

การศึกษาลดสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาเรขาคณิตไปร เจคทีฟ
ของนัก เรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ปริญญานิพนธ์
ของ
ชวลิต เอี่ยมเจริญ

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการ ศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
มีนาคม ๒๕๑๕

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จลงได้ เพราะได้รับความช่วยเหลือและคำแนะนำเป็นอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์สุพจน์ ชะนะมา และอาจารย์ ดร.ชาตรี เมืองนาโพธิ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณอาจารย์พคุณ ทรงชาติ อาจารย์ใหญ่โรงเรียนวิศวะศึกษาอุดร และคุณณรงค์ อรุณรัตน์ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือเกี่ยวกับกลุ่มตัวอย่างและอำนวยความสะดวกเป็นอย่างดีซึ่งจะดำเนินการทดลอง

ชวลิต เอี่ยมเจริญ

สารบัญ

บทที่		หน้า
๑	ภูมิหลัง.....	๑
	ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า...../.....	๕
	ความสำคัญในการศึกษาค้นคว้า...../.....	๕
	ข้อตกลงเบื้องต้น.....	๕
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า...../.....	๖
	สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า...../.....	๖
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	๖
๒	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย.....	๘
๓	การดำเนินการศึกษาค้นคว้า...../.....	๑๔
	แหล่งข้อมูลและกลุ่มตัวอย่าง...../.....	๑๔
	วิธีดำเนินการทดลอง.....	๑๕
	การวิเคราะห์ข้อมูล.....	๑๖
๔	ผลการศึกษาค้นคว้า.....	๑๘
	ข้อตกลงเกี่ยวกับการวิเคราะห์และแปลผล.....	๑๘
	ผลการศึกษาค้นคว้า.....	๑๘

บทที่

หน้า

๕	บทย่อ สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	๒๓
	ความมุ่งหมายในการศึกษา.....	๒๓
	การดำเนินการศึกษากันว่า.....	๒๓
	การวิเคราะห์ข้อมูล.....	๒๔
	ผลการทดลอง.....	๒๔
	สรุปผลการศึกษากันว่า.....	๒๕
	อภิปรายผล.....	๒๕
	ข้อเสนอแนะ.....	๒๗
	บรรณานุกรม.....	๒๘
	ภาคผนวก.....	๓๐

บัญชีตาราง

ตารางที่		หน้า
๑	แสดงคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) ของนักเรียนแต่ละชั้น.....	๒๐
๒	แสดงเปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า ๕๐ % ...	๒๑
๓	แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ...	๒๒

ภูมิหลัง

สิ่งทั้งหลายที่อุบัติขึ้นมานับโลกย่อมมีการเปลี่ยนแปลงทั้งสิ้น ไม่ว่าจะ เป็นสิ่งที่มีชีวิตหรือไม่มีชีวิต สิ่งที่มีชีวิตโดยทั่วไปตามหลักทางชีววิทยาจะต้องมีการเจริญเติบโต และการเจริญเติบโตนั้นจะคงมีไว้ตลอดเวลา (ปราณี อัครเวศน์, ๒๕๐๕ : ๒) และวิชาคณิตศาสตร์ถึงแม้จะเป็นสิ่งที่ไม่มีชีวิต แต่ก็มีการเจริญงอกงาม และมีการเปลี่ยนแปลงไต่กันเองเกี่ยวกับสิ่งที่มีชีวิต สุวรรณภา (สุวรรณภา มุ่งเกษม, ๒๕๐๓ : ๗) กล่าวว่านับตั้งแต่โบราณกาลจนกระทั่งถึงปัจจุบัน วิชาคณิตศาสตร์ได้วิวัฒนาการมาเป็นลำดับ กรมวิชาการ (กรมวิชาการ, ๒๕๐๕ : ๓.๔ - ๑) ได้เสริมว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่งในคริสต์ศตวรรษที่ ๒๐ วิชาคณิตศาสตร์ที่มนุษย์คิดขึ้นมีปริมาณมากกว่าวิชาคณิตศาสตร์ทั้งหมดในประวัติศาสตร์รวมกันเสียอีก

วิลเลียม (William, J. D., ๑๙๖๗) กล่าวว่าวิชาคณิตศาสตร์นอกจากมีความสำคัญต่อการศึกษาค้นคว้าในขั้นที่จะช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้เป็นคนคิดอย่างมีเหตุผลแล้ว วิชาคณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญต่อโลกปัจจุบันในทุกแขนงของสาขาวิชาการ อาทิเช่น ด้านเทคโนโลยี เศรษฐกิจ และสังคม

กรมวิชาการ (กรมวิชาการ, ๒๕๐๕ : ๔๑) ได้เน้นถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นเครื่องนำทางไปสู่ความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ ทั้งนี้เนื่องจากความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ต้องอาศัยหลักการใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์อย่างขาดไม่ได้ กวดยเหตุนี้ประเทศต่าง ๆ จึงเล็งเห็นความสำคัญในการที่จะต้องมีการเปลี่ยนแปลงแนวโน้มการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา และมัธยมศึกษา เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการของโลกปัจจุบัน โดยพยายามปรับปรุงวิธีการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เกยสอนในระดับอุดมศึกษา ใ้ดูถูกนำมาปรับปรุงให้เหมาะสมกับวัยของผู้เรียนในชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา

สโตน (Stone) ไก่กล่าวถึงความจำเป็นในการที่จะต้องปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์
ในชั้นมัธยมศึกษาว่ามีสาเหตุสำคัญอยู่ ๒ ประการ คือ

๑. เนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันได้ขยายออกไปอย่างกว้างขวาง
๒. ความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ และศาสตร์สาขาอื่น ๆ จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทาง
คณิตศาสตร์มากกว่าแต่ก่อน

แอดเลอร์ (Adler, ๑๙๖๘ : ๒๒๖) กล่าวว่า วิชาคณิตศาสตร์ส่วนที่ได้รับการวิพากษ์วิจารณ์
ให้มีการปรับปรุง เพื่อให้เหมาะสมยิ่งขึ้น ได้แก่ วิชาเรขาคณิต ทั้งนี้เนื่องจากเป็นเวลาไม่ต่ำกว่า
๒๐๐๐ ปีแล้ว ที่มนุษย์เราถูกครอบงำด้วยวิชาเรขาคณิตของยูคลิด ความรู้ทางเรขาคณิตถูกจำกัดให้
เรียนเฉพาะในหนังสือชุด The Elements ของยูคลิด โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงแก้ไขใด ๆ
ทั้งสิ้น

อีฟส์และนิวสัน (Eves and Newsom, ๑๙๖๘ : ๓๗) ไก่กล่าวว่าในวิชาเรขาคณิตของยูคลิด
มีจุดอ่อนและขอบกพร่องอยู่หลายประการ เช่น

๑. การยอมรับเอาข้อสมมุติบางประการที่ไม่ได้ระบุไว้ใน Axioms หรือ Postulates มาเป็น
ข้ออ้างอิงในการพิสูจน์ต่าง ๆ
๒. การพิสูจน์เกี่ยวกับการเท่ากันทุกประการของสามเหลี่ยม ๒ รูป ยูคลิดใช้วิธีการ
ยกรูปซ้อนกัน (Principle of Superposition)
๓. การนิยามคำศัพท์ที่ไข่ทุก ๆ คำ โดยไม่คำนึงถึง อนิยามศัพท์ (Undefined terms)
เลย เช่น จุด เส้น เป็นต้น
๔. ความบกพร่องของการสร้างรูปคานที่กำหนดให้ โดยไม่คำนึงถึงว่าสิ่งที่สร้างขึ้นนั้น
ตรงกับความเป็นจริงหรือไม่ ซึ่งบางครั้งเมื่อสร้างรูปขึ้นแล้ว รูปจะคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง
อย่างเห็นได้ชัดเจน

จากผลการวิจัยของ พายัพ (พายัพ บุปผาคำ, ๒๕๐๕ : ๘) เรื่องทัศนคติของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ที่มีต่อวิชาเรขาคณิต สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑
ส่วนมากมีความเห็นว่าวิชาเรขาคณิต ระดับประถมศึกษาตอนปลายนั้นง่าย แต่วิชาเรขาคณิตที่เรียน

ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ก่อนข้างยากและเป็นเรื่องที่ไม่น่าสนใจ

เสริมศักดิ์ (เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์, ๒๕๑๘ : ๓๘) ได้กล่าวว่า สาเหตุที่วิชาเรขาคณิตไม่เป็นที่น่าสนใจนั้นสืบเนื่องมาจากวิชาเรขาคณิตของยูคลิด นำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันไ้ค่อนข้างน้อย เพราะวิชาเรขาคณิตตามแบบยูคลิดที่เกี่ยวกับการพิสูจน์ขาดการประยุกต์หรือการนำไปใช้ ผู้เรียนจึงมองไม่เห็นคุณค่าหรือประโยชน์จากการเรียน

ศาสตราจารย์เฟร์ (Fehr, ๒๕๑๖ : ๑๑ - ๑๒) กล่าวว่าวิชาเรขาคณิตตามแบบยูคลิดเป็นการศึกษาดังลักษณะของสิ่งที่ตกลงกัน (Axioms หรือ Postulates) และแสดงวิธีการพิสูจน์ที่ใช้เหตุผล แต่จากพยานหลักฐานต่าง ๆ แสดงว่า แนวความคิดที่มีเหตุผลที่ใช้ในการพิสูจน์นั้นนำไปใช้ในชีวิตประจำวันไ้ค่อนข้างน้อย การที่ภาวิชาเรขาคณิตในปัจจุบันนี้ จึงควร เน้นถึงคุณค่าทางสังคมให้มากขึ้น

เสริมศักดิ์ (เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์, ๒๕๑๘ : ๑) กล่าวว่า ในประเทศไทย นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาทุกคนต้องเรียน วิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด ซึ่งเป็นวิชาที่บังคับให้เรียนเหมือนกันหมด และวิชาเรขาคณิตนี้เป็นชนิดเดียวเท่านั้นที่นักเรียนในระดับนี้ได้เรียนรู้ คนไทยโดยทั่วไปจึงเข้าใจผิดคิดว่ามีเพียงวิชาเรขาคณิตตามแบบยูคลิดเพียงแบบเดียวเท่านั้น

สุชาติ (สุชาติ รัตนกุล, ๒๕๑๗ : ๘ - ๘) เสนอแนะว่า การสอนวิชาเรขาคณิตนั้นไม่ควรจะจำกัดความนึกของผู้เรียนให้อยู่ในวงแคบ ๆ เฉพาะวิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิดเท่านั้น แต่ควรสอนนักเรียนให้ตระหนักในความจริงที่ว่าวิชาเรขาคณิตตามแบบของยูคลิด เป็นเพียงวิชาเรขาคณิตชนิดหนึ่งในบรรดาวิชาเรขาคณิตที่มีอยู่ด้วยกันหลายชนิด โดยชี้ให้เห็นว่าเหตุที่พิสูจน์นั้นถูกต้องหรือสมเหตุสมผล (Valid) ในวิชาเรขาคณิตชนิดหนึ่ง อาจจะพิสูจน์ได้ว่าไม่ถูกต้องหรือไม่สมเหตุสมผล (Invalid) ในวิชาเรขาคณิต อีกชนิดหนึ่งได้

วิชาเรขาคณิตมีอยู่ด้วยกันหลายชนิด เช่น

๑. วิชาเรขาคณิตแบบยูคลิด (Euclidean Geometry)
๒. วิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ (Analytic Geometry)

- ๓. Affine Geometry
- ๔. Projective Geometry
- ๕. Non - Euclidean Geometry

แอดเลอร์ (Adler, ๑๙๖๖ : ๒๘๓) กล่าวว่า วิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟ มีกำเนิดมาจากปัญหา ๒ ประการ คือ

๑. ปัญหาทางศิลปะ กล่าวคือ ศิลปินสมัยฟื้นฟูศิลปวิทยา (Renaissance) ให้ความสำคัญวาดภาพ ๒ มิติ ให้มองเห็นเหมือนภาพ ๓ มิติ และผู้ที่แก้ปัญหานี้สำเร็จคือ ลีโอนาร์โด ดา วินชี (Leonardo da Vinci ๑๔๕๒ - ๑๕๑๙)

๒. ปัญหาทางวิศวกรรม ปัญหานี้คล้ายคลึงกับพวกศิลปิน คือจะพยายามวาดภาพ ๒ มิติ จากวัตถุ ๓ มิติ เพื่อให้ขนาด รูปทรง เป็นไปตามลักษณะเดิม ผู้ที่แก้ปัญหานี้สำเร็จ คือ Gaspard Monge (๑๗๔๖ - ๑๘๑๘) ซึ่งต่อมาวิธีการนี้ได้แตกแขนงออกเป็นเรขาคณิตเดสคริปทีฟ (Descriptive Geometry)

บุสแมนน์ (Busemann, ๑๙๖๔ : ๒๘๓) ได้เน้นถึงความสำคัญของวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟว่า วิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟเป็นวิชาที่มีความงดงาม เป็นวิชาที่ได้ประมวลความสามารถของนักคณิตศาสตร์ชั้นเยี่ยมในศตวรรษที่ผ่านมา และเป็นวิชาที่สามารถช่วยเสริมความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในวิชาเรขาคณิต นอกจากนี้บุสแมนน์ ยังได้ให้ความเห็นต่อไปว่า ผู้ที่เรียนวิชาเอกคณิตศาสตร์ หากไม่เคยผ่านวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟ ก็ไม่สมควรที่จะได้รับปริญญา

ไฮเคนเบอร์ก (Seidenberg, ๑๙๖๖ : Preface, P.V.) กล่าวว่านอกเหนือไปจากความน่าสนใจทางวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟแล้ว ยังมีความจริงอีกประการหนึ่งว่า มีบางสิ่งบางอย่างที่สำคัญ ๆ ของวิชาเรขาคณิตเชิงพีชคณิต (Algebraic Geometry) อันเป็นสาขาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์บังเกิดในโปรเจกทีฟสเปส ดังนั้นวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟจึงเป็นสิ่งที่ทุกคนควรรู้

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะทำการทดลองสอนวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟเบื้องต้น แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

๑. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถเรียนวิชาเรขาคณิต-โพรเจกตีฟเบื้องต้นได้หรือไม่
๒. เพื่อศึกษาว่าควร เริ่มสอนวิชาเรขาคณิตโพรเจกตีฟเบื้องต้นตั้งแต่ชั้นใด
๓. เพื่อเสนอแนะ เกี่ยวกับการ สอนวิชาเรขาคณิตโพรเจกตีฟเบื้องต้น ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ความสำคัญในการศึกษาค้นคว้า

๑. ผลจากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะทำให้ทราบถึงความสามารถในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ในวิชาเรขาคณิตโพรเจกตีฟเบื้องต้น
๒. ผลจากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้จะทำให้ทราบว่าควร เริ่มต้นสอนวิชาเรขาคณิตโพรเจกตีฟเบื้องต้น ในระดับชั้นใดจึงจะเหมาะสม
๓. ผลจากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ จะเป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตร วิชาคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ขอทดลองเบื้องต้น

๑. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการศึกษาในลักษณะของการวิจัยแบบทดลอง เพื่อให้ทราบถึงความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโพรเจกตีฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
๒. ผลการศึกษาค้นคว้าถือจากการ วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้ออกจากการ ทดสอบควยแบบทดสอบ ผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาเรขาคณิตโพรเจกตีฟที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
๓. นักเรียนชั้นใดสามารถทำคะแนน เฉลี่ยจากการทดสอบได้ตั้งแต่ ๕๐ % ขึ้นไป และ

- นักเรียนที่ไคกะแนตั้งแต่ ๕๐ % ขึ้นไป มีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- ในชั้น ถือว่านักเรียนชั้นนั้นมีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกตีฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

- การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ไคทำการทดลองกับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ โรงเรียนวัดธาตุทอง อำเภอพระโขนง กรุงเทพมหานคร ชั้นละ ๓๐ คน รวมนักเรียนทั้งหมด ๙๐ คน
- การศึกษาเรื่องนี้ มุ่งศึกษาถึงความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกตีฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นโดยเฉพาะ

สมมุติฐานในการศึกษาค้นคว้า

- นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกตีฟเบื้องต้น ได้
- นักเรียนในระดับชั้นสูงกว่า มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกตีฟเบื้องต้น ได้ดีกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

นิยามศัพท์เฉพาะ

- นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ของโรงเรียนวัดธาตุทอง ปีการศึกษา ๒๕๐๘
- ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง คะแนนของนักเรียนที่ทำได้จากแบบทดสอบ
- โปรเจกชัน (Projection) หมายถึง เส้นของเส้นตรงทั้งหลายที่ลากจากจุด ๆ หนึ่งไปยังจุดต่าง ๆ ของรูป

๔. ทวาลิตี (Duality) หมายถึง การที่ประพจน์ (Statement Proposition) อันหนึ่ง ได้มาจากประพจน์อีกอันหนึ่ง โดยการสลับที่ของสมาชิกคู่ใดคู่หนึ่ง และประพจน์ก่อนสลับที่ของสมาชิก และหลังสลับที่ของสมาชิก จะต้องเป็นจริง

๕. เปรอสเปคตีวิตี (Perspectivities) หมายถึง การที่ปฐมแบบที่แตกต่างกัน (Unlike Primitive form) ๒ แบบ สามารถนำมาจัดให้สมาชิก (elements) ทั้บกันได้
แบบ ๑ - ๑

๖. ประชากร หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นทั่วประเทศไทย

บทที่ ๒

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

ความล้มเหลวของการสอนวิชาเรขาคณิต มีไช่จะเกิดแต่ในประเทศไทย ในฝรั่งเศส (๑๙๕๕) องค์การ O.E.E.C. (The Organization for European Economic Cooperation) จัดการสัมมนาเพื่อปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ขึ้นที่เมือง รอยามองค์ (Royaumont) ในฝรั่งเศส ตามรายงานสรุปผลของการสัมมนา ปรากฏว่าสมาชิกส่วนใหญ่ไม่พอใจสภาพการศึกษาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นอยู่เวลานั้น เป็นอันมาก และทัศนคติที่รุนแรงที่สุดคือ แนวความคิดของศาสตราจารย์ ดีอูดอนน์ (Dieudonne) ที่เสนอให้เลิกสอนวิชาเรขาคณิตแบบยูคลิดโดยสิ้นเชิง (O.E.C.D., ๑๙๖๑ : ๓๕ - ๓๘)

— สุวรรณ (สุวรรณ มุ่งเกษม, ๒๕๑๓ : ๖๗) กล่าวว่าในหลายประเทศได้เล็งเห็นความสำคัญในการที่จะต้องเปลี่ยนแปลงแนวโน้มทางการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับประถมศึกษา และมัธยมศึกษา เช่น ในสหรัฐอเมริกา อังกฤษ เยอรมัน และสหภาพโซเวียต เป็นต้น

ในประเทศสวีตเซอร์แลนด์ ปี ค.ศ. ๑๙๖๑ ได้มีการเปลี่ยนแปลงปรับปรุงวิชาเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษา โดยให้นักเรียนที่มีอายุ ๑๖ - ๑๗ ปี กำหนดให้นักเรียนเรียนเกี่ยวกับวิธีพิสูจน์วิชาเรขาคณิต กลุ่มของการแปลงสภาพ ริง (Rings)ฟิลด์ (Field) เมทริกส์ และวิชาเรขาคณิตชนิดต่าง ๆ เช่น Affine Geometry, Projective Geometry และ Non-Euclidean Geometry

— แอดเลอร์ (Adler, ๑๙๖๘ : ๒๒๘ - ๒๓๐) กล่าวว่า จุดมุ่งหมายในการเรียนวิชาเรขาคณิตประการหนึ่งในระดับมัธยมศึกษาคือ การเรียนรู้ถึงลักษณะของการแปลงสภาพในสเปซ เช่น การแปลงสภาพของรูปที่อยู่ใบนาน

— ยูซิสกิน (Usiskin, ๑๙๖๘ : ๒๘๘ A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาผลสัมฤทธิ์ และทัศนคติของนักเรียนชั้นปีที่ ๑๐ เกี่ยวกับการเรียนเนื้อหาวิชาเรขาคณิตตามตำราของยูคลิด

ด้วยวิธีการแปลงสภาพ จากผลของการทดลองสอนและทดสอบโดยสรุปได้ดังนี้

๑. การสอนวิชาเรขาคณิตของบุคคลสามารถพัฒนา ด้วยการใช้วิธีการแปลงสภาพได้
๒. ครูที่สอนวิชาเรขาคณิตแบบเดิมอยู่แล้ว ไม่มีปัญหาในการสอน ตามวิธีใหม่

แต่อย่างไร

๓. นักเรียนสามารถนำวิธีการแปลงสภาพ ไปใช้แก้ปัญหาวินิชาคณิตศาสตร์

แผนปัจจุบันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โซลเฮียม (Solheim, ๑๙๗๖ : ๓๑๖๕ A) ได้เปรียบเทียบการสอนวิชาเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษา ระหว่างการใช้วิธีสอนแบบเก่ากับการใช้วิธีการแปลงสภาพ ผลปรากฏว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแปลงสภาพ มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตไม่แตกต่างจากนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีแบบเก่า แต่ทัศนคติของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการแปลงสภาพเปลี่ยนไปจากเดิม กล่าวคือ ทัศนคติของนักเรียนกลุ่มนี้คือวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปเปลี่ยนแปลงไปในทางบวก โดยเฉพาะทัศนคติต่อวิชาเรขาคณิต ซึ่งสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เมื่อระดับสติปัญญาคงที่ นอกจากนี้ยังปรากฏว่าครูคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมส่วนมากมีความประสงค์ให้บรรจุวิชาเรขาคณิตแปลงสภาพเป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาต่อไป

แจคสัน (Jackson, ๑๙๗๖ : ๓๒๘๘ A) ได้ทำการทดลองเพื่อเปรียบเทียบการสอนวิชาตรีโกณมิติวิเคราะห์ ด้วยวิธีการแปลงสภาพกับวิธีอื่น แก่นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ผลการทดลองสรุปได้ดังนี้

๑. นักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถเข้าใจนิยาม ภาษา และสัญลักษณ์ที่ใช้ในวิธีสอน ทั้ง ๒ วิธี ได้ไม่แตกต่างกัน
๒. ความสามารถที่จะเรียนรู้และเข้าใจนิยามเบื้องต้น ตลอดจนเข้าใจเทคนิคของการแก้ปัญหาในวิชาตรีโกณมิติวิเคราะห์ ไม่ไ้ขึ้นอยู่กับวิธีสอนที่แตกต่างกัน
๓. การเรียนวิชาตรีโกณมิติวิเคราะห์ ด้วยวิธีการแปลงสภาพนั้น ผู้เรียนไม่จำเป็นต้องอาศัยพื้นฐานความรู้มากเหมือนกับการเรียนด้วยวิธีอื่น

ชาห์(Shah, ๑๙๖๙ : ๑๑๙ - ๑๒๘) ทดลองสอนวิชาเรขาคณิตและทอโปโลยีแก่เด็ก
ระดับอายุ ๗ - ๑๑ ปี จำนวน ๓๙๘ คน จากการทดลองปรากฏผลดังนี้

๑. นักเรียนในระดับอายุ ๗ - ๘ ปี สามารถเรียนเรื่องต่อไปนี้ได้

๑.๑ การสมมาตรของวัตถุโดยใช้ จุด เส้น และระนาบ เป็นจุดศูนย์กลางของ
การสมมาตร

๑.๒ รูปเหลี่ยมต่าง ๆ ในระนาบตั้งแต่ สามเหลี่ยมถึงหกเหลี่ยม และรูปทรง
ต่าง ๆ ที่มีหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมถึงหกเหลี่ยม

๑.๓ รูปปิด

๑.๓.๑ การทำให้โค้งและการกึ่ง นักเรียนสามารถพิจารณาลักษณะที่คล้าย
กันของวงกลม สี่เหลี่ยมจัตุรัส สี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยม

๑.๓.๒ Network นักเรียนสามารถลากเส้นตามรอยเส้นเดิมของรูปโคย
ไม้ยกมือ และไม่ลากซ้ำรอยเดิม

๑.๓.๓ ภายในและภายนอกของรูป

๒. นักเรียนระดับอายุ ๘ - ๙ ปี สามารถเรียนเรื่องต่อไปนี้ได้

๒.๑ การสมมาตรของรูปโคยไขว้ระจกเงา โคยการพับกระดาษ และโคยการ
ปั้นวัตถุ

๒.๒ รูปเหลี่ยมต่าง ๆ ในระนาบ ตั้งแต่สามเหลี่ยมถึงแปดเหลี่ยม และสามารถ
เรียนเนื้อหาของรูปทรงต่าง ๆ

๒.๓ รูปปิด

๒.๓.๑ การโค้งและการกึ่ง

ก. ลักษณะการคล้ายกันของรูปทรงกลมและรูปทรงเหลี่ยมต่าง ๆ

ข. ลักษณะการคล้ายกันของรูปปิดที่มีรูเดียว เช่นวงแหวน
ขนมโคกัทธ ฯลฯ

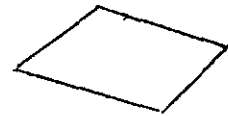
๒.๓.๒ Node

๓. นักเรียนระดับอายุ ๘ - ๑๐ ปี มีความสามารถในการเรียนเพิ่มเติมขึ้นในเรื่องต่อไปนี้

- ๓.๑ การหมุนรูปรอบจุด
- ๓.๒ รูปเหลี่ยมในระนาบที่มี ๑๐ เหลี่ยม
- ๓.๓ เนื้อของรูปทรงตัน
- ๓.๔ รูปปิก
 - ๓.๔.๑ การทำให้โค้งและการกึ่ง
 - ๓.๔.๒ Node จำนวนที่และ Node จำนวนคู่

๔. ระดับอายุ ๑๐ - ๑๑ ปี มีความสามารถในการเรียนเพิ่มเติมขึ้นในเรื่องต่อไปนี้

- ๔.๑ รูปร่างของรูปที่เป็นมุมเช่น
- ๔.๒ รูปเหลี่ยมที่มี ๑๒ เหลี่ยม
- ๔.๓ การ เปลี่ยนตำแหน่งของรูป
- ๔.๔ การขยายภาพ
- ๔.๕ ลักษณะที่คล้ายกันของรูปที่มี ๓ รูป



สำหรับในประเทศไทย ได้มีผู้พยายามทำการศึกษาและวิจัย เพื่อปรับปรุงและเปลี่ยนแปลงหลักสูตรวิชาเรขาคณิต เพื่อให้ผู้เรียนได้รับประโยชน์จากการเรียนมากที่สุด

ปราโมทย์ (ปราโมทย์ ประเสริฐ, ๒๕๑๖ : ๓๕) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนทอโปโลยี ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๓, ๔ และ ๕ สรุปได้ว่า นักเรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๔ ขึ้นไปสามารถเรียนทอโปโลยีได้ในเรื่องต่อไปนี้ จุด เส้น รูปปิก ผิวหน้า ขอบเขต รูปทรงเหลี่ยม รูปทรงหน้าเดียว การแปลงสภาพแบบทอโปโลยี และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์สูง สามารถเรียนทอโปโลยีในเรื่องดังกล่าวได้ดีกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนที่ต่ำกว่า

เสาวนิต (เสาวนิต วงศ์อำไพ, ๒๕๑๖ : ๒๓) ได้ศึกษาความสามารถในการเรียน
 เวกเตอร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สรุปผลการทดลองได้ว่า นักเรียนในระดับ
 ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถเรียนเวกเตอร์ได้ และนักเรียนในระดับสูง สามารถเรียน
 เวกเตอร์ได้ดีกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

ยงยุทธ (ยงยุทธ อนุภักดิ์, ๒๕๑๖ : ๓๕ - ๓๖) ได้ทำการทดลองใช้เวกเตอร์
 ในการสอนเรขาคณิตวิเคราะห์ จากการทดลองปรากฏผลว่า การเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์
 ด้วยวิธีใช้เวกเตอร์ และวิธีการเดิมไม่ทำให้ผลการเรียนของนักเรียนแตกต่างกันโดยส่วนรวม แต่
 ในส่วนย่อยบางส่วนของ การเรียนของนักเรียน พอสรุปได้ดังนี้

๑. ความสามารถในการ เข้าใจคำนิยาม คำนิยาม และความสัมพันธ์ของคำนิยาม
 และอนิยาม ของนักเรียนทั้ง ๒ กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน
๒. ความสามารถในการนำไปใช้ของนักเรียน ๒ กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน
๓. ความสามารถในการ เขียนกราฟของนักเรียน ๒ กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน
๔. ความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีเดิม สูงกว่ากลุ่มที่เรียน
 ด้วยวิธีการใช้เวกเตอร์

โศภชัย (โศภชัย ศักดิ์ศรี, ๒๕๑๖ : ๒๖) ได้ทำการศึกษาลักษณะนิสัยในการเรียน
 วิชาเรขาคณิตแปลงสภาพของนักเรียนในชั้นประถมศึกษาตอนปลาย จากผลการทดลองปรากฏว่า
 นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕ และ ๖ ไม่สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตแปลงสภาพได้ มีเพียง
 นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๗ เท่านั้น โดยให้เหตุผลว่า พื้นฐานความรู้ของนักเรียนอาจไม่เพียงพอ
 และนักเรียนอาจไม่สามารถปรับความรู้ลึกลับนึกคิดให้เข้ากับความรู้ใหม่ของลักษณะวิชานี้ได้

วิทยา (วิทยา รุ่งอรุณพิศาล, ๒๕๑๗ : ๓๕) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษาลักษณะนิสัย
 ในการเรียนวิชาเรขาคณิตแปลงสภาพ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จากการทดลองสรุปได้ว่า
 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชานี้ได้ และจากการเปรียบเทียบ

คะแนนเฉลี่ยระหว่างชั้น ปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๒ มีความสามารถอยู่ในระดับเดียวกัน แต่นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ มีความสามารถในการเรียนสูงกว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ และ ๒

ผลการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนวิชาเรขาคณิตเท่าที่กล่าวมาแล้วแสดงว่านักเรียนสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตอื่น ๆ นอกเหนือจากวิชาเรขาคณิตแบบยูคลิดได้ หากเราจัดเนื้อหาและวิธีการสอนให้เหมาะสมกับผู้เรียน

บทที่ ๓

การดำเนินการศึกษาค้นคว้า

แหล่งข้อมูลและกลุ่มตัวอย่าง

แบ่งออกเป็น ๒ ประเภท คือ

๑. กลุ่มตัวอย่างทดลองสอนและวิเคราะห์แบบทดสอบ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ จากโรงเรียนวิเศษวิทยาสงคราม กรุงเทพมหานคร จำนวนชั้นละ ๑๕ คน รวม ๔๕ คน
 ๒. กลุ่มตัวอย่างทดลองสอน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ โรงเรียนวิเศษวิทยาสงคราม กรุงเทพมหานคร จำนวนชั้นละ ๓๐ คน รวม ๙๐ คน
- การเลือกกลุ่มตัวอย่างมีวิธีดังต่อไปนี้
๑. ทำการสุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ จำนวนชั้นละ ๔๕ คน จากจำนวนนักเรียนชั้นละประมาณ ๒๗๐ คน
 ๒. ทำการสุ่มแยกนักเรียนแต่ละชั้นออกเป็น ๒ กลุ่ม คือ กลุ่มละ ๑๕ คน และอีกกลุ่ม ๓๐ คน

เครื่องมือในการทดลองสอน

๑. แบบเรียนวิชาเรขาคณิตโบว์ เจค็ทไฟฟ์แองตันที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย
 - ๑.๑ การฉาย (Projection)
 - ๑.๒ สัจพจน์พื้นฐาน (Basic Axiom)
 - ๑.๓ การทับกัน (Incidence)
 - ๑.๔ ปรุ้มแบบ (Primitive form)

๑.๕ กาลิตี (Duality)

๑.๖ เพอร์สเปคทีวิตี (Perspectivity)

วิธีดำเนินการทดลอง

๑. สร้างแบบเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟจากหนังสือต่อไปนี้

๑.๑ Projective Geometry (Young, 1971 : 1 - 31)

๑.๒ Lectures in Projective Geometry (Seidenberg, 1961 : 1-65)

๑.๓ The Real Projective Plane (Coxeter; 1949 : 1 - 58)

๑.๔ The Geometry of Incidence (Dorwart, 1966 : 1-25, 45-80)

๑.๕ A New Look at Geometry (Adler, 1968 : 287 - 303)

๑.๖ A Survey of Geometry (Eves, 1974 : 240 - 278)

๒. สร้างแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟเบื้องต้น ตามเนื้อหาในแบบเรียนที่ใช้ทดลองสอน จำนวน ๒๐ ข้อ

๓. ทดลองสอนวิชาเรขาคณิต ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแก่นักเรียน ที่ใช้ทดลองสอนและการวิเคราะห์ข้อสอบ ในภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๒๔ จำนวนชั่วโมงที่สอน ๑๐ ชั่วโมง โดยผู้วิจัยทำการทดลองสอนเอง เมื่อทดลองสอนครบตามเนื้อหาวิชาแล้ว จึงทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบที่สร้างขึ้นในข้อที่ ๒ โดยใช้เวลา ๒ ชั่วโมง

๔. วิเคราะห์ข้อทดสอบตามหลักคักกลุ่มสูง ๒๗ % กลุ่มต่ำ ๒๗ % เปิดตารางสำเร็จของฟาน (Fan, ๑๙๕๒ : ๓ - ๓๒) หากความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) ความยากง่ายมาตรฐาน (Δ) กำหนดความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (r_{tt}) และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (SE_{meas})

การวิเคราะห์ข้อทดสอบ (Item Analysis) ปรากฏผลดังนี้

คัดเลือกข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ได้ ๘๐ ข้อ ข้อทดสอบทั้ง ๘๐ ข้อมีความยากง่ายเฉลี่ย .๘๘ อ่านาจำแนกเฉลี่ย .๕๑ ความยากง่ายมาตรฐาน(Δ) เฉลี่ย ๑๓.๑ ความเชื่อมั่น .๘๘ และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด ๓.๑๘

๕. ทำการทดลองสอนวิชาเรขาคณิต โปรเจคทีฟ ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แก่กลุ่มที่ใช้ในการทดลองสอน ในภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๑๘ จำนวน ๑๐ ชั่วโมง โดยผู้วิจัยทำการทดลองสอนเอง เมื่อสอนครบตามเนื้อหาวิชาแล้ว จึงทำการทดสอบด้วยแบบทดสอบที่ได้ทำการวิเคราะห์แล้วในข้อ ๔

๖. วิเคราะห์ผลจากการทดสอบ เพื่อตรวจสอบสมมุติฐาน

๖.๑ หาคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) และเปอร์เซ็นต์ ของจำนวนนักเรียนที่ไคคะแนนมากกว่า ๕๐ % ของแต่ละชั้น เพื่อให้ทราบว่าคะแนนเฉลี่ยของชั้นเกิน ๕๐ % และจำนวนนักเรียนที่ไคคะแนนเกินกว่า ๕๐ % ในแต่ละชั้น มีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของนักเรียนในชั้นนั้นหรือไม่

๖.๒ วิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เพื่อคว้าโดยส่วนรวม นักเรียนในแต่ละชั้นมีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจคทีฟแตกต่างกันหรือไม่ ถ้าพบความแตกต่างกัน จึงใช้ t-test เพื่อทดสอบว่านักเรียนในชั้นไคที่มีความสามารถแตกต่างกัน

การวิเคราะห์ข้อมูล

๑. หาคะแนนเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร (Garrett, ๔๔๘ : ๒๓)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ \bar{X} แทนคะแนนเฉลี่ย

$\sum X$ แทนผลรวมของคะแนน

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

๒. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) กำหนดจากสูตร (Ferguson, ๑๙๖๖ : ๖๗)

$$s = \sqrt{\frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s แทนค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X$ แทนผลรวมของคะแนน

$\sum X^2$ แทนผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลัง ๒

N แทนจำนวนนักเรียนในกลุ่ม

๓. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) กำหนดจากสูตร กูเคอร์-ริชาร์ดสัน

$$r_{tt} = \frac{N}{N-1} \left\{ 1 - \frac{\sum pq}{s^2} \right\}$$

เมื่อ r_{tt} แทนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

N แทนจำนวนเซตของแบบทดสอบ

$p = \frac{\text{จำนวนคนที่ตอบข้อที่ถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$

$q = 1 - p$

s^2 แทนค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ (ซึ่งเท่ากับกำลังสองของ s ในข้อที่ ๒)

๔. หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement) กำหนดจากสูตร (Gulliksen, 1950 : 63)

$$S.E_{meas} = s \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ $S.E_{meas}$ แทนค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

s แทนค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (จากข้อ ๒)

r_{tt} แทนค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (จากข้อ ๓)

๕. วิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เพื่อทดสอบความแตกต่างคะแนนเฉลี่ยของนักเรียน ๓ กลุ่ม พร้อมกันด้วยการหาค่า F ดังนี้ (Freund, 1962 : 138)

Source of Variance	df	Sum of Square	Mean of Square	F
Between Treatment	$k - 1$	SS_B	$MS_B = \frac{SS_B}{k-1}$	$\frac{MS_B}{MS_E}$
Error	$k(n-1)$	SS_E	$MS_E = \frac{SS_E}{k(n-1)}$	
Total	$kn-1$	SS_T	-	

เมื่อ k แทนจำนวนกลุ่มตัวอย่าง

n แทนจำนวนสมาชิกในแต่ละกลุ่มตัวอย่าง (จำนวนสมาชิกเท่ากันทุกกลุ่ม)

df แทน Degree of Freedom

$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{1j}$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัว

$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{1j}^2$ แทน ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลัง ๒

$$SS_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \left(\sum_{j=1}^n X_{1j} \right)^2 - \frac{1}{kn} \left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{1j} \right)^2$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{1j}^2 - \frac{1}{kn} \left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n X_{1j} \right)^2$$

$$SS_E = SS_T - SS_B$$

* ผลการศึกษาค้นคว้า

ข้อตกลงเกี่ยวกับการวิเคราะห์และแปลผล

๑. นักเรียนชั้นใดสามารถทำคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบได้ตั้งแต่ ๕๐ % ขึ้นไป และนักเรียนที่ได้อะแนนตั้งแต่ ๕๐ % ขึ้นไปมีจำนวนไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนทั้งหมดในชั้น จะถือว่านักเรียนชั้นนั้นมีความสามารถในการ เรียนวิชาเรขาคณิตโปร เจคตีฟ เบื้องต้นที่ ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

๒. นักเรียนชั้นใดมีผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาเรขาคณิตโปร เจคตีฟตามที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น สูงกว่า จะมีความสามารถในการ เรียนรู้วิชาที่สูงกว่าชั้นที่มีผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนต่ำกว่า

ผลการศึกษาค้นคว้า

๑. วิเคราะห์หาคะแนนเฉลี่ยของคะแนนจากแบบทดสอบ

จากการทดลองสอนวิชาเรขาคณิตโปร เจคตีฟ เบื้องต้นแก่นัก เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ได้ทำการทดสอบ ๑ ครั้ง โดยใช้แบบทดสอบที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น ปรากฏผลออกมาดัง ตารางข้างล่างนี้

ตาราง ๑ แสดงคะแนนเฉลี่ย (\bar{X}) ของนักเรียนแต่ละชั้น

คะแนน ระดับชั้น	คะแนนเฉลี่ย (\bar{X})	
	\bar{X}	\bar{X} คิดเป็น %
มัธยมศึกษาปีที่ ๑	๒๒.๗	๕๖.๗๕
มัธยมศึกษาปีที่ ๒	๒๓.๓	๕๘.๒๕
มัธยมศึกษาปีที่ ๓	๒๔.๐	๖๐.๐๐
เฉลี่ยทั้งหมด	๒๓.๓๓	๕๘.๓๓

จากตาราง สรุปได้ดังนี้

๑. นักเรียนทุกชั้นมีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่า ๕๐ %
๒. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นที่ใดสูง กลาง ต่ำ ได้แก่ มัธยมศึกษาปีที่ ๓, มัธยมศึกษาปีที่ ๒ และมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ตามลำดับ

๒. วิเคราะห์หาเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า ๕๐ % ปรากฏผลดัง
 ตารางข้างล่างนี้

ตาราง ๒ แสดงเปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า ๕๐ %

ระดับชั้น	จำนวนนักเรียน ทั้งหมด	จำนวนนักเรียนที่ได้ คะแนนมากกว่า ๕๐ % ขึ้นไป	เปอร์เซ็นต์ของจำนวน นักเรียนที่ได้คะแนน มากกว่า ๕๐ % ขึ้นไป
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑	๓๐	๒๐	๖๖.๖๗
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒	๓๐	๒๑	๗๐.๐๐
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓	๓๐	๒๐	๖๖.๖๗
เฉลี่ยทั้งหมด	๓๐	๒๐	๖๗.๗๕

จากตาราง ๒ จะสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ที่ได้คะแนน
 มากกว่า ๕๐ % ขึ้นไปมีจำนวนมากกว่า ๕๐ % ของนักเรียนแต่ละชั้น ทุกชั้น

จากตาราง ๑ - ๒ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีความ
 สามารถในการ เรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

๓. การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) เพื่อศึกษาว่าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีความแตกต่างกันหรือไม่ ซึ่งปรากฏผลดังแสดงในตาราง ๓

ตาราง ๓ แสดงผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

Source of Variation	df	SS	MS	F
Between	๒	๒๕.๘	๑๒.๙	.๘๓๘๘
Error	๘๗	๒๕๑๘.๖	๒๘.๘๐๓๘	-
Total	๘๙	๒๕๔๔	-	-

จากตาราง ๓ สรุปได้ว่า ความแปรปรวน (Variance) ของคะแนนจากการทดสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น ๕๕ % ซึ่งหมายความว่า ความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปเรเจคทีฟเบื้องต้น ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ ไม่มีความแตกต่างกัน

บทที่ ๕

บทย่อ สรุปผล อภิปรายและข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายในการค้นคว้า

๑. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สามารถเรียนวิชาเรขาคณิต-โพรเจกทีฟเบื้องต้นได้หรือไม่
๒. เพื่อศึกษาว่าควร เริ่มสอนวิชาเรขาคณิตโพรเจกทีฟเบื้องต้น ตั้งแต่ชั้นใด
๓. เพื่อเสนอแนะ เกี่ยวกับการสอนวิชาเรขาคณิตโพรเจกทีฟเบื้องต้นในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

การดำเนินการศึกษาค้นคว้า

๑. กลุ่มตัวอย่าง
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนของโรงเรียนวัดธาตุทอง อำเภอบางเขน กรุงเทพมหานคร จำนวนชั้นละ ๓๐ คน รวมทั้งสิ้น ๕๐ คน
การเลือกกลุ่มตัวอย่าง ใช้วิธีสุ่มตัวอย่าง(Random sampling) จากนักเรียนแต่ละชั้น ซึ่งมีประมาณชั้นละ ๒๗๐ คน
๒. เครื่องมือในการทดลอง
 - ๒.๑ แบบเรียนวิชาเรขาคณิตโพรเจกทีฟเบื้องต้นที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อสำคัญ ๓ เรื่อง คือ การฉาย(Projection)ควาลิตี(Duality)และเพอร์สเปคทีวิตี(Perspectivity)
 - ๒.๒ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ในการ เรียนวิชาเรขาคณิตโพรเจกทีฟเบื้องต้น จำนวน ๕๐ ข้อ ใช้เวลาทดสอบ ๑ ชั่วโมง แบบทดสอบนี้มีอำนาจจำแนกเฉลี่ย - .๕๑ ความยากง่าย

เฉลี่ย .๘๘ ความยากง่ายมาตรฐาน (Δ)เฉลี่ย ๑๓.๑ ความเชื่อมั่น .๘๘ และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด ๓.๑๘

๓. วิธีดำเนินการทดลอง

๓.๑ ผู้วิจัยทดลองสอนวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น แก่กลุ่มตัวอย่างทั้ง ๓ ชั้น โดยใช้วิธีสอนแบบปรกติ ชั้นละ ๑๐ ชั่วโมง

๓.๒ ทำการทดสอบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟ หลังจากสอนครบเนื้อหาแล้ว โดยใช้แบบทดสอบที่ใ้วิเคราะห์แล้วเหมือนกันทั้งสามชั้น ใช้เวลาในการทดสอบชั้นละ ๑ ชั่วโมง

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลมีดังนี้

๑. หาคะแนนเฉลี่ย (Mean)
๒. หาคความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)
๓. วิเคราะห์ความแปรปรวน โดยใช้ F - test

ผลของการทดลอง

๑. คะแนนเฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ๒๒.๗ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ๒๓.๓ และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ๒๔ คิดเป็นร้อยละ ๕๖.๗๕, ๘๘.๒๕ และ ๖๐ ตามลำดับ

๒. จำนวนนักเรียนที่โค้คะแนนจากการทดสอบผลสัมฤทธิ์เกิน ๕๐ % ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ มีจำนวน ๒๐ คน มัธยมศึกษาปีที่ ๒ ๒๐ คน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ จำนวน ๒๐ คน คิดเป็นร้อยละ ๖๖.๖๗, ๗๐ และ ๖๗.๖๗ ตามลำดับ

๓. จากผลการทดลองปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ทำคะแนนได้สูงสุด รองลงมาได้แก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ และชั้นที่ทำคะแนนเฉลี่ยค่าต่ำสุดคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

จากการวิจัยทำให้พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปปรเจกตีฟเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ และนักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียน สูงกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า แต่คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั้งสามชั้นนี้ ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .๐๕ หมายความว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปปรเจกตีฟเบื้องต้น ไม่น่าจะแตกต่างกัน

อภิปรายผล

๑. จากการทดลองทำให้ได้ข้อสรุปว่า นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นมีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปปรเจกตีฟเบื้องต้นได้ และถ้าจะมีการบรรจุเนื้อหาวิชาเรขาคณิตโปปรเจกตีฟในหลักสูตรแล้ว ก็สามารถบรรจุให้เริ่มเรียนได้ตั้งแต่ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ซึ่งสอดคล้องกับข้อเสนอแนะของ แฟร์ (Fehr, ๒๕๑๖ : ๕ - ๑๔) ที่ว่า หลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปในระดับชั้นมัธยมศึกษา ไม่ควรจัดเพื่อให้นักเรียนที่มีสติปัญญาสูงเท่านั้น แต่ควรเป็นการศึกษาทั่วไป โดยคำนึงถึงความถนัด และความสนใจของนักเรียนแต่ละบุคคลให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ และต้องให้สนองความต้องการของนักเรียนทุกคน ทุกระดับความสามารถและความสนใจ เพื่อสร้างให้เกิดความสามารถทางคณิตศาสตร์ แก่ผู้ที่จะเป็นพลเมืองของชาติ

๒. จากการทดลองปรากฏว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปปรเจกตีฟ ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นั้นแสดงว่า การเรียนวิชาเรขาคณิตโปปรเจกตีฟเบื้องต้นนี้ ไม่จำเป็นต้องอาศัยพื้นฐานและประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากนัก

๓. ผลจากการทดลองครั้งนี้ อาจจะมีข้อบกพร่องเกิดขึ้น ทั้งนี้อาจจะเนื่องมาจากปัญหาต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

๓.๑ กลุ่มตัวอย่าง ในการใช้ อาจจะน้อยไป หรืออาจจะไม่ใช่ตัวแทนของประชากร
ที่แท้จริง

๓.๒ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ เพราะในการสร้างขึ้นนั้นได้ทำการทดสอบเพียง
ครั้งเดียว แล้วจึงนำเอามาวิเคราะห์ ซึ่งอาจจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้

๓.๓ บทเรียนวิชาเรขาคณิตโปเร เจคส์พี ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นยังไม่มีการวิจัยมาก่อนว่า
มีความเหมาะสมกับวัย ความรู้ของนักเรียนในระดับใดหรือไม่

๓.๔ ความสนใจของผู้เรียน ซึ่งผู้วิจัยคิดว่าเป็นสิ่งที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อน
ไต่ถาม เนื่องจากผลการสอบวิชาเรขาคณิตโปเร เจคส์พี ไม่มีผลกระทบบทเรียนต่อผู้เรียน ทำให้
ขาดความสนใจเท่าที่ควร และอาจเป็นช่วงที่ทำกำรทดลองใกล้เคียงกับเวลาที่นักเรียนจะต้องสอบได้
ประจำปี จึงอาจเป็นผลส่งต่อความตั้งใจของผู้เรียนได้

ขอเสนอแนะ

๑. ควรได้มีการทำการทดลองเรื่องนี้ซ้ำอีก โดยใช้กลุ่มตัวอย่างในการวิจัยให้มี
ขอบเขตกว้างขวางขึ้น เพื่อหาผลสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้น

๒. ควรจะได้มีการทดลอง เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปเร เจคส์พี
ในระดับชั้นที่สูงหรือต่ำกว่าชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

๓. ควรได้มีการวิจัย เนื้อหาวิชาเรขาคณิตโปเร เจคส์พี เบื้องต้น เพื่อนำมาใช้กับนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓

๔. ควรจะได้มีการศึกษาวิจัยว่า มีตัวแปรอิสระใดบ้างที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ในการเรียน
วิชาเรขาคณิตโปเร เจคส์พี

๕. ควรจะได้มีการบรรจุเนื้อหาวิชาเรขาคณิตโปเร เจคส์พี เบื้องต้นลงในหลักสูตร ชั้นมัธยม-
ศึกษาตอนต้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- ปิยรัตน์ ก้องกิตติไพศาล การใช้ตรรกศาสตร์ ในการสอนคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑
ปริญาการศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ๒๕๑๓, ๓๐ หน้า.
- พวยัพ บุปผาคำ ทัศนคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ต่อวิชาเรขาคณิต วิทยานิพนธ์
การศึกษามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ๒๕๐๘, ๕๖ หน้า.
- สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบันเล่ม ๑ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
โรงพิมพ์ศาสนา ๒๕๐๓, ๑๐๒ หน้า.
- สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบันเล่ม ๒ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
โรงพิมพ์กุสุมา พระสุเมรุ ๒๕๑๐, ๑๑๘ หน้า.
- สุวรรณภา มุงเกษม พัฒนาการของการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษา
ปริญาวิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ๒๕๑๓,
๑๓๓ หน้า.
- เสนาะ คัมภุชชิน "รายงานการปรับปรุงการศึกษาคณิตศาสตร์ ในชั้นมัธยมศึกษา"
วารสารคณิตศาสตร์ ๓๐ : ๘๘๑, กรกฎาคม ๒๕๐๕.
- เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์ Foundations of Geometry วิทยาลัยวิชาการศึกษา พิมพ์โลก
พิมพ์โรเนียว ๒๕๑๘, ๑๐๘ หน้า.
- Adler, Irving, A New Look At Geometry, The New American Library,
New York, 1967, 414 pp.
- Coxeter, H.S.M., Introduction to Geometry, John Wiley & Sons, Inc.,
New York, 1969, 469 pp.
- Eves, Howard, and Newsom, Carroll V., An Introduction to the Foundations
and Fundamental Concepts of Mathematics, Holt, Rinehart and Winston,
New York 1964, 363 pp.

Fan, Chung - Teh, Item Analysis Table., Educational Testing Service,
Princeton, New Jersey, 1952, 32 pp.

Fehr, Howard F., "Reform of Mathematics Education Around the World,"
The Mathematics Teacher, 58 : 37 - 44, January 1956.

Solheim, Jerome Harold, "The Effect of the study of Transformations
of the Plane on the Attitudes of Secondary School Geometry
Students," Dissertation Abstract, 6 :3165 A, December, 1971.

Usiskin, Zalman Philip, "The Effects of Teaching Euclidean Geometry via
Transformations on Student Achievement and Attitudes in
Tenth- Grade Geometry, " Dissertation Abstract, 2 : 688 A,
August, 1970.

ກາດເພວກ

ภาคผนวก ก.

ตารางวิเคราะห์ข้อสอบ

ตาราง แสดงค่า $P_H, P_L, p, r,$ และ Δ ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการ เรียน
 วิชาเรขาคณิตปริมาตรที่แบ่งตน

ข้อ	P_H	P_L	p	r	Δ
๑.	๘๐	๖๐	.๘๓	.๖๘	๑๓.๓
๒.	๑๐๐	๕๐	.๘๑	.๓๖	๕.๕
๓.	๘๐	๖๐	.๖๑	.๘๘	๑๖.๕
๔.	๘๐	๕๐	.๖๖	.๘๖	๑๑.๕
๕.	๗๐	๖๐	.๕๕	.๕๐	๑๓.๖
๖.	๖๐	๓๐	.๕๕	.๓๑	๑๓.๕
๗.	๕๐	๖๐	.๖๕	.๓๕	๑๕.๕
๘.	๕๐	๖๐	.๗๖	.๓๕	๑๐.๑
๙.	๖๐	๕๐	.๕๐	.๖๐	๑๓.๐
๑๐.	๗๐	๕๐	.๖๐	.๖๖	๑๖.๐
๑๑.	๘๐	๓๐	.๕๖	.๕๐	๑๖.๕
๑๒.	๕๐	๖๐	.๓๖	.๖๕	๑๕.๑
๑๓.	๖๐	๐	.๖๓	.๗๖	๑๕.๕
๑๔.	๑๐๐	๖๐	.๘๘	.๖๑	๘.๖
๑๕.	๖๐	๖๐	.๓๕	.๕๖	๑๕.๑
๑๖.	๕๐	๖๐	.๕๖	.๖๕	๑๖.๓
๑๗.	๕๐	๖๐	.๕๗	.๖๕	๑๖.๓
๑๘.	๕๐	๖๐	.๖๕	.๓๕	๑๕.๕
๑๙.	๘๐	๖๐	.๗๐	.๖๕	๑๐.๕
๒๐.	๘๐	๖๐	.๕๐	.๕๕	๑๓.๐

ข้อ	P_H	P_L	p	r	Δ
๒๑.	๕๐	๐	.๐๕	.๓๖	๑๖.๕
๒๒.	๖๐	๓๐	.๕๕	.๓๑	๑๓.๕
๒๓.	๕๐	๕๐	.๓๖	.๕๕	๑๐.๓
๒๔.	๑๐๐	๕๐	.๘๑	.๓๖	๕.๕
๒๕.	๖๐	๐	.๖๓	.๗๖	๑๕.๕
๒๖.	๖๐	๓๐	.๕๕	.๓๑	๑๓.๕
๒๗.	๕๐	๕๐	.๓๖	.๕๕	๑๐.๓
๒๘.	๖๐	๖๐	.๖๖	.๖๖	๑๖.๓
๒๙.	๕๐	๖๐	.๕๕	.๖๖	๑๖.๖
๓๐.	๗๐	๖๐	.๕๕	.๖๖	๑๖.๖
๓๑.	๖๕	๓๐	.๕๐	.๕๐	๑๓.๐
๓๒.	๖๐	๐	.๖๓	.๗๖	๑๕.๕
๓๓.	๗๐	๖๐	.๕๕	.๖๖	๑๖.๖
๓๔.	๕๐	๖๐	.๖๕	.๓๕	๑๕.๕
๓๕.	๗๐	๖๐	.๖๖	.๖๖	๑๖.๖
๓๖.	๖๐	๖๐	.๖๕	.๖๖	๑๖.๖
๓๗.	๕๐	๐	.๖๓	.๗๖	๑๕.๕
๓๘.	๗๐	๖๐	.๕๕	.๖๖	๑๖.๖
๓๙.	๖๐	๕๐	.๕๐	.๖๐	๑๓.๐
๔๐.	๕๐	๓๐	.๖๖	.๖๖	๑๖.๖

ภาคผนวก ข.

แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตไปร เจคที! ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

วิชา เรขาคณิตโปรเจกทีฟเบื้องต้น

ชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น

คำอธิบายวิธีทำข้อสอบ

๑. ให้นักเรียนทำให้ครบทุกข้อ ในเวลา ๑ ชม.
๒. ข้อสอบนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ จำนวนทั้งหมด ๔๐ ข้อ
๓. ให้เลือกคำตอบที่นักเรียนคิดว่าถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว
๔. ให้ขีดเส้นทับหลังอักษร ของข้อที่เลือกนั้น
๕. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ได้กา \times ในช่องที่ไม่ต้องการ แล้วขีดเส้นทับหลังอักษรที่ต้องการ
๖. ถ้าพบข้อยากให้ข้ามไปทำข้ออื่นก่อน แล้วกลับมาคิดแก้ภายหลัง

๑. ข้อใดเป็นความแตกต่างของการฉายในวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟกับการฉายในวิทยาศาสตร์

- ก. base และ object อาจจะไม่ขนานกันก็ได้
- ข. source อาจจะไม่ตั้งฉากกับ object ก็ได้
- ค. base อาจอยู่ระหว่าง source และ object ก็ได้
- ง. source จะอยู่ไกลจาก object เท่าไรก็ได้

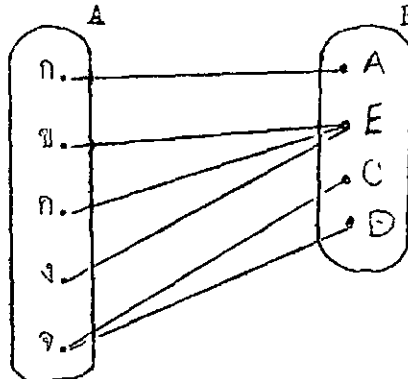
๒. จุดในเรขาคณิตโปรเจกทีฟมีกี่ชนิด

- ก. ๑ ชนิด
- ข. ๒ ชนิด
- ค. ๓ ชนิด
- ง. ๔ ชนิด

๓. ระนาบชนิดใดที่มีประโยชน์มากที่สุดในทางเดินเรือ

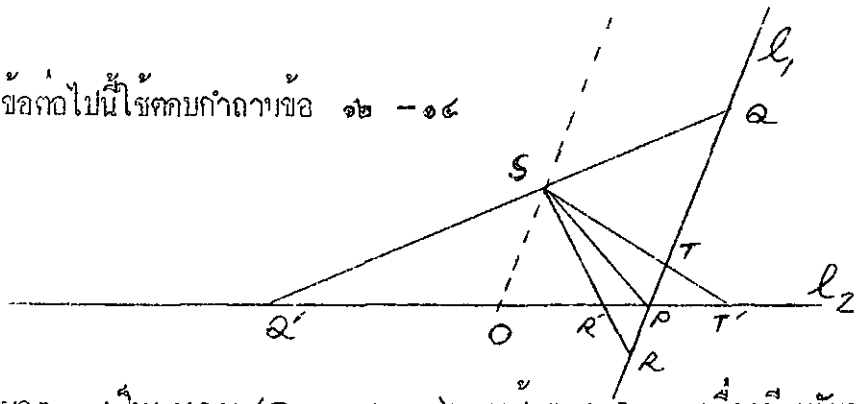
- ก. ระนาบของยูคลิด
- ข. ระนาบทรงกลม
- ค. ระนาบทรงรี
- ง. ระนาบไฮเพอร์โบลิก

๔. จากภาพข้างล่าง set A และ set B มีความสัมพันธ์กันอย่างไร



- ก. ฟังก์ชันแบบ ๑-๑ จาก set A ไปบน set B
- ข. ฟังก์ชันแบบ many to one จาก set A ไปบน set B
- ค. ฟังก์ชันแบบ one to many (เหมือนกับ many to one) จาก set A ไปบน set B
- ง. ไม่เป็นฟังก์ชัน

ข้อต่อไปนี้เป็นข้อสอบกำหนดค่าข้อ ๑๒ - ๑๔



กำหนด l_2 เป็นเงาฉาย (Projection) ของเส้นตรง l_1 เมื่อเทียบกับจุดฉาย S

๑๒. จุด P คือจุดอะไร

ก. เงาฉายของจุด S ของ l_2

ข. เงาฉายของจุด S บน l_2

ค. เงาฉายของจุด P ของ l_1

ง. เงาฉายของจุด ideal ของ l_1

๑๓. จุด O คืออะไร

ก. เงาฉายของจุด S บน l_2

ข. เงาฉายของจุดธรรมดาของ l_2

ค. เงาฉายของจุด ideal ของ l_2

ง. เงาฉายของจุด ideal ของ l_1

๑๔. จากทฤษฎีบทของการแสดงอะไร

ก. มีจุด ideal จริง

ข. จุด ideal จะสมนัยกับจุด ideal

ค. จุดธรรมดาของเส้นตรงกับจุดธรรมดา

ง. เส้นตรงทั้งสองยาวเท่ากัน

๑๕. เส้นตรง l_1 และ l_2 เส้นเหมือนกันได้แก่อย่างไร

ก. มีทวิคูณยาวเท่ากันอยู่ในระนาบเดียวกัน

ข. มีทิศทางเดียวกันและอยู่ในระนาบเดียวกัน

ค. มีทวิคูณยาวเท่ากันและมีทิศทางเดียวกัน

ง. มีทวิคูณยาวเท่ากัน มีทิศทางเดียวกันและอยู่ในระนาบเดียวกัน

ในระนาบเดียวกัน

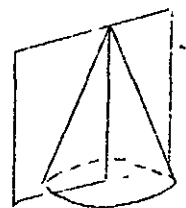
๑๖. จากภาพระนาบตั้งของกรวยโดยระนาบเป็นรูปอะไร

ก. วงกลม

ข. วงรี

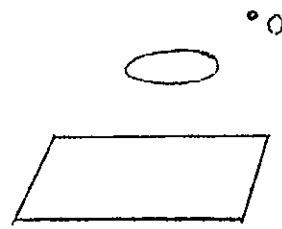
ค. สามเหลี่ยม

ง. พาราโบลา



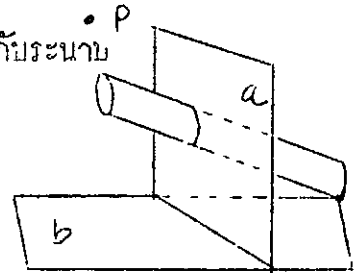
๑๗. กำหนด ว.ท. รูปวงกลมและระนาบขนานกัน โดยที่จุดฉายตั้งภาพ ข้อใดเป็นเงาฉายของ พ.ท. วงกลม

- ก. เส้นรอบวงของวงกลม ข. พื้นที่ของวงกลม
 ค. พื้นที่รูปวงรี ง. รูปวงรี



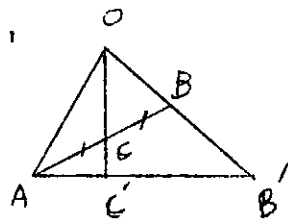
๑๘. กำหนดระนาบ a ตัดทรงกระบอกและระนาบ a ตั้งฉากกับระนาบ b มีจุดฉายอยู่ที่จุด P ตั้งภาพ ข้อใดเป็นเงาฉายของรอยตัดระหว่างทรงกระบอกกับระนาบ

- ก. เส้นรอบวงของวงกลม ข. พื้นที่วงกลม
 ค. พื้นที่รูปวงรี ง. รูปวงรี



๑๙. จากภาพ ข้อใดเป็นจริง

- ก. $AC = C'B'$ ข. C อยู่ระหว่าง A, B'
 ค. C เป็นจุด centroid ของสามเหลี่ยม ง. $OB = BB'$



๒๐. ถ้าจุดกับเส้นไขว้กันจะมีระนาบตัดกันได้กี่ระนาบ

- ก. ๑ ระนาบ ข. ๒ ระนาบ
 ค. ๓ ระนาบ ง. มีจำนวนไม่จำกัด

๒๑. กำหนดจุด ๔ จุด และไม่มี ๓ จุดใด ๆ ที่อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จะลากเส้นตรงที่แน่นอนได้กี่เส้น

- ก. ๘ เส้น ข. ๖ เส้น
 ค. ๘ เส้น ง. ๘ เส้น

๒๒. Primitive form มีกี่ form

- ก. ๒ ข. ๓
 ค. ๘ ง. ๖๐

๒๓. Space of planes มีอะไรเป็น base

ก. จุด

ข. เส้น

ค. ระนาบ

ง. อวกาศ

๒๔. Field of points มีอะไรเป็น base

ก. จุด

ข. เส้น

ค. ระนาบ

ง. อวกาศ

๒๕. Bundle of lines มีอะไรเป็น base

ก. จุด

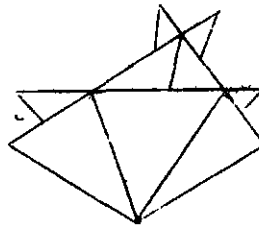
ข. เส้น

ค. ระนาบ

ง. อวกาศ

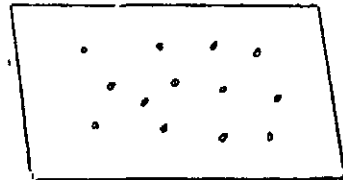
๒๖. จากภาพข้างล่างนี้หรือเรียกว่าอย่างไร

- ก. Bundle of planes
- ข. Bundle of lines
- ค. Flat pencils
- ง. Pencil of planes



๒๗. จากภาพข้างล่างนี้หรือเรียกว่าอย่างไร

- ก. Point row
- ข. Field of points
- ค. Space of points
- ง. Flat pencils



๒๘. Duality จะเกิดขึ้นได้อย่างไร

- ก. มีการสลับที่ของสมาชิกคู่หนึ่ง
- ข. ประโยคสองประโยคสมเหตุสมผล
- ค. มีการสลับที่ของสมาชิก ทำให้ประโยคที่เกิดเหมือน ประโยคเดิมและสมเหตุสมผล
- ง. มีการสลับที่ของสมาชิกและประโยคที่เกิดสมเหตุสมผล

๒๙. Duality ของรูปสามเหลี่ยม

ก. ๓ จุด

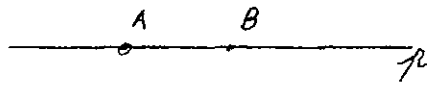
ข. ๓ เส้น

ค. ๔ จุด

ง. ๔ เส้น

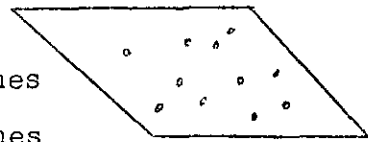
๓๐. ข้อความใดที่ dual กับภาพข้างล่างนี้

- ก. ระนาบ a, b พบกันที่เส้นตรง p
- ข. ระนาบ a, b , ตัดกันที่จุด P
- ค. เส้นตรง a, b ตัดกันที่จุด P
- ง. ระนาบ a และเส้นตรง p ตัดกันที่จุด B



๓๑. Primitive form ใดที่ dual ภาพข้างล่างนี้

- ก. Flat pencils ข. Pencil of planes
- ค. Bundle of lines ง. Bundle of planes



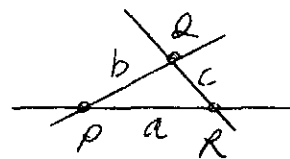
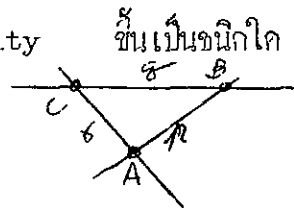
๓๒. Primitive form ใดที่ dual กับภาพข้างล่างนี้

- ก. Flat pencil ข. Pencil of planes
- ค. Bundle of lines ง. Bundle of planes

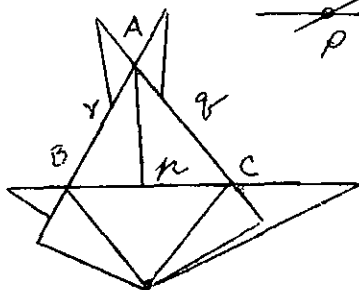
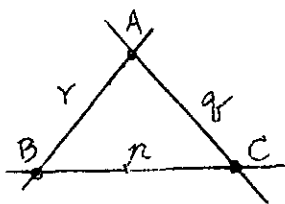


๓๓. ภาพข้างล่างต่อไปนี้ dual กันหรือไม่ ถ้าเกิด duality ขึ้นเป็นชนิดใด

- ก. ไม่เกิด duality
- ข. ชนิด Bundle dual
- ค. ชนิด Planar dual
- ง. ชนิด Space dual



๓๔.



- ก. ไม่เกิด duality ข. ชนิด Bundle dual
- ค. ชนิด Planar dual ง. ชนิด Space dual

