

การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา
เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ปริญญานิพนธ์
ของ
สมบัติ แสงทองคำสุก

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
พฤษภาคม 2545
ลิขสิทธิ์เป็นของ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา
เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

บทคัดย่อ
ของ
สมบัติ แสงทองคำสุก

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
พฤศจิกายน 2545

๒๕๔๕

สมบัติ แสงทองคำสก. (2545). การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา

เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. ปรินญา

นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

คณะกรรมการควบคุม: รศ.ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์, รศ.นิภา ศรีไพโรจน์.

การศึกษาครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา อำเภอบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ แผนการเรียนคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน จำนวน 45 คน โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One – Group Pretest – Posttest Design สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลคือ t – test Dependent

ผลการศึกษาพบว่า

1. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84 / 82.32

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน หลังได้รับการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

THE DEVELOPMENT OF A MATHEMATICS INSTRUCTIONAL MODEL
THROUGH CONTENT INTEGRATION TO ENHANCE CONNECTION SKILLS
ON "DERIVATIVE OF FUNCTIONS " AT MATHAYOMSUKSA VI LEVEL

AN ABSTRACT

BY

SOMBAT SAENGTHONGKHUMSUK

*Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University*

November 2002

Sombat Saengthongkhumsuk. (2002). *The Development of a Mathematics Instructional Model Through Content Integration to Enhance Connection Skills on "Derivative of Functions" at Mathayomsuksa VI Level*. Master thesis, M.Ed. (Secondary Education). Bangkok : Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisory Committee : Assoc. Prof. Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assoc. Prof. Nipa Sripairot.

The purposes of this study were to develop a model of mathematics instruction through content integration to enhance connection skills on "derivative of functions" at Mathayomsuksa VI level and to study their mathematics achievement being taught by using those model of mathematics instruction.

The subjects of this study were 45 Mathayomsuksa VI students in science-math program of Suksanareewittaya School, Bangbon, Bangkok in the first semester of 2002 academic year obtained from simple random sampling. The one-group pretest – posttest design was used in this study. The t – test for dependent samples was used for data analysis.

The results of this study revealed that

1. The model of mathematics instruction through content integration to enhance connection skills on "derivative of functions" possessed the efficiency of 80/80 criteria with the efficiency of 89.84 / 82.32.

2. The mathematics achievement of the experimental group after being taught by using a model of mathematics instruction through content integration to enhance connection skills on "derivative of functions" was higher than that before the experiment at the .01 level of significance.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะ
การเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

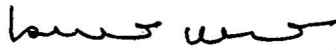
ของ

นาย สมบัติ แสงทองคำสุก

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

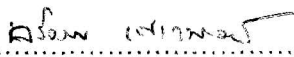


..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.นภาพร หะวานนท์)

วันที่ 30 พฤศจิกายน พ.ศ. 2545

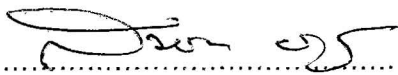
คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

 ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.จวีวรรณ เสวตมาลย์)

 กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ นิภา ศรีไพโรจน์)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ)

 กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาแนะแนวทางจาก
รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ประธานกรรมการ รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ กรรมการ
ควบคุมปริญญานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ชูชาติ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม เป็นอย่างดียิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมาลย์ ประธานกรรมการ
รองศาสตราจารย์นิภา ศรีไพโรจน์ ดร.สุพร เข้มแข็ง ดร.ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ ผู้ช่วยศาสตราจารย์
ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล รองอธิบดีกรมวิชาการ อาจารย์ประสาท สอนวงศ์ อาจารย์จรัสวรรณ แสงทอง และ
อาจารย์สุพัตรา ผาติวิสันต์ ที่กรุณาให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการสวทช. เรืองเดช คณะครูอาจารย์โรงเรียนศึกษานารีวิทยา และขอ
ขอบใจนักเรียนโรงเรียนศึกษานารีวิทยา นิสิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2545
ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมือในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ รวมทั้งการดำเนินการ
ทดลองในการวิจัยครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณทางมหาวิทยาลัยที่ให้ทุนสนับสนุนในการวิจัย

ขอขอบคุณ พี่ น้อง นิสิตปริญญโท สาขาวิชาเอกการมัธยมศึกษาทุกคนที่ได้สนับสนุนช่วยเหลือ
และให้กำลังใจในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ให้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดาและ
ครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สมบัติ แสงทองคำสุก

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	4
ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	4
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	4
ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	4
ตัวแปรที่ศึกษา.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า.....	7
สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	8
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	9
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบบูรณาการ.....	9
ความหมายของบูรณาการ.....	9
ลักษณะการสอนแบบบูรณาการ.....	11
สภาพจริงของการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	14
จุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการ.....	15
ขั้นตอนในการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการบูรณาการ.....	17
การจัดเนื้อหาวิชาและกิจกรรมการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	21
หลักการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	24
การประเมินผลในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	25
บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	25
บทบาทและกิจกรรมของนักเรียนในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	26
คุณค่าและประโยชน์ของการเรียนการสอนแบบบูรณาการ	27
ข้อควรคำนึงในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	29
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบบูรณาการ.....	31
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง.....	33
ความหมายของการเชื่อมโยง.....	33

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
2 (ต่อ)	
จุดมุ่งหมายของการเชื่อมโยง.....	33
มาตรฐานของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์.....	34
ทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา.....	40
บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง.....	40
การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์.....	40
ลักษณะของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่างๆ.....	44
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง.....	46
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอน.....	48
ความหมายของรูปแบบการสอน.....	48
การพัฒนารูปแบบการสอน.....	51
ขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการสอน.....	54
เกณฑ์การทดสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน.....	55
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการสอน.....	56
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้คำถามในการเรียนการสอน.....	58
ความหมายของคำถาม.....	58
จุดประสงค์ในการใช้คำถามในการเรียนการสอน.....	59
คำถามเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา.....	60
ลักษณะของคำถาม.....	61
ประเภทของคำถามในวิชาคณิตศาสตร์.....	63
การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและการใช้เหตุผล.....	69
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้คำถามในการเรียนการสอน.....	69
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับปฏิกิริยาหรือใบงาน.....	71
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	72
3	
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	74
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	74
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	74
ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์.....	79

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3 (ต่อ) การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	87
การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล.....	88
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	91
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	94
สังเขป ความมุ่งหมาย สมมติฐานและวิธีการศึกษาค้นคว้า.....	94
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า.....	97
อภิปรายผล.....	97
ข้อเสนอแนะ.....	102
บรรณานุกรม.....	104
ภาคผนวก.....	113
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ	114
ภาคผนวก ข ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	116
ภาคผนวก ค ผลการตรวจสอบรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์.....	121
ภาคผนวก ง ผลการประเมินรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง โดยผู้เชี่ยวชาญ.....	127
ภาคผนวก จ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน	129
ภาคผนวก ฉ แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์	135
ภาคผนวก ช ตัวอย่างผลงานของนักเรียน	290
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	294

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	7
2 ขั้นตอนการสอนแบบบูรณาการ Story line Method	20
3 การพิสูจน์จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของนักเรียนเกรด 10 ในคาบเรียนของครู โรบินสัน (Mr.Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา.....	36
4 การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ในคาบเรียนของครูโรบินสัน (Mr.Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา	37
5 การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ ตามแนวคิดของผู้วิจัย.....	48
6 วัฏจักรของการพัฒนารูปแบบการสอน.....	52
7 การจัดองค์ประกอบรูปแบบการสอนโดยข้อมูลพื้นฐาน.....	53
8 ข้อมูลที่ใช้เป็นเครื่องบ่งชี้ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนตามแนวคิดของผู้วิจัย.....	56
9 สรุปขั้นตอนการสร้างแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริม ทักษะการเชื่อมโยง ตามแนวคิดของผู้วิจัย.....	75
10 ขั้นตอนในการดำเนินการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของผู้วิจัย.....	80
11 แนวทางการสร้างและพัฒนารูปแบบการสอน ตามแนวคิดของผู้วิจัย.....	82
12 กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ตามแนวคิดของผู้วิจัย.....	83

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 การเปรียบเทียบรูปแบบการสอนแบบบูรณาการของวิเศษ ชีณวงศ์.....	30
2 การเปรียบเทียบกลุ่มรูปแบบการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษา 4 แนวคิด.....	50
3 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 6 ตามเกณฑ์ 80 / 80	92
4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน และหลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการ เชิงเนื้อหาเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน.....	92
5 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 30 ข้อ...	117
6 คะแนน (x) และค่าความแปรปรวน (s ²) จากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน.....	118
7 ค่าสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบถูก (p) ค่าสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบผิด (q) และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r _{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	120
8 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง.....	122
9 คะแนนจากการประเมินระหว่างเรียน (x ₁) และคะแนนจากการประเมินหลังเรียน (x ₂) โดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะ การเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ตามแผนการสอนที่ 1 – 7	124
10 ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริม ทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน.....	126
11 ผลการประเมินรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริม ทักษะการเชื่อมโยง โดยผู้เชี่ยวชาญ	128

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

จากการพัฒนาก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็วและอย่างมากทางด้านเทคโนโลยี โดยเฉพาะอย่างยิ่งเทคโนโลยีสารสนเทศ (Information Technology : IT) มนุษย์สามารถจะรับรู้ข่าวสารข้อมูลต่างๆ ตลอดจนสามารถที่จะส่งข่าวถึงกันได้ในช่วงพริบตา โลกที่เคยคิดว่ากว้างใหญ่ไพศาลนั้นดูแคบลงเพราะเราสามารถติดต่อสื่อสารได้ถึงกันอย่างรวดเร็วโดยอาศัยเทคโนโลยีสารสนเทศที่พัฒนาไปอย่างล้ำสมัย โลกในยุคปัจจุบันเสมือนเป็นโลกที่ไร้พรมแดนไปแล้ว เมื่อความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีสารสนเทศได้ถูกพัฒนาก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็วเช่นนี้ ย่อมมีส่วนทำให้สภาพสังคม เศรษฐกิจ พลอยได้รับอิทธิพลจากความเจริญก้าวหน้าของเทคโนโลยีสารสนเทศดังกล่าว ดังนั้น ในการจัดการศึกษาควรจัดการศึกษาให้พัฒนาคนทุกคนในประเทศ ให้มีความรู้ความสามารถด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สามารถนำความรู้เหล่านั้นไปใช้กับการศึกษาต่อและการดำรงชีวิตในโลกปัจจุบันและอนาคตได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีประสิทธิภาพ เพื่อเป็นการเตรียมเยาวชนของชาติให้เป็นผู้มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความเจริญก้าวหน้าทางด้าน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ (ปานทอง กุลนาถศิริ 2543 : 14-19) โดยที่กระบวนการเรียนรู้ต้องมุ่งปลูกฝังจิตสำนึกที่ถูกต้องเกี่ยวกับการเมืองการปกครองในระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นพระประมุข รู้จักรักษาและส่งเสริมสิทธิ หน้าที่ เสรีภาพ ความเคารพกฎหมาย ความเสมอภาค และศักดิ์ศรีความเป็นมนุษย์ มีความภูมิใจในความเป็นไทย รู้จักรักษาประโยชน์ส่วนรวมประเทศชาติ รวมทั้งส่งเสริมศาสนา ศิลปวัฒนธรรมของชาติ การกีฬา ภูมิปัญญาท้องถิ่น ภูมิปัญญาไทยและความรู้อันเป็นสากล ตลอดจนอนุรักษ์ทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม มีความสามารถในการประกอบอาชีพ รู้จักพึ่งตนเอง มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ใฝ่รู้และเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง (เกษม วัฒนชัย, 2544 : 1) เพื่อให้บรรลุหลักการดังกล่าว การจัดการเรียนการสอนให้เกิดผลดีที่สุดคือ การจัดการเรียนการสอนที่ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลโดยให้ผู้เรียนสามารถเรียนได้ตามความถนัด ความสนใจและความสามารถของเขาตามศักยภาพที่มีอยู่ นั่นคือโรงเรียนและครูผู้สอนต้องพยายามจัดกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยการผสมผสานความรู้ที่เป็นกระบวนการ การคิดอย่างมีเหตุผลและประสบการณ์การเรียนรู้ แต่ละคนได้พัฒนาความสามารถเฉพาะและจุดเด่นของเขา กิจกรรมที่จัดขึ้นควรเกิดจากความสนใจของนักเรียน โดยชุมชนอาจเป็นห้องปฏิบัติการเพื่อการเรียนรู้ของนักเรียน การจัดห้องและการจัดเวลาทำกิจกรรมควรมีการยืดหยุ่น เพื่อให้เกิดการเรียนรู้เป็นรายบุคคลให้มากที่สุด แต่การทำงานเป็นกลุ่มก็เป็นสิ่งจำเป็น เพื่อให้ นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน มีความเข้าใจในความแตกต่างระหว่างบุคคลสามารถตัดสินใจเป็นกลุ่มและพัฒนาทักษะการติดต่อสื่อสารได้ หลักสูตรที่จะทำให้การเรียนการสอนในลักษณะที่กล่าวมาบังเกิดผลคือ หลักสูตรบูรณาการ ซึ่งหมายถึง หลักสูตรที่เด็กสามารถบูรณาการมวลความรู้ที่เขาเมื่อไปประยุกต์ใช้หรือเป็นรากฐานในการสร้างความรู้ใหม่โดยผ่านสื่อ กิจกรรม และแนวคิดหลายรูปแบบ การจัดการเรียนการสอนจะไม่มีโปรแกรมคณิตศาสตร์ แบบเรียนหรืออุปกรณ์ที่ใช้โดยเฉพาะ แต่เด็กจะเรียนรู้โดยการค้นพบที่เกิดจากประสบการณ์จริง ซึ่งครูต้องสร้างประสบการณ์ที่มีความหมายและเป็นรูปธรรมสำหรับเด็ก ให้เขาสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้กับกิจกรรมหรือวิชาอื่นๆ ได้ (ณวิวรรณ เศวตมัลย์ 2543 : 137 - 138)

การศึกษาแบบบูรณาการเป็นแนวทางการจัดการศึกษาแนวทางหนึ่งในหลายแนวทางที่ได้ถูกกำหนด ให้นำมาใช้จัดการศึกษาแทนแนวทางการจัดการศึกษาแบบเดิมทั้งในหลักสูตรระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาและอุดมศึกษาในปัจจุบัน โดยพิจารณาจากความเป็นจริงของชีวิตว่า ในการทำงานใดๆ เราไม่ได้ทำงานแยกเป็นวิชาเหมือนที่เราเรียนในโรงเรียน ในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่งในสังคมหรือในการทำงาน จำเป็นต้องใช้ความรู้จากหลายๆ วิชา ปัญหาที่พบไม่ใช่ปัญหาของวิชาใดวิชาหนึ่งแต่เป็นปัญหาในลักษณะองค์รวม เช่นปัญหาสิ่งแวดล้อม ปัญหาสุขภาพ ปัญหาการเมือง เป็นต้น การศึกษาจึงควรเป็นการศึกษาแบบบูรณาการ ซึ่งตรงตามความมุ่งหมายในการจัดการศึกษาตามแผนการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 และการประกาศการจัดการศึกษานั้นพื้นฐานในปี พุทธศักราช 2545 ซึ่งมุ่งพัฒนาคนให้มีความสมดุลในทุกด้าน โดยกำหนดให้นำเอาการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการมาเป็นยุทธศาสตร์ในการพัฒนาการเรียนการสอนในทุกรายวิชา (กรมวิชาการ. 2542 ก : 13) โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิชาคณิตศาสตร์นั้นนับว่ามีบทบาทสำคัญมากในการแก้ปัญหาต่างๆ ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาแรกที่มนุษย์ได้เรียนรู้และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันตลอดเวลา ดังนั้นจะเห็นได้ว่าเกือบทุกวิชาต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์แทบทั้งสิ้น แต่เนื่องจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์จะมีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย อนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ต่างๆ ยากแก่การทำความเข้าใจ เป็นผลให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูส่วนมากประสบปัญหา นักเรียนไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ และยังพบว่า จากการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายทั่วประเทศ โดยสำนักทดสอบทางการศึกษา (2542 : 8 - 11) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำมาก ผลการประเมินดังกล่าวชี้ให้เห็นถึงความล้มเหลวในการเรียนของนักเรียน อันเป็นผลมาจากข้อบกพร่องของกระบวนการจัดการเรียนการสอนในโรงเรียนมัธยมศึกษา และข้อบกพร่องที่เกิดจากตัวนักเรียนเองเช่นขาดการเชื่อมโยงความรู้ เพราะผู้สอนส่วนมากไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ปัญหา แปลความ ตีความหรือทำความเข้าใจกับโจทย์ตามลำดับ แต่มักใช้วิธีการรวบรัดเสียเอง (สุชาติ รัตนกุล, 2526 : 521) ทำให้ผู้เรียนไม่เกิดการเรียนรู้ มีแต่การเลียนแบบเท่านั้น การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติและหลักการต่างๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่นๆ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาต่างๆ ไปได้ (Baroody, 1993 : 2-59 - 2-60) ส่วนการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึกไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญในการช่วยให้นักเรียนได้สร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปกราฟ กราฟ สัญลักษณ์ต่างๆ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และยังช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในแนวความคิดและเกิดความเข้าใจลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน (NCTM, 1989 : 26)

การเชื่อมโยงความรู้เก่าไปสู่ความรู้ใหม่ ตอบสนองความอยากรู้อยากเห็น ใฝ่หาความรู้และขยายความรู้ออกไปสู่โลกกว้างเข้าใจชีวิตและธรรมชาติตามวัย เป็นบทเรียนที่ช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบตัวเอง รักและเห็นประโยชน์ของการเรียนรู้ รวมทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประเมินพัฒนากระบวนการเรียนรู้ของตนเพื่อเติมเต็มในส่วนที่บกพร่องโดยไม่ทำให้นักเรียนเกิดความเครียดและรู้สึกล้มเหลว การเรียนรู้สิ่งต่างๆ เชื่อมโยงต่อเนื่องกลมกลืนกันทั้งเรื่องใกล้ตัวในห้องเรียน สิ่งแวดล้อมที่อาศัยอยู่ เรื่องของท้องถิ่นเรื่องของสากล การเปลี่ยนแปลงและแนวโน้มต่างๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมโลก ซึ่งมีผลทำให้เกิดความเข้าใจเรื่องที่เรารู้ อย่างชัดเจนลึกซึ้ง ครบคลุม มีความหมายจนสามารถนำไปใช้ในการดำรงชีวิตและแก้ปัญหาสภาพสังคมจริง การเรียนรู้แบบบูรณาการจะสอดคล้องกับหลักธรรมชาติ ซึ่งก็คือสอดคล้องกับธรรมชาติของชีวิตที่

ดำเนินไปในแต่ละช่วงของกิจกรรมในชีวิต การที่จะเข้าใจสิ่งต่างๆ อย่างแจ่มแจ้งเกิดความหมายและนำไปใช้ได้ก็ต่อเมื่อความรู้ความคิดย่อยๆ อยู่รวมกันสัมพันธ์และเชื่อมโยงจนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งนั้นกับสิ่งอื่นรอบตัวซึ่งมีผลให้เกิดการนำความรู้ ประสบการณ์ที่ได้มาจัดระเบียบใหม่ให้เหมาะสมกับตนเอง ที่มี การเชื่อมโยงสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบระเบียบ การสอนต้องให้เกิดกระบวนการเชื่อมโยงความคิดเกิดขึ้น ในเนื้อหาวิธีวิธีการที่หลากหลายลักษณะ เพราะจะช่วยให้มองเห็นความเชื่อมโยงของประสบการณ์ต่างๆ เรื่องราว เนื้อหาหลากหลายมารวมกัน เป็นกลุ่มก้อนและดำเนินการสอนสิ่งนั้นเชื่อมโยงกันในเรื่องราวต่างๆ ที่เกี่ยวข้องและเชื่อมโยงไปสู่การนำไปใช้ในชีวิตจริงด้วย การสอนแบบบูรณาการจะทำให้เกิดการเชื่อมโยง สิ่งที่เป็นความรู้ที่ได้รับ / เก็บไว้ในสมองกับเหตุการณ์เรื่องราว / สิ่งต่างๆ รอบตัว หรือเนื้อหาอื่นๆ ซึ่งมีผล ทำให้ความรู้ไม่ถูกเก็บไว้ในสมองแต่เพียงลำพัง แต่ถูกเชื่อมโยงไปจนเกิดความหมายเป็นความรู้ใหม่ที่ ชับซ้อนกว่าเดิม ครูจึงต้องเข้าใจแนวความคิดและทักษะที่จะปลูกฝังให้นักเรียนอย่างหลากหลาย เป็นผู้มี วิสัยทัศน์กว้างไกล มองความเชื่อมโยงของสิ่งต่างๆ ได้อย่างชัดเจน (สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์, 2544:36 – 40)

นอกจากนี้ในรายงานการศึกษาวิจัยของ แคมป์เบล (Campbell, 1997 : 106) เกี่ยวกับวิธีเรียน คณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า หากได้รับอนุญาตนักเรียนมักจะใช้วิธีการหาคำตอบที่แตกต่างไปจากวิธีการ ที่ผู้ใหญ่ชอบใช้ และพบว่าบางครั้งนักเรียนจะใช้วิธีการและยุทธวิธีที่เมื่อมองในสายตาของผู้ใหญ่อาจดูว่าไม่ ถูกต้อง ไม่สมบูรณ์ ไม่ถูกหลักการให้เหตุผล หรือไม่มีประสิทธิภาพพอ ขณะที่ในสายตาของนักเรียนวิธีการ เหล่านั้นกลับเป็นสิ่งที่มีความชัดเจนและมีเหตุผล ดังนั้นการสอนที่ตั้งอยู่บนความคิดของนักเรียนจึงมี ประโยชน์ต่อความเข้าใจ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เป็นการเรียนที่ส่งเสริม ทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในการคิด การใช้เหตุผล จึงอาจกล่าวได้ว่า การจัดการเรียนการสอนตามแนวคิดนี้ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางอย่างแท้จริง คำนึงถึงความต้องการและความ แตกต่างของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนมีพัฒนาการเต็มตามศักยภาพของตน รู้จักคิดวิเคราะห์อย่างมี เหตุผล รักการเรียนรู้ รู้วิธีการและสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับเป้าหมายแผนพัฒนาเศรษฐกิจ และสังคมแห่งชาติ ฉบับที่ 8 ที่ต้องการให้มีการปฏิรูปการศึกษา เพื่อให้มีการปรับกระบวนการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนเป็นศูนย์กลาง มีการฝึกปฏิบัติจากประสบการณ์จริง พร้อมทั้งปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ในวิชา ที่สำคัญ เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ภาษาและคอมพิวเตอร์ ทั้งยังสอดคล้องกับแนวคิดในการจัดการ ศึกษาสำหรับเด็กไทยในปัจจุบันและอนาคตของ สิปปนนท์ เกตุทัต (2540 : 4) ที่กล่าวว่า เราต้องปฏิรูป การเรียนการสอนสำหรับเด็กไทยให้มีการสอนสิ่งที่ควรรู้ ควรทำ เพื่อให้สามารถอยู่รอดในโลกแห่งการ แข่งขัน การสอนแบบบอกให้จดจำแบบเก่าต้องเลือนหายไป เนื่องจากความรู้ในยุคโลกาภิวัตน์มีมากจนครู ไม่สามารถสอนได้หมด สิ่งที่สำคัญยิ่งคือ การสร้างเด็กไทยให้มีความใฝ่รู้ รู้วิธีการเรียนรู้และรู้แหล่งความรู้ที่ เป็นปัจจัยเป็นที่พึ่งให้เขาได้อย่างแท้จริงไปชั่วชีวิต นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับโครงการพัฒนาคุณภาพ การเรียนการสอนที่สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติจัดทำขึ้นในปี พ.ศ. 2540 ซึ่งมุ่งพัฒนาการเรียน การสอนใน 4 ประเด็น ได้แก่ การเรียนรู้อย่างมีความสุข การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วม การเรียนรู้เพื่อพัฒนา กระบวนการคิด และการเรียนรู้เพื่อพัฒนาสุนทรียภาพและลักษณะนิสัย (สำนักงานคณะกรรมการ การศึกษาแห่งชาติ, 2539)

จากเหตุผลดังกล่าว จึงทำให้ผู้วิจัยเกิดแรงจูงใจที่จะพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบ บูรณาการเชิงเนื้อหา ที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อ พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ ช่วยเพิ่มพูนประสิทธิภาพในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนและมีความ เข้าใจที่ลึกซึ้ง สามารถนำความรู้ที่เรียนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยมีจุดประสงค์ย่อยดังนี้

1. เพื่อประเมินประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามเกณฑ์ 80 / 80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับก่อนได้รับการสอน

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

จากผลการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ทำให้ได้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ ดังนี้

1. ช่วยให้ผู้สอนมีแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง
2. ช่วยพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงความรู้ของผู้เรียน
3. ทำให้เกิดแนวคิดหรือหลักการในการพัฒนารูปแบบการสอน ที่สามารถนำไปปรับใช้ในเนื้อหาวิชาอื่นหรือระดับชั้นอื่น ๆ ได้
4. ผลการศึกษาค้นคว้าจะเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ครูผู้สอนนำไปพิจารณาเพิ่มประสิทธิภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษา

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา อำเภอบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 แผนการเรียนคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 45 คน รวม 90 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา อำเภอบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ แผนการเรียนคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน จำนวน 45 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนตามความสามารถของนักเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เวลาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โดยใช้เวลาในการทดลอง 24 คาบ ๆ ละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ตัวแปรที่ศึกษา

1. ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) ได้แก่ รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง
2. ตัวแปรตาม (Dependent Variable) ประกอบด้วย
 - 2.1 ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา
 - 2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การบูรณาการ หมายถึง กระบวนการหรือการปฏิบัติที่นำส่วนต่างๆ รวมเข้าเป็นสิ่งเดียวกัน มีความสมดุล สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ เป็นการทำให้หน่วยย่อยต่างๆ มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกัน อย่างสมบูรณ์และกลมกลืน เพื่อประโยชน์ในการแก้ปัญหาและการดำรงชีวิตอยู่อย่างมีความสุข
2. การบูรณาการเชิงเนื้อหา หมายถึง การจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เชื่อมโยงประสบการณ์ให้เกิด ความสมดุลในการเรียนรู้ โดยนำเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ทั่วไป วิทยาศาสตร์กายภาพ ฟิสิกส์ ชีววิทยา วิทยาศาสตร์สังคม เศรษฐศาสตร์ ธุรกิจ กีฬา ภาษา โภชนาการ ฯ มาผสมผสานสัมพันธ์กันโดยมี การเชื่อมโยงและผสมผสานกระบวนการสอนให้สอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน ให้นำความรู้และ ประสบการณ์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม
3. การสอนแบบบูรณาการ หมายถึง กระบวนการจัดการเรียนการสอนที่เชื่อมโยงผสมผสาน โครงสร้างของเนื้อหาความรู้เข้าด้วยกัน โดยมีจุดมุ่งหมายที่เป็นแกนหลักในการเชื่อมโยงและผสมผสาน เนื้อหาร่วมกันและ เน้นจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สมดุลระหว่างผู้เรียนและผู้สอน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการ เรียนรู้ มีประสบการณ์กว้างขวางขึ้น พร้อมทั้งจะนำมวลประสบการณ์และความรู้ที่ได้จากการจัดกิจกรรม ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ทั้งในด้านการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันและเป็นพื้นฐานในการศึกษาต่อในระดับที่สูง ต่อไป โดยมีขั้นตอนในการสอนดังนี้
 1. ชี้นำ เป็นขั้นที่ครูสร้างความสนใจหรือชี้ประเด็น ให้นักเรียนตระหนักถึงสภาพปัญหาที่ เกิดขึ้นหรือประสบอยู่ โดยใช้สื่อการเรียนการสอนต่างๆ หรือการเลียนแบบสถานการณ์จริงในการชี้ให้เห็น ถึงประเด็นของปัญหา
 2. ขั้นปฏิบัติ เป็นขั้นตอนที่ผู้เรียนวางแผนพิจารณาแนวทางและกำหนดจุดมุ่งหมายในการ แก้ปัญหา โดยมีการทำกิจกรรมในลักษณะของกลุ่มในการทำงาน และภายในกลุ่มแยกกิจกรรมกันทำใน แต่ละด้าน

3. **ชั้นกิจกรรมสรุป** เป็นขั้นตอนในการเชื่อมโยงกิจกรรมการทำงานของแต่ละกลุ่มโดยผสมผสานทุกด้านเข้าด้วยกัน โดยมีเป้าหมายคือ เพื่อตอบปัญหาหรือแก้ไขปัญหาที่เป็นปัญหาหลักของทุกกลุ่มร่วมกัน

4. **ชั้นประเมินผล** เป็นขั้นตอนการประเมินผลที่เป็นกระบวนการต่อเนื่องทุกระยะของการเรียนการสอน โดยแบ่งลักษณะการประเมินออกเป็นทางด้านวิชาการ ด้านความสามารถในการทำงานร่วมกัน ครูผู้สอนเป็นผู้คอยชี้แนะความถูกต้องและเชื่อมโยงการแก้ไขปัญหา หรือพัฒนางานของแต่ละกลุ่มให้เกิดการบูรณาการระหว่างกัน

4. **การสอนบูรณาการแบบสอดแทรกวิชา** หมายถึง การสอนที่ครูผู้สอนในวิชาหนึ่งสอดแทรกเนื้อหาของวิชาอื่นๆ เข้าไปในการสอนของตน เป็นการวางแผนการสอนและสอนโดยครูเพียงคนเดียว

5. **รูปแบบการสอน** หมายถึง แบบแผนหรือลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่อาศัยหลักปรัชญา ทฤษฎี แนวคิดหรือความเชื่อต่างๆ โดยจัดให้มีองค์ประกอบของการเรียนการสอน ได้แก่ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการสอน การประเมินผล ไว้อย่างเป็นระบบ แสดงความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน เป็นแบบอย่างให้ผู้อื่นนำไปใช้ได้

6. **รูปแบบการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา** หมายถึง แบบแผนหรือลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่นำเอาโครงสร้าง เนื้อหาความรู้และกิจกรรมของแต่ละวิชาที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันมาหลอมรวมเข้าด้วยกัน โดยมีแกนหลักในการเชื่อมโยงเป็นแกนเดียวกัน

7. **ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน** หมายถึง คุณภาพของรูปแบบการสอนที่ทำให้ ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์บรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ โดยผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ประสิทธิภาพ คือ 80 / 80 ที่สามารถอธิบายได้ดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง คะแนนที่ได้จากกระบวนการที่จัดไว้ในรูปแบบการสอนระหว่างเรียน จัดเป็นร้อยละ 80 จากการทำกิจกรรมในระหว่างเรียน

80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนที่ได้จากการประเมินผลหลังเรียนในรูปแบบการสอน ในการเปลี่ยนแปลงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน คิดเป็นร้อยละ 80 ของคะแนนทั้งหมด

8. **ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งพิจารณาตามคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร ซึ่งสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้และพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญา สำหรับการประเมินผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

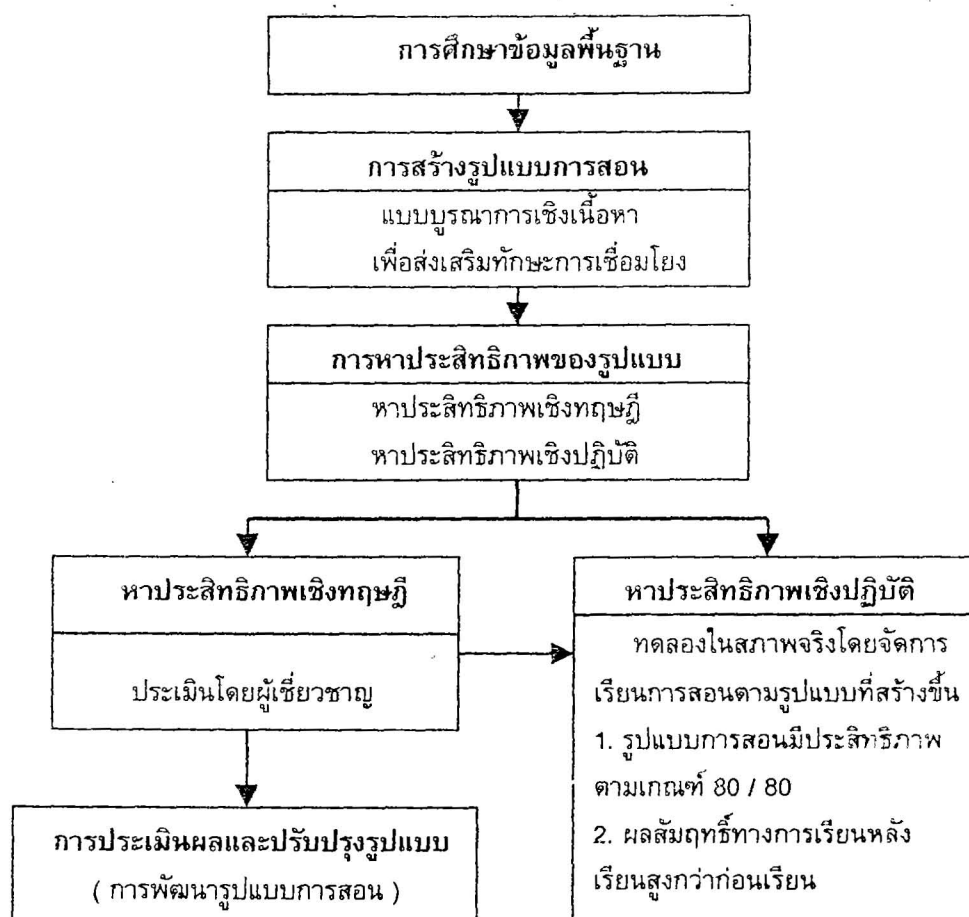
9. **การเชื่อมโยง** หมายถึง การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. **การเชื่อมโยงภายในวิชา** เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมาย

2. **การเชื่อมโยงระหว่างวิชา** เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับชีววิทยา ศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือ ศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

10. ทักษะการเชื่อมโยง หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า



ภาพประกอบ 1 กรอบแนวคิดในการศึกษาค้นคว้า

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพ โดยพิจารณาจาก

1. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการพัฒนาารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องแคลคูลัส ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เป็นแนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการวิจัยดังนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบบูรณาการ
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอน
4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้คำถามในการเรียนการสอน
5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบรรณานุกรมหรือใบงาน
6. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบบูรณาการ

1.1 ความหมายของบูรณาการ

คำว่า " บูรณาการ (Integration) " เป็นคำที่มีผู้นำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ในทุกสาขาวิชาชีพ ได้มีผู้ให้ความหมายของคำว่า " บูรณาการ " ไว้ดังนี้

กู๊ด (Good.1973 : 308) กล่าวว่า บูรณาการ หมายถึง กระบวนการหรือการปฏิบัติในการที่จะรวบรวมรายวิชาต่างๆ ที่แตกต่างเข้าด้วยกัน แล้วนำมารายงานผลหรือแสดงออกมา ในเชิงกิจกรรมหรือโครงการเดียวกัน

ฮอบกินส์ (รัตนา นภารัตน์. 2531 : 9 ; อ้างอิงจาก Hopkins.1985 : 45. *Integration, Its Meaning and Application*) กล่าวถึง เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบบูรณาการในแง่ของการสอนไว้ว่า หมายถึง กระบวนการสอนที่ผสมผสานเนื้อหาวิชาต่างๆ เข้าเป็นหน่วยการเรียนรู้ จัดกิจกรรมการศึกษาค้นคว้าเพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ อย่างเหมาะสม

ลาโรช บัวศรี (2521 : 3 – 12) กล่าวว่า บูรณาการ หมายถึง ความสมบูรณ์ที่ปราศจากความกังวล ปราศจากความทรมานใจและทรมานกาย ปราศจากปัญหาที่ร้ายแรงจนแก้ไขไม่ไหว บูรณาการกับสมดุล (Equilibrium) มีความหมายทำนองเดียวกัน การมีสมดุลหรือการมีความสมบูรณ์ จึงเป็นสิ่งจำเป็นและพึงประสงค์ยิ่งในชีวิตของมนุษย์ทุกคน ด้านการเรียนการสอน วิธีสอนที่จะช่วยฝึกให้นักเรียนคิดได้ คิดเป็น แก้ปัญหาได้ จะช่วยก่อให้เกิดบูรณาการขึ้น เมื่อเด็กรู้วิธีแก้ปัญหาเขาจะนำติดตัวไปใช้ได้

กาญจนา คุณารักษ์ (2522 : 19) กล่าวว่า บูรณาการ หมายถึง กระบวนการหรือการปฏิบัติเกี่ยวกับการเรียนรู้ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทางจิตพิสัย และพุทธิพิสัย หรือกระบวนการ หรือปฏิบัติในการที่จะรวบรวมความคิด มโนภาพ ความรู้ เจตคติ ทักษะ และประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อให้ชีวิตมีความสมดุลนั่นเอง

ผกา สัตยธรรม (2523 : 45) กล่าวว่า บูรณาการ คือ กระบวนการที่ทำให้คนมีชีวิตอย่างสมบูรณ์ หรือมีชีวิตที่สมดุลในทุกๆ ด้าน เป็นลักษณะของการสอนที่จะช่วยให้บุคคลเป็นผู้รอบรู้ สามารถคิดได้อย่างกว้างขวางในหลายด้านและนำความรู้ที่ได้รับไปแก้ปัญหาความทุกข์ยากให้ลดน้อยลงหรือหมดไป ทำให้เกิดความสมดุลในชีวิต

บันลือ พุกกะวัน (2527 : 1 – 2) กล่าวว่า บูรณาการมีความหมายอยู่ 2 นัย คือ

นัยแรก บูรณาการเป็นจุดมุ่งหมายปลายทางของการจัดการเรียนการสอน คือ มุ่งให้ผู้เรียนมีพัฒนาการทุก ๆ ด้าน

นัยที่สอง บูรณาการคือการจัดเนื้อหาวิชาต่าง ๆ ให้ผสมผสานผูกพันกัน

พระเทพเวที (2531 : 9) ได้ให้ความหมายว่า การบูรณาการ คือ การทำให้หน่วยย่อยๆ ที่สัมพันธ์อิงอาศัยกันอยู่ เข้ามาร่วมกันทำหน้าที่อย่างประสานกลมกลืนเป็นองค์รวมหนึ่งเดียว

พระธรรมปิฎก (2540 : 30) ได้ให้ความหมายของเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบบูรณาการไว้ว่า การทำให้หน่วยย่อยทั้งหลายที่สัมพันธ์อิงอาศัยซึ่งกันและกัน เข้ามาร่วมทำหน้าที่ประสาน กลมกลืนเป็นองค์รวมหนึ่งเดียว ที่มีความหมายครบถ้วน สมบูรณ์ในตัว

อรทัย มูลคำและคนอื่นๆ (2542 : 21) ได้ให้ความหมายของบูรณาการว่า บูรณาการหมายถึง การนำศาสตร์สาขาวิชาต่างๆ ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันมาผสมผสานเข้าด้วยกัน เพื่อประโยชน์ในการจัดหลักสูตรและจัดการเรียนการสอน หลักสูตรที่พัฒนาหรือดำเนินการแล้วเรียกว่าหลักสูตรบูรณาการ (Integrated Curriculum) คือหลักสูตรที่นำเอาเนื้อหาวิชาต่างๆ มาหลอมรวมเข้าด้วยกัน ทำให้เอกลักษณ์ของแต่ละวิชาหมดไป เกิดเป็นเอกลักษณ์ใหม่ของหลักสูตรโดยรวม เช่นเดียวกับการเรียนการสอนแบบบูรณาการ คือเน้นองค์รวมของเนื้อหามากกว่าองค์ความรู้ของแต่ละรายวิชา และเน้นที่การเรียนรู้ของผู้เรียนสำคัญยิ่งกว่าการบอกเนื้อหาของผู้ครู

วิเศษ ชินวงศ์. (2544 : 23) กล่าวว่า การบูรณาการ หมายถึง การจัดกระบวนการเรียนรู้ให้ผู้เรียน โดยมีการเชื่อมโยงและผสมผสานกระบวนการสอน การสร้างคุณธรรมให้สอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน ให้นำความรู้และประสบการณ์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า บูรณาการ หมายถึง กระบวนการหรือการปฏิบัติที่นำส่วนต่างๆ รวมเข้าเป็นสิ่งเดียวกัน มีความสมดุล สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ เป็นการทำให้หน่วยย่อยต่างๆ มีความสัมพันธ์เชื่อมโยงกันอย่างสมบูรณ์และกลมกลืนกัน เพื่อประโยชน์ในการแก้ไขปัญหาและการดำรงชีวิตอยู่อย่างมีความสุข

สำหรับการสอนแบบบูรณาการได้มีผู้ให้ความหมายต่าง ๆ กัน ดังนี้

ลาร์ดิซาบอล และคณะ (Lardizabal and others. 1970 : 141) กล่าวว่า การสอนแบบบูรณาการ หมายถึง การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ไขปัญหาได้ด้วยตนเอง ยังผลให้เกิดการพัฒนาในด้านบุคลิกภาพในทุกๆ ด้าน นักเรียนสามารถปรับตัวและตอบสนองต่อทุกสถานการณ์ การแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับประสบการณ์และความรู้พื้นฐาน การสอนจะให้ความสำคัญกับครูและนักเรียนเท่าเทียมกัน การทำกิจกรรมมีการทำงานร่วมกันอย่างเป็นประชาธิปไตย

สุมานัน รุ่งเรืองธรรม (2522 : 32) กล่าวว่า การสอนแบบบูรณาการ หมายถึง การสอนเพื่อจัดประสบการณ์ให้แก่ผู้เรียน เพื่อการเรียนรู้ที่มีความหมาย ให้เข้าใจลักษณะความเป็นไปอันสำคัญของสังคม เพื่อดัดแปลงปรับปรุงพฤติกรรมของผู้เรียนให้เข้ากับสภาพชีวิตได้ดียิ่งกว่าเดิม

ผกา สัตยธรรม (2524 : 168) กล่าวว่า การสอนแบบบูรณาการ หมายถึง ลักษณะการสอนที่นำเอาวิชาต่างๆ เข้ามามาสผสมผสานกัน เพื่อให้ประโยชน์แก่ผู้เรียนโดยใช้วิชาใดวิชาหนึ่งเป็นแกนหลักและนำเอาวิชาต่างๆ มาเชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามความเหมาะสม เพื่อให้การเรียนรู้ของผู้เรียนเกิดความสมบูรณ์ในตัวของเขาเอง

พระเทพเวที (2531 : 9) ได้ให้ความหมายว่า การสอนแบบบูรณาการ คือ การจัดการศึกษา หรือจัดหลักสูตรและการสอน โดยนำเอาศาสตร์สาขาวิชาต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันมาผสมผสานให้เกิดความสมบูรณ์ ทำให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์และพัฒนาเป็นคนที่มีสมบูรณ์

สังัด อุทรานันท์ (2532 : 221) ได้ให้ความหมายของหลักสูตรแบบบูรณาการ (Integrated Curriculum) ว่าเป็นหลักสูตรที่มีความผสมผสานกันระหว่างเนื้อหาวิชามากที่สุด ไม่ปรากฏเด่นชัดว่าวิชาใดวิชาหนึ่งเป็นหลักสำคัญในหลักสูตร การจัดหลักสูตรแบบบูรณาการ เป็นการหนีจากการเน้นหนักเนื้อหาวิชาเป็นอย่างมาก การจัดหลักสูตรแบบบูรณาการ อาจทำได้โดยลักษณะหนึ่งหรือหลายลักษณะรวมกันดังนี้

1. จัดโดยยึดเด็กเป็นศูนย์กลาง (Child – Centered Curriculum)
2. จัดโดยยึดเอาสภาพปัญหากิจกรรม หรือการดำรงชีวิตในสังคมเป็นศูนย์กลาง

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการสอนแบบบูรณาการ หมายถึงการนำเอาโครงสร้างเนื้อหาความรู้ และกิจกรรม ที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องของแต่ละวิชาหรือที่มีความแตกต่างกันของแต่ละวิชา มาหลอมรวมเข้าด้วยกัน โดยมีแกนหลักในการเชื่อมโยงเป็นแกนเดียวกัน เพื่อประโยชน์ในการเรียนการสอน และประโยชน์ในการเรียนรู้ของผู้เรียน

1.2 ลักษณะการสอนแบบบูรณาการ

ลาร์ดิซาบอล และคณะ (Lardizabal and others. 1970 : 142-143) ได้กล่าวถึงการสอนแบบบูรณาการต้องยึดหลักการสำคัญที่ว่า แกนกลางของประสบการณ์อยู่ที่ความต้องการของผู้เรียนและประสบการณ์ในการเรียนรู้ จัดเป็นหน่วยการเรียนรู้ (Unit)

หน่วยการเรียนรู้นี้อาจแยกออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้ 3 ประเภท

1. หน่วยเนื้อหาวิชา (Subject – Matter Unit) เป็นการเน้นเนื้อหาในตำราหรือหัวข้อเรื่องต่าง ๆ หลักการหรือสิ่งแวดล้อม

2. หน่วยความสนใจ (Center of Interest Unit) จัดเป็นหน่วยขึ้นโดยมีพื้นฐานความสนใจและความต้องการ หรือจุดประสงค์เด่นๆ ของผู้เรียน

3. หน่วยเสริมสร้างประสบการณ์ (Integrative Experience Unit) เป็นการรวบรวมประสบการณ์หรือจุดเน้นอยู่ที่ผลการเรียนรู้และสามารถนำไปสู่การปรับพฤติกรรม การปรับตัวของผู้เรียน

หน่วยดังกล่าวหมายถึง กลุ่มกิจกรรมหรือประสบการณ์ที่จัดไว้เพื่อสนองจุดมุ่งหมาย หรือสำหรับแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง การเรียนเริ่มจากจุดสนใจใหญ่แล้วแยกไปสู่กิจกรรมในแง่มุมต่างๆ จนกระทั่งผู้เรียนสามารถตอบสนองสถานการณ์ที่กำหนดไว้ได้

สมิตร คุณานุกร (2518 : 41) กล่าวว่า การสอนแบบบูรณาการเป็นการสัมพันธ์ความรู้ซึ่งแยกออกเป็นวิธีย่อยได้ 4 วิธี คือ

1. นำเอาความรู้อื่นที่ใกล้เคียงกับเรื่องที่กำลังสอนมาสัมพันธ์กัน
2. นำเอาความรู้เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ ที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวเนื่องกับเรื่องที่กำลังสอนมาสัมพันธ์กัน
3. ปรับงานที่ให้ได้กระทำ ให้มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงในสังคม

4. พยายามนำสิ่งที่เป็นแกนเข้าไปผนวกกับสิ่งที่กำลังสอนทุกครั้งที่มีโอกาสจะสอดแทรก
แกนดังกล่าวนี้อาจเป็นความคิดรวบยอด ทักษะและค่านิยม

บันลือ พงกษะวัน (2524 : 141) ได้กล่าวถึงการสอนแบบบูรณาการว่า

1. เป็นการสอนโดยใช้หน่วยหรือแกนวิชา
2. ต้องคำนึงถึงธรรมชาติของผู้เรียน
3. เลือกเนื้อหา กิจกรรมให้สอดคล้องกับฤดูกาล
4. เลือกเนื้อหาและกิจกรรมของกลุ่มวิชาต่าง ๆ ที่สัมพันธ์สอดคล้องกันมาทำการผสมผสาน
5. ลำดับความยากง่ายให้เป็นไปตามขั้นตอน
6. กำหนดเวลาที่จะใช้ในการสอนแต่ละหน่วยไว้ให้เพียงพอ

เสริมศรี ไชยศรี และคนอื่นๆ (2526 : 55) ได้แบ่งลักษณะของการบูรณาการไว้สองลักษณะดังนี้

1. บูรณาการเชิงเนื้อหา คือ การผสมผสานของเนื้อหาวิชาของการหลอมรวมแบบแกนหรือ แบบ
สหวิทยาการจะเป็นหน่วยก็ได้ หรือเป็นโปรแกรมก็ได้ นอกจากนี้ถ้าจะเป็นการผสมผสานของเนื้อหาวิชาใน
แง่ของทฤษฎีกับการปฏิบัติ หรือเนื้อหาวิชาที่สอนกับชีวิตจริง ซึ่งแบ่งเป็น 2 วิธี ดังนี้

1.1 บูรณาการส่วนทั้งหมด (Total Integration) คือ การรวมเนื้อหาประสบการณ์ต่างๆ ที่
ต้องการจะให้นักเรียนเรียนรู้หลักสูตรหรือโปรแกรม จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ยึดปัญหาเป็นแนวเรื่อง
(Theme) เป็นแกน ซึ่งปัญหาหรือแนวเรื่องที่จะเป็นตัวบ่งชี้ไปถึงความรู้ที่มาจากวิชาต่างๆ ในโปรแกรมซึ่งมี
เนื้อหาเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและปัญหาสังคมทั้งหมด

1.2 บูรณาการเป็นบางส่วน (Partial Integration) เป็นการรวมประสบการณ์ของบางสาขา
วิชาเข้าด้วยกัน อาจจะเป็นลักษณะของหมวดวิชาหรือกลุ่มวิชาซึ่งภายในสัมพันธ์กันเป็นอย่างดี ดังนั้นการ
จัดบูรณาการเป็นบางส่วนอาจจะจัดได้ทั้งภายในสาขาวิชาและระหว่างสาขาวิชา หรือจัดเป็นบูรณาการแบบ
โครงการ ซึ่งการจัดแบบโครงการนี้แต่ละรายวิชาที่จะเป็นรายวิชาเช่นปกติ แต่จะจัดประสบการณ์ให้เป็น
บูรณาการในรูปของโครงการ อาจจะเป็นโครงการสำหรับนักเรียนรายบุคคล หรือรายกลุ่ม

2. บูรณาการเชิงวิธีการ คือการผสมผสานวิธีการเรียนการสอนแบบต่าง ๆ โดยใช้สื่อประสมและ
ใช้วิธีการประสมให้มากที่สุด

ธารง บัวศรี (2532 : 156) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของการบูรณาการไว้ 5 ประการ คือ

- (1) เป็นการบูรณาการ ระหว่าง ความรู้และกระบวนการเรียนรู้
- (2) เป็นการบูรณาการ ระหว่าง พัฒนาการของความรู้และพัฒนาการทางจิตใจ
- (3) เป็นการบูรณาการ ระหว่าง ความรู้และการกระทำ
- (4) เป็นการบูรณาการ ระหว่าง สิ่งที่เรียนในโรงเรียนกับสิ่งที่เป็นอยู่ในชีวิตประจำวัน
- (5) เป็นการบูรณาการ ระหว่าง วิชาต่าง ๆ

UNESCO – UNEP (1994 : 51) กำหนดลักษณะของการบูรณาการการเรียนการสอนไว้ 2
แบบ คือ

1. แบบสหวิทยาการ (Interdisciplinary) ได้แก่ การสร้างเรื่อง (Theme) ขึ้นมาแล้วนำความรู้
จากวิชาต่างๆ มาโยงสัมพันธ์กับหัวเรื่องนั้น ซึ่งบางครั้งเราก็อาจจะเรียกวิธีบูรณาการแบบนี้ว่า สหวิทยาการ
แบบหัวข้อ (Thematic Interdisciplinary Studies) หรือ การบูรณาการที่เน้นการนำไปใช้เป็นหลัก
(Application – First Approach)

2. แบบพหุวิทยาการ (Multidisciplinary) ได้แก่ การนำเรื่องที่ต้องการจะจัดให้เกิดบูรณาการไป

สอดแทรก (Infusion) ไว้ในวิชาต่างๆ ซึ่งบางครั้งเราก็อาจจะเรียกวิธีบูรณาการแบบนี้ได้ว่า การบูรณาการที่เน้นเนื้อหารายวิชาเป็นหลัก (Discipline – First Approach)

สำนักงานโครงการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์ (2540 : 7) ได้แบ่งลักษณะการสอนแบบบูรณาการมี 2 แบบ คือการบูรณาการภายในวิชาและการบูรณาการระหว่างวิชา การบูรณาการภายในวิชา มีจุดเน้นอยู่ภายในวิชาเดียวกัน ส่วนการบูรณาการระหว่างวิชาเป็นการเชื่อมโยงหรือรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 วิชาขึ้นไปภายใต้หัวเรื่อง (Theme) เดียวกัน เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจและทักษะในศาสตร์หรือความรู้ในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป เพื่อการแก้ปัญหาหรือแสวงหาความรู้ความเข้าใจในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การเชื่อมโยงความรู้และทักษะระหว่างวิชาต่างๆ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้ง ไม่ใช่เพียงผิวเผินและมีลักษณะใกล้เคียงกับชีวิตจริงมากขึ้น การสอนแบบบูรณาการทั้งสองแบบมีหลักการเช่นเดียวกัน กล่าวคือ มีการกำหนดหัวเรื่องที่เชื่อมโยงความคิดรวบยอดต่างๆ มีการวางแผนการจัดกิจกรรมและโครงการต่างๆ ที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาและลงมือปฏิบัติ และได้นำไปจัดเป็นรูปแบบการสอนบูรณาการ 4 รูปแบบ คือ

1. การสอนบูรณาการแบบสอดแทรก (Infusion Instruction)

การสอนรูปแบบนี้ครูผู้สอนในวิชาหนึ่งสอดแทรกเนื้อหาของวิชาอื่น ๆ เข้าไปในการสอนของตนเป็นการวางแผนการสอนและสอนโดยเพียงครูคนเดียว

2. การสอนบูรณาการแบบขนาน (Parallel Instruction)

การสอนตามรูปแบบนี้ ครูตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป สอนต่างวิชากัน ต่างคนต่างสอนแต่ต้องวางแผนการสอนร่วมกัน โดยมุ่งสอนหัวเรื่อง / ความคิดรวบยอด / ปัญหาเดียวกัน (Theme / concept / problem) ระบุสิ่งที่ร่วมกันและตัดสินใจร่วมกันว่าจะสอนหัวเรื่อง / ความคิดรวบยอด / ปัญหานั้นๆ อย่างไรในวิชาของแต่ละคน งานหรือการบ้านที่มอบหมายให้นักเรียนทำ จะแตกต่างกันไปในแต่ละวิชา แต่ทั้งหมดจะต้องมีหัวเรื่อง / ความคิดรวบยอด / ปัญหาร่วมกัน

3. การสอนบูรณาการแบบสหวิทยาการ (Multidisciplinary Instruction)

การสอนตามรูปแบบนี้คล้าย ๆ กับการสอนบูรณาการแบบขนาน กล่าวคือ ครูตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป สอนต่างวิชากัน มุ่งสอนหัวเรื่อง / ความคิดรวบยอด / ปัญหาเดียวกัน ต่างคนต่างแยกกันสอนเป็นส่วนใหญ่ แต่มีการมอบหมายงานหรือโครงการ (Project) ร่วมกัน ซึ่งจะช่วยให้เชื่อมโยงสาขาวิชาต่างๆ เข้าด้วยกัน ครูทุกคนจะต้องวางแผนร่วมกัน เพื่อที่จะระบุว่าสอน หัวเรื่อง / ความคิดรวบยอด / ปัญหานั้นๆ ในแต่ละวิชาอย่างไร และวางแผนโครงการร่วมกัน (หรือกำหนดงานที่จะมอบให้นักเรียนทำร่วมกัน) และกำหนดว่าจะแบ่งโครงการนั้นออกเป็นโครงการย่อยๆ ให้นักเรียนปฏิบัติในแต่ละรายวิชาอย่างไร

4. การสอนบูรณาการแบบข้ามวิชาหรือเป็นคณะ (Transdisciplinary Instruction)

การสอนตามรูปแบบนี้ครูที่สอนวิชาต่างๆ จะร่วมกันสอนเป็นคณะหรือเป็นทีม ร่วมกันวางแผนปรึกษาหารือ และกำหนดหัวเรื่อง / ความคิดรวบยอด / ปัญหาร่วมกัน แล้วร่วมกันดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มเดียวกัน

วิเศษ ชินวงศ์ (2544 : 22 – 29) ได้แบ่งรูปแบบการสอนแบบบูรณาการมีรูปแบบการดำเนินการ 2 ลักษณะ

1. เป็นการบูรณาการภายในวิชา (single subject integration) เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริงในบริบทที่มีความหมาย ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

2. เป็นการบูรณาการระหว่างวิชา โดยการเชื่อมโยงหรือรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่อง (Theme) เดียวกัน เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในศาสตร์ หรือ ความรู้ในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป เพื่อแก้ปัญหาหรือแสวงหาความรู้ความเข้าใจในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและใกล้เคียงกับชีวิตจริง แบ่งเป็น 4 รูปแบบ โดยมีรูปแบบการสอน บูรณาการเหมือนกับรูปแบบการสอนบูรณาการของสำนักโครงการทรัพยากรมนุษย์ คือ

- 2.1 การสอนบูรณาการแบบการสอดแทรก
- 2.2 การสอนบูรณาการแบบคู่ขนาน
- 2.3 การสอนบูรณาการแบบสหวิทยาการ
- 2.4 การสอนบูรณาการแบบข้ามวิชาหรือสอนเป็นคณะ

เบล (อรทัย มูลคำ และคนอื่น ๆ 2542 : 33 อ้างอิงจาก Bell, 1988. Storyline Method.) ได้สร้างและพัฒนาการสอนแบบบูรณาการที่เรียกว่า สตอรีไลน์ เมทอด (Storyline Method) ขึ้น โดยเป็น วิธีการจัดการเรียนการสอนที่นำแนวคิดของการบูรณาการ การเรียนรู้แบบมีส่วนร่วมและการเรียนการสอนที่ เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง การเรียนรู้จากสิ่งที่ใกล้ตัวผู้เรียนเชื่อมโยงออกไปสู่ชีวิตจริง การค้นคว้าหาความรู้ และการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอนโดยสามารถยืดหยุ่นเวลาและกิจกรรม การเรียนการสอนได้ตามความเหมาะสม ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนเป็นธรรมชาติ สอดคล้องกับความ ต้องการความสนใจของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของการเรียนรู้ ผลงานที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมสร้างสรรค์ ขึ้นในกิจกรรมการเรียนการสอนจะช่วยพัฒนาความรู้ความเข้าใจ เจตคติและทักษะที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชา ไปพร้อมๆ กัน เน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้สร้าง (construct) ความรู้ด้วยตนเอง โดยมีส่วนร่วมในการกระทำกิจกรรม อย่างกระฉับกระเฉง เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย สามารถพัฒนาผู้เรียนทั้งทางด้านสติปัญญา ด้าน อารมณ์ เจตคติและด้านทักษะ เป็นวิธีการที่ให้อำนาจแก่ผู้เรียน (Learner empowerment) คือ ให้ออกาส ผู้เรียนสร้างหรือปรับแต่งโครงสร้างความรู้ด้วยตนเองอย่างเป็นอิสระ และได้แสดงกระบวนการในการได้มาซึ่ง ความรู้นั้นๆ รับผิดชอบต่อความรู้ที่สร้างขึ้น

จากรายละเอียดที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้ยึดการบูรณาการเชิงเนื้อหา เป็นหลักในการทำวิจัย เพราะการบูรณาการเชิงเนื้อหาเป็นลักษณะของการเรียนรู้ที่ใช้ความรู้ที่มากกว่าเนื้อหาวิชาเดียว โดยเน้นการ จัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเป็นผู้แสวงหาความรู้ที่จะนำมาแก้ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตจริงหรือ จัดการเรียนการสอนที่นำเอาเรื่องต่างๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกับการดำเนินชีวิตมาสอดแทรกไว้ในเนื้อหาวิชา ยึดถือสภาพของการนำไปใช้งานจริงเป็นหลัก

1.3 สภาพจริงของการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

วิเศษ ชินวงศ์ (2544 : 26) กล่าวถึงการพัฒนาและการประเมินสภาพการจัดการเรียนการสอน ของครูโดยทั่วไป พบว่า

1.3.1 การบูรณาการระหว่างวิชาต่างๆ สามารถนำไปสอนระดับประถมศึกษาได้เป็นอย่างดี โดยเฉพาะรูปแบบที่ 1 แบบสอดแทรก เพราะครูประถมศึกษาสอนทุกวิชาด้วยตนเองจึงสามารถนำวิชาต่างๆ เข้ามาสอดแทรกในการสอนทุกครั้ง แต่การบูรณาการรูปแบบอื่นยังไม่พบและครูไม่สะดวกที่จะดำเนินการ เพราะยุ่งยากในการวางแผน และโครงสร้างการบริหารและการดำเนินงานของโรงเรียนยังไม่เอื้อที่จะให้ครูมา ร่วมคิดร่วมวางแผนการสอนด้วยกัน

1.3.2 การสอนบูรณาการการระดับมัธยมศึกษาตอนล่างมีปัญหาและอุปสรรคมาก เนื่องจากครูแต่ละคนถนัดสอนวิชาเดียว จะสอนบูรณาการตามรูปแบบที่ 1 ก็มีปัญหามาเนื่องจากไม่มั่นใจในเนื้อหาของวิชาอื่นเพียงพอ และการจัดตารางสอน โปรแกรมการเรียนของนักเรียนก็แยกจากกัน รับผิดชอบเป็นรายคน รายวิชาไป

1.3.3 หัวใจสำคัญของการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ คือ ครูตั้งแต่ 2 คน ขึ้นไปมาร่วมวางแผนการสอนและแบ่งงานกันสอนแต่จากระบบการบริหารและการจัดครูเข้าสอน จะจัดตามความถนัดหรือวิชาเอกแบ่งเป็นคาบเวลาที่ชัดเจนตามสัดส่วนที่หลักสูตรกำหนด ครูแต่ละคนต่างมุ่งที่จะสอนตามคาบเวลาสัดส่วนของตน จึงมีความเป็นไปได้น้อยมากที่จะมาวางแผนการสอนร่วมกันอย่างบูรณาการ

1.3.4 ครูส่วนใหญ่ยังไม่มีความรู้ ความเข้าใจและประสบการณ์ในการสอนแบบบูรณาการ และโดยลักษณะเฉพาะของคนไทยที่มีข้อด้อยในการทำงานร่วมกับคนอื่น ส่วนมากจะถนัดงานเดี่ยวที่ใช้ความสามารถเฉพาะตัวมากกว่าการร่วมคิด ร่วมทำ

1.4 จุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการ

ในการกำหนดจุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการนั้น ควรจะคำนึงถึงลักษณะสำคัญดังต่อไปนี้ ชำรง บัวศรี (2532 : 180 – 182)

1. เป็นการบูรณาการระหว่างความรู้และกระบวนการเรียนรู้ เพราะในปัจจุบันปริมาณของความรู้มีมากขึ้นเป็นทวีคูณ รวมทั้งมีความสลับซับซ้อนมากขึ้นเป็นลำดับ การเรียนการสอนด้วยวิธีการเดิม เช่น การบอกเล่า การบรรยายและการท่องจำ อาจจะไม่เพียงพอที่จะก่อให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพได้ ผู้เรียนควรจะเป็นผู้สำรวจความสนใจของตนเอง ว่าในความรู้หลากหลายนั้น อะไรคือสิ่งที่ตนเองสนใจอย่างแท้จริงตนเองจะแสวงหาความรู้เพื่อตอบสนองความสนใจเหล่านั้นได้อย่างไร เพียงใด และด้วยกระบวนการอย่างไร

2. เป็นการบูรณาการระหว่างพัฒนาการทางความรู้และการพัฒนาการทางจิตใจ นั่นคือ ให้ความสำคัญแก่ จิตพิสัย คือ เจตคติ ค่านิยม ความสนใจและสุนทรียภาพแก่ผู้เรียนในการแสวงหาความรู้ด้วย ไม่ใช่เน้นแต่เพียงองค์ความรู้หรือพุทธิพิสัยแต่เพียงอย่างเดียว

3. เป็นการบูรณาการระหว่างความรู้และการกระทำ ความสัมพันธ์ของบูรณาการระหว่างความรู้และการกระทำในข้อนี้ก็มีนัยแห่งความสำคัญ และความสัมพันธ์เช่นเดียวกับที่ได้กล่าวไว้แล้วในข้อที่สอง เพียงแต่เปลี่ยนจิตพิสัย เป็นทักษะพิสัยเท่านั้น

4. เป็นการบูรณาการระหว่างสิ่งที่เรียนในโรงเรียน กับสิ่งที่ป็นอยู่ในชีวิตประจำวันของผู้เรียน คือ การตระหนักถึงความสำคัญแห่งคุณภาพชีวิตของผู้เรียนว่า เมื่อใดผ่านกระบวนการเรียนการสอนตามหลักสูตรแล้ว สิ่งที่เรียนที่สอนในห้องเรียนจะต้องมีความหมาย และมีคุณค่าต่อชีวิตของผู้เรียนอย่างแท้จริง

5. เป็นการบูรณาการระหว่างวิชาต่าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ เจตคติ และการกระทำที่เหมาะสมกับความต้องการและความสนใจของผู้เรียนอย่างแท้จริง ตอบสนองต่อคุณค่าในการดำรงชีวิตของผู้เรียนแต่ละคน การบูรณาการความรู้ของวิชาต่างๆ เข้าด้วยกัน เพื่อตอบสนองความต้องการและเพื่อตอบปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ จึงเป็นขั้นตอนสำคัญที่ควรจะทำในขั้นตอนของการบูรณาการหลักสูตรและการเรียนการสอน

ไม่ว่าจะเป็นการบูรณาการแบบใดก็ตาม ในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ จะต้องคำนึงถึงหลักการสำคัญ 5 ประการ ประกอบด้วยเสมอไป ซึ่งได้แก่

(1) การจัดการเรียนการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนการสอนอย่างกระตือรือร้น

(2) การส่งเสริมให้นักเรียนได้ร่วมทำงานกลุ่มด้วยตนเอง โดยการส่งเสริมให้มีกิจกรรมกลุ่มลักษณะต่างๆ หลากหลายในการเรียนการสอน และส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสได้ลงมือทำกิจกรรมต่างๆ อย่างแท้จริงด้วยตนเอง

(3) จัดประสบการณ์ตรงให้นักเรียน โดยให้ผู้เรียนมีโอกาสได้เรียนรู้จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมเข้าใจง่าย ตรงกับความเป็นจริง สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างได้ผล และส่งเสริมให้มีโอกาสได้ปฏิบัติจริงจนเกิดความสามารถและทักษะที่ติดเป็นนิสัย

(4) จัดบรรยากาศในชั้นเรียนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดความรู้สึกลึกซึ้งกล้าคิดกล้าทำ โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีโอกาสที่จะแสดงออกซึ่งความรู้สึกรักใคร่ของตนเองต่อสาธารณชน หรือเพื่อนร่วมชั้นเรียน ทั้งนี้เพื่อสร้างเสริมความมั่นใจให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

(5) เน้นการปลูกฝังจิตสำนึก ค่านิยม จริยธรรมที่ถูกต้องดีงาม ให้ผู้เรียนสามารถจำแนกแยกแยะความถูกต้องดีงามและความเหมาะสมได้ สามารถจัดความขัดแย้งได้ด้วยเหตุผล มีความกล้าหาญทางจริยธรรม และแก้ไขปัญหาด้วยปัญญาและความสามัคคี

นอกจากนี้ควรคำนึงถึงความสามารถทางสติปัญญาของผู้เรียนประกอบด้วย เพราะในปัจจุบัน นักจิตวิทยาการศึกษาเชื่อว่ามนุษย์มีความสามารถทางสติปัญญาที่แตกต่างกัน

ลาร์ดิซาบอล และคณะ (Lardizabal and others, 1970 : 142) ได้กล่าวถึง จุดมุ่งหมายในการสอนแบบบูรณาการไว้ดังนี้

1. เพื่อพัฒนาและส่งเสริมให้เด็กรู้สึกปลอดภัย มีความพึงพอใจ มีความรู้สึกเป็นส่วนหนึ่งของหมู่คณะและยอมรับผู้อื่น
2. ส่งเสริมการเรียนรู้ ที่จะทำงานร่วมกัน ระหว่างครูกับนักเรียน
3. ช่วยพัฒนาค่านิยม บรรยายภาคในชั้นเรียน จะส่งเสริมให้ผู้เรียนได้พัฒนาจริยธรรม มาตรฐานการทำงาน มาตรฐานของกลุ่ม ความซาบซึ้งในการทำงาน และความซื่อสัตย์
4. ช่วยพัฒนาวินัยในตนเอง โดยส่งเสริมความสามารถในการทำงาน และควบคุมอารมณ์ของผู้เรียน
5. ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ พัฒนาการแสดงออกทางด้านศิลปะ ดนตรี การละคร ฯลฯ เช่นเดียวกันกับทางด้านสังคม วิทยาศาสตร์และวรรณคดี
6. เพื่อให้นักเรียนมีโอกาสได้ร่วมกิจกรรมในสังคม เต็มใจที่จะทำงานร่วมกับกลุ่มและเป็นสมาชิกที่ดีของกลุ่ม
7. ช่วยวัดผลการเรียนรู้ โดยการแนะนำวิธีตรวจสอบความก้าวหน้าในการเรียนรู้แก่ผู้เรียนทั้งรายบุคคลและกลุ่ม

จากจุดมุ่งหมายของการสอนแบบบูรณาการทั้งหมดที่กล่าวมา พอจะสรุปได้ว่าในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการนั้นมีจุดมุ่งหมายให้ผู้เรียนเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการจัดการเรียนการสอน ซึ่งสอดคล้องกับแนวดำเนินการของหลักสูตรที่ได้เน้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการเรียนรู้ แต่อยู่ในกรอบที่สัมพันธ์กับความเป็นจริงในการดำรงชีวิตที่จะต้องปฏิบัติสัมพันธ์ที่ดีต่อบุคคลและสิ่งแวดล้อมด้านอื่น ๆ ด้วย

1.5 ขั้นตอนในการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการบูรณาการ

ลาร์ดิซาบอลและคณะ (Lardizabal and others. 1970 : 144–148) ได้เสนอขั้นตอนในการสอนแบบบูรณาการ ไว้ดังนี้

1. ขั้นนำ (Initiating the Unit) เป็นขั้นที่ครูสร้างความสนใจหรือนำทางให้ผู้เรียนตระหนักถึงปัญหาที่ผู้เรียนประสบอยู่ ครูอาจมีวิธีเริ่มหน่วยได้หลายวิธี เช่นการจัดสภาพห้องเรียนให้เร้าความสนใจใคร่รู้ ใช้โอกาสพิเศษและเหตุการณ์สำคัญเป็นการเริ่มหน่วย การศึกษานอกสถานที่ ปัญหาต่างๆ ในครอบครัว หรือโรงเรียน อาจนำมาใช้เป็น การเริ่มต้นหน่วยการใช้สื่อต่างๆ เช่น ภาพยนตร์ สไลด์ เทปบันทึกเสียง เทปโทรทัศน์ การเล่าเรื่องบทความหรือบทประพันธ์นำมาใช้เริ่มต้นหน่วยได้ หน่วยการเรียนรู้อาจเริ่มจากข้อเสนอแนะบางด้านของโรงเรียนหรือท้องถิ่น ปัญหาดังกล่าวนำไปสู่การกระทำ ครูอาจตั้งคำถามว่าเราจะแก้ปัญหาอย่างไร จะต้องใช้อุปกรณ์อะไรบ้างและอะไรเป็นปัญหาย่อยที่เราต้องแก้ไขก่อนปัญหาใหญ่

2. ขั้นปฏิบัติการ (Point of Experience) เป็นขั้นที่ครูเสนอแนะกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนได้วางแผนพิจารณาตั้งจุดมุ่งหมายในการแก้ปัญหาตามกิจกรรมต่างๆ ที่ครูเสนอแนะ การทำกิจกรรมอยู่ภายใต้การแนะนำของครูมีการแบ่งกลุ่มและหน้าที่กัน ในขั้นนี้การแนะนำของครูเป็นสิ่งจำเป็น ครูต้องมีทักษะและความสามารถในการแนะนำกิจกรรมต่างๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถของตนเองตามความถนัดมากที่สุด กิจกรรมต่างๆ ได้แก่ การค้นคว้า การเก็บรวบรวมข้อมูล การรวบรวมวัสดุ อุปกรณ์ การอ่าน การทัศนศึกษา การเขียนและแปลความจากภาพ สถิติ การสัมภาษณ์ เป็นต้น

3. ขั้นกิจกรรมสรุป (Culminating Activities) ขั้นนี้ครูเน้นที่บูรณาการ (Integration) ของหน่วย ผู้เรียนสรุปกิจกรรมโดยมีครูเป็นผู้ให้คำปรึกษาแนะนำในขณะทำกิจกรรมแบบหน่วย ผู้เรียนต่างแบ่งงานกันทำ ดังนั้นการผสมผสานงานทุกด้านเข้าด้วยกันเป็นสิ่งสำคัญยิ่ง ผู้เรียนควรได้รับคำแนะนำให้สังเกตค้นคว้าหาว่ากิจกรรมของตน สามารถตอบปัญหาในกลุ่มใหญ่ได้อย่างไรและในการเสนอผลงานของตนให้เพื่อนๆ ที่ไม่ได้ทำกิจกรรมส่วนนั้นได้เข้าใจอย่างลึกซึ้ง การใช้การสื่อความหมายอย่างไรจึงจะมีประสิทธิภาพ วิธีการกลุ่มแลกเปลี่ยนหรือรายงานการค้นคว้าของตนเป็นโอกาสของการเรียนรู้ที่มีคุณค่า ฝึกการแสดงออกในทางสร้างสรรค์ (Creative Expression) การที่ผู้เรียนโยงความสัมพันธ์ของกิจกรรมหน่วยย่อยเข้าด้วยกันเป็นงานของกลุ่มใหญ่ ทำให้ผู้เรียนได้รับความรู้ด้านเนื้อหา ฝึกทักษะความสามารถและพัฒนาเจตคติ ในการเสนอผลงานผู้เรียนกระทำได้หลายวิธี เช่น จัดแสดงนิทรรศการ การสาธิต การทดลอง การแสดงละคร การรายงาน เป็นต้น อย่างไรก็ตามผลงานเหล่านี้จะต้องมีการอภิปรายกลุ่มตามมา

4. ขั้นประเมินผล (Evaluation) การประเมินผลถือเป็นกระบวนการต่อเนื่องในทุกระยะของการเรียนการสอนไม่ได้หมายถึงการวัดผลขั้นสุดท้ายเท่านั้น การประเมินผลอาจแบ่งออกเป็น วัดความรู้ความเข้าใจ ด้านวิชาการ ประเมินความสามารถในการทำงานร่วมกันภายในกลุ่ม และความสามารถระหว่างกลุ่ม ผู้เรียนจะต้องได้รับการกระตุ้นให้ตระหนักว่าการประเมินผลของกลุ่มเป็นสิ่งที่มีความสำคัญยิ่งกว่าครูเป็นผู้ประเมิน เพราะในขณะที่ผู้เรียนต้องประเมินผลการทำงานของตน จะช่วยให้ผู้เรียนได้ตระหนักถึงจุดมุ่งหมายที่กำหนดไว้ ซึ่งจะเป็นการตรวจสอบ และเป็นแนวทางปรับปรุงการดำเนินงานของตนและกลุ่มได้

ประยูรศรี สุยะสุมานนท์ (2521 : 22 – 26) ได้เสนอขั้นตอนในการสอน เพื่อส่งเสริมให้เกิดการบูรณาการ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นตั้งสมมติฐาน

ขั้นที่ 3 ขั้นทดลอง

ขั้นที่ 4 วิเคราะห์ผลของการทดลอง

อัจฉรา ชีวพันธ์ (2538 : 27 – 31) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการไว้ดังนี้

1. วิเคราะห์เนื้อหา ในการสอนแต่ละครั้งผู้สอนจะต้องวิเคราะห์เนื้อหาให้ถ่องแท้เพื่อจัดหาแนวทางในการจัดทำสื่อ กิจกรรมให้เหมาะสม ตลอดจนนึกดูว่าเนื้อหาใดสามารถบูรณาการกับกลุ่มประสบการณ์ใดได้บ้างและจะใช้วิธีการใด

2. เลือกสื่อให้เหมาะสม การเลือกหาวิธีการในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้บูรณาการได้อย่างเหมาะสมจะช่วยให้การจัดการเรียนการสอนดำเนินไปอย่างราบรื่นและประสมประสานกันระหว่างกลุ่มประสบการณ์ต่าง ๆ ดังนั้น ผู้สอนควรพิจารณาให้ได้ว่าเนื้อหาใดควรใช้กิจกรรมใด

3. จัดให้กลมกลืน หลังจากที่มีผู้สอนสามารถเลือกหากิจกรรมและวิธีการในการจัดการเรียนการสอนที่มีบูรณาการได้แล้ว ผู้สอนควรคำนึงถึงความกลมกลืนของเนื้อหาและกิจกรรมว่าสอดคล้องเหมาะสมเพียงใด ใช้เวลามากน้อยแค่ไหน เหมาะกับกาลเทศะหรือไม่

4. สร้างความนิยมชื่นชมในกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งจะบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบอย่างหนึ่ง คือ ความประทับใจและเจตคติของผู้เรียน ดังนั้น การที่ผู้สอนจะสามารถจัดกิจกรรมให้สร้างความนิยมชื่นชมให้ผู้เรียน จึงนับว่าสำคัญยิ่งเพราะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ ความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ตลอดจนเห็นคุณค่าของสิ่งที่เรียน

5. สามารถจดจำได้อย่างดี การเรียนการสอนที่มีกฎเกณฑ์ที่ช่วยให้ผู้เรียนจดจำได้ดีขึ้น มีผลดีกับผู้เรียนอย่างยิ่ง ถ้าผู้สอนได้พยายามให้ผู้เรียนได้มีการจดจำอย่างมีเหตุผล มีหลักเกณฑ์ ไม่ใช่จำแบบนกแก้วนกขุนทอง

6. มีทักษะในการนำไปใช้ เป้าหมายสุดท้ายในการจัดการเรียนการสอน ผู้เรียนจะต้องเกิดทักษะที่สามารถนำความรู้ ความเข้าใจไปใช้ในชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดีด้วย ไม่อยู่ในลักษณะที่ “ ความรู้ท่วมหัวเอาตัวไม่รอด ”

สำนักงานโครงการพัฒนาศักยภาพครู (2540 : 16 – 19) ได้กำหนดขั้นตอนในการสร้างบทเรียนแบบบูรณาการ ตามรูปแบบการสอนแบบบูรณาการทั้ง 4 รูปแบบ ดังนี้

การสอนตามรูปแบบที่ 1 แบบสอดแทรก (Infusion Instruction) และรูปแบบที่ 2 แบบขนาน (Parallel Instruction) มี 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 เลือกหัวเรื่อง (Theme) ก่อนแล้วดำเนินการพัฒนาหัวเรื่องให้สมบูรณ์มีการกำหนดวัตถุประสงค์ของกิจกรรมให้ชัดเจน กำหนดแหล่งข้อมูลหรือทรัพยากรที่จะใช้ในการค้นคว้าและเรียนรู้และพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนและอื่นๆ ตามลำดับ

วิธีที่ 2 เลือกจุดประสงค์รายวิชาจาก 2 รายวิชาขึ้นไปก่อน แล้วนำมาสร้างเป็นหัวเรื่องที่ร่วมกันระหว่างจุดประสงค์ที่เลือกไว้ กำหนดข้อมูลหรือทรัพยากรที่ใช้ในการค้นคว้าและเรียนรู้และพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนและอื่นๆ ตามลำดับ มีรายละเอียด ดังนี้

วิธีที่ 1 เลือกหัวเรื่องก่อน

ขั้นที่ 1 เลือกหัวเรื่อง โดยวิธีต่อไปนี้

- 1.1 ระดมสมองของครูและนักเรียน
- 1.2 เน้นที่ความสอดคล้องกับชีวิตจริงประจำวัน
- 1.3 ศึกษาเอกสารต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง

1.4 กำหนดหัวเรื่องให้แคบลง โดยให้สัมพันธ์กับชีวิตจริง ความสะดวกในการเชื่อมโยงระหว่างวิชาความรู้ และความสนใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 พัฒนาหัวเรื่อง ดังนี้

2.1 เขียนวัตถุประสงค์ โดยกำหนดความรู้และความสามารถที่ต้องการจะให้เกิดแก่ผู้เรียน เขียนวัตถุประสงค์ให้เชื่อมโยงระหว่างวิชาให้ชัดเจนเพื่อนำไปสู่กิจกรรม

2.2 กำหนดเวลาในการสอนให้เหมาะสมกับกำหนดการต่างๆ

2.3 เตรียมสื่อ เครื่องมือ อุปกรณ์ที่จะใช้ในการดำเนินกิจกรรม

ขั้นที่ 3 ระบุทรัพยากรที่ต้องการ ควรคำนึงถึงทรัพยากรที่มีอยู่ในท้องถิ่น หาง่าย ประหยัด

ขั้นที่ 4 พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

4.1 กำหนดกิจกรรมที่จะเชื่อมโยงกับเนื้อหาวิชาอื่น

4.2 กำหนดจุดมุ่งหมายของกิจกรรมให้ชัดเจน

4.3 เลือกวิธีที่ครูวิชาต่างๆ จะทำงานร่วมกันเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างวิชา

4.4 เลือกวิธีสอนที่เหมาะสม

4.5 จัดทำเอกสารแนะนำการปฏิบัติกิจกรรม

4.6 ครูเตรียมสื่อ วัสดุ สิ่งของ ได้แก่ ใบความรู้ ใบงาน แบบจดบันทึก แบบประเมิน แบบทดสอบ และอื่น ๆ

ขั้นที่ 5 ดำเนินการตามกิจกรรมการเรียนการสอนที่เตรียมไว้ โดย

5.1 พยายามปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แต่อาจปรับกิจกรรมตามความสนใจของนักเรียน

5.2 ดำเนินการให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ตลอดหน่วยการเรียนรู้

5.3 ร่วมมือกับครูผู้อื่น มีการพบกันเป็นระยะเพื่อตรวจสอบความก้าวหน้า

ขั้นที่ 6 ประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน โดยครูควรกระทำตลอดเวลาเพื่อประโยชน์ในการปรับปรุงงาน ครูอาจให้นักเรียนประเมินตนเองก็ได้ ครูควรใช้วิธีการประเมินผลที่หลากหลายและสอดคล้องกับสภาพที่เป็นจริง

ขั้นที่ 7 ประเมินกิจกรรมการเรียนการสอน โดยครูสำรวจจุดเด่น – จุดด้อยของกิจกรรม แล้วบันทึกไว้เพื่อนำไปปรับปรุง

ขั้นที่ 8 แลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างครูด้วยกันเพื่อนำไปใช้ในการพัฒนากิจกรรมในครั้งต่อไป

วิธีที่ 2 เลือกจุดประสงค์การเรียนรู้ก่อน

ขั้นที่ 1 เลือกจุดประสงค์การเรียนรู้จาก 2 รายวิชา ที่มีความสัมพันธ์กัน

ขั้นที่ 2 นำจุดประสงค์ตามขั้นที่ 1 มาสร้างเป็นหัวเรื่อง (Theme)

ขั้นที่ 3 ระบุทรัพยากรที่ต้องการ

ขั้นที่ 4 พัฒนากิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 5 จัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 6 ประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน

ขั้นที่ 7 ประเมินกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 8 แลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างครูด้วยกัน

รายละเอียดการดำเนินกิจกรรม มีขั้นตอนคล้ายคลึงกับวิธีที่หนึ่ง แต่ต่างกันที่ลำดับขั้นตอนเท่านั้น

สำหรับการสอนแบบบูรณาการตามรูปแบบที่ 3 แบบสหวิทยาการ (Multidisciplinary Instruction) และรูปแบบที่ 4 แบบข้ามวิชาหรือสอนเป็นคณะ (Transdisciplinary Instruction) ที่เน้นงานหรือโครงการที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหามากกว่า 1 สาขาวิชา ที่จะให้นักเรียนปฏิบัติหรือศึกษา ดังนั้นวิธีการสร้างบทเรียนแบบบูรณาการขั้นที่ 4 การพัฒนานักกิจกรรมการเรียนการสอน จึงสร้างเป็นงาน กิจกรรม หรือโครงการ (Project) ที่จะให้นักเรียนทำ เพราะจะส่งเสริมให้เกิดการเชื่อมโยงและนำความรู้ความสามารถจากหลายวิชามาสร้างเป็นกิจกรรมต่างๆ ในโครงการได้อย่างดี

งานหรือโครงการที่นักเรียนจะต้องทำมี 4 ประเภท คือ

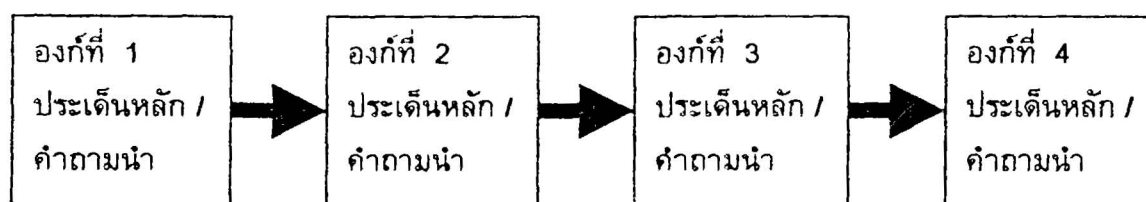
1. ข้อสรุป หมายถึง ข้อสรุปทั่วไปที่สร้างขึ้นจากการศึกษาเรื่องใดเรื่องหนึ่ง
2. กระบวนการ หมายถึง วิธีดำเนินการโดยละเอียดในการแก้ปัญหา หรือการทำงาน
3. สิ่งประดิษฐ์ หมายถึง ชิ้นงานที่ทำขึ้นเพื่อแก้ปัญหาหรือทำงานต่างๆ
4. การแสดงออกทางอารมณ์หรือจิตใจ ที่เป็นผลจากการศึกษาเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เช่น ภาพเขียน

รูปปั้น หุ่นจำลอง จิตรกรรมฝาผนัง บทความหรือเรียงความ เป็นต้น

อรรถัย มูลคำ และคนอื่นๆ (2542 : 41 - 42) ได้กำหนดขั้นตอนการสอน ให้ผู้เรียนเกิดบูรณาการที่มีชื่อว่า สตอรีไลน์ เมทอด (Story line Method) ไว้ ดังต่อไปนี้

แนวการจัดกระบวนการเรียนรู้ โดยใช้ Story line Method

1. สังเคราะห์และวิเคราะห์เนื้อหาของรายวิชา หรือกลุ่มประสบการณ์ แล้วกำหนดองค์รวมแห่งองค์ความรู้ที่พึงประสงค์ไว้ให้ชัดเจนในรูปของหัวเรื่อง
2. เขียนแผนการสอน โดยใช้เส้นทางการเดินเรื่อง (Topic line) ของ Story line Method เป็นกรอบในการเขียน โดยมีหัวเรื่องเป็นตัวกำหนดเนื้อหา
3. จัดกิจกรรมตามหัวเรื่องที่กำหนด และจัดเรียงเป็นตอนๆ (episode) ด้วยการใช้คำถามหลักเป็นตัวกำหนดกิจกรรมการเรียนรู้
4. เส้นทางการเดินเรื่องที่ใช้เป็นกรอบสำหรับดำเนินการโดยวิธี สตอรีไลน์ เมทอด (Story line Method) ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 องค์ด้วยกัน คือ จาก ตัวละคร วิถีชีวิตและเหตุการณ์ ซึ่งในแต่ละองค์จะประกอบด้วยประเด็นหลักบางประเด็นที่ยกขึ้นมาพิจารณาเป็นพิเศษ โดยการตั้งคำถามแล้วนำไปให้นักเรียนค้นคว้าหาคำตอบ คำถามเหล่านี้จะโยงไปยังคำตอบที่สัมพันธ์กับเนื้อหาวิชาต่างๆ



ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนการสอนแบบบูรณาการ Story line Method

5. องค์ทั้ง 4 ของเส้นทางการเดินเรื่อง ประกอบด้วย

- 1) ฉาก (Setting) คือ สถานที่หรือภาพกว้าง ๆ ที่ เป็นความคิดรวบยอด เกี่ยวกับที่อยู่อาศัยของตัวละครในเรื่องนั้นๆ โดยจะมีเงื่อนไขของเวลาเป็นตัวกำกับด้วย
- 2) ตัวละคร (Character) อาจเป็นคนหรือสัตว์ที่มีบทบาทอยู่ในเนื้อเรื่อง ทั้งนี้ต้องคำนึงอยู่เสมอว่า ให้ผู้เรียนเข้าไปมีส่วนร่วมในเรื่องที่จะเรียนด้วยและมีบทบาทในการดำเนินเรื่องตั้งแต่ต้นจนจบ
- 3) วิธีชีวิตหรือการดำเนินชีวิต (A Way of life) คือ เรื่องราวที่เป็นการดำเนินชีวิต โดยปกติของตัวละครในสถานที่และเวลาตามฉากที่กำหนด
- 4) เหตุการณ์ (Events) คือ เหตุการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นหรือปัญหาที่ตัวละครต้องเผชิญ คำถามนำที่ครูใช้กับผู้เรียนในแต่ละองค์ จะช่วยพัฒนาความสามารถในการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างไม่จำกัด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความน่าสนใจของประเด็น ความสามารถในการใช้คำถามนำของผู้สอน ความกระตือรือร้นในการเรียนรู้ และประสบการณ์ของผู้เรียนแต่ละคนที่จะแลกเปลี่ยนถ่ายทอดซึ่งกันและกัน โดยผู้เรียนแต่ละคนจะได้พัฒนาความสามารถให้เต็มศักยภาพของตน

จากขั้นตอนในการสอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการบูรณาการ ทั้งหมดที่กล่าวมาพอจะสรุปเป็นขั้นตอนได้ 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ชี้นำ ครูเป็นผู้สร้างประเด็นหรือนำนักเรียนเข้าสู่ปัญหา โดยนำนักเรียนไปพบกับประสบการณ์จริงที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของตัวนักเรียนเอง 2. ขั้นปฏิบัติ นักเรียนนำผลจากการได้รับประสบการณ์จริงที่ได้จากชี้นำ มาวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางแก้ไขปัญหาหรือพัฒนางานโดยกระบวนการกลุ่มและการบูรณาการเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องเข้าไว้ด้วยกัน 3. ขั้นสรุป นักเรียนแต่ละกลุ่มนำผลการวิเคราะห์มาแก้ไขปัญหาหรือการพัฒนานั้น ไปสู่การปฏิบัติจริงตามขั้นตอนในการแก้ไขหรือพัฒนางานเป็นที่ยอมรับของกลุ่ม โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้แนะแนวทาง 4. ขั้นประเมินผล ทุกกลุ่มนำเสนอแนวทางแก้ไขปัญหาหรือการพัฒนางานชิ้นงานที่ได้รับการแก้ไขหรือปรับปรุงแล้วต่อทุกกลุ่มร่วมกัน ครูผู้สอนเป็นผู้คอยชี้แนะความถูกต้องและเชื่อมโยงการแก้ไขปัญหาหรือพัฒนางานของแต่ละกลุ่มให้เกิดการบูรณาการระหว่างกัน

1.6 การจัดเนื้อหาวิชาและกิจกรรมการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

ลาร์ดิซาบอล และคณะ (Lardizabal and others.1970 : 142-144) กล่าวว่า การสอนแบบบูรณาการต้องยึดหลักสำคัญที่ความสนใจและความต้องการของผู้เรียน ประสบการณ์ในการเรียนรู้ควรเป็น " หน่วย " (Unit) ที่มีความสมบูรณ์ในตัวเอง ครูผู้สอนต้องใช้เทคนิคในการผสมผสานเนื้อหาวิชา และกิจกรรมการเรียนการสอนต่างๆ ให้สัมพันธ์กันภายในขอบข่ายของเรื่องที่ศึกษา ลักษณะทั่วไปของหน่วยการเรียนรู้มีดังนี้

1. มุ่งเน้นปัญหา ปัญหานั้นควรมีความสำคัญพอที่จะศึกษา และเกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาต่าง ๆ หลายแง่หลายมุม คำตอบของปัญหาแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ ระหว่างปัจจุบันกับอนาคตหรือผลกระทบของปัจจัยทางภูมิศาสตร์ที่มีต่อวัฒนธรรม หรือวัฒนธรรมที่มีต่อการเมือง เป็นต้น
2. เหมาะสมกับระดับผู้เรียน อุปกรณ์ หรือสื่อการเรียนต้องไม่ยากเกินไปกว่าที่ผู้เรียนจะเข้าใจได้ การจัดกิจกรรมต้องคำนึงถึงประสบการณ์เดิมของผู้เรียนและท้าทายความสามารถไม่ฝายจนเกินไป
3. ส่งเสริมพัฒนาการอย่างต่อเนื่องในทุกๆ ด้าน ด้านความเจริญของงาม และลำดับขั้นของประสบการณ์ เช่น กิจกรรมด้านการอ่าน การสังเกต การพูด การฟัง การวาดและการเขียน กิจกรรมทักษะด้านต่างๆ รวมทั้งกิจกรรมที่ต้องใช้ความสามารถทางสมองในการคิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา

4. เป็นการวางแผนงานร่วมกันระหว่างครูและนักเรียน ให้ผู้เรียนมีโอกาสเลือกปัญหา วัสดุ อุปกรณ์ วางแผนกิจกรรมและประเมินผลให้เป็นไปตามความมุ่งหมายที่ต้องการ
5. การวางแผนหน่วยการเรียนรู้ต้องระลึกลักษณะของเนื้อหาที่จะส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ

นิมมวล ทศวัฒน์. (2522 : 173) ได้กล่าวถึงลักษณะของหน่วยการเรียนรู้การสอน ดังนี้

1. หน่วยการเรียนรู้การสอน คือ กลุ่มหัวข้อย่อยที่มีเนื้อหาสัมพันธ์กัน นำมาจัดลำดับก่อนหลังเสียใหม่ ภายในหัวข้อใหญ่ที่เรียกว่า "หน่วย" และใช้เวลาต่อเนื่องกัน อาจเป็น 2 – 4 สัปดาห์ ขึ้นอยู่กับเนื้อหาของบทเรียน
2. หน่วยแต่ละหน่วยมีความสมบูรณ์ในตัวของมันเอง คือ ประกอบด้วยความมุ่งหมาย ปัญหา กิจกรรม การวัดและประเมินผล
3. หน่วยแต่ละหน่วยสามารถสอนให้สัมพันธ์กับวิชาอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องได้
4. หน่วยการเรียนรู้การสอนสามารถใช้เทคนิควิธีสอนหลายวิธีที่เหมาะสม เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจมากที่สุด

วิธีการผสมผสานเนื้อหาเพื่อให้เกิดการบูรณาการ โดยอาศัยวิธีการจัดแกน (Core) ขึ้นมาก่อนแล้ว นำเอาความรู้หรือเนื้อหาจากวิชาใดก็ได้ที่เหมาะสมมาเสริมให้แกนนั้นเต็มหรือสมบูรณ์ แกนที่จะนำมาสร้างเป็นหน่วยบูรณาการนั้นมีทั้งหมด 5 ประเภทด้วยกัน คือ

- 1) แกนที่เป็นหัวเรื่อง ก่อนที่จะทำการกำหนดหัวเรื่องอะไรนั้นจะต้องตั้งคำถามว่าต้องการให้ผู้เรียนเรียนอะไร หลังจากนั้นก็กำหนดหัวเรื่องขึ้นมาแล้วดึงเอาเนื้อหาสาระหรือความรู้จากหลายๆ วิชาที่เห็นว่าสัมพันธ์กับเรื่องนี้เข้ามาผนวกรวมกันไว้ เช่น ตั้งหัวเรื่องว่า "ชุมชนของเรา" ในเรื่องนี้ก็จะมีรายละเอียดหรือสาขาวิชาที่เกี่ยวข้อง เช่น สภาพภูมิอากาศ การประกอบอาชีพ การนับถือศาสนา ฯลฯ
- 2) แกนที่เป็นปัญหา จะต้องพิจารณาว่าจะอะไรบ้างในสภาพแวดล้อมของผู้เรียน ที่ผู้เรียนควรมีความรู้ ความเข้าใจ เมื่อเลือกได้แล้วก็กำหนดเป็นหัวเรื่อง เช่น ปัญหาค่าครองชีพ ปัญหาคอร์รัปชัน ฯลฯ การที่ผู้เรียนจะแก้ปัญหาได้นั้นจะต้องอาศัยความรู้ในสาขาวิชาต่างๆ
- 3) แกนที่เป็นกิจกรรม จะต้องพิจารณาก่อนว่ากิจกรรมใดที่เป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนในหลายๆ วิชา และต่อการดำเนินชีวิตของนักเรียน เมื่อกำหนดได้แล้วก็บรรจุกิจกรรมเหล่านั้นในหน่วยนั้นๆ จากง่ายไปหายาก
- 4) แกนที่เป็นความคิดรวบยอด ต้องพิจารณาก่อนว่าต้องการให้ผู้เรียนมีความคิดรวบยอดในเรื่องใด เช่น ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการพึ่งพาตนเอง การอนุรักษ์ธรรมชาติ ความเสมอภาค ฯลฯ เมื่อได้ความคิดรวบยอดแล้วก็กระจายเนื้อหาจากง่ายไปหายาก เช่น การสอนความคิดรวบยอดเรื่อง "การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน" พอกระจายเนื้อหาออกเป็นคร่าวๆ ตามลำดับความยากง่ายดังนี้ การพึ่งพาอาศัยในครอบครัว ในชั้นเรียน ในโรงเรียน ในชุมชน ในประเทศ และระหว่างประเทศ
- 5) แกนที่เป็นค่านิยม ก่อนอื่นจะต้องพิจารณาก่อนว่า เราต้องการเน้นค่านิยมอะไรหลังจากที่เลือกได้แล้ว โดยคำนึงถึงวัยของผู้เรียนแล้วเอาค่านิยมที่จำเป็นมาเน้นหรือสอดแทรกเข้าไปในเนื้อหาตอนใดตอนหนึ่งที่เห็นว่าเข้ากันได้ขณะที่ทำการสอน

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543 : 181 – 182) ได้กล่าวว่าแนวโน้มใหม่ทางการศึกษามีจุดเน้นอยู่

- 2 ประการ คือ ความสนใจ ความสามารถและความต้องการของผู้เรียนกับการปรับมาตรฐานความเป็นอยู่ของสังคม ซึ่งได้กล่าวถึง เทคนิคการสอนแบบบูรณาการ ว่า มีจุดมุ่งหมายที่จะทำให้เกิดการบูรณาการของ

แต่ละบุคคล ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งหมายถึง ผสมผสานของเนื้อหาวิชาในแง่มุมต่างๆ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนนำไปใช้ในการแก้ปัญหาชีวิตประจำวันดีขึ้น เพราะปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันนั้นไม่ได้แบ่งแยกออกเป็นแง่มุมใดโดยเฉพาะ

การบูรณาการ มีจุดเน้นที่พัฒนาการของบุคลิกภาพอย่างผสมผสานกลมกลืน เทคนิคการสอนแบบบูรณาการ เป็นการสอนที่มีปัญหาทำนองเดียวกันกับชีวิตจริงเป็นแกนกลางและมีการสร้างเสริมประสบการณ์แก่ผู้เรียนให้กว้างขวางขึ้น ให้มีผสมผสานกลมกลืนระหว่างบุคลิกภาพส่วนตัวและสังคมของผู้เรียน เทคนิคการสอนแบบนี้จะช่วยให้ครูสามารถสอนเป็นหน่วยได้

ตัวอย่างเทคนิคการสอนแบบบูรณาการ

1. เทคนิคการยกตัวอย่างและการให้โจทย์ปัญหา

- 1.1 ผู้สอนควรยกตัวอย่างได้ทันทีทันใด เรื่องง่ายๆ
- 1.2 ยกตัวอย่างจากหนังสืออื่นที่นอกเหนือจากหนังสือแบบเรียน
- 1.3 ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน
- 1.4 หากลวิธีในการยกตัวอย่างให้แปลกๆ

2. เทคนิคการใช้วัสดุประกอบการสอน

- 2.1 ให้ผู้เรียนช่วยทำวัสดุประกอบการสอน
- 2.2 ผู้สอนควรรู้จักเลือกใช้วัสดุจากสิ่งแวดล้อมและควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหา
- 2.3 ผู้สอนควรรู้จักเลือกใช้วัสดุประกอบการสอนที่หาง่ายและประหยัด เพื่อให้เข้ากับ

สภาพเศรษฐกิจและสังคม

3. เทคนิคการสร้างและใช้ภาพประกอบ

- 3.1 การใช้ภาพลายเส้นง่าย ๆ
- 3.2 การใช้ภาพสำเร็จรูปประกอบการสอน ผู้สอนบางคนไม่สามารถวาดภาพลายเส้นได้ก็อาจจะใช้ภาพสำเร็จรูปที่ตัดมาจากหนังสือพิมพ์ วารสาร หรือผู้สอนบางคนสามารถเขียนภาพสำเร็จรูปขึ้นเอง

4. เทคนิคด้านนันทนาการ

- 4.1 การใช้เพลงประกอบการสอน จะช่วยกล่อมเกลารมณ์จิตใจของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนไม่เครียด
- 4.2 การใช้คำประพันธ์ประเภทร้อยกรอง ครูควรเขียนใส่แผ่นภูมิไว้เพื่อสรุปบทเรียนหรือนำเข้าสู่บทเรียน
- 4.3 การใช้เกมประกอบ ผู้ที่เป็นครูควรจะได้ศึกษาทั้งเกมที่ใช้ประกอบการสอนในห้องเรียนและเกมลับสมองโดยทั่วไป

จากข้อความที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า หน่วยการเรียนรู้การสอนแบบบูรณาการจะมีลักษณะที่สำคัญดังนี้คือ

- 1) มีลักษณะเป็นหน่วย ซึ่งจะมีแกนของหน่วยอาจเป็นแกนที่หัวเรื่อง แกนที่เป็นปัญหา แกนที่เป็นความคิดรวบยอด ฯลฯ
- 2) มีลักษณะการผสมผสานเนื้อหาวิชาต่างๆ และวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
- 3) มีสื่อการสอนหลายประเภท

สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจะสร้างแผนการสอนแบบบูรณาการ โดยใช้วิธีการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา โดยยึดรูปแบบการสอนบูรณาการแบบสอดแทรกวิชามาใช้ทำการวิจัยกำหนดหัวเรื่องคือ เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ส่วนขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการบูรณาการกับผู้เรียนนั้น ผู้วิจัยได้ใช้ขั้นตอนการสอนให้เกิดการบูรณาการของ ลาร์ดิซาบอล มาเป็นแนวทางหลักในการทำกิจกรรมการเรียนการสอน โดยปรับกิจกรรมที่มีความเกี่ยวข้องให้เหมาะสมกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

1.7 หลักการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

ลาร์ดิซาบอล และคณะ (Lardizabal and others. 1970 : 148 – 149) ได้สรุปหลักและสิ่งที่ควรพิจารณาในการเรียนการสอนแบบบูรณาการว่า

1. ผู้เรียนมีความสำคัญมากกว่าเนื้อหาวิชา เน้นการพัฒนาบุคลิกภาพ คำนึงถึงการเรียนรู้ทั้งด้านร่างกาย สังคม อารมณ์และสติปัญญา
2. หน่วยการเรียนรู้ที่ต้องใช้เวลาในการทำกิจกรรมข้ามวันจะดีกว่าหน่วยการเรียนรู้สั้นๆ ที่เสร็จในเวลาเรียน
3. กิจกรรมการเรียนการสอนควรเป็นปัญหาในชีวิตจริง คำนึงถึงความต้องการความสนใจของผู้เรียนเป็นเกณฑ์
4. ในการเรียนการสอนควรใช้กระบวนการกลุ่ม
5. กิจกรรมการเรียนการสอนใช้กระบวนการประชาธิปไตย
6. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของผู้เรียน
7. สร้างบรรยากาศในชั้นเรียน ในการทำงานให้เป็นที่พึงพอใจของผู้เรียน

วัฒนาพร ระบุงกุขย์ (2542 : 47) ได้กล่าวถึงหลักการที่สำคัญในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการว่า

1. ต้องเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง
 2. เน้นการปลูกฝังค่านิยม จิตสำนึกและจริยธรรมที่ถูกต้อง
 3. ให้ผู้เรียนได้ร่วมกันทำงานกลุ่ม
 4. จัดประสบการณ์ตรงให้กับผู้เรียน
 5. จัดบรรยากาศที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนกล้าคิด กล้าทำ นอกจากที่กล่าวมาแล้ว
- อรรถัย คำมูล และคนอื่นๆ (2542 : 16) กล่าวถึงสิ่งที่ต้องคำนึงในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการว่า

1. หัวเรื่องต้องสัมพันธ์กับเรื่องอื่นได้อย่างกว้างขวาง
 2. การสร้างกิจกรรมทุกกิจกรรมต้องเหมาะสมกับความเป็นจริง
 3. กิจกรรมทุกกิจกรรมควรต่อเนื่องกัน
 4. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนปรับปรุงและพัฒนาจนตลอดเวลา
- กิจกรรมที่สามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบบูรณาการ ได้แก่
1. การรายงาน
 2. การอภิปราย
 3. กรณีตัวอย่าง

4. การแสดงละคร
5. การศึกษานอกสถานที่
6. การเชิญวิทยากรมาบรรยาย
7. การสาธิต และการทดลอง
8. การสัมภาษณ์บุคคล
9. การจัดนิทรรศการ

สรุปได้ว่าการเลือกเนื้อหาวิชาที่จะนำมาทำการสอนแบบบูรณาการนั้น เนื้อหาวิชาที่นำมาสอน ควรจะกำหนดออกมาเป็นหน่วยที่มีความสมบูรณ์ในเรื่องของความสัมพันธ์ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียน การสอนกับการนำไปใช้ในชีวิตจริง ความเหมาะสมระหว่างความยากง่ายของเนื้อหาภายในหน่วย สื่อและ อุปกรณ์ การเรียนการสอนที่นำมาใช้ กิจกรรมการเรียนการสอนที่นำมาประกอบและพัฒนาการด้านต่าง ๆ ที่ จะเกิดขึ้นของผู้เรียน สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาจุดประสงค์การเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ ค 015 เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน มาเป็นสาระในการกำหนดหน่วยการเรียนในแผนการสร้างแบบบูรณาการที่ จะสร้างขึ้น เพราะเป็นเนื้อหาที่มีความเหมาะสมในด้านต่าง ๆ ที่กล่าวมาในข้างต้น

1.8 การประเมินผลในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

วิเศษ ชินวงศ์ (2544 : 27-28) การจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการนั้นสอดคล้องกับแนวการ จัดกระบวนการเรียนรู้ตามแนวปฏิรูปที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ กล่าวคือ นักเรียนได้เรียนรู้จากการได้คิดและ ปฏิบัติจริงตามความสนใจและความถนัดของตนเองอย่างมีความสุข เรียนรู้จากกลุ่มและเพื่อน เรียนรู้อย่าง เป็นองค์รวม (บูรณาการเข้าด้วยกัน) และเรียนรู้กระบวนการเรียนรู้ของตนเอง ดังนั้นการวัดและประเมินผล การเรียนการสอนดังกล่าวต้องสอดคล้องกับสภาพจริง คือ การประเมินความสามารถ เริ่มตั้งแต่ประเมินการ คิดวางแผน กระบวนการทำงาน คุณธรรม จริยธรรมระหว่างการทำงาน ความตั้งใจ จนมีผลงานที่สำเร็จ เป็นชิ้นงานตามเป้าหมาย

วิธีการประเมินจะต้องหลากหลายต่อเนื่อง โดยมีการประเมินตลอดเวลาตามกิจกรรม การเรียนรู้ ใช้วิธีการสังเกต ตรวจสอบรายงาน บันทึกการปฏิบัติงาน การให้ความร่วมมือภายในกลุ่ม ประเมินชิ้นงาน หรือบางครั้งอาจจะมีการประเมินด้านความรู้ควบคู่กันไปด้วย

นอกจากนี้ ควรมีการประเมินแบบอิงการปฏิบัติ (Performance – based) และการประเมินแบบอิง การสังเกต (Observation – based) ซึ่งจะช่วยให้ครูและนักเรียนสามารถบูรณาการการเรียนการสอนกับการ ประเมินผลเข้าด้วยกัน เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการจัดกิจกรรมให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้นและการสอนกับการประเมิน จะไม่แยกจากกัน ทั้งครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสอนและการประเมิน จึงทำให้การจัดการเรียนรู้แบบ บูรณาการสัมพันธ์กับชีวิตจริงมากที่สุด

1.9 บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

ลาร์ดิซาบอล และคณะ (Lardizabal and others. 1970 : 146 – 150) กล่าวถึงบทบาทของครูใน การจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ โดยแบ่งเป็นด้านต่าง ๆ ดังนี้

1.9.1 ด้านการเตรียมการ

1.9.1.1 เตรียมกรอบแนวคิดของเรื่องที่จะสอน โดยหัวข้อในแต่ละตอนได้จากการบูรณาการ ระหว่างวิชา หรือผสมผสานระหว่างวิชาในหลักสูตร

1.9.1.2 เตรียมคำถามหลักหรือคำถามสำคัญ เพื่อใช้กระตุ้นให้ผู้เรียนวิเคราะห์และลงมือ

ปฏิบัติ

1.9.1.3 เป็นแหล่งข้อมูลหรือแหล่งความรู้ที่ให้ผู้เรียนซักถาม ปรีक्षाเพื่อค้นคว้าหาความรู้

1.9.2 ด้านการดำเนินการ

1.9.2.1 เป็นผู้นำเสนอ (presenter) เช่น เสนอประเด็นปัญหา เหตุการณ์ในเรื่องที่จะสอน เป็นผู้สังเกต (observer) โดยสังเกตผู้เรียนขณะที่ตอบคำถาม ทำกิจกรรมรวมทั้งพฤติกรรมด้านอื่นๆ ของผู้เรียน

1.9.2.2 เป็นผู้กระตุ้นใจ (motivator) โดยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน เพื่อให้มีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง

1.9.2.3 เป็นผู้เสริมแรง (reinforcer) เพื่อให้ผู้เรียนแสดงพฤติกรรมที่ต้องการ

1.9.2.4 เป็นผู้ชี้แนะ (director) สนับสนุนให้ผู้เรียนดำเนินกิจกรรมให้บรรลุจุดประสงค์ที่กำหนด

กำหนด

1.9.2.5 เป็นผู้จัดบรรยากาศ (atmosphere organizer) เพื่อให้เกิดบรรยากาศการเรียนรู้ที่เหมาะสม ทั้งด้านกายภาพ สังคมและจิตใจเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความสุข

1.9.2.6 เน้นให้ผู้เรียนใช้กระบวนการ (process oriented) มากกว่าเนื้อเรื่อง หรือเนื้อหาสาระ (content oriented)

1.9.3 ด้านการประเมิน

1.9.3.1 เป็นผู้ให้ข้อมูลย้อนกลับ (reflector) ชี้แนะ วิพากษ์ วิจารณ์ ข้อดี ข้อด้อย เพื่อให้ผู้เรียนพัฒนา ปรับปรุง แก้ไข พฤติกรรมการเรียน

1.9.3.2 เป็นผู้ประเมิน (evaluator) โดยประเมินผลเป็นระยะ ๆ ประเมินกระบวนการ พฤติกรรมด้านการค้นหาความรู้ และผลงานซึ่งอาจเป็นองค์ความรู้หรือผลงาน

จากรายละเอียดที่เกี่ยวข้องต่อตัวผู้สอนทั้งหมดสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบบูรณาการนั้น ตัวผู้สอนจะต้อง

1. ยึดหลักสายกลางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ความสำคัญในเนื้อหาสาระ
2. ต้องเป็นผู้มีใจกว้างในการที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นแม้จากตัวผู้เรียนเอง
3. ต้องทำหน้าที่เป็นกัลยาณมิตรที่ดี ต่อผู้เรียนมิใช่ทำหน้าที่เป็นผู้บอกหรือถ่ายทอดความรู้แต่เพียงอย่างเดียว

1.10 บทบาทและกิจกรรมของนักเรียนในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

ลาร์ดิซาบอล และคณะ (Lardizabal and others. 1970 : 148) กล่าวถึงหลักในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบบูรณาการ ควรคำนึงถึงกิจกรรมของกระบวนการกลุ่มมาใช้ดังนี้

1. การแบ่งกลุ่มผู้เรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ กลุ่มละ 4 คน ที่มีระดับความสามารถที่แตกต่างกัน คือ ผู้ที่มีระดับความสามารถสูง 1 คน ผู้ที่มีระดับความสามารถปานกลาง 2 คน และผู้ที่มีระดับความสามารถต่ำ 1 คน ในการแบ่งกลุ่มจะต้องให้นักเรียนได้เข้ากลุ่ม เพื่อทำกิจกรรมที่ตนมีความถนัดและมีความสนใจ เพื่อให้แต่ละกลุ่มมีความพอเหมาะและมีความสามารถพอ ๆ กัน
2. แต่ละกลุ่มเลือกคณะกรรมการซึ่งประกอบด้วย ประธาน รองประธาน คณะกรรมการ เลขานุการ

3. มีการประชุมร่วมกันภายในกลุ่ม เพื่อวางแผนในการทำกิจกรรมร่วมกัน
4. สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องมีหน้าที่รับผิดชอบ ในการทำกิจกรรมตามที่ได้ร่วมกันวางแผนไว้ โดยที่นักเรียนมีบทบาทในการเรียนการสอนแบบบูรณาการดังนี้
 - 1) มีส่วนร่วมในการเรียน ทั้งทางด้านร่างกาย จิตใจและการคิดในทุกๆ สถานการณ์ที่กำหนดให้ อย่างเป็นธรรมชาติเหมือนสถานการณ์ในชีวิตจริง
 - 2) ศึกษาค้นคว้าปฏิบัติด้วยตนเองเพื่อให้เกิดการเรียนรู้
 - 3) ดำเนินการเรียนด้วยตนเอง เพื่อให้การเรียนเป็นไปอย่างสนุกสนาน ดินแดนมีชีวิตชีวา และท้าทายอยู่ตลอดเวลา
 - 4) เรียนในห้องเรียน (class) และสถานการณ์จริง (reality) เพื่อพัฒนาทางสังคม
 - 5) กระตุ้นกระเจงว่องไวในการมีส่วนร่วมอย่างแท้จริง
 - 6) ทำงานด้วยความร่วมมือ ร่วมใจ ทั้งแบบเดี่ยว เป็นคู่ หรือกลุ่ม ด้วยความเต็มใจและด้วยเจตคติที่ดีต่อกัน
 - 7) ตอบคำถามสำคัญหรือคำถามหลัก ที่กำหนดจากประสบการณ์ของตนเองหรือประสบการณ์ในชีวิตจริง
 - 8) มีความสามารถในการแก้ปัญหา มีความคิดริเริ่มทำสิ่งใหม่ที่เป็นประโยชน์
 - 9) มีความสามารถในการสื่อสาร เช่น ฟัง พูด อ่าน เขียน มีทักษะทางสังคม รวมทั้งมีมนุษยสัมพันธ์ที่ดีกับเพื่อนในกลุ่ม ในห้องเรียนและกับครู
 - 10) สามารถสร้างความรู้ (construct) ด้วยตนเอง เป็นการเรียนรู้ที่มีความหมายและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

จากรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับบทบาทและกิจกรรมของผู้เรียนทั้งหมดสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบบูรณาการนั้น ตัวผู้เรียนจะต้องเปลี่ยนสภาพในการเรียนรู้จากเดิมที่รอรับการถ่ายทอดจากครู มาเป็นแสวงหาการเรียนรู้ด้วยตนเองและเป็นการเรียนรู้ที่มีพื้นฐานมาจากการเชื่อมโยงความเป็นจริงต่างๆ ในชีวิตของผู้เรียนเอง ให้ผู้เรียนเข้าใจบทบาทและหน้าที่ของตนเองในการเรียนตามแนวคิดที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง มีใช้การเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางแห่งการเรียนรู้แต่ไม่เชื่อมโยงกับสภาพความเป็นจริงในการดำรงชีวิต

1.11 คุณค่าและประโยชน์ของการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

สุมิตร คุณานุกร. (2518 : 41 – 42) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนแบบบูรณาการไว้ดังนี้

1. ช่วยให้เกิดการเชื่อมโยงการเรียนรู้ (Transfer of learning) ความรู้ที่เรียนไปแล้วจะถูกนำมาสัมพันธ์กับความรู้ที่จะเรียนใหม่ จะทำให้เกิดการเรียนรู้ได้เร็วขึ้น
2. ช่วยจัดเนื้อหาหรือความรู้ให้อยู่ในลักษณะเหมือนชีวิตจริง คือ ผสมผสานและสัมพันธ์เป็นความรู้ที่อยู่ในลักษณะหรือรูปแบบที่เอื้อต่อการนำไปใช้กับชีวิตจริง
3. ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจสภาพและปัญหาสังคมได้ดีกว่า การกระทำหรือปรากฏการณ์ต่างๆ ในสังคมเป็นผลรวมจากหลายๆ สาเหตุ การที่จะเข้าใจปัญหาใดและสามารถแก้ปัญหาได้ควรพิจารณาปัญหา ที่มาของปัญหาอย่างกว้างๆ ใช้ความรู้จากหลายๆ วิชา มาสัมพันธ์กัน เพื่อสร้างความเข้าใจใหม่ๆ ขึ้น

4. ช่วยให้การสอนและการศึกษามีคุณค่ามากขึ้น แทนที่จะเป็นขบวนการถ่ายทอดความรู้หรือสาระ แต่เพียงประการเดียว กลับช่วยให้สามารถเน้นการพัฒนาทักษะที่จำเป็นให้เกิดความคิดรวบยอดที่กระจ่าง ถูกต้อง และสามารถให้ปลูกฝังค่านิยมที่ปรารถนาได้อีกด้วย

5. ทำให้เกิดการบูรณาการขึ้น ทำให้วัตถุประสงค์ในการจัดการเรียนการสอนเปลี่ยนไปจากที่ให้ ผู้เรียนได้รับความรู้ไปเป็นเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นคุณค่าและนำความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์

ผกา สัตยธรรม. (2523 : 51) กล่าวถึงประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนแบบบูรณาการ ไว้ดังนี้

1. ช่วยเหลือและแก้ไข ตลอดจนส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาตนเองให้เป็นคนที่สมบูรณ์ในทุกด้าน
2. การเชื่อมโยงวิชาทำให้ผู้เรียนเกิดความสนุกสนานเพราะได้เรียนรู้หลายด้าน
3. การฝึกเชื่อมโยงวิชาต่าง ๆ ทำให้ไม่ลืมนำ
4. สามารถนำไปปฏิบัติในชีวิตจริง ให้สอดคล้องกับความต้องการได้
5. นักเรียนได้ฝึกทักษะด้านต่าง ๆ หลายประการ

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2542 : 50) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการสอนแบบบูรณาการว่า

1. เป็นการเรียนรู้อย่างมีความหมาย ผู้เรียนสามารถจำความรู้ที่เรียนได้นาน (retention) ซึ่งจะ เริ่มต้นด้วยการทบทวนความรู้เดิมและประสบการณ์เดิมของผู้เรียน
2. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียน (participate) ทั้งทางด้านร่างกาย จิตใจ สติปัญญาและสังคมเป็น การพัฒนาทุกด้าน
3. ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมตามประสบการณ์ชีวิตของตน และเป็นประสบการณ์ในชีวิตจริงของผู้เรียน
4. ผู้เรียนได้ฝึกทักษะต่างๆ ซ้ำหลายครั้งโดยไม่เบื่อหน่าย
5. ผู้เรียนได้พัฒนาความคิดระดับสูง คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ คิดแก้ปัญหา คิดริเริ่มสร้างสรรค์

6. ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการทำงานกลุ่ม ตั้งแต่สองคนขึ้นไป จนถึงเพื่อนทั้งชั้นเรียนตามที่กำหนดใน กิจกรรม เพื่อพัฒนาทักษะมนุษยสัมพันธ์

7. ผู้เรียนจะได้สร้างจินตนาการตามเรื่องที่กำหนดเป็นการเรียนรู้ด้านธรรมชาติ เศรษฐกิจ วัฒนธรรม การเมือง วิถีชีวิต ผสมผสานกันไป อันเป็นสภาพจริงของชีวิต

8. ผู้เรียนได้เรียนรู้จากสิ่งใกล้ตัวสู่สิ่งไกลตัว เช่น เรียนเกี่ยวกับตัวเรา บ้าน ครอบครัว ชุมชน ประเทศไทย ประเทศเพื่อนบ้านและโลก ตามระดับความซับซ้อนของเนื้อหาและสติปัญญาของผู้เรียน

9. ผู้เรียนได้เรียนรู้อย่างมีความสุข สนุกสนาน เห็นคุณค่าของงานที่ทำและงานที่ไปนำเสนอต่อ เพื่อน ต่อชุมชน ทำให้เกิดความตระหนัก เห็นความสำคัญของการเรียนรู้ด้วยตนเอง

ธีรชัย ปุณฺณโชติ (2540 : 82) ได้ให้เหตุผลที่สนับสนุนคุณค่าและประโยชน์ของการสอนแบบ บูรณาการว่า

1. จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างวิชาต่างๆ ความสัมพันธ์ระหว่างวิชา กับชีวิตจริง
2. จะช่วยให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยงของความคิดรวบยอดในศาสตร์ต่างๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่ มีความหมาย
3. ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ ให้เชื่อมโยงสิ่งที่เรียนกับชีวิตจริงและชีวิตนอกห้องเรียนกับ สิ่งที่เรียน

จากคุณค่าและประโยชน์ของการเรียนการสอนแบบบูรณาการทั้งหมด สรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการนั้นเป็นการจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับการใช้ชีวิตของผู้เรียนเป็นอย่างยิ่ง เป็น การเรียนการสอนที่เหมาะสมกับสภาพแวดล้อมในปัจจุบันที่มากมายไปด้วยเทคโนโลยีต่างๆ ที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์ และทำให้เห็นคุณค่าในการที่จะจัดการเรียนการสอนเพื่อความสะดวกอย่างแท้จริง

1.12 ข้อควรคำนึงในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

ชม ภูมิภาค (2520 : 107) กล่าวถึงสิ่งที่ควรคำนึงถึงในการสอนแบบบูรณาการว่า

1. ครูจะต้องเสริมสร้างพื้นฐานของนักเรียนให้ดี ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่ชัดเจน กว้างขวางเสียก่อนที่จะพยายามให้เกิดบูรณาการเข้าด้วยกัน
2. ต้องแน่ใจว่าความคิดรวบยอดที่จะนำมาบูรณาการนั้นอยู่ในระดับที่เหมาะสมกับวุฒิภาวะของ ผู้เรียน

3. ต้องสร้างบรรยากาศการเรียนให้นักเรียนสบายใจที่สุดเท่าที่จะทำได้ เพื่อส่งเสริมให้เกิด การบูรณาการ

4. การดำเนินการสอนทุกครั้ง นักเรียนต้องรู้จุดมุ่งหมายการสอนโดยละเอียด
5. ในการสอนสิ่งใหม่ ครูต้องใช้พื้นฐานของนักเรียนให้เป็นประโยชน์
6. ครูต้องเป็นแบบอย่างในการแสดงพฤติกรรมที่มีการบูรณาการให้แก่ นักเรียน

กาญจนา คุณารักษ์ (2522 : 21) กล่าวว่า สิ่งที่ต้องคำนึงถึงในการจัดการเรียนการสอนแบบ บูรณาการ

1. จะต้องมีจุดมุ่งหมายที่แน่นอนว่า ต้องการให้ผู้เรียนเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างไร
2. ในการสอนแต่ละครั้ง ต้องพยายามสอดแทรกคุณสมบัติที่ต้องการเน้นในตัวผู้เรียน เช่น การเสียสละ ความขยัน ความซื่อสัตย์ ความสามัคคี เป็นต้น
3. พยายามบูรณาการความรู้ให้สอดคล้องกับความเป็นจริงในชีวิตประจำวันมากที่สุด
4. จัดโอกาสให้ผู้เรียนได้รู้จักสังเกต วิเคราะห์ วิวิจารณ์ และอภิปรายถกเถียงกันด้วยเหตุและผล
5. จัดบรรยากาศในห้องเรียนและนอกห้องเรียนให้ท้าทายและสร้างความสนใจของผู้เรียน

จากข้อควรคำนึงในการเรียนการสอนแบบบูรณาการ สรุปได้ว่า ครูจะต้องเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ ให้กับนักเรียน โดยการสร้างบรรยากาศการเรียนรู้อให้สอดคล้องกับความเป็นจริงในชีวิตประจำวัน คำนึงถึง ความแตกต่างระหว่างบุคคล ในด้านความสามารถทางสติปัญญา อารมณ์ สังคม ความพร้อมของร่างกาย จิตใจและสร้างโอกาสให้ผู้เรียนเกิดการเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลายและต่อเนื่อง

ตาราง 1 การเปรียบเทียบรูปแบบการสอนแบบบูรณาการของวิเศษ ชินวงศ์. (2544 : 29-30)

รูปแบบการสอน แบบบูรณาการ	วิธีการ	กิจกรรม	การ ประเมินผล	ผลที่เกิด กับผู้เรียน
1. แบบสอดแทรก (Infusion)	-ครูคนเดียววางแผน และกำหนดหัวเรื่อง โดยสอดแทรกเนื้อหา วิชาอื่นๆ เข้าไปใน การสอนของตน	- มอบหมายงานตามที่ วางแผนไว้	- ครูคนเดียว ประเมิน	- ผู้เรียนได้รับ ความรู้จากครูคน เดียวและสามารถ มองเห็นความ สัมพันธ์ระหว่าง วิชาได้
2. แบบขนาน (Parallel)	-ครูหลายคนวางแผน การสอนร่วมกัน โดยกำหนดหัวเรื่อง ความคิดรวบยอด ปัญหา -ครูแต่ละคนต่างสอน ในวิชาของตนภายใต้ หัวเรื่องเดียวกัน	- งานที่มอบหมายให้ นักเรียนทำแตกต่างกัน ในแต่ละวิชา แต่อยู่ ภายใต้หัวเรื่องเดียวกัน	- ครูแยกกัน ประเมิน	- ผู้เรียนได้รับ ความรู้จากครูแต่ละ คนในหัวเรื่องของ งานเป็นเรื่องเดียว กัน ทำให้มองเห็น ความสัมพันธ์ เชื่อมโยงกัน นำ ความรู้ในวิชา ต่างๆ มาแก้ปัญหา ได้
3.แบบสหวิทยาการ (Multidisciplinary)	-ครูหลายคนวางแผน การสอนร่วมกัน โดยกำหนด หัวเรื่อง ความคิดรวบยอด ปัญหา -ครูแต่ละคนต่างสอน ในวิชาของตนภายใต้ หัวเรื่องเดียวกัน -ครูร่วมกันกำหนด ชิ้นงาน / โครงการ โดยเชื่อมโยงวิชา ต่างๆ	- มอบหมายงานหรือ โครงงาน โดยให้นักเรียน ร่วมกันทำ โดยกำหนด ว่าจะแบ่งโครงงานนั้น ออกเป็นโครงงานย่อยๆ ให้นักเรียนทำแต่ละ รายวิชา	- ครูประเมิน ผลงานแต่ละ ชิ้นในส่วนที่ ตนสอน โดยกำหนด เกณฑ์เอง	- ผู้เรียนได้รับ ความรู้จากครู หลายคนใน หัวเรื่องหรือปัญหา เดียวกัน ทำให้ สามารถเชื่อมโยง ความรู้จากวิชา ต่าง ๆ มา สร้างสรรค์งานได้

ตาราง 1 (ต่อ)

รูปแบบการสอน แบบบูรณาการ	วิธีการ	กิจกรรม	การ ประเมินผล	ผลที่เกิด กับผู้เรียน
4. แบบข้ามวิชา หรือสอนเป็นทีม (Transdisciplinary)	-ครูหลายคน วางแผนการสอน เป็นรายคณะ โดย กำหนด หัวเรื่อง ความคิดรวบยอด ปัญหา เนื้อหา -ครูร่วมกันสอน เป็นทีมในหัวเรื่อง เดียวกัน -ครูร่วมกันกำหนด ชิ้นงาน / โครงการ ให้นักเรียนทำ ร่วมกัน	- มอบหมายงานหรือโครงการ ให้นักเรียนทำร่วมกันเป็นงาน ชิ้นใหญ่ชิ้นเดียว - จัดกิจกรรมและหาแหล่ง ข้อมูลความรู้ให้นักเรียน เพื่อ ศึกษาค้นคว้าและปฏิบัติงานใน แต่ละกลุ่มเดียวกัน	- ประเมินผล ร่วมกันใน งานชิ้นเดียว กัน โดยมี เกณฑ์การ ตัดสินร่วมกัน	- ผู้เรียนได้รับ ความรู้ที่เป็นการ เชื่อมโยงสาขา วิชาต่าง ๆ เข้า ด้วยกัน สามารถ นำความรู้เข้าไป ประยุกต์ สร้างสรรค์ชิ้น งานได้

1.13 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนแบบบูรณาการ

ได้มีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการบูรณาการไว้ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

เฟลล์ส (Phelps.1979 : 179A) ได้ทำการศึกษาผลของการบูรณาการกิจกรรมการเชื่อมโยงประโยค และวิธีส่งเสริมการอ่านและเขียนของนักเรียนระดับ 8 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการอ่านและเขียนของนักเรียนระดับ 8 แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

เทอร์เรล (Terrell.1979 : 74A) ได้ทำการศึกษาบูรณาการทักษะภาษาอังกฤษในหลักสูตรธุรกิจศึกษาของโรงเรียนรัฐบาลระดับต่อจากชั้นมัธยมศึกษาผลปรากฏว่า

- 1) หลังจากใช้วิธีบูรณาการเข้าไปแล้วไม่มีผลเลย
- 2) จากองค์ประกอบที่เลือกมา 33 องค์ประกอบ ดูเหมือนว่าจะมีผลกับวิธีบูรณาการในบางสถานการณ์
- 3) ในรายวิชาธุรกิจศึกษา มักจะใช้วิธีการบูรณาการที่ไม่ขึ้นอยู่กับวิธีสอนเดียว
- 4) วิธีการบูรณาการทักษะภาษาอังกฤษเกิดขึ้นบ่อยมากสำหรับครูในวิทยาลัยชุมชน แต่มากกว่าครูที่อยู่ในวิทยาลัยอาชีวะ
- 5) การบูรณาการทักษะภาษาอังกฤษจะไม่ใช้วิธีสอนวิธีใดวิธีหนึ่ง
- 6) ทักษะภาษาอังกฤษแต่ละทักษะนี้จะทำให้เกิดบูรณาการในหลักสูตรธุรกิจศึกษาอย่างน้อยหนึ่งหรือมากกว่าหนึ่งรายวิชา แต่ไม่ได้ทำให้เกิดบูรณาการในรายวิชาธุรกิจทุกรายวิชา
- 7) ผลที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ทำให้ทราบผล รวมทั้งมีผลต่อการที่ทำให้ครูได้มีการเปลี่ยนแปลง

กลุ่มที่ 1 สอนโดยใช้หลักสูตรปกติ และใช้วิธีสอนแบบทดลอง

กลุ่มที่ 2 สอนโดยใช้หลักสูตรแบบบูรณาการ และใช้วิธีสอนแบบปกติ

กลุ่มที่ 3 สอนโดยใช้หลักสูตรแบบบูรณาการ และใช้วิธีสอนแบบทดลอง

ผลการทดลองพบว่ากลุ่มทดลองที่ 3 มีผลการเรียนดีกว่ากลุ่มทดลองอื่นๆ และคะแนนจากงานมอบหมายพิเศษ คะแนนกิจกรรมในห้องทดลองของกลุ่มที่ 3 ดีกว่ากลุ่มอื่นๆ อย่างเห็นได้ชัดอีกด้วย แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจในปัญหาต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวันของนักเรียน จากผลการศึกษาแสดงให้เห็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการสอนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีผลการเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย คือการสอนโดยใช้หลักสูตรแบบบูรณาการและวิธีสอนแบบทดลอง

งานวิจัยในประเทศ

จันทร์จรัส ดัณฑสุทธี (2528 : 76 –79) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 วิชาสังคมศึกษา โดยเทคนิคการสอนแบบบูรณาการและการสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาโดยเทคนิคการสอนแบบบูรณาการและการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดสร้างสรรค์ทั้งในด้านความคล่องในการคิด ความคิดยืดหยุ่นและความคิดริเริ่มของกลุ่มทั้งสองกลุ่ม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รัตนา นารัตน์ (2531 : 54) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษา โดยใช้การสอนแบบบูรณาการกับการสอนตามคู่มือครู แนวการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษา โดยใช้การสอนแบบบูรณาการและการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความมีวินัยในตนเองของนักเรียน ไม่แตกต่างกัน

อนันต์ โพธิกุล. (2543 : 88 – 89) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการและการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนจากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จะพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

จากงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศ สามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการเป็นการจัดการเรียนการสอนที่ช่วยให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างโลกของสิ่งที่เรียนกับโลกของความจริง ผู้เรียนต้องใช้ความคิด ความรู้สึก ประสบการณ์ในการเรียนรู้ ทำให้การเรียนรู้มีลักษณะเป็นองค์รวม มีความหมายอันนำไปสู่การเพิ่มพูนความสามารถในการจำและการแก้ปัญหา ผู้เรียนสามารถดึงข้อมูลจากสมองออกมาใช้ได้ดี ทำให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้จากห้องเรียนไปสู่การปฏิบัติ ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียน ในส่วนของหลักสูตรจะช่วยจัดความซ้ำซ้อนของเนื้อหาในรายวิชาต่างๆ และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ระหว่างศาสตร์ในสาขาต่างๆ ในส่วนของการสอนช่วยกระตุ้นให้ผู้สอนใช้วิธีสอนที่หลากหลายโดยยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

2.1 ความหมายของการเชื่อมโยง (Connections)

สภาคุรุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM] 1991.) ได้ให้ความหมายของการเชื่อมโยง คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

2.1.1 การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวไปสัมพันธ์กัน ให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยนักเรียนให้ทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิตและตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนรู้ของผู้เรียนมีความหมาย

2.1.2 การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่างๆ ตั้งแต่ 2 สาขาขึ้นไป ภายใต้หัวข้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือ ศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ ความเข้าใจและทักษะในวิชาต่างๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไป จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

2.2 จุดมุ่งหมายของการเชื่อมโยง

สภาคุรุคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM] 1991.) ได้กล่าวว่า การเชื่อมโยงวิชาหนึ่งเข้ากับวิชาอื่นๆ ในการสอน เช่น การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์และภาษาไทย การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับสังคมศึกษา การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับศิลปะ ฯลฯ เหตุผลที่สนับสนุนการเชื่อมโยงวิชาต่างๆ เข้าด้วยกันในการสอนมีดังต่อไปนี้ สิ่งที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงไม่ได้จำกัดว่าจะเกี่ยวข้องกับสาขาวิชาใดวิชาหนึ่ง โดยเฉพาะตัวอย่างเช่น การเกิดอุทกภัย ซึ่งเป็นเหตุการณ์เดียวแต่ก่อให้เกิดผลกระทบหลายอย่าง เช่น บ้านเรือนไร่นาเสียหาย ธุรกิจหยุดชะงัก โรงเรียนและสถานที่ทำงานต่างๆ ต้องหยุดทำงาน ก่อให้เกิดความเดือดร้อนหลายประการ ในการแก้ปัญหาต่างๆ เหล่านี้ เราจำเป็นต้องใช้ความรู้และทักษะจากหลายๆ วิชามาร่วมกันแก้ปัญหาสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง

การจัดการเรียนการสอนให้เกิดความสัมพันธ์เชื่อมโยง ระหว่างความคิดรวบยอดในศาสตร์ต่างๆ ทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย การเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ไม่จำเป็นว่าความคิดรวบยอดจะต้องแยกจากความคิดรวบยอดในวิชาอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็นวิชาวิทยาศาสตร์ ภาษา หรือสังคมศึกษา เนื้อหาและกระบวนการเรียนในวิชาหนึ่งอาจช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในวิชาอื่นดีขึ้นได้ การสอนที่สัมพันธ์เชื่อมโยงความคิดรวบยอดจากหลายๆ สาขาวิชาเข้าด้วยกันมีประโยชน์หลายอย่าง ที่สำคัญที่สุดคือ ช่วยให้เกิดการถ่ายโอนการเรียนรู้ (Transfer of learning) สิ่งที่เรียนเข้ากับชีวิตจริงได้ และในทางกลับกันก็จะสามารถเชื่อมโยงเรื่องจริงภายนอกห้องเรียนเข้ากับสิ่งที่เรียนได้ ทำให้นักเรียนเข้าใจว่า สิ่งที่ตนเรียนมีประโยชน์หรือพร้อมที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

หลักสูตรการเรียนการสอนแบบเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการขจัดความซ้ำซ้อนของเนื้อหาต่างๆ ในหลักสูตร ในปัจจุบันเราประสบปัญหาในเรื่องความรู้และข้อมูลต่างๆ เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วมีเรื่องที่ต้องเรียนรู้เพิ่มขึ้นจำนวนมากในแต่ละปี การเพิ่มขึ้นอย่างมากและรวดเร็วของความรู้และข้อมูลต่างๆ นี้ ทำให้การเรียนแบบสัมพันธ์วิชามีความสำคัญมากกว่าที่ต่างวิชาต่างเพิ่มเนื้อหาเข้าไปในหลักสูตรของตน การเรียนการสอนแบบเชื่อมโยงสามารถตอบสนองต่อความสามารถของผู้เรียนซึ่งมีหลายด้าน เช่น ภาษา

คณิตศาสตร์ การมองเห็นที่ ความคล่องของร่างกาย การเคลื่อนไหว ดนตรี สังคม หรือมนุษย์สัมพันธ์ และ ความรู้ความเข้าใจตนเอง และสนองตอบต่อความสามารถที่จะแสดงออกและตอบสนองทางอารมณ์ (Emotional Intelligence)

การปฏิรูปการศึกษาตามแนวพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 (มาตรฐาน และสาระการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ มาตรฐานด้านทักษะ / กระบวนการ ที่ว่า มีความสามารถในการ เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยง (Connections) คณิตศาสตร์กับวิชาอื่น ๆ) ได้ดังนี้ (กรมวิชาการ. 2544 : 200-202)

1. เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ เพื่ออธิบาย ข้อสรุปหรือเรื่องราวต่าง ๆ ได้
2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ และใน ชีวิตจริงได้

จากจุดมุ่งหมายของการเชื่อมโยงที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การเชื่อมโยงการเรียนรู้ทั้งในระบบและนอกระบบโรงเรียน ทั้งภายในกลุ่มวิชา ระหว่างกลุ่มวิชา และการดำเนินชีวิตจริง
2. การเชื่อมโยงข้อมูลข่าวสารและการใช้ข้อมูลที่เหมาะสมในการจัดการเรียนการสอน
3. การเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากวิธีการต่างๆ ข้างต้นไปสู่ความเข้าใจอย่างสมบูรณ์แบบ ก่อให้เกิด การบูรณาการและให้เกิดจิตสำนึกขึ้นเองตามธรรมชาติ

2.3 มาตรฐานของการเชื่อมโยง (Connections) ทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานของการเชื่อมโยง (Connections) ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษา ตอนปลาย (เกรด 9 – 12) ของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM.] 2000 : 1-2)

โปรแกรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ควรจัดกิจกรรมที่มุ่งเน้นให้มีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ เข้าด้วยกัน เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้และเข้าใจคณิตศาสตร์ และเพื่อให้นักเรียนทุกคนสามารถ

2.3.1 ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงและสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ ตลอดจน แนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้

2.3.2 สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้ เพื่อให้เกิดความรู้ใหม่ได้

2.3.3 ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วย ในการพิจารณาปัญหาชีวิตต่าง ๆ ได้

2.3.4 สามารถระลึกความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้ว และสามารถนำความรู้ เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ได้

เพื่อให้รับกับทิศทางที่ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000) ได้ปฏิรูป การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21 ในการสร้างหรือพัฒนาให้เด็กมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ นั้น ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญและเป็นกุญแจนำไปสู่ความสำเร็จ ดังนั้น เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยง แนวคิดทางคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน (To help students make connections to other mathematical ideas or to real life) ครูอาจใช้คำถาม เช่น

- ปัญหานี้คล้าย ๆ กับปัญหาที่เธอเคยทำมาแล้วใช่ไหม
(Is this problem like any other you ' ve solved ?)
- เธอจะเชื่อมโยงเรื่องนี้ไปยังสถานการณ์ใดได้บ้าง
(Can you relate this to any other situation ?)
- เธอสามารถใช้ความรู้ที่เคยเรียนไปแล้วได้ไหม
(Can you use ideas from previous lessons?)

สมาคมนักคิดศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 1-2) กล่าวว่า เมื่อนักเรียนสามารถมองเห็นถึงการเชื่อมโยงเนื้อหาวิชาอื่น ๆ กับวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้พวกเขามีพัฒนาการแสดงให้เห็นถึงการบูรณาการวิชาคณิตศาสตร์ทั้งหมด พวกเขาสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนขึ้น พร้อมกับการเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ๆ มีความสำคัญถึงการเชื่อมโยงระหว่างหัวข้อทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายขึ้น เช่นความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ขยายกว้างขึ้น จะเข้าถึงเทคโนโลยี และ ซอฟต์แวร์ (software) ที่ซับซ้อนมากขึ้น สามารถทำการเชื่อมโยงกับสาขาวิชาอื่นๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวิทยาศาสตร์ และวิทยาศาสตร์สังคม ทำให้พวกเขาเป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ดี

นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ควรจะมีการพัฒนาความสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น และมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในการแก้ปัญหาที่เหมือนกัน แต่ใช้วิธีต่างกันมากกว่า 1 วิธี แล้วได้คำตอบเท่ากัน (ดูตัวอย่าง 1) นักเรียนสามารถใช้ความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในเนื้อหาหนึ่งเพื่อพิสูจน์หรือพิสูจน์หักล้างการคาดเดาของบุคคลอื่น โดยการเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จนสามารถพัฒนาความเข้าใจในปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ตัวอย่างการเชื่อมโยงที่ปรากฏให้เห็นถึงความแตกต่างอย่างมากของตัวแทนและวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 10 ในชั้นเรียนของครูโรบินสัน (Mr.Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา

ตัวอย่าง 1 ถ้าต้องการผูกสุนัขให้อยู่กับที่บนพื้นที่รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยให้ใช้เชือกที่สั้นที่สุดที่สุนัขสามารถเดินไปได้ทุกมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะผูกสุนัขไว้ที่ใด (โดยครูตั้งคำถามเสร็จก็เดินสังเกตการแก้ปัญหาและการดำเนินการของนักเรียนทุกกลุ่มและจดบันทึก)

จนกระทั่งมีนักเรียนกลุ่มหนึ่งเสนอว่าควรผูกสุนัขไว้ที่จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉาก นักเรียนกลุ่มอื่นเริ่มเห็นด้วย

ครู : มีสิ่งใดที่สามารถพิสูจน์ยืนยันได้บ้าง

นักเรียน : กลุ่มนั้นไม่สามารถให้เหตุผลได้

นักเรียน : ทั้งหมดร่วมกันคิด

ข้อคาดเดาของนักเรียนตอนนี้ คือ จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีระยะห่างเท่ากันกับจุดยอดมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม

ครู : ให้ทุกกลุ่มลองค้นหาคำตอบพร้อมให้ตัวแทนมานำเสนอวิธีการของแต่ละกลุ่ม

(ตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหา)

กลุ่มที่ 1 : (ดังรูป a) ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส คือลากเส้นตั้งฉากจากจุด M ไปที่ส่วนของเส้นตรง AC จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูป ที่เท่ากันทุกประการ และจะได้

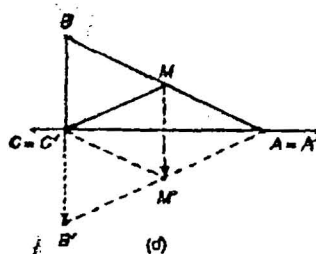
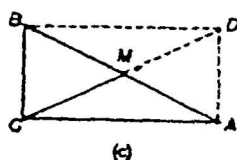
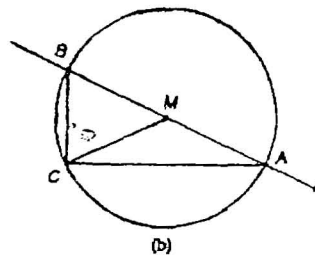
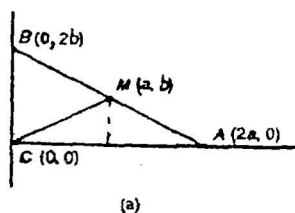
$$|\overline{CM}| = |\overline{AM}| = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ และ } |\overline{BM}| = |\overline{AM}| = |\overline{CM}|$$

กลุ่มที่ 2 : (ดังรูป b) จุด A, B, C เป็นจุดบนวงกลม โดยมีจุด M เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จะได้ $|\overline{BM}| = |\overline{AM}| = |\overline{CM}|$ เป็นรัศมีของวงกลม

กลุ่มที่ 3 : (ดังรูป c) สร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ADBC จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยมี BA และ CD เป็นเส้นทแยงมุม ตัดกันที่จุด M จะได้ $|\overline{BM}| = |\overline{AM}| = |\overline{CM}|$

กลุ่มที่ 4 : (ดังรูป d) ใช้การแปลงทางเรขาคณิต เมื่อ M, M' เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน $\overline{AB}, \overline{A'B'}$ ตามลำดับ $\triangle MAM' \sim \triangle BAB'$ ซึ่งแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปเล็กมีความยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านของรูปสามเหลี่ยมรูปใหญ่ จากความสัมพันธ์เดียวกัน $\triangle BMC \sim \triangle BAB'$ จากข้อเท็จจริงนี้ $\triangle BAB'$ มีด้านเท่ากัน 2 ด้าน ($\overline{AB}, \overline{A'B'}$) แสดงว่า $\triangle MAM' \cong \triangle CMB$ จากผลดังกล่าวจะได้ $|\overline{CM}| = |\overline{MA}|$

ครู : ชื่นชมกับการทำงานของนักเรียนอย่างมีคุณภาพ

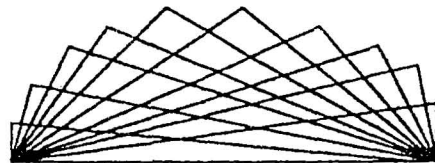


ภาพประกอบ 3 การพิสูจน์จุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของนักเรียนเกรด 10
ในคาบเรียนของครูโรบินสัน (Mr. Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา

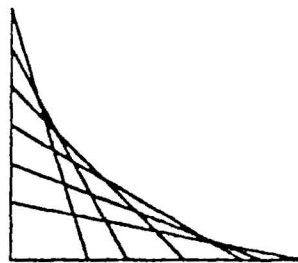
จากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายที่นักเรียนใช้เป็นแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ คือนักเรียนจะเริ่มเห็นความแตกต่างของวิธีการใช้ฟังก์ชันทางเรขาคณิต เรขาคณิตของยูคลิดและการแปลงทางเรขาคณิตมาเชื่อมโยงทั้งหมด ซึ่งมันอาจจะเป็นกุญแจสำคัญในการแก้ปัญหาที่พวกเขาอาจจะพบต่อไป เพราะการเรียนรู้ไม่ได้จบเพียงเท่านี้ เราสามารถเชื่อมโยงปัญหานี้กับสถานการณ์ของโลกแห่งความจริงหรือในทางคณิตศาสตร์อื่นๆ และยังมีนักเรียนอีกกลุ่มสามารถทำเป็นชิ้นงานเสนอเพื่อนได้โดย

ตัดกระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้วจุดเทียนไขตั้งบนจุดยอดมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ทำห้องเรียนให้มืด แล้วนำวัตถุที่มีความยาวสั้นกว่าเทียนไขตั้งภายในรูปสามเหลี่ยมแล้วเปลี่ยนตำแหน่งไปเรื่อยๆ จนพบว่าเงาทั้งสามมีความยาวเท่ากันเมื่อวางวัตถุนั้นที่จุดกึ่งกลางด้านตรงข้ามมุมฉาก (นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้เข้ากับวิธีการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ โดยใช้วัสดุอุปกรณ์ที่หาง่าย)

หลังจากนั้นนักเรียนก็ได้ตรวจสอบสมบัติของรูปสามเหลี่ยมและรูปวงกลม พบว่าจากภาพประกอบ 4 (a) รูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากร่วมกัน จุดยอดมุมตรงที่เป็นมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเหล่านั้น เป็นแนวทางการเดินทางของจุดบนเส้นรอบวงของครึ่งวงกลม ซึ่งตรงกับสมบัติของวงกลมข้อหนึ่งที่ว่า มุมในครึ่งวงกลมคือมุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง (มุมในครึ่งวงกลมน้อยเป็นมุมฉาก) และยังมีสมาชิกอีกกลุ่มหนึ่งพบว่ารูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมฉากร่วมกัน พบว่าจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน เป็นแนวทางการเดินทางของจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม ดังภาพประกอบ 4 (b)



(a) แนวทางการเดินทางของจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากร่วมกัน



(b) แนวทางการเดินทางของจุดกึ่งกลางด้านตรงข้ามมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาวเท่ากัน และมีมุมฉากร่วมกัน

ภาพประกอบ 4 การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 10 ในคาบเรียนของครูโรบินสัน (Mr. Robinson) ประเทศสหรัฐอเมริกา

จากตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าโจทย์ปัญหาเพียงหนึ่งข้อ นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยใช้วิธีการที่แตกต่างกัน อีกทั้งยังสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับความรู้วิชาอื่นๆ ได้มากมาย รวมทั้งนักเรียนยังสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ได้รับเข้ากับความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดการเรียนรู้เชื่อมโยงกับเหตุการณ์และสิ่งแวดล้อมรอบตัว แล้วนำผลการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ในการจัดการเรียนให้ได้ฝึกคิดและปฏิบัติจริงนี้ โดยมีการจัดโอกาสที่ส่งเสริมให้มีการถ่ายทอดและแลกเปลี่ยนความรู้ วัฒนธรรม อารมณ์และสังคมร่วมกัน มีการช่วยเหลือกัน เป็นการปลูกฝังคุณธรรมที่งดงามอีกด้วยและถ้าหากนักเรียนได้ฝึกจากประสบการณ์ตรงซึ่งอาจจะเป็นแหล่งความรู้ สื่อ เหตุการณ์และสิ่งต่างๆ อย่างครบถ้วนกระบวนการ ตั้งแต่ได้ฝึกสังเกต คิดอย่างรอบคอบปฏิบัติอย่างจริงจังตามที่ได้ออกแบบไว้จนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง นักเรียนสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (สวท. 2544.)

ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ด้านการพัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยง ดังนี้

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานในการศึกษาต่อนั้นจำเป็นต้องบูรณาการเนื้อหาต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน เช่น การใช้ความรู้ในเรื่องเซต การให้คำจำกัดความหรือบทนิยามในเรื่องต่างๆ เช่น บทนิยามของฟังก์ชันในรูปของเซต บทนิยามของลำดับในรูปของฟังก์ชัน

นอกจากการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาต่างๆ ในคณิตศาสตร์ด้วยกันแล้ว ยังมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ โดยใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้และใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ในเรื่องการเงิน การคิดดอกเบี้ยทบต้น ก็อาศัยความรู้ในเรื่องเลขยกกำลังและผลบวกของอนุกรม ในงานศิลปะและการออกแบบบางชนิดก็ใช้ความรู้เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต

นอกจากนั้นแล้วยังมีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่างๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในวัยบั้นปลายของชีวิต

องค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ มีดังนี้

- 1) มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น
- 2) มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่นๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี
- 3) มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้องของเชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะ / กระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย
- 4) มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย
- 5) มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ปัญหาสอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอ เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ หรือนำความรู้และ

กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ หรือการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน

เพื่อให้ผู้เรียนได้มีการปฏิบัติจริง และมีทักษะกระบวนการเชื่อมโยงความรู้นี้ ผู้สอนอาจมอบหมายงานหรือกิจกรรมให้ผู้เรียนไปศึกษาค้นคว้าหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับกิจกรรมนั้น แล้วนำเสนองานต่อผู้สอน และผู้เรียนให้มีการอภิปรายและหาข้อสรุปร่วมกัน พร้อมทั้งให้ตัวอย่างของการเชื่อมโยง ดังนี้

ตัวอย่าง 2 - กำหนดสถานการณ์ปัญหาดังนี้

บริษัทก่อสร้างดำรงต้องการสร้างที่ดินขนาด 2 ไร่ จำนวน 1 แปลง สำหรับเก็บวัสดุก่อสร้าง ในราคาประหยัดและมีผู้นำที่ดินมาเสนอให้เช่า 2 ราย ดังนี้

นายบุญ เสนอที่ดิน 2 ไร่ 1 งาน คิดราคาค่าเช่าที่ดินทั้งแปลงเดือนละ 7,000 บาท

นางล้วน เสนอที่ดิน 5 ไร่ 3 งาน แบ่งที่ดินให้เช่า โดยคิดค่าเช่าตารางวาละ 100 บาทต่อปี

ถ้าผู้เรียนเป็นเจ้าของบริษัทก่อสร้างดำรง ผู้เรียนจะตกลงเช่าที่ดินของใคร เพราะเหตุใด

จากสถานการณ์ปัญหาดังนี้ จะเห็นว่าผู้เรียนต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณค่าเช่าที่ดิน ต้องคำนึงถึงราคาที่ต้องการประหยัด ต้องใช้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ การนำเสนอเฉพาะคำตอบจากการคำนวณของผู้เรียนไม่ใช่สิ่งสำคัญที่สุด ผู้สอนจะต้องให้ความสำคัญต่อแนวคิดและเหตุผลของผู้เรียนแต่ละคนประกอบด้วย

ตัวอย่างคำตอบและเหตุผลของผู้เรียนอาจเป็นดังนี้

ด.ช. ก่อ ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งมีค่าใช้จ่ายปีละ 84,000 บาท
($7,000 \times 12 = 84,000$) และได้ที่ดินมากกว่าที่กำหนดไว้อีก 1 งาน

ด.ญ. นิตยา ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนางล้วน ซึ่งคิดค่าเช่า 2 ไร่ หรือ 800 ตารางวา เป็นเงิน 80,000 บาท ต่อปี ซึ่งเป็นราคาค่าเช่าที่ถูกกว่าที่ดินของนายบุญ

ด.ญ. นุช ตอบว่า ควรเช่าที่ดินของนายบุญ ซึ่งเมื่อคิดค่าเช่าเป็นตารางวาต่อปีแล้ว จะจ่ายเพียงตารางวาละ 93 บาท $\left(\frac{7,000 \times 12}{900} \approx 93 \right)$ ซึ่งถูกกว่าค่าเช่าที่ดินของนางล้วน

ผู้สอนอาจเปิดประเด็นให้ผู้เรียนได้มีการอภิปรายต่อในเรื่องนี้ได้อีก ในประเด็นที่ว่า ในชีวิตจริงแล้วก่อนตัดสินใจลงทุนทำกิจการใด ผู้ลงทุนจะไม่พิจารณาเฉพาะค่าเช่าเพียงอย่างเดียวต้องพิจารณาองค์ประกอบอื่นๆ อีกด้วย เช่น สภาพแวดล้อม ความสะดวกในการเช่าออก ที่ดินอยู่ใกล้หรือไกลบริษัทเพียงใด ประเด็นเหล่านี้จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีความคิดพิจารณาในวงกว้างขึ้น สามารถนำความคิดเช่นนี้ไปประยุกต์ในชีวิตจริงได้ เป็นการส่งเสริมทักษะกระบวนการให้เหตุผล ความคิดสร้างสรรค์ ส่งเสริมคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยม ในด้านการคิดอย่างถี่ถ้วนรอบคอบ กล้าแสดงความคิดเห็นและคิดอย่างมีวิจารณญาณอีกด้วย

ในการจัดการเรียนรู้ที่ต้องการให้ผู้เรียนมีพัฒนาการเรียนรู้ ผู้สอนควรจัดกิจกรรมหรือปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด สามารถบอกแนวคิด และแสดงเหตุผลได้ ผู้สอนไม่ควรดูเฉพาะคำตอบที่หาได้จากการคำนวณเท่านั้น คำตอบของปัญหาอาจมีมากกว่า 1 คำตอบ ขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลประกอบที่สมเหตุสมผลด้วย

2.4 ทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM.] 2000 : 360) ได้กล่าวถึงทิศทางของคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา ต้องเป็น

2.4.1 การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ

2.4.2 การใช้ปัญหาในชีวิตจริงเป็นเนื้อหาในการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์

2.4.3 การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์กับหัวข้อที่เกี่ยวข้องกัน ที่แตกต่างจากการสอนแบบเดิม

2.4.4 การเชื่อมโยงที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาใหม่ในวิชาคณิตศาสตร์เป็นทฤษฎีโกลวน (Chaos Theory)

2.4.5 การพัฒนาและเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามสภาพจริงผ่านการเชื่อมโยงมากกว่าที่จะแสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างง่าย ๆ

2.5 บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM.] 2000) กล่าวถึง นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย หรือนักเรียนเกรด 9-12 ว่า มีวิธีการมากมายที่ครูสามารถช่วยนักเรียนค้นหาและนำมาซึ่งการเชื่อมโยงทางวิชาคณิตศาสตร์ ปัญหานี้ับได้ว่ามีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะว่าเป็นไปไม่ได้ที่นักเรียนทำการเชื่อมโยงได้เอง ครูจำเป็นต้องเริ่มในการบูรณาการแต่ละปัญหาเพราะวัตถุประสงค์ของการสอนโดยส่วนมากมุ่งเน้นที่ขอบเขตของเนื้อหา มีการจัดหลักสูตรแยกออกจากกัน เช่น เรขาคณิต พีชคณิต และสถิติ ครูจำเป็นต้องพัฒนาความรู้ความชำนาญในการทำการเชื่อมโยงทางวิชาคณิตศาสตร์และช่วยนักเรียนให้พัฒนาความสามารถของพวกเขาและสิ่งหนึ่งที่เป็นส่วนประกอบสำคัญในด้านการให้ความช่วยเหลือนักเรียนทำการเชื่อมโยง คือ การสร้างบรรยากาศของชั้นเรียนให้มีการเข้าถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายและถ้านักเรียนทำผิด ไม่ควรบอกว่าผิดแล้วปล่อยให้มันผ่านไป ครูควรจะช่วยให้นักเรียนได้พบกัน (ข้อเท็จจริง) ของแนวคิดที่ถูกต้อง ซึ่งบางทีอาจจะนำไปสู่วิธีการใหม่ๆ และเกิดการเชื่อมโยงขึ้น นักเรียนได้รับการส่งเสริมให้พิจารณาและเปรียบเทียบวิธีการของตนเองกับกลุ่มอื่น แสดงให้เห็นถึงการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

2.6 การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์

เคนเนดี และทิปป์ (Kennedy and Tipps. 1994 :194 – 200) กล่าวว่า การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่าง สิ่งที่เป็นรูปธรรม รูปภาพ แผนผัง สัญลักษณ์ และภาษา รูปแบบการแสดงความคิดรวบยอดและความเข้าใจเนื้อหาต่างๆ ให้อยู่ร่วมกันเป็นหลักการทางคณิตศาสตร์ พวกเขาจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และโลกแห่งความจริง

การเชื่อมโยงนี้มีความเกี่ยวข้องกันในระหว่างการสอน จะเกิดขึ้นกับนักเรียนตลอดไป ครูไม่จำเป็นต้องพูดว่า “จุดมุ่งหมายของครูในวันนี้เกี่ยวข้องกับ สัญลักษณ์ของนักเรียนกับความรู้เรื่องจำนวนและกระบวนการนับ” หรือ “บทเรียนนี้จะสอนนักเรียนว่าคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในโลกแห่งความจริง” การเชื่อมโยงทำให้นักเรียนจัดการกับเนื้อหาที่เป็นรูปธรรมและแปลความหมายของการกระทำของพวกเขาในแบบรูปภาพ แผนผัง ตารางข้อมูล กราฟ และสัญลักษณ์

2.6.1 การเชื่อมโยงสหวิทยาการและโลกแห่งความจริง

การเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์และหลักสูตรในวิชาอื่นๆ และโลกแห่งความจริงนั้นมีมากมาย ครูสามารถทำการเชื่อมโยงเข้ากับวิชาวิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา ศิลปะ โภชนาการและหลักสูตรกิจกรรมในวิชาอื่นๆ ครูสามารถทำการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์และหลักสูตรวิชาอื่นๆ กับสังคมขนาดใหญ่ บางทีอาจเป็นกิจกรรมในชั้นเรียนและสามารถทำเป็นโครงการรายบุคคลหรือกลุ่มเล็กๆ หรือบางทีจะทำในช่วงเวลาที่เหมาะสม ในขณะที่วิชาอื่นๆ สามารถทำได้ในทุกๆ วันตามความเหมาะสม

2.6.1.1 คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

การจดและบันทึกอุณหภูมิ ความเร็วลม และความดันอากาศ

การส่งมนุษย์ไปยังดวงจันทร์

การโคจรของดาวเคราะห์

การกำหนดมาตราส่วนและการสร้างระบบโซลาร์เซลล์

2.6.1.2 คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา

นาฬิกาหน้าและนาฬิกาทราย

การสร้างพีระมิดในประเทศอียิปต์

การศึกษาอินเดียตะวันตกเฉียงใต้เรื่อง พรม ชาม และตะกร้า ที่เห็นนั้น คนพื้นเมืองในสหรัฐอเมริกาใช้การสมมาตร และเทสเซลเลชัน (tesselation) ออกแบบสร้างสิ่งเหล่านั้นขึ้นมา

แบ่งประเภทของอาชีพ เป็นมีเครื่องแบบ และไม่มีเครื่องแบบ เช่น นักวิจัย นักบริหาร นักประดิษฐ์ ทหาร และการเกษตร

เปรียบเทียบภูมิประเทศ ตำแหน่งที่ราบสูง ที่ราบต่ำ ภูมิประเทศที่สูงที่สุด และที่ลึกที่สุดได้ทะเล

2.6.1.3 คณิตศาสตร์และศิลปะ

การวัดขอบกระดาษรอบจิตรกรรมฝาผนังหรือการตัดกระดาษติดภาพของจิตรกร

ทำการแบ่งสเกลในการวาดฉากหลังเวทีจากละครในชั้น การวัดและเตรียมกระดาษจัดฉากหลังเวที

การวาดภาพทิวทัศน์

อ่านและทำตามคำแนะนำจากการประดิษฐ์ Origami ของชาวญี่ปุ่น

2.6.1.4 คณิตศาสตร์และสุขภาพ

การวัดความสูงของนักเรียน บันทึกบนตารางและกราฟ

การหาปริมาณแคลอรีที่รับเข้า การอ่านฉลาก จากรายการโภชนาการ เรียนรู้เกี่ยวกับระดับคอเลสเตอรอลเพื่อสุขภาพ

2.6.1.5 คณิตศาสตร์และการอ่านและศิลปะทางภาษา

รูปแบบของคำ หมวดหมู่ของคำ เช่นบอกคำสัมผัส และไม่สัมผัสในโคลง กลอน การมองคำที่สามารถอ่านกลับไปได้ (อ่านกลับหลังได้)

จุดเริ่มต้นของการวิจัยในวิชาคณิตศาสตร์ คำที่เดิมข้างหน้าและคำที่เดิมต่อท้าย

อ่านงานวิจัยและงานเขียนทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง

เลขวิทยา (Numerology) และตัวเลขทั้งดงาม

ตำราการวิเคราะห์ตัดสินใจของจดหมาย (นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเกมโชว์ในรายการทีวี “ วงล้อของโชคชะตา ”)

2.6.1.6 คณิตศาสตร์และการศึกษาทางกายภาพ

นับจำนวนของไม้เลื้อยที่ขึ้นตามเชือก

ตัดสินว่าโอลิมปิกครั้งใดที่ยิ่งใหญ่

แบบแผนพื้นที่ในการเล่น

การจัดเวลาการแข่งขัน

2.6.2 การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับโลกแห่งความจริง

ในปัจจุบัน วิชาคณิตศาสตร์และโลกในทุกวันนี้สามารถเชื่อมโยงกันได้หลายวิธี จากหนังสือพิมพ์และวารสารที่ประกอบด้วยบทความทางธุรกิจกับความน่าจะเป็น แนวโน้มทางเศรษฐกิจ ภูมิอากาศและข้อมูลวิทยาศาสตร์ ที่ได้ออกประกาศตามบอร์ดในหัวข้อพิเศษ ที่สามารถเตรียมบทความและรูปภาพจากสิ่งพิมพ์เหล่านี้ ส่วนในเรื่องการเดินทาง เช่น ท่าเทียบเรือ สถานีรถไฟ (การสับรางรถไฟ) และท่าอากาศยาน ล้วนต้องใช้ข้อมูลทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญในการควบคุมดูแลสถานที่เพื่ออำนวยความสะดวก ปัญหาเกี่ยวกับระบบนิเวศน์ เช่นการกำจัดขยะหรือมลพิษทางรถยนต์และการแผ่รังสีของโรงงาน สำหรับนักเรียนมีโอกาสมากในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องที่สำคัญกับชีวิตประจำวัน ความพร้อมของครูไม่ก่อให้เกิดปัญหาในการบูรณาการทางคณิตศาสตร์กับหลักสูตรวิชาอื่นๆ และปัญหาในชีวิตจริงบนพื้นฐานชีวิตประจำวัน

2.6.3 การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับที่บ้าน

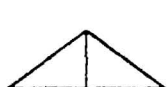
แบบแผนโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ หลังจาก ที่ สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM.] 1991) ให้คำแนะนำ ถึงความแตกต่างที่ชัดเจนถึงประเภทของผู้ปกครองทั้งหมดของนักเรียนในการกำหนดประสบการณ์ NCTM รับรู้ถึงผู้ปกครองคนใดที่คาดหวังว่า นักเรียนจะทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ที่ไต่มาจากการเก็บรวบรวมข้อมูลจริงในการแก้ปัญหาซึ่งจะดูเป็นเรื่องประหลาด มันเป็นการคัดค้านจากครูที่เคยประสบผลสำเร็จ ความช่วยเหลือของผู้ปกครองในการกำหนดรายการใหม่และทำการเชื่อมโยงกับชีวิตจริง ในการประชุมผู้ปกครองเพื่อเตรียมการจัด สิ่งแวดล้อมที่เป็นประโยชน์ที่สามารถชี้แจงและแสดงให้เห็นว่าผู้ปกครองที่เสริมกิจกรรมในชั้นเรียนจะได้เห็นถึงประโยชน์โดยตรง ส่วนกิจกรรมที่บ้านจะถูกเลือกอย่างละเอียดและถูกนำเสนอในวิถีทางที่สร้างความรู้สึกที่ดีกับผู้ปกครอง จะทำให้คุ้นเคยกับจุดมุ่งหมายของกำหนดการ

จากรายละเอียดทั้งหมดสรุปได้ว่า นักเรียนจำเป็นต้องทำการเชื่อมโยงภายในขอบเขตวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อว่าพวกเขาจะได้เห็นการบูรณาการทั้งหมด มากกว่าการจัดโดยไม่มี การเชื่อมโยงความคิด ครูมีส่วนช่วยนักเรียนในการเชื่อมโยงความคิดกับหัวข้อทั่วไป เช่นทัศนียภาพ เศษส่วน เปอร์เซ็นต์ การบวก การลบ การคูณ การหาร และการวัดทางเรขาคณิต โอกาสเหมาะที่จะทำการเชื่อมโยงได้เกิดขึ้นเกือบทุกวัน และครูเตรียมพร้อมรับทราบโอกาสที่เหมาะสมและข้อดีของการทำกิจกรรมของพวกเขา โครงการเป็นสถานการณ์ทางหนึ่งที่นักเรียนบางคนเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์กับหลักสูตรเนื้อหาวิชาอื่นๆ และชีวิตจริง

เคนเนดี และทิปป์ (Kennedy and Tipps. 1994 :194 – 200) ได้ยกตัวอย่างกิจกรรมการเชื่อมโยง
ดังนี้

ตัวอย่าง 3 ตัดกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 12 ยาว 16 เซนติเมตร ตามแนวเส้นทแยงมุม
แล้วนำมาต่อกัน ดังรูป

- รูปเรขาคณิตที่นักเรียนสามารถทำได้เป็นรูปอะไร
- รูปใดบ้างที่มีเส้นรอบรูปเท่ากัน



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

โดยที่นักเรียนสามารถตอบคำถามได้มากกว่า 1 ข้อ

นักเรียนตอบ

- (a) และ (c) มีเส้นรอบรูปเท่ากัน
 - (b) และ (d) มีเส้นรอบรูปเท่ากัน
- มันเป็นเรื่องที่ยากมากที่จะบอกว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า (e) มีเส้นรอบรูปเท่ากับ (a) และ (c)
(พวกเขาต้องใช้การวัด)

ครูให้นักเรียนพิจารณาให้รอบคอบอีกครั้งหนึ่งโดยให้ใช้ความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วเพื่อแก้ปัญหา

นักเรียนตรึงตรองอย่างรอบคอบจึงเกิดความเข้าใจ โดยใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสหาความยาว
ด้านของรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป และทำให้นักเรียนทราบว่าจากทฤษฎีบทพีทาโกรัสดังกล่าว เป็นผล
มาจาก

“ ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉากใดๆ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวก
ของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสบนด้านประกอบมุมฉาก ”

ดังนั้นจากตัวอย่างนี้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และพบว่าเส้นทแยงมุมของ
รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ถูกตัดมีความยาวเท่ากับ 20 เซนติเมตร

ตัวอย่าง 4 ให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาและคำนวณแผนที่สวนสัตว์ (ให้นักเรียนตอบพร้อมให้เหตุผลในการกำหนดเส้นทางการเดินทางบนเครื่องฉายข้ามศีรษะ) ตั้งแผนภาพ

หาระยะทางที่สั้นที่สุดจาก :

หมีไปอูไป.....

อูไปม้าลาย.....

ม้าลายไปหมี.....

ม้าลายไปอูไป.....



นักเรียนสามารถทำการเชื่อมโยงความรู้จากสถานการณ์จริง

2.7 ลักษณะของการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ

2.7.1 การรวบรวมข้อมูลต่าง ๆ นอกชั้นเรียนเพื่อเชื่อมโยงความรู้เข้ากับโลกแห่งความจริง

คาร์โรล (Carole. 1999 : 8 – 12) กล่าวว่า การเรียนนอกสถานที่นับว่าเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างหนึ่ง เป็นการจัดประสบการณ์ให้นักเรียนเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ ในขณะที่เขาเก็บรวบรวมข้อมูล ความสัมพันธ์ด้านต่าง ๆ ที่อยู่รอบ ๆ ตัว ต้องมีการจดบันทึกและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตั้งคำถามตัวเองบ่อย ๆ จะทำให้เขาเข้าใจได้ลึกซึ้งขึ้น สมาคมคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1992) ได้กล่าวว่า ถ้านักเรียนได้มีโอกาสในการตั้งคำถามและรวบรวมข้อมูลด้วยตนเอง เขาจะสามารถเข้าใจและจัดการกับข้อมูลนั้นได้ดีขึ้นซึ่งคำถามส่วนใหญ่จะเป็นคำถามปลายเปิดที่มีประโยชน์ในการช่วยให้เข้าใจถึงวิธีการที่หลากหลายในการค้นหาคำตอบและช่วยให้คิดอย่างรอบคอบเกี่ยวกับคำถามที่เขา กำลังค้นหาคำตอบอยู่ ซึ่งกระบวนการตั้งคำถาม การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และการแปลความหมายของข้อมูลเป็นสิ่งสำคัญ สิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน สอดคล้องกับการเรียนรู้โลกแห่งความเป็นจริง ประยุกต์การใช้เหตุผลการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม รู้จักการจำแนกแยกแยะข้อมูลเพื่อความชัดเจน มีการสร้างกราฟเปรียบเทียบข้อมูล ตรวจสอบรูปแบบและแปลความหมายของข้อมูล มันเป็นสิ่งสำคัญที่ครูจะต้องสร้างสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมาย โดยการเชื่อมโยงบริบทของสภาพในชีวิตจริงเข้ากับพื้นฐานคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรมเข้าด้วยกัน

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งชาติ และสมาคมเพื่อการศึกษาของเยาวชนแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา

(The National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM] : The National Association for the Education of Young Children. 1992) ต้องการให้เยาวชนได้เรียนรู้สภาพที่แท้จริงและเรียนรู้เกี่ยวกับโลกที่พวกเขาอาศัยอยู่ การพานักเรียนออกไปศึกษานอกสถานที่จะทำให้ได้รับประสบการณ์จริง ซึ่งเขาไม่เคย

ได้รับรู้มาก่อน ยิ่งครูมีการบูรณาการกิจกรรมในชีวิตประจำวันเข้ากับการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้มากเท่าไร นักเรียนสามารถตระหนักถึงความสำคัญของสิ่งที่เขาได้เรียนรู้มาได้มากเท่านั้น

2.7.2 การเชื่อมโยงความเข้าใจระหว่างสมการกับกราฟ

อีริก (Eric, 2000 : 48 – 53) กล่าวว่า ความแตกต่างกันด้านความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงในการสร้างกราฟเข้ากับเหตุการณ์จริง มีสาเหตุมาจากความต่อเนื่องในการสร้างกราฟจากข้อมูลที่รวบรวมได้นั้น กระบวนการดำเนินการทดลองก็เป็นตัวขับเคลื่อนที่จะช่วยให้ผู้เรียนได้ใกล้ชิดและเห็นแง่มุมของปัญหามากขึ้น ซึ่งจะช่วยให้มีความเข้าใจดีขึ้น การให้นักเรียนได้สังเกตความคิดรวบยอดที่คล้ายคลึงกันนี้ โดยเฉพาะกับเหตุการณ์ที่เขาพบอยู่ในชีวิตประจำวันจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นนามธรรมได้ดีขึ้น การเชื่อมโยงประสบการณ์ของนักเรียนในการสร้างกราฟเข้ากับเหตุการณ์จริง สิ่งนี้จะช่วยเชื่อมโยงเหตุการณ์จริงที่นักเรียนเรียนรู้โดยใช้ประสาทสัมผัสเข้ากับกราฟซึ่งเป็นการแสดงผลแบบเป็นนามธรรม แต่นักเรียนก็ควรมีการพลิกแพลงในการแปลผลจากกราฟด้วย การเชื่อมโยงกราฟเข้ากับเหตุการณ์ต่างๆ นั่นคือ การพยากรณ์และศึกษาความหมายของข้อมูลที่สร้างขึ้น นักเรียนจะได้รับประโยชน์จากการอธิบายความคิดของเขาว่าอะไรจะเกิดขึ้นก่อนการทดลอง นักเรียนจะได้เรียนรู้การเชื่อมโยงซึ่งกันและกันระหว่างความคิดในการสร้างกราฟการเคลื่อนที่จากการลงมือปฏิบัติและเห็นผลการทดลองนั้นในทันทีขณะทำกิจกรรม สิ่งที่สำคัญที่สุดในการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนและอภิปรายเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาแต่ละวิธีและข้อดีข้อเสียของวิธีการนั้นๆ

2.7.3 การไม่ยึดติดกับวิธีการในการหาคำตอบ

นาธาน และ โคดิงเจอร์ (Nathan and Koedinger, 2000 : 218 – 223) กล่าวว่า ครูจำเป็นต้องหาวิธีการใหม่ๆ เพื่อที่จะสอนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และทักษะต่างๆ ที่สอดคล้องกับวิธีการและทักษะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่ไม่เป็นระบบของพวกเขา รวมทั้งการนำเสนอหลักการสอนและวิธีการที่เคยใช้ในชั้นเรียน เพื่อพัฒนากระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มากขึ้น การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งนำไปสู่รูปแบบการแสดงออกที่แตกต่างกันได้มากมาย มากกว่ารูปแบบที่เราคาดหวังกันโดยทั่วไปตามแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการใช้เหตุผลทางสัญลักษณ์ ซึ่งความคิดริเริ่มเกี่ยวกับความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์นี้จะเป็นตัวเชื่อมโยงที่จะนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบต่อไป บางครั้งครูอาจจะเห็นวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนสามารถอภิปรายการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการของตนในระหว่างการทำกิจกรรม การแก้ปัญหาและอธิบายให้เพื่อนร่วมชั้นและครูทราบถึงปัจจัยสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการเลือกวิธีเหล่านั้น วิธีการนอกกรอบที่นักเรียนนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเป็นสะพานเชื่อมโยงที่ดีที่จะนำนักเรียนไปสู่กระบวนการจัดการทำที่เป็นพื้นฐานความคิดรวบยอดในตัวพวกเขาไปสู่รูปแบบการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ ดังนั้นเราจึงตัดสินใจที่จะเรียกวิธีการเหล่านี้ “ การเรียนการสอนเพื่อการเชื่อมโยงแนวคิด ” นักเรียนแต่ละคนสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ ในการพิจารณาและทำความเข้าใจความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆ ในโจทย์ปัญหาได้หลากหลายวิธี มีครูผู้สอนคณิตศาสตร์จำนวนมากที่ไม่ทราบถึงประสิทธิภาพของวิธีการเหล่านี้และไม่รู้ถึงบทบาทของวิธีการเหล่านี้ในการที่จะเป็นความคิดพื้นฐานที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีระบบต่อไปได้ ซึ่งครูสามารถวางรากฐานแนวคิดเชิงนามธรรมที่สำคัญเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยส่งเสริมพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงวิธีการจากพื้นฐานความคิดที่ไม่เป็นระบบของนักเรียนไปสู่การ

แก้ปัญหาที่เป็นระบบได้และวิธีการนี้เป็นส่วนหนึ่งของจุดมุ่งหมายระยะยาวของการจัดการศึกษาทางคณิตศาสตร์ได้ การเชื่อมโยงนี้จะทำให้นักเรียนเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรมและกระบวนการที่จะทำให้เขาเข้าใจความคิดทางคณิตศาสตร์ในมุมมองกว้าง เพื่อเติมเต็มช่องว่างการเรียนรู้ของเขาให้สมบูรณ์ขึ้น

2.7.4 การประยุกต์ใช้นวัตกรรมใหม่ในการสอนคณิตศาสตร์

เอ็ดเวิร์ดส์ (Edwards. 2000 : 777-780) กล่าวว่า การนำเสนอความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบที่หลากหลาย การประยุกต์และเชื่อมโยงความคิดรวบยอดทางวิทยาศาสตร์เข้าด้วยกัน มีการนำเทคโนโลยีใหม่ๆ เข้ามาใช้ การฝึกฝน ทักษะการเขียนและใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบร่วมมือ ปัจจัยสำคัญ 5 สิ่งที่สำคัญสำหรับการเปลี่ยนแปลง ครูจำเป็นต้องมี คือ 1. แรงจูงใจที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลง 2. ลงมือปฏิบัติเพื่อการเปลี่ยนแปลง 3. มีโครงสร้างระดับวิสัยทัศน์ที่จะมองเห็นแนวทางการเปลี่ยนแปลง 4. ตัดสินใจเปลี่ยนแปลงวิธีการตามเนื้อหาที่มีอยู่ 5. สะท้อนผลการปฏิบัติโดยเปรียบเทียบผลการปฏิบัติกับผลที่คาดว่าจะเกิดขึ้น เราจะต้องมีการฝึกฝนอย่างต่อเนื่องตลอดเวลาเพื่อที่จะสอนตามวิธีการใหม่ๆ นี้ ซึ่งวิธีการใหม่กับการสอนตามรูปแบบเดิมจะมีอยู่จุดหนึ่งที่เรจะต้องก้าวผ่านไปให้ได้ ซึ่งจุดนี้จะเป็นจุดเชื่อมต่อระหว่างวิธีการเดิมกับวิธีการใหม่ ครูที่มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดีก็สามารถที่จะสร้างสรรค์โอกาสที่จะดึงเอาจุดเน้นที่สำคัญของคณิตศาสตร์มาเชื่อมโยงกันได้

จากข้อมูลดังกล่าวมาทั้งหมด สรุปได้ว่า การเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายรูปแบบ คือให้ผู้เรียนได้เรียนจากสถานการณ์จริงที่เป็นประโยชน์และสัมพันธ์กับชีวิตจริง เรียนรู้ความจริงในตนเอง และความจริงในสิ่งแวดล้อมจากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย การเรียนรู้จากแหล่งต่างๆ ไม่ว่าจะในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียนจะมีความหมายและมีคุณค่าถ้าเปิดโอกาสให้นักเรียนนำความรู้นั้นๆ ไปใช้ในชีวิตประจำวันและสามารถจริงที่เกิดขึ้นได้

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

งานวิจัยต่างประเทศ

พอร์ซิโอ (Porzio. 1999 : 1-26) ได้ศึกษาผลของการเน้นย้ำที่แตกต่างกันในการใช้รูปแบบของตัวแทนและเทคโนโลยีที่หลากหลาย ที่มีต่อความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นการศึกษาผลของความแตกต่างในการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยจัดนักเรียนเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มที่ 1 เรียนหลักสูตรแคลคูลัสแบบเดิม เน้นตัวแทนด้านสัญลักษณ์ กลุ่มที่ 2 เรียนหลักสูตรแคลคูลัสที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ เน้นตัวแทนเชิงกราฟ กลุ่มที่ 3 เรียนหลักสูตร Calculus & Mathematica เน้นการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่เรียนหลักสูตร Calculus & Mathematica มีทักษะในการแก้ปัญหา และแสดงความคิดรวบยอดได้หลายวิธี ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเชื่อมโยงความรู้

อีริก (Eric. 2000 : 500-508) ได้ศึกษาการสร้างการเชื่อมโยงระบบที่เกิดจากจากความเข้าใจของนักเรียน ตัวแทนที่หลากหลายของฟังก์ชันที่มีอยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนมัธยมศึกษา มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความบกพร่องในความเข้าใจการเชื่อมโยง โดยเฉพาะความเข้าใจในการเชื่อมโยงระหว่างตัวแทนทางพีชคณิตและกราฟของฟังก์ชัน จากนักเรียน 178 คน ที่ลงทะเบียนเรียนพีชคณิตทางแคลคูลัส ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่มีการเชื่อมโยงความรู้โดยใช้ตัวแทนทางพีชคณิตและตัวแทน

เชิงกราฟของฟังก์ชันในการแก้ปัญหาของนักเรียน มีความถูกต้องในการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียนได้มากกว่า

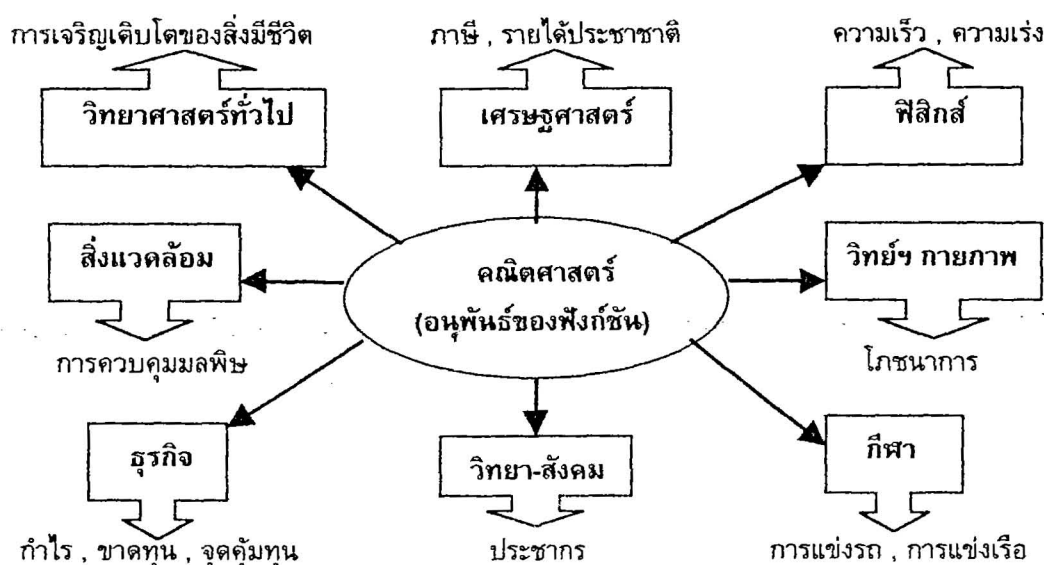
พูกาลี (Pugalee, 2001 : 236 – 243) ได้ศึกษาตรวจสอบเกี่ยวกับการเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงโครงร่างการรู้คิดอย่างชัดเจนกับนักเรียนเกรด 9 ที่ได้ลงทะเบียนเรียนในหลักสูตรพีชคณิต ที่ได้เตรียมการเขียนอธิบายกระบวนการแก้ปัญหาที่พวกเขากระทำในวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่ากระบวนการเขียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นทักษะที่จำเป็นแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงโครงร่างของการรู้คิดที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งให้เห็นถึงการประสานกันของพฤติกรรมความรู้คิดที่หลากหลายทำให้มีการวิเคราะห์ข้อมูลอย่างมีคุณภาพ มีระบบ มีการจัดการที่ดี ซึ่งให้เห็นถึงความสำคัญของการเขียนว่าเป็นส่วนหนึ่งของการบูรณาการหลักสูตรทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้แสดงความคิดทางการเขียนและทางด้านภาษา ให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงกับขีดความสามารถที่นักเรียนมีอยู่

ลอว์สัน และชินนาพพาน (Lawson and Chinnappan, 2000 : 26 – 43) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความรู้ในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิต ศึกษาตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างการทำกาแก้ปัญหาและคุณภาพระบบความรู้ของนักเรียน จากนักเรียน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกับกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนกลุ่มที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนรู้อย่างมีแบบแผน มีระบบมากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำและมีระบบความคิดของการเชื่อมโยงความรู้ ข้อมูลที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตที่นำไปสู่ความสำเร็จได้มากกว่า

วิลเลียมส์ (Williams, 1999 : 40-62) ได้ศึกษาการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดเรื่องจำนวนกับการคิดในใจ ด้วยการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการคิดในใจของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 8 จำนวน 413 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 183 คน กลุ่มควบคุม 230 คน และครูเข้าร่วมในการศึกษาครั้งนี้จำนวน 6 คน กลุ่มทดลองใช้ชุดการสอนจำนวน 83 บทเรียน เรื่องจำนวน กลุ่มควบคุมใช้การสอนตามปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การคิดในใจก่อนเรียนและหลังเรียนทั้งสองกลุ่มและแบบสัมภาษณ์กระบวนการคิดของนักเรียน กลุ่มทดลองจำนวน 9 คน โดยสัมภาษณ์ทั้งก่อนและหลังการทดลอง ผลการศึกษา พบว่า ชุดการเรียนที่ใช้มีผลทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้านการเชื่อมโยงการคิดในใจแตกต่างกับกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .0001 ผลจากการสัมภาษณ์กลุ่มทดลอง พบว่า มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยในกระบวนการเชื่อมโยงการคิดในใจของนักเรียนก่อนและหลังสอนโดยใช้ชุดกิจกรรมงานวิจัยในประเทศ

ขณะนี้งานวิจัยในประเทศ เรื่องการใช้ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารงานวิจัยข้างต้น จะเห็นได้ว่าการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เชื่อมโยงต่อเนื่องกลมกลืนกันทั้งเรื่องใกล้ตัวในท้องถิ่น สิ่งแวดล้อมที่อาศัยอยู่ เรื่องของท้องถิ่น เรื่องของสากล การเปลี่ยนแปลงและแนวโน้มต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมโลก ซึ่งมีผลทำให้เกิดความเข้าใจเรื่องที่เรียนรู้อย่างชัดเจนลึกซึ้งครอบคลุม มีความหมายจนสามารถนำไปใช้ในการดำรงชีวิตและแก้ปัญหาสภาพสังคมจริง สอดคล้องกับธรรมชาติของชีวิตที่ดำเนินไปในแต่ละช่วงของกิจกรรมในชีวิต การที่จะเข้าใจสิ่งต่าง ๆ อย่างแจ่มแจ้งเกิดความหมายและนำไปใช้ได้ก็ต่อเมื่อความรู้ของความคิดค่อย ๆ อยู่ร่วมกันสัมพันธ์และเชื่อมโยงจนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งนั้นกับสิ่งอื่น ๆ รอบตัว ซึ่งมีผลให้เกิดการนำความรู้ ประสบการณ์ที่ได้มาจัดระเบียบใหม่ให้เหมาะสมกับตนเองที่มีการเชื่อมโยงสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบระเบียบ



ภาพประกอบ 5 การเชื่อมโยงวิชาคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ ตามแนวคิดของผู้วิจัย

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอน

3.1 ความหมายของรูปแบบการสอน

ละเอียด รัชต์เผ่า (2528 : 9 - 11) กล่าวว่ารูปแบบการสอนหมายถึง โครงสร้างที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่าง ๆ ที่จะใช้จัดกระทำ เพื่อให้เกิดผลที่ตั้งเป้าหมายไว้แก่ผู้เรียน

รูปแบบการสอนมีหลายรูปแบบ แล้วแต่เกณฑ์ในการจัดกลุ่ม ในการจัดกลุ่มรูปแบบการสอนนั้น ได้มีการสรุปแนวคิดไว้ 4 แนวคิด คือ

แนวคิดที่ 1 เป็นแนวคิดของนัทธัลและสนูก (ละเอียด รัชต์เผ่า. 2528 : 10 ; อ้างอิงจาก Nuthall and Snook. 1973 : 49. *Comtemporary Models of Teaching*) จัดรูปแบบการสอนออกเป็น 3 กลุ่ม คือ

1.1 รูปแบบควบคุมพฤติกรรม (Behavior - Control Method) เป็นรูปแบบที่นำเอาจิตวิทยาพฤติกรรม (Behavioral Psychology) มาใช้ในห้องเรียน อาจเรียกว่าเป็นการสอนที่ใช้การกระตุ้นและการตอบสนอง (S - R) เป็นรูปแบบหนึ่งที่นำทฤษฎีทางจิตวิทยาไปใช้ในบทเรียน

1.2 รูปแบบการเรียนรู้ด้วยการแสวงหา (Discovery - Learning Model) เป็นรูปแบบที่นำเอาจิตวิทยาเกี่ยวกับความคิด (Cognitive Psychology) มาใช้ในห้องเรียน เน้นให้นักเรียนมีกิจกรรมการค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เน้นการพัฒนาการของเด็กและเน้นความคิดสร้างสรรค์

1.3 รูปแบบการหาเหตุผล (The Rational Model) เป็นรูปแบบที่ใช้ปรัชญาการวิเคราะห์ (Analytic Philosophy) ในปัญหาของการศึกษาต่างๆ เป็นรูปแบบกึ่งงานวิจัย (Quasi - Empirical Research) รูปแบบนี้เน้นว่าการสอนจะต้องสัมพันธ์กับความมีเหตุผล การมีข้อโต้แย้งและการให้เหตุผล เครื่องมือที่ใช้ในรูปแบบนี้คือ ภาษาและการคิดอย่างมีเหตุผล เพราะกิจกรรมของครูที่เกิดขึ้นในห้องเรียนนั้น ประกอบขึ้นด้วยคำต่างๆ เช่น การให้คำจำกัดความ การอธิบาย การสรุป และพิสูจน์ทฤษฎี

แนวคิดที่ 2 เป็นแนวคิดของ โรเซนไชน์ (ละเอียด รัชต์เผ่า. 2528 : 11 ; อ้างอิงจาก Rosenshine. 1977 : 338. *Modern Physical education : Knowledge and understanding*) จัดรูปแบบการสอนเป็น 2 กลุ่ม คือ

2.1 พฤติกรรมวิเคราะห์ (Behavioral - Analytic , Detail – Specific)

2.2 การสืบค้นโดยผู้เรียน (Inquiry - Oriented , Learner – Centered)

การจัดกลุ่มตามแนวคิดนี้ คล้ายกับ 2 กลุ่มแรก ข้องนั้ท้ลและสน้ก

แนวคิดที่ 3 เป็นแนวคิดของ จอยซ์และเวลล์ (ละเอียด รั๊กษ์เฝ้า. 2528 : 11 ; อ้างอิงจาก Joyce and Weil. 1972 : 1 – 398. *Model of Teaching.*) จัดกลุ่มรูปแบบการสอนตามทฤษฎีที่เน้นผู้เรียน และสิ่งแวดล้อมของผู้เรียนหรือเน้นที่วิธีการไปสู่จุดมุ่งหมาย แบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม คือ

3.1 รูปแบบที่มาจากปฏิสัมพันธ์ (Social Interaction Source) เป็นรูปแบบที่เน้นความสัมพันธ์ในสังคม เพื่อให้บุคคลสามารถอยู่ร่วมกันในสังคมโดยการเรียนรู้ร่วมกัน

3.2 รูปแบบที่มาจากกระบวนการคิด (Information Processing Source) เน้นที่กระบวนการสอน เพื่อให้เกิดพฤติกรรมทางความคิด ความคิดรวบยอด ความคิดแบบสืบสวนสอบสวนและความคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 รูปแบบที่มาจากบุคคล (Personal Source) เป็นรูปแบบที่เน้นความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล และพัฒนาการของบุคลิกภาพของบุคคล เพื่อให้บุคคลเข้าใจตนเอง รับผิดชอบตนเองและตระหนักในตนเอง

3.4 รูปแบบที่มาจากการปรับพฤติกรรม (Behavior Modification as a Source) เป็นรูปแบบที่วิเคราะห์พฤติกรรมของคนโดยกำหนดสิ่งแวดล้อมให้ เน้นที่การให้รางวัลและการควบคุมกิจกรรมต่างๆ (ละเอียด รั๊กษ์เฝ้า. 2528 : 9 - 11)

แนวคิดที่ 4 เป็นแนวคิดของเซย์เลอร์ และคณะ (Saylor and Others. 1981 : 271-293) จัดรูปแบบการสอนเป็น 5 กลุ่ม ตามจุดมุ่งหมายของการสอนดังนี้

4.1 รูปแบบที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชา / สาขาวิชา (Subject Matter / Disciplines) เน้นที่การให้เนื้อหาวิชา เช่น วิชาเคมี

4.2 รูปแบบที่เกี่ยวข้องกับสมรรถภาพ / เทคโนโลยีวิธีการ (Competencies / Technology) เน้นที่การวางแผนการสอน เช่น บทเรียนโมดูล

4.3 รูปแบบที่เกี่ยวข้องกับคุณลักษณะของมนุษย์ / กระบวนการ (Human Traits / Processes) เน้นที่กระบวนการที่ทำให้เกิดคุณลักษณะ เช่น คำนิยม

4.4 รูปแบบที่เกี่ยวข้องกับหน้าที่ทางสังคม / กิจกรรม (Social Functions / Activities) เน้นกิจกรรมในชุมชน เช่น การลงคะแนนรับเลือกตั้ง

4.5 รูปแบบที่เกี่ยวข้องกับความสนใจและความต้องการ / กิจกรรม (Interests & Needs / Activities) เน้นที่การเรียนรู้อิสระของแต่ละบุคคล เช่น การวาดรูป

จากแนวคิดทั้ง 4 ที่กล่าวมา จะเห็นว่ามีความสอดคล้องกันโดยส่วนรวม แม้จะมีที่มาของแนวคิดต่างกันก็ตาม ในส่วนที่สอดคล้องกันอย่างยิ่ง คือกลุ่มรูปแบบด้านพฤติกรรม ส่วนกลุ่มรูปแบบอื่นมีความเหลื่อมล้ำกันบ้าง ดังจะสรุปเปรียบเทียบตารางต่อไปนี้ เรียงตามปีที่พิมพ์หนังสือ

ตาราง 2 การเปรียบเทียบกลุ่มรูปแบบการสอนตามแนวคิดของนักการศึกษา 4 แนวคิด

แนวคิดที่ ผู้คิด ปีที่	1	2	3	4
	จอยซ์และเวลล์ 1972	นัทธัลและสัทิก 1973	โรเซนไชน์ 1977	เซย์เลอร์และคณะ 1981
1	การปรับปรุงพฤติกรรม	การควบคุม พฤติกรรม	พฤติกรรมวิเคราะห์	สมรรถภาพ
2	กระบวนการคิด	การแสวงหา	การสืบค้น	เนื้อหาวิชา
3	ปฏิสัมพันธ์	การหาเหตุผล	--	หน้าที่ทางสังคม
4	บุคคล	--	--	ความสนใจและ ความต้องการ
5	--	--	--	คุณลักษณะของ มนุษย์

รูปแบบที่สอดคล้องกันทั้ง 4 แนวคิด คือ กลุ่มรูปแบบด้านพฤติกรรม ที่ใช้ทฤษฎีการกระตุ้น - ตอบสนอง (S - R) ของสกินเนอร์ มาเป็นแนวทางในการสอน พัฒนาสื่อและกระบวนการสอน แสดงให้เห็นว่า กลุ่มรูปแบบพฤติกรรมมีบทบาทในการเรียนการสอนมาแต่อดีต และยังคงมีความสำคัญมากขึ้นในปัจจุบัน

สจ๊วต อุทราพันธ์ (2529) ได้กล่าวถึงความสำคัญของรูปแบบการสอนว่า เป็นสิ่งที่ช่วยให้ครูผู้สอนดำเนินการสอนได้อย่างสะดวก รวดเร็ว ลดปัญหาที่จะเกิดขึ้นในการสอนและประการที่สำคัญ คือ ช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมและเจตคติไปในแนวทางที่ต้องการอย่างมีประสิทธิภาพ รูปแบบการสอนควรมีลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. รูปแบบการสอนที่ดีควรมีแนวคิดหรือหลักการพื้นฐานเป็นส่วนประกอบ ซึ่งรูปแบบการสอนหนึ่งอาจมีเพียงแนวคิดเดียว เช่นรูปแบบการสอนของจอยซ์และเวลล์ หรืออาจจะมีหลายแนวคิด (Multidisciplinary) ตามแนวคิดของสเติร์น (Stem) แนวคิดและหลักการพื้นฐานเหล่านี้จะใช้เป็นหลักหรือแนวทางในการเลือกกำหนดและจัดระเบียบความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้สอดคล้องต่อเนื่องกัน

2. มุ่งองค์ประกอบที่สัมพันธ์กันตลอดรูปแบบการสอน เป็นหน้าที่ของผู้ออกแบบการสอนจะต้องมีความรู้ ประสบการณ์ ความละเอียดรอบคอบและคิดวิเคราะห์ จะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบทั่วไปและองค์ประกอบเฉพาะสาขา จะต้องเลือกให้เหมาะสม คือ มีความสัมพันธ์และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนอย่างสอดคล้องต่อเนื่องกันเป็นลำดับกับแนวคิดหรือหลักการพื้นฐาน นอกจากนี้รูปแบบของการสอนควรมีลักษณะของการให้ความสำคัญขององค์ประกอบทั้งหมดร่วมกัน กล่าวคือ ในรูปแบบการสอนหนึ่งแต่ละองค์ประกอบจะมีความสัมพันธ์เท่ากันและรวมกันส่งผลต่อผู้เรียน กล่าวได้ว่า รูปแบบการสอนนั้นเป็นรูปแบบการสอนที่มีประสิทธิภาพ

3. มีการพัฒนาหรือออกแบบอย่างเป็นระบบ เริ่มตั้งแต่ศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลและองค์ประกอบ กำหนดองค์ประกอบที่สำคัญจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบให้สอดคล้อง นำแผนการจัดองค์ประกอบไปทดลองใช้เพื่อตรวจสอบความเป็นไปได้ในการปฏิบัติและรับรองผลที่เกิดกับผู้เรียนว่า สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ต้องการ จึงจะยอมรับว่าการจัดองค์ประกอบนี้เป็นเป็นรูปแบบการสอนที่มีประสิทธิภาพ

4. มีผลต่อการพัฒนาการด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนทั้งเฉพาะเจาะจงและทั่วไป ซึ่งจอยซ์และเวลส์ (Joyce and Weil, 1986 : 2) ได้กล่าวว่า “ รูปแบบการสอนแต่ละรูปแบบจะส่งผลต่อผู้เรียนต่างกันออกไป ตามแนวคิดและหลักการของรูปแบบการสอนนั้น ” ดังนั้นก่อนที่จะนำรูปแบบการสอนไปใช้ควรพิจารณาความสอดคล้องกับพฤติกรรมที่ต้องการ มิฉะนั้นผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น อาจจะไม่เป็นไปตามที่กำหนดไว้

5. รูปแบบการสอนจะต้องมีการกำหนดแนวทางการนำไปใช้อย่างชัดเจน เพื่อสะดวกกับครูผู้สอน ในการนำไปปฏิบัติ เช่น การเตรียมตัวของครูผู้สอน บทบาทของครู ผู้เรียน การจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียน จะช่วยให้มองเห็นภาพและสามารถปฏิบัติได้ง่าย ส่งผลให้การสอนตามรูปแบบมีประสิทธิภาพ บรรลุผลตามที่ต้องการมากขึ้น

ทิสนา แชมมณี (2530 : 2) กล่าวว่า รูปแบบการสอน หมายถึง สภาพหรือลักษณะของการเรียนการสอนที่จัดขึ้นตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการและแนวคิดหรือความเชื่อ โดยอาศัยวิธีสอนและเทคนิคการสอนช่วยให้สภาพการเรียนการสอนนั้นเป็นไปตามหลักการและจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ และ ดูก (Duke, 1990 : 96) ได้กล่าวเพิ่มเติมว่า “ รูปแบบการสอนแต่ละรูปแบบจะมีจุดอ่อนและจุดดีต่างกัน ไม่มีรูปแบบการสอนใดที่เหมาะสมและเป็นสากลสำหรับทุกรายวิชา ” ดังนั้นเป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะเลือกใช้รูปแบบการสอนให้เหมาะสมเพื่อช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนตามจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า รูปแบบการสอน หมายถึง แบบแผน หรือลักษณะการเรียนการสอนที่จัดขึ้นตามหลักปรัชญา ทฤษฎี หลักการ แนวคิด ความเชื่อต่าง ๆ โดยมีองค์ประกอบ การเรียนการสอน ซึ่งได้แก่ วัตถุประสงค์ เนื้อหา กิจกรรมการเรียนรู้ เทคนิควิธีสอน สื่อการสอน การประเมินผล ไว้อย่างเป็นระบบ แสดงความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน เป็นแบบอย่างให้ผู้อื่นนำไปใช้

3.2 การพัฒนารูปแบบการสอน

องค์ประกอบสำคัญของการจัดการศึกษา นอกจากหลักสูตรที่เป็นตัวกำหนดว่าจะสอนอะไรให้กับนักเรียนแล้ว องค์ประกอบที่มีความสำคัญไม่แพ้กันอีกองค์ประกอบหนึ่งที่นักการศึกษาส่วนใหญ่ให้ความสนใจ คือ วิธีการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นความพยายามในการหาวิธีการที่จะทำให้ นักเรียนบรรลุเป้าหมายที่ต้องการและความพยายามนี้จะเป็นอย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อได้ผ่านกระบวนการกำหนดและเลือกใช้วิธีดำเนินการดีที่สุดที่เรียกว่าการพัฒนาแบบการสอน รูปแบบการสอนเปรียบเสมือนพิมพ์เขียวของการจัดการเรียนการสอนที่ควรจะเป็น พิมพ์เขียวนี้อาจบอกให้ทราบว่าจะใช้วิธีการใดในการเรียนการสอนสำหรับแต่ละเนื้อหาของแต่ละรายวิชาและนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย (Reigeluth, 1991 : 7-11) กล่าวสั้น ๆ คือการพัฒนาแบบการสอน เป็นกระบวนการที่ช่วยในการตัดสินใจว่าวิธีการใดของการเรียนการสอนเป็นวิธีที่ดีที่สุดที่จะนำไปสู่ความเปลี่ยนแปลงที่ต้องการในตัวนักเรียน ซึ่งเป็นประชากรกลุ่มเป้าหมายทั้งด้านความรู้และทักษะที่กำหนด

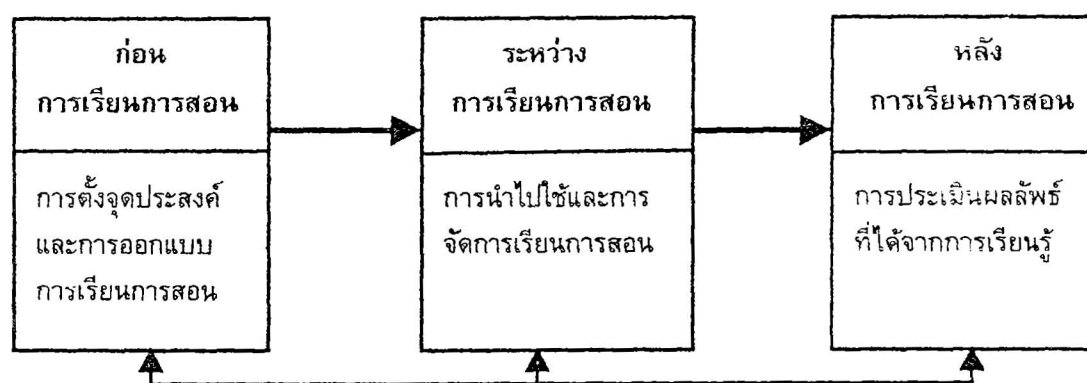
การพัฒนาแบบการสอนมีจุดเริ่มต้นที่การกำหนดความต้องการที่จำเป็นให้เกิดขึ้นกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย จากนั้นจึงออกแบบวิธีการซึ่งมักจะเรียกกันในเรื่องของการออกแบบการเรียนการสอน (instructional design) แล้วนำผลที่ได้จากการออกแบบไปทดลองใช้เพื่อประเมินว่าบรรลุความต้องการตามที่กำหนดไว้

หรือไม่ (Johnson & Foa. 1989 : 21) นั่นคือการพัฒนา รูปแบบการสอนเป็นกระบวนการที่ประกอบด้วย ขั้นตอน 4 ขั้น เรียงตามลำดับ ดังนี้

- ขั้นที่ 1 การกำหนดความต้องการ
- ขั้นที่ 2 การออกแบบวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการ
- ขั้นที่ 3 การนำวิธีการไปทดลองใช้เพื่อหาประสิทธิภาพ
- ขั้นที่ 4 การประเมินผลลัพธ์

นอกจากนี้ยังสามารถพิจารณาการพัฒนา รูปแบบการสอนในลักษณะที่เป็นวัฏจักรได้ดังนี้

(Kameenui & Simmons. 1990 : 88 – 89)



ภาพประกอบ 6 วัฏจักรของการพัฒนา รูปแบบการสอน

การพัฒนา รูปแบบการสอนสำหรับงานวิจัยหมายถึง การจัดองค์ประกอบในการเรียนการสอน ให้เป็นระบบ เพื่ออำนวยความสะดวกให้ผู้เรียนบรรลุเป้าหมายที่กำหนดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ภายหลังการศึกษาค้นคว้าและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานแล้ว โดยการสังเคราะห์ข้อมูลในขั้นที่ 1 กำหนดรายละเอียดต่าง ๆ ในองค์ประกอบของรูปแบบการเรียนการสอน ดังต่อไปนี้

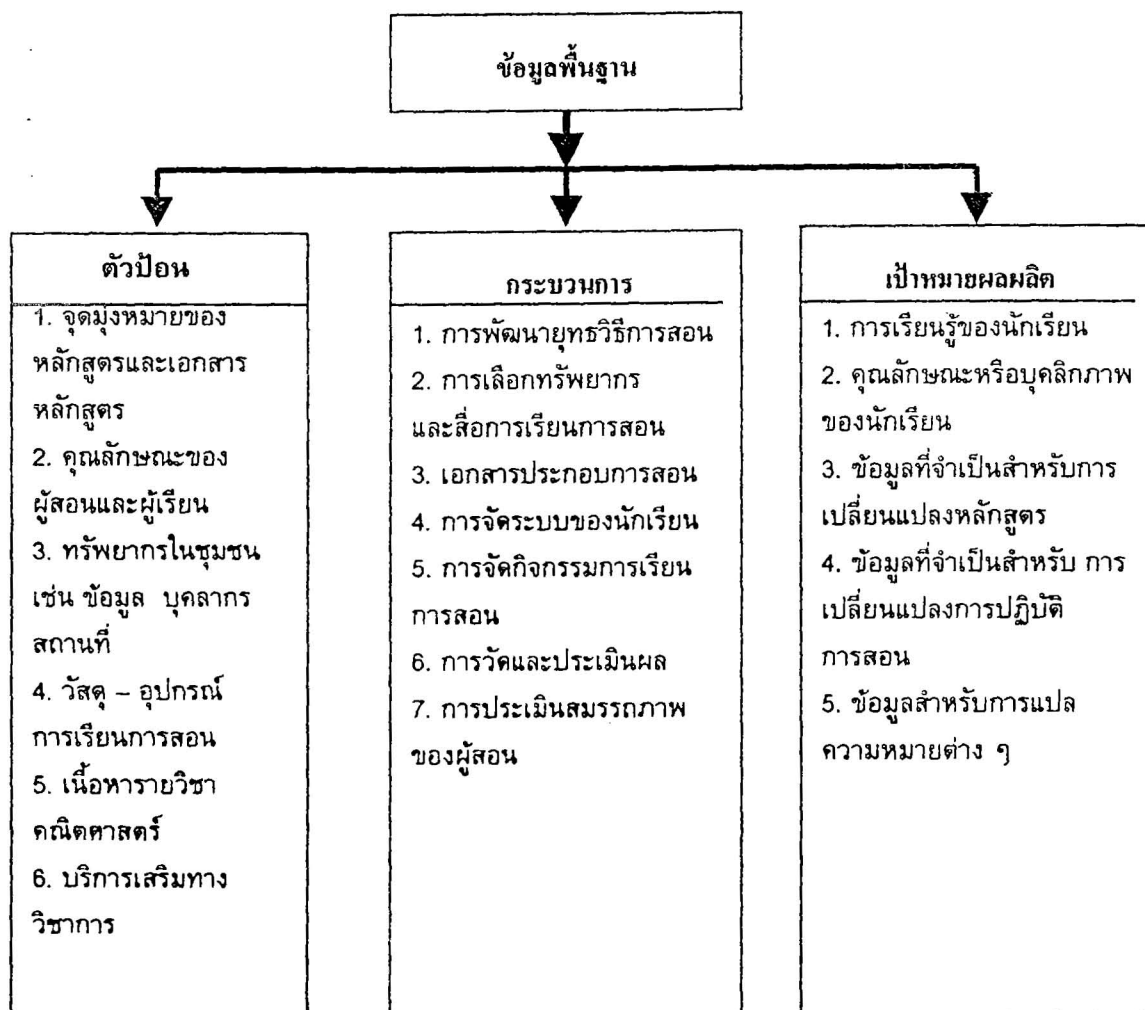
1. ปัจจัยนำเข้า หรือ ตัวป้อน (Input) หมายถึง การกำหนดลักษณะพื้นฐาน และคุณสมบัติเบื้องต้น ขององค์ประกอบย่อยในส่วนนี้ ได้แก่

- 1.1 จุดมุ่งหมายของหลักสูตรและเอกสารหลักสูตร
- 1.2 คุณลักษณะของผู้สอนและผู้เรียน
- 1.3 ทรัพยากรในชุมชน เช่น ข้อมูล บุคลากร สถานที่
- 1.4 วัสดุ – อุปกรณ์การเรียนการสอน
- 1.5 เนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์
- 1.6 บริการเสริมทางวิชาการ

2. กระบวนการ (Process)

- 2.1 การพัฒนายุทธวิธีการสอน
- 2.2 การเลือกทรัพยากรและสื่อการเรียนการสอน

- 2.3 เอกสารประกอบการสอน
- 2.4 การจัดระบบของนักเรียน
- 2.5 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
- 2.6 การวัดและประเมินผล
- 2.7 การประเมินสมรรถภาพของผู้สอน
- 3. ผลผลิต (Output)
 - 3.1 การเรียนรู้ของนักเรียน
 - 3.2 คุณลักษณะหรือบุคลิกภาพของนักเรียน
 - 3.3 ข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการเปลี่ยนแปลงหลักสูตร
 - 3.4 ข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการเปลี่ยนแปลงการปฏิบัติการสอน
 - 3.5 ข้อมูลสำหรับการแปลความหมายต่าง ๆ



ภาพประกอบ 7 การจัดองค์ประกอบรูปแบบการสอนโดยใช้ข้อมูลพื้นฐาน (ละเอียด รักษ์เผ่า. 2528)

จากข้อมูลดังกล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การพัฒนารูปแบบการสอนเป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ มีจุดเริ่มต้นที่การกำหนดความต้องการที่จำเป็นให้เกิดกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ซึ่งเป็นการพยายามในการหาวิธีการที่จะทำให้นักเรียนบรรลุเป้าหมายที่ต้องการและความพยายามนี้จะเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อได้ผ่านกระบวนการกำหนดและเลือกใช้วิธีดำเนินการที่ดีที่สุด

3.3 ขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการสอน

ในการพัฒนารูปแบบการสอนมีผู้เสนอแนวทางขั้นตอนไว้อย่างละเอียดอย่างหลากหลาย แต่จากการศึกษารูปแบบการสอนของ ทิศนา ขัมมณี (2530) และจอยซ์และเวลส์ (Joyce and Weil, 1986) สามารถสรุปขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการสอนออกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

3.3.1 ศึกษาแนวคิดและองค์ประกอบสำคัญที่เกี่ยวข้องกับการสอน สิ่งที่ต้องการเป็น การศึกษาวิเคราะห์ประเด็นสำคัญสำหรับนำมาใช้ในการกำหนดองค์ประกอบของรูปแบบการสอนที่จะพัฒนา

3.3.2 กำหนดองค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของรูปแบบการสอน เช่น จุดมุ่งหมาย เนื้อหา กระบวนการสอน ขั้นตอนและกิจกรรมการสอน การวัดและการประเมินผล เป็นต้น และเป็นการกำหนดความสัมพันธ์แต่ละองค์ประกอบให้สอดคล้องกันตามแนวคิดและหลักการพื้นฐานที่ใช้

3.3.3 ตรวจสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน เป็นการหาข้อมูลเชิงประจักษ์ เพื่อยืนยันว่า แผนการจัดองค์ประกอบต่าง ๆ ที่ได้พัฒนาขึ้นอย่างมีระบบนี้มีคุณภาพและประสิทธิภาพจริง กล่าวคือสามารถนำไปใช้ปฏิบัติได้และเกิดผลต่อผู้เรียนตามที่ต้องการหรือที่ได้กำหนดจุดมุ่งหมายไว้ การหาข้อมูลเชิงประจักษ์ทำได้โดยการนำแผนการจัดองค์ประกอบไปทดลองใช้ในห้องเรียนตามระเบียบวิธีวิจัยที่เป็นวิธีการทางวิทยาศาสตร์ที่ยอมรับกันโดยทั่วไป และสามารถยืนยันได้ด้วยตัวเลข นอกจากนี้ยังสามารถใช้การตรวจสอบเชิงปริมาณจากผู้ทรงคุณวุฒิในสาขาวิชาที่เกี่ยวข้องได้ ในทางปฏิบัติการตรวจสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน จะเริ่มจากการตรวจสอบเชิงปริมาณของผู้ทรงคุณวุฒิ นำผลการประเมินมาปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดองค์ประกอบให้เหมาะสมมากขึ้น ก่อนที่จะนำไปทดลองใช้ในห้องเรียน

3.3.4 การปรับปรุงรูปแบบการสอน เป็นการปรับแก้รูปแบบการสอนที่ได้พัฒนาให้ดียิ่งขึ้น มีข้อบกพร่องน้อยลง โดยการนำสิ่งที่ได้จากการทดลองใช้รูปแบบการสอนมาปรับปรุงแก้ไข สิ่งที่ปรับปรุงนี้อาจเป็นองค์ประกอบ ลักษณะความสัมพันธ์ขององค์ประกอบตลอดจนแนวการใช้รูปแบบการสอน

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะใช้คำว่า การพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง โดยกำหนดขั้นตอนการพัฒนา ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ขั้นตอนที่ 2 การศึกษาแนวทางในการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ขั้นตอนที่ 3 การพัฒนาและสร้างรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง พร้อมทั้งหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและการปรับปรุงรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

3.4 เกณฑ์การทดสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน

การหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนจำเป็นต้องมีเกณฑ์ในการประเมินประสิทธิภาพ การพัฒนารูปแบบการสอนครั้งนี้ มีเกณฑ์ในการวิเคราะห์เพื่อหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน มีรายละเอียดดังนี้ (อรรถพรณ พรสีมา. 2530 : 129 – 131 ; ฉลองชัย สุวรรณบุรณ์. 2528 : 214 ; เสาวณีย์ ลิกขาบัณฑิต. 2528 : 295)

3.4.1 เกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์เฉลี่ย โดยประเมินพฤติกรรม ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นกระบวนการกับพฤติกรรมขั้นสุดท้ายที่เป็นผลลัพธ์ กำหนดค่าประสิทธิภาพเป็น E_1 / E_2 หมายความว่า จะต้องกำหนดเป็นเปอร์เซ็นต์ของผลเฉลี่ยของคะแนนการทำงานของนักเรียน ทั้งหมด (E_1) ต่อเปอร์เซ็นต์ของผลการสอนหลังเรียนของผู้เรียนทั้งหมด (E_2) มีสูตรคำนวณค่า E_1, E_2 ดังนี้ (ฉลองชัย สุวรรณสมบุรณ์. 2528 : 214)

$$\text{สูตรที่ 1} \quad E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100$$

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในรูปแบบการสอน
คิดเป็นร้อยละจากการทำกิจกรรมในระหว่างเรียน
 $\sum X$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำกิจกรรมการเรียน มีลักษณะเป็น
การวัดผลเป็นระยะๆ (Formative Evaluation)
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด
 A แทน คะแนนเต็มของแบบฝึกหัดหรือกิจกรรมการเรียนระหว่างเรียน

$$\text{สูตรที่ 2} \quad E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของ
ผู้เรียน คิดเป็นร้อยละจากการทำกิจกรรมหลังเรียน
 $\sum F$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำกิจกรรมหลังเรียน มีลักษณะเป็น
การวัดผลสรุปรวม (Summative Evaluation)
 N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด
 B แทน คะแนนเต็มของการสอบหรือกิจกรรมการเรียนหลังเรียน

ในการกำหนดเกณฑ์หาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนสำหรับเนื้อหาวิชาที่เป็นทักษะ หรือ เจตคติ คือ 80 / 80

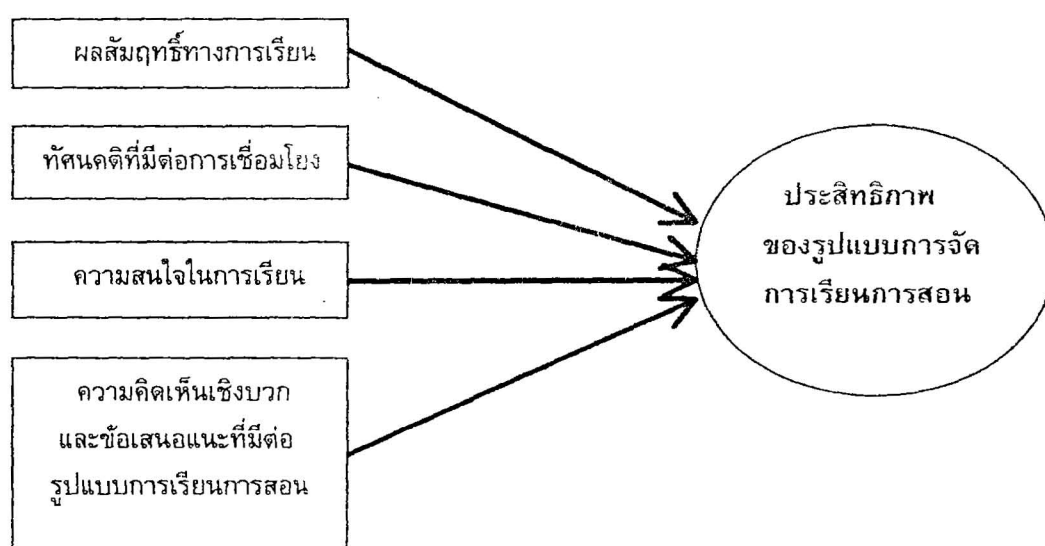
เกณฑ์ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนที่พัฒนา กำหนดได้ 3 ระดับ คือ
(ฉลองชัย สุวรรณสมบุรณ์. 2528 : 215)

1. สูงกว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้มีค่าเกิน 2.5 %
ขึ้นไป (ตั้งแต่ร้อยละ 82.5 ขึ้นไป)

2. เท่ากับเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนต่ำกว่าหรือสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้มีค่า
ไม่เกิน 2.5 % (ระหว่างร้อยละ 77.5 – 82.49)

3. ค่ากว่าเกณฑ์ เมื่อประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนต่ำกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้เกิน 2.5 % (ต่ำกว่าร้อยละ 77.5 ลงมา) ซึ่งถือว่ารูปแบบการสอนไม่มีประสิทธิภาพ

3.4.2 เกณฑ์การพัฒนาของผู้เรียน หมายถึง พัฒนาการของผู้เรียนที่เกิดจากผลต่างระหว่างคะแนนก่อนและภายหลังได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนนี้ โดยผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้จากการทดสอบก่อนและภายหลังได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนมาทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยสถิติที่เหมาะสม (ในการวิจัยนี้ใช้ t -test) ที่ระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่า 95%



ภาพประกอบ 8 ข้อมูลที่ใช้เป็นเครื่องบ่งชี้ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนตามแนวคิดของผู้วิจัย

3.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการสอน

งานวิจัยต่างประเทศ

บลูม (Bloom, 1976 : 4-6) ได้พัฒนารูปแบบการเรียนเพื่อรอบรู้ เป็นวิธีการสอนที่รวมเอาการสอนเป็นกลุ่มกับการสอนเป็นรายบุคคลเข้าด้วยกัน บลูมไม่เห็นด้วยกับความคิดที่ว่ามีคนเรียนดีและมีคนเรียนไม่ดี แต่เขาเห็นว่ามีคนเรียนเร็วและเรียนช้า จากผลการวิจัย พบว่า นักเรียนเรียนช้า ใช้เวลา ถึง 5-6 เท่า จึงจะมีความรอบรู้เท่ากับคนเรียนเร็ว ถ้าการจัดการสอนเป็นกลุ่มในระบบโรงเรียนอย่างที่เป็นอยู่เวลานี้ ไม่คำนึงถึงความแตกต่างของคนเรียนเร็วและเรียนช้า คนเรียนช้าไม่ได้รับการแก้ไขให้ทันทั่วถึงเวลาที่ผ่านไปแต่ละปีในระบบโรงเรียนจะยิ่งเพิ่มความแตกต่างนี้มากขึ้นเรื่อย ๆ จากการวิจัยเป็นระยะเวลานาน พบว่า ตั้งแต่เกรด 3 ขึ้นไป ความสัมพันธ์ระหว่างผลการเรียนในปีถัดไปจะมีค่าสูงตั้งแต่ 0.90 ขึ้นไป และความสัมพันธ์ระหว่างผลการเรียนเกรด 3 กับเกรด 11 มีค่าถึง 0.82 แสดงให้เห็นว่า 2 ใน 3 ของความแปรปรวนของเกรด 11 สามารถทำนายได้ด้วยผลการเรียนในเกรด 3

เลวิน (Levin, 1979). ได้พัฒนารูปแบบการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ โดยพิจารณาเกี่ยวกับสมรรถภาพทางสมองระดับสูงในกลุ่มทดลอง โดยให้ผู้เรียนเรียนรู้พื้นฐานระดับต่ำก่อนแล้วจึงให้ประสบการณ์ที่ผู้เรียนจะต้องนำข้อเท็จจริงที่รู้แล้วมาประยุกต์ใช้ โดยใช้สถานการณ์ต่างๆ กัน เมื่อสอบครั้งสุดท้าย พบว่า ผู้เรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถทั้งด้านความรู้พื้นฐานและการนำไปใช้ สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่สอนแต่เฉพาะข้อเท็จจริง

เมอร์วารีช (Mervarech, 1980) ได้พัฒนารูปแบบการสอนการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ โดยทดลองสอน 4 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 สอนปกติ ให้ผู้เรียนเกิดความรู้ กลุ่มที่ 2 สอนปกติให้ผู้เรียนเกิดความคิด กลุ่มที่ 3 ให้เรียนเพื่อรอบรู้ในพฤติกรรมด้านความรู้ และกลุ่มที่ 4 ให้เรียนเพื่อรอบรู้ในพฤติกรรมด้านความคิด พบว่าการสอนปกติให้ผู้เรียนเกิดความคิด ในกลุ่มที่ 2 มีผลการเรียนสูงกว่าการสอนปกติ 0.6 และกลุ่มที่ 4 ซึ่งสอนเพื่อให้ผู้เรียนรอบรู้ด้วยพฤติกรรมด้านความคิด มีผลการเรียนสูงกว่าการสอนปกติถึง 1.3

งานวิจัยในประเทศ

ละเอียด รักษ์เฝ้า (2528) ได้พัฒนารูปแบบการสอนเป็นกลุ่มที่ให้ผลการเรียนใกล้เคียงกับผลการสอนครูหนึ่งคนต่อนักเรียนหนึ่งคน ผลการวิจัยพบตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการเรียนการสอนดังนี้

1. ความร่วมมือระหว่างนักเรียนกับครูผู้สอนตั้งแต่เริ่มแรก
2. การบอกจุดมุ่งหมายของเกณฑ์การประเมิน
3. การใช้บุคลากรเสริม (เพื่อน)
4. การสอน ซ้อมเสริมทุกระยะ แจ้งผล ปรับปรุง

สมเจตน์ ไวยการณ (2530) ได้พัฒนารูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผลของนักเรียน โดยอาศัยแนวคิดของบลูมและคณะเป็นพื้นฐาน โดยเน้นกระบวนการสอนที่ใช้เนื้อหาเป็นสื่อ ประกอบด้วยกระบวนการสอน 4 ขั้นตอน คือ การวางแผน การสร้างแนวความคิดรวบยอด การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ และการประเมินผล ผลการทดลองรูปแบบการสอน ปรากฏว่า นักเรียนมีพัฒนาการการคิดด้านวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการใช้เหตุผลสูงขึ้น

บุญชม ศรีสะอาด และนิภา ศรีไพโรจน์ (2531) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัยที่มีประสิทธิภาพ แบ่งขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการสอนเป็น 2 ขั้นตอน คือ 1) พัฒนารูปแบบการสอนวิธีการทางสถิติที่มุ่งประสิทธิภาพโดยศึกษาจากทฤษฎี แนวความคิดและงานวิจัย 2) ทดสอบประสิทธิภาพรูปแบบการสอน ผลการทดลอง ปรากฏว่า ได้รูปแบบการสอนที่มีประสิทธิภาพทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

สมชาย วรกิจเกษมกุล (2540) ได้พัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2539 ของโรงเรียนนิยมคิดป้อนุสรณ์ จังหวัดเพชรบูรณ์ เรื่องสมการ ได้แบ่งขั้นตอนการพัฒนาเป็น 3 ขั้นตอน ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน ขั้นตอนที่ 2 สร้างแนวทางในการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 3 หาประสิทธิภาพและปรับปรุงรูปแบบการสอน ผลการวิจัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น รูปแบบการสอนที่พัฒนาขึ้นมีประสิทธิภาพในการพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการสื่อสารเพื่อการแก้ปัญหา

สมพร แผลงภู (2541) ได้ทำการพัฒนารูปแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษา โดยเน้นการจัดการเรียนการสอนเชิงกระบวนการตามหลักการของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง จำนวน 8 ห้องเรียน แบ่งกลุ่มทดลองกลุ่มที่ 1 จำนวน 3 ห้องเรียน รับการทดลองใช้

รูปแบบครบทุกขั้นตอน กลุ่มทดลองที่ 2 จำนวน 3 ห้องเรียน รับการทดลองตามขั้นตอนแต่งตั้งการนิเทศ
ในขั้นตอนการปฏิบัติงานพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนและกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม จำนวน 2 ห้องเรียน รับ
การเรียนการสอนตามปกติ ผลจากการทดลอง พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติ
ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จรรยา ภูอุดม (2544) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็น
ผู้สร้างความรู้ โดยแบ่งขั้นตอนเป็น 4 ขั้นตอน คือ 1) การศึกษาข้อมูลพื้นฐาน 2) การสร้างรูปแบบการเรียน
การสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ 3) การหาประสิทธิภาพของรูปแบบ 4) การปรับปรุงรูปแบบ
ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนดอนเมืองจุฑาจินดา ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 กลุ่มทดลอง
จัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ กลุ่ม
ควบคุมจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามปกติ ผลการวิจัย พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียน
เป็นผู้สร้างองค์ความรู้ที่พัฒนาขึ้นเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพอีกรูปแบบหนึ่งสามารถช่วย
ให้นักเรียนมีพัฒนาการด้านทักษะการคิดเชิงเหตุผลดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ มีความเข้าใจแนวคิด
สูงกว่า และสามารถนำความรู้ไปใช้ได้ดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ มีความคงทนของความเข้าใจมากกว่า
นักเรียนที่เรียนตามปกติ และมีเจตคติต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ และมี
พัฒนาการด้านทักษะการรู้คิดเกี่ยวกับการกำกับตนเองดีกว่านักเรียนที่เรียนตามปกติ

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับรูปแบบการสอน ผู้วิจัยได้สรุปขั้นตอนในการพัฒนารูปแบบการสอน
เป็น 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ขั้นตอนที่ 2 การศึกษาแนวทางในการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการบูรณาการ
เชิงเนื้อหา ที่ส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง และเอกสารประกอบการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 3 หาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงรูปแบบการสอน

ซึ่งผู้วิจัยได้ขั้นตอนการพัฒนาทั้ง 4 ขั้นตอน ในการสร้างและพัฒนารูปแบบการสอนของผู้วิจัย

4. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้คำถามในการเรียนการสอน

4.1 ความหมายของคำถาม

คันทิงแฮม (Cunningham. 1971 : 81) ให้ความหมายของคำถามว่า คำถามคือคำพูดที่
ต้องการคำตอบ หรือการตอบสนองจากบุคคลที่ถูกถาม คำถามเป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ในการแสวงหา
ข้อมูล หรือแปลความหมายของข้อมูล เป็นสิ่งที่ทำให้เกิดความอยากรู้อยากเห็นและช่วยให้เกิดความคิด

ไวแกนค์ (Weigand. 1971 : 83) กล่าวว่า คำถาม คือ คำพูดที่ต้องการการตอบสนองจาก
บุคคลที่มุ่งหวังอันหมายถึงการค้นพบและการตีความของข้อมูลด้วย

ราวน์ทรี (Rowntree. 1981 : 239) กล่าวว่า คำถามเป็นสิ่งสำคัญสำหรับครู ทั้งในความหมาย
ของการค้นหาคำตอบของนักเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้หรือเป็นเทคนิคการสอนของครูที่จะนำนักเรียนไปสู่
คำตอบได้โดยเร็ว เป็นการเสริมให้นักเรียนได้ตรวจสอบประสบการณ์หรือความรู้ที่มีอยู่ในตัวเอง

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2525 : 205) ได้ให้ความหมายของคำถามว่าเป็นวิธีการที่มุ่ง
ให้ความรู้แก่ผู้เรียนด้วยการถาม-ตอบ วิธีการสอนแบบนี้ผู้สอนอาจจะมีวิธีการถาม คือ ใช้คำถามสอดแทรก
กับวิธีการสอนแบบอื่นๆ ซึ่งผู้สอนอาจใช้คำถามเป็นตอนๆ

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 55) กล่าวว่า คำถาม เป็นวิธีการสอนอย่างหนึ่งที่มุ่งให้ความรู้แก่ผู้เรียน โดยการถาม-ตอบ ผู้สอนจะใช้คำถามต่อเนื่องและกระตุ้นให้ความคิดไปที่ละน้อยๆ จนผู้เรียนสามารถสรุปได้

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 74) ได้ให้ความหมายของการสอนโดยใช้คำถามว่าเป็น การสอนที่ผู้สอนป้อนคำถามให้ผู้เรียนตอบ อาจตอบเป็นรายบุคคลหรือตอบเป็นรายกลุ่มย่อย หรือตอบทั้งชั้น การตอบใช้วิธีพูดตอบ ผู้สอนจะพิจารณาคำตอบแล้วให้ข้อมูลย้อนกลับ หรือถามคนอื่นจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า คำถามคือคำพูดหรือประโยคที่ใช้โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อกระตุ้นผู้ถูกถามให้เกิดความคิด การแสวงหาความรู้และการแปลความหมายของข้อมูลเพื่อนำไปสู่การค้นพบด้วยตัวเอง

4.2 จุดประสงค์ในการใช้คำถามในการเรียนการสอน

การใช้คำถามมีความสำคัญต่อกระบวนการเรียนรู้และการสอนมาก เพราะเป็นวิธีการหนึ่งที่ครูผู้สอนใช้ในการเรียนการสอน โดยใช้คำถามประกอบการสอนเพื่อจุดประสงค์ต่างๆ เสมอ และต้องการกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงจุดประสงค์ในการใช้คำถามในการเรียนการสอนดังนี้

คลาและสตาร์ (Clark and Starr. 1967 : 218) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการใช้คำถามในการเรียนการสอนได้ดังนี้

1. เพื่อค้นหาสิ่งที่ไม่ที่นักเรียนไม่เข้าใจ
2. เพื่อทำให้ทราบว่านักเรียนรู้อะไรไปบ้าง
3. เพื่อค้นหาการเรียนรู้ของนักเรียน
4. เพื่อกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน
5. เพื่อพัฒนาความคิดของนักเรียน
6. เพื่อทบทวนความรู้เดิม
7. เพื่อย้ำประเด็นสำคัญของข้อมูล
8. เพื่อเตรียมความพร้อมของนักเรียนในการฝึกทักษะต่างๆ
9. เพื่อช่วยนักเรียนในการตีความหมายของข้อมูล
10. เพื่อช่วยนักเรียนในการจัดระบบความรู้ที่ได้
11. เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องของนักเรียน
12. เพื่อประเมินผลการสอนของครู

ฮันคินส์ (Hunkins. 1971. 78 – 88) ได้กำหนดจุดประสงค์ในการใช้คำถามสรุปได้ว่า

1. เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดและสนใจในบทเรียน
2. เพื่อพัฒนาระดับความคิดของนักเรียนทั้งในระดับความคิดขั้นเดิมและระดับความคิดที่สูงขึ้นไป
3. เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความพยายามในการเอาชนะปัญหาต่างๆ
4. เพื่อควบคุมความประพฤติของนักเรียน และรักษาสภาพภายในห้องเรียนให้อยู่ในบรรยากาศ

ทางวิชาการอยู่เสมอ

ยุพิน พิพิธกุล (2524 : 92) และจันทร์เพ็ญ เชื้อพานิช (2524 : 58) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการใช้คำถามสอดคล้องกันซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. เพื่อวัดและประเมินผลการสอน

2. เพื่อทบทวนพื้นฐานความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน
3. เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจ โดยให้มีส่วนร่วมในการที่จะตอบคำถาม
4. เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป
5. เพื่อฝึกให้นักเรียนได้รู้จักฟังด้วยเหตุและผล
6. เพื่อฝึกให้นักเรียนคิดและหาความรู้ได้ด้วยตนเอง
7. เพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักเรียงลำดับขั้นตอนในการคิด

กัลยา เขียวขำ (2525 : 19) ได้กล่าวถึงจุดประสงค์ของการใช้คำถาม

1. เพื่อเสริมสร้างความสัมพันธ์ที่ดีระหว่างครูผู้สอนกับนักเรียน
2. เพื่อสร้างบรรยากาศการเรียนการสอน
3. เพื่อกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายอย่างต่อเนื่อง ช่วยพัฒนาความคิดแบบวิพากษ์วิจารณ์
4. เพื่อเชื่อมโยงความรู้เก่าและความรู้ใหม่ให้ต่อเนื่องกัน

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว พอจะสรุปได้ว่าครูใช้คำถามในการเรียนการสอนเพื่อจุดประสงค์ 3 ด้าน ดังนี้

1. เพื่อเสริมสร้างบรรยากาศในการเรียนการสอน เช่น กระตุ้นความสนใจและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน ช่วยให้เกิดการอภิปรายและเปิดโอกาสให้นักเรียนเสนอความคิดเห็นของตนเอง รวมทั้งควบคุมความประพฤติของนักเรียนที่ไม่สนใจเรียนให้อยู่ในทิศทางที่ครูต้องการ
2. เพื่อประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน อาจจะเป็นการประเมินสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว หรือประเมินผลตามจุดมุ่งหมายของบทเรียนว่านักเรียนมีความเข้าใจหรือไม่ เพียงไร รวมไปถึงการสรุปบทเรียน นอกจากนี้ยังช่วยประเมินผลการสอนของครูอีกด้วย
3. เพื่อเสริมสร้างสติปัญญาความสามารถทางความคิดของนักเรียน เช่น กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์ รู้จักคิดตามลำดับขั้นตอนอย่างมีเหตุผล สามารถมองเห็นการเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปัญหาต่างๆ และแยกแยะปัญหาเหล่านั้นได้

4.3 คำถามเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา

การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญของการจัดการศึกษาในปัจจุบัน ซึ่งเครื่องมือสำคัญที่จะใช้กระตุ้นกระบวนการคิดของเด็ก จนสามารถหาเหตุผลที่ถูกต้องเหมาะสมเพื่อใช้เป็นข้อมูลประกอบการตัดสินใจในการแก้ปัญหานั้นก็คือ " คำถาม " เพราะคำถามเป็นเทคนิคการสอนอย่างหนึ่งที่ครูจำเป็นต้องใช้ โดยธรรมชาติแล้วเด็กจะเรียนรู้สิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวด้วยการซักถาม คำถามของเด็กเป็นสิ่งที่แสดงถึงความคิดและเหตุผลของเด็กได้เป็นอย่างดี ดังที่ เพียเจต์ และ อินhelder (Piaget and Inhelder, 1958 : 1) ได้ศึกษาการพัฒนาการของมนุษย์เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของการใช้สมอง การใช้ความคิดและได้ตั้งข้อสังเกตไว้ว่าเด็กยิ่งรู้มากก็ยิ่งถามมาก ส่วนเด็กที่ไม่รู้อะไรเลยก็ไม่ทราบว่าจะถามอะไร ดังนั้นการส่งเสริมให้เด็กเป็นคนช่างคิดและช่างสงสัย จึงเป็นสิ่งที่น่ากระทำได้ตั้งแต่เด็ก การปลูกฝังวิธีการคิดและแก้ปัญหาในทางที่ถูกต้องควรเริ่มตั้งแต่เด็ก ๆ โดยจัดสิ่งแวดล้อมที่ท้าทายและช่วยให้เด็กคิดและใช้เหตุผลซึ่งสอดคล้องกับความคิดของ แซนเดอร์ส (Sanders, 1966 : 1) ที่กล่าวว่าคำถามเป็นสิ่งที่ช่วยสร้างบรรยากาศที่เอื้ออำนวยต่อการใช้สมรรถภาพทางความคิดได้อย่างเต็มที่ ดังนั้นการจะฝึกฝนให้เด็กเป็นผู้มีทักษะในการคิดและแก้ปัญหาอย่างมีระบบนั้น วิธีหนึ่งที่ครูทั่วไปสามารถทำได้ก็โดยการเลือกใช้คำถามที่เหมาะสม เพื่อกระตุ้นให้เด็กได้ใช้ความคิดในการหาคำตอบนั่นเอง

คำถามอีกลักษณะหนึ่งที่ครูสามารถนำมาใช้เพื่อส่งเสริมความสามารถ ในการคิดและแก้ปัญหา ได้แก่ คำถามที่มุ่งให้เด็กใช้ความคิดโดยนำเอาความรู้และประสบการณ์เดิม เป็นพื้นฐานในการเชื่อมโยงการ คิดที่จะตอบคำถาม ซึ่งเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้เด็กได้ตอบโดยใช้ความคิดเห็นส่วนตัวมากที่สุดเป็นคำถาม ที่ไม่กำหนดแนวทางการตอบว่าต้องเป็นอย่างไรจึงไม่มีคำตอบที่ถูกหรือผิดชัดเจน คำถามลักษณะนี้มี ประโยชน์ในการใช้ เป็นจุดเริ่มต้นให้เด็กมีแนวคิดที่กว้างขวาง นอกเหนือจากการคิดเพื่อหาข้อเท็จจริง ลักษณะของคำถามประเภทนี้ได้แก่ การถามให้อธิบาย เปรียบเทียบ ยกตัวอย่าง และสรุป ซึ่งเป็นคำถาม ที่เด็กต้องตอบโดยใช้ความคิดระดับที่สูงกว่า การถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง การทบทวนความรู้ และการให้ ความหมายของคำ ซึ่งยูพิน พิพิทกุล (2527 : 4) ได้กล่าวถึงแนวโน้มของคำถามประเภทนี้ไว้ดังนี้

1. การคาดคะเน เป็นการสมมุติเหตุการณ์ซึ่งอาจเป็นไปได้หรือเป็นไปได้และคำตอบย่อมเป็น ไปได้หลายทาง เช่น " ถ้าไม่มีดวงอาทิตย์ เราจะทำอะไร "
2. การวางแผน เป็นคำถามที่ต้องการให้เด็กเสนอแนวคิด วางโครงการหรือแผนงานอาจประมวล ข้อเท็จจริงจากประสบการณ์ผนวกกับความคิดของตนเอง เช่น " ทำอย่างไรจึงจะกำจัดยุงให้หมดไปได้ "
3. การวิจารณ์ คือ คำถามที่ต้องการให้เด็กแสดงความคิดเห็นในด้านความเหมาะสม ข้อดีข้อเสีย ซึ่งเป็นการอภิปรายอย่างกว้างขวาง เช่น " เธอคิดว่ารถยนต์มีส่วนดี ส่วนเสียอย่างไรบ้าง "
4. การประเมินค่า คือ คำถาม เพื่อให้เกิดการวินิจฉัย โดยสรุปอย่างมีหลักเกณฑ์ เช่น " เธอชอบสัตว์เลี้ยงชนิดใดมากที่สุด เพราะเหตุใด "

ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครู ควรเน้นการใช้คำถามเพื่อฝึกทักษะการคิดของ เด็กและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาให้กับเด็ก โดยเปิดโอกาสให้เด็กได้ใช้ประสบการณ์ของเด็ก เปรียบเทียบกับสภาพปัญหาที่พบ และหาคำตอบได้ในแนวที่กว้างกว่าการจำเนื้อหาที่เรียนมาตอบ ซึ่งจะช่วยให้เด็กสามารถฝึกทักษะการคิดแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

4.4 ลักษณะของคำถาม

จากการศึกษาค้นคว้าของผู้วิจัย พบที่จะนำเสนอแนวความคิดของนักการศึกษา เกี่ยวกับ ลักษณะของคำถามได้ดังต่อไปนี้

4.4.1 ลักษณะของคำถามที่ดี

คำถามที่ดีจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดอย่างมีระบบและเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ ที่ครูตั้งไว้ ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของคำถามที่ดีในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

จอห์นสัน และเจอร์ลด์ (Johnson and Gerald . 1972 : 83) ได้กล่าวถึงลักษณะคำถามที่ดีใน การเรียนการสอน ควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นคำถามที่กระตุ้นความคิด เรียกร้องความสนใจของนักเรียนและเร้าการตอบสนองนักเรียน
2. ใช้ภาษาง่ายๆ ตรงไปตรงมา มีความหมายชัดเจนไม่คลุมเครือและมีขอบเขตของคำตอบ
3. เป็นคำถามที่ครูต้องปรับให้เหมาะสมกับความรู้พื้นฐานของนักเรียน คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนความยากง่ายของเนื้อหาวิชาที่ถามจะต้องปรับให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนแต่ละห้อง
4. เป็นคำถามที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของแต่ละบทเรียน

ยูพิน พิพิทกุล (2524 : 92) ได้กล่าวถึงลักษณะของคำถามที่ดีที่ครูควรใช้ในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. จะต้องมีการประเมินเดียวในแต่ละคำถาม

2. คำศัพท์ที่นำมาใช้จะต้องชัดเจนและนักเรียนจะต้องผ่านการเรียนรู้เกี่ยวกับคำศัพท์นั้นมาแล้ว

3. คำถามทุกคำถามควรจะดำเนินตามบทเรียน

4. ควรเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเขาได้ในบางครั้งบางคราว เพื่อหาข้อมูลที่ถูกต้องจากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว พอจะสรุปได้ว่าคำถามที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. มีความหมายชัดเจนไม่คลุมเครือมีข้อความที่สมบูรณ์ กระชับรัดกุม ไม่มีข้อความหลายประเด็นพร้อมกัน ควรถามทีละคำถามเพื่อให้นักเรียนจับใจความสำคัญของคำถามได้

2. เป็นคำถามที่ส่งเสริมความคิดของนักเรียน มุ่งถามถึงเหตุผลมากกว่าความรู้ความจำ เพื่อกระตุ้นระดับความคิดของนักเรียนให้สูงขึ้น

3. เป็นคำถามที่น่าสนใจและเร้าใจให้นักเรียนอยากตอบคำถามนั้น เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน

4. มีความเหมาะสมกับระดับความรู้ความสามารถของนักเรียน คือต้องไม่เป็นคำถามที่ยากหรือง่ายเกินไป เพราะคำถามที่ง่ายเกินไป ไม่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความคิด ส่วนคำถามที่ยากเกินไปจะทำให้ นักเรียนไม่อาจคิดคำตอบได้ จนทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอย อาจทำให้เกิดความเบื่อหน่ายต่อกิจกรรมการเรียนการสอนได้

4.4.2 ลักษณะของคำถามที่ควรหลีกเลี่ยง

ชมาลส์ (สุจิตรา ไอสถอภิกฤษ์, 2538 : 37-39 ; อ้างอิงจาก Schmalz, 1973, July, 66(41) : 619 – 629. *The mathematics teacher.*) ได้กล่าวถึงลักษณะของคำถามที่ควรหลีกเลี่ยงในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่าคำถามที่ควรหลีกเลี่ยงมีลักษณะดังนี้

1. คำถามซ้อนคำถาม (Overlaid Questions) หมายถึงในหนึ่งประโยคจะมีคำถามอยู่สองคำถาม โดยที่คำถามที่สองใช้เพื่อขยายความจากคำถามแรก ตัวอย่างเช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่เท่ากันทุกประการ และมีมุมร่วมกัน

2. คำถามที่มีหลายประเด็น (Multiple Questions) มีลักษณะคล้ายคำถามซ้อนคำถาม แต่คำถามที่สองไม่ใช่คำถามที่ขยายจากคำถามแรก แต่ถามคนละประเด็นกับคำถามแรก ตัวอย่างเช่น รูปสามเหลี่ยมใดที่เราจะพิสูจน์ว่าเท่ากันทุกประการ และจะอย่างไรจึงจะพิสูจน์ได้ว่าเส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD

3. คำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Factual Questions) ควรหลีกเลี่ยงเนื่องจากเป็นคำถามที่ไม่ได้ส่งเสริมความคิดของนักเรียน ตัวอย่างเช่น “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส” กล่าวว่อย่างไร

4. คำถามที่ไม่ชัดเจน (Elliptical Questions) เป็นคำถามกว้างๆ ที่ครูไม่ได้เจาะจงว่าคำตอบเป็นเช่นไร ตัวอย่างเช่น มุมสองมุมนี้เป็นอย่างไร เส้นขนานคู่นี้เป็นอย่างไร

5. คำถามให้ตอบรับหรือปฏิเสธ (Yes-No or Guessing Questions) ตัวอย่างเช่น เส้นตรง AB ตั้งฉากกับเส้นตรง CD ใช่หรือไม่

6. คำถามที่มีคำตอบได้หลายอย่าง (Ambiguous Questions) ตัวอย่างเช่น อะไรคือความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่ของวงกลมกับเส้นรอบรูปของวงกลม

7. คำถามที่ให้นักเรียนตอบเป็นหมู่คณะ (Chorus Response Questions) ตัวอย่างเช่น รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมอะไรตอบพร้อมกันซิ

8. คำถามที่ไม่ได้เตรียมตัวมาก่อนล่วงหน้า (Whiplash Questions) เป็นคำถามที่ครูนึกขึ้นได้จึงถามทันที ซึ่งครูมักใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น เส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD จากกฎข้อใด

9. คำถามชี้แนะ (Leading Questions) เป็นคำถามที่มีคำตอบอยู่แล้ว ครูใช้คำถามนี้เพียงเพื่อให้นักเรียนยืนยันคำตอบเท่านั้น ตัวอย่างเช่น รูปสามเหลี่ยมรูปนี้ไม่ใช่สามเหลี่ยมด้านเท่า ไม่ใช่สามเหลี่ยมมุมฉาก แต่มีด้านประกอบมุมยอดเท่ากัน จะเป็นรูปสามเหลี่ยมอะไร

10. คำถามที่ยึดครูเป็นศูนย์กลาง (Teacher – Centered Questions) ตัวอย่างเช่น บอกครูซิว่าคำตอบของสมการ $3x - 5 = 2$ คืออะไร

11. คำถามที่ครูถามเองตอบเอง ตัวอย่างเช่น “ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับเท่าไร ” ครูตอบว่า “ สองมุมฉาก ”

12. คำถามที่มีคำตอบอยู่แล้ว ตัวอย่างเช่น จำนวนเต็มบวกและศูนย์เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น 2 เป็นจำนวนอะไร

4.5 ประเภทของคำถามในวิชาคณิตศาสตร์

สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์ ได้มีผู้เห็นความสำคัญของการกำหนดจุดมุ่งหมายทางการศึกษาด้านพุทธิพิสัย แล้วนำมาเป็นแนวทางในการจำแนกประเภทของคำถามที่ใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เช่นกัน คือ ชมาลส์ (Schmalz. 1973 : 619 – 626) ได้แบ่งแยกคำถามออกเป็น 5 ประเภท โดยที่คำถามสามประเภทแรกเป็นคำถามที่ไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และคำถามสองประเภทหลังเป็นคำถามที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ตามลำดับ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. คำถามเน้นความ (Rhetorical Questions) หมายถึง คำถามที่ครูใช้โดยไม่ได้คาดหวังให้นักเรียนตอบ หรือคำถามที่ครูตอบคำถามของตนเองโดยไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนตอบ ได้แก่

1.1 คำถามที่ลงท้ายด้วยคำว่า “ ถูกต้องหรือไม่ ” หรือ “ จริงหรือไม่ ” ตัวอย่าง เช่น จำนวนเหล่านี้เป็นเลขคู่หรือไม่

1.2 คำถามที่ครูตอบคำถามตัวเอง หรือคำถามที่ครูถามต่อทันทีโดยไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบคำถาม ตัวอย่างเช่น เราจะหาค่าของสัมประสิทธิ์ได้อย่างไร มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขในอันดับกับสัมประสิทธิ์หรือไม่

1.3 คำถามที่รวมคำตอบอยู่ในประโยคคำถามนั้นแล้ว ซึ่งครูไม่ได้หวังให้นักเรียนตอบ นอกจากแสดงความเห็นด้วยกับที่ครูพูด ตัวอย่างเช่น $6 + 5$ มากกว่า 9 ดังนั้น 6 จึงเป็นคำตอบของสมการ $x + 5 > 9$ ถูกหรือไม่

1.4 คำถามที่ครูถามซ้ำๆ โดยไม่มีนักเรียนคนใดตอบได้ ตัวอย่างเช่น

ครู : พจน์ที่ 15 ของอันดับนี้คืออะไร

นักเรียน : (เงียบ)

ครู : คู่อันดับ พจน์ที่ 15 คืออะไร

2. คำถามให้แสดงความคิดเห็น (Opinion Questions) หมายถึงคำถามที่ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ที่ไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ได้แก่

2.1 คำถามที่ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ตัวอย่างเช่น นักเรียนชอบวิชาคณิตศาสตร์ไหม

2.2 คำถามที่ให้นักเรียนคาดเดาคำตอบได้อย่างเสรี ตัวอย่างเช่น นักเรียนคิดว่าในกล่องใบนี้มีลูกแก้วกี่ลูก

3. คำถามเกี่ยวกับการดำเนินการในชั้นเรียน (Procedural Questions) ได้แก่

3.1 คำถามเกี่ยวกับการปฏิบัติต่างๆ ตัวอย่างเช่น ใครจะอาสาอ่านโจทย์ข้อต่อไป

3.2 คำถามที่ให้นักเรียนอ่านข้อมูลจากแหล่งข้อมูลต่างๆ ตัวอย่างเช่น คู่มือย่นบนกระดาน ด้าน AB ยาวเท่าไร

3.3 คำถามที่ให้นักเรียนเลือกจำนวนจากเซตที่กำหนดให้ ตัวอย่างเช่น เลข 1 ถึง 10 เรอชอบเลขอะไร

4. คำถามระดับต่ำ (Lower-order Questions) หมายถึง คำถามที่ให้นักเรียนระลึกข้อเท็จจริง คำถามที่แสดงวิธีคำนวณอย่างง่าย หรือให้แก้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างที่เคยพบมาแล้ว ได้แก่

4.1 คำถามที่ให้ระลึกถึงข้อเท็จจริงหรือนิยาม ตัวอย่างเช่น “อินเวอร์สการบวก” หมายความว่าอย่างไร

4.2 คำถามที่ให้ระลึกถึงวิธีการในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น วิธีใดที่จะใช้ตรวจสอบว่า 321,027 สามารถหารด้วย 3 ได้ลงตัว

4.3 คำถามที่ให้ระลึกถึงกฎเกณฑ์ ทฤษฎี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น ถ้า a น้อยกว่า b แล้ว ความสัมพันธ์ระหว่าง $1/a$ กับ $1/b$ จะเป็นอย่างไร

4.4 คำถามที่ให้นักเรียนดัดแปลงคำตอบ ตัวอย่างเช่น ถ้าเราเรียกจำนวนนี้ว่าจำนวนเต็มบวกแล้ว เราสามารถเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าอะไร

4.5 คำถามที่ให้นักเรียนตัดสินใจว่าคำตอบที่ได้ถูกหรือผิด ตัวอย่างเช่น

นักเรียน : รากที่สองของ 289 ควรจะลงท้ายด้วย 3 เพราะ 3 คูณ 3 ได้ 9

ครู : เธอคิดว่าถูกต้องแล้วหรือ

4.6 คำถามที่ใช้ในการแก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน ตัวอย่างเช่น

ครู : 2^3 มีค่าเท่าไร

นักเรียน : 6 ครับ

ครู : 2^3 มีค่าเท่ากับ 2 คูณ 3 หรือเปล่า

นักเรียน : ไม่ครับ 2^3 เท่ากับ 8

4.7 คำถามที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่คล้ายกับตัวอย่างที่เคยพบมาแล้ว ตัวอย่างเช่น ค่าสัมบูรณ์ของ $5 - 3i$ มีค่าเท่าไร

4.8 คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์จากข้อมูลที่กำหนดให้ ตัวอย่างเช่น $2x + y = 5$ แล้วข้อมูลต่อไปนี้ถูกหรือไม่

x	0	2	4
y	5	1	-3

5. คำถามระดับสูง (Higher – order Questions) หมายถึง คำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบสรุปกฎเกณฑ์อย่างมีเหตุผล คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบรูปแบบใหม่ๆ รวมถึงคำถามที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ได้แก่

5.1 คำถามที่ให้นักเรียนแสดงความหมายของนามธรรม โดยการยกตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม ตัวอย่างเช่น จงหาฟังก์ชันของ f และ g ที่ทำให้ $f \circ g = g \circ f$ เป็นจริงทุกค่า

5.2 คำถามที่ให้อิทธิพลใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น กำหนดให้เซตนี้มีสมบัติภายใต้เครื่องหมาย # ถ้า a และ b เป็นสมาชิกของเซตและมี $a \# b$ อยู่ภายในเซต เซตนี้จะมีสมบัติปิดภายใต้การคูณหรือไม่

5.3 คำถามที่ให้นักเรียนอธิบายข้อความโดยใช้ภาษาของตนเอง ตัวอย่างเช่น นักเรียนสามารถเปลี่ยนความหมายในแบบเรียนให้เป็นคำพูดของตนเองได้อย่างไร

5.4 คำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบหรือบอกความแตกต่าง ตัวอย่างเช่น นักเรียนคิดว่า "สมการเชิงเส้น" กับ "ฟังก์ชันเชิงเส้น" ต่างกันอย่างไรบ้าง

5.5 คำถามที่ให้นักเรียนแปลความหมาย จากข้อมูลทั่วไปให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือในทางที่กลับกัน ตัวอย่างเช่น สมมติให้โจ มีอายุ a ปี ถ้าเราบอกว่า พี่ชายของโจ มีอายุ $a + 4$ นักเรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับอายุของพี่ชายโจ

5.6 คำถามที่ให้นักเรียนแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ตัวอย่างเช่น ขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใหญ่ที่สุดที่สามารถบรรจุอยู่ในรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้จะมีพื้นที่เท่าไร

5.7 คำถามที่ให้นักเรียนพิสูจน์ ตัวอย่างเช่น จงพิสูจน์ว่ามุมตรงข้าม ย่อมมีขนาดเท่ากัน

5.8 คำถามที่ให้นักเรียนพิจารณาว่าประโยคที่ตัดแปลงมาถูกต้องหรือไม่ โดยอาศัยการอ้างเหตุผล ตัวอย่างเช่น เสือมีความคิดดังนี้ ทุกครั้งที่นกนางนพาร์ดี ไก่จะมาด้วยเสมอ แต่คืนนี้ไก่มีธุระต้องไปต่างจังหวัด ดังนั้น นกจะไม่มาร่วมงานนพาร์ดี นักเรียนคิดว่าเสือคิดถูกต้องหรือไม่

5.9 คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบรูปแบบต่างๆ ตัวอย่างเช่น ให้ S_2, S_3, S_5 และ S_7 อยู่ในขอบเขตที่กำหนด และ S_4, S_6, S_8, S_9 และ S_{10} ไม่อยู่ในขอบเขต ถ้า n แทนจำนวนใดๆ นักเรียนคิดว่า S_n อยู่ในขอบเขตหรือไม่

5.10 คำถามที่ให้นักเรียนค้นพบวิธีการหรือข้อมูลที่นำไปสู่การแก้โจทย์ปัญหา ตัวอย่างเช่น ในการหาจำนวนสับเซตของเซตที่มีจำนวนสมาชิกอยู่ 40 ตัว เราจะต้องทราบอะไรจึงจะหาคำตอบนี้ได้

5.11 คำถามที่ให้ผู้เรียนคิดแบบกว้าง ตัวอย่างเช่น กำหนดให้ $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$

ผลสืบเนื่องจากนิยามนี้มีอะไรบ้าง

เนื่องจากระดับคำถามนั้นแตกต่างกัน ซึ่งจำแนกได้ 4 ประเภท ดังนี้ (Hyman, Ronald. 1974.)

1. คำถามวัดความรู้ – ความจำ (Cognitive – Memory Questions) เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบที่ชี้แจงถึงสิ่งที่เกิดจากความรู้ – ความจำ ไม่ใช่เกิดจากความคิดที่ลึกซึ้ง

2. คำถามปลายปิด (Convergent Questions) เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบจากกระบวนการคิดที่มีความถูกต้องชัดเจน จำกัดเพียงแนวเดียว ส่วนมากเป็นคำถามแคบ เป็นคำตอบที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลความรู้ลึกลงไปในเรื่องเดียว "ความคิดแนวเดียว" (Convergent Thinking) จะแสดงออกมาในรูปการวิเคราะห์ และรวบรวมข้อมูลต่างๆ ที่คิดหาและจดจำไว้ได้ กลั่นกรองออกมาเป็นคำตอบที่มีเหตุผลสูงสุดเพียงประเด็นเดียว เนื่องจากโครงสร้างของเรื่องที่ต้องตอบมุ่งไปสู่ความถูกต้อง เป็นการถามการตอบระดับสูง

3. คำถามปลายเปิด (Divergent Questions) คำถามปลายเปิดจะทำให้ได้คำตอบที่มาจากความคิดหลายรูปแบบ "ความคิดที่เปิดกว้างเป็นเครื่องแสดงออกของการให้เกิดสติปัญญา เป็นจุดเริ่มต้นที่จะทำให้บุคคลมีอิสระทางความคิดที่เป็นตัวของตัวเองภายในขอบเขตความสามารถและสภาพแวดล้อมเท่าที่มีอยู่แม้ว่าอาจจะไม่ดีนัก หรือเพื่อให้เกิดแนวทางใหม่ หรือเพื่อทำให้หัวข้อเรื่องดูเป็นรูปร่างขึ้น" คำถามปลายเปิดจะทำให้ความคิดที่เสนอขึ้นมาได้รับการพิจารณาให้ละเอียด ได้กว้างขวางหรือลึกซึ้งขึ้นกว่าเดิม

เป็นเหตุให้พลอยได้ข้อมูลใหม่และความคิดอื่นๆ เป็นผลพวงมาด้วยเท่าที่ความสามารถแต่ละคนจะมีได้ และประสบการณ์การสอนส่วนใหญ่ที่ประสบความสำเร็จ ส่วนใหญ่จะใช้คำถาม “อย่างไร” ซึ่งเป็นคำถามปลายเปิด ฮูเวอร์ (Hoover, 1973 : 88) นอกจากนี้ยังสนับสนุนความมั่นใจในตนเอง ความรู้จักยืดหยุ่นและความคิดริเริ่ม คำถามพวกนี้มักจะถามเกี่ยวกับเรื่องที่มีลักษณะตรงข้ามกับข้อเท็จจริง ทั้งนี้เพื่อจะได้ส่งเสริมความเป็นอิสระในการตอบอย่างกว้างขวาง

4. คำถามประเมินค่า (Evaluative Questions) คำถามประเมินค่าต้องการคำตอบที่มาจากความคิดหรือการกระทำที่เป็นการตีค่า “ความคิดประเมินค่าส่วนใหญ่เป็นเรื่องเกี่ยวกับการตัดสินใจ การตีค่า การจัดอันดับ การกำหนดคุณลักษณะด้วยการพิจารณา ตัดสินจากคุณภาพ” คำถามเหล่านี้ใช้ชักถามความเห็นส่วนตัวบุคคลที่ฟังมีต่อคนอื่นๆ สถานการณ์ นโยบายการเมือง เพื่อประเมินค่าจากพื้นฐานประสบการณ์ของตนเองต่อเหตุการณ์ หรือนโยบายทางการเมืองว่าเหตุการณ์จะเป็นอย่างไร จะเกิดอะไรขึ้น และเท่ากับการตัดสินใจพิจารณาจากแนวความคิดที่มีการพิจารณากันมาแล้วเป็นพื้นฐานจากคนอื่นๆ นั่นเอง

ชวาล แพรัตกุล (2522 : 45 – 48) ได้สรุปการจำแนกประเภทของคำถามตามแนวคิดของบลูม (Bloom) ดังนี้

1. คำถามวัดความรู้ความจำ (Knowledge Questions)

คำถามประเภทวัดความรู้ความจำ หมายถึง คำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถ ในการระลึกหรือจดจำเรื่องราวที่เคยเรียนรู้มาแล้ว หรือเป็นคำถามเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนมาแล้วโดยตรง คำตอบที่ถูกต้องมักจะตรงกับข้อความในหนังสือชนิดคำตอบคำเดียว ใช้ถามหลังจากการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

ลักษณะของคำที่ใช้ในคำถามวัดความรู้ความเข้าใจ ได้แก่ คำจำกัดความ พิสูจน์ ระลึกได้ บ่งชี้ ท้อง เขียน บอก ระบุนิยาม แสดง ยอมรับ เปรียบเทียบ

2. คำถามวัดความเข้าใจ (Comprehension Questions) หมายถึงคำถามที่ให้นักเรียนใช้ความสามารถในการแปลความ ตีความ และขยายความจากข้อความหมายต่างๆ พฤติกรรมด้านนี้ นักเรียนจะต้องสามารถตีความแก้ไขสิ่งที่ยาก ให้มีความหมายที่เข้าใจชัดเจนขึ้น ทั้งนี้ต้องมีจุดมุ่งหมายอยู่เฉพาะภายในเรื่องราวนั้น

ลักษณะของคำที่ใช้ในคำถามวัดความเข้าใจ ได้แก่ เปรียบเทียบ คำนวน อธิบาย ให้ตัวอย่าง พยากรณ์ สรุป หาสมมติฐาน ขยายความ หาสาเหตุ สาเหตุ จัดประเภท แทนคำ แปล แสดง

3. คำถามนำไปใช้ (Application Question) หมายถึง คำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีดำเนินการต่างๆ ของเรื่องราวหรือประสบการณ์ที่ได้เรียนรู้ไปแล้วมาดัดแปลงใช้แก้ปัญหาโดยต้องการให้นักเรียนถ่ายทอดความรู้ของตนไปสู่สถานการณ์ใหม่ได้ คำถามที่ใช้ส่วนมากจะเป็นเรื่องจริงนอกเหนือบทเรียน ที่ให้นักเรียนคิดสร้างสรรค์อะไรบางอย่างขึ้นเอง

ลักษณะของคำที่ใช้ในคำถามวัดการนำไปใช้ ได้แก่ ประยุกต์ พัฒนา สร้าง สาเหตุ พิสูจน์

4. คำถามวิเคราะห์ (Analysis Questions) หมายถึง คำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการแยกเรื่องราวหรือเหตุการณ์ ว่ามีส่วนประกอบย่อยอะไรบ้าง ซึ่งให้เห็นความสัมพันธ์ต่อเนื่องในส่วนประกอบนั้นๆ ทั้งนี้หมายความว่าความสามารถเกี่ยวกับการพิสูจน์สูตร หรือโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ โดยยึดหลักความคิดที่เปิดกว้างตลอดจนองค์ความรู้ต่างๆ ร่วมกัน มีระเบียบแบบแผนในกระบวนการคิด

ลักษณะของคำที่ใช้ในคำถามวิเคราะห์ ได้แก่ วิเคราะห์ เปรียบเทียบ จัดประเภท แยกแยะ มองข้อตรงข้าม หาจุดเด่น จำแนก ค้นคว้า

5. คำถามสังเคราะห์ (Synthesis Questions) หมายถึงคำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการรวบรวมหรือประกอบส่วนย่อยทั้งหลายให้เป็นส่วนรวม การผสมผสานอย่างมีระบบ เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยๆ ขึ้นเป็นหลักการ หรือแนวความคิดใหม่ให้มีคุณค่าและคุณภาพสูงกว่าเดิม โดยปกติคำถามสังเคราะห์จะไม่มีคำชี้แนะให้นักเรียน เพราะถูกทำให้เป็นคำถามแบบกว้างและรวมความคิดโดยไม่ชี้แนะคำตอบที่ถูกต้องใดๆ ไว้ให้ กล่าวโดยสรุปเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดความคิดที่หลากหลาย

ลักษณะของคำที่ใช้ในคำถามสังเคราะห์ ได้แก่ จัดสร้างขึ้น เสนอโครงการ นำมาผสมผสานกัน จัดหามา พัฒนา รวมเข้าด้วยกัน

6. คำถามประเมินค่า (Evaluation Questions) หมายถึง คำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการตัดสินคุณค่า ประเมินค่า โดยใช้กฎเกณฑ์มาสนับสนุนความคิด หรือไม่ก็เป็นการวางแผน การตัดสินใจบนพื้นฐานของหลักเกณฑ์ ซึ่งสิ่งนั้นไม่ใช่เป็นกฎตายตัว ดังนั้นนักเรียนต้องมีเหตุผลในการตัดสินคุณค่าของพวกเขา อย่างไรก็ตาม ขึ้นอยู่กับความแตกต่างของนักเรียนที่สามารถเข้าถึงวิธีการประเมินที่แต่ละคนมีเกณฑ์

ลักษณะของคำที่ใช้ในคำถามประเมินค่า ได้แก่ เลือก ประเมิน ตัดสิน พิจารณา คัดเลือก

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช (2525 : 320) ได้กล่าวถึง สิ่งที่ครูควรปฏิบัติในการถามคำถามนักเรียน มีดังนี้

1. เตรียมคำถามล่วงหน้า และลองตอบคำถามว่าสามารถนำไปสู่ประเด็นที่ต้องการหรือไม่ และควรคำนึงถึงลักษณะที่ดีของคำถาม และถามโดยใช้ภาษาง่ายๆ เพื่อให้ผู้เรียนอยากจะตอบ
2. เมื่อครูถามคำถามนักเรียน ครูควรให้เวลานักเรียนคิดอย่างน้อย 3 วินาที แล้วจึงเรียกชื่อให้นักเรียนตอบ
3. ครูควรเลือกคำถามให้เหมาะสมกับความแตกต่างของนักเรียน คำถามยากสำหรับนักเรียนเก่ง คำถามง่ายสำหรับนักเรียนอ่อน (โดยเฉพาะนักเรียนที่อยู่ในช่วงวัยรุ่น ถ้านักเรียนตอบคำถามไม่ได้หรือตอบผิดนักเรียนจะเกิดความอาย ทำให้ไม่อยากเรียน)
4. ฝึกฝนความรู้เมื่อนักเรียนตอบคำถามไม่ได้หรือไม่สมบูรณ์ ครูควรฝึกฝนจนกว่านักเรียนจะเข้าใจ และตอบคำถามได้หรือบอกให้คิดแล้วค่อยย้อนกลับมาถามใหม่
5. การใช้ประสบการณ์เดิมของนักเรียนมาตอบคำถาม เพื่อช่วยให้นักเรียนได้มองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ตนเรียนกับประสบการณ์เดิม
6. ให้คำถามก่อนเรียกชื่อให้ผู้เรียนตอบ เพราะว่าทำให้ผู้เรียนทุกคน มีความสนใจในคำถามและคิดหาคำตอบ
7. ให้ผู้เรียนตอบคำถามทีละคน เพราะการตอบพร้อมกันผู้เรียนบางคนอาจไม่สนใจในคำถาม ทำให้ยุ่งยากในการประเมินว่านักเรียนคนใดเกิดการเรียนรู้
8. ครูควรถามนักเรียนที่นั่งในตำแหน่งต่างๆ ของห้องไม่ควรถามเฉพาะนักเรียนที่นั่งแถวหน้าของห้องเรียนเท่านั้น เพราะนักเรียนที่นั่งในตำแหน่งอื่นๆ อาจจะไม่สนใจในการเรียน
9. ครูพยายามถามคำถามนักเรียนด้วยคำถามปลายเปิด เช่น นักเรียนแก้สมการ $5x + 3 = 2x - 9$ ได้อย่างไร (อธิบาย) และคำถามปลายเปิด เช่น รูปสามเหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่ 24 ตารางนิ้ว มีด้านกว้างและด้านยาวเท่าไร
10. เมื่อได้คำตอบที่ยังไม่ชัดเจน ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนขยายหรือให้คำตอบเพิ่มเติม

11. ครูควรใช้กิริยาท่าทางและน้ำเสียงเป็นส่วนประกอบในการถาม เพื่อช่วยให้บรรยากาศในการใช้คำถามน่าสนใจ นักเรียนมีความสุข สนุกและกระตือรือร้นในการเรียน

12. เมื่อถามคำถามแล้ว ครูไม่ควรชี้แนวทางหรือคำตอบให้ผู้เรียนทันทีเพราะจะทำให้เด็กไม่คิด

13. เมื่อนักเรียนตอบถูกครูควรให้กำลังใจ เพื่อกระตุ้นความสนใจในการตอบคำถามต่อไป

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การตั้งคำถามเป็นส่วนหนึ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นในการเรียนการสอน แต่เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นวิชาที่วัดด้วยความคิดและเหตุผล แต่มีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Power) จึงไม่ใช่เรื่องง่ายเลยในการที่จะทำให้ผู้เรียนไปสู่เป้าหมายที่วางไว้ แต่ คลาร์ก (Clark, 1995 : 506) ได้กล่าวว่าในการสร้างหรือพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์นั้น ครูเป็นผู้ที่มีบทบาทสำคัญ ครูจะเป็นกุญแจนำไปสู่ความสำเร็จดังกล่าว ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้ " คำถาม " แต่ในการใช้คำถามนั้นต้องมีกลยุทธ์ในการใช้คำถาม (Questioning Strategies) โดยเขาได้กล่าวถึงความสำคัญและกลยุทธ์ในการใช้คำถาม ดังนี้

1) เพื่อช่วยให้นักเรียนพัฒนาความสามารถทางการให้เหตุผล (To develop students' reasoning ability) ครูควรมีกลยุทธ์ในการใช้คำถามให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ เช่น

- ทำไมเธอจึงเลือกคำตอบนั้น ? (Why did you choose that answer ?)
- เธอพิสูจน์ได้ไหม ? (Can you prove that ?)
- วิธีนั้นใช้ได้เสมอหรือ ? (Does that always work ?)
- ทำไมเธอจึงคิดอย่างนั้นละ ? (Why do you think so ?)

2) เพื่อให้เด็กเรียนรู้จักการเรียนรู้ซึ่งกันและกัน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน และรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ครูผู้สอนควรส่งเสริมการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้ปฏิบัติร่วมกัน (Co-operative Learning) ร่วมกันแสดงความคิดเห็นในแง่ของส่วนรวม ครูควรมีกลยุทธ์ในการถามเช่น

- ทุกคนเห็นด้วยหรือไม่... ? (ว่าคำตอบที่ นายโจ กล่าวมาถูกต้อง) (Do all of you agree ?)
- ใครมีความคิดเป็นอย่างอื่นบ้าง ? (Does anyone else have another idea ?)
- มีใครอีกบ้างที่ต้องการจะพูดแบบอื่น ? (Does anyone else want to state that another away ?)
- เธอจะอธิบายสิ่งที่ นายโจ เพิ่งกล่าวไปได้ไหม ? (Can you explain what Mr.Jo just said ?)

3) เพื่อให้เด็กสามารถสำรวจ (explore) และค้นพบ (discover) แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ครูอาจใช้คำถามเช่น

- มีรูปแบบ (Pattern) ไหม ? (Is there a pattern ?)
- หาคำตอบอื่นได้ไหม ? (Can you find another solution ?)
- จะแก้ปัญหามันแบบอื่นได้ไหม ? (Can you solve it another way ?)
- อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าเธอลองทำแบบนี้ (What if you tried ... ?)

4) เพื่อให้เด็กสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน (To help students make connections to other mathematical ideas or to real life) ครูอาจใช้คำถาม เช่น

- ปัญหานี้คล้ายๆ กับปัญหาที่เธอเคยทำมาแล้วไหม ? (Is this problem like any other you' ve solved ?)

- เธอจะเชื่อมโยงเรื่องนี้ไปยังสถานการณ์ใดบ้าง ? (Can you relate this to any other situation ?)

- เธอสามารถใช้ความรู้ที่เคยเรียนไปแล้วได้ไหม ? (Can you use ideas from previous lessons?)

สรุปได้ว่า การถามคำถามของครูจะมีผลต่อพฤติกรรมการเรียนรู้ หรือพฤติกรรมการคิดตามการจำแนกทางการศึกษาของบลูม นั่นคือ สามารถที่จะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดพฤติกรรมการคิดขั้นสูง คือการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์และประเมินค่าได้ ดังนั้นครูผู้สอนต้องมีกลยุทธ์ในการตั้งคำถาม

4.6 การเรียนรู้จากการใช้คำถามประกอบการอธิบายและการใช้เหตุผล

กรมวิชาการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ 2544. ได้กล่าวว่า การเรียนรู้ที่ผู้สอนใช้คำถามประกอบการอธิบายและแสดงเหตุผลมีความจำเป็นในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เพราะธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยคำอธิบาย บทนิยาม สัญพจน์ ทฤษฎีบทต่างๆ เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ บางเนื้อหาผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานในเนื้อหาเหล่านั้นก่อนด้วยการอธิบายและแสดงเหตุผลให้ชัดเจน ในรูปของบทนิยาม เพื่อให้เกิดความเข้าใจเบื้องต้น แต่ในบางเนื้อหาผู้สอนอาจใช้คำถามก่อน ถ้านักเรียนไม่เข้าใจอาจอธิบายและแสดงเหตุผลเพิ่มเติม

4.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้คำถามในการเรียนการสอน

งานวิจัยต่างประเทศ

นิสเบท (Nisbet. 1974 : 2841-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การจัดลำดับการสอนเพื่อพัฒนาการถาม – ตอบของครูคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา (Instructional Sequence for Improving Teacher Question – Asking in Secondary Mathematics.) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของการจัดลำดับการสอนที่มีต่อการพัฒนาพฤติกรรมการใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา โดยตั้งสมมติฐานว่า หลังจากผ่านการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย แล้วครูจะสามารถใช้คำถามระดับสูงได้เพิ่มขึ้น เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบสังเกตการใช้คำถาม โดยจัดคำถามขึ้นความรู้ความจำ และคำถามขึ้นความเข้าใจเป็นคำถามระดับต่ำ ส่วนคำถามขึ้นการนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า เป็นคำถามระดับสูง ผลการทดลองพบว่า

1. ครูใช้คำถามระดับสูงเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. ครูใช้คำถามขึ้นการนำไปใช้ และคำถามขึ้นการวิเคราะห์ ในปริมาณที่เพิ่มขึ้นแต่คำถามขึ้นความเข้าใจมีการใช้ลดลง

ผลการทดลองสรุปได้ว่า การจัดลำดับการสอนที่มีประสิทธิภาพมีส่วนช่วยให้ครูคณิตศาสตร์เพิ่มปริมาณของคำถามระดับสูงที่ใช้ในชั้นเรียนได้

นิวตัน โจนส์ (Newton Jones.1980 : 529 - A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาระยะเวลาที่นักเรียนใช้หลังจากที่ครูตั้งคำถามกับนักเรียนเกรด 8 โดยผู้วิจัยได้จำแนกคำถามออกเป็น 4 ชนิด คือ คำถามแนวแคบ (Convergent) คำถามแนวกว้าง (Divergent) คำถามนามธรรม (Abstract) และคำถามรูปธรรม (concrete) ดำเนินการวิจัยโดยการจัดให้กลุ่มตัวอย่างเข้าเรียนในชั้นเรียน หลังจากนั้นนักเรียนแต่ละคนจะถูกสัมภาษณ์และตอบคำถามคนละ 4 คำถาม โดยมีผู้คอยจับเวลา 2 คน ผลการทดลองพบว่า

1. เวลาเฉลี่ยที่นักเรียนใช้คิดก่อนตอบคำถามแต่ละประเภทเป็น 2.84 , 6.86 , 4.36 และ 4.86 วินาที ตามลำดับ

2. ตัวแปรที่ทำให้ระยะเวลาในการคิดก่อนตอบคำถามคลาดเคลื่อนได้มี 2 ชนิด คือ ประเภทของคำถาม และความซับซ้อนของคำถาม

ผลการทดลองสรุปได้ว่า ระยะเวลาเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับทุกคำถาม นักเรียนที่ถูกถามคำถามควรมีเวลาในการคิดคำตอบ ซึ่งขึ้นอยู่กับประเภทและความซับซ้อนของคำถาม

จอห์นสัน (Johnson, 1991 : 52 – 03A) ได้ศึกษาประสิทธิภาพความพยายามในการเขียนที่ส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิต โดยการใช้คำถามที่ครูสร้างขึ้นมาเพื่อทดสอบนักเรียน และฝึกให้นักเรียนพยายามเขียน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง ซึ่งเพิ่มการใช้คำถามในการทดสอบสำหรับการเขียนตอบ และกลุ่มควบคุม ดำเนินการเรียนการสอนตามปกติ มีขั้นตอนในการศึกษา ดังนี้

1. แจกคำถามในชั้นเรียนและให้เวลานักเรียนคิดตามหลักเกณฑ์การตอบ
2. ให้นักเรียนอาสาสมัคร หรือเรียกชื่อให้นักเรียนตอบ
3. เพิ่มเติมคำตอบของนักเรียน จนกระทั่งคนอื่นๆ ยอมรับในคำตอบนั้น
4. การประเมินการบ้านจากการเขียนตอบในสมุดแบบฝึกหัดของนักเรียน โดยพิจารณา

เหตุผลในการเขียนตอบ

ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและมีความสามารถในการเขียนโดยมีการให้เหตุผลสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

งานวิจัยในประเทศ

คณิงค์คี่ คำถัม (2518 : 56-58) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ พฤติกรรมการสอนด้านการถามตอบและด้านทักษะทั่วไปวิชาคณิตศาสตร์ ” โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบพฤติกรรมการสอนด้านการถามตอบและด้านทักษะทั่วไปของอาจารย์ที่สอนในระดับมหาวิทยาลัย มัธยมศึกษา และประถมศึกษา ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นอาจารย์คณิตศาสตร์จากโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร และโรงเรียนประถมสาธิต จำนวน 21 คน เครื่องมือในการวิจัยดัดแปลงมาจากแบบสังเกตพฤติกรรมการสอนด้านการถามตอบและด้านทักษะทั่วไปของศูนย์วิจัยและพัฒนาการสอนแห่งมหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ด ผลการวิจัย พบว่า

1. อาจารย์คณิตศาสตร์ที่สอนต่างระดับกันมีพฤติกรรมการสอนด้านการถามตอบ ไม่แตกต่างกัน แต่มีพฤติกรรมการสอนด้านทักษะทั่วไปแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
2. อาจารย์คณิตศาสตร์ใช้การถามด้านความรู้ความจำมากที่สุด และการถามที่ใช้รองลงมาตามลำดับคือ การถามด้านความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า
3. อาจารย์คณิตศาสตร์ใช้ทักษะการถามทางด้านเนื้อหาวิชามากที่สุด และใช้ทักษะด้านวิธีการรองลงมา ด้านที่ใช้บ่อยที่สุด คือ ทักษะด้านการจูงใจ

งามดา กมลวรเดช (2537 : บทคัดย่อ) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ ผลของการฝึกกลวิธีคำถามที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ” กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดจันทร์ตะวันออก อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก จำนวน 64 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง ได้รับการฝึกกลวิธีคำถามนำในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ และกลุ่มควบคุม ได้รับการสอนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามปกติ ใช้เวลาในการทดลอง 16 คาบเรียน หลังจากนั้นนำคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มมาทดสอบความแตกต่างด้วยการทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่า

1. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2. คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังการทดลองสูงกว่าคะแนนในระยะก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

สุจิตรา โอสกอภิรักษ์ (2538 : 87 – 91) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์การใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพมหานคร กลุ่มตัวอย่างเป็นครูที่สอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 96 คน โดยสุ่มจากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดกรมสามัญศึกษา ในกรุงเทพมหานคร จากจำนวน 112 โรงเรียน เครื่องมือที่ใช้คือ แบบสังเกตการใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งเป็น 2 ตอน คือ ประเภทของการใช้คำถามและลักษณะการใช้คำถาม วิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าความถี่และร้อยละ ผลการทดลองพบว่า

1. ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นใช้คำถามระดับต่ำคิดเป็นร้อยละ 99.41 และใช้คำถามระดับสูงร้อยละ 0.59 และเมื่อจำแนกประเภทของคำถามระดับต่ำและพบว่า ครูคณิตศาสตร์ใช้คำถามที่ให้นักเรียนระลึกถึงข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม และสูตร มากที่สุด

2. ครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นใช้คำถามที่มีลักษณะการใช้คำถามที่ดีคิดเป็นร้อยละ 25.90 และใช้คำถามที่มีลักษณะการใช้คำถามที่ควรหลีกเลี่ยงร้อยละ 74.10 และเมื่อจำแนกลักษณะการใช้คำถามที่ควรหลีกเลี่ยงแล้วพบว่า ครูคณิตศาสตร์ใช้คำถามที่ให้นักเรียนตอบคำถามเป็นหมู่คณะมากที่สุด

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่าการใช้คำถามในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีความจำเป็นมากซึ่งเป็นการส่งเสริมกระบวนการคิด การเรียนรู้ของนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจในการเรียนมากขึ้น ตลอดจนเป็นการทบทวนการเชื่อมโยงความรู้ของนักเรียน เปิดโอกาสให้เด็กได้ฝึกคิดและตอบคำถามอย่างสมเหตุสมผล มีขั้นตอนการคิด ซึ่งจะให้นักเรียนเห็นแนวทางในการสรุปความคิดรวบยอดได้อย่างมีระบบ

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับบัตรงานหรือใบงาน

บัตรงานหรือใบงานคณิตศาสตร์

บัตรงานหรือใบงาน เป็นเอกสารที่ประกอบด้วยกิจกรรมหรือแบบฝึกหัด ใช้ประกอบการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจและมีโอกาสได้ฝึกทักษะจากการทำกิจกรรมหรือแบบฝึกหัด (สมจิต ชิวปรีชา. 2529 : 24) ได้แบ่งใบงานหรือบัตรงานออกเป็น 3 ประเภท คือ

5.1 กิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ง่ายกว่าในหนังสือเรียน เพื่อช่วยเหลือผู้เรียนที่เรียนอ่อน ต้องการฝึกทักษะเบื้องต้นเพิ่มเติม

5.2 กิจกรรมหรือแบบฝึกหัดที่ยากกว่าในหนังสือเรียน เพื่อใช้เสริมผู้เรียนที่เรียนเก่งจะได้มีงานทำ เมื่อครูกำลังช่วยเหลือผู้เรียนที่เรียนอ่อน

5.3 กิจกรรมหรือแบบฝึกหัดเสริมแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน เพื่อเพิ่มเติมการฝึกทักษะ

แบบจดบันทึกประจำวัน

แบบจดบันทึกประจำวัน เป็นเอกสารที่จัดเตรียมให้ผู้เรียนจดบันทึกสิ่งต่างๆ ที่แสดงผลของการเรียนรู้หรือความเข้าใจที่เพิ่มขึ้น หรืออาจจะเป็นปัญหาที่ผู้เรียนยังไม่ชัดเจนต้องการ คำอธิบาย หรืออาจจะเป็นการแสดงความคิดเห็นอย่างอิสระเกี่ยวกับการเรียนการสอน เกี่ยวกับครูผู้สอนหรือเพื่อนๆ โดยการเขียน

บรรยาย วาดรูปภาพ แผนภูมิ ไต่อะแกรม ตามความถนัดของผู้เรียนแต่ละบุคคล ในระยะแรกครูผู้สอนให้ผู้เรียนบรรยายรูปภาพที่กำหนดให้ หรือตอบคำถามที่อาจเกี่ยวข้องหรือไม่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาก่อน จนกระทั่ง ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคย สามารถเขียนบรรยายสิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง

6. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson.1971 : 643-685) ได้จำแนกจุดประสงค์ทางการศึกษาโดยแบ่งพฤติกรรมในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทางด้านพุทธิพิสัย (Cognitive Domain-) ออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

6.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ (Computation) เป็นการวัดเกี่ยวกับทักษะในการคำนวณ ได้แก่การวัดความรู้ ความจำแบบง่าย ๆ เกี่ยวกับสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนผ่านไปแล้ว เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับพื้นฐานแรกสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น คือ

6.1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific facts) เป็นการถามเพื่อจะวัดความรู้ความจำถึงข้อเท็จจริงเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปแบบเดียวกับที่ผู้เรียนได้รับการเรียนการสอนมาแล้วตลอดจนความรู้พื้นฐานที่ผู้เรียนได้สะสมมาเป็นระยะเวลานาน

6.1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นการถามให้ผู้เรียนบอกความหมายของศัพท์และนิยามต่างๆ ตามที่ได้เคยเรียนมาแล้ว คำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อม โดยไม่ต้องอาศัยการคำนวณ หรือความรู้อื่นมาช่วย

6.1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability to carry out algorithms) เป็นความสามารถที่ผู้เรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาคำนวณ ดำเนินการตามกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว

6.2 ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ แบ่งเป็น 6 ชั้น คือ

6.2.1 ความรู้เกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concept) เป็นความสามารถในการนำข้อเท็จจริงที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กันแล้วสรุปความหมายตามความเข้าใจของตนเอง

6.2.2 ความรู้เกี่ยวกับหลักการ กฎ และการสรุปอ้างอิงทั่วไป (Knowledge of principles , rules and generalization) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ มาสัมพันธ์กันระหว่างความคิดรวบยอดและปัญหา

6.2.3 ความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical structure) เป็นความสามารถในการมองเห็นส่วนประกอบของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับโครงสร้างทางพีชคณิต

6.2.4 ความสามารถในการแปลงรูปของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง (Ability of transform problem elements from one mode to another) เป็นความสามารถในการเปลี่ยนข้อความให้เป็นสัญลักษณ์

6.2.5 ความสามารถในการดำเนินการตามแนวของเหตุผล (Ability of follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์โดยดำเนินการตามแนวของเหตุผลในขณะที่อ่าน

6.2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a Mathematics problem) เป็นความสามารถในการอ่านและตีความจากโจทย์ รวมถึงการแปลความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ

6.3 การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้ว โดยอาศัยความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง ไปแก้ปัญหาใหม่เป็นผลสำเร็จ พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งเป็น 4 ชั้น คือ

6.3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย (Ability to solve routine problem) ผู้เรียนต้องอาศัยความรู้ด้านการคำนวณ ความเข้าใจ และการใช้กระบวนการเพื่อแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

6.3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการนำข้อมูล 2 ชุด มาหาความสัมพันธ์ระหว่างกัน โดยการเปรียบเทียบ สรุป และตัดสินใจ

6.3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการจำแนกแยกแยะ และตัดสินใจว่าข้อมูลส่วนใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นในการนำไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

6.3.4 ความสามารถในการมองเห็นรูปลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to recognize patterns isomorphisms and symmetries) เป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อมูล การแปลงปัญหา การจัดกระทำข้อมูลและการสำรวจหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้

6.4 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดทางสติปัญญาในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ด้านพุทธิพิสัย ซึ่งพฤติกรรมในขั้นนี้ต้องมีความสามารถในระดับสูง จะเป็นการแก้ปัญหาที่แปลกไม่คุ้นเคยมาก่อน การแก้ปัญหาคือการรวบรวมความรู้ ความสามารถในการสามัคคีกันที่กล่าวมาแล้ว พฤติกรรมขั้นนี้แบ่งออกเป็น 5 ชั้น คือ

6.4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) เป็นความสามารถในการตอบคำถามที่ซับซ้อน ผู้เรียนต้องนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาแล้วผสมผสานกับความเข้าใจในความคิดรวบยอด นิยาม เพื่อนำไปสู่เนื้อหาใหม่

6.4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ มาสัมพันธ์กันใหม่เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

6.4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสื่อสารเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลด้วยตนเอง โดยอาศัยนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่างๆ เข้ามาช่วยแก้ปัญหา

6.4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ข้อพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) เป็นความสามารถในการใช้เหตุผลควบคุมความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ ผู้เรียนจะต้องตรวจสอบดูว่าการพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดบ้างผิดพลาด

6.4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องให้มีผลใช้ได้เป็นกรณีทั่วไป (Ability to formulate and validate generalizations) เป็นความสามารถในการค้นพบสูตรหรือกระบวนการแก้ปัญหาและพิสูจน์ว่าใช้ได้เป็นกรณีทั่วไปได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จัดได้ว่าเป็นเกณฑ์ที่จะนำมาใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของการสอนอย่างกว้างขวาง ซึ่งผู้วิจัยสนใจที่จะทำการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

บทที่ 3

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. ขั้นตอนการพัฒนาารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา อำเภอบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 แผนการเรียนคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ จำนวน 2 ห้องเรียน จำนวนนักเรียนทั้งหมด 90 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา อำเภอบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 แผนการเรียนคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ จำนวน 45 คน โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) จากการจับสลากมา 1 ห้องเรียน จากจำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนตามความสามารถของนักเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เวลาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โดยใช้เวลาในการทดลอง 24 คาบ ๆ ละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีดังนี้

1. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงประกอบด้วย

- 1.1 แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
- 1.2 เอกสารประกอบการเรียนการสอน

1.2.1 บัตรงาน (Workcard) หรือ ใบงาน (Worksheet)

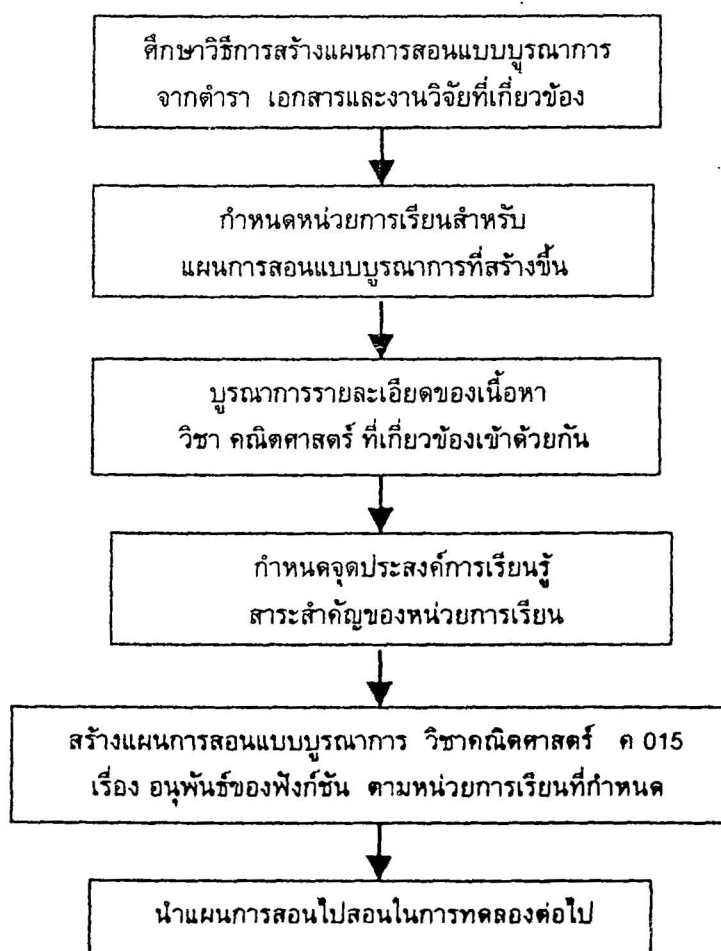
1.2.2 แบบจดบันทึกประจำวัน

1.3 กิจกรรมการใช้คำถาม

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ประกอบด้วย แผนการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน กิจกรรมการใช้คำถาม โดยมีขั้นตอนการสร้างแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา ดังภาพประกอบ 9

ขั้นตอนการสร้างแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง



ภาพประกอบ 9 สรุปขั้นตอนการสร้างแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ตามแนวคิดของผู้วิจัย

1. รูปแบบการสอนวิทยาศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

1.1 แผนการสอนวิทยาศาสตร์

1.1.1 ศึกษาหลักสูตร ความมุ่งหมาย จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา วิทยาศาสตร์ ค 015 เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 จากหลักสูตร มัธยมศึกษาตอนปลายพุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2523) และคู่มือครูวิทยาศาสตร์ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

1.1.2 ศึกษาวิธีการจัดทำแผนการสอนแบบบูรณาการ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งรายวิชาอื่นๆ ที่เป็นความรู้พื้นฐาน เพื่อวิเคราะห์ว่าเนื้อหาหรือโมดูลใดมีความเหมาะสมที่จะนำมา พัฒนาเป็นแผนการสอนที่ต้องการ

1.1.3 ศึกษารายละเอียดของเนื้อหาวิชาที่กำหนดไว้ในหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยที่ทำการ บูรณาการ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานต่างๆ ภายในหน่วยการเรียนรู้เข้าด้วยกัน โดยสรุปเป็นแนวทางการบูรณาการเชิงเนื้อหา

1.1.4 ศึกษาวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์ ค 015 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2.5 หน่วยกิต จำนวน 5 คาบ

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษาความรู้พื้นฐานเบื้องต้น ฝึกทักษะการคิดคำนวณ การให้เหตุผลและฝึกการแก้ปัญหาในเรื่อง ลำดับและอนุกรม ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน การอินทิเกรต เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา มีทักษะในการคิดคำนวณ การให้เหตุผลและการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้รายวิชา

จุดประสงค์ของหมวดวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

- 1) เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจในหลักการและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ สามารถคิดอย่างมีเหตุผล และใช้เหตุผลในการแสดงความคิดเห็นอย่างเป็นระเบียบชัดเจนและรัดกุม
- 2) เพื่อให้มีทักษะในการคิดคำนวณและนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา
- 3) เพื่อให้ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
- 4) เพื่อให้เป็นพื้นฐานในการเรียนที่ต้องใช้คณิตศาสตร์หรือในการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นสูง

เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา

- Pretest	1 คาบ
- อัตราการเปลี่ยนแปลง	2 คาบ
- อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	2 คาบ
- การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร	4 คาบ
- อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท	3 คาบ
- ความชันของเส้นโค้ง	3 คาบ
- อนุพันธ์อันดับสูง	2 คาบ
- การประยุกต์ของอนุพันธ์	6 คาบ
- Posttest	1 คาบ
รวม	24 คาบ

1.1.5 จัดทำแผนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ สำหรับเนื้อหาเรื่อง
อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

1.1.5.1 กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ ความคิดรวบยอดของหน่วยการเรียนรู้
สร้างแผนการสอนแบบบูรณาการ วิชา ค 015 คณิตศาสตร์ ตามแนวความคิดและหลักการพื้นฐานที่ผู้วิจัย
ศึกษา ซึ่งในแผนการสอนแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ประกอบด้วย

- 1.1.5.1.1 วิชา / รหัสวิชา / ชื่อเรื่อง / บทที่ / เวลาที่ใช้
- 1.1.5.1.2 สาระสำคัญ
- 1.1.5.1.3 จุดประสงค์นำทางและปลายทาง
- 1.1.5.1.4 ความรู้พื้นฐาน
- 1.1.5.1.5 การประเมินผลก่อนเรียน
- 1.1.5.1.6 เนื้อหาสาระ
- 1.1.5.1.7 กิจกรรมการเรียนการสอน ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ
 - ชี้นำเข้าสู่บทเรียน
 - ขั้นตอนการเรียนการสอน
 - ขั้นฝึกปฏิบัติและตรวจสอบความเข้าใจ
 - ขั้นสรุปการเรียนรู้
 - ขั้นประเมินผลการเรียนการสอน
- 1.1.5.1.8 สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอน
- 1.1.5.1.9 การประเมินผลหลังเรียน

1.1.5.2 นำแผนการสอนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชา
คณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่านตามรายชื่อในภาคผนวก ก เป็นผู้ประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการสอน
วิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ความเป็นไปได้ของกิจกรรม
ความสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายเนื้อหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนหรือแนวคิดหลักการพื้นฐานที่ใช้ใน
การสร้างและพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ตามรายละเอียดของแบบประเมินในภาคผนวก ง ซึ่งผล
การตรวจสอบความเหมาะสมของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา พบว่า ทุกข้อ
รายการมีคะแนนเฉลี่ยความเหมาะสม 2.65 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.31 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้

1.1.5.3 ปรับปรุงแก้ไขแผนการสอนและเอกสารประกอบการสอนตามคำแนะนำของ
ผู้เชี่ยวชาญ ในด้านภาษา ความสอดคล้องกับจุดประสงค์รายวิชา เนื้อหา การลำดับความยากง่ายของ
แบบฝึกหัดความเหมาะสมของเวลา กิจกรรมการเรียนการสอน กำหนดรูปแบบการประเมินผล แล้วนำไป
ทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน กรุงเทพฯ ที่ไม่ใช่กลุ่ม
ตัวอย่างจำนวน 4 คน เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรม เวลาและการใช้สื่อ เพื่อให้เป็นแผนการสอนที่
สมบูรณ์สำหรับนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

1.2 เอกสารประกอบการเรียนการสอน

1.2.1 บัตรงาน (Workcard) หรือใบงาน (Worksheet)

มีลักษณะเป็นเอกสารที่กำหนดกิจกรรมให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติโดยการทำงานเป็นรายบุคคล
หรือเป็นรายกลุ่ม เป็นสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด / เกมการเรียนรู้ มีขั้นตอนการพัฒนา ดังนี้

1.2.1.1 ดำเนินการสร้าง โดยยึดหลักการดังนี้

1.2.1.1.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์ของการเรียนรู้

1.2.1.1.2 เหมาะสมกับวัยและระดับสติปัญญาของผู้เรียน

1.2.1.1.3 ให้ผู้เรียนทุกคนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้

1.2.1.2 นำบัตรงานหรือใบงานไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเพื่อพิจารณาความสอดคล้อง

และความเหมาะสม

1.2.1.3 ปรับปรุงและแก้ไขบัตรงานหรือใบงานตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.2.2 แบบจดบันทึกประจำวัน

มีลักษณะเป็นเอกสารคำถามสำหรับผู้เรียนบันทึกสิ่งที่เรียนรู้ในแต่ละคาบเรียน สิ่งที่ได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นจากความรู้เดิม ปัญหาที่เกิดจากการเรียนรู้หรือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

1.2.2.1 ดำเนินการสร้าง โดยยึดหลักการดังนี้

1.2.2.1.1 เป็นคำถามที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชา

1.2.2.1.2 ใช้ภาษาง่ายมีความชัดเจน

1.2.2.1.3 สอดคล้องกับจุดมุ่งหมาย แนวคิด และหลักการ พื้นฐานที่ผู้วิจัยศึกษา

1.2.2.2 นำแบบจดบันทึกประจำวันไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ เพื่อพิจารณาความ

สอดคล้องและความเหมาะสม

1.2.2.3 ปรับปรุงและแก้ไขแบบจดบันทึกประจำวันในด้านความสอดคล้องและความเหมาะสมของเนื้อหา ภาษา ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

1.3 กิจกรรมการใช้คำถาม

มีลำดับขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.3.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับคำถาม

1.3.2 สร้างคำถามเพื่อใช้ถามนักเรียน เช่น คำถามแบบเชื่อมโยงประสบการณ์ ได้แก่ คำถามที่ใช้คำว่า “ถ้า... นักเรียนจะอย่างไร” “เพราะอะไร” “อย่างไร” และคำถามเชื่อมโยงเนื้อหา ได้แก่คำถามที่ใช้คำว่า “อะไร” “ทำไม” “อย่างไร”

1.3.3 นำคำถามที่สร้างขึ้นให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ เพื่อพิจารณาความสอดคล้องและความเหมาะสม ทางด้านภาษา ความถูกต้องและความชัดเจนของคำถาม

1.3.4 นำคำถามที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 4 คน ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อดูความเหมาะสมด้านภาษาและแนวการตอบของนักเรียนว่าตอบโดยใช้การเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนไปมากน้อยเพียงไร

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรือง

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน เป็นแบบทดสอบชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู แบบเรียนและวิธีการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จากเอกสารและตำราเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างและวิเคราะห์ข้อสอบของ

(ชาวล แพทย์กุล. 2520 : 1 – 407 ; ไพศาล หวังพานิช. 2526 : 57 – 62)

2.2 สร้างตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยวิเคราะห์ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ โดยให้สอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ แล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมโดยพิจารณาจากค่า $IOC \geq 0.50$ พบว่าแบบทดสอบข้อที่คัดเลือกไว้มีค่า IOC อยู่ระหว่าง 0.67 – 1.00 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้

2.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะให้เรียบร้อย

2.5 นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดสอบกับนิสิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ชั้นปีที่ 1 ที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 จำนวน 100 คน เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.6 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบที่นักเรียนทำ โดยให้คะแนน 1 คะแนน สำหรับแบบทดสอบที่ตอบถูก และให้ 0 คะแนน สำหรับแบบทดสอบข้อที่ทำผิด ไม่ตอบ หรือ ตอบเกิน 1 คำตอบ

2.7 นำผลการทดลองมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาความยาก (p) และ ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27 % ของ จุง เตห์ ฟาน (Fan, 1952 : 6 – 52)

2.8 เลือกแบบทดสอบเฉพาะข้อที่มีความยาก (p) อยู่ระหว่าง .20 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป ผลการวิเคราะห์พบว่าแบบทดสอบมีค่าความยาก อยู่ระหว่าง .22 -.74 ผลการวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนก อยู่ระหว่าง .22 - .74 จำนวน 30 ข้อ จากข้อที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวน 32 ข้อ โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้เนื้อหาตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร

2.9 นำแบบทดสอบที่คัดเลือกแล้ว จำนวน 30 ข้อ ไปทดสอบกับนิสิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ชั้นปีที่ 1 ที่เคยเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 จำนวน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้สูตร KR -20 (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 197 – 199) ได้ค่าความเชื่อมั่น 0.70

ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์

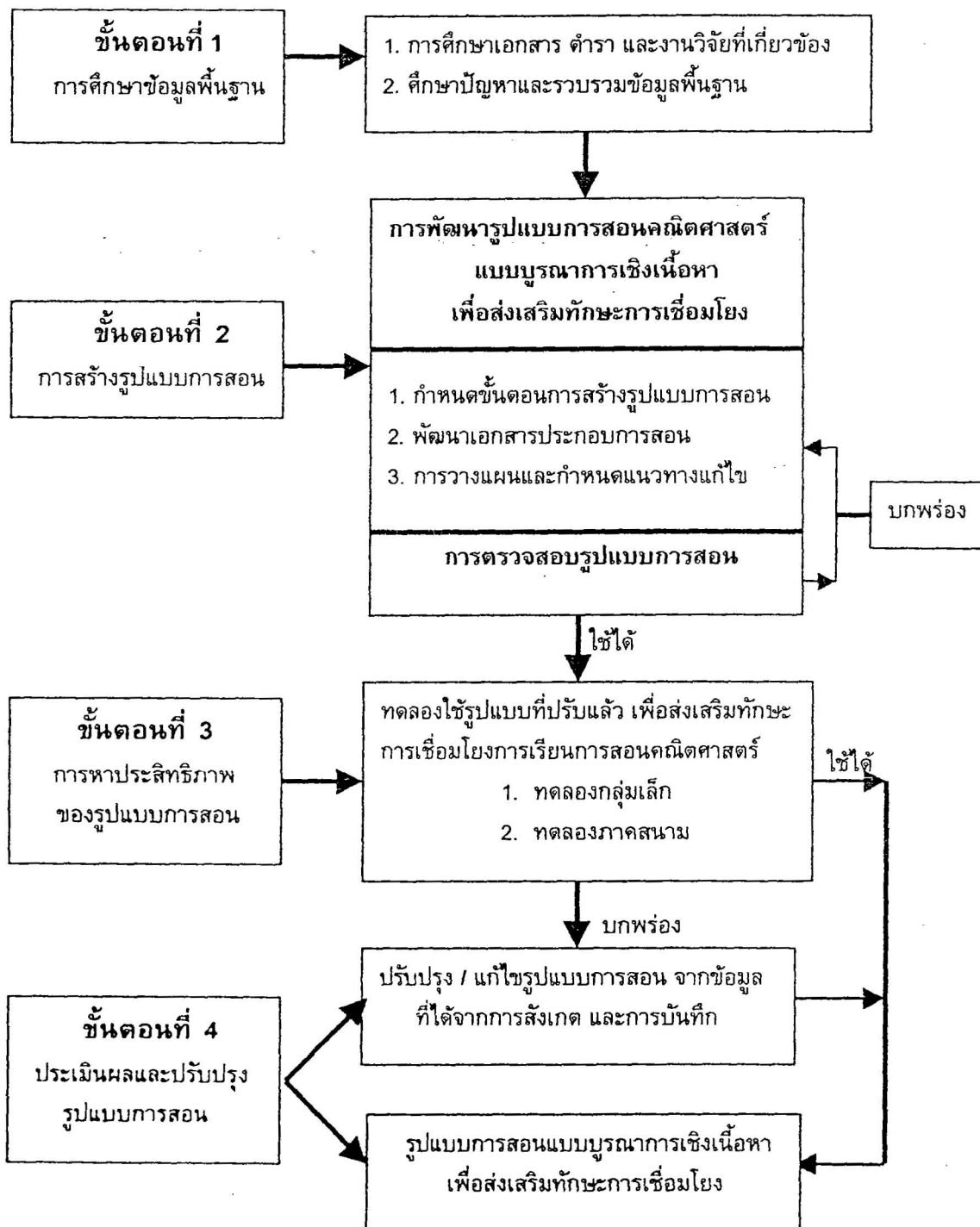
ขั้นตอนการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง แบ่งขั้นตอนการพัฒนาเป็น 4 ขั้นตอน ดังภาพประกอบ 10

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ขั้นตอนที่ 2 แนวทางในการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง และเอกสารประกอบการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 3 หาประสิทธิภาพรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะ การเชื่อมโยง

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะ การเชื่อมโยง



ภาพประกอบ 10 ขั้นตอนในการดำเนินการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์
ตามแนวคิดของผู้วิจัย

ขั้นตอนที่ 1 ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐาน

ในการสร้างรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ผู้วิจัยได้ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลจากการสำรวจข้อมูลเบื้องต้น ข้อเขียนต่างๆ เกี่ยวกับทิศทางและแนวโน้มในการจัดการศึกษา สภาพและผลการจัดการศึกษาของไทยในปัจจุบันเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสาร บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้า รวบรวมและวิเคราะห์เอกสาร บทความและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

1.1 เอกสารที่เกี่ยวกับหลักสูตรและหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์

1.1.1 หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ โดยเฉพาะในด้านหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์

1.1.2 หนังสือคู่มือการใช้หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524

(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

1.1.3 หนังสือคู่มือการประเมินผลมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524

(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ

1.1.4 หนังสือแบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่สอดคล้องตาม

หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

1.1.5 คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มัธยมศึกษาตอนปลาย

พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

1.1.6 ศึกษาสภาพการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

1.2 คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ กรมวิชาการ สถาบันส่งเสริม

การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ โดยศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พุทธศักราช 2544 ตามมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะ / กระบวนการเชื่อมโยง

1.3 เอกสารและบทความที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ การปฏิรูป

การศึกษาตามแนวพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 (มาตรฐานและสาระการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ มาตรฐานด้านทักษะ / กระบวนการ ที่ว่า มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ)

1.2.1 เอกสาร บทความ ข้อเขียนต่างๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดการเรียนรู้วิชา

คณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

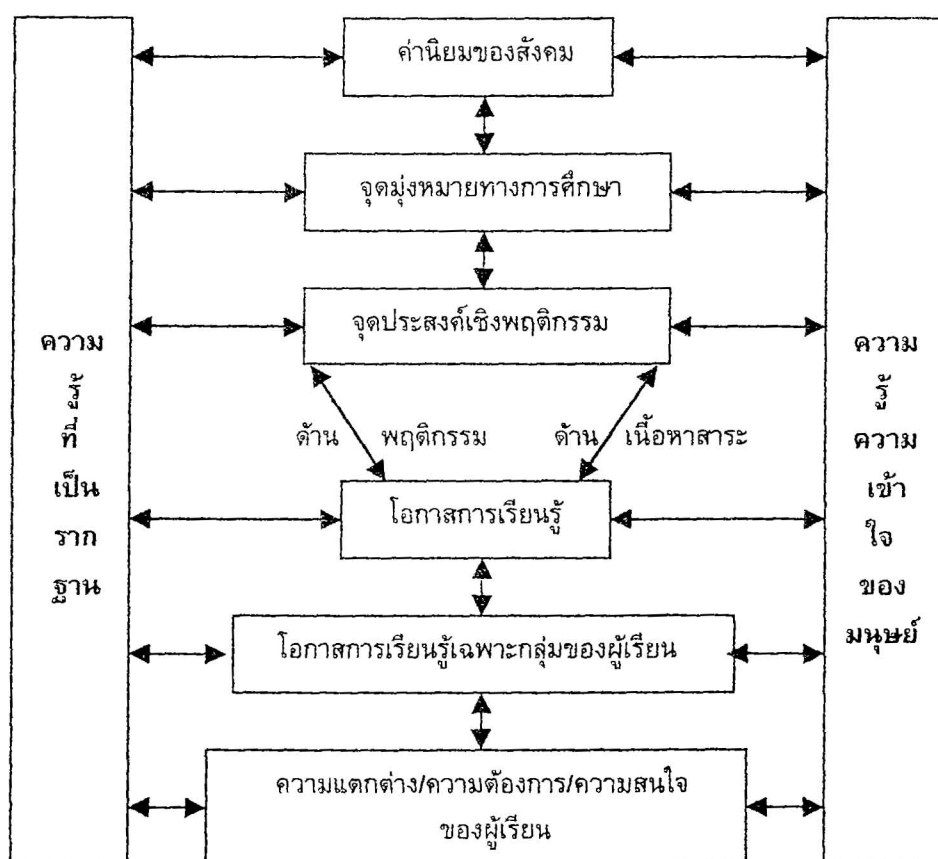
1.2.2 เอกสาร บทความ ข้อเขียนต่างๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยง

1.2.3 เอกสาร บทความ ข้อเขียนต่างๆ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการสอน

ขั้นตอนที่ 2 แนวทางในการพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์
แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง และเอกสารประกอบ
การเรียนการสอน

1. การกำหนดขั้นตอนการสร้างและพัฒนารูปแบบการสอน

จากการศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลพื้นฐานในขั้นตอนที่ 1 ผู้วิจัยได้กำหนดขั้นตอนของการสร้าง
และพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง
ดังภาพประกอบ 11



ภาพประกอบ 11 แนวทางการสร้างและพัฒนารูปแบบการสอนตามความคิดของผู้วิจัย

ในการกำหนดขั้นตอนการสร้างและพัฒนารูปแบบการสอน ต้องพิจารณา ดังนี้

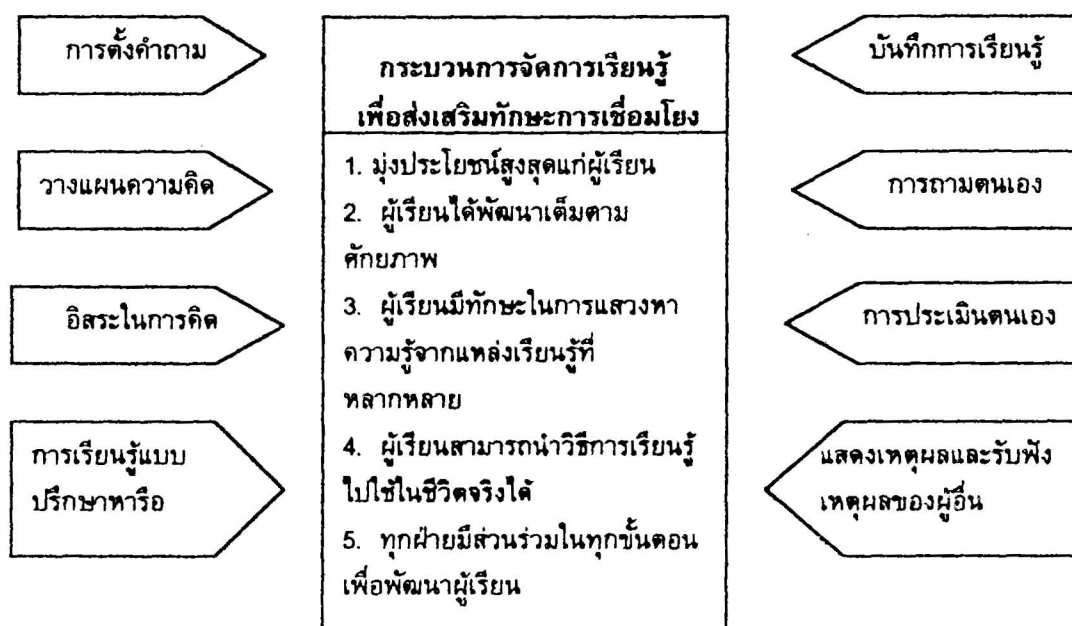
1. ค่านิยมทั่วไปของสังคม ชุมชน ท้องถิ่น
2. จุดมุ่งหมายทางการศึกษา
3. จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยแบ่งเป็น จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมด้านพฤติกรรม และด้านเนื้อหาสาระ
4. โอกาสทางการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคน
5. โอกาสทางการเรียนรู้เฉพาะกลุ่มของผู้เรียน เมื่อมีการเข้ากลุ่มเรียนรู้แบบร่วมมือ
6. คำนึงถึงความแตกต่าง / ความต้อง / ความสนใจ ของผู้เรียนแต่ละคน

ในการกำหนดขั้นตอนการสร้างและพัฒนาแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ในการปฏิรูปการศึกษาตามแนวพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2542 (มาตรฐานและสาระการเรียนรู้กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์ มาตรฐานด้านทักษะ / กระบวนการ ที่ว่า มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิชาอื่นๆ) ต้องคำนึงถึงกระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ดังภาพประกอบ 12

1. มุ่งประโยชน์สูงสุดแก่ผู้เรียน
2. ผู้เรียนได้พัฒนาเต็มตามศักยภาพ
3. ผู้เรียนมีทักษะในการแสวงหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ที่หลากหลาย
4. ผู้เรียนสามารถนำวิธีการเรียนรู้ไปใช้ในชีวิตจริงได้
5. ทุกฝ่ายมีส่วนร่วมในทุกขั้นตอนเพื่อพัฒนาผู้เรียน

โดยที่ผู้เรียนต้องคำนึงถึงองค์ประกอบต่างๆ และผู้เรียนสามารถ

1. เชื่อมโยงความคิดรวบยอด หลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ เพื่ออธิบายข้อสรุปหรือเรื่องราวต่างๆ ได้
2. นำความรู้และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนรู้ในสิ่งต่างๆ และในชีวิตจริงได้
3. การเชื่อมโยงการเรียนรู้ทั้งในระบบและนอกระบบโรงเรียน ทั้งภายในกลุ่มวิชา ระหว่างกลุ่มวิชา และการดำเนินชีวิตจริง
4. การเชื่อมโยงข้อมูลข่าวสารและการใช้ข้อมูลที่เหมาะสมในการจัดการเรียนการสอน
5. การเชื่อมโยงความรู้ที่ได้จากวิธีการต่างๆ ข้างต้นไปสู่ความเข้าใจอย่างสมบูรณ์แบบ ก่อให้เกิดการบูรณาการและให้เกิดจิตสำนึกขึ้นเองตามธรรมชาติ



ภาพประกอบ 12 กระบวนการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงตามแนวคิดของผู้วิจัย

2. การพัฒนาเอกสารประกอบการสอน

จากขั้นตอนการสร้างและพัฒนา กรอบแนวคิดในการวิจัย ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างและพัฒนา เอกสารประกอบการสอน เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการพัฒนาทักษะและความสามารถ ตามรูปแบบการสอน วิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ดังนี้

1. รูปแบบการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ประกอบด้วย
 - 1.1 แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
 - 1.2 เอกสารประกอบการเรียนการสอน
 - 1.2.1 บัตรงาน (Workcard) หรือ ใบงาน (Worksheet)
 - 1.2.2 แบบจดบันทึกประจำวัน
 - 1.3 กิจกรรมการใช้คำถาม
2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

3. การตรวจสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอน

3.1 ขั้นตอนการตรวจสอบประสิทธิภาพก่อนการทดลอง

การตรวจสอบประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีขั้นตอน ดังนี้

- 3.1.1 การสร้างเครื่องมือประเมินรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอนมีขั้นตอน ดังนี้
 - 3.1.1.1 กำหนดจุดประสงค์ของการประเมิน โดยพิจารณาจากองค์ประกอบของรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอน
 - 3.1.1.2 ศึกษาการสร้างแบบประเมินและกำหนดรูปแบบของแบบประเมิน
 - 3.1.1.3 สร้างแบบประเมินแบบจัดอันดับคุณภาพ ครอบคลุมองค์ประกอบของรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอนและแบบสอบถามปลายเปิด เพื่อให้ผู้ประเมินแสดงความคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะ
 - 3.1.1.4 นำแบบประเมินที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดผล และประเมินผล จำนวน 3 ท่าน พิจารณาความครอบคลุม ความถูกต้องชัดเจน ความเป็นปรนัยของข้อคำถาม
 - 3.1.1.5 นำแบบประเมินมาแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ เพื่อเป็นแบบประเมินรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอนฉบับสมบูรณ์

3.1.2 นำแผนการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างและพัฒนาขึ้น พร้อมแบบประเมินไปให้ผู้เชี่ยวชาญสาขาวิชาคณิตศาสตร์ประเมินผลตามความคิดเห็น เพื่อนำข้อมูลมาใช้เป็นแนวทางในการแก้ไข ปรับปรุงรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนก่อนนำไปทดลองจริง ซึ่งปรากฏผลการประเมินแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง บทที่ 3 เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน และเอกสารประกอบการเรียนการสอน

ขั้นตอนที่ 3 หาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน

1. การทดลองกลุ่มเล็ก

นำรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอนที่แก้ไขและปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา จำนวน 4 คน ระหว่างวันที่ 16 – 31 พฤษภาคม 2545 เพื่อความเป็นไปได้และความเหมาะสมของภาษา เนื้อหา เวลา สื่อการสอน สังเกตพฤติกรรมและเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อนำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์และสังเคราะห์หาข้อบกพร่อง เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนให้มีความสมบูรณ์มากที่สุด ก่อนที่จะนำไปใช้ในการทดลองภาคสนาม

การปรับปรุงแผนการสอน

1) ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน เป็นผู้ตรวจสอบความเหมาะสมและความสอดคล้องในการจัดกิจกรรมกับจุดมุ่งหมาย เนื้อหา แนวคิด หลักการและเหตุผล แล้วปรับปรุงแก้ไขแผนการสอนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

2) ทดลองใช้กิจกรรมการเรียนการสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา จำนวน 10 คน ระหว่างวันที่ 1-15 มิถุนายน 2545 เพื่อศึกษาความเป็นไปได้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3) ปรับปรุงแผนการสอนจากการทดลองใช้ใน ข้อ 2 แล้วนำมาทำเป็นแผนการสอนที่ใช้ในการทดลองภาคสนาม

2. การทดลองภาคสนาม

ในการดำเนินการทดลองภาคสนามเพื่อหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงที่ผู้วิจัยได้สร้างและพัฒนาขึ้น มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ขั้นตอนการเตรียมการก่อนทดลอง มีการดำเนินการ ดังนี้

1.1 จัดเตรียมแผนการสอน ใบงาน แบบฝึกหัดรายบุคคล / รายคู่ / กลุ่ม แบบจดบันทึกประจำวัน แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน สื่อประกอบการเรียนการสอน เพื่อสะดวกและง่ายต่อการนำมาใช้

1.2 สืบค้นและแนบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง โดยนำแบบทดสอบมาทดสอบ เพื่อนำคะแนนที่ได้ไปใช้เป็นข้อมูลในการแบ่งกลุ่มผู้เรียนในกลุ่มย่อยแต่ละห้องเรียนตามระดับความสามารถ

1.3 นำกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มได้มาจัดกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ตามระดับความสามารถ สูง ปานกลาง ต่ำ เป็น 1 : 2 : 1 โดยใช้ผลการสอบของภาคเรียนที่ 2 วิชาคณิตศาสตร์ ค 014 ตามเกณฑ์ที่ชวาล พรดีกุล (2520 : 374 – 377) เสนอไว้ดังนี้

ระดับความสามารถสูง	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ขึ้นไป
ระดับความสามารถปานกลาง	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนนระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 - 75
ระดับความสามารถต่ำ	คือ	นักเรียนที่ได้คะแนนเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ลงมา

1.4 ให้ผู้เรียนฝึกทักษะในการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และสังเกตการทำงานของผู้เรียน

1.5 ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่เป็นการทดสอบก่อนได้รับการสอนตามรูปแบบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. ขั้นตอนการทดลอง จำนวน 24 คาบ ๆ ละ 50 นาที ในแต่ละคาบเรียนมีการดำเนินการกิจกรรมการเรียนการสอนโดยที่ผู้วิจัยเป็นผู้สอนด้วยตนเอง ดังนี้

2.1 แบ่งกลุ่มผู้เรียน เพื่อร่วมกับสมาชิกในการแก้ปัญหาในใบงานที่แจกให้

2.2 ชี้แจงจุดประสงค์ของการเรียนรู้ปลายทางและจุดประสงค์นำทางในแต่ละคาบเรียน

2.3 ดำเนินการทดลองโดยใช้รูปแบบการสอนวิทยาศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง และเครื่องมือที่พัฒนาขึ้นและผ่านการปรับปรุงแก้ไขแล้ว

2.4 มอบแบบฝึกให้ผู้เรียนฝึกทักษะเป็นรายบุคคล รายคู่ รายกลุ่ม และจะให้แบบฝึกชุดใหม่เมื่อผู้เรียนได้ทำแบบฝึกชุดเก่ามาส่งเรียบร้อยแล้ว เพื่อให้การทำแบบฝึกในแต่ละชุดเป็นผลงานที่เกิดจากการทำงานร่วมกัน และจะให้คืนแบบฝึกที่ทำเป็นรายบุคคล เพื่อพิจารณาหาข้อบกพร่องของตนเอง

2.5 แจกแบบจดบันทึกประจำวันให้ผู้เรียนแต่ละคนสรุปความคิดรวบยอดของตนเอง

2.6 ใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนได้ร่วมกันสรุปความคิดรวบยอด

2.7 สังเกตความสนใจของนักเรียนเมื่อดำเนินการทดลองไปได้ทุกสัปดาห์

2.8 นำผลการสังเกตและกระบวนการกลุ่มมาปรับปรุงกระบวนการเรียนการสอน

2.9 ให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัดในใบงานในขั้นกิจกรรมรายบุคคล ซึ่งในขั้นนี้จะมีการประเมินผลเป็นรายบุคคล โดยพิจารณาจากการทำแบบฝึกหัดในใบงานและแบบจดบันทึกประจำวัน และผู้วิจัยได้แจ้งผลการประเมินให้ผู้เรียนรับทราบพร้อมเฉลยคำตอบที่ถูกต้องอย่างละเอียด เพื่อให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้เพิ่มเติมและแก้ไขข้อบกพร่องของตนเอง

2.10 ตรวจสอบผลจากแบบฝึกหัดในใบงานในขั้นกิจกรรมกลุ่ม / รายคู่ / รายบุคคล แล้วนำมาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติ เพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ขั้นตอนที่ 4 การประเมินผลและปรับปรุงรูปแบบการสอน

ผู้วิจัยดำเนินการหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอน ที่เป็นการทดสอบสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์เฉลี่ย โดยการคำนวณค่า E_1 / E_2 มีเกณฑ์ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนคือ 80 / 80 ซึ่งมีความแปรปรวนไม่เกิน 2.5 %

(ฉลองชัย สุวัณนบุรณ 2528) โดยยอมรับว่า

1.1 รูปแบบการสอนมีประสิทธิภาพสูงกว่าเกณฑ์เมื่อค่า E_1, E_2 ที่คำนวณได้มีค่าสูงกว่าร้อยละ 82.50 ขึ้นไป

1.2 รูปแบบการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์เมื่อค่า E_1, E_2 ที่คำนวณได้มีค่าอยู่ระหว่างร้อยละ 77.50 – 82.50

1.3 รูปแบบการสอนมีประสิทธิภาพต่ำกว่าเกณฑ์เมื่อค่า E_1, E_2 ที่คำนวณได้มีค่าต่ำกว่าร้อยละ 77.50

2. พัฒนาการหรือการเรียนรู้ของนักเรียนที่เกิดจากรูปแบบการสอน พิจารณาจากผลการทดสอบสมมติฐานโดยใช้โปรแกรม SPSS – PC⁺ ด้วยวิธีการทางสถิติ ดังนี้

2.1 คำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนจากแบบทดสอบและแบบประเมินแต่ละชุด

2.2 การทดสอบที (t -test) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนตามรูปแบบการสอน

การปรับปรุงรูปแบบการสอน

การตรวจสอบรูปแบบการสอนโดยผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 คน เป็นผู้ประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการสอนตามรายละเอียดของแบบประเมิน ก่อนนำไปทดลองใช้ และได้กำหนดเกณฑ์การพิจารณาผลการประเมินจากค่าเฉลี่ยคะแนนความเหมาะสมตามความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเทียบกับเกณฑ์ไว้ดังนี้ (วิเชียร เกตุสิงห์. 2538 : 8 – 11)

คะแนนเฉลี่ย	2.51 – 3.00	หมายถึงเหมาะสมมาก
คะแนนเฉลี่ย	1.51 – 2.50	หมายถึงเหมาะสมปานกลาง
คะแนนเฉลี่ย	1.00 - 1.50	เหมาะสมน้อย

เกณฑ์ค่าเฉลี่ยของความเหมาะสมในการวิจัยครั้งนี้ คือ ถ้าค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ ตั้งแต่ 1.5 ขึ้นไป และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่ารูปแบบมีความเหมาะสม ผลการประเมินความเหมาะสมของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ พบว่าทุกข้อรายการมีคะแนนเฉลี่ยความเหมาะสม 2.65 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.31 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ จึงกล่าวได้ว่ารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีความเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน

การปรับปรุงรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง หลังการทดลองนำรูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นใช้ในสภาพจริง กระทำโดยการรวบรวมข้อมูลจากการปฏิบัติจริงทั้งในส่วนที่เป็นจุดบกพร่องหรือส่วนที่เห็นว่าสามารถเสริมให้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงเป็นรูปแบบที่มีความสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

การเก็บรวบรวมข้อมูล

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการพัฒนาและทดลองที่ศึกษาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง

การออกแบบการทดลอง ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ เพื่อป้องกันความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลอง ผู้วิจัยได้ดัดแปลงใช้แบบแผนการทดลองแบบ One Group Pretest – Posttest Design ควบคุมความคลาดเคลื่อนที่อาจจะเกิดจากระดับสติปัญญาของผู้เรียนและได้ทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากผู้เรียน เพื่อนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์ใช้เป็นแนวทางในการแก้ไข ปรับปรุงรูปแบบการสอนและเอกสารประกอบการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น มีแบบแผนการทดลอง ดังนี้

$$O_1 \times O_2$$

เมื่อ	x	แทน	การจัดกระทำทดลอง
	O_1	แทน	การทดสอบและประเมินก่อนการทดลอง
	O_2	แทน	การทดสอบและประเมินหลังการทดลอง

โดยผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้

1. ชั้นการทดลองกลุ่มเล็ก
2. การทดลองภาคสนาม

การจัดกระทำและการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ใช้สถิติการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

- 1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ.

2538 : 73)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ $\bar{x}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

$\sum x$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

- 1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ.

2538 : 79)

$$s = \sqrt{\frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ s แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน

$\sum x^2$ แทน ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง

N แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

- 1.3 ความแปรปรวน คือค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนยกกำลังสอง

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

- 2.1 หาค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา

คณิตศาสตร์ โดยใช้ค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ซึ่งหมายถึง ค่าที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาและ ด้านการ วัดผลและประเมินผล เป็นการพิจารณาว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ แต่ละข้อนั้น สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาและจุดมุ่งหมายหรือไม่ ค่าที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ เรียกว่า ค่าดัชนี ความสอดคล้อง IOC (Index of Item – Objective Congruence) ซึ่งจะมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง +1 ถ้าค่า IOC ที่ได้น้อยกว่า 0.5 แสดงว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์นั้นไม่สอดคล้องกับพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการจะวัดต้องปรับปรุงใหม่ มีสูตร ดังนี้ (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2539 : 248 –249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชาทั้งหมด
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญเนื้อหา

2.2 หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิค 27 % จากตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เตห์ ฟาน (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 217 – 219 ; อ้างอิงจาก Fan.1952 : 3 – 32. *Item Analysis Table.*)

2.3 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยการคำนวณจากสูตร K.R.20 ของ กูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder – Richardson) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 197-199)

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 n แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
 p แทน สัดส่วนของผู้ทำถูกในข้อหนึ่งๆ นั่นคือสัดส่วนของคนทำถูกกับคนทั้งหมด
 q แทน สัดส่วนของผู้ที่ผิดในข้อหนึ่งๆ หรือ $1 - p$
 S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบทั้งฉบับ

สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

1. ใช้สูตร E_1 / E_2 (ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์. 2528 : 214) เพื่อทดสอบสมมติฐานข้อที่ 1 ที่ว่า รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ E_1, E_2 ดังนี้

$$E_1 = \frac{\sum X}{N} \times 100$$

สูตรที่ 1

เมื่อ E_1 แทน ประสิทธิภาพของกระบวนการที่จัดไว้ในรูปแบบการสอนคิดเป็นร้อยละจากการทำกิจกรรมในระหว่างเรียน

$\sum X$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำกิจกรรมการเรียนรู้ มีลักษณะเป็นการวัดผลเป็นระยะ ๆ (Formative Evaluation)

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

A แทน คะแนนเต็มของกิจกรรมการเรียนรู้ทุกชิ้นรวมกัน

$$E_2 = \frac{\sum F}{N} \times 100$$

สูตรที่ 2

เมื่อ E_2 แทน ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของผู้เรียนคิดเป็นร้อยละ จากการทำกิจกรรมหลังเรียน

$\sum F$ แทน คะแนนรวมของผู้เรียนจากการทำกิจกรรมหลังเรียน มีลักษณะเป็นการวัดผลสรุปรวม (Summative Evaluation)

N แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมด

B แทน คะแนนเต็มของกิจกรรมการเรียนรู้หลังเรียน

2. ใช้สูตร t -test Dependent (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. 2538 : 100 -106)
ทดสอบสมมติฐานข้อที่ 2 ที่ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน หลังได้รับการสอนด้วยรูปแบบการสอนสูงกว่าก่อนได้รับการสอน

$$t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N - 1}}} \quad df = n - 1$$

t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -distribution

เมื่อ $\sum D$ แทน ผลรวมของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้รูปแบบการสอนกับก่อนใช้รูปแบบการสอน

$(\sum D)^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของความแตกต่างรายคู่ระหว่างคะแนนการทดสอบหลังใช้รูปแบบการสอนกับก่อนใช้รูปแบบการสอน

N แทน จำนวนผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน
N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
E_1	แทน	คะแนนที่ได้จากกระบวนการที่จัดไว้ในรูปแบบการสอนระหว่างเรียนคิดเป็นร้อยละจากการทำกิจกรรมในระหว่างเรียน
E_2	แทน	คะแนนที่ได้จากการประเมินผลหลังเรียนในรูปแบบการสอน ในการเปลี่ยนแปลงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคิดเป็นร้อยละจากการทำกิจกรรมรายบุคคล
t	แทน	ค่าที่ใช้พิจารณาใน (t – Distribution)

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลแลแปรผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลอง มีลำดับขั้นดังนี้

1. ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง
2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผลการวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ปรากฏผลในตาราง 3 ดังนี้

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์การหาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามเกณฑ์ 80 / 80

รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ตามแผนการสอน	เกณฑ์ 80 / 80	
	E ₁	E ₂
1. อัตราการเปลี่ยนแปลง	90.86	86.22
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	88.15	81.78
3. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร	93.09	81.56
4. อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท	88.40	82.67
5. ความชันของเส้นโค้ง	89.87	81.56
6. อนุพันธ์อันดับสูง	88.40	80.44
7. การประยุกต์ของอนุพันธ์	90.12	82.00
เฉลี่ย	89.84	82.32

จากตาราง 3 พบว่า ประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีค่าประสิทธิภาพ 89.84 / 82.32 และเมื่อพิจารณาตามรายแผนการสอน ก็ปรากฏผลเช่นเดียวกัน แสดงว่ารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 1

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยการนำคะแนนความแตกต่างระหว่างคะแนนก่อนและหลังการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้ t-test Dependent ปรากฏในตาราง 4

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

การทดสอบ	N	k	$\bar{X}$	S	t
ก่อนการทดลอง	45	30	7.67	2.02	
หลังการทดลอง	45	30	19.27	3.56	19.36**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อ 2 -

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นการวิจัยเชิงพัฒนาโดยมีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ซึ่งสามารถสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ดังนี้

สังเขปความมุ่งหมาย สมมุติฐาน และวิธีการศึกษาค้นคว้า

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

ในการวิจัยครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อพัฒนารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยมีจุดประสงค์ย่อยดังนี้

1. เพื่อประเมินประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามเกณฑ์ 80 / 80
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการสอนด้วยรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับก่อนได้รับการสอน

สมมุติฐานของการศึกษาค้นคว้า

รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพ โดยพิจารณาจาก

1. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนหลังได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 สูงกว่าก่อนได้รับการสอน

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา อำเภอบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชา คณิตศาสตร์ ค 015 แผนการเรียนคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 45 คน รวม 90 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา อำเภอบางบอน จังหวัดกรุงเทพมหานคร ที่เรียนวิชา คณิตศาสตร์ แผนการเรียนคณิตศาสตร์ - วิทยาศาสตร์ โดยการสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) มา 1 ห้องเรียน จำนวน 45 คน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียน ได้จัดห้องเรียนละความสามารถของนักเรียน

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง

ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้เวลาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2545 โดยใช้เวลาในการทดลอง 24 คาบ ๆ ละ 50 นาที

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง

เนื้อหาที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 015 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ของกระทรวงศึกษาธิการ ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย

1.1 แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 7 แผนการสอน เป็นแผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขด้านความถูกต้องและความสอดคล้องของขั้นตอนในแผนการสอน ประกอบด้วย

- แผนการสอน เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง
- แผนการสอน เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
- แผนการสอน เรื่อง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร
- แผนการสอน เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท
- แผนการสอน เรื่อง ความชันของเส้นโค้ง
- แผนการสอน เรื่อง อนุพันธ์อันดับสูง
- แผนการสอน เรื่อง การประยุกต์ของอนุพันธ์

1.2 เอกสารประกอบการเรียน

1.2.1 ใบงาน (Worksheet)

1.2.2 แบบฉบับบันทึกประจำวัน

1.3 กิจกรรมการใช้คำถาม

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ เวลาสอบ 50 นาที มีระดับค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.22 – 0.74 มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.22 – 0.74 และได้ค่าความเชื่อมั่น 0.70

วิธีดำเนินการทดลอง

ขอความร่วมมือกับโรงเรียนที่ทำการศึกษาดูทดลองสอน จำนวน 1 ห้องเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างของการทดลองศึกษาครั้งนี้ โดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง โดยมีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1. ก่อนทดลองผู้วิจัยซึ่งเป็นผู้สอนเอง บอกจุดมุ่งหมายในการทดลองแก่นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เพื่อให้ทราบถึงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เกิดความเข้าใจและนำไปสู่การเรียนการสอนตามปกติเหมือนที่นักเรียนเคยปฏิบัติและบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

2. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทดสอบกับนักเรียน แล้วบันทึกคะแนนที่ได้จากการทดสอบครั้งนี้ เป็นคะแนนทดสอบก่อนเรียน (Pre-test)

3. ดำเนินการทดลองโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ผู้วิจัยเป็นผู้สอน โดยใช้เวลาในการสอน 24 คาบๆ ละ 50 นาที

4. เมื่อเสร็จสิ้นการทดลองแล้ว ทำการทดสอบหลังเรียน (Post-test) กับกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ซึ่งเป็นแบบทดสอบฉบับเดียวกับที่ใช้ทดสอบก่อนเรียน

5. ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนมาวิเคราะห์โดยวิธีการทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS / PC⁺

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาประสิทธิภาพของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยใช้สูตร E_1 / E_2

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนและหลังได้รับการสอน โดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน โดยใช้สถิติทดสอบ $t - test$ (Dependent Sample)

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

1. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ (E_1/E_2) 80 / 80 โดยมีประสิทธิภาพ 89.84 / 82.32
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอน วิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน สูงกว่า ก่อนได้รับการสอน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผล

1. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีประสิทธิภาพ 89.84 / 82.32 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ในข้อ 1 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยเริ่มจากการวิเคราะห์หลักสูตร กำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม และในแต่ละรูปแบบการสอนประกอบด้วยเนื้อหา กิจกรรม แบบฝึกหัดในใบงาน สื่อการเรียนการสอน เมื่อนักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมในรูปแบบการสอนเรียบร้อยแล้วนักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบของแบบฝึกหัดในใบงานได้ ผู้วิจัยได้ทำเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานไว้ในทุกใบงาน ก่อนที่จะศึกษาในเนื้อหาถัดไป ถือว่าเป็นการให้ข้อมูลย้อนกลับทำให้นักเรียนมีโอกาสแก้ไขข้อบกพร่อง ทำให้เกิดกำลังใจและความเชื่อมั่นในการศึกษาต่อไป ซึ่งสอดคล้องกับจิตวิทยาการเรียนรู้ของซันด์ (Sund. 1976 :184) ที่ว่านักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดก็ต่อเมื่อได้เกี่ยวข้องกับกระตุ้นความหาความรู้โดยการจัดกิจกรรมที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการค้นคว้า และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นของตนเองอย่างสมเหตุสมผล และยุพิน พิพิธกุล. (2524 : 88) กล่าวว่ากิจกรรมที่ผู้เรียนได้มีโอกาสทราบผลได้อย่างชัดเจนในทันทีทันใดนั้น เป็นการเสริมแรงให้ผู้เรียนเกิดการกระตือรือร้นในการเรียนรู้เป็นอย่างดี นอกจากนี้การเรียนการสอนด้วยวิธีการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้การเรียนการสอนเป็นไปตามขั้นตอนทั้ง 5 ขั้นตอน และผสมผสานกับหลักการของการเรียนรู้ที่หลากหลาย ดังนี้

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

ผู้วิจัยใช้ขั้นตอนนี้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานด้วยการใช้เทคนิคคำถาม การยกตัวอย่างสถานการณ์ เหตุการณ์ในชีวิตประจำวันของนักเรียน ใช้ใบงาน เพื่อกระตุ้นหรือดึงดูดความสนใจในการฝึกทักษะ

ขั้นสอน

มีการนำเสนอกิจกรรมการเรียนการสอนโดยยึดนักเรียนเป็นสำคัญของการเรียนรู้หรือมีส่วนร่วมในการเรียนการสอน

ขั้นปฏิบัติ (ขั้นฝึกทักษะการเชื่อมโยง)

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดในใบงาน ซึ่งจะแบ่งเป็นกิจกรรมกลุ่มๆ ละ 4 คน 10 กลุ่ม และกลุ่มละ 5 คน 1 กลุ่ม ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มนี้จะให้นักเรียนฝึกทักษะการเชื่อมโยงตามสถานการณ์ที่ผู้สอนนำเสนอในขั้นนำเข้าสู่บทเรียนและให้นักเรียนร่วมกันทำแบบฝึกหัดในใบงานและให้นักเรียนมานำเสนอหน้า

ชั้นเรียน ซึ่งการนำเสนอและการทำแบบฝึกหัดในใบงานอาจมีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายและเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและตอบตามความเข้าใจได้อย่างเต็มที่ กิจกรรมรายคู่ ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในใบงานส่วนที่เป็นการฝึกทักษะ กิจกรรมรายบุคคล ทำแบบฝึกหัดในใบงานข้อที่ยังไม่ได้ทำจากกิจกรรมกลุ่มและทำแบบฝึกหัดในแบบเรียนของ สสวท.

ขั้นสรุป

ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ มีนักเรียนบางส่วนยังสรุปไม่ค่อยได้ ผู้วิจัยแก้ปัญหาด้วยการใช้เทคนิคในการใช้คำถาม เพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้เรียงลำดับความคิดด้วยตนเองแล้วบรรยายตามความเข้าใจ จนเกิดความเข้าใจครูก็จะให้นักเรียนสรุปอีกครั้งแล้วจดบันทึกในสมุด พร้อมแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียน

ขั้นประเมินผล

ขั้นตอนสุดท้ายเพื่อใช้เป็น การตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของนักเรียนเป็นไปตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่ ทุกครั้งที่มีการทำแบบฝึกหัดในใบงานจะมีการตรวจสอบแบบฝึกหัดในใบงานทันที เพื่อแจ้งผลให้นักเรียนทราบและทำการแก้ไขทันทีที่ผิด ส่วนใบงานที่เป็นกิจกรรมรายคู่ซึ่งเป็นการฝึกทักษะครูผู้สอนอาจจะไม่ได้ตรวจด้วยตนเอง แต่จะมีเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานให้นักเรียนตรวจสอบด้วยตนเอง รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามเพื่อทำให้นักเรียนเกิดความกระจ่าง ซึ่งการประเมินผลระหว่างเรียนสังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน การนำเสนอผลงาน สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่ การประเมินผลหลังเรียนตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัดในใบงานในขั้นกิจกรรมรายบุคคล และแบบจดบันทึกประจำวัน

2. จากการวิจัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการเรียนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน นักเรียนทราบจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมในแต่ละรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และเมื่อทราบจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของแต่ละเนื้อหาแล้วนักเรียนจะศึกษาเนื้อหาและทำ กิจกรรมในใบงาน ซึ่งนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้จากเฉลยที่ผู้วิจัยได้เฉลยไว้ให้ แต่ละใบงานส่วนที่เป็นกิจกรรมรายคู่ ส่วนใบงานที่เป็นกิจกรรมกลุ่มผู้สอนจะตรวจให้เอง

ตัวอย่าง 1 กิจกรรมที่นักเรียนเกิดทักษะการเชื่อมโยง เป็นการเคลื่อนที่ของอนุภาคในแนวเส้นตรง $s(t) = t^3 - 12t^2 + 36t - 27$ ให้นักเรียนอธิบายการเคลื่อนที่ของอนุภาค นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่าระยะทางมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้น ที่เวลา 1 และ 3 นาที่ อนุภาคจะหยุดนิ่งจึงมีความเร็วเท่ากับศูนย์ ณ จุดนี้อนุภาคมีการเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่ ระยะทางมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง 0 - 1 นาที่ และตั้งแต่ 3 นาที่เป็นต้นไป ระยะมีค่าลดลงในช่วง 1 - 3 นาที่ และที่เวลา 1 นาที่ อนุภาคมีความเร่งเป็นลบ ที่เวลา 3 นาที่ อนุภาคมีความเร่งเป็นบวก มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งถามครูว่าทำไมระยะทางถึงลดลง ในเมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ตลอดเวลา ซึ่งครูก็ให้นักเรียนพิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคอีกครั้งหนึ่ง จนกระทั่งนักเรียนตอบได้ว่า

- ถ้า $v > 0$ แสดงว่า อนุภาคเคลื่อนที่ในทิศทางที่ได้ระยะทางเพิ่มขึ้น
- ถ้า $v < 0$ แสดงว่า อนุภาคเคลื่อนที่ในทิศทางที่ได้ระยะทางลดลง
- ถ้า $v = 0$ แสดงว่า อนุภาคหยุดนิ่ง
- ถ้า $a > 0$ แสดงว่า ความเร็วจะเพิ่มขึ้น วัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางที่ได้ระยะทางเพิ่มขึ้น
- ถ้า $a < 0$ แสดงว่า ความเร็วจะลดลง วัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางที่ได้ระยะทางลดลง
- ถ้า $a = 0$ แสดงว่า ความเร็วคงตัว

นักเรียนยังสามารถตอบได้อีกว่า

- ถ้า v และ a มีเครื่องหมายเหมือนกัน ($v > 0, a > 0$ หรือ $v < 0, a < 0$)

แสดงว่า อัตราเร็วของวัตถุจะเพิ่มขึ้น

- ถ้า v และ a มีเครื่องหมายต่างกัน ($v > 0, a < 0$ หรือ $v < 0, a > 0$)

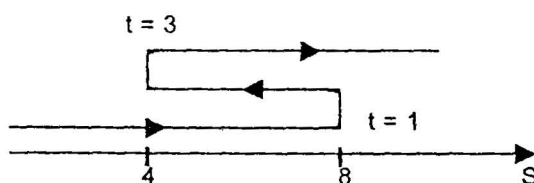
แสดงว่า อัตราเร็วของวัตถุจะลดลง

แต่ก็ยังมึนักเรียนบางกลุ่มสงสัยว่า เมื่อ $v < 0$ ทำไมระยะทางถึงลดลง

ครูให้นักเรียนพิจารณาทิศทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคอีกครั้งหนึ่ง จนได้คำตอบว่า

ความเร็วและความเร่งเป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง (ปริมาณเวกเตอร์) อาจแทนด้วยจำนวนจริงบวก ลบ หรือศูนย์ ก็ได้ การเป็นบวกหรือลบจะแสดงทิศทางของความเร็วและความเร่งนั่นเอง อัตราเร็วและอัตราเร่งเป็นปริมาณที่มีเฉพาะขนาด (ปริมาณสเกลาร์) แทน จำนวนจริงบวก หรือ ศูนย์ เท่านั้น

มีนักเรียนกลุ่มหนึ่งสามารถสรุปเป็นแผนภาพการเคลื่อนที่ของอนุภาค ดังนี้



จากกิจกรรมดังกล่าวนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วในวิชาฟิสิกส์ เรื่องเกี่ยวกับระยะทาง ความเร็วและความเร่งของอนุภาคและนักเรียนยังเชื่อมโยงไปยังเรื่องเวกเตอร์ ซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้ว ในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2

ตัวอย่าง 2 กิจกรรมที่นักเรียนเกิดทักษะการเชื่อมโยง ครูกำหนดสมการ

$$16x^2 + 9y^2 - 96x + 54y + 81 = 0 \text{ ให้นักเรียนหาจุดศูนย์กลางและสมการเส้นสัมผัสกราฟที่จุด } (3, 1)$$

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบได้ว่าเป็นสมการวงรี หาจุดศูนย์กลางของสมการวงรีโดย

$$\begin{aligned}
 16x^2 + 9y^2 - 96x + 54y + 81 &= 0 \\
 (16x^2 - 96x) + (9y^2 + 54y) &= -81 \\
 16(x^2 - 6x) + 9(y^2 + 6y) &= -81 \\
 16(x^2 - 6x + 9) + 9(y^2 + 6y + 9) &= -81 + 144 + 81 \\
 16(x - 3)^2 + 9(y + 3)^2 &= 144 \\
 \frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{16} &= 1 \quad (\text{เอา } 144 \text{ หารทั้งสองข้าง})
 \end{aligned}$$

แล้วนักเรียนตอบว่าเป็นวงรีตามแกน Y มีจุดศูนย์กลางที่ (3, -3)

แต่นักเรียนกลุ่มหนึ่งสามารถนำเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันไปหาจุดศูนย์กลางของวงรี ได้โดย

$$\begin{aligned}
 16x^2 + 9y^2 - 96x + 54y + 81 &= 0 \\
 (16x^2 - 96x) + (9y^2 + 54y) &= -81 \\
 \text{หาอนุพันธ์} &= 32x - 96 & \text{หาอนุพันธ์} &= 18y + 54 \\
 0 &= 32x - 96 & 0 &= 18y + 54 \\
 x &= \frac{96}{32} = 3 & y &= \frac{-54}{18} = -3
 \end{aligned}$$

นักเรียนตอบว่าจุดศูนย์กลางของวงรีคือ (3, -3)

จากตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าโจทย์ปัญหาเพียงหนึ่งข้อ นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยใช้วิธีการที่แตกต่างกัน อีกทั้งยังสามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับความรู้วิชาอื่นๆ ได้มากมาย รวมทั้งนักเรียนยังสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่ได้รับเข้ากับความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดการเรียนรู้เชื่อมโยงกับเหตุการณ์และสิ่งแวดล้อมรอบตัว แล้วนำผลการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริง ในการจัดการเรียนให้ได้ฝึกคิดและปฏิบัติจริง โดยมีการจัดโอกาสที่ส่งเสริมให้มีการถ่ายทอดและแลกเปลี่ยนความรู้ มีการช่วยเหลือกัน เป็นการปลูกฝังคุณธรรมที่ดีงามอีกด้วยและถ้าหากนักเรียนได้ฝึกจากประสบการณ์ตรงซึ่งอาจจะเป็นแหล่งความรู้ สื่อ เหตุการณ์ และสิ่งต่างๆ อย่างครบถ้วนกระบวนการ ตั้งแต่ได้ฝึกสังเกต คิดอย่างรอบคอบปฏิบัติอย่างจริงจังตามที่ได้ออกแบบไว้จนสามารถสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง นักเรียนสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งสอดคล้องกับมาตรฐานการเชื่อมโยงของ NCTM.(2000) 4 ข้อคือ 1. ตระหนักถึงความสำคัญของการเชื่อมโยงและสามารถเชื่อมโยงองค์ความรู้ต่างๆ ตลอดจนแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ 2. สามารถเข้าใจถึงวิธีการที่จะสร้างแนวคิดต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อมโยงองค์ความรู้เพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ได้ 3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ ตลอดจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยในการพิชิตปัญหาชีวิตต่างๆ ได้ 4. สามารถระลึกความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วและสามารถนำความรู้เหล่านั้นมาใช้เชื่อมโยงในการเรียนคณิตศาสตร์และวิชาอื่นๆ ได้

จากผลการวิจัยดังกล่าวสรุปได้ว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ที่มุ่งเน้นกิจกรรมการเรียนการสอนบนพื้นฐานที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ มีการใช้ใบงานเป็นตัวกำหนดสถานการณ์เพื่อช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ในการทำกิจกรรมก็ขึ้นอยู่กับสื่อที่ใช้สอนในคาบนั้นๆ การเรียนรู้อาจเป็นรายบุคคล รายคู่ รายกลุ่ม นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง นักเรียนจะได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้และฝึกฝนตามลำดับ เมื่อมีข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจในเนื้อหา นักเรียนสามารถปรึกษา แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในกลุ่มของตนเอง และร่วมแสดงความคิดเห็นและนำเสนอผลงานเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในชั้นเรียน หรืออาจจะซักถามหรือปรึกษา ขอคำแนะนำจากครูผู้สอนที่คอยดูแลอย่างใกล้ชิด ซึ่งมีส่วนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหา นอกจากนี้ผู้วิจัยใช้เวลามากขึ้นในการมีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียน เช่น พูดคุย ย้ำ พยายามชี้ หรือให้คำชมเชยเมื่อนักเรียนสามารถปฏิบัติงานในสิ่งที่ได้รับมอบหมายได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งการตรวจแบบฝึกหัดในใบงานจะตรวจในเชิงวิพากษ์ ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนได้รับทราบข้อดี ข้อบกพร่องของตนเอง จะเห็นได้ว่าการเรียนรู้สิ่งต่างๆ เชื่อมโยงต่อเนื่องกลมกลืนกันทั้งเรื่องใกล้ตัวในท้องถิ่น สิ่งแวดล้อมที่อาศัยอยู่ เรื่องของท้องถิ่น เรื่องของสากล การเปลี่ยนแปลงและแนวโน้มต่างๆ ที่เกิดขึ้นในสังคมโลก ซึ่งมีผลทำให้เกิดความเข้าใจเรื่องที่เรียนรู้อย่างชัดเจน ลึกซึ้ง ครอบคลุม มีความหมายจนสามารถนำไปใช้ในการดำรงชีวิตและแก้ปัญหาสภาพสังคมจริง สอดคล้องกับธรรมชาติของชีวิตที่ดำเนินไปในแต่ละช่วงของกิจกรรมในชีวิต การที่จะเข้าใจสิ่งต่างๆ อย่างแจ่มแจ้งเกิดความหมายและนำไปใช้ได้ก็ต่อเมื่อความรู้ของความคิดย่อยๆ อยู่รวมกันสัมพันธ์และเชื่อมโยงจนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งนั้นกับสิ่งอื่นๆ รอบตัว ซึ่งมีผลให้เกิดการนำความรู้ ประสบการณ์ที่ได้มาจัดระเบียบใหม่ให้เหมาะสมกับตนเองที่มีการเชื่อมโยงสัมพันธ์กันอย่างเป็นระบบระเบียบ จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ พอร์ซิโอ (Porzio, 1999) , อีริค (Eric, 2000) , พูกาลี (Pugalee, 2001) , ลอร์สัน (Lawson, 2000), วิลเลียมส์ (Williams, 1999) ที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 2 ว่าการเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนรู้อย่างมีแบบแผน มีระบบส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

1. ในคาบแรกของการเรียนโดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน นักเรียนยังสับสนและไม่เข้าใจขั้นตอนในการศึกษาจากรูปแบบการสอน นักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ไม่กล้าซักถาม แต่เมื่อผู้วิจัยได้ชี้แจงและให้คำแนะนำกับนักเรียนเรียบร้อยแล้ว กิจกรรมการเรียนการสอนดำเนินต่อไปด้วยดี
2. บรรยากาศภายในชั้นเรียน จะมีการซักถาม การแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในกิจกรรมกลุ่ม และมีการนำเสนอหน้าผลงานชั้นเรียน เมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยก็สามารถปรึกษากับครูผู้สอนได้ตลอดเวลา ซึ่งครูผู้สอนจะอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหานั้นๆ พร้อมทั้งชมเชย การให้กำลังใจ การให้รางวัล ในความเพียรของนักเรียนทุกคน จึงทำให้กิจกรรมการเรียนการสอนมีความราบรื่น นักเรียนมีความสุขกับการเรียนรวมทั้งปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียนและนักเรียนกับครู เป็นไปในทางบวกอย่างชัดเจน
3. เมื่อนักเรียนศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมแล้ว นักเรียนทำแบบฝึกหัดในใบงาน ซึ่งนักเรียนสามารถตรวจคำตอบได้ทันทีเมื่อทำแบบฝึกหัดในใบงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว ทำให้นักเรียนมีความตั้งใจในการทำงาน และมีความกระตือรือร้นในการเรียนมากขึ้น

4. รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80 / 80 โดยมีประสิทธิภาพ 89.84 / 82.32 ทั้งนี้เนื่องมาจาก กลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นักเรียนต้องเตรียมตัวก่อนสอบเข้ามหาวิทยาลัย โดยนักเรียนส่วนใหญ่เรียน เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน จากโรงเรียน กวดวิชามาก่อนแล้ว

5. ผู้วิจัยมีการเสริมแรงนักเรียนโดยการให้รางวัลสำหรับนักเรียนที่มีการนำเสนอและทำแบบฝึกหัดในใบงานได้ถูกต้องรวดเร็วที่สุด จึงทำให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจ มีความตั้งใจและความกระตือรือร้นในการเรียน

6. นักเรียนบางส่วนไม่สามารถสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาได้เท่าที่ควร นักเรียนบางกลุ่มออกมาแนะนำผลงานยังไม่ชัดเจนในการสื่อความหมาย ผู้วิจัยแก้ปัญหาด้วยการใช้เทคนิคการใช้คำถามเข้าช่วย (คำถามชี้แนะ) แล้วให้เพื่อนนักเรียนที่ฟังร่วมกันสรุปอีกครั้งเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องและชัดเจนยิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะที่ได้จากการศึกษาค้นคว้า

1.1 ครูควรตรวจสอบแบบฝึกหัดในใบงานทุกใบงานเพื่อดูการตอบคำถามของนักเรียนในการใช้ทักษะการเชื่อมโยงความรู้ และให้นักเรียนทราบผลการตรวจใบงานเรียนต่อไป เพื่อเป็นการสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนเกิดความพยายามในการศึกษาจากรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

1.2 ถ้านักเรียนมีผลการเรียนต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด ครูควรเรียกพบเป็นรายบุคคล แล้วสอนเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหา และเกิดกำลังใจในการเรียนในรูปแบบการสอนถัดไป

1.3 การเรียนในรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน กิจกรรมการเรียนการสอนจะเน้นให้นักเรียนได้ศึกษาเนื้อหาและทำกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่ กิจกรรมรายบุคคล ซึ่งอาจมีนักเรียนบางกลุ่ม บางคู่หรือบางคนไม่สามารถปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ ได้ทันเวลาที่กำหนด ครูผู้สอนจึงต้องพยายามดูแลนักเรียนอย่างใกล้ชิด ครูควรให้คำอธิบายและสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน เพื่อให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเพื่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่จะสูงขึ้นต่อไป

1.4 เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรจัดให้เหมาะสมกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เพื่อให้นักเรียนเกิดความต่อเนื่องในการเรียนรู้ และเกิดประสิทธิภาพในการเรียนสูงสุด

1.5 ควรมีการเพิ่มเวลาการฝึกให้กับนักเรียนที่เรียนรู้อ่อน เนื่องจากเด็กทุกคนรับรู้ได้ไม่เท่ากัน แต่ถ้าให้เวลาและโอกาส เด็กก็สามารถพัฒนาตนได้เท่าเทียมกับคนอื่น

1.6 ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตอบคำถามตามความเข้าใจของตนเอง ไม่ควรกำหนดขอบเขตของคำตอบและคำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด

1.7 การออกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ควรออกแบบทดสอบเป็นแบบอัตนัย 70% แบบปรนัย 30% ตามรูปแบบการประเมินผลแบบใหม่

2. ข้อเสนอแนะในการศึกษาค้นคว้าต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงในทุกชั้นเรียน โดยเลือกเนื้อหาที่มีความเหมาะสม เพื่อฝึกให้นักเรียนมีทักษะการเชื่อมโยงความรู้ และฝึกให้นักเรียนคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาได้ สามารถนำความรู้ที่ได้รับไปเชื่อมโยงกับความรู้ในวิชาแขนงต่างๆที่ได้รับในชีวิตประจำวัน

2.2 ควรมีการพัฒนาารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง ในตัวแปรอื่น เช่น ความสนใจในการเรียน เจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ความคงทนในการเรียนรู้

2.3 ควรมีการศึกษารูปแบบการสอนวิชาอื่นๆ เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เช่นรูปแบบการสอนแบบ PBL , รูปแบบการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ เป็นต้น

2.4 ควรมีการพัฒนาแบบวัดและประเมินผลโดยการประเมินตนเองหรือเพื่อนร่วมงาน เพื่อนำมาใช้เป็นเครื่องมือวัดผลและประเมินผลอีกประการหนึ่งในการวัดผลด้านทักษะทางสังคมของผู้เรียนในการร่วมมือในการทำงานกับผู้อื่น

2.5 ควรนำรูปแบบการสอนนี้ไปปรับปรุง แก้ไขแล้วนำไปทดลองสอนกับนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างอื่น เช่น นักเรียนที่เรียน แผนการเรียน ศิลป์ - คำนวณ เพื่อตรวจสอบว่ารูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยงที่พัฒนานี้มีประสิทธิภาพในทุกระดับหรือไม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กาญจนา คุณารักษ์. (2522, กันยายน). " การสอนแบบบูรณาการ," *ประชาศึกษา*. 31 (2) : 18 – 23.
- เกษม วัฒนชัย. (2544). *การปฏิรูปอุดมศึกษาไทย : 2 ปีหลังพระราชบัญญัติการศึกษา พ.ศ. 2542.* (เอกสารประกอบการบรรยาย). โครงการสัมมนาพยาบาลศาสตรศึกษา ครั้งที่ 3. อุดลำนเา.
- กลัยำ เขียวขำ. (2525). *การศึกษาลักษณะคำถามและทักษะการใช้คำถามของครูวิทยาศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6 จังหวัดขอนแก่น. วิทยานิพนธ์ ค.ม.(การมัธยมศึกษา).* กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , อุดลำนเา.
- คณิงศักดิ์ คำนเม. (2518). *พฤติกรรมการสอนด้วยการถามตอบและด้านทักษะทั่วไปวิชาคณิตศาสตร์.* ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, อุดลำนเา.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. (2539). *แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 – 2544).* กรุงเทพฯ : สำนักนายกรัฐมนตรี.
- โครงการพัฒนาทรัพยากรมนุษย์, สำนักงาน. (2540). *คู่มือฝึกอบรมเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนแบบหน่วยบูรณาการวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์.* กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- งามตา กมลวรเดช. (2537). *ผลของการฝึกกลวิธีใช้คำถามที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ ค.ม. (การมัธยมศึกษา).* กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, อุดลำนเา.
- จรรยา ภูอุดม. (2544). *การพัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้. ปรินญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา)* กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, อุดลำนเา.
- จันทร์จรัส ดันทสุทธิ์. (2528). *การศึกษผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาสังคมโดยเทคนิคการสอนแบบบูรณาการและการสอนตามคู่มือครู. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม.(การมัธยมศึกษา).* กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ , อุดลำนเา.
- ฉวีวรรณ เศวตมัลย์. (2543). *การจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ. (เอกสารประกอบการสอน).* กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. อุดลำนเา.
- ฉลองชัย สุวัฒน์บุรณ์. (2528). *การเลือกและการใช้สื่อการสอน. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, อุดลำนเา.*
- ชวาล แพร่ดกุล. (2516). *เทคนิคการวัดผล. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.*
- _____. (2520) *เทคนิคการเขียนข้อสอบ. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.*
- ชม ภูมิภาค. (2520, มิถุนายน – ธันวาคม). " บูรณาการของประสบการณ์ทางการศึกษา," *วารสารศึกษาศาสตร์ (มศว.)* 2 (1) : 97 – 108.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2543). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมศึกษา. กรุงเทพฯ : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*

- ทิตนา แวมมณี. (2530). *เอกสารประกอบการสอนวิชาทฤษฎีการสอน*. กรุงเทพฯ : สาขาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย , อัดสำเนา.
- ธีรชัย ปุณโชนิต. (2540). “ การเรียนการสอนแบบบูรณาการ ทักษะของผู้เชี่ยวชาญ,” *คู่มือฝึกอบรมเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนแบบหน่วยบูรณาการวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์*. หน้า 82 – 83
กรุงเทพฯ : กระทรวงศึกษาธิการ.
- ธำรง บัวศรี. (2532). *ทฤษฎีหลักสูตร การออกแบบและพัฒนา*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- นิ่มนวล ทศวัฒน์. (2522). *การสอนสังคมศึกษาวิธีสอบสวนสืบสวน*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- บันลือ พงกษะวัน. (2524). *หลักสูตรกับบูรณาการทางการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- _____. (2527). *หลักสูตรกับบูรณาการทางการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2537). *การพัฒนาการสอน*. กรุงเทพฯ : สุริยาสานส์.
- บุญชม ศรีสะอาด และนิภา ศรีไพโรจน์. (2531). *รายงานการวิจัยรูปแบบการสอนวิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัยที่มีประสิทธิภาพ*. มหาสารคาม : โครงการสถาบันวิจัยและพัฒนาการเรียนการสอน มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม – มีนาคม). “ ความเคลื่อนไหว เกี่ยวกับ NCTM,” *วารสาร สสวท*. 28(108) : 14 – 19.
- ประยูรศรี สุยะสุมานนท์. (2521). *วิธีสอนวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิตแนวใหม่ (เฉพาะสังคมศึกษา)*.
กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ วิทยาลัยครูจันทระเกษม.
- ผกา สัตยธรรม. (2523, ธันวาคม). “บูรณาการเพื่อการสอน – และชีวิต,” *มิตรครู*. 22(24) : 45 – 54.
- _____. (2524). *เทคนิคการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ : ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ไพศาล หวังพานิช. (2526). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ : ไทยวัฒนาพานิช.
- พระธรรมปิฎก (ป.อ.ปยุตฺโต). (2540). *การพัฒนาที่ยั่งยืน*. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์มูลนิธิธรรม.
- พระเทพเวที. (2531). *เพื่อบรรณาคของการศึกษาไทย*. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัย เกษตรศาสตร์.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2524). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- _____. (2527). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์.
- _____. (2530). *การสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ : ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รัตน นภารัตน์. (2531). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมโดยการสอนแบบบูรณาการกับการสอนตามคู่มือแนวการสอนของหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา. ปริญญาโท กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)*. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ , อัดสำเนา.
- ละเอียด รักษ์ผา. (2528). *รูปแบบการสอนเป็นกลุ่มที่ให้ผลการเรียนใกล้เคียงกับผลการสอนแบบครูหนึ่งคนต่อนักเรียนหนึ่งคน. ปริญญาโท กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร)*. กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, อัดสำเนา.

- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. (2538). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- _____. (2539) *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น.
- วิชาการ,กรม. (2535). *หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)* พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2542). *รายงานการประเมินคุณภาพการศึกษา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. กระทรวงศึกษาธิการ*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- _____. (2544). *ทิศทางของหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานศูนย์พัฒนาหลักสูตร*. กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- วิเชียร เกตุสิงห์. (2538, กุมภาพันธ์) "ค่าเฉลี่ยกับการแปลความหมาย : เรื่องง่าย ๆ ซึ่งบางครั้งก็พลาดได้," *ข่าวสารการวิจัยทางการศึกษา*. 18(13) : 8 – 11.
- วิเศษ ชินวงศ์. (2544, พฤษภาคม). "การจัดการเรียนการสอนแบบบูรณาการ." *วารสารวิชาการ*. 4(5) : 22-29.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2542). *แผนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*. กรุงเทพฯ : แอล ที เพรส.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2535). *หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- สมจิต ชิวปรีชา. (2529, กุมภาพันธ์) "แนวทางในการแก้ไขปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา," *ประถมศึกษา*. 35(5) : 22-26.
- สมเจตน์ ไวยากรณ. (2530). *รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (การวิจัยและพัฒนาหลักสูตร). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, อุดลำนนา.
- สมชาย วรกิจเกษมกุล. (2540). *การพัฒนาแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารแนวคิดเพื่อเพิ่มทักษะการแก้ปัญหา*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, อุดลำนนา.
- สมพร แผลงภู. (2541). *การพัฒนาแบบเพื่อพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ*. ปรินญาณินพนธ์ กศ.ด.(คณิตศาสตร์ศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, อุดลำนนา.
- สมศักดิ์ สินธุระเวชญ์. (2544, กุมภาพันธ์). *การเรียนรู้แบบองค์รวม*. *วารสารวิชาการ*. 4(2) : 36 - 41.
- สังัด อุทรานันท์. (2529). *การจัดการเรียนการสอนอย่างเป็นระบบ*. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : ภาควิชาการบริหารการศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- _____. (2532). *พื้นฐานและหลักการพัฒนาหลักสูตร*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์มิตรสยาม.
- สาโรช บัวศรี. (2521). *หนังสือความรู้สำหรับครู เรื่อง บูรณาการ*. กรุงเทพฯ : รุ่งเรืองสาส์นการพิมพ์.
- สิปปนนท์ เกตุทัต. (2540, พฤษภาคม – มิถุนายน). " การศึกษาของเด็กไทย," *จุลสารธุรกิจบัณฑิต*. 18(49) : 4.

- สุโขทัยธรรมมาธิราช,มหาวิทยาลัย. (2525). *ประมวลสาระชุดวิชา สาระดัดและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์*
หน่วยที่ 8 – 11. กรุงเทพฯ : บัณฑิตศึกษา สาขาวิชาศึกษาศาสตร์.
- สุจิตรา โอสมอภิกษ์. (2538). *การวิเคราะห์การใช้คำถามของครูคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น*
กรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ค.ม.(การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, อุดลัสนา.
- สุชาติ รัตนกุล. (2526). "การพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์," *เอกสารการสอนชุดวิชา การสอนคณิตศาสตร์ สาขา*
วิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุมานัน รุ่งเรืองธรรม. (2522). *กลวิธีการสอน*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม.
- สมิตร คุณานุกร. (2518). *หลักสูตรและการสอน*. กรุงเทพฯ : ชวนการพิมพ์.
- _____. (2520). *หลักสูตรและการสอน*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ชวนการพิมพ์.
- สำนักทดสอบทางการศึกษา. (2542). *รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ปีการศึกษา 2540*
ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2536). *คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*
ค 015. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว.
- _____. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. สถาบันส่งเสริมการสอน
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- เสริมศรี ไชยศรี และคนอื่นๆ. (2526). *รายงานการวิจัยเรื่องบูรณาการในหลักสูตร : ลักษณะของหลักสูตร*
มัธยมศึกษาตอนต้นและปัญหาการจัดในเขตการศึกษา 8. เชียงใหม่ : ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
- เสาวณีย์ สีขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า.
- อัจฉรา ชีวพันธ์. (2538, พฤศจิกายน). "สอนอย่างไรให้บูรณาการ," *การศึกษา กทม.* 19(2) : 27-31.
- อนันต์ โพธิกุล. (2543). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหา*
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอน
ตามคู่มือครู. ปรินญาณินท์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, อุดลัสนา.
- อรพรรณ พรสีมา. (2530). *เอกสารประกอบการสอนวิชาเทคโนโลยี 437 บทเรียนด้วยตนเอง*. กรุงเทพฯ :
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางเขน, อุดลัสนา.
- อรัญ มุลคำ และคนอื่นๆ. (2542). *การบูรณาการหลักสูตรและการเรียนการสอนโดยเน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง*.
พิมพ์ครั้งที่ 3 กรุงเทพฯ : ที่พิมพ์จำกัด.
- Baroody, Arthur J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children*
Think Mathematically. New York : Macmillan Publishing Company.
- Bell, Frederick H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary School)*. Dubuque,
Iowa : Wm.C. Brown Company Publishers.

- Bell S. (1988). *Storyline Method*. Glasgow. Scotland : Jordanhill College.
- Bloom, Benjamin S. (1976). *Human Characteristics and School Learning*. New York : McGraw-Hill.
- Campbell, Patricia F. (1997, October). "Connecting Instructional Practice to Student Thinking," *Teaching Children Mathematics*. 4(2) : 106 – 110.
- Carole, G. Basile. (1999, September). "Collecting Data Outdoors : Making Connections to the Real World," *Teaching Children Mathematics*. 6(1) : 8-11.
- Clark, David J. (1995, March). "The Interactive Monitoring of Children's Learning in Mathematics." *For the Learning of Mathematics*. 7(5) : 2 - 6.
- Clark, Leonard and Irving, Starr. (1967). *Secondary School Teaching Method*. New York : The Macmillan Company.
- Cunningham, R.T. (1971). *Developing Teaching Competencies*. Englewood Cliff, New Jersey : Prentice – Hall.
- Duke, Daniel Linden. (1990). *Teaching an Introduction*. New York : McGraw – Hill.
- Edwards, Barbara S. (2000, December). "The Challenges of Implementing Innovation," *The Mathematics Teacher*. 93(9) : 777-780.
- Eric, Knuth J. (2000, January). "Understanding Connections between Equations and Graphs," *The Mathematics Teacher*. 93(1) : 48 – 53.
- _____. (2000, July). "Student Understanding of the Cartesian Connection : An Exploratory Study," *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(4) : 500-508.
- Fan, Chung – Teh. (1952). *Item Analysis Table*. New Jersey : Princeton, Educational Testing Service.
- Ferguson, L.W. (1981). *Personality Measurement*. New York : McGraw – Hill Book Co.
- Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York : McGraw – Hill Book Company.
- Hoover, Kenneth H. (1973). *The Professional Teacher's Handbook : A Guide for Improving Instruction In Today's Secondary Schools*. Boston : Allyn and Bacon.
- Hunkins, Francis. (1971). *Question Strategies and Technique*. Boston : Allyn and Bacon.
- Johnson, David H. (1991, September). "Evaluating Constructivistic Learning." *Educational Technology*. 31(9) : 28 – 32.
- Johnson, Donovan A. and Gerald R. Rising. (1972). *Guidelines for Teaching Mathematics*. New York : Wadsworth Publishing Company.
- Johnson, Kerry A. & Foa, Lin J. (1989). *Instructional Design, New Alternatives for Effective Education and Training*. New York : Macmillan Publishing.
- Joyce, Bruce and Marcscha, Weil. (1972). *Model of Teaching*. 4th ed. Boston : Allyn and Bacon.
- _____. (1986). *Model of Teaching*. 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall.

- Kameenui, Edward J. & Deborah C. Simmons. (1990). *Designing Instructional Strategies*.
U.S.A. : Merrill Publishing.
- Kennedy, Leonard M. and Steve Tipps. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. California
: Wadsworth Publishing Company.
- Kenneth, Michael C. (1971, December). " An Investigation of the Variables of Bloom's Mastery
Learning Models for Teaching Junior High – School Mathematics." *Dissertation
Abstracts International*. 32(6) : 3148 – A.
- Lardizabal, Amparo S. and others. (1970). *Methods and Principles of Teaching*. Quezon City
Alemar - Phoenix.
- Lawson, Michael J. & Mohan Chinnappan. (2000, January). " Knowledge Connectedness in Geometry
Problem Solving," *Journal for Research in Mathematics Education*. 31(1) : 26 – 43.
- Levin, Gerald R.(1979, May). "A Model of School Learning," *Teacher College Record*. 64(28) : 723 -733.
- Lockwood, James. (1970, July). " An Analysis of Teacher – Questioning Mathematics Classroom." *Dissertation Abstracts International*. 6472-A.
- Mervarech, Z.R. (1980). " Metacognition, General Ability, and Mathematical Understanding," *Early
Education and Development*. 6(2) : 155 – 168.
- Nathan, Mitchell J. and Kenneth R. Koedinger. (2000,March). " Moving beyond Teachers' Intuitive
Beliefs about Algebra Learning," *The Mathematics Teachers*. 93(3) : 218 – 223.
- National Council of Teachers of Mathematics(NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation
Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM, Inc.
- _____. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM, Inc.
- _____. (1992). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Addenda Series.
Grades K-6. Reston, Va. : NCTM, Inc.
- _____. (1995). *Assessment Standards for Teaching Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM, Inc.
- _____. (2000). *Principles and Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia : NCTM, Inc.
- National Association for the Education of Young Children. (1992, September). " Essential Mathematics
For the Twenty First Century." *Dissertation Abstracts International*. 82(6) : 470 – 474.
- Newton, Jones. (1980, August). " The Effect of Type and Complexity of Teacher Question on
Student Response Wait – Time," *Dissertation Abstracts International*. 41(31) : 529 – A.
- Nisbet, Jean. (1974, November). " Instructional Sequence for Improving Teacher Question –Asking
In Secondary Mathematics." *Dissertation Abstracts International*. 35(28) : 2841 – A.
- Piaget, J. and Inhelder, B. (1958). *The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence*.
New York : Basic Book.

- Phelps. (1979, July). "The Effects of Integrating Sentence – Combining Activities And Guided Reading Procedures on the Reading and Writing Performance of Eighth – Grade Students," *Dissertation Abstracts International*. 40(1) : 179 – A.
- Porzio, Donald. (1999, October). "Effects of Differing Emphases in the Use of Multiple Representations and Technology on Students' Understanding of Calculus Concepts," *Focus on Learning Problems in Mathematics Summer Edition*. 21(3) : 1 – 26.
- Pugalee, David K. (2001, May). "Writing, Mathematics, and Metacognition : Looking for Connections Through Students' Work in Mathematical Problem Solving," *School Science and Mathematics*. 101(5) : 236 – 243.
- Reigeluth, Charles M. (1991, September). "Reflections on the Implications of Constructivism for Educational Technology," *Education Technology*, 31 (9) : 7 – 11.
- Rowntree, D. (1981). *A Dictionary of Education*. London : Harper and Row.
- Saylor, Galen J., William M. Alexander and Arthur J. Lewis. (1981). *Curriculum Planning for Better Teaching and Learning*. 4th ed. New York : Rinehart.
- Sanders, Michael. (1966, May). "A Case Study of the Pilot of a High School Applied Mathematics Program. (Algebra, Constructivist Learning)," *Dissertation Abstracts International*. 56(03) : 856–A.
- Schmalz, Rosemary. (1973, July). "Categorization of Questions that Mathematics Teachers Ask," *The Mathematics Teacher*. 66(13) : 619 – 629.
- Sund, Robert B. (1976). *Piaget For Education : A Multimedia Program*. Ohio : Charles E. Merrill Publishing Company, A Bell & Howell Company.
- Terrell. (1979, July). "A Study of the Integration of English Skills into the Business – Education Curriculum of Public Post – Secondary Schools," *Dissertation Abstracts International*. 40(1) : 74 – A.
- UNESCO – UNEP. (1994). *An Environmental Education Curriculum for Secondary Schools*. In the Asian Region Paris : UNESCO.
- Weigand, James. E. (1971). *Implementing teacher competencies : positive approaches to personalizing education*. Englewood. cliffs, N.J. : Prentice – Hall.
- Williams, Susan Elaine. (1999, May). "Effects of Teacher Involvement in Curriculum Development on the Implementation of calculators (Mathematics Curriculum)," *Dissertation Abstracts International*. 53(11). : 3836 – A.

Wilson, James W. (1971). *Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics in Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning*. P.643-699. New york : eited. by Benjamin S. Bloom. U.S.A., McGraw-Hill.

Wiltshire, Martin G. (1997). *Ascetic figures before and in early Buddhism : the emergence of Gautarna As the Buddha*. Berlin : Mouton de Gruyter.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบรูปแบบการสอนและแผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์
แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง)
 1. รศ.ดร.ฉวีวรรณ เทวตมลย์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 2. อาจารย์ประสาท สอนางค์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กรมวิชาการ
 3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
หมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
 4. อาจารย์จารุวรรณ แสงทอง
หัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ฝ่ายมัธยมศึกษา สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ
2. รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 1. อาจารย์ประสาท สอนางค์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กรมวิชาการ
 2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
หมวดวิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
 3. ดร.สุพร เข้มเฮง
หัวหน้าภาควิชาการวัดผลและวิจัยทางการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 4. รศ.นิภา ศรีไพโรจน์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 5. นางสาวสุพัตรา ผาดีวัฒน์
นักวิชาการ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

ภาคผนวก ข

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

- ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 30 ข้อ
- คะแนน (x) และค่าความแปรปรวน (s^2) จากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน
- ค่าสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบถูก (p) ค่าสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบผิด (q) และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{11}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ตาราง 5 ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 30 ข้อ

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.63	0.22	16	0.63	0.44
2	0.74	0.30	17	0.44	0.30
3	0.39	0.33	18	0.57	0.33
4	0.43	0.41	19	0.22	0.41
5	0.61	0.56	20	0.59	0.74
6	0.67	0.37	21	0.33	0.22
7	0.74	0.22	22	0.26	0.22
8	0.54	0.41	23	0.35	0.26
9	0.54	0.48	24	0.54	0.63
10	0.65	0.41	25	0.46	0.33
11	0.46	0.63	26	0.48	0.25
12	0.43	0.48	27	0.48	0.74
13	0.39	0.63	28	0.39	0.33
14	0.37	0.22	29	0.54	0.41
15	0.59	0.44	30	0.44	0.30

ตาราง 6 คะแนน (x) และค่าความแปรปรวน (s^2) จากการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

นักเรียนคนที่	x	x^2	นักเรียนคนที่	x	x^2
1	24	576	34	11	121
2	20	400	35	18	324
3	20	400	36	10	100
4	21	441	37	11	121
5	10	100	38	14	196
6	22	484	39	13	169
7	22	484	40	13	169
8	16	256	41	19	361
9	8	64	42	13	169
10	15	225	43	17	289
11	6	36	44	11	121
12	19	361	45	19	361
13	22	484	46	18	324
14	12	144	47	16	256
15	19	361	48	14	196
16	11	121	49	7	49
17	8	64	50	11	121
18	14	196	51	18	324
19	17	289	52	19	361
20	19	361	53	3	9
21	12	144	54	24	576
22	10	100	55	15	225
23	20	400	56	20	400
24	23	529	57	7	49
25	14	196	58	9	81
26	20	400	59	9	81
27	13	169	60	19	361
28	20	400	61	15	225
29	7	49	62	12	144
30	13	169	63	8	64
31	11	121	64	18	324
32	20	400	65	11	121
33	12	144	66	8	64

ตาราง 6 (ต่อ)

นักเรียนคนที่	x	x ²	นักเรียนคนที่	x	x ²
67	11	121	84	16	256
68	12	144	85	20	400
69	10	100	86	17	289
70	13	169	87	19	361
71	12	144	88	18	324
72	17	289	89	20	400
73	10	100	90	18	324
74	14	196	91	20	400
75	9	81	92	19	361
76	16	256	93	14	196
77	6	36	94	17	289
78	12	144	95	13	169
79	11	121	96	15	225
80	18	324	97	19	361
81	14	196	98	16	256
82	11	121	99	16	256
83	20	400	100	5	25

$$\sum x = 1,468$$

$$\sum x^2 = 23,758$$

ค่าความแปรปรวนของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

$$\begin{aligned}
 S_1^2 &= \frac{N \sum x^2 - (\sum x)^2}{N(N-1)} \\
 &= \frac{(100 \times 23,758) - (1,468)^2}{100(100-1)} \\
 &= \frac{2,375,800 - 2,155,024}{100 \times 99} \\
 &= \frac{220,776}{9,900} \\
 &= 22.30
 \end{aligned}$$

ตาราง 7 ค่าสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบถูก (p) ค่าสัดส่วนของนักเรียนที่ตอบผิด (q) และค่า pq ในการหาค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	0.60	0.40	0.24	16	0.55	0.45	0.25
2	0.75	0.25	0.19	17	0.44	0.56	0.25
3	0.40	0.60	0.24	18	0.61	0.39	0.24
4	0.51	0.49	0.25	19	0.44	0.56	0.25
5	0.66	0.34	0.22	20	0.54	0.46	0.25
6	0.55	0.45	0.25	21	0.34	0.66	0.22
7	0.68	0.32	0.22	22	0.48	0.52	0.25
8	0.65	0.35	0.23	23	0.37	0.63	0.23
9	0.59	0.41	0.24	24	0.39	0.61	0.24
10	0.45	0.55	0.25	25	0.38	0.62	0.24
11	0.56	0.44	0.25	26	0.46	0.54	0.25
12	0.48	0.52	0.25	27	0.58	0.42	0.24
13	0.46	0.54	0.25	28	0.44	0.56	0.25
14	0.46	0.54	0.25	29	0.60	0.40	0.24
15	0.57	0.43	0.25	30	0.36	0.64	0.23

$$\sum pq = 7.21$$

ค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right] \\
 &= \frac{30}{29} \left[1 - \frac{7.21}{22.30} \right] \\
 &= 1.03 \times (1 - 0.32) \\
 &= 1.03 \times 0.68 \\
 &= 0.70
 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ค

ผลการตรวจสอบรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์

- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง
- คะแนนจากการประเมินระหว่างเรียน (x_1) และคะแนนจากการประเมินหลังเรียน (x_2) โดยใช้รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ตามแผนการสอนที่ 1 – 7
- ประสิทธิภาพรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ตาราง 8 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ก่อนเรียน (x_1) และหลังเรียน (x_2) ของกลุ่มทดลอง

คนที่	x_1	x_2	D	D^2	คนที่	x_1	x_2	D	D^2
1	8	18	10	100	23	5	19	14	196
2	8	17	9	81	24	8	17	9	81
3	6	13	7	49	25	4	17	13	169
4	8	22	14	196	26	11	16	5	25
5	5	23	18	324	27	8	14	6	36
6	8	16	8	64	28	10	20	10	100
7	8	26	18	324	29	9	17	8	64
8	7	16	9	81	30	8	19	11	121
9	5	22	17	289	31	8	21	13	169
10	11	17	6	36	32	7	16	9	81
11	9	25	16	256	33	8	18	10	100
12	8	20	12	144	34	5	22	17	289
13	7	21	14	196	35	11	20	9	81
14	5	17	12	144	36	7	18	11	121
15	11	22	11	121	37	5	25	20	400
16	10	19	9	81	38	5	23	18	324
17	5	20	15	225	39	9	23	14	196
18	5	23	18	324	40	4	15	11	121
19	8	15	7	49	41	9	20	11	121
20	7	17	10	100	42	11	30	19	361
21	8	22	14	196	43	9	16	7	49
22	9	17	8	64	44	8	14	6	36
					45	10	19	9	81
รวม						345	867	522	6766

การวิเคราะห์ข้อมูลแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน ข้อ 2 คือแบบ t-test Dependent

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{(N \sum D^2) - (\sum D)^2}{N-1}}}, df = N-1 \\
 &= \frac{522}{\sqrt{\frac{(45 \times 6,766) - 272,484}{45-1}}}, df = 45-1 \\
 &= \frac{522}{\sqrt{\frac{304,470 - 272,484}{44}}}, df = 44 \\
 &= \frac{522}{\sqrt{\frac{31,986}{44}}} \\
 &= \frac{522}{26.96} \\
 &= 19.36^{**}
 \end{aligned}$$

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ตาราง 9 คะแนนจากการประเมินระหว่างเรียน (x_1) และคะแนนจากการประเมินหลังเรียน (x_2) โดยใช้
รูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง
เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ตามแผนการสอนที่ 1 – 7

คนที่	แผน การสอน ที่ 1		แผน การสอน ที่ 2		แผน การสอน ที่ 3		แผน การสอน ที่ 4		แผน การสอน ที่ 5		แผน การสอน ที่ 6		แผน การสอน ที่ 7	
	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2
1	9	8	8	9	9	8	9	8	8	8	9	8	8	7
2	9	8	8	9	9	8	9	7	8	8	9	8	8	8
3	9	7	8	8	9	7	9	7	8	7	9	8	8	6
4	8	9	9	9	9	8	9	8	9	8	9	8	9	8
5	8	10	8	9	9	8	7	9	8	9	7	9	8	8
6	8	7	7	8	7	7	7	8	8	7	7	8	8	8
7	9	9	9	9	9	9	7	9	9	9	7	8	9	9
8	7	9	8	8	7	8	9	9	8	8	9	8	8	9
9	8	9	8	8	9	8	8	9	8	8	8	8	8	8
10	9	9	7	8	9	8	7	9	8	9	7	8	8	8
11	9	10	9	9	9	10	8	9	9	9	8	9	9	9
12	9	9	7	8	9	9	9	9	8	9	9	8	8	9
13	8	9	8	8	9	8	8	8	8	9	8	8	8	8
14	8	9	7	8	9	8	7	9	8	8	7	8	8	8
15	9	9	9	9	9	9	9	10	8	9	9	9	9	9
16	7	9	8	8	7	8	9	8	8	9	9	8	8	9
17	8	9	8	8	9	8	8	8	8	8	8	8	8	8
18	9	9	7	8	9	9	7	8	8	9	7	8	8	9
19	8	8	7	7	7	8	7	7	8	7	7	7	8	8
20	7	9	8	8	7	8	7	8	8	8	7	8	8	8
21	8	8	7	8	7	8	7	8	8	8	7	8	8	9
22	9	9	9	8	9	9	7	8	9	9	7	8	9	9
23	7	7	7	7	7	8	7	8	6	8	7	6	6	8
24	7	7	7	7	7	7	7	8	6	7	7	6	6	8
25	7	7	7	7	7	7	7	8	6	7	7	6	6	8

ตาราง 9 (ต่อ)

คน ที่	แผน การสอน ที่ 1		แผน การสอน ที่ 2		แผน การสอน ที่ 3		แผน การสอน ที่ 4		แผน การสอน ที่ 5		แผน การสอน ที่ 6		แผน การสอน ที่ 7	
	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2	x_1	x_2
26	8	8	8	7	9	7	8	8	7	7	8	6	7	7
27	8	9	9	8	9	8	9	8	9	8	9	8	9	9
28	8	9	9	8	9	8	9	8	9	8	9	8	9	9
29	8	9	9	8	9	8	9	9	9	8	9	9	9	9
30	9	9	9	8	9	8	9	9	9	8	9	9	9	9
31	8	9	9	8	9	8	9	9	9	8	9	9	9	9
32	8	9	9	9	9	8	9	8	9	8	9	9	9	8
33	8	7	6	8	8	7	6	7	8	7	6	7	8	6
34	8	7	6	8	8	7	6	7	8	7	6	7	8	6
35	9	10	9	9	8	10	9	9	9	9	9	10	9	9
36	8	9	6	8	8	9	6	9	8	9	6	9	8	9
37	8	9	6	9	8	9	6	8	8	9	6	9	8	9
38	9	9	9	9	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9
39	9	9	9	9	8	9	9	9	9	9	9	9	9	8
40	7	7	7	8	7	8	7	8	6	8	7	7	6	7
41	8	9	9	8	9	8	9	8	9	8	9	7	9	8
42	9	10	8	9	9	10	9	9	8	9	9	10	8	9
43	8	9	9	8	9	7	9	7	9	7	9	7	9	7
44	8	9	8	8	9	8	8	8	7	8	8	8	7	8
45	8	9	8	8	9	8	8	8	7	8	8	9	7	8
รวม	368	388	357	368	377	367	358	372	364	367	358	362	365	369

ตาราง 10 ประสิทธิภาพรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะ
การเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์	เกณฑ์ 80 / 80	
	E_1	E_2
1. อัตราการเปลี่ยนแปลง	90.86	86.22
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชัน	88.15	81.78
3. การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร	93.09	81.56
4. อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท	88.40	82.67
5. ความชันของเส้นโค้ง	89.87	81.56
6. อนุพันธ์อันดับสูง	88.40	80.44
7. การประยุกต์ของอนุพันธ์	90.12	82.00
เฉลี่ย	89.84	82.32

ภาคผนวก ง

ผลการประเมินรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา
เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง โดยผู้เชี่ยวชาญ

ตาราง 11 ผลการประเมินรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง โดยผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	$\bar{x}$	s
1. ข้อมูลพื้นฐานที่นำมาใช้กำหนดรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง	2.50	0.41
2. องค์ประกอบของรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง	2.50	0.41
3. การจัดความสัมพันธ์ขององค์ประกอบในรูปแบบการสอนวิชาคณิตศาสตร์แบบบูรณาการเชิงเนื้อหา เพื่อส่งเสริมทักษะการเชื่อมโยง	2.70	0.24
4. หลักการที่นำมาใช้เป็นแนวปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน - กิจกรรมการเรียนการสอนสามารถปฏิบัติได้จริง - กิจกรรมการเรียนการสอนเหมาะสมกับเวลา	2.80	0.24
5. เนื้อหา - เนื้อหาสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ - เนื้อหาเรียงลำดับจากง่ายไปสู่ยาก - เนื้อหาเหมาะสมกับเวลาที่ใช้เรียน - เนื้อหา มีประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน - เนื้อหาส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้ทักษะการเชื่อมโยงความรู้	2.80	0.41
6. บทบาทหน้าที่ของครูในกิจกรรมการเรียนการสอน	2.30	0.23
7. แบบฝึกหัดระหว่างเรียน - การทำแบบฝึกหัดในใบงานช่วยให้เข้าใจในเนื้อหามากขึ้น - แบบฝึกหัดในใบงานช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ทักษะการเชื่อมโยง - แบบฝึกหัดในใบงานช่วยกระตุ้นความสนใจของผู้เรียน	2.70	0.24
8. กิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเชื่อมโยงความรู้ - กิจกรรมการเรียนการสอนสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ - กิจกรรมการเรียนการสอนช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการเชื่อมโยง และนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน - ผู้เรียนเป็นผู้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล - กิจกรรมช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้แสดงความคิดเห็น การนำเสนอผลงานอภิปรายถึงความสำเร็จของงาน ปัญหา อุปสรรค ตลอดจนแนวทางแก้ไข	2.80	0.24
9. สื่อการสอน - สื่อสอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา - สื่อช่วยให้การเรียนเข้าใจง่าย และเรียนรู้ได้เร็ว	2.70	0.24
10. การวัดและการประเมินผล	2.70	0.47
ผลรวมเฉลี่ย	2.65	0.31

ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

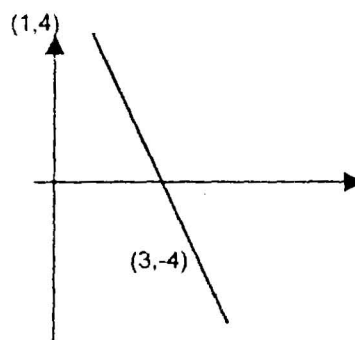
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เวลา 60 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบในข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

ข้อสอบชุดนี้มีจำนวน 30 ข้อ ข้อละ 4 ตัวเลือก

1. ให้ $f(x) = 2x + 7$ อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วง $x = 2$ ถึง $x = 2.5$ มีค่าตรงกับข้อใด
 1. 0.4
 2. 0.5
 3. 1
 4. 2
2. อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเทียบกับความยาวของด้าน เมื่อด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเปลี่ยนจาก 5 นิ้ว ไปเป็น 8 นิ้ว มีค่าตรงกับข้อใด
 1. 13 ตารางนิ้วต่อนิ้ว
 2. 3 ตารางนิ้วต่อนิ้ว
 3. 2 ตารางนิ้วต่อนิ้ว
 4. 1 ตารางนิ้วต่อนิ้ว
3. กล่องทรงสี่เหลี่ยมที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีความยาวด้านละ x เซนติเมตร ถ้าความสูงของกล่องเป็น 3 เท่าของความยาวของฐาน อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาตรเทียบกับความยาวของฐาน เมื่อ x เปลี่ยนจาก 5 เซนติเมตร เป็น 7 เซนติเมตร มีค่าตรงกับข้อใด
 1. 432
 2. 327
 3. 117
 4. 109
4. กำหนด $y = x^2 - 2x + 8$ แล้ว อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x เปลี่ยนจาก 2 เป็น 4 มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ $x = 4$
 1. มากกว่าอยู่ 2
 2. น้อยกว่าอยู่ -2
 3. น้อยกว่าอยู่ 2
 4. มากกว่าอยู่ 6
5. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ เมื่อ $f(x) = 2x^2 - 5x$ มีค่าตรงกับข้อใด
 1. -5
 2. $4x + 2h - 5$
 3. $4x - 5$
 4. $4x$
6. จากกราฟ y เป็นฟังก์ชันของ x ค่าอนุพันธ์ $\frac{dy}{dx}$ มีค่าตรงกับข้อใด
 1. 2
 2. -2
 3. 4
 4. -4



7. ถ้า $y = 3x^2 + \frac{2}{x^2}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $6x - \frac{4}{x^3}$

2. $6x - \frac{1}{4x^3}$

3. $6x + \frac{4}{x^3}$

4. $6x^3 - \frac{4}{x}$

8. ถ้า $y = \frac{x^2}{1-x}$ แล้ว $\frac{dy}{dx}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{x^2 - 2x}{(1-x)^2}$

2. $\frac{2x - 3x^2}{(1-x)^2}$

3. $\frac{2x - x^2}{(1-x)^2}$

4. $\frac{2x + x^2}{(1-x)^2}$

9. กำหนดให้ $f(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$ จงพิจารณาว่าข้อใดถูกต้อง

1. $f'(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

2. $f'(x) = 3x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 6x$

3. $f'(x) = 3x^2 - 4x - 5$

4. $f'(x) = 3x^3 - 4x^2 - 5x$

10. กำหนดให้ $f(x) = \frac{3x+1}{2x-1}$ และ $g(x) = \sqrt{3x^2+1}$ อนุพันธ์ของ $f(x) + g(x)$ ที่ $x = 1$

มีค่าตรงกับข้อใด

1. 6

2. 6.5

3. -3.5

4. -4.75

11. ให้ $g(x)$ เป็นอนุพันธ์ของ $f(x)$ โดยที่ $f(x) = x^3 + 4x^2 + 1$ ค่าของ $g'(7)$

มีค่าตรงกับข้อใด

1. 497

2. 203

3. 50

4. 6

12. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2}$ แล้ว ค่าของ $f'(1)$ ตรงกับข้อใด

1. 0

2. $\frac{2}{3}$

3. $\frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \right)$

4. ไม่มีอนุพันธ์ที่ $x = 1$

13. ถ้า $f(x) = 2x^3(1-2x)^3$ แล้ว ค่าของ $f'(1)$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -26

2. -14

3. 4

4. 14

14. กำหนด $x^3 + y^3 = 2y$ แล้วค่าของ $\frac{dy}{dx}$ ตรงกับข้อใด

1. $\frac{-3x^2}{3y^2} + \frac{3x^2}{2}$

2. $\frac{3x^2}{2-3y^2}$

3. $\frac{x^2}{2-y^2}$

4. $\frac{-3x^2}{y^2-2}$

15. เส้นโค้ง $y = 3x^2 - 3x + 1$ กับ $y = x^3 + 1$ มีความชันเท่ากัน เมื่อ x มีค่าตรงกับข้อใด

1. -1

2. 0

3. 1

4. 1, 3

16. กำหนดให้ $y = x^3 - 3x + 1$ สมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัส ณ จุดสัมผัส (2, 3) คือข้อใด

1. $x + 9y - 29 = 0$

2. $9x - y - 15 = 0$

3. $x + 9y + 29 = 0$

4. $x + 3y - 11 = 0$

17. ให้ m_1 และ m_2 เป็นความชันของเส้นสัมผัสของกราฟ $y = 2x^2 - 8x + 5$ ณ จุดที่กราฟนี้ตัดกับเส้นตรง $y + 9x = 6$ แล้ว m_1, m_2 มีค่าตรงกับข้อใด

1. -4, -10

2. -4, -6

3. -12, -6

4. -12, -10

18. เวกเตอร์ในข้อใดต่อไปนี้นั้นขนานกับเส้นตรงซึ่งสัมผัสวงกลม $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ ที่จุด (6, 0)

1. $3\vec{i} + 8\vec{j}$

2. $3\vec{i} - 4\vec{j}$

3. $4\vec{i} - 3\vec{j}$

4. $3\vec{i} + 4\vec{j}$

19. กำหนด $f(x) = 6x^4 + 7x^3 + 4x + 1$ อัตราการเปลี่ยนแปลงความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใดๆ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $6x^4 + 7x^3 + 4x + 1$

2. $24x^3 + 21x^2 + 4$

3. $72x^2 + 42x$

4. $144x + 42$

20. วัตถุชิ้นหนึ่งมีอนุภาคการเคลื่อนที่คือ $S = t^3 - 5t^2 + 7t - 3$ โดยที่ s คือ ระยะทาง มีหน่วยเป็นฟุต t เป็นเวลาที่มีหน่วยเป็นวินาที ขณะที่วัตถุมีความเร่งเท่ากับ 2 ฟุต/วินาที² ความเร็วของวัตถุจะมีค่าตรงกับข้อใด

1. -1 ฟุต/วินาที

2. 1 ฟุต/วินาที

3. 2 ฟุต/วินาที

4. 0 ฟุต/วินาที

21. ไม้ท่อนหนึ่งยาว 1 เมตร เดิมวางตั้งและพียงกับกำแพง ถ้าค่อยๆ เลื่อนปลายของท่อนไม้ออกจากตามพื้นราบ ด้วยอัตราเร็ว 2 เซนติเมตรต่อนาที อยากทราบว่าในเวลาครึ่งชั่วโมงต่อมาปลายบนของบันไดจะเลื่อนลงมาด้วยความเร็วเท่าใด
1. -2 เซนติเมตรต่อนาที
 2. -1.5 เซนติเมตรต่อนาที
 3. 1.5 เซนติเมตรต่อนาที
 4. 3 เซนติเมตรต่อนาที
22. กำหนด $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ เมื่อ f เป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วงใดต่อไปนี้
1. $[1, 3]$
 2. $[0, 1.5]$
 3. $[2, 4]$
 4. $[3, 4]$
23. กำหนดให้ $y = 10 + 12x - 3x^2 - 2x^3$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. จุด $(1, 17)$ ให้ค่าสูงสุด
 2. จุด $(2, 6)$ ให้ค่าสูงสุด
 3. จุด $(1, 18)$ ให้ค่าต่ำสุด
 4. จุด $(-2, -10)$ ให้ค่าต่ำสุด
24. ถ้า $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ แล้วข้อใดถูกต้อง
1. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 2$
 2. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 2$ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$
 3. f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 0$ และไม่มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
 4. f ไม่มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และมีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ที่ $x = 2$
25. กำหนด $f(x) = x^2 - 6x + 5$; $D_f = [2, 6]$ แล้วข้อใดถูกต้อง
1. ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = 6$ และมีค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = -2$
 2. ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = -4$ และมีค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = 5$
 3. ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = 5$ และมีค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = -4$
 4. ไม่มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ที่ $x = -4$
26. ต้องการทำการล่องที่ไม่มีฝาปิด จากกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งมีด้านยาว 12 เซนติเมตร โดยตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเท่ากันออกจากริมทั้งสี่ด้านแล้วพับขึ้นเป็นกล่องความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่จะตัดออกมีค่าเท่าใด เพื่อที่จะได้กล่องมีปริมาตรมากที่สุด
1. 1 เซนติเมตร
 2. 2 เซนติเมตร
 3. 4 เซนติเมตร
 4. 6 เซนติเมตร
27. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มากที่สุดที่บรรจุอยู่ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมีด้านทั้งสามยาว 5, 12 และ 13 นิ้ว ตามลำดับ และจุดยอดจุดหนึ่งของสี่เหลี่ยมผืนผ้าอยู่บนด้านที่ยาวที่สุดของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีค่าตรงกับข้อใด
1. 36 ตารางนิ้ว
 2. 25 ตารางนิ้ว
 3. 24 ตารางนิ้ว
 4. 15 ตารางนิ้ว

28. ชาวนาคนหนึ่ง ต้องการกั้นคอกเลี้ยงสัตว์รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เข้ากับฝาด้านหนึ่งของโรงนา โดยมีช่องทางเข้าอยู่ด้านตรงข้ามฝารองนากว้าง 10 เมตร ถ้าเขามีลวดตาข่ายยาว 90 เมตร อยากทราบว่า คอกเลี้ยงสัตว์ที่เขาทำจะมีเนื้อที่มากที่สุดกี่ตารางเมตร
1. 900 ตารางเมตร
 2. 1,000 ตารางเมตร
 3. 1,012.5 ตารางเมตร
 4. 1,250 ตารางเมตร
29. ในการประมาณการปลูกมันสำปะหลัง พบว่าถ้าขุดมันสำปะหลังขณะนี้จะได้มันสำปะหลัง 100 กิโลกรัม และขายได้กิโลกรัม 1.50 บาท ถ้ายังไม่ขุดและรอต่อไปจะได้มันสำปะหลังเพิ่มขึ้นสัปดาห์ละ 10 กิโลกรัม แต่ราคาขายจะลดลงไปสัปดาห์ละ 0.05 บาทต่อกิโลกรัม ดังนั้นควรขายมันสำปะหลังเมื่อใดจึงจะมีรายได้จากการขายมากที่สุด
1. ขายทันที
 2. ขายเมื่อสิ้นสัปดาห์ที่ 10
 3. ขายเมื่อสิ้นสัปดาห์ที่ 27
 4. ขายเมื่อสิ้นสัปดาห์ที่ 30
30. เรือบรรทุกสินค้าลำหนึ่งบรรทุกสินค้า 200 ตัน โดยได้ค่าจ้างบรรทุกตันละ 10 บาท ถ้าจอดรอรับสินค้าเพิ่มขึ้น 1 วัน จะได้รับสินค้าเพิ่มขึ้นอีก 10 ตันเสมอ แต่ค่าจ้างบรรทุกจะลดลงตันละ 20 สตางค์ แต่ละวันที่รอรับสินค้าเพิ่มขึ้น เรือควรจะจอดรอบรรทุกของอีกกี่วันจึงจะได้เงินค่าจ้างบรรทุกมากที่สุด
1. ไม่ควรจอดรอ
 2. 15 วัน
 3. 20 วัน
 4. 50 วัน

ภาคผนวก ฉ
แผนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

แผนการสอนที่ 1

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 015

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง อัตราการเปลี่ยนแปลง

จำนวน 2 คาบ

คาบละ 50 นาที

1. สาระสำคัญ

ในชีวิตประจำวันของคนเรามักจะพบกับการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา เช่นการเจริญเติบโตของร่างกาย การเพิ่มของผลเมืองในแต่ละประเทศ การละลายของสารเคมี การเคลื่อนที่ของวัตถุ เป็นต้น ซึ่งการหาค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงนี้ ก็คือ การหาลิมิตของฟังก์ชัน เมื่อการเปลี่ยนแปลงนั้นมีค่าเข้าใกล้ศูนย์นั่นเอง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 จุดประสงค์ปลายทาง นักเรียนสามารถ

- 1) หาความเร็วขณะเวลาใดๆ
- 2) ห้อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยและอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใดๆ ของสิ่งที่กำหนดให้

2.2 จุดประสงค์นำทาง นักเรียนสามารถ

- 1) หาความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาที่กำหนด เมื่อกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ให้ได้
- 2) หาความเร็วขณะเวลาใดๆ เมื่อกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ให้ได้
- 3) ห้อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของสิ่งที่กำหนดให้ได้
- 4) ห้อัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใดๆ ของสิ่งที่กำหนดให้ได้

3. เนื้อหาสาระ

บทนิยาม 1. ถ้า $s = f(t)$ เป็นสมการของการเคลื่อนที่

ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลา t_1 ถึง t_2 คือ $\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} ; t_2 > t_1$

ความเร็วขณะเวลา t ใดๆ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} ; h \neq 0$

2. ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบ กับ x ในช่วง x ถึง $x+h$

คือ $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} ; h \neq 0$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ

คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

3. ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นบวกแสดงว่า เมื่อ x เพิ่มขึ้น $f(x)$ จะเพิ่มขึ้นด้วย นั่นคือ f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
4. ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นลบแสดงว่า เมื่อ x เพิ่มขึ้น $f(x)$ จะลดลง นั่นคือ f เป็นฟังก์ชันลด

อธิบาย

(ก) อัตราการเปลี่ยนแปลงข้างต้นนี้ เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x เมื่อ x มีการเปลี่ยนแปลงไปน้อยมากๆ $[(\Delta x = h) \rightarrow 0]$ และเมื่อ x เปลี่ยนไปน้อยมากๆ ก็เสมือนกับมิได้เปลี่ยนค่าเลย จึงเรียกว่าเป็น “อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะที่ x มีค่าเป็นจำนวนจริงใดจำนวนหนึ่ง”

(ข) การหาค่าอัตราการเปลี่ยนแปลงนี้ ก็คือ การหาขีดจำกัดของฟังก์ชัน เมื่อตัวแปร h มีค่าเข้าใกล้ศูนย์นั่นเอง

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1-2

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน (10 นาที)

ครูสนทนากับนักเรียนถึงการจัดเทศกาลบอลลูนโลก ที่จังหวัดพระนครศรีอยุธยา ในช่วงต้นปี พ.ศ. 2545 ที่ผ่านมา โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่ 1 ซึ่งเป็นภาพแสดงส่วนประกอบของบอลลูน ประกอบการอธิบาย ครูถามนักเรียนว่าลูกบอลลูนจะลอยได้อย่างไร เพราะอะไรและจะลอยไปในทิศทางใด โดยให้นักเรียนสังเกตการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในลูกบอลลูนกลมก่อนที่บอลลูนจะลอย พร้อมกับให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นสอน (30 นาที)

ครูอธิบายให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของคำว่า “ความเร็วเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง” และ “ความเร็วเฉลี่ยขณะเวลาใดๆ”

ครูยกตัวอย่างโจทย์การหาความเร็วในขณะเวลาใดๆ และความเร็วในช่วงเวลาหนึ่ง เมื่อกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ $s(t) = (4t + 2)^2$ ให้นักเรียนหาความเร็วเฉลี่ยเมื่อ $t = 1$ ถึง $t = 3$

ครูยกตัวอย่างการเคลื่อนที่ของรถยนต์ ถ้ามาตรบอกความเร็วของรถยนต์ในขณะนั้นเป็น 30 ไมล์/ชั่วโมง หมายความว่าต้องใช้เวลา 1 ชั่วโมง รถยนต์จึงจะเคลื่อนที่ได้ทาง 30 ไมล์ ซึ่งที่จริงแล้ว

ใน 1 นาที รถยนต์ก็เคลื่อนที่ได้ทาง $\frac{1}{2}$ ไมล์ และใน 1 วินาที รถยนต์ก็เคลื่อนที่ได้ทาง 44 ฟุต ดังนั้นเราสามารถบอกได้ว่ารถยนต์เคลื่อนที่ได้ทาง 30 ไมล์/ชั่วโมง จึงหมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของระยะทางเป็น 30 ไมล์/ชั่วโมง และถ้าเรากำหนดช่วงห่างของเวลาให้มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ จะเรียกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทาง ขณะเวลาใดๆ นั่นเอง

ครูให้บทนิยามอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วงหนึ่งและอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะเวลาใดๆ แล้วให้ผู้เรียนดูว่าบทนิยามดังกล่าวเกี่ยวข้องกับอย่างไรกับเรื่อง “ความเร็วเฉลี่ย” และ “ความเร็วขณะเวลาใดๆ” ซึ่งผู้เรียนควรตอบได้ว่าเป็นเรื่องเดียวกันแต่ใช้สัญลักษณ์ต่างกันเท่านั้น

ครูยกตัวอย่างการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เช่น $y = 2x^2$ ให้หา

- 1) อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$
- 2) อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ ซึ่งนักเรียนควรจะหาได้ดังนี้

ให้ $f(x) = y$

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$ คือ

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \frac{2(x+h)^2-2x^2}{h}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^2-2x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x^2+4xh+2h^2-2x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (4x+2h) \\ &= 4x \end{aligned}$$

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างเพิ่มเติม เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $y = f(x) = x^2 + 3x + 5$

ในการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆ เมื่อกำหนดฟังก์ชันให้

ให้นักเรียนอภิปรายความหมายของอัตราการเปลี่ยนแปลง เมื่ออัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นบวก หรือลบและซักถามข้อที่มีปัญหา ซึ่งจะเห็นว่า ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นจำนวนบวก จะได้ว่า เมื่อ x เพิ่มขึ้น $f(x)$ จะเพิ่มขึ้นด้วย ซึ่งเป็นลักษณะของฟังก์ชันเพิ่ม ในทำนองเดียวกัน ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นจำนวนลบ จะได้ว่า เมื่อ x เพิ่มขึ้น $f(x)$ จะลดลง ซึ่งเป็นลักษณะของฟังก์ชันลด ผู้เรียนควรบรรยายลักษณะของการเปลี่ยนแปลงได้ เช่น เมื่อคำนวณได้ว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของปริมาณน้ำในแก้วตั้งแต่เวลา 9.00 น. ถึง 10.00 น. เท่ากับ -3 ลูกบาศก์เซนติเมตร/นาที นักเรียนควรอธิบายลักษณะของการเปลี่ยนแปลงได้ว่า “ในช่วงเวลาดังกล่าว เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นปริมาณของน้ำในแก้วจะลดลง”

ขั้นปฏิบัติ (ฝึกทักษะเชื่อมโยง 45 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม (กลุ่มละ 4 คน) ครูแจกแผ่นใสพร้อมอุปกรณ์ เพื่อให้นักเรียนเขียนอธิบายจากการร่วมกันพิจารณาภาพจำลองจากแผ่นโปร่งใสที่ 1 เกี่ยวกับการลอยของลูกบอลลูน และให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 1 แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน (ข้อ 1,2) นักเรียนที่เหลือช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุป

ประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานที่ 1 ข้อที่ให้ทำบนแผ่นโปร่งใส เพื่อแก้ไขในส่วนที่บกพร่องของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ครูกำหนดสมการของการเคลื่อนที่ $s = 3t^2 + 4t$ แล้วให้นักเรียนหาระยะทาง เมื่อกำหนดเวลาให้ เช่น $t=0$, $t=5$ เป็นต้น และ เมื่อ $t=1$ ถึง $t=5$ ให้นักเรียนหาความเร็วเฉลี่ย และทำแบบฝึกหัดในใบงานที่ 2 – 3 หลังจากนั้นครูคัดเลือกนักเรียนบางกลุ่มมานำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับของตนเองหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1 ข้อ 1 - 5 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด และแบบฝึกหัดในใบงาน 1 – 3 ข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน ครูเป็นผู้ตรวจแบบฝึกหัดในใบงานด้วยตนเอง

ขั้นสรุป (10 นาที)

ครูฉายแผ่นโปร่งใสประกอบการสอนแผ่นที่ 1 แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงของลูกบอลลูกกลมเมื่อถูกให้ความร้อน แล้วให้นักเรียนร่วมกันสรุปว่ามี รัศมีของลูกบอลลูกกลมเปลี่ยนแปลงไปในทางที่เพิ่มขึ้น ทำให้เส้นผ่านศูนย์กลาง พื้นที่ผิว ปริมาตรของลูกบอลลูกกลมมีอัตราการเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย

ครูแสดงวิธีการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยและอัตราการเปลี่ยนแปลงปริมาตรของลูกบอลลูกกลมเทียบกับรัศมี

ครูยกตัวอย่างโจทย์การนำเรื่องอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในช่วงหนึ่งและอัตราการเปลี่ยนแปลง ขณะใดๆ ที่นำมาใช้ในชีวิตประจำวัน และช่วยกันสรุปอีกครั้งแล้วจดบันทึกลงสมุด

ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ ที่สามารถเกิดการเปลี่ยนแปลงได้มาคนละ 3 สถานการณ์

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปผลที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมรายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

5. ผลงานของนักเรียน

ใบงานที่ 1, 2 และ 3

สมุดจดบันทึกและสมุดแบบฝึกหัด

กิจกรรมกลุ่ม และการนำเสนอหน้าชั้นเรียน

6. สื่อการสอน

แบบเรียน ค 015 ของ สสวท

เอกสารประกอบการเรียน ค 015

ใบงานที่ 1 , 2 และ 3

แผ่นโปรงใสที่ 1

แบบจดบันทึกประจำวัน

7. การวัดและการประเมินผล

7.1 ผู้ประเมิน (Audience)

- ครูผู้สอนคณิตศาสตร์
- เพื่อนนักเรียนต่างกลุ่ม

7.2 สิ่งที่ต้องประเมิน

- การทำงานกลุ่ม
- การนำเสนอผลงาน

7.3 ประเด็นการประเมิน

1. การทำงานกลุ่ม

- ความรับผิดชอบ
- ความร่วมมือ
- ระเบียบวินัย

2. การนำเสนอผลงาน

- ความเป็นไปได้และสมเหตุผลของการดำเนินงาน
- การคิดคำนวณ

7.4 องค์ประกอบของการการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics)

การนำเสนอผลงาน

ระดับ 4 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุผล คิดคำนวณได้ถูกต้อง
ชัดเจน พร้อมระบุเหตุผลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด

ระดับ 3 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุผล แต่คิดคำนวณไม่ถูกต้อง

ระดับ 2 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุผล แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง

ระดับ 1 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุผล และการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง

ระดับ 0 ไม่มีการดำเนินงาน

การทำงานกลุ่ม

ประเด็นการประเมิน	องค์ประกอบ	น้ำหนักคะแนน
ความรับผิดชอบ	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้	2
ความร่วมมือ	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี	2
ระเบียบวินัย	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม	1

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

9. สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

10. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

11. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

.....

12. ข้อคิดเห็นอื่นๆ

.....

.....

.....

.....

หมายเหตุ : 10 – 12 ครูผู้สอนลงบันทึกหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

เรื่อง.....

กลุ่มที่.....จำนวนสมาชิก..... คน

เลข ที่	ชื่อ – สกุล	ความรับผิดชอบ			รวม	ความร่วมมือ			รวม	ระเบียบวินัย			รวม
		ครั้งที่				ครั้งที่				ครั้งที่			
		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1													
2													
3													
4													

หน้าหน้า

2

:

2

:

1

ความรับผิดชอบ หมายถึง

การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมายทุกครั้ง
- 3 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 2 ครั้ง
- 2 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 1 ครั้ง
- 1 หมายถึง ได้มอบหมายเกินกว่า 1 ครั้ง
- 0 หมายถึง ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ความร่วมมือ หมายถึง

การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น และเข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
- 3 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 2 ครั้ง ไม่ได้ร่วมแสดงความคิดเห็นหรือแสดงความคิดเห็นบ้าง แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
- 2 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 1 ครั้ง
- 1 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย
- 0 หมายถึง ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็น และไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ระเบียบวินัย หมายถึง

การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด ทุกครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 3 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 2 ครั้งที่ปฏิบัติงาน

- 2 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด
เพียง 1 ครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 1 หมายถึง ปฏิบัติตนไม่สม่ำเสมอในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
- 0 หมายถึง ไม่ปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดไว้ในกลุ่มเลย

น้ำหนักคะแนน ความรับผิดชอบ : ความร่วมมือ : ระเบียบวินัย

2 : 2 : 1

ระดับคะแนน (ต่อกลุ่ม)

คะแนน	40 – 48	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	30 – 39	หมายถึง	ดี
คะแนน	20 – 29	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน	9 – 19	หมายถึง	พอใช้
คะแนน	0 – 8	หมายถึง	ปรับปรุง

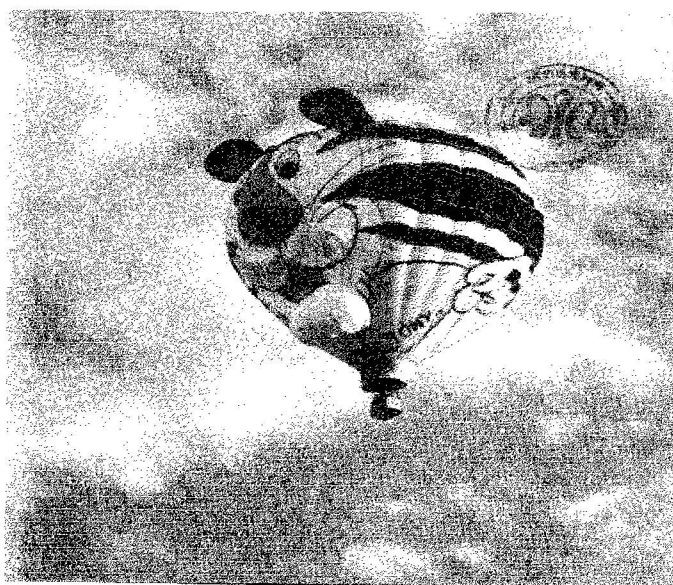
ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง

..... / /

แผ่นโปร่งใสที่ 1



2. ลูกบอลสุนทรภะกลมใบหนึ่ง เมื่อบรรจุแก๊สเข้าไป จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่ผิว (S) เมื่อเทียบกับรัศมี (r) ในขณะที

1) $r = 1$ เมตร

2) $r = 3$ เมตร

3. เมื่อแผ่นโลหะทรงกระบอกถูกความร้อนจะขยายขนาดขึ้น จงหาว่าพื้นที่ของแผ่นโลหะเปลี่ยนไปเท่าไร ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางเปลี่ยนจาก 15.00 เซนติเมตร เป็น 15.14 เซนติเมตร

4. ถักรังสีของนิวเคลียร์มีการแผ่กระจายเป็นวงกลม แล้วอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของพื้นที่รังสีเทียบกับเส้นรอบวง เมื่อรัศมีเปลี่ยนจาก 3 กิโลเมตร ไปเป็น 5 กิโลเมตร

5. สัตวแพทย์ผู้หนึ่งได้ตรวจพบเนื้องอกในโคนมตัวหนึ่งเป็นทรงกรวยสูง 3 เซนติเมตร มีรัศมีฐานกรวยยาว 1 เซนติเมตร อีก 2 เดือนต่อมาพบว่าเนื้องอกก้อนนี้ยังคงสูงเท่าเดิมแต่รัศมีที่ฐานกรวยยาว 1.1 เซนติเมตร จงหาว่าเนื้องอกก้อนนี้มีขนาดเพิ่มขึ้นเท่าไร

[illegible]

6. ในการทดลองเกี่ยวกับการเจริญเติบโตของพืช โดยการให้แสงสว่าง การเจริญเติบโตเป็น $G(x) = 0.001x^2$ เมตร เมื่อ x แทนปริมาณของแสงสว่างที่ให้ในหน่วยวัตต์ต่อตารางเมตร จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของการเจริญเติบโต เมื่อ $x = 50$ วัตต์ต่อตารางเมตร (การบ้าน)

[illegible]

ใบงานที่ 2

ชื่อ เลขที่.....ชั้น ม. 6 /.....

1. กำหนดให้ $y = x^3$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วงที่ x เปลี่ยนจาก 2 ไปเป็น 4

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนดให้ $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วงที่ x เปลี่ยนจาก -1 ไปเป็น 2

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. กำหนดให้ $y = x^2 - 6x + 8$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วงที่ x เปลี่ยนจาก 1 ไปเป็น 1.5

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. กำหนดให้ $y = |2 - x^2|$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของ y เทียบกับ x ในช่วงที่ $x = 1$ ถึง $x = 2$

[illegible]

5. กำหนดให้ $y = x^2$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ และที่ $x = 1$ (การบ้าน)

[illegible]

6. กำหนดให้ $y = x^2 + x$ แล้ว จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ และที่ $x = -2$ (การบ้าน)

[illegible]

5. จากการทดลองพบว่าเมื่อยาถูกฉีดเข้าสู่ร่างกาย เลือดจะนำยานั้นไปสู่เซลล์ที่ต้องการ หลังจากนั้นตับจะทำหน้าที่ช่วยกำจัดยาส่วนที่เหลือออกจากระบบหมุนเวียนของเลือดต่อไป ถ้าความเข้มข้นของยาชนิดหนึ่ง

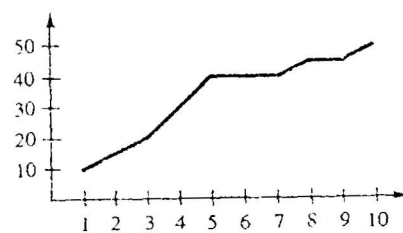
เมื่อฉีดเข้าไปในเส้นเลือดได้ x ชั่วโมง ประเมินได้ด้วยฟังก์ชัน $c(x) = \frac{5x}{9+x^2}$ จงประมาณความ

เข้มข้นของยาในเส้นเลือดที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อ x เปลี่ยนจาก 2 ชั่วโมงเป็น 2.25 ชั่วโมง (การบ้าน)

6. คนไข้ที่มีอาการดีขึ้นภายหลังจากการเจ็บป่วย ได้รับการบำบัด โดยการควบคุมน้ำหนัก แสดงได้ดังกราฟ ในช่วงเวลา 10 สัปดาห์ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยของน้ำหนักเป็นปอนด์ จาก

- 1) สัปดาห์แรกถึงสัปดาห์ที่ 3
- 2) สัปดาห์ที่ 3 ถึงสัปดาห์ที่ 5

น้ำหนัก (ปอนด์)



เวลา (สัปดาห์)

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยคือ

อัตราการเปลี่ยนแปลงคือ

สิ่งที่ฉันได้เรียนรู้ในวันนี้

สิ่งที่ฉันยังไม่เข้าใจ

ฉันได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ฉันคิดว่าควรควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

แผนการสอนที่ 2

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 015

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

จำนวน 2 คาบ

คาบละ 50 นาที

1. สาระสำคัญ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ซึ่งเราเรียกนิพจน์นี้ว่า "อนุพันธ์ของฟังก์ชัน" ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน เช่น การเจริญเติบโตของร่างกาย การเพิ่มของผลเมืองในแต่ละประเทศ การละลายของสารเคมี การเคลื่อนที่ของวัตถุ เป็นต้น เราสามารถใช้ความรู้ในเรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชันช่วยในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวข้างต้น

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง นักเรียนสามารถ

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโพลิโนเมียลอย่างง่ายโดยใช้บทนิยามได้

จุดประสงค์นำทาง นักเรียนสามารถ

1. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยามได้

2. หาค่าความเร็วขณะเวลาใดๆ และหาอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ ได้

3. เนื้อหาสาระ

บทนิยาม

ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และ

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้ เรียกนิพจน์นี้ว่า "อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x " เขียนแทนด้วย

$$f'(x) \text{ หรือ } y' \text{ หรือ } \frac{dy}{dx} \text{ หรือ } \frac{d f(x)}{dx}$$

สำหรับสมการการเคลื่อนที่ $S = f(t)$ ซึ่งระยะทางเป็นฟังก์ชันของเวลานั้น

เราได้ความเร็ว ขณะเวลา t ใดๆ คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$ และความเร็วขณะเวลาใดๆ

เขียนแทนด้วย v ดังนั้น $v = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$

เมื่อ v เป็นจำนวนบวก แสดงว่าเมื่อ t มีค่ามากขึ้น S จะมีค่ามากขึ้น

เมื่อ v เป็นจำนวนลบ แสดงว่าเมื่อ t มีค่ามากขึ้น S จะมีค่าลดลง

ข้อสังเกต

1. ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้ เรียก f ว่าเป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ที่ x

2. ถ้า $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าไม่ได้ เรียก f ว่าเป็นฟังก์ชันที่ไม่หาอนุพันธ์ที่ x

1) เราเรียกวิธีการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันว่า **differentiation**

2) “ $\frac{d}{dx}$ ” เรียก **differentiation operator**

3) $\frac{dy}{dx} \neq \frac{y}{x}$ เพราะ $\frac{dy}{dx}$ เป็นสัญลักษณ์ของการหาอนุพันธ์ มิใช่หมายถึง d คูณ y หารด้วย d คูณ x

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนอนุพันธ์

$y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ แล้ว “อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ” จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์แบบใดแบบหนึ่งดังต่อไปนี้

ก. $f'(x)$ อ่านว่า เอฟ ไพรม์ เอกซ์

ข. y' อ่านว่า วาย ไพรม์

ค. $\frac{dy}{dx}$ อ่านว่า ดีวาย บาย ดีเอกซ์

ง. $\frac{d}{dx}f(x)$ อ่านว่า ดีเอฟเอกซ์ บาย ดีเอกซ์

$$\text{ดังนั้น } f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \text{อัตราการเปลี่ยนแปลง}$$

ของ y เทียบกับ x ขณะที่ x มีค่าใดๆ

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ตอนที่ 1-2

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูสนทนากับนักเรียนในช่วงเทศกาลสงกรานต์ที่ผ่านมา มีนักเรียนคนใดเดินทางไปพักผ่อนที่ต่างจังหวัด และนักเรียนคนใดเดินทางกลับภูมิลำเนา เพื่อเยี่ยมเยียนญาติผู้ใหญ่ ซึ่งในวันสงกรานต์ ดังกล่าวถือเป็นวันขึ้นปีใหม่ของไทย ซึ่งในวันนี้เองจะมีการรดน้ำดำหัวญาติผู้ใหญ่และมีการเล่นสาดน้ำกัน เพื่อเป็นการคลายร้อนอย่างหนึ่งเพราะช่วงเดือนเมษายนนั้นเป็นเดือนที่มีอากาศร้อนที่สุดของไทย แล้วถามนักเรียนว่าในขณะที่เดินทางด้วยรถยนต์บนทางหลวง นักเรียนสังเกตเห็นหลักกิโลเมตรบอกระยะทางว่าขณะนี้นักเรียนอยู่ในจังหวัดใด และอีกนานเท่าใดนักเรียนจะเดินทางถึงจุดหมาย (ถ้านักเรียนทราบอัตราเร็วของรถยนต์ในขณะนั้น) เพราะหลักกิโลเมตรบอกระยะทางจะมีทุกๆ 1 กิโลเมตร หลังจากนั้นครูให้นักเรียนสมมติว่าถนนนั้น (คิดเฉพาะทางตรง) แทนเส้นจำนวน โดยใช้หลักบอกระยะทางแทนระยะห่างบนเส้นจำนวน แล้วถามนักเรียนว่าถ้ารถยนต์ที่นักเรียนโดยสารไปขับเคลื่อนด้วยมาตรบอกความเร็วของรถยนต์เป็น 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมงนั้นหมายความว่าอย่างไร ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา

ชั้นสอน (30 นาที)

ครูทบทวนการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ ของฟังก์ชัน $f(x)$ และความเร็วขณะเวลาใดๆ ซึ่งผู้เรียนควรบอกสิ่งต่อไปนี้ได้

1) อัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใดๆ ของฟังก์ชัน $y = f(x)$ มีค่าเท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

2) อัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางในขณะเวลา t ใดๆ ที่ได้จากสมการของการเคลื่อนที่

$S = f(t)$ คือความเร็วในขณะเวลา t ใดๆ และมีค่าเท่ากับ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$

ครูให้นิยามอนุพันธ์ของฟังก์ชันและสัญลักษณ์ โดยที่ครูบอกนักเรียนว่าเราเรียก $f'(x)$ ว่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x และให้ผู้เรียนสังเกตให้ได้ว่า คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงขณะใดๆ นั้นเอง

ครูยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม เมื่อกำหนดฟังก์ชันเป็น

$$f(x) = (2x - 4)^2$$

ชั้นปฏิบัติ (ชั้นฝึกทักษะการเชื่อมโยง 45 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 4 แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน (ข้อ 1-3) นักเรียนที่เหลือช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจในประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น หลังจากนั้นครูก็เฉลยแบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนในใบงานที่ 4 ด้วยแผ่นโปสเตอร์ เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในชั้นกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ให้ผู้เรียนฝึกหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโพลิโนเมียลอย่างง่ายในใบงานที่ 5 โดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์ ครูคัดเลือกนักเรียนบางคู่มานำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคู่อื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับของตนหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.2 ข้อ 1, 2, 3 ใหญ่ ทำเฉพาะข้อคู่ ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด และแบบฝึกหัดในใบงานที่ 4 - 5 ข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน (ครูจะทำการตรวจแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมรายบุคคลด้วยตนเอง)

ขั้นสรุป (10 นาที)

ให้นักเรียนอภิปราย ซักถามและช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม แล้วจดบันทึกลงสมุด

ให้นักเรียนร่วมกันสรุปในการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางในขณะเวลา t ใดๆ จากสมการการเคลื่อนที่ $S = f(t)$ จากใบงานที่ 4 โดยใช้บทนิยามของอนุพันธ์ ซึ่ง นักเรียนควรจะได้และบอกได้ว่าค่าที่เราได้ก็คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชันที่ t และอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางในขณะเวลาใดๆ ของสมการของการเคลื่อนที่นี้ก็คือ ความเร็วในขณะเวลาใดๆ

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปผลที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมรายบุคคล
ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

5. ผลงานของนักเรียน

ใบงานที่ 4, 5

สมุดจดบันทึกและสมุดแบบฝึกหัด

กิจกรรมกลุ่มและการนำเสนอหน้าชั้นเรียน

6. สื่อการสอน

แบบเรียน ค 015 ของ สสวท

เอกสารประกอบการเรียน ค 015

ใบงานที่ 4, 5

แบบจดบันทึกประจำวัน

7. การวัดและการประเมินผล

7.1 ผู้ประเมิน (Audience)

- ครูผู้สอนคณิตศาสตร์
- เพื่อนนักเรียนต่างกลุ่ม

7.2 สิ่งที่ต้องประเมิน

- การทำงานกลุ่ม
- การนำเสนอผลงาน

7.3 ประเด็นการประเมิน

1. การทำงานกลุ่ม

- ความรับผิดชอบ
- ความร่วมมือ
- ระเบียบวินัย

2. การนำเสนอผลงาน

- ความเป็นไปได้และสมเหตุผลของการดำเนินงาน
- การคิดคำนวณ

7.4 องค์ประกอบของการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics)

การนำเสนอผลงาน

ระดับ 4 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุผล คิดคำนวณได้ถูกต้อง
ชัดเจน พร้อมระบุเหตุผลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด

ระดับ 3 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุผล แต่คิดคำนวณไม่ถูกต้อง

ระดับ 2 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุผล แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง

ระดับ 1 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุผล และการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง

ระดับ 0 ไม่มีการดำเนินงาน

การทำงานกลุ่ม

ประเด็นการประเมิน	องค์ประกอบ	น้ำหนักคะแนน
ความรับผิดชอบ	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลา ที่ได้ตกลงไว้	2
ความร่วมมือ	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงาน จนสำเร็จด้วยดี	2
ระเบียบวินัย	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันใน กลุ่ม	1

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

9. สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

10. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

11. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

12. ข้อคิดเห็นอื่นๆ

.....

.....

.....

หมายเหตุ : 10 – 12 ครูผู้สอนลงบันทึกหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

เรื่อง

กลุ่มที่ จำนวนสมาชิก คน

เลข ที่	ชื่อ - สกุล	ความรับผิดชอบ			รวม	ความร่วมมือ			รวม	ระเบียบวินัย			รวม
		ครั้งที่				ครั้งที่				ครั้งที่			
		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1													
2													
3													
4													

หน้าหน้า

2

:

2

:

1

ความรับผิดชอบ		หมายถึง	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้ โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้
4	หมายถึง	หมายถึง	ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมายทุกครั้ง
3	หมายถึง	หมายถึง	ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 2 ครั้ง
2	หมายถึง	หมายถึง	ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 1 ครั้ง
1	หมายถึง	หมายถึง	ได้มอบหมายเกินกว่า 1 ครั้ง
0	หมายถึง	หมายถึง	ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย
ความร่วมมือ		หมายถึง	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้
4	หมายถึง	หมายถึง	ร่วมแสดงความคิดเห็น และเข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
3	หมายถึง	หมายถึง	ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 2 ครั้ง ไม่ได้ร่วมแสดงความคิดเห็นหรือแสดงความคิดเห็นบ้าง แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
2	หมายถึง	หมายถึง	ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 1 ครั้ง
1	หมายถึง	หมายถึง	ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย
0	หมายถึง	หมายถึง	ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็น และไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย
ระเบียบวินัย		หมายถึง	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้
4	หมายถึง	หมายถึง	ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด ทุกครั้งที่ปฏิบัติงาน
3	หมายถึง	หมายถึง	ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 2 ครั้งที่ปฏิบัติงาน
2	หมายถึง	หมายถึง	ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 1 ครั้งที่ปฏิบัติงาน
1	หมายถึง	หมายถึง	ปฏิบัติตนไม่สม่ำเสมอในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
0	หมายถึง	หมายถึง	ไม่ปฏิบัติตนตามข้อตกลงที่กำหนดไว้ในกลุ่มเลย

น้ำหนักคะแนน ความรับผิดชอบ : ความร่วมมือ : ระเบียบวินัย

2 : 2 : 1

ระดับคะแนน (ต่อกลุ่ม)

คะแนน	48 – 60	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	37 – 47	หมายถึง	ดี
คะแนน	26 – 36	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน	15 – 25	หมายถึง	พอใช้
คะแนน	0 – 14	หมายถึง	ปรับปรุง

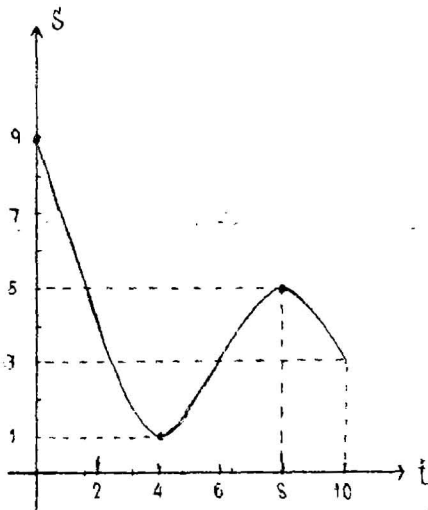
ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง

..... / /

3. วัตถุอันหนึ่งเคลื่อนที่ตามแนวเส้นตรง โดยมี $s(t)$ เป็นฟังก์ชันแสดงระยะทางการเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อ $0 \leq t \leq 10$ ซึ่งมีกราฟดังรูป กำหนดให้ s และ t มีหน่วยเป็นเมตรและวินาที ตามลำดับ



- 1) จงหาระยะทางของวัตถุ ณ เวลาเริ่มต้น
- 2) จงหาระยะทางของวัตถุ ณ เวลาสิ้นสุด
- 3) ในขณะเวลา $t = 2$ วัตถุกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศทางบวก หรือทิศทางลบ
- 4) ในขณะเวลา $t = 6$ วัตถุกำลังเคลื่อนที่ไปในทิศทางบวก หรือทิศทางลบ
- 5) จงหาช่วงเวลาที่ความเร็วของวัตถุเป็นจำนวนบวก
- 6) จงหาช่วงเวลาที่ความเร็วของวัตถุเป็นจำนวนลบ
- 7) จงเขียนภาพแสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุบนเส้นตรง พร้อมทั้งหาระยะทางทั้งหมดที่วัตถุกำลังเคลื่อนที่

4. องค์การบริการเพื่อสังคมได้ทำการผลิตยาบำรุงกำลังและได้ประมาณจำนวนลูกค้าที่มาใช้บริการในแต่ละเดือน (t) เป็น $N(t) = -t^2 + 10t + 15$; $0 \leq t \leq 12$ จงหา

- 1) จำนวนลูกค้าที่มาใช้บริการในตอนเริ่มต้น
- 2) $N'(1)$
- 3) $N'(5)$
- 4) $N'(6)$ จงอธิบาย

5. ผลผลิตของจำนวนส้มโอในแต่ละสวนขึ้นอยู่กับจำนวนต้นส้มที่ปลูก ถ้าในการเก็บส้มแต่ละครั้งเจ้าของสวนสวนหนึ่งๆ สามารถคำนวณจำนวนผลส้มได้จากฟังก์ชัน $Q(x) = 45x - 0.1x^2$ ผล เมื่อ x คือจำนวนต้นส้มที่ปลูกในสวนนี้ จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลง ถ้าเจ้าของสวนปลูกส้มเพิ่มขึ้นอีก 10 ต้น จากเดิมที่ปลูกเพียง 200 ต้น (การบ้าน)

6. กำไรจากการค้าของร้านค้าแห่งหนึ่งเป็น $100y$ เมื่อ x บาท เป็นรายจ่ายในแต่ละวันในการโฆษณา และ $y = 2500 + 36x - 0.2x^2$ จงใช้อนุพันธ์หาว่าผลกำไรเพิ่มเนื่องจากการเพิ่มการโฆษณา เมื่อการโฆษณาแต่ละวันเป็น (การบ้าน)

1) 60 บาท

2) 300 บาท

7. การเลือกตั้งในเมืองแห่งหนึ่งในช่วงเวลา 10 ปีที่ผ่านมา มีผู้มาใช้สิทธิ์เลือกตั้งอย่างเป็นทางการจำนวน 12,560 คน ซึ่งเป็นไปตามฟังก์ชัน $N(t) = 13,900 + 10t - t^2$ เมื่อ N แทนจำนวนผู้มาใช้สิทธิ์ และ t แทนเวลาหน่วยเป็นปี จงหา (การบ้าน)

1) จำนวนประชาชนผู้มาใช้สิทธิ์ ในระยะเวลา 5 ปี

2) จำนวนผู้ที่คาดว่าจะมาใช้สิทธิ์ในปีถัดไป ($t = 11$)

3) อัตราการเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้มาใช้สิทธิ์ในปีที่ 10

ใบงานที่ 5

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. จงหาอนุพันธ์ของ

1) $f(x) = 4x^2 + 5x + 3$

2) $f(x) = 2x^2 - x$

3) $f(x) = \sqrt{x}$

4) $f(x) = \sqrt{3x+5}$

5) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

6) $f(x) = (2x-4)^2$

2. จงหาอนุพันธ์ของ

1) $f(x) = 1 - x^2$, $x = 3$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$, $x = 5$

3) $f(x) = \frac{2}{x^2}$, $x = 6$

4) $f(x) = \frac{4}{5x}$, $x = 2$

5) $f(x) = 3x + 2$, $x = -3$

6) $f(x) = x^2 - x + 4$, $x = 4$

7) $f(x) = 2 - x^3$, $x = -2$

8) $f(x) = \sqrt{1 + 9x}$, $x = 7$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน คือ

เรื่องที่ฉันได้เรียนรู้ในวันนี้ที่น่าจะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ฉันได้เรียนรู้ในวันนี้

สิ่งที่ฉันยังไม่เข้าใจ

ฉันได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารรถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ฉันคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

1. สาระสำคัญ

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x โดยใช้ทนิยาม $f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ นั้น

ค่อนข้างยุ่งยาก และเสียเวลา ดังนั้นจึงได้มีการสร้างสูตรที่ใช้สำหรับการหาอนุพันธ์ขึ้นมา ซึ่งจะทำให้การหาอนุพันธ์ได้สะดวกและรวดเร็วยิ่งขึ้น โดยสูตรที่สร้างขึ้นมานี้สามารถพิสูจน์ได้โดยใช้ทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง ให้นักเรียนสามารถ

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่ายโดยใช้สูตรได้

จุดประสงค์นำทาง ให้นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรสำหรับหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่ายได้
2. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยการใชสูตรได้ถูกต้อง

3. เนื้อหาสาระ

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยการใชสูตรทำให้หาอนุพันธ์ได้สะดวกและรวดเร็วโดยสูตรที่สร้างขึ้นมานี้สามารถพิสูจน์ได้โดยใช้ทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต

สูตรที่ 1 ถ้า $y = f(x) = c$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = \frac{d}{dx}(c) = 0$$

สูตรที่ 2 ถ้า $y = x$ แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} = 1$$

สูตรที่ 3 ถ้า $y = x^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนจริง แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^n) = n x^{n-1}$$

สูตรที่ 4 ถ้า $y = f(x) + g(x)$ แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x)$$

สูตรที่ 5 ถ้า $y = f(x) - g(x)$ แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) - \frac{d}{dx} g(x)$$

สูตรที่ 6 ถ้า $y = c \cdot f(x)$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = c \frac{d}{dx} f(x)$$

สูตรที่ 7 ถ้า $u = f(x)$ และ n เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว

$$\frac{d}{dx} u^n = n \cdot u^{n-1} \cdot \frac{d}{dx} (u)$$

สูตรที่ 8 ถ้า $u = f(x)$ และ $v = g(x)$ แล้ว

$$\frac{d}{dx} (u \cdot v) = u \frac{d}{dx} (v) + v \frac{d}{dx} (u)$$

สูตรที่ 9 ถ้า $u = f(x)$ และ $v = g(x)$ และ $v \neq 0$ แล้ว

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{v \frac{d}{dx} (u) - u \frac{d}{dx} (v)}{v^2}$$

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1-2

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูนำข่าวสารจากหนังสือพิมพ์รายวัน ไม่ว่าจะเป็นข่าวสารการอพยพจากภัยสงคราม การไร้ที่อยู่อาศัย การว่างงาน การจราจร การขาดแคลนอาหาร ฯลฯ ซึ่งปัญหาที่เกิดขึ้นส่วนหนึ่งเป็นผลมาจากอัตราการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วของประชากรนั่นเอง แล้วถามนักเรียนว่าในปัจจุบันประเทศไทยมีประชากรมากที่สุดในโลก และให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาถึงผลกระทบที่อาจจะเกิดขึ้นจากการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วของพลเมืองของโลก โดยให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและให้บอกถึงปัญหาที่คาดว่าจะเกิดขึ้นและมีผลกระทบกับนักเรียนโดยตรง

ขั้นสอน (30 นาที)

ครูทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้บทนิยาม

ครูบอกสูตรการหาอนุพันธ์ โดยให้นักเรียนจดบันทึกสูตรทั้งหมดลงสมุดจดบันทึก แล้วให้นักเรียนลองพิสูจน์บางสูตร หรือครูอาจจะแสดงแนวการพิสูจน์ให้ดู เพื่อชี้ให้ผู้เรียนเห็นว่า สูตรดังกล่าวนี้สามารถ

พิสูจน์ได้ตามบทนิยาม $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ แต่ในที่นี้ควรเป็นการนำสูตรดังกล่าวไปใช้

ครูยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = 5x + 4$ และ $y = 4x^2 - 5x$ โดยใช้

บทนิยาม $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ เปรียบเทียบกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าวิธีการใดที่สะดวก และรวดเร็วกว่ากัน

ครูยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันบางฟังก์ชันโดยใช้สูตร บนกระดาน

ครูทบทวนเกี่ยวกับความเร็ว ซึ่งมีนิยามเดียวกับอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ซึ่งแสดงว่าสามารถหาสิ่งเหล่านั้นโดยใช้สูตรสำหรับหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้เช่นกัน

ชั้นปฏิบัติ (45 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม (กลุ่มละ 4 คน) ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 6 ถึงปัญหาที่อาจจะเกิดขึ้นของการเพิ่มขึ้นของประชากร นักเรียนที่เหลือช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่น่าเสนอนั้น หลังจากนั้นครูแจกแบบฝึกหัดในข้อที่ให้นักเรียนทำในใบงานที่ 6 บนแผ่นโปสเตอร์ เพื่อแก้ไขในส่วนที่บกพร่องของแต่ละกลุ่ม ครูนำภาพผลภาวะที่เกิดขึ้นจากการเพิ่มขึ้นของประชากรมาให้นักเรียนดู ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ครูให้นักเรียนเล่นเกมโดยใช้แบบฝึกทักษะการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโพลิโนเมียล โดยการใช้สูตร ในใบงานที่ 7 นักเรียนคู่ใดสามารถทำแบบฝึกทักษะในใบงานที่ 7 ถูกทุกข้อและเร็วที่สุดจะเป็นผู้ชนะ ครูแจกด้วยแผ่นโปสเตอร์และให้รางวัลเป็นสมุดตดเลขคนละหนึ่งเล่มแก่ผู้ชนะ

กิจกรรมรายบุคคล ให้ผู้เรียนจดบันทึกสูตรทั้งหมด โดยให้นักเรียนกลับไปทบทวนสูตรทั้งหมด และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.4 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัดและแบบฝึกหัดในใบงานที่ 6 ข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน

ชั้นสรุป (10 นาที)

ครูให้นักเรียนอภิปรายและซักถามข้อสงสัย จากการฝึกหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรในใบงานที่ 7

ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปสูตรอีกครั้ง

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปผลที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมรายบุคคล รายคู่ รายกลุ่ม

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

คาบที่ 3-4

ชั้นนำ (10 นาที)

ครูถามนักเรียนว่าใครได้รับประทานอาหารเข้ามาบ้าง แล้วถามถึงสาเหตุของนักเรียนบางคนที่ไม่ได้รับประทานอาหารเข้าเพราะอะไร (ได้รับคำตอบแตกต่างกัน) ซึ่งสาเหตุหนึ่งน่าจะมาจากการลดน้ำหนักของนักเรียนเพราะนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 อยู่ในช่วงวัยรุ่น โดยเฉพาะผู้หญิงจะรักสวยรักงาม คิดว่าการลดน้ำหนักควรทำโดยการอดอาหาร ซึ่งในส่วนนี้ครูถามนักเรียนว่าการงดรับประทานอาหารเข้ามีผลกระทบกับตัวนักเรียนอย่างไรบ้าง และมีวิธีการอย่างไรในการดูแลสุขภาพของนักเรียนไม่ให้เจ็บป่วยหรือไม่ให้อ้วน

ในปัจจุบันมีสถานเสริมความงามจำนวนมาก ได้ฉวยโอกาสทำการดูดไขมันส่วนเกินอย่างไม่ถูกสุขลักษณะ จนทำให้มีลูกค้าของสถานเสริมความงามนั้นบางรายมีผลข้างเคียงเกิดขึ้นตามที่เป็นข่าวอยู่ในหนังสือพิมพ์รายวันปัจจุบัน

ขั้นสอน (30 นาที)

ครูทบทวนโดยใช้แผ่นโป่งใสที่ 2 และ 3 แสดงวิธีการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรให้นักเรียนพิจารณาเพื่อนำให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ว่า การหาอนุพันธ์ในแต่ละข้อถูกหรือผิดในขั้นตอนใด พร้อมทั้งบอกเหตุผลได้

$$\text{ครูยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน } y = \frac{3x^2(x-2)^3}{(x^2-4)} \text{ โดยใช้สูตร}$$

$$\text{ครูยกตัวอย่างในการหาความเร็วจากสมการของการเคลื่อนที่ } S(t) = 4t^3 - 2t^2 + 5t - 3$$

ขั้นปฏิบัติ (45 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 8 ถึงผลกระทบในการงดรับประทานอาหารเช้าที่มีต่อตัวนักเรียนทางด้านการเรียน ด้านสุขภาพ แล้วให้นักเรียนร่วมกันเสนอวิธีการดูแลสุขภาพในการควบคุมน้ำหนัก นักเรียนช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจในประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอแนะ หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในข้อที่ให้นักเรียนทำในใบงานที่ 8 บนแผ่นโป่งใส เพื่อแก้ไขในส่วนที่บกพร่องของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ครูให้นักเรียนเล่นเกมโดยใช้แบบฝึกทักษะการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโพลิโนเมียลโดยใช้สูตร ในใบงานที่ 9 นักเรียนคู่ใดสามารถทำแบบฝึกทักษะในใบงานที่ 9 ถูกทุกข้อและเร็วที่สุดจะเป็นผู้ชนะ ครูเฉลยด้วยแผ่นโป่งใสและให้รางวัลเป็นปากกาคนละหนึ่งด้ามแก่ผู้ชนะ

กิจกรรมรายบุคคล ครูถามสูตรที่ให้นักเรียนไปทบทวนว่ามีสูตรใดบ้าง โดยสุ่มเรียกถามนักเรียนบางคน และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.4 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด และแบบฝึกหัดในใบงานที่ 8 - 9 ในข้อที่ยังไม่ทำเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป (10 นาที)

ให้นักเรียนอภิปรายและซักถามข้อสงสัย จากการฝึกหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตรในใบงานที่ 8 - 9

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปผลที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมรายบุคคล รายคู่ รายกลุ่ม

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

5. ผลงานของนักเรียน

ใบงานที่ 6, 7, 8 และ 9

สมุดจดบันทึกและสมุดแบบฝึกหัด

6. สื่อการสอน

แบบเรียน ค 015 ของ สสวท

เอกสารประกอบการเรียน ค 015

ใบงานที่ 6, 7, 8 และ 9

แผ่นโปสเตอร์ที่ 2 และ 3

ภาพข่าวทางหน้าหนังสือพิมพ์รายวันเกี่ยวกับปัญหาประชากร

ภาพมลภาวะที่เกิดขึ้นจากการเพิ่มขึ้นของประชากร

แบบจดบันทึกประจำวัน

7. การวัดและการประเมินผล

7.1 ผู้ประเมิน (Audience)

- ครูผู้สอนคณิตศาสตร์
- เพื่อนนักเรียนต่างกลุ่ม

7.2 สิ่งที่ต้องประเมิน

- การทำงานกลุ่ม
- การนำเสนอผลงาน

7.3 ประเด็นการประเมิน

1. การทำงานกลุ่ม

- ความรับผิดชอบ
- ความร่วมมือ
- ระเบียบวินัย

2. การนำเสนอผลงาน

- ความเป็นไปได้และเหตุผลสมผลของการดำเนินงาน
- การคิดคำนวณ

7.4 องค์ประกอบของการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics)

การนำเสนอผลงาน

ระดับ 4	ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้อย่างสมเหตุสมผล คิดคำนวณได้ถูกต้องชัดเจน พร้อมระบุเหตุผลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด
ระดับ 3	ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้อย่างสมเหตุสมผล แต่คิดคำนวณไม่ถูกต้อง
ระดับ 2	ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง
ระดับ 1	ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล และการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง
ระดับ 0	ไม่มีการดำเนินงาน

การทำงานกลุ่ม

ประเด็นการประเมิน	องค์ประกอบ	น้ำหนักคะแนน
ความรับผิดชอบ	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลา ที่ได้ตกลงไว้	2
ความร่วมมือ	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงาน จนสำเร็จด้วยดี	2
ระเบียบวินัย	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันใน กลุ่ม	1

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

9. สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

10. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

11. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

12. ข้อคิดเห็นอื่นๆ

.....

.....

หมายเหตุ : 10 – 12 ครูผู้สอนลงบันทึกหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

เรื่อง

กลุ่มที่ จำนวนสมาชิก คน

เลข ที่	ชื่อ - สกุล	ความรับผิดชอบ			รวม	ความร่วมมือ			รวม	ระเบียบวินัย			รวม
		ครั้งที่				ครั้งที่				ครั้งที่			
		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1													
2													
3													
4													

น้ำหนัก

2

:

2

:

1

ความรับผิดชอบ

หมายถึง

การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

4 หมายถึง

ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมายทุกครั้ง

3 หมายถึง

ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 2 ครั้ง

2 หมายถึง

ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 1 ครั้ง

1 หมายถึง

ได้มอบหมายเกินกว่า 1 ครั้ง

0 หมายถึง

ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ความร่วมมือ

หมายถึง

การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

4 หมายถึง

ร่วมแสดงความคิดเห็น และเข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง

3 หมายถึง

ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 2 ครั้ง ไม่ได้ร่วม
แสดงความคิดเห็นหรือแสดงความคิดเห็นบ้าง แต่เข้าร่วมปฏิบัติงาน
จนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง

2 หมายถึง

ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 1 ครั้ง

1 หมายถึง

ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

0 หมายถึง

ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็น และไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ระเบียบวินัย

หมายถึง

การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

4 หมายถึง

ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด
ทุกครั้งที่ปฏิบัติงาน

3 หมายถึง

ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด
เพียง 2 ครั้งที่ปฏิบัติงาน

2 หมายถึง

ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด
เพียง 1 ครั้งที่ปฏิบัติงาน

1 หมายถึง ปฏิบัติตนไม่สม่ำเสมอในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม

0 หมายถึง ไม่ปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดไว้ในกลุ่มเลย

น้ำหนักคะแนน ความรับผิดชอบ : ความร่วมมือ : ระเบียบวินัย

2 : 2 : 1

ระดับคะแนน

คะแนน 40 – 48 หมายถึง ดีมาก

คะแนน 30 – 39 หมายถึง ดี

คะแนน 20 – 29 หมายถึง ปานกลาง

คะแนน 9 – 19 หมายถึง พอใช้

คะแนน 0 – 8 หมายถึง ปรับปรุง

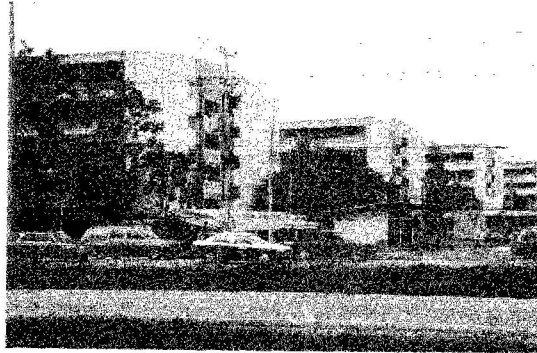
ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง

..... / /

ภาพผลภาวะที่เกิดจากการเพิ่มขึ้นของประชากร



ใบงานที่ 6

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. สมมติว่า จำนวนประชากรของเมืองแห่งหนึ่ง เมื่อเวลา t ปี หลังจากวันที่ 1 มกราคม 2528 เป็น $40t^2 + 200t + 10,000$

ก) จงหาอัตราที่ประชากรเพิ่ม ณ วันที่ 1 มกราคม 2537

ข) จงหาอัตราที่ประชากรเพิ่ม ณ วันที่ 1 มกราคม 2543

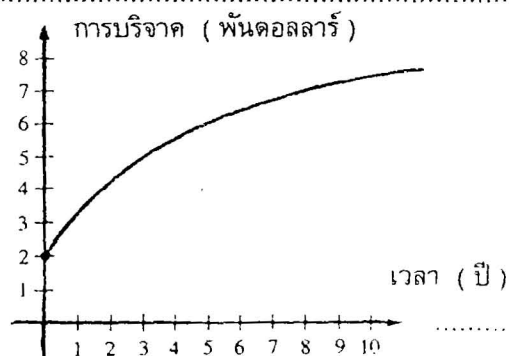
ค) จงหาอัตราสัมพัทธ์ของการเพิ่มของประชากร ณ วันที่ 1 มกราคม 2537

ง) จงหาอัตราสัมพัทธ์ของการเพิ่มของประชากร ณ วันที่ 1 มกราคม 2543

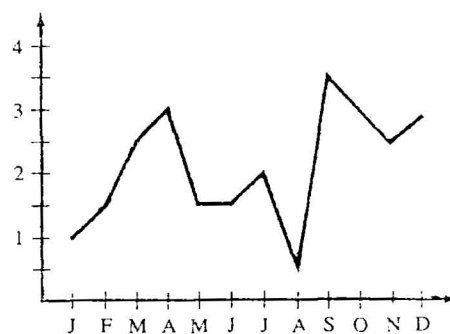
2. อัตราการเกิดของประชากรในเมืองแห่งหนึ่งที่อยู่ในชนบท อัตราการเกิดเป็น $n(t) = 85 + (t - 10)^2$ เมื่อ t แทนเวลาหน่วยเป็นปี จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงการเกิดของประชากร ที่ $t = 5$ จงอธิบาย (อัตราการเปลี่ยนแปลงการเกิดของประชากรเพิ่มขึ้นหรือลดลง)

3. ในช่วง 10 ปีที่ผ่านมา การอพยพที่เกิดขึ้นจากภัยสงคราม นักวิทยาศาสตร์เกรงว่าอาจเกิดการสูญพันธุ์ของประชากรขึ้น ถ้าจำนวนประชากรโดยการประมาณ $P = t^3 - 30t^2 + 200t + 4040$ คน เมื่อ t แทนในหน่วยปี จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรเมื่อ $t = 15$

4. การบริจาคเพื่อการกุศลสำหรับผู้ไร้ที่อยู่อาศัย มีจำนวนสูงขึ้นในช่วงเดือนในฤดูหนาว แสดงได้ดังกราฟ โดยเฉพาะในเดือนธันวาคมในช่วง 10 ปีที่ผ่านมา สังเกตว่ามีจำนวนเพิ่มขึ้น จงหาว่ามีอัตราการบริจาคเพิ่มขึ้น หรือ ลดลง ตอบตามความเข้าใจ



การว่างงาน (100 คน)



5. การว่างงานของประชากรในทุกๆ เดือน เมื่อปีก่อน
ที่เมืองหลวงแห่งหนึ่ง มีการเปลี่ยนแปลงไม่แน่นอน
ซึ่งแสดงได้ดังกราฟ

จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของการว่างงานเฉลี่ย ในแต่ละเดือน

- 1) เดือนมีนาคมถึงเดือนมิถุนายน
- 2) เดือนสิงหาคมถึงเดือนธันวาคม

6. จำนวนของครอบครัวเดี่ยวตามเมืองต่างๆ มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และประมาณโดย $N(t) = \frac{400t + 250}{t + 2}$

เมื่อ t แทนในหน่วย ปี N แทนจำนวนครอบครัวเดี่ยว จงหาอัตรา การเปลี่ยนแปลงของจำนวนครอบ
ครัวเดี่ยว (การบ้าน)

7. นักสังคมวิทยา ได้ทำการศึกษาถึงอัตราการเกิดของประชากรในเมืองแห่งหนึ่ง เป็นไปตามฟังก์ชัน

$$P(t) = 400 + 20t^2 - 18t^3 \quad \text{จงหา} \quad (\text{การบ้าน})$$

- 1) อัตราการเปลี่ยนแปลงการเกิดของประชากร (อัตราการเปลี่ยนแปลง P เทียบกับเวลา t)
- 2) จำนวนประชากร เมื่อ $t = 4$
- 3) อัตราการเปลี่ยนแปลงการเกิดของประชากร เมื่อ $t = 4$

8. ผลการสำรวจ พบว่า ตั้งแต่ปี 2536 จำนวนของการซื้อบ้านตามเมืองหลวงได้ลดลงและประมาณได้โดย $N(t) = 12\sqrt{35-2t}$ เมื่อ t แทนการวัดในหน่วยปี และ $N(t)$ แทนในหน่วยร้อย จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ที่ซื้อบ้านใหม่ที่ลดลง ในปี 2541 ($t = 5$)

ใบงานที่ 7

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. จงหาอนุพันธ์ของ

1) $f(x) = 5x^3 + 6x^2 - 4$

2) $T(x) = 4x^{\frac{3}{2}} - 6x^{\frac{1}{2}}$

3) $f(x) = (2x - 3)^2$

4) $f(x) = (4x - 5)(3 - 2x)$

5) $f(x) = x(5x - 2)(3x + 2)$

6) $f(x) = \frac{8x + 5}{2x - 1}$

7) $f(x) = \frac{1}{7x - 5}$

8) $f(x) = \frac{2x(3x + 5)}{2 - 3x}$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

สูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันมี.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เรื่องที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

.....

.....

.....

สิ่งที่ผมยังไม่เข้าใจ

.....

.....

.....

ผมได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

.....

.....

.....

ผมคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

.....

.....

.....

..... / /

ผ่านโปร่งใสที่ 2

$$1. \quad y = \frac{1}{x \sqrt{x}}$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^{3/2}} \right) \\ &= \frac{d}{dx} \left(x^{-3/2} \right) = \frac{-3}{2 x^{5/2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{\frac{d}{dx} \left(x^{3/2} \right)} \\ &= \frac{1}{\frac{3}{2} x^{1/2}} = \frac{2}{3 x^{1/2}} \end{aligned}$$

$$2.. \quad y = (4x)^3$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} (4x)^3 \\ &= 3(4x)^2 = 48 x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= 64 \frac{d}{dx} (x^3) \\ &= 64 (3x^2) = 192 x^2 \end{aligned}$$

แผนผังโปร่งใสที่ 3

$$3. \quad y = (x^2 + 3x)(4x + 5)$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx}(x^2 + 3x) \frac{d}{dx}(4x + 5) \\ &= (2x + 3)(4) \\ &= 8x + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= (x^2 + 3x) \frac{d}{dx}(4x + 5) + (4x + 5) \frac{d}{dx}(x^2 + 3x) \\ &= (x^2 + 3x)(4) + (4x + 5)(2x + 3) \\ &= 12x^2 + 34x + 15 \end{aligned}$$

$$4. \quad y = \frac{4x^2 - 5}{2x - 1}$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= \frac{\frac{d}{dx}(4x^2 - 5)}{\frac{d}{dx}(2x - 1)} \\ &= \frac{8x}{2} = 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \frac{dy}{dx} &= \frac{(2x-1) \frac{d}{dx}(4x^2-5) - (4x^2-5) \frac{d}{dx}(2x-1)}{(2x-1)^2} \\ &= \frac{(2x-1)(8x) - (4x^2-5)(2)}{(2x-1)^2} \\ &= \frac{8x^2 - 8x + 10}{4x^2 - 4x + 1} \end{aligned}$$

2. กลุ่มของผู้ชายที่มีน้ำหนักมาก (รูปร่างอ้วน) เข้าโปรแกรมทดลองลดน้ำหนัก เมื่อน้ำหนักเฉลี่ยถูกตรวจสอบในทุกๆ เดือน เป็นเวลา 8 เดือน เป็นดังนี้ $F = 0.125t^2 - 2t + 30$; $0 \leq t \leq 8$ เมื่อ F แทนปริมาณไขมันที่เทียบเป็นเปอร์เซ็นต์ และ t แทนระยะเวลาในการทดลองหน่วยเป็นเดือน จงหา

- ก) เมื่อเริ่มต้นกลุ่มของผู้ชายที่มีน้ำหนักมากมีปริมาณไขมันกี่เปอร์เซ็นต์
- ข) อนุพันธ์ เมื่อ $t = 3$ และจงอธิบายผล

3. ในขณะที่ออกกำลังกาย โดยการขี่จักรยานอยู่กับที่(ด้วยการสปีด) ของสมาชิกที่มีอายุมาก อัตราการเต้นของหัวใจปรากฏที่จอมอนิเตอร์ ดังนี้ $R = 60 + 10t - 0.25t^2$; $0 \leq t \leq 15$ เมื่อ t แทนเวลาหน่วยเป็นนาที และ R แทน อัตราการเต้นของหัวใจต่อนาที จงพิจารณาว่าในช่วงเวลาใดที่อัตราการเต้นของหัวใจ (ของสมาชิกที่มีอายุมาก) สูงขึ้น

ใบงานที่ 9

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. จงหาอนุพันธ์ของ

1) $f(x) = -3x^2 + 4x + 1$

2) $f(x) = 8\sqrt{x} + 9\sqrt[3]{x}$

3) $s(t) = (2t + 1)^5$

4) $f(x) = (2x^2 - 3)(3x^2 + 1)$

5) $s(t) = (t + 6)(4t - 2)(t - 5)$

6) $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{3x^2 - 2}$

7) $s(t) = \frac{1}{6t^2 + 4t}$

8) $s(t) = \frac{t^2 + 1}{t(4t - 5)}$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

อนุพันธ์ของฟังก์ชันคือ.....

เรื่องที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ผมยังไม่เข้าใจ

ผมได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ผมคิดว่าควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

แผนการสอนที่ 4

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 015

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง อนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิต จำนวนคาบ 3 คาบ

คาบละ 50 นาที

1. สาระสำคัญ

การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิตนั้น สามารถทำได้เมื่อสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่ประกอบกันได้ ซึ่งสูตรนี้เรียกว่า กฎลูกโซ่ (Chain rule) เพราะว่าในบางครั้งการหาอนุพันธ์เมื่อมอง y เป็นฟังก์ชันในรูปของ x ตรงๆ จะทำให้หาอนุพันธ์ได้ยากมาก หรืออาจหาไม่ได้เลย ซึ่งเราจำเป็นต้องมอง y เป็นฟังก์ชันคอมโพสิต เพื่อจะทำให้หาอนุพันธ์ได้ง่ายขึ้น

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง ให้นักเรียนสามารถ

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิตที่เป็นฟังก์ชันพีชคณิตอย่างง่ายโดยใช้สูตรได้

จุดประสงค์นำทาง ให้นักเรียนสามารถ

1. บอกสูตรการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิตได้ (กฎลูกโซ่)
2. หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิตได้

3. เนื้อหาสาระ

ถ้า $y = (g \circ f)(x) = g(f(x))$ แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{df(x)} g(f(x)) \cdot \frac{df(x)}{dx}$$

ให้ $f(x) = u$ และ $y = g(u)$ แล้วจะได้ว่า

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{du} g(u) \cdot \frac{du}{dx} \quad \text{หรือ} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูสนทนากับนักเรียนในเรื่องการลอยตัวของบอลลูกกลม โดยครูใช้แผ่นโป่งใส่ที่ 1 ประกอบการสนทนา แล้วถามนักเรียนว่าขณะที่บอลลูกกำลังลอยอยู่ ปรากฏว่ามีนกตัวหนึ่งบินมาชนบอลลูกกลมอย่างแรง จนทำให้ลูกบอลลูกนั้นจะเกิดอะไรขึ้นกับลูกบอลลูกนั้น

ขั้นสอน (15 นาที)

ครูทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

ครูอธิบายความหมายของฟังก์ชันคอมโพสิต เมื่อนำมาใช้กับการหาอนุพันธ์

ครูอธิบายการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท โดยใช้กฎลูกโซ่

ครูยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทเช่น $y = (2x - 1)^3$ โดยใช้กฎลูกโซ่

ขั้นปฏิบัติ (20 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาและแก้ปัญหาในใบงานที่ 10 แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียนเพื่อน ๆ สามารถซักถามประเด็นที่สงสัย โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และอธิบายเพิ่มเติม หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานที่ 10 เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของกลุ่ม

กิจกรรมรายคู่ ให้ผู้เรียนฝึกหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทในใบงานที่ 11 ครูคัดเลือกนักเรียนบางคู่มานำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคู่อื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับของตนหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท ทำแบบฝึกหัด 3.5 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด (ครูจะทำการตรวจแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมกลุ่มด้วยตนเอง)

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูให้นักเรียนอภิปราย ซักถามและช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท แล้วจดบันทึกลงสมุด

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสูตรในการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดในใบงานในขั้นกิจกรรมกลุ่ม

ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัดในใบงานในกิจกรรมรายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

คาบที่ 2 - 3

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูได้นำภาพเกี่ยวกับการจราจรที่เป็นปัญหาสำคัญของคนที่อาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานคร และนำบทความต่างๆ เกี่ยวกับการจราจรที่ปรากฏตามหน้าหนังสือพิมพ์ รายวันและวารสารต่างๆ ซึ่งปัจจุบันจะเห็นได้ว่าประชาชนที่มีภูมิลำเนาอยู่ในจังหวัดต่างๆ ก็เดินทางมาทำงานที่กรุงเทพมหานคร (ด้วยเหตุผลแตกต่างกันไป) ทำให้ความหนาแน่นของประชากรในกรุงเทพมหานครมากขึ้น และอีกทั้งระบบขนส่งมวลชนในปัจจุบันก็ยังไม่อำนวยความสะดวกเพียงพอ คนจึงหันไปใช้รถยนต์ส่วนตัวซึ่งถือเป็นปัจจัยที่ 5 ของคนในเมืองกรุงไปแล้ว จึงทำให้เกิดปัญหาการจราจรขึ้นดังกล่าว ครูได้นำภาพการจราจรและถามนักเรียนถึงปัญหาที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากอะไรบ้าง มีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร และฐานะที่นักเรียนเป็นส่วนหนึ่งของสังคมจะมีส่วนช่วยเหลือสังคมในเรื่องการจราจรได้อย่างไรบ้าง

ขั้นสอน (30 นาที)

ครูทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท

ครูยกตัวอย่างการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทเช่น $y = \sqrt{(2x-3)^2}$ โดยใช้กฎลูกโซ่

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นปฏิบัติ (45 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาสภาพการจราจรในกรุงเทพมหานคร ในชั้นเรียน โดยให้เพื่อนๆ สามารถซักถามและเสนอประเด็นที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาสภาพการจราจร โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และอธิบายเพิ่มเติม พร้อมกับแจกใบงานที่ 12 ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานที่ 12 เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของกลุ่ม หลังจากนั้นครูนำภาพการจราจรที่ติดขัดมาให้นักเรียนดู ซึ่งในขั้นกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ให้ผู้เรียนฝึกหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิทในใบงานที่ 13 ครูคัดเลือกนักเรียนบางคู่มานำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคู่อื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับของใครหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิททำแบบฝึกหัด 3.5 (เพิ่มเติมจากของเดิม) ในแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด และทำแบบฝึกหัดในใบงานที่ 12 – 13 ในข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป (10 นาที)

ครูให้นักเรียนอภิปราย ซักถามและร่วมกันสรุปสูตรเกี่ยวกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันคอมโพสิท

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดในใบงานในขั้นกิจกรรมกลุ่ม

ตรวจสอบจากการทำแบบฝึกหัดในใบงานในกิจกรรมรายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

5. ผลงานของนักเรียน

ใบงานที่ 10 , 11 , 12 และ 13

สมุดจดบันทึกและสมุดแบบฝึกหัด

กิจกรรมกลุ่มและการนำเสนอผลงานกลุ่มหน้าชั้นเรียน

6. สื่อการสอน

แบบเรียน ค 015 ของ สสวท

เอกสารประกอบการเรียน ค 015

ใบงานที่ 10 , 11 , 12 และ 13

แบบจดบันทึกประจำวัน

ภาพเกี่ยวกับปัญหาการจราจรและบทความต่างๆ

แบบฝึกหัดเสริม

7. การวัดและการประเมินผล

7.1 ผู้ประเมิน (Audience)

- ครูผู้สอนคณิตศาสตร์
- เพื่อนนักเรียนต่างกลุ่ม

7.2 สิ่งที่ต้องประเมิน

- การทำงานกลุ่ม
- การนำเสนอผลงาน

7.3 ประเด็นการประเมิน

1. การทำงานกลุ่ม

- ความรับผิดชอบ
- ความร่วมมือ
- ระเบียบวินัย

2. การนำเสนอผลงาน

- ความเป็นไปได้และสมเหตุผลของการดำเนินงาน
- การคิดคำนวณ

7.4 องค์ประกอบของการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics)

การนำเสนอผลงาน

- ระดับ 4 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุผล คิดคำนวณ ได้ถูกต้องชัดเจน พร้อมระบุเหตุผลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด
- ระดับ 3 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุผล แต่คิดคำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 2 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุผล แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง
- ระดับ 1 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุผล และการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 ไม่มีการดำเนินงาน

การทำงานกลุ่ม

ประเด็นการประเมิน	องค์ประกอบ	น้ำหนักคะแนน
ความรับผิดชอบ	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้	2
ความร่วมมือ	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี	2
ระเบียบวินัย	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม	1

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

9. สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

10. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

11. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

12. ข้อคิดเห็นอื่นๆ

.....

.....

หมายเหตุ : 10 – 12 ครูผู้สอนลงบันทึกหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว

ใบงานที่ 10

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. แก๊สรั่วจากลูกบอลลูกกลมในอัตรา 900 ลูกบาทก์เซนติเมตรต่อวินาที พื้นที่ผิวของลูกบอลลูกหนึ่งดวงด้วยอัตราเร็วเท่าไร เมื่อรัศมีของลูกบอลลูกเท่ากับ 360 เซนติเมตร

2. บอลสาลูกหนึ่งลอยขึ้นไปตรงๆ เหนือจุด A บนพื้นในอัตรา 15 ฟุตต่อวินาที จุด B อยู่บนพื้นในระดับเดียวกับจุด A และห่างจากจุด A 30 ฟุต เมื่อบอลสูงห่างจากจุด A 40 ฟุต อัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางระหว่างบอลกับจุด B เท่ากับเท่าใด

3. ถ้าปล่อยลมออกจากบอลูนกลมใบหนึ่ง โดยให้รัศมีของบอลูนใบนี้ลดลงด้วยอัตราเร็ว 15 เซนติเมตร ต่อนาที จงหาว่าลมออกจากบอลูนด้วยอัตราเร็วเท่าใด ในขณะที่รัศมีเป็น 9 เซนติเมตร (การบ้าน)

4. อากาศรั่วจากลูกบอลูนกลมในอัตรา 2 ลูกบาศก์นิ้วต่อนาที เมื่อรัศมีของลูกบอลูนยาว 5 นิ้ว ความยาวของรัศมีลดลงในอัตราเท่าใด

5. บอลูนลอยขึ้นในแนวตั้งด้วยอัตราเร็วคงที่ 1 ฟุตต่อวินาที เมื่อขึ้นไปได้สูง 65 ฟุต มีจักรยานวิ่งผ่าน ใต้บอลูนนั้นด้วยอัตราเร็ว 17 ฟุตต่อวินาที จงหาระยะทาง $S(t)$ ระหว่างจักรยานและบอลูน หลังจาก เวลาผ่านไป 3 วินาที (การบ้าน)

ใบงานที่ 11

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

จงหาอนุพันธ์ของ

1. $f(x) = (x^2 + 4x - 5)^3$

2. $f(x) = (3x + 5)^{\frac{2}{3}}$

3. $f(s) = \sqrt{2 - 3s^2}$

4. $f(y) = \left(\frac{y-7}{y+2} \right)^2$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

ถ้าลูกบอลลูกรั่วจะเกิดการเปลี่ยนแปลงอย่างไรบ้าง

สิ่งที่ฉันได้เรียนรู้ในวันนี้

สิ่งที่ฉันอยากรู้อีกในวันนี้

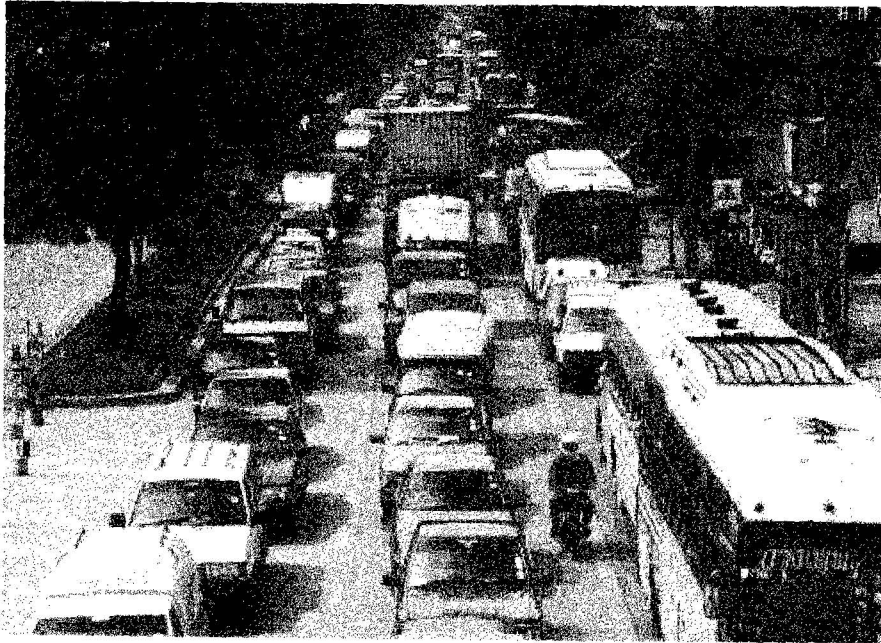
เรื่องที่ได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

ฉันได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ฉันคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

ภาพปัญหาการจราจร



4. น้ำไหลออกจากกรวยในอัตรา 5 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อวินาที ถ้ารัศมีของฐานกรวยยาว 10 เซนติเมตร และกรวยสูง 20 เซนติเมตร แล้วจงหาอัตราการลดลงของระดับน้ำในกรวยเมื่อน้ำอยู่ในระดับ 5 เซนติเมตร จากด้านบน (การบ้าน)

5. ไฟดวงหนึ่งอยู่บนปลายเสาซึ่งสูง 28 เมตร บอลลูกหนึ่งซึ่งตกลงมาจากที่สูงในระดับเดียวกับดวงไฟ และห่างจากเสา 7 เมตร สมมติว่าบอลตกลงมาตามกฎ $s = 4.9t^2$ ในหนึ่งวินาทีต่อมา เงาของบอลบนพื้นดินเคลื่อนที่ในอัตราเท่าใด

6. เรือ A กำลังแล่นไปทางทิศใต้ด้วยอัตราเร็ว 16 ไมล์ต่อชั่วโมง และเรือ B ซึ่งอยู่ห่างจากเรือ A ไปทางทิศใต้ 32 ไมล์ กำลังแล่นไปทางทิศตะวันออกด้วยอัตราเร็ว 12 ไมล์ต่อชั่วโมง
- ก) เมื่อสิ้นเวลา 1 ชั่วโมง เรือทั้งสองกำลังแล่นเข้าใกล้กันมากขึ้น หรือแล่นแยกจากกันด้วยอัตราเร็วเท่าไร
- ข) ตอบคำถามเช่นเดียวกับข้อ ก) เมื่อสิ้นเวลา 2 ชั่วโมง
- ค) จงหาเวลาซึ่งเรือทั้งสองลำหยุดแล่นเข้าหากัน (กำลังจะแล่นแยกจากกัน) และในเวลานั้นเรืออยู่ห่างกันเท่าใด

7. บันไดยาว 5 เมตร ปลายบันไดวางพิงอยู่กับกำแพง ปลายบันไดอีกด้านหนึ่งวางอยู่บนพื้น ถ้าปลายบันไดข้างที่อยู่บนพื้น เคลื่อนห่างจากกำแพง 3 เมตร ด้วยความเร็ว 2 เมตรต่อวินาที แล้วจงหาว่าปลายบันไดจะเลื่อนลงด้วยความเร็วเท่าไร

ใบงานที่ 13

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. จงหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้

1) $f(x) = (10 - 5x)^4$

2) $f(x) = (x^2 + 4)^{-2}$

3) $f(t) = (2t^4 - 7t^3 + 2t - 1)^2$

4) $f(x) = \sqrt[3]{(3x^2 + 5x - 1)^2}$

$$5) \quad f(t) = \left(\frac{2t^2 + 1}{3t^3 + 1} \right)^2$$

$$6) \quad f(x) = \sqrt{\frac{(2x - 5)}{(3x + 1)}}$$

$$7) \quad f(x) = (3x^2 + 5)^3 (3x - 1)^2$$

$$8) \quad f(x) = (x^2 - 4x^{-2})^2 (x^2 + 1)^{-1}$$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

ฟังก์ชันคอมพิวเตอร์ คือ

สิ่งที่ฉันได้เรียนรู้ในวันนี้

สิ่งที่ฉันอยากถามครูในวันนี้

เรื่องที่ได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

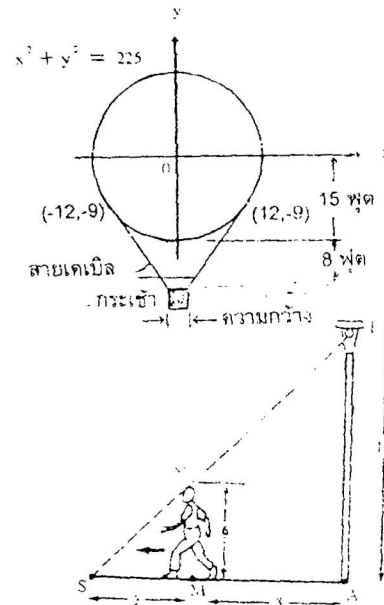
ฉันได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ฉันคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

แบบฝึกหัดเสริม

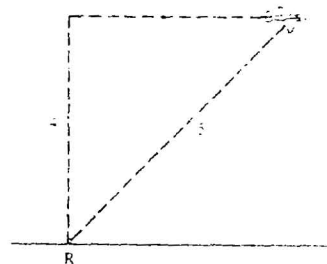
1. นักออกแบบได้ออกแบบบอลูนบนระบบพิกัดฉาก ต้องการให้บอลูนกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 ฟุต เมื่อลูกบอลูนลอย กระเช้าซึ่งอยู่ใต้ลูกบอลูนจะอยู่ห่างจากลูกบอลูน 8 ฟุต โดยมีสายเคเบิลเชื่อมไว้ ดังรูป ที่จุด $(-12, -9)$ และ $(12, 9)$ ความกว้างของกระเช้าเป็นเท่าใด



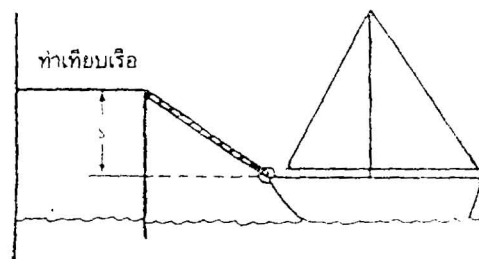
2. ชายคนหนึ่งสูง 6 ฟุต วิ่งออกไปจากเสาไฟซึ่งสูง 15 ฟุต ดังรูป ถ้าเขาเคลื่อนที่ในอัตรา 18 ฟุตต่อวินาที แล้วความยาวของเงาของเขาเปลี่ยนแปลงเท่าใด

3. เครื่องบินเล็กสองลำเริ่มต้นบินจากจุด A พร้อมกัน ลำหนึ่งบินไปทางทิศตะวันออกเฉียงนอกในอัตรา 300 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และอีกลำหนึ่งบินไปทางทิศใต้ในอัตรา 400 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หลังจากนั้น 2 ชั่วโมง ระยะทางระหว่างเครื่องบินทั้งสองลำเปลี่ยนแปลงเท่าใด

4. เครื่องบินลำหนึ่งบินขนานกับพื้นดินที่ความสูง 4 กิโลเมตรและบินผ่านสถานีเรดาร์ R ดังรูป เมื่อเวลาผ่านไปชั่วขณะ พบว่า เครื่องบินอยู่ห่างจากสถานีเรดาร์ 5 กิโลเมตร และระยะทางระหว่างเครื่องบินกับสถานีเรดาร์ เพิ่มขึ้นในอัตรา 300 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่าเครื่องบินเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใด



5. เรือลำหนึ่งถูกลากเข้าท่าเทียบเรือ โดยใช้เชือกคล้องที่หัวบนหัวเรือ ถ้าอยู่สูงกว่าหัวบนหัวเรือ ดังรูป ถ้าขณะที่เชือกที่ใช้ลากมีความยาว 10 ฟุต และลากเรือด้วยความเร็ว 3 ฟุตต่อวินาที อยากทราบว่าเรือจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใด



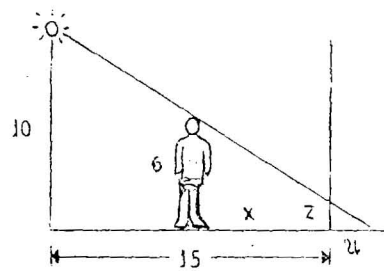
6. เด็กหญิงคนหนึ่งชักวาวซึ่งสูง 120 ฟุตจากพื้น ถ้ามีลมพัดวาวไปในทิศทางที่ขนานกับ พื้นดินและห่างจากเด็กหญิงด้วยความเร็ว 10 ฟุตต่อวินาที อยากทราบว่าเด็กหญิงผู้นี้จะต้องผ่อนสายเชือกด้วยความเร็วเท่าใด ขณะที่เชือกมีความยาว 150 ฟุต

7. ดวงไฟตั้งอยู่บนเสาซึ่งสูง 80 ฟุต ถ้าปล่อยลูกบอล ณ จุดซึ่งอยู่สูงจากพื้นดิน 80 ฟุต และอยู่ห่างจากดวงไฟ 20 ฟุต โดยการเคลื่อนที่ของลูกบอลสอดคล้องกับสมการ $s(t) = 16t^2$ อยากทราบว่าเมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที เงามของลูกบอลบนพื้นจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใด

8. เด็กหญิงคนหนึ่งสูง 5 ฟุต เดินเข้าหาเสาไฟซึ่งสูง 20 ฟุต ด้วยอัตราเร็ว 6 ฟุตต่อวินาที อยากทราบว่าเงาของเด็กหญิงผู้นี้ จะเคลื่อนที่เข้าหาเสาไฟด้วยความเร็วเท่าใด

9. ยืนจ้ำรูปทรงกระบอกใบหนึ่งมีรัศมีฐาน 10 ฟุต ถ้าดวงข้าวใส่ยังข้าวด้วยอัตรา 314 ลูกบาศก์ฟุตต่อนาที อยากทราบว่าความสูงของข้าวในยังข้าวจะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราเท่าใด

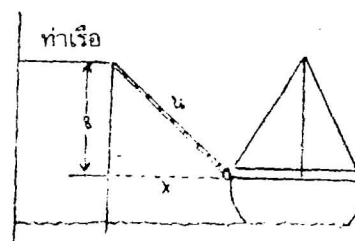
10. เสาไฟสูง 10 ฟุต ปักอยู่บนทางเดินซึ่งตั้งฉากกับผนังโดยอยู่ห่างจากผนัง 15 ฟุต ชายผู้หนึ่งสูง 6 ฟุต หันหลังให้เสาไฟเดินเข้าหาผนังด้วยอัตราเร็ว 6 ฟุตต่อวินาที ดังรูป อยากทราบว่าเมื่อเขาอยู่ห่างจากผนัง 5 ฟุต เงามของเขาจะเคลื่อนที่บนผนังด้วยความเร็วเท่าใด



11. ในเวลาเที่ยงวันของวันหนึ่ง พบว่า เรือ A อยู่ทางทิศตะวันตกของเรือ B และอยู่ห่างออกไป 100 กิโลเมตร ในขณะนั้น เรือ A แล่นไปทางทิศใต้ด้วยอัตราเร็ว 35 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในขณะที่เดียวกัน เรือ B แล่นไปทางทิศเหนือด้วยอัตราเร็ว 25 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะห่างระหว่างเรือทั้งสอง ในขณะเวลา 16.00 น. ในวันเดียวกัน

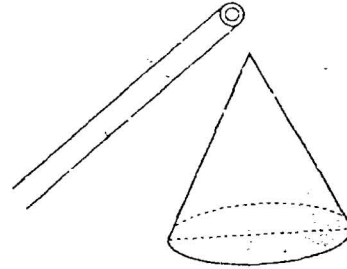
12. เครื่องบินลำหนึ่งเคลื่อนที่ยกตัวออกจากสนามบินท่ามุม 30 องศา กับพื้น และเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 500 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาว่าระยะทางที่เครื่องบินอยู่สูงจากพื้นจะเปลี่ยนแปลงในอัตราเท่าใด

13. ถ้าลากเรือลำหนึ่งเข้าหาท่าเรือโดยผูกเชือกไว้ที่หัวเรือ แล้วนำเชือกมาคล้องกับตัวรอกที่ท่าเรือ โดยที่รอกอยู่สูงกว่าจุดบนหัวเรือที่ผูกเชือกไว้ 1 เมตร ถ้าดึงเชือกเข้ามาด้วยอัตรา 1 เมตรต่อวินาที จงหาว่าเรือจะเคลื่อนที่เข้าหาท่าเรือด้วยอัตราเร็วเท่าใด ในขณะที่เรืออยู่ห่างจากท่าเรือ 8 เมตร



14. ปลอยน้ำออกจากถังรูปกรวยกลมซึ่งมีปลายยอดแหลมซึ่งตั้งด้านล่าง ด้วยอัตรา 10,000 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาที ในขณะที่เดียวกันก็เปิดน้ำลงในถังด้วยอัตราคงตัว ถ้าถังใบนี้สูง 6 เมตร และเส้นผ่านศูนย์กลางของปากถังเป็น 4 เมตร และระดับน้ำในถังเพิ่มขึ้นด้วยอัตรา 20 เซนติเมตรต่อนาที ในขณะที่มีน้ำในถังลึก 2 เมตร จงหาว่าเปิดน้ำเข้าถังด้วยอัตราเร็วเท่าใด

15. ขนทรายจากเรือ ใส่สายพานลำเลียงด้วยอัตรา 30 ลูกบาศก์ต่อนาที เพื่อนำทรายไปกองไว้บนฝั่ง โดยที่ทรายที่กองไว้มีลักษณะเป็นกรวยกลม โดยมีความสูงของกองทรายเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของฐานกรวยเสมอ จงหาว่าความสูงของกองทรายจะเปลี่ยนแปลงในอัตราเท่าใด ในขณะที่กองทรายสูง 10 ฟุต



16. อากาศรั่วออกจากบอลูนทรงกลมในอัตรา 3 ลูกบาศก์นิ้วต่อนาที เมื่อรัศมีของบอลูนยาว 5 นิ้ว ความยาวของรัศมีลดลงเร็วเท่าใด

17. แก๊สรั่วจากลูกบอลูนกลมในอัตรา 2 ลูกบาศก์ฟุตต่อนาที พื้นที่ผิวของลูกบอลูนหดลงด้วยอัตราเร็วเท่าใด ขณะที่รัศมีของลูกบอลูนเท่ากับ 12 ฟุต

18. บอลูนลูกหนึ่งลอยขึ้นไปตรงๆ จากจุด A บนพื้นด้วยอัตรา 5 เมตรต่อวินาที จุด B อยู่บนพื้นในระดับเดียวกับจุด A และห่างจากจุด A 20 เมตร เมื่อบอลูนอยู่ห่างจากจุด A 15 เมตร อัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทางระหว่างบอลูนกับจุด B เป็นเท่าใด

แผนการสอนที่ 5

วิชาคณิตศาสตร์

รหัส ค 015

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง ความชันของเส้นโค้ง

จำนวนคาบ 3 คาบ

คาบละ 50 นาที

1. สารสำคัญ

ความรู้เกี่ยวกับความชันของเส้นโค้ง นอกจากทำให้ลากเส้นสัมผัสเส้นโค้งได้ถูกต้อง แล้วยังช่วยให้เขียนกราฟของเส้นโค้งได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริง และที่สำคัญสามารถนำไปใช้หาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันได้ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วเราไม่สามารถหาความชันของเส้นโค้งได้โดยตรง แต่หากต้องการหาความชันของเส้นโค้งเราก็ต้องใช้เส้นตรงที่มีลักษณะใกล้เคียงกับเส้นโค้งมากที่สุดมาเป็นตัวแทนและเส้นตรงดังกล่าวก็คือเส้นสัมผัสที่สัมผัสกับ เส้นโค้งนั่นเอง

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง ให้นักเรียนสามารถ

1. หาความชันของเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้
2. หาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้

จุดประสงค์นำทาง ให้นักเรียนสามารถ

1. นักเรียนบอกสูตรการหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด 2 จุดได้ และบอกสมการของเส้นตรงที่ผ่านจุด (x_1, y_1) ซึ่งมีความชัน (m) ได้
2. หาความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใดๆ บนเส้นโค้ง
3. หาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุดที่กำหนดให้ได้

3. เนื้อหาสาระ

บทนิยาม 1. ถ้า $y = f(x)$ เป็นสมการของเส้นโค้ง จะได้ว่า เส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$

ใดๆ คือ เส้นตรงที่ผ่านจุด $P(x, y)$ นั้นๆ และเส้นตรงนั้นมีความชันเป็น

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

2. ความชันของเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใดๆ บนเส้นโค้ง หมายถึง ความชันของ

เส้นสัมผัสโค้งที่จุด $P(x, y)$ นั้นๆ

3. เนื่องจากความชันของเส้นโค้ง หรือของเส้นสัมผัสเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงอย่างหนึ่ง ดังนั้นเมื่อความชันเป็นบวกหรือลบในช่วงใดก็จะได้ว่าฟังก์ชันนั้นเป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือลดในช่วงดังกล่าว ทำให้สามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้องในทางกลับกันเมื่อกำหนดกราฟของฟังก์ชันมาให้ จะสามารถบอกได้ว่าความชันเป็นบวกหรือลบในช่วงใดบ้าง

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1

ขั้นนำ (5 นาที)

ครูสนทนากับนักเรียนถึงการเดินขึ้น - เดินลงสะพานของนักเรียนว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร การเดินขึ้น - เดินลง อย่งไรต้องใช้แรงมากกว่ากันเพราะอะไร ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา

ขั้นสอน (15 นาที)

ครูทบทวนเรื่องกราฟเส้นตรงที่มีความชัน m และผ่านจุด (x_1, y_1) แล้วจะมีสมการเป็น $y - y_1 = m(x - x_1)$

ครูให้นักเรียนบอกบทนิยามอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x

ครูทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยใช้สูตร

ครูให้นักเรียนช่วยกันหา $f'(x)$ เมื่อ $f(x) = mx + c$ ซึ่งจะได้ $f'(x) = m$ มีค่าเท่ากับ

ความชันของเส้นโค้ง ณ จุดใดๆ ก็คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ นั่นเอง

ครูทบทวนเกี่ยวกับการหาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด $p(x_1, y_1)$ และ $p(x_2, y_2)$ และทบทวนการหาสมการของเส้นตรง เมื่อทราบความชันและจุดที่เส้นตรงผ่านรวมทั้งความชันของเส้นขนานและเส้นตั้งฉาก

ครูอธิบายความหมายของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และบทนิยามความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x, y)$ ใดๆ

ครูยกตัวอย่างการหาความชันของเส้นโค้ง ณ จุด $P(x, y)$ ใดๆ

ขั้นปฏิบัติ (20 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนและร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 14 แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนที่เหลือช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจในประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอแนะ หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในข้อที่ให้นักเรียนทำในใบงานที่ 14 บนแผ่นโปร่งใส เพื่อแก้ไขในส่วนที่บกพร่องของแต่ละกลุ่ม

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ทำแบบฝึกหัด 3.3 ในแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป (5 นาที)

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่าความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด $P(x, y)$ ใดๆ ก็คือ อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x หรือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (x_1, y_1) คือ $y - y_1 = f'(x)(x - x_1)$ นั่นเอง

ครูแจกแบบจดบันทึกระจำวันให้นักเรียนสรุปผลสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ชั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดที่เป็นกิจกรรมกลุ่ม รายคู่ รายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

คาบที่ 2-3

ชั้นนำ (10 นาที)

ครูนำภาพสะพานมาให้นักเรียนดู แล้วถามนักเรียนว่าชื่อสะพานอะไร ครูถามนักเรียนต่อว่าใครเคยขึ้นสะพานพระราม 9 มาบ้างแล้วสังเกตพื้นถนนของสะพานบ้างไหมว่ามีลักษณะอย่างไร เพราะอะไร และถ้านักเรียนสังเกตรถยนต์ที่กำลังขับขึ้นสะพานจะขับในลักษณะอย่างไร พอขับรถยนต์ขึ้นไปถึงจุดบนสุดของสะพานและขณะขับลงสะพานความเร็วของรถยนต์ทำไมเพิ่มขึ้น (ถ้าคนขับเหยียบคันเร่งด้วยแรงเท่ากันกับในขณะขับรถยนต์ขึ้นสะพาน) ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา

ชั้นสอน (25 นาที)

ครูทบทวนเกี่ยวกับเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และบทนิยามความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด $P(x,y)$

ใดๆ ซึ่งก็คือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ นั้นเอง

ครูทบทวนเกี่ยวกับเส้นตรง โดยกำหนดให้เส้นตรง l_1 และ l_2 มีความชันเป็น m_1 และ m_2 ตามลำดับ

- เส้นตรง l_1 จะขนานกับเส้นตรง l_2 ก็ต่อเมื่อ $m_1 = m_2$

- เส้นตรง l_1 จะตั้งฉากกับเส้นตรง l_2 ก็ต่อเมื่อ $m_1 m_2 = -1$

ครูยกตัวอย่างการหาความชันของเส้นโค้ง ณ จุด $P(x,y)$ ใดๆ

ชั้นปฏิบัติ (50 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 15 ในชั้นเรียนและให้ตัวแทนกลุ่มมานำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนที่เหลือช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจในประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์ และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในข้อที่ให้นักเรียนทำในใบงานที่ 15 บนแผ่นโปร่งใส เพื่อแก้ไขในส่วนที่บกพร่องของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ โดยครูแจกใบงานที่ 16 ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาครูคัดเลือกนักเรียนบางกลุ่มนำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคู่อื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่า คำตอบที่ได้ตรงกับของตนหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนใช้ความรู้เรื่องความชันของเส้นโค้ง ทำแบบฝึกหัด 3.3 ในแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด และทำแบบฝึกหัดในใบงานที่ 15 – 16 ข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน พร้อมกับแจกแบบฝึกหัดเสริมให้นักเรียน

ขั้นสรุป (10 นาที)

นักเรียนสามารถสรุปได้ว่าความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด $P(x,y)$ ใดๆ ก็คืออนุพันธ์ของ

ฟังก์ชัน f ที่ x หรือ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

นักเรียนสามารถสรุปได้ว่า สมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (x_1, y_1) คือ

$$y - y_1 = f'(x)(x - x_1) \text{ นั่นเอง}$$

ครูแจกแบบจัดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปผลที่สิ่งที่ได้เรียนรู้ไปในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม รายคู่ รายกลุ่ม

ตรวจสอบจากแบบจัดบันทึกประจำวัน

ผู้สอนให้ผู้เรียนทำแบบฝึกหัด

5. ผลงานของนักเรียน

ใบงานที่ 14 , 15 และ 16

สมุดจัดบันทึกและสมุดแบบฝึกหัด

กิจกรรมกลุ่มและการนำเสนอผลงานกลุ่มหน้าชั้นเรียน

6. สื่อการสอน

แบบเรียน ค 015 ของ สสวท

เอกสารประกอบการเรียน ค 015

ใบงานที่ 14 , 15 และ 16

ภาพสะพานกรุงเทพ

แบบจัดบันทึกประจำวัน

7. การวัดและการประเมินผล

7.1 ผู้ประเมิน (Audience)

- ครูผู้สอนคณิตศาสตร์
- เพื่อนนักเรียนต่างกลุ่ม

7.2 สิ่งที่ต้องประเมิน

- การทำงานกลุ่ม
- การนำเสนอผลงาน

7.3 ประเด็นการประเมิน

1. การทำงานกลุ่ม

- ความรับผิดชอบ
- ความร่วมมือ
- ระเบียบวินัย

2. การนำเสนอผลงาน

- ความเป็นไปได้และสมเหตุผลของการดำเนินงาน

- การคิดคำนวณ

7.4 องค์ประกอบของการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics)

การนำเสนอผลงาน

- ระดับ 4 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้อย่างสมเหตุสมผล คิดคำนวณได้ถูกต้องชัดเจน พร้อมระบุเหตุผลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด
- ระดับ 3 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้อย่างสมเหตุสมผล แต่คิดคำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 2 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง
- ระดับ 1 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล และการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 ไม่มีการดำเนินงาน

การทำงานกลุ่ม

ประเด็นการประเมิน	องค์ประกอบ	น้ำหนักคะแนน
ความรับผิดชอบ	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้	2
ความร่วมมือ	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี	2
ระเบียบวินัย	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม	1

8. กิจกรรมเสนอแนะ

9. สรุปผลการเรียนรู้

10. ปัญหาและอุปสรรค

11. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

12. ข้อคิดเห็นอื่น ๆ

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

เรื่อง

กลุ่มที่.....จำนวนสมาชิก คน

เลข ที่	ชื่อ - สกุล	ความรับผิดชอบ			รวม	ความร่วมมือ			รวม	ระเบียบวินัย			รวม
		ครั้งที่				ครั้งที่				ครั้งที่			
		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1													
2													
3													
4													

น้ำหนัก

2

:

2

:

1

ความรับผิดชอบ

หมายถึง

การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้

โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมายทุกครั้ง
- 3 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 2 ครั้ง
- 2 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 1 ครั้ง
- 1 หมายถึง ได้มอบหมายเกินกว่า 1 ครั้ง
- 0 หมายถึง ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ความร่วมมือ

หมายถึง

การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น และเข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
- 3 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 2 ครั้ง ไม่ได้ร่วมแสดงความคิดเห็นหรือแสดงความคิดเห็นบ้าง แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
- 2 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 1 ครั้ง
- 1 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย
- 0 หมายถึง ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็น และไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ระเบียบวินัย

หมายถึง

การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด ทุกครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 3 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 2 ครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 2 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 1 ครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 1 หมายถึง ปฏิบัติตนไม่สม่ำเสมอในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
- 0 หมายถึง ไม่ปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดไว้ในกลุ่มเลย

น้ำหนักคะแนน ความรับผิดชอบ : ความร่วมมือ : ระเบียบวินัย

2 : 2 : 1

ระดับคะแนน

คะแนน 40 – 48 หมายถึง ดีมาก
 คะแนน 30 – 39 หมายถึง ดี
 คะแนน 20 – 29 หมายถึง ปานกลาง
 คะแนน 9 – 19 หมายถึง พอใช้
 คะแนน 0 – 8 หมายถึง ปรับปรุง

ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง

..... / /

ใบงานที่ 14

ชื่อ เลขที่..... ชั้น ม. 6 /

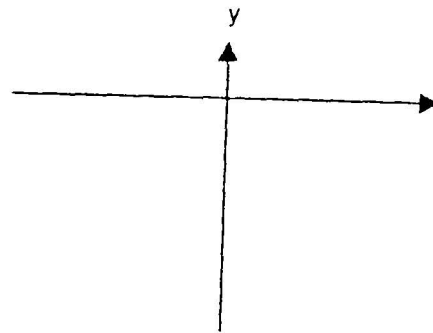
1. ภูเขาแห่งหนึ่งมีลักษณะคล้ายรูปพาราโบลา ซึ่งมีสมการเป็น $r(x) = 7 - 6x - x^2$ ซึ่ง นักปีนเขาจะต้องปีนขึ้นภูเขาจากทิศตะวันออกไปยังทิศตะวันตก อยากทราบว่า ณ จุดใดของภูเขา (เปรียบเทียบกับกราฟ) ที่ไม่มีความชัน และการปีนภูเขาขึ้นหรือขาลง จะมีความชันมากกว่ากัน

2. สะพานข้ามคลองแห่งหนึ่งมีลักษณะเป็นรูปครึ่งวงรีที่มีสมการเป็น $4x^2 + 9y^2 = 40$ ถ้ามีชายคนหนึ่งเดินขึ้นไปบนสะพานและเขาทราบว่า ณ จุดนั้นสะพานมีความชันเป็น $-\frac{2}{9}$ อยากทราบว่า เส้นสัมผัส ณ จุดดังกล่าวทำมุมแหลมหรือมุมป้านกับแกน X และจงหาสมการของเส้นสัมผัส

3. จากสมการที่กำหนด จงสร้างตารางสำหรับ x , y และ m พร้อมทั้งเขียนกราฟของสมการและบอกด้วยว่า ณ จุดใด ที่ความชันเป็นศูนย์

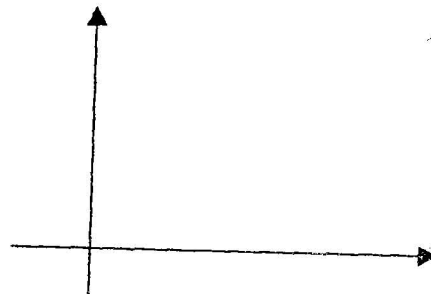
1) $y = 9 - x^2$

x	y	m
3	0	
2	5	
1	8	
0	9	
-1	8	
-2	5	
-3	0	



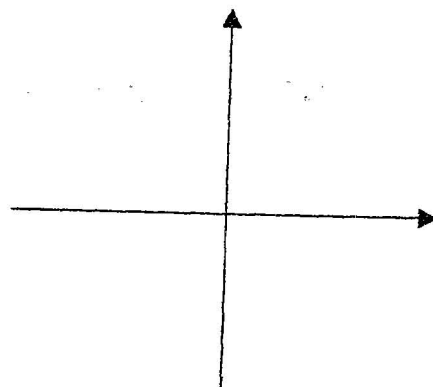
2) $f(x) = x^2 - 6x + 9$

x	y	m



3) $f(x) = x^3 - 3x$

x	y	m



แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

ความสนใจของเส้นสัมผัส คือ

เรื่องที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้

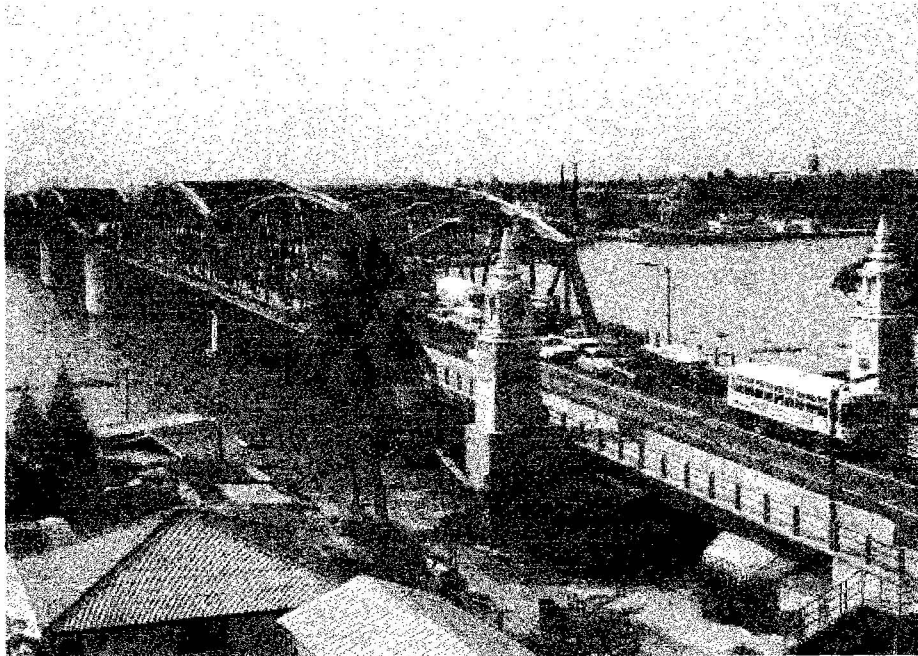
สิ่งที่ผมอยากถามครูในวันนี้

ผมได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ผมคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

ภาพสะพานกรุงเทพ



ใบงานที่ 15

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. บริษัทก่อสร้างแห่งหนึ่งต้องการสร้างสะพานให้เป็นรูปครึ่งวงรี โดยกำหนดฟังก์ชันในการสร้างสะพานเป็น $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ถ้าบริษัทก่อสร้างสะพานเสร็จถึงจุด $\left(\frac{12}{5}, 3\right)$ และถ้ามีคานเหล็กอันหนึ่งมาวางพาดที่จุดนั้นอยากทราบว่า ณ จุดนั้น จะมีความชันเป็นเท่าไร แล้วจงหา สมการเส้นสัมผัส (คานเหล็ก)

2. จ.ช. แดง ต้องการนำไม้ท่อนหนึ่งไปพาดก้อนหินรูปทรงกลม ซึ่งเทียบเป็นสมการ $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ ที่จุด $(6,0)$ จงหาสมการเส้นสัมผัสวงกลม

4. จงหาสมการของเส้นสัมผัสและเส้นตั้งฉากของ $y = x^3 - 2x^2 + 4$ ที่จุด $(2, 4)$ [เส้นตั้งฉากของ $y = x^3 - 2x^2 + 4$ ที่จุด $(2, 4)$ คือเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสของ $y = x^3 - 2x^2 + 4$ ที่จุด $(2, 4)$]

5. จงหาสมการของเส้นตรงในแนวตั้งซึ่งตัดเส้นโค้ง $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 5$ และ $3y = 2x^3 + 9x^2 - 3x - 3$ ที่จุดซึ่งเส้นสัมผัสของเส้นโค้งทั้งสองขนานกัน

ใบงานที่ 16

ชื่อ เลขที่..... ชั้น ม. 6 /

1. จงหาความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่เป็นกราฟของฟังก์ชันที่กำหนด ณ จุดที่กำหนด

1) $f(x) = -3x^2$, $(1, -3)$

2) $f(x) = 1 - x^2$, $(2, -3)$

3) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, $(2, 2)$

4) $f(x) = x^2 + x$, $(-1, 0)$

5) $f(x) = 2x^2 - x + 3$, $(2, 9)$

6) $f(x) = 6 - x - x^2$, $(1, 4)$

7) $f(x) = x^2 + 3x$, $(0, 0)$

8) $f(x) = x^3 + 2$, $(1, 3)$

2. จงหาสมการของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่เป็นกราฟของสมการหรือฟังก์ชันที่กำหนด ณ จุดที่กำหนด

1) $y = x^2 + 2$, $(1, 3)$

2) $y = x^2 - 2$, $(1, -1)$

3) $f(x) = x^2 - 4x$, $(-1, 5)$

4) $f(x) = 4x - x^2$, $(-1, -5)$

5) $f(x) = 2x^3$, $(-1, -2)$

6) $f(x) = 1 - x^3$, $(1, 0)$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

ความสนใจของเล่นได้จาก

เรื่องที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้

สิ่งที่ผมอยากถามครูในวันนี้

ผมได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ผมคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

1. สาระสำคัญ

1. การหาอนุพันธ์อันดับสูง หมายถึง การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน $y = f(x)$ มากกว่า 1 ครั้ง
ให้ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้แล้วจะเรียก " $\frac{dy}{dx}$ หรือ $f'(x)$ " ว่าเป็นอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของ $y = f(x)$ และอนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง เรียกว่า อนุพันธ์อันดับที่สองและอนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่สอง เรียกว่า อนุพันธ์อันดับที่สาม เช่นนี้เรื่อย ๆ ไป "

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง ให้นักเรียนสามารถ

หาอนุพันธ์อันดับสูงของฟังก์ชัน และนำความรู้เรื่องอนุพันธ์อันดับสูงไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

จุดประสงค์นำทาง ให้นักเรียนสามารถ

1. หาอนุพันธ์อันดับสูงของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้
2. นำความรู้เกี่ยวกับอนุพันธ์อันดับสูงไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

3. เนื้อหาสาระ

บทนิยาม

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ และ $f'(x)$ เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ซึ่งสามารถหาอนุพันธ์ได้แล้ว จะเรียกอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x หรืออนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ว่า อนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f ที่ x และเขียนแทนด้วยอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ด้วย $f''(x)$
ในโอกาสการเคลื่อนที่จะได้ว่า

ความเร็ว V เทียบกับเวลาใดๆ คือ $\frac{ds}{dt}$ หรือ $S'(t)$

ความเร่ง a ของวัตถุขณะเวลาใดๆ คือ $\frac{dv}{dt}$ หรือ $\frac{d\left(\frac{ds}{dt}\right)}{dt}$ หรือ

$$\frac{d^2s}{dt^2} \text{ หรือ } S''(t)$$

ถ้าความเร่งเป็นบวก แสดงว่า เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นความเร็วจะเพิ่มขึ้น

ถ้าความเร่งเป็นลบ แสดงว่า เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นแต่ความเร็วจะลดลง

สัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทนอนุพันธ์อันดับสูง

ชนิดของอนุพันธ์อันดับสูง	สัญลักษณ์ที่ใช้เขียนแทน (มีหลายแบบ)			
อนุพันธ์อันดับที่ 1	$f'(x)$	y'	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{d}{dx}(f(x))$
อนุพันธ์อันดับที่ 2	$f''(x)$	y''	$\frac{d^2y}{dx^2}$	$\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$
อนุพันธ์อันดับที่ 3	$f'''(x)$	y'''	$\frac{d^3y}{dx^3}$	$\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$
อนุพันธ์อันดับที่ 4	$f^{(4)}(x)$	$y^{(4)}$	$\frac{d^4y}{dx^4}$	$\frac{d^4}{dx^4}(f(x))$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
อนุพันธ์อันดับที่ n	$f^{(n)}(x)$	$y^{(n)}$	$\frac{d^ny}{dx^n}$	$\frac{d^n}{dx^n}(f(x))$

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1 - 2

ชั้นนำ (10 นาที)

ครูนำภาพเหตุการณ์ในวันที่ 11 กันยายน 2544 ที่ขบวนรถผู้ก่อการร้ายจี้เครื่องบินไปชนตึกเวิลด์เทรด ซึ่งเหตุการณ์ในครั้งนั้นสร้างความสูญเสียและก่อให้เกิดความเสียหายทางด้านต่างๆ เช่นทางธุรกิจ เศรษฐกิจ กระทบกระเทือนไปทั่วโลก เพราะประเทศสหรัฐอเมริกา นั้นถือเป็นประเทศมหาอำนาจในด้านต่างๆ ซึ่งก่อนที่เครื่องบินจะชนตึกเวิลด์เทรดนั้นเครื่องบินบินมาด้วยความเร็วในขณะหนึ่ง และเมื่อชนตึกเวิลด์เทรดความเร็วของเครื่องบินจะลดน้อยลงและเกิดการระเบิดขึ้น แต่เครื่องบินยังมีการเคลื่อนที่เกิดขึ้นและครูถามนักเรียนว่าการเคลื่อนที่เกิดขึ้นนั้นคืออะไร จนกระทั่งเครื่องบินเคลื่อนที่มากอีกฝั่งหนึ่งของตึกแล้วตกลงสู่พื้น (ด้วยแรงดึงดูดของโลก) และจากการระเบิดของเครื่องบินนี้เอง มีน้ำมันเชื้อเพลิงจำนวนมากได้ลุกไหม้ จนทำให้โครงสร้างของตึกอาคารเกิดการอ่อนตัวลง ทำให้ตึกตึกถล่มลงในเวลาต่อมา ทำให้ผู้คนที่อยู่บริเวณใกล้เคียงต้องวิ่งหนีเอาตัวรอด ซึ่งจากการที่ตึกถล่มลงมาได้เกิดกลุ่มควัน (ฝุ่น) จำนวนมากฟุ้งกระจายไปทั่วบริเวณ แล้วให้นักเรียนพิจารณาถึงผลกระทบที่เกิดขึ้น จากเหตุการณ์ดังกล่าว

จากเหตุการณ์ในครั้งนั้นเอง ทางรัฐบาลของประเทศสหรัฐอเมริกาก็ได้ตอบโต้ขบวนรถผู้ก่อการร้ายซึ่งรู้จักในนาม บินลาดีน โดยการโจมตีทางอากาศที่ประเทศอัฟกานิสถาน ด้วยการส่งขีปนาวุธ และปล่อยจรวดจากฐานยิงจรวด ครูได้ถามนักเรียนว่าจากเหตุการณ์ การยิงจรวดจากฐาน จรวดมีหลักการในการเคลื่อนที่อย่างไร โดยให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา

ชั้นสอน (30 นาที)

ครูทบทวนให้นักเรียนว่า เมื่อกำหนดฟังก์ชัน $f(x)$ ถ้าสามารถหาอนุพันธ์ของ f ที่ x ได้ เรียก f' ว่าเป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f เราอาจหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ได้อีก

ครูทบทวนการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x เมื่อกำหนดฟังก์ชันให้

ครูยกตัวอย่างฟังก์ชัน $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x$ ให้ผู้เรียนหา $f'(x)$ ซึ่งนักเรียนควรบอกได้ว่า $f'(x) = 6x^2 - 6x + 5$ จากนั้นอธิบายว่าเนื่องจาก $f'(x) = 6x^2 - 6x + 5$ เป็นฟังก์ชันหนึ่ง สมมติให้ $g(x) = f'(x)$ ดังนั้น $g(x) = 6x^2 - 6x + 5$ ให้ผู้เรียนหา $g'(x)$ ซึ่งผู้เรียนควรบอกได้ว่า $g'(x) = 12x - 6$ และผู้สอนบอกว่า $g'(x)$ คืออนุพันธ์ของ f' ที่ x ครูให้นิยามอนุพันธ์อันดับที่ 2 และแนะนำสัญลักษณ์ที่ใช้แทนอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของฟังก์ชัน

$$f(x) \text{ คือ } f''(x) \text{ หรือ } \frac{d^2(f(x))}{dx^2}$$

ครูอธิบายการเรียกอนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 2 ว่าอนุพันธ์อันดับที่ 3 ของฟังก์ชัน f พร้อมทั้งสัญลักษณ์ที่ใช้แทนอนุพันธ์อันดับที่ 3 คือ $f'''(x)$

ครูทบทวนเรื่องอัตราการเปลี่ยนแปลงระยะทางเทียบกับเวลา เราเอาอนุพันธ์อันดับที่ 2 ไปใช้ในทางกายภาพได้

ขั้นปฏิบัติ (45 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในวันที่ 11 ก.ย. 2544 ที่ประเทศสหรัฐอเมริกา และให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 17 แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนที่เหลือช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจในประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในข้อที่ให้นักเรียนทำในใบงานที่ 17 บนแผ่นโปสเตอร์ เพื่อแก้ไขในส่วนที่บกพร่องของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ครูแจกใบงาน 18 - 19 ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา ครูคัดเลือกนักเรียนบางคู่มานำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคู่อื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับของตนหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.6 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด และทำแบบฝึกหัดในใบงาน 17 - 19 ในข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป (10 นาที)

ครูถามนักเรียนว่าถ้าอนุพันธ์อันดับที่ 2 คืออนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่เท่าใด และอนุพันธ์อันดับที่ 3 คืออนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่เท่าใด

ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า อนุพันธ์ของอนุพันธ์อันดับที่ $n-1$ คืออนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันและผู้สอนแนะนำสัญลักษณ์ที่ใช้แทนอนุพันธ์อันดับที่ n คือ $f^{(n)}(x)$

นักเรียนสามารถนำอนุพันธ์อันดับที่ 2 ไปใช้ในทางกายภาพได้แก่ การเคลื่อนที่ เช่น เรื่อง ความเร็ว ความเร่ง

ครูสรุปเรื่องความเร็ว ความเร่ง ของระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในขณะใดๆ

ครูแจกแบบจดบันทึกระจำวันให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมกลุ่ม รายคู่ รายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

5. ผลงานของนักเรียน

ใบงานที่ 17 , 18 และ 19

สมุดจดบันทึกและสมุดแบบฝึกหัด

6. สื่อการสอน

แบบเรียน ค 015 ของ สสวท

เอกสารประกอบการเรียน ค 015

ใบงานที่ 17 , 18 และ 19

แบบจดบันทึกประจำวัน

ภาพเหตุการณ์ในวันที่ 11 กันยายน 2544

7. การวัดและการประเมินผล

7.1 ผู้ประเมิน (Audience)

- ครูผู้สอนคณิตศาสตร์
- เพื่อนนักเรียนต่างกลุ่ม

7.2 สิ่งที่ต้องประเมิน

- การทำงานกลุ่ม
- การนำเสนอผลงาน

7.3 ประเด็นการประเมิน

1. การทำงานกลุ่ม

- ความรับผิดชอบ
- ความร่วมมือ
- ระเบียบวินัย

2. การนำเสนอผลงาน

- ความเป็นไปได้และสมเหตุผลของการดำเนินงาน
- การคิดคำนวณ

7.4 องค์ประกอบของการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics)

การนำเสนอผลงาน

- ระดับ 4 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุผล คิดคำนวณ
ได้ถูกต้องชัดเจน พร้อมระบุเหตุผลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด

- ระดับ 3 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผล แต่คิด
 คำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 2 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง
- ระดับ 1 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล และการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 ไม่มีการดำเนินงาน

การทำงานกลุ่ม

ประเด็นการประเมิน	องค์ประกอบ	น้ำหนักคะแนน
ความรับผิดชอบ	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้	2
ความร่วมมือ	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี	2
ระเบียบวินัย	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม	1

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

9. สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

10. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

11. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

12. ข้อคิดเห็นอื่นๆ

.....

.....

หมายเหตุ : 10 – 12 ครูผู้สอนลงบันทึกหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว

แบบประเมินพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม

เรื่อง

กลุ่มที่ จำนวนสมาชิก คน

เลข ที่	ชื่อ - สกุล	ความรับผิดชอบ			รวม	ความร่วมมือ			รวม	ระเบียบวินัย			รวม
		ครั้งที่				ครั้งที่				ครั้งที่			
		1	2	3		1	2	3		1	2	3	
1													
2													
3													
4													

น้ำหนัก

2

2

1

ความรับผิดชอบ หมายถึง

การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมายทุกครั้ง
- 3 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 2 ครั้ง
- 2 หมายถึง ปฏิบัติงานต่างๆ ได้เสร็จตามระยะเวลาที่กลุ่มได้มอบหมาย 1 ครั้ง
- 1 หมายถึง ได้มอบหมายเกินกว่า 1 ครั้ง
- 0 หมายถึง ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ความร่วมมือ

หมายถึง

การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น และเข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
- 3 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 2 ครั้ง ไม่ได้ร่วมแสดงความคิดเห็นหรือแสดงความคิดเห็นบ้าง แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดีทุกครั้ง
- 2 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่เข้าร่วมปฏิบัติงานเพียง 1 ครั้ง
- 1 หมายถึง ร่วมแสดงความคิดเห็น แต่ไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย
- 0 หมายถึง ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็น และไม่เข้าร่วมปฏิบัติงานเลย

ระเบียบวินัย

หมายถึง

การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
โดยมีเกณฑ์การประเมิน ดังนี้

- 4 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด ทุกครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 3 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 2 ครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 2 หมายถึง ปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่มอย่างเคร่งครัด เพียง 1 ครั้งที่ปฏิบัติงาน
- 1 หมายถึง ปฏิบัติตนไม่สม่ำเสมอในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม
- 0 หมายถึง ไม่ปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดไว้ในกลุ่มเลย

น้ำหนักคะแนน ความรับผิดชอบ : ความร่วมมือ : ระเบียบวินัย

2 : 2 : 1

ระดับคะแนน (ต่อกลุ่ม)

คะแนน	40 – 48	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	30 – 39	หมายถึง	ดี
คะแนน	20 – 29	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน	9 – 19	หมายถึง	พอใช้
คะแนน	0 – 8	หมายถึง	ปรับปรุง

ลงชื่อ ผู้ประเมิน

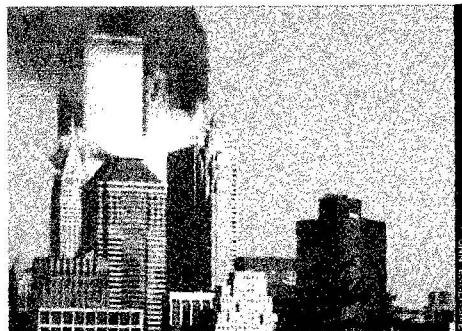
(.....)

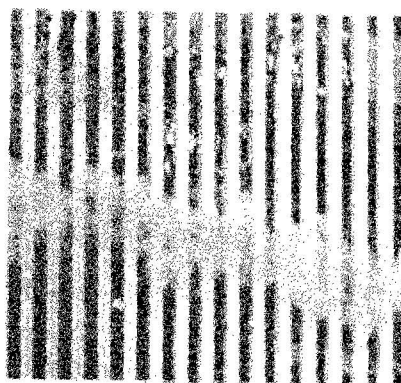
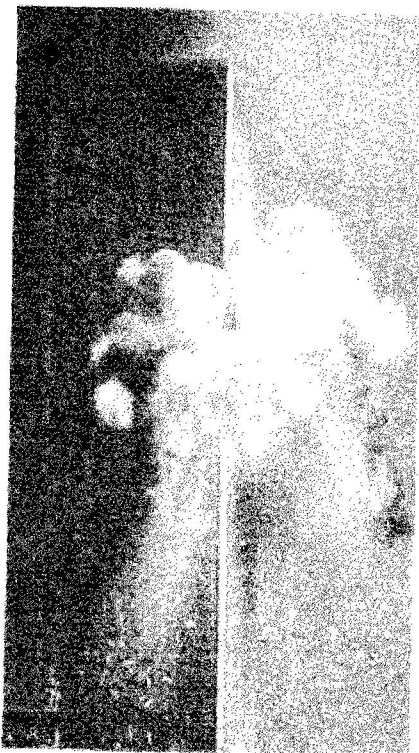
ตำแหน่ง

..... / /

วันวิพาสกรรมสหรัฐอเมริกา

11 ก.ย. 2544



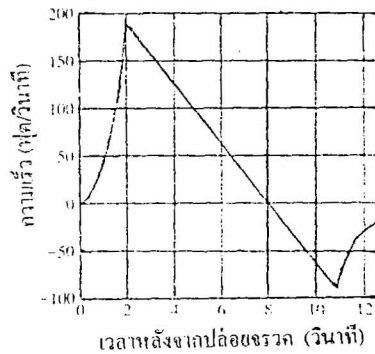


ใบงานที่ 17

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

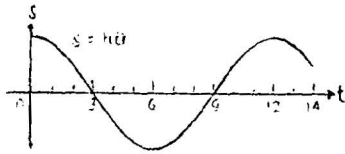
1. ในการทดลองปล่อยจรวดจากแท่นปล่อยจรวด (เป็นการซ้อมเพื่อที่จะตอบโต้ขบวนการผู้ก่อการร้าย) จรวดจะขับเคลื่อนด้วยการเผาไหม้ของเชื้อเพลิง ความเร่งของจรวดจะมากขึ้น จรวดจะพุ่งออกจากฐาน หลังจากนั้นปรากฏเกิดเหตุการณ์ที่ไม่คาดฝันคือ การเผาไหม้เชื้อเพลิงของจรวดได้หยุดลง จรวดจึงเริ่มตกลงสู่พื้น ทางฝ่ายบังคับการได้ตัดสินใจปล่อยร่มชูชีพ (มีเสียงดังคล้ายปืน) เพื่อให้จรวดเกิดการเสายหายมาก ขณะจรวดตกลงสู่พื้นดิน เพราะร่มชูชีพจะช่วยทำให้จรวดตกลงสู่พื้นช้าลง จากกราฟการเคลื่อนที่ของจรวด ใช้ตอบคำถามดังนี้

- 1) ความเร็วของจรวดเมื่อหยุดการเผาไหม้
- 2) เวลาที่เกิดการเผาไหม้
- 3) เมื่อจรวดเคลื่อนที่ได้สูงสุดมีความเร็วเท่าใด
- 4) เมื่อไรที่ร่มชูชีพกาง แล้วจรวดจะตกลงสู่พื้นด้วยความเร็วเท่าใด
- 5) ระยะทางที่จรวดตกก่อนที่ร่มชูชีพจะกาง
- 6) เมื่อไรที่ความเร่งของจรวดมีค่ามากที่สุด

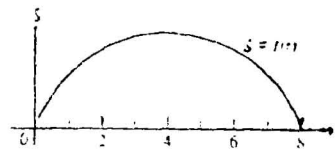


3. กราฟแสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวเส้นตรง $s = f(t)$ เมื่อ t แทนเวลา

1)



2)



จากกราฟ จงหา

- 1) เมื่อไรการเคลื่อนที่ของวัตถุจะมีความเร็วเท่ากับศูนย์
- 2) วัตถุจะมีความเร่งเท่ากับศูนย์เมื่อมีความเร็วเท่าใด
- 3) ในช่วงเวลาใดที่วัตถุเคลื่อนที่ไปข้างหน้า
- 4) ในช่วงเวลาใดที่วัตถุเคลื่อนที่วกกลับ

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no text or other markings on the paper.

ใบงานที่ 18

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. จงหา y'' ในแต่ละข้อต่อไปนี้ (ให้นักเรียนทำเฉพาะข้อที่ ส่วนข้อคู่ให้ทำเป็นการบ้าน)

1) $y = 7x^3 - 5x^2 + x - 2$

2) $y = 12x^3 - 2x^2 + 3$

3) $y = \frac{x+1}{x}$

4) $y = \frac{3x-2}{5x}$

5) $y = (5x^2 - 3)(7x^3 + x)$

6) $y = (x^3 - 5)(2x + 3)$

7) $y = 3x + 2$

8) $y = (2x^3 - 5x^2 + 7x - 2)^2$

2. จงหา $\frac{d^3 y}{dx^3}$ ในแต่ละข้อต่อไปนี้ (ให้นักเรียนทำเฉพาะข้อที่ ส่วนข้อคู่ให้ทำเป็นการบ้าน)

1) $y = x^{-7} + x^5$

2) $y = \frac{1}{x}$

3) $y = \sqrt{x}$

4) $y = 6x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 8x$

5) $y = 5x^2 - 4x + 7$

6) $y = -4x^3 + 5x^2 + 7x - 1$

7) $y = \frac{1}{7x - 5}$

8) $y = (2x^2 - 3)(3x^2 + 1)$

2. พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงต่อไปนี้ ว่าอนุภาคหยุดที่เวลาใด และมีการเปลี่ยนทิศทางหรือไม่

1) $s(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$

2) $s(t) = t^3 - 3t^2 + 3t + 3$

3) $s(t) = 2t^3 - 12t^2 + 18t - 5$

4) $s(t) = 3t^4 - 28t^3 + 90t^2 - 108t$

3. ยิงจรวดขึ้นไปบนอากาศ ซึ่งมีฟังก์ชันของการเคลื่อนที่เป็น $s = \frac{t^3}{2} + \frac{4t}{t+1}$ เมื่อ s เป็นระยะทางมี

หน่วยเป็นฟุต ส่วน เป็นเวลามีหน่วยเป็นวินาที จงหาว่าขณะที่จรวดไม่มีความเร่งเลยจะมีความเร็วเป็นเท่าใด (การบ้าน)

[The page contains faint horizontal lines, suggesting it was part of a lined notebook or document.]

4. การแข่งม้า 10 หน่วยเฟอลอง (1 เฟอลองเท่ากับ 220 หลา) เมื่อม้าวิ่งผ่านแต่ละ เฟอลอง (F) จะมี การบันทึกเวลาไว้ (t) ตั้งแต่เริ่มทำการแข่งขัน ดังตาราง

F	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	0	20	33	46	59	73	86	100	112	124	135

- 1) ระยะทางที่มาทำการแข่งขันเป็นเท่าใด
- 2) ความเร็วเฉลี่ยของม้าในช่วง 5 เฟลลอสแรก เป็นเท่าใด
- 3) ความเร็วของม้าโดยประมาณขณะผ่านเฟลลอสที่ 3 เป็นเท่าใด
- 4) ช่วงใดที่ม้าวิ่งเร็วที่สุด
- 5) ช่วงใดที่ม้ามีความเร่งสูงที่สุด

[illegible]

5. การเคลื่อนที่ของวัตถุตามแนวเส้นตรง แสดงได้โดย $s(t) = t^3 - 12t^2 + 36t - 27$ โดยเริ่มต้นที่ $t = 0$ ไปสิ้นสุดที่ $t = 9$ จงสรุปลักษณะการเคลื่อนที่ของวัตถุชิ้นนี้ (การบ้าน)

[illegible]

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

อนุพันธ์อันดับสูงคือ

เรื่องที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้

สิ่งที่ผมยังไม่เข้าใจ

ผมได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ผมคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

1. สาระสำคัญ

การประยุกต์ของอนุพันธ์คือ การนำความรู้เกี่ยวกับการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันไปประยุกต์ใช้เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน ซึ่งในการประยุกต์ดังกล่าวมักใช้ในการหาค่ามากที่สุดหรือค่าน้อยที่สุดของสิ่งต่าง เช่น การหาค่าวนหาผลกำไรหรือรายได้มากที่สุด การลงทุนที่เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดของวงการธุรกิจ การหาปริมาณหรือพื้นที่ที่มากที่สุด จำนวนอัตราการเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิต การศึกษาทางด้านการแพทย์ การกีฬา เป็นต้น

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง ให้นักเรียนสามารถ

นำความรู้เกี่ยวกับความชันของเส้นโค้งไปใช้ได้ และแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดได้

จุดประสงค์นำทาง ให้นักเรียนสามารถ

1. หาค่าสูงสุด และค่าต่ำสุดของฟังก์ชันที่กำหนดให้
2. หาค่าสูงสุดต่ำสุดสัมพัทธ์ และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ได้
3. หาค่าสูงสุดสัมบูรณ์ และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ได้
4. นำความรู้เรื่องค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้

3. เนื้อหาสาระ

บทนิยาม การประยุกต์ของอนุพันธ์ คือ การใช้อนุพันธ์ในการหาค่าสูงสุด ค่าต่ำสุดของสิ่งที่ต้องการหา

ทฤษฎีบท เมื่อ $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วงใดๆ

1. ถ้า $f''(c) > 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
2. ถ้า $f''(c) < 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ ถ้า $f(c) \geq f(x)$

ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมบูรณ์ที่ $x = c$ ถ้า $f(c) \leq f(x)$

สำหรับทุก x ในโดเมนของ f ที่ $x \neq c$

4. กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

คาบที่ 1-2

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูนำน้ำอัดลมกระป๋องยี่ห้อต่างมาให้นักเรียนร่วมกันพิจารณา ว่าทำไมบริษัทผลิตน้ำอัดลมกระป๋องแต่ละบริษัทต้องการผลิตน้ำอัดลมกระป๋องขาย โดยให้มีปริมาตรตามที่กำหนด กระป๋องที่ผลิตได้นั้นจึงมีรูปร่างและขนาดเท่ากัน ทำไมไม่ผลิตเป็นทรงอื่น เช่น ผลิตเป็นปริซึมฐานสี่เหลี่ยมมุมฉากหรืออาจจะผลิตให้กระป๋องเป็นทรงกระบอกแบบเดิมแต่ให้สูงขึ้นหรือต่ำกว่าเดิม เหตุผลอันแท้จริงแล้วก็เนื่องมาจากว่ารูปร่างและขนาดดังกล่าวสามารถบรรจุน้ำอัดลมได้ตามที่กำหนดแต่ประหยัดค่าใช้จ่ายมากที่สุดนั่นเอง (พื้นที่ผิวของกระป๋องน้อยที่สุด) ครูลองให้นักเรียนหาขนาดกระป๋องทรงอื่นหรือทรงเดิมแต่มีขนาดต่างๆ กัน แล้วให้นักเรียนพิจารณาอีกครั้งว่า มีกระป๋องทรงใดที่สามารถบรรจุน้ำอัดลมตามที่กำหนดได้ แต่มีพื้นที่ผิวน้อยที่สุดจึงประหยัดค่าใช้จ่ายมากที่สุด

ขั้นสอน (30 นาที)

ครูทบทวนคำว่า " ค่าของฟังก์ชัน " และให้ผู้เรียนหาค่าต่ำสุดหรือสูงสุดของฟังก์ชัน โดยใช้วิธีที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว

ครูทบทวนเรื่องฟังก์ชันเพิ่ม และฟังก์ชันลด

ครูถามนักเรียนว่าในการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชันนอกจากเขียนกราฟแล้วยังใช้วิธีการใดได้อีก (ให้นักเรียนคิด)

ครูกำหนดฟังก์ชัน $y = 3x^4 - 8x^3 + 1$ จะหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดโดยใช้วิธีการเขียนกราฟ และใช้วิธีการนำอนุพันธ์เข้ามาช่วย

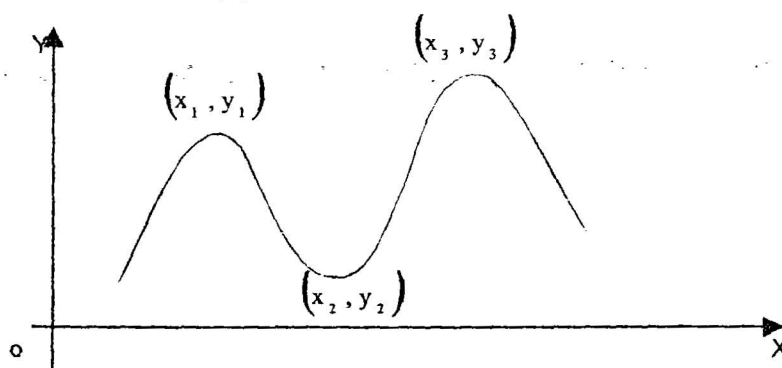
ครูยกตัวอย่าง $y = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 4$ แล้วหาค่าวิกฤต จุดวิกฤต ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ และจุดสูงสุดสัมพัทธ์ ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์และจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ พร้อมเขียนกราฟ

ครูอธิบายการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดจากการใช้ $f'(x)$ แล้วยังใช้ $f''(x)$ ได้อีก

ครูยกตัวอย่างการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ โดยใช้ $f''(x)$

ครูยกตัวอย่างการหาค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุดของฟังก์ชันโดยใช้อนุพันธ์ของฟังก์ชันในการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุด

ถ้ากำหนด $y = f(x)$ เป็นสมการเส้นโค้ง



จุดสูงสุดสัมพัทธ์คือจุดบนเส้นโค้งที่เส้นโค้งเริ่มเปลี่ยนจากฟังก์ชันเพิ่มเป็นฟังก์ชันลด
ซึ่งในรูปก็คือจุด (x_1, y_1) กับจุด (x_2, y_2)

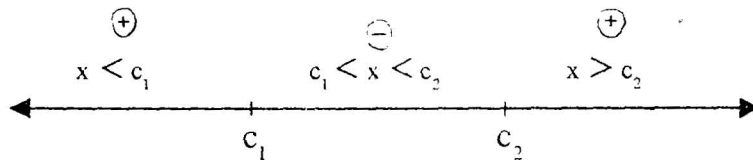
ค่าสูงสุดสัมพัทธ์คือ ค่า y หรือ $f(x)$ เมื่อ (x, y) เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ซึ่งในรูปก็คือ y_1
กับ y_2

จุดต่ำสุดสัมพัทธ์คือจุดบนเส้นโค้งที่เส้นโค้งเริ่มเปลี่ยนจากฟังก์ชันลดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม
ซึ่งในรูปก็คือจุด (x_2, y_2)

ค่าสูงสุดสัมพัทธ์คือ ค่า y หรือ $f(x)$ เมื่อ (x, y) เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์ซึ่งในรูปก็คือ y_2
วิธีการหาจุดสูงสุดสัมพัทธ์และจุดต่ำสุดสัมพัทธ์

- 1) หา $f'(x)$
- 2) ให้ $f'(x) = 0$ แล้วหาค่าของ x ที่ทำให้ $f'(x) = 0$ ซึ่งเรียกว่าค่าวิกฤต
- 3) พิจารณาค่าของ x ที่ทำให้ $f'(x) = 0$ จากซ้ายไปขวาบนเส้นจำนวนจะได้ว่า c_1

เป็นจุดที่ให้ค่าสูงสุด และ c_2 เป็นจุดที่ให้ค่าต่ำสุด



- 4) ถ้าความชัน $f'(x)$ เปลี่ยนจากบวกเป็นลบ แสดงว่าจุดดังกล่าวเป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์
ถ้าความชัน $f'(x)$ เปลี่ยนจากลบเป็นบวก แสดงว่าจุดดังกล่าวเป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์
- 5) การใช้อนุพันธ์อันดับสูง หาค่าสูงสุดและต่ำสุดได้
 1. ถ้า $f''(c) > 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมพัทธ์
 2. ถ้า $f''(c) < 0$ แล้ว $f(c)$ เป็นค่าสูงสุดสัมพัทธ์

ชั้นปฏิบัติ (45 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันหารูปร่างของกระป๋องที่ทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายมากที่สุด ให้นักเรียนร่วมกันคิด แล้วให้นักเรียนทุกกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน โดยให้เพื่อนๆ สามารถซักถามประเด็นที่สงสัย โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และอธิบายเพิ่มเติม และให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 20 หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานที่ 20 เพื่อแก้ไขกลุ่มที่บกพร่อง ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ครูแจกกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 10 นิ้ว ยาว 15 นิ้ว ให้นักเรียนตัดและพับขึ้นให้เป็นกล่องที่มีฝาปิด กล่องที่ได้จึงจะมีปริมาตรมากที่สุด ดังรูป (ข้อ 3 ในใบงานที่ 20) พร้อมกับได้แจกใบงาน 21 ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา ครูคัดเลือกนักเรียนบางกลุ่มนำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียนพร้อมทั้งบอกเหตุผลและวิธีการ ขณะที่นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับของตนหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.7 ข้อ 1 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด ครูแจกกระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 24 นิ้ว ยาว 36 นิ้ว ให้นักเรียนพับขึ้นเป็นกล่องที่มีฝาปิด (ใบงานที่ 20 ข้อ) และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในใบงานที่ 20 – 21 ในข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน

ขั้นสรุป (10 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่าในการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน เราสามารถหาได้โดยการเขียนกราฟ และนำอนุพันธ์เข้ามาช่วย ซึ่งถ้าความชันเปลี่ยนจากบวกเป็นลบจะได้ค่าสูงสุด และถ้าความชันเปลี่ยนจากลบเป็นบวกจะได้ค่าต่ำสุด

นักเรียนสามารถนำเรื่องการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันไปใช้ในการหาปริมาตรและพื้นที่มากที่สุด และพื้นที่น้อยที่สุดได้

ครูสรุปเรื่องค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน กับการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมกลุ่ม รายคู่ รายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

ผลงานนักเรียน (การพับกล่อง)

คาบที่ 3 – 4

ขั้นนำ (10 นาที)

ครูสนทนากับนักเรียนว่า โดยปกติถ้ามีคนในครอบครัวของนักเรียนไม่สบาย เช่นเป็นไข้หวัด เราควรจะพาคนป่วยนั้นไปพบแพทย์ ซึ่งแพทย์ก็ตรวจดูอาการและให้ยามารับประทานหรือไม่ก็ฉีดยาให้ ครูถามนักเรียนว่าในการฉีดยานั้นแพทย์มักฉีดยาเข้าบริเวณใดแล้วการฉีดยา หรือการรับประทานยาที่แพทย์ให้มา วิธีการใดจะทำให้ผู้ป่วยมีอาการทุเลาได้เร็วกว่ากัน ครูถามนักเรียนต่อว่ายาน้ำกับน้ำอะไรมีความเข้มข้นมากกว่ากัน ยาที่ฉีดเข้าในร่างกายคนจะออกฤทธิ์ภายในกี่ชั่วโมง และออกฤทธิ์สม่ำเสมอหรือไม่ ยาจะออกฤทธิ์มากที่สุดในช่วงใดและยาจะหมดฤทธิ์ภายในกี่ชั่วโมง (นักเรียนช่วยกันตอบ) และการฉีดยาเข้าเส้นเลือดบริเวณต้นแขนหรือการฉีดยาบริเวณอื่น นักเรียนคิดว่าฉีดยาตรงบริเวณใดยาจึงออกฤทธิ์ได้เร็วกว่ากัน แล้วถามนักเรียนว่าทำไมเวลารับประทานยาเม็ดจึงมักต้องรับประทานหลังอาหาร 15 นาที แล้วทำไมต้องดื่มน้ำด้วยทุกครั้ง

ขั้นสอน (25 นาที)

ครูทบทวนเรื่องการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน

ครูกำหนดฟังก์ชัน $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$ แล้วให้นักเรียนหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดพร้อมทั้งบอกค่าวิกฤต จุดวิกฤติ

ครูอธิบายการหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์ ว่าค่าสูงสุดสัมพัทธ์และค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ คือค่าที่สูงที่สุดและค่าที่ต่ำที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับบริเวณที่อยู่ใกล้เคียง แต่ถ้ามีการกำหนดขอบเขตโดเมนของฟังก์ชันแล้ว ฟังก์ชันนั้นจะมีค่าสูงที่สุด และค่าต่ำสุดจริงๆ ซึ่งค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดดังกล่าวนี้เรียกว่าค่าสูงสุดสัมบูรณ์และค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

ครูยกตัวอย่างการหาค่าสูงสุดสัมบูรณ์หรือค่าต่ำสุดสัมบูรณ์
ขั้นปฏิบัติ (50 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นในเรื่องการนิยามหรือการรับประธานยาของ คนที่ป่วยเป็นไข้หวัด โดยตอบตามสภาพความเป็นจริง โดยให้เพื่อนๆ สามารถซักถามประเด็นที่สงสัย โดย ครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และอธิบายเพิ่มเติม เมื่อเสร็จกิจกรรมดังกล่าว ครูได้แจกใบงานที่ 22 ให้ นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานที่ 22 เพื่อแก้ไขกลุ่มที่บกพร่อง ซึ่งใน กิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 25 นาที

กิจกรรมรายคู่ ครูแจกใบงานที่ 23 ให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหา หลังจากนั้นครูคัดเลือก นักเรียนบางคู่มานำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคนอื่นๆ ช่วยกันตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับ ของตนหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.7 ข้อ 3-6 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัดและแบบฝึกหัดในใบงานที่ 22 – 23 ในข้อที่ยังไม่ได้ทำเป็นการบ้าน
ขั้นสรุป (10 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

นักเรียนสามารถนำเรื่องการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันไปใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านการ แพทย์ การดูแลรักษาสุขภาพ การเกษตร การกีฬา

ครูสรุปเรื่องค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน กับการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในวันนี้

ขั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมรายกลุ่ม รายคู่ รายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

คาบที่ 5 – 6

ขั้นนำ (15 นาที)

ครูนำรูปภาพที่เกี่ยวข้องทางด้านเศรษฐกิจของไทยในช่วงก่อน ปี พ.ศ. 2540 ซึ่งในช่วงนั้นประเทศไทย ได้มีเศรษฐกิจที่เจริญรุ่งเรืองจนเกือบได้เป็นเสือตัวที่ 5 ของเอเชีย หรือได้เป็นนิกรหรือประเทศ อุตสาหกรรมใหม่ ซึ่งในขณะนั้นเรายังไม่ทราบฐานะเศรษฐกิจที่แท้จริงของตัวเองที่เรียกว่าเศรษฐกิจฟองสบู่ แต่ว่พอหลังปี พ.ศ. 2540 ภาวะเศรษฐกิจของไทยก็เสื่อมถอยลงเรียกว่าฟองสบู่แตก จนถึงปัจจุบัน ทำให้ ทางรัฐบาลต้องกู้เงินจาก I.M.F และกู้เงินจากกองทุนมียาชาวา ทำให้ธุรกิจทั้งใหญ่และเล็กหยุดกิจการลง และก่อให้เกิดการว่างงานจำนวนมาก จนมาในรัฐบาลยุคปัจจุบันมีการกระตุ้นเศรษฐกิจของไทย โดยให้เงิน ช่วยเหลือไปในแต่ละหมู่บ้าน เพื่อให้แต่ละหมู่บ้านทำผลิตภัณฑ์ตามภูมิปัญญาท้องถิ่น หรือที่เรียกว่าหนึ่ง หมู่บ้านหนึ่งผลิตภัณฑ์ ฉะนั้นในการดำเนินธุรกิจ การค้าขาย หรือกิจการต่างๆ จะต้องพิจารณาถึงค่าใช้จ่าย ที่น้อยที่สุด กำไรสูงสุด ฯลฯ แล้วถามว่าถ้านักเรียนเป็นเจ้าของกิจการ นักเรียนจะมีวิธีในการดำเนินกิจการ อย่งไรบ้าง พิจารณาอะไรบ้าง

ในฐานะที่นักเรียนเป็นคนไทยคนหนึ่งนักเรียนจะมีส่วนช่วยเหลือประเทศชาติได้ด้วย วิธีการใดบ้าง

ชั้นสอน (20 นาที)

ครูทบทวนเรื่องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของฟังก์ชัน
 ครูยกตัวอย่างการหาค่าต่ำสุดสัมบูรณ์หรือค่าสูงสุดสัมบูรณ์

ชั้นปฏิบัติ (50 นาที)

กิจกรรมกลุ่ม (กลุ่มละ 4 คน) ครูให้นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็นและให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาในใบงานที่ 24 และเสนอแนวคิดเพิ่มเติม โดยตอบตามสภาพความเป็นจริงเท่าที่นักเรียนจะทำได้แล้วส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนที่เหลือช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบผลสรุปของแต่ละกลุ่มว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร และซักถามทำความเข้าใจในประเด็นที่มีความเห็นไม่ตรงกัน โดยครูเป็นผู้ควบคุมสถานการณ์และเสริมความรู้ ขยายความหรือสรุปประเด็นสำคัญที่เป็นความคิดรวบยอดของสาระที่นำเสนอ นั้น หลังจากนั้นครูเฉลยแบบฝึกหัดในใบงานที่ 24 บนแผ่นโปร่งใส เพื่อแก้ไขในส่วนที่บกพร่องของแต่ละกลุ่ม ซึ่งในกิจกรรมกลุ่มใช้เวลาประมาณ 30 นาที

กิจกรรมรายคู่ ครูสมมติให้นักเรียนเป็นพ่อค้าขายเสื้อยืด ทำการขายเสื้อให้ได้เงินมากที่สุดเขาควรตั้งราคาขายตัวละเท่าไร (แบบฝึกหัดในใบงานที่ 24 ข้อ 6) หลังจากนั้นครูคัดเลือกนักเรียนบางคู่มานำเสนอคำตอบที่ได้ต่อชั้นเรียน ขณะที่นักเรียนคู่อื่นๆ ช่วยกัน ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงกับของตนหรือไม่ ถ้าไม่ตรงให้ตรวจสอบหาข้อบกพร่องและซักถามทำความเข้าใจเพื่อให้ได้คำตอบที่ตรงกัน

กิจกรรมรายบุคคล ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.7 ข้อ 7-13 ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์

ค 015 ของ สสวท. ในสมุดแบบฝึกหัด

ชั้นสรุป (10 นาที)

ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีในการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

นักเรียนสามารถนำเรื่องการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันไปใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านธุรกิจ

กิจการการค้า การลงทุน

ครูสรุปเรื่องค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน กับการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ครูแจกแบบจดบันทึกประจำวันให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในวันนี้

ชั้นประเมินผล (5 นาที)

สังเกตจากการตอบคำถาม การซักถาม ความสนใจเรียน

สังเกตจากการร่วมกิจกรรมกลุ่ม กิจกรรมรายคู่

ตรวจสอบจากแบบฝึกหัดในใบงานที่เป็นกิจกรรมกลุ่ม รายคู่ รายบุคคล

ตรวจสอบจากแบบจดบันทึกประจำวัน

5. ผลงานของนักเรียน

ใบงานที่ 20 ,21 , 22 , 23 และ 24

สมุดจดบันทึกและสมุดแบบฝึกหัด

กิจกรรมกลุ่มและการนำเสนอผลงานกลุ่มหน้าชั้นเรียน

กล่องที่ได้จากการพิเคราะห์คาของนักเรียน

6. สื่อการสอน

แบบเรียน ค 015 ของ สสวท

เอกสารประกอบการเรียน ค 015

ใบงานที่ 20 , 21 , 22 , 23 และ 24

แบบจัดบันทึกประจำวัน

น้ำอัดลมกระป๋อง

กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 10 นิ้ว ยาว 15 นิ้ว

กระดาษแข็งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 24 นิ้ว ยาว 36 นิ้ว

รูปภาพที่เกี่ยวข้องทางด้านเศรษฐกิจของไทยในวารสารต่างๆ

7. การวัดและการประเมินผล

7.4 ผู้ประเมิน (Audience)

- ครูผู้สอนคณิตศาสตร์
- เพื่อนนักเรียนต่างกลุ่ม

7.5 สิ่งที่ต้องประเมิน

- ผลงานนักเรียนการพับกล่อง
- การทำงานกลุ่ม
- การนำเสนอผลงาน

7.6 ประเด็นการประเมิน

1. ผลงานนักเรียนการพับกล่อง
2. การทำงานกลุ่ม
 - ความรับผิดชอบ
 - ความร่วมมือ
 - ระเบียบวินัย
3. การนำเสนอผลงาน
 - ความเป็นไปได้และสมเหตุผลของการดำเนินงาน
 - การติดตามงาน

7.4 องค์ประกอบของการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนน (Rubrics)

การประเมินงานรายคู่ และรายบุคคล (ชั้นงาน)

ระดับคะแนน	เกณฑ์
4	1. มีองค์ประกอบและรายละเอียดต่างๆ ตามเงื่อนไข ถูกต้องชัดเจน 2. คิดคำนวณถูกต้อง 3. อธิบายเหตุผลในการคิดคำนวณได้ถูกต้องตามหลักวิชา
3	1. มีองค์ประกอบและรายละเอียดต่างๆ ตามเงื่อนไข ถูกต้องชัดเจน 2. คิดคำนวณผิดพลาด 3. อธิบายเหตุผลในการคิดคำนวณได้ถูกต้องตามหลักวิชา
2	1. มีองค์ประกอบและรายละเอียดต่างๆ ตามเงื่อนไข ถูกต้องชัดเจน 2. คิดคำนวณผิดพลาด 3. อธิบายเหตุผลในการคิดคำนวณไม่ถูกต้องตามหลักวิชา
1	1. มีองค์ประกอบและรายละเอียดต่างๆ ไม่เป็นไปตามเงื่อนไข 2. คิดคำนวณผิดพลาด 3. อธิบายเหตุผลในการคิดคำนวณไม่ถูกต้องตามหลักวิชา
0	ไม่ส่ง/ไม่ทำ

การนำเสนอผลงาน

- ระดับ 4 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้อย่างสมเหตุสมผล คิดคำนวณได้ถูกต้องชัดเจน พร้อมระบุเหตุผลภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด
- ระดับ 3 ขั้นตอนการดำเนินงานมีความเป็นไปได้อย่างสมเหตุสมผล แต่คิดคำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 2 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล แต่คิดคำนวณได้ถูกต้อง
- ระดับ 1 ขั้นตอนการดำเนินงานไม่สมเหตุสมผล และการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง
- ระดับ 0 ไม่มีการดำเนินงาน

การทำงานกลุ่ม

ประเด็นการประเมิน	องค์ประกอบ	น้ำหนักคะแนน
ความรับผิดชอบ	การปฏิบัติงานต่างๆ ได้ครบ เสร็จตามระยะเวลาที่ได้ตกลงไว้	2
ความร่วมมือ	การร่วมกิจกรรมแสดงความคิดเห็นและร่วมปฏิบัติงานจนสำเร็จด้วยดี	2
ระเบียบวินัย	การปฏิบัติตนให้อยู่ในข้อตกลงที่กำหนดไว้ร่วมกันในกลุ่ม	1

8. กิจกรรมเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

9. สรุปผลการเรียนรู้

.....

.....

.....

10. ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

11. แนวทางในการแก้ไขและพัฒนา

.....

.....

.....

12. ข้อคิดเห็นอื่นๆ

.....

.....

.....

หมายเหตุ : 10 – 12 ครูผู้สอนลงบันทึกหลังจากจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเสร็จเรียบร้อยแล้ว

น้ำหนักคะแนน ความรับผิดชอบ : ความร่วมมือ : ระเบียบวินัย

2 : 2 : 1

ระดับคะแนน

คะแนน	40 – 48	หมายถึง	ดีมาก
คะแนน	30 – 39	หมายถึง	ดี
คะแนน	20 – 29	หมายถึง	ปานกลาง
คะแนน	9 – 19	หมายถึง	พอใช้
คะแนน	0 – 8	หมายถึง	ปรับปรุง

ลงชื่อ ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง

..... / /

ใบงานที่ 21

ชื่อ..... เลขที่..... ชั้น ม. 6 /

1. จงหาค่าวิกฤตและค่าสูงสุดหรือต่ำสุดสัมพัทธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ (ข้อคู่ทำเป็นกรบ้าน)

1) $f(x) = x^3 + 7x^2 - 5x$

2) $f(x) = x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x$

3) $f(x) = x^3 + 4x^2 + 2x - 5$

4) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$

5) $y = x^3$

6) $y = x^3 - 3x + 4$

$$7) f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

$$8) f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 2$$

$$9) y = 3x^3 - 5x^2 + 3$$

$$10) y = x^3 - 2x^2 + x - 1$$

$$11) y = x^3 - 3x + 4$$

$$12) y = \frac{x^4}{2} - x^2 + 1$$

$$13) f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$$

$$14) y = 2x^2 - x^4$$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

คำวิกฤต และจุดวิกฤต คือ.....

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมพัทธ์คือ

จุดสูงสุดและจุดต่ำสุดสัมพัทธ์คือ

เรื่องที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้

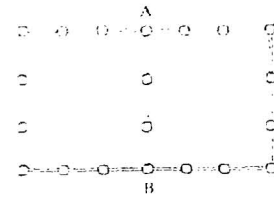
สิ่งที่ผมอยากถามครูในวันนี้

ผมได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ผมคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

4. ชาวคนหนึ่งต้องการล้อมรั้วสนามรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แล้วทำรั้วแบ่งครึ่งด้วย (ด้าน AB ในรูป)
 รั้วด้านนอกมีค่าใช้จ่าย 2 ดอลลาร์ต่อฟุต รั้วตรงกลางมีค่าใช้จ่าย 3 ดอลลาร์ต่อฟุต ถ้าชาวนามี
 งบประมาณค่าใช้จ่าย 840 ดอลลาร์แล้ว จงหาขนาดของสนามที่มีพื้นที่มากที่สุด



5. ในการประมาณการปลูกมันสำปะหลัง พบว่าถ้าขุดมันสำปะหลังขณะนี้จะได้มันสำปะหลัง 100 กิโลกรัม
 และขายได้กิโลกรัมละ 1.50 บาท ถ้ายังไม่ขุดและรอต่อไป จะได้มันสำปะหลังเพิ่มขึ้นสัปดาห์ละ 10
 กิโลกรัม แต่ราคาขายจะลดลงไปสัปดาห์ละ 0.05 บาทต่อกิโลกรัม ดังนั้นควรขายมันสำปะหลังเมื่อใดจึงจะ
 มีรายได้จากการขายมากที่สุด (การบ้าน)

6. ชาวนาคนหนึ่งต้องการกันคอกเลี้ยงสัตว์รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเข้ากับผาด้านหนึ่งของโรงนา ถ้าเขามีลวดตาข่ายยาว 80 ฟุต คอกเลี้ยงสัตว์ที่เขาทำจะมีเนื้อที่มากที่สุดเท่ากับเท่าใด

[illegible]

7. ศูนย์กีฬาแห่งหนึ่งจะสร้างในรูปแบบของบริเวณสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยมีบริเวณรูปครึ่งวงกลมต่อกับด้านตรงข้ามมุมหนึ่งของบริเวณสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป ถ้าขอบของศูนย์กีฬาเป็นลู่วิ่งยาว 1,256 เมตร แล้วจงหาขนาดของศูนย์กีฬาซึ่งทำให้บริเวณรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่มากที่สุด



8. นักกระโดดน้ำกระโดดจากแท่นซึ่งสูง 10 ฟุต เหนือน้ำด้วยความเร็วเริ่มต้น 12 ฟุตต่อวินาที จงหาว่า
- นักกระโดดน้ำกระโดดได้สูงสุดเท่าไร
 - เมื่อใดนักกระโดดน้ำจึงลงถึงพื้นน้ำ
 - นักกระโดดน้ำตกถึงพื้นน้ำด้วยความเร็วเท่าใด

9. นักอนุรักษ์สิ่งแวดล้อม ได้ทำการทดสอบระดับไดออกไซด์ (สารประกอบของเหล็กกับออกซิเจนที่มีสองปริมาณ) ของน้ำประปาในเมืองหลวง พบว่า ระดับของ D เปลี่ยนแปลง ใน 30 ชั่วโมง ตามความสัมพันธ์
- $$D = -t^3 + 32t^2 - 80t + 600 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 30 \quad \text{เมื่อ } D \text{ แทนในส่วนต่อล้าน และ } t \text{ แทนในหน่วยชั่วโมง}$$
- จงหา (การบ้าน)

- ระดับไดออกไซด์ที่ต่ำที่สุด ในช่วงเวลาใด (ในช่วง 30 ชั่วโมง)
- ระดับไดออกไซด์ที่สูงที่สุด ในช่วงเวลาใด (ในช่วง 30 ชั่วโมง)
- ระดับไดออกไซด์ที่ต่ำที่สุดมีค่าเท่าใด
- ระดับไดออกไซด์ที่สูงที่สุดมีค่าเท่าใด

ใบงานที่ 23

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. กำหนดให้ $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 1$ แล้วพิจารณาจุดที่จุด $x = 2$ จะทำให้ f มีค่าเท่าใด

2. จงพิจารณาค่าสูงสุดสัมบูรณ์หรือต่ำสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชันในช่วงที่กำหนด

1) $2y = 6x^2 - 3x$; $[-1, 1]$

2) $y = x^4 - 4x^3 - 8x^2$; $[-2, 3]$

3) $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$; $[0, 5]$

4) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$; $[0, 4]$

$$5) \quad y = (x-1)^5 ; \quad [0,4]$$

$$6) \quad y = 4x^2 - 7x + 3 ; \quad [-2,3]$$

$$7) \quad y = 4x^3 - 8x^2 + 1 ; \quad [-1,1]$$

$$8) \quad y = x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x + 3 ; \quad [0,4]$$

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดสัมบูรณ์คือ

จุดสูงสุดและจุดต่ำสุดสัมบูรณ์คือ

เรื่องที่ฉันได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ฉันได้เรียนรู้ในวันนี้

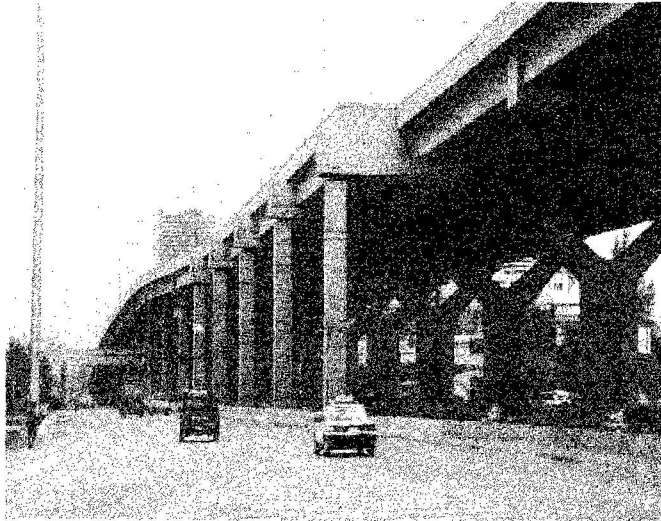
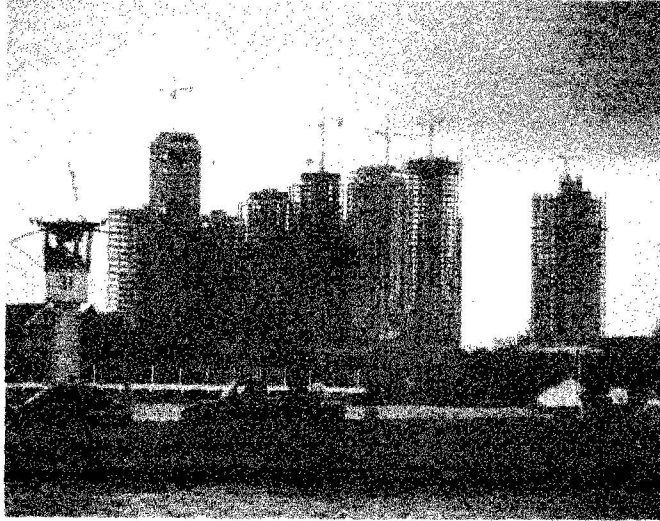
สิ่งที่ฉันอยากถามครูในวันนี้

ฉันได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ฉันคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

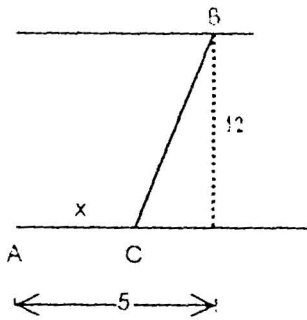
ภาพที่เกี่ยวข้องทางด้านเศรษฐกิจ



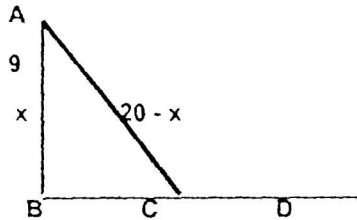
ใบงานที่ 24

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

1. บริษัทโทรศัพท์ต้องการวางสายโทรศัพท์จากจุด A ซึ่งอยู่บนฝั่งแม่น้ำหนึ่งไปยังจุด B ซึ่งอยู่อีกฝั่งหนึ่งของแม่น้ำ โดยที่ B อยู่ตรงข้ามกับจุดซึ่งอยู่ห่างจาก A 5 ไมล์ ดังรูป และแม่น้ำนี้กว้าง 12 ไมล์ ถ้าบริษัทตัดสินใจวางสายจาก B บนดินตามฝั่งแม่น้ำไปยังจุด C แล้ววางสายใต้น้ำจาก C ไปยัง A โดยค่าใช้จ่ายบนดินเท่ากับ 1,000 ดอลลาร์ต่อไมล์ และค่าใช้จ่ายใต้น้ำเป็น 2 เท่าของค่าใช้จ่ายบนดิน จงหาตำแหน่งของ C ที่จะทำให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด



2. ชายคนหนึ่งล่องเรืออยู่ในทะเลที่จุด A ห่างจากหาดทรายที่จุด B ซึ่งเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด 9 ไมล์ เขาต้องการจะไปจุด D ซึ่งอยู่ที่หาดทรายห่างจากจุด B 20 ไมล์ การเดินทางของเขา สามารถพายเรือไปที่จุด C ที่อยู่ฝั่งตรงข้ามกับ A แล้ววิ่งไปที่จุด D หรือพายเรือไปที่จุด D เลย หรือพายเรือไปที่จุด C ซึ่งอยู่ระหว่างจุด B และ D แล้ววิ่งไปที่ D ถ้าเขาสามารถพายเรือได้ 4 ไมล์ต่อชั่วโมง และวิ่งได้ 5 ไมล์ต่อชั่วโมง เขามควรจะพายเรือไปยังฝั่งที่จุดใดจึงจะใช้เวลาในการเดินทางน้อยที่สุด (การบ้าน)



3. บริษัทโฆษณาจะได้อะไรได้ทุกๆ 5 ดอลลาร์ จากการขายหนังสือตำราอาหารเล่มใหม่ล่าสุดในร้านขายหนังสือ ต้นทุนการผลิต x แทนหน่วยเป็นพันเล่ม แสดงได้โดย $C = 2x^3 - 35.5x^2 - 118x + 500$

สมมติว่าบริษัทสามารถขายหนังสือตำราอาหารที่ผลิตได้ทั้งหมด จงพิจารณาว่าควรจะมีผลผลิตจำนวนเท่าใดจึงจะได้กำไรมากที่สุด

4. ปกติพ่อค้าเลี้ยงยึดผู้หนึ่ง ถ้าเขาขายเสียยึดไปในราคาตัวละ 25 บาท เขาจะขายได้วันละ 500 ตัว แต่ ถ้าเขาขายเสียยึดไปในราคาตัวละ 24 บาท เขาจะขายได้วันละ 600 ตัว และ ถ้าเขาขายเสียยึดไปในราคาตัวละ 23 บาท เขาจะขายได้วันละ 700 ตัว เป็นอัตราเช่นนี้เสมอไป จงหาว่าวันที่เขาขายเสียได้เงินมากที่สุด เขาตั้งราคาขายตัวละเท่าไร

7. บริษัทผู้ผลิตและจำหน่ายโต๊ะแห่งหนึ่ง ขายโต๊ะที่ผลิตได้ในราคาตัวละ 200 บาท ถ้าสัปดาห์หนึ่งผลิตได้ x ตัว และต้นทุนในการผลิต $C = x^2 + 40x + 3,000$ จงหาว่าในแต่ละสัปดาห์ บริษัทจะต้องผลิตโต๊ะจำนวนเท่าไรจึงจะได้กำไรสูงสุด และจงหาว่ากำไรสูงสุดประจำสัปดาห์เป็นเท่าไร (การบ้าน)

8. โรงงานผลิตและจำหน่ายร่มในราคาคันละ 75 บาท ถ้าวันหนึ่งผลิตได้ x คัน ต้นทุนในการผลิต $C = x^2 + 25x + 100$ จงหาว่าโรงงานต้องผลิตร่มให้ได้วันละเท่าไร จึงจะได้กำไรสูงสุด และจงหาว่ากำไรสูงสุดประจำวันเป็นเท่าไร (การบ้าน)

9. ป้ายขายน้ำมันมีค่าใช้จ่ายประจำเดือนๆ ละ 2,500 ดอลลาร์ และค่าใช้จ่ายอีกส่วนหนึ่งเท่ากับ $0.90x$ เมื่อ x เป็นจำนวนแกลลอนของน้ำมันที่ขายใน 1 เดือน ถ้าขายน้ำมันแกลลอนละ $1.50 - 0.00002x$ และป้ายจะรับน้ำมันได้ไม่เกิน 20,000 แกลลอนต่อเดือน จงหากำไร สูงสุดของป้ายต่อเดือน (การบ้าน)

10. เรือยนต์ซึ่งแล่นอยู่ระหว่างท่าเรือสองท่าที่อยู่ห่างกันเป็นระยะทาง a กิโลเมตร มีค่าใช้จ่ายอยู่สองอย่าง คือ ค่าน้ำมันที่ใช้ต่อชั่วโมงและค่าใช้จ่ายคงที่ (เช่นค่าเช่าเรือ ค่าจ้างคนขับ) เป็นเงิน 60 บาท ต่อชั่วโมง ถ้าค่าน้ำมันที่ใช้ต่อชั่วโมง นั้นเป็นสัดส่วนกับกำลังสองของความเร็วของเรือและถ้าเรือแล่นด้วยความเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะสิ้นค่าน้ำมัน 100 บาทต่อชั่วโมง จงคำนวณหาอัตราเร็วของเรือเพื่อจะได้สิ้นค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

11. การเดินรถประจำทางภายในกรุงเทพฯ มีสัญญาว่า บริษัทที่รับสัมปทานจะต้องมีรถอยู่ในสภาพดี 120 คัน และใช้เดินรถประจำวันอย่างน้อย 100 คัน ค่าใช้จ่ายในการเดินรถต่อคันวันละ 3,200 บาท จากการสำรวจพบว่า ถ้าเดินรถวันละ 100 คัน รถแต่ละคันจะมีผู้โดยสารวันละ 496 คน แต่ถ้าเพิ่มจำนวนจาก 100 คัน พบว่าจำนวนผู้โดยสารต่อวันจะลดลงคันละ 3 คนต่อแต่ละคันที่เพิ่ม ถ้าค่าโดยสารคนละ 25 บาท จงหาว่าบริษัทรถยนต์ที่ได้รับสัมปทานจะต้องเดินรถวันละกี่คัน จึงจะได้กำไรมากที่สุด (การบ้าน)

12. เมื่อเวลา 9.00 น. เรือ B อยู่ห่างจากเรือ A ไปทางทิศตะวันออก 65 ไมล์ เรือ B แล่นไปทางทิศตะวันตกด้วยความเร็ว 10 ไมล์ต่อชั่วโมง และเรือ A แล่นไปทางทิศใต้ด้วยความเร็ว 15 ไมล์ต่อชั่วโมง ถ้าให้เรือทั้งสองลำแล่นไปในทิศทางและอัตราเร็วเช่นนี้ต่อไป เมื่อไรเรือทั้งสองลำจึงจะอยู่ใกล้กันที่สุด และอยู่ใกล้กันเท่าใด

13. ในการทดสอบประสิทธิภาพของน้ำมันเชื้อเพลิงกับรถยนต์รุ่นใหม่ที่มีความเร็วต่างๆ การทดลองได้แสดงถึงประสิทธิภาพของน้ำมันเชื้อเพลิง เป็น F เทียบกับความเร็ว S ดังสมการ $F = \frac{S - 25}{S^2} + 40$ จงพิจารณาว่าที่ความเร็วเท่าไรจึงทำให้น้ำมันเชื้อเพลิงมีประสิทธิภาพสูงที่สุด

14. รถบรรทุกคันหนึ่งสามารถขับได้เร็วสูงสุดชั่วโมงละ 90 กิโลเมตร ถ้าหากขับด้วยอัตราเร็ว x กิโลเมตรต่อชั่วโมง จะต้องใช้น้ำมันเชื้อเพลิงในอัตรา $\frac{1}{200} \left(\frac{3,600}{x} + x \right)$ ลิตรต่อกิโลเมตร ถ้าต้องการขับไปเป็นระยะทาง 200 กิโลเมตร และน้ำมันเชื้อเพลิงราคาลิตรละ 10 บาท อยากทราบว่าควรขับด้วยอัตราเร็วเท่าใด จึงประหยัดค่าใช้จ่ายที่สุด

- ก. 90 กิโลเมตร / ชั่วโมง ข. 80 กิโลเมตร / ชั่วโมง
ค. 70 กิโลเมตร / ชั่วโมง ง. 60 กิโลเมตร / ชั่วโมง

[illegible]

แบบจดบันทึกประจำวัน

ชื่อ เลขที่ ชั้น ม. 6 /

การประยุกต์ของอนุพันธ์

เรื่องที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้จะนำมาใช้ในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ

สิ่งที่ผมได้เรียนรู้ในวันนี้

สิ่งที่ผมอยากถามครูในวันนี้

ผมได้เรียนรู้เรื่องใหม่ที่สามารถเชื่อมโยงกับเรื่องเดิม

ผมคิดว่าครูควรอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับ

..... / /

ภาคผนวก ช

ตัวอย่างผลงานนักเรียน

ตัวอย่างผลงานของนักเรียน

จากการนำเสนอหน้าชั้นเรียน หลังจากที่คุณถามนักเรียนว่าใครไม่ได้รับประทานอาหารเช้า ซึ่งคำตอบที่ได้รับแตกต่างกันไป แต่สาเหตุส่วนหนึ่งมาจากนักเรียนต้องการลดน้ำหนัก โดยครูให้นักเรียนแสดงเหตุผลและผลกระทบที่เกิดขึ้นกับตัวนักเรียนในการงดรับประทานอาหารเช้า

[illegible]

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายสมบัติ แสงทองคำสุก
วันเดือนปีเกิด	20 เมษายน 2513
สถานที่เกิด	เขตธนบุรี จังหวัดกรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	141/8 ถนนวุฒากาศ แขวงตลาดพลู เขตธนบุรี กรุงเทพฯ 10600
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์ 1 ระดับ 4 โรงเรียนศึกษานารีวิทยา
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนศึกษานารีวิทยา เขตบางบอน กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2528	จบการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียน วัดนวลนรดิศ กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2531	จบการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียน วัดราชโอรส กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2535	จบการศึกษา คบ. วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากสถาบันราชภัฏ บ้านสมเด็จเจ้าพระยา กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2545	จบการศึกษา กศ.ม. วิชาเอกการมัธยมศึกษา (การสอน คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ