

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



ปริญญานิพนธ์
ของ
ศิรัชชินทร์ ยศสวรินทร์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ธันวาคม 2559

กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



ปริญญานิพนธ์
ของ
ศิรัชชินทร์ ยศสวรินทร์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ธันวาคม 2559
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4



ปริญญานิพนธ์
ของ
ศิรัชชินทร์ ยศสวรินทร์

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ธันวาคม 2559

ศิริชรินทร์ ยศสวรินทร์. (2559). *กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้
ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปรินูณิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ:
(บัณฑิตวิทยาลัย) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร.
รุ่งฟ้า จันทจักรภรณ์.

ความมุ่งหมายของการวิจัยนี้ คือ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้าง
ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิง
คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรม
การเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต
มหาวิทยาลัยรามคำแหง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 24 คน โดยมีนักเรียน 4 คนเป็น
นักเรียนเป้าหมาย เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า (1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี
ที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิง
คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ที่มีความสามารถในการใช้ตัว
แบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตผ่านเกณฑ์ มีจำนวน
มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ (2) เมื่อนักเรียนมี
ประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต
นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง โดยนักเรียนให้
เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น แสดงร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจ
สถานการณ์จริงมากขึ้น และเขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น **ด้านการ**
ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเขียนคำอธิบาย
กระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มาก
ขึ้น และเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยง
หรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น **ด้านการใช้ตัวแบบเชิง**
คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
กับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น พร้อมทั้งอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหา
คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทาง
คณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น **สำหรับการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทาง**
คณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง นักเรียนเขียนอธิบายการเปรียบเทียบหรือ
ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น
ตลอดจนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้นเช่นกัน

INSTRUCTIONAL ACTIVITIES TO ENHANCING THE ABILITY TO APPLY
A MATHEMATICAL MODEL TO SOLVE MATHEMATICAL PROBLEMS
RELATED TO ALGEBRA FOR MATHAYOMSUKSA FOUR STUDENTS



AN ABSTRACT
BY
SIRATCHARIN YODSAWARIN

Presented in Partial Fulfillment of Requirement for the
Master of Education Degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University
December 2016

Siratcharin Yodsawarin. (2016). *Instructional Activities to Enhance the Ability to Apply a Mathematical Model to Solve Mathematical Problems Related to Algebra for Mathayomsuksa Four Students*. Master's thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Rungfa Janjaruporn.

The purpose of the research was to construct instructional activities to enhance the ability to apply a mathematical model to solve mathematical problems related to algebra for Mathayomsuksa IV students, and then to study its effects on the ability of the students and their performance in applying a mathematical model to solve mathematical problems related to algebra. The participants included twenty-four Mathayomsuksa Four students at Ramkhamhaeng University Demonstration School. Then four of the participants were randomly chosen as target students for a case study. The results of the study were as follows: (1) More than sixty percent of students studying mathematics in this study had the ability to apply a mathematical model to solve mathematical problems at a level of .01 (2) While the mathematical instructional activities were conducted, there was evidence that when the students worked on more problems, they spent more time on trying to understand real world situations, analyzing real world situations, and explaining the concepts related to real world situations. In applying real world situations to mathematical problems, the students provided an explanation to support their process of finding a relationship and choosing more appropriate variables. Then, the students used more appropriate mathematical models and gave further explanations to support their solution process. Finally, in order to interpret real world situations, the students gave provided explanations to support real world solutions. These performances supported the finding that the students who had experiences with mathematics instructional activities could develop their ability to apply mathematical models to solve mathematical problems.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ของ

ศิรัชรินทร์ ยศสวรินทร์

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นายแพทย์จักรชัย เอกปัญญาสกุล)

วันที่ เดือน พ.ศ. 2559

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน

(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

..... ประธาน

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จได้ด้วยดีเป็นเพราะผู้วิจัยได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก อาจารย์ ดร.รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ท่านได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำปรึกษาแนะนำในการจัดทำการวิจัยนี้ทุกขั้นตอน ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล และอาจารย์ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ ที่กรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญในการตรวจแก้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด และอาจารย์ ดร.เสริมศรี ไทยแท้ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่า และให้ข้อคิดเห็นที่เป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัย ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการและคณะอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) และขอขอบคุณนักเรียนชั้น ม. 4 ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการและคณะอาจารย์กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง และขอขอบคุณนักเรียนชั้น ม. 4 ที่ให้ความช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์กาญจนา พานิชการ อาจารย์ธีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์ อาจารย์รัชพล พลรัตน์ และอาจารย์จิตติมา ขอบเอียด ที่ให้ความกรุณาช่วยเหลือในการเก็บรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และให้คำปรึกษาในการทำวิจัย

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อรตนสวัสดิ์ และคุณแม่กนิษฐรินทร์ ยศสวรินทร์ ตลอดจนบุคคลในครอบครัว และญาติมิตรทุกท่านที่ได้ให้ทั้งกำลังใจและกำลังใจทรัพย์สนับสนุนการศึกษาของผู้วิจัยมาโดยตลอด ขอขอบคุณ พี่ๆ ปริญญาเอกคณิตศาสตร์ศึกษา และเพื่อนๆ ปริญญาโทคณิตศาสตร์ทุกคนที่ให้กำลังใจ และความช่วยเหลือจนทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จด้วยดี

ศิริชชรินทร์ ยศสวรินทร์

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
ความมุ่งหมายของการวิจัย	4
ความสำคัญของการวิจัย	4
ขอบเขตของการวิจัย	4
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	4
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย	4
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	5
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	5
ตัวแปรที่ศึกษา	5
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
สมมติฐานของการวิจัย	8
กรอบแนวคิดในการวิจัย	9
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
แนวคิดเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	11
ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	11
ประเภทของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	12
กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	14
แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	20
ความสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน	20
กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน	23
บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	25
การวัดและประเมินผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	27
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	28
งานวิจัยต่างประเทศ	28
งานวิจัยในประเทศ	29

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3	วิธีดำเนินการวิจัย.....
การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง.....	31
ประชากรที่ใช้ในการวิจัย.....	31
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย.....	31
การกำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้าง ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	32
จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	32
ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	32
แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	34
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	37
เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน.....	37
เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล.....	37
แบบทดสอบวัดความสามารถ.....	37
แบบสังเกตพฤติกรรม.....	39
แบบสัมภาษณ์.....	40
ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ.....	40
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	41
แบบแผนการวิจัย.....	41
การดำเนินการทดลอง.....	41
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	42
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....
ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	44
การวิเคราะห์ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	44
การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย.....	45
พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	46

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 (ต่อ)	
ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง.....	47
ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	59
ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	67
ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็น คำตอบของสถานการณ์จริง.....	78
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	84
ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีดำเนินการวิจัย โดยสังเขป.....	84
สรุปและอภิปรายผลการวิจัย.....	87
ข้อเสนอแนะ.....	90
บรรณานุกรม.....	91
ภาคผนวก.....	95
ภาคผนวก ก การหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	96
ภาคผนวก ข ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย.....	101
ภาคผนวก ค ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้.....	104
ภาคผนวก ง ตัวอย่าง แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	193
ภาคผนวก จ แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	205
ภาคผนวก ฉ แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	208
ภาคผนวก ช รายนามผู้เชี่ยวชาญ.....	210
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	212

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์.....	27
2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของกิจกรรมการเรียนการสอน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น.....	38
3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนในใบกิจกรรม ในชั้นเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง.....	44
4 ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย.....	45
5 ค่าดัชนีความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความ สามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	98
6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	98
7 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความ สามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	99
8 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่ เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	102

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	9
2 การจำแนกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนอายุ 11-16 ปี.....	12
3 ชนิดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์.....	14
4 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสเวทซ์และฮาร์ทเลอร์.....	15
5 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโลวิทท์.....	15
6 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของคอมเบอร์.....	16
7 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์.....	17
8 การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในลักษณะการทำซ้ำเป็นวงจรของเมเยอร์.....	19
9 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเพรสตัน.....	20
10 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียนตาม แนวคิดของมากิและเคอร์ จูเนียร์.....	23
11 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียนตาม แนวคิดของอิงลิช.....	25
12 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมการเรียนการสอนที่ เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต.....	33
13 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียน.....	36
14 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของฟ้าใส.....	49
15 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของณิชา.....	50
16 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของทอฝัน.....	50
17 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของฟ้าใส.....	51
18 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของณิชา.....	52

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
19 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของทอฝัน.....	52
20 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของมาวิน.....	53
21 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของฟ้าใส.....	54
22 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของณิชา.....	54
23 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของทอฝัน.....	55
24 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของมาวิน.....	55
25 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ข้อสอบเรื่อง “สินเชื่อบอลลูน” ในการทำแบบทดสอบ ของฟ้าใส.....	56
26 ร่องรอยการขีดเขียนขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ข้อสอบเรื่อง “ไฟฟ้ามหานคร” ในการทำแบบทดสอบ ของมาวิน.....	57
27 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 4 ของมาวิน.....	57
28 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 4 ของทอฝัน.....	58
29 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของ กลุ่มมาวิน.....	58
30 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของ กลุ่มณิชา.....	58
31 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของ กลุ่มมาวิน.....	59
32 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของ กลุ่มฟ้าใส.....	59
33 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 4 ของมาวิน.....	61

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
34 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 6 ของกลุ่มมาวิน.....	62
35 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มมาวิน.....	63
36 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส.....	63
37 การระบุตัวไม่ทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงใน คาบเรียนที่ 4 ของฟ้าใส.....	64
38 การระบุตัวไม่ทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงใน คาบเรียนที่ 4 ของณิชา.....	65
39 การระบุตัวไม่ทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงใน คาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มฟ้าใส.....	65
40 การระบุตัวไม่ทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงใน คาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มทอณิชา.....	66
41 การระบุตัวไม่ทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงใน คาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส.....	66
42 การระบุตัวไม่ทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงใน คาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มณิชา.....	67
43 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 4 ของฟ้าใส.....	68
44 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มฟ้าใส.....	69
45 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส.....	69
46 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 4 ของมาวิน.....	71
47 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มมาวิน.....	72
48 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มมาวิน.....	73

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
49 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มนิชา.....	74
50 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มนิชา.....	75
51 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มนิชา.....	76
52 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มนิชา.....	76
53 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส.....	77
54 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มนิชา.....	79
55 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มทอฝัน.....	79
56 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มนิชา.....	79
57 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มทอฝัน.....	80
58 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มนิชา.....	80
59 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผล ของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มทอฝัน.....	81
60 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มฟ้าใส.....	82
61 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มทอฝัน.....	82
62 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มฟ้าใส.....	82
63 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มทอฝัน.....	82
64 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส.....	83
65 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มทอฝัน.....	83

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

สิ่งที่มนุษย์ต้องเผชิญอยู่เป็นประจำในการดำเนินชีวิตอย่างหนึ่ง ก็คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เช่น ปัญหาการเดินทางไปโรงเรียนหรือทำงาน ปัญหาการเลือกซื้อสินค้าและบริการ ปัญหาการลงทุนค้าขาย ปัญหาการวางแผนอนาคต เป็นต้น ในบรรดาปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่เราสามารถแก้ได้ง่ายเพียงใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมๆ และปัญหาที่เราไม่สามารถแก้ได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ ร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอน/กระบวนการในการแก้ปัญหา มีเทคนิค/ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ดีและมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555: 6) การแก้ปัญหาจึงถือได้ว่าเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ผูกฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนรู้การแก้ปัญหาจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีขั้นตอน มีระเบียบแบบแผน และรู้จักตัดสินใจอย่างถูกต้อง (สิริพร ทิพย์คง. 2544: 4)

ดังที่ พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545 และแก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ 3 พ.ศ. 2553 ได้ให้ความสำคัญกับแนวทางในการจัดกระบวนการเรียนรู้ไว้ใน หมวดที่ 4 มาตรา 24 ว่าด้วย การจัดกระบวนการเรียนรู้ ซึ่ง 2 ใน 6 ข้อ คือ (1) ผูกทักษะกระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา และ (2) จัดกิจกรรมให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ผูกการปฏิบัติให้คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2553: 12) หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้สนับสนุนการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีลักษณะดังกล่าว โดยการกำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มี 6 สาระ ได้แก่ (1) จำนวนและการดำเนินการ (2) การวัด (3) เรขาคณิต (4) พีชคณิต (5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ (6) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2551: 2-3)

สำหรับสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ในมาตรฐาน ค 6.1 คือ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การ

เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สสวท. 2555: 6)

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) เป็นหนึ่งในห้าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ผูกพัน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต (สสวท. 2555: 6) สอดคล้องกับสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)) ซึ่งเป็นองค์กรสำคัญที่มีบทบาทอย่างมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียนในสหรัฐอเมริกาและทั่วโลก จึงได้กล่าวไว้ในหนังสือหลักการและมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ระดับโรงเรียน ในปี ค.ศ. 2000 ว่า **การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นจุดเน้นที่สำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์**

แต่การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ครูเน้นการอธิบายเนื้อหาคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวแล้วให้นักเรียนทำ ครูไม่ได้เน้นที่เสริมสร้างทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเลย โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ดังที่ สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2549: 78–79) กล่าวว่า การสอนของครูเน้นการอธิบายอย่างเดียวแล้วให้นักเรียนทำ เป็นผลให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย และมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จึงส่งผลให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ไม่ดีเท่าที่ควร ทำนองเดียวกับ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 1) ที่ได้ระบุไว้ว่า ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่านักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระเป็นอย่างดี แต่นักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิผลตามเป้าหมายของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ซึ่งแนวทางหนึ่งคือ **การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา (problem solving approach)** ซึ่งเป็นการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและพัฒนาการของนักเรียน แล้วให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหตามขั้นตอนสำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบาย และตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปด้วยตนเอง และสิ่งสำคัญที่จะทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

ในชีวิตจริง ปัญหาที่ใช้ควรเป็น**ปัญหาสถานการณ์จริง (Real world situation)** ซึ่งในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเราอาจใช้**ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model)** เช่น นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ หรือฟังก์ชัน และ**กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical modeling)** ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้น แล้วอธิบายสถานการณ์จริงเหล่านั้น ซึ่งการที่นักเรียนได้ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะสามารถช่วยเปลี่ยนมุมมองของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ จากวิชาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทที่แน่นอนตายตัว ไปสู่วิชาที่มีการคาดการณ์คำตอบของสถานการณ์จริงหรือปรากฏการณ์ธรรมชาติ และถ้าการคาดการณ์นั้นได้รับการตรวจสอบว่าเป็นจริงแล้ว จะนำไปสู่การสร้างสรคองค์ความรู้ใหม่ ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากกว่าการคำนวณ (Dossy. 1996: 276)

นอกจากนี้ คอมเบอร์ (Comber. 1999: 1) ยังกล่าวถึงเหตุผลของการเรียนการสอนสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 3 เหตุผลดังนี้ (1) เพื่อแสดงให้เห็นนักเรียนเห็นว่านำคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์จริงได้อย่างไร (2) เพื่อให้นักเรียนเห็นตัวอย่างของการใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง และ (3) เพื่อสอนให้นักเรียนเห็นว่า คิดอย่างไรจึงจะเป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งจะสังเกตได้ว่า ในการดำเนินชีวิตของคนทั่วไป ต้องเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลา ตั้งแต่ตื่นนอน เช่น การจราจร การวางแผนการเงินพร้อมผลประโยชน์ที่อาจได้รับ การวิเคราะห์การลงทุน การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นกราฟแสดงการเจริญเติบโตของประชากรในช่วงเวลาที่ผ่านมา เป็นต้น ซึ่งปัญหาสถานการณ์เหล่านี้โดยส่วนใหญ่จะเห็นได้ว่ามักจะเกี่ยวข้องกับสมการ อสมการ กราฟ หรือฟังก์ชัน ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งในกลุ่มสาระคณิตศาสตร์สาระที่ 4 พื้ชคณิต ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ไว้ในมาตรฐาน ค 4.2 คือ ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ด้วยเหตุผลข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพื้ชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เป็นข้อมูลสำหรับครูในการพัฒนาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เป็นแนวทางสำหรับครูและนักวิจัยในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ตั้งแต่ 3.0 ขึ้นไป โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 24 คน โดยการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ตั้งแต่ 3.0 ขึ้นไป

ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 หลังจากนั้นสุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน เพื่อเป็น

นักเรียนเป้าหมาย (target student) ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ซึ่งได้นักเรียนเป้าหมาย จำนวน 4 คน

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยเป็นเวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ซึ่งแบ่งเป็นเวลาสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต จำนวน 12 คาบเรียน และเวลาสำหรับการทดสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต จำนวน 2 คาบเรียน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ สาระพีชคณิต ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตัวแปรตาม คือ

1. ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต
2. พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model)** หมายถึง สิ่งที่ได้จากการสร้างเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาสถานการณ์จริงและค้นหาคำตอบของสถานการณ์จริงนั้น ซึ่งในการสร้างเชิงคณิตศาสตร์นี้อาจต้องอาศัยสิ่งต่างๆ เช่น สมการ อสมการ และฟังก์ชัน เป็นต้น

2. **การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling)** หมายถึง กระบวนการในการนำเสนอหรืออธิบายสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วเลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ช่วยในการค้นหาคำตอบของปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ หลังจากนั้นนำคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปแปลความหมายให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ในการวิจัยนี้ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ขั้นตอน/วิธีการ 4 ขั้นตอน ได้แก่

2.1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (understanding a real world situation)

2.2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (applying the real world situation to the mathematical problem)

2.3 ขั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (adapting and applying a mathematical model to solve the mathematical problem)

2.4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง (interpreting the answer to real world situation)

3. กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต หมายถึง กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน แผนละ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ในกิจกรรมการเรียนการสอนนี้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (real world situation) และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องพีชคณิตและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นอกจากนี้นักเรียนยังได้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) รับผิดชอบในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงทั้งของกลุ่ม และนำเสนอผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

4. ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต หมายถึง ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยพิจารณาจาก

4.1 คะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียน ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม ซึ่งประกอบด้วย

4.1.1 คะแนนจากใบกิจกรรมกลุ่ม ร้อยละ 20 ของคะแนนเต็ม

4.1.2 คะแนนจากใบกิจกรรมรายบุคคล ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

4.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

5. พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต หมายถึง การแสดงออกของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในด้านต่างๆ ดังนี้

5.1 ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการวิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งสถานการณ์จริงต้องการหาข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง

5.2 ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

5.3 ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น การดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.4 ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กับข้อมูลจริง การแปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง และการบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง

โดยพิจารณาจาก

- (1) งานเขียนของนักเรียนในใบกิจกรรมในชั้นเรียน
- (2) ผลการสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน โดยผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย ซึ่งมีแบบสังเกตพฤติกรรมช่วยในการเก็บรวบรวมข้อมูล
- (3) ผลการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยผู้วิจัย ซึ่งมีแบบสัมภาษณ์และเครื่องวิดิทัศน์ช่วยในการเก็บรวบรวมข้อมูล

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพีชคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด



กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ผู้วิจัยมีกรอบแนวคิดดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

และศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ในหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 1.2 ประเภทของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 1.3 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

- 2.1 ความสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน
- 2.2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน
- 2.3 บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 2.4 การวัดและประเมินผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

- 3.1 งานวิจัยต่างประเทศ
- 3.2 งานวิจัยในประเทศ

ตอนที่ 1 แนวคิดเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

สำหรับประเทศไทย หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้เรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ไว้ในกลุ่มสาระพีชคณิต ว่า นักเรียนสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งนักการศึกษาให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ (Swetz; & Hartzler. 1991: 1) ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการประมาณการปรากฏการณ์ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต ซึ่งสอดคล้องกับดอซซี (Dossey. 1996: 221) ที่กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ออกแบบมาเพื่อศึกษาระบบที่อยู่ในชีวิตจริงโดยเฉพาะหรือปรากฏการณ์ต่างๆ โดยจะรวมเอากราฟ สัญลักษณ์ การจำลอง และโครงสร้างของการทดลองเข้าไว้ด้วยกัน

สำหรับเอ็ดวาร์ดและแฮมสัน (Edwards; & Hamson. 1989: 2) ได้ให้ความหมายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ตัวแบบที่สร้างขึ้นโดยอาศัยความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น ฟังก์ชัน และสมการ โดยการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นจะย้ายจากโลกของความเป็นจริงไปสู่โลกที่เป็นนามธรรมของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่าง โลกของความจริง กับ โลกคณิตศาสตร์ นั่นก็คือการแทนสถานการณ์ที่เป็นจริงของโลกในเชิงคณิตศาสตร์ (Hodgson. 1995: 351) ในทำนองเดียวกัน ไดนยา (Dindyal. 2009: vi) ก็กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นสื่อกลางระหว่างโลกแห่งความเป็นจริงและคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ช่วยในการแปลความสัมพันธ์ที่สำคัญไปสู่คณิตศาสตร์สำหรับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์

นอกจากนั้น แมคคาวน์และซีเคียวรา (McCown; & Sequeira. 1994: 91) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการทำให้ได้คำตอบของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยการค้นหาสมการและกราฟ ซึ่งใช้ในการอธิบายปัญหานั้นๆ สอดคล้องกับ เมสันและเดวิส (Mason; & Davis. 1991) ที่กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นบางสิ่งที่เราใช้ดำเนินการเพื่อค้นหาบางสิ่ง กล่าวคือ เราสามารถรวมเอาวิธีใช้ที่กว้างขวางและหลากหลายมาใช้ ซึ่งยังกล่าวอีกว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทำให้เราสามารถสรุปและขยายเวลาและพื้นที่ในการดำเนินการและทดลองโดยไม่ต้องใช้สถานการณ์จริงได้ หลังจากที่ตัวแบบจริงถูกสร้างขึ้นมาแล้ว ข้อความหรือแนวคิดของตัวแบบจะถูกแทนที่ด้วยสัญลักษณ์และนิพจน์ (expressions) ทางคณิตศาสตร์ สำหรับโครงสร้างของผลลัพธ์นั้นจะเรียกว่า “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ซึ่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เช่น เซต จำนวน รูปเรขาคณิต และฟังก์ชัน รวมถึงนิพจน์ที่สัมพันธ์กันระหว่างเนื้อหาเหล่านี้กับเนื้อหาอื่นๆ อย่างเช่น สมการ กราฟ การแปลง และตารางต่างๆ (Maki; & Kerr, Jr. 1979: 1-7)

สำหรับนักการศึกษาไทย สุรสาล ผาสุข (2546: 11) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง สิ่งที่ใช้เชื่อมโยงความจริงของโลกกับคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบที่หลากหลายแตกต่างกัน เช่น สัญลักษณ์ ฟังก์ชัน สูตร สมการ นิพจน์ กราฟ ตาราง สถานการณ์จำลอง และการทดลอง เป็นต้น

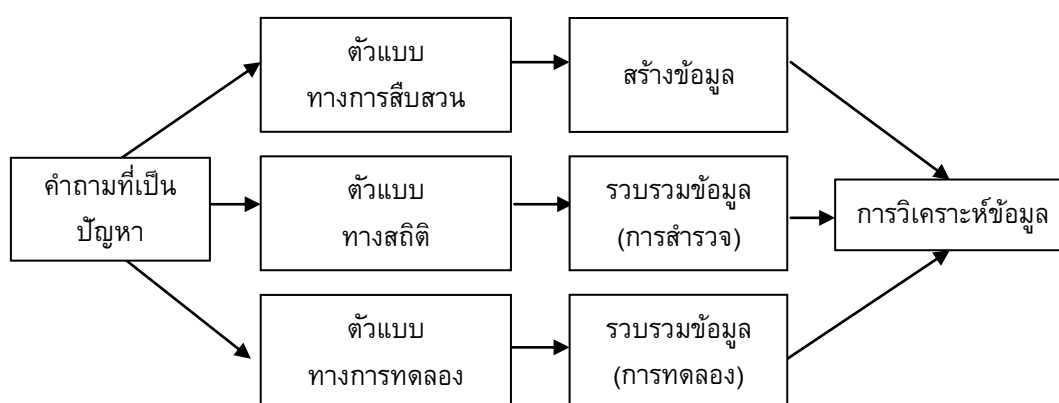
นอกจากนี้เบญจมินทร์ อนุรักษ์ (2548: 10) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง การออกแบบและสร้างสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เพื่อใช้อธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติหรือสถานการณ์จริงที่ต้องการศึกษา โดยอาศัยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ สัญลักษณ์ กราฟ ตาราง ฟังก์ชัน สมการและอสมการ สูตร เป็นต้น

ในทำนองเดียวกัน พรพิศ ศรีชาคำ (2548: 12) ก็ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง การออกแบบและสร้างสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยอาศัยแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบของ ตาราง กราฟ นิพจน์ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน สัญลักษณ์ สถานการณ์จำลอง และการทดลอง เป็นต้น

จากการศึกษาความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ข้างต้น อาจสรุปได้ว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หมายถึง สิ่งที่ได้จากการสร้างเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาสถานการณ์จริง โดยการนำเสนอหรืออธิบายสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วเลือกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ช่วยในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นนำคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปแปลความหมายให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ซึ่งในการสร้างเชิงคณิตศาสตร์นี้อาจต้องอาศัยสิ่งต่างๆ เช่น กราฟ สมการ อสมการ และฟังก์ชัน เป็นต้น

1.2 ประเภทของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

อิงลิช (English. 1999: 118-129) ได้จำแนกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนอายุ 11-16 ปี ออกเป็น 3 กลุ่ม ดังภาพประกอบ 2 ต่อไปนี้



ภาพประกอบ 2 การจำแนกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนอายุ 11-16 ปี

1. ตัวแบบเชิงการสืบสวน (investigational Models) เป็นตัวแบบที่ต้องมีตัวแบบเริ่มต้นเพื่อสร้างข้อมูลซึ่งจะนำไปสู่การเป็นตัวแบบในรูปทั่วไปมากขึ้น ปัญหาหรือความยุ่งยากของนักเรียนจะอยู่ที่การหาตัวแบบเริ่มต้นเพราะส่วนใหญ่ นักเรียนมักไม่รู้ว่าตนเองกำลังหาอะไรอยู่

2. ตัวแบบเชิงทางสถิติ (statistical Models) โดยทั่วไปตัวแบบจะเป็นสมมติฐานซึ่งต้องอาศัยระเบียบวิธีการทางสถิติในการค้นหาความจริง เช่น กลุ่มตัวอย่าง แบบสอบถาม และการเก็บรวบรวมข้อมูล ซึ่งถ้านักเรียนเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง ในกรณีนี้จะถือว่าการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการใช้ตัวแบบ หรือนักเรียนจะใช้ข้อมูลจากแหล่งทุติยภูมิก็ได้

3. ตัวแบบเชิงการทดลอง (experimental Models) ตัวแบบเริ่มแรกของตัวแบบชนิดนี้สร้างขึ้นจากการสังเกตข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งข้อมูลที่ได้จะถูกนำไปเขียนเป็นกราฟและสุดท้ายจะถูกเก็บไว้ในรูปของสเปรดชีต (spreadsheet)

สำหรับเมียร์สแครท (Meerschaert, 1993: 1-251) ได้นำเสนอประเภทของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 3 ประเภทใหญ่ๆ ดังนี้

1. ตัวแบบการหาค่าเหมาะที่สุด (optimization Models) เป็นการออกแบบเพื่อใช้ในการตัดสินใจของตัวแปรควบคุม (control variables) หรือตัวแปรอิสระที่จะนำมาซึ่งผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดหรือดีที่สุด หรือส่งผลต่อคำตอบของปัญหาที่กำหนดให้ ซึ่งผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดนั้นอาจเป็นการหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดก็ได้

2. ตัวแบบพลศาสตร์ (dynamic Models) เป็นการสร้างตัวแบบเพื่อเป็นตัวแทนของปัญหาหรือสถานการณ์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาของระบบที่เกี่ยวข้อง เช่น ปฏิกริยาทางเคมี การเจริญเติบโตของประชากร ปัญหามลพิษ เป็นต้น

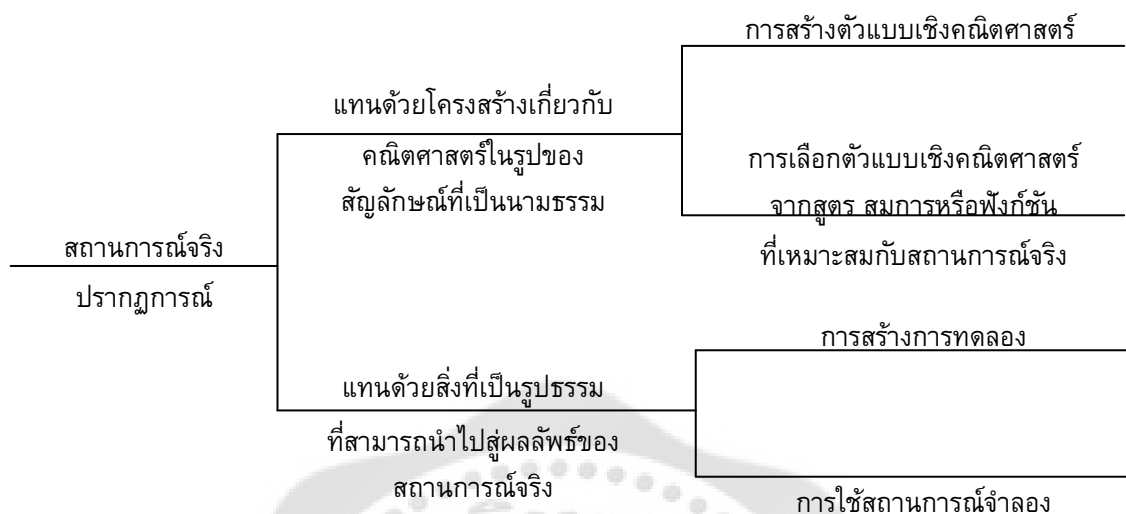
3. ตัวแบบความน่าจะเป็น (probability Models) เป็นตัวแบบของปัญหาหรือสถานการณ์ที่มีความไม่แน่นอนของพฤติกรรมหรือตัวแปรในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งตัวแปรส่วนใหญ่จะเป็นตัวแปรสุ่ม ทำให้ต้องนำเอาความรู้ทางด้านความน่าจะเป็นเข้ามาช่วยในการพิจารณาหาคำตอบปัญหาด้วย เช่น จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นที่สี่แยกแห่งหนึ่ง หรืออายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้า

นอกจากนั้น จิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; & Fox, 2003: 54-55) ได้จำแนกตัวแบบออกเป็น 4 ชนิด สองชนิดแรกเป็นตัวแบบที่มีโครงสร้างเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในรูปของสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม ส่วนอีกสองชนิดเป็นตัวแบบซึ่งเป็นรูปธรรมที่สามารถนำไปสู่ผลลัพธ์ของสถานการณ์จริงได้ ได้แก่

1. ตัวแบบที่สร้างขึ้นโดยอาศัยแนวคิดทางคณิตศาสตร์ภายใต้เงื่อนไขและข้อมูลของสถานการณ์จริง

2. ตัวแบบที่ได้จากการเลือกจากสูตร ฟังก์ชัน หรือสมการต่างๆ ที่มีอยู่แล้ว เช่น สมการเส้นตรง สมการควอดราติก ฯลฯ ที่เหมาะกับสถานการณ์จริง

3. ตัวแบบที่มีการทดลอง
4. ตัวแบบที่อยู่ในรูปของสถานการณ์จำลอง



ภาพประกอบ 3 ชนิดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะมุ่งเน้นไปที่การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยเป็นตัวแบบที่อยู่ในรูปของ สมการ อสมการ และฟังก์ชันต่าง ๆ โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

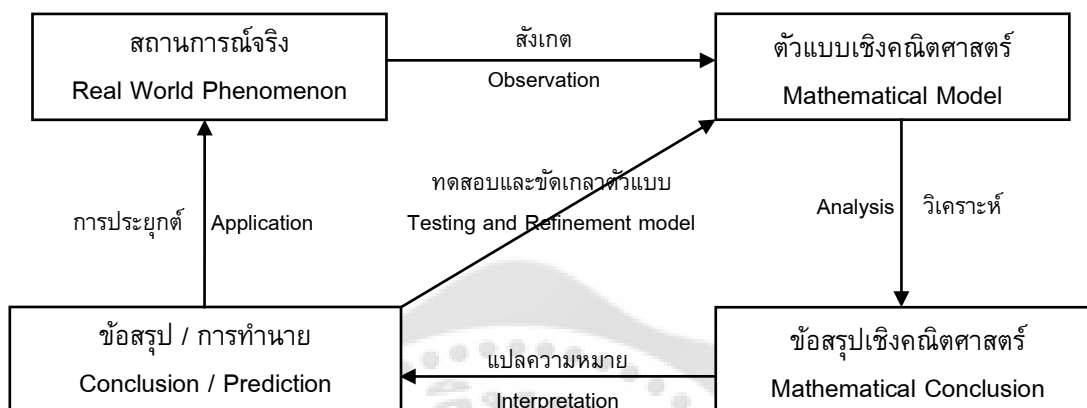
1.3 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

สเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ (Swetz; & Hartzler. 1991: 1-3) กล่าวว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นการผสมผสานของขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. สังเกตปรากฏการณ์นั้น แล้ววาดภาพ วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่มีอยู่ในปรากฏการณ์ พร้อมทั้งมองหาปัจจัยที่สำคัญหรือองค์ประกอบที่สำคัญ (ตัวแปร/ค่าพารามิเตอร์) ที่มีผลกระทบต่อปัญหา
2. สร้างข้อความคาดการณ์จากความสัมพันธ์ของแต่ละองค์ประกอบสำหรับปรากฏการณ์นั้น แล้วแปลความหมายของความสัมพันธ์เหล่านั้นในเชิงคณิตศาสตร์
3. เลือกการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมาประยุกต์ใช้กับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
4. ทำการแปลความจากผลที่ได้อีกครั้งในบริบทของปรากฏการณ์ที่ศึกษาและวาดออกมาเป็นภาพสรุป

สำหรับขั้นตอนการทดสอบและขัดเกลาตัวแบบสามารถเพิ่มเข้าไปในกระบวนการนี้ได้ ถ้าข้อสรุปยังใช้ไม่ได้หรือไม่มีเหตุผลเพียงพอ ก็ให้กลับไปตรวจสอบองค์ประกอบและโครงสร้างของตัวแบบอีกครั้ง และอาจจะมีคามจำเป็นที่จะต้องกำหนดตัวแบบที่เป็นไปได้อีกครั้ง

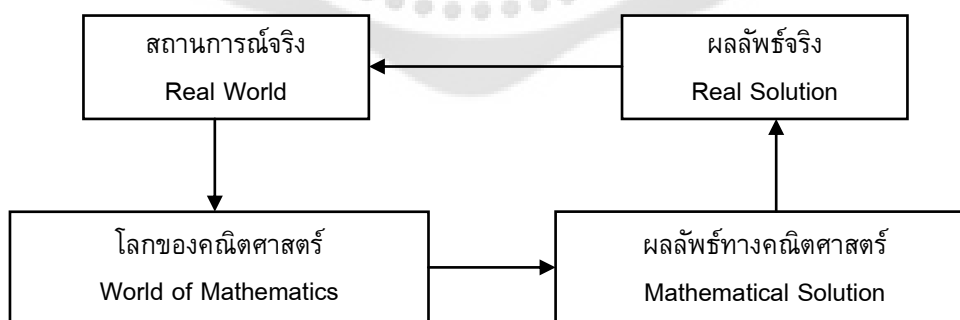
ซึ่งสเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ได้แสดงขั้นตอนจากข้อความข้างต้นด้วยแผนภาพ ดังนี้



ภาพประกอบ 4 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสเวทซ์และฮาร์ทเลอร์

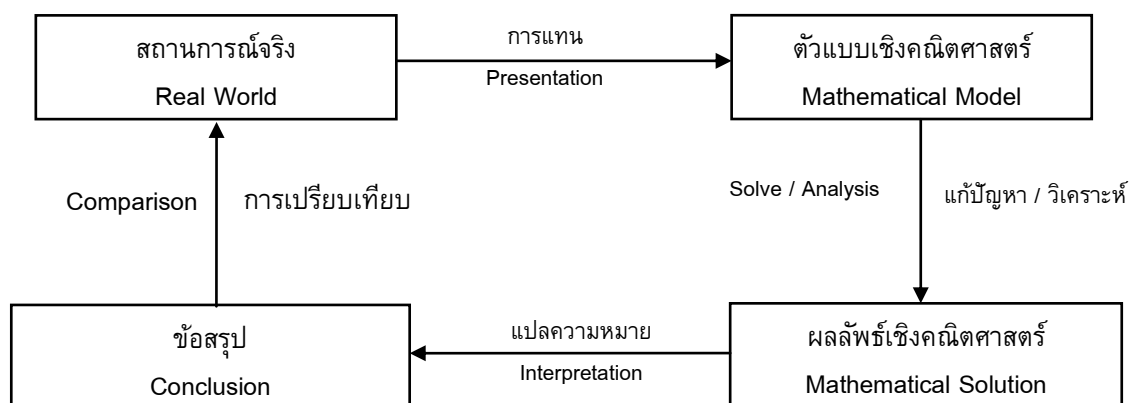
นอกจากนั้น โลวิตท์ (Lovitt. 1991: 2) ยังกล่าวถึงการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า สามารถบ่งบอกลักษณะได้จากสิ่งสำคัญ 2 ประการ คือ

1. กระบวนการจะเริ่มต้นและสิ้นสุดที่สถานการณ์จริง
2. กระบวนการมีลักษณะเป็นวงจร



ภาพประกอบ 5 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโลวิตท์

ซึ่งสอดคล้องกับคอมเบอร์ (Comber. 1999: 1) ที่กล่าวว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

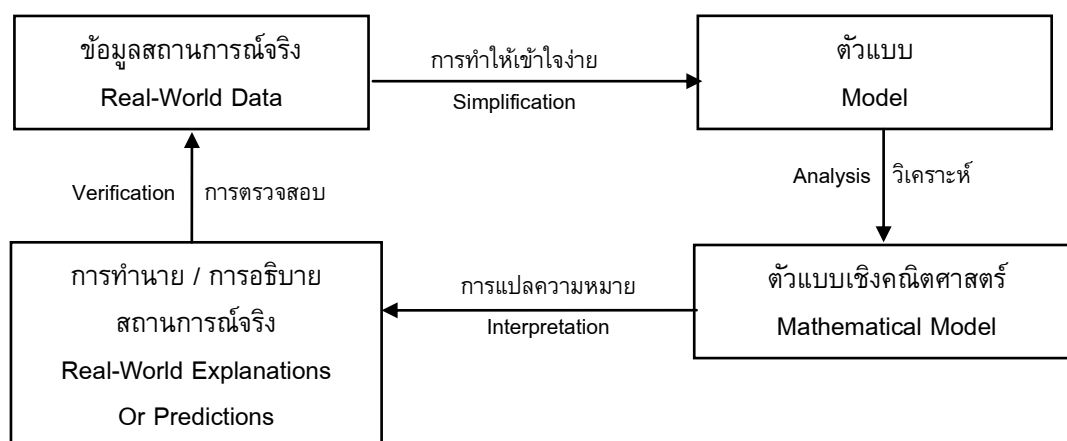


ภาพประกอบ 6 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของคอมเบอร์

โดยการใช้กระบวนการข้างต้น คอมเบอร์กล่าวว่าตัวแบบแรกๆ อาจยังไม่เป็นจริงมากนัก แต่ก็ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้นมากขึ้น รวมทั้งมองเห็นว่าตัวแปรทั้งหลายสัมพันธ์กันอย่างไร และตัวแปรใดบ้างที่เป็นตัวแปรสำคัญที่สุด จากนั้นพยายามแก้ไขและแปลความหมายผลลัพธ์ที่ได้ นักเรียนจะสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปแบบทั่วไปและมีความเป็นไปได้จริงเพิ่มขึ้นอย่างช้าๆ

สำหรับ จิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; & Fox. 2003: 52-54) ได้กล่าวถึงกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ

1. สังเกตลักษณะเฉพาะบางอย่างของสถานการณ์จริงที่ทำการศึกษาและระบุองค์ประกอบที่เกี่ยวข้อง ซึ่งตามปกติเราจะไม่สามารถระบุองค์ประกอบทุกองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องได้หมด ดังนั้นข้อคาดเดาหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ จึงอาจได้มาโดยการตัดองค์ประกอบบางตัวออก
 2. สร้างข้อความคาดการณ์หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่แสดงออกถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ
 3. หาข้อสรุปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
 4. แปลความหมายของข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ ในบริบทของสถานการณ์จริง
- กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เป็นระบบปิด แสดงดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 7 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์

แผนภูมิข้างต้นเริ่มจากสถานการณ์จริงที่สนใจศึกษา

1. ทำการรวบรวมข้อมูลให้เพียงพอที่จะพัฒนาให้เป็นตัวแบบ
2. ทำการวิเคราะห์ตัวแบบเพื่อหาข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์
3. แปลความหมายของตัวแบบและสร้างคำทำนายหรือให้คำอธิบาย
4. ทดสอบข้อสรุปของสถานการณ์จริงเปรียบเทียบกับ การสังเกตและข้อมูลใหม่

ภายหลังการทดสอบอาจพบว่ามี ความจำเป็นที่ต้องกลับไปปรับปรุงตัวแบบ เพื่อพัฒนาการทำนายของตัวแบบ หรือพัฒนาการอธิบายถึงความสามารถของตัวแบบ หรือในบางครั้ง อาจพบว่าตัวแบบนั้นยังไม่เหมาะสมกับสถานการณ์จริง ทำให้จำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงตัวแบบใหม่

ในขณะที่ดอสซี่ (Dossey. 1996: 232-238) ได้นำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจำกัดขอบเขตของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่จะใช้อธิบายสถานการณ์จริงไว้ที่ฟังก์ชัน พหุนาม ฟังก์ชันลอการิทึม และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ดอสซี่ได้แบ่งขั้นตอนของการศึกษา สถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ

1. ระบุปัญหา
2. ตั้งสมมติฐาน
 - 2.1 ระบุหรือจำแนกตัวแปรที่เป็นไปได้เพื่ออธิบายแบบรูปที่สังเกตเห็น
 - 2.2 กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร (ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์)
3. พัฒนาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน (ถ้าเป็นไปได้) ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรและ พัฒนาเลขชี้กำลังที่มีผลต่อตัวแปร (ถ้าจำเป็น)
4. การตรวจสอบตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่า
 - 4.1 ตัวแบบนั้นบรรยายถึงสถานการณ์จริงที่ได้ศึกษาได้ตรงประเด็นหรือไม่

4.2 ตัวแบบนั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

4.3 การทำนายของตัวแบบนั้นไปกันได้กับข้อมูลจริงหรือไม่

สอดคล้องกับเมเยอร์ (Meyer. 1985: 2-14) ที่แบ่งกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การพัฒนาเพื่อให้ได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.1 เริ่มต้นด้วยการถามคำถามซึ่งมักจะเป็นคำถามที่ไม่ชัดเจนมากหรือกว้างจนเกินไป จึงควรจัดหาคำถามที่ชัดเจนมากขึ้น และถ้าคำถามนั้นกว้างเกินไปก็แบ่งให้แคบลงแต่ต้องสามารถหาคำตอบได้

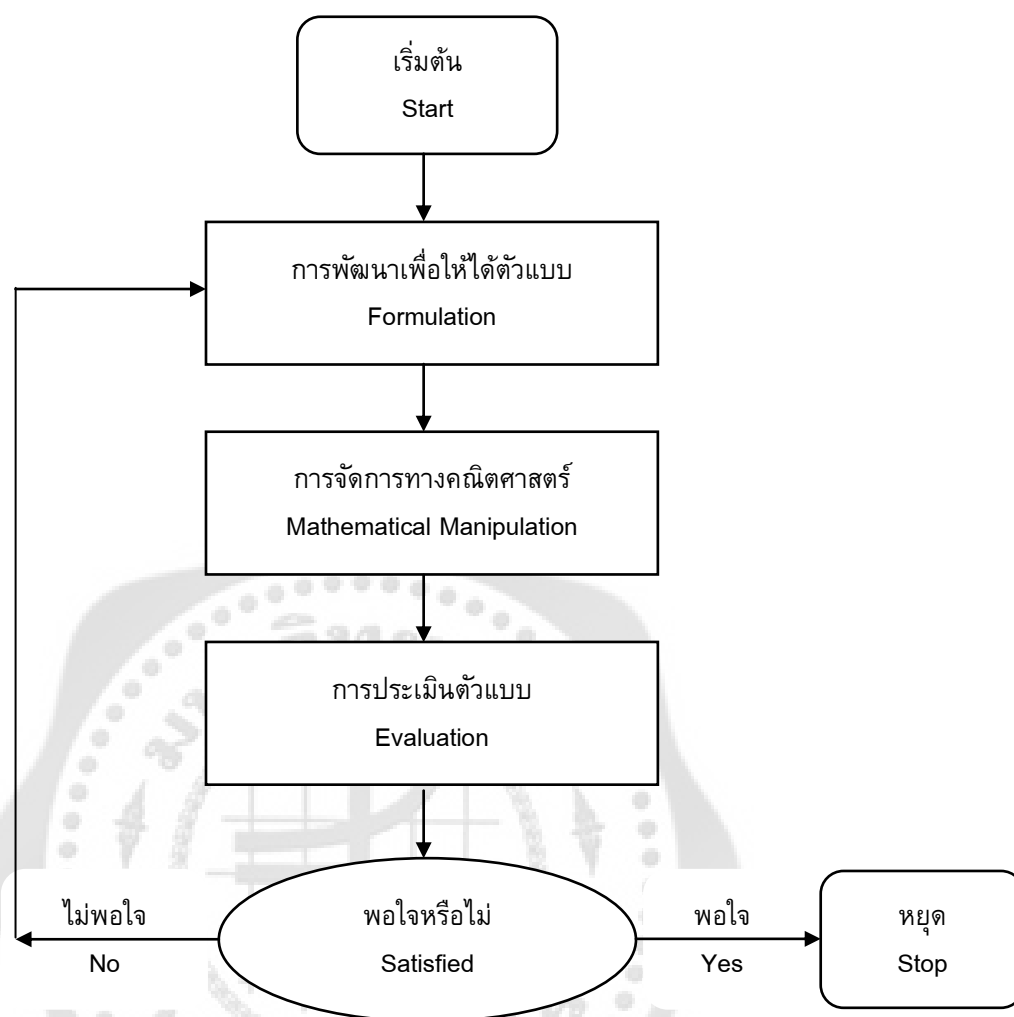
1.2 ระบุองค์ประกอบต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา แล้วตัดสินใจระหว่างปริมาณกับความสัมพันธ์ว่าสิ่งไหนมีความสำคัญกับคำถามและสิ่งไหนที่ไม่มีความสำคัญสามารถตัดทิ้งได้

1.3 ให้นิยามในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการแทนปริมาณที่สำคัญด้วยตัวแปรฟังก์ชัน รูปเรขาคณิต ฯลฯ ที่เหมาะสม และแทนความสัมพันธ์ด้วยสมการ อสมการ หรือข้อตกลงทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ที่เหมาะสม

2. การจัดการทางคณิตศาสตร์ น้อยครั้งมากที่สถานการณ์จริงที่เรานำมาศึกษาจะให้ตัวแบบมาโดยตรง ดังนั้นโดยปกติแล้วการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จึงต้องมีการลงมือทำ อย่างเช่น การคำนวณ การแก้สมการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท ฯลฯ

3. การประเมินผล มีหลายสิ่งที่สามารถใช้ตัดสินว่าตัวแบบที่พัฒนาขึ้นนั้นเป็นตัวแบบที่ดีหรือไม่ โดยดูว่าตัวแบบนั้น ให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องหรือไม่ (ถ้าผลลัพธ์ไม่ถูกต้องสมบูรณ์ หรือตัวแบบนั้นมีวิธีการพัฒนาวิธีอื่นที่สั้นกว่า ก็ควรที่จะทดลองวิธีที่สั้นกว่านั้น) ซึ่งมีความเป็นไปได้ที่ความผิดพลาดจะเกิดขึ้นในขั้นตอนของการจัดการทางคณิตศาสตร์ แต่กรณีต่างๆ เหล่านี้ สิ่งที่ต้องการก็คือ การพัฒนาใหม่ ซึ่งอาจเป็นไปได้อีกที่ปริมาณหรือความสัมพันธ์ที่ตัดทิ้งไปอาจกลายเป็นสิ่งสำคัญกว่าที่เราคิดก็ได้

ดังนั้น กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ จึงมีลักษณะของการทำซ้ำเป็นวงจร ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 8 การพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในลักษณะการทำซ้ำเป็นวงจรของเมเยอร์

สำหรับเพรสตัน (Preston, 1997) ได้นำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ

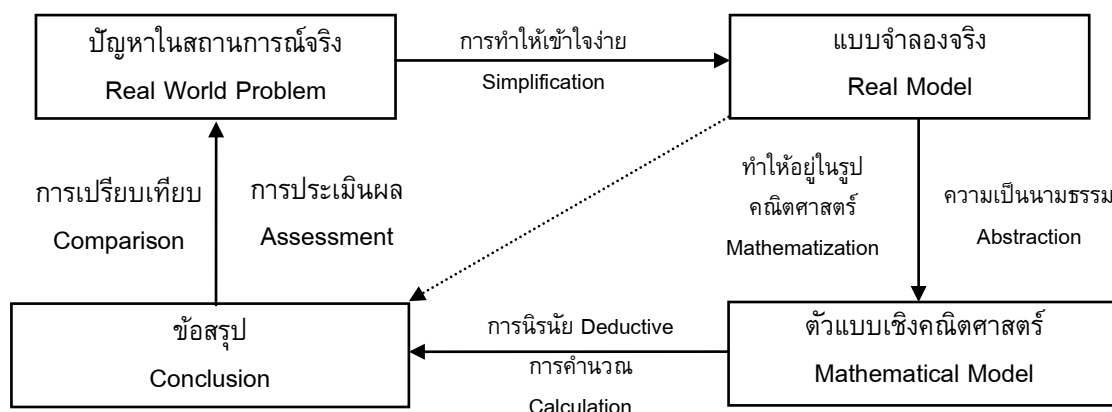
1. การทำให้ปัญหาในสถานการณ์จริงอยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น เพื่อลดองค์ประกอบของปัญหาไปสู่ตัวแบบจริง

2. ทำความเป็นนามธรรมของตัวแบบจริงให้อยู่ในรูปของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3. แก้ปัญหา พิสูจน์ คำนวนหรือวิธีการอื่นๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้ข้อสรุป

ออกมา

4. นำข้อสรุปที่ได้กลับไปอธิบาย เปรียบเทียบ และประเมินผล ปัญหาเริ่มต้นโดยเพรสตันได้แสดงขั้นตอนจากข้อความข้างต้นด้วยแผนภาพ ดังนี้



ภาพประกอบ 9 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของเพรสตัน

จากกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น จะพบว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะเริ่มต้นจากสถานการณ์จริงที่เราสนใจ จากนั้นจะเริ่มทำความเข้าใจกับสถานการณ์จริงก่อน หลังจากนั้นวิเคราะห์สถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง แล้วปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ หลังจากนั้นพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้โดยการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบกับข้อมูลจริง แล้วแปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง สุดท้ายบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงนั้น

ตอนที่ 2 แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.1 ความสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

สเวทซ์และฮาร์ทเลอร์ (Swetz; & Hartzler. 1991: 6) กล่าวว่า เป้าหมายหนึ่งของครูสำหรับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนคือ การมุ่งเน้นไปที่ความหลากหลายของทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ใช้หาผลลัพธ์และการช่วยให้นักเรียนมองคณิตศาสตร์ ด้วยความคิดที่กว้างเกี่ยวกับการประยุกต์ นอกจากนี้นักเรียนที่เกี่ยวข้องกับการทำแบบฝึกหัดที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการศึกษาสถานการณ์จริงจะรู้สึกซาบซึ้งในศักยภาพของคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น

สำหรับ ฮอดสัน (Hodgson. 1995: 352-354) ได้แบ่งความสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เป็นด้านๆ ดังนี้

1. ด้านการแก้ปัญหา

ตัวแบบคือ การแก้ปัญหา นักเรียนต้องเผชิญหน้ากับปัญหาและตั้งคำถามเกี่ยวกับสถานการณ์จริง โดยสถานการณ์ที่เป็นความสนใจของนักเรียนจะทำให้นักเรียนต้องการหาคำตอบ

อย่างไรก็ตามตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ภายใต้สถานการณ์จริงอาจจะยังไม่ชัดเจน มีความคลุมเครือ นักเรียนอาจจะไม่สามารถแก้ปัญหาได้โดยตรง นักเรียนต้องใช้ความพยายามในการแก้ปัญหา โดยสรุปแล้ว ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้รวบรวมบริบทของการแก้ปัญหาเข้าไว้ด้วยเพื่อพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา

2. ด้านการเชื่อมโยงกับสถานการณ์จริง

การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาประยุกต์ไม่ใช่สิ่งใหม่ในการศึกษาคณิตศาสตร์ ดังจะเห็นได้จากในปี ค.ศ.1938 PEA (Progressive Education Association) ได้กล่าวไว้ในรายงานว่าครูคณิตศาสตร์ได้ให้นักเรียนแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงโดยนำความรู้เกี่ยวกับมโนคติทางคณิตศาสตร์และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ เช่นเดียวกันกับมาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ของ NCTM ได้เน้นกิจกรรมที่นำไปสู่ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์ปลายทางเพื่อผลิตพลเมืองให้เป็นบุคคลซึ่งมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ หลักสูตรคณิตศาสตร์ควรเตรียมนักเรียนให้สามารถแปลความหมายของสถานการณ์จริงที่ต้องเผชิญโดยใช้คณิตศาสตร์ เช่น กราฟ ตาราง สถิติ และใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาสถานการณ์จริง

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนทำให้เกิดการคิดและนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ามามีส่วนร่วมคือสามารถเตรียมนักเรียนให้ใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาซึ่งเกิดขึ้นในชีวิตของนักเรียน ครูสามารถจำลองสถานการณ์จริงโดยการนำเสนอโจทย์ปัญหาในสถานการณ์จริงให้กับนักเรียนและแนะนำให้เกิดความพยายามหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องใช้ทักษะหลายๆ ทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาให้สำเร็จ

3. ด้านการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ

การศึกษาในปัจจุบันได้ให้ความสำคัญกับการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการบูรณาการระหว่างวิชา เช่นเดียวกัน ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ก็เน้นเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ ในหลักสูตร เช่น วิทยาศาสตร์ ศิลปะ สังคมศึกษา เป็นต้น ยิ่งไปกว่านั้นความยุ่งยากซับซ้อนที่เกิดจากกระบวนการของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ยังมีความเหมาะสมในการใช้วิธีเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งครูจำนวนมากได้ใช้วิธีเรียนแบบนี้ โดยเมื่อนักเรียนสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของกลุ่มขึ้นมาจะเกิดการมีปฏิสัมพันธ์ทางการเรียนกับเพื่อนคนอื่นๆ และทำให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียน เช่น อภิปรายถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ปัญหาเริ่มต้น ขั้นตอนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และข้อจำกัดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นต้น

4. ด้านเจตคติ

นักการศึกษากลุ่มคอนสตรัคติวิสต์ได้ให้ความสำคัญกับการเรียนการสอนที่เน้นการปฏิบัติโดยนักเรียนมีส่วนร่วม แต่อย่างไรก็ตาม การมีส่วนร่วมของนักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรมจะ

ไม่เกิดขึ้นกับนักเรียนที่ไม่มีความต้องการที่จะเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งความต้องการเรียนคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของผลด้านเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน การสอนคณิตศาสตร์โดยวิธีปกตินั้น ครูได้นำเสนอเนื้อหาที่เชื่อว่าเป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับนักเรียน แต่ล้มเหลวในการพิจารณาถึงความสำคัญด้านเจตคติของนักเรียน ทำอย่างไรจึงจะทำให้นักเรียนที่ไม่ได้ศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นไปหรือนักเรียนที่ไม่ได้เข้าสู่วิชาชีพที่ใช้คณิตศาสตร์ เห็นความสำคัญหรือมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มาตรฐานสำหรับครูคณิตศาสตร์ของ NCTM ได้เสนอแนะว่า ครูควรจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับศักยภาพการประยุกต์ของคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจว่าคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกับปัญหาในชีวิตจริงของนักเรียน คณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของชีวิตจริงไม่ได้แยกออกมาจากชีวิตจริง ซึ่งถือว่าเป็นข้อดีของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และทำให้นักเรียนต้องการเรียนคณิตศาสตร์

5. ด้านความรู้ทางสถิติ

บ่อยครั้งที่พบว่า ความรู้ทางสถิติเข้ามามีบทบาทเป็นอย่างมากในสังคมปัจจุบัน เช่น หนังสือพิมพ์ได้นำเสนอข้อมูลข่าวสารที่อยู่ในรูปของสถิติ เช่น ในรูปของกราฟต่างๆ หรือการนำเสนอข้อมูลเชิงตัวเลข มาตรฐานสำหรับคณิตศาสตร์ของ NCTM ได้เสนอว่า หลักสูตรในทุกๆ ระดับควรจะทำให้ความสำคัญกับการเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ก็เน้นการเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล ในชั้นเรียนนักเรียนจะทำการสืบสวนสอบสวนปัญหาในสถานการณ์จริงโดยระบุตัวแปรของปัญหา ออกแบบและทำการทดลองเพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของตัวแปร วิเคราะห์ข้อมูล แสดงความสัมพันธ์เชิงคณิตศาสตร์ (ตัวแบบ) ซึ่งอธิบายผลของการทดลอง และใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตอบคำถามสถานการณ์จริง โดยจากกระบวนการเหล่านี้ นักเรียนต้องพัฒนากลยุทธ์เพื่อหาข้อมูลที่เป็นไปได้จริง และทดสอบข้อมูลเพื่อใช้ในการตัดสินใจ บ่อยครั้งที่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในรูปสมการซึ่งเหมาะสมที่สุดกับข้อมูล โดยสามารถหาได้จากการวิเคราะห์การถดถอย โดยทั่วๆ ไปแล้วการเก็บรวบรวมข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล ถือว่าเป็นพื้นฐานที่มีบทบาทสำคัญในกิจกรรมที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ยิ่งไปกว่านั้นข้อมูลที่ถูวิเคราะห์จะอยู่ภายใต้บริบทของปัญหาจริงซึ่งเป็นการให้นักเรียนรู้จักการประยุกต์ใช้สถิติในชีวิตจริง

นอกจากนี้ คอมเบอร์ (Comber. 1999: 1) ยังกล่าวถึงความสำคัญของการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อตอบคำถามว่า “ทำไมจึงสอนเรื่องของการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ดังนี้

1. เพื่อแสดงให้เห็นว่าจะนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในสถานการณ์จริงได้อย่างไร
2. เพื่อให้เห็นตัวอย่างของการใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์จริง
3. เพื่อสอนให้นักเรียนเห็นว่า คิดอย่างไรจึงจะเป็นการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่านักการศึกษาจะให้ความสำคัญกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเป็นอย่างมาก เพราะนอกจากจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาแล้ว ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังเชื่อมโยงชีวิตจริงหรือศาสตร์อื่นๆ เข้าด้วยกันอีกด้วย ทั้งยังให้นักเรียนมองเห็นคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงมากยิ่งขึ้น สามารถตอบข้อสงสัยของนักเรียนที่ว่า เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไมได้

2.2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

มากิและเคอร์ จูเนียร์ (Maki; & Kerr, Jr. 1979: 1-7) ได้แบ่งกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียน ออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังแผนภาพต่อไปนี้



หมายเหตุ เส้นประแสดงขั้นตอนสำหรับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ไม่ได้ใช้ในชั้นเรียน

ภาพประกอบ 10 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียนตามแนวคิดของมากิและเคอร์ จูเนียร์

จากแผนภาพกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการศึกษาสถานการณ์จริงของมากิและเคอร์ จูเนียร์ ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน แต่ในกรณีสำหรับการนำมาใช้ในชั้นเรียนจะเพิ่มขั้นตอนขึ้นอีกหนึ่งขั้นตอนคือ ขั้นตอนของ "ตัวแบบในชั้นเรียน" เป็นขั้นตอนต่อจากตัวแบบจริง โดย

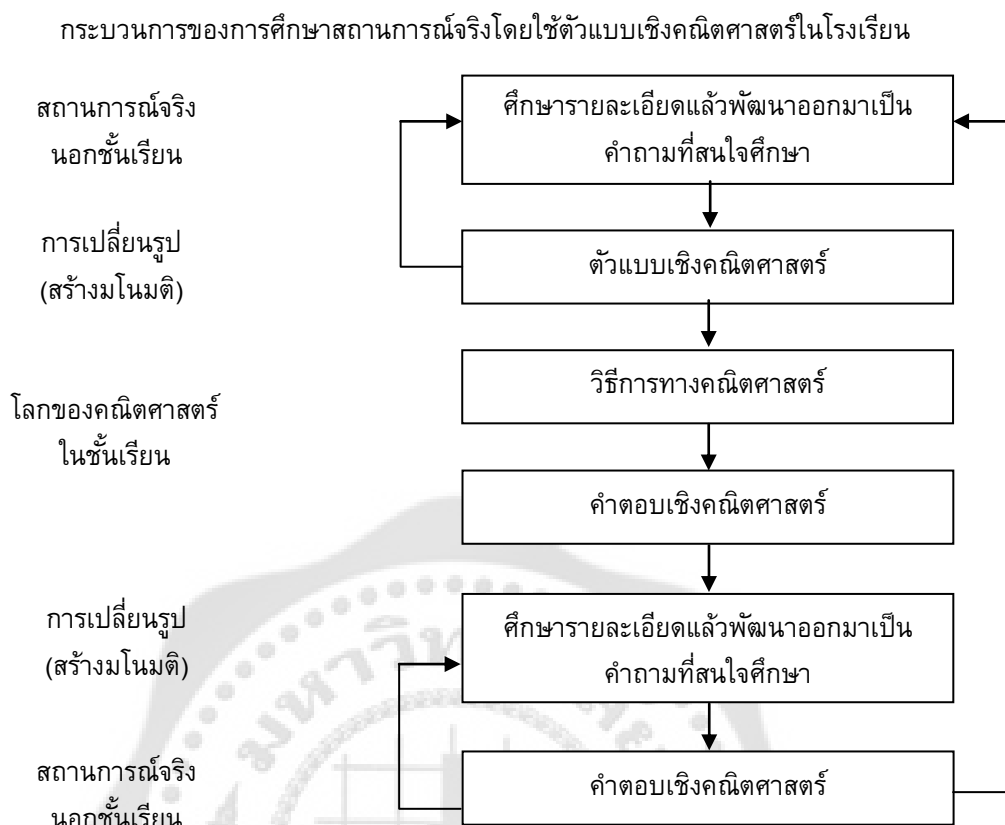
ตัวแบบจริงจะถูกทำให้ง่ายยิ่งขึ้นเพื่อให้น่าสนใจสำหรับนักเรียนและนักเรียนสามารถเข้าใจได้ดีขึ้น นอกจากนี้การกระทำดังกล่าวจะนำไปสู่ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงที่ครูได้เคยศึกษามาก่อนแล้ว

นอกจากนั้น ดอสซี่ (Dossey. 1996: 275-276) ได้กล่าวถึงการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน โดยดอสซี่ได้กล่าวว่า การศึกษาเรื่องดังกล่าวในชั้นเรียนนั้นโดยส่วนมากต้องเป็นสถานการณ์ง่าย ๆ ที่ไม่ซับซ้อน ต้องการให้มีการสิ้นสุดของผลลัพธ์ที่ชัดเจนหรือประมาณที่สมเหตุสมผลอย่างใดอย่างหนึ่ง ดอสซี่ยังได้กล่าวต่อไปอีกว่า แม้ในการเรียนการสอนจะมีการอภิปรายของนักเรียนค่อนข้างน้อยแต่หากนักเรียนได้แสดงให้เห็นว่ามีการกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมแล้วก็สามารถถือได้ว่านักเรียนทำคณิตศาสตร์ได้แล้ว กระบวนการที่ดอสซี่ได้นำเสนอมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำให้สถานการณ์ปัญหาง่ายขึ้น
2. การใช้ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์มาสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของสถานการณ์
3. การเปลี่ยนรูปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่คำตอบของสถานการณ์ปัญหา
4. การแปลความหมายของคำตอบไปยังสถานการณ์ปัญหา
5. การตรวจสอบว่าคำตอบมีความสมเหตุสมผลและใช้ได้กับสถานการณ์ปัญหา

เริ่มต้น

สำหรับอิงลิช (English. 1999: 118-129) ได้เสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 11 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียนตามแนวคิดของอิงลิช

2.3 บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

คอมเบอร์ (Comber. 1999: 4) กล่าวถึงบทบาทของครูในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ว่าครูควรมีบทบาทดังต่อไปนี้

1. ครูควรพยายามเข้าไปมีส่วนร่วมกับนักเรียนทุกคนในการอภิปราย
2. ครูควรพยายามให้นักเรียนทุกคนคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริงที่กำลังศึกษาอยู่
3. ครูควรดูแลให้มีการอภิปรายอยู่เสมอ ถ้าการอภิปรายดำเนินไปช้า นักเรียนจะเริ่มท้อใจและเกิดความเบื่อหน่าย
4. ครูควรจัดเตรียมความช่วยเหลือ (ถามคำถาม ให้คำแนะนำ ให้การพูดเป็นนัยแต่ต้องไม่มากเกินไป) เมื่อจำเป็น
5. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนมีความมุ่งมั่นที่จะหาผลลัพธ์และส่งเสริมให้มีการอภิปราย

6. ครูควรจัดการกับผลลัพธ์ที่ได้ด้วยความระมัดระวัง อย่ารีบร้อนที่จะพูดว่า “ใช่ถูกต้องแล้ว” หรือ “ไม่ใช่มันผิด” แต่ครูควรใช้คำพูดในทำนองต่อไปนี้

“เธอสามารถทำได้ถูกต้อง”

“อาจจะถูกต้อง”

“มีใครเห็นด้วยกับ ชื่อ บ้าง”

“มีใครได้ผลลัพธ์แตกต่างจากนี้บ้าง”

“ชื่อ ชื่อ พูดว่า _____ เธอเห็นด้วยหรือไม่”

“มีทางใดอีกบ้างที่เราจะสามารถตรวจสอบผลลัพธ์นี้ได้”

7. ครูควรยอมรับข้อสรุปหลายๆ อย่างโดยให้มีข้อสรุปที่ถูกต้องรวมอยู่ด้วย จากนั้นจึงให้นักเรียนอธิบายข้อสรุปของตน

8. ถ้ามีนักเรียนบางคนเสนอข้อสรุปที่ถูกต้องก่อนคนอื่น ๆ และยังมีเวลาซึ่งนักเรียนคนอื่น ๆ ยังคิดอยู่ ครูอาจใช้คำพูดว่า “ขอใจ ชื่อ เธออาจทำถูก แต่ครูขอให้เธอคอยสักครู่ ให้คนอื่น ๆ ได้มีโอกาสคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริงที่กำลังศึกษาบ้าง”

9. ครูควรให้นักเรียน เรียนรู้ที่จะรักษาความเงียบเพราะความเงียบจะเป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งสำหรับครูในการที่จะให้ข้อสรุปที่ถูกต้องของสถานการณ์จริงนั้น

สำหรับมอสคาร์ดีและครอส (Moscardini; & Cross. 1985: 85) กล่าวถึงบทบาทของครู ในการสอนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า บทบาทแรกของครูเริ่มที่การนำเสนอปัญหาโดยสังเขป โดยต้องมั่นใจว่า ไม่ว่านักเรียนจะทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นรายบุคคลก็ตามต้องเข้าใจตัวปัญหาก่อน จากนั้นจึงแบ่งนักเรียนเพื่ออภิปรายและเขียนรายงาน โดยการเขียนรายงานของนักเรียนต้องบ่งบอกถึงสิ่งที่เขาทำในการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามในกรณีทั่ว ๆ ไปการพูดของครูที่อยู่ในลักษณะของการวินิจฉัยกระบวนการว่าควรเป็นเช่นนั้นหรือควรเป็นเช่นนั้นควรมีน้อยที่สุด เนื่องจากนักเรียนมักมีความเชื่อว่าสิ่งที่ครูพูดนั้นเป็นสิ่งที่ถูกต้องเสมอ

จากการศึกษาบทบาทของครูที่ได้กล่าวมาข้างต้นมีทั้งบทบาทของครูในการเรียนการสอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการ ผู้วิจัยจะนำมาพัฒนาเป็นบทบาทของครูที่จะใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ โดยครูทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวก ซึ่งครูต้องทำงานหนักมาก่อนที่นักเรียนจะปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน เริ่มตั้งแต่การพิจารณาสถานการณ์จริงที่เหมาะสม ทำการศึกษาสถานการณ์จริงเหล่านั้นเป็นอย่างดี สำหรับบทบาทในชั้นเรียนซึ่งยึดนักเรียนเป็นสำคัญนั้น ครูจะทำหน้าที่เป็นผู้ให้คำแนะนำเท่าที่จำเป็น ควบคุมการจัดกิจกรรมให้ดำเนินไปอย่างเหมาะสม รู้จักตั้งคำถามที่เหมาะสม รวมไปถึงการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนขณะปฏิบัติกิจกรรม

2.4 การวัดและการประเมินผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.4.1 การให้คะแนนแบบรูบริก (Rubric scoring)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 168-169) กล่าวว่า การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นการให้คะแนนที่ประเมินผลจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก ซึ่งไม่ได้พิจารณาที่คำตอบหรือผลลัพธ์สุดท้ายเพียงอย่างเดียว แต่ยังพิจารณาที่ขั้นตอนการทำงานของนักเรียนด้วย ตลอดจนมีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก สามารถปรับเปลี่ยนได้ตามความเหมาะสม ซึ่งการให้คะแนนแบบรูบริกที่นิยมใช้มี 2 แบบคือ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์และการให้คะแนนแบบองค์รวม

สำหรับการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้าน แล้วรายงานผลโดยจำแนกเป็นด้านๆ และอาจสรุปรวมคะแนนทุกด้านด้วยก็ได้ ดังนั้นขั้นตอนแรกของการพัฒนาสเกลการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ คือ การกำหนดขั้นตอนของการแก้ปัญหาที่ครูต้องการประเมิน ขั้นตอนที่สอง คือ การกำหนดพิสัยของคะแนนที่เป็นไปได้สำหรับแต่ละขั้นตอน ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์

เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์	
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	0 : นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดทั้งหมด
เข้าใจปัญหา	1 : นักเรียนเข้าใจปัญหาผิดบางส่วน
	2 : นักเรียนเข้าใจปัญหาถูกต้องทั้งหมด
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	0 : นักเรียนไม่ได้พยายามวางแผนแก้ปัญหา หรือ วางแผนไม่เหมาะสม
แก้ปัญหา	1 : นักเรียนวางแผนได้เหมาะสม แต่แก้ปัญหาได้บางส่วน
	2 : นักเรียนวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม และสามารถหาคำตอบได้
ขั้นได้คำตอบ	0 : ไม่มีคำตอบ หรือ คำตอบผิดเนื่องจากวางแผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
	1 : ผิดพลาดในการคำนวณหาคำตอบ หรือ ตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
	2 : คำตอบถูกและระบุหน่วยของคำตอบถูกต้องทั้งหมด

ที่มา : Charles; Lester; & O'Daffer. (1987). How to Evaluate Progress in Problem Solving. P. 30.

ข้อดีของการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ คือ

1. เป็นการพิจารณาขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ไม่ใช่พิจารณาเพียงคำตอบเท่านั้น
2. เป็นวิธีการกำหนดคุณค่าของงานนักเรียนด้วยตัวเลขที่ชัดเจน
3. ช่วยครูในการเน้นเฉพาะที่ จุดอ่อนและจุดแข็งของนักเรียนได้ตรงประเด็น
4. สเกลการให้คะแนนแบบวิเคราะห์สามารถปรับเปลี่ยนให้เหมาะสมได้

ตอนที่ 3 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

คิตาซาวาและคณะ (Kitazawa; et al. 2000: 86) ได้นำเสนอการวิจัยเรื่องการพัฒนาหลักสูตรเพื่อยกระดับความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยการสร้างกรอบของการพัฒนาหลักสูตรมุ่งเน้นไปที่การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งกรอบของการพัฒนาหลักสูตรประกอบด้วยกิจกรรม 3 ชนิด ได้แก่ การเรียนรู้พื้นฐาน การแก้ปัญหาสถานการณ์จริง และการสื่อสารเชิงคณิตศาสตร์ การเรียนรู้พื้นฐานจะเป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในลักษณะของการฝึกฝน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับการประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน กิจกรรมการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงจะเป็นกิจกรรมที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งจะยกระดับความสามารถของนักเรียนไปสู่การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ที่เรียนในชั้นเรียน สำหรับกิจกรรมสุดท้ายคือ กิจกรรมการสื่อสารเชิงคณิตศาสตร์นั้นจะใช้เป็นกิจกรรมสนับสนุนกิจกรรมการเรียนรู้พื้นฐานกับกิจกรรมการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ผลของการศึกษาของคิตาซาวาและคณะในครั้งนี้ ได้พัฒนาหลักสูตรและได้เริ่มใช้หลักสูตรนี้แล้ว

สำหรับซาอู (Sauer. 2000: online) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลของการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการสอนเรื่องความเร่ง สำหรับนักเรียนที่เรียนฟิสิกส์เบื้องต้น โดยจุดประสงค์ของการวิจัยคือ เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการปรับปรุงทักษะการแก้ปัญหาและความเข้าใจในเนื้อหาของนักเรียนให้ดีขึ้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำนวน 48 คน ที่เรียนวิชาฟิสิกส์เบื้องต้น โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 24 คน กลุ่มทดลองเป็นกลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนต้องสร้างทุกๆ สูตรที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองจากข้อมูลที่เก็บรวบรวมมา ส่วนกลุ่มควบคุมเป็นกลุ่มที่ใช้ในการแก้ปัญหาจากสูตรที่กำหนดมาให้โดยปราศจากการอธิบายผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและมีความซับซ้อนได้ด้วยความมั่นใจและมีความยืดหยุ่นในการคิดมากกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

นอกจากนั้นแวงและยี (Wang; & Ye. 2000: 124-125) ได้ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นของประเทศจีน โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 เป็นกิจกรรมการแข่งขันการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จากปี 1997- 2000 ซึ่งกิจกรรมมี 3 ส่วน คือ

1. ให้ปัญหาประยุกต์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาลายเปิด โดยใช้เวลา 3 วัน ในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถนำปัญหากลับไปทำที่บ้าน ใช้เครื่องมือและเอกสารอ้างอิง ต่างๆ ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งแวงและยิปพบว่านักเรียนสนุกสนานกับปัญหาชนิดนี้มาก
2. ให้นักเรียนเขียนปัญหาจากชีวิตจริงของนักเรียนที่ต้องการค้นหาคำตอบ จากนั้นจึงให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้จากวิชาอื่นๆ ตลอดจนวิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งแวงและยิปพบว่าปัญหาหลายๆ ปัญหาของนักเรียนเป็นปัญหาที่ยอดเยียม
3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบปัญหาคณิตศาสตร์ประยุกต์ นักเรียนที่เข้าร่วม กิจกรรมการแข่งขันการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความพอใจและ สนุกสนานในการทำกิจกรรมดังกล่าว

ส่วนที่ 2 กล่าวถึงปัญหาที่มีความสร้างสรรค์และความสามารถในการปฏิบัติตาม โจทย์ปัญหาของนักเรียน ซึ่งมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งในการศึกษาคณิตศาสตร์

ส่วนที่ 3 กล่าวถึงปัญหาของครูในการปฏิบัติกิจกรรมการแข่งขันการใช้ตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นในประเทศจีน

และอิงลิช (English. 2004: 207-214) ได้ศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นเวลา 3 ปี ตั้งแต่ เกรด 5 ถึง เกรด 7 ผล การศึกษาพบว่า เด็กนักเรียนในระดับประถมศึกษามีความสามารถในการสร้างตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์

3.2 งานวิจัยในประเทศ

สุรสาธ ผาสุข (2546: 81) ได้ทำศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัว แบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอน ปลาย กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนทวีธาภิเศก จำนวน 32 คน ใน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและสังเคราะห์ความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างตัวแบบที่ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นและเอกซ์โพเนนเชียลได้ดี คิดหาข้อสรุปจากตัวแบบในรูปฟังก์ชันและทดสอบ ความเหมาะสมของตัวแบบได้ แต่ยังไม่สามารถคิดเชื่อมโยงข้อสรุปเชิงคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์ จริงได้ ส่วนเจตคติของนักเรียนที่ได้ใช้กิจกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ดี

นอกจากนั้น พรพิศ ศรีคำ (2548: 65) ได้ทำการสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่ ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนกันทรลักษณ์วิทยา จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาจากการอาสาสมัคร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียน

การสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สามารถสอบผ่านเกณฑ์ที่มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่าก่อนการเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ที่ระดับนัยสำคัญ .01

สอดคล้องกับเบญจมินทร์ อรัญเพิ่ม (2548: 43) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2547 โรงเรียนนวมิยวชิรปราการวิทยาคม 1 ห้องเรียน จำนวน 30 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยชุดการสอนเรื่องตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งข้อมูลที่เก็บรวบรวมจะนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การกำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ตั้งแต่ 3.0 ขึ้นไป โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 24 คน โดยการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ตั้งแต่ 3.0 ขึ้นไป

ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 มาเรียงลำดับจากมากไปหาน้อย แล้วกำหนดนักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 1 – 6 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง นักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 7 – 18 เป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และนักเรียนที่มีคะแนนลำดับที่ 19 – 24 เป็นนักเรียนที่มี

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ หลังจากนั้นแบ่งนักเรียนออกเป็น 6 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน ซึ่งในแต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน

สุดท้ายผู้วิจัยทำการเลือกนักเรียนมา 4 กลุ่มโดยการสุ่มอย่างง่าย แล้วสัมภาษณ์ครูประจำชั้นของนักเรียนเพื่อเลือกนักเรียนที่มีความกล้าแสดงออก มีการสื่อสารและนำเสนอแนวคิดของตนเองได้ดี จำนวน 4 คน ซึ่งประกอบด้วย นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน โดยจะต้องเป็นนักเรียนคนละกลุ่มกัน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมาย (target student) ในการศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ขณะลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง และสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

2. การกำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยดัดแปลงมาจากกรอบแนวคิดของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 47–54) และสุรสาธิต ผาสุข (2546: 38-43) ดังนี้

จุดมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

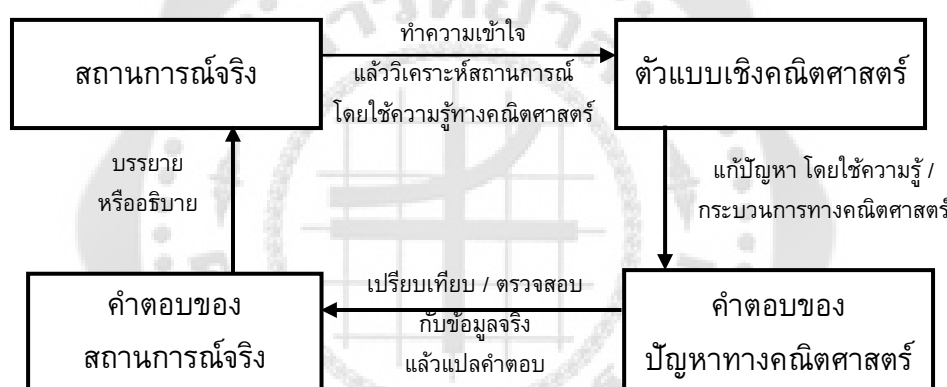
กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายหลัก คือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในด้านต่าง ๆ ดังนี้ (1) ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ขอบเขตของกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 90 นาที ซึ่งแผนการ

จัดการเรียนรู้แต่ละแผน ประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

ในกิจกรรมการเรียนการสอนนี้ นักเรียนจะได้เรียนรู้ กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling process) ซึ่งดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano, Weir and Fox) ซึ่งกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ในกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

จากภาพประกอบข้างต้น สามารถอธิบายได้ดังนี้

เมื่อเผชิญสถานการณ์จริงที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับสถานการณ์จริงก่อน หลังจากนั้นวิเคราะห์สถานการณ์จริงโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต แล้วปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ หลังจากนั้นพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้โดยการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบกับข้อมูลจริง แล้วแปลออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง สุดท้ายบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงนั้น

นอกจากเรียนรู้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว นักเรียนยังได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (real world situation) จำนวนมาก โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ด้วยตนเอง (learning by doing) ได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้แบบร่วมมือ (cooperative learning) โดยนักเรียนต้องลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม (group problem solving) ซึ่งในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียน 4 คน แบบละความสามารถ กล่าวคือ มีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน โดยนักเรียนแต่ละคนต้องร่วมกันรับผิดชอบในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงของกลุ่ม นำเสนอผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งของตนเองและของกลุ่ม ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 90 นาที ผู้วิจัยจะทำหน้าที่เป็นครูผู้สอนโดยใช้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนผ่านการแก้ปัญหา (problem solving approach)

เพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนการสอนนี้ออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

- ช่วงที่ 1 คาบเรียนที่ 1 – 4
- ช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 5 – 8
- ช่วงที่ 3 คาบเรียนที่ 9 – 12

โดยแต่ละช่วงมีรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

ช่วงที่ 1 (คาบเรียนที่ 1 – 4) กิจกรรมการเรียนการสอนในคาบเรียนที่ 1 เป็นการแนะนำกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ไม่ซับซ้อน ในคาบเรียนที่ 2 – 3 เป็นการฝึกฝนกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดตามกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ ในคาบเรียนที่ 4 เป็นการตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดเป็นรายบุคคล

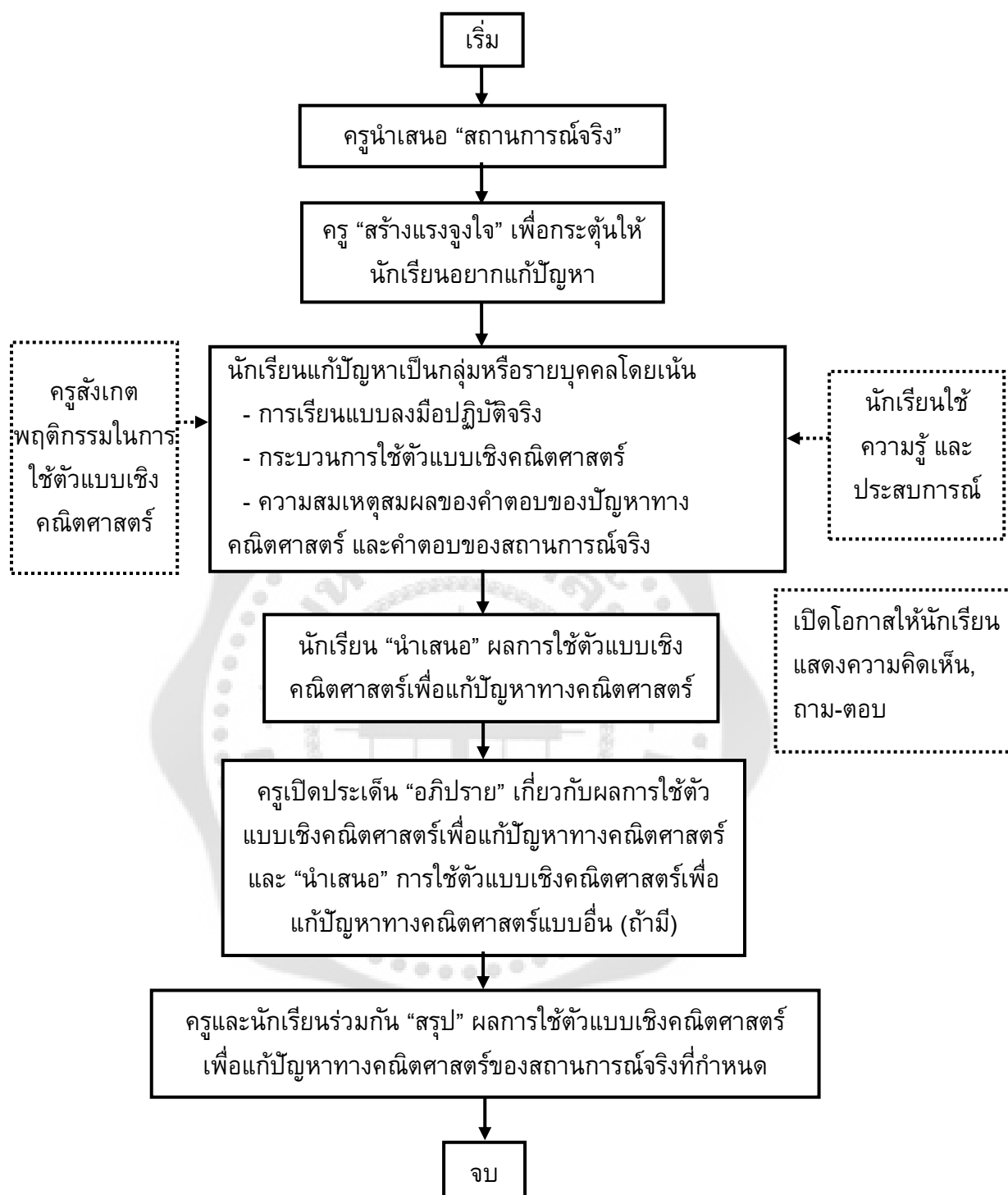
ช่วงที่ 2 (คาบเรียนที่ 5 – 8) กิจกรรมการเรียนการสอนในคาบเรียนที่ 5 – 7 เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์มากขึ้นในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่หลากหลายและมีความซับซ้อนขึ้นตามกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ และในคาบเรียนที่ 8 ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดเป็นรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

ช่วงที่ 3 (คาบเรียนที่ 9 – 12) ซึ่งถือว่าเป็นช่วงท้ายของการเรียนการสอน ในคาบเรียนที่ 9 – 11 ยังคงเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้และมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด โดยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาเป็นกลุ่มผ่านการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดตามกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ และในคาบเรียนที่ 12 ซึ่งเป็นคาบเรียนสุดท้ายของกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดเป็นรายบุคคล เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนแต่ละคน

สำหรับขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียนได้ดัดแปลงมาจากแนวคิดของรุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 53) โดยเฉพาะกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มและการแก้ปัญหเป็นรายบุคคล ผู้วิจัยดำเนินตามขั้นตอนดังภาพประกอบ 13





ภาพประกอบ 13 ขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละคาบเรียน

ที่มา: Rungfa Janjaruporn. (2005). *The Development of a Problem-Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. p. 53.

3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย (1) เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต (2) เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

เครื่องมือที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 90 นาที ในการดำเนินการแต่ละแผน เนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตและไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผล

เครื่องมือสำหรับการวัดและประเมินผลความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต (2) แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และ (3) แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต รายละเอียดดังนี้

(1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งประกอบด้วย ปัญหาสถานการณ์จริงที่ไม่ซับซ้อน และปัญหาสถานการณ์จริงที่ซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน จำนวน 4 ข้อ ซึ่งแต่ละข้อใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และไม่เกินระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน และมีการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ดังตาราง 2

ตาราง 2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ของกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (5 คะแนน)	คะแนน
• ระบุสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้อง	1
• ระบุสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาไม่ถูกต้อง	0
• ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
• ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
• ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงไม่ถูกต้อง	0
• อธิบายแนวคิดที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
• อธิบายแนวคิดที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบเชิงคณิตศาสตร์พอสื่อให้เข้าใจได้ เพียงบางส่วน	1
• อธิบายแนวคิดที่นำไปสู่การค้นหาคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0
ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ (8 คะแนน)	คะแนน
• แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	4
• แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เป็นส่วนใหญ่	3
• แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	2
• แสดงวิธีการคำนวณที่นำไปสู่การปรับเปลี่ยนข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง	0
• ปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
• ปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
• ปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ในสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0
• กำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	2
• กำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
• กำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0

ตาราง 2 (ต่อ)

ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (5 คะแนน)	คะแนน
● แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	3
● แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เป็นส่วนใหญ่	2
● แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน	1
● แสดงวิธีการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดง	0
● สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน ● สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง เพียงบางส่วน ● สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	2 1 0
ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง (2 คะแนน)	คะแนน
● แสดงการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ครบถ้วน	1
● แสดงการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง	0
● แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน ● แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริงไม่ถูกต้อง	1 0

(2) แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ขณะลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ประกอบด้วย แบบตรวจสอบรายการและแบบบันทึกภาคสนาม

(3) แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสอบถามนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของแต่ละคน โดยใช้หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

ขั้นตอนในการสร้างเครื่องมือ

1. กำหนดจุดมุ่งหมาย/ขอบเขตของเครื่องมือแต่ละชนิด
2. ดำเนินการสร้างเครื่องมือ ดังนี้

2.1 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยเริ่มจากรวบรวมสถานการณ์จริงที่น่าสนใจและสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงได้ หลังจากนั้นนำมาปรับเปลี่ยนเงื่อนไขให้เหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้วแสดงกระบวนการในการค้นหาคำตอบพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน สดุดท้ายเขียนแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 12 แผน ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

2.2 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยเลือกสถานการณ์จริงที่น่าสนใจและสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตในการแก้ปัญหา และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 6 ข้อ มาสร้างเป็นแบบทดสอบ

2.3 สร้างแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ซึ่งได้แก่ แบบตรวจสอบรายการ และแบบบันทึกภาคสนาม โดยดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (Rungfa Janjaruporn. 2005: 132–133)

3. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อความ มีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

4. นำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ผู้วิจัยคัดเลือกสถานการณ์จริงเฉพาะข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruence (IOC)) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

5. นำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนรธจำนวน 20 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) เขตวัฒนา กรุงเทพมหานคร

6. นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการทดลองกับนักเรียนกลุ่มนรธมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ แล้วคัดเลือกสถานการณ์จริงที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต (รายละเอียดดูภาคผนวก ก)

7. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ในข้อ 6 โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α – Coefficient) ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เท่ากับ 0.891

8. ปรับแผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ให้เหมาะสมและมีความชัดเจน เพื่อเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

4. การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One-Group Posttest-Only Design) ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่เลือกใช้กลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว มีการให้ตัวแปรอิสระกับกลุ่มตัวอย่าง และทำการทดสอบหลังการทดลอง แล้วพิจารณาผลการทดลอง

การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต จำนวน 12 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ซึ่งรายละเอียดการดำเนินการทดลอง มีดังนี้

1. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โดยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัย บันทึกพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

5. การวิเคราะห์ข้อมูล

1. นำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. หาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

3. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยการทดสอบทวินาม

4. นำแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และงานเขียนของนักเรียนมาวิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง โดยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา
2. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าร้อยละ
3. สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ การทดสอบทวินาม



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ความมุ่งหมายของการวิจัยครั้งนี้ คือ เพื่อศึกษาความสามารถและพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และตอนที่ 2 พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

ตอนที่ 1 ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

1.1 การวิเคราะห์ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยจะแนบจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนใบกิจกรรมในชั้นเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
1. ใบกิจกรรมในชั้นเรียน	60	43.09	71.82	5.53
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต	40	28.37	70.93	6.31
รวม	100	71.46	71.46	11.40

จากตาราง 3 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนเท่ากับ 43.09 คิดเป็นร้อยละ 71.82 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.53 ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตเท่ากับ 28.37 คิดเป็นร้อยละ 70.93 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.31 ส่งผลให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนรวมจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตเท่ากับ 71.46 คิดเป็นร้อยละ 71.46 ของคะแนนเต็ม โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 11.04

1.2 การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

เพื่อทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดนั้น ผู้วิจัยได้รวมคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต แล้วหาจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม หลังจากนั้นทำการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย โดยใช้การทดสอบทวินาม ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตาราง 4

ตาราง 4 ผลของการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ผ่านเกณฑ์ (ร้อยละ)	ค่าสัดส่วน ทดสอบ (Test. Prop.)	Exact Sig. (2-tailed)
24	19 (79)	0.60	0.000

* ที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากตาราง 4 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ตอนที่ 2 พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยจำนวน 2 คน ได้ร่วมกันวิเคราะห์ (1) ผลงานเขียนของนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต (2) ผลการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนเป้าหมายขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมและกล้องวิดีโอช่วยในการบันทึกรายละเอียด และ (3) ผลการสัมภาษณ์ระหว่างผู้วิจัยและนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยมีแบบสัมภาษณ์นักเรียนและกล้องวิดีโอช่วยในการบันทึกรายละเอียด

สำหรับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ขณะลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

การนำเสนอผลการวิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยอธิบายพฤติกรรมของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน ซึ่งได้แก่ ฟ้าใส นิชา ทอฝัน และมาวิน (นามสมมติ) โดยที่ฟ้าใสเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีความมั่นใจในตนเอง ชอบซักถามเมื่อมีข้อสงสัยและชอบอธิบายสิ่งต่างๆ ให้เพื่อนฟัง นิชาและทอฝันเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางซักถามทุกครั้งที่มีข้อสงสัย ส่วนมาวินเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ชอบฟังเพื่อนแสดงความคิดเห็น แต่มีความตั้งใจในการทำงานสูง

ในการอธิบายพฤติกรรมแต่ละด้านของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยแบ่งกิจกรรมการเรียนสอนออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 คาบเรียนที่ 1 – 4

ช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 5 – 8

ช่วงที่ 3 คาบเรียนที่ 9 – 12

ในแต่ละช่วงของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่นักเรียนมีพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เด่นชัดมาอธิบายรายละเอียดพฤติกรรมของนักเรียน ดังนี้

ช่วงที่ 1 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 2 หรือ 4 มาอธิบายว่า พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนผ่านสถานการณ์จริงที่อยู่ใกล้กับตัวนักเรียน เป็นอย่างไรบ้าง

ช่วงที่ 2 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 6 หรือ 7 มาอธิบายว่า พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลง และเปลี่ยนแปลงอย่างไร

ช่วงที่ 3 ผู้วิจัยเลือกคาบเรียนที่ 11 มาอธิบายว่า พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนอะไรบ้างที่เปลี่ยนแปลงในช่วงที่ 2 และยังแสดงพฤติกรรมนั้นอยู่อย่างสม่ำเสมอในช่วงที่ 3

รายละเอียดของพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีดังนี้

2.1 พฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการวิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนให้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง (2) นักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง และ (3) นักเรียนเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนให้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 2 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “อนาคตคนไทย” ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคาดการณ์จำนวนประชากรชายและประชากรหญิงที่เพิ่มขึ้นจากปี พ.ศ. 2559 นักเรียนส่วนใหญ่อ่านสถานการณ์จริงอย่างรวดเร็ว (เฉลี่ยประมาณ 1 – 2 นาที) โดยอ่านแบบไม่ได้คำนึงถึงข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง หลังจากอ่านสถานการณ์จริงเสร็จนักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจถึงสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาและไม่สามารถระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงได้ สำหรับนักเรียนเป้าหมายฟ้าใส ณิชชา และทองผัน

ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงประมาณ 1 – 2 นาที ส่วนมาวินใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริง 50 นาที หลังจากอ่านสถานการณ์จริงแล้วนักเรียนเป้าหมายทั้งสี่คนลงมือทำกิจกรรมทันที แต่ไม่สามารถระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงได้ เนื่องจากให้เวลาในการอ่านน้อยและอ่านแบบไม่ได้คำนึงถึงข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงจึงต้องหยุดการลงมือทำกิจกรรม แล้วย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์จริงใหม่เพื่อให้เข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงมากขึ้น

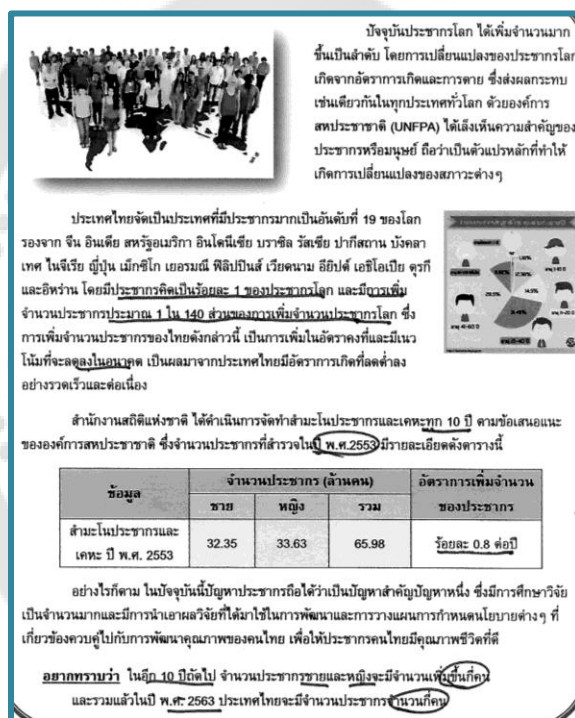
ต่อมาในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 6 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ขยะล้นเมือง” ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคาดการณ์ปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานครในอีก 10 ปีข้างหน้า (พ.ศ. 2569) นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงมากขึ้น (ประมาณ 2 – 3 นาที) และเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อนลงมือทำกิจกรรม สำหรับนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและมาวินใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงประมาณ 3 นาที ณิชาและทอฝันใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงประมาณ 2 นาที โดยทั้งสี่คนอ่านทบทวนจนเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขทั้งหมดแล้วจึงลงมือทำกิจกรรม

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 เมื่อนักเรียนได้รับใบกิจกรรม “ประชากรละอองละมั่ง” ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคาดการณ์จำนวนประชากรละอองละมั่งที่โตเต็มที่ ลูกละอองลูกละมั่งที่อายุ 1 ปี และลูกละอองลูกละมั่งที่เกิดใหม่ ในอีก 3 ปี หลังจากทางองค์กรสวนสัตว์ได้ทำการปล่อยคืนสู่ธรรมชาติ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงประมาณ 3 – 4 นาที และให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อนลงมือทำกิจกรรม โดยนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากกว่า 4 นาที สำหรับณิชา ทอฝันและมาวินใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงประมาณ 3 – 4 นาที โดยทำความเข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอย่างละเอียดก่อนลงมือทำกิจกรรม

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงน้อยมาก และไม่ได้ให้ความสนใจกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อนลงมือทำกิจกรรม ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงได้ จึงต้องย้อนกลับไปอ่านสถานการณ์จริงใหม่เพื่อให้เข้าใจข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงมากขึ้น สำหรับช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการอ่านสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยอ่านแล้ววิเคราะห์ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงจนเข้าใจก่อนลงมือทำกิจกรรม ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดการเรียนการสอน ซึ่งสอดคล้องกับผลการสัมภาษณ์ของนักเรียนเป้าหมายทั้ง 4 คน ที่พบว่าสาเหตุที่นักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้นนั้นเนื่องมาจากในช่วงแรกของกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงได้ จึงให้เวลามากขึ้นในการอ่านสถานการณ์จริงของกิจกรรมถัดไป

(2) นักเรียนแสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

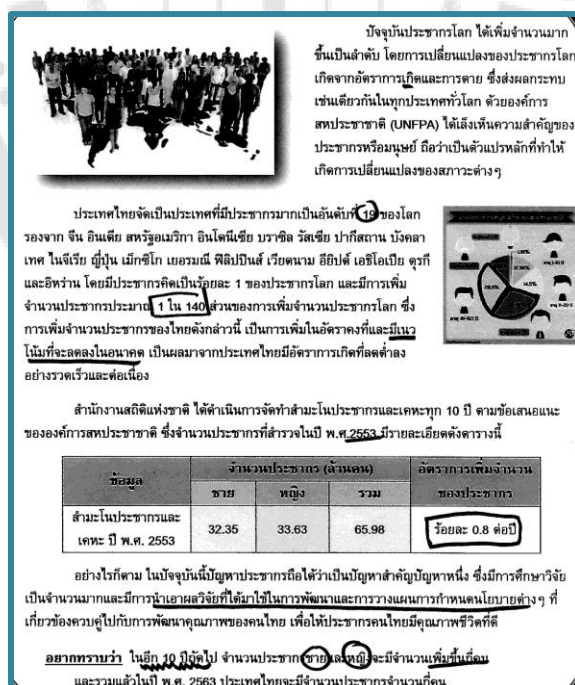
ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 2 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริง กิจกรรม “อนาคตคนไทย” พบว่า นักเรียนจำนวน 11 คน (ร้อยละ 45.83 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ขีดเส้นใต้หรือขีดลอมรอบข้อความในสถานการณ์จริง ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง สำหรับนักเรียนเป้าหมายฟ้าใส ธนิชา และทอฝันมีการขีดเส้นใต้หรือลอมรอบข้อความในสถานการณ์จริงเช่นกัน แต่ขีดเขียนบางข้อความทั้งข้อความที่สำคัญและไม่สำคัญ ส่วนมาวินไม่ได้แสดงร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 14 – 16



ภาพประกอบ 14 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของฟ้าใส



ภาพประกอบ 15 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของณิชา



ภาพประกอบ 16 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของทอฝัน

ในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 ขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริง กิจกรรม “ไฟแนนซ์รถยนต์” ซึ่งเป็นสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนค้นหารูปแบบการผ่อนรถยนต์ที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด พบว่ามีนักเรียนจำนวน 19 คน (ร้อยละ 79.167 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) แสดงร่องรอยการขีดเขียนขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็นสาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง สำหรับนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสมีการขีดเขียนข้อความในสถานการณ์จริงได้ข้อมูลสำคัญครบถ้วน ถินชาและทอฝันยังมีการขีดเขียนข้อความในสถานการณ์จริงแต่ไม่ครบถ้วน สำหรับมาวินเริ่มมีการขีดเส้นใต้และล้อมรอบทั้งข้อความที่สำคัญและไม่สำคัญ พร้อมทั้งขีดเขียนข้อความวิเคราะห์ข้อมูลที่สำคัญเหล่านั้นอย่างคร่าวๆ ดังภาพประกอบ 17 – 20

“รถยนต์” ถือเป็นปัจจัยสำคัญในการใช้ชีวิตของคนในยุคปัจจุบัน เพราะช่วยให้การเดินทางไปยังสถานที่ต่างๆ สะดวกสบายมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในพื้นที่ที่การคมนาคมทางสาธารณะยังไม่มากนัก จึงทำให้มีคนหันมาสนใจซื้อรถยนต์ขึ้นเป็นส่วนตัวจำนวนมาก แต่การเป็นเจ้าของรถยนต์ก็มีค่าใช้จ่าย เพราะรถยนต์มีมูลค่าสูงตั้งแต่หลักแสนจนถึงหลักล้าน เมื่อความต้องการอยากเป็นเจ้าของรถยนต์ แต่ไม่มีเงินมากพอที่จะซื้อเป็นเงินสดได้ จึงทำให้พวกเขาหันมาใช้บริการ **“สินเชื่อรถยนต์”** กันเป็นจำนวนมาก

“การจัดไฟแนนซ์” เป็นหนึ่งในวิธีการขอสินเชื่อรถยนต์ โดยจะเป็นลักษณะของ **“การเช่าซื้อ”** กล่าวคือ แม้ว่าจะมีรถขับแต่ตัวผู้ขับเองไม่ใช่เจ้าของรถ ซึ่งจำเป็นต้องจ่ายส่วนที่เหลือจากการ **“ดาวน์รถ”** หรือเรียกว่า **“ยอดจัดไฟแนนซ์”** ตามระยะเวลาที่ไฟแนนซ์กำหนด เป็นระยะเวลา 48 งวด, 60 งวด หรือ 72 งวด พร้อมกับดอกเบี้ยให้ครบตามกำหนด รถก็จะเป็นของเราในทันที

เรามักจะเคยเห็นหรือได้ยิน คำว่า **“ดาวน์น้อย ผ่อนนาน”** ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ซื้อรถหลายคนต้องการ เพราะ **“ดาวน์น้อย”** หมายถึง เงินดาวน์หรือจำนวนเงินแรกเริ่มที่ต้องจ่ายให้กับบริษัทเช่าซื้อรถยนต์เป็นจำนวนเงินที่ไม่สูงมากนัก ส่วน **“ผ่อนนาน”** หมายถึง ระยะเวลาในการผ่อนที่นานจะทำให้ยอดผ่อนในแต่ละงวดเป็นจำนวนเงินที่สามารถจ่ายได้ต่อเนื่อง แม้ว่า **“ดาวน์น้อย ผ่อนนาน”** จะดูเหมือนเป็นประโยชน์กับผู้ซื้อ แต่สิ่งที่ตามมาอาจไม่เป็นดังที่คิด

บริษัทรถยนต์แห่งหนึ่ง ได้ออกรถยนต์รุ่น NEW VOS โดยมีให้เลือกผ่อนทั้งแบบ 48 งวด และ 60 งวด ทั้งนี้ยังจัดทางเลือกให้ผู้ซื้อสามารถเลือกดาวน์ด้วยเงิน 15%, 20% หรือ ~~30%~~ ของราคารถยนต์ ซึ่งบริษัทได้กำหนดอัตราดอกเบี้ยแต่ละรูปแบบดังตาราง

NEW VOS	ดาวน์	อัตราดอกเบี้ย	
		48 งวด	60 งวด
550,000 บาท	15%	2.38%	2.59%
	20%	1.99%	2.09%

อยากทราบว่า เจ้าคุณควรเลือกผ่อนรูปแบบใดซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และรูปแบบที่เลือกนั้นจะต้องจ่ายค่างวดแรกจำนวนเท่าไร

ภาพประกอบ 17 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของฟ้าใส

“รถยนต์” ถือเป็นปัจจัยสำคัญในการใช้ชีวิตของคนในยุคปัจจุบัน เพราะช่วยให้การเดินทางไปยังสถานที่ต่างๆ สะดวกสบายมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในพื้นที่ที่การเดินทางทางสาธารณะยังไม่มากนัก จึงทำให้มีคนหันมาสนใจซื้อรถยนต์ขึ้นเป็นส่วนตัวจำนวนมาก แต่การเป็นเจ้าของรถยนต์ก็ไม่ใช่ง่าย เพราะรถยนต์มีมูลค่าสูงตั้งแต่หลักแสนจนถึงหลักล้าน เมื่อความต้องการอยากเป็นเจ้าของรถยนต์ แต่ไม่มีเงินมากพอที่จะซื้อเป็นเงินสดได้ จึงทำให้พวกเขาหันมาใช้บริการ **“สินเชื่อรถยนต์”** กันเป็นจำนวนมาก

“การจัดไฟแนนซ์” เป็นหนึ่งในวิธีการขอสินเชื่อรถยนต์ โดยจะเป็นลักษณะของ **“การเช่าซื้อ”** กล่าวคือ แม้ว่าจะมีรถขับแต่ตัวผู้ขับเองไม่ใช่เจ้าของรถ ซึ่งจำเป็นต้องจ่ายส่วนที่เหลือจากการ **“ดาวน์”** หรือเรียกว่า **“ยอดจัดไฟแนนซ์”** ตามระยะเวลาที่ไฟแนนซ์กำหนด เป็นระยะเวลา 48 งวด, 60 งวด หรือ 72 งวด พร้อมกับดอกเบี้ยให้ครบตามกำหนด รถก็จะเป็นอย่างเราในทันที

เรามักจะเคยเห็นหรือได้ยิน คำว่า **“ดาวน์น้อย ผ่อนนาน”** ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ซื้อรถหลายคนต้องการ เพราะ **“ดาวน์น้อย”** หมายถึง เงินดาวน์หรือจำนวนเงินแรกเริ่มที่ต้องจ่ายให้กับบริษัทเช่าซื้อรถยนต์เป็นจำนวนเงินที่ไม่สูงมากนัก ส่วน **“ผ่อนนาน”** หมายถึง ระยะเวลาในการผ่อนที่นานจะทำให้ยอดผ่อนในแต่ละงวดเป็นจำนวนที่สามารถจ่ายได้ต่อเนื่อง แม้ว่า **“ดาวน์น้อย ผ่อนนาน”** จะดูเหมือนเป็นประโยชน์กับผู้ซื้อ แต่สิ่งที่ตามมาอาจไม่เป็นดังที่คิด

บริษัทรถยนต์แห่งหนึ่ง ได้ออกรถยนต์รุ่น NEW VOS โดยมีให้เลือกผ่อนทั้งแบบ 48 งวด และ 60 งวด ทั้งนี้ยังจัดทางเลือกให้ผู้ซื้อสามารถเลือกดาวน์ด้วยเงิน 15%, 20% หรือ ~~30%~~ ของราคารถยนต์ ซึ่งบริษัทได้กำหนดอัตราดอกเบี้ยแต่ละรูปแบบดังตาราง

NEW VOS	ดาวน์	อัตราดอกเบี้ย	
		48 งวด	60 งวด
550,000 บาท	15%	2.39%	2.59%
	20%	1.99%	2.09%

อยากทราบว่า เจ้าคุณควรเลือกผ่อนรูปแบบใดซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และรูปแบบที่เลือกนั้นจะต้องจ่ายค่างวดรถจำนวนเท่าไร

ภาพประกอบ 18 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของณิชา

“รถยนต์” ถือเป็นปัจจัยสำคัญในการใช้ชีวิตของคนในยุคปัจจุบัน เพราะช่วยให้การเดินทางไปยังสถานที่ต่างๆ สะดวกสบายมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในพื้นที่ที่การเดินทางทางสาธารณะยังไม่มากนัก จึงทำให้มีคนหันมาสนใจซื้อรถยนต์ขึ้นเป็นส่วนตัวจำนวนมาก แต่การเป็นเจ้าของรถยนต์ก็ไม่ใช่ง่าย เพราะรถยนต์มีมูลค่าสูงตั้งแต่หลักแสนจนถึงหลักล้าน เมื่อความต้องการอยากเป็นเจ้าของรถยนต์ แต่ไม่มีเงินมากพอที่จะซื้อเป็นเงินสดได้ จึงทำให้พวกเขาหันมาใช้บริการ **“สินเชื่อรถยนต์”** กันเป็นจำนวนมาก

“การจัดไฟแนนซ์” เป็นหนึ่งในวิธีการขอสินเชื่อรถยนต์ โดยจะเป็นลักษณะของ **“การเช่าซื้อ”** กล่าวคือ แม้ว่าจะมีรถขับแต่ตัวผู้ขับเองไม่ใช่เจ้าของรถ ซึ่งจำเป็นต้องจ่ายส่วนที่เหลือจากการ **“ดาวน์”** หรือเรียกว่า **“ยอดจัดไฟแนนซ์”** ตามระยะเวลาที่ไฟแนนซ์กำหนด เป็นระยะเวลา 48 งวด, 60 งวด หรือ 72 งวด พร้อมกับดอกเบี้ยให้ครบตามกำหนด รถก็จะเป็นอย่างเราในทันที

เรามักจะเคยเห็นหรือได้ยิน คำว่า **“ดาวน์น้อย ผ่อนนาน”** ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ซื้อรถหลายคนต้องการ เพราะ **“ดาวน์น้อย”** หมายถึง เงินดาวน์หรือจำนวนเงินแรกเริ่มที่ต้องจ่ายให้กับบริษัทเช่าซื้อรถยนต์เป็นจำนวนเงินที่ไม่สูงมากนัก ส่วน **“ผ่อนนาน”** หมายถึง ระยะเวลาในการผ่อนที่นานจะทำให้ยอดผ่อนในแต่ละงวดเป็นจำนวนที่สามารถจ่ายได้ต่อเนื่อง แม้ว่า **“ดาวน์น้อย ผ่อนนาน”** จะดูเหมือนเป็นประโยชน์กับผู้ซื้อ แต่สิ่งที่ตามมาอาจไม่เป็นดังที่คิด

บริษัทรถยนต์แห่งหนึ่ง ได้ออกรถยนต์รุ่น NEW VOS โดยมีให้เลือกผ่อนทั้งแบบ 48 งวด และ 60 งวด ทั้งนี้ยังจัดทางเลือกให้ผู้ซื้อสามารถเลือกดาวน์ด้วยเงิน 15%, 20% หรือ ~~30%~~ ของราคารถยนต์ ซึ่งบริษัทได้กำหนดอัตราดอกเบี้ยแต่ละรูปแบบดังตาราง

NEW VOS	ดาวน์	อัตราดอกเบี้ย	
		48 งวด	60 งวด
550,000 บาท	15%	2.39%	2.59%
	20%	1.99%	2.09%

อยากทราบว่า เจ้าคุณควรเลือกผ่อนรูปแบบใดซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และรูปแบบที่เลือกนั้นจะต้องจ่ายค่างวดรถจำนวนเท่าไร

ภาพประกอบ 19 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของทอฝัน

“รถยนต์” ถือเป็นปัจจัยสำคัญในการใช้ชีวิตของคนในยุคปัจจุบัน เพราะช่วยให้การเดินทางไปยังสถานที่ต่างๆ สะดวกสบายมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งในพื้นที่ที่การคมนาคมทางสาธารณะยังไม่มากนัก จึงทำให้มีคนหันมาสนใจซื้อรถยนต์ขึ้นเป็นส่วนตัวจำนวนมาก แต่การเป็นเจ้าของรถยนต์ก็ไม่ใช่สิ่งที่ง่าย เพราะรถยนต์มีมูลค่าสูงตั้งแต่หลักแสนจนถึงหลักล้าน เมื่อความต้องการอยากเป็นเจ้าของรถยนต์ แต่ไม่มีเงินมากพอที่จะซื้อเป็นเงินสดได้ จึงทำให้พวกเขาหันมาใช้บริการ “สินเชื่อรถยนต์” กันเป็นจำนวนมาก

“การจดไฟแนนซ์” เป็นหนึ่งในวิธีการขอสินเชื่อรถยนต์ โดยจะเป็นลักษณะของ “การเช่าซื้อ” กล่าวคือ แม้ว่าจะมีรถขับแต่ตัวผู้เช่าเองไม่ใช่เจ้าของรถ ซึ่งจำเป็นต้องจ่ายส่วนที่เหลือจากการ “ดาวน์รถ” หรือเรียกว่า “ยอดจัดไฟแนนซ์” ตามระยะเวลาที่ไฟแนนซ์กำหนด เป็นระยะเวลา 48 งวด, 60 งวด หรือ 72 งวด พร้อมกับดอกเบี้ยที่เราสามารถกำหนดได้จะเป็นของเงินในบัญชี

เรามักจะเคยเห็นหรือได้ยิน คำว่า “ดาวน์น้อย ผ่อนนาน” ซึ่งเป็นสิ่งที่ผู้ซื้อรถหลายคนต้องการ เพราะ “ดาวน์น้อย” หมายถึง เงินดาวน์หรือจำนวนเงินแรกเริ่มที่ต้องจ่ายให้กับบริษัทเช่าซื้อรถยนต์เป็นจำนวนเงินที่ไม่สูงมากนัก ส่วน “ผ่อนนาน” หมายถึง ระยะเวลาในการผ่อนที่นานจะทำให้ยอดผ่อนในแต่ละงวดเป็นจำนวนที่สามารถจ่ายได้ต่อเนื่อง แม้ว่า “ดาวน์น้อย ผ่อนนาน” จะดูเหมือนเป็นประโยชน์กับผู้ซื้อ แต่สิ่งที่ตามมาอาจไม่เป็นดังที่คิด

บริษัทรถยนต์แห่งหนึ่ง ได้ออกรถยนต์รุ่น NEW VOS โดยมีให้เลือกผ่อนทั้งแบบ 48 งวด และ 60 งวด ทั้งนี้ยังจัดทำตารางให้ผู้ซื้อสามารถเลือกดูว่าด้วยเงิน 15%, 20% หรือ 30% ของราคารถยนต์ ซึ่งบริษัทได้กำหนดอัตราดอกเบี้ยและรูปแบบดังตาราง

NEW VOS	ดาวน์	อัตราดอกเบี้ย	
		48 งวด	60 งวด
550,000 บาท	15%	2.39%	2.59%
	20%	1.99%	2.09%

อยากทราบว่า เจ้าคุณควรเลือกผ่อนรูปแบบใดซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และรูปแบบที่เลือกนั้นจะต้องจ่ายค่าวงดาวน์เท่าไร

เงินต้น 550,000 บาท
ดอกเบี้ย 15%
เงินต้น 10,000 บาท
วงดาวน์ 10,000 บาท
วงดาวน์ 10,000 บาท
วงดาวน์ 10,000 บาท

ภาพประกอบ 20 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของมาวิน

สำหรับในช่วงที่ 3 คาบเรียนที่ 11 ในขณะที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์จริง กิจกรรม “ประชากรละอองละมั่ง” พบว่า มีนักเรียนจำนวน 21 คน (ร้อยละ 87.5 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริง ซึ่งส่วนใหญ่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง ในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายฟ้าใส ณิชชา ทอฝัน และมาวินอยู่ด้วย โดยทั้งสี่คนมีการขีดเขียนและล้อมรอบข้อความที่สำคัญได้ครบถ้วน สำหรับณิชชาและมาวินมีการขีดเขียนวิเคราะห์ข้อมูลเหล่านั้นอย่างคร่าวๆ ดังภาพประกอบ 21 – 24

"ละออง(เทศผู้) ละมั่ง(เทศเมีย)" เป็นกวางชนิดหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์มาอย่างยาวนาน ขอบอาศัยอยู่บริเวณป่าเปิดใกล้ลำธารหรือหนองน้ำ ในช่วง 200 ปีที่ผ่านมา เมื่อประชากรมนุษย์เพิ่มมากขึ้น พื้นที่หากินของละอองและละมั่งก็ลดลงไปอย่างรวดเร็ว รวมถึงละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยก็ได้หมดไปจากแหล่งกระจายในธรรมชาติเช่นเดียวกัน



องค์กรสวนสัตว์ในพระบรมราชูปถัมภ์ร่วมกับ National Zoological Park Smithsonian Institute ได้ทำการเพาะเลี้ยงขยายพันธุ์ละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยและปล่อยคืนสู่ธรรมชาติ โดยทำการปล่อยละอองและละมั่งจำนวน 45 ตัวในปี พ.ศ. 2556 โดยแต่ละตัวมีโอกาสสูดดมเหง้าเทียมกัน และมีอัตราส่วนเพศผู้ต่อเพศเมียเป็น 1 ต่อ 4 และในปี พ.ศ. 2557 ปล่อยเพิ่มอีกจำนวน 50 ตัว เนื่องจากในพื้นที่เขตที่ทำการปล่อยคืนสู่ป่านี้ยังมีสัตว์ผู้ล่าในธรรมชาติหลายชนิด เช่น เสือโคร่ง เสือดำ หมาใน และงูเห่าขนาดใหญ่ จึงทำให้มีอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติเหมือนปกติทั่วไป

สำหรับข้อมูลทางสถิติของละอองละมั่งในธรรมชาติมีดังนี้

ละอองละมั่งจะโตเต็มวัยเมื่ออายุครบ 2 ปี และมีอัตราการอยู่รอดถึง 90%
ละมั่งใช้เวลาตั้งท้อง 8 เดือน และออกลูกครั้งละ 1 ตัว โดยเป็นลูกละออง(เทศผู้) 52%

สำหรับอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติ ลูกละอองละมั่งที่เกิดใหม่จะสามารถอยู่รอดจนอายุครบ 1 ปี 55% และในจำนวนนี้จะเพิ่มเพียง 60% ที่รอดมาได้จนอายุครบ 2 ปี

อย่าทราบบว่า ในปี พ.ศ. 2559 ประชากรของละอองและละมั่งแต่ละช่วงวัย จะมีจำนวนเพิ่มขึ้นหรือไม่ และเพียงพอต่อป่าหรือไม่ อย่างไร

ภาพประกอบ 21 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของฟ้าใส

"ละออง(เทศผู้) ละมั่ง(เทศเมีย)" เป็นกวางชนิดหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์มาอย่างยาวนาน ขอบอาศัยอยู่บริเวณป่าเปิดใกล้ลำธารหรือหนองน้ำ ในช่วง 200 ปีที่ผ่านมา เมื่อประชากรมนุษย์เพิ่มมากขึ้น พื้นที่หากินของละอองและละมั่งก็ลดลงไปอย่างรวดเร็ว รวมถึงละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยก็ได้หมดไปจากแหล่งกระจายในธรรมชาติเช่นเดียวกัน



องค์กรสวนสัตว์ในพระบรมราชูปถัมภ์ร่วมกับ National Zoological Park Smithsonian Institute ได้ทำการเพาะเลี้ยงขยายพันธุ์ละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยและปล่อยคืนสู่ธรรมชาติ โดยทำการปล่อยละอองและละมั่งจำนวน 45 ตัวในปี พ.ศ. 2556 โดยแต่ละตัวมีโอกาสสูดดมเหง้าเทียมกัน และมีอัตราส่วนเพศผู้ต่อเพศเมียเป็น 1 ต่อ 4 และในปี พ.ศ. 2557 ปล่อยเพิ่มอีกจำนวน 50 ตัว เนื่องจากในพื้นที่เขตที่ทำการปล่อยคืนสู่ป่านี้ยังมีสัตว์ผู้ล่าในธรรมชาติหลายชนิด เช่น เสือโคร่ง เสือดำ หมาใน และงูเห่าขนาดใหญ่ จึงทำให้มีอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติเหมือนปกติทั่วไป

สำหรับข้อมูลทางสถิติของละอองละมั่งในธรรมชาติมีดังนี้

ละอองละมั่งจะโตเต็มวัยเมื่ออายุครบ 2 ปี และมีอัตราการอยู่รอดถึง 90%
ละมั่งใช้เวลาตั้งท้อง 8 เดือน และออกลูกครั้งละ 1 ตัว โดยเป็นลูกละออง(เทศผู้) 52%

สำหรับอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติ ลูกละอองละมั่งที่เกิดใหม่จะสามารถอยู่รอดจนอายุครบ 1 ปี 55% และในจำนวนนี้จะเพิ่มเพียง 60% ที่รอดมาได้จนอายุครบ 2 ปี

อย่าทราบบว่า ในปี พ.ศ. 2559 ประชากรของละอองและละมั่งแต่ละช่วงวัย จะมีจำนวนเพิ่มขึ้นหรือไม่ และเพียงพอต่อป่าหรือไม่ อย่างไร

0 1 2

1. จัตุรัสควมวัย < ละมั่ง

2. เกิดใหม่

3. อายุ 1 ปี

ภาพประกอบ 22 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของณิชา

"ละออง(เทศผู้) ละมั่ง(เทศเมีย)" เป็นกวางชนิดหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์มาอย่างยาวนาน ชอบอาศัยอยู่บริเวณป่าเปิดใกล้ลำธารหรือหนองน้ำ ในช่วง 200 ปีที่ผ่านมา เมื่อประชากรมนุษย์เพิ่มมากขึ้น พื้นที่หากินของละอองและละมั่งก็ลดลงไปอย่างรวดเร็ว รวมถึงละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยก็ได้หมดไปจากแหล่งกระจายในธรรมชาติเช่นเดียวกัน



องค์กรสวนสัตว์ในพระบรมราชูปถัมภ์ร่วมกับ National Zoological Park Smithsonian Institute ได้ทำการเพาะเลี้ยงขยายพันธุ์ละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยและปล่อยคืนสู่ธรรมชาติ โดยทำการ **ปล่อยละอองและละมั่งจำนวน 45 ตัวในปี พ.ศ. 2556** โดยแต่ละตัวมีโอกาสอยู่รอดเท่าเทียมกัน และมีอัตราส่วนเพศผู้ต่อเพศเมียเป็น 1 ต่อ 4 และในปี พ.ศ. 2557 ปล่อยเพิ่มอีกจำนวน 50 ตัว เนื่องจากในพื้นที่เขตที่ทำการปล่อยคืนสู่ป่านี้ยังมีสัตว์ผู้ล่าในธรรมชาติหลายชนิด เช่น เสือโคร่ง เสือดำ หมาใน และงูเห่าขนาดใหญ่ จึงทำให้มีอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติเหมือนปกติทั่วไป

สำหรับข้อมูลทางสถิติของละอองละมั่งในธรรมชาติมีดังนี้

ละอองละมั่งจะโตเต็มวัยเมื่ออายุครบ 2 ปี และมีอัตราการอยู่รอดถึง 90%
ละมั่งใช้เวลาตั้งท้อง 8 เดือน และออกลูกครั้งละ 1 ตัว โดยเป็นลูกละออง(เทศผู้) 52%

สำหรับอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติ ลูกละอองละมั่งที่เกิดใหม่จะสามารถอยู่รอดจนอายุครบ 1 ปี 55% และในจำนวนนี้จะเพิ่มเพียง 60% ที่รอดมาได้จนอายุครบ 2 ปี

อยากทราบว่า ในปี พ.ศ. 2559 ประชากรของละอองและละมั่งแต่ละช่วงวัย จะมีจำนวนเพิ่มขึ้นหรือไม่ และเพียงพอต่อป่าหรือไม่ อย่างไร

ภาพประกอบ 23 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของทอฝัน

"ละออง(เทศผู้) ละมั่ง(เทศเมีย)" เป็นกวางชนิดหนึ่งที่มีบทบาทสำคัญต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์มาอย่างยาวนาน ชอบอาศัยอยู่บริเวณป่าเปิดใกล้ลำธารหรือหนองน้ำ ในช่วง 200 ปีที่ผ่านมา เมื่อประชากรมนุษย์เพิ่มมากขึ้น พื้นที่หากินของละอองและละมั่งก็ลดลงไปอย่างรวดเร็ว รวมถึงละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยก็ได้หมดไปจากแหล่งกระจายในธรรมชาติเช่นเดียวกัน



องค์กรสวนสัตว์ในพระบรมราชูปถัมภ์ร่วมกับ National Zoological Park Smithsonian Institute ได้ทำการเพาะเลี้ยงขยายพันธุ์ละอองและละมั่งสายพันธุ์ไทยและปล่อยคืนสู่ธรรมชาติ โดยทำการ **ปล่อยละอองและละมั่งจำนวน 45 ตัวในปี พ.ศ. 2556** โดยแต่ละตัวมีโอกาสอยู่รอดเท่าเทียมกัน และมีอัตราส่วนเพศผู้ต่อเพศเมียเป็น 1 ต่อ 4 และในปี พ.ศ. 2557 ปล่อยเพิ่มอีกจำนวน 50 ตัว เนื่องจากในพื้นที่เขตที่ทำการปล่อยคืนสู่ป่านี้ยังมีสัตว์ผู้ล่าในธรรมชาติหลายชนิด เช่น เสือโคร่ง เสือดำ หมาใน และงูเห่าขนาดใหญ่ จึงทำให้มีอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติเหมือนปกติทั่วไป

สำหรับข้อมูลทางสถิติของละอองละมั่งในธรรมชาติมีดังนี้

ละอองละมั่งจะโตเต็มวัยเมื่ออายุครบ 2 ปี และมีอัตราการอยู่รอดถึง 90%
ละมั่งใช้เวลาตั้งท้อง 8 เดือน และออกลูกครั้งละ 1 ตัว โดยเป็นลูกละออง(เทศผู้) 52%

สำหรับอัตราการอยู่รอดตามธรรมชาติ ลูกละอองละมั่งที่เกิดใหม่จะสามารถอยู่รอดจนอายุครบ 1 ปี 55% และในจำนวนนี้จะเพิ่มเพียง 60% ที่รอดมาได้จนอายุครบ 2 ปี

อยากทราบว่า ในปี พ.ศ. 2559 ประชากรของละอองและละมั่งแต่ละช่วงวัย จะมีจำนวนเพิ่มขึ้นหรือไม่ และเพียงพอต่อป่าหรือไม่ อย่างไร

ภาพประกอบ 24 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของมาวิน

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน มีนักเรียนจำนวนน้อยที่ขีดเส้นใต้หรือขีด ล้อมรอบข้อความของสถานการณ์จริงในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ซึ่งมีทั้งข้อความที่เป็น สาระสำคัญและไม่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง สำหรับช่วงที่ 2 มีนักเรียนจำนวนมากขึ้นที่ ขีดเส้นใต้หรือขีดล้อมรอบข้อความของสถานการณ์จริงในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง และมี นักเรียนบางส่วนที่มีการขีดเขียนข้อความวิเคราะห์ข้อมูลหรือเงื่อนไขในสถานการณ์จริงอย่างคร่าวๆ และช่วงท้ายของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงแสดงพฤติกรรมเหล่านั้น มีการขีดเส้นใต้ หรือขีดล้อมรอบข้อความที่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริงในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์ จริง นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนเป้าหมายจากการทำแบบทดสอบวัด ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต (ตัวอย่างแบบทดสอบ ดูภาคผนวก ง) พบว่า ฟ้าใสซึ่งเป็นนักเรียนเก่งแสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้ หรือล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริงทั้ง 4 ข้อ ซึ่งทุกข้อความเป็นสาระสำคัญของสถานการณ์ จริง สำหรับณิชาและทอฝันซึ่งเป็นนักเรียนปานกลาง แสดงร่องรอยการขีดเส้นใต้ข้อความใน สถานการณ์จริงทั้ง 4 ข้อ ซึ่งข้อความส่วนใหญ่เป็นสาระสำคัญของสถานการณ์จริง โดยณิชามีการ ขีดเขียนข้อความวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์จริงอย่างคร่าวๆ 1 ข้อ สำหรับมาวินแสดงร่องรอย การขีดเส้นใต้และล้อมรอบข้อความทั้งข้อความที่สำคัญและไม่สำคัญของสถานการณ์จริง 3 ข้อ และ มีการขีดเขียนข้อความวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์จริงอย่างคร่าวๆ 2 ข้อ ตัวอย่างการขีดเส้นใต้ หรือขีดล้อมรอบข้อความในสถานการณ์จริงของนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและมาวิน ดังภาพประกอบ 25 – 26



ในการเข้าซื้อ “รถยนต์” นอกจากจะมีการ ให้บริการ “สินเชื่อรถยนต์” ที่เรารู้กันเป็นอย่างดี แล้ว ยังมีอีกหนึ่งบริการเพื่อให้ลูกค้าสามารถผ่อนชำระค่า รถยนต์แบบสบายๆ เป็นการชำระสินเชื่อรถยนต์ แบบมีเงินก้อนสุดท้ายของงวด(Balloon) เหมาะกับ ลูกค้าที่ต้องการชำระค่ารถต่อเดือนไม่มากทำให้มี ทางเลือกในการนำเงินส่วนที่เหลือไปลงทุนด้านอื่นๆ หรือคนที่ไม่มีรายได้บ่อยก็โอกาสเป็นเจ้าของรถยนต์ได้ ง่ายขึ้น แต่ค่ารถงวดสุดท้ายก็จะมีค่ามากกว่าปกติเล็กน้อย

“การจัดไฟแนนซ์แบบบอลูน” เป็นหนึ่งในวิธีการขอสินเชื่อรถยนต์ ที่ผ่อนจ่ายน้อยในระยะเริ่มต้น และปิดสัญญาในงวดสุดท้ายด้วยเงินจำนวนหนึ่ง ตามที่บริษัทสินเชื่อกำหนด หรือเรียกว่า **“เงินบอลูน”** กล่าวคือ เป็นการ แบ่งเงินออกเป็น 3 ส่วน ส่วนแรกเป็นการวางเงินดาวน์ ส่วนที่สองเป็นการจ่าย ค่างวดรถยนต์ ซึ่งจะคิดแบบเดียวกับสินเชื่อปกติ และส่วนที่สาม จะเป็นเงินก้อน สุดท้ายของค่างวด(Balloon) กรณีที่ไม่สามารถชำระเงินก้อนสุดท้ายเพื่อปิดบัญชี ได้ ทางไฟแนนซ์ก็จะมีการเลือกให้ลูกค้าหลายวิธี เช่น จัดเช่าซื้อต่อด้วยอัตรา ดอกเบี้ยใหม่ หรือนำรถยนต์คันเก่ามาแลกซื้อรถยนต์คันใหม่ โดยนำส่วนต่าง มาเป็นเงินดาวน์

บริษัทรถยนต์แห่งหนึ่ง ได้เสนอโปรแกรมทางเลือกให้ลูกค้าเป็นเจ้าของรถยนต์ได้ง่ายดังใจ ผ่อนสบาย ยืม จ่าย โดยมีให้เลือกผ่อนทั้งแบบ 48 งวด และ 60 งวด ทั้งนี้ยังจัดทำตารางให้ผู้ซื้อสามารถเลือกดูว่าด้วยเงิน 25% หรือ 30% ของราคารถยนต์ ซึ่งบริษัทได้กำหนดอัตราดอกเบี้ยและอัตราการจัดสัญญา(เงินบอลูน) ดังนี้

ราคารถยนต์	ดาวน์	ปิดสัญญา	อัตราดอกเบี้ย	
			48 งวด	60 งวด
654,000 บาท	25%	40%	2.83%	4.29%
	30%	35%	2.51%	4.10%

อยากทราบว่า ธนาคารจะเลือกผ่อนรถยนต์รูปแบบใดซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมที่น้อยที่สุด และรูปแบบที่ เลือกนั้นจะต้องจ่ายค่ารถงวดสุดท้ายจำนวนเท่าไร



ภาพประกอบ 25 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ข้อสอบ เรื่อง “สินเชื่อบอลูน” ในการทำแบบทดสอบ ของฟ้าใส

ปัจจุบันไฟฟ้าเป็นปัจจัยสำคัญที่สุดปัจจัยหนึ่งสำหรับการดำรงชีวิตประจำวันของชนในชาติ การสื่อสาร การคมนาคม การให้ความรู้ การศึกษา และการมีส่วนร่วมในกระบวนการประชาธิปไตย ซึ่งเป็นเงื่อนไขสำคัญต่อหลักการมนุษยชนจะเกิดขึ้นและมีประสิทธิภาพไม่ได้ถ้าขาด

“ไฟฟ้า”

ค่าไฟฟ้าที่การไฟฟ้าเรียกเก็บจากผู้ใช้ไฟฟ้าในแต่ละเดือนประกอบด้วย 3 ส่วนคือ

1. ค่าไฟฟ้าฐาน

เป็นอัตราค่าไฟฟ้าประเภทต่างๆ ประกอบด้วย บ้านอยู่อาศัย, กิจการขนาดเล็ก, กิจการขนาดกลาง, กิจการขนาดใหญ่, กิจการเฉพาะอย่าง, อสังหาริมทรัพย์, กิจการอุตสาหกรรมเพื่อการเกษตร, ผู้ใช้ไฟฟ้าชั่วคราว ซึ่งอัตราค่าไฟฟ้าประเภทกิจการขนาดเล็ก (เริ่มใช้ตั้งแต่เดือนพฤศจิกายน 2558) มีรายละเอียดดังตารางนี้

อัตราการใช้ไฟฟ้า	ค่าพลังงานไฟฟ้า	ค่าบริการ
แรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์ < 12		
• 150 หน่วย/กิโลวัตต์ชั่วโมง (หน่วยที่ 1 - 150)	3.2484 บาท/หน่วย	48.16 บาท/เดือน
• 200 หน่วยต่อปี (หน่วยที่ 151 - 400)	4.2218 บาท/หน่วย	
• เกินกว่า 400 หน่วย (หน่วยที่ 401 เป็นต้นไป)	4.4517 บาท/หน่วย	
แรงดัน 2 - 24 กิโลโวลต์	3.9095 บาท/หน่วย	312.24 บาท/เดือน

2. ค่าไฟฟ้าผันแปร (Float time)

คือ การลอยตัวต้นทุนการผลิตไฟฟ้าจากการไฟฟ้าไม่สามารถควบคุมได้ เช่น ราคาเชื้อเพลิง อัตราเงินเฟ้อ จำนวนอุปสงค์และอุปทานในประเทศ เป็นต้น ตามช่วงเวลาต่างๆ จะเรียกสั้นๆ ว่า F1, F2, F3 เดือนสิงหาคม ประมาณ -33.29

3. กำไรมูลค่าเพิ่ม 7%

แพรว เจ้าของธุรกิจโรงงานผลิตผ้าก๊วยตันที่มีแรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์ ใช้ไฟ 580 หน่วยต่อเดือน

อยากรทราบว่า แพรว จะต้องจ่ายค่าไฟฟ้าต่อเดือนเท่าไร

ภาพประกอบ 26 ร่องรอยการขีดเขียนในขณะทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ข้อสอบเรื่อง “ไฟฟ้ามหานคร” ในการทำแบบทดสอบ ของมาวิน

(3) นักเรียนเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 4 กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต” ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่นักเรียนจะต้องค้นหารูปแบบบัตรเงินฝากที่ให้ผลตอบแทนรวมสูงที่สุด นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้นๆ แสดงคำตอบที่ได้จากการตรวจสอบแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้น ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายมาวินเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงอย่างสั้นๆ ไม่ชัดเจน กล่าวคือ ไม่อธิบายว่าบัตรเงินฝากแต่ละรูปแบบธนาคารจะจ่ายดอกเบี้ยทบต้นจำนวนกี่ครั้ง เขียนเพียงรูปแบบดอกเบี้ยทบต้น แล้วใช้ลูกศรโยงไปยังจำนวนครั้งที่ธนาคารจ่ายดอกเบี้ยโดยไม่มีคำอธิบายสำหรับทอฝัน เขียนคำอธิบายแสดงจำนวนครั้งที่ธนาคารจ่ายดอกเบี้ยทบต้นในระยะเวลา 1 ปีอย่างสั้นๆ ดังภาพประกอบ 27 – 28

3. จำนวนครั้งที่ธนาคารจ่ายดอกเบี้ยทบต้นในระยะเวลา 1 ปี ของบัตรเงินฝากแบบทบต้น ทุกปี, ทุก 6 เดือน, ทุก 3 เดือน และทุกวัน แตกต่างกันอย่างใด จงอธิบาย (2 คะแนน)

รูปแบบดอกเบี้ยทบต้น

ทุกปี → 1 ครั้ง/ปี

ทุก 6 เดือน → 2 ครั้ง/ปี

ทุก 3 เดือน → 4 ครั้ง/ปี

ทุกวัน → 365 ครั้ง/ปี

ภาพประกอบ 27 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 4 ของมาวิน

3. จำนวนครั้งที่ธนาคารจ่ายดอกเบี้ยทบต้นในระยะเวลา 1 ปี ของบัตรเงินฝากแบบทบต้น ทุกปี, ทุก 6 เดือน, ทุก 3 เดือน และทุกวัน แตกต่างกันอย่างไร จงอธิบาย (2 คะแนน)

ทุกปี	จ่ายดอกเบี้ย	1 ครั้ง
ทุก 6 เดือน	จ่ายดอกเบี้ย	2 ครั้ง
ทุก 3 เดือน	จ่ายดอกเบี้ย	4 ครั้ง
ทุกวัน	จ่ายดอกเบี้ย	365 ครั้ง

ภาพประกอบ 28 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียน 4 ของทอฝัน

ในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 กิจกรรม “ไฟแนนซ์รถยนต์” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ถูกต้องมากขึ้น แต่ยังเขียนคำอธิบายบางส่วนไม่ชัดเจน กล่าวคือไม่เขียนคำอธิบายถึงที่มาของแต่ละบรรทัด เขียนไม่เป็นลำดับ สำหรับนักเรียนเป้าหมายมาวินเขียนคำอธิบายแนวคิดได้มากขึ้น โดยพยายามเขียนอธิบายการจัดไฟแนนซ์รถยนต์ได้มากขึ้น แต่ยังไม่เป็นระบบ สำหรับณิชา เขียนคำอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับการจัดไฟแนนซ์รถยนต์ได้ถูกต้อง แต่ยังเขียนไม่เป็นลำดับ โดยเขียนเงินดาวน์ของแต่ละแบบก่อนแล้วค่อยเขียนยอดจัดไฟแนนซ์ ดังภาพประกอบ 29 – 30

3. “ยอดจัดไฟแนนซ์” ของรถยนต์ราคา 10,000 บาท ที่ดาวน์แบบร้อยละ 15 และ 20 ของราคารถยนต์ แตกต่างกันอย่างไร จงอธิบาย (2 คะแนน)

$\begin{aligned} \text{ยอดจัดไฟแนนซ์} &= 10,000 - [10,000 \times 15\%] \\ &= 10,000 - 1,500 \\ &= 8,500 \end{aligned}$ ดอกเบี้ย 15% : $10,000 \times \frac{15}{100} = 1,500$	ดาวน์ 15% :
$\begin{aligned} \text{ยอดจัดไฟแนนซ์} &= 10,000 - 2,000 \\ &= 8,000 \end{aligned}$ ดอกเบี้ย 20% : $10,000 \times \frac{20}{100} = 2,000$	ดาวน์ 20% :

ดังนั้น ในกรณีที่ ยอดจัดไฟแนนซ์ของ รถยนต์แบบ 15% จะน้อยกว่า 8,500 บาท.

ซึ่งมากกว่า รถยนต์แบบ 20% จะน้อยกว่า 8,000 บาท.

ภาพประกอบ 29 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มมาวิน

3. “ยอดจัดไฟแนนซ์” ของรถยนต์ราคา 10,000 บาท ที่ดาวน์แบบร้อยละ 15 และ 20 ของราคารถยนต์ แตกต่างกันอย่างไร จงอธิบาย (2 คะแนน)

การจ่าย เงินค้ำประกันล่วงหน้า คือ ยอดจัดไฟแนนซ์ ดาวน์ที่ 15% แสดงว่าจ่ายค้ำประกัน $10,000 \times 0.15 = 1,500$ บาท ดาวน์ที่ 20% แสดงว่าจ่ายค้ำประกัน $10,000 \times 0.20 = 2,000$ บาท แสดงว่า ยอดจัดไฟแนนซ์ ดาวน์แบบ 15% คือ $10,000 - 1,500 = 8,500$ บาท และยอดจัดไฟแนนซ์ ดาวน์แบบ 20% คือ $10,000 - 2,000 = 8,000$ บาท

ภาพประกอบ 30 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มณิชา

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 กิจกรรม “ประชากรละอละมั่ง” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ชัดเจนมากขึ้น โดยเขียนเป็นลำดับแสดงที่มาของแต่ละบรรทัด สำหรับนักเรียนเป้าหมายมาวิน ยังคงพยายามเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงให้เป็นลำดับมากขึ้น ส่วนฟ้าใสเขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับประชากรละอละมั่งที่ทำการขยายพันธุ์และปล่อยคืนสู่ธรรมชาติได้ถูกต้องและชัดเจน ดังภาพประกอบ 31 – 32

3. จำนวนละอละมั่งที่องค์กรสวนสัตว์ในพระบรมราชูปถัมภ์และ National Zoological Park Smithsonian Institute ได้ทำการขยายพันธุ์และปล่อยคืนสู่ธรรมชาติ แตกต่างกันอย่างใด จงอธิบาย (2 คะแนน)

ใน.ศ. 2556 ปล่อยละอละมั่ง จำนวน 45 ตัว
 น.ศ. 2557 ปล่อยละอละมั่ง 50 ตัว
 โดยเฉลี่ย ทั้ง 2 ปี มีอัตราส่วน 1:4

ปี 2556
 ละอละมั่ง 45 ตัว
 ละอละมั่ง 9 ตัว
 ละอละมั่ง 36 ตัว

ปี 2557
 ละอละมั่ง 50 ตัว
 ละอละมั่ง 10 ตัว
 ละอละมั่ง 40 ตัว

ภาพประกอบ 31 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มมาวิน

3. จำนวนละอละมั่งที่องค์กรสวนสัตว์ในพระบรมราชูปถัมภ์และ National Zoological Park Smithsonian Institute ได้ทำการขยายพันธุ์และปล่อยคืนสู่ธรรมชาติ แตกต่างกันอย่างใด จงอธิบาย (2 คะแนน)

ปี 2556 ปล่อยละอละมั่ง จำนวน 45 ตัว
 คัดเลือก ละอละมั่ง 9 ตัว
 ละอละมั่ง 36 ตัว

ปี 2557 ปล่อยละอละมั่ง จำนวน 50 ตัว
 คัดเลือก ละอละมั่ง 10 ตัว
 ละอละมั่ง 40 ตัว

ภาพประกอบ 32 คำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้นๆ แสดงเพียงคำตอบที่ได้จากการตรวจสอบแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้น อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น แต่ยังเขียนคำอธิบายบางส่วนไม่ชัดเจน ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวและพยายามเขียนคำอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น จนสิ้นสุดการเรียนการสอน

2.2 พฤติกรรมด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการ

ค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น และ (2) นักเรียนเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น

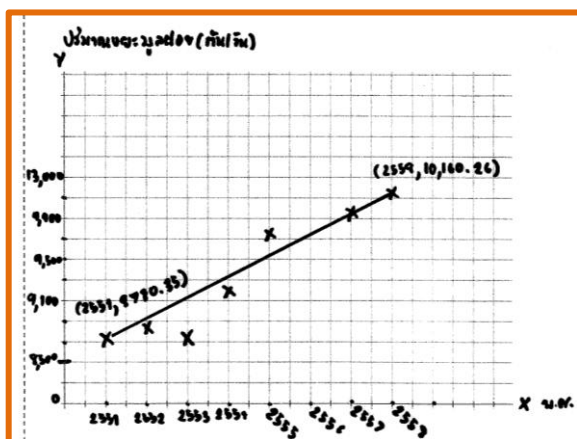
ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 4 กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้นๆ นักเรียนบางส่วนมีการเขียนแสดงข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ไม่ระบุที่มาของข้อมูลแต่ละส่วน ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายมาวินเขียนคำอธิบายกระบวนการอย่างสั้นๆ แสดงข้อมูลบางส่วนที่กำหนดให้คือ เงินต้น และอัตราดอกเบี้ย สำหรับการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ยังไม่เป็นลำดับขั้นตอน และไม่แสดงคำอธิบายว่าแต่ละบรรทัดคืออะไร และต้องการหาสิ่งใด ดังภาพประกอบ 33

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ผลตอบแทนรวมที่ได้จากการซื้อ "บัตรเงินฝาก" แบบดอกเบี้ยทบต้น ทุก 6 เดือน โดยมีต้นทุน 10,000 บาท อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี และฝากเป็นระยะเวลา 2 ปี (4 ค่ะเนน)

$$\begin{aligned}
 & \text{เงินต้น } 10,000 \quad \text{อัตราดอกเบี้ย } 0.03 \\
 & \text{ครั้งที่ 1} = \frac{[10,000 \times 0.03] + 10,000}{2} \\
 & = \frac{10,000[0.03 + 1]}{2} = 10,000 \left[\frac{(0.03) + 1}{2} \right] \quad \text{เงินต้นครั้งที่ 2} \\
 & \text{ครั้งที่ 2} = \frac{[10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right) \times 0.03] + 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)}{2} \\
 & = 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right) \left[\frac{0.03}{2} + 1 \right] \\
 & = 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^2 \\
 & \text{ครั้งที่ 3} = \frac{[10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^2 \times 0.03] + 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^2}{2} \\
 & = 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^2 \left[1 + \frac{0.03}{2} + 1 \right] \\
 & = 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^3 \\
 & \text{ครั้งที่ 4} = \frac{[10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^3 \times 0.03] + 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^3}{2} \\
 & = 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^3 \left[\frac{0.03}{2} + 1 \right] \\
 & = 10,000 \left(\frac{0.03}{2} + 1 \right)^4
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 33 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 4 ของมาวิน

สำหรับในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 6 กิจกรรม “ขยะล้นเมือง” นักเรียนส่วนใหญ่นำข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงมาเขียนกราฟแสดงความความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้อง และพยายามใช้ข้อมูลจากกราฟเขียนอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น แต่มีคำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้องและชัดเจน ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายมาวินและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม นำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณขยะมูลฝอยในแต่ละปีได้ถูกต้อง ครบถ้วน แต่ยังระบุพิกัดของจุดในกราฟไม่ครบถ้วน สำหรับการนำข้อมูลที่ได้จากกราฟมาเขียนอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีการเขียนเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น แต่ยังมีคำอธิบายบางส่วนไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 34



สมการทั่วไป $y = ax + b$

เมื่อ 2 จุดที่อ่าน (2559, 10,160.26) และ (2551, 9780.35)

แทนค่า $10,160.26 = a(2559) + b$ — (1)

$9780.35 = a(2551) + b$ — (2)

(2) - (1)

$(10,160.26) - (9780.35) = [a(2559) + b] - [a(2551) + b]$

$1,379.91 = a \cdot 8$

$\frac{1,379.91}{8} = a$

$172.4875 = a$ แทน a ในสมการ (2)

$9780.35 = (172.4875 \times 2551) + b$

$9780.35 = 439,978.63 + b$

$-439,978.63 = b$

$\therefore y = 172.4875x + (-439,978.63)$

ภาพประกอบ 34 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่
สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 6 ของกลุ่มมาวิน

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 กิจกรรม “ประชากรละอละมั่ง” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น โดยเขียนแสดงข้อมูลหรือเงื่อนไขที่กำหนดและวิเคราะห์ข้อมูลดังกล่าวกับสิ่งที่ต้องการหา หลังจากนั้นนำมาเขียนอธิบายการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายมาวินและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เขียนอธิบายการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการหาจากข้อมูลที่กำหนด โดยเริ่มเขียนจากข้อมูลที่กำหนด แล้วดำเนินการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ของจำนวนละอละมั่งที่โตเต็มที่ ลูกละอละมั่งที่อายุ 1 ปี และลูกละอละมั่งที่เกิดใหม่ในปีถัดไป โดยนำเงื่อนไขจากสถานการณ์จริง (อัตราการเกิดใหม่และอัตราการอยู่รอด) มาพิจารณาและเขียนคำอธิบายอย่างเป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น พร้อมทั้งพยายามเขียนที่มาของแต่ละข้อมูล สำหรับฟ้าใสและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม เขียนคำอธิบายได้อย่างเป็นระบบ ชัดเจน และถูกต้อง ดังภาพประกอบ 35 – 36

ขั้นที่ 2: ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ จำนวนและอัตรามั่งแต่ละช่วงอายุในปีถัดไป ถ้าขณะนี้มีจำนวนลูกและอัตรามั่งที่เกิดขึ้นใหม่, ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี และอัตรามั่งที่โตเต็มวัยจำนวน 4, 15, 6, 7, 12 และ 10 ตัว ตามลำดับ (4 คะแนน)

* ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 12 ตัว อัตราการรอดชีวิต 90%
 อัตรามั่งที่เกิดใหม่ 10 ตัว

∴ ในปีถัดไป จำนวนลูกและอัตรามั่งเกิดใหม่
 ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ = $12 \times \frac{90}{100}$ ตัว
 อัตรามั่งที่เกิดใหม่ = $10 \times \frac{90}{100}$ ตัว

* ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = 6 ตัว อัตราการรอดชีวิตถึงอายุโตเต็มวัย 60%
 อัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = 7 ตัว
 ∴ ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = $6 \times \frac{60}{100}$
 อัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = $7 \times \frac{60}{100}$

* ลูกและอัตรามั่งที่โตเต็มวัย 4 ตัว อัตราการรอดชีวิต 55%
 อัตรามั่งที่โตเต็มวัย 16 ตัว

∴ ลูกและอัตรามั่งที่โตเต็มวัย = $4 \times \frac{55}{100}$
 อัตรามั่งที่โตเต็มวัย = $16 \times \frac{55}{100}$

∴ ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปีถัดไป เกิดจากลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปี
 ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปีถัดไป = 5.27

∴ ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปีถัดไป เกิดจากลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปี
 ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปีถัดไป = 5.27

* จำนวนลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ในปีถัดไป
 จำนวนลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ในปีถัดไป = $10 \times \frac{90}{100}$
 จำนวนลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ในปีถัดไป = $10 - (10 \times \frac{90}{100})$

ภาพประกอบ 35 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มมาวิน

ขั้นที่ 2: ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ จำนวนและอัตรามั่งแต่ละช่วงอายุในปีถัดไป ถ้าขณะนี้มีจำนวนลูกและอัตรามั่งที่เกิดขึ้นใหม่, ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี และอัตรามั่งที่โตเต็มวัยจำนวน 4, 15, 6, 7, 12 และ 10 ตัว ตามลำดับ (4 คะแนน)

กำหนดตัวแปรดังนี้

1. ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 12 ตัว อัตราการรอดชีวิต 90%
2. ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี 6 ตัว อัตราการรอดชีวิตถึงอายุโตเต็มวัย 60%
3. ลูกและอัตรามั่งที่โตเต็มวัย 4 ตัว อัตราการรอดชีวิต 55%

∴ ในปีถัดไป จะเกิดลูกและอัตรามั่งดังนี้

จากเงื่อนไขที่ 1 ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ มีอัตราการรอดชีวิต 90%
 ∴ ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ = 12×0.9
 ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ = 10×0.9

จากเงื่อนไขที่ 2 ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี มีอัตราการรอดชีวิต 60%
 ∴ ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = 6×0.6
 ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = 7×0.6

จากเงื่อนไขที่ 3 ลูกและอัตรามั่งที่โตเต็มวัย มีอัตราการรอดชีวิต 55%
 ∴ ลูกและอัตรามั่งที่โตเต็มวัย = 4×0.55
 ลูกและอัตรามั่งที่โตเต็มวัย = 16×0.55

และ ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี มีอัตราการรอดชีวิต 60%
 ∴ ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = 6×0.6
 ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี = 7×0.6

สรุป ในปีถัดไป จะมีลูกและอัตรามั่งดังนี้

ตัวแปร	จำนวน	ตัว
ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่	10×0.9	ตัว
ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี	10×0.9	ตัว
ลูกและอัตรามั่งที่โตเต็มวัย	4×0.55	ตัว
ลูกและอัตรามั่งที่อายุ 1 ปี	16×0.55	ตัว

∴ ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปีถัดไป
 ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปีถัดไป = $(12 \times 0.9) + (6 \times 0.6)$ ตัว
 ลูกและอัตรามั่งที่เกิดใหม่ 1 ปีถัดไป = $(10 \times 0.9) + (7 \times 0.6)$ ตัว

ภาพประกอบ 36 คำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้น้อยมาก โดยเขียนอธิบายเพียงข้อความสั้นๆ ไม่เป็นลำดับขั้นตอน อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น โดยพยายามนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาวิเคราะห์และเขียนอธิบายเป็นลำดับขั้นมากขึ้น แต่มีคำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้องและชัดเจน ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวและพยายามเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น จนสิ้นสุดการเรียนการสอน

(2) นักเรียนเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 4 กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต” นักเรียนจะต้องเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งประกอบด้วย ผลตอบแทนรวม เงินลงทุน(เงินต้น) อัตราดอกเบี้ยต่อปี จำนวนครั้งที่จ่ายดอกเบี้ยต่อปี และจำนวนปีที่ฝากเงิน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนยังไม่ถูกต้องและไม่สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้ ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายฟ้าใสเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องแต่ยังไม่สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้ โดยนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนมารวมกัน นั่นคือนำจำนวนครั้งที่จ่ายดอกเบี้ยต่อปีและจำนวนปีที่ฝากเงินมารวมกันเป็นจำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยทั้งหมด สำหรับนิชากำหนดตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 37 – 38

จำนวน		
X	แทน	ผลตอบแทนรวม
T	แทน	เงินต้น
A	แทน	อัตราดอกเบี้ย
D	แทน	จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยใน 1 ปี
Y	แทน	จำนวนครั้งที่ดอกเบี้ยมีทั้งหมด

ภาพประกอบ 37 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 4 ของฟ้าใส

๑. P = ผลตอบแทนรวม
 M = เงินต้น
 r = อัตราดอกเบี้ยต่อปี
 K = รูปแบบความคิดอัตราดอกเบี้ย
 T = ระยะเวลาที่ฝาก

ภาพประกอบ 38 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 4 ของนิชา

สำหรับในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 กิจกรรม “ไฟแนนซ์รถยนต์” นักเรียนจะต้องเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งประกอบด้วย ค่ารายงวดรถยนต์ ราคาเครื่องยนต์ อัตราดอกเบี้ยต่อปี และจำนวนงวดในการผ่อนรถยนต์ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนได้ถูกต้องและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหามากขึ้น สำหรับนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและสมาชิกในกลุ่มเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องครบถ้วน และสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น ส่วนนิชาเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องมากขึ้น และสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้มากขึ้น แต่ยังเขียนไม่เป็นลำดับ และมีบางส่วนไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 39 – 40

๑. K	แทน	ค่ารายงวด
X	แทน	ราคาเครื่องยนต์
D	แทน	ร้อยละเงินต้น
B	แทน	อัตราดอกเบี้ย
Y	แทน	จำนวนปีที่ต้องจ่ายค่างวด
A	แทน	จำนวนงวดที่ต้องจ่าย

ภาพประกอบ 39 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มฟ้าใส

9. P แทน ภาคเรียน
 D แทน ดาว
 R แทน อัตราดอกเบี้ย
 N แทน จำนวนระยะเวลาเป็นปีที่ต้องจ่าย
 Y แทน ค่าใช้จ่ายรวมหรือค่าของวง

ภาพประกอบ 40 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มนิชา

สำหรับในช่วงที่ 3 คาบเรียนที่ 11 กิจกรรม “ประชากรละอองละมั่ง” นักเรียนจะต้องเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งประกอบด้วย จำนวนละอองละมั่งรวม จำนวนละอองที่โตเต็มวัย จำนวนละมั่งที่โตเต็มวัย จำนวนลูกละอองที่เกิดใหม่ จำนวนลูกละมั่งที่เกิดใหม่ จำนวนลูกละอองที่อายุครบ 1 ปี จำนวนลูกละมั่งที่อายุครบ 1 ปี และปี(พ.ศ.) นักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ครบถ้วน ถูกต้องและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น สำหรับนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและสมาชิกในกลุ่มเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้อง ครบถ้วน และสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา เช่นเดียวกับนิชาและสมาชิกในกลุ่ม ที่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องและเป็นลำดับมากขึ้น ดังภาพประกอบ 41 – 42

9. A_n แทน ละอองที่เกิดใหม่
 B_n แทน ละอองที่โตเต็มวัย
 C_n แทน ละอองที่อายุ 1 ปี
 D_n แทน ละอองที่โตเต็มวัย
 E_n แทน ละอองที่โตเต็มวัย
 F_n แทน ละอองที่โตเต็มวัย
 a แทน ปีพ.ศ.

ภาพประกอบ 41 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส

Q.1 A. แทน เลขที่เกิดในมกราคมปี พ.
 B. แทน เลขที่เกิดในมกราคมปี พ.
 C. แทน เลขอายุ 1 ปีในปี พ.
 D. แทน เลขอายุ 1 ปีในปี พ.
 E. แทน เลขเต็มวัยในปี พ.
 F. แทน เลขเต็มวัยในปี พ.
 G. แทน ปี พ.ศ.

ภาพประกอบ 42 การระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มนิชา

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงบางส่วนยังไม่ถูกต้องและไม่สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้ อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงได้สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้มากขึ้น โดยพยายามระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขได้ถูกต้อง ครบถ้วน และเป็นลำดับมากขึ้น ซึ่งนักเรียนบางส่วนยังคงพยายามเขียนระบุตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขให้สอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน และเป็นลำดับมากขึ้น จนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน

2.3 พฤติกรรมด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการกำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงนั้น การดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น (2) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และ (3) นักเรียนที่ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 4 กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์บางส่วนยังไม่เหมาะสมกับสถานการณ์จริง ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายฟ้าใส เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่ชัดเจน กล่าวคือ มีการปรับเปลี่ยนความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาไม่ชัดเจน โดยมีการระบุตัวไม่ทราบค่าของจำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยทั้งหมด ซึ่งจากข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงไม่ได้กำหนดไว้ให้ อย่างไรก็ตาม ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ยังถือได้ว่าเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง เพียงแต่ขาดข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญบางส่วนของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 43

จากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่าง
สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาของฟ้าใส

คำตอบแทนรวม

$$[10,000(1 + \frac{0.03}{2})^3] + [10,000(1 + \frac{0.03}{2})^3 \times \frac{0.03}{2}]$$

$$= [10,000(1 + \frac{0.03}{2})^3] \times (1 + \frac{0.03}{2})$$

$$= 10,000(1 + \frac{0.03}{2})^4$$

ฟ้าใส กำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

$$X = T(1 + \frac{A}{D})^y$$

X	แทน	คำตอบแทนรวม
T	แทน	เงินต้น
A	แทน	อัตราดอกเบี้ย
D	แทน	จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยใน 1 ปี
y	แทน	จำนวนครั้งที่คิดดอกเบี้ยทั้งหมด

ภาพประกอบ 43 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 4 ของฟ้าใส

ในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยนักเรียนนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วน สำหรับนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและเพื่อนสมาชิกในกลุ่ม มีการเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนมากขึ้น โดยนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาใช้ในการเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ครบถ้วน แต่ยังมีบางส่วนที่เขียนยังไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 44

จากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่าง
สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาของฟ้าใส

แบบ 24 ววด

$$\frac{10,000(1-0.15) + [10,000(1-0.15)(0.02) \times 2]}{24}$$

$$= \frac{10,000(1-0.15)(1+0.02)(1)}{24}$$

แบบ 36 ววด

$$\frac{10,000(1-0.15) + [10,000(1-0.15)(0.02 \times 3)]}{36}$$

$$= \frac{10,000(1-0.15)(1+0.02 \times 3)}{36}$$

ฟ้าใส กำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

$$K = \frac{x(1-D)(1+By)}{A}$$

K	แทน	ค่ารายววด
x	แทน	ราคารถยนต์
D	แทน	ร้อยละเงินถาวร
B	แทน	อัตราดอกเบี้ย
y	แทน	จำนวนปีที่ต้องจ่ายค่าววด
A	แทน	จำนวนววดที่ต้องจ่าย

ภาพประกอบ 44 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มฟ้าใส

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้ถูกต้องมากขึ้น โดยนักเรียนเป้าหมายฟ้าใส และสมาชิกในกลุ่มพยายามเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยนำความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้มาปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วเขียนเป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ดังภาพประกอบ 45

จากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์
ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา
ของฟ้าใส

จำนวนปีที่จะมีรถคันใหม่	จำนวน	10 x 0.62	ตัว
รถคันใหม่	จำนวน	10 x 0.44	ตัว
รถที่อายุครบ 1 ปี	จำนวน	4 x 0.55	ตัว
รถที่อายุครบ 1 ปี	จำนวน	15 x 0.55	ตัว
รถที่โตเต็มวัย	จำนวน	(12x0.9)+(6x0.6)	ตัว
รถที่โตเต็มวัย	จำนวน	(18x0.9)+(7x0.6)	ตัว

ฟ้าใส กำหนดตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ดังนี้

$$A_n = F_{n-1} \times 0.62$$

$$B_n = F_{n-1} \times 0.44$$

$$C_n = A_{n-1} \times 0.55$$

$$D_n = B_{n-1} \times 0.55$$

$$E_n = (E_{n-1} \times 0.9) + (C_{n-1} \times 0.6)$$

$$F_n = (F_{n-1} \times 0.9) + (D_{n-1} \times 0.6)$$

A _n	แทน	รถคันใหม่
B _n	แทน	รถคันเก่า
C _n	แทน	รถที่อายุ 1 ปี
D _n	แทน	รถที่อายุ 1 ปี
E _n	แทน	รถที่โตเต็มวัย
F _n	แทน	รถที่โตเต็มวัย
a	แทน	ปีพ.ศ.

ภาพประกอบ 45 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่เหมาะสมกับสถานการณ์จริง โดยมีการนำความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ที่ได้มาปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงยังไม่ถูกต้องครบถ้วน ทำให้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ยังไม่เหมาะสมกับสถานการณ์จริง อย่างไรก็ตาม ในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่พยายามนำข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงมาเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกับสถานการณ์จริงมากขึ้น ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนสิ้นสุดการเรียนการสอน

(2) นักเรียนเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น

ในช่วงแรก คาบเรียนที่ 4 กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต” ซึ่งจากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาสามารถเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงได้ดังนี้

$$S(t) = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

เมื่อ	S	แทน	ผลตอบแทนรวม
	P	แทน	เงินลงทุน (เงินต้น)
	r	แทน	อัตราดอกเบี้ยต่อปี
	n	แทน	จำนวนครั้งที่จ่ายดอกเบี้ยต่อปี
และ	t	แทน	จำนวนปีที่ฝากเงิน

นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายสั้นๆ ไม่ระบุที่มาของแต่ละรูปแบบ นักเรียนบางส่วนนำข้อมูลอัตราดอกเบี้ยจากที่สถานการณ์จริงกำหนดมาแทนค่าทันที ที่ไม่นำมาหารด้วย 100 ก่อน สำหรับนักเรียนเป้าหมายมาวินเขียนคำอธิบายกระบวนการอย่างสั้นๆ แสดงข้อมูลบางส่วนจากสถานการณ์จริงกำหนดให้คือ เงินต้นและระยะเวลาในการซื้อบัตรเงินฝาก สำหรับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบ ยังไม่เป็นระบบกล่าวคือ ไม่แสดงการค้นหาคำตอบของแต่ละรูปแบบตามลำดับ ไม่ระบุข้อมูลที่สำคัญของแต่ละรูปแบบ และมีบางส่วน of ข้อมูลไม่ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 46

$$\begin{aligned}
 M &= \text{เงินต้น } 1,000,000 \text{ บาท} \\
 u &= 5 \text{ ปี} \\
 \text{แบบที่ 1} \quad M &= \left(\frac{u}{i} + 1 \right) \cdot \frac{1}{(1+i)^u} \\
 &= 1,000,000 \left(\frac{0.0474}{1} + 1 \right) = 1,200,558.043 \\
 \text{แบบที่ 2} \quad M &= 1,000,000 \left(\frac{0.0472}{4} + 1 \right) = 1,214,226.244 \\
 \text{แบบที่ 3} \quad M &= 1,000,000 \left(\frac{0.0471}{2} + 1 \right) = 1,262,090.873 \\
 \text{แบบที่ 4} \quad M &= 1,000,000 \left(\frac{0.0469}{3} + 1 \right) = 1,264,257.425
 \end{aligned}$$

ภาพประกอบ 46 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 4 ของมาวิน

ในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 กิจกรรม “ไฟแนนซ์รถยนต์” ซึ่งจากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาสามารถเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงได้ดังนี้

$$S = \frac{A(1-r) \left[1 + (i) \left(\frac{n}{12} \right) \right]}{n}$$

เมื่อ S แทน ค่ารายงวดรถยนต์

A แทน ราคาของรถยนต์

r แทน อัตราดาวน์รถยนต์

i แทน อัตราดอกเบี้ยต่อปี

และ n แทน จำนวนงวดในการผ่อนรถยนต์

นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดยพยายามเขียนระบุที่มาของแต่ละรูปแบบและเขียนเป็นลำดับมากขึ้น สำหรับนักเรียนเป้าหมายมาวินและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดยเขียนแสดงการค้นหาคำตอบของสถานการณ์จริงอย่างเป็นระบบและเป็นลำดับของแต่ละรูปแบบ ดังภาพประกอบ 47

จาก $M = \frac{b(1-d)(1+(d \times \frac{t}{12}))}{c}$

① แทน 48 งวด.

①.1 คำนวณดอกเบี้ย 15%.

$$M = \frac{550,000(1-0.15)(1+0.0239 \times \frac{48}{12})}{48}$$

①.2 คำนวณดอกเบี้ย 20%.

$$M = \frac{550,000(1-0.20)(1+0.0259 \times \frac{48}{12})}{48}$$

② แทน 60 งวด.

②.1 คำนวณดอกเบี้ย 15%.

$$M = \frac{550,000(1-0.15)(1+0.0239 \times \frac{60}{12})}{60}$$

②.2 คำนวณดอกเบี้ย 20%.

$$M = \frac{550,000(1-0.20)(1+0.0259 \times \frac{60}{12})}{60}$$

ภาพประกอบ 47 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มมาวิน

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 กิจกรรม “ประชากรละองละมั่ง” ซึ่งจากความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาสามารถเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับสถานการณ์จริงได้ดังนี้

$$S_y = M_y + F_y + M0_y + F0_y + M1_y + F1_y$$

โดยที่ $M_y = (0.9)M_{y-1} + (0.6)M1_{y-1}$

$$F_y = (0.9)F_{y-1} + (0.6)F1_{y-1}$$

$$M0_y = (0.52)F_{y-1}$$

$$F0_y = (0.48)F_{y-1}$$

$$M1_y = (0.55)M0_{y-1}$$

และ $F1_y = (0.55)F0_{y-1}$

เมื่อ S_y แทน จำนวนของละองและละมั่งรวม
 M_y แทน จำนวนของละอง(เพศผู้) ที่โตเต็มวัย
 F_y แทน จำนวนของละมั่ง(เพศเมีย) ที่โตเต็มวัย
 $M0_y$ แทน จำนวนของลูกละอง(เพศผู้) ที่เกิดใหม่
 $F0_y$ แทน จำนวนของลูกละมั่ง(เพศเมีย) ที่เกิดใหม่
 $M1_y$ แทน จำนวนของลูกละอง(เพศผู้) ที่อายุครบ 1 ปี

$F1_y$ แทน จำนวนของลูกมะม่วง(เพศเมีย) ที่อายุครบ 1 ปี
และ y แทน ปี (พ.ศ.)

นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นมากขึ้น ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายมาวินและเพื่อนสมาชิกในกลุ่มพยายามเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเป็นลำดับขั้นมากขึ้น สำหรับณิชา เขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ชัดเจน และเป็นลำดับขั้นตอน ดังภาพประกอบ 48 – 49

น.ศ. 2556

$$C_{56} = 9 \text{ กก}$$

$$D_{56} = 36 \text{ กก}$$

$$Z_{56} = 0$$

$$N_{56} = 0$$

$$B_{56} = 0$$

$$R_{56} = 0$$

น.ศ. 2557

$$C_{57} = \left[9 \times \frac{90}{100} \right] + \left[0 \times \frac{60}{100} \right] = 8.1 \approx 8 \text{ กก}$$

$$D_{57} = \left[36 \times \frac{90}{100} \right] + \left[0 \times \frac{60}{100} \right] = 32.4 \approx 32 \text{ กก}$$

$$Z_{57} = \left[0 \times \frac{55}{100} \right] = 0 \text{ กก}$$

$$N_{57} = \left[0 \times \frac{35}{100} \right] = 0 \text{ กก}$$

$$B_{57} = \left[36 \times \frac{52}{100} \right] = 18.72 \approx 19 \text{ กก}$$

$$R_{57} = 36 - \left[36 \times \frac{52}{100} \right] = 17.28 \approx 17 \text{ กก}$$

เมื่ออายุครบ 50 ปี

$$C_{57} = 10 \text{ กก}$$

$$D_{57} = 40 \text{ กก}$$

$$C_{57} = 19 \text{ กก}$$

$$D_{57} = 72 \text{ กก}$$

น.ศ. 2558

$$C_{58} = \left[18 \times \frac{90}{100} \right] + \left[0 \times \frac{60}{100} \right] = 16.2 \approx 16 \text{ กก}$$

$$D_{58} = \left[72 \times \frac{90}{100} \right] + \left[0 \times \frac{60}{100} \right] = 64.8 \approx 65 \text{ กก}$$

$$Z_{58} = 19 \times \frac{55}{100} = 10.45 \approx 10 \text{ กก}$$

$$N_{58} = 17 \times \frac{35}{100} = 5.95 \approx 6 \text{ กก}$$

$$B_{58} = 72 \times \frac{52}{100} = 37.44 \approx 37 \text{ กก}$$

$$R_{58} = 72 - 37 \approx 35 \text{ กก} \quad \text{รวม } 172 \text{ กก}$$

น.ศ. 2559

$$C_{59} = \left[16 \times \frac{90}{100} \right] + \left[10 \times \frac{60}{100} \right] = 20.4 \approx 20 \text{ กก}$$

$$D_{59} = \left[65 \times \frac{90}{100} \right] + \left[9 \times \frac{60}{100} \right] = 63.9 \approx 63 \text{ กก}$$

$$Z_{59} = 37 \times \frac{55}{100} = 20.35 \approx 20 \text{ กก}$$

$$N_{59} = 35 \times \frac{35}{100} = 12.25 \approx 12 \text{ กก}$$

$$B_{59} = 65 \times \frac{52}{100} = 33.8 \approx 34 \text{ กก}$$

$$R_{59} = 65 - 34 \approx 31 \text{ กก}$$

รวม (87 กก)

ภาพประกอบ 48 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในนักเรียนที่ 11 ของกลุ่มมาวิน

ปี 2556 มีละออง 9 ตัว ลมแรง 36 ตัว

$$E_{56} = 9, F_{56} = 36, A_{56} = 0, B_{56} = 0, C_{56} = 0, D_{56} = 0$$

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ปี 2557 มีละออง 8 ตัว ลมแรง 10 ตัว

$$E_{57} = (E_{56} \times 0.90) + (C_{56} \times 0.00)$$

$$E_{57} = (9 \times 0.90) + (0) = 8.1 \approx 8 \text{ ตัว}$$

$$F_{57} = (36 \times 0.90) + (0) = 32.4 \approx 32 \text{ ตัว}$$

$$C_{57} = A_{56} \times 0.55 = 0 \times 0.55 = 0$$

$$D_{57} = B_{56} \times 0.55 = 0 \times 0.55 = 0$$

$$A_{57} = F_{56} \times 0.52 = 36 \times 0.52 = 18.72 \approx 19 \text{ ตัว}$$

$$B_{57} = F_{56} \times 0.48 = 36 \times 0.48 = 17.28 \approx 17 \text{ ตัว}$$

เนื่องจากในปี 2557 ปล่อยละอองโตเต็มวัยเพิ่ม

40 ตัว และ ละออง 10 ตัว

$$\therefore E_{57} = 8 \text{ ตัว} + 10 \text{ ตัว} = 18 \text{ ตัว}$$

$$F_{57} = 32 \text{ ตัว} + 40 \text{ ตัว} = 72 \text{ ตัว}$$

ปี 2558 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จะได้

$$A_{58} = 19 \times 0.52 = 9.88 \approx 10 \text{ ตัว}$$

$$B_{58} = 17 \times 0.48 = 8.16 \approx 8 \text{ ตัว}$$

$$C_{58} = 19 \times 0.55 = 10.45 \approx 10 \text{ ตัว}$$

$$D_{58} = 17 \times 0.55 = 9.35 \approx 9 \text{ ตัว}$$

$$E_{58} = (18 \times 0.90) + (10 \times 0.55) = 16.2 \approx 16 \text{ ตัว}$$

$$F_{58} = (72 \times 0.90) + (10 \times 0.55) = 64.8 \approx 65 \text{ ตัว}$$

ปี 2559 จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

$$A_{59} = 65 \times 0.52 = 33.8 \approx 34 \text{ ตัว}$$

$$B_{59} = 65 \times 0.48 = 31.2 \approx 31 \text{ ตัว}$$

$$C_{59} = 34 \times 0.55 = 18.7 \approx 19 \text{ ตัว}$$

$$D_{59} = 31 \times 0.55 = 17.05 \approx 17 \text{ ตัว}$$

$$E_{59} = (16 \times 0.90) + (10 \times 0.55) = 14.4 + 5.5 = 19.9 \approx 20 \text{ ตัว}$$

$$F_{59} = (65 \times 0.90) + (10 \times 0.55) = 58.5 + 5.5 = 64 \text{ ตัว}$$

ภาพประกอบ 49 คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มนิชา

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก โดยเขียนคำอธิบายอย่างสั้นๆ ไม่ระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง และมีนักเรียนบางส่วนแทนข้อมูลจากสิ่งที่สถานการณ์จริงกำหนดไม่ถูกต้อง แต่ในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น โดยมีการเขียนระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริงก่อนการค้นหาคำตอบ แต่คำอธิบายบางส่วนยังไม่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวและพยายามเขียนอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น จนสิ้นสุดการเรียนการสอน

(3) นักเรียนที่ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีจำนวนมากขึ้น

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 2 กิจกรรม “อนาคตคนไทย” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาจำนวนประชากรชายและหญิงในอีก 10 ปีว่ามีเพิ่มขึ้นกี่คนและมีจำนวนประชากรรวมกี่คน พบว่านักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 12 คน (ร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายทอดผ้ารวมอยู่ด้วย จากการสังเกตและวิเคราะห์งานเขียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 กลุ่มคือ (1) กลุ่มที่แทนค่าของตัวไม่ทราบค่าในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง (2) กลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง และ (3) กลุ่มที่สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น นักเรียนเป้าหมายนิชาและสมาชิกในกลุ่ม ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาเพียงประชากรชาย ประชากรหญิงและประชากรรวม แต่ไม่ได้ตอบคำถามว่ามีประชากรชายและประชากรหญิงเพิ่มขึ้นกี่คน ดังภาพประกอบ 50

8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ชาย เพิ่มขึ้น 35.03 ล้านคน
หญิง เพิ่มขึ้น 36.42 ล้านคน
รวม 71.45 ล้านคน

ภาพประกอบ 50 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มนิชา

ในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 กิจกรรม “ไฟแนนซ์รถยนต์” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนค้นหารูปแบบการผ่อนรถยนต์ที่เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และค่ารายงวดของรูปแบบที่เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด พบว่านักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 24 คน (จำนวนของนักเรียนทั้งหมด) จากการสังเกตและวิเคราะห์งานเขียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น ทำให้สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น รวมทั้งนักเรียนส่วนใหญ่มีประสบการณ์ในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้นักเรียนทุกกลุ่มสามารถค้นหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังภาพประกอบ 51

รูปแบบ	เงินดาวน์	ค่าผ่อนงวด/เดือน	รวม
48 งวด, 15%	82,500	10,670.688	594,693.024
48 งวด, 20%	110,000	9,896.333	585,023.984
60 งวด, 15%	92,500	8,300.688	610,541.28
60 งวด, 20%	110,000	8,099.667	595,980.02

ภาพประกอบ 51 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มนิชา

สำหรับในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 กิจกรรม “ประชากรละอองละมั่ง” ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาจำนวนประชากรละอองละมั่งที่โตเต็มที่ ลูกละอองละมั่งที่อายุ 1 ปี และลูกละอองละมั่งที่เกิดใหม่ ในปี พ.ศ. 2559 พบว่ามีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 24 คน (จำนวนนักเรียนทั้งหมด) จากการสังเกตและวิเคราะห์งานเขียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีประสบการณ์ในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนทุกกลุ่มยังคงแสดงพฤติกรรมในการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น ดังภาพประกอบ 52 – 53

8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ปี 2559

A ₅₉	≈	34 ตัว
B ₅₉	≈	31 ตัว
C ₅₉	≈	20 ตัว
D ₅₉	≈	19 ตัว
E ₅₉	≈	20 ตัว
F ₅₉	≈	64 ตัว

ภาพประกอบ 52 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มนิชา

8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ช่วงวัย	ปี 56	ปี 57	ปี 58	ปี 59
ละอองเกสรตัวผู้ (A _o)	-	14	37	34
ละอองเกสรตัวเมีย (B _o)	-	14	35	22
ละอองที่ตาย 1 ปี (C _o)	-	-	10	20
ละอองที่ตาย 1 ปี (D _o)	-	-	9	14
ละอองที่ตาย 1 ปี (E _o)	9	14	16	20
ละอองที่ตาย 1 ปี (F _o)	36	72	65	64
รวม	45	90	172	194

ภาพประกอบ 53 คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน มีนักเรียนจำนวนน้อยที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่แทนค่าของตัวไม่ทราบค่าในตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง กลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์บางส่วนไม่ถูกต้อง และกลุ่มที่สรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 มีนักเรียนจำนวนมากขึ้นที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ให้เวลาในการทำโจทย์สถานการณ์จริงมากขึ้น และมีประสบการณ์ในการนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์มากขึ้น ทำให้สามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น และยังคงแสดงพฤติกรรมเช่นนี้จนสิ้นสุดการเรียนการสอน นอกจากนี้ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยเป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีสถานการณ์จริงที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาวางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต พบว่า

สถานการณ์จริง เรื่อง “สินเชื่อบอลลูน” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 15 คน (ร้อยละ 62.5 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายฟ้าใส ธิชา และทอฝันรวมอยู่ด้วย

สถานการณ์จริง เรื่อง “คุยมะลิณ” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 21 คน (ร้อยละ 87.5 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมาย ฟ้าใส ธิชา ทอฝัน และมาวินรวมอยู่ด้วย

สถานการณ์จริง เรื่อง “ไฟฟ้ามหานคร” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 16 คน (ร้อยละ 66.67 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายฟ้าใส ธิชา ทอฝัน และมาวินรวมอยู่ด้วย

สถานการณ์จริง เรื่อง “ประชากรนกเค้าแมวหายจุด” มีนักเรียนที่ได้คำตอบถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 18 คน (ร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด) ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีนักเรียนเป้าหมายฟ้าใส ณิชชา ทอฝัน และมาวินรวมอยู่ด้วย

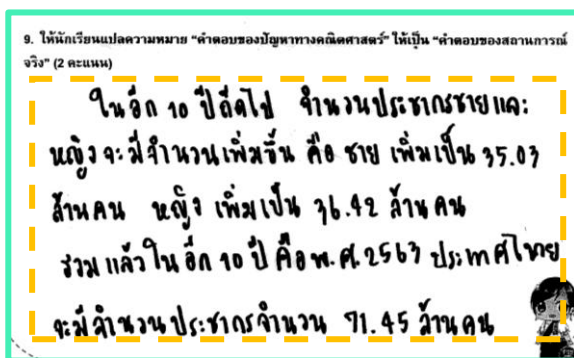
2.4 พฤติกรรมด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ในการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยพิจารณาการแสดงออกของนักเรียนในการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กับข้อมูลจริง การแปลความหมายออกมาเป็นคำตอบของสถานการณ์จริง และการบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง

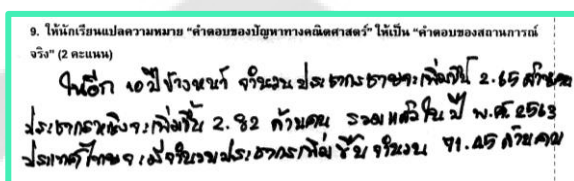
ผลจากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) นักเรียนเขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น และ (2) นักเรียนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

(1) นักเรียนเขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น

ในช่วงแรกของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 2 กิจกรรม “อนาคตคนไทย” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและณิชชารวมอยู่ด้วย โดยมีการเขียนเปรียบเทียบประชากรชาย ประชากรหญิงและประชากรรวมในอีก 10 ปีข้างหน้า สำหรับมาวินมีการเขียนเปรียบเทียบคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์บางส่วนยังไม่ถูกต้อง และทอฝันไม่เขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เขียนสรุปเพียงคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 54 – 55

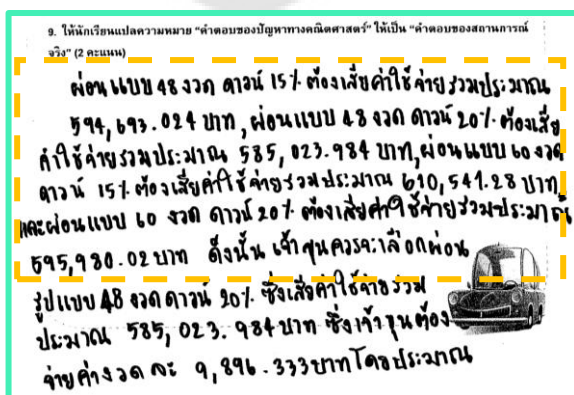


ภาพประกอบ 54 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มนิชา



ภาพประกอบ 55 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มทอฝัน

ในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 กิจกรรม “ไฟแนนซ์รถยนต์” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น สำหรับกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายนิชาเขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบค่าใช้จ่ายรวมและค่ารายงวดรถยนต์แต่ละรูปแบบได้ถูกต้อง สำหรับกลุ่มของทอฝันไม่เขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เขียนสรุปเพียงคำตอบที่ได้ ดังภาพประกอบ 56 – 57



ภาพประกอบ 56 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มนิชา

รุ่น/เลข	เงินต้น	ค่าแรงรถ	ค่าใช้จ่ายรวม
รุ่นปี 4x000	82,500	10,670.49	93,170.49
รุ่นปี 15/60000	22,500	8,800.49	31,300.49
รุ่นปี 20/40000	11,000	9,896.33	20,896.33
รุ่นปี 20/60000	11,000	8,049.69	19,049.69

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

จากตาราง / จอห์น คิดว่าซื้อรถกระบะรุ่น 20% รุ่น 4x000
เพราะได้รถที่ราคาถูกกว่าคือ 82,500.49 และค่าใช้จ่าย
ค่าแรงรถ 10,670.49 รวม 93,170.49 บาท

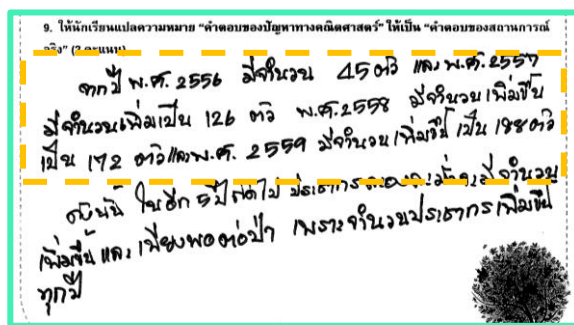
ภาพประกอบ 57 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มทอฝัน

ในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 กิจกรรม “ประชากรละอละมั่ง” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น สำหรับกลุ่มของนักเรียนเป้าหมาย ธิชาและทอฝันมีการเขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบประชากรละอละมั่งในแต่ละปี ดังภาพประกอบ 58 – 59

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

ในปี พ.ศ. 2559 ประชากรของละอละมั่งมี 10 ตัว ซึ่งตัว
ตัวนี้ ละอละมั่งตัวนี้ 20 ตัว ละอละมั่งตัวนี้ประมาณ 64 ตัว
ลูกละอละมั่ง 1 ปี ประมาณ 20 ตัว ลูกละอละมั่ง 1 ปี ประมาณ
19 ตัว ลูกละอละมั่งใหม่ประมาณ 34 ตัว และลูกละอละมั่ง
เกิดใหม่ประมาณ 31 ตัว ซึ่งทุกตัวจะมีจำนวนเพิ่มขึ้น
และมีเพื่อพ่อต่อป่าเพราะในอนาคตรัฐจะกำหนด
ละอละมั่งเพิ่มขึ้น

ภาพประกอบ 58 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มธิชา



ภาพประกอบ 59 คำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มทอฝัน

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก แต่ในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามเขียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน

(2) นักเรียนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

ในช่วงแรก คาบเรียนที่ 2 กิจกรรม “อนาคตคนไทย” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้น้อยมาก ซึ่งในบรรดานักเรียนเหล่านั้นมีกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายทอฝันรวมอยู่ด้วยเพียงกลุ่มเดียว จากการสังเกตงานเขียนของนักเรียน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงเนื่องมาจากนักเรียนให้เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงน้อย ทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังที่กล่าวมาแล้วในด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริง และบางส่วนเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบที่ได้แต่ไม่ทราบว่าสิ่งที่เขียนไม่ใช่คำตอบของสถานการณ์จริงเป็นเพียงการเปรียบเทียบคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งรวมถึงกลุ่มของฟ้าใส ธิชาและมาวิน ด้วย ดังภาพประกอบ 60 – 61

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

ในอีก 10 ปีข้างหน้า จำนวนประชากรหญิง จะเพิ่มขึ้น เป็น 36,419,344.95 คน จำนวนประชากร ชาย จะเพิ่มขึ้น เป็น 35,033,143.69 คน รวมในปี พ.ศ. 2563 จะมีประชากร 71,452,533.51 คน

ภาพประกอบ 60 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มฟ้าใส

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

ในอีก 10 ปีข้างหน้า จำนวนประชากรหญิงจะเพิ่มขึ้น 2.65 ล้านคน ประชากรชายจะเพิ่มขึ้น 2.92 ล้านคน รวมแล้วในปี พ.ศ. 2563 ประชากรไทยจะมีจำนวนประชากรเพิ่มขึ้น จำนวน 71.45 ล้านคน

ภาพประกอบ 61 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 2 ของกลุ่มทอฝัน

ในช่วงที่ 2 คาบเรียนที่ 7 กิจกรรม "ไฟแนนซ์รถยนต์" นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น สำหรับกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและทอฝัน มีการเขียนบรรยายหรืออธิบายรูปแบบการผ่อนรถยนต์ที่เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุดและค่ารายงวดรถยนต์ที่ต้องชำระต้องวัดได้ถูกต้อง ดังภาพประกอบ 62 – 63

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

ถ้า ดอกเบี้ย 15% จำนวน 44 งวด จะเสียค่าใช้จ่ายรวมเท่ากับ 590,693.12 บาท และเสียค่างวด 10,670.69 บาท
 ถ้า ดอกเบี้ย 15% จำนวน 60 งวด จะเสียค่าใช้จ่ายรวมเท่ากับ 610,541.9 บาท และเสียค่างวด 9,660.69 บาท
 ถ้า ดอกเบี้ย 20% จำนวน 44 งวด จะเสียค่าใช้จ่ายรวมเท่ากับ 595,025.94 บาท และเสียค่างวด 9,496.33 บาท
 ถ้า ดอกเบี้ย 20% จำนวน 60 งวด จะเสียค่าใช้จ่ายรวมเท่ากับ 595,977.60 บาท และเสียค่างวด 9,496.33 บาท
 ∴ ถ้าเราคิดเลือกผ่อนแบบ ดอกเบี้ย 20% 44 งวด จะจ่ายค่างวด 9,496.33 บาท ซึ่งเราจะเสียค่าใช้จ่ายรวมที่น้อยที่สุด



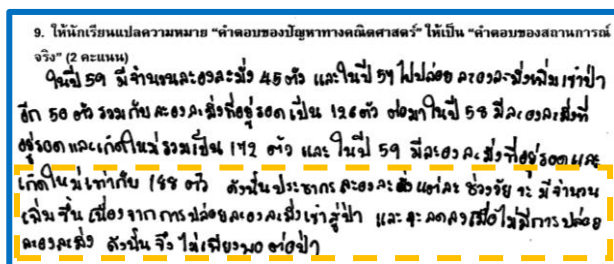
ภาพประกอบ 62 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มฟ้าใส

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย "คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์" ให้เป็น "คำตอบของสถานการณ์จริง" (2 คะแนน)

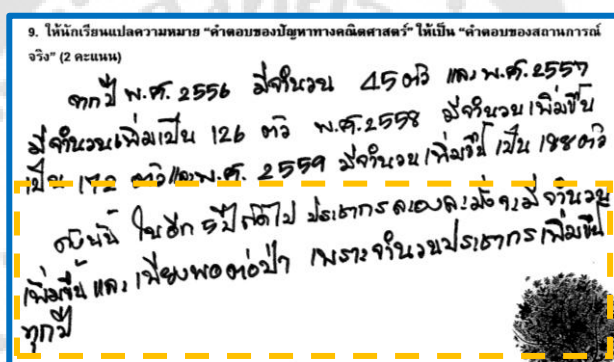
จากตาราง เปรียบเทียบดอกเบี้ยกลุ่มแบบ ดอกเบี้ย 20% ผ่อน 44 งวด และดอกเบี้ยผ่อนแบบปกติ 60 งวด 595,023.82 บาท ซึ่งน้อยกว่า ผ่อน 60 งวด รวมดอกเบี้ย 9,896.33 บาท

ภาพประกอบ 63 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 7 ของกลุ่มทอฝัน

และในช่วงท้ายของการเรียนการสอน คาบเรียนที่ 11 กิจกรรม “ประชากรละอองละมั่ง” นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น สำหรับกลุ่มของนักเรียนเป้าหมายฟ้าใสและทอฝันมีการเขียนบรรยายความพอเพียงต่อป่าของจำนวนประชากรละอองละมั่ง ดังภาพประกอบ 64 – 65



ภาพประกอบ 64 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มฟ้าใส



ภาพประกอบ 65 คำบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงในคาบเรียนที่ 11 ของกลุ่มทอฝัน

สรุปได้ว่า ในช่วงแรกของการเรียนการสอน นักเรียนส่วนใหญ่เขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้น้อยมาก แต่อย่างไรก็ตามในช่วงที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีความพยายามเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น และยังคงแสดงพฤติกรรมดังกล่าวจนกระทั่งสิ้นสุดการเรียนการสอน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมาย สมมติฐาน และวิธีดำเนินการวิจัยโดยสังเขป

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. เพื่อศึกษาพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กำหนดประชากร และเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ตั้งแต่ 3.0 ขึ้นไป โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง เขตบางกะปิ กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 24 คน โดยการเลือกแบบเจาะจงจากนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ตั้งแต่ 3.0 ขึ้นไป ในกลุ่มตัวอย่างผู้วิจัยแบ่งนักเรียนออกเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ โดยพิจารณาจากคะแนนดิบของนักเรียนในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 หลังจากนั้นสุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง 2 คน และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 1 คน เพื่อเป็นนักเรียนเป้าหมายในการศึกษาเชิงลึก

เกี่ยวกับพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ขณะลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง และสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนเป้าหมายแต่ละคน หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

2. กำหนดกรอบแนวคิดของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้าง ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง กับพีชคณิต

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน แต่ละแผนใช้เวลา 90 นาที โดยมีจุดมุ่งหมายหลักคือ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนนี้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่เกินความรู้ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 นอกจากได้ลงมือใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้วนักเรียนยังมีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ ตลอดจนมีส่วนร่วมในการอภิปรายผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

3. สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ (1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 แผน ซึ่งแต่ละแผนประกอบด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เวลา 90 นาทีในการดำเนินการ (2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่สร้างขึ้น (3) แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ซึ่งเป็นแบบบันทึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อบันทึกพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ขณะลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง และ(4) แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อสอบถามนักเรียนเป้าหมายเกี่ยวกับกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของแต่ละคน โดยใช้หลังสิ้นสุดคาบเรียนแต่ละครั้ง

หลังจากที่สร้างเครื่องมือเสร็จเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยนำเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมด เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของ ภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อความถาม แล้วปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน หลังจากนั้นนำเครื่องมือไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องจำนวน 20 คน ซึ่งเป็นนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร(ฝ่ายมัธยม) แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขเครื่องมืออีกครั้งก่อนนำไปทดลองกับนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง

4. เก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบกลุ่มเดียว มีการทดสอบหลังการทดลอง (One-Group Posttest-Only Design) ผู้วิจัยใช้เวลาในการดำเนินการทดลองทั้งหมด 14 คาบเรียน คาบเรียนละ 90 นาที โดยแบ่งเป็นเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต จำนวน 12 คาบเรียน และเวลาในการทดสอบหลังเรียน 2 คาบเรียน ผู้วิจัยดำเนินการทดลองใน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โดยใช้เวลานอกเหนือจากเวลาเรียนปกติ ในแต่ละคาบเรียนผู้วิจัย ทำหน้าที่เป็นผู้สอนและผู้สังเกตการณ์ โดยมีนิสิตปริญญาเอก สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัย บันทึกพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนเป้าหมายและสมาชิกในกลุ่มขณะลงมือแก้ปัญหา สถานการณ์จริง

เมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อตรวจสอบความสามารถในการใช้ตัว แบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

5. วิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยนำคะแนนจากใบกิจกรรมในชั้นเรียนและ แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ เกี่ยวข้องกับพีชคณิต มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วหาจำนวนนักเรียนที่ มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ พีชคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม จากนั้นผู้วิจัยทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการ ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้การทดสอบทวินาม

สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยพิจารณาจากงานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตในการเก็บรวบรวมข้อมูล แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตในด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง พร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน ของนักเรียนทั้งชั้นเรียนและนักเรียนเป้าหมายจำนวน 4 คน

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

1. ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของพรพิศ ศรีชาคำ (2548: 65 – 66) ที่ได้ทำการศึกษาความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถสอบผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งสามารถสรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ได้สร้างตามแนวคิดของกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นการเสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งเป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ฝึกฝนและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง ได้มีส่วนร่วมในการเรียนแบบร่วมมือ รับผิดชอบในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงของกลุ่ม ตลอดจนได้มีส่วนร่วมในการนำเสนอและอภิปรายผลการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

2. พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

จากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย และผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น มีรายละเอียดดังนี้

ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตมากขึ้น นักเรียนเริ่มให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงมากขึ้น โดยนักเรียนให้เวลามากขึ้นในการอ่านและวิเคราะห์สถานการณ์จริงและแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง แสดงร่องรอยการขีดเขียนมากขึ้นในขณะที่ทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ตลอดจนเขียนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

ด้านการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตมากขึ้น นักเรียนวิเคราะห์และเขียนคำอธิบายกระบวนการค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น พร้อมทั้งเขียนตัวไม่ทราบค่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญได้ครบถ้วนและสอดคล้องกับความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหาได้มากขึ้น

การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า เมื่อ

นักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตมากขึ้น นักเรียนเขียนตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงได้มากขึ้น ทั้งยังเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น ตลอดจนมีจำนวนนักเรียนที่ได้คำตอบที่ถูกต้องของปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เนื่องจากกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เป็นกิจกรรมที่สนับสนุนให้นักเรียนเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม แล้วเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบ ไม่ได้มุ่งเน้นการหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ดังนั้นการเรียนรู้และมีประสบการณ์ในการเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และเขียนคำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบ จะช่วยให้นักเรียนเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมมากขึ้น พร้อมทั้งเขียนคำอธิบายกระบวนการในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการค้นหาคำตอบได้มากขึ้นเช่นกัน

ด้านการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ผลจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และผลการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยเกี่ยวกับการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงของนักเรียน พบว่า เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตมากขึ้น นักเรียนคำอธิบายการเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้มากขึ้น พร้อมทั้งเขียนบรรยายหรืออธิบายคำตอบของสถานการณ์จริงได้มากขึ้น

ซึ่งสอดคล้องกับสเวตซ์และฮาร์ทเลอร์ (Swetz; & Hartzler. 1991: 6) ที่กล่าวว่า การที่นักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นประจำนั้น จะทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกลยุทธ์และทักษะที่ได้เรียนรู้มาไปสู่การค้นหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้อย่างง่ายดาย และเห็นถึงคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ได้ดีกว่านักเรียนที่มีประสบการณ์น้อย

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะสำหรับการเรียนการสอน

เนื่องจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในห้าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน ดังนั้นครูอาจนำไปจัดกระบวนการเรียนรู้ให้นักเรียนระดับมัธยมศึกษา หรือนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนปกติ สำหรับสถานการณ์จริงที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรเป็นสถานการณ์จริงที่ใกล้ตัวกับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ตลอดจนครูควรสนับสนุนให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามขั้นตอนต่างๆ ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งได้แก่ การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับการวิจัยครั้งต่อไป อาจปรับเปลี่ยนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา เช่น ศึกษาเกี่ยวกับนักเรียนระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาตอนต้น นิสิตนักศึกษาหรือครูคณิตศาสตร์ หรืออาจปรับเปลี่ยนเนื้อหาที่ใช้ในการศึกษา เช่น เรขาคณิต แคลคูลัส คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน หรือเนื้อหาวิชาอื่นๆ



บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- ชานนท์ จันทรา. (2554). *ประมวลสาระชุดวิชา การจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 9-15*. นนทบุรี: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- เบญจมินทร์ อรรถเพิ่ม. (2548). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พรพิศ ศรีคำ. (2548). *กิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.
- สมวงศ์ แปลงประสพโชค. (2549). *ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข*. วังการครู.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2553). *พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545 และ ฉบับที่ 3 พ.ศ. 2553*. สำเนา
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2552). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศูนย์พัฒนาหนังสือ.
- สุรสาล ผาสุข. (2546). *การศึกษาความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย*. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- Charles, R.; Lester, F.; & O'Daffer, P. 1987. *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.

- Comber, G. (1999). *Introduction and Teaching Mathematical Modelling*. Edith Cowan University Perth Western Australia. Copy
- Dindyall, J. (2009). *Applications & Modeling For The Primary Mathematics Classroom*. Singapore: Prentice Hall.
- Dossey, John A. (1996). *Modeling with Function*. In Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education. pp. 221-280. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Edwards, Dilwyn; & Hamson, Mike. (1989). *Guide to mathematical modeling*. London: Macmillan.
- English, Carolyn. (1999). *Modelling for the New Millennium*. In Rethinking the Mathematics Curriculum. pp. 118-129. Great Britain: Biddles.
- Giordano, Frank R.; Weir, Maurice; & Fox, William P. (2003). *A First Course in Mathematical Modeling*. 3rd ed. Brooks/Cole.
- Hodgson, T. (1995). *Secondary Mathematics Modeling : Issues and Challenges*. School Science and Mathematics. pp. 351-358.
- Maki, Daniel; & Kerr, Danald R. Jr. (1979). *Mathematical Models to Provide Applications in the Classroom*. In Applications in School Mathematics 1979 Yearbook. p. 1-7. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Kitazawa, Y.; et al. (2000). *Curriculum Development to Enhance Mathematical Modeling Ability in ICME9: The 9th International Congress on Mathematical Education*. Edited by Eizo Nagasaki. pp. 89. Tokyo/Makuhari.
- Lovitt, Charles. (1991). *Maths Problem Solving & Modelling for Year 11*. Melbourne: Thomas Nelson Australia.
- Mason, J., & Davis, J. (1991). *Modelling with mathematics in primary and secondary schools*. Geelong, Vic, Australia: Deakin University Press.
- McCown, Jack; & Sequeira, Micheal A. (1994). *Patterns in Mathematics : Problem Solving from Counting to Chaos*. Boston: PWS.
- Meerschaert, Mark M. (1993). *Mathematical modeling*. USA: Elsevier.
- Meyer, Walter J. (1985). *Concepts of Mathematical Modeling*. McGraw-Hill.

- Moscardini, Alfredo O.; & Cross, M. (1985). *"The Art of Mathematical Modeling II – an Approach to Teaching of Mathematical Modeling"*. In the Learning the Art of Mathematical Modeling. pp. 74-90. Ellis Horwood.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- Polya, George. (1957). *How to Solve it*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Preston, Ronald V. (1997). *Mathematical Modeling in the secondary School : Possibilities and Constraints*. Retrieved July 25, 2007, from: <http://www.lib.umi.com/dissertations/fullcit/9810753>.
- Janjaruporn, R. (2005). *The Development of a Problem–Solving Instructional Program to Develop Preservice Teachers' Competence in Solving Mathematical Problems and Their Beliefs Related to Problem Solving*. Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.
- Sauer, Tim Allen. (2000). *The Effect of Mathematical Model Devolopmemt on the Instruction of Acceleration to Introductory Physics Students*. Retrieved Jan 17, 2012, from: <http://search.proquest.com/docview/304608360>.
- Swetz, Frank; & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum : A Resource Guide of Classroom Exercises*. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Wang, Shangzai; & Ye, Qixiao. (2000). *Mathematical Modeling in Middle School Education of China in ICME9: The 9th International Congress on Mathematical Education*. Edited by Eizo Nagasaki. pp. 124-125. Tokyo/Makuhari, Japan
- Wilson, J. W.; Fernandez, M. L.; & Hadaway, N. (1993). *Mathematical Problem Solving*. In Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics. Wilsom P.S. pp. 57–78. New York: Macmillan Publish Company.





การหาคุณภาพของเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต และแบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยผู้วิจัยดำเนินการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. วิเคราะห์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถาม โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของกิจกรรมการเรียนการสอนและแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

1.1 นำเครื่องมือที่สร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อความ โดยใช้เกณฑ์ในการพิจารณาดังนี้

คะแนน +1	หมายถึง	ใช้ได้
คะแนน 0	หมายถึง	ไม่แน่ใจว่าใช้ได้หรือไม่
คะแนน -1	หมายถึง	ใช้ไม่ได้

1.2 คำนวณค่า IOC ของแต่ละกิจกรรมและแบบทดสอบ แล้วเลือกกิจกรรมและแบบทดสอบที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยใช้สูตรการคำนวณ IOC คือ (ชานนท์ จันทรา. 2554: 14-54 – 14-55)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	คือ ค่าดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	คือ ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
	N	คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

ตาราง 5 ค่าดัชนีความสอดคล้องของกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้
 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

แผนที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

ตาราง 6 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิง
 คณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

2. วิเคราะห์หาค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต เป็นรายข้อ โดยใช้ดัชนีความยากง่าย (difficulty index: p) และดัชนีอำนาจจำแนก (discrimination index: D หรือ r) ของแบบทดสอบ ซึ่งดำเนินการโดยการนำแบบทดสอบที่ได้จากการทดลองกับนักเรียนกลุ่มนำร่องมาคำนวณค่าดัชนีความยากง่ายและค่าดัชนีอำนาจจำแนก แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าดัชนีความยากง่ายตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และมีค่าดัชนีอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป จำนวน 4 ข้อ โดยใช้สูตรการคำนวณ คือ (ชานนท์ จันทรา. 2554: 14-56 – 14-57)

ดัชนีความยากง่าย

$$p = \frac{S_u + S_l - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	p	คือ ดัชนีความยากง่าย
	S_u	คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง
	S_l	คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ
	N	คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มต่ำหรือกลุ่มสูง
	$X_{\max}$	คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ดัชนีอำนาจจำแนก

$$r = \frac{S_u - S_l}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	r	คือ ดัชนีอำนาจจำแนก
	S_u	คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง
	S_l	คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ
	N	คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มต่ำหรือกลุ่มสูง
	$X_{\max}$	คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด
	$X_{\min}$	คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

ตาราง 7 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

ข้อที่	P	r
1	0.47	0.44
2	0.57	0.44
3	0.56	0.54
4	0.48	0.67

3. วิเคราะห์หาความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ซึ่งสูตรการคำนวณ คือ (ชานนท์ จันทรา. 2554: 14-57)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S^2} \right)$$

เมื่อ	α	คือ สัมประสิทธิ์ค่าความเชื่อมั่น
	k	คือ จำนวนข้อในแบบทดสอบ
	S_i^2	คือ ความแปรปรวนของข้อมูลแต่ละข้อ
	S^2	คือ ความแปรปรวนของข้อมูลทั้งหมด

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต คำนวณโดยวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) เท่ากับ 0.891



ภาคผนวก ข

ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย และการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

ตาราง 8 คะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้าง
ความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับ
พีชคณิต

คนที่	คะแนนใบกิจกรรม		คะแนน แบบทดสอบ (คะแนนเต็ม 40)	คะแนนรวม (คะแนนเต็ม 100)
	กิจกรรมกลุ่ม (คะแนนเต็ม 20)	กิจกรรมรายบุคคล (คะแนนเต็ม 40)		
1	16.56	29.33	36	81.89
2	17.44	34.67	36.5	88.61
3	17.56	20.67	15.5	53.72
4	17.44	22.67	22.5	62.61
5	14.67	29.33	25.5	69.50
6	14.67	21.33	22	58.00
7	17.44	32.67	34.5	84.61
8	14.67	34.00	35.5	84.17
9	14.67	35.33	36	86.00
10	17.56	38.67	38	94.22
11	17.44	22.67	26	66.11
12	16.56	33.33	35	84.89
13	13.00	24.67	22	59.67
14	13.00	30.67	32	75.67
15	14.67	26.00	28	68.67
16	16.56	26.67	24	67.22
17	17.56	22.00	21.5	61.06
18	13.00	28.00	27	68.00
19	17.56	24.67	30.5	72.72
20	14.67	25.33	28.5	68.50
21	14.67	28.67	32	75.33
22	13.00	22.67	23.5	59.17
23	16.56	20.00	19	55.56
24	14.67	24.67	30	69.33

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัย

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต โดยใช้สถิติทดสอบทวินาม (binomial test) ดังนี้

จากคะแนนของนักเรียน 24 คน

ให้ x แทน จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 60 คะแนน

n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

ดังนั้น $x=19$ และ $n=24$

ให้ p แทน ความน่าจะเป็นที่ได้คะแนนมากกว่า 60 คะแนน

สมมติฐานของการทดสอบ คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

ตัวสถิติทดสอบคือ $\Pr(X \leq 19 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ จริง})$ สำหรับการแจกแจงทวินามที่ $x=19$, $n=24$ และ $p=0.6$ จะได้ $\Pr(X \leq 19 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ จริง}) = 0.000$ นั่นคือค่าพีเท่ากับ 0.000

ขอบเขตวิกฤติของการทดสอบ คือ ปฏิเสธ H_0 ถ้า $\Pr(X \leq 19 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ จริง}) < 0.01$

เนื่องจาก $0.000 < 0.01$ เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01



ภาคผนวก ค
ตัวอย่าง แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

หัวข้อเรื่อง กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 90 นาที

การจัดการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนได้เริ่มลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (real world situation) ที่กำหนด ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาสถานการณ์จริงที่ใช้ในคาบเรียนนี้ได้แก่ สถานการณ์จริง “ออกกำลังกายกันเถอะ” ซึ่งเป็นสถานการณ์จริงที่ไต่ตอลต้องการใช้เวลาว่างหลังกลับจากโรงเรียนเพื่อไปออกกำลังกายให้สุขภาพร่างกายแข็งแรง จึงต้องตัดสินใจเลือกใช้บริการของ “ศูนย์ฟิตเนส” ใกล้บ้านที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด โดยบริเวณใกล้บ้านของไต่ตอลมีศูนย์ฟิตเนสที่มีเครื่องอำนวยความสะดวกและบริการที่ใกล้เคียงกัน 3 แห่ง โดยมีรูปแบบค่าสมาชิกและค่าบริการที่แตกต่างกัน

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1.2 คำนวณจำนวนเงินที่เสียค่าใช้จ่าย เมื่อกำหนดค่าสมาชิกและค่าบริการต่อครั้งได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 (เริ่ม) ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกลุ่ม

1.2.2 สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน

2. สารการเรียนรู้

2.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในชีวิตประจำวันกิจกรรมที่เราทำอยู่เป็นประจำอย่างหนึ่งก็คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เช่น ปัญหาการเดินทางไปโรงเรียนหรือทำงาน การเลือกซื้อสินค้าและบริการ การลงทุนค้าขาย การผ่อนชำระสินค้า การผ่อนบ้านหรือรถยนต์ เป็นต้น ซึ่งในบรรดาปัญหาเหล่านั้นมีปัญหาก็ที่เราสามารถแก้ได้ง่าย โดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิมๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ทักษะและกระบวนการร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ดีและมีประสิทธิภาพ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical problem solving) จึงเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ผูกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

2.2 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ซึ่งได้แก่ ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนดำเนินการตามแผน และขั้นตอนตรวจสอบผล

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ในขั้นตอนนี้ นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ สิ่งที่ต้องการรู้ ข้อมูลและเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหานั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาซ้ำไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้ เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและสิ่งที่ต้องการรู้ แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา ในการวางแผน

แก้ปัญหาให้นักเรียนอาจพิจารณากลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลาย และท้ายสุดเลือกกลยุทธ์ที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานั้น

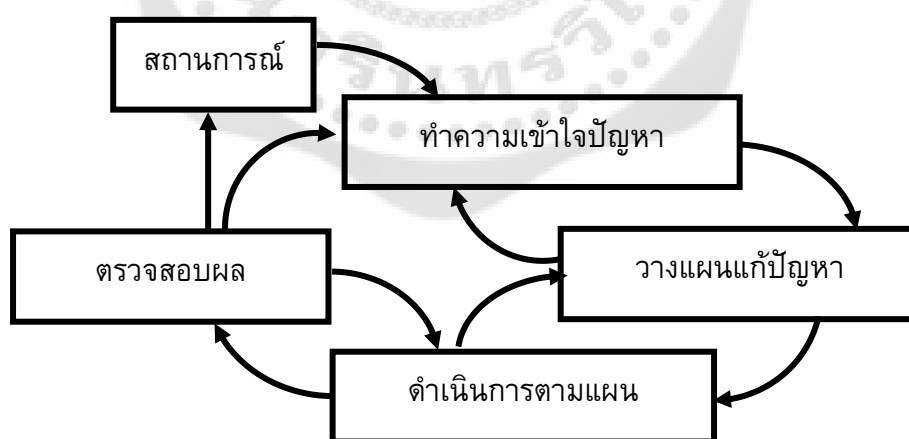
ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่างๆ ของแผนให้ชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์แก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง การค้นหาแผนหรือกลยุทธ์แก้ปัญหาใหม่นี้ถือเป็นการพัฒนาผู้แก้ปัญหาที่ดีด้วยเช่นกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)

ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและกลยุทธ์แก้ปัญหาที่ใช้ แล้วพิจารณาว่ามีคำตอบหรือมีกลยุทธ์แก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่ สำหรับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติ ก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดา และคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนข้างต้น ได้มีการนำมาใช้ในการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง ต่อมา วิลสัน เฟร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60–62) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

เราสามารถอธิบายแผนภูมิจากภาพประกอบข้างต้นได้ดังนี้

เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องพร้อมทั้งกำหนดกลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา นั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และกลยุทธ์ที่ใช้แก้ปัญหา

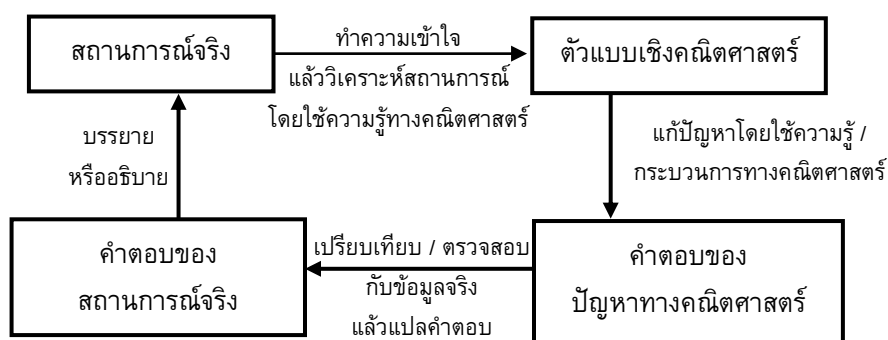
สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปยังขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่วางแผนแก้ปัญหา หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปที่เริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นการดำเนินการที่เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นนักเรียนจึงไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป เรียกกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของวิลสันและคณะว่าเป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต (dynamic problem-solving process)

2.3 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling process) เป็นกระบวนการที่ดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของจิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; & Fox)

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมายของคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ 2



ภาพประกอบ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากภาพประกอบข้างต้น สามารถอธิบายได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริง วิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ ในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงนั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของสถานการณ์จริงด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (Mathematical model) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” เหล่านั้น ที่จะนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาและสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน แล้วค่อยแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง”

3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

3.1 ใบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”

3.2 ใบกิจกรรม เรื่อง “ออกกำลังกายกันเถอะ”

3.3 ผลเฉลย เรื่อง “ออกกำลังกายกันเถอะ” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก สำหรับกิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.5 แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สำหรับครูเท่านั้น)

3.6 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง กระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการอธิบาย “ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2.1

4.1.2 เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนยิ่งขึ้น ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าในการเลือกซื้อสินค้าแล้วมีรายการส่งเสริมการขาย (Promotion) 2 แบบ ได้แก่ “แบบซื้อ 1 แถม 1” และ “แบบลดราคา 50%” นักเรียนจะเลือกซื้อสินค้าที่มีรายการส่งเสริมการขายแบบใด จึงจะประหยัดที่สุด เพราะเหตุใด

[นักเรียนควรตอบว่า เลือกแบบลดราคา 50% จะประหยัดที่สุด เพราะไม่ว่าจะซื้อสินค้าเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ขึ้น จะจ่ายเงินน้อยกว่าหรือเท่ากับการเลือกแบบซื้อ 1 แถม 1]

(2) ร้านอาหารแบบบุฟเฟต์แห่งหนึ่งมีรายการส่งเสริมการขาย 2 แบบ ได้แก่ “แบบที่ 1 มา 4 จ่าย 3” และ “แบบที่ 2 มา 5 จ่าย 4” ซึ่งทั้งสองแบบมีราคาอาหารต่อคนเท่ากัน ถ้าเจ้าของบริษัทแห่งหนึ่งต้องการเลี้ยงอาหารพนักงานฝ่ายขายที่ทำยอดขายได้เกินเป้าหมายที่บริษัทตั้งไว้ จำนวน 20 คน เพื่อให้ได้รับสิทธิประโยชน์สูงสุด (ความประหยัด) เจ้าของบริษัทควรจะเลือกไปร้านอาหารแบบบุฟเฟต์ที่มีรายการส่งเสริมการขายแบบใด

[นักเรียนควรตอบว่า เลือก “แบบที่ 1 มา 4 จ่าย 3” จะประหยัดที่สุด เพราะว่า ถ้าเลือกรายการส่งเสริมการขายแบบที่ 1 จะได้รับส่วนลด 25% ในขณะที่ ถ้าเลือกรายการส่งเสริมการขายแบบที่ 2 จะได้รับส่วนลด 20% ดังนั้น รายการส่งเสริมการขายแบบที่ 1 จะได้รับส่วนลดมากกว่า แบบที่ 2]

เป็นต้น

4.1.3 เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ตรงกัน ครูสรุปคำตอบที่ถูกต้องและข้อคิดเห็นของแต่ละข้อคำถามอีกครั้ง

4.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 70 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยที่แต่ละกลุ่มควรมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน เพื่อลดความสามารถกัน

4.2.2 ครูชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียนในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงเป็นกลุ่ม ซึ่งได้แก่

- (1) การลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด
- (2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์จริงที่กำหนด
- (3) การเขียนผลเฉลยในใบกิจกรรม
- (4) การนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า “ทุกคนในกลุ่มจะต้องเข้าใจผลเฉลยของกลุ่มและสามารถอธิบายได้” หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2.3 ครูแจกใบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้นักเรียนแต่ละคน พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ หัวข้อ 2.2 และ 2.3 โดยเน้นย้ำ “ขั้นตอนต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด”

4.2.4 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ครูแจกใบ

กิจกรรม เรื่อง “ออกกำลังกายกันเถอะ” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม แล้วนำเสนอสถานการณ์จริง “ออกกำลังกายกันเถอะ” ตลอดจนจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.5 เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเริ่มด้วยขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จริงที่กำหนดอีกครั้ง แล้วตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สถานการณ์จริงนี้ เป็นเรื่องเกี่ยวกับอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า การสมัครใช้บริการศูนย์ฟิตเนส ของไต้ตัล]

(2) ในสถานการณ์จริง มีศูนย์ฟิตเนส มาให้เลือกกี่แห่ง

[นักเรียนควรตอบว่า ศูนย์ฟิตเนส มีให้เลือก 3 แห่ง ได้แก่ ศูนย์ฟิตเนส The Fit Club, ศูนย์ฟิตเนส The Be Health Club และศูนย์ฟิตเนส The 21Star Club]

(3) ในการออกกำลังกาย 2 ครั้งต่อเดือน ศูนย์ฟิตเนสแต่ละแห่งจะคิดค่าบริการต่อเดือน แตกต่างกัน อย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า

ถ้าเป็นศูนย์ฟิตเนส The Fit Club

จะเสียค่าบริการจำนวน $150 \times 2 = 300$ บาท

ถ้าเป็นศูนย์ฟิตเนส The Be Health Club

จะเสียค่าบริการจำนวน $180 \times 2 = 360$ บาท

และถ้าเป็นศูนย์ฟิตเนส The 21Star Club

จะเสียค่าบริการจำนวน $250 \times 2 = 500$ บาท]

(4) สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า “ศูนย์ฟิตเนส” ที่เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และจำนวนเงินที่จ่ายให้ศูนย์ฟิตเนส]

(5) ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ทางเลือกใหม่ในการออกกำลังกายของคนในเมือง ค่าสมาชิกของศูนย์ฟิตเนส ค่าใช้บริการต่อครั้งของศูนย์ฟิตเนส และจำนวนครั้งในการใช้บริการของไต้ตัล]

4.2.6 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์จริงที่กำหนดแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องปรึกษาคนอื่น (ใช้เวลาประมาณ 2 – 3 นาที)

4.2.7 หลังจากได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถค้นหาความ

เชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงได้ หลังจากนั้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” เหล่านั้นให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่สอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง และสามารถนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบได้

4.2.8 ถ้ามีนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยหรือไม่สามารถปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้ ครูอาจช่วยนักเรียนโดยการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ค่าใช้จ่ายรวม ค่าสมาชิกต่อเดือน ค่าใช้บริการต่อครั้ง และจำนวนครั้งที่ใช้บริการต่อเดือน]

(2) ถ้าต้องการใช้บริการศูนย์ฟิตเนส 4 ครั้งต่อเดือน โดยศูนย์ฟิตเนสเก็บค่าสมาชิก 100 บาทต่อเดือนและค่าบริการ 30 บาทต่อครั้ง ในระยะเวลา 1 เดือนจะเสียค่าใช้จ่ายรวมเท่าไรให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณพอสังเขป

[นักเรียนควรตอบว่า ในการใช้บริการศูนย์ฟิตเนส 4 ครั้งต่อเดือน ในระยะเวลา 1 เดือน จะต้องเสียค่าใช้จ่าย ดังนี้

ค่าสมาชิก 100 บาท

ค่าบริการ 30×4 บาท

นั่นคือ จะเสียค่าใช้จ่ายรวม คือ $100 + (30 \times 4) = 100 + 120 = 220$ บาท]

(3) จากการแสดงวิธีการคำนวณค่าใช้จ่ายรวม นักเรียนคิดว่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ควรปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้อย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ควรปรับ

ค่าใช้จ่ายรวม ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (S)

ค่าสมาชิกต่อเดือน ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (m)

ค่าบริการต่อครั้ง ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (n)

และจำนวนครั้งที่ใช้บริการต่อเดือน ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (t)]

เป็นต้น

4.2.9 ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มกำลังปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่นั้น ครูควรเดินดูการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งสังเกตการมีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงของนักเรียน

4.2.10 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ครูให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้น รวมทั้งสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ แล้วเขียนลงในใบกิจกรรมของกลุ่ม

4.2.11 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ครูให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน โดยการตั้งคำถามแล้วให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าเปลี่ยน “จำนวนเงินค่าสมัครสมาชิกต่อเดือน” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวม ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) ในการคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมได้ เพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า (m) แล้วคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมออกมา]

(2) ถ้าเปลี่ยน “จำนวนเงินค่าใช้บริการต่อครั้ง” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวม ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) ในการคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมได้ เพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า (n) แล้วคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมออกมา]

(3) ถ้าเปลี่ยน “รูปแบบค่าสมัครสมาชิก” จาก “แบบจ่ายต่อเดือน” ไปเป็น “แบบจ่ายต่อปี” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” สำหรับการคิดค่าสมาชิกต่อเดือน มาคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมของการคิดค่าสมาชิกต่อปี ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” สำหรับการคิดค่าสมาชิกต่อเดือน มาคำนวณหาค่าใช้จ่ายรวมของการคิดค่าสมาชิกต่อปีได้ เพราะตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับการคิดค่าสมาชิกต่อเดือน ไม่มีการระบุจำนวนเดือนที่ให้บริการ]

เป็นต้น

4.2.12 เมื่อเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง เรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” แล้วเขียนคำตอบของสถานการณ์จริงลงในใบกิจกรรม

4.2.13 เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มได้คำตอบของสถานการณ์จริงแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม” หน้าชั้นเรียน หรือครูอาจสุ่มเลือกนักเรียนบางกลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน” (ถ้ามี)

4.2.14 ครูให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันอภิปราย “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

- (1) ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนใดมีความยุ่งยากซับซ้อนที่สุด เพราะเหตุใด
 - (2) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
 - (3) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของกลุ่มใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด
 - (4) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่าง แล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร
 - (5) การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่มใดชัดเจนที่สุด เพราะเหตุใด
- เป็นต้น

4.2.15 ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุป “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

- (1) สิ่งสถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร
 - (2) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง
 - (3) แนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้ มีอะไรบ้าง
 - (4) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้ มีอะไรบ้าง
 - (5) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด
 - (6) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่าง แล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร
 - (7) เราสามารถใช้ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ในการหา “คำตอบของสถานการณ์จริงที่กำหนด” ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
- เป็นต้น

4.3 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนลงไป โดยคำถามในใบตรวจสอบความรู้ มีดังนี้

(1) กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (devising a plan)

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan)

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back)]

(2) กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็น

คำตอบของสถานการณ์จริง]

(3) จากกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนใดสำคัญที่สุด เพราะเหตุใด

[นักเรียนควรตอบว่า จากกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่สำคัญที่สุด คือ ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงสถานการณ์จริงเข้าสู่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเป็นขั้นตอนที่จะทำให้เราได้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” เพื่อนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป]

4.3.2 ครูเก็บใบตรวจสอบความรู้ของนักเรียนแต่ละคน เพื่อประเมินผลการเรียนรู้

4.3.3 ครูตั้งคำถามใบตรวจสอบความรู้ทีละข้อ แล้วสุ่มนักเรียน 2-3 คน เพื่อนำเสนอคำตอบในแต่ละข้อ

4.3.4 ครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่ละข้อของนักเรียน พร้อมทั้งสรุปคำตอบแต่ละข้ออีกครั้ง

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2. คำนวณจำนวนเงินที่เสียค่าใช้จ่าย เมื่อกำหนดค่าสมาชิกและค่าใช้บริการต่อครั้งได้	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจำนวนคำถามที่นักเรียนตอบได้ถูกต้อง เครื่องมือวัดผล : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (มีคำถามทั้งหมด 3 ข้อ)	เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อคำถาม ● ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 1. (เริ่ม) ลงมือแก้ปัญหา สถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรม เรื่อง ออกกำลังกายกันเถอะ เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรม เรื่อง ออกกำลังกายกันเถอะ	เกณฑ์การให้คะแนน ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปrikแบบวิเคราะหซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนนดังตารางแนบ เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 12 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องและชัดเจน ของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	เกณฑ์การให้คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องและชัดเจน จะได้ คะแนน 3 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ :</u> 1. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 2. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม 3. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็น <u>อย่างเด่นชัด</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็น <u>เพียงเล็กน้อย</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>แสดงออกเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้ /ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”



ร่างกายมนุษย์มีการเคลื่อนไหวตลอดเวลา เพื่อความเจริญเติบโตและรักษาสภาพการทำงานที่ดีเอาไว้ การที่ไม่ค่อยได้ออกกำลังกาย ไม่เพียงแต่จะทำให้เกิดความเสื่อมโทรมของสมรรถภาพทางกายหรือสุขภาพ แต่ยังเป็นสาเหตุของความผิดปกติของร่างกายและโรคภัยหลายชนิดที่ป้องกันได้

“ศูนย์ฟิตเนส(Fitness)” ถือได้ว่าเป็นสถานที่ออกกำลังกายอีกทางเลือกที่มาแรง ซึ่งจะสังเกตได้ว่า ศูนย์ฟิตเนสที่กระจายอยู่ทั่วทั้งเมืองเอื้อต่อวิถีชีวิตคนเมืองในปัจจุบันที่มีหลายปัจจัย ไม่ว่าจะเป็นข้อจำกัดเรื่องเวลา การอำนวยความสะดวก เป็นต้น นอกจากนี้ความพร้อมของอุปกรณ์ และรูปแบบการออกกำลังกายหลากหลายรูปแบบ ยิ่งสร้างแรงจูงใจได้ไม่น้อย ทั้งยังมีบริการอื่น ๆ ที่มาเป็นแพคเกจให้เราได้เลือกดูแลด้านอื่น ๆ ไปพร้อมกันด้วย เช่น สูตรอาหารควบคุมน้ำหนัก สปา มุมรีแลกซ์ที่ได้พักผ่อนพบปะสังสรรค์ เป็นต้น



ไต่ตล เห็นว่าการออกกำลังกายมีความสำคัญเป็นอย่างมาก เพื่อให้สุขภาพที่ดี ไต่ตลจึงใช้เวลาว่างหลังกลับจากโรงเรียนในการออกกำลังกาย โดยได้ศึกษาข้อมูลศูนย์ฟิตเนสใกล้บ้านที่มีเครื่องอำนวยความสะดวกและบริการที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งข้อมูลค่าสมาชิกและค่าบริการในการใช้บริการของศูนย์ฟิตเนสทั้ง 3 แห่ง แสดงดังตารางนี้

The Fit Club	ค่าสมาชิก	1,200	บาท / เดือน
	ค่าบริการ	150	บาท / ครั้ง
The Be Health Club	ค่าสมาชิก	750	บาท / เดือน
	ค่าบริการ	180	บาท / ครั้ง
The 21 Star Club	ค่าสมาชิก	ฟรี	
	ค่าบริการ	250	บาท / ครั้ง

อยากทราบว่า หากไต่ตลมีเวลาว่างในการออกกำลังกาย 3 ครั้งต่อสัปดาห์ ไต่ตลควร会选择สมัครสมาชิกของ “ศูนย์ฟิตเนส” ไต่ ที่จะทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และเสียค่าใช้จ่ายรวมเป็นจำนวนเงินเท่าใด

ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ค่าใช้จ่ายรวมในการออกกำลังกายของศูนย์ฟิตเนส “The Fit Club” , “The Be Health Club” และ “The 21 Star Club” โดยเลือกใช้บริการ 4 ครั้ง ต่อเดือน (4 คะแนน)



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูปของ “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)



ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ขั้นที่ 4: ชั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบ
ของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของ
สถานการณ์จริง” (2 คะแนน)



เฉลย กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”



ขั้นที่ 1: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง (1 คะแนน)

- “ศูนย์ฟิตเนส” ที่เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด
- จำนวนเงินที่จ่ายให้ “ศูนย์ฟิตเนส” ที่เสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด

2. “ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง (2 คะแนน)

- ทางเลือกใหม่ในการออกกำลังกายของคนในเมือง
- ค่าสมาชิกของศูนย์ฟิตเนส
- ค่าบริการของศูนย์ฟิตเนส
- จำนวนครั้งในการใช้บริการของไต่ตล

3. ค่าบริการต่อเดือนในการใช้บริการของศูนย์ฟิตเนส The Fit Club, The Be Health Club และ The 21 Star Club เมื่อออกกำลังกาย 2 ครั้งต่อเดือน แตกต่างกันอย่างใด จงอธิบาย (2 คะแนน)

ในการออกกำลังกาย 2 ครั้งต่อเดือน จะได้ว่า

เสียค่าบริการในการใช้บริการของ

ศูนย์ฟิตเนส The Fit Club	จำนวน	$150 \times 2 = 300$ บาท
ศูนย์ฟิตเนส The Be Health Club	จำนวน	$180 \times 2 = 360$ บาท
และ ศูนย์ฟิตเนส The 21 Star Club	จำนวน	$250 \times 2 = 500$ บาท

เฉลย กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”



ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ค่าใช้จ่ายรวม ในการออกกำลังกายของศูนย์ฟิตเนส “The Fit Club” , “The Be Health Club” และ “The 21 Star Club” โดยเลือกใช้บริการ 4 ครั้ง ต่อเดือน (4 คะแนน)

ในการใช้บริการของศูนย์ฟิตเนส 4 ครั้งต่อเดือน จะได้ว่า

ถ้าเลือกใช้บริการของศูนย์ฟิตเนส “The Fit Club” จะต้องจ่าย

ค่าสมาชิก 1,200 บาท

ค่าบริการ 150×4 บาท

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายรวม เท่ากับ $1,200 + (150 \times 4)$ บาท

ถ้าเลือกใช้บริการของศูนย์ฟิตเนส “The Be Health Club” จะต้องจ่าย

ค่าสมาชิก 750 บาท

ค่าบริการ 180×4 บาท

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายรวม เท่ากับ $750 + (180 \times 4)$ บาท

ถ้าเลือกใช้บริการศูนย์ฟิตเนส “The 21 Star Club” จะต้องจ่าย

ค่าสมาชิก 0 บาท

ค่าบริการ 250×4 บาท

ดังนั้น ค่าใช้จ่ายรวม เท่ากับ $0 + (250 \times 4)$ บาท

เฉลย กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

กำหนดให้	S แทน ค่าใช้จ่ายรวม
	m แทน ค่าสมาชิกต่อเดือน
	n แทน ค่าใช้บริการต่อครั้ง
และ	t แทน จำนวนครั้งที่ใช้บริการต่อเดือน

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

$$S = m + nt$$

เมื่อ	S แทน ค่าใช้จ่ายรวม
	m แทน ค่าสมาชิกต่อเดือน
	n แทน ค่าใช้บริการต่อครั้ง
และ	t แทน จำนวนครั้งที่ใช้บริการต่อเดือน

เฉลย กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”



ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

เนื่องจากจำนวนครั้งที่ใช้บริการคือ 3 ครั้งต่อสัปดาห์ นั่นคือ จะใช้บริการ 12 ครั้งต่อเดือน
จะได้ว่า

ศูนย์ฟิตเนสที่ 1 The Fit Club

โดยมีค่าสมาชิก 1,200 บาทต่อเดือน และค่าบริการ 150 บาทต่อครั้ง

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $S = m + nt$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } S &= m + nt \\ &= 1,200 + 150(12) \\ &= 1,200 + 1,800 \\ &= 3,000\end{aligned}$$

ดังนั้น จะเสียค่าใช้จ่ายรวม 3,000 บาท

ศูนย์ฟิตเนสที่ 2 The Be Health Club

โดยมีค่าสมาชิก 750 บาทต่อเดือน และค่าบริการ 180 บาทต่อครั้ง

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $S = m + nt$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } S &= m + nt \\ &= 750 + 180(12) \\ &= 750 + 2,160 \\ &= 2,910\end{aligned}$$

ดังนั้น จะเสียค่าใช้จ่ายรวม 2,910 บาท

ศูนย์ฟิตเนสที่ 3 The 21 Star Club

โดยมีค่าสมาชิก 0 บาทต่อเดือน และค่าบริการ 250 บาทต่อครั้ง

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $S = m + nt$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } S &= m + nt \\ &= 0 + 250(12) \\ &= 3,000\end{aligned}$$

ดังนั้น จะเสียค่าใช้จ่ายรวม 3,000 บาท

เฉลย กิจกรรม “ออกกำลังกายกันเถอะ”



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

สามารถแสดงค่าใช้จ่ายรวม ได้ดังนี้

ศูนย์ฟิตเนส	ค่าสมาชิก	ค่าบริการ	ค่าใช้จ่ายรวม
The Fit Club	1,200 บาท/เดือน	150 บาท/ครั้ง	3,000 บาท
The Be Health Club	750 บาท/เดือน	180 บาท/ครั้ง	2,910 บาท
The 21 Star Club	0 บาท/เดือน	250 บาท/ครั้ง	3,000 บาท

ดังนั้น ศูนย์ฟิตเนส The Be Health Club จะเสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุด และเสียค่าใช้จ่ายรวมจำนวน 2,910 บาท

ขั้นที่ 4: ชั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

ในการใช้บริการ 3 ครั้งต่อสัปดาห์ ถ้าไต่ตลเลือกใช้บริการของ

ศูนย์ฟิตเนส “The Fit Club”

โดยมีค่าสมาชิก 1,200 บาท/เดือน และค่าบริการ 150 บาท/ครั้ง

ไต่ตลจะเสียค่าใช้จ่ายรวมจำนวน 3,000 บาท

ศูนย์ฟิตเนส “The Be Health Club”

โดยมีค่าสมาชิก 750 บาท/เดือน และค่าบริการ 180 บาท/ครั้ง

ไต่ตลจะเสียค่าใช้จ่ายรวมจำนวน 2,910 บาท

ศูนย์ฟิตเนส “The 21 Star Club”

โดยไม่เสียค่าสมาชิก และค่าบริการ 250 บาท/ครั้ง

ไต่ตลจะเสียค่าใช้จ่ายรวมจำนวน 3,000 บาท

ดังนั้น ไต่ตลควรเลือกสมัครใช้บริการศูนย์ฟิตเนสที่ “The Be Health Club” โดยมีค่าสมาชิกเดือนละ 1,200 บาท และค่าบริการครั้งละ 150 บาท ซึ่งจะทำให้ไต่ตลเสียค่าใช้จ่ายรวมน้อยที่สุดจำนวน 2,910 บาท

ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการ
ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในชีวิตประจำวันกิจกรรมที่เราทำอยู่เป็นประจำอย่างหนึ่งก็คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง เช่น



- ปัญหาการเดินทางไปโรงเรียนหรือทำงาน
- การเลือกซื้อสินค้าและบริการ
- การลงทุนค้าขาย
- การผ่อนชำระสินค้า
- การผ่อนบ้านหรือรถยนต์ เป็นต้น

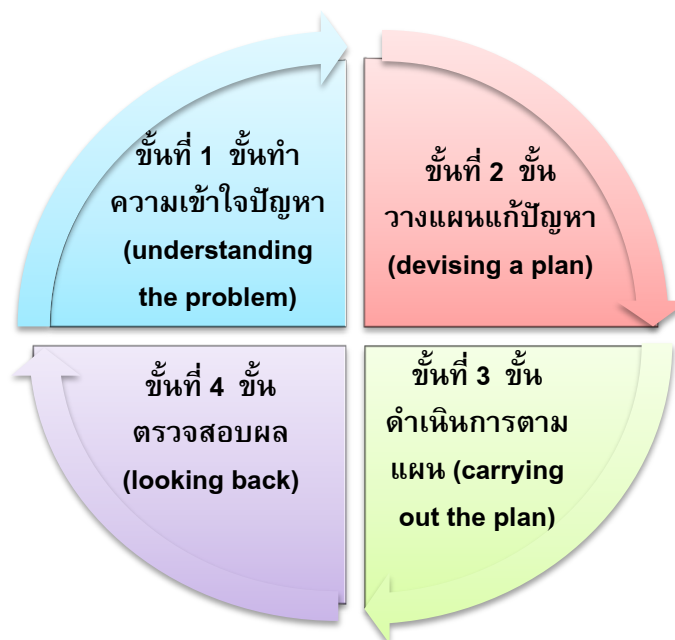
ซึ่งในบรรดาปัญหาเหล่านั้นมีปัญหาที่เราสามารถแก้ได้ง่าย โดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิมๆ และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ในทันที ต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ ร่วมกับเทคนิควิธีหลายอย่างในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าเรามีความรู้หรือแหล่งความรู้ที่เพียงพอ เข้าใจขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา มีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน เราก็จะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ดีและมีประสิทธิภาพ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical problem solving) จึงเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

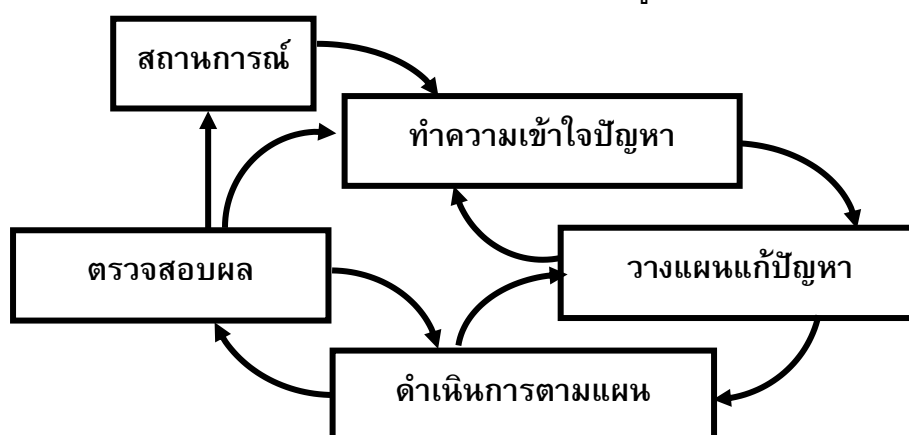
กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา



กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนดำเนินการตามแผน และขั้นตอนตรวจสอบผล



กระบวนการแก้ปัญหของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอนข้างต้น ได้มีการนำมาใช้ในการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง ต่อมา วิลสัน เฟร์นันเดซ และฮาดาเวย์ (Wilson; Fernandez; & Hadaway. 1993: 60–62) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว สามารถวนไปเวียนมาได้ ดังแผนภูมิ



กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling process) เป็นกระบวนการที่ดัดแปลงมาจากกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya) กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ (Wilson and others) และกระบวนการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ จิออร์ดาโน เวียร์ และฟอกซ์ (Giordano; Weir; & Fox)

กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริง ให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และขั้นแปลความหมาย คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง ดังภาพประกอบ





ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

- เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับสถานการณ์จริง วิเคราะห์และระบุส่วนสำคัญของสถานการณ์จริง ซึ่งได้แก่ สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง ตลอดจนอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงได้ ในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงนั้นนักเรียนอาจพิจารณาส่วนสำคัญของสถานการณ์จริงอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปซ้ำมา พิจารณาในหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่างๆ ช่วยในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง เช่น การเขียนรูป การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของสถานการณ์จริงด้วยถ้อยคำของตนเองก็ได้

ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง แล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา หลังจากนั้นปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (mathematical model) ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” เหล่านั้น ที่จะนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 3 ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนกระทั่งสามารถหาและสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ขั้นที่ 4 ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

- เป็นขั้นตอนที่ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน แล้วค่อยแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง”

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และ กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ
อะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย
ขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 จากกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนใด
เป็นขั้นตอนสำคัญที่สุด เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย ใ้บตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์



ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยา (Polya) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

- ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
- ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา
- ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน
- ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล

คำถามที่ 2 กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญอะไรบ้าง

ตอบ กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ได้แก่

- ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง
- ขั้นที่ 2 ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- ขั้นที่ 4 ขั้นแปลคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

คำถามที่ 3 จากกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนใดเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด อย่างไร

ตอบ จากกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด ขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ได้แก่ ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงสถานการณ์จริงเข้าสู่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเป็นขั้นตอนที่จะทำให้เราได้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” เพื่อนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

เรื่อง กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 90 นาที

การจัดการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนได้ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (real world situation) ที่กำหนด ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาสถานการณ์จริงที่ใช้ในคาบเรียนนี้ได้แก่ สถานการณ์จริง “การลงทุนเพื่ออนาคต” ซึ่งเป็นสถานการณ์จริงที่จรรยาต้องการนำเงินมรดกที่คุณปู่มอบให้ไปลงทุนเพื่อหาผลประโยชน์ให้ได้มากที่สุดและมีความมั่นคงในอนาคต เธอจึงนำเงินมรดกที่ได้นั้นไปซื้อ “บัตรเงินฝาก” ที่เป็นหนึ่งในการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น (compound interest) ซึ่งธนาคารมีรูปแบบและอัตราดอกเบี้ยหลายรูปแบบ ทำให้จรรยาต้องพิจารณาและตัดสินใจเลือกรูปแบบของ “บัตรเงินฝาก” แบบดอกเบี้ยทบต้นที่ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้นได้

1.1.2 คำนวณจำนวนเงินที่ได้จากฝากเงิน “แบบดอกเบี้ยทบต้น” เมื่อกำหนดเงินต้น อัตราดอกเบี้ย และระยะเวลาในการฝากเงินได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2.2 สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของตน หน้าชั้นเรียนได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

1.3.2 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของตน

1.3.3 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน

2. สารการเรียนรู้

แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น

ในวงจรธุรกิจ เมื่อนำเงินไปลงทุนเพื่อหาผลประโยชน์ ดอกเบี้ยหรือผลประโยชน์ที่ได้รับในแต่ละช่วงเวลา ถ้าเจ้าของไม่ถอนคืนจะนำมารวมกับเงินต้นเดิม เป็นเงินต้นใหม่ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณดอกเบี้ยในช่วงเวลาต่อไป ในการคำนวณดอกเบี้ยแต่ละครั้ง คำนวณจากเงินต้นที่ไม่เท่ากัน ดอกเบี้ยที่ได้ในลักษณะดังกล่าวนี้เรียกว่า **“ดอกเบี้ยทบต้น”** (compound Interest) และเรียกการฝากลงทุนในลักษณะดังกล่าวว่า **“การฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น”**

ในการคิดดอกเบี้ยทบต้น จำนวนเงินที่นำมาลงทุนหรือฝากครั้งแรก เรียกว่า **“เงินต้น”** (principal) ระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณดอกเบี้ย เรียกว่า **“งวด”** (period) ซึ่งงวดหนึ่งๆ อาจเป็น เดือน สามเดือน หกเดือน หรือ หนึ่งปี ก็ได้ ดังนั้น ในระยะเวลาหนึ่งปี การฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น ทางธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้ในแต่ละแบบ ดังนี้

- | | | | |
|------------------------|---------------|-----|----------|
| 1) แบบทบต้นทุกปี | จะคิดดอกเบี้ย | 1 | ครั้ง/ปี |
| 2) แบบทบต้นทุก 3 เดือน | จะคิดดอกเบี้ย | 4 | ครั้ง/ปี |
| 3) แบบทบต้นทุกเดือน | จะคิดดอกเบี้ย | 12 | ครั้ง/ปี |
| 4) แบบทบต้นทุกวัน | จะคิดดอกเบี้ย | 365 | ครั้ง/ปี |

“อัตราดอกเบี้ย” (interest) ที่ใช้ก็จะต้องเป็นอัตราดอกเบี้ยต่องวด สำหรับจำนวนเงินที่เกิดจากผลรวมของเงินต้นกับดอกเบี้ยที่ได้รับในแต่ละงวด จะเรียกว่า **“เงินรวม”** (compound amount)

3. สื่อการเรียนรู้

- 3.1 ใบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น”
- 3.2 ใบกิจกรรม เรื่อง “การลงทุนเพื่ออนาคต”
- 3.3 ผลเฉลยกิจกรรม เรื่อง “การลงทุนเพื่ออนาคต” (สำหรับครูเท่านั้น)
- 3.4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก สำหรับกิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต” (สำหรับครูเท่านั้น)
- 3.5 แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สำหรับครูเท่านั้น)
- 3.6 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น”
- 3.7 เครื่องคิดเลข

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง การฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น โดยการอธิบาย “ความสำคัญของการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น” ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้

4.1.2 เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้นชัดเจนยิ่งขึ้น ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ในธนาคารทั่วไป มักจะมีรูปแบบการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้นมาให้เลือกมากมาย นักเรียนเคยได้ยินหรือรู้จักการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้นรูปแบบใดบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า การฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้นแบบทุกปี ทุก 6 เดือน ทุก 3 เดือน หรือทุกวัน]

(2) ถ้าในการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้นจำนวน 100 บาท กับธนาคารที่มีอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 2 ต่อปี แล้วมีรูปแบบการฝาก 2 แบบ ได้แก่ “แบบทบต้นทุกปี” และ “แบบทบต้นทุก 6 เดือน” นักเรียนจะเลือกฝากเงินรูปแบบใด จึงจะได้ผลตอบแทนรวมสูงที่สุด เพราะเหตุใด

[นักเรียนควรตอบว่า เลือกแบบทบต้นทุก 6 เดือน เนื่องจากในระยะเวลา 1 ปี ธนาคารจะคิดดอกเบี้ย 2 ครั้ง คือ

$$\text{ครั้งที่ 1 จะได้ผลตอบแทนรวม } 100 + 100 \left(\frac{0.02}{2} \right) = 101 \text{ บาท}$$

$$\text{ครั้งที่ 2 จะได้ผลตอบแทนรวม } 101 + 101 \left(\frac{0.02}{2} \right) = 102.01 \text{ บาท}$$

ซึ่งมากกว่า การคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี ที่มีผลตอบแทนรวม

$$100 + 100(0.02) = 102 \text{ บาท]}$$

เป็นต้น

4.1.3 เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ตรงกัน ครูสรุปคำตอบที่ถูกต้องของแต่ละข้อคำถามอีกครั้ง

4.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 70 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียนในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ซึ่งได้แก่

(1) การลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์จริงที่กำหนด

(3) การเขียนผลเฉลยในใบกิจกรรม

(4) การนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า “ทุกคนจะต้องเข้าใจผลเฉลยของตนเองและสามารถอธิบายได้” หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2.2 ครูแจกใบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น”ให้นักเรียนแต่ละคน พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ โดยเน้นย้ำ “ขั้นตอนต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด”

4.2.3 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มากยิ่งขึ้น ครูแจกใบกิจกรรม เรื่อง “การลงทุนเพื่ออนาคต” ให้นักเรียนแต่ละคน แล้วนำเสนอสถานการณ์จริง “การลงทุนเพื่ออนาคต” ตลอดจนจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนดผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.4 เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเริ่มต้นด้วยขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จริงที่กำหนดอีกครั้ง แล้วตั้งคำถามให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สถานการณ์จริงนี้ เป็นเรื่องเกี่ยวกับอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า การซื้อ “บัตรเงินฝาก” ของจิรา]

(2) การซื้อ “บัตรเงินฝาก” แบบดอกเบี้ยทบต้น มีลักษณะแตกต่างจากการฝากเงินแบบทั่วๆ ไปอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า การซื้อ “บัตรเงินฝาก” แบบดอกเบี้ยทบต้น เป็นการฝากเงินที่นำดอกเบี้ยหรือผลประโยชน์ที่ได้รับในแต่ละช่วงเวลามารวมกับเงินต้นเดิมเพื่อเป็นเงินต้นใหม่ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณดอกเบี้ยในช่วงเวลาต่อไป]

(3) ในสถานการณ์จริงที่กำหนด รูปแบบของ “บัตรเงินฝาก” มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า “บัตรเงินฝาก” แบบดอกเบี้ยทบต้น มีแบบทบต้นทุกปีแบบทบต้นทุกหกเดือน แบบทบต้นทุกสามเดือน และแบบทบต้นทุกวัน]

(4) ในระยะเวลาหนึ่งปี ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยของบัตรเงินฝากแบบดอกเบี้ยทบต้นแต่ละรูปแบบ แตกต่างกันอย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า

ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุกปี	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้ 1 ครั้ง/ปี
ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุก 6 เดือน	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้ 2 ครั้ง/ปี
ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุก 3 เดือน	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้ 4 ครั้ง/ปี
และถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุกวัน	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้ 365 ครั้ง/ปี]

(5) ธนาคารเรียก ระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณดอกเบี้ยทบต้น ว่าอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า งวด (period)]

(6) ธนาคารเรียก จำนวนเงินที่นำมาลงทุนหรือฝากครั้งแรกในการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น ว่าอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า เงินต้น (principal)]

(7) สิ่ง สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า รูปแบบของ “บัตรเงินฝาก” ที่จิราควรเลือกซื้อเพื่อให้ได้ผลตอบแทนรวมสูงที่สุด และจำนวนเงินรวมที่ได้จากการซื้อ “บัตรเงินฝาก” เมื่อฝากเงินครบ 5 ปี]

(8) ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ความหมายของ “บัตรเงินฝาก” ทางเลือกใหม่ในการลงทุนของธนาคารแห่งหนึ่ง รูปแบบและอัตราดอกเบี้ยต่อปี มรดกจากคุณปู่ของจิรา ระยะเวลา และจำนวนเงินลงทุนของจิรา]

เป็นต้น

4.2.5 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์จริงที่กำหนดแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิด ค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) ด้วยตนเอง

4.2.6 หลังจากนั้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” เหล่านั้นให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่สอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง และสามารถนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบได้

4.2.7 ถ้ามีนักเรียนคนใดมีข้อสงสัยหรือไม่สามารถปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้ ครูอาจช่วยนักเรียนโดยการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ผลตอบแทนรวม เงินลงทุน(เงินต้น) อัตราดอกเบี้ยต่อปี จำนวนครั้งที่จ่ายดอกเบี้ยต่อปี และจำนวนปีที่ฝากเงิน]

(2) ถ้าต้องการฝากเงินแบบทบต้นทุก 6 เดือน โดยมีเงินต้น 100 บาท และธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 2 ต่อปี เมื่อฝากเป็นระยะเวลา 1 ปี จะได้ผลตอบแทนรวมเท่าไรบ้าง ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณพอสังเขป

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 6 เดือน จะคิดดอกเบี้ย 2 ครั้ง ดังนี้

ครั้งที่ 1 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น

$$100 + 100 \left(\frac{0.02}{4} \right) = 100 \left(1 + \frac{0.02}{4} \right) = 100.5 \text{ บาท}$$

ครั้งที่ 2 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น

$$100.5 + 100.5 \left(\frac{0.02}{4} \right) = 100.5 \left(1 + \frac{0.02}{4} \right) = 101.0025 \text{ บาท]}$$

(3) จากการแสดงวิธีการคำนวณผลตอบแทนรวมในข้อ 2 นักเรียนคิดว่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ควรปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้อย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ควรปรับ

ผลตอบแทนรวม	ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (S)
เงินลงทุน (เงินต้น)	ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (P)
อัตราดอกเบี้ยต่อปี	ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (r)
จำนวนครั้งที่จ่ายดอกเบี้ยต่อปี	ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (n)
และจำนวนปีที่ฝากเงิน	ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (t)]

เป็นต้น

4.2.8 ขณะที่นักเรียนแต่ละคนกำลังปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่นั้น ครูควรเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน พร้อมทั้งสังเกตการมีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของนักเรียน

4.2.9 เมื่อนักเรียนแต่ละคนได้ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ครูให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้น รวมทั้งสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ แล้วเขียนลงในใบกิจกรรมของตน

4.2.10 เมื่อนักเรียนแต่ละคนได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ครูให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน โดยการตั้งคำถามแล้วให้นักเรียนตอบซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าเปลี่ยน “จำนวนเงินลงทุนหรือเงินต้น” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาผลตอบแทนรวมของการซื้อ “บัตรเงินฝาก” ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) ในการคำนวณหาผลตอบแทนรวมของการซื้อ “บัตรเงินฝาก” ได้ เพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า (P) แล้วคำนวณหาผลตอบแทนรวมออกมา]

(2) ถ้าเปลี่ยน “อัตราดอกเบี้ยต่อปี” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาผลตอบแทนรวมของการซื้อ “บัตรเงินฝาก” ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) ในการคำนวณหาผลตอบแทนรวมของการซื้อ “บัตรเงินฝาก” ได้เพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า (r) แล้วคำนวณหาผลตอบแทนรวมออกมา]

(3) ถ้าเปลี่ยน “รูปแบบของบัตรเงินฝากแบบดอกเบี้ยทบต้น” จาก “แบบทบต้นทุกปี” ไปเป็น “แบบทบต้นทุกวัน” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” สำหรับบัตรเงินฝาก “แบบทบต้นทุกปี” มาคำนวณหาผลตอบแทนรวมของบัตรเงินฝาก “แบบทบต้นทุกวัน” ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) ในการคำนวณหาผลตอบแทนรวมของการซื้อบัตรเงินฝาก “แบบทบต้นทุกวัน” ได้เพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า (t) แล้วคำนวณหาผลตอบแทนรวมออกมา]

เป็นต้น

4.2.11 เมื่อเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง เรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” แล้วเขียนคำตอบของสถานการณ์จริงลงในใบกิจกรรม

4.2.12 เมื่อนักเรียนทุกคนได้คำตอบของสถานการณ์จริงแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคนออกมานำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตน” หน้าชั้นเรียน หรือครูอาจสุ่มเลือกนักเรียนบางคนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน” (ถ้ามี)

4.2.13 ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปราย “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของแต่ละคน ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

- (1) ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนใดมีความยุ่งยากซับซ้อนที่สุด เพราะเหตุใด
- (2) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- (3) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของคนใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด
- (4) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่าง แล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร
- (5) การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของคนใดชัดเจนที่สุด เพราะเหตุใด

เป็นต้น

4.2.14 ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุป “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

- (1) สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร

- (2) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง
- (3) แนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้ มีอะไรบ้าง
- (4) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
- (5) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด
- (6) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่าง แล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร
- (7) เราสามารถใช้ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ในการหา “คำตอบของสถานการณ์จริงที่กำหนด” ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

4.3 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี๋ยทบต้น” ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนลงไป โดยคำถามในใบตรวจสอบความรู้ มีดังนี้

- (1) การฝากเงิน “แบบดอกเบี๋ยทบต้น” มีลักษณะแตกต่างจากการฝากเงินแบบต่างๆ ไปอย่างไร

[นักเรียนควรตอบว่า การฝากเงิน “แบบดอกเบี๋ยทบต้น” เป็นการฝากเงินที่นำดอกเบี๋ยหรือผลประโยชน์ที่ได้รับในแต่ละช่วงเวลามารวมกับเงินต้นเดิม เพื่อเป็นเงินต้นใหม่ที่นำไปใช้ในการคำนวณดอกเบี๋ยในช่วงเวลาต่อไป]

- (2) ในระยะเวลาหนึ่งปี ธนาคารจะคิดดอกเบี๋ยของการฝากเงินแบบ “ดอกเบี๋ยทบต้น” แบบทุกปี ทุก 6 เดือน ทุก 3 เดือน และทุกวัน แตกต่างกันอย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า

ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุกปี	ธนาคารจะคิดดอกเบี๋ยให้ 1 ครั้ง/ปี
ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุก 6 เดือน	ธนาคารจะคิดดอกเบี๋ยให้ 2 ครั้ง/ปี
ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุก 3 เดือน	ธนาคารจะคิดดอกเบี๋ยให้ 4 ครั้ง/ปี
และถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุกวัน	ธนาคารจะคิดดอกเบี๋ยให้ 365 ครั้ง/ปี]

- (3) ถ้าต้องการฝากเงินแบบทบต้นทุก 3 เดือน โดยมีเงินต้น 1,000 บาท และธนาคารให้ดอกเบี๋ยร้อยละ 2 ต่อปี เมื่อฝากเป็นระยะเวลา 1 ปี จะได้ผลตอบแทนรวมเท่าไรบ้าง ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณพอสังเขป

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้าคิดดอกเบี๋ยแบบทบต้นทุกปี จะคิดดอกเบี๋ย 4 ครั้ง ดังนี้

ครั้งที่ 1 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น $100\left(1+\frac{0.02}{4}\right)=100.5$ บาท

ครั้งที่ 2 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น $100\left(1+\frac{0.02}{4}\right)^2=101.0025$ บาท

ครั้งที่ 3 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น $100\left(1+\frac{0.02}{4}\right)^3=101.507$ บาท

ครั้งที่ 4 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น $100\left(1+\frac{0.02}{4}\right)^4=102.015$ บาท]

4.3.2 ครูเก็บใบตรวจสอบความรู้ของนักเรียนแต่ละคน เพื่อประเมินผลการเรียนรู้

4.3.3 ครูตั้งคำถามในใบตรวจสอบความรู้ที่ละข้อ แล้วสุ่มนักเรียน 2-3 คน เพื่อให้
นำเสนอคำตอบในแต่ละข้อ

4.3.4 ครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่ละข้อของนักเรียน พร้อมทั้งสรุป
คำตอบแต่ละข้ออีกครั้ง



5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้นได้ 2. คำนวณจำนวนเงินที่ได้จากการฝากเงิน “แบบดอกเบี้ยทบต้น” เมื่อกำหนดเงินต้น อัตราดอกเบี้ย และระยะเวลาในการฝากเงิน ได้	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น และจำนวนคำถามที่นักเรียนตอบได้ถูกต้อง เครื่องมือวัดผล : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น (มีคำถามทั้งหมด 3 ข้อ)	เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อคำถาม ● ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 1. ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรม เรื่อง การลงทุนเพื่ออนาคต เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรม เรื่อง การลงทุนเพื่ออนาคต	เกณฑ์การให้คะแนน ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกแบบวิเคราะห์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ดังตารางแนบ เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 12 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของตน หน้าชั้นเรียนได้	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องและชัดเจน ของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	เกณฑ์การให้คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องและชัดเจน จะได้ คะแนน 3 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ :</u> 1. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล 2. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของตน 3. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นอย่างเด่นชัด จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นเพียงเล็กน้อย จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>แสดงออกเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้ /ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



การฝากเงินกับธนาคารเป็นแนวทางหนึ่งในการเก็บออมที่เรารู้จักกันดีว่าได้ดอกเบี้ยต่ำมาก ต้องใช้ระยะเวลาในการเก็บออมที่นาน เราจึงควรรหาแนวทางอื่นที่ให้ผลประโยชน์และดอกเบี้ยสูง ซึ่งปัจจุบันมีธนาคารหลายแห่งคิดหาวิธีการฝากเงินแบบเพื่อหวังดอกเบี้ยที่ออกมา ยิ่งธนาคารไหนมีอัตราดอกเบี้ยที่ให้ผลตอบแทนรวมสูง ก็ยิ่งมีความน่าสนใจมากเท่านั้น “บัตรเงินฝาก(CDs)” จึงเป็นอีกหนึ่งช่องทางการฝากเงินที่มีอัตราดอกเบี้ยที่สูง และมีรูปแบบให้เลือกที่หลากหลาย

บัตรเงินฝาก (Certificate of Deposits : CDs) คือ ตราสารที่ธนาคารออกให้แก่ผู้ฝากเงิน เพื่อเป็นหลักฐานในการรับฝากเงิน และเพื่อเป็นการแสดงสิทธิของผู้ทรงตราสารที่จะได้รับเงินฝากคืนเมื่อครบกำหนดตามระยะเวลาที่กำหนดไว้บนบัตรเงินฝาก โดยในระหว่างที่บัตรเงินฝากยังไม่ครบกำหนดชำระ ธนาคารจะไม่อนุญาตให้มีการนำบัตรเงินฝากไปจำหน่ายหรือเป็นหลักประกันกับบุคคลอื่นใด เว้นแต่เป็นการทำธุรกรรมกับธนาคารเท่านั้น



ธนาคารแห่งหนึ่ง ได้เพิ่มทางเลือกใหม่ในการลงทุน ออกบัตรเงินฝากพิเศษ เหมาะสำหรับผู้ที่ต้องการลงทุนระยะยาวและมองหาผลตอบแทนที่คุ้มค่า และมีรูปแบบดอกเบี้ยที่หลากหลายดังตารางต่อไปนี้

รูปแบบดอกเบี้ยทบต้น	อัตราดอกเบี้ย (ต่อปี)
ทุกปี	4.74%
ทุก 6 เดือน	4.72%
ทุก 3 เดือน	4.71%
ทุกวัน	4.69%

หลังจากที่จิราเรียนจบในระดับมัธยม คุณปู่ได้มอบมรดกให้จิราจำนวน 1,000,000 บาท จิราต้องการนำเงินจำนวนนี้ไปฝากกับธนาคารเพื่อเก็บออมไว้ใช้เรียนต่อในอีก 5 ปีข้างหน้า จิราจึงตัดสินใจซื้อ “บัตรเงินฝาก” จากธนาคารแห่งนี้

อยากทราบว่า จิราควรจะเลือกซื้อ “บัตรเงินฝาก” แบบใดที่จะทำให้ได้ผลตอบแทนรวมสูงที่สุด และได้ผลตอบแทนรวมสูงสุดเป็นจำนวนเงินเท่าไร จงแสดงข้อมูลเปรียบเทียบผลตอบแทนแต่ละรูปแบบ

ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ผลตอบแทนรวมที่ได้จากการซื้อ “บัตรเงินฝาก” แบบ ดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน โดยมีต้นทุน 10,000 บาท อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 2 ต่อปี และฝาก เป็นระยะเวลา 2 ปี (4 คะแนน)



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)



ขั้นที่ 3: ขั้นตอนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ขั้นที่ 4: ชั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)



เฉลย กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



ขั้นที่ 1: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง (1 คะแนน)

- รูปแบบของบัตรเงินฝากที่ได้ผลตอบแทนรวมสูงที่สุด
- จำนวนเงินที่ได้จากการซื้อ “บัตรเงินฝาก” ที่ได้ผลตอบแทนรวมสูงที่สุด

2. “ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง (2 คะแนน)

- ความหมายของ “บัตรเงินฝาก”
- ทางเลือกใหม่ในการลงทุนของธนาคารแห่งหนึ่ง
- รูปแบบดอกเบี้ยทบต้นและอัตราดอกเบี้ยต่อปี
- มรดกจากคุณปู่ของจิรา
- ระยะเวลาและจำนวนเงินลงทุนของจิรา

3. จำนวนครั้งที่ธนาคารจ่ายดอกเบี้ยทบต้นในระยะเวลา 1 ปี ของบัตรเงินฝากแบบทบต้นทุกปี, ทุก 6 เดือน, ทุก 3 เดือน และทุกวัน แตกต่างกันอย่างไร จงอธิบาย (2 คะแนน)

ในระยะเวลา 1 ปี ธนาคารจะจ่ายดอกเบี้ยทบต้น

แบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุกปี”	จำนวน 1 ครั้ง
แบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน”	จำนวน 2 ครั้ง
แบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน”	จำนวน 4 ครั้ง
และ แบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุกวัน”	จำนวน 365 ครั้ง

เฉลย กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ผลตอบแทนรวมที่ได้จากการซื้อ “บัตรเงินฝาก” แบบ ดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน โดยมีต้นทุน 10,000 บาท อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 2 ต่อปี และฝาก เป็นระยะเวลา 1 ปี (4 ค่ะแน)

ในระยะเวลา 2 ปี ถ้าคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุก 6 เดือน จะคิดดอกเบี้ยทั้งหมด 4 ครั้ง ดังนี้

ครั้งที่ 1 เงินต้น 10,000 บาท

ฝากแบบดอกเบี้ยทบต้น ครั้งที่ 1 จะได้ดอกเบี้ย $10,000\left(\frac{0.03}{2}\right)$ บาท

ดังนั้น ผลตอบแทนรวม เท่ากับ เงินต้น + ดอกเบี้ยครั้งที่ 1

$$= 10,000 + 10,000\left(\frac{0.03}{2}\right)$$

$$= 10,000\left(1 + \frac{0.03}{2}\right)$$

ครั้งที่ 2 เงินต้น $10,000\left(1 + \frac{0.03}{2}\right)$ บาท

ฝากแบบดอกเบี้ยทบต้น ครั้งที่ 2 จะได้ดอกเบี้ย $\left[10,000\left(1 + \frac{0.03}{2}\right)\right]\left(\frac{0.03}{2}\right)$ บาท

ดังนั้น ผลตอบแทนรวม เท่ากับ เงินต้น + ดอกเบี้ยครั้งที่ 2

$$= 10,000\left(1 + \frac{0.03}{2}\right) + \left[10,000\left(1 + \frac{0.03}{2}\right)\right]\left(\frac{0.03}{2}\right)$$

$$= \left[10,000\left(1 + \frac{0.03}{2}\right)\right]\left(1 + \frac{0.03}{2}\right)$$

$$= 10,000\left(1 + \frac{0.03}{2}\right)^2$$

เฉลย กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



ครั้งที่ 3 เงินต้น $10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^2$ บาท

ฝากแบบดอกเบี้ยทบต้น ครั้งที่ 3 จะได้ดอกเบี้ย $\left[10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^2\right]\left(\frac{0.03}{2}\right)$ บาท

ดังนั้น ผลตอบแทนรวม เท่ากับ เงินต้น + ดอกเบี้ยครั้งที่ 3

$$\begin{aligned} &= 10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^2 + \left[10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^2\right]\left(\frac{0.03}{2}\right) \\ &= \left[10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^2\right]\left(1+\frac{0.03}{2}\right) \\ &= 10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^3 \end{aligned}$$

ครั้งที่ 4 เงินต้น $10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^3$ บาท

ฝากแบบดอกเบี้ยทบต้น ครั้งที่ 4 จะได้ดอกเบี้ย $\left[10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^3\right]\left(\frac{0.03}{2}\right)$ บาท

ดังนั้น ผลตอบแทนรวม เท่ากับ เงินต้น + ดอกเบี้ยครั้งที่ 4

$$\begin{aligned} &= 10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^3 + \left[10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^3\right]\left(\frac{0.03}{2}\right) \\ &= \left[10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^3\right]\left(1+\frac{0.03}{2}\right) \\ &= 10,000\left(1+\frac{0.03}{2}\right)^4 \end{aligned}$$

เฉลย กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

กำหนดให้	S แทน ผลตอบแทนรวม
	P แทน เงินลงทุน (เงินต้น)
	r แทน อัตราดอกเบี้ยต่อปี
	n แทน จำนวนครั้งที่จ่ายดอกเบี้ยต่อปี
และ	t แทน จำนวนปีที่ฝากเงิน

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

$$S(t) = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

เมื่อ	S แทน ผลตอบแทนรวม
	P แทน เงินลงทุน (เงินต้น)
	r แทน อัตราดอกเบี้ยต่อปี
	n แทน จำนวนครั้งที่จ่ายดอกเบี้ยต่อปี
และ	t แทน จำนวนปีที่ฝากเงิน

เฉลย กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

เนื่องจากเงินต้นจำนวน 1,000,000 บาท สำหรับระยะเวลา 5 ปี จากอัตราดอกเบี้ย “บัตรเงินฝาก” แบบต่างๆ ของธนาคาร จะได้ว่า

แบบที่ 1 บัตรเงินฝากแบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุกปี” อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.74 ต่อปี
นั่นคือ ในระยะเวลา 5 ปี จะคิดดอกเบี้ยทั้งหมด 5 ครั้ง

$$\text{จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์} \quad S(t) = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad S(5) &= 1,000,000 \left(1 + \frac{0.0474}{1}\right)^{(1)(5)} \\ &= 1,000,000 (1.0474)^5 \\ &\approx 1,260,558.043 \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,260,558.043 บาท

แบบที่ 2 บัตรเงินฝากแบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน”
อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.72 ต่อปี

นั่นคือ ในระยะเวลา 5 ปี จะคิดดอกเบี้ยทั้งหมด 10 ครั้ง

$$\text{จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์} \quad S(t) = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad S(5) &= 1,000,000 \left(1 + \frac{0.0472}{2}\right)^{(2)(5)} \\ &= 1,000,000 \left(1 + \frac{0.0472}{2}\right)^{10} \\ &= 1,000,000 (1.0236)^{10} \\ &\approx 1,262,707.535 \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,262,707.535 บาท

เฉลย กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



แบบที่ 3 บัตรเงินฝากแบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน”

อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.71 ต่อปี

นั่นคือ ในระยะเวลา 5 ปี จะคิดดอกเบี้ยทั้งหมด 20 ครั้ง

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $S(t) = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S(5) &= 1,000,000 \left(1 + \frac{0.0471}{4}\right)^{(4)(5)} \\ &= 1,000,000 \left(1 + \frac{0.0471}{4}\right)^{20} \\ &= 1,000,000 (1.011775)^{20} \\ &\approx 1,263,801.551 \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,263,801.551 บาท

แบบที่ 4 บัตรเงินฝากแบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุกวัน”

อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.69 ต่อปี

ฉะนั้น ในระยะเวลา 5 ปี จะคิดดอกเบี้ยทั้งหมด 1,825 ครั้ง

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $S(t) = P \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S(5) &= 1,000,000 \left(1 + \frac{0.0469}{365}\right)^{(365)(5)} \\ &= 1,000,000 \left(1 + \frac{0.0469}{365}\right)^{1,825} \\ &= 1,000,000 (1.000128493)^{1,825} \\ &\approx 1,264,257.427 \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,264,257.427 บาท

เฉลย กิจกรรม “การลงทุนเพื่ออนาคต”



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

สามารถแสดงคำตอบของผลตอบแทนรวม ได้ดังนี้

รูปแบบ ดอกเบี้ยทบต้น	อัตราดอกเบี้ย (ต่อปี)	ผลตอบแทนรวม
ทุกปี	4.74%	ประมาณ 1,260,558.043 บาท
ทุก 6 เดือน	4.72%	ประมาณ 1,262,707.535 บาท
ทุก 3 เดือน	4.71%	ประมาณ 1,263,801.551 บาท
ทุกวัน	4.69%	ประมาณ 1,264,257.427 บาท

ดังนั้น บัตรฝากเงินแบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุกวัน” จะให้ผลตอบแทนรวมสูงที่สุด และให้ผลตอบแทนรวมจำนวน 1,264,257.427 บาท

ขั้นที่ 4: ขั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

ในระยะเวลา 5 ปี ถ้าจิราเลือกซื้อ “บัตรเงินฝาก” แบบ

“ดอกเบี้ยทบต้นทุกปี” อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.74 ต่อปี

ธนาคารจะให้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,260,558.043 บาท

“ดอกเบี้ยทบต้นทุก 6 เดือน” อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.72 ต่อปี

ธนาคารจะให้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,262,707.535 บาท

“ดอกเบี้ยทบต้นทุก 3 เดือน” อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.71 ต่อปี

ธนาคารจะให้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,263,801.551 บาท

“ดอกเบี้ยทบต้นทุกวัน” อัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.69 ต่อปี

ธนาคารจะให้ผลตอบแทนรวมประมาณ 1,264,257.427 บาท

ดังนั้น จิราควรเลือกซื้อบัตรเงินฝากแบบ “ดอกเบี้ยทบต้นทุกวัน” โดยอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 4.69 ต่อปี ซึ่งจะทำให้จิราได้ผลตอบแทนรวมสูงสุดจำนวน 1,264,257.427 บาท

ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น



ในวงการธุรกิจ เมื่อนำเงินไปลงทุนเพื่อหาผลประโยชน์ ดอกเบี้ยหรือผลประโยชน์ที่ได้รับในแต่ละช่วงเวลา ถ้าเจ้าของไม่ถอนคืนจะนำมารวมกับเงินต้นเดิม เป็นเงินต้นใหม่ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณดอกเบี้ย ในช่วงเวลาต่อไป ในการคำนวณดอกเบี้ยแต่ละครั้งคำนวณจากเงินต้นที่ไม่เท่ากัน ดอกเบี้ยที่ได้ในลักษณะ

ดังกล่าวนี้เรียกว่า “ดอกเบี้ยทบต้น” (Compound Interest) และเรียกการฝากลงทุนในลักษณะดังกล่าวว่า “การฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น”

- ในการคิดดอกเบี้ยทบต้น จำนวนเงินที่นำมาลงทุนหรือฝากครั้งแรก เรียกว่า “เงินต้น” (Principal)
- ระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณดอกเบี้ย เรียกว่า “งวด” (Period) ซึ่งงวดหนึ่งๆ อาจเป็น เดือน สามเดือน หกเดือน หรือ หนึ่งปี ก็ได้

ดังนั้น ในระยะเวลาหนึ่งปี การฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น ทางธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้ในแต่ละแบบ ดังนี้

- | | | | |
|------------------------|---------------|-----|----------|
| 1) แบบทบต้นทุกปี | จะคิดดอกเบี้ย | 1 | ครั้ง/ปี |
| 2) แบบทบต้นทุก 3 เดือน | จะคิดดอกเบี้ย | 4 | ครั้ง/ปี |
| 3) แบบทบต้นทุกเดือน | จะคิดดอกเบี้ย | 12 | ครั้ง/ปี |
| 4) แบบทบต้นทุกวัน | จะคิดดอกเบี้ย | 365 | ครั้ง/ปี |

“อัตราดอกเบี้ย” (Interest) ที่ใช้จะต้องเป็นอัตราดอกเบี้ยต่องวด สำหรับจำนวนเงินที่เกิดจากผลรวมของเงินต้นกับดอกเบี้ยที่ได้รับในแต่ละงวด จะเรียกว่า “เงินรวม” (Compound Amount)

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบดอกเบี้ยทบต้น



ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 การฝากเงินแบบ “ดอกเบี้ยทบต้น” มีลักษณะแตกต่างจากการฝากเงินแบบทั่วๆ ไปอย่างไร

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 2 ในระยะเวลาหนึ่งปี ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยของการฝากเงินแบบ “ดอกเบี้ยทบต้น” แบบทุกปี ทุก 6 เดือน ทุก 3 เดือน และทุกวัน แตกต่างกันอย่างไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 ถ้าต้องการฝากเงินแบบทบต้นทุก 3 เดือน โดยมีเงินต้น 1,000 บาท และธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 2 ต่อปี เมื่อฝากเป็นระยะเวลา 1 ปี จะได้ผลตอบแทนรวมเท่าไรบ้าง ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณพอสังเขป

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับการฝากเงินแบบ ดอกเบี้ยทบต้น



ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 การฝากเงินแบบ “ดอกเบี้ยทบต้น” มีลักษณะแตกต่างจากการฝากเงินแบบอื่นๆ ใด อย่างไร

ตอบ การฝากเงินแบบ “ดอกเบี้ยทบต้น” เป็นการฝากเงินที่นำดอกเบี้ยหรือผลประโยชน์ที่ได้รับในแต่ละช่วงเวลามารวมกับเงินต้นเดิม เพื่อเป็นเงินต้นใหม่ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณดอกเบี้ยในช่วงเวลาต่อไป

คำถามที่ 2 ในระยะเวลาหนึ่งปี ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยของการฝากเงินแบบ “ดอกเบี้ยทบต้น” แบบทุกปี ทุก 6 เดือน ทุก 3 เดือน และทุกวัน แตกต่างกันอย่างไรบ้าง

ตอบ	ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุกปี	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้	1 ครั้ง/ปี
	ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุก 6 เดือน	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้	2 ครั้ง/ปี
	ถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุก 3 เดือน	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้	4 ครั้ง/ปี
	และถ้าฝากเงินแบบทบต้นทุกวัน	ธนาคารจะคิดดอกเบี้ยให้	365 ครั้ง/ปี

คำถามที่ 3 ถ้าต้องการฝากเงินแบบทบต้นทุก 3 เดือน โดยมีเงินต้น 1,000 บาท และธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 2 ต่อปี เมื่อฝากเป็นระยะเวลา 1 ปี จะได้ผลตอบแทนรวมเท่าไรบ้าง ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณพอสังเขป

ตอบ ถ้าคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี จะคิดดอกเบี้ย 4 ครั้ง ดังนี้

$$\text{ครั้งที่ 1 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น } 1,000 \left(1 + \frac{0.02}{4} \right) = 1,005 \text{ บาท}$$

$$\text{ครั้งที่ 2 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น } 1,000 \left(1 + \frac{0.02}{4} \right)^2 = 1010.025 \text{ บาท}$$

$$\text{ครั้งที่ 3 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น } 1,000 \left(1 + \frac{0.02}{4} \right)^3 \approx 1015.075 \text{ บาท}$$

$$\text{ครั้งที่ 4 จะได้ผลตอบแทนรวมเป็น } 1,000 \left(1 + \frac{0.02}{4} \right)^4 \approx 1020.151 \text{ บาท}$$

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

เรื่อง กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4

เวลา 90 นาที

การจัดการเรียนรู้ในคาบเรียนนี้มีจุดประสงค์การเรียนรู้หลัก คือ เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนได้ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริง (real world situation) ที่กำหนด ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาสถานการณ์จริงที่ใช้ในคาบเรียนนี้ได้แก่ สถานการณ์จริง “ขยะล้นเมือง” ซึ่งเป็นสถานการณ์จริงที่ต้องการคาดการณ์ปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานครในอีก 10 ปีข้างหน้า (ปี พ.ศ. 2569) ที่มีแนวโน้มจะเพิ่มมากขึ้นทุกๆ ปี เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาและป้องกันแก้ปัญหาขยะมูลฝอยในอนาคต

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.1.1 อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นได้

1.1.2 เขียนฟังก์ชันแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลที่สถานการณ์จริงกำหนดให้ได้

1.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียน

1.2.1 ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2.2 สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้

1.3 ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

1.3.1 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม

1.3.2 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม

1.3.3 มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน

2. สาระการเรียนรู้

แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น

ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง เช่น

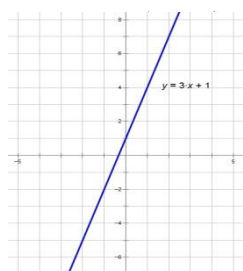
$f = \{(x, y) \in R \times R \mid y = 2x + 3\}$ เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เพราะสมการของฟังก์ชัน f อยู่ในรูป $y = ax + b$ โดยที่ $a = 2$ และ $b = 3$

ฟังก์ชัน $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = b$ ซึ่งมีชื่อเรียกว่า ฟังก์ชันคงตัว (constant function) กราฟของฟังก์ชันคงตัวจะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน X

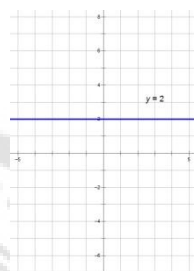
กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็นเส้นตรงเสมอ

ตัวอย่างของฟังก์ชันเชิงเส้น ได้แก่

$$y = 3x + 1$$

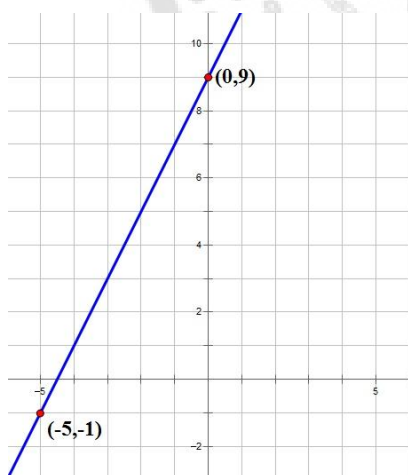


$$y = 2$$



การเขียนฟังก์ชันเชิงเส้นจากกราฟของฟังก์ชัน

ตัวอย่างเช่น จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกราฟ



จากรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น $y = ax + b$ แทนค่า จุดผ่าน $(0, 9)$ และ $(-5, -1)$ ใน

$$y = ax + b$$

จะได้ $9 = a(0) + b$

ดังนั้น $b = 9$

และ $-1 = a(-5) + b$

$$-1 = a(-5) + 9$$

$$5a = 9 + 1$$

$$a = \frac{10}{5} = 2$$

ดังนั้น กราฟนี้มีฟังก์ชันคือ $y = 2x + 9$

3. สื่อการเรียนรู้

3.1 ใบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น”

3.2 ใบกิจกรรม เรื่อง “ขยะล้นเมือง”

3.3 ผลเฉลย เรื่อง “ขยะล้นเมือง” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปริก สำหรับกิจกรรม “ขยะล้นเมือง” (สำหรับครูเท่านั้น)

3.5 แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สำหรับครูเท่านั้น)

3.6 ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น”

4. กิจกรรมการเรียนรู้

4.1 ขั้นนำ

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.1.1 ครูนำเข้าสู่บทเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น โดยการอธิบาย “ความสำคัญของฟังก์ชันเชิงเส้น” ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้

4.1.2 เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนยิ่งขึ้น ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้ากำหนดข้อมูลปริมาณ 2 ปริมาณ นักเรียนจะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลปริมาณทั้งสองอย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า ถ้ากำหนดข้อมูลปริมาณ 2 ปริมาณมาให้ สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลปริมาณทั้งสองได้ด้วยการนำข้อมูลปริมาณทั้ง 2 ไปเขียนกราฟเพื่อดูความสัมพันธ์ที่ได้]

(2) จากข้อ 1 ถ้าความสัมพันธ์ที่ได้เป็นความสัมพันธ์เชิงเส้น นักเรียนสามารถหาค่าของปริมาณใดปริมาณหนึ่ง เมื่อกำหนดค่าของอีกปริมาณหนึ่งมาให้ ได้หรือไม่

[นักเรียนควรตอบว่า ได้ เพียงหาสมการเส้นตรงของกราฟ แล้วแทนค่าของปริมาณที่กำหนด]

เป็นต้น

4.1.3 เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ตรงกัน ครูสรุปคำตอบที่ถูกต้องของแต่ละข้อคำถามอีกครั้ง

4.2 ขั้นสอน

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 70 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.2.1 ครูจัดนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 คน โดยที่แต่ละกลุ่มควรมีนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 1 คน ปานกลาง 2 คน และต่ำ 1 คน เพื่อลดความสามารถกัน

4.2.2 ครูชี้แจงแนวปฏิบัติในชั้นเรียนในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม ซึ่งได้แก่

(1) การลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด

(2) การสรุปและอภิปรายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์จริงที่กำหนด

(3) การเขียนผลเฉลยในใบกิจกรรม

(4) การนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หน้าชั้นเรียน โดยเน้นย้ำว่า “ทุกคนในกลุ่มจะต้องเข้าใจผลเฉลยของกลุ่มและสามารถอธิบายได้” หลังจากนั้นครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย (ถ้ามี)

4.2.3 ครูแจกใบความรู้ เรื่อง “แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น” ให้นักเรียนแต่ละคน พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ดังรายละเอียดในสาระการเรียนรู้ โดยเน้นย้ำ “ขั้นตอนต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด”

4.2.4 เพื่อให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มากยิ่งขึ้น ครูแจกใบกิจกรรม เรื่อง “ขยะล้นเมือง” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม แล้วนำเสนอสถานการณ์จริง “ขยะล้นเมือง” ตลอดจนจูงใจให้นักเรียนอยากแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.5 เพื่อดำเนินการตามขั้นตอนในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเริ่มด้วยขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จริงที่กำหนดอีกครั้ง แล้วตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนตอบและแสดงความคิดเห็น เช่น

(1) สถานการณ์จริงนี้ เป็นเรื่องเกี่ยวกับอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า การคาดการณ์ปริมาณขยะมูลฝอยในอนาคต]

(2) ในประเทศไทย ปริมาณขยะมูลฝอยมากที่สุด ที่จังหวัดอะไร

[นักเรียนควรตอบว่า กรุงเทพมหานคร]

(3) ในสถานการณ์จริงที่กำหนด มีข้อมูลสถิติปริมาณขยะมูลฝอยของศูนย์ข้อมูลกรุงเทพมหานคร ให้มากที่สุด ปีใดบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า 8 ปี คือตั้งแต่ปี พ.ศ. 2551 – ปี พ.ศ. 2558]

(4) ในสถานการณ์จริงที่กำหนด ข้อมูลปริมาณขยะมูลฝอยของศูนย์ข้อมูลกรุงเทพมหานคร มีแนวโน้มอย่างไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ปริมาณขยะมีแนวโน้มเพิ่มปริมาณขึ้นทุกปี]

(5) สิ่ง สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร

[นักเรียนควรตอบว่า ปริมาณขยะมูลฝอยในปี พ.ศ. 2569]

(6) ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง

[นักเรียนควรตอบว่า ผลกระทบของ “ขยะ” จำนวนประชากรของกรุงเทพมหานคร อัตราส่วนปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานคร ระยะเวลาที่สำรวจ และปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานครในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา]

เป็นต้น

4.2.6 เมื่อนักเรียนเข้าใจสถานการณ์จริงที่กำหนดแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิดค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไข

ของสถานการณ์จริง โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา (ถ้ามี) ด้วยตนเอง โดยไม่ต้องปรึกษาคนอื่น (ใช้เวลาประมาณ 2-3 นาที)

4.2.7 หลังจากได้คิดเป็นรายบุคคลแล้ว ให้นักเรียนนำแนวคิดของตนมาแลกเปลี่ยนกันในกลุ่ม (อาจเริ่มจากแลกเปลี่ยนกัน 2 คนก่อน แล้วทั้งกลุ่ม) จนกระทั่งสามารถค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงได้ หลังจากนั้นให้นักเรียนปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” เหล่านั้นให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่สอดคล้องกับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง และสามารถนำไปใช้ในการค้นหาคำตอบได้

4.2.8 ถ้ามีนักเรียนกลุ่มใดมีข้อสงสัยหรือไม่สามารถปรับเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” และหา “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้ ครูอาจช่วยนักเรียนโดยการตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ ซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

- (1) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง
[นักเรียนควรตอบว่า ระยะเวลาที่สำรวจ(ปี พ.ศ.) และปริมาณขยะมูลฝอย]
- (2) จากกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา กราฟมีลักษณะอย่างไร
[นักเรียนควรตอบว่า กราฟมีลักษณะเป็นเส้นตรงที่เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง]
- (3) จากกราฟ เป็นลักษณะของกราฟฟังก์ชันอะไร และมีรูปทั่วไปอย่างไร
[นักเรียนควรตอบว่า จากกราฟ เป็นลักษณะของกราฟฟังก์ชันเชิงเส้น และมีรูปทั่วไปคือ $y = ax + b$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$]
- (4) จากการแสดงวิธีการคำนวณหาสมการหรือฟังก์ชันที่ได้จากกราฟ นักเรียนคิดว่า ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง ควรปรับเปลี่ยนให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้อย่างไรบ้าง
[นักเรียนควรตอบว่า ควรปรับ
ระยะทางเวลาที่สำรวจ (ปี พ.ศ.) ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (x)
ปริมาณขยะมูลฝอย ให้อยู่ในรูปของ ตัวไม่ทราบค่า (y)]
เป็นต้น

4.2.9 ขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มกำลังปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่นั้น ครูควรเดินดูการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมทั้งสังเกตการมีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาของนักเรียน

4.2.10 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้ปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ จนได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ครูให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหา

ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด โดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้น รวมทั้งสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ แล้วเขียนลงในใบกิจกรรมของกลุ่ม

4.2.11 เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว ครูให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา แล้วเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน โดยการตั้งคำถามแล้วให้นักเรียนตอบซึ่งประเด็นคำถามมีดังนี้

(1) ถ้าเปลี่ยน “ระยะเวลาที่สำรวจ (ปี พ.ศ.)” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาปริมาณขยะมูลฝอย ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) ในการคำนวณหาปริมาณขยะมูลฝอยได้ เพียงเปลี่ยนค่าของตัวไม่ทราบค่า (x) แล้วคำนวณหาปริมาณขยะมูลฝอยออกมาออกมา]

(2) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลสถิติของปริมาณขยะมูลฝอย” โดยข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงอื่นยังคงเหมือนเดิม นักเรียนสามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาปริมาณขยะมูลฝอย ได้หรือไม่ อย่างไร จงอธิบาย

[นักเรียนควรตอบว่า ไม่สามารถใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” (เดิม) มาคำนวณหาปริมาณขยะมูลฝอยได้ เพราะลักษณะของกราฟอาจเปลี่ยนแปลงได้]

เป็นต้น

4.2.12 เมื่อเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง เรียบร้อยแล้ว ครูให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” แล้วเขียนคำตอบของสถานการณ์จริงลงในใบกิจกรรม

4.2.13 เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มได้คำตอบของสถานการณ์จริงแล้ว ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมานำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่ม” หน้าชั้นเรียน หรือครูอาจสุ่มเลือกนักเรียนบางกลุ่มที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน” (ถ้ามี)

4.2.14 ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปราย “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของแต่ละกลุ่ม ประเด็นที่ใช้ในการอภิปรายมีดังนี้

(1) ในกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนใดมีความยุ่งยากซับซ้อนที่สุด เพราะเหตุใด

(2) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง

(3) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของกลุ่มใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด

(4) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่าง แล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร

(5) การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่มได้ชัดเจนที่สุด เพราะเหตุใด เป็นต้น

4.2.15 ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุป “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ประเด็นที่ใช้ในการสรุปมีดังนี้

(1) สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา คืออะไร
 (2) ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญของสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง
 (3) แนวคิด/ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้ มีอะไรบ้าง

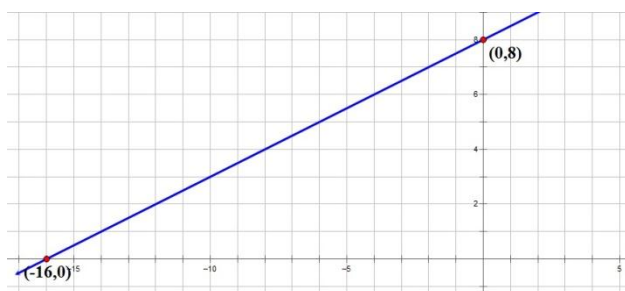
(4) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานี้ มีอะไรบ้าง
 (5) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ใดมีประสิทธิภาพที่สุด เพราะเหตุใด
 (6) ถ้าเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” บางอย่าง แล้ว “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา จะเปลี่ยนไปหรือไม่ อย่างไร
 (7) เราสามารถใช้ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ในการหา “คำตอบของสถานการณ์จริงที่กำหนด” ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

4.3 ขั้นสรุป

ขั้นนี้ใช้เวลาประมาณ 10 นาที ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.3.1 เพื่อตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน ครูแจกใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนลงไป โดยคำถามในใบตรวจสอบความรู้ มีดังนี้

- (1) ฟังก์ชันเชิงเส้น คืออะไร
 [นักเรียนควรตอบว่า ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$]
- (2) ฟังก์ชันคงตัว คืออะไร
 [นักเรียนควรตอบว่า ฟังก์ชันคงตัว คือ ฟังก์ชัน $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$]
- (3) จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกราฟที่ผ่านจุด $(0, 8)$ และ $(-16, 0)$



[นักเรียนควรตอบว่า จากรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น $y = ax + b$ แทนค่าจุดผ่าน $(0,8)$ และ $(-16,0)$ ใน $y = ax + b$

จะได้ $8 = a(0) + b$ ดังนั้น $b = 8$

และ $0 = a(-16) + b$

$$0 = a(-16) + 8$$

$$16a = 8$$

$$a = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

ดังนั้น กราฟนี้มีฟังก์ชันคือ $y = \frac{1}{2}x + 8$]

4.3.2 ครูเก็บใบตรวจสอบความรู้ของนักเรียนแต่ละคน เพื่อประเมินผลการเรียนรู้

4.3.3 ครูตั้งคำถามในใบตรวจสอบความรู้ทีละข้อ แล้วสุ่มนักเรียน 2-3 คน เพื่อนำเสนอคำตอบในแต่ละข้อ

4.3.4 ครูตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบแต่ละข้อของนักเรียน พร้อมทั้งสรุปคำตอบแต่ละข้ออีกครั้ง

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

เพื่อสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้ มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : 1. อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นได้ 2. เขียนฟังก์ชันแทนความสัมพันธ์ของข้อมูล สถานการณ์จริงกำหนดให้ได้	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น และจำนวนคำถามที่นักเรียนตอบได้ถูกต้อง เครื่องมือวัดผล : ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น (มีคำถามทั้งหมด 3 ข้อ)	เกณฑ์การให้คะแนน : ในแต่ละข้อคำถาม ● ถ้า นักเรียน ตอบได้ถูกต้อง จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน ตอบไม่ถูกต้อง จะได้ คะแนน 0 คะแนน เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : 1. ลงมือแก้ปัญหาสถานการณ์จริงที่กำหนด (กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”) ผ่านกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องของคำตอบของนักเรียน ในใบกิจกรรม เรื่อง ขยะล้นเมือง เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรม เรื่อง ขยะล้นเมือง	เกณฑ์การให้คะแนน ใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปრიკแบบวิเคราะห์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ดังตารางแนบ เกณฑ์การประเมินผล : ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 12 คะแนน ถือว่าผ่าน
2. สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอ “กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ของกลุ่ม หน้าชั้นเรียนได้	วิธีวัดผล : พิจารณาความถูกต้องและชัดเจนของการอธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	เกณฑ์การให้คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องและชัดเจน จะได้ คะแนน 3 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
	<u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้ครบถ้วน</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>พอสื่อให้เข้าใจได้เพียงบางส่วน</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>อธิบายและนำเสนอกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์<u>เลย</u> จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 1 คะแนน ถือว่าผ่าน
<u>ด้านคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ :</u> 1. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่ม 2. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายของกลุ่ม 3. มีส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปรายหน้าชั้นเรียน	<u>วิธีวัดผล :</u> พิจารณาพฤติกรรมหรือการแสดงออกของนักเรียน ขณะตอบคำถามหรือทำงานที่มอบหมาย โดยมีครูเป็นผู้สังเกตแล้วบันทึกในแบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ <u>เครื่องมือวัดผล :</u> แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	<u>เกณฑ์การให้คะแนน :</u> ในแต่ละข้อของแบบสังเกตพฤติกรรม ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็นอย่าง <u>เด่นชัด</u> จะได้ คะแนน 2 คะแนน ● ถ้า นักเรียน แสดงออกให้เห็น <u>เพียงเล็กน้อย</u> จะได้ คะแนน 1 คะแนน ● ถ้า นักเรียน <u>ไม่</u>แสดงออกเลย จะได้ คะแนน 0 คะแนน <u>เกณฑ์การประเมินผล :</u> ถ้า นักเรียน ได้คะแนนมากกว่า 2 คะแนน ถือว่าผ่าน

6. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

6.1 ด้านนักเรียน

(ระบุ ความรู้ /ทักษะและกระบวนการ/คุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนที่พบ)

6.2 ด้านผู้สอน

(ระบุ ปัญหาหรือผลการจัดการเรียนรู้/ข้อเสนอแนะสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป)

6.3 ด้านอื่นๆ (ถ้ามี)

กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”



การดำเนินชีวิตในแต่ละวันของคนในยุคปัจจุบัน มีการใช้ประโยชน์และเลือกใช้สิ่งของอำนวยความสะดวกต่างๆ อย่างรวดเร็ว หรืออาจเรียกว่า “ใช้เร็ว – ทิ้งเร็ว” จนเป็นที่มาของของเสียที่เราเรียกรวมๆ กันเป็นว่า “ขยะ” เมื่อของเสียที่ไม่ได้ใช้ ทั้งอาหารและสิ่งของต่างๆ มารวมกัน 1 วัน



1 สัปดาห์ 1 เดือน พอพูนสะสมจนมีปริมาณมหาศาล กลายเป็นสาเหตุสำคัญของการปล่อยก๊าซเรือนกระจก ซึ่งประเมินกันว่าปริมาณก๊าซเรือนกระจกจากของเหลือทิ้งหลังการบริโภคคิดเป็นเกือบ 5% ของปริมาณการปล่อยก๊าซเรือนกระจกทั้งหมดของโลก ทำให้ธนาคารโลกมองเห็นว่า การลดปริมาณ

ขยะและกำจัดขยะอย่างถูกวิธีจะช่วยบรรเทาปัญหาเหล่านี้ได้

กรุงเทพมหานคร มีจำนวนประชากร 8.9 ล้านคน เป็นเมืองที่มีประชากรมากอันดับ 1 ของประเทศไทย และผลิตขยะมูลฝอยมากที่สุดในประเทศไทยถึงร้อยละ 20 ของขยะมูลฝอยทั้งหมด และมีอัตราสร้างขยะเฉลี่ยต่อคนสูงกว่าจังหวัดอื่นๆ ของไทย

จากข้อมูลสถิติของศูนย์ข้อมูลกรุงเทพมหานคร แสดงให้เห็นถึงปริมาณขยะมูลฝอยในแต่ละปี ดังนี้

ปี พ.ศ.	ปริมาณขยะมูลฝอย (ตันต่อวัน)
2551	8,780.35
2552	8,833.74
2553	8,769.38
2554	9,237.12

ปี พ.ศ.	ปริมาณขยะมูลฝอย (ตันต่อวัน)
2555	9,747.78
2556	9,941.52
2557	9,934.32
2558	10,160.26

요약ทราบ ว่า ในอีก 10 ปีข้างหน้า (พ.ศ. 2569) กรุงเทพมหานครจะมีปริมาณขยะมูลฝอยก่อดันต่อวัน

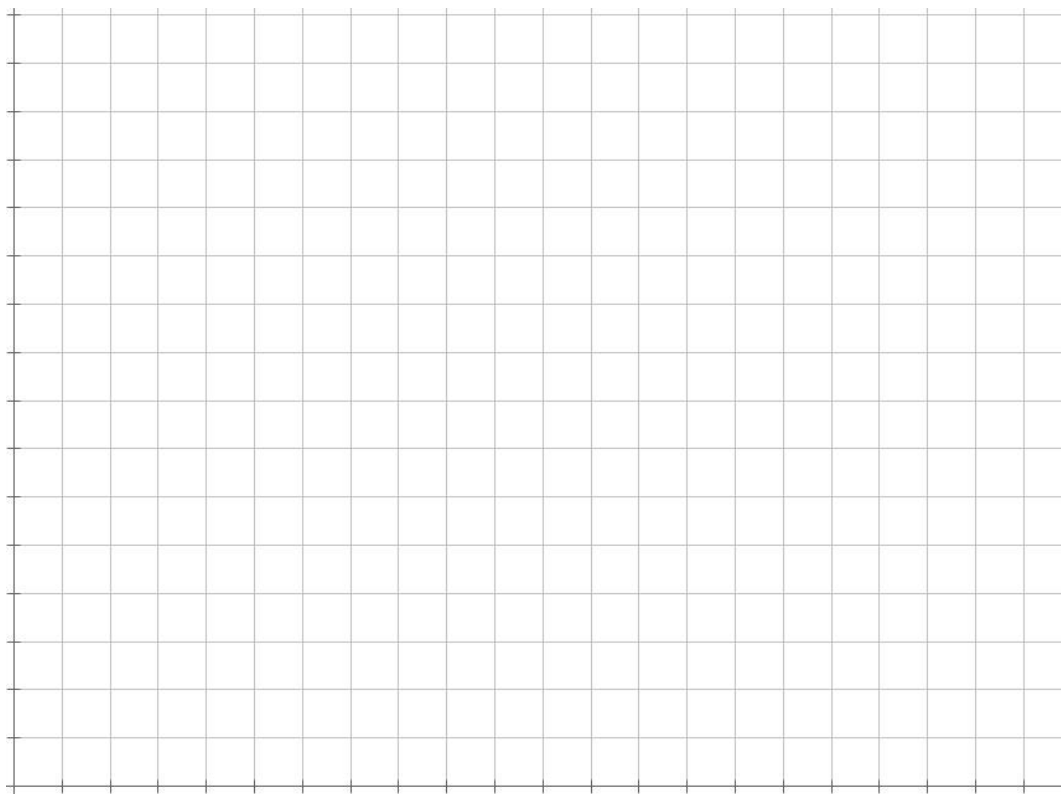
ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลจากรายแสดงปริมาณขยะในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา (4 คะแนน)

4.1 ให้นักเรียนเขียนกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา พร้อมระบุพิกัดของจุด ณ ปีต่าง ๆ

ให้ แกน X แทน ปีที่สำรวจปริมาณขยะมูลฝอย (พ.ศ.)

และ แกน Y แทน ปริมาณขยะมูลฝอย(ตัน/วัน)



4.2 จากกราฟที่ได้ ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาสมาการหรือฟังก์ชันที่ได้
จากกราฟ



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)



ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ขั้นที่ 4: ชั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบ
ของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของ
สถานการณ์จริง” (2 คะแนน)



เฉลย กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”



ขั้นที่ 1: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง (1 คะแนน)

ปริมาณขยะมูลฝอยในปี พ.ศ. 2569

2. “ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง (2 คะแนน)

- ผลกระทบของ “ขยะ”
- จำนวนประชากรของกรุงเทพมหานคร
- อัตราส่วนปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานคร
- ระยะเวลาที่สำรวจ
- ปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานคร ในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา

3. ให้นักเรียนอธิบาย ความสัมพันธ์ของข้อมูลจากตารางแสดงความสัมพันธ์ของขยะมูลฝอยในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา (2 คะแนน)

จากตาราง จะได้ว่า

ในปี	พ.ศ. 2551	มีปริมาณขยะมูลฝอย	8,780.35	ตัน/วัน
	พ.ศ. 2552	มีปริมาณขยะมูลฝอย	8,833.74	ตัน/วัน
	พ.ศ. 2553	มีปริมาณขยะมูลฝอย	8,769.38	ตัน/วัน
	พ.ศ. 2554	มีปริมาณขยะมูลฝอย	9,237.12	ตัน/วัน
	พ.ศ. 2555	มีปริมาณขยะมูลฝอย	9,749.78	ตัน/วัน
	พ.ศ. 2556	มีปริมาณขยะมูลฝอย	9,941.52	ตัน/วัน
	พ.ศ. 2557	มีปริมาณขยะมูลฝอย	9,934.32	ตัน/วัน
และในปี	พ.ศ. 2558	มีปริมาณขยะมูลฝอย	10,160.26	ตัน/วัน

เฉลย กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”



ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลจากตารางแสดงปริมาณขยะในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา (4 คะแนน)

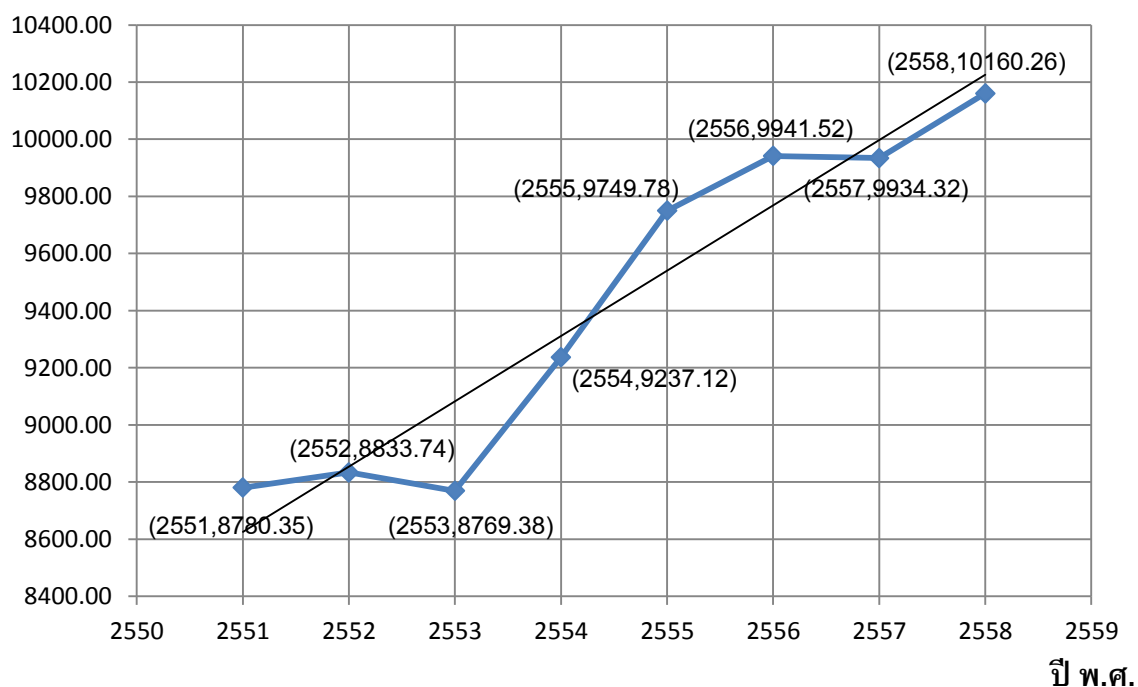
4.1 ให้นักเรียนเขียนกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณขยะมูลฝอยในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา พร้อมระบุพิกัดของจุด ณ ปีต่าง ๆ

ให้ แกน X แทน ปีที่สำรวจปริมาณขยะมูลฝอย (พ.ศ.)

และ แกน Y แทน ปริมาณขยะมูลฝอย(ตัน/วัน)

จะได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณขยะมูลฝอยในระยะเวลา 8 ปีที่ผ่านมา ดังนี้

ปริมาณขยะมูลฝอย(ตัน/วัน)



เฉลย

กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”



4.2 จากกราฟที่ได้ ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ หาสมการหรือฟังก์ชันที่ได้จากกราฟ

จากกราฟ จะเห็นว่า ขยะมูลฝอยมีปริมาณเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง ซึ่งมีลักษณะเป็นเส้นตรงจากรูปทั่วไป

$$y = ax + b \quad (1)$$

โดยที่ a และ b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

ให้จุด (x_1, y_1) คือ จุด $(2552, 8833.74)$

และจุด (x_2, y_2) คือ จุด $(2557, 9934.32)$

แทนค่าจุด $(2552, 8833.74)$ ในสมการ (1) จะได้

$$y = ax + b$$

$$8,833.74 = a(2552) + b \quad (2)$$

แทนค่าจุด $(2557, 9934.32)$ ในสมการ (1) จะได้

$$y = ax + b$$

$$9,934.32 = a(2557) + b \quad (3)$$

นำสมการ (3) ลบ สมการ (2) จะได้

$$9,934.32 - 8,833.74 = [a(2557) + b] - [a(2552) + b]$$

$$1,100.58 = 2557a + b - 2552a - b$$

$$1,100.58 = 5a$$

$$\therefore a = \frac{1,100.58}{5} = 220.116$$

แทนค่า $a = 220.116$ ในสมการ (3) จะได้

$$9,934.32 = (220.116)(2557) + b$$

$$9,934.32 = 562,836.612 + b$$

$$b = 9,934.32 - 562,836.612$$

$$= -552,902.292$$

แทนค่า $a = 220.116$ และ $b = -552,902.292$ ในสมการ (1) จะได้

$$y = 220.116x - 552,902.292$$

เฉลย กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

กำหนดให้ x แทน ระยะเวลาที่สำรวจ (ปี พ.ศ.)

และ y แทน ปริมาณขยะมูลฝอย (ตัน/วัน)

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

$$y = 220.116x - 552,902.292$$

เมื่อ x แทน ระยะเวลาที่สำรวจ (ปี พ.ศ.)

และ y แทน ปริมาณขยะมูลฝอย (ตัน/วัน)

เฉลย กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”



ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

เนื่องจากต้องการหาปริมาณขยะมูลฝอยในปี พ.ศ. 2569

นั่นคือ จะหาค่า y ที่ $x = 2569$

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $y = 220.116x - 552,902.292$

แทนค่า $x = 2569$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} y &= 220.116(2569) - 552,902.292 \\ &= 565,478.004 - 552,902.292 \\ &= 12,575.712 \end{aligned}$$

ดังนั้น $y = 12,575.712$

เฉลย กิจกรรม “ขยะล้นเมือง”



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ในปี พ.ศ. 2560 จะมีปริมาณขยะมูลฝอย 12,575.712 ตัน/วัน

ขั้นที่ 4: ขึ้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

เนื่องจากในระยะเวลาตั้งแต่ปี พ.ศ. 2551 จนกระทั่งถึง ปี พ.ศ. 2558 ปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานครมีปริมาณเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมาก

ดังนั้น จากคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเห็นว่า ในปี พ.ศ. 2569 ปริมาณขยะมูลฝอยของกรุงเทพมหานครมีมากถึง 12,575.712 ตันต่อวัน กล่าวคือ ในระยะเวลาอีก 10 ปีข้างหน้า กรุงเทพมหานครจะมีปริมาณขยะเฉลี่ยต่อวันเพิ่มขึ้นถึง 2,415.452 ตันต่อวัน

ใบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น



ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

เช่น $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2x + 3\}$

เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น เพราะสมการของฟังก์ชัน f อยู่ในรูป $y = ax + b$

โดยที่ $a = 2$ และ $b = 3$

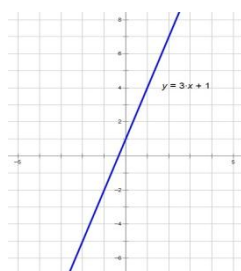
ฟังก์ชัน $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ จะได้ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $a = 0$ ซึ่งมีชื่อเรียกว่า ฟังก์ชันคงตัว (constant function) กราฟของฟังก์ชันคงตัวจะเป็นเส้นตรงที่ขนานกับแกน

x

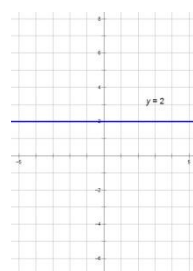
กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นจะเป็นเส้นตรง

ตัวอย่างของฟังก์ชันเชิงเส้น ได้แก่

$$y = 3x + 1$$



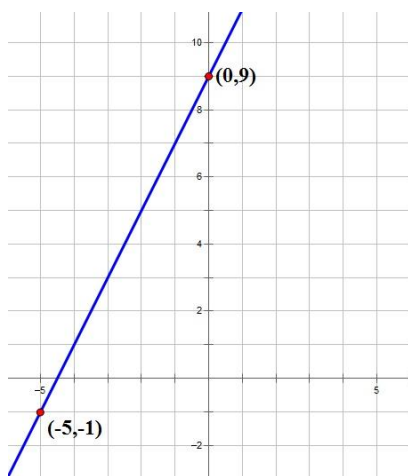
$$y = 2$$





การเขียนฟังก์ชันเชิงเส้นจากกราฟของ

ตัวอย่างเช่น จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกราฟ



จากรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น

$$y = ax + b$$

แทนค่า จุดผ่าน (0, 9) และ

(-5, -1) ใน $y = ax + b$

จะได้ $9 = a(0) + b$

ดังนั้น $b = 9$

และ $-1 = a(-5) + b$

$$-1 = a(-5) + 9$$

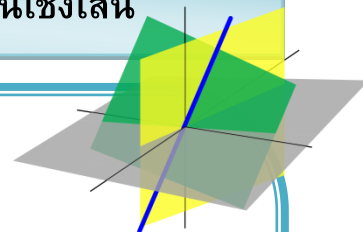
$$5a = 9 + 1$$

$$a = \frac{10}{5} = 2$$

$$y = 2x + 9$$

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น



ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

คำถามที่ 1 ฟังก์ชันเชิงเส้น คืออะไร

.....

.....

.....

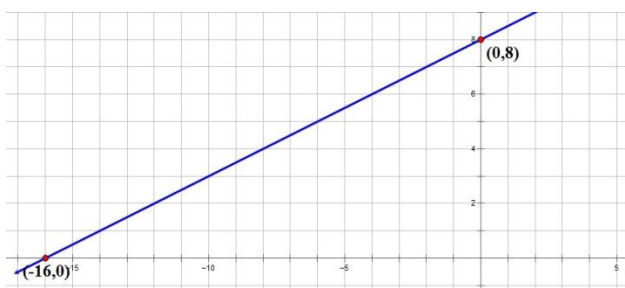
คำถามที่ 2 ฟังก์ชันคงตัว มีลักษณะแตกต่างจาก ฟังก์ชันเชิงเส้น อย่างไร

.....

.....

.....

คำถามที่ 3 จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกราฟที่ผ่านจุด $(0,8)$ และ $(-16,0)$



.....

.....

.....

.....

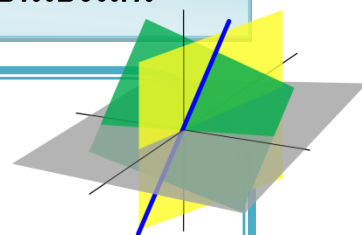
.....

.....

.....

.....

เฉลย ใบตรวจสอบความรู้ เรื่อง แนวคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น



ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนคำตอบของตนในแต่ละข้อคำถาม

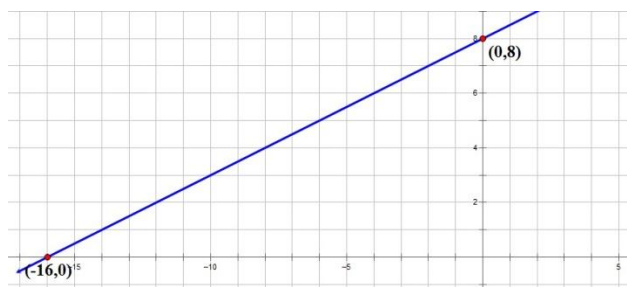
คำถามที่ 1 ฟังก์ชันเชิงเส้น คืออะไร

ตอบ ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

คำถามที่ 2 ฟังก์ชันคงตัว คืออะไร

ตอบ ฟังก์ชันคงตัว คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ $a = 0$

คำถามที่ 3 จงเขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกราฟที่ผ่านจุด $(0,8)$ และ $(-16,0)$



ตอบ จากรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น $y = ax + b$
แทนค่า จุดผ่าน $(0,8)$ และ $(-16,0)$ ใน $y = ax + b$
จะได้ $8 = a(0) + b$
ดังนั้น $b = 8$
และ $0 = a(-16) + b$
 $0 = a(-16) + 8$
 $16a = 8$
 $a = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$
ดังนั้น กราฟนี้มีฟังก์ชันคือ $y = \frac{1}{2}x + 8$



ภาคผนวก ง

ตัวอย่าง แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต

แบบทดสอบ “ไฟฟ้ามหานคร”



ปัจจุบันไฟฟ้าเป็นปัจจัยสำคัญที่สุดปัจจัยหนึ่งสำหรับการดำรงชีวิตประจำวันของชนในชาติ การสื่อสาร การคมนาคม การให้ความรู้ การศึกษา และการมีส่วนร่วมในกระบวนการประชาธิปไตย ซึ่งเป็นเงื่อนไขสำคัญต่อหลักการมนุษยชนจะเกิดขึ้นและมีประสิทธิภาพไม่ได้ถ้าขาด **“ไฟฟ้า”**

ค่าไฟฟ้าที่การไฟฟ้าเรียกเก็บจากผู้ใช้ไฟฟ้าในแต่ละเดือนประกอบด้วย 3 ส่วนคือ

1. ค่าไฟฟ้า

เป็นอัตราค่าไฟฟ้าประเภทต่างๆ ประกอบด้วย บ้านอยู่อาศัย, กิจการขนาดเล็ก, กิจการขนาดกลาง, กิจการขนาดใหญ่, กิจการเฉพาะอย่าง, องค์กรที่ไม่แสวงหากำไร, กิจการสูบน้ำเพื่อการเกษตร, ผู้ใช้ไฟฟ้าชั่วคราว ซึ่งอัตราค่าไฟฟ้าประเภทกิจการขนาดเล็ก(เริ่มใช้ตั้งแต่เดือนพฤศจิกายน 2558) มีรายละเอียดดังตารางนี้

อัตรารายเดือนปกติ	ค่าพลังงานไฟฟ้า	ค่าบริการ
แรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์		
• 150 หน่วย(กิโลวัตต์ชั่วโมง)แรก (หน่วยที่ 1 – 150)	3.2484 บาท/หน่วย	46.16 บาท/เดือน
• 250 หน่วยต่อไป (หน่วยที่ 151 – 400)	4.2218 บาท/หน่วย	
• เกินกว่า 400 หน่วย (หน่วยที่ 401 เป็นต้นไป)	4.4217 บาท/หน่วย	
แรงดัน 12 – 24 กิโลโวลต์	3.9086 บาท/หน่วย	312.24 บาท/เดือน

2. ค่าไฟฟ้าผันแปร (Float)

คือ การลอยค่าของต้นทุนการผลิตไฟฟ้าที่การไฟฟ้าไม่สามารถควบคุมได้ เช่น ราคาเชื้อเพลิง อัตราเงินเฟ้อ อัตราแลกเปลี่ยนเงินตราต่างประเทศ เป็นต้น ตามช่วงเวลาต่างๆ จะเรียกสั้นๆ ว่า **Ft** (ค่า Ft เดือนสิงหาคมประมาณ -33.29)

3. ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%

แพรว เจ้าของธุรกิจโรงงานผลิตผ้ากันเปื้อนที่มีแรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์ ใช้ไฟ 580 หน่วยต่อเดือน

อยากทราบว่า แพรว จะต้องจ่ายค่าไฟฟ้าต่อเดือนเท่าไร

ขั้นที่ 2: ชั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ค่าไฟฟ้าต่อเดือน ที่ได้จากการใช้ไฟที่มีแรงดัน 10 กิโลวัตต์จำนวน 415 หน่วย โดยค่า Ft ประจำเดือนสิงหาคม คือ -33.29 และภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% (4 คะแนน)



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)



ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ขั้นที่ 4: ชั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบ
ของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของ
สถานการณ์จริง” (2 คะแนน)



เฉลย แบบทดสอบ “ไฟฟ้ามหานคร”



ขั้นที่ 1: ขั้นทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

1. สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา มีอะไรบ้าง (1 คะแนน)

- ค่าไฟฟ้าต่อเดือนของแพรว

2. “ข้อมูลหรือเงื่อนไข” ในสถานการณ์จริง มีอะไรบ้าง (2 คะแนน)

- ส่วนประกอบค่าไฟฟ้า
- ความหมายของ “ค่าไฟฟ้าฐาน”
- อัตราค่าไฟฟ้าประเภทกิจการขนาดเล็ก
- ความหมายของ “ค่าไฟฟ้าผันแปร”
- ภาษีมูลค่าเพิ่ม
- แรงดันและปริมาณการใช้ไฟของแพรว

3. ค่าพลังงานไฟฟ้าและค่าบริการ ของอัตรารายเดือนปกติแบบแรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์ และแรงดัน 12 – 24 กิโลโวลต์ แตกต่างกันอย่างไร จงอธิบาย (2 คะแนน)

จากตารางอัตราค่าไฟฟ้าประเภทกิจการขนาดเล็ก จะได้ว่า

แบบ แรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์

ค่าพลังงานไฟฟ้า จะแบ่งเป็น

1 – 150 หน่วย จะมีค่าพลังงานไฟฟ้า หน่วยละ 3.2484 บาท

150 – 400 หน่วย จะมีค่าพลังงานไฟฟ้า หน่วยละ 4.2218 บาท

และ 400 หน่วยขึ้นไป จะมีค่าพลังงานไฟฟ้า หน่วยละ 4.4217 บาท

ค่าบริการ เดือนละ 46.16 บาท

แบบ แรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์

ค่าพลังงานไฟฟ้า หน่วยละ 3.9086 บาท

ค่าบริการ เดือนละ 312.24 บาท

เฉลย แบบทดสอบ “ไฟฟ้ามหานคร”



ขั้นที่ 2: ขั้นปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณ ค่าไฟฟ้าต่อเดือน ที่ได้จากการใช้ไฟที่มีแรงดัน 10 กิโลวัตต์จำนวน 415 หน่วย โดยค่า Ft ประจำเดือนสิงหาคม คือ -33.29 และภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% (4 คะแนน)

ค่าไฟฟ้าฐาน การใช้ไฟ 415 หน่วย โดยแบ่งตามอัตรา ดังนี้

หน่วยที่ 1	ถึงหน่วยที่ 150	จะเสียค่าไฟฟ้าฐาน	3.2484×150	บาท
หน่วยที่ 151	ถึงหน่วยที่ 400	จะเสียค่าไฟฟ้าฐาน	4.2218×250	บาท
หน่วยที่ 401	ถึงหน่วยที่ 415	จะเสียค่าไฟฟ้าฐาน	4.4217×15	บาท
ค่าบริการ 46.16 บาท				

รวม ค่าไฟฟ้าฐานจำนวน $(3.2484 \times 150) + (4.2218 \times 250) + (4.4217 \times 15) + 46.16$ บาท

ค่าไฟฟ้าผันแปร(Ft) จำนวน -33.29

ค่าภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% จำนวน

$$[(3.2484 \times 150) + (4.2218 \times 250) + (4.4217 \times 15) + 46.16 + (-33.29)] \times 0.07 \text{ บาท}$$

รวมค่าไฟฟ้าต่อเดือนจำนวน

$$\begin{aligned} & [(3.2484 \times 150) + (4.2218 \times 250) + (4.4217 \times 15) + 46.16 + (-33.29)] \\ & + [(3.2484 \times 150) + (4.2218 \times 250) + (4.4217 \times 15) + 46.16 + (-33.29)] \times 0.07 \\ & = [(3.2484 \times 150) + (4.2218 \times 250) + (4.4217 \times 15) + 46.16 + (-33.29)](1 + 0.07) \end{aligned}$$

ดังนั้น จะต้องจ่ายค่าไฟฟ้าต่อเดือนจำนวน

$$[(3.2484 \times 150) + (4.2218 \times 250) + (4.4217 \times 15) + 46.16 + (-33.29)](1 + 0.07) \text{ บาท}$$

เฉลย แบบทดสอบ “ไฟฟ้ามหานคร”



5. จากข้อ 4 ให้นักเรียนเปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญ” ดังกล่าว ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” (2 คะแนน)

กำหนดให้	M	แทน	ค่าไฟฟ้าต่อเดือน
	$g(x)$	แทน	ค่าไฟฟ้าฐานต่อเดือน
	x	แทน	จำนวนไฟที่ใช้ต่อเดือน (หน่วย)
	s	แทน	ค่าบริการต่อเดือน
	Ft	แทน	ค่าไฟฟ้าผันแปร
และ	v	แทน	อัตราภาษีมูลค่าเพิ่ม

6. ให้นักเรียนเขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 5 (2 คะแนน)

$$M = [g(x) + s + Ft](1 + v)$$

$$\text{โดยที่ } g(x) = \begin{cases} 3.2484(x) & ; 1 < x \leq 150 \\ 3.2484(150) + 4.2218(x - 150) & ; 150 < x \leq 400 \\ 3.2484(150) + 4.2218(250) + 4.4217(x - 400) & ; x \geq 400 \end{cases}$$

เมื่อ	M	แทน	ค่าไฟฟ้าต่อเดือน
	$g(x)$	แทน	ค่าไฟฟ้าฐานต่อเดือน
	x	แทน	จำนวนไฟที่ใช้ต่อเดือน (หน่วย)
	s	แทน	ค่าบริการต่อเดือน
	Ft	แทน	ค่าไฟฟ้าผันแปร
และ	v	แทน	อัตราภาษีมูลค่าเพิ่ม

เฉลย แบบทดสอบ “ไฟฟ้ามหานคร”



ขั้นที่ 3: ขั้นการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างละเอียด โดยใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ที่ได้จากข้อ 6 (3 คะแนน)

เนื่องจาก ใช้ไฟ 580 หน่วยต่อเดือน

จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ $M = [g(x) + s + Ft](1+v)$

$$\text{โดยที่ } g(x) = \begin{cases} 3.2484(x) & ; 1 < x \leq 150 \\ 3.2484(150) + 4.2218(x-150) & ; 150 < x \leq 400 \\ 3.2484(150) + 4.2218(250) + 4.4217(x-400) & ; x \geq 400 \end{cases}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} g(x) &= 3.2484(150) + 4.2218(250) + 4.4217(580 - 400) \\ &= 487.26 + 1,055.45 + 795.906 \\ &= 2,338.616 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} M &= [g(x) + s + Ft](1+v) \\ &= [2,338.616 + 46.16 + (-33.29)](1+0.07) \\ &= [2,351.486](1.07) \\ &\approx 2,516.09 \end{aligned}$$

เฉลย แบบทดสอบ “ไฟฟ้ามหานคร”



8. ให้นักเรียนสรุปคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ (2 คะแนน)

ดังนั้น ค่าไฟฟ้าต่อเดือนประมาณ 2,516.09 บาท

ขั้นที่ 4: ชั้นแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

9. ให้นักเรียนแปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” (2 คะแนน)

เนื่องจากโรงงานผลิตผ้ากันเปื้อนที่มีแรงดันต่ำกว่า 12 กิโลโวลต์
ใช้ไฟ 580 หน่วยต่อเดือน

ซึ่งจะทำให้ แพรว ต้องจ่ายค่าไฟฟ้าเดือนละประมาณ 2,516.09 บาท

ภาคผนวก จ

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : _____ เวลา _____

ชื่อกิจกรรม : _____

ชื่อนักเรียน : 1. _____
 2. _____
 3. _____
 4. _____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์		นักเรียนคนที่				ข้อสังเกต เพิ่มเติม (ถ้ามี)
		1	2	3	4	
01	มี “ความกระตือรือร้น” ในการแก้ปัญหาสถานการณ์จริง					
02	มี “การขีดเขียน / วาดรูปประกอบ” ขณะทำความเข้าใจ					
03	ระบุ “สิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา” ได้ถูกต้อง					
04	ระบุ “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง					
05	อธิบาย “แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้องชัดเจน					
06	อธิบาย “ความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สถานการณ์จริงต้องการหา ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง					
07	เปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์” ได้					
08	เข้าใจ “ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง” เป็นอย่างดี					
09	เลือกใช้ “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้เหมาะสม					
10	เขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้ถูกต้องชัดเจน					
11	ลงมือ “แก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์” ได้อย่างเป็นระบบ					
12	เขียน “แสดงวิธีการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ได้ถูกต้อง					
13	เขียน “คำอธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์” ได้อย่างชัดเจน					
14	มี “ความพยายาม” ที่จะแก้ปัญหด้วยตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น เมื่อติดขัด					
15	ระบุ “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ได้ถูกต้อง					
16	มี “การเปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน					
17	แปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง					
18	มี “ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการแก้ปัญหา” ของกลุ่ม					
19	มี “ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย” ของกลุ่ม					
20	มี “ส่วนร่วมและความรับผิดชอบในการอภิปราย” ของชั้นเรียน					

การให้คะแนน 0 → ไม่มี 1 → มีน้อย 2 → มีมาก

แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วันที่ : _____ เวลา _____

ชื่อกิจกรรม : _____

ชื่อนักเรียน : 1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

พฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. การทำความเข้าใจสถานการณ์จริง

(ระบุ สิ่งสถานการณ์จริงต้องการหา / ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง / แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริง)

2. ปรับสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์

(เปลี่ยน “ข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริง” ให้อยู่ในรูป “ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล เงื่อนไข หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง / เขียน “ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์”)

3. การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(แก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ / อธิบายกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจน / ใต้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์)

4. แปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริง

(เปรียบเทียบ/ตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับข้อมูลหรือเงื่อนไขของสถานการณ์จริงก่อน แปลความหมาย “คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์” ให้เป็น “คำตอบของสถานการณ์จริง” ได้ถูกต้อง)

ภาคผนวก ฉ
แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบสัมภาษณ์กระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป้าหมาย

วันที่ : _____ เวลา _____

ชื่อกิจกรรม : _____ ออกกำลังกายกันเถอะ _____

ชื่อนักเรียน : _____

ประเด็นที่สัมภาษณ์	บันทึกคำตอบของนักเรียน
01 สถานการณ์จริงนี้ต้องการหาอะไรบ้าง	
02 สถานการณ์จริงระบุข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรให้บ้าง	
03 ในการคิด “ค่าบริการ” ต่อเดือนในการใช้บริการของศูนย์ฟิตเนส คิดอย่างไร	
04 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการคำนวณ “ค่าใช้จ่ายรวม” มีอะไรบ้าง	
05 ต้องนำความรู้วิชาอื่นมาใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์จริงหรือไม่ วิชาอะไร(ถ้ามี)	
06 ข้อมูลหรือเงื่อนไขที่สำคัญมีอะไรบ้าง	
07 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ มีอะไรบ้าง	
08 นักเรียนเริ่มต้นนำตัวแบบมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างไร	
09 นักเรียนทราบได้อย่างไรว่า คำตอบของตนเองถูกต้อง	
10 นักเรียนคิดว่ามีตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แบบอื่นที่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์จริงนี้อีกหรือไม่อะไรบ้าง (ถ้ามี)	

ภาคผนวก ข
รายนามผู้เชี่ยวชาญ



รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งได้แก่ (1) กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต (2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (3) แบบสังเกตพฤติกรรมในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ (4) แบบสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด
ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ ชีรเชษฐ์ เรืองสุขอนันต์
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

ประวัติย่อผู้วิจัย



ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นางสาวศิริชรินทร์ ยศสวรินทร์
วันเดือนปีเกิด	9 มีนาคม 2532
สถานที่เกิด	อำเภอเชียงม่วน จังหวัดพะเยา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	52 หมู่ 10 ตำบลสระ อำเภอเชียงม่วน จังหวัดพะเยา 56160

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2549	มัธยมศึกษา จาก โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ พะเยา
พ.ศ. 2554	วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศิลปากร
พ.ศ. 2559	การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ