

การกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำวดยิ่งสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง

ปริญญานิพนธ์

ของ

รพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

กุมภาพันธ์ 2552

การกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำวดยิ่งสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง

ปริญญานิพนธ์

ของ

รพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

กุมภาพันธ์ 2552

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง

บทคัดย่อ

ของ

รพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

กุมภาพันธ์ 2552

รพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ. (2552). การกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงาน.

ปริญญาานิพนธ์ วท.ม. (ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

คณะกรรมการควบคุม: รศ. ดร. พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ, ดร. สิริ สิรินิลกุล.

งานวิจัยนี้มีความมุ่งหมายเพื่อศึกษาผลกระทบของความไม่สมมาตรของพารามิเตอร์ช่องว่างพลังงานต่อการกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงานภายใต้การคู่ควบอย่างอ่อนตามทฤษฎีบีซีเอส ซึ่งสามารถคำนวณหาผลวิเคราะห์เชิงคำนวณของค่านอร์แมลไลต์ความร้อนจำเพาะได้โดยใช้แบบจำลองสองแถบพลังงานที่มีอันตรกิริยาคู่ควบของแต่ละแถบพลังงานซึ่งประกอบด้วยอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนและโฟตอน และอันตรกิริยาที่ไม่ใช่ระหว่างอิเล็กตรอนและโฟตอน งานวิจัยนี้ยังได้คำนวณหาความร้อนจำเพาะที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิและฟังก์ชันของความไม่สมมาตร โดยสามารถแสดงผลเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงานแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) เทอনারีไอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) และไนโอเบียมสแตนไนต์ (Nb_3Sn) ที่บริเวณใกล้อุณหภูมิวิกฤตได้ดี

SPECIFIC HEAT JUMP OF ANISOTROPIC TWO BAND SUPERCONDUCTORS

AN ABSTRACT

BY

RAPEEPONG PEAMSUWAN

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements

For the Master of Science Degree in Physics

At Srinakharinwirot University

February 2009

Rapeepong Peamsuwan. (2009). *Specific Heat Jump of Anisotropic Two Band Superconductors*. Master thesis, M.Sc. (Physics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Assoc. Prof. Dr. Pongkaew Udomsamuthirun, Dr. Siri Sisininlakul.

The purpose of this research is to study the effect of anisotropic order parameter on the specific heat jump of two band superconductors in BCS weak-coupling limit. Analytical results of the normalized specific heat jump $\frac{\Delta C}{C_N}$ are derived by using two band model with the pairing interaction in each band consisting of two parts: the electron-photon interaction and non-electron-photon interaction. We also calculate the specific heat as a function of temperature and as a function of anisotropy. Our results can describe the experimental data of two band superconductors such as MgB_2 , $\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$ and Nb_3Sn near critical temperature well.

ปริญญานิพนธ์

เรื่อง

การกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง

ของ

รพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 25.....

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริ)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นิรมล ปิตะนีละผด)

.....กรรมการ

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สิริ สิรินิลกุล)

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริ)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สิริ สิรินิลกุล)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ นพปฎล สุทธิศิริ)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความรู้ความกรุณาจาก รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริบุญ ที่ได้ให้ความรู้ คำแนะนำ และได้ตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนทำให้งานลุล่วงได้ด้วยดี ตลอดระยะเวลาที่ทำวิจัย ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ นิรมล ปิตะนีละผลิน อาจารย์ ดร.สิริ สิรินิลกุล และ รองศาสตราจารย์ นพปฎล สุทธิศิริ ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นคณะกรรมการการสอบปากเปล่าปริญญานิพนธ์ รวมทั้งให้คำแนะนำและแก้ไขเพิ่มเติม ทำให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ ตลอดระยะเวลาการศึกษา จนผู้วิจัยสามารถนำความรู้มาใช้ในการทำปริญญานิพนธ์จนสำเร็จ

ขอขอบคุณ นายวัชรินทร์ บุญเอียด นายสุรเชษฐ์ รัตนสุพร นายฐิติพงศ์ เครือหงส์ และนิสิตปริญญาโท สาขาวิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒทุกท่าน รวมทั้งเจ้าหน้าที่ในภาควิชาฟิสิกส์ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือแก่ผู้วิจัยตลอดมา

ท้ายที่สุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา และญาติๆเป็นอย่างสูงที่ได้ให้การสนับสนุน เป็นกำลังใจ และให้ความสำคัญต่อการศึกษา จึงให้ผู้วิจัยได้เข้าศึกษาวิชาฟิสิกส์ต่อในระดับปริญญาโท

รพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ภูมิหลัง.....	1
การค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง.....	7
สมบัติของตัวนำไฟฟ้ายวดยิ่ง.....	11
สมบัติเชิงความร้อน.....	11
ประเภทของตัวนำยวดยิ่ง.....	12
ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1.....	13
ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2.....	14
ความมุ่งหมายของการวิจัย.....	15
ความสำคัญของการวิจัย.....	15
ขอบเขตของการวิจัย.....	15
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	16
ทฤษฎีบีซีเอส.....	16
ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส.....	18
ความจุความร้อนตามทฤษฎีบีซีเอส.....	28
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงาน.....	31
แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทาง.....	35
แบบจำลองตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงาน.....	43
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	50
สมการช่องว่างพลังงานแบบสองแถบพลังงาน.....	51
ความจุความร้อนที่ช่วงกระโดดเมื่อมีแบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตร.....	65
4 ผลการวิจัย.....	71

สารบัญ(ต่อ)

บทที่	หน้า
5 สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ.....	88
สรุปผลการวิจัย.....	88
อภิปรายผลการวิจัย.....	88
ข้อเสนอแนะ.....	90
บรรณานุกรม.....	91
ภาคผนวก.....	94
ประวัติย่อผู้วิจัย.....	102

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงาน.....	33
---	----

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ

หน้า

1	แสดงการขึ้นกับอุณหภูมิของสภาพต้านทานไฟฟ้าของโลหะที่อุณหภูมิต่ำ.....	1
2	แสดงกราฟระหว่างความต้านทานไฟฟ้าของปรอทกับอุณหภูมิ.....	2
3	แสดงกราฟระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ.....	3
4	(ก) แสดงตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (ข) แสดงตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก.....	4
5	(ก) แสดงฟลักซ์แม่เหล็กขณะตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสถานะปกติ (ข) แสดงฟลักซ์แม่เหล็กขณะตัวนำยวดยิ่งอยู่ในสถานะนำยวดยิ่งแล้วนำ สนามแม่เหล็กภายนอกออกจะมีฟลักซ์แม่เหล็กถูกกักอยู่.....	5
6	กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะกับอุณหภูมิของดีบุกในสถานะ ปกติและในสถานะนำยวดยิ่ง.....	6
7	แสดงโครงสร้างของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงกลุ่ม Y-Ba-CuO ที่มีระนาบ CuO ชั้น เป็นชั้นๆ.....	8
8	แสดงโครงสร้างของสารประกอบประเภทเซรามิกออกไซด์ที่เป็นตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง...	9
9	แสดงลำดับการค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิต่างๆ.....	10
10	แสดงความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่ง (C_S) และโลหะปกติ (C_N) เป็นฟังก์ชันอุณหภูมิ.....	12
11	แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1.....	13
12	แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2.....	14
13	แสดงอันตรกิริยาของคู่อิเล็กตรอนที่ทำให้เกิดคู่อุปเปอร์.....	16
14	แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน.....	17
15	แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงกระแสไฟฟ้าต่อศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลง.....	31
16	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของแมกนีเซียมไดโบไรด์กับอุณหภูมิ.....	32
17	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของไนโอเบียมสแตนไดต์กับอุณหภูมิ.....	33
18	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของเทอนารีโอโรนซิลิไซด์กับอุณหภูมิ.....	34
19	แสดงช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับ ทิศทาง ตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมาททิ ที่เขียนในปริภูมิโมเมนตัม.....	35

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

- 20 แสดงช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทาง ตามแบบจำลองของ พอสชาสเฮนนี่โควา แคม และมากิที่เขียนในปริภูมิโมเมนตัม..... 36
- 21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.1$, $\mu_1 = 0.5$, $\mu_2 = 0.1$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 38 K$, $\omega_D = 750 K$, $\omega_c = 800 K$ และ $\alpha = 0.33$ 73
- 22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\alpha)$ 74
- 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำวดยิ่งสองแถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์ และมากิ..... 75
- 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.2$, $\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.2$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 6.1 K$, $\omega_D = 450 K$, $\omega_c = 750 K$ และ $\alpha = 0.25$ 76
- 25 ภาพประกอบ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\alpha)$ 77
- 26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำวดยิ่งสองแถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำวดยิ่งเทอนารีไอรอนซิลิไซด์ ($Lu_2Fe_3Si_5$) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากิ..... 78

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

- 27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ พอสชาสเฮนนี่โควา แคม และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.1$, $\mu_1 = 0.5$, $\mu_2 = 0.1$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 38 K$, $\omega_D = 750 K$, $\omega_c = 800 K$ และ $\alpha = 0.33$ 80
- 28 ภาพประกอบ 28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2(\alpha)}{\Delta_1}$ 81
- 29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ พอสชาสเฮนนี่โควา แคม และมากิ..... 82
- 30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ พอสชาสเฮนนี่โควา แคม และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.2$, $\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.2$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 6.1 K$, $\omega_D = 450 K$, $\omega_c = 750 K$ และ $\alpha = 0.25$ 83
- 31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2(\alpha)}{\Delta_1}$ 84
- 32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำยวดยิ่งเทอนารีไอรอนซิลิไซด์ ($Lu_2Fe_3Si_5$) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ พอสชาสเฮนนี่โควา แคม และมากิ..... 85
- 33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2(\alpha)}{\Delta_1}$ โดยกำหนดค่าคงตัวของ การคู่ควบ $\lambda_2 = 0.46$, $\mu_1 = 0.46$, $\mu_2 = 0.46$, $\mu_{12} = 0.28$, $\lambda_{12} = 0.28$, $T_c = 17.8 K$, $\omega_D = 230 K$, $\omega_c = 400 K$ และ $\alpha = 0.16$ 86

บัญชีภาพประกอบ(ต่อ)

ภาพประกอบ

หน้า

34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยวดยิ่งสองแถบ

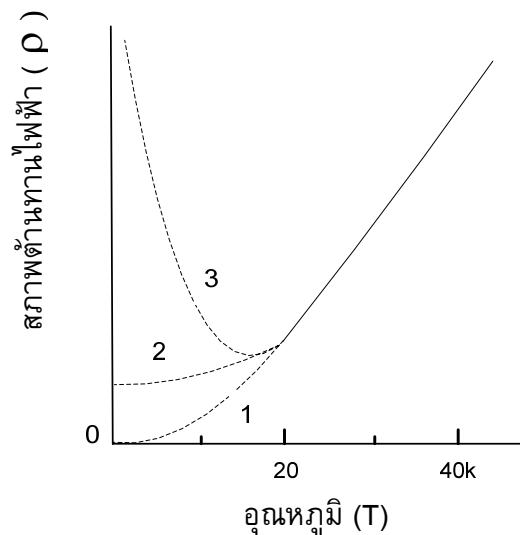
พลังงานเทียบกับตัวนำยวดยิ่งไนโอเบียมสแตนไดน์ (Nb_3Sn)..... 87

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

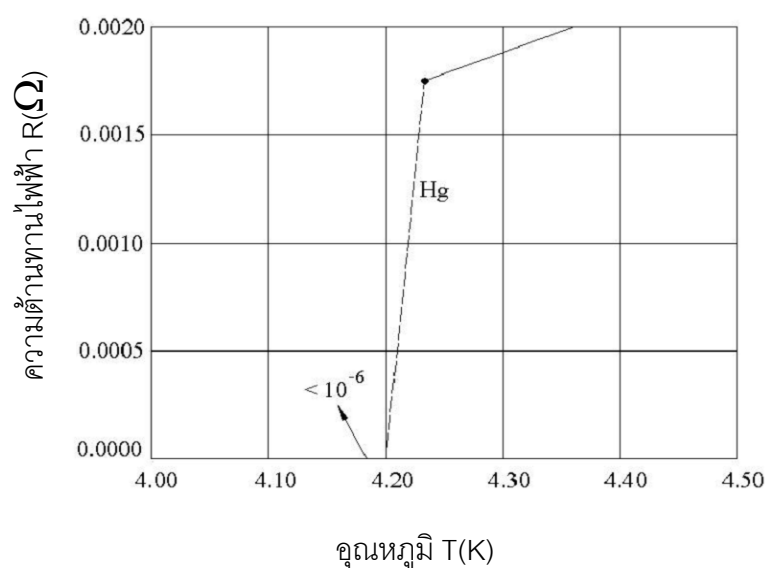
ในปี ค.ศ. 1908 นักฟิสิกส์ชาวเนเธอร์แลนด์ชื่อ คาร์เมอริงห์ ฮอนเนส (Sacchetti. 2000: 2618; citing Onnes. 1911) สามารถผลิตฮีเลียมเหลวปริมาตร 60 ลูกบาศก์เซนติเมตร ได้สำเร็จเป็นครั้งแรก ฮอนเนส ใช้ฮีเลียมเหลวที่ได้ในการศึกษาสภาพต้านทานไฟฟ้าของโลหะที่อุณหภูมิต่ำมาก โดยวัดความต้านทานไฟฟ้าของปรอทและทองคำบริสุทธิ์ที่อุณหภูมิต่ำ โดยใช้ฮีเลียมเหลวเป็นสารหล่อเย็น ทั้งนี้เพราะโลหะทั้งสองชนิดนี้ทำให้บริสุทธิ์ได้ง่ายกว่าโลหะชนิดอื่น เหตุผลสำคัญที่ทำให้ ฮอนเนสสนใจศึกษาสภาพต้านทานไฟฟ้าของโลหะ เนื่องจากว่าในเวลานั้นนักฟิสิกส์มีทฤษฎีที่ใช้อธิบายพฤติกรรมสภาพต้านทานไฟฟ้าของโลหะบริสุทธิ์ที่อุณหภูมิต่ำอยู่หลายทฤษฎี ดังภาพประกอบ 1 โดยแต่ละเส้นแสดงถึงทฤษฎีที่ต่างกัน เส้นที่ 1 คือ กรณีที่ ρ อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์สภาพต้านทานไฟฟ้าของทุกโลหะมีค่าเป็นศูนย์ เส้นที่ 2 คือ กรณีที่ ρ อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์สภาพต้านทานไฟฟ้ามีค่าน้อยแต่ไม่เป็นศูนย์ และค่านี้จะคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ และเส้นที่ 3 คือ กรณีที่ ρ อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์สภาพต้านทานไฟฟ้าของโลหะมีค่าอนันต์ โดยที่เมื่อโลหะมีอุณหภูมิหนึ่งโลหะจะมีความต้านทานไฟฟ้าน้อยที่สุด



ภาพประกอบ 1 แสดงการขึ้นกับอุณหภูมิของสภาพต้านทานไฟฟ้าของโลหะที่อุณหภูมิต่ำ

ที่มา: Werner Buckel. (1991). *Superconductivity Fundamentals and Applications*. p. 1.

ในปี ค.ศ. 1911 ฮอนเนส (Sacchetti. 2000: 2618; citing Onnes. 1911) ได้พบว่าความต้านทานไฟฟ้าของปรอทบริสุทธิ์ลดลงอย่างสม่ำเสมอเมื่ออุณหภูมิลดต่ำ แต่เมื่ออุณหภูมิลดถึง 4.2 เคลวิน ความต้านทานไฟฟ้าของปรอทได้ตกอย่างรวดเร็ว ดังภาพประกอบ 2 จนกระทั่งมีค่าน้อยกว่า 10^{-6} เท่าของความต้านทานไฟฟ้าที่อุณหภูมิห้อง อาจกล่าวได้ว่าความต้านทานไฟฟ้าของปรอทเป็นศูนย์ เขาจึงเรียกปรากฏการณ์ที่สารไร้ความต้านทานว่า “สภาพนำยิ่งยวด” (Superconductivity) และเรียกอุณหภูมิที่เริ่มเกิดปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดว่า “อุณหภูมิวิกฤต” (Critical temperature, T_c)



ภาพประกอบ 2 แสดงกราฟระหว่างความต้านทานไฟฟ้าของปรอทกับอุณหภูมิ

ที่มา: Werner Buckel. (1991). *Superconductivity Fundamentals and Applications*. p. 3.

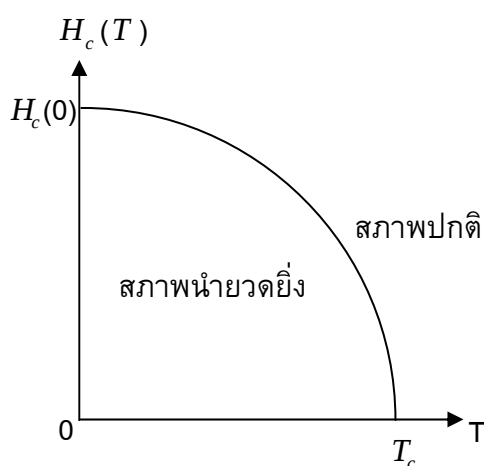
ในปี ค.ศ. 1913 ฮอนเนส (Sacchetti. 2000: 2619; citing Onnes. 1911) ได้ทดลองและพบว่าตามปกติเวลามีกระแสไฟฟ้าไหลในสารตัวนำยิ่งยวด สารก็ยังคงอยู่ในสภาพนำยิ่งยวด แต่ถ้าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ามีค่าสูงกว่าค่าหนึ่งสารจะกลายสภาพเป็นตัวนำปกติทันที จึงเรียกความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าค่านี้ว่า “ความหนาแน่นกระแสวิกฤต” (Critical current density, J_c) ซึ่งปริมาณนี้ขึ้นอยู่กัอุณหภูมิ (T) กล่าวคือ ความหนาแน่นกระแสวิกฤตมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิลดลง

ในปี ค.ศ. 1914 ฮอนเนส (Sacchetti. 2000: 2619; citing Onnes. 1911) ได้พบอีกว่าสนามแม่เหล็กสามารถทำลายสภาพนำยิ่งยวดได้เช่นเดียวกับความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าวิกฤต เรียกสนามแม่เหล็กนี้ว่า “สนามแม่เหล็กวิกฤต” (Critical magnetic field, H_c) นั่นคือถ้าสนามแม่เหล็กมี

ความเข้มมากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตแล้วสารตัวนำยิ่งยวดจะกลายเป็นตัวนำปกติ ผลที่ได้จากการทดลองสามารถเขียนเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิได้ดังภาพประกอบ 3 และเขียนสมการของสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ขึ้นกับอุณหภูมิได้ดังนี้

$$H_c(T) = H_c(0) \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right) \quad (1.1)$$

เมื่อ $H_c(0)$ และ $H_c(T)$ คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ และที่อุณหภูมิ T ใดๆ ตามลำดับ และ T_c คืออุณหภูมิวิกฤตของสารนั้น



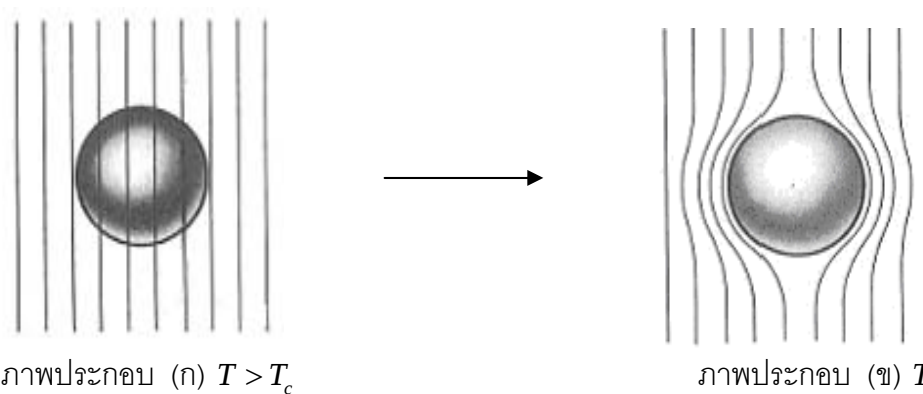
ภาพประกอบ 3 แสดงกราฟระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิ

ที่มา: V. Z. Kresin; & S. A. Wolf. (1990). *Fundamentals of Superconductivity*. p. 68.

ในปี ค.ศ. 1916 ซิลสบี (Sachchhetti. 2000: 2619; citing Silsbee. 1916) ได้ศึกษาสภาพนำยวดยิ่งในลวดตัวนำยวดยิ่งกับสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำและได้อธิบายว่า “กระแสวิกฤตเหนี่ยวนำคือปัจจัยที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ผิวของลวด” ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าปัจจัยที่ทำลายสภาพนำยวดยิ่งคือ อุณหภูมิ ความหนาแน่นกระแส และสนามแม่เหล็ก

ในปี ค.ศ. 1933 ไมสเนอร์และออกเซนเฟลด์ (Ketterson; & Song. 1998: 2; citing Meissner; & Ochsenfeld. 1933: 787) ได้พบสมบัติพื้นฐานที่สำคัญของตัวนำยวดยิ่งอีกประการหนึ่งคือเมื่อตัวนำยวดยิ่งถูกทำให้มีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต ตัวนำยวดยิ่งจะเกิดสภาพนำยวดยิ่ง จากนั้นหากใส่สนามแม่เหล็กภายนอกเข้าไป เส้นแรงแม่เหล็กดังกล่าวจะไม่สามารถพุ่งผ่านเข้าไปในเนื้อของตัวนำยวดยิ่งได้ ในทางกลับกันถ้าตัวนำยวดยิ่งมีอุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤตตัวนำยวดยิ่งนี้

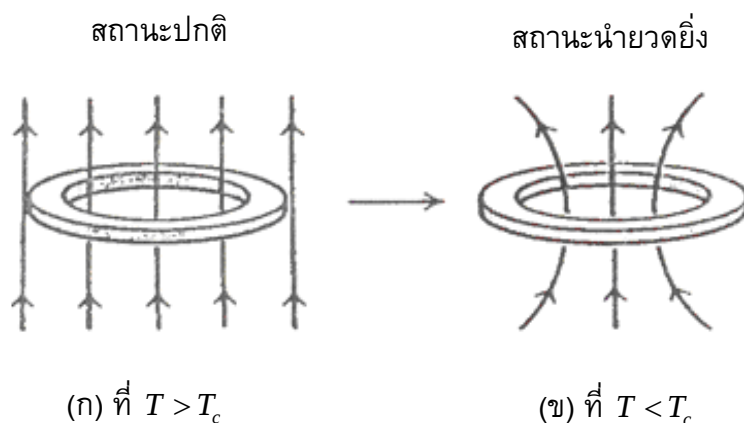
จะเปลี่ยนสภาพจากสภานำยวดยิ่งเป็นสภาพปกติ สนามแม่เหล็กที่ใส่เข้าไปจึงสามารถทะลุผ่านเข้าไปในเนื้อของตัวนำยวดยิ่งได้ เรียกปรากฏการณ์เช่นนี้ว่า ปรากฏการณ์ไมส์เนอร์ (Meissner effect) ดังภาพประกอบ 4



ภาพประกอบ 4 (ก) แสดงตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก (ข) แสดงตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก

ที่มา: Charles Kittel. (1997). *Introduction to Solid State Physics*. p. 344.

ในปี ค.ศ. 1955 เดเวอร์ แฟร์แบ็ง (Deaver; & Fairbank. 1961: 43) ได้ค้นพบฟลักซ์ควันไทเซชัน (Flux quantization) ในตัวนำยวดยิ่ง โดยได้นำตัวนำยวดยิ่งที่ทำเป็นรูวงแหวนแล้วใส่สนามแม่เหล็กเข้าไปในขณะที่ตัวนำยวดยิ่งมีอุณหภูมิมากกว่าอุณหภูมิวิกฤตสนามแม่เหล็กดังกล่าวจะพุ่งผ่านตัวนำยวดยิ่งได้ แต่เมื่อลดอุณหภูมิให้ต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต แล้วนำสนามแม่เหล็กที่ใส่เข้าไปออก จะพบว่าฟลักซ์แม่เหล็กจะถูกกักอยู่ภายในวงแหวนของตัวนำยวดยิ่งและมีค่าเท่ากับ $\frac{n\hbar c}{2e}$ โดยที่ n มีค่าเป็นจำนวนเต็มคือเท่ากับ 1, 2, 3, ... ตามลำดับ เมื่อ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ และ h เป็นค่าคงที่ของพลังค์ ดังภาพประกอบ 5

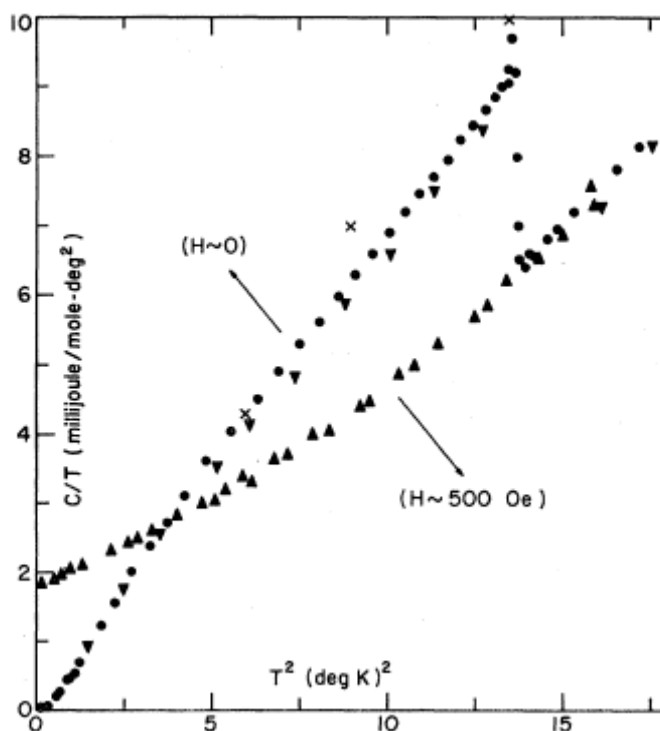


ภาพประกอบ 5 (ก) แสดงฟลักซ์แม่เหล็กขณะตัวนำวยดยิ่งอยู่ในสถานะปกติ
 (ข) แสดงฟลักซ์แม่เหล็กขณะตัวนำวยดยิ่งอยู่ในสถานะนำวยดยิ่งแล้วนำ
 สนามแม่เหล็กภายนอกออกจะมีฟลักซ์แม่เหล็กถูกกักอยู่

ที่มา: A. L. Fetter; & J. D. Walecka. (1995). *Quantum Theory of Many-Particle Systems*. p. 416.

จากภาพประกอบ 5(ข) ตัวนำวยดยิ่งที่เป็นรูวงแหวนและมีอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตนั้น คืออยู่ในสถานะนำวยดยิ่ง เมื่อถูกเหนี่ยวนำด้วยสนามแม่เหล็กพบว่าเกิดกระแสไฟฟ้าไหลวนรอบวงแหวน เมื่อหยุดการเหนี่ยวนำจากสนามแม่เหล็กภายนอกพบว่า กระแสไฟฟ้าที่ไหลวนรอบวงแหวนอยู่นั้น จะเหนี่ยวนำทำให้เกิดฟลักซ์แม่เหล็กลอดผ่านพื้นที่วงในของวงแหวน โดยมีฟลักซ์ควันตัม ($\Phi = \frac{hc}{e^*}$) มีค่าเท่ากับ $4 \times 10^{-7} \text{ gauss} - \text{cm}^2$ และฟลักซ์แม่เหล็กที่วัดได้ ($\Phi_0 = \frac{hc}{2e}$) มีค่าเท่ากับ $4.0679 \times 10^{-7} \text{ gauss} - \text{cm}^2$ โดยค่านี้แสดงให้เห็นว่า $e^* = 2e$ เมื่อ e^* ประกอบด้วยอิเล็กตรอนสองตัวทำให้เป็นการยืนยันว่ากลไกของการเกิดสภาพนำวยดยิ่งมาจากคู่คูเปอร์ตามทฤษฎีบีซีเอส (BCS Theory)

ในปี ค.ศ. 1961 ไบรอันและคีซัม (Bryant; & Keesom. 1961: 491) ได้ทดลองวัดค่าความร้อนจำเพาะ (C) ของตัวนำวยดยิ่งดีบุก พบว่าความร้อนจำเพาะมีค่าไม่ต่อเนื่อง คือ จะกระโดดขึ้นทันทีที่ที่สารกลายเป็นตัวนำปกติเป็นตัวนำวยดยิ่งที่อุณหภูมิวิกฤต ดังภาพประกอบ 6 โดยการเปลี่ยนสถานะนี้ไม่ใช้ความร้อนแฝงในการเปลี่ยนสภาพ ทำให้ทราบสมบัติเชิงอุณหพลศาสตร์ของสารตัวนำวยดยิ่ง



ภาพประกอบ 6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะกับอุณหภูมิของดีบุกในสถานะปกติและในสถานะนำยวดยิ่ง

ที่มา: C. A. Bryant; & P. H. Keesom. (1961). Low-Temperature Specific Heat of Indium and Tin. *Physical Review*. 123: 492.

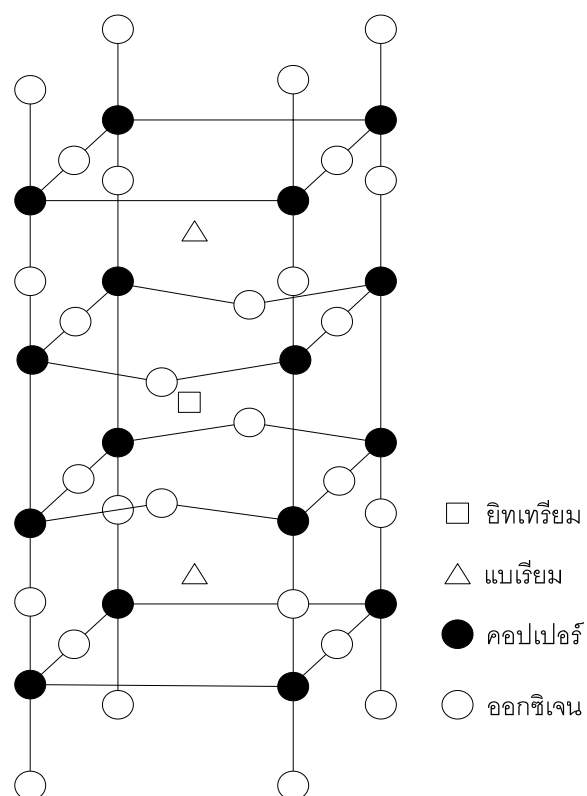
นับตั้งแต่ปี ค.ศ. 1911 เป็นต้นมาการค้นคว้าวิจัยหาตัวนำยวดยิ่งชนิดใหม่ๆ ที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงนั้นได้พัฒนาไปอย่างเชื่องช้าจนกระทั่งในปี ค.ศ.1973 นักวิทยาศาสตร์ได้ค้นพบโลหะผสมของไนโอเบียมและเจอร์มาเนียม (Nb_3Ge) ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤต 23.2 เคลวิน หลังจากนั้นอีกหลายสิบปี นักวิทยาศาสตร์ก็ได้พยายามค้นคว้าวิจัยเพื่อให้ได้ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิสูงกว่า 23.2 เคลวิน แต่ก็ไม่ประสบผลสำเร็จจึงทำให้เชื่อว่าตัวนำยวดยิ่งในธรรมชาติน่าจะมีอุณหภูมิวิกฤตที่จำกัดอยู่ประมาณ 35 เคลวิน และเรียกตัวนำชนิดนี้ว่า “ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิต่ำ” (Low Temperature Superconductors) หรือตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิม (Conventional Superconductors) ในทางปฏิบัติของการใช้งานตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้ต้องใช้ฮีเลียมเหลวเป็นสารหล่อเย็น เนื่องจากฮีเลียมเหลวมีจุดเดือด 2.18 เคลวิน ดังนั้นในการใช้งานฮีเลียมเหลวนั้นจะต้องใช้การกักเก็บความร้อนเป็นอย่างดี เพื่อที่จะ

รักษาสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิระดับต่ำมาก ๆ ไว้ให้นานและปัญหาอีกประการหนึ่งก็คือฮีเลียมเหลวเป็นวัสดุที่ผลิตยากราคาแพงและสิ้นเปลือง

การค้นพบตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

ในปี ค.ศ. 1986 เบททอซและมุลเลอร์ (Bednorz; & Muller. 1986: 189) ได้ทำการวิจัย ณ ห้องปฏิบัติการของ IBM ที่เมืองซูริกส์ และค้นพบสภาพนำยวดยิ่งของสารกลุ่มใหม่ที่มีองค์ประกอบของคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO_2) ซึ่งเรียกว่า คิวเพรท (Cuprate) สารตัวแรกที่เป็นสารประกอบ คือ แลนทานัมแบเรียมคอปเปอร์ออกไซด์ ($\text{La}_2\text{BaCuO}_4$) ซึ่งเป็นสารประเภทเซรามิกคือ ที่อุณหภูมิห้องสารจะมีสภาพเป็นฉนวนไฟฟ้าแต่ถ้าหากลดอุณหภูมิลงจนต่ำกว่า 30 เคลวิน สารจะเกิดการเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำยวดยิ่งได้ การค้นพบของเบททอซและมุลเลอร์ทำให้กลุ่มนักฟิสิกส์คาดกันว่าจะต้องค้นพบตัวนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิห้องและเรียกตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 35 เคลวิน ว่าเป็นตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง (High Temperature Superconductors)

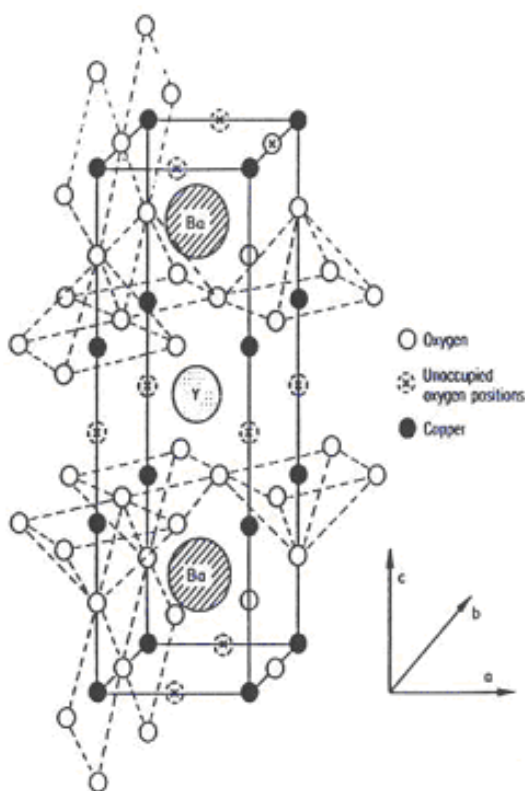
ในปี ค.ศ. 1987 ชูและคณะ (Chu; et al. 1987: 405) ได้ค้นพบสารกลุ่มคิวเพรทที่มีองค์ประกอบของแลนทานัม-แบเรียม-คิวเพรท (La-Ba-CuO) ที่มีอุณหภูมิวิกฤต 40 เคลวิน โดยใช้เทคนิคการเพิ่มความดันให้กับตัวนำยวดยิ่ง ในปีเดียวกันยังมีการค้นพบสารกลุ่มคิวเพรทใหม่อีกกลุ่มหนึ่งที่มีองค์ประกอบของยิทเทรียม-แบเรียม-คิวเพรท (Y-Ba-CuO) ดังภาพประกอบ 7 และมีอุณหภูมิวิกฤต 90 เคลวิน โดยชูและคณะ ได้ค้นพบสารประกอบซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่าจุดเดือดของไนโตรเจนเหลวที่ 77 เคลวิน เป็นครั้งแรก โดยสารประกอบนี้มีลักษณะโครงสร้างแบบเพอร์-รอฟสไกท์ ในปี ค.ศ. 1993 นักฟิสิกส์ที่เมืองซูริกส์ประเทศสวิตเซอร์แลนด์พบสารเซรามิกในกลุ่มปรอท-คิวเพรทที่มีอุณหภูมิวิกฤต 138 เคลวิน ภายใต้ความดัน ซึ่งเป็นตัวนำยวดยิ่งที่ถูกเจือปนด้วยเทลเลียม (TI) สารดังกล่าวประกอบด้วยปรอท-เทลเลียม-แบเรียม-แคลเซียม-คิวเพรท (Hg-Tl-Ba-Ca-CuO) หลังจากนั้นพบว่าตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงมีเป็นจำนวนมากซึ่งเป็นสารประกอบประเภทเซรามิกแล้วถึง 288,347 ชนิด ในเดือนเมษายน ค.ศ. 2000 กลุ่มนักฟิสิกส์ในห้องวิจัยนานาชาติรอร์แลนด์เบิร์กเลย์ ร่วมกับมหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนียได้พบตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูง อยู่ในกลุ่มบิสมัท-สตรอนเชียม-แคลเซียม-คิวเพรท ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$) โดยใช้เทคนิคการโด๊ปซึ่งจะทำให้ได้ตัวนำยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตเพิ่มจากเดิม 88 เคลวิน เป็น 95 เคลวิน



ภาพประกอบ 7 แสดงโครงสร้างของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูงกลุ่ม Y-Ba-CuO ที่มีระนาบ CuO ชั้นเป็นชั้นๆ

ที่มา: Werner Buckel. (1991). *Superconductivity Fundamental and Applications*. p. 295.

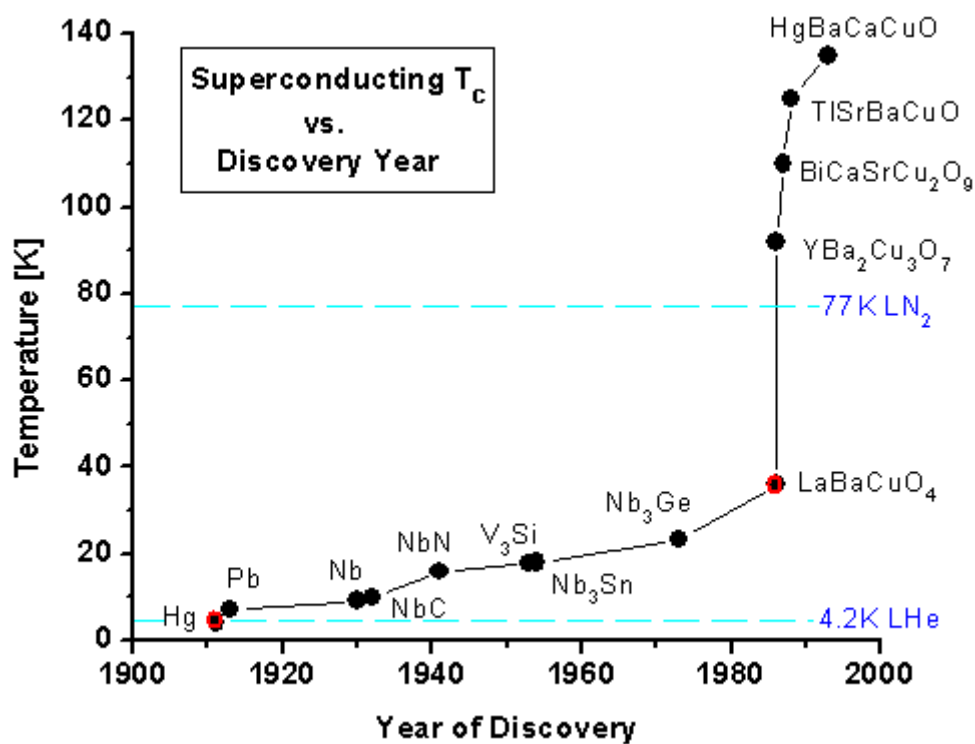
การศึกษาโครงสร้างของสารประกอบเซรามิกที่เป็นตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิสูงได้ทำให้ทราบว่า โครงสร้างของสารประกอบ ประกอบด้วยระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO) ที่มีลักษณะเป็นชั้นๆ ดัง ภาพประกอบ 7 แสดงโครงสร้างของตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิสูงมีระนาบ CuO และในระหว่างชั้นนั้นมี อะตอมของโลหะชนิดอื่นคั่นอยู่ซึ่งอะตอมนี้เองจะทำหน้าที่เป็นฉนวนไฟฟ้า เพราะฉะนั้นการนำไฟฟ้า จึงเกิดขึ้นได้ในระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO) โดยมีอิเล็กตรอนของอะตอมคอปเปอร์ (Cu) เป็น ตัวการสำคัญที่ทำให้เกิดสภาพนำยิ่งยวด ยิ่งประการหนึ่งการลดอุณหภูมิทำให้โครงสร้างของผลึก เปลี่ยนไปซึ่งการที่โครงสร้างของผลึกเปลี่ยนไปนี้เองเป็นสาเหตุที่ทำให้สารกลุ่มนี้แสดงสมบัติเป็นตัวนำ ยิ่งยวดยิ่งได้ ดังนั้นสภาพนำยิ่งยวดจึงมีความสัมพันธ์โดยตรงกับระนาบของคอปเปอร์ออกไซด์ (CuO) ที่ มีอยู่ในโครงสร้างของสาร ดังภาพประกอบ 8



ภาพประกอบ 8 แสดงโครงสร้างของสารประกอบประเภทเซรามิกออกไซด์ที่เป็นตัวนำยิ่งยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

ที่มา: Werner Buckel. (1991). *Superconductivity Fundamental and Applications*. p. 298.

การพัฒนาการวิจัยทำให้เกิดการค้นพบตัวนำยิ่งยวดยิ่งที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงขึ้น ดังภาพประกอบ 9 แสดงลำดับการค้นพบตัวนำยิ่งยวดยิ่งกับปีการค้นพบ



ภาพประกอบ 9 แสดงลำดับการค้นพบตัวนำยิ่งยวดยิ่งที่อุณหภูมิต่างๆ

ที่มา: K. H. Bennemann; & J. B. Ketterson. (2003). *The Physics of Superconductors*. p. 387.

สมบัติของตัวนำไฟฟ้าวยวดยิ่ง

สมบัติของตัวนำไฟฟ้าวยวดยิ่งประการแรกที่ทราบกันโดยทั่วไปคือ เป็นตัวนำไฟฟ้าที่มีความต้านทานเป็นศูนย์แบบทันทีทันใด และเรียกคุณสมบัติที่ทำให้ตัวนำมีความต้านทานเป็นศูนย์นี้ว่า คุณสมบัติวิฤตต์ที่ได้อีกแล้ว นักฟิสิกส์ได้พยายามค้นหาตัวนำวยวดยิ่งที่มีคุณสมบัติวิฤตต์สูงๆ เพื่อนำมาประยุกต์ใช้ให้กว้างขวางขึ้น จึงทำให้ต้องศึกษาสมบัติของตัวนำวยวดยิ่งข้ออื่นเพื่อนำมาประกอบกับการค้นหาดังกล่าว ซึ่งนอกจากตัวนำวยวดยิ่งจะเป็นตัวนำที่มีความต้านทานเป็นศูนย์แล้วยังมีสมบัติอื่นที่น่าสนใจคือ

สมบัติเชิงความร้อน

ในสภาวะนำวยวดยิ่งเมื่อทำการทดลองวัดค่าเอนโทรปี (Entropy) จะพบว่ามีการลดลงอย่างเห็นได้ชัด การลดลงของเอนโทรปีเมื่อเปรียบเทียบกับสภาวะปกติกับสภาวะนำวยวดยิ่งทำให้ทราบว่าสภาวะนำวยวดยิ่งมีความเป็นระเบียบของอิเล็กตรอนมากกว่าในสภาวะปกติ โดยในโลหะทั่วไปความจุความร้อน (C_V) มีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิตามสมการ

$$C_V = \gamma T + AT^3 \quad (1.2)$$

เมื่อ γT คือ เทอมที่เกิดมาจากความไม่สมบูรณ์ของผลึก

AT^3 คือ เทอมที่เกิดมาจากการสั่นของแลตทิซ (Lattice vibration) หรือมีโฟนอน (Phonon)

C_V คือ ความจุความร้อนที่ปริมาตรคงตัว

เมื่อ γ และ A เป็นค่าคงตัวที่ขึ้นกับชนิดของสสาร

สำหรับกรณีตัวนำวยวดยิ่งตามทฤษฎีบีซีเอสจะมีความจุความร้อนเป็น

$$C_S \propto e^{-(\Delta/k_B T)} \quad (1.3)$$

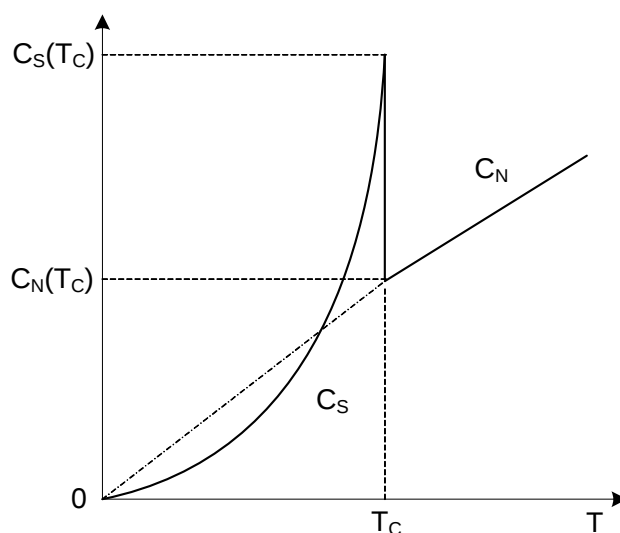
เมื่อ Δ คือ ช่องว่างพลังงาน และ k_B คือ ค่าคงตัวของโบลต์ซมันน์ หรือเขียนได้เป็น

$$\frac{C_S}{\alpha T_C} = a e^{-b(T_c/T)} \quad (1.4)$$

เมื่อ a, b, α คือ ค่าคงตัวที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

C_S คือ ความจุความร้อนของตัวนำวยวดยิ่ง

โดยที่สมการดังกล่าวมีความหมายว่าเมื่ออุณหภูมิในสถานะนำยวดยิ่งลดลง ความจุความร้อนจะลดลงเข้าใกล้ศูนย์แบบเอ็กซ์โปเนนเชียล



ภาพประกอบ 10 แสดงความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่ง (C_S) และโลหะปกติ (C_N) เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ

ที่มา: Watcharin Boonied. (2007). *Critical Temperature of Superconductor/Ferromagnetic Bilayers with Spin-Orbit Dependent Scattering*. p. 12.

จากภาพประกอบ 10 ในสถานะปกติที่อุณหภูมิต่ำ $C_N \propto T^3$ และที่อุณหภูมิ $T = T_c$ ความจุความร้อนจำเพาะจะมีความไม่ต่อเนื่อง คือ $C_N(T_c) \neq C_S(T_c)$ และทฤษฎีบีซีเอส ได้ทำนายว่า

$$\frac{C_S(T_c)}{C_N(T_c)} = 2.42 \text{ สำหรับตัวนำยวดยิ่งทุกชนิด}$$

ประเภทของตัวนำยวดยิ่ง

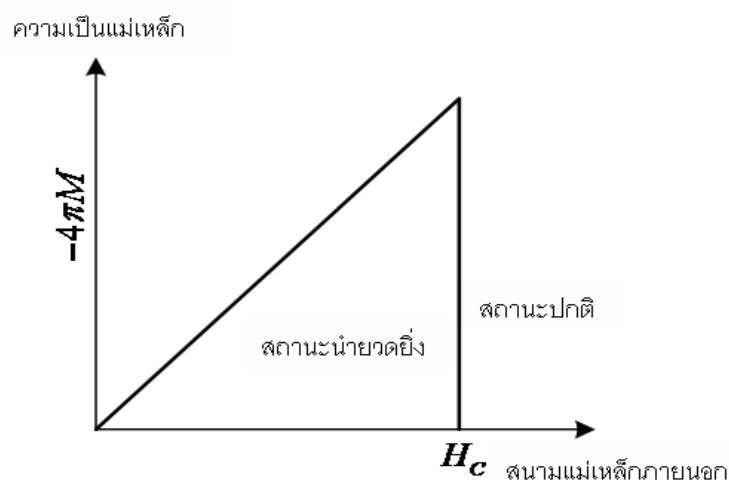
ตัวนำยวดยิ่งมีทั้งประเภทที่สนามแม่เหล็กวิกฤตมีค่าต่ำซึ่งมักเป็นวัสดุที่มีความแข็งมากและประเภทที่สนามแม่เหล็กวิกฤตมีค่าสูง ซึ่งมักเป็นวัสดุที่มีความแข็งน้อย ดังนั้นถ้ามองด้านความแข็งของวัสดุอาจแบ่งออกเป็นตัวนำยวดยิ่งแบบอ่อนและตัวนำยวดยิ่งแบบแข็ง แต่ในปัจจุบันประเภทของตัวนำยวดยิ่งมักแบ่งตามคุณสมบัติทางแม่เหล็กเป็น 2 ชนิด เรียกว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 (Type-I

superconductor) และตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 (Type-II superconductor) ซึ่งเทียบได้กับประเภทอ่อนและประเภทแข็งตามลำดับ

สิ่งสำคัญที่ทำให้เกิดความแตกต่างของสภาพนำยวดยิ่งสองชนิดนอกจากปัจจัยทางด้านสนามแม่เหล็กแล้ว วิถีอิสระ (mean free path) ของอิเล็กตรอนตัวนำในสถานะปกติเป็นอีกพารามิเตอร์หนึ่งในการกำหนดคุณสมบัติพื้นฐานของตัวนำยวดยิ่ง อันได้แก่ ระยะทะลุวงลึก (penetration depth : λ) ของสนามแม่เหล็กและความยาวอาพันธ์ (coherence length : ξ) ซึ่ง λ แสดงถึงควมลึกของการซึมซาบหรือทะลุทะลวงของสนามแม่เหล็กเข้าในตัวนำยวดยิ่ง ส่วน ξ แสดงถึงระยะทางระหว่างคู่อิเล็กตรอน ซึ่งสมบัติของอิเล็กตรอนที่อยู่ภายในช่วง ξ นั้นจะไม่เปลี่ยนแปลง

ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1

จากการศึกษาพบว่า มีประมาณ 30 ชนิด ในสภาพนำยวดยิ่งมีความยาวอาพันธ์ (ξ) มากกว่าระยะทะลุวงลึก (λ) ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้จะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพแม่เหล็ก ($\vec{M}$) กับสนามแม่เหล็ก ($\vec{H}$) ดังภาพประกอบ 11



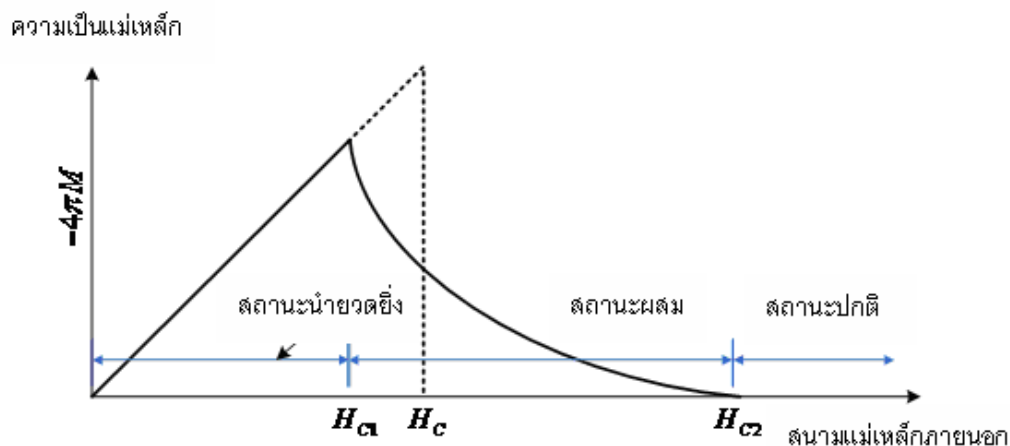
ภาพประกอบ 11 แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1

ที่มา: Charles Kittel. (1997). *Introduction to Solid State Physics*. p. 340.

ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้จะแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์ที่สมบูรณ์ คือเป็นไดอะแมกเนติกอย่างสมบูรณ์ และโดยทั่วไปค่า H_c ของตัวนำยวดยิ่งแบบที่ 1 มีค่าไม่สูงเพียงพอสำหรับการนำไปประยุกต์ใช้งาน

ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

ส่วนใหญ่เป็นโลหะผสมและสารประกอบ ตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้มีความยาวอาพันธ์ (ξ) สั้นกว่าระยะทะลวงลึก (λ) มีอุณหภูมิวิกฤต (T_c) และสนามแม่เหล็กวิกฤต ($\bar{H}_C$) สูงกว่าตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 และให้ค่าสนามวิกฤต 2 ค่า ความสัมพันธ์ระหว่าง ความเป็นแม่เหล็ก ($\bar{M}$) กับสนามแม่เหล็ก ($\bar{H}$) เป็นดังภาพประกอบ 12



ภาพประกอบ 12 แสดงสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

ที่มา: Charles Kittel. (1997). *Introduction to Solid State Physics*. p. 340.

เมื่อสนามแม่เหล็กมีค่าน้อยกว่า $\bar{H}_{C1}$ ตัวนำจะมีสภาพเป็นตัวนำยวดยิ่งที่สมบูรณ์ และแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์อย่างสมบูรณ์ เช่นเดียวกับตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 แต่เมื่อสนามแม่เหล็กมีค่ามากกว่า $\bar{H}_{C1}$ แต่น้อยกว่า $\bar{H}_{C2}$ ตัวนำจะมีสภาพนำยวดยิ่งที่ไม่สมบูรณ์ เนื่องจากเส้นแรงแม่เหล็กส่วนหนึ่งสามารถทะลุเข้าไปในเนื้อสารตัวนำ ทำให้เกิดปรากฏการณ์ไมสเนอร์ที่ไม่สมบูรณ์ เรียกสถานะนี้ว่า สถานะผสม (vortex state หรือ mixed state) และเมื่อสนามแม่เหล็กมีค่ามากกว่า $\bar{H}_{C2}$ ตัวนำจะเปลี่ยนสถานะเป็นสถานะปกติ โดยทั่วไป $\bar{H}_{C2}$ จะมีค่ามาก ตัวนำบางชนิดอาจมีค่า $\bar{H}_{C2}$ มากถึง 100 เท่าของค่า $\bar{H}_C$ จึงนิยมใช้เป็นตัวนำยวดยิ่งชนิดนี้ในงานประยุกต์ที่ต้องใช้สนามแม่เหล็ก

ความมุ่งหมายของงานวิจัย

1. เพื่อคำนวณหาสมการของพารามิเตอร์ช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน
2. เพื่อคำนวณหาค่าการกระโดดของความร้อนจำเพาะที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน
3. นำผลการคำนวณที่ได้เปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ใช้ตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์

ความสำคัญของงานวิจัย

เพื่อศึกษาค่าการกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานโดยใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง

ขอบเขตของงานวิจัย

1. หาสมการของพารามิเตอร์ช่องว่างพลังงานของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานโดยใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง
2. หาค่าการกระโดดของความร้อนจำเพาะที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานโดยใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง
3. คำนวณเชิงตัวเลขโดยใช้โปรแกรม Mathematica เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ใช้ตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์

บทที่ 2

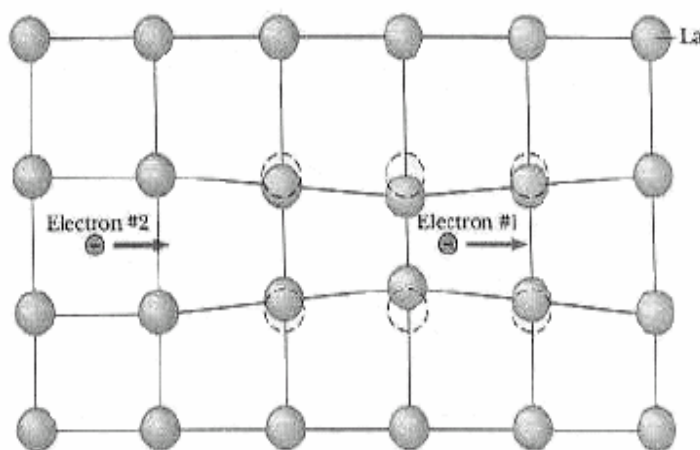
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. ทฤษฎีบีซีเอส
2. ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส
3. ความจุความร้อนตามทฤษฎีบีซีเอส
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงาน
5. แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทาง
6. แบบจำลองตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงาน

ทฤษฎีบีซีเอส

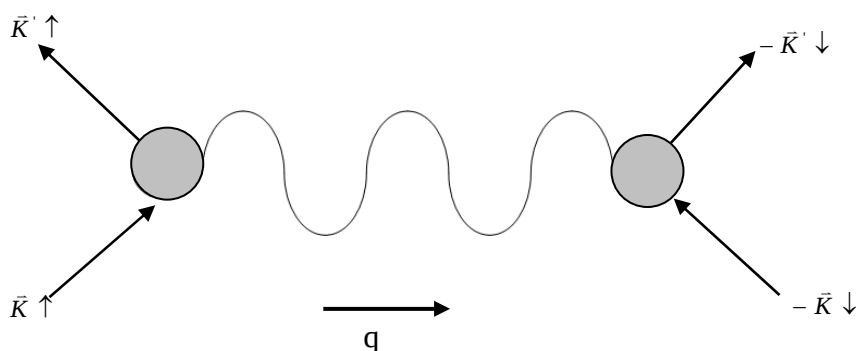
ในปี ค.ศ. 1957 บาร์ดีน คูเปอร์ และشريฟเฟอร์ (Bardeen; Cooper; & Schrieffer. 1957: 1175) ได้เสนอทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) เพื่ออธิบายสมบัติและสาเหตุการเกิดสภาพนำยิ่งยวด โดยกลไกสำคัญที่ทำให้ตัวนำปกติเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำยิ่งยวดเกิดจากอันตรกิริยาแบบดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนสองตัวภายในตัวนำยิ่งยวด โดยอาศัยโฟนอนเป็นสื่อกลางในการจับคู่ระหว่างอิเล็กตรอน



ภาพประกอบ 13 แสดงอันตรกิริยาของคู่อิเล็กตรอนที่ทำให้เกิดคู่อิเล็กตรอน

ที่มา: C. C. Tsuei; & J. R. Kirtley. (1996). Probing High-Temperature Superconductivity. *Scientific American*. 50: 6.

อันตรกิริยาทางไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่งเคลื่อนผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มไอออนที่มีประจุบวก และอิเล็กตรอนตัวนี้จะดึงดูดไอออนบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ทำให้บริเวณรอบๆ อิเล็กตรอนตัวนี้มีความหนาแน่นของไอออนบวกเพิ่มขึ้น ทำให้มีผลกระทบต่ออิเล็กตรอนอีกตัวที่อยู่ใกล้บริเวณนั้น โดยอิเล็กตรอนจะถูกกลุ่มไอออนบวกดึงดูดให้เข้าใกล้ ทำให้ดูเหมือนอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลัง จึงเสมือนว่ามีแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนเกิดขึ้น จากการจับคู่ของอิเล็กตรอนทั้งสองด้วยอันตรกิริยาดังดูด แต่ทั้งนี้ อันตรกิริยาแบบดึงดูดมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาผลแบบคูลอมบ์ระหว่างอิเล็กตรอนที่มาจับคู่กันในบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มิ (Fermi surface) เรียกอิเล็กตรอนที่เกิดการจับคู่กันว่า คู่อุปเปอร์ (Cooper Pairs) คู่อุปเปอร์นี้จะสามารถเกิดขึ้นได้ต้องประกอบด้วยอิเล็กตรอนสองตัวที่มีขนาดโมเมนตัมเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงข้าม $\{\vec{k}_\uparrow, -\vec{k}_\downarrow\}$ และมีสปินตรงกันข้ามแทนอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนดังภาพประกอบ 14



ภาพประกอบ 14 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน

ที่มา: Werner Buckel. (1991). *Superconductivity Fundamentals and Application*. p. 35.

นอกจากนี้ตัวนำยวดยิ่งยังมีสมบัติที่แตกต่างจากตัวนำปกติอีกประการหนึ่งคือเมื่อสารตัวนำปกติกลายเป็นตัวนำยวดยิ่งจะมีช่องว่างพลังงานซึ่งมีค่าเท่ากับ 2Δ เกิดขึ้นที่ผิวเฟอร์มิ ช่องว่างนี้เกิดจากการที่อิเล็กตรอนสองตัวจับคู่กันเพื่อทำให้พลังงานของคู่ลดลง การที่เรียกช่องว่างพลังงานเนื่องจากจะไม่มีอิเล็กตรอนตัวใดที่มีพลังงานอยู่ในระหว่างช่องว่างพลังงานนั้น พลังงานภายนอกใดๆ ที่สามารถกระตุ้นอิเล็กตรอนได้ต้องมีค่ามากกว่า 2Δ จึงจะสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้

ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสกับอุณหภูมิวิกฤต

การพิจารณาช่องว่างพลังงาน (order parameter Δ) ที่อุณหภูมิต่างๆจะใช้ ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอสดังนี้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T})}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k \quad (2.1)$$

โดยสามารถพิจารณาเป็นกรณีต่างๆได้ดังนี้

1. ที่ $T = T_c$ ได้ $\Delta(T_c) = 0$ ทำให้หา T_c ได้ตามสมการ

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh(\varepsilon_k / 2T_c)}{\varepsilon_k} d\varepsilon_k$$

ให้ $u = \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \rightarrow du = \frac{d\varepsilon_k}{2T_c}$ ดังนั้น

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D / 2T_c} \frac{\tanh u}{u} du$$

อินทิเกรตทีละส่วน

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln u \tanh u \Big|_0^{\omega_D / 2T_c} - \int_0^{\omega_D / 2T_c} \ln u \operatorname{sech}^2 u du$$

เนื่องจาก $\omega_D \gg T$ ดังนั้น $\tanh(\omega_D / 2T_c) \approx 1$ และ $\frac{\omega_D}{2T_c} \approx \infty$

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln \left(\frac{\omega_D}{2T_c} \right) - \int_0^{\infty} \ln u \operatorname{sech}^2 u du$$

$$= \ln \left(\frac{\omega_D}{2T_c} \right) - \ln \left(\frac{\pi}{4\gamma} \right)$$

19

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln \left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c} \right)$$

ดังนั้น

$$T_c = \frac{2\gamma\omega_D e^{-1/N_0 V_0}}{\pi} \quad (2.2)$$

โดยที่ $\gamma = e^C = 1.781$, C เป็นค่าคงที่ของออยเลอร์(Euler) ซึ่งเท่ากับ $C = 0.577$ ได้

$$T_c = 1.134\omega_D e^{-1/N_0 V_0}$$

2. ที่ $T = 0$ จะได้ $\tanh \infty \approx 1$ และ $\Delta = \Delta(0)$ ทำให้หา $\Delta(0)$ ได้ตามสมการ

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(0)}} d\varepsilon_k$$

ให้ $\varepsilon_k = \Delta(0) \sinh x$, $d\varepsilon_k = \Delta(0) \cosh x dx$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_0 V_0} &= \int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D/\Delta(0))} \frac{\Delta(0) \cosh x}{\sqrt{\Delta^2(0) \sinh^2 x + \Delta^2(0)}} dx \\ &= \int_0^{\sinh^{-1}(\omega_D/\Delta(0))} \frac{\Delta(0) \cosh x}{\Delta(0) \sqrt{1 + \sinh^2 x}} dx \\ &= \sinh^{-1} \left(\frac{\omega_D}{\Delta(0)} \right) \end{aligned}$$

จาก $\sinh^{-1}(x) \approx \ln(2x)$ เมื่อ $x \gg 1$ ซึ่งสำหรับกรณีนี้ $\omega_D \gg \Delta(0)$ แทนค่าจะได้

$$\frac{1}{N_0 V_0} \approx \ln \left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)} \right)$$

ดังนั้นจะได้

$$\Delta(0) = 2\omega_D e^{-1/N_0 V_0} \quad (2.3)$$

3. ที่บริเวณ T ใกล้ T_c หา $\Delta(T)$ ได้จากสมการ

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k$$

จาก $\frac{\tanh x}{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + \left[\pi(n + \frac{1}{2})\right]^2}$ จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_0 V_0} &= \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right)}{\frac{2T\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}} d\varepsilon_k \\ &= \frac{1}{2T} \int_0^{\omega_D} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\frac{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}{4T^2} + \left[\pi(n + \frac{1}{2})\right]^2} d\varepsilon_k \\ &= 2T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) + [\pi T(2n+1)]^2} \\ &= 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) + \omega_n^2} \end{aligned}$$

เมื่อ $\omega_n = \pi T(2n+1)$ โดย $n=0,1,2,3\dots$ ที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์จะมีวิกฤต $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อย ดังนั้น
สามารถใช้การประมาณได้ โดย

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_0 V_0} &= 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{1}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}} \right) d\varepsilon_k \\ &\cong 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{1}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} \left(1 - \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \right) d\varepsilon_k \end{aligned}$$

$$\frac{1}{N_0 V_0} = 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} - \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \right] \quad (2.4)$$

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \right],$

$\therefore \frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$ หรือ $\omega_D \gg T_c$ ดังนั้นสามารถใช้การประมาณได้ว่า

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \cong 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}$$

จาก $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a},$

$$\begin{aligned} 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} &= 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{\pi}{2\omega_n} \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} \end{aligned}$$

โดยที่ ω_D เป็นความถี่เดอบาย ซึ่งขึ้นอยู่กับอันตรกิริยา อิเล็กตรอน-โฟนอน และเนื่องจาก $\frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$

ทำให้ $\frac{\omega_D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2} \rightarrow \infty$ ด้วย ดังนั้น

$$\begin{aligned} 2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} &= 2 \sum_{n=0}^{(\omega_D/2\pi T)-1/2} \frac{1}{(2n+1)} \\ &= 2 \left[1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{(\omega_D/\pi T)} \right] \\ &= 2 \left\{ \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{(\omega_D/\pi T)} \right] - \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{(\frac{\omega_D}{\pi T} - 1)} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} &= 2 \left[\sum_{n=0}^{\omega_D/\pi T} \frac{1}{n} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{(\omega_D/\pi T)-1/2} \frac{1}{n} \right] \\
&= 2 \left\{ C + \ln\left(\frac{\omega_D}{\pi T}\right) - \frac{1}{2} \left[C + \ln\left(\frac{\omega_D}{2\pi T - \frac{1}{2}}\right) \right] \right\} \\
&= C + 2 \ln \left(\left(\frac{\omega_D}{\pi T}\right) \left(\frac{2\pi T}{\omega_D}\right)^{1/2} \right)
\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้

$$2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} = \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right) \quad (2.5)$$

โดยที่ $\sum_{m=1}^N \frac{1}{m} = C + \ln N$ เมื่อ $N \rightarrow \infty$ และ $C = 0.5772156649$ ซึ่งค่า $C = \ln \gamma$, $\gamma = e^C$

(Janhnke and Emde ; 1945)

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k$ เปลี่ยน $\omega_D \rightarrow \infty$ และ $\sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}$ จะได้

$$\begin{aligned}
4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k &= 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \\
&= 4T \Delta^2(T) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{4\omega_n^3} \\
&= T \Delta^2(T) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{\pi^3 T^3 (2n+1)^3} \\
&= \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}
\end{aligned}$$

โดยใช้ $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{\pi}{4a^3}$

จากวิธีนี้ที่ตาฟังก์ชัน $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ ดังนั้น เทอม $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$ เป็น

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3} &= 1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots - \left[\frac{1}{2^3} + \frac{1}{4^3} + \frac{1}{6^3} + \dots \right] \\ &= \zeta(3) - \frac{1}{2^3} \left[1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots \right] \\ &= \zeta(3) - \frac{1}{8} \zeta(3) \\ &= \frac{7}{8} \zeta(3) \end{aligned}$$

แทนค่าจะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k = \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \frac{7}{8} \zeta(3) \quad (2.6)$$

พิจารณาเทอมทางซ้ายของสมการ (2.3) นำ $\frac{1}{N_0 V_0}$ ที่ $T = T_c$ มาแทนลงไปจะได้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{T_c}\right) \quad (2.7)$$

นำสมการ (2.5), (2.6) และ (2.7) แทนลงใน (2.4)

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{T_c}\right) &= \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{T}\right) - \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \\ \ln\left(\frac{T}{T_c}\right) &= -\frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \end{aligned}$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\ln\left(1+\frac{T-T_c}{T_c}\right) = -\frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2}$$

จาก $x \equiv \ln(1+x)$ เมื่อ $x \ll 1$, $\ln\left(1+\frac{T-T_c}{T_c}\right) \approx \frac{T_c-T}{T_c}$

$$\frac{T_c-T}{T_c} = \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T_c^2}$$

จะได้

$$\Delta^2(T) = \frac{T_c-T}{T_c} \pi^2 T_c^2 \frac{8}{7\zeta(3)}$$

หรือ

$$\begin{aligned}\Delta(T) &= \pi \sqrt{T_c(T_c-T) \frac{8}{7\zeta(3)}} \\ &= 3.06 \sqrt{T_c(T_c-T)}\end{aligned}\tag{2.8}$$

โดย $\zeta(3)=1.20206$

4. ที่ T ใกล้ ศูนย์ หา $\Delta(T)$ ได้จากสมการ

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k$$

พิจารณาเทอม $\tanh\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}$ ให้ $x = \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{T}$ ถ้า T ใกล้ ศูนย์ ทำให้ $x \rightarrow \infty$

ซึ่งจะได้

$$\begin{aligned}
\tanh \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T} &= \tanh \frac{x}{2} \\
&= \frac{\cosh x - 1}{\sinh x} \\
&= \frac{\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) - 1}{\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})} \\
&= (1 - e^{-x})(1 + e^{-x})^{-1}
\end{aligned}$$

จาก $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \dots$ ดังนั้นกระจายเทอม $(1+e^{-x})^{-1}$ จะได้

$$(1+e^{-x})^{-1} = 1 - 2e^{-x} + 2e^{-2x} - 2e^{-3x} + \dots$$

เนื่องจาก $e^{-x} \ll 1$ ดังนั้น

$$\begin{aligned}
(1-e^{-x})(1+e^{-x})^{-1} &= (1-e^{-x})(1-e^{-x}+e^{-2x}+\dots) \\
&= (1-e^{-x}+e^{-2x}+\dots) + (-e^{-x}+e^{-2x}-e^{-3x}+\dots) \\
&\approx 1 - 2e^{-x} \\
&= 1 - 2 \exp\left(-\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{T}\right) \\
&\approx 1 - 2 \exp\left[-\frac{1}{T}\left(\Delta(T) + \frac{\varepsilon_k^2}{2\Delta(T)} + \dots\right)\right] \\
&= 1 - 2 \exp\left[-\left(\frac{\Delta(T)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(T)}\right)\right]
\end{aligned}$$

จะได้

$$\begin{aligned}\frac{1}{N_0 V_0} &= \int_0^{\omega_D} \frac{1 - 2 \exp[-(\frac{\Delta(T)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(T)})]}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k \\ &= \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} - 2 \int_0^{\omega_D} \frac{\exp[-(\frac{\Delta(T)}{T} + \frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(T)})]}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k\end{aligned}$$

เทอมแรกทางขวามือจากข้อ 2 ให้ $\varepsilon_k = \Delta(T) \sinh x$ และ $\sinh^{-1}(x) \approx \ln(2x)$ เมื่อ $x \ll 1$ จะได้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) - 2e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \int_0^{\omega_D} \frac{e^{-\varepsilon_k^2/2T\Delta(T)}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k$$

เทอมที่สองทางขวา ให้ $x = \frac{\varepsilon_k}{\sqrt{2T\Delta(T)}} \rightarrow dx = \frac{d\varepsilon_k}{\sqrt{2T\Delta(T)}}$

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) - 2e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(T)}} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} \sqrt{2T\Delta(T)} dx$$

$$= \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) - 2e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(T)}} \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{x^2 + \Delta(T)/2T}} dx$$

$\therefore T$ ใกล้ศูนย์ทำให้ $\frac{\omega_D}{T} \rightarrow \infty$ ดังนั้น $\int_0^{\omega_D/\sqrt{2T\Delta(T)}} \rightarrow \int_0^\infty$ และที่ $T \rightarrow 0$ พลังงานจลน์ของ

อิเล็กตรอนมีค่าน้อยมาก $\varepsilon_k \rightarrow 0$ ทำให้เทอม $\frac{\Delta(T)}{2T} \gg \frac{\varepsilon_k}{2T\Delta(T)}$ ดังนั้นเทอม $\frac{1}{\sqrt{x^2 + \frac{\Delta(T)}{2T}}}$ เป็น

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{\varepsilon_k^2}{2T\Delta(T)} + \frac{\Delta(T)}{2T}}} \approx \frac{1}{\sqrt{\frac{\Delta(T)}{2T}}} = \sqrt{\frac{2T}{\Delta(T)}}$$

$$\therefore \frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) - 2e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \int_0^\infty e^{-x^2} \sqrt{\frac{2T}{\Delta(T)}} dx$$

จากสมการช่องว่างพลังงานที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)}\right)$$

ดังนั้น

$$\ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)}\right) = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) - 2e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\frac{2T}{\Delta(T)}} \int_0^\infty e^{-x^2} dx$$

จาก $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ จะได้

$$\ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(0)}\right) = \ln\left(\frac{2\omega_D}{\Delta(T)}\right) - 2e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\frac{2T}{\Delta(T)}} \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

หรือ

$$\ln\left(\frac{\Delta(T)}{\Delta(0)}\right) = -e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(T)}}$$

กำหนดให้ $\Delta(T) = \Delta(0) + \Delta_1(T)$ เมื่อเทอม $\Delta_1(T)$ มีค่าน้อยๆ จะได้

$$\ln\left(\frac{\Delta(0) + \Delta_1(T)}{\Delta(0)}\right) = -e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) + \Delta_1(T)}}$$

$$\ln\left(1 + \frac{\Delta_1(T)}{\Delta(0)}\right) = -e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) + \Delta_1(T)}}$$

และจาก $x \cong \ln(1+x)$ เมื่อ $x \ll 1$ ดังนั้น

$$\frac{\Delta_1(T)}{\Delta(0)} = -e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\frac{2\pi T}{\Delta(0) + \Delta_1(T)}}$$

จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\Delta_1(T)$ และ $\Delta(0)$ ดังนี้

$$\begin{aligned}\Delta_1(T) &= -\sqrt{\frac{\Delta^2(0)2\pi T}{\Delta(0) + \Delta_1(T)}} e^{-\Delta(T)/T} \\ &\cong -e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\Delta(0)2\pi T}\end{aligned}$$

$\therefore \Delta_1(T)$ มีค่าน้อยๆ ดังนั้น $\Delta_1(T)$ ในเครื่องหมายรากที่สอง จึงสามารถประมาณให้ $\Delta_1(T) \approx 0$ ได้ แทนค่า $\Delta_1(T)$ ในด้านซ้ายมือจะได้

$$\Delta(T) - \Delta(0) = -e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\Delta(0)2\pi T}$$

หรือ

$$\Delta(T) = \Delta(0) - e^{-\frac{\Delta(T)}{T}} \sqrt{\Delta(0)2\pi T} \quad (2.9)$$

ความจุความร้อนตามทฤษฎีบีซีเอส

การคำนวณความจุความร้อนของอนุภาคที่มีประจุในช่วงกระโดดตามทฤษฎีบีซีเอส เริ่มจากสมการเอนโทรปี $S(T)$ ของระบบอนุภาคเสมือนเฟอร์มิออน

$$S(T) = -2k_B \sum_k [f_k \ln f_k + (1 - f_k) \ln(1 - f_k)] \quad (2.10)$$

โดยที่ตัวเลข 2 ในสมการ (2.10) เกิดจากการคิดทิศทางการสปินทั้งสองทิศคือขึ้นกับลง

f_k คือฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มิ-ดิแรก (Fermi-Dirac) ดังสมการ

$$f_k = \frac{1}{e^{\beta E_k} + 1} \quad (2.11)$$

เมื่อ $\beta = \frac{1}{T}$ และ

$$E_k = \sqrt{\epsilon_k^2 + \Delta^2(T)} \quad (2.12)$$

เมื่อ E_k คือ พลังงานของคู่อุปเปอร์

ϵ_k คือ พลังงานของอิเล็กตรอนเทียบกับผิวเฟอร์มิ

จากสมการความจุความร้อน

$$C(T) = \frac{TdS(T)}{dT} \quad (2.13)$$

ใช้กฎลูกโซ่กับ $\frac{dS(T)}{dT}$ และรวมไปทุกค่าในปริภูมิ k สมการ (2.13) เป็น

$$\frac{dS(T)}{dT} = \sum_k \frac{\partial S}{\partial f_k} \frac{\partial f_k}{\partial T} \quad (2.14)$$

พิจารณาเทอม $\frac{\partial S}{\partial f_k}$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial f_k} &= -2k_B \ln \frac{f_k}{1-f_k} \\ &= \frac{2}{T} \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)} \end{aligned} \quad (2.14a)$$

และเทอม $\frac{\partial f_k}{\partial T}$,

$$\frac{\partial f_k}{\partial T} = \frac{1}{T^2} \frac{\exp(E_k/T)}{[\exp(E_k/T)+1]^2} \left[\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)} - T \frac{d}{dT} \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)} \right] \quad (2.14b)$$

นำสมการ (2.14a) และ (2.14b) แทนในสมการ (2.13) จะได้ค่าความจุความร้อนเป็น

$$C(T) = \frac{2}{T^2} \sum_k \frac{\exp(E_k/T)}{[\exp(E_k/T)+1]^2} \left[\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) - \frac{2}{T} \frac{d}{dT} \Delta^2(T) \right] \quad (2.15)$$

ซึ่งเป็นสมการความจุความร้อนของอนุภาคในสภาพนำยวดยิ่ง โดยรวมทุกค่าในปริภูมิ k และสามารถแทนได้ด้วยเทอมอินทิกรัลที่แปรตามพลังงาน ε_k แล้วคูณด้วยความหนาแน่นสถานะที่费米费米 $N_0(\varepsilon_F)$ โดยให้ $N_0(\varepsilon_F) = N_0$ ซึ่ง N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวที่费米费米และขอบเขตของการอินทิเกรตจะเป็นค่าจำกัดคือเท่ากับพลังงานคัตออฟ (cut off) ของเดอบาย ω_D ดังนั้นเขียนสมการ (2.15) ได้ใหม่เป็น

$$C(T) = \frac{2N_0}{T^2} \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{\exp\left(\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}/T\right)}{\left[\exp\left(\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}/T\right) + 1\right]^2} \left[\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) - \frac{2}{T} \frac{d}{dT} \Delta^2(T)\right] d\varepsilon_k \quad (2.16)$$

สมการ (2.16) เป็นสมการของความจุความร้อนที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ
ในกรณีที่ $T > T_c$ มี $\Delta(T) = 0$ อินทิเกรตทั่วผิวเฟอร์มิจะมีค่าเท่ากับหนึ่งและสำหรับกรณีที่
 $\omega_D \gg T_c$ จะใช้การประมาณขอบเขตการอินทิเกรตเป็นอนันต์ได้ ดังนั้นสมการ (2.16) จะเป็น

$$C(T) = \frac{4}{T^2} N_0 \int_0^\infty \frac{\exp(\varepsilon_k/T)}{[\exp(\varepsilon_k/T) + 1]^2} \varepsilon_k^2 d\varepsilon_k \quad (2.17)$$

ให้ $x = \varepsilon_k/T$ จะได้สมการ (2.17) เป็น

$$\begin{aligned} C(T) &= \frac{4}{T^2} N_0 \int_0^\infty \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} T^3 x^2 dx \\ &= \frac{\pi^2}{3} N_0 k_B^2 T \end{aligned} \quad (2.18)$$

สมการ (2.18) เป็นสมการความจุความร้อนสำหรับโลหะธรรมดาซึ่งมีค่าแปรผันตามอุณหภูมิในกรณีที่
 $T = T_c$ จะเกิดความไม่ต่อเนื่องในความจุความร้อน เพราะเกี่ยวข้องกับเทอม $d\Delta^2(T)/dT$ ในสมการ
(2.16) จากสมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส

$$\Delta(T) = 3.06 T_c \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2} \quad (2.19)$$

เพราะฉะนั้นค่าความไม่ต่อเนื่องในความจุความร้อนตามสมการ (2.16) เป็น

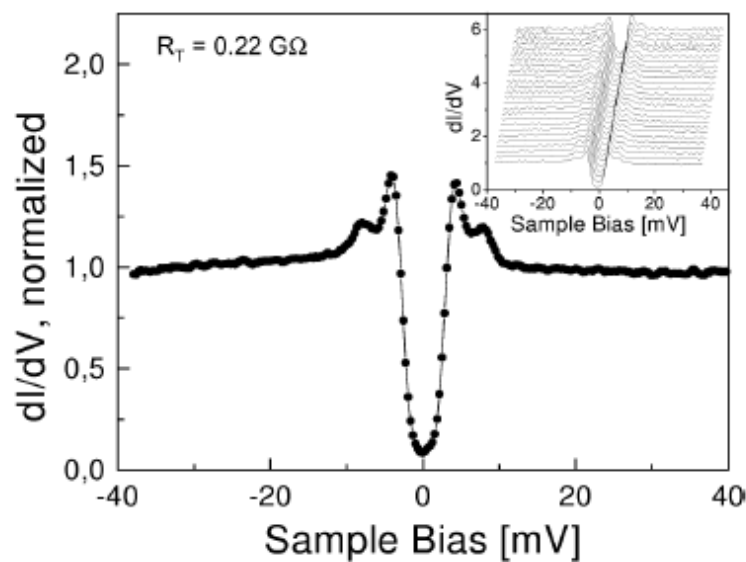
$$\begin{aligned} \Delta C(T_c) &= 9.36 T_c N_0 2 \int_0^\infty \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx \\ &= 4.68 N_0 k_B^2 T_c \end{aligned} \quad (2.20)$$

ที่อุณหภูมิวิกฤตผลต่างของความจุความร้อนที่มีการกระโดดไปจากสภานำยวดยิ่งไปเป็นโลหะในสภาพปกติหารตลอดด้วยความจุความร้อนของโลหะในสภาพปกติ จะเป็น

$$\frac{\Delta C}{C_N} = \frac{C_S - C_N}{C_N} = \frac{4.68 N_0 T_c}{\frac{\pi^2}{3} N_0 T_c} = \frac{4.68 \times 3}{\pi^2} = 1.42 \quad (2.21)$$

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงาน

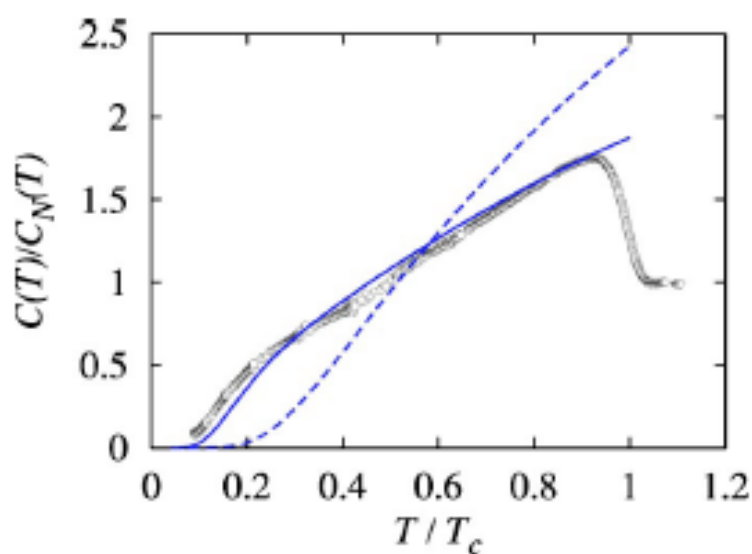
ในปี ค.ศ. 2001 จิวนิลีโอและคณะ (Giubileo, et al. 2001: 1770081) ได้รายงานการวัดช่องว่างพลังงานสำหรับแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยใช้ STM (Scanning Tunneling Microscope) ซึ่งใช้แมกนีเซียมไดโบไรด์ติดส่วนปลายของกล้องและใช้ไนโอเบียมไดเซเลไนต์ (NbSe_2) เป็นแผ่นรองรับ ขณะที่อุณหภูมิต่ำได้พบว่าการทะลุของอิเล็กตรอนผ่านช่องว่างพลังงานที่ระดับเฟอร์มิ ทำให้ได้ค่าของ dI/dV มีลักษณะเป็นหลุมที่มีสองจุดยอดเหมือนกันทั้งสองข้าง ที่ความต่างศักย์ไฟฟ้า $V_S \approx \pm 3.8 \text{ mV}$ และ $V_L \approx \pm 7.8 \text{ mV}$ ดังภาพประกอบ 15 การทดลองนี้จึงแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่าแมกนีเซียมไดโบไรด์มีสภานำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน



ภาพประกอบ 15 แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงกระแสไฟฟ้าต่อศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลง

ที่มา: F. Giubileo; et al. (2001). Two-Gap State Density in MgB_2 : A True Bulk Property or a Proximity Effect. *Physical Review Letters*. 87(17): 1770084.

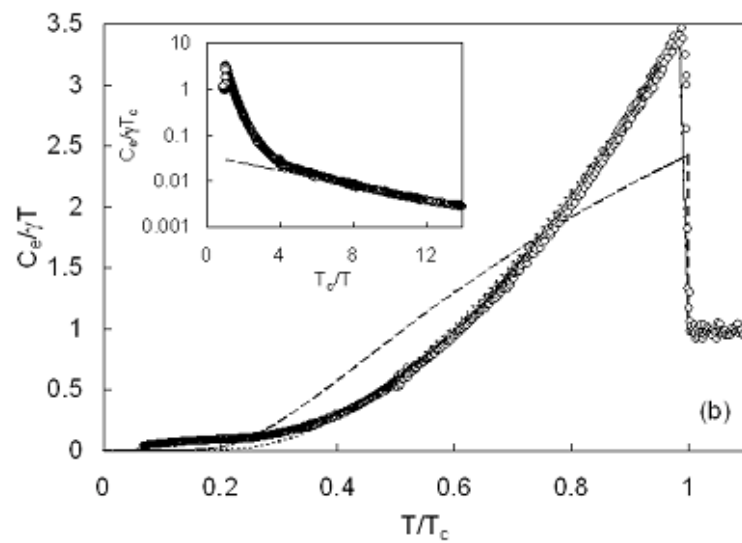
ในปี ค.ศ. 2005 มิสโฮนอฟและคณะ (Mishonov; et al. 2005: 0312210) ได้หาค่าของ อุณหภูมิที่มีค่าขึ้นกับช่องว่างพลังงานและค่าความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) บนพื้นฐานของทฤษฎีบีซีเอส แบบขึ้นกับทิศทางโดยมีอันตรกิริยาคู่ควบอย่างอ่อนและ เปรียบเทียบผลที่คำนวณได้กับผลการทดลอง ดังภาพประกอบ 16 โดยแสดงให้เห็นว่าทฤษฎีบีซีเอส แบบขึ้นกับทิศทางโดยมีอันตรกิริยาอย่างอ่อน สามารถอธิบายผลการทดลองทางอุณหพลศาสตร์ได้อย่างแม่นยำ (โดยที่เส้นทึบเป็นผลงานของมิสโฮนอฟและคณะ, เส้นโปร่งเป็นผลการทดลองที่ใช้แมกนีเซียมไดโบไรด์และเส้นปะเป็นผลตามทฤษฎีบีซีเอส)



ภาพประกอบ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของแมกนีเซียมไดโบไรด์กับอุณหภูมิ

ที่มา: T. M. Mishonov; et al. (2005). Thermodynamics of MgB_2 described by the weak-coupling two-band BCS model. *Physical Review B*. 71: 0312210.

ในปี ค.ศ. 2004 กัวริทานูและคณะ (Guritanu; et al. 2004: 1) ได้นำเสนอข้อมูลความร้อนจำเพาะสำหรับตัวนำยวดยิ่งไนโอเบียมสแตนไดต์ (Nb_3Sn) ที่ไม่มีสนามแม่เหล็กในช่วงอุณหภูมิ 1.2 – 200 เคลวิน ดังภาพประกอบ 17 โดยได้ตรวจสอบในรายละเอียดของความผิดปกติที่อุณหภูมิต่ำและพบถึงการมีอยู่ของแถบพลังงานของตัวนำยวดยิ่งแถบที่สอง (โดยที่วงกลมเป็นผลของไนโอเบียมสแตนไดต์, เส้นปะยาวเป็นผลของบีซีเอส, เส้นปะสั้นเป็นผลของแบบจำลองแถบพลังงานเดี่ยวที่จับคู่อย่างแข็งและเส้นทึบเป็นผลของแบบจำลองสองแถบพลังงาน)



ภาพประกอบ 17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของไนโอเบียมสแตนไนด์กับอุณหภูมิ

ที่มา: V. Guritanu; et al. (2004). Specific heat of Nb_3Sn : The case for a second energy gap. *Physical Review B*. 70: 16.

ตาราง 1 แสดงค่าพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงาน

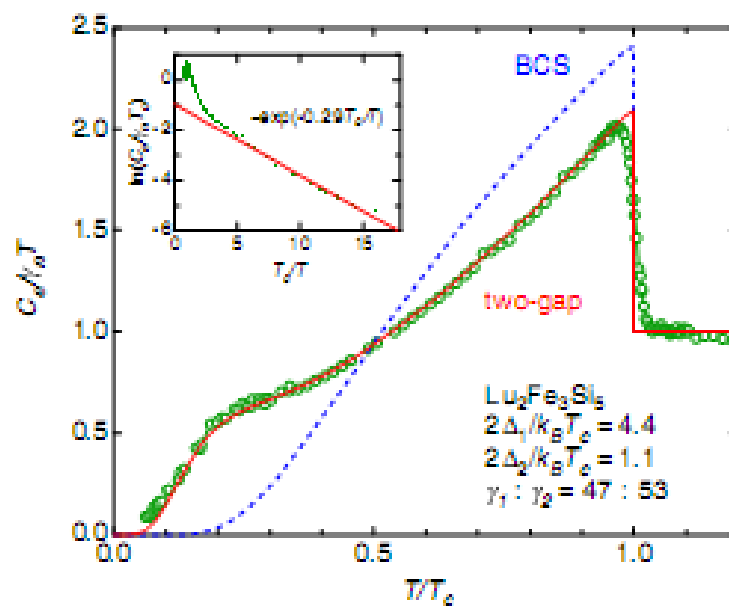
	Nb_3Sn	MgB_2
$T_c(\text{K})$	17.8	38
$2\Delta_1(0)/k_B T_c$	0.8	1.3
$2\Delta_2(0)/k_B T_c$	4.9	3.9

ที่มา: V. Guritanu; et al. (2004). Specific heat of Nb_3Sn : The case for a second energy gap. *Physical Review B*. 70: 11.

โดย Δ_1 คือ ช่องว่างพลังงานในแถบ 1

Δ_2 คือ ช่องว่างพลังงานในแถบ 2

ในปี ค.ศ. 2008 นากาจิม่าและคณะ (Nakajima; et al. 2008: 157001-1) ได้นำเสนอการศึกษาความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิต่ำของตัวนำยวดยิ่งเทอร์นารีไอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) ในช่วงอุณหภูมิตั้งแต่อุณหภูมิวิกฤต (6.1 เคลวิน) ลงไปจนถึงประมาณ 0.3 เคลวิน โดยได้ยืนยันการลดลงของช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤตแล้วยังพบอีกว่าความร้อนจำเพาะจะลดลงอย่างรวดเร็วที่อุณหภูมิประมาณ 1.2 เคลวิน และเข้าสู่ศูนย์เมื่อลดอุณหภูมิต่อไป ผลที่ได้นี้แสดงให้เห็นว่าตัวนำยวดยิ่งนี้มีสองแถบพลังงานอย่างชัดเจน ดังภาพประกอบ 18 (โดยที่เส้นปะเป็นผลบีซีเอส, เส้นทึบเป็นผลงานของนากาจิม่าและคณะ และวงกลมเป็นผลการทดลองที่ใช้เทอร์นารีไอรอนซิลิไซด์)

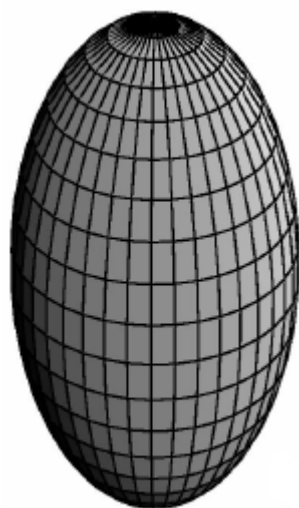


ภาพประกอบ 18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความร้อนจำเพาะของเทอร์นารีไอรอนซิลิไซด์กับอุณหภูมิ

ที่มา: Y. Nakajima; et al. (2008). Specific-Heat Evidence for Two-Gap Superconductivity in the Ternary-Iron Silicide $\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$. *Physical Review Letters*. 100: 157001-2.

แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทาง (Anisotropy gap model)

ในปี ค.ศ. 2001 ฮาสและมากิ (Haas, & Maki. 2001: 020502-1) เสนอแบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเพื่อนำไปใช้อธิบายพฤติกรรมทางเทอร์โมไดนามิกส์ โดยสมมติว่าพื้นผิวเฟอร์มีมีลักษณะเป็นรูปทรงรี ดังภาพประกอบ 19



ภาพประกอบ 19 แสดงช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำยิ่งยวดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางตามแบบจำลองของฮาสและมากิที่เขียนในปริภูมิโมเมนตัม

ที่มา: S. Haas; & K. Maki. (2001). Anisotropic s-wave superconductivity in MgB_2 . *Physical Review B*. 65: 020502-1.

มีสมการช่องว่างพลังงานเป็น

$$\Delta(k) = \Delta(0) \left(\frac{1 + \mathbf{a}' \cdot \mathbf{z}^2}{1 + \mathbf{a}'} \right) \quad (2.22)$$

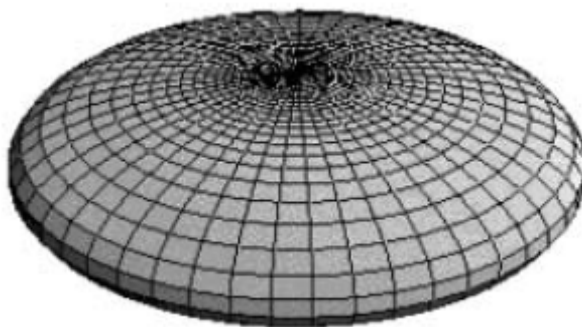
เมื่อ $z = \cos \theta$, θ คือ มุมโพลาร์

$\Delta(k)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและฟังก์ชันความไม่สมมาตร

$\Delta(0)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิศูนย์เคลวิน

$\mathbf{a}'$ คือ ตัวแปรของความไม่สมมาตรระหว่างแกน c กับระนาบ ab

ในปี ค.ศ. 2003 พอสซาซเฮนนิโควา แดม และมากิ (Posazhennikova, Dahm, & Maki. 2003:577) เสนอแบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางโดยสมมติว่าพื้นผิวเฟอร์มีมีลักษณะเป็นรูปแปดแฉก ดังภาพประกอบ 20



ภาพประกอบ 20 แสดงช่องว่างพลังงานสำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดคลื่นเอสที่มีช่องว่างพลังงานขึ้นกับทิศทางตามแบบจำลองของ พอสซาซเฮนนิโควา แดม และมากิที่เขียนในปริภูมิโมเมนตัม

ที่มา: A. I. Posazhennikova; Dahm; & K. Maki. (2002). Anisotropic s-wave Superconductivity: comparison with experiments on MgB_2 single crystals. *Europhysics Letters*. 61(4): 577.

มีสมการช่องว่างพลังงานเป็น

$$\Delta(k) = \frac{\Delta(0)}{\sqrt{1 + \mathbf{a}'\mathbf{z}^2}} \quad (2.23)$$

ในปี ค.ศ. 2003 อุดมสมุทรศิริชัย รักพานิชย์ และยกส์าน (Udomsamuthirun, Rakpanich & Yoksan. 2003: 591) ได้คำนวณหาค่านอร์มัลไลต์(Normalized) ของความจุความร้อนโดยใช้แบบจำลองตัวนำยวดยิ่งที่ขึ้นกับทิศทาง ชนิดคลื่น “เอส” ภายใต้อันตรกิริยาคู่ควบอย่างอ่อนตามทฤษฎี BCS ผลที่ได้จากแบบจำลองช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง จะทำให้ค่า $\Delta C/C_N$ มีค่าต่ำกว่าค่าจากทฤษฎี BCS และผลของความไม่สมมาตรในระนาบ จะทำให้มีการลดและเพิ่มของค่า $\Delta C/C_N$ ซึ่งความสมมาตรในระนาบ จะขึ้นกับค่าของพารามิเตอร์ โดยได้คำนวณปริมาณต่างๆดังนี้

เนื่องจากแมกนีเซียมไดโบไรด์เป็นตัวนำยิ่งยวดคลื่นเอส ดังนั้นสมการช่องว่างพลังงานจึงสามารถใช้ตามทฤษฎี BCS ได้ดังนี้

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \sum_{k'} \frac{V_{kk'} \Delta_{k'}}{\sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}}{2T}\right) \quad (2.24)$$

โดย $\varepsilon_{k'}$ คือ พลังงานของอิเล็กตรอนเทียบกับผิวเฟอร์มิ

$V_{kk'}$ คือ พลังงานศักย์เนื่องจากการจับคู่ของอิเล็กตรอน

Δ_k คือช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิและฟังก์ชันความไม่สมมาตรจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนและโฟนอน กำหนดให้พลังงานศักย์ของการจับคู่เป็น

$$V_{kk'} = V_0 f(k) f(k') \quad (2.25)$$

V_0 เป็นค่าคงตัวของการจับคู่ของอิเล็กตรอนและช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตรจะเป็น

$$\Delta_k = \Delta(T) f(k) \quad (2.26)$$

โดย $\Delta(T)$ คือ ช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

$f(k)$ คือ ฟังก์ชันที่แสดงถึงความไม่สมมาตรของผิวเฟอร์มิที่ขึ้นกับเวกเตอร์ k

การหาสมการทั่วไปของความจุความร้อนในสภานำยิ่งยวดที่อุณหภูมิใดๆ เริ่มจากสมการเอนโทรปี $S(T)$ ของระบบอนุภาคเสมือนเฟอร์มิออน

$$S(T) = -2 \sum_k [f_k \ln f_k + (1 - f_k) \ln(1 - f_k)] \quad (2.27)$$

โดย f_k คือ ฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มิดิแรกตามสมการ $f_k = \frac{1}{e^{\beta E_k} + 1}$

และ E_k คือ พลังงานของคูเปอร์ที่บริเวณผิวเฟอร์มิ ตามสมการ $E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(k)}$

จากสมการความจุความร้อน

$$C(T) = T \frac{dS(T)}{dT} \quad (2.28)$$

ใช้กฎลูกโซ่กับ $\frac{dS(T)}{dT}$ และรวมทุกค่าในปริภูมิ k

$$\frac{dS(T)}{dT} = \sum_k \frac{\partial S}{\partial f_k} \frac{\partial f_k}{\partial T} \quad (2.29)$$

พิจารณาเทอม $\frac{\partial S}{\partial f_k}$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial f_k} &= -2 \frac{\partial}{\partial f_k} [f_k \ln f_k + (1 - f_k) \ln(1 - f_k)] \\ &= -2 \ln \frac{f_k}{(1 - f_k)} \\ &= -2 \ln e^{E_k/T} \\ &= \frac{2}{T} \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)} f^2(k) \end{aligned} \quad (2.30)$$

พิจารณาเทอม $\frac{\partial f_k}{\partial T}$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_k}{\partial T} &= \frac{\partial}{\partial T} \frac{1}{(e^{E_k/T} + 1)} \\ \frac{\partial f_k}{\partial T} &= -\frac{e^{E_k/T}}{(e^{E_k/T} + 1)^2} \left[\frac{1}{T} \frac{\partial E_k}{\partial T} + E_k \frac{\partial(1/T)}{\partial T} \right] \\ &= \frac{1}{T^2} \frac{e^{E_k/T}}{(e^{E_k/T} + 1)^2} \left[\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)} f^2(k) - T \frac{d}{dT} \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)} f^2(k) \right] \end{aligned} \quad (2.31)$$

นำสมการ (2.30) และสมการ (2.31) แทนลงใน (2.29) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{dS(T)}{dT} = & \frac{2}{T} \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(k)} \frac{1}{T^2} \frac{e^{E_k/T}}{(e^{E_k/T} + 1)^2} [\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(k)} \\ & - T \frac{d}{dT} \sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(k)}] \end{aligned} \quad (2.32)$$

นำสมการ (2.32) แทนลงในสมการ (2.28) จะได้

$$C(T) = \frac{2}{T^2} \sum_k \frac{e^{E_k/T}}{(e^{E_k/T} + 1)^2} \left[\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(k) - \frac{T}{2} f^2(k) \frac{d\Delta^2(T)}{dT} \right] \quad (2.33)$$

สมการ (2.33) เป็นสมการความจุความร้อนของอนุภาคในสภานำยวดยิ่ง โดยรวมทุกค่าในปริภูมิ k ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยเทอมอินทิกรัลที่แปรตามพลังงาน ε_k แล้วคูณด้วยความหนาแน่นสถานะที่ผิวเฟอร์มิ $N_0(\varepsilon_F)$ โดยให้ $N_0(\varepsilon_F) = N_0$ เมื่อ N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะซึ่งถือว่าเป็นค่าคงที่ในระดับชั้นพลังงานเล็กๆที่ผิวเฟอร์มิ และขอบเขตของการอินทิเกรตจะเป็นค่าจำกัดคือเท่ากับพลังงานคัตออฟ (cut-off) ของเดอบาย ω_D และเป็นคลื่นเอสซึ่งมีผิวเฟอร์มิแบบทรงกลม การอินทิเกรตทั่วผิวเฟอร์มิแบบทรงกลมสมการการสมมาตร $f(k)$ จะเป็น $f(\theta, \phi)$ ในพิกัดทรงกลม ดังสมการ (2.33) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} C(T) = & \frac{2N_0}{T^2} \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{\exp(\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(\theta, \phi)}/T)}{[\exp(\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(\theta, \phi)}/T) + 1]^2} \times \\ & [\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(\theta, \phi) - \frac{T}{2} f^2(\theta, \phi) \frac{d}{dT} \Delta^2(T)] d\varepsilon_k \end{aligned} \quad (2.34)$$

เมื่อ $\frac{1}{4\pi}$ คือ นอร์มัลไลซ์แฟคเตอร์ (Normalize factor)

สมการ (2.34) เป็นสมการความจุความร้อนแบบที่มีช่องว่างพลังงานไม่สมมาตรในรูปทั่วไปที่ครอบคลุมทุกอุณหภูมิ

ในกรณีที่วัสดุอยู่ในสภาวะปกติ $T > T_c$, $\Delta(T) = 0$ การอินทิเกรตทั่วผิวเฟอร์มิจะมีค่าเท่ากับหนึ่งและสำหรับ $\omega_D \gg T_c$ จะใช้การประมาณขอบเขตการอินทิเกรตเป็นอนันต์ได้ดังนั้นสมการ (2.34) เป็น

$$C(T) = \frac{4N_0}{T^2} \int_0^\infty \frac{e^{\varepsilon_k/T}}{(e^{\varepsilon_k/T} + 1)} \varepsilon_k^2 d\varepsilon_k$$

ให้ $x = \frac{\varepsilon_k}{T}$,

$$C(T) = \frac{4N_0}{T^2} \int_0^\infty \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} x^2 T^3 dx$$

$$= 4N_0 T \int_0^\infty x^2 e^{-x} (1 + e^{-x})^{-2} dx$$

$$= 4N_0 T \int_0^\infty x^2 e^{-x} (1 - 2e^{-x} + 3e^{-3x} + \dots) dx$$

จาก $\int_0^\infty x^n e^{-px} dx = \frac{n!}{p^{n+1}}$ เมื่อ $p > 0$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$C(T) = 8N_0 T \left[1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots \right]$$

$$= 2N_0 \frac{\pi^2}{3} T \quad (2.35)$$

สมการ (2.35) เป็นสมการความจุความร้อนสำหรับวัสดุในสภาพปกติโดยที่ $T > T_c$

ในกรณีวัสดุอยู่ในสภาพนำยวดยิ่งสมการ (2.34) จะเกี่ยวข้องกับเทอม $\Delta^2(T)$ สามารถหาเทอม $\Delta^2(T)$ ได้โดยเริ่มจากนำสมการ (2.25) และ (2.26) แทนลงใน (2.24) จะได้สมการ

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi \int_0^{\omega_D} \frac{f^2(\theta, \phi)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(\theta, \phi)}} \times$$

$$\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(\theta, \phi)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \quad (2.36)$$

จาก $\tanh x = \sum_{n=0}^\infty \frac{2x}{x^2 + [\pi(n + \frac{1}{2})]^2}$,

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi \{ f^2(\theta, \phi) [\int_0^{\omega_D} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} d\varepsilon_k - 4T \int_0^{\omega_D} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta^2(T) f^2(\theta, \phi)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k] \} \quad (2.37)$$

โดยที่ $\omega_D = 2\pi T(n + \frac{1}{2})$, $n = 0, 1, 2, \dots$ เรียก ω_D ว่าความถี่มีสซึบารา (Matsubara frequency)

$$\text{และ} \quad \frac{1}{N_0 V_0} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi f^2(\theta, \phi) \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c}\right)$$

ดังนั้นจะได้สมการ (2.37) เป็น

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi f^2(\theta, \phi) \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c}\right) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi [f^2(\theta, \phi) \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) - f^4(\theta, \phi) \frac{7}{8} \frac{\Delta^2(T) \zeta(3)}{\pi^2 T^2}]$$

$$\text{ให้ } \langle f^2(\theta, \phi) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi f^2(\theta, \phi) \quad \text{ดังนั้น}$$

$$\langle f^2(\theta, \phi) \rangle \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c}\right) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) - \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \Delta^2(T) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2}$$

จัดรูปใหม่จะได้

$$\Delta^2(T) = - \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle \ln(T/T_c)}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle \left(\frac{7\zeta(3)}{8\pi^2 T^2} \right)}$$

$$\therefore \ln\left(\frac{T_c}{T}\right) = -\ln\left(\frac{T}{T_c}\right) \text{ และเนื่องจาก } x \cong \ln(1+x) \text{ ดังนั้น } \ln\left(\frac{T}{T_c}\right) = \ln\left(1 + \frac{T-T_c}{T_c}\right) \cong \frac{T-T_c}{T_c}$$

ในกรณี T ใกล้ T_c จะได้

$$\Delta^2(T) = \left(\frac{T_c - T}{T_c} \right) \frac{8\pi^2 T_c^2 \langle f^2(\theta, \phi) \rangle}{7\zeta(3) \langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \quad (2.38)$$

สมการ (2.38) เป็นสมการช่องว่างพลังงานที่ T ใกล้ T_c หา $\frac{d\Delta^2(T)}{dT}$ ได้เป็น

$$\frac{d\Delta^2(T)}{dT} = -\frac{8\pi^2 T_c \langle f^2(\theta, \phi) \rangle}{7\zeta(3) \langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \quad (2.39)$$

พิจารณาสมการ (2.34) เทอมแรกเป็นความจุความร้อนในวัสดุปกติ $C_N(T)$ ที่ $T = T_c$ มีสมการเป็น

$$C_N(T) = \frac{2N_0}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\varepsilon_k/T}}{(e^{\varepsilon_k/T} + 1)^2} \varepsilon_k^2 d\varepsilon_k$$

ส่วนเทอมที่สองเป็นความจุความร้อนในวัสดุที่อยู่ในสภานำยวดยิ่ง นำ $C_N(T)$ ลบออกจากสมการ (2.34) และแทนสมการ (2.39) ลงไปจะได้

$$C_S(T) - C_N(T) = \frac{2N_0}{4\pi T^2} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi \times$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(\theta, \phi)}/T)}{\exp(\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) f^2(\theta, \phi)}/T) + 1} \times \left[\frac{T}{2} f^2(\theta, \phi) \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} \right] d\varepsilon_k$$

และที่ $T = T_c$ ได้ $\Delta(T) = 0$ ดังนั้น

$$C_S(T) - C_N(T) = \frac{N_0}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\varepsilon_k/T}}{(e^{\varepsilon_k/T} + 1)^2} \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} d\varepsilon_k$$

$$= \frac{N_0}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} T dx$$

$$= N_0 \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \int_1^\infty \frac{du}{u^2}$$

$$= N_0 \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle}$$

นำ $C_N(T)$ จากสมการ (2.35) หาคัดลลด

$$\begin{aligned}
\frac{C_S(T) - C_N(T)}{C_N(T)} &= \frac{12}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \\
&= 1.43 \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

แบบจำลองตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงาน

อุดมสมุทหิรัญและคณะ (Udomsamuthirun; et al. 2005: 149) ได้คำนวณหาสูตรแบบแม่นยำของอุณหภูมิวิกฤตและสัมประสิทธิ์ไอโซโทปของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานชนิดคลื่น “เอส” โดยใช้อันตรกิริยาคู่ควบอย่างอ่อนตามทฤษฎีบีซีเอส และพิจารณาตัวนำยวดยิ่งที่มีความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวและแบบแวนไฮป และพิจารณาอันตรกิริยาดึงดูดของอิเล็กตรอนประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนที่เกิดจากอันตรกิริยาการแลกเปลี่ยนโฟนอน (อิเล็กตรอน-โฟนอน-อิเล็กตรอน V_{ph}) และส่วนอื่นๆที่ไม่ใช่โฟนอน (U_C) ผลการคำนวณแสดงว่าอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงาน (interband interaction) ของอิเล็กตรอนมีผลต่อสัมประสิทธิ์ไอโซโทป ยิ่งกว่าอันตรกิริยาภายในแถบพลังงานเดียวกัน (intraband interaction) และสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกรณีที่มีความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวให้ผลสอดคล้องกับการทดลองที่ใช้แมกนีเซียมไดโบไรด์ ส่วนสัมประสิทธิ์ไอโซโทปกรณีที่มีความหนาแน่นสถานะแบบแวนไฮปนั้นก็ให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองที่ใช้ตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง

จากฮามิลโทเนียนของตัวนำยวดยิ่งแบบ 2 แถบพลังงาน

$$H = H_1 + H_2 + H_{12} \tag{2.41}$$

เมื่อ H คือ ฮามิลโทเนียนรวมของระบบ

H_1 คือ ฮามิลโทเนียนของอันตรกิริยาการเกิดคู่คูเปอร์ในแถบพลังงานที่ 1

H_2 คือ ฮามิลโทเนียนของอันตรกิริยาการเกิดคู่คูเปอร์ในแถบพลังงานที่ 2

H_{12} คือ ฮามิลโทเนียนของอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานในชั้นที่ 1 และ 2

โดย

$$H_1 = \sum_{k\sigma} \varepsilon_{k\sigma} C_{k\sigma}^+ C_{k\sigma} - \sum_{kk'} V_{11kk'} C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ C_{-k'\downarrow} C_{k'\uparrow}$$

$$H_2 = \sum_{k\sigma} \varepsilon_{k\sigma} P_{k\sigma}^+ P_{k\sigma} - \sum_{kk'} V_{22kk'} P_{k\uparrow}^+ P_{-k\downarrow}^+ P_{-k'\downarrow} P_{k'\uparrow}$$

$$H_{12} = -\sum_{kk'} V_{12kk'} (P_{k\uparrow}^+ P_{-k\downarrow}^+ C_{-k'\downarrow} C_{k'\uparrow} + C_{k\uparrow}^+ C_{-k\downarrow}^+ P_{-k'\downarrow} P_{k'\uparrow}) \quad (2.42)$$

ซึ่ง $\varepsilon_{k\sigma}$ คือ พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนในแถบพลังงานที่บริเวณผิวเฟอร์มีและ $V_{11kk'}$ และ $V_{22kk'}$ คือ พลังงานศักย์ดึงดูดของคู่อุปเปอร์ในแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 $C_{k\sigma}^+$ และ $P_{k\sigma}^+$ คือ ตัวดำเนินการสร้างของแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 $C_{k\sigma}$ และ $P_{k\sigma}$ คือ ตัวดำเนินการทำลายของแถบพลังงานที่ 1 และแถบพลังงานที่ 2 σ คือ ดัชนีของการสปิน $\uparrow$ หรือ $\downarrow$ k คือ เวกเตอร์คลื่น

จากสมการฮามิลโทเนียนเราสามารถเขียนสมการช่องว่างของพลังงานได้เป็น

$$\begin{aligned} \Delta_{1k} &= -\sum_{k'} V_{11kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) \\ \Delta_{2k} &= -\sum_{k'} V_{22kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right) \end{aligned} \quad (2.43)$$

เมื่อ Δ_{1k}, Δ_{2k} เป็นช่องว่างพลังงานสำหรับแถบ 1 และ แถบ 2 ตามลำดับ

พิจารณาที่ $T = T_c$ จะได้ $\Delta_k(T_c) = 0$ ดังนั้น

$$\Delta_{1k} = -\sum_{k'} V_{11kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T_c}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T_c}\right)$$

และ

$$\Delta_{2k} = -\sum_{k'} V_{22kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T_c}\right) - \sum_{k'} V_{21kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T_c}\right) \quad (2.44)$$

แทนค่า $V_{kk'}$ โดยกำหนดให้ศักย์ในการดึงดูดที่ทำให้เกิดคู่อุปเปอร์ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วนตามสมการ

$$\begin{aligned} V_{kk'(\omega)} &= -V_{ph}^i - U_{ic} \quad , \quad 0 < |\varepsilon_k, \varepsilon_{k'}| < \omega_D \\ &= -U_{ic} \quad , \quad \omega_D < |\varepsilon_k, \varepsilon_{k'}| < \omega_c \end{aligned} \quad (2.45)$$

เพื่อให้สอดคล้องกับศักย์ในการดึงดูดจะกำหนดให้ช่องว่างพลังงานเป็นไปตามสมการ

$$\Delta_{1k} = \begin{cases} \Delta_{11} & , 0 < |\varepsilon_k| < \omega_D \\ \Delta_{12} & , \omega_D < |\varepsilon_k| < \omega_C \end{cases} \quad \text{และ} \quad \Delta_{2k} = \begin{cases} \Delta_{21} & , 0 < |\varepsilon_k| < \omega_D \\ \Delta_{22} & , \omega_D < |\varepsilon_k| < \omega_c \end{cases} \quad (2.46)$$

โดยได้คำนวณ ความหนาแน่นสถานะแบบคงตัว

จากสมการช่องว่างของพลังงาน (สมการ 2.43)

$$\Delta_{1k} = -\sum_{k'} V_{11kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T}\right)$$

และ

$$\Delta_{2k} = -\sum_{k'} V_{22kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{21kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T}\right) \quad (2.47)$$

แทน $\sum$ ด้วย $\int N(0) d\varepsilon$ เมื่อ $N(0)$ เป็นความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวจะได้

$$\Delta_{1k} = -\int_0^{\omega_D} \frac{N(0)V_{11kk'}\Delta_{1k'}}{\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T}\right) d\varepsilon - \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{N(0)V_{12kk'}\Delta_{2k'}}{\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T}\right) d\varepsilon$$

$$\Delta_{2k} = -\int_0^{\omega_D} \frac{N(0)V_{22kk'}\Delta_{2k'}}{\varepsilon_{2k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{2k'}}{2T}\right) d\varepsilon - \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{N(0)V_{21kk'}\Delta_{1k'}}{\varepsilon_{1k'}} \tanh\left(\frac{\varepsilon_{1k'}}{2T}\right) d\varepsilon \quad (2.48)$$

กำหนดให้

$$I_1 = \int_0^{\omega_D} \frac{1}{\varepsilon} \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right) d\varepsilon \quad \text{และ} \quad I_2 = \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{1}{\varepsilon} \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right) d\varepsilon \quad (2.48)$$

และ

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= N(0)V_{ph}^1, & \lambda_2 &= N(0)V_{ph}^2 \\ \lambda_{12} &= N(0)V_{ph}^{12}, & \lambda_{21} &= N(0)V_{ph}^{21} \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}\mu_1 &= N(0)U_c^1 & , & & \mu_2 &= N(0)U_c^2 \\ \mu_{12} &= N(0)U_c^{12} & , & & \mu_{21} &= N(0)U_c^{21}\end{aligned}$$

โดย $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{12}$ คือ ค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2, และ ระหว่างแถบ 1 และ 2 ตามลำดับ

μ_1, μ_2, μ_{12} คือ ค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2 และระหว่างแถบ 1 และ 2 ตามลำดับ
เขียนสมการใหม่จะได้

$$\begin{aligned}\Delta_{11} &= (\lambda_1 + \mu_1)\Delta_{11}I_1 + \mu_1\Delta_{12}I_2 + (\lambda_{21} + \mu_{21})\Delta_{21}I_1 + \mu_{21}\Delta_{22}I_2 \\ \Delta_{21} &= (\lambda_2 + \mu_2)\Delta_{21}I_1 + \mu_2\Delta_{22}I_2 + (\lambda_{12} + \mu_{12})\Delta_{11}I_1 + \mu_{12}\Delta_{12}I_2 \\ \Delta_{12} &= \mu_1\Delta_{11}I_1 + \mu_1\Delta_{12}I_2 + \mu_{21}\Delta_{21}I_1 + \mu_{21}\Delta_{22}I_2 \\ \Delta_{22} &= \mu_2\Delta_{21}I_1 + \mu_2\Delta_{22}I_2 + \mu_{12}\Delta_{11}I_1 + \mu_{12}\Delta_{12}I_2\end{aligned}$$

กำหนดให้ $\lambda_{12} = \lambda_{21}$, $\mu_{12} = \mu_{21}$ และนำมาเขียนในรูปเมทริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1 & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & (\lambda_2 + \mu_2)I_1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \\ \mu_1I_1 & \mu_{12}I_1 & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ \mu_{12}I_1 & \mu_2I_1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix}$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1 - 1 & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & (\lambda_2 + \mu_2)I_1 - 1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \\ \mu_1I_1 & \mu_{12}I_1 & \mu_1I_2 - 1 & \mu_{12}I_2 \\ \mu_{12}I_1 & \mu_2I_1 & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix} = 0$$

เนื่องจาก Δ_1 และ Δ_2 มีค่าใดๆ จะได้

$$\det \begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1 - 1 & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & \mu_1 I_2 & \mu_{12} I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1 & (\lambda_2 + \mu_2)I_1 - 1 & \mu_{12} I_2 & \mu_2 I_2 \\ \mu_1 I_1 & \mu_{12} I_1 & \mu_1 I_2 - 1 & \mu_{12} I_2 \\ \mu_{12} I_1 & \mu_2 I_1 & \mu_{12} I_2 & \mu_2 I_2 - 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.49)$$

และ

$$\begin{aligned} & 1 - I_1 \lambda_1 - I_1 \lambda_2 + I_1^2 \lambda_1 \lambda_2 - I_1^2 \lambda_{12}^2 - I_1 \mu_1 - I_2 \mu_1 + I_1 I_2 \lambda_1 \mu_1 + I_1^2 \lambda_2 \mu_1 + I_1 I_2 \lambda_2 \mu_1 - I_1^2 I_2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 + I_1^2 I_2 \lambda_{12}^2 \mu_1 \\ & - I_1 \mu_2 - I_2 \mu_2 + I_1^2 \lambda_1 \mu_2 + I_1 I_2 \lambda_1 \mu_2 + I_1 I_2 \lambda_2 \mu_2 - I_1^2 I_2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_2 + I_1^2 I_2 \lambda_{12}^2 \mu_2 + I_1^2 \mu_1 \mu_2 + 2 I_1 I_2 \mu_1 \mu_2 + I_2^2 \mu_1 \mu_2 \\ & - I_1^2 I_2 \lambda_1 \mu_1 \mu_2 - I_1 I_2^2 \lambda_1 \mu_1 \mu_2 - I_1^2 I_2 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 - I_1 I_2^2 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 + I_1^2 I_2^2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 - I_1^2 I_2^2 \lambda_{12}^2 \mu_1 \mu_2 - 2 I_1^2 \lambda_{12} \mu_{12} - I_1^2 \mu_{12}^2 \\ & - 2 I_1 I_2 \mu_{12}^2 - I_2^2 \mu_{12}^2 + I_1^2 I_2 \lambda_1 \mu_{12}^2 + I_1 I_2^2 \lambda_1 \mu_{12}^2 + I_1^2 I_2 \lambda_2 \mu_{12}^2 + I_1 I_2^2 \lambda_2 \mu_{12}^2 - I_1^2 I_2^2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_{12}^2 + I_1^2 I_2^2 \lambda_{12}^2 \mu_{12}^2 = 0 \end{aligned}$$

แก้สมการหา I_1 จะได้

$$I_1 = \left(\begin{aligned} & \lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2 - I_2 \left(-2\mu_{12}^2 + 2\mu_1 \mu_2 + \lambda_1 (\mu_1 + \mu_2) + \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2) \right) - I_2^2 (\lambda_1 + \lambda_2) (\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2) \\ & \pm \left[\left[\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1 + \mu_2 + I_2 \left(-2\mu_{12}^2 + 2\mu_1 \mu_2 + \lambda_1 (\mu_1 + \mu_2) + \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2) \right) - I_2^2 (\lambda_1 + \lambda_2) (\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2) \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ & - 4 \left[\begin{aligned} & \lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_2 \mu_1 + 2\lambda_{12} \mu_{12} + \mu_{12}^2 - \lambda_1 \mu_2 - \mu_1 \mu_2 - I_2^2 (\lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2) (\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2) \\ & + I_2 (-\lambda_2 \mu_{12}^2 + \lambda_2 \mu_1 \mu_2 - \lambda_{12}^2 (\mu_1 + \mu_2) + \lambda_1 (-\mu_{12}^2 + \mu_1 \mu_2 + \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2))) \\ & - [1 - I_2 (\mu_1 + \mu_2) + I_2^2 (-\mu_{12}^2 + \mu_1 \mu_2)] \end{aligned} \right] \end{aligned} \right)^{\frac{1}{2}} \\ \left/ \left[2 \left(\begin{aligned} & -\lambda_{12}^2 + \lambda_1 \lambda_2 - \lambda_{12}^2 + \lambda_1 \mu_1 - 2\lambda_{12} \mu_{12} - \mu_{12}^2 + \lambda_1 \mu_2 + \mu_1 \mu_2 + I_2^2 (\lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2) (\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2) \\ & + I_2 (\lambda_2 \mu_{12}^2 - \lambda_2 \mu_1 \mu_2 + \lambda_{12}^2 (\mu_1 + \mu_2) - \lambda_1 (-\mu_{12}^2 + \mu_1 \mu_2 + \lambda_2 (\mu_1 + \mu_2))) \end{aligned} \right) \right] \right]$$

$$\text{กำหนดให้ } a_\lambda = \frac{\lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_t} \quad \text{และ} \quad b_\mu = \frac{\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2}{\mu_t}$$

$$\text{เมื่อ } \lambda_t = \lambda_1 + \lambda_2 \quad \text{และ} \quad \mu_t = \mu_1 + \mu_2 \quad \text{จะได้}$$

$$I_1 = \left(\frac{\left(\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - I_2^2 b_\mu \right) \pm \left[\left[\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - I_2^2 b_\mu \right]^2 + 4 \left[\frac{a_\lambda}{\mu_t} + \frac{b_\mu}{\lambda_t} + \frac{2\lambda_{12}\mu_{12}}{\lambda_t\mu_t} - \frac{(\lambda_2\mu_1 + \lambda_1\mu_2)}{\lambda_t\mu_t} - I_2(a_\lambda + b_\mu) - I_2^2 a_\lambda b_\mu \right] \left[\frac{1}{\lambda_t\mu_t} - \frac{I_2}{\lambda_t} - \frac{b_\mu I_2^2}{\lambda_t} \right] \right]}{\left[2 \left(\frac{a_\lambda}{\mu_t} + \frac{b_\mu}{\lambda_t} + \frac{2\lambda_{12}\mu_{12}}{\lambda_t\mu_t} - \frac{(\lambda_2\mu_1 + \lambda_1\mu_2)}{\lambda_t\mu_t} - I_2(a_\lambda + b_\mu) - I_2^2 a_\lambda b_\mu \right) \right]} \right)^{1/2} \quad (2.50)$$

ในกรณีที่ $\omega_D \gg T_c$ สามารถประมาณได้ว่า

$$I_1 \approx \ln \left(\frac{1.14\omega_D}{T_c} \right) \quad \text{และ} \quad I_2 \approx \ln \left(\frac{\omega_c}{\omega_D} \right) \quad \text{ดังนั้นจะได้สมการอุณหภูมิวิกฤต (T_c) เป็น}$$

$$T_c = 1.14\omega_D \exp \left(\frac{\left(\left[\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - b_\mu I_2^2 \right] - \left[\left(\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - b_\mu I_2^2 \right)^2 + 4 \left(\frac{a_\lambda}{\mu_t} + \frac{b_\mu}{\lambda_t} + \frac{2\lambda_{12}\mu_{12}}{\lambda_t\mu_t} - \frac{(\lambda_2\mu_1 + \lambda_1\mu_2)}{\lambda_t\mu_t} - I_2(a_\lambda + b_\mu) - I_2^2 a_\lambda b_\mu \right) \left(\frac{1}{\lambda_t\mu_t} - \frac{I_2}{\lambda_t} - \frac{b_\mu I_2^2}{\lambda_t} \right) \right]}{\left(2 \left[\frac{a_\lambda}{\mu_t} + \frac{b_\mu}{\lambda_t} + \frac{2\lambda_{12}\mu_{12}}{\lambda_t\mu_t} - \frac{(\lambda_2\mu_1 + \lambda_1\mu_2)}{\lambda_t\mu_t} - I_2(a_\lambda + b_\mu) - I_2^2 a_\lambda b_\mu \right] \right)} \right)^{1/2} \quad (2.51)$$

สมการข้างต้นเป็นสมการของอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบ 2 แถบพลังงานชนิดคลื่นเอส ซึ่งหาได้จากแบบจำลองความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวพิจารณาตัวแปรของเทอมด้านขวามือทั้งหมดจะไม่ขึ้นอยู่กับค่า T_c ดังนั้นสามารถประมาณเทอมด้านขวามือได้เป็น

$$\begin{aligned}
T_c &\approx 1.14\omega_D \exp \left[- \left(\frac{1}{\lambda_t \mu_t} - \frac{I_2}{\lambda_t} - \frac{b_\mu I_2^2}{\lambda_t} \right) \middle/ \left(\frac{1}{\mu_t} + \frac{1}{\lambda_t} + I_2 \left(\frac{2b_\mu}{\lambda_t} - 1 \right) - b_\mu I_2^2 \right) \right] \\
&\approx 1.14\omega_D \exp \left(\frac{(-1/\lambda_t)}{1 + \left(\frac{\mu_t}{\lambda_t} \right) \frac{1 + 2b_\mu I_2}{1 - \mu_t I_2 - \mu_t b_\mu I_2^2}} \right)
\end{aligned} \tag{2.52}$$

สมการ (2.52) เป็นสมการอนุกรมวิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานซึ่งมีรูปแบบใกล้เคียงกับสมการของ Eliashberg

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาคุณสมบัติเชิงอุณหพลศาสตร์ของสารตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน แบบคลื่น “เอส” ที่บริเวณใกล้อุณหภูมิวิกฤต โดยมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณหาสมการของพารามิเตอร์ช่องว่างพลังงานโดยใช้สมการช่องว่างพลังงานแบบสองแถบพลังงานตามแบบของอุตมสมุทธีรวิทย์และคณะ (Udomsamuthirun; et al. 2005: 149) ดังนี้

$$\Delta_{1k} = -\sum_{k'} V_{11kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right)$$
$$\Delta_{2k} = -\sum_{k'} V_{22kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right)$$

2. นำสมการของพารามิเตอร์ช่องว่างพลังงานในข้อ (1) แทนค่าในสมการของความจุความร้อนในสถานะนำยวดยิ่ง $C_S(T)$ ตามแบบของอุตมสมุทธีรวิทย์, รักพานิชย์และยกส์ตัน (Udomsamuthirun, Rakpanich & Yoksan. 2003: 591) โดยใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางสำหรับอันตรกิริยาการจับคู่อย่างอ่อน (Weak-coupling) ตามทฤษฎีบีซีเอส

3. คำนวณหาค่า $\frac{\Delta C}{C_N}$

4. ใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานที่ขึ้นกับทิศทางแทนค่าลงในข้อ (3) โดยใช้แบบจำลองดังนี้

4.1 แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ ฮาสส์ และมากิ (Haas, & Maki. 2001: 020502-1) ตามสมการ (2.22) คือ

$$\Delta(k) = \Delta(0) \left(\frac{1 + a'z^2}{1 + a'} \right)$$

4.2 แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ พอสซาสเฮนนิโควา แดม และ มากิ

(Posazhennikova, Dahm, & Maki. 2003:577) ตามสมการ (2.23) คือ

$$\Delta(k) = \frac{\Delta(0)}{\sqrt{1+a'z^2}}$$

5. คำนวณเชิงตัวเลขแล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์หรือตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานแล้วสรุปผล

สมการของช่องว่างพลังงานแบบสองแถบพลังงาน

ผู้วิจัยได้ใช้แบบจำลองตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานตามแบบของอุตมสมุทรหิรัญและคณะ (Udomsamuthirun; et al. 2005: 149) ดังนี้

$$\Delta_{1k} = -\sum_{k'} V_{11kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) \quad (3.1)$$

$$\Delta_{2k} = -\sum_{k'} V_{22kk'} \frac{\Delta_{2k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{2k'}^2 + \Delta_{2k'}^2}}{2T}\right) - \sum_{k'} V_{12kk'} \frac{\Delta_{1k'}}{2\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{1k'}^2 + \Delta_{1k'}^2}}{2T}\right) \quad (3.2)$$

จากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอนและโฟนอน (electron-phonon interaction) กำหนดให้ศักย์ในการดึงดูดที่ทำให้เกิดคู่อิเล็กตรอนซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วนตามสมการเป็น

$$\begin{aligned} V_{kk'}(\omega) &= (-V_{ph}^i - U_c^i) f(k) f(k') \quad , \quad 0 < |\varepsilon_k, \varepsilon_{k'}| < \omega_D \\ &= (-U_c^i) f(k) f(k') \quad , \quad \omega_D < |\varepsilon_k, \varepsilon_{k'}| < \omega_c \end{aligned} \quad (3.3)$$

โดย i เป็นแถบพลังงานแถบ 1, แถบ 2 และระหว่างแถบ 1 และ 2

เพื่อให้สอดคล้องกับศักย์ในการดึงดูดจะกำหนดให้ช่องว่างพลังงานเป็นไปตามสมการ

$$\Delta_{1k} = \begin{cases} \Delta_{11}(T)f(k) & , 0 < |\varepsilon_k| < \omega_D \\ \Delta_{12}(T)f(k) & , \omega_D < |\varepsilon_k| < \omega_c \end{cases} \quad \text{และ} \quad \Delta_{2k} = \begin{cases} \Delta_{21}(T)f(k) & , 0 < |\varepsilon_k| < \omega_D \\ \Delta_{22}(T)f(k) & , \omega_D < |\varepsilon_k| < \omega_c \end{cases} \quad (3.4)$$

แทนค่าสมการ (3.3) และ (3.4) ในสมการ (3.1) และ (3.2) แล้วแทน Σ ด้วย $\int N(0)d\varepsilon$ เมื่อ $N(0)$ เป็นความหนาแน่นสถานะแบบคงตัว

เมื่อ $0 < |\varepsilon_k| < \omega_D$ จะได้

$$\begin{aligned} \Delta_{11} = & (V_{ph}^1 + U_c^1)N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{11}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\ & + U_c^1 N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{12}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\ & + (V_{ph}^{21} + U_c^{21})N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{21}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\ & + U_c^{21} N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{22}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{21} = & (V_{ph}^2 + U_c^2)N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{21}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\ & + U_c^2 N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{22}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\ & + (V_{ph}^{12} + U_c^{12})N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{11}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\ & + U_c^{12} N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{12}f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \end{aligned} \quad (3.6)$$

และเมื่อ $\omega_D < |\varepsilon_k| < \omega_c$ จะได้

$$\begin{aligned}
\Delta_{12} = & U_c^1 N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{11} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\
& + U_c^1 N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{12} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\
& + U_c^{21} N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{21} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\
& + U_c^{21} N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{22} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k
\end{aligned} \tag{3.7}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_{22} = & U_c^2 N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{21} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{21}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\
& + U_c^2 N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{22} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{22}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\
& + U_c^{21} N(0) \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta_{11} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{11}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \\
& + U_c^{12} N(0) \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{\Delta_{12} f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_{12}^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k
\end{aligned} \tag{3.8}$$

โดย V_{ph}^1 , V_{ph}^2 , V_{ph}^{12} , V_{ph}^{21} คือ อันตรกิริยาดึงดูดแบบอ่อนที่ขึ้นอยู่กับความถี่โฟนอน ในแถบ 1,

แถบ 2 ระหว่างแถบ 1 กับ 2 และ ระหว่างแถบ 2 กับ 1 ตามลำดับ

U_c^1 , U_c^2 , U_c^{12} , U_c^{21} คือ อันตรกิริยาแบบอื่นที่ไม่ใช่โฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2 ระหว่างแถบ

1 กับ 2 และ ระหว่างแถบ 2 กับ 1 ตามลำดับ

Δ_{11} , Δ_{12} , Δ_{21} , Δ_{22} คือ ช่องว่างพลังงาน ในแถบ 1, แถบ 2 ระหว่างแถบ 1 กับ 2 และ

ระหว่างแถบ 2 กับ 1 ตามลำดับ

เมื่อ

$$I_1(\Delta_i) = \int_0^{\omega_D} \frac{f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k$$

และ

$$I_2(\Delta_i) = \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \quad , \quad \text{โดยที่ } i=1,2$$

เนื่องจาก $I_1(\Delta_i)$ และ $I_2(\Delta_i)$ เป็นสมการที่สำคัญในการคำนวณแต่สมการมีความซับซ้อนมาก ซึ่งไม่สามารถคำนวณแบบ analytic ได้ ผู้วิจัยจะทำการคำนวณสมการทั้งสองในบริเวณต่างๆ โดยใช้การประมาณดังนี้

$$\text{พิจารณาที่ } T \text{ ใกล้ } T_c \text{ จาก } I_1(\Delta_i) = \int_0^{\omega_D} \frac{f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \quad (3.9)$$

การอินทิเกรตทั่วผิวเฟอร์มิแบบทรงกลมสมการการสมมาตร $f(k)$ จะเป็น $f(\theta, \phi)$ ในพิกัดทรงกลม ดังนั้นสมการ (3.9) เขียนใหม่ได้เป็น

$$I_1(\Delta_i) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi \int_0^{\omega_D} \frac{f^2(\theta, \phi)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2(T) f^2(\theta, \phi)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2(T) f^2(\theta, \phi)}}{2T}\right) d\varepsilon_k \quad (3.10)$$

และจาก $\tanh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x}{x^2 + [\pi(n + \frac{1}{2})]^2}$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} I_1(\Delta_i) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi \int_0^{\omega_D} \frac{f^2(\theta, \phi)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2(T) f^2(\theta, \phi)}} \times \\ &\quad \frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2(T) f^2(\theta, \phi)}}{4T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2T}{x^2 + [\pi(n + \frac{1}{2})]^2} d\varepsilon_k \\ I_1(\Delta_i) &\cong \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi \int_0^{\omega_D} f^2(\theta, \phi) 4T \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} - \frac{\Delta_i^2(T) f^2(\theta, \phi)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} \right) d\varepsilon_k \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi \{ f^2(\theta, \phi) [4T \int_0^{\omega_D} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} d\varepsilon_k - 4T \int_0^{\omega_D} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta_i^2(T) f^2(\theta, \phi)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \} \end{aligned}$$

โดยที่ $\omega_n = 2\pi T(n + \frac{1}{2})$, $n = 0, 1, 2, \dots$

จากสมการ (2.5) และ (2.6) จะได้ $I_1(\Delta_i)$ เป็น

$$I_1(\Delta_i) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi \left[f^2(\theta, \phi) \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) - f^4(\theta, \phi) \frac{7}{8} \frac{\Delta_i^2(T) \zeta(3)}{\pi^2 T^2} \right] \quad (3.11)$$

ให้ $\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi f^2(\theta, \phi) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle$ ดังนั้น

$$I_1(\Delta_i) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) - \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \Delta_i^2(T) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \quad (3.12)$$

จาก

$$I_2(\Delta_i) = \int_{\omega_D}^{\omega_c} \frac{f^2(k)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}} \tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta_i^2 f^2(k)}}{2T}\right) d\varepsilon_k$$

$$I_2(\Delta_i) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \left[\ln\left(\frac{2\omega_c \gamma}{\pi T}\right) - \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) \right]$$

$$I_2 \equiv I_2(\Delta_i) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \ln\left(\frac{\omega_c}{\omega_D}\right) \quad (3.13)$$

แทนค่า (3.12) และ (3.13) ลงใน (3.5) - (3.8) จะได้

$$\Delta_{11} = (V_{ph}^1 + U_c^1) N(0) \Delta_{11} I_1(\Delta_1) + U_c^1 N(0) \Delta_{12} I_2 + (V_{ph}^{21} + U_c^{21}) N(0) \Delta_{21} I_1(\Delta_2) + U_c^{21} N(0) \Delta_{22} I_2$$

$$\Delta_{21} = (V_{ph}^2 + U_c^2) N(0) \Delta_{21} I_1(\Delta_1) + U_c^2 N(0) \Delta_{22} I_2 + (V_{ph}^{12} + U_c^{12}) N(0) \Delta_{11} I_1(\Delta_2) + U_c^{12} N(0) \Delta_{12} I_2$$

$$\Delta_{12} = U_c^1 N(0) \Delta_{11} I_1(\Delta_1) + U_c^1 N(0) \Delta_{12} I_2 + U_c^{21} N(0) \Delta_{21} I_1(\Delta_2) + U_c^{21} N(0) \Delta_{22} I_2$$

$$\Delta_{22} = U_c^2 N(0) \Delta_{21} I_1(\Delta_1) + U_c^2 N(0) \Delta_{22} I_2 + U_c^{12} N(0) \Delta_{11} I_1(\Delta_2) + U_c^{12} N(0) \Delta_{12} I_2$$

(3.14)

กำหนดให้ $\lambda = N(0)V_{ph}^i$ เป็นค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน และ $\mu = N(0)U_c^i$ เป็นค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน และให้

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= N(0)V_{ph}^1, & \lambda_2 &= N(0)V_{ph}^2, & \lambda_{12} &= N(0)V_{ph}^{12}, & \lambda_{21} &= N(0)V_{ph}^{21} \\ \mu_1 &= N(0)U_c^1, & \mu_2 &= N(0)U_c^2, & \mu_{12} &= N(0)U_c^{12}, & \mu_{21} &= N(0)U_c^{21}\end{aligned}$$

โดย $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{12}$ คือ ค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2 และ ระหว่างแถบ 1 และ 2 ตามลำดับ
 μ_1, μ_2, μ_{12} คือ ค่าคงตัวของการคู่ควบของพลังงานศักย์ที่ไม่ได้เกิดจากอันตรกิริยาของอิเล็กตรอน-โฟนอน ในแถบ 1, แถบ 2 และระหว่างแถบ 1 และ 2 ตามลำดับ

นำสมการ (3.14) มาเขียนใหม่จะได้

$$\Delta_{11} = (\lambda_1 + \mu_1)\Delta_{11}I_1(\Delta_1) + \mu_1\Delta_{12}I_2 + (\lambda_{21} + \mu_{21})\Delta_{21}I_1(\Delta_2) + \mu_{21}\Delta_{22}I_2$$

$$\Delta_{21} = (\lambda_2 + \mu_2)\Delta_{21}I_1(\Delta_1) + \mu_2\Delta_{22}I_2 + (\lambda_{12} + \mu_{12})\Delta_{11}I_1(\Delta_2) + \mu_{12}\Delta_{12}I_2$$

$$\Delta_{12} = \mu_1\Delta_{11}I_1(\Delta_1) + \mu_1\Delta_{12}I_2 + \mu_{21}\Delta_{21}I_1(\Delta_2) + \mu_{21}\Delta_{22}I_2$$

$$\Delta_{22} = \mu_2\Delta_{21}I_1(\Delta_1) + \mu_2\Delta_{22}I_2 + \mu_{12}\Delta_{11}I_1(\Delta_2) + \mu_{12}\Delta_{12}I_2$$

กำหนดให้ $\lambda_{12} = \lambda_{21}$, $\mu_{12} = \mu_{21}$ และนำมาเขียนในรูปเมทริกซ์ได้

$$\begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1(\Delta_1) & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1(\Delta_2) & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1(\Delta_1) & (\lambda_2 + \mu_2)I_1(\Delta_2) & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \\ \mu_1I_1(\Delta_1) & \mu_{12}I_1(\Delta_2) & \mu_1I_2 & \mu_{12}I_2 \\ \mu_{12}I_1(\Delta_1) & \mu_2I_1(\Delta_2) & \mu_{12}I_2 & \mu_2I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1(\Delta_1) - 1 & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1(\Delta_2) & \mu_1 I_2 & \mu_{12} I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1(\Delta_1) & (\lambda_2 + \mu_2)I_1(\Delta_2) - 1 & \mu_{12} I_2 & \mu_2 I_2 \\ \mu_1 I_1(\Delta_1) & \mu_{12} I_1(\Delta_2) & \mu_1 I_2 - 1 & \mu_{12} I_2 \\ \mu_{12} I_1(\Delta_1) & \mu_2 I_1(\Delta_2) & \mu_{12} I_2 & \mu_2 I_2 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_{11} \\ \Delta_{21} \\ \Delta_{12} \\ \Delta_{22} \end{bmatrix} = 0$$

เนื่องจาก Δ_1 และ Δ_2 มีค่าใดๆ ก็ได้

$$\det \begin{bmatrix} (\lambda_1 + \mu_1)I_1(\Delta_1) - 1 & (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1(\Delta_2) & \mu_1 I_2 & \mu_{12} I_2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12})I_1(\Delta_1) & (\lambda_2 + \mu_2)I_1(\Delta_2) - 1 & \mu_{12} I_2 & \mu_2 I_2 \\ \mu_1 I_1(\Delta_1) & \mu_{12} I_1(\Delta_2) & \mu_1 I_2 - 1 & \mu_{12} I_2 \\ \mu_{12} I_1(\Delta_1) & \mu_2 I_1(\Delta_2) & \mu_{12} I_2 & \mu_2 I_2 - 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} & 1 - I_2 \mu_1 - I_2^2 \mu_{12}^2 + I_2 \mu_2 - I_2^2 \mu_1 \mu_2 - \lambda_1 I_1(\Delta_1) - \mu_1 I_1(\Delta_1) + I_2 \lambda_1 \mu_1 I_1(\Delta_1) - I_2 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_1) + I_2^2 \lambda_1 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_1) \\ & + I_2 \lambda_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) + I_2 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) - I_2^2 \lambda_1 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) - \lambda_2 I_1(\Delta_2) + I_2 \lambda_2 \mu_1 I_1(\Delta_2) - I_2 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_2) + I_2^2 \lambda_2 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_2) \\ & - \mu_2 I_1(\Delta_2) + I_2 \lambda_2 I_1(\Delta_2) + I_2 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_2) - I_2^2 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_2) - \lambda_{12}^2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) + \lambda_1 \lambda_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) \\ & + I_2 \lambda_{12}^2 \mu_1 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) + \lambda_2 \mu_1 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) - I_2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) - 2 \lambda_{12} \mu_{12} I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) - \mu_{12}^2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) \\ & + I_2 \lambda_1 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) + I_2^2 \lambda_{12}^2 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) + I_2 \lambda_2 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) - I_2^2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_{12}^2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) \\ & + \lambda_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) + I_2 \lambda_{12}^2 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) - I_2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) + \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) \\ & - I_2 \lambda_1 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) - I_2^2 \lambda_{12}^2 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) - I_2 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) + I_2^2 \lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2) = 0 \end{aligned}$$

$$\text{กำหนดให้ } a_\lambda = \frac{\lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_t} \quad \text{และ} \quad b_\mu = \frac{\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2}{\mu_t}$$

$$\text{เมื่อ } \lambda_t = \lambda_1 + \lambda_2 \quad \text{และ} \quad \mu_t = \mu_1 + \mu_2 \quad \text{จะได้}$$

$$\begin{aligned} & 1 - I_2 - I_2^2 \mu_t b_\mu \\ & + I_1(\Delta_1)(-\lambda_1 - \mu_1 + I_2 \lambda_1 \mu_t - I_2 \mu_t b_\mu + I_2^2 \lambda_1 \mu_t b_\mu) \\ & + I_1(\Delta_2)(-\lambda_2 - \mu_2 + I_2 \lambda_2 \mu_t - I_2 \mu_t b_\mu + I_2^2 \lambda_2 \mu_t b_\mu) \\ & + I_1(\Delta_1) I_1(\Delta_2)(-\lambda_t a_\lambda - \mu_t b_\mu + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1 - 2 \lambda_{12} \mu_{12} + I_2 \lambda_t \mu_t b_\mu + I_2^2 \lambda_t \mu_t a_\lambda b_\mu + I_2 \lambda_t \mu_t a_\lambda) = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \text{กำหนดให้ } a &= (\lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1 - 2 \lambda_{12} \mu_{12} - \lambda_t a_\lambda - \mu_t b_\mu + I_2 \lambda_t \mu_t b_\mu + I_2^2 \lambda_t \mu_t a_\lambda b_\mu + I_2 \lambda_t \mu_t a_\lambda) \\ b &= (-\lambda_2 - \mu_2 + I_2 \lambda_2 \mu_t - I_2 \mu_t b_\mu + I_2^2 \lambda_2 \mu_t b_\mu) \\ c &= (-\lambda_1 - \mu_1 + I_2 \lambda_1 \mu_t - I_2 \mu_t b_\mu + I_2^2 \lambda_1 \mu_t b_\mu) \\ d &= 1 - I_2 \mu_t - I_2^2 \mu_t b_\mu \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\text{และ } b+c=-m=\lambda_t+\mu_t-I_2\lambda_t\mu_t+2I_2\mu_t b_\mu-I_2^2\lambda_t\mu_t b_\mu$$

เขียนสมการ (3.19) ใหม่ จะได้

$$aI_1(\Delta_1)I_1(\Delta_2)+bI_1(\Delta_2)+cI_1(\Delta_1)+d=0 \quad (3.17)$$

$$\text{จาก } I_1(\Delta_i)=\langle f^2(\theta,\phi)\rangle \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right)-\langle f^4(\theta,\phi)\rangle \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \Delta_i^2(T) \quad \text{แทนค่าจะได้}$$

$$\text{กำหนดให้ } \Delta_2(T)=\alpha\Delta_1(T) \text{ และ } \ln\left(\frac{2\omega_D\gamma}{\pi T}\right)=h(T) \text{ จะได้}$$

$$\begin{aligned} & d-m\langle f^2(\theta,\phi)\rangle h(T)+a\langle f^2(\theta,\phi)\rangle^2 h^2(T) \\ & -\left(c+\alpha^2 b+a\alpha^2\langle f^2(\theta,\phi)\rangle h(T)+a\langle f^2(\theta,\phi)\rangle h(T)\right) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta,\phi)\rangle \Delta_1^2(T) \\ & +a\langle f^4(\theta,\phi)\rangle^2 \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2}\right)^2 \alpha^2 \left(\Delta_1^2(T)\right)^2 =0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

สมการ (3.18) เป็นสมการ quadratic ในรูป $AX^2+BX+C=0$ ซึ่งคำตอบจะอยู่ในรูป

$$X=\frac{-B\pm\sqrt{B^2-4AC}}{2A} \quad \text{โดยในที่นี้ } X=\Delta_1^2(T) \text{ จะได้}$$

$$\begin{aligned} \Delta_1^2(T) &= \frac{\left(c+\alpha^2 b+a\langle f^2(\theta,\phi)\rangle h(T)(\alpha^2+1)\right) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta,\phi)\rangle}{2a\langle f^4(\theta,\phi)\rangle^2 \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2}\right)^2 \alpha^2} \\ &\pm \frac{\left(c+\alpha^2 b+a\langle f^2(\theta,\phi)\rangle h(T)(\alpha^2+1)\right) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta,\phi)\rangle}{2a\langle f^4(\theta,\phi)\rangle^2 \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2}\right)^2 \alpha^2} \times \\ &\left[1+\frac{4a\alpha^2\langle f^2(\theta,\phi)\rangle^2 \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2}\right)^2 \left(-d+m\langle f^2(\theta,\phi)\rangle h(T)-a\langle f^2(\theta,\phi)\rangle^2 h^2(T)\right)}{\left(\left(c+\alpha^2 b+a\langle f^2(\theta,\phi)\rangle h(T)(\alpha^2+1)\right) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta,\phi)\rangle\right)^2}\right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

กระจายฟังก์ชันในรูป $(1+x)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2 \cdot 4}x^2 \dots$ จะได้

$$\Delta_1^2(T) = \frac{(c + \alpha^2 b + a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T)(\alpha^2 + 1))}{2a\alpha^2 \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2}} \times$$

$$(1 \pm \left[1 + \left(\frac{1}{2} \right) \frac{4a\alpha^2 \langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \right)^2 (-d + m \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T) - a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 h^2(T))}{\left((c + \alpha^2 b + a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T)(\alpha^2 + 1)) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \right)^2} \right.$$

$$\left. - \left(\frac{1}{8} \right) \frac{4a\alpha^2 \langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \right)^2 (-d + m \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T) - a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 h^2(T))}{\left((c + \alpha^2 b + a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T)(\alpha^2 + 1)) \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \right)^2} \right]^2)$$

(3.19)

พิจารณาสมการจะมี 2 คำตอบคือ กรณีที่มีเครื่องหมายเป็น (+) และ (-)

พิจารณากรณีที่เครื่องหมายเป็น (+) จะได้

$$\Delta_1^2(T) = \frac{2(c + \alpha^2 b + a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T)(\alpha^2 + 1))}{2a\alpha^2 \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2}}$$

$$+ \frac{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \right) (-d + m \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T) - a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 h^2(T))}{(c + \alpha^2 b + a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T)(\alpha^2 + 1)) \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \right)^2}$$

(3.20)

กรณีที่เครื่องหมายเป็น (-) จะได้

$$\Delta_1^2(T) = \frac{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle \frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} (-d + m \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T) - a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 h^2(T))}{(c + \alpha^2 b + a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T)(\alpha^2 + 1)) \left(\frac{7}{8} \frac{\zeta(3)}{\pi^2 T^2} \langle f^4(\theta, \phi) \rangle \right)^2}$$

(3.21)

ในกรณีนี้จะพิจารณาที่ $\Delta_1^2(T)$ มีเครื่องหมายเป็น (-) เพราะว่าเมื่อลดรูปสมการแล้วให้ค่าตรงกับคำตอบของ BCS

โดย $h(T) = \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right)$ ดังนั้น $h(T_c) = \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c}\right)$ ซึ่ง

$$\begin{aligned}
 h(T_c) - h(T) &= \ln\left(\frac{T}{T_c}\right) = \ln\left(\frac{T_c - T_c + T}{T_c}\right) \\
 &= \ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) \approx -\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \quad \text{เมื่อ } T \square T_c \\
 h(T) &= h(T_c) + \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \\
 h^2(T) &= h^2(T_c) + 2\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)h(T_c) + \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

แทนค่า (3.22) ลงใน (3.21) จะได้

$$\begin{aligned}
 \Delta_1^2(T) &= \frac{8\pi^2 T^2}{7\zeta(3)\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \times \\
 &\quad \frac{\left[-d + m\langle f^2(\theta, \phi) \rangle \left(h(T_c) + \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \right) - a\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 \left(h^2(T_c) + 2\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)h(T_c) + \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2 \right) \right]}{\left[(c + \alpha^2 b + a\langle f^2(\theta, \phi) \rangle \left(h(T_c) + \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \right))(\alpha^2 + 1) \right]}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

ที่ $T = T_c$,

$$I_1 = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T_c}\right) = \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)$$

จาก $aI_1^2 + (b+c)I_1 + d = 0$ ดังนั้น $I_1^2 = \frac{-(b+c)I_1 - d}{a}$ แทนค่าจะได้

$$h^2(T_c) = \frac{m\langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c) - d}{a\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}$$

ซึ่งได้ตัดเทอม $\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2$ ที่เมื่อ $T \approx T_c$ จะได้

$$\Delta_1^2(T) = \frac{8\pi^2 T^2}{7\zeta(3)\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \frac{\left[m\langle f^2(\theta, \phi) \rangle \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) - a\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 2 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) h(T_c) \right]}{\left[c + \alpha^2 b + a\langle f^2(\theta, \phi) \rangle (h(T_c) + \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)(\alpha^2 + 1)) \right]} \quad (3.24)$$

สมการที่ (3.24) เป็นสมการช่องว่างพลังงานที่ T ใกล้ T_c หา $\left. \frac{d\Delta_1^2(T)}{dT} \right|_{T=T_c}$

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Delta_1^2(T)}{dT} \right|_{T=T_c} &= \frac{8\pi^2 T^2 \langle f^2(\theta, \phi) \rangle}{7\zeta(3) \langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \frac{[c + b + 2a\langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]}{[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1)\langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]} \\ &= \frac{8\pi^2 T^2 \langle f^2(\theta, \phi) \rangle [M]}{7\zeta(3) \langle f^4(\theta, \phi) \rangle [N]} \end{aligned} \quad (3.25)$$

โดยที่ $M = c + b + 2a\langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)$ และ

$$N = c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1)\langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)$$

การหาสมการทั่วไปของความร้อนจำเพาะในสภาพนำยวดยิ่งที่อุณหภูมิใดๆ เริ่มจากสมการเอนโทรปี $S(T)$ ของระบบอนุภาคเสมือนเฟอร์มิออนตามสมการ (2.27)

$$S(T) = -2k_B \sum_k [f_k \ln f_k + (1 - f_k) \ln(1 - f_k)]$$

โดย f_k คือฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มิ-ดิแรก (Fermi-Dirac) และ $f_k = \frac{1}{e^{\beta E_k} + 1}$

$$E_k = \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k)} \quad (3.26)$$

เมื่อ E_k คือ พลังงานของคู่อุปเปอร์

ε_k คือ พลังงานของอิเล็กตรอนเทียบกับผิวเฟอร์มิ

จากสมการความร้อนจำเพาะ

$$C(T) = \frac{TdS(T)}{dT} \quad (3.27)$$

ใช้กฎลูกโซ่กับ $\frac{dS(T)}{dT}$ และรวมไปทุกค่าในปริภูมิ k

$$\frac{dS(T)}{dT} = \sum_k \frac{\partial S}{\partial f_k} \frac{\partial f_k}{\partial T} \quad (3.28)$$

พิจารณาเทอม $\frac{\partial S}{\partial f_k}$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial f_k} &= -2k_B \ln \frac{f_k}{1-f_k} \\ &= \frac{2}{T} \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k)} \end{aligned} \quad (3.29)$$

และเทอม $\frac{\partial f_k}{\partial T}$,

$$\frac{\partial f_k}{\partial T} = \frac{1}{T^2} \frac{\exp(E_k/T)}{[\exp(E_k/T) + 1]^2} \left[\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k)} - T \frac{d}{dT} \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k)} \right] \quad (3.30)$$

นำสมการ (3.29) และ (3.30) แทนในสมการ (3.28) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{dS(T)}{dT} &= \sum_k \left(\frac{2}{T} \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k)} \right) \frac{1}{T^2} \frac{\exp(E_k/T)}{[\exp(E_k/T) + 1]^2} \left[\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k)} \right. \\ &\quad \left. - T \frac{d}{dT} \sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k)} \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

นำสมการ (3.31) แทนลงในสมการ (3.27) จะได้

$$C(T) = \frac{2}{T^2} \sum_k \frac{\exp(E_k/T)}{[\exp(E_k/T) + 1]^2} \left[\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(k) - \frac{2}{T} f^2(k) \frac{d}{dT} (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) \right] \quad (3.32)$$

สมการ (3.32) เป็นสมการความร้อนจำเพาะของอนุภาคในสภานำยวดยิ่ง โดยรวมทุกค่าในปริภูมิ k และสามารถแทนได้ด้วยเทอมอินทิกรัลที่แปรตามพลังงาน ε_k แล้วคูณด้วยความหนาแน่นสถานะที่ผิวเฟอร์มิ $N_0(\varepsilon_F)$ โดยให้ $N_0(\varepsilon_F) = N_0$ ซึ่ง N_0 เป็นความหนาแน่นสถานะแบบคงตัวที่ผิวเฟอร์มิและขอบเขตของการอินทิเกรตจะเป็นค่าจำกัดคือเท่ากับพลังงานคัตออฟ ของเดอบาย ω_D และค่าเฉลี่ยทั่วผิวเฟอร์มิแบบไม่สมมาตรและเป็นคลื่นเฮลซึ่งมีผิวเฟอร์มิแบบทรงกลม การอินทิเกรตทั่วผิวเฟอร์มิแบบทรงกลมสมการการสมมาตร $f(k)$ จะเป็น $f(\theta, \phi)$ ในพิกัดทรงกลม ดังนั้นสมการ (3.32) เขียนใหม่ได้เป็น

$$C(T) = \frac{2N_0}{T^2} \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{\exp\left(\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T))} f^2(\theta, \phi)/T\right)}{\left[\exp\left(\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T))} f^2(\theta, \phi)/T\right) + 1\right]^2} \times \left[\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(\theta, \phi) - \frac{2}{T} f^2(\theta, \phi) \frac{d}{dT} (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) \right] d\varepsilon_k \quad (3.33)$$

เมื่อ $\frac{1}{4\pi}$ เป็นนอร์มอลไลต์แฟคเตอร์ (Normalize factor)

สมการ (3.33) เป็นสมการของความร้อนจำเพาะที่เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ

ในกรณีที่วัสดุอยู่ในสภานำยวดยิ่ง $T > T_c$, $\Delta(T) = 0$ การอินทิเกรตทั่วผิวเฟอร์มิจะมีค่าเท่ากับหนึ่ง และสำหรับ $\omega_D \gg T_c$ จะใช้การประมาณขอบเขตการอินทิเกรตเป็นอนันต์ได้ ดังนั้นสมการ (3.33) เป็น

$$C(T) = \frac{4N_0}{T^2} \int_0^\infty \frac{e^{\varepsilon_k/T}}{(e^{\varepsilon_k/T} + 1)^2} \varepsilon_k^2 d\varepsilon_k$$

ให้ $x = \frac{\varepsilon_k}{T}$,

$$C(T) = \frac{4N_0}{T^2} \int_0^\infty \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} x^2 T^3 dx$$

$$C(T) = 4N_0 T \int_0^{\infty} x^2 e^{-x} (1 - 2e^{-x} + 3e^{-3x} + \dots) dx$$

จาก $\int_0^{\infty} x^n e^{-px} dx = \frac{n!}{p^{n+1}}$ เมื่อ $p > 0$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$\begin{aligned} C(T) &= 8N_0 T \left[1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots \right] \\ &= 2N_0 \frac{\pi^2}{3} T \end{aligned} \quad (3.34)$$

สมการ (3.34) เป็นสมการความร้อนจำเพาะสำหรับวัสดุในสภาพปกติโดยที่ $T > T_c$

พิจารณาสมการ (3.33) เทอมแรกเป็นความร้อนจำเพาะในวัสดุปกติ $C_N(T)$ ที่ $T = T_c$ มีสมการเป็น

$$C_N(T) = \frac{2N_0}{T^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\varepsilon_k/T}}{(e^{\varepsilon_k/T} + 1)^2} \varepsilon_k^2 d\varepsilon_k$$

ส่วนเทอมที่สองเป็นความร้อนจำเพาะในวัสดุที่อยู่ในสภาพนำยวดยิ่ง นำ $C_N(T)$ ลบออกจากสมการ (3.33) และแทนสมการ (3.25) ลงไปจะได้

$$\begin{aligned} C_S(T) - C_N(T) &= \frac{2N_0}{4\pi T^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta d\phi \times \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T))} f^2(\theta, \phi)/T)}{\exp(\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T))} f^2(\theta, \phi)/T) + 1} \times \left[\frac{T}{2} f^2(\theta, \phi) (1 + \alpha^2) \frac{d\Delta_1^2(T)}{dT} \right] d\varepsilon_k \end{aligned}$$

และที่ $T = T_c$ ได้ $\Delta(T) = 0$ ดังนั้น

$$C_S(T) - C_N(T) = \frac{N_0}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\varepsilon_k/T}}{(e^{\varepsilon_k/T} + 1)^2} \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} (1 + \alpha^2) \frac{[M]}{[N]} d\varepsilon_k$$

ให้ $x = \frac{\varepsilon_k}{T}$,

$$C_S(T) - C_N(T) = \frac{N_0}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} (1 + \alpha^2) \frac{[M]}{[N]} T dx$$

ให้ $u = e^x + 1 \rightarrow du = e^x dx$, $\int_{-\infty}^{\infty} \rightarrow \int_1^{\infty}$

$$\begin{aligned} C_S(T) - C_N(T) &= N_0 \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} (1 + \alpha^2) \frac{[M]}{[N]} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \int_1^{\infty} \frac{du}{u^2} \\ &= N_0 \frac{8\pi^2 T_c}{7\zeta(3)} (1 + \alpha^2) \frac{[M]}{[N]} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \end{aligned}$$

นำ $C_N(T)$ จากสมการ (3.34) หาคัดลอด

$$\begin{aligned} \frac{C_S(T) - C_N(T)}{C_N(T)} &= \frac{12}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} (1 + \alpha^2) \frac{[M]}{[N]} \\ &= 1.43 \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} (1 + \alpha^2) \frac{[c + b + 2a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]}{[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]} \quad (3.35) \end{aligned}$$

ความร้อนจำเพาะที่ช่วงกระโดดเมื่อมีแบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตร

พิจารณาความร้อนจำเพาะของตัวนำวดยิ่งแบบสองช่องว่างพลังงานที่มีความไม่สมมาตร โดยพิจารณาความไม่สมมาตรในสองรูปแบบคือ

แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ ฮาส์ และ มากิ (Haas, & Maki. 2001: 020502-1)

$$\Delta(k) = \Delta(0) \left(\frac{1 + \mathbf{a}' \cdot \mathbf{z}^2}{1 + \mathbf{a}'} \right) \quad (3.36)$$

สำหรับแบบจำลองนี้จะเห็นว่า $\Delta(k) \propto 1 + \mathbf{a}' \cdot \mathbf{z}^2$; เมื่อ $z = \cos \theta$

โดยที่ $\mathbf{a}'$ เป็นพารามิเตอร์ของความไม่สมมาตร

θ เป็นมุมระหว่างแกน z กับระนาบ xy มีค่าจาก 0 ถึง π

นั่นคือ

$$f(\theta) = \frac{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}{(1 + \mathbf{a}')} \quad (3.37)$$

แทนสมการ (3.37) ลงใน (3.35) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{C_S - C_N}{C_N} = 1.43(1 + \alpha^2) & \frac{\left(\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta)^2 d\theta d\phi \right)^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta)^4 d\theta d\phi} \square \\ & \frac{\left[c + b + 2a \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta)^2 d\theta d\phi h(T_c) \right]}{\left[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta)^2 d\theta d\phi h(T_c) \right]} \end{aligned} \quad (3.38)$$

พิจารณาเทอม

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta)^2 d\theta d\phi = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + 2\mathbf{a}' \cos^2 \theta + \mathbf{a}'^2 \cos^4 \theta) d\theta d\phi$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left(2 + \frac{4\mathbf{a}'}{3} + \frac{2\mathbf{a}'^2}{5} \right) d\phi$$

$$= 1 + \frac{2\mathbf{a}'}{3} + \frac{\mathbf{a}'^2}{5}$$

$$\left(\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta)^2 d\theta d\phi \right)^2 = \left(1 + \frac{2\mathbf{a}'}{3} + \frac{\mathbf{a}'^2}{5} \right)^2$$

$$= 1 + \frac{4\mathbf{a}'}{3} + \frac{38\mathbf{a}'^2}{45} + \frac{4\mathbf{a}'^3}{15} + \frac{\mathbf{a}'^2}{25}$$

พิจารณาเทอม

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + a' \cos^2 \theta)^4 d\theta d\phi &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta (1 + 4a' \cos^2 \theta + 6a'^2 \cos^4 \theta + 4a'^3 \cos^6 \theta \\
 &\quad + a'^4 \cos^8 \theta) d\theta d\phi \\
 &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left(2 + \frac{8a'}{3} + \frac{12a'^2}{5} + \frac{8a'^3}{7} + \frac{2a'^4}{9} \right) d\phi \\
 &= 1 + \frac{4a'}{3} + \frac{6a'^2}{5} + \frac{4a'^3}{7} + \frac{a'^4}{9}
 \end{aligned}$$

ดังนั้นสมการ (3.38) เป็น

$$\begin{aligned}
 \frac{C_s - C_N}{C_N} &= 1.43(1 + \alpha^2) \frac{(1 + 4a'/3 + 38a'^2/45 + 4a'^3/15 + a'^4/25)}{(1 + 4a'/3 + 6a'^2/5 + 4a'^3/7 + a'^4/9)} \square \\
 &\quad \frac{[c + b + 2a(1 + 2a'/3 + a'^2/5)h(T_c)]}{[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1)(1 + 2a'/3 + a'^2/5)h(T_c)]}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ พอลซาสเฮนนิโควา แดม และ มากิ (Posazhennikova, Dahm, & Maki. 2003:577)

$$\Delta(k) = \frac{\Delta(0)}{\sqrt{1 + a'z^2}}$$

เมื่อ $z = \cos \theta$ โดย θ เป็นมุมระหว่างแกน z ระนาบ xy ซึ่งมีค่าจาก 0 ถึง π นั่นคือ

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + a' \cos^2 \theta}} \tag{3.40}$$

แทนสมการ (3.40) ลงใน (3.35)

$$\begin{aligned}
\frac{C_S - C_N}{C_N} = 1.43(1 + \alpha^2) & \frac{\left(\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^2 d\theta d\phi \right)^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^4 d\theta d\phi} \square \\
& \frac{\left[c + b + 2a \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^2 d\theta d\phi h(T_c) \right]}{\left[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^2 d\theta d\phi h(T_c) \right]} \quad (3.41)
\end{aligned}$$

พิจารณาเพิ่ม

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^2 d\theta d\phi = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta} \right) d\theta d\phi$$

ให้ $z = \cos \theta$

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^2 d\theta d\phi = \int_0^1 \frac{dz}{1 + z\mathbf{a}'^2}$$

ให้ $z = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{a}'}} \tan \theta$

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^2 d\theta d\phi = \frac{\tan^{-1} \sqrt{\mathbf{a}'}}{\sqrt{\mathbf{a}'}}$$

$$\left(\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^2 d\theta d\phi \right)^2 = \frac{(\tan^{-1} \sqrt{\mathbf{a}'})^2}{\mathbf{a}'}$$

พิจารณาเพิ่ม

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta}} \right)^4 d\theta d\phi = \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{\sin \theta}{(1 + \mathbf{a}' \cos^2 \theta)^2} d\theta$$

ให้ $z = \cos \theta$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{\sin \theta}{(1 + a' \cos^2 \theta)^2} d\theta &= \int_0^1 \frac{dz}{(1 + a' z^2)^2} \\ &= \frac{(1 + a') \tan^{-1} \sqrt{a'} + \sqrt{a'}}{(2\sqrt{a'})(1 + a')} \end{aligned}$$

∴ สมการ (3.41) เป็น

$$\begin{aligned} \frac{C_S - C_N}{C_N} &= 1.43(1 + \alpha^2) \frac{2(1 + a')(\arctan \sqrt{a'})^2}{a' + \sqrt{a'}(1 + a') \arctan \sqrt{a'}} \square \\ &= \frac{\left[c + b + 2a \frac{\tan^{-1} \sqrt{a'}}{\sqrt{a'}} h(T_c) \right]}{\left[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \frac{\tan^{-1} \sqrt{a'}}{\sqrt{a'}} h(T_c) \right]} \end{aligned} \quad (3.42)$$

สมการ (3.39) และ (3.42) เป็นสมการของความร้อนจำเพาะที่ช่วงกระโดดโดยมีแบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตรของตัวนำยวดยิ่งแบบสองช่องว่างพลังงาน

พิจารณาที่ช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานให้เป็นแบบแถบพลังงานเดียว โดยให้ $\lambda_t = \lambda_1 + \lambda_2 = \lambda_1$; $\lambda_2 = 0$, $\mu_t = \mu_1 + \mu_2 = \mu_1$; $\mu_2 = 0$, $\alpha = 0$, $a_\lambda = \frac{\lambda_{12}^2 - \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_t} = 0$; $\lambda_{12}^2 = 0$, $\lambda_1 \lambda_2 = 0$, $b_\mu = \frac{\mu_{12}^2 - \mu_1 \mu_2}{\mu_t} = 0$; $\mu_{12}^2 = 0$, $\mu_1 \mu_2 = 0$, $I_2 = 0$

จากสมการ (3.35)

$$\frac{C_S(T) - C_N(T)}{C_N(T)} = 1.43 \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} (1 + \alpha^2) \frac{\left[c + b + 2a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c) \right]}{\left[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c) \right]}$$

โดย a, b, c และ d นิยามตามสมการ (3.16) จะได้

$$a = 0, \quad b = 0, \quad c = (-\lambda_1 - \mu_1), \quad d = 1$$

$$\frac{C_S(T) - C_N(T)}{C_N(T)} = 1.43 \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \quad (3.43)$$

ซึ่งให้ผลตรงกับงานของ อุดมสมุทรศิริ รัศภาณิชย์ และยกส์าน (Udomsamuthirun, Rakpanich & Yoksan. 2003: 593) และพิจารณากรณีที่เป็นตัวนำวยดยั้งแบบสมมาตร (Isotropic) จะได้ $\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 = 1$ และ $\langle f^4(\theta, \phi) \rangle = 1$ จะได้

$$\frac{C_S(T) - C_N(T)}{C_N(T)} = 1.43$$

ซึ่งจะให้ผลตรงกับทฤษฎีบีซีเอส (BCS Theory)

บทที่ 4

ผลการวิจัย

จากการวิจัยในบทที่ 3 เป็นการคำนวณหาค่าการกระโดดของความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤต แต่เนื่องจากจะต้องมีการคำนวณหาสมการของพารามิเตอร์ช่องว่างพลังงานแบบสองแถบพลังงานก่อน โดยจากบทที่ 3 ได้ผลการคำนวณดังนี้

$$\Delta_1^2(T) = \frac{8\pi^2 T^2}{7\zeta(3) \langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \frac{\left[m \langle f^2(\theta, \phi) \rangle \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) - a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2 2 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) h(T_c) \right]}{\left[c + \alpha^2 b + a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle (h(T_c) + \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) (\alpha^2 + 1)) \right]} \quad (4.1)$$

หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งเทียบกับอุณหภูมิ จะได้

$$\left. \frac{d\Delta_1^2(T)}{dT} \right|_{T=T_c} = \frac{8\pi^2 T^2}{7\zeta(3)} \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} \frac{[c + b + 2a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]}{[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]} \quad (4.2)$$

จากสมการความร้อนจำเพาะที่ครอบคลุมทุกอุณหภูมิ

$$C(T) = \frac{2N_0}{T^2} \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{\exp\left(\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(\theta, \phi)} / T\right)}{\left[\exp\left(\sqrt{\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(\theta, \phi)} / T\right) + 1\right]^2} \times$$

$$\left[\varepsilon_k^2 + (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) f^2(\theta, \phi) - \frac{2}{T} f^2(\theta, \phi) \frac{d}{dT} (\Delta_1^2(T) + \Delta_2^2(T)) \right] d\varepsilon_k \quad (4.3)$$

จะสามารถคำนวณหาค่าการกระโดดของความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤตได้ดังนี้

$$\frac{\Delta C}{C_N} = 1.43 \frac{\langle f^2(\theta, \phi) \rangle^2}{\langle f^4(\theta, \phi) \rangle} (1 + \alpha^2) \frac{[c + b + 2a \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]}{[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \langle f^2(\theta, \phi) \rangle h(T_c)]} \quad (4.4)$$

สำหรับการวิจัยในบทนี้ได้คำนวณโดยใช้โปรแกรมแมทิแมติคา เวอร์ชัน 5.2 (Mathematica version 5.2) เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำวดยิ่งสองแถบพลังงาน โดยใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานแบบไม่สมมาตร 2 แถบ คือ

1. แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ ฮาส์ และมากี (Haas, & Maki. 2001: 020502-1)

$$\Delta(k) = \Delta(0) \left(\frac{1 + a' z^2}{1 + a'} \right)$$

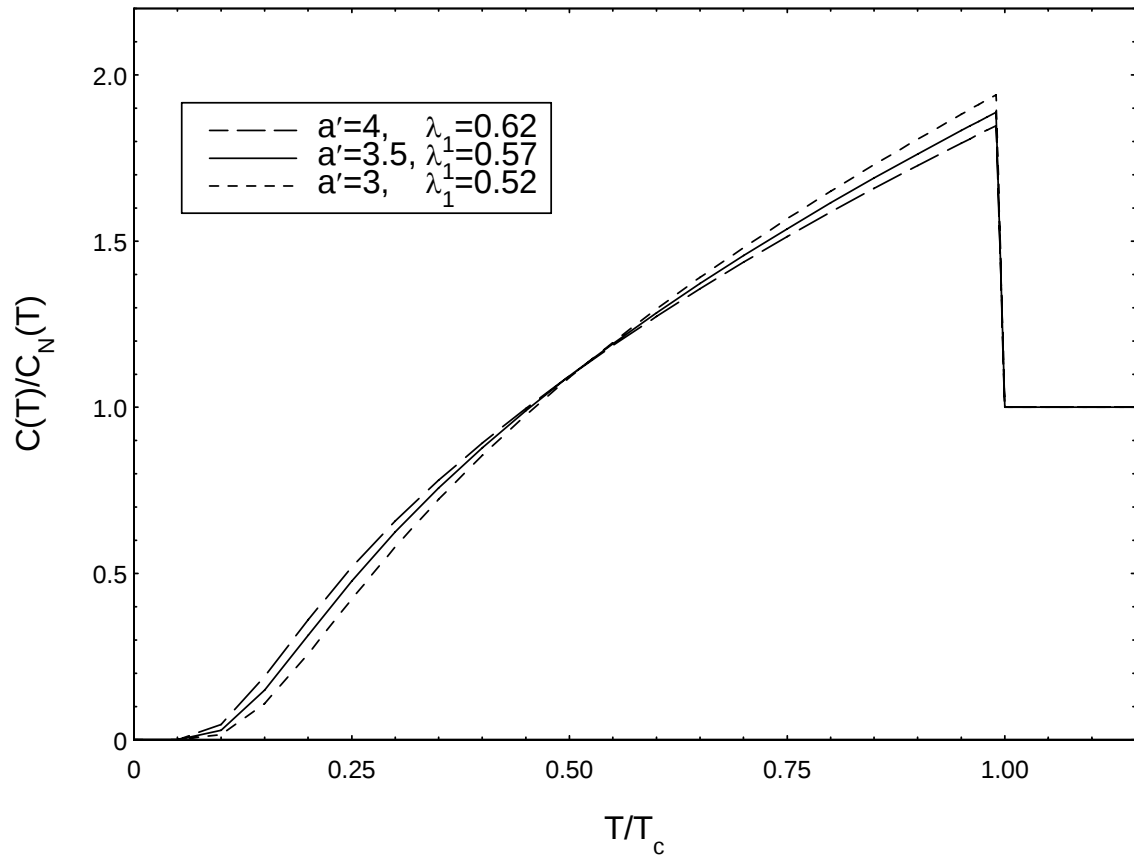
มีฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็น

$$f(\theta) = \frac{1 + a' \cos^2 \theta}{1 + a'}$$

ซึ่งเมื่อนำมาคำนวณแล้วได้สมการของ $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ เป็น

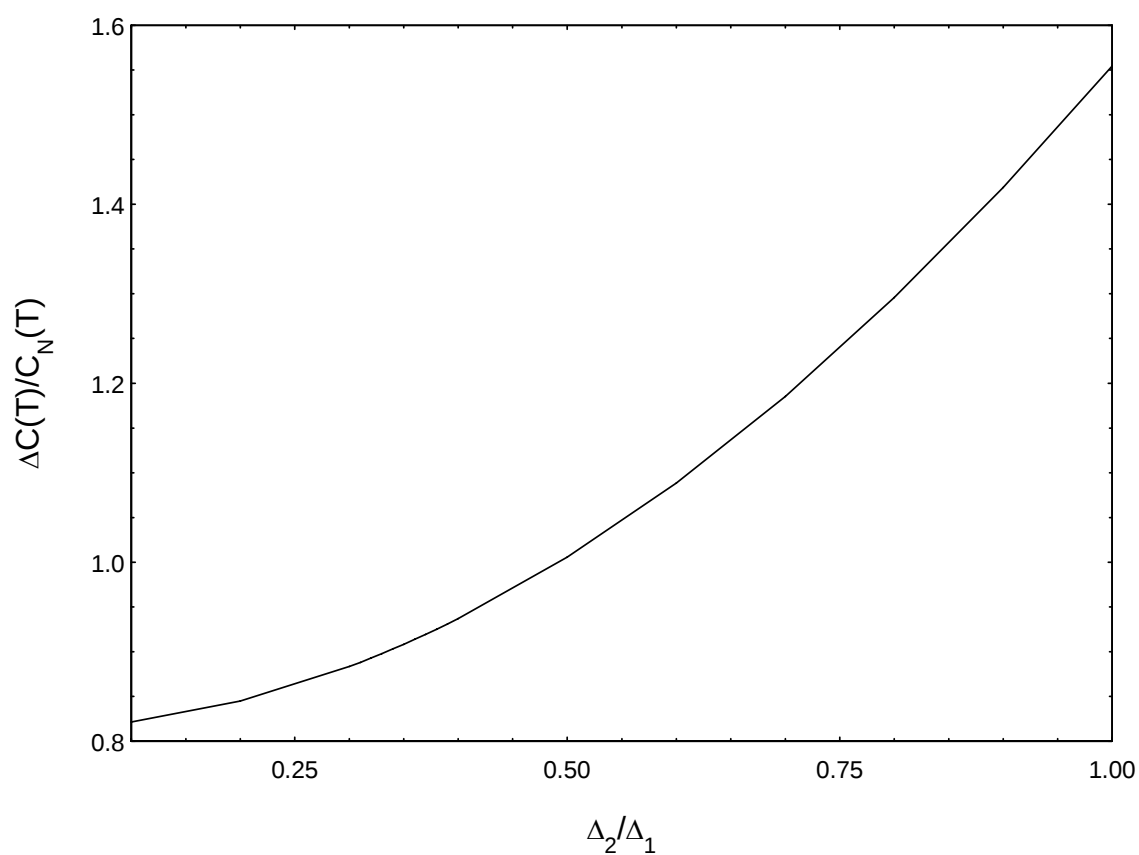
$$\frac{\Delta C}{C_N} = 1.43(\alpha^2 + 1) \frac{(1 + 4a'/3 + 38a'^2/45 + 4a'^3/15 + a'^4/25)}{(1 + 4a'/3 + 6a'^2/5 + 4a'^3/7 + a'^4/9)} \square$$

$$\frac{[c + b + 2a(1 + 2a'/3 + a'^2/5)h(T_c)]}{[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1)(1 + 2a'/3 + a'^2/5)h(T_c)]} \quad (4.5)$$



ภาพประกอบ 21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.1$, $\mu_1 = 0.5$, $\mu_2 = 0.1$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 38 K$, $\omega_D = 750 K$, $\omega_c = 800 K$ และ $\alpha = 0.33$

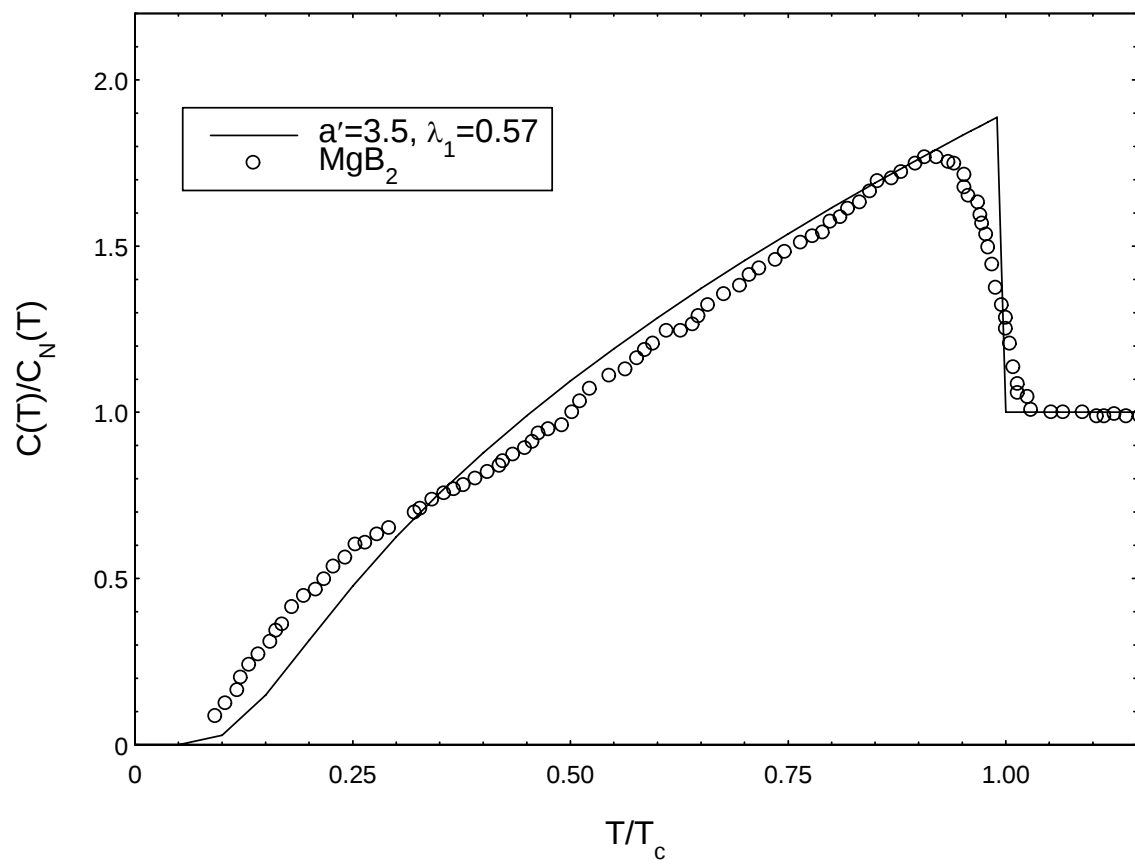
จากภาพประกอบ 21 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยใช้ความไม่สมมาตร (a') เป็น 3, 3.5 และ 4 ตามลำดับ จากกราฟเลือก $a' = 3.5$ ซึ่งสามารถคำนวณหา $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้ผลสอดคล้องกับตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) มากที่สุด ดังภาพประกอบ 22



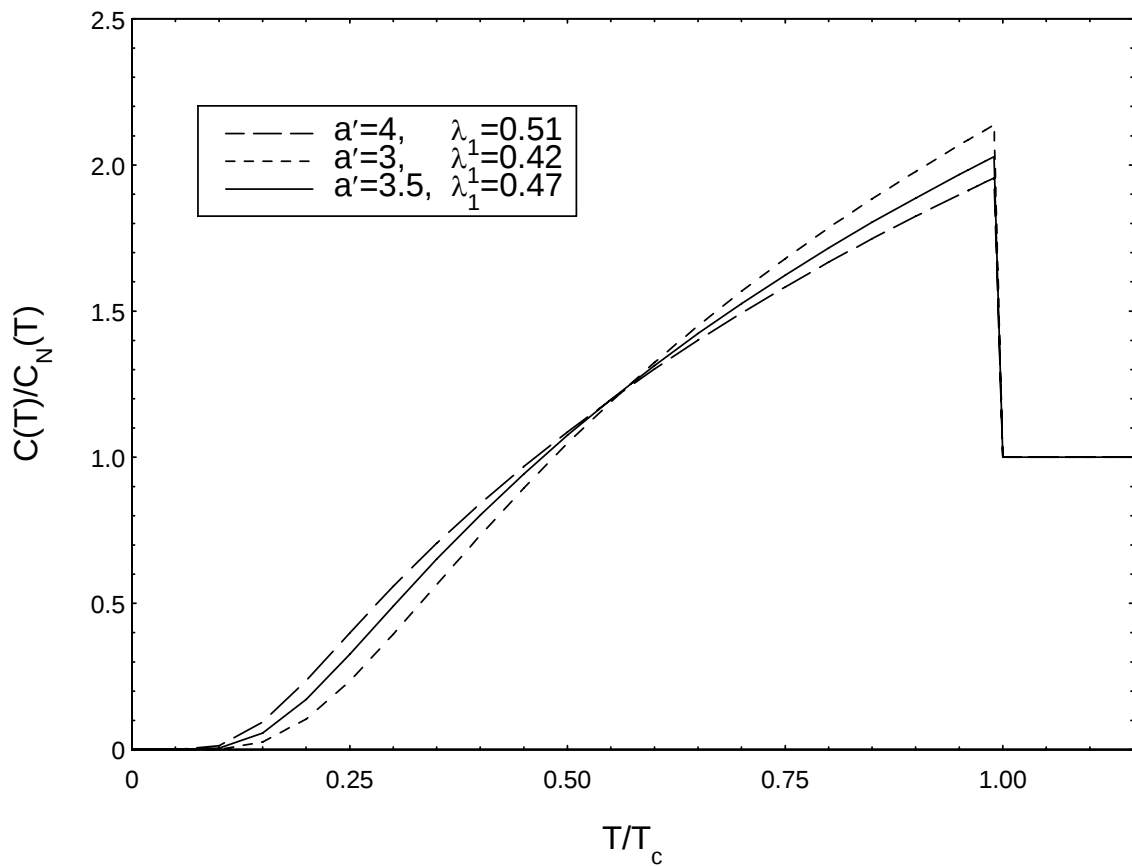
ภาพประกอบ 22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\alpha)$

จากภาพประกอบ 22 จะเห็นว่าที่ $\alpha = 0.33$ จะหาค่า $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้เท่ากับ 0.89 จากนั้น

นำไปเปรียบเทียบกับตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) ได้ดังภาพประกอบ 23

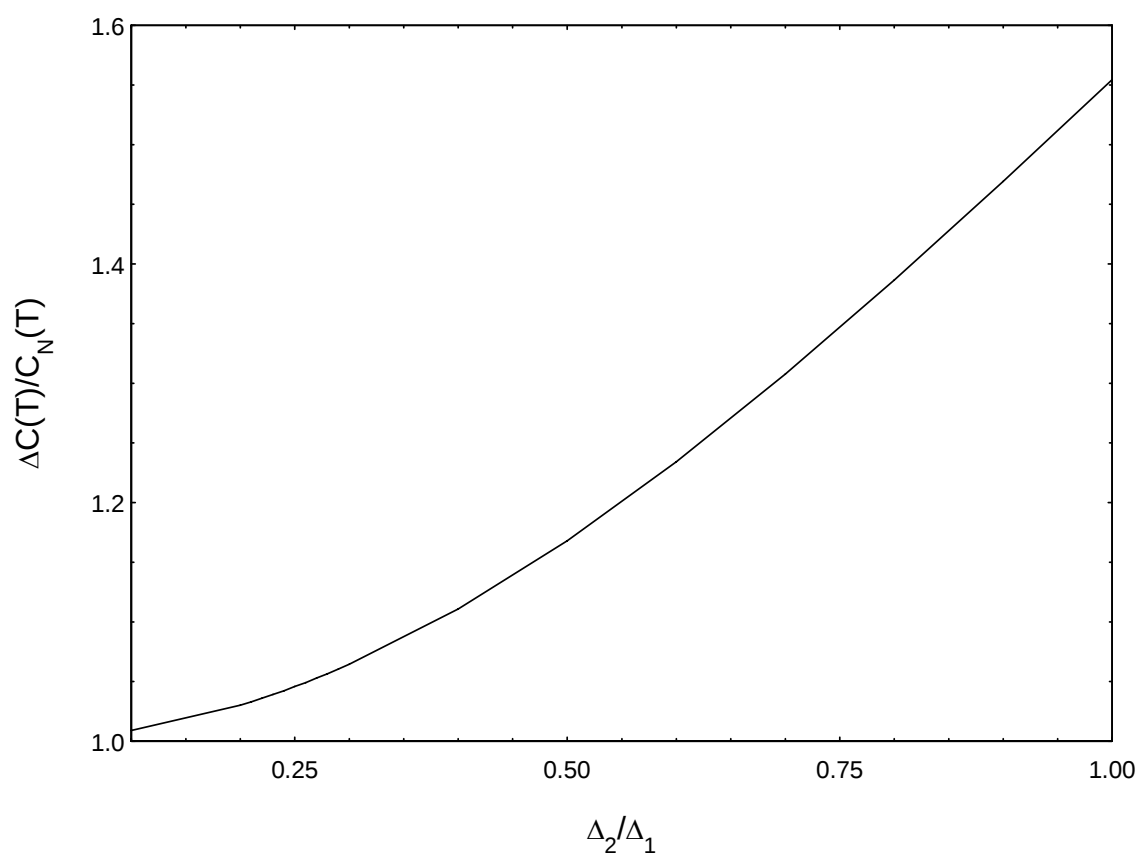


ภาพประกอบ 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB₂) (Mishonov; et al. 2005: 0312210) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากี



ภาพประกอบ 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.2$, $\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.2$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 6.1K$, $\omega_D = 450K$, $\omega_c = 750K$ และ $\alpha = 0.25$

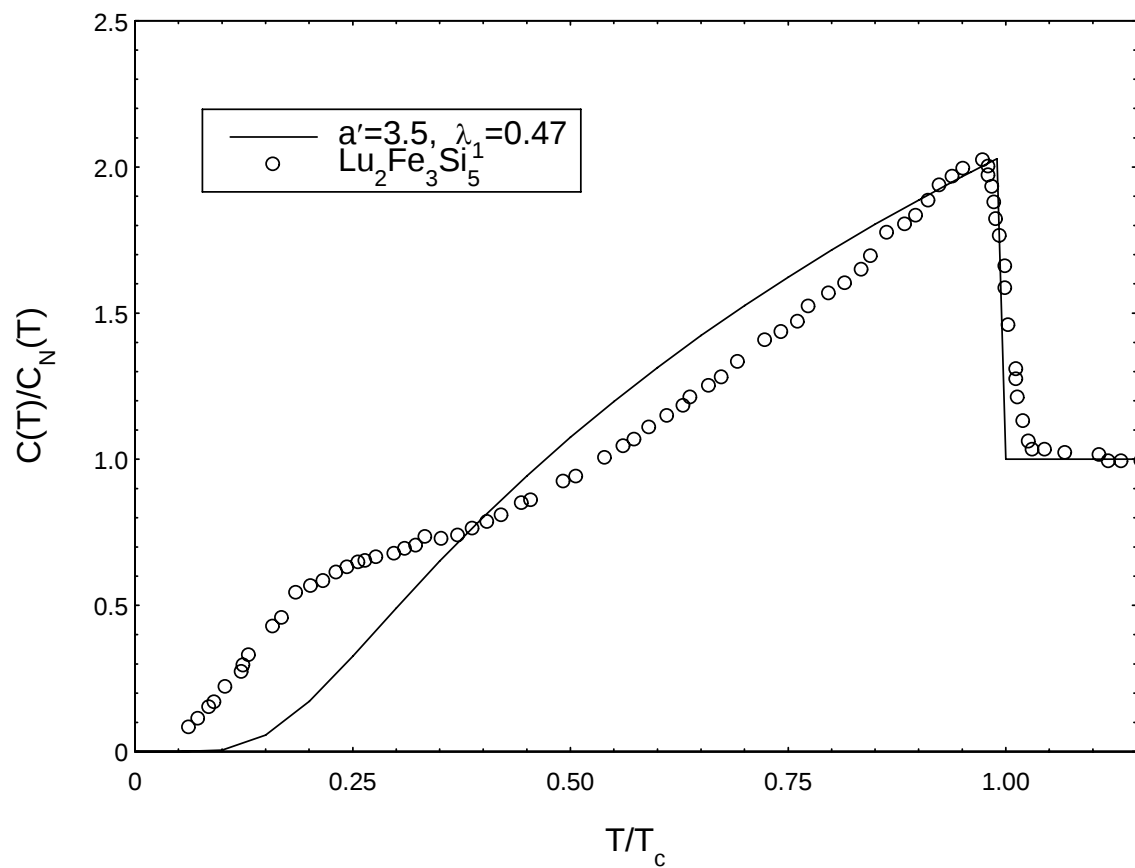
จากภาพประกอบ 24 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยใช้ความไม่สมมาตร (a') เป็น 3, 3.5 และ 4 ตามลำดับ จากกราฟเลือก $a' = 3.5$ ซึ่งสามารถคำนวณหา $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้ผลสอดคล้องกับตัวนำยิ่งยวดยิ่ทอนารีไอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) มากที่สุด ดังภาพประกอบ 25



ภาพประกอบ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\alpha)$

จากภาพประกอบ 25 จะเห็นว่าที่ $\alpha = 0.25$ จะหาค่า $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้เท่ากับ 1.05 จากนั้น

นำไปเปรียบเทียบกับตัวนำวดยิ่งเทอร์ราไฮดรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) ได้ดังภาพประกอบ 26



ภาพประกอบ 26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยิ่งยวดสอง

แถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำยิ่งยวดยี่ห้อเทอร์โรนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$)

(Nakajima; et al. 2008: 157001-1) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และ
มากี

2. แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ พอสซาสเฮนนี่โควา, เดม และ มากิ (Posazhennikova, Dahm, & Maki. 2003:577)

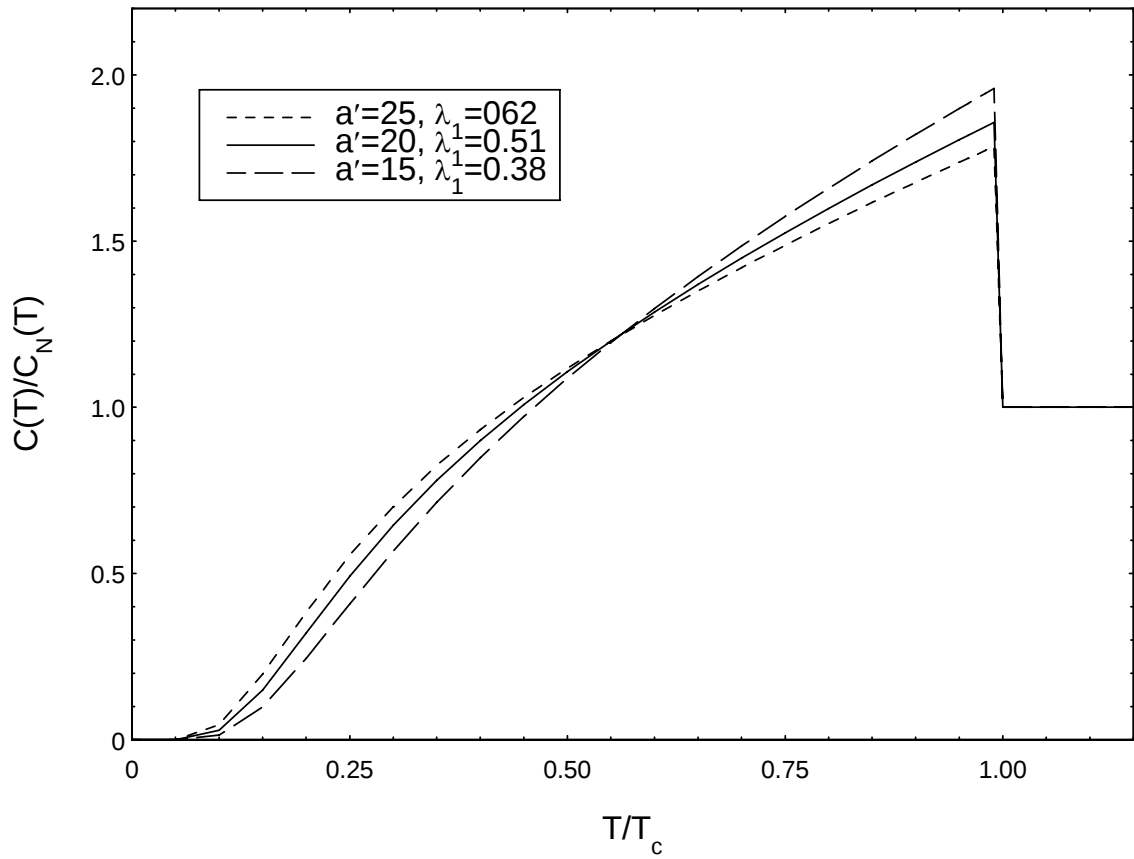
$$\Delta(k) = \frac{\Delta(0)}{\sqrt{1 + a'z^2}}$$

มีฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็น

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + a' \cos^2 \theta}}$$

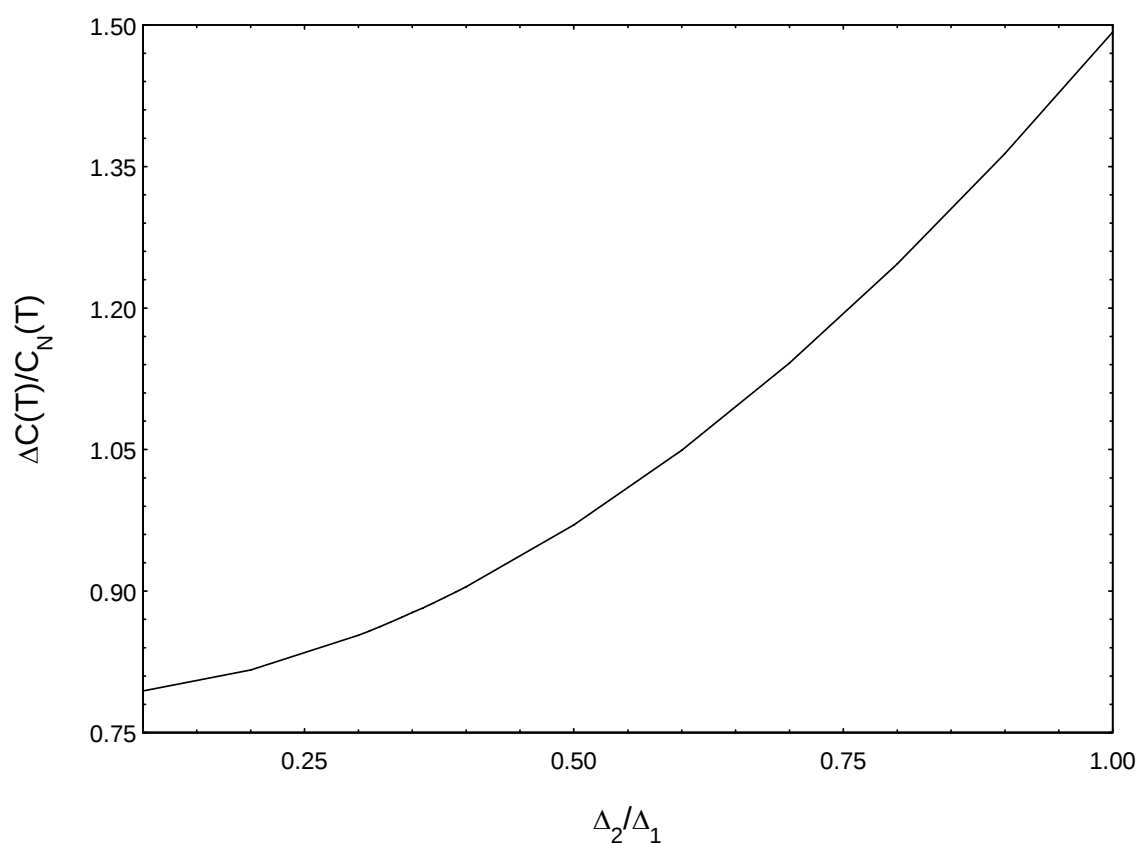
ซึ่งเมื่อนำมาคำนวณแล้วได้สมการของ $\frac{\Delta C}{C_N}$ เป็น

$$\frac{\Delta C}{C_N} = 1.43(\alpha^2 + 1) \frac{2(1 + a')(\arctan \sqrt{a'})^2}{a' + \sqrt{a'}(1 + a') \arctan \sqrt{a'}} \frac{\left[c + b + 2a \frac{\tan^{-1} \sqrt{a'}}{\sqrt{a'}} h(T_c) \right]}{\left[c + \alpha^2 b + a(\alpha^2 + 1) \frac{\tan^{-1} \sqrt{a'}}{\sqrt{a'}} h(T_c) \right]} \quad (4.6)$$



ภาพประกอบ 27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ พอสซาสเฮนนี่โควา แดม และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.1$, $\mu_1 = 0.5$, $\mu_2 = 0.1$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 38 K$, $\omega_D = 750 K$, $\omega_c = 800 K$ และ $\alpha = 0.33$

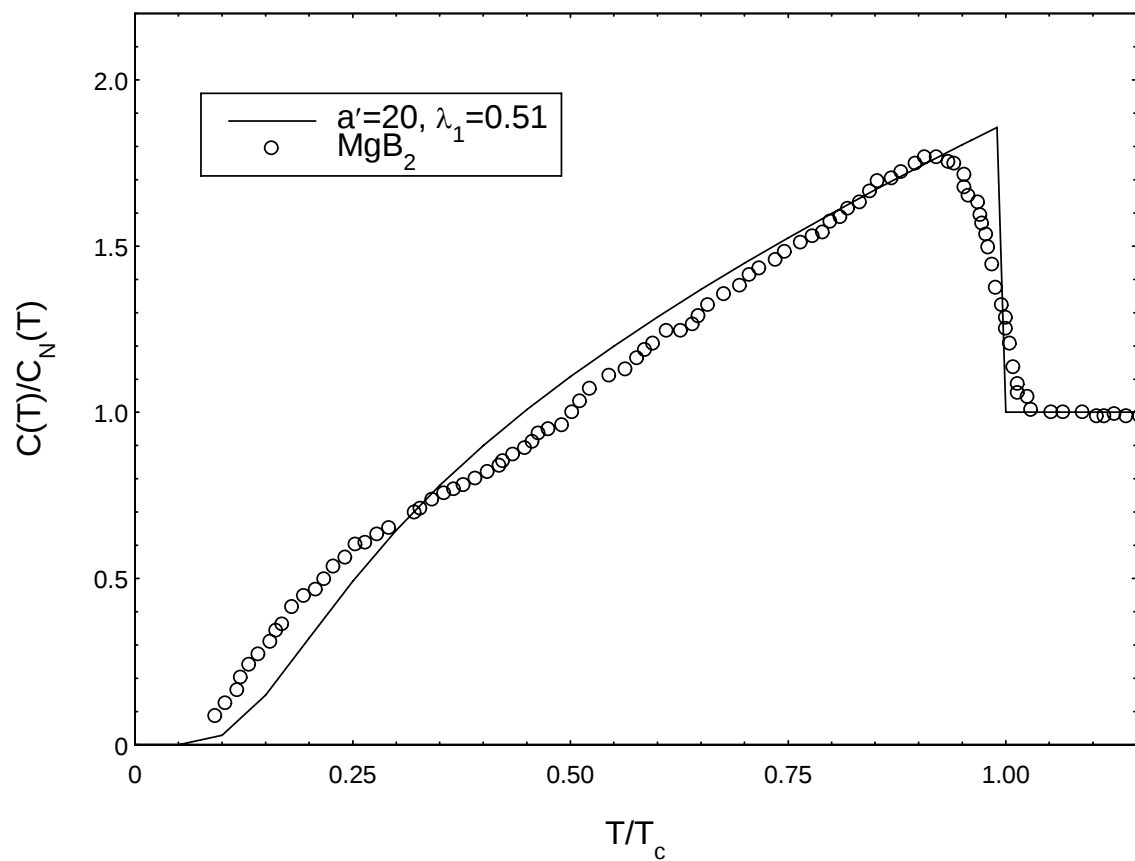
จากภาพประกอบ 27 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยใช้ความไม่สมมาตร (a') เป็น 15, 20 และ 25 ตามลำดับ จากกราฟเลือก $a' = 20$ ซึ่งสามารถคำนวณหา $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้ผลสอดคล้องกับตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) มากที่สุด ดังภาพประกอบ 28



ภาพประกอบ 28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\alpha)$

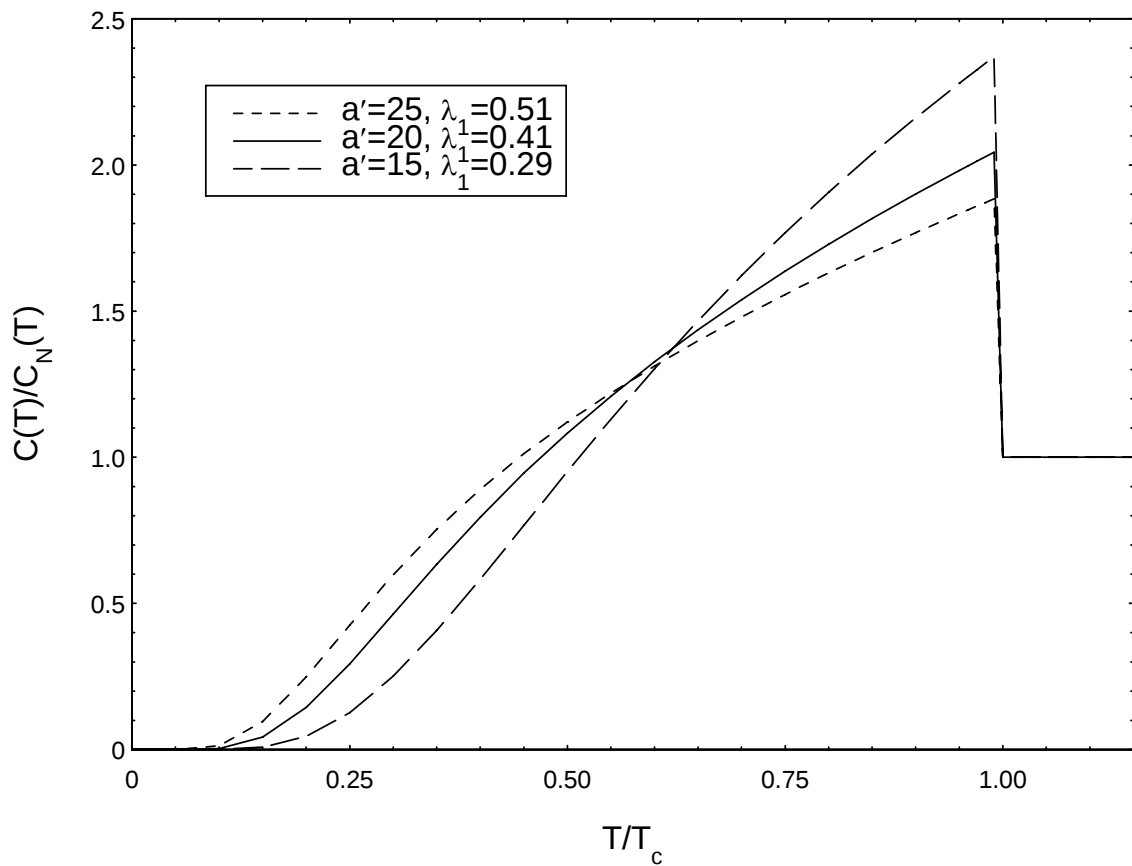
จากภาพประกอบ 28 จะเห็นว่าที่ $\alpha = 0.33$ จะหาค่า $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้เท่ากับ 0.86 จากนั้น

นำไปเปรียบเทียบกับตัวนำวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) ได้ดังภาพประกอบ 29



ภาพประกอบ 29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยิ่งยวดยีสอง

แถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำยิ่งยวดยีสแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) (Mishonov; et al. 2005: 0312210) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ พอสชาสเฮนนิโควา แดม และมากิ



ภาพประกอบ 30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตาม

แบบจำลองของ พอสซาสเฮนนี่โควา แดม และมากิ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ $\lambda_2 = 0.2$,

$\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.2$, $\mu_{12} = 0.1$, $\lambda_{12} = 0.1$, $T_c = 6.1K$, $\omega_D = 450K$, $\omega_c = 750K$ และ

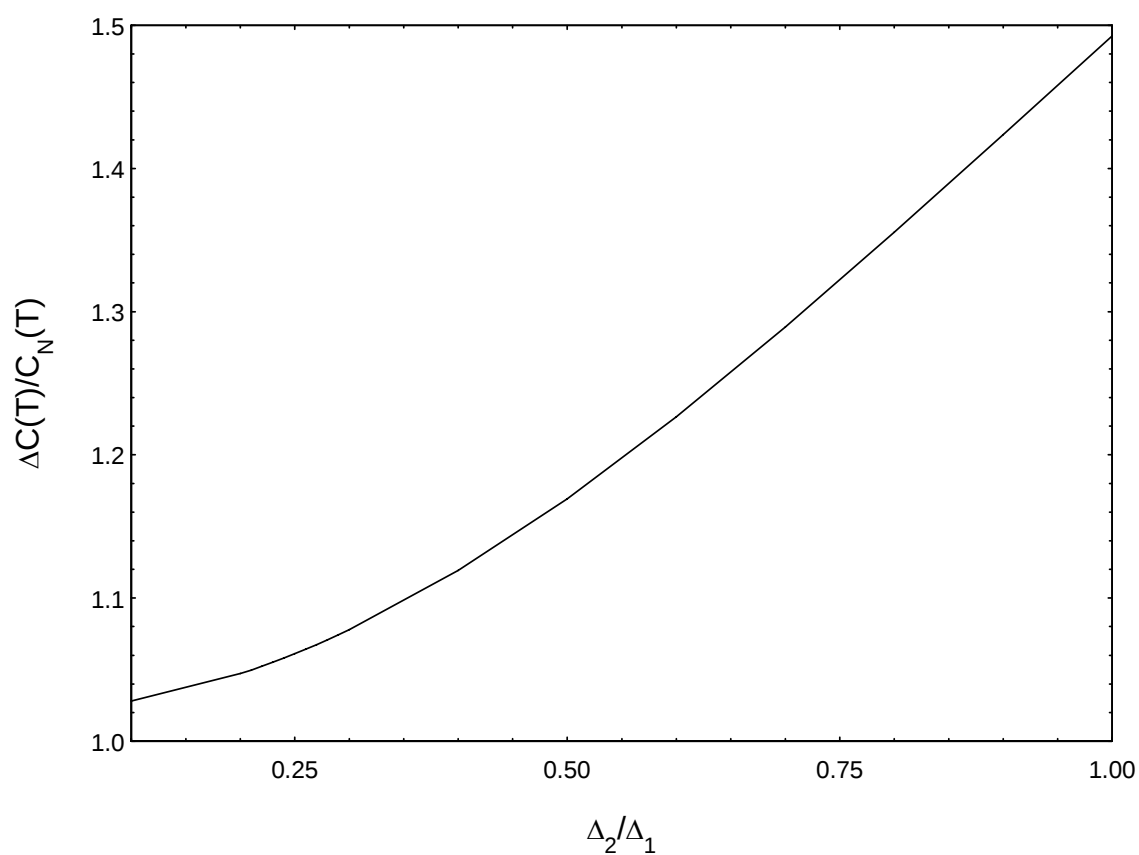
$\alpha = 0.25$

จากภาพประกอบ 30 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ โดยใช้ความไม่

สมมาตร (a') เป็น 15, 20 และ 25 ตามลำดับ จากกราฟเลือก $a' = 20$ ซึ่งสามารถคำนวณหา

$\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้ผลสอดคล้องกับตัวนำยวดยิ่งเทอนารีไฮรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) มากที่สุด ดัง

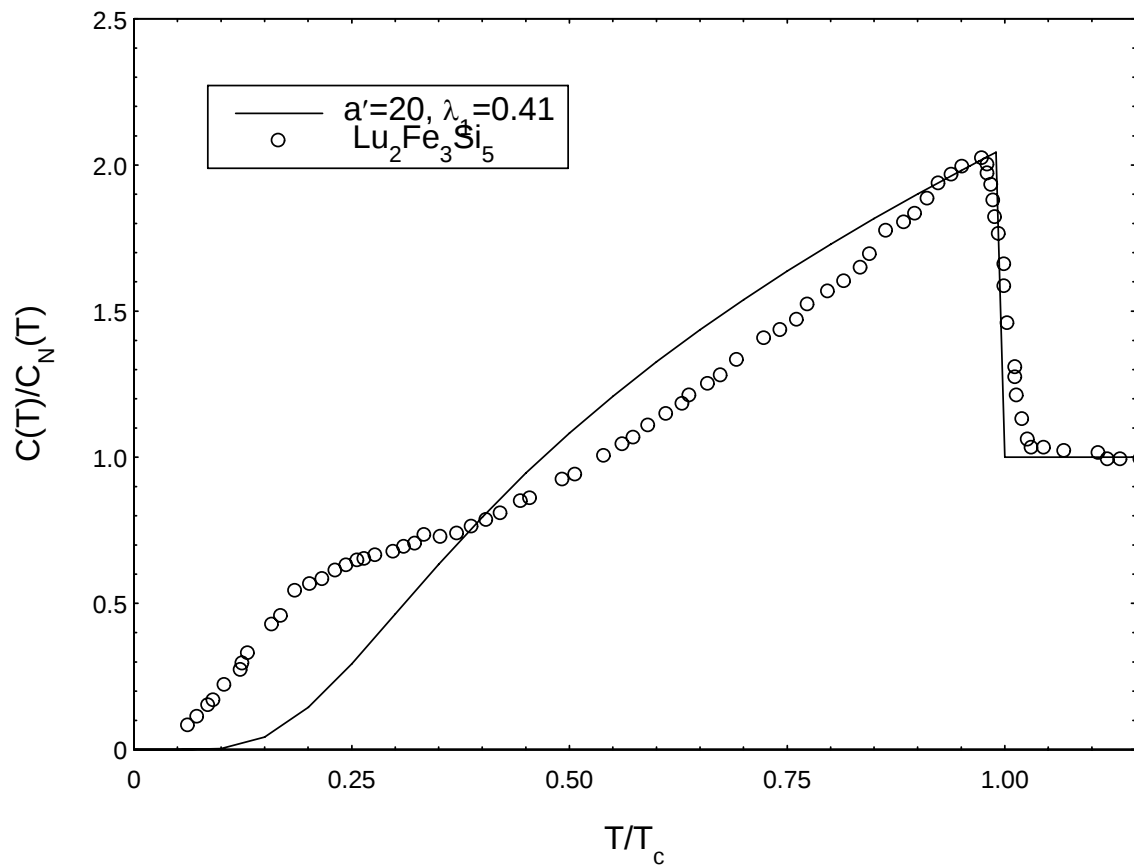
ภาพประกอบ 31



ภาพประกอบ 31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\alpha)$

จากภาพประกอบ 31 จะเห็นว่าที่ $\alpha = 0.25$ จะหาค่า $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้เท่ากับ 1.06 จากนั้น

นำไปเปรียบเทียบกับตัวนำยิ่งยวดชนิดไอออนลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) ได้ดังภาพประกอบ 32

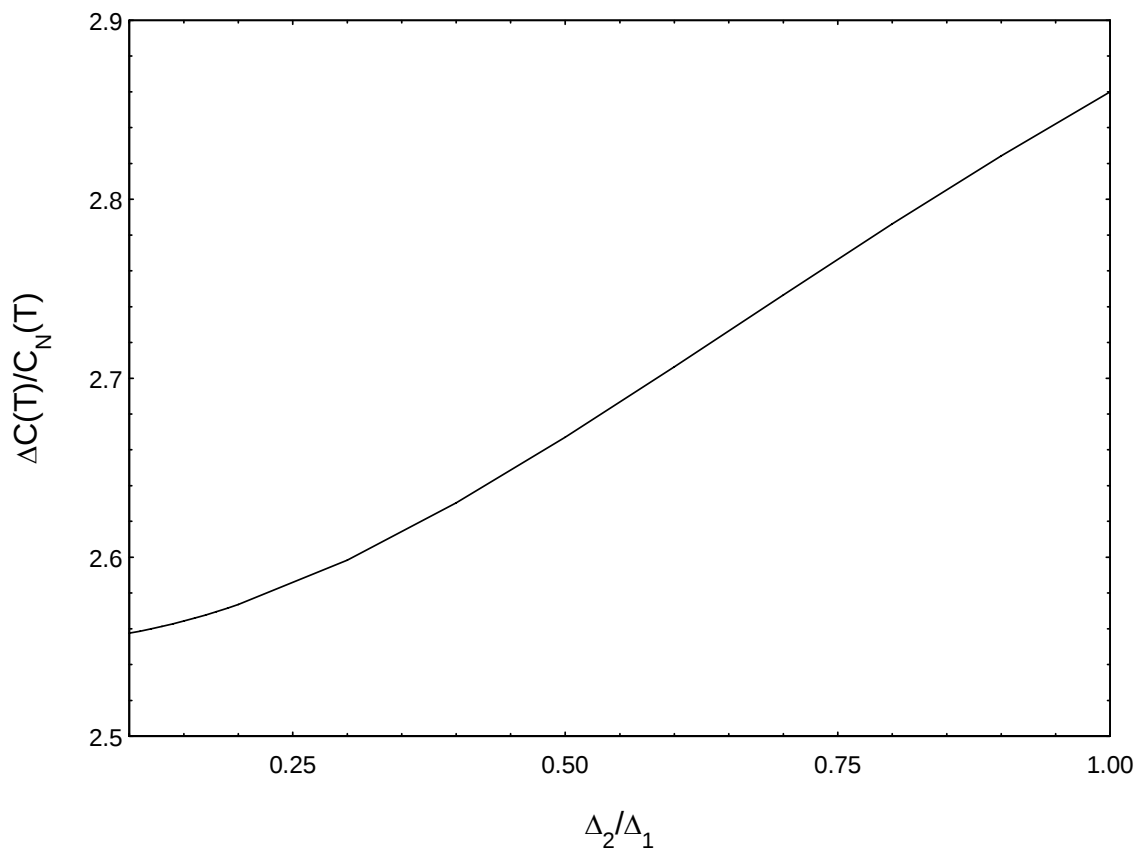


ภาพประกอบ 32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยิ่งยวดทั้งสอง

แถบพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางเทียบกับตัวนำยิ่งยวดเชิงเทอนารีไฮดรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$)

(Nakajima; et al. 2008: 157001-1) โดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ พอสชาส เฮนรีโควา แดม และมากิ

ภาพประกอบ 21-32 เป็นการคำนวณโดยมีช่องว่างพลังงานแบบขึ้นกับทิศทางโดยมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากิ กับ พอสชาสเฮนรีโควา แดม และมากิ ต่อไปจะพิจารณากรณีที่ช่องว่างพลังงานมีความสมมาตร ($a' = 0$) ซึ่งได้ผลดังภาพประกอบ 33

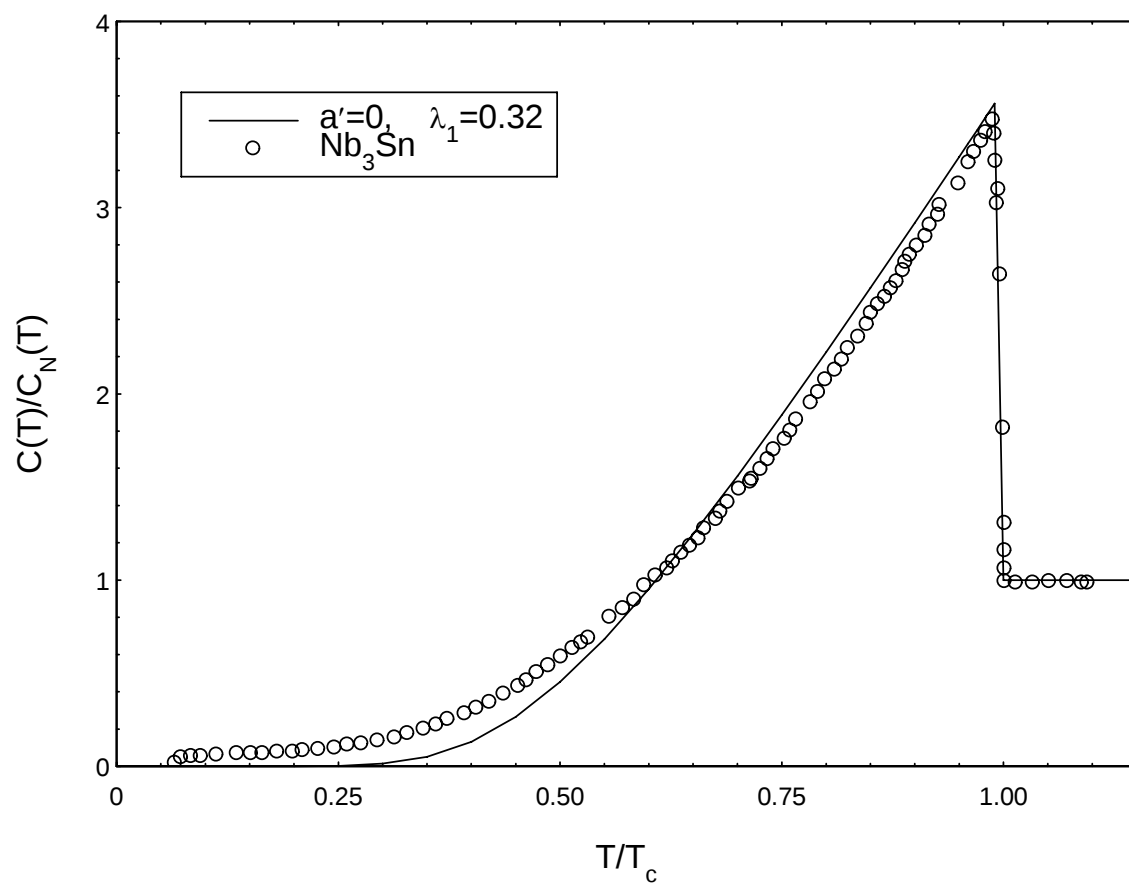


ภาพประกอบ 33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{\Delta_2}{\Delta_1}(\alpha)$ โดยกำหนดค่าคงตัวของการคู่ควบ

$$\lambda_2 = 0.46, \mu_1 = 0.46, \mu_2 = 0.46, \mu_{12} = 0.28, \lambda_{12} = 0.28, T_c = 17.8 K, \omega_D = 230 K, \\ \omega_c = 400 K \text{ และ } \alpha = 0.16$$

จากภาพประกอบ 33 จะเห็นว่าที่ $\alpha = 0.16$ จะหาค่า $\frac{\Delta C(T)}{C_N(T)}$ ได้เท่ากับ 2.56 จากนั้น

นำไปเปรียบเทียบกับตัวนำยวดยิ่งไนโอเบียมสแตนไดต์ (Nb₃Sn) ได้ดังภาพประกอบ 34



ภาพประกอบ 34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\frac{C(T)}{C_N(T)}$ กับ $\frac{T}{T_c}$ ของแบบจำลองตัวนำยิ่งยวดยั้งสอง
แถบพลังงานเทียบกับตัวนำยิ่งยวดยั้งไนโอเบียมสแตนไดน์ (Nb_3Sn)

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะศึกษาผลกระทบของความไม่สมมาตรของพารามิเตอร์ ช่องว่างพลังงานต่อการกระโดดของความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงาน ภายใต้การควบคุมอย่างอ่อนตามทฤษฎีบีซีเอส

สรุปผลการวิจัย

จากการวิเคราะห์ช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงานที่ขึ้นกับทิศทาง ซึ่งมีฟังก์ชันความไม่สมมาตรตามแบบจำลองของ ฮาสส์และมากิ (Haas, & Maki. 2001: 020502-1) กับ พอสซาซเฮนนิคอฟา, เดม และ มากิ (Posazhennikova, Dahm, & Maki. 2003:577) โดยได้แสดงผลเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงาน แมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) และเทอร์โรนโรนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) และพบว่าเกี่ยวข้องกับความไม่สมมาตรของช่องว่างพลังงานและผลของอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงาน ซึ่งการวิเคราะห์ได้ทำภายใต้ขอบเขตการควบคุมอย่างอ่อนตามทฤษฎีบีซีเอส ค่าของ $\frac{\Delta C}{C_N}$ ที่ได้จะมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงขึ้นอยู่กับความไม่สมมาตรและอันตรกิริยาการควบคุมอย่างอ่อน และการวิจัยนี้ยังได้คำนวณกรณีที่ช่องว่างพลังงานเป็นแบบสมมาตรพบว่าให้ผลสอดคล้องกับผลการทดลองของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงาน ไนโอเบียมสแตนไนต์ (Nb_3Sn) งานวิจัยนี้จึงสามารถอธิบายผลการทดลองของตัวนำยิ่งยวดสองแถบพลังงานที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตได้ดี

อภิปรายผลการวิจัย

จากภาพประกอบ 21 ถึง 26 เป็นกราฟที่เขียนแสดงความสัมพันธ์ต่างๆ โดยใช้แบบจำลอง ช่องว่างพลังงานตามแบบของ ฮาสส์และมากิ (Haas, & Maki. 2001: 020502-1)

ภาพประกอบ 21 เป็นกราฟที่ใช้พารามิเตอร์ของความไม่สมมาตรเป็น 3, 3.5 และ 4 ตามลำดับ จะเห็นว่าความไม่สมมาตร (a') และค่าคงตัวของการควบคุม (λ_1) โดยที่ค่าคงตัวอื่นๆคงที่มีผลต่อความร้อนจำเพาะ ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ว่าถ้าความไม่สมมาตรและค่าคงตัวของการควบคุมมากขึ้นก็จะทำให้ช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะมีค่าลดลง

ภาพประกอบ 22 จากภาพประกอบ 21 ปรากฏว่าเส้นกราฟของพารามิเตอร์ของความไม่สมมาตร $a' = 3.5$ ที่อุณหภูมิวิกฤต ให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลองของตัวนำยิ่งยวดแมกนีเซียมได

โบไรด์ (MgB_2) มากที่สุด ซึ่งที่ $\alpha = 0.33$ จะมีค่า $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 0.89 ซึ่งจากผลการทดลองตัวนำยวดยิ่ง

แมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) มี $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 0.82

ภาพประกอบ 23 เป็นการเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยที่อุณหภูมิวิกฤตจะให้ค่าใกล้เคียงที่สุดซึ่งมีความผิดพลาดเพียง 8.5%

ภาพประกอบ 24 เป็นกราฟที่ใช้พารามิเตอร์ของความไม่สมมาตรเป็น 3, 3.5 และ 4 ตามลำดับ จะเห็นว่าความไม่สมมาตร (a') และค่าคงตัวของการคู่ควบ (λ_1) โดยที่ค่าคงตัวอื่นๆคงที่มีผลต่อความร้อนจำเพาะ ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ว่าถ้าความไม่สมมาตรและค่าคงตัวของการคู่ควบมากขึ้นก็จะทำให้ช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะมีค่าลดลง

ภาพประกอบ 25 จากภาพประกอบ 24 ปรากฏว่าเส้นกราฟของพารามิเตอร์ของความไม่สมมาตร $a' = 3.5$ ที่อุณหภูมิวิกฤต ให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งเทอร์นารีไอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) มากที่สุด ซึ่งที่ $\alpha = 0.25$ จะมีค่า $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 1.05 ซึ่งจากผลการทดลองตัวนำยวดยิ่งเทอร์นารีไอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) มี $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 1.05

ภาพประกอบ 26 เป็นการเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งเทอร์นารีไอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) โดยที่อุณหภูมิวิกฤตจะให้ค่าใกล้เคียงที่สุดซึ่งมีความผิดพลาดเพียง 0%

จากภาพประกอบ 27 ถึง 32 เป็นกราฟที่เขียนแสดงความสัมพันธ์ต่างๆ โดยใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานตามแบบของ พอสซาซเฮนนิคอฟา เดม และมากิ (Posazhennikova, Dahm, & Maki. 2003:577)

ภาพประกอบ 27 เป็นกราฟที่ใช้พารามิเตอร์ของความไม่สมมาตรเป็น 15, 20 และ 25 ตามลำดับ จะเห็นว่าความไม่สมมาตร (a') และค่าคงตัวของการคู่ควบ (λ_1) โดยที่ค่าคงตัวอื่นๆคงที่มีผลต่อความร้อนจำเพาะ ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ว่าถ้าความไม่สมมาตรและค่าคงตัวของการคู่ควบมากขึ้นก็จะทำให้ช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะมีค่าลดลง

ภาพประกอบ 28 จากภาพประกอบ 27 ปรากฏว่าเส้นกราฟของพารามิเตอร์ของความไม่สมมาตร $a' = 20$ ที่อุณหภูมิวิกฤต ให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) มากที่สุด ซึ่งที่ $\alpha = 0.33$ จะมีค่า $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 0.86 ซึ่งจากผลการทดลองตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) มี $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 0.82

ภาพประกอบ 29 เป็นการเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) โดยที่อุณหภูมิวิกฤตจะให้ค่าใกล้เคียงที่สุดซึ่งมีความผิดพลาดเพียง 4.8%

ภาพประกอบ 30 เป็นกราฟที่ใช้พารามิเตอร์ของความไม่สมมาตรเป็น 15, 20 และ 25 ตามลำดับ จะเห็นว่าความไม่สมมาตร (a') และค่าคงตัวของการคู่ควบ (λ) โดยที่ค่าคงตัวอื่นๆคงที่มีผลต่อความร้อนจำเพาะ ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ว่าถ้าความไม่สมมาตรและค่าคงตัวของการคู่ควบมากขึ้นก็จะทำให้ช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะมีค่าลดลง

ภาพประกอบ 31 จากภาพประกอบ 30 ปรากฏว่าเส้นกราฟของพารามิเตอร์ของความไม่สมมาตร $a' = 20$ ที่อุณหภูมิวิกฤต ให้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งเทอร์โอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) มากที่สุด ซึ่งที่ $\alpha = 0.25$ จะมีค่า $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 1.06 ซึ่งจากผลการทดลองตัวนำยวดยิ่งเทอร์โอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) มี $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 1.05

ภาพประกอบ 32 เป็นการเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งเทอร์โอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) โดยที่อุณหภูมิวิกฤตจะให้ค่าใกล้เคียงที่สุดซึ่งมีความผิดพลาดเพียง 1%

ภาพประกอบ 33 เป็นการเขียนกราฟที่ $a' = 0$ ซึ่งที่ $\alpha = 0.16$ จะมีค่า $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 2.56 ซึ่งจากผลการทดลองตัวนำยวดยิ่งไนโอเบียมสแตนไดด์ (Nb_3Sn) มี $\frac{\Delta C}{C_N}$ เท่ากับ 2.55

ภาพประกอบ 34 เป็นการเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่งไนโอเบียมสแตนไดด์ (Nb_3Sn) โดยที่อุณหภูมิวิกฤตจะให้ค่าใกล้เคียงที่สุดซึ่งมีความผิดพลาดเพียง 1%

ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้คำนวณหา $\frac{\Delta C}{C_N}$ ที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤต โดยมีเงื่อนไขการศึกษาคืออันตรกิริยาการคู่ควบอย่างอ่อน เพราะทฤษฎีที่ใช้พัฒนามาจากทฤษฎีบีซีเอส ซึ่งที่บริเวณ T ต่ำๆ กราฟของ $\frac{\Delta C}{C_N}$ ยังไม่สอดคล้องกับผลของตัวนำยวดยิ่งสองแถบพลังงาน อาจเป็นผลของตัวแปรอย่างอื่นๆเข้ามาเกี่ยวข้อง ซึ่งอาจต้องใช้แบบจำลองอื่นๆมาช่วยอธิบาย

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- Bardeen, J.; Cooper, N.; & Schrieffer, J. R. (1957, January). Theory of Superconductivity. *Physical Review*. 108(5): 1175-1204.
- Bednorz, J. G.; & Muller, K. A. (1986, April). Possible High T_c Superconductivity in the Ba-La-Cu-O System. *Zeitschrift fur Physik B*. 64: 189-193.
- Bennemann, K. H.; & Ketterson, J. B. (2003). *The Physics of Superconductors*. Berlin: Springer-Verlag.
- Bryant, C. A.; & Keesom, P. H. (1961, July). Low-Temperature Specific Heat of Indium and Tin. *Physical Review*. 123(2): 491-499.
- Buckel, Werner. (1911). *Superconductivity Fundamentals and Applications*. New York: VCH Publishers Inc.
- Chu, C. W.; et al. (1987, January). Evidence for Superconductivity Above 40 K in the La-Ba-Cu-O Compound System. *Physical Review Letters*. 58(4): 405-410.
- Deaver, B. S.; & Fairbank, W. M. (1961, July). Two-Electron Quantization of the Charge on a Superconductor. *Physical Review Letter*. 7(2): 43-53.
- Fetter, A. L.; & Walecka, J. D. (1995). *Quantum Theory of many- Particle System*. Singapore: McGraw-Hill.
- Giubileo, F.; et al. (2001, October). Two-Gap State Density in MgB_2 : A True Bulk Property or a Proximity Effect. *Physical Review Letters*. 87(17): 1770081-1770084.
- Guritanu, V.; et al. (2004, February, 27). Specific heat of Nb_3Sn : The case for a second energy gap. *Physical Review B*. 70: 1-16.
- Haas, S.; & Maki, K. (2001, December). Anisotropic s-wave Superconductivity in MgB_2 . *Physical Review B*. 65: 020502-1.
- Ketterson, J. B.; & Song, S. N. (1998). *Superconductivity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kittel, Charles. (1997). *Introduction to Solid State Physics*. 7th edition: John Wiley & Sons.
- Kresin, V. Z.; & Worf, S. A. (1990). *Fundamentals of Superconductivity*. New York: Plenum Publishing.

- Mishonov, T. M.; et al. (2005). Thermodynamics of MgB_2 Described by the Weak-Coupling Two-Band BCS Model. *Physical Review B*. 71: 012514-1-5.
- Nakajima, Y.; et al. (2008, April). Specific-Heat Evidence for Two-Gap Superconductivity in the Ternary-Iron Silicide $\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$. *Physical Review Letters*. 100: 157001-1-4.
- Posazhennikova, E.; Dahm, T.; & Maki, K. (2003). Anisotropic s-wave Superconductivity: Comparison with Experiments on MgB_2 Single Crystals. *Europhysics Letters*. 61(4): 577-588.
- Sacchetti, N. (2000). Superconductivity: From Physics to Alchemy. *International Journal of Modern Physics B*. 14(25-27): 2617-2627.
- Tsuei, C. C.; & Kirtley, J. R. (1996). Probing High -Temperature Superconductivity. *Scientific American*. 50: 6.
- Udomsamuthirun, P.; Rukpanich, S.; & Yoksan, S. (2003). Effect of In-Plane Anisotropy on Specific Heat Jump of MgB_2 . *Physica Status Solidi (b)*. 240: 591-595.
- Udomsamuthirun, P.; et al. (2005). Effect of Density of States on Isotope Effect Exponent of Two-Band Superconductors. *Physica C*. 425: 149-154.
- Watcharin Boonied. (2007). *Critical Temperature of Superconductor/Ferromagnetic Bilayers with Spin-Orbit Dependent Scattering*. M.S. (Physics). Bangkok: Srinakharinwirot University. Photocopied.

ภาคผนวก
โปรแกรม Mathematica version 5.2

การคำนวณหาความร้อนจำเพาะที่ทุก ๆ อุณหภูมิ

```
ClearAll[ff11, ff22, fais, I1, I2, I3, I4, I5, I6, I7, I8, I9, I10, ωD,
  ωC, dt, ttcc, tc, aa, sff, ssf1, p1, duu, dow, dd2t, ccstn, cn, a, b,
  c, d, m, aa, α];
```

```
aa = 3.5; ωD = 750; ωC = 800; tc = 38;
```

```
λ2 = 0.1; μ1 = 0.5; μ2 = 0.1;
λ12 = 0.1; μ12 = 0.1; α = 0.33;
```

```
fais[ze_] := (1 + aa * (Cos[ze])^2) / (1 + aa);
```

```
I1 = (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2 * (Tanh[e/(2*tc)]/e), {ze, 0, π},
  {e, 0, ωD}, Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
I2 = (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2 * (Tanh[e/(2*tc)]/e), {ze, 0, π}, {e, ωD, ωC},
  Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
I3[ttcc_, dt_] := (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2 *
  (Tanh[(sqrt(e^2 + (dt * fais[ze])^2)) / (2 * ttcc * tc)] /
  (sqrt(e^2 + (dt * fais[ze])^2))), {ze, 0, π}, {e, 0, ωD}, Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
I4[ttcc_, dt_] := (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2 *
  (Tanh[(sqrt(e^2 + α^2 * (dt * fais[ze])^2)) / (2 * ttcc * tc)] /
  (sqrt(e^2 + α^2 * (dt * fais[ze])^2))), {ze, 0, π}, {e, 0, ωD}, Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
I5[ttcc_, dt_] := (1 / (2 * 2 * (ttcc * tc)^2)) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2 *
  (Sech[(sqrt(e^2 + α^2 * (dt * fais[ze])^2)) / (2 * ttcc * tc)])^2, {ze, 0, π}, {e, 0, ωD},
  Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

$$\text{I6}[\text{ttcc_}, \text{dt_}] := \left(\frac{1}{2 * 2 * (\text{ttcc} * \text{tc})^2} \right) * \text{NIntegrate}[\text{Sin}[\text{ze}] * (\text{fais}[\text{ze}])^2 * \\ \left(\text{Sech} \left[\left(\sqrt{e^2 + (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2} \right) / (2 * \text{ttcc} * \text{tc}) \right] \right)^2, \{\text{ze}, 0, \pi\}, \{\text{e}, 0, \omega \text{D}\}, \\ \text{Method} \rightarrow \text{QuasiMonteCarlo}, \text{MinRecursion} \rightarrow 5, \text{MaxRecursion} \rightarrow 15];$$

$$\text{I7}[\text{ttcc_}, \text{dt_}] := \left(\frac{1}{2} \right) * \text{NIntegrate}[\text{Sin}[\text{ze}] * (\text{fais}[\text{ze}])^4 * \\ \left(\frac{\left(\text{Sech} \left[\left(\sqrt{e^2 + \alpha^2 * (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2} \right) / (2 * \text{ttcc} * \text{tc}) \right] \right)^2}{4 * \text{ttcc} * \text{tc} * (e^2 + \alpha^2 * (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2)} \right), \{\text{ze}, 0, \pi\}, \{\text{e}, 0, \omega \text{D}\}, \\ \text{Method} \rightarrow \text{QuasiMonteCarlo}, \text{MinRecursion} \rightarrow 5, \text{MaxRecursion} \rightarrow 15];$$

$$\text{I8}[\text{ttcc_}, \text{dt_}] := \left(\frac{1}{2} \right) * \text{NIntegrate}[\text{Sin}[\text{ze}] * (\text{fais}[\text{ze}])^4 * \\ \left(\frac{\text{Tanh} \left[\left(\sqrt{e^2 + \alpha^2 * (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2} \right) / (2 * \text{ttcc} * \text{tc}) \right]}{2 * (e^2 + \alpha^2 * (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2)^{3/2}} \right), \{\text{ze}, 0, \pi\}, \{\text{e}, 0, \omega \text{D}\}, \\ \text{Method} \rightarrow \text{QuasiMonteCarlo}, \text{MinRecursion} \rightarrow 5, \text{MaxRecursion} \rightarrow 15];$$

$$\text{I9}[\text{ttcc_}, \text{dt_}] := \left(\frac{1}{2} \right) * \text{NIntegrate}[\text{Sin}[\text{ze}] * (\text{fais}[\text{ze}])^4 * \\ \left(\frac{\left(\text{Sech} \left[\left(\sqrt{e^2 + (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2} \right) / (2 * \text{ttcc} * \text{tc}) \right] \right)^2}{4 * \text{ttcc} * \text{tc} * (e^2 + (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2)} \right), \{\text{ze}, 0, \pi\}, \{\text{e}, 0, \omega \text{D}\}, \\ \text{Method} \rightarrow \text{QuasiMonteCarlo}, \text{MinRecursion} \rightarrow 5, \text{MaxRecursion} \rightarrow 15];$$

$$\text{I10}[\text{ttcc_}, \text{dt_}] := \left(\frac{1}{2} \right) * \text{NIntegrate}[\text{Sin}[\text{ze}] * (\text{fais}[\text{ze}])^4 * \\ \left(\frac{\text{Tanh} \left[\left(\sqrt{e^2 + (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2} \right) / (2 * \text{ttcc} * \text{tc}) \right]}{2 * (e^2 + (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2)^{3/2}} \right), \{\text{ze}, 0, \pi\}, \{\text{e}, 0, \omega \text{D}\}, \\ \text{Method} \rightarrow \text{QuasiMonteCarlo}, \text{MinRecursion} \rightarrow 5, \text{MaxRecursion} \rightarrow 15];$$

$$\lambda \mathbf{t}[\lambda \mathbf{1_}] := (\lambda \mathbf{1} + \lambda \mathbf{2});$$

$$\mu \mathbf{t} = (\mu \mathbf{1} + \mu \mathbf{2});$$

$$\mathbf{a} \lambda[\lambda \mathbf{1_}] := \left(\frac{(\lambda \mathbf{12})^2 - \lambda \mathbf{1} * \lambda \mathbf{2}}{\lambda \mathbf{t}[\lambda \mathbf{1}]} \right);$$

$$\mathbf{b} \mu = \left(\frac{(\mu \mathbf{12})^2 - \mu \mathbf{1} * \mu \mathbf{2}}{\mu \mathbf{t}} \right);$$

```

a[λ1_] := λ1*μ2 + λ2*μ1 - 2*λ12*μ12 - λt[λ1]*aλ[λ1] - μt*bμ +
  I2*λt[λ1]*μt*(bμ + aλ[λ1]) + (I2)2*λt[λ1]*μt*aλ[λ1]*bμ;

b = (-λ2 - μ2 + I2*λ2*μt - I2*μt*bμ + (I2)2*λ2*μt*bμ);

c[λ1_] := (-λ1 - μ1 + I2*λ1*μt - I2*μt*bμ + (I2)2*λ1*μt*bμ);

d = (1 - μt*I2 - (I2)2*μt*bμ);

ff11[ttcc_, dt_, λ1_] := a[λ1]*I3[ttcc, dt]*I4[ttcc, dt] + b*I4[ttcc, dt] +
  c[λ1]*I3[ttcc, dt] + d;

ff22[λ1_] := Det[
$$\begin{pmatrix} (\lambda_1 + \mu_1) * I1 - 1 & (\lambda_{12} + \mu_{12}) * I1 & \mu_1 * I2 & \mu_{12} * I2 \\ (\lambda_{12} + \mu_{12}) * I1 & (\lambda_2 + \mu_2) * I1 - 1 & \mu_{12} * I2 & \mu_2 * I2 \\ \mu_1 * I1 & \mu_{12} * I1 & \mu_1 * I2 - 1 & \mu_{12} * I2 \\ \mu_{12} * I1 & \mu_2 * I1 & \mu_{12} * I2 & \mu_2 * I2 - 1 \end{pmatrix}$$
];

h = 0.0000001; λ1 = 0.1; v = 3;

While[v > 0.000000001,
  q1 = λ1;
  sff = ff22[λ1];
  ssf1 = ff22[λ1 + h];
  λ1 = λ1 -  $\frac{sff * h}{ssf1 - sff}$ ;
  v = Abs[q1 - p1];
];

Print["λ1=", λ1];

duu[ttcc_, dt_] := a[λ1]*I3[ttcc, dt]*I5[ttcc, dt] +
  a[λ1]*I4[ttcc, dt]*I6[ttcc, dt] + b*I5[ttcc, dt] + c[λ1]*I6[ttcc, dt];

dow[ttcc_, dt_] := a[λ1]*α2*I3[ttcc, dt]*I7[ttcc, dt] -
  a[λ1]*α2*I3[ttcc, dt]*I8[ttcc, dt] +
  a[λ1]*I4[ttcc, dt]*I9[ttcc, dt] - a[λ1]*I4[ttcc, dt]*I10[ttcc, dt] +
  b*α2*I7[ttcc, dt] - b*α2*I8[ttcc, dt] + c[λ1]*I9[ttcc, dt] - c[λ1]*I10[ttcc, dt];

dd2t[ttcc_, dt_] := duu[ttcc, dt] / dow[ttcc, dt];

```

```
ccstn[ttcc_, dt_, vadd2t_] :=
```

```

  (
    
$$\frac{2 * 2 * \text{Pi}}{4 * \text{Pi} * (\text{ttcc} * \text{tc})^2}$$

    * NIntegrate[Sin[ze] *
      
$$\frac{\text{Exp}[\sqrt{e^2 + (1 + \alpha^2) * (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2} / (\text{ttcc} * \text{tc})]}{(\text{Exp}[\sqrt{e^2 + (1 + \alpha^2) * (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2} / (\text{ttcc} * \text{tc})] + 1)^2} *
      \left( e^2 + (1 + \alpha^2) * (\text{dt} * \text{fais}[\text{ze}])^2 - \frac{\text{ttcc} * \text{tc}}{2} * (1 + \alpha^2) * (\text{fais}[\text{ze}])^2 * \text{vadd2t} \right),
      \{\text{ze}, 0, \pi\}, \{e, -\omega D, \omega D\},
      \text{Method} \rightarrow \text{QuasiMonteCarlo}, \text{MinRecursion} \rightarrow 5, \text{MaxRecursion} \rightarrow 15];$$

```

```
cn[ttcc_] := (2/3) * (Pi^2) * ttcc * tc;
```

```
ttcc = 0.0001;
```

```
h = 0.000001;
```

```
dt = 10.7;
```

```
While[ttcc < 1.21, s = 3;
```

```
  If[ttcc > 1, s = 0.0000001; dt = 0, s = 3];
```

```
    While[s > 0.01,
```

```

      p1 = dt;
      sff = ff11[ttcc, dt, λ1];
      ssf1 = ff11[ttcc, dt + h, λ1];
      dt = dt -  $\frac{\text{sff} * \text{h}}{\text{ssf1} - \text{sff}}$ ;
      s = Abs[dt - p1];
    ];
```

```
vadd2t = dd2t[ttcc, dt];
```

```
If[ttcc > 1, cttt = cn[ttcc], cttt = ccstn[ttcc, dt, vadd2t] ;
```

```
Print[ttcc, " ", dt, " ", N[cttt/cn[ttcc], 5]];
```

```
ttcc = ttcc + 0.05];];
```

การคำนวณหาช่วงกระโดดของความร้อนจำเพาะที่อุณหภูมิวิกฤต

```
ClearAll[ff22, ff11, fais, aa, ze, I1, I2, I3, I4, λ1, λ2, λ12, λt,
  μt, μ1, μ2, μ12, aλ, bμ, a, b, c, d, tc, ωD, ωc, e];
```

```
ωD = 750; ωc = 800;
```

```
λ2 = 0.2; μ1 = 0.5; μ2 = 0.1;
λ12 = 0.1; μ12 = 0.1; aa = 3.5;
```

```
fais[ze_] := (1 + aa * (Cos[ze])^2) / (1 + aa);
```

```
I3[ze_] := (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2, {ze, 0, π},
  Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
I4[ze_] := (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^4, {ze, 0, π},
  Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
I1[tc_, ze_] := (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2 * (Tanh[ $\frac{e}{2*tc}$ ]/e),
  {ze, 0, π}, {e, 0, ωD}, Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
I2[tc_, ze_] := (1/2) * NIntegrate[Sin[ze] * (fais[ze])^2 * (Tanh[ $\frac{e}{2*tc}$ ]/e),
  {ze, 0, π}, {e, ωD, ωc}, Method → QuasiMonteCarlo, MinRecursion → 5, MaxRecursion → 15];
```

```
λt[λ1_] := (λ1 + λ2);
```

```
μt = (μ1 + μ2);
```

```
aλ[λ1_] := ( (λ12)^2 - λ1 * λ2 ) / λt[λ1];
```

```
bμ = ( (μ12)^2 - μ1 * μ2 ) / μt;
```

```
a[λ1_, tc_, ze_] := λ1 * μ2 + λ2 * μ1 - 2 * λ12 * μ12 - λt[λ1] * aλ[λ1] - μt * bμ +
  I2[tc, ze] * λt[λ1] * μt * (bμ + aλ[λ1]) + (I2[tc, ze])^2 * λt[λ1] * μt * aλ[λ1] * bμ;
```

```
b[λ1_, tc_, ze_] := (-λ2 - μ2 + I2[tc, ze] * λ2 * μt - I2[tc, ze] * μt * bμ + (I2[tc, ze])^2 * λ2 * μt * bμ);
```

$c[\lambda 1_ , tc_ , ze_] := (-\lambda 1 - \mu 1 + I2[tc, ze] * \lambda 1 * \mu t - I2[tc, ze] * \mu t * b_{\mu} + (I2[tc, ze])^2 \lambda 1 * \mu t * b_{\mu}) ;$

$d[\lambda 1_ , tc_ , ze_] := (1 - \mu t * I2[tc, ze] - (I2[tc, ze])^2 * \mu t * b_{\mu}) ;$

$ff11[\lambda 1_ , tc_] := \text{Det} \left[\begin{pmatrix} (\lambda 1 + \mu 1) * I1[tc, ze] - 1 & (\lambda 12 + \mu 12) * I1[tc, ze] & \mu 1 * I2[tc, ze] & \mu 12 * I2[tc, ze] \\ (\lambda 12 + \mu 12) * I1[tc, ze] & (\lambda 2 + \mu 2) * I1[tc, ze] - 1 & \mu 12 * I2[tc, ze] & \mu 2 * I2[tc, ze] \\ \mu 1 * I1[tc, ze] & \mu 12 * I1[tc, ze] & \mu 1 * I2[tc, ze] - 1 & \mu 12 * I2[tc, ze] \\ \mu 12 * I1[tc, ze] & \mu 2 * I1[tc, ze] & \mu 12 * I2[tc, ze] & \mu 2 * I2[tc, ze] - 1 \end{pmatrix} \right] ;$

$ff22[\lambda 1_ , tc_ , \alpha_] := \left(1.43 * (1 + \alpha^2) * \left(\frac{(I3[ze])^2}{I4[ze]} \right) * ((c[\lambda 1, tc, ze] + b[\lambda 1, tc, ze] + \right.$
 $2 * a[\lambda 1, tc, ze] * I1[tc, ze]) / (c[\lambda 1, tc, ze] +$
 $\left. \alpha^2 * b[\lambda 1, tc, ze] + a[\lambda 1, tc, ze] * (1 + \alpha^2) * I1[tc, ze]) \right) ;$

$h = 0.00000001; tc = 38; \lambda 1 = 0.1; \alpha = 0.1;$

```
While[ $\alpha < 1.0001$ , v = 3;
  While[v > 0.0000000001,
    p1 =  $\lambda 1$ ;
    sff = ff11[ $\lambda 1$ , tc];
    ssf1 = ff11[ $\lambda 1 + h$ , tc];
     $\lambda 1 = \lambda 1 - \frac{sff * h}{ssf1 - sff}$ ;
    v = Abs[ $\lambda 1 - p1$ ];
  ];
  Print[ $\alpha$ , " ",  $\lambda 1$ , " ", ff22[ $\lambda 1$ , tc,  $\alpha$ ]];
   $\alpha = \alpha + 0.1$ ;
];
Null
```

หมายเหตุ

1. ถ้าใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ ฮาสส์และมากิ จะใช้ฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็น

$$\mathbf{fais}[\mathbf{ze_}] := (1 + \mathbf{aa} * (\mathbf{Cos}[\mathbf{ze}])^2) / (1 + \mathbf{aa});$$

2. ถ้าใช้แบบจำลองช่องว่างพลังงานของ พอสชาสเฮนนิโควา แคมและมากิ จะใช้ฟังก์ชันความไม่สมมาตรเป็น

$$\mathbf{fais}[\mathbf{ze_}] := (1 + \mathbf{aa} * (\mathbf{Cos}[\mathbf{ze}])^2)^{(-1/2)};$$

3. ตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์ (MgB_2) จะใช้ค่าคงตัวต่างๆ เป็น $\lambda_2 = 0.1$, $\mu_1 = 0.5$,

$$\mu_2 = 0.1, \mu_{12} = 0.1, \lambda_{12} = 0.1, T_c = 38 K, \omega_D = 750 K, \omega_c = 800 K \text{ และ } \alpha = 0.33$$

4. ตัวนำยวดยิ่งเทอร์นารีไอรอนซิลิไซด์ ($\text{Lu}_2\text{Fe}_3\text{Si}_5$) จะใช้ค่าคงตัวต่างๆ เป็น $\lambda_2 = 0.2$, $\mu_1 = 0.2$,

$$\mu_2 = 0.2, \mu_{12} = 0.1, \lambda_{12} = 0.1, T_c = 6.1 K, \omega_D = 450 K, \omega_c = 750 K \text{ และ } \alpha = 0.25$$

5. ตัวนำยวดยิ่งไนโอเบียมสแตนนไนด์ (Nb_3Sn) จะใช้ค่าคงตัวต่างๆ เป็น $\lambda_2 = 0.46$, $\mu_1 = 0.46$,

$$\mu_2 = 0.46, \mu_{12} = 0.28, \lambda_{12} = 0.28, T_c = 17.8 K, \omega_D = 230 K, \omega_c = 400 K \text{ และ}$$

$$\alpha = 0.16$$

ประวัติย่อผู้วิจัย

ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ ชื่อสกุล	นายรพีพงศ์ เปี่ยมสุวรรณ
วันเดือนปีเกิด	11 เมษายน 2524
สถานที่เกิด	อ.เมือง จ.ลพบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	95/13 หมู่ 7 ต. โพนทอง อ. บ้านหมี่ จ. ลพบุรี 15110

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2541	มัธยมศึกษาตอนปลาย จากโรงเรียนพิบูลวิทยาลัย จ. ลพบุรี
พ.ศ. 2545	วท.บ. (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2552	วท.ม. (สาขาวิชาฟิสิกส์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ