

510-711

ศ 2487

จ.3

การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

ปริญญานิพนธ์

ของ

สมเดช บุญประจักษ์

13 พ.ค. 2540

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา

มีนาคม 2540

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

4351108

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จล่วงด้วยดี ด้วยความกรุณาจากรองศาสตราจารย์
ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่ รองศาสตราจารย์ ดร.สิริพร ทิพย์คง และอาจารย์ ดร.ชูศักดิ์ ชัมภลิจิต
ที่ให้คำปรึกษาแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ แก่ผู้วิจัยตลอดมาจน
สามารถทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือแนะนำ ให้ข้อคิดเห็นและแก้ไข
ข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทรงศรี ตุ่นทอง อาจารย์นิลเนตร ใจกว้าง และอาจารย์ชัชชฎา
พิมพ์พิชน์ ที่กรุณาเป็นผู้ช่วยในการวิจัย ช่วยสังเกต และเก็บรวบรวมข้อมูลพฤติกรรมของ
นักเรียน ขอขอบคุณอาจารย์ชวน ภารังกูลและอาจารย์ ปราณี น้อยโฮม ที่กรุณابันทึกภาพ
กิจกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนในชั้นเรียน

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียนพระนารายณ์ โรงเรียนคงคาวิทยฯ ตลอดจนครู
อาจารย์ทุกท่านที่กรุณาให้ความสะดวก สนับสนุน และช่วยเหลือในการทดลอง

ขอขอบพระคุณหัวหน้าหน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 6 และ
เพื่อนร่วมงานทุก ๆ ท่าน ที่ได้ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจตลอดมา

ขอขอบคุณคุณพิไลพร พุทชนะ ที่กรุณาช่วยพิมพ์ต้นร่างของปริญญานิพนธ์และเป็น
กำลังใจในการทำวิจัยครั้งนี้

คุณค่าและประโยชน์อันใดที่เกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชา
แด่บิดา มารดา ครู-อาจารย์ทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำช่วยเหลือเป็นอย่างดี

สมเดช บุญประจักษ์

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ	1
	ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา	1
	จุดประสงค์ของการวิจัย	4
	ความสำคัญของการวิจัย	4
	สมมติฐานของการวิจัย	4
	นิยามศัพท์เฉพาะ	5
	ขอบเขตในการวิจัย	6
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	8
	ตอนที่ 1 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์	9
	1.1 ความหมาย ความสำคัญ และการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์	9
	1.2 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหา	11
	1.3 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทางด้านความสามารถในการให้เหตุผล	34
	1.4 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทางด้านความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร	42
	1.5 การวัดและประเมินผลศักยภาพทางคณิตศาสตร์	47
	ตอนที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ	52
	2.1 ความหมายและความสำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ	52
	2.2 เป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือ	54
	2.3 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์	56
	2.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ	58
	ตอนที่ 3 กรอบแนวคิดในการวิจัย	62
	3.1 หลักการในการสร้างสื่อการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	62
	3.2 กรอบในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์	63

3	การดำเนินการวิจัย	66
	<u>ขั้นตอนที่ 1</u> การศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์	66
	<u>ขั้นตอนที่ 2</u> การกำหนดแนวทางในการพัฒนา	67
	<u>ขั้นตอนที่ 3</u> การสร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ	68
	<u>ขั้นตอนที่ 4</u> การทดลอง	73
	<u>ขั้นตอนที่ 5</u> การวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการทดลอง	77
4	ผลการศึกษาค้นคว้า	80
	<u>ตอนที่ 1</u> ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาศักยภาพทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามเกณฑ์ความ สัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2).....	80
	<u>ตอนที่ 2</u> เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง.....	81
	<u>ตอนที่ 3</u> เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม.....	83
	<u>ตอนที่ 4</u> ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ด้าน การแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียน กลุ่มทดลองจากการตรวจผลงานและจากการสังเกต.....	85
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	95
	จุดประสงค์ของการวิจัย	95
	ผลการวิจัย	96
	อภิปรายผล	96
	ข้อสังเกต	101
	ข้อเสนอแนะ	102
	บรรณานุกรม	104

ภาคผนวก	120
ก. รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ	121
ข. ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง	123
ค. คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	127
ง. ตัวอย่างการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน	129
จ. ตัวอย่างผลการสัมภาษณ์นักเรียนเมื่อเสร็จสิ้นการทดลอง	138
ฉ. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	143
1) แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	144
2) แผนการสอน	152
3) ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่วัดและข้อสอบที่ใช้วัด	305
4) แบบทดสอบวัดผลก่อนเรียนและหลังเรียน	308
5) แบบทดสอบย่อย	321
6) แบบสังเกต	331
ประวัติย่อของผู้วิจัย	336

บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 คะแนนศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง	81
2 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ก่อนการทดลองและ หลังการทดลอง	82
3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ของกลุ่มทดลองกับ กลุ่มควบคุม	83
4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาใน แต่ละด้าน คือ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์ สื่อสาร ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม	84
5 คะแนนที่ได้จากการตรวจผลงานและการทดสอบ โรงเรียนพระนารายณ์ จังหวัดลพบุรี	124
6 คะแนนที่ได้จากการตรวจผลงานและการทดสอบ โรงเรียนคงคาวิทยา จังหวัดลพบุรี	125
7 สรุปคะแนนจากการตรวจผลงานและจากการทดสอบ และแสดงการคิดคำนวณ ค่าเฉลี่ยของคะแนนการพัฒนาระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์	126
8 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่นของ แบบทดสอบวัดผลก่อนเรียนและหลังเรียน	128
9 แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1	145
10 ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่วัดและข้อสอบที่ใช้วัด	306

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวทาง 16	16
2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร 17	17
3 แสดงลำดับขั้นของการคิด 36	36
4 แสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน 52	52
5 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร..... 63	63
6 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร..... 68	68
7 แสดงการจัดนักเรียนที่มีความสามารถต่างกันเข้ากลุ่มเพื่อทำกิจกรรม 75	75

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

สังคมในปัจจุบันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว เป็นผลมาจากความเจริญก้าวหน้าของวิทยาการต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเจริญทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ทำให้สื่อสารกันได้สะดวก ระบบการศึกษาซึ่งเป็นการเตรียมคนสำหรับสังคมในอนาคต จะต้องเป็นการเตรียมคนให้เป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ รู้จักติดตามข้อมูล ข่าวสาร วิทยาการใหม่ ๆ รู้จักคิด วิเคราะห์ ให้เหตุผล และแก้ปัญหาได้ อีกทั้งยังต้องมีทักษะในการทำงาน ดังที่สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ ได้กล่าวไว้ในแผนการศึกษาแห่งชาติว่า เป้าหมายของการจัดการศึกษา คือ การพัฒนาบุคคลให้เป็นผู้ที่มีปัญญา รู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วและหลากหลาย มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และใฝ่เรียนใฝ่รู้ รู้จักเลือกรับวิทยาการต่าง ๆ อีกทั้งยังมุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่ดีงาม ทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน รู้จักการช่วยเหลือ เกื้อกูล ประโยชน์แก่กันโดยไม่เห็นแก่ตัว มีความสามารถและทักษะในการติดต่อสื่อสารกับบุคคลอื่น ตระหนักและปฏิบัติตามสิทธิหน้าที่และความรับผิดชอบที่พึงมีต่อผู้อื่น ต่อสังคมให้มีสันติสุข รู้จักและเคารพในสิทธิเสรีภาพของตนเองและผู้อื่นตามระบอบประชาธิปไตย อันมีพระมหากษัตริย์เป็นประมุข (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. 2535 : 8-9) และหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ได้กำหนดจุดมุ่งหมายไว้อย่างชัดเจนว่า เป็นหลักสูตรที่เน้นกระบวนการทางด้านความคิดและการปฏิบัติ มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีความรู้และทักษะที่เพียงพอที่จะเลือกและตัดสินใจ มีความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างมีเหตุผล สามารถทำงานและอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กรมวิชาการ. 2533 : 1)

สมาคมศึกษานิเทศก์คณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (The National Council of Supervisors of Mathematics. [NCSM]) ได้ให้ทัศนะเกี่ยวกับนักเรียนที่จะเติบโตไปสู่สังคมข่าวสารว่า จะต้องเป็นผู้ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (NCSM. 1989 : 471) ขณะเดียวกัน สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics. [NCTM]) ได้เสนอแนวทางการปฏิรูปการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน เพื่อให้ นักเรียนมีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ซึ่งครอบคลุมถึงความสามารถ

ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยให้ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นเป้าหมายและจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และให้การแก้ปัญหาเป็นส่วนสำคัญ ของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน (NCTM. 1989 : 23) เบลล์ (Bell. 1978 : 311) เชื่อว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics สามารถถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาทั่ว ๆ ไปได้ สำหรับประเทศไทย แม้ว่าความสามารถในการแก้ปัญหา จะระบุเป็นจุดประสงค์ของหลักสูตร อย่างชัดเจนแล้วก็ตาม แต่การเรียนการสอนที่ผ่านมายังไม่บรรลุผลเท่าที่ควร ผลสัมฤทธิ์ทาง การเรียนอยู่ในระดับไม่น่าพอใจ ในส่วนของความสามารถในการคิดและการแก้ปัญหา และ ความสามารถในการนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน และคิดแปลงความรู้ไปใช้เป็นที่ควร ได้รับการปรับปรุงเป็นพิเศษ (สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2538 : 88) ทั้งนี้ อาจมีสาเหตุมาจาก เป้าหมายของการศึกษามักกำหนดความสามารถที่ติดอยู่กับรายวิชา ไม่ได้เลยไปถึงการนำความรู้ ไปใช้ จึงมุ่งสอนเนื้อหาให้จบ ขาดการเชื่อมโยงและผสมผสานการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ และ มักจะใช้การสอนแบบบรรยายเป็นส่วนใหญ่ ผู้เรียนไม่มีหรือไม่ค่อยจะมีโอกาสได้ร่วมคิด ร่วมทำ ร่วมแก้ปัญหาที่กำลังเรียนอยู่มานัก ไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แปลความ ตีความ หรือ ทำความเข้าใจกับโจทย์ตามลำดับขั้นตอน ในการสอนครูเป็นผู้อธิบาย นักเรียนไม่ได้คิด และ ในการแก้ปัญหาที่ปฏิบัติอยู่เป็นเพียงการทำโจทย์แบบฝึกหัด ซึ่งทำเป็นรายบุคคล ผู้เรียนมีโอกาส ปฏิบัติกิจกรรมและฝึกการแก้ปัญหาร่วมกันน้อยมาก ผู้เรียนแทบไม่มีปฏิสัมพันธ์หรือสื่อสารกัน ในขณะที่การเรียนการสอนกำลังดำเนินการอยู่ ขาดการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีคุณภาพในสังคม (โกวิท ประวาลพุกษ์. 2534 : 3; วัชรวิ บุรณสิงห์. 2526 : 413; สุชาติ รัตนกุล. 2526 : 521 และ อารี สัมหลวี. 2523 : 1)

จอยซ์ และ วิล (Joyce and Weil. 1986 : 217) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) จะช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งในด้านสติปัญญา ให้เกิดการเรียนรู้จนบรรลุถึง จิตความสามารถสูงสุด และในด้านสังคมให้มีความสัมพันธ์อันดีระหว่างตนเองกับผู้อื่น นั่นคือ การเรียนแบบร่วมมือ เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบหนึ่ง ที่ให้ความสำคัญ ต่อการพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่พึงประสงค์ คือ การทำงาน เรียนรู้และแก้ปัญหาร่วมกัน แนวความเชื่อพื้นฐานของการเรียนแบบร่วมมือ คือ การยอมรับในความสามารถของแต่ละคน ซึ่งแตกต่างกัน ในการทำงานหรือแก้ปัญหาคือให้ทุกคนมีส่วนร่วมและใช้ศักยภาพของแต่ละคน ที่มีอยู่อย่างเต็มที่ การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนที่มุ่งให้นักเรียนได้ฝึกการเรียนรู้ และแก้ปัญหาร่วมกัน มีการแบ่งงานและหน้าที่รับผิดชอบ ทุกคนต้องรับผิดชอบงานในส่วน ของตนเองอย่างเต็มที่ และยังคงร่วมรับผิดชอบงานและการเรียนรู้ของสมาชิกในกลุ่ม ไม่เฉพาะ งานในส่วนที่ตนเองรับผิดชอบเท่านั้น แต่ยังเรียนรู้งานของกลุ่มด้วย ทำให้ทุกคนเกิดการเรียนรู้

ในงานทุกขั้นตอน เพราะคะแนนและผลงานของแต่ละคนในกลุ่มส่งผลต่อความสำเร็จของกลุ่ม แนวคิดดังกล่าวนี้ จะทำให้นักเรียนเกิดความร่วมมือและช่วยเหลือกันอย่างแท้จริง ส่งผลให้สมาชิกในกลุ่มมีความสัมพันธ์อันดีต่อกัน วิธีการเช่นนี้นอกจากจะพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีคุณลักษณะทางสังคมที่พึงประสงค์แล้ว ยังช่วยลดบทบาทของครูจากการเป็นผู้สอนโดยตรง มาเป็นเพียงผู้คอยให้คำแนะนำ ช่วยเหลือนักเรียนในการเรียนรู้ เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองมากขึ้น เป็นวิธีที่จะปลูกฝังให้นักเรียนรู้จักการเรียนรู้และการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และยังช่วยปลูกฝังการเรียนรู้ร่วมกับผู้อื่น รู้จักคิด วิเคราะห์ ตัดสินใจและทำงานร่วมกับผู้อื่น

นอกจากนี้ลินด์ควิสท์ (Lindquist, 1989 : 629-630) ได้กล่าวถึง การเรียนแบบร่วมมือ ในการสอนคณิตศาสตร์ว่าเป็นการใช้ภาษาในการพูด อธิบายแนวคิด ในขณะที่เดียวกันก็เรียนรู้ การรับฟังแนวคิดของคนอื่นด้วย ทั้งจากการพูดและการฟัง จะทำให้เข้าใจคณิตศาสตร์และเห็นว่า คณิตศาสตร์นั้นมีความหมาย และยังเป็นการส่งเสริมการทำงานและรับผิดชอบร่วมกัน เกิดการเรียนรู้ทักษะทางสังคมที่พึงประสงค์ ผู้วิจัยคิดว่า หากได้มีการใช้การเรียนแบบร่วมมืออย่างต่อเนื่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยฝึกให้นักเรียนทำงาน และแก้ปัญหาาร่วมกัน จะสามารถพัฒนาผู้เรียนให้เกิดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการได้ นอกจากนี้การใช้การเรียนแบบร่วมมือ ยังเป็นการส่งเสริมพัฒนาการทางสังคมที่สอดคล้องกับวัยของนักเรียนอีกด้วย ทั้งนี้เนื่องจากเด็กวัยรุ่นเป็นวัยที่กำลังสนใจในการรวมกลุ่มกับผู้ที่อยู่ในวัยเดียวกัน และต้องการการยอมรับจากเพื่อน

จากความจำเป็นที่ต้องพัฒนาคุณภาพของประชากรให้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่พร้อมจะเข้าไปสู่สังคมในยุคต่อไป และจากปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน รวมทั้งการพัฒนาผู้เรียนด้วยวิธีการที่เหมาะสมกับวัยและการเปลี่ยนแปลงต่าง ๆ ในสังคมที่เขาต้องออกไปเผชิญ ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งรูปแบบดังกล่าวน่าจะใช้ได้ดีกับการพัฒนาผู้เรียนให้เกิดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร อีกทั้งยังช่วยพัฒนาคุณลักษณะทางสังคมที่พึงประสงค์อีกด้วย

จุดประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใน 3 ประการ คือความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยใช้วิธีการเรียนแบบร่วมมือ ในการพัฒนาครั้งนี้มีจุดประสงค์เฉพาะดังต่อไปนี้

1. ออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ
2. เปรียบเทียบผลการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียนก่อนการทดลองและหลังการทดลอง
3. เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ด้าน คือความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้แผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน เพื่อเตรียมผู้เรียนสำหรับสังคมในยุคที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว
2. ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ที่จะพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อนำไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
3. เพื่อกระตุ้นครูผู้สอนให้เห็นความสำคัญของการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน และเพื่อให้ครูเกิดแรงบันดาลใจในการเปลี่ยนแปลงแนวการสอน
4. เป็นแนวทางสำหรับหน่วยงานที่รับผิดชอบในการจัดหลักสูตร การเรียนการสอน ที่จะนำผลการวิจัยไปใช้เป็นข้อมูลประกอบในการพัฒนาหลักสูตร แบบเรียน และแนวการสอนคณิตศาสตร์

สมมติฐานของการวิจัย

1. แผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยพัฒนามีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 70 / 70
2. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง

3. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และ การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกัน

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (mathematical power) หมายถึง ความสามารถของบุคคล ในการผสมผสาน และประยุกต์ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างมี ประสิทธิภาพ ในการวิจัยนี้ ได้ใช้ 3 ด้าน คือ

- 1.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา
- 1.2 ความสามารถในการให้เหตุผล
- 1.3 ความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

2. ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และ การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหานักเรียน ทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหา แปลกใหม่ โดยยึดกระบวนการพัฒนาตามแนวคิดของ โพลยา (Polya) 4 ขั้นตอน คือ

- 2.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
- 2.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
- 2.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา
- 2.4 ขั้นตรวจสอบผล

3. ความสามารถในการให้เหตุผล หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์และการสรุปที่สมเหตุสมผลของแนวคิดนั้น ๆ ซึ่งประกอบด้วย

- 3.1 ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
- 3.2 ความสามารถในการหาข้อสรุป
- 3.3 ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุ

สมผล

4. ความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร หมายถึง ความสามารถในการแสดง แนวคิดนำเสนอแนวคิด และอธิบายความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

- 4.1 ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การแทนด้วยสัญลักษณ์หรือการแสดงแนวคิดโดยใช้สื่อต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ แผนภาพหรือกราฟ
- 4.2 ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเสนอแนวคิด ทางคณิตศาสตร์และแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- 4.3 ความสามารถในการอธิบายแนวคิด และแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

5. การเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) หมายถึง รูปแบบการจัดกิจกรรม การเรียนการสอน ที่กำหนดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงาน ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละประมาณ 4 คน แบบความสามารถ เป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน โดยที่สมาชิกทุกคนมีเป้าหมายในการเรียนร่วมกัน คือ เกิดการเรียนรู้หรือประสบความสำเร็จร่วมกัน เมื่อกลุ่มได้รับปัญหา ทุกคนในกลุ่มจะอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น แสดงเหตุผลโต้ตอบกันหรือสนับสนุนความคิดเห็นกัน และให้เป็น หน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มที่จะช่วยสมาชิกให้เข้าใจในงาน ให้ทุกคนสามารถอธิบายสิ่งที่ทำและ ให้เหตุผลได้อย่างชัดเจน มีการมอบหมายหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม เช่น ประธานกลุ่ม ผู้จด บันทึกรายการ ผู้คอยดูแลให้สมาชิกในกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น ผู้ตรวจสอบผลงาน ขณะเดียวกันก็ต้องช่วยกันรับผิดชอบการเรียนรู้ในงานทุกขั้นตอนของสมาชิกกลุ่ม โดยการนำ ผลงานของแต่ละคนมาอธิบาย อภิปราย และลงสรุปร่วมกัน เพื่อให้มั่นใจว่าสมาชิกกลุ่มทุกคน เกิดการเรียนรู้ สามารถที่จะตอบคำถาม หรืออธิบายงานของกลุ่มได้ทุกขั้นตอน ไม่เฉพาะ ในส่วนที่ตนเองรับผิดชอบเท่านั้น / ทั้งนี้เพื่อให้ทุกคนอยู่ในสภาพพร้อมที่จะนำเสนอผลงาน เมื่อถูกกลุ่มให้นำเสนอ ความสำเร็จของกลุ่มส่วนหนึ่งจะประเมินจากค่าเฉลี่ยของคะแนนหรือ ผลงานของทุกคนในกลุ่ม ฉะนั้น สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มจะต้องรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ ของตนเอง ปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมายอย่างดีที่สุด และเป็นหน้าที่ที่จะต้องให้ความช่วยเหลือ สมาชิกในกลุ่มให้เกิดการเรียนรู้เช่นเดียวกัน เพราะคะแนนของแต่ละคนส่งผลต่อค่าเฉลี่ยของกลุ่ม อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอน ที่ต้องการเน้นให้ ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและช่วยเหลือกัน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยน ความคิดเห็นกัน และฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น

6. การเรียนการสอนตามปกติ หมายถึง การสอนที่ผู้สอนดำเนินการไปตามแนวทาง ที่หลักสูตรของกระทรวงศึกษาธิการกำหนด

ขอบเขตในการวิจัย

1. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นกระบวนการที่ต้องใช้เวลาใน การพัฒนาอย่างต่อเนื่องตลอดหลักสูตรของการศึกษาในโรงเรียน แต่ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการ ศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเวลาเพียง 1 ภาคเรียนเท่านั้น จึงไม่ สามารถพัฒนาให้เกิดศักยภาพดังกล่าวได้อย่างเต็มที่ เนื่องจากข้อจำกัดของเวลาในการทดลอง ดังนั้น การวิจัยครั้งนี้จึงมุ่งศึกษาพัฒนาการของนักเรียนทางด้านต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นจากการทดลอง

2. ระยะเวลาที่ใช้ในการทดลอง ใช้เวลาในการทดลอง 1 ภาคเรียน 18 สัปดาห์
สัปดาห์ละ 2 คาบ รวม 36 คาบ และดำเนินการทดลองในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538

3. ขอบเขตของเนื้อหา การวิจัยครั้งนี้ใช้พื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา
และรายวิชาคณิตศาสตร์ 1 และ 2 (ค 101 และ ค 102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรของ
กระทรวงศึกษาธิการ ผู้วิจัยทำการทดลองในรายวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032) เนื้อหา
วิชาส่วนใหญ่จึงเป็นเนื้อหาที่สอดคล้องกับรายวิชาคณิตศาสตร์ 2 (ค 102)

4. ตัวแปรที่ศึกษา

4.1 ตัวแปรต้น

กิจกรรมการเรียนการสอน แบ่งเป็น

4.1.1 กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มุ่งพัฒนา
ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

4.1.2 กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การเรียนรู้ตามปกติ

4.2 ตัวแปรตาม

ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็น

4.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหา

4.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผล

4.2.3 ความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้แบ่งประเด็นในการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องออกเป็น 3 ตอนตามเนื้อหาสาระดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมาย ความสำคัญ และการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหา
 - 1.2.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหา
 - 1.2.2 ความหมายและประเภทของปัญหา
 - 1.2.3 กระบวนการแก้ปัญหา
 - 1.2.4 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
 - 1.2.5 ปัจจัยที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา
 - 1.2.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา
- 1.3 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ทางด้านความสามารถในการให้เหตุผล
 - 1.3.1 ความสำคัญของการให้เหตุผล
 - 1.3.2 ความหมายของการให้เหตุผลและประเภทของการให้เหตุผล
 - 1.3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล
- 1.4 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ทางด้านความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร
 - 1.4.1 ความสำคัญของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร
 - 1.4.2 ความหมายของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร
 - 1.4.2 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร
- 1.5 การวัดและประเมินผลศักยภาพทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ

- 2.1 ความหมายและความสำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ
- 2.2 เป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือ
- 2.3 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์
- 2.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ

ตอนที่ 3 กรอบความคิดในการวิจัย

ตอนที่ 1 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมาย ความสำคัญและการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์

กรีนวูด (Greenwood. 1993 : 144) ได้กล่าวถึง ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการคิดและดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างอิสระ โดยที่นักเรียนพึงครุ่นน้อยที่สุด

คณะกรรมการการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education. 1985 : 1) กล่าวถึงการศึกษาคณิตศาสตร์ว่า สิ่งสำคัญคือ ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเกี่ยวกับความสามารถในการเข้าใจความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล และการใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ

สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 5; 1991 : 1) ได้ให้ความหมายของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ (mathematical power) ว่าหมายถึง ความสามารถของบุคคลในการสืบค้น (explore) สร้างข้อคาดเดา (conjecture) บนพื้นฐานของข้อมูล ให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล (reason logically) และการเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในการแก้ปัญหาแปลกใหม่ (nonroutine problem) ในการสื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และการสื่อสารผ่านคณิตศาสตร์ และในการเชื่อมโยงความรู้ ระหว่างคณิตศาสตร์และระหว่างคณิตศาสตร์กับความรู้ด้านอื่น ๆ ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ยังรวมถึง ความมั่นใจในตนเอง (self-confidence) ในการค้นหา การประเมินและเลือกใช้ข้อมูล ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจ และสมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 205) ยังได้กำหนดประเด็นการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกี่ยวกับศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ออกเป็นความสามารถด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้งในสาขาของคณิตศาสตร์และสาขาอื่น

2. ความสามารถในการใช้ภาษาคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร

3. ความสามารถในการให้เหตุผลและการวิเคราะห์

4. ความรู้และความเข้าใจในมโนคติ และการดำเนินการ

5. ความรู้สึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

6. ความเข้าใจธรรมชาติของคณิตศาสตร์

จากความหมายของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น และจากการกำหนดประเด็นในการวัดความรู้เกี่ยวกับศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยจึงกำหนดความหมายของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสำหรับการวิจัยครั้งนี้ ดังนี้

ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการผสมผสานและประยุกต์ใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ในการวิจัยนี้ใช้ความสามารถ 3 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

จากความหมายของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ข้างต้น จะเห็นได้ว่า การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์จึงเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนได้มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ทั้งส่วนที่เป็นเนื้อหาสาระ ซึ่งประกอบด้วย ข้อความรู้ ทักษะ มโนคติ และส่วนที่เป็นวิธีการ ซึ่งหมายถึง ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และสามารถผสมผสานหรือประยุกต์ความรู้ความเข้าใจเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังสามารถสื่อสารแนวคิดของตนเองกับผู้อื่นได้

การจะพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นได้นั้น ผู้เรียนจะต้องเป็นผู้ดำเนินการในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองอย่างแท้จริง โดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหาทั้งที่เป็นการแก้ปัญหารายบุคคลและการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย หรือบางครั้งเป็นการแก้ปัญหาร่วมกันทั้งชั้น แนวคิดดังกล่าวสอดคล้องกับของกรีนวูด (Greenwood, 1993 : 144-148) ซึ่งกล่าวว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นโดยการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนากระบวนการคิด ที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหา อธิบายความเหมาะสมของคำตอบของปัญหา โดยที่นักเรียนพึงครุ่นคิดหรือคำนึงน้อยมาก และกรีนวูดยังได้เสนอแนวทางสำหรับนักเรียน ในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์และการคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ 7 ประการดังนี้ คือ

1. ทุก ๆ สิ่งที่ต้องการดำเนินการในคณิตศาสตร์จะต้องมีความหมาย
2. พยายามใช้สิ่งที่รู้อยู่แล้วด้วยตนเอง
3. สามารถระบุข้อผิดพลาดของคำตอบ การใช้สื่อและการคิดได้
4. ใช้การคิดคำนวณแบบวิธีการนับ (counting) ให้น้อยที่สุด
5. ใช้การคำนวณที่เป็นกระดาษดินสอ (paper-and-pencil) น้อยที่สุด เน้นการตัดสินใจและการเลือกใช้เครื่องคำนวณหรือคอมพิวเตอร์
6. เมื่อยุทธวิธีที่เลือกใช้ไม่ได้ผล ก็เต็มใจที่จะเลือกใช้ยุทธวิธีอื่น
7. ขยายหรือปรับเปลี่ยนสถานการณ์ปัญหา โดยการกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติม หรือลดเงื่อนไขหรือตั้งคำถามใหม่

นอกจากนี้ ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1994 : 334-338) ได้เสนอแนะกิจกรรมที่นักเรียนควรกระทำหลังจากดำเนินการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว เพื่อเป็นการตรวจสอบและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผล ดังนี้

1. ตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความเหมาะสมของคำตอบ
2. เขียนสรุปเกี่ยวกับปัญหาและคำตอบของปัญหา
3. หาคำตอบของปัญหาโดยวิธีอื่น
4. เปลี่ยนเงื่อนไขบางประการของปัญหาแล้วหาคำตอบ
5. ขยายความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาไปสู่การสรุปเป็นสูตร มโนมติ หรือเป็นรูปทั่วไป

1.2 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหา

1.2.1 ความสำคัญของการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ (Lester. 1977 : 12) และเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตร และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลายหน่วยงานที่รับผิดชอบและดูแลการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ต่างก็ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหา ดังเช่น ในปี ค.ศ. 1977 สมาคมศึกษานิเทศก์ ในสหรัฐอเมริกา (NCSM. 1977 : 19-22) ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญอันดับแรกในจำนวนทักษะพื้นฐานที่จำเป็น 10 ประการ ทำนองเดียวกัน ในปี ค.ศ. 1980 สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1980 : 1-3) ได้เสนอให้การแก้ปัญหาคือจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ เพื่อผลักดันให้การแก้ปัญหามิใช่เพียงเป้าหมาย ในปี ค.ศ. 1989 สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา ได้กำหนดเป้าหมายและแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน ไว้ใน Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics โดยระบุเป้าหมาย แนวทางการพัฒนาการเรียนการสอน ตลอดจนแนวการวัดผล ประเมินผลการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน (NCTM. 1989) ในส่วนของการสอน เบลล์ (Bell. 1978 : 311) ได้ให้ข้อคิดเห็นว่า การแก้ปัญหามีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหามิใช่เพียงการช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และเป็นเครื่องช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหามีส่วนช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนมติ และหลักการต่าง ๆ โดยการแสดงการประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เอง และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่น ๆ นอกจากนี้ เพอติกคาริส (Perdikaris. 1993 : 423) ยังได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาคือเป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ความสำเร็จในการแก้ปัญหามีส่วนทำให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่นักเรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น

1.2.2 ความหมายและประเภทของปัญหา

อดัมส์ เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis and Beeson. 1977 : 173-174) ได้ให้ความหมายของปัญหาว่า คือสถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ซึ่งปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาคงค้นหาว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหา นั่นคือ การได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา จะได้จากการพิจารณาว่าจะต้องทำอะไร

ได้มีผู้ให้ความหมายของปัญหาในทำนองเดียวกันนี้อีกหลายคน เช่น เดย์ (Day. 1986 : 14) แคนโทว์สกี (Kantowski. 1980 : 195) ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 6) สำหรับชาร์ลและเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทำนองเดียวกัน แต่ได้เพิ่มประเด็นว่า จะถือว่าเป็นปัญหา เมื่อบุคคลนั้นต้องการหรืออยากที่จะหาคำตอบ และต้องมีความพยายามในการหาคำตอบ

สำหรับงานวิจัยนี้ ปัญหา หมายถึงสถานการณ์ที่บุคคล หรือกลุ่มบุคคลเผชิญ และต้องการหาคำตอบ ซึ่งยังไม่มีวิธีทางที่จะได้คำตอบของปัญหาในทันที ต้องใช้ความรู้และวิธีการต่างๆ ที่มีอยู่มาผสมผสานเป็นแนวทางใหม่ในการหาคำตอบของปัญหา

จากความหมายของปัญหาข้างต้น ได้มีผู้แบ่งปัญหาออกเป็นประเภทต่าง ๆ ดังนี้

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท (Polya. 1957 : 23-29) คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นคว้า เป็นปัญหาให้ค้นคว้าหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือให้หาวิธีการ คำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

2. พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท (Reys, Suydum and Lindquist. 1992 : 29) คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา (routine problems) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาแปลกใหม่ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาคงประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

3. พิจารณาตามลักษณะของปัญหา บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และ เอคเวิดส์ (Bitter, Hartfield and Edwards. 1989 : 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

3.1 ปัญหาปลายเปิด (open-ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

3.2 ปัญหาให้ค้นพบ (discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีแก้ได้หลากหลายวิธี

3.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะ (clues) และคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

4. พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก ชาร์ลและเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6-10) ได้พิจารณาจำแนกประเภทของปัญหา และเป้าหมายของการฝึกแก้ปัญหาแต่ละประเภท ดังนี้

4.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

4.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

4.3 ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (complex translation problem) คล้ายกับปัญหาอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

4.5 ปัญหาการประยุกต์ (applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติ และข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของ

คณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

4.6 ปัญหาปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

การแก้ปัญหา เป็นความเกี่ยวข้องระหว่างประสบการณ์เดิม ความรู้ ความเข้าใจ และการดำเนินการที่ใช้ข้อมูลที่กำหนด แล้วสังเคราะห์เป็นข้อค้นพบที่เป็นคำตอบของปัญหา การแก้ปัญหามุ่งหมายถึงกระบวนการทั้งหมดในการแก้ปัญหา ไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย โพลยา (Kaur, 1993 : 71 ; citing Polya, 1969) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหามุ่งหมายถึงปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ต่างก็มีความสำคัญ แต่มีจุดหมายที่ต่างกัน คือ ปัญหาธรรมดามีจุดหมายที่เฉพาะเจาะจง เกี่ยวกับการใช้กฎต่าง ๆ เป็นการมุ่งฝึกกระบวนการและความหมาย ไม่ได้ต้องการที่จะให้คิดสร้างหรือค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ในการหาคำตอบ ส่วนปัญหาแปลกใหม่ต้องการให้มีการคิดสร้างหรือค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ในการหาคำตอบของปัญหา นอกจากนี้เขายังกล่าวว่าการศึกษาระดับมัธยมศึกษาไม่สามารถบรรลุเป้าหมายขั้นสูงได้ ถ้าปราศจากการใช้การแก้ปัญหาแปลกใหม่ในกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนอย่างเหมาะสม

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหา ว่าเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา ทั้งปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหามุ่งหมายถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

1.2.3 กระบวนการการแก้ปัญหา (problem solving process)

การมีความรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ดี และกระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาคณิตศาสตร์ เพราะคำตอบของปัญหาที่ได้จากกระบวนการแก้ปัญหามักทำให้เกิดข้อค้นพบใหม่ และเป็นวิธีการที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ (Perdikaris, 1993 : 423) กระบวนการแก้ปัญหามุ่งหมายถึงที่ยอมรับกันโดยทั่วไปคือ กระบวนการแก้ปัญหามุ่งหมายถึงโพลยา (Polya, 1957 : XVI-XVII) ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem) นั่นคือ เข้าใจว่าอะไรคือสิ่งที่ไม่รู้ อะไรคือข้อมูล โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรบ้าง และเพียงพอที่จะแก้ปัญหาหรือไม่ หากเกิดความกำกวม ถกเถียงหรือขัดแย้ง ควรใช้การวาดรูป และควรแยกสภาพการณ์หรือเงื่อนไขออกเป็นส่วน ๆ โดยการเขียนลงบนกระดาษ จะทำให้เข้าใจโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (devising a plan) เป็นขั้นที่ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ไม่รู้ ถ้าหากไม่สามารถหาความเชื่อมโยงได้ ก็ควรรออาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้

2.1 เป็นโจทย์ปัญหาที่เคยประสบมาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่

2.2 รู้จักโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์ที่จะแก้หรือไม่ เพียงใด และรู้จักทฤษฎีที่จะใช้แก้หรือไม่

2.3 พิจารณาสິงที่ไม่รู้ในโจทย์และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน และพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคือเคยพบ มาใช้กับโจทย์ปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่

2.4 ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์เพื่อดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบมาหรือไม่

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน (carrying out the plan) เป็นขั้นของการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ และต้องตรวจสอบแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล (looking back) เป็นการตรวจสอบผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ หรืออาจตรวจสอบโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาวีธีอื่น ๆ แล้วตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณคำตอบอย่างคร่าว ๆ

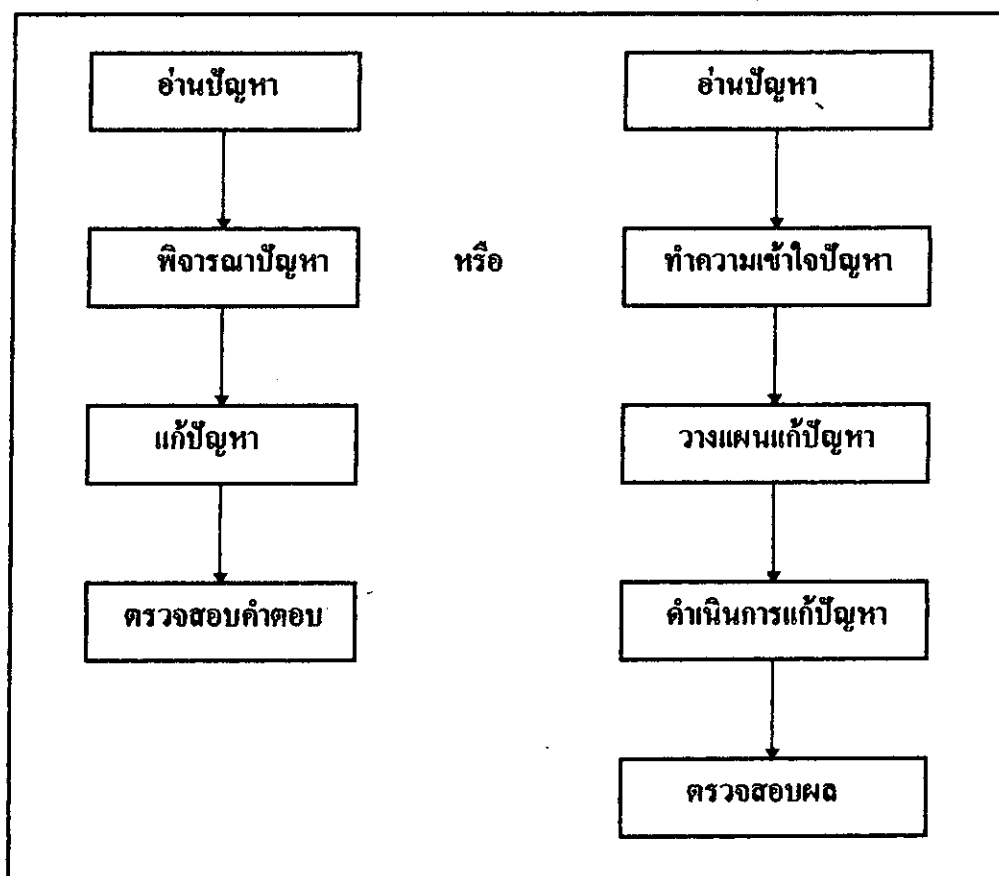
ในขั้นการตรวจสอบ นอกจากจะเป็นการตรวจสอบผลที่ได้ว่าถูกต้อง เหมาะสมแล้ว อาจปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการแล้วหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไปด้วย

ในการดำเนินการแก้ปัญหา เบลล์ (Bell, 1978 : 312) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบหรือชุดของคำตอบที่เป็นไปได้

5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

วิลสัน เฟร์นันเดซ และ ฮาดเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993 : 60-62) กล่าวถึง กระบวนการแก้ปัญหาโดยทั่วไปว่า มักนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ในลักษณะที่เป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวทาง ดังนี้

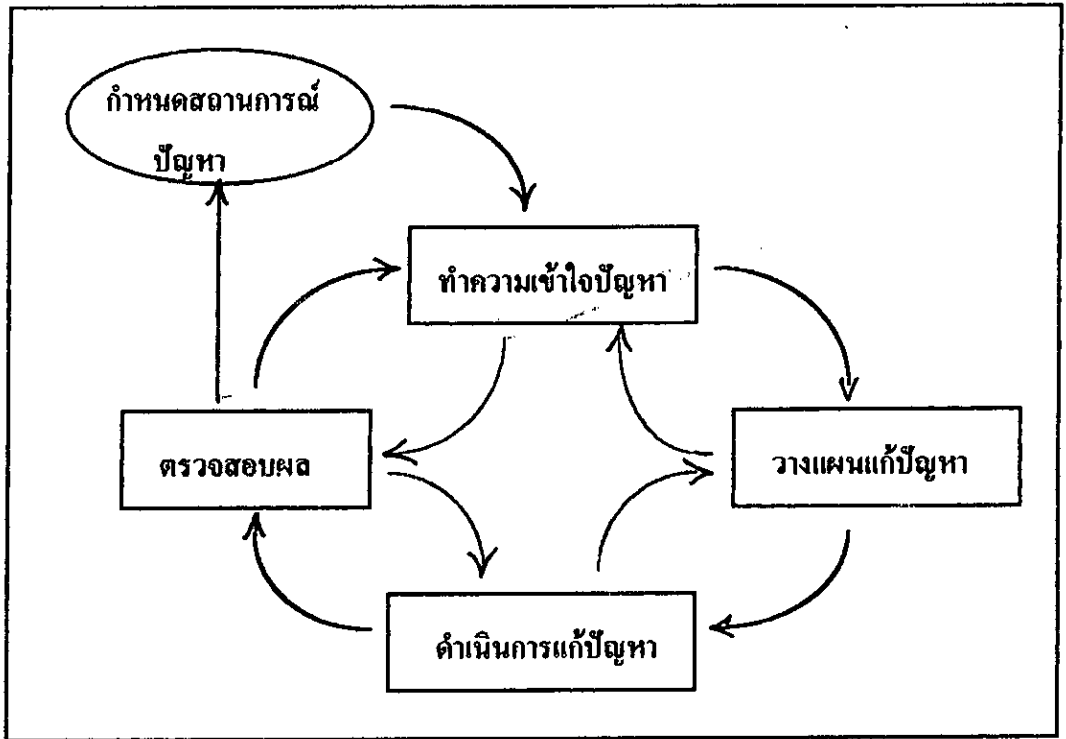


ภาพประกอบ 1 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวทาง (Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993 : 61)

รูปแบบดังกล่าวเป็นเสมือนชุดของขั้นตอนการแก้ปัญหาซึ่งต้องดำเนินการตามขั้นตอนเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง จะเห็นว่าการดำเนินการในลักษณะแนวทางเช่นนี้ทำให้ขาดการสืบสวนในการแก้ปัญหา ขาดการช่วยเหลือตนเอง ขาดการวางระบบความคิดและการวัดผลตนเอง (self-assessment) ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน, เฟร์นันเดซ และ ฮาดเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993 : 60-62) มองว่า มีข้อบกพร่อง ดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการในแนวทางเสมอ
2. การแก้ปัญหาเป็นดังเช่นชุดของขั้นตอน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องกระทำซ้ำ ๆ
4. เป็นการเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และ ฮาดเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993 : 60-62) ได้ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัตร (dynamic) และเป็นวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 2 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร (Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993 : 62)

ถูกสรุปเป็นการแสดงการพิจารณาตัดสินใจที่เป็นการเคลื่อนการทำงาน จากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรืออาจจะพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนเดิมหากมีปัญหาหรือข้อสงสัย จะเห็นว่า กระบวนการไม่จำเป็นต้องเป็นแนวตรงดังรูปแบบเดิม เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหา ในขั้นตอนแรก คือ ทำความเข้าใจปัญหา แล้วเคลื่อนไปสู่ขั้นการวางแผน ระหว่างการดำเนินการ นั้น นักเรียนอาจค้นพบสิ่งที่ทำให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น หรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตาม แผนที่วางไว้แต่ไม่สามารถดำเนินการได้ นักเรียนอาจจะกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ หรือทำความเข้าใจ ปัญหาใหม่ ซึ่งการดำเนินการดังกล่าวเป็นการดำเนินการที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา โดย ไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์
(2524 : 55-56) ได้เสนอยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังต่อไปนี้

1. อ่านปัญหาทำความเข้าใจกับข้อความในปัญหานั้นแล้วหาว่า
 - 1.1 โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
 - 1.2 โจทย์ต้องการหาอะไร
 2. จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ลองแปลงเป็นรูปภาพ แผนภาพ เพื่อให้เห็นเป็นรูปธรรมเท่าที่ทำได้
 3. จากรูปภาพในข้อ 2 ทำให้เราได้เงื่อนไขอะไรเพิ่มเติมอีกบ้างโดยอาศัยบทนิยามสมบัติ ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เคยเรียนรู้อยู่แล้ว
 4. ในบรรดาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และเงื่อนไขเพิ่มเติมในข้อ 3 มีความเกี่ยวข้องกันอย่างไร หรือมีเงื่อนไขใหม่อะไรเพิ่มเติมอีก
 5. คิดหาวิธีแก้ปัญหานั้นถึงปัญหาที่คล้าย ๆ กันนี้ว่าเคยทำหรือไม่ ถ้าเคยลองใช้วิธีการนั้น ๆ มาทดลองดู ถ้าไม่เคยแก้ปัญหานั้นมาก่อนก็วิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์ต้องการว่าต้องการเงื่อนไขอะไรบ้างจึงจะได้ดังที่โจทย์ต้องการ และเงื่อนไขนั้นมีในข้อ 3 และ 4 หรือไม่ ถ้ามีก็แสดงว่าเราจะแก้ปัญหานั้นได้ ถ้ายังไม่มีก็ต้องพิจารณาต่อไปว่าจากเงื่อนไขข้อ 3 และ 4 จะมีอะไรเพิ่มเติมอีกจึงจะนำไปสู่เหตุเพื่อให้สรุปผลได้ตามที่โจทย์ต้องการ
 6. เรียบเรียงจัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้น
 7. ทดสอบคำตอบว่าจะถูกต้องสมเหตุผลสมผลหรือไม่
 8. ถ้าการแก้ปัญหานั้นได้หลายวิธีก็ให้พิจารณาหาวิธีที่สั้นและง่ายที่สุด
- สำหรับงานวิจัยนี้จะยึดกระบวนการแก้ปัญหานั้น 4 ขั้นตอนของโพลยา ที่ปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหานั้นเป็นพลวัตร ตามแนวคิดของวิลสัน เฟอโนนเคซ และฮาคเวย์ ซึ่งมีวงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหานั้น ดังภาพประกอบ 2 ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหานั้นสำหรับงานวิจัยนี้ได้รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหานั้นทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบสุดท้ายเท่านั้น

1.2.4 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้น (problem solving strategies)

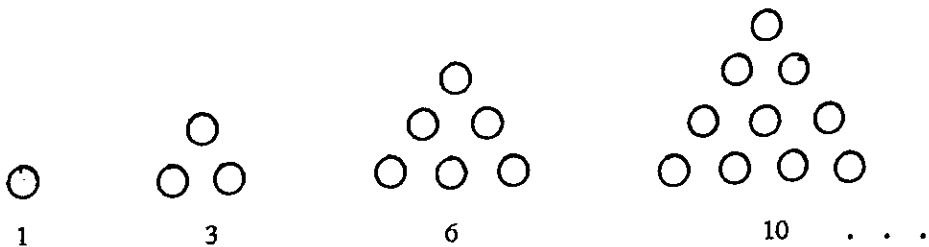
เมื่อพบปัญหานั้น บุคคลต้องสืบค้นสถานการณ์ และเลือกยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานั้นได้ นักแก้ปัญหานั้นที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีที่เผชิญปัญหานั้น ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหานั้นมีหลากหลาย (Kennedy, 1984 : 82) เช่น

1. การหารูปแบบ
2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ
3. สร้างรูปแบบ
4. สร้างตารางหรือกราฟ
5. การคาดและตรวจสอบ
6. แจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์
8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ
9. ระบุนข้อมูลที่ต้องการและข้อมูลที่กำหนดให้
10. แบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหา

ในแต่ละยุทธวิธีมีรายละเอียดพอสังเขปดังนี้

1. การหารูปแบบ

เป็นการจัดระบบของข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด และจัดเป็นรูปแบบทั่วไปในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นรูปแบบของจำนวนหรือรูปแบบของรูปเรขาคณิต เช่น การหารูปทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยม (triangular numbers)



$$1 = 1$$

$$1 + 2 = 3$$

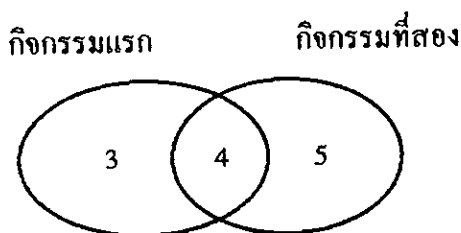
$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

จำนวนจุดในรูปสามเหลี่ยมเป็นผลรวมของจำนวนเต็มบวกที่เรียงกัน โดยเรียงจาก 1
ข้อสรุปของรูปทั่วไปของจำนวนสามเหลี่ยมที่พบจากจำนวนจุดอยู่ในรูป $\frac{n(n+1)}{2}$ เมื่อ n เป็น
จำนวนที่ n ของจำนวนสามเหลี่ยม

2. เขียนแผนผังหรือภาพประกอบ

เป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ เช่น กำหนดปัญหา “ครูมานะต้องการจัดนักเรียน 12 คน
ทำกิจกรรม 2 อย่าง โดยมีเงื่อนไขว่าให้นักเรียนทำกิจกรรมแรกจำนวน 3 คน และทำกิจกรรมทั้งสองอย่าง 4 คน จงหาจำนวนนักเรียนที่ทำกิจกรรมแต่ละอย่าง” เขียนแผนภาพแทนสถานการณ์
ปัญหาข้างต้นได้ดังนี้



จากแผนภาพ จะได้ว่า

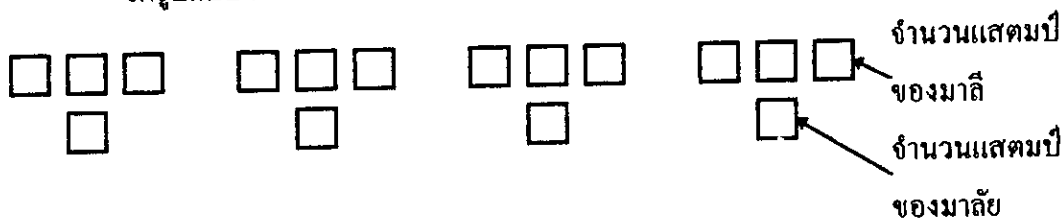
กิจกรรมแรกมีนักเรียน 7 คน

กิจกรรมที่สองมีนักเรียน 9 คน

8. สร้างรูปแบบ

เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาคือคล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่
นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่น่าสนใจมาจัดรูปแบบได้ เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “มาลีมีแสดมปีเป็น
สามเท่าของมาลัย ถ้ามาลัยมีแสดมปีมากกว่าที่มีอยู่เดิม 8 ดวง เขาทั้งสองจะมีแสดมปีเท่ากัน
จงหาว่ามาลีมีแสดมปีกี่ดวง”

จัดรูปแบบได้ดังนี้



จะได้ว่า มาลีมีแสดมปี 12 ดวง

มาลัยมีแสดมปี 4 ดวง

4. การสร้างตารางหรือกราฟ

การจัดข้อมูลลงในตารางเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ง่ายและนำไปสู่การค้นพบรูปแบบ และข้อชี้แนะอื่น ๆ เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีจำนวนที่แสดงความยาวรอบรูปและจำนวนที่แสดงพื้นที่เท่ากัน จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีคุณสมบัติเช่นนี้มาสองรูป”

สร้างตารางแสดงข้อมูลของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก			
ด้านยาว (หน่วย)	ด้านกว้าง (หน่วย)	ความยาวรอบรูป (หน่วย)	พื้นที่ (ตารางหน่วย)
1	1	4	1
2	1	6	2
3	1	8	3
2	2	8	4
3	2	10	6
4	2	12	8
3	3	12	9
4	3	14	12
5	3	16	15
6	3	18	18 *
7	3	20	21
8	3	22	24
4	4	16	16 *
5	4	18	20

* จำนวนที่แสดงความยาวรอบรูปและจำนวนที่แสดงพื้นที่เท่ากัน

ดังนั้น รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งสองคือ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีด้านยาว 6 หน่วย ด้านกว้าง 3 หน่วย และอีกรูปหนึ่งมีด้านยาว 4 หน่วย ด้านกว้าง 4 หน่วย

5. การเคาและตรวจสอบ

เป็นการหาคำตอบของปัญหาจากสามัญสำนึก ผู้แก้ปัญหาคาดเคาแล้วตรวจสอบ ถ้าไม่ได้คำตอบก็เปลี่ยนแปลงการเคา และตรวจสอบอีกครั้งจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหา การเคาและตรวจสอบเป็นวิธีการที่ง่าย แต่อาจใช้เวลามากกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ

6. แฉงกรณีที่เป็นไปได้

เป็นการแฉงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้ดีในกรณีที่มีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้ที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแฉงกรณี เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “ต้องการใช้ปุ๋ย 17 กิโลกรัม ที่บรรจุในถุง 3 กิโลกรัม และ 5 กิโลกรัม โดยถุงที่บรรจุ 3 กิโลกรัม ราคา 4.50 บาท ถุงที่บรรจุ 5 กิโลกรัม ราคา 6.50 บาท อยากทราบว่า จะต้องซื้อปุ๋ยทั้ง 2 ขนาด อย่างละกี่ถุงจึงจะจ่ายเงินน้อยที่สุด”

สร้างตารางเพื่อแฉงกรณีที่เป็นไปได้ ดังนี้

จำนวนถุง 5 กก.	ราคา	จำนวนถุง 3 กก.	ราคา	น้ำหนักรวม	ราคารวม
4	26.00			20	26.00
3	19.50	1	4.50	18	24.00 *
2	13.00	3	13.50	19	26.50
1	6.50	4	18.00	17	24.50
		6	27.00	18	27.00

จากตารางสรุปได้ว่า ควรจะซื้อปุ๋ยขนาด 5 กิโลกรัม จำนวน 3 ถุง ขนาด 3 กิโลกรัมจำนวน 1 ถุง ซึ่งรวมทั้งหมดได้ 18 กิโลกรัม มากกว่าที่ต้องการ แต่จ่ายเงินน้อยกว่า จำนวนที่ต้องการจริงคือ 17 กิโลกรัม ซึ่งต้องจ่ายเงิน 24.50 บาท

7. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์

การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ปัญหา มีเป้าหมาย 2 ประการคือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่ต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเขาเข้าใจปัญหานั้น และนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “ระยะทางการบินจากซานฟรานซิสโก ถึงลอสแอนเจลิส 347 ไมล์ จากลอสแอนเจลิส ถึงเอลปาโซ 710 ไมล์ จากเอลปาโซ ถึงฮุสตัน 676 ไมล์ และจากฮุสตัน ถึงนิวยอร์ก 318 ไมล์ ระยะทาง

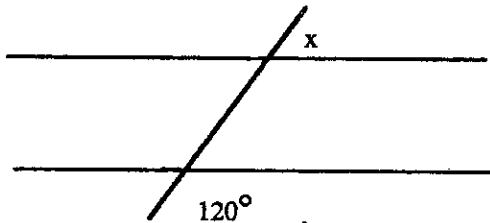
ในการบินจากซานฟรานซิสโก ถึงนิวยอร์ก โดยเดินทางตามเส้นทางข้างต้นเป็นเท่าไร”

เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้เป็น $347 + 710 + 676 + 318 = \square$

8. การดำเนินการแบบย้อนกลับ

ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้าย แล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

“จงพิสูจน์ว่า มุม x มีขนาด 60 องศา”

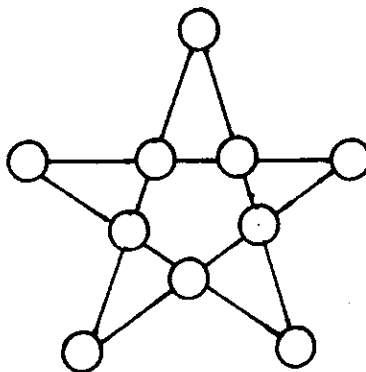


คำตอบที่กำหนดคือ $x = 60^\circ$ นักเรียนต้องแสดงว่าได้คำตอบดังกล่าวอย่างไร

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา

บางปัญหามีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาให้เป็นปัญหาที่เล็กลงเพื่อง่ายต่อการหาคำตอบ แล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “ชาวสวนผู้หนึ่งต้องการปลูกไม้ผล 10 ต้น เป็นแถว 5 แถว และแต่ละแถวต้องมีไม้ผล 4 ต้น เขาจะปลูกไม้ผลได้อย่างไร”

ถ้าคิดตามแบบที่คุ้นเคย 5 แถว ๆ ละ 4 ต้น ก็ต้องใช้ต้นไม้ 20 ต้น แต่ปัญหานี้มีต้นไม้เพียง 10 ต้นเท่านั้น ในการแก้ปัญหานี้ นักเรียนต้องคิดหาวิธีแก้ปัญหที่ต่างไปจากเดิม ซึ่งจะได้คำตอบดังนี้



นอกจากนี้ แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และ บิลเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bilter. 1993 : 55-60) ได้เสนอยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาเช่นเดียวกับของแคนเนดี้ แต่ได้เพิ่มยุทธวิธีอื่น ๆ อีก เช่น

การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก

การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ

การเทียบเคียงกับปัญหาอื่น

การเขียนแผนผังขั้นตอนการดำเนินงาน

ในการนำเสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาสำหรับนักเรียน สิ่งที่จะต้องตระหนักอยู่เสมอ (Kennedy. 1984 : 82-83) คือ

1. ยุทธวิธีทั้งหลาย สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีอยู่อย่างหลากหลาย
 2. ยุทธวิธีสามารถประยุกต์ใช้ในแนวทางต่างกัน สำหรับปัญหาที่ต่างกัน
 3. การแก้ปัญหาสามารถแก้ได้หลากหลายวิธี ไม่จำเป็นต้องไปที่จะใช้ยุทธวิธีที่เฉพาะเจาะจงกับปัญหาที่กำหนด
 4. นักเรียนจะไม่บรรลุผลในระดับเดียวกันทั้งหมดในการใช้แต่ละยุทธวิธี
 5. กระบวนการเลือกใช้ยุทธวิธีมีความสำคัญพอ ๆ กับความถูกต้องของการแก้ปัญหา เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง นักเรียนควรมีโอกาสเลือกและลองใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ
 6. นักเรียนทุกคนต้องการโอกาสที่จะเรียนและใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
- การที่จะแก้ปัญหาได้นั้น ยุทธวิธีนับว่ามีความสำคัญ ยุทธวิธีนั้นมีหลากหลาย การรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีให้เหมาะสมกับปัญหา นอกจากจะส่งผลให้แก้ปัญหาได้แล้ว ยังอาจมีผลต่อวิธีการแก้ปัญหาให้ง่ายและสั้นอีกด้วย

1.2.5 ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

เมื่อมีกระบวนการและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแล้ว ก็ยังไม่ได้ประกันว่าจะสามารถแก้ปัญหาได้ดีเพราะความสามารถในการแก้ปัญหาไม่ใช่ความสามารถที่เป็นไปตามรูปแบบที่กำหนดตายตัว ต้องมีการพัฒนา ปรับปรุงรูปแบบการคิดและการแก้ปัญหาใหม่ ๆ เสมอ ซึ่งต้องอาศัยทักษะและความสามารถหลาย ๆ ด้าน อัดัมส์ เอลลิสและบีสัน (Adams, Ellis and Beeson. 1977 : 174-175) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สถิติปัญญา (intelligence)

การแก้ปัญหามักจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สถิติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหาคือ องค์ประกอบของสถิติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคือ องค์ประกอบทางปริมาณ (quantitative factors) ดังนั้น นักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในการองค์ประกอบทางด้านภาษา (verbal factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (reading)

การอ่านเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญห เพราะการแก้ปัญหามักต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์ อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่า ควรทำอะไร และอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาคือ

3. ทักษะพื้นฐาน (basic skills)

หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือ นักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็น ซึ่งก็คือ ทักษะพื้นฐานนั่นเอง

ทักเกอร์ (Tucker, 1975 : 2620-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านการคิดแก้ปัญหากับความสามารถในการอ่าน การคำนวณและทักษะการให้ความหมายของรูปแบบที่เกี่ยวข้องกับปัญหา พบว่า ทักษะในการคำนวณและทักษะในการให้ความหมายของรูปแบบที่เกี่ยวข้องกับปัญหามีความสัมพันธ์กับความสามารถด้านการคิดแก้ปัญหาย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

อานวย เลิศชัยนติ (2523 : 94-117) ได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองกับความสามารถในด้านการคิดแก้ปัญหาคือ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 420 คน โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 13 ฉบับและแบบทดสอบวัดความถนัดทางการเรียน 10 ฉบับ ผลปรากฏว่า ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาคือ ความสามารถทางสมองมีส่วนสัมพันธ์กันสูง ตัวแปรในด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่จัดได้ว่ามีความสัมพันธ์กันมากที่สุดกับความสามารถในการคิดแก้ปัญหาคือ การวิเคราะห์ความสำคัญ การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ การวิเคราะห์หลักการ ความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหา ความรู้ ความเข้าใจในวิธีการคำนวณ ความเข้าใจในการแปลความ ความเข้าใจในการขยายความ

บุญรวาย ชูรักษา (2524 : 43-45) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดสุราษฎร์ธานี พบว่าความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สมนมาส สันโคด (2520 : 96) ศึกษาถึงความเข้าใจปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เพื่อหาลักษณะของโจทย์ปัญหาที่นักเรียนเข้าใจยากและที่เข้าใจง่ายและจัดลำดับความยากง่ายของศัพท์คณิตศาสตร์จากโจทย์ปัญหาตามระดับความเข้าใจของนักเรียนจากการศึกษาลำดับความยากง่ายของศัพท์คณิตศาสตร์พบว่า คำศัพท์คณิตศาสตร์เมื่ออยู่ในโจทย์ที่มีส่วนประกอบต่าง ๆ และมีเหตุผลแวดล้อมในโจทย์ต่างกัน จะก่อให้เกิดความเข้าใจยากง่ายต่อนักเรียนต่างกัน

บาร์ดี (Baroody. 1993 : 2-8 - 2-10) กล่าวถึงองค์ประกอบหลักของการแก้ปัญหา 3 ประการคือ

1. องค์ประกอบทางด้านความรู้ความคิด (cognitive factor) ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนคติ และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. องค์ประกอบทางด้านความรู้สึก (affective factor) ซึ่งจะเป็นแรงขับ ในการแก้ปัญหา และแรงขับนี้มาจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจ และความเชื่อของนักเรียน
3. องค์ประกอบทางด้านการสังเคราะห์ความคิด (metacognitive factor) เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหา ซึ่งจะสามารถตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และจะติดตามและควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

นอกจากจะมีความรู้ความเข้าใจ มียุทธวิธีและการสังเคราะห์ความคิดในการแก้ปัญหา มีความรู้สึกที่ดีที่เป็นแรงขับเกี่ยวกับการแก้ปัญหามathematics แล้ว บาร์ดี (Baroody. 1993 : 2-10) ยังกล่าวย่ำว่า นักแก้ปัญหาที่ดียังต้องมีความยืดหยุ่น เพราะความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับทรัพยากรที่มีอยู่ในลักษณะบูรณาการองค์ความรู้ในการแก้ปัญหา

จันทร์เพ็ญ ธนาสุภกรกุล (2526 : 63-65) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ มีความสัมพันธ์กันทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชาร์ล และ เลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 10-12) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สัมพันธ์กับการแก้ปัญหามathematics ทำนองเดียวกันกับบาร์ดี โดยพิจารณาถึงองค์ประกอบของการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. ด้านประสบการณ์ ทั้งที่เป็นสิ่งแวดล้อมและประสบการณ์ในตัวผู้แก้ปัญหา
2. ด้านความรู้สึก เช่น ความสนใจ ความอดทน ความพากเพียร การกระตุ้นความกดดัน ความวิตกกังวล และอื่น ๆ
3. ด้านสติปัญญาและความคิด เช่น ความสามารถในการอ่าน ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการเชิงมิติสัมพันธ์ ความสามารถในการให้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณและอื่น ๆ

คลากสัน (Clarkson. 1979 : 4101-A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ทำการทดสอบความสามารถในการแปลโจทย์ปัญหาสามแบบ คือ สัญลักษณ์ที่เป็นภาษา สัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์และสัญลักษณ์ที่เป็นรูปภาพ พบว่า การแปลความหมายโจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญห และคนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทักษะการแปลความหมายโจทย์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญห

มูราสกี (Muraski. 1979 : 4104-A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหากับนักเรียนเกรด 6 พบว่า กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์ จะมีความสามารถในการแก้ปัญหสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านในทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .005

เรโนลด์ (Reynolds. 1993 : 1274-A) ได้ศึกษาถึงจินตนาการของนักเรียนเกรด 4 และ 5 กับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ พบว่า จินตนาการในการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นหัวใจของการทำความเข้าใจและการแก้ปัญห

เฮดเดนส์ และ สเปียร์ (Heddens and Speer. 1992 : 34-35) ได้กล่าวถึงความสามารถของบุคคลในการแก้ปัญหว่า ขึ้นอยู่กับหลายองค์ประกอบ ต่อไปนี้

1. รูปแบบการรับรู้
2. ความสามารถภายในตัวบุคคล
3. เทคนิคการประมวลผลข้อมูล
4. พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
5. ความต้องการที่จะหาคำตอบ
6. ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญห

สถานการณ์ปัญหานับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 10-11) ได้กล่าวถึงปัญหาที่นำมาเป็นสื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาว่า ควรเป็นปัญหาที่ดีซึ่งสอดคล้องคุณลักษณะอย่างน้อย 1 ข้อ ต่อไปนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจ และท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. เป็นปัญหาที่ต้องการการคิดวิเคราะห์ และทักษะการสังเกต
3. เป็นปัญหาที่เตรียม โอกาสสำหรับการอภิปรายและมุ่งให้มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างกัน
4. เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ และการประยุกต์ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์
5. เป็นปัญหาที่นำไปสู่หลักการและ/หรือการกำหนดรูปแบบทั่วไปของปัญหา
6. เป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหามากหลายและมีผลลัพธ์ได้หลายอย่างในขณะเดียวกัน

ส่วน ริตเซน และคนอื่น ๆ (Thiessen and others. 1989 : 38) มองว่า ปัญหาที่ดีควรเป็นปัญหาที่ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ให้ความบันเทิงและเป็นปัญหาที่มีลักษณะหลากหลาย เช่น ปัญหาปริศนาหรือเกมต่าง ๆ

การจัดบรรยากาศในห้องเรียนส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา กอนซาเลส (Gonzales. 1994 : 74) ได้ให้ความคิดเห็นไว้ว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา จะต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เขินงวด เอาจริงเอาจังจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้านักเรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาดหรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อน นักเรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้น ครูจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียน ที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระเป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผลและสื่อสารกัน

เวลานับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องมีเวลาเพียงพอในการแก้ปัญหา แต่ละคนต้องการเวลาในการแก้ปัญหาไม่เท่ากัน ขึ้นอยู่กับความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เรย์ ซูยคัมและลินด์ควิสต์ (Reys , Suydum and Lindquist. 1992:30) กล่าวถึงการใช้เวลาในการแก้ปัญหาว่า ในการแก้ปัญหาปัญหาหนึ่ง นักเรียนต้องใช้เวลาทำความเข้าใจปัญหา สำรวจหาแนวทางในการแก้ปัญหาและตรวจสอบคำตอบที่ได้ โดยเฉพาะปัญหาที่ยังไม่รู้วิธีการแก้ปัญหาคือต้องใช้เวลาเพิ่มขึ้นอีก ดังนั้นการให้เวลาที่เหมาะสมจึงเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา

โดยทั่วไปแล้วลักษณะการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน จะเป็นทั้งแบบกลุ่มใหญ่ ทั้งชั้น กลุ่มย่อยและแบบรายบุคคล ธีสเซน และคนอื่น ๆ (Thiessen and others. 1989 : 38) กล่าวว่า กลุ่มใหญ่จะใช้เพื่อแนะนำหรืออภิปรายยุทธวิธีใหม่ รายบุคคลเพื่อฝึกความชำนาญ กลุ่มย่อยจะเป็นการรวมเอาจุดดีของกิจกรรมกลุ่มใหญ่และแบบรายบุคคล ซึ่งกลุ่มย่อยนี้นักเรียนทุกคนจะมีส่วนร่วมในกระบวนการแก้ปัญหาอย่างเต็มที่ ได้แลกเปลี่ยนแนวคิด ประสบความสำเร็จและมีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และยังพบอีกว่ากลุ่มย่อยสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ารายบุคคล

กูยา (Gooya. 1994 : 2865-A) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา จากการสอนที่เน้นการสังเคราะห์ความคิด (metacognition based teaching) และการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหา กับนักศึกษาระดับปริญญาตรีที่ไม่ใช่สายวิทยาศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมในการเรียนเป็น 3 ลักษณะ คือ การเขียนสรุป การใช้กลุ่มย่อยและการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ซึ่งการเขียนสรุปเป็นช่องทางการสื่อสารระหว่างผู้เรียนกับผู้สอน การเขียนสรุปช่วยให้ผู้เรียนเกิดความชัดเจนในแนวคิด สำหรับกลุ่มย่อยนักเรียนได้เรียนรู้และติดตามการทำงานของกลุ่ม ได้อภิปรายปัญหากับคนอื่น ๆ และทำงานร่วมกันทำให้เกิดการตัดสินใจที่เหมาะสม การอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นทำให้นักเรียนได้พบจุดอ่อนและจุดเด่นของตนเอง การอภิปรายยังช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและตัดสินใจได้ดีขึ้น จากการศึกษาพบว่า การใช้สื่อเสริมและนวัตกรรมต่าง ๆ ทำให้นักเรียนเข้าใจถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างไปจากเดิม ที่เข้าใจว่าเป็นการประยุกต์ใช้กฎ หรือสูตรต่าง ๆ มาเป็นการกระบวนการทำความเข้าใจและการสร้างความรู้ใหม่

ฮาร์ท (Hart. 1993 : 169-170) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแก้ปัญหา โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อย พบว่าองค์ประกอบที่ช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดี 3 ประการ คือ

1. ความร่วมมือกันในกลุ่ม
2. ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม
3. ปทัสถานทางสังคมในกลุ่มย่อย

นอกจากนี้ ฮาร์ท ยังพบว่า องค์ประกอบที่ขัดขวางพฤติกรรมในการแก้ปัญหา 4 ประการ คือ

1. ขาดประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
2. มีข้อจำกัดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
3. ขาดการติดตามหรือวางระบบความคิด
4. เชื่อว่าจะไม่สามารถประสบผลสำเร็จ

เทลอร์ (Taylor. 1994 : 633) ได้ศึกษาถึงความเข้าใจในมโนคติและการใช้ยุทธวิธี การสังเคราะห์ความคิด (metacognition strategies) ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม (socially assisted learning) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 36 คน โดยกิจกรรมของกลุ่มทดลองที่หนึ่งให้เรียนรู้ที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคม กลุ่มทดลองสองให้เป็นการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD ส่วนกลุ่มที่สามเป็นกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ในแต่ละกลุ่มย่อยของทั้งสามกลุ่ม ประกอบด้วยนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันกลุ่มละ 4 คน ผลการทดลองพบว่า คะแนนจากการสอบของกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม สูงกว่ากลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองที่หนึ่งได้คะแนนการสอบวัดการประยุกต์ใช้ความรู้และการยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มทดลองที่สอง นอกจากนี้ ยังพบว่ากลุ่มที่เป็นการช่วยเหลือกันเชิงสังคมมีการวางแผนการแก้ปัญหาและแสดงการได้คำตอบของปัญหาได้ชัดเจนกว่ากลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD

ทัฟกอร์ (Tougaw. 1994 : 2934-A) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาที่เป็นแบบเปิดกว้าง (open approach) ในการสอนคณิตศาสตร์ โดยศึกษาถึงพฤติกรรม การแก้ปัญหาและเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยการแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง หมายถึง การสร้างข้อคาดเดา การสืบค้น การค้นพบ การอภิปราย การพิสูจน์ และการหารูปทั่วไป ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการคิดและเจตคติทางบวกเป็นพื้นฐาน ผลการทดลองพบว่านักเรียนที่ผ่านการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาแบบเปิดกว้าง มีเจตคติทางบวกต่อการเรียน และเพศไม่มีความแตกต่างต่อพฤติกรรมในการแก้ปัญหา

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2533 : 181) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีลักษณะเป็นสื่อผสม อันได้แก่ แผ่นโปรงใส แบบฝึกกลุ่ม แบบฝึกรายบุคคลและเกมการแข่งขัน พัฒนาโดยใช้ทฤษฎีการเรียนรู้ (cognitive theory) และทฤษฎีซึมซับ (absorption theory) หลักการเรียนรู้แบบร่วมมือกัน (cooperative learning) หลักการเรียนรู้เป็นรายบุคคล (individual learning) และหลักการเรียนแบบรอบรู้ (mastery learning) ประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนย่อย 3 ชุด คือ ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการหาวิธีแก้โจทย์ปัญหาและชุดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา พัฒนากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 59 คน ซึ่งมีความสามารถในการคิดคำนวณแต่มีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหา กลุ่มทดลองใช้ชุดการเรียน

การสอนทั้ง 3 ชุด ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ ผลการทดลองพบว่า ชุดการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย เกณฑ์พัฒนาการของผู้เรียนและเกณฑ์ความคงทนในการเรียนรู้

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527 : 61-32) ได้ทำการวิจัยถึงผลการสอนที่มีต่อนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี จำนวน 3 ห้องเรียน โดยแบ่งออกเป็น

กลุ่มควบคุม ได้รับการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามคู่มือครู

กลุ่มทดลองที่หนึ่ง ได้รับการสอนการแปลความหมายโจทย์และแก้โจทย์โดยใช้

ตารางวิเคราะห์

กลุ่มทดลองที่สองได้รับการสอนที่เน้นทักษะการแปลความหมายและการแก้โจทย์หาคะ
ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนทั้ง 3 วิธี มีความสามารถในการแก้โจทย์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. ความสามารถในการแก้โจทย์ของกลุ่มควบคุมกับกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. ความสามารถในการแก้โจทย์ของกลุ่มทดลองที่หนึ่งกับกลุ่มทดลองที่สองไม่แตกต่างกัน

จากทั้งหมดที่กล่าวมาอาจสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่สำคัญที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ มีดังนี้

1. องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวผู้แก้ปัญหา ซึ่งเกี่ยวกับ

1.1 ความรู้ความคิดและประสบการณ์

1.2 ระดับสติปัญญาและความสามารถ

1.3 การรับรู้และการสังเคราะห์ความคิด

1.4 ทักษะและความรู้พื้นฐานต่าง เช่น ทักษะการอ่าน การดำเนินการและทักษะ

ทางคณิตศาสตร์

1.5 ความรู้สึก ความต้องการที่จะแก้โจทย์ ความเชื่อและเจตคติต่อการแก้โจทย์

1.6 ความยืดหยุ่นและความมั่นใจในตนเองต่อความสามารถในการแก้โจทย์

2. องค์ประกอบเกี่ยวกับสภาพแวดล้อม ซึ่งเกี่ยวกับ

2.1 บรรยากาศที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์

2.2 วิธีการพัฒนาที่ส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้โจทย์

2.3 มีเวลาพัฒนาอย่างเพียงพอและได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง

2.4 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนา เป็นปัญหาที่ดีที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะต่าง ๆ เป็นปัญหาที่น่าสนใจ ทำความเข้าใจและเหมาะสมกับวัย

1.2.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

นักการศึกษาได้กล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง (Schroeder and Lester. 1989 : 31-33 ; Baroody. 1993 : 2-31) ดังนี้

1. การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (teaching about problem solving)

เป็นการสอนที่เน้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั่วไป โดยปกติแล้วมักใช้รูปแบบการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน โดยเน้นแนวทางเฉพาะในการนำ 4 ขั้นตอนไปใช้

2. การสอนการแก้ปัญหา (teaching for problem solving)

เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้ มักใช้กับปัญหาในชีวิตจริงและสถานการณ์ที่กำหนด นักเรียนสามารถประยุกต์และฝึกใช้โมเดลและทักษะที่เรียนรู้มาแล้ว เป็นการสอนเนื้อหาสาระหรือทักษะต่าง ๆ ก่อน แล้วจึงเสนอตัวอย่างปัญหา นักเรียนได้รับการฝึกขั้นตอนย่อย ๆ ก่อนที่จะแก้ปัญหา แนวทางนี้ไม่ได้มุ่งเพียงการเรียนรู้ขั้นตอนที่หลากหลาย แต่ยังเรียนรู้การประยุกต์ใช้ความเข้าใจในบริบทที่หลากหลาย

3. การสอนโดยใช้การแก้ปัญหา (teaching via problem solving)

เป็นการสอนที่เน้นการประยุกต์ใช้เช่นกัน แนวทางนี้จะใช้ปัญหาเป็นสื่อในการเรียนรู้แนวคิดใหม่ เชื่อมโยงแนวคิดพัฒนาทักษะและสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ใช้ปัญหาในการศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยการแสดงความสัมพันธ์ของเนื้อหาในโลกที่เป็นจริง (real world) ใช้ปัญหาในการแนะนำและทำความเข้าใจเนื้อหา บางครั้งใช้ปัญหาในการกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหา

การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ ทักษะและความสามารถหลายด้าน เบลล์ (Bell. 1978 : 311) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่ดีและเป็นกิจกรรมที่น่าสนใจสำหรับนักเรียน แต่ถ้การแก้ปัญหามุ่งเน้นที่ความเร็ว ความถูกต้อง รูปแบบ ความเป็นระเบียบและคำตอบที่ถูกต้อง อาจทำให้นักเรียนท้อถอย มีความรู้สึว่าการแก้ปัญหเป็นเรื่องยาก เมื่อครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาแล้วควรจัดสภาพแวดล้อมที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างอิสระจะทำให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์และเรียนรู้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้เกิดการพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ให้ดีขึ้น และใช้เป็นเครื่องมือในการประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นสู่สถานการณ์ที่กว้างขึ้น

สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991 : 57) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมที่จะเอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนไว้ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิดและความรู้สึกรักของนักเรียน
2. ใช้เวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อาคเค
5. ให้นักเรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

คณะกรรมการการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education. 1985 : 14) ได้ให้ข้อเสนอแนะสำหรับครูในการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ระบุนวัตกรรมในการแก้ปัญหาที่ชัดเจน
2. จัดบรรยากาศภายในชั้นเรียนให้นักเรียนได้คิดและแก้ปัญหาอยู่เสมอ ๆ
3. ให้โอกาสนักเรียนได้อธิบายแนวคิดในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา
4. มีความเข้าใจว่า แต่ละปัญหามียุทธวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธี การแก้ปัญหาต้องการวิธีการใหม่ ๆ
5. นำเสนอปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริง และเป็นปัญหาที่ช่วยเพิ่มประสบการณ์ที่จะนำไปประยุกต์ใช้ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ในการพัฒนาให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถดำเนินการได้ โดยการสอนเกี่ยวกับปัญหา หรือการสอนการแก้ปัญหา หรือการสอนโดยใช้การแก้ปัญหา ในการพัฒนายังต้องคำนึงถึงองค์ประกอบอื่น ๆ อีก เช่น สถานการณ์ปัญหาที่นำมาใช้พัฒนา บรรยากาศในชั้นเรียน เวลาที่ใช้ ลักษณะของกิจกรรมที่จัด ความรู้ ความเข้าใจ ความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทั้งของนักเรียนและของครูผู้สอน รวมถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

เนื่องจากความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นไปอย่างช้า ๆ และใช้เวลานานพอ ซึ่งนักเรียนต้องแก้ปัญหามาก ๆ จากสถานการณ์ปัญหาที่ได้รับการวางแผนไว้อย่างเป็นระบบ (Lester. 1994 : 666) ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาในการวิจัยครั้งนี้ ได้คำนึงถึงวิธีการ องค์ประกอบและปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา จึงกำหนดแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่เป็นการผสมผสานแนวทางต่าง ๆ

โดยอาศัยกระบวนการ 4 ขั้นตอนของโพลยา ที่ลักษณะของกิจกรรมการแก้ปัญหาเป็นไปตามกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่แสดงความเป็นพลวัตร ตามแนวคิดของวิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาเวย์ ดังภาพประกอบ 2 โดยฝึกแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อยที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน ได้แสดงความคิดเห็น และได้อธิบายถึงผลการแก้ปัญหาในชั้นเรียน

วิธีการดังกล่าว นอกจากจะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาแล้วยังส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารอีกด้วย ใช้เวลาในการพัฒนา 1 ภาคเรียน

✓ 1.8 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทางด้านความสามารถในการให้เหตุผล

1.8.1 ความสำคัญของการให้เหตุผล

เป้าหมายของการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ เป็นผู้ที่มีความรู้และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 5) ได้กำหนดเป้าหมายในการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนไว้ 5 ประการ คือ

1. เห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์
2. มีความมั่นใจในความสามารถของตนเอง
3. สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
4. สามารถสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้
5. สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

จะเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นเป้าหมายที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการที่นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องได้ (NCTM. 1989 : 6 , 29 , 81) ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาออกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผล ช่วยให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบ และมีความหมาย และทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์ สามารถประยุกต์ไปใช้ในสาขาอื่น ๆ ได้ (Baroody. 1993 : 2-59 - 2-60) การเรียนรู้ในสิ่งต่าง ๆ การแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือในงานอาชีพของบุคคล จะไม่มีใครคอยบอกกว่าถูกหรือผิด จะต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยตนเองด้วยเหตุและผล (Lappan and Schram. 1989 : 18) ดังนั้นในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาได้นั้น ต้องพัฒนาให้เขาสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและใช้เหตุผลในการคิดพิจารณาตัดสินใจได้

1.3.2 ความหมายของการให้เหตุผลและประเภทของการให้เหตุผล

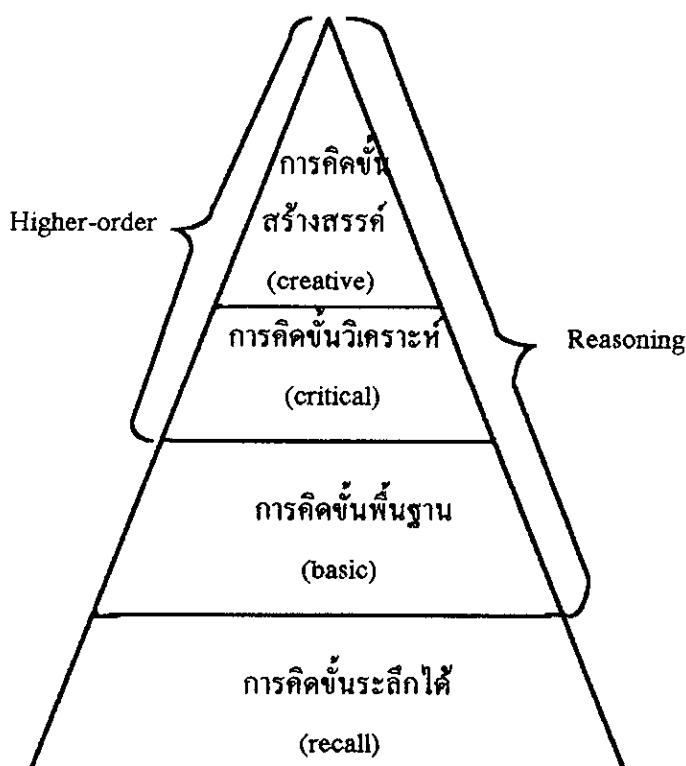
จากความสำคัญของการให้เหตุผลข้างต้น หลักสูตรคณิตศาสตร์จึงกำหนดให้การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนเป็นจุดเน้นหลัก และเป็นเป้าหมายที่สำคัญอันหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน แต่อะไรคือ ทักษะการให้เหตุผล นักจิตวิทยาและนักการศึกษาพยายามชี้ให้เห็นว่า การให้เหตุผลและการคิดมีส่วนเกี่ยวข้องกันอย่างไร ซึ่งได้มีผู้ให้ความหมายของคำทั้งสองดังนี้

ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick.1993 : 3) ได้กล่าวถึง การคิด ว่าหมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อคาดเดา หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลและอธิบายข้อสรุปและข้อยืนยันนั้น ข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมนั้นเป็นความรู้ใหม่ได้

โอคอฟเฟอร์ และ ธอนควิสท์ (O'Daffer and Thornquist. 1993 : 43) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับ การคิดทางคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึงการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลาย ในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

นอกจากนี้ กรีนวูด (Greenwood.1993 : 144) ได้กล่าวถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจรูปแบบ หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุนิยามและผลของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ กรีนวูดยังกล่าวย่ำว่า ถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาวิชาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

ครูลิกและรูดนิค ได้แบ่งการคิด ออกเป็น 4 ชั้น คือ การคิดขั้นระลึกได้ (recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) การคิดขั้นวิเคราะห์ (critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) ส่วนการให้เหตุผล ครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick.1993:3) มองว่าเป็นส่วนสำคัญของการคิดที่เหนือไปจากการคิดขั้นระลึกได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 8 แสดงลำดับขั้นของการคิด (Krutlik and Rudnick. 1993 : 3)

ครูลิขและรุณนิค อธิบายว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอน ที่แสดงในแผนภาพนี้ได้แยกขาดจากกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นอาจจะเหลื่อมกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าวจะเห็นว่าการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ ครูลิขและรุณนิค เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (higher-order thinking)

ส่วนโอคาฟเฟอร์ (O'Daffer. 1990 : 378) ได้ให้ทรรศนะเกี่ยวกับ การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทำนองเดียวกันกับ ครูลิขและรุณนิค คือ มองว่าการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์เช่นกัน และเป็นการคิดที่เกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิด

สำหรับคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผล สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 29) ไม่ได้พูดถึงความหมายของการให้เหตุผลไว้อย่างชัดเจน กล่าวแต่เพียงว่าคณิตศาสตร์คือ การให้เหตุผล และได้กล่าวถึงจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ ดังนี้

ระดับอนุบาลถึงเกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้ สมบัติ ความสัมพันธ์และรูปแบบต่าง ๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ
4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5 - 8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์

การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนและให้เหตุผลจากกราฟ

3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9 - 12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผล โดยมุ่งให้นักเรียน

สามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้
3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล
5. อ้างเหตุผลอย่างง่าย ๆ ได้

จากความหมายของการคิด และความสัมพันธ์ระหว่างการคิดและการให้เหตุผลและคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลดังกล่าว รวมถึงจุดเน้นของการให้เหตุผลในระดับต่าง ๆ สรุปเป็นความหมายของการให้เหตุผลสำหรับงานวิจัยนี้ ดังนี้

การให้เหตุผล หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิด และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ ในงานวิจัยนี้ ความสามารถในการให้เหตุผล ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุ

สมผล

สำหรับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โอคาฟเฟอร์ (O'Daffer.1990 : 378) มองว่ามีทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหาทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนคติ หรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผลในการสรุป จากหลักฐานที่ปรากฏ เป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินใจถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้ เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ นิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์หลักการที่เป็นจริงเสมอ

ส่วนบาร์ดี (Baroody. 1993 : 2-59) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ว่ามี 3 ประเภท โดยเพิ่มการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (intuitive reasoning) เป็นอีกประเภทหนึ่ง ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (insight) หรือเกิดจากถั่งงอหรือไม่ได้มีข้อมูลที่เป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ หรือตัดสินใจจากสิ่งที่เห็นได้ชัดเจน หรือจากความรู้สึกภายใน ส่วนอีก 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย เช่นเดียวกับของ โอคาฟเฟอร์

เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์เกี่ยวข้องของการให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท บาร์ดี (Baroody. 1993 : 2-59) กล่าวว่า ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก หรือแบบอุปนัยที่เรียกว่าการสร้างข้อคาดเดา (conjecture) แล้วตรวจสอบข้อคาดเดาโดยการพิสูจน์ ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัยนั่นเอง

ส่วนสมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 81) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลทำนองเดียวกันกับ บาร์ดี โดยกล่าวว่า ในการสร้างข้อคาดเดาและตรวจสอบข้อคาดเดาจากสถานการณ์ที่กำหนด จำเป็นต้องใช้การให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัย

การให้เหตุผลสำหรับงานวิจัยนี้ เน้นการให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการ โดยมุ่งให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดและหาความสัมพันธ์ของแนวคิดในการสร้างหลักการ ค้นหารูปทั่วไปหรือรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปสู่ข้อสรุปที่เป็นข้อค้นพบใหม่ พร้อมทั้งแสดงและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นอย่างสมเหตุสมผล

1.3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

จากที่กล่าวมาแล้วจะเห็นว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ นักการศึกษาจึงให้ความสนใจเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีระบบเหตุผลมากขึ้น ได้พยายามศึกษา ทดลอง เพื่อหาว่า ทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไร จึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้น ได้มีการกล่าวถึงการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้เกิดความคิด (teaching for thinking) แนวทางการสอนการคิด (teaching of thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (teaching about thinking) (Brandt, 1984 : 3) โดยมีรายละเอียดพอสังเขปดังนี้

1. การสอนเพื่อให้เกิดความคิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมี การปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน
2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมอง ที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน
3. การสอนที่เกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่มีความคิดของตนเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิด (metacognition) ของตนเอง แนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนได้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” (NCTM. 1989 : 29) และการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์ (Baroody. 1993 : 2-25) เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิถีทางที่ดีที่จะทำให้เข้าใจโลกที่เป็นจริง จำเป็นต้องจัดให้การให้เหตุผลแทรกอยู่ในทุกกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องใช้เวลาและประสบการณ์ที่หลากหลาย ในการพัฒนาความสามารถในการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลในสถานการณ์ที่กำหนดและประเมินข้อสรุปของบุคคลอื่น (NCTM. 1989 : 81)

เนื่องจากความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล เป็นทักษะที่ต้องใช้การฝึก และฝึกจากประสบการณ์ที่หลากหลาย และควรได้รับการฝึกอย่างต่อเนื่อง จากบรรยากาศของชั้นเรียนที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยนความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาาร่วมกัน ดังนั้น ในการพัฒนาความสามารถในการคิดและการให้เหตุผล ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น คาคการณ์ ค้นหาวิธีการพิสูจน์ สังเกตรูปแบบ ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด โดยการอธิบายรูปแบบ แสดงด้วยภาพหรือจำลองแบบและตอบคำถามต่าง ๆ เช่น “ทำไม” “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...” “จงให้ตัวอย่างของ...” “สามารถใช้วิธีการอื่นได้หรือไม่” ถ้าการดำเนินการเดิมไม่บรรลุผล” ถ้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิด การสร้างข้อคาดเดา การกำหนดรูปแบบ (modeling) และการอธิบาย ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลเกี่ยวกับสถานการณ์ (Lappan and Schram. 1989 : 18-19)

นอกจากเตรียมกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วม และแสดงพฤติกรรมที่เป็นการฝึกทักษะและพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลแล้ว โรแวนและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow. 1993 : 16-18) ยังได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่า เป็นสิ่งสำคัญมากครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด ได้กระทำและสรุป พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

สำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล กิลฟอร์ด และฮอฟเนอร์ (Guilford and Hoepfner. 1971 : 28-32) ได้ให้ความเห็นว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

เลชเชอร์ (Lesher. 1971 : 2487-A) ได้ศึกษาการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์กับนักเรียนเกรด 4 - 7 พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ระหว่างชั้นมีความแตกต่างกัน นั่นคือ นักเรียนชั้นสูงกว่าจะมีความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์สูงกว่านักเรียนชั้นที่ต่ำกว่า ซึ่งสอดคล้องกันกับผลการศึกษาของ ฟอนแรนด์ (Pallrand. 1979 : 445-451) ที่ศึกษาขั้นการคิดแบบรูปธรรมที่กำลังเปลี่ยนแปลงไปสู่ขั้นการคิดแบบนามธรรม และได้ข้อสรุปที่สำคัญดังนี้

1. เด็กในช่วงการคิดแบบนามธรรมสามารถคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ได้
2. ระดับการศึกษาต่างกันทำให้การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์แตกต่างกัน
3. การคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับผลสัมฤทธิ์

ทางการเรียน

เรย์ (Ray. 1979 : 3220-A) ได้ทดลองการสอนเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำกับคำถามในระดับสูงที่มีต่อความมีเหตุผลในเรื่องที่เป็นนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในวิชาเคมี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 54 คน จัดการเรียนการสอนให้เหมือนกันทั้งสองห้อง ยกเว้นระดับคำถามที่ต่างกัน กลุ่มหนึ่งถามด้วยคำถามที่ส่วนใหญ่เป็นคำถามระดับสูง อีกกลุ่มหนึ่งถามด้วยคำถามที่ส่วนใหญ่เป็นคำถามระดับต่ำ (ความจำ) ใช้เวลาสอน 24 สัปดาห์ พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูงสามารถทำข้อสอบในเรื่องของความมีเหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลได้คะแนนสูงกว่าอีกกลุ่มหนึ่งอย่างมีนัยสำคัญ

สมเจตน์ ไวยาการณ์ (2530 : 93) ได้ศึกษารูปแบบการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถด้านการใช้เหตุผล เน้นกระบวนการสอนที่ใช้เนื้อหาวิชาเป็นสื่อ ที่ประกอบด้วยกระบวนการสอน 4 ขั้นตอน คือ การวางแผน การสร้างแนวคิดรวบยอด การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้และการประเมินผล โดยทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนราชินีบูรณะ จังหวัดนครปฐม เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ผลการทดลองพบว่า รูปแบบการสอนที่สร้างขึ้นเหมาะสมที่จะนำไปใช้ประกอบการสอนในโรงเรียน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการใช้เหตุผลของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

สุกนันท์ เสถียรศรี (2536 : 125-128) ได้ศึกษาความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียน จากการเรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิด พบว่า แบบฝึกกิจกรรมการคิดสามารถพัฒนาการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนได้

กนิษฐา อุ่นอนันต์ (2532 : 94) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยรูปแบบ

การสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการใช้เหตุผลและการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า ความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล กับนักเรียนที่เรียนด้วยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุดสวาท ชันธมูล (2530 : 274) ได้ศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธี คือ การสอนแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนชี้แนะความเข้าใจโจทย์ปัญหาตามแนวของสตีฟ และการสอนแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและ กลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน แต่ความสามารถในการคิดหาเหตุผลแบบอุปมานของนักเรียนกลุ่ม ทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า ในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ควรเริ่มจาก การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอธิบาย แลกเปลี่ยน ความคิด ชี้แจงเหตุผลและแก้ปัญหาร่วมกัน การคิดอย่างมีเหตุผลสามารถพัฒนาได้โดยใช้ กิจกรรมที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิดและให้เหตุผลควบคู่ไปกับการสอนเนื้อหาวิชาตามปกติ

สำหรับงานวิจัยนี้ การพัฒนาด้านความสามารถในการให้เหตุผล เป็นการส่งเสริมให้ นักเรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล โดยฝึกการคิด การวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและ สรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด โดยฝึกจากบรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการพูดแลกเปลี่ยน แนวคิด ชี้แจงเหตุผลของแนวคิด เป็นการแสดงข้อสรุปของแนวคิด และยืนยันข้อสรุปของ แนวคิด ในกระบวนการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด

✓ 1.4 ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทางด้านการความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

1.4.1 ความสำคัญของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

จากสภาพการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วของสังคมในปัจจุบัน และในอนาคต จะเป็นสังคมที่ใช้เทคโนโลยีมากขึ้น นักเรียนที่จะเติบโตออกไปสู่สังคมในอนาคตจำเป็นต้อง เรียนรู้และมีศักยภาพที่สามารถสื่อสารผ่านการใช้เทคโนโลยีต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งคอมพิวเตอร์ และสื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ คณิตศาสตร์เป็นภาษาภาษาหนึ่งที่ถูกนำมาใช้สื่อสารในงานต่าง ๆ อย่าง กว้างขวางและมากขึ้นทุกวัน การเรียนรู้คณิตศาสตร์และใช้คณิตศาสตร์สื่อสารได้อย่างมี ประสิทธิภาพ จึงเป็นคุณลักษณะที่สำคัญประการหนึ่งของบุคคลที่จะออกไปสู่สังคมในอนาคต การพัฒนาทักษะและความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารก็เช่นเดียวกับทักษะอื่น ๆ ก็ต้อง ได้รับการฝึกและฝึกอย่างต่อเนื่อง จากประสบการณ์ที่หลากหลาย

สมาคมครุคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM 1989 : 26) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารว่า การเรียนรู้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจภาษาของคณิตศาสตร์ เป็นสะพานเชื่อมโยงสาระหรือความคิดที่ไม่เป็นทางการหรือสามัญสำนึก ไปสู่ภาษาที่เป็นนามธรรมและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และยังมีบทบาทสำคัญ ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงที่สำคัญระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับสื่อที่เป็นวัตถุ รูปภาพ กราฟ สัญลักษณ์ต่าง ๆ คำพูด และการแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ยังช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด และเกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

บาร์ดี้ (Baroody. 1993 : 2-99) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์กับการสื่อสารว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาภาษาหนึ่ง ภาษาของคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่ใช้แทนแนวคิด และสื่อสารแนวคิดที่หลากหลายได้ชัดเจน เทียบตรง และรัดกุม

โรวันและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow. 1993 : 7) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ทำนองเดียวกันและเพิ่มเติมอื่น ๆ อีก โดยกล่าวถึงประโยชน์ที่สำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ คือ

1. เพิ่มความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของนักเรียน
2. เกิดการแลกเปลี่ยนความเข้าใจของนักเรียน
3. นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้
4. ส่งเสริมบรรยากาศที่เหมาะสมแก่การเรียนรู้
5. ช่วยให้ครูเข้าใจแนวคิดของนักเรียนดีขึ้น

บาร์ดี้ (Baroody. 1993 : 2-99) ได้อธิบายถึงเหตุผลสำคัญ 2 ประการที่เน้นการสื่อสารในการสอนคณิตศาสตร์ คือ

1. คณิตศาสตร์เป็นเสมือนภาษาภาษาหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่มีคุณค่ามากในการสื่อสารแนวคิดที่ชัดเจน เทียบตรงและกระชับ
2. การเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมของสังคม ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนและการสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียนเป็นสิ่งสำคัญ ในการพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

จากความสำคัญและประโยชน์ที่กล่าวมา อาจสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาภาษาหนึ่งที่ใช้สื่อสารเชื่อมโยงแนวคิดได้อย่างชัดเจน เทียบตรงและรัดกุม การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ชัดเจนขึ้น

1.4.2 ความหมายและลักษณะของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1989 : 214) ได้กล่าวถึง การสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยอธิบายว่า การสื่อสารในคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการ ใช้ศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและสามารถทำความเข้าใจ แนวคิดและความสัมพันธ์ของแนวคิด และได้ระบุความสามารถที่ต้องการให้เกิดขึ้นในตัวของ นักเรียนเกี่ยวกับการสื่อสารในคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. สามารถแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การสาธิต และการแสดงให้เห็นภาพ

2. สามารถทำความเข้าใจ แปลความหมายและประเมินแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นำเสนอโดย การเขียน การพูด หรือภาพต่าง ๆ

3. สามารถใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์แสดงแนวคิด อธิบาย
✓ ความสัมพันธ์และจำลองสถานการณ์

การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญ เพราะนักเรียนรู้ได้โดยผ่านการพูด และการ มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในชั้นเรียน ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ เรียนรู้วิธีการคิด และมีความ ชัดเจนในสิ่งที่คิด ฮอยเลส (Hoyle. 1985 : 206-207) กล่าวว่า การให้นักเรียนได้พูดอภิปราย ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ทำให้เขาเกิดการผสมผสานความรู้ได้อย่างดี แต่ละคนสามารถขยาย แนวคิดของกันและกันได้ ซึ่งจะช่วยให้เกิดความชัดเจนในงานหรือกระบวนการทำงาน แลพแพน และ สแรม (Lappan and Schram. 1989 : 16) ได้ให้ความเห็นสนับสนุนการอภิปรายว่า การ อภิปรายแนวคิดและปรับแต่งแนวคิดจากการอภิปราย ช่วยพัฒนายุทธวิธีการแก้ปัญหา นักเรียน สามารถเรียนรู้จากคนอื่นโดยการได้พูดและฟัง นอกจากการเรียนรู้ของนักเรียนแล้ว การอภิปราย ในชั้นเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่ามีนักเรียนคิดอย่างไร และมีความรู้อะไรบ้าง

การเขียนก็เป็นการสื่อสารที่มีคุณค่าอีกอย่างหนึ่งซึ่งไม่ค่อยได้ให้นักเรียนฝึกมากนัก ในการเรียนคณิตศาสตร์ การเขียนจะช่วยให้เด็กเกิดความคิดในแนวคิดเกี่ยวกับเรื่องราว หรือปัญหาที่กำลังถึง และช่วยในการพัฒนาการรับรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น การให้นักเรียนเขียนว่า เขาจะจัดการกับปัญหอย่างไรและสมาชิกในกลุ่มคิดอย่างไรเกี่ยวกับปัญหา นอกจากจะช่วยให้ นักเรียนชัดเจนในความคิดแล้ว ยังทำให้ทราบว่า ครูให้ความสำคัญของการคิด และการให้ เหตุผลเกี่ยวกับปัญหา (Lappan and Schram. 1989 : 16) ดังนั้น การเขียนจึงควรเป็นทักษะ การสื่อสารที่นักเรียนควรได้ฝึกอย่างสม่ำเสมอในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะนอกจาก จะทำให้ชัดเจนและเข้าใจอย่างลึกซึ้งแล้ว ยังเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนบางคนที่ไม่ถนัด ในการพูดได้แสดงแนวคิดที่เขาถืออยู่ โดยการเขียนเสนอแนวคิดของตนเอง

การอ่านนับเป็นการสื่อสารที่มีคุณค่ามาก เพราะว่าแหล่งความรู้ที่นักเรียนจะต้องประสบส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของหนังสือ เอกสารหรือสิ่งพิมพ์ต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์ก็ควรให้นักเรียนได้ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจรายละเอียดในบทเรียนด้วยตนเอง จากหนังสือหรือเอกสารต่าง ๆ ที่เป็นแหล่งข้อมูลความรู้ เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการศึกษาค้นคว้า หาข้อสรุปด้วยตนเองมากกว่าจะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้จากครูเท่านั้น (Lappan and Schram, 1989 : 17)

การนำเสนอแนวคิด (representing) เป็นการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ใช้ในการเรียนทุกระดับ การแสดงแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาหรือแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น เขียนแทนด้วยแผนภาพ แผนภูมิหรือกราฟ และในทางกลับกัน ให้มีการแปลแผนภาพ แผนภูมิหรือรูปภาพทางกายภาพไปสู่สัญลักษณ์และประโยคภาษา (NCTM, 1989 : 27)

จากความสำคัญและประโยชน์ของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารดังกล่าวข้างต้น รวมถึงลักษณะของการสื่อสารทั้งการแสดงแนวคิด การพูด การฟัง การเขียนและการอ่าน เป็นการมุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนได้ใช้ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด โดยอาศัยลักษณะของการสื่อสารดังกล่าว สำหรับงานวิจัยนี้จึงกำหนด ความหมายของการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ดังนี้

✓ ความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิด นำเสนอแนวคิด และอธิบายความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การแทนด้วยสัญลักษณ์ หรือการแสดงแนวคิดโดยใช้สื่อต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ แผนภาพ หรือกราฟ
2. ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์และแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- ✓ 3. ความสามารถในการอธิบายแนวคิด และแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

1.4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

เป้าหมายของการพัฒนาความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารคือ มุ่งพัฒนาให้ผู้เรียนมีความรู้ ทักษะ และความสามารถทางคณิตศาสตร์ และใช้ความรู้ ทักษะ และความสามารถเหล่านั้นในการสื่อสารแนวคิดในกิจกรรมที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตามเป้าหมายดังกล่าว สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989 : 26) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับกิจกรรมการพัฒนาว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ ในกิจกรรมการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา

และการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนในชั้นมีโอกาสได้มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้นักคนอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนเอง จะเป็นการฝึกทั้งการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้น การพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และการแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ เป็นกุญแจสำคัญในการพัฒนาทักษะการสื่อสาร

การส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร อาจทำได้โดยการกำหนดกิจกรรม หรือถามคำถามแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดออกมา เช่น “เกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับสถานการณ์นั้น ๆ” “ทำไมคิดว่าสิ่งเหล่านั้นถูกต้อง” “คำตอบใดมีความหมายสำหรับสถานการณ์ที่กำหนด” “คิดอย่างไรเกี่ยวกับ...” (Lappan and Schram, 1989 : 29) หรือบางครั้งอาจให้อธิบายกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากจบบทเรียนแล้ว โดยให้นักเรียนเขียนประโยคสั้น ๆ เช่น ทำอย่างไร ทำไมทำเช่นนั้น ผลเป็นอย่างไร หรือบางครั้งอาจเขียนถึงประวัติความเป็นมาของเรื่องที่ศึกษาอยู่ตอนท้ายชั่วโมง เพราะการเขียนช่วยให้นักเรียนได้สรุปแนวคิดของตนเอง

โรวานและมอร์โรว์ (Rowan and Morrow, 1993 : 9-11) ได้เสนอแนะแนวทางในการส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารไว้ ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณาสู่สิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ชิดตัวของนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้นเป็นสื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ชิดตัวของนักเรียน จะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์
3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่ให้โอกาสนักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารในที่นี้ รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสงสัย
4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญ และควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (cooperative and collaborative group) การให้นักเรียนนั่งเรียนเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะทางอ้อม (overt and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวกับการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารขณะนี้นั้นยังมีน้อย ทั้งนี้เป็นเพราะการสื่อสารในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่งได้รับความสนใจและกำหนดเป็นจุดเน้นที่สำคัญประการหนึ่งในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เท่าที่ค้นพบมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

เทอร์โลว์ (Thurlow, 1996 : 143-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติของนักเรียนเกรด 5 จำนวน 59 คน โดยจัดแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 30 คน สอนโดยเน้นการเขียนสรุป ส่วนกลุ่มควบคุม 29 คน สอนตามปกติ พบว่า มีความแตกต่างกันของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม นักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าค่ากลางของกลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่ำกว่านักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าค่ากลางของกลุ่ม และเพศชายมีเจตคติต่ำกว่าเพศหญิง

การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ด้านความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร สำหรับงานวิจัยนี้ มุ่งส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด จากกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีส่วนร่วมในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเข้มข้น ซึ่งนักเรียนต้องอ่านเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ใ้ชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผลในการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา แล้วเขียนเป็นข้อสรุปของการแก้ปัญหาร่วมกัน แล้วนำเสนอผลการแก้ปัญหาคือต่อสมาชิกทั้งชั้น ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวข้างต้นนักเรียนจะได้แสดงแนวคิด นำเสนอแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน

1.5 การวัดและประเมินผลศักยภาพทางคณิตศาสตร์

ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของบุคคลในการผสมผสานและประยุกต์ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา ให้เหตุผล และใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ซึ่งในการผสมผสานและการประยุกต์ความรู้ดังกล่าว

จำเป็นที่จะต้องได้รับการฝึกและพัฒนาอย่างต่อเนื่องในกิจกรรมการเรียนการสอน การวัดผลเป็นส่วนสำคัญในกระบวนการเรียนการสอนที่จะทำให้ทราบได้ว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาไปได้มากน้อยเพียงใด สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM) ได้กล่าวถึงการวัดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่า จะเป็นการวัดทั้งความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ สื่อสารความรู้เหล่านั้น รวมถึงการผสมผสานการใช้ความรู้สู่สถานการณ์อื่น การวัดศักยภาพทางคณิตศาสตร์จะเป็นการวัดทุกลักษณะของการเรียนรู้ และจะไม่วัดแค่ความสามารถแยกอิสระจากกัน (NCTM. 1989 : 205) และสภาวิจัยแห่งชาติ ของสหรัฐอเมริกา (NRC. 1989 : 70) ได้เสนอวิธีการวัดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ว่าจำเป็นต้องใช้วิธีการหลายอย่าง เช่น การเขียนสรุป การทำกรบ้าน โครงการ การตอบคำถามสั้น ๆ ทดสอบย่อย ทำงานบนกระดานดำ ทำงานกลุ่มย่อย และจากการสัมภาษณ์

เลสเตอร์ และ ไครล์ (Lester and Kroll. 1991 : 278-282) และชาลส์ เลสเตอร์ และ โอคาฟเฟอร์ (Charles, Lester and O'Daffer. 1987 : 15-61) ได้เสนอแนะเทคนิคการประเมินผลในชั้นเรียน ว่าสามารถประเมินได้จาก

1. การสังเกตและสอบถาม
2. การตรวจผลงาน
3. การเขียนลักษณะต่าง ๆ
4. การเก็บรวบรวมข้อมูลไว้ในแฟ้มรายบุคคล
5. การทดสอบ

รายละเอียดแต่ละเทคนิคโดยสังเขปมีดังนี้

1. การสังเกตและสอบถาม

การสังเกตและสอบถามนักเรียนขณะที่นักเรียนกำลังทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ จะทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับทักษะ กระบวนการคิด เจตคติและความเชื่อ ซึ่งการสังเกตสามารถทำได้ทั้งอย่างไม่เป็นทางการขณะที่เดินดูการปฏิบัติงานของนักเรียน และสังเกตอย่างเป็นทางการหรือจากการสัมภาษณ์

การเลือกคำถามที่จะถามในขณะที่ทำการสังเกตเป็นสิ่งสำคัญ ในชั้นเรียนปกติมีหลายเหตุผลในการถามคำถาม เช่น ถามเพื่อกระตุ้นให้คิด ถามเพื่อชี้แนะ ถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจหรือถามเพื่อให้นักเรียนรู้ว่าเพื่อนรู้อะไร

ครูควรบันทึกการสังเกต โดยอาจบันทึกลงในบัตรบันทึก หรือแบบสำรวจรายการ หรือแบบประมาณค่า หรือแบบบันทึกสำหรับบันทึกการสังเกต การสังเกตเป็นวิธีที่ดีที่สุดในการเก็บข้อมูลเกี่ยวกับการคิดและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. การตรวจผลงาน

เป็นการพิจารณาถึงกระบวนการแก้ปัญหา โดยพิจารณาว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร ไม่ได้ให้ความสำคัญของผลลัพธ์ที่ได้เป็นหลัก มีวิธีการตรวจผลงานนักเรียนที่สำคัญ 2 วิธี คือ

2.1 การตรวจให้คะแนนแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา (analytic scoring) เป็นการตรวจให้คะแนนโดยกำหนดระดับหรือจุดการให้คะแนนในแต่ละระดับพฤติกรรม ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา เช่น ในแต่ละขั้นตอนจะได้คะแนนตั้งแต่ 0 - 2 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

การตรวจให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา (analytic scoring)

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
 - 0 : ไม่เข้าใจปัญหาทั้งหมด
 - 1 : ไม่เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความผิด
 - 2 : เข้าใจปัญหาถูกต้อง
2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
 - 0 : ไม่ทำอะไรเลยหรือวางแผนผิดทั้งหมด
 - 1 : วางแผนถูกต้องเป็นบางส่วน ขึ้นอยู่กับการแปลความส่วนที่ถูกต้อง
 - 2 : แผนที่ตั้งไว้นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง ถ้าดำเนินการอย่างถูกต้อง
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา
 - 0 : นักเรียนคำนวณผิด
 - 1 : แก้ปัญหาได้บางส่วน
 - 2 : กำหนดปัญหาถูกต้องและคำนวณถูกต้อง
4. ขั้นตรวจสอบผล
 - 0 : ไม่มีคำตอบหรือตอบผิด เป็นผลมาจากวางแผนผิด
 - 1 : ลอกคำตอบผิด คำนวณผิด (บางส่วนของปัญหาที่มีหลายคำตอบ)
 - 2 : ตอบถูกต้อง ตอบตรงตามที่ปัญหาถาม

2.2 การตรวจให้คะแนนภาพรวม (holistic scoring) เน้นการให้คะแนนภาพรวมของผลการแก้ปัญหา ให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดที่สัมพันธ์กับกระบวนการคิดในการแก้ปัญหา ให้ค่าคะแนนหนึ่งค่าสำหรับผลการแก้ปัญหทั้งหมด ซึ่งต่างจากการให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา ตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนเป็นดังนี้

การตรวจให้คะแนนภาพรวม (holistic scoring)

0 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- กระดาษว่างเปล่า
- ลอกข้อมูลในปัญหา แต่ไม่ได้ใช้ข้อมูลเหล่านั้นในการแก้ปัญหา หรือนำมาใช้แต่ไม่ได้ทำให้เกิดความเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น

- คำตอบไม่ถูกต้องและไม่ได้แสดงสิ่งอื่นใดเลย

1 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- มีการแสดงวิธีการหาคำตอบโดยลอกข้อมูลที่บ่งบอกถึงความเข้าใจปัญหาบางอย่าง และแนวทางที่ใช้จะไม่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง
- ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสมและพยายามแก้ปัญหา และไม่มีวิธีการหายุทธวิธีอื่นพยายามใช้แนวทางเดียวที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้
- นักเรียนพยายามที่จะหาเป้าหมายย่อย แต่ไม่ได้แสดงออกมา

2 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- ใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสมและได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่ผลงานแสดงถึงความเข้าใจปัญหา

- ใช้ยุทธวิธีเหมาะสม แต่

1) ไม่ได้ดำเนินการมากพอที่จะได้คำตอบ

2) ดำเนินการไม่ถูกต้องและนำไปสู่คำตอบที่ผิดหรือหาคำตอบไม่ได้

- ได้คำตอบของปัญหาย่อย แต่ไม่สามารถทำต่อได้

- ได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ไม่ได้แสดงรายละเอียดของการแก้ปัญหา

3 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- ดำเนินการตามยุทธวิธีที่จะนำไปสู่คำตอบ แต่เข้าใจผิดบางส่วนของปัญหาหรือละเลยเงื่อนไขบางประการในปัญหา

- เลือกยุทธวิธีเหมาะสม แต่

1) ตอบปัญหาผิด ด้วยเหตุผลที่ไม่ชัดเจน

2) ได้จำนวนที่เป็นคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แต่ไม่ได้ตอบปัญหาหรือตอบปัญหาไม่ถูกต้อง

3) ไม่ได้คำตอบ

- ตอบคำถามถูกต้องและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม แต่ดำเนินการตามยุทธวิธีไม่สมบูรณ์

4 คะแนน เมื่อปรากฏข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้

- มีข้อผิดพลาดในการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่เหมาะสม แต่ข้อผิดพลาดไม่ได้ส่งผลให้เข้าใจปัญหาผิดหรือไม่รู้จะดำเนินการยุทธวิธีอย่างไร แต่เป็นเพราะลอกผิดหรือคำนวณผิดมากกว่า

- เลือกยุทธวิธีได้เหมาะสมและดำเนินการได้ ได้คำตอบถูกต้อง

3. การประเมินผลจากการเขียน

การเขียนนับว่าเป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การประเมินผลจากการเขียน สามารถพิจารณาได้จาก 3 ลักษณะ คือ

3.1 การเขียนรายงานผลของตนเอง (self-reports) เหมาะสมสำหรับใช้ประเมินความรู้สึกและความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ มากกว่าที่จะใช้วัดพฤติกรรมการแสดงออก ควรใช้การเขียนรายงานผลของตนเองประกอบกับการประเมินแบบอื่น ๆ

3.2 การเขียนงานในชั้นหรือการบ้าน เหมาะที่จะใช้ประเมินความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ และใช้เป็นข้อมูลสำหรับครูในการวางแผนบทเรียนต่อไป

3.3 การเขียนในการสอบ ส่วนใหญ่แล้วการเขียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์มักจะเป็นการเขียนในการทดสอบ

4. ประเมินจากผลงานที่เก็บรวบรวมไว้ในแฟ้มข้อมูลรายบุคคล

โดยปกติแล้วแฟ้มข้อมูลรายบุคคลจะรวบรวมข้อมูลทั้งจากการสอบ จากการทำงานและผลงานอื่น ๆ ที่เป็นจุดสำคัญที่จะนำมาประเมินผลรวมสุดท้ายเพื่อให้เกรด

5. การทดสอบ

แบบทดสอบโดยทั่วไปมักจะเน้นให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา ไม่ได้เน้นถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหา ดังนั้น ในการสร้างแบบทดสอบเพื่อวัดและประเมินผล การเรียนรู้ของนักเรียน จึงควรที่จะกำหนดข้อคำถามที่มุ่งประเมินกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนด้วย

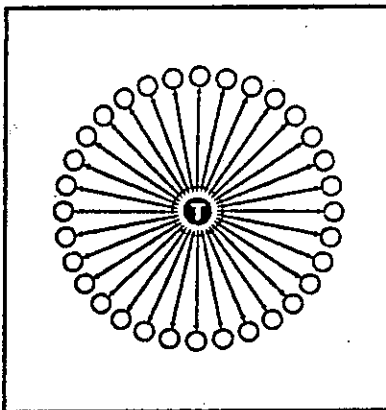
สำหรับงานวิจัยนี้ การวัดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยวัดจากการทดสอบ การตรวจผลและการสังเกตที่รวบรวมไว้ในแฟ้มข้อมูลรายบุคคล และจากการสัมภาษณ์นักเรียนหลังเสร็จสิ้นการทดลอง

ตอนที่ 2 ความรู้เกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ

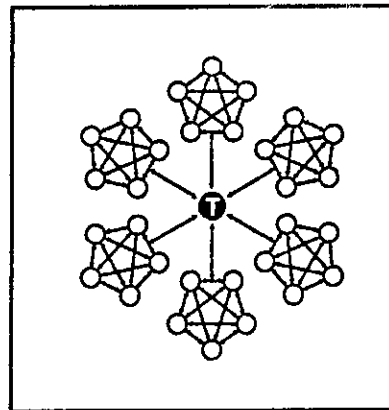
2.1 ความหมายและความสำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ

การเรียนแบบร่วมมือ เป็นยุทธวิธีในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดให้นักเรียนอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ โดยทั่วไปจะจัดกลุ่มละ 4 คนแบบละความสามารถให้ทำงาน เรียนรู้ร่วมกัน มีการช่วยเหลือกันในการผสมผสานความรู้ที่มีอยู่เดิมกับความรู้ใหม่ และค้นพบความหมายของสิ่งที่ศึกษาค้นคว้าด้วยกลุ่มของตนเอง โดยการทำกิจกรรมในการสืบค้น สอบสวนแนวความคิดและแก้ปัญหา ซึ่งต้องมีการอธิบาย อภิปรายกันในกลุ่ม

อาทซท์ และ นิวแมน (Artzt and Newman, 1990 : 448-449) ได้กล่าวถึง การเรียนแบบร่วมมือ ว่าเป็นแนวทางที่เกี่ยวกับการที่ผู้เรียนทำการแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบผลสำเร็จหรือบรรลุเป้าหมายร่วมกัน สมาชิกในกลุ่มทุกคนต้องระลึกเสมอว่า เขาเป็นส่วนสำคัญของกลุ่ม ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มเป็นความสำเร็จหรือความล้มเหลวของทุกคนในกลุ่ม เพื่อให้บรรลุเป้าหมาย สมาชิกทุกคนต้องพูดอธิบายแนวคิดกัน และช่วยเหลือกันให้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา ครูไม่ใช่เป็นแหล่งความรู้ที่คอยป้อนแก่นักเรียน แต่จะมีบทบาทเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือ จัดหาและชี้แนะแหล่งข้อมูลในการเรียนรู้ของนักเรียน ตัวนักเรียนเองจะเป็นแหล่งความรู้ซึ่งกันและกัน ในกระบวนการเรียนรู้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



รูปที่ 1 ชั้นเรียนที่เป็นแบบครูเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้



รูปที่ 2 ชั้นเรียนที่เป็นแบบการเรียนแบบร่วมมือ

ภาพประกอบ 4 แผนภาพแสดงลักษณะของการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน

อาโจสและจอยเนอร์ (Ajose and Joyner, 1990 : 198) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือ เป็นกระบวนการ ซึ่งนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ทำงานร่วมกัน เพื่อบรรลุเป้าหมายร่วมกัน ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือมีลักษณะที่สำคัญ 5 ประการ คือ

1. ใช้การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน
2. ใช้ปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด
3. ใช้ความรับผิดชอบในตัวเองต่องานที่ได้รับมอบหมาย
4. ใช้ทักษะทางสังคม
5. ใช้ทักษะในกระบวนการกลุ่ม

การเรียนแบบร่วมมือ แตกต่างจากการเรียนแบบแข่งขันและการเรียนเป็นรายบุคคล กล่าวคือ บทเรียนคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้มีการแข่งขัน นักเรียนจะทำงานแข่งขันกับคนอื่น เพื่อเป็นผู้ชนะ ส่วนบทเรียนเป็นรายบุคคลเป็นการทำงานด้วยตนเองเพื่อให้ประสบผลสำเร็จ บรรลุตามเป้าหมาย ซึ่งทั้งการเรียนแบบแข่งขัน และการเรียนเป็นรายบุคคลนักเรียนไม่มี ปฏิสัมพันธ์ต่อกันกับเพื่อนในขณะเรียนรู้ ขาดการพัฒนาทักษะทางสังคม ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็น และเป็นสิ่งสำคัญเมื่อเขาออกไปสู่สังคมในชีวิตจริง

เดวิดสัน (Davidson, 1990 : 52-53) กล่าวถึง การเรียนคณิตศาสตร์ว่าโดยปกติแล้ว เป็นลักษณะที่ผู้เรียนแยกตัวอิสระ เป็นการเรียนรู้รายบุคคลหรืออาจมีลักษณะเป็นการแข่งขัน โดยที่นักเรียนนั่งคนเดียวและพยายามทำความเข้าใจสื่อบทเรียน หรือแก้ปัญหาที่กำหนด กระบวนการดังกล่าวทำให้ผู้เรียนรู้สึกโดดเดี่ยว และไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน เมื่อไม่ประสบผลสำเร็จก็จะเกิดความเบื่อหน่าย ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนกลัวและ มีความวิตกกังวลในการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งเดวิดสันเชื่อว่า มีนักเรียนเก่งเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ที่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989 : 79) ได้กล่าวสนับสนุน กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือว่า "กลุ่มย่อย เป็นการเตรียมเวทีซึ่งนักเรียนได้ตอบคำถาม อภิปรายแนวคิด เรียนรู้จากข้อผิดพลาด เรียนรู้ที่จะฟังแนวคิดของผู้อื่น เสนอแนวคิด และรวบรวมข้อค้นพบจากข้อเขียน"

เดวิดสัน (Davidson, 1990 : 52) กล่าวถึง การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อยว่า สามารถนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพกับคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการสร้างความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเรียนแบบร่วมมือในกลุ่มย่อย ยังสามารถนำไปใช้พัฒนาความสามารถของผู้เรียนในหลายเป้าหมาย เช่น การอภิปราย

มโนคติ การสืบสวนหรือการค้นพบ การกำหนดปัญหา การพิสูจน์ทฤษฎีบท การหารูปแบบทางคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะ การทบทวน การระดมพลังสมอง การแลกเปลี่ยนข้อมูล และการใช้เทคโนโลยี

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ให้ความหมายของการเรียนแบบร่วมมือดังนี้

การเรียนแบบร่วมมือ (cooperative learning) เป็นรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบหนึ่ง ที่กำหนดให้นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกันทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละประมาณ 4 คน แบบคละความสามารถ เป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน โดยที่สมาชิกทุกคนมีเป้าหมายในการเรียนร่วมกัน คือ เกิดการเรียนรู้หรือประสบความสำเร็จร่วมกัน เมื่อกลุ่มได้รับปัญหา ทุกคนในกลุ่มจะอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น แสดงเหตุผลโต้ตอบกันหรือสนับสนุนความคิดเห็นกัน และให้เป็นหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่มที่จะช่วยสมาชิกให้เข้าใจในงาน ให้ทุกคนสามารถอธิบายสิ่งที่ทำและให้เหตุผลได้อย่างชัดเจน มีการมอบหมายหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม เช่น ประธานกลุ่ม ผู้จัดบันทึก ผู้คอยดูแลให้สมาชิกในกลุ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น ผู้ตรวจสอบผลงาน ขณะเดียวกันก็ต้องช่วยกันรับผิดชอบการเรียนรู้ในงานทุกขั้นตอนของสมาชิกกลุ่ม โดยการนำผลงานของแต่ละคนมาอธิบาย อภิปรายและลงสรุปร่วมกัน เพื่อให้มั่นใจว่าสมาชิกกลุ่มทุกคนเกิดการเรียนรู้ สามารถที่จะตอบคำถาม หรืออธิบายงานของกลุ่มได้ทุกขั้นตอน โดยเฉพาะในส่วนที่ตนเองรับผิดชอบเท่านั้น ทั้งนี้เพื่อให้ทุกคนอยู่ในสภาพพร้อมที่จะนำเสนอผลงานเมื่อถูกกลุ่มให้นำเสนอความสำเร็จของกลุ่มส่วนหนึ่งจะประเมินจากค่าเฉลี่ยของคะแนนหรือผลงานของทุกคนในกลุ่ม ฉะนั้น สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มจะต้องรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง ปฏิบัติงานที่ได้รับมอบหมายอย่างดีที่สุด และเป็นหน้าที่ที่จะต้องให้ความช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่ม ให้เกิดการเรียนรู้ เช่นเดียวกัน เพราะคะแนนของแต่ละคนส่งผลต่อค่าเฉลี่ยของกลุ่ม อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่าการเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมการเรียนการสอน ที่ต้องการเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ร่วมกัน เกิดการร่วมมือ รับผิดชอบและช่วยเหลือกัน มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่น

2.2 เป้าหมายของการเรียนแบบร่วมมือ

การเรียนแบบร่วมมือ เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาทั้งเจตคติและค่านิยมในตัวของผู้เรียน มีการนำเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและแนวคิดที่หลากหลายระหว่างสมาชิกในกลุ่ม พัฒนาพฤติกรรมในการแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์และการคิดอย่างมีเหตุผล รวมทั้งพัฒนาคุณลักษณะของผู้เรียนให้รู้จักตนเองและเพิ่มคุณค่าของตนเอง ซึ่ง

กิจกรรมดังกล่าวจะมีผลต่อผู้เรียน 3 ประการ คือ

1. มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา (academic learning)
2. มีทักษะทางสังคม โดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน (social skills)
3. รู้จักตนเองและตระหนักในคุณค่าของตนเอง (self-esteem)

นอกจากผลต่อผู้เรียน 3 ประการดังกล่าวแล้ว บาร์ดี้ (Baroody, 1993 : 2-101 - 2-102) ยังได้กล่าวถึงประโยชน์ที่สำคัญของการเรียนแบบร่วมมือ ไว้ดังนี้

1. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์จากงานวิจัยพบว่า การเรียนแบบร่วมมือกันในกลุ่ม สามารถส่งเสริมผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นกว่าการใช้การสอนเป็นรายบุคคล (Davidson, 1990 ; Johnson and Johnson, 1989 ; Slavin, 1983)

2. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล นักเรียนต้องเข้าใจว่า ปกติแล้วนักคณิตศาสตร์ไม่ได้แก้ปัญหาโดยลำพัง โดยทั่วไปมักสร้างแนวคิดร่วมกับคนอื่น และทำงานเป็นสมาชิกของทีม การพัฒนาทั้งแนวคิดทางคณิตศาสตร์และทักษะการแก้ปัญหา จำเป็นต้องได้รับการฝึกอย่างหลากหลาย การฝึกที่สามารถทำได้ง่ายและเห็นประโยชน์ที่ชัดเจน คือ การสนับสนุนและช่วยให้เกิดการช่วยเหลือกันในกลุ่มเพื่อนใน 3 แนวทางต่อไปนี้

2.1 การอภิปรายปัญหาร่วมกับเพื่อนในกลุ่มย่อยช่วยให้นักเรียนได้วิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงคนอื่น วิธีการดังกล่าวช่วยให้นักเรียนได้ตรวจสอบและปรับปรุงแนวคิดและคำตอบ สิ่งท้าทายและการไม่เชื่อในทันทีจะทำให้ให้นักเรียนได้ตรวจสอบสมมติฐานยุทธวิธี และคำตอบอย่างรอบคอบ ได้มีการอธิบายเหตุผล ตรวจสอบสมมติฐานทำความเข้าใจระดับกับข้อผิดพลาดของความเข้าใจ การอภิปรายปัญหาในกลุ่มย่อยช่วยให้นักเรียนเข้าใจว่าคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับการคิด (Cobb, 1985)

2.2 พื้นฐานความรู้ของนักเรียนหลายคนในกลุ่มจะช่วยให้ทำความเข้าใจในปัญหาและหาคำตอบได้ดีกว่าทำเพียงคนเดียว

2.3 นักเรียนจะเข้าใจการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมความมั่นใจในตนเอง (Johnson and Johnson, 1989)

เมื่อนักเรียนทำงานร่วมกันในกลุ่มย่อย การบรรลุเป้าหมายร่วมกัน การยอมรับฟังแนวคิดของคนอื่น และการเรียนรู้จากข้อผิดพลาด จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในตนเอง มีอิสระและมีความมุ่งมั่น (persistent) (Cobb and others, 1988) ในกลุ่มย่อยนักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

มากกว่าการเรียนรู้กลุ่มใหญ่ทั้งชั้น ทำให้เขาทราบว่าไม่มีเขาเพียงคนเดียวที่เข้าใจผิดหรือใช้ยุทธวิธีไม่เหมาะสม จะทำให้มีความรู้ลึกซึ้งยิ่งขึ้นที่จะถามคำถามหรือให้ความช่วยเหลือกันในกลุ่ม

4. การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมทักษะทางสังคมและทักษะการสื่อสาร (Noddings, 1985)

การสื่อสารกับเพื่อนในกลุ่มเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาทักษะทางสังคมและทักษะการสื่อสาร หากมีสิ่งใดไม่เข้าใจก็สามารถพูดซ้ำหรือย่อปัญหาให้เล็กลง ซึ่งจะทำให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น ได้เรียนรู้วิธีการตรวจสอบ วิพากษ์วิจารณ์ ตั้งสมมติฐานในฐานะผู้ฟังเมื่อข้อคิดเห็นไม่ตรงกัน

2.8 การเรียนแบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์

จอห์นสันและจอห์นสัน (Johnson and Johnson, 1989 : 235-237) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือใช้ได้เป็นอย่างดีกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนคิดทางคณิตศาสตร์ เข้าใจการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติและกระบวนการ และสามารถที่จะประยุกต์ใช้ความรู้อย่างคล่องแคล่วและมีความหมาย ด้วยเหตุผลดังนี้

1. มโนคติและทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถเรียนรู้ได้ดีในกระบวนการที่เป็นพลวัต (dynamic process) ที่ผู้เรียนมีส่วนร่วมอย่างเข้มข้น การเรียนคณิตศาสตร์ควรเป็นลักษณะที่ผู้เรียนเป็นผู้กระทำกิจกรรม มากกว่าที่จะเป็นเพียงผู้คอยรับความรู้ การสอนคณิตศาสตร์โดยปกติอยู่บนพื้นฐานที่ว่า นักเรียนเป็นผู้คอยดูดซับข้อมูลความรู้ จากการฝึกซ้ำและจากการให้แรงเสริม การมีส่วนร่วมในการเรียนอย่างเข้มข้นเป็นการท้าทายทางสมองสำหรับนักเรียนทุกคน และการอยากรู้ อยากเห็นจะช่วยกระตุ้นให้มีการอภิปรายกับคนอื่น

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการอาสาซึ่งกันและกัน (interpersonal enterprise) การพูดผ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเพื่อนช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างชัดเจนว่า จะแก้ปัญหาให้ถูกต้องได้อย่างไร การอธิบายยุทธวิธีการแก้ปัญหาให้เหตุผลและวิเคราะห์ปัญหากับเพื่อน จะทำให้เกิดการหยั่งรู้ (insight) มีวิธีการให้เหตุผลระดับสูง และเกิดการเรียนรู้ระดับสูง ในกลุ่มย่อยนักเรียนมีความสะดวกในการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากกว่าการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น

3. การเรียนเป็นกลุ่ม มีโอกาสในการสร้างความร่วมมือในการสื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ แต่ในโครงสร้างของการแข่งขัน และการเรียนรายบุคคลนักเรียนไม่มีการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะทำให้นักเรียนหลีกเลี่ยงการแลกเปลี่ยน

การวิเคราะห์ปัญหาและเลือกยุทธวิธีร่วมกับคนอื่น ในการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูลก็จะ เป็น ไปแบบไม่เต็มใจหรือให้ข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์

4. การร่วมมือส่งเสริมความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์มากกว่าการแข่งขัน และการเรียนแบบรายบุคคล การเรียนแบบร่วมมือส่งเสริมการค้นพบ การเลือกใช้ยุทธวิธี การให้เหตุผลที่มีประสิทธิภาพ การสร้างแนวคิดใหม่ การถ่ายโยงยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ และข้อเท็จจริงกับปัญหาย่อย ๆ ไปสู่รายบุคคล (นั่นคือถ่ายโยงจากกลุ่มไปสู่รายบุคคล)

5. การทำงานร่วมมือกัน นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในความสามารถทาง คณิตศาสตร์ของตนเอง เป็นการสนับสนุนให้เกิดความพยายามในการเรียนรู้ โหมดิ กระบวนการและยุทธวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้นักเรียนที่ทำงานร่วมกันในกลุ่ม มีแนวโน้มที่จะชอบและเห็นคุณค่าของแต่ละคน และเห็นความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของคนอื่น มีความสัมพันธ์กันทางบวกระหว่างเพื่อน เกิดการเรียนรู้ในระดับสูง ตระหนักในคุณค่าของตนเอง (self-esteem) เกิดการยอมรับความสามารถของตนเองในการ แก้ปัญหา

6. การเลือกรายวิชาเรียนและการเลือกอาชีพ เพื่อนมีอิทธิพลสูงต่อนักเรียน หาก มีนักเรียนบางคนในชั้นเลือกวิชาเรียนไม่เหมาะสมกับตัวเขา การช่วยเหลือให้เขาได้พัฒนาจะ เกิดขึ้นในสถานการณ์การเรียนแบบร่วมมือ นักเรียนมีแนวโน้มที่ชอบและสนุกกับการเรียน คณิตศาสตร์มากกว่า และได้รับการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องในการเรียน ความสำเร็จที่เกิดจาก การทำงานร่วมกันของนักเรียนในการแก้ปัญหา จะทำให้เกิดการเรียนรู้ โหมดิและการ วิเคราะห์มากขึ้น ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นในการอภิปราย อธิบายและวางแผนในการเรียนรู้ สถานการณ์ใหม่ เป็นการเพิ่มความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสนับสนุนกัน การช่วยเหลือกันและการเชื่อมโยงกันภายในกลุ่มแบบร่วมมือ มีผลทางบวกต่อความสัมพันธ์ ในกลุ่ม ต่อเจตคติเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และความมั่นใจในตนเอง (self-confidence)

เพื่อให้การเรียนแบบร่วมมือเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพและมีประสิทธิผล บารูดี (Baroody, 1993 : 2-105-106) ได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. เริ่มทีละน้อย ในตอนเริ่มต้นใช้การเรียนแบบร่วมมือเป็นบางครั้ง แล้วใช้ ถี่มากขึ้น

2. ใช้กลุ่มละ 4 คน กลุ่มเล็กเกินไปจะไม่เกิดการอภิปราย กลุ่มใหญ่เกินไป ทำให้การมีส่วนร่วมในการมีปฏิสัมพันธ์ลดลง ในกลุ่ม 4 คน นักเรียนรู้สึกสะดวกและ ปลอดภัยที่จะขยายแนวคิดหรืออธิบายเหตุผลกันในกลุ่ม

3. เตรียมประสบการณ์การแก้ปัญหาของนักเรียนอย่างหลากหลาย เตรียมโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาทั้งรายบุคคล ทั้งชั้น และกิจกรรมกลุ่ม

4. เน้นปัญหาของกลุ่ม โดยสนับสนุนให้นักเรียนได้อภิปรายและสรุปปัญหาโดยกลุ่ม และควรให้มีการอภิปรายประเด็นทางสังคมด้วย

5. ต้องมั่นใจว่าสมาชิกแต่ละคนมีความรับผิดชอบ ซึ่งนักเรียนต้องเข้าใจก่อนว่าข้อผิดพลาดของกลุ่มก็คือข้อผิดพลาดของทุกคนในกลุ่ม ผลงานของกลุ่มเป็นผลมาจากสมาชิกทุกคน การสุมถมนักเรียนเป็นรายบุคคลจะช่วยให้เกิดความรับผิดชอบ

6. ส่งเสริมความพยายามร่วมกัน กลุ่มต้องรับผิดชอบต่อการพัฒนาของสมาชิกทุกคน

7. ส่งเสริมให้เกิดทักษะทางสังคม โดยการช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทักษะการทำงานร่วมกัน การร่วมมือกัน ลดข้อขัดแย้งหรือความสับสนต่าง ๆ

8. ส่งเสริมให้นักเรียนได้เขียนสรุป เพราะการเขียนสรุปทำให้ครูได้ติดตามและควบคุมการร่วมมือกันในกลุ่ม

2.4 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ

จอห์นสันและคนอื่น ๆ (Johnson and others. 1981 : 47-62) ได้รวบรวมงานวิจัยจำนวน 122 เรื่อง ซึ่งศึกษาเกี่ยวกับการเรียนการสอนแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกันแบบแข่งขัน และแบบให้แต่ละคนช่วยตนเอง เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และผลงานของผู้เรียนที่เกิดจากการเรียนการสอนดังกล่าว พบว่า การเรียนการสอนแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกัน มีประสิทธิผลมากกว่าการให้แข่งขันกันหรือแบบที่ให้แต่ละคนช่วยตนเอง

นอกจากนี้ สลาบิน (Slavin. 1980 : 315-342) ได้ศึกษางานวิจัยจำนวน 28 เรื่อง ซึ่งเกี่ยวกับการสอนแบบให้ผู้เรียนร่วมมือกันเป็นทีม (cooperative or team learning) ในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา ได้ข้อสรุปดังนี้

1. จากการเปรียบเทียบงานวิจัยระหว่างการเรียนแบบร่วมมือกันกับการเรียนแบบอื่น ๆ จำนวนทั้งหมด 28 เรื่อง พบว่า การเรียนแบบร่วมมือกันทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนแบบอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติถึง 27 เรื่อง

2. เมื่อนำเทคนิคการเรียนแบบร่วมมือกันมาใช้ในการเรียนรู้ระดับการท่องจำ หรือการคำนวณ ควรให้ผู้เรียนเป็นผู้กระทำหรือปฏิบัติด้วยตัวเอง และมีระบบการให้รางวัลที่ชัดเจนสำหรับกลุ่ม

3. เมื่อนำมาใช้ในการเรียนรู้ระดับสูง (เช่น การวิเคราะห์ปัญหา และการใช้
 วิจารณ์) ควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนช่วยตัวเอง และมีส่วนในการตัดสินใจ

4. การเรียนแบบร่วมมือกัน ช่วยให้ผู้เรียนที่เชื้อชาติต่างกันเกิดความเข้าใจกัน
 มากขึ้น

5. สัมพันธภาพระหว่างผู้เรียนที่เรียนรู้แบบร่วมมือเป็นไปในทางบวกในห้องเรียน

6. ในงานวิจัยบางเรื่องพบว่า การเรียนแบบร่วมมือกันช่วยเพิ่มความภาคภูมิใจ
 ในตนเองของผู้เรียน

7. นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยให้ร่วมมือกันในการเรียน รายงานว่าชอบโรงเรียน
 ในระดับที่สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ (traditional)

ในขณะที่เดียวกัน ชารัน (Sharan, 1980 : 241-271) ได้ศึกษาและรวบรวมงานวิจัย
 เกี่ยวกับการเรียนการสอนแบบกลุ่มย่อย ซึ่งให้ผู้เรียนร่วมมือกัน ได้แก่การสอนแบบให้เพื่อน
 ช่วยสอน (peer-tutoring) และการค้นคว้าร่วมกันเป็นกลุ่ม (group - investigation) ซึ่งก็ได้
 ผลสรุปออกมาคล้ายคลึงกับผลการศึกษาของสลาวัน

จากผลสรุปการวิจัยดังกล่าวข้างต้น แสดงให้เห็นว่า การเรียนรู้แบบร่วมมือกัน
 ในชั้นเรียนช่วยพัฒนาผู้เรียนทั้งในด้านผลสัมฤทธิ์ ด้านสติปัญญา ด้านความรู้สึก และ
 เจตคติ ตลอดจนพฤติกรรมการทำงานกลุ่ม ซึ่งสอดคล้องกับผลการสรุปของ อัดัมส์ และ
 แฮมม (Adams and Hamm, 1990 : 33) ซึ่งสรุปผลการวิจัยของการเรียนแบบร่วมมือไว้ ดังนี้

1. การเรียนแบบร่วมมือมีผลทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางวิชาการ ทั้งในแง่ของการ
 พัฒนาพฤติกรรมเกี่ยวกับการใช้ศัพท์ และความรู้ต่าง ๆ การคิดคำนวณและการแก้ปัญหา

2. การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาบุคลิกภาพของบุคคล ทำให้เป็นผู้ที่มีวุฒิภาวะ
 สมบูรณ์ และเกิดความเป็นมิตรที่ดีต่อกัน ระหว่างนักเรียนที่มีพื้นฐาน และความสามารถ
 แตกต่างกัน

3. การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาเจตคติที่มีต่อการเรียน ต่อโรงเรียน และเกิดการ
 ยอมรับกันในกลุ่มเพื่อน ในฐานะผู้ให้ความช่วยเหลือ ผู้รับความช่วยเหลือ และเกิดการ
 ยอมรับนับถือตนเอง

นอกจากนี้ สลาวัน (Slavin, 1990 : 34-53) ได้ศึกษาถึงผลที่เกิดจากการใช้การเรียน
 แบบร่วมมือ ในการเรียนการสอนซึ่งพบว่า การเรียนแบบร่วมมือช่วยเพิ่มความภาคภูมิใจ
 ในตนเอง เกิดการเชื่อมโยงประสบการณ์ในการเรียนรู้กับกิจกรรมอื่นและกับเรื่องอื่น ๆ
 ใช้เวลาในการทำงาน ติดตามการเรียน และสามารถทำงานร่วมกับคนอื่นได้อย่างมี
 ประสิทธิภาพ

สำหรับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดูเรนและเชอริงตัน (Duren and Cherington. 1992 : 80-83) ได้ทำการวิจัยกับนักเรียนเกรด 7 และ 8 จำนวน 126 คน จาก 4 ห้องเรียน ในรายวิชา pre-algebra โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้ การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค 4 คน และอีกกลุ่มหนึ่งให้แก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ทั้งสอง กลุ่มได้รับ การสอนเทคนิคการแก้ปัญหาก่อน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ทำงาน ร่วมมือกันสามารถจดจำและประยุกต์ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ฝึก แก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

จากการศึกษาของพาร์คเกอร์ (Parker. 1984) พบว่าการเรียนแบบร่วมมือเป็น กิจกรรมที่สามารถใช้พัฒนาทักษะการคิดระดับสูงและการแก้ปัญหา และในกิจกรรมดังกล่าว ยังช่วยลดความวิตกกังวลของนักเรียน และเกิดบรรยากาศที่นักเรียนรู้สึกปลอดภัยเมื่อทำผิด ซึ่งจะเกิดการเรียนรู้จากข้อผิดพลาด

เช่นเดียวกันนี้ กิลเบิร์ต-แมคมิลแลน (Gilbert-Macmillan. 1983) ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของการเรียนแบบร่วมมือว่า เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้พูดออกมา (talk aloud) มีการชี้แจงแนวคิดของตนเอง และเป็นการเน้นกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าคำตอบ

จากการศึกษาของเทเลอร์ (Taylor: 1989 : 633-642) ได้ชี้ถึงประโยชน์ของการสอน เป็นกลุ่มย่อยว่า เหมาะสำหรับหลักสูตรที่เป็นการแก้ปัญหาที่ต้องเกิดความเข้าใจ เมื่อนักเรียน มีส่วนร่วมในกลุ่มย่อย เขาสามารถทำงานร่วมกันเพื่อแก้ปัญหาที่ยากกว่า ในกลุ่มย่อยนักเรียน มีโอกาสได้แสดงแนวคิดโดยการพูด จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความเข้าใจในโมโนมิติทาง คณิตศาสตร์ และในการสอนเป็นกลุ่มย่อยที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งจะเพิ่มศักยภาพ ในการบรรลุผลสำเร็จในทักษะระดับสูงของนักเรียนทุกคน และยังช่วยลดความไม่ยุติธรรม ต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้น

นิโคลส์ (Nichols. 1994) ได้ศึกษาประสิทธิภาพของโครงสร้างของการเรียนแบบ ร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD (Slavins Student Teams Achievement Division) กับนักเรียนมัธยม ศึกษาตอนปลายที่เรียนเรขาคณิตจำนวน 81 คน สุ่มเข้ากลุ่มการเรียนแบบร่วมมือ และสอน ตามปกติโดยการบรรยาย ศึกษา 5 ตัวแปร คือ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน การมุ่งเป้าหมาย (goal orientation) ประสิทธิภาพในตนเอง (self-efficacy) การเห็นคุณค่าของการเรียนรู้จากงานและ การใช้ยุทธวิธีทางการคิด ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือมี ผลสัมฤทธิ์สูงกว่ากลุ่มที่สอนตามปกติโดยการบรรยาย และตัวแปรอื่นก็มีผลที่ดีกว่า โดยเฉพาะการใช้ยุทธวิธีทางการคิด สามารถใช้กระบวนการคิดที่ลึกซึ้งกว่า

สำหรับในประเทศไทย ได้มีผู้ศึกษาการเรียนรู้แบบร่วมมือกับการสอนคณิตศาสตร์ และการเรียนแบบร่วมมือกับการคิด ดังนี้

ศรไกร รุ่งรอด (2533 : 30) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD กับการเรียนการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนจากการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มยุรี สาสีวงศ์ (2535 : 107) ได้ศึกษาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD กับการเรียนตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค STAD มีค่าเฉลี่ยของคะแนนผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากกิจกรรมตามคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

เกษม วิจิโน (2535 : 106-107) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TGT กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท. พบว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ แบบ TGT สูงกว่ากลุ่มที่เรียนตามกิจกรรมในคู่มือครูของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ขวัญใจ บุญฤทธิ์ (2535 : 108-109) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TAI กับการเรียนตามกิจกรรมในคู่มือครูของ สสวท. พบว่า การเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ TAI มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนตามกิจกรรมในคู่มือครูของ สสวท.

ในแง่ของการคิด อังฉราพร ทรัพย์แก้ว (2536 : 85) ได้ศึกษาผลของการมีส่วนร่วมในกระบวนการปฏิสัมพันธ์กลุ่มต่อพัฒนาการด้านทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณในห้องเรียนแบบร่วมมือในวิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า นักเรียนที่เรียนแบบร่วมมือมีคะแนนทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังเรียนสูงกว่าการเรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากผลงานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือ ที่นำมาใช้พัฒนาการเรียนการสอน พบว่า นอกจากจะพัฒนาความสามารถทางสติปัญญาแล้ว ยังช่วยพัฒนาทักษะทางสังคมและ เจตคติด้วย

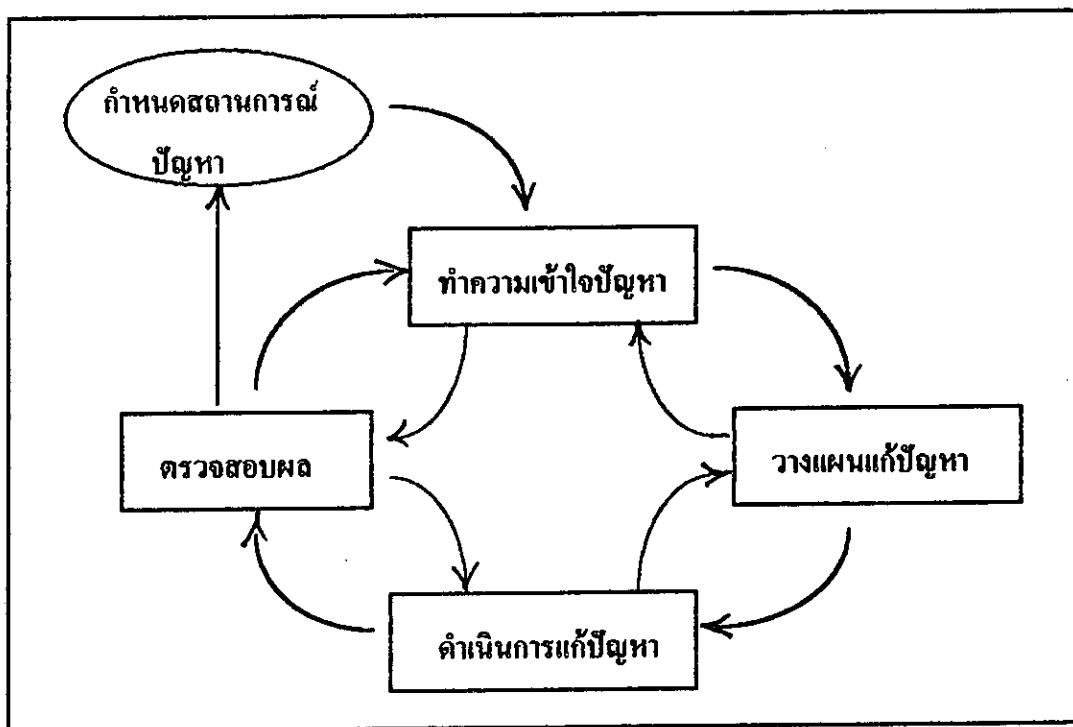
ตอนที่ 3 กรอบแนวคิดในการวิจัย

3.1 หลักการในการสร้างสื่อการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

การเรียนการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ 2 (ค102) แต่ละเนื้อหาจะมีการฝึกการ แก้ปัญหาซึ่งเป็นแบบฝึกหัดทำแบบเรียนอยู่แล้ว แต่เมื่อพิจารณาปัญหาทุก ๆ ข้อ จะเป็นปัญหา ที่มีลักษณะไปในทิศทางเดียวกัน เพื่อมุ่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณและฝึกการใช้ความรู้ ที่เรียนรู้อยู่ในการแก้ปัญหา มีลักษณะเป็นปัญหาแบบธรรมชาติ มีข้อมูลทั้งจำเป็นและเพียงพอต่อการแก้ปัญหา การสอนโดยทั่วไปยังไม่ได้มุ่งเน้นให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ หรืออธิบายถึง กระบวนการที่ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา ลักษณะของโจทย์ปัญหาและการสอนดังกล่าวไม่เอื้อต่อการ พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนบรรลุ ตามเป้าหมาย จำเป็นต้องพัฒนาสื่อการเรียนการสอนที่จะใช้พัฒนาทั้งในส่วนของสถานการณ์ปัญหา และวิธีการเรียนรู้ของนักเรียน ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ควรเป็น ปัญหาที่ดี ทั้งปัญหาธรรมชาติและปัญหาแปลกใหม่ที่สัมพันธ์กับสภาพชีวิตจริง เป็นปัญหาที่มีวิธีการ แก้ปัญหาหลายขั้นตอน ปัญหาที่มีคำตอบที่เป็นไปได้หลายกรณีและเป็นปัญหาที่มีแนวทางเลือก ในการแก้ปัญหาได้หลายแนวทาง การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหาคือจะพัฒนาโดยใช้กิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งเป็นบรรยากาศที่กระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ร่วมกันและ ช่วยเหลือกัน ได้แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผล อภิปรายและแลกเปลี่ยนแนวคิด ซึ่งกันและกัน กิจกรรมดังกล่าว จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และ การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียน ซึ่งความสามารถดังกล่าวพัฒนาไปพร้อม ๆ กันได้ สำหรับ งานวิจัยนี้เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา จากกิจกรรมการแก้ปัญหาคือจะพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ซึ่งเป็นอีกสองเป้าหมายสำหรับงานวิจัยนี้ไป พร้อม ๆ กันด้วย

กระบวนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สำหรับงานวิจัยนี้ ได้รับการพัฒนาโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา แต่ลักษณะของการ

ดำเนินการในกระบวนการแก้ปัญหาจะเป็นกิจกรรมที่เป็นพลวัตร ตามแนวคิดของวิลสัน เฟอนันเดซ และ ฮาดเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60-62) ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 5 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 60-62)

3.2 กรอบในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์

3.2.1 การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

เป้าหมายของการพัฒนา ก็คือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหามาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอน ดังนี้

(1). ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ฝึกให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างละเอียด แล้วจำแนกสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็นส่วน ๆ โดยมุ่งให้นักเรียนสามารถตอบคำถามต่อไปนี้

โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง

มีเงื่อนไขอย่างไร

โจทย์ต้องการหาอะไร

(2). ขั้นตอนวางแผนการแก้ปัญหา

ฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงหรือมองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล
ที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ

ให้นักเรียนบอกความหมาย อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล และแทน
ข้อมูลโดยใช้วิธีการต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพ ตาราง หรือ เทคนิคอื่น ๆ เพื่อสร้างความกระจ่างชัด
และเห็นเป็นรูปธรรม แล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจแปลความในโจทย์
ปัญหา ให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจโจทย์ปัญหาดีแล้ว

(3). ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหา

ฝึกให้นักเรียนรู้จักประมาณคำตอบโดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหา
คำตอบโดยใช้ความรู้และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว

(4). ขั้นตรวจสอบผล

ฝึกให้นักเรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ

ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับคำตอบที่ประมาณได้จากการคิดในใจ

ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาคด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน

ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

นอกจากนั้นในขั้นตอนนี้ยังมีการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขในปัญหาหรือขยายผล
การแก้ปัญหาไปสู่รูปทั่วไป

3.2.2 การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล

เป้าหมายของการพัฒนา ก็คือ ให้นักเรียนสามารถ

(1) วิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล

(2) หาข้อสรุป

(3) แสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล

เป็นการแสดงความสมเหตุสมผลของการใช้ข้อมูลที่กำหนด ในการวิเคราะห์
หาความสัมพันธ์ของข้อมูล หาข้อสรุป แสดงข้อสรุปและแสดงเหตุผลยืนยันข้อสรุปของแนวคิด
เป็นลักษณะของการให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการ และการฝึกการให้เหตุผลจะผสมผสานไปกับ

การดำเนินกิจกรรมการแก้ปัญหาาร่วมกันในกลุ่มย่อย โดยให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มได้อธิบาย อภิปรายแนวคิดและชี้แจงเหตุผลในการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

3.2.3 การพัฒนาความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

เป้าหมายของการพัฒนา ก็คือ ให้นักเรียนสามารถ

(1) แสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียนและการแทนด้วย สัญลักษณ์ หรือแสดงแนวคิดโดยใช้สื่อต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ รูปภาพ หรือกราฟ

(2) นำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

(3) อธิบายแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

การฝึกการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารจะผสมผสานไปกับการดำเนินกิจกรรม การแก้ปัญหาร่วมกันโดยให้มีการพูดอธิบายในกลุ่ม มีการอภิปรายร่วมกัน แลกเปลี่ยนแนวคิด ชี้แจงกันและกัน รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น รวมทั้งการเขียนแสดงแนวคิด

บทที่ 3

การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยพัฒนาผ่านกิจกรรมการแก้ปัญหาที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการใน 5 ขั้นตอน ต่อไปนี้คือ 1) การศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ 2) การกำหนดแนวทางในการพัฒนา 3) การสร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ 4) การทดลอง และ 5) การวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการทดลอง ซึ่งรายละเอียดของวิธีดำเนินการในแต่ละขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การศึกษาการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์

ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ แล้วกำหนดความสามารถที่จะพัฒนาดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา ประกอบด้วยความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน ดังนี้

- 1.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
- 1.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
- 1.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา
- 1.4 ขั้นตรวจสอบผล

2. ความสามารถในการให้เหตุผล ประกอบด้วย

- 2.1 ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
- 2.2 ความสามารถในการหาข้อสรุป
- 2.3 ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่าง

สมเหตุสมผล

3. ความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ประกอบด้วย

- 3.1 ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การแทนด้วยสัญลักษณ์ หรือแสดงแนวคิดโดยใช้สื่อต่าง ๆ เช่น แผนภูมิ แผนภาพหรือกราฟ
- 3.2 ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์และแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- 3.3 ความสามารถในการอธิบายแนวคิด และแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 การกำหนดแนวทางในการพัฒนา

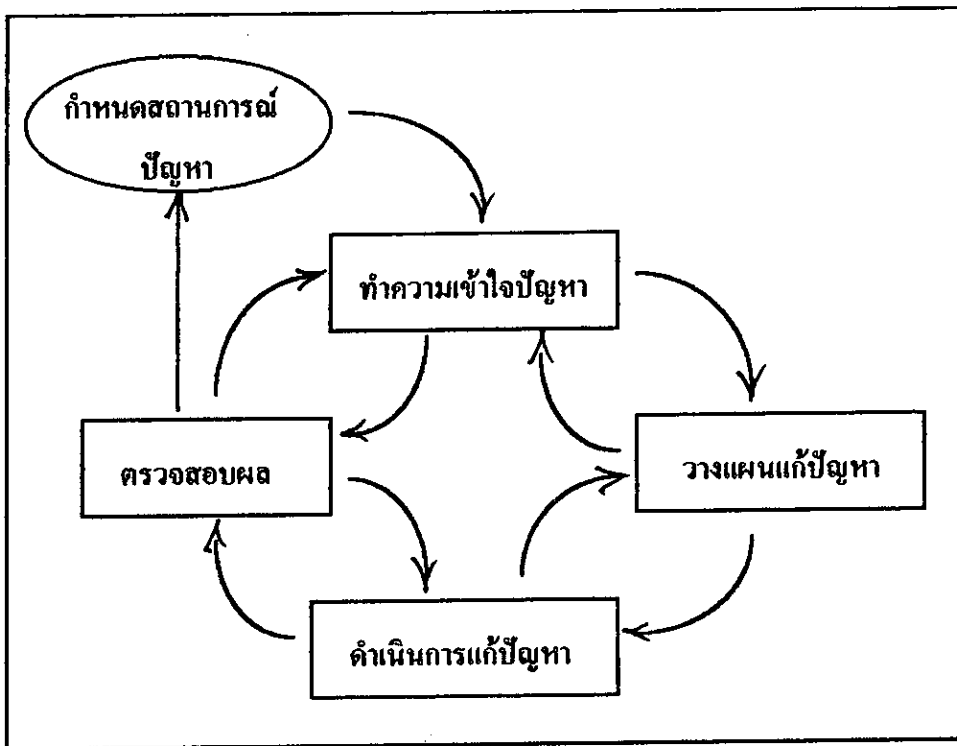
ศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ เกี่ยวกับการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ แล้วกำหนดกรอบแนวทางการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ วางแผนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรม และผลิตสื่อที่ใช้ในการพัฒนา ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ลักษณะของปัญหาที่นำมาใช้เป็นสื่อในการพัฒนา

ปัญหาที่นำมาใช้เป็นสื่อในการฝึกและพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นปัญหาที่ใช้พื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา และความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ 1 และ 2 (ค 101 และ ค 102) ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แต่จะเน้นความรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ 2 (ค 102) ซึ่งนักเรียนกำลังเรียนในภาคเรียนปกติ เป็นทั้งปัญหาธรรมดา เช่นเดียวกับแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนและปัญหาแปลกใหม่ เป็นปัญหาหลายขั้นตอน หรือเป็นปัญหาที่แก้ได้หลายวิธี ซึ่งการแก้ปัญหาจะต้องมีการวางแผน มีการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และที่สำคัญคือ เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความร่วมมือกันในการแก้ปัญหา ทั้งนี้รวมถึงปัญหาปลายเปิดที่มีคำตอบไม่เฉพาะเจาะจง หรือมีมากกว่า 1 คำตอบ ซึ่งปัญหาเหล่านั้นอาจเป็นปัญหาที่ให้ข้อมูลไม่เพียงพอ หรือให้ข้อมูลเกินกว่าที่จะต้องใช้ เป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริงของนักเรียนและเป็นปัญหาที่น่าสนใจ

2. กิจกรรมการพัฒนา

การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร สำหรับงานวิจัยนี้ พัฒนาโดยฝึกผ่าน การแก้ปัญหาที่ใช้กิจกรรมการแก้ปัญหาที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ ที่ผู้เรียนต้องเป็นผู้ลงมือกระทำและแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่ม กิจกรรมดังกล่าวให้นักเรียนได้มีโอกาสนเสนอแนวคิด อธิบายแนวคิดและอภิปรายแนวคิดร่วมกับผู้อื่น สรุปเป็นแนวคิดของกลุ่ม มีการร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้และแก้ปัญหา โดยที่สมาชิกทุกคนของกลุ่มต้องมีความเข้าใจงานของกลุ่มเป็นอย่างดี ซึ่งกิจกรรมดังกล่าวเป็นการฝึกการให้เหตุผลและการสื่อสาร ในกิจกรรมการแก้ปัญหา ยึดกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหาและขั้นตรวจสอบผล แต่ลักษณะการดำเนินการ ในกระบวนการแก้ปัญหา จะเน้นกระบวนการที่เป็นพลวัตร ที่ปรับปรุงจากแนวคิดของวิลสัน, เฟอ์นันเดซ และ ฮาดเวย์ (Wilson, Fernandez and Hadaway, 1993 : 60-62) ซึ่งเป็นกระบวนการทำงาน ที่ในแต่ละขั้นตอนอาจต้องมีการย้อนกลับไปพิจารณาขั้นตอนที่ผ่านมาแล้ว กระบวนการตามแนวคิดดังกล่าว แสดงดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพประกอบ 6 แสดงกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตร (Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993 : 62)

ขั้นตอนที่ 3 การสร้างและหาประสิทธิภาพของเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้สำหรับงานวิจัยนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการสอนสำหรับครู
2. สื่อประกอบการสอน
3. แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน
4. แบบทดสอบวัดทักษะย่อย
5. แบบสังเกตพฤติกรรม

การดำเนินการสร้างเครื่องมือแต่ละชนิด มีดังนี้

1. แผนการสอนสำหรับครู ดำเนินการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาหลักสูตรระดับมัธยมศึกษา พุทธศักราช 2521. (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) คู่มือครูและแบบเรียนรายวิชา คณิตศาสตร์ 2 (ค 102) รวมทั้งรายวิชาอื่น ๆ ที่เป็นความรู้พื้นฐาน

1.2 ศึกษาหลักการของการเรียนแบบร่วมมือ

1.3 ศึกษาแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์

1.4 กำหนดจุดประสงค์และเป้าหมายของการพัฒนาในแต่ละความสามารถ โดยกำหนดจุดประสงค์และเป้าหมายของการพัฒนาเป็น 4 ระยะ ดังนี้

ระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) มุ่งพัฒนากระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและสร้างความคุ้นเคยในการแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ตามแนวคิดที่ได้กำหนดไว้ ในระยะนี้เป็นการแนะนำให้นักเรียนได้รู้จักการใช้กระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้น โดยมีคำถามถามนำเพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยและเข้าใจการดำเนินการแต่ละขั้นตอน ปัญหาที่ใช้เป็นปัญหาทั่ว ๆ ไป เช่นปัญหาเกี่ยวกับจำนวน ปัญหาข้อความ และปัญหาที่อยู่ในรูปมิติสัมพันธ์ ใช้เวลา 8 คาบ (4 สัปดาห์)

ระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-10) เป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการ และปัญหาเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟ ใช้เวลา 12 คาบ (6 สัปดาห์) ในระยะนี้ได้สอดแทรกปัญหาที่มีคำตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ ที่ต้องใช้การแจงกรณีที่เป็นไปได้แล้วให้นักเรียนพิจารณาเลือกตอบปัญหาตามที่โจทย์ต้องการ การดำเนินการแก้ปัญหาในระยะที่สองนี้เริ่มลดคำถามนำลงและเพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาต่าง ๆ อาจมีคำตอบได้หลายคำตอบขึ้นอยู่กับเหตุการณ์และสถานการณ์ของปัญหา ในการตอบปัญหาคืออาศัยความเข้าใจเงื่อนไขของปัญหาเพื่อเลือกใช้คำตอบที่เหมาะสม

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) เป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ ใช้เวลา 10 คาบ (5 สัปดาห์) ระยะนี้ได้สอดแทรกปัญหาลักษณะต่าง ๆ เช่น ปัญหาที่ข้อมูลไม่เพียงพอ ปัญหาที่ต้องใช้ยุทธวิธีการคิดย้อนกลับ ปัญหาที่ต้องพิจารณารูปแบบของข้อมูลในปัญหาและหารูปทั่วไป เพื่อฝึกการวิเคราะห์ความเป็นไปได้ การปรับเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา รวมทั้งการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบการตัดสินใจ ในระยะที่สามนำเสนอสถานการณ์ปัญหาโดยไม่มีคำถามนำ ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอน 4 ขั้น ของกระบวนการแก้ปัญหา

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) เป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูล ใช้เวลา 6 คาบ (3 สัปดาห์) เน้นการใช้ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ มาอธิบายและตอบปัญหา รวมทั้งการพิจารณาความเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมของรูปแบบการนำเสนอข้อมูล และสอดแทรกการวางแผนการทำงานและการพิจารณาตัดสินใจ

1.5 วิเคราะห์และเลือกสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายที่กำหนดในข้อ 1.4

1.6 จัดทำแผนการสอนที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ และเป้าหมายของการพัฒนา โดยออกแบบกิจกรรมและกำหนดงานการแก้ปัญหาตามสถานการณ์ที่กำหนด ที่มุ่งให้นักเรียน ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ จำนวนทั้งสิ้น 18 แผนการสอน โดยแผนการสอนที่ 1-4 ใช้พัฒนา ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ในระยะแรก แผนการสอนที่ 5-10 ใช้พัฒนาในระยะที่สอง แผนการสอนที่ 11-15 ใช้พัฒนาในระยะที่สาม และแผนการสอนที่ 16-18 ใช้พัฒนาในระยะที่สี่ กิจกรรมการพัฒนาในแต่ละแผนการสอนประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.6.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เพื่อสร้างความสนใจในการแก้ปัญหาหรือเพิ่มเติม ความรู้ใหม่ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่นำเสนอ

1.6.2 ชี้นำเสนอปัญหา โดยครูนำเสนอปัญหาพร้อมกันทั้งชั้นในกรณีที่ ต้องการให้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาเดียวกัน หรือบางครั้งได้กำหนดปัญหาให้แต่ละกลุ่ม โดยใช้บัตรปัญหาหรืออาจกำหนดสถานการณ์ให้ทุกกลุ่มสำรวจปัญหาเองจากใบกิจกรรม

1.6.3 ขั้นปฏิบัติการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย เป็นการปฏิบัติการแก้ปัญหาที่ใช้ การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่ทุกคนมีส่วนร่วม และสามารถแก้ปัญหาได้

1.6.4 ขั้นเสนอผลการแก้ปัญหา เป็นการนำเสนอปัญหาของทุกกลุ่มในกรณีที่ ปัญหาไม่เหมือนกัน ส่วนปัญหาที่เหมือนกันจะให้นำเสนอเป็นบางกลุ่ม แล้วให้กลุ่มที่เหลือ เปรียบเทียบกับผลการปฏิบัติของกลุ่มตนเอง แล้วบอกส่วนที่แตกต่าง พร้อมทั้งอธิบายถึงส่วนดี และบอกจุดอ่อนของแต่ละวิธีที่พบ (ใช้เวลาประมาณ 15 - 25 นาที ในการนำเสนอผลงาน)

1.6.5 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา หลังจากได้นำเสนอผลการแก้ปัญหาคครบ ทุกกลุ่มแล้วมีการสรุปผลการแก้ปัญหาทั้งสรุปเป็นรายบุคคล สรุปร่วมกันทั้งชั้น และอภิปราย เพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้หลังจากแก้ปัญหา แล้วบันทึกผลสรุปเป็นความรู้ใหม่

1.7 นำแผนการสอนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว จำนวน 18 แผน ไปให้กรรมการ ที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรม พร้อมให้ ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงและแก้ไข

1.8 ปรับปรุงและแก้ไข แผนการสอนตามคำแนะนำของกรรมการที่ปรึกษาและ ผู้เชี่ยวชาญ

2. สื่อประกอบการสอน ประกอบด้วย

2.1 สื่อการสอนสำหรับครู ได้แก่ แผ่นโปสเตอร์ บัตรปัญหา รูปภาพ ใบกิจกรรมที่มีคำแนะนำแนวการตอบกิจกรรมสำหรับครูในแต่ละขั้นของกิจกรรม และสื่ออื่น ๆ

2.2 สื่อการเรียนรู้สำหรับนักเรียน ได้แก่

2.2.1 เอกสารทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับแต่ละสถานการณ์ปัญหา

2.2.2 ปัญหาที่ใช้ฝึกเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.2.3 ใบกิจกรรมสำหรับนักเรียน

2.3 นำสื่อประกอบการสอนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว ไปให้กรรมการที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของสื่ออื่น ๆ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงและแก้ไข

2.4 ผู้วิจัยปรับปรุงและแก้ไข สื่อประกอบการเรียนการสอนตามคำแนะนำของกรรมการที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญ

2.5 หลังจากได้ปรับปรุงสื่อการเรียนการสอน ตามคำแนะนำของกรรมการที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญแล้ว ผู้วิจัยดำเนินการทดลองนำปัญหาบางปัญหาไปทดลองใช้กับนักเรียนที่มีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ 2 (ค 102) ในกลุ่มเล็ก จำนวนนักเรียน 4 คน เพื่อตรวจสอบความยากง่ายของปัญหา ความชัดเจนของภาษาที่ใช้ และเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหา เก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสังเกตการแก้ปัญหาในกลุ่ม ตรวจสอบผลงาน และสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อหาข้อบกพร่อง และดำเนินการปรับปรุงแก้ไขและใช้เป็นแนวทางในการปรับปรุงปัญหาอื่น

2.6 นำสื่อการเรียนการสอนที่ปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนอีกกลุ่มหนึ่ง จำนวน 4 คน เพื่อตรวจสอบกิจกรรมการเรียนแบบร่วมมือ ดูความเหมาะสมของปัญหา เวลาที่ใช้และพฤติกรรมของนักเรียนในการแก้ปัญหาที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือ ตลอดจนพฤติกรรมที่เหมาะสมของครู แล้วนำมาเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขต่อไป

3. แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียน เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เพื่อใช้เป็นส่วนหนึ่งของการประเมินศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน โดยมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

3.1 ศึกษาวิธีสร้างข้อสอบวัดความสามารถของนักเรียน

3.2 สร้างตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถที่ต้องการวัดและกำหนดจำนวนข้อสอบที่ใช้วัดแต่ละความสามารถ

3.3 สร้างแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 60 ข้อ และแบบทดสอบแบบเขียนตอบ จำนวน 4 ข้อ เป็นแบบทดสอบที่วัดพฤติกรรมตามตารางวิเคราะห์ในข้อ

3.2 โดยวัดความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

นำมาจัดเป็น 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบฉบับละ 30 ข้อ และแบบทดสอบแบบเขียนตอบฉบับละ 2 ข้อ นำแบบทดสอบทั้งสองฉบับไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีพื้นฐานความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ 2 (ค 102) จำนวน 74 คน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาสอบประมาณ 60 นาที นำผลการสอบมาวิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบแต่ละข้อ แล้วเลือกข้อที่เข้าเกณฑ์คุณภาพคือ ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.2 - 0.8 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป และให้ครอบคลุมความสามารถทั้งหมดที่ต้องการวัด มาจัดรวมเป็น 1 ฉบับ เป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 35 ข้อ ที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหา 24 ข้อ วัดความสามารถในการให้เหตุผล 9 ข้อ วัดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร 6 ข้อ โดยใช้ระบบการให้คะแนนแบบ 0, 1 และแบบทดสอบเขียนตอบ 1 ข้อ ที่ใช้วัดความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยเลือกจากข้อที่มีความชัดเจน ตรงจุดประสงค์และเป็นข้อที่โดยเฉลี่ยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้ คะแนนเต็ม 3 คะแนน รวมคะแนนเต็ม 38 คะแนน (รายละเอียดในตาราง 10)

3.4 นำแบบทดสอบที่จัดชุดใหม่ที่ใช้วัดแต่ละความสามารถตามที่กำหนดในข้อ 3.2 ไปหาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยให้กรรมการที่ปรึกษา ผู้เชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญทางด้านการวัดผล ตรวจสอบความสอดคล้องกับจุดประสงค์และเป้าหมายของการพัฒนาตามที่กำหนด

3.5 นำแบบทดสอบที่จัดชุดใหม่และผ่านการตรวจสอบจากกรรมการที่ปรึกษาและผู้เชี่ยวชาญแล้ว ไปทดลองสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ 2 (ค 102) จำนวน 77 คน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาสอบ 90 นาที แล้วนำผลการสอบมาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และหาค่าความเชื่อมั่น (reliability) ทั้งฉบับ โดยใช้ KR 20 (Kuder - Richardson 20) ซึ่งได้ค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ 0.80 (รายละเอียดในภาคผนวก ค)

4. แบบทดสอบย่อย

เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการทดลองเพื่อดูพัฒนาการ เป็นแบบทดสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก แบบตอบคำถามสั้น ๆ และแสดงวิธีการหาคำตอบ จำนวน 3 ฉบับ ดำเนินการสร้างเช่นเดียวกับแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ใช้ทดสอบหลังจากได้พัฒนาผู้เรียนแล้วเป็นระยะ ๆ โดยฉบับที่ 1 ทดสอบหลังจากเรียนจบระยะแรก (สัปดาห์ที่ 4) ฉบับที่ 2 ทดสอบหลังจากเรียนจบระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 10) และฉบับที่ 3 ทดสอบหลังจากเรียนจบระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 15) แต่ละฉบับใช้เวลาในการสอบ 45 นาที (รายละเอียดในภาคผนวก ง)

5. แบบสังเกตพฤติกรรม

เป็นแบบสังเกตที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

5.1 ศึกษาหลักการและวิธีการสร้างแบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียน

5.2 สร้างตารางวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้ที่ต้องการพัฒนา

5.3 สร้างแบบสังเกต ที่ใช้สังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ ตามตารางที่วิเคราะห์

ในข้อ 5.2 จำนวน 4 ชุด คือ แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหา (แบบสังเกต 1) แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผล (แบบสังเกต 2) และแบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร (แบบสังเกต 3) และแบบสังเกตพฤติกรรมการร่วมมือในกลุ่ม (แบบสังเกต 4)

5.4 นำแบบสังเกตที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วไปหาความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำไปทดลองใช้สังเกตพฤติกรรมนักเรียนในห้องเรียนขณะทำการทดลองใช้สื่อการเรียนการสอน เพื่อตรวจสอบความชัดเจนของภาษา ประเด็นที่ต้องการสังเกต ความเหมาะสมของรูปแบบของแบบสังเกตและวิธีการสังเกต แล้วนำมาปรับปรุงและแก้ไขข้อบกพร่องที่พบ เช่น คำที่บ่งชี้พฤติกรรมที่ต้องการสังเกต ได้ปรับภาษาที่สื่อความหมายได้ชัดเจนและตรงกับพฤติกรรมที่ต้องการสังเกต ปรับปรุงวิธีการสังเกตและการบันทึกพฤติกรรมของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 4 การทดลอง

นำแผนการสอนและแบบทดสอบไปทดลองภาคสนามกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2538 เป็นเวลา 1 ภาคเรียน จำนวน 18 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 คาบ รวม 36 คาบ เพื่อให้มั่นใจว่า กิจกรรมการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น สามารถพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ได้ ไม่ว่าจะเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่หรือขนาดกลาง ในเมืองหรือนอกเมือง ผู้วิจัยได้กระจายการเลือกกลุ่มตัวอย่างจากนักเรียนในโรงเรียนขนาดใหญ่อยู่ในเมือง คือโรงเรียนพระนารายณ์ และโรงเรียนขนาดกลางอยู่นอกเมือง คือโรงเรียนคงคาวิทยา โรงเรียนละ 2 ห้องเรียน

ในขั้นตอนการทดลอง ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. กลุ่มตัวอย่าง

1.1 โรงเรียนพระนารายณ์ มีนักเรียนที่เลือกเรียนวิชาเลือกเสรี รายวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032) จำนวน 12 ห้องเรียน สุ่มเลือกมาเป็นกลุ่มตัวอย่าง 2 ห้องเรียน จำนวน 77 คนโดยนักเรียนที่เลือกมามีความเท่าเทียมกันในพื้นที่ฐานความรู้ แล้วสุ่มให้ห้องเรียน

หนึ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำนวนนักเรียน 37 คน และอีกห้องเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุมที่ใช้การเรียนการสอนตามปกติจำนวนนักเรียน 40 คน

1.2 โรงเรียนคงตาลวิทยา มีนักเรียนเลือกเรียนวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2

(ค 032) จำนวน 2 ห้องเรียน จึงใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 ห้องเรียน แล้วสุ่มอย่างง่าย ให้ห้องเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำนวนนักเรียน 38 คน ส่วนอีกห้องเรียนหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุมที่ใช้การเรียนการสอนตามปกติจำนวนนักเรียน 39 คน

รวมทั้ง 2 โรงเรียน ได้กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองจำนวน 154 คน จัดเป็นกลุ่มทดลองที่ใช้การเรียนแบบร่วมมือพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์จำนวน 75 คน และกลุ่มควบคุมที่ใช้การเรียนการสอนตามปกติจำนวน 79 คน

2. การดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารทั้งสองกลุ่ม คือกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเป็นการสอบก่อนเรียนเพื่อเปรียบเทียบกับ การสอบหลังเรียน โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ใช้เวลาในการสอบ 90 นาที

2.2 สำหรับกลุ่มทดลองผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนเองโดยใช้แผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และมีผู้ช่วยวิจัย 2 คน ทำหน้าที่ในการสังเกตและบันทึกพฤติกรรมนักเรียน ส่วนกลุ่มควบคุมสอนโดยครูผู้สอนในโรงเรียนทั้งสอง และใช้แผนการสอนที่ครูใช้สอนอยู่ตามปกติ

2.3 การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มเพื่อทำกิจกรรมของกลุ่มทดลอง ใช้หลักการจัดกลุ่มโดยแต่ละกลุ่มจัดให้มีนักเรียนที่มีความสามารถละกันกลุ่มละ 4 คน เป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน มีทั้งเพศหญิงและเพศชาย การจัดกลุ่มครั้งแรก ใช้ผล การเรียนของภาคเรียนที่ 1 รายวิชาคณิตศาสตร์ 1 (ค 101) โดยนำคะแนนมาจัดเรียงอันดับจากคะแนนสูงสุดไปหาลำดับต่ำสุด เช่นกลุ่มทดลองของโรงเรียนพระนารายณ์ ซึ่งมีนักเรียน 37 คน แบ่งได้ 9 กลุ่ม นักเรียนคนที่อยู่ในอันดับที่ 1 ถึง 9 เป็นตัวแทนของนักเรียนเก่ง 9 คน นับย้อนจากอันดับต่ำสุดคือ 37 ขึ้นมาถึงอันดับที่ 29 เป็นตัวแทนของนักเรียนอ่อน 9 คน ส่วนอันดับที่ 10 ถึง 28 จะถือว่าเป็นนักเรียนที่มีความสามารถปานกลาง จัดให้นักเรียนเก่ง ปานกลางและอ่อนอยู่กลุ่มเดียวกัน โดยจัดให้อันดับที่ 1 อยู่กลุ่มที่ 1 อันดับที่ 2 อยู่กลุ่มที่ 2 เรื่อยไปจนถึงอันดับที่ 9 อยู่กลุ่มที่ 9 ต่อไปเรียงย้อนขึ้น นั่นคืออันดับที่ 10 อยู่กลุ่มที่ 9 อันดับที่ 11 อยู่กลุ่มที่ 8 จนถึงอันดับที่ 18 อยู่กลุ่มที่ 1 ขณะเดียวกันก็เรียงจากอันดับ

ต่ำสุด คืออันดับที่ 37 ให้อยู่กลุ่มที่ 1 อันดับที่ 36 อยู่กลุ่มที่ 2 จนถึงอันดับที่ 29 อยู่กลุ่มที่ 9 ต่อไปเรียงย้อนขึ้น นั่นคืออันดับที่ 28 อยู่กลุ่มที่ 9 อันดับที่ 27 อยู่กลุ่มที่ 8 จนถึงอันดับที่ 20 อยู่กลุ่มที่ 1 จะเหลือเศษ 1 คนคืออันดับที่ 19 อาจจัดให้อยู่กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งตามความเหมาะสม การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มแสดงได้ดังนี้

กลุ่มที่	อันดับที่			
1	1	18	20	37
2	2	17	21	36
3	3	16	22	35
4	4	15	23	34
5	5	14	24	33
6	6	13	(19) 25	32
7	7	12	26	31
8	8	11	27	30
9	9	10	28	29
	เก่ง	ปานกลาง	อ่อน	

ภาพประกอบ 7 แสดงการจัดนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเข้ากลุ่มเพื่อทำกิจกรรม

นักเรียนอันดับที่ 19 เหลือเศษ จัดให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง ในที่นี้จัดให้อยู่กลุ่มที่ 6 นักเรียนกลุ่มที่ 6 จึงมีสมาชิก 5 คน

เมื่อเรียนไปได้ระยะหนึ่งมีการเปลี่ยนกลุ่มในการทำกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทำงานร่วมกับคนอื่น ๆ ไม่เฉพาะกับคนที่สนิทกันเท่านั้น โดยการเปลี่ยนกลุ่มครั้งแรกเกิดขึ้นเมื่อทำกิจกรรมการพัฒนาเสร็จสิ้นระยะแรก (สัปดาห์ที่ 4) เปลี่ยนกลุ่มครั้งที่สองหลังจากทำกิจกรรมการพัฒนาเสร็จสิ้นระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 10) เปลี่ยนกลุ่มครั้งที่สามหลังจากทำกิจกรรมการพัฒนาเสร็จสิ้นระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 15) ซึ่งในการจัดกลุ่มครั้งที่สองและครั้งที่สาม ใช้หลักการในการจัดกลุ่มเช่นเดิม โดยพิจารณาจากคะแนนการสอบย่อยประกอบการพิจารณากับข้อมูลอื่น ๆ ซึ่งคะแนนของนักเรียนเมื่อนำมาจัดอันดับใหม่ นักเรียนบางคนอยู่ในอันดับที่ต่างจากเดิม

สำหรับโรงเรียนตงตาลวิทยา นักเรียนกลุ่มทดลองมี 38 คน ก็ใช้วิธีการแบ่งกลุ่ม เช่นเดียวกัน แบ่งได้ 9 กลุ่มและเหลือเศษ 2 คน จึงมีกลุ่มที่มีสมาชิก 5 คนจำนวน 2 กลุ่ม

2.4 ดำเนินการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ตามแผนการสอนที่กำหนด ระหว่างการทดลองพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ พบว่า แผนการสอนที่ 6, 11 และ 14 นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาเสร็จไม่ทันตามเวลาที่กำหนด เพราะแผนการสอนทั้งสาม มีปัญหาให้นักเรียนคิดและแสดงวิธีการแก้ปัญหาจำนวน 4 ปัญหา และมีปัญหาที่ต้องมีการอภิปรายและพิจารณาตัดสินใจร่วมกันก่อนที่จะแสดงวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องใช้เวลามากกว่าปกติ ในกรณีที่ทำการกิจกรรมเสร็จไม่ทันตามเวลา ได้มอบหมายให้แต่ละกลุ่มรับผิดชอบดำเนินการต่อเนื่องเวลาเรียน แล้วนำส่งผลงานในครั้งต่อไป

2.5 ระหว่างการทดลอง มีการทดสอบโดยใช้แบบทดสอบย่อยเป็นระยะ ๆ กล่าวคือ หลังจากทำการสอนระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) เสร็จสิ้นลง ทำการทดสอบย่อยครั้งที่ 1 ด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 1 หลังจากเสร็จสิ้นระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-10) และระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) ทำการทดสอบย่อย ด้วยแบบทดสอบย่อยฉบับที่ 2 และ 3 ตามลำดับ เพื่อดูพัฒนาการของนักเรียนในแต่ละความสามารถ นอกจากการทดสอบแล้วยังมีการสังเกตและการตรวจผลงาน

การสังเกตอย่างเป็นทางการ 2 ครั้งโดยผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยอีก 2 คน ในแต่ละครั้งผู้สังเกตแต่ละคนทำการสังเกตนักเรียนคนละ 3 กลุ่ม การสังเกตครั้งแรกกระทำใน ระยะเริ่มต้นของการทดลอง คือ สัปดาห์ที่ 4 ของการทดลอง เพื่อสังเกตว่านักเรียนได้แสดง พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในแต่ละด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา (ใช้แบบสังเกต 1) การให้เหตุผล (ใช้แบบสังเกต 2) และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร (ใช้แบบสังเกต 3) มาก น้อยเพียงใด บันทึกผลเป็นความถี่ของการแสดงพฤติกรรมลงในแบบสังเกต และบันทึกผล เพิ่มเติม การสังเกตครั้งที่ 2 ทำการสังเกตในระยะหลังของการทดลอง คือ ในสัปดาห์ที่ 16-17 ของการทดลอง เป็นการสังเกตว่านักเรียนได้แสดงพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถที่ต้องการ พัฒนาทั้ง 3 ด้านเพิ่มขึ้นมากน้อยเพียงใด โดยใช้แบบสังเกต 1, 2, 3 และบันทึกผลเพิ่มเติม

ระหว่างการทดลอง ผู้วิจัยได้สังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร รวมถึงพฤติกรรมความร่วมมือในการทำกิจกรรมของนักเรียน ทุกครั้งที่ทำการทดลอง โดยใช้แบบสังเกต 1, 2, 3, 4 และบันทึกผลเพิ่มเติม

การตรวจผลงาน ได้ทำการตรวจผลงานการแก้ปัญหของนักเรียนทั้งที่เป็น ผลงานของกลุ่มและผลงานรายบุคคล ตรวจให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการ แก้ปัญหา ซึ่งในแต่ละขั้นตอนแบ่งระดับคะแนนตั้งแต่ 0 ถึง 2 คะแนน ฉะนั้นแต่ละปัญหา

มีคะแนนเต็ม 8 คะแนน เก็บรวบรวมคะแนนและข้อมูลการพัฒนาของนักเรียนแต่ละคนใส่แฟ้มข้อมูลรายบุคคล

2.6 เมื่อทำการทดลองเสร็จสิ้นลง ผู้วิจัยทำการทดสอบวัดความสามารถทั้ง 3 ด้าน คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียน โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ใช้เวลาในการสอบ 90 นาที เป็นการทดสอบหลังเรียนเพื่อเปรียบเทียบกับผลการสอบก่อนเรียน ประกอบกับข้อมูลระหว่างการทำทดลอง เพื่อพัฒนาการ

2.7 สัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ในการทำทดลอง ทำการสัมภาษณ์ 3 ระยะ คือ ระยะเริ่มต้นของการทดลอง ระยะกลางของการทดลองและเมื่อเสร็จสิ้นการทดลอง

การสัมภาษณ์ในระยะเริ่มต้นของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 3) เป็นการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการถึงความเข้าใจและความรู้สึกในการทำกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ จากนักเรียนจำนวน 4 คน โดยให้ครูประจำการเป็นผู้สัมภาษณ์ การสัมภาษณ์ในช่วงกลางของการทดลอง (สัปดาห์ที่ 8 , 9 , 12 , 13) เป็นการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการถึงความร่วมมือในการทำกิจกรรม ความเต็มใจในการช่วยเหลือกันในการเรียนรู้และความต้องการในการทำกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ สัมภาษณ์นักเรียน 6 คน กระจายเป็นนักเรียนเก่ง 2 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 2 คน และการสัมภาษณ์เมื่อเสร็จสิ้นการทดลองเป็นการสัมภาษณ์ถึงความเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ใช้ในการทำทดลองในประเด็นต่อไปนี้ คือ ลักษณะของปัญหา การปฏิบัติกิจกรรม เวลาที่ใช้ในการทำกิจกรรม การถาม การตอบคำถามของครู การแบ่งกลุ่ม วิธีการนำเสนอ ประโยชน์ที่ได้รับ และความรู้สึกต่อการเรียนที่ใช้กิจกรรมที่เป็นการเรียนรู้แบบร่วมมือ จากนักเรียน 12 คน เป็นนักเรียนที่เรียนเก่ง 3 คน ปานกลาง 6 คน และเรียนอ่อน 3 คน (รายละเอียดของผลการสัมภาษณ์ ในภาคผนวก จ)

ขั้นตอนที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการทดลอง

1. หาประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2) สำหรับงานวิจัยนี้ใช้เกณฑ์ 70 / 70 โดยที่ 70 ตัวแรกหมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากผลงานการแก้ปัญหาระหว่างเรียนและคะแนนจากการทดสอบย่อย ส่วน 70 ตัวหลังหมายถึงร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ทำแบบทดสอบหลังเรียน

2. เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร หลังการทดลองกับก่อนการทดลอง ทั้งของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้ t-test (dependent)

$$\text{โดยใช้สูตร } t = \frac{\Sigma D}{\sqrt{\frac{n\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2}{n-1}}}$$

โดยที่ $df = n - 1$

D แทน ความแตกต่างระหว่างคะแนนแต่ละคู่

n แทน จำนวนคู่ของข้อมูล

3. เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร หลังการทดลอง ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้ t-test (independent) โดยพิจารณาใน 2 กรณีคือ

3.1 ไม่ทราบความแปรปรวนของกลุ่มประชากรทั้ง 2 กลุ่ม และตั้งข้อดกลงว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$$\text{ใช้สูตร } t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad \text{โดยมี } df = n_1 + n_2 - 2$$

3.2 ไม่ทราบความแปรปรวนของกลุ่มประชากรทั้ง 2 กลุ่ม และตั้งข้อดกลงว่า $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$\text{ใช้สูตร } t^* = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad \text{โดยมี } df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{n_2 - 1}}$$

เมื่อ n_1, n_2 คือ จำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 และกลุ่มที่ 2
 $\overline{x_1}, \overline{x_2}$ คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2
 S_1^2, S_2^2 คือ ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2
 σ_1^2, σ_2^2 คือ ความแปรปรวนของประชากรกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

ทดสอบความแปรปรวนโดยใช้สูตร $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ เมื่อ $S_1^2 > S_2^2$ หรือ
 $F = \frac{S_2^2}{S_1^2}$ เมื่อ $S_2^2 > S_1^2$

โดยที่ $df_1 = n_1 - 1$; $df_2 = n_2 - 2$

4. วิเคราะห์พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ทางด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร จากกำรตรวจผลงานนักเรียนและจากบันทึกผลการสังเกต

บทที่ 4

ผลการศึกษาค้นคว้า

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใน 3 ประการ คือความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ การนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยนำเสนอเป็น 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการประเมินประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2)

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

ตอนที่ 3 เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร หลังการทดลอง ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ของนักเรียนกลุ่มทดลอง จากการตรวจผลงานและจากการสังเกต

ตอนที่ 1 ประสิทธิภาพของสื่อการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามเกณฑ์ความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2)

กิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยเท่ากับ 66.31 / 59.12 กล่าวคือ คะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการแก้ปัญหาและคะแนนจากการทดสอบย่อยระหว่างเรียน ได้ร้อยละ 66.31 ส่วนคะแนนเฉลี่ยที่ทำแบบทดสอบหลังเรียนถูกต้อง ได้ร้อยละ 59.12 ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่กำหนดไว้ คือ 70 / 70 (รายละเอียดในภาคผนวก ข)

ตอนที่ 2 เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

1. ผลการประเมินศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง ปรากฏผลในตาราง 1 ดังนี้

ตาราง 1 คะแนนศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ก่อนการทดลอง และหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	ก่อนการทดลอง (38คะแนน)		หลังการทดลอง (38 คะแนน)	
		$\bar{X}$	S.D.	$\bar{X}$	S.D.
กลุ่มทดลอง	75	16.73	4.49	22.47	5.27
กลุ่มควบคุม	79	14.99	4.59	14.48	4.81

จากตาราง 1 ปรากฏว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ของกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยก่อนการทดลอง 16.73 คะแนน คะแนนเฉลี่ยหลังการทดลอง 22.47 คะแนน คะแนนเฉลี่ยหลังการทดลองเพิ่มขึ้น 5.74 คะแนน สำหรับกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยก่อนการทดลอง 14.99 คะแนน คะแนนเฉลี่ยหลังการทดลอง 14.48 คะแนน คะแนนเฉลี่ยหลังการทดลองลดลง 0.51 คะแนน

2. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ก่อนการทดลองและหลังการทดลอง ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test แบบ dependent ปรากฏผลในตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารก่อนการทดลองและหลังการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	N	ΣD	ΣD^2	t
กลุ่มทดลอง	75	430	3,874	11.38**
กลุ่มควบคุม	79	-40	1,629	0.99

**p < .01

จากตาราง 2 พบว่าศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียน ก่อนการทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานในข้อ 2 ที่ตั้งไว้ โดยที่ผลการประเมินหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง ส่วนกลุ่มควบคุมไม่พบว่ามี ความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ตอนที่ 3 เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

1. ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญห การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test แบบ independent ผลปรากฏในตาราง 3 ดังนี้

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญห การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{X}$	S.D.	F	t
กลุ่มทดลอง	75	22.47	5.27	1.15	9.86**
กลุ่มควบคุม	79	14.48	4.81		

** $p < .01$

จากตาราง 3 พบว่าศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญห การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานในข้อ 3 ที่ตั้งไว้

2. จากผลการวิเคราะห์ภาพรวมในตาราง 3 เมื่อวิเคราะห์เปรียบเทียบความสามารถแยกแต่ละด้าน คือด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม โดยใช้สถิติ t-test แบบ independent ผลปรากฏในตาราง 4 ดังนี้

ตาราง 4 ผลการวิเคราะห์เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาในแต่ละด้าน คือ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	การแก้ปัญหา				การให้เหตุผล				การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร			
	$\bar{X}$	S.D	F	t	$\bar{X}$	S.D	F	t*	$\bar{X}$	S.D	F	t*
กลุ่มทดลอง	4.89	3.81	1.23	8.24**	4.91	2.91	4.39**	5.05**	4.75	2.34	1.77**	7.82**
กลุ่มควบคุม	10.11	3.44			3.04	1.39			2.09	1.76		

** $p < .01$

จากตาราง 4 พบว่าศักยภาพทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้าน คือ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยที่กลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

ตอนที่ 4 ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียนกลุ่มทดลองจากการ
ตรวจผลงานและจากการสังเกต

ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองจากการ
ตรวจผลงานประกอบผลการสังเกต ในแต่ละด้านเป็นดังนี้

1. พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา

จากการตรวจผลงานและจากการสังเกต สรุปพัฒนาการในการแก้ปัญหาได้ดังนี้

1.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ในขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนบอกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ว่ามีอะไรบ้าง
มีเงื่อนไขอย่างไร และโจทย์ต้องการให้หาอะไร

ระยะแรก พบว่าผลจากการตอบคำถามนำในขั้นตอนที่หนึ่ง นักเรียนสามารถ
สรุปจากคำถามนำและตอบได้ว่า เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง และ
ต้องการให้หาอะไร นักเรียนบอกได้ชัดเจน แต่มีเงื่อนไขอย่างไร นักเรียนยังอธิบายไม่ได้

สัปดาห์แรกของระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-6) พัฒนาศักยภาพในการ
แก้ปัญหาโดยการนำเสนอปัญหาแล้วให้นักเรียนลองคิดหาคำตอบด้วยตนเอง โดยที่ครูยังไม่ได้ให้
คำแนะนำหรือให้คำชี้แนะอะไร พบว่านักเรียนคิดหาคำตอบของปัญหาโดยไม่สนใจเงื่อนไขใน
ปัญหา โดยใช้คำบ่งชี้และตัวเลขที่ปรากฏในปัญหามากระทำกัน (นำมาบวก ลบ คูณ หรือ
หารกันตามคำบ่งชี้ที่ปรากฏในปัญหา) ไม่ได้วิเคราะห์การแก้ปัญหาตามเงื่อนไขที่กำหนด ทำให้
แก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนตระหนักว่าเป็นคำตอบไม่ถูกต้องในขั้นตรวจสอบ
คำตอบ อย่างไรก็ตามเมื่อใช้คำถามนำช่วยในขั้นทำความเข้าใจปัญหานักเรียนก็ตระหนักในเงื่อนไข
เช่น เมื่อกำหนดปัญหา “ในหีบใบหนึ่งมีลูกแก้วอยู่ 120 ลูก อับดุลกับบุญมีหยิบลูกแก้ว
จากหีบออกมาคนละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่ายังเหลือลูกแก้วในหีบเป็น 4 เท่าของที่แต่ละคนหยิบ
ออกมา อับดุลกับบุญมีหยิบลูกแก้วออกมาคนละกี่ลูก”

นักเรียนจะใช้ 4 หาร 120 เพราะเห็นคำว่า 4 เท่า ได้ผลหารเป็น 30
อับดุลกับบุญมีหยิบเท่า ๆ กัน ก็นำ 2 หาร 30 อีกครั้ง ซึ่งได้ผลลัพธ์เป็น 15 จึงตอบว่าแต่ละคน
หยิบออกมาคนละ 15 ลูก (รายละเอียดคังภาพที่ 1 ในภาคผนวก ง) และเมื่อให้นักเรียนแสดง
การตรวจสอบคำตอบที่ได้ดังนี้

“2 คนหยิบออกมา $15 + 15 = 30$ ลูก

จะเหลือลูกแก้วอยู่ $120 - 30 = 90$ ลูก

สี่เท่าของที่แต่ละคนหยิบออกมาคือ $4 \times 15 = 60$ ลูก

ซึ่งไม่เท่ากับ 90 ลูก”

แสดงว่าคำตอบที่ได้ว่า แต่ละคนหยิบลูกแก้วออกมาคนละ 15 ลูก เป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

เมื่อให้นักเรียนตรวจสอบข้อผิดพลาด และอภิปรายหาข้อผิดพลาดซึ่งนักเรียนพบว่าเกิดจากไม่ได้พิจารณาเงื่อนไขในปัญหา จึงให้นักเรียนย้อนกลับไปอ่านปัญหาที่นำเสนอเป็นใบกิจกรรมที่ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาที่มีคำถามนำอีกครั้ง แล้วให้ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ พบว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามนำได้ชัดเจนว่า เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้ มีเงื่อนไขอย่างไร และต้องการให้หาอะไร

สัปดาห์ต่อมา นักเรียนก็ยังมีปัญหาเช่นเดิม คือ เมื่อนำเสนอปัญหา “ร้านค้าแห่งหนึ่งขายสินค้า 2 ชนิด ถ้าราคาสินค้าชนิดที่ 1 เป็น 4 เท่าของราคาสินค้าอีกชนิดหนึ่ง และราคาสินค้าทั้งสองรวมกันได้ 4,150 บาท จงหาราคาสินค้าแต่ละชนิด”

ให้นักเรียนลองคิดหาคำตอบโดยยังไม่ให้คำถามนำ นักเรียนส่วนมากประมาณร้อยละ 70 ยังคิดหาคำตอบโดยใช้ตัวเลขและค่าบ่งชี้ในปัญหากระทำกัน นักเรียนไม่ได้ให้ความสำคัญของเงื่อนไขในโจทย์ ได้คำตอบออกมาพร้อมแสดงผลการตรวจสอบ แต่ตรวจสอบไม่ครบทุกเงื่อนไขในโจทย์ (รายละเอียดดังภาพที่ 2 ในภาคผนวก ง) เมื่อซักถามถึงคำตอบ การตรวจสอบผลที่ได้ และอภิปรายนำเพื่อให้เห็นข้อบกพร่องในการทำความเข้าใจเงื่อนไขในโจทย์ไม่ครบถ้วน ทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการทำความเข้าใจปัญหา โดยเมื่อให้นักเรียนย้อนกลับไปอ่านปัญหาใหม่ที่ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาที่มีคำถามนำ แล้วนักเรียนสามารถบอกได้ว่า มีเงื่อนไขอย่างไร

ในระยะที่สาม จะไม่มีคำถามนำในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่เพียงพอ หลังจากการอภิปราย นักเรียนสามารถบอกได้ว่าเป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง ต้องการให้หาอะไร ถ้าจะแก้ปัญหาก็จะต้องรู้อะไรเพิ่มเติม เช่น ในปัญหาการหาปริมาณของน้ำในแท่งค้ำน้ำ (ปัญหาในแผนการสอนที่ 13) ถ้าใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วน เมื่อรู้ความจุของแท่งค้ำน้ำแล้วจะต้องรู้ความสูงของแท่งค้ำน้ำและความสูงของระดับน้ำ จึงจะสามารถหาปริมาณน้ำในระดับต่าง ๆ ได้

ระยะที่สี่ นักเรียนสามารถบอกรายละเอียดที่กำหนดในปัญหาได้ชัดเจนว่า โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง ต้องการให้หาอะไรและแต่ละคำถามมีเงื่อนไขอย่างไร

1.2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ในขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนตีความสิ่งที่กำหนดในปัญหา ค้นหาความสัมพันธ์เชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการหา เลือกยุทธวิธีและลองคิดหาวิธีการ

หาคำตอบ

เริ่มระยะแรก นักเรียนยังไม่รู้จักการวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา ไม่มีการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนได้ตอบคำถามนำในขั้นตอนนี้และได้รับการแนะนำยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและบอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาได้ แต่ยังไม่ชัดเจนนัก นักเรียนรู้จักเลือกใช้ยุทธวิธีในการคิดแก้ปัญหาหลาย ๆ แบบได้ (รายละเอียดดังภาพที่ 3 ในภาคผนวก ง)

ระยะที่สอง เริ่มแรกสัปดาห์ที่ 5 - 6 เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนคิด นักเรียนไม่ได้สนใจกับการวางแผนการแก้ปัญหา มักนำตัวเลขในปัญหามากระทำกัน หลังจากพบข้อผิดพลาดและให้คิดแก้ปัญหาใหม่ โดยในแต่ละขั้นตอนนี้มีคำถามนำ ผลจากการตอบคำถามนำและจากการอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม ทำให้นักเรียนตีความสิ่งที่กำหนดในปัญหา และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีในปัญหา กับสิ่งที่ต้องการให้หาตามเงื่อนไขที่กำหนดและเขียนแสดงแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมกับเงื่อนไขก่อนแสดงการแก้ปัญหาได้เหมาะสม (รายละเอียดดังภาพที่ 4 ในภาคผนวก ง)

เมื่อนักเรียนเห็นความสำคัญของการทำความเข้าใจปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหา ระยะต่อมาได้ลดคำถามนำในแต่ละขั้นตอนนี้ลง นักเรียนสามารถแสดงการคิดวางแผนการแก้ปัญหาได้

ระยะที่สาม เป็นปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของสองอัตราส่วนในรูปสัดส่วน ก่อนการดำเนินการแก้สมการหาค่าตัวแปรที่จะนำไปเป็นคำตอบของปัญหา แต่ยังเขียนอธิบายความสัมพันธ์ไม่ชัดเจน (รายละเอียดดังภาพที่ 5 ในภาคผนวก ง)

ระยะที่สี่ เป็นการเน้นการใช้ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ มาอธิบายและตอบปัญหา จึงไม่เห็นการแสดงขั้นตอนการคิดวางแผนชัดเจนนัก จากการสังเกตการอภิปรายในกลุ่มและการซักถามถึงแนวคิดและเหตุผลที่นักเรียนคิดและได้คำตอบ พบว่านักเรียนไม่ได้ข้ามขั้นตอนการวางแผนเหมือนกับการแก้ปัญหาในระยะแรก ๆ แต่ได้ผสมผสานรวมอยู่ในขั้นตอนการแก้ปัญหาเลย

1.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นตอนที่แสดงการดำเนินการแก้ปัญหาคตามยุทธวิธีที่เลือกพร้อมสรุปผลเป็นคำตอบของปัญหา

เมื่อนักเรียนวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาร่วมกัน และเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาคตามยุทธวิธีที่เลือกและหาคำตอบ

ระยะแรก นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง และสรุปเป็นคำตอบของปัญหาได้ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาที่มีความง่าย

ในช่วงแรกของระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-6) นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาและได้คำตอบยังไม่ถูกต้อง เป็นเพราะเกิดความผิดพลาดในขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหาและขั้นตอนวางแผนการแก้ปัญหาที่ไม่ได้สนใจเงื่อนไขสำคัญในปัญหา เมื่ออภิปรายถึงข้อผิดพลาดและคุณค่าของการแก้ปัญหาที่ให้ความสำคัญของการทำความเข้าใจปัญหาและการวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว หลังจากนั้นนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ส่วนการตอบปัญหาในขณะนี้ยังพบว่าเมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา และได้ค่าของตัวแปรแล้ว นักเรียนหยุดทันที โดยไม่ได้เขียนอธิบายการตอบคำถามว่า ค่าของตัวแปรนั้นคืออะไรและเป็นคำตอบของปัญหาหรือยัง เช่น เมื่อกำหนดปัญหา

“นุถุ นินา และนที เป็นพี่น้องกัน มีอายุห่างกันหนึ่งปี เมื่อนับอายุของคนทั้ง 3 รวมกันได้ 105 ปี คนกลางอายุเท่าไร”

เมื่อนักเรียนสมมติให้คนเล็กอายุ x ปี คนกลางอายุ $x+1$ ปี คนโตอายุ $x+2$ ปี แล้วแสดงวิธีการหาคำตอบได้ $x = 34$ แต่โจทย์ต้องการทราบอายุของคนกลาง ดังนั้น 34 จึงยังไม่ใช่คำตอบของปัญหา ต้องนำ 34 ไปแทนใน $x + 1$ แล้วได้คำตอบว่าคนกลางอายุ 35 ปี แต่นักเรียนจะตอบ 34

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) เมื่อนักเรียนหาความสัมพันธ์ของสองอัตราส่วน และเขียนในรูปสัดส่วนได้แล้ว นักเรียนสามารถดำเนินการแก้สมการหาค่าของตัวแปรในสัดส่วนได้ถูกต้อง พร้อมทั้งนำค่าตัวแปรที่หาได้ไปตอบคำถามของปัญหาได้ถูกต้อง (รายละเอียดดังภาพที่ 5 ในภาคผนวก)

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) เป็นการใช้ข้อมูลที่น่าสนใจในรูปแบบต่าง ๆ มาตอบปัญหา นักเรียนสามารถแสดงการคิดหาคำตอบและตอบปัญหาที่กำหนดได้ถูกต้องเมื่อนำเสนอผลการแก้ปัญหาที่มีการอธิบายเพิ่มเติม นักเรียนสามารถอธิบายในแต่ละขั้นตอนว่าหมายถึงอะไร คิดหาคำตอบได้เพราะเหตุใด และนำค่าที่ได้ไปตอบปัญหาได้อย่างถูกต้อง

1.4 ขั้นตรวจสอบผล

เป็นขั้นตอนที่แสดงการตรวจสอบคำตอบ โดยตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา การสรุปและขยายผลการแก้ปัญหาไปสู่รูปทั่วไป

เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว ให้นักเรียนแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้พบว่าในระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) นักเรียนยังอธิบายเหตุผลในการตรวจสอบคำตอบได้ไม่ชัดเจนนัก บอกได้แต่เพียงว่าสิ่งที่หามาได้เป็นคำตอบ และเมื่อปรับเปลี่ยนเงื่อนไขบางประการในโจทย์

นักเรียนสามารถหาคำตอบได้โดยใช้วิธีการเดิม แต่ยังไม่มั่นใจและยังไม่สามารถสรุปได้สำหรับกรณีทั่ว ๆ ไป

ในช่วงแรกของระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-6) เมื่อให้นักเรียนลองคิดหาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบคำตอบที่ได้ พบว่าผลจากที่นักเรียนเริ่มการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้องดังกล่าวมาแล้วข้างต้น เมื่อให้ตรวจสอบผลที่ได้นักเรียนพยายามแสดงการเท่ากันของตัวเลขที่หามาได้กับที่กำหนดไว้ในปัญหา (รายละเอียดดังภาพที่ 6.1 ในภาคผนวก ง) แต่ไม่ได้ตรวจสอบตามเงื่อนไขของโจทย์ เมื่อได้ชี้ให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดดังกล่าวแล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาใหม่ จนกระทั่งได้คำตอบ โดยแสดงการตรวจสอบได้ถูกต้องและตรวจสอบครบตามเงื่อนไขที่กำหนด (รายละเอียดดังภาพที่ 6.2 ในภาคผนวก ง) หลังจากนั้นปัญหาต่อ ๆ มานักเรียนแสดงการตรวจสอบผลได้ถูกต้องและชัดเจนขึ้นตามลำดับ

ในระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) ขั้นตอนการตรวจสอบผล เป็นการแสดงว่าคำตอบที่หามาได้นั้นมีความสัมพันธ์กัน เป็นไปตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือไม่ เมื่อแก้สมการหาค่าตัวแปรในสัดส่วนซึ่งนำมาเป็นคำตอบของปัญหาได้แล้ว นักเรียนแสดงให้เห็นว่าค่าที่หามาได้นั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง โดยแสดงให้เห็นการเท่ากันของ 2 อัตราส่วน คือ อัตราส่วนที่กำหนดและอัตราส่วนที่ต้องการให้หา (รายละเอียดดังภาพที่ 5 ในภาคผนวก ง)

ในระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) เมื่อนักเรียนนำข้อมูลในปัญหาไปแสดงวิธีการหาคำตอบและได้คำตอบในทุกกรณีแล้ว สามารถแสดงการตรวจสอบถูกต้อง

2. พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล

พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลสำหรับงานวิจัยนี้ พิจารณาถึงความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล ความสามารถในการหาข้อสรุป แสดงข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล พัฒนาศักยภาพดังกล่าวโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มุ่งให้สมาชิกในกลุ่มได้แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันในการแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผล สังเกตการแสดงความสามารถในการให้เหตุผล จากการร่วมกันสรุปผลในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พัฒนาการของความสามารถดังกล่าว มีดังนี้

2.1 ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล

ระยะแรก ของการพัฒนา (สัปดาห์ที่ 1 - 4) ฝึกการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งในระยะนี้ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา มีคำถามถามนำหลังจากให้นักเรียนอ่านและตอบคำถามนำแล้ว พบว่านักเรียนสามารถอธิบายความหมายของคำ

และศัพท์ในโจทย์ได้ถูกต้อง แต่วิเคราะห์และสรุปความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ได้ไม่ชัดเจน นัก ยังคาดเดาคำตอบไม่ได้ ใช้การเดาโดยไม่มีเหตุผล

ระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5 - 10) ในช่วงแรกเมื่อไม่มีคำถามนำนักเรียนคิดแก้ปัญหาโดยไม่ได้วิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่กำหนด หลังจากพบข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาที่ไม่สนใจถึงเงื่อนไขและความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา เมื่อพิจารณาคำตอบที่ได้จากคำถามนำ นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของข้อมูลและแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างเหมาะสม (รายละเอียดดังภาพที่ 4 ในภาคผนวก ง) จากนั้นลดคำถามนำลงแต่นำให้นักเรียนฝึกการใช้คำถามโดยการถามตนเองหรือถามสมาชิกในกลุ่มเกี่ยวกับข้อมูล เงื่อนไข และความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนด

ระหว่างการพัฒนา เมื่อแต่ละกลุ่มนำเสนอผลการแก้ปัญหา มีการอภิปรายผลการแก้ปัญหาที่มุ่งให้พิจารณาข้อมูล เงื่อนไข การแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล การคาดเดาและตรวจสอบข้อคาดเดา และปรับปรุงงานตามแนวทางที่สรุปร่วมกันแล้ว พบว่าปัญหาต่อ ๆ มา นักเรียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้น รู้จักการคาดเดาคำตอบอย่างมีเหตุผล

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของสองอัตราส่วนโดยเขียนในรูปสัดส่วนได้ถูกต้อง และบอกเหตุผลในการคาดเดาคำตอบที่เป็นไปได้จากสัดส่วนที่ได้ ในกรณีที่นำเสนอปัญหาที่ข้อมูลไม่เพียงพอ หลังจากอภิปรายถึงแนวทางการแก้ปัญหาร่วมกันแล้ว นักเรียนสามารถบอกได้ว่าต้องการข้อมูลเพิ่มเติม จึงจะสามารถหาคำตอบได้ พร้อมทั้งสามารถคาดเดาคำตอบได้

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) นักเรียนสามารถอธิบายถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่นำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ และสามารถใช้อัตราส่วนที่นำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ ตอบปัญหาได้อย่างเหมาะสมพร้อมทั้งคาดเดาข้อมูลที่อาจจะเกิดขึ้น โดยอาศัยแนวโน้มของข้อมูลอย่างมีเหตุผล

2.2 ความสามารถในการหาข้อสรุป

ระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) นักเรียนตอบคำถามนำในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาได้ แต่เมื่อถามถึงข้อสรุปที่ได้จากคำถามนำเหล่านั้น ยังสรุปไม่ได้หรือสรุปได้แต่ไม่สมบูรณ์ และอธิบายข้อสรุปเหล่านั้นไม่ได้

ระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-10) หลังจากพบข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหา อภิปรายถึงข้อผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดแล้ว ในปัญหาต่อ ๆ มานักเรียนสามารถพิจารณาข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา ทำให้นักเรียนลงสรุปแนวคิดได้ชัดเจนขึ้น

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) เมื่อนำเสนอสถานการณ์ปัญหาทั้งปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธี ปัญหาที่ข้อมูลไม่เพียงพอ และปัญหาที่ต้องอาศัยการมองรูปแบบใน

การแก้ปัญหา นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดได้ (รายละเอียดดังภาพที่ 8 ในภาคผนวก ง)

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) จากข้อมูลที่น่าเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้

2.3 ความสามารถในการแสดงข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่างสมเหตุ

สมศค

ระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) นักเรียนยังไม่เข้าใจถึงการตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิด มุ่งไปที่การตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ ยังอธิบายข้อสรุปของแนวคิดไม่ได้ บางคนพอสรุปได้แต่ก็ยังไม่กล้าพูดออกมา ไม่กล้าอธิบายให้เพื่อนฟัง อาจเป็นเพราะยังไม่แน่ใจและไม่มั่นใจในข้อสรุปนั้น ๆ

ระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-10) ผลจากที่นักเรียนเห็นความสำคัญของการพิจารณาข้อมูลและความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่เงื่อนไขกำหนด ทำให้นักเรียนสามารถตรวจสอบข้อสรุปและแสดงข้อสรุปได้ชัดเจนขึ้น โดยตรวจสอบตามเงื่อนไขที่กำหนด และยังสามารถยืนยันข้อสรุปโดยการอธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหาว่าทำอย่างไร แต่เพราะเหตุใด ทำไมทำเช่นนั้นได้ อธิบายแต่ยังไม่ชัดเจนนัก

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) เมื่อได้คำตอบของปัญหาแล้ว นักเรียนสามารถแสดงการตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหาเพื่อยืนยันข้อสรุปของแนวคิด พร้อมทั้งอธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปนั้น ๆ ว่าได้มาอย่างไร ดำเนินการอย่างไร แต่เพราะเหตุใดจึงทำเช่นนั้น อธิบายยังไม่ชัดเจนนัก

การขยายข้อสรุปไปสู่รูปทั่วไป นักเรียนยังแสดงได้ไม่ดีและไม่เข้าใจว่าทำไมต้องหารูปทั่วไปของปัญหา

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) จากข้อมูลที่น่าเสนอในรูปแบบต่าง ๆ นักเรียนสามารถแสดงข้อสรุปที่ได้โดยใช้ข้อมูลที่น่าเสนอและสามารถยืนยันข้อสรุปของแนวคิด โดยการตรวจสอบข้อสรุปและอธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา โดยอธิบายได้ว่าหาคำตอบของปัญหานั้น ๆ ได้อย่างไร แต่ทำไมทำเช่นนั้นได้ ยังอธิบายได้ไม่ชัดเจนนัก

3. พัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

พัฒนาการของความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารสำหรับงานวิจัยนี้ได้พิจารณาถึงความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (โดยการพูด การเขียน หรือใช้สื่ออื่น ๆ) ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเสนอแนวคิดและแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการอธิบายแนวคิดและ

แลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ พัฒนาความสามารถดังกล่าวโดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ ที่มุ่งให้สมาชิกทุกคนภายในกลุ่มได้แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกันในการแก้ปัญหาและนำเสนอผลการแก้ปัญหา สังเกตการแสดงความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร จากการดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่ม และการนำเสนอผลการแก้ปัญหากลุ่ม พัฒนาการของความสามารถดังกล่าว มีดังนี้

3.1 ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (โดยการพูด การเขียน หรือใช้สื่อต่าง ๆ)

ระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) นักเรียนบอกละเอียดของปัญหาได้ แต่เป็นลักษณะที่บอกตามข้อความที่กำหนดในปัญหา เมื่อให้พูดเป็นคำพูดของตนเอง นักเรียนยังทำไม่ได้ สำหรับ การเขียนก็เช่นเดียวกัน นักเรียนเขียนตามข้อความที่ปรากฏในปัญหา หลังจากแนะนำยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแล้วนักเรียนเริ่มใช้รูปภาพหรือ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ประกอบการคิดและแสดงแทนแนวคิดมากขึ้น

ระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-10) เมื่อนักเรียนพบข้อผิดพลาดและเห็นความสำคัญของการทำความเข้าใจปัญหา และคิดวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนพิจารณาทำความเข้าใจปัญหาอย่างรอบคอบและบอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาได้ชัดเจนขึ้น มีการอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาร่วมกันมากกว่าระยะแรก เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาและเขียนสรุปผลการแก้ปัญหาได้ดีกว่าระยะแรก ในการคิดแก้ปัญหามีการเขียนภาพ สร้างตารางหรือวาดรูปประกอบการคิด (รายละเอียดดังภาพที่ 3 ในภาคผนวก ง)

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) นักเรียนบอกละเอียดของปัญหา บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหา เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้น ให้เขียนเฉพาะสาระและประเด็นหลักที่สำคัญเท่านั้น รวมทั้งสามารถเขียนสรุปผลการแก้ปัญหาได้

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) นักเรียนสามารถนำข้อมูลที่น่าเสนอในรูปแบบต่าง ๆ มาตอบปัญหา และสามารถนำเสนอข้อมูล แนวคิดโดยใช้แผนภูมิหรือกราฟได้เหมาะสม

3.2 ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ในการเสนอแนวคิด และแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) นักเรียนอธิบายความหมายของศัพท์หรือข้อความในปัญหาได้ แต่ยังระบุหรือแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือแนวคิดโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ไม่ถี่นัก

ช่วงแรกของระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-6) ในการแก้ปัญหา นักเรียนไม่ได้สนใจที่จะพิจารณาความสัมพันธ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่กำหนด ทำให้แก้ปัญหาได้คำตอบไม่ถูกต้อง เมื่อพบข้อผิดพลาดแล้ว ช่วงหลังของระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 7-8) นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่กำหนด และแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ชัดเจนขึ้น

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) นักเรียนอธิบายข้อความในปัญหาได้ชัดเจนว่าข้อมูลที่กำหนดสัมพันธ์กันอย่างไร แทนข้อมูลโดยใช้อัตราส่วนได้ถูกต้อง และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล แนวคิด โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเหมาะสม

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) นักเรียนสามารถอธิบายถึงความเหมาะสมและความบกพร่องของการนำเสนอข้อมูลบางลักษณะที่อาจทำให้ผู้อ่านเข้าใจผิดพลาดได้ ในการปรับปรุงการนำเสนอให้เหมาะสมต้องมีการอภิปรายและถามนำก่อน จึงจะสามารถวิเคราะห์และลงความเห็นได้

3.3 ความสามารถในการอธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ระยะแรก (สัปดาห์ที่ 1-4) แม้ว่าได้มุ่งให้นักเรียนอธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดกันในการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย ระยะแรกนี้นักเรียนยังไม่กล้าพูดอธิบายหรือแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา เมื่อได้รับการกระตุ้นก็มีการพูดคุยกันมากขึ้น แต่ยังไม่ถึงกับเป็นการแลกเปลี่ยนแนวคิดกัน

ระยะที่สอง (สัปดาห์ที่ 5-10) หลังจากที่นักเรียนคิดแก้ปัญหาโดยไม่ได้อภิปรายเงื่อนไขในปัญหาที่นำไปสู่การแก้ปัญหาที่ได้คำตอบไม่ถูกต้อง เมื่อให้แก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่ม นักเรียนมีการพูดและอธิบายข้อความและเงื่อนไขในปัญหามากขึ้น อธิบายแนวคิดในการนำเสนอผลงานตามข้อสรุปของกลุ่ม เมื่อมีการซักถามให้อธิบายเพิ่มเติมยังพูดอธิบายได้ไม่ชัดเจนนัก และยังมีการแลกเปลี่ยนแนวคิดกันน้อย

ระยะที่สาม (สัปดาห์ที่ 11-15) นักเรียนอธิบายแนวคิดในกลุ่มมากขึ้น มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดกัน มีการอภิปรายโต้ตอบ และลงสรุปแนวคิดเป็นผลงานของกลุ่มชัดเจนมากขึ้น

ในการนำเสนอผลงานของกลุ่มมีสมาชิกกลุ่มที่ไม่ได้นำเสนอร่วมแสดงความคิดเห็นและเสนอแนะในการดำเนินการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอ แต่ยังมีน้อยมาก 2-3 ครั้งเท่านั้น

ระยะที่สี่ (สัปดาห์ที่ 16-18) นักเรียนสามารถอธิบายและอภิปรายถึงความเหมาะสมของการนำเสนอข้อมูลแต่ละแบบในการทำกิจกรรมร่วมกัน นักเรียนได้แลกเปลี่ยน

แนวคิด วิธีการในการรวบรวมข้อมูลที่น่าสนใจ และรวมถึงการนำข้อมูลไปใช้ในการตอบปัญหาต่าง ๆ

4. ข้อสังเกตเกี่ยวกับสภาพการเรียนรู้การสอน

สำหรับกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้พบว่า เมื่อให้นักเรียนทำงานร่วมกันในการแก้ปัญหา ในระยะแรก ๆ พฤติกรรมความร่วมมือยังไม่เกิดขึ้นมากนัก นักเรียนมักคิดและแก้ปัญหาตามลำพังหรือจับคู่กันกับคนที่สนิทและรู้จักกันมาก่อน ไม่มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดและร่วมมือกันในการแก้ปัญหา

ระยะต่อมา เมื่อให้ทำกิจกรรมร่วมกันมากขึ้น ขึ้นอยู่กับลักษณะของกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เข้าใจถึงเป้าหมายและผลที่เกิดขึ้นจากการเรียนรู้แบบร่วมมือแล้ว นักเรียนคิดและแก้ปัญหาร่วมกันมากขึ้น มีการอธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดกันในกลุ่ม ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้และแก้ปัญหามากขึ้น

ระหว่างทำกิจกรรมร่วมกัน นักเรียนมีความสุขและสนุกกับการคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน โดยเฉพาะปัญหาที่มีแนวทางการหาคำตอบได้หลายแนวทาง หรือปัญหาที่มีกรณีที่เป็นไปได้หลายกรณี นักเรียนร่วมกันคิดหาแนวทางการแก้ปัญหา มีการแลกเปลี่ยนแนวคิด ได้แย่งกันช่วยเหตุผล กิจกรรมเช่นนี้นักเรียนทุกคนได้ลงมือแก้ปัญหาย่างเต็มที่ เพราะการเรียนรู้แบบร่วมมือมีการกำหนดหน้าที่และความรับผิดชอบของสมาชิกในกลุ่ม ในกรณีที่แบ่งงานกันรับผิดชอบ เมื่อได้คำตอบของตนเองแล้วนักเรียนนำผลงานของทุกคนมาสรุปร่วมกันเป็นผลงานของกลุ่ม

ระหว่างการทดลองได้สัมภาษณ์พูดคุยกับนักเรียนถึงความรู้สึกเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมที่เป็นการเรียนรู้แบบร่วมมือ ในระยะแรกนักเรียนไม่กล้าพูดแสดงความคิดเห็น เพราะกลัวผิดกลัวเพื่อนหัวเราะเยาะ ระยะต่อมาเมื่อทุกคนเข้าใจแล้วว่าถ้ามีสมาชิกไม่เข้าใจหรือเข้าใจผิด หรือแก้ปัญหาไม่ได้ จะส่งผลให้คะแนนของกลุ่มไม่ดี ทำให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและแลกเปลี่ยนแนวคิดกันมากขึ้น เกี่ยวกับการจัดกลุ่มนักเรียนอยากจัดกลุ่มกันเอง เพราะกลุ่มที่ไม่สนิทกันจะไม่กล้าพูดและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน และสมาชิกบางคนไม่ช่วยคิด ก็ไม่มีใครกล้าบอก

เมื่อเสร็จสิ้นการทดลอง สัมภาษณ์นักเรียนถึงความรู้สึกเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ นักเรียนอยากให้จัดกิจกรรมเช่นนี้บ่อย ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์หลักด้วย เพราะเรียนแบบนี้สนุก ไม่เครียด และไม่เป็นกังวลในขณะที่เรียน แต่ไม่ชอบให้จัดทุกครั้งเพราะอยากคิดและแก้ปัญหาคด้วยตนเองบ้าง

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใน 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และ
การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ในการพัฒนาครั้งนี้มีจุดประสงค์เฉพาะ
ดังต่อไปนี้

1. ออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ
2. เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือความสามารถในการ
แก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง
3. เปรียบเทียบศักยภาพทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือความสามารถในการ
แก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียนหลังการทดลอง ระหว่าง
กลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม

ผู้วิจัยได้ออกแบบแผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อพัฒนาศักยภาพ
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ จำนวนทั้งสิ้น 18
แผนการสอน ทำการทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนพระนารายณ์ และโรง
เรียนคงคาวิทยา จำนวน 154 คน โดยสุ่มเป็นกลุ่มทดลองโรงเรียนละ 1 ห้อง จำนวน
นักเรียน 75 คน และกลุ่มควบคุมโรงเรียนละ 1 ห้อง จำนวนนักเรียน 79 คน ผู้วิจัยทำการ
สอนตามกิจกรรมการเรียนรู้การสอนทั้ง 18 แผนการสอน กับนักเรียนกลุ่มทดลอง ในภาคเรียน
ที่ 2 ปีการศึกษา 2538 ตลอดภาคเรียน จำนวน 18 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 คาบ รวม 36
คาบ เพื่อศึกษาถึงพัฒนาการของศักยภาพทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ประการ คือ ความสามารถ
ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยใช้กิจกรรมที่เป็นการเรียน
แบบร่วมมือที่ให้ผู้เรียนเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ร่วมกันและด้วยตัวของนักเรียนเอง
จัดบรรยากาศที่กระตุ้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผล
อภิปรายและแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน กิจกรรมการพัฒนาในแต่แผนการสอนประกอบ
ด้วย 5 ขั้นตอน คือ

1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เพื่อสร้างความสนใจในการแก้ปัญหาหรือเพิ่มเติมความรู้ใหม่
ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่นำเสนอ

2. ช้่นนำเสนอปัญหา โดยผู้วิจัยและครูนำเสนอปัญหาพร้อมกันทั้งชั้นในกรณีที่ต้องการให้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาเดียวกัน หรือบางครั้งได้กำหนดปัญหาให้แต่ละกลุ่มโดยใช้บัตรปัญหา หรือกำหนดสถานการณ์ให้ทุกกลุ่มสำรวจปัญหาเองจากใบกิจกรรม

3. ช้่นปฏิบัติการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย เป็นการปฏิบัติการแก้ปัญหาที่ใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่ทุกคนมีส่วนร่วมและสามารถแก้ปัญหาได้

4. ช้่นเสนอผลการแก้ปัญหา เป็นการนำเสนอปัญหาของทุกกลุ่มในกรณีที่ปัญหาไม่เหมือนกัน ส่วนปัญหาที่เหมือนกันให้นำเสนอเป็นบางกลุ่ม แล้วให้กลุ่มที่เหลือเปรียบเทียบกับผลการปฏิบัติของกลุ่มตนเอง แล้วบอกส่วนที่แตกต่าง พร้อมทั้งอธิบายถึงส่วนดี และบอกจุดอ่อนของแต่ละวิธีที่พบ (ใช้เวลาประมาณ 15-25 นาที ในการนำเสนอผลงาน)

5. ช้่นสรุปผลการแก้ปัญหา หลังจากได้นำเสนอผลการแก้ปัญหาครบทุกกลุ่มแล้ว มีการสรุปผลการแก้ปัญหา ทั้งสรุปเป็นรายบุคคลและสรุปร่วมกันทั้งชั้น และอภิปรายเพิ่มเติมถึงความรู้ที่ได้หลังจากแก้ปัญหา แล้วบันทึกผลสรุปเป็นความรู้ใหม่

ผลการวิจัย

1. แผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2) มีประสิทธิภาพ 66.31 / 59.12 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่คาดหวัง คือ 70 / 70

2. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของกลุ่มทดลอง หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

3. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้ เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารหลังการทดลองของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

อภิปรายผล

จากผลการทดลองการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 การรวบรวมข้อคิดเห็นต่าง ๆ ตลอดจนผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องนำมาอภิปรายได้ดังนี้

1. แผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพ 66.31 / 59.12

เป็นความสัมพันธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ย (E_1 / E_2) ต่ำกว่าเกณฑ์ที่คาดหวังไว้ คือ 70 / 70 ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจาก

1.1 กิจกรรมการเรียนการสอนลักษณะนี้นักเรียนยังไม่คุ้นเคย ในระยะแรกนักเรียนคิดและแก้ปัญหาโดยลำพัง แม้จะให้นั่งรวมกลุ่มกันก็ตาม แต่ละคนยังหวั่งการเรียนรู้และผลงานของตนเอง ขาดการร่วมมือกันอย่างแท้จริงในการแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนอาจยังไม่ตระหนักถึงลักษณะการเรียนแบบร่วมมืออย่างแท้จริง ส่งผลให้การแก้ปัญหาของกลุ่มไม่ดี เพราะไม่ได้ช่วยกันเท่าที่ควร

1.2 ระยะเวลาที่ทำการทดลอง เป็นช่วงเวลาภาคเรียนที่ 2 ซึ่งโรงเรียนมีวันหยุด และมีกิจกรรมต่าง ๆ มาก เช่น วันปีใหม่ วันเด็ก วันครู กิจกรรมกีฬาของโรงเรียน/จังหวัด ทำให้การฝึกทำกิจกรรมต่าง ๆ ขาดช่วงไม่ต่อเนื่อง ซึ่งส่งผลต่อการแก้ปัญหาร่วมกันของนักเรียน

1.3 การสอบวัดผลหลังเรียน กลุ่มทดลอง 1 ห้องเรียน จำนวน 37 คน ของโรงเรียนพระนารายณ์ ทำการสอบหลังจากนักเรียนสอบวัดผลปลายภาคแล้ว ซึ่งนักเรียนคิดว่าไม่มีผลต่อระดับผลการเรียน ทำให้นักเรียนให้ความสำคัญกับการสอบน้อย และนักเรียนอีกจำนวนหนึ่ง จำนวน 12 คน ต้องสอบภายหลัง ส่งผลให้คะแนนในส่วนผลลัพธ์ (E_2) ต่ำกว่าเกณฑ์ค่อนข้างมาก

1.4 จากการสุ่มสัมภาษณ์นักเรียนหลังการทำกิจกรรม จำนวน 12 คน เป็นนักเรียนที่เรียนเก่ง 3 คน ปานกลาง 6 คน และเรียนอ่อน 3 คน มีนักเรียน 10 คน ในจำนวน 12 คนบอกว่าปัญหายากไป จำนวนปัญหามาก มี 7 คน บอกว่ามีเวลาในการแก้ปัญหาน้อยไป จากการสอบถามหลังจากเรียนจบแล้ว นักเรียนต้องการคิดแก้ปัญหาตามลำพัง หรือต้องการที่จัดกลุ่มกันเองมากกว่าการให้ครูเป็นผู้จัดให้โดยให้เหตุผลว่า ในกลุ่มที่ไม่สนิทกัน นักเรียนไม่กล้าพูดและแสดงความคิดเห็น ในกลุ่มที่ไม่รู้จักกันมาก่อน ไม่ค่อยช่วยกันคิดแก้ปัญหา ชอบกิจกรรมลักษณะเช่นนี้เป็นบางครั้ง เพราะได้พูดคุย ได้อธิบาย ได้ซักถามกัน รู้สึกสบาย ไม่เครียด

1.5 ระยะเวลาในการทดลองน้อยไป ไม่เพียงพอที่จะพัฒนาศักยภาพให้ถึงเกณฑ์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยที่ เลสเตอร์ (Lester, 1994 : 666) ได้สรุปผลงานวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ประการหนึ่งว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาพัฒนาไปอย่างช้า ๆ ในช่วงเวลาที่ยาวนานพอ

2. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารของนักเรียนกลุ่มทดลอง ก่อนการทดลองและหลังการทดลองแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ โดยที่นักเรียนที่เรียนจากแผนการสอนที่ใช้พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้

กิจกรรมที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างเชื่อดิโอได้ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ซึ่งสอดคล้องกับสรุปผลการวิจัยของอดัมส์และแฮมม์ (Adams and Hamm. 1990 : 33) ที่พบว่า การเรียนแบบร่วมมือมีผลทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางวิชาการ ทั้งในแง่ของการพัฒนาพฤติกรรมเกี่ยวกับการใช้ศัพท์และความรู้ต่าง ๆ การคิดคำนวณและการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ ดูเรน และเชอริงตัน (Duren and Cherington. 1992 : 80-83) ที่พบว่า กลุ่มฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค 4 คน สามารถจดจำและประยุกต์ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มที่ฝึกการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล และสอดคล้องกับการศึกษาของ พาร์คเกอร์ (Parker. 1984) ที่พบว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมที่สามารถใช้พัฒนาทักษะการคิดระดับสูง และการแก้ปัญหาได้

จากผลการศึกษาครั้งนี้พบว่า ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากแผนการสอนที่ใช้พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้กิจกรรมที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง มีประเด็นที่น่าจะตั้งข้อสังเกตต่อการส่งผลดังกล่าว ดังต่อไปนี้

2.1 ก่อนทำการทดลองนักเรียนยังไม่มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับยุทธวิธีการแก้ปัญหา และกระบวนการแก้ปัญหา เมื่อผ่านการสอนที่มุ่งพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ โดยฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหาที่เน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตัวของนักเรียนเอง ทำให้นักเรียนต้องนำความรู้ ทักษะ และความสามารถต่าง ๆ ที่มีอยู่มาใช้ในการแก้ปัญหา ในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน นักเรียนได้แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผล อภิปราย และแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ซึ่งกิจกรรมดังกล่าว ช่วยพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทั้งความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

2.2 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนาสำหรับงานวิจัยนี้นอกจากปัญหาธรรมดาเช่นเดียวกับแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน แล้วยังมีปัญหาที่หลากหลาย เช่น ปัญหาแปลกใหม่ที่เป็นปัญหาหลายขั้นตอนหรือเป็นปัญหาที่แก้ได้หลายวิธี ซึ่งในการแก้ปัญหาคือมีการวางแผน มีการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา รวมถึงปัญหาปลายเปิดที่มีคำตอบไม่เฉพาะเจาะจงหรือมีมากกว่า 1 คำตอบ ซึ่งปัญหาเหล่านั้นอาจเป็นปัญหาที่ให้ข้อมูลไม่เพียงพอหรือให้ข้อมูลเกินที่จำเป็นต้องใช้ และเป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับชีวิตจริงของนักเรียน ในการเลือกปัญหาได้ผ่านการพิจารณาอย่างรอบคอบว่าเป็นปัญหาที่น่าสนใจ ที่กระตุ้นให้นักเรียนอยากที่จะหาคำตอบ เหมาะกับวัยของผู้เรียน และช่วยพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ การแก้ปัญหามาจากสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว ทำให้นักเรียนได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับการแก้ปัญหาย่างหลากหลาย เมื่อเผชิญปัญหาก็จะสามารถปรับเปลี่ยนประสบการณ์และ

ประยุกต์ใช้แก้ปัญหาได้

2.3 กระบวนการเรียนการสอนที่ใช้พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นนำเสนอปัญหา ขั้นปฏิบัติการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย ขั้นเสนอผลการแก้ปัญหา และขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและเป็นผู้ดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 5 ขั้นตอนด้วยตัวของตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้คอยให้ความช่วยเหลือ ให้ความสะดวกและคอยแนะนำ การปฏิบัติกิจกรรมในแต่ละขั้นตอน นักเรียนได้ฝึกและพัฒนาความสามารถต่าง ๆ เช่น การสังเกต การวิเคราะห์ การจำแนก การหาความสัมพันธ์ การสรุป ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร มีเหตุผลสนับสนุนในแต่ละขั้นตอนดังนี้

2.3.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการสร้างความสนใจของนักเรียนให้เกิดความอยากรู้อยากเห็น อยากที่จะคิดแก้ปัญหา รวมทั้งการเพิ่มเติมความรู้ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

2.3.2 ขั้นนำเสนอปัญหา เมื่อครูนำเสนอปัญหาทั้งที่นำเสนอพร้อมกันทั้งชั้น นำเสนอโดยใช้บัตรปัญหาและนำเสนอในใบกิจกรรม นักเรียนได้ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจปัญหา ได้สังเกต วิเคราะห์ จำแนกข้อมูล และหาความสัมพันธ์ของข้อมูล แล้วสรุปเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบ ซึ่งทั้งหมดนี้เป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหา

2.3.3 ขั้นปฏิบัติการแก้ปัญหาในกลุ่มย่อย เป็นการปฏิบัติการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อยที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ เป็นการฝึกการแก้ปัญหาร่วมกันตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ซึ่งเป็นกระบวนการที่ยอมรับกันว่าสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ และดำเนินการแก้ปัญหาในลักษณะที่เป็นพลวัตร ตามแนวคิดของวิลสัน และคณะ เป็นกิจกรรมที่มีการตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมซึ่งกันและกันในแต่ละขั้นตอน ฉะนั้น กิจกรรมในแต่ละขั้นตอน นอกจากจะส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาแล้ว ยังช่วยให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลอีกด้วย

2.3.4 ขั้นเสนอผลการแก้ปัญหา หลังจากที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ให้นำเสนอผลการแก้ปัญหากลุ่มเป็นการนำเสนอแนวคิด และแสดงผลการแก้ปัญหากลุ่ม ซึ่งในการนำเสนอผลการแก้ปัญหามีการอภิปรายซักถามกัน มีการชี้แจงและอธิบายเหตุผลของแนวคิดที่นำเสนอ กิจกรรมดังกล่าวส่งผลต่อความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร รวมทั้งความสามารถในการให้เหตุผลด้วย

2.3.5 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา เป็นการสรุปผลการดำเนินการแก้ปัญหาถึงแนวทางและวิธีคิดในการแก้ปัญหา คำตอบของปัญหา ตลอดจนปัญหาที่พบในขณะดำเนินการ

แก้ปัญหา แล้วสรุปรวมเป็นข้อค้นพบหรือความรู้ใหม่ ในขั้นตอนนี้ได้ช่วยให้นักเรียนบอกเหตุผลและอธิบายถึงผลสรุปที่ได้ เป็นการแสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผล

2.4 กิจกรรมการเรียนการสอน เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหา ร่วมกันในกลุ่มย่อยที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ สมาชิกแต่ละคนนอกจากจะรับผิดชอบงานและการเรียนรู้ของตนเองแล้ว ยังต้องช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มให้เกิดการเรียนรู้เช่นเดียวกัน เพราะคะแนนของแต่ละคนส่งผลต่อค่าเฉลี่ยของกลุ่ม ทำให้นักเรียนทุกคนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมายที่กำหนด นอกจากนั้นการเรียนแบบร่วมมือเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลได้มากขึ้น จึงเป็นการส่งเสริมศักยภาพในการสื่อสารและให้เหตุผลได้มาก

2.5 สภาพการเรียนการสอน เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติและดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน จากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด มีการช่วยเหลือกัน ได้แสดงแนวคิด อธิบายแนวคิด แสดงเหตุผล อภิปราย และแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน ผลจากการทำกิจกรรมดังกล่าว ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ได้ค้นพบวิธีการแก้ปัญหาและหาข้อสรุปด้วยตัวนักเรียนเอง ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของบลูม (Bloom, 1976:4) ที่ว่าวิธีการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการค้นพบด้วยตนเองเป็นวิธีการเรียนการสอนที่ได้ผลดีกว่าการอธิบาย สาธิต แสดงกฎหรือสูตร และวิธีอื่น ๆ ทั้งหมด นอกจากนี้ในใบกิจกรรมที่ใช้ฝึกการแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่นักเรียนต้องแสดงแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในกระบวนการ และสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหอย่างเหมาะสม ประสิทธิภาพในการแก้ปัญหจะช่วยให้นักเรียนสามารถประยุกต์และถ่ายโยงไปสู่การแก้ปัญหาอื่น ๆ ได้

จากการที่ผลการทดสอบปรากฏว่าศักยภาพทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของกลุ่มทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง ในขณะที่ศักยภาพทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งให้เห็นว่า การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องได้รับการเอาใจใส่ มีการฝึกเป็นระบบ มีเป้าหมายที่ชัดเจน มีการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาทางด้านนี้อย่างจริงจัง สำหรับการสอนตามปกติที่มีได้ให้ความสำคัญในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์เป็นพิเศษ ศักยภาพเช่นนี้ก็จะไม่เกิดขึ้น

3. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่เรียนจากแผนการสอนที่ใช้พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้กิจกรรมที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ มี

ศักยภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากแผนการสอนที่ครูใช้อยู่ตามปกติ อย่างเชื่อก็คือ ได้ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ซึ่งสอดคล้องกับผลการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการสอนให้ผู้เรียน ร่วมมือกันเป็นทีมในระดับประถมและมัธยมศึกษาของสลาวิน (Slavin, 1980 : 315-342) จำนวน 28 เรื่อง ที่พบว่า การเรียนแบบร่วมมือทำให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าการเรียนแบบ อื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติถึง 27 เรื่อง และสอดคล้องกับผลงานวิจัยของดูเรนและเชอริงตัน (Duren and Cherington, 1992 : 80-83) ที่ศึกษานักเรียนเกรด 7 และ 8 ในรายวิชา pre-algebra พบว่านักเรียนกลุ่มที่แก้ปัญหาโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือที่ใช้เทคนิค 4 คน สามารถจดจำและ ประยุกต์ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มที่ฝึกแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล ซึ่งสอดคล้อง กับผลการศึกษาของ พาร์เคอร์ (Parker, 1984) ที่พบว่า การเรียนแบบร่วมมือเป็นกิจกรรมที่ สามารถใช้พัฒนาทักษะการคิดระดับสูงและการแก้ปัญหาได้

ผลจากการศึกษาครั้งนี้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่เรียนจากแผนการสอนที่ใช้พัฒนา ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ที่ฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้กิจกรรมที่เป็นการเรียนแบบ ร่วมมือ มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนจากแผนการสอนที่ครูใช้อยู่ตามปกติ ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นด้วยเหตุผลต่อไปนี้

3.1 สถานการณ์ปัญหาที่นำมาเป็นสื่อในการพัฒนามีลักษณะพิเศษ ดังรายละเอียด ในข้อ 2.2 นั้นแตกต่างจากปัญหาตามแผนการสอนที่ครูใช้สอนตามปกติ ที่ส่วนมากเป็นปัญหา ที่มุ่งส่งเสริมความสามารถในการคิดคำนวณ และใช้เฉพาะความรู้ที่เรียนรู้ในขณะนั้นในการ แก้ปัญหาซึ่งไม่เพียงพอต่อการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์

3.2 กระบวนการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอนและสภาพการเรียน การสอนมีลักษณะพิเศษ ที่มุ่งพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ แตกต่างจากกระบวนการเรียน การสอนที่ครูใช้สอนตามปกติ ซึ่งมักเป็นการสอนโดยครูอธิบายความหมายหรือให้บทนิยาม ยกตัวอย่างประกอบ แล้วให้ฝึกหาคำตอบเป็นรายบุคคล

ข้อสังเกต ในการสอนโดยใช้แผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนา ศักยภาพ ทางคณิตศาสตร์

1. การสอนเพื่อพัฒนา ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียน การสอนที่เป็นการเรียนแบบร่วมมือ ในระยะแรกนักเรียนไม่คุ้นเคยกับกิจกรรมการเรียนการสอน แบบนี้ เมื่อให้แก่วิธีการร่วมกัน นักเรียนไม่กล้าแสดงออก ไม่กล้าที่จะซักถามหรืออภิปราย ปัญหา ร่วมกัน มุ่งที่จะคิดแก้ปัญหาหรือหาคำตอบตามลำพัง ทำให้การร่วมมือกันในระยะ

เริ่มแรกยังไม่เกิดขึ้น เมื่อนักเรียนคุ้นเคยและเข้าใจถึงเป้าหมายของกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว นักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหามากขึ้น มีการอธิบาย แสดงแนวคิด ชี้แจงเหตุผลกันในกลุ่ม หลังจากอภิปรายผลการแก้ปัญหาและสรุปผลการแก้ปัญหาแล้ว แต่ละกลุ่มปรับปรุงงานของกลุ่มตนเองให้อีกต้องสมบูรณ์ ผลจากกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวนี้พอสรุปได้ดังนี้

- 1.1 ช่วยพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ทั้งนี้เพราะทุกคนต้องปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกัน เกิดการเรียนรู้และประสบผลสำเร็จร่วมกันทุกคนในกลุ่ม
- 1.2 การช่วยเหลือกันในกลุ่มช่วยให้นักเรียนที่เรียนอ่อนได้เกิดการเรียนรู้ในการแก้ปัญหา และสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น
- 1.3 ผลจากความสำเร็จร่วมกันทำให้นักเรียนเกิดความภูมิใจ และสังเกตได้ว่านักเรียนมีความมั่นใจในตนเองมากขึ้น
- 1.4 จากการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มที่มีการช่วยเหลือและรับผิดชอบร่วมกันในการเรียนรู้ทำให้นักเรียนเกิดความเห็นอกเห็นใจกัน มีความเข้าใจถึงความสามารถของแต่ละบุคคลที่แตกต่างกัน มีความรู้สึกที่ดีต่อกัน
- 1.5 ผลจากความสำเร็จในการแก้ปัญหาร่วมกัน ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะนักเรียนอ่อน

1.6 การแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย นักเรียนรู้สึกสบาย ไม่เครียด และลดความวิตกกังวลว่าจะทำไม่ได้ เพราะมีเพื่อนช่วยกันคิดหลายคน แต่ทั้งนี้ครูต้องไม่ลืมว่านักเรียนต้องทำกิจกรรมทั้งร่วมกันและรายบุคคล

2. การใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือกันในกลุ่มย่อยตลอดเวลาทำให้นักเรียนบางคน โดยเฉพาะนักเรียนเก่งมีความรู้สึกว่าเป็นภาระที่ต้องรับผิดชอบและต้องช่วยเหลือคนอื่น แทนที่จะใช้เวลาแก้ปัญหานั้นที่ท้าทายอื่น ๆ นับว่าเป็นการฝึกให้นักเรียนที่เรียนดี ให้รู้จักเอื้อเฟื้อต่อผู้อื่น ดังนั้น ครูต้องช่วยสร้างให้ความรู้สึกที่ดีนี้ด้วย

3. ในการทำงานและแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่ม ถ้าเป็นกลุ่มเพื่อนสนิทนักเรียนมีความสุขและพอใจที่จะทำงานร่วมกันและทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ แต่ถ้าเป็นกลุ่มที่ไม่ค่อยสนิท การพูดคุย อธิบายและช่วยเหลือกันเกิดขึ้นน้อย และจากการสอบถามและสัมภาษณ์ ถ้าจะมีการแบ่งกลุ่มนักเรียนต้องการที่จะจัดกลุ่มกันเอง

ข้อเสนอแนะ

สำหรับครู

1. ควรใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือผสมผสานไปกับการเรียนการสอนตามปกติ

2. กิจกรรมการเรียนการสอนในแต่ละครั้งควรให้มีความหลากหลาย การแบ่งกลุ่มเรียนแบบร่วมมือเกือบตลอดคาบทุก ๆ ครั้งอาจทำให้นักเรียนรู้สึกเบื่อ
3. การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนควรได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ผสมผสานไปกับการเรียนการสอนของครูตามปกติ
4. ผู้สอนควรให้ความสำคัญต่อการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ และมีการวางแผนพัฒนาอย่างเป็นระบบสอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนการสอน
5. ให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาบ่อย ๆ ผูกการให้เหตุผลควบคู่ไปด้วย และจัดให้นักเรียนใช้ภาษาเพื่อสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์อยู่เป็นประจำ ซึ่งสอดคล้องตามที่ เลสเตอร์ (Lester, 1994 : 666) ได้สรุปผลการวิจัยต่าง ๆ เกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ว่า “นักเรียนจะต้องแก้ปัญหาหลาย ๆ ปัญหา เพื่อพัฒนาความสามารถให้ดีขึ้น”

สำหรับหน่วยงานหรือผู้ที่เกี่ยวข้องในการจัดการเรียนการสอน

1. ควรกำหนดให้ศักยภาพทางคณิตศาสตร์เป็นเป้าหมายสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะศักยภาพทางคณิตศาสตร์เป็นคุณลักษณะที่สำคัญและจำเป็นสำหรับบุคคลที่จะดำรงอยู่ในสังคม และเพื่อเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งในการเรียนรู้ตลอดชีวิต
2. หน่วยงานหรือผู้ที่เกี่ยวข้องในการจัดการเรียนการสอนควรหาแนวทางในการส่งเสริมและสนับสนุนให้การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นในชั้นเรียน
3. ส่งเสริมให้มีการใช้กิจกรรมแบบร่วมมือให้มากขึ้น เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ เพราะนอกจากนักเรียนจะได้พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์แล้ว ยังได้พัฒนาคุณลักษณะทางสังคมไปพร้อม ๆ กันด้วย โดยเฉพาะการช่วยเหลือกันและการทำงานร่วมกัน

สำหรับการวิจัย

1. ควรทำการวิจัยในลักษณะเช่นนี้อีก โดยใช้ระยะเวลามากกว่า 1 ภาคเรียน
2. ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาการสอนที่ผสมผสานวิธีการเรียนแบบร่วมมือไปกับการเรียนการสอนแบบอื่น ๆ
3. ควรทำการวิจัยการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ แยกเป็นแต่ละด้านโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย
4. ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาการสอดคล้องวิธีการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนตามปกติเป็นระยะยาว ตลอดหลักสูตร

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กนิษฐา อุ่นอนันต์. การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผลกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2532. อัดสำเนา.
- การฝึกหัดครู, กรม. รายงานผลการวิจัยโครงการสภาพแวดล้อมห้องเรียน : ระยะที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2530.
- เกษม วิจิโน. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TGT กับกิจกรรมตามคู่มือครูของ สสวท. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2535. ถ่ายเอกสาร.
- โกวิท ประวาลพุกัญ. การพัฒนาทรัพยากรมนุษย์สำหรับอนาคต. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา, 2534.
- ขวัญใจ บุญฤทธิ์. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความมีวินัยในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบ TAI กับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2535. ถ่ายเอกสาร.
- คณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, สำนักงาน. แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติฉบับที่ 8 (พ.ศ.2540-2544) ฉบับร่าง. กรุงเทพฯ : สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาการเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ, 2539.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. แผนการศึกษาแห่งชาติ พุทธศักราช 2535. กรุงเทพฯ : บริษัทอมรินทร์พริ้นติ้งกรุ๊ป จำกัด, 2535.
- จันทร์เพ็ญ ธนาสุกรกุล. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526. อัดสำเนา.
- ชูศรี วงษ์รัตนะ. เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์และทำปกเจริญผล, 2525.

ถวิล ธาราโกชน. จิตวิทยาสังคม. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : ห้างหุ้นส่วนจำกัดปาฐกาสณ์, 2524.

✓ ทดสอบทางการศึกษา, สำนัก, กรมวิชาการ. รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2536. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2538.
บุญเรียง ขจรศิลป์. สถิติวิจัย I. ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2530.

_____. สถิติวิจัย II. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์การพิมพ์, 2533.

บุญราย ชูรักษา. ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดสุราษฎร์ธานี. วิทยานิพนธ์ ค.ม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2524. อัดสำเนา.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. "การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์," วารสารคณิตศาสตร์. ปริมา 38 ฉบับที่ 434-435 : 62-74 ; พฤศจิกายน-ธันวาคม 2537.

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร. ผลการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ กศ. ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527. อัดสำเนา.

พรรณี ช.เจนจิต. จิตวิทยาการเรียนการสอน. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์อมรินทร์การพิมพ์, 2528.

มยุรี สาลิวศ์. การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความภาคภูมิใจในตนเองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2535. ถ่ายเอกสาร.

✓ ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.

ละเอียด รักเผ่า. รูปแบบการสอนเป็นกลุ่มที่ให้ผลการเรียนใกล้เคียงกับผลการสอนแบบครูหนึ่งคนต่อนักเรียนหนึ่งคน. วิทยานิพนธ์ กศ.ค. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2526. อัดสำเนา.

วันทนา นิยมจันทร์. การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้ และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยวิธีสอนที่ใช้สถานการณ์จำลองกับการสอนตามปกติ. วิทยานิพนธ์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2528. อัดสำเนา.

วัชร บวรสิงห์. “การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล,” ใน เอกสารการสอน
ชุดวิชา การสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.

วิจัยทางการศึกษา, กอง. รายงานการวิจัยการจัดการศึกษาระดับประถมศึกษา มัธยมศึกษาและ
อาชีวศึกษาของไทยในทศวรรษหน้า ที่สอดคล้องกับลักษณะการเปลี่ยนแปลงทางสังคม.
กรุงเทพฯ : กองวิจัยทางการศึกษา, กรมวิชาการ, กระทรวงศึกษาธิการ, 2534.

_____. รายงานการวิจัยการศึกษาความเป็นไปได้ของแนวการจัดการศึกษาระดับประถม มัธยม
และอาชีวศึกษาของไทยในทศวรรษ 1990. กรุงเทพฯ : กองวิจัยทางการศึกษา,
กรมวิชาการ, กระทรวงศึกษาธิการ, 2536.

วิชาการ, กรม. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา, 2533.

_____. คู่มือหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533).
พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์การศาสนา, 2535.

ศรไกร รุ่งรอด. การศึกษาค้นคว้าหาคำตอบทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และการให้ความร่วมมือ
ต่อกลุ่มของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ
STAD กับกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือครูของ สสวท. ปริญญาโท กศ.ม. กรุงเทพฯ :
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. ถ่ายเอกสาร.

ศึกษานิเทศก์, กรมสามัญศึกษา. คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้นกระบวนการ
วิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ม.ป.ท., 2534.

ส.วาสนา ประवालพฤษย์. “การสอบการปฏิบัติ,” วารสารการวัดผลการศึกษา. 6(1) : 1-11 ;
พฤษภาคม-สิงหาคม 2527.

✓ สมเจตน์ ไวยาการณ์. รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล.
ปริญญาโท กศ.ด. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530.
อัดสำเนา.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษา
ปีที่ 1-2 คณิตศาสตร์ 2. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
2536.

สุโขทัยธรรมาธิราช, มหาวิทยาลัย. เอกสารชุดการสอนวิชาความคิดเชิงสร้างสรรค์ หน่วยที่
1-15. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.

- สุชาติ ประสิทธิ์รัฐสินธุ์. ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 8. กรุงเทพฯ : หจก. ภาพพิมพ์, 2536.
- สุชาติ รัตนกุล. "การพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์," เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. หน้า 513-561. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2526.
- สุนีย์ เหมาะประสิทธิ์. การพัฒนาชุดการเรียนการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปรินูญานินท์ กศ.ค. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533. ถ่ายเอกสาร.
- สุภาวศ์ อันทวนิช. วิธีการวิจัยเชิงคุณภาพ. พิมพ์ครั้งที่ 5. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2537
- สุมนมาศ สันโคด. ความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2. ปรินูญานินท์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520. อัดสำเนา.
- สุภานันท์ เสถียรศรี. การศึกษาค้นคว้าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยใช้แบบฝึกกิจกรรมการคิดกับการสอนตามคู่มือ. ปรินูญานินท์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2536. ถ่ายเอกสาร.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. จิตวิทยาการศึกษา. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2536.
- สุดสวาท จันทรมูล. ผลการสอนโจทย์ปัญหา 2 วิธีที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดหาเหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ. ปรินูญานินท์ กศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530. อัดสำเนา.
- อนันต์ ศรีโสภะ. เครื่องมือวิจัยและวิธีการตรวจสอบคุณภาพ. คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2534.
- อัจฉราพร ทรัพย์แก้ว. การศึกษาค้นคว้าผลของการมีส่วนร่วมในกระบวนการปฏิสัมพันธ์กลุ่มต่อการพัฒนาด้านทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณในห้องเรียนแบบร่วมมือ วิชาสร้างเสริมประสบการณ์ชีวิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2536. ถ่ายเอกสาร.

อนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์, คณะ. ชุดเสริม
ประสบการณ์สำหรับครูคณิตศาสตร์. ทบวงมหาวิทยาลัย, 2524.

อารี สันหลวี. การวิจัยและพัฒนาสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ประถมศึกษา. ภาควิชา
 หลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร, 2523.

อำนาจ เลิศขันธ์. การศึกษความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองกับความสามารถทาง
ด้านการศึกษาก่อนแก้ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา.
 ปริญญานิพนธ์ กศ.ค. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร,
 2523. อีศสำเนา.

Adams, Dennis M. and Mary E. Hamm. Cooperative Learning : Critical Thinking and
Collaboration Across the Curriculum. Illinois : Charles C. Thomas Publisher, 1990.

Adams, Sam., Leslie Ellis and B. F. Beeson. Teaching Mathematics with Emphasis
on the Diagnostic Approach. New York : Harper & Row, Publishers, 1977.

Ajose, Sunday A. and Virginia G. Joyner. "Cooperative Learning : The Rebirth of an
 Effective Teaching Strategy," Educational Horizons. 197-201 ; Summer, 1990.

✓ Artzt, Alice F. and Claire M. Newman. "Cooperative Learning," The Mathematics Teacher.
 83(6) : 448-452 ; September, 1990.

————. How to use Cooperative Learning in the Mathematics Class. Reston, Virginia : The
 National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1990.

Azzolino, Aggie. "Writing as a Tool for Teaching Mathematics : The Silent Revolution,"
 in Teaching and Learning Mathematics in the 1990s. 1990 yearbook. edited
 by Thomas J. Cooney and Christian R. Hirsch. p. 92-100. Reston, Virginia : The
 National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1990.

Baroody, Arthur J. Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8. Helping Children
Think Mathematically. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.

Battistich, Victor., Daniel Solomon and Kevin Delucchi. "Interaction Processes and Student
 Outcomes in Cooperative Learning Groups," The Elementary School Journal
 94(1) : 19-32 ; 1993.

- Bell, Frederick H. Teaching and Learning Mathematics (in Secondary Schools). Dubuque, Iowa : Wm. C. Brown Company Publishers, 1978.
- Biliter, Gary G., Mary M. Hatfield and Noney T. Edwards. Mathematics Method for the Elementary and Middle Schools. A Comprehensive Approach. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1989.
- Bloom, Benjamin S. Haman Characteristics and School Learning. New York : McGraw-Hill Book Company, 1976.
- Borich, Eary D. Observation Skills for Effective Teaching Method. New York : Macmillan Publishing Company, 1994.
- Branca, Nicholas A. "Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill," in Problem Solving in School Mathematics 1980 Yearbook. p. 3-8. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1980.
- Brandt, Ron. "Teaching of Thinking," Educational Leadership. 40(9) : 3 ; May, 1983.
- , "Teaching of Thinking, for Thinking, about Thinking," Educational Leadership. 42(1) : 3 ; September, 1984.
- Burns, Marilyn. "How to Teach Problem Solving," Arithmetic Teacher. 29(6) : 46-49 ; February, 1982.
- ✓ California State Department of Education. Mathematics Framework for California Public Schools. Kindergarten Through Grade Twelve. Sacramento, California, 1985.
- Carpenter, Thomas P. and others. "Achievement in Mathematics : Results from the National Assessment," The Elementary School Journal. 84(5) : 485-496 ; 1984.
- Charles, Randall and Frank K. Lester. Teaching Problem Solving. What Why & How. Dale Seymour Publications, 1982.
- Charles, Randall., Frank K. Lester and Phares O'Daffer. How to Evaluate Progress in Problem Solving. Reston, Virginia. : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1987.
- Clarkson, S. P. "A Study of the Relationships among Translation and Problem Solving Abilities," Dissertation Abstracts International. 39 : 4101-A ; January, 1979.
- Cobb, P. "A Reaction to Three Early Number Papers," Journal for Research in Mathematics Education. 16 : 141-145 ; 1985.

- ✓ Cobb, P. and others. "Creating a Problem-Solving Atmosphere," Arithmetic Teacher. 36(1) : 46-47, 1988.
- Cohen, Elizabeth G. "Restructuring the Classroom : Conditions for Productive Small Groups," Review of Educational Research. 64(1) : 1-35 ; Spring, 1994.
- Collison, Judith. "Using Performance Assessment to Determine Mathematical Dispositions," Arithmetic Teacher. 39(6) : 40-47 ; February, 1992.
- ✓ Cooney, Thomas and Susan N. Friel. "Evaluating the Teaching of Mathematics : The Road to Progress and Reform," Arithmetic Teacher. 39 (6) : 62-64 ; February, 1992.
- Courcier, Laura I. and Larry J. Stephens. "A Comparison of the Effects of Constant Co-operative Grouping versus Variable Co-operative Grouping on Mathematics Achievement among Seven-Grade Students," International Journal in Mathematics and Science. 24(5) : 711-715 ; 1993.
- Curcio, Frances R. "Mathematics as Communication : Using a Language-Experience Approach in the Elementary Grades," in Teaching and Learning Mathematics in the 1990s. 1990 yearbook. edited by Thomas J. Cooney and Christian R. Hirsch. p. 69- 75. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1990.
- ✓ Day, Roger P. "A Problem-Solving Component for Junior High School Mathematics," Arithmetic Teacher. 32(2) : 14-17 ; October, 1986.
- Davidson, Neil. "Small-Group Cooperative Learning in Mathematics," in Teaching and Learning Mathematics in the 1990s. 1990 yearbook. edited by Thomas J. Cooney and Christian R. Hirsch. p. 52-61. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, 1990.
- Davidson, Neil and Diana Lambdin Kroll. "An Overview of Research on Cooperative Learning Related to Mathematics," Journal for Research in Mathematics Education. 22(5) : 362-365 ; 1991.
- Dees, Roberta L. "The Role of Cooperative Learning in Increasing Problem-Solving Ability in a College Remedial Course," Journal for Research in Mathematics Education. 22(5) : 49-421 ; 1991.

Duren, Phillip E. and April Cherington. "The Effects of Cooperative Group Work versus Independent Practice on the Learning of Some Problem Solving Strategies," School Science and Mathematics. 92(2) : 80-83 ; February, 1992.

Fendel, Daniel M. Understanding the Structure of Elementary School Mathematics. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1987.

Frank, Martha L. "Problem Solving and Mathematical Beliefs," Arithmetic Teacher. 35(5) : 32-34 ; January, 1988.

Gilbert-Macmillan, K. M. "Mathematical Problem Solving in Cooperative Small Groups and Whole Class Instruction," Dissertation Abstracts International. 44 : 2700-A ; 1983.

Gonzales, Nancy A. "Problem Posing : A Neglected Component in Mathematics Courses for Prospective Elementary and Middle School Teachers," School Science and Mathematics. 94(2) : 78-84 ; February, 1994.

Good, Thomas L., Catherine Mulryan and Mary Mecaslin. "Grouping for Instruction in Mathematics : A Call for Programmatic Research on Small-Group Processes," in Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. edited by Douglas A. Grouws. p. 334-370. New York : Macmillan Publishing Company, 1992.

Gooya, Zahra. "Influences of Metacognition-Based Teaching and Teaching via Problem Solving on Students' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem-Solving," Dissertation Abstracts International. 54 : 2865-A ; February, 1994.

✓ Greenwood, Jonathan Jay. "On the Nature of Teaching and Assessing 'Mathematical Power' and 'Mathematical Thinking'," Arithmetic Teacher. 41(3) : 144-152 ; November, 1993.

Guilford, J. P. and Hoepfner. The Analysis of Intelligence. New York : McGraw-Hill, 1971.

Hart, Lynn C. "Same Factors That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving," Journal for Research in Mathematics Education. 24(2) : 167-171 ; March, 1993.

Hatfield, Mary M., Noney T. Edwards and Gury G. Bilter. Mathematic Methods for the Elementary and Middle School. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1993.

Heddens, James W. and William R. Speer. Problem Solving, Decision Making, and Communicating in Mathematics. 7th ed. New York : Macmillan Publishing Company, 1992.

Hopp, Carolyn Mac. "Cooperative Learning in a Mathematics Class and the Influence of Task on Peer Interactions," Dissertation Abstracts International. 55 : 498-A ; September, 1994.

Hoyles, Celia. "What is the Point of Group Discussion?" Educational Studies in Mathematics. 16(2) : 205-214 ; 1985.

/ Johnson, David W. and Roger T. Johnson. "Cooperative Learning in Mathematics Education," in New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 yearbook. p. 234-245. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1989.

———. Cooperative Learning. Minnesota : A Publication of Interaction Book Company, 1984.

———. Learning Together and Alone : Cooperative, Competitive and Individualistic Learning. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, 1991.

———. "Using Cooperative Learning in Math," in The Cooperative in Mathematics. A Handbook for Teachers. Menlo Park, California : Addison-Wesley Publishing Company, 1990.

- / Johnson, David W. and others. "Effects of Cooperative, Competitive, and Individualistic Goal Structures on Achievement : A Meta-Analysis," Psychological Bulletin. 89 : 47-62 ; 1981.

Joyce, Bruce and Marsha Weil. Models of Teaching. 3rd ed. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, 1986.

* Kantowski, Mary Grace. "Some Thoughts on Teaching for Problem Solving," in Problem Solving in School Mathematics. 1980 yearbook. p. 195-203. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1980.

Kaur, Berinderjeet. "Mathematical Problem Solving in the Classroom. The Why, What and How," Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia Seameo Recsam. xvi(1) : 70-78 ; January, 1993.

Kennedy, Leonard M. Guiding Children's Learning of Mathematics. 4th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company, 1984.

Kennedy, Leonard M. and Steve Tipp. Guiding Children's Learning of Mathematics 1994. 7th ed. Belmont, California : Wadsworth Publishing Company, 1994.

Kloosterman, Peter and Frances K. Stage. "Measuring Beliefs about Mathematical Problem Solving," School Science and Mathematics. 92(3) : 109-115 ; March, 1992 .

* Krulik, Stephen and Robert E. Reys. Problem Solving in School Mathematics. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1980.

———. A Sourcebook for Teaching Problem Solving. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1984.

✓ Krulik, Stephen and Jesse A. Rudnick. Problem Solving. A Handbook for Teachers. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1990.

———. Reasoning and Problem Solving. A Handbook for Elementary School Teachers. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1993.

———. "Reflect . . . for better Problem Solving and Reasoning." Arithmetic Teacher. 41(6) : 334-338 ; February, 1994.

Lappan, Glenda and Joan Ferrini-Mundy. "Knowing and Doing Mathematics : A New Vision for Middle Grades Students," The Elementary School Journal. 93(5) : 625-641, 1993.

Lappan, Glenda and Pamela W. Schram. "Communication and Reasoning : Critical Dimensions of Sense Making in Mathematics," in New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 yearbook. p. 14-30. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1989.

✓ Lester, Frank K. "Ideas about Problem Solving : A Look at Some Psychological Research," Arithmetic Teacher. 25(2) : 12-14 ; November, 1977.

———. "Musings about Mathematical Problem Solving Research : 1970-1994," Journal for Research in Mathematics Education. 25(6) : 660-675 ; 1994.

Lester, Frank K. and Diana Lambdin Kroll. "Evaluation : a New Vision," The Mathematics Teacher. 84(4) : 276-284 ; April, 1991.

Leshner, Ronald E. "A Study of Logical Thinking in Grade Four through Seven,"

Dissertation Abstracts International. 32 : 2487-A ; November, 1971.

Lindquist, Mary Montgomery. "Mathematics Content and Small-Group Instruction in Grades Four through Six," The Elementary School Journal. 89(5) : 625-632 ; May, 1989.

✓ Masingila, Joanna O. "Using Polya to Foster a Classroom Environment of Real-World Problem Solving," School Science and Mathematics. 93(5) : 245-249 ; May/June, 1993.

McAloon, Ann and Edith G. Robinson. "How Do you Evaluate Problem Solving?"

Arithmetic Teacher. 35(8) : 49-51 ; April, 1988.

✓ Mcleod, Douglas B. "Affective Responses to Problem Solving," The Mathematics Teacher, 86(9) : 761-763 ; December, 1993.

Meier, Sherry L. "Evaluating Problem-Solving Processes," The Mathematics Teacher.

85(8) : 664-666 ; November, 1992.

Mulryan, Catherine M. "Perceptions of Intermediate Students' Cooperative Small-Group Work in Mathematics," Journal of Educational Research. 87(5) : 280-291 ; May/June, 1994.

Muraski, Sue Virginia. "A Study of Effects of Explicit Reading Instruction on Reading Performance in Mathematics and on Problem Solving Ability of Sixth Grade,"

Dissertation Abstracts International. 39 : 4104-A ; January, 1979.

National Research Council. Everybody Counts. A Report to the Nation on the

Mathematics Education. Washington, D.C : National Academy Press, 1989.

✓ National Council of Supervisors of Mathematics. "Essential Mathematics for the Twenty-First Century," The Mathematics Teacher. 82 (6) : 470-474 ; September, 1989.

✓ _____ . "Position Paper on Basic Skills," Arithmetic Teacher. 25(5) : 19-22 ; October, 1977.

✓ National Council of Teachers of Mathematics. An Agenda for Action. Recommendations for School Mathematics, 1980s. Dale Seymour Publications, 1980.

✓ _____ . Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, Virginia : The National council of teachers of Mathematics, Inc., 1989.

- _____. Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1991.
- Nichols, Joey Del. "The Effects of Cooperative Learning on Student Achievement and Motivation in a High School Geometry Class," Dissertation Abstracts International. 55 : 460-A ; September, 1994.
- Noddings, Nel. "Small Groups as a Setting for Research on Mathematical Problem Solving," in Teaching and Learning Mathematical Problem Solving : Multiple Research Perspectives. p.345-359. Hillsdale, NJ : Erlbaum Associates, 1985.
- _____. "Theoretical and Practical Concerns about Small Groups in Mathematics," The Elementary School Journal. 89(5) : 607-623 ; May, 1989.
- O'Daffer, Phares G. "Problem Solving : Tips for Teacher," Arithmetic Teacher. 32(2) : 34-35 ; January, 1985.
- _____. "Problem Solving : Tips for Teacher," Arithmetic Teacher, 32(4) : 34-35 ; March, 1985.
- _____. "Inductive and deductive Reasoning," The Mathematics Teacher. 93(6) : 379-380. May, 1990 .
- O'Daffer, Phares G. and Bruce A. Thornquist. "Critical Thinking, Mathematical Reasoning, and Proof," in Research Ideas for the Classroom, High School Mathematics. p. 39-56. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.
- Pallrand, G.J. "The Transition to Formal Thought," Journal Research in Science Teaching. 5(6) : 445-451 ; November, 1979.
- Parker, R. "Small Group Cooperative Learning in the Classroom," OSSC Bulletin, 27(7), 1984.
- Paul, Richard W. "Critical Thinking : Fundamental to Education for a Free Society," Educational Leadership. 42(1) : 4-14 ; September, 1984.
- Perdikaris, S. C. "Applications of Ergodic Chains to Problem Solving," International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 24(3) : 423-427 ; May-June, 1993.
- Piaget, J. and Inhelder, B. The Growth of Logical Thinking from Childhood to Adolescence. New York : Basic Book, 1958.

- Pimm, David. Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classrooms.
London : Routledge and Kegan Paul, 1987.
- Polya, G. How To Solve It. A New Aspect of Mathematical Method. Garden City,
New York : Doubleday and Company, 1957.
- Ray, Charles Lear. "A Comparative Laboratory Study of the Effects of Lower Level and
Higher Level Questions on Students' Abstract Reasoning and Critical Thinking in
two Non-Directive High School Chemistry Classrooms," Dissertation Abstracts
International. 40 : 3220-A ; December, 1979.
- Reynolds, Anne Marie. "Imaging in Children's Mathematical Activity (Problem Solving),"
Dissertation Abstracts International. 54 : 1274-A, October, 1993.
- Reys, Robert E., Marilyn N. Suydum and Mary Montgomery Lindquist. Helping Children
Learn Mathematics. 3rd ed. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1992.
- Riedesel, C. Alan. Teaching Elementary School Mathematics. 5th ed. Englewood Cliffs,
New Jersey : Printice-Hall, 1990.
- Rowan, Thomas E. and Lorna J. Morrow. Implementing K-8 Curriculum and
Evaluation Standards. Reading from the Arithmetic Teacher. Reston Virginia : The
National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1993.
- Schroeder, Thomas L. and Frank K. Lester. "Developing Understanding in Mathematics via
Problem Solving," in New Directions for Elementary School Mathematics.
1989 Yearbook. Edited by Paul R. Trafton. Reston Virginia : The National Council
of Teachers of Mathematics, Inc., 1989.
- Scopes, P. G. Mathematics in Secondary Schools-A Teaching Approach. Cambridge at the
University Press. 1973.
- Sharan, Shlomo. "Cooperative Learning in Small Groups : Recent Methods and
Effects on Achievement, Attitudes, and Ethnic Relations," Review of Educational
Research. 50(2) : 241-271 ; Summer, 1980.
- Sharan, S., Lazarowitz, R. and Ackerman, Z. Academic Achievement of Elementary School
Children in Small Group versus Whole-Class Instruction. Journal of Experimental
Education. 48 (2) : 125-129 ; 1980.
- Simmons, Malcolm. The Effective Teaching of Mathematics. London : Longman, 1993.

Slavin, Robert E. "Cooperative Learning," Review of Educational Research.

50(2) : 315-342 ; Summer, 1980.

———. Cooperative Learning. London : Longman, 1983.

———. Cooperative Learning. Theory, Research, and Practice. Englewood Cliffs,
New Jersey : Prentice-Hall, 1990.

———. "Synthesis of Research on Grouping in Elementary and Secondary Schools,"
Educational Leadership, 46(1) : 67-75 ; September, 1988.

Smith, Karl J. Problem Solving. Pacific Grove, California : Brooks/Cole Publishing
Company, 1991.

✶ Sobel, Max A. and Evan M. Maletsky. Teaching Mathematics. A Sourcebook of Aids,
Activities, and Strategies. 2nd ed. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall,
1988.

✓ Sutlon, Gail Oberholtzer. "Cooperative Learning Works in Mathematics," The Mathematics
Teacher, 85(1) : 63-66 ; January, 1992.

Suydam, Marilyn N. "Update on Research on Problem Solving : Implications for
Classroom Teaching," Arithmetic Teacher. 29(6) : 56-60 ; February, 1982.

Swartz, Robert J. "Restructuring Curriculum for Critical Thinking," Educational
Leadership. 43(8) : 43-44 ; May, 1986.

Swing, Susan R. and Penelope L. Reterson. "The Relationship of Student Ability and
Small-Group Interaction to Student Achievement," American Educational
Research Journal. 19(2) : 259-274 ; Summer, 1982.

Szetela, alter. "The Problem of Evaluation in Problem Solving : Can We Find
Solutions?" Arithmetic Teacher. 35(3) : 36-41 ; November, 1987.

Taylor, Jill. "Socially Assisted Learning and Mathematical Problem-Solving(Vygotskian),"
Dissertation Abstracts International. 55 : 633-B ; August, 1994.

Taylor, Ross. "The Potential of Small-Group Mathematics Instruction in Grades Four
through Six," The Elementary School Journal. 89(5) : 633-64 ; 1989.

Thiessen, Diane. and others. Elementary Mathematical Method. 3rd ed. New York :
Macmillan Publishing Company, 1989.

Thurlow, Deborah Lee. "The effects of Journal Writing on Fifth-Grade Subjects Mathematics Attitudes and Achievement," Dissertation Abstracts International. 5 : 2620-A, July, 1996.

Tougaw, Paul William. "A Study of the Effect of Using an 'Open Approach' to Teaching Mathematics upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary School Students," Dissertation Abstracts International. 54 : 2934-A ; February, 1994.

Tucker, Benny Francis. "A Correlation Study of Three Primary Skills which Contribute to Arithmetic Problem Ability among Fourth Grade Students," Dissertation Abstracts International. 5 : 2620-A, November, 1975.

Trafton, Paul R. and Albert P. Shulte. New Directions for Elementary School Mathematics. 1989 yearbook. Reston, Virginia : The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 1989.

Webb, Noreen M. "Student Interaction and Learning in Small Groups," Review of Educational Research. 52(3) : 421-445 ; May, 1982.

———. "Task-Related Verbal Interaction and Mathematics Learning in Small Groups," Journal for Research in Mathematics Education. 22(5) : 366-389 ; 1991.

*———. "Assessment of Students' Knowledge of Mathematics : Steps Toward a Theory," in Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. edited by Douglas A. Grouws. New York : Macmillan Publishing Company, 1992.

Wiemann, John M. and Philip Backlund. "Current Theory and Research in Communicative Competence," Review of Educational Research. 50(1) : 185-199 ; Spring, 1989.

Wilson, James W., Maria L. Fernandez and Nelda Hadaway. "Mathematical Problem Solving," in Research Ideas for the Classroom, High School. p. 57-78. New York : Macmillan Publishing Company, 1993.

Zuler, Randi L. "Cooperative Learning by Fifth-Grade Students : The Effects of Scripted and Unscripted Techniques," Dissertation Abstracts International. 53 : 2684-A ; February, 1993.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ ที่ช่วยตรวจสอบความเหมาะสม ความเป็นไปได้ของกิจกรรม การเรียนการสอน และตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา และความเหมาะสมของแบบทดสอบ ก่อนและหลังเรียน และแบบทดสอบวัดทักษะย่อย ที่ใช้วัดศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีดังนี้

1. รศ.ดร.ปิยวดี วงษ์ใหญ่
อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร
2. ดร.ชูศักดิ์ ขัมภลิขิต
อาจารย์ประจำบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร
3. รศ.ดร.สิริพร ทิพย์คง
อาจารย์ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
4. อาจารย์ทรงศรี ตุ่นทอง
ศึกษานิเทศก์ หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 6
5. อาจารย์วาสนา เขตกัน
ศึกษานิเทศก์ หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 6
6. อาจารย์วรพร สกฤตจิตรานนท์
อาจารย์ 2 ระดับ 7 โรงเรียนบ้านหมีวิทยา อำเภอบ้านหมี จังหวัดลพบุรี
7. อาจารย์นิลเนตร ใจกว้าง
อาจารย์ 2 ระดับ 7 โรงเรียนพระนารายณ์ อำเภอเมือ จังหวัดลพบุรี

ภาคผนวก ข
ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

ตาราง 5 ตารางข้อมูลคะแนนที่ได้จากการตรวจผลงานและการทดสอบ โรงเรียนพระนารายณ์
จังหวัดลพบุรี

เลขที่	คะแนนการตรวจผลงาน (ครั้งที่)						ทดสอบ (ครั้งที่)			สอบ	
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1.	5	5	7	7	5	7	1	3	6	10	11
2	6	4	5	5	6	7	6	3	3	11	17
3	5	5	7	7	6	8	8	8	6	19	32
4	4	4	5	5	5	6	6	4	3	19	18
5	4	4	7	7	5	6	1	3	2	10	13
6	5	5	4	5	5	6	8	7	3	20	17
7	4	4	7	7	5	6	6	8	6	18	21
8	6	5	6	5	6	8	8	7	6	26	29
9	4	4	5	6	6	7	4	8	2	16	22
10	5	5	4	5	6	8	7	8	7	18	19
11	4	4	7	7	6	7	6	2	5	16	23
12	4	4	5	5	6	7	8	8	7	29	30
13	5	5	5	5	6	7	8	2	7	12	18
14	6	5	5	5	5	6	7	4	3	16	16
15	4	5	5	6	5	6	5	2	5	12	18
16	5	5	4	5	5	7	6	2	2	12	15
17	5	4	6	5	6	8	3	3	6	14	24
18	6	4	5	5	6	7	3	3	7	14	14
19	4	5	5	5	5	7	4	4	3	16	23
20	4	4	5	5	5	6	5	4	2	18	26
21	5	4	5	5	5	6	7	7	7	21	27
22	5	5	4	5	6	7	3	2	4	12	15
23	4	5	5	6	6	7	8	8	7	18	29
24	6	5	5	5	6	8	6	3	0	17	23
25	4	4	5	5	5	7	6	7	3	17	14
26	4	4	6	5	5	7	5	8	6	22	28
27	4	5	5	5	5	6	8	6	6	17	23
28	5	4	5	5	6	7	6	5	4	20	24
29	6	5	5	6	6	8	8	6	6	26	26
30	4	4	5	5	5	6	8	7	4	12	25
31	6	4	5	6	6	7	4	5	3	14	26
32	6	4	5	5	5	6	8	7	5	16	33
33	5	4	5	5	6	8	4	6	1	11	11
34	5	5	5	6	6	7	8	8	5	23	30
35	5	4	5	6	5	6	8	4	3	18	17
36	4	4	6	5	6	7	5	4	3	19	27
37	4	4	5	6	6	8	2	3	1	13	16

ตาราง 6 ตารางข้อมูลคะแนนที่ได้จากการตรวจผลงานและการทดสอบ โรงเรียนดงตาลวิทยา
จังหวัดลพบุรี

เลขที่	คะแนนการตรวจผลงาน (ครั้งที่)						ทดสอบ (ครั้งที่)			สอบ	
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	ก่อนเรียน	หลังเรียน
1.	6	5	5	5	7	8	5	7	2	17	22
2	5	4	6	5	5	7	6	5	3	10	17
3	4	6	5	6	7	8	8	7	8	22	34
4	5	4	5	5	5	6	8	8	6	15	24
5	5	4	5	5	6	7	6	6	2	10	22
6	5	6	5	6	6	8	8	8	6	21	28
7	4	5	5	5	6	6	4	2	3	11	19
8	4	5	5	6	5	7	6	4	4	18	23
9	4	4	5	5	5	7	8	3	5	24	29
10	4	6	5	6	5	6	2	6	6	11	28
11	4	4	5	6	6	7	5	6	6	12	26
12	4	4	6	5	5	7	7	5	5	14	25
13	5	4	5	5	5	6	5	4	2	16	18
14	6	5	5	6	5	6	6	5	7	11	21
15	5	4	5	5	6	8	1	1	1	13	19
16	4	4	5	5	6	6	6	5	6	11	25
17	5	4	5	5	6	8	7	3	6	15	20
18	6	5	5	6	7	8	7	7	7	22	27
19	6	5	6	5	6	7	6	4	6	19	23
20	5	4	5	6	6	6	6	7	6	17	24
21	4	4	5	5	5	6	7	7	6	25	30
22	5	6	6	5	5	7	5	5	6	16	19
23	5	4	5	5	6	7	7	7	6	23	25
24	5	4	6	5	6	6	7	4	6	19	24
25	4	5	6	5	5	7	7	5	6	22	25
26	4	4	6	5	6	6	4	5	7	17	21
27	5	4	5	5	5	6	8	4	4	19	23
28	6	5	6	5	7	8	6	5	6	14	17
29	5	4	5	6	5	7	8	8	8	25	32
30	4	4	5	6	6	6	2	6	2	12	21
31	4	5	6	5	7	8	7	3	4	19	23
32	4	6	5	5	6	8	6	7	4	17	22
33	5	4	5	5	5	7	5	3	6	19	18
34	5	6	5	5	5	6	5	3	2	16	18
35	5	6	5	5	6	6	5	6	6	21	27
36	4	4	5	6	5	6	1	4	5	10	16
37	4	5	6	5	5	7	5	5	4	14	23
38	4	6	5	6	6	6	6	3	5	16	27

ตาราง 7 สรุปคะแนนจากการตรวจผลงานและจากการทดสอบ และแสดงการคิดคำนวณ
ค่าเฉลี่ยของคะแนนการพัฒนาระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์

ผลการแก้ปัญหา (ครั้งที่/คะแนนรวม)						ทดสอบย่อย (ครั้งที่/คะแนนรวม)			ทดสอบหลังเรียน
1	2	3	4	5	6	1	2	3	
355	342	375	400	430	516	432	382	349	
3,581									

คำนวณค่าเฉลี่ย $E_1 = \frac{3,581}{75} \times 100 = 66.31$; $E_2 = \frac{1,685}{38} \times 100 = 59.12$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์ $(E_1 / E_2) = 66.31 / 59.12$

ภาคผนวก ค
คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ตาราง 8 แสดงผลการวิเคราะห์ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของ
แบบทดสอบวัดผลก่อนเรียนและหลังเรียน

ข้อ	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ข้อ	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก
1	0.44	0.66	21	0.63	0.45
2	0.64	0.47	22	0.43	0.47
3	0.49	0.77	23	0.22	0.62
4	0.36	0.68	24	0.20	0.77
5	0.34	0.25	25	0.26	0.31
6	0.22	0.23	26	0.30	0.51
7	0.31	0.64	27	0.48	0.49
8	0.35	0.23	28	0.36	0.31
9	0.32	0.79	29	0.21	0.25
10	0.28	0.73	30	0.68	0.38
11	0.44	0.48	31	0.35	0.45
12	0.26	0.79	32	0.23	0.43
13	0.50	0.43	33	0.22	0.47
14	0.31	0.65	34	0.30	0.29
15	0.43	0.38	35	0.47	0.25
16	0.58	0.56			
17	0.46	0.43			
18	0.21	0.32			
19	0.45	0.34			
20	0.59	0.51			

แบบทดสอบฉบับนี้มีค่าความเชื่อมั่น 0.80

ภาคผนวก ง
ตัวอย่างการคิดแก้ปัญหานักเรียน

ภาพที่ 2

ร้านค้าแห่งหนึ่งขายสินค้า 2 ชนิด ถ้าราคาสินค้าชนิดที่ 1 เป็นสี่เท่าของอีกชนิดหนึ่ง และราคาสินค้าทั้งสองชนิดรวมกันได้ 4,150 บาท จงหาราคาสินค้าแต่ละชนิด

$$\begin{aligned}
 4150 \div 4 &= 1037.5 \\
 4150 - 1037.5 &= 3112.50 \text{ ชนิดที่ 2} \\
 3112.5 + 1037.5 &= 4150 \\
 \therefore \text{ราคาชนิดที่ 1} &= 3112.50 \text{ ราคาชนิดที่ 2} = 1037.50
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4150 \div 4 &= 1037.5 \rightarrow \text{ชนิดที่ 1} \\
 4150.00 - 1037.50 &= 3112.50 \rightarrow \text{ชนิดที่ 2} \\
 3112.50 + 1037.50 &= 4150.00 \\
 \text{ดังนั้น ราคาสินค้าแต่ละชนิดได้} & \text{ชนิดที่ 1 } 1037.5 \\
 & \text{ชนิดที่ 2 } 3112.50
 \end{aligned}$$

2. อธิบายวิธีการหาคำตอบ

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 1} & \text{ ถ้าราคาสินค้าทั้งสองชนิดได้ } 4150 \text{ บาท} \\
 & \text{ราคาชนิดที่ 1 เป็น 4 เท่า ของชนิดที่ 2} \\
 & \text{ถ้าราคาชนิดที่ 1} = 4150 \div 4 = 1037.50 \text{ บาท} \\
 & \text{ราคาชนิดที่ 2} = 4150 - 1037.50 = 3112.50 \text{ บาท} \\
 \text{วิธีที่ 2} & \text{ ถ้าราคา } 3112.50 \text{ บาท} \\
 & \text{ชนิดที่ 1 ราคา } 1037.50 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

ภาพที่ 3

ใบกิจกรรม 1

เมื่อกำหนดแต่ละหน้าของลูกเต๋า ดังรูป

ด.ญ. กฤษณา จันทะ

○

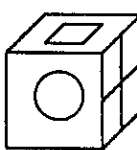
●

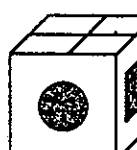
X

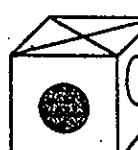
+

□

■


รูปที่ 1


รูปที่ 2


รูปที่ 3

ให้นักเรียนหาหน้าลูกเต๋าคือตรงข้ามซึ่งกันและกัน

	○	●	X	+	□	■
○	X	X	X	X	X	/
●	X	X	X	X	✓	X
X	X	X	X	✓	X	X
+	X	X	✓	X	X	X
□	X	✓	X	X	X	X
■	✓	X	X	X	X	X

○ = ■
● = □
X = +
+ = X

□ = ●
■ = ○

	หน้า	บน	ขวา
1	X	/	X
2	X	X	✓
3	✓	X	X
4	X	✓	X
5	X	X	✓

หน้า = 1
บน = 2
ขวา = 3

หน้า = 2
บน = 3
ขวา = 4

หน้า = 3
บน = 4
ขวา = 5

หน้า = 1
บน = 2
ขวา = 3

หน้า = 2
บน = 3
ขวา = 4

หน้า = 3
บน = 4
ขวา = 5

หน้า = 4
บน = 5
ขวา = 6

หน้า = 5
บน = 6
ขวา = 7

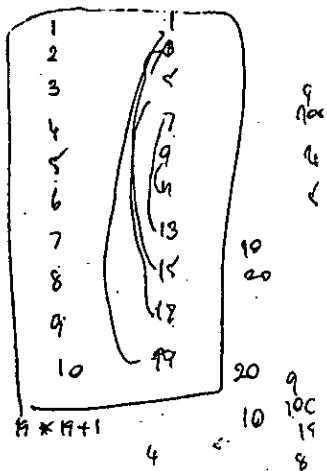
หน้า = 6
บน = 7
ขวา = 8

หน้า = 7
บน = 8
ขวา = 9

หน้า = 8
บน = 9
ขวา = 10

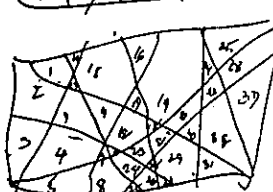
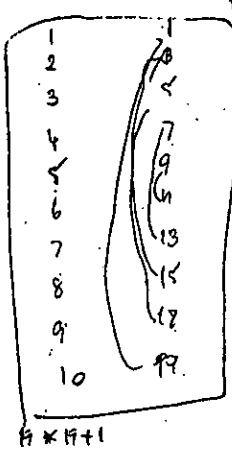
หน้า = 9
บน = 10
ขวา = 11

หน้า = 10
บน = 11
ขวา = 12



1 = 1
2 = 5
3 = 5
4 = 7
5 = 9

30
20
10
30



ภาพที่ 4

ในหีบใบหนึ่งมีลูกแก้ว 120 ลูก อัตราส่วนของลูกแก้วสีเหลืองจากหีบออกมาคนละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่า ยังเหลือลูกแก้วในหีบเป็นสี่เท่าของที่แต่ละคนหยิบออกมา อัตราส่วนของลูกแก้วสีเหลืองจากหีบออกมาคนละกี่ลูก

$$120 - \overset{\times \times}{\boxed{}} = 4 \boxed{}$$

$$120 - 2X = 4X$$

$$120 = 6X$$

$$20 = X$$

ภาพที่ 5.1

ในวันหยุด ประนอมจะทำวัน ซึ่งในการทำวัน
จะต้องใช้ส่วนผสมที่สำคัญ 2 อย่างมาผสมกับน้ำ คือ
ผงฟูกับน้ำตาล ที่ข้างซองผงฟูจะบอกอัตราส่วนที่ใช้คือ
ผงฟู : น้ำตาล เป็น 1 : 4 ประนอมมีผงฟูอยู่ 46 กรัม
ประนอมจะต้องใช้น้ำตาลในปริมาณเท่าใด

ภาพที่ 5.2

จำนวนนักเรียนที่เลือกเรียนวิชาเสริมทักษะ คณิตศาสตร์ 2
(ค 032) ห้องหนึ่งมี 30 คน ซึ่งคิดเป็น 20 % ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งหมด นักเรียนชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนนี้มีกี่คน

วิธีทำ
• 1 : 4

$$\frac{\text{ผงฟู}}{\text{น้ำตาล}} = \frac{1}{4}$$

ถ้า ผงฟูอยู่ 46 กรัม จะได้น้ำตาล

$$\text{น้ำตาล} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{46}{x}$$

$$1 \times x = 46 \times 4$$

$$x = \frac{46 \times 4}{1}$$

$$x = 184$$

∴ จะได้น้ำตาล 184 กรัม

ตรวจสอบคำตอบ

$$\frac{\text{ทำวัน}}{\text{ทำวัน}} \frac{\text{ผงฟู}}{\text{น้ำตาล}} = \frac{46}{184}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{46}{184}$$

$$= \frac{46}{184} \text{ จะได้คำตอบ } \frac{1}{4}$$

3 ห้องหนึ่งมี 30 คน ซึ่งคิดเป็น 20% ของนักเรียน

หา จำนวนนักเรียน

$$\frac{\text{จำนวนนักเรียนที่เลือกเรียน}}{\text{นักเรียนทั้งหมด}} \Rightarrow \frac{30}{x} = \frac{20}{100}$$

$$x = \frac{30 \times 100}{20}$$

$$x = 150$$

1. ห้องหนึ่งมี 30 คน ซึ่งคิดเป็น 20%

$$\frac{30}{100}$$

4. จำนวนนักเรียนที่เลือกเรียน คือ นักเรียนทั้งหมด

$$\Rightarrow \frac{30}{150} = \frac{20}{100}$$

$$\Rightarrow 30 \times 100 = 3,000$$

$$\Rightarrow 150 \times 20 = 3,000$$

∴ จำนวนนักเรียนทั้งหมดมี 150 คน

วิธีทำ

$$\frac{100}{25} = \frac{600}{150}$$

$$= 100 \times 150$$

$$= 600 \times 25$$

$$\text{ได้เท่ากับ } 15000 - 15000$$

∴ ได้เท่ากับ 0

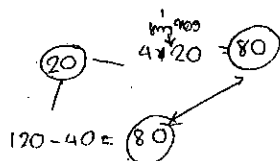
ภาพที่ 6.1 (ใช้โจทย์เดียวกันกับภาพที่ 1)

$$120 \div 4 = 30$$

$$30 \div 2 = 15$$

$$= 30 \times 2 = 60 + 60 = 120$$

ภาพที่ 6.2 (ใช้โจทย์เดียวกันกับภาพที่ 1)



ตรวจสอบ

$$120 - (2 \times 20) = 4 \times 20$$

$$120 - 40 = 80$$

$$80 = 80$$

ภาพที่ 7

บริษัทกำหนดอัตราค่านายหน้าจากราคาสินค้าที่ขายได้ เป็นอัตราที่คงที่ ประสิทธิ์ ได้รับเงินค่านายหน้าจากบริษัท 750 บาท จากการขายสินค้าราคา 30,000 บาท ประสิทธิ์ จะได้รับค่านายหน้าเท่าไร ถ้าเขาขายสินค้าได้ 75,000

วิธีทำ

พหุคูณได้ 30,000 บาท

ได้นายหน้า 750 บาท

$\frac{750}{30,000}$ คิดสัดส่วน $\frac{750}{30,000}$ หรือ $750:30,000$

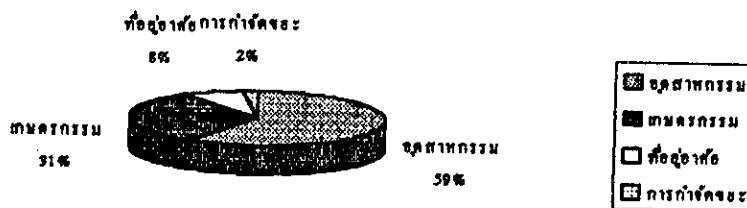
หรือ $1875:75,000$

๗

๗



กราฟแสดงแหล่งที่มาของเงิน



3. ปีหนึ่งมีผลกำไร 1,400,000 บาท

$$\text{กำไรสุทธิ} = \frac{31}{100} \times 1,400,000 = 434,000$$

$$\text{กำไรสุทธิ} = \frac{59}{100} \times 1,400,000 = 826,000$$

$$\text{กำไรสุทธิ} = \frac{8}{100} \times 1,400,000 = 112,000$$

$$\text{กำไรสุทธิ} = \frac{2}{100} \times 1,400,000 = 28,000$$

รวม

$$\begin{array}{r} 434,000 \\ 826,000 \\ 112,000 \\ 28,000 \\ \hline 1,400,000 \end{array}$$

1,400,000

ภาพที่ 8

บันไดขึ้นไปสู่ยอดเขาสูงมีทั้งหมด 500 ขั้น กบตัวหนึ่งกระโดดขึ้นบันได กระโดดครั้งแรกได้หนึ่งขั้น ครั้งที่ ๑ ไปกระโดดได้ครั้งละ 3 ขั้น กบตัวนี้ กระโดดขึ้นบันไดไปสู่ยอดเขา 100 ครั้ง อยากทราบว่ากบตัวนี้อยู่ที่บันได ขั้นที่เท่าใด

ลำดับ	2	เพิ่มทีละ	3	ลำดับ	2	เลข
1		2		1	—	2
2		5		2	—	5
3		8		3	—	8
4		11		4	—	11
⋮		⋮		⋮		⋮
⋮		⋮		⋮		⋮
X		499		⋮		⋮
494	→	ครั้งที่ 166		499	—	9
501	→	ครั้งที่ 167		498	ครั้งที่ 116	
ห้	499	เป็นครั้งที่ 167		499	ครั้งที่ 117	
				ตอบ	167 ครั้ง	

ลำดับ เริ่มต้นนับจาก 2 เพิ่มขึ้นทีละ 3 จนถึง 499 ดังนี้ คือ 2, 5, 8, 11, ..., 499 โดยที่ 2 เป็นการนับครั้งแรก 5 เป็นการนับครั้งที่สอง 8 เป็นการนับครั้งที่สาม อยากทราบว่า 499 เป็นการนับครั้งที่เท่าใด

ครั้งที่	ข
1	1
2	4
3	7
4	10
⋮	⋮
⋮	⋮
100	X

$$3 \times - 2$$

$$3 \times 100 = 300$$

$$300 - 2 = 298$$

∴ หาคะยกกว่าโดดครั้งที่ 100 เพิ่มขึ้น 298

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างผลการสัมภาษณ์นักเรียนเมื่อเสร็จสิ้นการทดลอง

แบบบันทึกการสัมภาษณ์

ชื่อักเรียน.....

โรงเรียน.....

1. วิธีการนำเสนอ/อธิบายความรู้ของครู

อธิบายดี พูดให้ชัดเจน น่ารักพูดเข้าใจ
คมชัดง่ายๆ แล่นำหน้าบทพูด จากง่ายไปยาก
ควรพูดช้า อธิบายบ่อย ๆ

2. ลักษณะของปัญหา

น่าสนใจ แต่ยาวๆ ควรสอนแบบกระชับ
เน้นแผนการสรุปเนื้อหาท้ายเรียน สอนให้คิด

3. การปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน

ให้ความสนใจไปหน่อย แต่ไม่ค่อยเด่นชัดสอนแนว
ทางการทำได้ดี

4. เวลาที่ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรม

ใช้เวลาพอสมควร

5. การถามคำถาม-การตอบคำถาม

น่ารักถามง่าย แต่บางอย่างถามอธิบายซ้ำ

6. การแบ่งกลุ่ม

ควรให้เลือกกันในกลุ่มเอง

7. ความรู้สึกต่องิจกรรมการเรียนการสอนแบบนี้

ก็ดี แต่บางทีคำถามควรสอนเหมือนกลุ่มอื่นบ้าง
เพราะทำเองสอนไม่ค่อยได้

8. ประโยชน์ที่นักเรียนได้รับ

ได้รับความรู้ที่ทำการ และความรู้จากผู้อื่นด้วย
ทำให้คิดได้ไม่จนคือน

9. มีความรู้สึอย่างไรกับการเรียนแบบนี้

สนุกมากอยากไปให้ในวิชาอื่นได้ ในทางทฤษฎี
เป็นกลุ่ม

แบบบันทึกการสัมภาษณ์

ชื่อนักเรียน
โรงเรียน.....

1. วิธีการนำเสนอ/อธิบายความรู้เชิงคุณ

ចំពោះ ១០, ក្នុងស្ថានភាព ក្នុងស្ថានភាព ក្នុងស្ថានភាព,
 ក្នុងស្ថានភាព ក្នុងស្ថានភាព

2. ลักษณะของปัญญา

เขาบอกว่ากรณีความขัดแย้งแล้วข้อสรุป, มีจำนวนไม่มาก มากเกินไป, แต่สำหรับคนที่
ถูกข่มขืน, ทำความเสียหาย, และมีความผิด

3. การปฏิบัติกิจกรรมของนักเรียน

[illegible]

4. เวลาที่ใช้ในการปฏิบัติกิจกรรม

การไม่พอ จนกระทั่งถึงปีถัดปีถัดมา จึงได้พบมากในบริเวณที่อาศัยที่อาศัย
ตั้งแต่ตอนต้น ตอนกลาง และ ตอนปลาย ของลำน้ำ

5. การถามคำถาม-การตอบคำถาม

การถามคำถาม-การตอบคำถาม
ถามว่าถามว่าอะไร? ทำไม? อย่างไร, อะไรคือหน้าที่ของครู?
คำตอบครูว่า... หน้าที่ครู

6. การแบ่งกลุ่ม

80436079 LKAWA, KAWA, KAWA, KAWA, KAWA, KAWA, KAWA, KAWA, KAWA, KAWA

7. ความรู้สึกต่องานกิจกรรมการเรียนการสอนแบบนี้

[illegible]

8. ประโยชน์ที่นักเรียนได้รับ

ໂດຍທຸກໆ, ການສຶກສາ ກັບ ກຸ່ມມີພື້ນ ບົດບາດ ກັບ ການ ຈັດການ
ກັບ ສິດ ເພື່ອນ ພິມີ ບົດບາດ ກັບ ການ ຈັດການ

๑. มีความรู้สึกอย่างไรกับการเรียนแบบนี้

- ตอนรถชนแล้ว แล่นไป พอได้พักก็เลยไปนอนที่นั่น
- ตอนไปนอน มีคนมาถามตอนนั้น ว่าฉันนี่อะไร ก็เลยถามว่าฉันนี่อะไร

ภาคผนวก ง
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. แผนการสอน
3. ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่วัดและข้อสอบที่ใช้วัด
4. แบบทดสอบวัดผลก่อนเรียนและหลังเรียน
5. แบบทดสอบย่อย
6. แบบสังเกต

แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตาราง 9 แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

สัปดาห์	ความถนัดทางพัฒนา			ลักษณะของปัญหา	กิจกรรมการพัฒนา
	การแก้ปัญหา	การให้เหตุผล	การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร		
1.	การวิเคราะห์ การคาดเดา การตรวจสอบ การสังเกตรูปแบบ	การลงสรุปและตรวจสอบข้อสรุป การชี้แจงเหตุผลในการสรุปแนวคิด	การอธิบายแนวคิดและการชี้แจงเหตุผล	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน - ปัญหาการหาผลบวกของจำนวนนับ N ตัวแรก - ปัญหาเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	- ให้นักเรียนวิเคราะห์ สังเกต และหารูปแบบของจำนวนคาดเดาและตรวจสอบข้อคาดเดาสรุปเป็นรูปทั่วไป
2.	กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา - การใช้ตาราง - การมองหารูปทั่วไป - การเดา และตรวจสอบ	การแสดงผลในการหาแนวทางแก้ปัญหาและตรวจสอบข้อสรุป	อธิบายความหมายของคำหรือข้อความในปัญหา การนำเสนอผลการแก้ปัญหา การรับฟังผู้อื่น การอภิปรายและการแสดงความคิดเห็น จริยภาพแนวคิดในการแก้ปัญหา เขียนสรุปผลการแก้ปัญหา	ปัญหาที่อยู่ในรูปประโยคภาษาหรือข้อความ	ให้นักเรียนคิดหาแนวทางแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา - นำเสนอผลการแก้ปัญหา และตรวจสอบผลการแก้ปัญหา เหมือน 2
3.	กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา - การวิเคราะห์และแจกแจง - การใช้ตาราง - การเดาและตรวจสอบ	การลงสรุปและการตรวจสอบข้อสรุป	อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา จริยภาพแนวคิดในการแก้ปัญหา เขียนสรุปผลการแก้ปัญหา	ปัญหาที่อยู่ในรูปประโยคภาษาหรือข้อความ	ให้นักเรียนวิเคราะห์และแจกแจงเนื้อหาของปัญหาที่เป็นไปได้และคิดกรณีที่เป็นไปไม่ได้เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป - แบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ แล้วมองหารูปแบบเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นรูปทั่วไป
4.	กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา - การวิเคราะห์ - การแจกแจงที่เป็นไปได้ - การแบ่งปัญหาให้อย่างง่าย แล้วหารูปแบบ	การเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม การตรวจสอบข้อสรุป การลงสรุปในรูปทั่วไป	การอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา และการแสดงเหตุผล	ปัญหาเกี่ยวกับที่อยู่ในรูปสมการสัมพัทธ์	ให้นักเรียนวิเคราะห์และแจกแจงเนื้อหาของปัญหาที่เป็นไปได้และคิดกรณีที่เป็นไปไม่ได้เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป - แบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ แล้วมองหารูปแบบเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นรูปทั่วไป

ตาราง 9 แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ต่อ)

ลำดับที่	ความสามารถที่พัฒนา			ลักษณะของปัญหา	กิจกรรมการพัฒนา
	การแก้ปัญหา	การให้เหตุผล	การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร		
5.	กระบวนการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับสมการ	การอธิบายเหตุผล การยืนยันคำตอบ การสรุปแนวคิดร่วมกันเป็น ผลงานของกลุ่ม	การอธิบายแนวคิดโดยการพูด ออกมา การอธิบายเหตุผลในการตอบ คำถาม การนำเสนอผลการแก้ปัญหา การเขียนสรุปผลการแก้ปัญหา	ปัญหาที่สามารถหา คำตอบได้โดยใช้ ความรู้เกี่ยวกับสมการ	การแสดงแนวคิดโดยการพูด การทำหน้าที่ตามบทบาทที่กำหนด ในกลุ่ม การนำเสนอแนวคิดและผลการแก้ปัญหา ของตนเองมาสรุปร่วมกันเป็นผลงาน ของกลุ่ม
6.	กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับสมการ	การตรวจสอบผลการแก้ ปัญหาโดยวิธีแสดงวิธีหา คำตอบอีกริธีหนึ่ง การอธิบายเหตุผลในการ เลือกคำตอบ	การนำเสนอผลการแก้ปัญหา การแสดงรายละเอียดของการ แก้ปัญหาโดยการเขียนอธิบาย การชี้แจง อธิบาย จัดการและ ช่วยกันตรวจสอบในการแก้ ปัญหา	ปัญหาที่มีคำตอบที่เป็น ไปได้ 2 คำตอบ ปัญหาที่สามารถใช้ได้ ความรู้เกี่ยวกับสมการ ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการ ในการหาคำตอบ	การนำเสนอผลการแก้ปัญหา การทำหน้าที่ตามบทบาทที่กำหนด ในกลุ่ม การร่วมมือกันในการแก้ปัญหา การเขียนสรุปผลการแก้ปัญหา นำเสนอผลการแก้ปัญหา
7.	การเลือกตอบคำถามตามท ใจที่ยต้องการ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับสมการ	การตรวจสอบการแก้ปัญหา และตรวจสอบคำตอบ การอธิบายเหตุผลในการ นำเสนอแนวคิดในการ แก้ปัญหา การบอกส่วนดีและข้อแตก ต่างของวิธีการหาคำตอบ	การอธิบายเหตุผลในการแก้ปัญหา การอธิบาย ในการแก้ปัญหา การเขียนสรุปผลการแก้ปัญหา การนำเสนอผลการแก้ปัญหา	ปัญหาที่มีคำตอบ มากกว่า 1 คำตอบ ปัญหาที่สามารถใช้ ความรู้เกี่ยวกับสมการ ในการหาคำตอบ	การแสดงแนวคิดโดยการพูด การทำหน้าที่ตามบทบาทที่กำหนด ในกลุ่ม การนำเสนอแนวคิดและผลการแก้ปัญหา ของตนเองมาสรุปร่วมกันเป็นผลงาน ของกลุ่ม

ตาราง 9 แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ต่อ)

ลำดับ	ความสามารถที่พัฒนา			ลักษณะของปัญหา	กิจกรรมการพัฒนา
	การแก้ปัญหา	การให้เหตุผล	การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร		
8.	กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา - การลองผิด-ลองถูก - การเดาและตรวจสอบ การแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ เกี่ยวกับสมการ	บอกเหตุผลในการหาคำตอบ การวิเคราะห์และบอกเหตุผล ในการชี้แจงแนวคิดในการ วางแผนการแก้ปัญหา	การอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบและวางแผนการแก้ปัญหา การนำเสนอแนวคิดและผล การแก้ปัญหา	ปัญหาที่ต้องทำตาม ขั้นตอนเพื่อให้ได้คำตอบ ปัญหาหลายคำตอบ การวิเคราะห์หาแนวทางในการหาคำตอบ การร่วมมือกันแก้ปัญหา การนำเสนอผลการแก้ปัญหา	การวิเคราะห์และสื่อคำตอบที่เป็น ไปได้แล้วตรวจสอบ การวิเคราะห์หาแนวทางในการหาคำตอบ การร่วมมือกันแก้ปัญหา การนำเสนอผลการแก้ปัญหา
9.	- การอ่านกราฟ - หาค่าความสัมพันธ์ของ ข้อมูลที่แสดงในกราฟ	- การสรุปความสัมพันธ์ของ ข้อมูล	- ใช้ความสัมพันธ์และกราฟ สื่อความหมายได้ - การนำเสนอด้วยคู่อันดับใน กราฟ	ปัญหาเกี่ยวกับ - การเรียงคู่อันดับแทน จุด และลงจุดของ คู่อันดับที่กำหนดใน กราฟ - หาค่าความสัมพันธ์ของ ข้อมูลจากกราฟที่กำหนด	- กำหนดคู่อันดับ แล้วให้นักเรียน แสดงจุดที่แทนคู่อันดับในระบบ พิกัดฉาก - ยกตัวอย่างสถานการณ์ ที่แสดง ความสัมพันธ์ของสิ่งสองสิ่ง แล้ว ให้นักความสัมพันธ์ของสิ่งนั้น แสดงความสัมพันธ์ต่าง ๆ โดยใช้ กราฟ
10.	- เปรียบเทียบความสัมพันธ์ ของข้อมูลจากสองกลุ่ม	- การบอกเหตุผลประกอบ การตอบคำถาม การสรุป	- การอธิบายถึงสาเหตุของ ปัญหา - การอ่านและหาค่าความสัมพันธ์ จากกราฟ	ปัญหาเกี่ยวกับ - การอ่านค่าความ สัมพันธ์ของคู่อันดับ จากกราฟ	- นำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่แสดง โดยกราฟ แล้วให้นักเรียนใช้ข้อมูล จากกราฟตอบปัญหา

ตาราง 9 แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ต่อ)

ลำดับ	ความสามารถที่พัฒนา			ลักษณะของปัญหา	กิจกรรมการพัฒนา
	การแก้ปัญหา	การให้เหตุผล	การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร		
11.	- ยุทธวิธีการแก้ปัญหา (การแจกแจงที่เป็นไปได้)	- การวิเคราะห์ถึงสาเหตุของปัญหา	- การนำเสนอข้อมูลโดยใช้คู่อันดับและกราฟ	- การเปรียบเทียบและบอกแนวโน้มของข้อมูลจากกราฟ - การเลือกใช้ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้	- กำหนดข้อมูลแล้วให้นักเรียนนำเสนอข้อมูลที่กำหนดโดยใช้คู่อันดับและกราฟ - อภิปรายความถูกต้องเหมาะสมของการนำเสนอ - ปัญหาพิเศษ
	- การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม - การแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วน - การตรวจสอบผลการแก้ปัญหา	- บอกเหตุผลในการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา - การแสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วน	- อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา - การนำเสนอผลการแก้ปัญหา	- ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน - ปัญหาที่ใช้การเทียบค่าเพื่อหาคำตอบ - ปัญหาที่ใช้การเทียบค่า 1 หน่วย และใช้สัดส่วนในการแก้ปัญหา	- นำเสนอปัญหา แล้วให้นักเรียนเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน - เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา แล้วสรุปวิธีที่สามารถใช้ได้กว้างขวางที่สุด
12.	- การเลือกวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม - การปรับเปลี่ยนวิธีการแก้ปัญหา - การแก้ปัญหาโดยใช้การคิดย้อนกลับ	- ตรวจสอบผลการแก้ปัญหาของแต่ละปัญหา - บอกเหตุผลในการใช้ความรู้อย่างอื่นในการแก้ปัญหา - การตรวจสอบถึงความสัมพันธ์ของปริมาณสองปริมาณ	- การอภิปรายหาแนวทางแก้ปัญหา - การนำเสนอผลการแก้ปัญหา	- ปัญหาที่ข้อมูลไม่เพียงพอ - ปัญหาที่ต้องใช้การคิดย้อนกลับ	- นำเสนอปัญหา แล้วอภิปรายถึงแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาว่าต้องใช้ความรู้อะไรบ้าง ใช้อย่างไร แล้วนำเสนอผลการแก้ปัญหา

ตาราง 9 แผนการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ต่อ)

ลำดับ	ความสามารถที่พัฒนา			ลักษณะของปัญหา	กิจกรรมการพัฒนา
	การแก้ปัญหา	การให้เหตุผล	การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร		
13.	- การประมาณค่าคำตอบที่ควรจะได้ และตรวจสอบคำตอบ - การแก้ปัญหโดยใช้การหารูปแบบของข้อมูลในปัญหา - การแก้ปัญหโดยใช้วิธีการตรวจสอบการแก้ปัญห	- บอกเหตุผลของการประมาณค่าคำตอบ - การสรุปรูปแบบของการแก้ปัญห - การตรวจสอบการแก้ปัญห	- การอภิปรายปัญหาด้วยกันในกลุ่ม - การนำเสนอผลการแก้ปัญห	- ปัญหาที่ต้องค้นหารูปแบบในการหาคำตอบของปัญหา - ปัญหาที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน	นำเสนอปัญหาแล้วให้ประมาณค่าคำตอบที่ควรจะได้ แล้วแสดงวิธีหาคำตอบเพื่อเป็นการพิสูจน์ค่าคำตอบที่ประมาณได้ใกล้เคียงหรือถูกต้องหรือไม่ เมื่อแสดงวิธีการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบเรียบร้อยแล้วให้นำเสนอผลการแก้ปัญหาแนะนำและชี้ให้เห็นประโยชน์ตรงมาตราส่วน นำเสนอปัญหาที่ใช้มาตราส่วนให้นักเรียนหาแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยกัน แล้วลงมือแก้ปัญหา นำเสนอผลการแก้ปัญหา แล้วอภิปรายถึงประโยชน์ที่นำความรู้ไปใช้
14.	- แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน	- บอกเหตุผลในการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา - แสดงเหตุผลในการนำเสนอผลการแก้ปัญหาในแต่ละประเด็น	- อภิปรายถึงแนวทางการแก้ปัญหาด้วยกันในกลุ่ม - นำเสนอผลการแก้ปัญห	- ปัญหาที่อยู่ในรูปมาตราส่วน - ปัญหาที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนในการตัดสินใจ	

แผนการสอน

แผนการสอนที่ 1

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ การวิเคราะห์ การสังเกต การคาดเดาจะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถวิเคราะห์และคาดเดาคำตอบของปัญหาได้
2. ตรวจสอบและแสดงการหาคำตอบของข้อคาดเดาได้
3. อธิบายแนวคิดและชี้แจงเหตุผลในการสรุปแนวคิด
4. แก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนได้

เนื้อหา

การสังเกตรูปแบบของตัวเลข

การสร้างข้อคาดเดาแล้วตรวจสอบ

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

สถานการณ์ปัญหา

ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน

1. ผลบวกของ $1 + 3 + 5 + \dots + 199$ มีค่าเท่าใด
2. จงคำนวณหาค่าของ $111,111,111^2$
3. จงคำนวณหาค่าของ $9 + (999,999,999 \times 9)$
4. หลักสุดท้ายของ 7^{1000} คือตัวเลขใด

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูทักทายและชี้แจงถึงกิจกรรมที่นักเรียนจะเรียนรู้กันในวันนี้และวันต่อ ๆ ไป และวิธีการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วครูเริ่มทบทวนความหมายของจำนวนนับ เลขยกกำลังที่มีฐานเป็นจำนวนนับ

2. ครูนำเสนอปัญหา การบวกจำนวนนับ 10 จำนวนแรก แล้วถามถึงวิธีการที่นักเรียนจะสามารถหาคำตอบได้ แล้วให้เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ แล้วถามว่า

“คำตอบน่าจะเป็นเท่าไร” “เพราะอะไร”

(ต้องการให้นักเรียนเสนอคำตอบที่ได้มาจากการเดา พร้อมบอกเหตุผลในการเดา)

3. ให้นักเรียนสังเกตจากที่เขียนเป็น $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

แล้วลองคิดในใจ โดยไม่ทศ เพื่อสร้างสถานการณ์ให้นักเรียนหาวิธีคิดที่จะคิดคำนวณได้ง่ายขึ้น นอกจากการใช้วิธีการบวกจริง ๆ แล้วให้นักเรียนบอกผลลัพธ์ที่ได้จากการคิดในใจเปรียบเทียบกับ การเดาคำตอบก่อนหน้านี

4. ครูซักถามถึงวิธีคิดแบบต่าง ๆ แล้วให้อภิปรายวิธีคิดที่นักเรียนเสนอแนะ ครูช่วย เขียนสรุปคำชี้แจงให้นักเรียนคนอื่น ๆ เข้าใจได้ง่ายขึ้น ถ้านักเรียนมองไม่เห็นแนวทางให้ครูลอง เขียนผลบวกเป็น

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6$$

ให้นักเรียนสังเกตและหาคำตอบของผลบวกของจำนวนนับ 10 จำนวนแรก ซึ่งจะได้ คำตอบเป็น 55 แล้วถามนักเรียนอีกว่ามีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ ทำอย่างไร

(นักเรียนอาจจะเขียนในรูป

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$$10 \quad 9 \quad 8 \quad 7 \quad 6$$

จะได้ผลบวกเป็น 11 ซึ่งมีอยู่ 5 ชุด ซึ่งจะได้คำตอบเป็น 55 เช่นกัน)

ครูซักถามอีกว่ามีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ ถ้าไม่มีนักเรียนคนใดแสดงแนวคิดออกมา ครูจึงจะเขียนผลบวกอีกแบบหนึ่งเป็นดังนี้

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$$

แล้วถามนักเรียนว่า ถ้าบวกทั้งหมดเกินคำตอบไหม ถ้าบวกทั้งหมดได้คำตอบเป็นเท่าไร ถ้ามีนักเรียนตอบได้ ครูถามเหตุผล (ซึ่งจะได้ว่าผลบวกเป็นสองเท่าของผลบวกของ 1 ถึง 10) การเขียนตรงกันแบบนี้ นักเรียนสังเกตอะไรได้ (ให้เวลาคิด) ถ้านักเรียนคิดไม่ได้ ครูอาจถามนำ ว่า $1 + 10$ เป็นเท่าไร (โดยชี้ไปที่สัญลักษณ์ที่เขียนไว้ข้างต้น) $2 + 9$ เป็นเท่าไร แล้วหยุดให้นักเรียนสังเกตเองในคู่ต่อ ๆ ไป แล้วจึงถามว่า ผลบวกแต่ละคู่เป็นเท่าไร และมีอยู่กี่คู่ แล้วให้นักเรียนบอกคำตอบของจำนวนนับ 10 จำนวนแรกว่าเป็นเท่าไร และให้สังเกตผลและรูปแบบ ที่ได้ (ซึ่งจะได้ผลบวกอยู่ในรูป $\frac{10 \times 11}{2} = \frac{110}{2} = 55$)

5. ถ้าเป็นการบวกตั้งแต่ 1 ไปจนถึง 100 จะทำอย่างไร

นักเรียนอาจจะพยายามใช้วิธีการข้างต้น คือ เขียนสลับกันทำนองเดียวกับการบวก ตั้งแต่ 1 ถึง 10 ซึ่งก็จะมีปัญหาว่า นักเรียนจะต้องเขียนหลายชุดมาก (จำนวน 100 ชุด) สามารถทำได้เช่นกันแต่จะไม่สะดวก

(หากมีนักเรียนใช้สัญลักษณ์โดยเขียนในรูป

$$1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50$$

$$100 + 99 + 98 + \dots + 52 + 51$$

ครูจะต้องตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนด้วยว่า ผลบวกที่เป็น 101 มีกี่ชุด (50 ชุด) ซึ่งสามารถเขียนแสดงแทนผลบวกดังกล่าวได้ในรูป (50×101) รวมทั้งหมดได้ผลบวกเป็นเท่าไร (5,050)

6. พิจารณาปัญหา ผลบวกตั้งแต่ 1 จนถึง 100 ว่าผลบวกเป็นเท่าไร โดยให้นักเรียนแสดงวิธีหาผลบวกตั้งแต่ 1 ไปจนถึง 100 ด้วยวิธีการสลับที่การบวก ดังนี้

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 1 & + & 2 & + & 3 & + & \dots & + & 98 & + & 99 & + & 100 \\
 100 & + & 99 & + & 98 & + & & + & 3 & + & 2 & + & 1 \\
 \hline
 \text{ซึ่งจะได้ผลบวกเป็น} & 101 & 101 & 101 & \dots & 101 & 101 & 101 & & & & &
 \end{array}$$

จำนวน 100 ชุด

ดังนั้นจะได้ผลบวกอยู่ในรูป $100 \times 101 = 10100$ ซึ่งเป็นสองเท่าของผลบวกที่ต้องการ ดังนั้น ผลบวกที่ต้องการเท่ากับ 5,050

จากการหาผลบวกข้างต้นให้นักเรียนสังเกตรูปแบบ และหาข้อสรุปเป็นรูปทั่วไปของการบวกจำนวนนับเรียงกัน ซึ่งสรุปได้ในรูป $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$

7. หลังจากแสดงวิธีหาคำตอบและสรุปผลการหาคำตอบได้แล้ว ครูถามนำเพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายถึงวิธีการหาคำตอบของปัญหาว่าสามารถทำได้หลายวิธี แต่ละวิธีมีทั้งข้อดีและข้อจำกัดในตัวเอง ในการแก้ปัญหาผู้แก้ปัญหาจะเป็นผู้ที่เลือกด้วยตนเองว่าจะใช้วิธีใดแก้ปัญหาจึงจะเหมาะสม ซึ่งก็ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาค่ะ และที่สำคัญคือผู้แก้ปัญหาก็ต้องเป็นคนช่างสังเกต รู้จักวิเคราะห์ และคิดอย่างมีเหตุผลซึ่งจะนำไปสู่การสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไปซึ่งจะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาค้าง่ายขึ้น

8. ครูทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับข้อสรุปของรูปแบบการหาผลบวกจำนวนนับ n จำนวนแรก โดยให้นักเรียนแต่ละคนหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 9999 แล้วแสดงวิธีหาคำตอบลงในใบกิจกรรม 1 จากนั้นครูจึงเล่าถึงประวัติการค้นพบข้อสรุปดังกล่าวโดยเกาส์

9. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน โดยให้แต่ละกลุ่มมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน โดยพิจารณาจากผลการเรียนของภาคเรียนที่ 1 และแต่ละกลุ่มมีทั้งนักเรียนหญิงและนักเรียนชาย แล้วชี้แจงถึงเป้าหมายของการทำงานร่วมกันในกลุ่ม ตลอดจนบทบาทหน้าที่ของสมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม

10. ครูนำเสนอปัญหาการหาผลบวกของจำนวน $1 + 3 + 5 + \dots + 199$ ว่ามีค่าเท่าใด โดยใช้แถบปัญหาที่ 1 ติดบนกระดานดำ และถามนักเรียนว่า เป็นการหาผลบวกของ 1 ถึง 199 ใช่หรือไม่ ให้นักเรียนสรุปคำถามของโจทย์เป็นภาษาพูด จากนั้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาคำตอบ

ถ้านักเรียนทำไม่ได้ ไม่รู้จะเริ่มค้นหาคำตอบอย่างไร หรือบางกลุ่มอาจจะพยายามหาผลบวกโดยใช้วิธีการบวกโดยตรง ครูจึงชี้แจงเพิ่มเติมว่าสามารถหาคำตอบได้ตามที่ต้องการ แต่จะเสียเวลามาก ให้นักเรียนลองมองหาวิธีที่จะช่วยลดเวลาและหาคำตอบได้ง่าย ๆ จะทำได้อย่างไร (หากนักเรียนทุกกลุ่มใช้วิธีการเช่นเดียวกับการหาผลบวกของจำนวนนับ n จำนวนแรก ก็จะได้คำตอบตามที่ต้องการ) เมื่อทุกกลุ่มแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาได้แล้ว ครูสุ่มให้นักเรียนบางกลุ่มนำเสนอผลการแก้ปัญหา ครูอาจถามนักเรียนต่อไปว่า มีวิธีอื่นอีกไหม ถ้าไม่ทำตามวิธีข้างต้นจะหาคำตอบได้อย่างไร (ให้เวลานักเรียนคิด) หากไม่มีกลุ่มใดคิดออกหรือทุกกลุ่มไม่มีข้อเสนอใด ๆ ครูจึงจะเสนอแนะให้นักเรียนลองบวกทีละ 2 ตัว 3 ตัว 4 ตัว ... แล้วให้สังเกตผลบวกที่ได้แล้วหาข้อสรุปเป็นรูปทั่วไปของการแก้ปัญหา (ซึ่งจะได้ข้อสรุปดังนี้ $1 + 3 + 5 + \dots + 199 = 100^2$)

11. เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้ว เพื่อเป็นการขยายผลการแก้ปัญหา ให้นักเรียนหาผลบวกของ $2 + 4 + 6 + \dots + 198$ ดูว่าจะได้ผลลัพธ์เป็นเท่าไร พร้อมอธิบายวิธีการคิดหาคำตอบแล้วบอกข้อสรุปของการหาผลบวกของจำนวนเต็มคู่บวก

(ซึ่งจะได้ข้อสรุปดังนี้ $2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$)

12. ตรวจสอบความเข้าใจและความถูกต้องของข้อสรุป โดยให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของ

$$1 + 2 + 3 + \dots + 199 = (1 + 3 + 5 + \dots + 199) + (2 + 4 + 6 + \dots + 198)$$

(โดยดูการแสดงผลพบว่าคำตอบของทั้งสองชุดเท่ากันหรือไม่)

13. ครูนำเสนอแถบปัญหาที่ 2 แก่นักเรียน ให้แต่ละกลุ่มแสดงวิธีการคิดหาคำตอบแล้วครูสุ่มนักเรียนในกลุ่มให้นำเสนอผลการหาคำตอบและให้กลุ่มอื่น ๆ ตรวจสอบและเพิ่มเติมส่วนที่บกพร่องให้สมบูรณ์ก่อนที่จะให้ทุกกลุ่มสรุปและเขียนเป็นผลงานของกลุ่มส่งครู

14. ครูนำอภิปรายถึงผลการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับจำนวนว่ามีหลายวิธีที่สามารถแก้ปัญหาได้ทางหนึ่งที่สามารถทำได้คือ การแยกปัญหาให้ย่อยลงแล้วดูแนวทางหรือรูปแบบที่ได้ แล้วจึงสรุปเป็นคำตอบหรือรูปทั่วไป

15. ครูแจกใบกิจกรรม 2 และ 3 เพื่อให้นักเรียนฝึกการสังเกตและหารูปแบบของผลลัพธ์ที่ได้จากการกระทำของจำนวนเพื่อหาข้อสรุปจากรูปแบบที่ปรากฏ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แถบปัญหาเกี่ยวกับจำนวนปัญหาที่ 1 และ 2
2. เอกสารเกี่ยวกับประวัติการค้นพบการหาผลบวกของจำนวนโดยเกาส์ ประวัติและผลงานที่สำคัญของเกาส์พอสังเขป

3. ใบกิจกรรม 1 , 2 และ 3

การวัดผลและประเมิน

1. สังเกตการหาคำตอบของปัญหาและการแสดงเหตุผลของการได้คำตอบในแต่ละขั้นตอน
2. สังเกตความถูกต้องของการหาผลบวกของจำนวนที่กำหนด
3. สังเกตการเสนอผลการหาคำตอบและการสรุปผลที่ได้จากการสังเกตรูปแบบของจำนวน และความถูกต้องสมบูรณ์ของคำตอบ
4. สังเกตการอภิปรายชี้แจงเหตุผลกันในกลุ่ม การร่วมมือกันในการแก้ปัญหา การช่วยเหลือกันในการทำความเข้าใจในการแก้ปัญหา

แถบปัญหาที่ 1

ผลบวกของ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199$ มีค่าเท่าใด

แถบปัญหาที่ 2

จงคำนวณหาค่าของ $111,111,111^2$

ชื่อ.....เลขที่.....

ใบกิจกรรม 1

ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาผลบวกของจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 1999

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1999 = \square$$

ใบกิจกรรม 2

ให้นักเรียนแสดงวิธีการคำนวณหาค่าของ
 $9 + (999,999,999 \times 9)$

ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....เลขที่.....

2.....เลขที่.....

3.....เลขที่.....

4.....เลขที่.....

ใบกิจกรรม 3

ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาตัวเลขหลักสุดท้ายของ

$$7^{1000}$$

ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....เลขที่.....

2.....เลขที่.....

3.....เลขที่.....

4.....เลขที่.....



คาร์ล ฟรีดริค เกาส์

(Carl Friedrich Gauss)

ค.ศ. 1777–1855

ประเทศ เยอรมนี

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

เกาส์เกิดที่ Brunswick ทางตอนเหนือของประเทศเยอรมนี บิดาเป็นชาวสวนและช่างปูน ซึ่งไม่มีทั้งความสามารถและความพอใจที่จะพัฒนา

ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของบุตร เกาส์แสดงความสามารถในทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่เยาว์วัย เมื่ออายุ 3 ปีท่านค้นพบข้อผิดพลาดในบัญชีจ่ายเงินของบิดา เมื่ออายุ 10 ปีท่านสามารถหาผลบวกของ $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ โดยสังเกตว่า $100 + 1 = 101$, $99 + 2 = 101$, $98 + 3 = 101$ ฯลฯ ซึ่งมีทั้งหมด 50 คู่ ดังนั้นคำตอบคือ 50×101 หรือ 5050 ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่สูงยิ่งของท่านนี้ทำให้ได้รับการสนับสนุนจากบุคคลต่าง ๆ ในแถบบ้านเกิดของท่าน Duke of Brunswick ได้สนับสนุนให้ท่านศึกษาที่วิทยาลัย Caroline ใน Brunswick (1792–1795) และที่มหาวิทยาลัย Göttingen (1795–1798) ต่อมาท่านศึกษาระดับปริญญาเอกที่มหาวิทยาลัย Helmstädt

ในปี 1807 ท่านได้รับแต่งตั้งเป็นศาสตราจารย์สาขาคณิตศาสตร์และผู้อำนวยการหอสมุดที่ Göttingen และทำงานที่นั่นจนถึงแก่กรรม

ผลงาน 1. Disquisitiones Arithmeticae (1798) เป็นหนังสือรากฐานที่สำคัญยิ่งในทฤษฎีจำนวนสมัยใหม่ ท่านได้พัฒนา Congruence พิสูจน์ fundamental theorem of arithmetic (ทุกจำนวนเต็มซึ่งมากกว่า 1 สามารถเขียนในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะได้แบบเดียว).

แผนการสอนที่ 2

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์

เรื่อง กระบวนการแก้ปัญหา การใช้กระบวนการแก้ปัญหา

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ กระบวนการแก้ปัญหา และการคิดอย่างมีเหตุผลช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ตระหนักในคุณค่าของการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม
2. แก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาและการคิดอย่างมีเหตุผล
3. ชี้แจงแนวคิดในการแก้ปัญหาและนำเสนอผลการแก้ปัญหา

เนื้อหา กระบวนการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา (การใช้ตาราง การมองหารูปทั่วไป การคาดเดาและตรวจสอบ)

การนำเสนอผลการแก้ปัญหา

สถานการณ์ปัญหา

ปัญหาที่เป็นประโยคภาษาหรือข้อความ

1. ในหนึ่งสัปดาห์สายสมรจะต้องไปโรงเรียน 5 วัน คือวันจันทร์ถึงวันศุกร์ ถ้าในวันจันทร์ สายสมรได้รับเงิน 1 บาท และในวันถัดๆ ไปจะได้เป็น 3 เท่าของวันก่อนหน้านี้เสมอ อยากทราบว่าในหนึ่งสัปดาห์ สายสมรจะได้รับเงินเท่าใด
2. นรีไปเยี่ยมฟาร์มของลุงสม เมื่อไปถึง นรีเห็นหมูและไก่อยู่ในเล้า เมื่อเขานับหัวรวมกันได้ 38 หัว และนับขา รวมกันได้ 100 ขา อยากทราบว่าในฟาร์มของลุงสม มีสัตว์ทั้งสองประเภทอยู่อย่างละกี่ตัว

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. สันทานากับนักเรียนถึงปัญหาต่าง ๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน และกล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหามองบุคคลว่าต้องใช้วิธีการที่หลากหลาย แล้วแต่พื้นฐานความรู้และความถนัดของแต่ละคนมีอยู่ การเตรียมประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญสำหรับนักเรียน ฉะนั้นจึงควรฝึกฝึกการคิดและฝึกแก้ปัญหา ทั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์และปัญหาที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนมีความพร้อมที่จะแก้ปัญหาดังกล่าว ที่พบในชีวิตประจำวัน

2. ครูนำเสนอปัญหาที่เป็นประโยคภาษาปัญหาที่ 1 แก่นักเรียนทั้งชั้น โดยใช้แผ่นโปสเตอร์ ให้นักเรียนอ่านปัญหาในใจ แล้วเขียนข้อมูลที่สำคัญ ๆ ในปัญหาที่กำหนดเป็นภาษาของ

ตนเองลงในกระดาษเปล่าเพื่อเตรียมอภิปรายเกี่ยวกับปัญหาร่วมกันทั้งชั้น โดยครูจะถามนำก่อน เพื่อให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยและรู้สึกปลอดภัยในการแสดงความคิดเห็น ขณะเดียวกันก็เป็น การฝึกการรับฟังความคิดเห็นของคนอื่นและรู้จักตรวจสอบแนวคิดด้วยเหตุและผล ซึ่งครูจะถามนำ ในประเด็นต่าง ๆ ต่อไปนี้

- 2.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร (การได้รับเงินจากการไปโรงเรียนของสายสมร)
- 2.2 ในโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง และข้อกำหนดมีเงื่อนไขอย่างไร (สายสมรไปโรงเรียน 5 วัน วันแรกได้รับเงิน 1 บาท วันถัด ๆ ไปได้รับ 3 เท่าของวันก่อนหน้านั้นเสมอ)
- 2.3 สรุปแล้วปัญหาคำหนดอะไรให้บ้าง และปัญหานี้ต้องการให้หาอะไร (จำนวนเงินทั้งหมดที่สายสมรได้รับจากการไปโรงเรียนใน 1 สัปดาห์) และจะหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร (ครูสังเกตการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนทั้งชั้นจากการอภิปรายและแสดงความคิดเห็น ถ้ามีนักเรียนไม่ได้แสดงความคิดเห็น และมีพฤติกรรมที่แสดงว่าสนใจแต่ไม่กล้าพูด ครูจะกล่าวกระตุ้นรวม ๆ ว่าในห้องเรียนเป็นสถานที่ที่เราจะเรียนรู้ร่วมกัน สำหรับคนที่รู้แล้วก็ให้ช่วยอธิบายให้เพื่อนได้เรียนรู้เช่นกัน คนที่ยังไม่รู้จะต้องพยายามให้เกิดการเรียนรู้ อาจจะทำกิจกรรมการเรียนรู้เอง หรือทำกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกันกับคนอื่น หรืออาจจะซักถามเพื่อนที่รู้แล้วหรืออาจจะถามครู แล้วแต่กรณี และครูได้กล่าวย้ำว่าการพูดผิดไม่ใช่สิ่งเสียหาย เพราะขณะนี้เรากำลังจะเรียนรู้ แต่กลับจะเป็นผลเสียอีกจะได้รู้ที่เราเข้าใจผิดหรือพูดผิดอย่างไรจะได้แก้ไขให้ถูกต้อง)
3. จากนั้นให้นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมเมื่อครั้งที่แล้ว แล้วให้แต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหา ร่วมกันตามวิธีที่สมาชิกกลุ่มคิดว่าจะสามารถแก้ปัญหาได้ (เป็นวิธีที่สมาชิกของทั้งกลุ่มเห็นชอบ ร่วมกัน ถ้าหากสมาชิกกลุ่มมีความเห็นที่แตกต่างกัน ครูจะแนะนำให้แต่ละคนแสดงผลแล้วให้ สมาชิกพิจารณาวิธีที่เหมาะสมจากเหตุผลที่น่าเสนอ)

(สังเกตการร่วมมือกันในการแก้ปัญหา การแสดงผลในการหาแนวทางการแก้ปัญหา)

4. เมื่อแก้ปัญหาได้คำตอบแล้ว ครูจะถามถึงคำตอบที่ได้ว่าเป็นเท่าไร หามาได้อย่างไร ให้อาสาสมัครออกมาแสดงผลการแก้ปัญหา (ถ้าไม่มีกลุ่มใดสมัครใจที่จะนำเสนอ ครูจะกล่าวนำว่า ทุกกลุ่มจะต้องนำเสนออยู่แล้ว ถ้ากลุ่มใดนำเสนอตอนนี้ ครั้งต่อไปก็จะไม่ถูกสุ่มให้นำเสนออีก ซึ่งปัญหาต่อไปอาจจะยากกว่านี้ก็ได้) แล้วให้สมาชิกกลุ่มอื่นตรวจสอบกับวิธีที่กลุ่มของตนเองทำ ว่าเหมือนกันหรือไม่ มีอะไรแตกต่างกันบ้าง พร้อมเสนอวิธีการที่แตกต่าง (ถ้ามี)

(สังเกตการแสดงผลการแก้ปัญหา และการตรวจสอบการแก้ปัญหา)

5. เมื่อได้คำตอบและนำเสนอวิธีการหาคำตอบแล้ว ครูตั้งคำถามว่า ถ้าสายสมรไปโรงเรียน 10 วัน และใช้เงินดังกล่าวนี้นในการได้รับเงิน สายสมรจะได้รับเงินในวันที่ 10 กี่บาท (19,683 บาท) หาได้อย่างไร รวมแล้วเขาจะได้รับเงินทั้งสิ้นเท่าไร ให้นักเรียนแต่ละกลุ่ม แสดงวิธีการหาคำตอบของคำถามดังกล่าว ซึ่งนักเรียนอาจจะใช้วิธีนับต่อจาก 5 วันแรกไปจนถึง

วันสุดท้ายคือวันที่ 10 เมื่อได้คำตอบแล้วครูถามอีกว่า ถ้าสายสมรได้รับเงิน 531,441 บาท วันนั้นเป็นวันที่เท่าไรที่เขาไปโรงเรียน (วันที่ 13) (ให้เวลาคิด) เมื่อได้คำตอบแล้วจึงสุ่มนักเรียน จากกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งให้ออกมาแสดงวิธีการแก้ปัญหากลุ่มแล้วให้กลุ่มอื่นตรวจสอบคำตอบที่ได้ และเปรียบเทียบวิธีการหาคำตอบ

6. เมื่อนักเรียนได้คำตอบและนำเสนอคำตอบแล้ว ครูจึงแจกใบกิจกรรม 1 แก่นักเรียน ทุกคนให้ตอบคำถามนำ แล้วสรุปร่วมกันทั้งชั้นพร้อมบันทึกลงในใบกิจกรรมในประเด็นย่อย ๆ ดังนี้

6.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร

6.2 ในโจทย์กำหนดข้อมูลอะไรให้บ้าง และข้อกำหนดมีเงื่อนไขอย่างไร

6.3 ปัญหาต้องการให้หาอะไร

6.4 จะหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร และแสดงวิธีการหาคำตอบ

แล้วครูจึงแนะนำกระบวนการแก้ปัญหว่าสามารถดำเนินการได้ 4 ขั้นตอน พร้อมโยงให้นักเรียนเห็นผลสรุปที่นักเรียนสรุปไว้ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญห โดยชี้แผ่นโปรงใสสรุปผลการแก้ปัญหที่ 1 เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าถ้าหากมีกระบวนการแก้ปัญหจะทำให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหได้อย่างเป็นระบบ และทำให้แก้ปัญหได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสรุปซ้ำอีกครั้งว่าในแต่ละขั้นตอนมีกิจกรรมที่สำคัญอะไรบ้าง

7. ครูนำเสนอปัญหาที่ 2 โดยใช้ใบกิจกรรม 2 ให้แต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญห ในขณะนี้นักเรียนกำลังดำเนินการแก้ปัญห ครูได้สังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหของนักเรียน แต่ละกลุ่มว่ามีการคิดและวิเคราะห์ปัญหาร่วมกันหรือไม่ ข้อสรุปที่ได้เป็นข้อสรุปจากการตกลง ร่วมกันของสมาชิกในกลุ่มหรือไม่ ถ้านักเรียนต่างคนต่างคิด ครูจะกระตุ้นโดยกล่าวว่า ในแต่ละกลุ่มสมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องเข้าใจ สามารถแก้ปัญหและอธิบายรายละเอียดของ การแก้ปัญหได้ทุกขั้นตอน เพราะต่อไปสมาชิกทุกคนในกลุ่ม จะต้องพร้อมที่จะเป็นตัวแทน ของกลุ่มออกมานำเสนอผลงานของกลุ่ม และคะแนนของแต่ละคนในกลุ่มจะนำมาคิดเป็นค่าเฉลี่ย ของกลุ่มด้วย

8. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเขียนคำตอบของคำถามย่อย ๆ และแสดงวิธีการหาคำตอบเป็น ผลงานของกลุ่มลงในใบกิจกรรม 2 และเตรียมนำเสนอผลการแก้ปัญหของกลุ่ม เมื่อถูกสุ่มให้ นำเสนอ

9. สุ่มนักเรียนมา 1 กลุ่มให้ส่งตัวแทนนำเสนอผลการแก้ปัญหโดยให้นำเสนอตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญห โดยครูคิดแผนภูมิแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหไว้หน้าชั้น ในขณะที่ นำเสนอให้นักเรียนกลุ่มอื่นที่ไม่ถูกสุ่ม ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของ แนวคิด เสนอแนวคิดเพิ่มเติม และนำเสนอวิธีการคิดที่แตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอ (ถ้ามี)

10. เมื่อนำเสนอผลการแก้ปัญหาจบแล้ว ครูจึงถามนำเพื่อให้เกิดการอภิปรายถึงผลดีหรือคุณค่าของการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มและการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสสถานการณ์ปัญหาที่ 1
2. แผ่นโป่งใสสรุปแนวทางการหาคำตอบของปัญหา
3. แผนภูมิขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. ใบกิจกรรม 1 และ 2

การวัดผล/ประเมินผล

1. สังเกตพฤติกรรมการแก้ปัญหของแต่ละคนในกลุ่มโดยใช้แบบสังเกต 4
2. สังเกตการอภิปรายหาแนวทางการแก้ปัญหาและการหาคำตอบของปัญหา
3. ตรวจสอบความเข้าใจปัญหา การวิเคราะห์ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และ

การตรวจสอบผล จากการตอบคำถามในแต่ละขั้นตอน

4. ตรวจสอบผลการแก้ปัญหาร่วมกันของนักเรียน
5. สังเกตการนำเสนอผลการแก้ปัญหา

แฟ้มโปร่งใสสถานการณ์ปัญหาที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วแสดงวิธีหาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

ในหนึ่งสัปดาห์สายสมรจะต้องไปโรงเรียน 5 วัน
คือวันจันทร์ถึงวันศุกร์ ถ้าในวันจันทร์ สายสมร
ได้รับเงิน 1 บาท และในวันถัด ๆ ไปจะได้เป็น 3
เท่าของวันก่อนหน้านั้นเสมอ อยากทราบว่าในหนึ่ง
สัปดาห์สายสมรจะได้รับเงินเท่าใด

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและตอบคำถามต่อไปนี้

ในหนึ่งสัปดาห์สายสมรจะต้องไปโรงเรียน 5 วัน คือวันจันทร์ถึงวันศุกร์ ถ้าในวันจันทร์ สายสมรได้รับเงิน 1 บาท และในวันถัด ๆ ไปจะได้เป็น 3 เท่าของวันก่อนหน้านั้นเสมอ อยากทราบว่าในหนึ่งสัปดาห์สายสมรจะได้รับเงินเท่าใด

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- 1.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร
- 1.2 ในหนึ่งสัปดาห์สายสมรไปโรงเรียนกี่วัน
- 1.3 วันแรกที่เป็นไปโรงเรียนสายสมรจะได้รับเงินเท่าไร
- 1.4 วันที่สองที่เป็นไปโรงเรียนสายสมรจะได้รับเงินเท่าไร
- 1.5 วันต่อ ๆ มาสายสมรจะได้รับเงินอย่างไร (3 เท่าของวันก่อนหน้านั้น)
- 1.6 จากรายละเอียดในข้อ 1.2 - 1.5 สรุปได้ว่า โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรให้บ้าง
- 1.7 โจทย์ต้องการทราบอะไร (สายสมรจะได้รับเงินทั้งหมดเท่าไรถ้าเขาไปโรงเรียน 1 สัปดาห์)

2. ลองคิดหาวิธีการแก้ปัญหา

- 2.1 วันแรกได้รับเงิน 1 บาท วันถัด ๆ ไปจะได้รับเงินเป็น 3 เท่าของวันก่อนหน้านี้นี้หมายความว่าอย่างไร

- 2.2 เขียนแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนวัน จำนวนเงินที่ได้ในแต่ละวัน และผลรวมของเงินทั้งหมดได้อย่างไร

3. แสดงวิธีหาคำตอบ

จำนวนวัน	จำนวนเงินที่ได้รับ	ผลรวมของเงินที่ได้รับ(บาท)
1	1	1
2	3	$1 + 3 = 4$
3	9	$1 + 3 + 9 = 13$
4	27	$1 + 3 + 9 + 27 = 40$
5	81	$1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$

4. ตรวจสอบผลและขยายผลการแก้ปัญหา

ถ้าสายสมรไปโรงเรียน 10 วัน และได้รับเงินตามเงื่อนไขนี้ ในวันที่ 10 เขาจะได้รับเงินเท่าไร หาอย่างไร เขาได้รับเงินทั้งสิ้นเท่าไร

ใบกิจกรรม 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและตอบคำถามต่อไปนี้

นารีไปเยี่ยมฟาร์มของลุงสม เมื่อไปถึงนารีมองไปพบหมูและไก่ในเล้า เมื่อนับนับหัวรวมกันได้ 38 หัว และนับขา รวมกันได้ 100 ขา อยากทราบว่าในฟาร์มของลุงสม มีสัตว์เลี้ยงทั้งสองชนิดอยู่อย่างละกี่ตัว

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 นารีไปไหน นารีทำอะไร
- 1.2 มีสัตว์เลี้ยงที่นารีพบกี่ชนิด อะไรบ้าง
- 1.3 เมื่อนับหัวรวมกันได้ 38 หัว หมายความว่าอย่างไร
- 1.4 ไก่มีกี่ขา หมูมีกี่ขา เมื่อนับขา รวมกันได้ 100 ขา หมายความว่าอย่างไร
- 1.5 สรุปได้ว่าเป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร (การหาจำนวนหมูและไก่)
- 1.6 โจทย์กำหนดเงื่อนไขอะไรให้บ้าง
- 1.7 ปัญหานี้ต้องการหาอะไร (จำนวนหมูและไก่ที่อยู่ในเล้าในฟาร์มของลุงสม)

2. ลองคิดหาวิธีแก้ปัญห

- 2.1 ในฟาร์มลุงสม มีเฉพาะไก่อย่างเดียวยุได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
มีเฉพาะหมูอย่างเดียวยุได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2.2 ถ้ามีไก่ 10 ตัว จะต้องมีหมูกี่ตัว และนับขา รวมกันได้ทั้งหมดกี่ขา
- 2.3 ถ้ามีไก่ 20 ตัว จะต้องมีหมูกี่ตัว และนับขา รวมกันได้ทั้งหมดกี่ขา

3. แสดงวิธีการหาคำตอบ

- 3.1 มีวิธีที่จะช่วยให้การแก้ปัญหายุได้สะดวกขึ้นอย่างไร

สร้างตาราง ลองแทนค่า แล้วตรวจสอบ

จำนวนไก่ (ขา)	10 (20)	20 (40)	25 (50)	26 (52)
จำนวนหมู (ขา)	28 (112)	18 (72)	13 (52)	12 (48)
รวมหัว	38	38	38	38
รวมขาทั้งหมด	132	112	102	100

3.2 สรุปได้ว่าอย่างไร

(มีหมู 12 ตัว มีไก่ 26 ตัว)

4. ตรวจสอบคำตอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

(ถูกต้อง เพราะ หมู 12 ตัว มีขา $12 \times 4 = 48$ ขา

ไก่ 26 ตัว มีขา $26 \times 2 = 52$ ขา

รวมหัวได้ 38 หัว รวมขาได้ 100 ขา)

แผนการสอนที่ 3

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง ปัญหาเกี่ยวกับภาษา

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ การใช้แนวทางหรือยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาจะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. วิเคราะห์ปัญหาที่อยู่ในรูปภาษา และเลือกแนวทางการแก้ปัญหาได้เหมาะสม
2. ลงสรุปในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาและตรวจสอบผลสรุปนั้น ๆ
3. อธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้
4. สามารถแก้ปัญหาที่อยู่ในรูปภาษาได้

เนื้อหา

1. กระบวนการแก้ปัญหา
2. ยุทธวิธีการแก้ปัญหา (ใช้การสร้างตาราง การแจกแจงที่เป็นไปได้ การเดาและตรวจสอบ)
3. การแก้ปัญหาที่เป็นประโยคภาษาหรือข้อความ

สถานการณ์ปัญหา

สถานการณ์ปัญหาที่เป็นประโยคภาษาหรือข้อความ

1. เดชา จริยา กล้าหาญ และสาริน เป็นครูสอนในโรงเรียนแห่งหนึ่ง คนหนึ่งสอนศิลปะ คนหนึ่งสอนคณิตศาสตร์ คนหนึ่งสอนภาษาอังกฤษ และอีกคนหนึ่งสอนวิทยาศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้
 - 1.1 ไม่มีครูสตรีที่สอนคณิตศาสตร์
 - 1.2 น้องชายของเดชาสอนภาษาอังกฤษ
 - 1.3 สารินสอนวิทยาศาสตร์
 อยากทราบว่าจริยาสอนวิชาอะไร
2. นริสา อารีย์ ชีวัน บันลือ และคมสันต์ จะต้องเลือกเข้าชมรมกีฬา 1 ประเภท จากชมรมกีฬาว่ายน้ำ เทนนิส แบดมินตัน และฟุตบอล ทุกคนเลือกชนิดกีฬาที่แตกต่างกัน ยกเว้นนริสากับบันลือที่เลือกกีฬาประเภทเดียวกัน ชมรมกีฬาว่ายน้ำเต็มพอดีเมื่อคมสันต์มาถึง บันลือเลือกได้กีฬาที่อยู่ในร่ม อารีย์เป็นตัวแทนเข้า

แข่งขันเทนนิส อยากทราบว่าแต่ละคนที่กล่าวถึงนี้เข้าชมรมกีฬาอะไรบ้าง

3. สายชลจัดงานตั้งสรรค์ระหว่างเพื่อนสนิท 8 คน (รวมสายชลด้วย) แต่ละคนจะต้องจับมือกันทุกคนเพื่อเป็นการทักทาย จะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 โดยใช้แผ่นโปสเตอร์

เดชา จริยา กล้าหาญ และสาริน เป็นครูสอนในโรงเรียนแห่งหนึ่ง
คนหนึ่งสอนศิลปะ คนหนึ่งสอนคณิตศาสตร์ คนหนึ่งสอนภาษาอังกฤษ
และอีกคนหนึ่งสอนวิทยาศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

- 1.1 ไม่มีครูสตรีที่สอนคณิตศาสตร์
- 1.2 น้องชายของเดชาสอนภาษาอังกฤษ
- 1.3 สารินสอนวิทยาศาสตร์

อยากทราบว่าจริยาสอนวิชาอะไร

ให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันคิดหาคำตอบของปัญหาค้างกล่าวร่วมกัน โดยครูทำหน้าที่ถามด้วยคำถามนำ เพื่อให้ให้นักเรียนสรุปในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ในขั้นตอนการแสดงวิธีการหาคำตอบ ครูซักถามนักเรียนทั้งชั้นก่อนว่าจากข้อสรุปในขั้นตอนที่สองจะแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างไร ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ครูเขียนข้อคิดเห็นของนักเรียนทุกคนบนกระดานหรืออาจให้นักเรียนออกมาเขียนแสดงข้อคิดเห็นของเขาเองบนกระดาน

2. เมื่อไม่มีนักเรียนแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติมแล้วครูจึงจะเสนอยุทธวิธีหรือแนวทางการวิเคราะห์และแสดงวิธีการหาคำตอบที่สามารถใช้ได้กับสถานการณ์เช่นนี้วิธีหนึ่งคือ การสร้างตารางแล้ววิเคราะห์และแจงกรณีที่เป็นไปได้

3. แบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 คน เป็นนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน แต่ละกลุ่มมีทั้งชายและหญิง แล้วชี้แจงและทบทวนถึงแนวทางการทำงานร่วมกันในกลุ่ม โดยเน้นบทบาท หน้าที่ และความรับผิดชอบของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม เช่น ผู้อ่านปัญหา ผู้บันทึกผล ผู้ตรวจสอบ และผู้ที่คอยกระตุ้นให้สมาชิกได้พูดแสดงความคิดเห็น

4. เมื่อชี้แจงถึงแนวทางการดำเนินงานในกลุ่มเป็นที่เข้าใจดีแล้ว ครูแจกบัตรปัญหาที่ 2 หลังจากให้เวลานานพอสมควรแล้ว หากมีกลุ่มที่ยังไม่สามารถหาแนวทางการแก้ปัญหาได้

ครูจะแจกใบกิจกรรม 2 ที่มีคำถามย่อย ๆ เพื่อให้คำถามในใบกิจกรรมช่วยชี้แนะแนวทางในการคิดหาคำตอบ สำหรับกลุ่มที่คิดแนวทางได้ให้สรุปแนวทางในใบกิจกรรมที่แจกให้

5. เมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาโดยการตอบคำถามย่อย และสรุปผลในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา แล้วจึงให้แต่ละกลุ่มเขียนสรุปผลการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 2 เพื่อเป็นผลงานของกลุ่มและเตรียมนำเสนอผลการแก้ปัญหา และเป็นการชักจูงความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม

6. ครูสุ่มกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งให้นำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 2 บนกระดาน ในประเด็นต่อไปนี้

6.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร

6.2 โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง และจากข้อมูลที่กำหนดมีเงื่อนไขอย่างไร

6.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

6.4 มีวิธีการคิดหาคำตอบได้อย่างไร

6.5 แสดงวิธีการคิดหาคำตอบ พร้อมอธิบายเหตุผลเพื่อยืนยันคำตอบ

แล้วให้กลุ่มอื่นตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมในการเลือกยุทธวิธีและความเป็นไปได้ของคำตอบ ครูจะสังเกตและช่วยตรวจสอบความชัดเจนและความถูกต้องของการนำเสนอในแต่ละประเด็นย่อย แล้วซักถามเพิ่มเติมเพื่อให้เกิดการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น และถ้ามีกลุ่มที่มีวิธีการคิดที่แตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอ จะให้โอกาสให้กลุ่มนั้น ๆ ได้นำเสนอส่วนที่แตกต่างเพื่อเปรียบเทียบกัน

7. จากผลการแก้ปัญหาทั้งสองปัญหา ครูนำอภิปรายถึงผลการแก้ปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา ตลอดจนรายละเอียดในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อเป็นข้อสรุป แล้วแจกแบบสรุปการแก้ปัญหา พร้อมอธิบายถึงกิจกรรมที่จะต้องกระทำการในการดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา (ดังรายละเอียดในแบบสรุปการแก้ปัญหา) เพื่อเป็นการเน้นให้เห็นว่ากระบวนการแก้ปัญหาและการมียุทธวิธีในการแก้ปัญหจะเป็นเครื่องมือช่วยให้การดำเนินการแก้ปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

8. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 ให้นักเรียนทุกคนดำเนินการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล เมื่อแก้ปัญหาและได้ผลสรุปสุดท้ายของปัญหาแล้วเขียนสรุปผลการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 3 เรียบร้อยแล้วครูจะสุ่มนักเรียนมา 1 คน ให้นำเสนอผลการแก้ปัญหาแล้วให้สมาชิกที่เหลือตรวจสอบและเปรียบเทียบกับวิธีที่ตนเองคิด

สื่อการเรียนการสอน

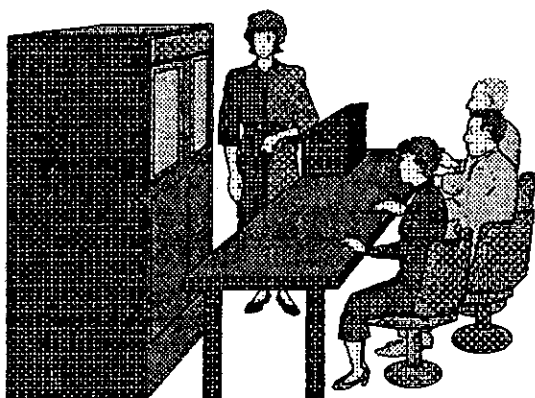
1. แผ่นโป่งใสปัญหาที่ 1
2. บัตรปัญหาที่ 2
3. ใบกิจกรรมที่ 1 , 2 และ 3
4. แบบสรุปการแก้ปัญหา

การวัดผล/ประเมินผล

1. สังเกตการทำหน้าที่ของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่ม ในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหา
2. สังเกตการอภิปรายร่วมกันในกลุ่มในแง่ของการตีความ การให้เหตุผล และ
การใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร
3. ตรวจสอบความถูกต้องของการตอบคำถามในคำถามนำ และความสมบูรณ์ของ
การสรุปในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา
4. สังเกตการนำเสนอผลงาน การร่วมอภิปรายและแสดงความคิดเห็นสนับสนุนหรือ
โต้แย้งผลการแก้ปัญหากลุ่มอื่น
5. ประเมินผลภาพรวมที่ได้จากการแก้ปัญหา

แผ่นโปรงใสปัญหาที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบ



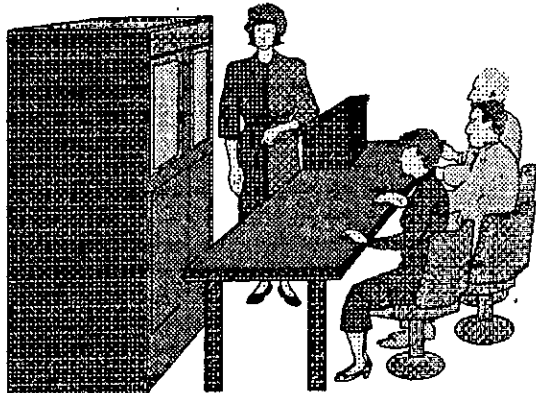
เคชา จรียา กล้าหาญ และสาริน เป็นครู สอนในโรงเรียนแห่งหนึ่ง
ประชุมวางแผนการสอน ได้ข้อสรุปว่าคนหนึ่งสอนศิลปะ คนหนึ่งสอน
คณิตศาสตร์ คนหนึ่งสอนภาษาอังกฤษ และอีกคนหนึ่งสอน
วิทยาศาสตร์ มีรายละเอียดที่ตกลงกันดังนี้

- 1.1 ไม่มีครูสตรีที่สอนคณิตศาสตร์
- 1.2 น้องชายของเคชาสอนภาษาอังกฤษ
- 1.3 สารินสอนวิทยาศาสตร์

อยากทราบว่าจรรยาสอนวิชาอะไร

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและแสดงวิธีการหาคำตอบ



เดชา จริยา กล้าหาญ และสาริน เป็นครู สอนในโรงเรียนแห่งหนึ่ง
ประชุมวางแผนการสอน ได้ข้อสรุปว่าคนหนึ่งสอนศิลปะ คนหนึ่งสอน
คณิตศาสตร์ คนหนึ่งสอนภาษาอังกฤษ และอีกคนหนึ่งสอน
วิทยาศาสตร์ มีรายละเอียดที่ตกลงกันดังนี้

- 1.1 ไม่มีครูสตรีที่สอนคณิตศาสตร์
- 1.2 น้องชายของเดชาสอนภาษาอังกฤษ
- 1.3 สารินสอนวิทยาศาสตร์

อยากทราบว่าจริยาสอนวิชาอะไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 มีครูที่กล่าวถึงกี่คน ใครบ้าง (4 คน คือ เดชา จริยา กล้าหาญและสาริน)
- 1.2 มีวิชาที่กล่าวถึงกี่วิชา อะไรบ้าง (4 วิชา คือ ศิลปะ คณิตศาสตร์ ภาษาอังกฤษ
และวิทยาศาสตร์) และแต่ละคนสอนกี่วิชา (1 วิชา)

2. ลองคิดหาวิธีแก้ปัญห

- 2.1 จากข้อความ “ไม่มีครูสตรีที่สอนคณิตศาสตร์” จะได้ข้อสรุปอย่างไร (จริยาและ
สารินไม่สอนคณิตศาสตร์)
- 2.2 สารินสอนวิชาอะไร (วิทยาศาสตร์)
- 2.3 น้องชายของเดชาคือใคร (กล้าหาญ)
- 2.4 ไม่มีครูสตรีสอนคณิตศาสตร์และกล้าหาญสอนภาษาอังกฤษ จะสรุปได้ว่า

เคหาสอนวิชาอะไร (คณิตศาสตร์)

3. แสดงวิธีการหาคำตอบ

	ศิลปะ	คณิตศาสตร์	ภาษาอังกฤษ	วิทยาศาสตร์
เคชา	×	/	×	×
จรียา	/	×	×	×
กส้าหาญ	×	×	/	×
สาริน	×	×	×	/

4. ตรวจสอบคำตอบ

ใบกิจกรรม 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและตอบคำถามต่อไปนี้

นริศ อารีย์ ชีวัน บันลือ และคมสันต์ จะต้องเลือกเข้าชมรมกีฬา 1 ประเภทจากกีฬา วูตว๊าน เทนนิส แบดมินตัน และฟุตบอล ทุกคนเลือกชนิดกีฬาที่แตกต่างกัน ยกเว้นนริศและบันลือที่เลือกกีฬาประเภทเดียวกัน ชมรมกีฬาวูตว๊านเต็มพอดีเมื่อคมสันต์มาถึง บันลือเลือกได้กีฬาในร่ม อารีย์เป็นตัวแทนเข้าแข่งเทนนิส อยากทราบว่าแต่ละคนเข้าชมรมกีฬาอะไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร
- 1.2 มีนักเรียนที่ต้องเลือกเข้าชมรมกีฬากี่คน ใครบ้าง
- 1.3 มีชมรมกีฬากี่ชมรม
- 1.4 แต่ละคนเข้าชมรมเดียวกันได้หรือไม่
- 1.5 โจทย์บอกอะไรให้อีกบ้างสำหรับแต่ละคน
- 1.6 กีฬาที่ต้องเล่นในร่มคือกีฬาอะไร
- 1.7 โจทย์ต้องการทราบอะไร

2. ลองคิดหาวิธีแก้ปัญหา

- 2.1 คมสันต์เข้าชมรมวูตว๊านได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2.2 บันลือเลือกชมรมกีฬาอะไร ทำไมคิดอย่างนั้น เพราะเหตุใด
- 2.3 นริศ เลือกชมรมกีฬาอะไร ทำไมคิดอย่างนั้น เพราะเหตุใด
- 2.4 คมสันต์เลือกชมรมกีฬาอะไร ทำไมคิดอย่างนั้น เพราะเหตุใด

3. แสดงวิธีการแก้ปัญหา

3.1 มีวิธีที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้สะดวกขึ้น อย่างไร

สร้างตารางวิเคราะห์ปัญหา

นักเรียน	ประเภทกีฬา			
	ว่ายน้ำ	เทนนิส	แบดมินตัน	ฟุตบอล
นริศ				
อารีย์				
จีวัน				
บันลือ				
คมสันต์				

3.2 สรุปได้ว่าอย่างไร

4. ตรวจสอบคำตอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ รู้ได้อย่างไร

5. ปรับเปลี่ยนเงื่อนไขของปัญหา

สมมติว่า นริศเข้าชมรมเทนนิสและอารีย์เข้าชมรมฟุตบอล

คมสันต์ไม่สามารถเข้าชมรมฟุตบอลได้ แล้วคมสันต์จะเข้าชมรมอะไร

(คำตอบ ชมรมแบดมินตัน)

ใบกิจกรรม 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและตอบคำถามต่อไปนี้

สายชลจัดงานสังสรรค์ระหว่างเพื่อนสนิท 8 คน (รวมสายชลด้วย) แต่ละคนจะต้องจับมือกันทุกคนเพื่อเป็นการทักทาย จะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 ปัญหานี้กล่าวถึงเรื่องอะไร
- 1.2 มีสมาชิกในงานเลี้ยงกี่คน
- 1.3 แต่ละคนจะแสดงการทักทายกันด้วยวิธีการใด
- 1.4 ปัญหานี้ต้องการให้หาอะไร

2. ลองคิดหาวิธีการแก้ปัญห

- 2.1 ถ้ามีคนเพียง 2 คน จะมีการจับมือกันกี่ครั้ง เพราะอะไร แสดงให้เห็นจริง
- 2.2 ถ้ามีคนเพียง 3 คน จะมีการจับมือกันกี่ครั้ง เพราะอะไร แสดงให้เห็นจริง
- 2.3 ถ้ามีคนเพียง 4 คน จะมีการจับมือกันกี่ครั้ง เพราะอะไร แสดงให้เห็นจริง
- 2.4 ถ้าคนเพิ่มขึ้น จำนวนครั้งของการจับมือกันเป็นอย่างไร เพิ่มขึ้นหรือลดลง เพิ่มขึ้นเท่ากัน หรือลดลงเท่ากันหรือไม่

3. แสดงวิธีการหาคำตอบ

3.1 มีวิธีที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหได้สะดวกขึ้นอย่างไร

สร้างตารางแสดงการจับมือแล้วสังเกตรูปแบบ

จำนวนคน	2	3	4	5	6	7	8
จำนวนครั้งของการจับมือ	1	3	6	10	15	21	28

สังเกตผลต่าง



3.2 เมื่อสังเกตรูปแบบที่ปรากฏและเติมตารางให้สมบูรณ์ จะสรุปได้ว่าอย่างไร

4. ตรวจสอบคำตอบ

คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด

5. ถ้าในงานเลี้ยงสังสรรค์นี้มีสมาชิกมาร่วมงาน 20 คน จะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง

แผนการสอนที่ 4

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง ปัญหาเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ รูปภาพ หรือกราฟ

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ ปัญหาบางอย่างอยู่ในรูปมิติสัมพันธ์ ซึ่งการแก้ปัญหาจะต้องอาศัยประสบการณ์ และการพิจารณาวิเคราะห์อย่างรอบคอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เลือกวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม
2. อธิบายแนวคิดในการหาคำตอบและชี้แจงเหตุผลของการลงสรุปในการแก้ปัญหา
3. สามารถแก้ปัญหาในรูปมิติสัมพันธ์ได้

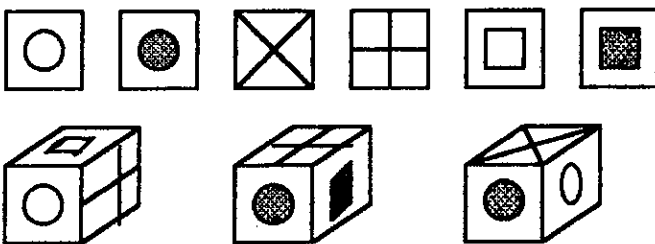
เนื้อหา

1. กระบวนการแก้ปัญหา
2. ยุทธวิธีการแก้ปัญหา (การวิเคราะห์ การแจกแจงที่เป็นไปได้ การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ แล้วหารูปแบบเพื่อลงสรุปในรูปทั่วไป)
3. การแก้ปัญหาเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์

สถานการณ์ปัญหา

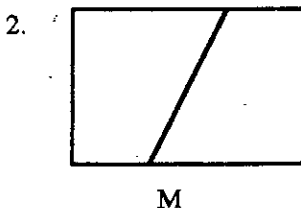
ปัญหเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์

1. เมื่อกำหนดแต่ละหน้าของลูกเต๋า ดังรูป



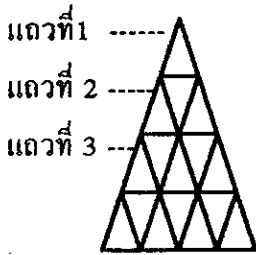
ให้นักเรียนหาหน้าลูกเต๋ที่อยู่ตรงข้ามซึ่งกันและกัน

N



ส่วนของเส้นตรง MN แบ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากออกเป็นสองส่วน ถ้าใช้ส่วนของเส้นตรง 4 เส้น จะสามารถแบ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากออกเป็นส่วน ๆ ได้อย่างมากที่สุดกี่ส่วน

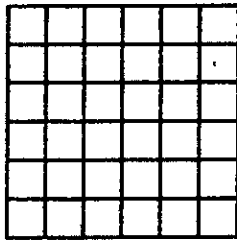
3. กำหนดรูปสามเหลี่ยมตามที่จัดเรียง ดังรูป



ให้นักเรียนหาจำนวนรูป $\triangle$ ในแต่ละแถว ต่อไปนี้

1. แถวที่ 7 มีรูป $\triangle$ ทั้งหมดกี่รูป
2. แถวที่ 10 มีรูป $\triangle$ ทั้งหมดกี่รูป
3. รูปทั่วไปในการหาจำนวนรูป $\triangle$ ตามที่จัดเรียง
ดังกล่าว

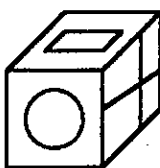
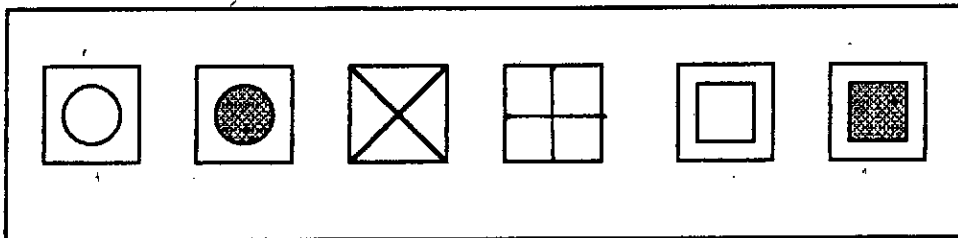
4. จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากรูปที่กำหนด เป็นเท่าไร



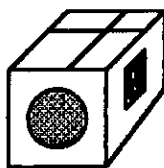
กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ทบทวนกระบวนการแก้ปัญหาที่เรียนรู้มาแล้วก่อนหน้านี้ว่า เมื่อพบปัญหาจะเริ่มคิดและแก้ปัญหาอย่างไร มีวิธีการหรือยุทธวิธีอย่างไรบ้างที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายและสะดวกขึ้น และกล่าวถึงบทบาท หน้าที่และความรับผิดชอบในการทำงานร่วมกันในกลุ่ม ก่อนที่จะให้นักเรียนเข้ากลุ่มกันอีกครั้งหนึ่ง

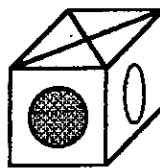
2. ครูนำเสนอปัญหาการหาหน้าตรงข้ามของลูกเต๋า เมื่อกำหนดหน้าแต่ละหน้าของลูกเต๋าให้ ดังรูป



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

3. ครูสังเกตการหาแนวทางการแก้ปัญหาและยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาเหมือนกันในกลุ่ม ว่าแต่ละกลุ่มมีแนวทางหรือวิธีการอย่างไร หากนักเรียนหาไม่ได้ ครูใช้การถามนำถึงโอกาสที่เป็นไปได้ และเป็นไปไม่ได้ของหน้าลูกเต๋าที่อยู่ตรงข้ามกัน แล้วลากเส้นโยงรูปต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ในแต่ละคู่ เช่น

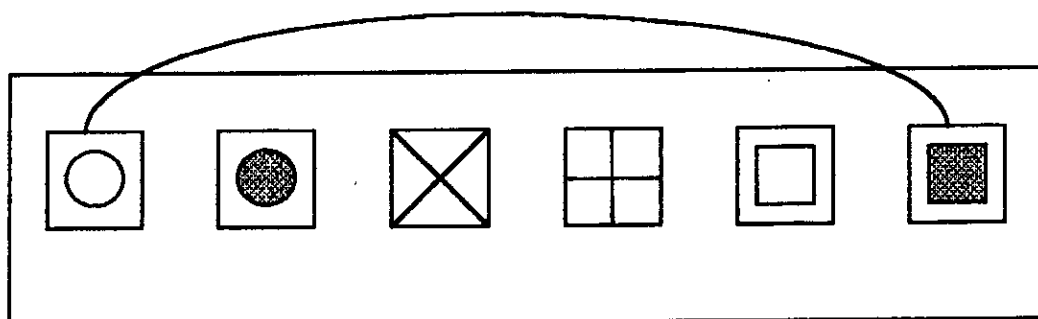


(เพื่อให้นักเรียนสังเกต วิเคราะห์ และบอกเหตุผล) คำตอบคือไม่ได้ เพราะจากรูปที่ 1 หน้าทั้ง 3 อยู่ติดกัน แล้ว มีโอกาสที่จะอยู่ตรงข้ามกับหน้าใดได้บ้าง

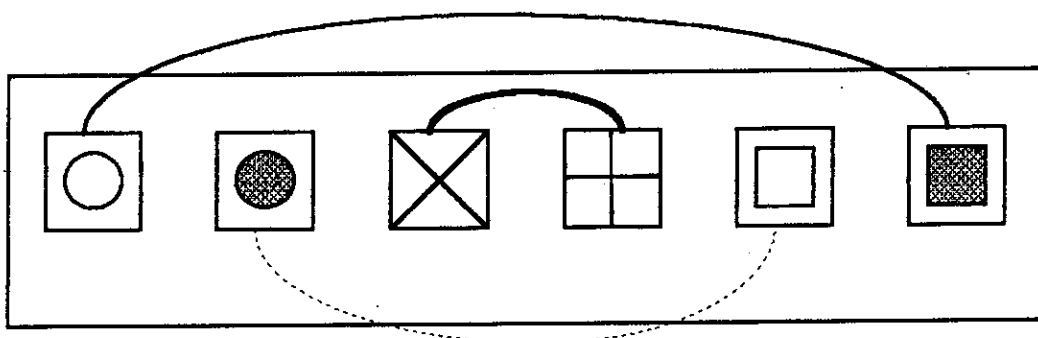
และซักถามว่ามีรูปไหนที่จะช่วยในการพิจารณาว่าใน 3 หน้าี่ควรจะเป็นหน้าใด (ให้นักเรียนช่วยกันคิดเองในกลุ่ม) ซึ่งจะได้ว่า

จากรูปที่ 3 จะอยู่ตรงข้าม และ ไม่ได้

ดังนั้น จะต้องอยู่ตรงข้ามกับ ให้นักเรียนเสนอวิธีการบันทึกผลของแต่ละกลุ่ม แล้วครูจึงเพิ่มเติมวิธีการลากเส้นโยงรูปดังกล่าว



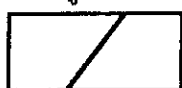
จากนั้นให้นักเรียนพิจารณารูปต่อ ๆ ไปเอง โดยอาศัยแนวทางเช่นเดียวกัน จะได้



เมื่อนักเรียนหาคำตอบได้แล้ว ครูให้นักเรียนสรุปว่า ในการแก้ปัญหานักเรียนใช้วิธีการอย่างไร จึงได้คำตอบ (แจ้งกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการหาคำตอบ) แล้วให้นักเรียนตรวจสอบโดยการติดสติ๊กเกอร์สีต่างหรือทำเครื่องหมายบนหน้าของลูกเต๋าคำตอบที่ได้ แล้วตรวจสอบกับข้อมูลที่กำหนด

5. ครูนำเสนอปัญหาในรูปมิติสัมพันธ์ปัญหาที่ 2 โดยแจกใบกิจกรรม 2 แล้วให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญห (นักเรียนอาจจะใช้วิธีการลองลากเส้นดู) เมื่อทุกกลุ่มหาคำตอบของปัญหาได้แล้ว ครูจึงซักถามถึงวิธีการหาคำตอบว่าทำอย่างไร ถ้ากำหนดให้ลากเส้นมากกว่านี้ เช่น 8 เส้น 10 เส้น จะใช้วิธีการลากที่ละเส้นแล้วนับจำนวนสะดวกหรือไม่ มีวิธีที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาคิดสะดวกขึ้นอย่างไร ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นในการหาแนวทางการหาคำตอบ

6. จากนั้นครูนำเสนอตารางแสดงจำนวนชิ้นส่วนที่สามารถแบ่งได้ เมื่อเพิ่มเส้นตรงที่ละเส้น ดังนี้



1 เส้น

2 เส้น

3 เส้น

2 ส่วน

4 ส่วน

7 ส่วน

จำนวนเส้น	1	2	3	4	...
จำนวนชิ้นส่วน	2	4	7		

ส่วนต่าง

→

2

3

4

5

ให้นักเรียนสังเกตผลที่เกิดขึ้น แล้วตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐาน แล้วจึงหาข้อสรุปที่ได้

7. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีการหาจำนวนรูป $\triangle$ ในแต่ละแถวและตอบคำถามในใบกิจกรรม 3 พร้อมแสดงวิธีการหารูปทั่วไปในการหาจำนวนรูป $\triangle$ ตามที่จัดเรียงไว้ เมื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อยแล้วให้ยกมือเพื่อรับปัญหาที่ 4 ต่อไป

8. เมื่อทุกกลุ่มแก้ปัญหาสრ็จเรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มนักเรียนจากกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งมานำเสนอผลการแก้ปัญห แล้วให้นักเรียนที่เหลือตรวจสอบความถูกต้อง และซักถามหากไม่เข้าใจ สมาชิกในกลุ่มที่ถูกสุ่มมานำเสนอผลงานและสมาชิกในกลุ่มที่แก้ปัญหานั้น ๆ สามารถอธิบายเพิ่มเติมหรือช่วยตอบคำถามด้วย จากนั้นถามว่ามีกลุ่มใดที่มีวิธีคิดหาคำตอบของปัญหาแตกต่างไปจากกลุ่มที่นำเสนอ หากมีให้ออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหานั้น แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบ 2 (หรือ 3) วิธีการคิดที่แตกต่างกัน

9. เมื่อนักเรียนเสนอผลการแก้ปัญหาและอภิปรายผลการแก้ปัญหาทั้ง 2 ปัญหาแล้ว ให้นักเรียนสังเกต เปรียบเทียบและสรุปการแก้ปัญหาแต่ละวิธีว่า มีแนวทางการแก้ปัญหาอย่างไร ใช้เทคนิคหรือยุทธวิธีอะไรในการหาคำตอบของปัญหา

สื่อและอุปกรณ์

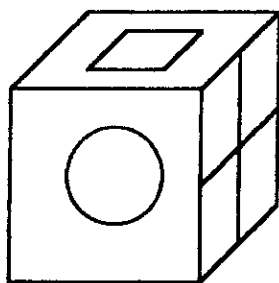
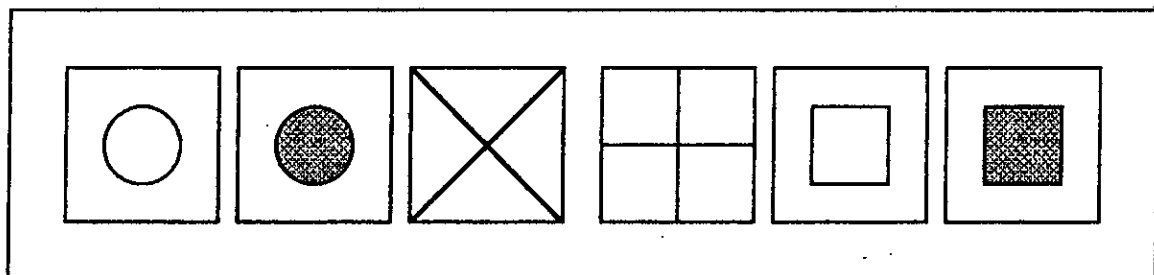
1. แผ่นโป่งใสใบกิจกรรม 1
2. ใบกิจกรรม 1, 2, 3 และ 4
3. ลูกเต๋ขนาด 3×3 นิ้ว สติ๊กเกอร์สี 6 สี

การวัดผลและประเมินผล

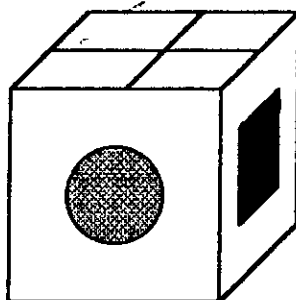
1. สังเกตการแบ่งหน้าที่รับผิดชอบภายในกลุ่ม การอภิปราย การร่วมมือและการชี้แจงเหตุผลกันภายในกลุ่มในขณะดำเนินการแก้ปัญหากลุ่ม
2. ตรวจสอบความถูกต้องในการตอบปัญหาและสรุปแนวทางการแก้ปัญหา
3. สังเกตการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา
4. ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมในการแก้ปัญหาในใบงานที่กำหนด ทั้งของกลุ่มและรายบุคคล
5. สังเกตความสมบูรณ์ ชัดเจนในการนำเสนอผลการแก้ปัญหาและการมีส่วนร่วมในการนำเสนอผลการแก้ปัญหาในแต่ละข้อ

ใบกิจกรรม 1

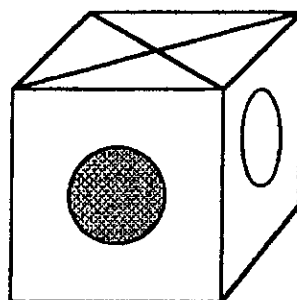
เมื่อกำหนดแต่ละหน้าของลูกเต๋า ดังรูป



รูปที่ 1



รูปที่ 2

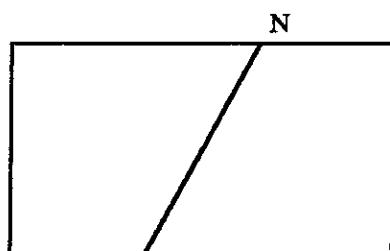


รูปที่ 3

ให้นักเรียนหาหน้าลูกเต๋าย่อยตรงข้ามซึ่งกันและกัน แล้วคิดหน้าของลูกเต๋าย่อยหาได้ด้วยสติ๊กเกอร์สีต่าง ๆ กัน เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง

ใบกิจกรรม 2

ส่วนของเส้นตรง MN แบ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากออกเป็นสองส่วน ดังรูป

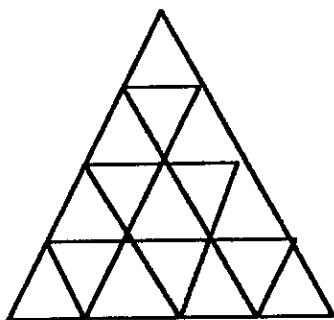


M

ถ้าใช้ส่วนของเส้นตรง 4 เส้น จะสามารถแบ่งรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากออกเป็น
ส่วน ๆ ได้อย่างมากกี่ส่วน (ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบ)

ใบกิจกรรม 3

กำหนดรูปสามเหลี่ยมตามที่จัดเรียง ดังรูป

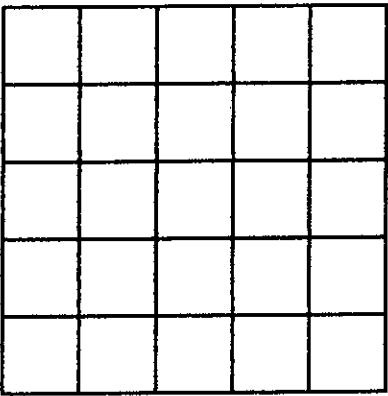


ให้นักเรียนหาจำนวนรูป $\triangle$ ในแต่ละแถว ต่อไปนี้

1. แถวที่ 7 มีรูป $\triangle$ ทั้งหมดกี่รูป
2. แถวที่ 10 มีรูป $\triangle$ ทั้งหมดกี่รูป
3. รูปทั่วไปในการหาจำนวนรูป $\triangle$ ตามที่จัดเรียงไว้ หาได้อย่างไร

ใบกิจกรรม 4

จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากรูปที่กำหนด เป็นเท่าไร
หาได้อย่างไร



แผนการสอนที่ 5

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้สมการ

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ ปัญหาบางปัญหาอาจแปลงให้อยู่ในรูปสมการแล้วแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. อธิบายเหตุผลในการแก้ปัญหาและยืนยันคำตอบของปัญหา
2. นำเสนอและอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา
3. สามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการได้

เนื้อหา

กระบวนการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (การลองผิด-ลองถูก การใช้สมการ)

ปัญหาที่สามารถแก้ได้โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการ

สถานการณ์ปัญหา

ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

1. ในหีบใบหนึ่งมีลูกแก้วอยู่ 120 ลูก อับดุล กับ บุญมี หยิบลูกแก้วจากหีบออกมาคนละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่า ยังเหลือลูกแก้วในหีบมีจำนวนเป็น 4 เท่าของจำนวนที่แต่ละคนหยิบออกมา อับดุล กับ บุญมีหยิบลูกแก้วออกมาคนละกี่ลูก
2. นุศุล นิชา และนที เป็นพี่น้องกัน มีอายุห่างกันคนละ 1 ปี เมื่อนับอายุของทั้งสามคนรวมกันแล้วจะได้ 105 ปี คนกลางมีอายุเท่าไร
3. สัญญา มีที่ดินอยู่แปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เขาไม่รู้ว่ามีพื้นที่เท่าไร รู้แต่ว่ามีเส้นรอบรูปยาว 750 เมตร และวัดความยาวของด้านกว้างได้ 75 เมตร ช่วยสังญาคิดที่ว่าเขามีที่ดินอยู่เท่าไร

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาที่ 1 โดยใช้แผ่นโปรงใส

บัตรปัญหาที่ 1

ในหีบใบหนึ่งมีลูกแก้วอยู่ 120 ลูก **อับดุล** กับ **บุญมี** หยิบลูกแก้วจากหีบออกมาคนละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่า ยังเหลือลูกแก้วในหีบเป็น 4 เท่าของจำนวนที่แต่ละคนหยิบออกมา **อับดุล** กับ **บุญมี** หยิบลูกแก้วออกมาคนละกี่ลูก

พร้อมแจกบัตรปัญหาที่ 1 ให้นักเรียนทุกคน ให้แต่ละคนคิดแก้ปัญหาอิสระ ให้เวลานักเรียนคิดประมาณ 5 - 10 นาที ครูสังเกตว่ามีนักเรียนคิดแก้ปัญหาได้หรือไม่ เพื่อช่วยให้นักเรียนที่ยังคิดหาแนวทางการแก้ปัญหาไม่ได้ ครูจึงแจกใบกิจกรรม 1 และเริ่มถามนำตามแนวคำถามในใบกิจกรรม 1 (ข้อ 1 และ 2) เพื่อทำความเข้าใจโจทย์และใช้ข้อมูลจากโจทย์เป็นแนวทางให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาต่อไป แล้วให้นักเรียนทำข้อ 1 และ 2 ในใบกิจกรรมแล้วคิดหาวิธีการแก้ปัญหา ครูถามให้นักเรียนบอกแนวทางหรือวิธีการที่เขาคิด (ต้องการให้นักเรียนบอกออกมาเป็นคำพูดด้วยภาษาที่เขาเข้าใจ ขณะเดียวกันก็จะให้โอกาสนักเรียนที่ยังคิดไม่ได้ ฟังแนวคิดของคนอื่น ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแนวคิด แล้วจึงให้ดำเนินการคิดหาคำตอบ) แล้วให้สมาชิกที่เหลือช่วยกันตรวจสอบแนวคิดนั้น ๆ ถ้าหากมีแนวคิดมากกว่า 1 วิธี ก็ให้มีการอภิปรายถึงแนวคิดที่เป็นไปได้และแนวคิดที่เหมาะสม

(ครูสังเกตการคิดแก้ปัญหา การแสดงแนวคิดด้วยการพูด การรับฟังแนวคิดของคนอื่น และตรวจสอบแนวคิดของนักเรียนแต่ละคนที่แสดงแนวคิดออกมา)

2. เมื่อสรุปและเลือกแนวคิดที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหาได้แล้ว ให้นักเรียนแต่ละคนดำเนินการแก้ปัญหาจนกระทั่งได้คำตอบของปัญหาที่ 1 (สังเกตความพยายามและความตั้งใจในการแก้ปัญหของนักเรียนทั้งชั้น)

3. ครูสุ่มถามคำตอบของปัญหาที่ได้ พร้อมทั้งตรวจสอบกับคำตอบของนักเรียนคนอื่น ๆ ว่าได้คำตอบตรงกันหรือไม่ และให้บอกวิธีคิดหาคำตอบคร่าว ๆ (หาคำตอบโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการ) หากได้คำตอบไม่ตรงกัน ครูให้นักเรียนที่มีคำตอบต่างกันอธิบายวิธีการหาคำตอบของตนเอง แล้วให้นักเรียนที่เหลือช่วยกันตรวจสอบว่าวิธีใดถูกต้องและวิธีใดไม่ถูกต้อง เกิดข้อผิดพลาดที่ใด

4. เมื่อนักเรียนคิดและแก้ปัญหาจนได้คำตอบแล้วครูจะนำอภิปรายว่ามีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร ใช้ความรู้อะไรบ้างในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนตอบว่าใช้สมการ ครูจะถามต่อว่ารู้ได้อย่างไรว่าสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการในการแก้ปัญหา มีข้อสังเกตอย่างไร จากนั้นจะใช้คำถาม ถามนำเพื่อเชื่อมโยงและสรุปวิธีการแก้ปัญหานักเรียนดำเนินการมาเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้ที่ละขั้นตอน พร้อมกันนั้นให้นักเรียนบันทึกผลสรุปในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาที่เหลือลงในใบกิจกรรม 1 เป็นของตนเอง เมื่อเสร็จแล้วส่งครูทั้งบัตรปัญหาที่ 1 และใบกิจกรรม 1

5. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มตามที่จัดไว้ แล้วครูแจกใบกิจกรรม 2 ให้นักเรียนทุกกลุ่ม และให้ผู้ที่ทำหน้าที่อ่านปัญหา เป็นผู้อ่านปัญหา แล้วสมาชิกทุกคนในกลุ่มร่วมกันวิเคราะห์หาแนวทางการแก้ปัญหา และให้ผู้ที่ทำหน้าที่บันทึกเป็นคนบันทึกผลการคิดลงในใบกิจกรรม 2

และให้ผู้ที่ทำหน้าที่ตรวจสอบ คอยตรวจสอบว่าบันทึกผลถูกต้องตามที่ได้สรุปร่วมกันหรือไม่ รวมทั้งตรวจสอบว่าสมาชิกในกลุ่มเข้าใจงานของกลุ่มหรือไม่ และเตรียมรายงานผล

6. เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มนักเรียนมา 1 กลุ่มให้ส่งตัวแทนออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหา แล้วให้สมาชิกที่เหลือช่วยกันตรวจสอบการนำเสนอผลการแก้ปัญหา โดยตรวจสอบการนำเสนอในประเด็นต่อไปนี้ คือ

6.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการให้หาอะไร

6.2 ใช้ความรู้อะไรในการแก้ปัญหา

6.3 แก้ปัญหาคงกล่าวได้อย่างไร (แสดงวิธีการแก้ปัญหา)

6.4 รู้ได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้ถูกต้อง (บอกเหตุผล) ตรวจสอบได้อย่างไร (แสดงวิธีการตรวจสอบ)

7. จากนั้นครูซักถามนักเรียนที่เหลือว่ามีกลุ่มใดที่ดำเนินการแก้ปัญหาแตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอบ้าง ถ้ามีให้กลุ่มนั้น ๆ นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน ถ้าหากไม่มีกลุ่มใดมีวิธีที่แตกต่างกับวิธีที่นำเสนอ ครูจะถามนักเรียนทั้งชั้นว่า มีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ที่จะสามารถแก้ปัญหานั้นได้ ทำอย่างไร ให้นักเรียนอภิปรายและคิดหาวิธีการแก้ปัญหา ($\frac{105}{3} = 35$ จะได้ 34, 35, 36 เป็นอายุของทั้งสามคน ซึ่งคนกลางอายุ 35 ปี)

8. ให้นักเรียนบอกลักษณะของปัญหาทำนองเดียวกับปัญหาที่สอง (หรือผู้สอนอาจคิดแปลงข้อแม้ เช่น “จำนวนเต็มเรียงกัน 3 จำนวน ผลบวกเป็น 87” “ถ้าสามคนอายุห่างกันคนละ 2 ปี คนสุดท้ายอายุเท่าใด”) แล้วอภิปรายแนวทางการแก้ปัญหา ซึ่งจะสรุปได้ว่าใช้แนวทางเดียวกับปัญหาที่ 2

9. ครูนำเสนอปัญหาที่ 3 โดยใช้ใบกิจกรรม 3 โดยแจกให้นักเรียนทุกคน ให้แต่ละคนดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อได้แนวทางแก้ปัญหาแล้วจึงให้ทุกคนในกลุ่มมาสรุปร่วมกัน เป็นผลการแก้ปัญหาของกลุ่ม (ให้ทุกคนได้คิดอิสระโดยใช้ความรู้ที่มีอยู่ จากนั้นจึงนำแนวคิดของตนเองมานำเสนอกลุ่ม และสรุปร่วมกัน ครูจะสังเกตพฤติกรรม การทำหน้าที่ตามบทบาทที่กำหนดของสมาชิกทุกคนในกลุ่มในการดำเนินการเพื่อหาข้อสรุป แล้วแสดงวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 3

สื่อการเรียนการสอน

1. แผ่นโป่งใสปัญหาที่ 1
2. บัตรปัญหา 1
3. ใบกิจกรรม 1, 2 และ 3

การวัดผล/ประเมินผล

1. ตรวจสอบการแสดงวิธีคิด แก้ปัญหาในบัตรปัญหาที่ 1 และการเขียนสรุป
การแก้ปัญหาในใบกิจกรรม 1 ของนักเรียนรายบุคคล
2. สังเกตการสรุปและการเชื่อมโยงการลงสรุป วิธีการแก้ปัญหากับกระบวนการ
แก้ปัญหา
3. สังเกตการดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่ม ในแง่ของความร่วมมือในการคิด
การสรุปในการแก้ปัญหา บทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม
4. สังเกตการนำเสนอผลการแก้ปัญหาในแง่ของการดำเนินการตามกระบวนการ
แก้ปัญหาลักษณะการเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา และการแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอน
5. การร่วมแสดงความคิดเห็นในการนำเสนอผลการแก้ปัญหา

บัตรปัญหาที่ 1



- **คำชี้แจง** ให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้
- ในเก็บใบที่เพิ่งมีลูกแก้วอยู่ 120 ลูก อับดุล กับ บุญมี หยิบลูกแก้วจาก ที่บออกมาคนละเท่า ๆ กัน ปรากฏ ว่า ยังเหลือลูกแก้วในหีบเป็น 4 เท่า ของจำนวนที่แต่ละคนหยิบออกมา อับดุลกับบุญมีหยิบลูกแก้วออกมา คนละกี่ลูก

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 1

- คำชี้แจง ให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหา
- และดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้



ในหีบใบหนึ่งมีลูกแก้วอยู่ 120 ลูก
อับดุล กับ บุญมี หยิบลูกแก้วจาก
หีบออกมาคนละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่า
ยังเหลือลูกแก้วในหีบเป็น 4 เท่า
ของจำนวนที่แต่ละคนหยิบออกมา
อับดุลกับบุญมีหยิบลูกแก้วออกมา
คนละกี่ลูก

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 เป็นปัญหากล่าวกับอะไร
- 1.2 ในหีบมีลูกแก้วกี่ลูก
- 1.3 ใครบ้างที่หยิบลูกแก้วออกจากหีบ หยิบออกมาเท่าไร
- 1.4 หยิบทั้งสองคนแล้วเหลือลูกแก้วหรือไม่
- 1.5 โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

- 2.1 อับดุล กับ บุญมีหยิบลูกแก้วจากหีบคนละเท่า ๆ กันหมายความว่าอย่างไร
- 2.2 ยังเหลือลูกแก้วในหีบเป็น 4 เท่าของจำนวนที่แต่ละคนหยิบออกมา
หมายความว่าอย่างไร
- 2.3 แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหาได้อย่างไร

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

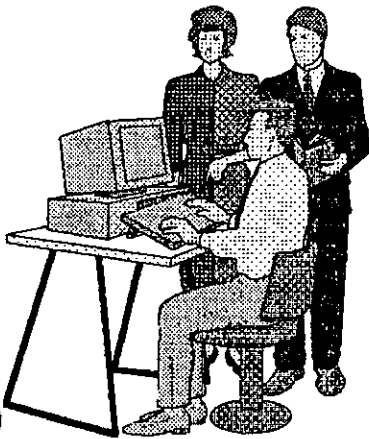
สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 2

- **คำชี้แจง** ให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้



บุญล นิสิต และนที เป็นพี่น้องกัน
มีอายุต่างกัน 1 ปี เมื่อนับอายุ
ของคนทั้งสามรวมกันได้ 105 ปี
คนกลางอายุเท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

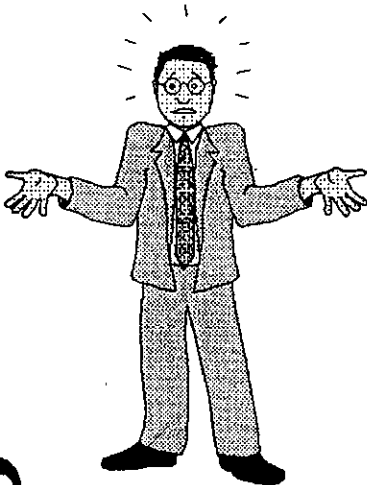
สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 3

- คำชี้แจง ให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหาและ
ดำเนินการแก้ปัญหาต่อไป



- สัญญามีที่ดินอยู่แปลงหนึ่งเป็นรูป
สี่เหลี่ยมมุมฉาก เขาไม่รู้ว่าพื้นที่
อยู่เท่าไร รู้แต่ว่ามีความยาวรอบรูป
750 เมตร และวัดด้านกว้างได้ 75 เมตร
ช่วยสัญญาคิดว่าเขามีที่ดิน อยู่เท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

แผนการสอนที่ 6

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (032)

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้กับสมการ

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ ในการแก้ปัญหบางปัญหาสามารถแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปสมการและแก้ปัญห
โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เลือกคำตอบให้เป็นไปตามข้อแม้ของปัญหาได้ถูกต้อง
2. นำเสนอผลการแก้ปัญหได้ถูกต้อง ชัดเจน
3. สามารถแก้ปัญหโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการได้

เนื้อหา

1. กระบวนการแก้ปัญห
2. ยุทธวิธีการแก้ปัญห (การแจกกรณีที่เป็นไปได้)
3. การแก้ปัญหโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการ

สถานการณ์ปัญหา

1. กลุ่มแม่บ้านทหารบกจังหวัดลพบุรีผลิตไข่เค็มดินสอพองออกจำหน่าย โดยผลิตได้ 99 ฟองต่อวัน ในการขายจะบรรจุกล่อง 2 ขนาด ขนาดเล็กบรรจุ 5 ฟอง ขนาดใหญ่บรรจุ 12 ฟอง ถ้าต้องการบรรจุไข่เค็มให้ได้มากกว่า 10 กล่อง แม่บ้านกลุ่มนี้จะต้องบรรจุไข่เค็มอย่างละกี่กล่อง โดยไม่ให้ไข่เหลือเศษ

2. ร้านค้าแห่งหนึ่งขายสินค้า 2 ชนิด ถ้าราคาสินค้าชนิดที่ 1 เป็น 4 เท่าของราคาสินค้าอีกชนิดหนึ่ง และราคาสินค้าทั้งสองรวมกันได้ 4,150 บาท จงหาราคาสินค้าแต่ละชนิด

3. จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวรอบรูป 54 นิ้ว และด้านยาวน้อยกว่า 3 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 นิ้ว

4. พี่มีเงินอยู่ 100 บาท แบ่งให้พี่น 10 แล้วสองเท่าของเงินของพี่นที่มีอยู่เดิมรวมกับที่พี่ให้มาใหม่ รวมเป็น 22 บาท พี่นมีเงินอยู่เท่าไร

กิจกรรมการเรียนรู้

1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยอภิปรายถึงคุณค่าของการฝึกคิดแก้ปัญหาและเสนอ
สถานการณ์ปัญหา โดยใช้บัตรปัญหาที่ 1 สำหรับนักเรียนทั้งชั้น

บัตรปัญหาที่ 1

กลุ่มแม่บ้านทหารบกจังหวัดลพบุรีผลิตไข่เค็มดินสอพองออกจำหน่าย โดยผลิตได้ 99 ฟองต่อวัน ในการขายจะบรรจุกล่อง 2 ขนาด ขนาดเล็กบรรจุ 5 ฟอง ขนาดใหญ่บรรจุ 12 ฟอง ถ้าต้องการบรรจุไข่เค็มให้ได้มากกว่า 10 กล่อง แม่บ้านกลุ่มนี้จะต้องบรรจุไข่เค็มอย่างละกี่กล่อง โดยไม่ให้ไข่เหลือเศษ

ให้นักเรียนพิจารณาคิดหาแนวทางในการหาคำตอบของปัญหา นักเรียนอาจพิจารณาจากข้อความข้างขึ้นที่เกี่ยวข้องกับสมการ แต่นักเรียนไม่สามารถกำหนดเป็นสมการได้ ครูจึงชี้แจงว่าลองพิจารณาแนวทางแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง แล้วซักถามว่า ถ้าจะแก้ปัญหาดังกล่าวจะต้องทำอย่างไร (ทางหนึ่งที่เป็นไปได้คือย้อนกลับไปสู่ขั้นตอนการแก้ปัญหานักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว) แล้วให้นักเรียนเข้ากลุ่มเดิม แล้วแจกใบกิจกรรม 1 ให้ดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน ใบกิจกรรม 1 เป็นใบกิจกรรมการแก้ปัญหามีการถามนำในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหามา เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปสู่แนวทางการหาคำตอบของปัญหา

2. สุ่มนักเรียนมา 1 กลุ่มให้นำเสนอผลการแก้ปัญหามาแล้วให้สมาชิกกลุ่มอื่น ๆ เปรียบเทียบกับวิธีที่กลุ่มตนเองทำ พร้อมทั้งซักถามและเสนอความคิดเห็นในการแก้ปัญหาดังกล่าว

3. เมื่อนักเรียนนำเสนอปัญหาเสร็จแล้ว ครูจะถามนำเพื่อชี้ประเด็นให้นักเรียนได้อภิปรายและสรุปถึงความสำคัญของขั้นตอนการแก้ปัญหามา การได้มาซึ่งคำตอบและการเลือกคำตอบที่เหมาะสมในการตอบปัญหา เพื่อให้นักเรียนเห็นว่า การแก้ปัญหานั้นมีความสำคัญทุกขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหามา แม้ว่าจะได้คำตอบแล้วก็ต้องมีการตรวจสอบด้วยว่าคำตอบที่ได้นั้นถูกต้องหรือไม่ เหมาะสมหรือไม่ เป็นคำตอบของปัญหาหรือไม่ พร้อมบอกเหตุผล

4. ครูนำเสนอปัญหาที่ 2 สำหรับนักเรียนทุกกลุ่ม โดยใช้ใบกิจกรรม 2 ให้แต่ละกลุ่มเปรียบเทียบกับปัญหาที่ 1 ว่าเหมือนกันหรือไม่ ต่างกันอย่างไร ดำเนินการแก้ปัญหามาเช่นเดียวกันได้หรือไม่ แล้วให้พิจารณาหาแนวทางการแก้ปัญหามา และแสดงการแก้ปัญหามาอย่างละเอียดลงในใบกิจกรรม 2 เมื่อเสร็จแล้วให้ส่งครู ในขณะที่กลุ่มอื่นยังแก้ปัญหามาไม่เสร็จ ครูตรวจผลการแก้ปัญหามาของกลุ่มที่เสร็จก่อน เพื่อดูข้อบกพร่อง ถ้าพบจะได้ชี้แจงเพิ่มเติมก่อนที่จะแก้ปัญหามาใหม่ต่อไป เมื่อทุกกลุ่มแก้ปัญหามาเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูชี้แจงเพิ่มเติมหากมีปัญหาหรือข้อบกพร่องทำนองเดียวกัน

5. ครูนำเสนอปัญหาที่ 3 โดยใช้ใบกิจกรรม 3 ให้แต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหามา

การแก้ปัญหาที่ 3 ให้นักเรียนสลับหน้าที่กันภายในกลุ่มและครูชี้แจงแก่นักเรียนทั้งชั้นว่า เมื่อแก้ปัญหาเสร็จแล้ว ครูส่มนักเรียนให้ออกมารายงานผลการแก้ปัญหาหน้าชั้น ฉะนั้นทุกคนจะต้องเข้าใจและอธิบายการแก้ปัญหาที่ 3 ได้อย่างชัดเจนในทุกขั้นตอน จึงเป็นหน้าที่ของกลุ่มที่จะต้องให้ทุกคนเข้าใจและอธิบายการแก้ปัญหาได้ เพราะถ้าผู้ที่ถูกส่มให้ออกมานำเสนอ อธิบายไม่ชัดเจนจะถือเป็นข้อบกพร่องของทั้งกลุ่ม ไม่ใช่เฉพาะของคนที่มาเสนอเท่านั้น (ครูสังเกตพฤติกรรมในกลุ่ม โดยใช้แบบสังเกต 4 จะสังเกตการร่วมมือ การอธิบาย การซักถาม การตรวจสอบ การแบ่งหน้าที่และการปฏิบัติตามหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม)

6. สุ่มนักเรียนคนใดคนหนึ่ง โดยสุ่มเลือกเลขที่ของนักเรียนให้ออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 3 โดยเสนอเกี่ยวกับแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหา และให้นักเรียนที่ไม่ได้อยู่กลุ่มเดียวกัน ซักถามขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาที่อาจนำเสนอไม่เข้าใจ

7. เมื่อเสนอปัญหาเสร็จแล้ว ครูจึงนำอภิปรายเพื่อสรุปเกี่ยวกับ วิธีการและกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการ โดยอภิปรายสรุปตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาในแบบสรุปการแก้ปัญหาที่แจกให้ แล้วให้แต่ละกลุ่มดำเนินการปรับปรุง แก้ไขรายละเอียดของกิจกรรมในใบกิจกรรมให้สมบูรณ์ก่อนส่งครู หลังจากครูตรวจแล้วจะนำผลงานของทุกกลุ่มไปติดแสดงไว้หน้าชั้นเรียน (เพื่อให้นักเรียนได้เห็นข้อสรุปของกลุ่มอื่น เปรียบเทียบกันและเลือกใช้ข้อสรุปที่นักเรียนคิดว่าดีและเหมาะสมที่สุด)

8. ให้นักเรียนนั่งแยกกันตามที่นั่งเรียนในชั้นปกติแล้วครูแจกใบกิจกรรม 4 ให้นักเรียนแต่ละคนดำเนินการแก้ปัญหาโดยตอบคำถาม และแสดงวิธีการหาคำตอบลงในใบกิจกรรม 4

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรปัญหาที่ 1
2. ใบกิจกรรม 1 , 2 , 3 และ 4
3. แบบสรุปการแก้ปัญหา

การวัดผล/ประเมินผล

1. สังเกตการแก้ปัญหาและการใช้กระบวนการแก้ปัญหาในการดำเนินการแก้ปัญหาที่ 1
2. ตรวจสอบผลการแก้ปัญหากลุ่ม
3. สังเกตจากการตอบคำถาม การแสดงเหตุผล และการสื่อแนวคิดในการอภิปราย ในกลุ่ม ในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา และการนำเสนอผลการแก้ปัญหา
4. สังเกตความรับผิดชอบตามบทบาทและหน้าที่ที่กำหนด ความร่วมมือและช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหา
5. ตรวจสอบผลการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล

บัตรปัญหาที่ 1

- **คำสั่ง:** ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

กลุ่มแม่บ้านทหารบกจังหวัดลพบุรีผลิตไข่เค็ม
ดินสอพองออกจำหน่าย โดยผลิตได้ 99 ฟอง
ต่อวัน ในการขายจะบรรจุกล่อง 2 ขนาด
ขนาดเล็กบรรจุ 5 ฟอง ขนาดใหญ่บรรจุ 12
ฟอง ถ้าต้องการบรรจุไข่เค็มให้ได้มากกว่า 10
กล่อง แม่บ้านกลุ่มนี้จะต้องบรรจุไข่เค็มอย่างละ
กี่กล่อง โดยไม่ให้มีไข่เหลือเศษ

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....2.....

3.....4.....

5.....วัน.....เดือน.....พ.ศ.2538

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและตอบคำถามต่อไปนี้

กลุ่มแม่บ้านทหารบกจังหวัดลพบุรีผลิตไข่เค็มคินสอพองออกจำหน่าย โดยผลิตไข่เค็มได้ 99 ฟองต่อวัน ในการขายจะบรรจุกล่อง 2 ขนาด ขนาดเล็กบรรจุ 5 ฟอง ขนาดใหญ่บรรจุ 12 ฟอง ถ้าต้องการบรรจุไข่เค็มให้ได้มากกว่า 10 กล่อง แม่บ้านกลุ่มนี้จะต้องบรรจุไข่เค็มอย่างละกี่กล่อง โดยไม่ให้มีไข่เหลือเศษ

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับใครและทำอะไร
- 1.2 ในแต่ละวันผลิตไข่เค็มได้จำนวนเท่าไร
- 1.3 ต้องการบรรจุไข่เค็มใส่กล่องกี่ขนาด
- 1.4 มีเงื่อนไขในการบรรจุอย่างไรบ้าง
- 1.5 ปัญหานี้ต้องการให้หาอะไร

2. ลองคิดหาวิธีแก้ปัญห

- 2.1 จะใช้เฉพาะกล่องขนาดเล็กอย่างเดียวได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2.2 จะใช้เฉพาะกล่องขนาดใหญ่อย่างเดียวได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
- 2.3 ถ้าบรรจุกล่องใหญ่ 1 กล่อง ผลเป็นอย่างไรบ้าง มีข้อสังเกตอะไร
- 2.4 ถ้าบรรจุกล่องใหญ่ 2 กล่อง ผลเป็นอย่างไรบ้าง มีข้อสังเกตอะไร
- 2.5 จะสามารถบรรจุกล่องใหญ่ได้มากที่สุดกี่กล่อง เพราะเหตุใด
- 2.6 มีวิธีการที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหให้สะดวกขึ้น ได้อย่างไร

ผู้อ่านปัญหา	ผู้บันทึก	ผู้ตรวจสอบ	ผู้กระตุ้น
--------------	-----------	------------	------------

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....2.....

3.....4.....

5.....วัน.....เดือน.....พ.ศ.2538

ใบกิจกรรม 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้

ร้านค้าแห่งหนึ่งขายสินค้า 2 ชนิด ถ้าราคาสินค้าชนิดที่ 1 เป็น 4 เท่าของราคาสินค้าอีกชนิดหนึ่ง และราคาสินค้าทั้งสองรวมกันได้ 4,150 บาท จงหาราคาสินค้าแต่ละชนิด

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

1.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร

.....

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้

.....

1.3 มีเงื่อนไขอะไรบ้าง

.....

1.4 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรม 8

คำชี้แจงให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้

จงหาขนาดของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาวรอบรูป 54 นิ้ว
และด้านยาวน้อยกว่า 3 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 นิ้ว

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

1.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร

.....

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้

.....

1.3 มีเงื่อนไขอะไรบ้าง

1.4 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. ลองคิดหาวิธีหาคำตอบ

.....

ใบกิจกรรม 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนทุกคนอ่านปัญหาแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

ฟามีเงินอยู่ 100 บาท แบ่งให้ฝน 10 บาท แล้วสองเท่าของเงินของฝนที่มีอยู่เดิมรวมกับที่ฟ้าให้มาใหม่รวมเป็น 22 บาท เดิมฝนมีเงินอยู่เท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 ฟามีเงินอยู่เท่าไร
- 1.2 ใครแบ่งเงินให้ใคร และให้เท่าไร เมื่อให้แล้วผลเป็นอย่างไร
- 1.3 สรุปแล้วปัญหานี้กำหนดอะไรให้บ้าง
ข้อมูลใดบ้างที่ไม่ได้ใช้หรือเกินความจำเป็น
- 1.4 ปัญหานี้ต้องการหาอะไร

2. ลองคิดหาวิธีแก้ปัญห

- 2.1 ในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดควรมีตัวบ่งชี้ที่สำคัญอะไรบ้าง
- 2.2 สองเท่าของเงินของฝนที่มีอยู่เดิมหมายความว่าอย่างไร
- 2.3 จากที่กำหนดขอให้เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

3. เลือกวิธีแก้ปัญหาลงมือแก้ปัญห

- 3.1 จากประโยคทางคณิตศาสตร์ที่ได้ จะต้องดำเนินการอย่างไรต่อไป

- 3.2 สรุปได้ว่าอย่างไร

4. ตรวจสอบผล

- คำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ตรวจสอบได้อย่างไร

แผนการสอนที่ 7

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้สมการ

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ ในการแก้ปัญหบางปัญหาสามารถแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปสมการและแก้ปัญห โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถแก้ปัญหโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการได้
2. บอกเหตุผลในการได้มาซึ่งคำตอบ
3. นำเสนอผลการแก้ปัญหได้อย่างชัดเจน สมบูรณ์

เนื้อหา

1. กระบวนการแก้ปัญห
2. ยุทธวิธีการแก้ปัญห (การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด)
3. การแก้ปัญหโดยใช้สมการ

สถานการณ์ปัญหา

ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

1. ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งยาว 22 เซนติเมตร และแต่ละด้านมีความยาวเต็มหน่วยเซนติเมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้
2. ชายผู้หนึ่งต้องการทำพินัยกรรมแบ่งทรัพย์สินให้บุตรชาย 2 คน เขามีที่ดินผืนหนึ่งที่มีขนาด 300 เมตร $\times$ 200 เมตร เขาต้องการแบ่งที่ดินอีกผืนหนึ่งให้มีความกว้าง 150 เมตร และมีพื้นที่เท่ากับที่ดินผืนแรก เขาจะต้องแบ่งที่ดินผืนที่สองให้มีความยาวเท่าไร
3. ชายคนหนึ่งมีที่ดิน 80 ไร่ เขาต้องการแบ่งที่ดินออกเป็น 2 แปลง แปลงหนึ่งเป็น $\frac{2}{3}$ ของอีกแปลงหนึ่ง จงหาว่าแต่ละแปลงมีพื้นที่กี่ไร่

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูนำเสนอปัญหาโดยใช้บัตรปัญหาที่ 1 คือ

ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งยาว 22 เซนติเมตร และแต่ละด้านมีความยาวเต็มหน่วยเซนติเมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมนี้

ให้นักเรียนแต่ละคนดำเนินการแก้ปัญหาอย่างอิสระ ใช้เวลาประมาณ 10 - 15 นาที แล้วซักถาม ผลการแก้ปัญหา และอภิปรายถึงผลของการแก้ปัญหาร่วมกันทั้งชั้นว่า หากคำตอบได้อย่างไร คำตอบที่ได้เป็นเท่าไร มีคำตอบที่เป็นไปได้กี่คำตอบ อะไรบ้าง ให้อาสาสมัครออกมาแสดงวิธีการหาคำตอบ แล้วให้สมาชิกที่เหลือตรวจสอบคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด เมื่อตรวจสอบและแก้ไขสมบูรณ์แล้ว ให้แต่ละคนบันทึกรายละเอียดลงในใบกิจกรรม 1 ซึ่งปัญหานี้ต้องการให้นักเรียนเข้าใจว่า ในการแก้ปัญหานั้นบางปัญหาอาจมีคำตอบที่เป็นไปได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ แล้วให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการเลือกคำตอบที่ต้องการ

2. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มตามที่กำหนด แล้วครูนำเสนอปัญหาที่ 2 แก่ นักเรียนแต่ละกลุ่ม โดยใช้บัตรปัญหาที่ 2 ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกันอย่างอิสระ ในการแก้ปัญหา หากนักเรียนไม่รู้จะเริ่มอย่างไร ครูจะกล่าวนำให้นักเรียนนึกย้อนถึงการแก้ปัญหามาว่ามีขั้นตอนและกระบวนการอย่างไรที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น จากนั้นแจกใบกิจกรรม 2 ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา โดยเขียนรายละเอียดและสรุปผลในแต่ละขั้นตอนลงในใบกิจกรรม 2 ตามขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มา

3. กลุ่มใดแก้ปัญหาและตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อยแล้ว ให้ยกมือเพื่อครูจะได้ช่วยตรวจสอบและหากถูกต้องแล้วครูจะแจกใบกิจกรรมที่ 3 ต่อไป ในขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาอยู่นั้น ครูเน้นเสมอว่าในการแก้ปัญหานั้นไม่ได้ต้องการเพียงคำตอบเท่านั้น สิ่งที่สำคัญที่นักเรียนจะต้องคำนึงถึงเสมอคือกระบวนการคิดอย่างมีเหตุผล กระบวนการแก้ปัญหา และที่สำคัญอย่างยิ่งคือ สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะต้องเข้าใจ สามารถแก้ปัญหาได้ อธิบายหรือแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจนในทุกขั้นตอนของการแก้ปัญหา

4. สุ่มให้นักเรียนในกลุ่มนำเสนอปัญหา โดยการจับฉลากเลขที่ ถ้าจับได้เลขที่เท่าไร ก็ให้คนนั้นออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหากลุ่มที่เขาสังกัดอยู่ในขณะนั้น ส่วนกลุ่มที่ยังไม่ถูกสุ่มก็จะฟังการนำเสนอแนวคิด และเหตุผลในการแก้ปัญหา พร้อมกับซักถามหากยังไม่เข้าใจ ครูจะทำหน้าที่คอยกระตุ้นด้วยคำถามที่ให้นักเรียนแสดงเหตุผล เช่น ทำไม เพราะอะไร หรือนักเรียนกลุ่มอื่นอาจเสนอแนวคิดหรือเหตุผลของตนเองหรือของกลุ่มเพิ่มเติม

5. ในกรณีที่กลุ่มอื่นมีวิธีการหาคำตอบที่แตกต่างกัน ก็จะให้กลุ่มนั้นมานำเสนอเพื่อให้สมาชิกทั้งชั้นได้เปรียบเทียบกันทั้ง 2 กรณี ทั้งส่วนที่เหมือน-ส่วนที่ต่าง และข้อดีของแต่ละวิธี จากนั้นจึงสรุปผลการแก้ปัญหาที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการร่วมกันทั้งชั้นอีกครั้งหนึ่งพร้อมกันถึงขั้นตอนวิธีการคิดแก้ปัญหา แล้วให้แต่ละกลุ่มเขียนสรุปการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 2 และ 3 เป็นผลงานของกลุ่ม

6. ให้นักเรียนแต่ละคนคิดและแก้ปัญหาที่ 4 เป็นปัญหาเพิ่มเติมแก่นักเรียน โดยให้แก้ปัญหาเป็นรายบุคคลแล้วส่งผลการแก้ปัญหาในครั้งต่อไป

สื่อการเรียนการสอน

1. บัตรปัญหา 1 และ 2
2. ใบกิจกรรม 1 , 2 , 3 และ 4

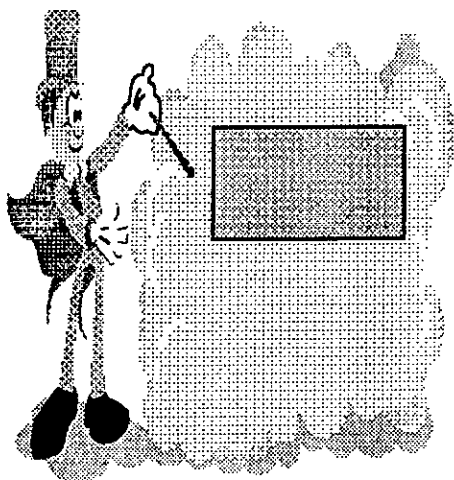
การวัดผล/ประเมินผล

1. จากการตรวจความถูกต้องสมบูรณ์ของการแก้ปัญหาและการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
2. สังเกตจากการนำเสนอผลการแก้ปัญหา ในแง่ของวิธีการคิดและการแก้ปัญห การให้เหตุผล และการสื่อความคิด
3. สังเกตการอภิปรายแสดงความคิดเห็นในกลุ่ม ความร่วมมือกันในการคิดและแก้ปัญหา
4. จากการตรวจผลงานการแก้ปัญหารายบุคคล

บัตรปัญหาที่ 1

- คำชี้แจง

ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการ
แก้ปัญหาต่อไปนี้



- ความยาวรอบรูปของรูป
สี่เหลี่ยมมุมฉากหนึ่ง
ยาว 22 เซนติเมตร
และแต่ละด้านมีความยาว
เต็มหน่วยเซนติเมตร
จงหาพื้นที่ของรูป
สี่เหลี่ยมนี้

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

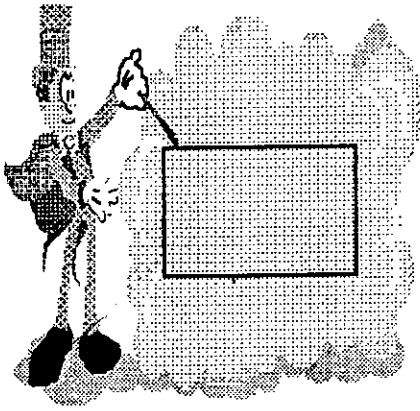
3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 1

• คำชี้แจง

ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการ
แก้ปัญหาต่อไปนี้



ความยาวรอบรูปของรูปสี่เหลี่ยม
มุมกรุปหนึ่ง ยาว 66 เซนติเมตร
และแต่ละด้านมีความยาวเต็มหน่วย
เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของรูป
สี่เหลี่ยมนี้

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

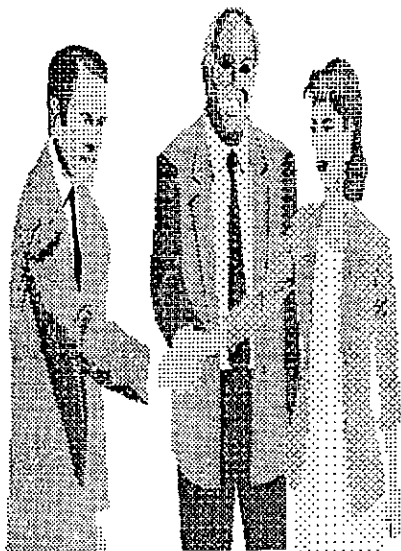
สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 2

- **คำชี้แจง** ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้



- ชายผู้หนึ่งต้องการทำพินัยกรรมแบ่งทรัพย์สินให้บุตร 2 คน เขามีที่ดินผืนหนึ่งมีขนาด 300 เมตร 200 เมตร เขาต้องการแบ่งที่ดินอีกผืนหนึ่งให้มีความกว้าง 150 เมตร และมีพื้นที่เท่ากับที่ดินผืนแรก เขาต้องแบ่งที่ดินผืนที่สองให้มีความยาวเท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

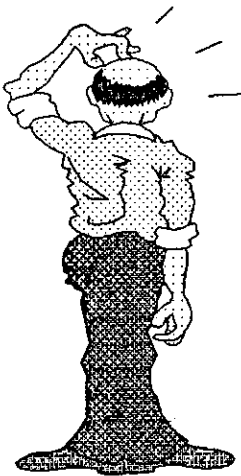
ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 3



- **คำชี้แจง** ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้

- ชายคนหนึ่งมีที่ดิน 80 ไร่ เขาต้องการแบ่งที่ดินออกเป็น 2 แปลง แปลงหนึ่งเป็น $\frac{2}{3}$ ของอีกแปลงหนึ่ง จงหาว่าแต่ละแปลงมีพื้นที่กี่ไร่

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

แผนการสอนที่ 8

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาโดยใช้สมการ

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ ในการแก้ปัญหาบางปัญหาอาจแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปสมการและแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกเหตุผลในการได้คำตอบของแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา
2. อธิบายผลสรุปในการคิดแก้ปัญหา
3. สามารถแก้ปัญหาโดยใช้สมการได้

เนื้อหา

1. กระบวนการแก้ปัญหา
2. ยุทธวิธีการแก้ปัญหา (การลองผิด-ลองถูกอย่างมีหลักเกณฑ์ การเดาและตรวจสอบ)
3. การแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการ

สถานการณ์ปัญหา

1. จงแสดงวิธีหาค่าของ X ในตาราง

15		35
50		
25	X	

โดยเมื่อเติมจำนวนครบทุกจำนวนแล้ว ผลบวกของจำนวน

- 3 จำนวนในแต่ละแถว แต่ละหลักและแต่ละแนวทแยงมุมมีค่าเท่ากัน

2. จงแสดงวิธีหาค่าของ N ในตาราง

		7	12
N	4	9	
	5	16	3
8	11		

โดยเมื่อเติมจำนวนครบทุกจำนวนแล้ว ผลบวกของจำนวน

- 4 จำนวนในแต่ละแถว แต่ละหลักและแต่ละแนวทแยงมุมมีค่าเท่ากัน

3. ปัญหาข้างติดกระจกสี ดังนี้

ช่างติดกระจกต้องการติดกระจกสีซึ่งมีสีแดง สีดำ สีน้ำเงิน สีเขียวและสีเหลือง อย่างละ 5 แผ่น เจ้าของบ้านต้องการให้ติดกระจกสีโดยให้แต่ละสีปรากฏอยู่บนช่องได้สีละ 1 ครั้ง ในแต่ละแถว ในแต่ละหลัก และในแต่ละแนวทแยง

ช่วยช่างคิดที่จะเรียงอย่างไรดี

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. เพื่อฝึกการคิด การวิเคราะห์ การลองผิดลองถูกอย่างมีหลักเกณฑ์ การคาดเดาและตรวจสอบ ครูจึงนำเสนอกิจกรรมต่อไปนี้สำหรับนักเรียน โดยครูกล่าวกับนักเรียนว่า วันนี้เรามาลองเล่นสนุก ๆ กับตัวเลขกันก่อน โดยครูแจกจตุรัสกรุปแรกคือ

15		35
50		
25	X	

ให้นักเรียนเติมจำนวนลงในช่องว่างอีก 5 จำนวน โดยที่ผลบวกของจำนวน 3 จำนวนในแต่ละแถวแต่ละหลัก และแต่ละแนวทแยงมุมมีค่าเท่ากัน อยากทราบว่า X มีค่าเท่าใด

ชี้แจงเงื่อนไขแก่นักเรียนก่อนแล้วให้เวลาให้แต่ละคนคิด แล้วอภิปรายร่วมกันในประเด็นต่อไปนี้

- จากเงื่อนไขที่กำหนด นักเรียนจะหาตัวเลขมาเติมแต่ละช่องได้อย่างไร
- ช่องแรกที่สามารถเติมได้คือช่องใด ตัวเลขที่เติมเป็นเท่าไร เพราะเหตุใด
- ถ้าจะหาเฉพาะค่า X จำเป็นต้องหาดัชนีทั้ง 4 ช่องหรือไม่ เพราะเหตุใด
- ให้นักเรียนบอกลำดับการหาค่าของจำนวนเต็มในช่องว่าง จนได้ค่าของ x และทำให้ตารางสมบูรณ์

2. เมื่อนักเรียนเติมตารางจนเต็มและได้ค่าของ X แล้วครูนำเสนอจตุรัสกรุปที่ 2 ซึ่งจะเพิ่มช่องให้มากขึ้นและมีเงื่อนไขเช่นเดียวกับข้อแรก แล้วให้นักเรียนหาค่าของ N

		7	12
N	4	9	
	5	16	3
8	11		

แล้วให้อภิปรายในประเด็นต่อไปนี้

- จากเงื่อนไขที่กำหนด นักเรียนจะหาจำนวนมาเติมแต่ละช่องได้อย่างไร
- ช่องแรกที่สามารถเติมได้คือช่องใด จำนวนที่เติมเป็นเท่าไร เพราะเหตุใด
- ถ้าจะหาเฉพาะค่า N จำเป็นต้องเติมตัวเลขทั้ง 4 ช่องหรือไม่ เพราะเหตุใด
- ให้นักเรียนบอกลำดับการหาค่าของจำนวนเต็มในช่องว่าง จนได้ค่าของ N และทำให้ตารางสมบูรณ์

3. ครุภัณฑ์ปัญหาข้างคิดกระจกสี โดยใช้ใบกิจกรรม 1 ดังนี้

ข้างคิดกระจกจะต้องคิดกระจกสีซึ่งมีสีแดง สีดำ สีน้ำเงิน สีเขียว และสีเหลือง อย่างละ 5 แผ่น เจ้าของบ้านต้องการให้คิดกระจกสี โดยให้แต่ละสีปรากฏอยู่บนช่องได้สีละ 1 ครั้ง ในแต่ละแถว ในแต่ละหลัก และในแต่ละแนวทะแยง

ช่วยข้างคิดที่ว่าจะเรียงอย่างไรดี

แจกกระดาษตารางและใบกระดาษสีทั้ง 5 สี ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหา ร่วมกัน ครูสังเกตการร่วมมือกันในการคิดวางแผนในการแก้ปัญหา ปัญหานี้ขั้นตอนที่สำคัญคือ การวิเคราะห์แนวทางการเรียงสีของกระจก

4. เมื่อทุกกลุ่มแก้ปัญหาเสร็จเรียบร้อยแล้ว ให้สมาชิกในกลุ่มช่วยกันตรวจสอบ ความถูกต้องตามเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาให้ถี่อีกครั้ง ก่อนจะนำเสนอผลงาน

5. ครูให้ทุกกลุ่มนำเสนอหน้าชั้น เปรียบเทียบกันว่าผลที่ได้เหมือนกันหรือต่าง กันหรือไม่ แล้วให้ตัวแทนกลุ่มชี้แจงถึงแนวการคิด การวิเคราะห์และการวางแผนการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ในการนำเสนอครูแนะนำให้นักเรียนอธิบายการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของ กระบวนการแก้ปัญหานักเรียนได้เรียนรูมาแล้ว

6. เมื่อเสนอผลงานทุกกลุ่มแล้ว จึงมาร่วมกันวิเคราะห์ถึงยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหานี้ ร่วมกันอีกครั้งหนึ่ง จากนั้นจึงถามคำถามต่อไปว่า ถ้าเพิ่มเป็น 7 สี จะจัดได้อย่างไร มีแนวทางการจัดเรียงเช่นเดิมได้หรือไม่ เพราะเหตุใด แล้วมอบหมายให้เป็นงานกลุ่มไปจัดเรียงนอก เวลาเรียนและจะให้นำเสนอในคราวต่อไป

สื่อการเรียนการสอน

1. ตารางจัดรูปสกล 1, 2 และ 3
2. ตาราง 7 x 7 และกระดาษสีรูป ☐ 7 สี ๆ ละ 7 อัน
3. ใบกิจกรรม 1

การวัดผล/ประเมินผล

1. สังเกตจากความถูกต้อง และการบอกเหตุผลในการคิดหาตัวเลขใส่ในตาราง
2. สังเกตความร่วมมือ ความรับผิดชอบ การช่วยเหลือกันในการคิดและวิเคราะห์หา แนวทางการแก้ปัญหาคิดกระจกสี
3. ตรวจสอบเหตุผลในการชี้แจงแนวคิดและการวางแผนการแก้ปัญหามาจากการนำเสนอ

ผลงาน

4. ตรวจสอบผลงานการแก้ปัญหา การชี้แจงเหตุผล การอธิบาย และการนำเสนอ
ผลการแก้ปัญหา

ตารางจัตุรัสกล 1

จงแสดงวิธีการหาค่าของ X ในตาราง

15		35
50		
25	X	

ให้นักเรียนเติมจำนวนลงในช่องว่างอีก 5 จำนวน
โดยที่ผลบวกของจำนวน 3 จำนวนในแต่ละแถว
แต่ละหลัก และแต่ละแนวทแยงมุมมีค่าเท่ากัน
อยากทราบว่า X มีค่าเท่าใด

ตารางจัดรูัสกล 2

จงแสดงวิธีหาค่าของ N ในตาราง

		7	12
N	4	9	
	5	16	3
8	11		

ให้นักเรียนเติมจำนวนลงในช่องว่าง โดยที่ผลบวกของจำนวน 4 จำนวนในแต่ละแถว แต่ละหลักและแต่ละแนวทะแยงมีค่าเท่ากัน อยากทราบว่า N มีค่าเท่าไร

ตารางจัตุรัสกล 3

ให้นักเรียนเติมจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 25 ลงในช่องว่าง
โดยให้ผลรวมของแต่ละแถว แต่ละหลักและแต่ละแนวทะแยง
มีค่าเท่ากับ 65

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านเงื่อนไขของปัญหาแล้วดำเนินการแก้ปัญหาที่กำหนด

ช่างติดกระเบื้องจะต้องติดกระเบื้องที่มีสีแดง สีดำ สีน้ำเงิน สีเขียว และสีเหลือง อย่างละ 5 แผ่น เจ้าของบ้านต้องการให้ติดกระเบื้องให้แต่ละสีปรากฏอยู่บนช่องได้สีละ 1 ครั้ง ในแต่ละแถว ในแต่ละหลัก และในแต่ละแนวทะแยง

ช่วยช่างคิดที่ว่าจะเรียงอย่างไรดี

- ☐ สีแดง 5 อัน
- ☐ สีดำ 5 อัน
- ☐ สีน้ำเงิน 5 อัน
- ☐ สีเขียว 5 อัน
- ☐ สีเหลือง 5 อัน

ถ้ามี 7 สี คือ สีแดง สีนํ้าเงิน สีเขียว สีเหลือง สีส้ม
สีขาวและสีม่วง จะจัดเรียงได้อย่างไร

☐ สีแดง
☐ สีนํ้าเงิน
☐ สีเขียว
☐ สีเหลือง
☐ สีส้ม
☐ สีขาว
☐ สีม่วง

แผนการสอนที่ 9

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง คู่อันดับและกราฟ

เวลา 1 คาบ

สาระสำคัญ

ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่ม สามารถแสดงได้โดยใช้คู่อันดับและกราฟของคู่อันดับบนระบบพิกัดฉาก

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ใช้คู่อันดับและกราฟเพื่อสื่อความหมายได้
2. อ่านกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ของสมาชิกกลุ่มสองกลุ่มได้

เนื้อหา

1. คู่อันดับและกราฟ
2. การแสดงแทนความสัมพันธ์ของสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มด้วยคู่อันดับและกราฟ

สถานการณ์ปัญหา

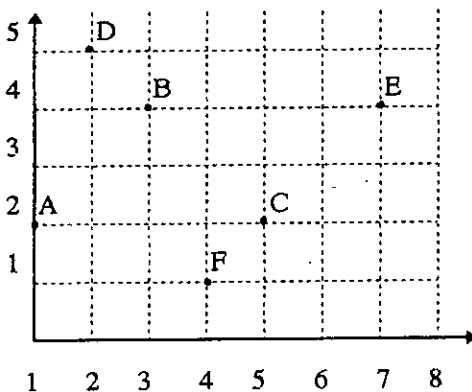
สถานการณ์ปัญหาที่อยู่ในรูปคู่อันดับและกราฟ

1. สถานการณ์ปัญหาที่ต้องการให้เขียนคู่อันดับแทนจุด และลงจุดของคู่อันดับที่กำหนดในกราฟ

2. สถานการณ์ปัญหาที่นำเสนอโดยกราฟ แล้วให้หาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกราฟที่กำหนด

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ทบทวนการเขียนคู่อันดับของจุดต่าง ๆ ในระบบพิกัดฉาก โดยให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมเติมคู่อันดับของจุดที่กำหนดให้ เช่น



จุด	A	B	C	D	E	F
คู่อันดับ	(1, 2)					

โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ให้ตัวแทนของนักเรียนกลุ่มที่หนึ่งเป็นผู้กำหนดจุด โดยใช้หมุดแม่เหล็กวางบนตำแหน่งที่กำหนดบนกระดานตารางแม่เหล็ก แล้วให้สมาชิกกลุ่มที่สองเขียนคู่อันดับที่แทนจุดนั้น ๆ ประมาณ 9 - 10 ตำแหน่ง แล้วสลับกันเป็นกลุ่มที่สอง กำหนดตำแหน่งและกลุ่มที่หนึ่งเขียนคู่อันดับที่ของจุด

2. ครูกำหนดคู่อันดับให้นักเรียนแสดงจุดที่แทนคู่อันดับในระบบพิกัดฉาก

เช่น A (2, 3) B (4, 1) C ($1\frac{1}{2}$, 2) D ($3, 2\frac{1}{3}$) E ($2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4}$)
F ($0, 1\frac{3}{4}$) G ($3\frac{1}{2}$, 0) H ($3\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$)

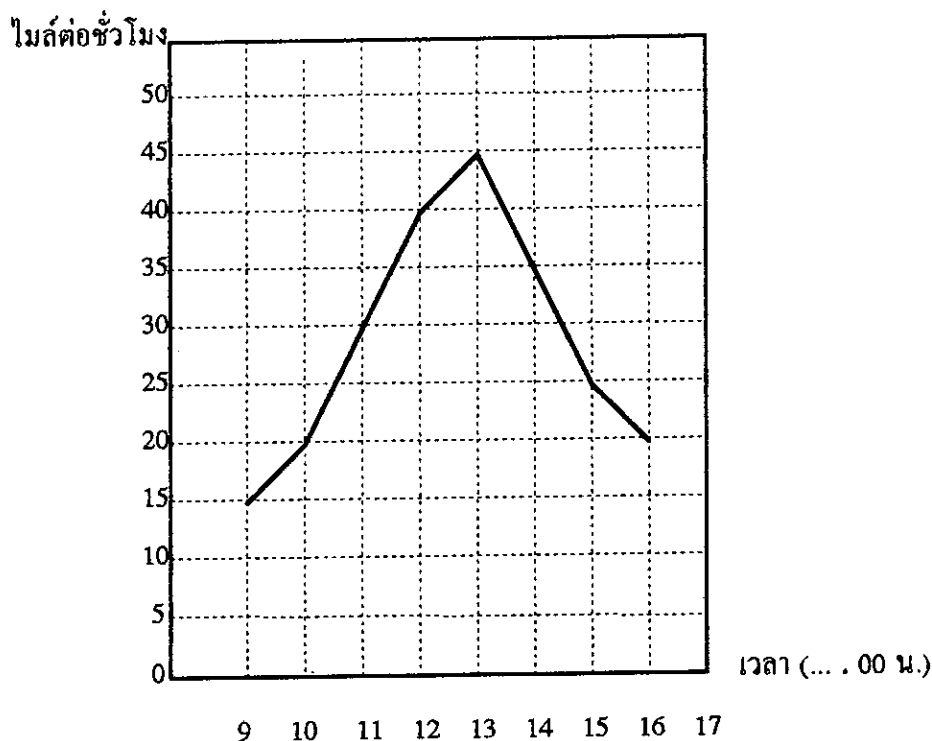
3. เมื่อทำกิจกรรมในข้อ 1 และ 2 เสร็จและตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อยแล้ว ครูจะถามหาเพื่อสรุปการเขียนคู่อันดับของจุดต่าง ๆ หรือการแสดงจุดที่แทนคู่อันดับในระบบพิกัดฉาก ทั้งในกรณีที่คู่อันดับกำหนดเป็นจำนวนเต็มและเป็นเศษส่วน

4. ครูยกตัวอย่างตารางแสดงความสัมพันธ์ของ.....และทบทวนว่า อาจแสดงในรูปของคู่อันดับได้เป็น (,), (,), (,), ... และกล่าวว่าในชีวิตจริงของนักเรียนมีอะไรบ้างที่เป็นความสัมพันธ์ของสิ่งสองสิ่ง ให้นักเรียนช่วยกันคิดและยกตัวอย่างที่เป็นความสัมพันธ์ของสิ่งสองสิ่ง ด้านนักเรียนยกตัวอย่างไม่ได้ครูจะยกตัวอย่างให้นักเรียนดู เช่น สมุดราคาเล่มละ 8 บาท อาจเขียนแสดงด้วยคู่อันดับ (1, 8), (2, 16), ... แล้วให้นักเรียนยกตัวอย่างอื่น ๆ อีก พร้อมทั้งบอกด้วยว่าเป็นความสัมพันธ์ของอะไรกับอะไร โดยครูจะช่วยเขียนตัวอย่างที่นักเรียนบอกบนกระดานดำ

5. จากความสัมพันธ์ที่นักเรียนยกตัวอย่างในข้อ 4 ถ้านำมาเขียนแสดงเป็นกราฟ จะเขียนได้อย่างไร แล้วให้นักเรียนสรุปการเขียนคู่อันดับและกราฟแสดงแทนสิ่งอื่น ๆ เพื่อสื่อความหมาย

6. ครูนำกราฟแสดงผลการสำรวจความเร็วของลมในวันที่ 20 ธันวาคม 2538 ระหว่างเวลา 09.00 น - 17.00 น. มาติดหน้าห้อง ซึ่งได้ข้อมูลปรากฏดังกราฟ

กราฟแสดงความเร็วของลมที่สถานีตรวจอากาศจังหวัดลพบุรี
ความเร็วลม เมื่อวันที่ 20 ธันวาคม 2538 เวลา 09.00 น - 17.00 น.



ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถามต่อไปนี้ในใบกิจกรรม 1

1. เป็นกราฟแสดงอะไร
2. ความเร็วของลม ณ เวลา
 - 2.1 เวลา 10.00 น เป็นเท่าไร
 - 2.2 เวลา 12.00 น เป็นเท่าไร
 - 2.3 เวลา 13.00 น เป็นเท่าไร
3. เวลาเท่าไรที่ความเร็วของลมเป็น 30 ไมล์/ชั่วโมง
4. ความเร็วของลมต่ำสุดเป็นเท่าไร และตรงกับเวลาใด
5. ความเร็วของลม เวลา 11.00 น เร็วกว่าขณะเวลา 10.00 น อยู่เท่าไร
7. ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากข้อ 2 เขียนแสดงแทนด้วยคู่อันดับและอธิบาย

ความหมายของความสัมพันธ์ในแต่ละคู่อันดับนั้น ๆ

สื่อการเรียนการสอน

1. กระดาษตารางแม่เหล็ก และหมุดแม่เหล็ก
2. กราฟแสดงความเร็วของลม
3. ใบกิจกรรม 1

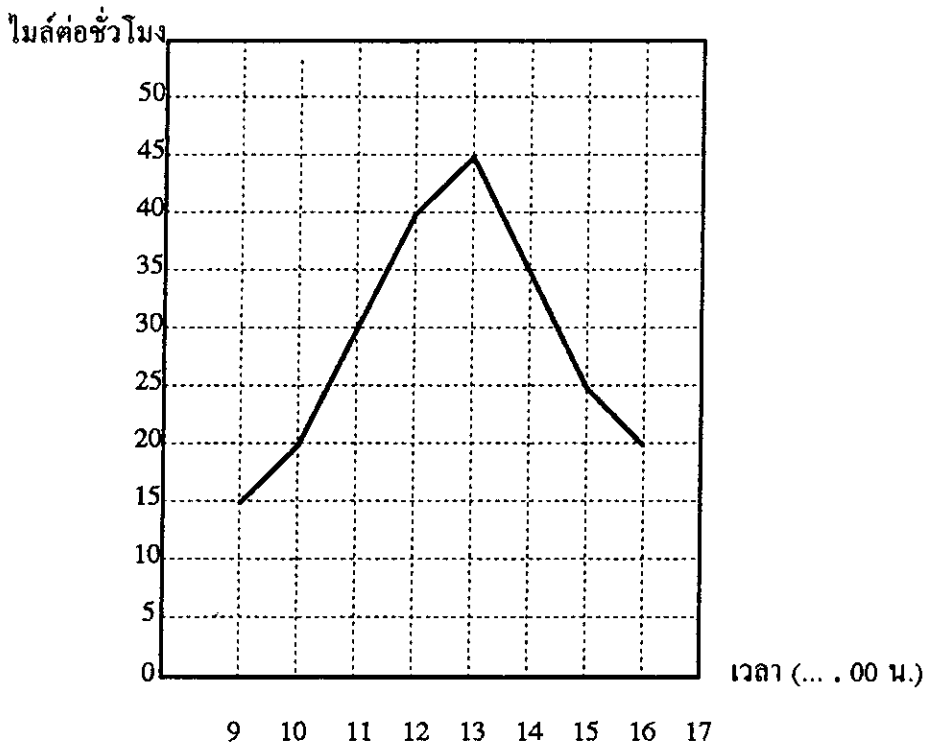
การวัดผล/ประเมินผล

1. วัดความถูกต้องของการเขียนคู่อันดับแทนจุดบนกราฟและการแสดงจุดที่แทนคู่อันดับที่กำหนดในกราฟ
2. สังเกตจากการบอกความสัมพันธ์ที่แทนด้วยคู่อันดับในตาราง รวมทั้งการใช้ข้อมูลจากกราฟตอบคำถาม
3. จากการสรุปการเขียนคู่อันดับของจุดต่าง ๆ บนกราฟ และการแสดงจุดที่แทนคู่อันดับที่กำหนด
4. สังเกตการร่วมมือกันในการทำกิจกรรมและความตั้งใจในการคิดหาตัวอย่างและการตอบคำถามในกิจกรรม
5. จากการตอบคำถามและการอธิบายความหมายที่แสดงแทนด้วยคู่อันดับและแทนด้วยจุดบนกราฟ

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ข้อมูลที่กำหนดจากกราฟ ตอบคำถามที่กำหนด

กราฟแสดงความเร็วของลมที่สถานีตรวจอากาศจังหวัดลพบุรี
ความเร็วลม เมื่อวันที่ 20 ธันวาคม 2538 เวลา 09.00 น - 17.00 น.



ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถามต่อไปนี้ในใบกิจกรรม 1

- เป็นกราฟแสดงอะไร
- ความเร็วของลม ณ เวลา
 - เวลา 10.00 น
 - เวลา 12.00 น
 - เวลา 13.00 น
- เวลาเท่าไรที่ความเร็วของลมเป็น 30 ไมล์/ชั่วโมง
- ความเร็วของลมต่ำสุดเป็นเท่าไร และตรงกับเวลาใด
- ความเร็วของลม เวลา 11.00 น เร็วกว่าขณะเวลา 10.00 น อยู่เท่าไร

จากข้อ 2 เขียนแสดงแทนด้วยคู่อันดับ ได้อย่างไร

2.1..... เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของ กับ
ซึ่งหมายถึง.....

2.2 เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของ กับ.....
ซึ่งหมายถึง.....

2.3 เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของ กับ.....
ซึ่งหมายถึง.....

จากข้อ 3 แสดงแทนด้วยคู่อันดับได้.....
หมายความว่าอย่างไร

จากข้อ 4 แสดงแทนด้วยคู่อันดับได้

แผนการสอนที่ 10

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟ

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

การใช้กราฟของคู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มในระบบพิกัดฉาก ช่วยให้เปรียบเทียบและบอกแนวโน้มของสิ่งสองสิ่งนั้นได้ง่ายขึ้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกความสัมพันธ์ของสมาชิกกลุ่มสองกลุ่มที่แสดงในรูปกราฟได้
2. เปรียบเทียบข้อมูลและบอกแนวโน้มของข้อมูลจากกราฟได้
3. เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้เหมาะสม

เนื้อหา

1. การแก้ปัญหาเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟ
2. ยุทธวิธีการแก้ปัญหา (การแจกกรณีที่เป็นไปได้)

สถานการณ์ปัญหา

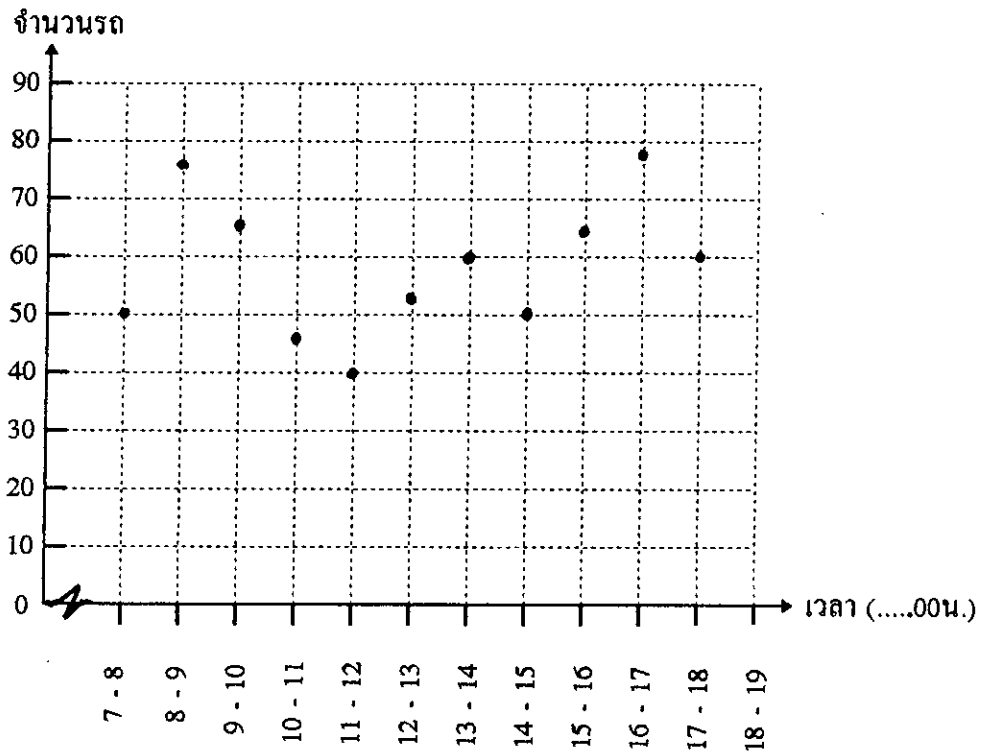
สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับคู่อันดับและกราฟ

1. ปัญหาที่เกี่ยวกับการอ่านค่าความสัมพันธ์ของคู่อันดับจากกราฟ
2. ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบและการบอกแนวโน้มของข้อมูลจากกราฟที่กำหนด
3. สถานการณ์ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีการแจกกรณีที่เป็นไปได้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. นำเสนอกราฟแสดงจำนวนรถยนต์ที่ผ่านสี่แยกเฮอร์วีนในเมืองลพบุรี ตั้งแต่เวลา 7.00 น. - 17.00 น. (ดังรูป) คิดบนกระดานดำ

กราฟแสดงจำนวนรถที่ผ่านสี่แยกเอราวัณ อ.เมือง จ.ลพบุรี



ให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงปริมาณของจำนวนรถที่ผ่านสี่แยกเอราวัณ ณ ช่วงเวลาต่าง ๆ แล้วให้แต่ละกลุ่มตอบคำถามต่อไปนี้ในใบกิจกรรม 1 (เป็นคำตอบที่สรุปได้ร่วมกันของกลุ่ม)

1. ช่วงเวลาใดมีจำนวนรถผ่านสี่แยกมากที่สุด
2. ช่วงเวลาใดมีจำนวนรถผ่านสี่แยกน้อยที่สุด
3. เวลาในช่วง 12.00-13.00 น. มีจำนวนรถผ่านสี่แยกนี้ประมาณกี่คัน
4. ถ้าเหตุการณ์เป็นดังที่นำเสนอด้วยกราฟทุกวันยกเว้นวันหยุดราชการ ช่วงเวลาใดควรหลีกเลี่ยงที่จะผ่านสี่แยกนี้ เพราะเหตุใด

2. ครูแจกใบกิจกรรม 2 ซึ่งเป็นข้อมูลเกี่ยวกับสถิติความเสียหายจากอุทกภัย ปี 2532 - 2538 โดยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มคิดหาวิธีที่จะนำข้อมูลดังกล่าวมาสื่อความหมายให้เข้าใจได้ง่าย ๆ แล้วอภิปรายเปรียบเทียบผลของความเสียหาย วิเคราะห์ถึงสาเหตุและแนวทางป้องกัน

สถิติความเสียหายจากอุทกภัย ปี 2532 - 2538		
ปี	พื้นที่ที่เสียหาย (จังหวัด)	มูลค่าความเสียหาย (ล้านบาท)
2532	8	11,739
2533	58	6,652
2534	66	6,620
2535	66	5,240
2536	11	2,181
2537	74	5,058
2538	35	3,500 (ม.ค - ส.ค)
รวม		36,990

หมายเหตุ : ปี 2532 เสียหายจากพายุไต้ฝุ่นเกย์
ที่มา : กองป้องกันฝ่ายพลเรือน กรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย

3. ครูแจกใบกิจกรรม 3 ซึ่งนำเสนอกราฟแสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิของวันที่ 1 ธันวาคม 2537 (ข้อมูลสมมติ) แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและหาข้อสรุปของคำตอบในแต่ละข้อในใบกิจกรรม 3 เมื่อได้ข้อสรุปแล้วจึงให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มเขียนคำตอบในใบกิจกรรมของตนเอง เมื่อตอบคำถามทุกข้อเรียบร้อยแล้วให้สมาชิกที่ทำหน้าที่ตรวจสอบตรวจคำตอบของทุกคนว่าเหมือนกันหรือไม่ หากไม่ตรงกันให้อภิปรายหาข้อสรุปด้วยเหตุผลแล้วแก้ไข ปรับปรุง

4. ครูหาอาสาสมัครนำเสนอผลการตอบคำถามในใบกิจกรรม 3 แล้วให้สมาชิกที่เหลือตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและการให้เหตุผลของคำตอบแต่ละข้อ

5. ให้นักเรียนสรุปการอ่านและการหาความสัมพันธ์จากกราฟ พร้อมทั้งบอกประโยชน์ของคู่อันดับและกราฟ และการนำความรู้เกี่ยวกับกราฟไปใช้

6. ครูนำเสนอกราฟที่เป็นรูปเส้นโค้งให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามโดยใช้ความสัมพันธ์จากกราฟที่กำหนด แล้วจึงสรุปร่วมกันในตอนท้ายถึงความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปคู่อันดับและแสดงแทนด้วยกราฟนั้น ซึ่งไม่ได้มีเฉพาะที่เป็นจุดหรือเป็นเส้นตรงเท่านั้น อาจจะอยู่ในรูปเส้นโค้งก็ได้ และการอ่านความสัมพันธ์จากกราฟก็กระทำเช่นเดียวกัน

7. เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิดแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่องจากที่ได้เรียนมาแล้วในชั่วโมงก่อน ๆ ครูชวนให้นักเรียนเปลี่ยนบรรยากาศมาคิดปัญหาสนุก ๆ โดยครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรม 4 ซึ่งเป็นปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนได้คิดหาวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาและเลือกใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ให้แต่ละกลุ่มอภิปรายและดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกัน เมื่อได้คำตอบแล้วให้นักเรียนนำเสนอผลการแก้ปัญหาและอภิปรายผลการแก้ปัญหของแต่ละกลุ่มที่นำเสนอ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นภาพกราฟแสดงจำนวนรถยนต์ที่ผ่านสี่แยกเอราวัณ
2. ใบกิจกรรม 1 , 2 , 3 และ 4
3. แผ่นภาพกราฟที่เป็นเส้นโค้งที่แสดง.....

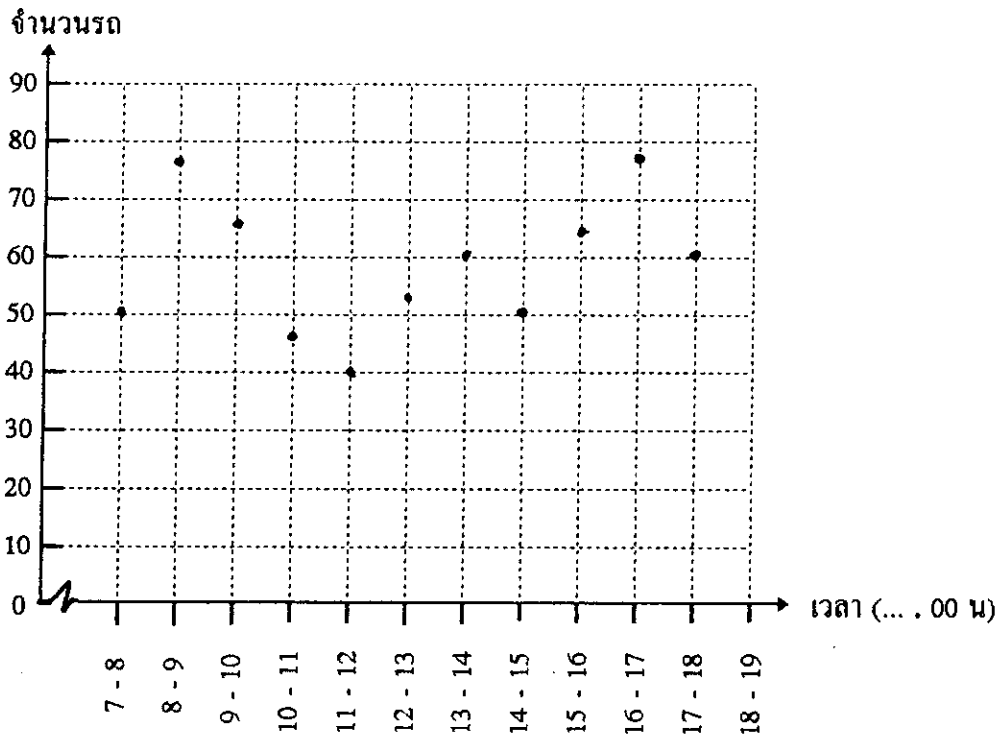
การวัดผล/ประเมินผล

1. สังเกตการบอกความสัมพันธ์ของสิ่งสองสิ่งที่แสดงแทนด้วยกราฟและจากการตอบคำถามและแสดงเหตุผลในใบกิจกรรมที่นำเสนอด้วยกราฟ
2. สังเกตจากการเปรียบเทียบความสัมพันธ์และบอกแนวโน้มของความสัมพันธ์ที่แสดงในรูปกราฟได้
3. สังเกตความร่วมมือกันในการหาคำตอบในใบกิจกรรมและการร่วมกันอภิปรายในกลุ่ม
4. ประเมินจากการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณากราฟและตอบคำถามต่อไปนี้

กราฟแสดงจำนวนรถยนต์ที่ผ่านสี่แยกเอราวัณ ในเมืองลพบุรี
ตั้งแต่เวลา 7.00 น. - 17.00 น. ดังรูป



แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันอภิปรายและตอบคำถามต่อไปนี้

(เป็นคำตอบที่สรุปร่วมกันของกลุ่ม)

1. ช่วงเวลาใดมีจำนวนรถผ่านสี่แยกมากที่สุด
2. ช่วงเวลาใดมีจำนวนรถผ่านสี่แยกน้อยที่สุด
3. เวลาในช่วง 12.00-13.00 น. มีจำนวนรถผ่านสี่แยกนี้ประมาณกี่คัน
4. ช่วงเวลาใดควรหลีกเลี่ยงที่จะผ่านสี่แยกนี้ เพราะเหตุใด

ใบกิจกรรม 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ข้อมูลสถิติความเสียหายจากอุทกภัย ปี 2532 - 2538

นำเสนอเพื่อสื่อความหมายให้เข้าใจได้ง่าย แล้วอภิปรายถึงผลที่เกิดขึ้น ตลอดจนแนวทางป้องกัน

สถิติความเสียหายจากอุทกภัย ปี 2532 - 2538		
ปี	พื้นที่ที่เสียหาย (จังหวัด)	มูลค่าความเสียหาย (ล้านบาท)
2532	8	11,739
2533	58	6,652
2534	66	6,620
2535	66	5,240
2536	11	2,181
2537	74	5,058
2538	35	3,500 (ม.ค - ส.ค)
รวม		36,990

หมายเหตุ : ปี 2532 เสียหายจากพายุไต้ฝุ่นเกย์

ที่มา : กองป้องกันฝ่ายพลเรือน กรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย

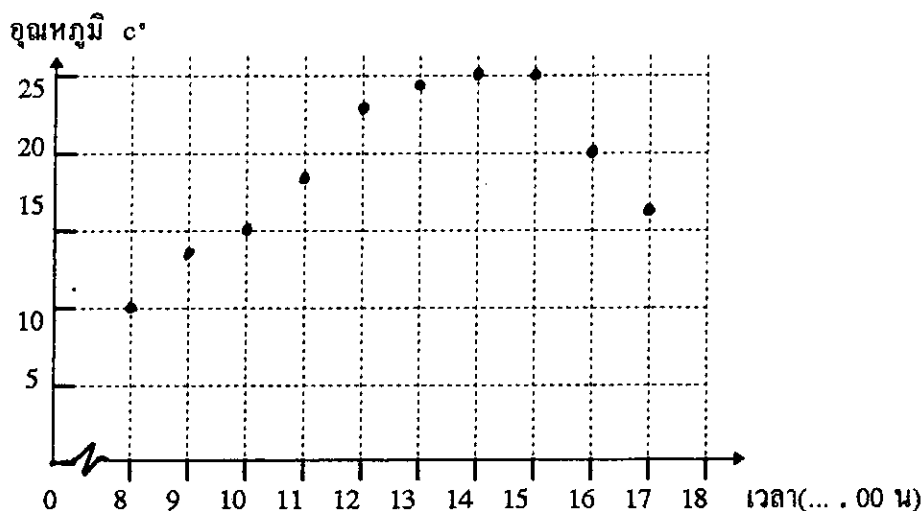
ประเด็นอภิปราย :

1. ในปีใดเสียหายมากที่สุด ปีใดเสียหายน้อยที่สุด
2. มองแนวโน้มปีต่อไป ว่าความเสียหายจะเป็นอย่างไร
3. จะมีแนวทางการวางแผนป้องกันได้อย่างไร

ใบกิจกรรม 3

ข้อชี้แจงให้นักเรียนใช้ข้อมูลจากกราฟมาอภิปรายเพื่อหาข้อสรุปในแต่ข้อต่อไปนี้

กราฟแสดงอุณหภูมิของอากาศ วันที่ 1 ธันวาคม 2537



จากกราฟที่แสดงข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. อุณหภูมิของอากาศในวันดังกล่าวเป็นเท่าไร
 - 1.1 เมื่อเวลา 11.00 น.
 - 1.2 เมื่อเวลา 14.00 น.
 - 1.3 เมื่อเวลา 17.00 น.
2. อุณหภูมิของอากาศเปลี่ยนแปลงอย่างไร
 - 2.1 เวลา 11.00 น. - 12.00 น.
 - 2.2 เวลา 14.00 น. - 15.00 น.
 - 2.3 เวลา 15.00 น. - 16.00 น.
3. ให้นักเรียนสรุปสภาพอากาศและสภาพการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในวันดังกล่าว
4. อุณหภูมิต่ำที่สุดที่แสดงในกราฟเป็นเท่าไรและในขณะเวลาใด
5. ตั้งแต่เวลา 8.00 - 18.00 น. ช่วงเวลาใดอุณหภูมิเพิ่มขึ้น
6. เวลาเท่าไรที่อุณหภูมิของอากาศเริ่มลดลง
7. ช่วงเวลาใดที่อุณหภูมิของอากาศเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นมากที่สุด

8. นักเรียนคิดว่าอุณหภูมิของอากาศเวลา 07.00 น. จะสูงกว่าหรือต่ำกว่าเวลา 08.00 น. เพราะเหตุใด
9. นักเรียนคิดว่าอุณหภูมิของอากาศเพิ่มขึ้นหรือลดลงระหว่างเวลา 17.00-18.00 น. เพราะเหตุใด

ใบกิจกรรม 4

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้



มีลูกแก้วอยู่ในถุง ซึ่งข้างถุงเขียนว่า

มีลูกแก้วมากกว่า 40 ลูก

แต่ไม่เกิน 70 ลูก

มนตรี อยากจะรู้ว่ามีลูกแก้วอยู่ในถุงกี่ลูกรู้แต่เพียงว่า

เมื่อนับลูกแก้วทีละ 5 ลูก จะเหลือเศษ 1 ลูก

ถ้านับลูกแก้วทีละ 4 ลูก จะเหลือเศษ 1 ลูก

และถ้านับลูกแก้วทีละ 3 ลูก ก็จะเหลือเศษ 1 ลูก

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

1.1 มนตรี ทำอะไร

1.2 จำนวนลูกแก้วในกล่องมี 38 ลูกได้หรือไม่ มีถึง 80 ลูกหรือไม่

1.3 จำนวนลูกแก้วที่เป็นไปได้คือเท่าใด

1.4 ในถุงมีลูกแก้ว 50 ลูก ใช่หรือไม่ 51 ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด

1.5 นับทีละ 5 ลูกหมายความว่าอย่างไร

1.6 ถ้าวัดลูกแก้ว 40 ลูก นับทีละ 5 ลูก เหลือเศษหรือไม่

1.7 โจทย์ข้อนี้ให้หาอะไร

2. ลงคิดหาวิธีการแก้ปัญหา

2.1 จำนวนลูกแก้วทั้งหมดที่นำมาพิจารณาว่ามีอยู่ในถุงเป็นจำนวนเท่าใดถึงเท่าใด

2.2 ถ้านับทีละ 5 ลูกแล้วเหลือเศษ 1 ลูก จำนวนที่เป็นไปได้คืออะไร

2.3 ถ้านับทีละ 4 ลูกแล้วเหลือเศษ 1 ลูก จำนวนที่เป็นไปได้คืออะไร

2.4 ถ้านับทีละ 3 ลูกแล้วเหลือเศษ 1 ลูก จำนวนที่เป็นไปได้คืออะไร

2.5 จำนวนในข้อ 2.3 และ 2.4 จำนวนใดบ้างที่นับทีละ 5 ลูกแล้วเหลือเศษ 1 ลูก

8. แสดงวิธีการหาคำตอบ

แจกกรณีที่เป็นไปได้

นับทีละ 5 ลูก แล้วเหลือเศษ 1 ลูก	นับทีละ 4 ลูก แล้วเหลือเศษ 1 ลูก	นับทีละ 3 ลูก แล้วเหลือเศษ 1 ลูก
41	41	41

4. ตรวจสอบผล

ถ้า 41 $\longrightarrow$ 41 5 = 8 เหลือเศษ 1
 41 4 = 10 เหลือเศษ 1
 41 3 = 13 เหลือเศษ 2 ไม่ใช่คำตอบ

ถ้า 56 $\longrightarrow$ 56 5 = 9 เหลือเศษ 1
 56 4 = 14 เหลือเศษ 0 ไม่ใช่คำตอบ
 56 3 = 15 เหลือเศษ 1

ถ้า 61 $\longrightarrow$ 61 5 = 12 เหลือเศษ 1
 61 4 = 15 เหลือเศษ 1
 61 3 = 20 เหลือเศษ 1

61 เป็นจำนวนที่มากกว่า 40 และน้อยกว่า 70

61 หารด้วย 5 เหลือเศษ 1

61 หารด้วย 4 เหลือเศษ 1

61 หารด้วย 3 เหลือเศษ 1

ดังนั้น ในถุงมีลูกแก้ว 61 ลูก

5. สรุปและขยายผลการแก้ปัญหา

ถ้าจำนวนลูกแก้วที่มีอยู่นับที่ละ 6 ลูก แล้วไม่เหลือเศษ
 นับที่ละ 5 ลูก แล้วไม่เหลือเศษ
 นับที่ละ 4 ลูก แล้วไม่เหลือเศษ
 นับที่ละ 3 ลูก แล้วไม่เหลือเศษ

ในถุงจะมีลูกแก้วกี่ลูก

แผนการสอนที่ 11

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

ปัญหาที่กำหนดข้อมูลซึ่งแปลงเป็นอัตราส่วนได้ อาจใช้สัดส่วนช่วยแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วนได้
2. สามารถบอกเหตุผลในการตอบคำถาม เพื่อนำไปสู่การสรุปในประเด็นต่าง ๆ ของการแก้ปัญหา
3. สื่อสารแนวคิด อภิปรายแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา

เนื้อหา

1. กระบวนการแก้ปัญหา
2. การแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วน

สถานการณ์ปัญหา

1. ร้านขายผลิตภัณฑ์และเครื่องมือการเกษตร กำหนดราคามะลิดพืชผักสวนครัว 5 ถุง ราคา 75 บาท มานะ ต้องการปลูกพืชผักสวนครัว ซึ่งต้องใช้เมล็ดพันธุ์ 15 ถุง มานะจะต้องใช้เงินเท่าไรในการซื้อเมล็ดพันธุ์

2. ในวันหยุด ประนอมจะทำวุ้น ซึ่งในการทำวุ้นจะต้องใช้ส่วนผสมที่สำคัญ 2 อย่างมาผสมกับน้ำ คือ ผงวุ้นและน้ำตาล ที่ข้างซองผงวุ้นจะบอกอัตราส่วนที่ใช้คือ ผงวุ้น : น้ำตาล เป็น 1 : 4 ประนอมมีผงวุ้นอยู่ 46 กรัม ประนอมจะต้องใช้น้ำตาลในปริมาณเท่าใด

3. บริษัทกำหนดอัตราค่านายหน้าจากราคาสินค้าที่ขายได้ เป็นอัตราที่คงที่ ประสิทธิ์ได้รับเงินค่านายหน้าจากบริษัท 750 บาท จากการขายสินค้าราคา 30,000 บาท ประสิทธิ์จะได้รับค่านายหน้าเท่าไร ถ้าเขาขายสินค้าได้ 75,000 บาท

4. ในการทำขนมปัง จะมีส่วนผสมที่สำคัญคือ แป้งและน้ำตาลในอัตราส่วน น้ำตาล 3 ส่วน ต่อแป้ง 5 ส่วน ถ้าใช้น้ำตาล 2.4 กิโลกรัม จะต้องใช้แป้งเท่าไร ในการทำขนมปังครั้งนี้

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่มตามที่ครูกำหนด ทั้งนี้ครูเตรียมจัดกลุ่มใหม่ไว้ล่วงหน้าโดยนำ

ผลการทำกิจกรรมที่ผ่านมาและคะแนนจากการทดสอบมาจัดเรียงลำดับใหม่แล้วจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม ในแต่ละกลุ่มให้มีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และเรียนอ่อน 1 คน แต่ละกลุ่มมีทั้งนักเรียนหญิงและนักเรียนชาย และกลุ่มใหม่ที่จัดจะพยายามให้สมาชิกที่เคยอยู่กลุ่มเดียวกันไม่อยู่ร่วมกันอีก

2. ครูเสนอบัตรปัญหาชุดที่ 1 แก่นักเรียนทุกกลุ่ม ซึ่งปัญหาชุดที่ 1 มี 3 ปัญหา ทั้ง 3 ปัญหาจะเป็นโจทย์ปัญหาประเภทเดียวกัน จะต่างกันเฉพาะตัวเลข ให้แต่ละกลุ่มคิดหาคำตอบและแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาอย่างอิสระ (ขณะนักเรียนคิดครูจะเดินดูวิธีการแก้ปัญหานักเรียนแต่ละกลุ่ม) สำหรับปัญหาที่ 1 นักเรียนอาจจะใช้วิธีมองปัญหาและเปรียบเทียบกัน เช่น จากที่กำหนดให้ “เมล็ดพันธุ์พืชผักสวนครัว 5 ถุง ราคา 75 บาท” “15 ถุง จะเป็นสามเท่าของ 5 จะได้ว่า 15 ถุงราคา $75 \times 3 = 225$ บาท” (ซึ่งไม่ได้ใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วน)

ปัญหาที่สอง จะเปลี่ยนตัวเลขในโจทย์ เป็น 7 ถุงราคา 105 บาท ถ้าต้องการซื้อ 12 ถุง จะเป็นราคาเท่าไร (เพื่อให้ไม่ให้นักเรียนใช้การเทียบค่าโดยตรง แต่อาจเทียบกับค่า 1 หน่วย)

ปัญหาที่สาม จะเปลี่ยนตัวเลขในโจทย์อีกเป็น 7 ถุงราคา 18 บาท ถ้าต้องการซื้อ 12 ถุงจะเป็นราคาเท่าไร (เทียบกับค่า 1 หน่วย แล้วไม่ลงตัว เพื่อนำไปสู่การใช้ความรู้เรื่องสัดส่วน)

3. ครูสุ่มกลุ่มหนึ่งให้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหที่ 1 พร้อมทั้งให้อธิบายแนวคิดทำไมทำเช่นนั้น มีเหตุผลอะไร สุ่มอีกกลุ่มหนึ่ง นำเสนอวิธีการแก้ปัญหที่ 2 แล้วอภิปรายเกี่ยวกับปัญหาที่ 2 ดังนี้

3.1 สำหรับโจทย์ปัญหาที่ 2 ใช้วิธีการแก้ปัญหแบบเดียวกับโจทย์ปัญหาที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

3.2 โจทย์ปัญหาที่ 1 ใช้วิธีการเช่นนั้นได้เพราะอะไร (เพราะจำนวนที่อยู่ในโจทย์เป็นกรณีพิเศษคือ จำนวนที่กำหนดกับจำนวนที่ต้องการหาอยู่ในรูปที่เท่าของกันและกัน)

ครูสุ่มอีกกลุ่มหนึ่งนำเสนอวิธีการแก้ปัญหที่ 3 พร้อมทั้งให้เหตุผลที่ตนเองคิดจากนั้นให้นักเรียนทั้งชั้นสังเกตวิธีการแก้ปัญห และเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหในแต่ละปัญหา แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

3.3 นำวิธีที่ใช้กับโจทย์ปัญหาที่ 2 ใช้กับโจทย์ปัญหาที่ 3 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

3.4 นำวิธีที่ใช้กับโจทย์ปัญหาที่ 3 ใช้กับโจทย์ปัญหาที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

เพื่อนำไปสู่การสรุปว่าสามารถนำวิธีการของสัดส่วนไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

4. ครูแจกสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรม 2 ให้นักเรียนทุกกลุ่มแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหา พร้อมกับตรวจสอบคำตอบ เมื่อเสร็จแล้วรับใบกิจกรรม 3 ไปดำเนินการแก้ปัญหา และแสดงวิธีการหาคำตอบ พร้อมตรวจสอบคำตอบ

5. สุ่มให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 2 และอีกกลุ่มหนึ่งนำเสนอปัญหาที่ 3 โดยคำนึงถึงขั้นตอนการแก้ปัญหาในประเด็นต่อไปนี้

5.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร

5.2 โจทย์ให้อะไรมา และมีเงื่อนไขอย่างไร

5.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

5.4 มีวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างไร

5.5 ในการแก้ปัญหจะใช้ความรู้อะไร และแสดงวิธีการหาคำตอบ

5.6 คำตอบที่ได้คืออะไร

5.7 ตรวจสอบได้อย่างไรว่าคำตอบถูกต้อง

6. เมื่อนักเรียนรายงานการแก้ปัญหาทุกข้อแล้ว จึงสรุปผลการแก้ปัญหาร่วมกันทั้งชั้นอีกครั้งหนึ่งถึงลักษณะของปัญหาที่สามารถใช้สัดส่วนช่วยในการแก้ปัญหาได้ (เป็นปัญหาที่แสดงการเท่ากันของสองอัตราส่วน) และขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วน (คือหาอัตราส่วนจากที่กำหนด แสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนที่กำหนดกับอัตราส่วนที่ต้องการหา แล้วเขียนเป็นสัดส่วน จากนั้นแก้สมการหาคำตอบ) แล้วให้ทุกกลุ่มสรุปเป็นผลงานของกลุ่มส่งครู

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาในใบกิจกรรม 4 เป็นรายบุคคล เพื่อวัดความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วน

สื่อและอุปกรณ์

1. บัตรปัญหาที่ 1, 2, 3 และ 4
2. ใบกิจกรรม 1, 2, 3 และ 4
3. แบบรายงานผลสรุปการแก้ปัญหา

การวัดผล/ประเมินผล

ประเมินผลจาก

1. การสังเกต การร่วมมือ การอภิปราย การแสดงความคิดเห็นและการชี้แจงเหตุผลกันในการหาคำตอบของปัญหายภายในกลุ่ม โดยใช้แบบสังเกต 4

2. การตรวจผลงาน การแก้ปัญหาที่แสดงในใบกิจกรรม โดยพิจารณาถึงความถูกต้องสมบูรณ์ของแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

3. การนำเสนอผลการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจาก

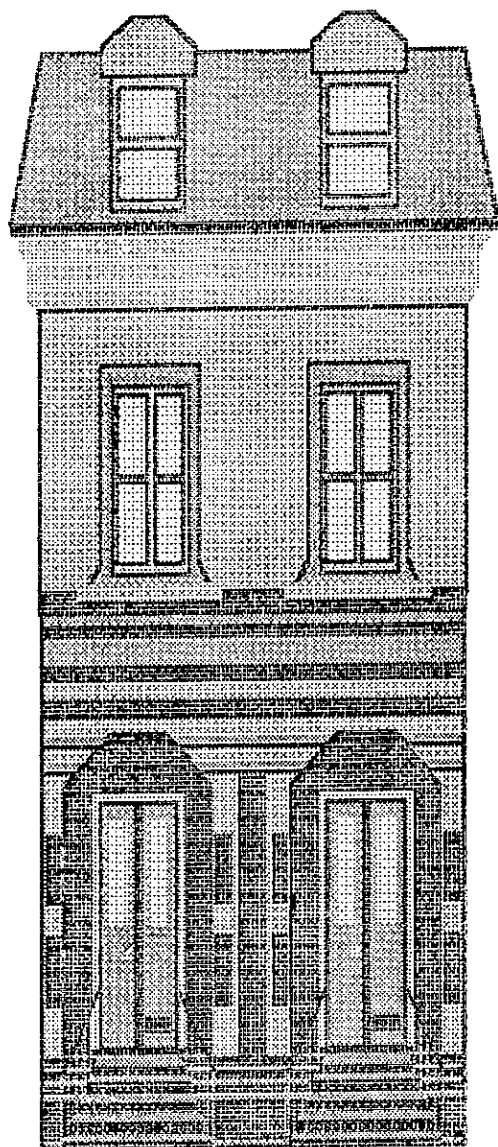
3.1 วิธีคิด การนำข้อมูลที่จำเป็นมาใช้ การเลือกใช้วิธีการและการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม

3.2 ความชัดเจนในการสื่อความคิด ความถูกต้อง ความเหมาะสมในการแสดงเหตุผลในการคิดและเลือกใช้วิธีการในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

3.3 การมีส่วนร่วมในการนำเสนอผลการแก้ปัญหา เช่น เป็นผู้ฟังการนำเสนอผลอย่างตั้งใจ การซักถาม แสดงความคิดเห็น เสนอแนะเพิ่มเติม นำเสนอวิธีคิดที่แตกต่างจากคนอื่น

4. ประเมินความถูกต้อง เหมาะสมจากผลการแก้ปัญหาและการแสดงเหตุผลในการทำใบกิจกรรมรายบุคคล

บัตรปัญหาชุดที่ 1



ปัญหาที่ 1

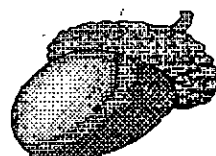
- ร้านขายผลิตภัณฑ์และเครื่องมือการเกษตร
กำหนดราคาเมล็ดพืชผักสวนครัว 5 ถุง
ราคา 75 บาท
มานะต้องการปลูกพืชผักสวนครัว
ซึ่งต้องใช้เมล็ดพันธุ์ 15 ถุง
มานะจะต้องใช้เงินเท่าไรในการซื้อเมล็ดพันธุ์

ปัญหาที่ 2

- ร้านขายผลิตภัณฑ์และเครื่องมือการเกษตร
กำหนดราคา เมล็ดพืชผักสวนครัว 7
ถุงราคา 105 บาท
ถ้ามานะต้องการปลูกพืชผักสวนครัว
ซึ่งต้องใช้เมล็ดพันธุ์ 12 ถุง
มานะจะต้องใช้เงินเท่าไรในการซื้อเมล็ดพันธุ์

ปัญหาที่ 3

- ร้านขายผลิตภัณฑ์และเครื่องมือการเกษตร
กำหนดราคา เมล็ดพืชผักสวนครัว 7
ถุงราคา 18 บาท
ถ้ามานะต้องการปลูกพืชผักสวนครัว
ซึ่งต้องใช้เมล็ดพันธุ์ 12 ถุง
มานะจะต้องใช้เงินเท่าไรในการซื้อเมล็ดพันธุ์



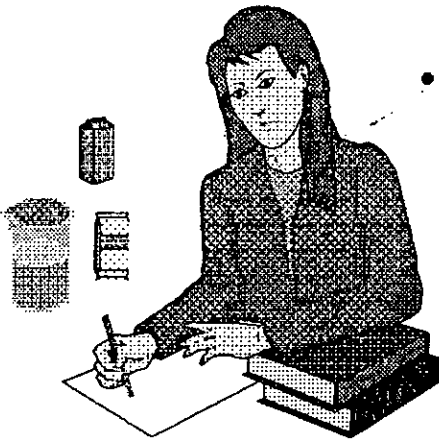
ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 2



- คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการ
แก้ปัญหาต่อไปนี้ :

- ในวันหยุด ประนอมจะทำวุ้น ซึ่งในการ
ทำวุ้นจะต้องใช้ส่วนผสมสำคัญ 2 อย่าง
มาผสมกับน้ำตาล ผงวุ้นและน้ำตาล ที่
ข้างซองผงวุ้นจะบอกอัตราส่วนที่ใช้คือ
ผงวุ้น : น้ำตาล เป็น 1 : 4 ประนอมมี
ผงวุ้นอยู่ 46 กรัม ประนอมจะต้องใช้
น้ำตาลในปริมาณเท่าใด

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

.....

.....

.....

.....

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

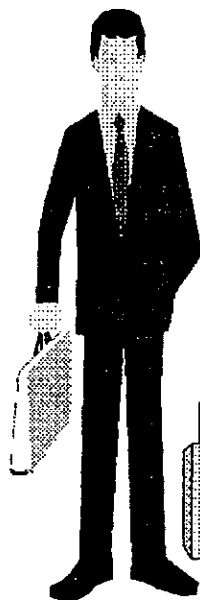
ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 3



- คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้
- บริษัทกำหนดอัตราค่านายหน้าจากราคาสินค้าที่ขายได้ไว้ เป็นอัตราที่คงที่ ประสิทธิ์ได้รับเงินค่านายหน้าจากบริษัท 750 บาท จากการขายสินค้าราคา 30,000 บาท ประสิทธิ์จะได้รับค่านายหน้าเท่าไร ถ้าเขาขายสินค้าได้ 75,000 บาท

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

.....

.....

.....

.....

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

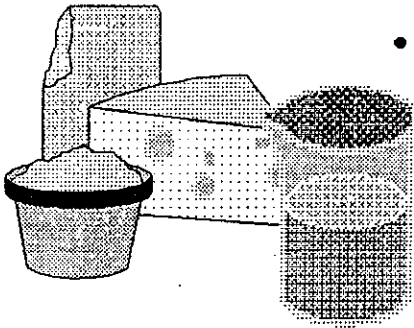
สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 4

- คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหา และดำเนินการ
แก้ปัญหาต่อไปนี้



- ในการทำขนมปัง จะมีส่วนผสมที่สำคัญคือ
แป้งและน้ำตาลในอัตราส่วน น้ำตาล 3 ส่วน
ต่อแป้ง 5 ส่วน ถ้าใช้น้ำตาล 2.4 กิโลกรัม
จะต้องใช้แป้งเท่าไรในการทำขนมปังครั้งนี้

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

.....

.....

.....

.....

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

แผนการสอนที่ 12

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างกว้างขวาง

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วนได้
2. สามารถบอกเหตุผลได้
3. สื่อสารแนวคิด อภิปรายแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา

เนื้อหา

1. การแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วน
2. กระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีการแก้ปัญหา (การคิดย้อนกลับ การคาดเดาและ

ตรวจสอบ)

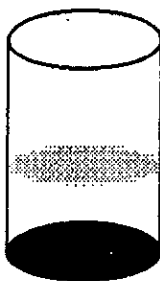
สถานการณ์ปัญหา

สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน

1. ทาทา ยัง อยากรู้ว่ามิน้ำอยู่ในแท็งก์น้ำที่บ้านเท่าไร เธอรู้แต่ว่าแท็งก์น้ำจุน้ำได้ 7,200 ลิตร ถ้าอยากทราบว่ามีน้ำอยู่กี่ลิตร เธอจะทำอย่างไรดี

เมื่อปริมาณน้ำในแท็งก์สูง

- ก. 2 เมตร
 - ข. 3.4 เมตร
 - ค. 1.86 เมตร
- จะมีน้ำอยู่กี่ลิตร



2. อยากทราบว่าเสาธงของโรงเรียนสูงเท่าไร จะทำอย่างไรดี

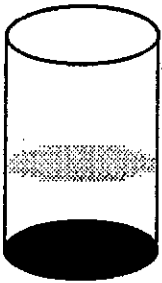
ถ้ามาลียืนอยู่หน้าเสาธงในตอนเช้าก่อนเข้าแถว เมื่อวัดเงาของมาลีที่ทอดออกไป มีความยาว 165 เซนติเมตร และเงาของเสาธงยาว 792 เซนติเมตร มาลีมีความสูง 135 เซนติเมตร อยากทราบว่าเสาธงมีความสูงกี่เซนติเมตร

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูซักถามเพื่อทบทวนถึงการแก้ปัญหของปริมาณสองอย่างที่สัมพันธ์กัน ที่ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน โดยให้นักเรียนสรุปถึงแนวทางและวิธีการหาคำตอบของปัญหาเมื่อครั้งที่แล้ว
2. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 โดยใช้บัตรปัญหาที่ 1

บัตรปัญหาที่ 1

ทาตา ยัง อยากรู้ว่ามือน้ำอยู่ในแท้งค์น้ำที่บ้านเท่าไร เธอรู้แต่ว่าแท้งค์น้ำจุน้ำได้ 7,200 ลิตร ถ้าอยากทราบว่ามีน้ำอยู่กี่ลิตร เธอจะอย่างไรดี



ให้นักเรียนอภิปรายและตอบคำถามในประเด็นต่อไปนี้

2.1 จากปัญหา ทาตา ยัง จะรู้ได้อย่างไรว่ามีน้ำอยู่กี่ลิตร จะต้องหาอะไรจึงจะทำให้รู้ว่ามือน้ำอยู่ในแท้งค์น้ำเท่าไร (ต้องรู้ความสูงของแท้งค์น้ำ ความสูงของระดับน้ำ) อาจมีนักเรียนบางคนบอกว่าต้องรู้พื้นที่ฐานของแท้งค์น้ำกับความสูงของระดับน้ำ เพราะเคยชินกับการหาปริมาตรของทรงกระบอก ก็จะอภิปรายร่วมกับนักเรียนต่อไปว่า ทำไมต้องรู้ 2 อย่างนี้ ให้นักเรียนบอกเหตุผล แล้วอภิปรายต่อไปว่า การวัดความสูงของระดับน้ำในแท้งค์ทำได้ง่าย การหาพื้นที่ฐานนักเรียนจะต้องรู้อะไร (รัศมี เพราะพื้นที่ฐานเป็นรูปวงกลม) หาได้อย่างไร รู้จุดศูนย์กลางหรือไม่ ซึ่งจะนำไปสู่ความยุ่งยากในการหารัศมี วิธีนี้ครูจะต้องชี้แจงก่อนว่าเป็นวิธีที่สามารถหาคำตอบข้างต้นได้ แล้วถามว่ามีวิธีการอื่น ๆ อีกหรือไม่ หาได้อย่างไร (ใช้การเปรียบเทียบสัดส่วนระหว่างปริมาณน้ำต่อความสูง ซึ่งจะต้องรู้ความสูงของแท้งค์น้ำและความสูงของระดับน้ำ ถ้าไม่มีนักเรียนตอบเรื่องการวัดส่วนสูง ครูอาจถามนำว่า ถ้าระดับน้ำเต็มถึงพอดีจะมีน้ำอยู่เท่าไร ถ้ามีน้ำครึ่งถังจะมีน้ำเท่าไร เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของปริมาณน้ำกับความสูงของระดับน้ำ)

2.2 ถ้าแท้งค์น้ำสูง 4 เมตรและระดับน้ำสูง 2 เมตร จะมีน้ำอยู่กี่ลิตร (3,600 ลิตร)

2.3 ถ้าระดับน้ำสูง 3.4 เมตร จะมีน้ำอยู่กี่ลิตร (6,210 ลิตร)

2.4 ถ้ามีน้ำอยู่ 4,200 ลิตร ระดับน้ำจะสูงกี่เมตร (2.33 เมตร)

3. เมื่อทุกกลุ่มคิดหาแนวทางแก้ปัญหาได้แล้วครูจึงแจกใบกิจกรรม 1 ให้ทุกกลุ่มแสดงรายละเอียดในการดำเนินการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 1 เมื่อเสร็จแล้ว ครูจึงสุ่มให้ตัวแทนกลุ่ม (ที่ไม่ใช่ 2 กลุ่มแรกที่นำเสนอไปแล้ว) นำเสนอผลการแก้ปัญหา และแสดงเหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหาในแต่ละประเด็น ในขณะที่ตัวแทนกลุ่มนำเสนอ หากแสดงเหตุผลในประเด็นใดไม่ชัดเจน ครูถามสมาชิกทั้งชั้นให้อภิปรายถึงเหตุผลในประเด็นนั้น ๆ ร่วมกัน

4. ครูนำเสนอบัตรปัญหาที่ 2 และถามนักเรียนว่า “เสาธงของโรงเรียนสูงเท่าไร จะหาความสูงของเสาธงได้อย่างไร” ให้นักเรียนประมาณความสูงของเสาธง แล้วอภิปรายถึงวิธีการที่จะหาความสูงของเสาธงของโรงเรียนว่าจะสามารถหาได้อย่างไร

5. เมื่ออภิปรายหาแนวทางการแก้ปัญหาแล้ว ครูแจกใบกิจกรรม 3 ซึ่งเป็นสถานการณ์การหาความสูงของเสาธง ให้นักเรียนทุกกลุ่มหาความสูงของเสาธง โดยใช้การเทียบสัดส่วนจากอัตราส่วนของความสูงของมาลิกับเงาของมาลิก และอัตราส่วนของความสูงของเสาธงกับเงาของเสาธงตามที่กำหนด ให้แต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหา และบันทึกการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 3

6. เมื่อทุกกลุ่มแก้ปัญหาและบันทึกผลเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูจึงสุ่มตัวแทนนักเรียนจากกลุ่มหนึ่ง นำเสนอวิธีการการแก้ปัญหาดังกล่าว แล้วให้กลุ่มอื่นตรวจสอบและเปรียบเทียบกับแนวทางการดำเนินการของกลุ่มตนเอง หากกลุ่มใดมีวิธีที่แตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนออีกจะให้กลุ่มนั้นนำเสนอวิธีการที่แตกต่างกัน แล้วให้นักเรียนเปรียบเทียบกันแต่ละวิธีว่ามีจุดเด่นอะไร และมีข้อจำกัดอะไร เพื่อให้นักเรียนได้เลือกใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง เมื่อนำเสนอเสร็จแล้วครูจึงถามนักเรียนทั้งชั้นเพื่อเปิดประเด็นการอภิปรายว่า

6.1 ความสูงของเสาธงที่คำนวณหามาได้นั้น เป็นความสูงที่แท้จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด (เป็นความสูงโดยประมาณ เพราะเป็นความสูงที่ได้จากการเปรียบเทียบเงาของเสาธงกับเงาของมาลิกซึ่งเป็นค่าประมาณที่ได้จากการวัด)

6.2 จะสามารถหาความสูงของเสาธงโดยวิธีการอื่นได้หรือไม่ หาได้อย่างไร (หาได้จากการกะประมาณ หรือวัดจากเชือกสายธง หรือนำเสาธงลงมาวัดจริง)

6.3 ตำแหน่งการยืนของมาลิกจะต้องยืน ณ ตำแหน่งใด (อยู่แนวเดียวกับเสาธงตามแนวของแสง)

ถ้ายืนห่างจากเสาธงมาก ๆ ผลจะเป็นอย่างไร ค่าความสูงที่คำนวณได้จะใกล้ความสูงที่แท้จริงหรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่ใกล้เคียง เพราะแนวระดับของแสงจะทำมุมไม่เท่ากัน)

6.4 จะสามารถประยุกต์ความรู้นี้ไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไร (ใช้คำนวณหาความสูงโดยประมาณของสิ่งที่ไม่สามารถวัดได้จริง เช่น ประมาณความสูงของตึก อาคารสูง ต้นไม้)

7. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปกระบวนการแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนโดยใช้สัดส่วน แล้วให้แต่ละกลุ่มสรุปและปรับปรุงเป็นผลงานของกลุ่มอีกครั้งหนึ่งหลังจากได้นำเสนอและอภิปรายร่วมกันแล้ว

8. ต้องการให้นักเรียนได้ฝึกการใช้ยุทธวิธีการคิดแก้ปัญหาย้อนกลับ ครูจึงนำเสนอปัญหาการหาจำนวนเต็มบวกที่หายไปในสถานการณ์การคูณ การหาร ด้วยบัตรปัญหา ดังนี้

ปัญหาการคูณ จงเติมเลขโดดลงใน [] ซึ่งทำให้สถานการณ์ต่อไปนี้เป็นจริง

$$\begin{array}{r} 4[][] \\ [][] \\ \hline [][] \quad 8 \quad 2 \\ 1 \quad 2 \quad [][] \end{array} \times$$

ปัญหาการหาร พิจารณาปัญหาการหาร ในกรอบ [] โดยการใส่เลขโดดแทนลงใน [] ที่ทำให้ได้ข้อความที่เป็นจริง

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad \text{A} \quad \text{B} \\ 5[] \overline{) [][][][]} \\ \underline{[] \quad 6 \quad []} \\ [][][] \\ \underline{4 \quad 3 \quad 2} \\ 0 \end{array}$$

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันคิดและวิเคราะห์หาจำนวนมาใส่แต่ละ [] แล้วทำให้ได้ข้อความที่เป็นจริง ขณะที่นักเรียนคิดอยู่นั้น ครูจะเตือนให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีคิดและเหตุผลไว้ด้วยว่าคิดอย่างไร และทำไมคิดเช่นนั้น มีเหตุผลอะไร อาจจะยังไม่ต้องเขียนให้เรียบร้อยก็ได้

9. เมื่อนักเรียนคิดหาคำตอบเสร็จทั้ง 2 ปัญหาแล้ว ครูสุ่มให้นักเรียนกลุ่มหนึ่งนำเสนอการหาคำตอบของการแก้ปัญหาการคูณ และอีกกลุ่มหนึ่งนำเสนอการหาคำตอบปัญหาการหารว่า ผลลัพธ์ที่ได้เป็นอย่างไร โดยให้นำเสนอวิธีการคิดในแต่ละขั้นว่าคิดอย่างไร ทำไมคิดเช่นนั้น มีเหตุผลอะไร รู้ได้อย่างไรว่าได้คำตอบที่ถูกต้อง ในขณะที่กลุ่มที่ถูกสุ่มนำเสนอผลการคิดหาคำตอบอยู่นั้น ให้กลุ่มที่ไม่ถูกสุ่มตรวจสอบและเทียบกับวิธีที่กลุ่มตนเองคิด หากคิดต่างกัน หรือมีเหตุผลต่างกันก็ให้นำเสนอผลการคิดและเหตุผลที่ต่างกันนั้น

10. เมื่อนำเสนอและอภิปรายถึงผลการแก้ปัญหาทั้ง 2 เสร็จแล้ว ครูถามว่านักเรียนได้อะไรจากการแก้ปัญหาทั้งสองข้อนี้ จากนั้นครูจึงสรุปถึงการแก้ปัญหว่านักเรียนจะต้องใช้การคิดวิเคราะห์ และแรงกระตุ้นที่เป็นไปได้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา แล้วเลือกกรณีที่เหมาะสมบางครั้งในการแก้ปัญหาของบางสถานการณ์ อาจจะต้องพิจารณาวิเคราะห์ย้อนกลับไปหาข้อกำหนดเดิม ดังเช่นปัญหาการหาร แล้วจึงสรุปถึงกระบวนการแก้ปัญหาร่วมกันว่า เมื่อพบปัญหาสิ่งแรกที่นักเรียนต้องทำคืออ่านและทำความเข้าใจปัญหา แล้วดึงข้อมูลหรือสิ่งที่ปรากฏในปัญหาออกมา หาความสัมพันธ์ของสิ่งที่ได้มา และแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบ เมื่อได้คำตอบแล้วจะต้องตรวจสอบด้วยว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบของปัญหาหรือยัง ตอบตามที่ปัญหาต้องการให้ตอบหรือไม่

สื่อและอุปกรณ์

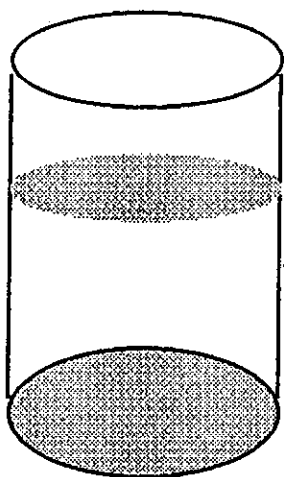
1. บัตรปัญหาที่ 1 และ 2
2. ใบกิจกรรม 1, 2 และ 3
3. แบบสรุปการแก้ปัญหา

การวัดผล/ประเมินผล

ประเมินผลจาก

1. การสังเกต การร่วมมือ การอภิปราย การแสดงความคิดเห็นและการชี้แจงเหตุผลกันในการคิดหาคำตอบของปัญหาภายในกลุ่ม โดยใช้แบบสังเกต
2. การตรวจผลงาน การแก้ปัญหาที่แสดงในใบกิจกรรม โดยพิจารณาถึงความถูกต้องสมบูรณ์ของแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา
3. การนำเสนอผลการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจาก
 - 3.1 วิธีคิดและการเลือกใช้วิธีการและยุทธวิธีที่เหมาะสม
 - 3.2 ความชัดเจน ความถูกต้อง ความเหมาะสมในการแสดงเหตุผลในการคิดและเลือกใช้วิธีการในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา
 - 3.3 การมีส่วนร่วมในการนำเสนอผลการแก้ปัญหา เช่น เป็นผู้ฟังการนำเสนออย่างตั้งใจ แสดงความคิดเห็น เสนอแนะเพิ่มเติม นำเสนอวิธีคิดที่แตกต่างจากคนอื่น

บัตรปัญหาที่ 1



ทาทา ยัง อยากรู้ว่ามีน้ำอยู่ใน
แท็งค์น้ำที่บ้านเท่าไร เธอรู้
แต่ว่าแท็งค์น้ำจุน้ำได้ 7,200
ลิตร ถ้าอยากทราบว่าน้ำอยู่ใน
กี่ลิตร เธอจะอย่างไรดี

ใบกิจกรรม 1

ทาทา ยัง อยากรู้ว่ามึน้ำอยู่ในแท้งค์น้ำที่บ้านเท่าไร เธอรู้แต่ว่าแท้งค์น้ำจุน้ำได้ 7,200 ลิตร ถ้าอยากทราบว่ามีน้ำอยู่กี่ลิตร เธอจะทํายังไรดี

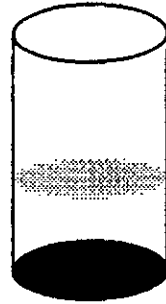
เมื่อปริมาณน้ำในแท้งค์สูง

ก. 2 เมตร

ข. 3.4 เมตร

ค. 1.86 เมตร

จะมีน้ำในแท้งค์กี่ลิตร



1. บอกรายละเอียดของปัญหา

1.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร

1.2 จากโจทย์นักเรียนรู้อะไรบ้าง เขียนออกมาให้มากที่สุด

1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

2. ลองคิดหาคำตอบ

.....

.....

.....

3. แสดงวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ตรวจสอบผล

บัตรปัญหาที่ 2

อยากรู้ว่าเสาธงของโรงเรียนสูงเท่าไร

มาลียืนอยู่หน้าเสาธงในตอนเช้าก่อนเข้าแถว
เมื่อวัดเงาของเสาที่ทอดออกไป มีความยาว
165 เซนติเมตร และเงาของเสาธงยาว
792 เซนติเมตร ถ้ามาลีมีความสูง 135
เซนติเมตร อยากทราบว่าเสาธงมีความสูง
กี่เซนติเมตร

ใบกิจกรรม 2

อยากรู้ว่าเสาธงของโรงเรียนสูงเท่าไร

ถ้ามาลียืนอยู่หน้าเสาธงในตอนเช้าก่อนเข้าแถว เมื่อวัดเงาของมาลีที่ทอดออกไปมีความยาว 165 เซนติเมตร และเงาของเสาธงยาว 792 เซนติเมตร มาลีมีความสูง 135 เซนติเมตร อยากรหาว่าเสาธงมีความสูงกี่เซนติเมตร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

- 1.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร
- 1.2 จากโจทย์นักเรียนรู้อะไรบ้าง เขียนออกมาให้มากที่สุด
- 1.3 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

2. ลองคิดหาคำตอบ

.....

.....

.....

3. แสดงวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ตรวจสอบผล

.....

.....

แผนการสอนที่ 18

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเปรียบเทียบเพื่อเลือก และตัดสินใจ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาบางอย่างได้อย่างเหมาะสม
2. แก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วนได้
3. สามารถแสดงเหตุผลได้
4. สื่อสารแนวคิด อภิปรายแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหา

เนื้อหา

1. กระบวนการแก้ปัญหาและยุทธวิธีในการแก้ปัญหา (การสร้างตารางแจงกรณี และมองรูปแบบ)
2. การแก้ปัญหาโดยใช้อัตราส่วน

สถานการณ์ปัญหา

1. บันไดขึ้นไปสู่วัดบนยอดเขาสูงมีทั้งหมด 500 ขั้น กบตัวหนึ่งกระโดดขึ้นบนขั้นบันได กระโดดครั้งแรกได้หนึ่งขั้น ครั้งต่อ ๆ ไปกระโดดได้ครั้งละ 3 ขั้น ถ้ากบตัวนี้กระโดดขึ้นขั้นบันไดไปสู่ยอดเขา 100 ครั้ง อยากทราบว่า กบตัวนี้อยู่ขั้นที่เท่าใดของบันได
2. สาริต เริ่มต้นนับจาก 2 เพิ่มขึ้นทีละ 3 จนถึง 449 ดังนี้คือ 2, 5, 8, 11, ..., 449 โดยที่ 2 เป็นการนับครั้งแรก 5 เป็นการนับครั้งที่สอง 8 เป็นการนับครั้งที่สาม อยากทราบว่า 449 เป็นการนับครั้งที่เท่าใด
3. นายศักดิ์ นายสม และนายเอก ลงทุนในการดำเนินกิจการอย่างหนึ่ง 2,000,000 บาท 3,000,000 บาท และ 5,000,000 บาท ตามลำดับ ถ้าสิ้นปีกิจการนี้มีกำไรสุทธิ 960,000 บาท และแบ่งผลกำไรตามจำนวนเงินที่ลงทุน นายศักดิ์ควรจะได้รับผลกำไรเท่าใด

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูนำเสนอปัญหาที่ 1 โดยแจกใบกิจกรรม 1 แก่นักเรียนทุกกลุ่ม ให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวทางการแก้ปัญหาและการประมาณค่าคำตอบที่ควรจะได้ แล้วให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบร่วมกันลงในใบกิจกรรม 1 ขณะที่นักเรียนกำลังคิดแก้ปัญหายู่นั่น

ครูเดินสังเกตดูการแก้ปัญหาของนักเรียนว่า แต่ละคนในกลุ่มให้ความร่วมมือและแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาหรือไม่ หากมีนักเรียนในกลุ่มไม่แสดงความคิดเห็นได้แต่นั่งฟังอย่างเดียว ครูก็จะกล่าวเตือนรวม ๆ ว่าการแก้ปัญหาไม่ได้ต้องการเพียงคำตอบเท่านั้น วิธีคิดและกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งที่ทุกคนในกลุ่มจะต้องเรียนรู้ เข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้

2. เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาและแสดงวิธีการแก้ปัญหาในใบกิจกรรม 1 เสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูจึงสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอวิธีการหาคำตอบของปัญหาในแง่ของ

2.1 วิธีการคิดหาคำตอบ

2.2 อธิบายยุทธวิธีในการหาคำตอบที่กลุ่มเลือกใช้พร้อมทั้งบอกเหตุผล

2.3 ผลสรุปในการหาคำตอบและการขยายไปสู่รูปทั่วไปของปัญหานั้นเองเดียวกัน

ในขณะที่ตัวแทนของกลุ่มนำเสนอผลการแก้ปัญหา สมาชิกที่เหลืออีก 3 คน จะคอยช่วยเหลือ หากผู้นำเสนอคิดตอบคำถามไม่ทันหรือแสดงเหตุผลไม่ชัดเจน หรือหากนำเสนอไม่สมบูรณ์ก็จะช่วยอธิบายเพิ่มเติม และกลุ่มอื่น ๆ จะตรวจสอบวิธีการคิดกับกลุ่มของตนเอง หากใช้ยุทธวิธีที่แตกต่างกัน ครูจะให้กลุ่มนั้นนำเสนอยุทธวิธีที่กลุ่มนั้นคิด เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบข้อดีของแต่ละวิธี

3. ครูแจกใบกิจกรรม 2 แก่นักเรียนทุกกลุ่ม ให้ทุกกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหา และเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม และสิ่งที่สำคัญคือต้องการให้นักเรียนระบุยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา เมื่อแสดงวิธีการแก้ปัญหาและกลุ่มตรวจสอบจนมั่นใจแล้ว ส่งครูเพื่อตรวจให้คะแนน

4. ครูแจกใบกิจกรรม 3 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน ให้ทุกกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหา และเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าวลงในใบกิจกรรม เมื่อกลุ่มทำการตรวจสอบจนมั่นใจว่าถูกต้องสมบูรณ์แล้ว ให้ยกมือเพื่อรับปัญหาในใบกิจกรรม 4 ต่อไป

5. เมื่อทุกกลุ่มคิดแก้ปัญหาและแสดงวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มให้กลุ่มใดกลุ่มหนึ่งออกมานำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 3 และอีกกลุ่มหนึ่งนำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 4 ซึ่งนักเรียนจะนำเสนอในประเด็นต่อไปนี้

5.1 เป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร

5.2 สิ่งที่เกี่ยวข้องให้มาคืออะไร มีความสัมพันธ์กันอย่างไร

5.3 โจทย์ให้หาอะไร

5.4 มีวิธีการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวได้อย่างไร ใช้ความรู้อะไรในการแก้ปัญหา

5.5 คำตอบที่ได้คืออะไร เป็นคำตอบของปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด

6. ให้สมาชิกที่เหลือที่ไม่ใช่สมาชิกของกลุ่มที่ถูกกลุ่ม ตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของเหตุผลและเปรียบเทียบกับวิธีที่กลุ่มของตนเองคิดและแก้ปัญหา หากแตกต่างกันให้กลุ่มนั้นนำเสนอวิธีคิดที่แตกต่างกัน และช่วยกันพิจารณาเปรียบเทียบข้อดีและข้อจำกัดของแต่ละวิธี

สื่อและอุปกรณ์

1. บัตรปัญหาที่ 1 และ 2
2. ใบกิจกรรม 1, 2, 3 และ 4
3. แบบสรุปการแก้ปัญหา

การวัดผล/ประเมินผล

1. สังเกตการดำเนินการแก้ปัญหา การแสดงเหตุผลและตรวจสอบความถูกต้องสมบูรณ์ของแนวคิดในการแก้ปัญหากลุ่ม
2. สังเกตการร่วมมือ ความรับผิดชอบ การช่วยเหลือกันในการทำความเข้าใจปัญหา และการหาแนวทางในการแก้ปัญหา และการสรุปผลการแก้ปัญหาคือผลงานของกลุ่มร่วมกัน
3. สังเกตการนำเสนอผลงานของกลุ่มเกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหา การซักถาม การแสดงเหตุผล การเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของวิธีการแก้ปัญหากลุ่ม
4. สังเกตการสรุปขั้นตอนและแนวคิดในกระบวนการแก้ปัญหากลุ่ม

บัตรปัญหาที่ 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและ

ดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้



บันไดขึ้นไปสู่วัดบนยอดเขาสูงมีทั้งหมด
500 ขั้น กบตัวหนึ่งกระโดดขึ้นบันได
กระโดดครั้งแรกได้หนึ่งขั้น ครั้งที่ ๑

ไปกระโดดได้ครั้งละ 3 ขั้น

กบตัวนี้กระโดดขึ้นบันไดไปสู่ยอดเขา
100 ครั้ง อยากทราบว่ากบตัวนี้อยู่ที่
บันไดขั้นที่เท่าใด

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

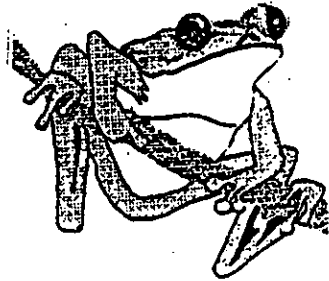
5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา ต่อไปนี้

บันไดขึ้นไปสู่วัดบนยอดเขาสูงมีทั้งหมด
500 ขั้น กบตัวหนึ่งกระโดดขึ้นบนบันได
กระโดดครั้งแรกได้หนึ่งขั้น ครั้งที่ ๑ ไป
กระโดดได้ครึ่งละ 3 ขั้น

ถ้ากบตัวนี้กระโดดขึ้นบันไดไปสู่
ยอดเขา 100 ครั้ง อยากทราบว่า
กบตัวนี้อยู่ที่บันไดขั้นที่เท่าใด



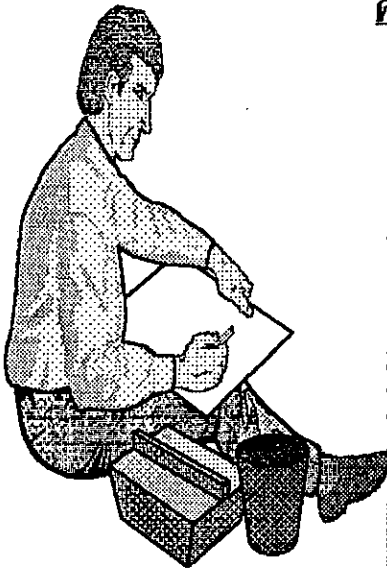
1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

บัตรปัญหาที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการ

แก้ปัญหาดังต่อไปนี้



สาธิตเริ่มต้นนับจาก 2 เพิ่มขึ้นทีละ 3
จนถึง 499 ดังนี้ คือ 2 , 5 , 8 ,
11 , . . . , 499 โดยที่ 2 เป็น
การนับครั้งแรก 5 เป็นการนับครั้งที่
สอง 8 เป็นการนับครั้งที่สาม
อยากทราบว่า 499 เป็นการนับ
ครั้งที่เท่าใด

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

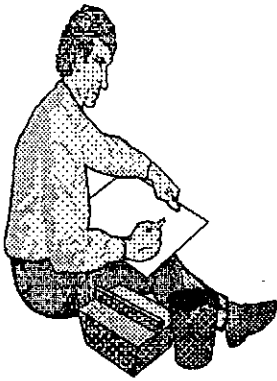
สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้



ลำดับเริ่มต้นนับจาก 2 เพิ่มขึ้น 3 จนถึง 499

ดังนี้ คือ 2 , 5 , 8 , 11 , . . . , 499

โดยที่ 2 เป็นการนับครั้งแรก 5 เป็นการนับครั้งที่สอง 8 เป็นการนับครั้งที่สาม

อยากทราบว่า 499 เป็นการนับครั้งที่เท่าใด

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

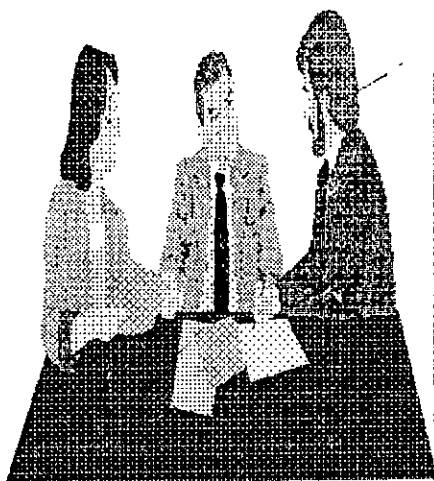
สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านและดำเนินการ
แก้ปัญหาต่อไปนี้



ศักดิ์ สมศรี และเอก ลงทุนในการดำเนิน
กิจการอย่างหนึ่งเป็นเงิน 2,000,000 บาท
3,000,000 บาท และ 5,000,000 บาท
ตามลำดับ ถ้าสิ้นปีกิจการนี้มีกำไร 960,000
บาท และแบ่งผลกำไรตามจำนวนเงินที่ลงทุน
ศักดิ์ควรได้รับผลกำไรเท่าใด

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

แผนการสอนที่ 14

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

อัตราส่วนนำไปใช้ประโยชน์ในการทำแผนที่ แผนผัง แต่ใช้คำว่า มาตรการส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วน (ที่อยู่ในรูปมาตรการส่วน) ได้
2. สามารถแสดงเหตุผลในการหาข้อสรุปของปัญหาในรูปอัตราส่วนได้
3. สื่อสารแนวคิด อภิปรายแสดงความคิดเห็นในการแก้ปัญหาได้
4. ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนในการเลือกและตัดสินใจ

เนื้อหา

1. อัตราส่วนที่อยู่ในรูปมาตรการส่วน
2. การแก้ปัญหาโดยใช้สัดส่วน

สถานการณ์ปัญหา

1. โครงการหมู่บ้านเป็นสุข เสนอบ้านเดี่ยว 2 ชั้น บนเนื้อที่ 50 ตารางวา ด้วยราคา 812,400 บาท ถ้าราคาของบ้านเป็น 5 เท่าของราคาของที่ดิน อยากทราบว่าบ้านราคาเท่าไร
2. ในการสร้างแบบจำลองของเรือโดยสาร ใช้มาตรการส่วน 1 นิ้ว : 16 เมตร ถ้าความยาวของแบบจำลองของเรือโดยสารเป็น 12 นิ้ว จงหาความยาวของเรือโดยสาร
3. เส้นตรง L ผ่านจุด $(0,0)$ และจุด $(3,8)$ ถ้า (x,y) เป็นอีกจุดหนึ่งบนเส้นตรง L และ x มีค่าเป็น 12 ค่าของ y จะเป็นเท่าไร
4. สถานการณ์การเลือกซื้อสินค้าจากห้างสรรพสินค้า 2 แห่ง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูสนทนากับนักเรียนถึงการทำงานหรือการสร้างสิ่งต่าง ๆ ก่อนที่จะลงมือสร้างของจริง มักจะมีการออกแบบและสร้างต้นแบบของสิ่งนั้นก่อน (เพราะเหตุใด) ซึ่งในการออกแบบและการสร้างต้นแบบจะใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน ซึ่งมีชื่อเรียกว่า “มาตรการส่วน” เป็นการใช้อัตราส่วนในการย่อส่วนของจริงให้มีขนาดเล็กลง (หรืออาจเป็นการขยายให้ใหญ่ขึ้น)

เพื่อประหยัดและสะดวกในการสร้างแบบจำลองของสิ่งนั้น ๆ

2. ครูแนะนำมาตราส่วน พร้อมกับยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ใช้ประโยชน์ของมาตราส่วน เช่น แบบแปลนบ้าน แผนผังแสดงสถานที่การจัดสรรที่ดิน แผนที่ประเทศไทย แผนที่โลก

3. เมื่อพูดถึงแปลนบ้าน การจัดสรรที่ดิน ครูแจกใบกิจกรรม 1 เป็นสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับโครงการบ้านจัดสรร ให้นักเรียนทุกกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหา

โครงการหมู่บ้านเป็นสุข เสนอบ้านเดี่ยว 2 ชั้น บนเนื้อที่ 80 ตารางวา
ด้วยราคา 812,400 บาท ถ้าราคาของบ้านเป็น 5 เท่าของราคาของที่ดิน
อยากทราบว่าบ้านราคาเท่าไร

ซึ่งปัญหานี้สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการในการหาคำตอบ เพื่อเป็นการทดสอบนักเรียนว่าในขณะที่กำลังศึกษาเกี่ยวกับอัตราส่วน เมื่อพบปัญหานักเรียนยังจะพยายามแก้ปัญหาโดยใช้เฉพาะความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนอยู่หรือไม่ ในขณะที่นักเรียนคิดแก้ปัญหาอยู่นั้น ครูสังเกตดูการอภิปรายการคิดหาวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าว (ดูว่าเมื่อใช้วิธีแรกไม่ได้แล้วนักเรียนพยายามที่จะหาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหาหรือไม่) เมื่อนักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 1 เรียบร้อยแล้ว ครูสุ่มให้ตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการแก้ปัญหาโดยนำเสนอตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา พร้อมแสดงเหตุผลในประเด็นต่อไปนี้

3.1 เมื่อพบปัญหาสิ่งแรกที่จะกระทำคืออะไร

3.2 ข้อมูลอะไรบ้างในปัญหาที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาและข้อมูลอะไรบ้างที่ไม่ได้ใช้

3.3 จะมียุทธวิธีอย่างไรและใช้ความรู้อะไรในการแก้ปัญหา

3.4 จะรู้ได้อย่างไรว่า คำตอบที่ได้ถูกต้องและคำตอบที่ได้เป็นคำตอบของปัญหา

4. ครูสนทนากับนักเรียนถึงการสร้างสิ่งต่าง ๆ เช่น บ้าน รถยนต์ หรือเครื่องจักรกลต่าง ๆ ที่มีขนาดใหญ่ ก่อนจะลงมือสร้างของจริงจะมีการสร้างแบบจำลองของสิ่งนั้น ๆ ก่อนในการสร้างแบบจำลองจะสร้างเหมือนของจริงทุกประการเพียงแต่ขนาดเล็กลง โดยกำหนดขนาดที่ย่อส่วนลงที่เรียกว่ามาตราส่วนไว้อย่างชัดเจน แล้วครูแจกรูปที่แสดงแบบจำลองของเรือโดยสารให้นักเรียนทุกคนได้ศึกษาแบบจำลองของเรือโดยสาร จากนั้นแจกใบกิจกรรม 2 ให้ทุกคนอ่านปัญหาและทำความเข้าใจปัญหาในใบกิจกรรม 2 แล้วนำผลการอ่านและทำความเข้าใจปัญหา

มาสรุปหาแนวทางการแก้ปัญหาพร้อมกันก่อนจะลงมือแสดงวิธีการหาคำตอบและเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบลงในใบกิจกรรม 2 เมื่อเสร็จและตรวจสอบเรียบร้อยแล้วจึงส่งครูเป็นผลงานของกลุ่ม

5. เมื่อทุกกลุ่มแสดงวิธีการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 2 เรียบร้อยแล้วครูจะแจกใบกิจกรรม 3 ให้กับนักเรียนทุกคนให้อ่านและทำความเข้าใจปัญหา ให้เวลาประมาณ 5 นาที จากนั้นครูจึงจะถามคำถาม เพื่อให้เกิดการอภิปรายเกี่ยวกับความหมายของคู่อันดับที่แทนจุดบนเส้นตรง โดยแสดงให้เห็นภาพด้วยกราฟ แล้วให้นักเรียนบอกจุดอื่น ๆ ที่อยู่บนเส้นตรงที่กำหนด และบอกเหตุผลด้วยว่าเพราะเหตุใด (อัตราส่วนของ $x : y$ จะต้องเพิ่มขึ้นหรือลดลงในอัตราที่คงที่) จากนั้นให้ทุกกลุ่มแสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหาลงในใบกิจกรรม 3 ให้สมบูรณ์ก่อนส่งเป็นผลงานของกลุ่ม

6. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเลือกซื้อสินค้าจากร้านขายสินค้า 2 ร้าน โดยใช้ใบกิจกรรม 4 ให้นักเรียนเปรียบเทียบราคาและปริมาณของสินค้า ในการเลือกซื้อสินค้าที่จะนำมาใช้บริโภค อภิปรายกันในกลุ่มและตอบคำถามในใบกิจกรรม 4

7. ให้นักเรียนที่เป็นตัวแทนกลุ่มนำเสนอผลการเปรียบเทียบราคาและปริมาณสินค้า แต่ละชนิดว่าควรซื้อจากร้านใด เพราะเหตุใด พร้อมบอกความแตกต่างของราคาและปริมาณของสินค้าแต่ละชนิด

8. เมื่อนักเรียนนำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 4 เรียบร้อยแล้ว ครูจึงถามนักเรียนทั้งชั้นเพื่อเป็นการสรุปถึงบทเรียนนี้ว่า นักเรียนได้เรียนรู้อะไรเพิ่มขึ้นบ้าง และสามารถนำความรู้เหล่านี้ไปใช้ประโยชน์อะไรได้ในชีวิตจริง

สื่อและอุปกรณ์

1. ตัวอย่างแผนที่ แผนผังการจัดสรรที่ดิน แบบแปลนบ้านและแบบจำลองในการออกแบบเรือโดยสาร

2. ใบกิจกรรม 1, 2 และ 3

3. สถานการณ์ปัญหาการเลือกซื้อสินค้า

การวัดผล/ประเมินผล

ประเมินผลจาก

1. การสังเกต การร่วมมือ การอภิปราย การแสดงความคิดเห็นและการชี้แจงเหตุผลกันในการหาคำตอบของปัญหาภายในกลุ่ม โดยใช้แบบสังเกต 1, 2, 3

2. การตรวจผลงาน การแก้ปัญหที่แสดงในใบกิจกรรม โดยพิจารณาถึงความถูกต้อง สมบูรณ์ของแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา

3. การนำเสนอผลการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจาก

3.1 วิธีคิดและการเลือกใช้วิธีการและยุทธวิธีที่เหมาะสม

3.2 ความชัดเจน ความถูกต้อง ความเหมาะสมในการแสดงเหตุผลในการคิดและเลือกใช้วิธีการในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

3.3 การมีส่วนร่วมในการนำเสนอผลการแก้ปัญหา เช่น เป็นผู้ฟังการนำเสนออย่างตั้งใจ แสดงความคิดเห็น เสนอแนะเพิ่มเติม นำเสนอวิธีคิดที่แตกต่างจากคนอื่น

4. ประเมินความถูกต้อง เหมาะสมจากผลการแก้ปัญหาและการแสดงเหตุผลในแต่ละขั้นตอนของการทำใบกิจกรรม

ผลงานของกลุ่ม.....ชื่อกลุ่ม.....

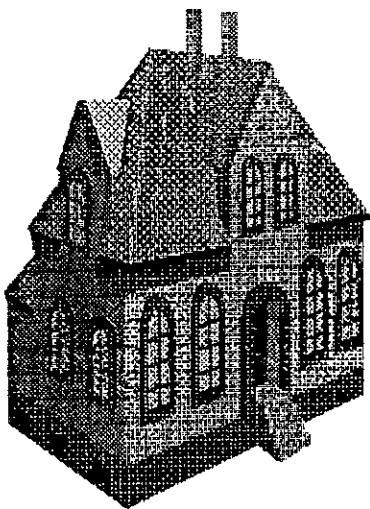
สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 1

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านและดำเนินการ
แก้ปัญหาต่อไปนี้



โครงการหมู่บ้านเป็นสุข เสนอขายบ้าน
เดี่ยว 2 ชั้น บนเนื้อที่ 50 ตารางวา
ด้วยราคา 812,400 บาท ถ้าราคา
ของบ้านเป็น 5 เท่าของราคาที่ดิน
อยากทราบว่าบ้านราคาเท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

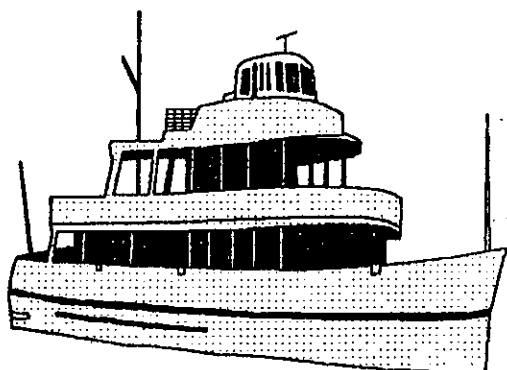
ผลงานกลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2539

ใบกิจกรรม 2



- คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้

- ในการสร้างแบบจำลองของเรือโดยสาร ใช้มาตราส่วน 1 นิ้ว : 16 เมตร ถ้าความยาวของแบบจำลองเรือโดยสาร เป็น 12 นิ้ว จงหาความยาวของเรือโดยสาร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

ผลงานของกลุ่ม.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

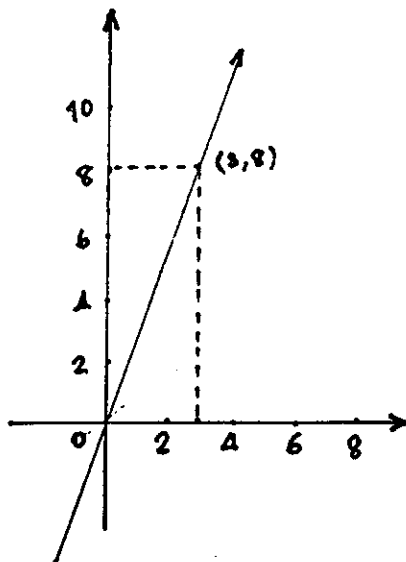
3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านและดำเนินการ

แก้ปัญหาต่อไปนี้



เส้นตรง L ผ่านจุด $(0,0)$ และจุด $(3,8)$ ถ้า (x,y) เป็นอีกจุดหนึ่งบนเส้นตรง L และถ้า x มีค่าเป็น 12 ค่าของ y จะเป็นเท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

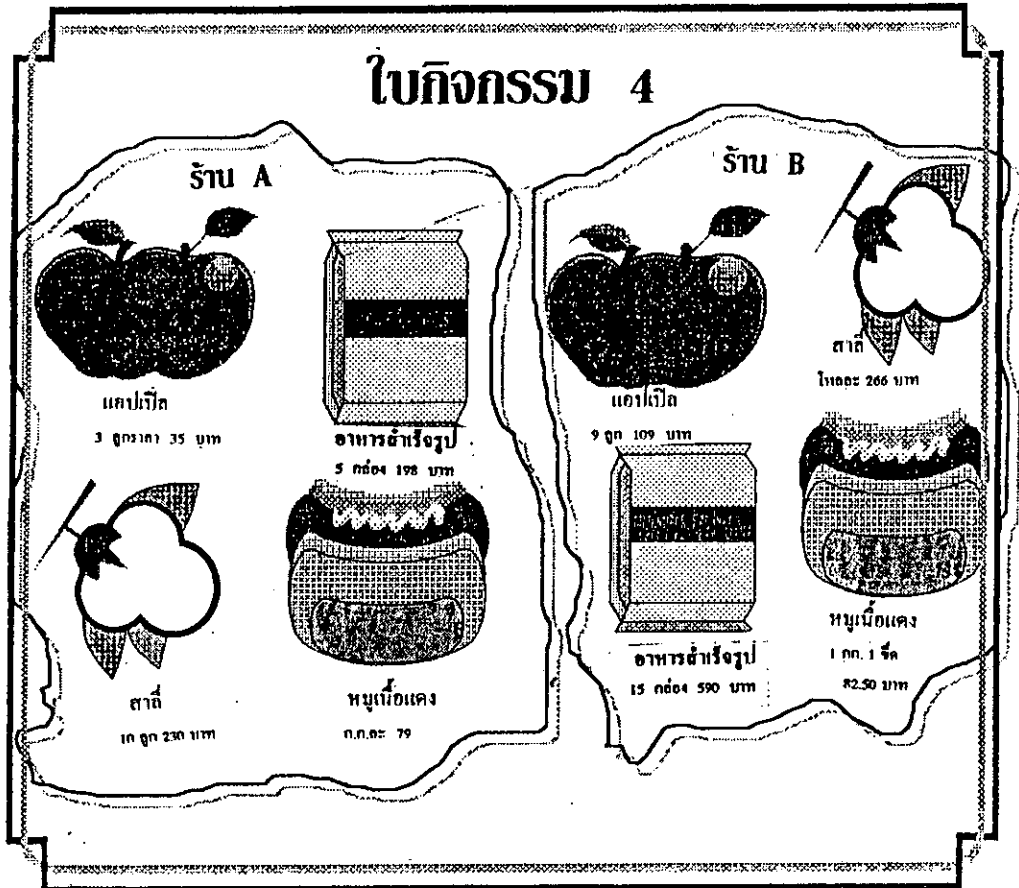
2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

ผลงานของกลุ่ม.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539



คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้สถานการณ์ข้างต้นตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้าต้องการซื้อแอปเปิ้ลจำนวน 9 ลูก จากร้าน A จะต้องจ่ายเงินเท่าไร
2. เมื่อเทียบราคาแอปเปิ้ล 9 ลูก จากร้านทั้ง 2 แล้ว ควรเลือกซื้อจากร้านใด เพราะเหตุใด
3. ควรเลือกซื้อหมูเนื้อแดงจากร้านใด
4. อาหารสำเร็จรูปร้านใดแพงกว่ากัน
5. ถ้าซื้อสาลี่จากร้าน A มากกว่า 20 ลูก จะลดราคาให้ 20 บาท ภาลึ ต้องการซื้อสาลี่ 2 กิโล เขาควรเลือกซื้อจากร้านใด

แผนการสอนที่ 15

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ อาจใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนช่วยในการแก้ปัญหาได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สรุปเหตุผลในการแก้ปัญหาร่วมกันได้
2. แสดงแนวคิดและอภิปรายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้
3. แก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละโดยใช้อัตราส่วนได้

เนื้อหา

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ

การสรุปเหตุผลร่วมกัน

การแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา

สถานการณ์ปัญหา

ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ

1. บริษัทซื้อรถจักรยานคันหนึ่ง ซึ่งร้านค้าคิดราคาไว้ 1,960 บาท เมื่อซื้อเงินสดจะลดราคาให้ 5 % บริษัทจะได้รับส่วนลดกี่บาท และบริษัทจะต้องจ่ายเงินเท่าไร
2. จำนวนนักเรียนที่เลือกเรียนวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032) ห้องหนึ่งมี 30 คน ซึ่งคิดเป็น 20 % ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งหมด นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนนี้มีกี่คน
3. สมศรีลดราคาสินค้าชนิดหนึ่ง โดยขายเพียงชิ้นละ 150 บาท ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 75 ของราคาที่ตั้งไว้ ราคาที่ตั้งไว้เป็นเท่าไร
4. ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งลดราคาสินค้า 10 % - 20 % ในส่วนของเครื่องกีฬา ลดราคา 15 % ประเสริฐซื้อชุดกีฬาที่คิดราคาไว้ 450 บาท ประเสริฐต้องจ่ายเงินเท่าไร

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูซักถามทบทวนความหมายของร้อยละ การเปลี่ยนร้อยละเป็นรูปเศษส่วน และกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างร้อยละกับอัตราส่วน และเสนอตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่อยู่ในรูปร้อยละของปัญหาที่ 1 สำหรับนักเรียนทุกคนโดยใช้บัตรปัญหาที่ 1

บัตรปัญหาที่ 1

ปรีชาซื้อรถจักรยานคันหนึ่ง ซึ่งร้านค้าคิดราคาไว้ 1,960 บาท
เมื่อซื้อเงินสดจะลดราคาให้ 5 % ปรีชาจะได้รับส่วนลดกี่บาท
และปรีชาจะต้องจ่ายเงินเท่าไร

ให้นักเรียนแต่ละคนดำเนินการแก้ปัญหาโดยเขียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาลงในบัตรปัญหาที่ 1 (ให้เวลานักเรียนคิดประมาณ 10 นาที) เมื่อได้คำตอบแล้วครูสุ่มถามคำตอบจากนักเรียน 2 - 3 คน ให้บอกแนวคิดในการหาคำตอบของปัญหาดังกล่าวคร่าว ๆ แล้วซักถามนักเรียนคนอื่น ๆ ถึงคำตอบและแนวคิดในการหาคำตอบว่าแตกต่างจากที่นักเรียน 2 - 3 คนนำเสนอหรือไม่ ถ้ามีให้บอกแนวคิดที่แตกต่างกันนั้น หากยังไม่มีนักเรียนคนใดสามารถที่จะคิดหาคำตอบได้ครูจึงจะแจกใบกิจกรรม 1 ซึ่งมีการถามนำ แล้วให้ทุกคนตอบตอบคำถามและลงสรุปในแต่ละคำตอบของการแก้ปัญหาในใบกิจกรรม 1 จากนั้นให้อาสาสมัครออกมารายงานผลการแก้ปัญหา (ครูสังเกตการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนว่าสามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่ มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาเพียงใด เมื่อใช้วิธีแรกไม่ได้ผล เปลี่ยนวิธีใหม่ทันทีหรือไม่ แสดงข้อสรุปของแนวคิดและตรวจสอบข้อสรุปด้วยเหตุและผลหรือไม่ อธิบายแนวคิดได้ชัดเจนเป็นเหตุเป็นผลหรือไม่)

2. ให้นักเรียนเข้ากลุ่มตามที่กำหนดไว้ และแจกใบกิจกรรม 2 สำหรับนักเรียนทุกคน ให้แต่ละคนคิดหาแนวทางในการหาคำตอบด้วยตนเอง เมื่อได้คำตอบแล้วจึงนำแนวคิดและผลการแก้ปัญหามาอภิปรายและสรุปร่วมกัน และเขียนบันทึกรายละเอียดลงในใบกิจกรรม 2 เป็นผลงานของกลุ่ม (ครูสังเกตการนำเสนอแนวคิด การแสดงเหตุผลในการนำเสนอแนวคิด การรับฟังแนวคิดของคนอื่นและการแลกเปลี่ยนแนวคิดซึ่งกันและกัน)

3. ถ้ากลุ่มใดแสดงวิธีการแก้ปัญหาเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูแจกใบกิจกรรม 3 ให้ดำเนินการคิดและแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่ม โดยให้สมาชิกในกลุ่มเปลี่ยนหน้าที่กันในการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อได้ข้อสรุปแล้วให้บันทึกรายละเอียดของผลการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม 3 และเตรียมนำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 2 และ 3

4. สุ่มตัวแทนของกลุ่ม (โดยสุ่มจากเลขที่)ให้นำเสนอผลการแก้ปัญหา โดยกลุ่มแรกให้นำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 2 ให้กลุ่มอื่นตรวจสอบและแสดงแนวคิดเพิ่มเติมในการแก้ปัญหา หากมีกลุ่มที่มีแนวคิดที่แตกต่างออกไปให้กลุ่มนั้น ๆ นำเสนอแนวคิดที่แตกต่างกัน และสุ่ม

ตัวแทนของอีกกลุ่มหนึ่งให้นำเสนอผลการแก้ปัญหาที่ 3 ในขณะที่ตัวแทนกลุ่มออกนำเสนอ ครูสังเกตพฤติกรรมการมีส่วนร่วมของนักเรียนเกี่ยวกับการรับฟังแนวคิด การซักถามหรือแสดงแนวคิดเพิ่มเติม การร่วมอภิปรายและการลงสรุปแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

5. เมื่อนำเสนอผลการแก้ปัญหาและอภิปรายสรุปการแก้ปัญหาร่วมกันแล้ว ครูจะให้โอกาสแต่ละกลุ่มปรับปรุงผลงานของกลุ่มก่อนที่จะส่งครู และให้สมาชิกกลุ่มได้ตรวจสอบและซักถามความเข้าใจในการแก้ปัญหาก่อนที่จะทำกิจกรรมรายบุคคล

6. เมื่อนำเสนอและสรุปผลการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ครูจึงแจกใบกิจกรรม 4 ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล เป็นการทดสอบความเข้าใจการแก้ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ ตรวจสอบและติดคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มจากผลของคะแนนของสมาชิกทุกคนในกลุ่ม

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. บัตรปัญหา 1
2. ใบกิจกรรม 1, 2, 3 และ 4

การวัดผล/ประเมินผล

ประเมินผลจากการ

1. สังเกตความพยายามในการคิดและแก้ปัญหา การปรับเปลี่ยนวิธีคิดแก้ปัญหา
2. สังเกตการเสนอแนวคิด เหตุผลในการสรุปแนวคิด และการแลกเปลี่ยนแนวคิด

ในการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม (ใช้แบบสังเกต 1, 2 และ 3)

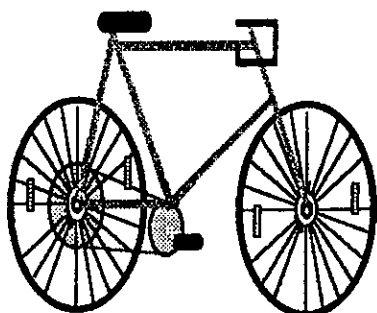
3. นำเสนอผลการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาในแง่ของวิธีการแก้ปัญหา การแสดงเหตุผล และการสื่อสารแนวความคิด

4. สังเกตการร่วมมือและช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม
5. ตรวจสอบผลการแก้ปัญหานักเรียนรายบุคคลและผลงานกลุ่ม

บัตรปัญหา 1

- คำชี้แจง

ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา
ต่อไปนี้



• ปรีชาซื้อรถจักรยานคันหนึ่ง
ซึ่งร้านค้าคิดราคาไว้ 1,960 บาท
เมื่อซื้อเงินสดจะลดราคาให้ 5%
ปรีชาจะได้รับส่วนลดกี่บาท
และปรีชาจะต้องจ่ายเงินเท่าไร

ผลงานกลุ่มที่.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

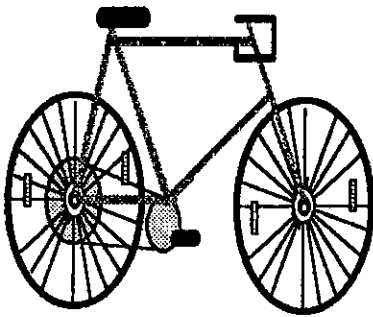
3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 1

- คำชี้แจง

ให้นักเรียนอ่านปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา
ต่อไปนี้



- ปรีชาซื้อรถจักรยานคันหนึ่ง
ซึ่งร้านค้าคิดราคาไว้ 1,960 บาท
เมื่อซื้อเงินสดจะลดราคาให้ 5%
ปรีชาจะได้รับส่วนลดกี่บาท
และปรีชาจะต้องจ่ายเงินเท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

ผลงานของกลุ่ม.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

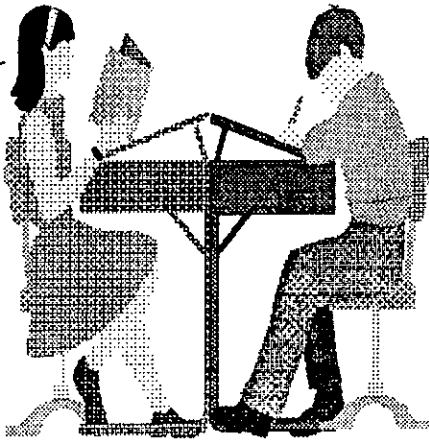
3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 2

• คำชี้แจง

ให้นักเรียนอ่านปัญหาและ
ดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้



จำนวนนักเรียนที่เลือกเรียน
วิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2
(ค 032) ห้องหนึ่งมี 30 คน
ซึ่งคิดเป็น 20% ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งหมด
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
ของโรงเรียนนี้มีกี่คน

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

ผลงานของกลุ่ม.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 3



- **คำชี้แจง**
ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปนี้
- สมศรีลดราคาสินค้าชนิดหนึ่ง
โดยขายเพียงชิ้นละ 150 บาท
ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 75 ของราคา
ที่ตั้งไว้ สมศรีตั้งราคาไว้เท่าไร

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

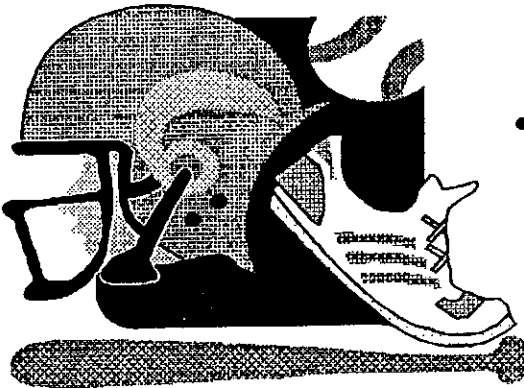
ผลงานของกลุ่ม.....ชื่อกลุ่ม.....

สมาชิก 1.....(.....) 2.....(.....)

3.....(.....) 4.....(.....)

5.....(.....) วันที่.....เดือน.....พ.ศ.2539

ใบกิจกรรม 4



• คำชี้แจง

ให้นักเรียนอ่านปัญหาแล้วดำเนินการ
แก้ปัญหาต่อไปนี้

- ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งลดราคา
สินค้าทุกประเภท ประเสริฐซื้อชุด
กีฬามาชุดหนึ่งทางห้างติดราคาไว้
460 บาท เมื่อหักส่วนลดแล้ว
ประเสริฐต้องจ่ายเงิน 391 บาท
ประเสริฐได้รับส่วนลดกี่เปอร์เซ็นต์

1. บอกรายละเอียดของปัญหา

2. ลองคิดหาวิธีการหาคำตอบ

แผนการสอนที่ 16

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การนำเสนอข้อมูล

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

การนำเสนอข้อมูล เพื่อให้สื่อสารได้ง่าย อาจใช้แสดงด้วยแผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม หรือกราฟ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลและจุดประสงค์ในการนำเสนอ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เลือกวิธีการนำเสนอข้อมูลได้เหมาะสม
2. อ่านและตีความข้อมูลจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ ได้
3. บอกเหตุผลในการนำเสนอข้อมูลแต่ละวิธีได้

เนื้อหา

1. การนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีต่าง ๆ
2. การนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีที่เหมาะสม

สถานการณ์ปัญหา

สถานการณ์ปัญหาที่สามารถ

1. นำเสนอด้วยแผนภูมิแท่ง
2. นำเสนอด้วยแผนภูมิรูปวงกลม
3. นำเสนอด้วยกราฟเส้น

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. สันทัดกับนักเรียนถึงความเจริญก้าวหน้าของเทคโนโลยีในปัจจุบัน ซึ่งสามารถสื่อสารกันได้อย่างรวดเร็ว การนำเสนอข่าวสารจำเป็นต้องคิดหารูปแบบและวิธีการนำเสนอที่เข้าใจง่าย สื่อสารได้ความหมายตามเจตนาที่นำเสนอ ประหยัด และใช้สะดวก จากนั้นกล่าวถึงการนำเสนอข่าวสารในชีวิตจริงในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ในแต่ละวัน ถ้านักเรียนดูรายการข่าวประจำวันในโทรทัศน์หรืออ่านหนังสือพิมพ์นักเรียนจะพบการนำเสนอเกี่ยวกับดัชนีราคาหุ้นและการซื้อขายหุ้นประจำวัน แล้วครูก็อ่านสถานการณ์การรายงานการซื้อขายหุ้นและเสนอกราฟแสดงปริมาณการซื้อขายหุ้นในวันนั้น เป็นตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลที่พบในชีวิตจริง จากนั้นให้นักเรียนยกตัวอย่างการนำเสนอข่าวสารข้อมูลที่นักเรียนพบในชีวิตประจำวัน แล้วครูนำเสนอภาพแผนภูมิต่าง ๆ กราฟแท่ง แผนภูมิรูปวงกลมที่แสดงการนำเสนอข้อมูล ให้นักเรียนบอก

ลักษณะของการนำเสนอแต่ละแบบว่าเป็นการนำเสนอในรูปแบบใดบ้าง พร้อมฝึกการอ่านข้อมูลจากการนำเสนอในแต่ละแบบ จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันถึงความสำคัญและความจำเป็นที่ทุกคนจะต้องเรียนรู้และทำความเข้าใจกับการนำเสนอข้อมูลข่าวสารในรูปแบบต่าง ๆ และสรุปเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลแต่ละแบบว่าข้อมูลเช่นใดนำเสนออย่างไร

2. ครูนำนเสนอสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะต่างกัน 2-3 ปัญหาโดยใช้แผ่นโปรงใส เช่น

(1) เมื่อแรกเกิดน้องหน้อยมีน้ำหนัก 3.4 กิโลกรัม เดือนต่อมาเธอมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นเป็น 4 กิโลกรัม แม่พาน้องหน้อยไปคลินิคเพื่อชั่งน้ำหนักทุกเดือน แพทย์บันทึกน้ำหนักของน้องหน้อยไว้เพื่อให้แน่ใจว่าน้องหน้อยมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นเป็นปกติทุกเดือน ซึ่งผลการบันทึกน้ำหนัก 6 เดือนแรกเป็นดังนี้

แรกเกิด 3.4 กิโลกรัม เดือนแรก 4 กิโลกรัม เดือนที่สอง 5.20 กิโลกรัม เดือนที่สาม 6.00 กิโลกรัม เดือนที่สี่ 6.60 กิโลกรัม เดือนที่ห้า 7.00 กิโลกรัม เดือนที่หก 7.80 กิโลกรัม

(2) ตำรวจจราจรประจำสี่แยกใจกลางเมืองลพบุรี รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนยานพาหนะที่ผ่านสี่แยกแห่งนี้ ในช่วงเวลา 11.00 - 12.00 น เขาควรบันทึกข้อมูลโดยวิธีการใด (บันทึกเป็นแผนภูมิรอยกะแนน) และเมื่อจะนำเสนอให้ผู้อื่นรู้ได้โดยง่ายว่ายานพาหนะแบบใดผ่านสี่แยกแห่งนี้จำนวนเท่าใด ตำรวจจราจรควรนำเสนอข้อมูลดังกล่าวโดยวิธีการใด

ผลการบันทึกข้อมูลจำนวนยานพาหนะที่ผ่านสี่แยกใจกลางเมืองลพบุรี ช่วงเวลา 11.00 - 12.00 น

ชนิดของยานพาหนะ	จำนวนยานพาหนะ
รถยนต์ส่วนบุคคล	### ## ## ## ## ///
รถประจำทาง	### //
รถจักรยานยนต์	### ## ## ## ## ## ## ## ///
รถบรรทุก	### ///
รถตู้	///
รถอื่น ๆ	### ## ///

(3) ถ้าวรมีรายได้เดือนละ 15,000 บาท ในแต่ละเดือนเขาจะต้องใช้จ่ายค่าใช้จ่ายต่าง ๆ โดยประมาณ เป็นดังนี้

จ่ายค่าที่อยู่อาศัย	34%
ค่าอาหาร	30%
ค่าเสื้อผ้า	8%
สันทนาการ	5%
ค่ารถและเดินทาง	9%
อื่น ๆ และออม	14%

ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาและเลือกวิธีการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับแต่ละปัญหา

3. เมื่อนักเรียนตัดสินใจเลือกวิธีการนำเสนอแล้ว ครูจึงตั้งคำถามให้เกิดการอภิปราย ดังนี้

- 3.1 ทำไมนำเสนอโดยวิธีนั้น มีเหตุผลอย่างไร
- 3.2 นำเสนอโดยวิธีอื่นได้หรือไม่ ถ้าได้ให้บอกอีกวิธีหนึ่งที่สามารถนำเสนอได้
- 3.3 ถ้าสามารถนำเสนอได้มากกว่า 1 วิธี ให้บอกข้อดีของแต่ละวิธี พร้อมเปรียบเทียบว่าจะเลือกวิธีที่เหมาะสมที่สุด

4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแสดงวิธีนำเสนอข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา (3) ที่กำหนด ในกิจกรรมข้อ 2 จากนั้นนำเสนอผลงานการนำเสนอข้อมูลหน้าชั้นเปรียบเทียบกันและอภิปรายถึงการนำเสนอของแต่ละกลุ่มว่านำเสนอได้เหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด แล้วแจกใบกิจกรรม 1 ให้นักเรียนตอบคำถามและบันทึกผลการอภิปรายลงในใบกิจกรรม 1

5. ให้นักเรียนทำกิจกรรมการสำรวจข้อมูลน้ำหนักและส่วนสูงของสมาชิกทุกคนในชั้น โดยให้ทุกคนออกไปเขียนน้ำหนักและส่วนสูงของตนเองบนกระดานดำ จากนั้นให้แต่ละกลุ่มนำข้อมูลบนกระดานดำมานำเสนอด้วยวิธีที่นักเรียนคิดว่าเหมาะสม และบันทึกผลการนำเสนอข้อมูลลงในใบกิจกรรม

6. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอผลงานของกลุ่มหน้าชั้น และเปรียบเทียบของแต่ละกลุ่มว่าใช้วิธีการนำเสนอเหมือนกันหรือต่างกันหรือไม่ ถ้านำเสนอด้วยวิธีเหมือนกัน ให้เปรียบเทียบกันว่าได้รูปกราฟที่ใกล้เคียงกันหรือไม่ ถ้านำเสนอด้วยวิธีต่างกันให้บอกข้อดีและจุดอ่อนของแต่ละวิธี

7. ให้นักเรียนสรุปร่วมกันถึงลักษณะของการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลแต่ละชนิด และอภิปรายถึงจุดดีและจุดอ่อนของการนำเสนอข้อมูลแต่ละวิธี

สื่อและอุปกรณ์

1. ตัวอย่างการรายงานการซื้อขายหุ้นประจำวัน
2. ตัวอย่างการนำเสนอข้อมูลโดยวิธีต่าง ๆ
3. ใบกิจกรรม 1 และ 2

การวัดผล/ประเมินผล

1. จากการเลือกวิธีการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสม
2. จากการอภิปรายถึงเหตุผลในการเลือกวิธีการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสมในแต่ละวิธี
3. จากการสรุปการเลือกใช้วิธีการนำเสนอข้อมูลที่เหมาะสม
4. สังเกตการร่วมมือในการทำกิจกรรมการสำรวจข้อมูลและการนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีที่เหมาะสม
5. สังเกตความถูกต้องของการตอบปัญหาในใบกิจกรรม

ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการรวบรวมและนำเสนอข้อมูล

1. เมื่อแรกเกิดน้องหน้อยมีน้ำหนัก 3.4 กิโลกรัม เดือนต่อมาเธอมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นเป็น 4 กิโลกรัม แม่จะพาน้องหน้อยไปคลินิกเพื่อชั่งน้ำหนักทุกเดือน แพทย์บันทึกน้ำหนักของน้องหน้อยไว้ เพื่อให้แน่ใจว่าน้องหน้อยมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นเป็นปกติทุกเดือน ซึ่งผลการบันทึกน้ำหนัก 6 เดือนแรก เป็นดังนี้

แรกเกิด 3.4 กิโลกรัม เดือนแรก 4 กิโลกรัม เดือนที่สอง 5.20 กิโลกรัม เดือนที่สาม 6.00 กิโลกรัม เดือนที่สี่ 6.60 กิโลกรัม เดือนที่ห้า 7.00 กิโลกรัม เดือนที่หก 7.80 กิโลกรัม

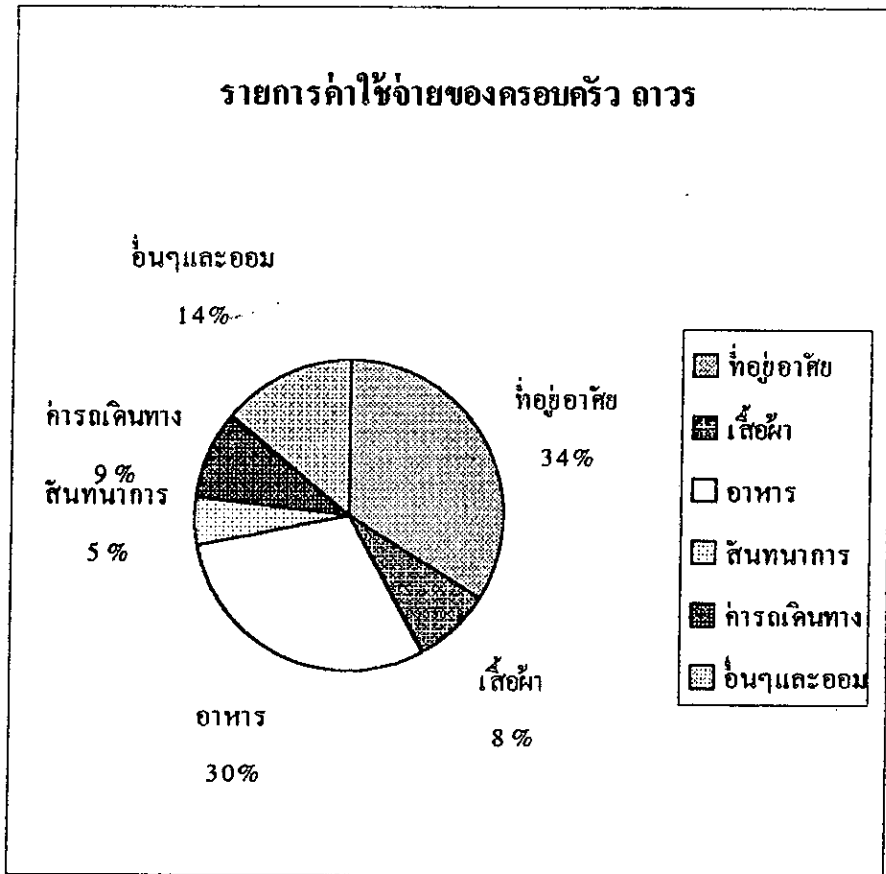
2. ตำรวจจราจรประจำสี่แยกใจกลางเมืองลพบุรี รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนยานพาหนะที่ผ่านสี่แยกแห่งนี้ ในช่วงเวลา 11.00 - 12.00 น เขาควรบันทึกข้อมูลโดยวิธีการใด และเมื่อจะนำเสนอให้ผู้อื่นรู้ได้โดยง่ายว่า ยานพาหนะแบบใดผ่านสี่แยกแห่งนี้จำนวนเท่าใด ตำรวจจราจรควรนำเสนอข้อมูลดังกล่าวโดยวิธีการใด

3. ถาวร มีรายได้เดือนละ 15,000 บาท ในแต่ละเดือนเขาจะต้องใช้จ่ายโดยประมาณ เป็นดังนี้

จ่ายค่าที่อยู่อาศัย	34%
ค่าอาหาร	30%
ค่าเสื้อผ้า	8%
สันทนาการ	5%
ค่ารถและเดินทาง	9%
อื่น ๆ และออม	14%

ใบกิจกรรม 1

กราฟแสดงข้อมูลในการใช้จ่าย (โดยประมาณ) ในแต่ละเดือนของครอบครัว ดาวร
เป็นดังนี้



ถ้าดาวรมีรายได้เดือนละ 15,000 บาท

จงใช้ข้อมูลข้างต้นตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากกราฟข้างต้นครอบครัวของดาวรใช้จ่ายในส่วนใดมากที่สุด ส่วนไหนน้อยที่สุด และคิดเป็นเงินประมาณเท่าไร _____

2. จำนวนเงินที่ใช้จ่ายเป็นค่าต่าง ๆ ต่อเดือน

ค่าที่อยู่อาศัย _____ บาท

ค่าอาหาร _____ บาท

ค่าเสื้อผ้า _____ บาท

ค่าสินทนการ _____ บาท

ค่ารถและเดินทาง _____ บาท

อื่น ๆ และออม _____ บาท

3. ค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับที่อยู่อาศัยมากกว่าค่าสินทนการเท่าไร _____

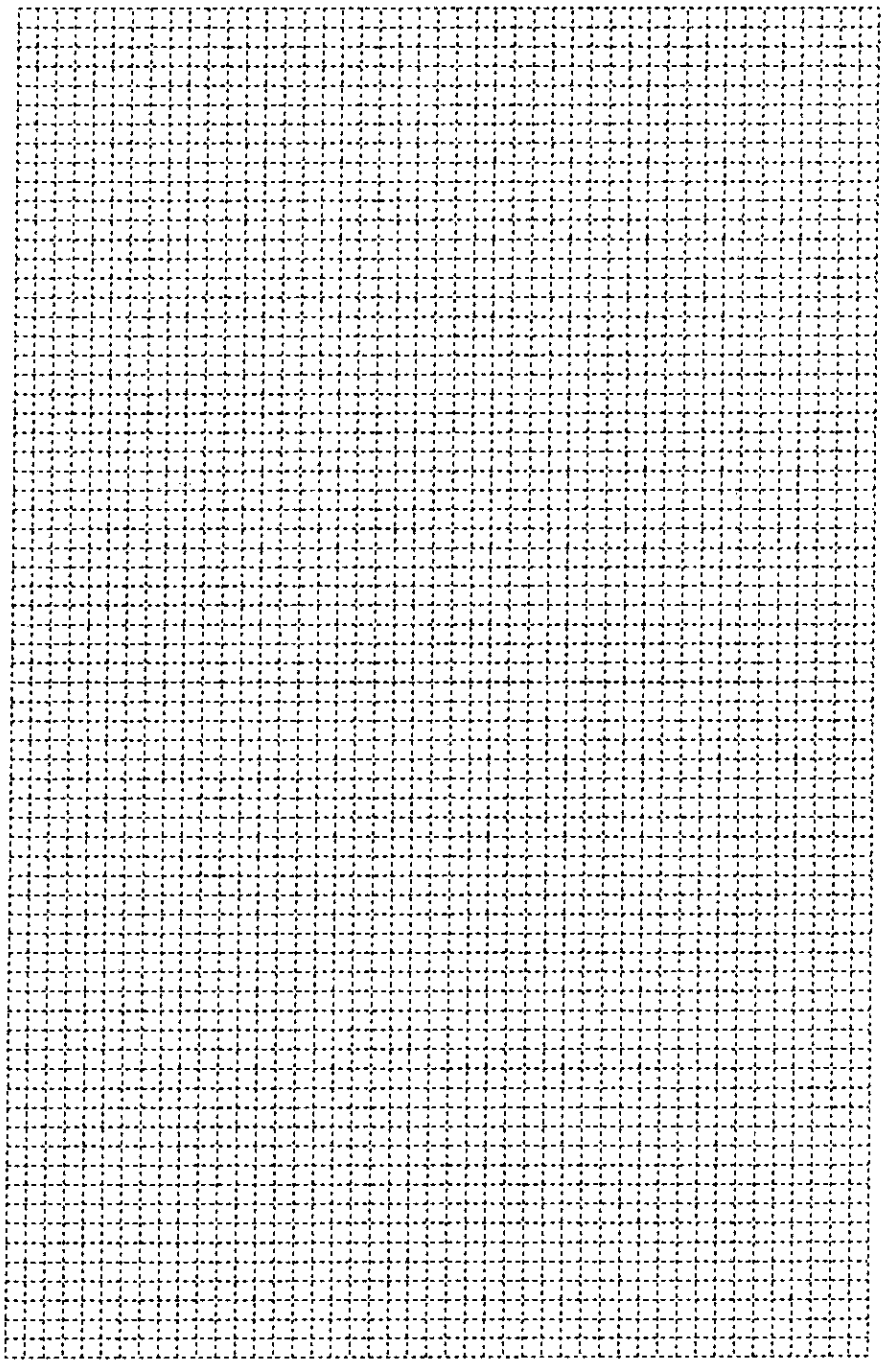
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายถึงสัดส่วนค่าใช้จ่ายของครอบครัวว่าเหมาะสมหรือไม่ ถ้าไม่เหมาะสมควรเพิ่มหรือลดส่วนใด เพราะเหตุใด _____

ใบกิจกรรม 2

สำรวจน้ำหนักและส่วนสูงของสมาชิกในชั้นเรียนวิชาเสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)
ตารางสำรวจข้อมูลแสดงน้ำหนักและส่วนสูง

น้ำหนัก (ก.ก.)	ส่วนสูง (ซ.ม.)	น้ำหนัก (ก.ก.)	ส่วนสูง (ซ.ม.)

กราฟแสดงน้ำหนักและส่วนสูงของนักเรียน



แผนการสอนที่ 17

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การนำเสนอข้อมูล

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

ความเข้าใจข้อมูลจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ และนำมาใช้ประโยชน์ในการประกอบการตัดสินใจ

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถอ่านข้อมูลจากการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
2. สามารถอธิบายเหตุผล บอกแนวโน้มของข้อมูล โดยพิจารณาจากกราฟ

และใช้ช่วยในการตัดสินใจ

เนื้อหา

1. การอ่านข้อมูลที่นำเสนอในรูปแบบภูมิรูปร่างกลม
2. การนำเสนอข้อมูลที่นำเสนอในรูปกราฟเส้น
3. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อประกอบการตัดสินใจ

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

1. ครูสนทนากับนักเรียนถึงปัญหามลพิษที่โลกกำลังประสบอยู่ทุกวันนี้ ว่าหมายถึงอะไร มลพิษที่เผชิญในทุกวันนี้มีอะไรบ้าง พร้อมให้นักเรียนบอกแหล่งที่ก่อให้เกิดมลพิษต่าง ๆ จากนั้นครูนำเสนอภาพแหล่งที่ก่อให้เกิดมลพิษแต่ละอย่างพอสังเขป แล้วสนทนากับนักเรียนต่อไปว่าในชีวิตจริงของนักเรียนแต่ละคนเผชิญกับมลพิษอะไรบ้าง จากนั้นให้นักเรียนพิจารณากราฟแสดงแหล่งที่ก่อให้เกิดมลพิษ และตอบคำถามในใบกิจกรรม 1

2. ให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้น ถึงแนวทางป้องกันและการลดปัญหามลพิษจากสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรม 1 และปัญหามลพิษที่อยู่ใกล้ตัว

3. ครูนำเสนอแผนภูมิรูปร่างกลม แสดงสัดส่วนที่อยู่อาศัยบนถนน ราษฎร์พัฒนา ให้นักเรียนอ่านข้อมูล แล้วอภิปรายและแสดงเหตุผลถึงลักษณะของความเป็นอยู่ของคนในชุมชนเมือง เปรียบเทียบกับชุมชนที่เป็นชุมชนของนักเรียน ในแต่ละประเภทของที่อยู่อาศัย

4. ครูนำเสนอปัญหาที่แสดงในรูปกราฟเส้นที่มีการนำเสนอมากกว่า 1 เส้น โดยแจกใบกิจกรรม 2 ให้นักเรียนพิจารณากราฟแล้วตอบคำถามและอภิปรายถึงแนวโน้มของประชากร

และการเตรียมการสำหรับอนาคต บันทึกผลลงในใบกิจกรรม 2 (ให้นักเรียนใช้ข้อมูลที่น่าเสนอ โดยกราฟ ประกอบการพิจารณาเพื่อคาดเดาเหตุการณ์ในอนาคต และใช้ประกอบการตัดสินใจ)

5. สุ่มนักเรียนมากลุ่มหนึ่งให้นำเสนอผลการตอบคำถามและสรุปผลการคาดเดา เหตุการณ์ในอนาคต และการวางแผนเตรียมการสำหรับอนาคต ให้กลุ่มอื่นตรวจสอบและเปรียบเทียบกับผลงานของกลุ่มของตนเอง และเสนอแนะเพิ่มเติมหากมีข้อคิดเห็นที่แตกต่างออกไป ถ้าไม่มีนักเรียนคนใดเลยแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม ครูจะถามคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดออกมา เช่น ถามว่าในปี 2010 ประชากรของแต่ละทวีปจะมีจำนวนเป็นอย่างไร เพิ่มขึ้นในอัตราเท่ากันหรือไม่ เพิ่มประมาณเท่าไรในแต่ละทวีปและอภิปรายว่าประเทศใดควรทุ่มงบประมาณในการคุมกำเนิด

6. ครูแจกใบกิจกรรม 3 เป็นสถานการณ์ปัญหาที่น่าเสนอเป็นกราฟเส้นแสดงเวลา การเดินทางของอนันต์ ให้นักเรียนทุกกลุ่มตอบคำถามลงในใบกิจกรรม 3 หลังจากตอบคำถามทุกข้อที่กำหนดแล้ว จึงให้นักเรียนอภิปรายและบันทึกผลการอภิปรายการเดินทางของอนันต์ ในประเด็นต่อไปนี้

6.1 ในแต่ละช่วงอนันต์ขับรถด้วยความเร็วเท่าไร โดยเฉลี่ยแล้ว อนันต์ขับรถด้วยความเร็วเท่าไร

6.2 ถ้าไม่แวะที่ไหนเลย เขาจะถึงสุพรรณบุรีเวลาเท่าไร

6.3 ถ้าเปลี่ยนความเร็วเป็น 120 กม.ต่อชม. เขาจะถึงสุพรรณบุรีเวลาเท่าไร

6.4 ถ้าสมพงษ์ขับรถด้วยความเร็ว 130 กม.ต่อชม. ไม่แวะที่ไหนเลย จะถึงก่อนอนันต์กี่ชั่วโมง

สื่อและอุปกรณ์

1. ใบกิจกรรม 1, 2 และ 3
2. การนำเสนอข้อมูลแสดงสัดส่วนที่อยู่อาศัยบนถนนราษฎร์พัฒนา
3. สถานการณ์ปัญหาที่น่าเสนอโดยกราฟเส้น

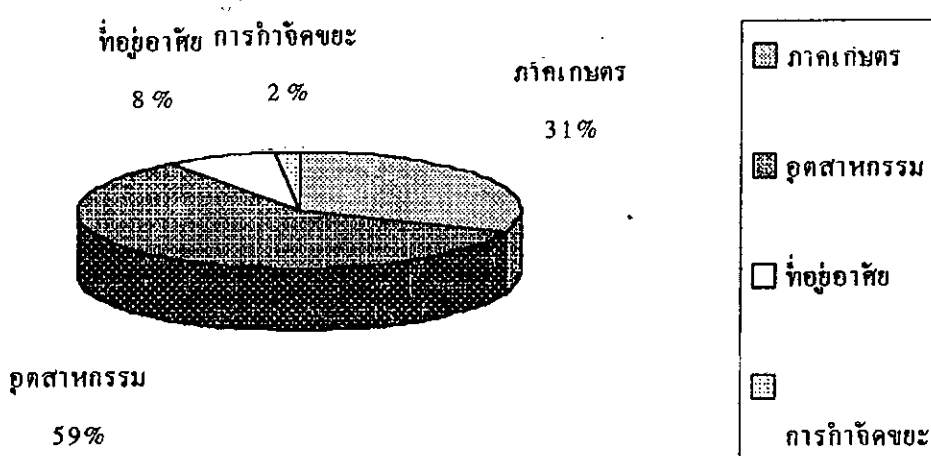
การวัดผล/ประเมินผล

1. จากการอ่านข้อมูลที่น่าเสนอในรูปแบบต่าง ๆ
2. จากการตอบคำถามในใบกิจกรรมที่น่าเสนอข้อมูลแบบต่าง ๆ
3. จากการอธิบายเหตุผลในการทำนายเหตุการณ์ในอนาคต
4. สังเกตการอภิปราย การร่วมมือกันในการดำเนินการแก้ปัญหา

ใบกิจกรรม 1

สิ่งแวดล้อมที่เป็นมลพิษ หมายถึง ของเสียทุกอย่างที่เกิดจากการกระทำของมนุษย์ ซึ่งได้แก่ มลพิษที่เกิดจากเศษขยะ มลพิษทางน้ำ ดิน และสภาพอากาศโดยทั่วไป ซึ่งปัญหามลพิษนับว่าเป็นปัญหาสำคัญมากปัญหาหนึ่งของโลกในปัจจุบัน

กราฟแสดงแหล่งที่ก่อให้เกิดมลพิษ



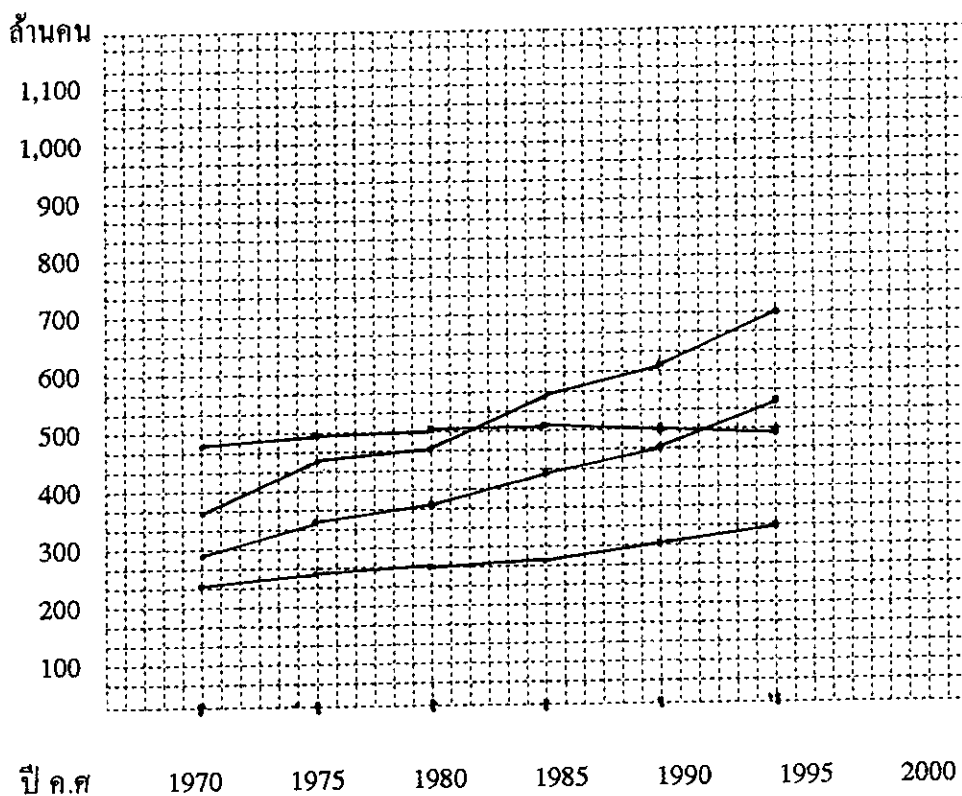
ถ้าในหนึ่งปีมีมลพิษคิดเป็น 1,400,000 ตัน

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. มลพิษ หมายถึง _____
2. ภาคอุตสาหกรรมก่อให้เกิดมลพิษมากกว่าภาคเกษตรกรรมคิดเป็น _____ %
3. ถ้ามลพิษในปีหนึ่งคิดเป็นน้ำหนักได้ 1,400,000 ตัน
 ภาคเกษตรก่อให้เกิดมลพิษ _____ ตัน
 ภาคอุตสาหกรรมก่อให้เกิดมลพิษ _____ ตัน
 แหล่งที่อยู่อาศัยก่อให้เกิดมลพิษ _____ ตัน
 การกำจัดขยะ ก่อให้เกิดมลพิษ _____ ตัน
4. มลพิษที่แสดงข้างต้นเกิดจากสาเหตุใดมากที่สุด _____
5. ให้นักเรียนอภิปรายและเสนอแนวทางการลดปัญหามลพิษ

ใบกิจกรรม 2

กราฟแสดงจำนวนประชากรของทวีปต่าง ๆ เป็นดังนี้



แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. ในปี 1970 ทวีปใดมีประชากรมากที่สุด _____
และมียุ่ประมาณเท่าใด _____
2. พิจารณาจากกราฟว่าในช่วง 25 ปี (ค.ศ. 1970-1995) ทวีปใดมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรสูงที่สุด และทวีปใดมีอัตราการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด _____
3. ในปี 2000 ทวีปใดจะมีประชากรมากที่สุด และมีประมาณเท่าใด _____

4. ใช้ข้อมูลในปี 1970 และ 2000 จากกราฟที่แสดงในตาราง จงหาเปอร์เซ็นต์การเพิ่มของประชากรในแต่ละทวีป

ประชากร (ล้านคน)

ทวีป	ปี 1970	ปี 2000			
ยุโรป	460	520			
แอฟริกา	350	828			
ละตินอเมริกา	283	608			
อเมริกาเหนือ	226	290			

5. จากนั้นให้นักเรียนอภิปรายและสรุปในประเด็นต่อไปนี้

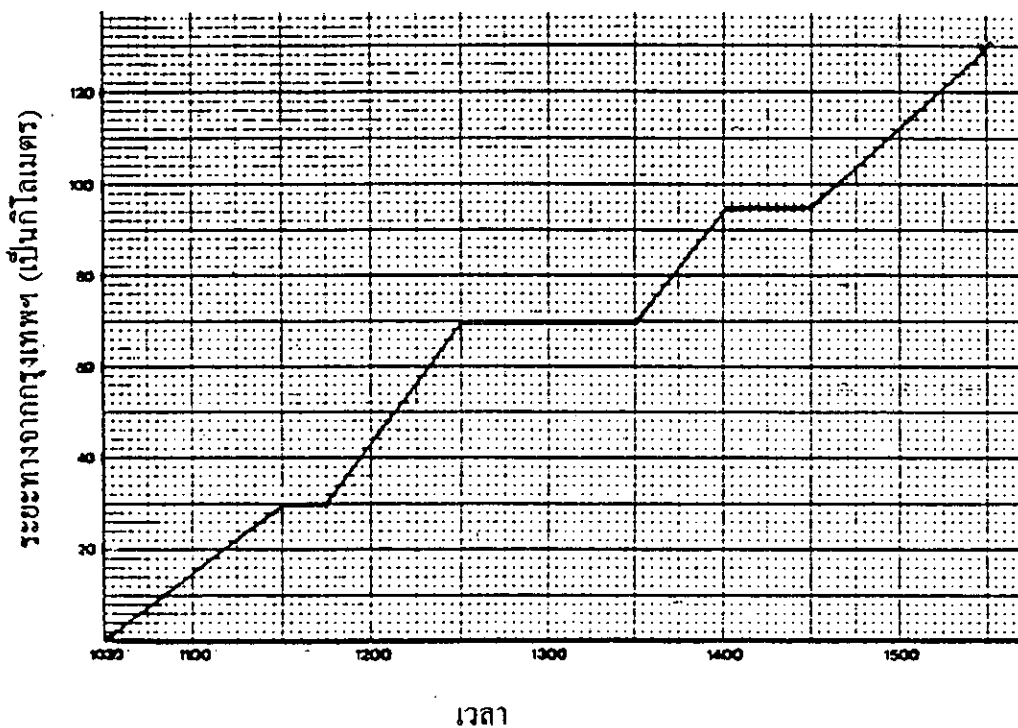
5.1 หลังจากปี 1995 แล้วจะต้องเตรียมการอย่างไรบ้าง (ในแต่ละทวีป) เกี่ยวกับจำนวนประชากร ความเป็นอยู่ อาชีพและแหล่งประกอบอาชีพ ฯลฯ

5.2 หลังจากปี 1995 ถ้าไม่ทำอะไรเลย อีก 100 ปี จะเป็นอย่างไร

5.3 ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอผลการอภิปรายแนวทางการเตรียมการสำหรับอนาคต

ใบกิจกรรม 3

อนันต์ ออกเดินทางจากกรุงเทพฯ เวลา 10:30 น. เพื่อไปประชุมที่จังหวัดสุพรรณบุรี ในการเดินทางเขาจะหยุดเติมน้ำมัน หยุดพักรถและรับประทานอาหาร หลังจากรับประทานอาหารแล้วออกเดินทางต่อ แล้วหยุดโทรศัพท์ ซึ่งมีกราฟแสดงการเดินทางดังนี้



ใช้ข้อมูลจากกราฟตอบคำถามต่อไปนี้

1. ระยะทางจากกรุงเทพฯ ถึงสุพรรณบุรีเป็นกิโลเมตร
2. ระยะทางจากกรุงเทพฯ ถึงจุดที่เขาหยุดเติมน้ำมันเป็นกิโลเมตร
3. ระยะเวลาที่เขาหยุดพักและรับประทานอาหารเป็นเวลากี่ชั่วโมง
4. ระยะทางจากกรุงเทพฯ ถึงจุดที่เขาโทรศัพท์เป็นกิโลเมตร
5. ถ้าอัตราค่าโทรศัพท์เป็นเงิน 35 บาท ในเวลา 10 นาที จงหาราคาโทรศัพท์ที่เขาใช้ครั้งนี้
6. ตู้โทรศัพท์นี้จะรับเฉพาะเหรียญ 10 บาท เขาจะต้องหยอดเหรียญทั้งหมดกี่เหรียญ

หลังจากตอบคำถามในใบกิจกรรมแล้วให้แต่ละกลุ่มอภิปรายและสรุปผลในประเด็นต่อไปนี

1. ในแต่ละช่วงอนันต์ขับรถด้วยความเร็วเท่าไร โดยเฉลี่ยแล้ว อนันต์ขับรถด้วยความเร็วเท่าไร
2. ถ้าไม่แวะที่ไหนเลย เขาจะถึงสุพรรณบุรีเวลาเท่าไร
3. ถ้าเปลี่ยนความเร็วเป็น 120 กม.ต่อชม. เขาจะถึงสุพรรณบุรีเวลาเท่าไร
4. ถ้าสมพงษ์ขับรถด้วยความเร็ว 130 กม.ต่อชม. ไม่แวะที่ไหนเลย จะถึงก่อนอนันต์กี่ชั่วโมง

แผนการสอนที่ 18

วิชา เสริมทักษะคณิตศาสตร์ 2 (ค 032)

เรื่อง การนำเสนอข้อมูล

เวลา 2 คาบ

สาระสำคัญ

การนำเสนอข้อมูลด้วยวิธีการที่ไม่เหมาะสมจะทำให้สื่อความหมายผิดพลาดหรือไขว้เขว ซึ่งอาจทำให้การคาดเดาแนวโน้มของข้อมูลผิดพลาดได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถนำเสนอข้อมูลได้ถูกต้องเหมาะสม
2. คาดเดาหรือบอกแนวโน้มของข้อมูลได้
3. อธิบายความไม่เหมาะสมและผลเสียของการนำเสนอข้อมูลอย่างไม่เหมาะสมได้

เนื้อหา

1. การนำเสนอข้อมูลอย่างเหมาะสม
2. การนำเสนอข้อมูลอย่างไม่เหมาะสม

กิจกรรมการเรียนการสอน

1. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับระยะห่างของดาวพระเคราะห์กับดวงอาทิตย์ในระบบสุริยจักรวาลโดยใช้ใบกิจกรรม 1 ให้นักเรียนเติมตารางให้สมบูรณ์ และนำข้อมูลในตารางไปนำเสนอข้อมูลแสดงระยะห่างระหว่างดาวพระเคราะห์กับดวงอาทิตย์ แล้วนำผลงานนำเสนอหน้าชั้นเรียน

2. ให้นักเรียนช่วยกันตรวจสอบวิธีการนำเสนอของแต่ละกลุ่มว่า นำเสนอได้ถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด เจ้าของผลงานสามารถชี้แจงเหตุผลในการนำเสนอของตนเองได้

3. ครูเสนอใบกิจกรรม 2 ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่นำเสนออย่างไม่เหมาะสมเกี่ยวกับการใช้จุดเริ่มของกราฟ แทนที่จะเริ่มจาก 0 แต่ไปเริ่มที่ 15 ให้นักเรียนพิจารณาและอภิปรายว่าการนำเสนอนี้เหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าไม่เหมาะสมเป็นเพราะอะไรและจะแก้ไขหรือปรับปรุงให้เหมาะสมได้อย่างไร แล้วให้แต่ละกลุ่มปรับปรุงกราฟตามมติของกลุ่มที่คิดว่าเหมาะสม

4. ครูนำเสนอสถานการณ์ที่เป็นการนำเสนอข้อมูลอีกสถานการณ์หนึ่งเป็นการนำเสนอโดยกราฟที่อาจทำให้ผู้อ่านเข้าใจคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงได้โดยใช้ใบกิจกรรม 3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มพิจารณาและร่วมกันอภิปรายในกลุ่มในประเด็นต่อไปนี้

4.1 รายการที่นักเรียนชอบมากที่สุดคือรายการใด

4.2 รายการใดที่นักเรียนไม่ชอบดูหรือไม่มีใครดูเลยคือรายการใด เป็นเพราะเหตุใด

4.3 การนำเสนอข้อมูลชุดนี้เหมาะสมหรือไม่ จัดกับความเป็นจริงหรือไม่ อย่างไร

หลังจากที่นักเรียนอภิปรายและได้ข้อสรุปในประเด็นดังกล่าวแล้ว ครูจึงแจกตารางรายการโทรทัศน์ของวันนั้น แล้วให้นักเรียนพิจารณากราฟใหม่อีกครั้งหนึ่ง พร้อมอภิปรายถึงเหตุผลว่าทำไมนักเรียนดูรายการ เด็กช่างทำมาก และให้นักเรียนลองหาเหตุผลว่าทำไมนักเรียนจึงดูรายการกีฬามากกว่ารายการสโมสรรีลปะ และให้บอกผลสรุปที่ได้ (ซึ่งจะได้ผลสรุปว่า บางครั้งการจะสรุปอะไร จำเป็นต้องใช้ข้อมูลหลายอย่างประกอบกันเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่เป็นจริงและสมเหตุผล)

5. เมื่ออภิปรายและได้ข้อสรุปแล้วจึงให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นอีกครั้งหนึ่งถึงการนำเสนอที่ไม่เหมาะสมว่าจะส่งผลเสียอย่างไรบ้าง และการอ่านข้อมูลจากกราฟนั้นควรจะพิจารณาอย่างไร มีข้อควรระวังอะไรบ้าง

สื่อและอุปกรณ์

1. ใบกิจกรรม 1, 2 และ 3
2. การนำเสนอข้อมูลที่ไม่เหมาะสมที่รวบรวมมาจากชีวิตจริง

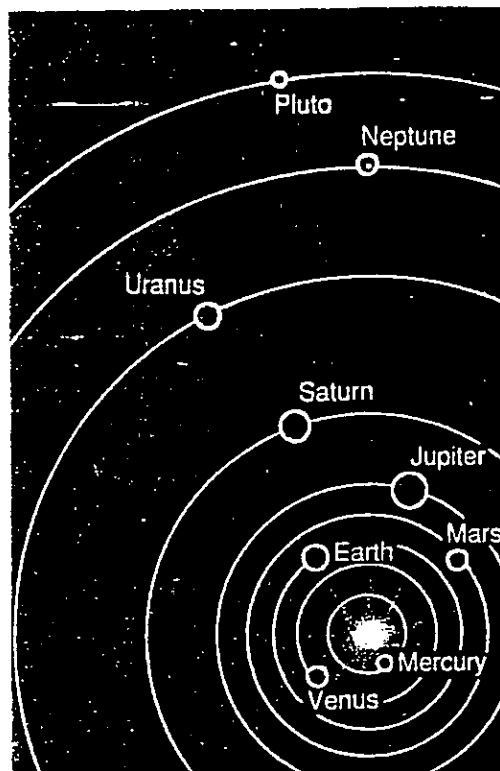
การวัดผล/ประเมินผล

1. จากการเติมข้อมูลในตารางและการนำข้อมูลในตารางมาแสดงวิธีการนำเสนอข้อมูล
2. จากการตรวจสอบความเหมาะสมของการนำเสนอข้อมูลในใบกิจกรรม และการนำเสนอผลหน้าชั้น
3. จากการบอกความไม่เหมาะสมของการนำเสนอข้อมูลที่ครูนำเสนอ และจากการแก้ไขวิธีที่เหมาะสม
4. จากการสรุปและอภิปรายผลที่อาจเกิดจากการนำเสนอข้อมูลที่ไม่เหมาะสม

ใบกิจกรรม 1

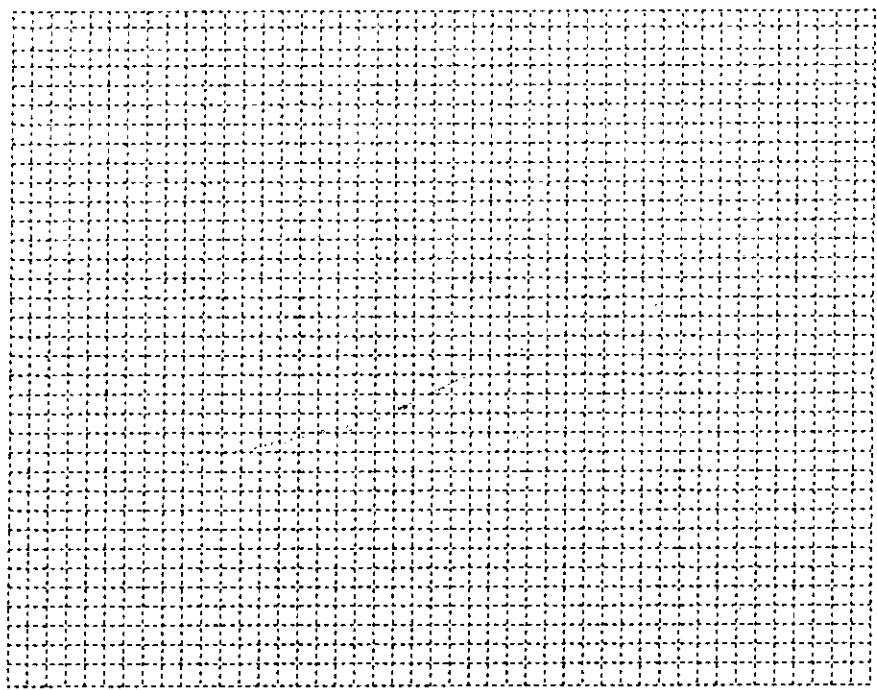
ระยะห่างระหว่างดาวเคราะห์กับดวงอาทิตย์ในระบบสุริยะจักรวาล

แสดงได้ดังนี้



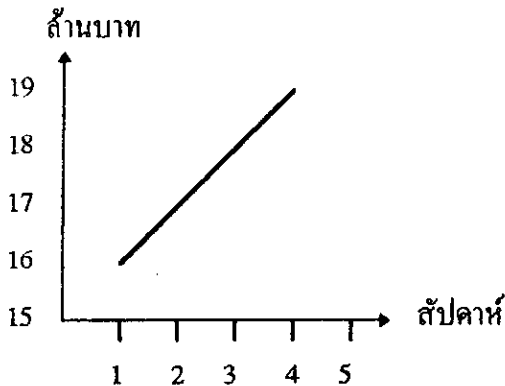
ชื่อดาว	ระยะห่างจาก ดวงอาทิตย์(ก.ม)	ระยะห่างจาก ดวงอาทิตย์(รูปมาตรฐาน)
1. ดาวเกตุ(Neptune)	4,493,000,000	4.493×10^9
2. ดาวพฤหัสบดี(Jupiter)	778,000,000	7.78×10^8
3.	5,906,000,000	5.906×10^9
4. ดาวศุกร์(Venus)	108,000,000	
5. โลก(Earth)		1.5×10^8
6. ดาวอังคาร(Mars)	228,000,000	2.28×10^8
7.	58,000,000	5.8×10^7
8. ดาวยูเรนัส(Uranus)	2,868,000,000	
9. ดาวเสาร์(Saturn)		1.462×10^9

กราฟแสดงระยะห่างของดาวพระเคราะห์กับดวงอาทิตย์ในระบบสุริยจักรวาล



ใบกิจกรรม 2

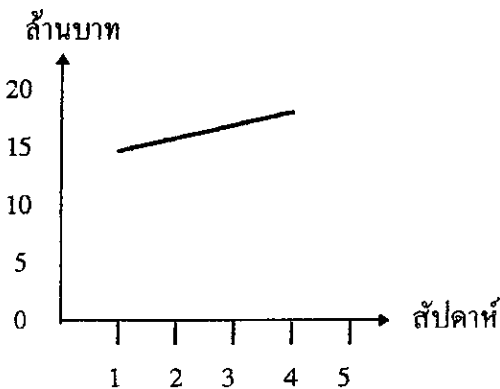
บริษัทผลิตน้ำผลไม้แห่งหนึ่งจ้างบริษัทโฆษณาทำโฆษณาสินค้า บริษัทโฆษณาได้นำเสนอผลการขายสินค้า ดังกราฟ



แนวการอภิปราย

พิจารณาจากกราฟดูเหมือนว่า ยอดขายน้ำผลไม้เพิ่มสูงขึ้นมาก โดยเริ่มจากสัปดาห์แรกมียอดขายน้อย พอถึงสัปดาห์ที่ 4 มียอดขายสูงมาก แต่ถ้าสังเกตดีๆ จะเห็นว่าไม่ใช่ เพราะจำนวนผู้ซื้อซึ่งปรากฏที่แกนตั้งไม่ได้เริ่มต้นที่ 0

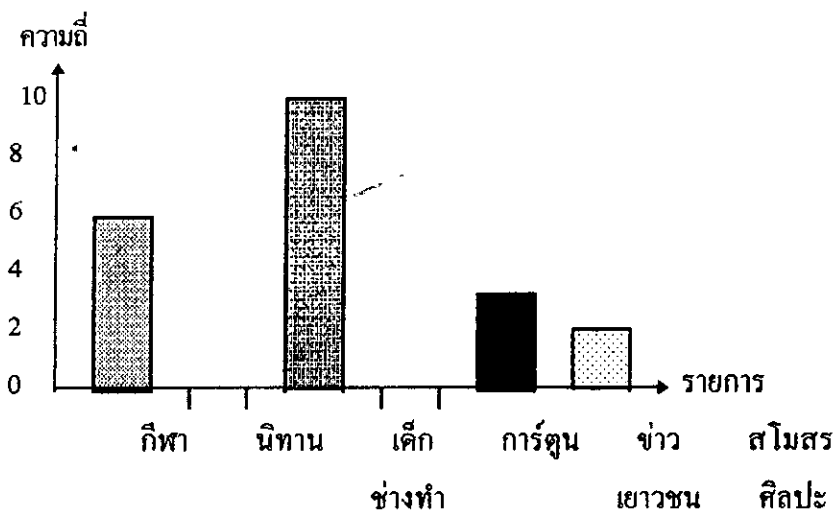
ข้อมูลที่แสดงในกราฟนี้ผิด แต่การนำเสนอในรูปแบบนี้ เป็นภาพลวงตาที่ทำให้ดูเหมือนว่ายอดขายน้ำผลไม้มากกว่าที่เป็นจริง ดังนั้นจึงควรเสนอข้อมูลในลักษณะนี้



จะเห็นว่า ตัวเลขบอกจำนวนผู้ซื้อที่แกนตั้งเริ่มตั้งแต่ 0 ขึ้นไป ภาพที่ปรากฏจึงดูสมจริงกว่าเดิม

ใบกิจกรรม 3

สมชายและสมหญิงรวบรวมข้อมูลในหมู่เพื่อน ๆ เพื่อหาว่ารายการโทรทัศน์รายการใดเป็นที่นิยมมากที่สุด ทั้งสองคนถามเพื่อน ๆ ว่าในวันอังคารเพื่อน ๆ ดูรายการโทรทัศน์รายการใดต่อไปนี่ กีฬา นิทาน รายการ “เด็กช่างทำ” การ์ตูน รายการสโมสรรีลปะและข่าวสำหรับเด็ก นี่คือแผนภูมิที่สมชายและสมหญิงทำขึ้น



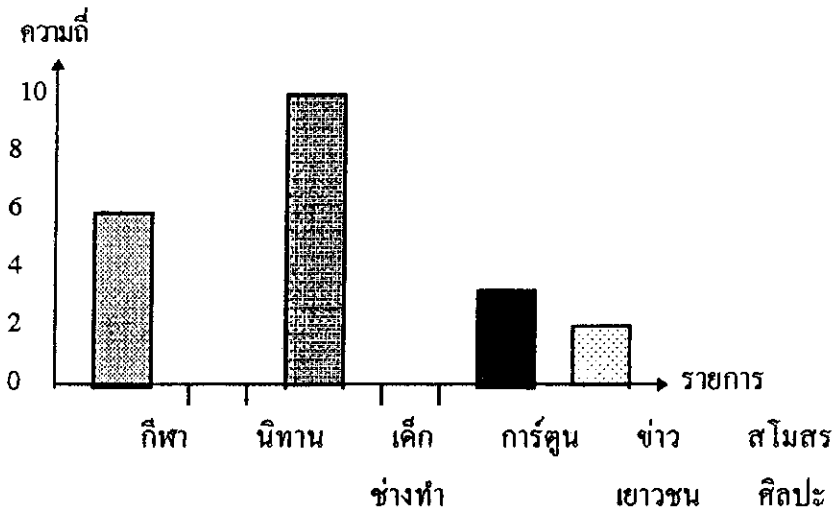
ให้นักเรียนพิจารณากราฟแล้วอภิปรายผลจากการนำเสนอโดยกราฟในประเด็นต่อไปนี้

1. รายการที่นักเรียนชอบมากที่สุดคือรายการใด
2. รายการใดที่นักเรียนไม่ชอบดูหรือไม่มีใครดูเลยคือรายการใด เป็นเพราะเหตุใด
3. การนำเสนอข้อมูลชุดนี้เหมาะสมหรือไม่ จัดกับความเป็นจริงหรือไม่ อย่างไร

เมื่อนักเรียนอภิปรายและสรุปผลร่วมกันแล้ว ครูแจกตารางเวลารายการโทรทัศน์ของวันนั้นกับนักเรียนทุกกลุ่ม ให้นักเรียนพิจารณาผลการนำเสนอจากกราฟอีกครั้งหนึ่งแล้วจึงอภิปรายสรุปผลการอ่านข้อมูลจากกราฟ

บางครั้ง “กราฟ” ก็อาจทำให้ผู้อ่านเข้าใจคลาดเคลื่อนจากความจริงได้

สมชายและสมหญิงรวบรวมข้อมูลในหมู่เพื่อน ๆ เพื่อหาว่ารายการโทรทัศน์รายการใดเป็นที่นิยมมากที่สุด ทั้งสองคนถามเพื่อน ๆ ว่าในวันอังคารเพื่อน ๆ ดูรายการโทรทัศน์รายการใดต่อไปนี่ กีฬา นิทาน รายการ “เด็กช่างทำ” การ์ตูน รายการสโมสรรีลปะและข่าวสำหรับเด็ก นี่คือแผนภูมิที่สมชายและสมหญิงทำขึ้น



12.00 น.	พักกลางวัน
13.00 น.	รายการนิทานสำหรับเด็ก
14.30 น.	รายการการ์ตูน
15.30 น.	รายการสัตว์เลื้อย
16.00 น.	รายการสโมสรรีลปะและ ข่าวเยาวชน
17.00 น.	รายการ “เด็กช่างทำ”
18.30 น.	รายการกีฬา

จากกราฟดูเหมือนว่า รายการ “เด็กช่างทำ” เป็นรายการที่นิยมมากที่สุด รายการนิทาน และรายการการ์ตูนไม่มีใครดูเลย แต่ถ้าพิจารณาตารางเวลารายการโทรทัศน์ของวันนั้น จะบอกได้ว่าทำไมจึงไม่มีใครดูรายการการ์ตูนและรายการนิทาน

ลองเปิดรายการโทรทัศน์หรือข่าวในหนังสือพิมพ์ดูว่า การแสดงกราฟที่อาจทำให้เข้าใจผิดได้ มีอะไร และเป็นอย่างไรบ้าง

ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่วัดและข้อสอบที่ใช้วัด

ตาราง 10 ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่วัดและข้อสอบที่ใช้วัด

พฤติกรรมที่วัด	ข้อสอบข้อที่
1. จุดประสงค์ด้านความสามารถในการแก้ปัญหา ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เมื่อกำหนดปัญหามาให้ นักเรียนสามารถ P1. บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องและตอบ สิ่งที่โจทย์ถามได้ตรงประเด็น P2. อธิบายและตีความหมายของคำศัพท์เฉพาะหรือ ข้อความที่กำหนดในปัญหาได้	 1 , 2 , 3 4 , 5 , 7
ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เมื่อกำหนดปัญหามาให้ นักเรียนสามารถ P3. แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดกับสิ่งที่ ต้องการหา P4. ระบุปัญหาย่อยหรือแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปที่ หาคำตอบได้ง่าย P5. เลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม	 8 , 9 , 10 6 , 11 , 13 14 , 15 , 16
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อกำหนดปัญหาหลายขั้นตอนหรือเป็นปัญหาที่เป็น กระบวนการหรือปัญหาที่เป็นเรื่องราวมาให้ นักเรียนสามารถ P6. บอกขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ และดำเนินการแก้ปัญหา ตามยุทธวิธีที่เลือกได้ P7. ตอบคำถามตามที่โจทย์ต้องการได้	 12 , 18 , 19 17 , 28 , 32
ขั้นตรวจสอบ P8. ตรวจสอบคำตอบของปัญหาได้	 20 , 21 , 22

ตาราง 10 ตารางวิเคราะห์พฤติกรรมที่วัดและข้อสอบที่ใช้วัด (ต่อ)

พฤติกรรมที่วัด	ข้อสอบข้อที่
2. จุดประสงค์ด้านความสามารถในการให้เหตุผล R1. สามารถวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล R2. สามารถสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล R3. บอกเหตุผลในการสรุปผลเป็นคำตอบของปัญหา	24 , 25 , 26 33 , 34 , 35 20 , 21 ,
3. จุดประสงค์ด้านความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร C1. สามารถแสดงหรืออธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ C2. สามารถใช้รูปภาพ แผนภูมิหรือกราฟแสดงแนวคิดหรือประกอบแนวคิดทางคณิตศาสตร์ C3. สามารถบอกความสัมพันธ์ของข้อมูลและแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม	ตอนที่ 2 ข้อ 1 27 , 28 , 29 6 , 30 , 31

แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบนี้มี 2 ตอน ใช้เวลาในการสอบ 90 นาที

ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ จำนวน 35 ข้อ

ตอนที่ 2 เป็นการแสดงวิธีหาคำตอบ จำนวน 1 ข้อ

2. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวแล้วทำเครื่องหมาย X ลงในกระดาษคำตอบที่แจกให้

1. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปใหญ่เท่ากับ 6.25 ตารางเมตร พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปเล็กเป็น 0.45 เท่าของรูปสี่เหลี่ยมรูปใหญ่ รูปสี่เหลี่ยมรูปเล็กจะมีพื้นที่น้อยกว่าสี่เหลี่ยมรูปใหญ่เท่าใด

โจทย์ข้อนี้ต้องการทราบอะไร

- ก. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปเล็ก
- ข. ผลต่างของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสอง
- ค. ผลรวมของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมทั้งสอง
- ง. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปใหญ่เป็นกี่เท่าของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรูปเล็ก

2. โชคชัย ออกเดินทางโดยรถยนต์จากกรุงเทพฯ เมื่อเวลา 07:00 น. ไปจังหวัดพิษณุโลก ซึ่งมีระยะทางรวม 472.5 กิโลเมตร เขาขับรถด้วยความเร็วเฉลี่ย 94.5 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ระหว่างทางได้หยุดพักรับประทานอาหาร 30 นาที และเติมน้ำมัน 15 นาที อยากทราบว่าโชคชัยถึงที่หมายเวลาเท่าใด

โจทย์ข้อนี้ต้องการทราบอะไร

- ก. เวลาที่ใช้ในการเดินทางโดยรถยนต์จากกรุงเทพฯ ถึงจังหวัดพิษณุโลก
- ข. ความเร็วเฉลี่ยในการเดินทางของโชคชัย
- ค. เวลาที่โชคชัยถึงจังหวัดพิษณุโลก
- ง. เวลาที่โชคชัยใช้ในการเดินทาง

3. โจ้และจอยเริ่มสะสมแสตมป์ จอยมีแสตมป์มากกว่าโจ้ 8 ดวง เมื่อรวมแสตมป์ของทั้ง 2 คนแล้วมีจำนวน 21 ดวง โจ้และจอยมีแสตมป์คนละกี่ดวง

โจทย์ข้อนี้ต้องการหาอะไร

- ก. จำนวนแสตมป์ทั้งหมด
ข. จำนวนแสตมป์ที่แต่ละคนมี
ค. จำนวนแสตมป์ที่โจ้มีน้อยกว่าจอย
ง. จำนวนแสตมป์ที่จอยมีมากกว่าโจ้
4. สมใจและเพื่อนอีก 3 คน เก็บรวบรวมกระป๋องอลูมิเนียมมาเป็นเวลา 6 เดือน ต่อมานำกระป๋องอลูมิเนียมที่รวบรวมไว้ไปขายได้เงิน 1,132 บาท และนำเงินมาแบ่งเท่า ๆ กัน สมใจได้รับเงินเท่าไร

ข้อความที่ขีดเส้นใต้ตรงกับความหมายข้อใด

- ก. แต่ละคนได้รับเงิน 1,132 บาท จากการขายกระป๋องอลูมิเนียม
ข. เพื่อนสมใจ 3 คน ขายกระป๋องอลูมิเนียมได้เงินรวม 1,132 บาท
ค. พวกเขาต้องการขายกระป๋องให้ได้เงิน 1,132 บาท
ง. ทั้ง 4 คน ได้รับเงินรวม 1,132 บาท ในการขายกระป๋องอลูมิเนียม

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5 - 6

เด่นมีเงินน้อยกว่าสองเท่าของเงินของโด่งอยู่ 5 บาท และผลบวกของเงินของคนทั้งสองเป็น 121 บาท เด่นและโด่งมีเงินคนละเท่าไร

5. ถ้าโด่งมีเงิน a บาท เด่นจะมีเงินกี่บาท

- ก. $2(a + 5)$ บาท
ข. $2a + 5$ บาท
ค. $2(a - 5)$ บาท
ง. $2a - 5$ บาท

6. ข้อใดสามารถนำมาใช้หาคำตอบของปัญหาได้

ก. $a + 2(a + 5) = 121$

ข. $a + (2a + 5) = 121$

ค. $a + 2(a - 5) = 121$

ง. $a + (2a - 5) = 121$

7. มนัสต้องการซื้อเทปเพลงที่เขาชอบ จำนวน 6 ม้วน เทปเพลงที่จะซื้อลดราคาพิเศษดังนี้ คือ ซื้อม้วนแรกราคา 75 บาท และม้วนต่อ ๆ ไปราคาจะต่ำกว่าม้วนที่ซื้อก่อนหน้านี้ 5 บาทเสมอ

ข้อความใดอธิบายความหมายของข้อความที่ขีดเส้นใต้

- ก. เทปม้วนที่ 2, 3, 4, 5, 6 ราคา ม้วนละ 70 บาท
 ข. เทปที่ซื้อหลังจากซื้อม้วนแรกลดราคา 5 บาท
 ค. แต่ละม้วนราคาลดลงจากม้วนที่ซื้อก่อนหน้านี้ 5 บาท
 ง. แต่ละม้วนราคาลดลงจากม้วนที่ซื้อหลังจากนั้น 5 บาท

8. ในการเลือกอาหารกลางวันของสมใจ ซึ่งต้องการอาหาร 1 อย่าง และเครื่องดื่ม 1 อย่าง จากรายการอาหารของร้าน สมใจสามารถเลือกอาหารกลางวันได้ต่างกันกี่ชุด

จะใช้ข้อมูลอะไรในการหาคำตอบ

- ก. รายการอาหาร 3 อย่าง ขนมหวาน 4 อย่าง
 ข. รายการอาหาร เครื่องดื่ม ขนมหวาน
 ค. รายการอาหาร 3 อย่าง และเครื่องดื่ม 4 อย่าง
 ง. รายการอาหาร 3 อย่าง และเครื่องดื่ม 3 อย่าง

รายการอาหาร

อาหาร	เครื่องดื่ม	ขนมหวาน
ข้าวผัด	น้ำอัดลม	บัวลอย
ก๋วยเตี๋ยว	น้ำสาลิ	รวมมิตร
ผัดไทย	น้ำส้ม	ถั่วดำ
	น้ำอ้อย	ลอดช่อง

9. ครอบครัวของสุขสันต์ นักเรียนชั้น ม. 1 ประกอบด้วยพ่อ แม่ และลูกรวมเป็น 3 คน ไปดูการแสดงอย่างหนึ่ง ซึ่งจะต้องซื้อบัตรในอัตราที่กำหนด ดังนี้

ครอบครัวของสุขสันต์จะต้องจ่าย

ค่าบัตรเป็นเงินทั้งสิ้นเท่าไร

ในการแก้ปัญหาข้อนี้ จำเป็นต้องรู้ข้อมูลอะไรเพิ่มเติมอีก

ด้านบัตร	
ผู้ใหญ่	100 บาท
(สูงไม่เกิน 100 ซม.)	50 บาท

- ก. จำนวนคนที่ต้องซื้อบัตร
ข. อายุของทุกคน
ค. ความสูงของทุกคน
ง. ความสูงของสุขสันต์

10. จากกรุงเทพฯ ถึงจังหวัดเชียงใหม่ มีระยะทาง 810 กิโลเมตร
ถ้าเดินทางโดยรถยนต์ใช้เวลา 9 ชั่วโมง

ถ้าให้ N แทนจำนวนชั่วโมงที่รถยนต์วิ่งได้ทาง 450 กิโลเมตร

จะหาค่า N ได้ ตามวิธีในข้อใด

ก. $\frac{450}{810} = \frac{9}{N}$

ข. $\frac{810}{9} = \frac{450}{N}$

ค. $\frac{810}{450} = \frac{N}{9}$

ง. $\frac{9}{810} = \frac{450}{N}$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11 - 12

ต้องการบรรทุกน้ำเพื่อไปแจกจ่ายให้แก่ราษฎรที่ประสบปัญหาภัยแล้ง
ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งจำนวน 60,000 ลิตร ต่อวัน โดยรถแต่ละคันมีถังน้ำ
ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ยาว 5 เมตร กว้าง 3 เมตร สูง 80 เซนติเมตร
อยากทราบว่า จะต้องบรรทุกน้ำไปยังหมู่บ้านแห่งนี้วันละกี่เที่ยว

11. โจทย์ปัญหาข้อนี้จะต้องคิดคำนวณหาอะไรก่อน

- ก. ปริมาณน้ำที่จะต้องบรรทุกในแต่ละวัน
ข. ปริมาตรของถังที่บรรทุกน้ำได้ในแต่ละเที่ยว
ค. จำนวนเที่ยวที่ต้องการบรรทุกน้ำในแต่ละวัน
ง. จำนวนเที่ยวที่ต้องบรรทุกน้ำในหนึ่งสัปดาห์

12. ข้อใดไม่ใช่ขั้นตอนที่ใช้ในการคิดคำนวณหาคำตอบของปัญหานี้

- ก. เปลี่ยนหน่วยความยาวจากเมตรเป็นเซนติเมตร
- ข. เปลี่ยนหน่วยปริมาตรจากลูกบาศก์เซนติเมตรเป็นลิตร
- ค. ปริมาตรของน้ำที่บรรจุในถังแต่ละเที่ยว
- ง. ระยะทางไปยังหมู่บ้าน

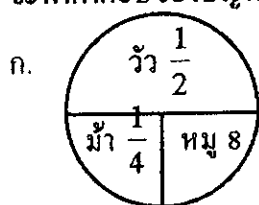
13. ในห้องว่างทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 14 เมตร กว้าง 8 เมตร และสูง 5 เมตร ถ้าอากาศ 1 ลูกบาศก์เซนติเมตรหนัก $\frac{1}{800}$ กรัม อากาศในห้องนี้หนักเท่าไร

โจทย์ข้อนี้ ไม่สามารถ หาคำตอบของสิ่งใดได้

- ก. ปริมาตรของห้องนี้
- ข. น้ำหนักของอากาศในห้องนี้
- ค. อัตราส่วนของปริมาตรของอากาศในห้องต่อน้ำหนักของอากาศ
- ง. อัตราส่วนของปริมาตรอากาศต่อจำนวนคนในห้อง

14. ในฟาร์มของสมศักดิ์ มีสัตว์เลี้ยงอยู่สามชนิด เป็นวัว $\frac{1}{2}$ ของสัตว์ทั้งหมด เป็นม้า $\frac{1}{4}$ ของสัตว์ทั้งหมด และที่เหลือเป็นหมู 8 ตัว ในฟาร์มนี้มีสัตว์อยู่ทั้งหมดกี่ตัว

จะหาคำตอบของปัญหานี้ได้จากรูปการในข้อใด



จะได้ว่า มีม้า 8 ตัว มีวัว 16 ตัว

รวมสัตว์ทั้งหมด $8 + 8 + 16 = 32$ ตัว

ข. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 8 = \frac{2+1+32}{4} = \frac{35}{4} = 35$ ตัว

ค.

	วัว	ม้า	หมู
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	
จำนวน (ตัว)			8

จะได้

วัว	ม้า	หมู
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
2	4	8

ง. ถ้ามีหมู 8 ตัว จะได้ว่ามีวัว 8 ตัว และมีม้า 4 ตัว

รวมสัตว์ทั้ง 3 ชนิด $8 + 8 + 4 = 20$ ตัว

17. จากโจทย์ข้อ 16 สมทรงและสมสันต์จะตัดหญ้าพร้อมกันอีกในวันที่เท่าไร

ก. วันที่ 6

ข. วันที่ 18

ค. วันที่ 24

ง. วันที่ 30

18.

ถ้า วันดี นำเงินไปฝากธนาคาร 40,000 บาท จะได้ดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี แต่ นที พี่ชายของวันดีได้มาขอยืมเงินส่วนนี้ โดยสัญญาว่า เมื่อครบปีจะคืนเงินต้นและดอกเบี้ยรวม 45,400 บาท นทีให้ดอกเบี้ยกับวันดีมากกว่าหรือน้อยกว่าธนาคารร้อยละเท่าไร

วิธีการคิดหาคำตอบของโจทย์ข้อนี้

1. หาอัตราดอกเบี้ยที่ นที ให้แก่ วันดี
2. หาจำนวนเงินที่เป็นดอกเบี้ยที่ นที ให้แก่ วันดี
3. หาคความแตกต่างระหว่างอัตราดอกเบี้ยของธนาคารกับของนที

ข้อใดเป็นการเรียงลำดับการคิดหาคำตอบได้ถูกต้อง

ก. 1. 2. 3.

ข. 2. 1. 3.

ค. 1. 3. 2.

ง. 2. 3. 1.

19.

สุชาติ ซื้อรถยนต์มาราคา 250,000 บาท หลังจากใช้ไปแล้ว 3 ปี ขายต่อให้ สามารถ ขาดทุน 25%

ถ้าต้องการทราบราคาที่ สามารถ ซื้อรถยนต์มา ต้องคิดหาคำตอบตามข้อใด

ก. $\frac{250,000}{100} \times 25 = \square$

ข. $250,000 - \left\{ \frac{250,000}{25} \times 100 \right\} = \square$

ค. $\frac{250,000}{25} \times 100 = \square$

ง. $250,000 - \left\{ \frac{250,000}{100} \times 25 \right\} = \square$

20. ข้อใดต่อไปนี้เป็นกรอธิบายคำตอบที่ได้

ซาสีเก็บเงินจากการขายกระดาษหนังสือพิมพ์และของเก่าเพื่อซื้อจักรยานคันใหม่
หลังจาก 7 เดือน เขารวบรวมเงินได้ 2,500 บาท ถ้าจักรยานราคาคันละ
1,950 บาท หลังจากซื้อจักรยานแล้วซาสีมีเงินเท่าไร

คำตอบ : 550 บาท

ก. เป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะ : $550 + 1,950 = 2,500$

ข. เป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะ : $2,500 + 550 = 3,050$

ค. เป็นคำตอบที่ผิด เพราะ : $1,950 + 2,500 = 4,450$

ง. เป็นคำตอบที่ผิด เพราะ : $7 \times 550 \neq 2,500$

21. ข้อใดต่อไปนี้เป็นกรอธิบายคำตอบที่ได้

สาธิต มนตรี และปรีชา ขับรถจากที่ทำงานเพื่อกลับบ้าน ปรีชาขับรถระยะทาง
มากกว่ามนตรี 80 กม. ระยะทางที่มนตรีขับรถเป็น 3 เท่าของสาธิต สาธิตขับรถ
50 กม. ระยะทางที่ทั้ง 3 คนขับรถกลับบ้านเป็นเท่าไร

คำตอบ : 430 กิโลเมตร

ก. เป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะ : $130 + 150 + 150 = 430$

ข. เป็นคำตอบที่ถูกต้อง เพราะ : $50 + 150 + 230 = 430$

ค. เป็นคำตอบที่ผิด เพราะ : $50 + 80 + 240 = 370$

ง. เป็นคำตอบที่ผิด เพราะ : $50 + 150 + 80 = 280$

22. เมื่อกำหนดแต้มบนเป๋าดังรูป

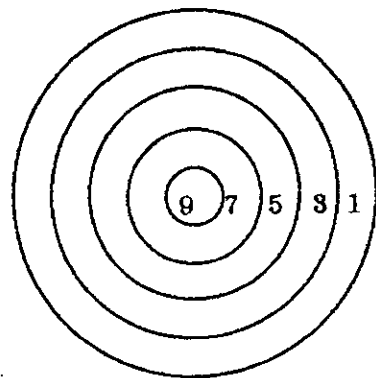
ซาสีปาลูกดอกเข้าเป้า 3 ครั้ง
แต้มรวมที่เป็นไปได้คือข้อใด

ก. 4

ข. 17

ค. 28

ง. 31



23. จากข้อมูลข้อ 22 ขาลิมิโอกาสได้แต้มรวมเป็น 24 หรือไม่ เพราะเหตุใด

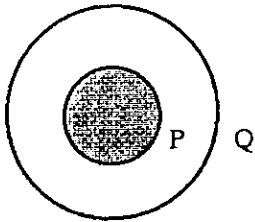
ก. เป็นไปได้ เพราะ $9 + 7 + 8 = 24$

ข. เป็นไปได้ เพราะ $9 + 5 + 10 = 24$

ค. เป็นไปไม่ได้ เพราะแต้มบนเป้าเป็นจำนวนคี่ ผลบวกของจำนวนคี่สามจำนวนเป็นจำนวนคี่

ง. เป็นไปไม่ได้ เพราะ 24 มีค่ามากกว่า $9 + 7 + 5$

24.



วงกลม P วางทับบน วงกลม Q

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม Q เป็นสองเท่าของ

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม P

ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของ P เป็น x

ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของ Q เป็นเท่าใด

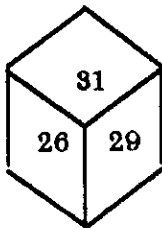
ก. x

ข. $2x$

ค. $x + 2$

ง. $4x$

25.



เขียนจำนวนเต็ม 6 จำนวนที่เรียงลำดับกันบนหน้าของลูกเต๋า 6 หน้า (ดังรูป) จำนวนใดต่อไปนี้อยู่บนหน้าหนึ่งของลูกเต๋า

ก. 25

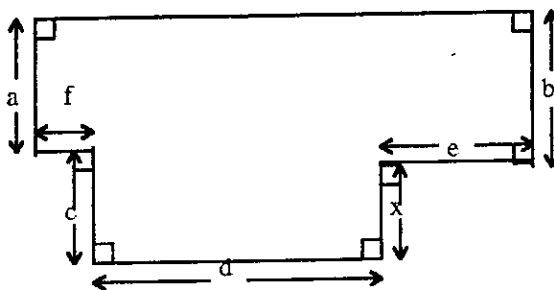
ข. 27

ค. 32

ง. 33

แผนผังแสดงขนาดของที่ดินแปลงหนึ่ง ดังรูป

ตัวอักษรแสดงความยาวจริงของที่ดินเป็นเมตร



26. ความยาวของ $b + x$ เท่ากับข้อใด

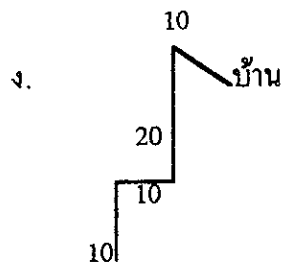
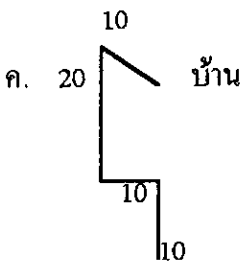
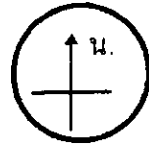
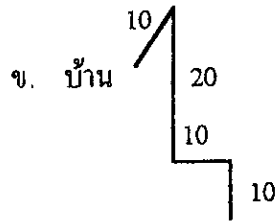
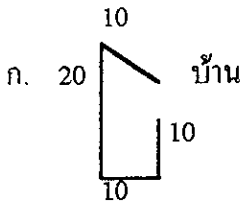
ก. $a + x$

ข. d

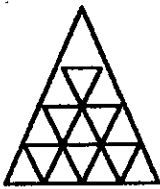
ค. $b + c$

ง. $a + c$

27. มานะออกเดินทางจากบ้านไปทางทิศตะวันตกเฉียงเหนือ 10 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางทิศใต้ 20 กิโลเมตร จากนั้นเลี้ยวไปทางทิศตะวันตก 10 กิโลเมตร แล้วเลี้ยวไปทางใต้ 10 กิโลเมตร ข้อใดเป็นแผนผังแสดงการเดินทางของมานะ



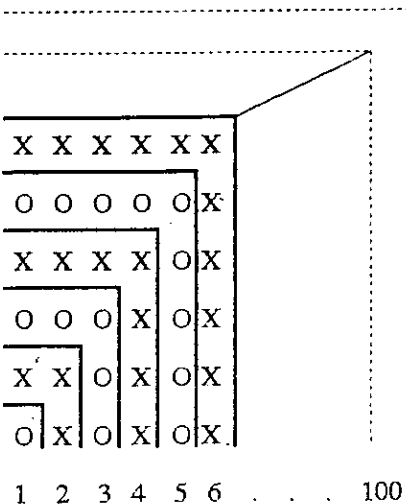
28. ถ้าจัดเรียงกระเบื้องรูปสามเหลี่ยมจำนวน 100 แผ่น เป็นชั้น ๆ (ดังรูป)



จะจัดเรียงได้กี่ชั้น

- ก. 10 ชั้น ข. 20 ชั้น
ค. 50 ชั้น ง. 60 ชั้น

29. มี O และ X จัดเรียงอย่างมีกฎเกณฑ์ (ดังรูป)



ถ้าเรียงเช่นนี้ไปจนถึงแถวที่ 100 จะได้

ข้อสรุปดังข้อใด

- ก. มี O อยู่ 199 ตัว
ข. มี O อยู่ 200 ตัว
ค. มี X อยู่ 199 ตัว
ง. มี X อยู่ 200 ตัว

30.

ปัญญามีเงินเป็นสี่เท่าของมยุรา เมื่อนำเงินของทั้งสองคนมารวมกันพบว่าครึ่งหนึ่งของเงินทั้งสองคน คิดเป็น 100 บาท มยุรมีเงินเท่าไร

ถ้าให้ยุรมีเงิน a บาท สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้จากวิธีการในข้อใด

ก. จะได้ว่า ปัญญาจะมีเงิน $4a$ บาท และได้สมการเป็น $\frac{1}{2}(a+4a)=100$

ข. จะได้ว่า ปัญญาจะมีเงิน $\frac{a}{4}$ บาท และได้สมการเป็น $\frac{1}{2}(a + \frac{a}{4}) = 100$

ก. จะได้ว่า ปัญญาจะมีเงิน $a + 4$ บาท และได้สมการเป็น $\frac{1}{2}(a + a + 4) = 100$

ง. จะได้ว่า ปัญญาจะมีเงิน $a - 4$ บาท และได้สมการเป็น $\frac{1}{2}(a + a - 4) = 100$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 31 - 32

ที่ดินแปลงหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส วัดความยาวโดยรอบได้ 144 เมตร

81. ถ้าให้ด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาว a เมตร

ข้อความข้างต้นเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ ได้ดังข้อใด

$$n \cdot 2a = 144$$

У. 4а = 144

$$\text{fl. } a + 4 = 144$$

$$3. \quad 4a + 4 = 144.$$

32. ที่ดินแปลงนี้มีพื้นที่เท่าใด

ก. 19,600 ตารางเมตร

๗. 5,184 ตารางเมตร

ค. 1,296 ตารางเมตร

๙. 1,225 ตารางเมตร

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 33 - 35

ชายและหญิง 4 คน คือ โกมล นพดล นิสา และราตรี มีรถคนละคัน เป็นรถญี่ปุ่น 2 คัน คือ ยี่ห้อนิสสันและโตโยต้า เป็นรถยุโรป 2 คัน คือ ยี่ห้อเบนซ์ และวอลโว่

1. โกมลไม่ได้เป็นเจ้าของรถญี่ปุ่น
2. นิสา ไปเติมน้ำมันกับเจ้าของรถโตโยต้า
3. นพดลเป็นเจ้าของรถวอลโว่

33. ข้อสรุปใดได้จากเงื่อนไขข้อ 1. และ 2.

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| ก. นิสา เป็นเจ้าของรถเบนซ์ | ข. นิสา ไปรับประทานอาหารค่ำกับโกมล |
| ค. นิสา ไม่ได้เป็นเจ้าของรถโตโยต้า | ง. สรุปไม่ได้ |

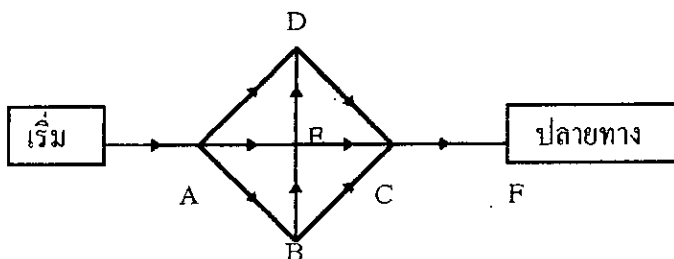
34. ข้อสรุปใดได้จากเงื่อนไขข้อ 1. และ 3.

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| ก. นิสา ไปเติมน้ำมันกับโกมล | ข. โกมล เป็นเจ้าของรถเบนซ์ |
| ค. ราตรี เป็นเจ้าของรถโตโยต้า | ง. สรุปไม่ได้ |

35. ข้อสรุปใดได้จากเงื่อนไขข้อ 1 , 2 และ 3

- | | |
|------------------------------|--------------------------|
| ก. ราตรีเป็นเจ้าของรถโตโยต้า | ข. โกมลเป็นเจ้าของวอลโว่ |
| ค. นิสา เป็นเจ้าของรถโตโยต้า | ง. สรุปไม่ได้ |

ตอนที่ 2 จงแสดงวิธีการหาเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากแผนภาพต่อไปนี้ โดยเดินตามลูกศร (ห้ามเดินย้อนศร)



แบบทดสอบย่อย

ชื่อ.....เลขที่.....

ชั้น ม 1 กลุ่ม.....โรงเรียน.....

สอบวันที่.....เดือนธันวาคม พ.ศ. 2538

แบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 1

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 6 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

แล้วทำเครื่องหมาย X ทับข้อที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง ส่วนข้อ 8 ให้แสดง
วิธีการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

ใช้ข้อความต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1 - 7

น้อย มีลูกแก้วมากกว่า เณน อยู่ 7 ลูก เณน มีลูกแก้วมากกว่า โหน่ง
อยู่ 4 ลูก โหน่ง มีลูกแก้วอยู่ 11 ลูก น้อย มีลูกแก้วอยู่เท่าไร

1. โจทย์ข้อนี้ต้องการให้หาอะไร

ก. จำนวนลูกแก้วทั้งหมด

ข. ผลต่างของจำนวนลูกแก้วของน้อย
กับของโหน่ง

ค. จำนวนลูกแก้วของเณน

ง. จำนวนลูกแก้วของน้อย

2. โจทย์กำหนดลูกแก้วของใครมาให้

ก. ของน้อย

ข. ของเณน

ค. ของโหน่ง

ง. ของแก้ว

3. ในการแก้ปัญหาข้อนี้จะต้องหาอะไรก่อน

ก. จำนวนลูกแก้วของน้อย

ข. จำนวนลูกแก้วของเณน

ค. จำนวนลูกแก้วทั้งหมด

ง. ผลต่างของจำนวนลูกแก้วของน้อย
กับของโหน่ง

4. ถ้าน้อยมีลูกแก้ว a ลูก โหน่ง จะมีลูกแก้วอยู่เท่าไร

ก. $(a + 7) + 4$

ข. $(a - 7) - 4$

ค. $7a + 4$

ง. $\frac{a}{7} - 4$

5. ถ้าน้อยมีลูกแก้ว a ลูก สามารถหาจำนวนลูกแก้วของน้อยได้จากข้อใด

ก. $(a + 7) + 4 = 11$

ข. $(a - 7) - 4 = 11$

ค. $7a + 4 = 11$

ง. $\frac{a}{7} - 4 = 11$

6. น้อยมีลูกแก้วอยู่เท่าใด

ก. 11 ลูก

ข. 15 ลูก

ค. 22 ลูก

ง. 26 ลูก

7. ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาจำนวนลูกแก้วของน้อย พร้อมทั้งแสดงการตรวจสอบคำตอบลงในกระดาษที่ว่างข้างล่างนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชื่อ.....เลขที่.....
 ชั้น ม.1 กลุ่ม.....โรงเรียน.....
 สอบวันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2539

แบบทดสอบย่อย ฉบับที่ 2

ตอนที่ 1 ข้อ 1 - 8 ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว

แล้วทำเครื่องหมาย $\times$ ทับข้อที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

ใช้ข้อความต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1 - 8

ด้านประกอบมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาวกว่าด้านฐาน 5 เซนติเมตร
 และมีความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม 34 เซนติเมตร จงหาความยาว
 ของด้านของรูปสามเหลี่ยมนี้

1. โจทย์ข้อนี้ต้องการให้หาอะไร

- | | |
|-------------------------------|---|
| ก. ความยาวของฐาน | ข. ความยาวของส่วนสูง |
| ค. ความยาวของด้านประกอบมุมยอด | ง. ความยาวของด้านฐานและ
ด้านประกอบมุมยอด |

2. “ความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนี้เท่ากับ 34 เซนติเมตร” หมายความว่าอย่างไร

- ก. ทุกด้านยาวด้านละ 34 เซนติเมตร
 ข. ด้านประกอบมุมยอดยาว 34 เซนติเมตร
 ค. ด้านฐานยาว 34 เซนติเมตร
 ง. ความยาวทุกด้านรวมกันได้ 34 เซนติเมตร

3. ถ้าให้ด้านประกอบมุมยอดยาว a เซนติเมตร ด้านฐานจะยาวเท่าไร

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| ก. $a + 5$ เซนติเมตร | ข. $a - 5$ เซนติเมตร |
| ค. $2a + 5$ เซนติเมตร | ง. $2a - 5$ เซนติเมตร |

ด้านประกอบมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วยาวกว่าด้านฐาน 5 เซนติเมตร
และมีความยาวรอบรูปของรูปสามเหลี่ยม 34 เซนติเมตร จงหาความยาว
ของด้านของรูปสามเหลี่ยมนี้

4. ถ้าด้านประกอบมุมยอดยาว a เซนติเมตร ผลบวกของด้านทั้งสามของ
รูปสามเหลี่ยมนี้ คือข้อใด

ก. $2a + (a + 5)$

ข. $2a + (a - 5)$

ค. $2a + (2a + 5)$

ง. $2a + (2a - 5)$

5. จากโจทย์ที่กำหนด จะได้ความสัมพันธ์ดังข้อใด

ก. $2a + (a + 5) = 34$

ข. $2a + (a - 5) = 34$

ค. $2a + (2a + 5) = 34$

ง. $2a + (2a - 5) = 34$

6. ข้อใด เป็นขั้นตอนหนึ่งของการแก้ปัญหา

ก. $3a + 5 = 34$

ข. $3a - 5 = 34$

ค. $4a + 5 = 34$

ง. $4a - 5 = 34$

7. รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วนี้มีความยาวของด้านเป็นเช่นใด

ก. มีด้านฐานยาว 8 เซนติเมตร และส่วนสูง 13 เซนติเมตร

ข. มีด้านฐานยาว 13 เซนติเมตร และด้านประกอบมุมยอดยาว 8 เซนติเมตร

ค. มีด้านฐานยาว 8 เซนติเมตร และด้านประกอบมุมยอดยาว 13 เซนติเมตร

ง. มีด้านฐานยาว 13 เซนติเมตร และด้านประกอบมุมยอดยาว 8 และ 13
เซนติเมตร ตามลำดับ

8. คำตอบของข้อ 7 ยืนยันได้จากข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{1}{2} \times 8 \times 13 = 34$

ข. $13 + 2(13 - 5) = 34$

ค. $8 + 13 + 13 = 34$

ง. $13 + 2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 13\right) = 34$

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนตอบคำถามและแสดงรายละเอียดในการแก้ปัญหาต่อไปนี้

กบ มีเงินมากกว่า 5 เท่าของเงินของ ก้อย อยู่ 122 บาท
 เมื่อรวมเงินของคนทั้งสองได้ 560 บาท
 กบ มีเงินมากกว่า ก้อย อยู่กี่บาท

1. โจทย์กำหนดอะไรให้ และมีเงื่อนไขอย่างไร

(1)

(2)

2. โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

3. “กบ มีเงินมากกว่า 5 เท่าของเงินของ ก้อย อยู่ 122 บาท”

หมายความว่าอย่างไร จงอธิบายรายละเอียดหรือแสดงด้วยสัญลักษณ์

.....

.....

4. “เมื่อรวมเงินของคนทั้งสองได้ 560 บาท” เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร

.....

.....

.....

5. แสดงวิธีการหาคำตอบของปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของปัญหา

.....

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาและตรวจสอบผลการแก้ปัญหาต่อไปนี้

ในการสอบคัดเลือกเข้าเรียนในโรงเรียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่า
มีผู้สอบเข้าได้ 35 % ของจำนวนผู้สอบทั้งหมด ถ้ามีผู้สอบ
เข้าได้จำนวน 210 คน แล้วจะมีผู้สอบเข้าไม่ได้กี่คน

แบบสังเกต

แบบสังเกต 1 : แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหา

สังเกตวันที่..... เดือน

พ.ศ.

ผู้สังเกต.....

พฤติกรรมที่สังเกต	กลุ่มที่					หมายเหตุ
	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	
ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา						
1. บอกได้ว่าเป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไร						
2. บอกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกำหนดให้ว่ามีอะไรบ้าง						
3. บอกได้ว่าโจทย์ต้องการหาอะไร						
ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา						
1. บอกข้อมูลที่ไม่ได้ใช้ในการแก้ปัญหา						
2. หาข้อมูลที่ต้องใช้เพิ่มเติมจากที่กำหนดในการแก้ปัญหา						
3. จัดกระทำข้อมูลและแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม						
4. เลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม						
ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา						
1. ดำเนินการแก้ปัญหาตามยุทธวิธีที่เลือก						
2. สรุปผลเป็นคำตอบของปัญหา						
ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล						
แสดงการตรวจสอบคำตอบโดย						
1. ตรวจสอบความถูกต้องแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา						
2. ตรวจสอบโดยการประมาณค่าคำตอบ						
3. ตรวจสอบโดยการแก้ปัญหาโดยวิธีอื่น						
4. สรุปและขยายผลการแก้ปัญหาในรูปแบบทั่วไป						

แบบสังเกต 2 : แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผล

สังเกตวันที่เดือน..... พ.ศ. 2538 ผู้สังเกต.....

พฤติกรรมที่สังเกต	กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม					หมายเหตุ
	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	
1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล						
1.1 อธิบายความหมายของคำศัพท์เฉพาะได้						
1.2 แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม						
1.3 คาดเดาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบข้อคาดเดาอย่างมีเหตุผล						
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป						
2.1 สรุปแนวคิดในการแก้ปัญหาได้						
2.2 อธิบายเหตุผลสำหรับผลสรุปนั้นได้						
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปของแนวคิด						
3.1 ตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา						
3.2 อธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา						
3.3 ขยายข้อสรุปไปสู่รูปทั่วไปได้						

แบบสังเกต 3 : แบบสังเกตพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร

สังเกตวันที่ เดือน พ.ศ. ผู้สังเกต.....

พฤติกรรมที่สังเกต	กลุ่มที่					หมายเหตุ
	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	
1. ความสามารถในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (โดยการพูด การเขียนหรือใช้สื่อต่าง ๆ)						
1.1 บอกรายละเอียดเกี่ยวกับปัญหาได้ครบถ้วน						
1.2 บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลในการแก้ปัญหาได้						
1.3 อธิบายถึงแนวคิดในการแก้ปัญหา						
1.4 เขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาและเขียนสรุปผลการแก้ปัญหาได้						
1.5 ใช้รูปภาพ แผนภูมิ หรือกราฟแสดงแนวคิดหรือประกอบการคิด						
2. ความสามารถในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเสนอแนวคิด และแสดงความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์						
2.1 อธิบายความหมายของศัพท์เฉพาะ หรือข้อความในปัญหาได้ถูกต้อง						
2.2 แทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม						
2.3 แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล แนวคิด โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์						
3. ความสามารถในการอธิบายแนวคิดและแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์						
3.1 อธิบายแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหา						
3.2 รับฟังแนวคิดของคนอื่นได้อย่างถูกต้อง						
3.3 แลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่นได้						
3.4 สรุปแนวคิดด้วยเหตุผลและผล						

แบบสังเกต 4 : แบบสังเกตพฤติกรรมการร่วมมือในกลุ่ม

สังเกตวันที่ เดือน พ.ศ.

ผู้สังเกต.....

พฤติกรรมความร่วมมือ ที่แสดงในกลุ่ม	กลุ่มที่				หมายเหตุ
	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	สมาชิก	
1. การอธิบาย การชี้แจง มโนคติ หลักการ วิธีการแก้ปัญหา					
2. การแสดงการร่วมมือ สนับสนุน ช่วยเหลือ ให้คำแนะนำบุคคลในกลุ่ม					
3. การซักถาม ตรวจสอบข้อมูล ความรู้ และเหตุผลซึ่งกันและกัน					
4. การแบ่งหน้าที่และการปฏิบัติหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย (อ่านปัญหา บันทึก กระตุ้นฯ ตรวจสอบ)					

ผู้สังเกต

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ นายสมเดช

ชื่อสกุล บุญประจักษ์

เกิดวันที่ 13 เดือน พฤษภาคม พุทธศักราช 2501

สถานที่เกิด

จังหวัดกำแพงเพชร

สถานที่อยู่ปัจจุบัน

บ้านเลขที่ 208/6 หมู่ที่ 2

ต.ท่าศาลา อ.เมือง

จ.ลพบุรี 15000

ตำแหน่งหน้าที่การงานปัจจุบัน

ศึกษานิเทศก์

กรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 6

จังหวัดลพบุรี

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2517

มัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนขามูวิทยา

อ.ขามูวรลักษบุรี จ.กำแพงเพชร

พ.ศ. 2521

ประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง

วิทยาลัยครูนครสวรรค์

พ.ศ. 2523

วท.บ. (คณิตศาสตร์-ศึกษาศาสตร์)

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

พ.ศ. 2528

วท.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

พ.ศ. 2539

กศ.ค. (คณิตศาสตร์ศึกษา)

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร

การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ

บทคัดย่อ
ของ
สมเดช บุญประจักษ์

เสนอต่อมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษาคุณวุฒิปบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา
มีนาคม 2540

การวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใน 3 ประการ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล
และการใช้คณิตศาสตร์สื่อสาร โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ พัฒนาโดยฝึกผ่านกระบวนการ
แก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและขั้นตรวจสอบผล โดยเน้นกิจกรรมการแก้ปัญหาที่ให้สมาชิกในกลุ่ม
ได้มีโอกาสเสนอแนวคิด อธิบายแนวคิดและชี้แจงเหตุผลกัน ก่อนที่จะสรุปเป็นแนวคิดร่วมกัน
ของกลุ่ม และนำเสนอผลการแก้ปัญหากลุ่ม

ดำเนินการทดลองโดยใช้รูปแบบการทดลองที่มีกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม
มีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียน
พระนารายณ์และโรงเรียนคงตาลวิทยา จังหวัดลพบุรี จำนวน 154 คน โดยแบ่งเป็นนักเรียน
กลุ่มทดลอง 75 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุม 79 คน พัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์โดยใช้
การเรียนรู้แบบร่วมมือกับกลุ่มทดลอง ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ การทดลองใช้
เวลา 1 ภาคเรียน

ผลการวิจัยพบว่า

1. ประสิทธิภาพของแผนการสอนที่แสดงกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนา
ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีประสิทธิภาพ 66.31 / 59.12 ซึ่ง
ต่ำกว่าเกณฑ์ความสัมพัทธ์ระหว่างกระบวนการและผลลัพธ์โดยเฉลี่ยตามที่คาดหวังไว้ คือ 70 / 70
2. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์
สื่อสารหลังการทดลองกับก่อนการทดลองของกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
ที่ระดับ .01 ส่วนกลุ่มควบคุมไม่พบว่ามีแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ
3. ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการใช้คณิตศาสตร์
สื่อสารของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดย
ศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม
4. ผลจากการตรวจผลงานและการสังเกตระหว่างเรียนของกลุ่มทดลอง พบว่า
ด้านการแก้ปัญหานักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ด้านการให้เหตุผลนักเรียนสามารถสรุปและ
อธิบายเหตุผลในการดำเนินการแก้ปัญหา ใช้เหตุผลยืนยันคำตอบที่หาได้ และด้านการใช้
คณิตศาสตร์สื่อสารนักเรียนสามารถนำเสนอแนวคิดได้ชัดเจนขึ้น

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL POWER OF MATHAYOM SUKSA I
STUDENTS THROUGH COOPERATIVE LEARNING

AN ABSTRACT

BY

SOMDECH BOONPRAJAK

Present in partial fulfillment of the requirement for the
Doctor of Education degree in Mathematics Education
at Srinakharinwirot University

March 1997

Helping all students develop mathematical power has been one of the goals of teaching mathematics but how to help them is one of the major concerns. Conventional instruction provides less opportunity for students to interact and help each other. Cooperative learning is a new teaching strategy that can be a viable alternative. This study aimed at developing mathematical power of seventh graders through a cooperative learning plan.

This study concentrated on three components deemed most important in mathematics instructions: problem solving, reasoning, and communication. Polya's well-known four-step approach for problem solving was the central force for the first component. The cooperative learning environment made possible for the class to break up in small groups in which each member felt comfortably enough to express and exchange his/her own ideas in solving a given problem. This approach allowed and encouraged each student to reason and to communicate effectively through discussion and cooperation. The completed assignment was considered a group project to be presented to the class.

The pretest-posttest control-group designed was employed with a total of 154 subjects who were seventh graders of Pranarai School and Dhongtanvidtaya School in Lopburi province. The experimental group of 75 students participated in the mathematical power development through cooperative learning scheme whereas the rest of the subjects received conventional instruction. The teaching experiment lasted for one semester. The data were obtained by having all students taking the test which measured mathematical power in the three components. Furthermore, the efficiency of the cooperative lesson plan which was defined as the ratio between process and output was set at 70/70 as acceptable criterion. All statistical tests were performed at the 0.01 level of significance.

Observations of student activities in the experimental group were recorded and their class assignments which had been completed within the period of instruction were graded. Both observations and their assignments were carefully studied as part of this study.

The findings revealed that:

1. The efficiency rate of the lesson plan was 66.31/59.12. This was considered to be below the acceptable criterion.

2. When pretest and posttest scores were analyzed within each group, it was found that the experimental group showed a significant difference whereas the control group reported otherwise.

3. The experimental group, as a whole, performed significantly better than the control group on the test.

4. From the observation records and students' in-class assignments, it was noted that the students in the experimental group had successfully attained higher level of mathematical power. They approached a problem with better and systematic skills and reasons. They were able to explain the problem with clarity and conciseness and arrived at the conclusions with ease. As a whole, all three areas of mathematical power were reached as a result of the cooperative learning scheme.