

534 36

๙๔43๘

๕.3

ผลกระทบที่เกิดจากสาร เจือปนระ เกทไม่ เป็นแม่ เหล็กในคั่วน้ำยิ่งยวด
ที่แสดงอำนาจแม่ เหล็กแอนติเฟอร์โร

ปริญญานิพนธ์

ของ

สุมิตร สวนสุข

11 ต.ค. 2533

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์

กุมภาพันธ์ 2533

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

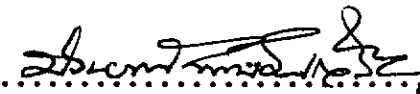
170643

คณะกรรมการที่ปรึกษาประจำตัวนิสิต และคณะกรรมการสอบ ได้พิจารณาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิตของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒได้

คณะกรรมการที่ปรึกษา

..... สุกัญจน์ บกค้ำน ประธาน

(ศ. คร. สุทัศน์ ยกส้าน)

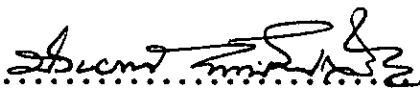
.....  กรรมการ

(รศ. คร. ประยงค์ พงษ์ทองเจริญ)

คณะกรรมการสอบ

..... สุกัญจน์ บกค้ำน ประธาน

(ศ. คร. สุทัศน์ ยกส้าน)

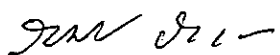
.....  กรรมการ

(รศ. คร. ประยงค์ พงษ์ทองเจริญ)

.....  กรรมการที่แต่งตั้งเพิ่มเติม

(ผศ. คร. เพ็ญสดา วีระชัย)

บัณฑิตวิทยาลัยอนุมัติให้รับปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกนิเทศศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

.....  คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(ศ. คร. สมพร บัวทอง)

วันที่ . ๕ . เดือน . มีนาคม . พ.ศ. ๒๕๖๓

ประกาศศุภกฤตการ

ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ก็เพราะได้รับการควบคุมดูแลเป็นอย่างดีจาก
ศาสตราจารย์ ดร. สุทัศน์ ยกส้าน ตลอดจนได้รับการอนุเคราะห์จาก รองศาสตราจารย์
ดร. ประยงค์ พงษ์ทองเจริญ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เพ็ญลดา วีระชัย ในการเป็น
กรรมการตรวจสอบปริญญานิพนธ์ ซึ่งข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณไว้เป็นอย่างสูง

ท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบ เท้าพระคุณนิคมารดาที่เป็นขวัญและกำลังใจในการศึกษา
ของข้าพเจ้า

สุปิตร์ สวนสุข

กุมภาพันธ์ 2533

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ภูมิหลัง	1
สมบัติทั่วไปของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์	2
ตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ตามทฤษฎีบีซีเอส	3
สภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
ปัญหาและจุดมุ่งหมายการวิจัย	19
ขอบเขตของการวิจัย	19
นิยามศัพท์เฉพาะ	20
3 วิธีวิจัย	21
คำนวณกรีนฟังก์ชัน เมื่อระบบยังไม่ถูกรบกวน	21
คำนวณกรีนฟังก์ชัน เมื่อระบบถูกรบกวน	34
คำนวณพลังงานในตนเอง	36
คำนวณความหนาแน่นสถานะ	38
4 ผลการวิจัย	39
แสดงความสัมพันธ์ความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน	40
การคำนวณหาสูตรอุณหภูมิวิกฤต	45
5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	48
สรุปผลการวิจัย	48
อภิปรายผล	48
ความสำคัญของการวิจัย	49

บทที่	หน้า
ข้อเสนอแนะ	49
บรรณานุกรม	51
ภาคผนวก	52

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์	1
2 แสดงความเข้มของสนามแม่เหล็กวิกฤตเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ	2
3 การเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กรอบตัวน้ำยิ่งยวดถ้าสนามมีความเข้มไม่สูง	3
4 แสดงอีเล็กตรอนอิสระในตัวนำ เมื่อวิ่งผ่านหมู่ฮีอนบวก	3
5 แสดงการดึงดูดระหว่างอีเล็กตรอนโดยอาศัยการเคลื่อนที่ของฮีอนเป็นสื่อกลาง	4
6 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอีเล็กตรอนโดยอาศัยโฟนอน	4
7 แสดงความหนาแน่นสถานะและพลังงานสถานะที่วัดจากพลังงานเฟอร์มิ	6
8 การเรียงโมเมนต์แม่เหล็กที่ทำให้เกิดสภาวะแม่เหล็กเฟอร์โร แม่เหล็กแอนติเฟอร์โร และแม่เหล็กเฟอร์รี	6
9 แสดงโครงสร้างสปีนของแมงกานีสไดฟลูออไรด์	7
10 แสดงสภาพรับไว้ได้แม่เหล็กกับอุณหภูมิเมื่อ T_N ของสาร MnF_2 เท่ากับ 12 K	8
11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพรับไว้ได้แม่เหล็กกับอุณหภูมิสำหรับ $Gd_{1,2}Mo_6S_8$	10
12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามวิกฤตกับอุณหภูมิสำหรับ $GdMo_6S_8$...	10

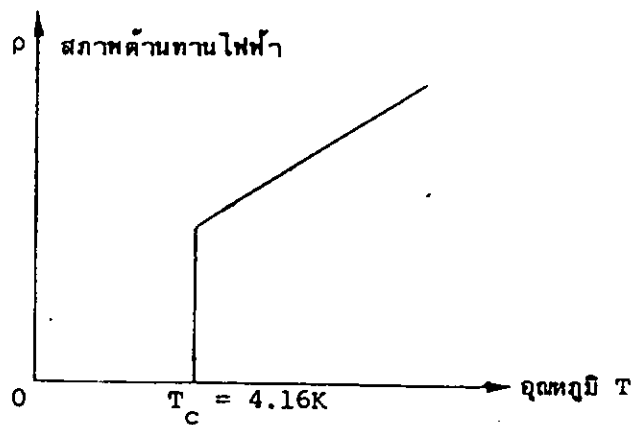
- 13 แสดงความหนาแน่นสถานะในควมำยิ่งยวดบริสุทธิ์ เมื่อ $T = 0$,
 $\tau_1 \omega_c = \infty, 25, 12.5$ และ 2.5 16
- 14 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อมีสารเจือประเภทเป็น
 แม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็ก เมื่อ $\tau_2^{-1} \rightarrow \infty$, $\tau_1^{-1} = 0.004$,
 $0.016, 0.4$ และ 2.0 17
- 15 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อมีสารเจือประเภทเป็น
 แม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็ก เมื่อ $\tau_1^{-1} = 0, 0.20$ และ 0.004 ;
 $\tau_2^{-1} = 0.002, 0.004$ และ 0.0045 18
- 16 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ
 $(\tau_1 \Delta)^{-1} = 0.2$; $H_Q = 0.4\Delta$ และ $\zeta = 0, 0.5$ และ $1 \dots$ 41
- 17 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ
 $(\tau_1 \Delta)^{-1} = 1$; $H_Q = 0.4\Delta$ และ $\zeta = 0, 0.5$ และ $1 \dots$ 42
- 18 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ
 $(\tau_1 \Delta)^{-1} = 5.0$; $H_Q = 0.4\Delta$ และ $\zeta = 0, 0.5$ และ $1 \dots$ 43
- 19 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ
 $(\tau_1 \Delta)^{-1} = 0.05, 0.2$ และ 1 ; $H_Q = 2.5\Delta$ และ $\zeta = 0.8$ 44

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

ในปี ค.ศ. 1911 ฮอนเนส (Onnes. 1911 : 1206, 1226) ได้ทดลองวัดค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าของปรอทบริสุทธิ์ เขาพบว่าที่อุณหภูมิ -269°C (4K) ปรอทหมดสภาพต้านทานไฟฟ้าอย่างฉับพลัน ดังภาพประกอบ 1



ภาพประกอบ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสภาพต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์

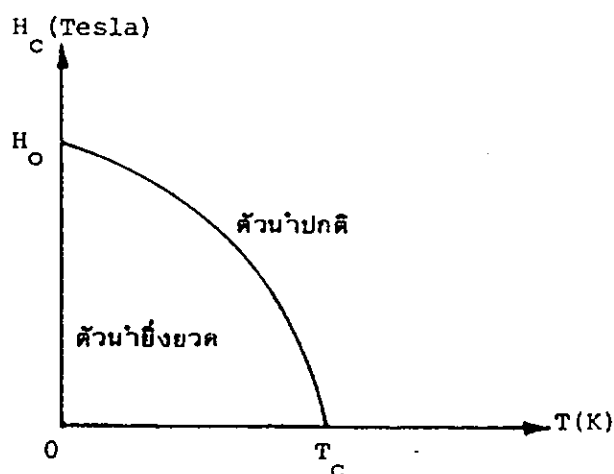
เราเรียกอุณหภูมิที่ตัวนำใด ๆ หมดสภาพต้านทานไฟฟ้าว่า "อุณหภูมิวิกฤต" (critical temperature) T_c ของตัวนำนั้น ๆ และเรียกตัวนำที่ไร้ความต้านทานไฟฟ้าว่า "ตัวนำยิ่งยวด" (superconductor) สารต่าง ๆ ในธรรมชาติมีอุณหภูมิวิกฤตต่าง ๆ กัน เช่น สังกะสี (Zn) และไนโอเบียมเยอร์เบเนียม (Nb₃Ge) มีอุณหภูมิวิกฤตเป็น 9.2 K และ 23.2 K ตามลำดับ เป็นต้น

นอกจากนี้ฮอนเนสยังพบว่าสนามแม่เหล็กจากภายนอกที่มีความเข้มสูงสามารถทำลายสภาพนำยิ่งยวดให้กลับคืนเป็นสภาพนำปกติได้ ฉะนั้นสภาพนำยิ่งยวดจะเกิดได้เฉพาะ

เมื่อสนามแม่เหล็กจากภายนอกมีค่าไม่เกินค่า H_c หนึ่งเท่านั้น สนามแม่เหล็กที่พอดีทำให้ตัวนำยิ่งยวดเปลี่ยนสภาพคือ "สนามแม่เหล็กวิกฤต" (critical magnetic field) H_c ค่า H_c ของสารหนึ่ง ๆ จะมีค่าได้ตั้งแต่ศูนย์จนถึง H_0 โดยที่ H_0 เป็นสนามแม่เหล็กวิกฤตที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์

ไทน์ (Tuyn) ได้พบความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิไว้เรียกว่า "กฎของไทน์" (Tuyn's law) (Blakemore. 1969 : 244) ดังภาพประกอบ 2

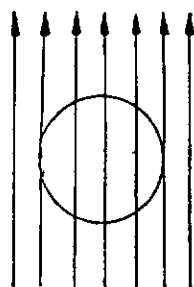
$$H_c = H_0 [1 - (T/T_c)^2]$$



ภาพประกอบ 2 แสดงความเข้มของสนามแม่เหล็กวิกฤต H_c เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ T

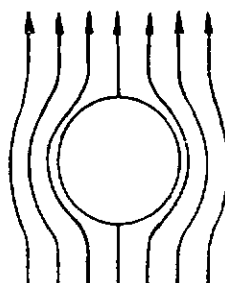
ไมสส์เนอร์และออกเซนเฟลด์ (Meissner and Ochsenfeld. 1933 : 787) ได้แสดงให้เห็นว่าเมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต $T < T_c$ สนามแม่เหล็กภายนอกจะไม่สามารถพุ่งผ่านสารตัวนำยิ่งยวดได้ กล่าวคือสารนั้นจะผลักสนามแม่เหล็กให้เบนออกจากตัวนำยิ่งยวดทำให้สารตัวนำยิ่งยวดมีสมบัติของสารแม่เหล็กโคอา (diamagnetic) เขายังอธิบายต่อไปอีกด้วยว่า สาเหตุที่เป็นเช่นนั้นเพราะกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำอันเกิดที่ผิวของสารตัวนำยิ่งยวดนั้นสร้างสนามแม่เหล็กต่อต้านการผ่านเข้ามาของเส้นแรงแม่เหล็กไว้ ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า

“ปรากฏการณ์ไมสส์เนอร์” (Meissner's effect) ดังภาพประกอบ 3



ตัวนำปกติในสนามแม่เหล็ก

$$T > T_c; H > 0$$

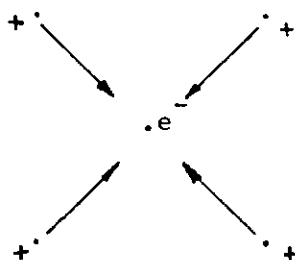


ตัวนำยิ่งยวดในสนามแม่เหล็ก

$$T < T_c; 0 < H < H_c$$

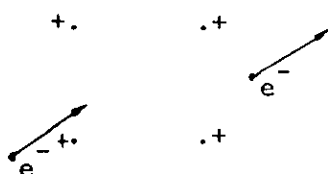
ภาพประกอบ 3 การเปลี่ยนแปลงสนามแม่เหล็กบริเวณรอบตัวนำยิ่งยวด ถ้าสนามมีความเข้มไม่สูงมากตัวนำยิ่งยวดจะผลักเส้นแรงออกอย่างสมบูรณ์

ทฤษฎีที่ประสบผลสำเร็จในการอธิบายสมบัติโดยทั่วไปของตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์คือ ทฤษฎีของบาร์ดีน คูเปอร์ และ ชรีฟเฟอร์ (Bardeen, Cooper and Schrieffer, 1957 : 1175) ทฤษฎีนี้เรียกโดยย่อว่า ทฤษฎีบีซีเอส (BCS theory) ได้พบว่าสาเหตุสำคัญที่ทำให้โลหะธรรมดากลายเป็นตัวนำยิ่งยวดคือ เมื่อตัวนำปกติกลายสภาพเป็นตัวนำยิ่งยวดยุคนั้นภายในตัวนำมีอันตรกิริยาแบบดึงดูด (attractive interaction) เกิดขึ้นระหว่างอิเล็กตรอน 2 ตัว อันตรกิริยาที่เกิดขึ้นนี้เริ่มเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่งวิ่งเข้าไประหว่างหมู่ฮีลอนที่มีประจุบวกอิเล็กตรอนตัวนี้จะดึงดูดฮีลอนบวกเหล่านั้นให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ดังภาพประกอบ 4



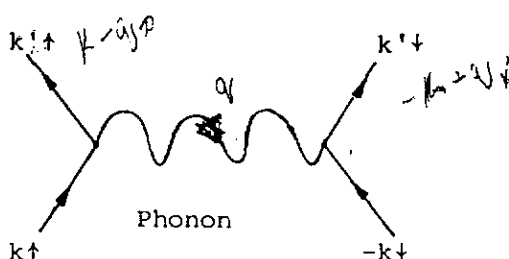
ภาพประกอบ 4 แสดงอิเล็กตรอนอิสระในตัวนำเมื่อวิ่งผ่านระหว่างหมู่ฮีลอนที่มีประจุบวก

ทำให้บริเวณใกล้อิเล็กตรอนตัวนั้นมีความหนาแน่นของประจุบวกสูง แล้วอิเล็กตรอนจะวิ่งผ่านต่อไป อิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่ง เมื่อผ่านเข้ามาใกล้บริเวณนั้นจะถูกกลุ่มอิออนบวกดึงดูด อิเล็กตรอนจะวิ่ง เข้าไปหาจึงทำให้ดูเหมือนว่าอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลัง ดังภาพประกอบ 5 อิเล็กตรอนคู่นี้เรียกว่า "คู่อุปเปอร์" (Cooper pair)



ภาพประกอบ 5 แสดงการดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยการ เคลื่อนที่ของอิออน เป็นสื่อกลาง

การดึงดูดนี้เกิดขึ้นโดยอาศัยการสั่นของอิออนบวกและ เมื่ออิออนสั่นจะ เกิดคลื่นแลตติซ (lattice) คลื่นนี้เกิดโดยอิเล็กตรอนตัวหนึ่งและจะถูกอิเล็กตรอนอีกตัวหนึ่งรับไป การคายและรับคลื่นแลตติซทำให้เกิดอันตรกิริยาแบบดึงดูด เราเรียกควอนตัมของคลื่นแลตติซว่า "โฟนอน" (phonon) และเราแทนอันตรกิริยาดังกล่าวนี้นี้เป็น เส้นหยักในภาพประกอบ 6 แรงดึงดูดนี้จะมีค่าสูงสุด เมื่ออิเล็กตรอนทั้งสองมีโมเมนตัมเท่ากัน มีสปินสวนทิศกัน



ภาพประกอบ 6 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตติซที่เรียกว่า โฟนอน

เราแทนอันตรกิริยาแบบนี้ว่า $V C_{k\uparrow}^\dagger C_{-k\uparrow}^\dagger C_{-k\downarrow} C_{k\downarrow}$ เมื่อ V เป็นค่าคงที่ของอันตรกิริยา $C_{k\uparrow}^\dagger$ คือตัวปฏิบัติการที่สร้างอิเล็กตรอน (creation operator) โมเมนตัม $\vec{k}$ และสปินขึ้น $\uparrow$, $C_{-k\downarrow}$ คือตัวปฏิบัติการที่ทำลายอิเล็กตรอน (destruction operator) โมเมนตัม $-\vec{k}$ และสปินลง $\downarrow$ ตามทฤษฎีบีซีเอส เมื่อเกิดสภาพนำยิ่งยวดจะมีช่องว่างพลังงาน (energy gap) Δ เกิดขึ้นที่ผิวเฟอร์มี (Fermi surface) และจะไม่มีอิเล็กตรอนตัวใดที่มีพลังงานในระหว่างช่องว่างพลังงานนั้น พลังงานภายนอกที่จะเข้าไปกระตุ้นอิเล็กตรอนได้จะต้องมีค่ามากกว่า Δ

ทฤษฎีบีซีเอสพบว่าพลังงานกระตุ้นของอิเล็กตรอน (excitation energy of electron) ในตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์มีค่า

$$E_k = (\Delta^2 + \epsilon_k^2)^{1/2} \quad (1.1)$$

โดยที่ E_k เป็นพลังงานกระตุ้นของอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$

ϵ_k เป็นพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$

และ Δ เป็นช่องว่างในแถบสเปกตรัมของพลังงานซึ่งมีค่า

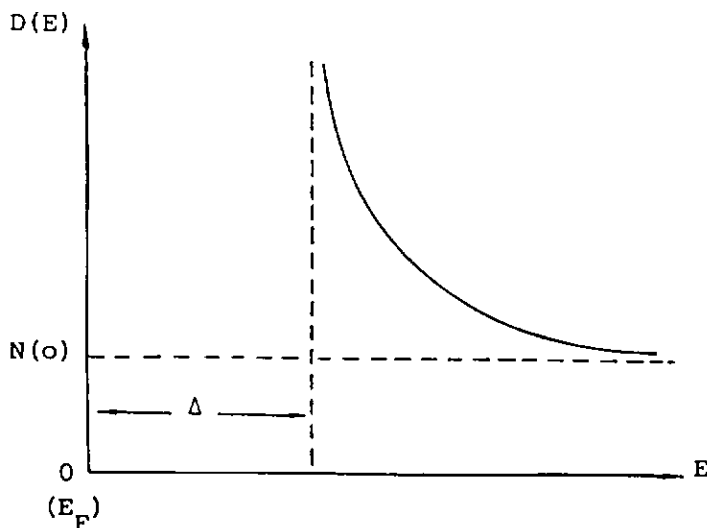
$$\Delta = 2\hbar\omega_D e^{-1/N(0)V} \quad (1.2)$$

โดยที่ $\hbar\omega_D$ เป็นพลังงานเดบาย (Debye energy) $N(0)$ เป็นความหนาแน่นสถานะ (density of states) ที่ระดับพลังงานเฟอร์มี และตามทฤษฎีบีซีเอสความหนาแน่นสถานะในสเปกตรัมของพลังงานคือ

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{dN}{d\epsilon} \cdot \frac{d\epsilon}{dE} = N(0) \frac{d\epsilon}{dE} = \frac{N(0)}{dE/d\epsilon}$$

เมื่อ $N(\epsilon)$ คือจำนวนสถานะที่มีพลังงาน ϵ

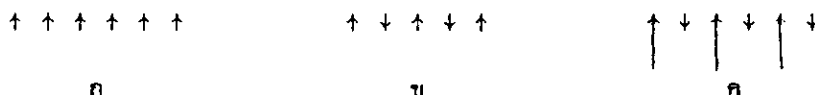
$$D(E) = \begin{cases} N(0) \frac{|E|}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2}} & \text{เมื่อ } E > \Delta \\ 0 & \text{เมื่อ } E < \Delta \end{cases} \quad (1.3)$$



ภาพประกอบ 7 แสดงความหนาแน่นสถานะและพลังงานของสถานะที่วัดจากพลังงาน เฟอร์มิ

สภาวะแม่เหล็กแอนติ เฟอร์ไร (antiferromagnetism)

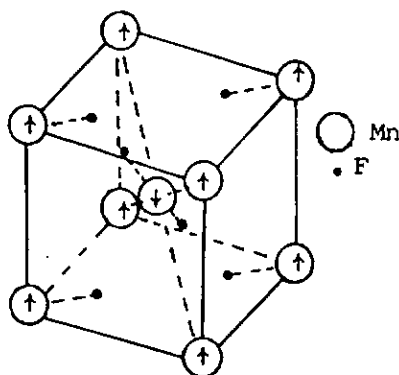
สารแม่เหล็กมีหลายชนิด ได้แก่ แม่เหล็กเฟอร์ไร แม่เหล็กเฟอร์ริ แม่เหล็กพารา และแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไร เป็นต้น สภาวะแม่เหล็กเฟอร์ไร (ferromagnetism) นั้นมี สภาพทางแม่เหล็กสูงสุดที่เป็นไปได้ เนื่องจากโมเมนต์แม่เหล็กทุกขั้วคู่เรียงตัวชี้ไปในทิศทางเดียวกัน อย่างไรก็ตาม มีบางสารที่โมเมนต์แม่เหล็กทุกขั้วคู่ซึ่งมีขนาดโมเมนต์ เท่ากันแต่ขั้วคู่ที่อยู่ใกล้กันชี้ในทิศทางตรงกันข้าม ดังนั้นโมเมนต์จะหักล้างกันและกัน ทำให้ค่าของการทำให้เป็นแม่เหล็ก (magnetization) สุทธิเท่ากับศูนย์ การเรียงตัวของโมเมนต์แม่เหล็กแบบนี้ทำให้เกิดสภาวะแม่เหล็กแอนติ เฟอร์ไร



ภาพประกอบ 8 การเรียงตัวโมเมนต์แม่เหล็กที่ทำให้เกิด (ก) แม่เหล็กเฟอร์ไร

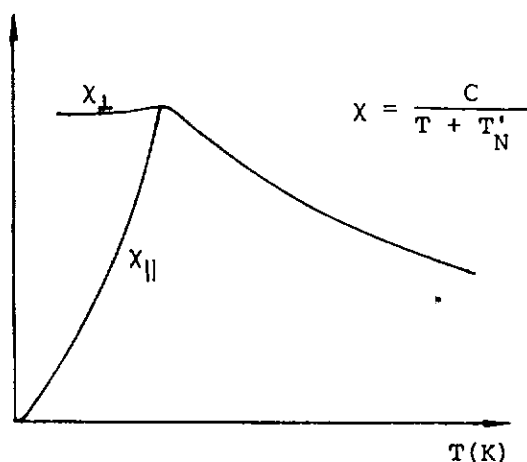
(ข) แม่เหล็กแอนติเฟอร์ไร (ค) แม่เหล็กเฟอร์ริ

สภาวะแม่เหล็กแอนติ เฟอร์โร เกิดขึ้นได้ในสารประกอบจำนวนมากที่มีธาตุทรานซิชันเป็นส่วนประกอบ เช่น ผลึกของแมงกานีสไดฟลูออไรด์ MnF_2 (M.A. Omar. 1975: 415) ซึ่งเป็นผลึกแบบไอออน (ionic crystal) ในผลึกแบบนี้ไอเล็กตรอนบางตัวจากแมงกานีสถูกถ่ายเทไปให้อะตอมของฟลูออไรด์ ดังนั้นไอออนของแมงกานีสจึงมีอำนาจแม่เหล็กเนื่องจากชั้นพลังงานย่อย 3d มีอิเล็กตรอนครอบครองไม่เต็มชั้น อะตอมของแมงกานีสวางตัวอยู่ในโครงสร้างดังภาพประกอบ ๑



ภาพประกอบ ๑ แสดงโครงสร้างสปีนของแมงกานีสไดฟลูออไรด์

สปีนของไอออนแมงกานีสที่อยู่ตามมุมของผลึกมีทิศขนานกัน แต่ไอออนของแมงกานีสที่จุดศูนย์กลางมีโมเมนต์ในทิศตรงกันข้ามจึงทำให้ MnF_2 แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์โร สภาวะแม่เหล็กแอนติ เฟอร์โร ที่เกิดจากการ เรียงตัวของสปีนแบบขนานสวนทิศกันนี้ทำให้ค่าโมเมนต์ลัพธ์เป็นศูนย์ สภาวะนี้จะหายไปเมื่ออุณหภูมิของสารแม่เหล็กสูงขึ้นถึงค่า ๆ หนึ่ง เราเรียกอุณหภูมิของการเปลี่ยนแปลงสภาวะนี้ว่า “อุณหภูมิเนล” (Neel temperature) T_N เมื่ออุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิเนล ($T > T_N$) สารจะกลายสภาพเป็นสารแม่เหล็กพารา (para-magnetic) สภาหรับไว้ได้แม่เหล็ก (magnetic susceptibility) χ เมื่อ $\chi = C/(T + T'_N)$ โดยที่ C และ T'_N เป็นค่าคงที่สารนั้น ๆ



ภาพประกอบ 10 แสดงให้เห็นพฤติกรรมของ MnF_2 ด้านสภาพรับไว้ได้กับอุณหภูมิ เมื่ออุณหภูมินิล T_N ของสารเท่ากับ 72 K

สภาพรับไว้ได้แม่เหล็กของสารที่มีอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมินิลมี 2 ค่าคือ $X_{\parallel}$ (ขนาน) และ $X_{\perp}$ (ตั้งฉาก) โดยที่ $X_{\parallel}$ เป็นสภาพรับไว้ได้เมื่อสนามแม่เหล็กมีทิศขนานกับแกนสปิน และ $X_{\perp}$ เป็นสภาพรับไว้ได้เมื่อสนามตั้งฉากกับแกนสปิน สภาพรับไว้ได้ขนานที่อุณหภูมิ 0 K จะมีค่าเป็นศูนย์ และจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงอุณหภูมินิล แต่สภาพรับไว้ได้ตั้งฉากเกือบคงที่

สสารที่ไม่แสดงสภาวะแม่เหล็ก (nonmagnetic) และสสารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรค้างก็มีค่าของการทำให้เป็นแม่เหล็ก (magnetization) สุทธิ เท่ากับศูนย์ เรามีวิธีจำแนกสสารทั้งสองชนิดนี้ได้โดยการสังเกตพฤติกรรมของสภาพรับไว้ได้ χ เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ T สำหรับสสารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กพารา (paramagnetism) สภาพรับไว้ได้จะเป็นไปตามกฎคูรี (Curie law) (C. Kittel, 1967: 482) คือ $\chi \approx 1/T$ ส่วนสสารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร สภาพรับไว้ได้แม่เหล็กแสดงได้ในภาพประกอบ 10 นอกจากนี้เรายังสามารถตรวจสอบสสารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรได้โดยสังเกตการเบี่ยงเบนโดยอนุภาคนิวตรอน (neutron) ขณะเมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมินิล เรา

จะมองชุดสปินของสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไร เป็น $\uparrow\uparrow\uparrow$ และ $\downarrow\downarrow\downarrow$ ที่ซ้อนทับกันอยู่

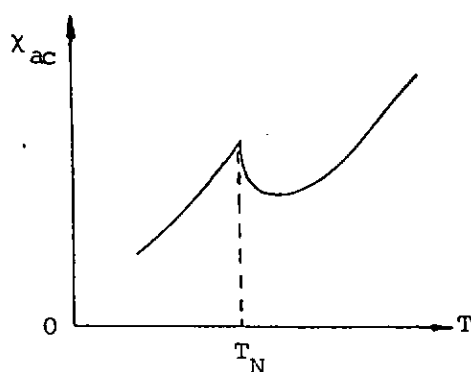
สารที่แสดงสภาวะแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไรได้แก่สารต่อไปนี้

สาร	T_N °K	T'_N °K
MnO	116	610
FeO	198	570
CoO	291	330
NiO	525	~2000
MnS	160	528
MnTe	307	690
MnF ₂	67	82
Cr ₂ O ₃	307	485

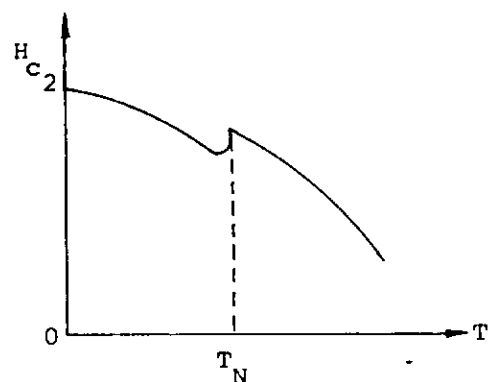
เดิมเคยมีผู้เชื่อว่าความเป็นระเบียบแม่เหล็กและความเป็นระเบียบสภาพนำยิ่งยวด นั้นจะเกิดขึ้นพร้อมกันในสารตัวเดียวกันไม่ได้ เพราะในกรณีตัวนำยิ่งยวคนั้นอิเล็กตรอนที่มีสปิน ตรงกันข้าม $k\uparrow$ กับ $-k\uparrow$ จับคู่กัน และในกรณีแม่เหล็ก โมเมนต์แม่เหล็กเรียงตัวขนานกัน ดังนั้นในสารแม่เหล็กซึ่งสนามภายใน (internal field) มีความเข้มสูง สภาพนำยิ่งยวด จะไม่เกิด และจริง ๆ แล้วเหล่าโลหะทรานซิชันที่เป็นแม่เหล็กทุกชนิดจะไม่เป็นตัวนำยิ่งยวด อย่างไรก็ดีตาม ความเป็นไปได้ที่มีสาร เจอแปนแบบแม่เหล็ก (A.A. Abrikosov and L.P. Gorkov. 1961 : 1781) จะยังคงสภาพนำยิ่งยวดได้จนกระทั่งความเข้มข้นของสาร เจอแปน มีมากถึงระดับ ๆ หนึ่งซึ่งเราเรียกว่า "ความเข้มข้นวิกฤต" (critical concentration) เมื่อนั้นสภาพนำยิ่งยวดจะถูกทำลายทันที

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ. 1962 ได้มีการพบว่าในสาร La หรือ Y มีโลหะ rare-earth จะพบปรากฏการณ์สภาพนำยิ่งยวดแสดงอำนาจแม่เหล็กเฟอร์ไร (W.A. Fertig. 1977 : 387) และนอกจากนี้ก็ได้มีผู้พบระบบที่แสดงสมบัติทั้งสองประการนี้พร้อม ๆ กันอีกในสารประกอบ เช่น ReMo_6S_8 และ ReRh_4B_4 (Re ในที่นี้เป็นอะตอมของ rare-earth อันได้แก่, Re = Gd, Tb, Dy และ Er) (S.K. Sinha. 1982 : 950) ในสารประกอบนี้ ความร้อนจำเพาะจะมีลักษณะกราฟเป็นตัวอักษร λ และสภาพรับไว้ได้แม่เหล็กยอดแหลม (cusp) ที่อุณหภูมิเนล (Neel temperature) T_N ซึ่งแสดงให้เห็นว่ามีการจัดระเบียบแบบแอนติเฟอร์ไรระหว่างโมเมนต์แม่เหล็กของอะตอมพวก rare-earth ดังภาพประกอบ 11 และกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง H_{C2} กับ T แสดงความผิดปกติของ T เข้าใกล้ T_N ดังภาพประกอบ 12 สาร ReMo_6S_8 (Re = Dy, Tb, Gd) แสดง H_{C2} ลดลงเมื่อ $T \leq T_N$ ในสารประกอบที่มี Tb และ Gd นั้น H_{C2} มีค่าสูงสุด (maximum) ที่ T_N และที่ T_N สาร NdRh_4B_4 แสดงการเกิดการเปลี่ยนแปลงแบบแอนติเฟอร์ไร (antiferromagnetic)



ภาพประกอบ 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ac susceptibility เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิสำหรับ $\text{Gd}_{1,2}\text{Mo}_6\text{S}_8$



ภาพประกอบ 12 แสดงความสัมพันธ์ของสนามวิกฤต H_{C2} กับอุณหภูมิ สำหรับ $\text{Gd Mo}_6\text{S}_8$

ได้มีงานวิจัย เรื่องตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไร (anti-ferromagnetic superconductor) AFS มากมาย (M. Ishikawa, Ø. Fischer. 1977 : 747) ใน AFS นั้นเมื่อมีการเติมสารเจือไม่แม่เหล็ก (nonmagnetic impurities) สารเจือประเภทนี้ไม่ทำลายสภาพนำยิ่งยวด (superconductivity) (Nass, Levin and Grest. 1981 : 614) แต่มีผลทำให้สนามแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไรอ่อนตัว นอกจากนี้ แนส และคณะ ยังพบว่าความหนาแน่นสปิน (spin density) และคลื่นความหนาแน่นประจุ (charge density wave) จะถูกสารเจือแบบไม่แม่เหล็กทำลายอีกด้วย มาซิดะ (Machida. 1980 : 2307) ได้แสดงให้เห็นว่าอุณหภูมิวิกฤต T_c ของ AFS จะลดลงโดยอิทธิพลของคลื่นความหนาแน่นสปิน จากสารเจือแบบไม่แม่เหล็กเมื่อความเข้มข้นของสารเจือปนต่ำ แนส และคณะ (Nass, Levin and Grest. 1982 : 4541) ได้พบว่าความหนาแน่นสถานะ (density of state) ของตัวนำยิ่งยวดยังคงแสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไร และเมื่อความเข้มข้นของสารเจือมีปานกลาง AFS จะไม่มีช่องว่างพลังงาน (gap energy) และเมื่อความเข้มข้นของสารเจือมากขึ้น สนามโมเลกุลภายใน (H_Q) ของ AFS จะถูกกำบัง และช่องว่างพลังงานจะเกิดขึ้นอีกครั้งหนึ่ง

งานวิจัยของ แนส ลีวิน และ เกรสต์ (Nass, Levin and Grest. 1982 : 4541) ใช้วิธีกรีนฟังก์ชันและฮาร์มิลโทเนียนสนามโมเลกุลเฉลี่ยสำหรับ AFS เป็นดังนี้

$$H_0 = \sum_{k\sigma} (\epsilon_k C_{k\sigma}^\dagger C_{k\sigma} - H_{Q\sigma} (C_{k\sigma}^\dagger C_{k+Q\sigma} + C_{k+Q\sigma}^\dagger C_k) [- \sum_k \Delta C_{k\uparrow}^\dagger C_{-k\uparrow}^\dagger - \sum_k (\Delta_Q C_{k+Q\uparrow}^\dagger C_{-k\uparrow}^\dagger - \Delta_{-Q} C_{k\uparrow}^\dagger C_{-k-Q\uparrow}^\dagger) + C.C.]) \quad (2.1)$$

เมื่อ ϵ_k คือพลังงานของอิเล็กตรอนที่วัดจากระดับเฟอร์มิ เมื่ออิเล็กตรอนนั้นมีโมเมนตัมเท่ากับ $\vec{k}$

$C_{k\sigma}^\dagger$ คือตัวปฏิบัติการสร้างสำหรับอิเล็กตรอนในตัวนำที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$ และสปิน σ

$C_{k\sigma}$ คือตัวปฏิบัติการทำลายสำหรับอิเล็กตรอนในตัวนำที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$ และสปิน σ

H_Q คือสนามโมเลกุลภายใน AFS, c.c. คือคอมเพล็กซ์คอนจูเกต

$$\text{โดยที่ } \Delta = \sum_{k'} V \langle C_k, C_{k'} \rangle \quad (2.2)$$

$$\Delta_Q = 2 \sum_{k'} V \langle C_k, C_{-k+Q} \rangle \quad (2.3)$$

$$\Delta_{-Q} = 2 \sum_{k'} V \langle C_{-k-Q}, C_{k'} \rangle \quad (2.4)$$

เมื่อ Q เป็นคาบของสนามแอนติเฟอร์โร ในที่นี้ V เป็นค่าคงที่ในการจับคู่ตามทฤษฎีบีซีเอส ซึ่งเป็นผลจากการแลกเปลี่ยนโฟนอนระหว่างอิเล็กตรอนในคู่คูเปอร์ แอส และคณะ คำนวณโดยใช้กรีนฟังก์ชันขนาด 8×8 โดยที่

$$\Psi^\dagger = (C_{k\dagger}^\dagger, C_{-k\dagger}^\dagger, C_{k\dagger}, C_{-k\dagger}, C_{k+Q\dagger}^\dagger, C_{-k-Q\dagger}^\dagger, C_{k+Q\dagger}, C_{-k-Q\dagger}) \quad (2.5)$$

เขาพบว่ากรีนฟังก์ชันในตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแอนติเฟอร์โร (AFS) แบบบริสุทธิ์ มีค่า

$$G_0^{-1}(k, i\omega_n) = i\omega_n - \epsilon_s \rho_3 - \epsilon_a \tau_3 \rho_3 - \Delta \rho_2 \sigma_2 + H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3 \quad (2.6)$$

$$\text{โดยที่ } \epsilon_s = \frac{1}{2}(\epsilon_k + \epsilon_{k+Q}); \quad \epsilon_a = \frac{1}{2}(\epsilon_k - \epsilon_{k+Q})$$

τ_i, ρ_i, σ_i เป็นเพาลีเมตริกซ์ ω_n เป็นความถี่มัตสึบารา (Matsubara frequency) เมื่อตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรและมีสิ่งเจือปน แอสได้ คำนวณกรีนฟังก์ชันที่ถูกรบกวนในรูปของฟังก์ชันไม่ทราบค่าต่าง ๆ โดยใช้วิธีการประมาณแบบฮาร์ตรี-ฟอก (Hartree-Fock approximation) เขาได้ว่า

$$G_0^{-1}(k, i\omega_n) = i\tilde{\omega}_n - \epsilon_s \rho_3 - \epsilon_a \tau_3 \rho_3 - \tilde{\Delta}_n \rho_2 \sigma_2 + \tilde{H}_{Qn} \tau_1 \rho_3 \sigma_3 + i\tilde{\eta}_n \tau_1 \rho_1 \sigma_1 \quad (2.7)$$

เมื่อฟังก์ชันไม่ทราบค่าคือ $\tilde{\omega}_n, \tilde{\Delta}_n, \tilde{H}_{Qn}$ และ $\tilde{\eta}_n$

ในงานวิจัยของ แนส และคณะ นั้น อันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวดกับสารเจือ ทำให้พลังงานในตนเอง (self-energy) ของอิเล็กตรอนมีค่า

$$\Sigma(k, i\omega_n) = G_0^{-1}(k, i\omega_n) - G^{-1}(k, i\omega_n) \quad (2.8)$$

โดยใช้วิธีการประมาณแบบ บอร์น (Born approximation) เขาหาพลังงานในตนเองของอิเล็กตรอนอัน เนื่องมาจากการกระเจิงโดยสารเจือได้ดังนี้คือ

$$\Sigma(k, i\omega_n) = T \Sigma \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} \delta(\omega_n - \omega_m) \times U(k - k') G(k, i\omega_m) \times U(k' - k) \quad (2.9)$$

เมื่อ U เป็นศักย์กระเจิง

$$U(k) = U_1(k) \rho_3 + U_2(k) \vec{S} \cdot \vec{\alpha} \quad (2.10)$$

โดยที่ U_1 และ U_2 คือศักย์กระเจิงแบบไม่เป็นแม่เหล็ก และอันตรกิริยากระเจิงแบบแม่เหล็กตามลำดับ

$$\text{และ } \vec{\alpha} = \frac{1}{2}(1+\rho_3)\sigma + \frac{1}{2}(1-\rho_3)\sigma_2\sigma_2 \quad (2.11)$$

แทนสมการ 2.11 ใน 2.10 และ 2.10 ใน 2.9 และใช้สมการ 2.6, 2.7 และ 2.8 จะได้ค่าพารามิเตอร์ $\tilde{\omega}_n$, $\tilde{\Delta}_n$, $\tilde{H}_{Qn}$ และ $\tilde{\Omega}_n$ ปรากฏในกรีนฟังก์ชัน $G^{-1}(k, i\omega_n)$

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_n - \omega_n = & T \Sigma \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} K_m^{-1} \{ \tilde{\omega}_m^2 [\tilde{\omega}_m^2 + \frac{1}{2}(\epsilon_k^2 + \epsilon_{k+Q}^2)] \\ & + \tilde{\Delta}_m^2 + \tilde{H}_{Qm}^2 - \tilde{\Omega}_m^2 \} - 2\tilde{\Omega}_m \tilde{H}_{Qm} \tilde{\Delta}_m \} g + + , \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_n - \Delta = & T \Sigma \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} K_m^{-1} \{ \tilde{\Delta}_m^2 [\tilde{\omega}_m^2 + \frac{1}{2}(\epsilon_k^2 + \epsilon_{k+Q}^2)] \\ & + \tilde{\Delta}_m^2 - \tilde{H}_{Qm}^2 + \tilde{\Omega}_m^2 \} - 2\tilde{\Omega}_m \tilde{\omega}_m \tilde{H}_{Qm} \} g - + , \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned}\tilde{H}_{Qm} - H_Q = & \frac{T\Sigma f d^3 k'}{m (2\pi)^3} K_m^{-1} [-\tilde{H}_{Qm} (\tilde{\omega}_m^2 - \epsilon_k \epsilon_{k+Q} - \tilde{\Delta}_m^2 \\ & + \tilde{H}_m^2 + \tilde{\Omega}_m^2) + 2\tilde{\omega}_m \tilde{\Delta}_m \tilde{\Omega}_m g] -- ,\end{aligned}\quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}\tilde{\Omega}_n = & \frac{T\Sigma f d^3 k'}{m (2\pi)^3} K_m^{-1} [\tilde{\Omega}_m (\tilde{\omega}_m^2 + \epsilon_k \epsilon_{k+Q} - \tilde{\Delta}_m^2 - \tilde{H}_{Qm}^2 - \tilde{\Omega}_m^2) \\ & + 2\tilde{\omega}_m \tilde{\Delta}_m \tilde{H}_{Qm}] g +- ,\end{aligned}\quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}\text{โดยที่ } K_m^{-1} = & (\tilde{\omega}_m^2 + \epsilon_k \epsilon_{k+Q} - \tilde{H}_{Qm}^2 + \tilde{\Delta}_m^2 - \tilde{\Omega}_m^2)^2 - \epsilon_a^2 (\tilde{\omega}_m^2 + \tilde{\Delta}_m^2) \\ & + 4(\tilde{\omega}_m \tilde{H}_{Qm} - \tilde{\Delta}_m \tilde{\Omega}_m)^2\end{aligned}$$

$$\text{และ } g_{\mu\nu}(\omega) = [U_1^2 + \mu U_2^2 (\langle S_x^2 \rangle + \langle S_y^2 \rangle + \nu \langle S_z^2 \rangle)] \delta(\omega)$$

เมื่อ $\mu, \nu = \pm 1$; และ H_Q อยู่ในแกน Z

เราทำการอินทิเกรต $\int dk$ และใช้เงื่อนไข $\epsilon_k = -\epsilon_{k+Q}$ จะได้สมการที่

ดังนี้

$$\tilde{\omega}_n - \omega_n = N(0) \Sigma_m \left[\gamma \left[\frac{(\tilde{\omega}_m + \tilde{\Omega}_m)}{2\lambda_m^+} + \frac{(\tilde{\omega}_m - \tilde{\Omega}_m)}{2\lambda_m^-} \right] + \frac{(1-\gamma)\tilde{\omega}_m}{(\tilde{\omega}_m^2 + \tilde{\Delta}_m^2)^{1/2}} \right] g^{0++}, \quad (2.16)$$

$$\tilde{\Delta}_n - \Delta = N(0) \Sigma_m \left[\gamma \left[\frac{(\tilde{\Delta}_m + \tilde{H}_{Qm})}{2\lambda_m^+} + \frac{(\tilde{\Delta}_m - \tilde{H}_{Qm})}{2\lambda_m^-} \right] + \frac{(1-\gamma)\tilde{\Delta}_m}{(\tilde{\omega}_m^2 + \tilde{\Delta}_m^2)^{1/2}} \right] g^{0-+} \quad (2.17)$$

$$\tilde{H}_{Qm} - H_Q = -N(0) \Sigma_m \left[\frac{(\tilde{\Delta}_m + \tilde{H}_{Qm})}{2\lambda_m^+} - \frac{(\tilde{\Delta}_m - \tilde{H}_{Qm})}{2\lambda_m^-} \right] g^{0--}, \quad (2.18)$$

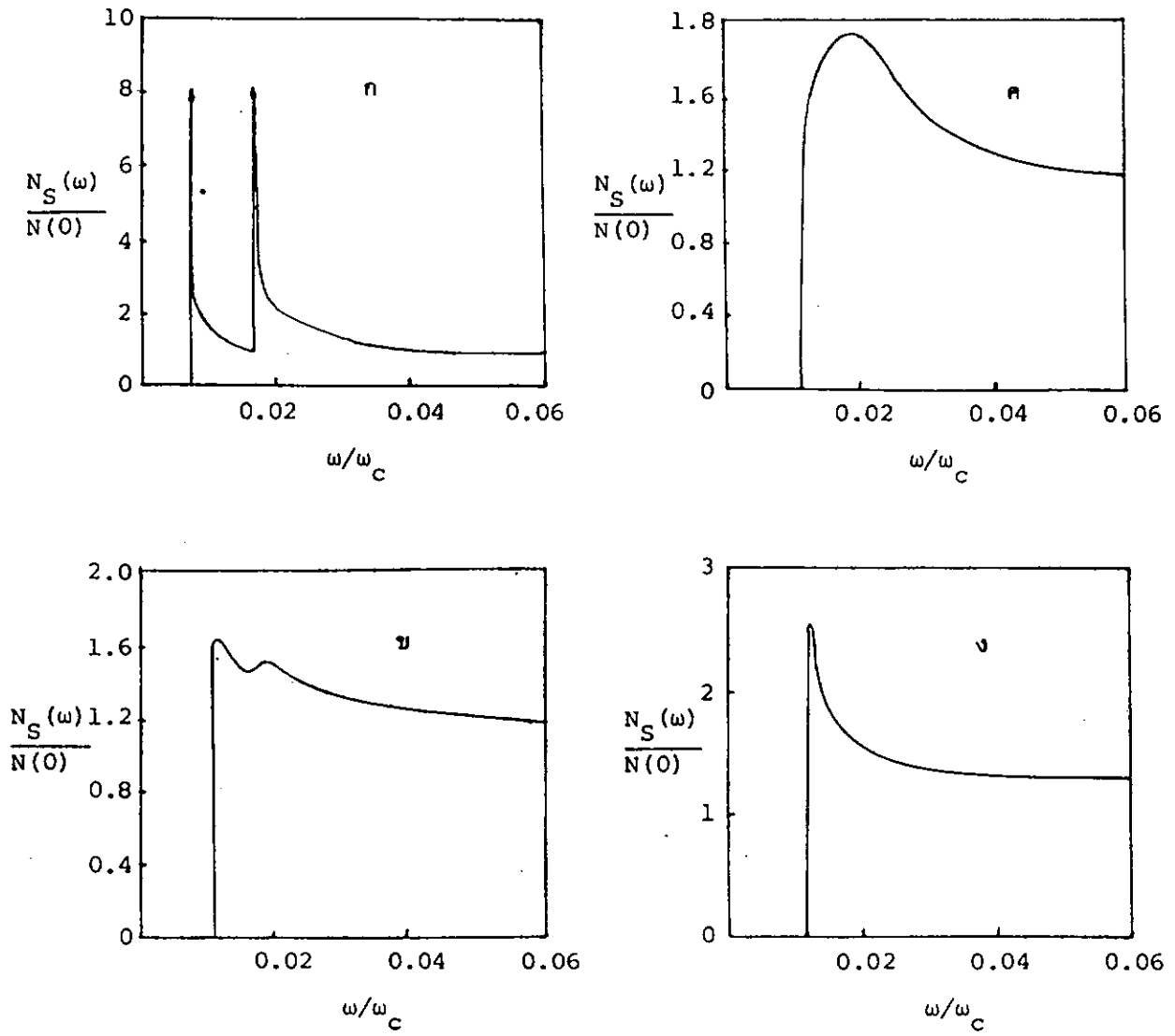
$$\tilde{\Omega}_n = -N(0) \Sigma_m \left[\frac{(\tilde{\omega}_m + \tilde{\Omega}_m)}{2\lambda_m^+} - \frac{(\tilde{\omega}_m - \tilde{\Omega}_m)}{2\lambda_m^-} \right] g^{0+-}, \quad (2.19)$$

เมื่อ $N(0)$ เป็นความหนาแน่นสถานะที่ระดับพลังงานเฟอร์มิ (E_F) และ γ เป็น พารามิเตอร์ที่กำหนดเปอร์เซ็นต์ของอิเล็กตรอนที่มีบทบาทในการ เป็นสภาพนำยิ่งยวด

$$\text{โดยที่ } \lambda_{\pm}^{\pm} = [(\bar{\Delta}_m \pm \tilde{H}_{Qm})^2 + (\tilde{\omega}_m \pm \tilde{\Omega}_m)^2]^{1/2} / \pi T$$

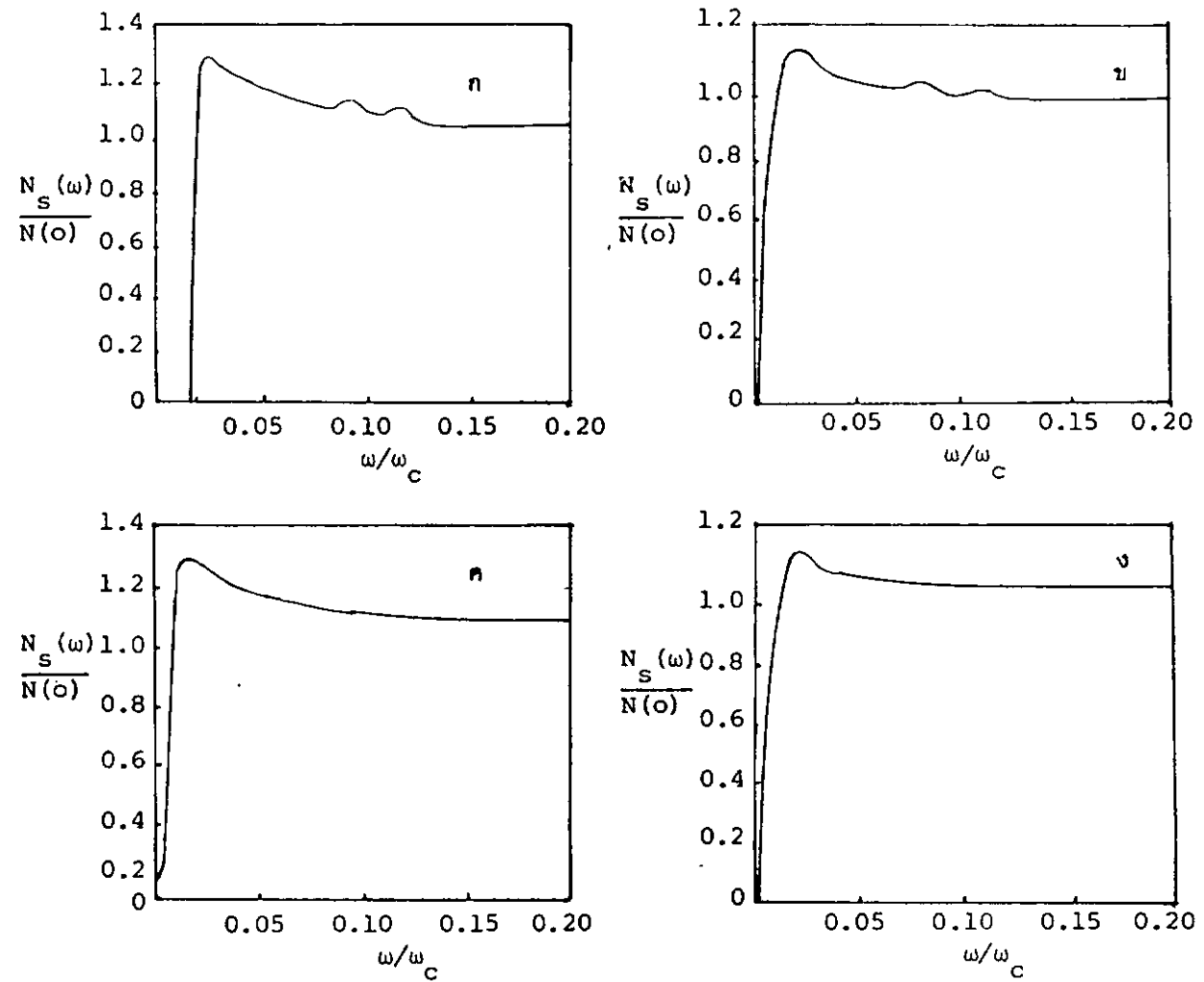
สำหรับตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ เขาพบว่าความหนาแน่นสถานะของตัวนำยิ่งยวด

$[N(\omega)]$ เป็นฟังก์ชันของความถี่ (ω) ดังภาพประกอบ 13 เมื่อ $T = 0$ ในที่นี้ $\omega_c = k_F Q$ และ τ_1 คือเวลาชีวิตในการกระเจิงโดยสารเจือปนไม่เป็นแม่เหล็ก (nonmagnetic impurity) τ_2 คือเวลาชีวิตในการกระเจิงโดยสารเจือปนเป็นแม่เหล็ก (magnetic impurity)



ภาพประกอบ 13 แสดงความหนาแน่นสถานะในคานำยิ่งยวดบริสุทธิ์เมื่อ $T = 0$

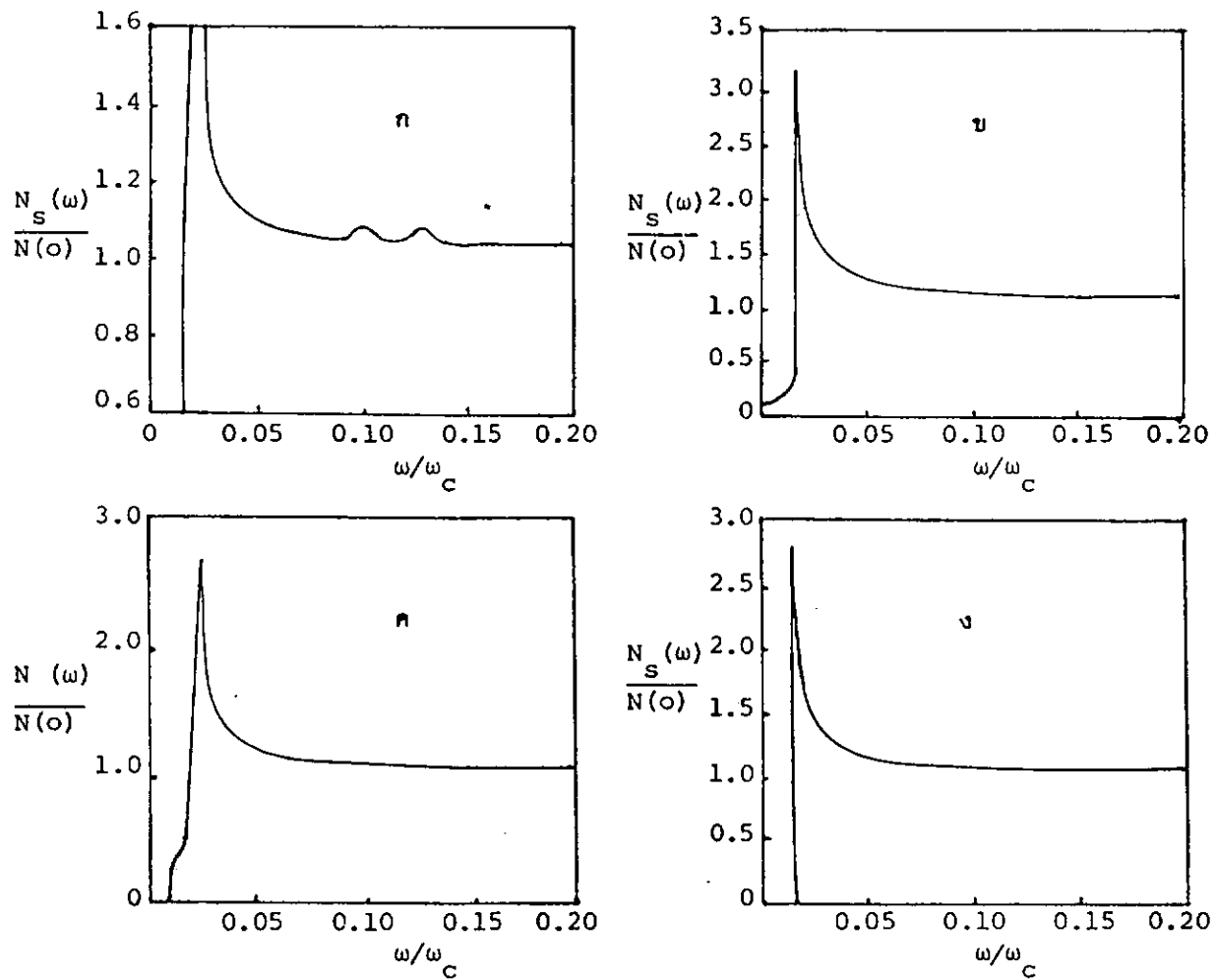
(ก) $\tau_1 \omega_c = \infty$; (ข) 25; (ค) 12.5; (ง) 2.5



ภาพประกอบ 14 แสดงความหนาแน่นสถานะกับความถี่ (ω) สำหรับตัวนำยิ่งยวดที่มีสารเจือ
ประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก เมื่อความเข้มข้นของสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็กเพิ่มขึ้น
ขนาดของช่องว่าง (gap) จะลดลงแล้วไม่ปรากฏ แล้วในที่สุดจะปรากฏออกมาอีกครั้งหนึ่ง

เมื่อ $\tau_2 \rightarrow \infty$; (ก) $\tau_1^{-1} = 0.004$; (ข) $\tau_1^{-1} = 0.016$;

(ค) $\tau_1^{-1} = 0.4$; (ง) $\tau_1^{-1} = 2.0$



ภาพประกอบ 15 แสดงความหนาแน่นสถานะในตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ

เฟอร์ไร เมื่อเติมสารเจือปนประเภททั้งเป็นแม่เหล็กและไม่เป็นแม่เหล็ก

เมื่อ (ก) $\tau_1^{-1} = 0$; $\tau_2^{-1} = 0.002$; (ข) $\tau_1^{-1} = 0$; $\tau_2^{-1} = 0.0045$;

(ค) $\tau_2^{-1} = 0.004$; $\tau_1^{-1} = 0.20$;

(ง) $\tau_1^{-1} = 0.4$; $\tau_2^{-1} = 0.004$

ปัญหาและจุดมุ่งหมายของการวิจัย

งานค้นคว้าวิจัยข้างต้นได้ศึกษาปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เมื่อเดิมสาร เจือในตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์โร โดยการคำนวณที่ใช้กรีนฟังก์ชันและใช้วิธีการประมาณแบบบอร์นอย่างง่าย ในส่วนที่ยังไม่ได้ศึกษาคือการหาพลังงานในตนเอง (self-energy) ของอิเล็กตรอนอย่างละเอียด โดยการคำนวณที่ก้าวไปไกลกว่าการคำนวณแบบบอร์น ผู้วิจัยจะขยายขอบข่ายงานวิจัยข้างต้นโดยไม่ใช้การประมาณแบบบอร์น แต่จะคำนวณหา t -matrix ของการกระเจิงอย่างละเอียดและถูกต้อง

งานวิจัยนี้จะหา

1. ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน (ω)
2. สูตรหาอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์โร (AFS) เมื่อมีสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็ก

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้จะพิจารณาตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์โร (AFS) เมื่อมีสิ่งเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็กและอิทธิพลสนามแอนติ เฟอร์โร แสดงได้โดยทฤษฎีสถานะเฉลี่ย (mean field theory) เราจะไม่พิจารณาผลการกระเจิงแบบ spin-orbit และความเข้มข้นของสารเจือมีน้อยจนไม่ต้องพิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอะตอมของสารเจือ

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้จะทำให้เราได้สมการที่สามารถอธิบายและทำนายผลการทดลองต่าง ๆ ในกรณีที่ตัวนำยิ่งยวดแสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์โรมีสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็ก

นิยามศัพท์เฉพาะ

ทฤษฎีบีซีเอส เป็นทฤษฎีที่ใช้อธิบายการเกิดสภาพนำยิ่งยวดและสมบัติทั่ว ๆ ไป ผู้ตั้งทฤษฎีนี้คือ บาร์ดีน คูเปอร์ และ ชริฟเฟอร์ ใจความสำคัญของทฤษฎีนี้มีว่า กลไกสำคัญที่ทำให้เกิดตัวนำยิ่งยวดคืออันตรกิริยาแรงดึงดูดทำให้เกิดการจับคู่ของอิเล็กตรอนนั้น คู่อิเล็กตรอนนี้เรียกว่า "คูเปอร์"

อำนาจแม่เหล็ก แอนติเฟอร์ไร (AF) อำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์ไร เกิดขึ้นได้ในสารประกอบจำนวนมากที่มีธาตุทรานซิชันเป็นส่วนประกอบ อำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์ไร เกิดจากการ เรียงตัวของสปินแบบขนานทิศสวนกัน ทำให้ค่าโมเมนต์ลัพธ์เป็นศูนย์ และสมบัตินี้จะหายไปเมื่ออุณหภูมิของสารแม่เหล็กสูงขึ้นถึงค่า ๆ หนึ่ง เราเรียกอุณหภูมิที่สารแม่เหล็กเปลี่ยนสถานะนี้ว่า "อุณหภูมิเนล" (Neel temperature) T_N ที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิเนล $T > T_N$ สารแม่เหล็กนั้นจะกลายเป็นสารแม่เหล็กพารา สารที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์ไร เช่น MnO , FeO เป็นต้น

ตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติ เฟอร์ไร (AFS) จะแสดงสมบัติที่เกิดขึ้นพร้อมกันได้ของสภาพนำยิ่งยวดกับสภาพอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไร สาร AFS นี้มีสมบัติหลายประการที่แตกต่างไปจากตัวนำยิ่งยวดบริสุทธิ์ สารประกอบที่พบว่ามี การแสดงสมบัติพร้อมกันได้ เช่น $TbMoS_8$, $NdRh_4B_4$ เป็นต้น

บทที่ 3

วิธีการวิจัย

ฮาร์มิลโทเนียนของทฤษฎีสนาม เฉลี่ยสำหรับตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็ก แอนติเฟอร์ไร (AFS) คือ

$$H_0 = \sum_{k,\alpha} \epsilon_k C_{k,\alpha}^\dagger C_{k,\alpha} - \Delta \sum_k (C_{k,\uparrow}^\dagger C_{-k,\downarrow} + \text{H.c.}) - H_Q \sum_{k \parallel \langle 0 \rangle, \alpha, \beta} (\sigma_B)_{\alpha\beta} (C_{k+Q,\alpha}^\dagger C_{k,\beta} + \text{H.c.}) \quad (3.1)$$

เมื่อ H.c. คือ เฮอร์มิทเชียน คอนจูเกต

ϵ_k เป็นพลังงานอิเล็กตรอนเดี่ยวซึ่งมีโมเมนตัม $\vec{k}$, และพลังงานนี้วัดจากระดับเฟอร์มิ

$C_{k,\alpha}^\dagger$ เป็นตัวปฏิบัติการ สร้างสำหรับอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวดที่มีโมเมนตัม $\vec{k}$, α และ α, β เป็นครรชนีสปิน

$C_{k,\alpha}$ เป็นตัวปฏิบัติการทำลายสำหรับอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวดสปิน α

Δ เป็นพารามิเตอร์ความเป็นระเบียบของคู่อิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวด

H_Q เป็นสนามโมเลกุลแอนติเฟอร์ไร (AF)

จากฮาร์มิลโทเนียน H_0 ในสมการที่ 3.1 ค่าความหาคกรีนฟังก์ชัน $G_k^0(i\omega_n)$ เมื่อระบบยังไม่ได้ถูกรบกวนโดยสารเจือ โดยเขียน H_0 ใหม่เมื่อ α, β เป็น 1, 2 คือ

$$H_0 = \sum_k \{ \epsilon_k C_{k,\uparrow}^\dagger C_{k,\uparrow} + \epsilon_k C_{-k,\downarrow}^\dagger C_{-k,\downarrow} - \Delta (C_{k,\uparrow}^\dagger C_{-k,\downarrow}^\dagger + C_{-k,\downarrow} C_{k,\uparrow}) - H_Q (C_{k+Q,\uparrow}^\dagger C_{k,\uparrow} + C_{k,\uparrow}^\dagger C_{k+Q,\uparrow} - C_{-k-Q,\downarrow}^\dagger C_{-k,\downarrow} - C_{-k,\downarrow}^\dagger C_{-k-Q,\downarrow}) \} \quad (3.2)$$

หากเรากำหนดให้

$$G_{kk}(\tau) = -\langle T_\tau [\psi_k(\tau) \psi_k^\dagger(0)] \rangle \quad (3.3)$$

$$\text{และ } \psi_k^\dagger(\tau) = (c_{k,\uparrow}^\dagger \ c_{-k,\uparrow}^\dagger \ c_{k,\uparrow} \ c_{-k,\uparrow} \ c_{k+Q,\uparrow}^\dagger \ c_{-k-Q,\uparrow}^\dagger \\ c_{k+Q,\uparrow} \ c_{-k-Q,\uparrow})$$

$$\text{เราจะได้ } \psi_k(\tau) = \begin{bmatrix} c_{k,\uparrow} \\ c_{-k,\uparrow} \\ c_{k,\uparrow}^\dagger \\ c_{-k,\uparrow}^\dagger \\ c_{k+Q,\uparrow} \\ c_{-k-Q,\uparrow} \\ c_{k+Q,\uparrow}^\dagger \\ c_{-k-Q,\uparrow}^\dagger \end{bmatrix}$$

เราหาความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิก G_{11}^0 กับสมาชิกอื่นของ เมทริกซ์ $G_{kk}(\tau)$ ได้โดยใช้สมการการเคลื่อนที่

$$i \frac{d}{dt} c_{k,\uparrow} = [c_{k,\uparrow}, H_0]$$

จะได้ว่า

$$[c_{k,\uparrow}, H_0] = \epsilon_k c_{k,\uparrow} - \Delta c_{-k,\uparrow}^\dagger - H_Q c_{k+Q,\uparrow}$$

$$(i \frac{d}{dt} - \epsilon_k) c_{k,\uparrow} = -\Delta c_{-k,\uparrow}^\dagger - H_Q c_{k+Q,\uparrow}$$

$$\begin{aligned} (i \frac{d}{dt} - \epsilon_k) \langle -T_\tau C_{k,\uparrow} C_{k,\uparrow}^\dagger \rangle &= [C_{k,\uparrow}, C_{k,\uparrow}^\dagger] - \Delta \langle -T_\tau C_{-k,\downarrow}^\dagger C_{k,\uparrow}^\dagger \rangle \\ &\quad + H_Q \langle -T_\tau C_{k+Q,\uparrow} C_{k,\uparrow}^\dagger \rangle \end{aligned}$$

เมื่อเราทำ Fourier transform $i \frac{d}{dt} = \omega$ เราเปลี่ยนแปลงรูปสมการใหม่
ได้ดังนี้

$$(\omega - \epsilon_k) G_{11}^0 = 1 - \Delta G_{41}^0 - H_Q G_{51}^0 \quad (3.4)$$

$$i \frac{d}{dt} C_{-k,\uparrow}^\dagger = [C_{-k,\uparrow}^\dagger, H_0]$$

จะได้ว่า

$$[C_{-k,\uparrow}^\dagger, H_0] = -\epsilon_k C_{-k,\uparrow}^\dagger - \Delta C_{k,\uparrow} - H_Q C_{-k-Q,\uparrow}^\dagger$$

$$i \frac{d}{dt} C_{-k,\uparrow}^\dagger = -\epsilon_k C_{-k,\uparrow}^\dagger - \Delta C_{k,\uparrow} - H_Q C_{-k-Q,\uparrow}^\dagger$$

$$\begin{aligned} \omega \langle -T_\tau C_{-k,\uparrow}^\dagger C_{k,\uparrow}^\dagger \rangle &= [C_{-k,\uparrow}^\dagger, C_{k,\uparrow}^\dagger] + \epsilon_k \langle -T_\tau C_{-k,\uparrow}^\dagger C_{k,\uparrow}^\dagger \rangle \\ &\quad - \Delta \langle -T_\tau C_{k,\uparrow} C_{k,\uparrow}^\dagger \rangle - H_Q \langle -T_\tau C_{-k-Q,\uparrow}^\dagger C_{k,\uparrow}^\dagger \rangle \end{aligned}$$

จัดรูปสมการใหม่

$$\omega G_{41}^0 = \epsilon_k G_{41}^0 - \Delta G_{11}^0 - H_Q G_{81}^0 \quad (3.5)$$

$$\text{จาก } i \frac{d}{dt} C_{k+Q,\uparrow} = [C_{k+Q,\uparrow}, H_0]$$

$$\text{จะได้ว่า } [C_{k+Q,\uparrow}, H_0] = \epsilon_{k+Q} C_{k+Q,\uparrow} - \Delta C_{-k-Q,\uparrow}^\dagger - H_Q C_{k,\uparrow}$$

$$i \frac{d}{dt} C_{k+Q,\uparrow} = \epsilon_{k+Q} C_{k+Q,\uparrow} - \Delta C_{-k-Q,\uparrow}^\dagger - H_Q C_{k,\uparrow}$$

$$\begin{aligned} \omega \langle -T_{\tau} C_{k+Q, \uparrow} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle &= [C_{k+Q}, C_{k, \uparrow}^{\dagger}] + \epsilon_{k+Q} \langle -T_{\tau} C_{k+Q, \uparrow} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle \\ &\quad - \Delta \langle -T_{\tau} C_{-k-Q, \downarrow}^{\dagger} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle - H_Q \langle -T_{\tau} C_{k, \uparrow} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle \end{aligned}$$

เมื่อจัดรูปสมการใหม่

$$\omega G_{51}^O = \epsilon_{k+Q} G_{51}^O - \Delta G_{81}^O - H_Q G_{11}^O \quad (3.6)$$

$$i \frac{d}{dt} C_{-k-Q, \uparrow}^{\dagger} = [C_{-k-Q, \uparrow}^{\dagger}, H_0]$$

$$[C_{-k-Q, \uparrow}^{\dagger}, H_0] = -\epsilon_{-k-Q} C_{-k-Q, \uparrow}^{\dagger} - \Delta C_{k+Q, \uparrow} - H_Q C_{k, \uparrow}^{\dagger}$$

$$\begin{aligned} \omega \langle -T_{\tau} C_{-k-Q, \uparrow}^{\dagger} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle &= [C_{-k-Q, \uparrow}^{\dagger}, C_{k, \uparrow}^{\dagger}] - \epsilon_{-k-Q} \langle -T_{\tau} C_{-k-Q}^{\dagger} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle \\ &\quad - \Delta \langle -T_{\tau} C_{k+Q, \uparrow} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle - H_Q \langle -T_{\tau} C_{k, \uparrow}^{\dagger} C_{k, \uparrow}^{\dagger} \rangle \end{aligned}$$

หากจัดรูปสมการใหม่เราจะได้

$$\omega G_{81}^O = -\epsilon_{-k-Q} G_{81}^O - \Delta G_{51}^O - H_Q G_{41}^O \quad (3.7)$$

สมการที่ (3.4), (3.5), (3.6) และ (3.7) จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$(\omega - \epsilon_k) G_{11}^O + \Delta G_{41}^O + H_Q G_{51}^O + 0 G_{81}^O = 1$$

$$\Delta G_{11}^O + (\omega - \epsilon_k) G_{41}^O + 0 G_{51}^O + H_Q G_{81}^O = 0$$

$$H_Q G_{11}^O + 0 G_{41}^O + (\omega - \epsilon_{k+Q}) G_{51}^O + \Delta G_{81}^O = 0$$

$$0 G_{11}^O + H_Q G_{41}^O + \Delta G_{51}^O + (\omega + \epsilon_{k+Q}) G_{81}^O = 0$$

$$\text{เราให้ } \epsilon_s = \frac{1}{2}(\epsilon_k + \epsilon_{k+Q}); \quad \epsilon_a = \frac{1}{2}(\epsilon_k - \epsilon_{k+Q})$$

$$\epsilon_k = \epsilon_s - \epsilon_a; \quad \epsilon_{k+Q} = \epsilon_s + \epsilon_a$$

กระจายสมการให้อยู่ในรูปเมตริกซ์

$$\begin{aligned}
 & \begin{pmatrix}
 \omega - \epsilon_s - \epsilon_a & 0 & 0 & \Delta & H_Q & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \omega - \epsilon_s - \epsilon_a & -\Delta & 0 & 0 & -H_Q & 0 & 0 \\
 0 & -\Delta & \omega + \epsilon_s + \epsilon_a & 0 & 0 & 0 & -H_Q & 0 \\
 \Delta & 0 & 0 & \omega + \epsilon_s + \epsilon_a & 0 & 0 & 0 & H_Q \\
 H_Q & 0 & 0 & 0 & \omega - \epsilon_s + \epsilon_a & 0 & 0 & \Delta \\
 0 & -H_Q & 0 & 0 & 0 & \omega - \epsilon_s + \epsilon_a & -\Delta & 0 \\
 0 & 0 & -H_Q & 0 & 0 & -\Delta & \omega + \epsilon_s - \epsilon_a & 0 \\
 0 & 0 & 0 & H_Q & \Delta & 0 & 0 & \omega + \epsilon_s - \epsilon_a
 \end{pmatrix} \\
 & \times \begin{pmatrix}
 G_{11}^0 & G_{12}^0 & G_{13}^0 & G_{14}^0 & G_{15}^0 & G_{16}^0 & G_{17}^0 & G_{18}^0 \\
 G_{21}^0 & G_{22}^0 & G_{23}^0 & G_{24}^0 & G_{25}^0 & G_{26}^0 & G_{27}^0 & G_{28}^0 \\
 G_{31}^0 & G_{32}^0 & G_{33}^0 & G_{34}^0 & G_{35}^0 & G_{36}^0 & G_{37}^0 & G_{38}^0 \\
 G_{41}^0 & G_{42}^0 & G_{43}^0 & G_{44}^0 & G_{45}^0 & G_{46}^0 & G_{47}^0 & G_{48}^0 \\
 G_{51}^0 & G_{52}^0 & G_{53}^0 & G_{54}^0 & G_{55}^0 & G_{56}^0 & G_{57}^0 & G_{58}^0 \\
 G_{61}^0 & G_{62}^0 & G_{63}^0 & G_{64}^0 & G_{65}^0 & G_{66}^0 & G_{67}^0 & G_{68}^0 \\
 G_{71}^0 & G_{72}^0 & G_{73}^0 & G_{74}^0 & G_{75}^0 & G_{76}^0 & G_{77}^0 & G_{78}^0 \\
 G_{81}^0 & G_{82}^0 & G_{83}^0 & G_{84}^0 & G_{85}^0 & G_{86}^0 & G_{87}^0 & G_{88}^0
 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

เราสามารถจัดรูปสมการได้ใหม่เมื่อให้ τ_i, ρ_i, σ_i เป็นเพาสิเมตริกซ์ เช่น

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \quad \sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{เป็นต้น}$$

เราจะได้สมการดังนี้คือ

$$(\omega \tau_0 \rho_0 \sigma_0 - \epsilon_s \tau_0 \rho_3 \sigma_0 - \epsilon_a \tau_3 \rho_3 \sigma_0 - \Delta \tau_0 \rho_2 \sigma_2 + H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3) G^O = 1$$

หรือในเวลาจินตภาพ τ เป็น

$$G_k^O(i\omega) = (i\omega - \epsilon_s \rho_3 - \epsilon_a \tau_3 \rho_3 - \Delta \rho_2 \sigma_2 + H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3)^{-1} \quad (3.8)$$

เราคำนวณหาอินเวอร์สของ $G_k^O(i\omega_n)$ จากสมการที่ (3.8) เมื่อ ω_n เป็นความถี่มุมสุบารา
 $= (2n+1)\pi T$

$$G_k^O(i\omega_n) = (i\omega_n - \epsilon_s \rho_3 - \epsilon_a \tau_3 \rho_3 - \Delta \rho_2 \sigma_2 + H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3)^{-1}$$

$$G_k^0(i\omega_n) = \frac{1}{i\omega_n - \epsilon_s \rho_3 - \epsilon_a \tau_3 \rho_3 - \Delta \rho_2 \sigma_2 + H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3}$$

คูณเศษและส่วนด้วย $(i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3)$

$$G_k^0(i\omega_n) = \frac{i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3}{(i\omega_n - \epsilon_s \rho_3 - \epsilon_a \tau_3 \rho_3 - \Delta \rho_2 \sigma_2 + H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3)} \times (i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 - \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3)$$

$$G_k^0(i\omega_n) = \frac{i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3}{-(\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2) - 2\epsilon_a \epsilon_s \tau_3 + 2\epsilon_s H_Q \tau_1 \sigma_3 - 2\Delta H_Q \tau_1 \rho_1 \sigma_1}$$

เมื่อคูณด้วย $[-(\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2) + 2\epsilon_a \epsilon_s \tau_3 - 2\epsilon_s H_Q \tau_1 \sigma_3 + 2\Delta H_Q \tau_1 \rho_1 \sigma_1]$ ทั้งเศษและส่วน

$$G_k^0(i\omega_n) = \frac{(i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3) \times [-(\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2) + 2\epsilon_a \epsilon_s \tau_3 - 2\epsilon_s H_Q \tau_1 \sigma_3 + 2\Delta H_Q \tau_1 \rho_1 \sigma_1]}{[-(\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2) - 2\epsilon_a \epsilon_s \tau_3 + 2\epsilon_s H_Q \tau_1 \sigma_3 - 2\Delta H_Q \tau_1 \rho_1 \sigma_1] \times [-(\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2) + 2\epsilon_a \epsilon_s \tau_3 - 2\epsilon_s H_Q \tau_1 \sigma_3 + 2\Delta H_Q \tau_1 \rho_1 \sigma_1]}$$

$$\text{ให้ } L_n^0 = (\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2) - 4(\epsilon_s^2 \epsilon_a^2 + \epsilon_s^2 H_Q^2 + \Delta^2 H_Q^2)$$

เราจะเขียนสมการของ $G_k^0(i\omega_n)$ ได้เป็น

$$\begin{aligned}
G_k^O(i\omega_n) &= -\frac{1}{L_n^O} \{ (i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3) \\
&\quad \times (\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2 - 2\epsilon_s \epsilon_a \tau_3) \\
&\quad + [(i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2) \tau_1 \rho_3 \sigma_3 - H_Q] \\
&\quad \times 2(\epsilon_s H_Q \rho_3 + \Delta H_Q \rho_2 \sigma_2) \} \quad (3.9)
\end{aligned}$$

เราทราบว่าฮาร์มิลโทเนียนของสาร เจอแมนไม่ เป็นแม่ เหล็กนั้นมีค่า

$$H_{imp} = \frac{1}{N} \sum_{kk'} \Psi_k^\dagger U \Psi_{k'} \quad (3.10)$$

$$\text{ให้ } U = (V_1 + V_2 \tau_1) \rho_3$$

เมื่อ V_1, V_2 เป็นศักย์กระเจิงไปข้างหน้าและข้างหลังตามลำดับ

กรีนฟังก์ชันสำหรับการผิอะตอมเดี่ยว เป็นไปตามสมการ

$$G_{kk'}(i\omega_n) = G_k^O(i\omega_n) \delta_{kk'} + G_k^O(i\omega_n) t(i\omega_n) G_{k'}^O(i\omega_n) \quad (3.11)$$

เมื่อ $t(i\omega_n)$ เป็น t -เมตริกซ์ที่เป็นไปตามสมการ

$$t(i\omega_n) = (1 - U F^O)^{-1} U \quad (3.12)$$

และ

$$F^O(i\omega_n) = \frac{1}{N} \sum_k G_k^O(i\omega_n) \quad (3.13)$$

จากสมการที่ 3.9 และ 3.13 คำนวณหา $F^O(i\omega_n)$ ได้

$$\begin{aligned}
F^O(i\omega_n) &= -\frac{1}{N} \sum_k \frac{1}{L_n^O} \{ (i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3) \times \\
&\quad (\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2 - 2\epsilon_s \epsilon_a \tau_3) \\
&\quad + [(i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2) \tau_1 \rho_3 \sigma_3 - H_Q] \\
&\quad \times 2(\epsilon_s H_Q \rho_3 + \Delta H_Q \rho_2 \sigma_2) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
= & -\frac{1}{N} \sum_k \frac{1}{L_n} \{ [(i\omega_n + \epsilon_s \rho_3 + \epsilon_a \tau_3 \rho_3 + \Delta \rho_2 \sigma_2 - H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3) \\
& (\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2)] - 2\epsilon_s \epsilon_a^2 \rho_3 \\
& - 2i\omega_n \epsilon_s \epsilon_a \tau_3 - 2\epsilon_a \epsilon_s^2 \tau_3 \rho_3 - 2\Delta \epsilon_s \epsilon_a \rho_2 \sigma_2 \tau_3 - 2iH_Q \epsilon_s \epsilon_a \tau_2 \rho_3 \sigma_3 \\
& + 2i\epsilon_s \omega_n H_Q \tau_1 \sigma_3 + 2\epsilon_s^2 H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3 + 2i\epsilon_a \epsilon_s H_Q \tau_2 \rho_3 \sigma_3 + 2i\Delta H_Q \epsilon_s \tau_1 \rho_2 \sigma_1 \\
& - 2\epsilon_s H_Q^2 \rho_3 - 2i\omega_n \Delta H_Q \tau_1 \rho_1 \sigma_1 - 2i\Delta H_Q \epsilon_s \tau_1 \rho_2 \sigma_1 + 2\epsilon_a \Delta H_Q \tau_2 \rho_2 \sigma_1 \\
& + 2\Delta^2 H_Q \tau_1 \rho_3 \sigma_3 - 2\Delta H_Q^2 \rho_2 \sigma_2 \}
\end{aligned}$$

ให้

$$\begin{aligned}
a_1 &= \omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2; & a_2 &= \omega_n^2 + \epsilon_s^2 - \epsilon_a^2 + \Delta^2 - H_Q^2 \\
a_3 &= \omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 - H_Q^2; & a_4 &= \omega_n^2 - \epsilon_s^2 - \epsilon_a^2 - \Delta^2 + H_Q^2 \\
a_5 &= 2\Delta H_Q; & a_6 &= 2i\omega_n H_Q
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F^O(i\omega_n) &= -\frac{1}{N} \sum_k \frac{1}{L_n} [i\omega_n a_1 + \epsilon_s a_2 \rho_3 + \Delta a_3 \rho_2 \sigma_2 - H_Q a_4 \tau_1 \rho_3 \sigma_3 \\
& - i\omega_n a_5 \tau_1 \rho_1 \sigma_1 + \epsilon_s a_6 \tau_1 \sigma_3 - 2i\omega_n \epsilon_s \epsilon_a \tau_3 \\
& + \epsilon_a (\omega_n^2 + \epsilon_s^2 + \epsilon_a^2 + \Delta^2 + H_Q^2) - 2\epsilon_a \epsilon_s^2 \tau_3 \rho_3 \\
& - 2\Delta \epsilon_s \epsilon_a \rho_2 \sigma_2 \tau_3 + 2\epsilon_a \Delta H_Q \tau_2 \rho_2 \sigma_1]
\end{aligned}$$

จากคำจำกัดความของ ϵ_a และ ϵ_s เมื่อระบบสมมาตร $\epsilon_a = \epsilon_k$ และ $\epsilon_s = 0$

เราจัดรูปสมการใหม่ได้

$$\begin{aligned}
F^O(i\omega_n) &= -\frac{1}{N} \sum_k \frac{1}{L_n} (i\omega_n a_1 + \Delta a_3 \rho_2 \sigma_2 - H_Q a_4 \tau_1 \rho_3 \sigma_3 \\
& - i\omega_n a_5 \tau_1 \rho_1 \sigma_1)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

จากสมการที่ (3.15) เราหา $F^O(i\omega_n)$ โดยใช้อินทิกรัล (ดูภาคผนวก ผ.ก)

$$\begin{aligned}
F^O(i\omega_n) &= -N_{O-\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon_k [i\omega_n a_1 + \Delta a_3 \rho_2 \sigma_2 - H_Q a_4 \tau_1 \rho_3 \sigma_3 \\
&\quad - i\omega_n a_5 \tau_1 \rho_1 \sigma_1] / L_n^O \\
F^O(i\omega_n) &= -\frac{N_O \pi}{2} \left\{ \frac{i\omega_n (1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_+ (\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{i\omega_n (1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_- (\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

จากสมการที่ (3.16) ในการนิยามเดียว

$$\begin{aligned}
F^O(i\omega_n) &= -\frac{N_O \pi}{4} \left\{ \frac{i\omega_n (1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_+ (\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{i\omega_n (1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_- (\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (3.17)
\end{aligned}$$

จากสมการที่ 3.12 และ 3.17 เรากำนวณหา

$$\begin{aligned}
1 - UF^O(i\omega_n) &= \\
1 + (V_1 + V_2 \tau_1) \rho_3 &\frac{\pi N_O}{4} \left[\frac{i\omega_n (1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_+ (\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{i\omega_n (1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_- (\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + \frac{\pi N_0 i \omega_n}{4(\omega_n^2 + \Delta_+^2)} [v_1 \rho_3 + v_1 i \tau_1 \rho_2 \sigma_1 + v_2 \tau_1 \sigma_3 + i v_2 \rho_2 \sigma_1] \\
&\quad + \frac{\pi N_0 \Delta_+}{4(\omega_n^2 + \Delta_+^2)} [-i v_1 \rho_1 \sigma_2 - v_1 \tau_1 \sigma_3 - i v_2 \tau_1 \rho_1 \sigma_2 - v_2 \sigma_3] \\
&\quad + \frac{N_0 i \omega_n}{4(\omega_n^2 + \Delta_-^2)} [v_1 \rho_3 - v_1 i \tau_1 \rho_2 \sigma_1 + v_2 \tau_1 \rho_3 - i v_2 \rho_2 \sigma_1] \\
&\quad + \frac{N_0 \Delta_-}{4(\omega_n^2 + \Delta_-^2)} [-i v_1 \rho_1 \sigma_2 + v_1 \tau_1 \sigma_3 - i v_2 \tau_1 \rho_1 \sigma_1 + v_2 \sigma_3]
\end{aligned}$$

เทอมต่าง ๆ ในสมการข้างบนนี้เมื่อกระจายให้อยู่ในรูปเมตริกซ์จะเขียนได้ดังนี้

เช่น $[v_1 \tau_0 \rho_3 \sigma_0 + i v_1 \tau_1 \rho_2 \sigma_1 + v_2 \tau_1 \rho_3 \sigma_0 + i v_2 \tau_0 \rho_2 \sigma_1]$

$$v_1 \tau_0 \rho_3 \sigma_0 = v_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rho_3 \sigma_0 = v_1 \begin{pmatrix} \rho_3 \sigma_0 & 0 \\ 0 & \rho_3 \sigma_0 \end{pmatrix}$$

$$= v_1 \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \sigma_0 \end{pmatrix}$$

$$v_1 \tau_0 \rho_3 \sigma_0 = v_1 \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma_0 \end{pmatrix}$$

ในทำนองเดียวกัน เทอมที่เหลืออยู่ในสมการจะได้

$$iV_1\tau_1\rho_2\sigma_1 = V_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \sigma_1 \\ 0 & 0 & -\sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 & 0 \\ -\sigma_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$V_2\tau_1\rho_3\sigma_0 = V_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sigma_0 \\ \sigma_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$iV_2\tau_0\rho_2\sigma_1 = V_2 \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 & 0 & 0 \\ -\sigma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_1 \\ 0 & 0 & -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{ให้ } V_1 = V_2 = V$$

$$\therefore [V_1\tau_0\rho_3\sigma_0 + iV_1\tau_1\rho_2\sigma_1 + V_2\tau_1\rho_3\sigma_0 + iV_2\tau_0\rho_2\sigma_1]$$

$$= V \begin{pmatrix} \sigma_0 & \sigma_1 & \sigma_0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & -\sigma_0 & -\sigma_1 & -\sigma_0 \\ \sigma_0 & \sigma_1 & \sigma_0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & -\sigma_0 & -\sigma_1 & -\sigma_0 \end{pmatrix}$$

ดังนั้น $1 - UF^0(i\omega_n)$ เมื่อเขียนในรูปผลบวกของเมตริกซ์จะได้เป็น

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + av \begin{pmatrix} \sigma_0 & \sigma_1 & \sigma_0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & -\sigma_0 & -\sigma_1 & -\sigma_0 \\ \sigma_0 & \sigma_1 & \sigma_0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & -\sigma_0 & -\sigma_1 & -\sigma_0 \end{pmatrix} \\
& + bv \begin{pmatrix} \sigma_0 & -\sigma_1 & \sigma_0 & -\sigma_1 \\ \sigma_1 & -\sigma_0 & \sigma_1 & -\sigma_0 \\ \sigma_0 & -\sigma_1 & \sigma_0 & -\sigma_1 \\ \sigma_1 & -\sigma_0 & \sigma_1 & -\sigma_0 \end{pmatrix} - cv \begin{pmatrix} \sigma_3 & i\sigma_2 & \sigma_3 & i\sigma_2 \\ i\sigma_2 & \sigma_3 & i\sigma_2 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & i\sigma_2 & \sigma_3 & i\sigma_2 \\ i\sigma_2 & \sigma_3 & i\sigma_2 & \sigma_3 \end{pmatrix} \\
& + dv \begin{pmatrix} \sigma_3 & -i\sigma_2 & \sigma_3 & -i\sigma_2 \\ -i\sigma_2 & \sigma_3 & -i\sigma_2 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & -i\sigma_2 & \sigma_3 & -i\sigma_2 \\ -i\sigma_2 & \sigma_3 & -i\sigma_2 & \sigma_3 \end{pmatrix} = [1 - UF^0] \quad (3.18)
\end{aligned}$$

เมื่อกำหนดให้ $v = \pi N_0 V$

$$a = \frac{i\omega_n}{4(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}};$$

$$b = \frac{i\omega_n}{4(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{1/2}};$$

$$c = \frac{\Delta_+}{4(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}};$$

$$\text{และ } d = \frac{\Delta_-}{4(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{1/2}}.$$

จากสมการที่ (3.18) เขียนเป็นเมตริกซ์ 8×8 แล้วกระจายดีเทอร์มิแนนต์ (ดูภาคผนวก ผ.ข) เมื่อหา pole ของดีเทอร์มิแนนต์ จะได้

$$1 + v^4 + 2v^2 \frac{\Delta_+ \Delta_- - \omega^2}{(\Delta_+^2 - \omega^2)^{1/2} (\Delta_-^2 - \omega^2)^{1/2}} = 0 \quad (3.19)$$

สมการ (3.19) นี้ได้จากการกำหนดให้ $i\omega_n = \omega$

จากสมการที่ (3.19) เราคำนวณหา ω ได้

$$\omega^2 = (H_Q - \Delta)^2 - \left\{ \frac{(2 - \zeta)}{2(1 - \zeta)} [4(1 - \zeta)\Delta^2 + \zeta^2 H_Q^2]^{1/2} - 2\Delta - \frac{\zeta^2 H_Q^2}{2(1 - \zeta)} \right\} H_Q$$

สมการที่ 3.12 และ 3.13 ช่วยให้เราคำนวณหาพลังงานในตนเอง (self-energy) $\Sigma(k, i\omega_n)$ ของอิเล็กตรอนได้จาก

$$\Sigma(k, i\omega_n) = n_i t(i\omega_n) \quad (3.20)$$

เมื่อ n_i คือเวลาความเข้มข้นของสารเจือ

และจากสมการ Dyson ที่ว่า

$$G^{-1}(k, i\omega_n) = [G^O(k, i\omega_n)^{-1} - \Sigma(k, i\omega_n)]$$

เมื่อ $G^{-1}(k, i\omega_n)$ เป็นกรีนฟังก์ชันที่ถูกรบกวนโดยสารเจือ ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$G(k, i\omega_n) = (i\tilde{\omega}_n - \epsilon_k \tau_3 \rho_3 - \tilde{\Delta}_n \rho_2 \sigma_2 + i\tilde{\Omega}_n \tau_1 \rho_1 \sigma_1 + \tilde{H}_{Qn} \tau_1 \rho_3 \sigma_3)^{-1} \quad (3.21)$$

∴ เราทำอินเวอร์สของสมการ (3.21) ได้ $G(k, i\omega_n)$

$$\begin{aligned}
G(k, i\omega_n) = & -\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{K_{n+}} [i\tilde{\omega}_{n+} (1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \epsilon_k (\tau_3 \rho_3 - \tau_2 \rho_2 \sigma_1) \right. \\
& + \tilde{\Delta}_{n+} (\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)] + \frac{1}{K_{n-}} [i\tilde{\omega}_{n-} (1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) \\
& + \epsilon_k (\tau_3 \rho_3 - \tau_2 \rho_2 \sigma_1) + \tilde{\Delta}_{n-} (\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)] \} \quad (3.22)
\end{aligned}$$

$$\text{ในที่นี้ } K_{n\pm} = \tilde{\omega}_{n\pm}^2 + \epsilon_k^2 + \tilde{\Delta}_{n\pm}^2$$

$$\tilde{\omega}_{n\pm} = \tilde{\omega}_n \pm \tilde{\Omega}_n$$

$$\tilde{\Delta}_{n\pm} = \tilde{\Delta}_n \pm \tilde{H}_{Qn}$$

จากสมการที่ (3.22) คำนวณหา $F^O(k, i\tilde{\omega}_n)$ ดังที่เคยทำมาแล้ว จะได้ว่า

$$F^O(k, i\tilde{\omega}_n) = -\frac{N_0 \pi}{4\lambda_+ \lambda_-} (i\alpha + i\beta \tau_1 \rho_1 \sigma_1 + \gamma \rho_2 \sigma_2 + \eta \tau_1 \rho_3 \sigma_3) \quad (3.23)$$

$$\text{เมื่อให้ } \alpha = \lambda_- \tilde{\omega}_{n+} + \lambda_+ \tilde{\omega}_{n-}$$

$$\beta = \lambda_- \tilde{\omega}_{n+} - \lambda_+ \tilde{\omega}_{n-}$$

$$\gamma = \lambda_- \tilde{\Delta}_{n+} + \lambda_+ \tilde{\Delta}_{n-}$$

$$\eta = \lambda_+ \tilde{\Delta}_{n-} - \lambda_- \tilde{\Delta}_{n+}$$

$$\text{และ } \lambda_{\pm} = (\tilde{\omega}_{n\pm}^2 + \tilde{\Delta}_{n\pm}^2)^{\frac{1}{2}}$$

จากสมการที่ (3.23) คำนวณหา $t(i\omega_n)$ เมตริกซ์

$$t(i\omega_n) = \frac{V(\rho_3 + \tau_1 \rho_3)}{1 + \frac{1}{4\lambda_+ \lambda_-} \{ (\rho_3 + \tau_1 \rho_3) (i\alpha + i\beta \tau_1 \rho_1 \sigma_1 + \gamma \rho_2 \sigma_2 + \eta \tau_1 \rho_3 \sigma_3) \}}$$

$$\begin{aligned}
t(i\omega_n) = & \frac{v\rho_3}{D}(x + iy\tau_1\rho_3\sigma_3) - \frac{v^2}{2D\pi N_0} \left[\left\{ ix\left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-}\right) \right. \right. \\
& + iy\left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-}\right) \} + \left\{ x\left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-}\right) - y\left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-}\right) \right\} \rho_2\sigma_2 \\
& - \left\{ x\left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-}\right) - y\left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-}\right) \right\} \tau_1\rho_3\sigma_3 \\
& \left. + \left\{ x\left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-}\right) + y\left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-}\right) \right\} i\tau_1\rho_1\sigma_1 \right] \quad (3.24)
\end{aligned}$$

เมื่อ $x = 1 + \frac{v^2[\tilde{\omega}_{n+}\tilde{\omega}_{n-} + \tilde{\Delta}_{n+}\tilde{\Delta}_{n-}]}{\lambda_+\lambda_-}$

$$y = \frac{v^2[\tilde{\omega}_{n-}\tilde{\Delta}_{n+} - \tilde{\omega}_{n+}\tilde{\Delta}_{n-}]}{\lambda_+\lambda_-}$$

$$D = x^2 + y^2 = 1 + v^4 + \frac{2v^2[\tilde{\omega}_{n+}\tilde{\omega}_{n-} + \tilde{\Delta}_{n+}\tilde{\Delta}_{n-}]}{\lambda_+\lambda_-}$$

พลังงานในตนเอง (self-energy) $\Sigma(k, i\omega_n)$ สามารถคำนวณหาได้จาก

$$\Sigma(k, i\omega_n) = \Sigma_{(i\omega_n)}^{(1)} + \Sigma_{(i\omega_n)}^{(2)} \quad (3.25)$$

โดยที่ $\Sigma_{(i\omega_n)}^{(1)} = \frac{n_i v \rho_3}{D} (x - iy\tau_1\sigma_3) \quad (3.26)$

$$\begin{aligned}
\text{และ } \Sigma_{(i\omega_n)}^{(2)} = & -\frac{n_i v^2}{2D\pi N_O} \left[\left\{ ix \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) + iy \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right. \right. \\
& + \left\{ x \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) - y \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right\} \rho_2 \sigma_2 \\
& - \left\{ x \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) - y \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right\} \tau_1 \rho_3 \sigma_3 \\
& \left. \left. + \left\{ x \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) - y \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right\} i \tau_1 \rho_1 \sigma_1 \right] \quad (3.27)
\end{aligned}$$

โดยการเปรียบเทียบองค์ประกอบของ Σ จากสมการที่ (3.22) และ (3.27)

จะได้

$$i\tilde{\omega}_n = i\tilde{\omega}_n + \frac{in_i v^2}{2\pi D N_O} \left[x \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) + y \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right]$$

$$\tilde{\Delta}_n = \Delta - \frac{n_i v^2}{2\pi D N_O} \left[x \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) - y \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right]$$

$$i\tilde{\Omega}_n = \frac{in_i v^2}{2\pi D N_O} \left[x \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) + y \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right]$$

$$\tilde{H}_{Qn} = H_Q - \frac{n_i v^2}{2\pi D N_O} \left[x \left(\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{\lambda_+} - \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{\lambda_-} \right) - y \left(\frac{\tilde{\omega}_{n+}}{\lambda_+} + \frac{\tilde{\omega}_{n-}}{\lambda_-} \right) \right]$$

ซึ่งเขียนใหม่ได้เป็น

$$\tilde{\omega}_{n+} - \omega_n = \frac{n_i v^2}{\pi N_O D \lambda_+} (x \tilde{\omega}_{n+} + y \tilde{\Delta}_{n+}) \quad (3.28)$$

$$\tilde{\omega}_{n-} - \omega_n = \frac{n_i v^2}{\pi N_O D \lambda_-} (x \tilde{\omega}_{n-} - y \tilde{\Delta}_{n-}) \quad (3.29)$$

$$\tilde{\Delta}_{n+} - \Delta_+ = - \frac{n_i v^2}{\pi N_O D \lambda_+} (x \tilde{\Delta}_{n+} - y \tilde{\omega}_{n+}) \quad (3.30)$$

$$\tilde{\Delta}_{n-} - \Delta_- = - \frac{n_i v^2}{\pi N_O D \lambda_-} (x \tilde{\Delta}_{n-} + y \tilde{\omega}_{n-}) \quad (3.31)$$

โดยในที่นี้สัญลักษณ์ต่าง ๆ มีค่าดังนี้ $\Delta \pm H_Q = \Delta_{\pm}$, $U_{n\pm} = \tilde{\omega}_{n\pm} / \tilde{\Delta}_{n\pm}$

สมการที่ (3.28), (3.29), (3.30) และ (3.31) จะได้ว่า (ดูภาคผนวก

ผ.ค.) $\omega_n = u_{n\pm} \Delta_{n\pm}$

$$2u_{n\pm} \{ (u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + v^2 (u_{n+} u_{n-} + 1) \} \\ - \frac{1}{\tau_1 (u_{n\pm}^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} \frac{\pm (u_{n\pm}^2 - 1) (u_{n-} - u_{n+}) v^2}{(u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (2 - \zeta) + \zeta (u_{n+} u_{n-} + 1)} \quad (3.32)$$

$$\text{เมื่อให้ } \zeta = \frac{4v^2}{(1 + v^2)^2}$$

$$\frac{1}{\tau_1} = \frac{2n_i v^2}{\pi N_O (1 + v^2)^2}$$

บทที่ 4

ผลการวิจัย

จากกรีนฟังก์ชันที่ถูกรบกวนโดยสารเจือ เราสามารถคำนวณหาความหนาแน่น
สถานะ $[N(\omega)]$ ได้จากสมการ

$$N(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_k G(k, i\omega_n + \omega + i\delta) \quad 4.1$$

จากสมการที่ (3.22) แทนค่าในสมการ (4.1)

$$\begin{aligned} N(\omega) = & -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_k -\frac{1}{K_{n+}} [i\tilde{\omega}_{n+}(1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \epsilon_k(\tau_3 \rho_3 - \tau_2 \rho_2 \sigma_1) \\ & + \tilde{\Delta}_{n+}(\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)] + \frac{1}{K_{n-}} [i\tilde{\omega}_{n-}(1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) \\ & + \epsilon_k(\tau_3 \rho_3 + \tau_2 \rho_2 \sigma_1) + \tilde{\Delta}_{n-}(\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)] \} \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } K_{n\pm} = \tilde{\omega}_{n\pm}^2 + \epsilon_k^2 + \tilde{\Delta}_{n\pm}^2$$

$$\begin{aligned} N(\omega) = & \frac{1}{2\pi} \text{Im} N(0) \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon_k \{ \frac{1}{K_{n+}} [i\tilde{\omega}_{n+}(1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \epsilon_k(\tau_3 \rho_3 - \tau_2 \rho_2 \sigma_1) \\ & + \tilde{\Delta}_{n+}(\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)] + \frac{1}{K_{n-}} [i\tilde{\omega}_{n-}(1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) \\ & + \epsilon_k(\tau_3 \rho_3 + \tau_2 \rho_2 \sigma_1) + \tilde{\Delta}_{n-}(\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)] \} \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณาที่ pole: } i(\tilde{\omega}_{n+}^2 + \tilde{\Delta}_{n+}^2)^{\frac{1}{2}}, i(\tilde{\omega}_{n-}^2 + \tilde{\Delta}_{n-}^2)^{\frac{1}{2}}$$

อินทิกรัลที่หาได้เป็นดังนี้

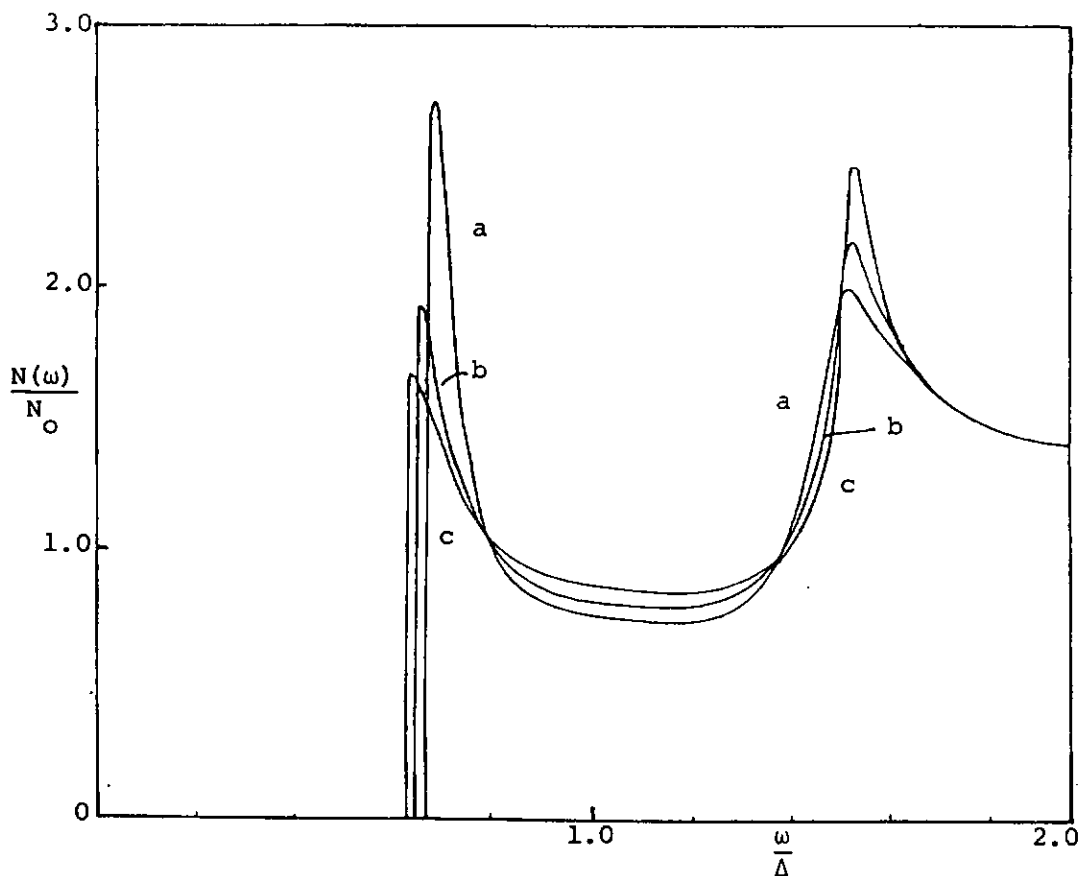
$$\begin{aligned}
N(\omega) &= \frac{N(0)}{2} \operatorname{Im} \left[\frac{i\tilde{\omega}_{n+}(1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \tilde{\Delta}_{n+}(\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\tilde{\omega}_{n+}^2 + \tilde{\Delta}_{n+}^2)^{\frac{1}{2}}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{i\omega_{n-}(1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \tilde{\Delta}_{n-}(\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\tilde{\omega}_{n-}^2 + \tilde{\Delta}_{n-}^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\
&= \frac{N(0)}{2} \operatorname{Im} \left[\frac{u_+(1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + (\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(1 + u_+^2)^{\frac{1}{2}}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{u_-(1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + (\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(1 + u_-^2)^{\frac{1}{2}}} \right]
\end{aligned}$$

เมื่อ $i\tilde{\omega}_n = \tilde{\omega}_n$; $u_{\pm} = \tilde{\omega}_{\pm}/\tilde{\Delta}_{\pm}$

คำนวณ $G(i\omega_n)$ เฉพาะในแนวทแยงของเมตริกซ์ จะเขียนสมการได้ใหม่เป็น

$$N(\omega) = \frac{N(0)}{2} \operatorname{Im} \left[\frac{u_+}{(1 + u_+^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{u_-}{(1 + u_-^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad 4.2$$

จากสมการที่ 4.2 ให้ความหนาแน่นสถานะ เป็นฟังก์ชันของ ω แล้วนำมาเขียนกราฟได้ดังนี้



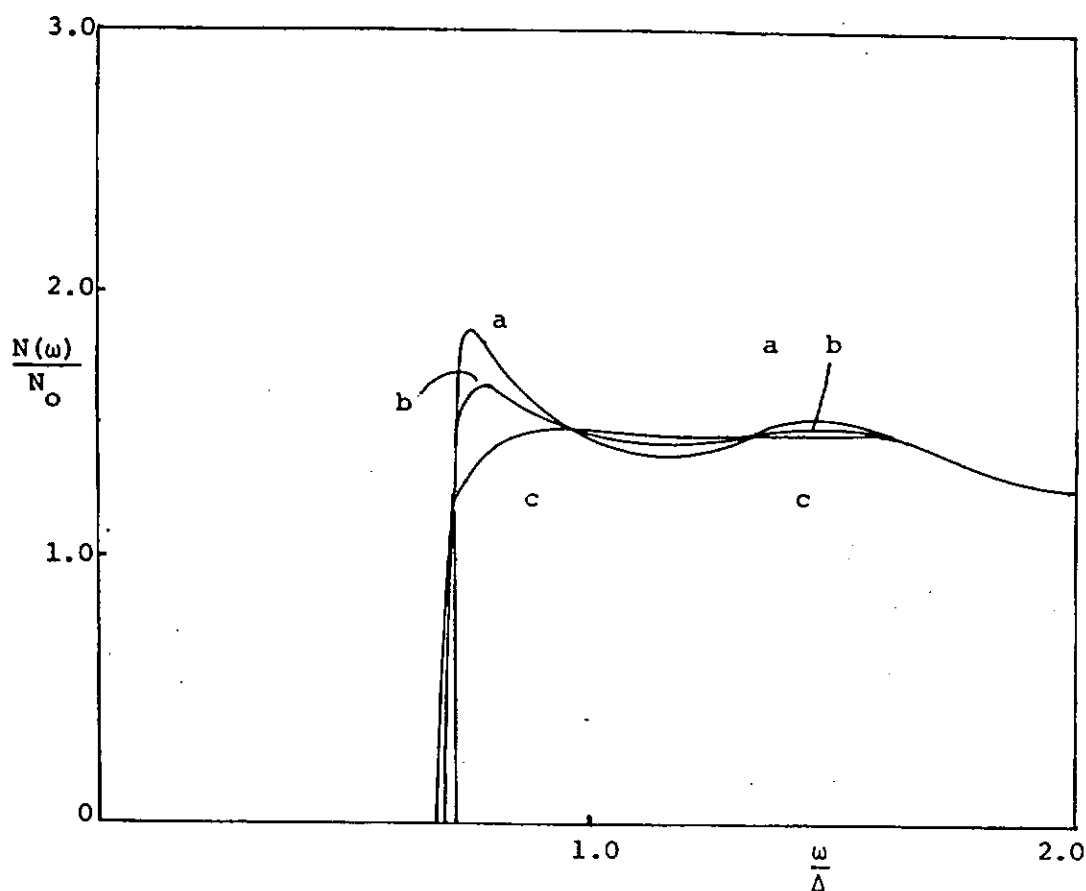
ภาพประกอบ 16 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ

$(\tau_1 \Delta)^{-1} = 0.2$, $H_Q = 0.4\Delta$, $\zeta = 0, 0.5$ และ 1 ในโค้ง a, b และ c

ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 16 ความเข้มข้นของสารเจือ $(\tau_1 \Delta)^{-1} = 0.2$ ศักย์กระเจิงของอิเล็กตรอนของสารเจือ (ζ) มีค่าเป็น $0, 0.5$ และ 1 ความหนาแน่นสถานะเป็นกรณีที่ $H_Q < \Delta$ คือ $H_Q = 0.4\Delta$ จะเห็นว่าเมื่อศักย์กระเจิงของอิเล็กตรอนของสารเจือมีค่าเป็นศูนย์ ความหนาแน่นสถานะมีค่ามาก แสดงได้ด้วยยอดแหลมแรกและยอดแหลมนี้อจะลดลง ๗ เมื่อ ζ เปลี่ยนค่าเป็น 0.5 และ 1 ในยอดแหลมที่ 2 ความหนาแน่นมากที่สุดเมื่อ ζ มีค่าเท่ากับ 1 และจะลดลง ๗ เมื่อเปลี่ยนค่า ζ เป็น 0.5 และศูนย์ ความหนาแน่นสถานะมี 2

ยอดแหลม ยอดแหลมแรกจะเปลี่ยนแปลงลดลงในขณะที่ยอดแหลมที่สอง เปลี่ยนแปลง เพิ่มขึ้น ส่วน
ช่องว่างพลังงาน (Δ) เมื่อ $\zeta = 0$ จะกว้างที่สุด และจะแคบลง เมื่อ เปลี่ยนค่า ζ เป็น 0.5
และ 1



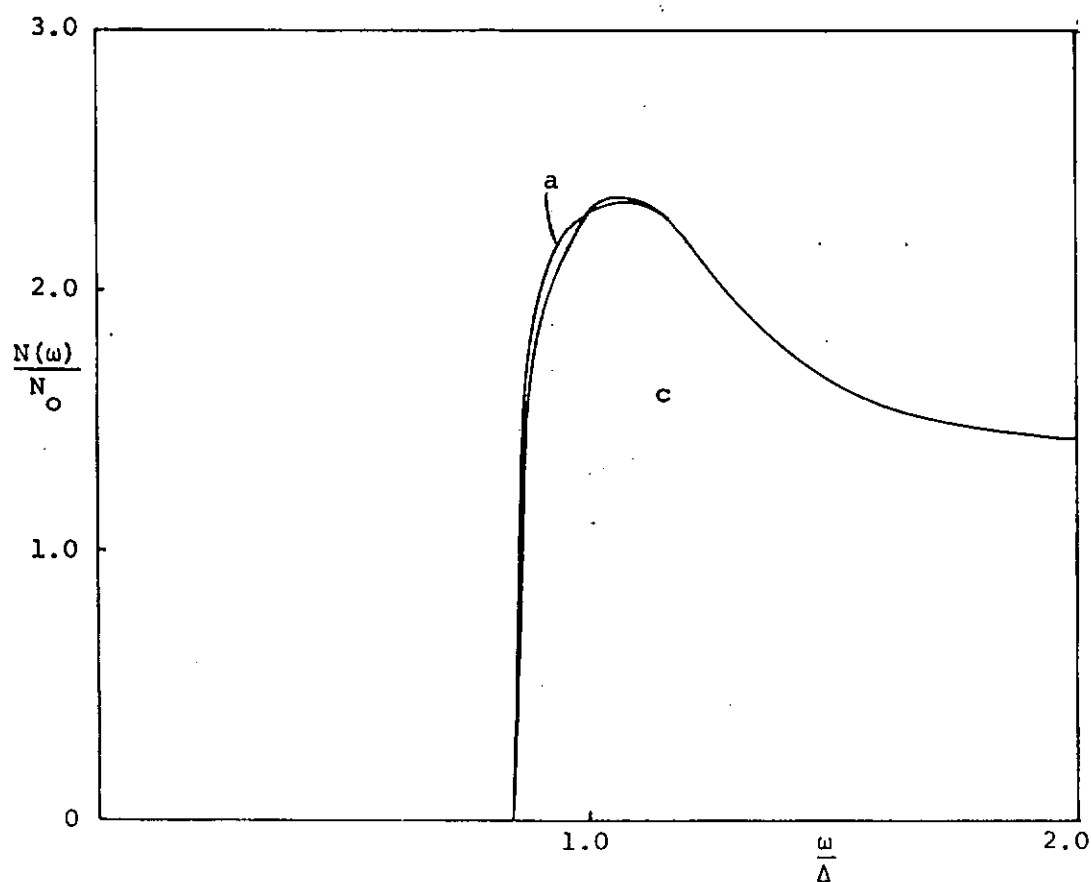
ภาพประกอบ 17 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ

$(\tau_1 \Delta)^{-1} = 1.0$, $H_Q = 0.4\Delta$, $\zeta = 0, 0.5$ และ 1 ในโค้ง a, b และ c

ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 17 เมื่อเพิ่มความเข้มข้นของสารเจือ $(\tau_1 \Delta)^{-1} = 1.0$ แต่
 $H_Q = 0.4\Delta$ และ $\zeta = 0, 0.5$ และ 1 คงเดิม จะเห็นว่ายอดแหลมของความหนาแน่น

สถานะลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับภาพประกอบ 16 ส่วนช่องว่างพลังงาน Δ มีค่าเพิ่มขึ้น ความหนาแน่นสถานะโดยเฉลี่ยระหว่างยอดเพิ่มมากขึ้น และเส้นโค้งความหนาแน่นสถานะจะราบเรียบขึ้นด้วย เมื่อ ζ มีค่าเป็นศูนย์ ความหนาแน่นสถานะมีค่าสูง และจะลดลง ๗ เมื่อเปลี่ยนค่า ζ เป็น 0.5 และ 1 ในยอดแหลมที่สอง เมื่อ ζ มีค่าเท่ากับ 1 ความหนาแน่นสถานะสถานะสูง และจะลดลง ๗ เมื่อเปลี่ยนแปลงค่า ζ เป็น 0.5 และศูนย์ แต่กรณีเหล่านี้ไม่แตกต่างกันมากนัก

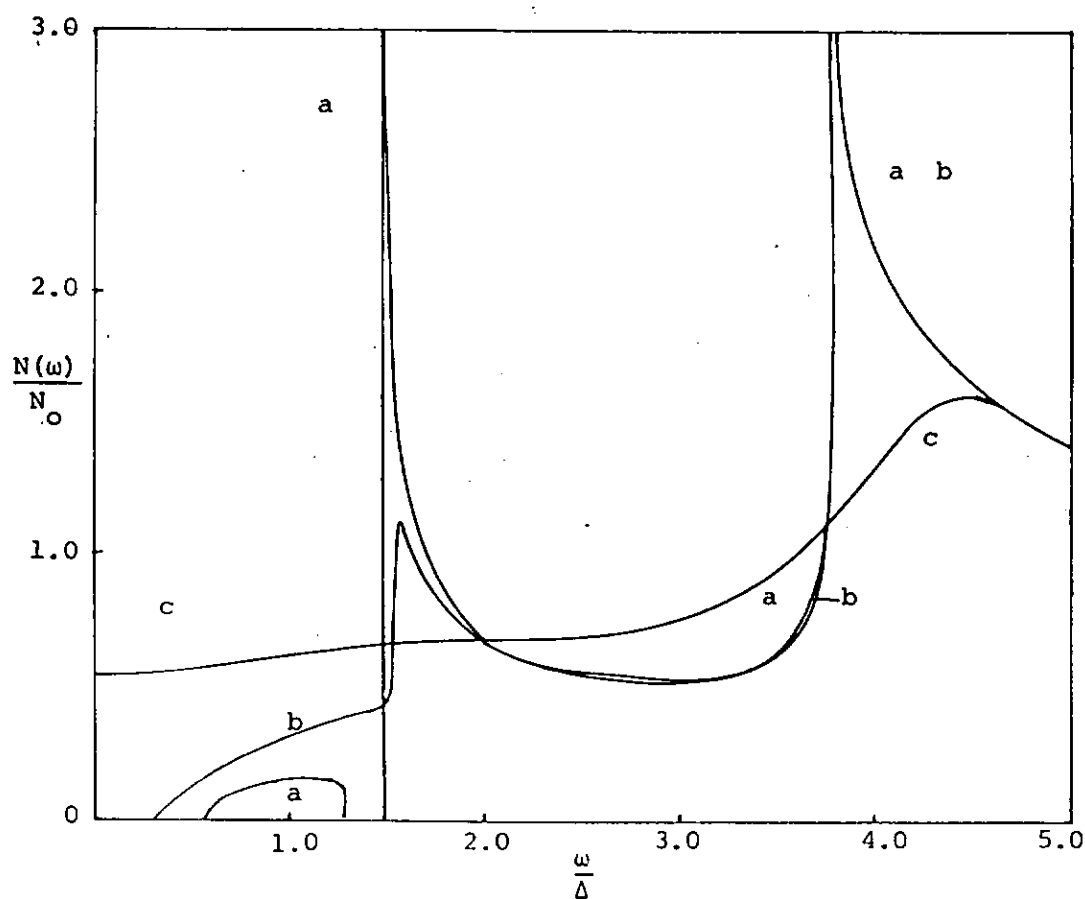


ภาพประกอบ 18 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ

$$(\tau_1 \Delta)^{-1} = 5.0, H_Q = 0.4\Delta, \zeta = 0, 0.5 \text{ และ } 1 \text{ ในโค้ง a, b และ c}$$

ตามลำดับ

จากภาพประกอบ 18 เมื่อเพิ่มความเข้มข้นของสารเจือ $(\tau_1 \Delta)^{-1} = 5.0$ และ $H_Q = 0.4\Delta$ กำหนดให้ $\zeta = 0, 0.5$ และ 1 คงเดิม จะเห็นว่ายอดแหลมความหนาแน่นสถานะจะรวมกันเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับภาพประกอบ 17 ยอดแหลมที่สองหายไป ส่วนช่องว่างพลังงาน Δ กว้างขึ้น เส้นโค้งที่เกิดจากการเปลี่ยนค่า ζ เกือบซ้อนทับกันสนิทที่ค่า $\zeta = 0.5$ ซ้อนทับกันสนิทกับโค้งที่มีค่า ζ เท่ากับศูนย์ ในกรณีที่มีความเข้มข้นสูง ศักย์ในการกระเจิงไม่รบกวนความหนาแน่นสถานะนัก



ภาพประกอบ 19 แสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ

$$(\tau_1 \Delta)^{-1} = 0.05, 0.2 \text{ และ } 1 \text{ ในโค้ง a, b และ c ตามลำดับ เมื่อ } H_Q = 2.5\Delta$$

$$\text{และ } \zeta = 0.8$$

จากภาพประกอบ 19 เป็นกรณีที่ $H_Q > \Delta$ เมื่อให้ $H_Q = 2.5\Delta$ และค่า $\zeta = 0.8$ ที่ความเข้มข้นของสารเจือ $(\tau_1\Delta)^{-1} = 0.05, 0.2$ และ 1 จะเห็นว่าที่สนาม H_Q ความเข้มข้นสูง ถึงแม้ว่าความเข้มข้นของสารเจือจะมีน้อย แต่จะเกิดสถานะในช่องว่างพลังงาน สถานะในช่องว่างพลังงานจะขยายขนาดขึ้น เมื่อความเข้มข้นสูงขึ้น ๆ จนเมื่อความเข้มข้นเป็น $(\tau_1\Delta)^{-1} = 0.2$ สถานะในช่องว่างพลังงานจะมีเต็มช่องว่างพลังงาน คำนวณยิ่งยวดจะกลายเป็นตัวนำยิ่งยวดชนิดไม่มีช่องว่างพลังงาน (gapless superconductor) และตลอดเวลาความสูงของความหนาแน่นสถานะจะลดลง ๆ เมื่อความเข้มข้นของสารเจือเพิ่มขึ้น

จากสมการที่ (3.22) เราสามารถจะหาอุณหภูมิวิกฤตได้จากการกระจายเมตริกซ์ แล้วพิจารณาเฉพาะสมาชิก G_{23}

$$G_{23} = -\frac{1}{2} \left[\frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{K_{n+}} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{K_{n-}} \right] \quad (4.3)$$

แทนค่า (4.3) ลงในสมการ

$$\begin{aligned} \Delta &= g^T \sum_{k,n} G_{23} \\ &= -\frac{g^T}{2} \sum_{k,n} \frac{\tilde{\Delta}_{n+}}{K_{n+}} + \frac{\tilde{\Delta}_{n-}}{K_{n-}} \end{aligned}$$

หาค่าอินทิกรัล เมื่อ $K_{n\pm} = \tilde{\omega}_{n\pm}^2 + \epsilon_k^2 + \tilde{\Delta}_{n\pm}^2$

$$\Delta = -\frac{g^T \pi N_0}{2} \sum_n \left[\frac{\tilde{\Delta}_+}{(\tilde{\omega}_n^2 + \tilde{\Delta}_{n+}^2)^{1/2}} + \frac{\tilde{\Delta}_-}{(\tilde{\omega}_n^2 + \tilde{\Delta}_{n-}^2)^{1/2}} \right]$$

เมื่ออุณหภูมิใกล้ศูนย์วิกฤต:

$$U_{n+}, U_{n-} \gg 1 \text{ และกำหนดให้ } U_{n\pm} = \tilde{\omega}_{n\pm} / \tilde{\Delta}_{n\pm}$$

$$\Delta = - \frac{gT\pi N_0}{2} \sum_n \left[\frac{1}{U_{n+}} + \frac{1}{U_{n-}} \right] \quad (4.4)$$

จากสมการ (3.32) คำนวณหา U_+ , U_- ได้

$$\frac{1}{U_{n+}} = \Delta_+ \frac{1}{\omega_n + C_1}$$

$$\frac{1}{U_{n-}} = \Delta_- \frac{1}{\omega_n + C_2}$$

$$\text{เมื่อ } C_1 = C_2 = \frac{2 + v^2}{2\tau_1}$$

แทนค่า U_+ , U_- ลงในสมการ (4.4) จะได้

$$-\frac{1}{\lambda} = -\sum_n \left[\frac{1}{n + \frac{1}{2} + \frac{C_1}{2\pi T_c}} + \frac{1}{\frac{C_1}{2\pi T_c}} \right] \quad (4.5)$$

เมื่อ $\omega_n = \pi T(2n + 1)$ เมื่อ n เป็นเลขจำนวนเต็ม

แต่จาก

$$\frac{1}{\lambda} = \ln \left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_{c0}} \right) \quad (4.6)$$

จากสมการ (4.5) และ (4.6) จะได้

$$\ln \left(\frac{T_c}{T_{c0}} \right) = -\sum_n \frac{1}{n + \frac{1}{2}} + \sum_n \frac{1}{n + \frac{1}{2} + \frac{C_1}{2\pi T_c}}$$

เขียนเป็น digamma function จะได้

$$\ln \left(\frac{T_c}{T_{c0}} \right) = \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{C_1}{2\pi T_c} \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} \right) \quad (4.7)$$

สมการ (4.7) สามารถนำเอาไปหาอุณหภูมิวิกฤต T_c ได้

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะคำนวณหาความหนาแน่นสถานะ $N(\omega)$ เป็นฟังก์ชันของพลังงาน สำหรับตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร เมื่อมีการเติมสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก รวมทั้งคำนวณหาอุณหภูมิวิกฤต T_C ของสารนี้ เป็นฟังก์ชันของความเข้มข้น

วิธีดำเนินการวิจัย

ได้คำนวณหากรีนฟังก์ชัน เมื่อระบบถูกรบกวนโดยสารเจือ แล้วนำกรีนฟังก์ชันมาคำนวณหาความหนาแน่นสถานะ โดยศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานกับความหนาแน่นสถานะ เป็นฟังก์ชันของสนามและความเข้มข้นของสารเจือ

การวิเคราะห์ผล

ได้คำนวณหาความหนาแน่นสถานะแล้วนำมาประมวล เขียนกราฟแสดงความหนาแน่นสถานะกับพลังงานของอิเล็กตรอนในตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร เมื่อเติมสารเจือประเภทไม่ เป็นแม่เหล็ก

การวิจัยครั้งนี้พบว่าในกรณีที่ $H_Q < \Delta$ กราฟความหนาแน่นสถานะจะเกิดยอดแหลม 2 ยอด เมื่อ ζ เท่ากับ 0 คือกรณีที่ไม่มีสิ่งเจือปน ยอดความหนาแน่นสถานะจะมีค่าสูง และจะลดลงเมื่อเพิ่มค่า ζ แสดงว่าความหนาแน่นสถานะขึ้นอยู่กับศักย์กระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสารเจือ เมื่อเปลี่ยนความเข้มข้นให้เพิ่มขึ้น โดย H_Q และ ζ คงเดิม ช่องว่างพลังงานเพิ่มขึ้น และยอดแหลมความหนาแน่นสถานะลดต่ำลงจนเมื่อความเข้มข้นเพิ่มขึ้น เป็น 5.0 ทั้งนี้ H_Q

และ ζ คงเดิม ช่องว่างพลังงานจะเพิ่มมากขึ้น ความหนาแน่นสถานะจะเพิ่มขึ้น ยอดแหลมที่ 2 หายไป รวมกับยอดแหลมแรกทำให้มีสภาพเป็นไปตามทฤษฎีบีซีเอส และงานวิจัยของ แนส ลีวิน และเกรสส์ ทั้งนี้เพราะสารเจือทำให้สนามแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรภายในอ่อนตัวลง ช่องว่างพลังงานจึงลดลง เพราะอิเล็กตรอนของสารเจือไปกำบังสนามภายใน

ในกรณี $H_Q > \Delta$ เมื่อความเข้มข้นของสารเจือ $(\tau_1 \Delta)^{-1}$ มีค่าเพิ่มขึ้น ζ จะมีค่าสูง ช่องว่างพลังงานจะหายไป เมื่อความเข้มข้นของสารเจือมีค่าเพิ่ม ยอดแหลมความหนาแน่นสถานะจะลดต่ำลง และกลายเป็นตัวนำยิ่งยวดชนิดใหม่มีช่องว่างพลังงาน

ความสำคัญของการวิจัย

ผลการวิจัยครั้งนี้ทำให้ได้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นสถานะกับพลังงาน สำหรับตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร เมื่อมีสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก และได้สูตรการหาอุณหภูมิวิกฤตด้วย โดยทั่วไปแล้วความหนาแน่นสถานะจะมีประโยชน์ในการคำนวณหาปริมาณต่าง ๆ ทางเทอร์โมไดนามิกส์ (thermodynamics) ของตัวนำยิ่งยวดชนิดนี้ ซึ่งผลจากการคำนวณจะสามารถอธิบายผลการทดลองที่เกี่ยวกับความจุความร้อนจำเพาะของตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรได้ เป็นต้น

ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้พิจารณาเฉพาะตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร โดยเติมสารเจือประเภทไม่เป็นแม่เหล็ก งานวิจัยนี้ไม่ได้พิจารณาผลการกระเจิงของอิเล็กตรอนของสารเจือภายใต้อันตรกิริยาแบบ spin-orbit และไม่พิจารณาอันตรกิริยาระหว่างอะตอมของสารเจือ ผู้วิจัยมีความคิดว่างานวิจัยต่อไปควรจะทำใน เรื่องต่อไปนี้เป็น

1. คำนวณหาความหนาแน่นสถานะ เมื่อตัวนำยิ่งยวดแสดงอำนาจแม่เหล็กเฟอร์ไรต์ และ เฟอร์รี เมื่อมีสารเจือแบบต่าง ๆ

2. คำนวณหาความร้อนจำเพาะสำหรับระบบตัวนำยิ่งยวดที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์ไรต์ เมื่อมีทั้งสารเจือแบบแม่เหล็กและแบบไม่เป็นแม่เหล็ก

עזרה ואחריות

מרחקאדמ

- Abrikosov, A.A. and L.P. Gorkov. Zh.Eksp Teor. 39 : 1781, 1960.
- Bardeen, J., L.N. Cooper and J.R. Schrieffer. Physical Review. 180 : 1175, 1957.
- Blakemore, J.S. Solid State Physics. Philadelphia : W.B. Souders, 1969. 391 p.
- Fertig, W.A. et.al. Physical Review Lett. 38 : 387, 1977.
- Ishikawa, M., Ø. Fischer and J. Muller. J. Phys. 39 : 1978.
- Kittel, C. Introduction Solid State : 482, 1967.
- Machida, K., K. Nokura and T. Matsubara. Physical Review. 822 : 2307, 1980.
- Meissner, W.L. Physical Review. 109 : 686, 1958.
- Nass, J.J., K. Levin and G.S. Grest. Physical Review. : 614, 1981.
- _____. Physical Review. B25 : 4541, 1982.
- Omar, M.A. Elementary Solid State Physics : 451, 1975.
- Onnes, Kamerlingh H. Comm. Phys. Lab. Leiden. 119 : 1206-1226, 1911.
- Tinkham, M. Introduction to Superconductivity. New York : McGraw-Hill, 1975.
- Sinha, S.K. et.al. Physical Review Lett. 48 : 950, 1982.

חנאחא

ภาคผนวก

(ผ.ก) การหาค่าอินทิกรัล $F^0(i\omega_n)$

$$F^0(i\omega_n) = -N_{-\infty}^{+\infty} \int d\epsilon_k [i\omega_n a_1 + \Delta a_3 \rho_2 \sigma_2 - H_Q a_4 \tau_1 \rho_3 \sigma_3 - i\omega_n a_5 \tau_1 \rho_1 \sigma_1]$$

พิจารณาเฉพาะที่ pole เป็น $i(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}$ และ $i(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{1/2}$

โดยที่ $\Delta_{\pm} = \Delta \pm H_Q$

อินทิกรัลเทอมแรก

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon_k i\omega_n \frac{(\omega_n^2 + \epsilon_k^2 + \Delta^2 + H_Q^2)}{(\omega_n^2 + \epsilon_k^2 + \Delta_+^2)(\omega_n^2 + \epsilon_k^2 + \Delta_-^2)}$$

$$\lim_{z \rightarrow i(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}} \text{Res } f(z) = \frac{i\omega_n}{4i(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}}$$

$$\oint_C f(z) dz = 2\pi i \text{Res } f(z)$$

$$= \frac{2\pi i (i\omega_n)}{4i(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}}$$

$$= \frac{\pi i \omega_n}{2(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}}$$

$$\lim_{z \rightarrow i(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{1/2}} \text{Res } f(z) = \frac{i\omega_n}{4i(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{1/2}}$$

$$\oint_C f(z) dz = 2\pi i \text{Res } f(z)$$

$$= \frac{2\pi i(i\omega_n)}{4i(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{\pi i\omega_n}{2(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\therefore \Sigma \oint_C f(z) dz = \frac{\pi i\omega_n}{2(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\pi i\omega_n}{2(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (M-1)$$

ใช้วิธีการแบบเดียวกันกับเทอมที่เหลืออยู่จะได้ว่า

$$\Sigma \oint_C f(z) dz = \frac{\pi \Delta_+ \rho_2 \sigma_2}{2(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\pi \Delta_- \rho_2 \sigma_2}{2(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (M-2)$$

$$\Sigma \oint_C f(z) dz = \frac{-\pi \Delta_+ \tau_1 \rho_3 \sigma_3}{2(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\pi \Delta_- \tau_1 \rho_3 \sigma_3}{2(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (M-3)$$

$$\Sigma \oint_C f(z) dz = \frac{\pi \omega_n \tau_1 \rho_1 \sigma_1}{2(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\pi \omega_n \tau_1 \rho_1 \sigma_1}{2(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (M-4)$$

จาก (M-1), (M-2), (M-3) และ (M-4) สามารถเขียนสมการได้เป็น

$$\begin{aligned} F^O(i\omega_n) = & -\frac{N_O \pi}{2} \left\{ \frac{i\omega_n (1 + \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_+ (\rho_2 \sigma_2 - \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{\frac{1}{2}}} \right. \\ & \left. + \frac{i\omega_n (1 - \tau_1 \rho_1 \sigma_1) + \Delta_- (\rho_2 \sigma_2 + \tau_1 \rho_3 \sigma_3)}{(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (M-5) \end{aligned}$$

(ผ.ข) หาค่าดีเทอร์มิแนนต์

เพาลีเมตริกซ์ได้แก่

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \sigma_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

การหาค่า $\tau_2 \otimes \rho_2 \otimes \sigma_1$ โดยใช้ Direct product

$$\tau_2 \otimes \rho_2 \otimes \sigma_1 = \begin{bmatrix} O_{4 \times 4} & -i\rho_2 \otimes \sigma_1 \\ i\rho_2 \otimes \sigma_1 & O_{4 \times 4} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & -\sigma_1 \\ O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & \sigma_1 & O_{2 \times 2} \\ O_{2 \times 2} & \sigma_1 & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} \\ -\sigma_1 & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} & O_{2 \times 2} \end{bmatrix}$$

นำวิธีการนี้ไปหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของสมการที่ (13.7)

$v[(a-c)+(b+d)]+1$	0	0	$v[(a-c)-(b+d)]$
0	$v[(a+c)+(b-d)]+1$	$v[(a+c)+(d-b)]$	0
0	$v[(b-d)-(a+c)]$	$v[(d-b)-(a+c)]+1$	
$v[(c-a)+(b+d)]$	0	0	$v[(c-a)-(b+d)]+1$
$v[(a-c)+(b+d)]$	0	0	$v[(a-c)-(b+d)]$
0	$v[(a+c)+(b-d)]$	$v[(a+c)+(d-b)]$	0
0	$v[(b-d)+(a+c)]$	$v[(a-b)-(a+c)]$	0
$v[(c-a)+(b+d)]$	0	0	$v[(c-a)-(b+d)]$

$v[(a-c)+(b+d)]+1$	0	0	$v[(a-c)-(b+d)]$
0	$v[(a+c)+(b-d)]+1$	$v[(a+c)+(d-b)]$	0
0	$v[(b-d)-(a+c)]$	$v[(d-b)-(a+c)]+1$	0
$v[(c-a)+(b+d)]$	0	0	$v[(c-a)-(b+d)]+1$
$v[(a-c)+(b+d)]$	0	0	$v[(a-c)-(b+d)]$
0	$v[(a+c)+(b-d)]$	$v[(a+c)+(d-b)]$	0
0	$v[(b-d)-(a+c)]$	$v[(d-b)-(a+c)]$	0
$v[(c-a)+(b+d)]$	0	0	$v[(c-a)-(b+d)]$

= 0

$$\vec{v} = \pi N_0 \vec{v}$$

$$a = \frac{i\omega_n}{4(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}}$$

$$c = \frac{\Delta_+}{4(\omega_n^2 + \Delta_+^2)^{1/2}}$$

$$c = \frac{i\omega_n}{4(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{1/2}}$$

$$d = \frac{\Delta_-}{4(\omega_n^2 + \Delta_-^2)^{1/2}}$$

จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$1 + (16)^2 v^4 (c^2 - a^2)(d^2 - b^2) + 16v^2 (c-a)(b+d) + 16v^2 (a+c)(d-b) = 0 \quad (H-6)$$

จาก a, b, c และ d แทนค่าใน (H-6) จัดรูปสมการใหม่เป็น

$$1 + v^4 + 2v^2 \frac{(1 - \omega_+ \omega_-)}{(1 - \omega_+^2)^{\frac{1}{2}} (1 - \omega_-^2)^{\frac{1}{2}}} = 0$$

ให้ $i\omega_n = \omega$ และ $\omega_+ = \frac{\omega}{\Delta_+}$; $\omega_- = \frac{\omega}{\Delta_-}$ จะได้สมการเป็น

$$1 + v^4 + 2v^2 \frac{\Delta_+ \Delta_- - \omega^2}{(\Delta_+^2 - \omega^2)^{\frac{1}{2}} (\Delta_-^2 - \omega^2)^{\frac{1}{2}}} = 0 \quad (H-7)$$

(ผ.ค) คำนวณหาค่า $u_{n\pm}$

$$\tilde{\omega}_{n\pm} - \tilde{\omega}_n = \frac{\eta_i v^2}{\pi N_O D \lambda_{\pm}} [x \tilde{\omega}_{n\pm} \pm y \tilde{\Delta}_{n\pm}]$$

$$\tilde{\Delta}_{n\pm} - \Delta_{\pm} = \frac{-\eta_i v^2}{\pi N_O D \lambda_{\pm}} [x \tilde{\Delta}_{n\pm} \pm y \tilde{\omega}_n]$$

ให้ $u_{n\pm} = \tilde{\omega}_{n\pm} / \tilde{\Delta}_{n\pm}$ จะได้สมการเป็น

$$\omega_n = u_{n\pm} \Delta_{n\pm} - \frac{\eta_i v^2}{\pi N_O D \lambda_{\pm}} [x(u_{n\pm} \tilde{\Delta}_{n\pm} + \tilde{\omega}_{n\pm}) \pm y(u_{n\pm} \tilde{\omega}_{n\pm} - \tilde{\Delta}_{n\pm})]$$

เมื่อ

$$\lambda_{\pm} = (\tilde{\omega}_{n\pm}^2 + \tilde{\Delta}_{n\pm}^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$x = \frac{(u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + v^2 (u_{n+} u_{n-} + 1)}{(u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$y = \frac{v^2 (u_{n-} - u_{n+})}{(u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$D = 1 + v^4 + \frac{2v^2 (u_{n+} u_{n-} + 1)}{(u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\zeta = \frac{4v^2}{(1 + v^2)^2}$$

$$\tau_1 = \frac{\pi N_O (1 + v^2)^2}{2\eta_i v^2}$$

แทนค่าลงในสมการ ω_n จะได้ $\omega_n =$

$$u_{n\pm} \Delta_{n\pm} = \frac{1}{\tau_1 (u_{n\pm}^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{2u_{n\pm} \{ (u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + v^2 (u_{n+} u_{n-} + 1) \} \pm v^2 (u_{n\pm}^2 - 1) (u_{n-} - u_{n+})}{[(u_{n+}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (u_{n-}^2 + 1)^{\frac{1}{2}} (2 - \zeta) + \zeta (u_{n+} u_{n-} + 1)]} \right]$$

(H-8)

**ผลกระทบที่เกิดจากสารเจือปนประเภทไม่เป้นแม่เหล็กในตัวนำยิ่งยวด
ที่แสดงอำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร**

บทคัดย่อ

ของ

สุพิดา สวนสุข

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกฟิสิกส์

กุมภาพันธ์ 2533



ในการพิจารณาการกระเจิงของอิเล็กตรอนโดยสารเจืออย่างละเอียด ใช้ $t -$ เมตริกซ์ศึกษาผลกระทบที่เกิดขึ้น เมื่อสารตัวนำยิ่งยวดแบบแอนติเฟอร์โรได้รับสารเจือแบบไม่เป็นแม่เหล็ก งานวิจัยนี้ได้ขยายงานวิจัยของ แนนส์ ลีวิน และ เกรตส์ ซึ่งใช้วิธีการประมาณแบบบอร์นไปยังกรณีที่มีการกระเจิงอย่างรุนแรง งานวิจัยนี้ได้พบสถานะยึดเหนี่ยวในช่องว่างพลังงานเมื่อ $H_Q > \Delta$ และ $H_Q < \Delta$ และได้คำนวณความหนาแน่นสถานะ $[N(\omega)]$ อีกทั้งได้พบว่าเมื่อเพิ่มความเข้มข้นของสารเจือ แกนสิ่งเจือจะมีความกว้างขึ้น

EFFECT OF NONMAGNETIC IMPURITIES ON
ANTIFERROMAGNETIC SUPERCONDUCTORS

AN ABSTRACT

BY

SUMIT SUANSOOK

Presented in partial fulfilment of the requirements
for the Master of Education degree in Physics
at Srinakharinwirot University

February 1990

By the treatment of the electron-impurity scattering exactly by means of a t-matrix, the effect of nonmagnetic impurities on antiferromagnetic superconductors has been investigated in detail. Our study is an extension of the recent work of Nass, Devin, and Grest to the strong-scattering case. The appearance of bound state due to impurities for $H_Q > \Delta$, $H_Q < \Delta$ is discussed. Investigating the density of state $[N(\omega)]$, we show the growth of "impurity band" with the increase in impurity concentration.