรม JAVA ตั้งแต่เวอร์ชัน 1.4 ขึ้นไป (สามารถ Download ได้ที่

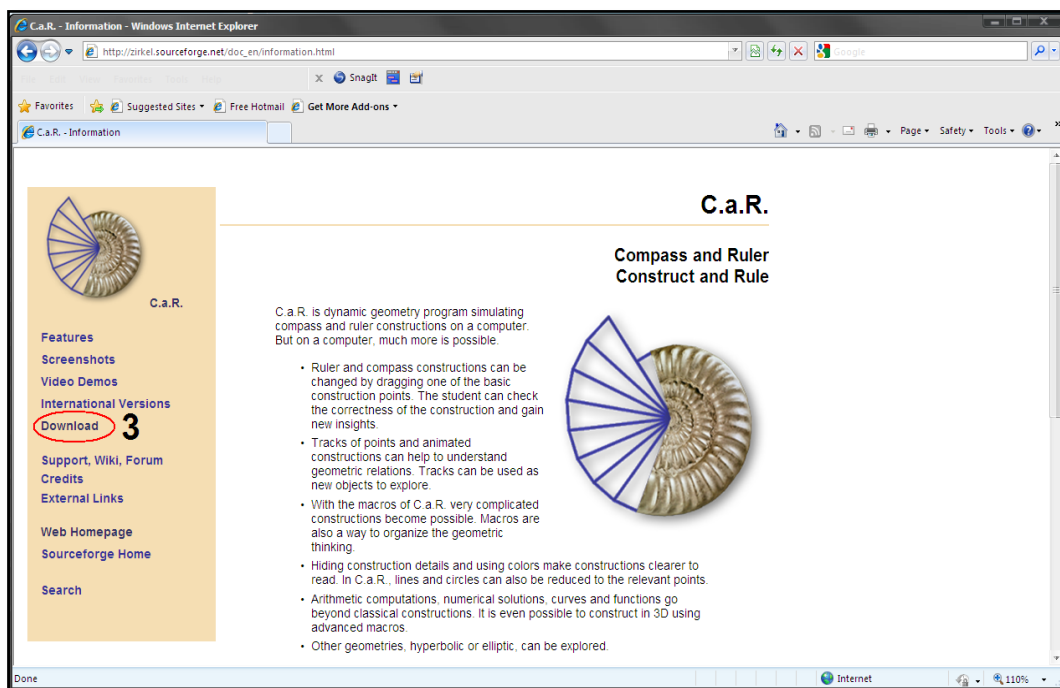
<http://www.java.com/en/download/index.jsp>)

ในการติดตั้งโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

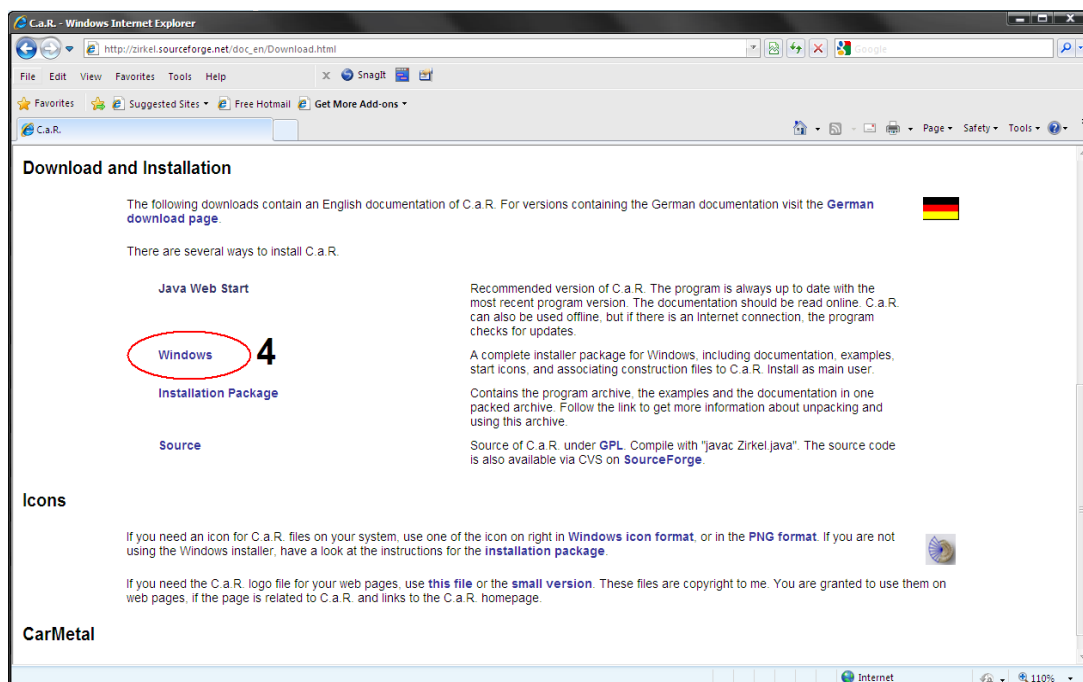
ขั้นตอนที่ 1 เข้าเว็บไซต์ <http://www.z-u-l.de> จะปรากฏภาพหน้าจอ ดังรูป



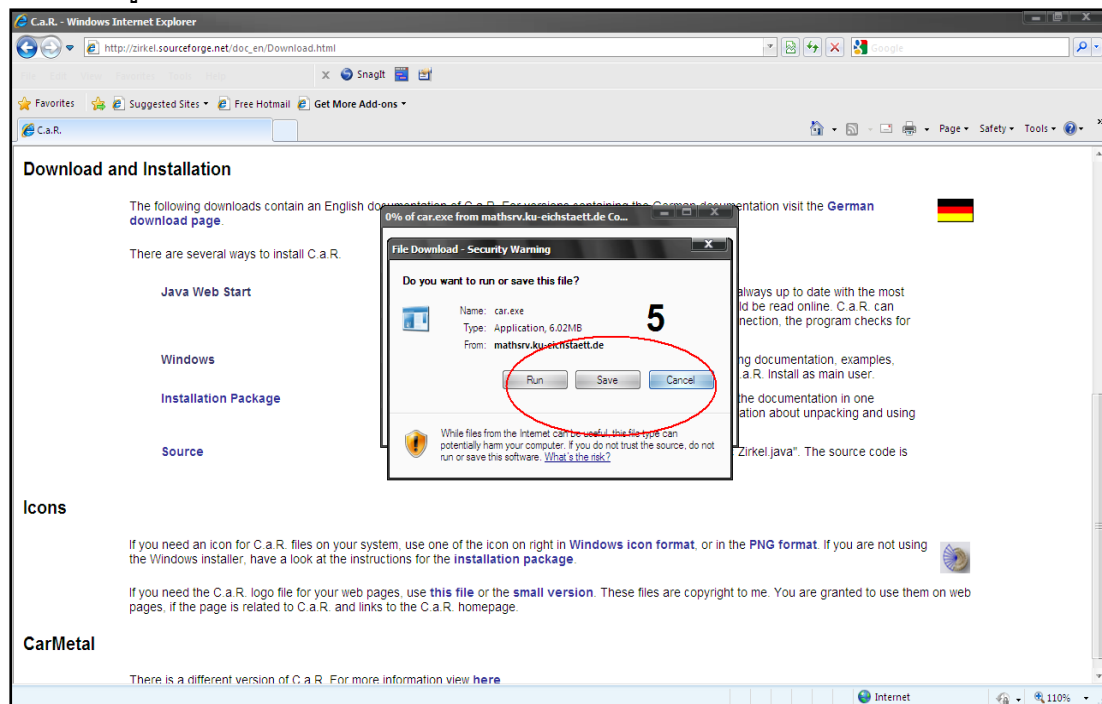
ขั้นตอนที่ 2 คลิกเลือกหัวข้อ Overview, Information, Download เพื่อทำการ Download โปรแกรม ผลปรากฏหน้าจอ ดังรูป



ขั้นตอนที่ 3 คลิกเมนู Download ที่อยู่ด้านซ้ายของหน้าจอ ผลปรากฏหน้าจอ ดังรูป

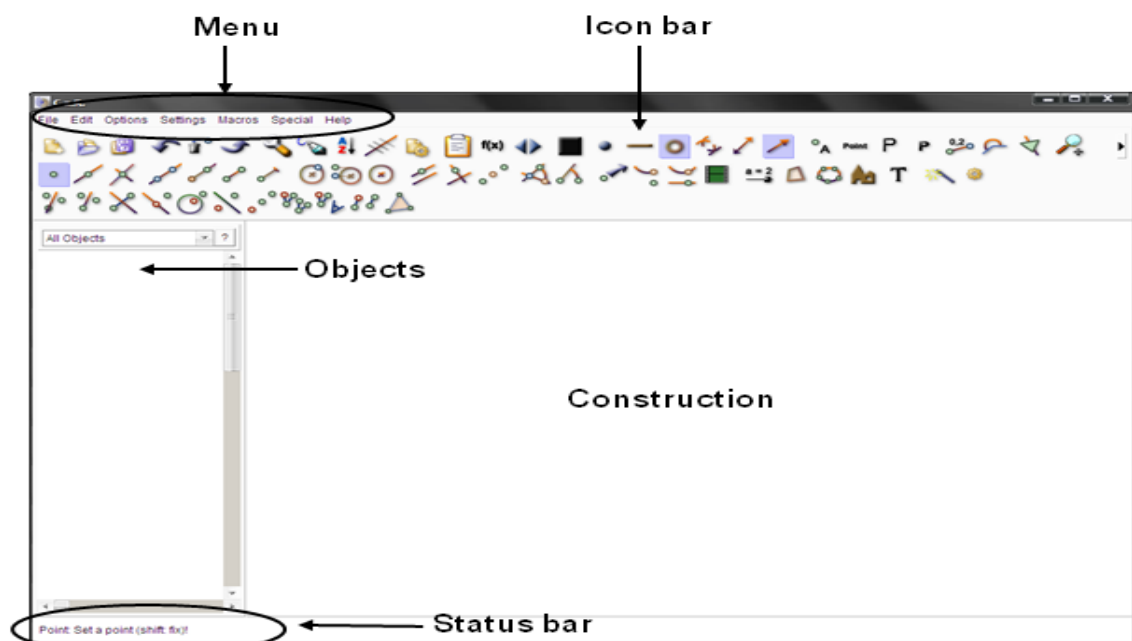


ขั้นตอนที่ 4 คลิกที่ Windows ในหัวข้อหลัก Download and Installation ผลปรากฏ
หน้าจอ ดังรูป



ขั้นตอนที่ 5 คลิกเลือก Run เพื่อลงโปรแกรม โดยปฏิบัติตามขั้นตอนการลงโปรแกรมจน
เสร็จสิ้นทุกขั้นตอน ก็จะสามารถใช้งานโปรแกรม C.a.R. ได้

วิธีการใช้โปรแกรม C.a.R.



คำอธิบายเกี่ยวกับเครื่องมือ Icon bar

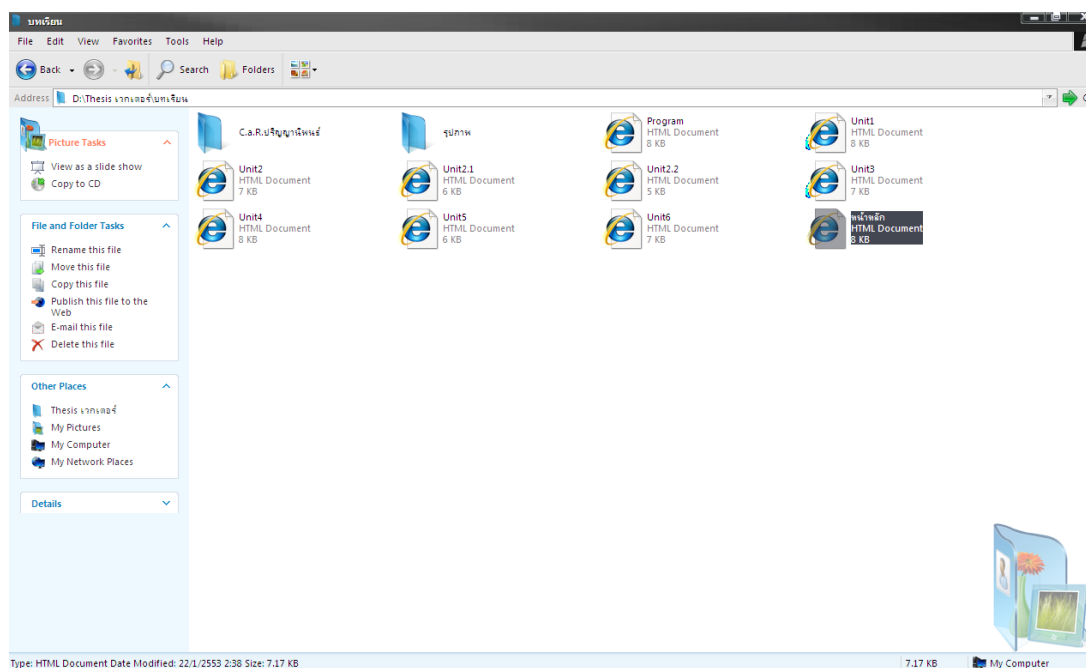
เครื่องมือ (Icon bar)	คำอธิบาย
	เป็นจุดที่สามารถเคลื่อนไหวได้อย่างอิสระ และสามารถกำหนดพิกัดจุดได้ตามที่ต้องการ
	เป็นจุดที่สร้างขึ้นบนวงกลม หรือ บนเส้น หรือ ส่วนของเส้นตรง หรือ รังสี
	การสร้างเส้นตรงผ่านจุดสองจุด
	การสร้างส่วนของเส้นตรงระหว่างจุดสองจุด
	การสร้างรังสีจากจุดหนึ่งผ่านอีกจุดหนึ่ง
	การสร้างจุดตัดระหว่างสิ่ง 2 สิ่ง ไม่ว่าจะเป็นวงกลม, เส้นตรง, รังสี เป็นต้น
	การสร้างเส้นขนานผ่านจุดๆ หนึ่ง
	การสร้างเส้นตั้งฉากผ่านจุดๆ หนึ่ง
	การสร้างจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด
	การสร้างหัวลูกศรเพื่อกำหนดทิศทางของส่วนของเส้นตรง
	การสร้างวงกลมรอบจุด และผ่านจุดๆ หนึ่ง
	การสร้างวงกลมรอบจุด โดยมีรัศมีเท่ากับระยะทางระหว่างจุดสองจุด
	การสร้างวงกลมรอบจุด โดยสามารถกำหนดรัศมีของวงกลมได้ตามต้องการ
	ใช้เคลื่อนไหวจุดหรือวัตถุ
	ใช้ในการวัดมุมของจุดสามจุด
	ใช้ในการสร้างค่าพารามิเตอร์
	ใช้ในการซ่อนวัตถุที่ต้องการ
	ใช้ในการแสดงวัตถุที่ถูกซ่อนทั้งหมด
	ใช้ในการวาดกราฟของฟังก์ชันต่างๆ ไป
	ใช้ในการลบการสร้างในขั้นตอนสุดท้าย

เครื่องมือ (Icon bar)	คำอธิบาย
	ใช้ในการลบวัตถุ (ควรระวังในการใช้)
	ใช้ในการเรียกคืนสิ่งที่ถูกลบก่อนหน้านี้
	ใช้กำหนดสีของวัตถุ
	ใช้ในการเปลี่ยนลักษณะของจุด
	ใช้ในการเปลี่ยนลักษณะของเส้น
	ใช้ในการแสดงกริด
	ใช้แสดงการเคลื่อนไหวของวัตถุ
	ใช้ในการสร้างข้อความ

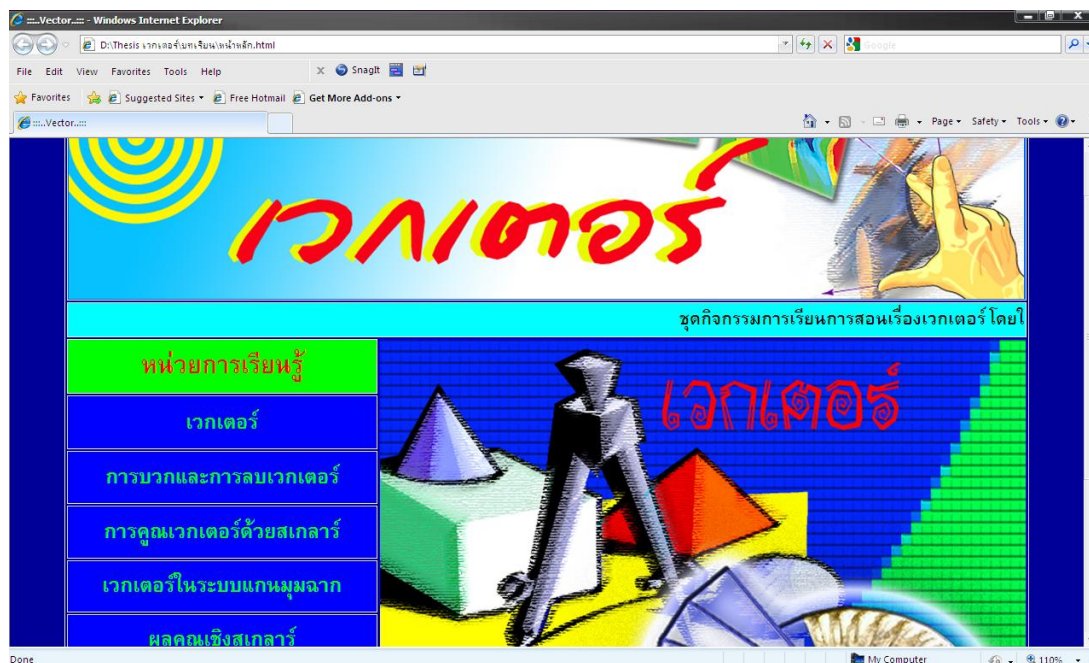
การเข้าสู่บทเรียน

การเข้าสู่บทเรียนเรื่องเวกเตอร์ มีขั้นตอนดังนี้

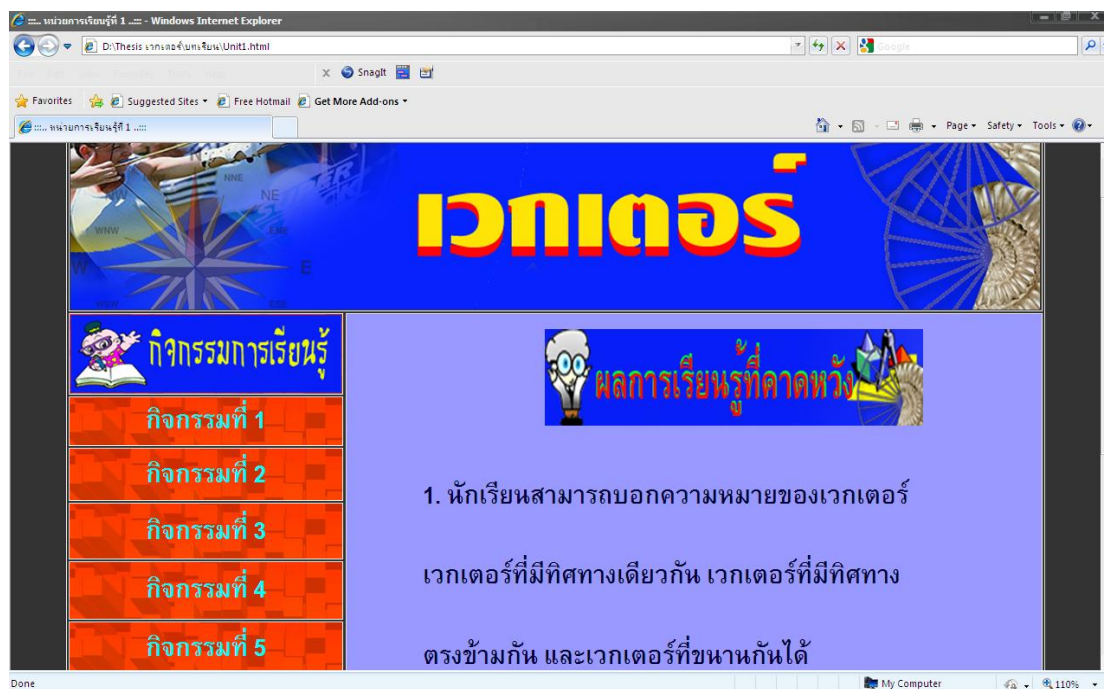
1. ใส่แผ่น CD ที่มีแฟ้มคำสั่งเกี่ยวกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องเวกเตอร์
2. ดับเบิลคลิกที่ **My Computer**
3. ดับเบิลคลิกที่ไดรฟ์ **E: /Vectors** จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป



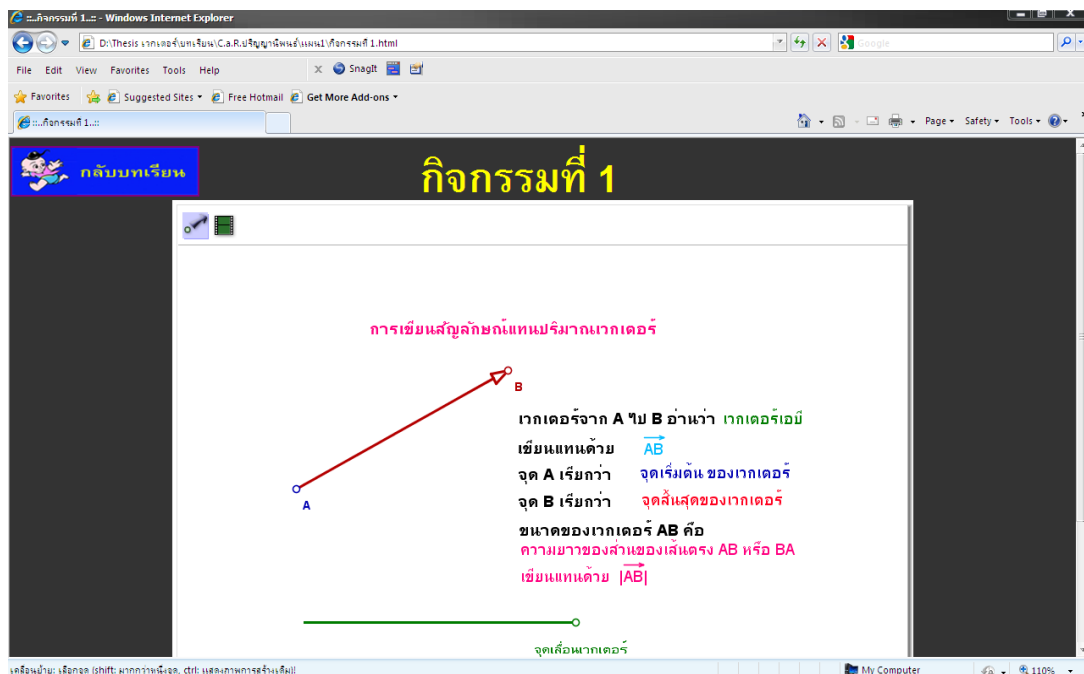
4. ดับเบิลคลิกที่  หน้าหลัก จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป



5. คลิกที่หน่วยการเรียนรู้ เวกเตอร์ จากเมนูทางซ้าย เพื่อเข้าสู่กิจกรรมหน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เวกเตอร์ จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป



6. คลิกเลือกกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแต่ละกิจกรรมตามลำดับจนครบทุกกิจกรรม เช่น กิจกรรมที่ 1 เรื่องนิยามของเวกเตอร์ จะปรากฏหน้าจอ ดังรูป



7 เมื่อศึกษาจนครบทุกกิจกรรมแล้วคลิกเลือกเมนูกลับหน้าหลัก เพื่อทำการศึกษาในหน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ต่อไป จนครบทุกหน่วยการเรียนรู้

ภาคผนวก ค

แผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์
เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เวลา 2 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยาม ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว เรียกว่า **ปริมาณสเกลาร์** (Scalar quantity) ส่วนปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เรียกว่า **ปริมาณเวกเตอร์** (vector quantity) หรือเรียกสั้นๆ ว่า **เวกเตอร์**

บทนิยาม $\vec{u}$ เท่ากับ $\vec{v}$ ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากันและทิศทางเดียวกัน เขียนแทนด้วย $\vec{u} = \vec{v}$

บทนิยาม นิเสธ ของ $\vec{u}$ (negative of $\vec{u}$) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ $\vec{u}$ แต่มีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของ $\vec{u}$ เขียนแทนด้วย $-\vec{u}$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของเวกเตอร์ เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกันและเวกเตอร์ที่ขนานกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกเวกเตอร์ที่เท่ากันและนิเสธของเวกเตอร์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย และนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

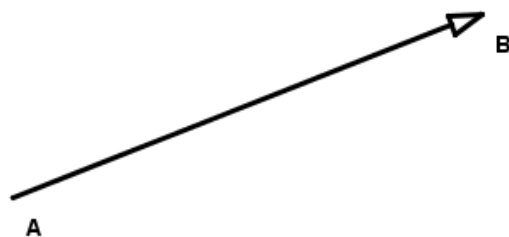
สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว เรียกว่า **ปริมาณสเกลาร์** (Scalar quantity) ส่วนปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เรียกว่า **ปริมาณเวกเตอร์** (vector quantity) หรือเรียกสั้นๆ ว่า **เวกเตอร์**

นั่นคือ ปริมาณสเกลาร์ แทนด้วยจำนวนจริง

ปริมาณเวกเตอร์ในเชิงเรขาคณิต แทนด้วยส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทาง โดยที่ความยาวของส่วนของเส้นตรงบอกขนาดของเวกเตอร์ และหัวลูกศรบอกทิศทางของเวกเตอร์

ตัวอย่างที่ 1



จากรูป แสดงเวกเตอร์จาก A ไป B อ่านว่า เวกเตอร์เอบี เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{AB}$

เรียก A ว่า จุดเริ่มต้น (initial point) ของเวกเตอร์

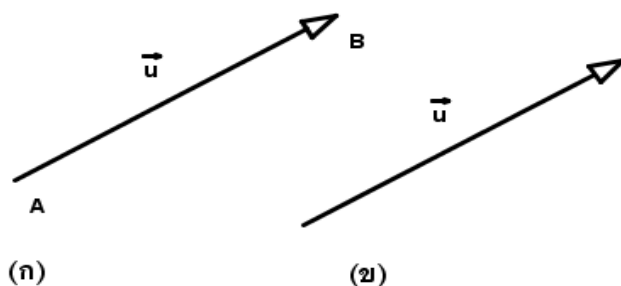
เรียก B ว่า จุดสิ้นสุด (terminal point) ของเวกเตอร์

ขนาดของเวกเตอร์ คือ ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB หรือ BA

เขียนแทนด้วย $|\overrightarrow{AB}|$

สำหรับเวกเตอร์ที่ไม่ระบุจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดจะใช้อักษรตัวเดียว และมีเครื่องหมาย $\vec{}$ หรือ $\overline{}$ กำกับไว้ เช่น $\vec{u}, \vec{v}$ หรือ $\overline{u}, \overline{v}$

ตัวอย่างที่ 2

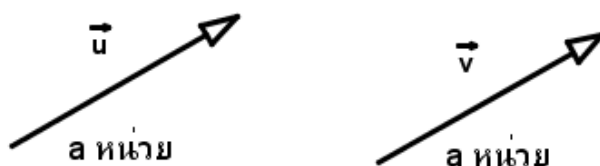


จากรูป $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่แทนได้ด้วยส่วนของเส้นตรงจาก A ไป B

เขียน $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ และใช้สัญลักษณ์ $|\vec{u}|$ แทนขนาดของ $\vec{u}$

บทนิยาม $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีขนาดเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทางมีความยาวเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 3

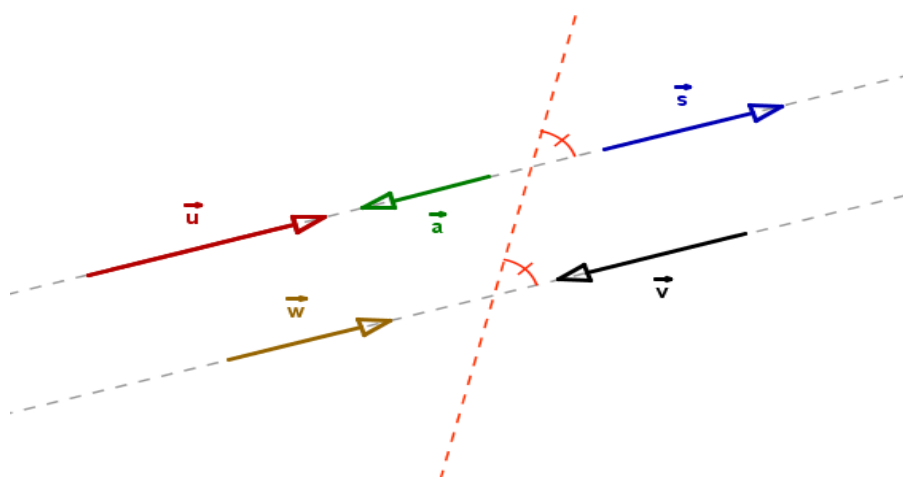


จากรูป $|\vec{u}| = |\vec{v}| = a$

บทนิยาม 1. เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน คือ เวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันหรือเส้นตรงที่ขนานกัน และมีหัวลูกศรไปทางเดียวกัน

2. เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้าม คือ เวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันหรือเส้นตรงที่ขนานกัน แต่หัวลูกศรไปทางตรงข้ามกัน

ตัวอย่างที่ 4



จากรูป 1. $\vec{u}, \vec{w}$ และ $\vec{s}$ มีทิศทางเดียวกัน

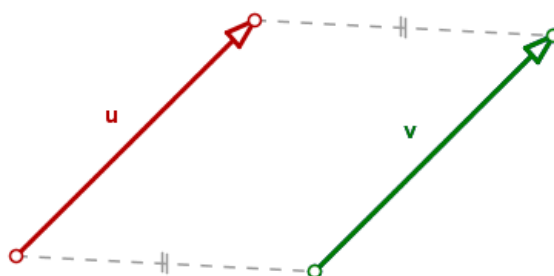
2. $\vec{v}$ และ $\vec{a}$ มีทิศทางเดียวกัน

3. $\vec{u}, \vec{w}$ และ $\vec{s}$ มีทิศทางตรงกันข้ามกับ $\vec{v}$ และ $\vec{a}$

บทนิยาม $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางเดียวกันหรือทิศทางตรงกันข้าม

บทนิยาม $\vec{u}$ เท่ากับ $\vec{v}$ ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากันและทิศทางเดียวกัน เขียนแทนด้วย $\vec{u} = \vec{v}$

ตัวอย่างที่ 5



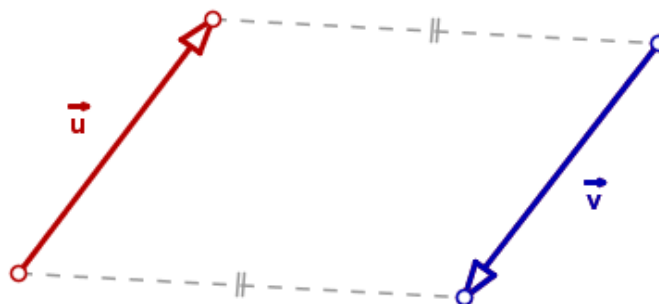
จากรูป จะได้ 1. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$

2. $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีทิศทางเดียวกัน

ดังนั้น $\vec{u} = \vec{v}$

บทนิยาม นิเสธ ของ $\vec{u}$ (negative of $\vec{u}$) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ $\vec{u}$ แต่มีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของ $\vec{u}$ เขียนแทนด้วย $-\vec{u}$

ตัวอย่างที่ 6



จากรูป จะได้ 1. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$

2. $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีทิศทางตรงกันข้ามกัน

ดังนั้น $\vec{u} = -\vec{v}$ หรือ $\vec{v} = -\vec{u}$

นั่นคือ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นนิเสธกัน หรือ $\vec{u}$ และ $-\vec{u}$ เป็นนิเสธกัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

(ชั่วโมงที่ 1)

1. นักเรียนและครูร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับปริมาณที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น ความสูง ความเร็ว ความเร่ง ความยาว น้ำหนัก เวลา มวล ปริมาตร งาน พลังงาน โมเมนตัม แล้วช่วยกันสรุปว่าปริมาณใดบ้างที่บอกแต่เพียงขนาด และปริมาณใดบ้างที่บอกทั้งขนาดและทิศทาง

2. นักเรียนและครูช่วยกันสรุปเป็นนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว เรียกว่า **ปริมาณสเกลาร์** (Scalar quantity) ส่วนปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เรียกว่า **ปริมาณเวกเตอร์** (vector quantity) หรือเรียกสั้นๆ ว่า **เวกเตอร์**

นั่นคือ ปริมาณสเกลาร์ แทนด้วยจำนวนจริง

ปริมาณเวกเตอร์ในเชิงเรขาคณิต แทนด้วยส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทาง โดยที่

1. ความยาวของส่วนของเส้นตรงบอกขนาดของเวกเตอร์
2. หัวลูกศรบอกทิศทางของเวกเตอร์

2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ กิจกรรมที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ

4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 2 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับเวกเตอร์ ข้อ 1
6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัดเรื่องเวกเตอร์ ข้อที่ 1 เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

(ชั่วโมงที่ 2)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องขนาดของเวกเตอร์และทิศทางของเวกเตอร์
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ กิจกรรมที่ 5 เวกเตอร์ที่เท่ากัน และกิจกรรมที่ 6 นิเสธของเวกเตอร์ ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 2 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับเวกเตอร์ ข้อ 2, 3 และ 4
6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัดเรื่องเวกเตอร์ ข้อที่ 2, 3 และ 4 เพื่อให้ นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ เวกเตอร์
2. ใบกิจกรรมเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์
3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
4. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป
 2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน
- 4 = ดีมาก 3 = ดี 2 = พอใช้ 1 = ผ่าน 0 = ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์
เรื่อง การบวกและการลบเวกเตอร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เวลา 2 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$ ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} + \vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$ และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{v}$

บทนิยาม เวกเตอร์ศูนย์ (Zero Vector) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็นศูนย์ เขียนแทนด้วย $\vec{0}$ สมบัติของการบวกเวกเตอร์ ให้ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ

1. $\vec{u} + \vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ (สมบัติปิด)
2. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (สมบัติการสลับที่)
3. $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ (สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
4. มี $\vec{0}$ โดยที่ $\vec{0} + \vec{u} = \vec{u} = \vec{u} + \vec{0}$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์)
5. สำหรับทุกๆ $\vec{u}$ จะมี $-\vec{u}$ โดยที่ $-\vec{u} + \vec{u} = \vec{0} = \vec{u} + (-\vec{u})$ (สมบัติการมีอินเวอร์ส)
6. ถ้า $\vec{u} = \vec{v}$ แล้ว $\vec{w} + \vec{u} = \vec{w} + \vec{v}$ (สมบัติการบวกด้วยเวกเตอร์ที่เท่ากัน)

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ ผลลบ ของ $\vec{u}$ ด้วย $\vec{v}$ หมายถึง ผลบวกของ $\vec{u}$ และนิเสธของ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} - \vec{v}$ นั่นคือ $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลลบเวกเตอร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของการบวกเวกเตอร์และนำไปใช้ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

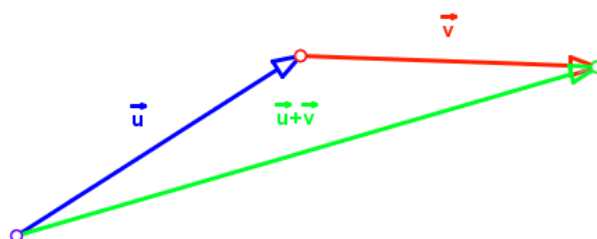
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

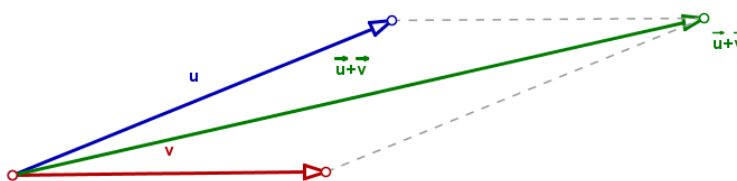
สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$ ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} + \vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$ และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{v}$

การบวกเวกเตอร์โดยการให้จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$ เป็นจุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ ดังรูป



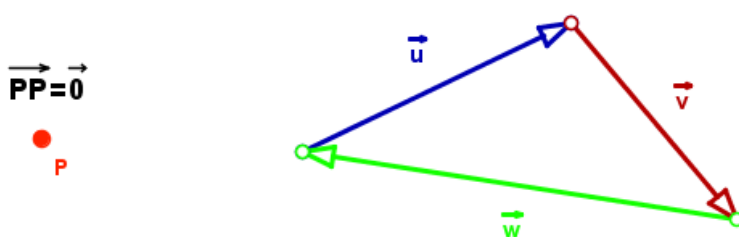
การบวกเวกเตอร์โดยการสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรูป



บทนิยาม เวกเตอร์ศูนย์ (Zero Vector) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็นศูนย์ เขียนแทนด้วย $\vec{0}$

ข้อสังเกต 1. กรณีของเวกเตอร์ศูนย์ ไม่จำเป็นต้องกล่าวถึงทิศทางของเวกเตอร์ แต่ถ้าต้องการกล่าวถึงมีข้อตกลงว่าจะระบุทิศทางของเวกเตอร์ศูนย์เป็นเช่นใดก็ได้

2. เมื่อเขียนรูปเรขาคณิตแทนเวกเตอร์ศูนย์ จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์เป็นจุดเดียวกัน ดังรูป

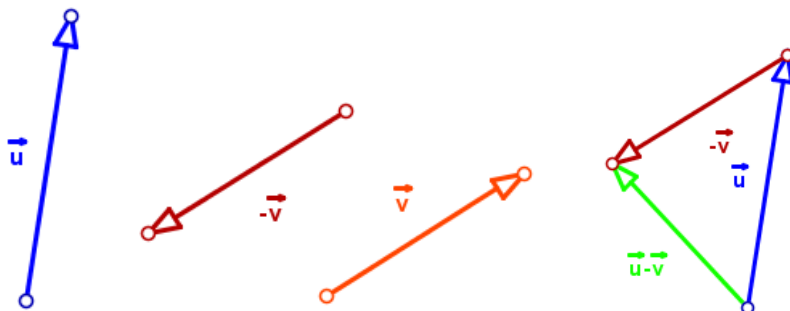


สมบัติของการบวกเวกเตอร์ ให้ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ

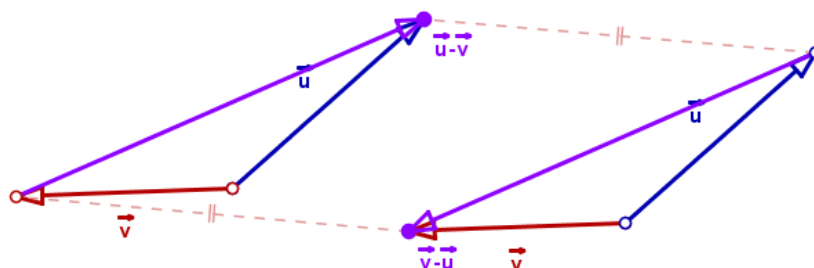
1. $\vec{u} + \vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ (สมบัติปิด)
2. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$ (สมบัติการสลับที่)
3. $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$ (สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
4. มี $\vec{0}$ โดยที่ $\vec{0} + \vec{u} = \vec{u} = \vec{u} + \vec{0}$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์)
5. สำหรับทุกๆ $\vec{u}$ จะมี $-\vec{u}$ โดยที่ $-\vec{u} + \vec{u} = \vec{0} = \vec{u} + (-\vec{u})$ (สมบัติการมีอินเวอร์ส)
6. ถ้า $\vec{u} = \vec{v}$ แล้ว $\vec{w} + \vec{u} = \vec{w} + \vec{v}$ (สมบัติการบวกด้วยเวกเตอร์ที่เท่ากัน)

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ ผลลบ ของ $\vec{u}$ ด้วย $\vec{v}$ หมายถึง ผลบวกของ $\vec{u}$ และนิเสธของ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} - \vec{v}$ นั่นคือ $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

การลบเวกเตอร์โดยใช้นิเสธของเวกเตอร์ ดังรูป

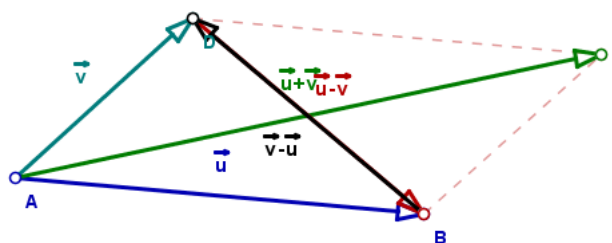


การลบเวกเตอร์โดยให้จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ทั้งสองเป็นจุดเดียวกัน ดังรูป



จะเห็นว่าเวกเตอร์ที่เป็นผลลบจะมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุด เป็นจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ทั้งสองที่กำหนดให้ โดยเวกเตอร์ที่เป็นผลลบกับเวกเตอร์ที่เป็นตัวตั้งมีจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

ข้อสังเกต กำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกัน คือที่จุด A โดยให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ แล้วสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ดังรูป



$$\text{จะได้ } \overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$$

$$\overrightarrow{BD} = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\overrightarrow{DB} = \vec{u} - \vec{v}$$

จะเห็นว่าเมื่อกำหนดเวกเตอร์ให้สองเวกเตอร์ สามารถหาผลบวกและผลลบของเวกเตอร์ทั้งสองได้โดยสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะแทนผลบวกและผลลบที่ต้องการเมื่อระบุทิศทางให้ถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

(ชั่วโมงที่ 1)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องเวกเตอร์ที่เท่ากัน และนิเสธของเวกเตอร์ ดังนี้
บทนิยาม $\vec{u}$ เท่ากับ $\vec{v}$ ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากันและทิศทางเดียวกัน
 เขียนแทนด้วย $\vec{u} = \vec{v}$

บทนิยาม นิเสธของ $\vec{u}$ คือเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ $\vec{u}$ แต่มีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของ $\vec{u}$ เขียนแทนด้วย $-\vec{u}$

2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์ กิจกรรมที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง และให้นักเรียนสังเกตวิธีการบวกเวกเตอร์ทั้งสองวิธี โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ

4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปวิธีการบวกเวกเตอร์ทั้งสองวิธี เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

5. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์ กิจกรรมที่ 5 สมบัติการบวกเวกเตอร์ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง และให้นักเรียนสมบัติการบวกเวกเตอร์ โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ

6. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปสมบัติของการบวกเวกเตอร์ เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

(ชั่วโมงที่ 2)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องนิเสธของเวกเตอร์ การบวกเวกเตอร์ และสมบัติของการบวกเวกเตอร์

2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ การบวกและการลบเวกเตอร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน

3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์ กิจกรรมที่ 6 การลบเวกเตอร์ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง และให้นักเรียนสังเกตวิธีการลบเวกเตอร์ โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ

4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปวิธีการลบเวกเตอร์ เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 4 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการบวกและการลบเวกเตอร์ พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์
2. ใบกิจกรรมเรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์
3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
4. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป
2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน

4 = ดีมาก	3 = ดี	2 = พอใช้	1 = ผ่าน	0 = ปรับปรุง
-----------	--------	-----------	----------	--------------

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่..... เดือน..... พ.ศ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์
เรื่อง การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เวลา 2 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยาม ให้ a เป็นสเกลาร์ และ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ ผลคูณของเวกเตอร์ $\vec{u}$ ด้วยสเกลาร์ a เป็นเวกเตอร์ เขียนแทนด้วย $a\vec{u}$ โดยที่

1. ถ้า $a=0$ แล้ว $a\vec{u} = \vec{0}$
2. ถ้า $a>0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$ และมีทิศทางเดียวกับ $\vec{u}$
3. ถ้า $a<0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$ แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

สมบัติของการบวกเวกเตอร์ ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ a และ b เป็นจำนวนจริง

1. $a\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ (สมบัติปิด)
2. $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$ (สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
3. $(a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$
 $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$ (สมบัติการแจกแจง)
4. $1\vec{u} = \vec{u}$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถบอกนิยามการคูณเวกเตอร์สเกลาร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์และนำไปใช้ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

บทนิยาม ให้ a เป็นสเกลาร์ และ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ ผลคูณของเวกเตอร์ $\vec{u}$ ด้วยสเกลาร์ a เป็นเวกเตอร์ เขียนแทนด้วย $a\vec{u}$ โดยที่

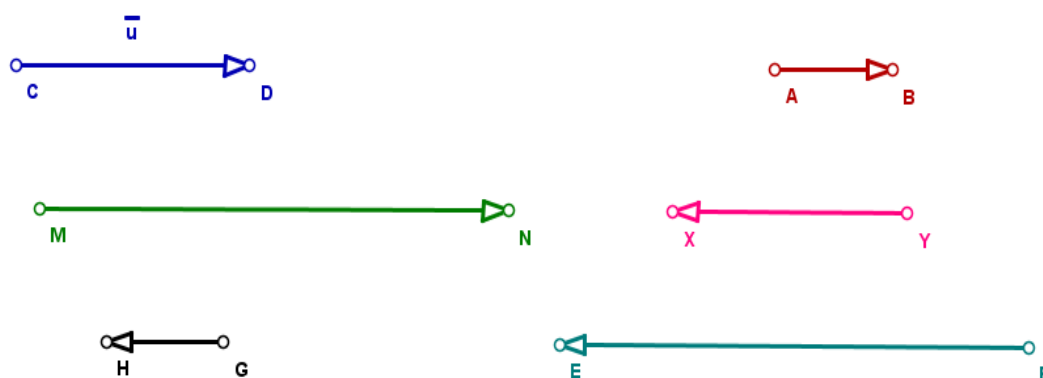
1. ถ้า $a=0$ แล้ว $a\vec{u} = \vec{0}$
2. ถ้า $a>0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$ และมีทิศทางเดียวกับ $\vec{u}$
3. ถ้า $a<0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$ แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

จากบทนิยามจะเห็นว่า $(-1)\vec{u} = -\vec{u}$

สมบัติของการบวกเวกเตอร์ ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ a และ b เป็นจำนวนจริง

1. $a\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ (สมบัติปิด)
2. $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$ (สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
3. $(a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$
 $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$ (สมบัติการแจกแจง)
4. $1\vec{u} = \vec{u}$

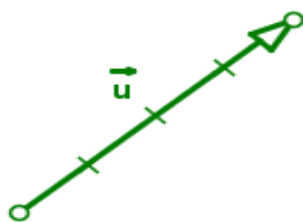
ตัวอย่าง 1 กำหนดให้ $\overline{CD}$, $\overline{AB}$, $\overline{MN}$, $\overline{YX}$, $\overline{GH}$ และ $\overline{FE}$ โดยที่ $\overline{CD} = \vec{u}$ ดังรูป



จากรูป จะได้ว่า $\overline{AB} = \frac{1}{2}\vec{u}$ $\overline{MN} = 2\vec{u}$ $\overline{YX} = -\vec{u}$ $\overline{GH} = -\frac{1}{2}\vec{u}$
 $\overline{FE} = -2\vec{u}$

ดังนั้น $ \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{CD} $	และ $\overline{AB}$ มีทิศทางเดียวกับ $\overline{CD}$
$ \overline{MN} = 2 \overline{CD} $	และ $\overline{MN}$ มีทิศทางเดียวกับ $\overline{CD}$
$ \overline{YX} = \overline{CD} $	และ $\overline{YX}$ มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overline{CD}$
$ \overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{CD} $	และ $\overline{GH}$ มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overline{CD}$
$ \overline{FE} = 2 \overline{CD} $	และ $\overline{FE}$ มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overline{CD}$

ตัวอย่างที่ 2 ให้ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาด 4 หน่วย และมีทิศทางดังรูป จงบรรยายลักษณะของเวกเตอร์ต่อไปนี้



วิธีทำ

1. $\frac{1}{4}\vec{u}$

เนื่องจาก $\frac{1}{4} > 0$ ดังนั้น $\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็นหนึ่งในสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 1 หน่วย และมีทิศทางเดียวกันกับ $\vec{u}$

2. $-\frac{1}{4}\vec{u}$

เนื่องจาก $-\frac{1}{4} < 0$ ดังนั้น $-\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็นหนึ่งในสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 1 หน่วย แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

3. $4\vec{u}$

เนื่องจาก $4 > 0$ ดังนั้น $4\vec{u}$ มีขนาดเป็นสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 16 หน่วย และมีทิศทางเดียวกันกับ $\vec{u}$

4. $-4\vec{u}$

เนื่องจาก $-4 < 0$ ดังนั้น $-4\vec{u}$ มีขนาดเป็นสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 16 หน่วย แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

ทฤษฎีบทที่สำคัญเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ที่นำไปประยุกต์ใช้กับเรขาคณิตหรือวิชาอื่นๆ ดังนี้

ทฤษฎีบท 1 สำหรับ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ที่ต่างไม่เท่ากับ $\vec{0}$

$\vec{u}$ ขนานกับ $\vec{v}$ ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนจริง a ที่ไม่เท่ากับศูนย์ ที่ทำให้ $\vec{u} = a\vec{v}$

ทฤษฎีบท 2 สำหรับ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ที่ต่างไม่เท่ากับ $\vec{0}$ และ $\vec{u}$ ไม่ขนานกับ $\vec{v}$

ถ้า $a\vec{u} + b\vec{v} = \vec{0}$ แล้วจะได้ $a=0$ และ $b=0$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

(ชั่วโมงที่ 1)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องนิยามเวกเตอร์ที่ขนานกัน และการบวกการลบเวกเตอร์
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ กิจกรรมที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ข้อ 1 (กิจกรรมที่ 7) และข้อ 2 (กิจกรรมที่ 8) พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัดเพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

(ชั่วโมงที่ 2)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องนิยามการคูณเวกเตอร์
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ กิจกรรมที่ 4, 5 และ 6 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับสมบัติของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ ข้อ 3 และข้อ 4 พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
2. ใบกิจกรรมเรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
4. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป
2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน

4 = ดีมาก	3 = ดี	2 = พอใช้	1 = ผ่าน	0 = ปรับปรุง
-----------	--------	-----------	----------	--------------

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์

เรื่อง เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เวลา 2 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

บทนิยาม $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

การบวกเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$

เวกเตอร์ศูนย์ คือ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

นิเสธของเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$

การลบเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-c \\ b-d \end{bmatrix}$

การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ $m \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ma \\ mb \end{bmatrix}$ เมื่อ m เป็นจำนวนจริงใดๆ

ขนาดของเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ คือ $\sqrt{a^2 + b^2}$

บทนิยาม เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย เรียกว่า เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector)

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถเขียนเวกเตอร์และหาผลบวก ผลลบ และผลคูณของเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากได้

2. นักเรียนสามารถหาขนาดของเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากได้

3. นักเรียนสามารถหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบแกนมุมฉากได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์

2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

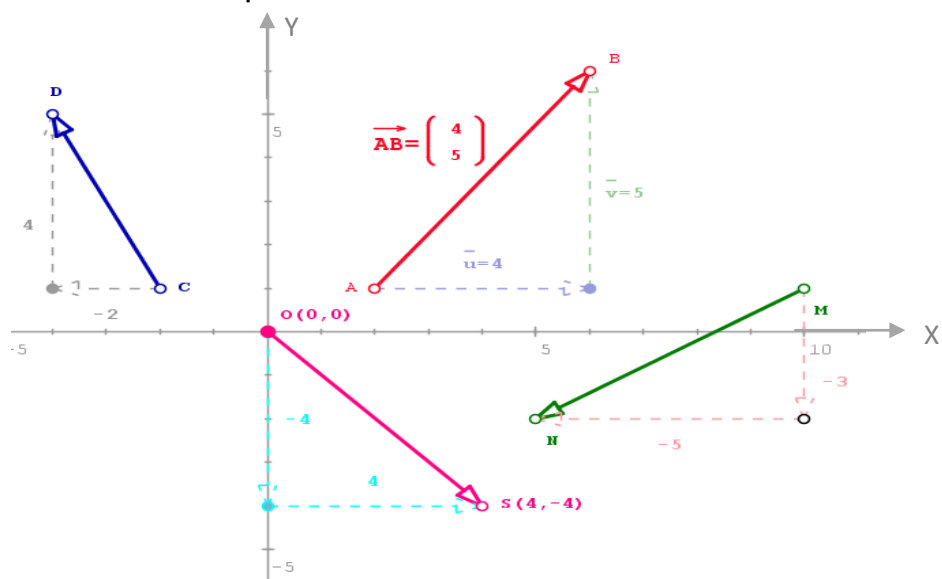
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้

2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

การเขียนเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก



จากรูป $\overrightarrow{AB}$ เป็นผลบวกของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ โดย $\vec{u}$ มีขนาด 3 หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทางขวา และ $\vec{v}$ มีขนาด 5 หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้างบน

เขียนแทน $\overrightarrow{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

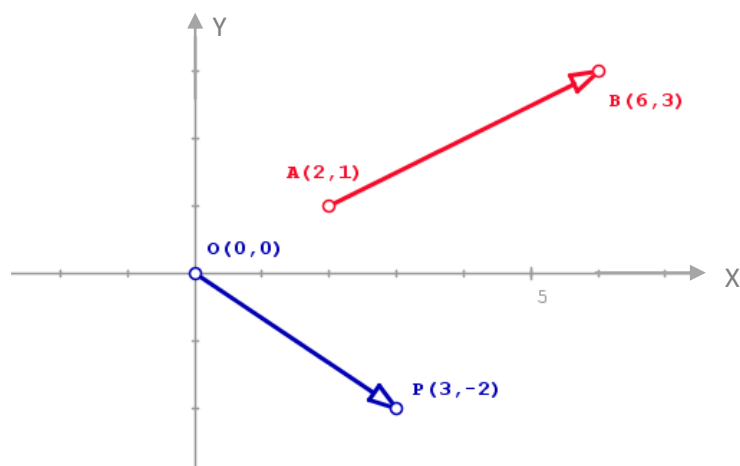
ในกรณีทั่วไป เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ จะเขียน $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ แทนเวกเตอร์ซึ่งเป็น

ผลบวกของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ ซึ่ง

1. ถ้า $a > 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน X ไปทางขวา
2. ถ้า $a < 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน X ไปทางซ้าย
3. ถ้า $b > 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้างบน
4. ถ้า $b < 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้างล่าง

การเขียนเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากที่มีจุดเริ่มต้นที่ (x_1, y_1) และจุดปลายที่

(x_2, y_2)



ถ้า $\overline{AB}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ $A(x_1, y_1)$ และ จุดปลายที่ $B(x_2, y_2)$

จะเขียนแทน $\overline{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$

ถ้าให้ $x_2 - x_1 = a$ และ $y_2 - y_1 = b$ แล้วจะเขียนแทน $\overline{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

บทนิยาม $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$

การบวกเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$

เวกเตอร์ศูนย์ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

จะเห็นว่า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+0 \\ b+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

นิเสธของเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$

จะเห็นว่า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

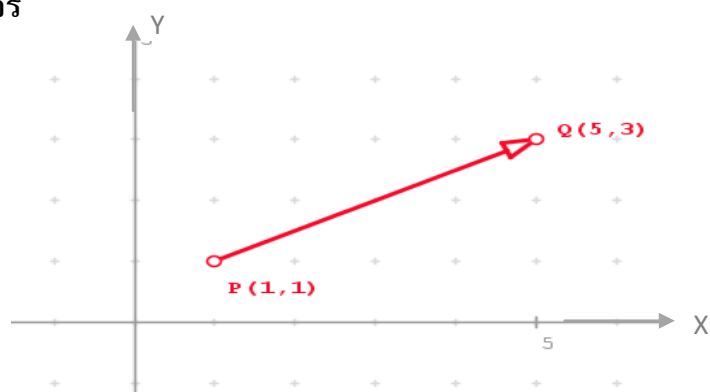
การลบเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-c \\ b-d \end{bmatrix}$

การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ $m \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ma \\ mb \end{bmatrix}$ เมื่อ m เป็นจำนวนจริงใดๆ

ข้อสังเกต ในกรณีที่ $m = -1$ จะเห็นว่า $(-1) \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1)a \\ (-1)b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$

นั่นคือ $-\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$

ขนาดของเวกเตอร์



ถ้า $\overrightarrow{PQ}$ เป็นเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก P มีพิกัดเป็น (x_1, y_1) และ Q มีพิกัดเป็น (x_2, y_2)

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{และ } |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

และถ้า $x_2 - x_1 = a$ และ $y_2 - y_1 = b$ แล้วจะได้ $\overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ และขนาดของเวกเตอร์

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \text{ เท่ากับ } \sqrt{a^2 + b^2}$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย

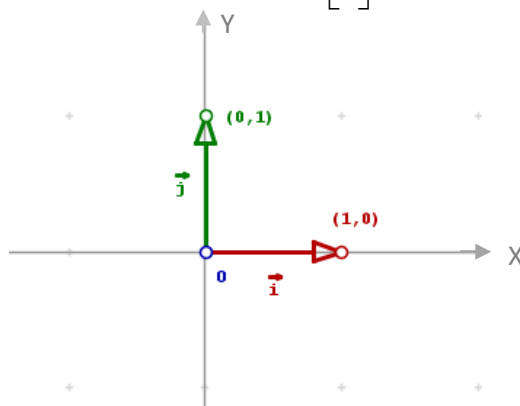
บทนิยาม เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย เรียกว่า เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector)

เนื่องจาก เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ใดๆ จะมีขนาดเท่ากับ $\sqrt{a^2 + b^2}$

ดังนั้น เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย และมีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ใดๆ

$$\text{โดยที่ } \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ คือ } \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่สำคัญ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ แทนด้วย $\vec{i}$ และเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ แทนด้วย $\vec{j}$



ถ้าเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ เป็นใดๆ สามารถเขียนในรูปของ $\vec{i}$ และ $\vec{j}$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \\ &= a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= a\vec{i} + b\vec{j} \end{aligned}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

(ชั่วโมงที่ 1)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องการบวก การลบ และการคูณเวกเตอร์
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก กิจกรรมที่ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการสังเกต การถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก ข้อ 1-4 พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

(ชั่วโมงที่ 2)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้ เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก กิจกรรมที่ 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการสังเกต การถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับเรื่องขนาดของเวกเตอร์และเวกเตอร์หนึ่งหน่วย เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก ข้อ 5-9 พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

สื่อการเรียนการสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
2. ใบกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
4. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป
2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน

4 = ดีมาก	3 = ดี	2 = พอใช้	1 = ผ่าน	0 = ปรับปรุง
-----------	--------	-----------	----------	--------------

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์
เรื่อง ผลคูณเชิงสเกลาร์

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เวลา 2 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

ผลคูณเชิงสเกลาร์ หมายถึง ผลคูณของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นสเกลาร์
บทนิยาม ถ้า $\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ และ $\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$ ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$
เขียนแทนด้วย $\vec{u} \cdot \vec{v}$ โดยที่ $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2$

สมบัติของผลคูณเชิงสเกลาร์

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ (สมบัติการสลับที่)
2. $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = 1$
3. $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$
4. ถ้า a เป็นสเกลาร์ $(a\vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (a\vec{v}) = a(\vec{u} \cdot \vec{v})$
5. $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ (สมบัติการแจกแจง)
6. ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น θ ซึ่ง $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$
7. $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถหาผลคูณเชิงสเกลาร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของผลคูณเชิงสเกลาร์และนำไปใช้ได้
3. นักเรียนสามารถหามุมระหว่างเวกเตอร์ในระนาบได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

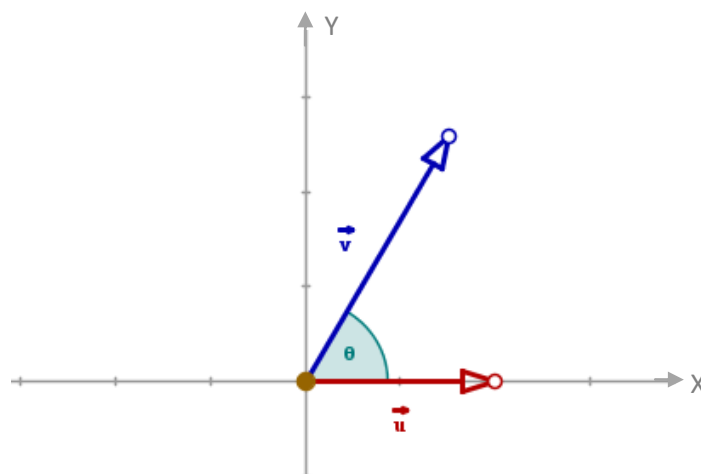
ผลคูณเชิงสเกลาร์ หมายถึง ผลคูณของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นสเกลาร์

บทนิยาม ถ้า $\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ และ $\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$ ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} \cdot \vec{v}$ โดยที่ $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2$

สมบัติของผลคูณเชิงสเกลาร์

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ (สมบัติการสลับที่)
2. $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = 1$
3. $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$
4. ถ้า a เป็นสเกลาร์ $(a\vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (a\vec{v}) = a(\vec{u} \cdot \vec{v})$
5. $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ (สมบัติการแจกแจง)
6. ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ และมุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น θ ซึ่ง $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ แล้ว

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta$$



- 6.1 $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก
- 6.2 $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมแหลม
- 6.3 $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมป้าน
7. $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

(ชั่วโมงที่ 1)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องเวกเตอร์หนึ่งหน่วย
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์ กิจกรรมที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยสังเกต การถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับผลคูณเชิงสเกลาร์ เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับผลคูณเชิงสเกลาร์ ข้อ 1 และข้อ 2 พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

(ชั่วโมงที่ 2)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์ที่เรียนในชั่วโมงที่ 1
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์ กิจกรรมที่ 4, 5 และ 6 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยสังเกต การถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับผลคูณเชิงสเกลาร์ เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน
5. นักเรียนทำกิจกรรมในใบกิจกรรมตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับผลคูณเชิงสเกลาร์ ข้อ 3 และข้อ 4 พร้อมทั้งร่วมกันสรุปเกี่ยวกับแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์
2. ใบกิจกรรมเรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์
3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
4. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป
2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน

4 = ดีมาก	3 = ดี	2 = พอใช้	1 = ผ่าน	0 = ปรับปรุง
-----------	--------	-----------	----------	--------------

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เวกเตอร์

เรื่อง การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

เวลา 2 ชั่วโมง

ความคิดรวบยอด

การนำความรู้เกี่ยวกับสมบัติต่างๆ ของเวกเตอร์มาประยุกต์ใช้ในทางเรขาคณิตและในทางฟิสิกส์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้ความเข้าใจ

1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางเรขาคณิตได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางฟิสิกส์ได้

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการตั้งข้อคาดการณ์และให้เหตุผลประกอบข้อคาดการณ์
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารและนำเสนอ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

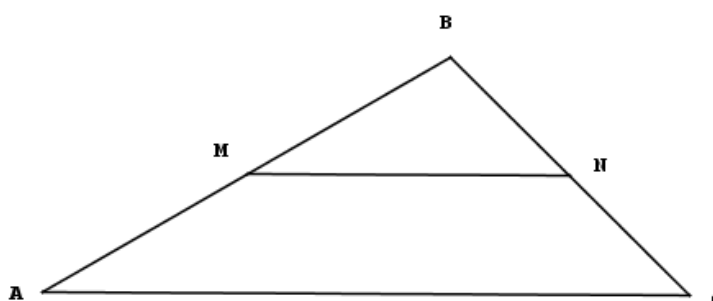
1. นักเรียนมีสนใจและมีความรับผิดชอบในระหว่างร่วมกิจกรรมการเรียนรู้
2. นักเรียนมีความกระตือรือร้น และกล้าแสดงความคิดเห็นในการทำกิจกรรม

สาระการเรียนรู้

1. การนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงว่าส่วนของเส้นตรงที่ต่อจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใดๆ ย่อมยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม และขนานกับด้านที่สาม

วิธีทำ



ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB และด้าน BC ตามลำดับ

จะแสดงว่าส่วนของเส้นตรง MN ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้าน AC และขนานกับด้าน AC

ให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$

จะได้ $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$

เนื่องจาก $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\vec{u}$ และ $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\vec{v}$

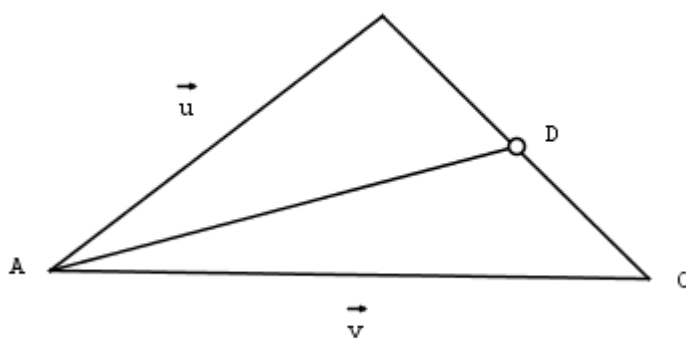
จะได้ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$

ดังนั้น $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

นั่นคือ $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$ และ $\overrightarrow{MN}$ ขนานกับ $\overrightarrow{AC}$

สรุปได้ว่า ส่วนของเส้นตรง MN ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้าน AC และขนานกับด้าน AC

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มี D เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC ดังรูป และให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ จงแสดงว่า $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$



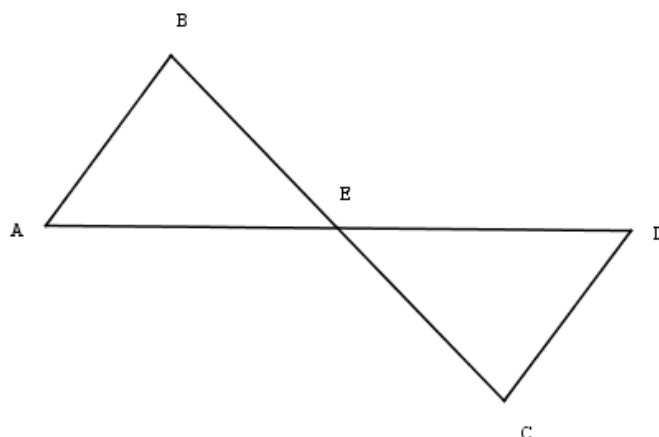
วิธีทำ จะได้ว่า $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$
 $= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

เนื่องจาก $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

ดังนั้น $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$
 $= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
 $= \vec{u} + \frac{1}{2}(-\vec{u}) + \frac{1}{2}\vec{v}$
 $= \vec{u} - \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$
 $= \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$

นั่นคือ $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$

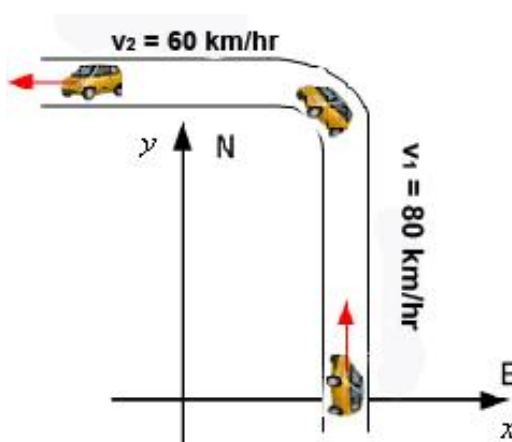
ตัวอย่างที่ 3 จากรูปกำหนดให้ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC}$ จงพิสูจน์ว่า $AE = ED$



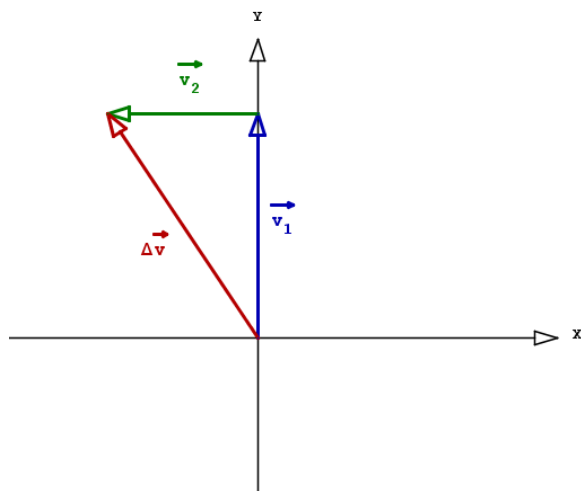
วิธีทำ จาก $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC}$
 จะได้ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$
 $\quad = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC}$
 $\quad = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}$
 เนื่องจาก $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}$
 จะได้ว่า $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$
 ดังนั้น $|\overrightarrow{AE}| = |\overrightarrow{ED}|$
 นั่นคือ $AE = ED$

2. การนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางฟิสิกส์

ตัวอย่างที่ 4 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกและวิ่งด้วยความเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังรูป จงหาการเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถยนต์



วิธีทำ เขียนแทนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังรูป



เขียนแทนในรูปเวกเตอร์หนึ่งหน่วย จะได้

$$\vec{v}_1 = 80\vec{j}$$

$$\vec{v}_2 = 60(-\vec{i}) = -60\vec{i}$$

เนื่องจากอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วคือ $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

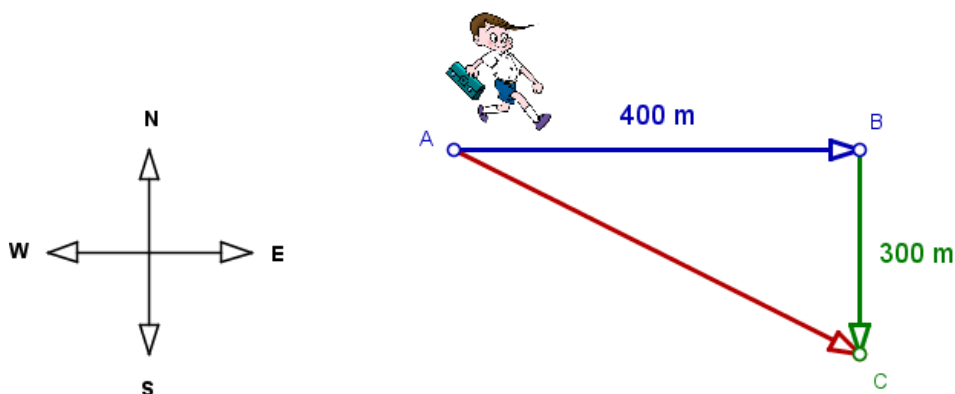
จะได้ $\Delta\vec{v} = -60\vec{i} - 80\vec{j}$

$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } |\Delta\vec{v}| &= \sqrt{(-60)^2 + (-80)^2} \\ &= \sqrt{3600 + 6400} \\ &= \sqrt{10000} \\ &= 100\end{aligned}$$

นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถยนต์เท่ากับ 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ตัวอย่างที่ 5 เด็กคนหนึ่งออกเดินทางจากจุด A ไปในทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 400 เมตร ถึงจุด B แล้วเดินต่อไปในทิศใต้ เป็นระยะทาง 300 เมตร ถึงจุด C จงหาระยะการกระจัดของเด็กคนนี้

วิธีทำ เขียนแทนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังรูป

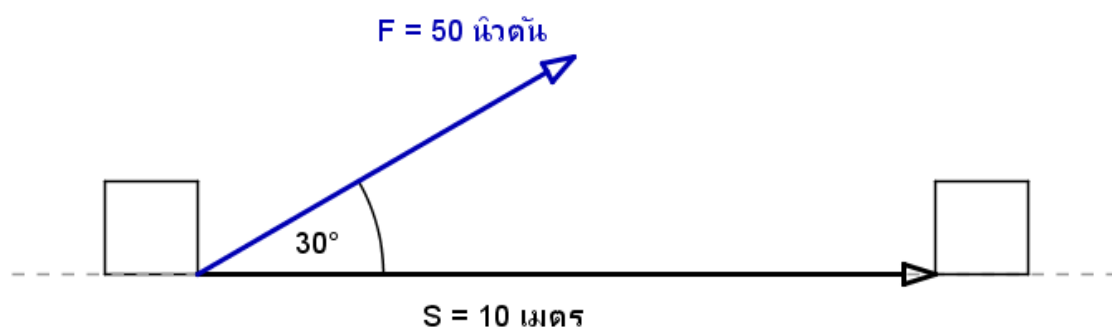


จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
โดย ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ \text{ดังนั้น } AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{400^2 + 300^2} \\ &= \sqrt{1600 + 900} \\ &= \sqrt{2500} \\ &= 500 \end{aligned}$$

นั่นคือ ระยะการกระจัดของเด็กคนนี้เท่ากับ 500 เมตร

ตัวอย่างที่ 6 เด็กคนหนึ่งออกแรง 50 นิวตัน ลากกล่องไปหนึ่ง ในแนวทำมุม 30° องศา กับแนวระดับ ถ้าเขาลากกล่องไปได้ไกล 10 เมตร ดังรูป จงหางานที่เด็กคนนี้ทำในการลากกล่อง



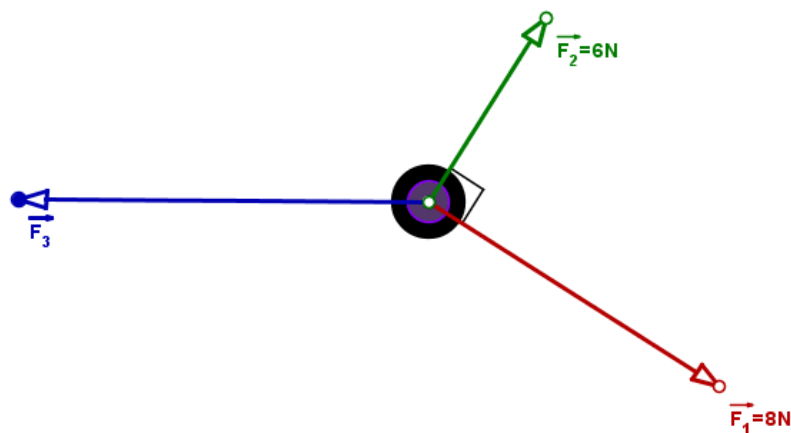
วิธีทำ จากสูตร งาน(W) = แรง ($F \cos \theta$) $\times$ ระยะ(S)

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } W &= F \cos \theta \times S \\ &= FS \cos \theta \end{aligned}$$

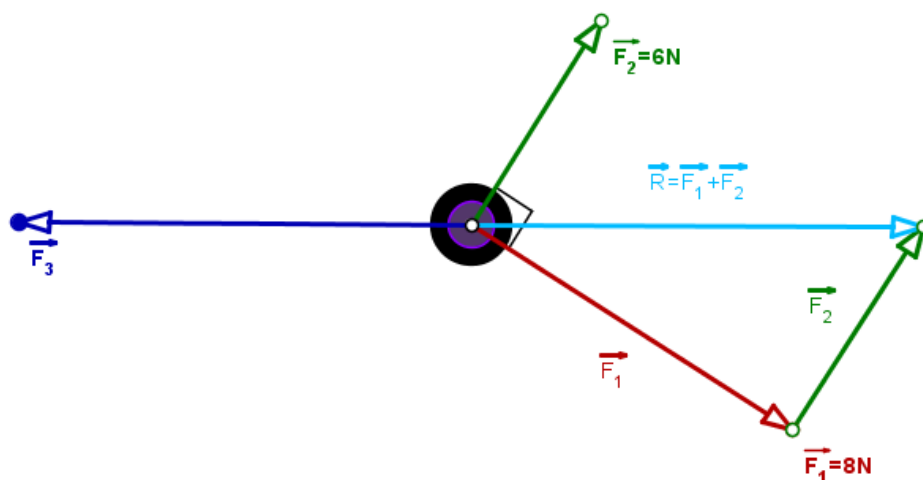
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } W &= 50 \times 10 \times \cos 30^\circ \\ &= 50 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 250\sqrt{3} \\ &\approx 250 \times 1.732 \\ &\approx 355.06 \end{aligned}$$

นั่นคือ งานที่เด็กคนนี้ทำในการลากกล่องประมาณ 355.06 จูล

ตัวอย่างที่ 7 นักเรียน 3 คน ออกแรงดึงเชือกที่ผูกติดกับห่วงในทิศทางต่างๆ โดยมีขนาดของแรงเป็น F_1 , F_2 และ F_3 ดังรูป จงหาว่า จะต้องออกแรง F_3 ดึงเชือกขนาดเท่าใด จึงจะทำให้ห่วงอยู่นิ่ง



วิธีทำ เขียนเวกเตอร์แทนการหาแรงลัพธ์ระหว่าง F_1 และ F_2 จะได้



เนื่องจาก เมื่อห่วงอยู่นิ่ง จะได้ว่า $|\vec{F}_3| - |\vec{R}| = 0$

จะได้ $\vec{F}_3 = -\vec{R} = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$

จากรูปโดยอาศัยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| &= \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

นั่นคือ นักเรียนจะต้องออกแรง F_3 ดึงเชือกขนาด 10 นิวตัน จึงจะทำให้ห่วงอยู่นิ่ง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

(ชั่วโมงที่ 1)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับสมบัติต่างๆของเวกเตอร์
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ ดังตัวอย่างในกิจกรรมที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางเรขาคณิต เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทางเดียวกัน

(ชั่วโมงที่ 2)

1. นักเรียนและครูร่วมกันทบทวนเกี่ยวกับสมบัติต่างๆของเวกเตอร์
2. นักเรียนเปิดชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ และครูแจกเอกสารใบกิจกรรม แล้วให้นักเรียนศึกษาจุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนให้ชัดเจน
3. นักเรียนทำกิจกรรมในคอมพิวเตอร์หน่วยการเรียนรู้เรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ ดังตัวอย่างในกิจกรรมที่ 4, 5, 6 และ 7 ตามลำดับ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรมตามความสามารถของตนเอง โดยที่ครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ
4. นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเกี่ยวกับการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางฟิสิกส์ เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่เป็นไปในทางเดียวกัน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ หน่วยการเรียนรู้เรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้
2. ใบกิจกรรมเรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้
3. แฟ้มคำสั่ง/คอมพิวเตอร์
4. โปรแกรม C.a.R.

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล

1. วิธีการวัดผล

- 1.1 สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
- 1.2 ตรวจใบกิจกรรมเรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้
- 1.3 การตอบคำถาม

2. เครื่องมือวัดผล

- 2.1 ใบกิจกรรมเรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้
- 2.2 แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน

การประเมินผล

1. เกณฑ์ผ่านการประเมินแบบฝึกหัดหรือใบกิจกรรมได้คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป
2. เกณฑ์ผ่านการประเมินพฤติกรรมระหว่างเรียน
4 = ดีมาก 3 = ดี 2 = พอใช้ 1 = ผ่าน 0 = ปรับปรุง

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วันที่..... เดือน..... พ.ศ.....

ภาคผนวก ง
ชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ใบกิจกรรมเรื่อง เวกเตอร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของเวกเตอร์ เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกันและเวกเตอร์ที่ขนานกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกเวกเตอร์ที่เท่ากันและนิเสธของเวกเตอร์ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 ปริมาณเวกเตอร์และนิยามเกี่ยวกับเวกเตอร์

1. ปริมาณเวกเตอร์

1.1. จงยกตัวอย่างปริมาณที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน เช่น.....

.....

1.2. จากข้อ 1 ปริมาณที่บอกขนาดเพียงอย่างเดียว ได้แก่.....

.....
 ปริมาณที่บอกทั้งขนาดและทิศทาง ได้แก่.....

1.3 ปริมาณสเกลาร์ แทนด้วย.....

ปริมาณเวกเตอร์ในเชิงเรขาคณิต แทนด้วย.....

1. ความยาวของส่วนของเส้นตรงบอก.....

2. หัวลูกศรบอก.....

สรุป

บทนิยาม ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว เรียกว่า

ปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เรียกว่า

2. การเขียนเวกเตอร์และขนาดของเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1, 2 และกิจกรรมที่ 3 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาวิธีการเขียนเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

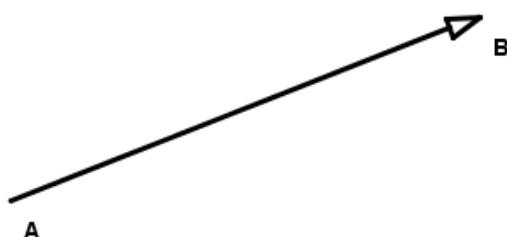
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการเขียนเวกเตอร์ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 1 กำหนดสัญลักษณ์ที่แทนปริมาณเวกเตอร์ AB ดังรูป



จากรูป แสดงเวกเตอร์จาก A ไป B อ่านว่า

เขียนแทนด้วย

เรียก A ว่า

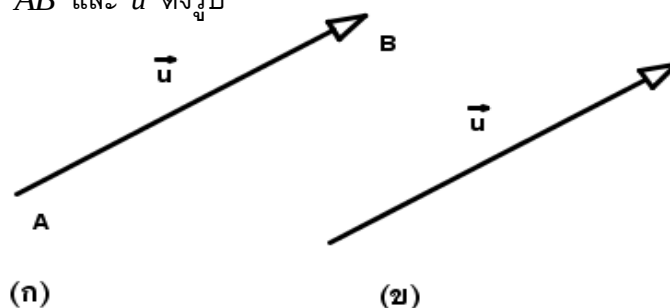
เรียก B ว่า

ขนาดของเวกเตอร์ คือ

.....

หมายเหตุ สำหรับเวกเตอร์ที่ไม่ระบุจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดจะใช้อักษรตัวเดียว และมีเครื่องหมาย $\vec{\quad}$ หรือ $\overrightarrow{\quad}$ กำกับไว้ เช่น $\vec{u}$, $\vec{v}$ หรือ $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$

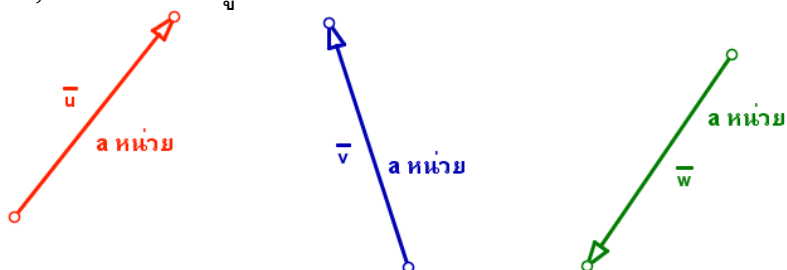
กิจกรรมที่ 2 กำหนด $\overrightarrow{AB}$ และ $\vec{u}$ ดังรูป



จากรูป $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่แทนด้วยส่วนของเส้นตรงจาก.....ไป.....

จะเขียน $\vec{u} = \dots\dots\dots$ และใช้สัญลักษณ์ $|\vec{u}|$ แทนขนาดของ $\vec{u}$

กิจกรรมที่ 2 กำหนด $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ ดังรูป



จากรูป $|\vec{u}| = \dots\dots\dots$

สรุป

บทนิยาม $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีขนาดเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

3. ทิศทางของเวกเตอร์ เวกเตอร์ที่เท่ากันและนิเสธของเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การ
 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4, 5 และ 6 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาแต่ละกิจกรรม โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

2.2. คลิกคำสั่ง

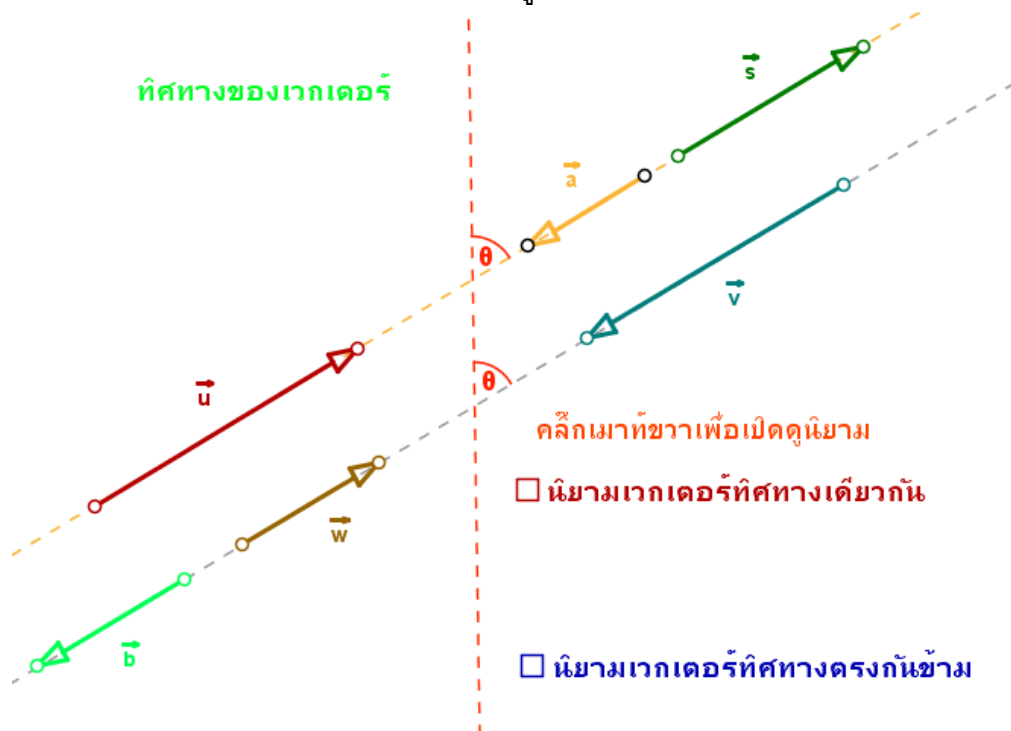


แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิก

จุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตจากการทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรม แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 4 กำหนดให้เวกเตอร์แต่ละเวกเตอร์มีทิศทาง ดังรูป



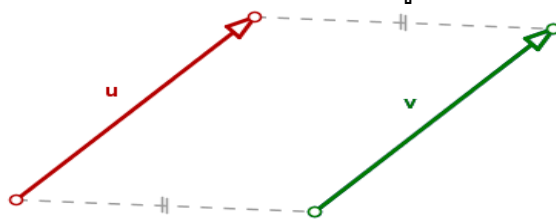
- จากรูป
1. $\vec{u}$ มีทิศทางเดียวกันกับ.....
 2. $\vec{v}$ มีทิศทางเดียวกันกับ.....
 3. เวกเตอร์ทิศทางตรงกันข้ามกับ $\vec{v}$ คือ.....

สรุป

- บทนิยาม
1. เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน คือ
 2. เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้าม คือ

บทนิยาม $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทาง.....
หรือทิศทาง.....

กิจกรรมที่ 5 กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีขนาดและทิศทาง ดังรูป



จากรูป จะได้ 1. $|\vec{u}| = \dots\dots\dots$

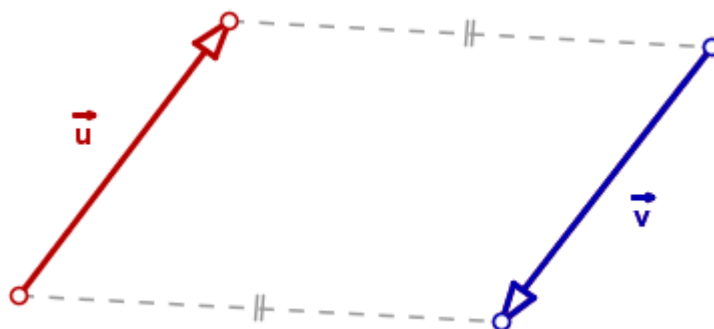
2. $\vec{u}$ มีทิศทางเดียวกันกับ.....

ดังนั้น $\vec{u} = \dots\dots\dots$

สรุป

บทนิยาม $\vec{u}$ เท่ากับ $\vec{v}$ ก็ต่อเมื่อ
เขียนแทนด้วย.....

กิจกรรมที่ 6 กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีขนาดและทิศทาง ดังรูป



จากรูป จะได้ 1. $|\vec{u}| = \dots\dots\dots$

2. $\vec{u}$ มีทิศทางตรงข้ามกันกับ.....

ดังนั้น $\vec{u} = \dots\dots\dots$ หรือ $\vec{v} = \dots\dots\dots$

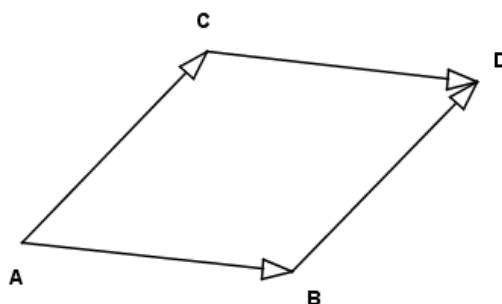
นั่นคือ $\vec{u}$ เป็นนิเสธกันกับ..... หรือ $-\vec{u}$ เป็นนิเสธกันกับ.....

สรุป

บทนิยาม นิเสธ ของ $\vec{u}$ (negative of $\vec{u}$) คือ
.....
เขียนแทนด้วย.....

ตอนที่ 2 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับนิยามของเวกเตอร์

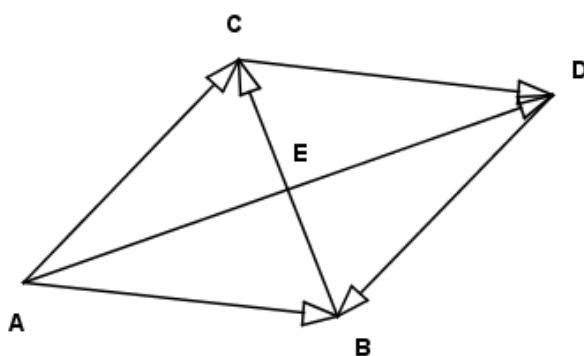
1. กำหนด $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรูป



จงหา

- 1.1 เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{AB}$ คือ.....
- 1.2 เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{AC}$ คือ.....
- 1.3 เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overrightarrow{AB}$ คือ.....
- 1.4 เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overrightarrow{AC}$ คือ.....
2. $\vec{u} = -\vec{u}$ ถูกต้องหรือไม่.....
3. $|\vec{u}| = |-\vec{u}|$ ถูกต้องหรือไม่.....
4. กำหนด $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน และมีจุด E เป็นจุดตัดของเส้นทแยงมุม

ดังรูป



จงหา

- 4.1 เวกเตอร์ที่ขนานกับ $\overrightarrow{AB}$ คือ.....
- 4.2 เวกเตอร์ที่ขนานกับ $\overrightarrow{AC}$ คือ.....
- 4.3 เวกเตอร์ที่เท่ากับ $\overrightarrow{DB}$ คือ.....
- 4.4 เวกเตอร์ที่เป็นนิเสธของ $\overrightarrow{AB}$ คือ.....
- 4.5 เวกเตอร์ที่เป็นนิเสธของ $\overrightarrow{BD}$ คือ.....

ใบกิจกรรมเรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลลบเวกเตอร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของการบวกเวกเตอร์และนำไปใช้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

ตอนที่ 1 การบวกเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1 และกิจกรรมที่ 2 ตามลำดับ
2. ให้นักเรียนทำการศึกษาวิธีการบวกเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

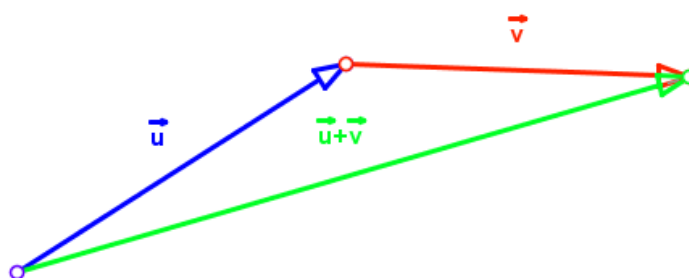
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการบวกเวกเตอร์ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 1 การบวกเวกเตอร์วิธีที่ 1



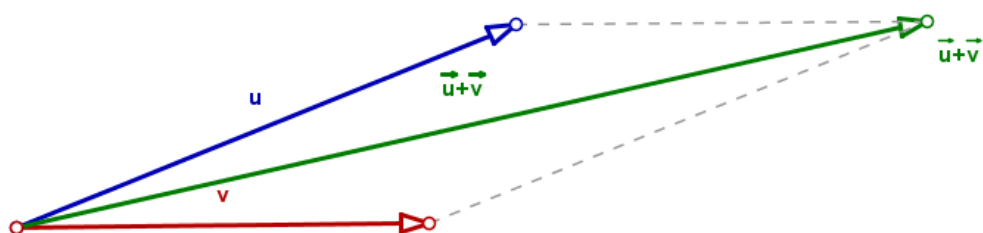
วิธีการบวกเวกเตอร์

1. เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุด.....ของ.....
2. ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุด.....ของ.....และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุด.....ของ.....
3. ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย.....

สรุป

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุด.....
 ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย.....คือ.....

กิจกรรมที่ 2 การบวกเวกเตอร์วิธีที่ 2

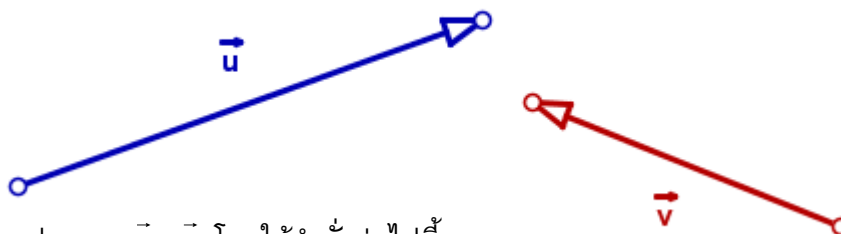


วิธีการบวกเวกเตอร์

1. เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุด.....ของ.....
2. สร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยให้ด้านที่ขนานและเท่ากันกับ $\vec{u}$ อยู่ที่จุด.....
 ของ.....และให้ด้านที่ขนานและเท่ากันกับ $\vec{v}$ อยู่ที่จุด.....ของ.....
3. $\vec{u} + \vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่แทนด้วย.....

4. $\vec{u} + \vec{v}$ มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุด.....ของ.....

กิจกรรมที่ 3 กำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ดังรูป จงเขียนรูปแสดง $\vec{u} + \vec{v}$



ให้นักเรียนสร้างรูปแสดง $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

1. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง
2. คำสั่ง  ใช้ในการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์

3. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างเส้นขนาน
4. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะห่างของจุดสองจุด
5. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างจุดตัด
6. คำสั่ง  ใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุด
7. คำสั่ง  ใช้ในการซ่อนสิ่งที่ไม่ต้องการแสดง
8. คำสั่ง  ใช้ในการลบสิ่งที่ไม่ต้องการ

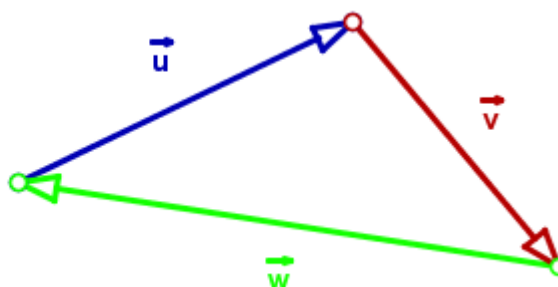
กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4 แล้วใช้คำสั่งต่อไปนี้ปฏิบัติกิจกรรม

1. คลิกคำสั่ง  เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ
2. คลิกคำสั่ง  แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

จงตอบคำถามต่อไปนี้

$$\vec{PP} = \vec{0}$$

P



1. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ มีจุดเริ่มต้นที่จุด.....และจุดสิ้นสุดที่จุด.....
2. ขนาดของ $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ เท่ากับ.....
3. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ เขียนแทนด้วย.....

สรุป

บทนิยาม เวกเตอร์ศูนย์ (Zero Vector) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็น.....เขียนแทนด้วย.....

ตอนที่ 2 สมบัติของการบวกเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ ไปที่กิจกรรมที่ 5 สมบัติการบวกเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมย่อยที่ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

2.2. คลิกคำสั่ง

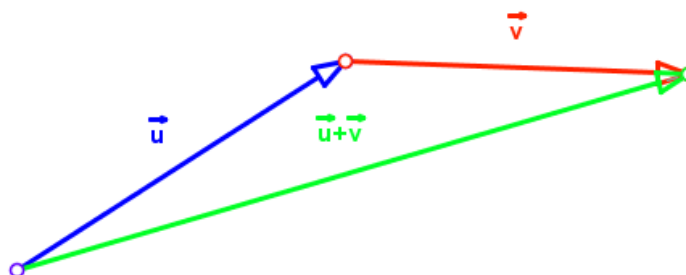


แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ แล้วตอบคำถาม
กิจกรรมที่ 5 สมบัติของการบวกเวกเตอร์

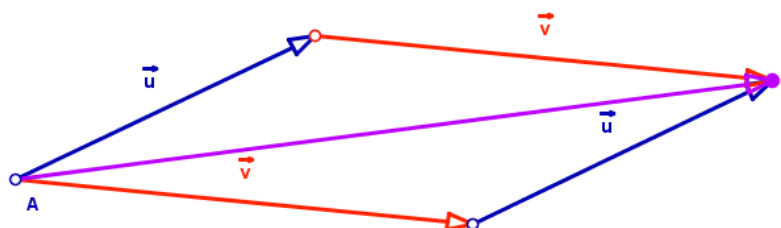
ให้ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ

1. สมบัติปิด



จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + \vec{v}$ เป็นปริมาณ.....

2. สมบัติการสลับที่

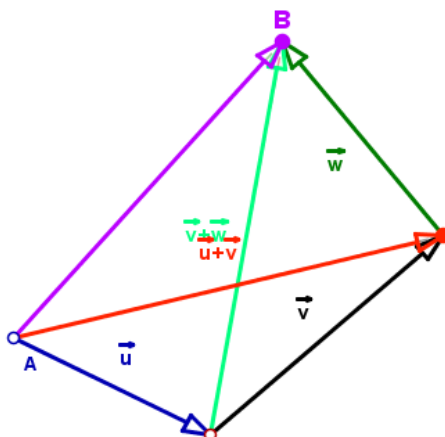


จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + \vec{v} = \dots\dots\dots$

$\vec{v} + \vec{u} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น.....

3. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

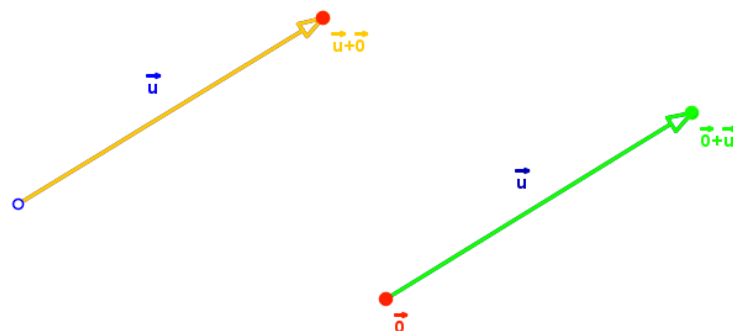


จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \dots\dots\dots$

$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น.....

4. สมบัติการมีเอกลักษณ์

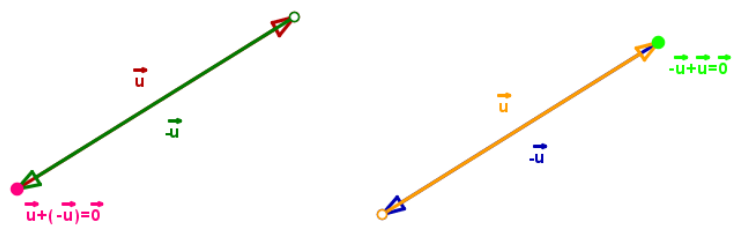


จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + \vec{0} = \dots\dots\dots$

$\vec{0} + \vec{u} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น.....

5. สมบัติการมีอินเวอร์ส



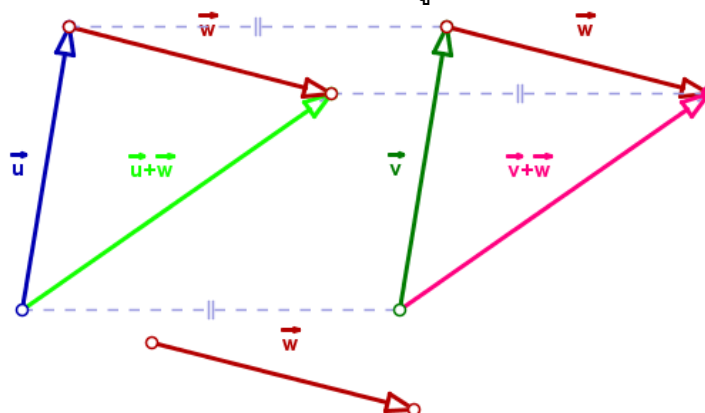
จากรูป จะได้ว่า $-\vec{u} + \vec{u} = \dots\dots\dots$

$\vec{u} + (-\vec{u}) = \dots\dots\dots$

ดังนั้น.....

6. สมบัติการบวกด้วยเวกเตอร์ที่เท่ากัน

กำหนดให้ $\vec{u} = \vec{v}$ และ $\vec{w}$ ดังรูป



จากรูป จะได้ว่า 1. $\vec{u} + \vec{w}$ มีทิศทางเดียวกับ.....
 2. $\vec{u} + \vec{w}$ มีขนาดเท่ากับ.....
 ดังนั้น $\vec{u} + \vec{w} = \dots\dots\dots$

ตอนที่ 3 การลบเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ ไปที่กิจกรรมที่ 6 สมบัติการลบเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมย่อยที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

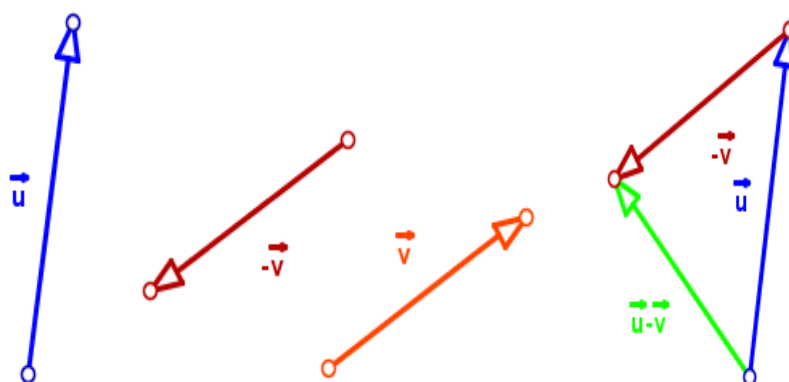
2.1. คลิกคำสั่ง  เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

2.2. คลิกคำสั่ง  แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 6 การลบเวกเตอร์

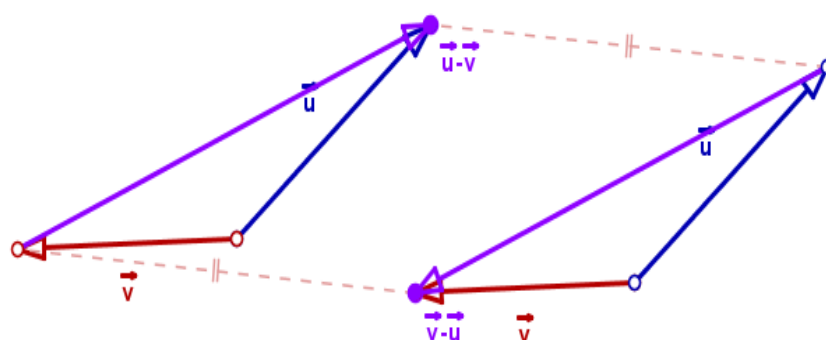
1. การลบเวกเตอร์โดยใช้นิเสธของเวกเตอร์ ดังรูป



จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + (-\vec{v}) = \dots\dots\dots$

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ ผลลบ ของ $\vec{u}$ ด้วย $\vec{v}$ หมายถึง ผลบวกของ $\vec{u}$ และ นิเสธของ.....เขียนแทนด้วย..... นั่นคือ $\vec{u} - \vec{v} = \dots\dots\dots$

2. การลบเวกเตอร์โดยให้จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ทั้งสองเป็นจุดเดียวกัน ดังรูป



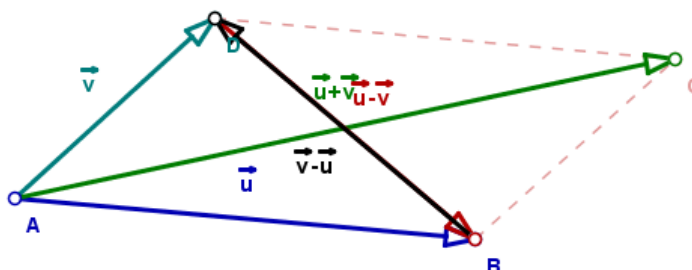
จากรูป $\vec{u} - \vec{v}$ มีจุดเริ่มต้นที่จุด.....และจุดสิ้นสุดที่จุด.....

$\vec{v} - \vec{u}$ มีจุดเริ่มต้นที่จุด.....และจุดสิ้นสุดที่จุด.....

สรุป เวกเตอร์ที่เป็นผลลบจะมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุด เป็นจุด.....ของเวกเตอร์
ทั้งสองที่กำหนดให้ โดยเวกเตอร์ที่เป็นผลลบกับเวกเตอร์ที่เป็นตัวตั้งมีจุดสิ้นสุดเป็นจุด.....

3. ความสัมพันธ์ของการบวกและการลบเวกเตอร์

กำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกัน คือที่จุด A โดยให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ แล้วสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ดังรูป



จะได้ $\overrightarrow{AC} = \dots\dots\dots$

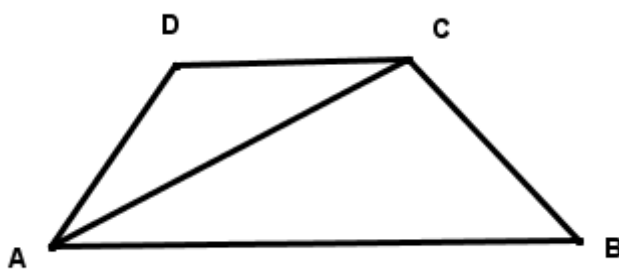
$\overrightarrow{BD} = \dots\dots\dots$

$\overrightarrow{DB} = \dots\dots\dots$

สรุป เมื่อกำหนดเวกเตอร์ให้สองเวกเตอร์ สามารถหาผลบวกและผลลบของเวกเตอร์ทั้งสองได้โดยสร้างรูป..... เส้น..... ทั้งสองเส้นของรูป..... จะแทนผลบวกและผลลบที่ต้องการเมื่อระบุทิศทางให้ถูกต้อง

ตอนที่ 4 แบบฝึกหัดการบวกและการลบเวกเตอร์

1. จงใช้รูปที่กำหนดให้ เขียนการบวกกันของเวกเตอร์ที่ให้ผลบวกเป็นเวกเตอร์ศูนย์อย่างน้อย 5 แบบ



1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

6.....

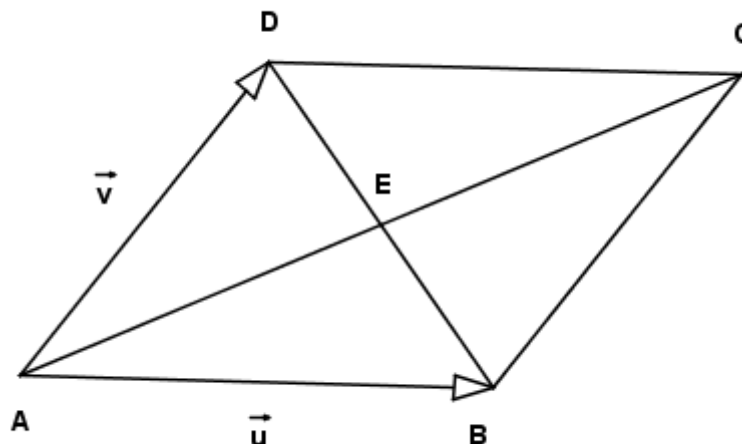
7.....

8.....

9.....

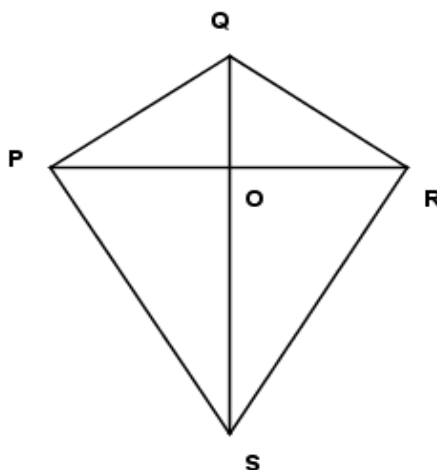
10.....

2. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $ABCD$ ให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ จงเขียน
เวกเตอร์ต่อไปนี้ในรูปของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



วิธีทำ $\overrightarrow{BC} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{CD} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{CA} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{BD} = \dots\dots\dots$

3. กำหนด $PQRS$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว มีเส้นทแยงมุมตัดกันที่จุด O ดังรูป



จงหา

1. $\overrightarrow{PQ} + (\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SP}) = \dots\dots\dots$
2. $(\overrightarrow{OR} - \overrightarrow{QS}) + \overrightarrow{RO} = \dots\dots\dots$
3. $(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}) - \overrightarrow{SR} = \dots\dots\dots$

ใบกิจกรรมเรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกนิยามการคูณเวกเตอร์สเกลาร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์และนำไปใช้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1, 2 และกิจกรรมที่ 3 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาวิธีการคูณเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

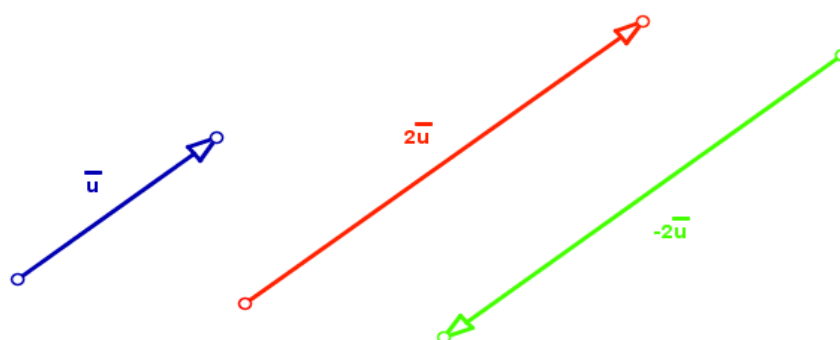
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการคูณเวกเตอร์ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 1 กำหนด $\vec{u}$, $2\vec{u}$ และ $-2\vec{u}$ ดังรูป



จากรูป จะได้ 1. $2\vec{u} = \dots\dots\dots$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$

2. $-2\vec{u} = \dots\dots\dots$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$

3. 2 และ -2 เป็นปริมาณ.....และ $\vec{u}$ เป็นปริมาณ.....

กิจกรรมที่ 2 กำหนด $\vec{u}$, $0\vec{u}$ และ $(-1)\vec{u}$ ดังรูป



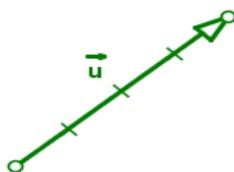
- จากรูป จะได้
1. $0\vec{u} = \dots\dots\dots$
 2. $(-1)\vec{u} = \dots\dots\dots$

สรุป

บทนิยาม กำหนดให้ a เป็นสเกลาร์ และ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ ผลคูณของเวกเตอร์ $\vec{u}$ ด้วยสเกลาร์ a เป็น.....เขียนแทนด้วย..... โดยที่

1. ถ้า $a=0$ แล้ว $a\vec{u} = \dots\dots\dots$
2. ถ้า $a>0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ.....และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$
3. ถ้า $a<0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ.....แต่มีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$

กิจกรรมที่ 3 กำหนด $\vec{u}$ มีขนาด 4 หน่วยและมีทิศทางดังรูป จงใช้นิยามบรรยายลักษณะของเวกเตอร์ต่อไปนี้



1. $4\vec{u}$
เนื่องจาก $4 \dots\dots 0$ ดังนั้น $4\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$
หรือมีขนาดเป็น.....หน่วย และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$
2. $-4\vec{u}$
เนื่องจาก $-4 \dots\dots 0$ ดังนั้น $-4\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$
หรือมีขนาดเป็น.....หน่วย และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$
3. $\frac{1}{4}\vec{u}$
เนื่องจาก $\frac{1}{4} \dots\dots 0$ ดังนั้น $\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$
หรือมีขนาดเป็น.....หน่วย และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$
4. $-\frac{1}{4}\vec{u}$
เนื่องจาก $-\frac{1}{4} \dots\dots 0$ ดังนั้น $-\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$
หรือมีขนาดเป็น.....หน่วย และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$

ตอนที่ 2 สมบัติการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4, 5 และ 6 ตามลำดับ
2. ให้นักเรียนทำการศึกษาสมบัติการคูณเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

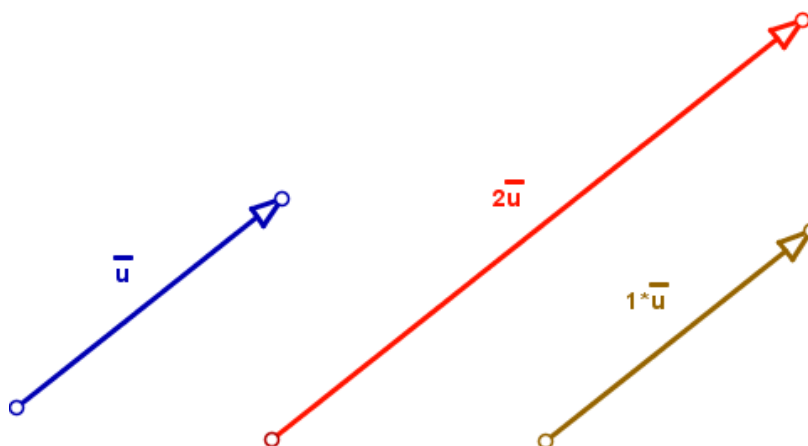
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตสมบัติของการคูณเวกเตอร์แต่ละสมบัติ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 4. สมบัติปิดและสมบัติการมีเอกลักษณ์



จากรูป จะได้ $2\vec{u}$ เป็นปริมาณ.....

$1\vec{u} = \dots\dots\dots$

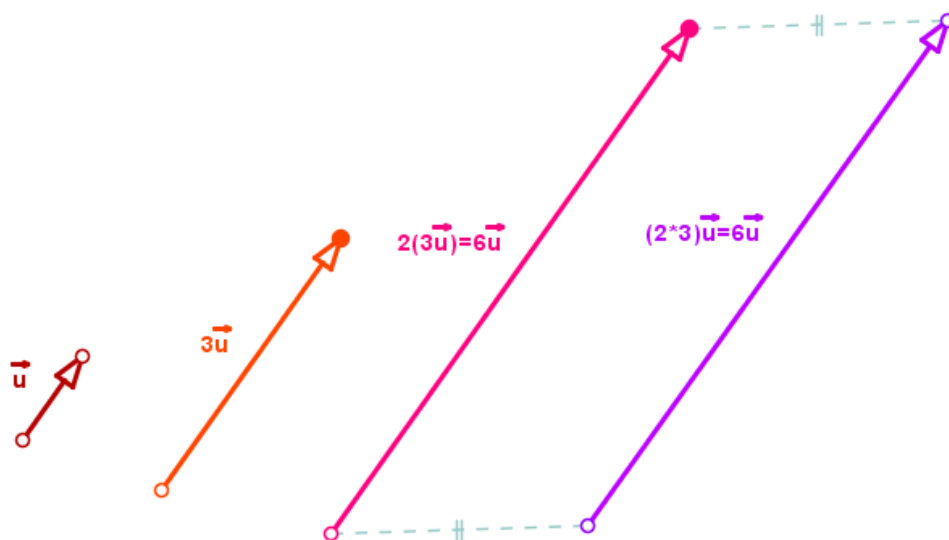
สรุป

กำหนดให้ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ และ a เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

1. $a\vec{u}$ เป็นปริมาณ.....ในระนาบ

2. $1\vec{u} = \dots\dots\dots$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์)

กิจกรรมที่ 5. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

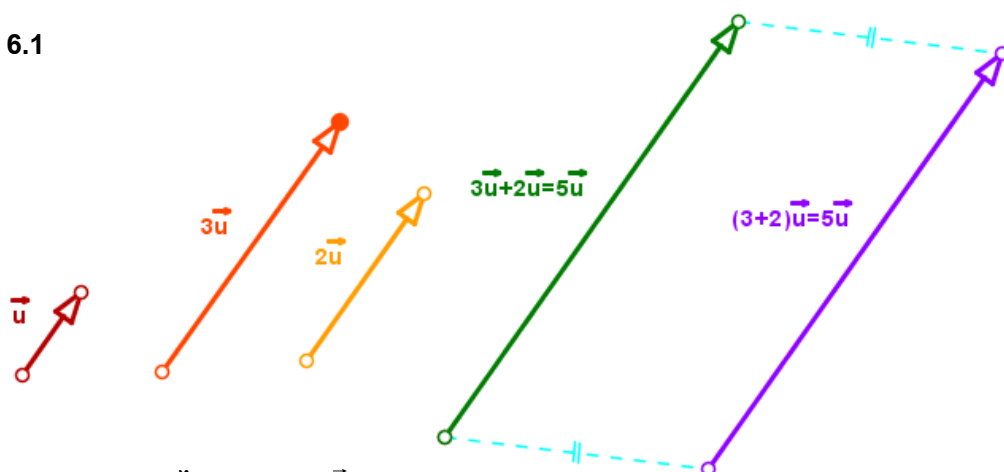


จากรูป จะได้ $2(3\vec{u}) = \dots\dots\dots$
 $(2 \times 3)\vec{u} = \dots\dots\dots$
 ดังนั้น $2(3\vec{u}) = \dots\dots\dots$

สรุป กำหนดให้ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ a และ b เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า
 $a(b\vec{u}) = \dots\dots\dots$

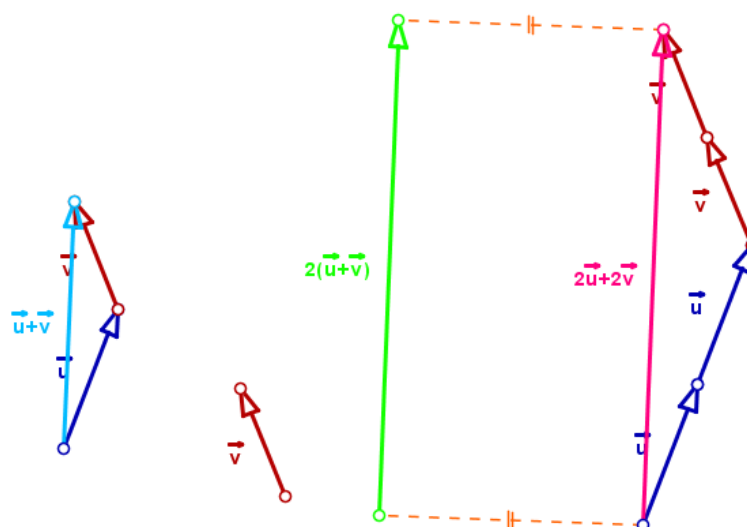
กิจกรรมที่ 6. สมบัติการแจกแจง

6.1



จากรูป จะได้ $(2+3)\vec{u} = \dots\dots\dots$
 $2\vec{u} + 3\vec{u} = \dots\dots\dots$
 ดังนั้น $(2+3)\vec{u} = \dots\dots\dots$

6.2



จากรูป จะได้ $2(\vec{u} + \vec{v}) = \dots\dots\dots$

สรุป กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ a และ b เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

1. $(a+b)\vec{u} = \dots\dots\dots$

2. $a(\vec{u} + \vec{v}) = \dots\dots\dots$

ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

กิจกรรมที่ 7 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 7

1. กำหนดให้ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบดังรูป จงสร้างเวกเตอร์ $2\vec{u}$ ที่จุด x และเวกเตอร์ $-\frac{1}{2}\vec{u}$ ที่

จุด y



ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

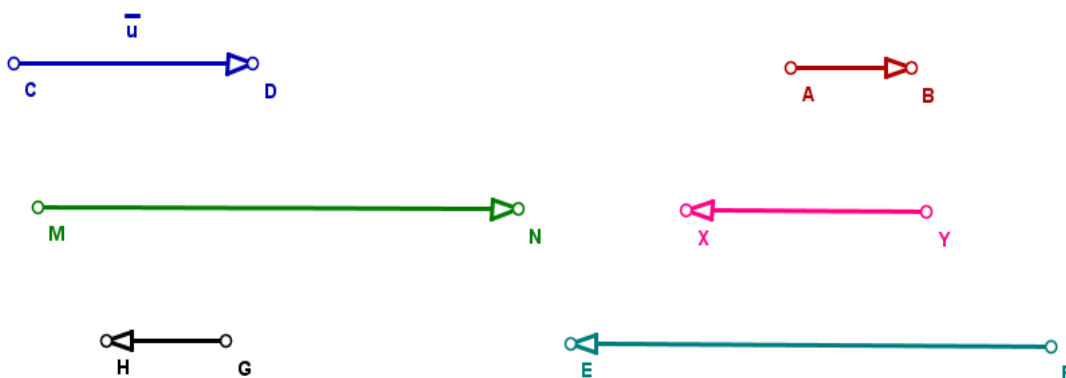
นักเรียนสร้างรูปแสดง $2\vec{u}$ และ $-\frac{1}{2}\vec{u}$ โดยเลือกใช้คำสั่งต่อไปนี้

- | | | |
|-----------|---|---|
| 1 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง |
| 2 คำสั่ง |  | ใช้ในการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ |
| 3 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างเส้นขนาน |
| 4 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะห่างของจุดสองจุด |
| 5 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างจุด |
| 6 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างจุดตัด |
| 7 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด |
| 8 คำสั่ง |  | ใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุด |
| 9 คำสั่ง |  | ใช้ในการซ่อนสิ่งที่ไม่ต้องการแสดง |
| 10 คำสั่ง |  | ใช้ในการลบสิ่งที่ไม่ต้องการ |

กิจกรรมที่ 8 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 8

2. กำหนดให้ $\overline{CD}, \overline{AB}, \overline{MN}, \overline{YX}, \overline{GH}$ และ $\overline{FE}$ โดยที่ $\overline{CD} = \vec{u}$ ดังรูป จงตรวจสอบขนาดของเวกเตอร์แต่ละเวกเตอร์เป็นกี่เท่าของ $\vec{u}$ โดยให้นักเรียนใช้คำสั่งปฏิบัติ ดังนี้

- | | | |
|----------|---|---|
| 1 คำสั่ง |  | ใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุด |
| 2 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะห่างของจุดสองจุด |
| 3 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด |
| 4 คำสั่ง |  | ใช้ในการสร้างจุดตัด |
| 5 คำสั่ง |  | ใช้ในการซ่อนสิ่งที่ไม่ต้องการแสดง |
| 6 คำสั่ง |  | ใช้ในการลบสิ่งที่ไม่ต้องการ |



จากรูป จะได้ว่า $\overrightarrow{AB} = \dots \vec{u}$ $\overrightarrow{MN} = \dots$

$\overrightarrow{YX} = \dots$ $\overrightarrow{GH} = \dots$

$\overrightarrow{FE} = \dots$

ดังนั้น $|\overrightarrow{AB}| = \dots |\overrightarrow{CD}|$ และ $\overrightarrow{AB}$ มีทิศทาง.....กับ $\overrightarrow{CD}$

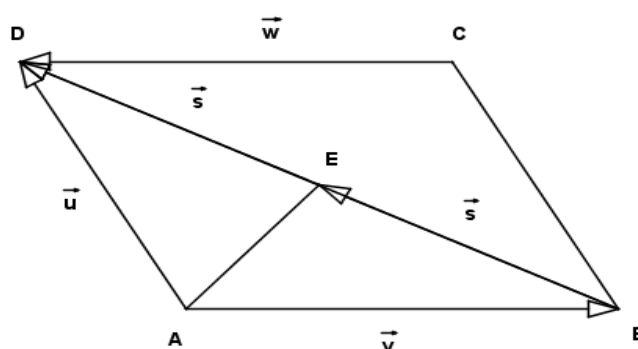
$|\overrightarrow{MN}| = \dots$ และ $\overrightarrow{MN}$ มีทิศทาง.....กับ $\overrightarrow{CD}$

$|\overrightarrow{YX}| = \dots$ และ $\overrightarrow{YX}$ มีทิศทาง.....กับ $\overrightarrow{CD}$

$|\overrightarrow{GH}| = \dots$ และ $\overrightarrow{GH}$ มีทิศทาง.....กับ $\overrightarrow{CD}$

$|\overrightarrow{FE}| = \dots$ และ $\overrightarrow{FE}$ มีทิศทาง.....กับ $\overrightarrow{CD}$

3. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรูป จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ ถูก(✓) หรือ ผิด(✗)



1. $\vec{u} = \vec{w}$

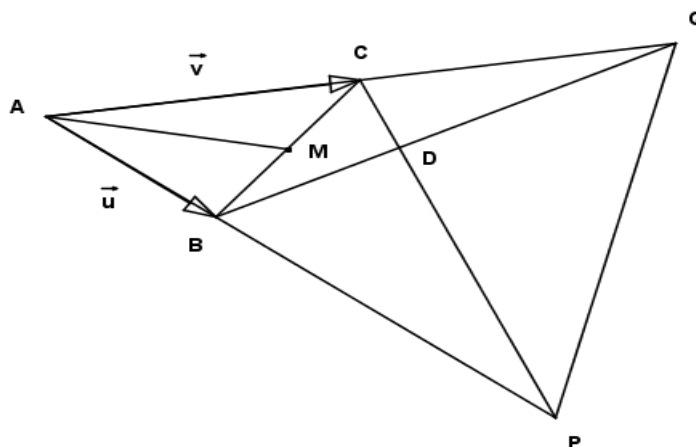
4. $2\overrightarrow{AE} = \vec{u} + \vec{v}$

2. $\overrightarrow{DB} = \vec{u} + \vec{w}$

5. $\overrightarrow{AE} = \vec{w} + \vec{s}$

3. $2\vec{s} - \vec{s} = \vec{v}$

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ซึ่งมี $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ โดยที่ P และ Q เป็นจุดซึ่งทำให้ $\overrightarrow{AP} = 3\vec{u}$ และ $\overrightarrow{AQ} = 2\vec{v}$, M เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC จงเขียนเวกเตอร์แต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



1. $\overrightarrow{BC} =$
2. $\overrightarrow{PB} =$
3. $\overrightarrow{PQ} =$
4. $\overrightarrow{PC} =$
5. $\overrightarrow{BQ} =$
6. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} =$
7. $\overrightarrow{AM} =$



ใบกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

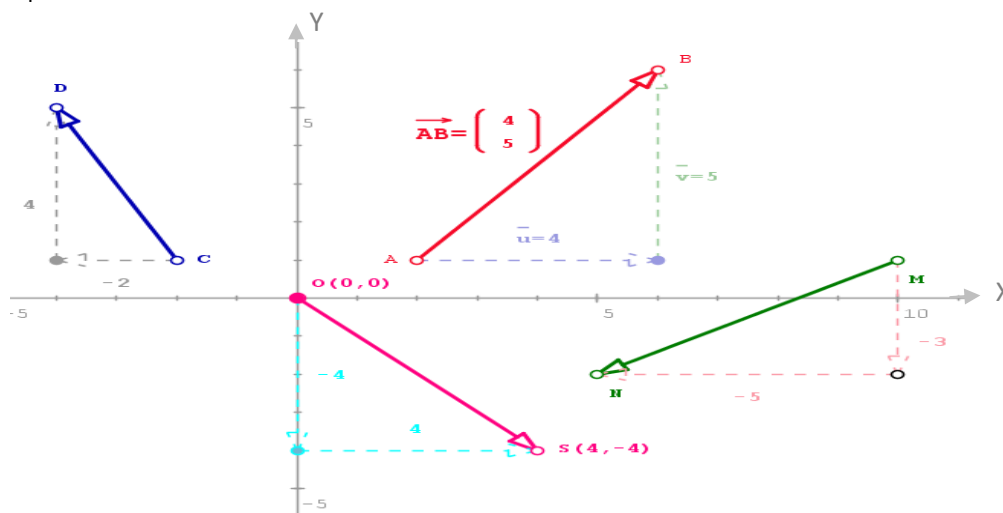
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถเขียนเวกเตอร์และหาผลบวก ผลลบ และผลคูณของเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากได้
2. นักเรียนสามารถหาขนาดของเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากได้
3. นักเรียนสามารถหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบแกนมุมฉากได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระบบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1



จากรูป จะได้ว่า

1. $\overrightarrow{AB}$ เป็นผลบวกของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ โดย $\vec{u}$ มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง..... กับ $\vec{v}$ มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง.....

เขียนแทน $\overrightarrow{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{bmatrix}$

2. $\overrightarrow{CD}$ เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง..... กับเวกเตอร์ที่มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง.....

เขียนแทน $\overrightarrow{CD}$ ด้วย $\begin{bmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{bmatrix}$

3. $\overrightarrow{OS}$ เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง..... กับเวกเตอร์ที่มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง.....

เขียนแทน $\overrightarrow{OS}$ ด้วย $\begin{bmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{bmatrix}$

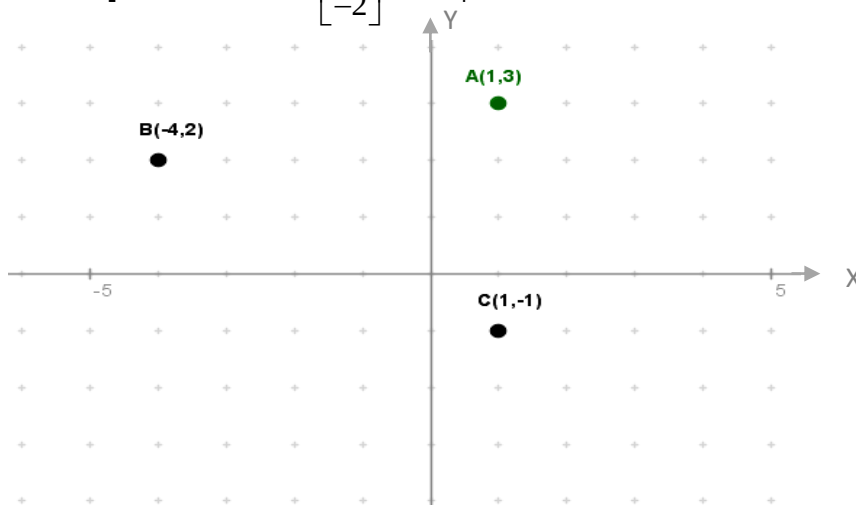
4. $\overline{MN}$ เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง..... กับเวกเตอร์ที่มีขนาด.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง.....
เขียนแทน $\overline{MN}$ ด้วย $\begin{bmatrix} \dots\dots \\ \dots\dots \end{bmatrix}$

สรุป

ในกรณีทั่วไป เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ จะเขียน $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ แทนเวกเตอร์ซึ่งเป็นผลบวกของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ ซึ่ง

1. ถ้า $a > 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน.....ไปทาง.....
2. ถ้า $a < 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน.....ไปทาง.....
3. ถ้า $b > 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน.....ไปทาง.....
4. ถ้า $b < 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน.....ไปทาง.....

กิจกรรมที่ 2 จงเขียนรูปแสดงเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ โดยมีจุดเริ่มต้นที่ $A(1, 3)$, $B(-4, 2)$ และ $C(1, -1)$



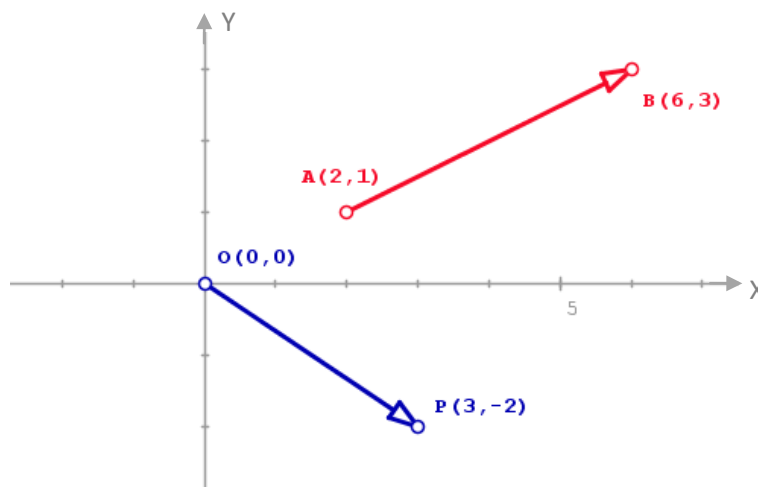
ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2

2. ให้นักเรียนสร้างรูปแสดงเวกเตอร์โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

- 2.1 คำสั่ง  ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง
- 2.2 คำสั่ง  ใช้ในการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์
- 2.3 คำสั่ง  ใช้ในการสร้างจุด

กิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 3



จะได้ว่า

1. ถ้า $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(2, 1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(6, 3)$ จะได้

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-2, 2)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(2, -4)$ จะได้

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

3. ถ้า $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-2, -3)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(1, 5)$ จะได้

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

4. ถ้า $\overrightarrow{OP}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $O(0, 0)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $P(3, -2)$ จะได้

$$\overrightarrow{OP} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

5. ถ้า $\overrightarrow{OP}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $O(0, 0)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $P(3, 4)$ จะได้

$$\overrightarrow{OP} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

สรุป

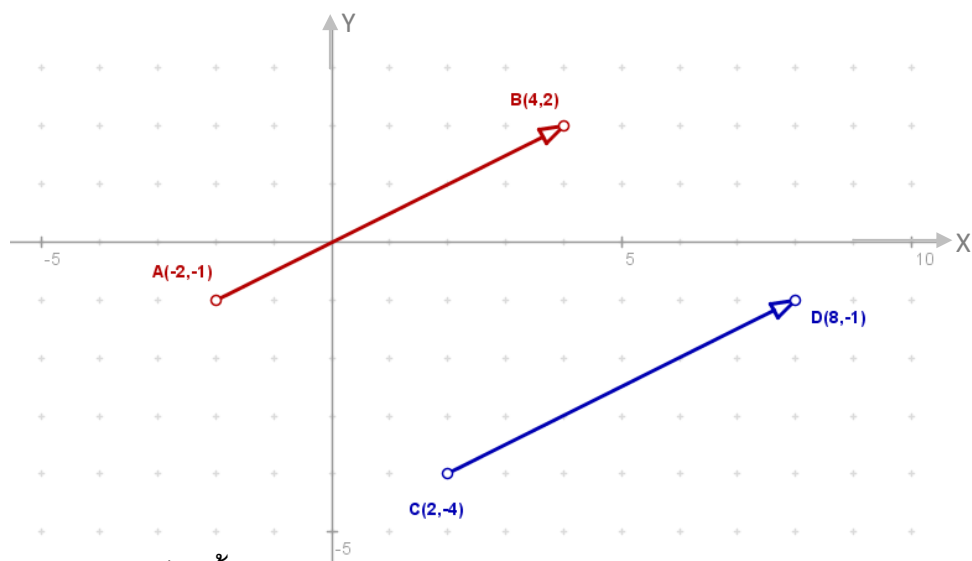
การเขียนเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากที่มีจุดเริ่มต้นที่ (x_1, y_1) และจุดสิ้นสุดที่ (x_2, y_2)

ถ้า $\overrightarrow{AB}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ $A(x_1, y_1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(x_2, y_2)$

จะเขียนแทน $\overrightarrow{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix}$

ดังนั้น ถ้าให้ $x_2 - x_1 = a$ และ $y_2 - y_1 = b$ แล้วจะเขียนแทน $\overrightarrow{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-2, -1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(4, 2)$
 $\overrightarrow{CD}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $C(2, -4)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $D(8, -1)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$

2. กำหนดให้ $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-1, 1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(4, -1)$
 $\overrightarrow{CD}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $C(3, 2)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $D(8, 0)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

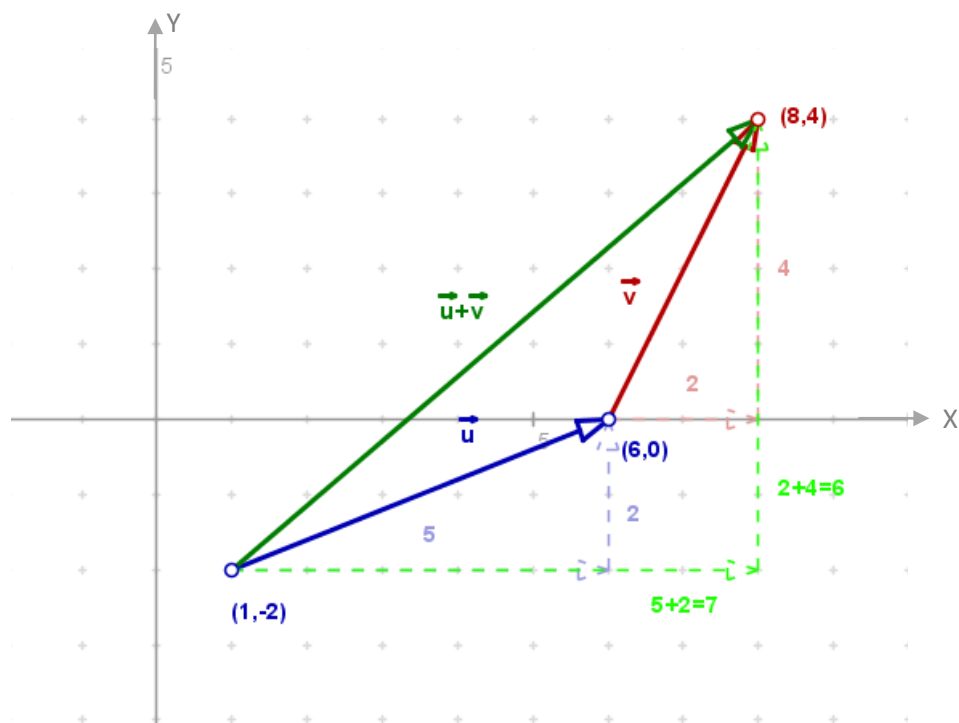
$$\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

ดังนั้น $\overrightarrow{AB} \dots \overrightarrow{CD}$

สรุป

บทนิยาม $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ก็ต่อเมื่อ $\dots = \dots$ และ $\dots = \dots$
--

กิจกรรมที่ 5 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 5



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

3. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้

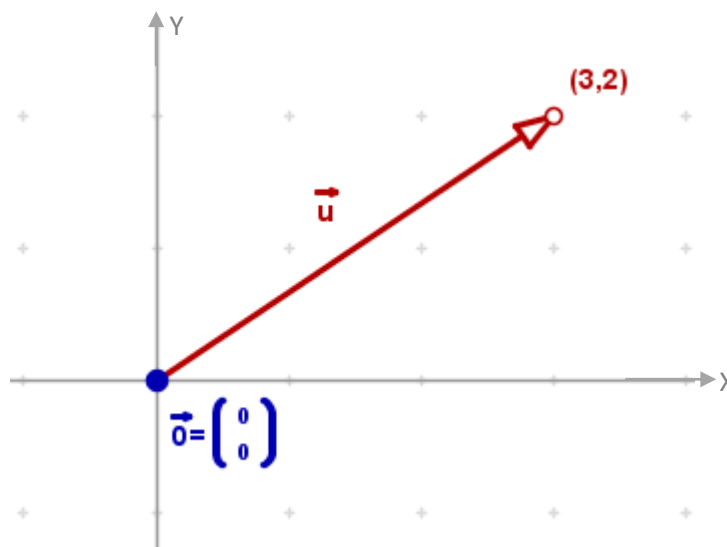
$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

สรุป

การบวกเวกเตอร์

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix}$$

กิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 6



จงตอบคำถามต่อไปนี้

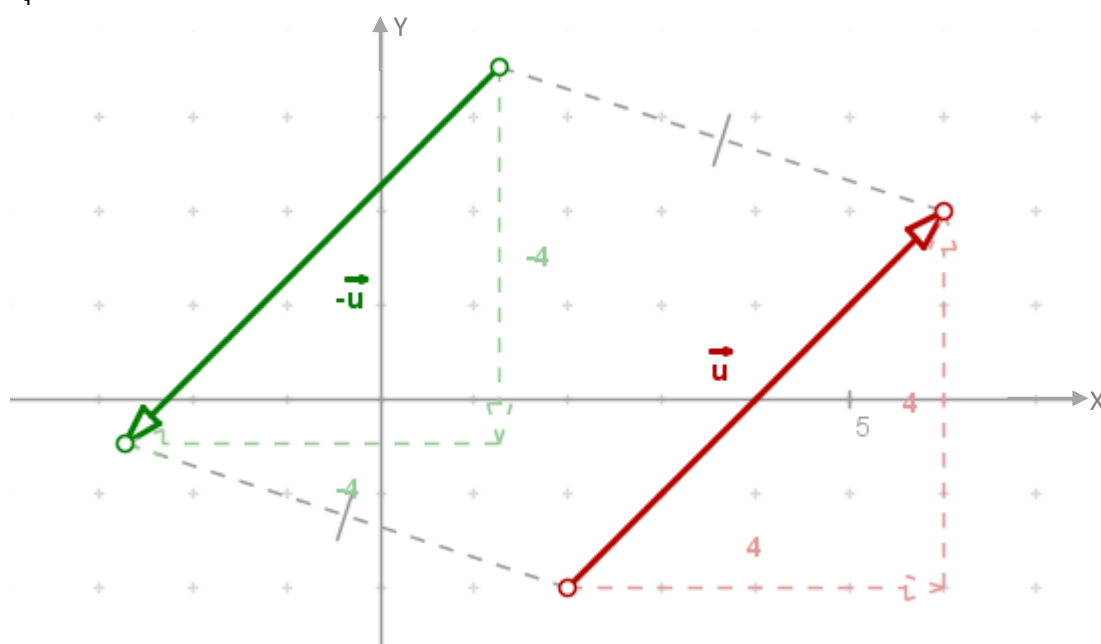
1. เวกเตอร์ศูนย์ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
3. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
4. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
5. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

สรุป

เวกเตอร์ศูนย์ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

จะเห็นว่า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 7 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 7



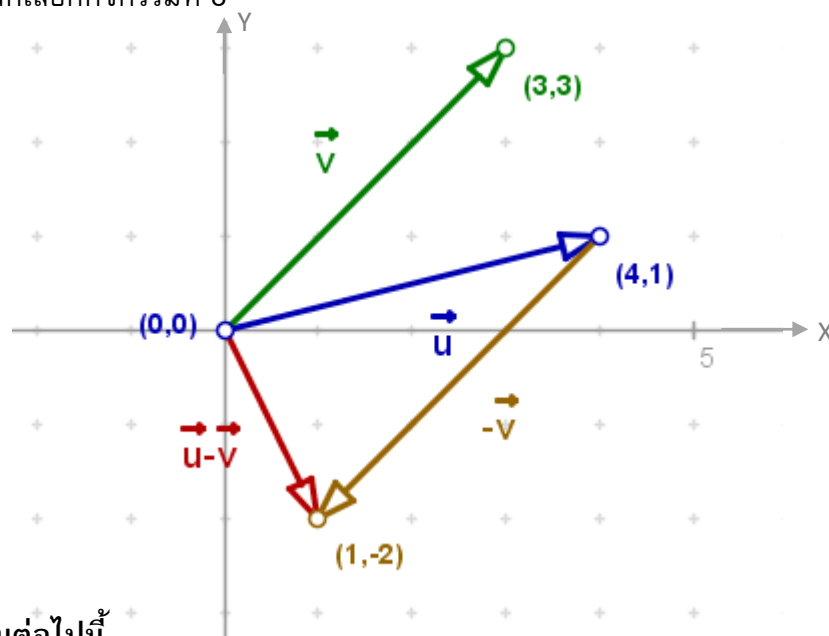
จงตอบคำถามต่อไปนี้

- นิเสธของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ คือ $-\vec{u} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 จะได้ $\vec{u} + (-\vec{u}) = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
- นิเสธของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$ คือ $-\vec{u} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 จะได้ $\vec{u} + (-\vec{u}) = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
- นิเสธของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$ คือ $-\vec{u} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 จะได้ $\vec{u} + (-\vec{u}) = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots + \dots \\ \dots + \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

สรุป

นิเสธของเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 จะเห็นว่า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 8 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 8



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

3. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

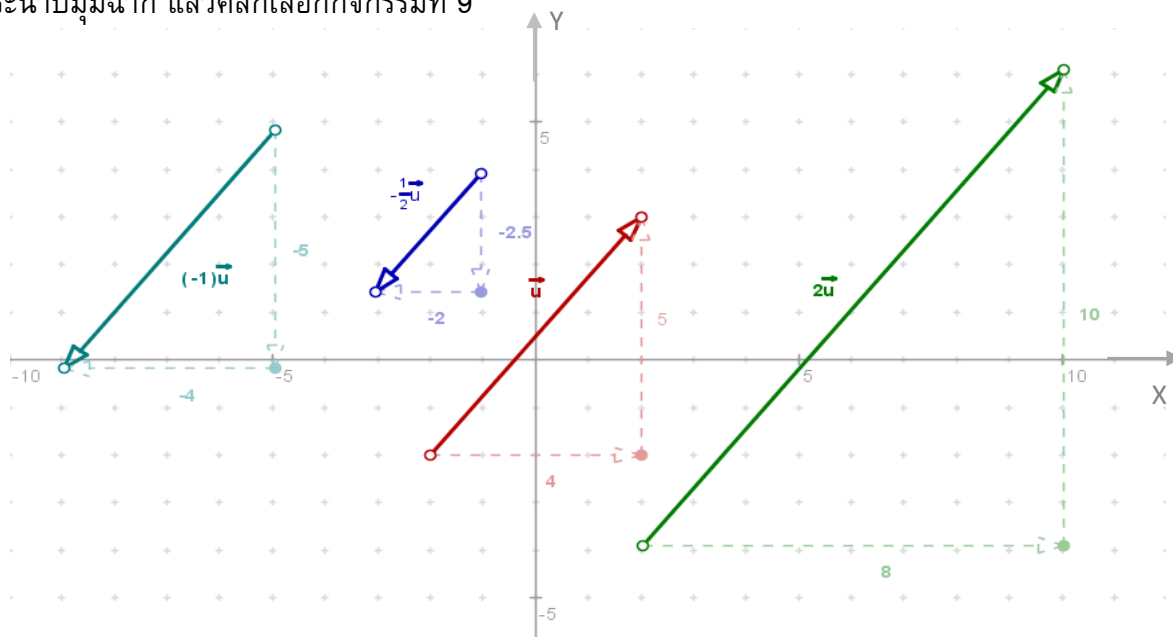
4. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

สรุป

การลบเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 9 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 9



จงตอบคำถามต่อไปนี้

- ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $2\vec{u} = \dots \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \times \dots \\ \dots \times \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $-\frac{1}{2}\vec{u} = \dots \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \times \dots \\ \dots \times \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $(-1)\vec{u} = \dots \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \times \dots \\ \dots \times \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
- ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $2\vec{u} = \dots \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \times \dots \\ \dots \times \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $-\frac{1}{2}\vec{u} = \dots \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \times \dots \\ \dots \times \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $(-1)\vec{u} = \dots \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \times \dots \\ \dots \times \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

สรุป

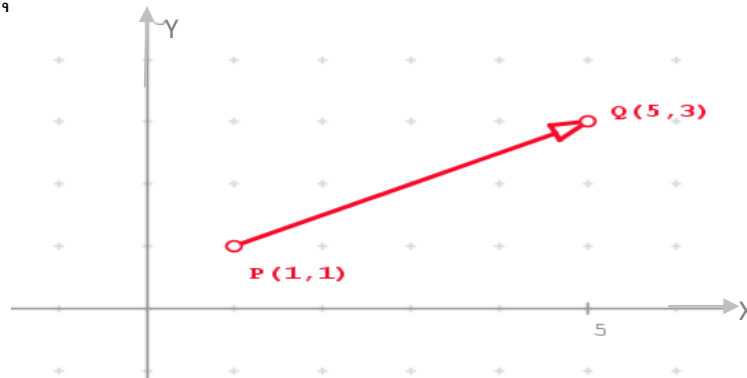
การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ $m \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$ เมื่อ m เป็นจำนวนจริงใดๆ

ข้อสังเกต ในกรณีที่ $m = -1$ จะเห็นว่า $(-1) \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \times \dots \\ \dots \times \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

นั่นคือ $-\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

ตอนที่ 2 ขนาดของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากและเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

กิจกรรมที่ 10 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 10



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า P มีพิกัดเป็น $(1, 1)$ และ Q มีพิกัดเป็น $(5, 3)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

.....

.....

.....

2. ถ้า P มีพิกัดเป็น $(-2, 3)$ และ Q มีพิกัดเป็น $(6, -3)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$|\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

.....

.....

.....

สรุป (ขนาดของเวกเตอร์)

ถ้า $\overrightarrow{PQ}$ เป็นเวกเตอร์ในระบบแกนพิกัดฉาก P มีพิกัดเป็น (x_1, y_1) และ Q มีพิกัดเป็น (x_2, y_2)

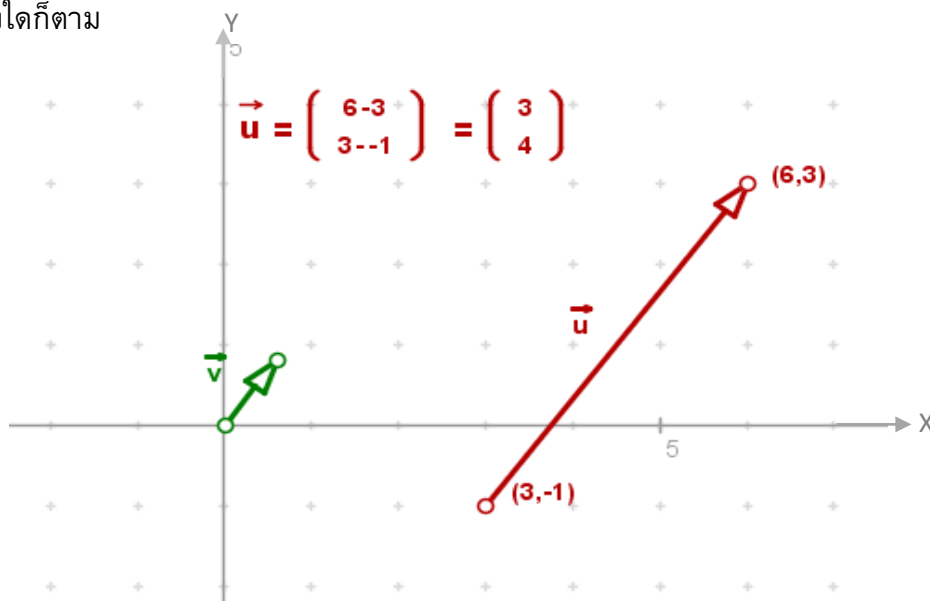
$$\text{จะได้ } \overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} \dots - \dots \\ \dots - \dots \end{bmatrix} \text{ และ } |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2}$$

และถ้า $x_2 - x_1 = a$ และ $y_2 - y_1 = b$ แล้วจะได้ $\overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$ และมีขนาดเท่ากับ $\sqrt{\dots + \dots}$

กิจกรรมที่ 11 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 11

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) หมายถึง เวกเตอร์ที่มีขนาด 1 หน่วย ไม่ว่าเวกเตอร์นั้นจะมีทิศทางใดก็ตาม



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ จะได้ $|\vec{u}| = \sqrt{\dots + \dots} = \dots$

จะได้ $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{\dots + \dots}} \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้ $|\vec{u}| = \sqrt{\dots + \dots} = \dots$

จะได้ $\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{\dots + \dots}} \times \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

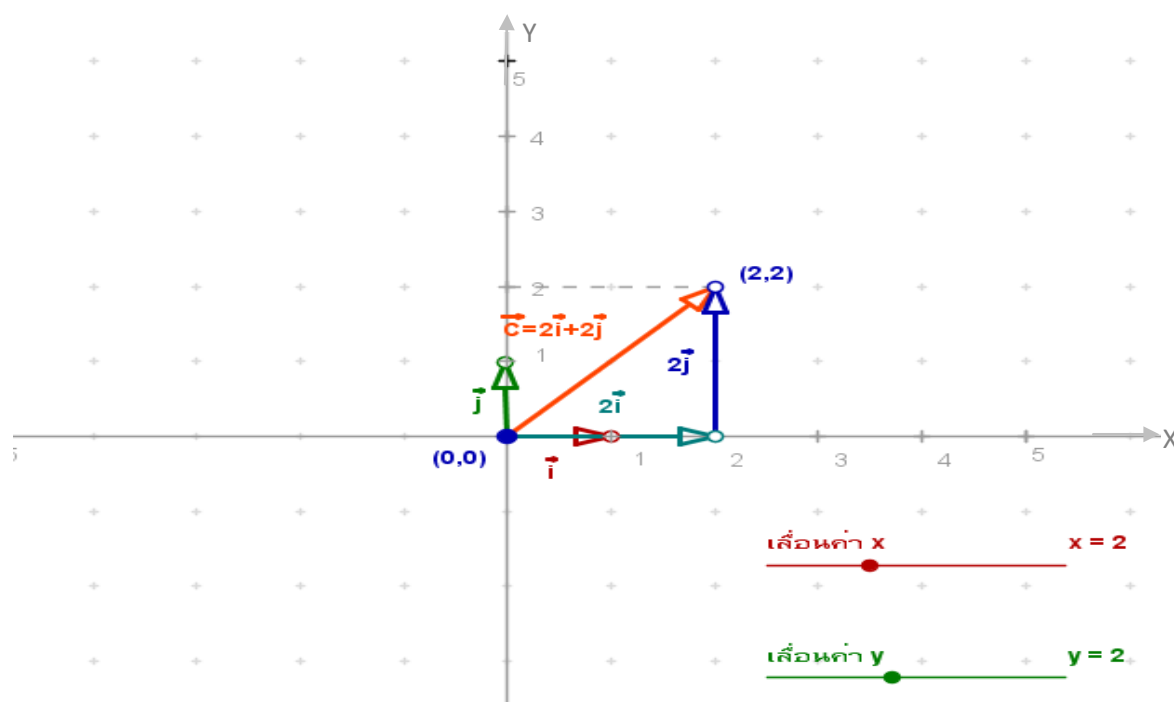
สรุป

เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ใดๆ จะมีขนาดเท่ากับ $\sqrt{\dots + \dots}$

เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย และมีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ใดๆ

คือ $\frac{1}{\sqrt{\dots + \dots}} \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 12 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 12



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน X คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$ เขียนแทนด้วย

2. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน Y คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$ เขียนแทนด้วย

3. ถ้า $\vec{C} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots \vec{i} + \dots \vec{j}$

4. ถ้า $\vec{C} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots$

5. ถ้า $\vec{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots$

6. ถ้า $\vec{C} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$
 $= \dots$

สรุป

ถ้าเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ เป็นใดๆ สามารถเขียนในรูปของ $\vec{i}$ และ $\vec{j}$ ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$= \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} + \dots \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$= \dots \vec{i} + \dots \vec{j}$$



ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

1. จงหา $\overrightarrow{AB}$ เมื่อกำหนดจุด $A(-2, 1)$ และจุด $B(3, 2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาเวกเตอร์ต่อไปนี้

$$2.1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$2.2 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$2.3 \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

$$2.4 \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

3. กำหนด $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ และ $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ จงหา $2\vec{a} + 3\vec{b}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาขนาดของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงเขียนเวกเตอร์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูป $\vec{i}$ และ $\vec{j}$

5.1) $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$

5.2) $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$

5.3) $\begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$

5.4) $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$

5.5) $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} = \dots\dots\dots$

6. กำหนด $\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ และ $\vec{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ จงหา $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ ในรูป $\vec{i}$ และ $\vec{j}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. จงหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ $\vec{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมเรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

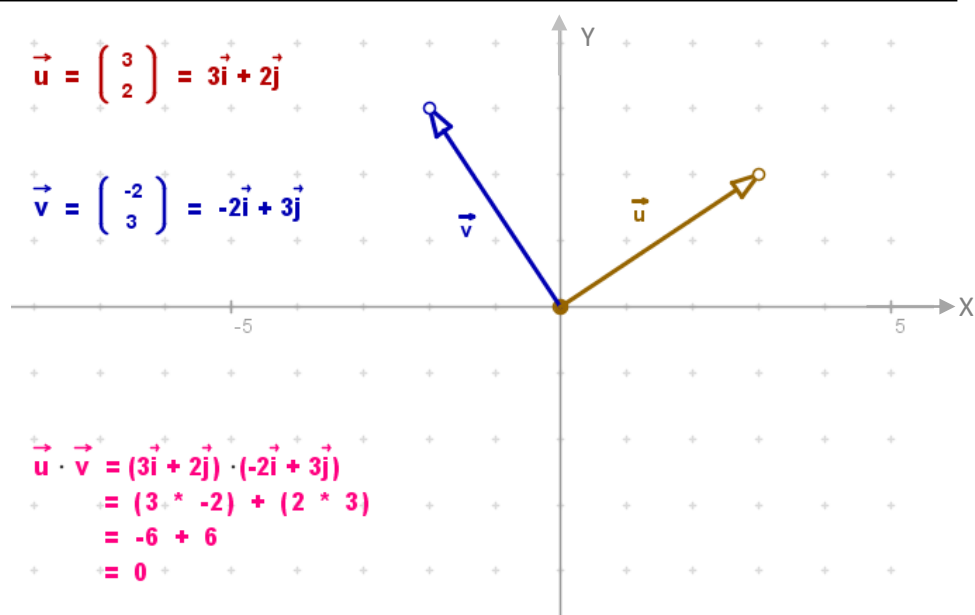
1. นักเรียนสามารถหาผลคูณเชิงสเกลาร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของผลคูณเชิงสเกลาร์และนำไปใช้ได้
3. นักเรียนสามารถหามุมระหว่างเวกเตอร์ในระนาบได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

ตอนที่ 1 ผลคูณเชิงสเกลาร์

กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนเข้าสู่ศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1

ผลคูณเชิงสเกลาร์ หมายถึง ผลคูณของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นสเกลาร์



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}
 \vec{u} \cdot \vec{v} &= (3\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (-2\vec{i} + 3\vec{j}) \\
 &= (\dots \times \dots) + (\dots \times \dots) \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

3. กำหนดให้ $\vec{u} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = -4\vec{i} + 5\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

สรุป

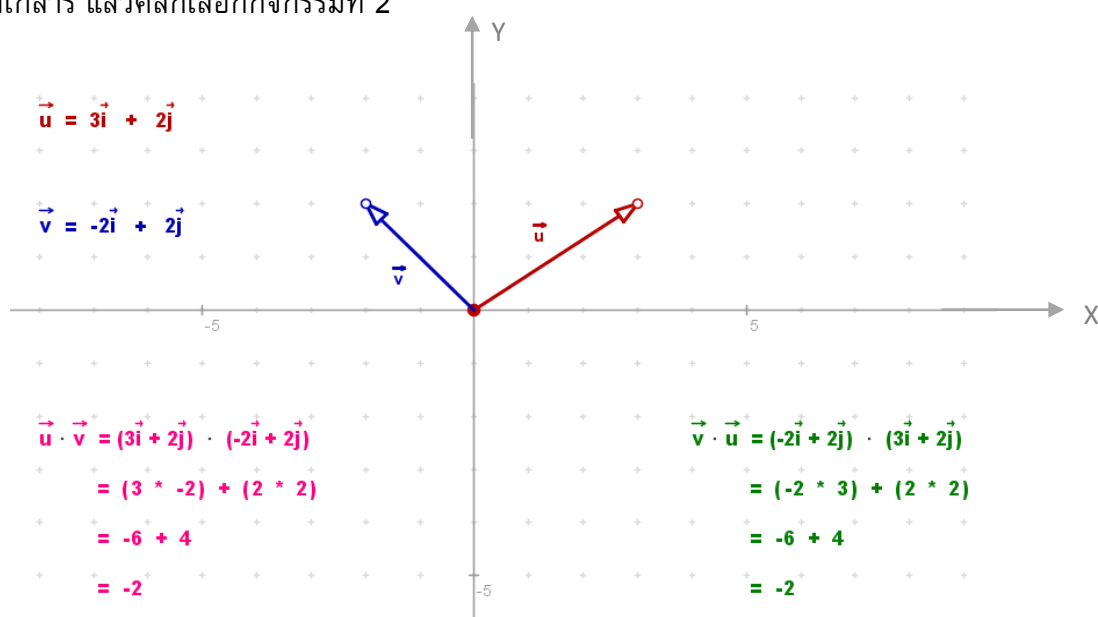
บทนิยาม ถ้า $\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ และ $\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$

ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} \cdot \vec{v}$

โดยที่ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$

ตอนที่ 2 สมบัติผลคูณเชิงสเกลาร์

กิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (3\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (-2\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= (\dots \times \dots) + (\dots \times \dots) \\ &= \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-2\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (3\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= (\dots \times \dots) + (\dots \times \dots) \\ &= \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = -6\vec{i} - 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

3. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ จะได้

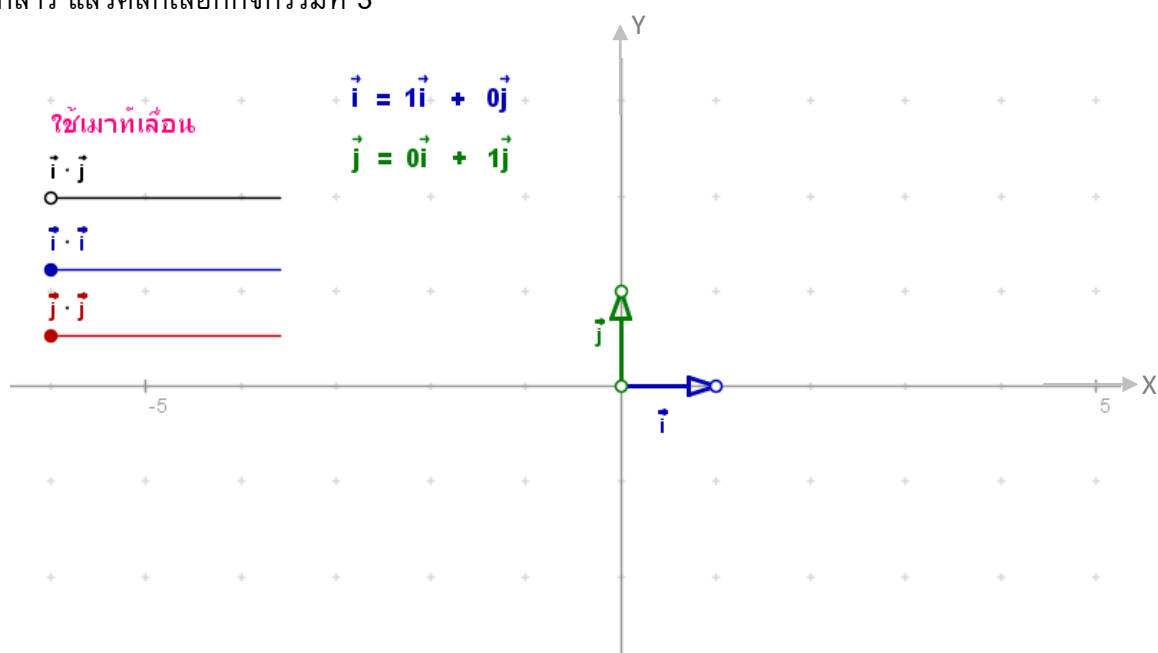
$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

สรุป

สมบัติการสลับที่ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots$

กิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 3



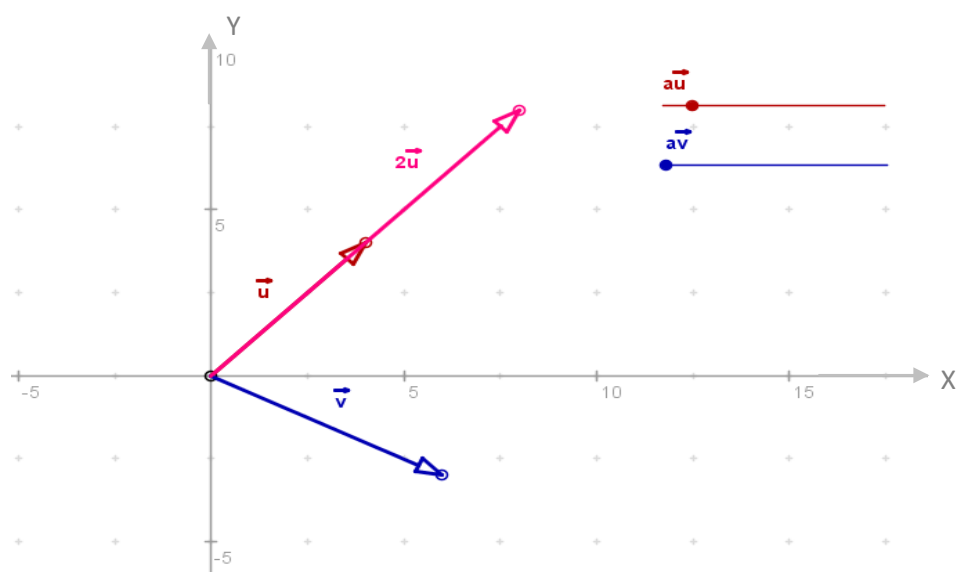
จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\vec{i} \cdot \vec{i} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
2. $\vec{j} \cdot \vec{j} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
3. $\vec{i} \cdot \vec{j} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

สรุป

1. $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \dots\dots\dots$
2. $\vec{i} \cdot \vec{j} = \dots\dots\dots$

กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\vec{u} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$ จะได้

1.1 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

ดังนั้น $2(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \dots\dots\dots$

1.2 $(2\vec{u}) \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

1.3 $\vec{u} \cdot (2\vec{v}) = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j}$ และ $\vec{v} = -3\vec{j}$ จะได้

2.1 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $4(\vec{u} \cdot \vec{v}) = \dots\dots\dots$

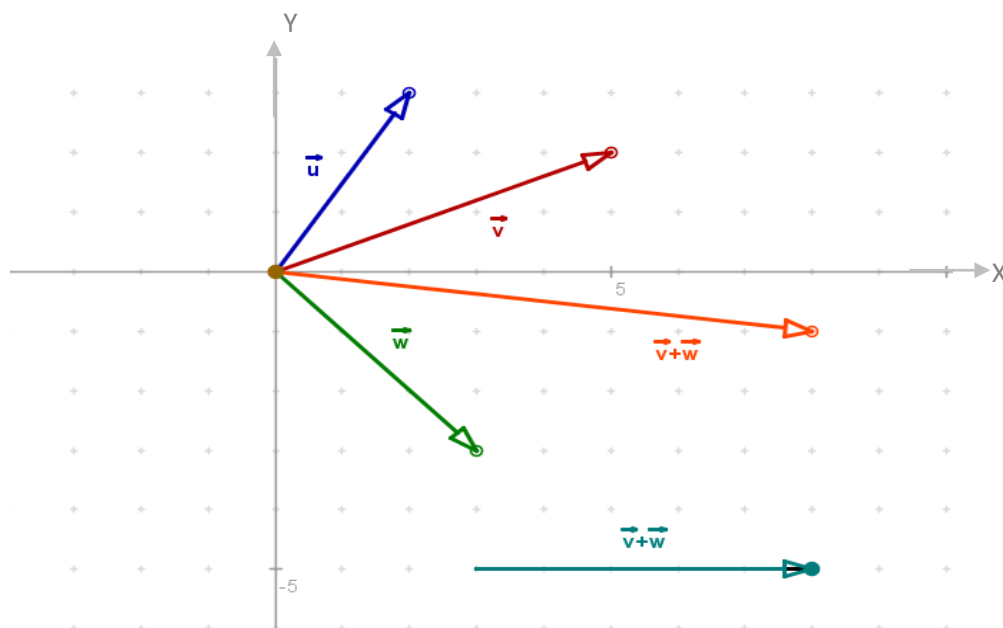
2.2 $(4\vec{u}) \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

2.3 $\vec{u} \cdot (4\vec{v}) = \dots\dots\dots$

สรุป

ถ้า a เป็นสเกลาร์ $(a\vec{u}) \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

กิจกรรมที่ 5 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 5



จงตอบคำถามต่อไปนี้

กำหนดให้ $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{v} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{w} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ จะได้

$$1 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $(\vec{u} \cdot \vec{v}) + (\vec{u} \cdot \vec{w}) = \dots\dots\dots$

$$2 \quad \vec{v} + \vec{w} = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

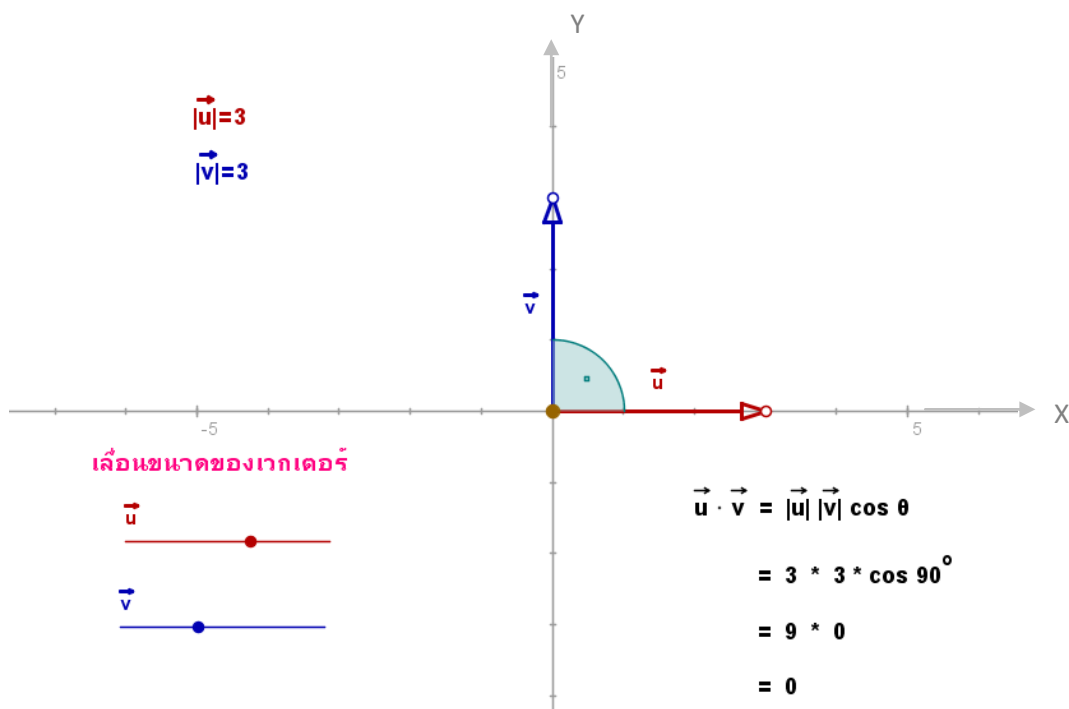
$$= \dots\dots\dots$$

สรุป

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \dots\dots\dots \quad (\text{สมบัติการแจกแจง})$$

กิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 6

ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น θ ซึ่ง $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $|\vec{u}| = 3$ และ $|\vec{v}| = 3$ แล้วจะได้ว่า
 - 1.1 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 0° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 - 1.2 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 30° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 - 1.3 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 60° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 - 1.4 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 - 1.5 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 120° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 - 1.6 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 150° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 - 1.7 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมตรง แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
2. ถ้า $|\vec{u}| = 4$ และ $|\vec{v}| = 2$ แล้วจะได้ว่า
 - 2.1 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 0° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
 - 2.2 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 30° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

- 2.3 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 60° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 2.4 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 2.5 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 120° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 2.6 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 150° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 2.7 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมตรง แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

3. ถ้า $|\vec{u}| = 2$ และ $|\vec{v}| = 5$ แล้วจะได้ว่า

- 3.1 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 0° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 3.2 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 30° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 3.3 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 60° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 3.4 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 3.5 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 120° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 3.6 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 150° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$
- 3.7 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมตรง แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots\dots\dots$

4. ถ้า $\vec{u}$ เท่ากับ $\vec{v}$ แล้วจะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

สรุป

ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ แล้วจะได้ว่า

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม.....
2. $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม.....
3. $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม.....
4. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v}$ มีค่ามากที่สุด จะได้ว่ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม.....
5. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v}$ มีค่าน้อยที่สุด จะได้ว่ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม.....?
6. $\vec{u} \cdot \vec{u} = \dots\dots\dots$



ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับผลคูณเชิงสเกลาร์

1. จงหาค่าของ $\vec{u} \cdot \vec{v}$ เมื่อกำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ดังต่อไปนี้

1.1 $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

1.2 $\vec{u} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ และ $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

1.3 $\vec{u} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots\end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ และ $\vec{w} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ จงหา

2.1 $(\vec{u} \cdot \vec{v}) + (\vec{u} \cdot \vec{w})$

$$\begin{aligned}&\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}$$

2.2 $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{w})$

$$\begin{aligned}&\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}$$

2.3 $\vec{w} \cdot (\vec{u} + \vec{v})$

$$\begin{aligned}&\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}$$

$$2.4 \quad (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$$

.....

.....

.....

3. เวกเตอร์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน

$$3.1 \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

.....

.....

.....

$$3.2 \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{d} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

.....

.....

.....

$$3.3 \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมเรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

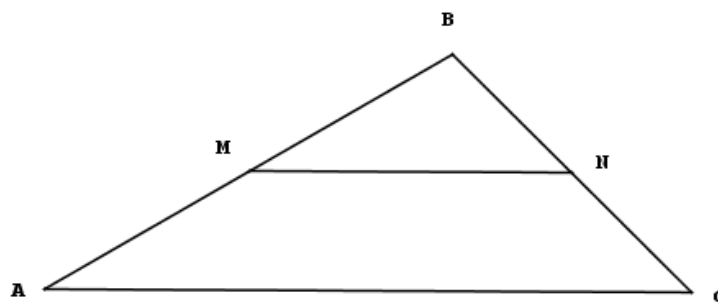
1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางเรขาคณิตได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางฟิสิกส์ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงว่าส่วนของเส้นตรงที่ต่อจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใดๆ ย่อมยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม และขนานกับด้านที่สาม

วิธีทำ



ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB และด้าน BC ตามลำดับ

จะแสดงว่าส่วนของเส้นตรง MN ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้าน AC และขนานกับด้าน AC

ให้ $\overrightarrow{AB} = \dots\dots\dots$ และ $\overrightarrow{BC} = \dots\dots\dots$

จะได้ $\overrightarrow{AC} = \dots\dots\dots$

เนื่องจาก $\overrightarrow{MB} = \dots\dots\dots$ และ $\overrightarrow{BN} = \dots\dots\dots$

จะได้ $\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots$

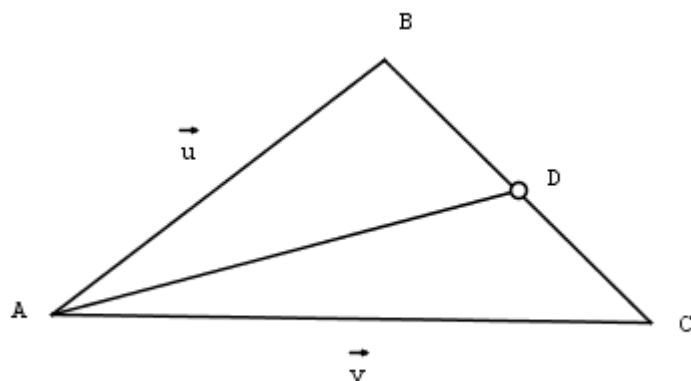
ดังนั้น $\overrightarrow{MN} = \dots\dots\dots$

นั่นคือ $|\overrightarrow{MN}| = \dots\dots\dots$ และ $\overrightarrow{MN}$ ขนานกับ $\dots\dots\dots$

สรุปได้ว่า $\dots\dots\dots$ #

กิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มี D เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC ดังรูป และให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ จงแสดงว่า $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$



วิธีทำ จะได้ว่า $\overrightarrow{AD} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

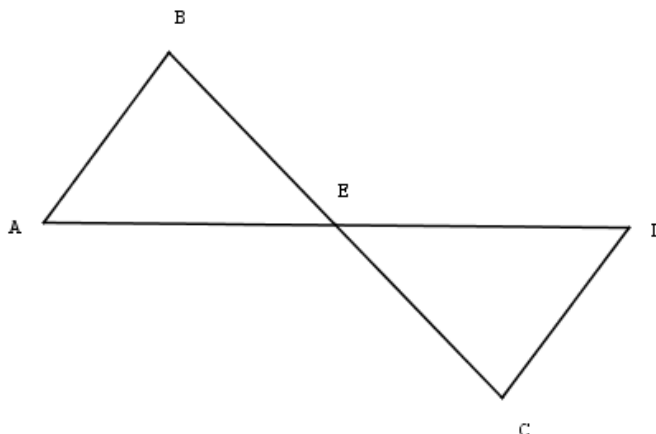
เนื่องจาก $\overrightarrow{BC} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $\overrightarrow{AD} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

นั่นคือ $\overrightarrow{AD} = \dots\dots\dots$ #

กิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปกำหนดให้ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC}$ จงพิสูจน์ว่า $AE = ED$



วิธีทำ จาก $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC}$
 จะได้ $\overrightarrow{AE} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

เนื่องจาก $\overrightarrow{ED} = \dots\dots\dots$

จะได้ว่า $\overrightarrow{AE} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $|\overrightarrow{AE}| = \dots\dots\dots$

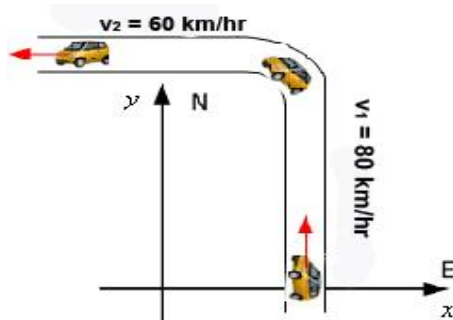
นั่นคือ $AE = \dots\dots\dots$

#

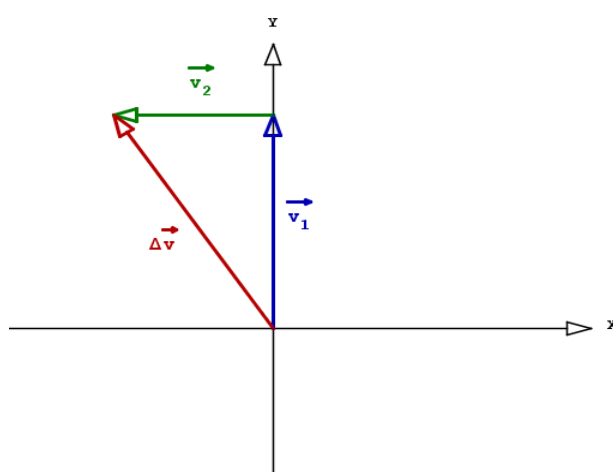


กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4

ตัวอย่างที่ 4 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกและวิ่งด้วยความเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังรูป จงหาการเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถยนต์



วิธีทำ เขียนแทนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังรูป



เขียนแทนในรูปเวกเตอร์หนึ่งหน่วย จะได้

$$\vec{v}_1 = \dots\dots\dots$$

$$\vec{v}_2 = \dots\dots\dots$$

เนื่องจากอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วคือ $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

จะได้ $\Delta\vec{v} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $|\Delta\vec{v}| = \dots\dots\dots$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

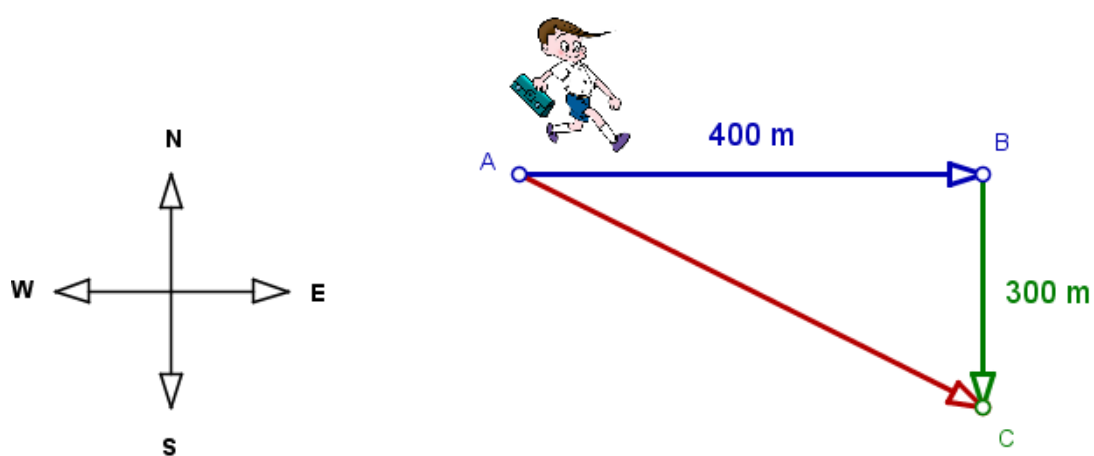
$$= \dots\dots\dots$$

นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถยนต์เท่ากับ.....กิโลเมตรต่อชั่วโมง #

กิจกรรมที่ 5 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 5

ตัวอย่างที่ 5 เด็กคนหนึ่งออกเดินทางจากจุด A ไปในทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 400 เมตร ถึงจุด B แล้วเดินต่อไปในทิศใต้ เป็นระยะทาง 300 เมตร ถึงจุด C จงหาระยะการกระจัดของเด็กคนนี้

วิธีทำ เขียนแทนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังรูป



จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
โดย ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$AC^2 = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น $AC = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

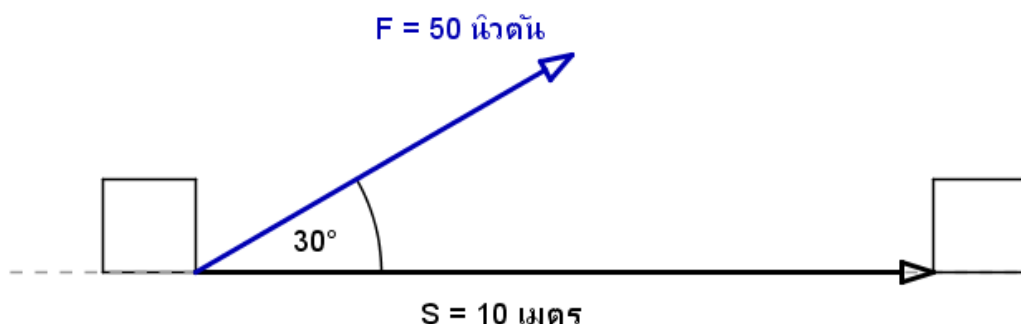
$= \dots\dots\dots$

นั่นคือ ระยะการกระจัดของเด็กคนนี้เท่ากับ เมตร

#

กิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 6

ตัวอย่างที่ 6 เด็กคนหนึ่งออกแรง 50 นิวตัน ลากกล่องไปหนึ่ง ในแนวทำมุม 30° องศา กับแนวระดับ ถ้าเขาลากกล่องไปได้ไกล 10 เมตร ดังรูป จงหาว่างานที่เด็กคนนี้ทำในการลากกล่อง



วิธีทำ จากสูตร งาน(W) = แรง ($F \cos \theta$) $\times$ ระยะ(S)

จะได้ $W = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น $W = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$\approx \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

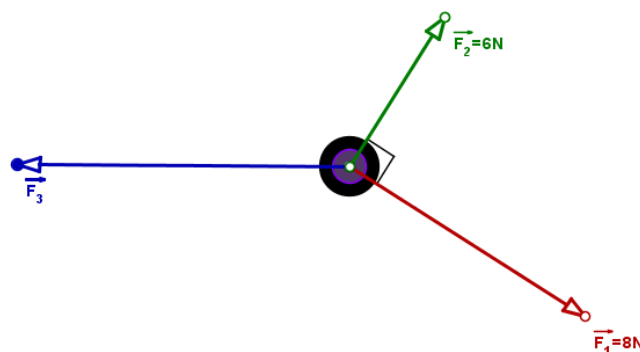
นั่นคือ งานที่เด็กคนนี้ทำในการลากกล่องประมาณ..... จูล

#

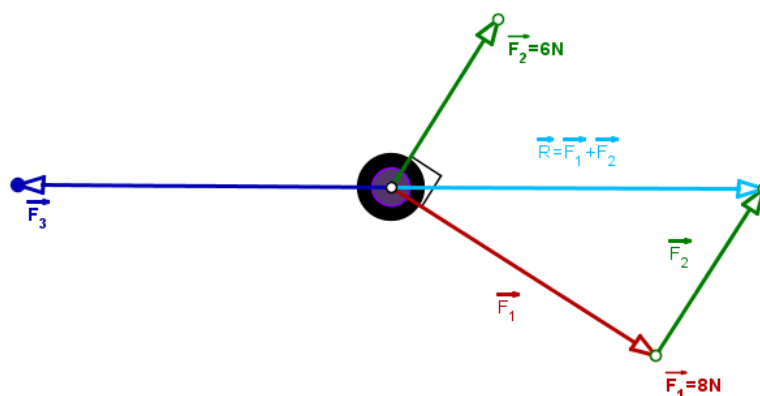


กิจกรรมที่ 7 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 7

ตัวอย่างที่ 7 นักเรียน 3 คน ออกแรงดึงเชือกที่ผูกติดกับห่วงในทิศทางต่างๆ โดยมีขนาดของแรงเป็น F_1 , F_2 และ F_3 ดังรูป จงหาว่า จะต้องออกแรง F_3 ดึงเชือกขนาดเท่าใด จึงจะทำให้ห่วงอยู่นิ่ง



วิธีทำ เขียนเวกเตอร์แทนการหาแรงลัพธ์ระหว่าง F_1 และ F_2 จะได้



เนื่องจาก เมื่อห่วงอยู่นิ่ง จะได้ว่า $|\vec{F}_3| - |\vec{R}| = 0$

จะได้ $\vec{F}_3 = -\vec{R} = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$

จากรูปโดยอาศัยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า $|\vec{R}|^2 = \dots\dots\dots$

ดังนั้น $|\vec{R}| = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

นั่นคือ นักเรียนจะต้องออกแรง F_3 ดึงเชือกขนาด.....นิวตัน จึงจะทำให้ห่วงอยู่นิ่ง

ภาคผนวก จ
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
2. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
 ตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ
 ตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย แสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย **X** ลงในกระดาษคำตอบในแต่ละข้อ โดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวและแสดงวิธีทำให้ถูกต้องครบถ้วน
4. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

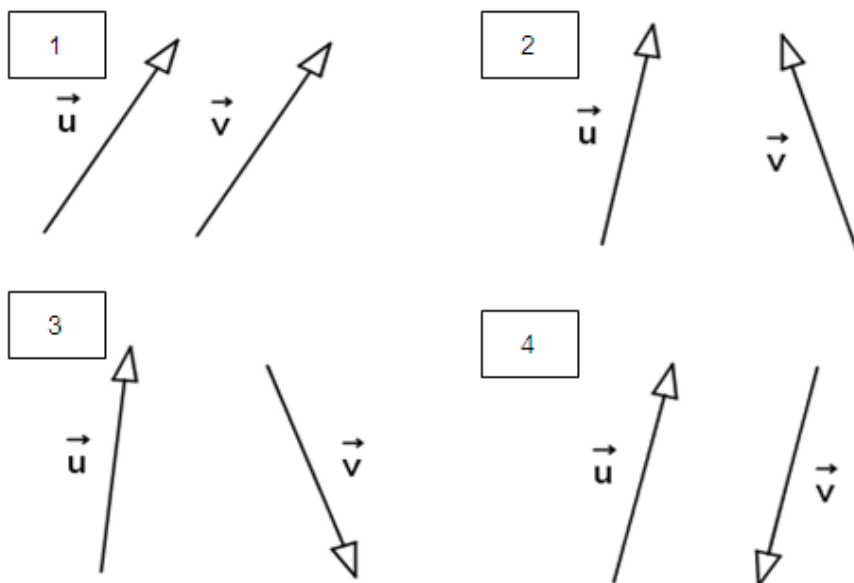
1. ข้อแตกต่างระหว่างปริมาณสเกลาร์กับปริมาณเวกเตอร์คือข้อใด

ก. ปริมาณเวกเตอร์มีขนาด	ข. ปริมาณสเกลาร์มีขนาด
ค. ปริมาณเวกเตอร์มีทิศทาง	ง. ปริมาณสเกลาร์มีทิศทาง
2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นปริมาณเวกเตอร์

ก. แดงมีอายุรวมกับดำเท่ากับ 36 ปี
ข. สุดาขี่จักรยานได้ชั่วโมงละ 3 กิโลเมตร
ค. มานีเปิดแอร์ที่อุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียส
ง. สุมาลีขี่จักรยานไปทางทิศเหนือได้ 2 กิโลเมตร
3. $\overline{AB} = \overline{CD}$ หมายความว่าอย่างไร

ก. $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ มีขนาดเท่ากัน
ข. $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ มีขนาดเท่ากันและขนานกัน
ค. $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ มีขนาดเท่ากันและมีทิศทางเดียวกัน
ง. $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ มีขนาดเท่ากันและมีทิศทางตรงข้ามกัน

จากรูปต่อไปนี้ จงตอบคำถามข้อ 4 – 5



4. เวกเตอร์คู่ใดที่เท่ากัน

ก. เวกเตอร์คู่ที่ 1

ค. เวกเตอร์คู่ที่ 3

ข. เวกเตอร์คู่ที่ 2

ง. เวกเตอร์คู่ที่ 4

5. เวกเตอร์คู่ใดที่เป็นนิเสธกัน

ก. เวกเตอร์คู่ที่ 1

ค. เวกเตอร์คู่ที่ 3

ข. เวกเตอร์คู่ที่ 2

ง. เวกเตอร์คู่ที่ 4

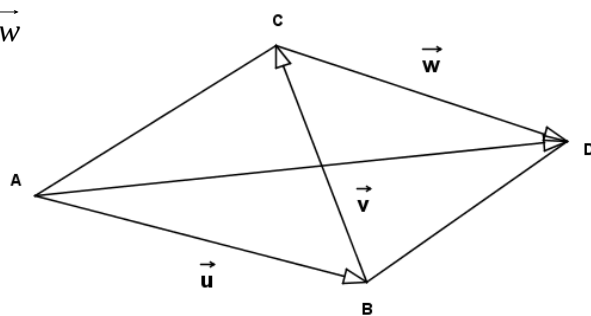
6. จากรูปข้อใดมีค่าเท่ากับ $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$

ก. $\overrightarrow{DA}$

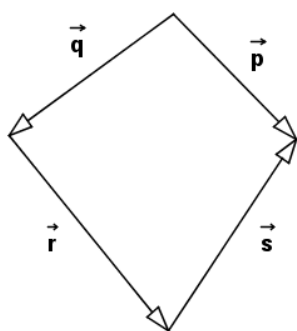
ข. $\overrightarrow{AC}$

ค. $\overrightarrow{AD}$

ง. $\overrightarrow{BD}$



7. จากรูปผลบวกของเวกเตอร์ในข้อใดเท่ากับ $\vec{0}$



ก. $\vec{p} + \vec{q} + \vec{r} + \vec{s}$

ข. $\vec{p} + \vec{q} + \vec{r} - \vec{s}$

ค. $\vec{p} - \vec{q} + \vec{r} + \vec{s}$

ง. $-\vec{p} + \vec{q} + \vec{r} + \vec{s}$

8. กำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ที่ไม่เป็น $\vec{0}$ ข้อใดเป็นเอกลักษณ์การบวกเวกเตอร์

ก. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0} = \vec{v} + \vec{u}$

ข. $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u} = \vec{0} + \vec{u}$

ค. $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} = \vec{0} + \vec{u}$

ง. $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0} = (-\vec{u}) + \vec{u}$

9. เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็น 3 เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$ คือข้อใด

ก. $3\vec{u}$

ข. $3 + \vec{u}$

ค. $-3\vec{u}$

ง. $-3 + \vec{u}$

10. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้ $a \times \vec{0}$ เท่ากับข้อใด

ก. 0

ข. $\vec{0}$

ค. a

ง. $\vec{a}$

11. ปริมาณเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-4, 2)$ และจุดสิ้นสุดที่ $B(-2, -3)$ แล้ว $\overrightarrow{AB}$ คือข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} -6 \\ -1 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$

12. ถ้า $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{u} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ แล้ว $\vec{u} + \vec{v}$ เท่ากับข้อใด

ก. $5\vec{i} + 8\vec{j}$

ข. $8\vec{i} + 4\vec{j}$

ค. $4\vec{i} + 5\vec{j}$

ง. $8\vec{i} - 4\vec{j}$

13. กำหนดให้ $\vec{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ แล้ว $3\vec{u} - 2\vec{v}$ เท่ากับข้อใด

ก. $\begin{bmatrix} 9 \\ 4 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} -9 \\ 4 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

14. ขนาดของเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 3

ข. 5

ค. 7

ง. 10

15. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$ คือข้อใด

ก. $\vec{i}$

ข. $-\vec{i}$

ค. $\vec{j}$

ง. $-\vec{j}$

16. กำหนดให้ $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}$ แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v}$ เท่ากับข้อใด

ก. 1

ข. 3

ค. 5

ง. 7

17. เวกเตอร์ในข้อใดต่อไปนี้ไม่ตั้งฉากกัน

ก. $\begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$ กับ $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

ข. $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ กับ $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

ค. $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ กับ $\begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$

ง. $\begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ กับ $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$

18. ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้สรุปถูกต้อง

ก. $\vec{u} \cdot \vec{v}$ มีค่ามากที่สุด เมื่อมุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม 180°

ข. $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$ เมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมแหลม

ค. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ เมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก

ง. $\vec{u} \cdot \vec{v}$ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อมุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม 0°

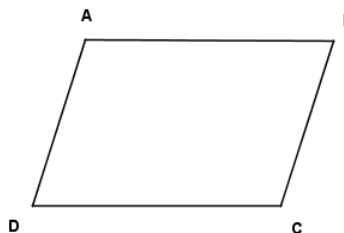
19. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรูป แล้ว $\overrightarrow{CB} - (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD})$ เท่ากับเวกเตอร์ข้อใด

ก. $\overrightarrow{AB}$

ข. $\overrightarrow{CD}$

ค. $\overrightarrow{CA}$

ง. $\overrightarrow{BD}$



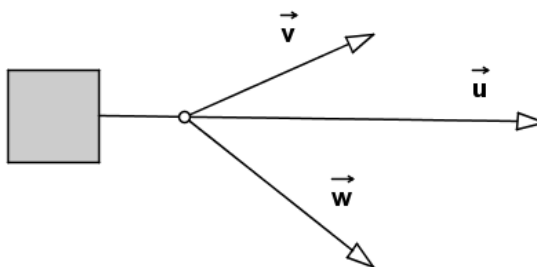
20. ในการออกแรงลากวัตถุชิ้นหนึ่งในพื้นราบ ดังรูป แล้วทิศทางที่วัตถุจะถูกลากไปคือทิศทางใด

ก. ทิศทางเดียวกับ $\vec{u}$

ข. ทิศทางเดียวกับ $\vec{v}$

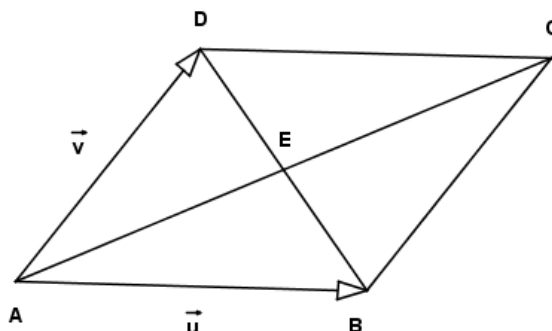
ค. ทิศทางระหว่าง $\vec{u}$ และ $\vec{w}$

ง. ทิศทางระหว่าง $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีทำ

1. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $ABCD$ ให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ จงเขียนเวกเตอร์ต่อไปนี้ในรูปของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



วิธีทำ $\overrightarrow{AC} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{DB} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{CB} = \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{AE} = \dots\dots\dots$

2. จงอธิบายลักษณะของเวกเตอร์ต่อไปนี้

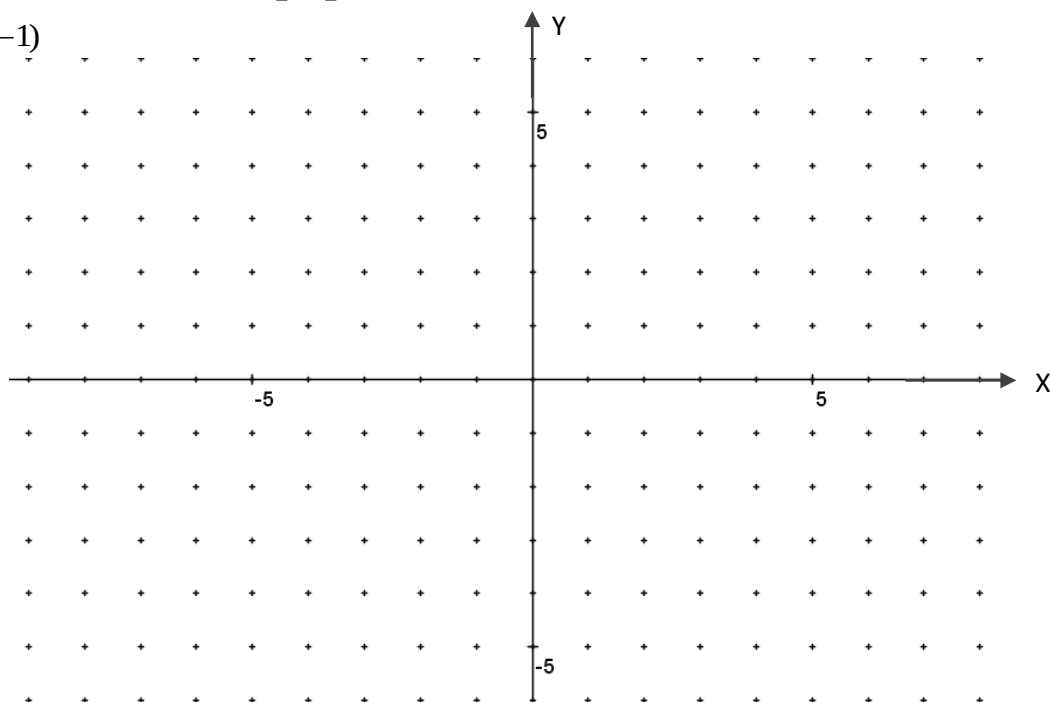
- 2.1. $4\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$
 2.2. $-2\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$
 2.3. $\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$
 2.4. $-\frac{1}{2}\vec{u}$ มีขนาดเป็น.....เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....กับ $\vec{u}$

3. กำหนด $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ จงหา $-2\vec{a} + 3\vec{b}$

วิธีทำ.....

4. จงเขียนรูปแสดงเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ โดยมีจุดเริ่มต้นที่ $A(1, 3)$, $B(-4, 2)$, $C(-4, -1)$ และ

$D(1, -1)$



5. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ จงหา $\vec{u} \cdot \vec{v}$

วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



ขอให้โชคดีในการสอบนะครับ

ภาคผนวก จ

**เฉลยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.
และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

เฉลยใบกิจกรรมเรื่อง เวกเตอร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของเวกเตอร์ เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกันและเวกเตอร์ที่ขนานกันได้
2. นักเรียนสามารถบอกเวกเตอร์ที่เท่ากันและนิเสธของเวกเตอร์ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 ปริมาณเวกเตอร์และนิยามเกี่ยวกับเวกเตอร์

1. ปริมาณเวกเตอร์

1.1. จงยกตัวอย่างปริมาณที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน เช่น พื้นที่ มวล ความสูง อายุ ปริมาตร อุณหภูมิ การเคลื่อนที่ ความเร็ว ความเร่ง แรง โมเมนตัม เป็นต้น

1.2. จากข้อ 1 ปริมาณที่บอกขนาดเพียงอย่างเดียว ได้แก่ พื้นที่ มวล ความสูง อายุ ปริมาตร อุณหภูมิ

ปริมาณที่บอกทั้งขนาดและทิศทาง ได้แก่ การเคลื่อนที่ ความเร็ว ความเร่ง แรง โมเมนตัม

1.3 ปริมาณสเกลาร์ แทนด้วย จำนวนจริง

ปริมาณเวกเตอร์ในเชิงเรขาคณิต แทนด้วย ส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทาง

1.ความยาวของส่วนของเส้นตรงบอก ขนาดของเวกเตอร์

2. หัวลูกศรบอก ทิศทางของเวกเตอร์

สรุป บทนิยาม ปริมาณที่มีแต่ขนาดเพียงอย่างเดียว เรียกว่า ปริมาณสเกลาร์
ปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง เรียกว่า ปริมาณเวกเตอร์

2. การเขียนเวกเตอร์และขนาดของเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1, 2 และกิจกรรมที่ 3 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาวิธีการเขียนเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

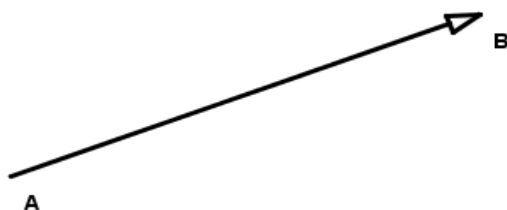
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการเขียนเวกเตอร์ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 1 กำหนดสัญลักษณ์ที่แทนปริมาณเวกเตอร์ AB ดังรูป



จากรูป แสดงเวกเตอร์จาก A ไป B อ่านว่า เวกเตอร์เอบี

เขียนแทนด้วย $\overrightarrow{AB}$ หรือ $\overline{AB}$

เรียก A ว่า จุดเริ่มต้น (initial point) ของเวกเตอร์

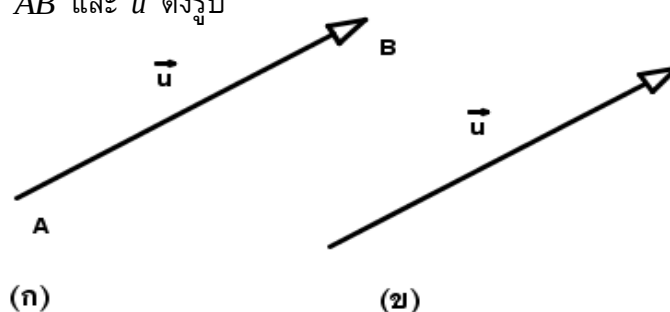
เรียก B ว่า จุดสิ้นสุด (terminal point) ของเวกเตอร์

ขนาดของเวกเตอร์ คือ ความยาวของส่วนของเส้นตรง AB หรือ BA

เขียนแทนด้วย $|\overline{AB}|$

หมายเหตุ สำหรับเวกเตอร์ที่ไม่ระบุจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดจะใช้อักษรตัวเดียว และมีเครื่องหมาย $\vec{}$ หรือ $\overline{}$ กำกับไว้ เช่น $\vec{u}, \vec{v}$ หรือ $\overline{u}, \overline{v}$

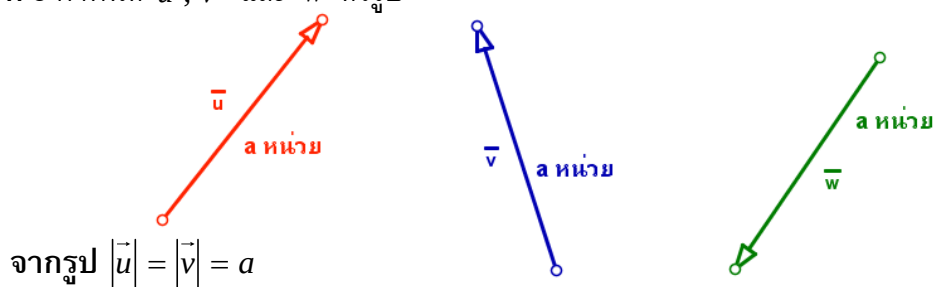
กิจกรรมที่ 2 กำหนด $\overline{AB}$ และ $\vec{u}$ ดังรูป



จากรูป $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ที่แทนด้วยส่วนของเส้นตรงจาก A ไป B

เขียน $\vec{u} = \overline{AB}$ และใช้สัญลักษณ์ $|\vec{u}|$ แทนขนาดของ $\vec{u}$

กิจกรรมที่ 3 กำหนด $\vec{u}, \vec{v}$ และ $\vec{w}$ ดังรูป



สรุป

บทนิยาม $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีขนาดเท่ากัน ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีส่วนของเส้นตรงที่ระบุทิศทางมีความยาวเท่ากัน

3. ทิศทางของเวกเตอร์ เวกเตอร์ที่เท่ากันและนิเสธของเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4, 5 และ 6 ตามลำดับ
2. ให้นักเรียนทำการศึกษาแต่ละกิจกรรม โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

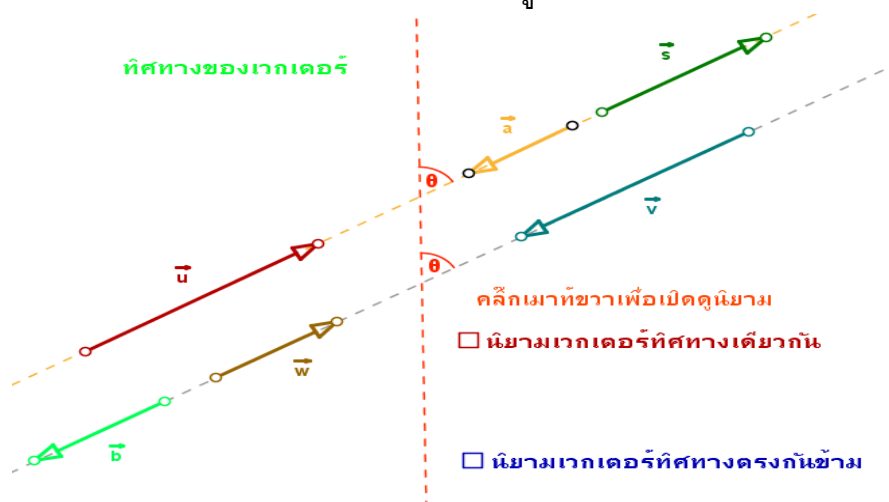
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตจากการทำกิจกรรมแต่ละกิจกรรม แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 4 กำหนดให้เวกเตอร์แต่ละเวกเตอร์มีทิศทาง ดังรูป



จากรูป 1. $\vec{u}$, $\vec{w}$ และ $\vec{s}$ มีทิศทางเดียวกัน

2. $\vec{v}$, $\vec{a}$ และ $\vec{b}$ มีทิศทางเดียวกัน

3. $\vec{u}$, $\vec{w}$ และ $\vec{s}$ มีทิศทางตรงกันข้ามกับ $\vec{v}$, $\vec{a}$ และ $\vec{b}$

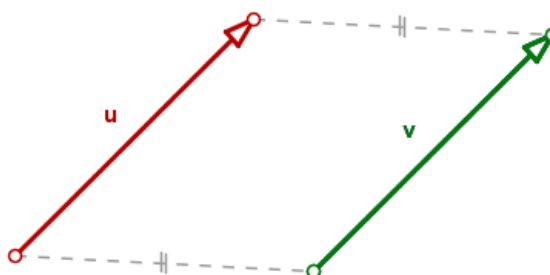
สรุป

บทนิยาม 1. เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน คือ เวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันหรือเส้นตรงที่ขนานกัน และมีหัวลูกศรไปทางเดียวกัน

2. เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงกันข้าม คือ เวกเตอร์ที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันหรือเส้นตรงที่ขนานกัน แต่หัวลูกศรไปทางตรงข้ามกัน

บทนิยาม $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางเดียวกันหรือทิศทางตรงกันข้าม

กิจกรรมที่ 5 กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีขนาดและทิศทาง ดังรูป



จากรูป จะได้

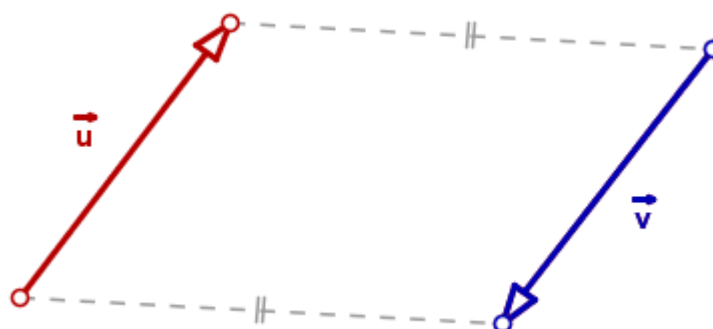
1. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$
2. $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีทิศทางเดียวกัน

ดังนั้น $\vec{u} = \vec{v}$

สรุป

บทนิยาม $\vec{u}$ เท่ากับ $\vec{v}$ ก็ต่อเมื่อ เวกเตอร์ทั้งสองมีขนาดเท่ากันและทิศทางเดียวกัน เขียนแทนด้วย $\vec{u} = \vec{v}$

กิจกรรมที่ 6 กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีขนาดและทิศทาง ดังรูป



จากรูป จะได้

1. $|\vec{u}| = |\vec{v}|$
2. $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ มีทิศทางตรงข้ามกัน

ดังนั้น $\vec{u} = -\vec{v}$ หรือ $\vec{v} = -\vec{u}$

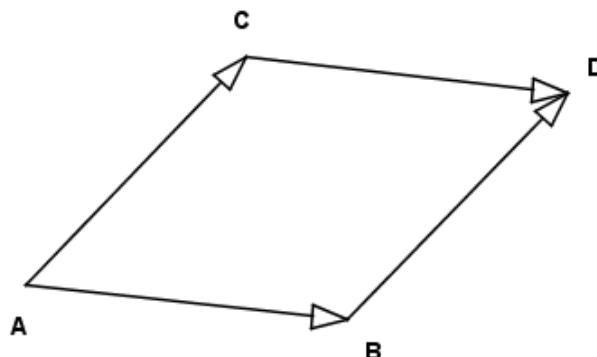
นั่นคือ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นนิเสธกัน หรือ $\vec{u}$ และ $-\vec{u}$ เป็นนิเสธกัน

สรุป

บทนิยาม นิเสธ ของ $\vec{u}$ (negative of $\vec{u}$) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับขนาดของ $\vec{u}$ แต่มีทิศทางตรงกันข้ามกับทิศทางของ $\vec{u}$ เขียนแทนด้วย $-\vec{u}$

ตอนที่ 2 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับนิยามของเวกเตอร์

1. กำหนด $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรูป



จงหา

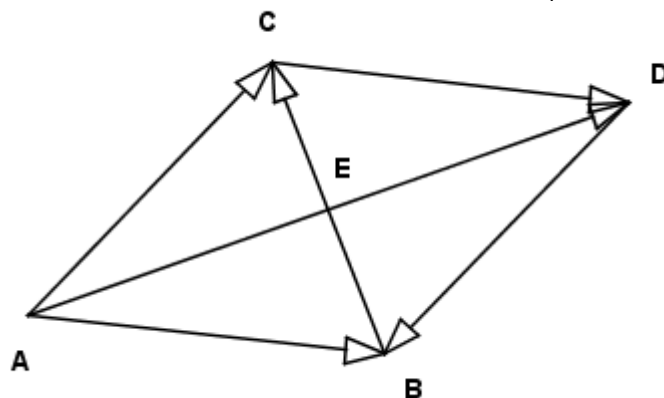
- 1.1 เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{AB}$ คือ $\overrightarrow{CD}$
- 1.2 เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{AC}$ คือ $\overrightarrow{BD}$
- 1.3 เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overrightarrow{AB}$ คือ $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DC}$
- 1.4 เวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overrightarrow{AC}$ คือ $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CA}$

2. $\vec{u} = -\vec{u}$ ถูกต้องหรือไม่.....ไม่ถูกต้อง.....

3. $|\vec{u}| = |-\vec{u}|$ ถูกต้องหรือไม่.....ถูกต้อง.....

4. กำหนด $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน และมีจุด E เป็นจุดตัดของเส้นทแยงมุม

ดังรูป



จงหา

- 4.1 เวกเตอร์ที่ขนานกับ $\overrightarrow{AB}$ คือ $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$
- 4.2 เวกเตอร์ที่ขนานกับ $\overrightarrow{AC}$ คือ $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{BD}$
- 4.3 เวกเตอร์ที่เท่ากับ $\overrightarrow{DB}$ คือ $\overrightarrow{CA}$
- 4.4 เวกเตอร์ที่เป็นนิเสธของ $\overrightarrow{AB}$ คือ $\overrightarrow{DC}$
- 4.5 เวกเตอร์ที่เป็นนิเสธของ $\overrightarrow{BD}$ คือ $\overrightarrow{CA}$

เฉลยใบกิจกรรมเรื่องการบวกและการลบเวกเตอร์

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

ตอนที่ 1 การบวกเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1, 2 และกิจกรรมที่ 3 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาวิธีการบวกเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

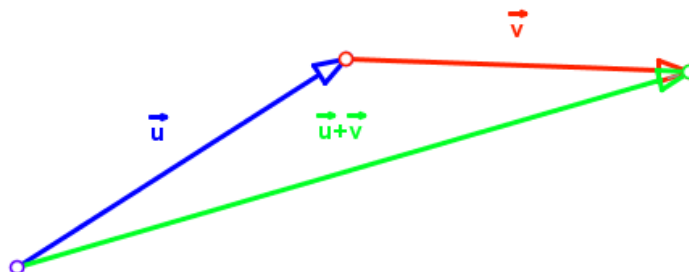
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาส์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการบวกเวกเตอร์ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 1 การบวกเวกเตอร์วิธีที่ 1



วิธีการบวกเวกเตอร์

1. เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$

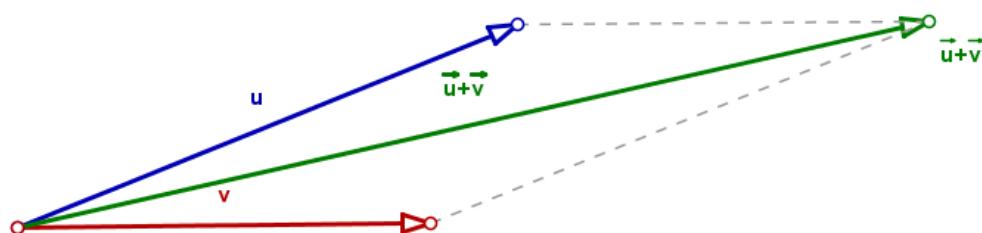
2. ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$ และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{v}$

3. ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} + \vec{v}$

สรุป

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$ ผลบวก ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} + \vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$ และจุดสิ้นสุดอยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{v}$

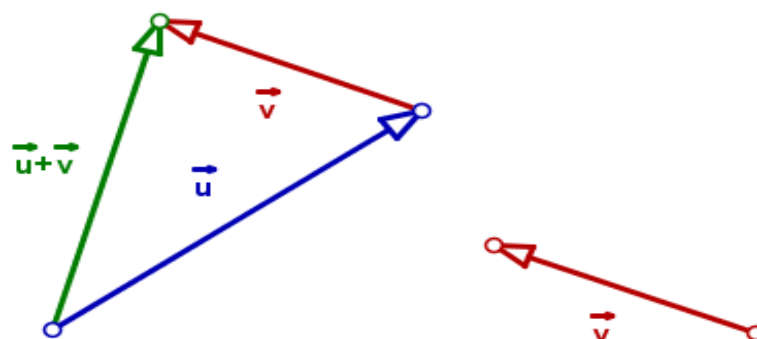
กิจกรรมที่ 2 การบวกเวกเตอร์วิธีที่ 2



วิธีการบวกเวกเตอร์

1. เลื่อน $\vec{v}$ ให้จุดเริ่มต้นของ $\vec{v}$ อยู่ที่จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$
2. สร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยให้ด้านที่ขนานและเท่ากันกับ $\vec{u}$ อยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{v}$ และให้ด้านที่ขนานและเท่ากันกับ $\vec{v}$ อยู่ที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$
3. $\vec{u} + \vec{v}$ คือ เวกเตอร์ที่แทนด้วย เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
4. $\vec{u} + \vec{v}$ มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$

กิจกรรมที่ 3 กำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ดังรูป จงเขียนรูปแสดง $\vec{u} + \vec{v}$



ให้นักเรียนสร้างรูปแสดง $\vec{u} + \vec{v}$ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

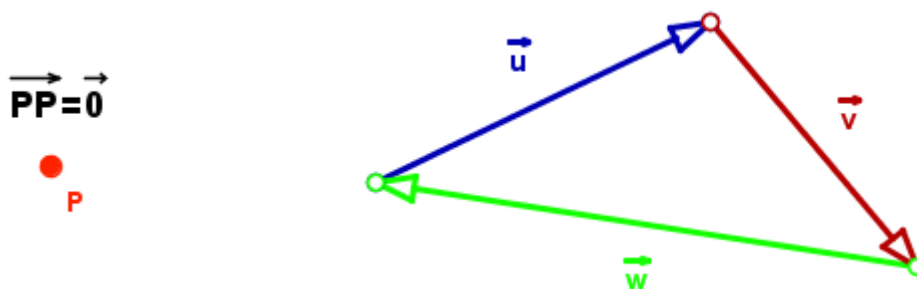
1. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง
2. คำสั่ง  ใช้ในการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์
3. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างเส้นขนาน
4. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะห่างของจุดสองจุด
5. คำสั่ง  ใช้ในการสร้างจุดตัด

6. คำสั่ง  ใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุด
7. คำสั่ง  ใช้ในการซ่อนสิ่งที่ไม่ต้องการแสดง
8. คำสั่ง  ใช้ในการลบสิ่งที่ไม่ต้องการ

กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าสู่ศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4 แล้วใช้คำสั่งต่อไปนี้ปฏิบัติกิจกรรม

1. คลิกคำสั่ง  เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ
2. คลิกคำสั่ง  แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

จงตอบคำถามต่อไปนี้



1. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ มีจุดเริ่มต้นที่ จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$ และจุดสิ้นสุดที่ จุดเริ่มต้นของ $\vec{u}$
2. ขนาดของ $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ เท่ากับ....ศูนย์.....
3. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ เขียนแทนด้วย... $\vec{0}$

สรุป

บทนิยาม เวกเตอร์ศูนย์ (Zero Vector) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็นศูนย์ เขียนแทนด้วย $\vec{0}$

ตอนที่ 2 สมบัติของการบวกเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าสู่ศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ ไปที่กิจกรรมที่ 5 สมบัติการบวกเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมย่อยที่ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

2.2. คลิกคำสั่ง



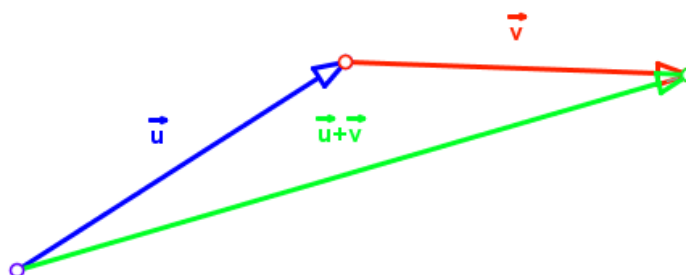
แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 5 สมบัติของการบวกเวกเตอร์

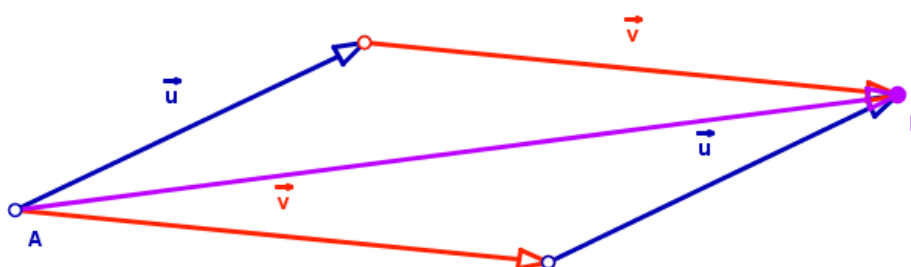
ให้ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ

1. สมบัติปิด



จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + \vec{v}$ เป็นปริมาณ..เวกเตอร์.....

2. สมบัติการสลับที่

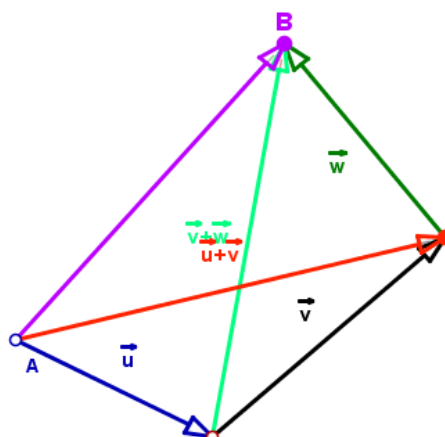


จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + \vec{v} = \dots \overrightarrow{AB} \dots$

$\vec{v} + \vec{u} = \dots \overrightarrow{AB} \dots$

ดังนั้น... $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} \dots$

3. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

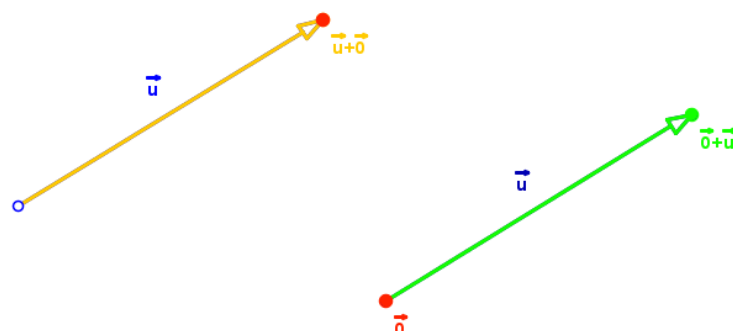


จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \dots \overrightarrow{AB}$

$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \dots \overrightarrow{AB}$

ดังนั้น... $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$

4. สมบัติการมีเอกลักษณ์

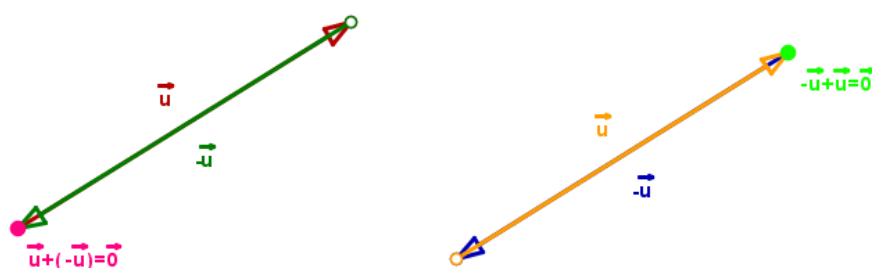


จากรูป จะได้ว่า $\vec{0} + \vec{u} = \dots \vec{u}$

$\vec{u} + \vec{0} = \dots \vec{u}$

ดังนั้น..... $\vec{0} + \vec{u} = \vec{u} = \vec{u} + \vec{0}$

5. สมบัติการมีอินเวอร์ส



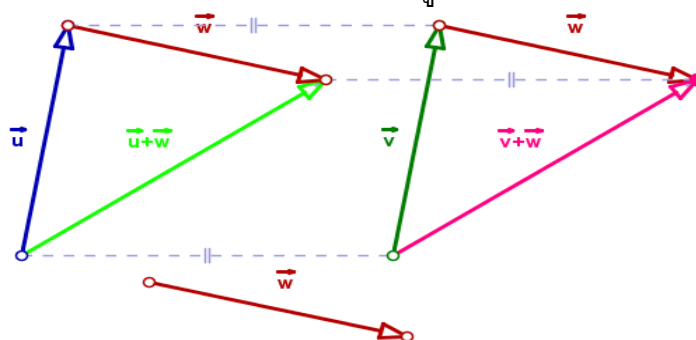
จากรูป จะได้ว่า $-\vec{u} + \vec{u} = \dots \vec{0}$

$\vec{u} + (-\vec{u}) = \dots \vec{0}$

ดังนั้น..... $-\vec{u} + \vec{u} = \vec{0} = \vec{u} + (-\vec{u})$

6. สมบัติการบวกด้วยเวกเตอร์ที่เท่ากัน

กำหนดให้ $\vec{u} = \vec{v}$ และ $\vec{w}$ ดังรูป



- จากรูป จะได้ว่า
1. $\vec{u} + \vec{w}$ มีทิศทางเดียวกับ... $\vec{v} + \vec{w}$
 2. $\vec{u} + \vec{w}$ มีขนาดเท่ากับ... $\vec{v} + \vec{w}$
- ดังนั้น $\vec{u} + \vec{w} = \vec{v} + \vec{w}$

ตอนที่ 3 การลบเวกเตอร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การบวกและการลบเวกเตอร์ ไปที่กิจกรรมที่ 6 การลบเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

- 2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

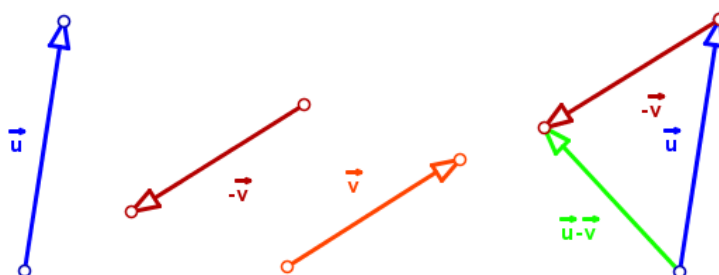
- 2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตสมบัติของการบวกเวกเตอร์แต่ละสมบัติ แล้วตอบคำถามกิจกรรมที่ 6 การลบเวกเตอร์

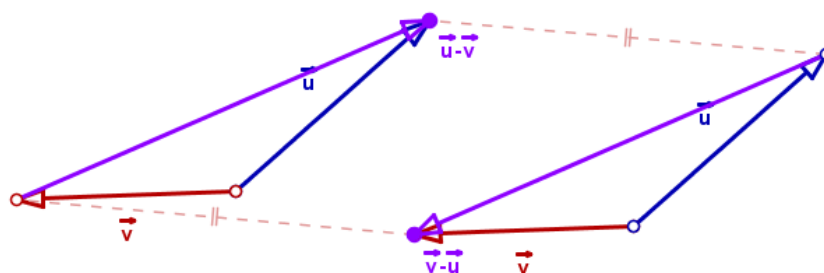
1. การลบเวกเตอร์โดยใช้นิเสธของเวกเตอร์ ดังรูป



จากรูป จะได้ว่า $\vec{u} + (-\vec{v}) = \vec{u} - \vec{v}$

บทนิยาม ให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ ผลลบ ของ $\vec{u}$ ด้วย $\vec{v}$ หมายถึง ผลบวกของ $\vec{u}$ และ นิเสธของ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} - \vec{v}$ นั่นคือ $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

2. การลบเวกเตอร์โดยให้จุดเริ่มต้นของเวกเตอร์ทั้งสองเป็นจุดเดียวกัน ดังรูป

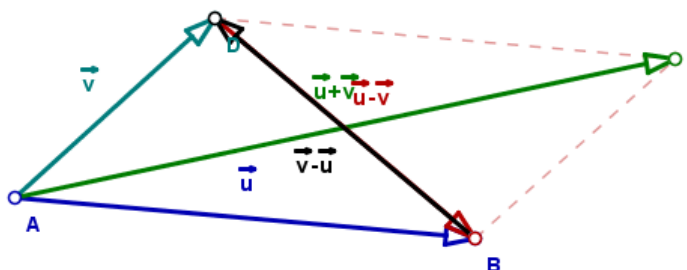


จากรูป $\vec{u} - \vec{v}$ มีจุดเริ่มต้นที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{v}$ และมีจุดสิ้นสุดที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$

$\vec{v} - \vec{u}$ มีจุดเริ่มต้นที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{u}$ และมีจุดสิ้นสุดที่จุดสิ้นสุดของ $\vec{v}$

สรุป เวกเตอร์ที่เป็นผลลบจะมีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุด เป็นจุดสิ้นสุดของเวกเตอร์ทั้งสอง ที่กำหนดให้ โดยเวกเตอร์ที่เป็นผลลบกับเวกเตอร์ที่เป็นตัวตั้งมีจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

3. กำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่จุดเดียวกัน คือที่จุด A โดยให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ แล้วสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ดังรูป



$$\text{จะได้ } \overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$$

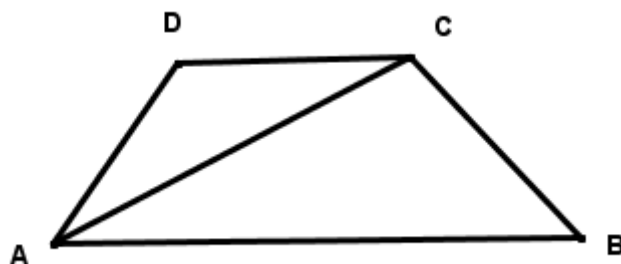
$$\overrightarrow{BD} = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\overrightarrow{DB} = \vec{u} - \vec{v}$$

สรุป เมื่อกำหนดเวกเตอร์ให้สองเวกเตอร์ สามารถหาผลบวกและผลลบของเวกเตอร์ทั้งสองได้โดยสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เส้นทแยงมุมทั้งสองเส้นของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จะแทนผลบวกและผลลบที่ต้องการเมื่อระบุทิศทางให้ถูกต้อง

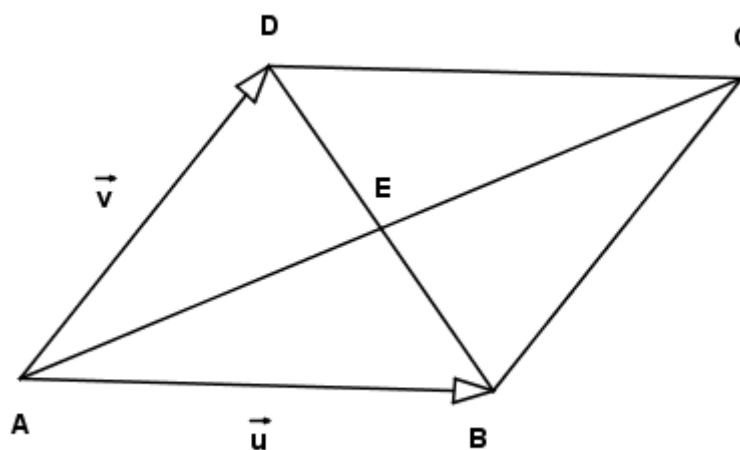
ตอนที่ 4 แบบฝึกหัดการบวกและการลบเวกเตอร์

1. จงใช้รูปที่กำหนดให้ เขียนการบวกกันของเวกเตอร์ที่ให้ผลบวกเป็นเวกเตอร์ศูนย์
อย่างน้อย 5 แบบ



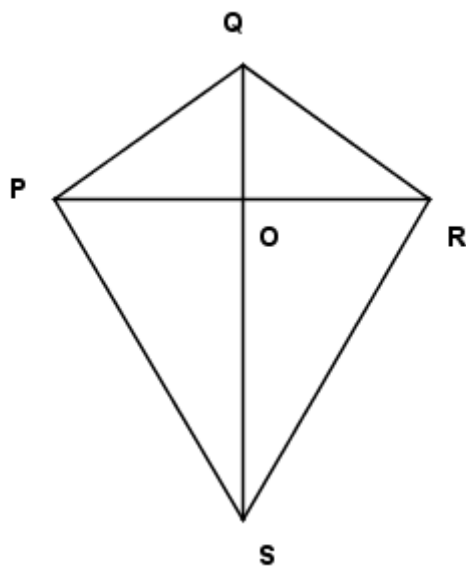
- | | |
|--|--|
| 1. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}$ | 2. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$ |
| 3. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$ | 4. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$ |
| 5. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$ | 6. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$ |
| 7. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ | 8. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ |
| 9. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$ | 10. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$ |

2. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ABCD ให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ จงเขียน
เวกเตอร์ต่อไปนี้ในรูปของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



วิธีทำ $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$
 $\overrightarrow{CD} = -\vec{u}$
 $\overrightarrow{CA} = -\vec{u} - \vec{v}$
 $\overrightarrow{BD} = -\vec{u} + \vec{v}$

3. กำหนด $PQRS$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว มีเส้นทแยงมุมตัดกันที่จุด O ดังรูป



จงหา

1. $\overrightarrow{PQ} + (\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SP}) = \dots \overrightarrow{OQ} \dots\dots\dots$
2. $(\overrightarrow{OR} - \overrightarrow{QS}) + \overrightarrow{RO} = (\overrightarrow{OR} + \overrightarrow{SQ}) - \overrightarrow{OR} = \overrightarrow{SQ} \dots\dots\dots$
3. $(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}) - \overrightarrow{SR} = (\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}) + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{PS} \dots\dots\dots$

เฉลยใบกิจกรรมเรื่องการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถบอกนิยามการคูณเวกเตอร์สเกลาร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์และนำไปใช้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1, 2 และกิจกรรมที่ 3 ตามลำดับ

2. ให้นักเรียนทำการศึกษาวิธีการคูณเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

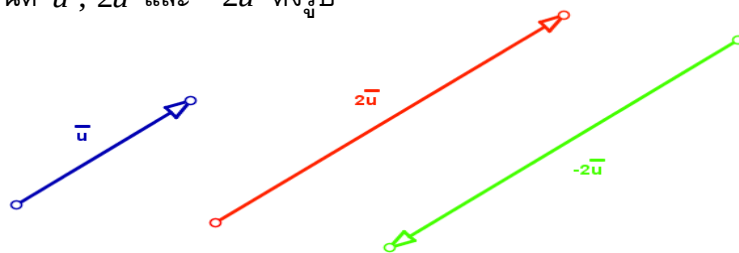
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตวิธีการคูณเวกเตอร์ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 1 กำหนด $\vec{u}$, $2\vec{u}$ และ $-2\vec{u}$ ดังรูป

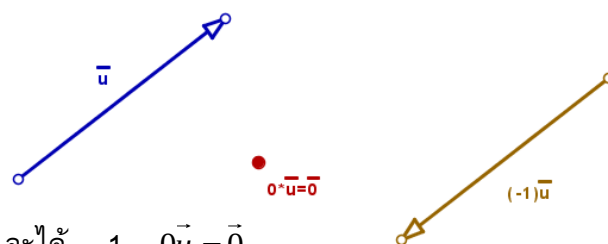


จากรูป จะได้ 1. $2\vec{u} = \vec{u} + \vec{u}$ มีขนาดเป็น....2....เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง...เดียว...กับ $\vec{u}$

2. $-2\vec{u} = (-\vec{u}) + (-\vec{u})$ มีขนาดเป็น..2..เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

3. 2 และ -2 เป็นปริมาณ...สเกลาร์.....และ $\vec{u}$ เป็นปริมาณ...เวกเตอร์.....

กิจกรรมที่ 2 กำหนด $\vec{u}$, $0\vec{u}$ และ $(-1)\vec{u}$ ดังรูป



จากรูป จะได้ 1. $0\vec{u} = \vec{0}$

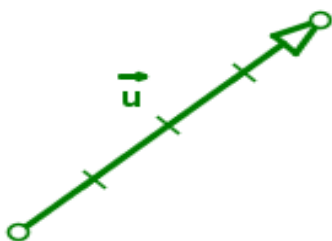
2. $(-1)\vec{u} = -\vec{u}$

สรุป

บทนิยาม ให้ a เป็นสเกลาร์ และ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ ผลคูณของเวกเตอร์ $\vec{u}$ ด้วยสเกลาร์ a เป็นเวกเตอร์ เขียนแทนด้วย $a\vec{u}$ โดยที่

1. ถ้า $a=0$ แล้ว $a\vec{u} = \vec{0}$
2. ถ้า $a>0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$ และมีทิศทางเดียวกับ $\vec{u}$
3. ถ้า $a<0$ แล้ว $a\vec{u}$ จะมีขนาดเท่ากับ $|a||\vec{u}|$ แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

กิจกรรมที่ 3 กำหนด $\vec{u}$ มีขนาด 4 หน่วยและมีทิศทางดังรูป จงใช้นิยามบรรยายลักษณะของเวกเตอร์ต่อไปนี้



วิธีทำ

1. $\frac{1}{4}\vec{u}$

เนื่องจาก $\frac{1}{4} > 0$ ดังนั้น $\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็นหนึ่งในสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 1 หน่วย และมีทิศทางเดียวกันกับ $\vec{u}$

2. $-\frac{1}{4}\vec{u}$

เนื่องจาก $-\frac{1}{4} < 0$ ดังนั้น $-\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็นหนึ่งในสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 1 หน่วย แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

3. $4\vec{u}$

เนื่องจาก $4 > 0$ ดังนั้น $4\vec{u}$ มีขนาดเป็นสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 16 หน่วย และมีทิศทางเดียวกันกับ $\vec{u}$

4. $-4\vec{u}$

เนื่องจาก $-4 < 0$ ดังนั้น $-4\vec{u}$ มีขนาดเป็นสี่เท่าของขนาดของ $\vec{u}$ หรือมีขนาดเป็น 16 หน่วย แต่มีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{u}$

ตอนที่ 2 สมบัติการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4, 5 และ 6 ตามลำดับ
2. ให้นักเรียนทำการศึกษาสมบัติการคูณเวกเตอร์ โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

2.1. คลิกคำสั่ง



เพื่อใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุดเลื่อนเวกเตอร์ หรือ

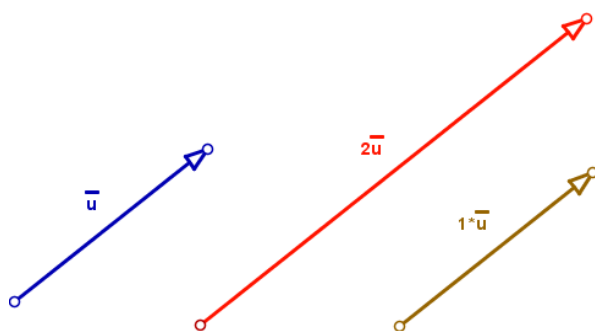
2.2. คลิกคำสั่ง



แล้วใช้เมาท์คลิกจุดเลื่อนเวกเตอร์ คลิกเส้นเลื่อน แล้วคลิกจุดเดิมอีกครั้ง เพื่อให้เลื่อนเวกเตอร์โดยอัตโนมัติ

3. ให้นักเรียนสังเกตสมบัติของการคูณเวกเตอร์แต่ละสมบัติ แล้วตอบคำถาม

กิจกรรมที่ 4. สมบัติปิดและสมบัติการมีเอกลักษณ์



จากรูป จะได้ $2\vec{u}$ เป็นปริมาณ....เวกเตอร์.....

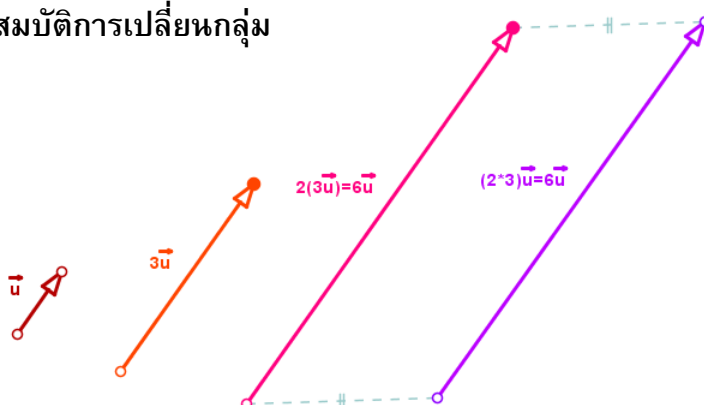
$$1\vec{u} = \vec{u}$$

สรุป กำหนดให้ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ และ a เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

1. $a\vec{u}$ เป็น....เวกเตอร์.....ในระนาบ

2. $1\vec{u} = \vec{u}$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์)

กิจกรรมที่ 5. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม

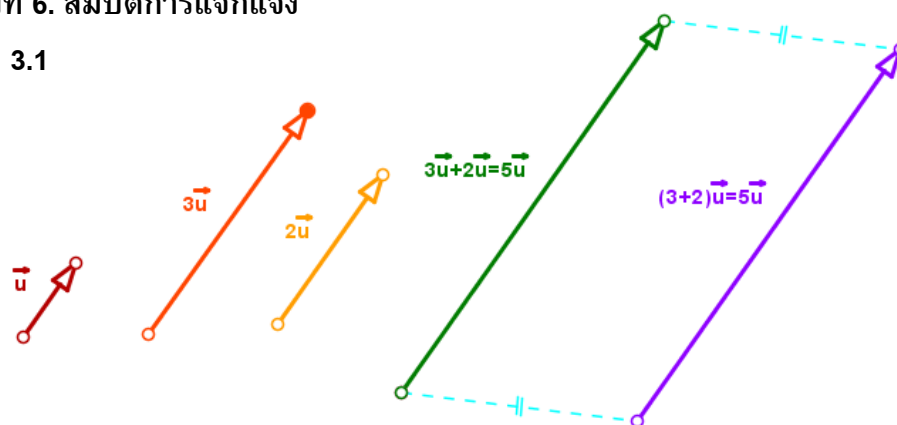


จากรูป จะได้ $2(3\vec{u}) = 6\vec{u}$
 $(2 \times 3)\vec{u} = 6\vec{u}$
 ดังนั้น $2(3\vec{u}) = (2 \times 3)\vec{u}$

สรุป กำหนดให้ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ a และ b เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า
 $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$

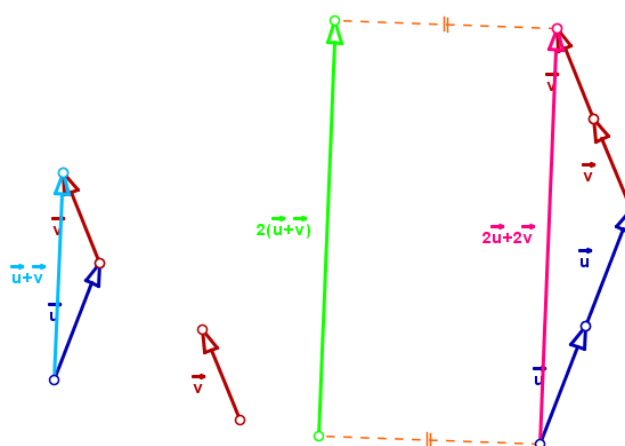
กิจกรรมที่ 6. สมบัติการแจกแจง

3.1



จากรูป จะได้ $(2+3)\vec{u} = 5\vec{u}$
 $2\vec{u} + 3\vec{u} = 5\vec{u}$
 ดังนั้น $(2+3)\vec{u} = 2\vec{u} + 3\vec{u}$

3.2



จากรูป จะได้ $2(\vec{u} + \vec{v}) = 2\vec{u} + 2\vec{v}$

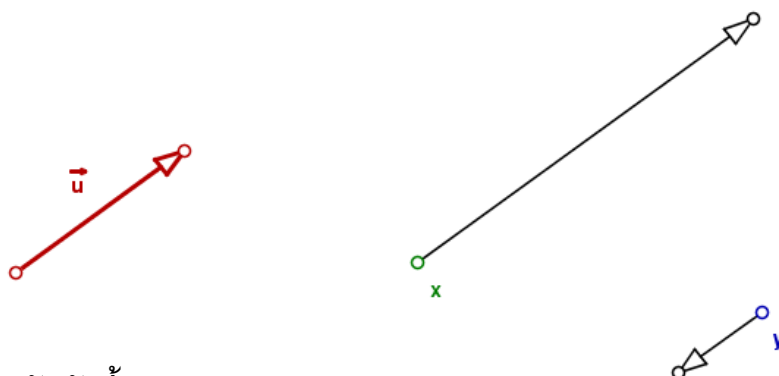
สรุป กำหนดให้ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ใดๆ ในระนาบ a และ b เป็นจำนวนจริง
 จะได้ว่า

1. $(a+b)\vec{u} = a\vec{u} + b\vec{u}$
2. $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$

ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์

กิจกรรมที่ 7 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 7

- กำหนดให้ $\vec{u}$ เป็นเวกเตอร์ในระนาบ ดังรูปจงสร้างเวกเตอร์ $2\vec{u}$ ที่จุด x และเวกเตอร์ $-\frac{1}{2}\vec{u}$ ที่จุด y



ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

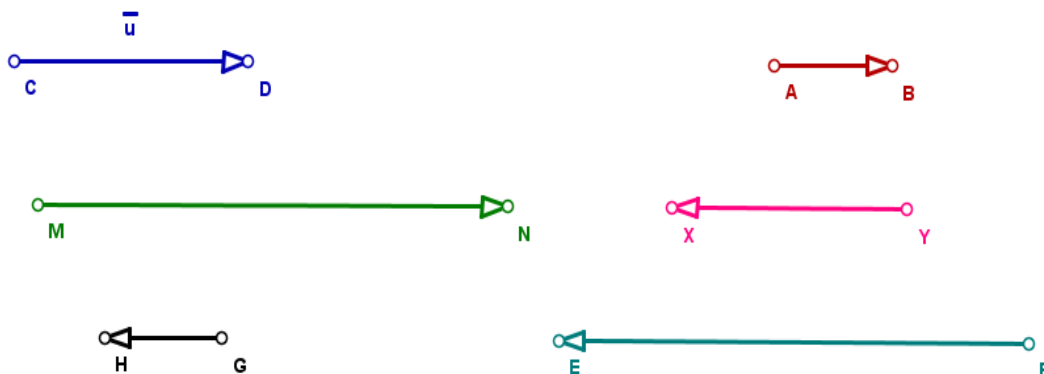
นักเรียนสร้างรูปแสดง $2\vec{u}$ และ $-\frac{1}{2}\vec{u}$ โดยเลือกใช้คำสั่งต่อไปนี้

- | | | |
|-----------|--|---|
| 1 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง |
| 2 คำสั่ง | | ใช้ในการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์ |
| 3 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างเส้นขนาน |
| 4 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะห่างของจุดสองจุด |
| 5 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างจุด |
| 6 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างจุดตัด |
| 7 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด |
| 8 คำสั่ง | | ใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุด |
| 9 คำสั่ง | | ใช้ในการซ่อนสิ่งที่ไม่ต้องการแสดง |
| 10 คำสั่ง | | ใช้ในการลบสิ่งที่ไม่ต้องการ |

กิจกรรมที่ 8 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การคูณเวกเตอร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 8

2. กำหนดให้ $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{YX}, \overrightarrow{GH}$ และ $\overrightarrow{FE}$ โดยที่ $\overrightarrow{CD} = \vec{u}$ ดังรูป จงตรวจสอบขนาดของเวกเตอร์แต่ละเวกเตอร์เป็นกี่เท่าของ $\vec{u}$ โดยให้นักเรียนใช้คำสั่งปฏิบัติ ดังนี้

- | | | |
|----------|--|---|
| 1 คำสั่ง | | ใช้เป็นลูกศรในการควบคุมจุด |
| 2 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างวงกลมที่มีรัศมีเท่ากับระยะห่างของจุดสองจุด |
| 3 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด |
| 4 คำสั่ง | | ใช้ในการสร้างจุดตัด |
| 5 คำสั่ง | | ใช้ในการซ่อนสิ่งที่ไม่ต้องการแสดง |
| 6 คำสั่ง | | ใช้ในการลบสิ่งที่ไม่ต้องการ |



จากรูป จะได้ว่า $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{u}$

$$\overrightarrow{YX} = -\vec{u}$$

$$\overrightarrow{FE} = -2\vec{u}$$

ดังนั้น $|\overrightarrow{AB}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{CD}|$

$$|\overrightarrow{MN}| = 2|\overrightarrow{CD}|$$

$$|\overrightarrow{YX}| = |\overrightarrow{CD}|$$

$$|\overrightarrow{GH}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{CD}|$$

$$|\overrightarrow{FE}| = 2|\overrightarrow{CD}|$$

$$\overrightarrow{MN} = 2\vec{u}$$

$$\overrightarrow{GH} = -\frac{1}{2}\vec{u}$$

และ $\overrightarrow{AB}$ มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{CD}$

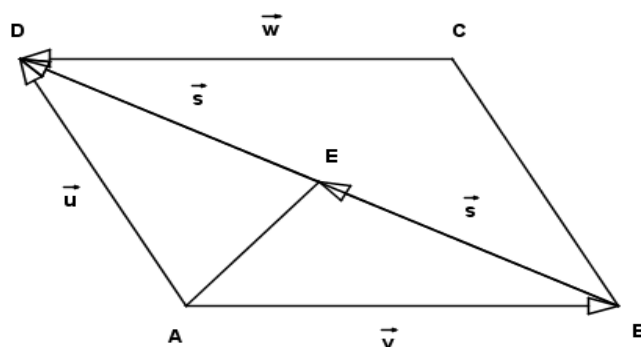
และ $\overrightarrow{MN}$ มีทิศทางเดียวกับ $\overrightarrow{CD}$

และ $\overrightarrow{YX}$ มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overrightarrow{CD}$

และ $\overrightarrow{GH}$ มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overrightarrow{CD}$

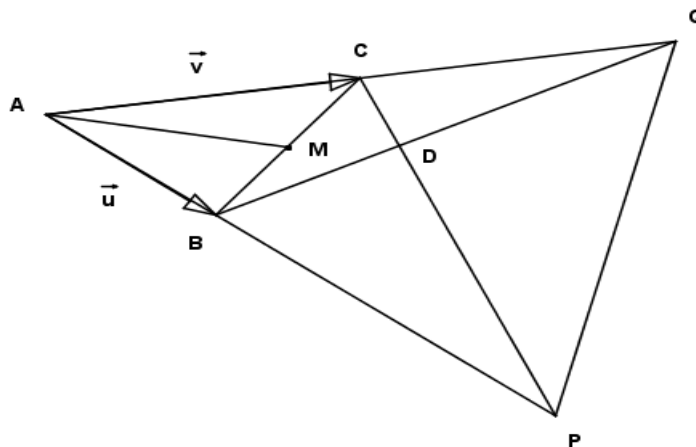
และ $\overrightarrow{FE}$ มีทิศทางตรงข้ามกับ $\overrightarrow{CD}$

3. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ดังรูป จงพิจารณาว่าข้อความต่อไปนี้ ถูก (✓) หรือ ผิด (✗)



- | | |
|---|--|
| 1. $\vec{v} = \vec{w}$ ✗ | 4. $2\vec{AE} = \vec{u} + \vec{v}$ ✓ |
| 2. $\vec{DB} = \vec{u} + \vec{w}$ ✗ | 5. $\vec{AE} = \vec{w} + \vec{s}$ ✗ |
| 3. $2\vec{s} - \vec{u} = \vec{v}$ ✓ | |

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ซึ่งมี $\vec{AB} = \vec{u}$ และ $\vec{AC} = \vec{v}$ โดยที่ P และ Q เป็นจุดซึ่งทำให้ $\vec{AP} = 3\vec{u}$ และ $\vec{AQ} = 2\vec{v}$, M เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC จงเขียนเวกเตอร์แต่ละข้อต่อไปนี้ในรูปของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



- $\vec{BC} = \dots -\vec{u} + \vec{v} \dots$
- $\vec{PB} = \dots -2\vec{u} \dots$
- $\vec{PQ} = \dots -3\vec{u} + 2\vec{v} \dots$
- $\vec{PC} = \dots -3\vec{u} + \vec{v} \dots$
- $\vec{BQ} = \dots -\vec{u} + 2\vec{v} \dots$
- $\vec{BD} + \vec{DC} + \vec{CA} = \dots \vec{u} \dots$
- $\vec{AM} = \dots \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) \dots$

เฉลยใบกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

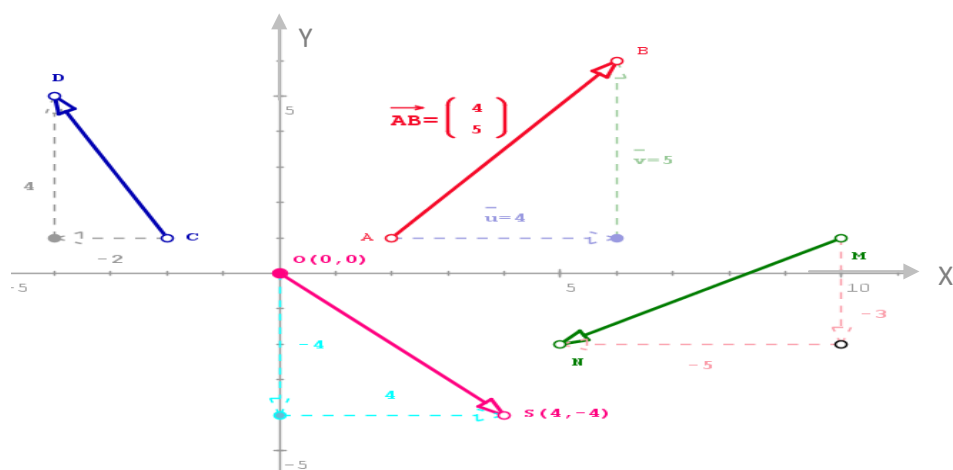
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถเขียนเวกเตอร์และหาผลบวก ผลลบ และผลคูณของเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากได้
2. นักเรียนสามารถหาขนาดของเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉากได้
3. นักเรียนสามารถหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในระบบแกนมุมฉากได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

ตอนที่ 1 เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1



จากรูป จะได้ว่า

1. $\overrightarrow{AB}$ เป็นผลบวกของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ โดย $\vec{u}$ มีขนาด...4...หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง...ขวา.... กับ $\vec{v}$ มีขนาด...5.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง...บน.....

เขียนแทน $\overrightarrow{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

2. $\overrightarrow{CD}$ เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีขนาด...2....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง...ซ้าย..... กับเวกเตอร์ที่มีขนาด...4....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง...บน.....

เขียนแทน $\overrightarrow{CD}$ ด้วย $\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$

3. $\overrightarrow{OS}$ เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีขนาด...4....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง...ขวา..... กับเวกเตอร์ที่มีขนาด...4....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง...ล่าง.....

เขียนแทน $\overrightarrow{OS}$ ด้วย $\begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$

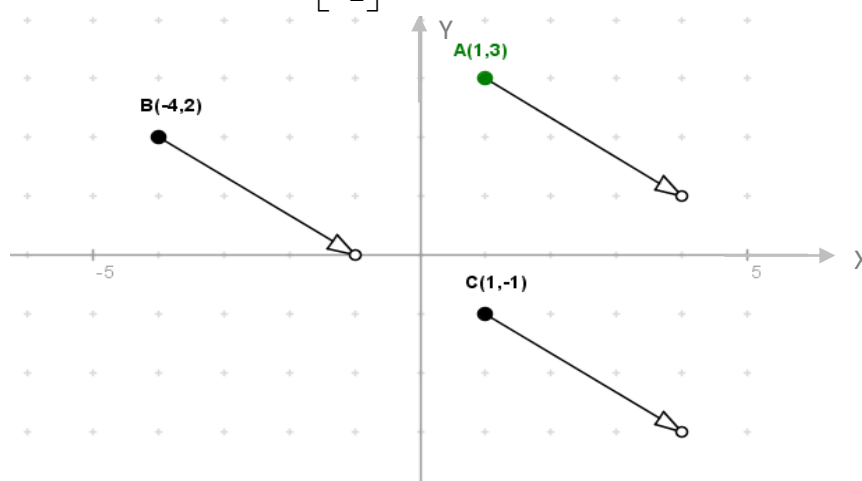
4. $\overline{MN}$ เป็นผลบวกของเวกเตอร์ที่มีขนาด....5....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน X ไปทาง..ซ้าย.... กับเวกเตอร์ที่มีขนาด....5.....หน่วย ทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้าง...ล่าง.....เขียนแทน $\overline{MN}$ ด้วย $\begin{bmatrix} -5 \\ -3 \end{bmatrix}$

สรุป

กรณีทั่วไป เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ จะเขียน $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ แทนเวกเตอร์ซึ่งเป็นผลบวกของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ ซึ่ง

1. ถ้า $a > 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน X ไปทางขวา
2. ถ้า $a < 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน X ไปทางซ้าย
3. ถ้า $b > 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้างบน
4. ถ้า $b < 0$ เวกเตอร์นี้จะมีทิศทางขนานกับแกน Y ไปข้างล่าง

กิจกรรมที่ 2 จงเขียนรูปแสดงเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ โดยมีจุดเริ่มต้นที่ $A(1, 3)$, $B(-4, 2)$ และ $C(1, -1)$



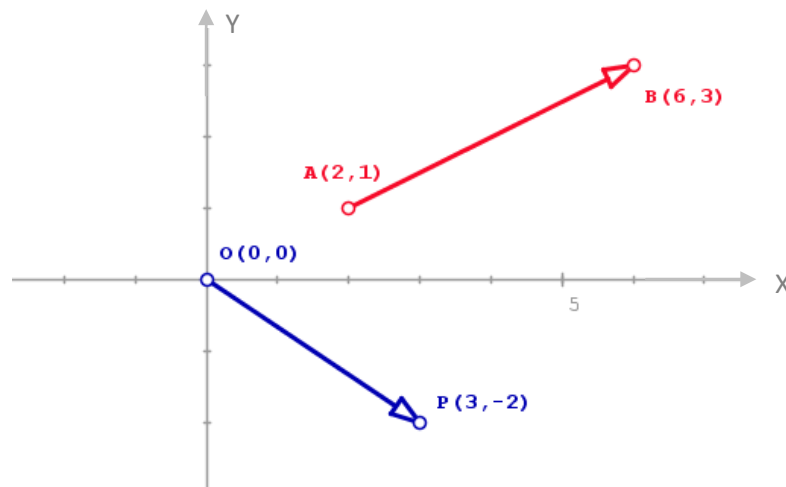
ให้นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2

2. ให้นักเรียนสร้างรูปแสดงเวกเตอร์โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

- 2.1 คำสั่ง  ใช้ในการสร้างส่วนของเส้นตรง
- 2.2 คำสั่ง  ใช้ในการกำหนดทิศทางของเวกเตอร์
- 2.3 คำสั่ง  ใช้ในการสร้างจุด

กิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 3



จะได้ว่า

1. ถ้า $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(2, 1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(6, 3)$ จะได้

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 6 - 2 \\ 3 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-2, 2)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(2, -4)$ จะได้

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 2 - (-2) \\ -4 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

3. ถ้า $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-2, -3)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(1, 5)$ จะได้

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 1 - (-2) \\ 5 - (-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

4. ถ้า $\overrightarrow{OP}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $O(0, 0)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $P(3, -2)$ จะได้

$$\overrightarrow{OP} = \begin{bmatrix} 3 - 0 \\ -2 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

5. ถ้า $\overrightarrow{OP}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $O(0, 0)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $P(3, 4)$ จะได้

$$\overrightarrow{OP} = \begin{bmatrix} 3 - 0 \\ 4 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

สรุป

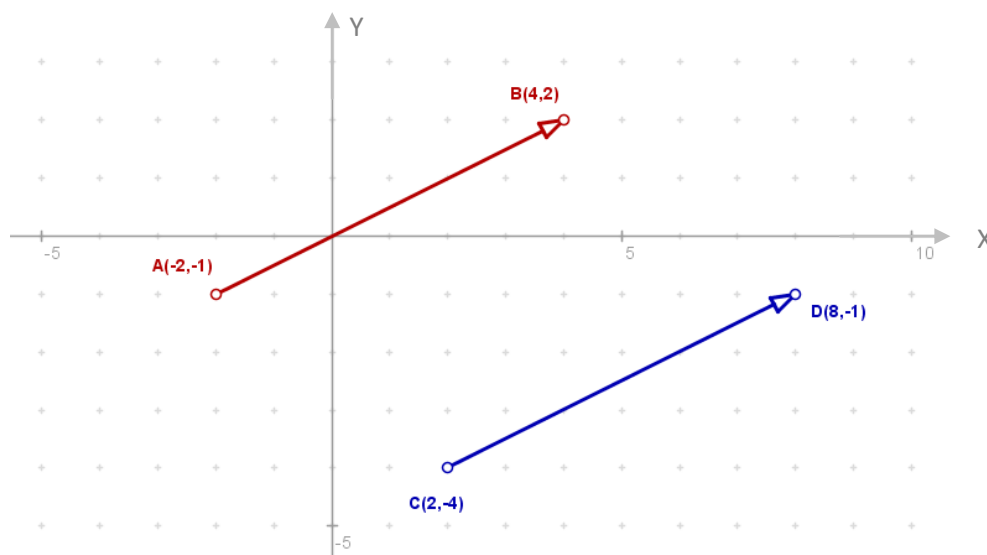
การเขียนเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากที่มีจุดเริ่มต้นที่ (x_1, y_1) และจุดสิ้นสุดที่ (x_2, y_2)

ถ้า $\overrightarrow{AB}$ เป็นเวกเตอร์ที่มีจุดเริ่มต้นที่ $A(x_1, y_1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(x_2, y_2)$

จะเขียนแทน $\overrightarrow{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix}$

ดังนั้น ถ้าให้ $x_2 - x_1 = a$ และ $y_2 - y_1 = b$ แล้วจะเขียนแทน $\overrightarrow{AB}$ ด้วย $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-2, -1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(4, 2)$

$\overrightarrow{CD}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $C(2, -4)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $D(8, -1)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 - (-2) \\ 2 - (-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} 8 - 2 \\ -1 - (-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

2. กำหนดให้ $\overrightarrow{AB}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $A(-1, 1)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $B(4, -1)$

$\overrightarrow{CD}$ มีจุดเริ่มต้นที่ $C(3, 2)$ และ จุดสิ้นสุดที่ $D(8, 0)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 - (-1) \\ -1 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

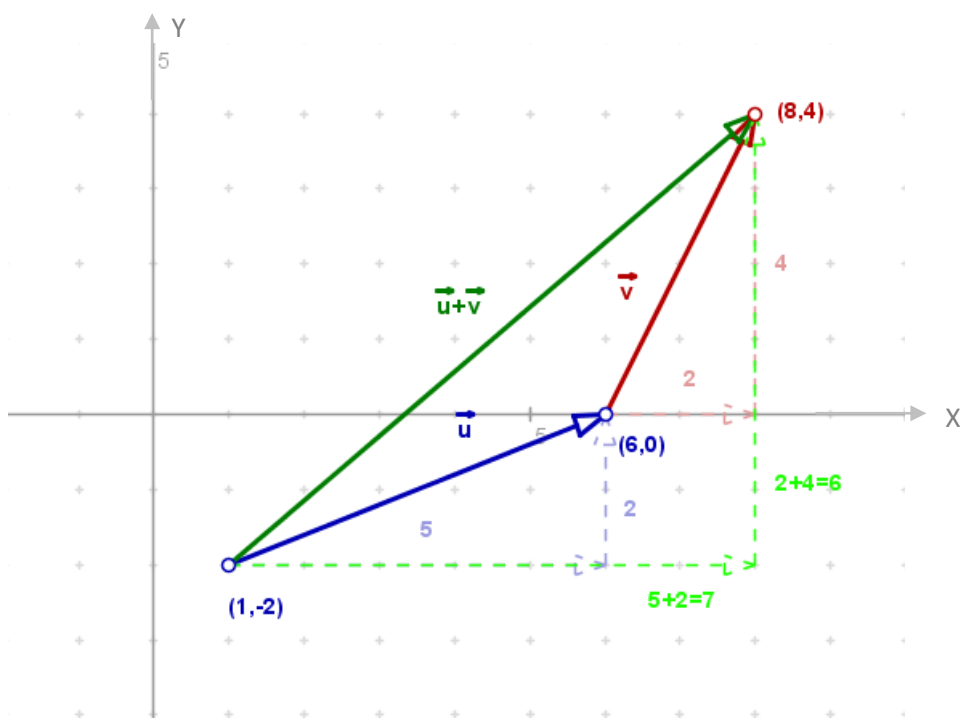
$$\overrightarrow{CD} = \begin{bmatrix} 8 - 3 \\ 0 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{ดังนั้น } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

สรุป

บทนิยาม $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ก็ต่อเมื่อ $a = c$ และ $b = d$
--

กิจกรรมที่ 5 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 5



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+2 \\ 2+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+(-6) \\ -2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

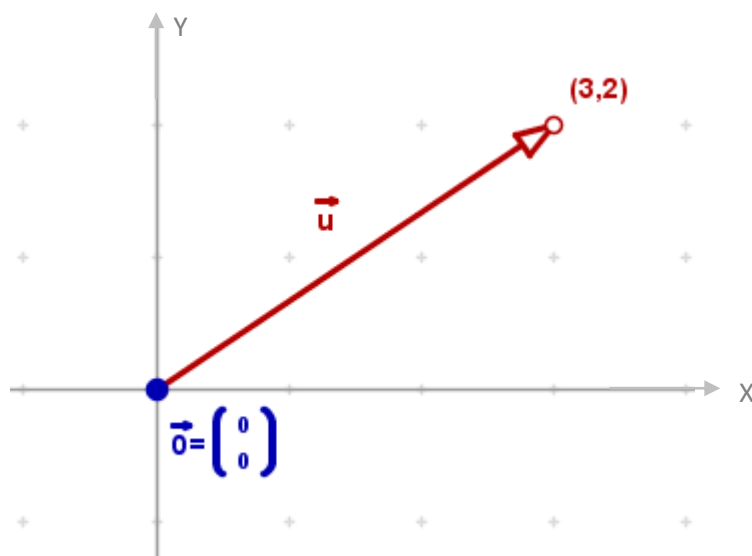
3. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+(-4) \\ 5+(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

สรุป

การบวกเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+c \\ b+d \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 6



จงตอบคำถามต่อไปนี้

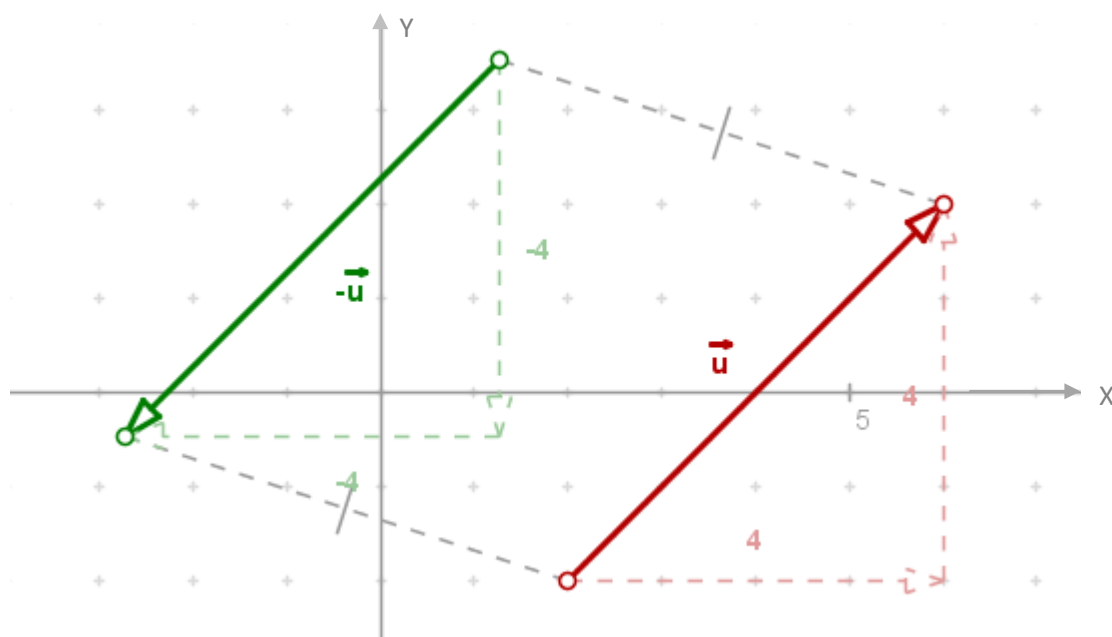
1. เวกเตอร์ศูนย์ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+0 \\ 2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$
3. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+0 \\ -3+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$
4. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+0 \\ -2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$
5. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$ จะได้ $\vec{u} + \vec{0} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+0 \\ -3+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$

สรุป

เวกเตอร์ศูนย์ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

จะเห็นว่า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+0 \\ b+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 7 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 7



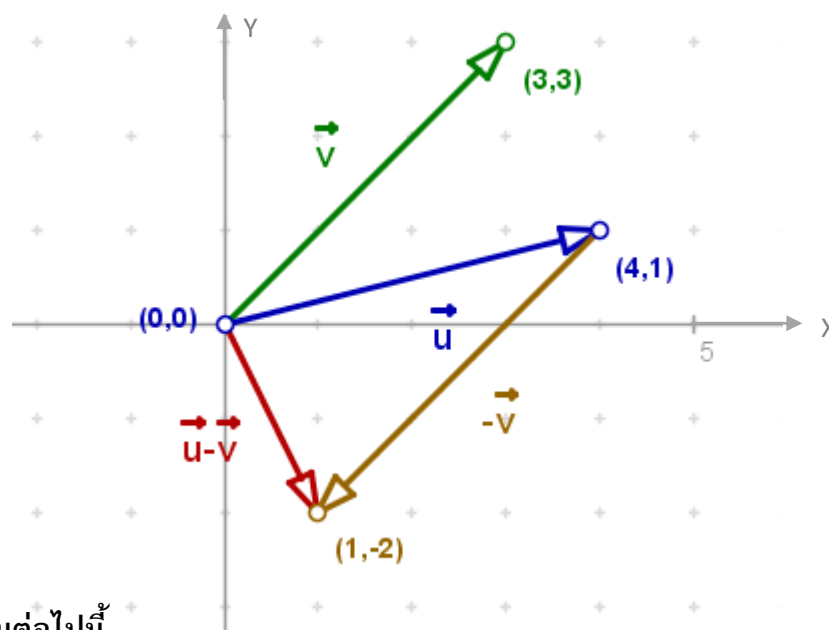
จงตอบคำถามต่อไปนี้

- นิเสธของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ คือ $-\vec{u} = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \end{bmatrix}$
 จะได้ $\vec{u} + (-\vec{u}) = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 + (-4) \\ 4 + (-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- นิเสธของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$ คือ $-\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
 จะได้ $\vec{u} + (-\vec{u}) = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 + 2 \\ -3 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
- นิเสธของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix}$ คือ $-\vec{u} = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix}$
 จะได้ $\vec{u} + (-\vec{u}) = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 + (-5) \\ -4 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

สรุป

นิเสธของเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$
 จะเห็นว่า $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 8 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 8



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-2 \\ 2-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-(-6) \\ -2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -3 \end{bmatrix}$$

3. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5-(-4) \\ 5-(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \end{bmatrix}$$

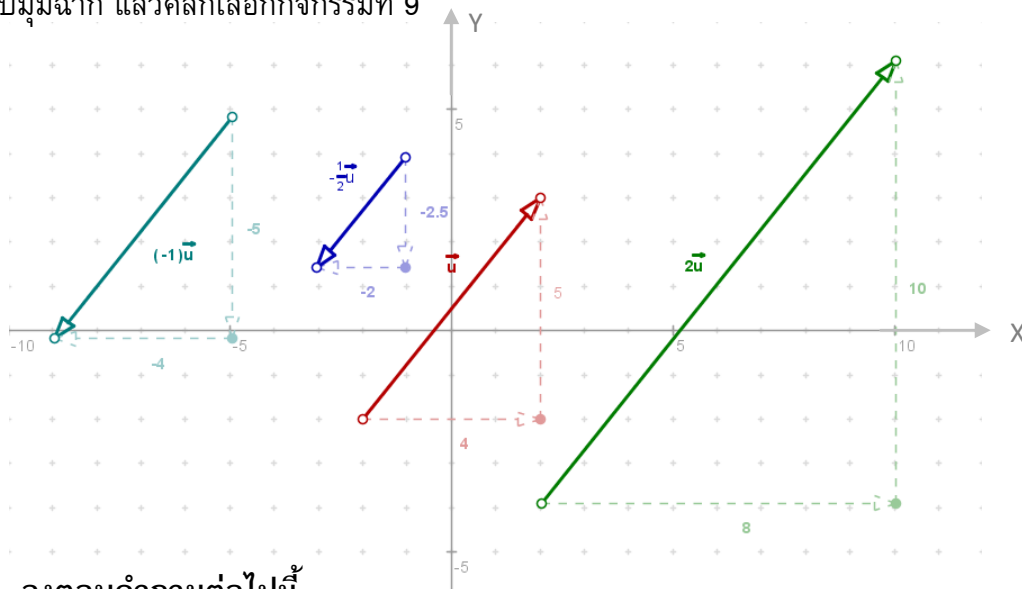
4. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$ และ $\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้

$$\vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3-4 \\ -5-(-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

สรุป

การลบเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-c \\ b-d \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 9 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 9



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ จะได้ $2\vec{u} = 2 \times \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 4 \\ 2 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \end{bmatrix}$

$$-\frac{1}{2}\vec{u} = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 \\ \left(-\frac{1}{2}\right) \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

$$(-1)\vec{u} = -1 \times \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \times 4 \\ -1 \times 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $2\vec{u} = 2 \times \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times (-4) \\ 2 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix}$

$$-\frac{1}{2}\vec{u} = \left(-\frac{1}{2}\right) \times \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4) \\ \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$(-1)\vec{u} = -1 \times \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \times (-4) \\ -1 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}$$

สรุป

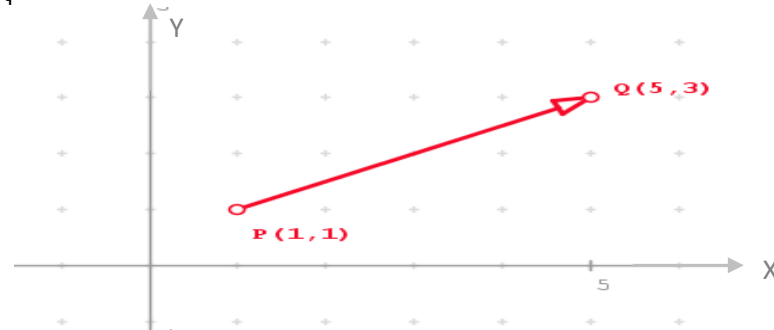
การคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ $m \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ma \\ mb \end{bmatrix}$ เมื่อ m เป็นจำนวนจริงใดๆ

ข้อสังเกต ในกรณีที่ $m = -1$ จะเห็นว่า $(-1) \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1) \times a \\ (-1) \times b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$

$$\text{นั่นคือ } -\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$$

ตอนที่ 2 ขนาดของเวกเตอร์ในระบบมุมฉากและเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

กิจกรรมที่ 10 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระบบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 10



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า P มีพิกัดเป็น $(1, 1)$ และ Q มีพิกัดเป็น $(5, 3)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} 5-1 \\ 3-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{PQ}| &= \sqrt{(5-1)^2 + (3-1)^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{16+4} \\ &= \sqrt{20} \end{aligned}$$

2. ถ้า P มีพิกัดเป็น $(-2, 3)$ และ Q มีพิกัดเป็น $(6, -3)$

$$\text{จะได้ } \overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} 6-(-2) \\ -3-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} |\overrightarrow{PQ}| &= \sqrt{(6-(-2))^2 + (-3-3)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{64+36} \\ &= \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

สรุป (ขนาดของเวกเตอร์)

ถ้า $\overrightarrow{PQ}$ เป็นเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก P มีพิกัดเป็น (x_1, y_1) และ Q มีพิกัดเป็น (x_2, y_2)

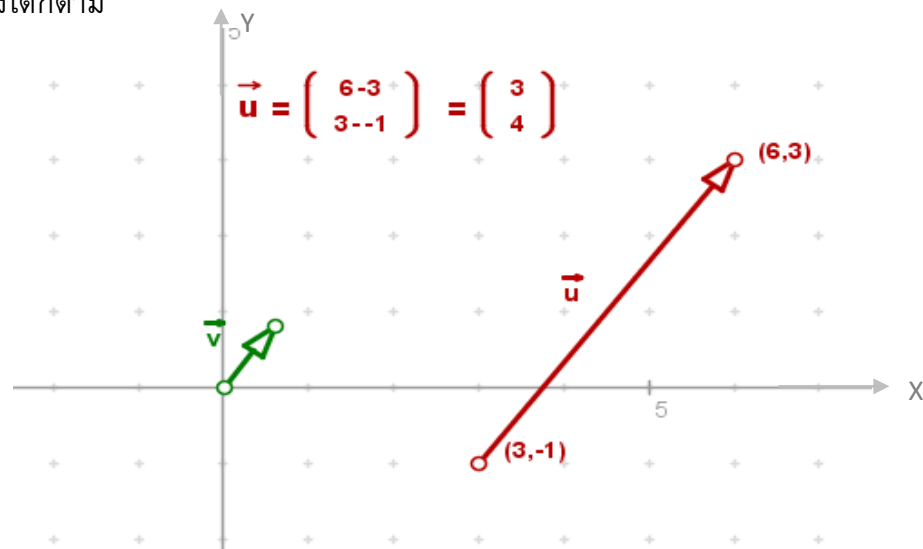
$$\text{จะได้ } \overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad |\overrightarrow{PQ}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

และถ้า $x_2 - x_1 = a$ และ $y_2 - y_1 = b$ แล้วจะได้ $\overrightarrow{PQ} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ และมีขนาดเท่ากับ $\sqrt{a^2 + b^2}$

กิจกรรมที่ 11 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 11

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) หมายถึง เวกเตอร์ที่มีขนาด 1 หน่วย ไม่ว่าเวกเตอร์นั้นจะมีทิศทางใดก็ตาม



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ จะได้ $|\vec{u}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$

$$\text{จะได้ } \vec{v} = \frac{1}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

2. ถ้า $\vec{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$ จะได้ $|\vec{u}| = \sqrt{0^2 + (-2)^2} = \sqrt{4} = 2$

$$\text{จะได้ } \vec{v} = \frac{1}{\sqrt{0^2 + (-2)^2}} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

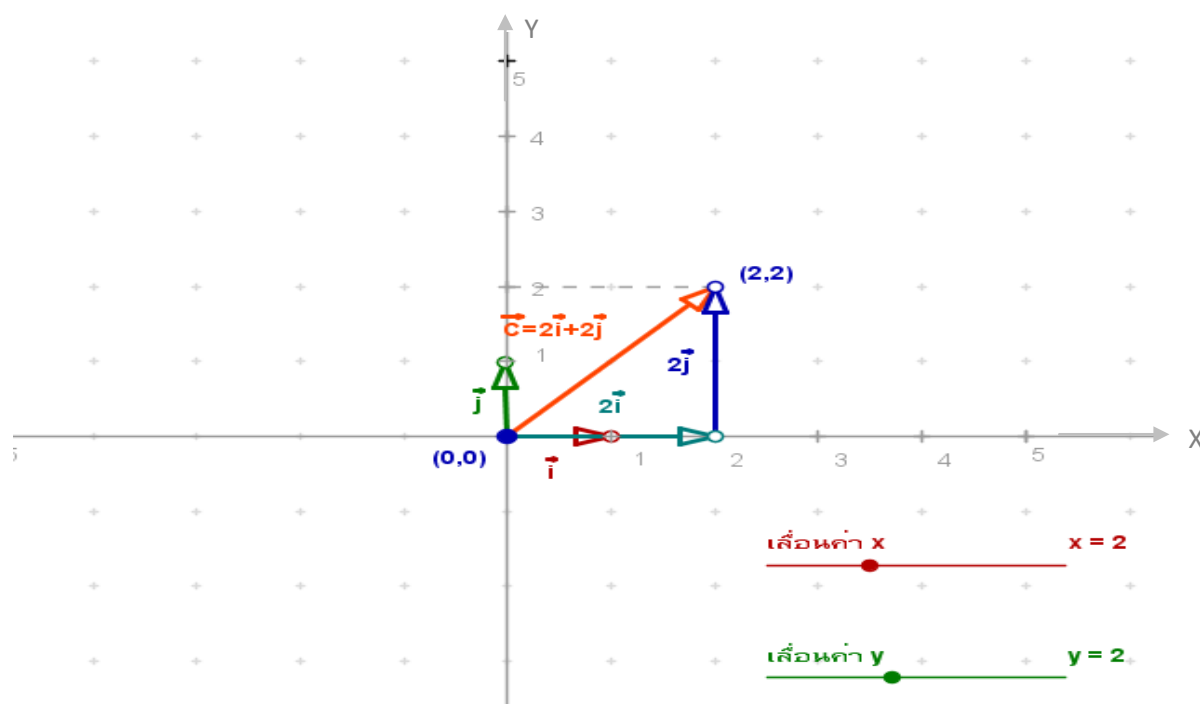
สรุป

เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ใดๆ จะมีขนาดเท่ากับ $\sqrt{a^2 + b^2}$

เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย และมีทิศทางเดียวกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ใดๆ

คือ $\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

กิจกรรมที่ 12 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่เวกเตอร์ในระนาบมุมฉาก แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 12



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน X คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ เขียนแทนด้วย $\dots\vec{i}\dots$
2. เวกเตอร์หนึ่งหน่วยตามแกน Y คือ เวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ เขียนแทนด้วย $\dots\vec{j}\dots$
3. ถ้า $\vec{C} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$
 $= 2\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
 $= 2\vec{i} + 2\vec{j}$
4. ถ้า $\vec{C} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ จะได้ $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$
 $= 3\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
 $= 3\vec{i} + 4\vec{j}$

$$\begin{aligned}
 5. \text{ ถ้า } \vec{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix} \\
 &= 0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 &= 5\vec{j}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \text{ ถ้า } \vec{C} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ จะได้ } \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 0 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 &= 3\vec{i}
 \end{aligned}$$

สรุป

ถ้าเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ เป็นใดๆ สามารถเขียนในรูปของ $\vec{i}$ และ $\vec{j}$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \\
 &= a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
 &= a\vec{i} + b\vec{j}
 \end{aligned}$$



ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับเวกเตอร์ในระบบแกนมุมฉาก

1. จงหา $\overrightarrow{AB}$ เมื่อกำหนดให้ A และ B ดังต่อไปนี้

1.1 $A(-2, 1), B(3, 2)$

$$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 3 - (-2) \\ 2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. จงหาเวกเตอร์ต่อไปนี้

$$2.1 \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$2.2 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$2.3 \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$2.4 \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

3. กำหนด $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ และ $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ จงหา $2\vec{a} + 3\vec{b}$

$$\begin{aligned} 2\vec{a} + 3\vec{b} &= 2 \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4+9 \\ 8-18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4. จงหาขนาดของเวกเตอร์ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

$$|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

5. จงเขียนเวกเตอร์ต่อไปนี้ให้อยู่ในรูป $\vec{i}$ และ $\vec{j}$

$$5.1) \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

$$5.2) \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$5.3) \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \end{bmatrix} = -4\vec{i} - 5\vec{j}$$

$$5.4) \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} = 4\vec{i} + 0\vec{j} = 4\vec{i}$$

$$5.5) \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} = 0\vec{i} - 3\vec{j} = -3\vec{j}$$

6. กำหนด $\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ และ $\vec{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ จงหา $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ ในรูป $\vec{i}$ และ $\vec{j}$

$$\begin{aligned}\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} &= \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2+1+0 \\ 3+(-3)+2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \\ &= 3\vec{i} + 2\vec{j}\end{aligned}$$

7. จงหาเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ $\vec{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

$$\text{จะได้ } |\vec{u}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

ดังนั้น เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ $\vec{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ คือ

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} &= \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{-3}{5} \\ \frac{4}{5} \end{bmatrix}\end{aligned}$$



เฉลยใบกิจกรรมเรื่องผลคูณเชิงสเกลาร์

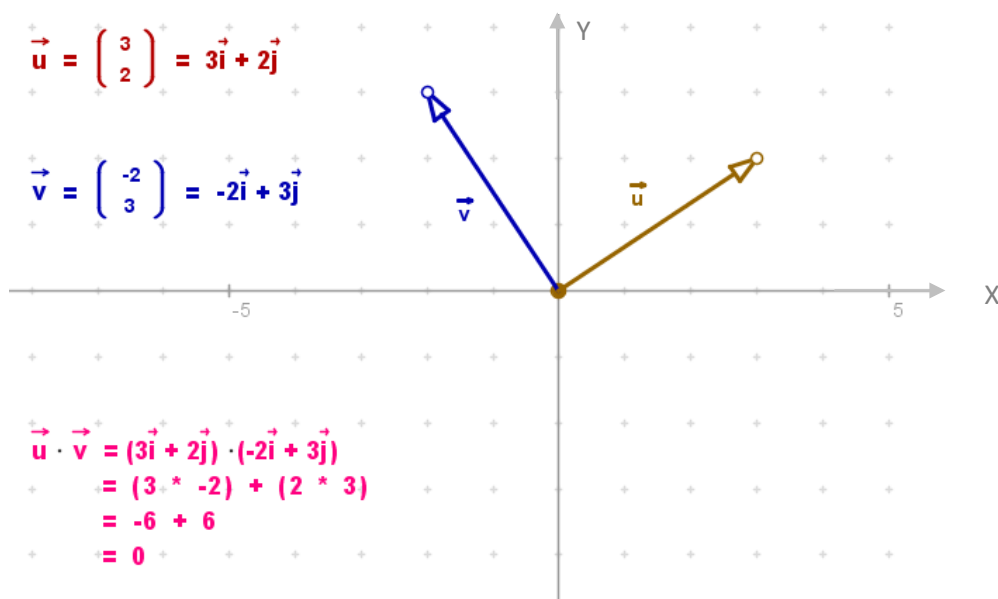
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. นักเรียนสามารถหาผลคูณเชิงสเกลาร์ได้
2. นักเรียนสามารถบอกสมบัติต่างๆของผลคูณเชิงสเกลาร์และนำไปใช้ได้
3. นักเรียนสามารถหามุมระหว่างเวกเตอร์ในระนาบได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์
ตอนที่ 1 ผลคูณเชิงสเกลาร์

กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1

ผลคูณเชิงสเกลาร์ หมายถึง ผลคูณของเวกเตอร์สองเวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นสเกลาร์



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}
 \vec{u} \cdot \vec{v} &= (3\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (-2\vec{i} + 3\vec{j}) \\
 &= (3 * (-2)) + (2 * 3) \\
 &= -6 + 6 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (3\vec{i} + 4\vec{j}) \cdot (5\vec{i} - 2\vec{j}) \\ &= (3 * 5) + (4 * (-2)) \\ &= 15 - 8 \\ &= 7\end{aligned}$$

3. กำหนดให้ $\vec{u} = 5\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = -4\vec{i} + 5\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (5\vec{i} - 4\vec{j}) \cdot (-4\vec{i} + 5\vec{j}) \\ &= (5 * (-4)) + ((-4) * 5) \\ &= -20 - 20 \\ &= -40\end{aligned}$$

สรุป

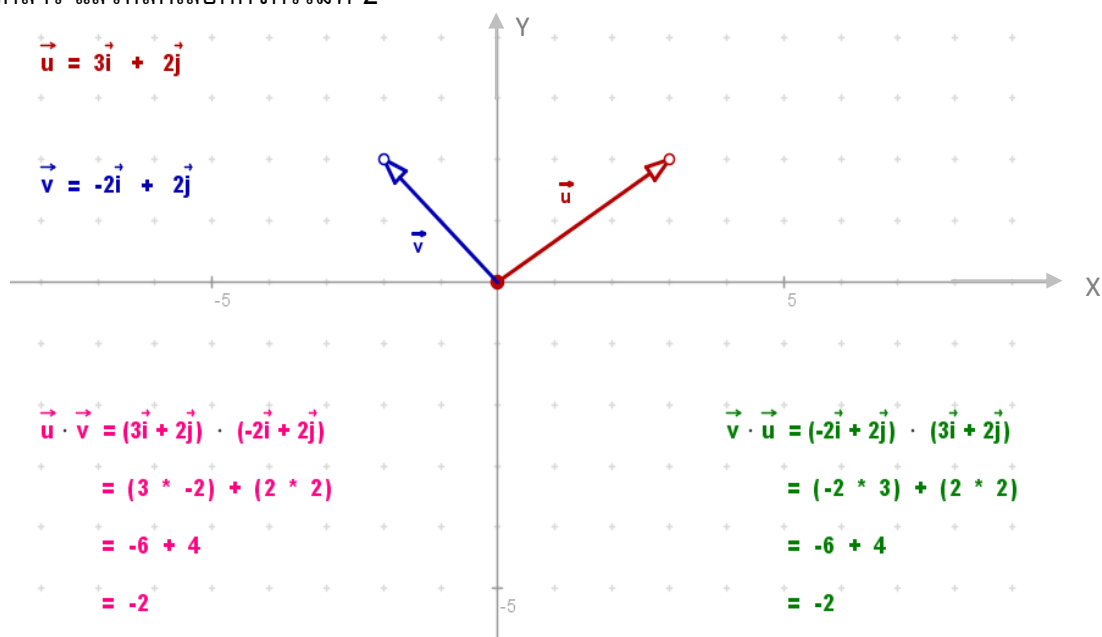
บทนิยาม ถ้า $\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ และ $\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$

ผลคูณเชิงสเกลาร์ของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ เขียนแทนด้วย $\vec{u} \cdot \vec{v}$

โดยที่ $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2$

ตอนที่ 2 สมบัติผลคูณเชิงสเกลาร์

กิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (3\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (-2\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= (3 * (-2)) + (2 * 2) \\ &= -6 + 4 \\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (-2\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (3\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= ((-2) * 3) + (2 * 2) \\ &= -6 + 4 \\ &= -2\end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = -6\vec{i} - 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (-6\vec{i} - 2\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - \vec{j}) \\ &= ((-6) * 3) + ((-2) * (-1)) \\ &= -18 + 2 \\ &= -16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (3\vec{i} - \vec{j}) \cdot (-6\vec{i} - 2\vec{j}) \\ &= (3 * (-6)) + ((-1) * (-2)) \\ &= -18 + 2 \\ &= -16\end{aligned}$$

3. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ จะได้

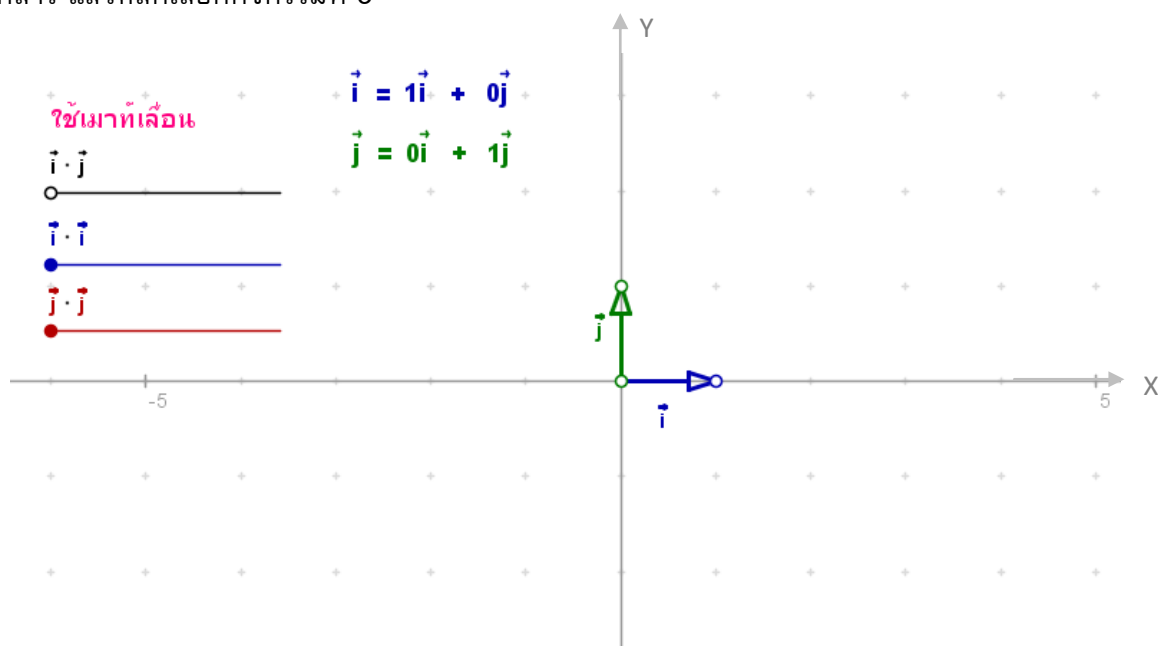
$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (3\vec{i} - 4\vec{j}) \cdot (5\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= (3 * 5) + ((-4) * 2) \\ &= 15 - 8 \\ &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{u} &= (5\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - 4\vec{j}) \\ &= (5 * 3) + (2 * (-4)) \\ &= 15 - 8 \\ &= 7\end{aligned}$$

สรุป

สมบัติการสลับที่ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$

กิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 3



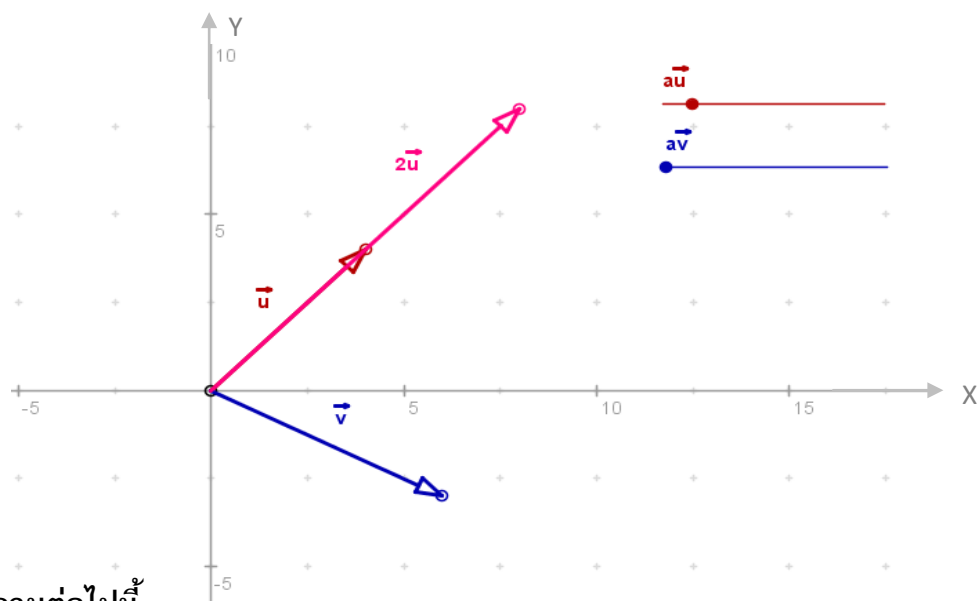
จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. $\vec{i} \cdot \vec{i} = (1\vec{i} + 0\vec{j}) \cdot (1\vec{i} + 0\vec{j})$
 $= (1 * 1) + (0 * 0)$
 $= 1 + 0$
 $= 1$
2. $\vec{j} \cdot \vec{j} = (0\vec{i} + 1\vec{j}) \cdot (0\vec{i} + 1\vec{j})$
 $= (0 * 0) + (1 * 1)$
 $= 0 + 1$
 $= 1$
3. $\vec{i} \cdot \vec{j} = (1\vec{i} + 0\vec{j}) \cdot (0\vec{i} + 1\vec{j})$
 $= (1 * 0) + (0 * 1)$
 $= 0 + 0$
 $= 0$

สรุป

1. $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = 1$
2. $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$

กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\vec{u} = 4\vec{i} + 4\vec{j}$ และ $\vec{v} = 6\vec{i} - 3\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned} 1.1 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} &= (4\vec{i} + 4\vec{j}) \cdot (6\vec{i} - 3\vec{j}) \\ &= (4 * 6) + (4 * (-3)) \\ &= 24 - 12 = 12 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 2(\vec{u} \cdot \vec{v}) = 2 * 12 = 24$$

$$\begin{aligned} 1.2 \quad (2\vec{u}) \cdot \vec{v} &= (8\vec{i} + 8\vec{j}) \cdot (6\vec{i} - 3\vec{j}) \\ &= (8 * 6) + (8 * (-3)) \\ &= 48 - 24 = 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3 \quad \vec{u} \cdot (2\vec{v}) &= (4\vec{i} + 4\vec{j}) \cdot (12\vec{i} - 6\vec{j}) \\ &= (4 * 12) + (4 * (-6)) \\ &= 48 - 24 = 24 \end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j}$ และ $\vec{v} = -3\vec{j}$ จะได้

$$2.1 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 3$$

$$\text{ดังนั้น } 4(\vec{u} \cdot \vec{v}) = 12$$

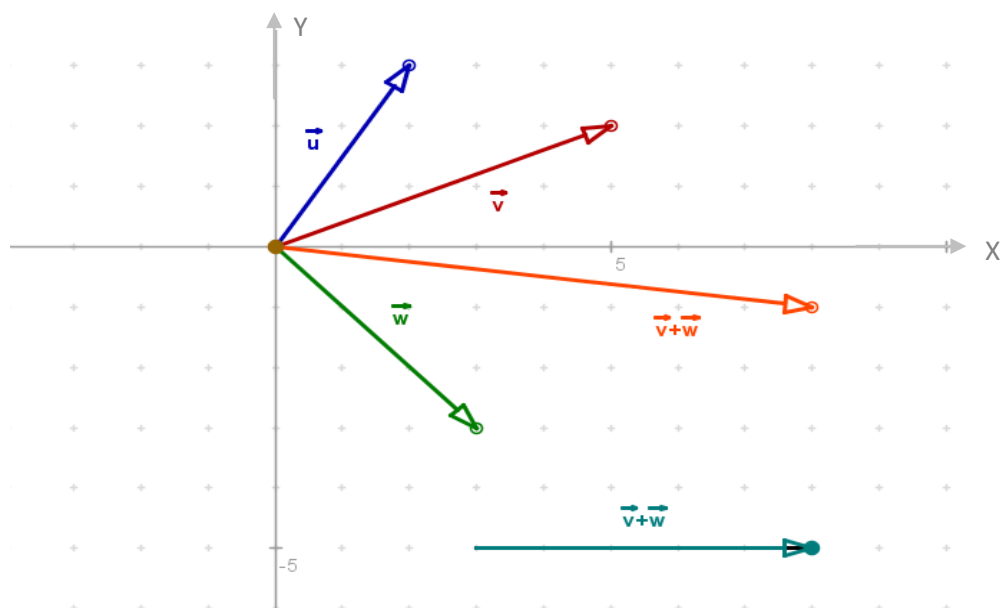
$$2.2 \quad (4\vec{u}) \cdot \vec{v} = 12$$

$$2.3 \quad \vec{u} \cdot (4\vec{v}) = 12$$

สรุป

ถ้า a เป็นสเกลาร์ จะได้ $(a\vec{u}) \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot (a\vec{v}) = a(\vec{u} \cdot \vec{v})$

กิจกรรมที่ 5 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 5



จงตอบคำถามต่อไปนี้

กำหนดให้ $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{v} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{w} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ จะได้

$$\begin{aligned}
 1 \quad \vec{u} \cdot \vec{v} &= (2\vec{i} + 3\vec{j}) \cdot (5\vec{i} + 2\vec{j}) \\
 &= (2 * 5) + (3 * 2) \\
 &= 10 + 6 = 16 \\
 \vec{u} \cdot \vec{w} &= (2\vec{i} + 3\vec{j}) \cdot (3\vec{i} - 3\vec{j}) \\
 &= (2 * 3) + (3 * (-3)) \\
 &= 6 - 9 = -3
 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } (\vec{u} \cdot \vec{v}) + (\vec{u} \cdot \vec{w}) = 16 - 3 = 13$$

$$\begin{aligned}
 2 \quad \vec{v} + \vec{w} &= (5\vec{i} + 2\vec{j}) + (3\vec{i} - 3\vec{j}) \\
 &= (5 + 3)\vec{i} + (2 - 3)\vec{j} \\
 &= 8\vec{i} - \vec{j} \\
 \vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) &= (2\vec{i} + 3\vec{j}) \cdot (8\vec{i} - \vec{j}) \\
 &= (2 * 8) + (3 * (-1)) \\
 &= 16 - 3 \\
 &= 13
 \end{aligned}$$

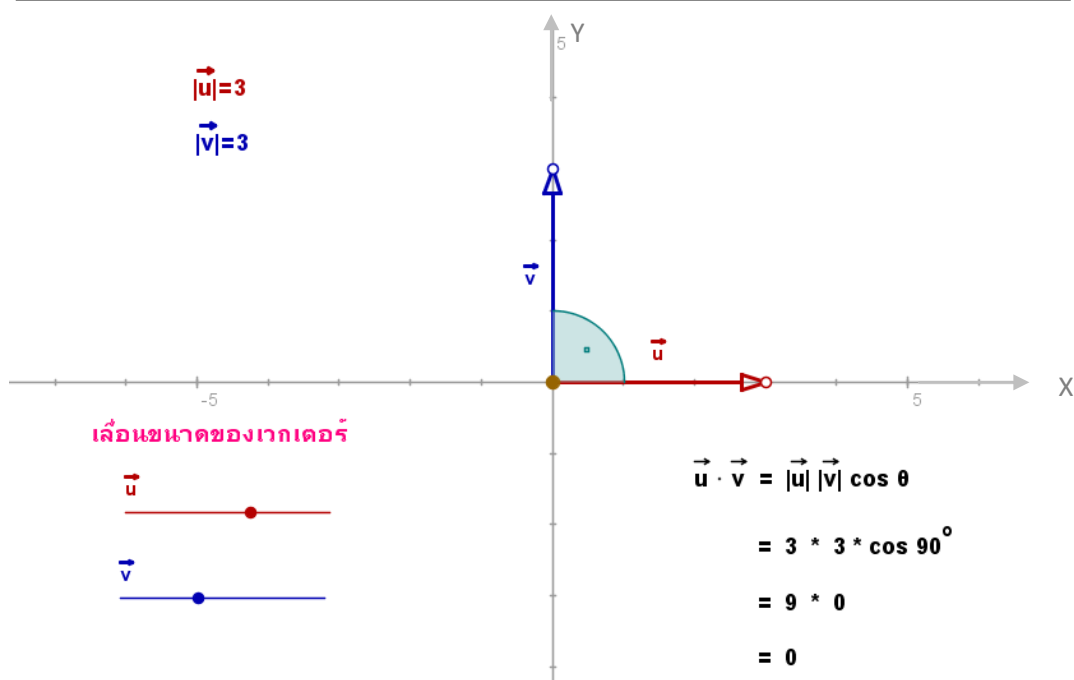
สรุป

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} \text{ (สมบัติการแจกแจง)}$$

กิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่ผลคูณเชิงสเกลาร์ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 6

ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ และ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น θ ซึ่ง $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ แล้ว

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$$



จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้า $|\vec{u}| = 3$ และ $|\vec{v}| = 3$ แล้วจะได้ว่า
 - 1.1 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 0° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$
 - 1.2 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 30° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 7.776$
 - 1.3 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 60° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4.5$
 - 1.4 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
 - 1.5 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 120° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4.5$
 - 1.6 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 150° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -7.776$
 - 1.7 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมตรง แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -9$
2. ถ้า $|\vec{u}| = 4$ และ $|\vec{v}| = 2$ แล้วจะได้ว่า
 - 2.1 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 0° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$
 - 2.2 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 30° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6.94$

- 2.3 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 60° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4$
 2.4 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
 2.5 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 120° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -4$
 2.6 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 150° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6.94$
 2.7 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมตรง แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -8$

3. ถ้า $|\vec{u}| = 2$ และ $|\vec{v}| = 5$ แล้วจะได้ว่า

- 3.1 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 0° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 10$
 3.2 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 30° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8.67$
 3.3 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 60° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5$
 3.4 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
 3.5 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 120° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -5$
 3.6 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็น 150° แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -8.67$
 3.7 ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมตรง แล้ว $\vec{u} \cdot \vec{v} = -10$

4. ถ้า $\vec{u}$ เท่ากับ $\vec{v}$ แล้วจะได้

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= |\vec{u}| \times |\vec{v}| \times \cos 0 \\ &= |\vec{u}| \times |\vec{u}| \times \cos 0 \\ &= |\vec{u}| \times |\vec{u}| \times 1 \\ &= |\vec{u}| \times |\vec{u}| \\ &= |\vec{u}|^2\end{aligned}$$

สรุป

ถ้า $\vec{u} \neq \vec{0}$, $\vec{v} \neq \vec{0}$ แล้วจะได้ว่า

1. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมฉาก
2. $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมแหลม
3. $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$ ก็ต่อเมื่อ มุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมป้าน
4. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v}$ มีค่ามากที่สุด จะได้ว่ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุม 0°
5. ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{v}$ มีค่าน้อยที่สุด จะได้ว่ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เป็นมุมตรง
6. $\vec{u} \cdot \vec{u} = |\vec{u}|^2$



ตอนที่ 3 แบบฝึกหัดเกี่ยวกับผลคูณเชิงสเกลาร์

1. จงหาค่าของ $\vec{u} \cdot \vec{v}$ เมื่อกำหนด $\vec{u}$ และ $\vec{v}$ ดังต่อไปนี้

$$1.1 \quad \vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j} \text{ และ } \vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (3 \times 2) + (4 \times 1) \\ &= 6 + 4 \\ &= 10\end{aligned}$$

$$1.2 \quad \vec{u} = 2\vec{i} + 5\vec{j} \text{ และ } \vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (2 \times 1) + (5 \times 2) \\ &= 2 + 10 \\ &= 12\end{aligned}$$

$$1.3 \quad \vec{u} = 4\vec{i} - 2\vec{j} \text{ และ } \vec{v} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (4 \times (-2)) + ((-2) \times 2) \\ &= -8 - 4 \\ &= -12\end{aligned}$$

2. กำหนดให้ $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ และ $\vec{w} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ จงหา

$$2.1 \quad (\vec{u} \cdot \vec{v}) + (\vec{u} \cdot \vec{w})$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (1 \times 3) + (2 \times 1) = 5$$

$$\vec{u} \cdot \vec{w} = (1 \times 4) + (2 \times 0) = 4$$

$$\therefore (\vec{u} \cdot \vec{v}) + (\vec{u} \cdot \vec{w}) = 5 + 4 = 9$$

$$2.2 \quad (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{w})$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} 1+3 \\ 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \vec{u} + \vec{w} = \begin{bmatrix} 1+4 \\ 2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{w}) = (4 \times 5) + (3 \times 2) = 20 + 6 = 26$$

$$2.3 \quad \vec{w} \cdot (\vec{u} + \vec{v})$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} 1+3 \\ 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \vec{w} \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = (4 \times 4) + (0 \times 3) = 16 + 0 = 16$$

$$2.4 \quad (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$$

$$\vec{u} + \vec{v} = \begin{bmatrix} 1+3 \\ 2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \vec{u} - \vec{v} = \begin{bmatrix} 1-3 \\ 2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = (4 \times (-2)) + (3 \times 1) = -8 + 3 = -5$$

3. เวกเตอร์ในข้อต่อไปนี้เป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน

$$3.1 \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (1 \times 4) + (4 \times (-1)) = 4 - 4 = 0$$

$\therefore \vec{a}$ กับ $\vec{b}$ ตั้งฉากกัน

$$3.2 \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{d} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = (2 \times 3) + (3 \times 2) = 6 + 6 = 12$$

$\therefore \vec{c}$ กับ $\vec{d}$ ไม่ตั้งฉากกัน

$$3.3 \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (3 \times 4) + (2 \times (-6)) = 12 - 12 = 0$$

$\therefore \vec{u}$ กับ $\vec{v}$ ไม่ตั้งฉากกัน



เฉลยใบกิจกรรมเรื่องการนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

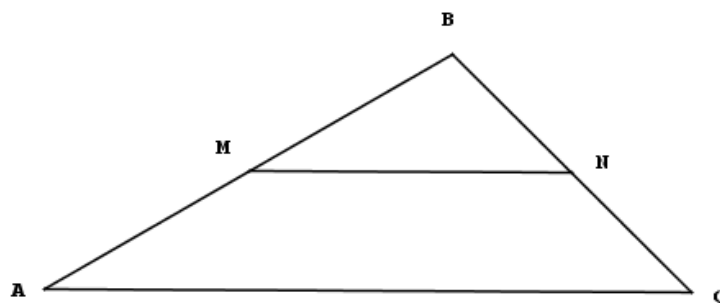
1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางเรขาคณิตได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ในทางฟิสิกส์ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติตามกิจกรรมต่อไปนี้ และเติมข้อความลงในช่องว่าง

กิจกรรมที่ 1 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 1

ตัวอย่างที่ 1 จงแสดงว่าส่วนของเส้นตรงที่ต่อจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยมใดๆ ย่อมยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม และขนานกับด้านที่สาม

วิธีทำ



ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง M และ N เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน AB และด้าน BC ตามลำดับ

จะแสดงว่าส่วนของเส้นตรง MN ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้าน AC และขนานกับด้าน AC

ให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$

จะได้ $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$

เนื่องจาก $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\vec{u}$ และ $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\vec{v}$

จะได้ $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$

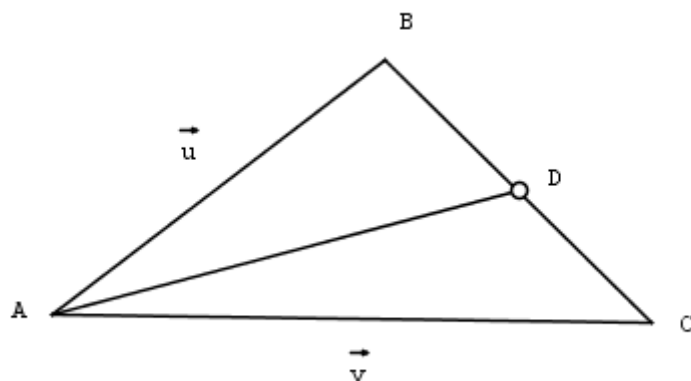
ดังนั้น $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

นั่นคือ $|\overrightarrow{MN}| = \frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|$ และ $\overrightarrow{MN}$ ขนานกับ $\overrightarrow{AC}$

สรุปได้ว่า ส่วนของเส้นตรง MN ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้าน AC และขนานกับด้าน AC

กิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม มี D เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน BC ดังรูป และให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ จงแสดงว่า $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$



วิธีทำ จะได้ว่า $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

เนื่องจาก $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

ดังนั้น $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

$$= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$= \vec{u} + \frac{1}{2}(-\vec{u}) + \frac{1}{2}\vec{v}$$

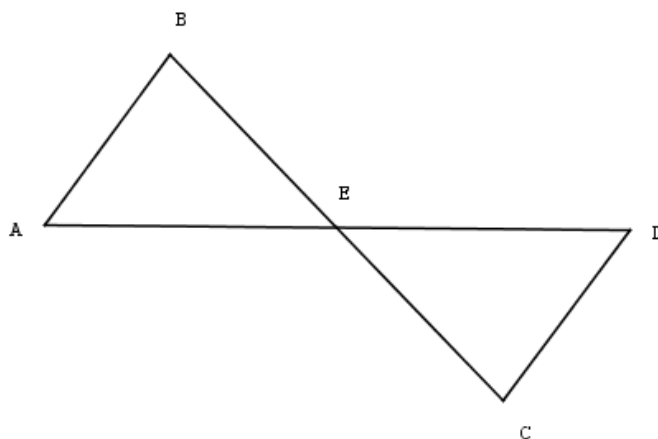
$$= \vec{u} - \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$$

นั่นคือ $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$

กิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 3

ตัวอย่างที่ 3 จากรูปกำหนดให้ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC}$ จงพิสูจน์ว่า $AE = ED$



วิธีทำ จาก $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ และ $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC}$

จะได้ $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

$$= \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC}$$

$$= \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}$$

เนื่องจาก $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}$

จะได้ว่า $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{ED}$

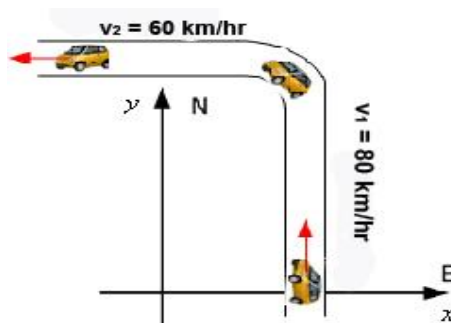
ดังนั้น $|\overrightarrow{AE}| = |\overrightarrow{ED}|$

นั่นคือ $AE = ED$

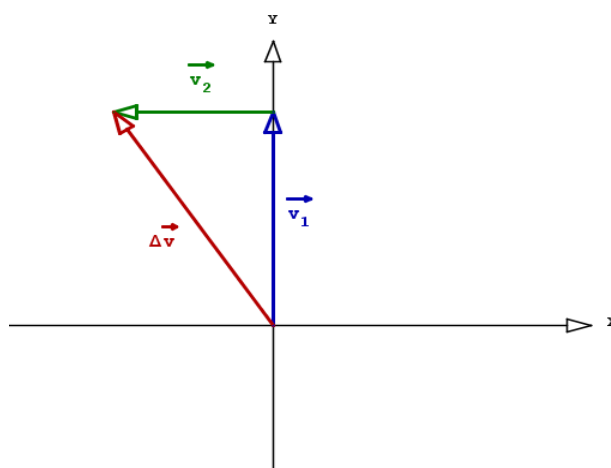
#

กิจกรรมที่ 4 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 4

ตัวอย่างที่ 4 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งไปทางทิศเหนือด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตกและวิ่งด้วยความเร็ว 60 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังรูป จงหาการเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถยนต์



วิธีทำ เขียนแทนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังรูป



เขียนแทนในรูปเวกเตอร์หนึ่งหน่วย จะได้

$$\vec{v}_1 = 80\vec{j}$$

$$\vec{v}_2 = 60(-\vec{i}) = -60\vec{i}$$

เนื่องจากอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วคือ $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

$$\text{จะได้ } \Delta\vec{v} = -60\vec{i} - 80\vec{j}$$

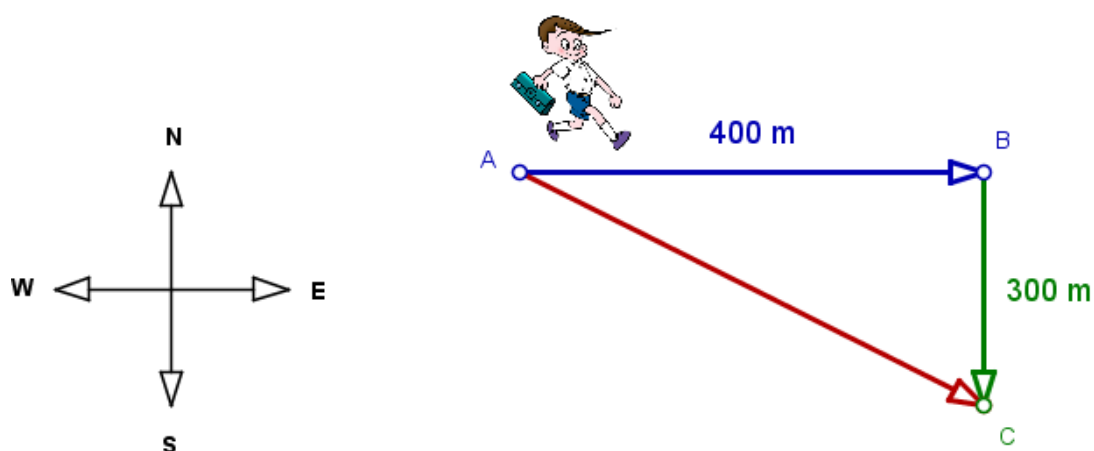
$$\begin{aligned}\text{ดังนั้น } |\Delta\vec{v}| &= \sqrt{(-60)^2 + (-80)^2} \\ &= \sqrt{3600 + 6400} \\ &= \sqrt{10000} \\ &= 100\end{aligned}$$

นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงความเร็วของรถยนต์เท่ากับ 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

กิจกรรมที่ 5 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 5

ตัวอย่างที่ 5 เด็กคนหนึ่งออกเดินทางจากจุด A ไปในทิศตะวันออกเป็นระยะทาง 400 เมตร ถึงจุด B แล้วเดินต่อไปในทิศใต้ เป็นระยะทาง 300 เมตร ถึงจุด C จงหาระยะการกระจัดของเด็กคนนี้

วิธีทำ เขียนแทนในรูปของเวกเตอร์ได้ดังรูป



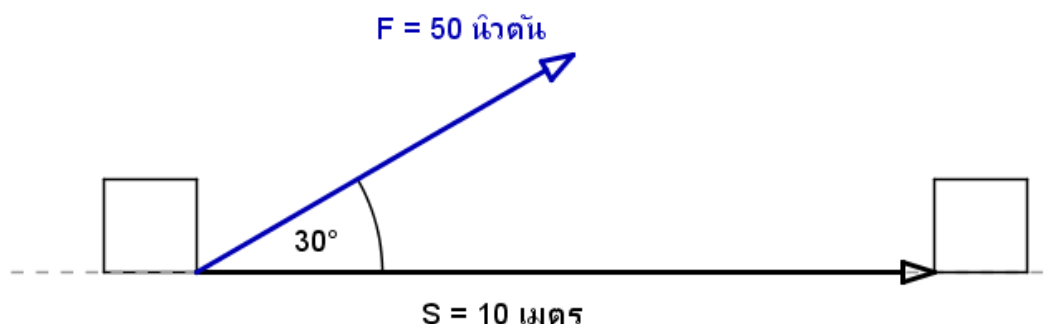
จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
โดย ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ \text{ดังนั้น } AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2} \\ &= \sqrt{400^2 + 300^2} \\ &= \sqrt{160000 + 90000} \\ &= \sqrt{250000} \\ &= 500 \end{aligned}$$

นั่นคือ ระยะการกระจัดของเด็กคนนี้เท่ากับ 500 เมตร

กิจกรรมที่ 6 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 6

ตัวอย่างที่ 6 เด็กคนหนึ่งออกแรง 50 นิวตัน ลากกล่องใบหนึ่ง ในแนวทำมุม 30° องศา กับแนวระดับ ถ้าเขาลากกล่องไปได้ไกล 10 เมตร ดังรูป จงหางานที่เด็กคนนี้ทำในการลากกล่อง



วิธีทำ จากสูตร งาน(W) = แรง($F \cos \theta$) $\times$ ระยะ(S)

จะได้ $W = F \cos \theta \times S$

$$= FS \cos \theta$$

ดังนั้น $W = 50 \times 10 \times \cos 30^\circ$

$$= 50 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 250\sqrt{3}$$

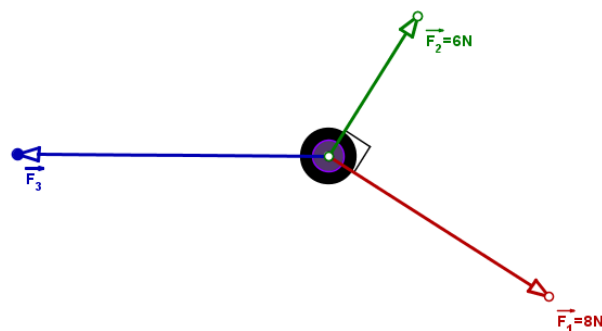
$$\approx 250 \times 1.732$$

$$\approx 355.06$$

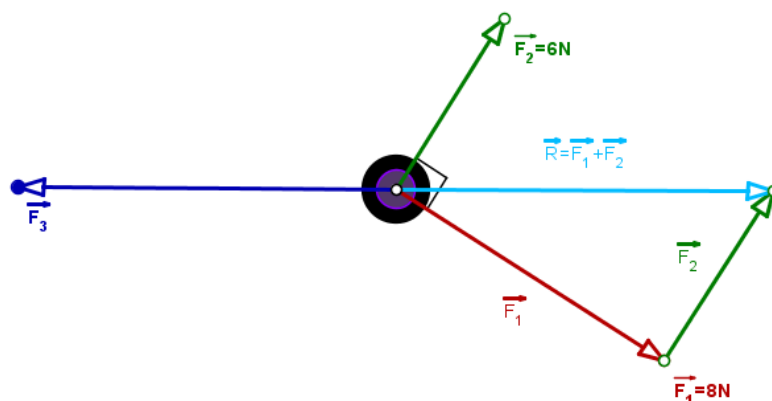
นั่นคือ งานที่เด็กคนนี้ทำในการลากกล่องประมาณ 355.06 จูล

กิจกรรมที่ 7 ให้นักเรียนเข้าศึกษาชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยเข้าไปที่การนำเวกเตอร์ไปประยุกต์ใช้ แล้วคลิกเลือกกิจกรรมที่ 7

ตัวอย่างที่ 7 นักเรียน 3 คน ออกแรงดึงเชือกที่ผูกติดกับห่วงในทิศทางต่างๆ โดยมีขนาดของแรงเป็น F_1 , F_2 และ F_3 ดังรูป จงหาว่าต้องออกแรง F_3 ดึงเชือกขนาดเท่าใด จึงจะทำให้ห่วงอยู่นิ่ง



วิธีทำ เขียนเวกเตอร์แทนการหาแรงลัพธ์ระหว่าง F_1 และ F_2 จะได้



เนื่องจาก เมื่อห่วงอยู่นิ่ง จะได้ว่า $|\vec{F}_3| - |\vec{R}| = 0$

จะได้ $\vec{F}_3 = -\vec{R} = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$

จากรูปโดยอาศัยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า $|\vec{R}|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } |\vec{R}| &= \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2} \\ &= \sqrt{8^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{64 + 36} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \end{aligned}$$

นั่นคือ นักเรียนจะต้องออกแรง F_3 ดึงเชือกขนาด 10 นิวตัน จึงจะทำให้ห่วงอยู่นิ่ง

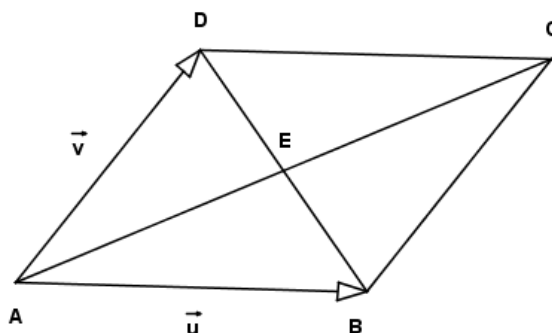
**เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเวกเตอร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**

ตอนที่ 1 แบบปรนัย

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1. (ค) | 2. (ง) | 3. (ค) | 4. (ก) | 5. (ง) |
| 6. (ค) | 7. (ง) | 8. (ข) | 9. (ค) | 10. (ข) |
| 11. (ข) | 12. (ก) | 13. (ข) | 14. (ข) | 15. (ง) |
| 16. (ก) | 17. (ค) | 18. (ค) | 19. (ข) | 20. (ค) |

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย

1. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน $ABCD$ ให้ $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ และ $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ จงเขียนเวกเตอร์ต่อไปนี้
ในรูปของ $\vec{u}$ และ $\vec{v}$



วิธีทำ $\overrightarrow{AC} = \dots \vec{u} + \vec{v} \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{DB} = \dots \vec{u} - \vec{v} \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{CB} = \dots -\vec{v} \dots\dots\dots$
 $\overrightarrow{AE} = \dots \frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) \dots\dots\dots$

2. จงอธิบายลักษณะของเวกเตอร์ต่อไปนี้

- 2.1. $4\vec{u}$ มีขนาดเป็น....4...เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....เดียวกัน.....กับ $\vec{u}$
 2.2. $-2\vec{u}$ มีขนาดเป็น....2...เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....ตรงกันข้าม.....กับ $\vec{u}$
 2.3. $\frac{1}{4}\vec{u}$ มีขนาดเป็น.... $\frac{1}{4}$ เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....เดียวกัน.....กับ $\vec{u}$
 2.4. $-\frac{1}{2}\vec{u}$ มีขนาดเป็น.... $\frac{1}{2}$ เท่าของ $\vec{u}$ และมีทิศทาง.....ตรงกันข้าม.....กับ $\vec{u}$

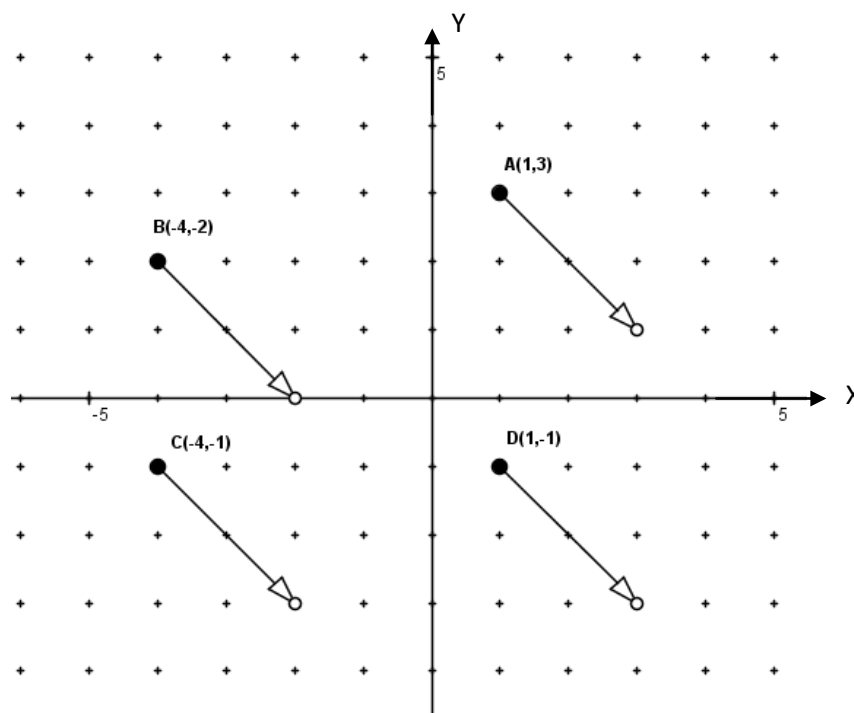
3. กำหนด $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ จงหา $-2\vec{a} + 3\vec{b}$

วิธีทำ $-2\vec{a} = (-2) \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix}$, $3\vec{b} = 3 \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} -2\vec{a} + 3\vec{b} &= \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4+9 \\ (-8)+(-18) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 13 \\ -26 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

4. จงเขียนรูปแสดงเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ โดยมีจุดเริ่มต้นที่ $A(1,3), B(-4,2), C(-4,-1)$ และ

$D(1,-1)$



5. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ และ $\vec{v} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ จงหา $\vec{u} \cdot \vec{v}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{v} &= (3\vec{i} + 2\vec{j}) \cdot (-2\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= (3 \times (-2)) + (2 \times 2) \\ &= -6 + 4 \\ &= -2 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ข

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียน

ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียน ด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.

คำชี้แจง

1. แบบวัดความพึงพอใจฉบับนี้เป็นแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวน 20 ข้อ

2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องทางขวามือหลังข้อความที่ตรงกับความรู้สึกที่แท้จริงของนักเรียนเพียงช่องเดียว คำตอบที่นักเรียนตอบนั้นไม่มีผลต่อการให้คะแนน

3. ในแต่ละช่องที่แสดงความพึงพอใจ มีความหมายดังนี้

พึงพอใจมากที่สุด หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมากที่สุด

พึงพอใจมาก หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นมาก

พึงพอใจปานกลาง หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นปานกลาง

พึงพอใจน้อย หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อย

พึงพอใจน้อยที่สุด หมายความว่า นักเรียนเห็นด้วยกับข้อความข้อนั้นน้อยที่สุด

ตัวอย่าง

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นและสนุกกับการเรียนมากขึ้น		✓			

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	ชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีความกระตือรือร้นและสนุกกับการเรียนมากขึ้น					
2	ข้าพเจ้ารู้สึกไม่เครียด และไม่เหนื่อยต่อการเรียนด้วยชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R.					
3	เนื้อหาจากชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. เหมาะสมกับระดับความเข้าใจของข้าพเจ้า					
4	จากการทำใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาเรื่องเวกเตอร์มากขึ้น					
5	การจัดลำดับเนื้อหาใบกิจกรรม มีความต่อเนื่องและชัดเจน ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจได้ง่าย					
6	การเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามองเห็นมโนภาพได้ดีขึ้น					
7	การเรียนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ได้					
8	การมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหามากขึ้น					
9	การออกแบบจอภาพ และการใช้ภาพเคลื่อนไหวทำให้กิจกรรมน่าสนใจและมีความสวยงาม					
10	เครื่องมือในการสร้างและสำรวจกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ ใช้ได้สะดวกตามความต้องการของข้าพเจ้า					

ข้อที่	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
11	ข้าพเจ้ารู้สึกสนุกกับการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน					
12	การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ามีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อนมากขึ้น					
13	การปฏิบัติกิจกรรมเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ทำให้ข้าพเจ้ารู้สึกอยากเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น					
14	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้าเกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง					
15	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ช่วยพัฒนาทักษะการคิดของข้าพเจ้า					
16	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น					
17	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ส่งเสริมบรรยากาศในการเรียนของข้าพเจ้ามากขึ้น					
18	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน กระตุ้นให้ข้าพเจ้าเกิดการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง					
19	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในตัวเองเกี่ยวกับการเรียนมากขึ้น					
20	การปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ข้าพเจ้ามีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์					

ภาคผนวก ข
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ได้รับความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้องด้านเนื้อหาและความเหมาะสมของชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. ความเที่ยงตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนการสอน ความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเวกเตอร์ และการใช้ภาษาในแบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อชุดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องเวกเตอร์ โดยใช้โปรแกรม C.a.R. มีดังนี้

1. อาจารย์ธนุชัย ภูอุดม
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์เมตต์ แยมวงษ์
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์วิษญา รัตนเมธาวิ
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายอนุวัฒน์ เดชไธสง
วันเดือนปีเกิด	14 ธันวาคม 2525
สถานที่เกิด	อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	32 หมู่ 13 ตำบลวังโรงใหญ่ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา
ตำแหน่งหน้าที่งานปัจจุบัน	ครู (คศ.1)
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนนิยมมิตรวิทยาการ อำเภอสีคิ้ว จังหวัดนครราชสีมา
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2538	ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนบ้านวังโรงใหญ่สามัคคี จังหวัดนครราชสีมา
พ.ศ. 2541	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จาก โรงเรียนปราสาทวิทยาคม จังหวัดนครราชสีมา
พ.ศ. 2544	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จาก โรงเรียนปราสาทวิทยาคม จังหวัดนครราชสีมา
พ.ศ. 2548	วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
พ.ศ. 2549	ประกาศนียบัตรบัณฑิตทางการสอน สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
พ.ศ. 2553	การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ