

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุด
การเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของนักศึกษา
ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1

ปริญญานิพนธ์

ของ

สุนันท์ แสงงามมงคล

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2541
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการควบคุมและคณะกรรมการสอบได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการควบคุม

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์)
..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิตติวงศ์)

คณะกรรมการสอบ

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์)
..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิตติวงศ์)
..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิไล สิริสุทธิรัตน์)
..... กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม
(อาจารย์ละเอียด ประรณาคี)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร.เสริมศักดิ์ วิศาลาภรณ์)
วันที่ เดือน พ.ศ. 2541

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือและการให้คำปรึกษาอย่างดียิ่งจากผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์อภิชัย บวรกิตวงศ์ โดยกรุณาให้คำชี้แนะและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่มีประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนการตรวจแก้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและเป็นพระคุณอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับทุนการวิจัย จากทุนของศาสตราจารย์ ดร.สาโรช บัวศรี โดยมอบทุนสนับสนุนจำนวนหนึ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์วิไล สิริสุทธิรัตน์ และอาจารย์ละเอียด ประรณาดิ ที่กรุณาร่วมเป็นกรรมการสอบปากเปล่าและให้ข้อเสนอแนะที่มีคุณค่าอย่างยิ่งต่อผู้วิจัย จึงส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์สุภาพร ศรีบุรินทร์ และคณะครูในแผนกคณิตศาสตร์/วิทยาศาสตร์ โรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานครทุกท่าน ที่กรุณาให้ความร่วมมือในการตรวจเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณผู้อำนวยการ ผู้ช่วยผู้อำนวยการ อาจารย์ใหญ่ และคณะครูโรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานครทุกท่านที่กรุณาให้ความช่วยเหลืออำนวยความสะดวกในการทดลองใช้เครื่องมือ และเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณพี่ น้อง เพื่อน และศิษย์ โดยเฉพาะอาจารย์สุชาดา มีคล้าย และहांหุ้นส่วนจำกัด เอ็น ที พี แมชชีนเนอรี ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจด้วยดี

ประการสุดท้าย ขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ ที่ให้กำลังใจและกำลังใจทรัพย์ สนับสนุนการวิจัยตลอดมา

สุรินทร์ แสงงามมงคล

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	2
ความมุ่งหมายของการวิจัย	5
ความสำคัญของการวิจัย	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	5
คำนิยามศัพท์เฉพาะ	5
สมมติฐานของการวิจัย	7
2 เอกสารและที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย	8
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยชุดการเรียนรู้การสอน	8
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม	10
3 วิธีการดำเนินการวิจัย	15
กลุ่มตัวอย่าง	15
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	15
ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย	16
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	16
ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	17
วิธีดำเนินการทดลอง	22
การวิเคราะห์ข้อมูล	24
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	25
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	26
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	26

บทที่	หน้า
5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	30
- ความมุ่งหมายของการวิจัย	30
- สมมติฐานของการวิจัย	30
- วิธีดำเนินการทดลอง	30
- สรุปผลการวิจัย	32
- อภิปรายผล	32
- ข้อเสนอแนะ	34
บรรณานุกรม	38
ภาคผนวก	42
ภาคผนวก ก	43
ภาคผนวก ข	57
ภาคผนวก ค	83
ภาคผนวก ง	124
ประวัติย่อผู้วิจัย	321

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 ความคิดเห็นของผู้สอนเกี่ยวกับปัญหาด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จากโรงเรียนที่สังกัดสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล และสังกัดคณะกรรมการการศึกษาเอกชนทั้งหมด จำนวน 7 โรง	2
2 ข้อมูลเกี่ยวกับร้อยละของนักศึกษาโรงเรียนกรุงเทพมหานครการบัญชีวิทยาลัยที่สอบไม่ผ่านวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม ในปีพ.ศ.2538-2539 จำแนกตามสาขาวิชา.....	3
3 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของคะแนนของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด	27
4 แสดงค่าสถิติของการทดสอบลิฟต์ฟอร์ส เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนจากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด	28
5 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม	29
6 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยมแบบปรนัยชนิดเติมคำ ซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เคยเรียนเรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม มาแล้ว จำนวน 128 คน	44
7 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน แบบปรนัยชนิดเติมคำ ซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เคยเรียนเรื่อง ฟังก์ชัน มาแล้ว จำนวน 128 คน	45

8	แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ปีที่ 1 เรื่อง ลอการิทึม แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เคยเรียนเรื่อง ลอการิทึม มาแล้ว จำนวน 128 คน	46
9	แสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม แบบปรนัย ชนิดเลือกตอบของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ปีที่ 1 สาขาการตลาด คะแนนเต็ม 40 คะแนน	47
10	การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบของนักศึกษากลุ่มทดลอง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ปีที่ 1 สาขาการตลาด	48
11	การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของ นักศึกษากลุ่มทดลอง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาการตลาด โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test)	49
12	การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบของนักศึกษากลุ่มควบคุม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ปีที่ 1 สาขาการตลาด	51
13	การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของ นักศึกษากลุ่มควบคุม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาการตลาด โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test)	52
14	แสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม แบบอัตนัย ของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง คะแนนเต็ม 20 คะแนน	55
15	การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม แบบอัตนัยของนักศึกษา กลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1	56
16	ตารางลอการิทึมสามัญ	75
17	ตารางลอการิทึมธรรมชาติ	76

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ปัจจุบันประเทศไทยมีการเปลี่ยนแปลงทางสังคม และเศรษฐกิจที่ดำเนินไปอย่างรวดเร็ว รวมทั้งการเปลี่ยนแปลงความรู้และวิทยาการต่าง ๆ อันเนื่องจากการนำเทคโนโลยีสมัยใหม่ เช่น ระบบคอมพิวเตอร์ เทคโนโลยีการสื่อสารและคมนาคม มาใช้ในการพัฒนาผลผลิตทั้งด้านเกษตรกรรมและอุตสาหกรรม จึงจำเป็นที่ประเทศจะต้องมีการพัฒนาในหลาย ๆ ด้าน เพื่อให้ทันการเปลี่ยนแปลงใหม่นี้ ดังนั้นการศึกษาจึงมีบทบาทสำคัญในการเตรียมประชากรของประเทศให้เป็นบุคคลที่มีความรู้ ความริเริ่มสร้างสรรค์ ทักษะ ความชำนาญ และมีคุณภาพในยุคสังคมโลกาภิวัตน์ การศึกษาทางด้านอาชีวศึกษาจึงเป็นการศึกษาด้านหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศ ดังที่ วิรัช กฤษมาศ (2528 : 49-50) กล่าวว่า อาชีวศึกษาเป็นรูปแบบหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนา กำลังคนของประเทศชาติอย่างมากมาย เพราะเป็นการศึกษาที่ได้จัดไว้เพื่อเตรียมบุคคลให้มีอาชีพ เป็นหลักฐานในอนาคตอย่างเหมาะสมต่อความต้องการของตัวเองและประเทศชาติ ซึ่งถ้าพลเมืองของประเทศมีอาชีพที่เป็นหลักฐาน เหมาะสมและมั่นคง ก็จะเป็นผลให้เศรษฐกิจของชาติมั่นคงและนำมาซึ่งความเจริญของบ้านเมือง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สำคัญมากวิชาหนึ่งในทุกระดับการศึกษาและทุกสาขาวิชาดังที่ ยูพิน พิพิธกุล (2530 : 1) ได้กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นรากฐานของวิทยาการหลาย ๆ สาขา ความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยี วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ฯลฯ ล้วนแต่อาศัยคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น นอกจากคณิตศาสตร์มีความสำคัญดังที่ยูพิน พิพิธกุล ได้กล่าวแล้ว คณิตศาสตร์ยังช่วยสร้างบุคคลให้เป็นคนมีเหตุผล มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ รู้จักทำงานเป็นระบบ มีการวางแผนในการทำงาน มีความรับผิดชอบในงานที่ได้รับมอบหมาย และมีลักษณะผู้นำ การอาชีวศึกษาจึงเล็งเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ด้วยเช่นกัน ดังนั้นหลักสูตรทางด้านอาชีวศึกษาที่กรมอาชีวศึกษา หรือสถาบันเทคโนโลยีราชมงคลจัดทำขึ้นจึงได้กำหนดวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาพื้นฐานที่สำคัญ วิชาหนึ่งของทุกสาขา ทั้งในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) และระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) เช่น สาขาการตลาด สาขาเลขานุการ สาขาการบัญชี เป็นต้น

จากรายงานของกรมวิชาการ (2534 : 186) พบว่า นักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงที่เรียนทางด้านอาชีวศึกษาจากสถานศึกษาในสังกัดอาชีวศึกษา และในสังกัดสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ เมื่อศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในระดับ

ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ซึ่งประกอบด้วย เซต ค่าสัมบูรณ์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ลอการิทึม และลอการิทึมธรรมชาติ ระบบจำนวนแบบต่าง ๆ เลขฐานสอง ตรรกวิทยาเบื้องต้น และสถิติ พบว่าเนื้อหาที่เป็นปัญหาทั้งในระดับปานกลางจนถึงค่อนข้างมากสำหรับนักศึกษาในระดับนี้มีหลายเรื่อง ดังที่ผู้วิจัยได้ทดลองสำรวจความคิดเห็นของผู้สอนในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่สังกัดสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล และสังกัดคณะกรรมการการศึกษาเอกชน ซึ่งปรากฏข้อมูลในตาราง 1 ดังนี้

ตาราง 1 ความคิดเห็นของผู้สอนเกี่ยวกับปัญหาด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ จากโรงเรียนที่สังกัดสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล และสังกัดคณะกรรมการการศึกษาเอกชนทั้งหมด จำนวน 7 โรงเรียน

ข้อ	เนื้อหาคณิตศาสตร์	ความคิดเห็นของผู้สอน				
		มีปัญหา มากที่สุด	มีปัญหา มาก	มีปัญหา ปานกลาง	มีปัญหา น้อย	ไม่มี ปัญหา
1	ทบทวนความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ย ตัวเงิน บำเหน็จ ส่วนลดการค้า ค่าเสื่อมราคา	0.0%	12.5%	37.5%	25.0%	25.0%
2	เซต	0.0%	12.5%	62.5%	25.0%	0.0%
3	ค่าสัมบูรณ์	0.0%	0.0%	75.0%	0.0%	25.0%
4	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	25.0%	37.5%	37.5%	0.0%	0.0%
5	ลอการิทึมและลอการิทึมธรรมชาติ	25.0%	37.5%	37.5%	0.0%	0.0%
6	ระบบจำนวนแบบต่าง ๆ เลขฐาน 2	0.0%	0.0%	50.0%	50.0%	0.0%
7	ตรรกวิทยาเบื้องต้น	12.5%	37.5%	37.5%	0.0%	12.5%

จากตาราง 1 พบว่า เนื้อหาที่เกี่ยวกับเรื่องลอการิทึมเป็นเนื้อหาหนึ่งที่เป็นปัญหาสำหรับนักศึกษา

นอกจากนี้จากประสบการณ์ของผู้วิจัยในการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 โรงเรียนกรุงเทพมหานครการบัญชีวิทยาลัยพบว่า เรื่องลอการิทึมเป็นปัญหาสำหรับนักศึกษาค่อนข้างมาก ซึ่งได้แสดงรายละเอียดในตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 ข้อมูลเกี่ยวกับร้อยละของนักศึกษาโรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัยที่สอบไม่ผ่านวิชา
คณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม ในปีพ.ศ.2538-2539 จำแนกตามสาขาวิชา

สาขาวิชา \ ปีการศึกษา	จำนวนนักศึกษาที่สอบไม่ผ่านคิดเป็นร้อยละ	
	2538	2539
การบัญชี	55.77	70.73
การตลาด	71.90	95.00
การเลขานุการ	85.19	89.09
คอมพิวเตอร์ธุรกิจ	69.00	62.37

จากตาราง 1 และตาราง 2 พบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาค่อนข้างมากคือเรื่องลอการิทึมและจำนวนนักศึกษาที่สอบไม่ผ่านเรื่องลอการิทึมเป็นเปอร์เซ็นต์สูงมากในทุกสาขา แสดงว่านักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึมอยู่ในระดับต่ำมาก โดยเฉพาะสาขาการตลาดและเลขานุการ ดังนั้นเรื่องลอการิทึม จึงเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องหนึ่งที่เป็นปัญหาสำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง นอกจากนี้เมื่อศึกษางานวิจัยของประวัติ เกตษา (2528 : 74 - 78) พบว่าเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่องการใช้ลอการิทึมในการคำนวณค่าโดยประมาณของการคูณ และการหารเลขจำนวนจริงเป็นปัญหาเรื่องหนึ่งที่เป็นปัญหาในระดับกลางของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เขตการศึกษา 10 ซึ่งแสดงว่าเรื่องลอการิทึมนอกจากจะเป็นเนื้อหาที่เป็นปัญหาสำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงแล้ว ยังเป็นปัญหาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายด้วย

สาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ คือการที่นักศึกษามีพื้นฐานความรู้เดิมที่จำเป็นสำหรับการนำไปใช้ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับสูงต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐาน ดังผลการวิจัยของเอิบศรี คุชยะเดช (2528 : 82 - 88), กรมวิชาการ (2534 : 186) และสันต์ชัย เปี่ยมมุขดา (2534) รวมทั้งเอี่ยมฟ้า นาคโค (2535) ที่พบความบกพร่องในความรู้พื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม

จากปัญหานี้ที่นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึมต่ำ ทำให้ผู้วิจัยมีความประสงค์ที่จะศึกษาเพื่อหาแนวทางแก้ไขปัญหาดังกล่าวนี้ โดยผู้วิจัยสนใจจะทำวิจัยกับนักศึกษาสาขาการตลาด เพราะนักศึกษากลุ่มนี้ มีผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียนเรื่องลอการิทึมต่ำมาก และมีแนวโน้มของผลสัมฤทธิ์ที่จะต่ำเพิ่มขึ้นมากทุกปี ทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดว่าการทำวิจัยนี้ก็นำเอาชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมาใช้ร่วมกัน อาจจะช่วยให้ศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอนของ สุมาลี ถู่วัฒนากุล (2529 : 41) ซึ่งได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์ส หรือชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอนตามปกติ เรื่องคณิตศาสตร์ ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1, สุพจน์ แก้วกล้า (2534 : 74) ที่ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยชุดการสอนมินิคอร์สกับการสอนปกติ เพื่อสอนซ่อมเสริมในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และ ศิริรัตน์ วรณิษา (2539 : 21) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องสมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนกับการสอนตามปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนสูงกว่าการสอนตามปกติ รวมทั้งศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของ ศรีไกร รุ่งรอด (2533 : 62) และมยุรี สาสิงห์ (2535 : 122) ซึ่งได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมแบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนตามปกติ ของนักศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และปีที่ 1 ตามลำดับ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมแบบ STAD สูงกว่าการสอนตามปกติ จากการศึกษาดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยคิดว่าควรปรับปรุงการเรียนการสอนเรื่องลอการิทึม ในระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงชั้นปีที่ 1 โดยนำชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมแบบ STAD มาใช้เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอน ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างชุดการเรียนการสอนจำนวน 2 ชุด คือ

ชุดที่ 1 ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้พื้นฐาน

ชุดที่ 2 ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม

ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้นผู้วิจัยคาดหวังว่าจะเป็นเครื่องมือที่ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนมีแรงจูงใจในการเรียนรู้ มีการทำงานร่วมกัน มีการใช้เหตุผลและเรียนรู้ไปตามความสามารถของผู้เรียน ซึ่งน่าจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น อันจะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึมสูงขึ้น

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึมของ นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรม การเรียนรู้ร่วมกับการเรียนโดยวิธีสอนปกติ

ความสำคัญของการวิจัย

1. เป็นแนวทางในการปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อช่วยนักศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ต่ำ
2. เป็นแนวทางให้ผู้สอนและบุคคลที่เกี่ยวข้องในวงการศึกษาด้านอาชีวศึกษา นำไป พัฒนาและปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตการวิจัย

1. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัด กรุงเทพมหานคร จำนวน 86 คน
2. ตัวแปรที่ศึกษา คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึมของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม
3. เนื้อหา ตามหลักสูตรสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล

คำนิยามศัพท์เฉพาะ

1. ชุดการเรียนการสอน หมายถึง สื่อประสมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือที่ใช้ใน การเรียนการสอน หรือผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเอง หรือทั้งผู้เรียนผู้สอนใช้ร่วมกัน ซึ่งชุดการเรียน การสอนแบ่งเป็น 2 ชุดคือ

1.1 ชุดการเรียนการสอนชุดที่ 1 ใช้สำหรับการสอนพื้นฐานความรู้ ประกอบด้วย บทเรียนโปรแกรม คู่มือการใช้ แผนการสอน และเครื่องมือที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้อง กับเนื้อหาพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ เครื่องคิดเลข แบบฝึกหัด และแผ่นโปร่งใส

1.2 ชุดการเรียนรู้การสอนชุดที่ 2 ใช้สำหรับการสอนเรื่องลอการิทึม ประกอบด้วย

1.2.1 เนื้อหาของบทเรียน เรียบเรียงโดยยึดเนื้อหาตามบทเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึมชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ตามหลักสูตรสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล

1.2.2 แผนการสอน เป็นเอกสารที่มีคำชี้แจงวิธีใช้ชุดการเรียนรู้การสอนสำหรับครู ประกอบด้วย จุดมุ่งหมาย กิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่ต้นจนจบหน่วยการสอน

1.2.3 อุปกรณ์การสอน เป็นเครื่องมือที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่สอดคล้องกับเนื้อหาวิชา ได้แก่ เอกสารการบรรยาย เอกสารสรุปบทเรียน พร้อมทั้งแบบฝึกหัด แผ่นโปรงใสและเครื่องคิดเลข

1.2.4 คู่มือกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

2. กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม หมายถึง กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ซึ่งผู้วิจัยจะใช้แนวของ STAD มาประยุกต์ให้เหมาะสมกับธรรมชาติของนักศึกษา ด้วยการแบ่งนักศึกษาตามความสามารถออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ความสามารถสูง ความสามารถปานกลาง ความสามารถต่ำ โดยการนำคะแนนคณิตศาสตร์ที่ได้จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการทบทวนความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยตัวเงินบำนาญ ส่วนลดการค้า ค่าเสื่อมราคา มาเรียงจากคะแนนสูงสุดไปหาคะแนนต่ำสุดตามลำดับของคะแนน แล้วจึงแบ่งนักศึกษาเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มนักศึกษาที่มีความสามารถสูงจำนวน 1/4 ของนักศึกษาทั้งหมด กลุ่มนักศึกษาที่มีความสามารถปานกลางจำนวน 1/2 ของนักศึกษาทั้งหมด และกลุ่มนักศึกษาที่มีความสามารถต่ำจำนวน 1/4 ของนักศึกษาทั้งหมด หลังจากนั้นจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่แบ่งกลุ่มนักศึกษาออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งมีสมาชิก 4 คน ที่มีความสามารถแตกต่างกัน 3 ระดับ คือ ความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คน ความสามารถต่ำ 1 คน และกลุ่มสุดท้ายอีก 1 กลุ่มที่ประกอบด้วยสมาชิก 3 คน คือ ความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 1 คน และความสามารถต่ำ 1 คน โดยครูจะสอนเนื้อหา เพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้แล้วมอบหมายงานให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มทำงานร่วมกัน ซึ่งนักศึกษาในกลุ่มจะต้องมีหน้าที่ของตนในการทำงาน ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของกลุ่มตามที่ต้องการ ซึ่งครูจะมีการเสริมแรงแก่นักศึกษาในกลุ่มที่ทำคะแนนเฉลี่ยเกินเกณฑ์ที่ตั้งไว้

3. นักศึกษาที่มีความสามารถสูง หมายถึง นักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มที่มีคะแนนสูง

4. นักศึกษาที่มีความสามารถปานกลาง หมายถึง นักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มที่มีคะแนนปานกลาง

5. นักศึกษาที่มีความสามารถต่ำ หมายถึง นักศึกษาที่อยู่ในกลุ่มที่มีคะแนนต่ำ

6. นักศึกษา หมายถึง นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาวิชาการตลาด ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 86 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้คือ

6.1 กลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้
ร่วม

6.2 กลุ่มควบคุม เป็นกลุ่มที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

7. ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง หมายถึง ประกาศนียบัตรวิชาชีพสำหรับผู้สำเร็จ
การศึกษาระดับบริหารธุรกิจ

8. การเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน หมายถึง การเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม
โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและผู้วิจัยเป็นผู้สอน

9. การเรียนโดยวิธีสอนปกติ หมายถึง การเรียนคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม โดยใช้วิธี
สอนตามแผนการสอนของชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ตามหลักสูตรของสถาบัน
เทคโนโลยีราชมงคล ซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ของโรงเรียนที่ทดลองเป็นผู้สอน

10. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง คะแนนของนักศึกษาที่ได้จาก
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

นักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม มีผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนสูงกว่า นักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

บทที่ 2

เอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยครั้งนี้ ซึ่งเนื้อหาที่ศึกษามีดังต่อไปนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยชุดการเรียนรู้การสอน
2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยชุดการเรียนรู้การสอน

ชุดการเรียนรู้การสอน (Instructional Package หรือ Learning Package) เป็นเทคโนโลยีทางการศึกษาอย่างหนึ่ง มีลักษณะเป็นสื่อประสม (multi media) ซึ่งครุนำมาใช้เป็นเครื่องชี้แนวทางและเครื่องมือในการสอน หรือผู้เรียนใช้เรียนด้วยตนเอง หรือทั้งผู้เรียนและผู้สอนใช้ร่วมกัน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้หรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นตามจุดมุ่งหมายในการเรียนการสอนที่ตั้งไว้ในเนื้อหาวิชาหนึ่ง ๆ (ซูชีพ อ่อนโคกสูง, 2524 : 6 : อ้างอิงมาจากชัยยงค์ พรหมวงศ์. 2518 : 5 ; ลัดดา สุขปรีดี. 2523 : 29 และทพวงมหาวิทยาลัย. 2524 : 249)

ชุดการเรียนรู้การสอนเป็นสื่อประสมประเภทหนึ่งที่ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีผู้สนใจทำการวิจัยการเรียนรู้การสอนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนทั้งในประเทศและต่างประเทศ สำหรับในประเทศ งานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการเรียนรู้การสอนที่รวบรวมได้ สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้คือ งานวิจัยที่เกี่ยวกับการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอน และงานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนเปรียบเทียบกับการสอนปกติ

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอน มีผู้วิจัยหลายท่าน เช่น ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ (2531 : 42) ได้สร้างชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อซ่อมเสริมจุดบกพร่องในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยสร้างให้สอดคล้องกับจุดบกพร่องจำนวน 6 ชุด พบว่า คะแนนเฉลี่ยจากการทดสอบหลังเรียนของแต่ละชุดการเรียนรู้การสอนทั้ง 6 ชุด สูงกว่าการทดสอบก่อนเรียน ซึ่งแสดงว่าชุดการเรียนรู้การสอนทั้ง 6 ชุด มีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวิริยะ ศิริขานนท์ (2532 : 47) และบรรจง แก้ววิเศษกุล (2533 : 47 - 48) ซึ่งศึกษาเรื่องการคูณสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 5 ชุด และ เรื่องการหารสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 ชุด ตามลำดับ รวมทั้งงานวิจัยของจุมพต จำวีระ (2538 : 53) ได้ทำการพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนเพื่อพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการเรียนด้วยชุดการสอนสูงกว่าก่อนเรียน แต่ผลการวิจัยของมงคล ศิริชัย (2538 : บทคัดย่อ) ซึ่งได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนรายบุคคลวิชา คณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอน รายบุคคลหลังการพัฒนาไม่สูงกว่าก่อนการพัฒนา สำหรับ อุไร สินธุวงสานนท์ (2534 : 117) ซึ่ง ศึกษาผลการใช้ชุดการสอนเพื่อซ่อมเสริมนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ต่ำ เรื่องเศษส่วน ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนที่ใช้ชุดการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 80

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอนเปรียบเทียบกับการสอนปกติ มีผู้วิจัย หลายท่าน เช่น สุมาลี ลู่วัฒนกุล(2529: 41)ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สหรือชุดการสอนรายวิชาเกี่ยวกับการสอนตามปกติ เรื่องคณิตศาสตร์ ในระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้ชุดการสอน รายวิชาย่อยสูงกว่าการสอนตามปกติ ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของ ขวาลิต สูงใหญ่ (2530 : 66) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการสอน รายวิชาย่อย กับการสอนตามปกติในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนรายวิชาย่อยสูงกว่า การสอนตามคู่มือครู และ ศิริรัตน์ วรวิชัย (2539 : 21) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องสมการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้ชุดการ เรียนการสอนกับการสอนตามปกติพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้ชุด การเรียนการสอนสูงกว่าการสอนตามปกติ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ สุพจน์ แกล้วกล้า (2534 : 74) ที่ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยชุดการสอนมินิคอร์สกับการสอนปกติ เพื่อสอนซ่อมเสริมในวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่สอนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์ส (รายวิชาย่อยหรือ Minicourse) สูงกว่าการสอนตามปกติ

สำหรับงานวิจัยเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอนในต่างประเทศ ได้แก่ งานวิจัยของ บรอว์เลย์ (Browley 1975 : 4280 - A) ที่ทำการวิจัยเกี่ยวกับประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแบบสื่อ ประสม เพื่อสอนเรื่องการบอกเวลาสำหรับเด็กนักเรียนช้า พบว่า กลุ่มทดลองมี คะแนนเฉลี่ยสูงกว่า กลุ่มควบคุม

จากการศึกษางานวิจัยชุดการเรียนการสอน สรุปได้ว่า ชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ ตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้และการเรียนการสอนที่ใช้ชุดการเรียนการสอนจะทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนการสอนตามปกติ

2. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

การเรียนรู้ร่วม (Cooperative learning) คือ (เปรมจิตต์ ขจรภัย ลาร์เซ็น : 2536 : 1) วิธีสอนที่จัดสภาพการเรียนการสอนของนักเรียนให้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ (สุรศักดิ์ หลาบลามา. 2531 : 4) ซึ่งแต่ละกลุ่มเล็กประกอบด้วยสมาชิก 4 คน ได้แก่ นักเรียนที่เรียนเก่ง 1 คน นักเรียนที่เรียนปานกลาง 2 คน นักเรียนที่เรียนอ่อน 1 คน (เปรมจิตต์ ขจรภัย ลาร์เซ็น. 2536 : 1 และ Salavin 1978 : 8) นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะต้องมีความรับผิดชอบในการเรียนรู้เนื้อหาวิชา และช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการเรียนเพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ของกลุ่ม

การจัดสภาพการเรียนการสอนแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมีหลายวิธีการ เช่น Student Team Achievement Division, Team Assisted Individualization และ Team Games Tournament ซึ่งกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมจะต้องมีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1. มีการพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันในทางบวก (Positive Interdependence) โดยที่สมาชิกในกลุ่มต้องตระหนักว่าความสำเร็จของสมาชิกแต่ละคนขึ้นอยู่กับความสำเร็จของสมาชิกคนอื่น ๆ ในกลุ่มด้วย ดังนั้นสมาชิกแต่ละคนจะต้องช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เพื่อให้บรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้
 2. มีการติดต่อปฏิสัมพันธ์ กันโดยตรง (Face-to-Face Interaction) เมื่อสมาชิกทุกคนในกลุ่มช่วยเหลือและให้กำลังใจซึ่งกันและกัน
 3. มีความรับผิดชอบงานของกลุ่ม (Individual Accountability and Personal Responsibility) สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องมีความรับผิดชอบต่องานที่ทำหรือที่ศึกษา ทำหน้าที่แลกเปลี่ยนความรู้และช่วยเหลือให้คนอื่น ๆ ในกลุ่มมีความรู้เรื่องนั้นเท่า ๆ กันอย่างแท้จริง
 4. มีทักษะในความสัมพันธ์กับกลุ่มเล็กและผู้อื่น (Interpersonal and Small Group skill) นักเรียนทุกคนต้องสามารถที่จะทำงานร่วมกันและเข้ากันได้ นอกจากนี้ยังสามารถทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อยได้ เพื่อให้งานของกลุ่มบรรลุจุดมุ่งหมาย และมีประสิทธิภาพ
 5. มีกระบวนการกลุ่ม (Group Processing) ซึ่งสมาชิกในกลุ่มสามารถอภิปราย วิเคราะห์การทำงานของกลุ่มและสามารถหาวิธีปรับปรุงการทำงานกลุ่มให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
- นอกจากลักษณะที่สำคัญ 5 ประการนี้แล้ว การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมวิธีการแบบต่าง ๆ ยังมีรายละเอียดของการจัดกิจกรรมที่แตกต่างกัน เช่น

1. Student Team Achievement Division (STAD) (สุริย์ บาวเออร์. 2537 : 17) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน คือ

1. ครูเสนอเนื้อหา โดยสอนเนื้อหาแก่นักเรียนทั้งชั้นก่อน

2. นักเรียนเข้ากลุ่ม กลุ่มประกอบด้วย 4-5 คน และแบ่งกลุ่มตามความสามารถที่แตกต่างกัน หน้าที่ของกลุ่มคือ ทำการอภิปราย ทำแบบฝึกหัด ถกเถียงปัญหา และทำความเข้าใจบทเรียน เพื่อเตรียมสมาชิกสำหรับการทดสอบ

3. ทดสอบ เมื่อจบบทเรียนครูจะให้ ทำแบบฝึกหัดสั้นๆ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนช่วยตัวเอง ช่วยเหลือกันไม่ได้

4. ให้คะแนนเพื่อหาคะแนนรายบุคคลและคะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม

5. ให้รางวัล กลุ่มที่ได้คะแนนเฉลี่ยตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้จะได้รางวัลหรือคำชมเชย

2. Team Assisted Individualization (TAI) (สุรศักดิ์ หลาบมาลา. 2531 : 5 - 6) เป็นวิธีการที่ออกแบบไว้สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาปีที่ 3 ถึงปีที่ 6 ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. มีการทดสอบความสามารถเพื่อจัดเด็กเข้ากลุ่ม

2. แบ่งเด็กออกเป็นกลุ่มๆ ละ 4 คน ที่มีระดับความสามารถต่างกัน

3. เด็กแต่ละคนในกลุ่มจะได้รับการสอนแบบรายบุคคลเฉพาะที่อยู่ในระดับความสามารถเดียวกัน

4. เด็กแต่ละคนที่ได้รับการสอนแล้วจะกลับเข้ามาร่วมกลุ่มเดิม โดยที่เด็กที่เรียนล้าหน้าไปแล้วช่วยเด็กอ่อนในการทำงานและช่วยตรวจแบบฝึกหัด

5. ทดสอบเมื่อจบบทเรียน ด้วยการให้ข้อสอบที่แตกต่างกัน

6. การให้คะแนน ครูจะนับจำนวนบทเรียนที่เด็กแต่ละกลุ่มทำได้สำเร็จ หากกลุ่มใดทำได้มากกว่าเกณฑ์ที่ครูกำหนดไว้กลุ่มนั้นจะได้คะแนนเพิ่ม

7. ให้รางวัลกลุ่มที่ได้คะแนนเกินเกณฑ์มาตรฐาน

3. Team Games Tournament (TGT) (เปรมจิตต์ ขจรภัย. ลาร์เซ็น. 2536: 7) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การสอน (Teaching) มีการสอนในชั้นเรียน

2. เรียนเป็นกลุ่ม (Team Study) นักเรียนทำงานในใบงานกันเป็นกลุ่ม เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่กำลังศึกษาอยู่

3. การแข่งขัน (Tournament) โดยนักเรียนเล่นเกมวิชาการเกมละ 3 คน ซึ่งสมาชิกในกลุ่มจะมีความสามารถใกล้เคียงกัน

4. การรับรู้ของทีม (Team Recognition) โดยการให้คะแนนกลุ่ม ซึ่งคะแนนคำนวณจากคะแนนของการแข่งขันจากเกม

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยมองเห็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้สูงขึ้น ผู้วิจัยจึงคิดว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD เป็นวิธีที่เหมาะสมกับวิชาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ปีที่ 1 ซึ่งวิธีนี้นักศึกษาจะได้แสดงความคิดเห็นร่วมกันในการแก้ปัญหามากกว่าที่จะเน้นความสำคัญทางการแข่งขันแบบ TGT และเหมาะสมกว่าแบบ TAI ซึ่งวิธีการนี้จะใช้กับนักเรียนระดับประถมศึกษา

เนื่องจากการจัดสภาพการเรียนการสอนเป็นแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน มีผลต่อการเรียนของผู้เรียนให้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้สูงขึ้น จึงมีผู้สนใจทำงานวิจัยที่นำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมาใช้ในการเรียนการสอนทั้งในระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษา ทั้งในประเทศและต่างประเทศ เป็นจำนวนมาก งานวิจัยที่รวบรวมได้ มีดังนี้

ศรไกร รุ่งรอด (2533 : 62) และ มยุรี สาลิวศ์ (2535 : 122) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับ กิจกรรมการเรียนตามปกติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และปีที่ 1 ตามลำดับ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้แบบ STAD สูงกว่าการสอนตามปกติ

ขวัญใจ บุญฤทธิ์ (2535 : 108) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI กับการสอนตามปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI สูงกว่าการสอนตามปกติ

กาญจนา สุจินะพงษ์ (2538 : 35) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่สอนโดยใช้^(3.24)กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับกิจกรรมตามปกติ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้^(3.24)กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมสูงกว่ากิจกรรมตามปกติ

งานวิจัยเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมในต่างประเทศ มีผู้ได้ทำการวิจัยไว้หลายท่าน เช่น สลาวัน และคาร์เวียต (Slavin and Carveit. 1982) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา (เกรด 9) พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD สูงกว่าการสอนตามปกติ

สลาวัน (Slavin. 1983) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา (เกรด 3-6) ที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TAI เพิ่มสูงกว่าการสอนโดยวิธีปกติ

วิลเลียมส์ (Williams. 1988) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนโดยใช้การผสมผสานกิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD และ TGT กับการสอนตามปกติของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สอนโดยใช้การผสมผสานกิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD และ TGT สูงกว่าการสอนตามปกติ

จากการศึกษางานวิจัยกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม สรุปได้ว่า การจัดสภาพการเรียนการสอนแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมแบบต่าง ๆ เช่น STAD, TGT และ TAI ทำให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้ จึงส่งเสริมให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

นอกจากศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมทั้งในประเทศและต่างประเทศแล้ว ยังศึกษางานวิจัยอื่น ๆ เพิ่มเติม ซึ่งงานวิจัยเหล่านั้นจะนำมาใช้ร่วมกับชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ได้แก่ งานวิจัยเกี่ยวกับการนำอุปกรณ์มาช่วยประกอบการเรียนการสอน การสร้างบทเรียนแบบโปรแกรมและการทดสอบย่อย งานวิจัยที่ศึกษาเพิ่มเติมได้แก่ งานวิจัยของเซียงตุง (SHIANG - TUNG, 1993) ซึ่งได้ศึกษาผลของการใช้เครื่องคิดเลขร่วมกับวิธีการแก้ปัญหาในการสอนวิชาคณิตศาสตร์และทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา (เกรด 5) ในประเทศไต้หวัน โดยแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 สอนตามปกติ กลุ่มที่ 2 สอนโดยใช้เครื่องคิดเลข กลุ่มที่ 3 สอนโดยใช้เครื่องคิดเลขร่วมกับวิธีการแก้ปัญหา พบว่า กลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขร่วมกับวิธีการแก้ปัญหา มีทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่ากลุ่มที่สอนตามปกติ กลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลขมีทัศนคติดีกว่ากลุ่มที่สอนตามปกติ และกลุ่มที่ใช้เครื่องคิดเลข มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ต่ำกว่ากลุ่มที่สอนตามปกติ และกลุ่มที่สอนโดยใช้เครื่องคิดเลขร่วมกับวิธีการแก้ปัญหา

ชานส์ (Chance, 1961 : 17) ได้เปรียบเทียบการสอนเรขาคณิตสำหรับหลักสูตร วิศวกรรมศาสตร์ โดยใช้แผ่นโปร่งใสกับการสอนที่ใช้กระดานชอล์กตามปกติ พบว่า ผลการสอบปลายภาคของกลุ่มที่ใช้แผ่นโปร่งใสสูงกว่ากลุ่มที่ใช้กระดานชอล์ก

ริกส์ (Riggs, 1967 : 2748 - A) ได้ทดลองสร้างบทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรงเรื่องกราฟ สำหรับนักเรียนเกรด 5 โดยแบ่งนักเรียนเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและไม่ได้รับการสอนจากครู กลุ่มที่ 2 สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมและได้รับการสอนจากครูเพิ่มเติม และกลุ่มที่ 3 สอนโดยครูอย่างเดียวก่อนไม่ใช้บทเรียนโปรแกรม พบว่า กลุ่มที่สอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมทั้งสองกลุ่ม มีผลดีต่อการพัฒนาทักษะในการเรียนเรื่องกราฟสูงกว่ากลุ่มที่สอนโดยครูอย่างเดียวก่อน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโมซิส (MOSES, 1965 : 5793 - A) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพีชคณิตของนักเรียนเกรด 10 โดยใช้บทเรียนโปรแกรม พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมสูงกว่ากลุ่มที่เรียนตามปกติ

พัศนิษฐ์ นันจา (2536 : บทคัดย่อ) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงเรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติระหว่างกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยทุกคาบเรียนกับกลุ่มที่มีการ

ทดสอบย่อยทุกหน่วยการเรียนรู้ พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มที่มีการทดสอบย่อยทุกคาบเรียน สูงกว่ากลุ่มที่มีการทดสอบย่อยทุกหน่วยการเรียนรู้

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับชุดการเรียนการสอน และกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม รวมทั้งงานวิจัยอื่นๆ ที่จะนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ พบว่า ผลการวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนรู้ร่วม บทเรียนแบบโปรแกรม แผ่นโปร่งใส เครื่องคิดเลข และการทดสอบย่อยที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนนั้น ทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น จึงทำให้ผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะสร้างชุดการเรียนการสอน และจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมาใช้ร่วมกัน เพื่อให้การเรียนการสอนนั้นมีประสิทธิภาพสอดคล้องกับความสามารถของผู้เรียน

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัย เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 ห้องเรียน มีทั้งหมด 86 คน จากห้องเรียนสาขาการตลาดทั้งหมด 20 ห้องเรียน จำนวน 1,260 คน ซึ่งได้จากการสุ่มห้องเรียนแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Sampling) โดยใช้วิธีจับสลากมา 2 ห้องเรียน การใช้วิธีสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม เนื่องจากนักศึกษาแต่ละห้องมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน จากนั้นกำหนดกลุ่มเพื่อดำเนินการทดลองโดยใช้การสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ด้วยการจับสลากจากห้องเรียนทั้ง 2 ห้อง เพื่อให้ห้องหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม อีกห้องหนึ่งเป็นกลุ่มทดลอง แล้วนำคะแนนที่ได้จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการทบทวนความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยตัวเงิน บำเหน็จ ส่วนลดการค้า ค่าเสื่อมราคาของกลุ่มทดลองมาเรียงจากคะแนนสูงสุดไปหาคะแนนต่ำสุดตามลำดับ จากนั้นจึงแบ่งคะแนนนักศึกษาออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีคะแนนสูงสุดจำนวน $\frac{1}{4}$ ของนักศึกษาทั้งหมด กลุ่มที่มีคะแนนปานกลางจำนวน $\frac{1}{2}$ ของนักศึกษาทั้งหมด และกลุ่มที่มีคะแนนต่ำจำนวน $\frac{1}{4}$ ของนักศึกษาทั้งหมด หลังจากนั้นสุ่มนักศึกษาจากกลุ่มที่มีคะแนนสูงมา 1 คน กลุ่มที่มีคะแนนปานกลาง 2 คน และกลุ่มที่มีคะแนนต่ำ 1 คน มารวมเป็นกลุ่ม แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก 4 คน ได้แก่ นักศึกษาที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 2 คนและความสามารถต่ำ 1 คน ซึ่งจะได้กลุ่มย่อยทั้งหมด 10 กลุ่ม และนักศึกษาส่วนที่เหลืออีก 3 คน รวมเป็นกลุ่มที่ 11 ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก 3 คน ได้แก่ นักศึกษาที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 1 คน และความสามารถต่ำ 1 คน นักศึกษากลุ่มทดลองแต่ละกลุ่มทั้ง 11 กลุ่ม จะเรียนชุดการเรียนการสอนชุดที่ 2 โดยเรียนเป็นกลุ่มแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 เรื่องลอการิทึม ตามหลักสูตรของสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล (ฉบับปรับปรุง) พุทธศักราช 2536 ซึ่งประกอบด้วยหัวข้อเรื่องต่อไปนี้

1. บทนิยามฟังก์ชันลอการิทึม
2. กราฟ และ สมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม
3. การหาค่าลอการิทึมโดยใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์
4. การหาค่าแอนติลอการิทึมโดยใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์
5. การใช้ลอการิทึมแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ยทบต้น
6. สมบัติลอการิทึมฐาน e
7. การหาค่าของลอการิทึมฐาน e
8. การคำนวณค่าโดยประมาณโดยใช้ลอการิทึมฐาน e

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 โดยกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง แต่ละกลุ่มใช้เวลาเรียน 14 คาบ ๆ ละ 45 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้นประกอบด้วย

1. ชุดการเรียนการสอน แบ่งเป็น 2 ชุด ดังนี้
 - 1.1 ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความรู้พื้นฐาน
 - 1.2 ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม
2. คู่มือ ประกอบด้วย
 - 2.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน
 - 2.2 คู่มือการทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม
3. แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1
4. แบบทดสอบ ประกอบด้วย
 - 4.1 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน
 - 4.2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม มีจำนวนสองชุด ประกอบด้วย ชุดการเรียนการสอนชุดที่ 1 เรื่องความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับเนื้อหาลอการิทึม และชุดการเรียนการสอนชุดที่ 2 เรื่องลอการิทึม มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาทฤษฎีการสอน วิธีสอน และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางในการแบ่งเนื้อหาและการสร้างชุดการเรียนการสอนทั้งสองชุด

1.2 สร้างชุดการเรียนการสอนชุดที่ 1 เรื่องความรู้พื้นฐาน ที่จำเป็นสำหรับเนื้อหา เรื่องลอการิทึม อันประกอบด้วยบทเรียนโปรแกรมจำนวน 2 หน่วย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมทั้งแบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ แผ่นโปร่งใสสรุปบทเรียน และแผนการสอนจำนวน 3 คาบ แต่ละคาบใช้เวลา 45 นาที ซึ่งชุดการเรียนการสอนชุดที่ 1 มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.2.1 ศึกษาข้อบกพร่องในความรู้พื้นฐาน เรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม จากงานวิจัยของเอี่ยมฟ้า นาคโค (2535) และศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (รหัส 01-510-102) เรื่องลอการิทึม ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2536) สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล กระทรวงศึกษาธิการ เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดความรู้พื้นฐานที่จำเป็นและวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมรายคาบในเรื่องลอการิทึม ชุดการเรียนการสอนเรื่องความรู้พื้นฐานนี้เขียนในรูปของบทเรียนโปรแกรมโดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 หน่วยดังนี้

หน่วยที่ 1 การบวก การลบ การคูณและการหารทศนิยม (1 คาบ)

หน่วยที่ 2 ฟังก์ชัน (2 คาบ)

บทนิยามฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน 1-1 และไปทั่วถึง

อินเวอร์สของฟังก์ชัน

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

1.3 สร้างชุดการเรียนการสอนชุดที่ 2 เรื่องลอการิทึม สำหรับใช้สอนเนื้อหา คณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึมชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 มีลักษณะเป็นชุดการเรียนการสอนแบบผสมใช้เวลาทั้งหมด 11 คาบ แบ่งเป็น 10 หน่วย แต่ละชุดประกอบด้วย เอกสารการบรรยาย เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมทั้งแบบฝึกหัดในรูปแบบของการแสดงวิธีทำโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน เครื่องคิดเลข แผ่นโปร่งใส และแผนการสอนจำนวน 11 คาบ แต่ละคาบใช้เวลา 45 นาที ซึ่งชุดการเรียนการสอนชุดที่ 2 มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1.3.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ร่วม เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

1.3.2 ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (รหัส 01-510-102) เรื่องลอการิทึม ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2536) สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล กระทรวงศึกษาธิการ พร้อมทั้งวิเคราะห์จุดมุ่งหมายทั่วไปจากหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล เพื่อกำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม รายคาบเรื่องลอการิทึม ชุดการเรียนการสอน เรื่องลอการิทึม มีทั้งหมด 10 หน่วย แบ่งเนื้อหาออกเป็นหัวข้อย่อย จำนวน 11 คาบ ดังนี้

1.3.2.1 บทนิยามฟังก์ชันลอการิทึม กราฟ และสมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม (2 คาบ)

1.3.2.2 สมบัติของลอการิทึมและการใช้สมบัติลอการิทึม (1 คาบ)

1.3.2.3 ลอการิทึมสามัญและการหาค่าลอการิทึมฐานสิบ (1 คาบ)

1.3.2.4 การคำนวณค่าลอการิทึมฐานสิบโดยการเปิดตารางลอการิทึมฐานสิบ และใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์เมื่อเปิดตารางลอการิทึมแล้วไม่พบ (1 คาบ)

1.3.2.5 การคำนวณค่าแอนติลอการิทึม (Antilogarithm) โดยใช้ตารางลอการิทึม และใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์เมื่อเปิดตารางลอการิทึมแล้วไม่พบ (1 คาบ)

1.3.2.6 การคำนวณหาดอกเบี๋ยทบต้นโดยใช้ลอการิทึม (1 คาบ)

1.3.2.7 การคำนวณค่าโดยประมาณโดยใช้ลอการิทึม (1 คาบ)

1.3.2.8 สมบัติลอการิทึมฐาน e และการหาค่าลอการิทึมฐาน e (1 คาบ)

1.3.2.9 การคำนวณค่าแอนติลอการิทึมของฐาน e (1 คาบ)

1.3.2.10 การคำนวณค่าโดยประมาณโดยใช้ลอการิทึมฐาน e (1 คาบ)

1.4 กำหนดวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมรายคาบตามข้อ 1.2 และ 1.3.2 เพื่อเป็นแนวทางจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผลของเนื้อหาชุดการเรียนการสอนทั้ง 2 ชุด

1.5 นำชุดการเรียนการสอนที่สร้างตามข้อ 1.2, 1.3 และ 1.4 เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร เพื่อขอคำแนะนำแก้ไขปรับปรุง

1.6 นำชุดการเรียนการสอนที่แก้ไขตามข้อ 1.5 ไปทดลองใช้กับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด โรงเรียนกรุงเทพการบัญชีวิทยาลัยที่ไม่ใช่กลุ่มทดลองจำนวน 10 คน เพื่อหาข้อบกพร่อง ระยะเวลาที่ใช้สำหรับบทเรียนโปรแกรมและหาความเหมาะสมของภาษาที่ใช้สำหรับชุดการเรียนการสอนแต่ละชุด

1.7 นำชุดการเรียนการสอนที่ปรับปรุงตามข้อ 1.6 เสนอคณะกรรมการควบคุม ปรินูณานิพนธ์และอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่1 จำนวน 2 คน ที่มีประสบการณ์การสอนอย่างน้อย 2 ปี จากโรงเรียนกรุงเทพมหานครการบัญชีวิทยาลัย ตรวจสอบเพื่อ แก้ไขปรับปรุง

1.8 นำชุดการเรียนการสอนที่แก้ไขปรับปรุงในข้อ 1.7 ไปทดลองสอนกับกลุ่มทดลอง

2. แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม ใช้สอนเฉพาะกลุ่มทดลองมี ขั้นตอนในการสร้างแผนการสอนดังนี้

2.1 การสร้างแผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีจำนวนทั้งหมด 14 คาบเรียน ประกอบด้วย

2.1.1 แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้พื้นฐานที่จำเป็น สำหรับเรื่องลอการิทึมซึ่งได้สร้างให้สอดคล้องกับหัวข้อ 1.2 และ 1.4 แผนการสอนนี้มีจำนวน ทั้งหมด 3 คาบเรียน โดยจัดเป็นกิจกรรมนอกชั้นเรียน ซึ่งนักศึกษาที่สอบไม่ผ่านแบบทดสอบ ความรู้พื้นฐานก่อนเรียนจะศึกษาบทเรียนโปรแกรมหน่วยต่าง ๆ ด้วยตนเอง

2.1.2 แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม ได้สร้างให้สอดคล้อง กับหัวข้อ 1.3.2 และ 1.4 แผนการสอนมีจำนวนทั้งหมด 11 คาบ ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมการเรียน ในชั้นเรียน สามารถแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการทบทวนเนื้อหาพื้นฐานจากบทเรียน โปรแกรมและเนื้อหาที่เรียนมาแล้ว

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน เป็นการบรรยายและการทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน ของนักศึกษาโดยครูจะเป็นผู้บรรยายเนื้อหาใหม่ แล้วแจกงานกลุ่มซึ่งเป็นแบบฝึกหัดให้นักศึกษา ช่วยกันทำ

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป เป็นการชี้แนะโดยครู โดยครูจะสุ่มผลงานของนักศึกษา มาอภิปรายร่วมกัน แล้วครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้นเพื่อให้นักศึกษามีความเข้าใจมาก ยิ่งขึ้น หลังจากนั้นให้นักศึกษาทำแบบทดสอบย่อยในห้องเรียนและทำแบบฝึกหัดรายบุคคลเป็น การบ้าน

2.2 นำแผนการสอนรายคาบที่ สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วเสนอคณะกรรมการควบคุม ปรินูณานิพนธ์เพื่อตรวจและแก้ไขแล้วนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญที่มีประสบการณ์ในการสอนวิชา คณิตศาสตร์ชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่1 มาแล้วอย่างน้อย 3 ปี จำนวน 2 คน ตรวจความ เหมาะสม

2.3 นำแผนการสอนรายคาบที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจ และปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ร่วมกับชุดการเรียนรู้การสอนกับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด โรงเรียนกรุงเทพมหานครการบัญชีวิทยาลัยที่ไม่ใช่กลุ่มทดลอง จำนวน 10 คน เพื่อหาข้อบกพร่องเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม สื่อการเรียนรู้การสอนและปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรม

2.4 นำข้อบกพร่องของแผนการสอนรายคาบมาปรับปรุงแก้ไขก่อนนำไปใช้กับกลุ่มทดลองในการทดลอง

3. แบบทดสอบ

แบบทดสอบมี 2 ชุด ประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งการสร้างแบบทดสอบทั้ง 2 ชุด มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 การสร้างแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อวัดความรู้พื้นฐานของผู้เรียน ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

3.1.1 ศึกษาหลักสูตรและเนื้อหาคณิตศาสตร์ชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 เพื่อวิเคราะห์เนื้อหาที่ใช้เป็นพื้นฐานสำหรับเรื่องลอการิทึม

3.1.2 วิเคราะห์เนื้อหาที่เป็นพื้นฐานสำหรับเรื่องลอการิทึมและจุดประสงค์การเรียนรู้

3.1.3 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเทคนิคการเขียนข้อสอบ

3.1.4 สร้างแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบ โดยสร้างให้สอดคล้องตามเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานและจุดประสงค์การเรียนรู้ แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานมี 2 ชุด ประกอบด้วย

3.1.4.1 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียนจำนวน 1 ฉบับ ซึ่งมีจำนวน 40 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 80 นาที แบบทดสอบนี้ เพื่อวัดความรู้พื้นฐานเรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยมและฟังก์ชัน

3.1.4.2 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน ใช้สำหรับนักศึกษาที่ไม่ผ่านการทดสอบในแบบทดสอบหัวข้อ 3.1.4.1 และได้เรียนรู้พื้นฐานจากชุดการเรียนรู้การสอนชุดที่ 1 แล้ว แบบทดสอบชุดนี้จะคู่ขนานกับแบบทดสอบในหัวข้อ 3.1.4.1 จำนวน 2 ฉบับ ประกอบด้วย

3.1.4.2.1 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียนเรื่องการบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม จำนวน 1 ฉบับ มี 20 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 40 นาที

3.1.4.2.2 แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน
จำนวน 1 ฉบับ มี 20 ข้อ ใช้เวลา 40 นาที

3.1.5 นำแบบทดสอบที่สร้างตามข้อ 3.1.4 ไปให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้น
ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 จำนวน 2 คน ที่มีประสบการณ์การสอนอย่างน้อย 2 ปี จาก
โรงเรียนกรุงเทพมหานครการบัญชีวิทยาลัยตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของภาษา
ที่ใช้ แล้วนำมาแก้ไขปรับปรุง

3.1.6 นำแบบทดสอบที่แก้ไขปรับปรุงตามข้อ 3.1.5 ไปทดลองใช้กับนักศึกษา
ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด โรงเรียนกรุงเทพมหานครการบัญชีวิทยาลัย ที่ไม่ใช่
กลุ่มตัวอย่างที่ได้เรียนเนื้อหา เรื่องการบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม และฟังก์ชันไปแล้ว
จำนวน 10 คน เพื่อหาข้อบกพร่องของแบบทดสอบ เช่น การใช้ภาษา ระยะเวลาที่ใช้ทดสอบ แล้ว
นำมาแก้ไขปรับปรุง

3.1.7 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องตามข้อ 3.1.6 ไปทดลองกับ
นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ปีการศึกษา 2540 โรงเรียนกรุงเทพ
การบัญชีวิทยาลัย จำนวน 128 คน ซึ่งเป็นกลุ่มที่เรียนเนื้อหาเรื่องการบวก การลบ การคูณ การหาร
ทศนิยมและฟังก์ชันแล้ว ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

3.1.8 ตรวจให้คะแนนโดยข้อที่ทำถูกให้ 1 คะแนน ถ้าทำผิด ไม่ตอบหรือตอบ
เกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน จากนั้นนำคะแนนมาวิเคราะห์เป็นรายข้อ โดยใช้โปรแกรมสิรี
(Siree) คัดไว้เฉพาะข้อที่มีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .20 ถึง .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20
ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยคำนวณจากสูตร KR - 20 ได้ค่าความเชื่อมั่น
ของแบบทดสอบเรื่องการบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยมและฟังก์ชัน เท่ากับ 0.74 และ 0.71
ตามลำดับ โดยแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียนแต่ละฉบับ คัดเลือกไว้ 10 ข้อ ใช้เวลา
ในการทดสอบ 20 นาที

3.1.9 นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 3.1.8 เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญา
นิพนธ์ตรวจสอบ เพื่อแก้ไขปรับปรุงก่อนนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง

3.2 การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
เพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอน
ดังนี้

3.2.1 วิเคราะห์เนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้

3.2.2 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
และเทคนิคการเขียนข้อสอบ

3.2.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึมแบบประนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 120 นาที โดยสร้างให้สอดคล้องตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้

3.2.4 นำแบบทดสอบนี้สร้างตามข้อ 3.2.3 ไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอน คณิตศาสตร์ จำนวน 2 คน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษา และ ส่วนวนที่ใช้

3.2.5 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องแล้วไปทดลองใช้กับนักศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ปีการศึกษา 2540 โรงเรียนกรุงเทพมหานครการบัญชี วิทยาลัย จำนวน 10 คน ซึ่งเป็นกลุ่มที่เรียนเนื้อหาลอการิทึมแล้ว และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหา ข้อบกพร่องของแบบทดสอบ เช่น การใช้ภาษา ระยะเวลาที่ใช้ทดสอบ แล้วนำมาแก้ไขปรับปรุง

3.2.6 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องตามข้อ 3.2.5 ไปทดลองกับ นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ปีการศึกษา 2540 โรงเรียน กรุงเทพมหานครการบัญชีวิทยาลัย จำนวน 128 คน ซึ่งเป็นกลุ่มที่เรียนเนื้อหาลอการิทึมแล้ว ที่ไม่ใช้กลุ่ม ตัวอย่าง

3.2.7 ตรวจให้คะแนนโดยข้อที่ทำถูกให้ 1 คะแนน ถ้าทำผิด ไม่ตอบ หรือ ตอบเกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน จากนั้นนำคะแนนมาวิเคราะห์เป็นรายข้อโดยใช้โปรแกรมสิรี (Siree) คัดไว้เฉพาะข้อที่มีค่าความยากง่าย(p) ตั้งแต่ .20 ถึง .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยคำนวณจากสูตร KR - 20 ได้ค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบเท่ากับ 0.74 แล้วคัดเลือกข้อสอบไว้ 40 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 80 นาที

3.2.8 นำแบบทดสอบที่ได้จากข้อ 3.2.7 เสนอคณะกรรมการควบคุมปริญญา นิพนธ์ตรวจสอบ เพื่อแก้ไขปรับปรุงก่อนนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง

3.2.9 สร้างแบบทดสอบเรื่องลอการิทึมแบบอัตนัย 2 ข้อ เพื่อแสดงวิธีทำ เกี่ยวกับการนำลอการิทึมไปใช้ โดยปรึกษาคณะกรรมการควบคุมปริญญา นิพนธ์

วิธีดำเนินการทดลอง

1. แบ่งกลุ่มตัวอย่างนักศึกษาออกเป็น 2 กลุ่ม คือ
 - กลุ่มทดลอง จำนวน 43 คน
 - กลุ่มควบคุม จำนวน 43 คน

2. ผู้วิจัยดำเนินการทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม ตามขั้นตอนดังนี้

2.1 ให้กลุ่มทดลองทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน เพื่อแยกนักศึกษาเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ไม่ผ่านแบบทดสอบกับกลุ่มที่ผ่านแบบทดสอบ ซึ่งกลุ่มที่ไม่ผ่านแบบทดสอบจำแนกได้เป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ไม่ผ่านแบบทดสอบเรื่องการบวก การลบ การคูณ การหาร ทศนิยม และกลุ่มที่ไม่ผ่านแบบทดสอบเรื่องฟังก์ชัน แล้วดำเนินการสอนตามขั้นตอน ดังนี้

2.1.1 กลุ่มทดลองที่ไม่ผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนชุดที่ 1 เรื่องความรู้พื้นฐาน ประกอบด้วย บทเรียนโปรแกรม จำนวน 2 หน่วย เอกสารสรุปการเรียนรู้ แบบฝึกหัดในรูปแบบของการเติมคำ แผ่นโปร่งใสสรุปบทเรียนและแผนการสอนจำนวน 3 คาบ แต่ละคาบใช้เวลา 45 นาที โดยให้นักศึกษาแต่ละคนศึกษาบทเรียนโปรแกรมด้วยตนเองนอกชั้นเรียน หลังจากจบบทเรียนแต่ละหน่วยแล้วครูจะสรุปเนื้อหาในบทเรียนนั้นโดยใช้แผ่นโปร่งใส จากนั้นนักศึกษาแต่ละคนจะทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน ถ้า นักศึกษาคนใดทำคะแนนสอบต่ำกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มในแต่ละหน่วย ถือว่าสอบไม่ผ่าน ครูจะให้นักศึกษาทำกิจกรรมการเรียนการสอนเหมือนเดิมในแต่ละหน่วยที่ไม่ผ่าน จนกว่านักศึกษาจะสอบผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียนในแต่ละหน่วยโดยได้คะแนนสอบ ตั้งแต่ ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มในแต่ละหน่วย จึงจะถือว่าสอบผ่านความรู้พื้นฐานหลังเรียนทั้งหมด

2.1.2 กลุ่มทดลองที่ผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียนและกลุ่มทดลองที่ผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน - เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนชุดที่ 2 เรื่องลอการิทึม ประกอบด้วยกิจกรรมการเรียนรู้รวมจำนวน 11 คาบ เอกสารการบรรยาย เอกสารสรุปบทเรียนแบบฝึกหัดในรูปแบบของการแสดงวิธีทำ เครื่องคิดเลข แผ่นโปร่งใสที่มีเนื้อหาตามเอกสารการบรรยาย แผ่นโปร่งใสสรุปบทเรียน และแผนการสอนจำนวน 11 คาบ แต่ละคาบใช้เวลา 45 นาที ซึ่งกิจกรรมการเรียนการสอนเป็นกิจกรรมการเรียนรู้รวมมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

2.1.2.1 ครูแบ่งกลุ่มนักศึกษา

2.1.2.2 ครูทบทวนเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานจากบทเรียนโปรแกรมหรือทบทวนความรู้เดิมที่จำเป็นต้องใช้ในเนื้อหาใหม่แต่ละคาบ

2.1.2.3 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้

2.1.2.4 ครูบรรยายเนื้อหาใหม่โดยใช้แผ่นโปร่งใสที่มีเนื้อหาตาม

เอกสารการบรรยาย

2.1.2.5 ครูแจกงานกลุ่มที่เป็นแบบฝึกหัดพร้อมเอกสารการบรรยาย และอนุญาตให้นักศึกษาใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณ

2.1.2.6 นักศึกษาแต่ละกลุ่มแบ่งหน้าที่รับผิดชอบและทำงานร่วมกัน

2.1.2.7 นักศึกษาแต่ละกลุ่มจะสรุปเนื้อหาและประเมินผลของการทำงานกลุ่ม พร้อมทั้งส่งผลงานของแต่ละกลุ่ม

2.1.2.8 ครูจะสุ่มผลงานของนักศึกษามาอภิปรายร่วมกัน

2.1.2.9 ครูสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้นโดยใช้แผ่นโป่งใส

2.2.2.10 ครูให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบทดสอบย่อย

2.2.2.11 ครูให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดรายบุคคล

2.2 กลุ่มควบคุมเรียนโดยวิธีสอนปกติ ซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์เป็นผู้สอน ใช้เวลาทั้งหมด 14 คาบ คาบละ 45 นาที

3. หลังจากการเรียน 14 คาบ ของทั้งสองกลุ่มแล้ว จะทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มพร้อม ๆ กัน ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบปรนัยจำนวน 40 ข้อ ที่ได้วิเคราะห์แล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ 80 นาที และเป็นแบบ อัตนัยแสดงวิธีทำจำนวน 2 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 20 นาที

4. ตรวจสอบข้อสอบแบบปรนัยโดยข้อที่ทำถูกให้คะแนน 1 คะแนน ข้อที่ทำผิด หรือไม่ตอบ หรือตอบเกิน 1 ตัวเลือก ให้ 0 คะแนน แล้วนำคะแนนที่ได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

5. ตรวจสอบข้อสอบอัตนัยแสดงวิธีทำจำนวน 2 ข้อ คะแนนเต็ม 20 คะแนน เพื่อนำคะแนนที่ได้ไปอภิปรายผลต่อไป

6. นำคะแนนที่ได้จากหัวข้อ 4. ทำการทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. หาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

2. ทดสอบสมมติฐานที่ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม ของนักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม สูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ โดยดำเนินการทดสอบตามลำดับดังนี้

2.1 ทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนของนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test)

2.2 คะแนนจากข้อ 2.1 มีการแจกแจงปกติจึงเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่มโดยใช้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่ม ซึ่งใช้ค่าสถิติ Z ทดสอบ (Z - Test For Testing The Difference Between Two Population Means)

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน
2. สถิตินำค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคำนวณจาก KR-20 วิเคราะห์โดยใช้โปรแกรมสรี (Siree)
3. สถิติเพื่อการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ การทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรสองกลุ่ม ซึ่งใช้ค่าสถิติ Z ทดสอบ (Z - Test For Testing the Difference Between Two Population Means)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 เรื่องลอการิทึม ตามหลักสูตรของสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล (ฉบับปรับปรุง) พุทธศักราช 2536 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน และกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนั้น ผู้วิจัยใช้วิธีการทางสถิติ หรือการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 เรื่องลอการิทึม ตามหลักสูตรของสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล (ฉบับปรับปรุง) พุทธศักราช 2536 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด
2. การทดสอบลิลลี่ฟอर्स (Lilliefors Test) เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1
3. ค่าสถิติ Z ทดสอบ (Z - test) เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนจากการทดสอบกลุ่มตัวอย่างนักศึกษา ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องลอการิทึม เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 40 ข้อ ได้ผลการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ตามหลักสูตรของสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล (ฉบับปรับปรุง) พุทธศักราช 2536 เรื่องลอการิทึม ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และสัมประสิทธิ์ของการแปรผัน
ของคะแนนของนักศึกษาในกลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักศึกษา (คน)	คะแนนเต็ม (คะแนน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ร้อยละของ $\bar{x}$ คิดจาก คะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S)	สัมประสิทธิ์ของ การแปรผัน (C.V.)
กลุ่มทดลอง	43	40	16.72	41.8	6.29	0.38
กลุ่มควบคุม	43	40	13.53	33.83	5.94	0.44

จากตาราง 3 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองกลุ่มต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักศึกษาในกลุ่มทดลองสูงกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของ
นักศึกษาในกลุ่มควบคุม และการกระจายของคะแนนของนักศึกษาในกลุ่มทดลองน้อยกว่ากลุ่มควบคุม

2. ผลการทดสอบภาวะการแจกแจงปกติ ของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนของนักศึกษาในกลุ่มตัวอย่างระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 โดยการใช้การทดสอบ
ลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test) ปรากฏดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงค่าสถิติของการทดสอบลิลล์ฟอร์ส เพื่อทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนน
จากแบบทดสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตร
วิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักศึกษา (คน)	ค่าสถิติ (T)	ค่าวิกฤต
กลุ่มทดลอง	43	0.0855	0.1572
กลุ่มควบคุม	43	0.1182	0.1572

จากตาราง 4 พบว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด คือ กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

3. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตร
วิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวน นักศึกษา (คน)	ค่าเฉลี่ย เลขคณิต ($\bar{x}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (S)	ค่า สถิติ (Z)	ค่าวิกฤต
กลุ่มทดลอง	43	16.72	6.29	2.42**	2.33
กลุ่มควบคุม	43	13.53	5.94		

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

จากตาราง 5 จะเห็นว่าค่าสถิติ Z (2.42) มากกว่าค่าวิกฤต (2.33) แสดงว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึมของนักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน และกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม (กลุ่มทดลอง) สูงกว่าของนักศึกษาที่เรียนโดยใช้วิธีสอนปกติ (กลุ่มควบคุม) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรเทคโนโลยีราชมงคล (ฉบับปรับปรุง) พุทธศักราช 2536 เรื่องลอการิทึม ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม กับการเรียนโดยวิธีสอนปกติ ซึ่งสรุปสาระโดยสังเขปได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม กับการเรียนโดยวิธีสอนปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

นักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

วิธีดำเนินการทดลอง

1. คัดเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยวิธีสุ่มแบบแบ่งกลุ่ม (Cluster Sampling) ได้ห้องเรียน 2 ห้อง จากทั้งหมด 20 ห้อง จากนั้นจับฉลากเพื่อเลือกว่าห้องใดเป็นกลุ่มทดลองและห้องใดเป็นกลุ่มควบคุม ซึ่งจำนวนนักศึกษาในแต่ละกลุ่ม คือ

กลุ่มทดลอง จำนวนนักศึกษา 43 คน

กลุ่มควบคุม จำนวนนักศึกษา 43 คน

กลุ่มทดลองมีการแบ่งกลุ่มอีกโดยการนำคะแนนคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองมาเรียงจากคะแนนสูงสุดไปหาคะแนนต่ำสุดตามลำดับ จากนั้นจึงแบ่งคะแนนนักศึกษาออกเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีคะแนนสูงสุดจำนวน $\frac{1}{4}$ ของนักศึกษาทั้งหมด กลุ่มที่มีคะแนนปานกลางจำนวน $\frac{1}{2}$ ของนักศึกษาทั้งหมด และกลุ่มที่มีคะแนนต่ำจำนวน $\frac{1}{4}$ ของนักศึกษาทั้งหมด หลังจากนั้น

สื่อนักศึกษาจากกลุ่มที่มีคะแนนสูงมา 1 คน กลุ่มที่มีคะแนนปานกลาง 2 คน และกลุ่มที่มีคะแนนต่ำ 1 คน มารวมเป็นกลุ่มย่อยกลุ่มละ 4 คน ได้กลุ่มย่อยทั้งหมด 10 กลุ่ม ส่วนนักศึกษาที่เหลืออีก 3 คน ซึ่งประกอบด้วยสมาชิก 3 คน ได้แก่ นักศึกษาที่มีความสามารถสูง 1 คน ความสามารถปานกลาง 1 คน และความสามารถต่ำ 1 คน เป็นกลุ่มย่อยที่ 11 นักศึกษากลุ่มทดลองแต่ละกลุ่มทั้ง 11 กลุ่ม เรียนด้วยชุดการเรียนรู้การสอนชุดที่ 2 โดยเรียนเป็นกลุ่มแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

2. ดำเนินการทดลองสอนคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง เรื่องลอการิทึม ดังนี้

2.1 กลุ่มทดลองทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียนเพื่อแยกนักศึกษาเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ไม่ผ่านแบบทดสอบกับกลุ่มที่ผ่านแบบทดสอบ แล้วดำเนินการสอนตามขั้นตอน ดังนี้

2.1.1 กลุ่มทดลองที่ไม่ผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนชุดที่ 1 เรื่องความรู้พื้นฐาน ประกอบด้วย บทเรียนโปรแกรม เรื่องการบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม 1 ชุด และเรื่องฟังก์ชัน 1 ชุด เอกสารสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบการเติมคำ จำนวน 3 บทเรียน แผ่นโป่งใสสรุปบทเรียน จำนวน 3 คาบเรียน คาบละ 45 นาที สำหรับการใช้บทเรียนโปรแกรมจะให้นักศึกษาศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน เพื่อเป็นการเสริมความรู้พื้นฐาน หลังจากศึกษาจบบทเรียนแต่ละหน่วยแล้ว แล้วครูจะสรุปเนื้อหาในบทเรียนนั้นโดยใช้แผ่นโป่งใส จากนั้นนักศึกษาทำแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน ซึ่งเป็นแบบทดสอบคู่ขนานกับแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน เมื่อนักศึกษาคนใดสอบไม่ผ่าน ครูจะให้นักศึกษาทำกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเหมือนเดิมจนกว่านักศึกษาจะสอบผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน

2.1.2 กลุ่มทดลองที่ผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน และกลุ่มทดลองที่ผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้การสอนชุดที่ 2 เรื่องลอการิทึม เป็นชุดการเรียนรู้การสอนแบบผสม ซึ่งประกอบด้วย เอกสารการบรรยาย เอกสารสรุปบทเรียน พร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบของการแสดงวิธีทำ จำนวน 10 บทเรียน กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมแบบกลุ่มย่อย แผ่นโป่งใสที่มีเนื้อหาตามเอกสารการบรรยาย แผ่นโป่งใสสรุปบทเรียน จำนวน 11 คาบ คาบละ 45 นาที ชุดการเรียนรู้การสอนชุดที่ 2 นี้ให้เรียนในชั้นเรียน โดยครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการทบทวนความรู้พื้นฐานจากบทเรียนแบบโปรแกรมในชุดที่ 1 ที่ให้นักศึกษาศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน ต่อจากนั้นครูบรรยายเนื้อหาเรื่องลอการิทึมโดยใช้แผ่นโป่งใส ซึ่งมีเนื้อหาตามเอกสารการบรรยาย และให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มร่วมมือการทำงาน ร่วมรับผิดชอบและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในการทำแบบฝึกหัดที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนสรุปบทเรียนหลังจากนั้น

ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบทดสอบท้ายคาบ และทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้านเพื่อฝึกทักษะและการนำไปใช้

2.2 กลุ่มควบคุมเรียนตามปกติ ซึ่งอาจารย์ประจำวิชาคณิตศาสตร์เป็นผู้สอน ใช้เวลาในการเรียน 14 คาบ คาบละ 45 นาที

3. หลังจากเรียนครบ 14 คาบ ทั้ง 2 กลุ่มแล้ว ทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง เรื่องลอการิทึม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ ที่ได้ปรับปรุงคุณภาพแล้ว ใช้เวลา 80 นาที แล้วนำคะแนนไปวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป หลังจากนั้นทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มพร้อม ๆ กัน ด้วยแบบทดสอบแสดงวิธีทำเรื่องลอการิทึมเป็นแบบอัตนัยจำนวน 2 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที เพื่อนำคะแนนที่ได้ไปช่วยประกอบการอภิปรายผลต่อไป

สรุปผลการวิจัย

นักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอน และกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 เรื่องลอการิทึมของนักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมสูงกว่าของนักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ ทั้งนี้เนื่องจาก

1. นักศึกษามีความรู้พื้นฐานก่อนเรียนเรื่องลอการิทึม ซึ่งได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหารของทศนิยม และฟังก์ชัน โดยสอบผ่านแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐาน หรือถ้าสอบไม่ผ่านนักศึกษาได้ศึกษาจากบทเรียนโปรแกรมนอกชั้นเรียนด้วยตนเองก่อนเรียนเนื้อหาในชั้นเรียน ซึ่งบทเรียนโปรแกรมที่นักศึกษาศึกษานั้นเป็นบทเรียนเสริมความรู้พื้นฐาน ซึ่งเนื้อหาดังกล่าวนั้นเป็นความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนเรื่องลอการิทึมในแต่ละคาบ และบทเรียนโปรแกรมนี้ได้สร้างขึ้นโดยคำนึงถึงงานวิจัยเกี่ยวกับจุดบกพร่องต่าง ๆ ของนักศึกษาที่เรียนเรื่องลอการิทึม นับว่าเป็นการแก้ไขได้ตรงจุด จึงทำให้นักศึกษามีความเข้าใจพื้นฐานเรื่องนี้อย่างถูกต้อง ซึ่งเป็นการเตรียมความพร้อมให้กับนักศึกษาในการเรียนเรื่องลอการิทึม

2. มีการสรุป และตอบข้อสงสัยของนักศึกษาจากเนื้อหาในบทเรียนโปรแกรมความรู้พื้นฐานทำให้นักศึกษามีความเข้าใจในความรู้พื้นฐานตรงกัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานกับเรื่องลอการิทึมได้อย่างถูกต้อง

3. ในชั้นเรียนผู้วิจัยได้ใช้ชุดการเรียนการสอนแบบผสม เรื่องลอการิทึม ซึ่งชุดการเรียนการสอนนี้ผู้วิจัยได้แยกเนื้อหาที่สอนเป็นชุดย่อย ๆ เรียงลำดับต่อเนื่องจากง่ายไปหายาก ทำให้นักศึกษาเกิดการเชื่อมโยงความรู้เป็นลำดับต่อเนื่องกัน และนอกจากนี้แล้วผู้วิจัยยังได้ใช้วิธีการสอนแบบต่าง ๆ สำหรับการเรียนการสอนชุดนี้ ได้แก่

3.1 การเรียนเป็นกลุ่มใหญ่ โดยผู้วิจัยเป็นผู้บรรยายด้วยการใช้แผ่นโปสเตอร์ ทำให้นักศึกษาสนใจติดตามเนื้อหาตลอดเวลา ซึ่งช่วยให้การบรรยายใช้เวลาน้อยลง

3.2 การเรียนเป็นกลุ่มย่อยแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมเมื่อจบการบรรยาย โดยผู้วิจัยมอบหมายงานให้แต่ละกลุ่ม เพื่อเปิดโอกาสให้นักศึกษามีประสบการณ์ในการฝึกคิดค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง ร่วมมือกันทำงานแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาและสรุปเนื้อหาที่เรียน สิ่งเหล่านี้เป็นการเรียนอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด จึงทำให้นักศึกษาเกิดความเข้าใจและความคิดรวบยอดเรื่องลอการิทึม

3.3 ขณะที่นักศึกษาปฏิบัติงานร่วมกันผู้วิจัยให้นักศึกษาใช้เครื่องคำนวณช่วยในการคิดคำนวณ ทำให้นักศึกษาไม่ต้องเสียเวลาในการคิดคำนวณนานนัก

3.4 การสรุปเนื้อหาในแต่ละคาบเรียน ทำให้นักศึกษามีความเข้าใจตรงกัน และมีมโนคติในเนื้อหาแต่ละคาบอย่างถูกต้อง

3.5 การทดสอบย่อยในแต่ละคาบเรียนหลังจากผู้วิจัยสรุปเนื้อหาแล้ว ทำให้นักศึกษามีความกระตือรือร้นที่จะพยายามทำความเข้าใจในเนื้อหานั้น ๆ มากยิ่งขึ้น

3.6 การให้แบบฝึกหัดเสริมเป็นการบ้านนั้น นักศึกษามีความรู้และทักษะในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ ทำให้นักศึกษาเกิดความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนกระจ่างและชัดเจนยิ่งขึ้น

3.7 การแจกเอกสารสรุปเนื้อหาให้นักศึกษาทุกคาบเรียนหลังจากทดสอบย่อย ทำให้นักศึกษาสามารถนำกลับไปทบทวนเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียนที่บ้านได้

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้น นักศึกษากลุ่มทดลองสามารถถ่ายทอด และเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นรูปธรรมไปเป็นนามธรรม จึงทำให้นักศึกษากลุ่มทดลองเกิดทัศนคติที่ดี มีความเชื่อมั่นในตนเองและมีความเข้าใจอย่างชัดเจน โดยทั้งนี้เมื่อนักศึกษามีความพร้อมในการเรียนแล้ว นักศึกษาจะสามารถนำข้อมูลที่ได้รับทั้งหมดมาสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลให้อยู่ในรูปธรรม แล้วจึงเปลี่ยนข้อมูลเป็นนามธรรมที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาใหม่ได้ ซึ่งสอดคล้องตามทฤษฎีความเข้าใจ (Cognitive Theory) ของกลุ่มเกสตัลท์ (Gestalt Psychology) ที่ว่า (กมลรัตน์ หล้าสูงษ์, 2528 : 195)

ผู้เรียนสามารถนำข้อมูลที่มีอยู่เดิมเชื่อมโยงกับข้อมูลที่ได้รับมาใหม่และบูรณาการข้อมูลที่มีอยู่ทั้งหมดให้เป็นข้อมูลใหม่อีกครั้ง (กฎแห่งความต่อเนื่อง : Law of Proximity) แล้วจึงนำข้อมูลนั้นมาสร้างเป็นแบบแผนความคิดอันใหม่ซึ่งเป็นนามธรรม (กฎแห่งการสิ้นสุด : Law of Closure) ทำให้นักศึกษากลุ่มทดลองพัฒนาสติปัญญาของตน จึงทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาคะแนนจากแบบทดสอบแสดงวิธีทำวิชาคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง เรื่องลอการิทึม แบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ ของนักศึกษาทั้งสองกลุ่ม ผลปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักศึกษากลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม และจำนวนนักศึกษาที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มนั้น นักศึกษากลุ่มทดลองมีจำนวน 8 คน แต่กลุ่มควบคุมมีเพียง 1 คน รวมทั้งเมื่อพิจารณาเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องลอการิทึม ซึ่งกลุ่มทดลองใช้เวลาเรียน 11 คาบ กลุ่มควบคุมใช้เวลาเรียน 14 คาบ แต่จำนวนนักศึกษาที่สอบผ่านแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องลอการิทึม ทั้งแบบปรนัยและอัตนัย โดยแสดงวิธีทำ กลุ่มทดลองมีจำนวน 5 คนที่ผ่าน กลุ่มควบคุมมีจำนวน 1 คนที่ผ่าน ดังนั้นจึงเป็นที่ยืนยันยิ่งขึ้นว่า นักศึกษากลุ่มทดลองมีความเข้าใจในเนื้อหาเรื่องลอการิทึมสูงกว่านักศึกษากลุ่มควบคุม

แต่มีประเด็นที่น่าสังเกตอีกประการหนึ่งก็คือ จากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง เรื่องลอการิทึม แบบปรนัยและแบบอัตนัยโดยแสดงวิธีทำ พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบทั้งสองฉบับของทั้งสองกลุ่มต่ำกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม สาเหตุที่เป็นเช่นนี้อาจเนื่องจาก ทั้งสองกลุ่มมาจากโรงเรียนประเภทอาชีวศึกษา โดยเฉพาะอย่างยิ่งสาขาการตลาด ซึ่งนักศึกษาส่วนใหญ่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในเกณฑ์ต่ำ นักศึกษาจึงต้องใช้เวลาในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้รวมมากกว่าเวลาที่กำหนด จึงทำให้เหลือเวลาสำหรับการสรุปเนื้อหาในบทเรียน และการทำความเข้าใจในบทเรียนน้อยลง

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ครูคณิตศาสตร์ควรจะนำผลการวิจัยนี้ไปเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาการเรียนการสอนเรื่องลอการิทึมและเนื้อหาอื่น ๆ สำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง

1.2 ครูคณิตศาสตร์ควรรู้ข้อบกพร่องเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานในการเรียนเนื้อหาของนักศึกษาจากผู้สอนที่มีประสบการณ์หรืองานวิจัยต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อมูลในการปรับความรู้พื้นฐานของนักศึกษาในการเรียนเนื้อหานั้น

1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ครูคณิตศาสตร์ควรคำนึงถึงระยะเวลาที่จัดกิจกรรมให้นักศึกษาปฏิบัติจะต้องเหมาะสมกับเนื้อหาที่จัด เพื่อที่นักศึกษาจะได้มีเวลาเพียงพอในการทำความเข้าใจเนื้อหานั้น เมื่อจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมโดยครูมอบหมายงานให้นักศึกษาปฏิบัติ ครูจะต้องคำนึงถึงความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้เนื้อหา จากนั้นจึงกำหนดเวลาให้เพียงพอกับความสามารถของผู้เรียนที่จะได้ทบทวนและปรึกษาหารือกันในกลุ่มผู้เรียน

1.4 ครูคณิตศาสตร์ที่จะนำชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมในลักษณะเดียวกันนี้ไปใช้ ควรคำนึงถึงบรรยากาศในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม เพื่อให้ นักศึกษาเกิดความรู้สึกที่ดีขณะที่เรียน เช่น ขณะที่นักศึกษาทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันนั้น มีความรู้สึกพึงพอใจในการทำงานร่วมกัน เป็นการเตรียมความพร้อมให้นักศึกษาทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ เมื่อจบการศึกษาในระดับนี้ไปแล้ว

1.5 ควรมีการสนับสนุนให้มีการอบรมวิธีการสร้างชุดการเรียนการสอนและ กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมแก่ครูประจำการ เพื่อจะได้นำไปประยุกต์ใช้ในการเรียนการสอนอย่างกว้างขวาง

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

2.1 ควรนำชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมเรื่องลอการิทึมในแนวที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ไปปรับปรุงแก้ไขและทดลองกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ในระดับเดียวกัน เช่น สาขา การเลขานุการ การบัญชี และคอมพิวเตอร์ธุรกิจ เป็นต้น หรือระดับอื่น เช่น ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยเปรียบเทียบกับการเรียนโดยวิธีสอนปกติ เพื่อให้ได้ชุดการเรียนการสอนเรื่อง ลอการิทึมที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2.2 ควรมีการสร้างชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมวิชาคณิตศาสตร์ ในลักษณะเดียวกันนี้กับเนื้อหาอื่น และระดับชั้นอื่นที่เหมาะสม แล้วนำไปทดลองใช้เพื่อดูว่า เนื้อหาในเรื่องใดบ้างที่ใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมในลักษณะเดียวกันนี้แล้ว ได้ผลดีกว่าการเรียนรู้โดยวิธีสอนปกติ

2.3 ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการใช้วิธีการเรียนการสอนและสื่อการเรียนการสอนในรูปแบบอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากการใช้ชุดการเรียนการสอน และกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ซึ่งคาดว่าจะทำให้นักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงทางด้านอาชีวศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กาญจนา สุจินพงษ์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้รวม. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2539. อัดสำเนา.
- ขวัญใจ บุญฤทธิ์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบ TAI กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2534. อัดสำเนา.
- จุมพต จำวีระ. การพัฒนาชุดการสอนเพื่อพัฒนาสมรรถภาพในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2538. อัดสำเนา.
- ชวลิต สูงใหญ่. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ และความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ อันเป็นผลจากการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อย. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530. อัดสำเนา.
- ชัยยงค์ พรหมวงศ์. "ชุดการสอนระดับประถมศึกษา," ใน เอกสารการสอนชุดวิชาสื่อการสอนระดับประถมศึกษาหน่วยที่ 8-15. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2525.
- ชูชีพ อ่อนโคกสูง. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : อัมรินทร์การพิมพ์, 2528.
- บรรจง แก้ววิเศษกุล. การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการหารสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3. ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.
- ประวดี เกตยา. การศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ค 013 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ ในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 เขตการศึกษา 10. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2528. อัดสำเนา.
- เปรมจิตต์ ขจรภัย ลาร์เซน. "วิธีการสอนแบบการเรียนรู้ร่วมกัน," เอกสารประกอบการบรรยาย. กรุงเทพฯ, 2536. อัดสำเนา.

- พัศนีย์ นันทา. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง เรื่อง “ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมธรรมชาติ”. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2536. อัดสำเนา.
- ✓ มงคล ศิริชัย. การพัฒนาชุดการเรียนการสอนรายบุคคลวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “สถิติ” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบางกล่ำวิทยา รัชมงคลวิทยะ จังหวัดสงขลา. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2538. อัดสำเนา.
- มยุรี สาลิมวงศ์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.
- มหาวิทยาลัย, ทบวง. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ทบวงมหาวิทยาลัย, 2524. อัดสำเนา.
- ✓ ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.
- ลัดดา สุขปรีดี. เทคโนโลยีการเรียนการสอน. กรุงเทพฯ : โอเคเอ็นสโตร์, 2523.
- วิชาการ, กรม. รายงานการวิจัยการจัดการศึกษาระดับประถม มัธยม และอาชีวศึกษาของไทยในทศวรรษหน้าที่สอดคล้องกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงทางสังคม. กรุงเทพฯ : กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ, 2534.
- ✓ วิรัช กุมุทมาศ. หลักการอาชีวศึกษา. วารสารอาชีวศึกษา. 11 (สิงหาคม 2528) : 49 - 50.
- ✓ วิริยะ ศิริชานนท์. การพัฒนาและการประเมินผลชุดการเรียนการสอนซ่อมเสริมทักษะการคูณสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. อัดสำเนา.
- ศรไกร รุ่งรอด. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. อัดสำเนา.
- ✓ ศิริวรรณ โพธิ์สุวรรณ. การศึกษาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเพื่อซ่อมเสริมการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาการบวก และการลบ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2531. อัดสำเนา.

- สันต์ชัย เปี่ยมภูดา. การวิเคราะห์เนื้อหาและปัญหาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ช่วง
 อุตสาหกรรม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล.
 วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534. อัดส
- สุพจน์ แก้วกล้า. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนวิชา
 คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนซ่อมเสริม โดยใช้ชุด
 การสอนมินิคอร์ส. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร, 2534. อัดสำเนา.
- สุมาลี ลู่วัฒนกุล. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้
 ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพปีที่ 1 ที่เรียนโดยชุดการสอนมินิคอร์ส
 (Minicourse). ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร, 2529. อัดสำเนา.
- สุรศักดิ์ หลาบมาลา. "การเรียนการสอนแบบร่วมมือ," วิทยาจารย์. 86(2) ; กุมภาพันธ์ 2531.
- อุไร สันธวงสานันท์. ผลของการใช้ชุดการสอนเพื่อซ่อมเสริมที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 คณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลการเรียน
 คณิตศาสตร์ต่ำ. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2534.
 อัดสำเนา.
- เอิบศรี ดุษยะเดช. ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ช่วงอุตสาหกรรม 3 (สค.211) ระดับมัธยมศึกษา
 ปีที่ 5 โปรแกรมช่วงอุตสาหกรรม กรมสามัญศึกษา. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ :
 มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2529. อัดสำเนา.
- เอี่ยมฟ้า นาคโค. การเปรียบเทียบความบกพร่องในความรู้พื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษา
 ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาช่วงอุตสาหกรรมกับสาขาพาณิชยกรรม
 สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
 2535. อัดสำเนา.
- Browley, Oletha Daniels. "A Study to Evaluate the Effects of Using Multimedia Instructional
 Modules to Teach Time-Telling to Retarded Learners," Dissertation Abstracts.
 35 : 4280-A ; January, 1975.
- Chance, Clayton William, "Experimentation in Adaptation of Overhead Projector Utilizing 200
 Transparencies and 800 Overlays in Teaching Engineering, Descriptive Geometry
 Curriculum," Audio- Visual Communication Review. 9 : 17-18 ; July-August, 1961.

- Liu, Shian-Tung. "Effects of Teaching Calculator Use and Problem-Solving Strategies on Mathematics Performance and Attitude of Fifth- Grade Taiwanese and Female Students (China)," *Dissertation Abstracts*. 54(12) : 4345-A ; June, 1994.
- Moses, John Irvin. "A Comparison of the Results of Achievement with Programmed Learning and Traditional Classroom Teachniques in First Year Algebra at Spring Branch Junior High School," *Dissertation Abstracts*. 25(11) : 5593-A ; May, 1965.
- Riggs, Corinne Withlow. "The Construction and Evaluation of Programmed Test on Interpretation of Graphs for Grade Five," *Dissertation Abstracts*. 27(9) : 2748-A ; March, 1967.
- Robert E. Slavin. "Cooperative Learning and Cooperative School," *Educational Leadership*. November, 1987.
- _____. *Cooperative Learning Theory, Research, and Practice*. New Jersey, Prentice Hall, 1991.
- _____. "Research on Cooperative Learning Consensus and Controversy", *Educational Leadership*. 52 - 54 ; December 1989/January 1990.
- _____. "Synthesis of Research on Cooperative Learning," *Educational Leadership*. February 1991 : 71-82.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์ข้อมูล

ตาราง 6 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม แบบปรนัยชนิดเติมคำซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เคยเรียนเรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยมมาแล้ว จำนวน 128 คน

ข้อที่	p	r
1	.62	.58
2	.37	.65
3	.29	.60
4	.31	.65
5	.25	.69
6	.55	.62
7	.28	.59
8	.33	.54
9	.22	.48
10	.23	.64

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.74 โดยคำนวณจากสูตร KR - 20

ตาราง 7 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ วัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน แบบปรนัยชนิดเติมคำซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เคยเรียนเรื่อง ฟังก์ชันมาแล้ว จำนวน 128 คน

ข้อที่	p	r
1	.77	.35
2	.51	.47
3	.51	.25
4	.42	.31
5	.43	.46
6	.30	.42
7	.43	.48
8	.27	.52
9	.35	.50
10	.53	.59

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.71 โดยคำนวณจากสูตร KR - 20

ตาราง 8 แสดงค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง เรื่อง
ลอการิทึม แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ซึ่งได้จากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ทดสอบกับนักศึกษา
ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ที่เคยเรียนเรื่อง ลอการิทึมมาแล้ว จำนวน 128 คน

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	.77	.45	21	.40	.26
2	.28	.22	22	.52	.42
3	.77	.45	23	.30	.35
4	.67	.39	24	.74	.29
5	.54	.37	25	.57	.43
6	.62	.49	26	.44	.20
7	.64	.38	27	.42	.55
8	.51	.21	28	.39	.33
9	.78	.39	29	.74	.48
10	.54	.37	30	.61	.45
11	.54	.37	31	.73	.63
12	.33	.35	32	.66	.45
13	.67	.42	33	.48	.50
14	.78	.44	34	.47	.49
15	.47	.24	35	.43	.54
16	.49	.22	36	.52	.49
17	.61	.23	37	.36	.29
18	.56	.35	38	.77	.46
19	.53	.34	39	.30	.25
20	.59	.28	40	.26	.27

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เท่ากับ 0.74 โดยคำนวณจากสูตร KR - 20

ตาราง 9 แสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม แบบปรนัย
ชนิดเลือกตอบของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขา
การตลาด คะแนนเต็ม 40 คะแนน

เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม	เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม
1	5	21	23	20	7
2	18	15	24	29	15
3	11	13	25	19	10
4	23	20	26	10	16
5	15	7	27	21	13
6	26	11	28	16	17
7	11	9	29	6	6
8	18	11	30	6	6
9	21	8	31	21	7
10	12	8	32	25	11
11	19	24	33	11	10
12	20	11	34	14	12
13	23	15	35	18	15
14	24	8	36	17	12
15	19	17	37	14	15
16	19	17	38	10	17
17	16	12	39	19	30
18	12	12	40	17	16
19	20	19	41	15	23
20	15	15	42	18	29
21	33	5	43	5	6
22	8	12			

ตาราง 10 การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัย
ชนิดเลือกตอบของนักศึกษาในกลุ่มทดลอง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1
สาขาการตลาด

x	f	fx	x^2	fx^2
5	2	10	25	50
6	2	12	36	72
8	1	8	64	64
10	2	20	100	200
11	3	33	121	363
12	2	24	144	288
14	2	28	196	392
15	3	45	225	675
16	2	32	256	512
17	2	34	289	578
18	4	72	324	1,296
19	5	95	361	1,805
20	3	60	400	1,200
21	3	63	441	1,323
23	2	46	529	1,058
24	1	24	576	576
25	1	25	625	625
26	1	26	676	676
29	1	29	841	841
33	1	33	1,089	1,089
รวม	43	719		13,683

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{N}$$

$$= \frac{719}{43}$$

$$= 16.72$$

$$S = \sqrt{\frac{N\Sigma fx^2 - (\Sigma fx)^2}{N(N-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 13,683) - (719)^2}{43 \times 42}}$$

$$S = \sqrt{\frac{588,369 - 516,961}{1,806}}$$

$$= \sqrt{\frac{71,408}{1,806}}$$

$$= \sqrt{39.54}$$

$$S = 6.29$$

ตาราง 11 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ของนักศึกษา
กลุ่มทดลอง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาการตลาด โดยใช้การทดสอบลิลลี่ฟอर्स
(Lilliefors Test)

H_0 : คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มมาจากประชากรที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ

คะแนนกลุ่มทดลอง $\bar{x} = 16.72$, $S = 6.29$

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$	F (x_i)	S (x_i)	$ F(x_i) - S(x_i) $
5	-11.72	-1.86	.0301	.0233	.0068
5	-11.72	-1.86	.0301	.0456	.0164
6	-10.72	-1.70	.0446	.0698	.0252
6	-10.72	-1.70	.0446	.0930	.0484
8	-8.72	-1.39	.0823	.1163	.0340
10	-6.72	-1.07	.1423	.1395	.0028
10	-6.72	-1.07	.1423	.1628	.0205
11	-5.72	-0.91	.1814	.1860	.0046
11	-5.72	-0.91	.1814	.2093	.0279
11	-5.72	-0.91	.1814	.2326	.0512
12	-4.72	-0.75	.2266	.2558	.0292
12	-4.72	-0.75	.2266	.2791	.0525
14	-2.72	-0.43	.3336	.3023	.0313
14	-2.72	-0.43	.3336	.3256	.0080
15	-1.72	-0.27	.3936	.3488	.0448
15	-1.72	-0.27	.3936	.3721	.0215
15	-1.72	-0.27	.3936	.3953	.0017
16	-0.72	-0.11	.4562	.4186	.0376
16	-0.72	-0.11	.4562	.4419	.0143
17	0.28	0.04	.5160	.4651	.0509
17	0.28	0.04	.5160	.4884	.0276
18	1.28	0.20	.5793	.5116	.0677
18	1.28	0.20	.5793	.5349	.0444

ตาราง 11 (ต่อ)

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$	F (x_i)	S (x_i)	$ F(x_i) - S(x_i) $
18	1.28	0.20	.5793	.5581	.0212
18	1.28	0.20	.5793	.5814	.0021
19	2.28	0.36	.6406	.6047	.0359
19	2.28	0.36	.6406	.6279	.0127
19	2.28	0.36	.6406	.6512	.0106
19	2.28	0.36	.6406	.6744	.0338
19	2.28	0.36	.6406	.6977	.0571
20	3.28	0.52	.6985	.7209	.0224
20	3.28	0.52	.6985	.7442	.0457
20	3.28	0.52	.6985	.7674	.0689
21	4.28	0.68	.7517	.7907	.0390
21	4.28	0.68	.7517	.8140	.0623
21	4.28	0.68	.7517	.8372	.0855(T)
23	6.28	1.00	.8413	.8605	.0192
23	6.28	1.00	.8413	.8837	.0424
24	7.28	1.16	.8770	.9070	.0300
25	8.28	1.32	.9066	.9302	.0236
26	9.28	1.48	.9306	.9535	.0229
29	12.28	1.95	.9744	.9767	.0023
33	16.28	2.59	.9952	1.0000	.0048

$$n = 43 \quad w_{0.99} = 0.1572$$

$$\text{สรุป } T = \max |F(x_i) - S(x_i)| = .0855$$

เนื่องจาก $T < w_{0.99}$ ดังนั้นแสดงว่ายอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นั่นคือ คะแนนของกลุ่มทดลองสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ

0.01

ตาราง 12 การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแบบปรนัย
ชนิดเลือกตอบของนักศึกษาในกลุ่มควบคุม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1
สาขาการตลาด

x	f	fx	x ²	fx ²
5	1	5	25	25
6	3	18	36	108
7	3	21	49	147
8	3	24	64	192
9	1	9	81	81
10	2	20	100	200
11	4	44	121	484
12	5	60	144	720
13	2	26	169	338
15	6	90	225	1,350
16	2	32	256	512
17	4	68	289	1,156
19	1	19	361	361
20	1	20	400	400
21	1	21	441	441
23	1	23	529	529
24	1	24	576	576
29	1	29	841	841
30	1	30	900	900
รวม	43	582		9,361

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$$

$$= \frac{582}{43}$$

$$= 13.53$$

$$S = \sqrt{\frac{N\sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 9,361) - (582)^2}{43 \times 42}}$$

$$S = \sqrt{\frac{402,523 - 338,724}{1,806}}$$

$$= \sqrt{\frac{63,799}{1,806}}$$

$$= \sqrt{35.326}$$

$$= \sqrt{35.33}$$

$$S = 5.94$$

ตาราง 13 การทดสอบภาวะการแจกแจงปกติของคะแนนแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ ของนักศึกษา
กลุ่มควบคุม ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาการตลาด โดยใช้การทดสอบ
ลิลลี่ฟอร์ส (Lilliefors Test)

H_0 : คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติ

H_1 : คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มมาจากประชากรที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ

คะแนนกลุ่มทดลอง $\bar{x} = 13.53$, $S = 5.94$

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$	F (x_i)	S (x_i)	$ F(x_i) - S(x_i) $
5	-8.53	-1.44	.0749	.0233	.0516
6	-7.53	-1.27	.102	.0465	.0555
6	-7.53	-1.27	.102	.0698	.0322
6	-7.53	-1.27	.102	.0930	.0090
7	-6.53	-1.10	.1357	.1163	.0194
7	-6.53	-1.10	.1357	.1395	.0038
7	-6.53	-1.10	.1357	.1628	.0271
8	-5.53	-0.93	.1762	.1860	.0090
8	-5.53	-0.93	.1762	.2093	.0331
8	-5.53	-0.93	.1762	.2326	.0564
9	-4.53	-0.76	.2236	.2558	.0322
10	-3.53	-0.59	.2776	.2791	.0015
10	-3.53	-0.59	.2776	.3023	.0247
11	-2.53	-0.43	.3336	.3256	.0080
11	-2.53	-0.43	.3336	.3488	.0152
11	-2.53	-0.43	.3336	.3721	.0385
11	-2.53	-0.43	.3336	.3953	.0617
12	-1.53	-0.26	.3974	.4186	.0212
12	-1.53	-0.26	.3974	.4419	.0445
12	-1.53	-0.26	.3974	.4651	.0677
12	-1.53	-0.26	.3974	.4884	.0910
12	-1.53	-0.26	.3974	.5116	.1142
13	-0.53	-0.09	.3974	.5349	.0708
13	-0.53	-0.09	.4641	.5581	.0940

ตาราง 13 (ต่อ)

เรียงคะแนน (x_i) ของกลุ่มทดลอง	$x_i - \bar{x}$	$Z = \frac{X_i - \bar{X}}{S}$	F (x_i)	S (x_i)	$ F(x_i) - S(x_i) $
15	1.47	0.25	.4641	.5814	.0173
15	1.47	0.25	.5987	.6047	.0060
15	1.47	0.25	.5987	.6279	.0292
15	1.47	0.25	.5987	.6512	.0525
15	1.47	0.25	.5987	.6744	.0757
15	1.47	0.25	.5987	.6977	.0990
16	2.47	0.42	.6628	.7209	.0581
16	2.47	0.42	.6628	.7442	.0814
17	3.47	0.58	.7190	.7674	.0484
17	3.47	0.58	.7190	.7907	.0717
17	3.47	0.58	.7190	.8140	.0950
17	3.47	0.58	.7190	.8372	.1182(T)
19	5.47	0.92	.8212	.8605	.0393
20	6.47	1.09	.8621	.8837	.0216
21	7.47	1.26	.8962	.9070	.0108
23	9.47	1.59	.9441	.9302	.0139
24	10.47	1.76	.9608	.9535	.0073
29	15.47	2.60	.9953	.9767	.0186
30	16.47	2.77	.9972	1.0000	.0028

$$n = 43 \quad w_{0.99} = 0.1572$$

$$\text{สรุป } T = \max |F(x_i) - S(x_i)| = .1182$$

เนื่องจาก $T < w_{0.99}$ ดังนั้นแสดงว่ายอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นั่นคือ คะแนนของกลุ่มควบคุมสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติที่ระดับนัยสำคัญ

0.01

การทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึมของนักศึกษากลุ่มตัวอย่างระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้ค่าสถิติ Z ทดสอบ

กำหนดให้ μ_1 เป็นค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึมของ

นักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

μ_2 เป็นค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึมของ

นักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \mu_1 = \mu_2 \\
 H_1 &: \mu_1 > \mu_2 \\
 \bar{x}_1 &= 16.72 & \bar{x}_2 &= 13.53 \\
 S_1 &= 6.29 & S_2 &= 5.94 \\
 n_1 &= n_2 = 43 \\
 Z_\alpha &= Z_{0.01} = 2.33 \\
 Z &= \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(16.72 - 13.53) - 0}{\sqrt{\frac{(6.29)^2}{43} + \frac{(5.94)^2}{43}}} \\
 &= \frac{3.19}{\sqrt{\frac{39.56}{43} + \frac{35.28}{43}}} \\
 &= \frac{3.19}{\sqrt{0.92 + 0.82}} \\
 &= \frac{3.19}{\sqrt{1.74}} \\
 &= \frac{3.19}{1.32} \\
 &= 2.42
 \end{aligned}$$

พบว่า ค่าสถิติ Z (2.42) มากกว่า $Z_{0.01}$ (2.33) ดังนั้นแสดงว่าปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม ของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมสูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ

ตาราง 14 แสดงคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม แบบอัตนัย
 ของนักศึกษากลุ่มตัวอย่าง ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 สาขาการตลาด คะแนนเต็ม
 20 คะแนน

เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม	เลขที่	คะแนนของ กลุ่มทดลอง	คะแนนของ กลุ่มควบคุม
1	0.0	0.0	23	0.0	0.0
2	1.8	0.0	24	20.0	1.0
3	0.0	1.0	25	8.8	0.0
4	0.0	0.0	26	9.0	8.0
5	0.0	1.0	27	1.0	0.0
6	0.0	0.0	28	0.0	9.2
7	0.0	0.0	29	6.0	0.0
8	0.0	2.0	30	0.0	7.4
9	20.0	0.0	31	0.0	0.0
10	0.0	0.0	32	12.4	0.0
11	10.0	14.0	33	0.0	5.4
12	0.0	0.0	34	2.0	2.0
13	3.0	5.0	35	10.0	0.0
14	0.0	0.0	36	3.0	0.0
15	14.0	9.4	37	0.0	0.0
16	0.0	0.0	38	2.0	0.0
17	0.0	0.0	39	0.0	1.0
18	0.0	2.0	40	1.0	3.0
19	11.2	0.0	41	0.0	0.0
20	0.0	0.0	42	1.0	0.0
21	20.0	0.0	43	0.0	0.0
22	0.0	0.0			

ตาราง 15 การคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม แบบอัตนัย ของนักศึกษากลุ่มตัวอย่างระดับ
ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1

กลุ่มทดลอง					กลุ่มควบคุม				
x	f	fx	x ²	fx ²	x	f	fx	x ²	fx ²
0.0	24	0	0	0	0.0	28	0	0	0
1.0	3	3.0	1.00	1.00	1.0	4	4.0	1.00	4
1.8	1	1.8	3.24	3.24	2.0	3	6.0	4.00	12
2.0	2	4.0	4.00	8.00	3.0	1	3.0	9.00	9
3.0	2	6.0	9.00	18.00	5.0	1	5.0	25.00	25
6.0	1	6.0	36.00	36.00	5.4	1	5.4	29.16	29.16
8.8	1	8.8	77.44	77.44	7.4	1	7.4	54.76	54.76
9.0	1	9.0	81.00	81.00	8.0	1	8.0	64.00	64.00
10.0	2	20.0	100.00	200.00	9.2	1	9.2	84.64	84.64
11.2	1	11.2	125.44	125.44	9.4	1	9.4	88.36	88.36
12.4	1	12.4	153.76	153.76	14.0	1	14.0	196.00	196.00
14.0	1	14.0	196.00	196.00					
20.0	3	60.0	400.00	1200.00					
รวม	43	156.2	1186.88	2099.88	รวม	43	71.4	555.92	566.92

กลุ่มทดลอง

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{156.2}{43} = 3.63$$

$$S = \sqrt{\frac{N \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 2099.88) - (156.2)^2}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{90294.84 - 24398.44}{1806}}$$

$$= \sqrt{\frac{65896.4}{1806}}$$

$$= \sqrt{36.49}$$

$$= 6.04$$

กลุ่มควบคุม

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N} = \frac{71.4}{43} = 1.66$$

$$S = \sqrt{\frac{N \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{N(N-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(43 \times 566.92) - (71.4)^2}{43 \times 42}}$$

$$= \sqrt{\frac{24377.56 - 5097.96}{1806}}$$

$$= \sqrt{\frac{19279.6}{1806}}$$

$$= \sqrt{10.68}$$

$$= 3.30$$

ภาคผนวก ข

- แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของทศนิยมและฟังก์ชัน
 - แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของทศนิยมและฟังก์ชัน
 - แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน
 - แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง ลอการิทึม
- ตอนที่ 1 แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
- ตอนที่ 2 แบบอัตนัยแสดงวิธีทำ
- เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของทศนิยมและฟังก์ชัน
 - เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหาร ของทศนิยมและฟังก์ชัน
 - เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน
 - เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง ลอการิทึม
- ตอนที่ 1 แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ
- ตอนที่ 2 แบบอัตนัยแสดงวิธีทำ

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน

เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารของทศนิยมและฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบ 20 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที
2. ให้นักศึกษาเติมจำนวนและข้อความที่ถูกต้องลงในช่องคำตอบในกระดาษข้อสอบ
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้
4. ไม่ควรเสียเวลาในการทำข้อใดข้อหนึ่งนานเกินไป ถ้าคิดไม่ออกควรข้ามไปทำข้ออื่น ๆ

ก่อน เมื่อมีเวลาค่อยย้อนกลับมาคิดใหม่

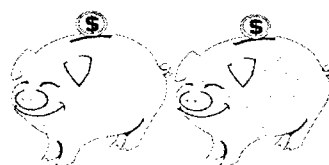
5. เมื่อทำเสร็จแล้วควรตรวจทานอีกครั้งหนึ่งก่อนส่งกระดาษข้อสอบ
6. ให้ส่งกระดาษคำตอบพร้อมข้อสอบ



หมายเหตุ

ห้ามเขียนในข้อสอบเด็ดขาด

- 1) $8.34 + 0.52 + 3.44 + 0.2$ เท่ากับ
- 2) $0.8 + 72 + (-0.354)$ เท่ากับ
- 3) -0.0089×-0.7 เท่ากับ
- 4) $(-21.11) \times (3.02) \times (-8.6)$ เท่ากับ
- 5) $3.4 \div (-0.0008)$ เท่ากับ
- 6) $\frac{0.0062 + 0.015}{0.0001}$ เท่ากับ
- 7) $\frac{(-3.245 - 1.7620)}{(12.354 - 3.215)}$ เท่ากับ
- 8) $-11.45 + \{(-4.5 \div 0.5) + (5 \times 6.27)\}$ เท่ากับ
- 9) $[4.42 + \{(-3.809) \times (-0.75)\}] \times (4.01 \div 2)$ เท่ากับ
- 10) $\{-40.5 \times 6.8\} + \{(-2.65) \div 3.3\}$ เท่ากับ

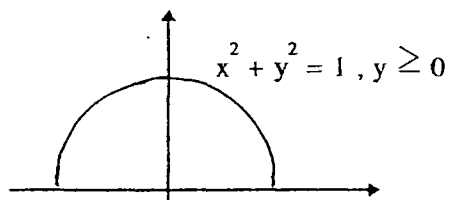


11. จงพิจารณาความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

$\{(1,a), (2,b), (3,c), (4,a)\}$

เพราะ

12. จากรูป กราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด



เพราะ

13. กำหนดให้ $A = \{2,4,6,8\}$, $B = \{0,1,2,3\}$ และ $r = \{(2,0),(6,3),(8,1)\}$

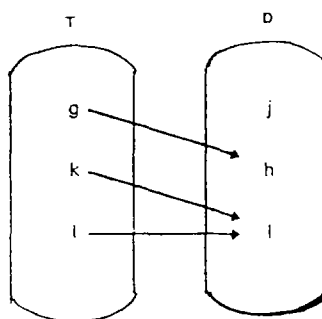
จงพิจารณาว่า r เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด

r

เพราะ

14. f เป็นฟังก์ชันจาก C ไปทั่วถึง D ก็ต่อเมื่อ

15. จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก T ไปทั่วถึง D หรือไม่ เพราะเหตุใด



เพราะ

16. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก S ไป U ก็ต่อเมื่อ

17. กำหนดให้ $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$ และ $r_1 = \{(1,4),(2,5),(3,4)\}$

จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ r_1 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B เพราะเหตุใด

r_1 _____ เพราะ _____

18. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก C ไปทั่วถึง D ก็ต่อเมื่อ _____

19. กำหนดให้ $C = \{t,y,u\}$, $D = \{v,h,u\}$

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก D ไปทั่วถึง C หรือไม่ เพราะเหตุใด

$\{(u,u) , (h,y) , (v,u)\}$ _____ เพราะ _____

20. $A = \{4,5,6,7\}$, $B = \{a,b,c,d,e,f\}$

ดังนั้น $G = \{(a,4) , (b,4) , (c,5) , (d, 6) , (e,5) , (f,7)\}$

จงหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน G รวมทั้งพิจารณา อินเวอร์สของฟังก์ชัน G หรือ (G^{-1}) ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

G^{-1} = _____

G^{-1} เป็นฟังก์ชันหรือไม่ _____ เพราะ _____

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน

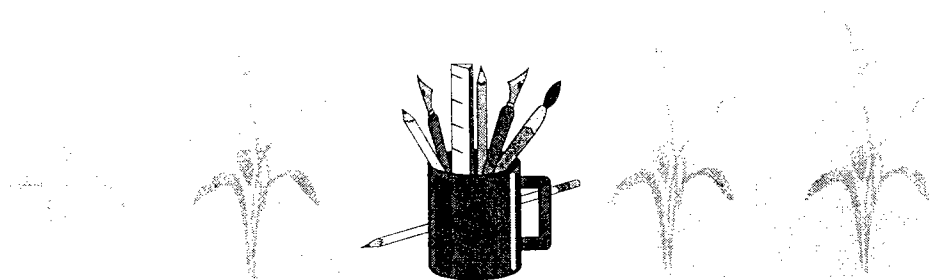
เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม

คำชี้แจง

1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบ 10 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที
2. ให้นักศึกษาเติมจำนวนที่ถูกต้องลงในช่องคำตอบในกระดาษข้อสอบ
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้
4. ไม่ควรเสียเวลาในการทำข้อใดข้อหนึ่งนานเกินไป ถ้าคิดไม่ออกควรข้ามไปทำข้ออื่น ๆ

ก่อน เมื่อมีเวลาค่อยย้อนกลับมาคิดใหม่

5. เมื่อทำเสร็จแล้วควรตรวจทานอีกครั้งหนึ่งก่อนส่งกระดาษข้อสอบ



ข้อที่	โจทย์	คำตอบ
1	$7.25 + 0.25 + 2.44 + 0.4$	เท่ากับ
2	$-0.9 + 76 + (-0.635)$	เท่ากับ
3	-0.0071×-0.5	เท่ากับ
4	$(-18.11) \times (2.05) \times (-6.8)$	เท่ากับ
5	$7.2 \div (-0.0009)$	เท่ากับ
6	$\frac{0.0018 + 0.016}{0.0001}$	เท่ากับ
7	$(-5.824 - 2.1760)$ $(13.235 - 1.235)$	เท่ากับ
8	$-12.03 + \{(-2.5 \div 0.5) + (5 \times 7.39)\}$	เท่ากับ
9	$[5.57 + \{(-4.709) \times (-0.75)\}] \times (3.01 \div 2)$	เท่ากับ
10	$\{(-30.2) \times (6.8)\} + \{(-1.65) \div 3.3\}$	เท่ากับ

แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน

เรื่อง ฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเติมคำตอบ 10 ข้อ ใช้เวลา 20 นาที
2. ให้นักศึกษาเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในกระดาษข้อสอบ
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้
4. ไม่ควรเสียเวลาในการทำข้อสอบข้อใดข้อหนึ่งนานเกินไป ถ้าคิดไม่ออกควรข้ามไปทำข้ออื่น ๆ ก่อน เมื่อมีเวลาค่อยย้อนกลับมาคิดใหม่
5. เมื่อทำเสร็จแล้วควรตรวจทานอีกครั้งหนึ่งก่อนส่งกระดาษข้อสอบ

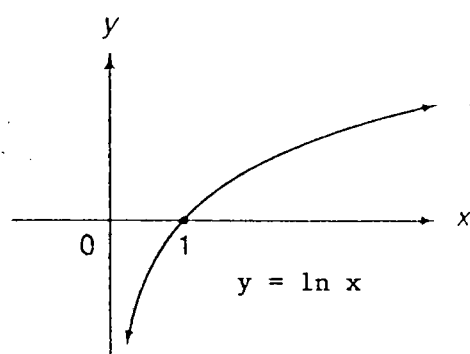
แบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน

1. จงพิจารณาความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

$\{(1,5), (3,7), (2,8), (1,4)\}$

_____ เพราะ _____

2. จากรูป กราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด



_____ เพราะ _____

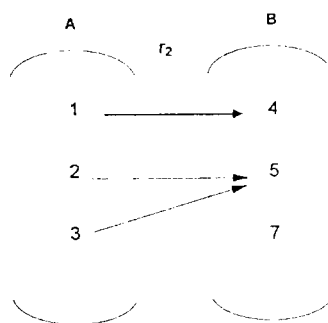
3. กำหนดให้ $A = \{0,1,2,3\}$, $B = \{4,5,6,7\}$ และ $r_1 = \{(0,4), (1,5), (2,6), (2,7)\}$

จงพิจารณาว่า r_1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่ เพราะเหตุใด

_____ เพราะ _____

4. f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ _____

5. จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่ เพราะเหตุใด



_____ เพราะ _____

6. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ _____

7. กำหนดให้ $C = \{1,2,3\}$ และ $D = \{4,5,6\}$ และ $r_3 = \{(1,6), (2,4), (3,6)\}$

จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ r_3 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก C ไป D หรือไม่ เพราะเหตุใด

r_3 _____ เพราะ _____

8. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ _____

9. กำหนดให้ $A = \{a,b,c\}$ และ $B = \{b,c,d\}$

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก B ไปทั่วถึง A หรือไม่
เพราะเหตุใด

$\{(c,c), (b,b), (d,a)\}$ _____ เพราะ _____

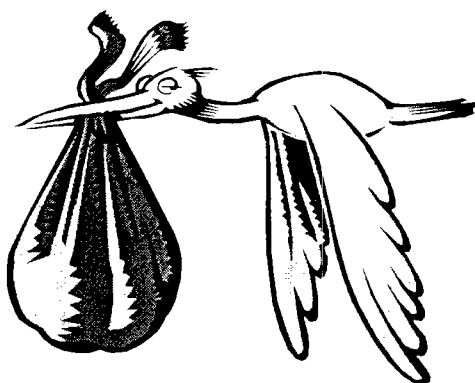
10. กำหนด $A = \{1,2,3\}$, $B = \{a,b,c\}$ และ $f_2 = \{(a,1), (b,2), (c,3), (d,1), (e,2), (f,3)\}$

จงหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน f_2 รวมทั้งพิจารณาอินเวอร์สของฟังก์ชัน f_2 หรือ

(f_2^{-1}) ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

$f_2^{-1} =$ _____

f_2^{-1} เป็นฟังก์ชันหรือไม่ _____



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

เรื่อง ลอการิทึม

คำชี้แจง

- 1) ข้อสอบฉบับนี้มี 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ข้อสอบเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 40 ข้อ ๆ ละ 1 คะแนน รวม

40 คะแนน ใช้เวลาสอบ 1 ชั่วโมง 20 นาที

ตอนที่ 2 ข้อสอบเป็นแบบอัตนัยแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ๆ ละ 10 คะแนน รวม 20

คะแนน ใช้เวลาสอบ 20 นาที

- 2) ไม่ควรเสียเวลาในการทำข้อใดข้อหนึ่งนานเกินไป ถ้าคิดไม่ออกควรข้ามไปทำข้ออื่น ๆ

ก่อน เมื่อมีเวลาค่อยย้อนกลับมาคิดใหม่

- 3) อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้

- 4) เมื่อทำเสร็จแล้วควรตรวจทานอีกครั้งหนึ่งก่อนส่งกระดาษคำตอบ

- 5) ให้ส่งกระดาษคำตอบพร้อมข้อสอบ



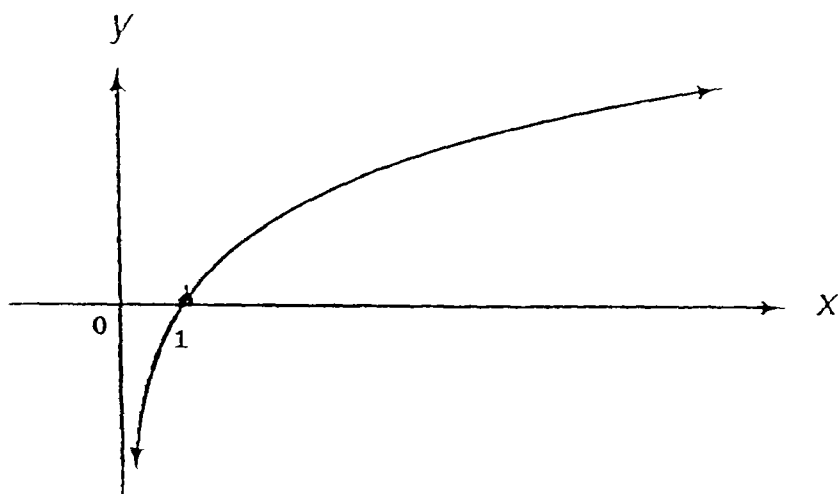
หมายเหตุ ห้ามเขียนในข้อสอบเด็ดขาด

ตอนที่ 1

คำชี้แจง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยทำเครื่องหมาย X ลงในช่อง ☐ ให้ตรงกับ

ข้อที่เลือกในกระดาษคำตอบ

- 1) กราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้



1. $y = \log_a X$, $a < 1$

2. $y = \log_a X$, $0 < a < 1$

3. $y = \log_a X$, $-1 < a < 0$

4. $y = \log_a X$, $a > 1$

- 2) ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. กราฟของ $y = \log_b X$ เมื่อ $b = 0$ ผ่านจุด $(0,1)$ เสมอ

2. กราฟของ $y = \log_b X$ เมื่อ $b < -1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

3. กราฟของ $y = \log_{-b} X$ เมื่อ $-1 < b < 0$ เป็นฟังก์ชันลด

4. กราฟของ $\ln X$ สำหรับทุกค่าของ X ที่เป็นจำนวนจริงบวกจะผ่านจุด $(0,1)$ เสมอ

3) จากสมการ $\log_{0.2} X = -y$ สามารถเขียนในรูปสมการได้ตรงกับข้อใด

1. $X = (0.2)^y$

2. $X = (0.2)^{-y}$

3. $X = (y)^{0.2}$

4. $X = (-y)^{0.2}$

4) จากสมการ $32^{1/5} = 2$ สามารถเขียนในรูปลอการิทึมได้ตรงกับข้อใด

1. $\log_{1/5} 32 = 2$

2. $\log_{1/5} 2 = 32$

3. $\log_{32} 1/5 = 2$

4. $\log_{32} 2 = 1/5$

5) ถ้า $\log a = -2$ แล้ว a จะมีค่าตรงกับข้อใด

1. -1.00

2. -0.11

3. 0.01

4. 1

6) ถ้า $\log_3 (X+2) = 2$ แล้ว X จะมีค่าตรงกับข้อใด

1. 2

2. 4

3. 7

4. 14

7) กำหนดให้ $\log_x (30 - 4X + X^2) = 2$ จงหาค่า X ตรงกับข้อใด

1. 2.0

2. 3.2

3. 5.4

4. 7.5

8) จงพิจารณาว่า ข้อใดผิด

กำหนดให้ p, q และ r เป็นจำนวนเต็มบวก

1. $\log 2 - \log p = \log 2/p$

2. $\log p^q = q \log p$

3. $\log (-r) = 0$

4. $q \log p^{-r} = -r \log p^q$

9) $\log_3 1/27$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. -3

2. 0

3. 9

4. 81

10) $\log_7 \sqrt[3]{7}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $1/a$

2. a

3. 1

4. 7

11) ค่าของ $(\log_5 25) (\log_2 1/8)$ เท่ากับจำนวนในข้อใดต่อไปนี้

1. -10 2. -6 3. 5/16 4. 5/8

12) จงหาค่าของ $\log \log 17^8 - \log \log 17^8 + \log 1$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 0 2. 1 3. 4 4. 5

13) กำหนด $\log 5.71 = 0.7566$ จงหาค่าของ $\log 571.0$ คือข้อใด

1. 0.7566 2. 1.7566 3. 2.7566 4. 3.7566

14) กำหนด $\log 5.77 = 0.7612$ จงหาค่าของ $\log 5770$ คือข้อใด

1. 0.7612 2. 1.7612 3. 2.7612 4. 3.7612

15) ถ้า $\log$ ของ 411 มีค่าแมนทิสซาเป็น .6138 แล้ว $\log 0.411$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -0.3862 2. -1.3862 3. -2.3862 4. -3.3862

16) ถ้า $\log$ ของ 753 มีค่าแมนทิสซาเป็น .8768 แล้ว $\log 0.00753$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -0.1232 2. -1.1232 3. -2.1232 4. -3.1232

17) ถ้า $\log 2 = 0.3010$ และ $\log 3 = 0.4771$ แล้ว $\log 360$ เท่ากับข้อใด

1. 2.5562 2. 2.6562 3. 2.7642 4. 2.8321

18) ถ้า $\log 2 = 0.3010$ และ $\log 3 = 0.4771$ แล้ว $\log 0.72$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -0.0245 2. -0.1428 3. -1.5362 4. -1.7891

19) กำหนด $\log 2 = 0.3010$ และ $\log 3 = 0.4771$ จงหาค่าของ $\log 0.45$ ซึ่งตรงกับข้อใด

1. -0.2566 2. -0.3468 3. 1.6532 4. 1.7434

20) กำหนด $\log 2 = 0.3010$ และ $\log 3 = 0.4771$ จงหาค่าของ $\log 22 + \log 6 - \log 11 + \log 5$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -11.1761 2. -1.1761 3. 1.7781 4. 11.7781

21) กำหนด $\log 2 = 0.3010$ และ $\log 3 = 0.4771$ จงหาค่าของ $\log 13 + \log 32 - \log 39 - \log 8$

จะมีค่าตรงกับข้อใด

1. 0.1249 2. 0.7746 3. 1.5432 4. 1.6021

22) กำหนดให้ $\log 2.245 = 0.3512$ และ $\log N = 1.3512$ จงหา N มีค่าตรงกับข้อใด

1. 0.2245 2. 2.245 3. 22.45 4. 224.5

23) กำหนดให้ $\log 4.445 = 0.6479$ และ $\log N = -3.3521$ จงหา N มีค่าตรงกับข้อใด

1. 0.000445 2. 0.00445 3. 0.0445 4. 0.4445

24) กำหนดให้ $\log 1.50 = 1.761$, $\log 1.06 = 0.0253$ และ $\log 1.784 = 0.2520$ ค่าของ $1500 (1.06)^5$

1. 95.2 2. 812.0 3. 1784.1 4. 2,007.3

25) กำหนดให้ $\log 5.00 = 0.6990$ ค่าของ $10^{3.6990}$ เท่ากับจำนวนใดต่อไปนี้

1. 50 2. 500 3. 5000 4. 50,000

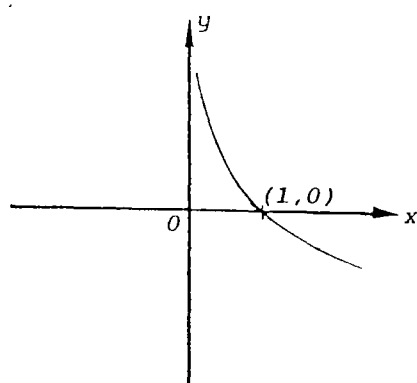
26) จงหาค่าเงินรวมของเงินต้น 10,000 บาท คิดดอกเบี้ยในอัตรา 12% ทบต้นเดือนละครั้งเป็นเวลา

10 เดือน (กำหนดให้ $\log 1.01 = 0.0043$ และ $\log 1.1046 = 0.043$)

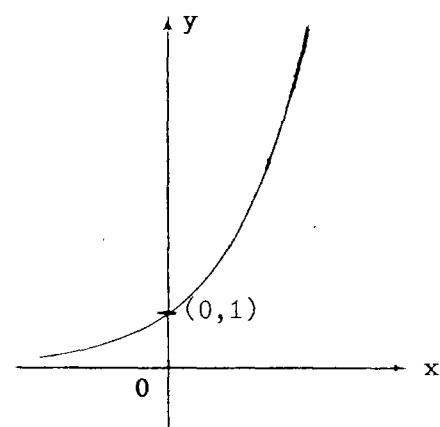
1. 10,946 บาท 2. 11,046 บาท 3. 11,146 บาท 4. 11,150 บาท

27) กราฟของฟังก์ชัน $y = \ln X$ ตรงกับข้อใด

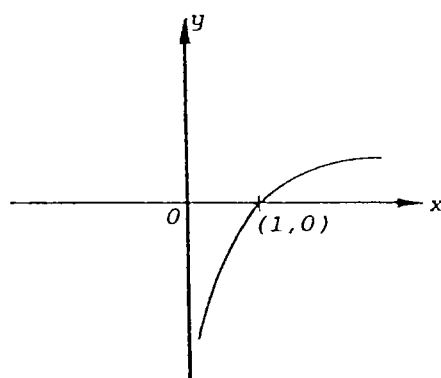
1.



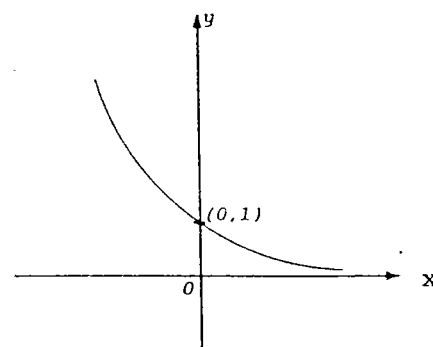
2.



3.



4.



28) จงพิจารณาข้อใดผิด

1. $\ln \sqrt[3]{2} = 1/3 \ln 2$

2. $\ln(3 \cdot 2) = (\ln 3)(\ln 2)$

3. $\ln e^c = c$

4. $\ln(3/2) = \frac{\log 3/2}{\log e}$

29) $\ln 39900$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 7.04251

2. 10.59415

3. 20.31247

4. 22.45210

30) $\ln 4.148$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1.42070

2. 1.42262

3. 1.42311

4. 1.42345

31) $\ln 0.263$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -.51142

2. -1.33561

3. -1.81401

4. -2.30259

32) $\ln 0.0044$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -1.41099

2. -3.02148

3. -5.42617

4. -6.90775

33) ถ้า $\ln N = 0.83291$ จงหาค่า N

1. 2.30

2. 3.75

3. 4.32

4. 5.00

34) กำหนดให้ $\ln 1.7056 = .533804$ $e = 2.718$ และ $\ln N = -0.466196$ จงหาค่าของ N

1. 0.2432 2. 0.5341 3. 0.6275 4. 0.7425

35) กำหนด $\ln 1.1273 = 0.119805$ $\ln 7.4 = 2.00148$ และ $\ln 8.93 = 2.18942$ ค่าของ $\frac{{}^3\sqrt{7.4}}{{}^4\sqrt{8.93}}$

ตรงกับข้อใด

1. 0.119805 2. 1.1273 3. 2.00148 4. 2.18942

36) กำหนด $\ln 1.79 = 0.58222$ $\ln 5.39 = 1.68455$ $\ln 5.40 = 1.68640$ $\ln 17 = 2.83321$ และ

$\ln 18 = 2.89037$ ค่าของ $(5.398/0.0179)^{1/2}$ ตรงกับข้อใด

1. 3.45 2. 12.78 3. 17.37 4. 22.89

37) กำหนดให้ $\ln 8.7049 = 2.163884$ $\ln 5.06 = 1.62137$ $\ln 5.07 = 1.62334$

ค่าของ $\left(\frac{0.218 \times 3.17 \times 8}{0.0073 \times 87} \right)^{3/4}$ ตรงกับข้อใด

1. 1.3355 2. 2.4871 3. 4.5012 4. 5.06778

38) กำหนดให้ $\ln 5X = \ln 105$ จงหาค่า X ตรงกับข้อใด

1. 15 2. 21 3. 30 4. 39

39) กำหนดให้ $3 \ln X = \ln 8$ จงหาค่าของ X ตรงกับข้อใด

1. 2 2. 3 3. 4 4. 5

40) กำหนดให้ $\ln 2X = 1/3 (\ln 16 + 2 \ln 2)$ จงหาค่าของ X ตรงกับข้อใด

1. 2 3. 3 3. 4 4. 5

ตอนที่ 2

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ

- 1) เงินต้น 100 บาท คิดดอกเบี้ยทบต้นทุกวัน(ชนิดต่อเนื่อง)ในอัตรา 6% ต่อปี เวลา 1 ปี จะได้เงิน

รวมเท่าไร ($e = 2.718$, $\ln 10 = 2.30259$, $\ln 1.94 = 0.66269$, และ $\ln 1.95 = 0.66783$)

- 2) นายสมชายนำเงิน 100,000 บาท มาลงทุนธุรกิจอย่างหนึ่ง เป็นระยะเวลา 10 ปี ซึ่งได้

ผลตอบแทนโดยคิดดอกเบี้ยทบต้นแบบต่อเนื่อง จนได้รับเงินรวมเป็น 300,000 บาท

จงหาอัตราดอกเบี้ยทบต้นต่อปี ($\ln 3.00 = 1.09861$, และ $\ln 10 = 2.30259$)

ตาราง 16 ลอการิทึมสามัญ

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
1.3	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
1.4	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
1.5	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1857	2014
1.6	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
1.7	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
1.8	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
1.9	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
2.0	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
2.1	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
2.2	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
2.3	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
2.4	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
2.5	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
2.6	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
2.7	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
2.8	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
2.9	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
3.0	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
3.1	4914	4928	4922	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
3.2	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
3.3	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
3.4	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428

ตาราง 17 ลอการิทึมธรรมชาติ

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1.5	0.4	0547	1211	1871	2527	3178	3825	4469	5108	5742	6373
1.6		7000	7623	8243	8858	9470	*0078	*0682	*1282	*1879	*2473
1.7	0.5	3063	3649	4232	4812	5389	5962	6531	7098	7661	8222
1.8		8779	9333	9884	*0432	*0977	*1519	*2058	*2594	*3127	*3658
1.9	0.6	4185	4710	5233	5752	6269	6783	7294	7803	8310	8813
2.0		9315	9813	*0310	*0804	*1295	*1784	*2271	*2755	*3237	*3716
2.1	0.7	4194	4669	5142	5612	6081	6547	7011	7473	7932	8390
2.2		8846	9299	9751	*0200	*0648	*0193	*1536	*1978	*2418	*2855
2.3	0.8	3291	3825	4157	4587	5015	5442	5866	6289	6710	7129
2.4		7547	7963	8377	8789	9200	9609	*0016	*0422	*0826	*1228
2.5	0.9	1629	2028	2426	2822	3216	3609	4001	4391	4779	5166
2.6		5551	5935	6317	6698	7078	7456	7833	8208	8582	8954
2.7		9325	9695	*0063	*0430	*0796	*1160	*1523	*1885	*2245	*2604
2.8	1.0	2962	3318	3674	4028	4380	4732	5082	5431	5779	6126
2.9		6471	6815	7158	7500	7841	8181	8519	8856	9192	9527
3.0		9861	*0194	*0526	*0856	*1186	*1514	*1841	*2168	*2493	*2817
3.1	1.1	3140	3462	3783	4103	4422	4740	5057	5373	5688	6002
3.2		6315	6627	6938	7248	7557	7865	8173	8479	8784	9089
3.3		9392	9695	9996	*0297	*0597	*0896	*1194	*1491	*1788	*2083
3.4	1.2	2378	2671	2964	3256	3547	3837	4127	4415	4703	4990
3.5		5276	5562	5846	6130	6413	6695	6976	7257	7536	7815
3.6		8093	8371	8647	8923	9198	9473	9746	*0019	*0291	*0563
3.7	1.3	0833	1103	1372	1641	1909	2176	2442	2708	2972	3237
3.8		3500	3763	4025	4286	4547	4807	5067	5325	5584	5841
3.9		6098	6354	6609	6864	7118	7372	7624	7877	8128	8379
4.0		8629	8879	9128	9377	9624	9872	*0118	*0364	*0610	*0854
4.1	1.4	1099	1342	1585	1828	2070	2311	2552	2792	3031	3270
4.2		3508	3746	3984	4220	4456	4692	4927	5161	5395	5629
4.3		5862	6094	6326	6557	6787	7018	7247	7276	7705	7933
4.4		8160	8387	8614	8840	9065	9290	9515	9739	9962	*0185

ตาราง 17 (ต่อ)

N	O	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.7		4756	4969	5181	5393	5604	5814	6025	6235	6444
4.8		6862	7070	7277	7485	7691	7898	8104	8309	8515
4.9		9824	9127	9331	9534	9737	9939	*0141	*0342	*0543
5.0	1.6	0944	1444	1343	1542	1741	1939	2137	2334	2531
5.1		2924	3120	3315	3511	3705	3900	4094	4287	4481
5.2		4866	5058	5250	5441	5632	5823	6013	6203	6393
5.3		6771	6959	7147	7335	7523	7710	7896	8083	8269
5.4		8640	8825	9010	9194	9378	9562	9745	9928	*0111
5.5	1.7	0475	0656	0838	1019	1199	1380	1560	1740	1919
5.6		2277	2455	2633	2811	2988	3166	3342	3519	3695
5.7		4047	4222	4397	4572	4746	4920	5094	5267	5440
5.8		5786	5958	6130	6302	6473	6644	6815	6985	7156
5.9		7495	7665	7834	8002	8171	8339	8507	8675	8842
6.0		9176	9342	9509	9675	9840	*0006	*0171	*0336	*0500
6.1	1.8	0829	0993	1156	1319	1482	1645	1808	1970	2132
6.2		2455	2616	2777	2938	3098	3258	3418	3578	3737
6.3		4055	4214	4372	4530	4688	4845	5003	5160	5317
6.4		5630	5786	5942	6097	6253	6408	6563	6718	6872
7.4	2.0	0148	0283	0418	0553	0687	0821	0956	1089	1223
7.5		1490	1624	1757	1890	2022	2255	2287	2419	2551
7.6		2815	2946	3078	3209	3340	3471	3601	3732	3862
7.7		4122	4252	4381	4511	4640	4769	4898	5027	5156
7.8		5412	5540	5668	5796	5924	6051	6179	6306	6433
7.9		6686	6813	6939	7065	7191	7317	7443	7568	7694
8.0		7944	8069	8194	8318	8443	8567	8691	8815	8939
8.1		9186	9310	9433	9556	9679	9802	9924	*0047	*0169
8.2	2.1	0413	0535	0657	0779	0900	1021	1142	1263	1384
8.3		1626	1746	1866	1986	2106	2226	2346	2465	2585

เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานก่อนเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารของ
ทศนิยมและฟังก์ชัน แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

1. 12.50000
2. 72.44600
3. 0.00623
4. 548.26892
5. 4250.0000
6. 212.00000
7. 0.54787
8. 10.90000
9. 3.629302
10. 276.20303
11. เป็นฟังก์ชัน เพราะ สมาชิกตัวหน้าไม่ซ้ำกัน
12. เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานกับแกน y เส้นตรงตัดกราฟ $x^2 + y^2 = 1, y \geq 0$ เพียงจุดเดียวเท่านั้น
13. ไม่เป็นฟังก์ชัน จาก A ไป B เพราะโคเมนของ $r \neq A$
14. f เป็นฟังก์ชันที่มี C เป็นโคเมน และ D เป็นเรนจ์
15. ไม่เป็น เพราะ $R_f \neq D$
16. ถ้า $(s_1, u) \in f$ และ $(s_2, u) \in f$ แล้ว $s_1 = s_2$
17. ไม่เป็น เพราะ สมาชิกตัวหลังซ้ำกัน
18. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก C ไป D ที่มี R_f คือ D
19. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์ของฟังก์ชันไม่ใช่ D
20. $\{(4,a), (4,b), (5,c), (6,d), (5,e), (7,f)\}$
เป็น เพราะ G เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารของ
ทศนิยม แบบปรนัยชนิดเติมคำ

1. 10.3400	6. 208.0000
2. 74.4650	7. 0.6667
3. 0.0034	8. 19.9200
4. 252.4534	9. 13.6981
5. -8000.0000	10. 204.8600

เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดความรู้พื้นฐานหลังเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน แบบปรนัยชนิดเติมคำ

1. ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ สมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน
2. เป็นฟังก์ชัน เพราะ เมื่อลากเส้นขนานกับแกน Y เส้นตรงนี้ ตัดกราฟ $Y = \ln x$ เพียงจุดเดียวเท่านั้น
3. ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะโดเมนของ r_1 ไม่เป็น A
4. f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมนและ B เป็นเรนจ์
5. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์ของ r_2 ไม่เป็น B
6. ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$
7. เป็น เพราะ สมาชิกตัวหลังไม่ซ้ำกัน
8. f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ที่มี R_f คือ B หรือเรนจ์ของ f
9. เป็น เพราะ ความสัมพันธ์นี้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก B ไป A ที่มีเรนจ์ของความสัมพันธ์ คือ A
10. $\{(1,a), (2,b), (3,c), (1,d), (2,c), (3,f)\}$
เป็นฟังก์ชัน เพราะ f_2 เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก B ไปทั่วถึง A

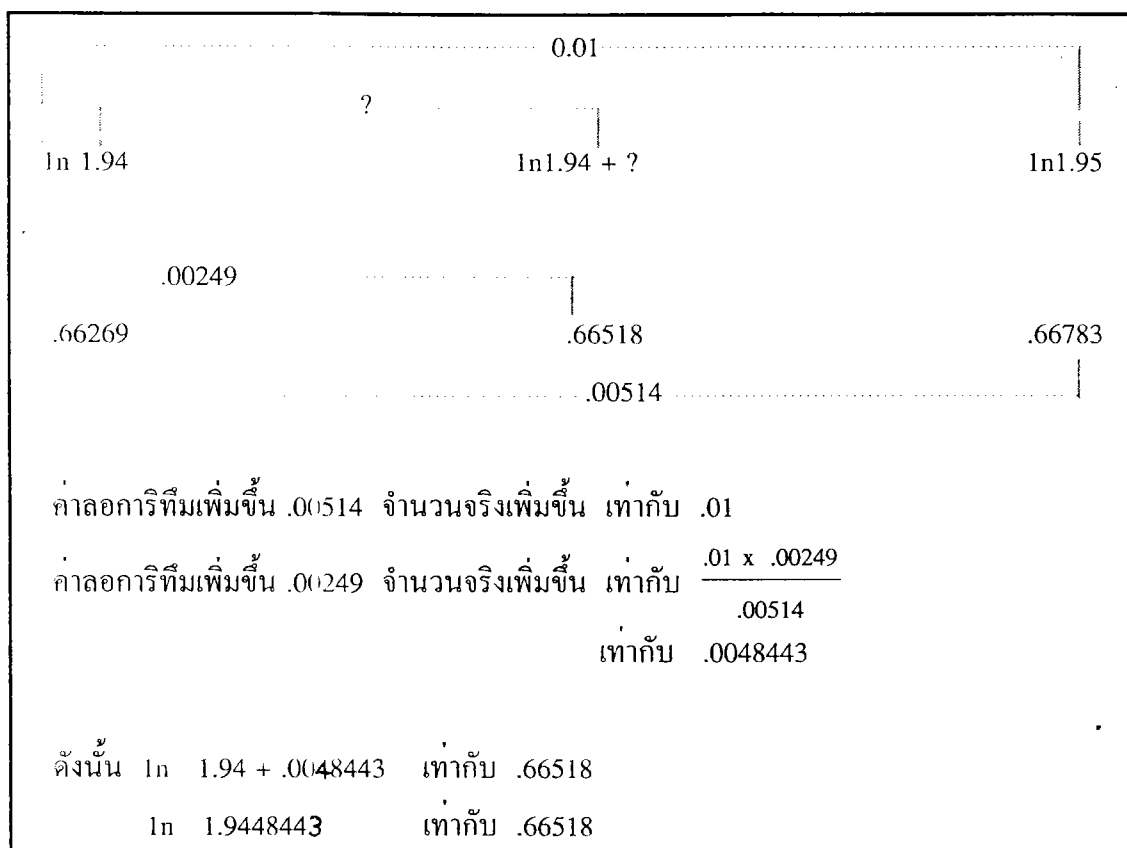
เฉลยคำตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง สอการทิม

ตอนที่ 1 แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ

1. 4	2. 3	3. 2	4. 4
5. 3	6. 3	7. 4	8. 3
9. 1	10. 1	11. 2	12. 1
13. 3	14. 4	15. 1	16. 3
17. 1	18. 2	19. 2	20. 3
21. 1	22. 3	23. 1	24. 4
25. 3	26. 2	27. 3	28. 2
29. 2	30. 2	31. 2	32. 3
33. 1	34. 3	35. 2	36. 3
37. 4	38. 2	39. 1	40. 1

ตอนที่ 2 แบบอัตนัยแสดงวิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= Pe^{rt} \\
 A &= 100xe^{.06 \times 1} \\
 \ln A &= \ln 100 \times e^{.06} \\
 \ln A &= \ln 100 + \ln e^{.06} \\
 &= \ln 10^2 + .06 \ln e \\
 &= 2 \ln 10 + .06 \times 1 \\
 &= 2 \times 2.30259 + .06 \\
 &= 4.60518 + .06 \\
 &= 4.66518 \\
 &= 4 + .66518 \\
 &= 4 \ln e + .66518
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \ln A &= 4 \ln e + .66518 \\
 \ln A &= \ln e^4 + \ln 1.9448443 \\
 \ln A &= \ln e^4 \times 1.9448 \\
 A &= (2.718)^4 \times 1.9448 \\
 &= 106.139
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 A &= Pe^{rt} \\
 300,000 &= 100,000 \times e^{r \times 10} \\
 \frac{300,000}{100,000} &= e^{10r} \\
 \ln 3 &= \ln e^{10r}
 \end{aligned}$$

$$1.09861 = 10r1ne$$

$$1.09861 = 10r \times 1$$

$$1.09861 = 10r$$

$$\frac{1.09861}{10} = r$$

$$100 \times 0.109861 = r$$

$$10.9861 = r$$

$$r = 10.9861$$

ภาคผนวก ค

- คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน
- คู่มือกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม
- แผนการสอนรายคาบ

คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

วิชาคณิตศาสตร์ (01 - 510 - 102) ระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1

ชุดการเรียนรู้การสอนชุดนี้ ประกอบด้วย ชุดการเรียนรู้การสอน 2 ชุด ได้แก่ ชุดการเรียนรู้การสอนแบบบทเรียนโปรแกรมที่ศึกษาด้วยตนเอง เรื่อง ความรู้พื้นฐาน และชุดการเรียนรู้การสอนแบบผสม เรื่อง ลอการิทึม

ลักษณะคู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอน

คู่มือการใช้ชุดการเรียนรู้การสอนนี้ ประกอบด้วย เป้าหมาย คำชี้แจงสำหรับผู้เรียนรู้ชุดการเรียนรู้การสอน เรื่อง ความรู้พื้นฐาน คู่มือกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม แผนการสอนเรื่องความรู้พื้นฐาน และลอการิทึม

จุดประสงค์

ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ สร้างขึ้นเพื่อเป็นเครื่องมือสำหรับผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ (01 - 510 - 102) สามารถนำไปใช้สอนนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1

คำชี้แจงสำหรับผู้เรียนรู้ชุดการเรียนรู้การสอนเรื่องความรู้พื้นฐาน

ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้พื้นฐานระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงนี้ สร้างขึ้นเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนเรื่องลอการิทึม โดยการศึกษาด้วยตนเองจากชุดการเรียนรู้การสอน ซึ่งประกอบด้วย บทเรียนโปรแกรม จำนวน 2 หน่วย คือ

หน่วยที่ 1 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม

หน่วยที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน

ลักษณะของหน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยนั้นสะดวกต่อการศึกษากันคว้า และการจดจำ ตลอดจนมีรูปการ์ตูนที่ช่วยเพิ่มบรรยากาศการเรียนรู้ทำให้น่าสนใจ อีกทั้งมีเอกสารสรุปบทเรียน พร้อมทั้งแบบฝึกหัดจำนวน 3 บทเรียน

การนำชุดการเรียนการสอนไปใช้ควรดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาวิธีการใช้จากคำชี้แจงการใช้อย่างละเอียดก่อน
2. เมื่อนักศึกษาเรียนในแต่ละหน่วยเรียบร้อยแล้ว ควรตรวจสอบตนเองว่ามีความรู้เนื้อหาตามที่มิในชุดการเรียนการสอนเพียงใด จึงควรทำการทดสอบด้วยแบบฝึกหัดประจำหน่วย ถ้าได้คะแนนไม่ถึงร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม ให้นักศึกษาเรียนด้วยตนเองเรื่องเดิมใหม่อีกครั้ง แล้วตอบคำถามใหม่จนได้คะแนนถึงร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม จึงจะศึกษาเรื่องต่อไป

คำชี้แจงวิธีใช้บทเรียนโปรแกรมสำหรับนักศึกษา

บทเรียนที่ผู้เรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้เรียกว่า บทเรียนโปรแกรม มีลักษณะที่มีเนื้อหาและคำถามพร้อมทั้งเฉลย ผู้เรียนต้องศึกษาบทเรียนโปรแกรมด้วยตนเองอย่างเต็มความสามารถด้วยการอ่านและปฏิบัติตามคำสั่ง ไม่ควรพยายามเปิดดูเฉลยก่อนเรียนจากบทเรียน เพื่อเป็นการตรวจสอบความสามารถของผู้เรียน จุดประสงค์ที่ให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนโปรแกรมนอกเวลาเรียนเพื่อเป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานก่อนที่จะเรียนเรื่องลอการิทึม

ขั้นตอนที่นักศึกษาจะต้องปฏิบัติตามดังนี้

1. ให้ผู้เรียนศึกษาหน่วยการเรียนรู้ด้วยตนเองไปตามลำดับ
2. ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจเนื้อหาอย่างละเอียดด้วยการอ่านอย่างตั้งใจและวิเคราะห์
3. เมื่อผู้เรียนอ่านรายละเอียดของแต่ละหัวข้อในหน่วยการเรียนรู้ จบแล้วควรบันทึกสาระสำคัญของแต่ละหัวข้อ
4. ผู้เรียนสามารถเติมข้อความลงในแบบฝึกหัด เมื่อผู้เรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จเรียบร้อยแล้ว โปรดตรวจคำตอบจากเฉลยที่ให้ไว้ในแต่ละหัวข้อ
5. ถ้าผู้เรียนมีข้อสงสัยให้ปรึกษาผู้สอนได้
6. เมื่อผู้เรียนศึกษาแต่ละหน่วยการเรียนรู้เสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วย

คู่มือกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

วิชาคณิตศาสตร์ (01 - 510 - 102) ระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพสูงชันปีที่ 1

คู่มือกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ประกอบด้วย วัตถุประสงค์ หน้าที่ของผู้สอน หน้าที่ของนักศึกษาแต่ละคนขณะที่ดำเนินกิจกรรม ความรู้เบื้องต้น และคำชี้แจงสำหรับผู้สอนที่ใช้ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม

วัตถุประสงค์

เพื่อให้นักศึกษาเข้าใจและเกิดมโนคติ เรื่องลอการิทึม และเป็นพื้นฐานที่จะศึกษาต่อในระดับสูง

หน้าที่ของผู้สอน

1. จัดนักศึกษาเข้ากลุ่มต่าง ๆ
2. กำหนดหน้าที่ต่าง ๆ ของนักศึกษาแต่ละคนในกลุ่ม
3. อธิบายงานที่นักศึกษาต้องทำ
4. อธิบายว่าความสำเร็จของกลุ่มขึ้นอยู่กับความสำเร็จของตน
5. ช่วยนักศึกษาเมื่อนักศึกษาต้องการขณะที่ปฏิบัติกิจกรรม

หน้าที่ของนักศึกษาแต่ละคนขณะที่ดำเนินกิจกรรมกลุ่ม

1. ผู้อ่านข้อมูลหรือปัญหาให้สมาชิกในกลุ่มเข้าใจ
2. ผู้เขียนคำตอบของสมาชิกในกลุ่มและตรวจสอบความถูกต้อง
3. ผู้ตรวจสอบคนในกลุ่มถึงความเข้าใจเรื่องที่กำลังเรียนและทุกคนสามารถอธิบายได้

เหมือนกัน

4. ผู้ควบคุมเวลาในการทำงาน

ความรู้เบื้องต้น

นักศึกษาที่ใช้ชุดการเรียนการสอนแบบผสมชุดนี้ จะต้องมีความสามารถทางด้านพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การบวก การลบ การคูณ การหารทศนิยม
2. บอกความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน
3. บอกฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันอิสเวอร์ส
4. บอกความหมายของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)
5. บอกฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล) เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไปทั่วถึง B

คำชี้แจงสำหรับผู้สอนที่ใช้ชุดการเรียนการสอน

วิชาคณิตศาสตร์ (01 - 510 - 102) เรื่องลอการิทึม ระดับชั้นประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1

ชุดการเรียนการสอนชุดนี้ สร้างขึ้นเพื่อผู้สอนสามารถนำไปพัฒนา และปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และเพื่อช่วยนักศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำให้สูงขึ้น ชุดการเรียนการสอนแบบผสมนี้ ประกอบด้วย กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมแบบกลุ่มย่อย จำนวน 11 คาบ เอกสารการบรรยาย เอกสารบทสรุปบทเรียนพร้อมแบบฝึกหัดในรูปแบบการแสดงวิธีทำและการทดสอบย่อย จำนวน 11 คาบ

- การนำชุดการเรียนการสอนไปใช้ควรดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้
 1. ขั้นเตรียมการสอน ก่อนที่จะนำชุดการเรียนการสอน เรื่องลอการิทึมไปใช้ ผู้สอนควรปฏิบัติดังนี้

1.1 ศึกษาคู่มือกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ซึ่งประกอบด้วย จุดประสงค์ หน้าที่ของผู้สอน และหน้าที่ของนักศึกษาขณะดำเนินกิจกรรมกลุ่ม ให้เข้าใจอย่างชัดเจน

1.2 ศึกษาแผนการสอนให้เข้าใจว่า ระยะเวลาใด จะให้นักศึกษาทำกิจกรรมอะไร และใช้เวลาเท่าใดในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม

1.3 ตรวจสอบเอกสารประกอบชุดการเรียนการสอน สื่อการสอนและเครื่องมือ ประเมินผลที่กำหนดไว้ว่าเพียงพอหรือไม่ ถ้าเกิดปัญหาจะใช้สื่ออะไรทดแทน ทั้งนี้เพื่อป้องกัน ความไม่เรียบร้อยในขณะที่ให้นักศึกษาทำกิจกรรม

2. ขั้นสอน

2.1 ผู้สอนดำเนินการสอนโดยใช้กิจกรรมที่เตรียมไว้ แต่กิจกรรมนี้ยืดหยุ่นได้ตาม ความเหมาะสมกับผู้เรียนและสถานการณ์

2.2 ในการดำเนินกิจกรรมกลุ่ม ครูต้องคอยควบคุมช่วยเหลือและให้คำปรึกษา เพื่อร่วมแก้ไขปัญหากับนักศึกษา ครูควรกระตุ้นหรือรื้อฟื้นในการกระตุ้นการทำกิจกรรมของนักศึกษา ให้กำลังใจ อันจะเป็นการสร้างแรงจูงใจให้เกิดขึ้นกับนักศึกษา

2.3 ในขณะปฏิบัติกิจกรรมกลุ่ม นักศึกษาอาจมีการซักถามปัญหาที่ลึกซึ้งเกี่ยวกับ เนื้อหา ซึ่งครูควรเตรียมการสอนให้มาก ทั้งนี้เพราะเพื่อเพิ่มความรู้ และทัศนคติที่ดีให้นักศึกษา

3. ขั้นประเมินผล ประเมินผลโดยผู้สอน จากการสังเกตความสนใจ ความตั้งใจในการ ร่วมกิจกรรมต่าง ๆ ของนักศึกษา และการทดสอบความรู้ในแต่ละจุดประสงค์

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 1 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหาร

คาบที่ 1 เวลา 45 นาที

เนื้อหา หลักเกณฑ์การบวก การลบ การคูณ และการหาร

มโนคติ 1. หลักเกณฑ์การบวกทศนิยม มีดังนี้

1.1 การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์ มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนบวก

1.2 การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นจำนวนลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนลบ

1.3 การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นจำนวนบวกกับจำนวนลบที่มีค่าสัมบูรณ์ เท่ากันหรือไม่เท่ากัน ให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน

1.3.1 ถ้าค่าสัมบูรณ์เท่ากัน จะได้คำตอบเป็นศูนย์

1.3.2 ถ้าค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากัน ให้คำตอบเป็นจำนวนลบ หรือจำนวนบวก ตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า แล้วใช้หลักการบวกทศนิยมหาคำตอบ

2. หลักเกณฑ์การลบทศนิยม มีดังนี้

ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

3. หลักเกณฑ์การคูณทศนิยม มีดังนี้

3.1 การคูณทศนิยมบวกกับทศนิยมบวก ตอบเป็นทศนิยมบวก

3.2 การคูณทศนิยมลบกับทศนิยมลบ ตอบเป็นทศนิยมบวก

3.3 การคูณทศนิยมบวกกับทศนิยมลบ ตอบเป็นทศนิยมลบ

4. หลักเกณฑ์การหารทศนิยม มีดังนี้

4.1 การหารทศนิยมให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและตัวหารมาหารกัน ถ้าตัวหาร เป็นทศนิยมให้ทำเป็นจำนวนเต็มโดยนำ 10, 100, 1,000, ... มาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนก่อนแล้ว หาร

4.2 การหารทศนิยมที่มีตัวตั้งและตัวหารเป็นทศนิยมบวกทั้งคู่หรือทศนิยมลบ ทั้งคู่ จะได้ผลลัพธ์เป็นทศนิยมบวก

4.3 การหารที่มีตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นทศนิยมลบ จะได้ผลลัพธ์ เป็นทศนิยมลบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

- กำหนดหาผลลัพธ์ของโจทย์ที่เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม โดยใช้เครื่องคิดเลขได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยที่ 1 ให้นักศึกษาทราบ

ขั้นสอน

- ครูแจกบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 1 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม ให้นักศึกษาทุกคนศึกษาด้วยตนเอง

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 1 โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีบทเรียนสรุปอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
2. ครูแจกเอกสารสรุปเนื้อหาบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 1 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม ที่อยู่ท้ายบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 1 ให้นักศึกษาทุกคน เพื่อให้นักศึกษาสามารถนำกลับไปทบทวนเนื้อหาที่บ้าน
3. ครูให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดที่ 1 ในรูปแบบการเติมคำที่อยู่ท้ายบทหน่วยที่ 1 โดยทำลงในบทเรียนแล้วส่งให้ครูตรวจ

ประเมินผล

- จากการตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 1 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหาร
2. แผ่นโปรงใส
3. เอกสารสรุปบทเรียน
4. เครื่องคิดเลข

แผนการสอนรายคาบ

หน่วย 2.1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน

คาบที่ 2 เวลา 45 นาที

เนื้อหา ความหมายของฟังก์ชัน และหลักเกณฑ์การพิจารณาความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน

มโนคติ 1. ความหมายของฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ซึ่งใน 2 คู่อันดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่เท่ากัน หรือฟังก์ชัน f คือความสัมพันธ์ซึ่ง ถ้ามี $(x, y) \in f$ และ $(x, z) \in f$ แล้ว $y = z$

2. การพิจารณาความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน อาจพิจารณาได้ดังนี้

2.1 ความสัมพันธ์ที่เขียนแบบแจกแจงสมาชิก

ถ้าไม่มีคู่อันดับสองคู่ใดที่มีสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับซ้ำกัน โดยที่สมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับไม่ซ้ำกัน ความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน (หรืออาจกล่าวว่า ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับไม่เหมือนกัน จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน)

2.2 ความสัมพันธ์ที่เขียนอยู่ในรูปกราฟ มีขั้นตอน ในการพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชัน ดังนี้

2.2.1 ลากเส้นขนานกับแกน y

2.2.2 ถ้าไม่มีเส้นขนานกับแกน y เส้นใดตัดกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้มากกว่า 1 จุด จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน

2.2.3 ถ้ามีเส้นขนานกับแกน y แม้เพียงเส้นเดียวตัดกราฟมากกว่า 1 จุด จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. บอกความหมายของฟังก์ชันได้อย่างถูกต้อง
2. บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
3. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันหรือไม่

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

- ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยที่ 2.1 ให้นักศึกษาทราบจุดประสงค์การเรียนรู้บทนี้

ขั้นสอน

- ครูแจกบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน ให้นักศึกษาศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.1 โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีสรุปบทเรียนอีกครั้งหนึ่งเพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
2. ครูแจกเอกสารสรุปเนื้อหาบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน ให้นักศึกษาทุกคน หลังจากครูสรุปบทเรียนโปรแกรมเรียบร้อยแล้ว เพื่อให้นักศึกษาสามารถนำเอกสารสรุปกลับไปทบทวนเนื้อหาที่บ้าน
3. ครูให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดที่ 2.1 ในรูปแบบการเติมคำที่อยู่ท้ายบทเรียนหน่วยที่ 2.1 โดยทำลงในบทเรียนแล้วส่งให้ครูตรวจ

ประเมินผล

- จากการตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. บทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.1 เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน
2. แผ่นโปสเตอร์สรุปบทเรียน
3. เอกสารสรุปบทเรียน

แผนการสอนรายคาบ

หน่วย 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันอินเวอร์ส และฟังก์ชันเลขชี้กำลัง
(ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

คาบที่ 3 เวลา 45 นาที

เนื้อหา ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันอินเวอร์ส และฟังก์ชันเลขชี้กำลัง
(ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

มโนคติ

1. ฟังก์ชันจาก A ไป B

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน และมี
สับเซตของ B เป็นเรนจ์

2. ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน และ
B เป็นเรนจ์

3. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$

4. ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไปทั่วถึง B

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ $R_f = B$

5. ฟังก์ชันอินเวอร์ส

ถ้าฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จะได้ว่า อินเวอร์สของฟังก์ชัน f เป็น
ฟังก์ชันด้วย และเรียกอินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันว่า ฟังก์ชันอินเวอร์ส

6. ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

6.1 กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ ทั้งนี้
เพราะว่า $y = a^0 = 1$

6.2 ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

6.3 ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล) เป็นฟังก์ชัน $1 - 1$ จาก R
ไปทั่วถึง R^+

6.4 ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันลด

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. บอกความหมายของฟังก์ชันจาก A ไป B, ฟังก์ชันจาก A ไปทั้งถึง B, ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง, ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไปทั่วถึง B, ฟังก์ชันอินเวอร์ส และฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)
2. บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B
3. บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B
4. บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
5. บอกได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไปทั่วถึง B
6. บอกได้ว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือ ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง หรือฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไปทั่วถึง B
7. บอกความหมายของฟังก์ชันอินเวอร์สได้
8. บอกได้ว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่
9. บอกความหมายของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล) ได้
10. บอกได้ว่าฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล) เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก R ไปทั่วถึง R^+

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

1. ทบทวนความหมายของฟังก์ชัน
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยที่ 2.2 ให้นักศึกษาทราบจุดประสงค์การเรียนรู้บทนี้

ขั้นสอน

- ครูแจกบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันอินเวอร์ส และฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล) ให้นักศึกษาทุกคนศึกษาด้วยตนเองนอกชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.2 โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีบทสรุปอีกครั้งหนึ่ง เพื่อทำความเข้าใจให้ตรงกัน
2. ครูแจกเอกสารสรุปเนื้อหาบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันอินเวอร์ส และฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล) ที่อยู่ท้ายบทเรียนหน่วยที่ 2.2 ให้นักศึกษาทุกคน หลังจากครูสรุปบทเรียนเรียบร้อยแล้ว ให้นักศึกษาสามารถนำกลับไปทบทวนเนื้อหาที่บ้าน
3. ครูให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดที่ 2.2 ในรูปแบบการเติมคำที่อยู่ท้ายบทเรียนหน่วยที่ 2.2 โดยทำลงในบทเรียนแล้วส่งให้ครูตรวจ

ประเมินผล

- จากการตรวจแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. บทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2.2 เรื่อง ฟังก์ชันจาก A ไป B ฟังก์ชันอินเวอร์ส และฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)
2. แผ่นโปรงใส
3. เอกสารสรุปบทเรียน

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันลอการิทึม (ใช้เวลา 2 คาบ)

คาบที่ 1 ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - บทนิยามของฟังก์ชันลอการิทึม
- สมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม

- มโนคติ
1. บทนิยาม ฟังก์ชันลอการิทึม คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / y = \log_a x, a > 0, a \neq 1\}$
ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันเลขชี้กำลัง
 2. ถ้า $a > 1$ แล้ว ฟังก์ชัน $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว ฟังก์ชัน $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลด
 3. กราฟของฟังก์ชัน $y = \log_a x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(1,0)$ เสมอ เพราะว่า
กราฟของ $y = a^x$ ผ่านจุด $(0,1)$
 4. ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $\mathbb{R}^+$ ไปทั่วถึง $\mathbb{R}$
 5. โดยอาศัยสมบัติของฟังก์ชัน 1-1 จะได้ว่า $\log_a x = \log_a y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. บอกนิยามฟังก์ชันลอการิทึมได้
2. บอกได้ว่า ถ้า $a > 1$ ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันเพิ่ม และ ถ้า $0 < a < 1$
ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันลด
3. บอกได้ว่ากราฟของฟังก์ชัน $y = \log_a x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(1,0)$ เสมอ
4. บอกได้ว่าฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชัน 1-1 และจะได้ว่า $\log_a x = \log_a y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 7 นาที)

1. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูสรุปเนื้อหาในบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 2 โดยใช้แผ่นโปสเตอร์

ขั้นสอน (เวลา 31 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 1 ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูอธิบายบทนิยามของฟังก์ชันลอการิทึมโดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูใช้แผ่นโปรงใสอธิบายกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก R^+ ไปทั่วถึง R และอธิบาย $\log_a x = \log_a y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$
4. ครูใช้แผ่นโปรงใสที่มีกราฟของฟังก์ชัน $y = \log_a x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ เพื่อแสดงว่ากราฟผ่านจุด $(1,0)$
5. ครูใช้แผ่นโปรงใสที่มีรูปกราฟของฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด อธิบายความรู้ที่ว่า “ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม และ ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลด”
6. ครูแจกใบงานที่มีข้อความว่า “ให้นักศึกษาช่วยกันสร้างกราฟของฟังก์ชันลอการิทึมต่อไปนี้ ...” แก่นักศึกษาเพื่อให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาเงื่อนไขของกิจกรรมและปฏิบัติการเรียนร่วมกัน ซึ่งใช้เวลาการปฏิบัติ 15 นาที
7. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู
ชั้นสรุป (เวลา 7 นาที)
1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมาเพื่อให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงานหลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้ คือ
 - 1.1 ฟังก์ชันลอการิทึม คือ $\{(x,y) \in R^+ \times R / y = \log_a x, a > 0, a \neq 1\}$ ซึ่งฟังก์ชันลอการิทึมเป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
 - 1.2 ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลด
 - 1.3 กราฟของฟังก์ชัน $y = \log_a x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(1,0)$ เสมอ
 - 1.4 ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก R^+ ไปทั่วถึง R
 - 1.5 อาศัยสมบัติของฟังก์ชัน 1-1 จะได้ว่า $\log_a x = \log_a y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$
2. ให้นักศึกษาทำแบบทดสอบหน่วยย่อย ใช้เวลา 2 นาที
3. ให้นักศึกษาทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 1 เป็นการบ้าน

คาบที่ 2 ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา

- การเขียนสมการของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง อาจเขียนอยู่ในรูปลอการิทึมได้
- การหาค่าสมการลอการิทึม

มโนคติ

1. $x = a^y$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $y = \log_a x$
2. เมื่อกำหนด $y = \log_a x$ และให้หาค่า x จะใช้การเปลี่ยนรูป $y = \log_a x$ ให้เป็น $x = a^y$

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. เขียนสมการลอการิทึมในรูปเลขยกกำลังได้
2. เขียนสมการเลขยกกำลังในรูปของลอการิทึมได้
3. หาค่า x จากสมการลอการิทึมได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้
2. ครูทบทวนบทนิยามฟังก์ชันลอการิทึม และลักษณะกราฟฟังก์ชันลอการิทึม

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูอธิบายการเขียนสมการเลขยกกำลังในรูปของลอการิทึมโดยใช้แผ่นโปรงใส
2. ครูอธิบายการเขียนสมการลอการิทึมในรูปของเลขยกกำลังโดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูใช้แผ่นโปรงใสในการอธิบายความรู้ว่า $x = a^y$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $y = \log_a x$ มาแก้ปัญหสมการลอการิทึม
4. ครูแจกใบงานที่มีข้อความว่า “เพื่อน ๆ ช่วยหาค่า x จากสมการต่อไปนี้ ...”
แก่นักศึกษา เพื่อให้ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาเงื่อนไขของกิจกรรม และปฏิบัติ
การเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งใช้เวลา 15 นาที
5. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ขั้นสรุป (เวลา 10 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมาเพื่อร่วมกับนักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงานหลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบริษัทในคาบนั้นโดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีเนื้อหาสรุป ดังนี้ คือ

กำหนด $a > 0$ และ $a \neq 1$, $x \in \mathbb{R}$ ซึ่ง

$a^x = y$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $x = \log_a y$

2. ให้นักศึกษาทำแบบทดสอบย่อย ใช้เวลา 5 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 1 เป็นการบ้าน

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. การแสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด
3. การทำแบบทดสอบย่อย

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันลอการิทึม
2. แผ่นโปรงใสเกี่ยวกับเรื่องฟังก์ชันลอการิทึม, การเขียนสมการลอการิทึมในรูปเลขยกกำลัง, การเขียนสมการเลขยกกำลังในรูปของลอการิทึม และการหาค่า x จากสมการลอการิทึม
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณจำนวนขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องฟังก์ชันลอการิทึม และเรื่องฟังก์ชันลอการิทึมต่อ

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 2 เรื่อง สมบัติของลอการิทึมและการใช้สมบัติลอการิทึม
ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - สมบัติของลอการิทึม
- การใช้สมบัติลอการิทึมในการหาค่าของลอการิทึม และการหาค่า x จากสมการลอการิทึม

มโนคติ กำหนด a, m, n เป็นจำนวนจริงบวกที่ $a \neq 1$ และ y เป็นจำนวนจริง

- 1. $\log_a mn = \log_a m + \log_a n$
- 2. $\log_a m/n = \log_a m - \log_a n$
- 3. $\log_a m^y = y \log_a m$
- 4. $\log_a a = 1$
- 5. $\log_a 1 = 0$
- 6. $a^{\log_a m} = m$

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. บอกสมบัติลอการิทึมได้
2. นำสมบัติลอการิทึมไปใช้ในการหาค่าลอการิทึมได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อย
 2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้
 3. ครูทบทวนการเขียนสมการลอการิทึมให้อยู่ในรูปของเลขยกกำลัง
- ขั้นสอน
1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 2 ให้นักศึกษาทุกคน
 2. ครูอธิบายสมบัติลอการิทึมโดยใช้แผ่นโปรงใส
 3. ครูยกตัวอย่างการหาค่าของลอการิทึมโดยใช้แผ่นโปรงใส

4. ครูแจกใบงานที่เป็นกิจกรรมพิเศษครั้งที่ 1 ที่มีข้อความว่า “ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำในการหาค่า x จากสมการ $\log x - \log 8 = 1$ และหาค่าของ $\log_2 9 + \log_2 24 - \log_2 27$ ” ให้แก่นักศึกษาเพื่อให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาและปฏิบัติการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งใช้เวลา 10 นาที

5. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ขั้นสรุป

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมาเพื่อให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้ คือ

เมื่อ a, m, n เป็นจำนวนจริงบอกที่ $a \neq 1$ และ y เป็นจำนวนจริง

$$1. \log_a mn = \log_a m + \log_a n$$

$$2. \log_a m/n = \log_a m - \log_a n$$

$$3. \log_a m^y = y \log_a m$$

$$4. \log_a a = 1$$

$$5. \log_a 1 = 0$$

$$6. a^{\log_a m} = m$$

2. ให้นักศึกษาทำแบบทดสอบย่อยซึ่งใช้เวลา 5 นาที

3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดที่อยู่ในเอกสารหน่วยที่ 2 เป็นการบ้าน

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. การทำแบบทดสอบย่อย
3. การทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 2 เรื่อง สมบัติของลอการิทึมและการใช้สมบัติลอการิทึม
2. แผ่นโปสเตอร์เกี่ยวกับเรื่องสมบัติที่สำคัญของลอการิทึม และตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับการใช้สมบัติลอการิทึม
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณเกี่ยวกับตัวเลข ขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการใช้สมบัติลอการิทึม

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 3 เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญ
ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - ค่าของลอการิทึมสามัญ

มโนคติ

1. แมนทิสซาของ $\log N$ คือ จำนวนที่เป็นทศนิยมบวก
2. แครกเทอริสติกของ $\log N$ คือ จำนวนเต็ม
3. ค่าของลอการิทึมสามัญ คือ จำนวนจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. คำนวณหาค่าแมนทิสซาของ $\log N$ ได้
2. คำนวณหาค่าแครกเทอริสติกของ $\log N$ ได้
3. คำนวณหาค่าของลอการิทึมสามัญได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อย
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูสรุปเนื้อหาในบทเรียนโปรแกรมหน่วยที่ 1 โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีเนื้อหาสรุป
4. ทบทวนสมบัติของลอการิทึม โดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 3 ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูใช้แผ่นโปรงใสอธิบายการหาแมนทิสซา, แครกเทอริสติก และค่าของ

ลอการิทึม

3. ครูแจกใบงานที่เป็นกิจกรรมพิเศษครั้งที่ 2 ที่มีข้อความว่า “กำหนด $\log 896$ มีค่า แมนทิสซา (Mantissa) เป็น .9523 จงหาค่าของ ก. $\log 896$, ข. $\log 0.896$ ” แก่นักศึกษาเพื่อให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาเงื่อนไขของโจทย์ และปฏิบัติการเรียนร่วมกัน ซึ่งใช้เวลา 15 นาที

4. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ขั้นสรุป (เวลา 10 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมาเพื่อให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้ คือ

ลอการิทึมสามัญ หมายถึง ลอการิทึมที่มีฐานเป็น 3 ซึ่งการเขียน

ลอการิทึมสามัญนิยมเขียนโดยไม่มีฐานกำกับ เช่น $\log_{10} N$ หรือ $\log N$

ค่าของลอการิทึมสามัญ

$$\text{ให้ } \log N = \log N_0 + n$$

ค่าของ $\log N$ ประกอบด้วย 2 ส่วน ดังนี้

1.1 แคลแรกเทอริสติกของ $\log N$ คือ n ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม

1.2 แมนทิสซาของ $\log N$ คือ $\log N_0$ เป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก

- * 2. ให้นักศึกษาจำนวน 50% ของนักศึกษาแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อยชุด A และที่เหลืออีก 50% ของแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อยชุด B ซึ่งแต่ละชุดใช้เวลา 3 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 3 เป็นการบ้าน

หมายเหตุ

- * การที่ให้นักศึกษาแยกทำแบบทดสอบเป็น 2 ชุด คือ ชุด A (ที่เกี่ยวกับการหาค่าของ $\log 702$) และ ชุด B (ที่เกี่ยวกับการหาค่าของ $\log 0.702$) เนื่องจากเวลาที่ใช้ในการสอบไม่เพียงพอที่นักศึกษาแต่ละคนแสดงวิธีทำในแบบทดสอบให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ แต่ถ้าแยกเป็น 2 ชุด ทำให้สามารถประเมินผลนักศึกษาทั้งกลุ่มให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. การทำแบบทดสอบย่อย
3. การทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 3 เรื่อง ลอการิทึมสามัญ
2. แผ่นโปรงใสเกี่ยวกับเรื่องการคำนวณหาค่าแมนทิสซา และแคแรกเทอริสติกของ $\log N$ และการคำนวณหาค่าของลอการิทึมสามัญ
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณการบวก, ลบ, คูณ และหารจำนวน ขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการคำนวณค่าลอการิทึมสามัญ

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 4 เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญโดยใช้ตารางและการเทียบบัญญัติไตรยางค์
ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - การคำนวณหาค่าของลอการิทึมโดยการเปิดตารางลอการิทึมสามัญ และใช้การ
เทียบบัญญัติไตรยางค์เมื่อเปิดตารางลอการิทึมแล้วไม่พบ

มโนคติ - ค่าของลอการิทึมสามัญ คือ จำนวนจริงที่เป็นค่าประมาณซึ่งอยู่ในรูปทศนิยม
4 ตำแหน่ง ซึ่งค่าจำนวนจริงนี้เป็นค่าแมนทิสซา ซึ่งได้จากการเปิดตาราง
ลอการิทึมสามัญของจำนวนจริงที่มีทศนิยม 2 ตำแหน่ง เช่น $\log 7.23$ แต่ถ้า
ค่าของลอการิทึมของจำนวนจริงที่มีทศนิยมตั้งแต่ 3 ตำแหน่งขึ้นไป เช่น $\log$
7.235 จะต้องใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. คำนวณหาค่าของลอการิทึมสามัญโดยใช้ตารางลอการิทึมสามัญ
2. คำนวณหาค่าของลอการิทึมสามัญโดยใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อยหน่วยที่ 3
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูและนักศึกษาช่วยกันอภิปรายทบทวนเรื่องแมนทิสซาและแคแรกเทอริสติก
ของลอการิทึม

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 4 ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูใช้แผ่นโปรงใสในการอธิบายการคำนวณหาค่าลอการิทึมสามัญ ได้แก่
 $\log 999000$, $\log 1.18$ และ $\log 0.103$ ด้วยการเปิดตารางลอการิทึมสามัญใน
การหาค่าแมนทิสซาที่อยู่ในรูป $\log N_0$ เมื่อ $0 < N_0 < 1$ และ N_0 เป็นทศนิยม
2 ตำแหน่งเท่านั้น ซึ่งค่า $\log N_0$ ที่ได้จากตารางจะเป็นทศนิยม 4 ตำแหน่ง

3. ครูใช้แผ่นโปสเตอร์อธิบายการคำนวณหาค่าลอการิทึมสามัญ ได้แก่ $\log 1153$ ด้วยการเปิดตารางลอการิทึมสามัญและการเทียบบัญญัติไตรยางค์เพื่อหาค่าแมนทิสซา เมื่อแมนทิสซาที่อยู่ในรูป $\log N_0$, $0 < N_0 < 1$ และ N_0 เป็นทศนิยม 3 ตำแหน่งขึ้นไป เช่น $\log 1153$ แมนทิสซา คือ $\log 1.153$

4. ครูแจกใบงานที่มีข้อความว่า “เพื่อน ๆ ช่วยกันหาค่าของ $\log 0.0007248$ พร้อมทั้งบอกว่าแคแรกเทอร์สติก และแมนทิสซาของลอการิทึมนี้” แก่นักศึกษา เพื่อให้ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาเงื่อนไขของกิจกรรมและปฏิบัติการเรียนร่วมกัน ซึ่งใช้เวลา 10 นาที

5. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู
ขั้นสรุป (เวลา 10 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมา เพื่อให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้ คือ

“การใช้ตารางหาค่าลอการิทึมของจำนวนที่มีทศนิยม 2 ตำแหน่ง ซึ่งค่าลอการิทึมนี้เป็นค่าแมนทิสซา และค่าที่ได้จะเป็นค่าประมาณอยู่ในรูปทศนิยม 4 ตำแหน่ง

แต่ถ้าค่าลอการิทึมของจำนวนที่มีทศนิยมตั้งแต่ 3 ตำแหน่งขึ้นไป การหาค่าลอการิทึมจะต้องใช้บัญญัติไตรยางค์”

* 2. ให้นักศึกษาจำนวน 50% ของนักศึกษาแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อย ชุด A และที่เหลืออีก 50% ของแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อย ชุด B ซึ่งแต่ละชุดใช้เวลา 5 นาที

3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 4 เป็นการบ้าน

หมายเหตุ

* การที่ให้นักศึกษาแยกทำแบบทดสอบเป็น 2 ชุด คือ ชุด A และ ชุด B เนื่องจากเวลาที่ใช้ในการสอบไม่เพียงพอ ที่นักศึกษาแต่ละคนแสดงวิธีทำในแบบทดสอบให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ แต่ถ้าแยกเป็น 2 ชุด ทำให้สามารถประเมินผลนักศึกษาทั้งกลุ่มให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. การแสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด
3. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย
4. การทำแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 4 เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญโดยใช้ตารางและการเทียบบัญญัติไตรยางค์
2. แผ่นโป่งใสเกี่ยวกับเรื่องการคำนวณหาค่าแมนทิสซา พร้อมทั้งค่าแคแรกเทอริสติกของ $\log N$, ตัวอย่างการหาค่าลอการิทึมสามัญด้วยการเปิดตารางค่าแมนทิสซา , ตัวอย่างการหาค่าลอการิทึมสามัญด้วยการเปิดตารางและเทียบบัญญัติไตรยางค์เพื่อหาค่าแมนทิสซา และบทสรุปเนื้อหาหน่วยที่ 4
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการคำนวณค่าลอการิทึมสามัญโดยใช้ตาราง และการเทียบบัญญัติไตรยางค์

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 5 เรื่อง การคำนวณค่าแอนติลอการิทึม

ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - การคำนวณค่าแอนติลอการิทึม

มโนคติ - ถ้าให้ N เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ และ N_1 เป็นจำนวนจริงใด ๆ
 $\log N = N_1$
 จะได้ว่า N_1 เป็นแอนติลอการิทึมของ $\log N$
 - - ถ้ากำหนดค่า $\log N$ เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว สามารถหา N_1 ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. คำนวณหาค่าแอนติลอการิทึมโดยใช้ตารางลอการิทึมสามัญ
2. คำนวณหาค่าแอนติลอการิทึมโดยการเทียบบัญญัติไตรยางค์

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อย
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูทบทวนการเปิดตารางลอการิทึม

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 5 ให้ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูใช้แผ่นโปรงใสที่มีรูปตารางลอการิทึมสามัญอธิบายการหาค่าแมนทิสซา
 ในรูป $\log N_0$ เมื่อกำหนดค่าแมนทิสซาที่เป็นทศนิยม 4 ตำแหน่ง
3. ครูใช้แผ่นโปรงใสอธิบายการคำนวณหาค่าแอนติลอการิทึม เมื่อกำหนดค่า
 ของลอการิทึมมาให้ (เช่น กำหนด $\log N = 0.0492$ จงหาค่า N) โดยการเปิด
 ตารางลอการิทึมสามัญเป็นการหาค่าแมนทิสซาที่เป็นทศนิยม 4 ตำแหน่ง จะ
 ตรงกับแมนทิสซาที่เป็นรูป $\log N_0$
4. ครูใช้แผ่นโปรงใสอธิบายการหาค่าแอนติลอการิทึม เมื่อกำหนดค่าของ
 ลอการิทึมมาให้ แล้วหาค่าแอนติลอการิทึม โดยใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์

เพื่อหาค่าแมนทิสซาที่อยู่ในรูป $\log N_0$ เมื่อไม่สามารถหา $\log N_0$ จากตารางลอการิทึมสามัญ

5. ครูแจกใบงานที่เป็นกิจกรรมพิเศษที่มีข้อความว่า “คำชี้แจงให้สมาชิกภายในกลุ่มช่วยกันแสดงวิธีทำต่อไปนี้...” ให้แก่นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาและปฏิบัติ การเรียนร่วมกัน ซึ่งใช้เวลา 10 นาที
6. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ขั้นสรุป (เวลา 10 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมา เพื่อให้ให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้ คือ

“ถ้ากำหนดค่า $\log N$ ให้สามารถหา N ได้และเรียก N ว่าแอนติลอการิทึม (Antilogarithm) ของ $\log N$ ซึ่งมีขั้นตอนในการคำนวณค่าแอนติลอการิทึม ดังนี้

1. กำหนดค่า N แทนจำนวนจริงใด ๆ ที่ต้องการหาในรูปของ $\log N$ แล้วใช้สมบัติฟังก์ชันลอการิทึมที่เป็นฟังก์ชัน $1-1$ จาก R^+ ไปทั่วถึง R เพื่อหาค่าของ $\log N$
2. แยกค่าของลอการิทึมเป็นค่าของแมนทิสซา และแคแรกเทอริสติก
3. เปลี่ยนค่าในข้อ 2 อยู่ในรูปของลอการิทึม
4. เปิดตารางลอการิทึมเพื่อหาค่าในข้อ 3
5. ใช้สมบัติ $\log_x x = \log_y y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ ”
2. ให้นักศึกษาทำแบบทดสอบย่อย ใช้เวลา 5 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 5 เป็นการบ้าน

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย
3. การแสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 5 เรื่อง การคำนวณค่าแอนติลอการิทึม
2. แผ่นโปสเตอร์เกี่ยวกับเรื่องการใช้ตารางในการหาค่าเมกนทิสซาที่เป็นทศนิยม
เปลี่ยนให้เป็น $\log N_0$ · ตัวอย่างการหาค่าแอนติลอการิทึมด้วยการเปิดตาราง
ตัวอย่างการหาค่าแอนติลอการิทึมด้วยการเทียบบัญญัติไตรยางค์ และบทสรุป
เนื้อหาหน่วยที่ 5
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขขณะที่นักศึกษาปฏิบัติ
กิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการคำนวณค่าแอนติลอการิทึม

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 6 เรื่อง การคำนวณค่าโดยประมาณ
ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - การคำนวณค่าโดยประมาณ โดยใช้ลอการิทึม

มโนคติ - ใช้ลอการิทึมในการหาผลคูณ, ผลหาร, เลขยกกำลังและการถอดรากของ
จำนวน ซึ่งค่าที่คำนวณได้จะเป็นค่าประมาณ

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ
- คำนวณหาผลคูณ, ผลหาร, เลขยกกำลัง และการถอดราก

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 10 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อยของหน่วยที่ 5
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูทบทวนการหาค่าของลอการิทึมและการหาค่าแอนติลอการิทึม โดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นสอน (เวลา 20 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 6 ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูใช้แผ่นโปรงใสที่มีโจทย์เกี่ยวกับการหาค่าของจำนวนที่ซับซ้อนมาอธิบายการใช้ลอการิทึมช่วยในการคำนวณหาค่านั้น
3. ครูแจกใบงานที่มีข้อความว่า “ครูต้องการให้สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มช่วยกันหาค่าของ $(6.45)^3 \times \sqrt[3]{0.00034}$ ให้แก่นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษา และปฏิบัติ $(9.37)^2 \times \sqrt[4]{8.93}$

การเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งใช้เวลา 10 นาที ถ้านักศึกษาคนใดทำไม่ได้ครูจะคอยชี้แนะวิธีการแก้ปัญหาที่ละขั้นตอนอย่างช้า ๆ เพื่อที่นักศึกษาอาจจะแก้ปัญหานั้นต่อไปได้ด้วยตนเอง

4. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ขั้นสรุป (เวลา 10 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมา เพื่อให้นักศึกษาช่วยกันอธิบายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้
“การใช้ลอการิทึมในการคำนวณเกี่ยวกับการคูณ การหาร และเลขยกกำลัง
ค่าที่คำนวณได้จะเป็นค่าโดยประมาณ ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง”
2. ให้นักศึกษาทำแบบทดสอบย่อย ใช้เวลา 5 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 6 เป็นการบ้าน

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. การแสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด
3. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 6 เรื่อง การคำนวณค่าโดยประมาณ
2. แผ่นโปรงใสเกี่ยวกับเรื่องการทบทวนการหาค่าของลอการิทึม และค่าแอนติลอการิทึม ตัวอย่างการคำนวณหาค่าจำนวนที่ซับซ้อนโดยใช้ลอการิทึม และบทสรุปเนื้อหาหน่วยที่ 6
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการคำนวณค่าโดยประมาณ

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 7 เรื่อง การหาดอกเบี้ยทบต้น

ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - การใช้ลอการิทึมแก้ปัญหาลอการิทึมเกี่ยวกับดอกเบี้ยทบต้น

มโนคติ - การหาดอกเบี้ยทบต้นโดยใช้สูตร $S = P(1+i)^n$
 โดย S = เงินรวมแบบดอกเบี้ยทบต้น
 P = เงินต้น
 i = อัตราดอกเบี้ยต่องวด
 n = จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น
 - การใช้ลอการิทึมและแอนติลอการิทึมหาค่า S เมื่อ n มีค่าเป็นจำนวนมาก

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

- คำนวณหาเงินรวม, ดอกเบี้ยทบต้น และระยะเวลาที่คิดดอกเบี้ยทบต้น โดยใช้ลอการิทึม

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 7 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อยของหน่วยที่ 6
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูทบทวนการหาแอนติลอการิทึม โดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 7 ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูใช้แผ่นโปรงใสที่มีโจทย์เกี่ยวกับเรื่องดอกเบี้ยทบต้น มาอธิบายการแทนค่าต่าง ๆ ในสูตร $S = P(1+i)^n$ จากนั้นอาศัยลอการิทึม และแอนติลอการิทึมในการหา S
3. ครูแจกใบงานที่มีข้อความว่า “ถ้าคุณปรารถนาที่จะซื้อรถยนต์คันหนึ่งในราคา 600,000 บาท ... คุณต้องใช้เวลานานเท่าไรในการลงทุนจนกระทั่งคุณได้เงินเป็นจำนวน 600,000 บาท” ให้แก่นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาเงื่อนไขของ

กิจกรรม และปฏิบัติการเรียนร่วมกัน ซึ่งใช้เวลา 15 นาที

4. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ชั้นสรุป (เวลา 8 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมา เพื่อให้ให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบริษัทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้
 “การหาดอกเบี้ยทบต้นโดยใช้สูตร $S = P(1+i)^n$ นั้น จะใช้ลอการิทึมหาค่า S นั้น เมื่อ n มีค่าเป็นจำนวนบวก”
- * 2. ให้นักศึกษาจำนวน 50% ของนักศึกษาแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อย ชุด A และที่เหลืออีก 50% ของแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อย ชุด B ซึ่งแต่ละชุดใช้เวลา 5 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 7 เป็นการบ้าน

หมายเหตุ

- * การทำให้นักศึกษาแยกทำแบบทดสอบเป็น 2 ชุด คือ ชุด A และ ชุด B เนื่องจากเวลาที่ใช้ในการสอบไม่เพียงพอที่นักศึกษาแต่ละคนแสดงวิธีทำในแบบทดสอบให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ แต่ถ้าแยกเป็น 2 ชุด ทำให้สามารถประเมินผลนักศึกษาทั้งกลุ่มให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. การแสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด
3. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 7 เรื่อง การหาดอกเบี้ยทบต้น
2. แผ่นโปสเตอร์เรื่องการทบต้นการหาค่าแอนติลอการิทึม เรื่องการหาดอกเบี้ยทบต้น และบทสรุปเนื้อหาหน่วยที่ 7
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขขณะที่นักศึกษปฏิบัติกิจกรรมการเรียนร่วมและการทำแบบทดสอบย่อย
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการหาดอกเบี้ยทบต้น

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 8 เรื่อง สมบัติลอการิทึมฐาน e
ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)

เนื้อหา - สมบัติลอการิทึมฐาน e และการหาค่าลอการิทึมฐาน e

มโนคติ - สมบัติที่สำคัญของลอการิทึมธรรมชาติ
กำหนดให้ M , N เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ และ p เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $\ln (MN) = \ln M + \ln N$
2. $\ln (M/N) = \ln M - \ln N$
3. $\ln M^p = p \ln M$
4. $\ln e = 1$
5. $\ln 1 = 0$
6. $e^{\ln x} = x$
7. $\ln x = \log x / \log e$ (เมื่อ x เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ)

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. บอกสมบัติลอการิทึมฐาน e ได้
2. คำนวณหาค่าลอการิทึมฐาน e โดยใช้สมบัติลอการิทึมได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อยของหน่วยที่ 7
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูทบทวนสมบัติลอการิทึม โดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 8 ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูใช้แผ่นโปรงใสอธิบายความรู้ที่ว่า ลอการิทึมธรรมชาติ คือ ลอการิทึมฐาน e
เมื่อ e เป็นจำนวนอตรรกยะ และเมื่อกำหนด x เป็นจำนวนจริงบวก ดังนั้น
 $\log_e x$ เขียนแทนด้วย $\ln x$
3. ครูอธิบายสมบัติลอการิทึมฐาน e โดยใช้แผ่นโปรงใส

4. ครูใช้แผ่นโปรงใสอธิบายการหาค่าลอการิทึมธรรมชาติ โดยอาศัยสมบัติของลอการิทึมธรรมชาติ
5. ครูแจกใบงานที่เป็นกิจกรรมพิเศษ ที่มีข้อความว่า “คำชี้แจง ให้สมาชิกภายในกลุ่มช่วยกันแสดงวิธีทำต่อไปนี้ ...” ให้แก่นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาเงื่อนไขของกิจกรรมและปฏิบัติกิจกรรมร่วมกัน ซึ่งใช้เวลาการปฏิบัติ 10 นาที
6. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู
ขั้นสรุป (เวลา 5 นาที)
1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมา เพื่อให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้

ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural Logarithms) คือ ลอการิทึมฐาน e เมื่อ e เป็นจำนวนอตรรกยะ

สมบัติที่สำคัญของลอการิทึมธรรมชาติ

กำหนดให้ M, N เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ และ p เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$1. \ln (M N) = \ln M + \ln N$$

$$2. \ln (M/N) = \ln M - \ln N$$

$$3. \ln M^p = p \ln M$$

$$4. \ln e = 1$$

$$5. \ln 1 = 0$$

$$6. e^{\ln x} = x$$

$$7. \ln x = \log x / \log e \quad (\text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ})$$

2. ให้นักศึกษาทำแบบทดสอบย่อย ใช้เวลา 5 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 8 เป็นการบ้าน

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. แสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด
3. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 8 เรื่อง สมบัติลอการิทึมฐาน e
2. แผ่นโปรงใสเกี่ยวกับเรื่องทบทวนสมบัติลอการิทึมสามัญ, อธิบายความหมายของลอการิทึมธรรมชาติ, ตัวอย่างการใช้ลอการิทึมฐาน e และบทสรุปเนื้อหาหน่วยที่ 8
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องสมบัติลอการิทึมฐาน e

แผนการสอนรายคาบ

- หน่วยที่ 9 เรื่อง การนำลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการคำนวณหาค่าโดยประมาณ
ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)
- เนื้อหา - การคำนวณหาค่าโดยประมาณ โดยใช้ลอการิทึมฐาน e
- มโนคติ - ใช้ลอการิทึมฐาน e ในการคำนวณที่เกี่ยวกับการคูณ การหาร และเลขยกกำลัง

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

- - คำนวณหาผลลัพธ์เมื่อกำหนดการบวก, การลบ, การคูณ, การหาร และเลขยกกำลัง โดยอาศัยสมบัติของลอการิทึมฐาน e ได้

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อยของหน่วยที่ 8
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูทบทวนสมบัติลอการิทึมฐาน e โดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 9 ให้แก่นักศึกษาทุกคน
2. ครูอธิบายการหาผลลัพธ์เมื่อกำหนดจำนวนต่าง ๆ มาให้ โดยอาศัยสมบัติลอการิทึมฐาน e ด้วยการชี้ตัวอย่างที่มีอยู่ในแผ่นโปรงใส
3. ครูแจกใบงานที่มีข้อความว่า “พี่ ๆ ผมทำโจทย์ข้อนี้ไม่ได้ครับ พี่ช่วยผมหน่อยครับ ...” ให้แก่นักศึกษาแต่ละกลุ่มปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน โดยใช้เวลา 20 นาที
4. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ขั้นสรุป (เวลา 10 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมา เพื่อให้ให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้

การคำนวณหาผลลัพธ์ เมื่อกำหนดการบวก การลบ การคูณ การหาร

และเลขยกกำลัง โดยอาศัยสมบัติลอการิทึมฐาน e ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าประมาณซึ่งใกล้เคียงกับความจริง

ขั้นตอนในการคำนวณหาค่าโดยประมาณ ดังนี้

1. กำหนด N แทนค่าที่ต้องการคำนวณหา
2. ใช้สมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม ที่เป็นฟังก์ชัน $1 - 1$
3. ใช้สมบัติของ $\ln$
4. หาค่าแอนติลอการิทึม
- * 2. ให้นักศึกษาจำนวน 50% ของนักศึกษาแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อยชุด 1 และที่เหลืออีก 50% ของแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อยชุด 2 ซึ่งแต่ละชุดใช้เวลา 5 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 9 เป็นการบ้าน

หมายเหตุ

- * การให้นักศึกษาแยกทำแบบทดสอบเป็น 2 ชุด คือ ชุด 1 และ ชุด 2 เนื่องจากเวลาที่ใช้ในการสอบไม่เพียงพอที่นักศึกษาแต่ละคนแสดงวิธีทำในแบบทดสอบให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ แต่ถ้าแยกเป็น 2 ชุด ทำให้สามารถประเมินผลนักศึกษาทั้งกลุ่มให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. แสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด
3. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 9 เรื่อง การนำลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการคำนวณหาค่าโดยประมาณ
2. แผ่นโปสเตอร์เรื่องสมบัติลอการิทึม, ตัวอย่างการหาค่าโดยประมาณโดยใช้สมบัติลอการิทึมฐาน e และบทสรุปเนื้อหาหน่วยที่ 9
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน และทดสอบย่อย
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการนำลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการคำนวณหาค่าโดยประมาณ

แผนการสอนรายคาบ

หน่วยที่ 10	เรื่อง การแก้สมการ ใช้เวลา 1 คาบ (45 นาที)
เนื้อหา	- การแก้สมการลอการิทึมฐาน e
มโนคติ	- การนำสมบัติลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการหาค่าตัวแปรที่อยู่ในสมการ ลอการิทึมฐาน e - การนำสมบัติลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง - การหาดอกเบี้ยทบต้น และเงินรวม โดยใช้สูตร $A = Pe^n$

จุดประสงค์การเรียนรู้ เมื่อนักศึกษาเรียนจบคาบนี้แล้ว นักศึกษาสามารถ

1. คำนวณหาค่าตัวแปรจากสมการลอการิทึมฐาน e ได้
2. คำนวณหาดอกเบี้ยทบต้น, เงินรวม และระยะเวลาได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (เวลา 5 นาที)

1. ครูบอกคะแนนทดสอบย่อยของหน่วยที่ 9
2. ครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้โดยใช้แผ่นโปรงใส
3. ครูทบทวนสมบัติลอการิทึมฐาน e โดยใช้แผ่นโปรงใส

ขั้นสอน (เวลา 30 นาที)

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 10 ให้นักศึกษาทุกคน
2. ครูใช้แผ่นโปรงใสที่มีตัวอย่างการแก้สมการลอการิทึมฐาน e ในการอธิบายการหาค่าตัวแปร โดยอาศัยสมบัติลอการิทึม
3. ครูใช้แผ่นโปรงใสที่มีสูตรการหาดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง อธิบายความหมายของค่าต่าง ๆ ในสูตร
4. ครูอธิบายการหาเงินรวม และอัตราดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง โดยใช้แผ่นโปรงใสที่มีตัวอย่างเรื่องดอกเบี้ยทบต้น
5. ครูแจกใบงานที่มีข้อความว่า “สมนิตย์ได้ตั้งปัญหาถามว่า ถ้าฉันลงทุน 100 บาท ... สมนิตย์จะต้องใช้เวลานานกี่ปีเพื่อให้ผู้อื่นกู้ (ดอกเบี้ยนิยม 1 ตำแหน่ง)”

ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่มศึกษาเงื่อนไขและปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน
ใช้เวลา 15 นาที

6. นักศึกษากลุ่มใดทำเสร็จแล้วให้นำส่งใบงานที่ครู

ขั้นสรุป (เวลา 10 นาที)

1. ครูสุ่มใบงานของนักศึกษากลุ่มหนึ่งขึ้นมา เพื่อให้นักศึกษาช่วยกันอภิปรายผลงาน หลังจากนั้นครูจึงสรุปเนื้อหาของบริษัทเรียนในคาบนั้น โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ที่มีเนื้อหาสรุปบทเรียน ดังนี้

การแก้สมการลอการิทึม คือ การหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง
ขั้นตอนในการแก้สมการ มีดังนี้

1. ใช้คุณสมบัติของลอการิทึมธรรมชาติ
2. หาค่าของลอการิทึมธรรมชาติโดยการเปิดตาราง
3. จะได้ค่าตัวแปรตามต้องการ

การหาดอกเบี้ยทบต้นและเงินรวม ใช้สูตร

$$A = Pe^n$$

- * 2. ให้นักศึกษาจำนวน 50% ของนักศึกษาแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อยชุด 1 และที่เหลืออีก 50% ของแต่ละกลุ่มทำแบบทดสอบย่อยชุด 2 ซึ่งแต่ละชุดใช้เวลา 5 นาที
3. ให้นักศึกษาแต่ละคนทำแบบฝึกหัดในเอกสารหน่วยที่ 10 เป็นการบ้าน

หมายเหตุ

- * การที่นักศึกษาแยกทำแบบทดสอบ 2 ชุด คือ ชุด 1 และ ชุด 2 เนื่องจากเวลาที่ใช้ในการสอบเพียง 5 นาที นั้น ไม่เพียงพอที่นักศึกษาแต่ละคนจะแสดงวิธีทำในแบบทดสอบให้ครบทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ แต่ถ้าแยกเป็น 2 ชุด ทำให้สามารถประเมินผลนักศึกษาทั้งกลุ่มให้ครบทุกจุดประสงค์ได้

ประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความตั้งใจ และการทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมทั้งการให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมกลุ่ม
2. การแสดงวิธีทำในใบงาน และแบบฝึกหัด
3. คะแนนจากแบบทดสอบย่อย

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารหน่วยที่ 10 เรื่อง การแก้สมการ
2. แผ่นโปสเตอร์เกี่ยวกับเรื่องลอการิทึมฐาน e , สูตรการหาลอการิทึมยกกำลัง
ค่าต่อเนื่อง, ตัวอย่างการแก้สมการลอการิทึม และ การหาเงินรวมของลอการิทึม
ยกกำลังค่าต่อเนื่อง
3. เครื่องคิดเลขให้ใช้เมื่อมีการคำนวณจำนวนขณะที่นักศึกษาปฏิบัติกิจกรรม
การเรียนรู้ร่วมกัน
4. แบบทดสอบย่อยเรื่องการแก้สมการ

ภาคผนวก ง

ชุดการเรียนรู้การสอน

- ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้พื้นฐาน
- ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม
 - เฉลยแบบฝึกหัด
 - เฉลยใบงานและกิจกรรมพิเศษ
 - เฉลยแบบทดสอบย่อย

ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้พื้นฐาน

คำชี้แจงสำหรับผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องความรู้พื้นฐาน

ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้พื้นฐานระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงนี้ สร้างขึ้นเพื่อทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนการสอน โดยการศึกษาด้วยตนเองจากชุดการเรียนการสอน ซึ่งประกอบด้วย บทเรียนโปรแกรม จำนวน 2 หน่วย คือ

หน่วยที่ 1 เรื่อง การบวก การลบ การคูณ และการหารทศนิยม

หน่วยที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชัน

ลักษณะของหน่วยการเรียนแต่ละหน่วยนั้นสะดวกต่อการศึกษาค้นคว้า และการจดจำ ตลอดจนมีรูปการ์ตูนที่ช่วยเพิ่มบรรยากาศการเรียนทำให้น่าสนใจ อีกทั้งมีเอกสารสรุปบทเรียน พร้อมทั้งแบบฝึกหัดจำนวน 3 บทเรียน

การนำชุดการเรียนการสอนไปใช้ควรดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- 1) ศึกษาวิธีการใช้จากคำชี้แจงการใช้อย่างละเอียดก่อน
- 2) เมื่อนักศึกษาเรียนในแต่ละหน่วยเรียบร้อยแล้ว ควรตรวจสอบตนเองว่ามีความรู้เนื้อหาตามที่มิในชุดการสอนเพียงใด จึงควรทำการทดสอบด้วยแบบฝึกหัดประจำหน่วย ถ้าได้คะแนนรวมไม่ถึงร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม ให้นักศึกษาเรียนด้วยตนเองเรื่องเดิมใหม่อีกครั้ง แล้วตอบคำถามใหม่จนได้คะแนนถึงร้อยละ 80 ของคะแนนเต็ม จึงจะศึกษาเรื่องต่อไปได้

คำชี้แจงวิธีใช้บทเรียนโปรแกรมสำหรับนักศึกษา

บทเรียนที่ผู้เรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้เรียกว่า บทเรียนโปรแกรม มีลักษณะที่มีเนื้อหาและคำถามพร้อมทั้งเฉลย ผู้เรียนต้องศึกษาบทเรียนโปรแกรมด้วยตนเองอย่างเต็มความสามารถด้วยการอ่านและปฏิบัติตามคำสั่ง ไม่ควรพยายามเปิดดูเฉลยก่อนเรียนจากบทเรียน เพื่อเป็นการตรวจสอบความสามารถของผู้เรียน จุดประสงค์ที่ให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนโปรแกรมนอกเวลาเรียนเพื่อเป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานก่อนที่จะเรียนเรื่องลอการิทึม

ขั้นตอนที่นักศึกษาจะต้องปฏิบัติมีดังนี้

- 1) ให้ผู้เรียนศึกษาหน่วยการเรียนรู้ด้วยตนเองไปตามลำดับ
- 2) ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจเนื้อหาอย่างละเอียดด้วยการอ่านอย่างตั้งใจและวิเคราะห์
- 3) เมื่อผู้เรียนอ่านรายละเอียดของแต่ละหัวเรื่องในหน่วยการเรียนรู้ จบแล้วควรบันทึกสาระสำคัญของแต่ละหัวเรื่อง
- 4) ผู้เรียนสามารถเติมข้อความลงในแบบฝึกหัด เมื่อผู้เรียนทำแบบฝึกหัดเสร็จเรียบร้อยแล้ว โปรดตรวจคำตอบจากเฉลยที่ให้ไว้ในแต่ละหัวข้อ
- 5) ถ้าผู้เรียนมีข้อสงสัยให้ปรึกษาผู้สอนได้
- 6) เมื่อ ผู้เรียนศึกษาแต่ละหน่วยการเรียนรู้เสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้ทำแบบฝึกหัดประจำหน่วย

เมื่อผู้เรียนพร้อมที่จะศึกษาจากชุดการเรียนรู้การสอบนี้โปรดลงมือทันที

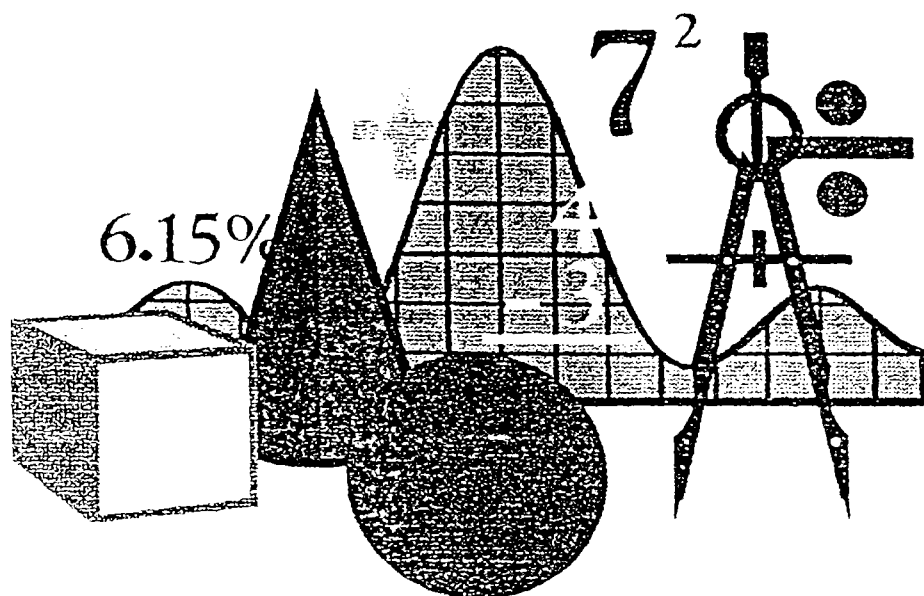


คณิตศาสตร์

หน่วยที่ 1

เรื่อง

การบวก การลบ การคูณ และการหาร



การบวกทศนิยม

ก่อนที่จะศึกษาผลบวกของทศนิยม
ขอแนะนำให้รู้จักค่าสัมบูรณ์



บทนิยาม ค่าสัมบูรณ์
กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริง
ค่าสัมบูรณ์ของ a เขียนแทนด้วย $|a|$
นิยามดังนี้

$$a \text{ ถ้า } a > 0$$

$$|a| = 0 \text{ ถ้า } a = 0$$

$$-a \text{ ถ้า } a < 0$$

ตัวอย่าง ค่าสัมบูรณ์

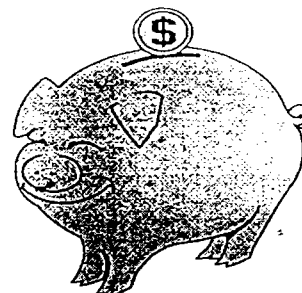
ก. $|12| = 12$ เนื่องจาก $12 > 0$

ข. $|-12| = -(-12) = 12$ เนื่องจาก $-12 < 0$

ค. $|0| = 0$

สรุปได้ว่า ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 0
จะได้ค่าเป็นจำนวนบวกเสมอ

เราจะนำค่าสัมบูรณ์มาใช้ในการ
หาผลบวก



การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นลบ

ในการหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นลบ
มีขั้นตอน ดังนี้

1. ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน
2. แล้วตอบเป็นทศนิยมลบ



ตัวอย่าง จงหาค่าของ $(-20.9) + (-115.67)$

วิธีทำ -20.9 เปลี่ยนเป็น $|-20.9| = 20.9$

-115.67 เปลี่ยนเป็น $|-115.67| = 115.67$

115.67

20.90

136.57

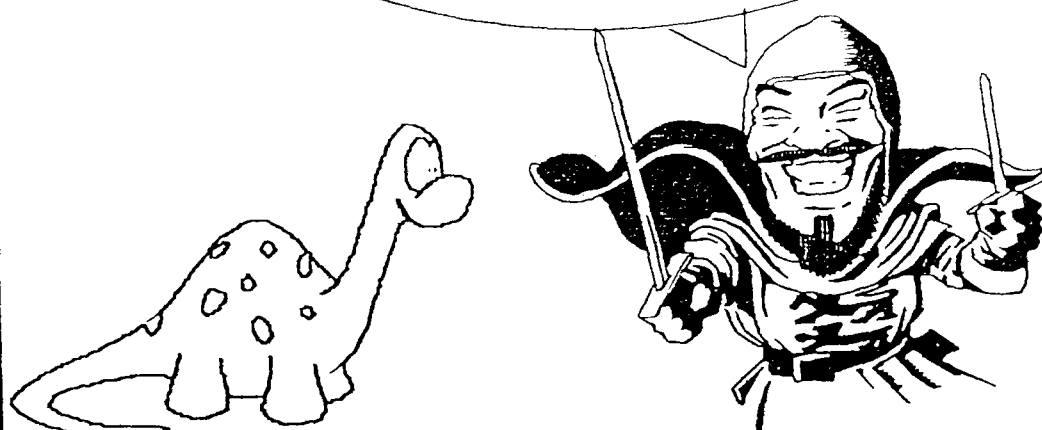
$\therefore$ ผลลัพธ์ของ $(-20.9) + (-115.67) = -136.57$

ข้อสังเกต ตำแหน่งของจำนวนเต็มและทศนิยมต้องวางตรงกัน

การบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นลบกับบวก

การหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นลบกับบวก
มีขั้นตอนการทำได้ดังนี้

1. นำค่าสัมบูรณ์ของทศนิยมมาลบกัน
2. ผลลัพธ์ที่ได้เป็นทศนิยมบวก หรือลบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า



ตัวอย่าง จงหาค่าของ $1.56 + (-3.246)$

วิธีทำ 1.56 เปลี่ยนเป็น $|1.56| = 1.56$
 -3.246 เปลี่ยนเป็น $|-3.246| = 3.246$

$$|-3.246| - |1.56| = 3.246 - 1.56$$

$$\begin{array}{r} 3.246 \\ - \\ 1.560 \\ \hline 1.686 \end{array}$$

$$1.560$$

$$1.686$$

$$\therefore |-3.246| - |1.56| = 1.686$$

แต่ $3.246 > 1.56$ ดังนั้น ผลลัพธ์จึงเป็นทศนิยมลบ

$$\therefore 1.56 + (-3.246) = -1.686$$

ข้อสังเกต ตำแหน่งของจำนวนเต็มและทศนิยมต้องวางตรงกัน

แบบฝึกหัด 1.1 จงเติมตัวเลขใน ☐ ให้ถูกต้อง

จงหาผลบวก

1. $0.8 + 0.3$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} 0.8 \\ \boxed{} + \\ \hline \boxed{} \\ \hline \end{array}$$

2. $0.913 + 0.104 + 0.005$

วิธีทำ

$$\begin{array}{r} \boxed{} \\ 0.104 \\ \boxed{} \\ \hline \boxed{} \\ \hline \end{array}$$

3. $-1.5 + (-2.93)$

=

4. $-0.37 + (-0.4)$

=

5. $1.56 + (-4.352)$

=

6. $-0.9 + 76 + (-0.635) + 0.03$

=

7. $12.75 + 20.25 + (-38.6)$

=

8. $158.5 + (-32.47) + (-40.003)$

=

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดเฉลยได้ในท้ายหน้าถัดไป

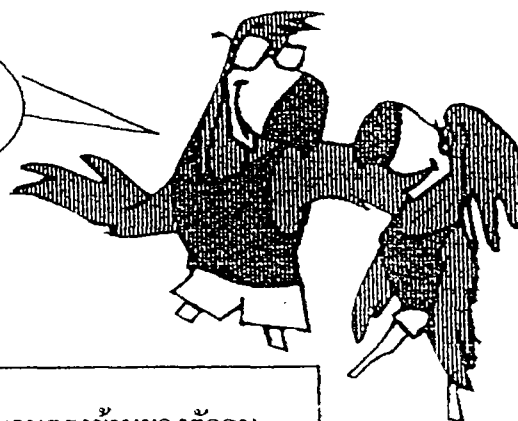




หัวข้อต่อมา
ที่ต้องการจะอธิบายถึง
ได้แก่ การลบทศนิยม

การลบทศนิยม

การลบทศนิยมนั้น เราอาศัย
การบวกตามข้อตกลง ดังนี้



ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

แบบฝึกหัด 1.1

1. วิธีทำ

0.8

0.3
1.1

2.

0.913

0.104 +

0.005

1.022

3. -4.43

6. 74.495

4. -0.77

7. -5.5

5. -2.792

8. 86.027

ตัวอย่าง การหาผลลบ

1. จงหาผลลบของ $50.05 - (-47.5)$ วิธีทำ ตัวตั้ง คือ 50.05 ตัวลบ คือ -47.5 จำนวนตรงข้ามของ -47.5 คือ 47.5

ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ $50.05 - (-47.5) = 50.05 + 47.5$

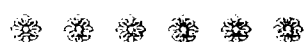
$$50.05 - (-47.5) = 50.05 + 47.5$$

$$50.05$$

$$47.50$$

$$97.55$$

$$\text{ดังนั้น } 50.05 - (-47.5) = 97.55$$

2. จงหาผลลบของ $-84.027 - 96.38$ วิธีทำ ตัวตั้ง คือ -84.027 ตัวลบ คือ 96.38 จำนวนตรงข้ามของ 96.38 คือ -96.38

ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ $-84.027 - 96.38 = -84.027 + (-96.38)$

$$-84.027 - 96.38 = -84.027 + (-96.38) \quad \text{-----} \textcircled{1}$$

$$-84.027 + (-96.38) = ?$$

$$\text{ค่าสัมบูรณ์ของ } -84.027 \quad = 84.027$$

$$\text{ค่าสัมบูรณ์ของ } -96.38 \quad = 96.38$$

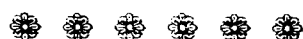
$$84.027$$

$$96.38$$

$$180.407$$

$$\therefore \text{ผลลัพธ์ของ } -84.027 + (-96.38) = -180.407$$

$$\text{จาก } \textcircled{1} \text{ ได้ } -84.027 - 96.38 = -84.027 + (-96.38) = -180.407$$



3. จงหาผลลบ $-123.104 - (-85.9)$

วิธีทำ ตัวตั้ง คือ -123.104

ตัวลบ คือ -85.9

จำนวนตรงข้ามของ -85.9 คือ 85.9

ตัวตั้ง - ตัวลบ = ตัวตั้ง + จำนวนตรงข้ามของตัวลบ

$$-123.104 - (-85.9) = -123.104 + 85.9 \text{ ----- } \textcircled{1}$$

$$-123.104 + 85.9 = ?$$

$$\text{ค่าสัมบูรณ์ของ } -123.104 = 123.104$$

$$\text{ค่าสัมบูรณ์ของ } 85.9 = 85.9$$

$$123.104$$

$$85.900$$

$$37.204$$

$$\therefore |-123.104| - |85.9| = 37.204$$

เนื่องจาก $123.104 > 85.9$ ดังนั้น ผลลัพธ์เป็นทศนิยมลบ

$$\therefore -123.104 + 85.9 = -37.204$$

จาก $\textcircled{1}$ ได้

$$-123.104 - (-85.9) = -37.204$$



แบบฝึกหัด 1.2 จงเติมตัวเลขใน

ช่องว่าง

จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

1. $42.75 - 14.25 =$

2. $-10.00 - 2.6669 =$

3. $-12.9 - 20 =$

4. $-3.128 - (-2.7093) =$

5. $(437.75 - 250.50) - (194.367 - 86.095) =$

วิธีทำ $(437.75 - 250.50) =$

$(194.367 - 86.095) =$

$\therefore (437.75 - 250.50) - (194.367 - 86.095) =$

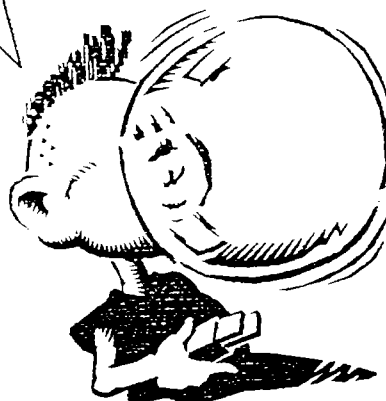
6. $8.75 - \{7.00009 - (-3.273)\} =$

วิธีทำ $7.00009 - (-3.273) =$

$8.75 - \{7.00009 - (-3.273)\} =$

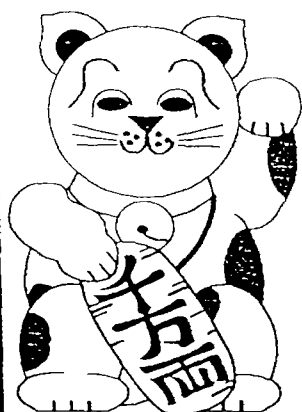


เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยได้ในท้ายหน้าถัดไป



การคูณทศนิยม

การคูณทศนิยมที่เป็นบวกและลบ



ทศนิยมที่เป็นบวก คูณ ทศนิยมที่เป็นลบ
ผลลัพธ์เป็นทศนิยมลบ

ตัวอย่าง จงหาผลคูณ -2.39×0.072

$$\begin{array}{r}
 \text{วิธีทำ} \quad 239 \\
 \quad 72 \quad \times \\
 \quad 478 \\
 \underline{1673} \\
 \underline{17208}
 \end{array}$$

$$\therefore -2.39 \times 0.072 = -0.17208$$

สังเกต ผลลัพธ์เป็นทศนิยมลบที่มี 5 ตำแหน่ง

จำนวนตำแหน่งทศนิยมของผลลัพธ์ = จำนวนตำแหน่งทศนิยมตัวตั้ง + จำนวนตำแหน่งทศนิยมของตัวคูณ

เฉลยแบบฝึกหัด 1.2

1. 28.5	4. -4187	6. 78.978
2. -12.6669	5. 187.25	10. 27309
3. -32.9	108.272	-1.52309

แบบฝึกหัด 1.3 จงเติมตัวเลขใน ให้ถูกต้อง

จงหาผลคูณ

1. $0.8 \times (-0.02)$

วิธีทำ

8

	x

$\therefore 0.8 \times (-0.02) =$

2. 0.35×-2

วิธีทำ

	x

$\therefore 0.35 \times -2 =$

3. $(-30.2) \times 6.8 =$

4. $(-0.0071) \times 0.5 =$

5. $(-18.11) \times 2.05 =$

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดคู่มือได้ในท้ายหน้าถัดไป



การคูณระหว่างทศนิยมที่เป็นลบและลบ

ทศนิยมที่เป็นลบ คูณ ทศนิยมที่เป็นลบ
ผลลัพธ์เป็นทศนิยมบวก



ตัวอย่าง จงหาผลคูณ $-1.5 \times (-0.035)$

วิธีทำ

15
35 ^x
75
45 ⁺
525

$$\therefore -1.5 \times (-0.035) = -0.0525$$

สังเกต ผลลัพธ์เป็นทศนิยมบวกที่มี 4 ตำแหน่ง

จำนวนตำแหน่งทศนิยมของผลลัพธ์ = จำนวนตำแหน่งทศนิยมตัวตั้ง + จำนวนตำแหน่งทศนิยมของตัวคูณ

แบบฝึกหัด 1.4 จงเติมตัวเลขใน ให้ถูกต้อง

จงหาผลคูณ

1. $(-2) \times (-6.5)$ =

2. $(-0.8) \times (-0.3)$ =

3. $(-0.0035) \times (-22.5)$ =

4. $(-18.11) \times (-0.115)$ =

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยได้ในท้ายหน้าถัดไป

เฉลยแบบฝึกหัด 1.3

1.
$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 2 \\ \hline 16 \end{array}$$

$\therefore 0.8 \times (-0.02) = -0.016$

3. -205.36

5. -37.1255

2.
$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 2 \\ \hline 70 \end{array}$$

$\therefore 0.35 \times -2 = -0.70$

4. -0.00355

การหารทศนิยม

การหารทศนิยมที่เป็นบวกทั้งคู่หรือลบทั้งคู่

ในการหารทศนิยมที่เป็นบวกทั้งคู่หรือลบทั้งคู่
ผลลัพธ์เป็นทศนิยมบวก



ตัวอย่าง จงหาผลหาร $0.299 \div 1.3$

$$\text{วิธีทำ } 0.299 \div 1.3 = \frac{0.299}{1.3} = \frac{2.99}{13}$$

$$\begin{array}{r} 0.23 \\ 13 \overline{) 2.99} \\ \underline{26} \\ 39 \\ \underline{39} \\ 0 \end{array}$$

ดังนั้น $0.299 \div 1.3 = 0.23$

เฉลยแบบฝึกหัด 1.4

1. 13

2. 0.24

3. 0.07875

4. 2.08265

จะเห็นว่า

1. ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนบวก จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวกด้วย
2. ตัวหารต้องทำให้เป็นจำนวนเต็มก่อน โดยนำ 10 หรือ 100 หรือ 1,000 ... มาคูณทั้งตัวตั้งและตัวหาร เพื่อให้ตัวหารเป็นจำนวนเต็ม หรือใช้วิธีลัด คือเลื่อนตำแหน่งทศนิยมของตัวหารจนกระทั่งตัวหารเป็นจำนวนเต็ม และตัวตั้งจะต้องเลื่อนตำแหน่งทศนิยมเท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมที่เลื่อนของตัวหารด้วย

2. จงหาผลหาร $(-0.14) \div (-0.101)$

วิธีทำ $(-0.14) \div (-0.101) = \frac{-0.14}{0.101} = \frac{-140}{101}$

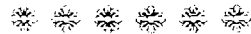
$$\begin{array}{r}
 1.38613861 \\
 101 \overline{) 140} \\
 \underline{101} \\
 390 \\
 \underline{303} \\
 870 \\
 \underline{808} \\
 620 \\
 \underline{606} \\
 140 \\
 \underline{101} \\
 390 \\
 \underline{303} \\
 870 \\
 \underline{808} \\
 620 \\
 \underline{606} \\
 140 \\
 \underline{101} \\
 39
 \end{array}$$

จะหารต่อไปได้เรื่อย ๆ ซึ่งผลลัพธ์จะเป็น 3861 ซ้ำไปเรื่อย ๆ

ดังนั้น $(-0.14) \div (-0.101) = 1.38613861... = 1.\overline{3861}$

1.3861 อ่านว่า หนึ่งจุดสามแปดหกหนึ่ง สามแปดหกหนึ่ง ซ้ำ

จะเห็นว่า ถ้าตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนลบ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก



แบบฝึกหัด 1.5

จงเติมตัวเลขใน ☐ ให้ถูกต้อง

จงหาผลหาร (ตอบเป็นทศนิยม 3 ตำแหน่ง)

$$1. 43.782 \div 6 = \frac{\boxed{}}{6} = \boxed{}$$

$$2. (-4.1273) \div (-1.27654) = \frac{-4.1273}{\boxed{}} = \frac{-4.1273}{\boxed{}}$$

$$3. (-437.2) \div (-3.789) = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{-3789}$$

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยได้ในท้ายหน้า

การหารระหว่างทศนิยมที่เป็นบวกและลบ

ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นทศนิยมลบ
โดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นทศนิยมบวก จะได้ผลลัพธ์
เป็นทศนิยมลบ



ตัวอย่างการหาผลหารระหว่างทศนิยมที่เป็นบวกและทศนิยมลบ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลหาร $1.33 \div (-2.1)$

$$\text{วิธีทำ } 1.33 \div (-2.1) = \frac{1.33}{-2.1} = \frac{13.3}{-21}$$

$$\begin{array}{r} 0.633 \\ 21 \overline{)13.3} \\ \underline{126} \\ 70 \\ \underline{63} \\ 70 \\ \underline{63} \\ 7 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 1.33 \div (-2.1) = -0.633... = -0.6\bar{3}$$

จะเห็นได้ว่า ตัวตั้งเป็นทศนิยมบวก และตัวหารเป็นทศนิยมลบ จะได้ผลลัพธ์เป็นทศนิยมลบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลหาร $(-1.11) \div 3.3$

วิธีทำ $-1.11 \div 3.3 = \frac{-1.11}{3.3} = \frac{-11.1}{33}$

$$\begin{array}{r} 0.33636 \\ 33 \overline{) 11.1} \\ \underline{99} \\ 120 \\ \underline{99} \\ 210 \\ \underline{198} \\ 120 \\ \underline{99} \\ 210 \\ \underline{198} \\ 12 \end{array}$$

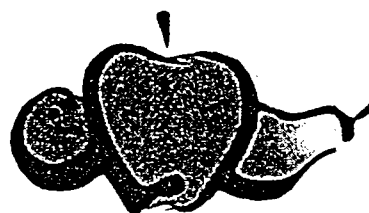
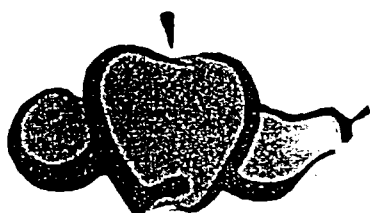
ดังนั้น $-1.11 \div 3.3 = -0.33636... = -0.3\overline{36}$

จะเห็นได้ว่า ตัวตั้งเป็นทศนิยมลบ และตัวหารเป็นทศนิยมบวก จะได้ผลลัพธ์ทศนิยมลบ



สังเกต จากตัวอย่างที่ 1 และ 2

1. ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นทศนิยมลบ โดยอีกจำนวนหนึ่งเป็นทศนิยมบวก จะได้ผลลัพธ์เป็นทศนิยมลบ
2. ตัวหารต้องทำให้เป็นจำนวนเต็มก่อนโดยนำ 10 หรือ 100 หรือ 1000, ... มาคูณทั้งตัวตั้งและตัวหาร เพื่อให้ตัวหารเป็นจำนวนเต็ม หรือ ใช้วิธีลัด คือ เลื่อนตำแหน่งทศนิยมของตัวหารจนกระทั่งตัวหารเป็นจำนวนเต็ม และตัวตั้งจะต้องเลื่อนตำแหน่งทศนิยมเท่ากับจำนวนตำแหน่งที่เลื่อนของตัวหารด้วย



แบบฝึกหัด 1.6

จงเติมตัวเลขใน ให้ถูกต้อง

จงหาผลหาร

1. $25.2545 \div (-5.3) =$

2. $(-1.15) \div (3.3) =$

3. $(-0.256) \div (0.004) =$

4.
$$\frac{(-0.7083 \times 0.3)}{9} = \frac{\text{}}{9} = \text{}$$

5.
$$\frac{228 \times 1.4}{-0.012} = \frac{\text{}}{-0.012} = \text{}$$

6. จงหาผลหาร

6.1 $(-46.27) \div 1.42 = \frac{-46.27}{\text{}} = \frac{\text{}}{1.42} = \text{}$

6.2 $0.78 \div (0.00003) = \frac{\text{}}{-0.00003} = \frac{\text{}}{-3} = \text{}$

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยได้ในท้ายหน้า 145



เฉลยแบบฝึกหัด 1.5

1. $43.782 \div 6 = 7.297$

2. $-4.1273 \div -1.27654 = -412730 \div -127654 = 3.233$

3. $-437.2 \div -3.789 = -437200 \div -3789 = 115.387$

บทสรุป

การบวกทศนิยม มีขั้นตอนการบวกทศนิยม ดังนี้

1. การหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นบวก
2. การหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นทศนิยมที่เป็นลบ
3. การหาผลบวกระหว่างทศนิยมที่เป็นบวก กับลบที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากันหรือเท่ากัน ให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นทศนิยมลบ หรือศูนย์ หรือทศนิยมบวก กรณีที่ตอบเป็นทศนิยมลบหรือทศนิยมบวก ต้องตอบตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

การลบทศนิยม มีหลักดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

การคูณทศนิยม มีหลักดังนี้

1. ทศนิยมบวกคูณทศนิยมบวก ได้ผลลัพธ์เป็นบวก
2. ทศนิยมบวก คูณ ทศนิยมลบ ได้ผลลัพธ์เป็นลบ
3. ทศนิยมลบคูณทศนิยมบวก ได้ผลลัพธ์เป็นลบ
4. ทศนิยมลบ คูณ ทศนิยมลบ ได้ผลลัพธ์เป็นบวก

การหารทศนิยม มีหลักดังนี้

1. การหารทศนิยมให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและของตัวหารมาหารกัน
2. ถ้าทั้งตัวตั้งและตัวหารเป็นทศนิยมบวกทั้งคู่ หรือทศนิยมลบทั้งคู่ จะได้ผลลัพธ์เป็นบวก
3. ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นทศนิยมลบ โดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นทศนิยมบวก จะได้ผลลัพธ์เป็นลบ

เฉลยแบบฝึกหัด 1.6

1. 4.765	2. -0.348	3. -64
4. $-0.21249 = -0.2361$		
9		
5. $319.2 = -26600$		
-0.012		
6.1 $-46.27 = -4627 = 25.5845$		
1.42 142		
6.2 $0.078 = 78000 = -26000$		
-0.00003 -3		

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 1

จงเติมตัวเลขในช่องว่างให้ถูกต้อง

จงหาผลลัพธ์

1. $(-0.8) + 0.3$ = _____

2. $(-2.134) + (-4.561) + (-8.13)$ = _____

3. $5.78 - 4.95$ = _____

4. $(-56.75) - (-68.43)$ = _____

5. $152.34 \times (-16.5)$ = _____

6. $24.06 \div (-12)$ = _____

7. $(3.56 + 7.17) - 9.84$ = _____

.004

8. $(-0.3 \times 0.7) \div (-1.56)$ = _____

9. $(-11.008) + (15.72 - 21.1)$ = _____

-0.12

10. $(-3.0405) \times (-2.01)$ = _____

4.212

เฉลยแบบฝึกหัด หน่วยที่ 1

1. -0.5

2. -14.825

3. 0.83

4. 11.68

5. 2,513.61

6. -2.005

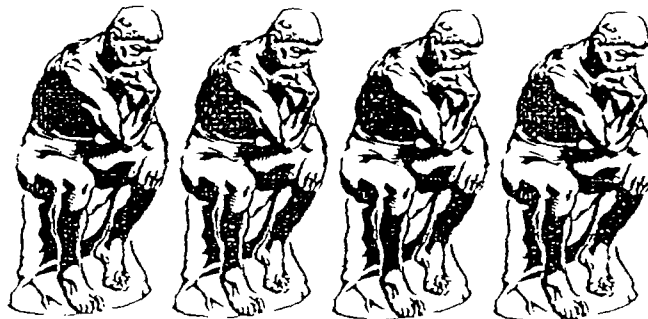
7. $\frac{10.83 - 9.84}{.0014} = 222.5$

8. $\frac{0.21}{.0014} = 0.135$

9. $\frac{-11,008 + 5,338}{-0.12} = -5,628 = 46.9$

-1.56

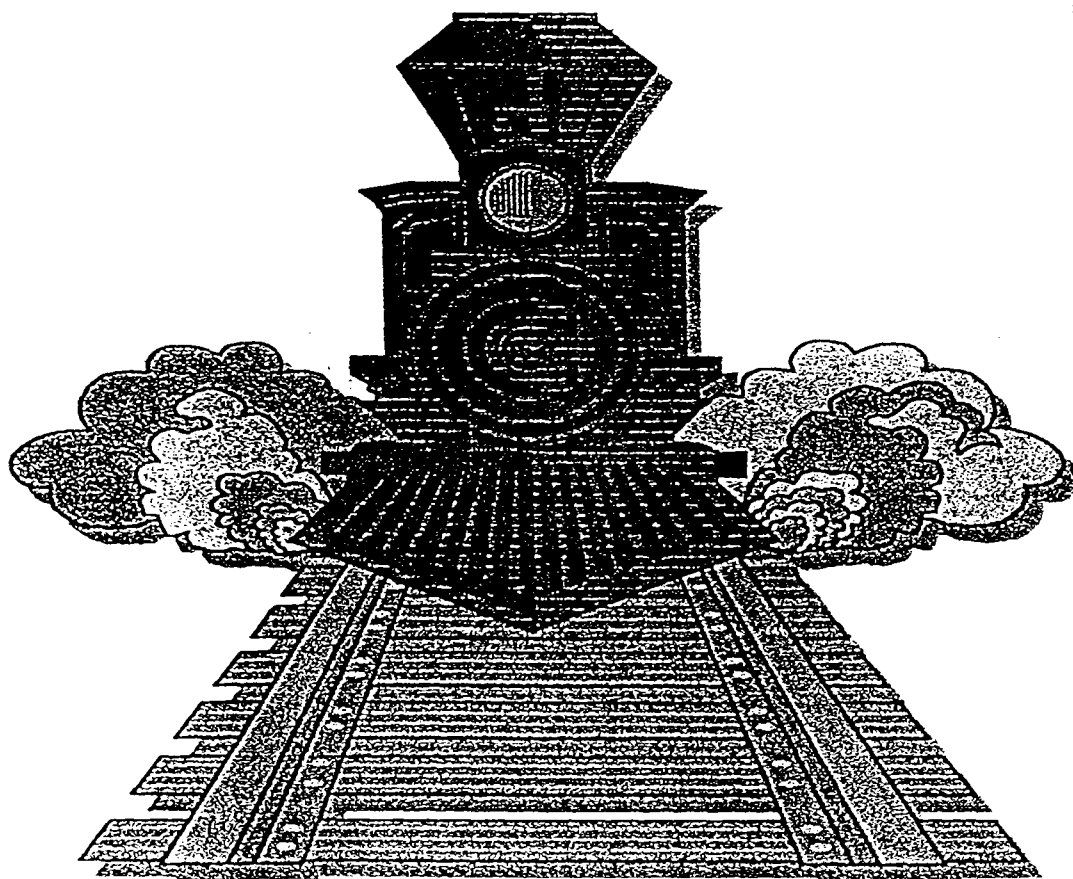
10. $\frac{6,11405}{4.2} = 1.456$



บทเรียนแบบโปรแกรม

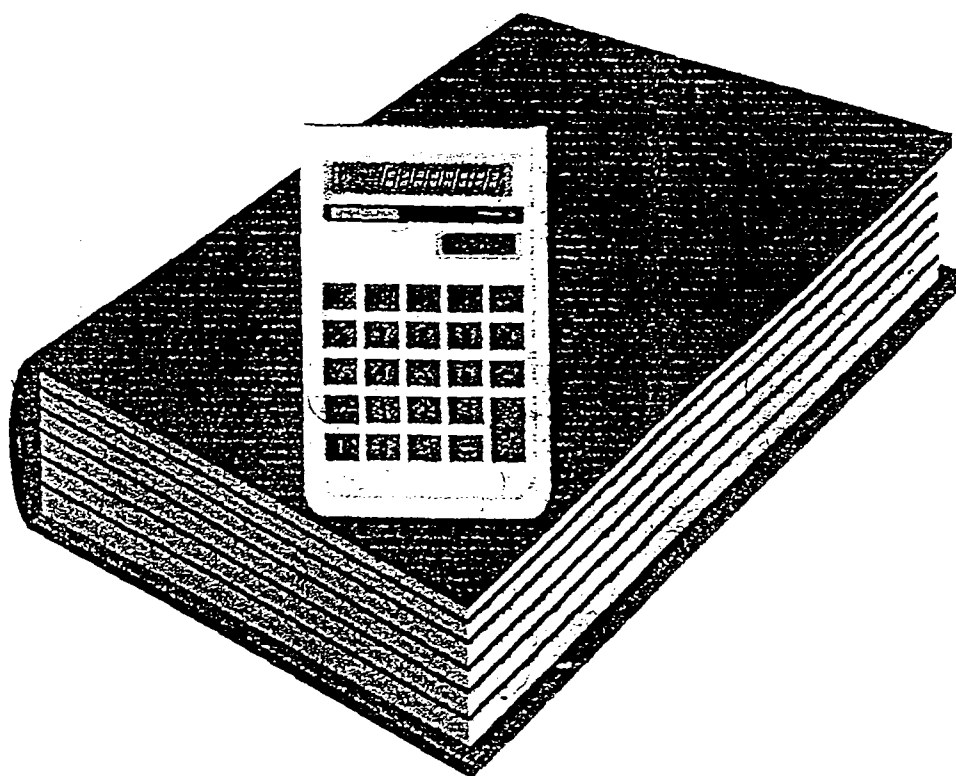
หน่วยที่ 2

เรื่อง
ฟงค์ชัน



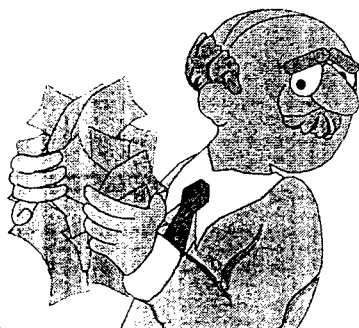
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2.1

เรื่อง ความหมายของฟังก์ชัน



ความหมายฟังก์ชัน

ความสัมพันธ์



ก่อนที่จะศึกษาเรื่องฟังก์ชัน พวกเรา
ลองทบทวนเรื่องความสัมพันธ์กันก่อน

ความสัมพันธ์เกิดจากของสองสิ่ง
มาเกี่ยวข้องกันภายใต้กฎเกณฑ์
อย่างใดอย่างหนึ่ง และของทั้ง 2
สิ่งนั้นจะเขียนในรูปคู่อันดับ (x,y)

ตัวอย่างข้อความแสดงความสัมพันธ์ระหว่างของสองสิ่ง

3 ไม่เท่ากับ 5 เขียนใหม่เป็น $(3,5)$

3 และ 5 มีความสัมพันธ์กันภายใต้กฎการไม่เท่ากัน

นิดเป็นพี่สาวดำ เขียนใหม่เป็น $(\text{นิด}, \text{ดำ})$

นิดและดำเป็นความสัมพันธ์ภายใต้กฎการเป็นพี่สาว

จะเห็นว่า ข้อความแสดงความสัมพันธ์กันระหว่างของ 2 สิ่ง ได้แก่ ไม่เท่ากับ,
เป็นพี่สาว เป็นต้น

พิจารณาความสัมพันธ์ภายใต้ “การเป็นพี่สาว”

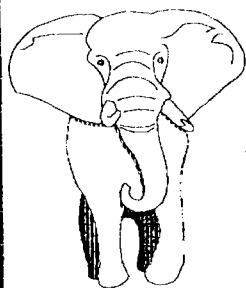
นิด เป็นพี่สาว ดำ	เขียนใหม่เป็น	(นิด, ดำ)
แดง เป็นพี่สาว โด่ง	เขียนใหม่เป็น	(แดง, โด่ง)
ลัดดา เป็นพี่สาว ลิดา	เขียนใหม่เป็น	(ลัดดา, ลิดา)
ดังนั้น ถ้าเขียน		

{(นิด, ดำ) , (แดง, โด่ง) , (ลัดดา, ลิดา)}

เซตนี้คือเซตความสัมพันธ์ที่อยู่ภายใต้กฎการเป็นพี่สาว

จะเห็นว่า ความสัมพันธ์ คือ เซตของคู่อันดับ

ความสัมพันธ์ เขียนแทนด้วย r



r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ
 r เป็นสับเซตของ $A \times B$

ตัวอย่างความสัมพันธ์

ถ้า $A = \{2,3\}$ และ $B = \{5,6,8\}$

1. ให้ r_1 แทนความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก A ไป B จะได้ว่า

$$r_1 = \{(2,5) , (2,6) , (2,8) , (3,5) , (3,6) , (3,8)\}$$

2. ให้ r_2 แทนความสัมพันธ์ “มากกว่า” จาก B ไป A จะได้ว่า

$$r_2 = \{(5,2) , (5,3) , (6,2) , (6,3) , (8,2) , (8,3)\}$$

3. ให้ r_3 แทนความสัมพันธ์ “ครึ่งหนึ่ง” จาก A ไป B จะได้ว่า

$$r_3 = \{(3,6)\}$$

4. ให้ r_4 แทนความสัมพันธ์ “สี่เท่า” จาก B ไป A จะได้ว่า

$$r_4 = \{(8,2)\}$$

จะเห็นว่า ความสัมพันธ์จะเป็นเซตของคู่อันดับ ทั้งนั้นเลย

แบบฝึกหัด 2.1.1

จงเติมเซตใน ให้ถูกต้อง

กำหนดให้ $A = \{3, 4, 6\}$ และ $B = \{2, 3, 6, 8\}$

1. r เป็นความสัมพันธ์ “เท่ากัน” จาก A ไป B

r =

2. r เป็นความสัมพันธ์ “น้อยกว่า” จาก A ไป B

r =

3. r เป็นความสัมพันธ์ “เป็นสองเท่า” จาก B ไป A

r =

4. r เป็นความสัมพันธ์ “เป็นครึ่งหนึ่ง” จาก B ไป A

r =

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยได้ในท้ายหน้าถัดไป



กำหนดให้

$$r = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$$

เธอคิดว่าเซตของสมาชิกตัวหน้าของ r เรียกว่าอะไร

มีสมาชิกอะไรบ้าง และเซตสมาชิกตัวหลังของ r

เรียกว่าอะไร มีสมาชิกอะไรบ้าง

ผมตอบได้แล้วครับ

เซตของสมาชิกตัวหน้าในกลุ่มอันดับของ r

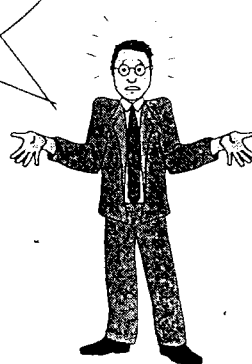
คือ $\{1,2,3,4,5\}$ เรียกเซตนี้ว่า

โดเมน (Domain) ของ r

เซตของสมาชิกตัวหลังในกลุ่มอันดับของ r

คือ $\{2,3,4,5\}$ เรียกเซตนี้ว่า

เรนจ์ (Range) ของ r



แบบฝึกหัด 2.1.1

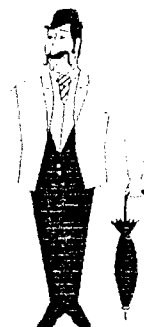
1. $r = \{(3,3), (6,6)\}$

2. $r = \{(3,6), (3,8), (4,6), (4,8), (6,8)\}$

3. $r = \{(6,3), (8,4)\}$

4. $r = \{(2,4), (3,6)\}$

เก่งมาก



โดเมนของ r เขียนแทนด้วย D_r
เรนจ์ของ r เขียนแทนด้วย R_r



แบบฝึกหัด 2.1.2

จงเติมเซตใน ให้ถูกต้อง

1. กำหนดให้ $r_1 = \{(1,2), (2,4), (4,8)\}$

$D_{r_1} =$ $R_{r_1} =$

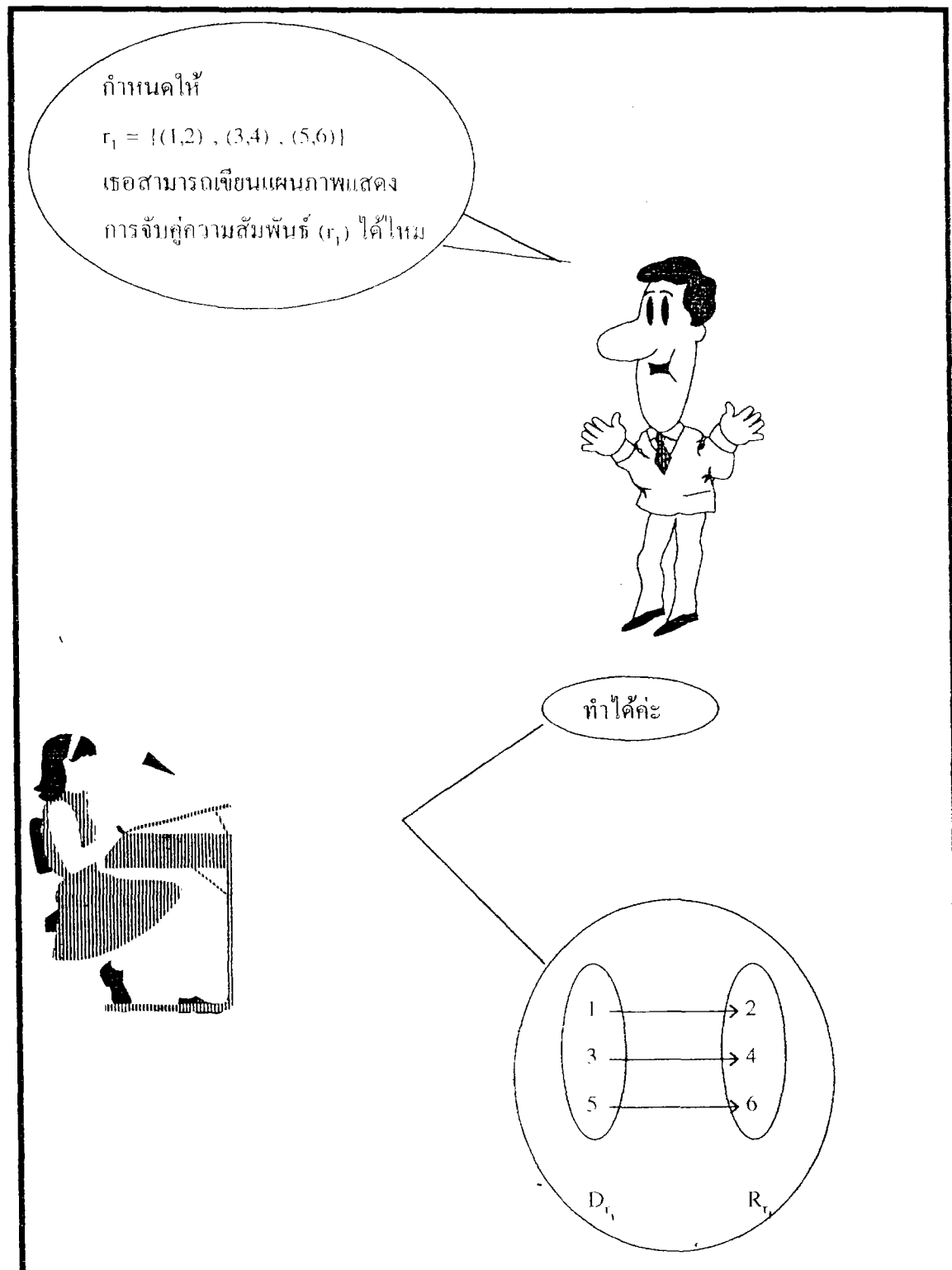
2. กำหนดให้ $r_2 = \{(1,1/2), (2,1), (3,3/2), (4,2)\}$

$D_{r_2} =$ $R_{r_2} =$

3. กำหนดให้ $r_3 = \{(3,0), (3,2), (4,0)\}$

$D_{r_3} =$ $R_{r_3} =$

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยในท้ายหน้าถัดไป



جدولแบบฝึกหัด 2.1.2

1. $D_r = \{1,2,4\}$

$R_r = \{2,4,8\}$

2. $D_r = \{1,2,3,4\}$

$R_r = \{1/2, 1, 3/2, 2\}$

3. $D_r = \{3,4\}$

$R_r = \{0,2\}$

ความหมายของฟังก์ชัน

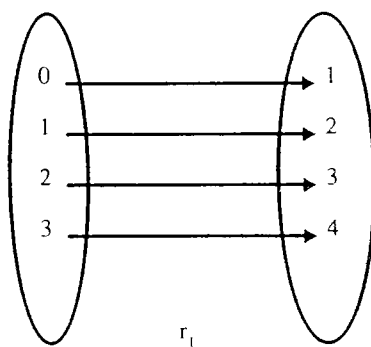
บทนิยาม ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งในสองคู่อันดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น มีสมาชิกตัวหน้าเท่ากันแล้ว สมาชิกตัวหลังต้องไม่ต่างกัน

จากบทนิยามกล่าวไว้ว่า
ฟังก์ชัน f คือ ความสัมพันธ์ ซึ่ง
ถ้ามี $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$
สรุปได้ว่า f เป็นฟังก์ชัน เมื่อสมาชิกตัวหน้า
ของคู่อันดับของ f จะต้องไม่ซ้ำกัน

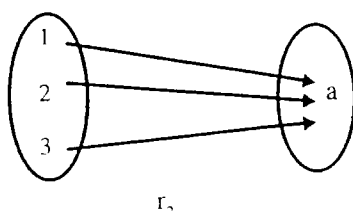


ตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน

$$r_1 = \{(0,1), (1,2), (2,3), (3,4)\}$$



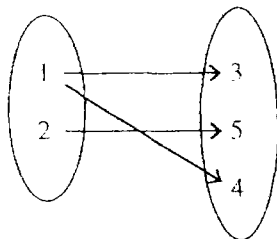
$$r_2 = \{(1,a), (2,a), (3,a)\}$$



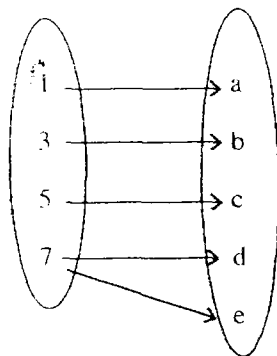
จะเห็นว่า r_1 และ r_2 สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับไม่ซ้ำกันเลย

ตัวอย่างความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน

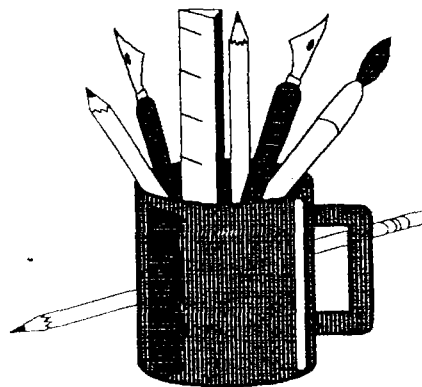
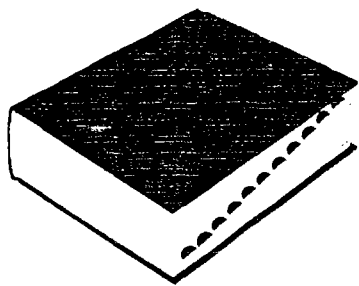
$$r_3 = \{(1,3), (2,5), (1,4)\}$$



$$r_4 = \{(1,a), (3,b), (5,c), (7,d), (7,e)\}$$



จะเห็นว่า r_3 , r_4 มีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกัน



แบบฝึกหัด 2.1.3 จงเติมคำหรือข้อความใน ☐ ให้ถูกต้อง

ความสัมพันธ์ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะเหตุใด

1. $\{(1,a), (2,b), (3,b), (5,c)\}$

เพราะ

2. $\{(5,6), (7,8), (8,9), (10,11)\}$

เพราะ

3. $\{(1,5), (7,8), (8,9), (10,11)\}$

เพราะ

4. $\{(1,c), (2,c), (3,c), (4,c), (5,c)\}$

เพราะ

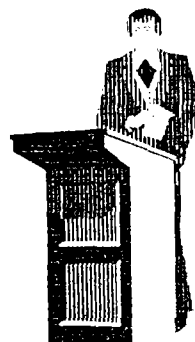
5. $\{(2,a), (2,b), (3,c), (4,d), (5,c)\}$

เพราะ

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยในท้ายหน้าถัดไป

การพิจารณาความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันโดยใช้กราฟ

เธอดูคิดว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดในรูปเซต
แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซตได้หรือไม่



ได้ครับ



ตัวอย่างความสัมพันธ์ที่กำหนดในรูปเซต
แบบบอกเงื่อนไข ได้แก่

$$r_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x = y\}$$

$$r_2 = \{(x,y) / y = x^2 + 1\}$$

$$r_3 = \{(x,y) / y = 2x + 13\}$$

เฉลยแบบฝึกหัด 2.1.3

1. เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับไม่ซ้ำกัน
2. เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับไม่ซ้ำกัน
3. ไม่เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับซ้ำกัน คือ 1
4. เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับไม่ซ้ำกัน
5. ไม่เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับซ้ำกัน คือ 2

การพิจารณาความสัมพันธ์ที่กำหนดในรูปเซตว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ อาจพิจารณาได้จากกราฟของความสัมพันธ์ ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

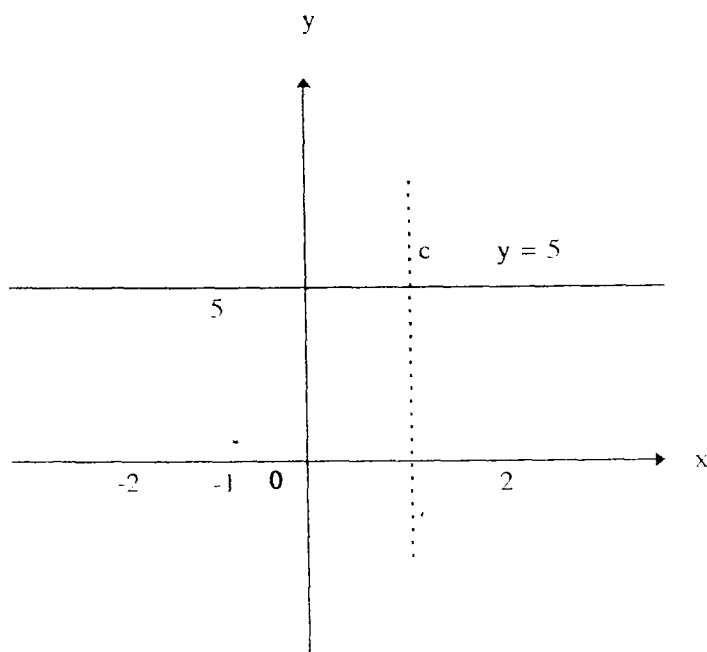
1. ลากเส้นขนานกับแกน y
2. ถ้าไม่มีเส้นขนานกับแกน y เส้นใดตัดกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนด ให้มากกว่า 1 จุด จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นจะเป็นฟังก์ชัน
3. ถ้ามีเส้นขนานกับแกน y แม้เพียงเส้นเดียวตัดกราฟมากกว่าหนึ่งจุดแล้ว จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นจะไม่ใช่ฟังก์ชัน

พิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เพื่อเป็นแนวทางในการพิจารณาว่าความสัมพันธ์ใด เป็นฟังก์ชัน

1. $r_1 = \{(x, y) / y = 5\}$

วิธีทำ 1. เขียนกราฟ $y = 5$

x	y
2	5
1	5
0	5
-1	5
-2	5



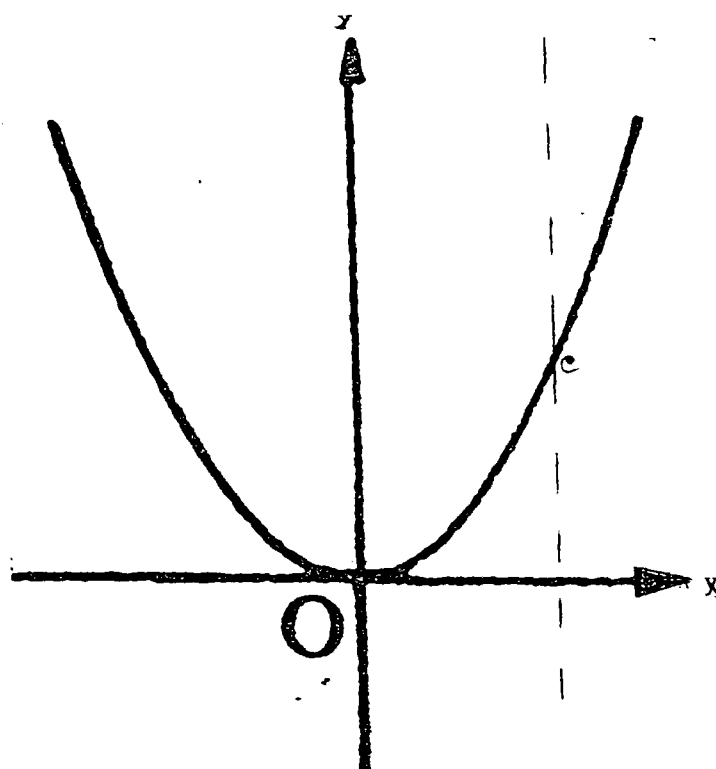
2. ลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน y (เส้นประ) เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $y = 5$ เพียงจุดเดียว (คือจุด C)

$\therefore r_1$ เป็นฟังก์ชัน

$$2. \quad r_2 = \{(x,y) / y = x^2\}$$

วิธีทำ 1. เขียนกราฟ $y = x^2$

x	y
2	4
1	1
0	0
-1	1
-2	4



2. ลากเส้นที่ขนานกับแกน y (เส้นประ) เส้นตรงนี้ ตัดกราฟ $y = x^2$ เพียงจุดเดียว (คือจุด C)

$\therefore r_2$ เป็นฟังก์ชัน

จาก r_1 และ r_2

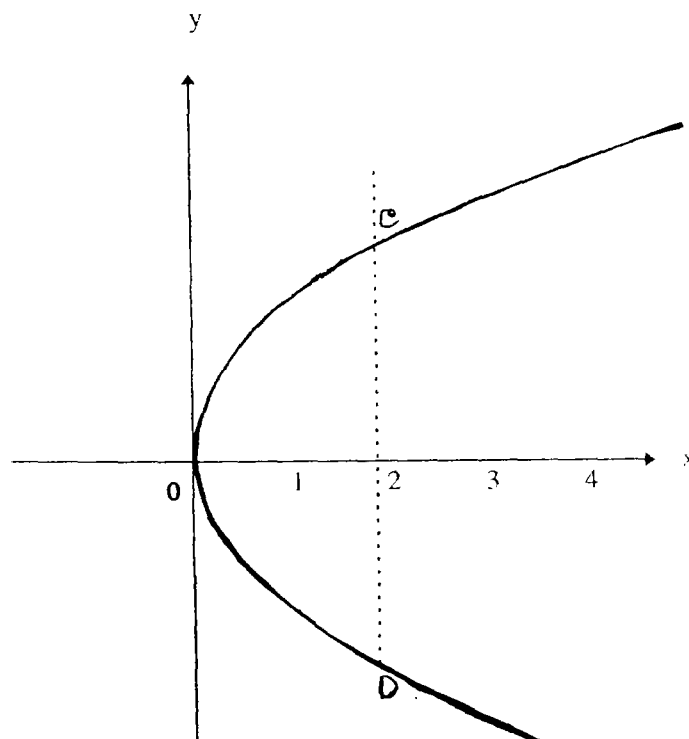
จะเห็นว่า ความสัมพันธ์ใดที่เป็นฟังก์ชัน เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน y เส้นตรงนี้จะตัดกราฟที่เกิดจากความสัมพันธ์เพียงจุดเดียวเท่านั้น

$$3. \quad r_3 = \{(x,y) / y^2 = x\}$$

วิธีทำ 1. เขียนกราฟ $y^2 = x$

จะได้ว่า y มี 2 ค่า คือ $y = \sqrt{x}$ และ $y = -\sqrt{x}$

x	y
4	2
1	1
0	0
1	-1
4	-2



2. ลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน y (เส้นประ) เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $y^2 = x$

ได้ 2 จุด (คือจุด C จุด D)

$\therefore r_3$ ไม่เป็นฟังก์ชัน

จะเห็นได้ว่า ความสัมพันธ์ใดที่ไม่เป็นฟังก์ชัน เมื่อลากเส้นตรงขนานกับแกน y เส้นตรงนี้จะตัดกราฟที่เกิดจากความสัมพันธ์มากกว่า 1 จุด

แบบฝึกหัด 2.1.4 จงเติมคำหรือข้อความใน ☐ ให้ถูกต้อง

จงพิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $\{(x,y) / y = 7\}$ ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้

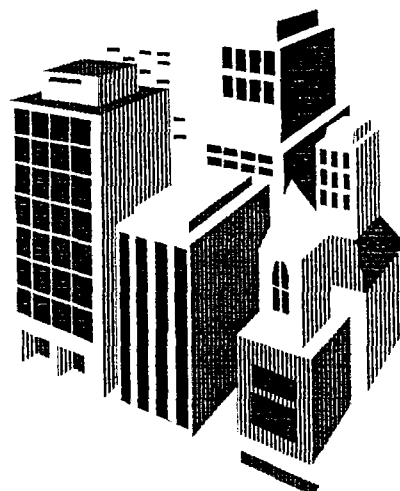
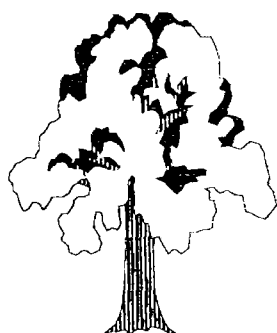
เพราะ

2. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x = 7\}$ ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้

เพราะ

3. $\{(x,y) / x^2 + y^2 = 1\}$ ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้

เพราะ

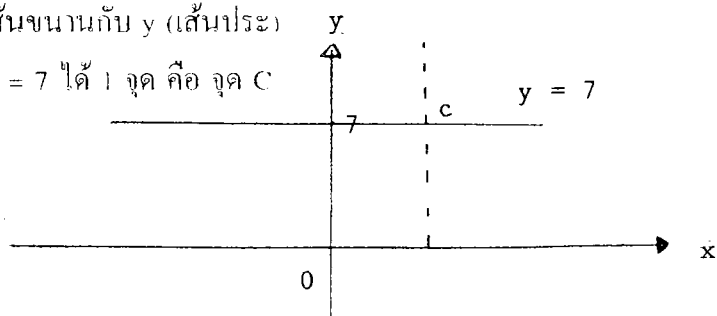


เฉลยแบบฝึกหัด 2.1.4

1. $\{(x,y) / y = 7\}$ ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้ดังนี้

เป็น เพราะเมื่อลากเส้นขนานกับ y (เส้นประ)

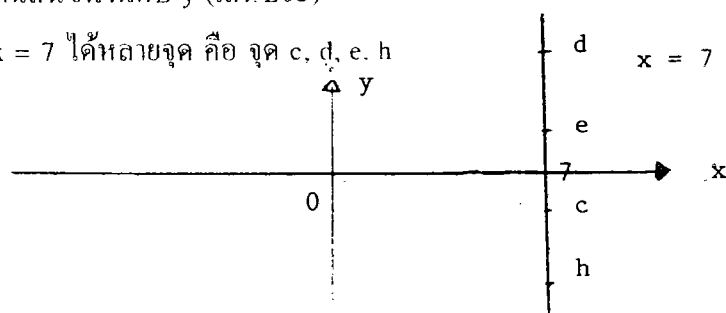
เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $y = 7$ ได้ 1 จุด คือ จุด C



2. $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x = 7\}$ ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้ดังนี้

ไม่เป็น เพราะเมื่อลากเส้นขนานกับ y (เส้นประ)

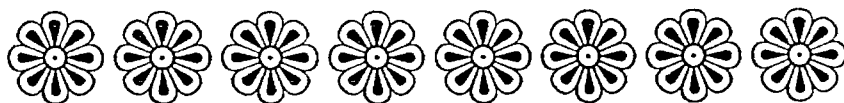
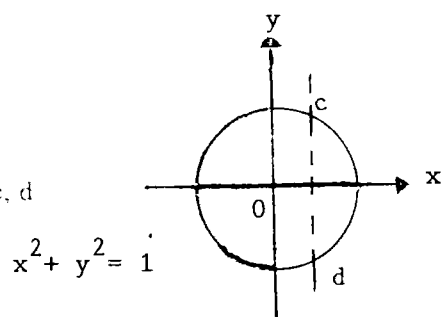
เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $x = 7$ ได้หลายจุด คือ จุด c, d, e, h



3. $\{(x,y) / x^2 + y^2 = 1\}$ ซึ่งเขียนเป็นกราฟได้

ไม่เป็น เพราะเมื่อลากเส้นขนานกับ y (เส้นประ)

เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $x^2 + y^2 = 1$ ได้ 2 จุด คือ จุด c, d



บทสรุป

บทนิยาม ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ ซึ่งใน 2 คู่อันดับใด ๆ ของความสัมพันธ์นั้น ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับเท่ากัน แล้วสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับต้องไม่ต่างกัน

จากบทนิยาม อาจสรุปได้ว่า

ฟังก์ชัน f คือ ความสัมพันธ์

ถ้ามี $(x,y) \in f$ และ $(x,z) \in f$ แล้ว $y = z$

ดังนั้น การพิจารณาความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชัน อาจพิจารณาได้ดังนี้

1. ความสัมพันธ์ที่เขียนแบบแจกแจงสมาชิก ถ้าสมาชิกตัวหน้าของแต่ละคู่อันดับไม่เหมือนกัน จะได้ว่า ความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน

2. ความสัมพันธ์ที่เขียนอยู่ในรูปกราฟ มีขั้นตอนในการพิจารณาว่าเป็นฟังก์ชัน ดังนี้

2.1 ลากเส้นขนานกับแกน y

2.2 ถ้าไม่มีเส้นขนานกับแกน y เส้นใดตัดกราฟของความสัมพันธ์ที่กำหนดให้มากกว่า 1 จุด จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน

2.3 ถ้ามีเส้นขนานกับแกน y แม้เพียงเส้นเดียวตัดกราฟมากกว่า 1 จุด แล้ว จะได้ว่าความสัมพันธ์นั้นจะไม่ใช่ฟังก์ชัน



แบบฝึกหัดหน่วยที่ 2.1

1. ความสัมพันธ์ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชัน หรือไม่

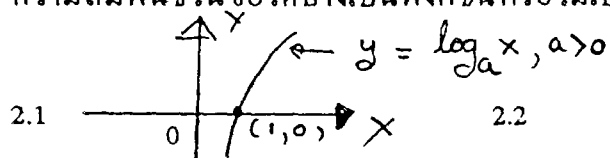
1.1 $\{(1,2), (2,3), (3,4), (5,6)\}$

1.2 $\{(1,5), (3,7), (2,8), (1,4)\}$

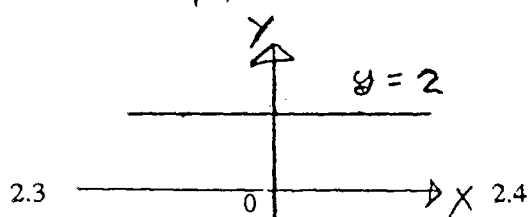
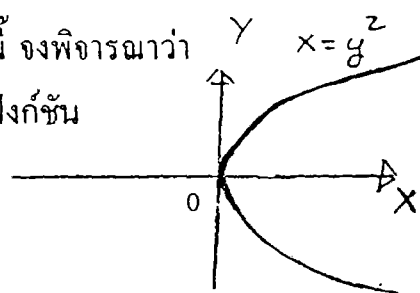
1.3 $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / x = 5\}$

1.4 $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = -6\}$

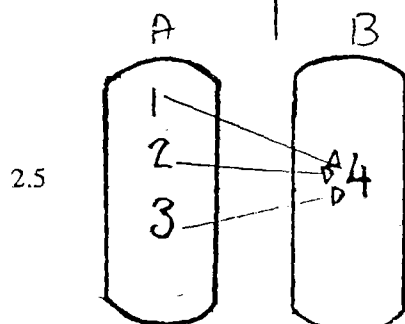
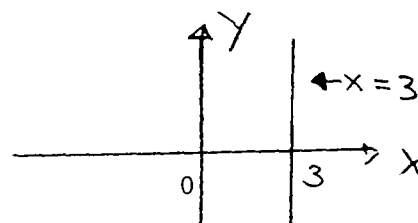
2. จากแผนภาพหรือกราฟของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ จงพิจารณาว่า ความสัมพันธ์ในข้อใดบ้างเป็นฟังก์ชันหรือไม่เป็นฟังก์ชัน



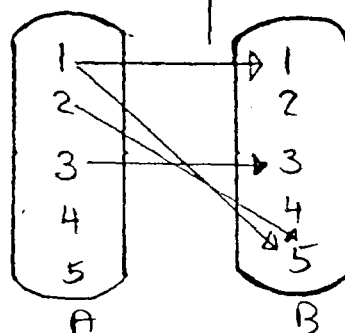
2.2



2.4



2.6

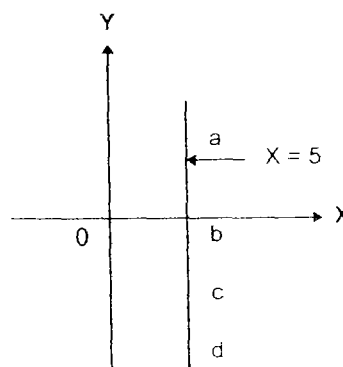


เจลยแบบฝึกหัดหน่วยที่ 2.1

1.1 เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าในกลุ่มอันดับไม่ซ้ำกัน

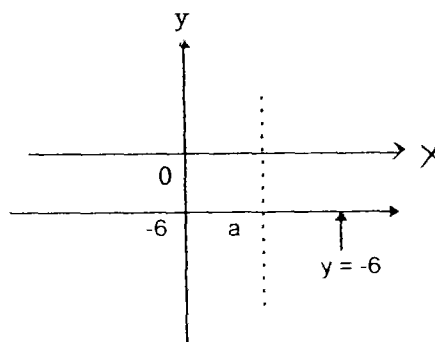
1.2 ไม่เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าในกลุ่มอันดับซ้ำกัน คือ 1

1.3 ไม่เป็น เพราะ กราฟ $x = 5$ คือ



เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $x = 5$ ได้มากกว่า 1 จุด (คือ จุด b , จุด c , จุด d ,...)

1.4 เป็น เพราะ กราฟ $Y = -6$ คือ



เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y เส้นตรง (เส้นประ) นี้ตัดกราฟ $x = -6$ ได้เพียง 1 จุด คือ จุด a

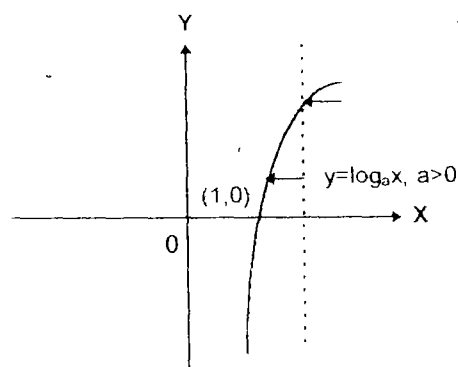
2.1 เป็น

เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y (เส้นประ)

เส้นตรงนี้ตัดกราฟ

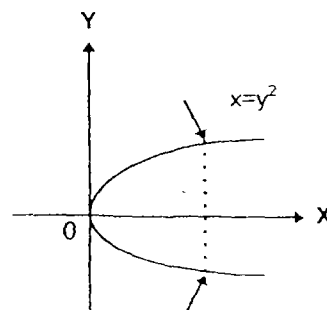
$$y = \log_a x, a > 0$$

ได้จุดเพียง 1 จุด (ตามทฤษฎี)



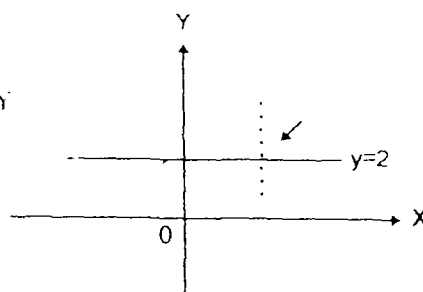
2.2 ไม่เป็น

เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y
(เส้นประ) เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $x = y^2$
ได้จุด 2 จุด (ตามลูกศรชี้)



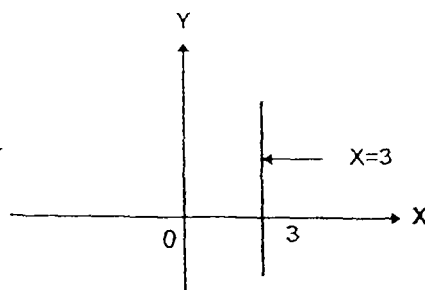
2.3 เป็น

เพราะเมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y
(เส้นประ) เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $y = 2$
ได้จุดเพียง 1 จุดเท่านั้น
(ตามลูกศรชี้)



2.4 ไม่เป็น

เพราะ เมื่อลากเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y
(เส้นประ) เส้นตรงนี้ตัดกราฟ $x = 3$
ได้จุดมากมายนับไม่ถ้วน

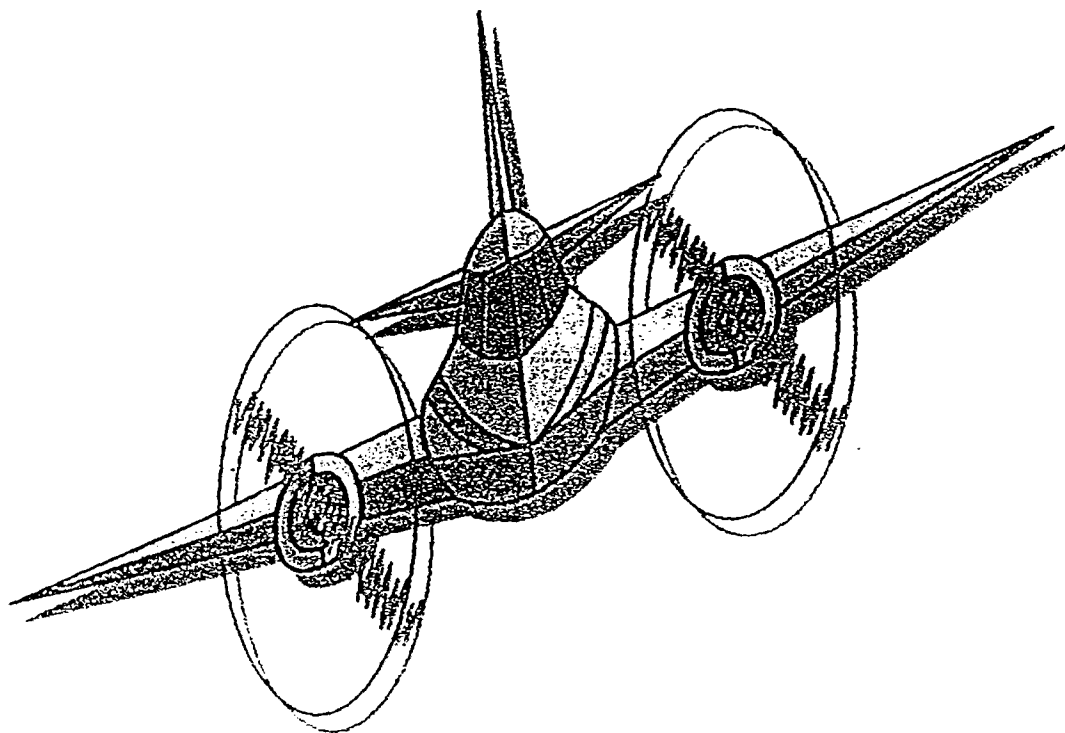


2.5 เป็น เพราะสมาชิกตัวหน้าไม่ซ้ำกัน

2.6 ไม่เป็น เพราะ $\{(1,1), (1,5), (2,5), (3,3)\}$
ซึ่งมีสมาชิกตัวหน้าซ้ำกันคือ 1,1

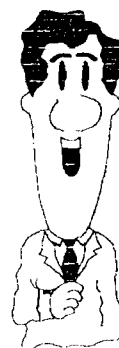
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2.2

เรื่อง
ฟังก์ชันจาก **A** ไป **B** และฟังก์ชันอินเวอร์ส



ฟังก์ชันจาก A ไป B

พวกเราได้อธิบายความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันไปแล้ว
ตอนนี้ เรามาทำความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน
จาก A ไป B บ้าง



บทนิยาม f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ
 f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน และมีสับเซตของ B เป็นเรนจ์
 f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เขียนแทนด้วย
 $f : A \rightarrow B$

ถ้าพวกเราสังเกตจากนิยาม จะเห็นว่า
 $f : A \rightarrow B$ ได้จะต้องมี 2 ข้อ คือ
1. มี D_f คือ A
2. มี $R_f \subset B$



เพื่อน ๆ เรามาพิจารณาความสัมพันธ์
ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B กันเถอะ



ตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

1. กำหนด $A = \{1,2,3\}$, $B = \{a,b,c,d\}$

และ $r_1 = \{(1,a) , (2,b) , (3,b)\}$

จะเห็นว่า r_1 เป็นฟังก์ชัน

เขียนแทน r_1 ด้วย f_1

$\therefore f_1$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f_1 : A \rightarrow B$

เพราะว่า 1. $D_{f_1} = \{1,2,3\}$ ซึ่ง $D_{f_1} = A$

2. $R_{f_1} = \{a,b\}$ ซึ่ง $R_{f_1} \subset B$

2. กำหนด $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{a,b,c,d\}$

และ $r_2 = \{(1,a) , (2,b) , (3,c) , (4,c) , (5,d)\}$

จะเห็นว่า r_2 เป็นฟังก์ชัน

เขียนแทน r_2 ด้วย f_2

$\therefore f_2$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เขียนแทนด้วย $f_2 : A \rightarrow B$

เนื่องจาก 1. $D_{f_2} = \{1,2,3\}$ ซึ่ง $D_{f_2} = A$

2. $R_{f_2} = \{a,b\}$ ซึ่ง $R_{f_2} \subset B$

แบบฝึกหัด 2.2.1 จงเติมคำใน ☐ ให้ถูกต้อง

กำหนด $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{4,5,6\}$

จงพิจารณาว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้นี้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่

1. $r_1 = \{(1,4), (2,5), (3,6)\}$ ☐

2. $r_2 = \{(1,4), (2,4), (1,5)\}$ ☐

3. $r_3 = \{(1,4), (2,4), (3,4)\}$ ☐

4. $r_4 = \{(1,5), (2,5), (2,6)\}$ ☐

เมื่อทำเสร็จแล้วให้เปิดดูเฉลยในท้ายหน้าถัดไป



ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

ต่อไปเราจะแนะนำ
ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B



บทนิยาม ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ

f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน และ B เป็นเรนจ์

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เขียนแทนด้วย

$$f : A \longrightarrow B$$

ทั่วถึง

เฉลยแบบฝึกหัด 2.2.1

1. เป็น	3. เป็น
2. ไม่เป็น	4. ไม่เป็น

ตัวอย่างฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

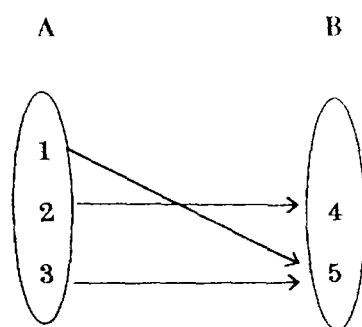
1. กำหนด $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5\}$

และ $f_1 = \{(1,5) , (2,4) , (3,5)\}$

จะเห็นว่า $D_{f_1} = \{1,2,3\} = A$

$R_{f_1} = \{4,5\} = B$

สามารถแสดงการจับคู่



ดังนั้น f_1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

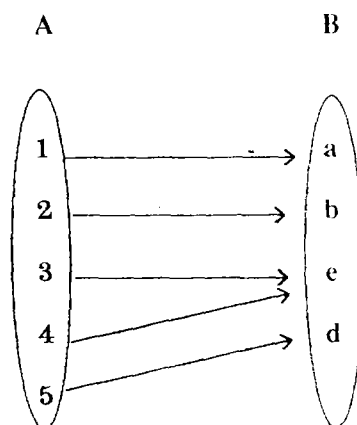
2. กำหนด $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{a,b,e,d\}$

และ $f_2 = \{(1,a) , (2,b) , (3,e) , (4,e) , (5,d)\}$

จะเห็นว่า $D_{f_2} = \{1,2,3,4,5\} = A$

$R_{f_2} = \{a,b,e,d\} = B$

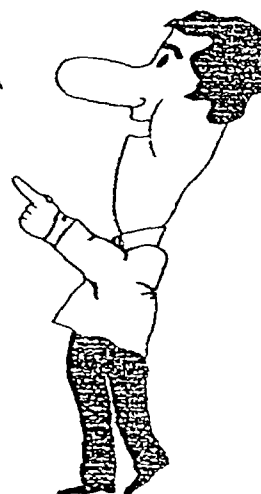
สามารถแสดงการจับคู่



ดังนั้น f_2 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

3. กำหนด $A = \{7,8,9\}$, $B = \{g,h\}$
 และ $f_3 = \{(7,g), (8,g), (9,g)\}$
 จะเห็นว่า $D_{f_3} = \{7,8,9\} = A$
 $R_{f_3} = \{g\}$ ซึ่ง $R_{f_3} \subset B$
 ดังนั้น f_3 ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B
 แต่ f_3 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B

จากตัวอย่างที่ 1, 2, 3
 พวกเราจะสังเกตเห็นว่า
 ถ้า f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B
 จะได้ว่า เรนจ์ของ f คือ B



แบบฝึกหัด 2.2.2 จงเติมคำใน ☐ ให้ถูกต้อง

กำหนด $A = \{1,2,3\}$ และ $B = \{4,5,6\}$

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้นี้เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่

1. $f_1 = \{(1,4), (2,5), (3,6)\}$

2. $f_2 = \{(1,5), (2,6), (3,6)\}$

3. $f_3 = \{(1,4), (2,4), (3,4)\}$

ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

บทนิยาม ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ

ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B เขียนแทนด้วย

$$f : A \xrightarrow{1-1} B$$

จากบทนิยาม เธอ! จะได้ข้อสังเกตว่า
สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแต่ละคู่
จะจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน



เฉลยแบบฝึกหัด 2.2.2

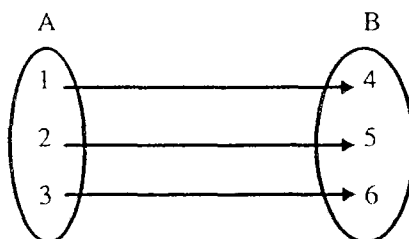
1. เป็น เพราะ โดเมนของ f_1 คือ A และ เรนจ์ของ f_1 คือ B
2. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์ของ f_2 ไม่เป็น B
3. ไม่เป็น เพราะ เรนจ์ของ f_3 ไม่เป็น B

ตัวอย่างฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

กำหนด $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$

และ $f = \{(1,4), (2,5), (3,6)\}$

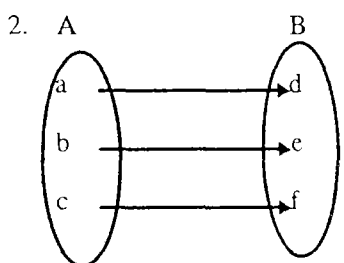
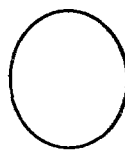
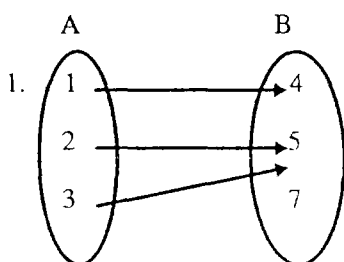
แผนภาพแสดงการจับคู่ของ f



จะเห็นว่าสมาชิกตัวหน้า จะจับคู่กับสมาชิกตัวหลัง ที่ไม่ซ้ำกับแบบหนึ่งต่อหนึ่ง
ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B

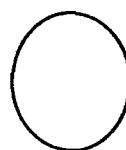
แบบฝึกหัด 2.2.3 จงเติมคำใน ○ ให้ถูกต้อง

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จาก A ไป B หรือไม่



3. กำหนด $A = \{7,8,9\}$, $B = \{2,4,5,6\}$

ดังนั้น $f = \{(7,2), (8,4), (9,6)\}$



ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

บทนิยาม ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

หมายถึง f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่ $R_f = B$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B เขียนแทนด้วย

$$f: A \rightarrow B$$

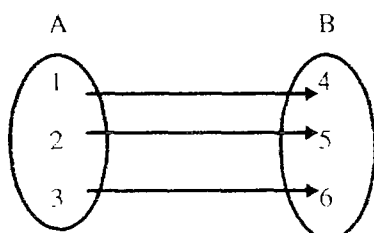
ทั่วถึง

ตัวอย่างฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

กำหนด $A = \{1,2,3\}$, $B = \{4,5,6\}$

และ $f = \{(1,4), (2,5), (3,6)\}$

แผนภาพแสดงการจับคู่ของ f



จะเห็นว่า $R_f = \{4,5,6\} = B$ และสมาชิกตัวหน้า จะจับคู่กับสมาชิกตัวหลังที่ไม่ซ้ำกัน
แบบหนึ่งต่อหนึ่ง

ดังนั้น f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

เฉลยแบบฝึกหัด 2.2.3

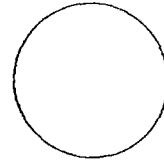
1. ไม่เป็น เพราะสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับของฟังก์ชัน คือ 2 และ 3 ไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับซ้ำกัน คือ 5
2. เป็น เพราะสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแต่ละคู่จับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน
3. เป็น เพราะสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแต่ละคู่จับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน

แบบฝึกหัด 2.2.4 จงเติมคำใน ☐ ให้ถูกต้อง

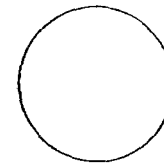
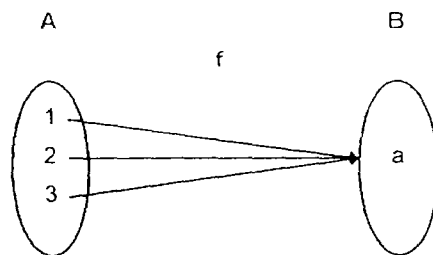
จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่

1. กำหนด $A = \{7,8,9\}$ $B = \{2,4,5,6\}$

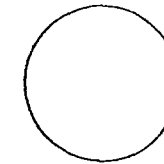
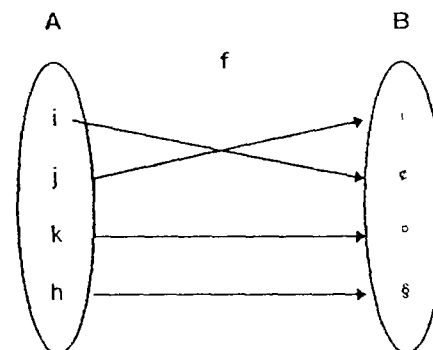
ดังนั้น $f = \{(7,2), (8,4), (9,6)\}$



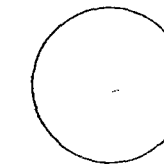
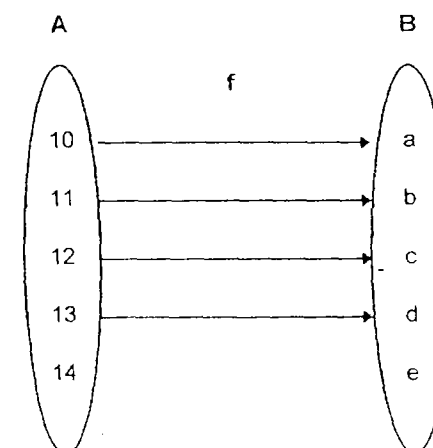
2.



3.

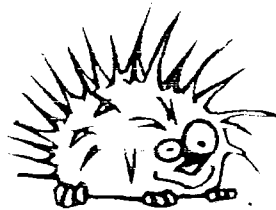


4.



ฟังก์ชันอินเวอร์ส

เราสามารถนำฟังก์ชันมาหาอินเวอร์สของฟังก์ชันได้
โดยการสลับตำแหน่งระหว่างสมาชิกตัวหน้าและ
สมาชิกตัวหลังของแต่ละคู่อันดับของฟังก์ชัน



ตัวอย่างเช่น

กำหนด ฟังก์ชัน $f = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$

และ ฟังก์ชัน $g = \{(1,2), (2,3), (3,2)\}$

จงหาอินเวอร์สของฟังก์ชัน f และฟังก์ชัน g

วิธีทำ อินเวอร์สของฟังก์ชัน f หรือ $f^{-1} = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$

อินเวอร์สของฟังก์ชัน g หรือ $g^{-1} = \{(2,1), (3,2), (2,3)\}$

อินเวอร์สของฟังก์ชัน
ที่เป็นฟังก์ชัน
เรียกว่า
“ฟังก์ชันอินเวอร์ส”



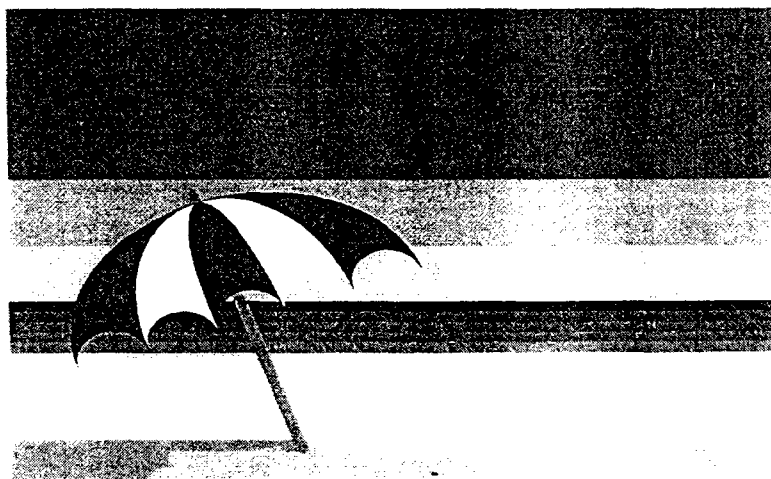
ลองพิจารณาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้นี้ เพื่อเป็นแนวทางในการพิจารณา
อินเวอร์สของฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชัน

ตัวอย่างเช่น

ฟังก์ชัน	อินเวอร์สของฟังก์ชัน
$f_1 = \{(1,2), (2,3), (4,5)\}$	$f_1^{-1} = \{(2,1), (3,2), (5,4)\}$ เป็นฟังก์ชัน
$f_2 = \{(1,a), (2,a), (3,a)\}$	$f_2^{-1} = \{(a,1), (a,2), (a,3)\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน
$f_3 = \{(2,5), (3,7), (9,5), (11,7)\}$	$f_3^{-1} = \{(5,2), (7,3), (5,9), (7,11)\}$ ไม่เป็นฟังก์ชัน
$f_4 = \{(x,x), (y,y), (z,z)\}$	$f_4^{-1} = \{(x,x), (y,y), (z,z)\}$ เป็นฟังก์ชัน

จะเห็นว่า f_1, f_4 เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 ซึ่ง f_1^{-1}, f_4^{-1} เป็นฟังก์ชันด้วย

ข้อสังเกต อินเวอร์สของฟังก์ชันไม่จำเป็นต้องเป็นฟังก์ชันเสมอไป



เฉลยแบบฝึกหัด 2.2.4

1. ไม่เป็น เพราะเรนจ์ของ f ไม่เป็น B แต่ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B
2. ไม่เป็น เพราะสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ 1,2 และ 3 ไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่ซ้ำกันคือ a
3. เป็น เพราะ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่มีเรนจ์ของ f คือ B
4. เป็น เพราะ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่มีเรนจ์ของ f คือ B

จากตัวอย่างที่แล้ว จะเห็นว่า
ถ้าฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง
จะได้ว่า อินเวอร์สของฟังก์ชัน f ซึ่งเขียน
แทนด้วย f^{-1} เป็นฟังก์ชันด้วย



ตัวอย่างฟังก์ชันอินเวอร์สของฟังก์ชันแบบ 1-1

$$f = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$$

จงหาว่า f^{-1} เป็นฟังก์ชันอินเวอร์สหรือไม่

วิธีทำ $f^{-1} = \{(2,1), (4,3), (6,5)\}$ เป็นฟังก์ชัน เพราะว่า

$f = \{(1,2), (3,4), (5,6)\}$ เป็นฟังก์ชันแบบ 1-1 (หนึ่งต่อหนึ่ง)



เราได้รู้จักอินเวอร์สของฟังก์ชันแล้ว

มาดูซิ !

อินเวอร์สของฟังก์ชันใดบ้าง
ที่เป็นฟังก์ชัน

แบบฝึกหัด 2.2.5

จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้นี้เป็นฟังก์ชันชนิดใด และอินเวอร์สของฟังก์ชัน
เป็นฟังก์ชันหรือไม่

กำหนด

$A = \{1,2,3\}$

$B = \{4,5,6\}$

$C = \{7,8\}$

$D = \{a,b,c,d,e,f\}$

1. $f_1 = \{(1,4), (2,5), (3,6)\}$

$f_1 =$

$f_1^{-1} =$

2. $f_2 = \{(1,5), (2,6), (3,4)\}$

$f_2 =$

$f_2^{-1} =$

3. $f_3 = \{(4,1), (5,3), (6,1)\}$

$f_3 =$

$f_3^{-1} =$

4. $f_4 = \{(6,1), (5,3), (4,2)\}$

$f_4 =$

$f_4^{-1} =$

5. $f_5 = \{(1,7), (2,8), (3,7)\}$

$f_5 =$

$f_5^{-1} =$

6. $f_6 = \{(7,4), (8,6)\}$

$f_6 =$

$f_6^{-1} =$

7. $f_7 = \{(1,a), (2,c), (3,d)\}$

$f_7^{-1} =$

$f_7^{-1} =$

8. $f_8 = \{(a,1), (b,2), (c,3), (d,1), (e,2), (f,3)\}$

$f_8 =$

$f_8^{-1} =$

9. $f_9 = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$

$f_9 =$

$f_9^{-1} =$

10. $f_{10} = \{(4,4), (5,5), (6,6)\}$

$f_{10} =$

$f_{10}^{-1} =$

11. $f_{11} = \{(1,1), (2,1), (3,1)\}$

$f_{11} =$

$f_{11}^{-1} =$

12. $f_{12} = \{(4,5), (6,4), (5,5)\}$

$f_{12} =$

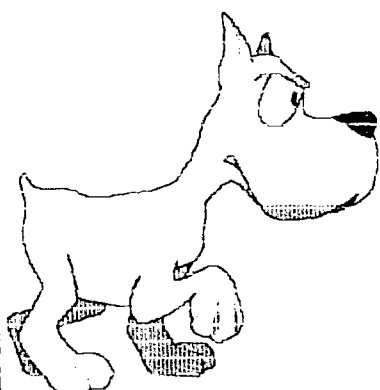
$f_{12}^{-1} =$

เฉลยแบบฝึกหัด 2.2.5

1. f_1 : $A \xrightarrow[\text{ห่อหุ้ม}]{1-1} B$ และ f_1^{-1} เป็นฟังก์ชัน
2. f_2 : $A \xrightarrow[\text{ห่อหุ้ม}]{1-1} B$ และ f_2^{-1} เป็นฟังก์ชัน
3. f_3 : $B \longrightarrow A$ และ f_3^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน
4. f_4 : $B \xrightarrow[\text{ห่อหุ้ม}]{1-1} A$ และ f_4^{-1} เป็นฟังก์ชัน
5. f_5 : $A \longrightarrow C$ และ f_5^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน
6. f_6 : $C \longrightarrow B$ และ f_6^{-1} เป็นฟังก์ชัน
7. f_7 : $A \longrightarrow D$ และ f_7^{-1} เป็นฟังก์ชัน
8. f_8 : $D \xrightarrow[\text{ห่อหุ้ม}]{1-1} A$ และ f_8^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน
9. f_9 : $A \xrightarrow[\text{ห่อหุ้ม}]{1-1} A$ และ f_9^{-1} เป็นฟังก์ชัน
10. f_{10} : $B \xrightarrow[\text{ห่อหุ้ม}]{1-1} B$ และ f_{10}^{-1} เป็นฟังก์ชัน
11. f_{11} : $A \longrightarrow A$ และ f_{11}^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน
12. f_{12} : $B \longrightarrow B$ และ f_{12}^{-1} ไม่เป็นฟังก์ชัน



ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล



เราขอแนะนำ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลอีก
ฟังก์ชันหนึ่งให้เพื่อน ๆ รู้จัก

บทนิยาม ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ

$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$$

จากนิยามเรามาดลองพิจารณากราฟของฟังก์ชัน
เอกซ์โพเนนเชียลดูซิว่า! มีอะไรที่น่าสนใจ



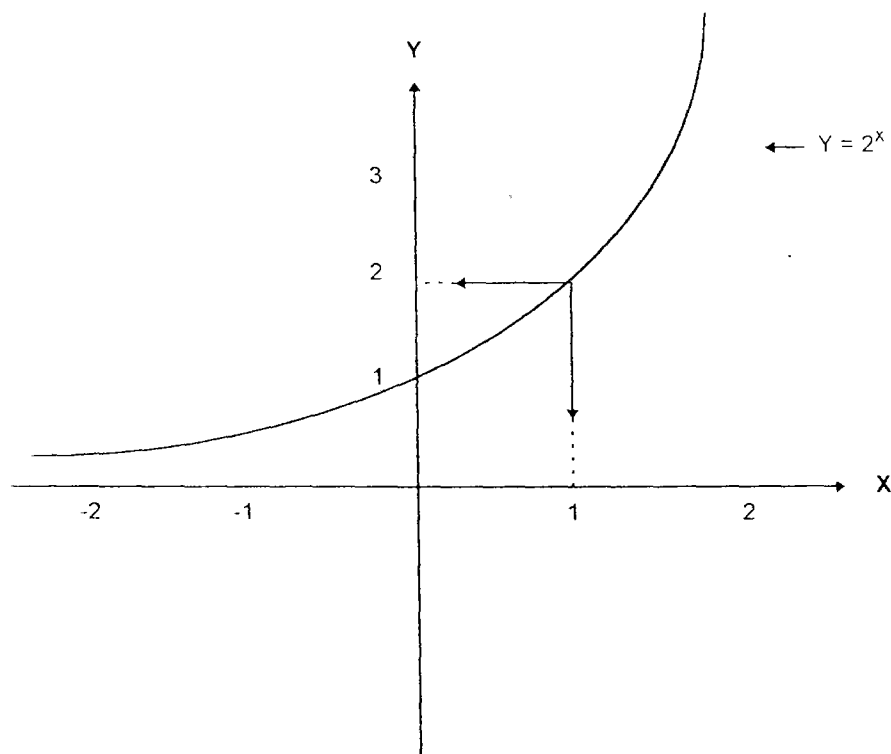
ตัวอย่างกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = 2^x$

วิธีทำ กำหนดค่า x หาค่า y บวกกันเพื่อดูแนวของกราฟ

x	$y = 2^x$
-2	$2^{-2} = 1/2^2 = 1/4 = 0.25$
-1	$2^{-1} = 1/2 = 0.5$
0	$2^0 = 1$
1	$2^1 = 2$
2^2	$2^2 = 4$
2^3	$2^3 = 8$

กราฟของ $y = 2^x$



จากกราฟ จะได้ว่า

$$f = \{(-2, 1/4), (-1, 1/2), (0, 1), (1, 2), (2, 4), (3, 8), \dots\}$$

จาก f จะสังเกตเห็นว่า

1. $x = -4$ จะได้ $y = 1/16$, $x = -3$ จะได้ $y = 1/8$, $x = -2$ จะได้ $y = 1/4$, $x = -1$ จะได้ $y = 1/2$, $x = 0$ จะได้ $y = 1$, $x = 1$ จะได้ $y = 2$, $x = 2$ จะได้ $y = 4$, ...

จากค่าต่าง ๆ เหล่านี้ จะเห็นว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ดังนั้น f หรือ ฟังก์ชัน $y = 2^x$ จึงเป็นฟังก์ชันเพิ่ม

นอกจากนี้แล้ว จะเห็นว่า y เพิ่มเร็วมาก เมื่อ x มีค่าเป็นจำนวนบวกมากขึ้น และ y จะค่อย ๆ ลดลงเข้าใกล้ศูนย์ (แต่ไม่ถึงศูนย์) เมื่อ x มีค่าเป็นจำนวนลบ และน้อยลงเรื่อย ๆ

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นนี้ เรนจ์ของฟังก์ชัน $y = 2^x$ จึงเป็นช่วงเปิด $(0, \infty)$ หรือ $\mathbb{R}^+$ สำหรับจำนวนจริง x ใด ๆ .

ดังนั้น โดเมนของ f (หรือฟังก์ชัน $y = 2^x$) คือ $\mathbb{R}$

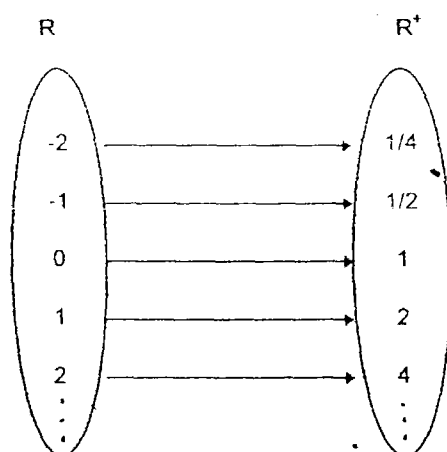
และ เรนจ์ของ f (หรือฟังก์ชัน $y = 2^x$) คือ $\mathbb{R}^+$

2. กราฟของฟังก์ชัน $y = 2^x$ ผ่านจุด $(0, 1)$

3. สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับของ f แต่ละคู่ไปจับกับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ

ไม่ซ้ำกัน

ดังแสดงตามแผนภาพการจับคู่ของ f



จากเหตุผลนี้ จึงทำให้ f หรือ ฟังก์ชัน $y = 2^x$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $\mathbb{R}$ ไป $\mathbb{R}^+$

นอกจากเหตุผลนี้แล้ว เรนจ์ของฟังก์ชัน $y = 2^x$ คือ $\mathbb{R}^+$ ดังนั้น ฟังก์ชัน $y = 2^x$ จึงเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึง $\mathbb{R}^+$

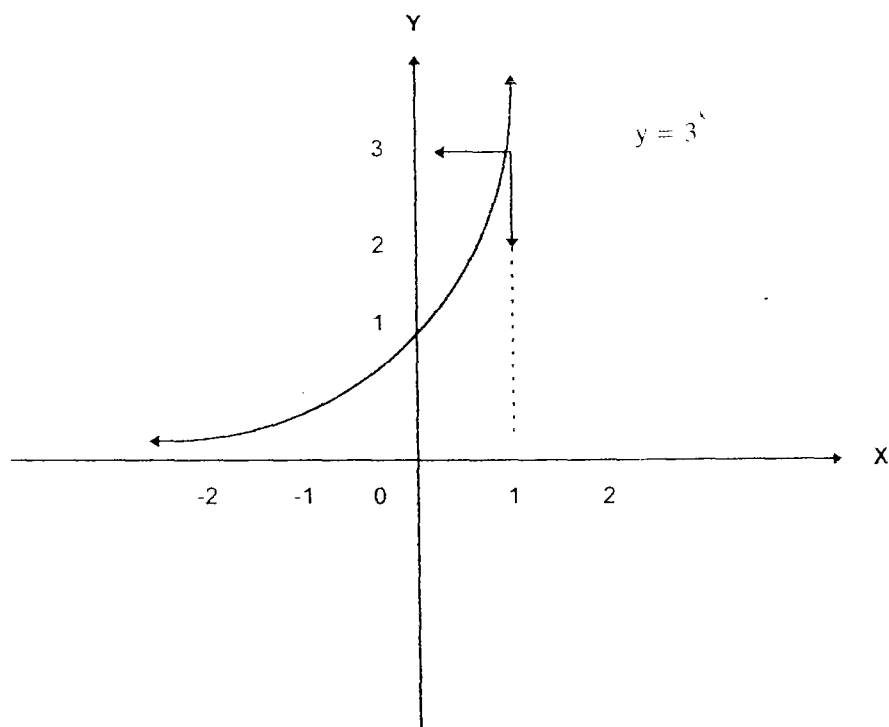
ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = 3^x$

วิธีทำ กำหนดค่า x หาค่า y บางค่า เพื่อดูแนวโน้มของกราฟ

x	$y = 3^x$
-2	$3^{-2} = 1/3^2 = 1/9$
-1	$3^{-1} = 1/3$
0	$3^0 = 1$
1	$3^1 = 3$
2	$3^2 = 9$
3	$3^3 = 27$



กราฟของ $y = 3^x$



จากกราฟจะได้ว่า

$$f = \{(-2, 1/9), (-1, 1/3), (0, 1), (1, 3), (2, 9), (3, 27)\}$$

จาก f จะสังเกตเห็นว่า

1. $x = -4$ จะได้ $y = 1/81$, $x = -3$ จะได้ $y = 1/27$, $x = -2$ จะได้ $y = 1/9$, $x = -1$ จะได้ $y = 1/3$, $x = 1$ จะได้ $y = 3$, $x = 2$ จะได้ $y = 9$, $x = 3$ จะได้ $y = 27$, ...

จากค่าต่าง ๆ เหล่านี้ จะเห็นว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ดังนั้น f หรือ

ฟังก์ชัน $y = 3^x$ จึงเป็นฟังก์ชันเพิ่ม

นอกจากนี้แล้ว จะเห็นว่าเมื่อ x มีค่าเป็นจำนวนบวก และมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ค่าของ y จะเพิ่มขึ้น และมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว และ y จะค่อย ๆ ลดลงเข้าใกล้ศูนย์ (แต่ไม่ถึงศูนย์) เมื่อ x มีค่าเป็นจำนวนลบ และน้อยลงเรื่อย ๆ

ด้วยเหตุผลดังกล่าว เรนจ์ของฟังก์ชัน $y = 3^x$ จึงเป็นช่วงเปิด $(0, \infty)$ หรือ $\mathbb{R}^+$ สำหรับจำนวนจริง x ใด

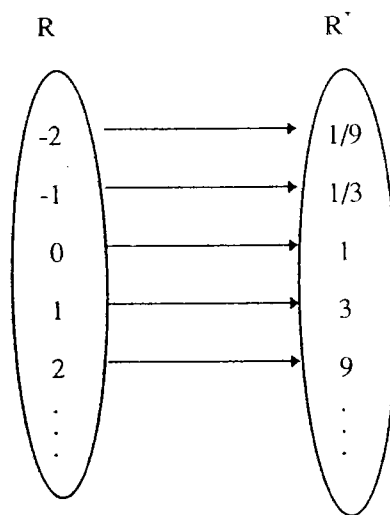
ดังนั้น โดเมนของ f (หรือฟังก์ชัน $y = 3^x$) คือ R

และ เรนจ์ของ f (หรือฟังก์ชัน $y = 3^x$) คือ R^+

2. กราฟของฟังก์ชัน $y = 3^x$ ผ่านจุด $(0,1)$

3. สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับของ f แต่ละคู่ไปจับกับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับไม่ซ้ำกัน

ดังแสดงตามแผนภาพการจับคู่ของ f



จากเหตุผลนี้ จึงทำให้ f หรือฟังก์ชัน $y = 3^x$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก R ไป R^+ นอกจากนี้แล้ว เรนจ์ของฟังก์ชัน $y = 3^x$ คือ R^+ ดังนั้น ฟังก์ชัน $y = 3^x$ จึงเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก R ไปทั่วถึง R^+

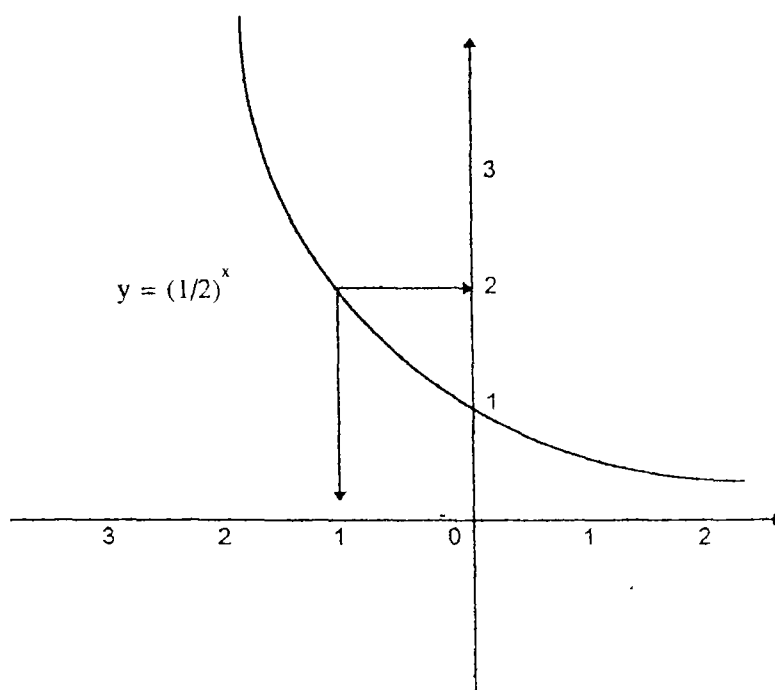
ตัวอย่างที่ ๙ จงเขียนกราฟของฟังก์ชัน $y = (1/2)^x$

วิธีทำ กำหนดค่า x หาค่า y บางค่า เพื่อดูแนวของกราฟ

x	$y = (1/2)^x$
-3	$y = (1/2)^{-3} = 2^3 = 8$
-2	$y = (1/2)^{-2} = 2^2 = 4$
-1	$y = (1/2)^{-1} = 2$
0	$y = (1/2)^0 = 1$
1	$y = 1/2$
2	$y = (1/2)^2 = 1/2^2 = 1/4$
3	$y = (1/2)^3 = 1/2^3 = 1/8$



กราฟของฟังก์ชัน $y = (1/2)^x$



จากกราฟ จะได้ว่า

$$f = \{(-3, 8), (-2, 4), (-1, 2), (0, 1), (1, 1/2), (2, 1/4), (3, 1/8), \dots\}$$

จาก f จะสังเกตเห็นว่า

1. $x = -4$ จะได้ $y = 16$, $x = -3$ จะได้ $y = 8$, $x = -2$ จะได้ $y = 4$, $x = -1$ จะได้ $y = 2$,
 $x = 0$ จะได้ $y = 1$, $x = 1$ จะได้ $y = 1/2$, $x = 2$ จะได้ $y = 1/4$ และ $x = 3$ จะได้ $y = 1/8$, ...

จะเห็นว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y มีค่าลดลง ดังนั้น f หรือ ฟังก์ชัน $y = (1/2)^x$ จึงเป็น
 ฟังก์ชันลด

นอกจากนี้แล้ว จะเห็นว่า เมื่อ x มีค่าเป็นจำนวนบวกและเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ค่าของ y จะมี
 ค่าลดลงเรื่อย ๆ จนมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ (แต่ไม่ถึงศูนย์) และ y มีค่าเพิ่มขึ้น และเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว
 เมื่อ x มีค่าเป็นจำนวนลบและน้อยลงเรื่อย ๆ

ด้วยเหตุผลดังกล่าวข้างต้นนี้ เรนจ์ของฟังก์ชัน $y = (1/2)^x$ จึงเป็นช่วงเปิด $(0, \infty)$ หรือ
 $\mathbb{R}^+$ สำหรับจำนวนจริง x ใด ๆ

ดังนั้น โดเมนของ f (หรือฟังก์ชัน $y = (1/2)^x$) คือ $\mathbb{R}$

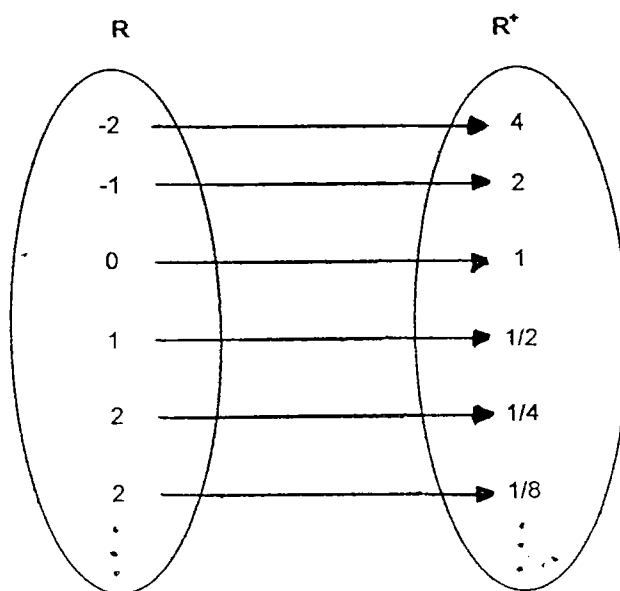
และ เรนจ์ของ f (หรือฟังก์ชัน $y = (1/2)^x$) คือ $\mathbb{R}^+$

2. กราฟของฟังก์ชัน $y = 2^x$ ผ่านจุด $(0, 1)$

3. สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับของ f แต่ละคู่ไปจับกับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับไม่

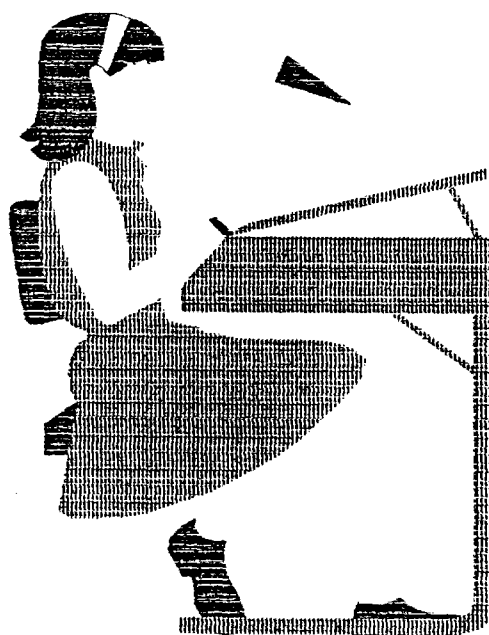
ซ้ำกัน

ดังแสดงตามแผนภาพการจับคู่ของ f



ข้อสังเกต จากตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 สิ่งที่ได้จากฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มีดังนี้ คือ

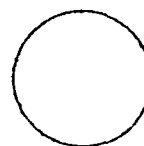
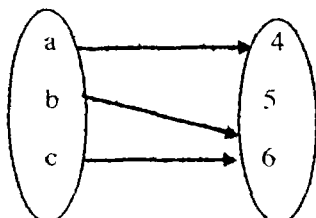
1. ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เช่น $y = 2^x$ และ $y = 3^x$
2. ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันลด เช่น $y = (1/2)^x$
3. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก R ไปทั่วถึง R
4. กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0,1)$ เสมอ



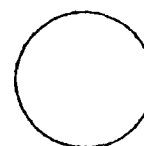
แบบฝึกหัด 2.2.6

1. จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่

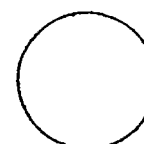
1.1



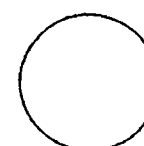
1.2 กำหนด $A = \{2, 4, 8, 9\}$, $B = \{0, 1, 4, 5\}$
 ดังนั้น $f = \{(2, 0), (4, 4), (8, 1), (9, 5)\}$



1.3 กำหนด $A = \mathbb{R}$, $B = \mathbb{R}^+$
 ดังนั้น $f = \{(x, y) \in A \times B / y = 10^x\}$



1.4 กำหนด $A = \mathbb{R}$, $B = \{2\}$
 ดังนั้น $f = \{(x, y) \in A \times B / y = 2\}$



2. จงพิจารณาว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเพิ่ม ฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันลด

2.1 $y = (1/2)^x$

2.2 $y = (5)^x$

2.3 $y = 3^{-x}$

2.4 $y = (4/5)^{-x}$

บทสรุป

1. ฟังก์ชันจาก A ไป B

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ

f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน และมีสับเซตของ B เป็นเรนจ์

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เขียนแทนด้วย

$$f : A \rightarrow B$$

2. ฟังก์ชันแบบต่าง ๆ

2.1 ฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B ก็ต่อเมื่อ

f เป็นฟังก์ชันที่มี A เป็นโดเมน และมี B เป็นเรนจ์

f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เขียนแทนด้วย

$$f : A \rightarrow B$$

2.2 ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ

ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$ แล้ว $x_1 = x_2$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไป B เขียนแทนด้วย

$$f : A \xrightarrow{1-1} B$$

2.3 ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B หมายถึง

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งที่ $R_f = B$

f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

เขียนแทนด้วย $f : A \rightarrow B$

3. ฟังก์ชันอินเวอร์ส

ถ้าฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง จะได้ว่า อินเวอร์สของฟังก์ชัน f หรือ (f^{-1}) เป็นฟังก์ชันด้วย

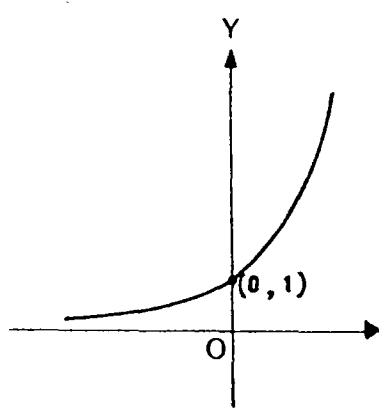
4. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

4.1 กราฟของฟังก์ชัน $y = a^x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(0, 1)$ เสมอ ทั้งนี้เพราะ

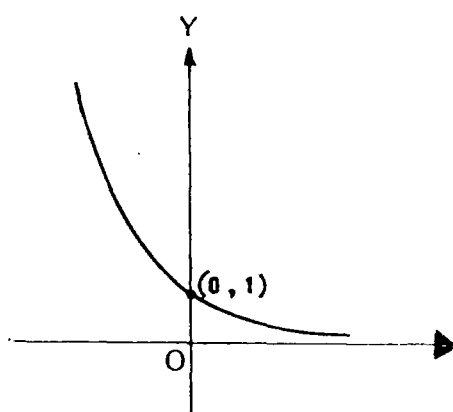
$$a^0 = 1$$

4.2 ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = a^x$ เป็นฟังก์ชันลด



$$a > 1$$



$$0 < a < 1$$

4.3 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึง $\mathbb{R}^+$

แบบฝึกหัดหน่วยที่ 2.2

จงเติมข้อความและจำนวนลงในช่องว่าง

1. กำหนดให้ $A = \{0, 1, 2, 3\}$ และ $B = \{4, 5, 6, 7\}$

จงพิจารณาว่า r_1 เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B หรือไม่เพราะเหตุใด

$$r_1 = \{(0,4), (1,5), (2,6), (2,7)\}$$

_____ เพราะ _____

2. กำหนด $\{7, 8, 9\}$, $B = \{2, 4\}$

ดังนั้น $r_2 = \{(7,2), (8,4), (9,4)\}$

จงพิจารณาว่า r_2 เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B หรือไม่ เพราะเหตุใด

_____ เพราะ _____

3. จงพิจารณา r_3 ที่กำหนดให้ว่าเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก D ไป C หรือไม่ เพราะเหตุใด

กำหนด $C = \{1,2,3\}$

$D = \{4,5,6\}$

ดังนั้น $r_3 = \{(6,1), (6,3), (4,2)\}$

_____ เพราะ _____

4. $f = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ / y = (3/2)^x\}$

เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึง $\mathbb{R}^+$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

_____ เพราะ _____

5. กำหนด $A = \{1,2,3\}$

$B = \{4,5,6\}$

และ $f = \{(1,4), (2,5), (6,3)\}$

จงหาอินเวอร์สฟังก์ชันของฟังก์ชัน f

$f^{-1} =$ _____

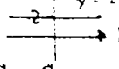
f^{-1} เป็นฟังก์ชันหรือไม่

_____ เพราะ _____

เฉลยแบบฝึกหัดหน่วยที่ 2.2

1. ไม่เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B เพราะ D_{f_1} ไม่ใช่ A
2. เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B เพราะ D_{f_2} คือ A และ D_{f_2} คือ B
3. ไม่เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก D ไป C เพราะ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับคือ 6 ไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ 2 ตัว คือ 1 และ 3
4. เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก R ไป R^+ เพราะ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับของ f แต่ละคู่อันดับของ f ไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับที่ไม่ซ้ำกัน และ R คือ R^+
5. $f^{-1} = \{(4,1), (5,2), (6,3)\}$
 f^{-1} เป็นฟังก์ชัน เพราะ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง B

เฉลยแบบฝึกหัด 2.2.6

1.
 - 1.1 ไม่เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับคือ b, c ไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังซ้ำกัน คือ s
 - 1.2 เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแต่ละคู่ไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังแต่ละตัวไม่ซ้ำกัน และ $R = B$
 - 1.3 เป็น เพราะ สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแต่ละคู่ไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังแต่ละตัวไม่ซ้ำกัน และ $R = B$
 - 1.4 ไม่เป็น () เพราะสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทุกค่าไปจับคู่กับสมาชิกตัวหลังเพียงตัวเดียว คือ 2
2.
 - 2.1 เป็นฟังก์ชันลด เพราะฐานคือ $1/2$ มีค่าน้อยกว่า 1
 - 2.2 เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะฐานคือ 5 มีค่ามากกว่า 1
 - 2.3 เป็นฟังก์ชันลด เพราะ $y = 3^{-1} = 1/3^{-1} = (1/3)^1$
 ดังนั้นฐานคือ $1/3$ มีค่าน้อยกว่า 1
 - 2.4 เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ $y = (4/5)^{-1} = 1/(4/5)^{-1} = 1/4^{-1}/5^{-1} = 5^{-1}/4^{-1} = (5/4)^1$
 ดังนั้นฐานคือ $5/4$ มีค่ามากกว่า 1

ชุดการเรียนรู้การสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม

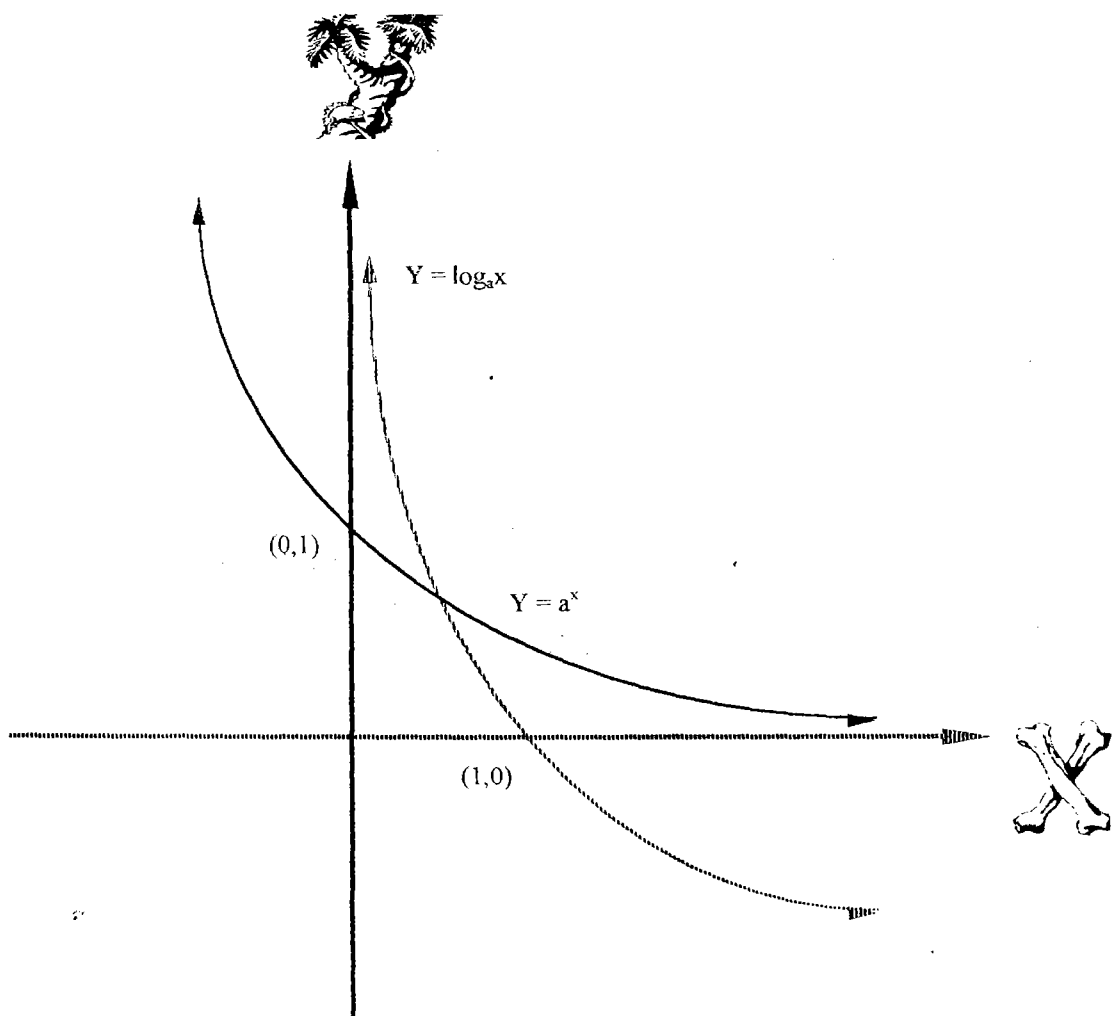
หน่วยที่ 1

เรื่อง

ฟังก์ชันลอการิทึม

(Logarithmic Function)

(เวลา 2 คาบ)



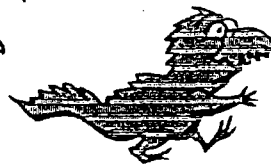
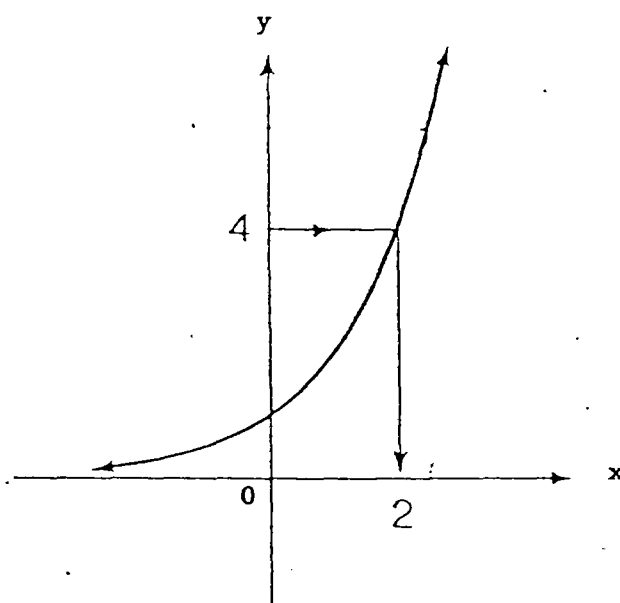
ฟังก์ชันลอการิทึม
(Logarithmic Function)

กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล หรือฟังก์ชันเลขยกกำลัง ซึ่งนิยามดังนี้

$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ / y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$$

$y = f(x) = a^x$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 จากเซต $\mathbb{R}$ ไปทั่วถึงเซต $\mathbb{R}^+$ (ดังตัวอย่าง)

ตัวอย่าง กราฟของ $y = 2^x$



ฟังก์ชันอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล คือ

$$f^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / x = a^y, a > 0, a \neq 1\}$$

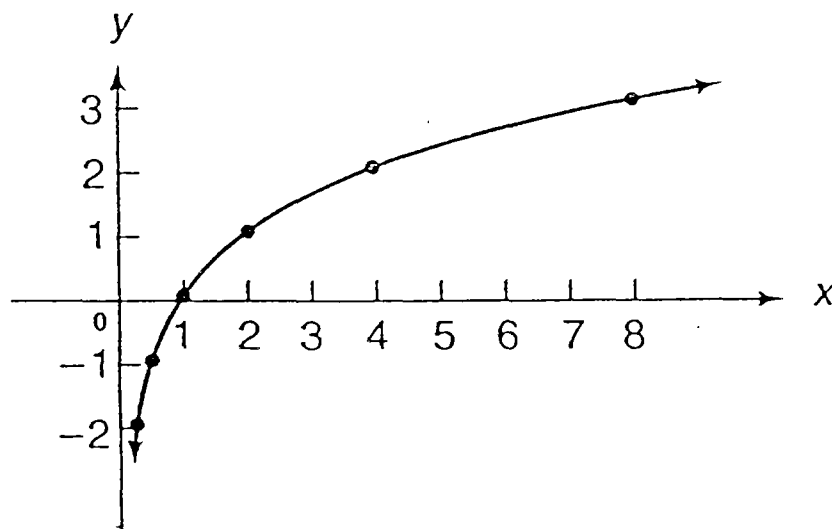
$x = a^y$ เป็นฟังก์ชัน $1 - 1$ จากเซต $\mathbb{R}^+$ ไปทั่วถึงเซต $\mathbb{R}$

จาก $x = a^y$ สามารถเขียนเป็นรูปลอการิทึมได้ คือ $y = \log_a x$ ซึ่ง $\log_a x$ อ่านว่า “ลอการิทึมเอกซ์ฐานเอ” หรือ “ล็อกเอกซ์ฐานเอ” ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม ฟังก์ชันลอการิทึม คือ $\{(x, y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / y = \log_a x, a > 0, a \neq 1\}$

เป็นอินเวอร์สของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ / y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$

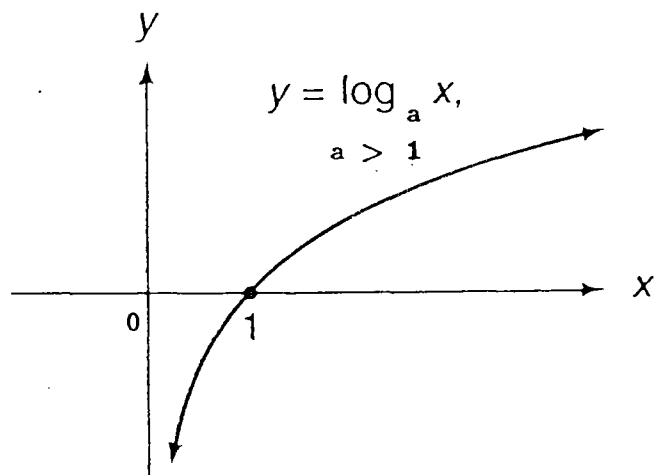
ตัวอย่าง กราฟของ $y = \log_2 x$



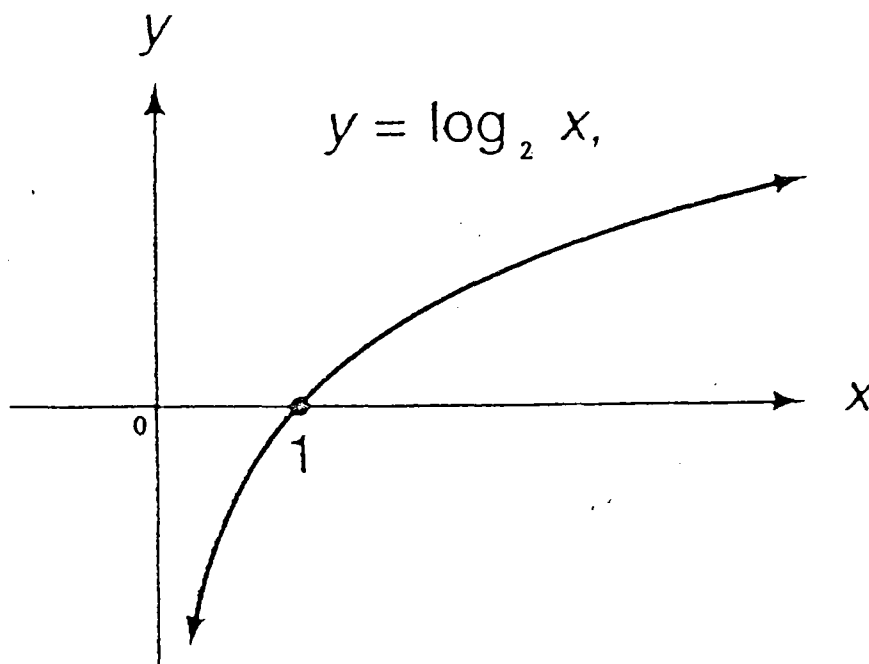
กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

กราฟของ $y = \log_a x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ แยกได้เป็น 2 ลักษณะ

1. ถ้า $a > 1$ กราฟของ $y = \log_a x$ เป็นดังนี้



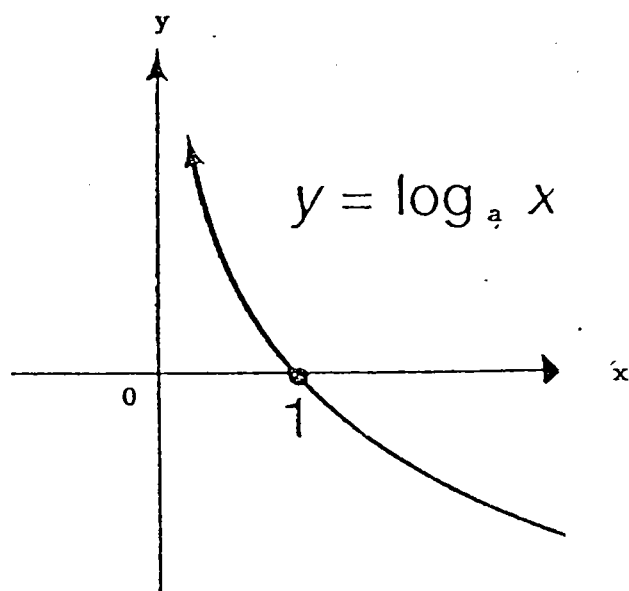
เช่นกราฟ ฟังก์ชัน $y = \log_2 x$



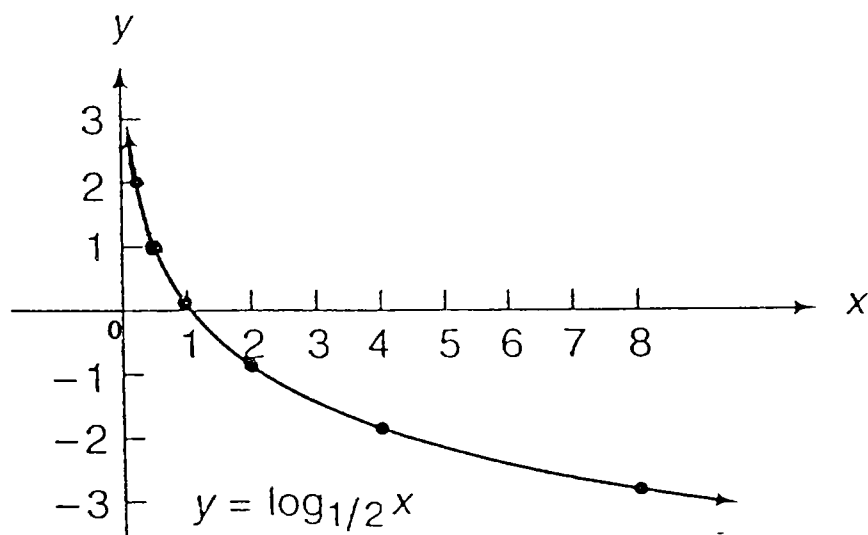
จะเห็นว่า

เมื่อ x เพิ่มขึ้น ค่าของ y เพิ่มขึ้นด้วย เรียกฟังก์ชันลักษณะนี้ว่า “ฟังก์ชันเพิ่ม”

2. ถ้า $0 < a < 1$ กราฟของ $y = \log_a x$ เป็นดังนี้



เช่นกราฟ ฟังก์ชัน $y = \log_{1/2} x$



จะเห็นว่า

เมื่อ x เพิ่มขึ้น ค่าของ y ลดลง เรียกฟังก์ชันลักษณะนี้ว่า “ฟังก์ชันลด”

จากตัวอย่างของกราฟฟังก์ชันลอการิทึม จะพบว่าฟังก์ชันลอการิทึมมีลักษณะสำคัญ
ดังนี้

1. กราฟของฟังก์ชัน $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$ ผ่านจุด $(1,0)$ เสมอ เพราะว่า $a^0 = 1$

ดังนั้น $\log_a 1 = 0$

2. ถ้า $a > 1$ ฟังก์ชัน $y = \log_a x$ มีลักษณะเป็นฟังก์ชันเพิ่ม

3. ถ้า $0 < a < 1$ ฟังก์ชัน $y = \log_a x$ มีลักษณะเป็นฟังก์ชันลด

4. ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชัน 1-1 จากเซตจำนวนจริงบวก $(\mathbb{R}^+)$ ไปทั่วถึงเซต

จำนวนจริง $(\mathbb{R})$

ดังนั้น โดเมนของฟังก์ชันลอการิทึม จึงเป็นเซตจำนวนจริงบวก $(\mathbb{R}^+)$ และเรนจ์ของ

ฟังก์ชันลอการิทึม เป็นเซตจำนวนจริง $(\mathbb{R})$

5. โดยอาศัยสมบัติของฟังก์ชัน 1-1 จะได้ว่า

$\log_a x = \log_a y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$



ตัวอย่างของกราฟฟังก์ชันเพิ่ม และ กราฟฟังก์ชันลด

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

1.1 $y = \log_{1/5} x$

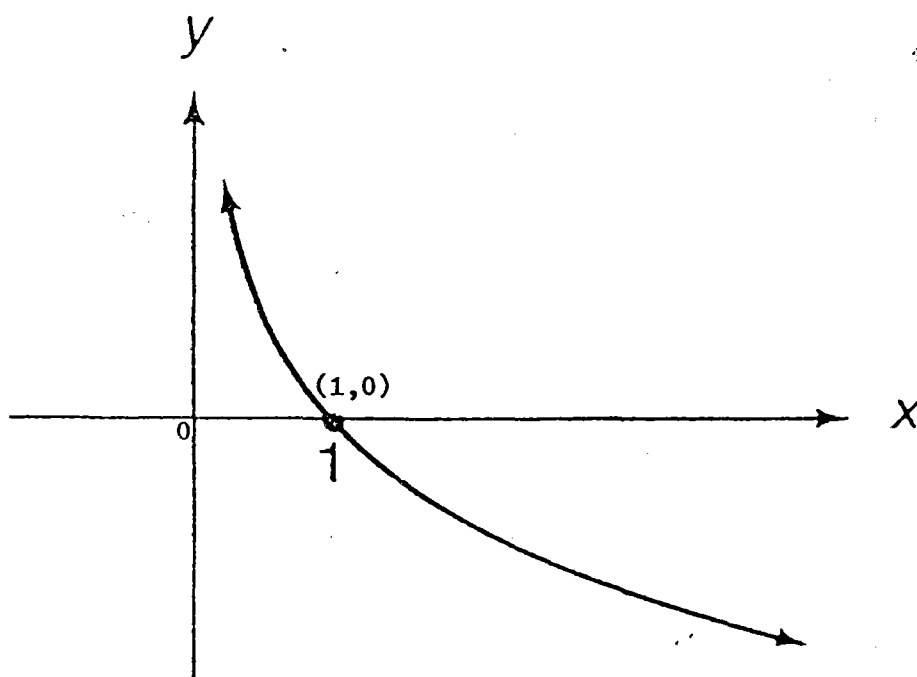
1.2 $y = \log_3 x$

วิธีทำ

$$1.1 \ y = \log_{1/5} x$$

x	y
0.008	3
0.040	2
0.200	1
1.000	0
5.000	-1
25.000	-2

กราฟของ $y = \log_{1/5} x$

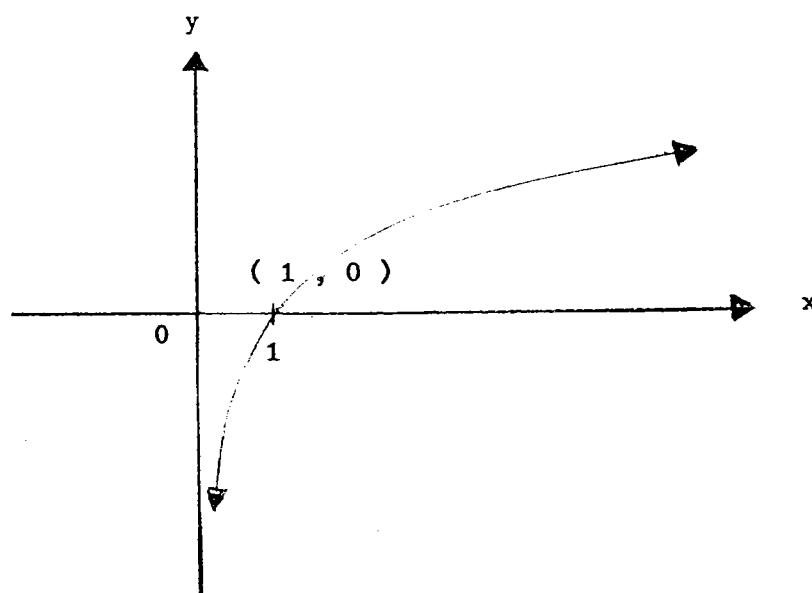


ดังนั้นจะเห็นว่า $y = \log_{1/5} x$ เป็นฟังก์ชันลด

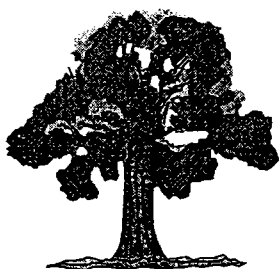
$$1.2 \ y = \log_5 x$$

x	y
125.000	3
25.000	2
5.000	1
1.000	0
0.200	-1
0.040	-2
0.008	-3

กราฟของ $y = \log_5 x$ คือ



ดังนั้นจะเห็นว่า $y = \log_5 x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

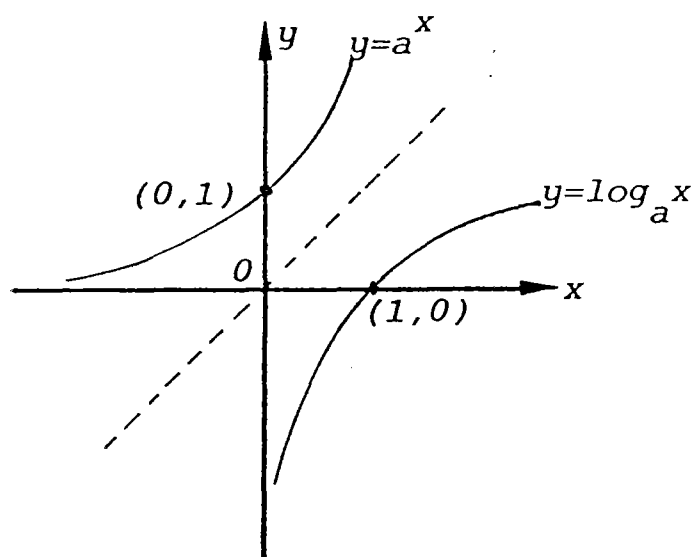


สรุป
ฟังก์ชันลอการิทึม

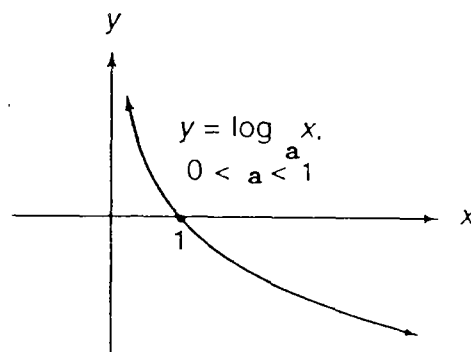
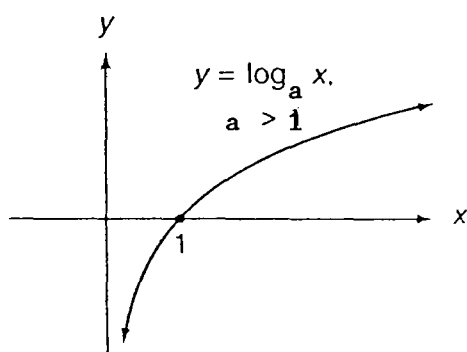
บทนิยาม ฟังก์ชันลอการิทึม

ฟังก์ชันลอการิทึม คือ $\{(x,y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / y = \log_a x, a > 0, a \neq 1\}$ เป็นอินเวอร์สของ
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $\{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ / y = a^x, a > 0, a \neq 1\}$

กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม



กราฟของฟังก์ชันลอการิทึม

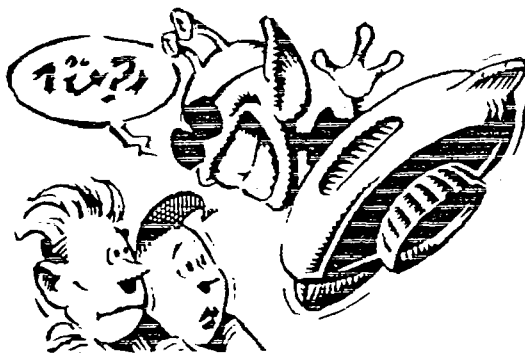


$a > 1$
ฟังก์ชันเพิ่ม

$0 < a < 1$
ฟังก์ชันลด

ลักษณะที่สำคัญของกราฟฟังก์ชันลอการิทึม มีดังนี้คือ

1. กราฟของฟังก์ชัน $y = \log_a x$, $a > 0$ และ $a \neq 1$ จะผ่านจุด $(1, 0)$ เสมอ
2. ถ้า $a > 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม
ถ้า $0 < a < 1$ แล้ว $y = \log_a x$ เป็นฟังก์ชันลด
3. ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชัน 1-1 จาก $\mathbb{R}^+$ ไปทั่วถึง $\mathbb{R}$
4. อาศัยสมบัติของฟังก์ชัน 1-1 จะได้ว่า
 $\log_a x = \log_a y$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$



แบบฝึกหัด 1.1

จงเขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

1. $y = \log_{1/3} x$

2. $y = \log_3 x$

3. $y = \log_{2/3} x$

4. $y = \log_4 x$

5. $y = \log_6 x$



กิจกรรมพิเศษครั้งที่ 1

มาทบทวนตัวอย่างกัน
อีกครั้ง

ให้นักศึกษาช่วยกันสร้างกราฟ
ของฟังก์ชันลอการิทึมต่อไปนี้

1. $y = \log_5 x$

2. $y = \log_{1/5} x$

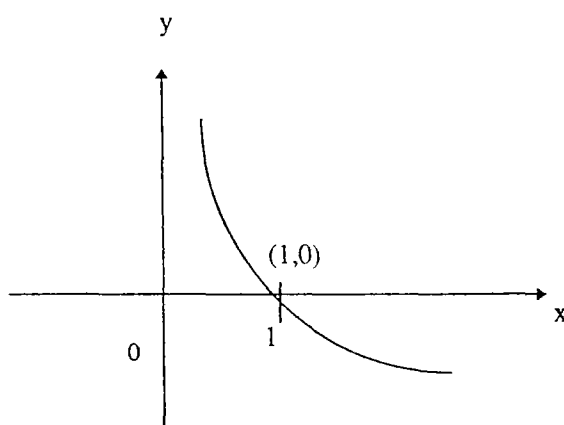


แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 1 (คาบที่ 1)

เรื่อง ฟังก์ชันลอการิทึม

คำชี้แจง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยกาเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรที่ต้องการ
(ใช้เวลา 5 นาที)

1. กราฟที่กำหนดให้เป็นกราฟของฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้



1. $y = \log_a x$, $a < 1$

2. $y = \log_a x$, $0 < a < 1$

2. $y = \log_a x$, $a \neq 1$

4. $y = \log_a x$, $a > 1$

2. ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. $y = \log_b x$ เมื่อ $b < -1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

2. $y = \log_b x$ เมื่อ $b < 0$ เป็นฟังก์ชันลด

3. $y = \log_b x$ เมื่อ $b > -1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

4. $y = \log_b x$ เมื่อ $b = 0$ ผ่านจุด (0,1) เสมอ

ฟังก์ชันลอการิทึม (ต่อ)
(Logarithmic Function)

เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y ที่เขียนในรูป $x = a^y$ และ $y = \log_a x$ มีความหมายเช่นเดียวกัน

ดังนั้น กำหนด $a > 0$ และ $a \neq 1$, $x \in \mathbb{R}$

จะได้ว่า ถ้า $x = a^y$ หมายถึง $\log_a x = y$

ซึ่ง y เป็นค่าของ $\log$ ซึ่งเป็นจำนวนจริงใด ๆ

a เป็นฐานของ $\log$ ซึ่งเป็นจำนวนบวกและไม่เท่ากับ 1 ดังนั้น $a > 0$ หรือ $0 < a < 1$

x เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ

ดังนั้น สมการที่เขียนในรูปเลขยกกำลัง จึงอาจเขียนในรูปลอการิทึมได้

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนสมการที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังต่อไปนี้ในรูปลอการิทึม

1.1 $5^2 = 25$

1.2 $3^4 = 81$

1.3 $10^0 = 1$

วิธีทำ สมการในรูปเลขยกกำลัง

1.1 $5^2 = 25$

1.2 $3^4 = 81$

1.3 $10^0 = 1$

สมการในรูปลอการิทึม

$\log_5 25 = 2$

$\log_3 81 = 4$

$\log_{10} 1 = 0$



ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนสมการที่อยู่ในรูปลอการิทึมต่อไปนี้เป็นรูปเลขยกกำลัง

$$2.1 \log_{10} 1000 = 3$$

$$2.2 \log_{64} 8 = 1/2$$

$$2.3 \log_2 1/16 = -4$$

วิธีทำ สมการในรูปลอการิทึม

$$2.1 \log_{10} 1000 = 3$$

$$2.2 \log_{64} 8 = 1/2$$

$$2.3 \log_2 1/16 = -4$$

สมการในรูปเลขยกกำลัง

$$3^{10} = 1000$$

$$64^{1/2} = 8$$

$$2^{-4} = 1/16$$

เราสามารถรู้ได้ว่า $x = a^y$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $y = \log_a x$

มาช่วยแก้สมการ $\log$ ได้ ดังตัวอย่าง

ตัวอย่างการแก้ปัญหสมการลอการิทึม

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่า x เมื่อกำหนดสมการลอการิทึมดังต่อไปนี้

$$3.1 \log_x 125 = 3$$

$$3.3 \log_x (6-x) = 2$$

$$3.2 \log_x 8 = 3/4$$

$$3.4 \log_x (2-x-x^2) = 3$$

วิธีทำ

$$3.1 \log_x 125 = 3$$

$$125 = x^3$$

$$(5^3)^{1/3} = (x^3)^{1/3}$$

$$5 = x$$



$$3.2 \quad \log_x 8 = 3/4$$

$$8 = x^{3/4}$$

$$(x^{3/4})^{4/3} = (8)^{4/3}$$

$$x = (2^3)^{4/3}$$

$$x = 2^{3 \times 4/3}$$

$$x = 2^4$$

$$x = 16$$



$$3.3 \quad \log_x (6-x) = 2$$

$$6 - x = x^2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3, 2$$

$$\text{แต่ } x \neq -3$$

เนื่องจาก x (ฐานของ $\log$) > 0 เสมอ

$$\text{ดังนั้น } x = 2$$



$$3.4 \quad \log_x (-2+x+2x^2) = 3$$

$$-2 + x + 2x^2 = x^3$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - (x-2) = 0$$

$$x^2(x-2) - (x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^2-1) = 0$$

$$(x-2)(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = -1, 1, 2$$

$$\text{แต่ } x \neq -1, 1$$

เนื่องจาก $x > 0$ และ $x \neq 1$ เสมอ

$$\text{ดังนั้น } x = 2$$

สรุป
เรื่องฟังก์ชันลอการิทึม (ต่อ)

กำหนด $a > 0$ และ $a \neq 1$, $x \in \mathbb{R}$

$x = a^y$ มีความหมายเช่นเดียวกับ $y = \log_a x$

แบบฝึกหัด 1.2

1. จงเขียนสมการที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังต่อไปนี้ในรูปลอการิทึม

$$1.1 \quad 10^4 = 1000$$

$$1.2 \quad 27^{2/3} = 9$$

$$1.3 \quad 2^{-6} = 1/64$$

$$1.4 \quad 8^{2/3} = 4$$

$$1.5 \quad e^2 = 7.8391$$

$$1.6 \quad e^{0.33647} = 1.4$$

$$1.7 \quad 3^1 = 3$$

$$1.8 \quad (0.5)^{-2} = 4$$

2. จงเขียนสมการที่อยู่ในรูปลอการิทึมต่อไปนี้ ในรูปเลขยกกำลัง

$$2.1 \quad \log_{1/2} 4 = -2$$

$$2.2 \quad \log_{12} 144 = 2$$

$$2.3 \quad \log_2 64 = 6$$

$$2.4 \quad \log_{1/3} 81 = -4$$

$$2.5 \quad \log_{10} 0.001 = -3$$

$$2.6 \quad \log_{10} 10 = 1$$

$$2.7 \quad \ln 3 = 1.09861$$

$$2.8 \quad \log_{10} 5 = 0.6990$$

3. จงหาค่า x จากสมการ

$$3.1 \quad \log_x 8 = 3$$

$$3.2 \quad \log_2 x = 4$$

$$3.3 \quad \ln x = 2$$

$$3.4 \quad \log_x 1/81 = 4$$

$$3.5 \quad \log_2 x = -6$$

$$3.6 \quad \log_3 (x+2) = -2$$

$$3.7 \quad \log_x (2x-3) = 1$$

$$3.8 \quad \log_x (2x+8) = 2$$

$$3.9 \quad \log_x (30-4x-x^2) = 2$$

$$3.10 \quad \log_{20} \log_{20} x = 0$$



ใบงาน



เพื่อนๆ ช่วยหาค่า x จากสมการต่อไปนี้

1. $\log_x 1/64 = 4$

2. $\log_x (2x+3) = 2$

ให้เราทืจิ!

แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 1 (ตอนที่ 2)

เรื่อง ฟังก์ชันลอการิทึม (ต่อ)

คำชี้แจง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยเขียน ☐ ล้อมรอบข้อที่ต้องการเพียงข้อเดียว (ใช้เวลา 5 นาที)

1. จากสมการ $\log_{3/5} x = -a$ สามารถเขียนในรูปสมการได้ตรงกับข้อใด

1. $x = (3/5)^a$

2. $x = (3/5)^{-a}$

3. $x = (+a)^{3/5}$

4. $x = (-a)^{3/5}$

2. ถ้า $\log_3(x + 2) = 2$ แล้ว x จะมีค่าตรงกับข้อใด

1. 2

2. 4

3. 7

4. 14

3. ถ้า $\log_3 \log_3 x = 0$ จงหาค่า x ตรงกับข้อใด

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

หน่วยที่ 2

เรื่อง

สมบัติของลอการิทึม และ การใช้สมบัติลอการิทึม

(เวลา 1 คาบ)



เรื่อง

สมบัติของลอการิทึมและการใช้สมบัติลอการิทึม

สมบัติที่สำคัญของลอการิทึม

กำหนด a, m, n เป็นจำนวนจริงบวกที่ $a > 0, a \neq 1$ และ x, y เป็นจำนวนจริง

$$1. \log_a mn = \log_a m + \log_a n$$

พิสูจน์ ให้ $\log_a m = x \quad \therefore a^x = m$

และ $\log_a n = y \quad \therefore a^y = n$

ดังนั้น $mn = a^x a^y$

$$mn = a^{x+y}$$

$$\log_a mn = x+y$$

นั่นคือ $\log_a mn = \log_a m + \log_a n$

ตัวอย่าง $\log_3 (5 \times 2) = \log_3 5 + \log_3 2$



$$2. \log_a m/n = \log_a m - \log_a n$$

พิสูจน์ ให้ $\log_a m = x \quad \therefore a^x = m$

$\log_a n = y \quad \therefore a^y = n$

ดังนั้น $m/n = a^x / a^y$

$$m/n = a^{x-y}$$

$$\log_a m/n = x-y$$

นั่นคือ $\log_a m/n = \log_a m - \log_a n$

ตัวอย่าง $\log_{1/2} 5/4 = \log_{1/2} 5 - \log_{1/2} 4$



$$3. \log_a m^y = y \log_a m$$

พิสูจน์ ให้ $\log_a m = b \quad \therefore a^b = m$

ดังนั้น $m^y = (a^b)^y$

$$m^y = a^{by}$$

$$\log_a m^y = by$$

$$\log_a m^y = yb$$

นั่นคือ $\log_a m^y = y \log_a m$

ตัวอย่าง $\log_5 3^2 = 2 \log_5 3$



$$4. \log_a a = 1$$

พิสูจน์ เนื่องจาก $a^1 = a$

นั่นคือ $\log_a a = 1$

ตัวอย่าง $\log_5 5 = 1$

$$\log_{1/2} 1/2 = 1$$



$$5. \log_a 1 = 0$$

พิสูจน์ เนื่องจาก $a^0 = 1$

ดังนั้น $\log_a 1 = 0$

ตัวอย่าง $\log_2 1 = 0$

$$\log_{1/2} 1 = 0$$



$$6. a^{\log_a m} = m$$

พิสูจน์ ให้ $\log_a m = x$ จะได้ว่า $a^x = m$

ดังนั้น $a^{\log_a m} = a^x = m$

ตัวอย่าง $2^{\log_2 3} = 3$



ตัวอย่างโจทย์เกี่ยวกับการใช้สมบัติลอการิทึม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าต่อไปนี้

1.1 $\log_5 125$

1.2 $\log_2 1/128$

1.3 $\log_3 3\sqrt{3}$

1.4 $\log_{10} 25 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5$

1.5 $2 \log_{10} 5/3 + \log_{10} 8/15 - \log_{10} 40/27$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1.1 \log_5 125 &= \log_5 5^3 \\
 &= 3 \log_5 5 && (\text{สมบัติข้อ 3}) \\
 &= 3 \times 1 && (\text{สมบัติข้อ 4}) \\
 &= 3
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 1.2 \log_2 1/128 &= \log_2 (128)^{-1} \\
 &= \log_2 (2^7)^{-1} \\
 &= \log_2 2^{-7} \\
 &= -7 \log_2 2 && (\text{สมบัติข้อ 3}) \\
 &= -7 \times 1 && (\text{สมบัติข้อ 4}) \\
 &= -7
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 1.3 \log_3 3\sqrt{3} &= \log_3 3 \cdot 3^{1/2} \\
 &= \log_3 3^{1+(1/2)} \\
 &= \log_3 3^{3/2} \\
 &= \frac{3}{2} \log_3 3 && (\text{สมบัติข้อ 3}) \\
 &= \frac{3}{2} \times 1 && (\text{สมบัติข้อ 4}) \\
 &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 1.4 \log_{10} 25 + \log_{10} 2 - \log_{10} 5 &= \log_{10} (25 \times 2) - \log_{10} 5 \quad (\text{สมบัติข้อ 1}) \\
 &= \log_{10} (25 \times 2) / 5 \quad (\text{สมบัติข้อ 2}) \\
 &= \log_{10} (5 \times 2) \\
 &= \log_{10} 10 \\
 &= 1 \quad (\text{สมบัติข้อ 4})
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 1.5 \ 2 \log_{10} 5/3 + \log_{10} 8/15 - \log_{10} 40/27 &= \log_{10} (5/3)^2 + \log_{10} 8/15 - \log_{10} 40/27 \quad (\text{สมบัติข้อ 3}) \\
 &= \log_{10} [(5/3)^2 \times 8/15] - \log_{10} 40/27 \quad (\text{สมบัติข้อ 1}) \\
 &= \log_{10} [(5/3)^2 \times 8/15 \div 40/27] \quad (\text{สมบัติข้อ 2}) \\
 &= \log_{10} (5/3 \times 5/3 \times 8/15 \times 27/40) \quad (\text{สมบัติข้อ 1}) \\
 &= 1
 \end{aligned}$$



Ex. จงหาค่า x จากสมการ

$$\begin{aligned}
 1. \log_{10} x - \log_{10} \sqrt{100} &= 1 \\
 2. \log_{10} (x + 4) &= \log_{10} x + \log_{10} 4 \\
 3. \log_{10} x - \log_{10} (x - 9) &= 1
 \end{aligned}$$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1. \log_{10} x - \log_{10} \sqrt{100} &= 1 \\
 \log_{10} \frac{x}{\sqrt{100}} &= 1 \quad (\text{สมบัติข้อ 2}) \\
 \frac{x}{\sqrt{100}} &= 10^1 \quad (a^x = y \text{ มีความหมายเดียวกับ } x = \log_a y) \\
 x &= 10 \times 10 \\
 &= 100
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2. \log_{10} (x + 4) &= \log_{10} x + \log_{10} 4 \quad (\text{สมบัติข้อ 1}) \\
 \log_{10} (x + 4) &= \log_{10} 4x \\
 x + 4 &= 4x \quad (\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y) \\
 4 &= 3x \\
 4/3 &= x \\
 x &= 4/3
 \end{aligned}$$



$$3. \log_{10} x - \log_{10} (x - 9) = 1 \quad (\text{สมบัติข้อ 1})$$

$$\log_{10} x / (x - 9) = 1$$

$$x / (x - 9) = 10 \quad (a^x = y \text{ มีความหมายเช่นเดียวกับ } x = \log_a y)$$

$$x = 10(x - 9)$$

$$90 = 10x - x$$

$$90 = 9x$$

$$90/9 = x$$

$$x = 10$$



บทสรุป
เรื่อง
สมบัติของลอการิทึม

สมบัติของลอการิทึม มีดังต่อไปนี้

เมื่อ a, m, n เป็นจำนวนจริงบวก ที่ $a \neq 1$ และ y เป็นจำนวนจริง

$$1. \log_a mn = \log_a m + \log_a n$$

$$2. \log_a m/n = \log_a m - \log_a n$$

$$3. \log_a m^y = y \log_a m$$

$$4. \log_a a = 1$$

$$5. \log_a 1 = 0$$

$$6. a^{\log_a m} = m$$

แบบฝึกหัด 2

1. จงหาค่าต่อไปนี้

1.1 $\log_7 4$

1.2 $\log_{1/3} 9$

1.3 $\log_{10} 100$

1.4 $\log_5 (5 \times 5)^5$

1.5 $\log_{10} 0.0001$

1.6 $2^{\log_e 2x} = 5(\log_e 2x - \log_e 2x)$

1.7 $10^{\log_{10} x} = 4$

1.8 $\log_{10} 35 - \log_{10} 7/4 + \log_{10} 5$

1.9 $\log_2 8 + \log_2 2 \cdot \log_2 4$

1.10 $\log 12/5 + \log 15/7 - \log 36/7$

2. จงหาค่า x จากสมการ

2.1 $\log_{10} x - \log_{10} 9 = 1$

2.2 $\log_{10} (x - 2) = \log_{10} x - \log_{10} 2$

2.3 $\log_{10} x - \log_{10} (x - 8) = 2$



กิจกรรมพิเศษครั้งที่ 2

คำชี้แจง ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำ

1. จงหาค่า x จากสมการ $\log_{10} x - \log_{10} 8 = 1$
2. จงหาค่าของ $\log_2 9 + \log_2 24 - \log_2 27$

แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 2

เรื่อง การใช้สมบัติลอการิทึม

คำชี้แจง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยกาเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรที่ต้องการ
(ใช้เวลา 5 นาที)

1. $\log_2 (2 \times 2)^3$ มีค่าตรงกับข้อใด
 1. 4 2. 5 3. 6 4. 7

2. $\log_{10} 12/5 + \log_{10} 15/7 - \log_{10} 36/7$ มีค่าตรงกับข้อใด
 1. 0 2. 1 3. 2 4. 3

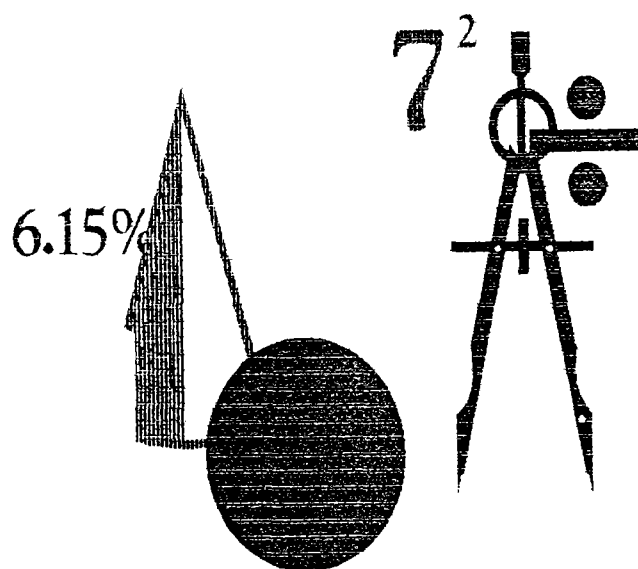
3. จงหาค่า x จากสมการ $\log_{10} (x - 3) = \log_{10} x - \log_{10} 3$
 1. 3 2. 4.5 3. 5 4. 6.7

หน่วยที่ 3

เรื่อง

การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญ

(เวลา 1 คาบ)



เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญ

ลอการิทึมสามัญ (Common logarithm) หมายถึง ลอการิทึมที่มีฐานเป็นสิบ
เช่น $\log_{10} 3$, $\log_{10} N$

การเขียนลอการิทึมสามัญนิยมเขียนโดยไม่มีฐานกำกับ เช่น $\log_{10} 3$ และ $\log_{10} N$ จะเขียนแทนด้วย $\log 3$ และ $\log N$ ตามลำดับ

จงพิจารณาค่าลอการิทึมของจำนวนจริงบวกดังต่อไปนี้

$\log 23600$	=	4.3729	=	4+ .3729
$\log 236$	=	2.3729	=	2+ .3729
$\log 10$	=	1.0000	=	1+ .0000
$\log 1$	=	0	=	0+ .0000
$\log 0.236$	=	-1.3729	=	-1+ (-.3729)
$\log 0.0236$	=	-2.3729	=	-2+ (-.3729)

จากการพิจารณาค่าของลอการิทึมสามัญ จะเห็นว่า ค่าของลอการิทึมแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

1. ค่าที่เป็นจำนวนเต็ม เรียกว่า แกรกเทอริสติก (Characteristic) ของ $\log$
2. ค่าที่เป็นทศนิยม เรียกว่า แมนทิสซา (mantissa) ของ $\log$

การหาค่าลอการิทึมสามัญ

กำหนดให้ N เป็นจำนวนบวกใด ๆ ให้เขียน $N = N_0 \times 10^n$ เมื่อ $1 \leq N_0 < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม แล้วหาค่า $\log N$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\log N &= \log (N_0 \times 10^n) \\ &= \log N_0 + \log 10^n \\ &= \log N_0 + n \log 10 \\ \therefore \log N &= \log N_0 + n\end{aligned}$$

จะได้ว่า 1. $\log N_0$ เรียกว่า แมนทิสซาของ $\log N$ ซึ่ง $0 \leq \log N_0 < 1$
($\log 1 \leq \log N_0 < \log 10$) เพราะฉะนั้น ค่าของแมนทิสซา มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ แต่น้อยกว่า 1

2. n เรียกว่า แคแรกเทอริสติกของ $\log N$

ตัวอย่างที่ 3.1 จงหาแคแรกเทอริสติก (characteristic) และแมนทิสซา (mantissa) ของ $\log 5710$, $\log 57.4$, $\log 0.576$ และ $\log 0.0057$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\log 5710 &= ? \\ 5710 &= 5.710 \times 10^3 \\ \log 5710 &= \log (5.710 \times 10^3) \\ &= \log 5.710 + \log 10^3 \\ &= \log 5.710 + 3 \log 10 \\ \therefore \log 5710 &= \log 5.710 + 3\end{aligned}$$

แคแรกเทอริสติกของ $\log 5710$ คือ 3

แมนทิสซาของ $\log 5710$ คือ $\log 5.710$



$$\begin{aligned}
 57.4 &= 5.74 \times 10^1 \\
 \log 57.4 &= \log (5.74 \times 10^1) \\
 &= \log 5.74 + \log 10^1 \\
 &= \log 5.74 + 1 \log 10
 \end{aligned}$$

$$\therefore \log 57.4 = \log 5.74 + 1$$

แคแรกเทอริสติกของ $\log 57.4$ คือ 1

แมนทิสซาของ $\log 57.4$ คือ $\log 5.74$



$$\begin{aligned}
 0.576 &= \frac{5.76}{10} = 5.76 \times 10^{-1} \\
 \log 0.576 &= \log (5.76 \times 10^{-1}) \\
 &= \log 5.76 + \log 10^{-1} \\
 &= \log 5.76 + (-1) \log 10
 \end{aligned}$$

$$\therefore \log 0.576 = \log 5.76 + (-1)$$

แคแรกเทอริสติกของ $\log 0.576$ คือ -1

แมนทิสซาของ $\log 0.576$ คือ $\log 5.76$



$$\begin{aligned}
 0.0057 &= \frac{5.7}{1000} = \frac{5.7}{10^3} = 5.7 \times 10^{-3} \\
 \log 0.0057 &= \log (5.7 \times 10^{-3}) \\
 &= \log 5.7 + \log 10^{-3} \\
 &= \log 5.7 + (-3) \log 10 \\
 &= \log 5.7 + (-3)
 \end{aligned}$$

แคแรกเทอริสติกของ $\log 0.0057$ คือ -3

แมนทิสซาของ $\log 0.0057$ คือ $\log 5.7$

ตัวอย่างที่ 3.2 กำหนดค่าของ $\log x$ ตามตารางข้างล่างนี้

x	log x	x	log x
5.70	0.7559	5.74	0.7589
5.71	0.7566	5.75	0.7597
5.72	0.7574	5.76	0.7604
5.73	0.7582	5.77	0.7612

จงหาค่าของลอการิทึมของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกแฉแรกเทอริสติก และแมนทิสซาของลอการิทึมในแต่ละข้อ

1. $\log 57700$

3. $\log 0.057$

2. $\log 57.4$

4. $\log 0.000572$

วิธีทำ 1. $57700 = 5.77 \times 10^4$
 $\log 57700 = \log (5.77 \times 10^4)$
 $= \log 5.77 + \log 10^4$
 $= \log 5.77 + 4 \log 10$
 $= 0.7612 + 4$

$\therefore \log 57700 = 4.7612$

แฉแรกเทอริสติกของ $\log 57700 = 4$

แมนทิสซาของ $\log 57700 = 0.7612$



2. $57.4 = 5.74 \times 10^1$
 $\log 57.4 = \log (5.74 \times 10^1)$
 $= \log 5.74 + \log 10^1$
 $= \log 5.74 + (1) \log 10$
 $= 0.7589 + 1$

$\therefore \log 57.4 = 1.7589$

แฉแรกเทอริสติกของ $\log 57.4 = 1$

แมนทิสซาของ $\log 57.4 = 0.7589$

$$\begin{aligned}
 3. \quad 0.057 &= \frac{5.7}{100} = \frac{5.7}{10^2} = 5.7 \times 10^{-2} \\
 \log 0.057 &= \log (5.7 \times 10^{-2}) \\
 &= \log 5.7 + \log 10^{-2} \\
 &= \log 5.7 + (-2) \log 10 \\
 &= 0.7559 + (-2) \\
 \therefore \log 0.057 &= -1.2441 \\
 \text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 0.057 &= -2 \\
 \text{แมนทิสซาของ } \log 0.057 &= 0.7559
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4. \quad 0.000572 &= \frac{5.72}{1000} = \frac{5.72}{10^4} = 5.72 \times 10^{-4} \\
 \log 0.000572 &= \log (5.72 \times 10^{-4}) \\
 &= \log 5.72 + \log 10^{-4} \\
 &= \log 5.72 + (-4) \log 10 \\
 &= 0.7574 + (-4) \\
 \log 0.000572 &= -3.2426 \\
 \text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 0.000572 &= -4 \\
 \text{แมนทิสซาของ } \log 0.000572 &= 0.7574
 \end{aligned}$$



บทสรุป เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญ

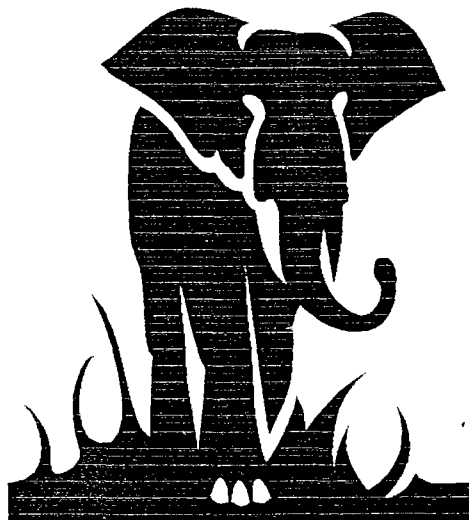
ลอการิทึมสามัญ หมายถึง ลอการิทึมที่มีฐานเป็นสิบ ซึ่ง การเขียนลอการิทึมสามัญนิยมเขียนโดยไม่มีฐานกำกับ เช่น $\log_{10} N$ หรือ $\log N$

ค่าของลอการิทึมสามัญ

$$\text{ให้ } \log N = \log N_0 + n$$

ค่าของ $\log N$ ประกอบด้วย 2 ส่วน ดังนี้

1. แคนแรกเทอริสติกของ $\log N$ คือ n ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม
2. แมนทิสซาของ $\log N$ (คือ $\log N_0$) เป็นทศนิยมที่เป็นจำนวนบวก



แบบฝึกหัดที่ 3

กำหนดค่าของ $\log x$ ตามตารางข้างล่างนี้

x	$\log x$	x	$\log x$
1.03	.0128	5.78	.7619
2.14	.3096	6.73	.8280
3.56	.5514	7.02	.8463
4.85	.6857	8.96	.9523

จงหาค่าลอการิทึมของจำนวนที่กำหนดให้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกแฉแรกเพอร์สิติก และแมนทิสซาของลอการิทึมในแต่ละข้อ

1. 10300 4. 0.578
2. 8960 5. 0.00214
3. 7.02 6. 0.0000673

กิจกรรมพิเศษ

กำหนด $\log 896$ มีค่าแมนทิสซา (Mantissa) เป็น .9523 จงหาค่าของ

ก. $\log 896$

ข. $\log 0.896$

แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 3**เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญ****ชุด A**

จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 3 นาที)

กำหนด $\log 7.02$ มีค่าแมนทิสซา (Mantissa) เป็น .8463 จงหาค่าของ $\log 702$

ชุด B

จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 3 นาที)

กำหนด $\log 7.02$ มีค่าแมนทิสซา (Mantissa) เป็น .8463 จงหาค่าของ $\log 0.702$

หน่วยที่ 4
เรื่อง
การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญโดยใช้
ตาราง และการเทียบบัญญัติไตรยางค์
(เวลา 1 คาบ)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0297	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0596	0670	0645	0682	0719	0755
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
-										
-										
-										
9.9	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญโดยใช้ตาราง และการเทียบบัญญัติไตรยางค์

ตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นส่วนหนึ่งของตารางลอการิทึมสามัญ

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0297	0334	0374
1.1	0414	0453	0492	0531	0596	0670	0645	0682	0719	0755
1.2	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
-										
-										
-										
9.9	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996

ค่าที่ปรากฏในตารางจะแสดงค่าลอการิทึมสามัญของจำนวนที่มีทศนิยม 2 ตำแหน่ง และมีขอบเขตตั้งแต่ $N = 1.00$ - $N = 9.99$ ซึ่งค่าที่จะได้เป็นค่าประมาณอยู่ในรูปทศนิยม 4 ตำแหน่ง ดังนั้นผลของการคำนวณใด ๆ ที่อาศัยตารางลอการิทึมจึงเป็นค่าโดยประมาณ

ตัวอย่างที่ 4.1 จงหาค่าลอการิทึมต่อไปนี้

1. $\log 999000$
2. $\log 1.18$
3. $\log 0.103$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1. \quad & 999000 = 9.99 \times 10^5 \\
 & \log 999000 = \log (9.99 \times 10^5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \log 9.99 + \log 10^5 \\
 &= .9996 + 5 \\
 \log 999000 &= 5.9996
 \end{aligned}$$



$$2. \quad \log 1.18 = 0.719$$



$$\begin{aligned}
 3. \quad 0.103 &= \frac{1.03}{10} = 1.03 \times 10^{-1} \\
 \log 0.103 &= \log (1.03 \times 10^{-1}) \\
 &= \log 1.03 + \log 10^{-1} \\
 &= .0128 + (-1) \log 10 \\
 &= .0128 + (-1) \\
 \log 0.103 &= -.9872
 \end{aligned}$$



การใช้บัญญัติไตรยางค์ในการหาค่าลอการิทึม

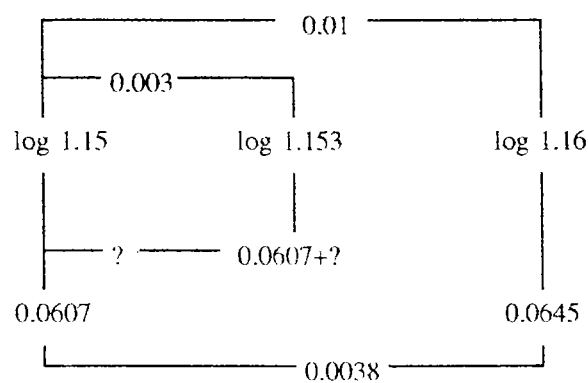
ตัวอย่างที่ 4.2 จงหาค่าของ $\log 1153$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 1153 &= 1.153 \times 10^3 \\
 \log 1153 &= \log (1.153 \times 10^3) \\
 &= \log 1.153 + \log 10^3 \\
 &= \log 1.153 + 3 \quad \text{-----1}
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\log 1.153$ หาจกตารางลอการิทึมไม่ได้ แต่สามารถใช้บัญญัติไตรยางค์ได้

จากตาราง $\log 1.15 = 0.0607$

$\log 1.16 = 0.0645$



จำนวนจริงเพิ่มขึ้น 0.01 ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น $= 0.0645 - 0.0607$

จำนวนจริงเพิ่มขึ้น 0.003 ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น $= \frac{0.0038}{0.01} \times 0.003$
 $= 0.00114$

ดังนั้น $\log 1.153 = 0.0607 + 0.00114$
 $= 0.06184$

จาก 1 จะได้ว่า

$\log 1153 = \log 1.153 + 3$
 $= 0.06184 + 3 = 3.06184$

บทสรุป
เรื่อง

การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญโดยใช้ตาราง
และการเทียบบัญญัติไตรยางค์

การใช้ตารางหาค่าลอการิทึมของจำนวนที่มีทศนิยม 2 ตำแหน่ง ซึ่งค่าลอการิทึมนี้เป็นค่าแมนทิสซา และค่าที่ได้จะเป็นค่าประมาณอยู่ในรูปทศนิยม 4 ตำแหน่ง

แต่ถ้าค่าลอการิทึมของจำนวนที่มีทศนิยมตั้งแต่ 3 ตำแหน่งขึ้นไป การหาค่าลอการิทึมสามารถใช้บัญญัติไตรยางค์ช่วยได้

แบบฝึกหัดที่ 4

จงหาค่าลอการิทึมของจำนวนที่กำหนดไว้ต่อไปนี้ พร้อมทั้งบอกแค่แรกเทอริสติก และ
แมนทิสซาของลอการิทึมในแต่ละข้อ

1. 37,100	5. 0.5127
2. 6,124	6. 0.0728
3. 83.2	7. 0.0021
4. 4	8. 0.0006254

ในงาน

เพื่อน ๆ ช่วยกันหาค่าของ $\log 0.0007248$ พร้อมทั้งบอกแฉแรกทอริสติก
และแมนทิสซาของลอการิทึมนี้



แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 4

เรื่อง การคำนวณค่าลอการิทึมสามัญ โดยใช้ตารางและการเทียบบัญญัติไตรยางค์

ชุดที่ 1

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

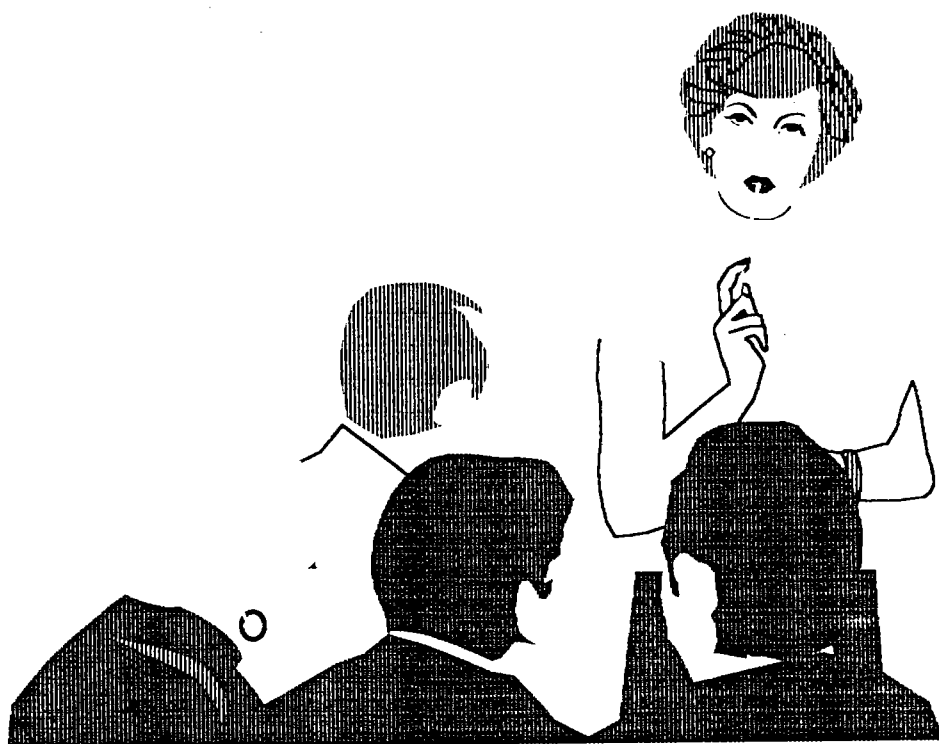
จงหาค่าของ $\log 7,124$ พร้อมทั้งบอกแคแรกเทอร์สติก และ แมนทิสซาของลอการิทึม
(กำหนด $\log 7.12 = 0.8525$ และ $\log 7.13 = 0.8531$)

ชุดที่ 2

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

จงหาค่าของ $\log 0.2175$ พร้อมทั้งบอกแคแรกเทอร์สติก และแมนทิสซาของลอการิทึม
(กำหนด $\log 2.17 = 0.3365$ และ $\log 2.18 = 0.3385$)

หน่วยที่ 5
เรื่อง
การคำนวณค่าแอนดิลลอการิทึม
(เวลา 1 คาบ)



เรื่อง การคำนวณค่าแอนติลอการิทึม

ถ้าให้ N เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ และ N_1 เป็นจำนวนจริงใด

$$\log N = N_1$$

จะได้ว่า N เป็นแอนติลอการิทึม (Antilogarithm) ของ $\log N$

ตารางที่กำหนดให้นี้เป็นส่วนหนึ่งของตารางลอการิทึมสามัญ

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0										
1.1	0414	0453	0492		0531		0645	0682	0719	0755
-										
-										
-										
-										
9.9	9956		9965				9983	9987	9991	9996

ตัวอย่างที่ 5.1 จงหาค่า N จากตารางลอการิทึม

1. $\log N = 0.0492$

2. $\log N = 0.9983$

วิธีทำ 1. $\log N = 0.0492$

$$\log 1.12 = 0.0492$$

$$\therefore N = 1.12$$

2. $\log N = 0.9983$

$$\log 9.96 = 0.9983$$

$$\therefore N = 9.96$$

ตัวอย่างที่ 5.2 จงหาค่า N เมื่อกำหนดค่าลอการิทึมดังต่อไปนี้

1. $\log N = 3.7566$
2. $\log N = -3.2441$
3. $\log N = 26.990 - 30$

วิธีทำ

$$1. \quad \log N = 3.7566$$

$$= 3 + 0.7566$$

$$\text{จากตาราง} \quad \log 5.71 = 0.7566$$

$$\log N = (3 \times 1) + \log 5.71$$

$$= 3 \log 10 + \log 5.71$$

$$= \log 10^3 + \log 5.71$$

$$= \log (10^3 \times 5.71)$$

$$\therefore N = 5.71 \times 10^3 \quad (\text{จาก } \log_a x = \log_a y \text{ ต่อเมื่อ } x = y)$$

$$2. \quad \log N = -3.2441$$

$$= -3 + (-.2441)$$

$$= (-3-1) + (-.2441 + 1)$$

$$= (-3 + (-1)) + (.7559)$$

$$= -4 + .7559$$

$$\text{จากตาราง} \quad \log 5.7 = .7559$$

$$\log N = (-4 \times 1) + \log 5.7$$

$$\log N = -4 \log 10 + \log 5.7$$

$$\log N = \log 10^{-4} + \log 5.7$$

$$\log N = \log (10^{-4} \times 5.7)$$

$$N = 5.7 \times 10^{-4} \quad (\text{จาก } \log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y)$$



$$\begin{aligned} 3. \quad \log N &= 26.990 - 30 \\ &= 26 + .990 - 30 \\ &= (26 - 30) + .990 \\ &= -4 + (0.990) \end{aligned}$$

บทสรุป เรื่อง การคำนวณค่าแอนติลอการิทึม

ถ้ากำหนดค่า $\log N$ ให้ สามารถหา N ได้ และเรียก N ว่า แอนติลอการิทึม (Antilogarithm) ของ $\log N$

ขั้นตอนในการคำนวณค่าแอนติลอการิทึม มีดังนี้

1. แยกค่าของลอการิทึม เป็นค่าของแมนทิสซา และแคแรกเทอริสติก
2. เปลี่ยนค่าในข้อ 2 อยู่ในรูปของลอการิทึม
3. เปิดตารางลอการิทึมเพื่อหาค่าในข้อ 2
4. ใช้สมบัติ $\log_a x = \log_a y$ ต่อเมื่อ $x = y$

แบบฝึกหัดที่ 5

จงหาค่าแอนติลอการิทึม (N) ต่อไปนี้

1. $\log N$	=	0.6911
2. $\log N$	=	1.8718
3. $\log N$	=	2.6597
4. $\log N$	=	-3.2439
5. $\log N$	=	7.9363-10
6. $\log N$	=	8.3874-10

กิจกรรมพิเศษครั้งที่ 3

คำชี้แจง ให้สมาชิกภายในกลุ่มช่วยกันแสดงวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหาดำเอนต์ลอการิทึม (N) ของ $\log N = 3.6911$
2. จงหาดำเอนต์ลอการิทึม (N) ของ $(8.3874-10)$

ทดสอบย่อยหน่วยที่ 5

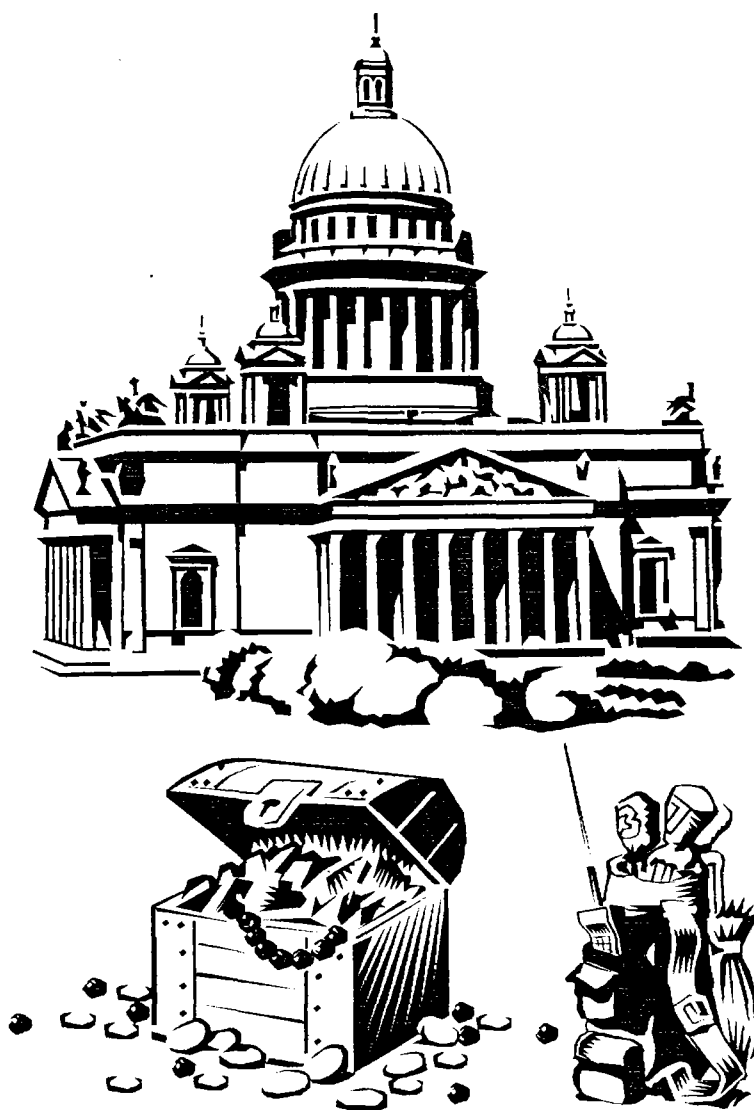
เรื่อง การคำนวณค่าแอนติลอการิทึม

คำชี้แจง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยเขียน ☐ ล้อมรอบข้อที่ต้องการ
(เวลา 5 นาที)

1. กำหนดให้ $\log 2.245 = 0.3512$ และ $\log N = 1.3512$ ดังนั้น N มีค่าตรงกับข้อใด
1. 0.2245 2. 2.2450 3. 22.4500 4. 224.5000

2. กำหนดให้ $\log 7.85 = 0.8949$ และ $\log 1.274 = 0.1051$ ถ้า $\log N = -1.1051$ ดังนั้น N มีค่าตรงกับข้อใด
1. 0.01276 2. 0.07850 3. 1.27600 4. 8.94900

หน่วยที่ 6
เรื่อง
การคำนวณค่าโดยประมาณ
(เวลา 1 คาบ)



เรื่อง
การคำนวณค่าโดยประมาณ

การคำนวณที่เกี่ยวกับการคูณ การหาร และเลขยกกำลัง ที่อาศัยลอการิทึมช่วยในการคำนวณซึ่งค่าที่คำนวณได้จะเป็นค่าโดยประมาณ แต่ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง

ตัวอย่างที่ 6.1 จงหาค่าของ
$$\frac{43.2 \times 0.0413}{0.912}$$

วิธีทำ ให้ $N = \frac{43.2 \times 0.0413}{0.912}$

$$\log N = \frac{\log 43.2 \times 0.0413}{0.912}$$

$$= \log 43.2 + \log 0.0413 - \log 0.912$$

$$= \log (4.32 \times 10) + \log (4.13 \times 10^{-2}) - \log (9.12 \times 10^{-1})$$

$$= (\log 4.32 + \log 10) + (\log 4.13 + \log 10^{-2}) - (\log 9.12 + \log 10^{-1})$$

$$= (0.6355 + 1) + (\log 4.13 - 2 \log 10) - (\log 9.12 - 1 \log 10)$$

$$= (0.6355 + 1) + (0.6160 - 2) - (0.9600 - 1)$$

$$= 1.6355 - 1.3840 + 0.04$$

$$= 0.2915$$

$$\log N = \log 1.96$$

$$\therefore N = 1.96 \quad (\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y)$$

ตัวอย่างที่ 6.2 จงหาค่าของ $\frac{3 \times (0.632)^4 \times \sqrt[3]{0.0253}}{17 \times \sqrt{1.93}}$

$$\text{วิธีทำ} \quad N = \frac{3 \times (0.632)^4 \times \sqrt[3]{0.0253}}{17 \times \sqrt{1.93}}$$

$$\log N = \log \frac{3 \times (0.632)^4 \times \sqrt[3]{0.0253}}{17 \times \sqrt{1.93}}$$

$$\log N = \log 3 + \log (0.632)^4 + \log (0.0253)^{1/3} - \log (17 \times (1.93)^{1/2})$$

$$\log N = \log 3 + 4 \log (6.32 \times 10^{-1}) + \frac{1}{3} \log (2.53 \times 10^{-2}) - (\log 17 + \log (1.93)^{1/2})$$

$$= \log 3 + 4[\log 6.32 + \log 10^{-1}] + \frac{1}{3}(\log 2.53 + \log 10^{-2}) - (\log 1.7 \times 10 + \frac{1}{2} \log 1.93)$$

$$= \log 3 + 4[\log 6.32 - 1 \log 10] + \frac{1}{3}(\log 2.53 - 2 \log 10) - (\log 1.7 + \frac{1}{2} \log 1.93)$$

$$= \log 3 + 4(\log 6.32 - 1 \log 10) + \frac{1}{3}(\log 2.53 - 2 \log 10) - (\log 1.7 + \frac{1}{2} \log 1.93)$$

$$= 0.4771 + 4(0.8007 - 1) + \frac{1}{3}(0.4031 - 2) - (0.2304 + \frac{1}{2}(0.2856))$$

$$= 0.4771 - (4 \times 0.1993) + \frac{1}{3}(-1.5969) - (1.2304 + 0.1428)$$

$$= 0.4771 - 0.7972 - 0.5323 - 1.2304 - 0.1428$$

$$= -2.2258$$

$$= -2 - .2258$$

$$= -2 - 1 + 1 - .2258$$

$$= (-2 - 1) + (1 - .2258)$$

$$= -3 + 0.7744$$

$$= -3 \log 10 + \log 5.95$$

$$= \log 5.95 - \log 10^3$$

$$\log N = \log \frac{5.95}{10^3}$$

$$\therefore N = \frac{5.95}{1000} = .00595$$

บทสรุป
เรื่อง
การคำนวณค่าโดยประมาณ

การใช้ลอการิทึมในการคำนวณเกี่ยวกับการคูณ การหาร และยกกำลัง ค่าที่คำนวณได้จะเป็นค่าโดยประมาณ ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง

แบบฝึกหัดที่ 6

จงหาค่าต่อไปนี้ โดยใช้ตารางลอการิทึมสามัญ

1. $93.1 \times 0.072 \times 8.46 \times 113$

2. $\sqrt[3]{1176}$

3. $\sqrt[3]{100} \times \sqrt[3]{1000} \div \sqrt[5]{10000}$

4.
$$\frac{(6.45)^2 \times 3 / 0.00034}{(9.37)^2 \times 4 / 8.93}$$

5.
$$\left(\frac{0.218 \times 3.17 \times 8}{0.00073 \times 87 \times 11.2} \right)^{3/4}$$

ใบงาน

ครูต้องการให้สมาชิกแต่ละกลุ่ม

ช่วยกันหาค่าของ
$$\frac{(6.45)^3 \times \sqrt[3]{.00034}}{(9.37)^2 \times \sqrt[4]{8.93}}$$



แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 6

เรื่อง การคำนวณค่าโดยประมาณ

คำชี้แจง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยเขียน **O** ล้อมรอบข้อที่ต้องการ
(ใช้เวลา 5 นาที)

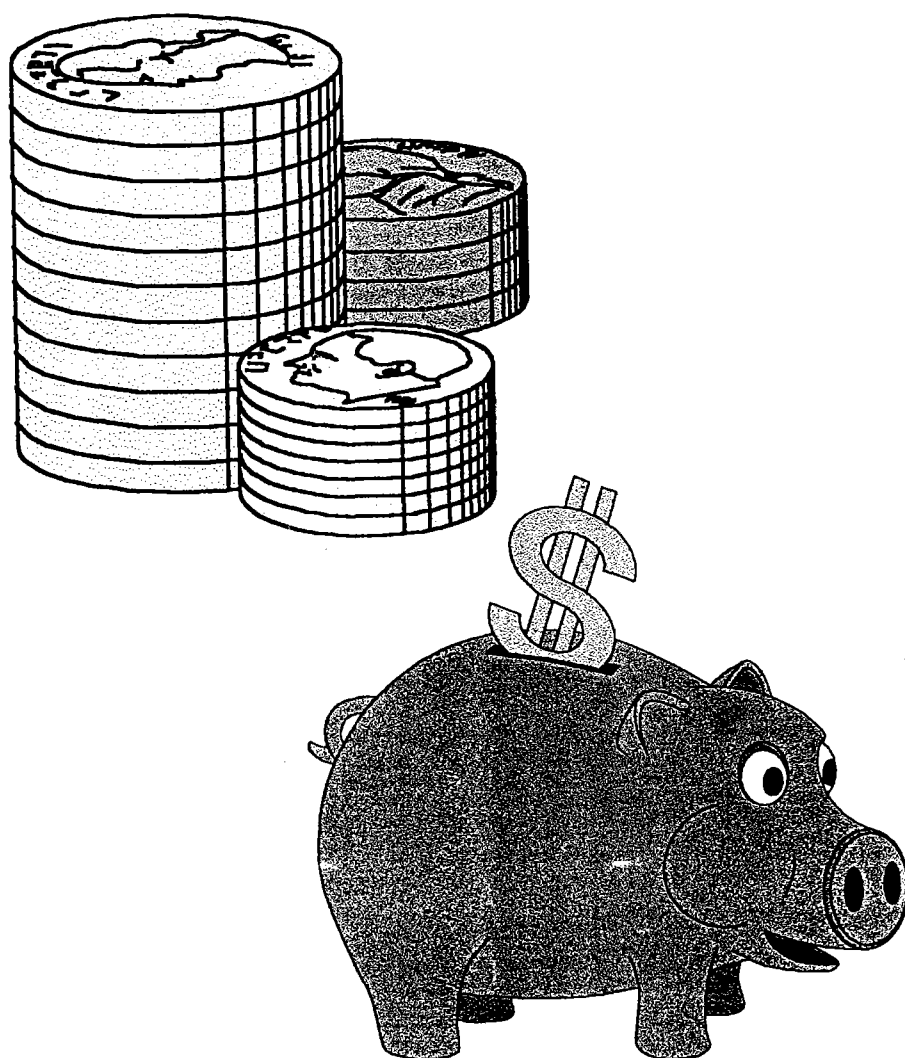
1. กำหนดให้ $\log 2.00 = 0.3010$ และ $\log 2.691 = 0.4300$
 จงหาค่าของ $\frac{{}^7\sqrt{2^{10}}}{10^2}$
 1. 0.02691 2. 0.002691 3. 0.0002691 4. 0.0000269

2. กำหนด $\log 3 = 0.4771$, $\log 5 = 0.6990$ และ $\log 2.371 = 0.3750$
 จงหาค่าของ ${}^5\sqrt{75}$
 1. 0.371 2. 1.371 3. 2.371 4. 3.371

หน่วยที่ 7

เรื่อง

การหาดอกเบี้ยทบต้น



เรื่อง การหาดอกเบี้ยทบต้น

ลอการิทึมสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในเรื่องการคิดเงินรวมของดอกเบี้ยทบต้นได้

สูตร	S	=	$P (1 + i)^n$
โดย	S	=	เงินรวมแบบดอกเบี้ยทบต้น
	P	=	เงินต้น
	i	=	อัตราดอกเบี้ยต่องวด
	n	=	จำนวนงวดที่คิดดอกเบี้ยทบต้น

ตัวอย่างที่ 5.1 เงินต้น 20,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 12% เวลา 20 ปี คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก ๆ 2 เดือน จงหาเงินรวมและดอกเบี้ยทบต้น

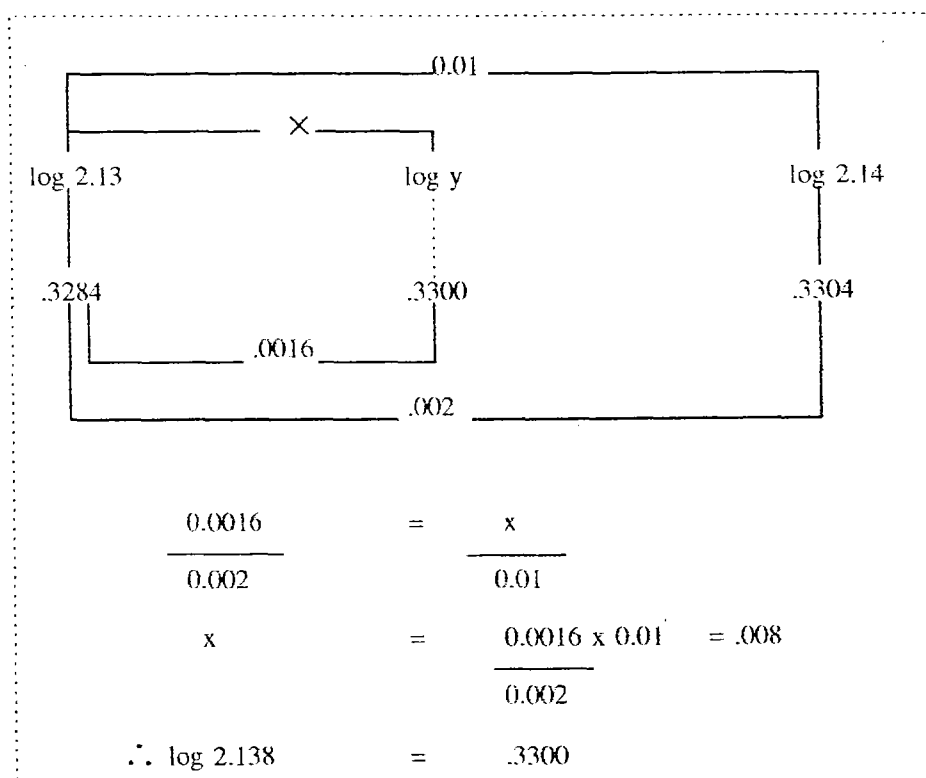
วิธีทำ

หา เงินรวม = S = ?

สูตร	S	=	$P (1 + i)^n$
	P	=	20,000 บาท
	i	=	$\frac{12}{12} \times 2 = 2\%$ ต่อ 2 เดือน
	n	=	$6 \times 20 = 120$ งวด

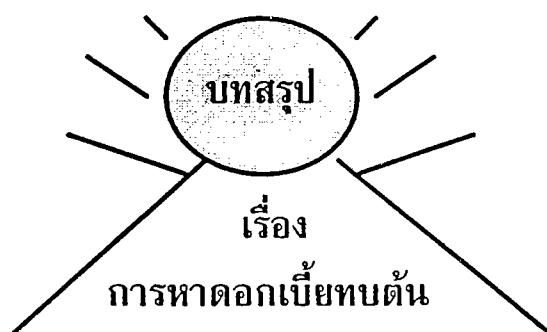
จาก	S	=	$P (1 + i)^n$
	S	=	$20,000 \left(1 + \frac{2}{100}\right)^{120}$
	S	=	$20,000 (1 + 0.02)^{120}$
	log S	=	$\log 20,000 (1.02)^{120}$
		=	$\log 20,000 + \log (1.02)^{120}$
		=	$\log (2.00 \times 10^4) + 120 \log 1.02$
		=	$\log 2.00 + 4 \log 10 + 120 \log 1.02$
		=	$0.3010 + 4 + (120 \times .0086)$
		=	$0.3010 + 4 + 1.03$

$$\begin{aligned}\log S &= 5.33 \\ \log S &= 5 + .33\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\log S &= 5 \log 10 + \log 2.138 \\ \log S &= \log (10^5 \times 2.138) \\ S &= 10^5 \times 2.138 \quad [\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y] \\ \text{เงินรวม} &= 213,800 \text{ บาท} \\ \text{ดอกเบี้ย} &= 213,800 - 20,000 \text{ บาท} \\ &= 193,800 \text{ บาท}\end{aligned}$$





การหาดอกเบี้ยทบต้นโดยใช้สูตร $S = P(1 + i)^n$ นั้น จะใช้สอการหาค่า S นั้น
เมื่อ n เป็นจำนวนบวก

แบบฝึกหัดที่ 7

- 7.1 จงหาดอกเบี้ยทบต้นของเงินต้น 6,000 บาท เวลา 35 ปี อัตราดอกเบี้ย 10%
- 7.2 จงหาดอกเบี้ยทบต้นของเงินต้น 300,000 บาท เวลา 10 ปี ซึ่งมีอัตราดอกเบี้ย 8.5% ถ้ากำหนดให้
- ก. คิดดอกเบี้ยทบต้นปีละครั้ง
 - ข. คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก ๆ 4 เดือน
- 7.3 จงหาว่าจะใช้เวลานานเท่าไร จากเงินต้น 20,000 บาท จึงจะได้เงินรวม 40,000 บาท โดยคิดอัตราดอกเบี้ย 6.5% ถ้ากำหนดให้
- ก. คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก ๆ 6 เดือน
 - ข. คิดดอกเบี้ยทบต้นทุก ๆ 3 เดือน
- 7.4 ถ้าคุณฝากเงิน 1,000 บาท ซึ่งได้รับดอกเบี้ยในอัตรา 6.5% แบบทบต้นปีละครั้งจนกระทั่งเงินฝากของคุณเป็นจำนวน 10,000 บาท คุณจะต้องใช้เวลานานเท่าไร



ใบงาน

ถ้าคุณปรารถนาที่จะซื้อ
รถยนต์คันหนึ่งในราคา 600,000 บาท แต่ขณะนี้
คุณมีเงินเพียง 300,000 บาท คุณจึงนำเงินไปลงทุน
โดยได้รับดอกเบี้ยแบบทบต้นในอัตรา 6.75% คุณ
ต้องใช้เวลานานเท่าไร ในการลงทุนจนกระทั่งคุณ
ได้เงินเป็นจำนวน 600,000 บาท



แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 7

เรื่อง การหาดอกเบี้ยทบต้น

ชุดที่ 1

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

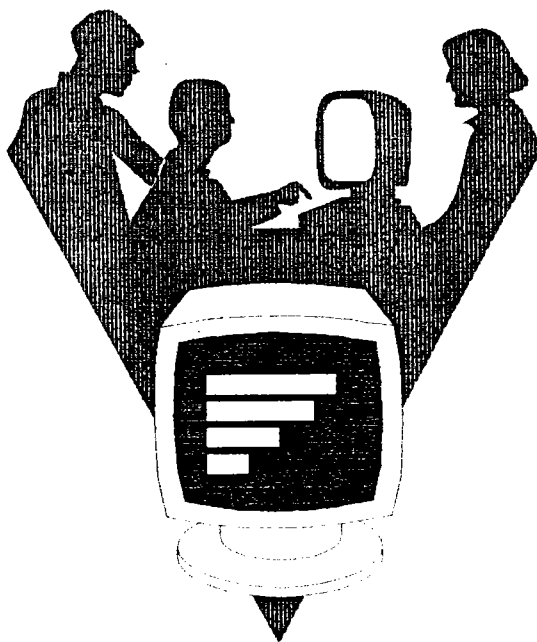
จงหาดอกเบี้ยทบต้นของเงินต้น 10,000 บาท คิดดอกเบี้ยในอัตรา 12%
ทบต้นเดือนละครั้ง เป็นเวลา 10 เดือน
(กำหนด $\log 1.01 = 0.0043$ และ $\log 1.1046 = 0.043$)

ชุดที่ 2

คำชี้แจง จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

จะใช้เวลานานเท่าไร จากเงินต้น 20,000 บาท จึงจะได้เงินรวม 40,000 บาท
โดยคิดดอกเบี้ย 12.0% ทบต้นทุก ๆ 4 เดือน
(กำหนด $\log 1.04 = 0.0170$ และ $\log 2 = 0.3010$)

หน่วยที่ 8
เรื่อง
สมบัติลอการิทึมฐาน e
(เวลา 1 คาบ)



เรื่อง สมบัติลอการิทึมฐาน e

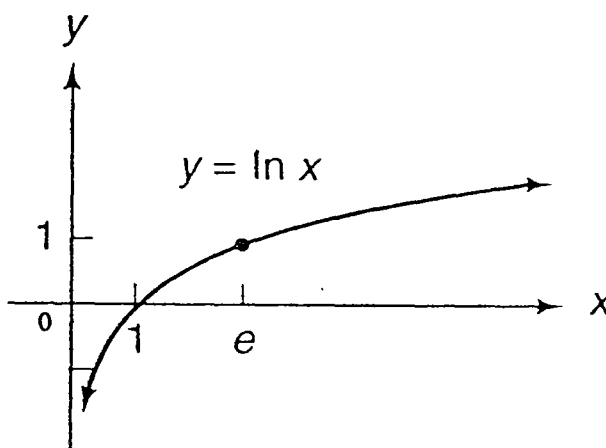
ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural logarithms) หรือ ลอการิทึมแบบเนเปียร์ (Napierian logarithms) คือ ลอการิทึมฐาน e เมื่อ e เป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่ง

$$e \text{ (มีค่าประมาณ) } \approx 2.71828$$

กำหนด x เป็นจำนวนจริงบวก

ดังนั้น $\log_e x$ (ลอการิทึมธรรมชาติ) เขียนแทนด้วย $\ln x$. ซึ่งอ่านว่า เอล-เอ็น ออฟ x (ell - en of x) เช่น $\log_e 3$ เขียนแทนด้วย $\ln 3$

ซึ่ง $y = \ln x$ สามารถแสดงได้ด้วยกราฟ ดังนี้



สมบัติที่สำคัญของลอการิทึมธรรมชาติ มีดังนี้ คือ

กำหนดให้ M, N เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ และ p เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$1. \quad \ln (MN) = \ln M + \ln N$$

$$\text{เช่น } \ln (3 \times 5 \times 7) = \ln 3 + \ln 5 + \ln 7$$

$$2. \quad \ln \left(\frac{M}{N} \right) = \ln M - \ln N$$

$$\text{เช่น } \ln \left(\frac{3}{5} \right) = \ln 3 - \ln 5$$

$$3. \quad \ln M^p = p \ln M$$

$$\text{เช่น } \ln 3^2 = 2 \ln 3$$

$$4. \quad \ln e = 1$$

$$5. \quad \ln 1 = 0$$

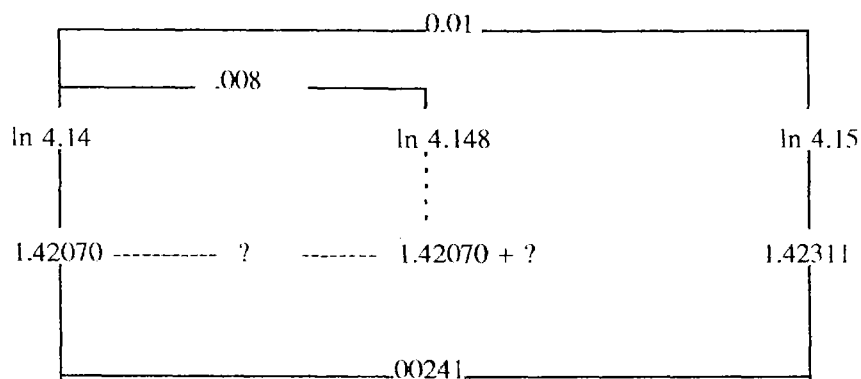
ตัวอย่างที่ 8.1 จงหาค่าลอการิทึมธรรมชาติต่อไปนี้

1. $\log_e 413$
2. $\log_e 41.48$
3. $\ln 0.995$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 1. \quad \log_e 413 &= \ln 413 \\
 413 &= 4.13 \times 10^2 \\
 \ln 413 &= \ln (4.13 \times 10^2) \\
 &= \ln 4.13 + \ln 10^2 \\
 &= \ln 4.13 + 2 \ln 10 \\
 &= 1.41828 + (2 \times 2.30259) \\
 &= 1.41828 + 4.60518 \\
 \ln 413 &= 6.02346
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \log_e 41.48 &= \ln 41.48 \\
 41.48 &= 4.148 \times 10 \\
 \ln 41.48 &= \ln (4.148 \times 10) \\
 &= \ln 4.148 + \ln 10
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{จำนวนจริงเพิ่มขึ้น 0.01 ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น} &= .00241 \\
 \text{จำนวนจริงเพิ่มขึ้น 0.008 ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น} &= \frac{.00241 \times 0.008}{.01} \\
 \text{ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น} &= .0001928 \\
 \ln 4.148 &= 1.42070 + .0001928 \\
 &= 1.4208928
 \end{aligned}$$

$$\ln 41.48 = 1.4208928 + 2.30259$$

$$\ln 41.48 = 3.7234828$$



$$\begin{aligned}
 3. \quad \ln 0.995 &= \ln 9.95 \times 10^{-1} \\
 &= \ln 9.95 + \ln 10^{-1} \\
 &= 2.29757 + -1 \ln 10 \\
 &= 2.29757 - 2.30259 \\
 &= -0.00502
 \end{aligned}$$

การหาค่าแอนติลอการิทึมฐาน e โดยเปิดตารางลอการิทึม

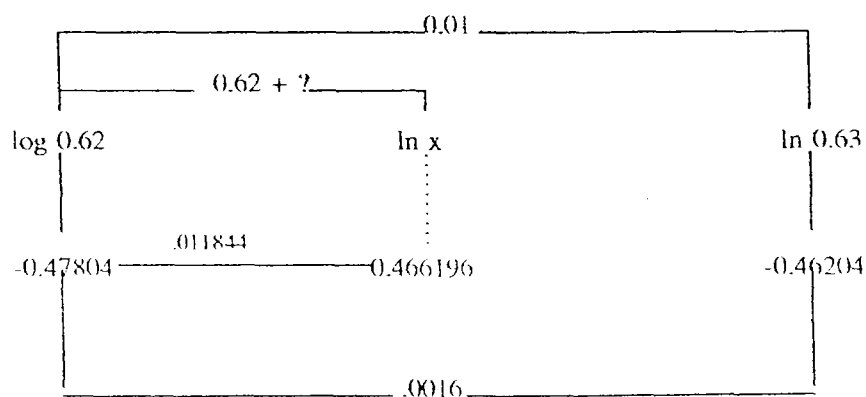
ตัวอย่างที่ 8.2 จงหาค่าแอนติลอการิทึม (N) ต่อไปนี้

1. $\ln N = 2.29253$
2. $\ln N = -0.466196$

วิธีทำ

1. $\ln N = 2.29253$
 $\ln N = \ln 9.90$
 $N = 9.90$

2. $\ln N = -0.466196$



$$\begin{aligned}
 \text{ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น } 0.016 \text{ จำนวนจริงเพิ่มขึ้น} &= 0.01 \\
 \text{ค่าลอการิทึม } (0.47804 - 0.466196) \text{ จำนวนจริงเพิ่มขึ้น} &= \frac{0.01844 \times 0.01}{0.016} \\
 &= 0.0074
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \ln N &= \ln (0.62 + 0.0074) \\
 \ln N &= \ln 0.6274 \\
 N &= 0.6274
 \end{aligned}$$



ลอการิทึมธรรมชาติ (Natural logarithms) หรือลอการิทึมแบบเนเปียร์ (napierian logarithms) คือ ลอการิทึมฐาน e เมื่อ e เป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่ง $e \approx 2.71828$

สมบัติที่สำคัญของลอการิทึมธรรมชาติ มีดังนี้

กำหนดให้ M, N เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ และ p เป็นจำนวนจริงใด ๆ

$$1. \quad \ln (MN) = \ln M + \ln N$$

$$2. \quad \ln \left(\frac{M}{N} \right) = \ln M - \ln N$$

$$3. \quad \ln M^p = p \ln M$$

$$4. \quad \ln e = 1$$

$$5. \quad \ln 1 = 0$$

$$6. \quad e^{\ln x} = x$$

$$7. \quad \ln x = \frac{\log x}{\log e} \quad (\text{เมื่อ } x \text{ เป็นจำนวนจริงบวกใด ๆ})$$

แบบฝึกหัดที่ 8

จงหาค่าต่อไปนี้

1. $\ln 728$

2. $\ln 423$

3. $\ln 114$

4. $\ln 107$

5. $\ln 99$

6. $\ln 9.98$

7. $\ln 7.39$

8. $\ln 3.12$

9. $\ln 5$

10. $\ln 0.163$

กิจกรรมพิเศษ

คำชี้แจง ให้สมาชิกภายในกลุ่มช่วยกันแสดงวิธีทำต่อไปนี้

1. จงหาค่าของ $\ln 10.2$
2. จงหาค่าของ $\ln 0.002345$

แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 8

เรื่อง สมบัติลอการิทึมฐาน e

คำชี้แจง จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว โดยเขียน ○ ล้อมรอบข้อที่ต้องการ
(ใช้เวลา ๕ นาที)

1. จงพิจารณาข้อใดผิด

1. $\ln \sqrt[4]{5} = 1/4 \ln 5$

2. $\text{Log}_e e = e$

3. $\ln (7.8) = (\ln 7) (\ln 8)$

4. $\text{Ln} (3/2) = \frac{\log 3/2}{\log e}$

2. $\ln 505$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

เมื่อกำหนด $\ln 5.05 = 1.61939$

1. 2.3257

2. 3.78911

3. 6.22457

4. 10.32235

3. กำหนด $\ln N = 1.41342$ จงหาค่า N

1. 2.51

2. 3.31

3. 3.95

4. 4.12

หน่วยที่ 9
เรื่อง
การนำลอการิทึมฐาน e
ไปใช้ในการคำนวณหาค่าโดยประมาณ
(เวลา 1 คาบ)



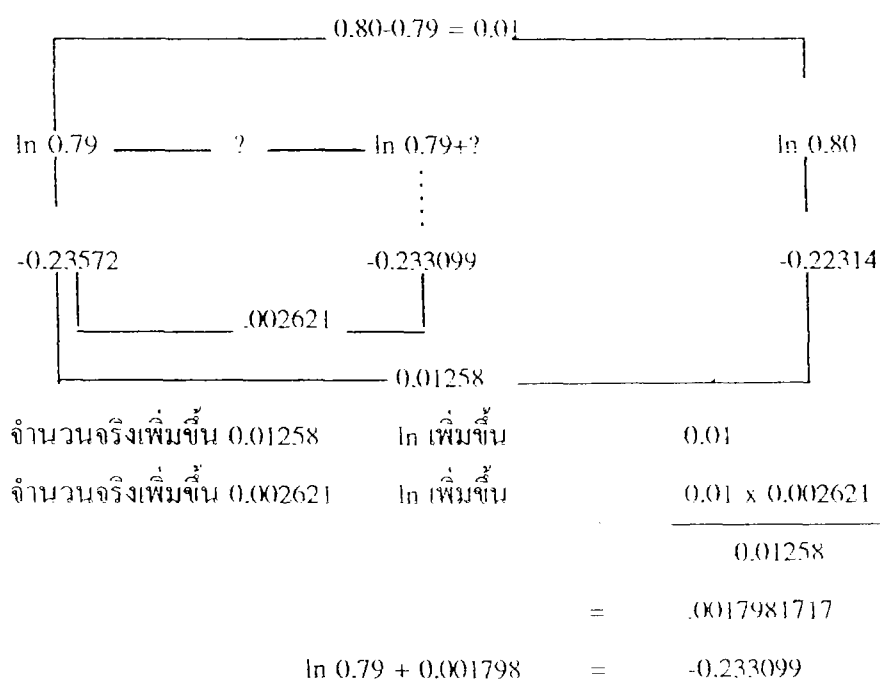
เรื่อง การนำลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการคำนวณค่าโดยประมาณ

การคำนวณที่เกี่ยวข้องกับ การคูณ หาร และเลขยกกำลัง อาจอาศัยลอการิทึมฐาน e ช่วยในการคำนวณ ซึ่งค่าที่คำนวณได้แม้จะเป็นค่าโดยประมาณแต่ก็ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง

ตัวอย่างที่ 9.1 จงหาค่า $(0.0972)^{1/10}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{ให้ } N &= (0.0972)^{1/10} \\
 N &= (9.72 \times 10^{-2})^{1/10} \\
 \ln N &= \ln (9.72 \times 10^{-2})^{1/10} \\
 &= \frac{1}{10} \ln 9.72 \times 10^{-2} \\
 &= \frac{1}{10} (\ln 9.72 + \ln 10^{-2}) \quad (\text{จากข้อ 1}) \\
 &= \frac{1}{10} \ln 9.72 + (-2) \ln 10 \quad (\text{จากข้อ 3}) \\
 &= \frac{1}{10} (2.27419 - (2 \times 2.30259)) \\
 &= \frac{1}{10} (2.27419 - 4.60518) \\
 &= \frac{1}{10} \times -2.33099 \\
 &= -0.233099
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \ln N &= -0.233099 \\
 \ln N &= \ln 0.791798 \\
 N &= 0.791798 \quad (\text{จาก } \log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y)
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 9.2 จงหาค่า $\frac{43.2 \times 0.0413}{0.912}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{43.2 \times 0.0413}{0.912} \\
 \ln N &= \frac{\ln 43.2 \times 0.0413}{0.912} \\
 &= \ln 43.2 + \ln 0.0413 - \ln 0.912 \quad (\text{จากข้อ 1, 2}) \\
 &= \ln (4.32 \times 10) + \ln (4.13 \times 10^{-2}) - \ln (9.12 \times 10^{-1}) \\
 \ln N &= \ln 4.32 + \ln 10 + \ln 4.13 + \ln 10^{-2} - (\ln 9.12 + \ln 10^{-1}) \quad (\text{จากข้อ 1}) \\
 &= \ln 4.32 + \ln 4.13 - \ln 9.12 + \ln 10 - 2\ln 10 + \ln 10 \quad (\text{จากข้อ 3}) \\
 &= \ln 4.32 + \ln 4.13 - \ln 9.12 \\
 &= 0.67107
 \end{aligned}$$

$\ln 1.95$	— ? —	$\ln 1.95 + ?$	$\ln 1.96$
0.66783		0.67107	0.67294
	.000324		
	0.00511		

ค่าของ $\ln$ เพิ่มขึ้น	0.00511	จำนวนจริงเพิ่มขึ้น	0.01 (1.96 - 1.95)
	0.00324	จำนวนจริงเพิ่มขึ้น	$0.01 \times .00324$
			$\div 0.00511$
			= .00665

$$\therefore \ln 1.95 + .00665 = 0.67107$$

$$\ln N = 0.67107$$

$$\ln N = \ln 1.9567$$

$$N = 1.9567 \quad (\text{จาก } \ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y)$$

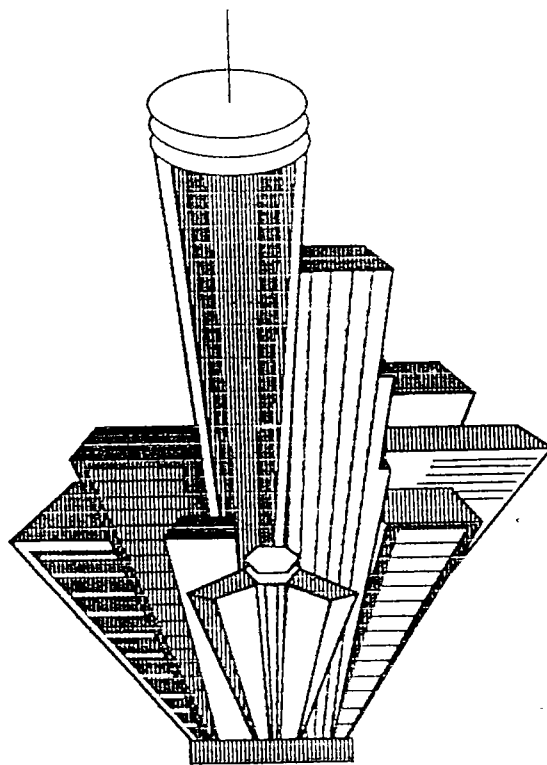
บทสรุป

เรื่อง

การนำลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการคำนวณค่าโดยประมาณ

การคำนวณที่เกี่ยวกับ การคูณ การหาร และเลขยกกำลัง นอกจากอาศัยลอการิทึมสามัญ ยังใช้ ลอการิทึมฐาน e ด้วย ซึ่งค่าที่คำนวณได้จะเป็นค่าโดยประมาณซึ่งใกล้เคียงกับความจริง ขั้นตอนในการคำนวณค่าโดยประมาณ ดังนี้

1. กำหนด N แทนค่าที่ต้องการคำนวณหา
2. ไล่ $\ln$ ทั้ง 2 ข้าง
3. ใช้สมบัติของ $\ln$
4. หาค่าแอนติลอการิทึม



แบบฝึกหัดที่ 9

จงหาค่าต่อไปนี้

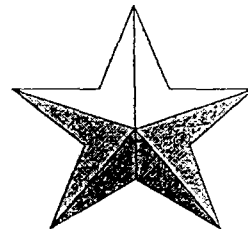
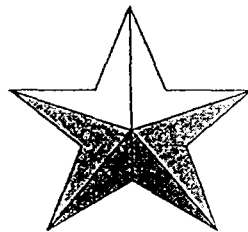
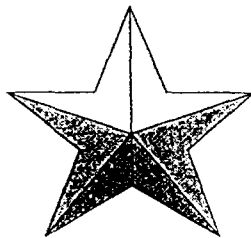
$$1. (0.807)^{\frac{2}{3}}$$

$$2. \frac{(7.68 \times 0.000732)^4}{612}$$

$$3. \frac{\sqrt{7.68 \times 0.00732}}{\sqrt{612}}$$

$$4. \frac{(0.732)^3 \times \sqrt[3]{871}}{\sqrt{10.9}}$$

$$5. \left(\frac{0.218 \times 3.17 \times 8^{\frac{3}{4}}}{0.0073 \times 87} \right)^4$$



ใบงาน

พี่ ๆ ผมทำโจทย์ข้อนี้ไม่ได้ครับ
 พี่ช่วยผมหน่อยครับ

1. จงหาค่าของ $3 \times (0.632) \times 3\sqrt{0.0253}$

2. จงหาค่าของ $\frac{3 \times 7.29}{17 \times \sqrt{1.93}}$



แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 9

เรื่อง การนำลอการิทึมฐาน e ไปใช้ในการคำนวณหาค่าโดยประมาณ

ชุดที่ 1

จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

$$\text{จงหาค่าของ } \left(\frac{0.218 \times 3.17 \times 8}{0.0073 \times 87} \right)^{3/4} \text{ เมื่อกำหนด } \ln 8.7049 = 2.163884.$$

$$\ln 5.07 = 1.62334 \text{ และ } \ln 5.06 = 1.62137$$

ชุดที่ 2

จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

จงหาค่าของ $\sqrt{\frac{5.398}{0.0179}}$ เมื่อกำหนด $\ln 1.79 = 0.58222$, $\ln 5.398 = 1.684735$.

$\ln 17 = 2.83321$ และ $\ln 18 = 2.89037$

หน่วยที่ 10
เรื่อง
การแก้สมการ
(เวลา 1 คาบ)



เรื่อง การแก้สมการ

สมการลอการิทึม คือ สมการที่เกี่ยวกับนิพจน์ที่อยู่ในรูปของลอการิทึมที่มีตัวแปรอยู่ในนิพจน์

เช่น $2\ln(x + 4) = 5$ เรียกว่า สมการลอการิทึม

การแก้สมการลอการิทึม คือ การหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการนี้เป็นจริง

ตัวอย่าง $\ln x = \ln(3x - 9)$

วิธีทำ $\ln x = \ln(3x - 9)$

$$x = 3x - 9$$

$$-2x = -9$$

$$x = \frac{9}{2}$$

สามารถนำการแก้สมการลอการิทึม ไปประยุกต์ใช้ในหลายสาขาวิชา เช่น

วิชาทางธุรกิจ จะใช้สมการลอการิทึมมาแก้ปัญหาดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง

การหาดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง สามารถใช้สูตรดังนี้

$$A = Pe^{rt}$$

เมื่อ A เป็น เงินรวม

P เป็น เงินต้น

r เป็น อัตราดอกเบี้ยทบต้น

t เป็น จำนวนงวด

(ระยะเวลา 1 งวด เท่ากับ 1 ปี)

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าท่านมีเงิน 100 บาท นำไปลงทุนโดยให้ผู้อื่นกู้ โดยคิดอัตราดอกเบี้ยทบต้นทุกวัน (ชนิดต่อเนื่อง) 6% ต่อปี หลังจากให้กู้เป็นระยะเวลา 5 ปี จงหาเงินต้นพร้อมดอกเบี้ย กำหนดให้ ($e = 2.718$)

วิธีทำ สูตร $A = Pe^{rt}$

$$A = ?$$

$$P = 100 \text{ บาท}$$

$$r = 6\% = .06$$

$$t = 5 \text{ ปี} = 5 \text{ งวด}$$

แทนค่าในสูตร

$$\begin{aligned}
 A &= 100 e^{.06 \times 5} \\
 \ln A &= \ln (100 e^{.3}) \\
 &= \ln 100 + \ln e^{.3} \\
 &= \ln 10^2 + \ln e^{.3} \\
 &= 2 \ln 10 + .3 \ln e \\
 &= (2 \times 2.30259) + .3 \times 1 \\
 &= 4.60518 + .3 \\
 &= 4.90518 \\
 &= 4 + .90518
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccccc}
 & & 2.48 - 2.47 = 0.01 & & \\
 \ln 2.47 & \xrightarrow{\quad ? \quad} & \ln 2.47 + ? & & \ln 2.48 \\
 0.90422 & & 0.90518 & & 0.90826 \\
 & \xrightarrow{\quad 0.00096 \quad} & & & \\
 & \xrightarrow{\quad 0.90826 - 0.90422 = .00404 \quad} & & &
 \end{array}$$

จำนวนจริงเพิ่มขึ้น	0.00404	ln เพิ่มขึ้น	0.01
จำนวนจริงเพิ่มขึ้น	0.00096	ln เพิ่มขึ้น	$0.01 \times .00096$
			.00404
			= .002376
		$\ln 2.47 + .002376$	= .90518
		$\ln 2.472376$	= .90518

$$\begin{aligned}
 \ln A &= 4 \ln e + \ln 2.47238 \\
 \ln A &= \ln e^4 + \ln 2.47238 \\
 \ln A &= \ln e^4 \times 2.47238 \\
 A &= e^4 \times 2.47238 \quad (\text{จาก } \ln_a x = \ln_a y \Leftrightarrow x = y) \\
 A &= (2.718)^4 \times 2.47238 \\
 A &= 134.93 \\
 \therefore \text{เงินรวม} &= 134.93 \quad \text{บาท}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 สถานที่ก่อสร้างแห่งหนึ่งต้องใช้เงิน 150,000 บาท เมื่อสร้างเสร็จแล้ว ภายใน 10 ปี
นำมาขายได้เงิน 400,000 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง

<u>วิธีทำ</u>	สูตร	A	=	Pe^{rt}	
		A	=	400,000	บาท
		P	=	150,000	บาท
		t	=	10 ปี	= 10 ปี
		r	=	?	%
<u>แทนค่าในสูตร</u>		400,000	=	$150,000e^{r \times 10}$	
		$\ln 400,000$	=	$\ln 150,000 e^{10r}$	
		$\ln 400,000$	=	$\ln 150,000 + \ln e^{10r}$	
		$\ln(4 \times 10^5)$	=	$\ln(1.5 \times 10^5) + \ln e^{10r}$	
		$\ln 4 + \ln 10^5$	=	$\ln 1.5 + \ln 10^5 + 10r \ln e$	
		$\ln 4 - \ln 1.5$	=	$10r \ln e$	
		$1.38629 - 0.40547$	=	$10r \ln e$	
		.98082	=	$10r$	
		.98082	=	r	
		10			
		.098082 x 100%	=	r	
		9.8082%	=	r	



หมายเหตุ $400,000 = 4 \times 10^5$
 $150,000 = 1.5 \times 10^5$

บทสรุป เรื่อง การแก้สมการ

การแก้สมการลอการิทึม คือ การหาค่าตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง
ขั้นตอนในการแก้สมการ มีดังนี้

1. ใช้คุณสมบัติของลอการิทึมธรรมชาติ
2. หาค่าของลอการิทึมธรรมชาติโดยการเปิดตาราง
3. จะได้ค่าตัวแปรตามต้องการ

การแก้สมการลอการิทึม นำไปประยุกต์ใช้ในหลายสาขาวิชา เช่น วิชาทางธุรกิจ ใช้การแก้
สมการลอการิทึมในการหาดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง

การหาดอกเบี้ยทบต้น และเงินรวมสามารถใช้สูตรดังนี้

	A	=	Pe^n
เมื่อ	A	เป็น	เงินรวม
	P	เป็น	เงินต้น
	r	เป็น	อัตราดอกเบี้ยทบต้น
	t	เป็น	จำนวนงวด

(ระยะเวลา t งวด เท่ากับ t ปี)

แบบฝึกหัด 10

1. จงหาค่าของ x จากสมการต่อไปนี้

1.1 $\ln(-2x) = \ln(6 - x)$

1.2 $\ln(4 - x) = \ln(2 - 2x)$

1.3 $\ln x = \ln(3x + 1)$

1.4 $3 \ln x = \ln 8$

1.5 $\ln(x) + \ln(x + 1) = \ln(2x + 2)$

2. เงินต้น 100 บาท คิดดอกเบี้ย 10% ทบต้นแบบชนิดต่อเนื่องเป็นเวลา 2 ปี จงหาเงินรวม

3. ถ้าวางเงิน 100 บาท โดยคิดดอกเบี้ยทบต้นแบบต่อเนื่องเป็นเวลา 2 ปี ในอัตรา 7% ต่อปี จะได้เงินรวมเท่าไร

4. ให้กู้ 700 บาท จะต้องใช้เวลานานกี่ปี จึงจะกลายเป็นเงินรวม 1,100 บาท ถ้าคิดดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่องในอัตรา 5%

5. สถานที่ก่อสร้างแห่งหนึ่งต้องใช้เงิน 150,000 บาท เมื่อสร้างเสร็จแล้วภายใน 10 ปี นำมาขายได้เงิน 400,000 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง

6. จงหาอัตราดอกเบี้ยต่อปี ซึ่งทำให้การลงทุนเป็น 2 เท่าของเงินต้นในเวลา 5 ปี ถ้าคิดดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง

ใบงาน

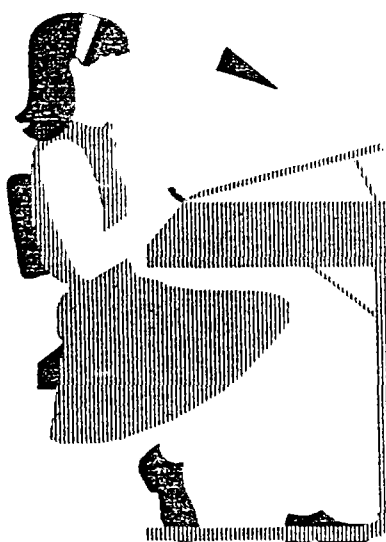
สมนิตย์ได้ตั้งปัญหาถามว่า

ถ้าฉันลงทุน 100 บาท โดยให้ผู้อื่นกู้ยืม โดยคิดดอกเบี้ยตามต้นชนิดต่อเนื่อง
ในอัตรา 5% ต่อปี

1. ถ้าให้เวลาผ่านไป 5 ปี จงหาเงินรวม

(กำหนดให้ $e = 2.718$)

2. ถ้าสมนิตย์ได้เงินต้นพร้อมดอกเบี้ยเป็นเงิน 10,000 บาท สมนิตย์จะต้องใช้
เวลานานกี่ปีเพื่อให้ผู้อื่นกู้ (ตอบทศนิยม 1 ตำแหน่ง)



แบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 10

เรื่อง การแก้สมการ

ชุดที่ 1

จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

1. จงหาค่า x เมื่อกำหนดให้ $\ln 5x = \ln 105$
2. จงหาอัตราดอกเบี้ยต่อปี ซึ่งทำให้การลงทุนเป็น 2 เท่าของเงินต้น 150,000 บาท
ในเวลา 5 ปี ถ้าคิดดอกเบี้ยทบต้นชนิดต่อเนื่อง
(กำหนดให้ $\ln 3 = 1.09861$ และ $\ln 1.5 = 0.40547$)

ชุดที่ 2

จงแสดงวิธีทำ (ใช้เวลา 5 นาที)

1. จงหาค่า x เมื่อกำหนดให้ $\ln x = \ln (3x - 1)$

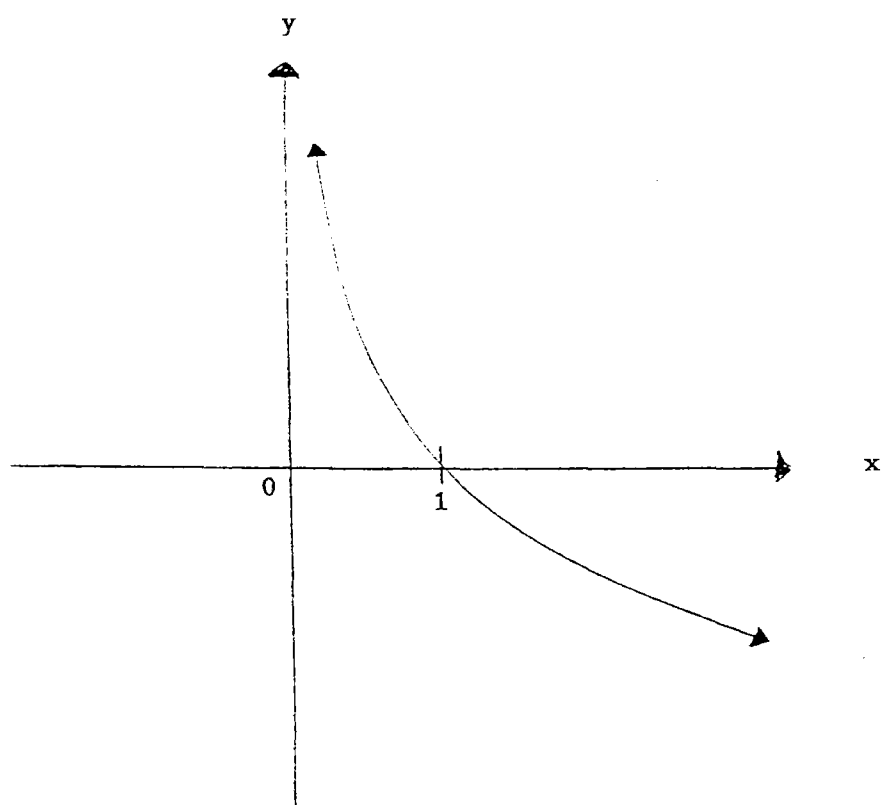
2. นายสมชายนำเงิน 100,000 บาท มาลงทุนธุรกิจอย่างหนึ่ง เป็นระยะเวลา 10 ปี ซึ่งได้ผลตอบแทนโดยคิดดอกเบี้ยทบต้นแบบต่อเนื่อง จนได้รับเงินรวมเป็น 300,000 บาท จงหาอัตราดอกเบี้ยทบต้นต่อปี

(กำหนดให้ $\ln 3.00 = 1.09861$ และ $\ln 10 = 2.30259$)

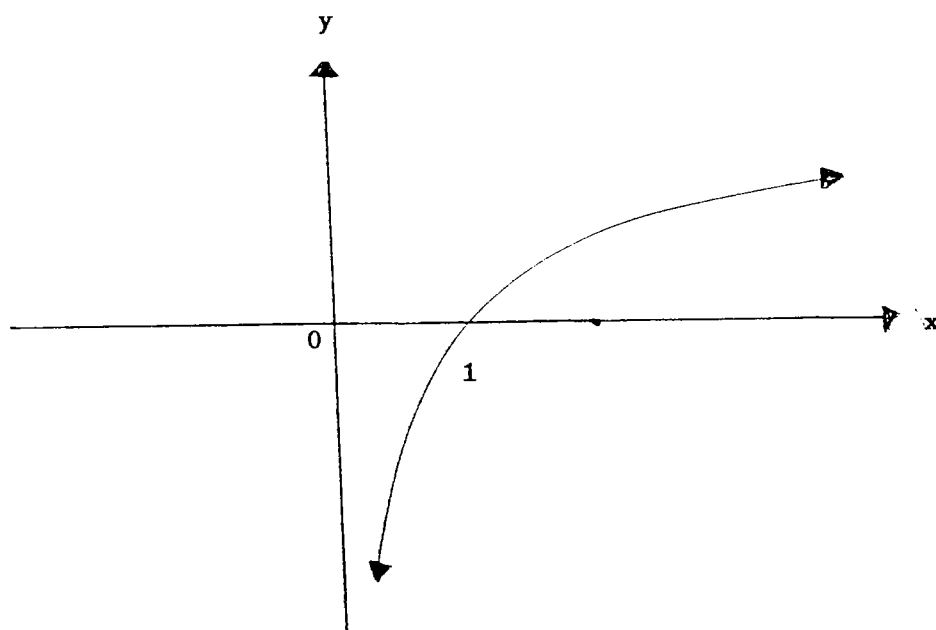
เฉลยแบบฝึกหัดวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.1

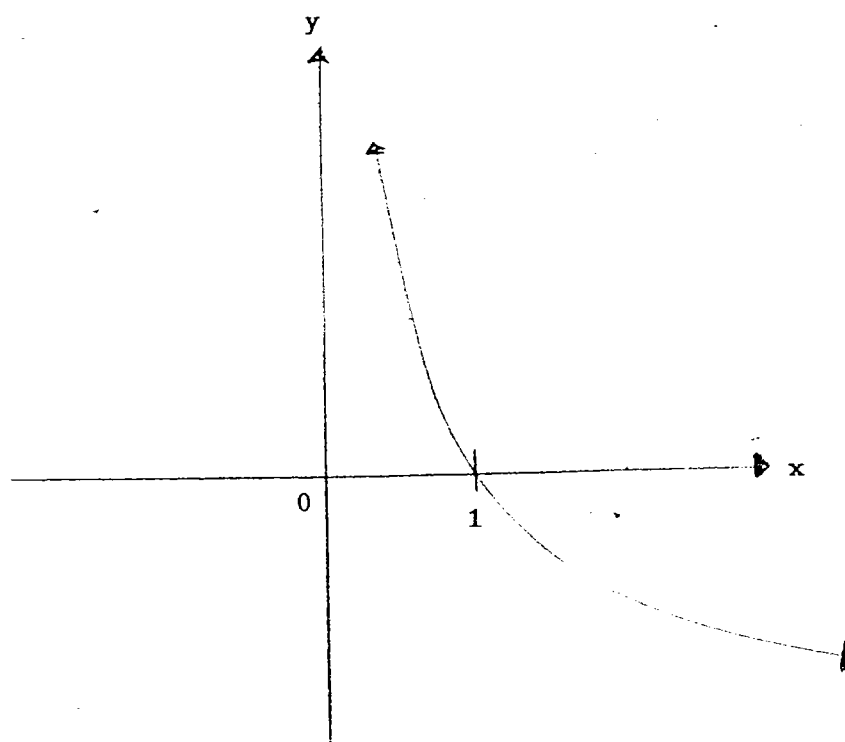
1.



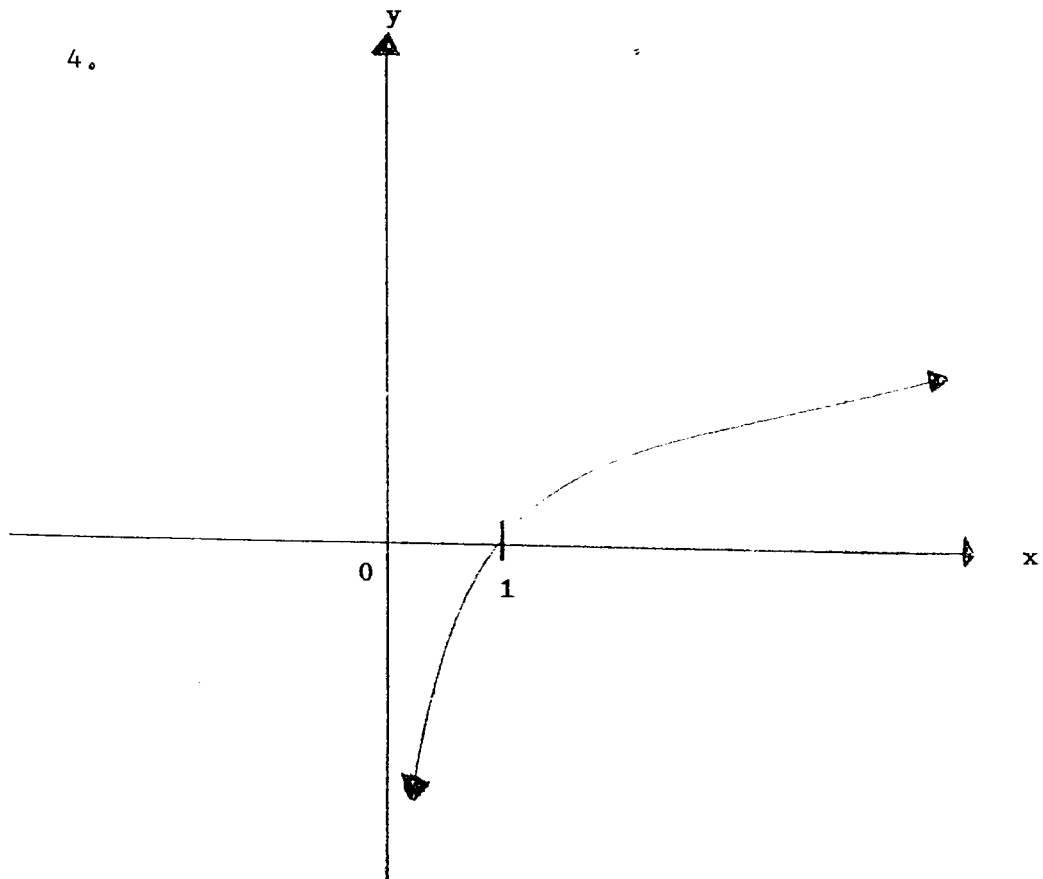
2.



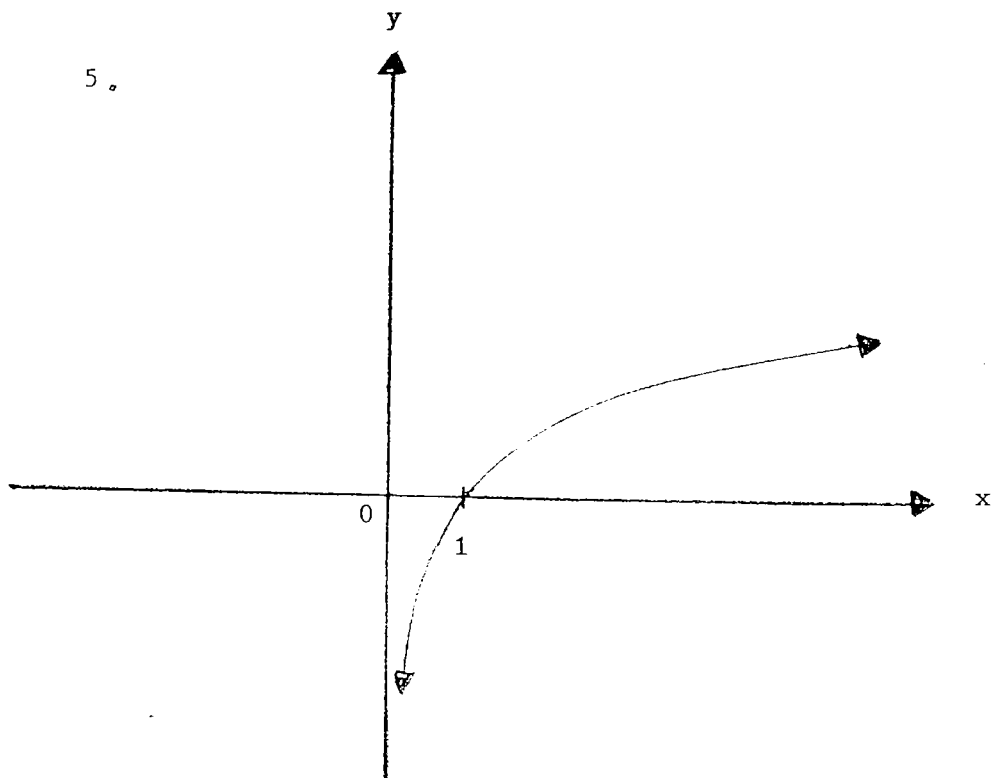
3.



4.



5.



เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.2

1.1. $\log_{10} 10,000 = 4$

1.2 $\log_{27} 9 = \frac{2}{3}$

1.3. $\log_2 \frac{1}{64} = -6$

1.4 $\log_8 4 = \frac{2}{3}$

1.5 $\log_e 7.839 = 2$

1.6 $\log_e 1.4 = 0.33647$

1.7 $\log_3 3 = 1$

1.8 $\log_{0.5} 4 = -2$

2.1 $(1/2)^{-2} = 4$

2.2 $12^2 = 144$

2.3 $2^6 = 64$

2.4 $(-4)^{1/3} = 81$

2.5 $10^{-3} = 0.001$

2.6 $10 = 10$

2.7 $e^{1.09861} = 3$

2.8 $10^{0.699} = 5$

3.1 $x = 2$

3.2 $x = 2^4 = 16$

3.3 $x = e^2$

3.4 $x = 1/3$

3.5 $x = 2^{-6} = \frac{1}{64}$

3.6 $x = -17/9$

3.7 $x = 3$

3.8 $x = -2$

3.9 $x = 3$

3.10 $x = 20$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2

- 2

1.1 2

1.2 -2

1.3 2

1.4 10

1.5 -4

1.6 $x = e/2$

1.7 $x = 10^{10000}$

1.8 2

1.9 2

1.10 10

$$\begin{array}{ll}
 2.1 & x = 19 \\
 2.2 & x = 4 \\
 2.3 & x = 8.01
 \end{array}$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3

$$\begin{array}{ll}
 1. & \log 10300 = 4.0128 \\
 & \text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 10300 = .0128 \\
 & \text{แมนทิสซาของ } \log 10300 = 4 \\
 2. & \log 8960 = 3.9523 \\
 & \text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 8960 = 3 \\
 & \text{แมนทิสซาของ } \log 8960 = .9523 \\
 3. & \log 7.02 = 0.8463 \\
 & \text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 7.02 = 0 \\
 & \text{แมนทิสซาของ } \log 7.02 = .8463 \\
 4. & \log 0.578 = -0.2381 \\
 & \text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 0.578 = -1 \\
 & \text{แมนทิสซาของ } \log 0.578 = .7619 \\
 5. & \log 0.00214 = -2.6904 \\
 & \text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 0.00214 = -3 \\
 & \text{แมนทิสซาของ } \log 0.00214 = .3096 \\
 6. & \log 0.0000673 = -4.1720
 \end{array}$$

$$\text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 0.0000673 = -5$$

$$\text{แมนทิสซาของ } \log 0.0000673 = .8280$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4

1. $\log 37100 = 4.5694$
 แคแรกเทอริสติกของ $\log 37100 = 4$
 แมนทิสซาของ $\log 37100 = .5694$
2. $\log 6124 = 3.7871$
 แคแรกเทอริสติกของ $\log 6124 = 3$
 แมนทิสซาของ $\log 6124 = .7871$
3. $\log 83.2 = 1.9201$
 แคแรกเทอริสติกของ $\log 83.2 = 0$
 แมนทิสซาของ $\log 83.2 = .9201$
4. $\log 4 = 1.6021$
 แคแรกเทอริสติกของ $\log 4 = 1$
 แมนทิสซาของ $\log 4 = .6021$
5. $\log 0.5127 = -0.29014$
 แคแรกเทอริสติกของ $\log 0.5127 = -1$
 แมนทิสซาของ $\log 0.5127 = .70986$
6. $\log 0.0278 = -1.1379$
 แคแรกเทอริสติกของ $\log 0.0278 = -2$
 แมนทิสซาของ $\log 0.0278 = .8621$

7. $\log 0.0021 = -2.6778$
 แคลแรกเทอริสติก $\log 0.0021 = -3$
 แมนทิสซาของ $\log 0.0021 = .3222$
8. $\log 0.000625 = -3.20382$
 แคลแรกเทอริสติกของ $\log 0.000625 = -4$
 แมนทิสซาของ $\log 0.000625 = .79618$
-

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5

1. N = 4.91
 2. N = 74.433
 3. N = 456.778
 4. N = 0.00057029
 5. N = 0.008636
 6. N = 0.0244
-

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6

1. N = 8408.1251
 2. N = 1.056
 3. N = $\frac{13}{15}$
 4. N = 0.0266
 5. N = 4.654
-

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7

1.	ดอกเบี้ย	-	168730.76 - 6000	
		-	162730.67	บาท
2.ก	ดอกเบี้ย	-	677833.33 - 300000	
		-	377833.33	บาท
2.ข	ดอกเบี้ย	-	685333.33 - 300000	
		-	385333.33	บาท
3.ก	ระยะเวลา	-	15.66	ปี
3.ข	ระยะเวลา	-	47.21	ปี
4.	ระยะเวลา	-	36.56	ปี

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 8

1.	$\ln 728$	=	6.59031
2.	$\ln 423$	=	6.04737
3.	$\ln 114$	=	4.73620
4.	$\ln 107$	=	4.67283
5.	$\ln 99$	=	4.59512
6.	$\ln 9.98$	=	2.30058
7.	$\ln 7.39$	=	1.90013
8.	$\ln 5$	=	1.60944
9.	$\ln 0.163$	=	-1.64507

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 9

1.	N	=	0.86679
2.	N	=	$\frac{2.3601182}{e^{28}}$
3.	N	=	1.2366543
4.	N	=	0.0095843
5.	N	=	5.078

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 10

1.1	x	=	-6
1.2	x	=	-2
1.3	x	=	$-\frac{1}{2}$

เพราะว่า $x > 0$

ดังนั้น ข้อนี้จึงไม่มีคำตอบ

1.4	x	=	2
1.5	x	=	2, -1

เพราะว่า $x > 0$

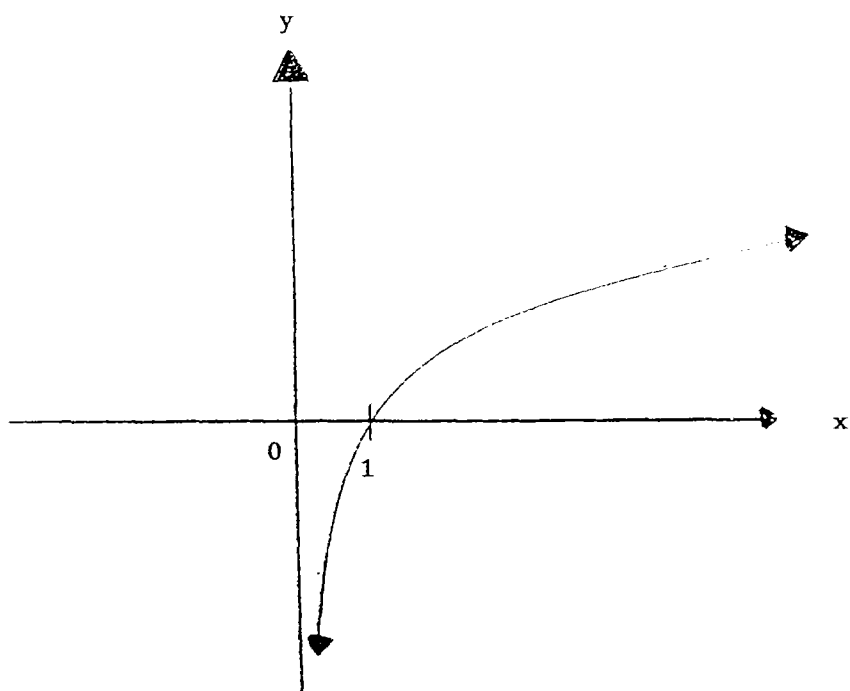
ดังนั้น	x	=	2

2.	เงินรวม	=	737.904	บาท
3.	เงินรวม	=	115.98	บาท
4.	ใช้เวลา	=	9.04	ปี
5.	อัตราดอกเบี้ย	=	9.81	%
6.	อัตราดอกเบี้ย	=	13.86	%

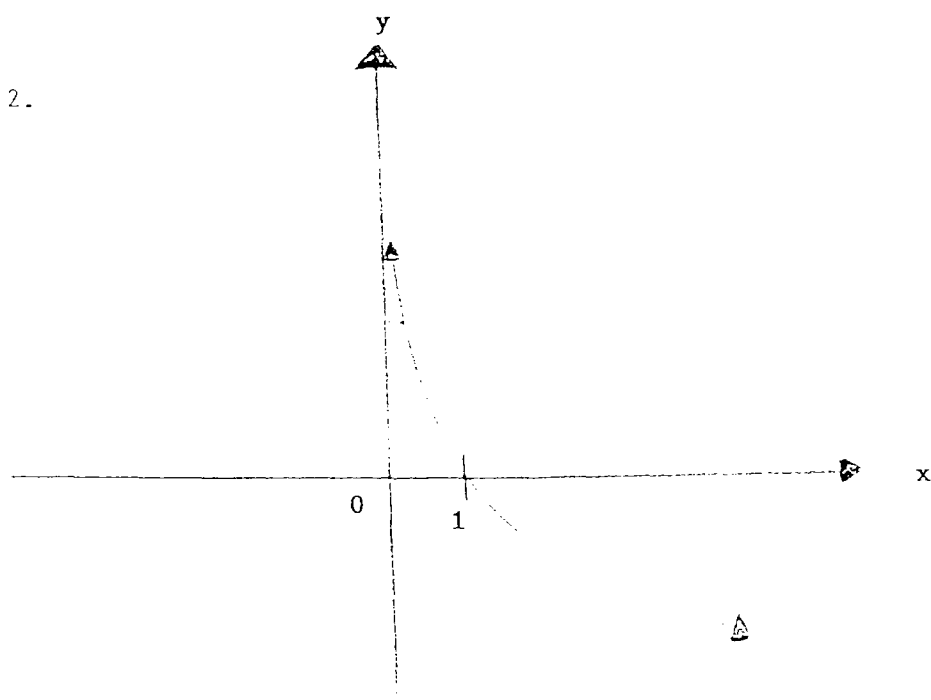
เฉลยใบงานและกิจกรรมพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องลอการิทึม

เฉลยกิจกรรมพิเศษครั้งที่ 1

1.



2.



เฉลยใบงานหน่วยที่ 1 (คาบที่ 2)

$$\begin{aligned}
 1. \quad \log_x \frac{1}{64} &= 4 \\
 x^4 &= \frac{1}{64} \\
 x^{4 \times (1/4)} &= (2^6)^{1/4} \\
 &= 2^{6/4} \\
 x &= 2^{3/2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \log_x (2x + 3) &= 2 \\
 x^2 - 2x - 3 &= 0 \\
 (x - 3)(x + 1) &= 0 \\
 x &= 3, -1 \\
 x &\neq -1 \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$

เฉลยกิจกรรมพิเศษครั้งที่ 2

$$\begin{aligned}
 1. \quad \log_{10} x - \log_{10} 8 &= 1 \\
 \log_{10} \frac{x}{8} &= 1 \\
 \frac{x}{8} &= 10 \\
 x &= 80
 \end{aligned}$$

$$2. \quad \log_2 9 + \log_2 24 - \log_2 27$$

$$\log_2 \frac{9 \times 24}{27}$$

$$\log_2 8$$

$$3 \log_2 2$$

$$3$$

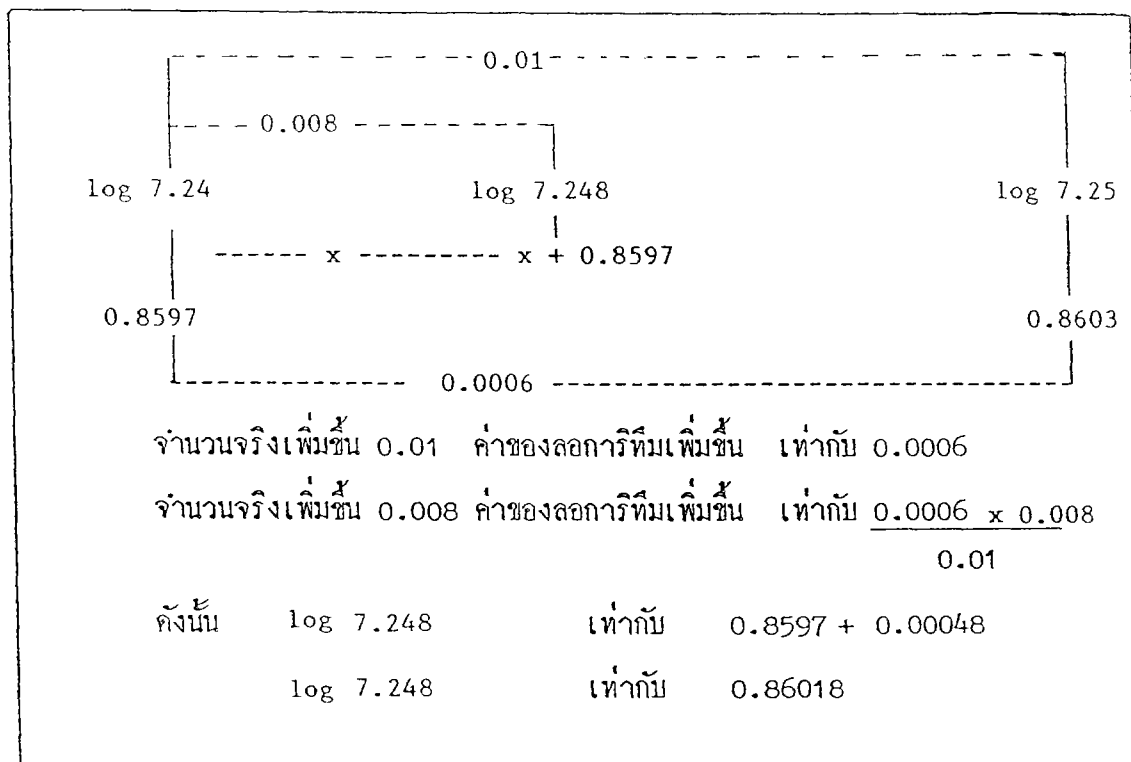
เฉลยกิจกรรมพิเศษหน่วยที่ 3

ก.	896	=	8.96×10^2
	$\log 896$	=	$\log 8.96 \times 10^2$
		=	$\log 8.96 + \log 10^2$
		=	$0.9523 + 2 \log 10$
		=	$0.9523 + 2$
	$\log 896$	=	2.9523
	แคแรกเทอริสติกของ $\log 896$	=	2
	แมนทิสซาของ $\log 896$	=	.9523

ข.	$\log 0.896$	=	8.96×10^{-1}
	$\log 0.896$	=	$\log 8.96 \times 10^{-1}$
		=	$\log 8.96 + \log 10^{-1}$
		=	$0.9523 + (-1) \log 10$
		=	$0.9523 + (-1)$
		=	-0.0477
	แคแรกเทอริสติกของ $\log 0.896$	=	-1
	แมนทิสซาของ $\log 0.896$	=	.9523

เฉลยใบงานหน่วยที่ 4

$$\begin{aligned}\log 0.0007248 &= \log 7.248 \times 10^{-4} \\ &= \log 7.248 - 4 \quad \text{----- 1}\end{aligned}$$



จาก 1 จะได้ว่า

$$\log 0.0007248 = \log 7.248 - 4$$

$$= 0.86018 - 4$$

$$\log 0.0007248 = -3.13982$$

$$\text{แคแรกเทอริสติกของ } \log 0.0007248 = -4$$

$$\text{แมนทิสซาของ } \log 0.0007248 = .86018$$

เฉลยกิจกรรมพิเศษครั้งที่ 3

$$\begin{aligned}
 1. \quad \log N &= 3.6911 \\
 &= 3 + 0.6911 \\
 &= \log 10^3 + \log 4.91 \\
 \log N &= \log 10^3 \times 4.91 \\
 N &= 4910
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \log N &= 8.3874 - 10 \\
 &= 8 + 0.3874 - 10 \\
 &= -2 + 0.3874 \\
 &= \log 10^{-2} + \log 2.44 \\
 \log N &= \log 10^{-2} \times 2.44 \\
 N &= 0.0244
 \end{aligned}$$

เฉลยใบงานหน่วยที่ 6

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{(6.45)^3 \times (0.00034)^{1/3}}{(9.37)^2 \times (8.93)^{1/4}} \\
 \log N &= 3\log 6.45 + \frac{1}{3}(\log 3.4 - 3) - 2\log 9.37 - \frac{1}{4}\log 8.93 \\
 \log N &= (3 \times 0.8096) + \left(\frac{1}{3} - 2.4685\right) - (2 \times 0.9717) - \left(\frac{1}{4} \times 0.9509\right) \\
 &= 2.4288 + 0.8228 + 1.9434 + 0.2377 \\
 &= -0.5751 - 1 + 1 \\
 \log N &= -1 + 0.4249 \\
 \log N &= \log 10^{-1} \times 2.66 \\
 N &= 0.0266
 \end{aligned}$$

เฉลยใบงานหน่วยที่ 7

$$600000 = 300000(1 + 0.0675)^n$$

$$\log 2 = n \log 1.0675$$

$$\frac{0.3010}{0.02837} = n$$

$$\text{ระยะเวลา} = 10.61 \text{ ปี}$$

เฉลยกิจกรรมพิเศษหน่วยที่ 8

$$\begin{aligned} 1. \quad \ln 10.2 &= \ln 1.02 + \ln 10 \\ &= 0.01980 + 2.30259 \\ &= 2.32239 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \ln 0.002345 &= \ln 2.345 - 3 \ln 10 \\ &= \ln 2.345 - 3 \times 2.30259 \end{aligned}$$

$\ln 2.34$ 0.85015	$\ln 2.345$ $0.85015 + x$	$\ln 2.35$ 0.85442
0.005		
0.00427		

จำนวนจริงเพิ่มขึ้น 0.01 ค่าของลอการิทึมเพิ่มขึ้น เท่ากับ 0.00427

จำนวนจริงเพิ่มขึ้น 0.005 ค่าของลอการิทึมเพิ่มขึ้น เท่ากับ $\frac{0.00427 \times 0.005}{0.01}$

เท่ากับ 0.00213

ดังนั้น $\ln 2.345$ เท่ากับ $0.00213 + 0.85015$

$\ln 2.345$ เท่ากับ 0.85228

จาก 1 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\ln 0.002345 &= \ln 2.345 - 6.90777 \\ &= 0.85228 - 6.90777 \\ \ln 0.002345 &= -6.05549\end{aligned}$$

เฉลยใบงานหน่วยที่ 9

$$\begin{aligned}1. \quad N &= 3 \times (0.632) \times 3 \sqrt{0.0253} \\ \ln N &= \ln 5.688 + \frac{1}{2} \ln 0.0253 \\ &= \ln 5.688 + \frac{1}{2} (\ln 2.53 - 2 \ln 10) \\ &= 1.73835 + \frac{1}{2} (0.92822 - 4.60517) \\ &= 1.73835 - 1.83848 \\ &= -0.10013 \\ &= \ln e^{-1} + 0.89987 \\ \ln N &= \frac{\ln 2.4592874}{e} \\ N &= \frac{2.4592874}{2.7183} \\ &= 0.904715\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. \quad N &= \frac{3 \times 7.29}{17 \times \sqrt{1.93}} \\ N &= \frac{21.87}{17 \times \sqrt{1.93}} \\ \ln N &= \ln 21.87 - \ln 17 - \frac{1}{2} \ln 1.93 \\ &= (\ln 2.187 + \ln 10) - 2.83321 - \frac{(1 \times 0.6418)}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \ln N &= (0.78252 + 2.30259) - 2.83321 - 0.320925 \\
 &= 3.08511 - 2.83321 - 0.320925 \\
 \ln N &= -0.069025 \\
 \ln N &= \ln e^{-1} + 0.930975 \\
 \ln N &= \frac{2.5369923}{e} \\
 \ln N &= \frac{2.5369923}{2.7183} \\
 N &= 0.9333
 \end{aligned}$$

เฉลยใบงานหน่วยที่ 10

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= Pe^{rt} \\
 A &= 100e^{0.05 \times 5} \\
 \ln A &= \ln 100 + 0.25 \ln e \\
 \ln A &= 4.60517 + 0.25 \\
 \ln A &= 4.85517 \\
 \ln A &= \ln 128.404 \\
 A &= 128.404 \\
 \text{เงินรวม} &= 128.404 \quad \text{บาท}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad 10000 &= 100e^{0.05t} \\
 \ln 100 &= \ln e^{0.05t} \\
 \frac{4.60517}{0.05} &= t \\
 t &= 92.10 \quad \text{ปี} \\
 \text{สมมติจะคงใช้เวลา} &= 92.10 \quad \text{ปี}
 \end{aligned}$$

$$\log 702 = 2.8463$$

$$\text{แคแรกเทอริสติกของ} \log 702 = 2$$

$$\text{แมนทิสซาของ} \log 702 = .8463$$

ขก B

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 0.702 &= 7.02 \times 10^{-1} \\ \log 0.702 &= \log 7.02 \times 10^{-1} \\ &= \log 7.02 + \log 10^{-1} \\ &= .8463 + (-1)\log 10 \\ &= .8463 + (-1) \\ \log 0.702 &= -0.1537 \end{aligned}$$

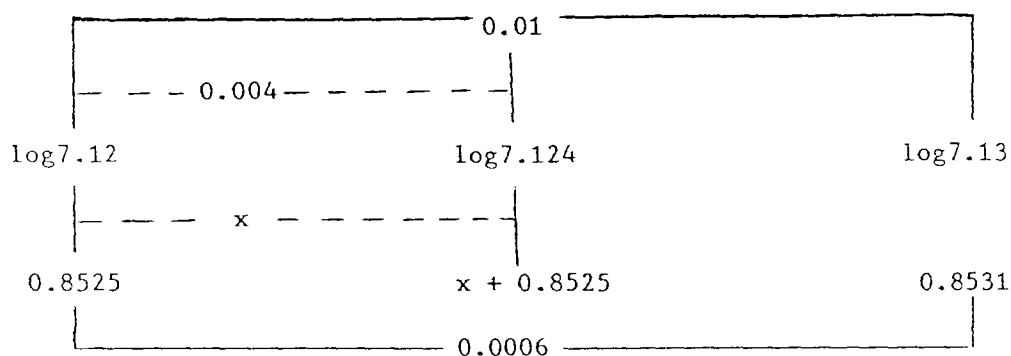
$$\text{แคแรกเทอริสติกของ} \log 0.702 = -1$$

$$\text{แมนทิสซาของ} \log 0.702 = .8463$$

เฉลยแบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 4

ขคที่ 1

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 7,124 &= 7.124 \times 10^3 \\ \log 7,124 &= \log 7.124 + \log 10^3 \\ &= \log 7.124 + 3 \end{aligned}$$



$$\text{จำนวนจริงเพิ่มขึ้น } 0.01 \quad \text{ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น} = 0.0006$$

$$\text{จำนวนจริงเพิ่มขึ้น } 0.008 \quad \text{ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น} = \frac{0.0006 \times 0.008}{0.01}$$

$$\text{ค่าลอการิทึมเพิ่มขึ้น} = 0.00048$$

$$\text{ดังนั้น } \log 7.124 \quad \text{เท่ากับ} \quad 0.8525 + 0.00048$$

$$\text{เท่ากับ} \quad 0.85298$$

$$\log 7,124 = \log 7.124 + 3$$

$$= 0.85298 + 3$$

$$\log 7,124 = 3.85298$$

$$\text{แฉกรัศมีของ } \log 7,124 = 3$$

$$\text{แมนทิสซาของ } \log 7,124 = .85298$$

ชุดที่ 2

$$\text{วิธีทำ} \quad 0.2175 = 2.175 \times 10^{-10}$$

$$\log 0.2175 = \log 2.175 + \log 10^{-10}$$

$$= \log 2.175 + (-1)$$

เฉลยแบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 7

ข้อที่ 1

$$\begin{aligned}
 S &= P(1 + i)^n \\
 S &= 10000(1 + .01)^{10} \\
 \log S &= 4 + 10\log 1.01 \\
 &= 4 + 10 \times 0.0043 \\
 &= 4 + 0.043 \\
 \log S &= \log 10^4 \times 1.1046 \\
 S &= 11,046 \\
 \text{ดอกเบี้ยทบต้น} &= 11,046 - 10,000 \\
 \text{ดอกเบี้ยทบต้น} &= 1,046 \quad \text{บาท}
 \end{aligned}$$

ข้อที่ 2

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad 40,000 &= 20,000(1 + .04)^n \\
 \log 2 &= n\log 1.04 \\
 \frac{0.3010}{0.0170} &= n \\
 \text{ระยะเวลา} &= 17.705882 \times \frac{4}{12} = 5.9 \text{ ปี}
 \end{aligned}$$

เฉลยแบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 8

1. 3

2. 3

3. 4

เฉลยแบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 9

ข้อที่ 1

วิธีทำ

$$N = \left(\frac{0.218 \times 3.17 \times 8}{0.0073 \times 87} \right)^{3/4}$$

$$\ln N = \frac{3}{4} \ln 8.7049$$

$$= \frac{3}{4} \times 2.163884$$

$$\ln N = 1.62291$$

$$\ln N = \ln 5.0778172$$

$$N = 5.078$$

ข้อที่ 2

วิธีทำ

$$N = \sqrt{\frac{5.398}{0.0179}}$$

$$\ln N = \frac{1}{2} (\ln 5.398 - \ln 0.0179)$$

$$= \frac{1}{2} [1.684735 - (\ln 1.79 - \ln 100)]$$

$$= \frac{1}{2} (1.684735 - 0.58222 + 4.60517)$$

$$\ln N = 2.8538425$$

$$\ln N = \ln 17.36$$

$$N = 17.36$$

เฉลยแบบทดสอบย่อยหน่วยที่ 10

ข้อที่ 1

$$1. \quad x = \frac{105}{5} = 21$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \frac{2 \times 150,000}{150,000} &= e^{5r} \\
 \ln 2 &= 5r \ln e \\
 r &= \frac{0.69315 \times 100}{5} \\
 \text{อัตราดอกเบี้ย} &= 13.86 \%
 \end{aligned}$$

บทที่ 2

$$\begin{aligned}
 1. \quad \text{วิธีทำ} \quad x &= 3x - 1 \\
 2x &= 1 \\
 x &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \text{วิธีทำ} \quad \frac{300,000}{100,000} &= e^{10r} \\
 \ln 3 &= 10r \ln e \\
 r &= \frac{1.09861 \times 100}{10} \\
 r &= 10.986 \% \\
 \text{อัตราดอกเบี้ย} &= 10.986 \%
 \end{aligned}$$

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ	นางสาวสุนันท์ แสงงามมงคล
เกิดวันที่	3 เดือนเมษายน พุทธศักราช 2499
สถานที่เกิด	เขตพระนคร จังหวัดกรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	9 ซอยศูนย์วิจัย 14 ถนนเพชรบุรีตัดใหม่ แขวงบางกะปิ เขตห้วยขวาง กรุงเทพมหานคร 10320
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ.2518	มัธยมศึกษาปีที่ 6 จากโรงเรียนเขมะสิริอนุสสรณ์
พ.ศ.2522	ศึกษาศาสตร์บัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์ - เคมี) จากมหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น
พ.ศ.2541	การศึกษามหาบัณฑิต (วิชาเอกคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุด
การเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันของนักศึกษา
ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1

บทคัดย่อ
ของ
สุนันท์ แสงงามมงคล

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2541

การศึกษานี้มีจุดประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ลอการิทึม ของนักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับการเรียนโดยวิธีสอนปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปีที่ 1 ของโรงเรียนกรุงเทพ การบัญชีวิทยาลัย เขตราชเทวี จังหวัดกรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2540 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน ซึ่งแบ่งออกเป็น 13 กลุ่มย่อย เพื่อทำกิจกรรม การเรียนรู้ร่วม และกลุ่มควบคุม 1 ห้องเรียน แต่ละกลุ่มมีจำนวน 43 คน ผู้วิจัยสอนกลุ่มทดลอง โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วม ส่วนอาจารย์ประจำวิชาสอนกลุ่มควบคุม โดยใช้บทเรียนตามหลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2536) ในแต่ละกลุ่มใช้เวลาการสอน 14 คาบ คาบละ 45 นาที เมื่อสิ้นสุดการ ทดลองทดสอบนักศึกษาทั้งสองกลุ่มโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องลอการิทึม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ผลการวิเคราะห์ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียน การสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมสูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ ระดับ 0.01

**A STUDY OF THE COMBINED EFFECTS OF COOPERATIVE LEARNING
AND INSTRUCTIONAL PACKAGE ON THE LEARNING OF LOGARITHM
OF THE FIRST-YEAR STUDENTS AT THE HIGHER VOCATIONAL
LEVEL**

AN ABSTRACT

BY

SUNUN SAENGNGAMMONGKHOL

**Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Education degree in Mathematics
at Srinakharinwirot University**

November 1998

Recent studies in mathematics education have revealed that most of Thai students at the higher vocational level have difficulty in the learning of logarithm. The present study attempted to propose a cooperative learning strategy combined with an instructional package as an alternative to the conventional method of teaching.

The subjects in this study consisted of the first year students of the higher vocational level at a commercial school in Bangkok. They were randomly divided into two groups : the experimental group and the control group. Each group, consisting of forty - three students, equally spent fourteen periods of study, each lasting 45 minutes. The former studied the materials as explained in the cooperative learning and instructional package designed by the researcher. The latter was taught by a teacher who used the same curriculum under the traditional method of teaching.

An achievement test in logarithm was administered to both groups at the end of the experiment.

A Z - test was employed at the 0.01 level. The results indicated that the students who learned via the cooperative learning and instructional package performed significantly better than students in the control group.