การศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

บทคัดย่อ

ของ

วิรัตน์ ชาญศิริรัตนา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
ตุลาคม 2524

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตและคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

.... ประธาน

.... กรรมการ

คณะกรรมการสอบ

.... ประธาน

.... กรรมการ

.... กรรมการ

ประกาศคุณูปการ

ผู้วิจัยขอกราบรำลึกถึงพระคุณของบิดาและมารดา ที่ได้อบรมเลี้ยงดู สนับสนุนให้กำลังใจและกำลังทรัพย์ด้วยดีตลอดมา ซึ่งพระคุณนี้จะหาสิ่งใดเปรียบมิได้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณท่านผู้ช่วยศาสตราจารย์ กมล เอกไทยเจริญ และท่านผู้ช่วยศาสตราจารย์ สุเทพ ทองอยู่ ซึ่งได้กรุณาให้ความช่วยเหลือ แนะนำ และให้แนวความคิดจนปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณท่านอาจารย์ อรพินท์ เจียระพงษ์ ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษาเกี่ยวกับสถิติที่ใช้ในการวิจัย และขอขอบคุณ คุณธนูชัย ภูอุดม ที่ให้ความช่วยเหลือเป็นอย่างดี

นอกจากนี้ยังขอขอบคุณอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อน ๆ และนักเรียนทุกคนที่ให้ความร่วมมือในการเก็บข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้

วิรัตน์ ชาญศิริรัตนา

สารบาญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ภูมิหลัง	1
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	3
	ความสำคัญของการวิจัย	4
	ขอบเขตของการวิจัย	4
	นิยามศัพท์เฉพาะ	4
	สมมติฐานของการวิจัย	4
2	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย	5
3	วิธีดำเนินการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล	13
	กลุ่มตัวอย่าง	13
	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	13
	การดำเนินการวิจัย	14
	การจัดกระทำข้อมูล	15
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	15
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	17
	ข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ข้อมูล	17
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	17

บทที่		หน้า
5	บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	19
	ความมุ่งหมายของการวิจัย	19
	สมมติฐานของการวิจัย	19
	กลุ่มตัวอย่าง	19
	วิธีดำเนินการวิจัย	19
	สรุปผลการวิจัย	20
	อภิปรายผล	20
	ข้อเสนอแนะ	22
บรรณานุกรม		24
ภาคผนวก		28

บัญชีตาราง

ตาราง หน้า

1 ความถี่ของคะแนนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบ 17

2 เปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎี
ในวิชาคณิตศาสตร์สูงและต่ำ 18

บทที่ 1

บทนำ

<u>ภูมิหลัง</u>

วิชาคณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อชีวิตมนุษย์เป็นอย่างมาก ทั้งนี้เพราะในชีวิตประจำวันจำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์อยู่ตลอดเวลา เช่น การดูเวลา การกะระยะทาง การซื้อขาย เป็นต้น คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการปลูกฝังอบรมให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติ นิสัย ทัศนคติ และความสามารถทางสมองบางประการ เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีระเบียบในการคิด ตลอดจนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา (สุวรรณา มุ่งเกษม 2513 : 1 – 2) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญต่อโลกปัจจุบันในวิทยาการทุกแขนง เช่น ด้านเทคโนโลยี เศรษฐกิจและสังคม พร้อมทั้งยังเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัย (William. 1975 : 5) จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าวและนับวันคณิตศาสตร์ยิ่งจะสำคัญมากยิ่งขึ้น (สมบูรณ์ ชิตพงศ์ 2519 : 1) จึงได้จัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเริ่มต้นตั้งแต่ระดับอนุบาลจนถึงระดับอุดมศึกษา

การสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมุ่งให้เข้าใจ "โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์" (ประสิทธิ์ กิจจนศิริ 2520 : 2) โครงสร้างของวิชาคณิตศาสตร์นั้น เริ่มจากธรรมชาติแล้วสรุปในรูปนามธรรมสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้น ซึ่งประกอบด้วย อนิยาม นิยาม และสัจพจน์ จากนั้นใช้ตรรกวิทยาสรุปผลเป็นกฎหรือทฤษฎี แล้วนำผลเหล่านั้นไปประยุกต์ในธรรมชาติต่อไป ในระดับสูงขึ้นนักคณิตศาสตร์อาจไม่คำนึงถึงธรรมชาติ โดยคิดสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเอง แล้วค้นหาทฤษฎีหรือกฎต่าง ๆ จากแบบจำลองนี้ (สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ 2517 : 5 – 6) ส่วนของโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย อนิยาม นิยาม และสัจพจน์ แล้วสรุปเป็นทฤษฎีโดยอาศัยตรรกวิทยานั้น ถือว่าเป็นส่วนที่สำคัญที่สุดของโครงสร้างคณิตศาสตร์ (สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ 2516 : 2) เกเกอร์ ได้ให้ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสอนคณิตศาสตร์จำเป็นต้องสอนให้ผู้เรียนเกิด

ความเข้าใจแจ่มแจ้งในทฤษฎีและความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ (Gager. 1957 : 30-34) ปานใจ สุขสวัสดิ์ กล่าวว่า ควรสอนนิยามต่าง ๆ โดยละเอียด และให้นักเรียนเข้าใจความหมายของนิยามด้วย (ปานใจ สุขสวัสดิ์ 2505 : 141 – 146) สุชาติ รัตนกุล กล่าวว่า การสอนโดยเน้นคุณสมบัติหรือทฤษฎีเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญนั้น ย่อมมีผลต่อเนื่องไปถึงการใช้เหตุผลและความสม่ำเสมอ (Consistency) ของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งลักษณะนี้ถือว่าเป็นคุณลักษณะที่เด่นชัดของวิชาคณิตศาสตร์ (สุชาติ รัตนกุล 2514 : 6) นอกจากนี้ ประชุม สุวัตถี ยังได้กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่นั้นต้องเน้นความสำคัญของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ สัจพจน์และนิยามต่าง ๆ (ประชุม สุวัตถี 2520 : 5) จากข้อความดังกล่าวจะเห็นว่า นิยาม และทฤษฎีนั้น มีความสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างยิ่ง

แต่จากประสบการณ์ของผู้วิจัย ผู้วิจัยพบปัญหาว่านักเรียนส่วนมากยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับนิยามและทฤษฎีอย่างแท้จริง ตลอดจนยังนำนิยามและทฤษฎีไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง กล่าวคือ นักเรียนมักนำนิยามและทฤษฎีไปใช้โดยขาดความระมัดระวัง และไม่รู้จักนำนิยามและทฤษฎีที่ถูกต้องไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษพลเดช ที่ได้กล่าวว่า สาเหตุที่นักเรียนทำโจทย์คณิตศาสตร์ไม่ได้นั้น เนื่องจากนักเรียนใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้ปัญหา เพราะไม่รู้จักนำเอาทฤษฎีที่เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหา (พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษพลเดช 2512 : 104)

การไม่เข้าใจทฤษฎีอย่างแท้จริง และการไม่คำนึงถึงข้อจำกัดของทฤษฎี อาจเป็นผลทำให้เกิดข้อผิดพลาดและความไม่สมเหตุสมผลเกิดขึ้นได้ (Eves. 1969 : 383) ตัวอย่างเช่น จากผลงานของนักคณิตศาสตร์บางท่านในคริสตศตวรรษที่ 18 และก่อนหน้านั้น จะพบข้อผิดพลาดบางอย่างซึ่งเกิดจากการที่นักคณิตศาสตร์ในสมัยนั้น มุ่งแต่จะทำตามกฎหรือสูตร โดยมิได้คำนึงถึงข้อจำกัดบางประการ เช่น นักคณิตศาสตร์บางท่านได้ใช้ทฤษฎีบททวินาม (Binomial Theorem) ในการกระจาย $(1-2)^{-1}$ และได้ผลดังนี้

$$-1 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \ldots$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ ข้อผิดพลาดนี้เกิดจากการไม่ระมัดระวังในการใช้ทฤษฎีบททวินามที่กล่าวว่า "ถ้า x เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง $|x| < 1$ และ n เป็นจำนวนเต็มลบหรือเป็นเศษส่วน แล้วจะได้ว่า

$$(1 + x)^n = 1 + n.x + \frac{n(n-1)}{2!}.x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}.x^3 + \ldots"$$

เนื่องจาก $|-2| = 2 > 1$ ซึ่งไม่สอดคล้องกับข้อจำกัดในทฤษฎีนี้ที่ว่า $|x| < 1$ ดังนั้น เมื่อใช้ทฤษฎีนี้ในการกระจาย $(1 - 2)^{-1}$ จึงได้ผลที่ผิดพลาดเกิดขึ้นดังตัวอย่างข้างต้น ซึ่งผลผิดพลาดเช่นนี้ เป็นสาเหตุอันหนึ่งที่ทำให้นักคณิตศาสตร์รุ่นหลังพยายามระมัดระวังในการใช้กฎเกณฑ์และสูตรมากยิ่งขึ้น (Eves. 1969 : 358) นอกจากนี้ ชัชวาลย์ อำมาตยมณี และสุชาติ สุรเกียรติ ยังได้กล่าวว่าคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ต้องการความรอบคอบระมัดระวัง ถ้าเผลอหรือหลงลืมกฎเกณฑ์เล็ก ๆ น้อย ๆ อาจทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง (ชัชวาลย์ อำมาตยมณี และสุชาติ สุรเกียรติ 2503 : 463) และปานใจ สุขสวัสดิ์ ยังได้กล่าวว่า การอ้างทฤษฎีโดยขาดความพินิจอาจจะเกิดผลผิดพลาดขึ้นได้ (ปานใจ สุขสวัสดิ์ 2505 : 141 – 146)

ปัญหาดังกล่าวข้างต้น เป็นเหตุให้ผู้วิจัยต้องการจะศึกษา ความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อที่จะเป็นแนวทางในการปรับปรุงการเรียนการสอน และส่งเสริมให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล ซึ่งจะเป็นผลให้การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

<u>ความมุ่งหมายของการวิจัย</u>

1. เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

2. เพื่อวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ความสำคัญของการวิจัย

1. ช่วยให้ทราบระดับความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน อันจะเป็นแนวทางให้ครูได้ปรับปรุงการเรียนการสอน เพื่อที่จะเสริมสร้างความสามารถของนักเรียนในด้านนี้ต่อไป

2. เป็นการริเริ่มทำแบบทดสอบเพื่อวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์

3. เป็นการเสนอแนะแนวทางอย่างหนึ่ง ที่จะช่วยให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบ รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล อันจะเป็นประโยชน์ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1 ปีการศึกษา 2524 ของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดมหาสารคาม

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน หมายถึง คะแนนที่นักเรียนทำได้จากแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. นักเรียน หมายถึงนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1 ในกลุ่มตัวอย่าง

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

การวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนี้เท่าที่ผู้วิจัยทำการค้นคว้า ปรากฏว่ายังไม่มีผู้ใดได้ทำการวิจัยไว้โดยตรง ทั้งในต่างประเทศและในประเทศ อย่างไรก็ตามได้มีเอกสารทั้งของต่างประเทศและในประเทศ ซึ่งมีเนื้อหาสาระและแนวความคิดเกี่ยวกับเรื่องนี้ ดังที่จะกล่าวต่อไป

คาสเนอร์ และนิวแมน ได้กล่าวว่า การพิสูจน์ให้ 1 = 2 นั้นเราเคยเห็นเสมอ และยังได้ขยายไปถึงการพิสูจน์จำนวนสองจำนวนใด ๆ ให้เท่ากัน ข้อผิดพลาดทั้งหลายเกิดจากการหารด้วยศูนย์ ซึ่งเป็นข้อยกเว้น และการที่ไม่คำนึงถึงขอบเขต ข้อยกเว้นของกฎและทฤษฎีต่าง ๆ เมื่อนำไปใช้ (Kasner and Newman, 1955 : 208)

แฟร์ ได้กล่าวว่า การสอนแคลคูลัสในระดับชั้นมัธยมจะต้องสอนให้เข้าใจทฤษฎีตลอดจนการนำไปใช้ (Fehr, 1965 : 37 – 44)

อีฟ กล่าวว่า ในคริสตศตวรรษที่ 17 และ 18 นักคณิตศาสตร์ยังมีความเข้าใจเกี่ยวกับอนุกรมอนันต์เพียงเล็กน้อย นักคณิตศาสตร์สมัยนั้นได้นำความรู้เกี่ยวกับอนุกรมจำกัดไปใช้กับอนุกรมอนันต์โดยไม่คำนึงถึงข้อจำกัดต่าง ๆ ทำให้เกิดข้อขัดแย้งในการศึกษาอนุกรมอนันต์นี้ อีฟยังได้กล่าวว่า สำหรับการใช้ทฤษฎีบททวินามในการกระจาย $(a + b)^n$ นั้นจะต้องคำนึงถึงข้อจำกัดของทฤษฎี ซึ่งเกี่ยวกับค่าของ a, b และ n ถ้าหากไม่คำนึงถึงข้อจำกัดของทฤษฎี จะทำให้เกิดผลที่ขัดแย้งขึ้นได้ ดังที่ได้พบข้อขัดแย้งจากการที่ ออยเลอร์ (Euler) ได้ใช้ทฤษฎีบททวินามกระจาย $(1 - 2)^{-1}$ เป็นต้น นอกจากนี้อีฟยังได้กล่าวถึงปัญหาในการเรียนพีชคณิตเบื้องต้น กล่าวคือนักเรียนส่วนมากมักจะเห็นพร้องกับข้อความที่ว่า "ถ้าเศษส่วน 2 จำนวนใด ๆ เท่ากันและมีเศษเท่ากันแล้ว จะได้ว่าส่วนจะต้องมีค่าเท่ากันด้วย"

ซึ่งไม่ถูกต้อง เนื่องจากขาดเงื่อนไข "เลขต้องไม่เท่ากับศูนย์" ดังนั้นในการนำทฤษฎีไปใช้จึงต้องคำนึงถึงเงื่อนไขเล็ก ๆ น้อย ๆ ในทฤษฎีนั้น ๆ ด้วย (Eves. 1969 : 382 – 384)

ปีเตอร์สัน ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า นักเรียนควรจะมีความระมัดระวังในข้อบกพร่องที่จะเกิดจากการนำเอากฎทางคณิตศาสตร์ที่เคยใช้ ไปใช้กับเนื้อหาที่ต่างออกไป (Peterson. 1972 : 709)

เคปเนอร์ ได้กล่าวว่า สิ่งที่สำคัญและมักเกิดปัญหาอย่างหนึ่งในการเรียนวิชาพีชคณิตคือการหาค่าของ $\sqrt{a^2}$ จากการเรียนวิชาพีชคณิตในระดับชั้นมัธยมศึกษาหรือชั้นอุดมศึกษาก็ตาม มักจะปลูกฝังความคิดอันไม่ถูกต้องให้แก่ผู้เรียน และเรื่องของการหาค่าของ $\sqrt{a^2}$ เป็นเรื่องหนึ่งที่มีปัญหา เพราะในการเรียนการสอนเรื่องนี้ครูมักจะสอนโดยมิได้คำนึงถึงความถูกต้องในหลักการทางคณิตศาสตร์ โดยจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจว่า $\sqrt{a^2} = a$ เสมอ ไม่ว่า $a \geqslant 0$ หรือ $a < 0$ ก็ตาม และเคปเนอร์ยังพบว่าการพิสูจน์ทฤษฎีที่ใช้ความรู้ในเรื่องนี้ในตำราบางเล่มยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์นัก ซึ่งอาจจะก่อให้เกิดความเข้าใจผิดแก่ผู้เรียนได้ ดังนั้นเราควรระมัดระวังในการใช้นิยาม $\sqrt{a^2} = |a|$ นี้ให้มาก (Kepner. 1974 : 365–368)

ไลสกี พบว่ามีหนังสือเรียนอยู่หลายเล่มที่เขียนสูตรในเรื่องกรรชนีไม่ถูกต้อง เช่น $(a^b)^c = a^{bc}$ สำหรับทุก ๆ จำนวนจริง a, b และ c ที่ไม่เท่ากับศูนย์ เป็นต้น สูตรนี้ไม่เป็นจริง เช่น เมื่อกำหนดให้ $a = -1$, $b = 2$ และ $c = \frac{1}{2}$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
(a^b)^c &= \left[(-1)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\
&= (1)^{\frac{1}{2}} \\
&= 1 \\
a^{bc} &= (-1)^{2\cdot\frac{1}{2}} \\
&= (-1)^1 \\
&= -1
\end{aligned}
$$

$\therefore (a^b)^c \neq a^{bc}$ (Lieske. 1974 : 751)

สก็อต ได้ยกตัวอย่างการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้องของนักเรียน เนื่องจากการไม่คำนึงถึงเงื่อนไขในนิยาม ดังนี้

<u>ปัญหา</u> จงหาค่าของ x ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $|2x - 3| = x - 5$

<u>วิธีทำ</u> (ของนักเรียน) $\because$ $|2x - 3| = x - 5$

จะได้ $2x-3 = x-5$ หรือ $3-2x = x-5$

$2x-x = -5+3$ หรือ $-2x-x = -5-3$

$\therefore x = -2$ หรือ $x = \frac{8}{3}$

เซตคำตอบคือ $\left\{x \in R : x = 2 \text{ หรือ } x = \frac{8}{3}\right\}$

ซึ่งไม่ถูกต้อง เซตคำตอบที่ถูกต้องคือ เซตว่าง (ϕ) ซึ่งมีวิธีทำที่ถูกต้องดังนี้

<u>วิธีทำ</u> จาก $|2x - 3| = x - 5$

<u>กรณีที่ 1</u> ถ้า $2x - 3 \geqslant 0$ แล้ว $x \geqslant \frac{3}{2}$ และ $|2x - 3| = 2x - 3 = x - 5$

$2x - x = -5+3$

$x = -2$

จะได้ $x \geqslant \frac{3}{2}$ และ $x = -2$ ซึ่งขัดแย้ง แสดงว่าในกรณีนี้ไม่มีคำตอบ

<u>กรณีที่ 2</u> ถ้า $2x - 3 < 0$ แล้ว $x < \frac{3}{2}$ และ $|2x-3| = -2x + 3 = x - 5$

$-2x - x = -5 - 3$

$x = \frac{8}{3}$

จะได้ $x < \frac{3}{2}$ และ $x = \frac{8}{3}$ ซึ่งขัดแย้ง แสดงว่าในกรณีนี้ไม่มีคำตอบเช่นกัน

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ $|2x-3| = x-5$ คือเซตว่าง (ϕ)

(Scott. 1975 : 204)

ลอเซน ได้กล่าวว่า นักเรียนมีปัญหาที่ยาก ๆ หลายอย่างในการเรียนพีชคณิตในปีแรก เช่น ปัญหาการหาค่ารากที่สองของผลคูณ ปัญหาการยกกำลังของผลคูณ และปัญหาการหาค่าลอการิธึมของผลหาร ปัญหาอีกอย่างหนึ่งคือครูมักจะแสดงวิธีทำโดยวิธีลัด เช่น $\frac{a}{b} + \frac{x}{y} = \frac{ay}{bx}$ ทำให้นักเรียนนำวิธีการแบบนี้ไปใช้อย่างผิด ๆ เป็นต้นว่า $\frac{a}{b} + \frac{x}{y} = \frac{ay}{bx}$ นอกจากนี้ลอเซนยังได้กล่าวย้ำว่า ควรให้เด็กระมัดระวังในเรื่องนิยาม การใช้นิยาม ควรทบทวนทฤษฎีสัจพจน์ และควรย้ำในเรื่องความแตกต่างในทฤษฎี เช่น $\sqrt{(2)(8)} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ แต่ $\sqrt{2+8} \neq \sqrt{2} + \sqrt{8}$ เป็นต้น ประการสุดท้ายควรจะให้ตัวอย่างการนำสูตร หรือทฤษฎีไปใช้ด้วย (Laursen. 1978 : 194 – 195)

ซิงค์ กล่าวว่า เรื่องที่นักเรียนไม่ค่อยเข้าใจนั้น มีเรื่องการแก้ปัญหาเกี่ยวกับค่าสัมบูรณ์รวมอยู่ด้วย นักเรียนในระดับต้น ๆ เคยชินกับการคิดว่า ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใด ๆ จะไม่เป็นจำนวนลบ สำหรับนิยาม $|x| = x$ ถ้า $x \geqslant 0$ นั้น นักเรียนจะไม่มีปัญหาในการเรียน เพราะว่าในนิยามไม่มีเครื่องหมายลบอยู่หน้า x และนักเรียนส่วนมากมักไม่สนใจกับเงื่อนไข $x \geqslant 0$ ดังนั้นความยุ่งยากจึงเกิดขึ้นเมื่อให้นิยาม $|x| = -x$ ถ้า $x < 0$ เพราะว่าเมื่อนักเรียนเห็นเครื่องหมายลบอยู่หน้า x จะเกิดข้อขัดแย้งในความเข้าใจที่ว่า ค่าสัมบูรณ์จะไม่เป็นจำนวนลบ แต่ $-x$ เป็นจำนวนลบ ข้อผิดพลาดนี้เกิดจากการที่นักเรียนไม่พิจารณาหรือละเลยต่อเงื่อนไขในนิยามเกี่ยวกับ $x \geqslant 0$ และ $x < 0$ และการที่นักเรียนมีความเข้าใจว่า $-x$ เป็นจำนวนลบเสมอ จึงทำให้นักเรียนไม่เข้าใจในเรื่องนี้ ซึ่งครูควรอธิบายให้นักเรียนเข้าใจในนิยามและเงื่อนไข ตลอดจนต้องเน้นให้นักเรียนเข้าใจว่า $-x$ ไม่จำเป็นต้องเป็นจำนวนลบเสมอไป (Sink. 1979 : 191 – 195) ซึ่งปัญหาในเรื่องนี้สอดคล้องกับคำกล่าวของ เบิร์มฟิล ที่ได้กล่าวว่า มีนักเรียนจำนวนมากยังเข้าใจผิดในนิยามที่มีข้อความว่า "ถ้า $x \geqslant 0$ แล้ว $|x| = x$ และถ้า $x < 0$ แล้ว $|x| = -x$" เพราะมีนักเรียนส่วนมากเห็นว่า $-x$ เป็นสัญลักษณ์ที่แทนจำนวนลบ นอกจากนี้เบิร์มฟิล ยังได้พบว่า นักเรียนส่วนมากยังมีความเข้าใจว่า $\sqrt{9}$ มีค่าเท่ากับ $\pm$ 3 ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง (Burmfiel. 1980 : 24)

นิฟอง ได้พบว่า การหารที่มีศูนย์เป็นตัวตั้งหรือเป็นตัวหาร เป็นเรื่องที่นักเรียนยังไม่ค่อยเข้าใจกัน มีครูจำนวนมากที่เชื่อว่า การที่เด็กจะเข้าใจ $\frac{3}{0} = ?$ และ $\frac{0}{0} = ?$ ได้นั้น ต้องเป็นเด็กที่มีสติปัญญาดีเท่านั้น (Knifong. 1980 : 179)

ทรูแอ็คซ์ ได้กล่าวว่า อินฟินิตี้ (∞) เป็นเรื่องที่เข้าใจยากที่สุดสำหรับนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนมักจะมีปัญหาว่า ทำไม $0 . \infty$ จึงเป็นรูปแบบยังไม่กำหนด (Indeterminate Form) ทั้ง ๆ ที่ศูนย์คูณจำนวนใด ๆ จะเท่ากับศูนย์เสมอ และทำไมจึงกล่าวไม่ได้ว่า $\infty - \infty = 0$ ทั้ง ๆ ที่ผลต่างของสองจำนวนใด ๆ ที่เท่ากันย่อมเท่ากับศูนย์เสมอ (Truax. 1980 : 359 – 360)

ชัชวาลย์ อำมาตย์มณี และสุชาติ สุรเกียรติ ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องการความรอบคอบระมัดระวัง ถ้าเผลอหรือหลงลืมกฎเกณฑ์เล็ก ๆ น้อย ๆ อาจทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น อาจทำให้สามเหลี่ยมใด ๆ กลายเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หรืออาจทำให้ได้ $1 = 2$ เป็นต้น ข้อผิดพลาดเหล่านี้เกิดขึ้นจากการละเลยกฎบางข้อและการขาดความรอบคอบ (ชัชวาลย์ อำมาตย์มณี และสุชาติ สุรเกียรติ 2503 : 463)

สอาด สุนทโรวาท ได้ยกตัวอย่างข้อขัดแย้งที่เกิดจากการไม่คำนึงถึงข้อจำกัดของนิยามและทฤษฎี เช่น

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{(-1)} \; . \sqrt{(-1)} = -1$$

ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เนื่องจาก $\sqrt{(-1)(-1)} \neq \sqrt{(-1)} \; . \sqrt{(-1)}$ สอาด ได้เน้นว่า การเรียนคณิตศาสตร์นั้นจะต้องปฏิบัติให้ถูกต้องตามกำหนดกฎเกณฑ์ การไม่คำนึงถึงข้อจำกัดของนิยามและทฤษฎี จะเป็นผลทำให้พบข้อขัดแย้งดังตัวอย่างข้างต้น (สอาด สุนทโรวาท 2510 : 189 – 191) นอกจากนี้ สอาดยังได้พบว่า ในการแก้สมการนักเรียนมักพลั้งเผลอผิดพลาดทำให้ได้รากของสมการไม่ครบ บางครั้งอาจได้ค่ารากเกินจำนวนไป หรือบางครั้งอาจได้ค่ารากขาดจำนวนที่ควรจะมีไป (สอาด สุนทโรวาท 2514 : 1)

สุชาติ รัตนกุล ได้พบว่า หนังสือคณิตศาสตร์ส่วนมากไม่ได้อธิบายการหารซึ่งเกี่ยวข้องกับศูนย์ไว้ให้แจ่มแจ้ง และมักจะทำให้ผู้อ่านเข้าใจผิดได้ง่าย ๆ เพราะหนังสือเหล่านั้นแสดงการหาค่าตอบไว้ในลักษณะ $\frac{3}{0} = \infty$, $\frac{5}{0} = \infty$ หรือ $\tan 90^\circ = \infty$ เป็นต้น จากตัวอย่างเช่นนี้ นักเรียนอาจจะสรุปและจำไปใช้ว่า จำนวนใด ๆ หารด้วยศูนย์ย่อมเท่ากับ ∞ ซึ่งไม่ถูกต้อง (สุชาติ รัตนกุล 2514 : 138)

ลออ เพิ่มสมบัติ ได้กล่าวถึงข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า ผู้ที่ศึกษาคณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เสมอ ๆ มักจะพบโจทย์ซึ่งเห็นว่าง่าย ๆ แต่เกิดปัญหา เพราะได้ค่าตอบไม่ตรงกับเฉลย ซึ่งให้เหตุผลไม่ได้ว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นทั้ง ๆ ที่วิธีทำถูกต้อง ซึ่งข้อบกพร่องส่วนมากเกิดจากความไม่รอบคอบ และใช้กฎเกณฑ์และทฤษฎีไม่ถูกต้อง ไม่คำนึงถึงนิยาม ตลอดจนข้อยกเว้นต่าง ๆ (ลออ เพิ่มสมบัติ 2516 : 43)

สุพจน์ ชะนะมา ได้กล่าวว่า คนส่วนมากยังไม่เข้าใจในเรื่อง กรณฑ์ที่สอง เช่นยังมีความเข้าใจว่า $\sqrt{9}$ มีค่าเท่ากับ ± 3 และมีปัญหามากมายในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยได้ยกตัวอย่างที่นักเรียนเข้าใจผิดในนิยาม และวิธีการที่นักเรียนมักทำผิดเสมอ เช่น จาก $(+3)^2 = 9$ และ $(-3)^2 = 9$

$$\therefore \quad (+3)^2 = (-3)^2$$

ดังนั้น $$\sqrt{(+3)^2} = \sqrt{(-3)^2}$$

$$\therefore \quad +3 = -3$$

และในการแก้สมการนักเรียนมักจะทำผิดเสมอ ดังนี้

<u>ปัญหา</u> จงแก้สมการ $x^2 - x = 0$

ส่วนมากมักจะแสดงวิธีทำดังนี้

$$\because x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x-1 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

ซึ่งจะได้ค่ารากของสมการไม่ครบ (สุพจน์ ชะนะมา 2518 : 12 – 13) จากปัญหาดังกล่าว แสดงว่านักเรียนยังไม่เข้าใจนิยามและทฤษฎีอย่างแท้จริง ดังนั้นในการสอนคณิตศาสตร์จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้นักเรียนมีความแม่นยำเกี่ยวกับนิยามและทฤษฎี ตลอดจนสามารถนำนิยามและทฤษฎีไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ประสาท สอ้านวงศ์ ได้กล่าวถึงข้อบกพร่องของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนมักใช้จำนวนซึ่งไม่ทราบว่าเป็นศูนย์หรือไม่ เป็นตัวหาร
2. การขาดความระมัดระวังในการเขียน โดยเฉพาะการใช้เครื่องหมายเท่ากับ (=)
3. การขาดความเข้าใจในความหมายของคำว่า รากที่สอง และการใช้สัญลักษณ์ " $\sqrt{}$ "

(ประสาท สอ้านวงศ์ 2521 : 2 – 5)

สุนทร ชนะกอก กล่าวว่า ครูที่สอนคณิตศาสตร์ทั้งในระดับชั้นมัธยมและประถมศึกษาอีกจำนวนไม่น้อยที่มีปัญหาเรื่องการหารด้วยศูนย์ ส่วนใหญ่จะรู้ว่าการหารด้วยศูนย์นั้นทำไม่ได้ แต่ไม่รู้ว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ไม่สามารถที่จะอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้ (สุนทร ชนะกอก 2521 : 42)

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ ได้กล่าวว่า นักเรียนและอาจารย์มัธยมศึกษาหลายคนมีปัญหาเกี่ยวกับระบบจำนวน เช่น มีปัญหาว่า "ศูนย์เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่" "$\frac{0}{1}$ และ $\frac{1.5}{2}$ เป็นจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะ" "ถ้า a เป็นจำนวนจริง $\sqrt{a^2} = a$ จริงหรือเท็จ" "รากที่สองของ 4 คือ 2 จริงหรือเท็จ" เป็นต้น จากปัญหาเหล่านี้แสดงให้เห็นว่า นักเรียนและอาจารย์ในชั้นมัธยมศึกษายังมีข้อบกพร่องในเรื่องนิยามอยู่มาก โดยเฉพาะอาจารย์ถ้าไม่เข้าใจอย่างแท้จริงแล้วย่อมจะสอนให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาอย่างลึกซึ้งไม่ได้ ซึ่งเป็นปัญหาสำคัญที่ควรจะแก้ไขต่อไป (สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ 2521 : 3 – 5)

ในเรื่องค่าสัมบูรณ์มีนักเรียนที่พบปัญหาในการแก้อสมการหรือสมการเสมอ เช่นนักเรียนมักได้คำตอบไม่ตรงกับที่เฉลยไว้ ข้อบกพร่องส่วนมากคือนักเรียนไม่เข้าใจนิยาม และละเลยเงื่อนไขเล็ก ๆ น้อย ๆ ในนิยามของค่าสัมบูรณ์ (ไสว นวลตรณี 2522 : 74 – 76)

ในเรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ ปรากฏว่า ยังมีนักเรียนที่ใช้นิยามและสูตรโดยไม่คำนึงถึงข้อจำกัด หรือข้อยกเว้น เช่น มีนักเรียนเข้าใจว่าความชันของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกน X มีค่าเป็น ∞ และแกน X มีความชันเป็นศูนย์ (0) จากทฤษฎีที่มีข้อความว่า "ถ้าเส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกัน และมีความชันเป็นจำนวนจริง m_1 และ m_2 แล้ว $m_1m_2 = -1$" โดยทฤษฎีนักเรียนจะสรุปว่า $0 \cdot \infty = -1$ ทำให้เกิดปัญหาขึ้น เนื่องจากนักเรียนมีความเข้าใจว่าศูนย์คูณจำนวนใด ๆ ต้องได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์เสมอ (ไสว นวลตรณี 2522 : 81 – 82)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่านักเรียนทั้งในต่างประเทศและในประเทศไทยส่วนมากยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับนิยามและทฤษฎี มักมีความสะเพร่าหลงลืมกฎเกณฑ์เล็ก ๆ น้อย ๆ ในนิยามและทฤษฎีเสมอ จึงเป็นสาเหตุให้นักเรียนนำนิยามและทฤษฎีไปใช้อย่างผิด ๆ และอีกประการหนึ่งนักเรียนยังใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้ปัญหา เพราะไม่รู้จักนำทฤษฎีที่เกี่ยวข้องไปใช้ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะทำให้นักเรียนต้องพบกับข้อขัดแย้งความไม่ถูกต้อง และความไม่สมเหตุสมผล

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล

<u>กลุ่มตัวอย่าง</u>

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์ สาย 1 ปีการศึกษา 2524 ของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดมหาสารคาม โดยใช้วิธีสุ่มจากทุก ๆ โรงเรียนมาโรงเรียนละ 1 ห้องเรียน จากโรงเรียนรัฐบาลทั้งหมดในจังหวัดมหาสารคาม ซึ่งมี 8 โรงเรียน

<u>เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย</u>

3. นำแบบทดสอบชุดที่ 1 และชุดที่ 2 ในข้อ 2 ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1 ปีการศึกษา 2524 ของโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ในจังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 68 คน ใช้เวลาในการสอบแบบทดสอบชุดละ 2 ชั่วโมง โดยที่การสอบแบบทดสอบชุดที่ 1 และชุดที่ 2 เว้นระยะห่างกัน 2 สัปดาห์ ทำการตรวจแบบทดสอบโดยใช้หลักตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบในแต่ละข้อ ให้ 0 คะแนน แล้วนำผลไปวิเคราะห์เพื่อปรับปรุงแบบทดสอบก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

3.1 วิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อทั้ง 80 ข้อ โดยใช้เทคนิค 27% และเปิดตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เต ฟาน (Fan, Chung Teh. 1952 : 1 – 32) เพื่อหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) แล้วคัดเลือกข้อสอบเฉพาะข้อที่มีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป และมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 ได้ข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์จากแบบทดสอบชุดที่ 1 และชุดที่ 2 จำนวนชุดละ 20 ข้อ รวมเป็น 40 ข้อ

3.2 หาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบทดสอบที่คัดเลือกไว้จำนวน 40 ข้อ โดยใช้สูตรของคูเดอร์–ริชาร์ดสัน (K–R 20) (Ferguson. 1971 : 367) ได้ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ 0.72 พร้อมทั้งหาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement) ได้ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.86

การดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ ที่ผ่านการวิเคราะห์แล้ว ไปทดสอบกับนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้เวลาในการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างในแต่ละโรงเรียนกลุ่มละ 2 ชั่วโมง

<u>การจัดกระทำข้อมูล</u>

นำกระดาษคำตอบของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างมาตรวจให้คะแนน โดยใช้หลักตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ในแต่ละข้อให้ 0 คะแนน จากนั้นแยกนักเรียนเข้ากลุ่มที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์สูงและกลุ่มที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ตามคะแนนจากแบบทดสอบของนักเรียนแต่ละคน โดยใช้เกณฑ์ 50 % ในการแบ่งกลุ่มนักเรียนดังกล่าว แล้วนำผลไปวิเคราะห์ข้อมูล

<u>สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล</u>

1. ค่าความแปรปรวนของคะแนนคำนวณจากสูตร (Ferguson. 1971 : 62) ดังนี้

$$S^2 = \frac{N\sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	S^2	แทน	ค่าความแปรปรวนของคะแนน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนน
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของกำลังสองของคะแนนแต่ละคะแนน
	N	แทน	จำนวนนักเรียน

2. ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ ใช้ตารางวิเคราะห์ข้อสอบของ จุง เต ฟาน (Fan, Chung Teh. 1952 : 1 – 32)

3. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคำนวณจากสูตร K-R 20 ของ คูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Ferguson. 1971 :367) ดังนี้

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i q_i}{S_X^2}\right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

S_X^2 แทน ค่าความแปรปรวนของคะแนนการสอบ

p_i แทน สัดส่วนของคนทำถูกในข้อที่ i

q_i แทน สัดส่วนของคนทำผิดในข้อที่ i (เท่ากับ 1 − p_i)

n แทน จำนวนข้อสอบทั้งหมดในแบบทดสอบ

4. ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด คำนวณจากสูตร (Ferguson. 1971 : 371) ดังนี้

$$S_e = S_X\sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ S_e แทน ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_X แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

5. ทดสอบความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ ใช้การทดสอบแบบ Chi − square (Pfaffenberger and Patterson. 1977 : 447) ที่มีสูตรดังนี้

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

เมื่อ χ^2 แทน ค่า Chi − square

O_i แทน ความถี่ที่สังเกตได้ (Observed frequency) ของตัวอย่างที่ i

E_i แทน ความถี่ที่คาดหวัง (Expected frequency) ของตัวอย่างที่ i

k แทน จำนวนของตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อตกลงเบื้องต้นในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์ 50 % ในการแบ่งกลุ่มนักเรียน กล่าวคือ

ถ้านักเรียนคนใดได้คะแนนจากแบบทดสอบตั้งแต่ 20 คะแนนขึ้นไป ถือว่ามีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์สูง

ถ้านักเรียนคนใดได้คะแนนจากแบบทดสอบต่ำกว่า 20 คะแนน ถือว่ามีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการทดสอบความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยพิจารณาจากคะแนนที่ได้จากการทดสอบ ปรากฏผลดังนี้

ตาราง 1 ความถี่ของคะแนนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดสอบ

คะแนน	ความถี่	คะแนน	ความถี่	คะแนน	ความถี่	คะแนน	ความถี่
1	-	11	3	21	19	31	-
2	-	12	12	22	8	32	-
3	-	13	23	23	5	33	-
4	-	14	32	24	5	34	-
5	-	15	42	25	2	35	-
6	-	16	51	26	1	36	-
7	-	17	44	27	1	37	-
8	1	18	42	28	-	38	-
9	3	19	29	29	-	39	-
10	4	20	28	30	-	40	-

จากตาราง 1 แสดงว่านักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์สูง มีจำนวน 69 คน และนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำมีจำนวน 286 คน

จากการทดสอบความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ตาราง 2 เปรียบเทียบจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์สูงและต่ำ

	ความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์		χ^2
	สูง	ต่ำ	
จำนวนนักเรียน	69	286	132.6451**

$$df = 1$$
$$\chi^2 (.01 \; ; \; 1) = 6.6349$$

จากตาราง 2 132.6451 > 6.6349 แสดงว่าการทดสอบมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 นั่นคือนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์สูงและนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ มีจำนวนแตกต่างกัน จากการพิจารณาจำนวนนักเรียนปรากฏว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำมีจำนวนมากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์สูง แสดงว่าโดยทั่วไปนักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

บทที่ 5

บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. เพื่อวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1 ปีการศึกษา 2524 ของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดมหาสารคาม โดยใช้วิธีสุ่มจากทุก ๆ โรงเรียน มาโรงเรียนละ 1 ห้องเรียน จากโรงเรียนรัฐบาลทั้งหมดในจังหวัดมหาสารคาม ซึ่งมี 8 โรงเรียน

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยทำการทดสอบกลุ่มตัวอย่าง โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง จำนวน 40 ข้อ ซึ่งข้อสอบแต่ละข้อมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

แบบทดสอบมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 และมีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ 2.86 ใช้เวลาในการทดสอบกลุ่มตัวอย่างในแต่ละโรงเรียน กลุ่มละ 2 ชั่วโมง

<u>สรุปผลการวิจัย</u>

นักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

<u>อภิปรายผล</u>

การที่นักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้นั้น อาจเนื่องมาจากสาเหตุหลายประการ เช่น

1. นักเรียนยังมีความเข้าใจผิดในนิยามและทฤษฎี ตัวอย่างเช่น จากโจทย์ในแบบทดสอบข้อ 9 ซึ่งมีข้อความว่า

$\sqrt{(a-b)^2}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $a-b$ ข. $b-a$

ค. $\begin{cases} a-b & \text{ถ้า } a-b \geq 0 \\ b-a & \text{ถ้า } a-b < 0 \end{cases}$ ง. $(a-b)$ และ $-(a-b)$

นักเรียนส่วนใหญ่จะตอบข้อ ง. ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังมีความเข้าใจผิดว่า $\sqrt{(3)^2} = 3$ และ -3 เป็นต้น

2. นักเรียนนำนิยามและทฤษฎีไปใช้อย่างไม่ระมัดระวังโดยไม่คำนึงถึงเงื่อนไข ข้อจำกัดในนิยามและทฤษฎี ตัวอย่างเช่น จากโจทย์ในแบบทดสอบข้อ 19 ซึ่งมีข้อความว่า

ความชันของเส้นตรงจากสมการ $ax+by+c=0$ เมื่อ $a \neq 0$ แต่ $b=0$ คือข้อใด

ก. 0 ข. มีค่าไม่แน่นอน

ค. $\frac{a}{0}$ ง. ไม่มีค่าความชัน

โจทย์ข้อนี้นักเรียนส่วนมากจะตอบข้อ ค. ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนใช้นิยามความชันของเส้นตรงโดยไม่คำนึงถึงข้อจำกัดในนิยามที่ว่าเส้นตรงจะหาค่าความชันได้ก็ต่อเมื่อเส้นตรงเส้นนั้นจะต้องไม่ขนานกับแกน Y

หรือจากโจทย์ในแบบทดสอบ ข้อ 38 ซึ่งมีข้อความว่า

กำหนดให้ z_1, z_2 และ z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $z_1+z_2 = z_2+z_3$ แล้ว $z_1 = z_3$

(2) ถ้า $z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_3$ แล้ว $z_2 = z_3$

(3) ถ้า $z_2 \neq (0,0)$ และ $z_3 \neq (0,0)$ และ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}$ แล้ว $z_2 = z_3$

(4) ถ้า $z_1 \neq (0,0)$, $z_2 \neq (0,0)$, $z_3 \neq (0,0)$ และ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}$ แล้ว $z_2^{-1} = z_3^{-1}$

ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อความ (1)–(4) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1)–(4) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1)–(4) ถูกเพียง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1)–(4) ถูกทั้ง 4 ข้อ

โจทย์ข้อนี้นักเรียนจะตอบข้อ ง. เป็นส่วนมาก ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนได้ใช้ทฤษฎีหรือกฎการตัดออกสำหรับการคูณโดยไม่คำนึงถึงเงื่อนไขในทฤษฎีหรือกฎนี้ ที่ว่า "ถ้า z_1, z_2 และ z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน และถ้า $z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_3$ แล้ว $z_2 = z_3$ จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อมีเงื่อนไขคือ $z_1 \neq (0,0)$ เท่านั้น"

3. นักเรียนไม่รู้จักนำนิยามและทฤษฎีไปใช้ในการแก้ปัญหา ยกตัวอย่างเช่นจากโจทย์ในแบบทดสอบข้อ 34 ซึ่งมีข้อความว่า

ให้ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ เป็นเวกเตอร์ 1 หน่วย ซึ่งทำมุมกัน $\frac{2\pi}{3}$ ค่าของ $\frac{1}{2}|\bar{u} - \bar{v}|$ คือข้อใด

ก. $\cos \frac{2\pi}{3}$ ข. $\cos \frac{\pi}{3}$

ค. $\sin \frac{\pi}{3}$ ง. $-\cos(-\frac{\pi}{6})$

ซึ่งโจทย์ข้อนี้นักเรียนส่วนใหญ่จะตอบไม่ถูกเลย

4. ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ครูยังเน้นความสำคัญของเงื่อนไข ข้อจำกัดของนิยามและทฤษฎีไม่มากพอ

<u>ข้อเสนอแนะ</u>

ทางด้านการเรียนการสอน

1. ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรจะเน้นนิยามและทฤษฎีให้มาก ๆ ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจแจ่มแจ้งในนิยามและทฤษฎีต่าง ๆ ตลอดจนการนำไปใช้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งนิยามและทฤษฎีที่มีเงื่อนไข ข้อจำกัดต่าง ๆ ซึ่งครูต้องเน้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของเงื่อนไข ข้อจำกัดในนิยามและทฤษฎี โดยที่ครูอาจจะยกตัวอย่างข้อขัดแย้งหรือข้อผิดพลาดต่าง ๆ อันเกิดจากการไม่คำนึงถึงเงื่อนไข ข้อจำกัดในนิยามและทฤษฎีให้นักเรียนเห็นจริง เช่น ในเรื่องการใช้กฎการตัดออกสำหรับการคูณ เป็นต้น ซึ่งวิธีการเช่นนี้อาจจะทำให้นักเรียนเกิดความรอบคอบ ระมัดระวังในการใช้นิยามและทฤษฎียิ่งขึ้น

2. ครูควรแสดงการนำนิยามและทฤษฎีไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่ต่างไปจากตัวอย่างในแบบเรียนหรือในแบบฝึกหัดให้มาก ๆ

3. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนหาตัวอย่างข้อขัดแย้งหรือข้อผิดพลาดที่เกิดจากการใช้นิยามและทฤษฎีโดยไม่ถูกต้อง หรือครูอาจยกตัวอย่างข้อขัดแย้งหรือข้อผิดพลาดต่าง ๆ แล้วให้นักเรียนหาว่าข้อขัดแย้งหรือข้อผิดพลาดนั้น ๆ เกิดจากการใช้นิยามและทฤษฎีใดไม่ถูกต้อง เพื่อเป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดความรอบคอบ ระมัดระวังในการใช้นิยามและทฤษฎีต่าง ๆ

ทางด้านการวิจัย

1. ควรจะทดสอบความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ นอกเหนือจากเรื่องที่ผู้วิจัยได้ทำการวิจัยไว้แล้ว

2. ควรจะศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในแต่ละเขตการศึกษา หรือในแต่ละภาค หรือทั่วประเทศ โดยใช้แบบทดสอบที่มีเนื้อหาของนิยามและทฤษฎีทั้งหมดที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว ทั้งนี้จะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

3. ควรจะศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์กับนักเรียนในระดับชั้นอื่น ๆ

4. ควรจะศึกษาดูว่ามีนิยามและทฤษฎีใดบ้างที่นักเรียนส่วนใหญ่ยังเข้าใจไม่ถูกต้อง และใช้ไม่ถูกต้อง

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

ชัชวาลย์ อำมาตย์มณี และสุชาติ สุรเกียรติ "ผิดตรงไหน" <u>คณิตศาสตร์</u> 47 : 463 สิงหาคม 2503

ประชุม สุวัตถี "คณิตศาสตร์แผนใหม่" <u>คณิตศาสตร์</u> 228 – 229 : 5 กันยายน – ตุลาคม 2520

ประสาท สอ้านวงศ์ "ผิดนะคุณครู" <u>คณิตศาสตร์</u> 242 – 243 : 2 – 5 พฤศจิกายน – ธันวาคม 2521

ประสิทธิ์ กิจจนศิริ <u>ความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์แผนใหม่ของครูผู้สอนในชั้นประถมศึกษา</u> ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2520 : 57 หน้า อัดสำเนา

ปานใจ สุขสวัสดิ์ "หลักการของเรขาคณิต" <u>คณิตศาสตร์</u> 66 : 141 – 146 มีนาคม 2505

พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักษพลเดช "วิธีสอนคณิตศาสตร์" <u>ตำราชุดครูมัธยม</u> พิมพ์ครั้งที่ 4 โรงพิมพ์คุรุสภา 2512, 157 หน้า

ลออ เพิ่มสมบัติ "ข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์" <u>คณิตศาสตร์</u> 176 – 177 : 43 มกราคม – กุมภาพันธ์ 2516

ศึกษาธิการ, กระทรวง กรมวิชาการ <u>แบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค.411</u> โรงพิมพ์คุรุสภา 2521, 164 หน้า

_______ <u>แบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค.412</u> โรงพิมพ์คุรุสภา 2521, 136 หน้า

ไสว นวลตรณี "จดหมาย ถาม – ตอบ" <u>คณิตศาสตร์</u> 250 – 251 : 74 – 76 กรกฎาคม – สิงหาคม 2522

_______ "จดหมาย ถาม – ตอบ" <u>คณิตศาสตร์</u> 252 – 253 : 81 – 82 กันยายน – ตุลาคม 2522

สอาด สุนทโรวาท "คณิตศาสตร์อาชญากรรม" <u>คณิตศาสตร์</u> 127 : 189 – 191 เมษายน 2510

สอาด สุนทโรวาท "บัญชรคณิตศาสตร์" คณิตศาสตร์ 152 : 1 มกราคม – มีนาคม 2514

สมบูรณ์ จิตพงศ์ การประเมินผลหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร 2519, 119 หน้า อัดสำเนา

สุชาติ รัตนกุล "อินฟินิตี้ (∞)" คณิตศาสตร์ 155 – 157 : 138 เมษายน – มิถุนายน 2514

______ การเตรียมครูเพื่อสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ในระดับประถมศึกษา วิทยานิพนธ์ วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2514, 93 หน้า อัดสำเนา

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ ตรรกวิทยาเบื้องต้น ศึกษาสัมพันธ์ 2516, 86 หน้า

______ คณิตศาสตร์ศึกษา ศึกษาสัมพันธ์ 2517, 99 หน้า

______ "ของจิต (เกี่ยวกับระบบจำนวน)" คณิตศาสตร์ 240 – 241 : 3 – 5 กันยายน – ตุลาคม 2521

สุนทร ชนะกอก "ทำไมจึงหารด้วยศูนย์ไม่ได้" คณิตศาสตร์ 236 – 237 : 42 พฤษภาคม – มิถุนายน 2521

สุพจน์ ชะนะมา "แปลกไหม จริงไหม" ชัยพฤกษ์วิทยาศาสตร์ 61 : 12 – 13 มกราคม 2518

สุวรรณา มุ่งเกษม พัฒนาการของการศึกษาทางด้านคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร 2513, 173 หน้า อัดสำเนา

Burmfiel, Charles. "Teaching the Absolute Value Function," The Mathematics Teacher. 73 : 24, January 1980.

Eves, Howard. An Introduction to the History of Mathematics. 3rd.ed., New York, Holt, Rinehart and Winston, 1969. 464 p.

Fan, Chung Teh. Item Analysis Table. Princeton, New Jersey, Educational Service, 1952. 32 p.

Fehr, Howard F. "Reform of Mathematics Education Around the World," The Mathematics Teacher. 58 : 37 - 44, January 1965.

Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education. New York, McGraw-Hill, 1971. 492 p.

Gager, William A. "The Function Approach to Elementary and Secondary Mathematics," The Mathematics Teacher. 50 : 30 - 34, January 1957.

Kasner, Edward and James Newman. Mathematics and the Imagination. New York, Simon and Schuster, 1955. 380 p.

Kepner, James L. "Some Implications of $\sqrt{a^2} = |a|$," The Mathematics Teacher. 67 : 365 - 368, April 1974.

Knifong, Dan I. "Intuitive Definitions for Division with Zero," The Mathematics Teacher. 73 : 179, March 1980.

Laursen, Kay W. "Errors in First-Year Algebra," The Mathematics Teacher. 71 : 194 - 195, March 1978.

Lieske, Spencer G. "Reader Reactions," The Mathematics Teacher. 67 : 751, December 1974.

Peterson, Wayne. "Beware of Persuasive Arguments," The Mathematics Teacher. 65 : 709, December 1972.

Pfaffenberger, Roger C. and James H. Patterson. Statistical Methods for Business and Economics. Homewood, Richard D. Irwin, Inc., 1977. 750 p.

Scott, Wayne R. "Graphic Solution of Linear and Quadratic Inequalities with Absolute Values," The Mathematics Teacher. 68 : 204, March 1975.

Sink, Stephen C. "Understanding Absolute Value," The Mathematics Teacher. 72 : 191 - 195, March 1979.

Truax, Robert L. "Infinity and the Limit Concept," The Mathematics Teacher. 73 : 359 - 360, May 1980.

William, J.D. "Mathematics Reform in the Primary School," International Studies in Education. Hamburg, 1975. 130 p.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ค่า P_H , P_L, p และ r เป็นรายข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	P_H	P_L	p	r	ข้อที่	P_H	P_L	p	r
1	.61	.33	.47	.29	21	.56	.22	.38	.36
2	.50	.28	.39	.23	22	.44	.06	.22	.51
3	.44	.22	.33	.25	23	.61	.17	.38	.46
4	.72	.44	.58	.29	24	.56	.11	.32	.51
5	.78	.17	.47	.60	25	.39	.06	.20	.47
6	.83	.44	.65	.42	26	.39	.22	.30	.20
7	.44	.22	.33	.25	27	.39	.22	.30	.20
8	.72	.33	.53	.39	28	.50	.22	.35	.30
9	.39	.17	.27	.27	29	.39	.06	.20	.47
10	.56	.33	.44	.24	30	.39	.06	.20	.47
11	.50	.17	.33	.37	31	.61	.33	.47	.29
12	.72	.06	.35	.69	32	.67	.22	.44	.46
13	.78	.39	.59	.40	33	.56	.28	.42	.29
14	.78	.50	.65	.30	34	.44	.06	.22	.51
15	.39	.11	.24	.37	35	.39	.17	.27	.27
16	.67	.39	.53	.29	36	.33	.17	.25	.21
17	.50	.28	.39	.23	37	.50	.28	.39	.23
18	.44	.22	.33	.25	38	.56	.22	.38	.36
19	.72	.50	.61	.23	39	.39	.22	.30	.20
20	.67	.33	.50	.34	40	.50	.28	.39	.23

ค่า p, q, pq และ $\sum pq$ ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ

ข้อที่	p	q	pq	ข้อที่	p	q	pq
1	.49	.51	.25	21	.43	.57	.25
2	.29	.71	.21	22	.26	.74	.19
3	.31	.69	.21	23	.44	.56	.25
4	.59	.41	.24	24	.37	.63	.23
5	.49	.51	.25	25	.15	.85	.13
6	.60	.40	.24	26	.28	.72	.20
7	.28	.72	.20	27	.40	.60	.24
8	.50	.50	.25	28	.35	.65	.23
9	.22	.78	.17	29	.16	.84	.13
10	.44	.56	.25	30	.13	.87	.11
11	.31	.69	.21	31	.46	.54	.25
12	.31	.69	.21	32	.40	.60	.24
13	.54	.46	.25	33	.43	.57	.25
14	.57	.43	.25	34	.22	.78	.17
15	.21	.79	.17	35	.34	.66	.22
16	.51	.49	.25	36	.28	.72	.20
17	.34	.66	.22	37	.49	.51	.25
18	.29	.71	.21	38	.38	.62	.24
19	.62	.38	.24	39	.34	.66	.22
20	.54	.46	.25	40	.34	.66	.22

$$\sum_{i=1}^{40} p_i\, q_i = 8.75$$

การหาค่าความแปรปรวนของคะแนนจากการทดสอบนักเรียน 68 คน

X	f	fX	X^2	fX^2	X	f	fX	X^2	fX^2
4	1	4	16	16	17	8	136	289	2312
5	1	5	25	25	18	3	54	324	972
8	4	32	64	256	20	2	40	400	800
9	2	18	81	162	22	1	22	484	484
10	3	30	100	300	23	4	92	529	2116
11	5	55	121	605	24	1	24	576	576
12	6	72	144	864	25	1	25	625	625
13	9	117	169	1521	26	2	52	676	1352
14	6	84	196	1176	28	1	28	784	784
15	4	60	225	900	29	1	29	841	841
16	3	48	256	768		68	1027		17455

$$S^2 = \frac{N\sum f(X^2)-(\sum fX)^2}{N(N-1)}$$

$$= \frac{68(17455)-(1027)^2}{68(67)}$$

$$= 29.02$$

การหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบและค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

$$r_{tt} = \frac{n}{n-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i q_i}{S_X^2}\right]$$

$$= \frac{40}{39}\left[1 - \frac{8.75}{29.02}\right]$$

$$= 0.72$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

$$S_e = S_X\sqrt{1 - r_{tt}}$$

$$= \sqrt{29.02} \cdot \sqrt{1-.72}$$

$$= \sqrt{29.02 \times 0.28}$$

$$= \sqrt{8.1256}$$

$$= 2.86$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

$O_1 = 69$ $\qquad$ $O_2 = 286$

$E_1 = 177.5$ $\qquad$ $E_2 = 177.5$

$$\chi^2 = \frac{(69 - 177.5)^2}{177.5} + \frac{(286 - 177.5)^2}{177.5}$$

$$= \frac{(-108.5)^2}{177.5} + \frac{(108.5)^2}{177.5}$$

$$= \frac{11772.25 + 11772.25}{177.5}$$

$$= \frac{23544.50}{177.5}$$

$$= 132.6451$$

ภาคผนวก ข

แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบ

วัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์

ตามหลักสูตร ค.411 และ ค.412

จำนวนข้อ 40 ข้อ　　　　　　　　　　　　　　เวลาในการสอบ 2 ชั่วโมง

<u>คำอธิบาย</u>　ข้อสอบชุดนี้มีทั้งสิ้น 40 ข้อ แต่ละข้อจะมีคำตอบให้เลือก 4 คำตอบคือ ก,ข,ค หรือ ง ขอให้นักเรียนอ่านข้อสอบด้วยความละเอียดรอบคอบ แล้วเลือกคำตอบที่นักเรียนคิดว่าถูกต้อง โดยใช้วิธีขีดเครื่องหมาย × ในกระดาษคำตอบในวงเล็บที่ตรงกับคำตอบที่นักเรียนเลือก โปรดจำไว้ว่า ในแต่ละข้อ นักเรียนจะเลือกตอบได้เพียงคำตอบเดียวเท่านั้น ถ้าข้อใดมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ จะถือว่าข้อนั้นผิด ในกรณีที่นักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบ ขอให้ขีดฆ่าหรือลบคำตอบเดิมออกให้ชัดเจน

กำหนดให้ P(A) และ P(B) แทนเพาเวอร์เซตของ A และ B ตามลำดับ จงตอบคำถามข้อ 1 - 2

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

   (1) มีเซต A ซึ่ง P(A) มีจำนวนสมาชิก 25 ตัว

   (2) ไม่มีเซต A ใด ๆ ซึ่ง P(A) มีจำนวนสมาชิกเป็นจำนวนคี่

   (3) ถ้า P(A) และ P(B) มีจำนวนสมาชิกเท่ากันแล้ว A กับ B จะมีจำนวนสมาชิกเท่ากันด้วย

   ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

   ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเฉพาะข้อ (1) กับ (3)

   ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเฉพาะข้อ (2)

   ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกเฉพาะข้อ (3)

   ง. ข้อความ (1) - (3) ถูกเฉพาะข้อ (2) กับ (3)

2. ถ้า A เป็นเซตใด ๆ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดไม่ถูกต้อง

   ก. $\emptyset \in P(A)$ ข. $A \subset P(A)$

   ค. $\emptyset \in P(P(A))$ ง. $\emptyset \subset P(A)$

3. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

   ก. ถ้า $A \cap B = B$ แล้ว $B \subset A$ และ $B \neq A$

   ข. ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$

   ค. ถ้า $A \not\subset B$ และ $B \not\subset C$ แล้ว $A \not\subset C$

   ง. ถ้า $A \cap C = B \cap C$ แล้ว $C - A = C - B$

4. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

   ก. จำนวนตรรกยะบวกกับจำนวนตรรกยะได้จำนวนตรรกยะ

   ข. จำนวนตรรกยะลบด้วยจำนวนตรรกยะได้จำนวนตรรกยะ

   ค. จำนวนตรรกยะคูณกับจำนวนตรรกยะได้จำนวนตรรกยะ

   ง. จำนวนตรรกยะหารด้วยจำนวนตรรกยะได้จำนวนตรรกยะ

5. ข้อใดต่อไปนี้แสดงว่า 0 ไม่มีอินเวอร์สการคูณ

ก. $a + 0 = 0 + a = a$, สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว

ข. $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว

ค. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$, สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว

ง. $a + (-a) = 0$, สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว

6. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ และ $b = 0$

(2) ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$

(3) ถ้า $a \neq 0$ หรือ $b \neq 0$ แล้ว $ab \neq 0$

(4) ถ้า $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ แล้ว $ab \neq 0$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (4) ถูกทั้ง 4 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (4) ถูกเพียง 1 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (4) ถูกเพียง 2 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (4) ไม่มีข้อใดถูก

7. จงพิจารณาข้อผิดพลาดต่อไปนี้ว่าเกิดขึ้นเนื่องจากใช้คุณสมบัติใดไม่ถูกต้อง

$$x^2 - x^2 = x^2 - x^2$$

$$x(x - x) = (x + x)(x - x)$$

โดยกฎการตัดออกได้ $$x = x + x$$

$$x = 2x$$

โดยกฎการตัดออกได้ $$1 = 2$$

ก. คุณสมบัติการกระจาย

ข. คุณสมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ

ค. คุณสมบัติการตัดออกสำหรับการบวก

ง. คุณสมบัติการมีเอกลักษณ์การบวก

8. จงพิจารณาว่าข้อขัดแย้งต่อไปนี้เกิดขึ้นเนื่องจากการใช้นิยามหรือคุณสมบัติใดไม่ถูกต้อง

ให้ $0 < a < b$ จะได้ $a^2 < ab$

$$a^2 - b^2 < ab - b^2$$

$$(a + b)(a - b) < b(a - b)$$

$$a + b < b$$

$a < 0$ แต่กำหนดให้ $a > 0$ จึงขัดแย้ง

ก. ใช้กฎ ถ้า $a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac < bc$ ไม่ถูกต้อง

ข. ใช้กฎ ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$ ไม่ถูกต้อง

ค. ใช้กฎ ถ้า $ac < bc$ และ $c < 0$ แล้ว $a > b$ ไม่ถูกต้อง

ง. ใช้กฎ ถ้า $ac < bc$ และ $c > 0$ แล้ว $a < b$ ไม่ถูกต้อง

9. $\sqrt{(a - b)^2}$ มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. $a - b$

ข. $b - a$

ค. $\begin{cases} a - b & \text{ถ้า } a - b \geq 0 \\ b - a & \text{ถ้า } a - b < 0 \end{cases}$

ง. $(a - b)$ และ $-(a - b)$

10. กำหนด a, b และ c เป็นจำนวนจริง ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$

ข. ถ้า $a^2 \leq b^2$ แล้ว $a \leq b$

ค. ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a^2 \leq b^2$

ง. ถ้า $a^2 \leq b^2$ แล้ว $|a| \leq |b|$

11. ถ้า $a > b$ และ c เป็นจำนวนจริง แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. $ac > bc$

ข. $a|c| \geq b|c|$

ค. $a|c| \leq b|c|$

ง. $a|c| > b|c|$

12. ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ถ้า $a < x < b$ และ $c < y < d$ แล้ว $a-c < x-y < b-d$

ข. ถ้า $a < x < b$ และ $c < y < d$ แล้ว $a-d < x-y < b-c$

ค. ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^2 > a$

ง. ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^2 < a$

13. ข้อใดต่อไปนี้เป็นเซตคำตอบของ $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = x - 1$

ก. $\emptyset$ ข. $\{x \in R \mid x \neq 1\}$

ค. $\{0\}$ ง. R

14. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ข้อใดไม่ถูกต้อง เมื่อกำหนดให้ $f:A \longrightarrow A$ และ $g:A \longrightarrow A$

ก. มี $f \circ f$ เสมอ

ข. มี $f \circ g$ และ $g \circ f$ เสมอ

ค. มี $(f \circ g) \circ g$ เสมอ

ง. เพราะว่า $f \circ g:A \longrightarrow A$ และ $g \circ f:A \longrightarrow A$
ดังนั้น $f \circ g = g \circ f$

15. ให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ 1 & \text{เมื่อ } x = 0 \end{cases}$

และ $g(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{ถ้า } x < -3 \\ x^2 + 2 & \text{ถ้า } -3 \leqslant x \leqslant 1 \\ 2x - 7 & \text{ถ้า } x > 1 \end{cases}$

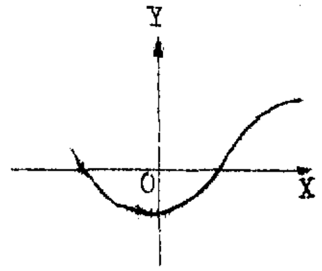
โดเมนของ $\frac{f \cdot g}{g}$ คือข้อใด

ก. โดเมนของฟังก์ชัน f ข. $R - \{-3\}$

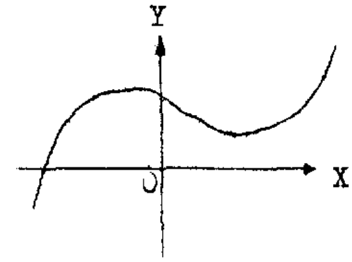
ค. $\{x \mid x \neq 0\}$ ง. $R - \{\frac{7}{2}\}$

16. กำหนดกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ จงพิจารณาว่าอินเวอร์สของความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

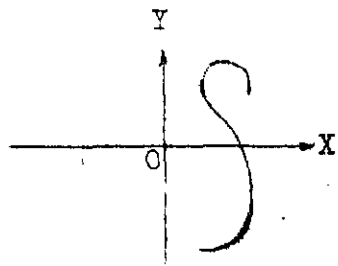
ก.



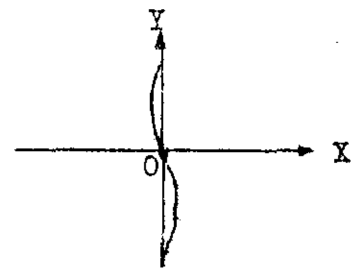
ข.



ค.



ง.



17. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $f(x) = x^2$ โดยที่ $x \geqslant 0$ แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชัน และ $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

(2) ถ้า $f(x) = \sqrt{x}$ แล้ว f^{-1} จะเป็นฟังก์ชันและ $f^{-1}(x) = x^2$ โดยที่ x เป็นจำนวนจริงใด ๆ

(3) ทุก ๆ ฟังก์ชัน f ที่ f^{-1} เป็นฟังก์ชันจะได้ว่า $(f^{-1})^{-1} = f$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

18. ถ้ากำหนดให้ L และ L_1 เป็นเส้นตรงที่มีสมการ $ax + by + c = 0$ และ $ax + by + d = 0$ ตามลำดับ และ P_1, P_2 เป็น 2 จุดใด ๆ บนเส้นตรง L ข้อสรุปข้อใดถูกต้อง

ก. โปรเจกชันของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 บนเส้นตรง L_1 ยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรง P_1P_2

ข. โปรเจกชันของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 บนเส้นตรง L_1 ยาวมากกว่าส่วนของเส้นตรง P_1P_2

ค. โปรเจกชันของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 บนเส้นตรง L_1 ยาวน้อยกว่าส่วนของเส้นตรง P_1P_2

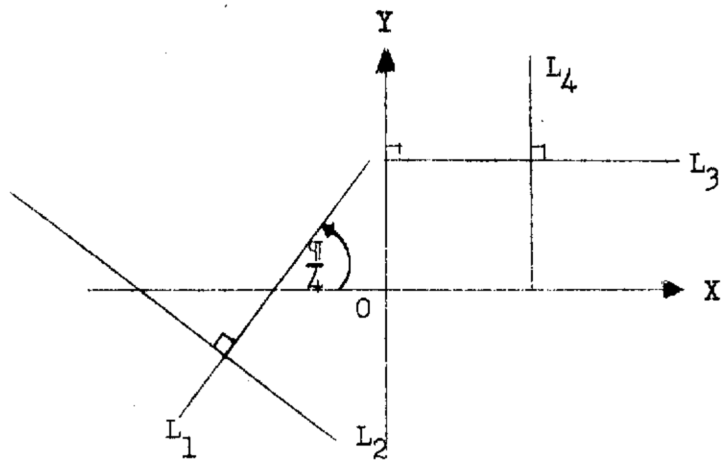
ง. ความยาวของโปรเจกชันของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 บนเส้นตรง L_1 และความยาวของส่วนของเส้นตรง P_1P_2 เปรียบเทียบแน่นอนไม่ได้

19. ความชันของเส้นตรงจากสมการ $ax + by + c = 0$ เมื่อ $a \neq 0$ แต่ $b = 0$ คือข้อใด

ก. 0   ข. มีค่าไม่แน่นอน

ค. $\frac{a}{0}$ ง. ไม่มีค่าความชัน

20. ให้เส้นตรง L_1, L_2 และ L_3 มีความชันเป็น m_1, m_2 และ m_3 ตามลำดับ และกำหนดให้ L_1 ตั้งฉากกับ L_2, L_3 ตั้งฉากกับแกน Y และ L_3 ตั้งฉากกับ L_4 ตามรูป



ข้อความต่อไปนี้ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $m_1 = 1$ และ $m_3 = 0$

ข. $m_2 = -1$ และ $m_3 = 0$

ค. m_2 สามารถหาได้จากสูตร $m_2 = -\frac{1}{m_1}$

ง. เพราะว่า L_3 ตั้งฉากกับ L_4 เพราะฉะนั้นสามารถหาค่าความชันของ L_4 จาก m_3 ได้

21. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $p \wedge q \longrightarrow p \vee q$ เป็นจริงเสมอ

ข. $p \wedge q \longrightarrow p$ มีโอกาสเป็นเท็จได้

ค. $p \vee \sim p$ มีโอกาสเป็นเท็จได้

ง. $p \wedge \sim p$ มีโอกาสเป็นจริงได้

22. กำหนดให้ 1. สมัครเล่นฟุตบอลล์หรือสมานว่ายน้ำ

2. สมานไม่ว่ายน้ำ

ข้อความใดต่อไปนี้เป็นผลสรุปที่สมเหตุสมผล

ก. สมัครเล่นฟุตบอลล์

ข. สมานไม่ว่ายน้ำและสมัครไม่เล่นฟุตบอลล์

ค. สมัครไม่เล่นฟุตบอลล์

ง. สมานไม่ว่ายน้ำและสมัครเล่นฟุตบอลล์

23. จงพิจารณาประพจน์ $[\sim p \wedge (q \wedge \sim q)] \longrightarrow p$ แล้วพิจารณาว่าข้อใดถูกต้อง

ก. ประพจน์นี้เป็นจริงเสมอ

ข. ประพจน์นี้เป็นเท็จเสมอ

ค. ประพจน์นี้เป็นจริงบางค่าของ p, q

ง. ประพจน์นี้เป็นเท็จบางค่าของ p, q

24. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) มีจำนวนจริง θ บางตัวที่ทำให้ $\sec^2\theta - \tan^2\theta > 1$

(2) มีจำนวนจริง θ บางตัวที่ทำให้ $\csc^2\theta - \cot^2\theta < 1$

(3) มีจำนวนจริง θ บางตัวที่ทำให้

$$\sec^2 2\theta + \csc^2 2\theta - \tan^2 2\theta - \cot^2 2\theta = 2$$

ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

25. ถ้า θ เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) $\cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

(3) $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

26. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $\cos(-\theta) = \cos\theta$, สำหรับทุก ๆ จำนวนจริง θ

ข. $\sin(-\theta) = -\sin\theta$, สำหรับทุก ๆ จำนวนจริง θ

ค. $\tan(-\theta) = -\tan\theta$, สำหรับทุก ๆ จำนวนจริง θ

ง. $\cot(-\theta) = -\cot\theta$, สำหรับจำนวนจริง θ บางตัว

27. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. $\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$, θ อยู่ในควอดรันต์ 1 และ 2

ข. $\sin\theta = -\sqrt{1-\cos^2\theta}$, θ อยู่ในควอดรันต์ 3 และ 4

ค. $\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta}$, θ อยู่ในควอดรันต์ 1 และ 4

ง. $\cos\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta}$, θ อยู่ในควอดรันต์ 2 และ 4

28. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ กำหนดให้ $0 \leq x < 2\pi$

(1) ถ้า $\sin(\cos x) = 0$ แล้ว $\cos x = 0$

(2) ถ้า $\sin(\cos x) = 0$ แล้ว $\cos x = \pi$

(3) ถ้า $\sin(\cos x) = 1$ แล้ว $\cos x = \frac{\pi}{2}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

29. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ กำหนดให้ $0 \leqslant x < 2\pi$

(1) มีจำนวนจริง x ซึ่ง $\sin(\cos x) = 1$

(2) มีจำนวนจริง x ซึ่ง $\cos(\sin x) = 1$

(3) มีจำนวนจริง x ซึ่ง $\sin(\cos x) = -1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

30. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ เป็นจริงทุก ๆ จำนวนจริง x

(2) $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$ เป็นจริงทุก ๆ จำนวนจริง x

(3) $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$ เป็นจริงทุก ๆ จำนวนจริง x

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

31. ให้ $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ และ $\tan^{-1}$ เป็นฟังก์ชัน จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $\sin^{-1}(x) = \sin^{-1}(y)$ แล้ว $x = y$ เมื่อ $|x| \leqslant 1$ และ $|y| \leqslant 1$

(2) ถ้า $x = y$ แล้ว $\cos^{-1}(x) = \cos^{-1}(y)$ สำหรับจำนวนจริง x, y ทุกตัว

(3) ถ้า $\tan^{-1}(x) \neq \tan^{-1}(y)$ แล้ว $x \neq y$ สำหรับจำนวนจริง x, y ทุกตัว

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

32. ถ้าจุด P เป็นจุดใด ๆ บนวงรีที่มีสมการเป็น $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $a > 0$ และ $b > 0$ แล้วผลบวกของระยะทางจากจุด P ไปยังจุดโฟกัสทั้งสองของวงรีจะเท่ากับข้อใด

ก. $2a$ ถ้า $a > b$

ข. $2a$ ถ้า $a < b$

ค. $2b$ ถ้า $a > b$

ง. ไม่มีคำตอบใดถูกต้อง

33. ถ้า P เป็นจุดใด ๆ บนไฮเปอร์โบลาแล้วผลต่างของระยะทางจากจุด P ไปยังจุดโฟกัสทั้งสองของไฮเปอร์โบลาจะเท่ากับข้อใด

ก. 2a ถ้าสมการของไฮเปอร์โบลาคือ $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$ เมื่อ $b > 0$ และ $a > 0$

ข. 2b ถ้าสมการของไฮเปอร์โบลาคือ $\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ เมื่อ $b > 0$ และ $a > 0$

ค. 2b ถ้าสมการของไฮเปอร์โบลาคือ $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $a > 0$ และ $b > 0$

ง. 2b ถ้าสมการของไฮเปอร์โบลาคือ $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ เมื่อ $a > 0$ และ $b > 0$

34. ให้ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ เป็นเวกเตอร์ 1 หน่วย ซึ่งทำมุมกัน $\frac{2\pi}{3}$ ค่าของ $\frac{1}{2}\left|\bar{u} - \bar{v}\right|$ คือข้อใด

ก. $\cos \frac{2\pi}{3}$　　ข. $\cos \frac{\pi}{3}$

ค. $\sin \frac{\pi}{3}$　　ง. $-\cos (-\frac{\pi}{6})$

35. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้ากำหนดให้ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ โดยที่ $\bar{u} \neq \bar{0}$ และ $\bar{v} \neq \bar{0}$ แล้วเราสามารถหาเวกเตอร์ที่มีขนาดเดียวกันกับเวกเตอร์ $\bar{v}$ และมีทิศทางเดียวกันกับเวกเตอร์ $\bar{u}$ ได้เสมอ

(2) ถ้ากำหนดให้ $\bar{u} \neq \bar{0}$ และ $\bar{v} \neq \bar{0}$ เป็นเวกเตอร์ใด ๆ แล้ว เราไม่สามารถจะหาเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับเวกเตอร์ $\bar{v}$ และมีขนาดเดียวกันกับเวกเตอร์ $\bar{u}$ ได้

(3) ไม่มีเวกเตอร์ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ ใด ๆ ซึ่ง
$\left|\bar{u}\right|^2 + \left|\bar{v}\right|^2 - \left|\bar{u} - \bar{v}\right|^2 > 2\left|\bar{u}\right|\left|\bar{v}\right|$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

36. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) จะมีจุด (x, y) ซึ่งทำให้เวกเตอร์ที่มี $(5, 2)$ เป็นจุดเริ่มต้น และมี (x, y) เป็นจุดปลายเท่ากับเวกเตอร์ที่มี $(-x, y)$ เป็นจุดเริ่มต้นและมี $(-1, 4)$ เป็นจุดปลาย

(2) จะไม่มีจุด (x, y) ใดซึ่งทำให้เวกเตอร์ที่มี $(8, 3)$ เป็นจุดเริ่มต้น และมี (x, y) เป็นจุดปลาย เท่ากับเวกเตอร์ที่มี $(x, -y)$ เป็นจุดเริ่มต้น และมี $(2, 5)$ เป็นจุดปลาย

(3) เวกเตอร์ที่มี (a, b) เป็นจุดเริ่มต้นและมี (x, y) เป็นจุดปลาย จะเท่ากับเวกเตอร์ที่มี $(-x, -y)$ เป็นจุดเริ่มต้นและมี (c, d) เป็นจุดปลายก็ต่อเมื่อ $-a = c$ และ $b = -d$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

37. ถ้า $(a, b) = \frac{(2, 8)}{(x, y)}$ เงื่อนไขข้อใดที่ทำให้ (a, b) เป็นจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง

ก. (a, b) เป็นจำนวนเชิงซ้อนโดยไม่มีเงื่อนไขใด ๆ

ข. $x \neq 0$ หรือ $y \neq 0$

ค. $x = 0$ หรือ $y = 0$

ง. (a, b) จะไม่เป็นจำนวนเชิงซ้อนเลย

38. กำหนดให้ z_1, z_2 และ z_3 เป็นจำนวนเชิงซ้อน จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) ถ้า $z_1 + z_2 = z_2 + z_3$ แล้ว $z_1 = z_3$

(2) ถ้า $z_1 \cdot z_2 = z_1 \cdot z_3$ แล้ว $z_2 = z_3$

(3) ถ้า $z_2 \neq (0, 0)$ และ $z_3 \neq (0, 0)$ และ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}$ แล้ว $z_2 = z_3$

(4) ถ้า $z_1 \neq (0, 0)$, $z_2 \neq (0, 0)$ และ $z_3 \neq (0, 0)$

และ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_3}$ แล้ว $z_2^{-1} = z_3^{-1}$

ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (4) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (4) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (4) ถูกเพียง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (4) ถูกทั้ง 4 ข้อ

39. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ a, b, c, d เป็นจำนวนจริง

(1) ถ้า $a > b$ แล้ว $a + (x, y) > b + (x, y)$ เป็นจริงเมื่อ $y = 0$

(2) ถ้า $a > b$ แล้ว $a(x, y) > b(x, y)$ เป็นจริงเมื่อ $y = 0$

(3) ถ้า $(a, b) \neq (0, 0)$ แล้ว $(a, b) > (0, 0)$ หรือ $(a, b) < (0, 0)$

ข้อต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง

ก. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 1 ข้อ

ข. ข้อความ (1) - (3) ถูกเพียง 2 ข้อ

ค. ข้อความ (1) - (3) ถูกทั้ง 3 ข้อ

ง. ข้อความ (1) - (3) ไม่มีข้อใดถูก

40. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง

ถ้า $\left|(a, b)\right| \cdot \left|(c, d)\right| = 0$ แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. $(a = 0$ และ $b = 0)$ หรือ $(c = 0$ และ $d = 0)$

ข. $(a = 0$ และ $b = 0)$ และ $(c = 0$ และ $d = 0)$

ค. $(a = 0$ หรือ $b = 0)$ หรือ $(c = 0$ หรือ $d = 0)$

ง. $(a = 0$ หรือ $b = 0)$ และ $(c = 0$ หรือ $d = 0)$

การศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

บทคัดย่อ

ของ

วิรัตน์ ชาญศิริรัตนา

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

ตุลาคม 2524

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะศึกษาความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1

ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ และทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนคณิตศาสตร์สาย 1 ปีการศึกษา 2524 ของโรงเรียนรัฐบาลในจังหวัดมหาสารคาม

ผลของการศึกษาพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้นิยามและทฤษฎีในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

A STUDY OF THE ABILITY IN USING DEFINITIONS

AND THEOREMS IN MATHEMATICS OF

MATHAYOM SUKSA 5 STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

VIRAT CHANSIRIRATANA

Presented in partial fulfillment of the requirements

for the Master of Education degree

at Srinakharinwirot University

October 1981

The purpose of this investigation was to study the ability of Mathayom Suksa 5 students, studying mathematics, program 1 in using definitions and theorems.

The investigator constructed a test to measure ability in using definitions and theorems in mathematics. The samples of this investigation consisted of Mathayom Suksa 5 students, studying mathematics, program 1, at a government school, Mahasarakham in 1981 academic year.

It was found that the students' ability in using definitions and theorems in mathematics was significantly low at 0.01 level.