

การศึกษามลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตอนนุกติเคียนของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ - ๕

บทคัดย่อ

ของ

นพดล สุธาทาณชัย

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษาหาบัณฑิต

กุมภาพันธ์ ๒๕๒๔

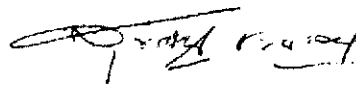
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิตได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว
เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

11 S.A. 2524

สำนักหอสมุดกลาง มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ต.ช.ม.ว. 23 พระโขนง กรุงเทพฯ 11 โทร. 3921575, 3915058



ประธาน

สุวรรณถน ดิลกประเสริฐ

กรรมการ

ประกาศขอบคุณการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ศาสตราจารย์ สุพจน์ ชะนะมา และ อาจารย์ สุวรรณ คล้ายกระแสน ที่กรุณาตรวจแก้ไขและแนะนำอย่างดียิ่ง ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ใหญ่และคณาจารย์โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตรทุกท่าน ที่ให้ความร่วมมือช่วยเหลือขณะทำการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ที่ให้ความร่วมมือในการเรียนและทำข้อทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียน

ขอขอบคุณ คุณวินัย สัมมาชีพ ที่กรุณาช่วยพิมพ์และอัดสำเนา

ท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่เป็นกำลังใจ กำลังทรัพย์ ในการทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้

นพดล สุธาทาณิชย์

สารบัญ

บทที่		หน้า
๑	บทนำ	๑
	ภูมิหลัง	๑
	ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า	๓
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า	๓
	ข้อตกลงเบื้องต้นในการศึกษาค้นคว้า	๓
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	๓
	สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า	๔
	คำจำกัดความศัพท์เฉพาะ	๔
๒	เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวข้อง	๕
๓	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า	๑๓
	แหล่งของข้อมูลและกลุ่มตัวอย่าง	๑๓
	เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	๑๓
	การดำเนินการทดลอง	๑๔
	การวิเคราะห์ข้อมูล	๑๖
๔	ผลการศึกษาค้นคว้า	๑๕
	ข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการวิเคราะห์และแปลผล	๑๕
	ผลการศึกษาค้นคว้า	๑๕

๕ บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	๒๒
ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า	๒๒
สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า	๒๒
ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า	๒๒
ข้อตกลงเบื้องต้นในการศึกษาค้นคว้า	๒๒
กลุ่มตัวอย่าง	๒๓
การดำเนินการทดลอง	๒๓
สรุปผลการทดลอง	๒๔
อภิปรายผล	๒๔
ข้อเสนอแนะ	๒๔
บรรณานุกรม	๒๖
ภาคผนวก	๓๐

บัญชีตาราง

ตาราง

หน้า

- ๑ แสดงคะแนนพัฒนาเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนพัฒนา (S) ๑๔
- ๒ แสดงค่า t จากการเปรียบเทียบคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม ๒๐
- ๓ แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) และค่า t ของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ๒๑
- ๔ แสดงค่า P_H , P_L , p, r และ Δ ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน
วิชาเรขาคณิตตอนอนุคลิเตียน ๒๒

บทที่ ๑

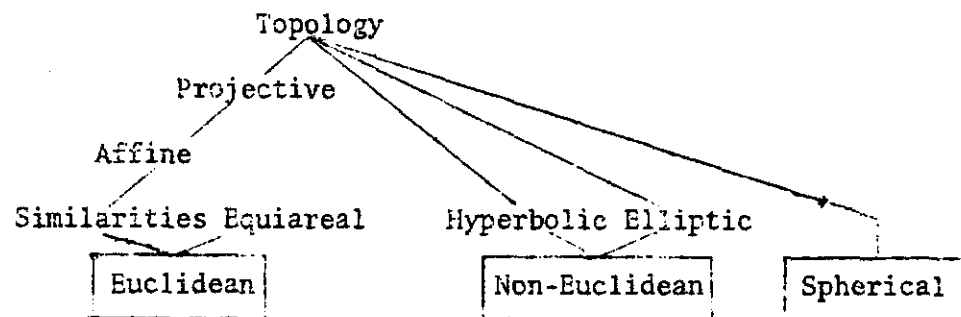
บทนำ

ภูมิหลัง

เรขาคณิตเป็นระบบคณิตศาสตร์ (Mathematical System) ระบบหนึ่ง
เมื่อกล่าวถึงเรขาคณิต คนส่วนมากมักจะเข้าใจเหมือนกันว่าเป็นเรขาคณิตยูคลิดี언
(Euclidean Geometry) ซึ่งเป็นเรขาคณิตชนิดเดียวที่เราเรียนกันในชั้นมัธยมศึกษา
ของไทยขณะนี้เท่านั้น แต่เป็นการเข้าใจที่แคบและไม่ถูกต้อง เรขาคณิตยูคลิดี언
เป็นเพียงสาขาหนึ่งของเรขาคณิตเท่านั้น ยังมีเรขาคณิตสาขาอื่นอีกที่พัฒนามาทีหลัง
เรขาคณิตยูคลิดี언

มีเชิฟว์ (Meserve. 1967 : 2 - 11) ได้แบ่งประเภทของเรขาคณิต
ดังนี้

A HIERARCHY OF GEOMETRIES



นอกจากนี้ยังมีเรขาคณิตอื่นอีก เช่น เรขาคณิตวิเคราะห์ (Analytic Geometry)
เรขาคณิตการแปลงสภาพ (Transformation Geometry) ซึ่งแตกต่างกันที่วิธีการศึกษา
(approach) เป็นสำคัญ

เรขาคณิตเป็นวิชาแรกที่ได้รับการวิพากษ์วิจารณ์ ทั้งนี้เนื่องจากตั้งแต่สมัยโบราณ
เป็นต้นมา มนุษย์ถูกจำกัดให้เรียนรู้อาเรขาคณิตเฉพาะในหนังสือชุด Elements ของยูคลิด

อย่างเกี่ยวเท่านั้น หรืออาจกล่าวได้ว่าการเรียนเรขาคณิตตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ซึ่งมีระยะเวลาไม่น้อยกว่าสองพันปีตกอยู่ภายใต้อิทธิพลของยูคลิดโดยตลอด ไม่มีการเปลี่ยนแปลงและปรับปรุงใด ๆ ทั้งสิ้น (Adler. 1967 : 226) คนทั่วไปจึงเข้าใจผิดคิดว่ามีเรขาคณิตยูคลิดเท่านั้น (เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์ ๒๕๑๖ : ๑)

เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์ (เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์ ๒๕๒๐ : ๗๔) สรุปว่าเรขาคณิตนอนยูคลิดเคยนี้ใช้เป็นครั้งแรก โดย Gauss ซึ่งเขาเรียกเรขาคณิตที่เขาคิดขึ้นใหม่ว่าเรขาคณิตนอนยูคลิด ในปัจจุบันนี้เรขาคณิตนอนยูคลิด หมายถึงเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก (Hyperbolic Geometry) และเรขาคณิตอีลิปติก (Elliptic Geometry) ส่วนเรขาคณิตที่ไม่ใช่ Postulate ของการขนานหรือ Postulate ที่ ๔ ของยูคลิดเรียกว่าเรขาคณิตนอทยูคลิด (Not Euclidean Geometry) เรขาคณิตนอนยูคลิดเป็น subset ของเรขาคณิตนอทยูคลิด

วิชาเรขาคณิตยูคลิดที่ใช้เรียนในชั้นมัธยมศึกษา นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร สาเหตุที่วิชาเรขาคณิตยูคลิดในระดับมัธยมศึกษาเป็นเรื่องที่ยากและไม่น่าสนใจ เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์ (เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์ ๒๕๑๖ : ๓๒) ได้กล่าวว่า "สืบเนื่องมาจากวิชาเรขาคณิตยูคลิดเคยนำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้น้อยมาก เพราะวิชาเรขาคณิตยูคลิดเกี่ยวกับการพิสูจน์ขนาดการประยุกต์หรือการนำไปใช้ ผู้เรียนจึงมองไม่เห็นคุณค่าหรือประโยชน์ของการเรียน" ซึ่งเป็นเหตุผลทางจิตวิทยา

จากผลการวิจัยของ พายัพ นุปผาคำ (พายัพ นุปผาคำ ๒๕๐๔ : ๔๖) เรื่องทัศนคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ที่มีต่อวิชาเรขาคณิตยูคลิด สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ส่วนมากมีความเห็นว่าเรขาคณิตระดับประถมศึกษาตอนปลายนั้นง่าย แต่วิชาเรขาคณิตในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ค่อนข้างยากและเป็นเรื่องที่ไม่น่าสนใจ

ผู้วิจัยคิดว่าสาเหตุที่สำคัญที่ทำให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาส่วนใหญ่ยังไม่ประสบความสำเร็จดังกล่าวนี้อาจเป็นแบบเรียนเรขาคณิตในชั้นมัศึกษานี้ขาดความสมบูรณ์ทางคณิตศาสตร์ ยังไม่เป็นระบบที่เรียบร้อยสมบูรณ์พอ มีข้อบกพร่องอีกมากซึ่งยังไม่ได้มีการปรับปรุงเท่าที่ควร

อีฟส์ และ นิวซัม (Eves and Newsom. 1964 : 37) ได้กล่าวว่า วิชาเรขาคณิตยูคลิดเรียนมีจุดอ่อนและข้อบกพร่องอยู่หลายประการ เช่น

๑. การยอมรับเอาข้อสมมติบางประการที่ไม่ได้ระบุไว้ในสัจพจน์ (Axiom หรือ Postulate) มาเป็นข้ออ้างอิงในการพิสูจน์

๒. การพิสูจน์เกี่ยวกับการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป ยูคลิดใช้วิธีการยกรูปซ้อนกัน (Principle of Superposition) ซึ่งขัดกับหลักทางฟิสิกส์

๓. การนิยามคำศัพท์ที่ใช้ทุก ๆ คำโดยไม่คำนึงถึงนิยามเลย เช่น จุด เส้น เป็นต้น

๔. ความบกพร่องของการสร้างรูปที่กำหนดให้ โดยไม่คำนึงถึงว่าสิ่งที่สร้างขึ้นนั้นตรงกับความเป็นจริงหรือไม่ ซึ่งบางครั้งเมื่อสร้างรูปขึ้นแล้วรูปจะคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงอย่างเห็นได้ชัดเจน

สิ่งสำคัญที่ผู้เรียนคณิตศาสตร์ทุกคนควรจะต้องรู้และเข้าใจ คือ ระบบคณิตศาสตร์และโครงสร้างคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ถึงระบบคณิตศาสตร์ทำให้มองเห็นข้อบกพร่องของวิชาคณิตศาสตร์ ส่วนการเข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ช่วยทำความเข้าใจเนื้อหาวิชาได้มากขึ้น ไม่ต้องจำรายละเอียดมาก ไม่ลืมน่าย สามารถนำไปแก้ไขปัญหากับสิ่งต่าง ๆ ได้ (นิยม ยอดมนต์ ๒๕๒๐ : ๓๐)

ระบบคณิตศาสตร์

ระบบคณิตศาสตร์ คือ เซต $\{S, R, A\}$ ซึ่ง

S คือ non-empty set มีสมาชิกเรียกว่า element of system ตัวอย่างสมาชิกของระบบคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าเรขาคณิต เช่น จุด เส้น ระนาบ

R คือ เซตของความสัมพันธ์และการกระทำ (Relation and Operation) ต่าง ๆ ของ element of system ตัวอย่างในเรขาคณิต เช่น การตัดกันของเส้นสองเส้น ใด ๆ การที่จุดสองจุดใด ๆ มีเส้นผ่านร่วมกัน

A คือ เซ็ทของ Axiom (ซึ่งหมายความว่ารวมถึง Postulate) ตัวอย่าง Axiom ในเรขาคณิต เช่น

A_1 : เส้นสองเส้นที่ต่างกันที่อยู่ในระนาบเดียวกันจะตัดกันเป็นจุดเสมอ

A_2 : เส้นสองเส้นที่ต่างกันที่อยู่ในระนาบเดียวกันจะตัดกันที่จุดเดียวเท่านั้น

ในระบบคณิตศาสตร์หนึ่ง ๆ สามารถสรุปประพจน์ (proposition) ซึ่งเรียกว่า ทฤษฎีบท (theorem) ทุกทฤษฎีบทสามารถพิสูจน์ได้อย่างสมเหตุสมผลตามหลักตรรกศาสตร์ โดยยึดเอา Axiom เป็นหลักสำคัญ ผู้เรียนคณิตศาสตร์ต้องรู้และเข้าใจตรรกศาสตร์และนำไปประยุกต์ได้ด้วย

โครงสร้างคณิตศาสตร์

ระบบคณิตศาสตร์ทุกระบบมีโครงสร้างคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะคล้ายกันหรือทำนองเดียวกัน แต่รายละเอียดอาจจะไม่เหมือนกัน โครงสร้างคณิตศาสตร์ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ สี่ส่วนตามลำดับดังนี้

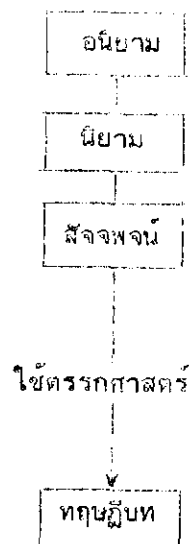
๑. อนุนิยาม (undefined term) ประกอบไปด้วย สมาชิกในระบบคณิตศาสตร์ (elements of system) ความสัมพันธ์ในระบบคณิตศาสตร์ (relations of system) อนุนิยามเป็นส่วนที่ไม่ต้องอธิบายหรือให้ความหมาย และไม่จำเป็นต้องให้ความหมายในระบบคณิตศาสตร์ ตัวอย่างคำอนุนิยามในวิชาเรขาคณิต เช่น จุด เส้น ระนาบ การตัดกันของเส้นตรง อนุนิยามในระบบคณิตศาสตร์ระบบหนึ่งอาจจะเป็นคำนิยามในระบบคณิตศาสตร์อีกระบบหนึ่งก็ได้

๒. นิยาม (defined term) เป็นคำที่มีความหมายหรือมีคำอธิบายที่แน่นอน ซึ่งเป็นส่วนย่อยของระบบคณิตศาสตร์หรืออาจจะเรียกได้ว่าเป็นคำที่ใช้แทนส่วนต่าง ๆ ของระบบคณิตศาสตร์ นิยามมีไว้เพื่อความรัดกุมและสะดวกแก่การศึกษาโดยเฉพาะ นิยามยังหมายความว่ารวมถึงคำที่ใช้แทนระบบคณิตศาสตร์ทั้งระบบด้วย ตัวอย่างคำนิยามในวิชาเรขาคณิต เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม เรขาคณิตนอนยูคลิดเบียน เป็นต้น

๓. สัจพจน์ (Axiom หรือ Postulate) เป็นข้อความพื้นฐานที่เรายอมรับว่าเป็นจริงหรือถูกต้อง สัจพจน์เป็นส่วนที่เกี่ยวข้องกับสมาชิกและความสัมพันธ์ในระบบคณิตศาสตร์ บอกให้รู้ว่าสมาชิกหรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ มีคุณสมบัติอย่างไรบ้าง ซึ่งจะต้องยึดถือเป็นหลักในการพิสูจน์ทฤษฎีบท

๔. ทฤษฎีบท (theorem) เป็นส่วนของระบบคณิตศาสตร์ที่ได้มาจากอนิยามหรือนิยาม และสัจพจน์ โดยใช้ตรรกศาสตร์เป็นเครื่องมือ ทฤษฎีบทอาจจะเป็นการบอกคุณสมบัติของความสัมพันธ์ของอนิยามกับอนิยาม อนิยามกับนิยาม หรือนิยามกับนิยาม ตัวอย่างทฤษฎีบทในวิชาเรขาคณิตยุคสี่เหลี่ยม เช่น "ผลรวมของมุมภายในของสามเหลี่ยมใด ๆ เท่ากับ ๑๘๐° " เป็นต้น

เราอาจจะเขียนแผนภูมิของโครงสร้างคณิตศาสตร์ได้ดังนี้



ในชีวิตประจำวันของเรามีเหตุการณ์ที่สอดคล้องกับเรขาคณิตยูคลิดี언หรือเรขาคณิตนอนยูคลิดี언เสมอ เช่น บนกระดาษแผ่นหนึ่ง สามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมเท่ากันสองมุม มุมต่อมุม เรามักได้ค้นพบว่ามุมที่เหลือเท่ากันด้วย แต่ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นอยู่บนผิวทรงกลมลูกหนึ่ง (ด้านของสามเหลี่ยมเป็นส่วนหนึ่งของเส้น เส้นในที่นี้ต้องเป็นเส้นรอบลูกทรงกลมที่ยาวที่สุด) เรามักไม่ได้ว่ามุมที่สามจะเท่ากัน เพราะมุมภายในสามเหลี่ยมรวมกันได้ไม่คงที่ และมากกว่า ๑๘๐° โดยใช้ทฤษฎีบทของวิชาเรขาคณิตอีลลิปติก จะเห็นว่าควรรี้นเรขาคณิตหลาย ๆ ชนิด เพื่อไม่ให้ความคิดแคบและยังใช้ประโยชน์ได้กว้างขวางขึ้น

การสอนเรขาคณิตไม่ควรจะจำกัดความคิดของผู้เรียนให้อยู่ในวงแคบ ๆ เฉพาะวิชาเรขาคณิตยูคลิดี언เท่านั้น ควรสอนให้นักเรียนตระหนักในความจริงที่ว่าวิชาเรขาคณิตยูคลิดี언เป็นเพียงเรขาคณิตชนิดหนึ่งในบรรดาวิชาเรขาคณิตที่มีอยู่ด้วยกันหลายชนิด ชี้ให้เห็นว่าทฤษฎีบทที่พิสูจน์ได้ว่าถูกต้องหรือสมเหตุสมผล (valid) ในวิชาเรขาคณิตชนิดหนึ่ง อาจจะพิสูจน์ได้ว่าไม่ถูกต้องหรือไม่สมเหตุสมผล (invalid) ในวิชาเรขาคณิตอีกชนิดหนึ่งได้ (สุชาติ รัตนกุล ๒๕๐๓ : ๔๔)

การสอนคณิตศาสตร์ควรดำเนินไปโดยยึดเอาระบบคณิตศาสตร์และโครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ ไม่ควรจะยึดรูปแบบที่สร้างขึ้นเป็นสำคัญเพราะรูปแบบที่สร้างขึ้นอาจจะผิดกับความเป็นจริง อันเนื่องจากรูปที่สร้างขึ้นอาจจะไม่สอดคล้องกับ Axiom ทั้งหมด การสร้างรูปแบบในการพิสูจน์จึงควรระวังเพราะเป็นจุดอ่อนประการหนึ่งของผู้เรียนคณิตศาสตร์ที่ทำให้การพิสูจน์ผิดพลาดโดยไม่รู้ตัว

สรุปได้ว่าควรจะให้ผู้ที่เรียนเรขาคณิตได้เข้าใจความหมายและชนิดของเรขาคณิตหลาย ๆ ชนิด เรขาคณิตนอนยูคลิดี언เป็นเรขาคณิตชนิดหนึ่งที่ผู้เรียนควรจะได้เรียน ผู้วิจัยจึงได้ให้ความสนใจและทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรขาคณิตนอนยูคลิดี언ตามระบบคณิตศาสตร์ และโครงสร้างคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อจะได้ทราบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาจะเรียนได้หรือไม่

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

๑. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ เรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้หรือไม่
๒. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ในการเรียนเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียน

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

๑. ทำให้ทราบถึงความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียน
๒. ทำให้ทราบว่าควรจะมีเริ่มต้นสอนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนในระดับชั้นใดจึงจะเหมาะสม
๓. เป็นแนวทางในการพิจารณาปรับปรุงหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย

ข้อตกลงเบื้องต้นในการศึกษาค้นคว้า

๑. คะแนนพัฒนา หมายถึง ผลลัพธ์ของคะแนน post-test ลบด้วยคะแนน pre-test
๒. นักเรียนชั้นใดเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้ก็ต่อเมื่อคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองมากกว่าของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ ๐.๐๐๕
๓. บทเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ ผู้วิจัยถือว่ามีความเหมาะสมและมีประสิทธิภาพที่จะไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕
๔. นักเรียนชั้นใดสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้ก็ต่อเมื่อคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองในชั้นนั้นมากกว่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ ๐.๐๕

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

๑. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้ทำการทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ของโรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ปีการศึกษา ๒๕๒๒ จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน ซึ่งเลือกมาโดยวิธีสุ่ม

๒. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มุ่งศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตอนยูคลิดเรียนทั้งสองแบบ คือ เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก และเรขาคณิตอีลีลิปติก ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า

๑. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตอนยูคลิดเรียนได้

๒. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ สามารถเรียนเรขาคณิตอนยูคลิดเรียนได้ดีกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔

คำจำกัดความศัพท์เฉพาะ

ผลสัมฤทธิ์ หมายถึง คะแนนที่นักเรียนทำได้ จากการทำข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

เอกสารการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การเรียนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปควรเรียนตามลำดับจากเรื่องที่เป็นพื้นฐานที่สุดก่อน ปัจจุบันนิยมใช้ตรรกศาสตร์และเซต เป็นพื้นฐานของระบบคณิตศาสตร์ทุกระบบ แฟร์ (Fehr. 1965 : 38) กล่าวว่า คณิตศาสตร์แผนปัจจุบันที่จัดสอนในโรงเรียนของประเทศที่มีการปฏิรูปการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้แก่

๑. ทฤษฎีเซตเบื้องต้น
๒. ตรรกศาสตร์เชิงคณิตศาสตร์เบื้องต้น
๓. พีชคณิตแนวปัจจุบัน ได้แก่ กรุป ริง และฟิลด์
๔. ความน่าจะเป็นและสถิติ

สำหรับผู้วิจัยมีความคิดว่าระหว่างเซตและตรรกศาสตร์ควรจะเรียนตรรกศาสตร์ก่อน เพราะถ้าไม่เข้าใจการให้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์แล้วไม่สามารถที่จะเข้าใจเรื่องเซตได้ เซตต้องใช้ตรรกศาสตร์ในการอธิบาย แต่ตรรกศาสตร์ไม่จำเป็นต้องใช้เซตมาอธิบาย

นอกจากนี้ยังมีรายละเอียดในการจัดหลักสูตรของแฟร์ ในขณะที่เป็นผู้อำนวยการโครงการศึกษา และปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาของมหาวิทยาลัยโคลัมเบีย (Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study) ซึ่งได้กล่าวถึงเรื่องเซตและตรรกศาสตร์ไว้ดังนี้

เซตที่สอนในชั้นประถมศึกษาควรสอนให้เรียนรู้ 'union' 'intersection' 'inclusion' และ 'belonging to' รวมทั้งสัญลักษณ์ของคำเหล่านี้ ส่วนในชั้นมัธยมศึกษาควรสอนเน้นหนักในเรื่องทฤษฎีบท สำหรับตรรกศาสตร์นั้นในชั้นประถมศึกษาควรสอนให้เข้าใจความหมายในเชิงตรรกศาสตร์ของคำต่าง ๆ เช่น 'ทุก ๆ คน' 'บางคน' 'และ' 'หรือ' 'ไม่' 'ถ้า ... แล้ว ...' และ 'ก็ต่อเมื่อ' ส่วนในชั้นมัธยมศึกษาควรสอนวิธีสรุปโดยใช้เหตุผล และการตรวจคำตอบความจริงของประพจน์

เพียเจต์ (Piaget) ได้ศึกษาพัฒนาการการเรียนรู้ของเด็กที่มีอายุน้อยกว่า ๑๑ ปี หรือ ๑๒ ปี และสรุปได้ว่า "เป็นขั้นของการให้เหตุผลแบบผู้ใหญ่ ในขั้นนี้เด็กสามารถวิเคราะห์องค์ประกอบต่าง ๆ ของปัญหา และสามารถตั้งสมมติฐานให้สอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงได้ นอกจากนี้ ยังมองเห็นความสำคัญระหว่างข้อความด้วย กล่าวโดยย่อคือสามารถคิดแบบวิทยาศาสตร์และให้เหตุผลชนิดที่มีแบบแผนทางคณิตศาสตร์ได้" (Adler. 1966 : 707 - 715)

โดยเฉพาะทางด้านคณิตศาสตร์ เพียเจต์ (Piaget. 1969 : 173) ได้กล่าวอีกว่าเด็กอายุ ๑๑ ปี ถึง ๑๕ ปี สามารถนำความคิดที่ถูกต้องตามหลักตรรกศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรม มีการคิดที่เป็นอิสระขึ้น และสามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ สามารถสรุปและอนุมานจากสมมติฐานได้ จึงสรุปได้ว่าเด็กในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายนี้มีความสามารถในการคิดหาเหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ ในปัจจุบันนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีพื้นฐานในวิชาตรรกศาสตร์พอสมควร กล่าวคือ พอที่จะพิสูจน์ความสมเหตุสมผลของเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้ การเรียนคณิตศาสตร์ไม่ได้มุ่งให้ผู้เรียนจำได้เท่านั้น จุดมุ่งหมายหลักคือให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการคิดทางนามธรรม

พอยแคร์ (Poincare. 1968 : 299) กล่าวว่า ความมุ่งหมายสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ก็คือการพัฒนากระบวนการคิด ส่วนความสามารถรู้เอง (intuition) ไม่ใช่ความมุ่งหมายหลัก แต่จะเป็นผลมาจากพัฒนาการของกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ลิค (Lick. 1971 : 85 - 90) กล่าวว่า เป้าหมายของการสอนคณิตศาสตร์คือ เพื่อพัฒนาการให้เหตุผล และให้มีความคิดรอบคอบ คนที่เรียนอ่อนและเรียนเก่งต้องได้รับการศึกษาเท่าเทียมกัน จะต้องสอนให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจไม่เพียงแต่จำได้เท่านั้น

สุชาติ จันทร์ทิพย์ (สุชาติ จันทร์ทิพย์ ๒๕๒๑ : ๕๕) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เข้าใจได้ยาก เพราะมันเป็นนามธรรม นามธรรมในคณิตศาสตร์หมายถึง สิ่งที่เราไม่รู้จักมันแต่ในนาม เราไม่อาจจะสัมผัสมันได้ด้วยประสาทใด ๆ ทั้งสิ้น นอกจากความเข้าใจด้วยสมอง

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ (สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ ๒๕๑๔ : ๑) กล่าวว่า คณิตศาสตร์นั้นศึกษาเกี่ยวกับระบบที่สร้างจากการใช้เหตุผลอย่างเดียวกันเท่านั้น ทั้ง ๆ ที่อาจจะขัดกับความเชื่อถือหรือยอมรับในขณะนั้น

สำหรับวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเตียนนั้นมีลักษณะทำนองเดียวกับทฤษฎีสัมพันธภาพของไอน์สไตน์ การที่คนทั่วไปรู้สึกว่ายาก ไม่ได้เป็นเพราะเนื้อหายากแต่เป็นเพราะว่าค้านหรือฝืนกับความรู้สึกของคนทั่ว ๆ ไป ทั้ง ๆ ที่เป็นความจริง ถูกต้องกับหลักตรรกศาสตร์ มนุษย์เรากลัวมากจะแยกความรู้สึกกับตรรกศาสตร์ไม่ค่อยได้ จึงทำให้คิดว่าวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเตียนเป็นวิชาที่ยาก

จากการวิจัยที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่านอกจากเรขาคณิตยูคลิดเตียนนักเรียนสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตแบบต่าง ๆ ได้ดังนี้

ปราโมทย์ ประเสริฐ (ปราโมทย์ ประเสริฐ ๒๕๑๖ : ๒๖) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการเรียนทอพอโลยี (Topology) ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๓, ๔ และ ๕ กล่าวสรุปว่า

๑. นักเรียนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๔ ขึ้นไป สามารถเรียนทอพอโลยีได้
๒. นักเรียนที่เรียนในชั้นสูงอาจจะเรียนทอพอโลยีได้ดีกว่านักเรียนชั้นต่ำกว่า หรือได้ไม่แตกต่างกันกับนักเรียนที่เรียนในชั้นต่ำกว่า

ชาลิต เข้มเจริญ (ชาลิต เข้มเจริญ ๒๕๑๔ : ๒๕) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปเรเจคทีฟของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น กล่าวสรุปว่า จากการวิจัยทำให้พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปเรเจคทีฟเบื้องต้น ตามเนื้อหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ และนักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าจะมีผลสัมฤทธิ์ในการเรียนสูงกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า แต่คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนทั้งสามชั้นนี้ ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ .๐๕ หมายความว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ - ๓ มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปเรเจคทีฟเบื้องต้นไม่น่าจะแตกต่างกัน

ประเวศ ก่อเกียรติศิริกุล (ประเวศ ก่อเกียรติศิริกุล ๒๕๑๕ : ๒๓) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ ไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น แต่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ มีความสามารถในการเรียนเนื้อหาที่สูงกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ และปีที่ ๒

โชคชัย ศักดิ์ศรี (โชคชัย ศักดิ์ศรี ๒๕๑๖ : ๒๑) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรขาคณิตการแปลงสภาพของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย กล่าวว่า นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕ และ ๖ ไม่สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพได้ มีนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๗ เท่านั้น ที่สามารถเรียนได้โดยให้เหตุผลว่า พื้นฐานความรู้ของนักเรียนอาจจะไม่เพียงพอและนักเรียนอาจไม่สามารถปรับความรู้ลึกลับนึกคิดให้เข้ากับความรู้ใหม่ของลักษณะวิชานี้ก็ได้

เรขาคณิตนอนยูคลิดเป็นเรขาคณิตแบบหนึ่งที่น่าสนใจ ผู้วิจัยจึงได้ทำการทดลองสอนและศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕

บทที่ ๓

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

แหล่งของข้อมูลและกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ปีการศึกษา ๒๕๒๒
โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร แบ่งออกเป็นสองประเภท
คือ

๑. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน
รวม ๖๐ คน

๒. กลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง แบ่งออกเป็นสองประเภท คือ

๒.๑ กลุ่มทดลอง จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน

๒.๒ กลุ่มควบคุม จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง ใช้วิธีเลือกอย่างสุ่ม

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

๑. แบบทดสอบเรื่องเซตและตรรกศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อทดสอบความรู้พื้นฐาน
ที่จำเป็นในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียน

๒. บทเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้น ประกอบด้วย

๒.๑ เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก (Hyperbolic Geometry)

๒.๒ เรขาคณิตอีลิปติก (Elliptic Geometry)

๓. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิกและเรขาคณิต
อีลิปติก รวม ๔๕ ข้อ

การดำเนินการทดลอง

๑. สร้างแบบทดสอบ เรื่อง เซ็ทและตรรกศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิเดียน

๒. นำแบบทดสอบ เรื่อง เซ็ทและตรรกศาสตร์ไปทดลองสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ชั้นละสามห้องเรียน ใช้เวลาหนึ่งชั่วโมง

๓. นำผลการสอบมาคัดเลือกนักเรียนที่สอบได้คะแนนเกิน ๗๐ เปอร์เซนต์ แล้วแบ่งออกเป็นชั้นละสามกลุ่ม รวมหกกลุ่ม โดยวิธีสุ่ม แล้วเอาไปเป็นกลุ่มทดลอง กลุ่มควบคุม และกลุ่มสำหรับวิเคราะห์ข้อสอบ

๔. สร้างบทเรียนวิชาเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิกและเรขาคณิตอีลลิพติกในระนาบทั้งนี้เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก

๑. เส้นขนาน (Parallels)

๒. คุณสมบัติของการขนาน (Properties of Parallels)

๓. จุดไอดีล (Ideal Point)

๔. สี่เหลี่ยมแซคเคอรี (The Saccheri Quadrilateral)

๕. สี่เหลี่ยมแลมเบิร์ต (The Lambert Quadrilateral)

๖. ผลรวมของมุมภายในของสามเหลี่ยม (The Sum of the Angles of a Triangle)

เรขาคณิตอีลลิพติก

๑. คุณสมบัติของเส้นสองเส้นใด ๆ

๒. สี่เหลี่ยมแซคเคอรี (The Saccheri Quadrilateral)

๓. สี่เหลี่ยมแลมเบิร์ต (The Lambert Quadrilateral)

๔. ผลรวมของมุมภายในของสามเหลี่ยม (The Sum of the Angles of a Triangle)

ผู้วิจัยรวบรวมเนื้อหา มาเรียบเรียงเป็นบทเรียน และสร้างแบบทดสอบวัด

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก และเรขาคณิตอีลิปติก ๔๐ ข้อ

๕. นำบทเรียนไปทดลองสอนกับกลุ่มตัวอย่างที่เลือกได้จากข้อ ๓. ชั้นละกลุ่ม เมื่อสอนครบเนื้อหาตามบทเรียนแล้ว จึงนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไปสอบกับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม

๖. วิเคราะห์ข้อสอบตามหลักสถิติกลุ่มสูง ๒๗ เปอร์เซนต์ กลุ่มต่ำ ๒๗ เปอร์เซนต์ เปิดตารางสำเร็จของ ฟาน (Fan. 1952 : 3 - 32) คัดเลือกข้อสอบไว้ทั้งหมด ๔๕ ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ ๐.๒๕ ถึง ๐.๔๕ ค่าความยากง่ายเฉลี่ยเท่ากับ ๐.๔๕ มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ ๐.๑๖ ถึง ๐.๘๐ ค่าอำนาจจำแนกเฉลี่ยเท่ากับ ๐.๔๖ ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบเท่ากับ ๐.๘๒๘๖ และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดเท่ากับ ๓.๔๕

๗. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่วิเคราะห์และเลือกแล้ว ๔๕ ข้อ ไปสอบ pre-test กับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมของแต่ละชั้นที่เลือกไว้ในข้อ ๓.

๘. นำบทเรียนไปทดลองสอนกับกลุ่มทดลองโดยรวมชั้นสอน

๙. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่วิเคราะห์และเลือกแล้ว ๔๕ ข้อ ไปสอบกับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

๑๐. วิเคราะห์ผลการสอบเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

๑๐.๑ วิเคราะห์หาคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของนักเรียนทั้งสอง

๑๐.๒ วิเคราะห์หาความแตกต่างของคะแนนพัฒนาเฉลี่ยระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

๑๐.๓ หาค่าสหสัมพันธ์ของผลการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิเดียนกับผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป

การวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

๑. คะแนนเฉลี่ย (Mean) ของคะแนน คำนวณจากสูตร (Garrett. 1958 :

27)

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน คะแนนเฉลี่ย

ΣX แทน ผลรวมของคะแนน

N แทน จำนวนของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

๒. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร

(Ferguson. 1966 : 67)

$$S = \sqrt{\frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N-1)}}$$

เมื่อ S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ΣX แทน ผลรวมของคะแนน

ΣX^2 แทน ผลรวมของกำลังสองของคะแนน

N แทน จำนวนของนักเรียนในกลุ่มทดลอง

๓. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) คำนวณจากสูตร ดูเคอร์

ริชาร์ดสัน KR 20 (Ferguson. 1966 : 67)

$$r_{tt} = \frac{N}{N-1} \left\{ 1 - \frac{\Sigma pq}{S_x^2} \right\}$$

เมื่อ r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

N แทน จำนวนของแบบทดสอบ

p แทน $\frac{\text{จำนวนคนที่ตอบข้อนั้นถูก}}{\text{จำนวนคนทั้งหมด}}$

q แทน $1 - p$

S_x^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบ

(ซึ่งเท่ากับกำลังสองของ S ในข้อ ๒)

๔. หาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard Error of Measurement) คำนวณจากสูตร (Gullikson. 1967 : 63)

$$SE_{\text{meas}} = S_x \sqrt{1 - r_{tt}}$$

เมื่อ

SE_{meas} แทน ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_x แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

๕. หาระดับความยากง่าย อำนาจจำแนก และความยากง่ายมาตรฐานของแบบทดสอบ โดยเปิดตารางสำเร็จของ ฟาน (Fan. 1952 : 3 - 32)

๖. วิเคราะห์ค่าที (t-test) คำนวณจากสูตร

๖.๑ Fisher's t เมื่อ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (ล้วน สายยศ ๒๔๒๒ : ๒๑๗)

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(N_1 - 1)S_1^2 + (N_2 - 1)S_2^2}{N_1 + N_2 - 2} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ แทน คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่ ๑ และกลุ่มที่ ๒ ตามลำดับ

S_1^2, S_2^2 แทน ความแปรปรวนของกลุ่มที่ ๑ และกลุ่มที่ ๒ ตามลำดับ

N_1, N_2 แทน จำนวนนักเรียนของกลุ่มที่ ๑ และกลุ่มที่ ๒ ตามลำดับ

$$b. b \quad t = r \sqrt{\frac{N-2}{1-r^2}}$$

เมื่อ r แทน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

N แทน จำนวนนักเรียน

๗. หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดยใช้สูตรของ Pearson product moment correlation coefficient (r) ซึ่งมีสมการดังนี้ (ล้วน สายยศ ๒๕๒๒ : ๑๖๔)

$$r_{XY} = \frac{NEXY - EXEY}{\sqrt{(NEX^2 - (EX)^2)(N EY^2 - (EY)^2)}}$$

เมื่อ r_{XY} แทน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง X และ Y

X แทน คะแนนของการทดสอบของวิชาที่ ๑

Y แทน คะแนนของการทดสอบของวิชาที่ ๒

N แทน จำนวนของนักเรียน

บทที่ ๔

ผลการศึกษาค้นคว้า

ข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับการวิเคราะห์และแปลผล

คะแนนพัฒนา หมายถึง ผลลัพธ์ของคะแนน post-test ลบด้วยคะแนน pre-test

ผลการศึกษาค้นคว้า

๑. ผลการวิเคราะห์หาคะแนนพัฒนาเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความแปรปรวนมาตรฐานของ
คะแนนพัฒนา (S)

ตาราง ๑ แสดงคะแนนพัฒนาเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความแปรปรวนมาตรฐานของคะแนนพัฒนา (S)

ค่าสถิติ กลุ่มตัวอย่าง	$\bar{X}$	S
กลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔	๒๒.๔	๗.๐๒๕
กลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔	- ๐.๗	๗.๖๕๒๕๘๕
กลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕	๑๔.๐	๗.๔๘๓๑๔๗๗๓
กลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕	- ๐.๓๖๖	๕.๓๐๗

๒. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลค่าที่ (t-test) จากการเปรียบเทียบความแตกต่างของกลุ่มตัวอย่างต่าง ๆ

ตาราง ๒ แสดงค่า t จากการเปรียบเทียบคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

	กลุ่มทดลอง ม.ศ.๔	กลุ่มทดลอง ม.ศ.๕
กลุ่มควบคุม ม.ศ.๔	๑๒.๑๗๙๖๔*	—
กลุ่มควบคุม ม.ศ.๕	—	๑๒.๒๘๕๐๔*
กลุ่มทดลอง ม.ศ.๕	๑.๘๑๔๓๕**	—

$$* (t_{0.005} = ๒.๕๗๖)$$

$$** (t_{0.05} = ๑.๖๗๑)$$

จากตาราง ๒ แสดงว่า

๑. คะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ มากกว่าคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ ๐.๐๐๕

๒. คะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ มากกว่าคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มควบคุมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ ๐.๐๐๕

๓. คะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ มากกว่าคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ ๐.๐๕

๓. ผลการวิเคราะห์หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) และค่า t ของ
 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ของคะแนนในการเรียนวิชาเรขาคณิตอนมูลิเตียนกับคะแนน
 วิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปของกลุ่มทดลอง
 ตาราง ๓ แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (r) และค่า t ของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

ค่าสถิติ	r	t
กลุ่มทดลอง		
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔	.๖๘๖	๔.๔๘๘๔๔
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕	.๘๒๖	๗.๗๔๔๑๔

$$t_{0.01} = ๒.๔๖๒$$

จากตาราง ๓ แสดงให้เห็นว่า

ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ คะแนนในการเรียนวิชาเรขาคณิตอนมูลิเตียน
 กับคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป มีความสัมพันธ์กันทางบวก อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ
 ๐.๐๑

บทที่ ๕

บทย่อ สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

๑. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ เรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้หรือไม่

๒. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ใน การเรียนเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียน

สมมติฐานในการศึกษาค้นคว้า

๑. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ เรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้

๒. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ สามารถเรียนเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้ดีกว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

๑. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ได้ทำการทดลองกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ของโรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

๒. การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มุ่งศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียน ทั้งสองแบบ คือ เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิกและเรขาคณิตอีลลิปติก ตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

ข้อตกลงเบื้องต้นในการศึกษาค้นคว้า

๑. คะแนนพัฒนา หมายถึง ผลลัพธ์ของคะแนน post-test ลบด้วยคะแนน pre-test

๒. นักเรียนชั้นใดเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเรียนได้ก็ต่อเมื่อคะแนนพัฒนาเฉลี่ย ของกลุ่มทดลองมากกว่าของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ ๐.๐๐๕

๓. บทเรียนวิชาเรขาคณิตอนนุคูลิเตียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นนี้ ผู้วิจัยถือว่ามีความเหมาะสมและมีประสิทธิภาพที่จะไปทดลองสอนกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕

๔. นักเรียนชั้นใดสามารถเรียนวิชาเรขาคณิตอนนุคูลิเตียนได้ดีกว่าก็ต่อเมื่อคะแนนพัฒนาเฉลี่ยของกลุ่มทดลองในชั้นนั้นมากกว่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ณ ระดับ ๐.๐๕

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ปีการศึกษา ๒๕๒๒ โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร แบ่งออกเป็นสองประเภท คือ

๑. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อสอบ จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน

๒. กลุ่มตัวอย่างเพื่อการทดลอง แบ่งออกเป็นสองประเภท คือ

๒.๑ กลุ่มทดลอง จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน

๒.๒ กลุ่มควบคุม จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน

การเลือกกลุ่มตัวอย่าง ใช้วิธีเลือกอย่างสุ่ม

การดำเนินการทดลอง

๑. นำบทเรียนไปทดลองสอนกับกลุ่มตัวอย่างชั้นละกลุ่ม เมื่อสอนครบเนื้อหาตามบทเรียนแล้วจึงนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ไปสอบกับนักเรียนทั้งสองกลุ่มนี้

๒. วิเคราะห์ข้อสอบและเลือกข้อสอบในเกณฑ์ ๔๕ ข้อ

๓. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในข้อ ๒. ไป pre-test กับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

๔. นำบทเรียนไปทดลองสอนกับกลุ่มทดลองโดยรวมชั้นสอน

๕. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในข้อ ๒. ไป post-test กับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

สรุปผลการทดลอง

๑. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดได้
๒. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดได้
๓. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ สามารถเรียนเรขาคณิตนอนยูคลิดได้ดีกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔

๔. ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ คะแนนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเทียบกับคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปมีความสัมพันธ์ทางบวก

อภิปรายผล

๑. จากผลการวิจัยที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดได้ และนักเรียนมีความรู้สึกว่าการนี้ง่าย ที่เป็นเช่นนี้อาจจะเป็นเพราะว่า

๑.๑ ผู้เรียนได้เห็นโมเดล (Model) บางส่วนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อเป็นตัวแทนระนาบไฮเปอร์โบลิกและระนาบอีลลิปติก ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่จะทำให้นักเรียนเห็นว่าเป็นเรื่องที่เป็นไปได้ ถ้าไม่มีโมเดลอันนี้อาจจะทำให้การเรียนรู้ไม่ได้ผลเท่าที่ควร เพราะเป็นที่น่าสนใจแก่นักเรียนต้องการให้ผู้วิจัยเขียนรูปทุก ๆ รูปลงในโมเดล เพื่อให้สอดคล้องกับเนื้อหา และสังเกตด้วยตาได้ ส่วนกระดานดำไม่ใช่ระนาบในวิชานี้

๑.๒ เนื้อหาที่ใช้ทดลองสอนเป็นเนื้อหาเบื้องต้น ยังไม่ละเอียดลึกซึ้งมากนัก เช่น ไม่ได้ฝึกพิสูจน์ทฤษฎีบทเองทั้งข้อ นักเรียนจึงสามารถทำความเข้าใจได้

๒. จากผลการวิจัยที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดได้ดีกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ มีความสนใจน้อยกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ เนื่องจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๕ ใกล้จะจบและจะต้องเตรียมตัวสอบเข้าเรียนต่อในชั้นอุดมศึกษา นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ จึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการศึกษาต่อมากยิ่งขึ้นกว่าเรื่องอื่น

๓. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของคะแนนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเทียบกับวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไป มีค่าเป็นบวก อาจจะเป็นเพราะ

๓.๑ นักเรียนที่สนใจและมีความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปก็มีความสนใจและเข้าใจในวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดด้วย ส่วนนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ทั่วไปไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควรก็มักจะไม่พยายามทำความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิด

๓.๒ ผู้ที่ทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ทั่วไปได้ดีกว่า คงมีพื้นฐานความรู้ทางตรรกศาสตร์ดีกว่า ซึ่งมีผลทำให้เรียนวิชาอื่นที่ต้องการพื้นฐานความรู้ทางตรรกศาสตร์ได้อย่างดีด้วย เช่น วิชาเรขาคณิตนอนยูคลิด

ข้อเสนอแนะ

๑. ควรบรรจุวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดเบื้องต้นลงในหลักสูตรชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ควบคู่ไปกับเรขาคณิตยูคลิด

๒. ควรทดลองสอนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลิดแก่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยสอนส่วนที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันที่สามารถสังเกตได้

๓. การสอนวิชาเรขาคณิตในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ควรจะสอนส่วนที่เป็นพื้นฐานทั่วไปของวิชาเรขาคณิตทุกระบบ

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

ชาวลิต เขียมเจริญ การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตโปรเจกทีฟของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

๒๕๑๔, ๒๖ หน้า อัดสำเนา

โชคชัย ศักดิ์ศรี การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตการแปลงสภาพของนักเรียน

ชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร

๒๕๑๖, ๒๓ หน้า อัดสำเนา

ธ.ธง พวงสุวรรณ การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาตรรกศาสตร์เบื้องต้นของ

นักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลาย ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประสานมิตร ๒๕๑๔, ๒๔ หน้า อัดสำเนา

นิยม ยอดมนต์ การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องกรุปของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๔ - ๘

ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ๒๕๒๐, ๓๐ หน้า อัดสำเนา

ประเวศ ก่อเกียรติศิริกุล การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์เบื้องต้น

ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ประสานมิตร ๒๕๑๔, ๒๓ หน้า อัดสำเนา

ปราโมทย์ ประเสริฐ การศึกษาค้นคว้าความสามารถในการเรียนทอพอโลยีของนักเรียนชั้นประถมศึกษา

ปีที่ ๓, ๔ และ ๕ ปรินญาณพนธ์ กศ.ม. วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร ๒๕๑๖,

๓๔ หน้า อัดสำเนา

พาสัพ บุปผากำ ทัศนคติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๑ ต่อวิชาเรขาคณิต วิทยานิพนธ์

ก.บ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ๒๕๐๔, ๔๖ หน้า อัดสำเนา

ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ สถิติวิทยาทางการศึกษา วัฒนาพานิช ๒๕๒๒, ๒๖๖ หน้า

สุชาติ จันทร์ทิพย์ "ความเป็นนามธรรมในคณิตศาสตร์" วารสารคณิตศาสตร์ ๒๓๒ - ๒๓๓ :

๔๑ - ๔๔ มกราคม - กุมภาพันธ์ ๒๕๒๑

สุชาติ รัตนกุล คณิตศาสตร์แผนปัจจุบัน เล่ม ๑ กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ โรงพิมพ์

ศาสนา ๒๕๐๗, ๑๐๒ หน้า

สุเทพ จันทร์สมศักดิ์ "คณิตศาสตร์คืออะไร" วารสารคณิตศาสตร์ ๒๐๔ - ๒๐๕ : ๑ - ๗

มกราคม - กุมภาพันธ์ ๒๕๑๔

คณิตศาสตร์ศึกษา ศึกษาสัมพันธ์ ๒๕๑๔, ๔๔ หน้า

เสริมศักดิ์ วิชาสารณ์ รากฐานของเรขาคณิต แผนกเอกสารและการพิมพ์ มหาวิทยาลัย

ศรีนครินทรวิโรฒ ศึกษาลอก มิถุนายน ๒๕๒๐, ๑๖๔ หน้า

_____ เอกสารประกอบคำบรรยายวิชา Foundations of Geometry I ~~คณิตศาสตร์ ๑~~

วิทยาลัยวิชาการศึกษา ศึกษาลอก ๒๕๑๖, ๑๐๒ หน้า

Adler, Claire F. Modern Geometry. McGraw-Hill, Inc., 1967. 302 p.

Adler, Irving. A New Look at Geometry. New York, The New American Library, 1967. 414 p.

_____. "Mental Growth and Art of Teaching," The Mathematics Teacher. 59 : 707 - 715, December, 1966.

Eves, Howard. A Survey of Geometry. Boston, Allyn and Bacon, Inc., 1974. 422 p.

Eves, Howard and Carroll V. Newsom. An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1964. 363 p.

Fan, Chung-Teh. Item Analysis Table. New Jersey, Education Testing Service, Princeton, 1952. 32 p.

Fehr, Howard F. "Reform of Mathematics Education Around the World," The Mathematics Teacher. 58 : 37 - 44, January, 1965.

Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education. New York, McGraw-Hill Book Company, 1966. 446 p.

Garrett, Henry E. Statistics in Psychology and Education. New York, Longman Green and Co., 1958. 478 p.

Gulliksen, Harol. Theory of Mental Test. New York, John Willy and Sons, Inc., 1967. 486 p.

Hilbert, David. Foundations of Geometry. New York, The Open Court Publishing Company, 1971. 226 p.

Karteszi, F. Introduction to Finite Geometries. Budapest, Akademiai Kiado, 1976. 266 p.

Lick, W.D. "Why not Mathematics," The Mathematics Teacher. 64 : 85 - 90, January, 1971.

Meserve, Bruce E. "Euclidean and Other Geometries," The Mathematics Teacher. 60 : 2 - 11, January, 1967.

Piaget, Jean. The Psychology of the Child. New York, Trans by Henlen Neaver, Basic Book, 1969. 273 p.

Poincare, Henri. "Mathematical Definitions and Teaching," The Mathematics Teacher. 62 : 295 - 305, April, 1968.

Wolfe, Harold E. Introduction to Non-Euclidean Geometry. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1945. 247 p.

ภาคผนวก

๖ -

ภาคผนวก ก .

ตารางแสดงค่า P_H , P_L , p , r และ Δ ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ในการเรียนวิชาเรขาคณิตตอนอนุคลิเตียน

ตาราง ๔ แสดงค่า P_H , P_L , p , r , และ Δ ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียน

วิชาเรขาคณิตตอนอนุพัทธ์เรียน

ข้อ	P_H	P_L	p	r	Δ
1	.99	.88	.95	.43	6.5
2	.94	.63	.81	.46	9.5
3	.99	.56	.83	.69	9.2
4	.63	.31	.47	.32	13.3
5	.94	.31	.66	.63	11.3
6	.94	.62	.80	.47	9.6
7	.88	.31	.61	.59	11.8
8	.88	.61	.76	.34	10.2
9	.81	.31	.57	.51	12.3
10	.88	.31	.61	.59	11.8
11	.94	.56	.78	.51	10.0
12	.94	.38	.70	.63	11.0
13	.69	.31	.50	.38	13.0
14	.88	.50	.71	.44	10.3
15	.88	.56	.73	.39	10.5
16	.75	.50	.63	.27	11.7
17	.63	.25	.44	.40	13.5
18	.94	.44	.72	.59	10.6
19	.81	.31	.57	.51	12.3
20	.75	.38	.57	.38	12.3
21	.99	.62	.85	.66	8.8
22	.99	.56	.83	.69	9.2
23	.99	.44	.78	.75	9.9

ข้อ	P_H	P_L	p	r	Δ
24	.99	.50	.81	.72	9.5
25	.94	.56	.78	.51	10.0
26	.99	.50	.81	.72	9.5
27	.99	.68	.87	.63	8.4
28	.94	.50	.75	.56	10.3
29	.88	.50	.71	.44	10.8
30	.99	.50	.81	.72	9.5
31	.81	.44	.63	.40	11.6
32	.99	.50	.81	.72	9.5
33	.99	.62	.85	.66	8.8
34	.88	.38	.65	.54	11.5
35	.99	.38	.76	.77	10.2
36	.94	.75	.86	.34	8.7
37	.99	.50	.81	.72	9.5
38	.31	.19	.25	.16	15.7
39	.99	.38	.76	.77	10.2
40	.94	.44	.72	.59	10.6
41	.94	.50	.75	.56	10.3
42	.99	.31	.73	.80	10.6
43	.94	.56	.78	.51	10.0
44	.94	.50	.75	.56	10.3
45	.69	.31	.50	.38	13.0

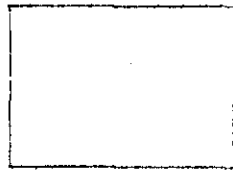
ภาคผนวก ข.

แบบเรียนวิชาเรขาคณิตตอนอนุภาคที่เห็น

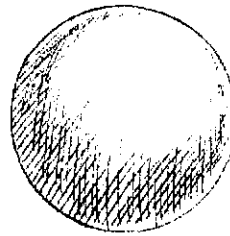
ระนาบ

ระนาบในวิชาเรขาคณิต อาจจะเรียกชื่ออื่น ๆ ได้อีก เช่น พื้นราบ ผิวเรียบ พื้นเรียบ ในด้านปฏิบัติ เราอาจจะใช้สิ่งซึ่งแทนคำว่าระนาบมากมาย เช่น กระดานดำในชั้นเรียน พื้นสีเหลี่ยมผืนผ้า หน้ากระดาษแผ่นสีเหลี่ยมผืนผ้าธรรมดา เช่น สมุดเขียนหนังสือ พื้นห้องเรียน หรือฝาห้องเรียบ ๆ เป็นต้น ส่วนใหญ่มักจะอยู่ในลักษณะสีเหลี่ยมผืนผ้า เรียกว่า ระนาบแบน

ระนาบในลักษณะไม่แบน เช่น พื้นผิวโลก หรือพื้นผิวทรงกลม มีลักษณะจบสิ้นในตัว เป็นระนาบอีกประเภทหนึ่ง ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจน เช่น ผิวลูกฟุตบอล ผิวลูกบิงปอง ผิวลูกบาสเกตบอล เป็นต้น

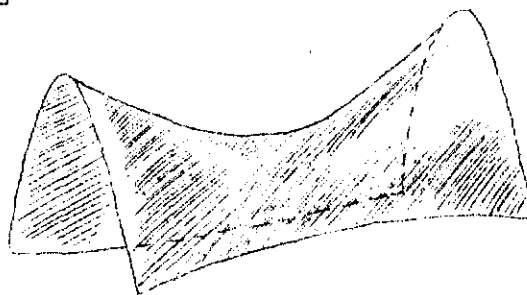


ระนาบแบน



พื้นผิวทรงกลม

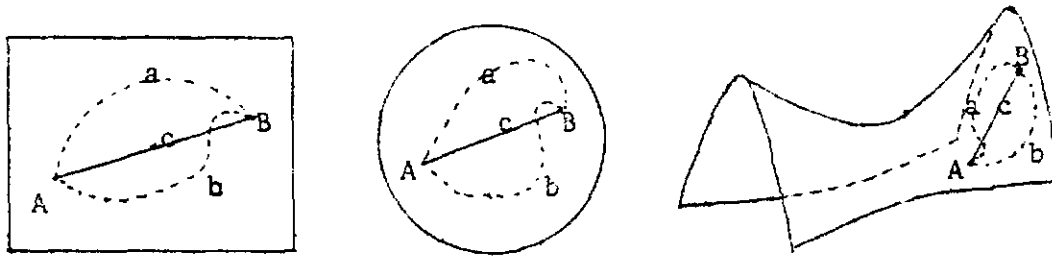
ยังมีระนาบอีกแบบหนึ่ง ซึ่งคนทั่วไปอาจจะไม่เคยชินและไม่ค่อยพบเห็น คือ ระนาบรูปอานม้า ดังในรูป



ระนาบแบบรูปอานม้า

เส้น เส้นตรง

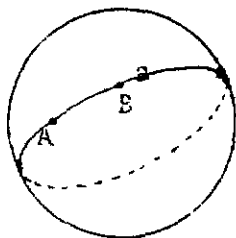
บนระนาบหนึ่ง ถ้ามีจุดที่กำหนดให้สองจุด เราจะมีเส้นเชื่อมจุดทั้งสองที่สั้นที่สุด
เราเรียกว่า เส้นตรง เส้นเชื่อมจุดสองจุดแรกนั้นจะต้องราบหรือแนบกับระนาบนั้น ๆ ด้วย



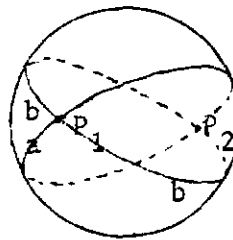
ในระนาบทั้งสามดังรูป จะมีเส้นเชื่อมจุด A และ B อยู่สามเส้น เช่น a, b, c
เส้น c เป็นเส้นสั้นที่สุด เรียกว่า เส้นตรง เมื่อกล่าวถึงเส้นตรง ต่อไปนี้เราจะเรียกสั้น ๆ
ว่า เส้น ซึ่งหมายถึง เส้นตรง

เส้นตรงบนระนาบแบน เราลากได้โดยใช้ไม้บรรทัดตรงทาแล้วขีดเส้นเป็นเส้นตรง

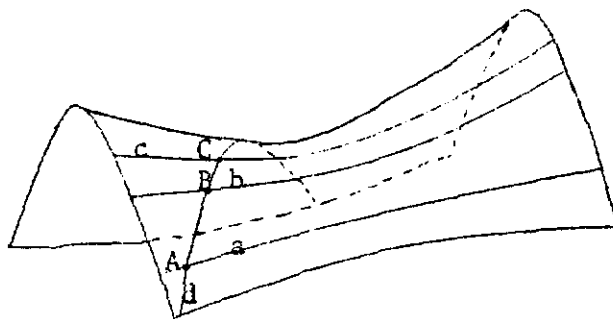
เส้น (เส้นตรง) บนผิวทรงกลม เมื่อตัดออกไปเรื่อย ๆ จะมาบรรจบกัน และเป็น
เส้นรอบรูปทรงกลมที่ใหญ่ที่สุด และจะแบ่งพื้นผิวทรงกลมออกเป็นสองส่วนเท่ากัน



เส้น a มีจุด A, B อยู่บนเส้น



เส้น a, b ตัดกันที่จุด P_1, P_2

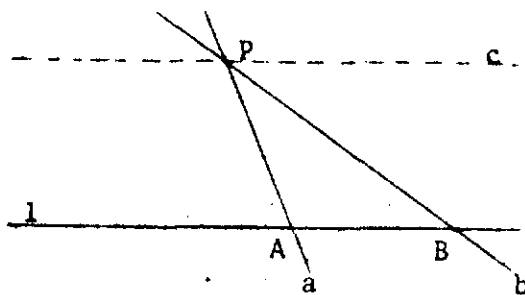


เส้น d ตัดเส้น a, b, c ที่จุด A, B, C

เรขาคณิตที่นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นเรียนนั้นเรียกว่า เรขาคณิตของยูคลิด ระบาย
ที่ใช้ในเรขาคณิตของยูคลิด คือ ระบายแบน

บนระนาบหนึ่ง ถ้ากำหนดเส้นตรง 1 และจุด P เป็นจุดไม่อยู่บนเส้น 1 เราจะมีเส้นตรง
ที่ผ่านจุด P มากมายไม่จำกัด อาจจะตัดเส้น 1 หรือไม่ตัด

บนระนาบแบน จะมีเส้นที่ผ่านจุด P และไม่ตัด 1 เพียงเส้นเดียว เส้นอื่น ๆ ที่ผ่าน P
จะตัดเส้น 1 ทุกเส้น

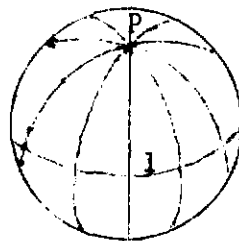


เส้น a, b, c ผ่านจุด P

เส้น a, b ตัด 1 ที่ A, B

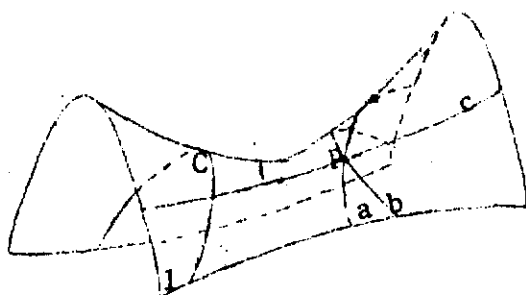
เส้น c ไม่ตัดเส้น 1 ซึ่งมีอยู่เพียงเส้นเดียว

บนระนาบพื้นผิวทรงกลม เส้นที่ผ่านจุด P ทุกเส้นจะตัดเส้น 1 เสมอ หรือกล่าวได้ว่า
เส้นตรงทุกเส้นจะต้องตัดกัน เสมอ



เส้นที่ผ่านจุด P ทุกเส้นจะตัดเส้น 1 เสมอ

บนระนาบแบบอานม้า มีเส้นที่ผ่านจุด P และไม่ตัดเส้น 1 มากกว่าหนึ่งเส้น



เส้น a, b, c ผ่านจุด P เส้น c ตัด 1 ที่ C

เส้น a, b ไม่ตัดเส้น 1

สัจพจน์พื้นฐานสำหรับวิชาเรขาคณิต

สัจพจน์ ๑ จะมีเส้นลากผ่านจุดสองจุดเสมอ

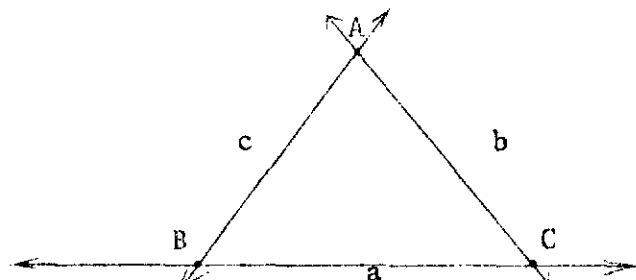


A และ B เป็นจุดสองจุดใด ๆ มีเส้น a ที่ทับหรือผ่านจุด A และ B

สัจพจน์ ๒ จุดสองจุดใด ๆ มีเส้นเส้นเดียวเท่านั้นที่ลากผ่านจุดสองจุด

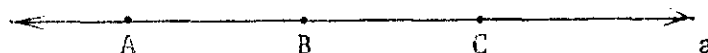
สัจพจน์ ๓ เส้นเส้นหนึ่งมีจุดอย่างน้อยสองจุด

สัจพจน์ ๔ มีจุดอย่างน้อยสามจุด ที่ไม่อยู่บนเส้นเดียวกัน



สัจพจน์ ๕ ถ้าจุด B อยู่ระหว่างจุด A และจุด C แล้วจุด A, B, C จะไม่ทับกันเลย

และจะอยู่บนเส้นเส้นเดียวกันด้วย



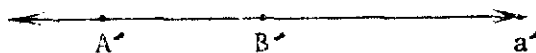
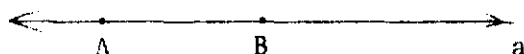
จุด B อยู่ระหว่างจุด A และ C ซึ่งอยู่บนเส้น a

สัจพจน์ ๖ ถ้าจุด B อยู่ระหว่างจุด A และจุด C แล้วจุด B จะอยู่ระหว่างจุด C

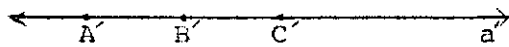
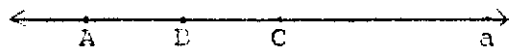
และจุด A

สัจพจน์ ๗ ถ้าจุด A, B อยู่บนเส้น a จุด A' อยู่บนเส้น a' จะมีจุด B' อยู่บน a'

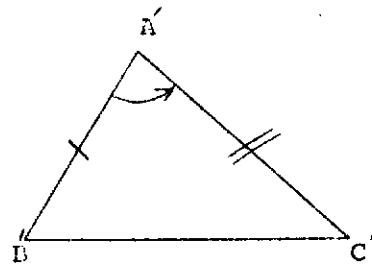
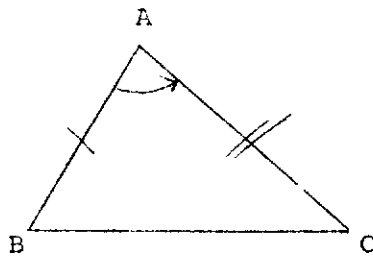
ซึ่งทำให้ segment AB เท่ากับ $A'B'$ ($AB = A'B'$)



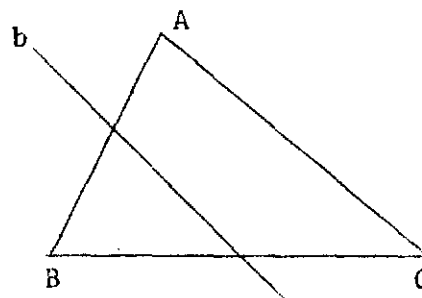
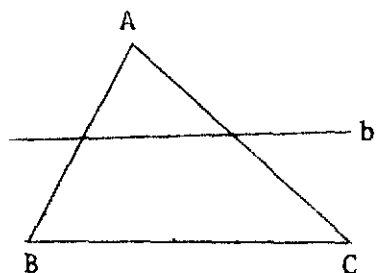
สัจพจน์ ๔ AD, DC เป็น segment มีจุดร่วมกันเพียงจุดเดียว คือ D อยู่บน
 เส้นเดียวกัน AB', DC' เป็น segment มีจุดร่วมกันเพียงจุดเดียว คือ D อยู่บนเส้นเดียวกัน
 ถ้า $AB = A'B'$ และ $DC = DC'$ แล้วจะได้ว่า $AC = A'C'$



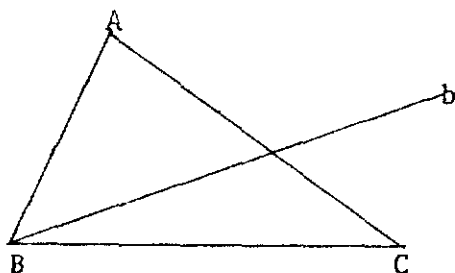
สัจพจน์ ๔ สามเหลี่ยม ABC และ $A'B'C'$ ถ้า $AB = A'B'$, $AC = A'C'$, $\angle BAC = \angle B'A'C'$
 แล้วจะได้ว่า $\angle ABC = \angle A'B'C'$



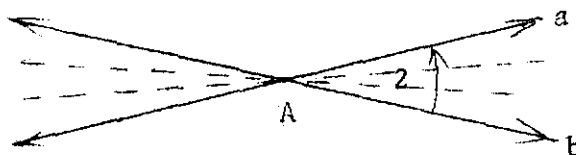
สัจพจน์ ๑๐ เส้น b ที่ตัดด้าน AB ของสามเหลี่ยม ABC และไม่ผ่านจุด A, B, C จะตัดด้าน BC หรือ AC เพียงด้านเดียว



สัจพจน์ ๑๑ เส้น b ที่อยู่ภายในมุม ABC ของสามเหลี่ยม ABC จะตัดด้าน AC ด้วย



สัจพจน์ ๑๒ เส้นที่อยู่ภายในมุมหนึ่ง ๆ มีมากมาย ไม่จำกัด

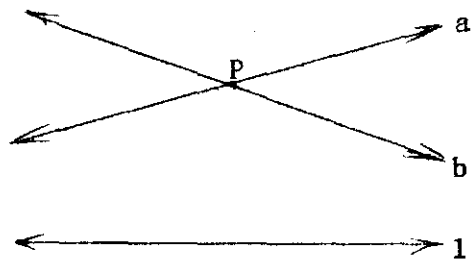
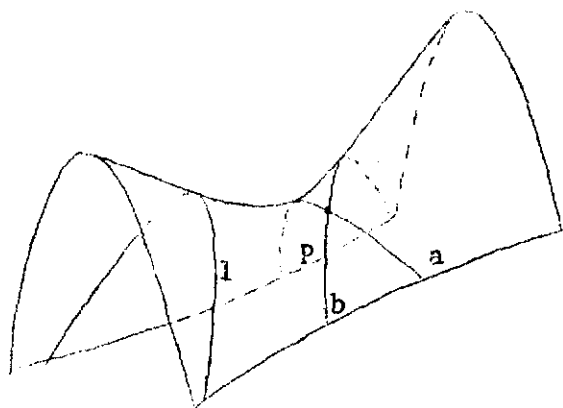


เส้นที่อยู่ภายในมุม 2 มีมากมายไม่จำกัด

เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก

เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก ต่างจากเรขาคณิตของยูคลิด ในสัจพจน์ข้อหนึ่งที่ว่าด้วยเส้นขนาน ซึ่งสัจพจน์ของเส้นขนานในเรขาคณิตของยูคลิดใช้ไม่ได้ในเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก ซึ่งมีสัจพจน์ที่แตกต่างออกไปต่างหากอีก ดังจะกล่าวถึงต่อไปนี้

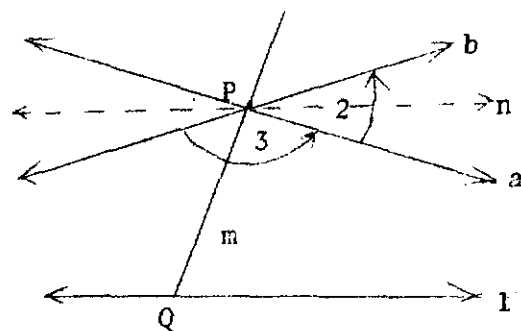
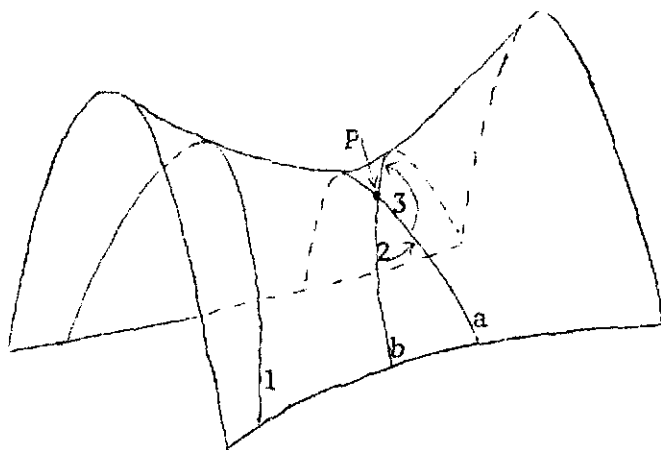
สัจพจน์ ให้จุด P ไม่อยู่บนเส้น l แล้วจะมีเส้นที่ผ่านจุด P แล้วไม่ตัดเส้น l ได้มากกว่าหนึ่งเส้น



ให้จุด P ไม่อยู่บนเส้น l มีเส้น a, b ผ่าน P แต่ไม่ตัดเส้น l ในด้านรูปที่
จะเห็นได้ชัด ถ้าวาดบนระนาบอานม้า ดังรูป

ทฤษฎีบท

มีเส้นที่ผ่านจุด P และไม่ตัดเส้น l ได้มากมายไม่จำกัด ถ้า P ไม่อยู่บน l



ให้ เส้น a, b ตัดกันที่จุด P และไม่ตัดเส้น l

n เป็นเส้นที่อยู่ในมุม 2 (จากรูปหน้า ๔๐) m เป็นเส้นที่ผ่าน P และตัด l ที่ Q

จะต้องพิสูจน์ว่า n เป็นเส้นผ่านจุด P ที่ไม่ตัด l

พิสูจน์ ๑. ถ้า n ตัด l ที่ R ทางขวา

เพราะฉะนั้น เกิดสามเหลี่ยม PQR ซึ่งเส้น a จะอยู่ในมุม QPR

a จะตัด QR หรือ l

๒. แต่ a ไม่ตัด l

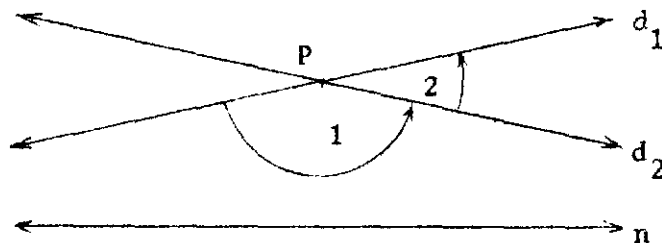
เพราะฉะนั้น n ไม่ตัด l ด้วย

จะได้ว่า เส้นที่อยู่ในมุม 2 มีมากมายไม่จำกัด (สัจพจน์ ๔) ไม่ตัด l

ช.ค.พ.

ทฤษฎีบท

ให้จุด P ไม่อยู่บนเส้น n แล้วจะได้ว่า มีเส้น d_1 และ d_2 ซึ่งผ่าน P และแบ่งเส้นอื่นที่ผ่าน P ออกเป็นสองส่วน คือ เส้นที่ตัด n และเส้นที่ไม่ตัด n โดย d_1, d_2 ไม่ตัด n



ให้ จุด P ไม่อยู่บนเส้น n

จะต้องพิสูจน์ว่า มีเส้น d_1, d_2 ผ่านจุด P และแบ่งเส้นอื่น ๆ ที่ผ่านจุด P ออกเป็นสองส่วน คือ เส้นที่ตัด n และเส้นที่ไม่ตัด n (อยู่ในมุม 2) โดยที่ d_1, d_2 ไม่ตัด n

พิสูจน์ จากทฤษฎีบทก่อนบอกว่ามีเส้นผ่านจุด P และไม่ตัด n มากมายไม่จำกัด และเส้นที่ไม่ตัดจะต้องต่อเนื่องเป็นกลุ่มเดียวกันเสมอ ซึ่งได้ว่าเส้นที่ตัด n จะต้องต่อเนื่องเป็นกลุ่มเดียวกันเสมอ จึงมีปัญหาว่า เส้นสองเส้นที่แบ่งเขตนี้จะตัด n หรือไม่ ถ้าให้ d_1, d_2 เป็นเส้นแบ่งเขต

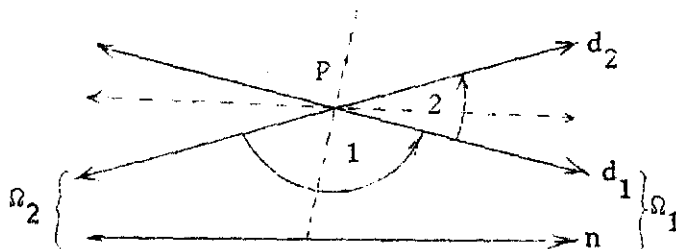
๑. ถ้า d_1, d_2 ตัด n ที่ A_1, A_2 ตามลำดับ
๒. จะมีจุด B_1 ที่ไม่อยู่ระหว่าง A_1, A_2 แต่อยู่บน n ซึ่งจะมีเส้นที่ผ่าน P, B_1 อยู่ในมุม 2 ไปตัด n ที่ B_1
๓. แต่เส้นที่อยู่ในมุม 2 ไม่ตัด n
๔. เพราะฉะนั้น d_1, d_2 ไม่ตัด n

ช.ค.พ.

นิยาม จุด Ideal คือ จุดที่เส้นขนานสองเส้นพบกัน ใช้สัญลักษณ์ Ω แทนจุด Ideal

นิยาม เส้นทั้งหลายที่ผ่าน P ซึ่งไม่อยู่บน n แบ่งเป็นสามประเภทดังนี้

๑. เส้นที่ตัดเส้น n เรียกว่า เส้นตัดของ n
๒. เส้นแรกที่ไม่ตัด n คือ d_1, d_2 เรียกว่า เส้นขนานของ n
๓. เส้นที่ไม่ตัด n อื่น ๆ นอกจาก d_1, d_2 เรียกว่า เส้นไม่ตัดของ n

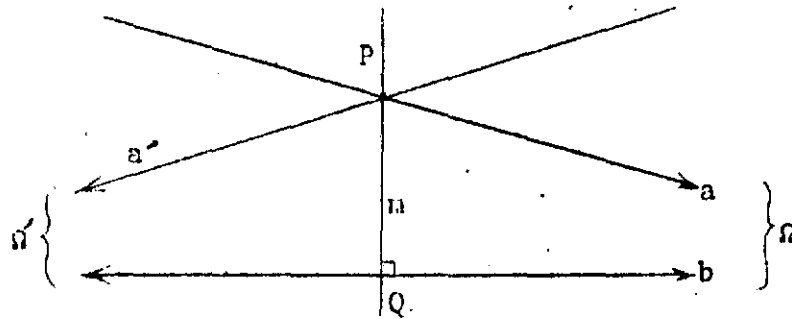


เส้น d_1, d_2 ต่างก็เป็นเส้นขนานของ n แต่ขนานกันคนละทาง

เรียก d_1 ว่า เป็นเส้นขนานทางขวาของ n

เรียก d_2 ว่า เป็นเส้นขนานทางซ้ายของ n

นิยาม ถ้า a เป็นเส้นขนานของ b พบกันที่ Ω จุด P เป็นจุดอยู่บนเส้น a
 m เป็นเส้นผ่านจุด P ไปตั้งฉากกับ b ที่จุด Q



มุม $\Omega'PQ$ เรียกว่า มุมแห่งการขนาน

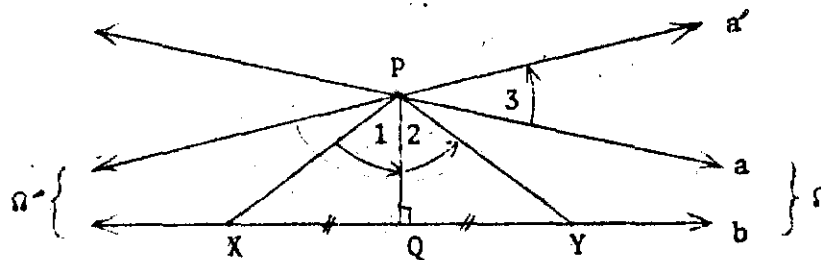
มุม ΩPQ เรียกว่า มุมแห่งการขนาน

ระยะ PQ หนึ่ง ๆ จะมีมุมแห่งการขนานของระยะ PQ สองมุมดังในรูป คือ

มุม $\Omega'PQ$ และมุม ΩPQ

ทฤษฎีบท

มุมแห่งการขนานของระยะหนึ่ง ๆ จะเท่ากัน และเป็นมุมแหลม



ให้ ให้ $\Omega'PQ$, ΩPQ เป็นมุมแห่งการขนานของระยะ PQ

$PQ \perp b$ ที่ Q

a, a' เป็นเส้นขนานของ b ที่ผ่านจุด P

จะต้องพิสูจน์ว่า $\Omega'PQ = \Omega PQ < 90^\circ$

พิสูจน์ ๑. ถ้า $\Omega'PQ > \Omega PQ$

๒. จะมีเส้นที่ผ่าน P และตัดเส้น b ที่ X โดย $\hat{1} = \Omega'PQ$

๓. จะมีจุด Y อยู่บนเส้น b โดยให้ $XQ = YQ$

$$๔. \triangle PQX \cong \triangle PQY \quad (XQ = YQ, \hat{PQX} = \hat{PQY}, PQ = PQ)$$

$$๕. \hat{1} = \hat{2}$$

๖. จะได้ว่า $\hat{2} = \hat{NPQ}$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

$\therefore$ สรุปรว่า $\hat{NPQ} \neq \hat{NPQ}$ และในทำนองเดียวกันจะได้ว่า $\hat{NPQ} \neq \hat{NPQ}$

$$๗. \therefore \hat{NPQ} = \hat{NPQ}$$

$$๘. \hat{NPQ} + \hat{NPQ} + \hat{3} = 2\angle Q$$

$$๙. \hat{NPQ} + \hat{NPQ} < 2\angle Q$$

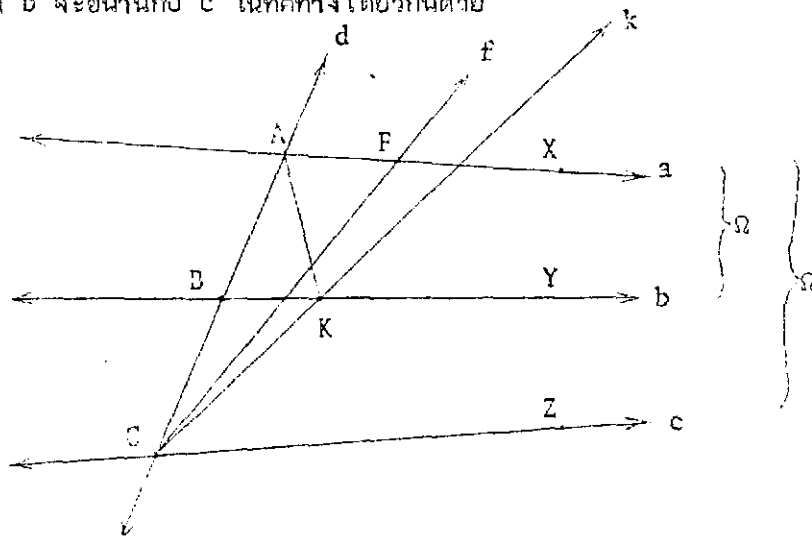
$$๑๐. 2\hat{NPQ} < 2\angle Q$$

$$๑๑. \hat{NPQ} < \angle Q$$

ข.ต.พ.

ทฤษฎีบท

ถ้าเส้น a ขนานกับเส้น b และเส้น a ขนานกับเส้น c ในทิศทางเดียวกันแล้ว
จะได้ว่า b จะขนานกับ c ในทิศทางเดียวกันด้วย



ให้ $a \parallel b$, $a \parallel c$ ในทิศทางเดียวกัน

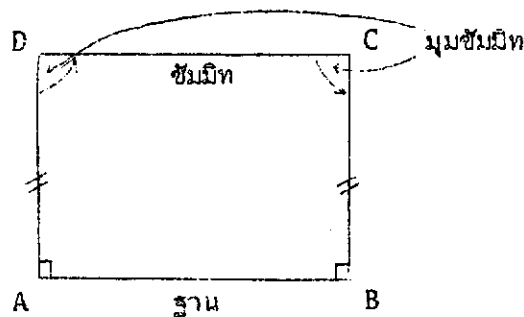
จะต้องพิสูจน์ว่า $b \parallel c$ ในทิศทางเดียวกันด้วย

- พิสูจน์
๑. ลากเส้น d ให้ตัด a, b, c ที่ A, B, C ตามลำดับ
 ๒. ถ้าเส้น f อยู่ในมุม ACZ แล้ว f จะต้องตัด a ที่ F (เพราะ $a \parallel c$)
 ๓. เส้น b จะต้องตัด f (เพราะ b ตัด AB และไม่ตัด a ซึ่งขนานกัน)
 ๔. ถ้าเส้น k ผ่านจุด C และตัด b ทางขวามือของเส้น d ให้ k ตัด b ที่ K
 ๕. จะได้ว่า k จะตัด a (เพราะ k อยู่ในมุม AKY และ $a \parallel b$)
 ๖. ถ้า k ไม่ตัด a ทางขวามือแล้วจะได้ว่า k ไม่ตัด b ทางขวามือด้วย
 ๗. c เป็นเส้นแรกทางขวาที่ไม่ตัด b (เพราะ $c \parallel a$)
 ๘. $c \parallel b$ ในทิศทางเดียวกับ $a \parallel b$

ข.ต.พ.

สี่เหลี่ยมแซคเคอรี

นิยาม สี่เหลี่ยมรูปหนึ่ง ถ้ามีมุมเป็นมุมฉากสองมุม และด้านประกอบมุมฉากที่อยู่ตรงข้ามกันเท่ากัน เรียกว่า สี่เหลี่ยมแซคเคอรี



สี่เหลี่ยม $ABCD$ มี $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, $AD = BC$

สี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมแซคเคอรี

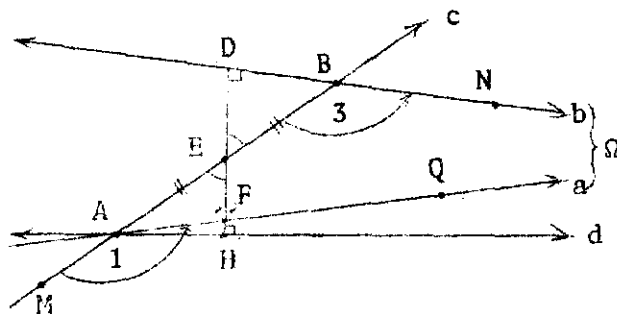
ด้าน AB เรียกว่า ฐานของสี่เหลี่ยมแซคเคอรี $ABCD$

ด้าน DC เรียกว่า ซมมิต (Summit) ของสี่เหลี่ยมแซคเคอรี $ABCD$

มุม ADC, BCD เรียกว่ามุมซมมิต

ทฤษฎีบท

ถ้า a ขนานกับ b และมี c ตัด a, b ที่ A, B ตามลำดับ จะได้ว่ามุมภายนอกมีขนาด
ใหญ่กว่ามุมภายในที่อยู่ตรงข้ามในทิศทางขนาน



ให้ a ขนานกับ b และ c ตัด a, b ที่ A, B ตามลำดับ

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{1} > \hat{3}$

พิสูจน์ ลาก ส่วนของเส้นตรง DEFH ตัด b, c, a, d ที่ D, E, F, H ตามลำดับ ซึ่ง

$DE \perp b, AE = BE, EH \perp d$ ซึ่ง d ผ่านจุด A

๑. $\hat{AEH} = \hat{DEB}, AE = BE$

๒. $\hat{AHE} = \hat{BDE} = \underline{90^\circ}$ (สร้าง)

๓. $\triangle AHE \cong \triangle BDE$

๔. $\hat{EAH} = \hat{EBD} \Rightarrow \hat{MAH} = \hat{EBN}$

๕. $\hat{DPQ} < 90^\circ \Rightarrow \hat{EFA} > 90^\circ$

๖. $\hat{EAF} < \hat{EAH}$ (จากข้อ ๒, ๕)

๗. $\hat{MAF} > \hat{MAH}$ (จากข้อ ๖)

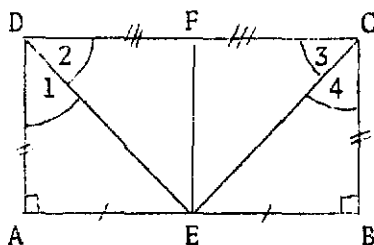
๘. $\hat{MAF} > \hat{EBN}$ (จากข้อ ๔, ๗)

๙. $\hat{1} > \hat{3}$

ช.ด.พ.

ทฤษฎีบท

ในสี่เหลี่ยมแซคเคอรี มุมซ้นมีทั้งสองมุมจะ เท่ากัน



ให้ $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมแซคเคอรี มี

$$\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \text{ และ } AD = BC$$

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{ADC} = \hat{BCD}$

พิสูจน์ ๑. ให้ E และ F เป็นจุดกึ่งกลางของ AB และ CD

ลาก EF, ED, EC ($AE = BE$, $DF = CF$)

๒. $\triangle AED \cong \triangle BEC$ ($AD = BC$, $\hat{A} = \hat{B}$, $AE = BE$)

๓. $\therefore ED = EC$

๔. $EF = EF$

๕. $\triangle DEF \cong \triangle CEF$ (ด้านสามคู่เท่ากันจากข้อ ๑, ๓ และ ๔)

๖. $\hat{1} = \hat{4}$, $\hat{2} = \hat{3}$ (จากข้อ ๒ และ ๕)

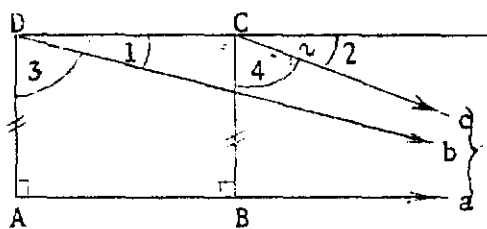
๗. $\hat{1} + \hat{2} = \hat{3} + \hat{4}$

$\therefore \hat{ADC} = \hat{BCD}$

ข.ต.พ.

ทฤษฎีบท

ในสี่เหลี่ยมแซคเคอรี มุมซ้นมีทั้งสองจะเป็นมุมแหลม



ให้ $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมแซคเคอรี มี

$\hat{ADC}$, $\hat{BCD}$ เป็นมุมซ้นมี $AD = BC$

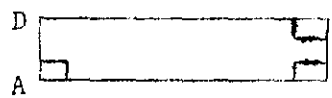
จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{ADC}$ และ $\hat{BCD}$ เป็นมุมแหลม

- พิสูจน์ ๑. ลากเส้น a ทับจุด A, B และลากเส้น b, c (ผ่านจุด D, C) ให้ขนานกับ a
 ๒. $\hat{3}, \hat{4}$ เป็นมุมแย้งการขนานของด้าน AD, BC ซึ่งเท่ากัน
 ๓. $\hat{3} = \hat{4}$
 ๔. $\hat{2} > \hat{1}$ ($c \parallel b$ มี $\hat{2}$ เป็นมุมภายนอก, $\hat{1}$ เป็นมุมภายใน)
 ๕. $\hat{2} + \hat{4} > \hat{3} + \hat{1}$
 ๖. $\hat{2} + \hat{4} > \hat{ADC}$ ($\hat{ADC} = \hat{3} + \hat{1}$)
 ๗. $\hat{2} + \hat{4} > \hat{BCD}$ ($\hat{ADC} = \hat{BCD}$)
 ๘. $\hat{BCD} < \underline{90}$ (เพราะมีขนาดไม่ถึงครึ่งของมุมตรง)
 ๙. $\hat{ADC}$ และ $\hat{BCD}$ เป็นมุมแหลม

ช.ต.พ.

สี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต

นิยาม สี่เหลี่ยมที่มีมุมเป็นมุมฉากสามมุม เรียกว่า สี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต

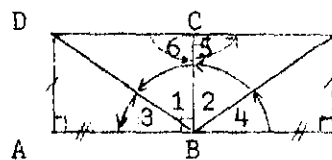


สี่เหลี่ยม ABCD มีมุม $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \underline{90}$

B สี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต

ทฤษฎีบท

สี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต จะมีมุมหนึ่ง เป็นมุมแหลม



F ให้สี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต

มี $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \underline{90}$

E จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{D}$ เป็นมุมแหลม

พิสูจน์ ๑. ต่อ AB ไปทาง B ถึง E ให้ $AB = BE$

ลาก $EF \perp BE$ และให้ $EF = AD$

๒. $\triangle ABD \cong \triangle EBF$ ($AB = EB$, $\hat{A} = \hat{E}$, $AD = EF$)

๓. $BD = BF$

๔. $\hat{1} + \hat{3} = \hat{2} + \hat{4}$

๕. $\hat{1} = \hat{2}$ ($\hat{3} = \hat{4}$ จากข้อ ๒)

๖. $\triangle DBC \cong \triangle CBF$ (จากข้อ ๓, ๕ และ $BC = BC$)

๗. $\hat{5} = \hat{6} = 90^\circ$

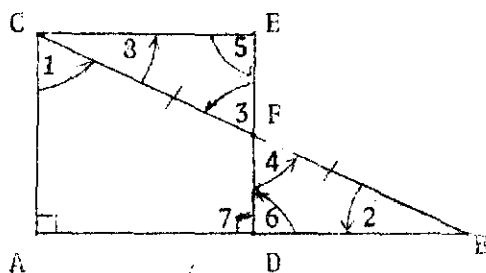
๘. สี่เหลี่ยม AEFD เป็นสี่เหลี่ยมแซคเคอส์ (DC , FC อยู่ในเส้นเดียวกัน)

๙. D เป็นมุมแหลม

ช.ด.พ.

ทฤษฎีบท

สามเหลี่ยมมุมฉากมีมุมภายในรวมกันน้อยกว่า 180° (หรือน้อยกว่า 2 ๑)



ให้ $\triangle ABC$ มี $\hat{A} = 90^\circ$

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{A} + \hat{1} + \hat{2} < 2$ ๑

พิสูจน์ ๑. ให้ F อยู่บน BC ซึ่ง $BF = CF$

๒. ลาก ED ผ่าน F โดยที่ $ED \perp AB$ และ $FD = FE$

๓. เพราะฉะนั้น $\hat{3} = \hat{4}$

๔. $\triangle CFE \cong \triangle BFD$ (จากข้อ ๑, ๒ และ ๓)

๕. $\hat{5} = \hat{6} = 90^\circ$

๖. สี่เหลี่ยม ADEC เป็นสี่เหลี่ยมแนมเบอร์ต มี $\hat{C} < \underline{\hspace{1cm}}$

๗. $\hat{A} + \hat{7} + \hat{5} + \hat{1} + \hat{8} < 4 \underline{\hspace{1cm}}$

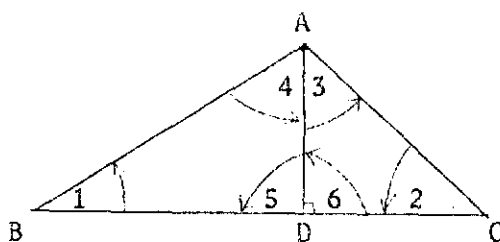
๘. $\hat{A} + \hat{1} + \hat{8} < 4 \underline{\hspace{1cm}} - \hat{7} - \hat{5} = 2 \underline{\hspace{1cm}}$

๙. $\hat{A} + \hat{1} + \hat{2} < 2 \underline{\hspace{1cm}}$ ($\hat{8} = \hat{2}$ จากข้อ 4)

ข.ต.พ.

ทฤษฎีบท

มุมภายในสามเหลี่ยมรวมกันน้อยกว่า 180° (หรือน้อยกว่า $2 \underline{\hspace{1cm}}$)



ให้ สามเหลี่ยม ABC

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} < 2 \underline{\hspace{1cm}}$

พิสูจน์ ๑. ลาก $AD \perp BC$ ที่ D

๒. $\hat{1} + \hat{4} + \hat{5} < 2 \underline{\hspace{1cm}}$ ($\triangle BDA$ มี $\hat{5} = \underline{\hspace{1cm}}$)

๓. $\hat{2} + \hat{3} + \hat{6} < 2 \underline{\hspace{1cm}}$ ($\triangle ADC$ มี $\hat{6} = \underline{\hspace{1cm}}$)

๔. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} < 4 \underline{\hspace{1cm}}$

๕. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} < 4 \underline{\hspace{1cm}} - \hat{5} - \hat{6} = 2 \underline{\hspace{1cm}}$

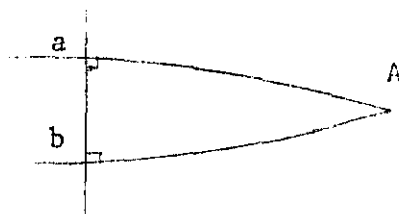
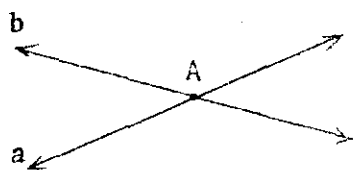
๖. $\hat{1} + \hat{2} + (\hat{3} + \hat{4}) < 2 \underline{\hspace{1cm}}$

๗. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} < 2 \underline{\hspace{1cm}}$

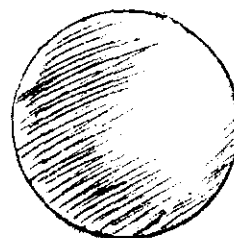
ข.ต.พ.

เรขาคณิตอีลีปติก

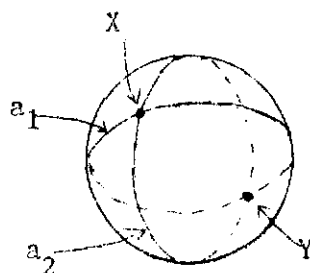
สังจพจน์ เส้นสองเส้นใด ๆ จะตัดกันเสมอ



ตัวอย่าง บนระนาบพื้นผิวโลกหรือผิวทรงกลม
จะมีเส้น ซึ่งเส้นหมายถึงเส้นรอบรูป
ที่ใหญ่ที่สุด ที่แบ่งพื้นที่ผิวทรงกลม
ออกเป็นสองส่วนเท่ากัน



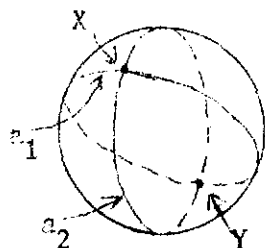
เราจะพิจารณาเห็นว่า เส้นสองเส้นใด ๆ จะตัดกันสองจุดเสมอ



เส้น a_1 , a_2 ตัดกันที่ X และ Y

จุดขั้ว (Pole)

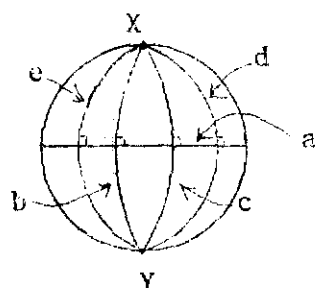
นิยาม จุดขั้วของเส้นสองเส้นใด ๆ คือ จุดตัดสองจุดของสองเส้นนั้น



จุด X และ Y เป็นจุดขั้วของเส้น a_1 และ a_2

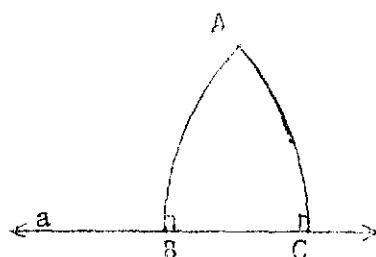
เรียกจุด X ว่า เป็นจุดขั้วตรงข้ามของ Y

เรียกจุด Y ว่า เป็นจุดขั้วตรงข้ามของ X



เส้นที่เชื่อมจุดซึ่งเป็นจุดขั้วตรงข้ามกันสองจุด
จะมีมากมายไม่จำกัด ตัวอย่างเส้นเชื่อมจุดขั้ว
X, Y มี b, c, d, e
เป็นเส้นตั้งฉากกับเส้น a

ทฤษฎีบท



ระยะจากจุดตั้งฉากของเส้นหนึ่งไปยังจุดขั้ว
จะเท่ากันเสมอ

ให้ AB, AC ตั้งฉากกับเส้น a ที่ B และ C
จะต้องพิสูจน์ว่า $AB = AC$

พิสูจน์ ๑. $\angle ABC = \angle ACB = 90^\circ$

๒. เพราะฉะนั้น สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

๓. เพราะฉะนั้น $AB = AC$

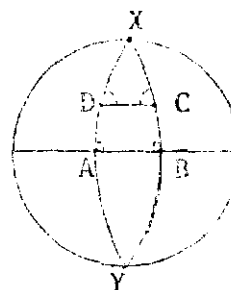
ช.ต.พ.

เส้นทุกเส้นจะยาวเท่ากันหมด และจะยาว
เป็นสี่เท่าของระยะจากจุดตั้งฉากไปยังจุดขั้ว
ให้ระยะจากจุดตั้งฉากถึงจุดขั้ว เท่ากับ q
จะได้ว่าเส้นหนึ่ง ๆ จะยาว 4q

$$AX = BX = AY = BY = q$$

ในสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ถ้ามุมที่ฐานน้อยกว่า 90° ด้านประกอบมุมยอดจะสั้นกว่า q
ถ้ามุมที่ฐานมากกว่า 90° ด้านประกอบมุมยอดจะยาวกว่า q

ในทางตรงข้าม ถ้าด้านประกอบมุมยอดสั้นกว่า q มุมที่ฐาน จะเป็นมุมแหลม ถ้าด้าน
ประกอบมุมยอดยาวกว่า q มุมที่ฐาน จะเป็นมุมป้าน



ทฤษฎีบท

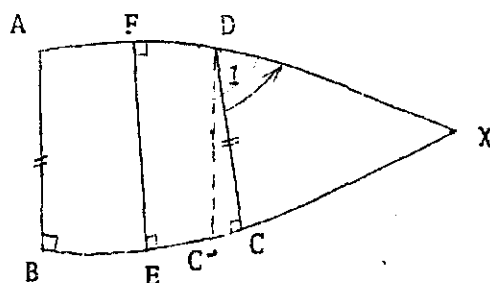
สี่เหลี่ยมแนกเคอซี มีมุมซ้นมีทเป็นมุมบ้าน

ให้สี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมแนกเคอซี

$$\text{ซึ่ง } \hat{B} = \hat{C} = \underline{90^\circ}, AB = CD$$

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{BAD} > \underline{90^\circ}$, $\hat{CDA} > \underline{90^\circ}$

พิสูจน์ ๑. ให้จุด E, F อยู่กึ่งกลาง BC, AD



๒. พิสูจน์ได้ว่า $EF \perp BC$, $EF \perp AD$ และ $\hat{BAD} = \hat{CDA}$

๓. ต่อ EC และ FD ไปตัดกันที่ X

$$๔. EX = FX = q$$

$$๕. CX \text{ และ } DX < q$$

$$๖. \hat{1} \neq \underline{90^\circ}$$

๗. สร้าง $\triangle XDC'$ โดย $DX = C'X < q$

$$\text{เพราะฉะนั้น } \hat{XDC'} = \hat{XC'D}$$

$$๘. \text{เพราะฉะนั้น } \hat{XDC'} < \underline{90^\circ}$$

$$๙. \text{เพราะฉะนั้น } \hat{XDC} < \underline{90^\circ}$$

$$๑๐. \text{เพราะฉะนั้น } \hat{ADC} > \underline{90^\circ}, \hat{BAD} > \underline{90^\circ}$$

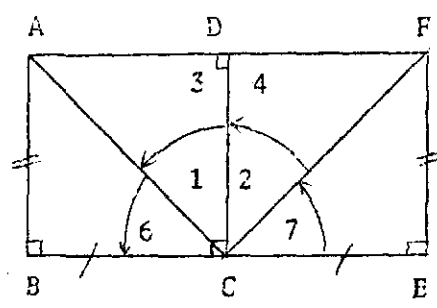
ทฤษฎีบท

สี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต จะมีมุมหนึ่งเป็นมุมป้าน
ให้สี่เหลี่ยม ABCD เป็นสี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต

$$\hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{A} > 90^\circ$

พิสูจน์ ๑. ต่อ BC ถึง E ให้ $BC = CE$



ลาก $EF \perp BE$ ที่ E และ $AB = EF$ ลากต่อ DF

$$๒. \triangle ABC \cong \triangle CEF$$

$$๓. AC = FC, \hat{6} = \hat{7} \text{ และ } \hat{1} = \hat{2}$$

$$๔. \triangle ADC \cong \triangle FCD (AC = FC, DC = DC \text{ และ } \hat{1} = \hat{2})$$

$$๕. \text{ เพราะฉะนั้น } \hat{3} = \hat{4} = 90^\circ$$

๖. จุด A, D, F อยู่บนเส้นเดียวกัน

๗. เพราะฉะนั้น สี่เหลี่ยม ABEF เป็นสี่เหลี่ยมแซคเคอส์

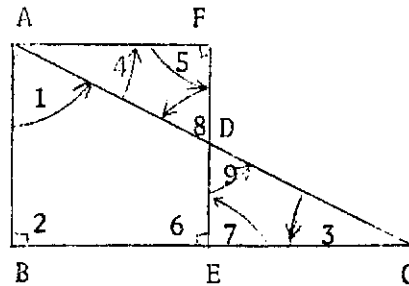
$$๘. \text{ เพราะฉะนั้น } \hat{BAD} > 90^\circ$$

$$๙. \hat{A} > 90^\circ$$

ช.ต.พ.

ทฤษฎีบท

มุมภายในสามเหลี่ยมมุมฉาก รวมกันมากกว่า 180°



ให้ $\triangle ABC$ มี $\hat{B} = 90^\circ$

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} > 180^\circ$

พิสูจน์ ๑. จากจุด D ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของ AC ลาก $DE \perp BC$ ที่ E ต่อ ED

ไปถึง F ให้ $DE = FD$ ลาก AF

๒. $\triangle ADF \cong \triangle CDE$

๓. เพราะฉะนั้น $\hat{4} = \hat{3}$, $\hat{5} = \hat{7} = 90^\circ$

๔. $\hat{1} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} + \hat{2} > 4 \times 90^\circ$

๕. $\hat{1} + \hat{3} + \hat{5} + \hat{6} + \hat{2} > 4 \times 90^\circ$

๖. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} > 4 \times 90^\circ - \hat{5} - \hat{6} = 2 \times 90^\circ$

๗. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} > 180^\circ$

ช.ด.พ.

ทฤษฎีบท

มุมภายในสามเหลี่ยมรวมกันมากกว่า 180°

ให้สามเหลี่ยม ABC

จะต้องพิสูจน์ว่า $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} > 180^\circ$

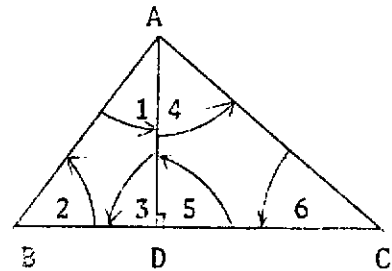
พิสูจน์ ๑. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} > 180^\circ$ (ลาก $AD \perp BC$)

๒. $\hat{4} + \hat{5} + \hat{6} > 180^\circ$

๓. $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} > 360^\circ$

๔. $\hat{2} + \hat{1} + \hat{4} + \hat{6} > 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$ ($\hat{3} = \hat{5} = 90^\circ$)

๕. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} > 180^\circ$

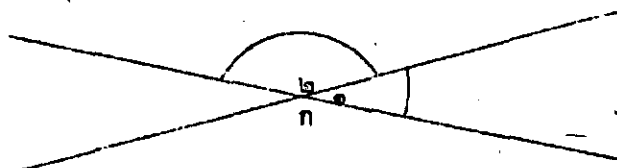


ช.ศ.พ.

แบบฝึกหัดชุดที่ ๑

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

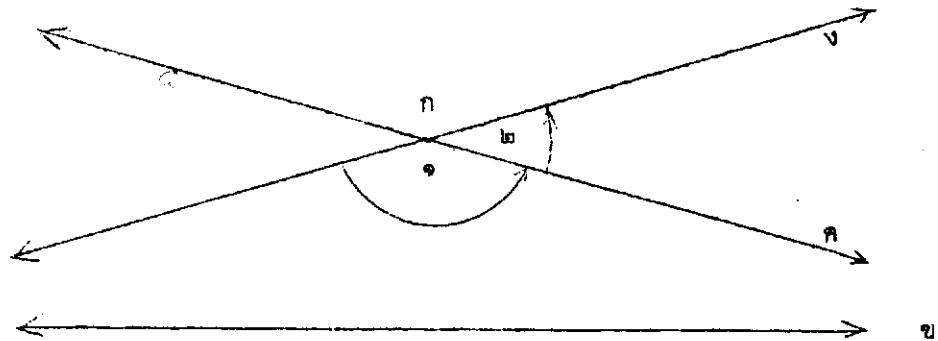
๑. เส้นตรงบนระนาบใดระนาบหนึ่ง คือ เส้นที่มีลักษณะอย่างไร?
๒. ถ้าจุด ก อยู่บนระนาบอันหนึ่ง จะมีเส้นตรงที่ผ่านจุด ก ได้กี่เส้น?
๓. เส้นตรงบนระนาบแบน มีความยาวเท่าไร?
เส้นตรงบนระนาบไฮเพอร์โบลิก มีความยาวเท่าไร?
เส้นตรงบนระนาบอีลิปติก มีความยาวเท่าไร?
๔. มีจุดที่อยู่ระหว่างสองจุดใดๆ หรือไม่ ที่จุด?
๕. จากรูปข้างล่าง มีเส้นตรงที่ผ่านจุด ก อยู่ในมุม ๑ หรือไม่ ที่เส้น?



แบบฝึกหัดชุดที่ ๒

ให้นักเรียนตอบคำถามวิชาเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิกต่อไปนี้

บนระนาบไฮเปอร์โบลิกใด ๆ



๑. จากรูป มีเส้นที่ผ่านจุด ก และไม่ตัดเส้น ข หรือไม่ ถ้ามีจะมีกี่เส้น ?
๒. จากรูปในข้อ ๑ จงหาเงื่อนไขที่ทำให้เส้นในมุม ๑ ไม่ตัด ข
๓. เส้นที่ผ่านจุด ก และขนานกับเส้น ข หมายถึงเส้นที่เป็นอย่างไร ?
๔. เส้นขนานของ ข กับเส้นไม่ตัดของ ข มีความหมายเหมือนกันหรือแตกต่างกัน
อย่างไร ?

แบบฝึกหัดชุดที่ ๓

ให้นักเรียนตอบคำถามวิชาเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิกต่อไปนี้

บนระนาบไฮเปอร์โบลิกใด ๆ

๑. สี่เหลี่ยมแซคเคอส์ มีลักษณะอย่างไร?
๒. มุมซ้นมีทั้งสองมุมในสี่เหลี่ยมแซคเคอส์ มีค่าเป็นเท่าไร? (มุมบ้าน มุมฉาก มุมแหลม)
เท่ากันหรือไม่?
๓. ในสี่เหลี่ยมแซคเคอส์ มีด้านฐานและด้านซ้นมีที่ยาวเท่ากันหรือไม่?
๔. สี่เหลี่ยมแลมเบิร์ต มีมุมฉากกี่มุม?
๕. ผลรวมของมุมภายในสี่เหลี่ยม เป็นกี่องศา?
๖. ผลรวมของมุมภายในสามเหลี่ยม เป็นกี่องศา?

แบบฝึกหัดชุดที่ ๔

ให้นักเรียนตอบคำถามวิชาเรขาคณิตอีลลิปติกต่อไปนี้

บนระนาบอีลลิปติกใด ๆ

๑. เส้นตรงสองเส้นใด ๆ จะตัดกันในการวัด และถ้าตัดกันจะตัดกันได้กี่จุด

๒. จุดซ้าย คือ อะไร?

๓. ผลรวมของมุมภายในสี่เหลี่ยมใด ๆ คงที่หรือไม่ และมีค่าอย่างไร?

(องศา)

๔. ด้านฐานและด้านซุมมิทของสี่เหลี่ยมแซคเคอเรียว เท่ากันหรือไม่ อย่างไร?

ภาคผนวก ค.

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์วิชา เรขาคณิตตอนอนุคูลิ เตียน

คำชี้แจงในการตอบแบบทดสอบ

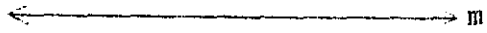
๑. แบบทดสอบวิชาเรขาคณิตอนมูลิเตียน มี ๔๔ ข้อ ให้เวลาทำ ๑ ชั่วโมง ๓๐ นาที แยกออกเป็นสองเรื่อง คือ
 - ๑.๑ วิชาเรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก จากข้อ ๑ - ๓๔
 - ๑.๒ วิชาเรขาคณิตอีลิปติก จากข้อ ๓๕ - ๔๔
๒. คำถามทุกข้อเป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ แต่ละคำถามมีสี่ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบเพียงข้อเดียวจากตัวเลือก ก. ข. ค. หรือ ง. เมื่อเลือกแล้วให้ขีดตอบในกระดาษคำตอบดังตัวอย่าง
(๐) ก. ข. ค. ง.
๓. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบ ให้กากบาททับคำตอบเดิมเสียก่อน แล้วจึงขีดคำตอบใหม่ดังนี้
(๐) ก. ข. ค. ง.
๔. ข้อสอบแต่ละข้อจะมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว ข้อใดนักเรียนขีดตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบข้อนั้นจะถือว่าผิดและไม่ได้คะแนน

หวังว่านักเรียนจะโชคดี

เรขาคณิตไฮเปอร์โบลิก

๑. กำหนดจุด X ไม่อยู่บนเส้น m ข้อใดถูกต้อง

X .



ก. มีเส้นที่ผ่าน X ไม่ตัด m เพียงเส้นเดียว ข. มีเส้นที่ผ่าน X ไม่ตัด m มากกว่าหนึ่งเส้น

ค. มีเส้นที่ผ่าน X ไม่ตัด m เพียงสองเส้น ง. ทุกเส้นที่ผ่าน X จะตัด m เสมอ

๒. มีเส้นที่ผ่านจุด X และ ไม่ตัด m ก็เส้น

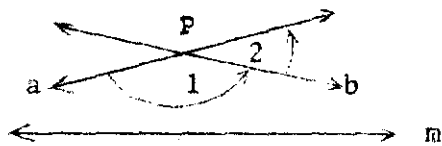
ก. สองเส้น

ข. สามเส้น

ค. มีอยู่จำนวนหนึ่งไม่แน่นอนตายตัว

ง. มากมายไม่จำกัด

๓. ถ้าเส้น a, b เป็นเส้นขนานของ m แล้วข้อใดเป็นจริง



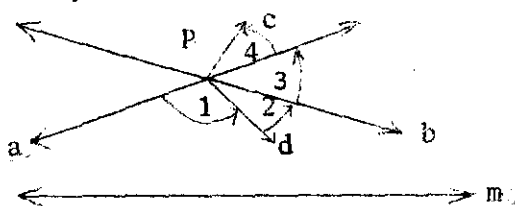
ก. เส้นในมุม 1 ตัด m , เส้นในมุม 2 ไม่ตัด m , เส้น a, b ตัด m

ข. เส้นในมุม 1 ตัด m , เส้นในมุม 2 ไม่ตัด m , เส้น a, b ไม่ตัด m

ค. เส้น a, b ไม่ตัด m นอกนั้นทุกเส้นที่ผ่าน P จะตัด m

ง. ทุกเส้นที่ผ่าน P จะตัด m

๔. ถ้าเส้น a, b เป็นเส้นขนานของ m แล้วข้อใดเป็นจริง



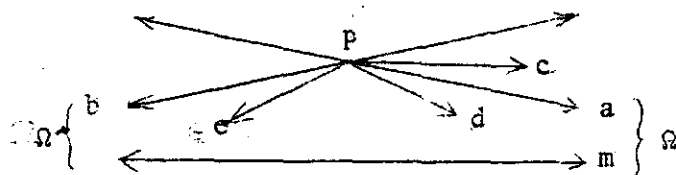
ก. เส้น a, b ไม่ตัด m , นอกจากนั้นทุกเส้นที่ผ่าน P จะตัด m

ข. เส้นในมุม 1, 3 จะตัด m , เส้นในมุม 2, 4 ไม่ตัด m

ค. เส้น a, b และ เส้นในมุม 3 ไม่ตัด m

ง. เส้นในมุม 1 ตัด m , เส้น c, d ตัด m เส้นในมุม $2 + 3 + 4$ ไม่ตัด m

๕. จากรูปข้อใดถูก



ก. b เป็นเส้นไม่ตัดของ m

ข. e เป็นเส้นไม่ตัดของ m

ค. a เป็นเส้นตัดของ m

ง. e เป็นเส้นตัดของ m

๖. จากรูปข้อใด ข้อใดถูก

ก. c เป็นเส้นขนานของ m

ข. d เป็นเส้นขนานของ m

ค. e เป็นเส้นขนานของ m

ง. b เป็นเส้นขนานของ m

๗. จากรูปในข้อ ๕ ข้อใดถูก

ก. b เป็นเส้นตัดของ m

ข. c เป็นเส้นตัดของ m

ค. d เป็นเส้นไม่ตัดของ m

ง. a เป็นเส้นขนานของ m

๘. เส้นทุกเส้นมีคุณสมบัติอะไร

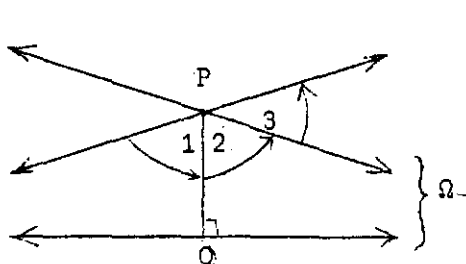
ก. มีความยาวไม่จำกัด

ข. มีความยาวจำกัด

ค. ยาวไม่เท่ากันทุกเส้น

ง. เส้นที่ยาวไม่เท่ากันตัดกันเพียงจุดเดียว

๙. จากรูป มุมแห่งการขนานของ PQ คือ มุมใด



ก. 1

ข. 2

ค. 3

ง. 1 + 2

๑๐. ข้อใดเป็นคุณสมบัติของมุมแห่งการขนาน

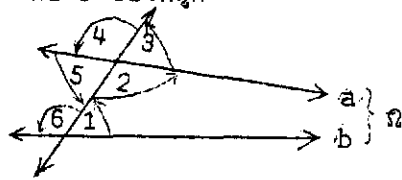
ก. มุมแหลม

ข. มุมฉาก

ค. มุมป้าน

ง. มีค่าคงที่เสมอ

๑๑. จากรูป a ขนานกับ b ข้อใดถูก



ก. $\hat{1} = \hat{3}$

ข. $\hat{1} + \hat{2} > 2\hat{2}$

ค. $\hat{1} + \hat{2} = 2\hat{2}$

ง. $\hat{1} + \hat{2} < 2\hat{2}$

๑๒. จากรูปข้อ ๑๑ ข้อใดถูก

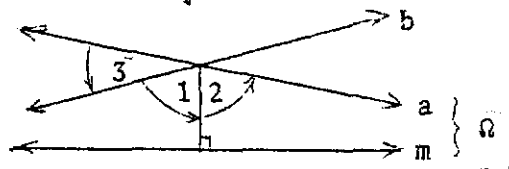
ก. $\hat{6} = \hat{2}$

ข. $\hat{5} + \hat{6} > 2\hat{2}$

ค. $\hat{5} + \hat{6} < 2\hat{2}$

ง. $\hat{5} + \hat{6} = 2\hat{2}$

๑๓. จากรูป ถ้า $\hat{1} > \hat{2}$ ข้อใดถูก



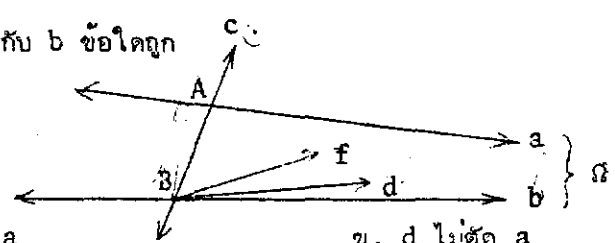
ก. b ขนานกับ m

ข. b ไม่ขนานกับ m

ค. a และ b ขนานกับ m

ง. จะมีเส้นในมุม 3 ที่ขนานกับ m

๑๔. จากรูป a ขนานกับ b ข้อใดถูก



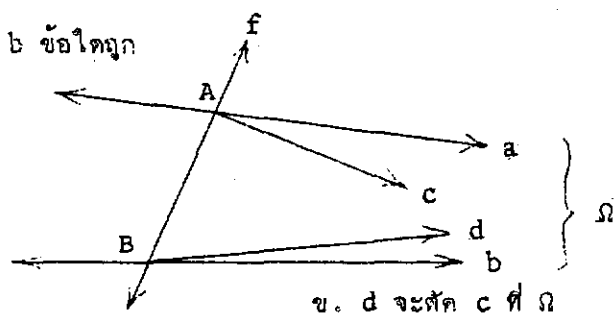
ก. d ขนานกับ a

ข. d ไม่ตัด a

ค. d จะพบ a ที่ Ω

ง. d จะตัด a

๑๕. จากรูป a ขนานกับ b ข้อใดถูก



ก. c จะตัด d

ข. d จะตัด c ที่ Ω

ค. d ขนานกับ a

ง. c ขนานกับ b

๑๖. a ขนานกับ b ทาง Ω_1 , a ขนานกับ c ทาง Ω_2

d ขนานกับ b ทาง Ω_1 , a ขนานกับ h ทาง Ω_2

ข้อใดผิด

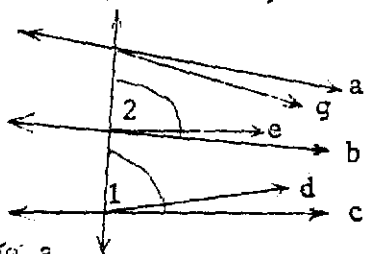
ก. c ขนานกับ h

ข. a ขนานกับ d

ค. a ขนานกับ c

ง. h ขนานกับ b

๑๗. จากรูป เส้นทั้งหลายใน $\hat{1}$ ตัด b , เส้นทั้งหลายใน $\hat{2}$ ตัด a , ข้อใดถูก



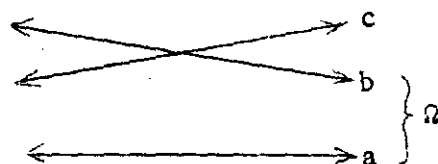
ก. d ไม่ตัด a

ข. e ไม่ตัด c

ค. g ตัด c

ง. d ตัด e

๑๘. จากรูป a ขนานกับ b ข้อใดถูก



ก. c ตัด a

ข. c ไม่ตัด a

ค. c อาจจะตัดหรือไม่ตัด a

ง. c ไม่ขนานกับ a

๑๙. ถ้า a ขนานกับ b , c ไม่ตัด a สรุปได้อย่างไร

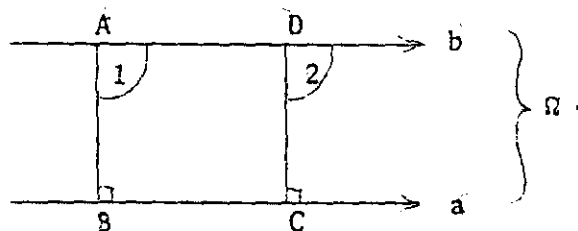
ก. c ขนานกับ b

ข. c ตัด b

ค. c ไม่ตัด b

ง. สรุปไม่ได้

๒๐. ถ้า a ขนานกับ b , $AB \perp a$, $CD \perp a$ สรุปได้อย่างไร



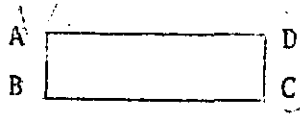
ก. $\hat{1} > \hat{2}$

ข. $\hat{1} = \hat{2}$

ค. $\hat{1} < \hat{2}$

ง. ผิดทั้ง ก, ข และ ค

๒๑. $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมแซคเคอร์ ถ้าข้อใดเป็นจริง



ก. $\hat{C} = \hat{D} = \hat{B} = 90^\circ$

ข. $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$

ค. $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ, AB = CD$

ง. $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ, AD = BC$

๒๒. จากรูปข้อ ๒๑ $\square ABCD$ จะเป็นสี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต ถ้าข้อใดเป็นจริง

ก. $\hat{C} = \hat{D} = \hat{B} = 90^\circ$

ข. $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$

ค. $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ, AB = CD$

ง. $\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ, AD = BC$

๒๓. สี่เหลี่ยมแซคเคอร์มีคุณสมบัติอะไร

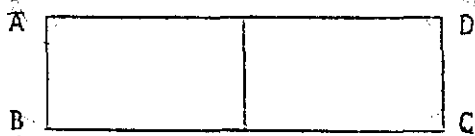
ก. มุมซ้มนิทเท่ากัน และเป็นมุมป้าน

ข. มุมซ้มนิทเท่ากัน และเป็นมุมแหลม

ค. มุมซ้มนิทไม่เท่ากัน

ง. มุมซ้มนิทเป็นมุมฉาก

๒๔. ถ้า $\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$ และ $\hat{A} = \hat{D}$ สรุปได้ว่าอย่างไร



ก. $AC = BC$

ข. $\hat{B} = \hat{D}$

ค. $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมแซคเคอร์

ง. $\square ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต

๒๕. ผลรวมของมุมภายในของสี่เหลี่ยมแซคเคอร์มีค่าเท่าไร

ก. เท่ากับ 360°

ข. มากกว่า 360°

ค. น้อยกว่า 360°

ง. บางครั้งมากกว่า 360° , บางครั้งน้อยกว่า 360°

๒๖. ผลรวมของมุมภายในของสี่เหลี่ยมแลมเบอร์ตมีค่าเท่าไร

ก. เท่ากับ 360°

ข. มากกว่า 360°

ค. น้อยกว่า 360°

ง. บางครั้งมากกว่า 360° , บางครั้งน้อยกว่า 360°

๒๗. ข้อใดเป็นคุณสมบัติของสี่เหลี่ยมแลมเบอร์ต

ก. มีมุมฉากสามมุม

ข. มีด้านเท่ากันสามด้าน

ค. มีมุมฉากสองมุม

ง. มีมุมเท่ากันสี่มุม

๒๘. ABCD มี $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$ ข้อใดถูก

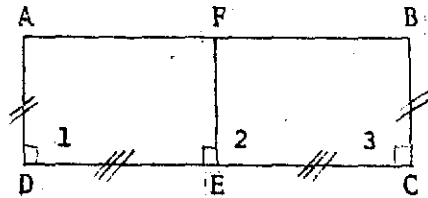
ก. $\hat{D} = 90^\circ$

ข. $\hat{D} > 90^\circ$

ค. $\hat{D} < 90^\circ$

ง. ไม่สามารถสรุปได้

๒๙. จากรูป $\hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = 90^\circ$ และ $AD = CB$, $DE = CE$ จะได้ว่าข้อใดไม่จริง



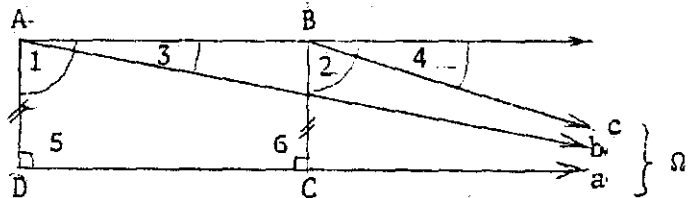
ก. $\triangle AFE = 90^\circ$

ข. $\hat{A} = 90^\circ$

ค. $\hat{A} = \hat{B}$

ง. $AF = BF$

๓๐. a, b และ c ขนานกัน, $AD = BC$, $\hat{5} = \hat{6} = 90^\circ$ จะได้ว่าข้อใดเป็นจริง



ก. $\hat{1} = \hat{2}$

ข. $\hat{1} > \hat{2}$

ค. $\hat{1} < \hat{2}$

ง. สรุปไม่ได้

๓๑. จากรูปข้อ ๓๐ สรุปได้ว่า ข้อใดเป็นจริง

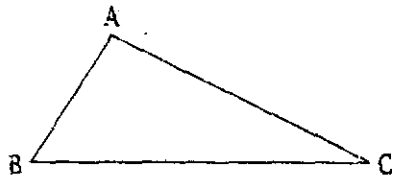
ก. $\hat{3} = \hat{4}$

ข. $\hat{3} > \hat{4}$

ค. $\hat{3} < \hat{4}$

ง. สรุปไม่ได้

๓๒. ใน $\triangle ABC$ สรุปได้ว่าข้อใดเป็นจริง



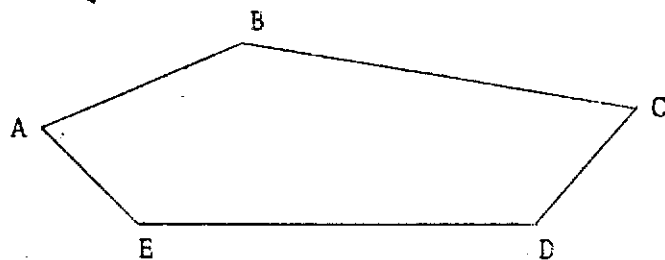
ก. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

ข. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} > 180^\circ$

ค. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} < 180^\circ$

ง. สรุปไม่ได้

๓๓. จากรูป $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E}$ มีค่าเท่าไร



ก. เท่ากับ 540°

ข. น้อยกว่า 540°

ค. มากกว่า 540°

ง. เท่ากับ 500°

๓๔. ใน $\triangle ABC$ มี $\hat{A} = \hat{B} = |x|$ ข้อใดเป็นจริง

ก. $\hat{C} = |x|$

ข. $CB = AC = \frac{1}{2}$ ของความยาวของเส้น ๆ หนึ่ง

ค. $\hat{C} < |x|$

ง. เป็นไปไม่ได้

เรขาคณิตฮิลลิปติก

๓๕. เส้นสองเส้นใด ๆ มีคุณสมบัติตามข้อใด

ก. ตัดกันเสมอ

ข. ไม่ตัดกันเลย

ค. ขนานกันเสมอ

ง. ตัดกันหรืออาจจะไม่ตัดกัน

๓๖. ถ้าเส้นสองเส้นตัดกัน จะตัดกันกี่จุด

ก. หนึ่งจุด

ข. สองจุด

ค. สามจุด

ง. สรุบไม่ได้

๓๗. ความยาวของเส้นเส้นหนึ่งเป็นอย่างไร

ก. มีความยาวไม่จำกัด

ข. มีความยาวจำกัด

ค. ไม่เท่ากันทุกเส้น

ง. เส้นที่ยาวไม่เท่ากันตัดกันจุดเดียว

๓๘. ถ้า $\triangle ABC$ มี $\hat{B} = \hat{A} = 90^\circ$ ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. $\hat{C} = 90^\circ$

ข. $CB = AC = \frac{1}{2}$ ของความยาวทั้งเส้น

ค. $\hat{C} \neq 90^\circ$

ง. เป็นไปไม่ได้

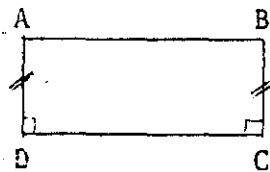
๓๙. $\hat{D} = \hat{C} = 90^\circ$, $AD = BC$ ข้อใดถูกต้อง

ก. $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$

ข. $\hat{A} = \hat{B} < 90^\circ$

ค. $\hat{A} = \hat{B} > 90^\circ$

ง. $AB = CD$



๔๐. ผลรวมของมุมภายในของสี่เหลี่ยมแซคเคอรี มีค่าเท่าไร

ก. เท่ากับ 360°

ข. มากกว่า 360°

ค. น้อยกว่า 360°

ง. บางครั้งก็มากกว่า 360° บางครั้งก็น้อยกว่า 360°

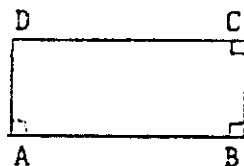
๔๑. ถ้า $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$ ข้อใดถูกต้อง

ก. $\hat{D} = 90^\circ$

ข. $\hat{D} < 90^\circ$

ค. $\hat{D} > 90^\circ$

ง. ไม่สามารถสรุปได้



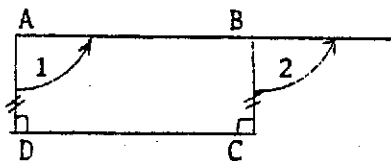
๔๒. $\hat{D} = \hat{C} = 90^\circ$, $AD = BC$ ข้อใดถูกต้อง

ก. $\hat{1} = \hat{2} = 90^\circ$

ข. $\hat{1} = \hat{2}$

ค. $\hat{1} < \hat{2}$

ง. $\hat{1} > \hat{2}$



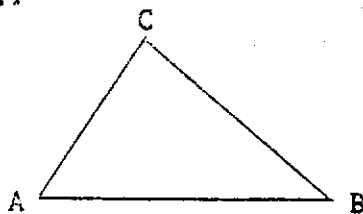
๔๓. ใน $\triangle ABC$, $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$ มีค่าเท่าไร

ก. $= 180^\circ$

ข. $< 180^\circ$

ค. $> 180^\circ$

ง. สรุปไม่ได้



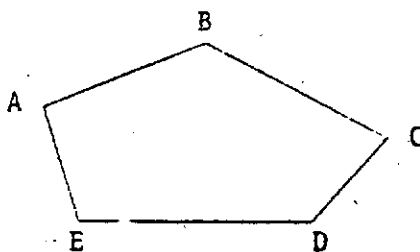
๔๔. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E}$ มีค่าเท่าไร

ก. $= 540^\circ$

ข. $> 540^\circ$

ค. $< 540^\circ$

ง. $= 500^\circ$



๔๕. ข้อใดถูกต้อง

ก. ไม่มีรูปสี่เหลี่ยมที่มีมุมภายในรวมกันเป็น $1,000^\circ$

ข. มีรูปสามเหลี่ยมที่มีมุมภายในรวมกันเป็น 170°

ค. มีรูปห้าเหลี่ยมที่มีมุมภายในรวมกันเป็น 100°

ง. มีรูปห้าเหลี่ยมที่มีมุมภายในรวมกันเป็น 900°

การศึกษามลพิษทางอากาศในการเรียนวิชาเรขาคณิตอนนุกติเคียนของนักเรียน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ - ๕

บทคัดย่อ

ของ

นพดล สุธาทาณชัย

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาการศึกษาหาบัณฑิต

กุมภาพันธ์ ๒๕๒๔

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

ความมุ่งหมายในการศึกษาค้นคว้า

๑. เพื่อศึกษาว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ เรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลีเดียสได้หรือไม่

๒. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ ในการเรียนเรขาคณิตนอนยูคลีเดียส

กลุ่มตัวอย่าง

๑. กลุ่มทดลอง จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน

๒. กลุ่มควบคุม จำนวนสองชั้น ชั้นละ ๓๐ คน รวม ๖๐ คน

ผลการศึกษาค้นคว้า

๑. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ และ ๕ สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลีเดียสได้

๒. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ สามารถเรียนวิชาเรขาคณิตนอนยูคลีเดียสได้ดีกว่า

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔

P (๒๒-๒๕)

(๑๐๖๑)

A STUDY OF STUDENTS' ACHIEVEMENT IN LEARNING NON-EUCLIDEAN GEOMETRY
IN MATHAYOM SUKSA 4 - 5

AN ABSTRACT

BY

NOPADOL SUTHAPANIT

Presented in partial fulfillment of the requirements
for the Master of Education degree
at Srinakharinwirot University
February 1981

Purposes of the study:

1. To study whether the Mathayom Suksa 4 - 5 students can learn Non-Euclidean Geometry concepts.
2. To compare the abilities in learning Non-Euclidean Geometry concepts of the students in Mathayom Suksa 4 - 5 .

Procedure:

The samples comprise 60 Mathayom Suksa 4 students and 60 Mathayom Suksa 5 students randomly selected from Srinakharinwirot University Secondary Demonstration School students.

Major Findings:

1. The Mathayom Suksa 4 - 5 students are able to learn Non-Euclidean Geometry concepts.
2. The achievement in learning Non-Euclidean Geometry concepts of the Mathayom Suksa 4 students is statistically higher than that of the Mathayom Suksa 5 students.