

การสร้างบทเรียนเสริม เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ

สารนิพนธ์
ของ
นายโชคชัย สิริหาญอุดม

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา

ตุลาคม 2548

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

341 ๑๕๕๖

๘๘๓๗

๖๖

การสร้างบทเรียนเสริม เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ

บทคัดย่อ

ของ

นายโชคชัย สิริหาญอุดม

-3 ก.พ. 2549

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา

ตุลาคม 2548

๒ ๒๘๒๘๙๙

โชคชัย สิริหาญอุดม (2548) การสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับ
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ สารนิพนธ์ กศม
(การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร สมชาย ชูชาติ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างบทเรียนเสริมเรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1
ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพฯ ที่มีผลการเรียนเฉลี่ยในวิชา
คณิตศาสตร์ ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป จำนวน 30 คน การทดสอบสมมติฐาน โดยใช้ t-test one
group

ผลการศึกษาพบว่า

นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์สามารถสอบผ่านเกณฑ์
ร้อยละ 70 และมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.1

A CONSTRUCTION OF SUPPLEMENTARY LESSON ON AREA OF SECTOR FOR
LOWER SECONDARY GIFTED STUDENTS

AN ABSTRACT
BY
MR CHOKCHAI SIRIHANUDOM

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Master of Education Degree in Secondary Education
at Srinakharinwirot University
October 2005

Chokchai Sirihanudom (2005) *Construction of supplementary lesson on Area of Sector for Lower Secondary Gifted Students* Master's Project M Ed (Secondary Education) Bangkok Graduate School, Srinakharinwirot University Project Advisor Assoc Prof Dr Somchai Chuchat

The purposes of this study were to construct a supplementary lesson on Area of Sector of Lower Secondary Gifted Students

The subjects of this study were thirty mathayaomsuksa III students of Assumption College, Bangrak, Bangkok in the first semester of 2005, who obtained a score of at least 3.50 t-test for one group was used to test hypothesis

The results of this study revealed that average score of students who had talented in Mathematics had pass the criteria of 70% of the total score The statistical test was analyzed at .01 level of significance

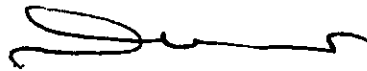
อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตรและคณะกรรมการ
สอบได้พิจารณาสารนิพนธ์เรื่องการสร้างบทเรียนเสริมเรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับ
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ ของ โชคชัย สิริหาญอุดม ฉบับนี้
แล้วเห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการ
มัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์



(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

ประธานคณะกรรมการบริหารหลักสูตร



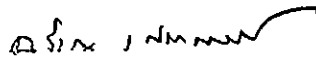
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

คณะกรรมการ



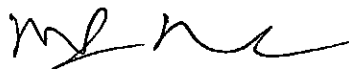
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

ประธาน



(รองศาสตราจารย์ ดร. จีวรรณ เสวตมาลย์)

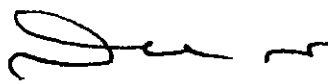
กรรมการสอบสารนิพนธ์



(รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ)

กรรมการสอบสารนิพนธ์

อนุมัติให้รับสารนิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ



(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

วันที่ 13 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2548

ประกาศคุณูปการ

สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและการให้คำปรึกษาและแนวทางในการศึกษาเป็นอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ อาจารย์ที่ปรึกษาสารนิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. ณวีวรรณ เศรษฐมัลย์ รองศาสตราจารย์ ดร. ชาญวิทย์ เทียมบุญประเสริฐ กรรมการสอบสารนิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ประสาธ สະอำนวงค์ รองอธิบดีกรมวิชาการ รองศาสตราจารย์ ดร. ณวีวรรณ เศรษฐมัลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีสัจจกุล อาจารย์ วิไลวรรณ อำไพพัทธ์ และอาจารย์ ลออ เพิ่มสมบัติ ที่กรุณาให้คำแนะนำและตรวจแก้ไข ข้อบกพร่องของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอขอบคุณ มาสเตอร์อนันต์ โพธิกุล หัวหน้าฝ่ายวิชาการ มีส สุภาวดี คำนาคี โรงเรียนอัสสัมชัญ และชอบใจนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอัสสัมชัญ ที่ได้อำนวยความสะดวกและให้ความร่วมมือในการหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ รวมทั้งดำเนินการทดลอง ในการวิจัยครั้งนี้ สำเร็จลุล่วงได้ดี

ขอขอบคุณเพื่อนๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ทุกคนที่คอยช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจให้แก่ผู้วิจัยตลอดมา ขอขอบคุณ นางกานดา สิริหาญอุดม บุตร และธิดา ทุกคนที่ให้การสนับสนุนช่วยเหลือ คอยให้กำลังใจแก่ผู้วิจัย ด้วยความรัก และความห่วงใยตลอดมา ทำให้สารนิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ดี

คุณค่าและประโยชน์ของสารนิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา มารดา และครู อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาท ความรู้ที่ปวงแก่ผู้วิจัย

ไพรัช สิริหาญอุดม

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
จุดมุ่งหมายของการวิจัย	3
ความสำคัญของการวิจัย	3
ขอบเขตของการวิจัย	4
นิยามศัพท์เฉพาะ	4
สมมติฐานการวิจัย	5
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	6
เอกสารที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ	6
ความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ	6
ทฤษฎีเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ	9
ลักษณะนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์	10
ความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์	14
การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ	15
การคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษ	15
การจัดหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ	19
บทบาทของผู้บริหารสถานศึกษา	22
การคัดเลือกและพัฒนาครูผู้สอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ	23
งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ	27
งานวิจัยต่างประเทศ	27
งานวิจัยในประเทศ	28
เอกสารเกี่ยวกับบทเรียน	29
3 วิธีดำเนินการวิจัย	31
กลุ่มตัวอย่าง	31
เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย	31
เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย	32

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3(ต่อ) การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ	32
วิธีดำเนินการทดลอง	33
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	34
4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	36
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	36
การวิเคราะห์ข้อมูล	36
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	36
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	38
ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า	38
สรุปผลการศึกษาค้นคว้า	39
อภิปรายผล	40
บรรณานุกรม	44
ภาคผนวก	49
ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ	50
ภาคผนวก ข ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า	52
ภาคผนวก ค ผลการตรวจสอบบทเรียนคณิตศาสตร์	54
ภาคผนวก ง คู่มือบทเรียนคณิตศาสตร์	57
ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์	190

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แบบแผนการทดลอง	33
2 ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้าน คณิตศาสตร์หลังการได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่ สามเหลี่ยมฐานโค้งสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70	37
3 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่ สามเหลี่ยมฐานโค้ง สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มี ความสามารถพิเศษ ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน	53
4 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อหาค่าส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐาน	55

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในปัจจุบันการดำรงอยู่ของปัจเจกบุคคลและของประเทศ ในสภาวะที่โลกเชื่อมต่อกับเทคโนโลยีสารสนเทศ และคอมพิวเตอร์ ภายใต้กรอบขององค์การการค้าโลก ที่ส่งเสริมการค้าเสรี เช่นในปัจจุบันนี้ ได้ตอกย้ำให้เห็นถึงความจำเป็นในการพัฒนาคน และการสร้างผู้นำ ซึ่งเป็นการวางรากฐานของประเทศ ให้พร้อมที่จะเผชิญกับการเปลี่ยนแปลงและการท้าทายของทศวรรษใหม่ และพร้อมที่จะร่วมมือกับผู้อื่น ในการสร้างสรรค์สังคมโลก ให้เกิดความสงบสุขก้าวหน้า และยั่งยืน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในภาวะที่ประเทศไทย ประสบกับสภาพวิกฤตทางเศรษฐกิจ สังคม และสิ่งแวดล้อม เช่นในปัจจุบันนี้ ยิ่งชี้ให้เห็นความจำเป็นที่ประเทศไทยต้องเร่งพัฒนาคนที่มีความสามารถพิเศษ ให้เป็นผู้นำที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ผสมผสานแนวคิดหรือสิ่งที่แตกต่างเข้าด้วยกันเพื่อนำประเทศไทยไปสู่ความมั่นคงและมั่งคั่งและถาวรโดยคำนึงถึงความสำคัญของการพัฒนาคนและการสร้างผู้นำทางความคิดและศาสตร์สาขาต่างๆ พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้กำหนดหลักการและนโยบายไว้ว่า การจัดการศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษ ต้องจัดด้วยรูปแบบที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสามารถของบุคคลนั้น เพื่อเอื้อให้ผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษได้พัฒนาความถนัดและความสามารถของตนได้อย่างเต็มที่ โดยจัดหลักสูตรแต่ละระดับและประเภทการศึกษาให้มีเนื้อหาสาระทั้งส่วนที่เป็นพื้นฐานที่จำเป็นต่อการพัฒนาบุคคล และสังคม และส่วนที่เสริมสร้างศักยภาพตามความแตกต่างของบุคคล ซึ่งสอดคล้องกับแผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ ฉบับที่ 8 (พ.ศ. 2540 - 2541) ที่มุ่งเน้นการพัฒนาคน คุณภาพคน โดยเปิดโอกาสให้ผู้เรียน เลือกเรียนได้ตามความสนใจ ความถนัด และความสามารถจนบรรลุศักยภาพสูงสุดแต่ละบุคคล อย่างไรก็ตาม แผนการศึกษาแห่งชาติก็ไม่ได้กำหนดแนวทาง การจัดการศึกษาสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษที่เป็นรูปธรรมไว้อย่างเพียงพอ เนื่องจากเป็นเรื่องค่อนข้างใหม่สำหรับสังคมไทย ในแง่ของการดำเนินงานอย่างครบถ้วน และอย่างเป็นระบบ แม้ว่าจะมีงานเขียนและงานส่งเสริมเกี่ยวกับเด็กกลุ่มนี้มาบ้างแล้วก็ตามดังนั้นการจัดการเรียนการสอนที่เป็นอยู่ จึงมีแนวโน้มที่จะตอบสนองผู้เรียนโดยทั่วไป โดยไม่คำนึงถึงกลุ่มที่มีความสามารถพิเศษ ในด้านต่างๆ ซึ่งมีผลทำให้ผู้เรียนกลุ่มหนึ่งไม่มีโอกาสได้พัฒนาศักยภาพของตนเองอย่างเต็มที่ เกิดสภาวะคับข้องทางใจ และอาจมีพฤติกรรมเบี่ยงเบน เป็นผู้ก้าวร้าวต่อผู้ปกครอง ครู และเพื่อนร่วมชั้น และท้ายที่สุดอาจจะไม่สามารถประสบความสำเร็จในชีวิตได้ ทั้งๆ ที่มีศักยภาพสูงในการสร้างสรรคงานให้แก่สังคมโลก อุษณีย์ โพธิสุข (2536 : 78) กล่าวว่าเด็กที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงหรือมีความสามารถพิเศษต้องการความรักความเข้าใจเช่นเด็กปกติ แต่สิ่งที่พวกเขาต้องการมากกว่าเด็กในวัยเดียวกันคือ อยากจะเข้าร่วมกลุ่มกับพวกที่พูดเหมือนกัน คิดเหมือนกัน คุยกันรู้เรื่องมีความไว และระดับ

สติปัญญาเท่ากัน ซึ่งในความเป็นจริงสังคมในปัจจุบัน ยังไม่มีองค์การใดที่เอาใจใส่ เข้าใจปัญหาของเด็กเหล่านี้ประสบ ทำให้เด็กแสดงพฤติกรรมที่ผิดแผกออกไป เช่น ก้าวร้าว ปลีกตัวออกจากสังคม เป็นต้น แทนที่จะนำปัญญาและความสามารถของพวกเขามาพัฒนาเพื่อก่อให้เกิดประโยชน์กับประเทศชาติ

จากปัญหาดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันไม่สอดคล้องกันกับความต้องการของเด็กกลุ่มนี้ โดยเฉพาะหลักสูตรที่ใช้เป็นตัวกำหนดทิศทางการจัดการศึกษา ยังไม่ได้ให้ความสำคัญกับเด็กกลุ่มนี้เท่าที่ควร ทำให้เด็กกลุ่มนี้ สูญเสียศักยภาพที่มีอยู่ในตัวเองไป ดังนั้น เพื่อเป็นการช่วยเหลือเด็กกลุ่มนี้จึงควรสนับสนุนและส่งเสริมโดยการจัดโปรแกรมการศึกษาเฉพาะกลุ่ม หรือสร้างแบบเรียนเสริม ในเรื่องบางเรื่องที่สำคัญที่คิดว่าจะมีความสำคัญและเป็นประโยชน์ สำหรับนักเรียนที่ได้ชื่อว่ามีความสามารถพิเศษเหล่านี้

จากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งเป็นหลักสูตรแกนกลางของประเทศ มีมาตรฐานการเรียนรู้ เป็นข้อกำหนดคุณภาพของผู้เรียน ทั้งด้านความรู้ ทักษะ กระบวนการ คุณธรรม จริยธรรมและค่านิยม และมีสาระการเรียนรู้เป็นตัวกำหนดองค์ความรู้ที่เป็นเนื้อหาสาระ ครอบคลุมการศึกษาขั้นพื้นฐานทั้ง 12 ปี ในส่วนของคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) ผู้เรียนควรจะมี ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง เข้าใจในเรื่องอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลัง ที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สอง และรากที่สามของจำนวนจริง นำความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ สามารถอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพสองมิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการหาพื้นที่และปริมาตร และเลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการ ความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัส และบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านี้ ไปใช้ในการให้เหตุผล และแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเบื้องต้น เกี่ยวกับการแปลง (transformation) ทางเรขาคณิต ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้ สามารถวิเคราะห์แบบรูปสถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการ อสมการ กราฟ หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ในการแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับค่ากลางของข้อมูล ในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมและเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถาม กำหนดวิธีการศึกษา และเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสมได้ สามารถนำเสนอข้อมูลรวมทั้งการอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูล จากการนำเสนอข้อมูลต่างๆ สามารถใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ ตลอดจน เข้าใจถึงความคลาดเคลื่อนที่ อาจเกิดขึ้นได้จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ และประกอบการตัดสินใจ ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการประมาณค่าและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย และใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม สามารถให้เหตุผล สื่อสาร สื่อความหมายทาง

คณิตศาสตร์ และนำเสนอ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ

จากคุณภาพของผู้เรียนเมื่อจบช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3) ของหลักสูตรใหม่ เมื่อเปรียบเทียบกับหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) เนื้อหาสาระที่จัดให้นักเรียนได้ศึกษานั้น ส่วนใหญ่จะเหมือนเดิมเพียงแต่เปิดโอกาสให้สถานศึกษาแต่ละแห่งเขียนหลักสูตรขึ้นมาเอง และมีเนื้อหาบางเรื่องในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ถูกตัดออกไป เช่น วงกลม ทรีโกโนเมตรี สำหรับหลักสูตรใหม่ พุทธศักราช 2544 ได้พยายามปรับปรุงด้านเนื้อหาให้เป็นประโยชน์และเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป เช่น เรื่อง พื้นที่ผิวและปริมาตร ของพีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม ในส่วนที่เป็นพื้นที่ผิวจัดว่าเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญ จากการศึกษาข้อสอบของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นพบว่าข้อสอบของสมาคมคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2532 ถึงปี พ.ศ. 2544 ได้ออกข้อสอบเกี่ยวกับเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของเรื่องพื้นที่ผิว เกือบทุกปี เมื่อศึกษาจากหลักสูตรใหม่ พุทธศักราช 2544 และหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) พบว่ายังขาดเนื้อหาส่วนนี้ และไม่ได้มีการนำเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งมาสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ทั้ง ๆ ที่เป็นเรื่องที่น่าสนใจและมีประโยชน์ เพราะทำให้ผู้เรียนเข้าใจการหาพื้นที่ในกรณีพื้นฐานของรูปสามเหลี่ยมเป็นสวนโค้งได้ดียิ่งขึ้น

จากความสำคัญและเหตุผลดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยต้องการสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เพื่อส่งเสริมศักยภาพนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีความสามารถพิเศษ

ความสำคัญของการวิจัย

ทำให้ได้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เพื่อใช้ในการส่งเสริมศักยภาพนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ และเป็นแนวทางในการจัดทำบทเรียนเสริมในเรื่องอื่นๆ ต่อไป

ขอบเขตของการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 30 คน ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง โดยพิจารณาคัดเลือกจากผลการเรียนเฉลี่ย ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป

เนื้อหาที่ศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่นำมาใช้ในการทดลอง เป็นบทเรียนเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงและจัดทำขึ้นซึ่งประกอบไปด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- 1 ส่วนประกอบของวงกลม ความหมายของพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
- 2 การหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
- 3 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา
 - 3.1 โดยการแยกรูปออกเป็นสามเหลี่ยมฐานโค้ง
 - 3.2 โดยการลากเส้นเพิ่มเติม
 - 3.3 โดยการลบรูป
 - 3.4 โดยการเปลี่ยนรูป
 - 3.5 โดยการคิดเพียงบางส่วน

- 4 การประยุกต์นำไปใช้

ระยะเวลาที่ศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษา ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 ใช้เวลาทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษา คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

นิยามศัพท์เฉพาะ

- 1 นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ หมายถึงนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีผลการเรียนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป
- 2 บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง หมายถึงบทเรียนเสริมที่ผู้วิจัยเรียบเรียงและจัดทำขึ้น เพื่อใช้สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ โดยบทเรียนที่จัดทำขึ้นประกอบด้วย
 - 2.1 กิจกรรมที่ให้นักเรียนทำในแต่ละคาบ
 - 2.2 เนื้อหาที่ใช้สอนเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งซึ่งได้จัดลำดับเป็นขั้นตอนใช้ภาษาที่อ่านแล้วเข้าใจง่าย

2.3 แบบฝึกหัดให้นักเรียนทบทวนเนื้อหาที่เรียน

3 ผู้เชี่ยวชาญ หมายถึง ผู้ที่มีประสบการณ์ในสาขาคณิตศาสตร์ และเคยปฏิบัติงานทางด้านการสอนคณิตศาสตร์ ระดับมหาวิทยาลัย หรือระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น หรือระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ไม่น้อยกว่า 15 ปี

4 เกณฑ์ร้อยละ 70 หมายถึง เกณฑ์ผ่านที่กำหนดให้นักเรียนต้องทำแบบทดสอบได้คิดเป็นร้อยละของจำนวนคำตอบที่นักเรียนแต่ละคนตอบถูกต้องจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

- 1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
 - 1 1 ความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
 - 1 2 ทฤษฎีเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
 - 1 3 ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์
 - 1 4 ความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์
- 2 การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
 - 2 1 การจัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษ
 - 2 2 การจัดหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ
 - 2 3 บทบาทของผู้บริหารสถานศึกษา
 - 2 4 การคัดเลือกและพัฒนาครูผู้สอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ
- 3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ
- 4 เอกสารเกี่ยวกับบทเรียน

1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

1 1 ความหมายของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

คำว่า “เด็กที่มีความสามารถพิเศษ” ได้มีนักการศึกษาของประเทศต่างๆ เรียกชื่อแตกต่างกันหลายคำ อาทิ เด็กเก่ง เด็กฉลาด เด็กที่มีสติปัญญาสูง เด็กที่มีพรสวรรค์ เด็กอัจฉริยะ เด็กที่มีความคิดสร้างสรรค์ เด็กปัญญาเลิศ หรือเด็กที่มีความสามารถสูง เป็นต้น

อับบราฮัม (ลิลิตา เหล่าพานิช 2538 4 , อ้างอิงจาก Abraham 1958 24 – 27) ได้ให้คำจำกัดความของเด็ก “Gifted” หมายถึง เด็กที่มีความสามารถสูง สามารถเรียนจบได้เร็วกว่าหลักสูตรที่ถูกกำหนดให้ มีความคิดสร้างสรรค์ การใช้เหตุผล มีความสนใจกว้างขวาง ผลงานมีคุณภาพ มีความสามารถด้านศิลปะ มีระดับสติปัญญาสูง มีผลการเรียนดีเด่น มีอายุสมองสูงกว่าอายุตัว เมื่อเทียบกับเด็กทั่วไป

เดอฮาน และ แฮฟวิกเกอร์ส (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ 2536 6 , อ้างอิงจาก De Haan, & Havighurst 1957 52 – 53) ได้ให้คำจำกัดความของเด็กที่มีความสามารถสูง หมายถึง เด็กที่มีความสามารถสูงหลายด้าน เช่น ความสามารถทั่วไปเกี่ยวกับสติปัญญาเลิศ ได้แก่ การให้เหตุผล การพูด มิติสัมพันธ์ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ ความสามารถทางด้านวิทยาศาสตร์ ได้แก่ เครื่องกล ความเป็นผู้นำ มนุษยสัมพันธ์ ความสามารถด้านศิลปะการดนตรี การประพันธ์และการละคร

ฟลิเกอร์และบิช (ดวงเดือน อ่อนน่วม 2529 : 8 , อ้างอิงจาก Fliegler, & Bish 1959 : 7) ได้ให้ความหมายคำว่า Gifted children หมายถึง ผู้ที่มีระดับสติปัญญาสูง และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง มีประมาณร้อยละ 15 – 20 ของกลุ่มประชากร ในโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเด่นชัด ในวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ ศิลปะ การประพันธ์และการละคร

เทอร์แมน (ลลิตา เหล่าพานิช 2538 : 9 , อ้างอิงจาก Terman 1959 : 12) ได้ให้ความหมายของเด็กปัญญาเลิศ หมายถึง เด็กที่มีระดับสติปัญญาตั้งแต่ 140 ขึ้นไป ความเป็นปัญญาเลิศมีส่วนสัมพันธ์ โดยตรงกับสติปัญญาโดยระดับสติปัญญานี้ วัดได้จากผลของแบบทดสอบสติปัญญาของสแตนฟอร์ด บิเนต (Stanford-Binet Intelligence Scale)

สเตอร์นเบิร์ก (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ 2541 : 16 , อ้างอิงจาก Sternberg 1996) กล่าวถึงเด็กที่มีความสามารถพิเศษ มีลักษณะ 3 ลักษณะ ได้แก่ 1) นักวิเคราะห์ (Analysis) 2) นักสังเคราะห์ (Synthesis) และ 3) นักปฏิบัติ (Practical)

เรนซูลี (สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ 2541 : 16 , อ้างอิงจาก Renzulli 1997) กล่าวว่าเด็กที่มีความสามารถพิเศษ มี 3 ประการ ได้แก่ 1) มีความสามารถด้านภูมิปัญญาสูงกว่าเด็กปกติ 2) มีความมุ่งมั่นในความสำเร็จ และ 3) มีความคิดสร้างสรรค์

มาร์แลนด์ (อุษณีย์ โพธิสุข 2535 : 34 , อ้างอิงจาก Marland's 1972) ได้ให้ความหมายไว้ว่า เด็กปัญญาเลิศและเด็กที่มีความสามารถพิเศษ คือ เด็กที่มีความสามารถด้านใดด้านหนึ่ง หรือมีความสามารถมากกว่าหนึ่งด้านดังต่อไปนี้

- 1 ภูมิปัญญาทั่วไป
- 2 มีความสามารถทางการเรียนสาขาใดสาขาหนึ่ง
- 3 มีความคิดสร้างสรรค์สูง
- 4 มีความสามารถในการเป็นผู้นำ
- 5 มีความสามารถทางศิลปะหรือดนตรี
- 6 มีความสามารถในการใช้กล้ามเนื้อ และประสาทสัมผัสความสามารถเชิง

ทักษะกลไก

โอกิลวี (Ogilvie 1973 : 71) เด็กปัญญาเลิศ หมายถึง เด็กที่มีความเก่งเรื่องทั่ว ๆ ไป หรือเฉพาะด้านในการปฏิบัติงานในสาขาใดสาขาหนึ่ง ในกรณีที่เรายอมรับข้อทดสอบชนิดใดชนิดหนึ่ง เช่น ข้อทดสอบไอคิว เราก็มักจะเอาผลการทดสอบชนิดนี้มาเป็นเครื่องกำหนด “ลักษณะของเด็กปัญญาเลิศ” และถ้าหากเราไม่มีแบบทดสอบ ดังกล่าว ก็อาจกล่าวได้เลยว่า เราจะต้องตัดสินโดยอาศัยความเห็นของผู้เชี่ยวชาญต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และความคิดจินตนาการ

เรโนลด์ส (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ 2536 18 , อ้างอิงจาก Reynolds 1977) ให้คำจำกัดความของคำว่า “Gifted and talented child” หมายถึง เด็กที่มีระดับสติปัญญาสูงสุด 10 % ของเด็กทั้งหมดที่ได้ผ่านการทดสอบสติปัญญา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนการทดสอบอื่นๆ โดยมีผลอยู่ในเกณฑ์ที่สูงกว่าเด็กปกติทั่วไป อาจมีความสามารถด้านอื่นๆ ด้วย เช่น การสร้างสรรค์ การสื่อสาร ความเป็นผู้นำการตัดสินใจ การคาดการณ์ล่วงหน้า และการวางแผน

คำว่า “Genius เด็กอัจฉริยะ” กล่าวใน The New Encyclopedia Britannica (1985 181) หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาสูง มีระดับสติปัญญา (IQ) 140 มีความสามารถในการสร้างสรรค์ มีผลสำเร็จสูงสุดรวดเร็วกว่าบุคคลปกติธรรมดา

แผนการศึกษาแห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (1972 และฉบับปรับปรุงใหม่ 1993 อ้างอิงจาก สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ 2536 ข 14 – 15) ได้ให้ความหมายของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ คือ เด็กที่แสดงออกถึงความสามารถอันโดดเด่น หรือแสดงศักยภาพที่จะพัฒนาให้โดดเด่นเป็นที่ประจักษ์ได้ เมื่อเปรียบเทียบกับเด็กที่มีสภาพแวดล้อมหรือประสบการณ์ที่คล้ายคลึงกัน หรืออายุพอๆ กัน ความสามารถพิเศษเหนือคนอื่น อาจมีด้านเดียว อันได้แก่ ความสามารถทางด้านสติปัญญาทั่วไป (Intellectual Ability) ความสามารถด้านวิชาการสาขาใดสาขาหนึ่ง (Specific Academic Ability) ความสามารถทางด้านความคิดสร้างสรรค์ (Creative Thinking Ability) ความสามารถด้านความเป็นผู้นำ (Leadership Ability) และความสามารถด้านศิลปะดนตรี (Visual /Performing Art & Music)

ดุษฎี บริพัตร ณ อยุธยา (2531 24) ให้ความหมายเด็กปัญญาเลิศ หมายถึง เด็กที่มีความสามารถเหนือเกณฑ์เฉลี่ย ซึ่งผู้เชี่ยวชาญในวงการที่เกี่ยวข้องได้รับรองแล้วว่าเป็นเด็กที่มีความสามารถยอดเยี่ยม เป็นผู้ที่ต้องการแผนการศึกษาพิเศษ และบริการที่นอกเหนือไปจากเด็กปกติสามัญ

ศรียา นิยมธรรม (ม ป ป 61) ให้ความหมาย เด็กปัญญาเลิศ หมายถึง เด็กที่มีความสามารถทางสติปัญญาและความถนัดเฉพาะทางอยู่ในระดับสูงกว่าเด็กอื่นในวัยเดียวกัน คำที่ใช้ในความหมายนี้มีอยู่หลายคำ เช่น เด็กปัญญาเลิศ เด็กอัจฉริยะ เด็กมีพรสวรรค์ เป็นต้น

กรมวิชาการ (2521 7) ได้ให้ความหมายของคำว่า Talented หมายถึง เด็กที่มีความสามารถพิเศษ หมายถึง วุฒิความสามารถพิเศษ หรือความถนัดตามธรรมชาติที่พัฒนาขึ้นจากการฝึกฝน ได้แก่ ความสามารถทางดนตรี ศิลปะ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2541 2) ได้ให้ความหมายของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ หมายถึง เด็ก และเยาวชนที่แสดงออกซึ่งความสามารถ อันโดดเด่นในด้านสติปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ การใช้ระบบการเป็นผู้นำ การสร้างงานทางทัศนศิลป์ และศิลปะการแสดง ความสามารถด้านดนตรี ความสามารถทางกีฬา และความสามารถทางวิชาการในสาขาใดสาขาหนึ่ง หรือหลายสาขา พฤติกรรมดังกล่าวแสดงให้เห็นถึงศักยภาพที่จะพัฒนา

ความสามารถได้อย่างเป็นที่ประจักษ์ เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับเด็กและเยาวชนที่มีอายุระดับเดียวกัน สภาพแวดล้อม หรือประสบการณ์ระดับเดียวกัน

จากความหมายต่างๆ ของนักการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น คำว่า เด็กเก่ง เด็กฉลาด เด็กอัจฉริยะ เด็กที่มีสติปัญญาสูง เด็กที่มีพรสวรรค์ เด็กที่มีความคิดสร้างสรรค์ เด็กปัญญาเลิศ เด็กที่มีความสามารถสูง สรุปได้ในความหมายเดียวกัน คือ คำว่า “เด็กที่มีความสามารถพิเศษ” หมายถึง เด็กและเยาวชนที่มีความรู้ความสามารถสูง มีความคิดสร้างสรรค์ทั้งทางด้านสติปัญญา ด้านวิชาการ หรือความสามารถทางด้านร่างกาย ทั้งเฉพาะด้านหรือหลายด้าน เป็นพฤติกรรมที่แสดงให้เห็นถึงศักยภาพเด่นชัดเมื่อเปรียบเทียบกับเด็กและเยาวชนที่มีอายุประสบการณ์และสิ่งแวดล้อมเดียวกัน

1 2 ทฤษฎีเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2529 : 32 – 46) ได้กล่าวถึงทฤษฎี / หลักการที่เกี่ยวกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษที่เกี่ยวข้องกับสติปัญญา และความคิดสร้างสรรค์ ดังนี้

1 ทฤษฎี/หลักการที่เกี่ยวข้องกับสติปัญญา ได้แก่

1 1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget)

1 2 ทฤษฎีขั้นตอนการพัฒนาความสามารถของบลูม (Bloom)

1 1 ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget)

เพียเจต์ (Piaget) ได้เสนอแนวคิดในการพัฒนาสติปัญญาว่ามี 4 ขั้น ซึ่งเด็กทุกคนจะต้องพัฒนาสติปัญญาไปตามลำดับขั้นทั้ง 4 แต่อาจมีความแตกต่างกัน แสดงถึงระดับของสมรรถภาพทางสมองที่แตกต่างกัน โดยสามารถนำแนวคิดนี้มาอธิบายเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ได้ว่า เด็กที่มีความสามารถพิเศษ จะใช้ระดับสมองสูงกว่าวัย ซึ่งแสดงถึงแนวของความสามารถพิเศษ ซึ่งลำดับขั้นของการพัฒนาสติปัญญา 4 ขั้น ได้แก่

ขั้นประสาทสัมผัส (Sensorymotor Stage)

1) ขั้นก่อนปฏิบัติการ (Preoperational Stage)

2) ขั้นปฏิบัติการรูปธรรม (Concrete-operational Stage)

3) ขั้นปฏิบัติการนามธรรม (Formal-operational Stage)

1 2 ทฤษฎี ขั้นตอนการพัฒนาความสามารถของบลูม (Bloom)

คราธวอล (Krathwohl) และคนอื่นๆ ได้เสนอขั้นตอนการพัฒนาความสามารถในด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Domain) และด้านความรู้สึก (Affective Domain) และได้จัดลำดับของพฤติกรรมจากต่ำไปหาสูง ดังนี้

1 2 1 ด้านความรู้ความคิด (Cognitive Domain) พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด เรียงจากต่ำไปหาสูง ดังนี้

1) ความรู้ความจำ (Knowledge) ตัวอย่างคำกริยาที่บ่งบอกพฤติกรรม เช่น บอก แสดง รวบรวม ชี้บ่ง ระบุ

2) ความเข้าใจ (Comprehension) ตัวอย่างคำกริยาที่บ่งบอกพฤติกรรม เช่น แปลความหมาย ทำนาย อธิบาย บรรยาย สรุป สาธิต

3) การนำไปใช้ (Application) ตัวอย่างคำกริยาที่บ่งบอกพฤติกรรม เช่น แก้ปัญหา ทดลอง

4) การวิเคราะห์ (Analysis) ตัวอย่างคำกริยาที่บ่งบอกพฤติกรรมเช่น เปรียบเทียบ จัดประเภท จัดกลุ่ม

5) การสังเคราะห์ (Synthesis) ตัวอย่างคำกริยาที่บ่งบอกพฤติกรรม เช่น ออกแบบ เรียบเรียง การสร้าง

6) การประเมินค่า (Evaluation) ตัวอย่างคำกริยาที่บ่งบอกพฤติกรรม เช่น ดีความ ตัดสิน วิจารณ์

เมื่อใช้พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิด เป็นหลักในการพิจารณาเด็กเก่ง จะพบว่า เด็กเก่ง มีความสามารถในการทำพฤติกรรมระดับสูงได้มากกว่าเด็กทั่วไปได้ ทั้งนี้ เพราะเด็ก เก่งใช้เวลาน้อย ที่พฤติกรรมระดับต่ำ จึงมีเวลามาก สำหรับทำพฤติกรรมระดับสูง ซึ่งตรงข้าม กับเด็กทั่วไปที่ใช้เวลามากกับพฤติกรรมระดับต่ำ จึงมีเวลาเหลือน้อย สำหรับทำพฤติกรรม ระดับสูง

จากแนวคิดทฤษฎีขั้นตอนการพัฒนามูล (Bloom) และคราธวอล (Krathwohl) พบว่าพัฒนาการของเด็กทั่วไปมีลักษณะตรงกันข้ามกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ โดยเด็ก ทั่วไป จะใช้ความสามารถในการกระทำพฤติกรรมระดับต่ำ สูง คือ ต้องใช้เวลามาก ในขณะที่ เด็กที่มีความสามารถพิเศษจะใช้ความสามารถในการกระทำพฤติกรรมระดับต่ำน้อย เช่น ความรู้ ความจำ การเก็บรวบรวมข้อมูล ความเข้าใจ การยืนยันตามลำดับ โดยเด็กที่มี ความสามารถพิเศษจะสามารถประเมินค่า และทำนายสถานการณ์ได้กว้างไกลมากกว่าเด็ก ทั่วไป

1.3 ลักษณะนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์

จากความหมายของเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการ ศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของเด็กเหล่านี้ว่า มีลักษณะใดที่บ่งบอกถึงลักษณะพิเศษที่สามารถ สังเกตได้ โดยมีผู้ให้ลักษณะของเด็กเหล่านี้คือ

ริดจ์ และ เรนซูลี (นิตติยา ปภาพจน์ 2540 14 – 15 , อ้างอิงจาก Ridge, & Renzulli 1981 208 – 209) กล่าวว่า เด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์มีลักษณะ ดังนี้

- 1 มีความสามารถโดดเด่นมากทางคณิตศาสตร์
- 2 มีความมานะมุ่งมั่นต่องานทางคณิตศาสตร์มาก
- 3 มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์เหนือกว่าปกติ

การ์เดนอร์ (อาร์ สันหนวี และ อุษณีย์ โพธิสุข ม ป ป 96 – 97 , อ้างอิงจาก Gardner 1989 1 – 9) ได้อธิบายถึงผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ จะมีลักษณะดังนี้

- 1 สามารถจับความสำคัญของปัญหาได้ดี และโยงกับเรื่องอื่นได้
- 2 สามารถสรุปความคิดรวบยอดของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้เร็ว
- 3 ในการโต้เถียงทางตรรกวิทยา สามารถคิดข้ามขั้นตอนกลางได้
- 4 พยายามหาคำตอบที่แนบเนียน กระตือรือร้น
- 5 เปลี่ยนแนวความคิดได้ ในกรณีที่ยจำเป็น

นอกจากนี้ ยังมีลักษณะพฤติกรรม การกระทำของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์มักแสดงออกคือ

1 มีความมุ่งมั่น ในการที่จะหาคำตอบที่ง่ายและดีที่สุด เด็กที่เก่งคณิตศาสตร์ มักจะทำงานคณิตศาสตร์โดยไม่เหน็ดเหนื่อย

2 มีความมั่นใจในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ หรือโจทย์ใหม่ ๆ และจะมีความคิดริเริ่ม

ในการแก้ปัญหา นักเรียนมักจะพูดว่า “รู้แล้วจะลองทำวิธีนี้” หรือ “ทำอย่างนั้น ไม่ถูกเพราะ ” หรือ “ดูนี่ครับ ผมจะทำให้ดู”

3 เด็กเก่งคณิตศาสตร์ มักจะใจกว้าง ในการยอมรับและเปลี่ยนความคิดถ้ามีหลักฐานมาสนับสนุนเพียงพอ

4 มักจะชอบถามปัญหากับตัวเองอยู่เสมอทั้งที่บ้าน และโรงเรียน เช่น “สนามฟุตบอลจะจุได้กี่คน” “เครื่องบิน บินได้เร็วเท่าไร” “คนมีชีวิตอยู่นานกี่วินาที” เป็นต้น

5 มักแสดงความคิดสั้น ๆ ห้วน ๆ ในกรณีที่นักเรียนไม่ชอบเขียนมาแต่ต้น และจะต้องเขียนอธิบาย เป็นภาษาเขียน ในขณะที่สามารถคิดแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ได้ในใจแล้ว

6 มีความสนใจตัวเลข เช่น ลักษณะพิเศษของเลขทะเบียนรถยนต์

7 มีความสนใจในรูปร่าง รูปทรงแบบต่าง ๆ

8 สามารถหาวิธีลัดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มักจะไม่ชอบใช้วิธีทั่ว ๆ ไป

อาร์ สันหนวี (ม ป ป 10) ยังได้กล่าวถึงลักษณะของเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ว่า

ปัญหาทางด้านเหตุผลและคณิตศาสตร์

- 1 ขำพเจ้าสามารถคิดคำนวณในใจได้ดี
- 2 วิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เป็นวิชาที่ข้าพเจ้าชอบเมื่อเป็นนักเรียน
- 3 ข้าพเจ้าชอบเล่นเกมที่ต้องคิดเป็นเหตุเป็นผล
- 4 ข้าพเจ้าชอบทำการทดลองประเภท “อะไรจะเกิดขึ้น ถ้า” (เช่น จะเกิดอะไรขึ้น ถ้าข้าพเจ้าเพิ่มน้ำที่ใส่รดกุหลาบเป็นสองเท่า)

5 ข้าพเจ้าชอบคิดหารูปแบบ หลักการจากความเป็นเหตุเป็นผลของสิ่งของ
เหตุการณ์

6 ข้าพเจ้ามีความสนใจในพัฒนาการใหม่ ๆ ทางวิทยาศาสตร์

7 ข้าพเจ้าเชื่อว่า เกือบทุกสิ่งในโลก สามารถหาคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผลได้

8 บางทีข้าพเจ้ามักจะคิดเชิงนามธรรม ที่ไม่มีภาษา หรือรูปร่าง

9 ข้าพเจ้าชอบจับผิดในเรื่องเกี่ยวกับเหตุผลในสิ่งที่ผู้อื่นทำทั้งที่บ้าน และที่

ทำงาน

10 ข้าพเจ้าจะรู้สึกสบายใจ ถ้าสิ่งต่าง ๆ มีการจัดหมวดหมู่ วัด คำนวณ

วิเคราะห์

อุษณีย์ โพธิสุข (2542 130 – 131) ยังได้อธิบายถึงลักษณะของเด็กที่มีความ

ความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ไว้อีกว่า

1 สนใจแผนที่ ลูกโลก แผนที่ภูมิ ปฎิทิน เวลา ตัวเลข

2 ชอบตั้งคำถามแบบนามธรรม เช่น เรื่องของเวลา อวกาศ มิติของเวลา

3 ชอบเล่นตัวต่ออย่าง ๆ หรือของเล่นที่เกี่ยวกับการสร้างรูปทรง

4 ชอบชั่ง ตวง วัด นับ จัดลำดับหมวดหมู่สิ่งของ

5 สามารถเข้าใจความหมายของจำนวนและตัวเลขได้เร็วกว่าเพื่อนวัย

เดียวกัน

6 รู้จักตัวเลขหนึ่งหลัก หรือสองหลัก นับจำนวนสิ่งของให้สัมพันธ์กับตัวเลข

ได้ เช่น มีสิ่งของ 15 ชิ้น ก็สามารถชี้จำนวน 15 ได้ถูกต้อง

7 มีความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้เงินหรือค่าของเงิน เช่น 4 สลึง = 1 บาท

เป็นต้น

8 สามารถจับความสำคัญของปัญหาได้ดี โยงกับเรื่องอื่นได้

9 สามารถสรุปความคิดในเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างรวดเร็ว

10 สามารถตัดข้ามขั้นตอนในเชิงตรรกวิทยาได้อย่างถูกต้อง

11 สามารถหาคำตอบที่แนบเนียนกะทัดรัด

12 เปลี่ยนแนวความคิดได้ในกรณีที่จำเป็น

13 มักจะจดจำความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของปัญหา และหลักการของคำตอบได้ดี

14 รักและหลงใหลในตัวเลข ชอบหมกมุ่นเกี่ยวกับสิ่งที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข

15 มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทั้งในลักษณะมีรูปแบบตายตัวและ

ไม่ตายตัว

16 ชอบตั้งคำถามที่เป็นเหตุผลต่อกัน เช่น ถ้า แล้ว ดังนั้น เพราะว่า

ถ้าไม่ แล้ว

17 ชอบจัดหมวดหมู่ สิ่งของ หรือวาดรูปในลักษณะที่เรียงจากขนาดใหญ่

ไปหาเล็ก หรือเล็กไปหาใหญ่ วาดรูปแบบทรงเรขาคณิตหรือลักษณะสมดุลง่าย ๆ เรียงของ

เล่นตามขนาดของสิ่งของไม่ใช่จากคุณลักษณะอื่น

บุญทัน อยู่บุญชม (2529 248) ได้อธิบายถึงลักษณะของเด็กที่เรียนเก่งในวิชาคณิตศาสตร์ไว้ว่า

- 1 มีสติปัญญาดี ระดับ IQ 120 หรือสูงกว่า สามารถเรียนรู้และเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม และความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี
- 2 มีความจำดีมาก ความรู้พื้นฐานเดิมในทางคณิตศาสตร์ดี จึงสามารถเรียนรู้ความคิดรวบยอดใหม่ได้เร็ว
- 3 มีความกระตือรือร้น และสนใจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว ชอบค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ จึงมีความสนุกสนานในการเรียนรู้สิ่งใหม่
- 4 มีความสามารถในการด้านภาษา การอ่าน การเขียน สามารถอ่านคำสั่งโจทย์ได้ และแปลความได้รวดเร็ว จึงทำให้สามารถทำโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนได้
- 5 สามารถทำงานที่ท้าทายได้เป็นระยะเวลานาน
- 6 สามารถหาวิธีแก้ปัญหามathematics ได้หลาย ๆ วิธี และสามารถเลือกวิธีที่จัดว่าดีที่สุด
- 7 สามารถถ่ายโยงสิ่งที่เรียนแล้วให้เข้ากับสถานการณ์ใหม่ได้
- 8 เป็นผู้มีแรงจูงใจภายใน เพราะชอบวิชาคณิตศาสตร์อยู่แล้ว จึงทำให้มีความสนใจและเรียนได้ดี

นิตติยา ปภาพจน์ (2540 16 – 17) ได้ทำการสำรวจความคิดเห็นเกี่ยวกับลักษณะของเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ จากเยาวชนไทยที่เป็นตัวแทนไปแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกนานาชาติ ตั้งแต่ปี 2532 – 2537 จำนวน 10 คน พบว่า เด็กมีลักษณะดังต่อไปนี้

- 1 มีความสามารถในการรับความรู้สึกที่ละส่วน เพื่อเข้าใจในหนังสือ หรือผู้ที่สอนซึ่งเขียนหรือพูดไปเป็นลำดับเหตุผลได้
- 2 สามารถเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ โดยใช้เวลาน้อยกว่าผู้อื่น เนื่องจากสามารถสังเกตเห็นหลักการในสิ่งนั้น จึงเข้าใจได้ลึกซึ้งกว่าอีกด้วย
- 3 นิยมเปรียบเทียบความรู้ใหม่กับความรู้เก่าที่ทราบมาก่อน เนื้อหาส่วนใดที่มีลักษณะขัดแย้งกัน ถ้าไม่สามารถหาเหตุผลมาอ้างอิงได้ จะมีความเชื่อในความรู้ใหม่
- 4 สามารถสันนิษฐานสาเหตุของแรงจูงใจในการสร้างทฤษฎีต่างๆ จึงรู้สึกเหมือนผู้สร้างทฤษฎีนั้นๆ เอง ก่อให้เกิดความภูมิใจ
- 5 สามารถใช้ตรรกศาสตร์ และการหยั่งถึงผู้อื่นในการคาดคะเนคำตอบของโจทย์ประเภทปรนัยได้ อย่างแม่นยำ
- 6 มีความสามารถในการสร้างความคิดเชิงนามธรรมของปัญหา ทำให้เห็นจุดของปัญหาได้ชัดเจนและไม่หลงกับรายละเอียด
- 7 มีความสามารถในการศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง และมีแนวทางการคิด

ที่จะทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างจริงจัง

8 มีความจำเป็นเลิศตั้งแต่เยาว์วัย

สุโขทัยธรรมมาธิราช (2526 448) ได้กล่าวถึงลักษณะของนักเรียนที่เก่งทางคณิตศาสตร์อาจจะสังเกตได้จากลักษณะดังนี้

- 1 มีความเข้าใจในสิ่งที่เป็นนามธรรมและมโนคติทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี
- 2 สามารถหาวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้หลาย ๆ วิธีที่คิดว่าดีที่สุด
- 3 มีเป้าหมายในการทำงาน และการดำเนินชีวิต และจะหาวิธีการไปสู่เป้าหมายนั้นโดยไม่ต้องมีสิ่งมากระตุ้น
- 4 สามารถทำงานที่ทำหายได้เป็นระยะเวลายาวโดยไม่ต้องมีการพัก
- 5 ชอบสำรวจ ตรวจสอบเนื้อหา ในแต่ละข้ออย่างลึกซึ้ง
- 6 สามารถที่จะถ่ายโยงสิ่งที่เรียนไปแล้วให้เข้ากับสถานการณ์ใหม่
- 7 สามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนได้
- 8 มีความสามารถในการอ่าน และชอบการอ่าน
- 9 มีความสนุกสนานในการเรียนรู้และชอบค้นคว้าหาความรู้อยู่เสมอ
- 10 มีความกระตือรือร้นและสนใจในสิ่งรอบตัวต่าง ๆ
- 11 สามารถเรียนรู้มโนคติใหม่ได้อย่างรวดเร็ว
- 12 มีความจำดีมาก
- 13 มีระดับ IQ 120 หรือสูงกว่า

จากลักษณะเด่นของเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่า เด็กกลุ่มนี้ บางคนอาจจะมีคุณสมบัติหรือลักษณะในบางข้อไม่ครบ ซึ่งเกณฑ์การวัดว่าเด็กคนไหนเป็นเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์นั้น ครูจะต้องใช้ความรอบคอบในการตัดสิน เพราะว่า เด็กบางคนอาจจะไม่แสดงออกมาอย่างชัดเจน ต้องใช้เวลาในการค้นหา เนื่องจากในการคัดแยกเด็กบางคนอาจมีข้อผิดพลาด ผู้ที่เกี่ยวข้องจำเป็นต้องพิจารณาให้ถ่องแท้ถึงเด็กกลุ่มนี้ให้ดี เพื่อที่จะคัดแยกเด็กได้อย่างถูกต้อง

1.4 ความต้องการของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์

จากงานของโอกลีวี (พิชากร แปลงประสพโชค 2540 12 – 13 , อ้างอิงจาก Ogilvie 1973) และวัสสารี (พิชากร แปลงประสพโชค 2540 12 – 13 , อ้างอิงจาก Vassar 1977) เกี่ยวกับความต้องการพื้นฐานของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ สามารถกล่าว โดยรวมว่า

- 1 ต้องการติดต่อสัมพันธ์กับเพื่อนระดับสติปัญญาปานกลาง และที่มีความสามารถใกล้เคียงตนเอง
- 2 ต้องการประสบการณ์ที่ทำหายความสามารถ ไม่ว่าในประสบการณ์เหล่านั้น ตนจะแก้ปัญหาได้สำเร็จหรือไม่
- 3 ต้องการคำแนะนำ มากกว่าการเสนอเนื้อหา ในกรณีเนื้อหาสาระลึกซึ้ง

4 ต้องการผ่านระดับการเรียนรู้ขั้นพื้นฐานอย่างรวดเร็ว และใช้ทรัพยากรความรู้ในเชิงก้าวหน้า

5 ต้องการมีเส้นทางวิจัย หาความรู้ด้วยตนเอง

6 ต้องการให้ปฏิบัติต่อตนเอง เหมือนคนอื่น

7 ต้องการทำความเข้าใจ และพัฒนาใช้ความคิดระดับสูง

อุษณีย์ โพธิสุข (2537 : 22 – 23) ได้ให้ความเห็นว่า จากสภาพปัญหาที่เกิดขึ้นกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เพราะว่าไม่มีใครเข้าใจพวกเขา และเด็กเหล่านี้มีความต้องการคือ

1 ต้องการการเรียนการสอนที่ทำทลายต่อศักยภาพ และความสามารถของเขา

2 ต้องการงานที่ซับซ้อนและยากกว่าระดับปกติ

3 ต้องการใช้เวลาในสิ่งที่เขาเชี่ยวชาญน้อยกว่าเด็กคนอื่น ๆ และเขาสามารถทำเสร็จเร็วกว่า แต่ต้องการเวลาที่เหลือหรือเวลานอกเหนือไปจากนั้นทุ่มเทให้กับสิ่งที่ลึกซึ้งกว่าที่เคยสอนอยู่ทั่ว ๆ ไป

4 ต้องการการยอมรับจากคนอื่น ๆ

5 ต้องการคบหาเพื่อนวัยเดียวกันและเพื่อนต่างวัยที่มีความสามารถทางสติปัญญาทัดเทียมกัน หรือคบคนที่สูงกว่า หรือคนที่มีความสนใจในเรื่องเดียวกับเขา

6 ต้องการโอกาสที่จะแสดงซึ่งความสามารถภายใน

7 ต้องการโอกาส ที่จะพัฒนาความสามารถพื้นฐานและสิ่งที่ตนเองสนใจ

8 ต้องการคำปรึกษาจากผู้ที่เป็นที่พึ่งได้

ความต้องการของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เป็นสิ่งที่บุคคลทางการศึกษา ผู้เกี่ยวข้องตลอดจนครอบครัวควรให้ความสนใจ ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ การจัดหลักสูตรการเรียนการสอนให้ตรงกับความต้องการ ความสนใจ ความถนัดของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เพื่อพัฒนาให้เด็กที่มีความสามารถพิเศษไปถึงขีดสุดของศักยภาพของแต่ละบุคคล

2 การจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

2.1 การคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษ

การคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษ จะต้องคำนึงถึงลักษณะพิเศษ ความสนใจ ความต้องการ และความสามารถของเด็กเป็นเกณฑ์สำคัญ จึงจะสามารถวาง เป้าหมาย จัดสรรเนื้อหาได้อย่างเหมาะสม ทั้งนี้ ยังต้องขึ้นอยู่กับการคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษอีกด้วย เพราะในการพิจารณาคัดแยกเป็นเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เข้าร่วมในโปรแกรมของหลักสูตรนั้น อาจเกิดความผิดพลาดได้ใน 2 กรณี คือ อาจคัดแยกเด็กที่ไม่ใช่เด็กที่มีความสามารถพิเศษ เข้าโปรแกรม หรือเด็กที่มีความสามารถพิเศษไม่ได้เข้าร่วมในโปรแกรม ซึ่งความผิดพลาดนี้

ย่อมมีผลกระทบต่อตัวโปรแกรม และต่อตัวเด็กได้

การคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษที่มีประสิทธิภาพ คือ การคัดแยกที่พยายามให้เกิดความผิดพลาดน้อยที่สุดเท่าที่จะทำได้ ซึ่งมีผู้กล่าวถึงการคัดเลือกเด็กที่มีความสามารถพิเศษไว้ดังนี้

ฮาเกน (ดวงเดือน อ่อนน้อม 2529 : 20 – 32 , อ้างอิงจาก Hagen 1980) ได้กล่าวถึงการคัดแยกเด็กที่มีประสิทธิภาพควรมีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1 กำหนดความหมายของคำว่า "ความสามารถพิเศษ"
- 2 กำหนดแหล่งข้อมูลเป็นการกำหนดว่ามีแหล่งใดบ้างที่จะช่วยให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับตัวเด็กตามความหมายของคำว่า "ความสามารถพิเศษ" ที่กำหนดไว้
- 3 การเก็บรวบรวมข้อมูล คือเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีต่างๆ จากแหล่งข้อมูลในข้อ 2

4 กำหนดวิธีการพิจารณาข้อมูล คือ การหาวิธีการในการพิจารณาข้อมูลที่รวบรวมได้ในข้อ 3 เพื่อใช้ในการตัดสินใจคัดแยกเด็กเข้าร่วมในโปรแกรม

สติเฟนส์และไวส์ฟ และเฟลตฮูเซน มูน และริฟเนอร์ (พิชากร แปลงประสพโชค 2540 : 10 , อ้างอิงจาก Stephen, & Wolf 1978 , Feldhusen, Moon, & Rifner 1989) กล่าวว่า การคัดแยกเด็กเพื่อเข้าเรียนหลักสูตรใดหลักสูตรหนึ่ง ควรเริ่มต้นด้วยจุดมุ่งหมายของหลักสูตร มีความเห็นใกล้กัน พอสรุปขั้นตอนที่พึงปฏิบัติได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดเป้าหมายของหลักสูตร และกำหนดลักษณะของเด็กที่จะเข้าเรียนให้ชัดเจนสอดคล้องกัน

ขั้นที่ 2 กำหนดกระบวนการคัดแยกเด็ก ได้แก่ การเสนอชื่อ ระเบียบฉบับที่ก พกฏติกรรม สเกลจัดอันดับ ฯลฯ

ขั้นที่ 3 ตัดสินกระบวนการประเมินเพื่อกลั่นกรองผู้ได้รับการเสนอชื่อ ด้วยแบบทดสอบต่างๆ ได้แก่ ความสามารถทางสติปัญญา แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ ความถนัด และความคิดสร้างสรรค์

ขั้นที่ 4 คัดแยกออกโดยใช้ผลจากขั้นที่ 2 และ 3 ไม่ควรใช้คะแนนรวม แต่ให้ฟังถึงลักษณะของเด็กที่มีความสามารถพิเศษให้มากกว่ามีบ้างหรือไม่

ขั้นที่ 5 ควรประเมินกระบวนการคัดแยก ด้วยว่าสะท้อนเป้าหมายของหลักสูตรหรือไม่

ศรียา นิยมธรรม ได้กล่าวถึงการคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษว่า แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเสนอชื่อ โดยผู้ใกล้ชิดและรู้จักเด็ก เช่น ผู้ปกครอง ครู เพื่อน หรือตัวเด็กเป็นผู้ให้รายละเอียด โดยมีแบบตรวจสอบรายการ ระเบียบประวัติ หรือแบบสอบถามให้ตอบ ทั้งนี้ต้องอาศัยการสังเกตของบุคคลเหล่านี้บางครั้งก็เป็นการสอบถามง่าย ๆ ว่าใครมีลักษณะเด่น ฯลฯ ข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้ในขั้นนี้ไม่ว่าจะจากการตอบแบบสอบถาม

ระเบียบประวัติ แบบตรวจสอบ หรือการสัมภาษณ์ ก็เป็นวิธีหนึ่งที่จะรายงานเรื่องราวเกี่ยวกับเด็กประกอบการลงความเห็นได้ และอาจได้คัดแยกชั้นแรกๆ โดยใช้ประกอบเครื่องมืออื่นในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 2 การคัดแยกอย่างเป็นทางการ ใช้เกณฑ์การคัดแยกตามหลักวิชาการอย่างเป็นทางการ โดยใช้เครื่องมือซึ่งง่ายและรวดเร็ว ผู้ใช้จะต้องมีความชำนาญเป็นหลักสำคัญ

ขั้นที่ 3 ขั้นวินิจฉัย โดยใช้เครื่องมือเป็นทางการ เพื่อทดสอบความสามารถด้านต่างๆ ของเด็กอย่างละเอียดลึกซึ้งขึ้นกว่าสองชั้นแรก มักเป็นการดำเนินการต่อจากสองชั้นแรก เครื่องมือที่ใช้ในขั้นนี้ ได้แก่

- แบบทดสอบสติปัญญารายบุคคล
- แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
- แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์
- แบบทดสอบความถนัด
- แบบสำรวจความสนใจ (ศรียา นิยมธรรม 2535 389 – 392)

ซึ่งสอดคล้องกับอุษณีย์ โพธิสุข ที่กล่าวถึงการคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษว่าประกอบไปด้วยวิธีการและขั้นตอนดังนี้

ขั้นการสำรวจอย่างคร่าวๆ (Screening) จะสามารถกระทำได้โดยวิธีการดังนี้ คือ การเสนอชื่อโดยผู้ปกครอง ครูแนะแนว เพื่อน นักจิตวิทยา เป็นต้น การศึกษาจากประวัติ และรายงานของครูเกี่ยวกับตัวเด็ก เช่น ความสามารถทางสติปัญญา ผลการเรียน ผลงานความกระตือรือร้น สติสการเรียน พัฒนาการทางอารมณ์ สังคม ฯลฯ และการใช้แบบสำรวจแบบทดสอบประเภทต่าง ๆ เช่น แบบสำรวจความสามารถเด็กด้านต่างๆ หลายๆ ด้านแบบคร่าวๆ แบบสำรวจความสนใจ แบบทดสอบสติปัญญาแบบกลุ่ม ฯลฯ

เมื่อได้คะแนนคร่าวๆ อาจจะใช้เกณฑ์คัดเลือกเด็กที่อยู่ในเกณฑ์ 10 – 20 % แล้วแต่ความเหมาะสมจากจำนวนเด็กทั้งหมดในแต่ละวิชาหรือความสามารถพิเศษแต่ละด้าน

ขั้นเจาะลึกเพื่อหาความถูกต้องแม่นยำ โดยศึกษาจากข้อมูลขั้นต้นหรืออาจจะสัมภาษณ์ พร้อมทั้งทำการทดสอบเพิ่มเติม โดยใช้ การทดสอบเฉพาะสาขา การทดสอบด้วยแบบทดสอบสติปัญญาแบบเดี่ยว ** หรือการทดสอบความคิดสร้างสรรค์ ** (**หมายถึงอาจจะไม่จำเป็นสำหรับบางสาขา)

ขั้นคัดเลือกสุดท้าย โดยใช้ข้อมูลทั้งหมดจากขั้นที่ 2 แล้วพิจารณาลดจำนวนเหลือตามความเหมาะสมที่สามารถจัดโปรแกรมให้เด็กได้ตามศักยภาพของผู้ดำเนินการด้วย อาจเหลือเด็กประมาณ 1 – 5 % ควรให้ผู้เชี่ยวชาญร่วมในการตัดสินใจ (อุษณีย์ โพธิสุข 2540 30 – 39)

ผดุง อารยะวิญญู (2539 178 – 180) ได้อธิบายถึงลักษณะของการคัดแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษไว้ โดยสามารถกระทำได้ 2 วิธีคือ

1 การคัดเลือกเด็กตามวิธีของโกแวน (Gowan) โกแวนเสนอแนะวิธีคัดเลือกเด็กที่มีความสามารถพิเศษดังนี้

1 1 คัดเลือกเด็กที่หลายคนคิดว่าเป็นเด็กที่มีความสามารถพิเศษ โดยเลือกมาประมาณอย่าง น้อย 1 % และอย่างมากไม่เกิน 10 % (ยกเว้นโรงเรียนที่คัดเลือกเด็กโดยวิธีการสอบเข้า การคัดเลือกเด็กไว้เป็นเด็กปัญญาเลิศอาจคัดเลือกได้เกิน 10 %)

1 2 ทดสอบเด็ก โดยใช้แบบทดสอบวัดระดับสติปัญญาที่เป็นการทดสอบพร้อมกันครั้งละหลายคน คัดเลือกเอาเด็กที่ได้คะแนนสูงสุด 10 % เด็กเหล่านี้จัดเป็นเด็กปัญญาเลิศ ส่วนเด็กที่เหลือให้จัดกลุ่มไว้ต่างหาก กลุ่มเด็กนี้ เรียกว่า “กลุ่มสำรองเด็กที่มีความสามารถพิเศษ – Reservoir”

1 3 ให้ครูประจำชั้นคัดเลือกเด็กในชั้นจำนวนหนึ่ง ที่มีลักษณะตามที่ต้องการ

1 4 ทดสอบเด็กที่คัดเลือกได้ในข้อ 1 3 โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คัดเอาเด็กที่เก่งที่สุด 10 % ไว้ ส่วนเด็กที่เหลือจัดไว้ในกลุ่ม “กลุ่มสำรองเด็กที่มีความสามารถพิเศษ” (ตามข้อ 1 2)

1 5 ครูใหญ่ ครูประจำวิชา ครูแนะแนว และครูอื่นที่เคยสอน หรือรู้จักเด็กเป็นอย่างดี ทำการคัดเลือกเด็กนำรายชื่อเด็กดังกล่าวข้างบนนี้ส่งไปในกลุ่มสำรองเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เรียงลำดับรายชื่อเด็ก และระบุว่าเด็กแต่ละคนถูกกล่าวถึงกี่ครั้ง

1 6 เรียงลำดับรายชื่อเด็ก และระบุว่าเด็กแต่ละคนถูกกล่าวถึง 3 ครั้งขึ้นไปให้จัดเป็นเด็กปัญญาเลิศได้

1 7 เด็กใน “กลุ่มสำรองเด็กที่มีความสามารถพิเศษ” เหล่านี้ หากคนใดถูกกล่าวถึง 2 ครั้ง ให้นำไปทดสอบโดยใช้แบบทดสอบ Stanford – Binet

1 8 เด็กใน “กลุ่มสำรองเด็กที่มีความสามารถพิเศษ” เหล่านี้ หากคนใดถูกกล่าวถึง 2 ครั้ง ให้นำไปทดสอบโดยใช้แบบทดสอบ Stanford-Binet

1 9 เด็กใน “กลุ่มสำรองเด็กที่มีความสามารถพิเศษ” ที่ถูกกล่าวถึงเพียงครั้งเดียว ให้ปล่อยกลับชั้นเรียนไป

1 10 เด็กที่ผ่านการทดสอบ (ใช้จุดตัดเป็นเกณฑ์) โดยแบบทดสอบ Stanford Binet ให้จัดเป็นเด็กปัญญาเลิศ เด็กที่ไม่ผ่านให้กลับไปชั้นเรียน หากมีเวลาหรือกรรมการเห็นว่าเหมาะสม ควรทดสอบเด็กในข้อที่ 1 9 ด้วย และปฏิบัติเช่นเดียวกับข้อ 1 10

2 การคัดเลือกอย่างเป็นทางการ

วิธีการต่อไปนี้เป็นวิธีคัดเลือกเด็กปัญญาเลิศ ซึ่งโรงเรียนที่จัดการศึกษาสำหรับเด็กปัญญาเลิศควรนำมาใช้

2 1 การคัดเลือกเบื้องต้น การคัดเลือกเบื้องต้นควรเป็นหน้าที่ของครู

ประจำชั้น ครูประจำวิชา ผู้ปกครองเพื่อนร่วมชั้นเรียน โดยบุคคลดังกล่าวทำหน้าที่สังเกตพฤติกรรมของเด็กปัญญาเลิศตามคำจำกัดความที่ทางโรงเรียนหรือผู้ที่รับผิดชอบทางการศึกษาดกกลงกัน

2 2 การทดสอบทางจิตวิทยา การทดสอบทางจิตวิทยาส่วนมากเป็นการทดสอบสติปัญญา

2 3 พิจารณาจากผลการเรียน

2 4 การทดสอบความคิดสร้างสรรค์

2 5 การทดสอบด้านบุคลิกภาพ

2 6 ข้อมูลอื่นๆ ที่ช่วยคณะกรรมการในการตัดสินใจในการคัดเลือกเด็ก

ปัญญาเลิศ

2 2 การจัดหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

ผดุง อารยะวิญญู (2533 157) กล่าวถึงแนวการสร้างหลักสูตรของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ว่าจะต้องมีลักษณะ ดังนี้

1 ส่งเสริมให้เด็กที่มีความสามารถพิเศษ ให้ได้มีโอกาสเต็มที่ในการพัฒนาศักยภาพและความสามารถพิเศษของเขา

2 ส่งเสริมให้เด็กที่มีความสามารถพิเศษ ได้พัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาต่างๆ โดยใช้ความรู้ ความสามารถ และความริเริ่มสร้างสรรค์

3 ส่งเสริมบรรยากาศการเรียนรู้ของเด็ก โดยให้เด็กได้พัฒนาความสามารถทั้งทางกาย อารมณ์ และสังคมของเด็ก โดยการให้เด็กรับผิดชอบในโครงการต่าง ๆ

4 เปิดโอกาสให้เด็กได้เรียนรู้ โดยเน้นการทดลองในลักษณะต่างๆ รวมทั้งการวิจัย เพื่อให้เด็กรู้จักแสวงหาความรู้ด้านวิทยาศาสตร์

อุษณีย์ โพธิสุข (2535 48) ได้แนะวิธีที่น่าจะนำมาใช้ในการสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ คือ การสอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลเป็นหลัก และช่วยให้แต่ละคนมีความสุข ไม่มีความรู้สึกว่าเป็นคนประหลาดกว่าคนอื่น ๆ ในปี 1988 รัฐบาลของสหรัฐอเมริกา ได้ทำตามกฎหมายที่มีชื่อว่า The Jacob K Javits Gifted and Talented Students Act ซึ่งเป็นกฎหมายฉบับแรกที่สนับสนุนการจัดการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษทุกสาขาดังแต่อายุ 6 ขวบขึ้นไป สาระสำคัญของกฎหมายนี้ คือ ให้โรงเรียนมีหน้าที่แสวงหา และปลุกปั้นเด็กเหล่านี้ ให้เป็นทรัพยากรที่มีค่ายิ่งของประเทศ และนั่นหมายถึงว่า รัฐบาลกลางมีบทบาทที่จะกระตุ้นเรื่องการศึกษาและพัฒนา เพื่อให้แน่ใจว่า โรงเรียนสามารถที่จะตอบสนองความสามารถพิเศษเฉพาะบุคคลได้

นักการศึกษาจึงได้กำหนดจุดมุ่งหมาย และวัตถุประสงค์ ในการจัดการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ไว้ดังนี้ (อุษณีย์ โพธิสุข 2535 49)

1 เพื่อสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ ซึ่งจะช่วยให้เด็กที่มีความสามารถพิเศษ ได้พัฒนาศักยภาพของตนได้ถึงขีดสูงสุด โดยเฉพาะในด้านการตัดสินใจ การวางแผน การให้เหตุผล การสร้างสรรค์ และการสื่อสารกับผู้อื่น

2 เพื่อจัดโอกาสให้เด็กได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์และจินตนาการในการแก้ปัญหา

3 เพื่อจัดสภาพแวดล้อมให้เอื้อต่อเด็กในการแสดงออก

4 เพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในรูปของสหวิทยาการ การใช้สื่อผสม และความรู้ในหลายระดับ เพื่อให้เด็กเรียนรู้ตามความสามารถของตน

5 เพื่อจัดโอกาสให้แก่เด็กในการเพิ่มพูนประสบการณ์ของตน ทั้งในแนวกว้าง และแนวลึกตามความสนใจของเด็ก โดยเน้นความรับผิดชอบและอิสระภาพทางปัญญา ในระดับประถมศึกษา ซึ่งนับเป็นรากฐานสำคัญของการศึกษาในระดับต่อ ๆ ไป การมีโปรแกรมสำหรับเด็กที่มีระดับสติปัญญาสูง จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่ง

หม่อมดุษฎี บริพัตร ณ อยุธยา (2531 110 – 112) ได้อธิบายเกี่ยวกับ องค์ประกอบหลักสูตร โดยกล่าวว่า หลักสูตรเป็นผลผลิตผสมผสานกันระหว่างเนื้อหา และวิธีการนำเสนอเนื้อหาให้แก่เด็ก (Product of Integrating Content with Process) กล่าวคือ มีการเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหา และวิธีการ เพื่อให้เกิดประสบการณ์การเรียนรู้อย่างแท้จริง วิธีการพัฒนาหลักสูตรที่สำคัญมีอยู่ 3 วิธี ได้แก่

1 ยืดขยายหลักสูตรเดิมให้กว้างขวางและละเอียดพิสดารกว่าเดิม

2 สร้างหลักสูตรอยู่บนพื้นฐานของความต้องการ ความสนใจ และลักษณะนิสัย ท้ายๆ ไปของเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ตามศักยภาพของเด็กด้วย

3 พัฒนาส่วนประเภทต่าง ๆ เช่น เนื้อหา (Content) วิธีการ (Process) ในการถ่ายทอดเนื้อหาให้แก่ เด็กที่ต้องมีการพัฒนาวิธีการถ่ายทอด ได้แก่ วิธีสอน วิธีการเสนอหลักสูตร วิธีการเสนอผลงาน

อารี รังสินันท์ (2527 38 – 40) ได้แบ่งการจัดการเรียนการสอนสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ออกเป็น 3 วิธี ดังนี้

1 การจัดชั้นพิเศษ(Special Class) หมายถึง การแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษประเภทเดียวกัน ให้เรียนรวมอยู่ในกลุ่มเดียวกัน ซึ่งสามารถจัดได้ในลักษณะดังต่อไปนี้

1.1 การให้เด็กที่มีความสามารถพิเศษเรียนเพิ่ม จากที่เรียนในชั้นเรียน ด้วยการจัดให้เด็กกลุ่มนี้ เรียนในชั้นปกติร่วมกับเด็กธรรมดาส่วนหนึ่ง และใช้เวลาอีกส่วนหนึ่ง เรียนร่วมกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ซึ่งอาจเป็นครึ่งวันปายก็ได้

1.2 การจัดชั้นเรียนพิเศษโดยเฉพาะ หมายถึง การจัดให้เด็กที่มีความสามารถพิเศษเรียนในชั้นที่สูงกว่าปกติ 1 ชั้นเรียน แล้วปรับหลักสูตรให้สอดคล้องกับความสนใจ ความรู้ และความสามารถของเด็ก

1.3 การจัดโรงเรียนพิเศษโดยเฉพาะ หมายถึง การจัดโรงเรียนสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ โดยเฉพาะแยกเด็กที่มีความสามารถพิเศษออกจากเด็กปกติ ใช้วิธีคัดแยกเกณฑ์เชาว์ปัญญา ตั้งแต่ 125 ขึ้นไป และให้เด็กเหล่านี้ได้เรียนรู้พิเศษแตกต่างไปจากเด็กปกติ ทั้งในด้านการจัดการเรียนการสอน วัสดุอุปกรณ์ สื่อการสอน ตลอดจนบุคลากร หรือครูที่สอน ซึ่งการสอนแบบนี้ ต้องลงทุนสูงมาก แต่ก็ช่วยให้เด็กได้รับประโยชน์อย่างเต็มที่ สามารถพัฒนาความสามารถของตนให้สูงขึ้น หากการจัดการเรียนการสอนดี ครูมีคุณภาพใช้การสอนหลาย ๆ วิธี และข้อสังเกตอีกประการหนึ่ง ในการจัดลักษณะนี้ก็คือ เด็กจะไม่ได้อยู่ในสังคมปกติ ซึ่งมีคนหลายระดับสติปัญญา อาจจะทำให้การปรับตัวทางสังคมไม่ราบรื่นในเวลาต่อมา

2 การสอนเร่ง (Acceleration) หมายถึง การจัดให้เด็กเข้าเรียนก่อนเกณฑ์ หรือการจัดโปรแกรมให้เด็กเลื่อนชั้นเร็วกว่าปกติ ซึ่งการสอนเร่งแบ่งได้เป็น ดังนี้

2.1 การเข้าเรียนก่อนเกณฑ์อายุ (Early School Admission) หมายถึง การรับเด็กเข้าเรียนก่อนเกณฑ์อายุ เช่น รับเด็กยังไม่ถึง 7 ขวบ ที่มีความพร้อมเข้าเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยจะไม่เกิดผลเสียแก่เด็กแต่อย่างใดหากเด็กมีสติปัญญาสูงจริง ๆ

2.2 การเรียนข้ามชั้น (Skipping Grades) หมายถึง การให้เด็กข้ามจากชั้นหนึ่งไปเรียนในชั้นที่สูงขึ้นไปอีก 1 ชั้น หรือ 2 ชั้น เช่น จากประถมศึกษาปีที่ 1 ขึ้นไปเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งในการจัดการเรียนลักษณะนี้ มีข้อสังเกตว่า จะทำให้เด็กเกิดปัญหามีช่องว่างระหว่างชั้น ในด้านความรู้ และประสบการณ์ เช่น เด็กประถมศึกษาปีที่ 1 เรียนเลขเกี่ยวกับวิธีบวกและลบ ส่วนเด็กประถมศึกษาปีที่ 2 เรียน เลขวิธีคูณและหาร ส่วนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ก็จะเรียนทั้งบวก ลบ คูณ หาร และทำโจทย์เลขในเรื่องเหล่านี้ การเรียนข้ามชั้นแบบนี้ อาจจะทำให้เกิดช่องว่าง ซึ่งอาจแก้ปัญหา โดยใช้วิธีในข้อ 2.3

2.3 การเรียนควบชั้น (Telescope Grades) จากที่จะทำให้เด็กเกิดปัญหา ซึ่งช่องว่างในวิชาความรู้และประสบการณ์ ดังได้กล่าวในข้อ 2.2 จึงแก้ปัญหาโดยจัดให้มีการเรียนควบชั้นขึ้น โดยการรวมหลักสูตรชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 บางส่วนเข้ามารวมไว้ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 เพื่อให้เด็กเก่งเรียน หรือโดยการให้เด็กเก่งผ่านชั้นไปเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เมื่อเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ได้ครึ่งปี ซึ่งการทำเช่นนี้ ก็สามารถแก้ปัญหาการเกิดช่องว่างขึ้นได้ สำหรับระดับอุดมศึกษา การให้เด็กเข้าเรียนตั้งแต่อายุน้อย หรือเด็กที่เข้าเรียนข้ามชั้นและควบชั้น มาจากการศึกษาระดับมัธยมศึกษา และพร้อมที่จะเข้าเรียนในชั้นอุดมศึกษา ก่อนวัย ปรากฏว่าจากผลการศึกษาวิจัยของ เพรสเลย์ (Presley 1949) พบว่าเด็กเก่งบางมหาวิทยาลัยเข้าเรียนตั้งแต่อายุน้อย คือ ประมาณ 16 ปี ไม่ประสบปัญหาใดๆ ในการเรียนระดับมหาวิทยาลัย แต่กลับมีผลการเรียนดีเยี่ยม และปรับตัวได้ดี

3 การสอนเสริม (Enrichment) หมายถึง การเพิ่มเติมวิชาเรียนตลอดจนเนื้อหาในแต่ละวิชาเข้าไปในหลักสูตรซึ่งเด็กเรียนอยู่แล้วโดยปกติ เพื่อเป็นการเสริมความรู้ และ

เพิ่มประสบการณ์ของเด็กให้กว้างขวางยิ่งขึ้น และยังหลีกเลี่ยงสภาวะที่จะก่อให้เกิดความรู้สึกเบื่อหน่าย ซ้ำซากจำเจ อยู่ในสิ่งที่ตนรู้ดีแล้ว การสอนเพิ่มทำได้หลายวิธี ได้แก่

3 1 การมอบหมายงานให้เด็กไปทำงานเพิ่มเติมพิเศษ โดยการแบ่งกลุ่มเด็กตามระดับความสามารถและร่วมกันคิดโครงการในเรื่องที่ตนสนใจ นอกเหนือจากการเรียนที่อาศัยความจำแต่เพียงอย่างเดียว

3 2 การให้เรียนพิเศษนอกชั้นเรียน เช่น ดนตรี ศิลปะ นาฏศิลป์ เป็นต้น

3 3 การจ้างครูพิเศษ ในแขนงที่เด็กที่มีความถนัดเป็นพิเศษ เพื่อกระตุ้นให้เด็กเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ศรียา นิยมธรรม (2535 30 – 34) ได้อธิบายถึงความแตกต่างของหลักสูตรสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ และเด็กที่มีความสามารถพิเศษเฉพาะทางว่าจะต้องมีความสอดคล้องกับลักษณะที่นิยามไว้ ญุญแจเบื้องต้นของหลักสูตร สำหรับเด็กกลุ่มนี้ คือ เรื่องหลักสูตรจะต้อง “ไม่เหมือนกันเป็นส่วนมาก” หรือ “แตกต่าง” หลักสูตรที่ต่างกันไปในนี้จะจัดอยู่ในหลักสูตรปกติ หรือเป็นหลักสูตรที่แยกออกมาต่างหากก็ได้ และอาจเกี่ยวข้องกับการสอนเร่งหรือสอน เนื้อหาที่กว้างขวาง ก้าวหน้า ลึกซึ้ง ซับซ้อน ต้องใช้ความสามารถในระดับสูงกว่าแนะนำเนื้อหาล่วงหน้า มากกว่าที่มีในหลักสูตร เด็กเป็นคนเลือกเนื้อหาตามที่สนใจทำงานเกี่ยวกับความคิดเชิงนามธรรม ในเนื้อหาสาขาใดสาขาหนึ่ง ระดับของแหล่งวิทยาการ มีสิ่งแปลกใหม่ หรือมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ การนำการเรียนรู้ไปใช้ในเรื่องอื่น ๆ หรือสาขาใหม่ที่นำเสนอใจ หรือท้าทาย พัฒนากระบวนการคิดขั้นสูง เป็นต้น

2 3 บทบาทของผู้บริหารสถานศึกษา

ผู้บริหารสถานศึกษามีบทบาทสำคัญยิ่ง ในการจัดการศึกษาให้กับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ โครงการต่าง ๆ สำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษจะไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร หากครูใหญ่ หรืออาจารย์ใหญ่ หรือผู้อำนวยการโรงเรียนไม่เห็นด้วย ในการจัดโครงการต่าง ๆ ให้กับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ผู้บริหารสถานศึกษาควรมีบทบาทสำคัญในการวางแผนจัดประชุมเพื่อให้ผู้บริหาร การคัดเลือก และพัฒนาครูผู้สอน ครูประจำศูนย์วิทยพัฒนา ได้เข้าร่วมแสดงความคิดเห็นที่มีต่อการจัดการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ โดยเฉพาะการเปลี่ยนแปลงหลักสูตร การวัดผลประเมินผล ผู้บริหารสถานศึกษาจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องรับรู้ถึงกิจกรรมทุกขั้นตอนที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ที่ดำเนินอยู่ในโรงเรียนของตนเอง (ผดุง อารยะวิญญู 2531 25)

เด็กที่มีความสามารถพิเศษ จะเป็นเด็กที่มีความสนใจกว้างขวาง และมีความสามารถแตกต่างกัน ดังนั้น การที่ผู้บริหารสถานศึกษาจะให้ความสำคัญ โดยเฉพาะการวางแผนเพื่อการจัดการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ โดยส่งเสริม สนับสนุน

การพัฒนาศักยภาพตามความถนัด ความต้องการ ความสนใจของเด็กแต่ละบุคคล ก็จะทำให้การดำเนินการจัดการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ให้ประสบผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์

2.4 การคัดเลือกและพัฒนาครูผู้สอน เด็กที่มีความสามารถพิเศษ

ลินด์ซี (ดวงเดือน อ่อนน้อม 2529 901, อ้างอิงจาก Lindsey 1980) ได้สังเคราะห์ลักษณะครูสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษไว้ดังนี้

1 ลักษณะส่วนตัว

- 1.1 มีความเข้าใจ ยอมรับ เคารพ ไว้ใจในตนเอง
- 1.2 คำนึงถึงความรู้สึกของผู้อื่น รู้จักสนับสนุน เคารพไว้ใจผู้อื่น

มีความสามารถทางสมองสูง เฉลียวฉลาด

- 1.3 มีความคิดริเริ่มจัดระบบ มีจินตนาการ
- 1.4 มีความยืดหยุ่น ยอมรับความคิดใหม่
- 1.5 มีความกระหายใฝ่รู้ มีความต้องการผลสัมฤทธิ์สูง
- 1.6 มีความกระตือรือร้น
- 1.7 มีความคิดหยั่งรู้
- 1.8 มีความต้องการกระทำความดี
- 1.9 ยอมรับผิดชอบในพฤติกรรมกระทำของตน

2 ลักษณะส่วนตัวในเชิงวิชาชีพ

- 2.1 แนวทางมากกว่าการขู่เชิญบังคับ
- 2.2 ความเป็นประชาธิปไตย
- 2.3 เน้นที่กระบวนการ
- 2.4 กล้าคิด กล้าทำในสิ่งใหม่ ๆ
- 2.5 ใช้วิธีการแก้ปัญหาอย่างมีหลักฐานด้วยเหตุผล

3 พฤติกรรมการสอน

- 3.1 พัฒนาโปรแกรมการศึกษา โดยมีความยืดหยุ่น และเน้นการศึกษา
- 3.2 สร้างบรรยากาศที่อบอุ่น ปลอดภัย และให้โอกาส
- 3.3 มีการตอบสนอง
- 3.4 ใช้ยุทธศาสตร์หลาย ๆ วิธี
- 3.5 เคารพคุณค่าของบุคคล
- 3.6 ยอมรับความคิดสร้างสรรค์และใช้จินตนาการ
- 3.7 กระตุ้นใช้กระบวนการความคิดระดับสูง

รายบุคคล

กรีนเนส (Greenes 1981 20 – 21) ได้ศึกษากลุ่มเด็กที่มีความสามารถพิเศษในสหรัฐอเมริกาว่ามีลักษณะข้อใดของครูที่มีความสำคัญที่สุด กลุ่มตัวอย่างที่ใช้การศึกษาครั้งนี้ คือนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษที่กำลังเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 98 คน ในรัฐเท็กซัส โดยศึกษาคุณลักษณะของครูสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ 3 ด้าน คือ สังคม บุคลิก ความรู้ทางวิชาการ และการควบคุมชั้นเรียน ผลจากการนำมาวิเคราะห์และเรียงลำดับ พบว่า ลักษณะทางสังคม บุคลิกของครูมีความสำคัญกว่าคุณลักษณะด้านความรู้ทางวิชาการ และการจัดการควบคุมชั้นเรียน จากการที่พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษให้ความสำคัญกับคุณลักษณะทางสังคม บุคลิกของครูมากกว่าคุณลักษณะด้านความรู้ นั้น จะขัดแย้งกับผลการวิจัยของ มิลแกรม (Milgram) โดยที่มิลแกรมรายงาน ว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทุกคนในอิสราเอล ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเห็นว่า ความรู้เชิงวิชาการของครู มีความสำคัญมากกว่าคุณลักษณะด้านอื่นอีกสองด้าน แต่งานวิจัยพบว่า เด็กที่มีความสามารถพิเศษในอเมริกาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างเห็นว่า คุณลักษณะทางสังคม บุคลิกของครูสำคัญกว่าความรู้วิชาการหรือความสามารถในการสอน แต่อย่างไรก็ตามงานวิจัยสองอย่างนี้พบว่าสิ่งที่เหมือนกันอยู่อย่างหนึ่ง คือ เด็กที่มีความสามารถในกลุ่มตัวอย่างอเมริกาที่มีระดับสติปัญญา (IQ) สูง ให้ความสำคัญแก่คุณลักษณะด้านความรู้วิชาการมากกว่าเด็กที่มีระดับสติปัญญาต่ำกว่า กล่าวโดยสรุป คือ กลุ่มตัวอย่างเด็กปัญญาเลิศที่ใช้ในการวิจัยนี้ระบุว่าเขาเห็นว่าคุณลักษณะทั้งสามด้านของครูนั้นเป็นสิ่งสำคัญ รวมทั้งความเป็นกันเอง การเชื่อในความสามารถของนักเรียน การมีอารมณ์ขัน มีความรู้ในวิชาที่สอน มีจินตนาการให้สิ่งที่มีประโยชน์การให้อภิปรายในชั้นเรียน การปฏิบัติต่อนักเรียนแบบผู้ใหญ่และการสอนอย่างมีระบบ

ดวงเดือน อ่อนน้อม ได้สรุปลักษณะของครูสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษไว้ว่าควรมีลักษณะ 3 ลำดับขั้นตอนดังนี้คือ

ขั้นแรก ได้แก่ การมีคุณลักษณะของครูที่ดีทั่ว ๆ ไป เช่น มีความรู้ มีทักษะ และทัศนคติ ซึ่งจำเป็นสำหรับครูทุก ๆ คน

ขั้นที่สอง คือ มีลักษณะเฉพาะที่จำเป็นสำหรับการพัฒนาความสามารถพิเศษโดยทั่วไป

ขั้นที่สาม คือ มีลักษณะที่พิเศษเฉพาะตามลักษณะของความสามารถพิเศษของเด็ก เช่น ด้านความคิดสร้างสรรค์ ความเป็นผู้นำ ความสามารถของสมอง

(ดวงเดือน อ่อนน้อม 2529 89 – 91)

สุนทร โคตรบรรเทา (2530 41 – 42) ได้เสนอให้เห็นถึงคุณลักษณะของครูที่สอนเด็กเก่ง ควรมีลักษณะดังนี้

- 1 มีเชาวน์ปัญญาสูง
- 2 มีความยืดหยุ่นและการคิดอย่างสร้างสรรค์
- 3 มีความเชื่อมั่นในตนเอง
- 4 มีความสนใจหลายด้าน

- 5 มีอารมณ์ขัน
- 6 มีความเข้าใจปัญหาของเด็กเก่ง
- 7 มีความเข้าใจตนเอง
- 8 มีความรักในการเรียนรู้
- 9 มีความเป็นผู้อำนวยการความสะอาดในการเรียน

หม่อมดุษฎี บริพัตร ณ อยุธยา (2531 133 – 140) ได้ให้ข้อสังเกตเกี่ยวกับครูที่สอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษว่าคงไม่จำเป็นต้องมีครูที่มีความรู้หรือความสามารถสูงทุกอย่าง เพียงแต่ครูต้องรู้ข้อมูล สามารถชี้แนะได้ ปัจจุบัน แหล่งข้อมูล ความรู้มีมากมาย เพราะเป็นยุคบุกเบิกสมองกล คอมพิวเตอร์ หรือเป็นยุคแห่งข่าวสาร เด็กสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง โดยครูทำหน้าที่ให้คำปรึกษา ชี้แนะ บอกแหล่งข้อมูล ช่วยเป็นพี่เลี้ยง เพราะครูเองไม่จำเป็นต้องรู้ทุกอย่าง และคงไม่สามารถนำความรู้ต่างๆ มาบรรจุในสมองได้หมด ปัจจุบันเครื่องคอมพิวเตอร์ถือเป็นสมองกลที่ทำหน้าที่รวบรวมข้อมูลความรู้ต่างๆ ได้ดีกว่า ฉะนั้นครูที่เหมาะสมที่จะสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ซึ่งประมวลจากความคิดเห็นของนักการศึกษา นักจิตวิทยา และเด็กที่มีความสามารถพิเศษสรุปนี้ได้ว่า ครูที่สอนเด็กเก่ง ควรมีลักษณะ ดังนี้

- 1 อารมณ์ขัน ครูควรรู้จักผ่อนสั้นผ่อนยาวด้วยอารมณ์ขัน จะช่วยสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมต่อสุขภาพจิตใจได้ดีมาก จะเป็นการผูกสัมพันธ์ระหว่างครูกับเด็กอย่างดี
- 2 เจตคติ และความเข้าใจเด็ก สิ่งที่จะช่วยให้ครูมีดวงตาที่แหลมคม คือ ความเมตตา เจตคติ ความรู้และความเข้าใจอันถูกต้องเข้าใจปัญหาของสังคมและสิ่งแวดล้อม
- 3 ความรอบรู้และไม่อับจนหนทาง หมายถึง ครูควรสนใจทุกสิ่งทุกอย่าง รู้จักขวนขวายหาความรู้อยู่เสมอ ครูควรเปลี่ยนบทบาทจากผู้รู้ ผู้เชี่ยวชาญ มาเป็นผู้ให้ความสะดวก ชี้ช่องทางให้เด็กว่าควรจะไปในทิศทางใด ควรวางแผนเป้าหมาย หรือเป็นผู้ร่วมศึกษา เป็นผู้บริหาร และอำนวยความสะดวกหรือเป็นพี่เลี้ยง (Co-learner and facilitator)
- 4 ใจกว้าง ยอมรับความคิดเห็นของผู้อื่น คือยอมรับความคิดเห็นซึ่งกันและกันสร้างบรรยากาศประชาธิปไตยเพื่อฝึกเด็ก
- 5 ครูต้องมีความคิดสร้างสรรค์ โดยต้องฝึกเป็นคนช่างคิดช่างถาม มีความคิดที่กว้างไกลในสิ่งๆ ใหม่ ๆ
- 6 ครูต้องรู้จักวิธีสอน โดยเฉพาะวิธีสอนให้เด็กคิด

ซูซีฟ อ่อนโคสูง (2527 62) มีความเห็นว่าครูสอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษควรมีพฤติกรรมดำเนินการสอนในชั้นเรียนดังนี้

- 1 ครูต้องสังเกตและตรวจดูว่า เด็กคนใดเป็นเด็กที่มีความสามารถพิเศษ เพื่อจะได้ส่งเสริมต่อไป
- 2 ครูต้องพิจารณาตัดสินว่า จะให้เด็กที่มีความสามารถพิเศษ ทำกิจกรรมหรือเรียนพิเศษในด้านใด เขาจึงจะได้ใช้ความสามารถที่มีอยู่อย่างเต็มที่ ไม่ต้องไปรบกวนคนอื่นด้วยความเบื่อหน่ายในห้องเรียน

3 ครูต้องแสวงหาแหล่งความรู้ต่าง ๆ ทั้งในและนอกโรงเรียน เพื่อแนะนำให้เด็กนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์

4 ครูต้องสนับสนุนทุกวิธีการ ให้มีการจัดการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ

ผดุง อารยะวิญญู (2533 162 – 163) ได้กล่าวถึงครูที่ทำหน้าที่สอนเด็กที่มีความสามารถพิเศษ ควรมีแนวปฏิบัติดังนี้

1 คำนึงถึงความสนใจพิเศษของเด็ก เช่น กำหนดให้นักเรียนแยกกลุ่มทำงานตามความสนใจ

2 คำนึงความสามารถพิเศษของเด็ก เช่น ให้เด็กมีโอกาสดังออกซึ่งความสามารถพิเศษ เปิดโอกาสให้นักเรียนฝึกและพัฒนาความสามารถพิเศษของตนเอง

3 ให้นักเรียนมีโอกาเลือกและตัดสินใจด้วยตนเอง เช่น ให้โอกาสนักเรียนเลือกเรียนวิชาในเนื้อหาที่ยากขึ้น ให้โอกาสแก่นักเรียนในการตัดสินใจด้วยตนเอง

4 ทำบทเรียนให้น่าสนใจ โดยการใช้สื่อหลายอย่าง นำผลงานของนักเรียนมาจัดแสดงใช้สื่อการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ

5 ใช้ศูนย์วิชาการให้เป็นประโยชน์ เช่น ให้นักเรียนใช้ศูนย์วิชาการตามเวลาที่กำหนดให้คำแนะนำปรึกษาด้านวิชาการแก่เด็ก

6 ให้นักเรียนทราบจุดประสงค์ของการเรียน

7 ใช้เทคนิคการสอนหลายวิธี ตอบคำถามเด็กตามความเหมาะสม ขยายคำตอบ ของเด็กให้กว้างขวางขึ้นจนเด็กเข้าใจ

8 ดำเนินการอภิปรายกลุ่มอย่างมีประสิทธิภาพ ให้เด็กแสดงความคิดเห็น ครูเป็นผู้ฟัง ครูกระตุ้นให้เด็กเกิดความคิด และแสดงออกซึ่งความคิด

9 ถามเด็กโดยใช้คำถามเชิงวิเคราะห์ เช่น ให้เด็กวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ ให้เด็กวิเคราะห์หาความแตกต่างและให้เด็กสรุปรวบยอด

10 ใช้วิธีการวิเคราะห์และสังเคราะห์เพื่อหาคำตอบ เช่น ให้เด็กมองจากแนวกว้างแล้วสรุปให้แคบลงให้เด็กมองจากแนวแคบแล้วขยายเป็นแนวกว้าง และให้เด็กประยุกต์นำทฤษฎีไปใช้

11 ยกตัวอย่างประกอบคำอธิบาย เช่น ให้เด็กหาความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ

12 จัดกิจกรรมที่กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ เช่น มอบงานให้เด็กเรียนตามความสามารถเน้นความคิดกว้าง ๆ เน้นไม่เน้นการท่องจำ

13 ประเมินความสามารถทางการเรียนโดยใช้วิธีการหลายอย่าง

14 ให้อิสระแก่เด็กในการคิด เช่น กระตุ้นให้เด็กคิดแก้ปัญหาที่มีความขัดแย้ง ให้เด็กเปรียบเทียบ เพื่อบอกความเหมือนกัน แตกต่างกัน

15 ให้แรงเสริมแก่เด็กอย่างมีประสิทธิภาพ เช่น ชมเชยเมื่อเด็กตอบถูก ทำความดี ทำให้เด็กเห็นว่าตนเองมีคุณค่า มอบเหรียญรางวัลสำหรับผลงานดีเด่น

- 16 กระตุ้นให้เด็กเกิดความคิด เช่น ให้เด็กทดลองวิธีใหม่ ๆ
- 17 เน้นไม่ให้เกิดกลัวการตอบผิด ครูจะต้องไม่กลัวการตอบผิด นักเรียนไม่กลัวการตอบผิดเช่นเดียวกัน
- 18 มีความกระตือรือร้นในการสอน
- 19 มีความเข้าใจในความสามารถ ความแตกต่างระหว่างบุคคลและความเก่งของเด็ก
- 20 ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของเด็ก

กล่าวโดยสรุปถึงคุณลักษณะการคัดเลือก และพัฒนาครูผู้สอน เด็กที่มีความสามารถพิเศษ ครูผู้สอนจะต้องมีความรู้ ความสามารถตรงตามสาขาวิชาที่จบมา มีวุฒิภาวะทางอารมณ์ มีเชาวน์ปัญญาสูง มีความสนใจรอบด้าน มีความเชื่อมั่นในตนเอง และมีความต้องการทำงานกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ รู้จักปรับตัวเองให้ทันสมัย รอบรู้ข่าวสาร ชี้นำแนวทางของความรู้ และเป็นทีปรีक्षाที่ดี ให้กับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ เพื่อส่งเสริมสนับสนุนการจัดการศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ

3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ

งานวิจัยต่างประเทศ

มาตินสัน และ ดัน (สฺปาณี สนิธิรัตน ม ป ป 317 , อ้างอิงจาก Martinson, & Dunn 1963) ได้ศึกษาโปรแกรมการศึกษาและการบริการโปรแกรมต่าง ๆ ในชั้นพิเศษในการให้การศึกษาแก่นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษผลการประเมินปรากฏว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ประสบความสำเร็จ ด้านการศึกษาและการปรับตัวทางสังคม สามารถพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาโดยใช้สื่อการสอน และครูผู้สอนสามารถนำเข้าสู่บทเรียนด้วยปัญหาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ซังค์ (Schunk 1987 149) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษที่เรียนอยู่ในชั้นเรียนปกติเพื่อเป็นแบบอย่างที่ดีต่อเด็กอื่นๆ เพื่อคอยกระตุ้นหรือสร้างแรงจูงใจให้เด็กที่มีความสามารถต่ำกว่าให้เป็นเด็กเก่งขึ้น จากผลการวิจัยเกี่ยวกับการเลียนแบบพฤติกรรมในชั้นเรียน ปรากฏว่า เด็กไม่เก่ง จะไม่สนใจเลียนแบบรูปแบบจากเด็กเก่งหรืออยากเรียนเร็วขึ้นแต่อย่างใด พวกเขาจะเลียนแบบจากกลุ่มที่มีความสามารถใกล้เคียงกันกับความสามารถของเขา และจากงานวิจัยได้ชี้แนะว่า เด็กไม่เก่งบางคนมีความหวาดหวั่นเมื่อมีเด็กเก่งเรียนด้วย แต่เมื่อเด็กเก่งไม่อยู่พวกเขา จะรู้สึกเบื่อกับงานสบายใจ

ฮัชชิงสัน (Huchingson 1990 231) ได้ศึกษาเปรียบเทียบระหว่างพฤติกรรมของนักเรียนในโรงเรียนรัฐบาลกับเด็กในโรงเรียนวอลดอร์ฟ ในลักษณะของ “พฤติกรรมปัญญาเลิศ” ของ เรนซูลลี จุดมุ่งหมาย ของการศึกษา เพื่อศึกษาความคล้ายคลึงกันระหว่างพฤติกรรมของเด็กปัญญาเลิศของเรนซูลลี การแสดงความคิดแบบบูรณาการ ความยินดี ในโรงเรียน

วอลดอร์ฟ กับโรงเรียนรัฐบาล ในกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มใช้แบบทดสอบประเมินค่า 3 ชุด การศึกษาดำเนินการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมของนักเรียน ที่เรียนในหลักสูตร บูรณาการของวอลดอร์ฟ และพฤติกรรมของนักเรียนที่ลงเรียนในโรงเรียนรัฐบาลสำหรับเด็ก ปัญญาเลิศ การศึกษานี้เพื่อที่จะขยายความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการจัดโปรแกรมสำหรับ นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ โดยให้มีความไว้วางใจต่อหลักสูตรที่มีแนวโน้มการคิดเชิง สร้างสรรค์ และเชิงศิลป์ ในการพัฒนาเด็กปัญญาเลิศเชิงวิชาการ ผลการศึกษา พบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 05

งานวิจัยในประเทศ

พิชากร แปลงประสพโชค (2540 บทคัดย่อ) ได้พัฒนาหลักสูตรพิเศษทาง เรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยศึกษาว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษดังกล่าว สามารถเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิตใน หลักสูตรได้ภายใน 70 ชั่วโมงหรือไม่ หลักสูตรจะไม่เน้นรายละเอียด แต่จะเน้นความคิดหลัก ก้าวไกลไปถึงเรขาคณิตระดับปริญญาตรี รูปแบบกิจกรรมใช้กิจกรรมสามเส้า ของเรนซูลลี กลุ่ม ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 ในกรุงเทพมหานคร จำนวน 10 คน ที่ผ่านการคัดเลือกจากนักเรียน 72 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนทุกคนสามารถเรียนได้ครบ หลักสูตรและสอบผ่านข้อสอบอิงเกณฑ์ทุกคนภายใน 70 ชั่วโมง ได้คะแนนเพิ่มจากการสอบ ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01 ปัญหาในการทดลองใช้สูตรพบว่ามีปัญหาความ วิตกกังวลเชิงคณิตศาสตร์ ด้วยนักเรียนไม่มีเวลาที่ใช้ย่อยทบทวนความรู้ เพราะต้องเรียน ต่อเนื่องแทบทุกวัน (ยกเว้นวันอาทิตย์) เนื้อหาที่ย่อยไม่ทัน ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ต้องศึกษา บทเรียนใหม่อีกครั้ง มีการเรียนซ่อมเสริม จึงเกิดความรู้สึกละอายใจเพื่อน

นิตติยา ปภาพจน์ (2540 บทคัดย่อ) ได้พัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริม สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดย เลือกสรรเนื้อหา วิธีการจัดกิจกรรม และประสบการณ์การเรียนรู้ เวลา และการวัดประเมินผล บนพื้นฐาน ความต้องการ ความสนใจ ลักษณะนิสัย และศักยภาพของผู้เรียน หลักสูตร ประกอบด้วยเนื้อหา 8 หน่วย โดยแต่ละหน่วยจะมีเนื้อหา โจทย์ปัญหาเสริมแบบฝึกการ แก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ แบบฝึกทักษะการคิด เวลาที่ใช้ตลอดหลักสูตร คือ 25 วัน วันละ 6 ชั่วโมง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านกระบวนการ คัดเลือกจำนวน 17 คน ผลปรากฏว่า คะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนและหลังเรียนหลักสูตร มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0005 และได้คะแนนเฉลี่ยของการทดสอบ หลังเรียนหลักสูตรเท่ากับ 62 ซึ่งมีค่ามากกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ปัญหาในการทดลองใช้ หลักสูตร พบว่า เวลาที่ใช้ในการทดลองใช้หลักสูตรกระชั้น ไม่มีวันหยุด นักเรียนต้องมาเรียน

ทุกวัน ทำให้นักเรียนบางคนเหนื่อยเกินไปจนไม่สามารถรับความรู้ที่ให้ได้ และเด็กที่ถูกคัดเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่างในการทดลองใช้หลักสูตรมีบางคนยังไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเป็นเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

วุฒพล ประกอบผล (2544 บทคัดย่อ) ได้สร้างบทเรียนเสริมเรื่อง สมภาค ในระบบจำนวนเต็ม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง บทเรียนนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาต้นแบบ ของบทเรียนเสริม เรื่อง คอนกรีต เอนซ์ ในเรื่องระบบจำนวนเต็ม กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียน โรงเรียนวัดสระเกศ เขตป้อมปราบศัตรูพ่าย กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2544 จำนวน 40 คน โดยใช้บทเรียนเสริมที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้นใช้เวลาสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที เมื่อสอนกลุ่มตัวอย่างครบตามเนื้อหาที่กำหนดแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่องสมภาค ในระบบจำนวนเต็ม และวิเคราะห์ข้อมูล โดยการทดสอบค่าสถิติ แบบ Z-test ผลการวิจัย ปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องสมภาค ในระบบจำนวนเต็ม ที่ระดับนัยสำคัญ 01

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพอสรุปได้ว่า การจัดการศึกษา จะให้มีคุณภาพ ควรจัดให้สอดคล้องกับความแตกต่างระหว่างบุคคล เด็กที่เรียนอ่อน ควรจัดหลักสูตรที่เน้นเรื่องของการฝึกทักษะ จากเรื่องง่าย ๆ แล้วค่อย ๆ เพิ่มความยากขึ้นทีละระดับ สอนเด็กที่เรียนเก่ง หรือเด็กที่มีความสามารถพิเศษนั้น หลักสูตรที่จัดให้ นอกเหนือจากเนื้อหาที่เด็กใช้เรียนตามปกติแล้ว ควรจัดบทเรียนเสริมที่ทำทลายความสามารถควบคู่ไปกับหลักสูตร เพื่อส่งเสริมความคิดระดับสูง ความคิดสร้างสรรค์ เพื่อตึงศักยภาพที่มีอยู่ในตัวเองออกมาใช้ให้เป็นประโยชน์มากที่สุด

4 เอกสารเกี่ยวกับบทเรียน

4.1 บทเรียนกิจกรรม

ยุพิน พิพิธกุล (2539 164) อธิบายลักษณะของบทเรียนกิจกรรมดังนี้

- 1 เขียนต่อเนื่องตามเนื้อหา อาจเป็นการสอนให้เกิดมโนคติ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือแบบฝึกหัด
- 2 เขียนเป็นตอนสั้นๆ
- 3 เขียนได้หลายรูปแบบในบทเรียนเดียวกัน เช่น เดิมคำ จับคู่ บทเรียน โปรแกรม บทเรียนการ์ตูน ที่นิยมคือ เขียนในลักษณะเดิมคำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเรื่องที่เป็นนามธรรม เช่น ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
- 4 เขียนกิจกรรมย่อยๆ และแบ่งอย่างชัดเจน
 - กิจกรรมที่ 1
 - กิจกรรมที่ 2

5 เหมาะกับเนื้อหาที่ใช้วิธีสอนแบบอธิบาย และแสดงเหตุผล และเนื้อหาที่เป็นนามธรรม ไม่สามารถหาสื่อการสอนรูปธรรมมาแสดงได้

6 เหมาะที่จะใช้บททบทวนบทเรียน เพราะจะทบทวนได้มาก

ลาวัลย์ พลกล้า (2523 7 – 8) กล่าวถึงบทเรียนกิจกรรมไว้ว่า บทเรียนกิจกรรม (Activity lesson, Activity card, Activity sheet) เป็นบทเรียนที่บอกให้นักเรียนทำกิจกรรมต่างๆ จะทำกลุ่มย่อยหรือรายบุคคลก็ได้ ใช้วิธีเรียนแบบค้นพบโดยมีการแนะ (Guided discovery) จะมีข้อความเสนอแนะความคิดและสิ่งที่น่าสนใจประกอบในการคิดเพื่อให้นักเรียนหาข้อสรุปได้ ซึ่งเหมาะกับนักเรียนที่มีระดับความสามารถต่างกัน นักเรียนมีโอกาสคิดหาคำตอบของตนเองและสรุปได้

จากลักษณะของบทเรียนกิจกรรม สรุปได้ว่าเป็นบทเรียนที่ประกอบด้วยบทเรียนหลายรูปแบบที่ใช้บททบทวนในเนื้อหาที่เป็นนามธรรม และมีการแนะนำให้นักเรียนทำกิจกรรมต่างๆ นักเรียนมีโอกาสฝึกหาคำตอบด้วยตนเอง

งานวิจัยที่เกี่ยวกับบทเรียนกิจกรรม

ภาวดี สุริยพันธุ์ (2538 57) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "สมการและอสมการ" ระหว่างกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยใช้บทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้น กับกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยครู ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 05

ดวงเนตร ฤทธิ์ประเสริฐ (2539 53) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "เส้นขนานและความคล้าย" ระหว่างกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยใช้บทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มสอนเสริมทักษะโดยครู ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 05

วรรณิ ลาภจินดา (2540 61) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 "เรื่องการนำเสนอข้อมูล" ระหว่างกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยใช้บทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยครู ผลการวิจัยปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 05

จากผลการวิจัยการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยใช้บทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยครู มีทั้งที่มีผลแตกต่างกันและไม่แตกต่างกัน จึงควรใช้ควบคู่กับการสอนแบบอื่นๆ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้า โดยกำหนดเป็นลำดับขั้น ดังนี้

- 1 กลุ่มตัวอย่าง
- 2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย
- 3 ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
- 4 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
- 5 การสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ
- 6 วิธีการดำเนินการทดลอง
- 7 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ได้ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 จำนวน 30 คน ที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาคัดเลือกจากผลการเรียนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษา เป็นบทเรียนเสริมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงและจัดทำขึ้นซึ่งประกอบไปด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- 1 ส่วนประกอบของวงกลม ความหมายของพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง 1 คาบ
- 2 การหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง 2 คาบ
- 3 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา
 - 3.1 โดยการแยกรูปออกเป็นส่วน ๆ 1 คาบ
 - 3.2 โดยการลากเส้นเพิ่มเติม 1 คาบ
 - 3.3 โดยการลบรูป 1 คาบ
 - 3.4 โดยการเปลี่ยนรูป 1 คาบ
 - 3.5 โดยการคิดเพียงบางส่วน 1 คาบ
- 4 การประยุกต์นำไปใช้ 2 คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาดำเนินการศึกษาค้นคว้า ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 ใช้เวลาในการทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ประกอบด้วย

- 1 บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ
- 2 แผนการสอนที่ใช้ประกอบการสอนบทเรียนเสริมเรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
- 3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

1 การสร้างบทเรียนเสริม เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ ได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1 1 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับเนื้อหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง จากหนังสือคณิตศาสตร์ และวารสารคณิตศาสตร์ทั้งของไทยและของต่างประเทศ

1 2 ศึกษาเนื้อหาของข้อสอบสมาคมคณิตศาสตร์ แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2532 ถึงปี พ.ศ. 2544 ที่เกี่ยวข้องกับพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีความสามารถพิเศษ

1 3 เรียบเรียงเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เพื่อใช้สอนนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ ที่คัดเลือกไว้ จำนวน 10 คาบ คาบละ 50 นาที โดยเนื้อหาแต่ละคาบ จะประกอบไปด้วย จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เนื้อหา ตัวอย่าง แบบฝึกหัด และแบบทดสอบ

1 4 เขียนแผนการสอนให้สอดคล้องกับบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีความสามารถพิเศษ

1 5 นำบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีความสามารถพิเศษ ที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหา ภาษาที่ใช้ และกิจกรรมการเรียนการสอน

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	สอบหลังการทดลอง
E	X	T

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E หมายถึง กลุ่มการทดลอง

X หมายถึง การสอนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

T หมายถึง การสอบหลังจากที่ทำการสอน

2 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งเป็นแบบทดสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสร้างตามขั้นตอนต่อไปนี้

2 1 ศึกษาวิธีสร้างและเทคนิคการสร้างข้อสอบที่ดี ชวาล แพรัตกุล (2520 1 – 161)

2 2 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 50 ข้อ แล้วนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไปให้ ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ตรวจสอบภาษา สำนวนที่ใช้ ตลอดจนความถูกต้อง เหมาะสมตามหลักการเขียนข้อสอบที่ดี

วิธีดำเนินการทดลอง

1 ก่อนดำเนินการทดลอง

อธิบายถึงจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งและจุดมุ่งหมายในการทดลองให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อให้การเรียนการสอนได้ดำเนินไปตามปกติเหมือนที่นักเรียนเคยปฏิบัติ

2 นำบทเรียนเสริมเรื่องพื้นฐานสามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงและจัดทำขึ้นมาสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน ใช้เวลาสอนทั้งสิ้น 10 คาบ

3 เมื่อเสร็จสิ้นการสอนครบทั้ง 10 คาบแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เป็นข้อสอบแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที

4 วิเคราะห์ผลการทดสอบ โดยการตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ ข้อที่เลือกตอบถูกได้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 ข้อ ในแต่ละข้อ ให้ 0 คะแนน นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทำการทดสอบสมมติฐาน

ที่ว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง มากกว่า ร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียน ทั้งหมด โดยใช้สถิติแบบ t-test one group

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่

1 หาค่าสถิติพื้นฐานที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล มีดังนี้

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณจากสูตร (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ 2540 53)

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	f	แทน	ความถี่
	N	แทน	จำนวนนักเรียน

1.2 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ 2539 73)

$$S = \sqrt{\frac{N \sum fx - (\sum fX)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ	S	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนกำลังสองของนักเรียนแต่ละคน
	N	แทน	จำนวนนักเรียน
	X	แทน	คะแนนของนักเรียนแต่ละคน

2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

2.2 หาค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบที่ใช้ในการฝึกโดยใช้ค่าดัชนี ความสอดคล้อง (ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ 2539 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องมีค่าอยู่ระหว่าง -1 ถึง +1
	$\sum R$	แทน	ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

3 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

3.1 ใช้สถิติ t-test one grouped จากสูตร (พวงรัตน์ ทวีรัตน์ 2540 : 161)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	μ_0	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มประชากร
	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
	s	แทน	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
	n	แทน	จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอการวิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมายผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยที่เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม)
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณา

การวิเคราะห์ข้อมูล

การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล และแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลมีลำดับขั้นดังนี้

1 ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์หลังการได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์หลังการได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์
หลังการได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสอบผ่านเกณฑ์
ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	N	จำนวนข้อสอบ (ข้อ)	$\bar{X}$	μ	S	t
กลุ่มทดลอง	30	30	25.97	21	2.08	13.08**

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01

$$t(01, df = 29) = 2.462$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตาราง 2 ปรากฏว่า ผลการใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่
สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษสอบผ่าน
เกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐาน

บทที่ 5

สรุปผล อภิปราย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลองโดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ ซึ่งสามารถสรุปสาระสำคัญและผลการศึกษาได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

เพื่อสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าในครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 โรงเรียนอัสสัมชัญ เขตบางรัก กรุงเทพมหานคร จำนวน 30 คน ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง โดยพิจารณาคัดเลือกจากผลการเรียนเกรดเฉลี่ย ในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นตั้งแต่ 3.50 ขึ้นไป เนื้อหาที่นำมาใช้ในการทดลองเป็นบทเรียนเสริมวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงและจัดทำขึ้น ซึ่งประกอบไปด้วยหัวข้อต่อไปนี้

- 1 ส่วนประกอบของวงกลม ความหมายของพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
- 2 การหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
- 3 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา
 - 3.1 โดยการแยกรูปออกเป็นส่วนๆ
 - 3.2 โดยการลากเส้นเพิ่มเติม
 - 3.3 โดยการลบรูป
 - 3.4 โดยการเปลี่ยนรูป
 - 3.5 โดยการคิดเพียงบางส่วน
- 4 การประยุกต์นำไปใช้

ระยะเวลาที่ศึกษาค้นคว้า

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษา ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2548 ใช้เวลาทดลอง 10 คาบ คาบละ 50 นาที

ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษา คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้ใบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

วิธีดำเนินการทดลอง

ก่อนดำเนินการทดลอง

อธิบายถึงจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งและจุดมุ่งหมายในการทดลองให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง เพื่อให้การเรียนรู้การสอนได้ดำเนินไปตามปกติเหมือนที่นักเรียนเคยปฏิบัติ นำบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงและจัดทำขึ้นมาสอน นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน ใช้เวลาทั้งสิ้น 7 คาบ เมื่อเสร็จสิ้นการสอบครบทั้ง 7 คาบ แล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เป็นข้อสอบแบบปรนัยจำนวน 30 ข้อ ใช้เวลา 90 นาที วิเคราะห์ผลการทดสอบ โดยการตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ ข้อที่เลือกตอบถูกต้อง ได้ 1 คะแนน ข้อที่ตอบผิดหรือไม่ตอบ หรือตอบมากกว่า 1 ข้อ ในแต่ละข้อ ให้ 0 คะแนน นำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทำการทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง มากกว่า ร้อยละ 70 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติแบบ t-test one group

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลผู้วิจัยดำเนินการดังนี้

เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสามารถสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้วิธีการทางสถิติแบบ t-test one group

สรุปผลการศึกษาค้นคว้า

นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01

อภิปรายผล

จากการสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษสามารถอภิปรายผลการศึกษาครั้งนี้ได้ดังนี้

1 บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ ที่ทำการวิจัยและนำไปใช้ในการสอนนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถพิเศษ ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งสามารถสอบผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 01 อาจมีสาเหตุมาจาก

1.1 บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น มีการแบ่งเนื้อหาเป็นหัวข้อย่อยๆ เรียงลำดับต่อเนื่องกันจากง่ายไปยาก ใช้ภาษาที่ผู้เรียนอ่านแล้วเข้าใจง่าย แต่ละหัวข้อแบ่งเนื้อหาออกเป็นคาบๆ ในเนื้อหาแต่ละคาบมีการนำเสนอปัญหา หรือตัวอย่าง ให้ศึกษาก่อนที่จะอธิบายรายละเอียดของเนื้อหา มีกิจกรรมในใบงานให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติระหว่างเรียน และมีแบบฝึกหัดให้นักเรียนได้ฝึกหลังจากการเรียนรู้ในแต่ละคาบ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ สกินเนอร์ (Skinner) ที่กล่าวว่า “ถ้าแบ่งเนื้อหาวิชาที่จะถ่ายทอดให้ผู้เรียนเป็นตอนๆ ทีละน้อย เหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน ผู้เรียนจะสามารถรับความรู้ได้ดีกว่าการให้ความรู้แก่ผู้เรียนครั้งละมาก” (นิพนธ์ สุขปรีดี 2531 : 24) และในบทเรียนเสริมมีการกำหนดผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้นักเรียนได้ทราบ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้ตรงตามเนื้อหาและทราบแนวทางวัดผลในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ทั้งยังสามารถตรวจสอบความเข้าใจในเนื้อหา จากการทำแบบฝึกหัดของแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ซึ่งเป็นไปตามลำดับขั้นของการเรียนรู้ 9 ขั้นของ กาเย่ (Gagne) ที่กล่าวว่า การบอกให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนทราบจุดประสงค์ปลายทางของการเรียนการสอน เพื่อแนวทางไปสู่จุดมุ่งหมายนั้น ทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพ สร้างความจำและความเข้าใจในเนื้อหามากยิ่งขึ้น (ไชยยศ เรืองสุวรรณ 2533 : 65) และสอดคล้องกับแนวคิดของ เวสเลย์ (Wesley 1950 : 237) ได้กล่าวถึงบทเรียนที่ดีว่า ควรมี เนื้อเรื่อง คำอธิบาย รูปภาพ กิจกรรม แบบฝึกหัดสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของวิชานั้นๆ และใช้ภาษาสละสลวยเหมาะกับวุฒิภาวะของผู้เรียน มีการจัดระเบียบวางลำดับบทเรียนก่อนหลังตามหลักวิชา เพื่อความสะดวกต่อการเรียน การสอน แบ่งบทเรียนออกเป็นหน่วย มีเนื้อหาวิชาเหมาะสมที่จะให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และเข้าใจในแต่ละหน่วยได้ในเวลาอันสมควร มีเวลาทบทวนและหาเวลาเพิ่มเติมได้ นั่นคือ การแบ่งเนื้อหาเป็นคาบเรียนทำให้ง่ายต่อการเรียน การสอน ทำให้ผู้เรียนรู้สึกว่เนื้อหาไม่ยุ่งยากซับซ้อน

1.2 การดำเนินการสร้างบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ผู้วิจัยได้ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับเนื้อหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งจากหนังสือคณิตศาสตร์ และวารสารคณิตศาสตร์ทั้งของไทยและของต่างประเทศ จากนั้นเรียบเรียงเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นที่สามเหลี่ยม

ฐานโค้ง กำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ กระบวนการเรียนรู้และแบบฝึกหัดจึงทำให้บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งที่เรียบเรียงขึ้นมีประสิทธิภาพ

1 3 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนผู้วิจัยใช้วิธีสอนหลายแบบเช่น วิธีศึกษาจากปัญหา วิธีการอภิปราย เป็นต้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม และเป็นรายบุคคล ทำให้นักเรียนมีความสุขสนุกสนานกระตือรือร้นในการเรียน และในขณะที่สอนผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย และช่วยกันอภิปรายจนได้ข้อสรุป จากการกระทำดังกล่าวทำให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าสนใจสอดคล้องกับคำกล่าวของเบนเนทท์ (Bennett 1996 9) ที่กล่าวว่า "นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดีที่สุดเมื่อพวกเขาได้สื่อสารกันเป็นกลุ่มเป็นสิ่งที่กระตุ้นที่ดีที่สุด ทำให้เกิดแนวความคิดหลากหลาย และยังช่วยทำให้เพื่อนในกลุ่มเกิดการเรียนรู้มากขึ้น" ในส่วนของ แบบฝึกหัด เมื่อผู้เรียนทำแบบฝึกหัด แล้วผู้วิจัยและนักเรียนทั้งชั้นช่วยกันทำเฉลยบนกระดาน ทำให้ผู้เรียนทราบกระบวนการคิดและข้อบกพร่องของตนเองสอดคล้องกับคำกล่าวของสภาพร สาธการ (2540 109-119) ที่กล่าวว่า การให้ทำแบบฝึกหัดระหว่างการเรียนและการทำแบบฝึกหัดหลังเลิกเรียน และทราบผลทันที ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้

1 4 นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษที่ผู้วิจัยได้คัดเลือกจากนักเรียนที่มีผลการเรียนดีทางด้านคณิตศาสตร์ มีเกรดเฉลี่ยตั้งแต่ 3 50 ขึ้นไป โดยมีความสามารถเพียงพอในการเรียนบทเรียนเสริมเรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียง และจัดทำขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ เพียเจท์ ที่กล่าวว่า วัยนี้เป็นวัยที่มีการพัฒนาทางสติปัญญาอยู่ในขั้นปฏิบัติ การคิดด้วยนามธรรมเป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถสร้างความคิดรวบยอด และให้เหตุผลในสิ่งที่ซับซ้อนได้ (ดวงเดือน ศาสตรภักดิ์ 2520 74) และในขณะที่ดำเนินการทดลอง ผู้เรียนส่วนใหญ่มีความสนใจและตั้งใจเรียนเป็นอย่างดี และเมื่อพบปัญหาก็จะสอบถามผู้วิจัยทันที ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจาก เนื้อหาที่นำมาเรียนนั้นเป็นเนื้อหาใหม่ที่ไม่ได้อยู่ในตำราเรียนและมักจะพบบ่อยในข้อสอบของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ เนื้อหาที่น่าสนใจจึงเป็นสิ่งที่ท้าทาย ความสามารถซึ่งผู้เรียนไม่เคยเรียนมาก่อน

1 5 บทเรียนเสริม เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ได้ผ่านการปรับปรุงแก้ไข ตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน ส่งผลให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นตามไปด้วย

ข้อสังเกตจากการศึกษาค้นคว้า

จากการทดลองสอนบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งกับนักเรียนกลุ่มทดลองระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงขึ้น ได้พบข้อสังเกตบางประการซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1 นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ มีความสนใจและร่วมสมัครเป็นนักเรียนกลุ่มทดลองเป็นจำนวนมากแต่ไม่สามารถรับนักเรียนได้หมด

2 นักเรียนมีความสนใจ ตั้งใจเรียน และเอาใจใส่ในการเรียน และเมื่อพบปัญหาที่สงสัยจะรีบซักถามในทันที

3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็นโดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายข้อซักถามทำให้บรรยากาศในการเรียนการสอนเป็นไปได้อย่างดี

4 การนำเสนอตัวอย่าง และปัญหาให้นักเรียนศึกษาก่อนที่จะบอกรายละเอียดเนื้อหาวิชาในการเรียนและการกำหนดกิจกรรมในรูปแบบของใบงานหรือใบกิจกรรมก่อนที่จะทำแบบฝึกหัด เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง จะช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา และ เกิดความคิดรวบยอดได้ดียิ่งขึ้น

5 การตรวจแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอจะทำให้ผู้วิจัยพบข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคน เช่นนักเรียนบางคนเขียนอธิบายวิธีทำไม่เป็น แต่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

บทเรียนเสริมเรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งที่ผู้วิจัยได้เรียบเรียงและได้จัดทำขึ้นนี้ไม่มีอยู่ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 แต่เนื้อหานี้มักออกเป็นข้อสอบของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ครูผู้สอนอาจจะนำเนื้อหา และกิจกรรมการเรียนการสอนไปสอนเสริมก่อนสอบแข่งขัน หรือใช้บทเรียนเสริมนี้ เป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนเสริมในเนื้อหาอื่นๆต่อไป

บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งนี้ไม่เหมาะที่จะสอนนักเรียนในห้องเรียนที่มีทั้งเด็กนักเรียนที่เก่ง นักเรียนระดับปานกลาง และนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะเนื้อหาที่นำเสนอบางเรื่องจะยากไป นักเรียนที่เรียนในระดับปานกลางและนักเรียนที่เรียนอ่อนจะตามไม่ทัน ทำให้นักเรียนเกิดการท้อแท้ เบื่อหน่าย ไม่ตั้งใจเรียน

การที่นักเรียนทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรมก่อนแบบฝึกหัดทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหามากขึ้น เป็นผลทำให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดถูกต้องด้วย การที่นักเรียนทราบผลคะแนนในทันทีทันใดหลังทำแบบทดสอบจะทำให้นักเรียนตั้งใจเรียน มีความกระตือรือร้นมากยิ่งขึ้น

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มีหลากหลายวิธีจะทำให้ผู้เรียนไม่เกิดความเบื่อหน่าย

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยในครั้งต่อไป

ควรมานำบทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งไปทดลองสอนกับผู้เรียนในกลุ่มตัวอย่างอื่นเช่น นักเรียนที่มีผลการเรียนทางด้านคณิตศาสตร์ได้เกรด 2 การสอนโดยใช้

บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งทำให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเองเกิด
การเรียนรู้ มีความคิดรวบยอด สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองมีทักษะกระบวนการทาง
คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะกระบวนการในการแก้ปัญหา และทักษะการให้เหตุผล ดังนั้นจึงควรใช้
บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เป็นแนวทางในการสร้างบทเรียนเสริมในวิชา
คณิตศาสตร์ หรือในรายวิชาอื่นต่อไป

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ (2521) ความคิดสร้างสรรค์ กรุงเทพฯ กระทรวงศึกษาธิการ
- ชูชีพ อ่อนโคกสูง (2527) จิตวิทยาการศึกษา กรุงเทพฯ ไทยวัฒนาพานิช
- ดวงเดือน อ่อนนวม (2529) การจัดการศึกษาสำหรับเด็กสามารถพิเศษ กรุงเทพฯ ภาควิชา
ประถมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- ดวงเนตร ฤทธิ์ประเสริฐ (2539) การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "เส้นขนานและความคล้าย"
ระหว่างกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยใช้บทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มที่สอนเสริม
ทักษะโดยครู โรงเรียนสรรพวิทยาคม อำเภอแม่สอดจังหวัดตาก วิทยานิพนธ์ ศศ ม
(การสอนคณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ถ่ายเอกสาร
- ดุขฎิ บริพัตร ณ อยู่ธยา, หม่อม (2531) เด็กปัญญาเลิศ กรุงเทพฯ ปาณยา
- นิตติยา ปภาพจน์ (2540) การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มี
ความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปริญญานิพนธ์
กศ ด (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ถ่ายเอกสาร
- บุญทัน อยู่บุญชม (2529) พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
กรุงเทพฯ โอเดียนสโตร์
- ผดุง อารยะวิญญู (2531) การศึกษาสำหรับเด็กปัญญาเลิศ ม ปท
- (2533) การศึกษาสำหรับเด็กที่มีความต้องการพิเศษ กรุงเทพฯ บรรณกิจเทรดดิ้ง
- (2539) การศึกษาสำหรับเด็กที่มีความต้องการพิเศษ พิมพ์ครั้งที่ 2 กรุงเทพฯ
แว่นแก้ว
- พิชากร แปลงประสพโชค (2540) การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับ
นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์
ปริญญานิพนธ์ กศ ด (คณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ถ่ายเอกสาร
- ภาวดี สร้อยพันธุ์ (2538) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "สมการและอสมการ" ระหว่างกลุ่มที่สอนเสริม
ทักษะโดยใช้บทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยครู โรงเรียน
พระปฐมวิทยาลัย จังหวัดนครปฐม วิทยานิพนธ์ ศศ ม (การสอนคณิตศาสตร์)
กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ถ่ายเอกสาร

- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาราช (2526) เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์
หน่วยที่ 8 – 15 สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ กรุงเทพฯ โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์
ยุพิน พิพิธกุล (2539) การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ บพิธการพิมพ์
ลาวัลย์ พลกล้า (2523) การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ กรุงเทพฯ ภาควิชา
คณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- วรรณิ์ ลากจินดา (2540) การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "การนำเสนอข้อมูล" ระหว่างกลุ่มที่สอนเสริมทักษะ
โดยใช้บทเรียนกิจกรรมที่ครูสร้างขึ้นกับกลุ่มที่สอนเสริมทักษะโดยครู โรงเรียนสตรี
พัทลุง จังหวัดพัทลุง วิทยานิพนธ์ ศศ ม (การสอนคณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ถ่ายเอกสาร
- วุฒพล ประกอบผล (2545) การสร้างบทเรียนเสริมเรื่องสมภาค (Congruence) ในระบบ
จำนวนเต็มสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา
คณิตศาสตร์สูง สารนิพนธ์ กศ ม (การมัธยมศึกษา) กรุงเทพฯ บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- ศรียา นิยมธรรม (2535) เด็กปัญญาเลิศและเด็กที่มีความสามารถเฉพาะทาง กรุงเทพฯ
ภาควิชาการศึกษาพิเศษ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรี นครินทรวิโรฒ
ถ่ายเอกสาร
- สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ (2532-2544) รวมข้อสอบแข่งขัน
คณิตศาสตร์พร้อมแนวคิด ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กรุงเทพฯ พัทธ์การพิมพ์
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2536) สรุปรายงานการประเมินผลการจัด
การศึกษาสำหรับเด็กปัญญาเลิศและเด็กที่มีความสามารถพิเศษ กรุงเทพฯ
อรรถพลการพิมพ์
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2540) แผนพัฒนาการศึกษาแห่งชาติ
ฉบับที่ 8 (พ ศ 2540-2544) กรุงเทพฯ โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2541) แผนพัฒนาการศึกษาสำหรับเด็กที่ความ
สามารถพิเศษ กรุงเทพฯ ศูนย์พัฒนาการศึกษาแห่งชาติเพื่อพัฒนาคน
- สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2541) การดำเนินการนิเทศภายใน
โรงเรียนประถมศึกษา กรุงเทพฯ โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว
- สุนทร โคตรบรรเทา (2530) ครูสอนเด็กเก่ง กรุงเทพฯ คณะศึกษาศาสตร์มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
- สุภาณี สนธิรัตน์ (ม ป ป) จิตวิทยาเด็กพิเศษ กรุงเทพฯ คณะสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์ ถ่ายเอกสาร
- อารี รังสินันท์ (2529) รวมบทความพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ กรุงเทพฯ ธนะการพิมพ์

- อารี สันทนต์ (ม ป ป) พหุปัญญาและการเรียนแบบร่วมมือ กรุงเทพฯ สมาคม
เพื่อการศึกษาเด็ก
- อารี สันทนต์ และ อุษณีย์ โพธิสุข (ม ป ป) ใน เอกสารประกอบการอบรมเชิงปฏิบัติการ
เรื่อง การพัฒนาความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของเด็กและ
เยาวชน พิมพ์ครั้งที่ 2 ม ป ท
- อุษณีย์ โพธิสุข (2535) "ข้อคิดในเรื่องความเข้าใจเด็กปัญญาเลิศ," ใน เอกสารประกอบ
การอบรมเชิงปฏิบัติการ กรุงเทพฯ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
ถ่ายเอกสาร
- (2536) กิจกรรมการสร้างเด็กปัญญาเลิศ กรุงเทพฯ สำนักพิมพ์ผู้จัดการ
- (2537) สร้างลูกให้เป็นอัจฉริยะ กรุงเทพฯ สำนักพิมพ์ผู้จัดการ
- (2540) โรงเรียนจะพัฒนาอัจฉริยภาพเด็กได้อย่างไร กรุงเทพฯ ศูนย์พัฒนา
อัจฉริยภาพเด็กและเยาวชน
- (2542) สร้างลูกให้เป็นอัจฉริยะ เล่มที่ 1 สรรวหาแว่ลูกน้อย กรุงเทพฯ
แฟมิลี่ไคเรค

- Abraham, W (1958) *Commonsense About the Gifted Children* New York Harper &
Brothers Publishers
- Avery, William C (1964) *Avery's Plane Geometry Schenectady* New York Allyn and
Bacon, Inc
- Brown, Richard G , Jurgensen, John W , & Jurgensen, Ray C (1985) *Geometry*
Houghton Mifflin Company
- Fallows, T H (1958) *The Elements of Building Mathematics* London The Aldine
Press
- Greenes, Carole (1981, February) Identifying the Gifted Students in Mathematics
Arithmetic Teacher 28(6) 20 – 21
- Huchingson, Robert, III (1990) A Comparative Study Between the Behaviors of
Students in A Public School Program for the Gifted and Those in Waldorf
Schools in Terms of Renzulli's "Gifted Behaviors" (Art-Oriented Education,
Steiner) *Dissertation Abstracts International* 51(6)
- Lewis, Harry (1964) *Geometry A Contemporary Course* New Jersey D Van
Nostrand Company, Inc
- Ogilvie, E (1973) *Gifted Children in Primary Schools* London Macmillan

Schaaf, William L (1965) *Basic Concepts of Elementary Mathematics* Brooklyn College, City University of New York John Wiley & Sons, Inc

Schunk, Dale A (1987) *Peer Models and Children's Behavioral Change* In *Review of Educational Research* 57 149

The New Encyclopaedia Britannica (1985) Vol(5) Chicago Encyclopaedia Inc

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1 รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบบทเรียนเสริม เรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งและแผนการสอน

- 1 รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมัลย์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- 2 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- 3 อาจารย์ ประสาท สอ้านวงศ์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กรมวิชาการ
- 4 อาจารย์ วิไลวรรณ อำไพพัตร์
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา
- 5 อาจารย์ ลออ เพิ่มสมบัติ
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา

2 รายชื่อผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องสามเหลี่ยมฐานโค้ง

- 1 รองศาสตราจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เศวตมัลย์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- 2 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
- 3 อาจารย์ ประสาท สอ้านวงศ์
รองอธิบดีกรมวิชาการ กรมวิชาการ
- 4 อาจารย์ วิไลวรรณ อำไพพัตร์
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา
- 5 อาจารย์ ลออ เพิ่มสมบัติ
อาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนบดินทรเดชา

ภาคผนวก ข

ตารางคะแนนจากการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

ตาราง 3 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องพื้นที่
สามเหลี่ยมฐานโค้ง สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ
ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 30 คน

คนที่	คะแนนเต็ม 30 คะแนน	คนที่	คะแนนเต็ม 30 คะแนน
1	29	16	27
2	28	17	27
3	26	18	26
4	25	19	26
5	23	20	25
6	29	21	24
7	27	22	23
8	27	23	23
9	25	24	23
10	25	25	29
11	25	26	28
12	24	27	27
13	29	28	27
14	28	29	23
15	28	30	23

ภาคผนวก ค

- ตารางแสดงค่า เฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)
- ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน t-test

ตาราง 4 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

คะแนน (X)	ความถี่ (f)	X^2	fX	fX^2
23	6	529	138	3174
24	2	579	48	1152
25	5	625	125	3125
26	3	676	78	2028
27	6	729	162	4374
28	4	784	112	3136
29	4	841	116	3364
รวม	N = 30	$\sum X^2 = 4760$	$\sum fX = 779$	$\sum fX^2 = 20353$

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{\sum fX}{N} \\ &= \frac{779}{30} \\ &= 25.97\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s &= \sqrt{\frac{N\sum fX^2 - (\sum fX)^2}{N(N-1)}} \\ &= \sqrt{\frac{30(20353) - (779)^2}{30(30-1)}} \\ &= \sqrt{431} \\ &= 20.8\end{aligned}$$

ค่าสถิติที่ใช้ในการตรวจสอบสมมติฐาน t-test

ทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test

การทดสอบสมมติฐานดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

- 1 ตั้งสมมติฐาน $H_0 \quad \mu = 21 \quad (\mu = \mu_0)$

$$H_1 \quad \mu > 21$$

(μ_0 = ร้อยละของ 70 ของคะแนน 30 คะแนนคือ 21 คะแนน)

- 2 กำหนดระดับความมีนัยสำคัญ 0.1

- 3 ใช้ t-test

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

- 4 หาค่าวิกฤตโดยเปิดตารางแจกแจง t ที่ $\alpha = 0.1$, $t = 2.462$

- 5 คำนวณค่าสถิติ

$$\bar{X} = 25.97, \quad \mu_0 = 21, \quad S = 2.08, \quad N = 30$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$df = 30 - 1 = 29$$

$$= \frac{25.97 - 21}{\frac{2.08}{\sqrt{30}}}$$

$$= \frac{4.97}{0.38}$$

$$= 13.08$$

$$t = 13.08$$

t ตาราง < t คำนวณ

$$2.462 < 13.08$$

แสดงว่าปฏิเสธ H_0 ยอมรับ H_1 ที่นัยสำคัญทางสถิติ 0.1

ภาคผนวก ง

- 1 บทเรียนเสริมเรื่องพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง
- 2 แผนการสอน
- 3 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

บทเรียนเสริม เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

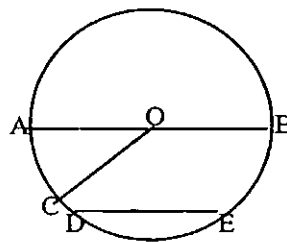
บทเรียนเสริมหน่วยที่ 1

1 ส่วนประกอบของวงกลมและความหมายของพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

วงกลม (Circle)

นิยาม วงกลม คือ ทางเดินของจุดที่อยู่บนพื้นระนาบ ซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะทางเท่ากัน

ส่วนประกอบของวงกลม



1 1 คอร์ด (Chord) คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลาย (end point) อยู่บนวงกลม

จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{DE}$ คือ คอร์ดของวงกลม

1 2 เส้นผ่านศูนย์กลาง (Diameter) คือ คอร์ดซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

จากรูป $\overline{AB}$ คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

1 3 รัศมี (Radius) คือ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปยังจุดที่อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลม

จากรูป $\overline{OA}$, $\overline{OC}$ และ $\overline{OB}$ คือ รัศมีของวงกลม

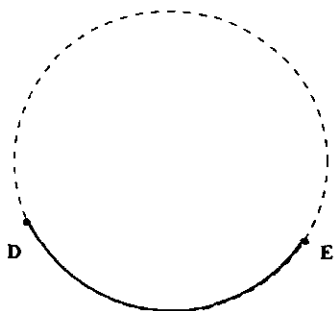
1 4 ส่วนโค้งของวงกลม (Arc) คือ ทางเดินของจุดที่อยู่ระหว่างจุดปลาย (end point) ของ ส่วนโค้งของวงกลม

จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{DE}$ คือ ส่วนโค้งของวงกลม ใช้สัญลักษณ์ $\widehat{AB}$ และ $\widehat{DE}$ แทนความยาวของส่วนโค้ง $\overline{AB}$ และส่วนโค้ง $\overline{DE}$

1 5 ครึ่งวงกลม (Semicircle) คือ ส่วนโค้งของวงกลมซึ่งจุดปลายอยู่บนเส้นผ่านศูนย์กลาง

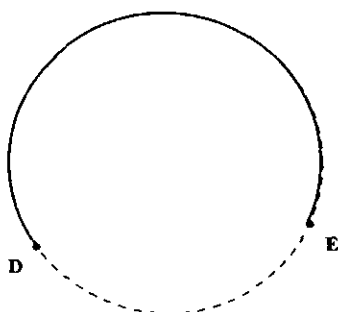
จากรูป $\widehat{AB}$ คือ ครึ่งวงกลมที่มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

16 ส่วนโค้งน้อย (Minor arc) คือ ส่วนโค้งซึ่งน้อยกว่าครึ่งวงกลม



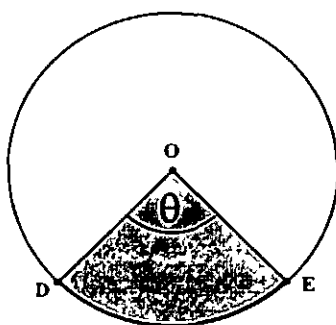
จากรูป $\widehat{DE}$ คือ ส่วนโค้งน้อยของวงกลม

17 ส่วนโค้งใหญ่ (Major arc) คือ ส่วนโค้งที่ใหญ่กว่าครึ่งวงกลม



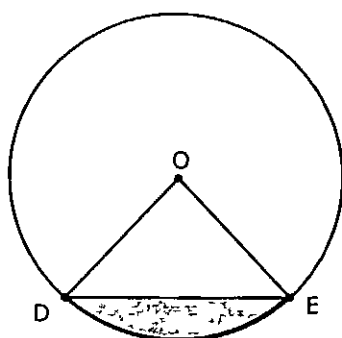
จากรูป $\widehat{DE}$ คือ ส่วนโค้งซึ่งใหญ่กว่าครึ่งวงกลม

2 พื้นที่เซกเตอร์ (Sector) คือ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่เกิดจากรัศมี 2 เส้น กับส่วนโค้งของวงกลม โดยมีจุดยอดเป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม



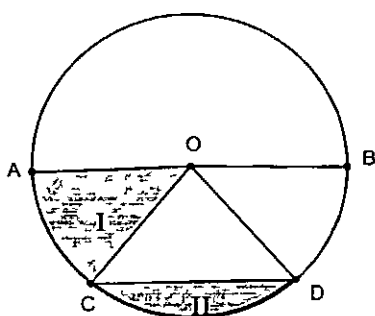
จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงา คือ พื้นที่เซกเตอร์ ที่เกิดจาก รัศมี $\overline{OD}$ และ $\overline{OE}$ กับส่วนโค้ง $\widehat{DE}$ โดยมี θ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

3 พื้นที่เซกเมนต์ (Segment) คือ พื้นที่ที่เกิดจากคอร์ดและเส้นรอบวงของวงกลม

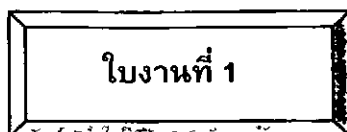


จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงา คือ พื้นที่เซกเมนต์ที่เกิดจากคอร์ด DE และส่วนโค้ง DE

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้



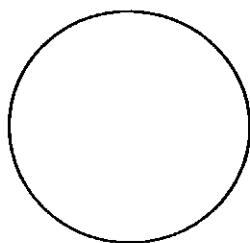
- 1) เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมได้แก่
- 2) รัศมีของวงกลมได้แก่
- 3) จุดใดคือจุดศูนย์กลางของวงกลม
- 4) คอร์ดของวงกลมกำหนดด้วยส่วนของเส้นตรงใดบ้าง
- 5) คอร์ดที่ยาวที่สุดคือส่วนของเส้นตรงใดของวงกลม
- 6) ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นกี่เท่าของความยาวของรัศมี
- 7) ความยาวของรัศมีเป็นกี่เท่าของความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
- 8) พื้นที่ส่วนที่แรเงา I มีชื่อเรียกว่าอะไร
- 9) พื้นที่ส่วนที่แรเงา II มีชื่อเรียกว่าอะไร
- 10) การหาพื้นที่แรเงา II มีวิธีหาอย่างไร



กิจกรรม

คำสั่ง ให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาต่อไปนี้

ปัญหา ให้ลากเส้นตรง 4 เส้น ตัดวงกลมเป็นส่วนๆ ให้ได้มากที่สุด จะได้กี่ส่วน



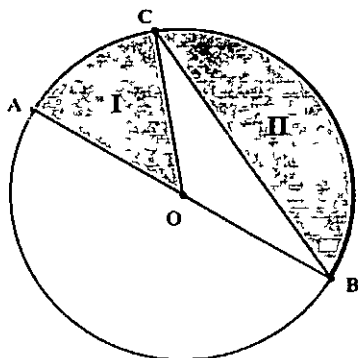
ตอบ

ส่วน

ใบงานที่ 2

กิจกรรม

คำสั่ง จงใช้รูปที่กำหนดให้เติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้



- 1) $\overline{OC}$ คือส่วนของวงกลม
- 2) เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมกำหนดด้วยส่วนของเส้นตรงใด
- 3) จุดที่อยู่ภายในวงกลมและห่างจากเส้นรอบวงเป็นระยะทางเท่ากันตลอดมีชื่อ

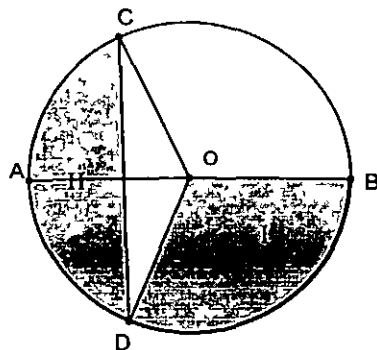
เรียกว่าอะไร

- 4) พื้นที่ส่วนที่แรเงา I เกิดจากส่วนของวงกลม
- 5) จากรูปส่วนใดคือ เซกเตอร์
- 6) จากรูปส่วนใดคือ เซกเมนต์
- 7) ถ้านำพื้นที่เซกเตอร์ COB ลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยม COB จะได้พื้นที่

ส่วนใด

เอกสารฝึกหัดที่ 1

จงใช้รูปที่กำหนดให้ในการเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้

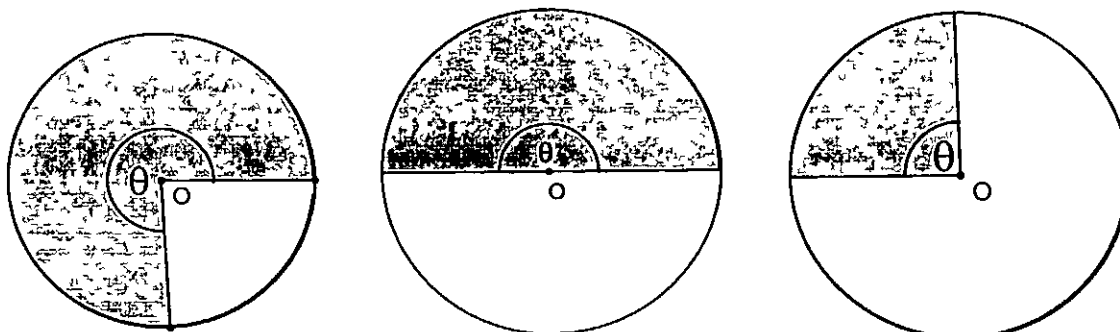


- 1) $\overline{CD}$ คือส่วนใดของวงกลม
- 2) $\overline{OC}$, $\overline{OA}$, $\overline{OD}$ และ $\overline{OB}$ คือส่วนใดของวงกลม
- 3) เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของวงกลมกำหนดด้วยส่วนของเส้นตรงใด
- 4) จุดใดคือจุดศูนย์กลางของวงกลม
- 5) คอร์ดที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมเรียกว่าอะไร
- 6) พื้นที่ส่วนที่แรเงา I มีชื่อเรียกว่าอะไร
- 7) พื้นที่ส่วนที่แรเงา I ประกอบด้วยส่วนใดของวงกลม
- 8) พื้นที่ส่วนที่แรเงา II มีชื่อเรียกว่าอะไร
- 9) พื้นที่ส่วนที่แรเงา II ประกอบด้วยส่วนใดของวงกลม
- 10) พื้นที่ส่วนที่แรเงา II หาได้อย่างไร

บทเรียนเสริม หน่วยที่ 2

2 การหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

พิจารณาจากรูปต่อไปนี้



รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

รูปที่ 1 พื้นที่ส่วนที่แรเงา $= \frac{3}{4}$ ของพื้นที่รูปวงกลม

รูปที่ 2 พื้นที่ส่วนที่แรเงา $= \frac{1}{2}$ ของพื้นที่รูปวงกลม

รูปที่ 3 พื้นที่ส่วนที่แรเงา $= \frac{1}{4}$ ของพื้นที่รูปวงกลม

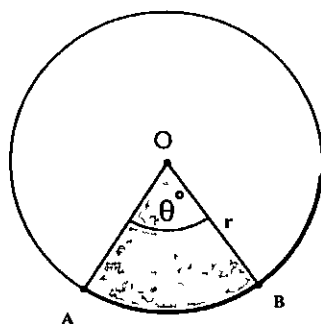
จะพบว่า พื้นที่ของส่วนที่แรเงาจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับขนาดของมุม θ ที่รองรับส่วนโค้ง ดังนั้นอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ส่วนที่แรเงาหรือพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งกับพื้นที่วงกลมเป็นดังนี้

$$\frac{\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง}}{\text{พื้นที่ของวงกลม}} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \text{พื้นที่ของรูปวงกลม}$$

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

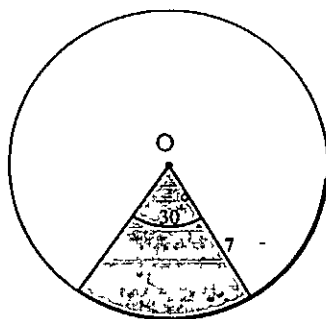


สรุป สามเหลี่ยมฐานโค้ง ประกอบขึ้นด้วยด้านสองด้านที่มี r เป็นรัศมีของวงกลมเดียวกัน และความยาวของส่วนโค้งรองรับมุม θ องศา ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

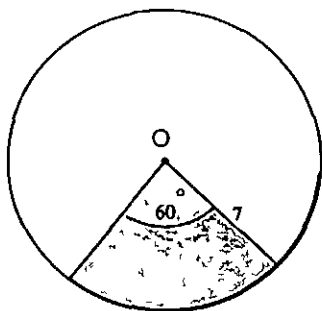
เมื่อ θ แทน ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม
 r แทน ความยาวของรัศมีวงกลม

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



$$\begin{aligned} 1) \text{ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 7 \times 7 \\ &= \frac{49}{12} \pi \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

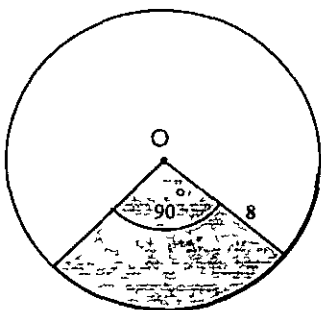
$$2) \text{ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$



$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 7 \times 7$$

$$= \frac{49}{6} \pi \text{ ตารางหน่วย}$$

$$3) \text{ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$



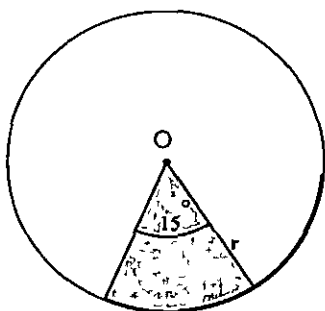
$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 8 \times 8$$

$$= 16 \pi \text{ ตารางหน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาความยาวของรัศมีวงกลม เมื่อกำหนดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง และขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

$$1) \text{ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = 6\pi \text{ ตารางหน่วย} , \theta = 15^\circ$$

$$\text{จากสูตร พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$



$$6\pi = \frac{15^\circ}{360^\circ} \times \pi \times r^2$$

$$6 = \frac{r^2}{24}$$

$$r^2 = 144$$

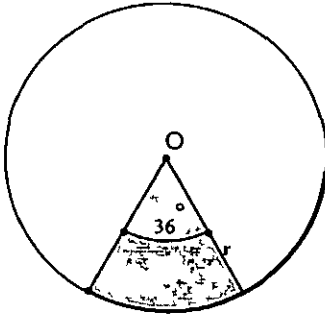
$$r^2 = 12^2$$

$$r = 12$$

· รัศมีของวงกลมเท่ากับ 12 หน่วย

2) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 10\pi$ ตารางหน่วย , $\theta = 36^\circ$

$$\text{จากสูตร พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$



$$10\pi = \frac{36^\circ}{360^\circ} \times \pi \times r^2$$

$$10 = \frac{\pi^2}{10}$$

$$r^2 = 100$$

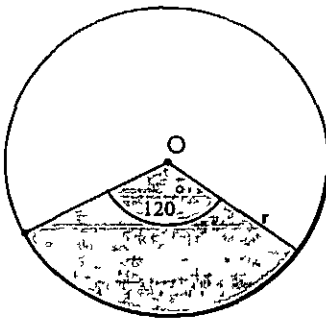
$$r^2 = 10^2$$

$$r = 10$$

รัศมีของวงกลมเท่ากับ 10 หน่วย

3) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 12\pi$ ตารางหน่วย , $\theta = 120^\circ$

$$\text{จากสูตร พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$



$$12\pi = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times r^2$$

$$12 = \frac{r^2}{3}$$

$$r^2 = 36$$

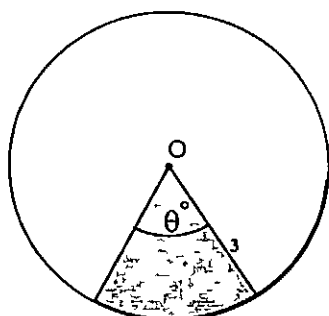
$$r^2 = 6^2$$

$$r = 6$$

รัศมีของวงกลมเท่ากับ 6 หน่วย

ตัวอย่างที่ 3 จงหาขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เมื่อ กำหนดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งและความยาวของรัศมีวงกลม

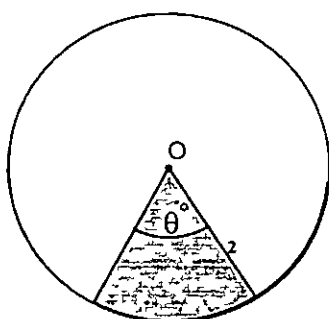
1) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง = π ตารางหน่วย , รัศมีวงกลมเท่ากับ 3 หน่วย



$$\begin{aligned} \text{จากสูตร พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ \pi &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi \times 3 \times 3 \\ 1 &= \frac{\theta}{40^\circ} \\ \theta &= 40^\circ \end{aligned}$$

ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งเท่ากับ 40°

2) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง = π ตารางหน่วย , รัศมีวงกลมเท่ากับ 2 หน่วย



$$\begin{aligned} \text{จากสูตร พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ \pi &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi \times 2 \times 2 \\ 1 &= \frac{\theta}{90^\circ} \\ \theta &= 90^\circ \end{aligned}$$

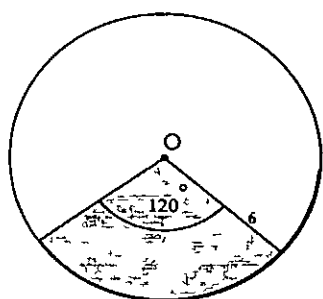
ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งเท่ากับ 90°

ใบงานที่ 3

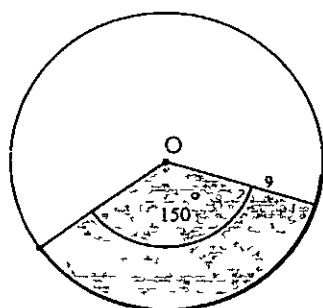
กิจกรรม

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำ

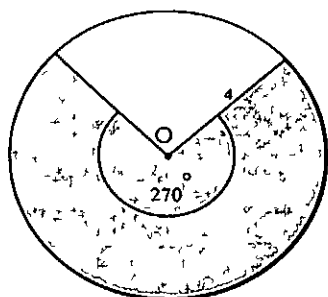
1 จงหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



11



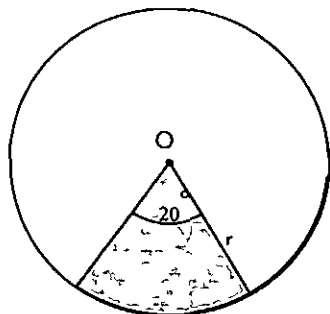
12



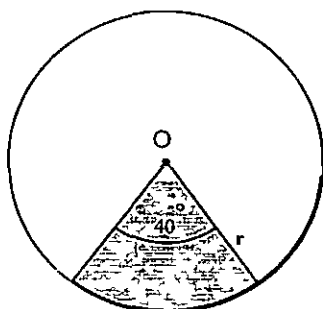
13

2 จงหาความยาวของรัศมีวงกลมเมื่อกำหนดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง และขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

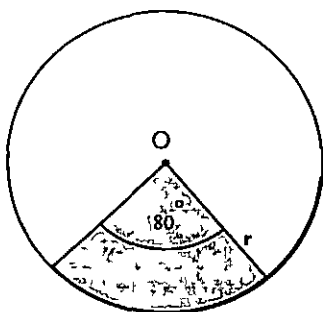
2.1 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 2\pi$ ตารางหน่วย , $\theta = 20^\circ$



2.2 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 9\pi$ ตารางหน่วย , $\theta = 40^\circ$

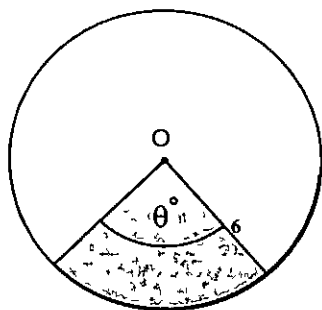


2.3 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 2\pi$ ตารางหน่วย , $\theta = 80^\circ$

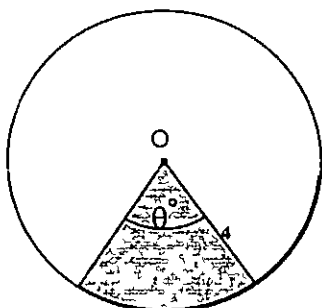


3 จงหาขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เมื่อกำหนดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งและรัศมีของวงกลม

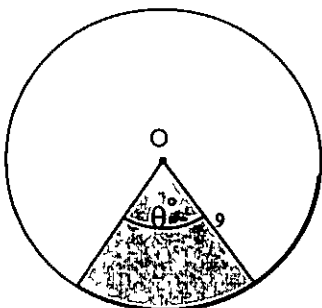
3.1 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 3\pi$ ตารางหน่วย , รัศมีวงกลมยาว 6 หน่วย



3.2 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 2\pi$ ตารางหน่วย , รัศมีวงกลมยาว 4 หน่วย



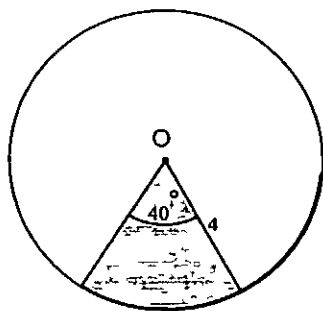
3.3 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 27\pi$ ตารางหน่วย , รัศมีวงกลมยาว 9 หน่วย



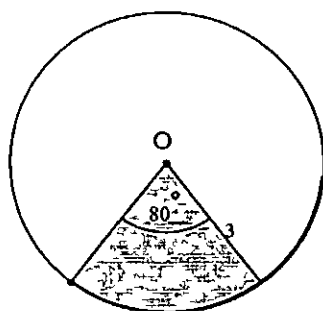
เอกสารฝึกหัดที่ 2

1 จงหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

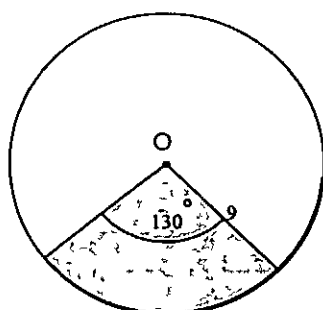
1 1



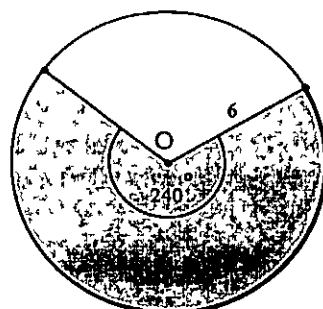
1 2



1 3

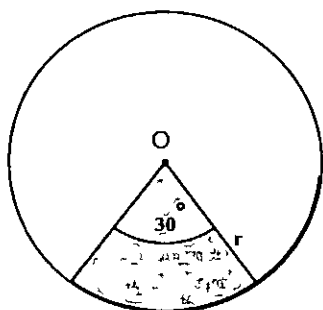


1 4

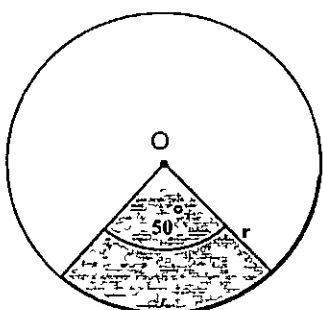


2 จงหาความยาวของรัศมีวงกลมเมื่อกำหนดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งและขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

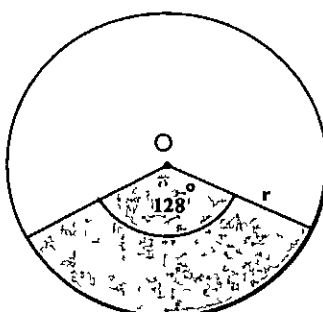
2.1 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= \frac{\pi}{3}$ ตารางหน่วย , $\theta = 30^\circ$



2.2 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 5\pi$ ตารางหน่วย , $\theta = 50^\circ$



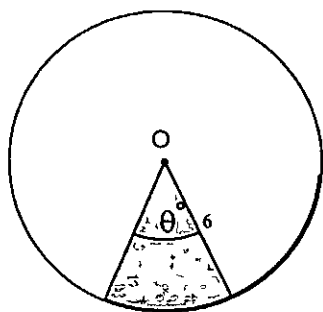
2.3 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= \frac{144\pi}{5}$ ตารางหน่วย , $\theta = 128^\circ$



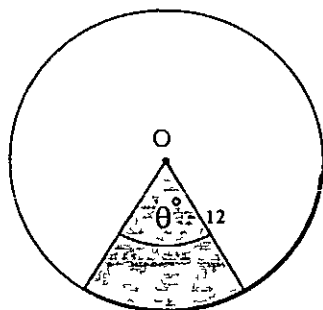
3 จงหาขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เมื่อกำหนดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งและความยาวของรัศมีวงกลม

3.1 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= \frac{3\pi}{2}$ ตารางหน่วย , รัศมีของวงกลมยาว 6

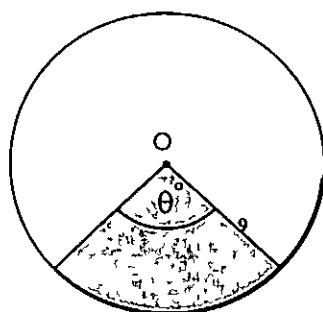
หน่วย



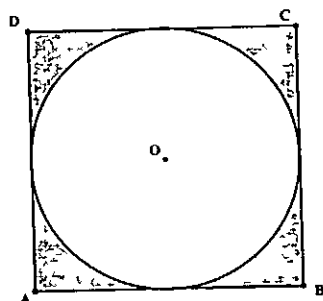
3.2 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 28\pi$ ตารางหน่วย , รัศมีของวงกลมยาว 12 หน่วย



3.3 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 18\pi$ ตารางหน่วย , รัศมีของวงกลมยาว 9 หน่วย



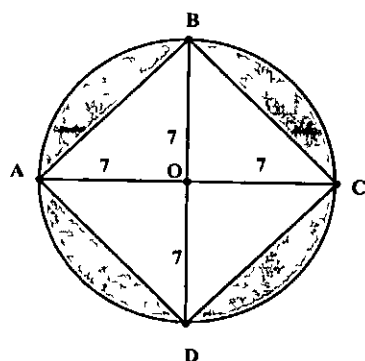
บทเรียนเสริม หน่วยที่ 3

3 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา


จากรูปวงกลม O แนบในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จาก นำพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ลบด้วยพื้นที่รูปวงกลม O ถ้าสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 7 หน่วย วงกลม O มีรัศมียาว $\frac{7}{2}$ หน่วย จะหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้ดังนี้ $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} - \text{พื้นที่วงกลม O} \\
 &= (\text{ด้าน} \times \text{ด้าน}) - (\pi r^2) \\
 &= (7 \times 7) - \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \right) \\
 &= 49 - 38.5 \\
 &= 10.5 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$



$$\begin{aligned}
 1 \text{ พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่วงกลม O} - \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} \\
 &= (\pi r^2) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ผลคูณของเส้นทแยงมุม} \right) \\
 &= \left(\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 14 \right) \\
 &= 154 - 98 \\
 &= 56 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

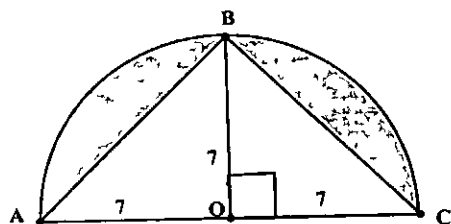
2 พื้นที่ส่วนที่แรเงา = พื้นที่ครึ่งรูปวงกลม O - พื้นที่ $\triangle ABC$

$$= \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= \left(\frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 7 \right)$$

$$= 77 - 49$$

$$= 28 \text{ ตารางหน่วย}$$



3 พื้นที่ส่วนที่แรเงา = $\frac{1}{4}$ พื้นที่วงกลม O - พื้นที่ $\triangle BOC$

$$= \left(\frac{1}{4} \pi r^2 \right) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \right)$$

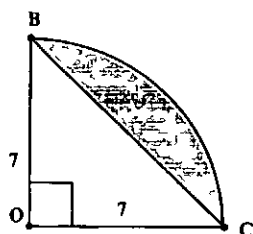
$$= \left(\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 7 \right)$$

$$= \frac{77}{2} - \frac{49}{2}$$

$$= \frac{77 - 49}{2}$$

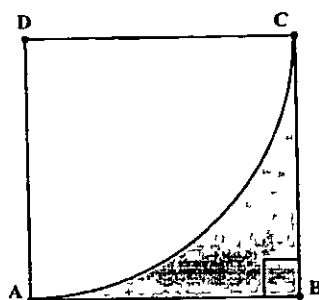
$$= \frac{28}{2}$$

$$= 14 \text{ ตารางหน่วย}$$



บทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 1

3 1 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป



จากรูปพื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จากนำพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DAC ถ้าสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีด้านยาวด้านละ 7 หน่วย ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เท่ากับ 90 องศา หาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ได้ดังนี้

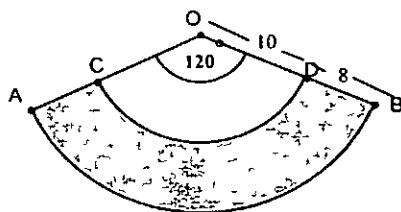
$$\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} &= \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน} \\ &= 7 \times 7 \\ &= 49 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DAC} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\ &= \frac{77}{2} \\ &= 38.5 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DAC} \\ &= 49 - 38.5 \\ &= 10.5 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)

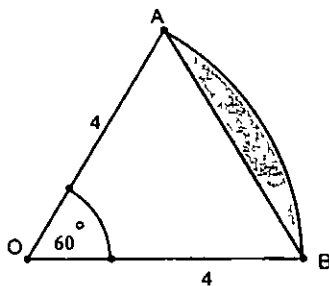


$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 18 \times 18 \\
 &= 108\pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OCD} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 10 \times 10 \\
 &= \frac{100\pi}{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OCD} \\
 &= 108\pi - \frac{100\pi}{3} \\
 &= \frac{324\pi - 100\pi}{3} \\
 &= \frac{224\pi}{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ} \quad \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 4 \times 4 \\
 &= \frac{8}{3} \pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า OAB} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \\
 &= 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

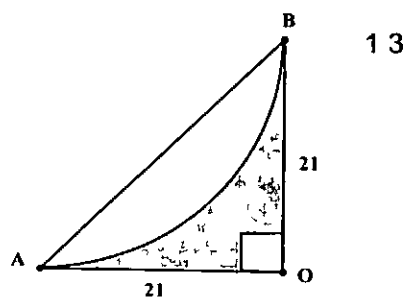
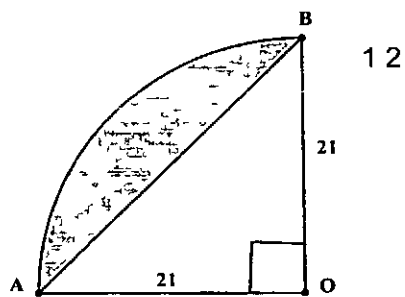
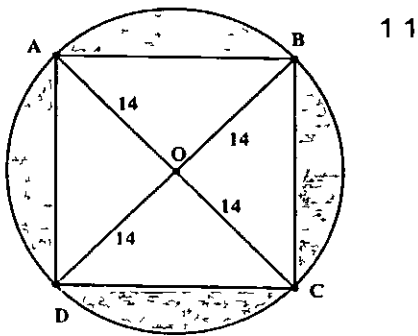
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า OAB} \\
 &= \frac{8}{3} \pi - 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ใบงาน ที่ 4

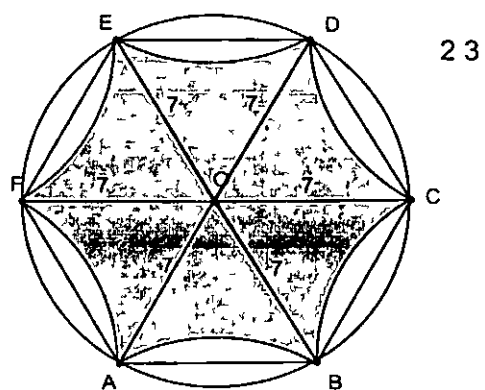
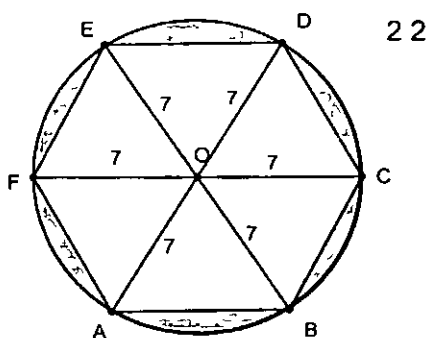
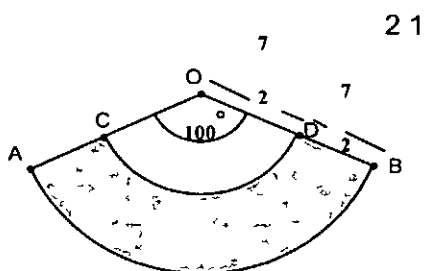
กิจกรรม

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำ

- 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

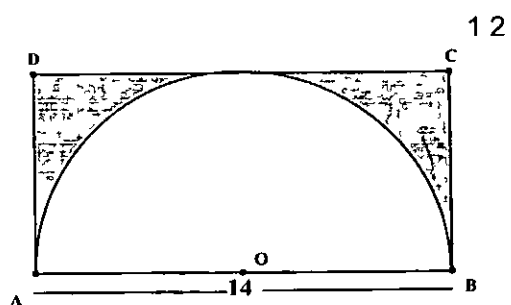
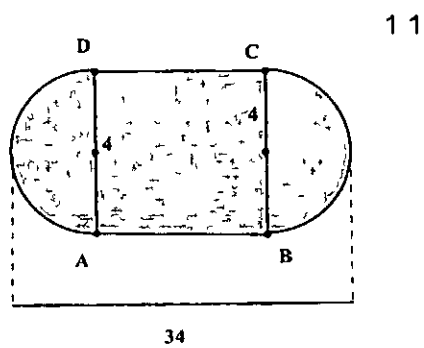


2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

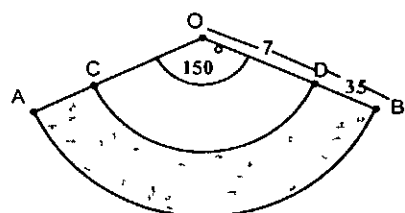


เอกสารฝึกหัดที่ 3

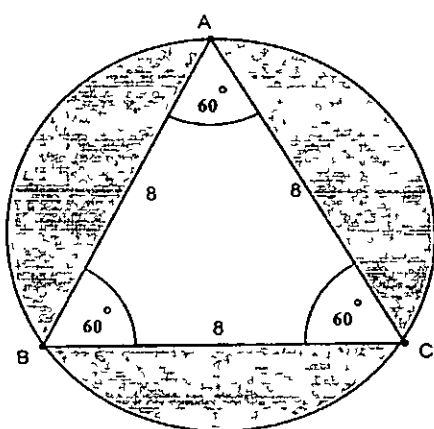
- 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงต่อไปนี้ $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$



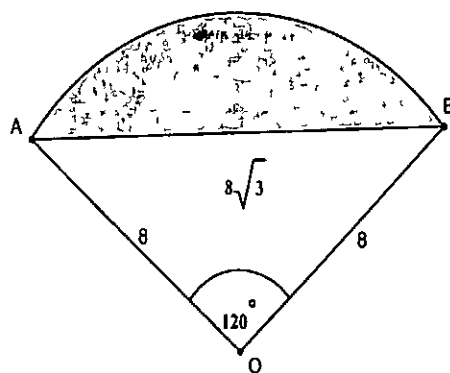
2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



13



13



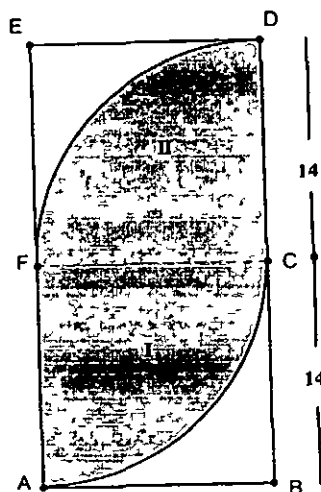
13

บทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 2

3 2 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วน

ในการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงานั้น บางครั้งการหาพื้นที่เพียงบางส่วน แล้วคูณด้วยจำนวนพื้นที่ที่มีขนาดเท่ากัน ก็สามารถหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ต้องการได้

พิจารณารูปต่อไปนี้ แล้วหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$



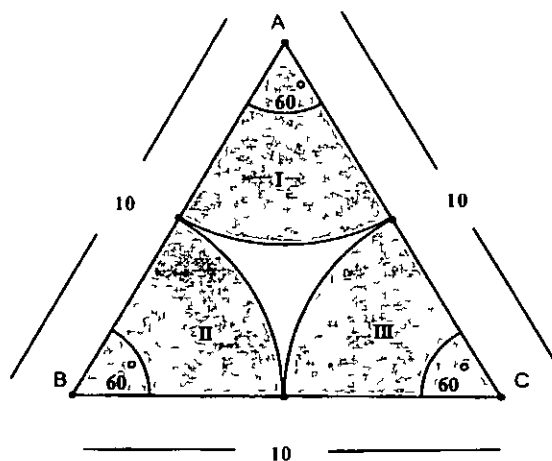
จากรูปจะเห็นว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงา I เท่ากับพื้นที่ส่วนที่แรเงา II ดังนั้นการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาสามารถหาได้จาก การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา I แล้วคูณด้วย 2 ก็จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AFC} \\
 &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\
 &= 154 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา II} = 154 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} &= 154 \times 2 \\
 &= 308 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



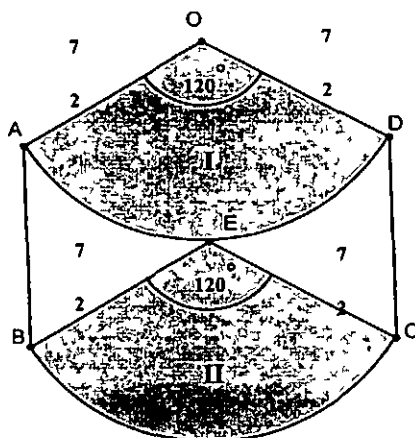
วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} + \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา II} + \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา III} \\ &= 3 \text{ เท่าของพื้นที่ส่วนที่แรเงา I}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงารูป I} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 5 \times 5 \\ &= \frac{25}{6} \pi \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} &= 3 \text{ เท่าของพื้นที่ส่วนที่แรเงา I} \\ &= 3 \times \frac{25}{6} \pi \\ &= \frac{25}{2} \pi \text{ ตารางหน่วย} \quad \underline{\text{ตอบ}}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \\
 &= \frac{77}{6} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

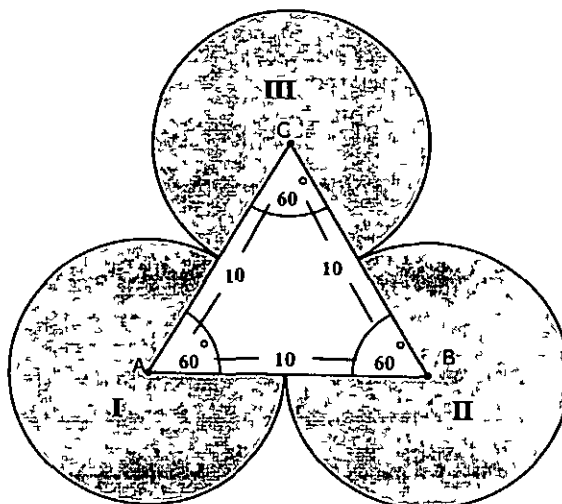
$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} = \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา II}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} = 2 \times \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I}$$

$$= 2 \times \frac{77}{6}$$

$$= \frac{77}{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{300^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 10 \times 10 \\
 &= \frac{250\pi}{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\text{แต่พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} = \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา II} = \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา III}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} = 3 \text{ เท่าของพื้นที่ส่วนที่แรเงา I}$$

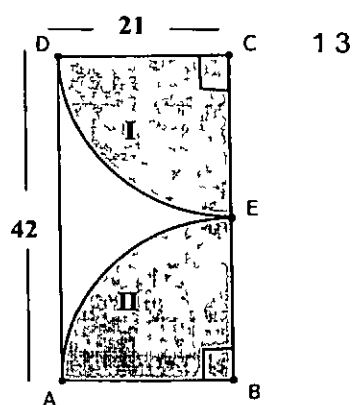
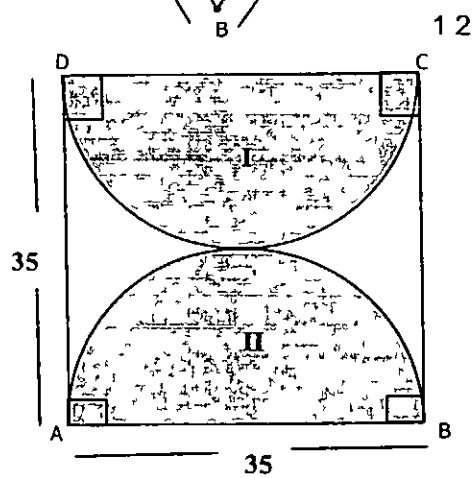
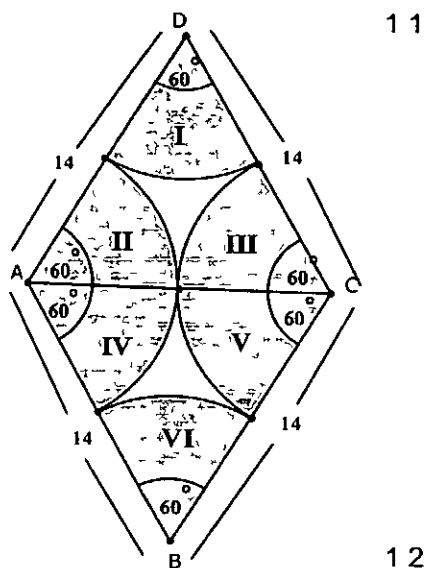
$$\begin{aligned}
 &= 3 \times \frac{250\pi}{3} \\
 &= 250\pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ใบงานที่ 5

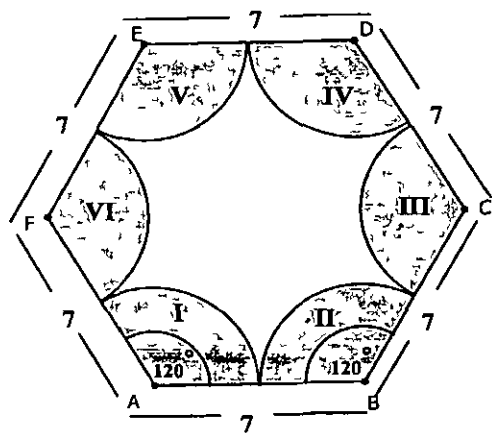
กิจกรรม

คำสั่ง จงแสดงวิธีทำ

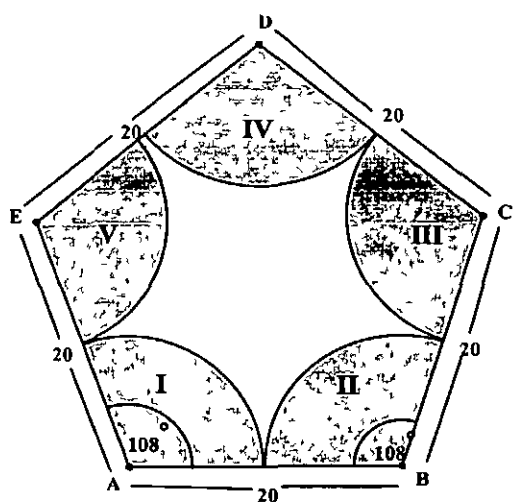
1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$



2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

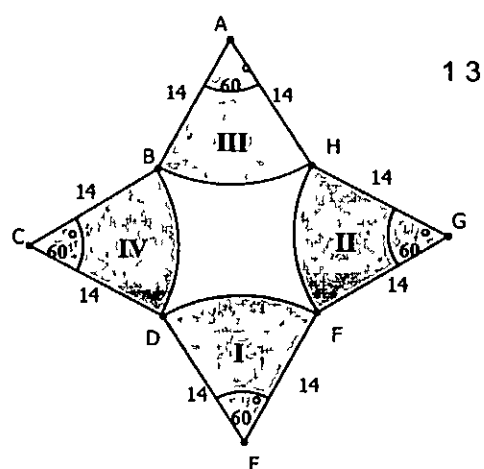
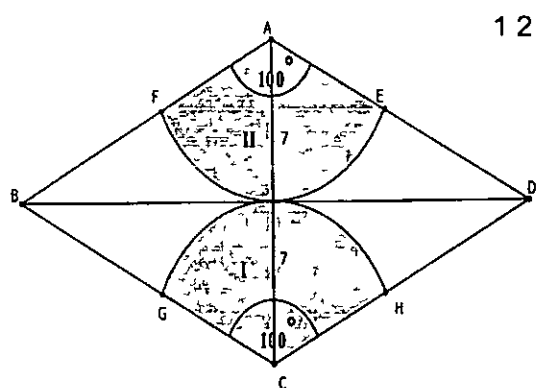
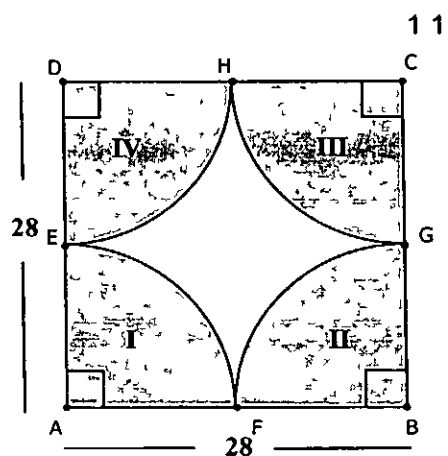


3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)

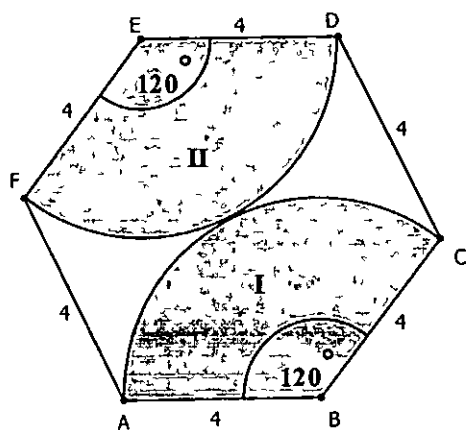


เอกสารฝึกหัดที่ 4

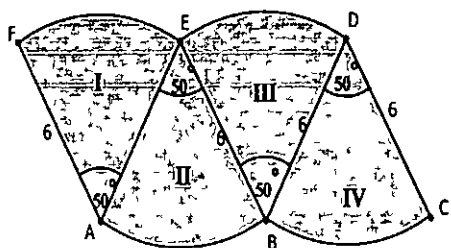
1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)

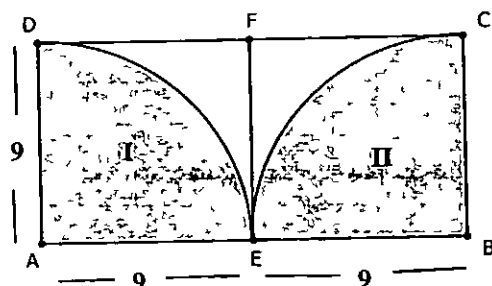


3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)

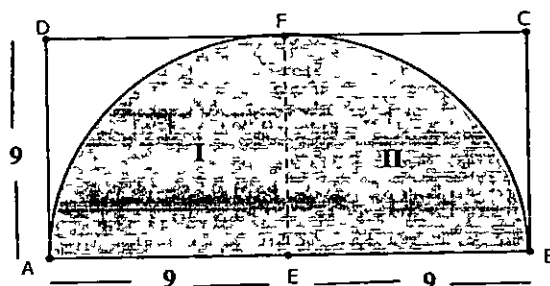


3.3 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา โดยการเปลี่ยนรูป

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา นอกจากการใช้วิธีลบรูปและการคิดเพียงบางส่วนแล้ว การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูป จะเป็นอีกวิธีหนึ่งที่จะช่วยให้การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ง่ายและสะดวกรวดเร็วขึ้น พิจารณาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



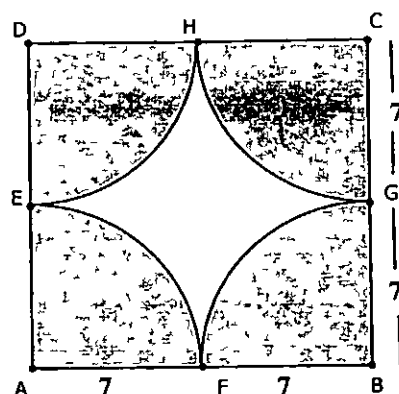
การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา I และ II หาได้จากการหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง EAD หรือพื้นที่ส่วนที่แรเงา I แล้วคูณด้วย 2 จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาตามที่ต้องการ แต่สามารถหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้ง 2 ได้โดยการเปลี่ยนรูปดังนี้



พื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จากพื้นที่ครึ่งรูปวงกลมส่วนที่แรเงา

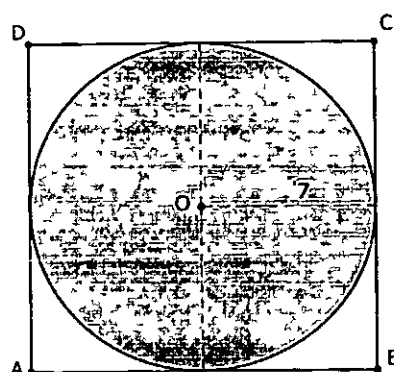
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่รูปครึ่งวงกลมส่วนที่แรเงา} &= \frac{\pi r^2}{2} \\
 &= \frac{\pi \times 9 \times 9}{2} \\
 &= \frac{81\pi}{2} \text{ ตารางหน่วย} \\
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{81\pi}{2} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



วิธีทำ

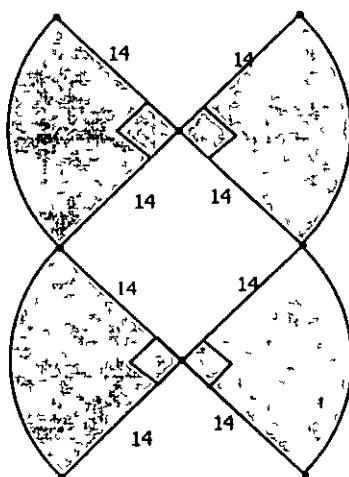
เปลี่ยนรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ได้ดังนี้



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่วงกลม } O &= \pi r^2 \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= 154 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

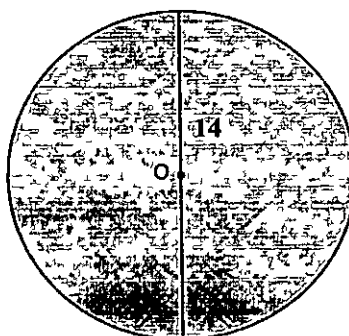
$$\begin{aligned}
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่วงกลม } O \\
 &= 154 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$



วิธีทำ

เปลี่ยนรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ได้ดังนี้



$$\text{พื้นที่วงกลม O} = \pi r^2$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

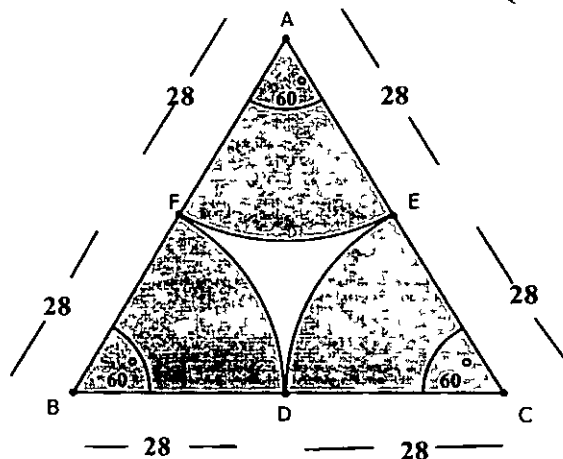
$$= 616 \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ส่วนที่แรเงา

$$= \text{พื้นที่วงกลม O}$$

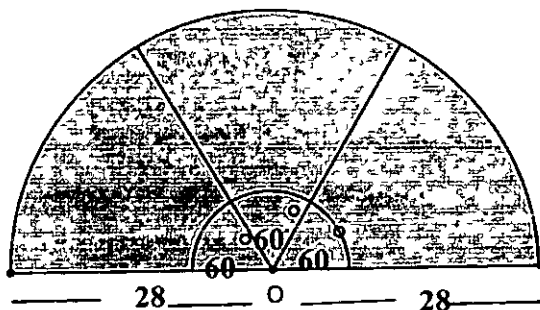
$$= 616 \text{ ตารางหน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



วิธีทำ

เปลี่ยนรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ได้ดังนี้



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่รูปครึ่งวงกลม } O &= \frac{\pi r^2}{2} \\ &= \frac{22 \times 28 \times 28}{7 \times 2} \end{aligned}$$

$$= 1,232 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่รูปครึ่งวงกลม } O$$

$$= 1,232 \text{ ตารางหน่วย}$$

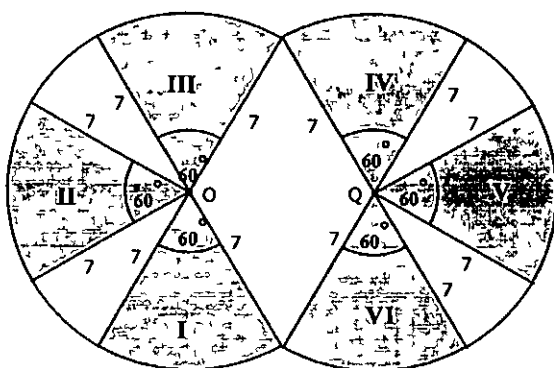
ใบงานที่ 6

กิจกรรม

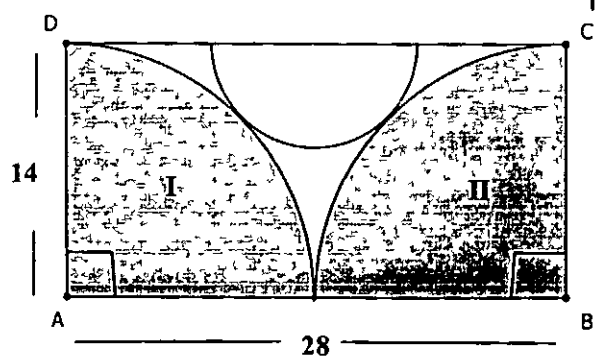
คำสั่ง จงแสดงวิธีทำ

1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

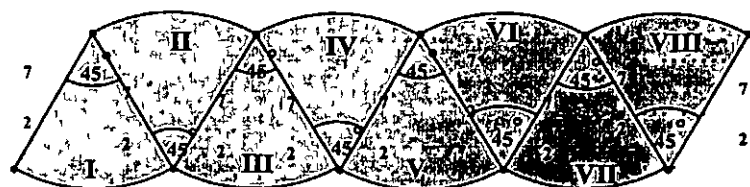
1 1



1 2

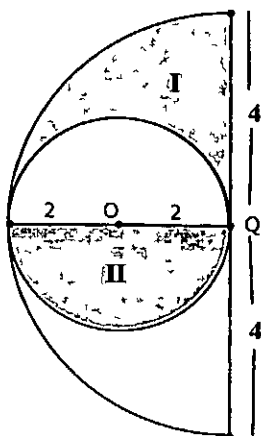


1 3

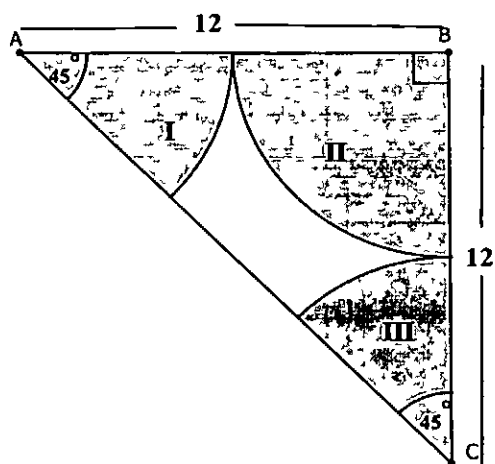


2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)

1 1



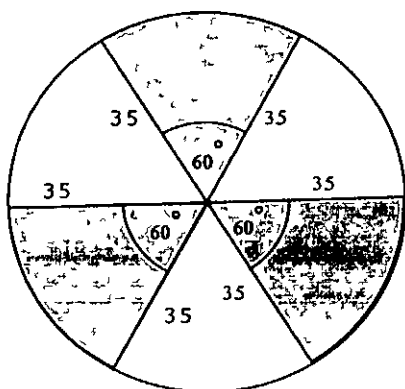
3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)



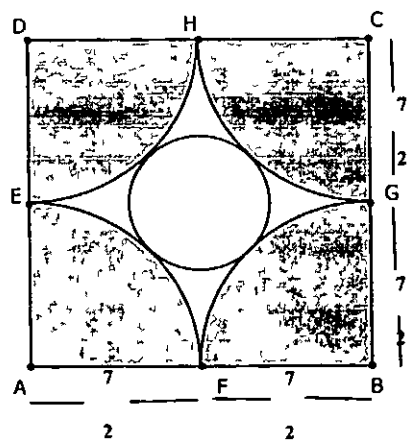
เอกสารฝึกหัดที่ 5

- 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

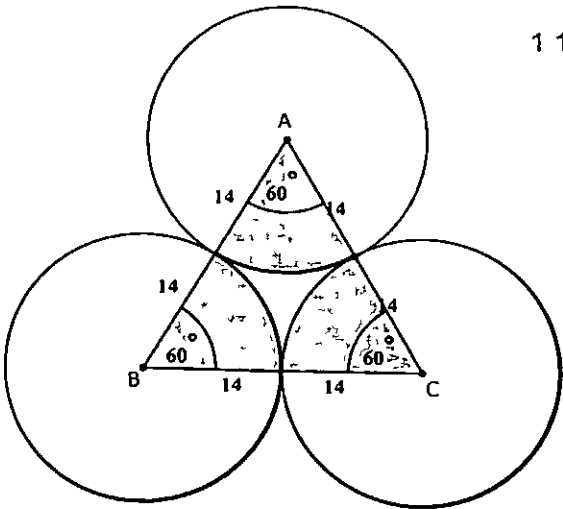
11



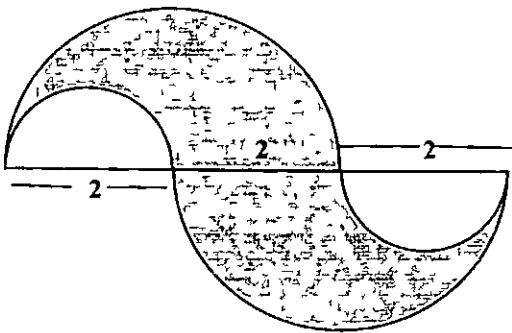
12



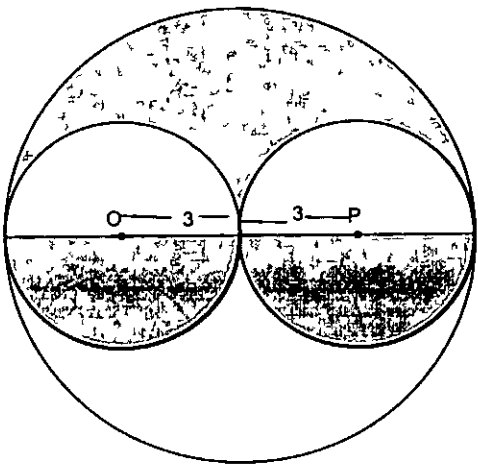
1 1



2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)



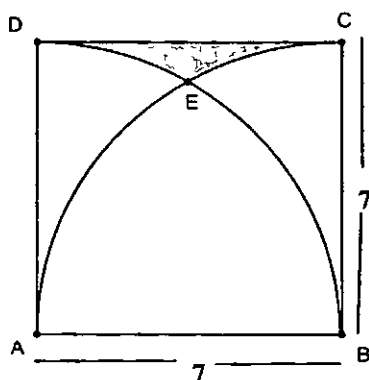
3 จากรูปจงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)



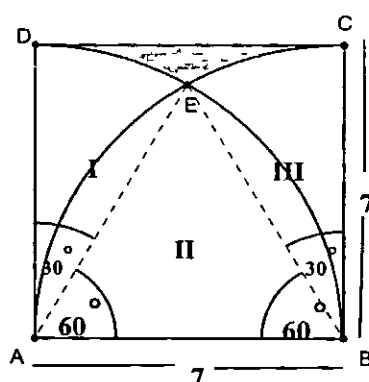
บทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 4

3 4 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม

ในบางครั้งการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงานั้น จะหาโดยวิธีตรงๆ ไม่ได้ จะต้องมีการลากเส้นเพิ่มเติมในรูปจึงจะหาพื้นที่ได้พิจารณาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา จะหาไม่ได้เลยถ้าไม่มีการลากเส้นเพิ่มเติม
ลาก $\overline{AE}$ และ $\overline{BE}$



การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จาก หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD แล้วลบด้วยพื้นที่ I
พื้นที่ II และพื้นที่ III $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส } ABCD &= \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาว ด้าน} \\
 &= 7 \times 7 \\
 &= 49 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ I} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DAE} \\
 &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= \frac{77}{6} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\text{แต่พื้นที่ I} = \text{พื้นที่ III}$$

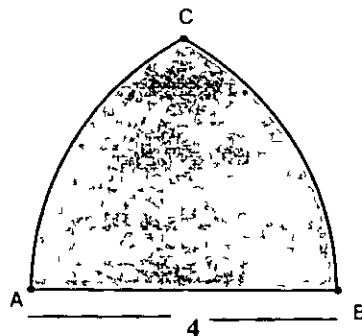
$$\text{พื้นที่ III} = \frac{77}{6} \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ II} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABE} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาว ด้าน} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 7 \times 7 \\
 &= \frac{49\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส } ABCD - \text{พื้นที่ I} - \text{พื้นที่ II} - \text{พื้นที่ III}$$

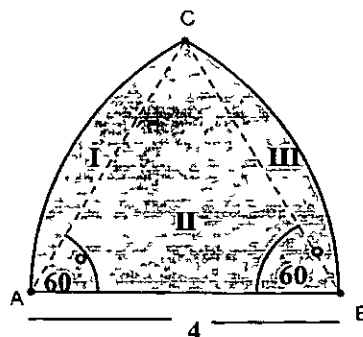
$$\begin{aligned}
 &= 49 - \frac{77}{6} - \frac{77}{6} - \frac{49\sqrt{3}}{4} \\
 &= \frac{588 - 154 - 154 - 147\sqrt{3}}{12} \\
 &= \frac{280 - 147\sqrt{3}}{12} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากรูปที่กำหนดให้เมื่อ AC และ BC เกิดจาก วงกลมที่มีรัศมียาว 4 หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

ลาก AC และ BC



พื้นที่ I

= พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABC - พื้นที่
สามเหลี่ยมด้านเท่า ABC

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2 \\
 &= \left[\frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times (4 \times 4) \right] - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \\
 &= \frac{8}{3} \pi - 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ III

= พื้นที่ I

$$= \frac{8}{3} \pi - 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

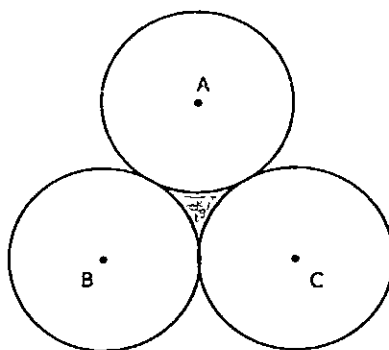
พื้นที่ II

= พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABC

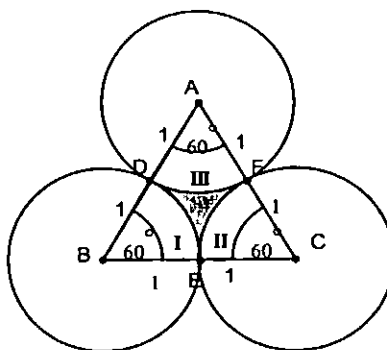
พื้นที่ส่วนที่แรเงา

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \\
 &= 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย} \\
 &= \text{พื้นที่ I} + \text{พื้นที่ II} + \text{พื้นที่ III} \\
 &= \left(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \right) + (4\sqrt{3}) + \left(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \right) \\
 &= \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \\
 &= \frac{8}{3}\pi + \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \\
 &= \frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยรัศมีของวงกลมแต่ละวง มีความยาว 1 หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ



ลาก $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$

∴ ABC จะเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ที่มีด้านแต่ละด้านยาว 2 หน่วย

$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่ } \Delta \text{ ด้านเท่า ABC} - \text{พื้นที่ I} - \text{พื้นที่ II} - \text{พื้นที่ III}$$

$$\text{พื้นที่ } \Delta \text{ ด้านเท่า ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times 2$$

$$= \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{พื้นที่ I} = \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DBE}$$

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{60}{360} \pi \times (1)^2$$

$$= \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{พื้นที่รูป I} = \text{พื้นที่ II} = \text{พื้นที่ III} = \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}$$

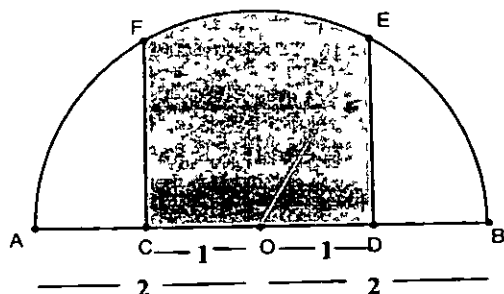
$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่สามเหลี่ยม ABC} - \text{พื้นที่ I} - \text{พื้นที่ II} - \text{พื้นที่ III}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}$$

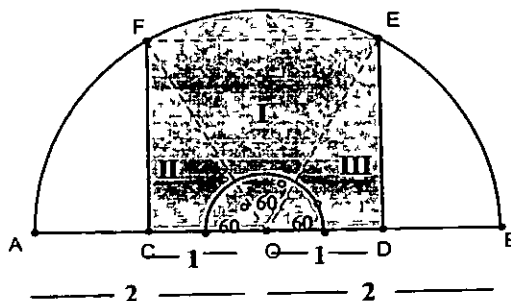
$$= \sqrt{3} - \frac{3\pi}{6}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \text{ ตารางหน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้เมื่อ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมมีรัศมี ยาว 2 หน่วย และ $\overline{CO} = \overline{OD} = 1$ หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ



ลาก OF , OE และ FE

พื้นที่ส่วนที่แรเงา

พื้นที่ I

พื้นที่ II

พื้นที่ II + พื้นที่ III

พื้นที่ส่วนที่แรเงา

$$= \text{พื้นที่ I} + \text{พื้นที่ II} + \text{พื้นที่ III}$$

$$= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง FOE}$$

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 2 \times 2$$

$$= \frac{2}{3} \pi \text{ ตารางหน่วย}$$

$$= \text{พื้นที่ III}$$

$$= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า FOE}$$

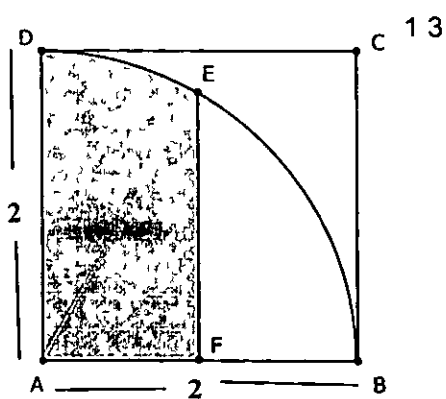
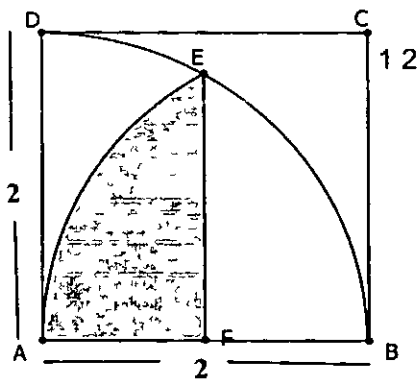
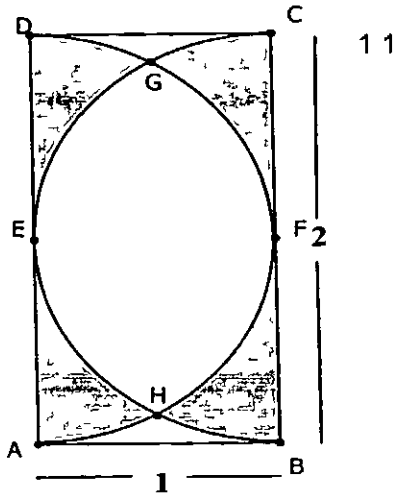
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times 2$$

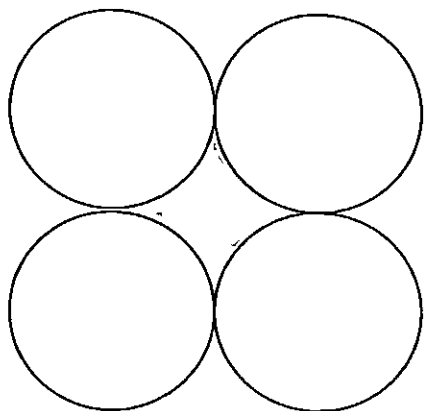
$$= \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

$$= \frac{2}{3} \pi + \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

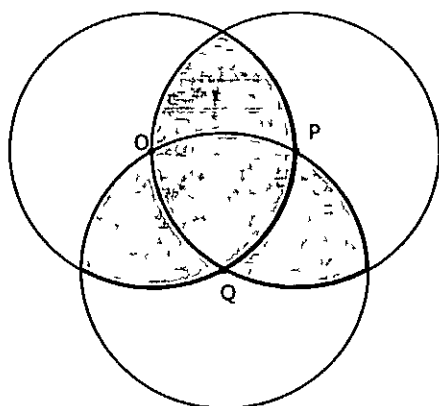
ใบงานที่ 7

กิจกรรม
คำสั่ง จงแสดงวิธีทำ
1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)


2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้โดยวงกลมแต่ละวงมีรัศมี
ความยาว 1 หน่วย (ตอบติดค่า π)

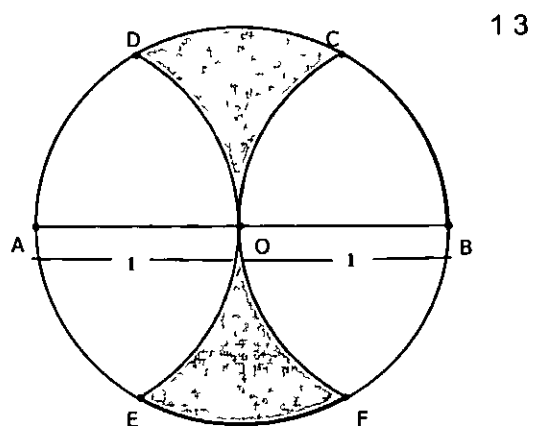
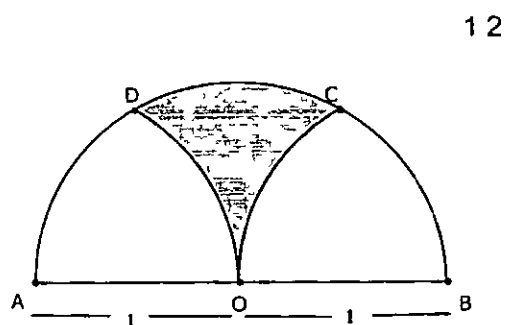
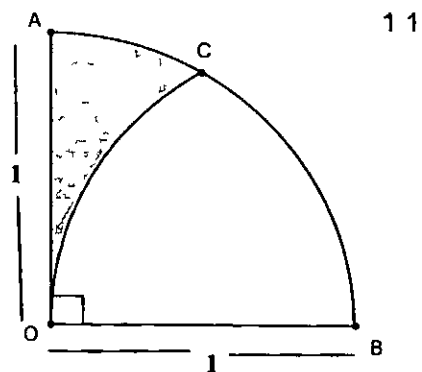


2 O,P และ Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมซึ่งทุกวงที่มีรัศมียาว 1 หน่วย
จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)

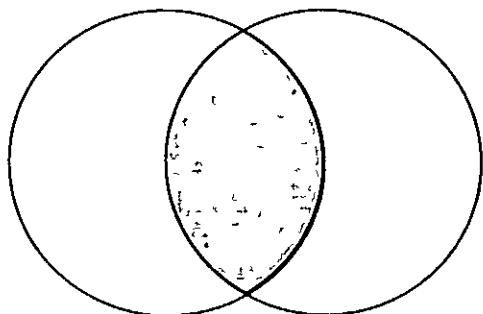


เอกสารฝึกหัดที่ 6

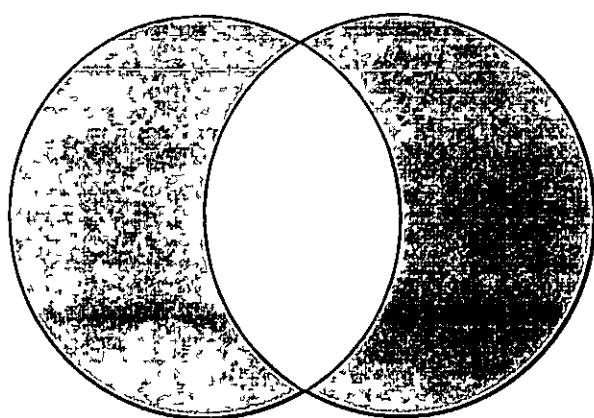
1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



2 วงกลมรัศมียาว 1 หน่วย สองวงตัดกันโดยที่จุดศูนย์กลางของวงกลมทั้งสองอยู่บนเส้นรอบวงของกันและกัน จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)



3 ผลจากข้อ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)

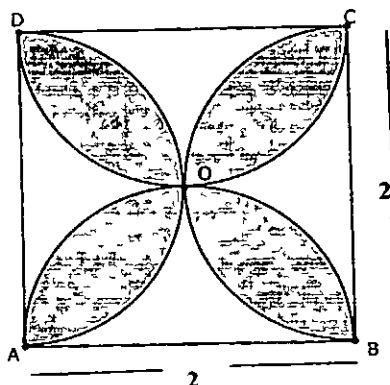


บทเรียนเสริม หน่วยที่

4 การประยุกต์นำไปใช้

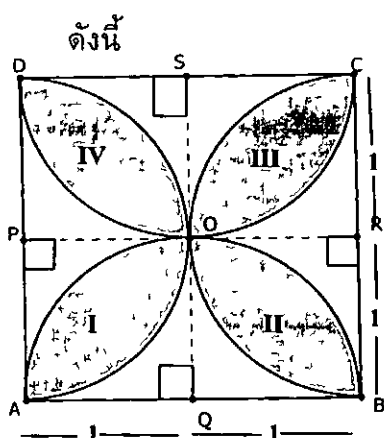
การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาแบบต่างๆ ได้แก่ การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยคิดเพียงบางส่วน การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูปและการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม ตามที่กล่าวมาแล้วนั้น ถือว่าเป็นพื้นฐานสำคัญในการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาเบื้องต้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจให้ดี การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้จะเป็นการนำการหาพื้นที่แบบต่างๆ มาผสมและประยุกต์เข้าด้วยกัน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม และหาพื้นที่เพียงบางส่วนได้



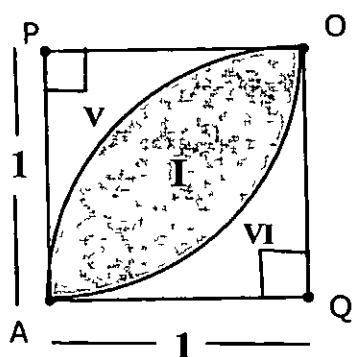
ลาก $\overline{PR}, \overline{QS}$ ผ่านจุด O ตั้งฉากกับด้าน

$\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{AB}$ และ $\overline{DC}$

จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงา I = พื้นที่ส่วนที่แรเงา

ที่ II = พื้นที่ส่วนที่แรเงา III = พื้นที่ส่วนที่แรเงา IV

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จากการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา I แล้วคูณด้วย 4 จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาตามต้องการ



หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้ตามขั้นตอนดังนี้

- 1 หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP
- 2 หาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AQO
- 3 หาพื้นที่ส่วนที่ V
- 4 หาพื้นที่ส่วนที่ VI
- 5 หาพื้นที่ส่วนที่แรเงารูป I ได้จาก นำพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP ลบด้วยพื้นที่ส่วนที่ V และพื้นที่ส่วนที่ VI

$$\begin{aligned}
 1 \text{ พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP} &= \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน} \\
 &= 1 \times 1 \\
 &= 1 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \text{ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AQO} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \pi \times (1 \times 1) \\
 &= \frac{\pi}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \text{ พื้นที่ส่วนที่ V} &= \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AQO} \\
 &= 1 - \frac{\pi}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 \text{ พื้นที่ส่วนที่ VI} &= \text{พื้นที่ส่วนที่ V} \\
 &= 1 - \frac{\pi}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} &= \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP} - \text{พื้นที่ส่วนที่ V} - \text{พื้นที่ส่วนที่ VI} \\
 &= 1 - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \\
 &= 1 - 1 + \frac{\pi}{4} - 1 + \frac{\pi}{4}
 \end{aligned}$$

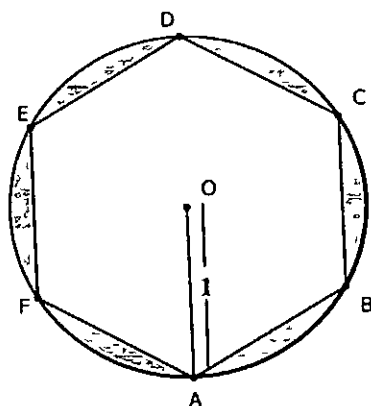
$$= \frac{2\pi}{4} - 1$$

$$= \frac{\pi}{2} - 1 \text{ ตารางหน่วย}$$

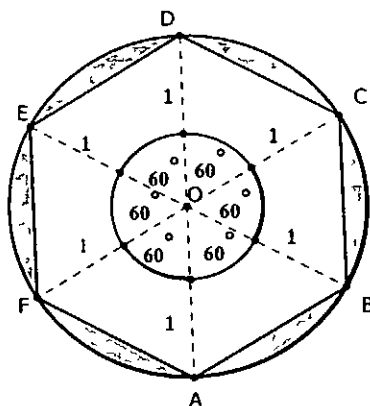
$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} = 4 \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

$$= 2\pi - 4 \text{ ตารางหน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยกำหนดให้วงกลมมีรัศมียาว 1 หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ



หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้จากนำพื้นที่วงกลม O ลบด้วยพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า หรือแบ่งพื้นที่วงกลมออกเป็นหกส่วนเท่าๆ กัน โดยการลาก $\overline{OB}, \overline{OC}, \overline{OD}, \overline{OE}$ และ $\overline{OF}$ ทำให้เกิดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง 6 รูป หาพื้นที่ส่วนที่แรเงา 1 ส่วน ได้จากนำพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB ลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า AOB แล้วคูณด้วย 6 จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times (1 \times 1) \\
 &= \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

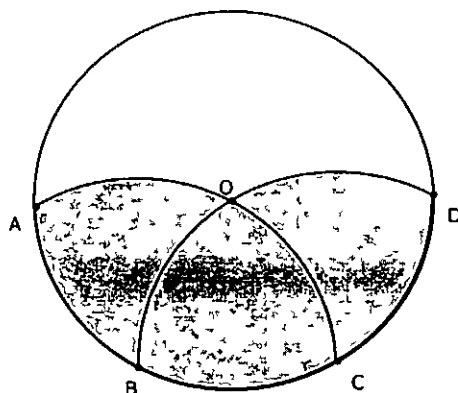
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า AOB} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ความยาวด้าน})^2 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1 \times 1 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา 1 ส่วน} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า AOB} \\
 &= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

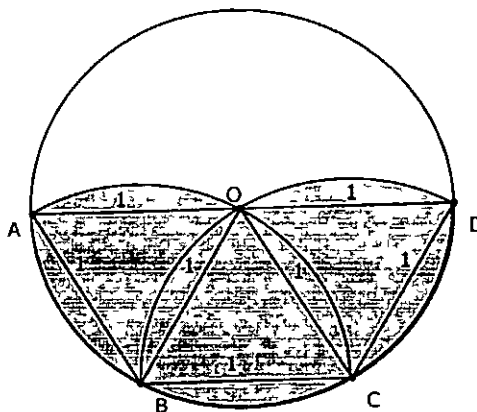
มีพื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด 6 ส่วน

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} &= 6 \times \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \\
 &= \pi - \frac{6\sqrt{3}}{4} \\
 &= \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา เมื่อวงกลมและส่วนโค้งของวงกลมมีรัศมี ยาว 1 หน่วย โดยมีจุด O, B และ C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม (ตอบติดค่า π)

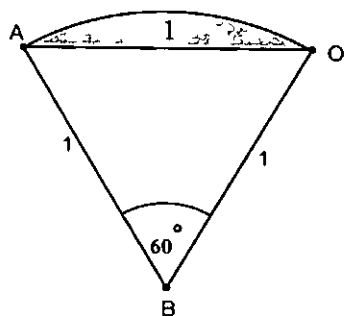


วิธีทำ



หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้โดยการลาก OA, OB, OC, OD, AB, BC และ CD
หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วนได้จากหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABO แล้วลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO จะได้พื้นที่ 1 ตามรูป

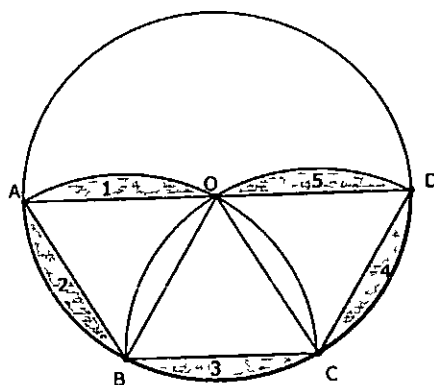
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABO} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 1 \times 1 \\
 &= \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ความยาวด้าน})^2 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1 \times 1 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

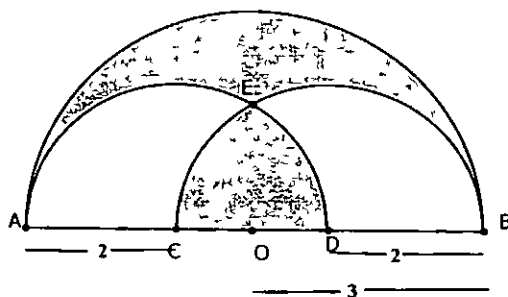
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ I} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABO} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO} \\
 &= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

จากรูปที่โจทย์กำหนดให้มีพื้นที่ลักษณะ I อยู่ด้วยกัน 5 รูป



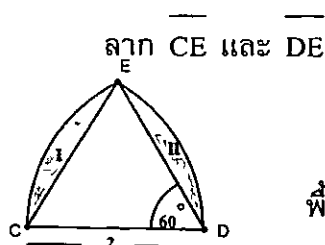
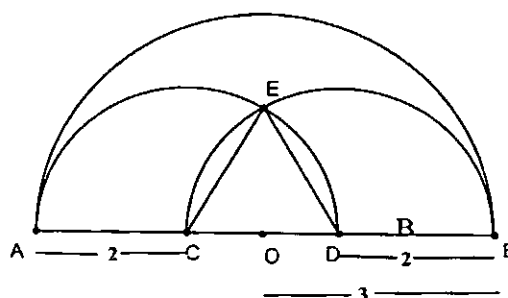
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= (5 \times \text{พื้นที่ I}) + \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า 3 รูป} \\
 &= (5 \times \text{พื้นที่ I}) + (3 \times \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO}) \\
 &= \left[5 \times \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \right] + \left[3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \right] \\
 &= \frac{5\pi}{6} - \frac{5\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4} \\
 &= \frac{5\pi}{6} - \frac{2\sqrt{3}}{4} \\
 &= \frac{5\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จากรูปประกอบด้วยครึ่งวงกลม 3 รูป ที่มี O , C และ D เป็นจุดศูนย์กลาง ครึ่งวงกลมใหญ่มีรัศมียาว 3 หน่วย ครึ่งวงกลมเล็ก 2 รูปมีรัศมียาว 2 หน่วยเท่ากัน จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาในข้อนี้ประกอบด้วย การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม โดยการลบรูปและโดยการคิดเพียงบางส่วนได้ดังนี้



หาพื้นที่ 1 ได้จากหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง แล้วลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง CDE

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 2 \times 2 \\
 &= \frac{2}{3} \pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE = $\frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ความยาวด้าน})^2$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times 2$$

$$= \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ I = พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง CDE - พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE

$$= \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

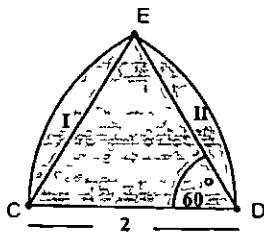
พื้นที่ II

$$= \text{พื้นที่รูป I}$$

$$= \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ส่วนที่แรเงา CDE

$$= \text{พื้นที่ I} + \text{พื้นที่ II} + \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE}$$



$$= \left(\frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \right) + \left(\frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \right) + \sqrt{3}$$

$$= \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} + \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ III

$$= \text{พื้นที่ IV}$$

พื้นที่ III

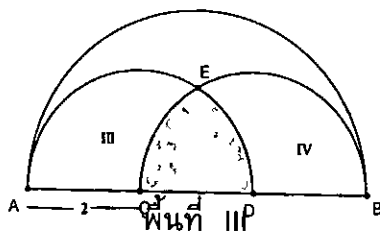
$$= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม C} - \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา CDE}$$

พื้นที่ครึ่งวงกลม C

$$= \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \frac{\pi \times 2 \times 2}{2}$$

$$= 2\pi \text{ ตารางหน่วย}$$



$$= 2\pi - \left(\frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$$

$$= 2\pi - \frac{4}{3} \pi + \sqrt{3}$$

$$= \frac{6\pi - 4\pi}{3} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{พื้นที่ IV} = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ต้องการ} = \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม O} - \text{พื้นที่ III} - \text{พื้นที่ IV}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม O} &= \frac{\pi r^2}{2} \\ &= \frac{\pi \times 3 \times 3}{2} \end{aligned}$$

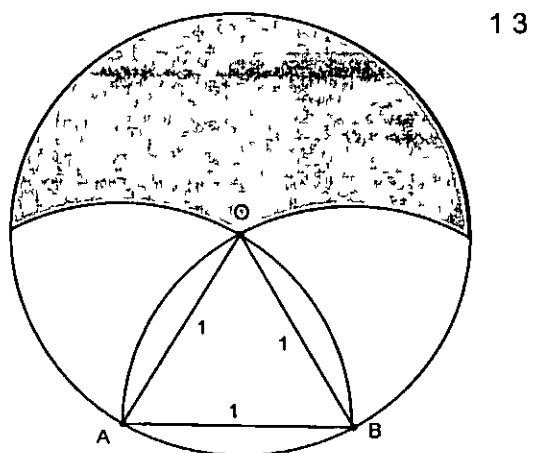
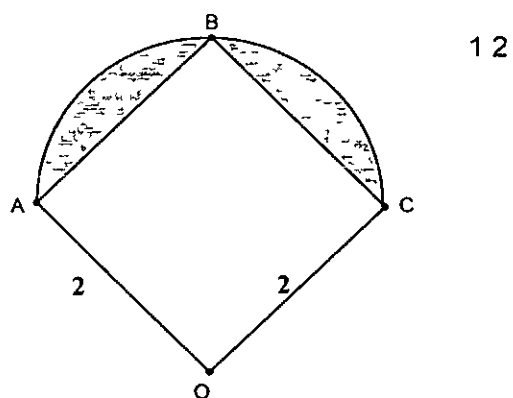
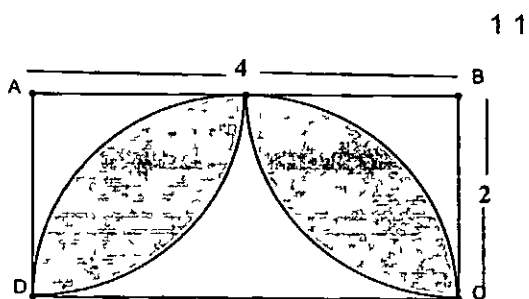
$$= \frac{9}{2} \pi \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\begin{aligned} \cdot \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ต้องการ} &= \frac{9}{2} \pi - \left(\frac{2}{3} \pi + \sqrt{3} \right) - \left(\frac{2}{3} \pi + \sqrt{3} \right) \\ &= \frac{9}{2} \pi - \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} - \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \\ &= \frac{9}{2} \pi - \frac{2}{3} \pi - \frac{2}{3} \pi - 2\sqrt{3} \\ &= \frac{27\pi - 4\pi - 4\pi}{6} - 2\sqrt{3} \\ &= \frac{19\pi}{6} - 2\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

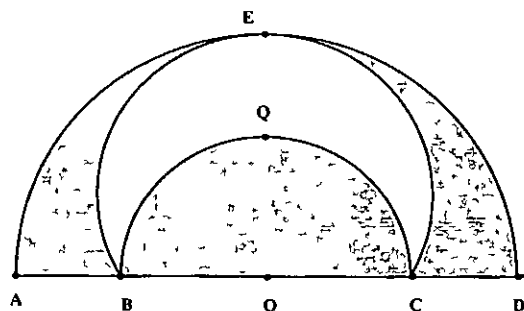
ใบงานที่ 8

กิจกรรม

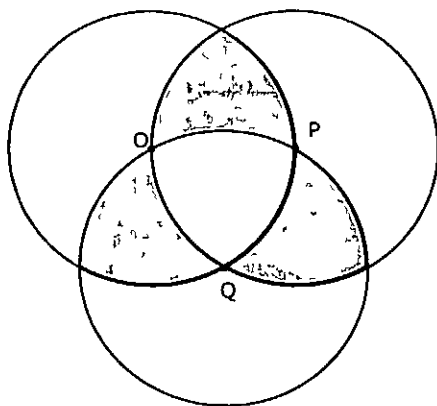
คำสั่ง จงแสดงวิธีทำ

1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)

2 จากรูป O , Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $OA = OD = 3$ หน่วย
 $QB = QC = QE = 2$ หน่วย และ O , Q , E เป็นจุดที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน จงหาพื้นที่
 ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)

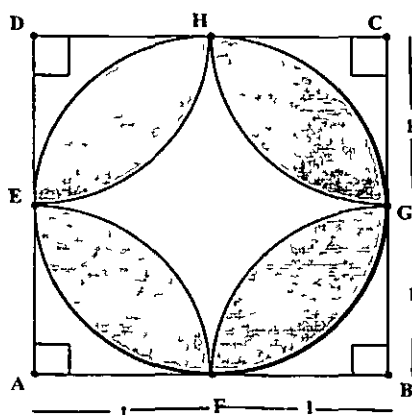


3 O , P และ Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมียาว 1 หน่วย จงหาพื้นที่
 ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)

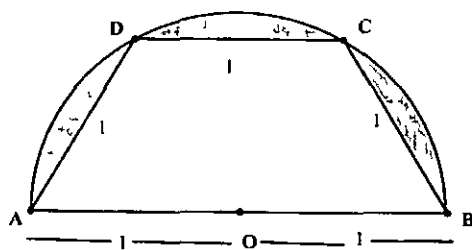


เอกสารฝึกหัดที่ 7

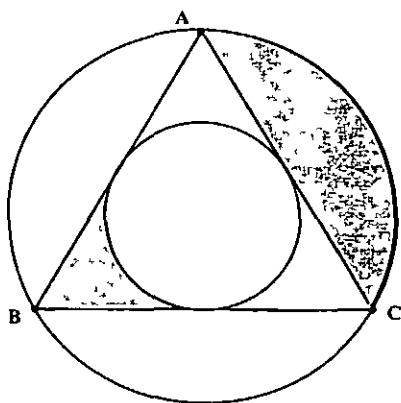
- 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



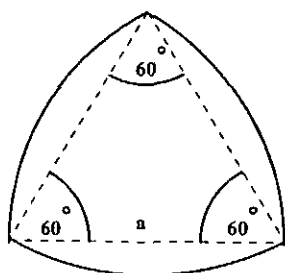
- 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



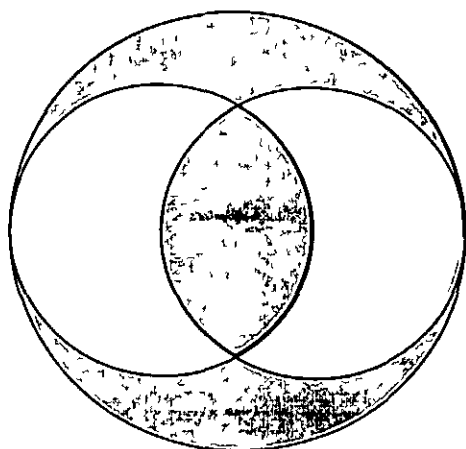
- 3 จากรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ABC มีพื้นที่ $4\sqrt{3}$ ตารางหน่วย มีวงกลม 2 วงประกอบและแนบอยู่ภายใน อยากทราบว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมดเท่ากับกี่ตารางหน่วย (ตอบติดค่า π)



- 4 หน้าตัดลูกสูบโรตารี สร้างขึ้นจากส่วนโค้ง 3 เส้น ที่รองรับมุม 60° ดังรูป รูปหน้าตัดของลูกสูบมีพื้นที่เท่าไร (ตอบติดค่า π)



- 5 จากรูปวงกลมใหญ่รัศมียาว 3 หน่วย วงกลมเล็ก 2 วง บรรจบอยู่ในวงกลมใหญ่ มีรัศมียาว 2 หน่วยเท่ากัน จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)



คำตอบเอกสารฝึกหัดที่ 1

- 1) คอร์ด 2) รัศมี 3) $\overline{AB}$ 4) จุด O 5) เส้นผ่านศูนย์กลาง $\overline{AB}$
 6) เซกเตอร์ 7) รัศมี $\overline{OD}, \overline{OB}, \overline{DB}$ 8) เซกเมนต์ 9) $\overline{CD}, \overline{CAD}$
 10) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OCD - พื้นที่สามเหลี่ยม OCD

คำตอบเอกสารฝึกหัดที่ 2

- 1) $1) \frac{16}{9}\pi$ ตร.หน่วย 2) 2π ตร.หน่วย 3) $\frac{117}{4}\pi$ ตร.หน่วย 4) 24π ตร.หน่วย
 2) 1) 2 หน่วย 2) 6 หน่วย 3) 9 หน่วย
 3) 1) 15 องศา 2) 70 องศา 3) 80 องศา

คำตอบเอกสารฝึกหัดที่ 3

- 1) 1) $\frac{928}{7}$ 2) 21 ตร.หน่วย
 2) 1) 80 21 ตร.หน่วย 2) $\frac{1408}{21} - 16\sqrt{3}$ ตร.หน่วย 3) $\frac{64\pi - 48\sqrt{3}}{3}$ ตร.หน่วย

คำตอบเอกสารฝึกหัดที่ 4

- 1) 1) 616 ตร.หน่วย 2) $\frac{770}{9}$ ตร.หน่วย 3) $\frac{1232}{3}$ ตร.หน่วย
 2) $\frac{32}{3}\pi$ ตร.หน่วย
 3) 20π ตร.หน่วย

คำตอบเอกสารฝึกหัดที่ 5

- 1) 1) 19 25 ตร.หน่วย 2) 38 5 ตร.หน่วย 3) 308 ตร.หน่วย
 2) 3π ตร.หน่วย
 3) 18π ตร.หน่วย

คำตอบเอกสารฝึกหัดที่ 6

$$1) \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6} \text{ ตร. หน่วย} \quad 2) \frac{3\sqrt{3} - \pi}{6} \text{ ตร. หน่วย} \quad 3) \frac{3\sqrt{3} - \pi}{3} \text{ ตร. หน่วย}$$

$$2) \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{6} \text{ ตร. หน่วย}$$

$$3) \frac{4\pi + 6\sqrt{3}}{6} \text{ ตร. หน่วย}$$

คำตอบเอกสารฝึกหัดที่ 7

$$1) \quad 2\pi - 4 \text{ ตร. หน่วย}$$

$$2) \quad \frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ ตร. หน่วย}$$

$$3) \quad \frac{20}{9}\pi - \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ ตร. หน่วย}$$

$$4) \quad \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) a^2 \text{ ตร. หน่วย}$$

แผนการสอน

แผนการสอนที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ส่วนประกอบของวงกลม

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

ความหมายของพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

สาระสำคัญ

วงกลมคือทางเดินของจุด ซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะทางเท่ากัน ส่วนประกอบของวงกลมได้แก่ คอร์ด เส้นผ่านศูนย์กลาง รัศมี จุดศูนย์กลางของวงกลม ส่วนโค้งของวงกลม

พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง เป็นพื้นที่ที่เกิดจาก รัศมี 2 เส้น กับส่วนโค้งของวงกลม โดยมีจุดยอดเป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถ

- 1 บอกส่วนประกอบของวงกลมได้ถูกต้อง
- 2 บอกความหมายของพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ใช้วิธีสอนแบบบรรยาย และการอภิปราย

ขั้นนำ

- 1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
- 2 ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งของในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นวงกลม แล้วครูเขียนชื่อสิ่งของที่นักเรียนบอกบนกระดาน
- 3 ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายรายชื่อสิ่งของที่มีลักษณะเป็นวงกลมว่าประกอบไปด้วยส่วนใดบ้าง

ขั้นปฏิบัติการ

ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใบงานที่ 1 ใช้เวลาประมาณ 15 นาที

- 1 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายผลที่ได้จากการแก้ปัญหา

2 ครูเฉลยปัญหาจากใบงานที่ 1 โดยใช้แผ่นโปรงใสที่ 1 ประกอบการบรรยาย พร้อมทั้งให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย

3 ครูแจกบทเรียนเสริมหน่วยที่ 1 และใช้แผ่นโปรงใสที่ 2 อธิบายส่วนประกอบต่างๆ ของวงกลม พร้อมทั้งยกตัวอย่าง

4 ครูแจกใบงานที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยสมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงวิธีในการปฏิบัติกิจกรรมให้สำเร็จถูกต้องได้รวดเร็ว

ขั้นกิจกรรมสรุป

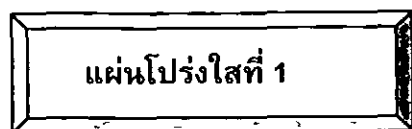
- 1 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรมจากใบงานที่ 2
- 2 ครูสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมอีกครั้งให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
- 3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ไขกิจกรรมที่ทำผิด
- 4 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละคนทำภายในเวลาที่กำหนดให้
- 5 ครูเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 1 และให้นักเรียนที่ทำผิดแก้ไขให้ถูกต้อง
- 6 ครูสุ่มนักเรียนเป็นรายบุคคล อธิบายส่วนประกอบของวงกลม และความหมายของพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

การวัดผลและประเมินผล

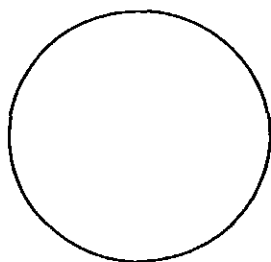
การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
สังเกตจากความตั้งใจ ความร่วมมือในการตอบคำถาม การแสดงความคิดเห็นและ กิจกรรมที่ปฏิบัติ	ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 80%	เอกสารฝึกหัดที่ 1

สื่อการสอน

- 1 ใบงานที่ 1 , ใบงานที่ 2
- 2 แผ่นโปรงใสที่ 1 , แผ่นโปรงใสที่ 2
- 3 บทเรียนเสริมหน่วยที่ 1
- 4 เอกสารฝึกหัดที่ 1



ปัญหา ให้ลากเส้นตรง 4 เส้น ตัดวงกลมเป็นส่วนๆ ให้ได้มากที่สุด จะได้กี่ส่วน



ตอบ

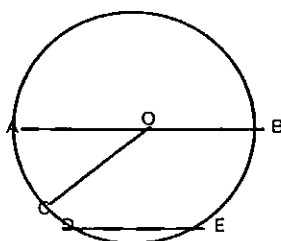
ส่วน



วงกลม (Circle)

นิยาม วงกลม คือ ทางเดินของจุดที่อยู่บนพื้นระนาบ ซึ่งห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะทางเท่ากัน

1 ส่วนประกอบของวงกลม



1.1 คอร์ด (Chord) คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลาย (end point) อยู่บน

วงกลม

จากรูป $\overline{AB}$ และ $\overline{DE}$ คือ คอร์ดของวงกลม

1.2 เส้นผ่านศูนย์กลาง (Diameter) คือ คอร์ดซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของ

วงกลม

จากรูป $\overline{AB}$ คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

1.3 รัศมี (Radius) คือ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดศูนย์กลางของวงกลมไปยังจุดซึ่งอยู่ บนเส้นรอบวงของวงกลม

จากรูป $\overline{OA}$, $\overline{OC}$ และ $\overline{OB}$ คือ รัศมีของวงกลม

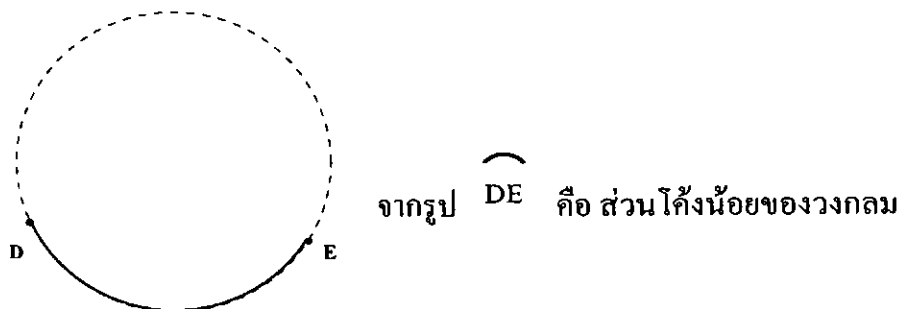
1.4 ส่วนโค้งของวงกลม (Arc) คือ ทางเดินของจุดที่อยู่ระหว่างจุดปลาย (end point) ของ ส่วนโค้งของวงกลม

จากรูป $\widehat{AB}$ และ $\widehat{DE}$ คือ ส่วนโค้งของวงกลม ใช้สัญลักษณ์ $\widehat{AB}$ และ $\widehat{DE}$ แทนความยาวของส่วนโค้ง AB และส่วนโค้ง DE

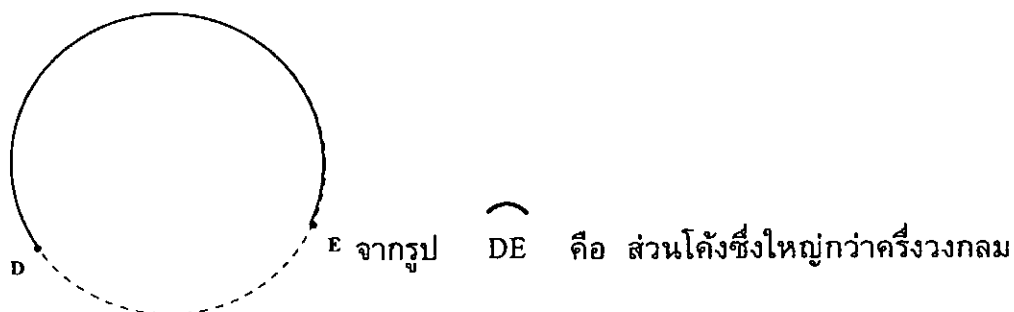
1.5 ครึ่งวงกลม (Semicircle) คือ ส่วนโค้งของวงกลมซึ่งจุดปลายอยู่บนเส้นผ่านศูนย์กลาง

จากรูป $\widehat{AB}$ คือ ครึ่งวงกลมที่มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

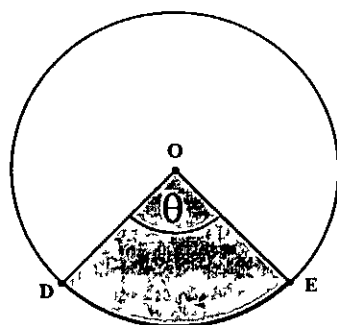
16 ส่วนโค้งน้อย (Minor arc) คือ ส่วนโค้งซึ่งน้อยกว่าครึ่งวงกลม



17 ส่วนโค้งใหญ่ (Major arc) คือ ส่วนโค้งที่ใหญ่กว่าครึ่งวงกลม

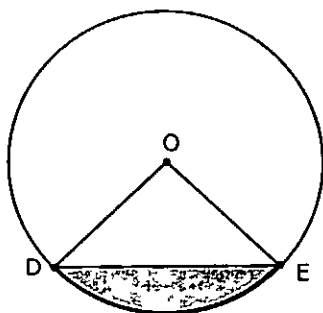


2 พื้นที่เซกเตอร์ (Sector) คือ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ที่เกิดจากรัศมี 2 เส้น กับส่วนโค้งของวงกลม โดยมีจุดยอดเป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม



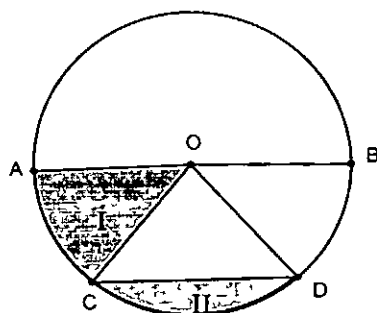
จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงา คือ พื้นที่เซกเตอร์ ที่เกิดจากรัศมี $\overline{OD}$ และ $\overline{OE}$ กับส่วนโค้ง $\widehat{DE}$ โดยมี θ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

3 พื้นที่เซกเมนต์ (Segment) คือ พื้นที่ที่เกิดจากคอร์ดและเส้นรอบวงของวงกลม



จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงาคือ พื้นที่เซกเมนต์ที่เกิดจากคอร์ด DE และส่วนโค้ง DE

ตัวอย่างที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้



- 1 เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม ได้แก่
- 2 รัศมีของวงกลม ได้แก่
- 3 จุดใดคือจุดศูนย์กลางของวงกลม
- 4 คอร์ดของวงกลมกำหนดด้วยส่วนของเส้นตรงใดบ้าง
- 5 คอร์ดที่ยาวที่สุดคือส่วนใดของวงกลม
- 6 ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นกี่เท่าของความยาวของรัศมี
- 7 ความยาวของรัศมีเป็นกี่เท่าของความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
- 8 พื้นที่ส่วนที่แรเงา I มีชื่อเรียกว่าอะไร
- 9 พื้นที่ส่วนที่แรเงา II มีชื่อเรียกว่าอะไร
- 10 การหาพื้นที่แรเงา II มีวิธีหาอย่างไร

แผนการสอนที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

จำนวน 2 คาบ เวลา 100 นาที

สาระสำคัญ

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

เมื่อ θ แทน ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับส่วนโค้ง

r แทน ความยาวของรัศมีของวงกลม

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ใช้วิธีสอนแบบอธิบายและแบบอภิปราย

ขั้นนำ

- 1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
- 2 ครูทบทวนส่วนประกอบของวงกลม โดยการเขียนรูปร่างวงกลมและส่วนประกอบต่างๆ ของวงกลมบนกระดาน จากนั้นสุ่มเลือกนักเรียนตอบคำถามที่ครูขึ้นกระดาน

ขั้นปฏิบัติการ

- 1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน
- 2 ครูแจกบทเรียนเสริมหน่วยที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษา ใช้เวลา 15 นาที
- 3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาอธิบายการหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง โดยครูคอยให้คำแนะนำและช่วยเหลือ
- 4 ครูฉายแผ่นโปร่งใสที่ 3 เกี่ยวกับการหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง พร้อมทั้งอธิบายและยกตัวอย่างตามบทเรียนเสริมหน่วยที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง
- 5 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย
- 6 ครูแจกใบงานที่ 3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปรายหาคำตอบ

ขั้นกิจกรรมสรุป

- 1 ครูสุ่มเลือกตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรมจากใบงานที่ 3
- 2 ครูสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมอีกครั้งหนึ่งให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
- 3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ไขกิจกรรมที่ทำผิด
- 4 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ ภายในเวลาที่กำหนดให้
- 5 ครูเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 2 และให้นักเรียนที่ทำผิดแก้ไขให้ถูกต้อง

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
สังเกตจากความตั้งใจ ความร่วมมือในการตอบ คำถาม การแสดงความ คิดเห็นและกิจกรรมที่ปฏิบัติ	ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 80%	เอกสารฝึกหัดที่ 2

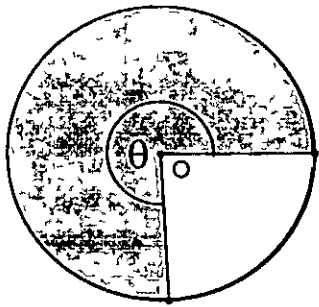
สื่อการสอน

- 1 ใบงานที่ 3
- 2 บทเรียนเสริมหน่วยที่ 2
- 3 เอกสารฝึกหัดที่ 2
- 4 แผ่นโป่งใสที่ 3

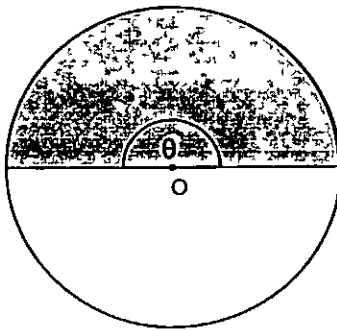
แผ่นโปร่งใสที่ 3

2 การหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

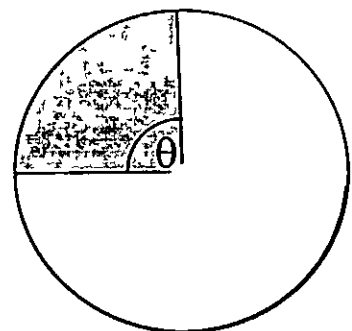
พิจารณาจากรูปต่อไปนี้



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

$$\text{รูปที่ 1 พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \frac{3}{4} \text{ ของพื้นที่รูปวงกลม}$$

$$\text{รูปที่ 2 พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \frac{1}{2} \text{ ของพื้นที่รูปวงกลม}$$

$$\text{รูปที่ 3 พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \frac{1}{4} \text{ ของพื้นที่รูปวงกลม}$$

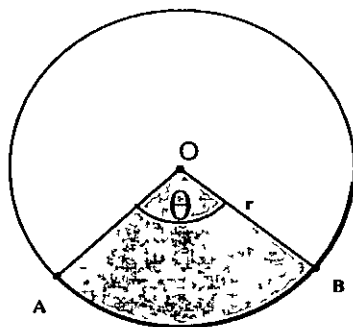
จะพบว่า พื้นที่ของส่วนที่แรเงาจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับขนาดของมุม θ ที่รองรับส่วนโค้ง ดังนั้นอัตราส่วนระหว่างพื้นที่ส่วนที่แรเงาหรือพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งกับพื้นที่วงกลมเป็นดังนี้

$$\frac{\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง}}{\text{พื้นที่ของวงกลม}} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \text{พื้นที่ของรูปวงกลม}$$

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$\therefore \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$



สรุป

สามเหลี่ยมฐานโค้ง ประกอบขึ้นด้วยด้านสองด้านที่มี r เป็นรัศมีของวงกลมเดียวกัน และความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุม θ องศา ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

เมื่อ θ แทน ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม
 r แทน ความยาวของรัศมีวงกลม

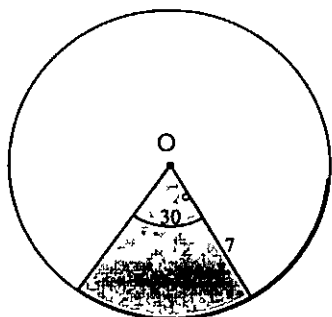
ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 7 \times 7$$

$$= \frac{49}{12} \pi \text{ ตารางหน่วย}$$

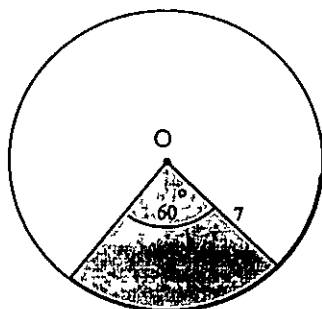


2 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

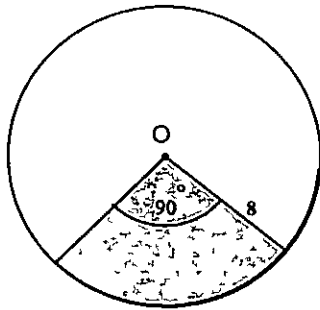
$$= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 7 \times 7$$

$$= \frac{49}{6} \pi \text{ ตารางหน่วย}$$



3 พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

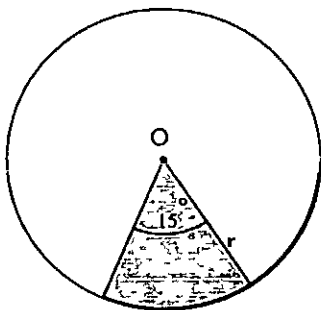


$$\begin{aligned}
 &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 8 \times 8 \\
 &= 16\pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาความยาวของรัศมีวงกลม เมื่อกำหนดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง และขนาดของมุมที่รองรับ ส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

1) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง $= 6\pi$ ตารางหน่วย , $\theta = 15^\circ$

จากสูตร

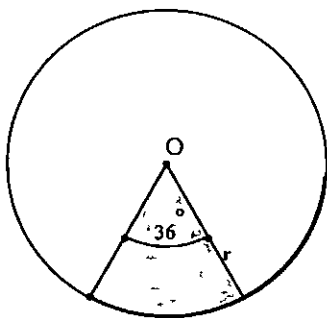


$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 6\pi &= \frac{15^\circ}{360^\circ} \times \pi \times r^2 \\
 6 &= \frac{r^2}{24} \\
 r^2 &= 144 \\
 r &= 12
 \end{aligned}$$

รัศมีของวงกลมเท่ากับ 12 หน่วย

2) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง = 10π ตารางหน่วย , $\theta = 36^\circ$

จากสูตร



$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$10\pi = \frac{36^\circ}{360^\circ} \times \pi \times r^2$$

$$10 = \frac{r^2}{10}$$

$$r^2 = 100$$

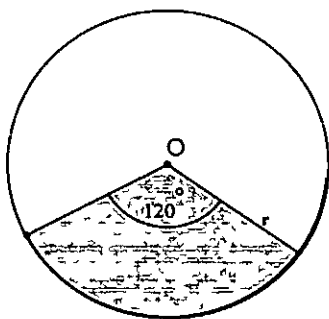
$$r^2 = 10^2$$

$$r = 10$$

รัศมีของวงกลมเท่ากับ 10 หน่วย

3) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง = 12π ตารางหน่วย , $\theta = 120^\circ$

จากสูตร



$$\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

$$12\pi = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times r^2$$

$$12 = \frac{r^2}{3}$$

$$r^2 = 36$$

$$r^2 = 6^2$$

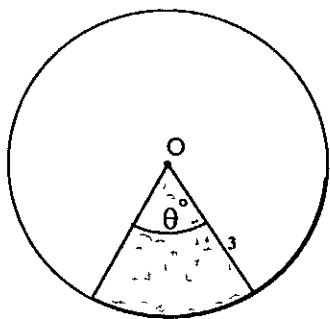
$$r = 6$$

รัศมีของวงกลมเท่ากับ 6 หน่วย

ตัวอย่างที่ 3 จงหาขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เมื่อ กำหนดพื้นที่ สามเหลี่ยมฐานโค้งและความยาวของรัศมีวงกลม

1) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง = π ตารางหน่วย , รัศมีวงกลมเท่ากับ 3 หน่วย

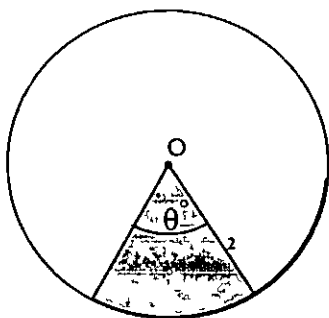
จากสูตร



$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ \pi &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi \times 3 \times 3 \\ 1 &= \frac{\theta}{40^\circ} \\ \theta &= 40^\circ \end{aligned}$$

ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งเท่ากับ 40°

2) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง = π ตารางหน่วย , รัศมีวงกลมเท่ากับ 2 หน่วย



จากสูตร

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ \pi &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi \times 2 \times 2 \\ 1 &= \frac{\theta}{90^\circ} \\ \theta &= 90^\circ \end{aligned}$$

. ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งเท่ากับ 90°

แผนการสอนที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป

สาระสำคัญ

พื้นที่ส่วนที่แรเงาคือพื้นที่ส่วนที่ต้องการเน้น การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาทำได้หลายรูปแบบ แบบแรกคือการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูปได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ใช้วิธีสอนแบบบรรยาย และการอภิปราย

ขั้นนำ

- 1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
- 2 ครูทบทวนการหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง โดยยกตัวอย่างรูปบนกระดานแล้วให้นักเรียนหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาบนกระดาน

ขั้นปฏิบัติการ

- 1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาค้นคว้าตามใบงานเสริม หน่วยที่ 3 ที่ครูแจกให้ใช้เวลา 15 นาที
- 2 ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาพร้อมทั้งฉายแผ่นใสที่ 4 ตามบทเรียนเสริมหน่วยที่ 3 อีกครั้งหนึ่ง
- 3 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย
- 4 ครูแจกบทเรียนเสริมหน่วยที่ 3 1 เกี่ยวกับการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาใช้เวลา 10 นาที
- 5 ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป โดยฉายแผ่นใสที่ 5 ตามบทเรียนเสริมหน่วยที่ 3 1 อีกครั้งหนึ่ง
- 6 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย
- 7 ครูแจกใบงานที่ 4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปราย หาคำตอบ

ขั้นกิจกรรมสรุป

- 1 ครูสุ่มเลือกตัวแทนแต่ละกลุ่มออกมานำเสนอ ผลของการปฏิบัติกิจกรรมจากใบงานที่ 4
- 2 ครูสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมอีกครั้ง ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
- 3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ไขกิจกรรมที่ทำผิด
- 4 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 3 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ ภายในเวลาที่กำหนดให้
- 5 ครูเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 3 และให้นักเรียนที่ทำผิดแก้ไขให้ถูกต้อง

การวัดผลและประเมินผล

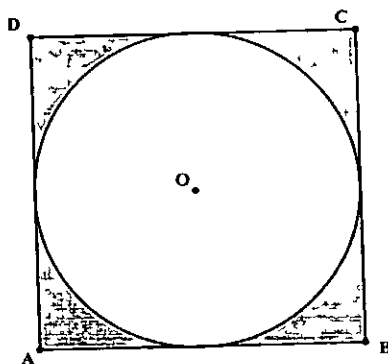
การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
สังเกตจากความตั้งใจ ความร่วมมือในการตอบคำถาม การแสดงความคิดเห็นและ กิจกรรมที่ปฏิบัติ	ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 80%	เอกสารฝึกหัดที่ 3

สื่อการสอน

- 1 ใบงานที่ 4
- 2 แผ่นโปรงใสที่ 4 แผ่นโปรงใสที่ 5
- 3 บทเรียนเสริมหน่วยที่ 3 บทเรียนเสริมหน่วยที่ 3 1
- 4 เอกสารฝึกหัดที่ 3

แผ่นโปรงใสที่ 4

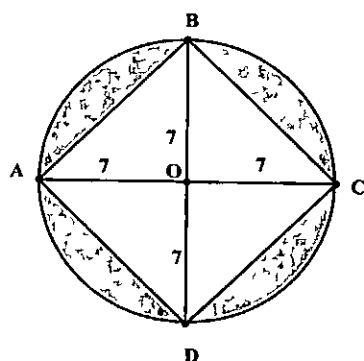
3 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



จากรูปวงกลม O แนบในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จาก
 นำพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ลบด้วยพื้นที่รูปวงกลม O ถ้าสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 7
 หน่วย วงกลม O มีรัศมี ยาว $\frac{7}{2}$ หน่วย จะหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้ดังนี้ $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$

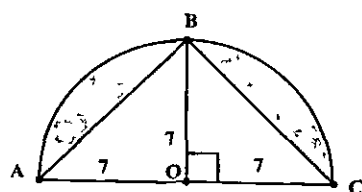
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} - \text{พื้นที่วงกลม O} \\
 &= (\text{ด้าน} \times \text{ด้าน}) - (\pi r^2) \\
 &= (7 \times 7) - \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \right) \\
 &= 49 - 38.5 \\
 &= 10.5 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$



$$\begin{aligned}
 1 \text{ พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่วงกลม O} - \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} \\
 &= (\pi r^2) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ผลคูณของเส้นทแยงมุม} \right) \\
 &= \left(\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 14 \right) \\
 &= 154 - 98 \\
 &= 56 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$2 \text{ พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่ครึ่งรูปวงกลม } O - \text{พื้นที่ } \triangle ABC$$



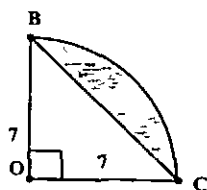
$$= \left(\frac{\pi r^2}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= \left(\frac{22}{7} \times \frac{7 \times 7}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 7 \right)$$

$$= 77 - 49$$

$$= 28 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$3 \text{ พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \frac{1}{4} \text{ พื้นที่รูปวงกลม } O - \text{พื้นที่ } \triangle BOC$$



$$= \left(\frac{1}{4} \pi r^2 \right) - \left(\frac{1}{2} \times \text{ความยาวฐาน} \times \text{ความสูง} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) - \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 7 \right)$$

$$= \frac{77}{2} - \frac{49}{2}$$

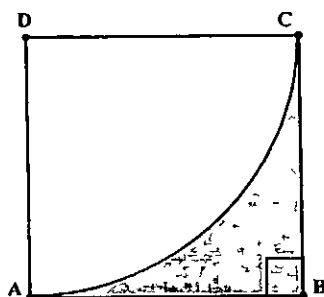
$$= \frac{77 - 49}{2}$$

$$= \frac{28}{2}$$

$$= 14 \text{ ตารางหน่วย}$$

แผ่นโปรงใสที่ 5

3.1 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป



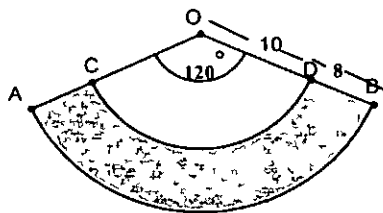
จากรูปพื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จากนำพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD ลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DAC ถ้าสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีด้านยาวด้านละ 7 หน่วย ขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่จุดศูนย์กลางของวงกลม เท่ากับ 90° องศา หาพื้นที่ส่วนที่แรเงา ได้ดังนี้
 (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} &= \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน} \\
 &= 7 \times 7 \\
 &= 49 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DAC} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= \frac{77}{2} \\
 &= 38.5 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่} \square \text{จัตุรัส ABCD} - \text{พื้นที่} \square \text{ฐานโค้ง DAC} \\
 &= 49 - 38.5 \\
 &= 10.5 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)

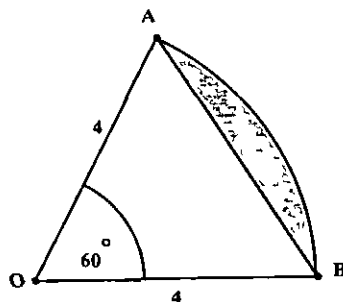


$$\begin{aligned}\text{วิธีทำ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 18 \times 18 \\ &= 108\pi \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OCD} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 10 \times 10 \\ &= \frac{100\pi}{3} \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OCD} \\ &= 108\pi - \frac{100\pi}{3} \\ &= \frac{324\pi - 100\pi}{3} \\ &= \frac{224\pi}{3} \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



$$\begin{aligned}
 \text{วิธีทำ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} &= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 4 \times 4 \\
 &= \frac{8}{3} \pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า OAB} &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4 \\
 &= 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง OAB} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า OAB} \\
 &= \frac{8}{3} \pi - 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

แผนการสอนที่ 4

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการ
คิดเพียงบางส่วน

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วน เป็นการลดขั้นตอนในการคำนวณ แทนการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา หลายๆ ส่วนแล้วนำมารวมกัน ทำให้เสียเวลา การหาพื้นที่โดยวิธีนี้ทำได้โดยการหาพื้นที่เพียงส่วนเดียว แล้วคูณด้วยจำนวนพื้นที่ที่มีขนาดเท่ากัน ทำให้ประหยัดเวลาในการคำนวณ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วนได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้

ใช้วิธีสอนแบบบรรยาย และการอภิปราย

ขั้นนำ

- 1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
- 2 ครูทบทวนการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป โดยการยกตัวอย่างโจทย์บนกระดานแล้วครูเรียกนักเรียนออกมาทำบนกระดาน

ขั้นปฏิบัติการ

- 1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาค้นคว้าหาความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป หน้าที่ 32 ที่ครูแจกให้ใช้เวลา 15 นาที
- 2 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายผลที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าหาความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป หน้าที่ 32
- 3 ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วน โดยใช้แผ่นโปรงใสที่ 6
- 4 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย
- 5 ครูแจกใบงานที่ 5 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปราย หาคำตอบ

ขั้นกิจกรรมสรุป

- 1 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรม จากใบงานที่ 5
- 2 ครูสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมอีกครั้งให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
- 3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ไขกิจกรรมที่ทำผิด
- 4 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 4 ให้นักเรียนแต่ละคนใช้เวลา 10 นาที
- 5 ครูเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 4 และให้นักเรียนที่ทำผิดแก้ไขให้ถูกต้อง

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
การซักถาม ความรู้ ความเข้าใจ	ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 80%	เอกสารฝึกหัดที่ 4

สื่อการสอน

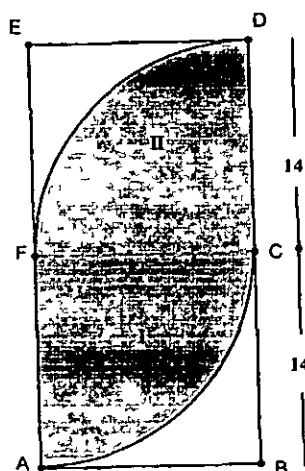
- 1 ใบงานที่ 5
- 2 บทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 2
- 3 เอกสารฝึกหัดที่ 4
- 4 แผ่นโปรงใสที่ 6

แผ่นโปร่งใสที่ 6

3.2 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วน

ในการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงานั้น บางครั้งการหาพื้นที่เพียงบางส่วน แล้วคูณด้วยจำนวนพื้นที่ที่มีขนาดเท่ากัน ก็สามารถหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ต้องการได้พิจารณารูปต่อไปนี้ แล้วหา

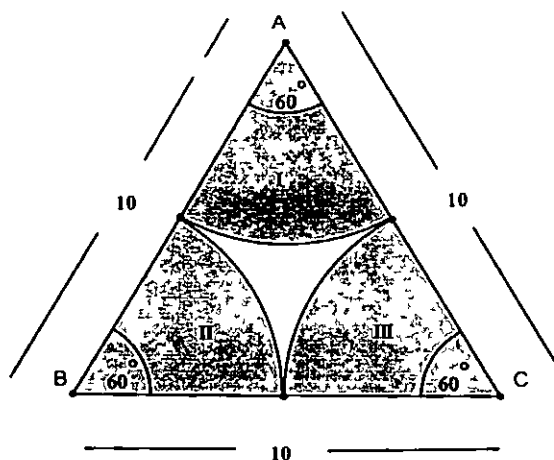
พื้นที่ส่วนที่แรเงา กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$



จากรูปจะเห็นว่าพื้นที่ส่วนที่แรเงา I เท่ากับพื้นที่ส่วนที่แรเงา II ดังนั้นการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาสามารถหาได้จาก การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา I แล้วคูณด้วย 2 ก็จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AFC} \\
 &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\
 &= 154 \text{ ตารางหน่วย} \\
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา II} &= 154 \text{ ตารางหน่วย} \\
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} &= 154 \times 2 \\
 &= 308 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

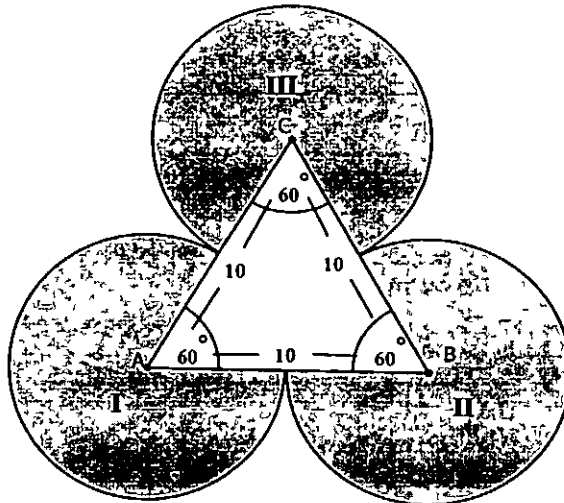
$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} + \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา II} + \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา III} \\ &= 3 \text{ เท่าของพื้นที่ส่วนที่แรเงา I} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงารูป I} &= \frac{\theta}{360} \pi r^2 \\ &= \frac{60^\circ}{360} \pi \times 5 \times 5 \\ &= \frac{25}{6} \pi \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} = 3 \text{ เท่าของพื้นที่ส่วนที่แรเงารูป I}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \times \frac{25}{6} \pi \\ &= \frac{25}{2} \pi \text{ ตารางหน่วย} \quad \underline{\text{ตอบ}} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{300^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 10 \times 10 \\
 &= \frac{250\pi}{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\text{แต่พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} = \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา II} = \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา III}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} = 3 \text{ เท่าของพื้นที่ส่วนที่แรเงา I}$$

$$\begin{aligned}
 &= 3 \times \frac{250\pi}{3} \\
 &= 250\pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

แผนการสอนที่ 5

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา

จำนวน 1 คาบ เวลา 50 นาที

โดยการเปลี่ยนรูป

สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูปเป็นการคำนวณหาพื้นที่โดยการนำส่วนประกอบของพื้นที่ส่วนที่แรเงามาประกอบเป็นรูปทางเรขาคณิต เช่น เป็นรูปวงกลม รูปครึ่งวงกลม ทำให้การคำนวณหาพื้นที่สะดวกและรวดเร็วขึ้น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูปได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ใช้วิธีสอนแบบบรรยาย และการอภิปราย

ขั้นนำ

- 1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
- 2 ครูทบทวนการหาพื้นที่ ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วนบนกระดาน จากนั้นสุ่มเรียกนักเรียนออกมาแสดงการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาให้เพื่อนนักเรียนดู

ขั้นปฏิบัติการ

- 1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน
- 2 ครูแจกบทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันศึกษาและร่วมกันอภิปรายวิธีการคิด และการคำนวณโดยครูคอยให้คำแนะนำ และเสนอแนะ ใช้เวลา 15 นาที
- 3 ครูให้นักเรียนกลุ่มอาสาสมัครออกมาอธิบายขั้นตอนการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูป
- 4 ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา โดยการเปลี่ยนรูป โดยฉายแผ่นใสที่ 7 ประกอบการบรรยายตามบทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 3 อีกครั้งหนึ่ง
- 5 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย
- 6 ครูแจกใบงานที่ 6 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปราย หาคำตอบ

ขั้นกิจกรรมสรุป

- 1 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มมานำเสนอ ผลของการปฏิบัติกิจกรรมจากใบงานที่ 6
- 2 ครูสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมอีกครั้ง ให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
- 3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ไขกิจกรรมที่ทำผิด
- 4 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 5 ให้นักเรียนแต่ละคนทำ ภายในเวลาที่กำหนดให้
- 5 ครูเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 5 และให้นักเรียนที่ทำผิดแก้ไขให้ถูกต้อง

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
ความถูกต้องในการปฏิบัติ กิจกรรม การซักถาม ความรู้ ความเข้าใจ	ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 80%	เอกสารฝึกหัดที่ 5

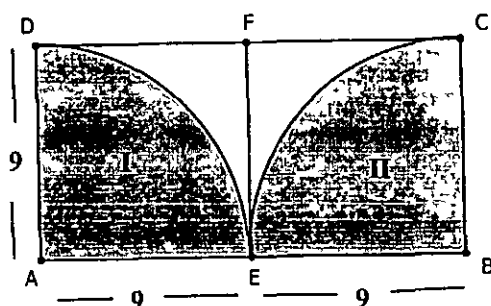
สื่อการสอน

- 1 ใบงานที่ 6
- 2 บทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 3
- 3 เอกสารฝึกหัดที่ 5
- 4 แผ่นโป่งใสที่ 7

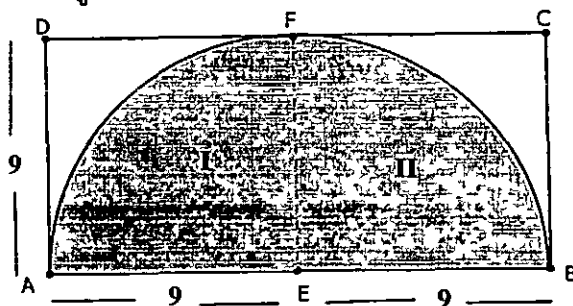
แผ่นโปร่งใสที่ 7

3.3 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา โดยการเปลี่ยนรูป

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากการใช้วิธีลบรูปและการคิดเพียงบางส่วนแล้ว การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูป จะเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ช่วยให้การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาง่าย และสะดวกรวดเร็วขึ้น พิจารณาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



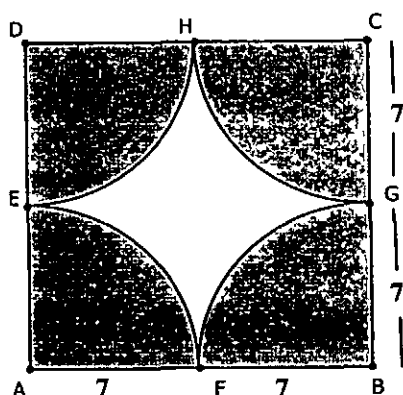
การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา I และ II หาได้จากการหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง EAD หรือพื้นที่ส่วนที่แรเงา I แล้วคูณด้วย 2 จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาตามที่ต้องการ แต่สามารถหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้ง 2 ได้โดยการเปลี่ยนรูปดังนี้



พื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จากพื้นที่รูปครึ่งวงกลมส่วนที่แรเงา

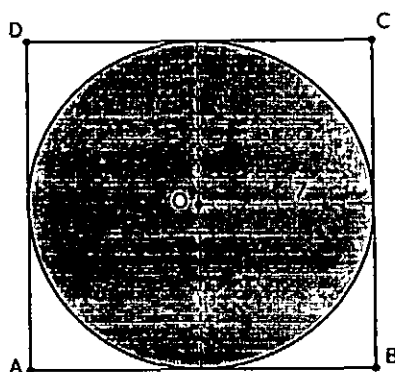
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่รูปครึ่งวงกลมส่วนที่แรเงา} &= \frac{\pi r^2}{2} \\
 &= \frac{\pi \times 9 \times 9}{2} \\
 &= \frac{81\pi}{2} \text{ ตารางหน่วย} \\
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \frac{81\pi}{2} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



วิธีทำ

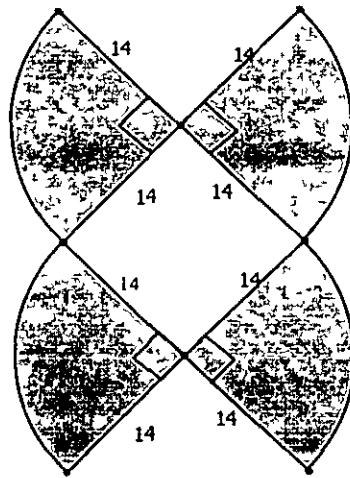
เปลี่ยนรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ได้ดังนี้



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่วงกลม O} &= \pi r^2 \\
 &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= 154 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

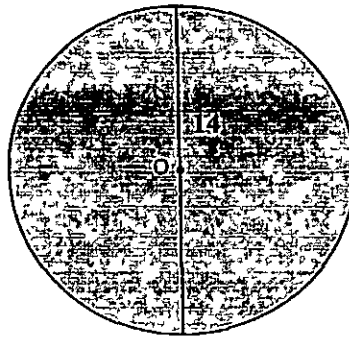
$$\begin{aligned}
 \cdot \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่วงกลม O} \\
 &= 154 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ $\left(\pi = \frac{22}{7} \right)$



วิธีทำ

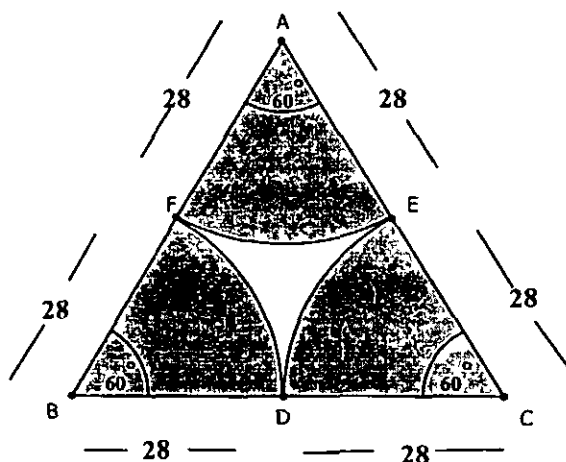
เปลี่ยนรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ได้ดังนี้



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่วงกลม O} &= \pi r^2 \\
 &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\
 &= 616 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

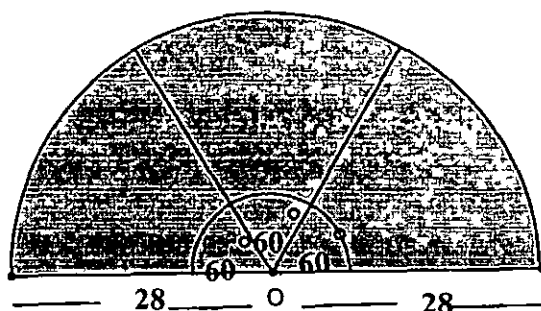
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่วงกลม O} \\
 &= 616 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



วิธีทำ

เปลี่ยนรูปจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ได้ดังนี้



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม } O &= \frac{\pi r^2}{2} \\
 &= \frac{22 \times 28 \times 28}{7 \times 2} \\
 &= 1232 \text{ ตารางหน่วย} \\
 \therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม } O \\
 &= 1232 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

แผนการสอนที่ 6

วิชา	คณิตศาสตร์	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
เรื่อง	การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา โดยการลากเส้นเพิ่มเติม	จำนวน 2 คาบ 100 นาที

สาระสำคัญ

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาบางครั้งใช้วิธีหาพื้นที่โดยการลบรูปโดยการคิดเพียงบางส่วนหรือโดยการเปลี่ยนรูปไม่ได้ แต่จะหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้จะต้องมีการลากเส้นเพิ่มเติมเข้าไป

จุดประสงค์

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถคำนวณหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติมได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ใช้วิธีสอนแบบบรรยาย และ การอภิปราย

ขั้นนำ

- 1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
- 2 ครูทบทวนการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูปบนกระดาน แล้วสุ่มเรียก

นักเรียนออกมาทำ

ขั้นปฏิบัติการ

- 1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน
- 2 ครูแจกบทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันศึกษาและร่วมอภิปราย วิธีการคิดและการคำนวณ โดยครูคอยให้คำแนะนำ และเสนอแนะใช้เวลา 15 นาที
- 3 ครูให้นักเรียนกลุ่มอาสาสมัครออกมาอธิบายขั้นตอนการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม
- 4 ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติมโดยใช้แผ่นโปร่งใสที่ 8 ประกอบการบรรยายตามบทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 4
- 5 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย
- 6 ครูแจกใบงานที่ 7 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยให้สมาชิกภายในกลุ่มร่วมกันอภิปรายหาคำตอบ

ชั้นกิจกรรมสรุป

- 1 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มมานำเสนอ ผลของการปฏิบัติกิจกรรม จากใบงานที่ 7
- 2 ครูสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมอีกครั้งหนึ่งให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
- 3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ไขกิจกรรมที่ทำผิด
- 4 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 6 ให้นักเรียนแต่ละคนทำภายในเวลาที่กำหนดให้
- 5 ครูเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 6 และให้นักเรียนที่ทำผิดแก้ไขให้ถูกต้อง

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
ความถูกต้องในการปฏิบัติ กิจกรรม การซักถาม ความรู้ ความเข้าใจ	ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 80%	เอกสารฝึกหัดที่ 6

สื่อการสอน

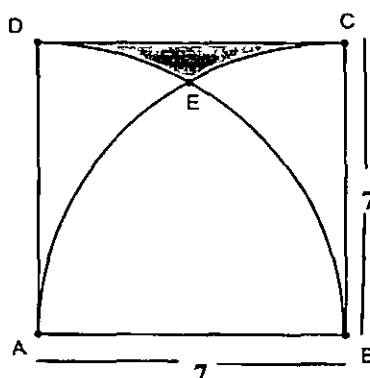
- 1 ใบงานที่ 7
- 2 บทเรียนเสริม หน่วยที่ 3 4
- 3 เอกสารฝึกหัดที่ 6
- 4 แผ่นโป่งใสที่ 8

แผ่นโปร่งใสที่ 8

3.4 การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา โดยการลากเส้นเพิ่มเติม

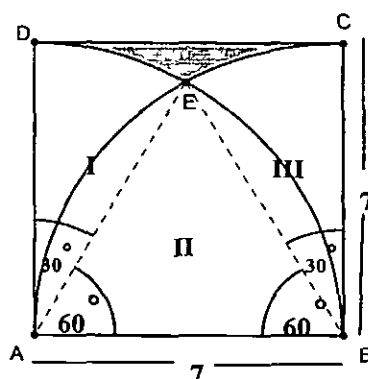
ในบางครั้งการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงานั้น จะหาโดยวิธีตรงๆ ไม่ได้ จะต้องมีการลากเส้นเพิ่มเติมในรูปจึงจะหาพื้นที่ได้

พิจารณาจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา จะหาไม่ได้เลยถ้าไม่มีการลากเส้นเพิ่มเติม

ลาก AE และ BE



การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาหาได้จาก หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD แล้วลบด้วยพื้นที่ I

พื้นที่ II และพื้นที่ III $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} &= \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน} \\
 &= 7 \times 7 \\
 &= 49 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ I

= พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DAE

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{30^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$

$$= \frac{77}{6} \text{ ตารางหน่วย}$$

แต่พื้นที่ I

= พื้นที่ III

. พื้นที่ III

$$= \frac{77}{6} \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ II

= พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABE

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 7 \times 7$$

$$= \frac{49\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}$$

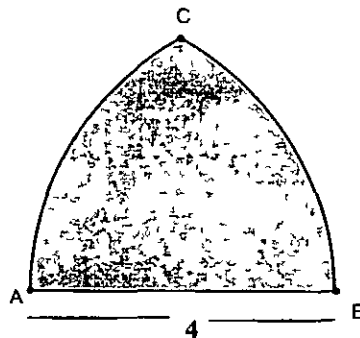
$$\cdot \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD} - \text{พื้นที่ I} - \text{พื้นที่ II} - \text{พื้นที่ III}$$

$$= 49 - \frac{77}{6} - \frac{77}{6} - \frac{49\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{588 - 154 - 154 - 147\sqrt{3}}{12}$$

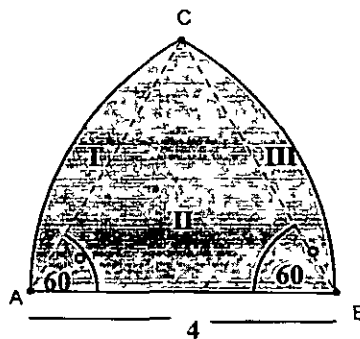
$$= \frac{280 - 147\sqrt{3}}{12} \text{ ตารางหน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาจากรูปที่กำหนดให้เมื่อ AC และ BC เกิดจากรวงกลมที่มีรัศมียาว 4 หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

ลาก AC และ BC



พื้นที่ I = พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABC - พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABC

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

$$= \left[\frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times (4 \times 4) \right] - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4$$

$$= \frac{8}{3} \pi - 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ III = พื้นที่ I

$$= \frac{8}{3} \pi - 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ II = พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABC

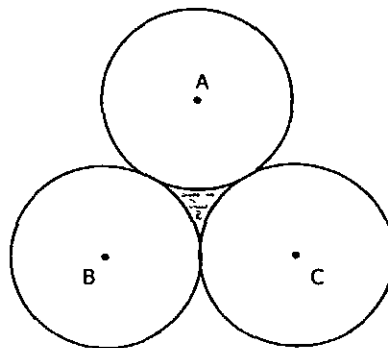
$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 \times 4$$

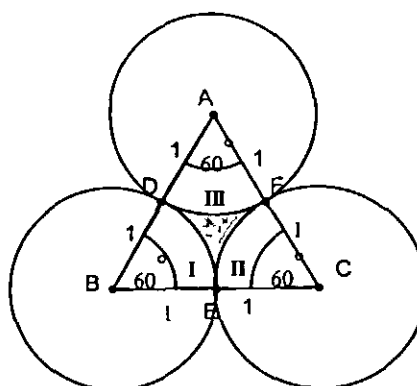
$$= 4\sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= \text{พื้นที่ I} + \text{พื้นที่ II} + \text{พื้นที่ III} \\
 &= \left(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \right) + (4\sqrt{3}) + \left(\frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \right) \\
 &= \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \\
 &= \frac{8}{3}\pi + \frac{8}{3}\pi - 4\sqrt{3} \\
 &= \frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3} \quad \text{ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยวงกลมแต่ละวงมีรัศมี 1 หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ



ลาก $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{AC}$

$\therefore$ ABC จะเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ที่มีด้านแต่ละด้านยาว 2 หน่วย

พื้นที่ส่วนที่แรเงา = พื้นที่ $\square$ ด้านเท่า ABC - พื้นที่ I - พื้นที่ II - พื้นที่ III

$$\text{พื้นที่ } \triangle \text{ ด้านเท่า ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

พื้นที่รูป I

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times 2 \\
 &= \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย} \\
 &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง DBE} \\
 &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{60}{360} \pi \times (1)^2 \\
 &= \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ I

$$= \text{พื้นที่ II} = \text{พื้นที่ III} = \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}$$

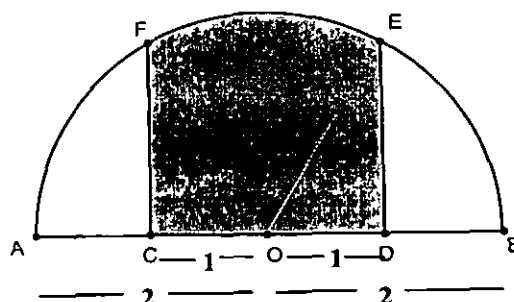
$$\cdot \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} = \text{พื้นที่สามเหลี่ยม ABC} - \text{พื้นที่ I} - \text{พื้นที่ II} - \text{พื้นที่ III}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}$$

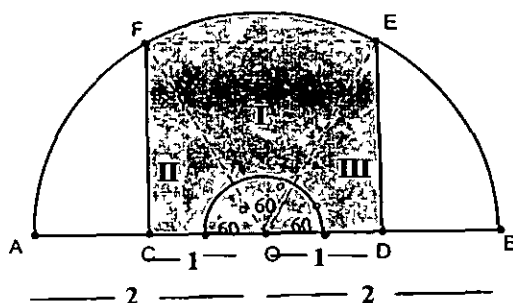
$$= \sqrt{3} - \frac{3\pi}{6}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \text{ ตารางหน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้เมื่อ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมมีรัศมี ยาว 2 หน่วย และ $CO = OD = 1$ หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ



ลาก OF, OE และ FE

พื้นที่ส่วนที่แรเงา

$$= \text{พื้นที่ I} + \text{พื้นที่ II} + \text{พื้นที่ III}$$

พื้นที่ I

$$= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง FOE}$$

$$= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 2 \times 2$$

$$= \frac{2}{3} \pi \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ II

$$= \text{พื้นที่รูป III}$$

พื้นที่ II + พื้นที่ III

$$= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า FOE}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{ความยาวด้าน})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times 2$$

$$= \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ส่วนที่แรเงา

$$= \frac{2}{3} \pi + \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}$$

แผนการสอนที่ 7

วิชา คณิตศาสตร์

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง การประยุกต์นำไปใช้

จำนวน 2 คาบ เวลา 100 นาที

สาระสำคัญ

การประยุกต์นำไปใช้ เป็นการนำวิธีการหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาแบบต่างๆ คือ การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วน การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูป การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม มาผสมเข้าด้วยกัน การแก้ปัญหาโจทย์ข้อใดข้อหนึ่ง อาจใช้วิธีการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาแบบต่างๆ มากกว่า 1 แบบ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบคาบนี้แล้วนักเรียนสามารถนำวิธีหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง และวิธีหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาแบบต่างๆ ไปประยุกต์ใช้ได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ใช้วิธีสอนแบบบรรยาย และการอภิปราย

ขั้นนำ

- 1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้นักเรียนทราบ
- 2 ครูทบทวนการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาแบบต่างๆ คือการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วน การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูป การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม โดยเขียนโจทย์บนกระดาน แล้วสุ่มเลือกนักเรียนออกมาทำบนกระดาน

ขั้นปฏิบัติการ

- 1 ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มๆ ละ 5 คน
- 2 ครูแจกบทเรียนเสริมหน่วยที่ 4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันศึกษาและร่วมกันอภิปราย วิธีการคิด และการคำนวณ โดยครูคอยให้คำแนะนำ และเสนอแนะใช้เวลา 20 นาที
- 3 ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาตามบทเรียนเสริม หน่วยที่ 4 โดยใช้แผ่นโปรงใสที่ 9 ประกอบการบรรยาย
- 4 ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนสอบถามข้อสงสัย

5 ครูแจกใบงานที่ 8 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติตามกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยให้นักเรียนภายในกลุ่มร่วมกันอภิปรายหาคำตอบ

ขั้นกิจกรรมสรุป

- 1 ครูสุ่มตัวแทนของกลุ่มมานำเสนอผลของการปฏิบัติกิจกรรมจากใบงานที่ 8
- 2 ครูสรุปผลการปฏิบัติกิจกรรมอีกครั้งให้ชัดเจนยิ่งขึ้น
- 3 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแก้ไขกิจกรรมที่ทำผิด
- 4 ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 7 ให้นักเรียนแต่ละคนทำภายในเวลาที่กำหนดให้
- 5 ครูเฉลยเอกสารฝึกหัดที่ 7 และให้นักเรียนที่ทำผิดแก้ไขให้ถูกต้อง

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล	เครื่องมือวัด
ความถูกต้องในการปฏิบัติ กิจกรรม การซักถาม ความรู้ ความเข้าใจ	ทำแบบฝึกหัดถูกต้อง 80%	เอกสารฝึกหัดที่ 7

สื่อการสอน

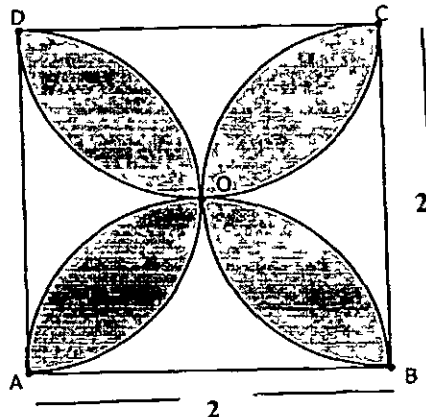
- 1 ใบงานที่ 8
- 2 บทเรียนเสริม หน่วยที่ 4
- 3 เอกสารฝึกหัดที่ 7
- 4 แผ่นโป่งใสที่ 9

แผ่นโปรงใสที่ 9

4 การประยุกต์นำไปใช้

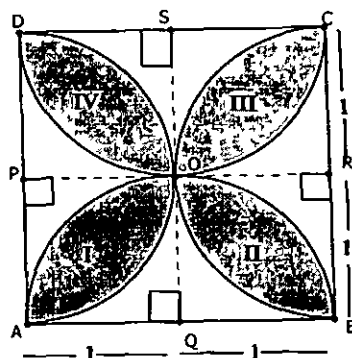
การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาแบบต่าง ๆ ได้แก่ การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลบรูป การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วน การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการเปลี่ยนรูปและการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม ตามที่กล่าวมาแล้วนั้น ถือว่าเป็นพื้นฐานสำคัญในการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาเบื้องต้นที่ผู้เรียนจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจให้ดี การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาต่อไปนี้จะเป็นการนำการหาพื้นที่แบบต่าง ๆ มาผสมและประยุกต์เข้าด้วยกัน

ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

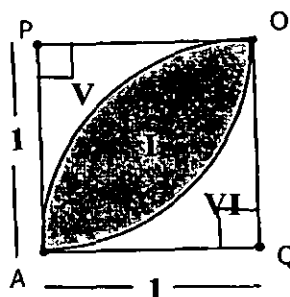
หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการลากเส้นเพิ่มเติม และหาพื้นที่เพียงบางส่วนได้ดังนี้



ลาก $\overline{PR}$, $\overline{QS}$ ผ่านจุด O ตั้งฉากกับด้าน $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ และ $\overline{DC}$

จากรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงา I = พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ II = พื้นที่ส่วนที่แรเงา III = พื้นที่ส่วนที่แรเงา IV การหาพื้นที่ส่วนแรเงาหาได้จากการหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา I แล้วคูณด้วย 4 จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาตามต้องการ

หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้ตามขั้นตอนดังนี้



- 1 หาพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP
- 2 หาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AQO
- 3 หาพื้นที่ส่วนที่แรเงา V
- 4 หาพื้นที่ส่วนที่แรเงา VI
- 5 หาพื้นที่ส่วนที่แรเงารูป I ได้จาก นำพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP ลบด้วย

พื้นที่ส่วนที่ V และ พื้นที่ส่วนที่ VI

$$\begin{aligned}
 1 \text{ พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP} &= \text{ความยาวด้าน} \times \text{ความยาวด้าน} \\
 &= 1 \times 1 \\
 &= 1 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \text{ พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AQO} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{90^\circ}{360^\circ} \pi \times (1 \times 1) \\
 &= \frac{\pi}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3 \text{ พื้นที่ส่วนที่ V} &= \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AQO} \\
 &= 1 - \frac{\pi}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

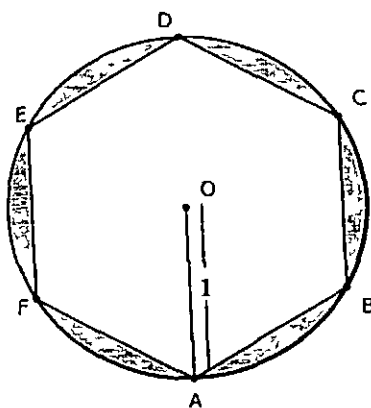
$$\begin{aligned}
 4 \text{ พื้นที่ส่วนที่ VI} &= \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา V} \\
 &= 1 - \frac{\pi}{4} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$5 \cdot \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา I} = \text{พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส AQOP} - \text{พื้นที่ส่วนที่ V} - \text{พื้นที่ส่วนที่ VI}$$

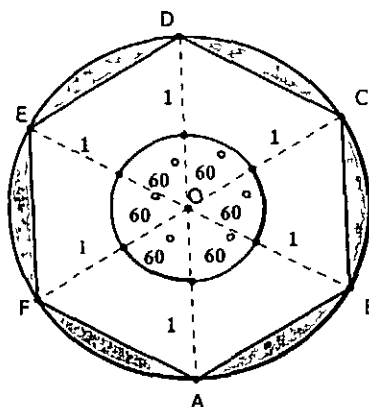
$$\begin{aligned}
 &= 1 - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \\
 &= 1 - 1 + \frac{\pi}{4} - 1 + \frac{\pi}{4} \\
 &= \frac{2\pi}{4} - 1 \\
 &= \frac{\pi}{2} - 1 \text{ ตารางหน่วย} \\
 &= 4 \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \\
 &= 2\pi - 4 \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้ โดยกำหนดให้วงกลมมีรัศมียาว 1 หน่วย (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ



หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้จากนำพื้นที่วงกลม O ลบด้วยพื้นที่รูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า หรือแบ่งพื้นที่วงกลมออกเป็นหกส่วนเท่าๆ กัน โดยการลาก OB, OC, OD, OE และ OF

ทำให้เกิดพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง 6 รูป หาพื้นที่ส่วนที่แรเงา 1 ส่วน ได้จากนำพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB ลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า AOB แล้วคูณด้วย 6 จะได้พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times (1 \times 1) \\ &= \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

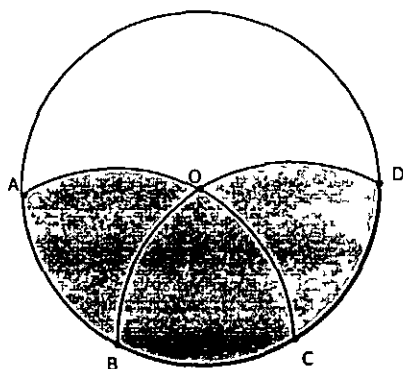
$$\begin{aligned}\text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า AOB} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ความยาวด้าน})^2 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1 \times 1 \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา 1 ส่วน} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB} - \\ &\quad \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า AOB} \\ &= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

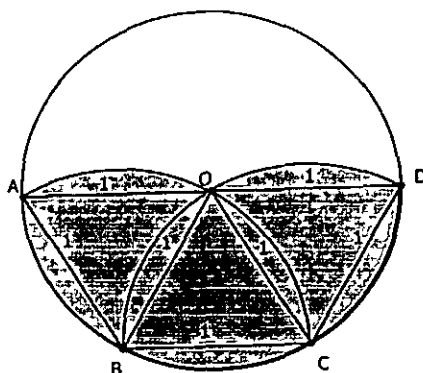
มีพื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด 6 ส่วน

$$\begin{aligned}\therefore \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้งหมด} &= 6 \times \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \\ &= \pi - \frac{6\sqrt{3}}{4} \\ &= \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ ตารางหน่วย}\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา เมื่อวงกลมและสวนโค้งของวงกลมมีรัศมียาว 1 หน่วย โดยมีจุด O , B และ C เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม (ตอบติดค่า π)

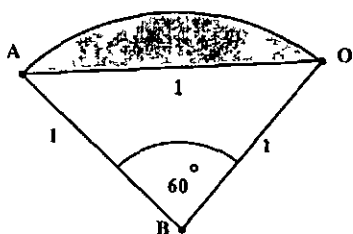


วิธีทำ



หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาได้โดยการลาก $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ และ $\overline{CD}$
หาพื้นที่ส่วนที่แรเงาโดยการคิดเพียงบางส่วนได้จากหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABO แล้วลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO จะได้พื้นที่ 1 ตามรูป

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABO} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 1 \times 1 \\
 &= \frac{\pi}{6} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ความยาวด้าน})^2
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1 \times 1$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}$$

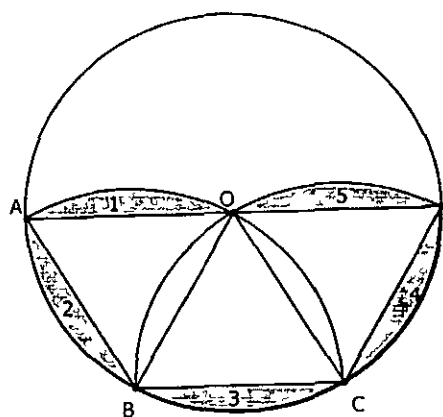
พื้นที่ 1 = พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ABO – พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO

$$= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ตารางหน่วย}$$

จากรูปที่โจทย์กำหนดให้มีพื้นที่ลักษณะ 1 อยู่ด้วยกัน 5 รูป

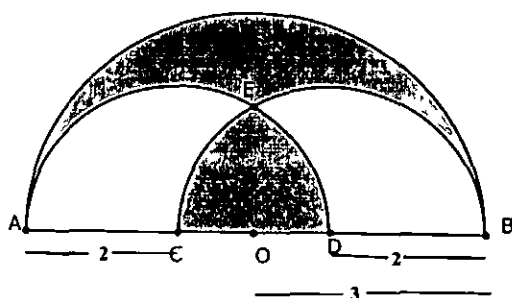
$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา} &= (5 \times \text{พื้นที่ 1}) + \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า 3 รูป} \\ &= (5 \times \text{พื้นที่ 1}) + (3 \times \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า ABO}) \end{aligned}$$

$$= \left[5 \times \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \right] + \left[3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \right]$$



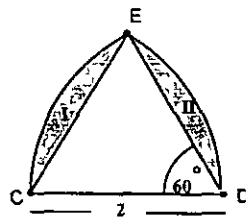
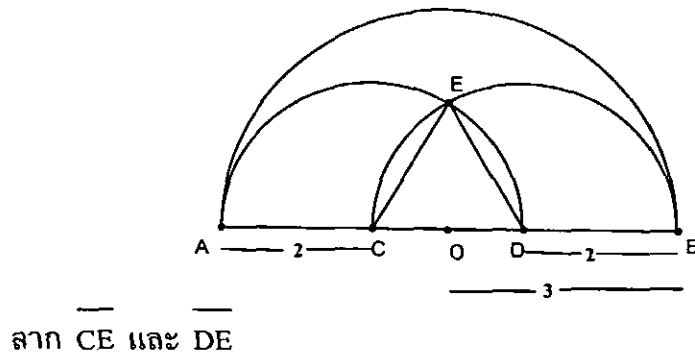
$$\begin{aligned} D &= \frac{5\pi}{6} - \frac{5\sqrt{3}}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{5\pi}{6} - \frac{2\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{5\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จากรูปประกอบด้วยครึ่งวงกลม 3 รูป ที่มี O , C และ D เป็นจุดศูนย์กลาง ครึ่งวงกลมใหญ่มีรัศมียาว 3 หน่วย ครึ่งวงกลมเล็ก 2 รูปมีรัศมียาว 2 หน่วยเท่ากัน จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ตอบติดค่า π)



วิธีทำ

การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาในข้อนี้ประกอบด้วย การหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา โดยการลากเส้นเพิ่มเติม โดยการลบรูปและโดยการคิดเพียงบางส่วนได้ดังนี้



หาพื้นที่ I ได้จากหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง แล้วลบด้วยพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE

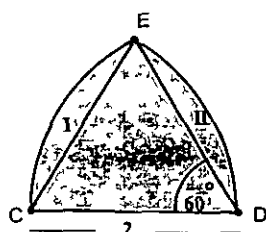
$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง CDE} &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \\
 &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \pi \times 2 \times 2 \\
 &= \frac{2}{3} \pi \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE} &= \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ความยาวด้าน})^2 \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times 2 \\
 &= \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{พื้นที่ I} &= \text{พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง CDE} - \text{พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE} \\
 &= \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ II} &= \text{พื้นที่ I} \\
 &= \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \text{ ตารางหน่วย}
 \end{aligned}$$

พื้นที่ส่วนที่แรเงา CDE = พื้นที่ I + พื้นที่ II + พื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่า CDE



$$= \left(\frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \right) + \left(\frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} \right) + \sqrt{3}$$

$$= \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} + \frac{2}{3} \pi - \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \quad \text{ตารางหน่วย}$$

$$= \text{พื้นที่ IV}$$

$$= \text{พื้นที่ครึ่งวงกลม C} - \text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา CDE}$$

พื้นที่ III

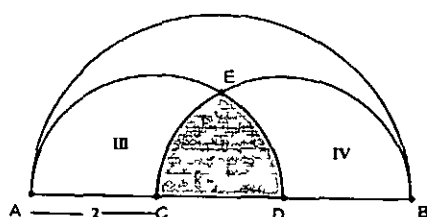
พื้นที่ III

พื้นที่ครึ่งวงกลม C

$$= \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \frac{\pi \times 2 \times 2}{2}$$

$$= 2\pi \quad \text{ตารางหน่วย}$$



พื้นที่ III

$$= 2\pi - \left(\frac{4}{3} \pi - \sqrt{3} \right)$$

$$= 2\pi - \frac{4}{3} \pi + \sqrt{3}$$

$$= \frac{6\pi - 4\pi}{3} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \quad \text{ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ IV

$$= \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \quad \text{ตารางหน่วย}$$

พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ต้องการ = พื้นที่ครึ่งวงกลม O - พื้นที่ III - พื้นที่ IV

พื้นที่ครึ่งวงกลม O

$$= \frac{\pi r^2}{2}$$

$$= \frac{\pi \times 3 \times 3}{2}$$

$$= \frac{9}{2} \pi \quad \text{ตารางหน่วย}$$

$$\begin{aligned}
\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่ต้องการ} &= \frac{9}{2}\pi - \left(\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}\right) \\
&= \frac{9}{2}\pi - \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3} \\
&= \frac{9}{2}\pi - \frac{2}{3}\pi - \frac{2}{3}\pi - 2\sqrt{3} \\
&= \frac{27\pi - 4\pi - 4\pi}{6} - 2\sqrt{3} \\
&= \frac{19\pi}{6} - 2\sqrt{3} \quad \text{ตารางหน่วย}
\end{aligned}$$

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

เวลา 1 ชั่วโมง 30 นาที

คำชี้แจง ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย ลงในกระดานคำตอบในข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1) เส้นตรงที่ลากจากเส้นรอบวงด้านหนึ่งไปยังเส้นรอบวงอีกด้านหนึ่งมีชื่อเรียกตรงกับข้อใด

1 รัศมี

2 คอร์ด

3 เส้นผ่านศูนย์กลาง

4 เส้นรอบวง

2) ส่วนของเส้นตรงที่ยาวที่สุดของวงกลมคือเส้นใด

1 รัศมี

2 คอร์ด

3 เส้นรอบวง

4 เส้นผ่านศูนย์กลาง

3) ส่วนประกอบของวงกลมในข้อใดไม่เกี่ยวข้องกับพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

1 จุดศูนย์กลางของวงกลม

2 รัศมี

3 ส่วนโค้ง

4 คอร์ด

4) ข้อใดคือสูตรในการหาพื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง

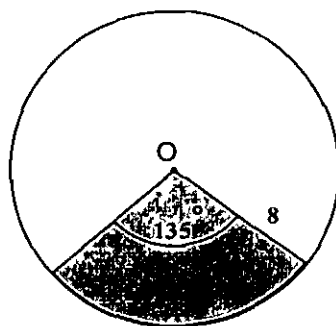
1 $\frac{\theta}{90^\circ} \times \pi r^2$

2 $\frac{\theta}{180^\circ} \times \pi r^2$

3 $\frac{\theta}{270^\circ} \times \pi r^2$

4 $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

5) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้งตามรูปที่กำหนดให้มิต่ำตรงกับข้อใด



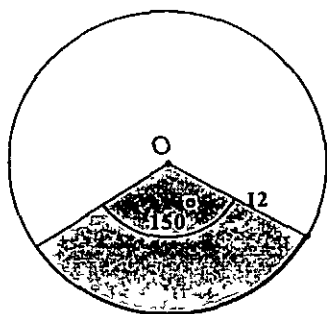
1 12π ตารางหน่วย

2 24π ตารางหน่วย

3 36π ตารางหน่วย

4 48π ตารางหน่วย

6) พื้นที่สามเหลี่ยมฐานโค้ง ตามรูปที่กำหนดให้มีค่าตรงกับข้อใด



1 40π ตารางหน่วย

2 50π ตารางหน่วย

3 60π ตารางหน่วย

4 70π ตารางหน่วย

7) จงหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมฐานโค้ง ซึ่งมีรัศมียาว 21 นิ้ว และมุมที่รองรับส่วนโค้งเท่ากับ 60°

1 231 ตารางนิ้ว

2 233 ตารางนิ้ว

3 235 ตารางนิ้ว

4 237 ตารางนิ้ว

8) สามเหลี่ยมฐานโค้งรูปหนึ่งมีพื้นที่ 2π ตารางหน่วย ถ้าขนาดของมุมที่รองรับส่วนโค้งที่

จุดศูนย์กลางของวงกลมเท่ากับ 45° รัศมีของวงกลมเท่ากับข้อใด

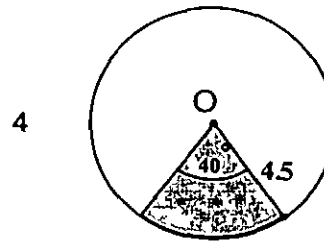
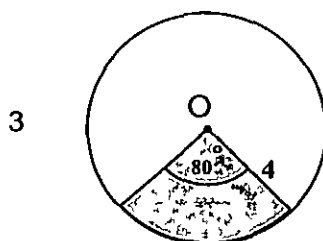
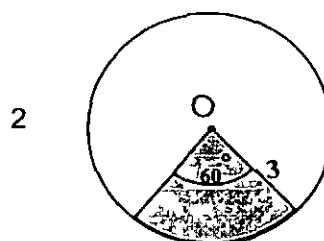
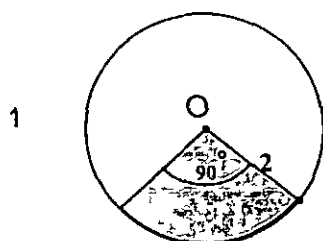
1 2 หน่วย

2 3 หน่วย

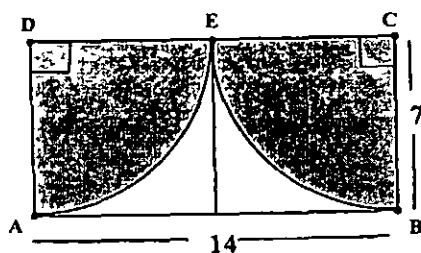
3 4 หน่วย

4 5 หน่วย

9) สามเหลี่ยมฐานโค้งข้อใดต่อไปนี้มีพื้นที่มากที่สุด

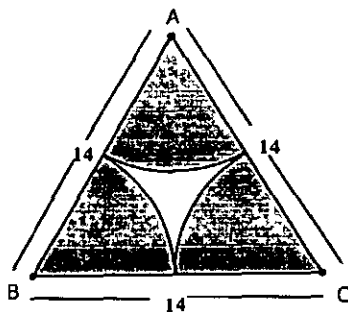


- 10) พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดตรงกับข้อใด (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)



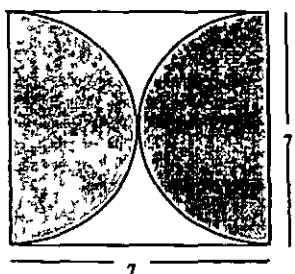
- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1 35 ตารางหน่วย | 2 70 ตารางหน่วย |
| 3 77 ตารางหน่วย | 4 84 ตารางหน่วย |

- 11) พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ตรงกับข้อใด (กำหนดให้ $\pi = \frac{22}{7}$)

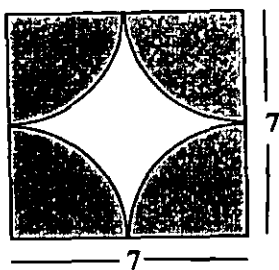


- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1 49 ตารางหน่วย | 2 63 ตารางหน่วย |
| 3 77 ตารางหน่วย | 4 84 ตารางหน่วย |

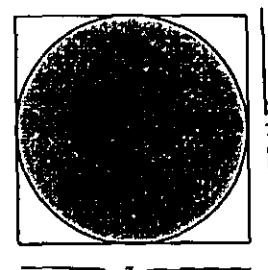
- 12) จงเรียงลำดับพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้จากมากไปหาน้อย



รูปที่ 1



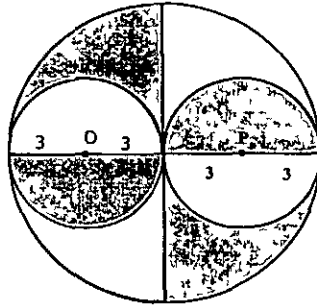
รูปที่ 2



รูปที่ 3

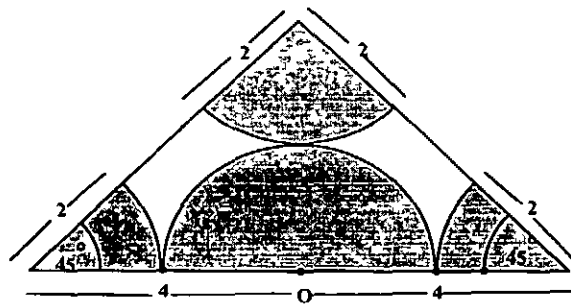
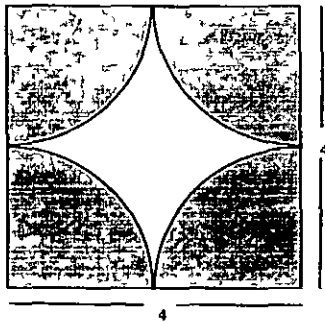
- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| 1 รูปที่ 1 , รูปที่ 2 , รูปที่ 3 | 2 รูปที่ 2 , รูปที่ 1 , รูปที่ 3 |
| 3 รูปที่ 3 , รูปที่ 1 , รูปที่ 2 | 4 ทั้ง 3 รูปมีพื้นที่เท่ากัน |

- 13) พื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้มีพื้นที่เท่าใด (ตอบติดค่า π)



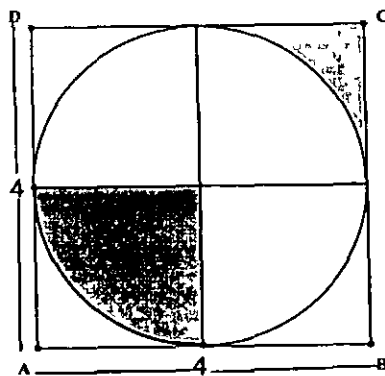
- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1 18π ตารางหน่วย | 2 20π ตารางหน่วย |
| 3 21π ตารางหน่วย | 4 24π ตารางหน่วย |

- 14) พื้นที่ส่วนที่แรเงาทั้ง 2 รูป ที่กำหนดให้มีพื้นที่รวมกันได้เท่าไร (ตอบติดค่า π)



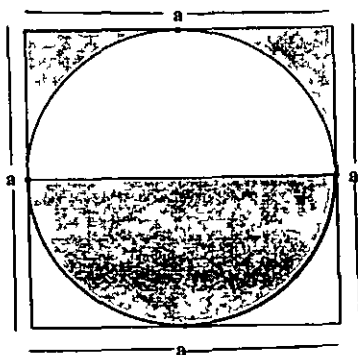
- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1 6π ตารางหน่วย | 2 8π ตารางหน่วย |
| 3 9π ตารางหน่วย | 4 10π ตารางหน่วย |

- 15) ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ 4 เมตร พื้นที่ส่วนที่แรเงาตรงกับข้อใด



- | | |
|----------------|----------------|
| 1 4 ตารางเมตร | 2 8 ตารางเมตร |
| 3 16 ตารางเมตร | 4 32 ตารางเมตร |

16) จากรูปส่วนที่แรเงามีพื้นที่เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของพื้นที่ทั้งหมด



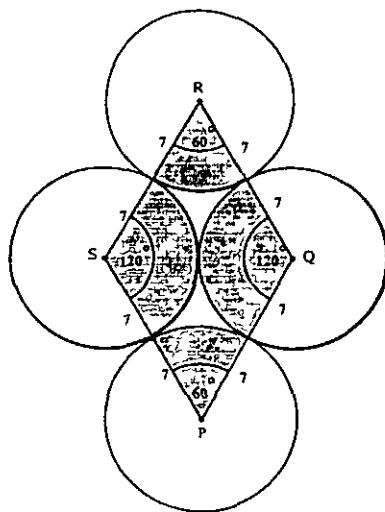
1 25%

2 50%

3 60%

4 70%

17) พื้นที่ส่วนที่แรเงาคิดเป็นเศษส่วนเท่าไรของพื้นที่ทั้งหมด



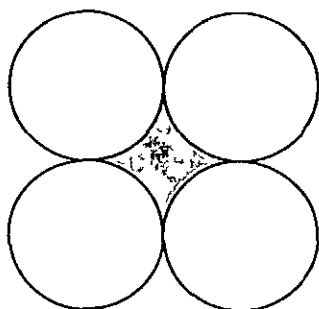
1 $\frac{1}{5}$

2 $\frac{1}{3}$

3 $\frac{1}{4}$

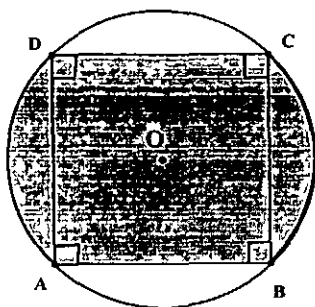
4 $\frac{1}{6}$

- 18) ถ้าวางกลมแต่ละวงมีรัศมี 7 เซนติเมตร พื้นที่ส่วนที่แรเงาตรงกับข้อใด $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$



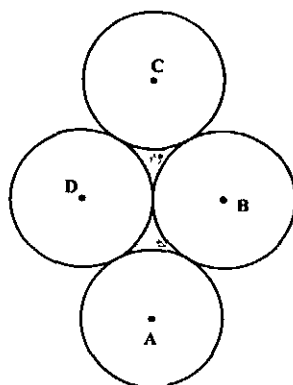
- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1 14 ตารางเซนติเมตร | 2 42 ตารางเซนติเมตร |
| 3 77 ตารางเซนติเมตร | 4 154 ตารางเซนติเมตร |

- 19) จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงาที่กำหนดให้ต่อไปนี้เมื่อ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มีรัศมี 2 หน่วย โดยมีสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD บรรจุในวงกลม (ตอบติดค่า π)



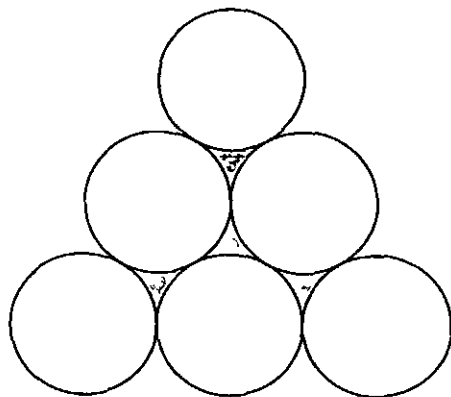
- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1 $2\pi + 4$ ตารางหน่วย | 2 $2\pi + 6$ ตารางหน่วย |
| 3 $2\pi + 8$ ตารางหน่วย | 4 $2\pi + 12$ ตารางหน่วย |

- 20) วงกลม A, B, C และ D วางสัมผัสกันตามรูป โดยวงกลมแต่ละวงมีรัศมียาว 1 หน่วย พื้นที่ส่วนที่แรเงามีค่าตรงกับข้อใด (ตอบติดค่า π)



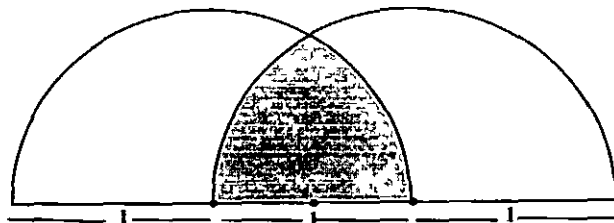
- | | |
|---|--------------------------------|
| 1 $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$ ตารางหน่วย | 2 $2\sqrt{3} - \pi$ ตารางหน่วย |
| 3 $\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}$ ตารางหน่วย | 4 $2\sqrt{3} + \pi$ ตารางหน่วย |

- 21) วงกลม 6 วง วางสัมผัสกันตามรูป โดยวงกลมแต่ละวงมีรัศมียาว 1 หน่วย พื้นที่ส่วนที่แรเงามีค่าตรงกับข้อใด (ตอบติดค่า π)



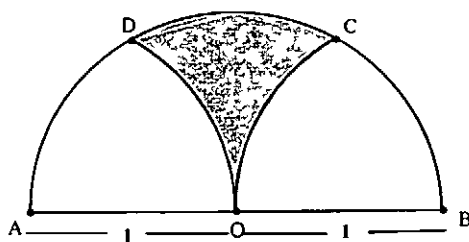
- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1 $2\sqrt{3} - \pi$ ตารางหน่วย | 2 $4\sqrt{3} - 2\pi$ ตารางหน่วย |
| 3 $2\sqrt{3} + \pi$ ตารางหน่วย | 4 $4\sqrt{3} + 2\pi$ ตารางหน่วย |

- 22) ครึ่งวงกลมรัศมี 1 หน่วย สองวงตัดกัน โดยที่จุดศูนย์กลางของวงกลมทั้งสองอยู่บนเส้นรอบวงของกันและกัน พื้นที่ส่วนที่แรเงาตรงกับข้อใด (ตอบติดค่า π)



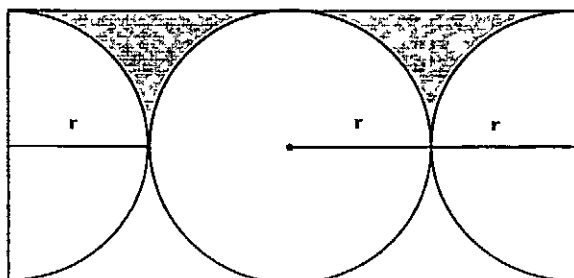
- | | |
|---|---|
| 1 $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย | 2 $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย |
| 3 $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ตารางหน่วย | 4 $\frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ ตารางหน่วย |

- 23) AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของครึ่งวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาว 1 หน่วย OD และ OC เป็นส่วนโค้งของวงกลมที่เกิดจากรัศมียาว 1 หน่วย โดยใช้ A และ B เป็นจุดศูนย์กลางพื้นที่ส่วนที่แรเงามีค่าตรงกับ ข้อใด (ตอบติดค่า π)



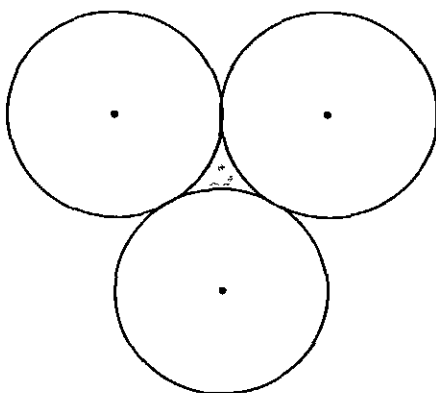
- | | |
|---|---|
| 1 $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ ตารางหน่วย | 2 $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{8}$ ตารางหน่วย |
| 3 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{6}$ ตารางหน่วย | 4 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{8}$ ตารางหน่วย |

- 24) จากรูปอัตราส่วนของพื้นที่ที่แรเงาต่อพื้นที่ทั้งหมดเป็นเท่าใด



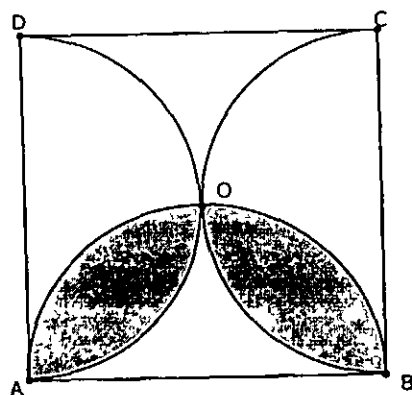
- | | |
|---------------|---------------|
| 1 $4 - \pi$ 4 | 2 $4 - \pi$ 8 |
| 3 $8 - \pi$ 8 | 4 $2 - \pi$ 4 |

- 25) จากรูปวงกลมทั้งสามมีรัศมี r หน่วยเท่ากัน และสัมผัสซึ่งกันและกัน พื้นที่ส่วนที่แรเงาตรงกับข้อใด



- | | |
|--|---|
| 1 $\left(2\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)r^2$ ตารางหน่วย | 2 $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)r^2$ ตารางหน่วย |
| 3 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \pi\right)r^2$ ตารางหน่วย | 4 $(\sqrt{3} - \pi)r^2$ ตารางหน่วย |

- 26) จากรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีด้านยาวด้านละ 14 เซนติเมตร AOB , BOC , AOD เป็นรูปครึ่งวงกลม พื้นที่ส่วนที่แรเงาตรงกับข้อใด $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7}\right)$

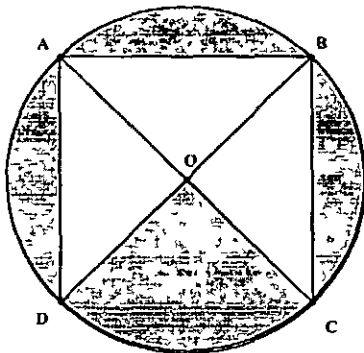


- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1 28 ตารางเซนติเมตร | 2 36 ตารางเซนติเมตร |
| 3 42 ตารางเซนติเมตร | 4 56 ตารางเซนติเมตร |

- 27) คอกม้ารูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 20 เมตร ยาว 30 เมตร มีทุ่งหญ้าอยู่โดยรอบ ม้าตัวหนึ่งถูกล่ามไว้ที่เสาตรงมุมคอกด้วยเชือกยาว 16 เมตร ม้าตัวนี้สามารถกินหญ้าได้ในบริเวณพื้นที่เท่าไร

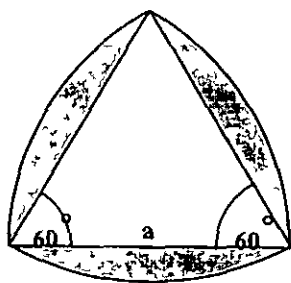
- 1 64π ตารางเมตร 2 128π ตารางเมตร
3 192π ตารางเมตร 4 256π ตารางเมตร

- 28) วงกลมมีรัศมียาว 7 หน่วย ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส AOC และ DOB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม พื้นที่ส่วนที่แรเงาตรงกับข้อใด $\left(\text{กำหนดให้ } \pi = \frac{22}{7} \right)$



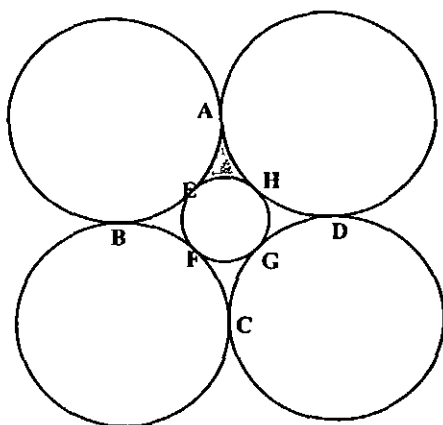
- 1 85 ตารางหน่วย 2 705 ตารางหน่วย
3 805 ตารางหน่วย 4 154 ตารางหน่วย

- 29) หน้าตัดลูกสูบโรตารี สร้างขึ้นจากส่วนโค้ง 3 เส้น ที่รองรับมุม 60° ดังรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงา ตรงกับข้อใด



- 1 $\frac{1}{2} \pi a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2$ ตารางหน่วย 2 $\pi a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{4} a^2$ ตารางหน่วย
3 $\frac{1}{2} \pi a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ ตารางหน่วย 4 $\pi a^2 - \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ ตารางหน่วย

- 30) วงกลมรัศมี a หน่วย สี่วงสัมผัสกันที่จุด A , B , C และ D วงกลมอีกรวงหนึ่งรัศมีน้อยกว่า a หน่วย สัมผัสวงกลมทั้งสี่ที่จุด E , F , G และ H ดังรูป พื้นที่ส่วนที่แรเงาตรงกับข้อใด



- 1 $\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2} \right) \pi a^2$ ตารางหน่วย 2 $2\sqrt{2} \pi a^2$ ตารางหน่วย
 3 $\left(\frac{2 - (2 - \sqrt{2})\pi}{2} \right) a^2$ ตารางหน่วย 4 $\left(2 - (1 - \sqrt{2})\pi \right) a^2$ ตารางหน่วย

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ประวัติย่อผู้ทำสารนิพนธ์

ชื่อ ชื่อสกุล	นายโชคชัย สิริหาญอุดม
วันเดือนปีเกิด	13 มีนาคม 2500
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	41 ซอย นภาลัย 8 หมู่บ้านนภาลัย ถนนสุขุมวิท แขวงบางนา เขตบางนา กรุงเทพมหานคร
ตำแหน่งหน้าที่การงานในปัจจุบัน	อาจารย์สอนวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนอัสสัมชัญ
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนอัสสัมชัญ บางรัก กรุงเทพมหานคร
ประวัติการศึกษา	
พ ศ 2519	มัธยมศึกษาปีที่ 3 จากโรงเรียนปัญญาวรคุณ
พ ศ 2522	มัธยมศึกษาปีที่ 5 จากโรงเรียนปัญญาวรคุณ
พ ศ 2526	ค บ วิชาเอกคณิตศาสตร์ จากจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย
พ ศ 2548	กศ ม สาขาวิชาการมัธยมศึกษา (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ