

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับคุณสมบัติของตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็ก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

พฤษภาคม 2557

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็ก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

พฤษภาคม 2557

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับคุณสมบัติของตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็ก



เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

ตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

พฤษภาคม 2557

สุมิตตา เมฆนิตติ. (2557). สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก.
ปริญญาานิพนธ์ วท.ม. (ฟิสิกส์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
คณะกรรมการควบคุม: รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ,
อาจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ผลการคำนวณสามารถหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวแบบแม่นยำที่เป็นฟังก์ชันของสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กและอุณหภูมิของค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กได้ หลังจากนั้นนำมาศึกษาการขึ้นกับอุณหภูมิโดยใช้แบบจำลอง 4 แบบ ประกอบไปด้วยฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบของเซนและคณะ (Chen et al., 2011: 1591-1594) ชูและคณะ (Zhu et al., 2008: 105001) ชาเนนโคและคณะ (Shanenko et al., 2011: 047005) และชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 151-164) เมื่อนำมาคำนวณ พบว่า H_{c3} ของตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร และสมบัติแม่เหล็กพารา แสดงพฤติกรรมเหมือนตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็ก สำหรับตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติแม่เหล็กไดอาและแม่เหล็กเฟอร์โรจะมีค่า H_{c3} สูงกว่าและต่ำกว่าตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็กตามลำดับ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองของตัวนำยวดยิ่ง $Pb_{82}Bi_{18}$ พบว่าผลของฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของชั่งจันทร์และอุดมสมุทรหิรัญให้ความสอดคล้องกับผลการทดลองที่บริเวณอุณหภูมิวิกฤตมากกว่ารูปแบบอื่น

คำสำคัญ: สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว, ฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ, ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

TEMPERATURE-DEPENDENT SURFACE CRITICAL MAGNETIC FIELD OF MAGNETIC
SUPERCONDUCTORS



AN ABSTRACT
BY
SUMITTA MEAKNITI

Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the
Master of Science Degree in Physics
at Srinakharinwirot University

May 2014

Sumitta Meakniti. (2014). *Temperature-dependent surface critical magnetic field of magnetic superconductors*. Master. Thesis, M.Sc. (physics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee : Assist Prof. Dr. Pongkaew Udomsamuthirun, Dr. Arpamong Changjan.

The purpose of this research was to study the surface critical magnetic field (H_{c3}) of a magnetic superconductor by Ginzburg-Landau theory. The exact formula of surface critical magnetic field dependence on susceptibility and differential susceptibility was obtained and the temperature-dependent surface critical magnetic field was studied by four models ; Chen (Chen et al., 2011: 1591-1594), Zhu (Zhu et al., 2008: 105001), Shanenko (Shanenko et al., 2011: 047005) and Changjan and Udomsamuthirun (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 611-614). We found that H_{c3} of antiferromagnetism and paramagnetism superconductors were shown the same behavior as non-magnetic superconductors. For diamagnetism and ferromagnetism superconductors, the values of critical magnetic field were found to be higher and lower than that of non-magnetic superconductors respectively. Finally, among four models our numerical calculation based on Changjan and Udomsamuthirun's model can fit best with the experimental data of $Pb_{82}Bi_{18}$ superconductor near critical temperature.

Keywords: Surface critical magnetic field, Temperature-dependent, Magnetic superconductors

ปริญญาานิพนธ์

เรื่อง

สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

ของ

สุเมิตตา เมฆนิตติ

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์

ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒนกุล)

วันที่.....เดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2557

คณะกรรมการควบคุมปริญญาานิพนธ์

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

.....ประธาน

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ)

(รองศาสตราจารย์ ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข)

.....กรรมการ

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์)

(รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรหิรัญ)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์)

.....กรรมการ

(อาจารย์ ดร.สุพิชญ์ แหมมณี)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือจาก รศ.ดร.พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริญ ที่ให้คำปรึกษา แนะนำ ช่วยเหลือตลอดระยะเวลาการทำวิจัย และ อ.ดร.อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์ ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำในการแก้ปัญหาและข้อบกพร่องต่างๆ ผู้วิจัยซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ อ.ดร.สุพิชฌ โชมมณี และ รศ.ดร.อุดมศิลป์ ปิ่นสุข ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการเป็นคณะกรรมการในการสอบปากเปล่า (ปริญญาานิพนธ์) รวมทั้งให้คำแนะนำและแก้ไขเพิ่มเติม ทำให้ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ทุกท่านที่ให้คำปรึกษาและประสิทธิ์ประสาทวิชาตลอดระยะเวลาของการศึกษา จนผู้วิจัยสามารถนำความรู้มาใช้ในการทำปริญญาานิพนธ์จนสำเร็จ

ขอขอบคุณ อ.ปิยะมาศ ไชนอก อ.ดร.ฐิติพงศ์ เครือหงส์ สำหรับคำแนะนำในงานวิจัย และหนังสือที่ผู้วิจัยใช้ศึกษาวิชาพื้นฐานในหลายๆรายวิชา ขอขอบคุณ คุณธัญพ นิลกำจร คุณเสริมสุข รัตแจ้ง ที่ช่วยเหลืออำนวยความสะดวกในการทำวิจัย และขอขอบคุณเพื่อนนิสิตปริญญาโท คุณธนะรัชต์ คัณทัษั คุณปิยะดา วัจวร และคุณรชตวรรษณ กมลเพชร ที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำงานตลอดมา

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา คุณตา คุณยาย และครอบครัวของผู้วิจัยที่ส่งเสริมและสนับสนุนในทุกๆเรื่อง อีกทั้งเป็นกำลังใจให้เสมอมา

สุมิตตา เมฆนิติ

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ	1
ประวัติการค้นพบสภาพนำวดยิ่ง	1
สมบัติของสถานะนำวดยิ่ง	7
ชนิดของตัวนำวดยิ่ง	9
สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่ง	11
ตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก	12
ความมุ่งหมายของการวิจัย	15
ความสำคัญของการวิจัย	15
ขอบเขตของการวิจัย	15
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย	15
2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	16
ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว	16
ตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 1	20
ตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 2	21
สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 แบบสองแถบพลังงาน	23
สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่ง	25
ทฤษฎีปีซีเอส	26
ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีปีซีเอส	28
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	33
3 วิธีดำเนินการวิจัย	44
สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก	44
สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับคุณสมบัติของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก	48

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิจัย	52
5 สรุป อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ	65
สรุปผลการวิจัย	65
อภิปรายผล	67
ข้อเสนอแนะ	67
บรรณานุกรม	68
ภาคผนวก	72
ประวัติย่อผู้วิจัย	76



บัญชีตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงค่าคุณหมุมิวกฤตและสนามแม่เหล็กวิวกฤตที่ 2 ของนำยวดยิ่งในธาตุ	4
2 แสดงค่าคุณหมุมิวกฤตและสนามแม่เหล็กวิวกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งในอัลลอย ...	5
3 แสดงค่าคุณหมุมิวกฤตของตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ A-15 บางชนิด	6
4 แสดงค่าคุณหมุมิวกฤตและสนามแม่เหล็กวิวกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบผลึก ...	12
5 แสดงค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของธาตุต่างๆ	14



บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 ภาพของคาร์เมอร์ลิง ออนเนส	1
2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์	2
3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตและอุณหภูมิ	3
4 แสดงพฤติกรรมของเส้นแรงแม่เหล็กที่มีต่อ (ก) ตัวนำสมบูรณแบบ (ข) ตัวนำวดยิ่ง	7
5 (ก) ฟลักซ์แม่เหล็กของตัวนำวดยิ่งในสถานะปกติ (ข) ฟลักซ์แม่เหล็กขณะเป็น ตัวนำวดยิ่ง	8
6 ตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 1	9
7 ตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 2	10
8 แสดงพฤติกรรมของสนามแม่เหล็กวิกฤตต่างๆซึ่งเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ	11
9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของวัสดุที่มี สมบัติแม่เหล็กพาราและแม่เหล็กไดอา	13
10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กภายนอกและสนามแม่เหล็กภายในที่ อุณหภูมิคงที่	20
11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กภายนอกและสนามแม่เหล็กภายใน ระหว่างตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 1 และตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 2	21
12 แสดงโครงสร้างของสนามแม่เหล็กในเฟสชับนิคอฟ	22
13 แสดงการเกิดนิวเคลียสของการนำวดยิ่งใน (ก) ตัวอย่างที่มีลักษณะเป็นก้อน (ข) ฟิล์มบาง	25
14 แสดงการเสีรูปร่างของแลตทิซเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ	27
15 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน ..	28
16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของตัวนำ วดยิ่งอุณหภูมิสูง $YBa_2Cu_3O_x$	33
17 แสดงระบบพิกัดสนามแม่เหล็กในชั้นของตัวนำวดยิ่ง	35
18 แสดงถึงการตอบสนองทางแม่เหล็กของตัวนำวดยิ่งแบบต่างๆ	36
19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำวดยิ่งแบบ แม่เหล็ก $Pb_{82}Bi_{18}$	38

บัญชีภาพประกอบ (ต่อ)

ภาพประกอบ	หน้า
20 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตและสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง	40
21 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤตกับ $Q = \frac{\epsilon^2}{\alpha_{10}\alpha_{20}}$	42
22 แสดงสภาพนำวดยิ่งเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งโดยสนามแม่เหล็กจากภายนอกขนานกับผิวในระนาบ xy	45
23 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)$	55
24 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$ สำหรับตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร	56
25 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$ สำหรับตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กพารา	57
26 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$ สำหรับตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอา	58
27 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 1 เปรียบเทียบกับผลการทดลอง	59
28 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 2 เปรียบเทียบกับผลการทดลอง	60
29 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 3 เปรียบเทียบกับผลการทดลอง	61
30 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 1 เปรียบเทียบกับผลการทดลอง	62
31 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิของทั้ง 4 รูปแบบเปรียบเทียบกับผลการทดลองเมื่อพิจารณาอุณหภูมิศูนย์เคลวิน.....	63

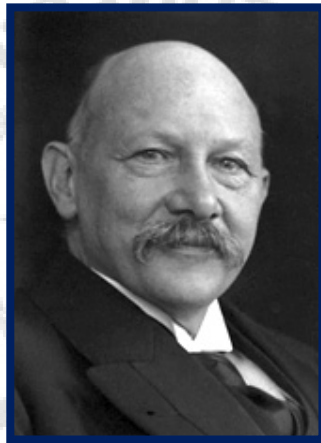


บทที่ 1

บทนำ

1.1 ประวัติการค้นพบสภาพนำยวดยิ่ง

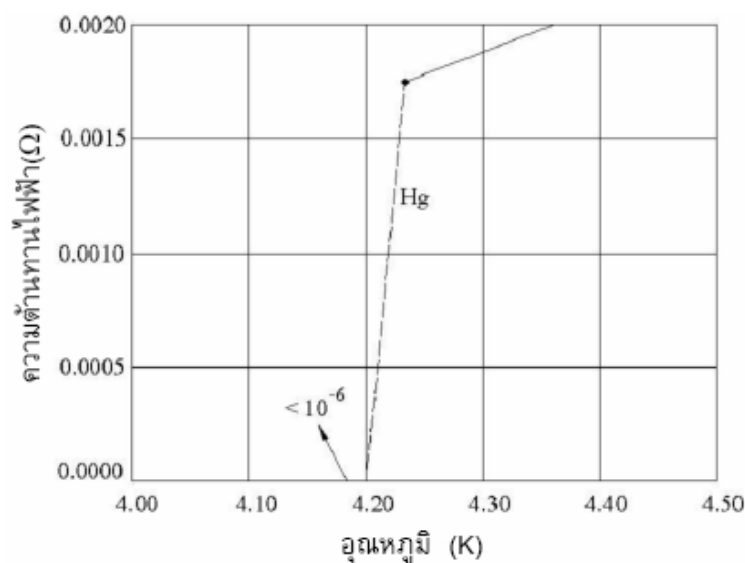
ตัวนำยวดยิ่ง คือวัสดุซึ่งความต้านทานไฟฟ้ามีค่าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด เมื่อลดอุณหภูมิลงจนถึงอุณหภูมิต่ำหนึ่งที่ไม่เท่ากับศูนย์เคลวิน และเรียกอุณหภูมิต่ำนี้ว่า อุณหภูมิวิกฤต (Critical temperature, T_c) ซึ่งปรากฏการณ์นี้ถูกพบครั้งแรกในปรอทบริสุทธิ์โดย คาร์เมอริง ออนเนส (Buckel, 1991: 3) นักฟิสิกส์ชาวเนเธอร์แลนด์ และจากการค้นพบตัวนำยวดยิ่งในปรอทครั้งนี้ทำให้ ออนเนสได้รับรางวัลโนเบล โดยผลงานของออนเนสที่เกี่ยวข้องกับตัวนำยวดยิ่งมีต่างๆดังนี้



ภาพประกอบ 1 เป็นภาพของคาร์เมอริง ออนเนส (Buckel, 1991: 3)

ในปี ค.ศ.1908 ออนเนสได้ค้นพบฮีเลียมเหลวโดยมีจุดเดือดเท่ากับ 4.22 K เขาจึงนำฮีเลียมเหลวที่เขาถลกได้ไปใช้หล่อเลี้ยงสารต่างๆเพื่อให้สารมีอุณหภูมิต่ำ ซึ่งเขาสามารถลดอุณหภูมิต่ำได้ถึง 0.9 K แล้วทำการศึกษาคูณสมบัติของสารเหล่านั้นที่อุณหภูมิต่ำๆทันที

ในปี ค.ศ.1911 ออนเนส (Buckel, 1991: 3) ทดลองวัดความต้านทานไฟฟ้าของปรอทบริสุทธิ์โดยใส่ปรอทลงในภาชนะรูปวงแหวน แล้วแช่ลงไปฮีเลียมเหลว เมื่ออุณหภูมิต่ำของปรอทลดลงอย่างสม่ำเสมอถึงอุณหภูมิต่ำ 4.2 K พบว่าความต้านทานไฟฟ้าของปรอทดังกล่าวนี้มีค่าเป็นศูนย์อย่างทันทีทันใด เรียกสภาพดังกล่าวนี้ว่า สภาพนำยวดยิ่ง (Superconductivity) และเรียกอุณหภูมิต่ำที่ทำให้ปรอทหมดความต้านทานไฟฟ้านี้ว่า อุณหภูมิวิกฤต ดังภาพประกอบ 2

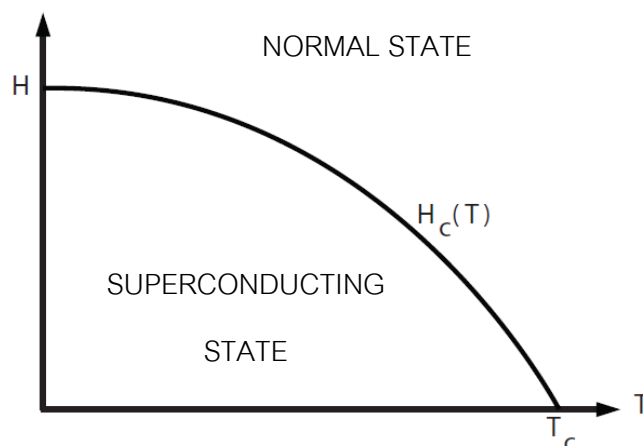


ภาพประกอบ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทานไฟฟ้ากับอุณหภูมิของปรอทบริสุทธิ์

(Ketterson and Song, 1999: 1)

ในปี ค.ศ.1913 ออนเนสได้รับรางวัลโนเบลจากการค้นพบสภาพนำยวดยิ่งในปี 1911 และในปีนี้ออนเนสได้ทดลองกับตะกั่ว และดีบุก โดยนำโลหะตัวนำเหล่านี้มาหลอมเป็นวง แล้วแช่เย็นในฮีเลียมเหลว ปลอ่ยกระแสไฟฟ้าเข้าไป จากนั้นแยกสารตัวนำยวดยิ่งออกจากแหล่งกำเนิดไฟฟ้าหรือแม่เหล็กภายนอกโดยแช่เย็นไว้ตลอดเวลา ปรากฏว่ายังมีกระแสไฟฟ้าไหลอยู่ในสารตัวนำยวดยิ่งวงแหวนเหมือนเดิม ทำให้สามารถยืนยันได้ว่า สารตัวนำยวดยิ่งนี้สามารถนำกระแสไฟฟ้าได้โดยไม่มีการสูญเสียพลังงาน จากเหตุการณ์นี้ทำให้เขาพบว่าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ เรียกความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าค่านี้ว่า ความหนาแน่นกระแสวิกฤต (Critical current density, J_c) นั่นคือตัวนำยวดยิ่งจะยังคงรักษาสภาพนำยวดยิ่งได้ ถ้าความหนาแน่นที่ไหลผ่านมีค่าต่ำกว่าค่าความหนาแน่นกระแสวิกฤต และเมื่อความหนาแน่นที่ไหลผ่านมีค่าสูงกว่าค่านี้แล้ว วัสดุจะกลายเป็นตัวนำปกติทันที โดยค่าความหนาแน่นกระแสวิกฤตนี้มีค่าขึ้นกับอุณหภูมิ คือจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิลดลง

ในปี ค.ศ.1914 ออนเนสได้ค้นพบสมบัติของตัวนำยวดยิ่งว่าสนามแม่เหล็กสามารถทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ เรียกสนามแม่เหล็กค่านี้ว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต (Critical magnetic field, H_c) นั่นคือตัวนำยวดยิ่งจะยังคงรักษาสภาพนำยวดยิ่งได้ ถ้าสนามแม่เหล็กภายนอกที่ให้เข้าไปมีค่าต่ำกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต และเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าสูงกว่าค่านี้แล้ว ตัวนำยวดยิ่งจะเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำปกติ



ภาพประกอบ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตและอุณหภูมิ

(Ketterson; & Song, 1998: 3)

ตัวนำยิ่งยวดที่ถูกค้นพบโดยฮอนเนส ถูกจัดให้เป็นตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิมเนื่องจากตัวนำยิ่งยวดในกลุ่มนี้ส่วนใหญ่เป็นธาตุและสารประกอบที่ให้ค่าอุณหภูมิวิกฤตไม่เกิน 30 K เนื่องจากในช่วง 75 ปีให้หลังมีการค้นพบตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (High- T_c superconductor) ซึ่งให้ค่าอุณหภูมิวิกฤตสูงมากกว่า 35 K ซึ่งเกินขอบเขตของตัวนำยิ่งยวดแบบดั้งเดิม และปัจจุบันตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงเป็นที่สนใจของนักวิจัยทั่วโลกเนื่องจากมีสมบัติที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้งานง่ายกว่าตัวนำยิ่งยวดชนิดอื่น

ในปี ค.ศ.1986 ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงถูกค้นพบโดย เบดเนอร์ช และมุลเลอร์ (Bednorz and Muller, 1986: 189-193) ในสารประกอบ Ba-La-Cu-O ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 30 K และจากการค้นพบนี้ทำให้พวกเขาได้รับรางวัลโนเบลในปี 1988

ในปี ค.ศ.1987 ชูว์ และคณะ (Chu et al., 1987: 908-910) ได้ค้นพบตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูงที่ให้อุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 90 K ในสารประกอบ Y-Ba-Cu-O

หลังจากนั้นก็ได้มีการทดลองเพื่อให้ได้ตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง ซึ่งพบอุณหภูมิวิกฤตสูงถึง 100 K ในสารประกอบบิสมัท (Bismuth) และ 125 K ในสารประกอบแทลเลียม (Thalium) ที่มีคอปเปอร์ออกไซด์ (Copper Oxide) เป็นองค์ประกอบหลัก และเรียกตัวนำยิ่งยวดที่มีอุณหภูมิวิกฤตสูงกว่า 30 K ว่าตัวนำยิ่งยวดอุณหภูมิสูง (High-Temperature superconductor, HTSC) ซึ่งสามารถนำมาใช้ประโยชน์อย่างกว้างขวางเนื่องจากมีอุณหภูมิสูงกว่าจุดเดือดของไนโตรเจนเหลว

1.1.1 ตัวนำยวดยิ่งในธาตุ

การศึกษาตัวนำยวดยิ่งของธาตุต่างในตารางธาตุ ทำให้พบว่าสมบัติการเป็นตัวนำยวดยิ่งสามารถพบได้ในโลหะ โดยโลหะบางชนิดสามารถเป็นตัวนำยวดยิ่งได้ที่ความดันสูง ซึ่งส่วนใหญ่ธาตุจะมีอุณหภูมิวิกฤตไม่เกิน 10 เคลวิน โดยตัวอย่างค่าอุณหภูมิและสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองของตัวนำยวดยิ่งในธาตุแสดงดังตารางที่ 1

ตาราง 1 แสดงค่าอุณหภูมิวิกฤตและสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองของธาตุ

ธาตุ	T_c (K)	H_{c2} (T)
Al	1.175	10.49
Be	3.4087	28.15
Cd	0.517	2.805
Ga	1.0833	5.93
Hg	4.154	41.1
La	4.87	35.0

ที่มา: (Marttienssen; & Warlimont, 2005: 697)

1.1.2 ตัวนำยวดยิ่งในอัลลอย (Alloy)

อัลลอยเป็นสารที่เกิดจากการผสมกันของธาตุตั้งแต่สองชนิดขึ้นไป โดยมีการจัดวางตัวของอะตอมบนแลตทิซที่ไม่สม่ำเสมอ คุณสมบัติวิกฤตที่ได้จะมีค่าไม่แน่นอน อาจมากกว่าธาตุทั้งสอง หรืออยู่ระหว่างธาตุทั้งสอง หรืออาจต่ำกว่าธาตุทั้งสอง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับส่วนผสม โดยตัวอย่างค่าอุณหภูมิวิกฤตและสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองของตัวนำยวดยิ่งในอัลลอยแสดงดังตารางที่ 2

ตาราง 2 แสดงค่าอุณหภูมิวิกฤตและสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองของตัวนำยวดยิ่งในอัลลอย

วัสดุ	T_c (K)	H_{c2} (mT)
Pb-1.6-8.6 % Na	4.2	205-600
Pb-3-5 % Ag	0	82
Pb-25 % Cd	0	135
Pb-5-15 % Hg	4.2	230-900
Pb-2-30 % In	4.2	98-390
Pb-2-50 % Bi	4.2	73-190
Pb-30 % Tl	4.2	280
Pb-12.9-64 % Sn	1.3	110-204
Pb-0.8-40 % Tl	4.2	205-600

ที่มา: (Marttienssen; & Warlimont, 2005: 700)

1.1.3 ตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ

ตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ A-15 กลุ่ม A, B นี้เป็นตัวนำยวดยิ่งแบบดั้งเดิมที่ให้อุณหภูมิวิกฤตที่สูงที่สุด สารกลุ่มนี้ถูกเรียกชื่อตามระบบการแบ่งโครงสร้างผลึก โดยอักษร A แทนธาตุ อักษร B แทนสารประกอบ AB อักษร C แทนสารประกอบ AB_2 อักษร D แทน A_mB_n และจะมีอักษรเพิ่มขึ้นเมื่อสารประกอบมีจำนวนธาตุเพิ่มขึ้น ยกตัวอย่างดังตารางที่ 3

ตาราง 3 แสดงค่าอุณหภูมิวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งในสารประกอบ A-15 บางชนิด

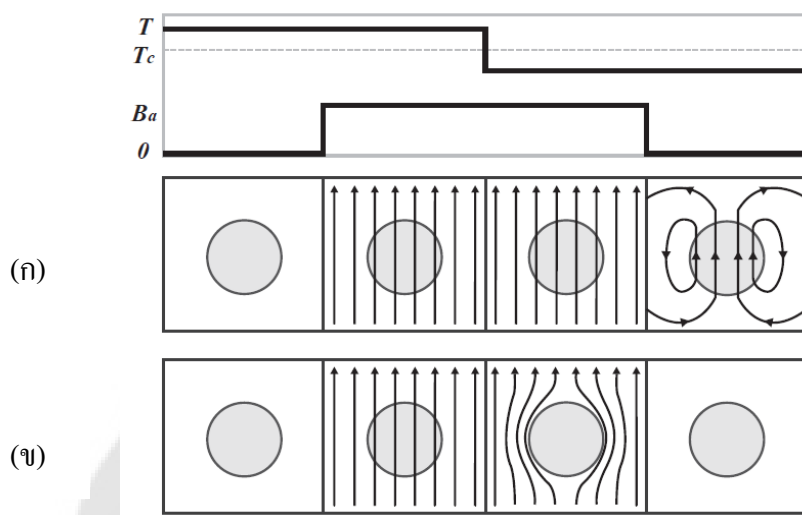
สารประกอบ	T_c (K)
Nb_3Ga	20.3
Nb_3Ge	23.2
Mo_3Tc	15
Ta_3Au	16

ที่มา: (พงษ์แก้ว อุดมสมุทรศิริชัย, 2555: 34)

1.2 สมบัติของสถานะนำยวดยิ่ง

1.2.1 ปรากฏการณ์ไมสเนอร์ (Meissner effect)

ในปี ค.ศ.1933 มีการค้นพบปรากฏการณ์แม่เหล็กที่เป็นสมบัติของตัวนำยวดยิ่งโดยไมสเนอร์และออสเชลเฟลด์ (Khachan and Bosi, 2010: 212)



ภาพประกอบ 4 แสดงพฤติกรรมของเส้นแรงแม่เหล็กที่มีต่อ (ก) ตัวนำสมบรูณ์แบบ (ข) ตัวนำยวดยิ่ง

ที่มา: (Khachan; & Bosi, 2010: 212)

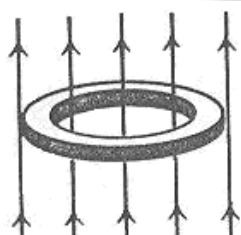
จากภาพประกอบที่ 4 แสดงให้เห็นพฤติกรรมของเส้นแรงแม่เหล็กที่มีต่อตัวนำสมบรูณ์แบบ (Perfect conductor) ดังในภาพ (ก) และตัวนำยวดยิ่ง (Superconductors) ดังในภาพ (ข) เมื่อให้สนามแม่เหล็กจากภายนอกเข้าไป สำหรับตัวนำสมบรูณ์แบบ เส้นแรงแม่เหล็กสามารถพุ่งผ่านเนื้อของสารตัวนำได้ที่อุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิวิกฤต เมื่อลดอุณหภูมิของสารลงจนอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตเส้นแรงแม่เหล็กยังคงพุ่งผ่านเนื้อของสารตัวนำได้แต่ในปริมาณที่น้อยลง และเมื่อนำสนามแม่เหล็กจากภายนอกออกพบว่าจะเกิดกระแสไฟฟ้าไหลวนรอบตัวนำตามกฎของเลนซ์ (Lenz's law) สำหรับตัวนำยวดยิ่งจะแสดงสมบัติเป็นตัวนำปกติที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต พบว่าเส้นแรงแม่เหล็กสามารถพุ่งผ่านเนื้อของสารตัวนำได้เช่นเดียวกับตัวนำสมบรูณ์แบบ แต่เมื่อลดอุณหภูมิจน

คุณสมบัติของสารต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตตัวนำนี้จะแสดงสมบัติตัวนำยิ่งยวดยิ่ง พบว่าเส้นแรงแม่เหล็กไม่สามารถพุ่งผ่านเนื้อของสารตัวนำได้ เรียกปรากฏการณ์นี้ว่าปรากฏการณ์ไมสเนอร์ (Meissner effect) และเมื่อนำสนามแม่เหล็กจากภายนอกออก ตัวนำยิ่งยวดจะไม่มีสนามแม่เหล็กเหลืออยู่ทั้งภายในและภายนอกตัวนำเลย

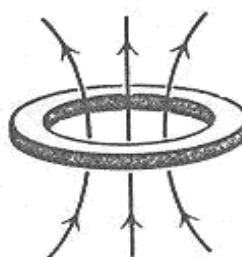
จากปรากฏการณ์นี้ถ้าทำการทดลองในแนวดิ่ง โดยวางตัวนำยิ่งยวดเหนือแม่เหล็กหรือวางแม่เหล็กเหนือตัวนำยิ่งยวด เมื่ออุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤตหรืออยู่ในสถานะนำยิ่งยวด เส้นแรงแม่เหล็กถูกผลักออกมาจากตัวนำยิ่งยวด ทำให้ความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กที่รอบตัวนำยิ่งยวดไม่สม่ำเสมอ จึงเกิดแรงผลักขึ้นระหว่างตัวนำยิ่งยวดกับแม่เหล็ก ถ้าน้ำหนักตัวนำมีน้ำหนักไม่มากสามารถถูกยกลอยขึ้นได้ เรียกว่า การยกตัวด้วยแม่เหล็ก (Magnetic levitation)

1.2.2 ความไม่ต่อเนื่องของฟลักซ์แม่เหล็ก (Flux quantization)

ในปี ค.ศ.1961 มีการค้นพบความไม่ต่อเนื่องของเส้นแรงแม่เหล็กในตัวนำยิ่งยวด (Buckel, 1991: 47) โดยเดเวอร์และแฟร์แบงค์ (Deaver; & Fairbank) โดยนำตัวนำที่ขึ้นรูปเป็นรูปวงแหวนแล้วใส่สนามแม่เหล็กเข้าไป พบว่าในขณะที่อยู่ในสถานะปกติคือให้ค่าอุณหภูมิมีค่ามากกว่าอุณหภูมิวิกฤต เส้นแรงแม่เหล็กจะพุ่งผ่านตัวนำได้ และเมื่อลดอุณหภูมิลงจนอยู่ในสถานะนำยิ่งยวดคือมีค่าอุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต แล้วนำสนามแม่เหล็กที่ใส่เข้าไปออก เส้นแรงแม่เหล็กจะถูกกักอยู่ในวงแหวนของตัวนำยิ่งยวด



(ก) สถานะปกติ $T > T_c$



(ข) สถานะนำยิ่งยวด $T < T_c$

ภาพประกอบ 5 (ก) ฟลักซ์แม่เหล็กของตัวนำยิ่งยวดในสถานะปกติ (ข) ฟลักซ์แม่เหล็กขณะเป็นตัวนำยิ่งยวด

ที่มา: (Fetter; & Walecka, 1995: 416)

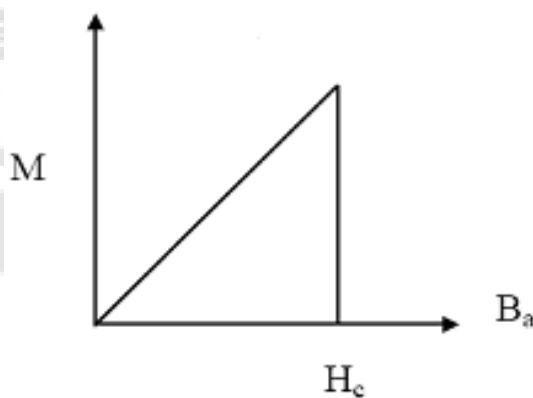
1.2.3 ปรากฏการณ์โจเซฟสัน (Josephon effect)

ปรากฏการณ์โจเซฟสันเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดจากการนำตัวนำยิ่งยวดชนิดกั้นมาประกบกัน โดยมีฉนวนบางๆ คั่นอยู่ตรงกลาง (Kittel, 1991: 289) เมื่อตัวนำยิ่งยวดอยู่ในสถานะนำยิ่งยวดจะแบ่งเป็นปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสตรง และปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสสลับ สำหรับปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสตรง (DC Josephon effect) คือปรากฏการณ์ที่มีไฟฟ้ากระแสตรงไหลผ่านบริเวณรอยต่อ ถึงแม้ว่าจะไม่มีสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กกระทำต่อระบบเลย ส่วนปรากฏการณ์โจเซฟสันกระแสสลับ (AC Josephon effect) ถ้าให้ศักย์ไฟฟ้ากระแสตรงแก่ระบบ จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าวิ่งข้ามรอยต่อสลับไปมาด้วยความถี่สูง

1.3 ชนิดของตัวนำยิ่งยวด

ชนิดของตัวนำยิ่งยวดสามารถแบ่งได้จากสมบัติทางแม่เหล็กโดยแบ่งได้เป็น 2 ชนิด ดังนี้

1.3.1 ตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 1 (Type I superconductors)



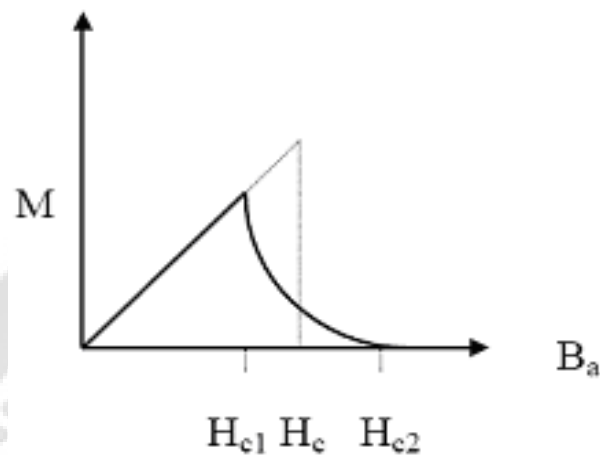
ภาพประกอบ 6 ตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 1

ที่มา: (Buckel, 1991: 115)

เมื่อให้ค่าสนามแม่เหล็กภายนอกน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต (Critical magnetic field : H_c) ตัวนำจะอยู่ในสถานะนำยิ่งยวดและจะแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์อย่างสมบูรณ์ มีพฤติกรรมตามภาพประกอบ 6 โดยที่ M คือโมเมนต์แม่เหล็กต่อปริมาตรหนึ่งหน่วย, B_a คือสนามแม่เหล็ก

ภายนอกที่ใส่เข้าไป มีหน่วยเป็นเวเบอร์ต่อตารางเมตร (Wb/m^2) H_c คือสนามแม่เหล็กวิกฤต มีหน่วยเป็นแอมแปร์ต่อเมตร (A/m)

1.3.2 ตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 2 (Type II superconductors)

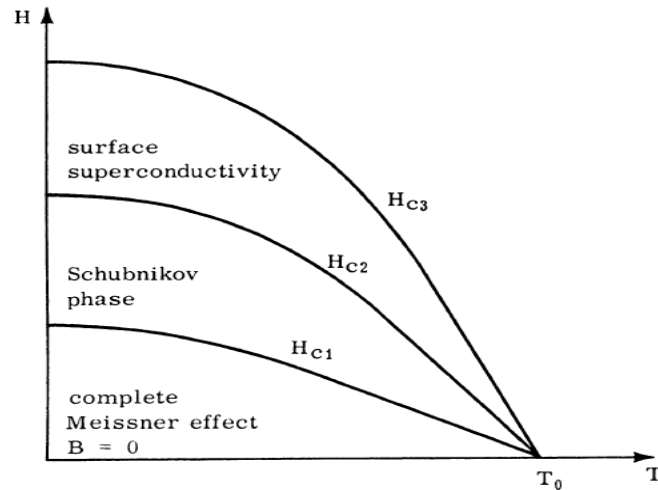


ภาพประกอบ 7 ตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 2

ที่มา: (Buckel, 1991: 137)

ตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 2 นี้ให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต 2 ค่า คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (Lower critical magnetic field : H_{c1}) และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (Upper critical magnetic field : H_{c2}) เมื่อให้สนามแม่เหล็กจากภายนอกเข้าไปแล้วมีค่าน้อยกว่า H_{c1} ตัวนำยิ่งยวดจะมีสภาพเป็นตัวนำยิ่งยวดอย่างสมบูรณ์ เมื่อสนามแม่เหล็กจากภายนอกที่ให้เข้าไปมีค่ามากกว่า H_{c1} แต่น้อยกว่า H_{c2} ตัวนำยิ่งยวดนี้จะแสดงปรากฏการณ์ไมสเนอร์ไม่สมบูรณ์ ทำให้มีเส้นแรงแม่เหล็กบางส่วนสามารถพุ่งผ่านบริเวณนี้ได้ และเมื่อสนามแม่เหล็กจากภายนอกมีค่ามากกว่า H_{c2} ตัวนำยิ่งยวดนี้จะเปลี่ยนสภาพเป็นตัวนำปกติ แสดงดังภาพประกอบที่ 7

1.4 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่ง (Surface critical magnetic field)



ภาพประกอบ 8 แสดงพฤติกรรมของสนามแม่เหล็กวิกฤตต่างๆ H_{c1} , H_{c2} และ H_{c3}

ซึ่งเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ

ที่มา: (Ramon; & Iglesias, 1998: 69)

เมื่อให้สนามแม่เหล็กภายนอกมากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองแล้วยังคงมีสถานะนำยวดยิ่งบ้างบริเวณผิวเรียกว่า สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (Surface critical magnetic field) หรือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 3 (Third critical field, H_{c3}) ซึ่งในปี ค.ศ. 1963 เจมส์ และเจเนนส (James; & Jennes, 1963: 306) ได้อธิบายถึงค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตบริเวณผิว โดยอธิบายว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตนี้มีค่าเป็น สัดส่วนกับสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 $H_{c3} = 1.69H_{c2}$

เฟสชับนิคอฟ (Shubnikov phase) เป็นเฟสที่อยู่บริเวณ $H_{c1} < H < H_{c2}$ ซึ่งเป็นสถานะผสมระหว่างสถานะนำยวดยิ่งกับสถานะปกติของตัวนำ เส้นแรงแม่เหล็กสามารถพุ่งผ่านบริเวณนี้ได้บางส่วนและมีเฉพาะในตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2

1.5 ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก (Magnetic superconductors) คือตัวนำยวดยิ่งที่มีสมบัติเป็นตัวนำยวดยิ่งและมีสมบัติทางแม่เหล็ก ตัวนำยวดยิ่งแบบนี้สามารถเกิดขึ้นได้เมื่อตัวนำยวดยิ่งถูกเจือด้วยสารเจือแบบแม่เหล็ก จะมีผลทำให้เกิดสภาพความเป็นแม่เหล็กในโครงสร้างขึ้น แต่เนื่องจากแม่เหล็กมีผลทำลายสภาพนำยวดยิ่งได้ ดังนั้นจะทำให้อุณหภูมิวิกฤตมีค่าน้อยลง และจากการทดลองสารตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กบางชนิดพบว่า ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิวิกฤต สารจะอยู่ในสถานะที่มีสภาพนำยวดยิ่งร่วมกับสภาพแม่เหล็กเฟอร์โร เช่น $ErRh_4B_4$, $HoMo_6S_8$ เป็นต้น และสถานะนำยวดยิ่งร่วมกับสภาพแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร เช่น $ErMo_6S_8$, $SmRh_4B_4$ เป็นต้น ซึ่งในภาพประกอบที่ 12 แสดงตัวอย่างของค่าอุณหภูมิวิกฤตและสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งที่เป็นสารประกอบของธาตุที่มีความเป็นแม่เหล็ก

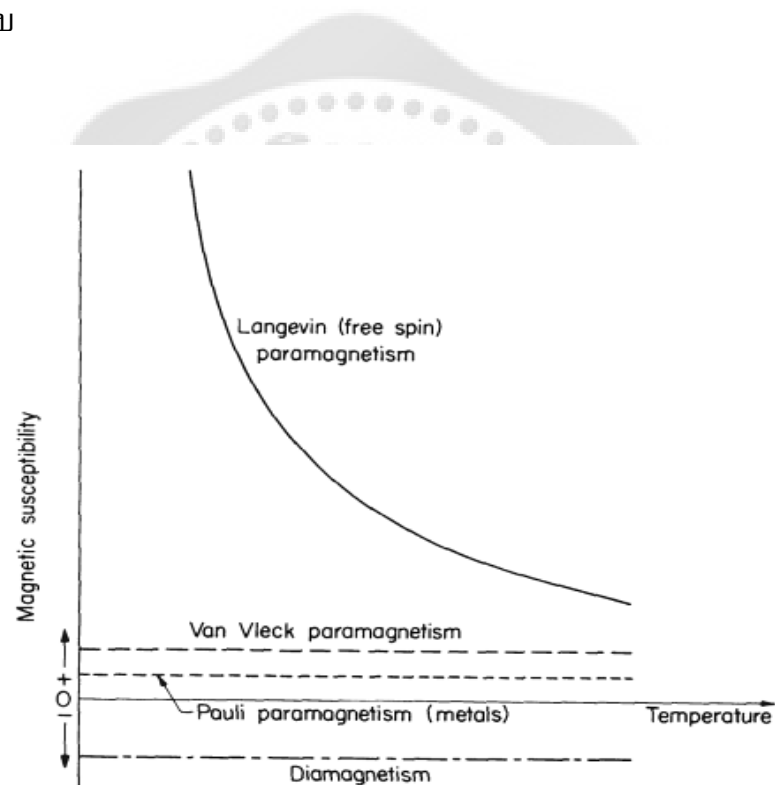
ตาราง 4 แสดงค่าอุณหภูมิวิกฤตและสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองของสารตัวนำยวดยิ่ง

ตัวนำยวดยิ่งแบบผลึก	T_c (K)	H_c (T)
$La_{2-x}Sr_xCuO_4$	38	≥ 80
$YBa_2Cu_3O_7$	92	≥ 150
$Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$	110	≥ 250
$TlBa_2Ca_2Cu_3O_9$	110	≥ 100
$Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$	125	≥ 150
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$	133	≥ 150

ที่มา: (Bolonkin, 2008: 427-438)

1.5.1 สารแม่เหล็กพารา สารแม่เหล็กไดอา และสารแม่เหล็กเฟอร์โร

วัสดุที่มีสมบัติแม่เหล็กพารา (paramagnetic) คือวัสดุซึ่งมีโมเมนต์แม่เหล็กรวมเป็นศูนย์ วัสดุที่มีสมบัติแม่เหล็ก ไดอา (diamagnetic) เมื่อให้สนามแม่เหล็กจากภายนอก (H) โมเมนต์แม่เหล็กจะเรียงตัวเป็นระเบียบในทิศตรงกันข้ามกับสนามแม่เหล็ก และวัสดุที่มีสมบัติแม่เหล็กเฟอร์โร (ferromagnetic) โมเมนต์แม่เหล็กจะเรียงตัวเป็นระเบียบอยู่ในแต่ละโดเมน (Domain wall) เมื่อให้สนามแม่เหล็กจากภายนอก โมเมนต์แม่เหล็กของทุกโดเมนจะมีทิศเดียวกับสนามแม่เหล็ก ซึ่งค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก (magnetic susceptibility) ของสภาพแม่เหล็กต่างๆ มีค่า $\chi > 0$, $\chi < 0$ และ $\chi \gg 0$ ตามลำดับ



ภาพประกอบ 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ (T) และค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก (χ) ของวัสดุซึ่งมีสมบัติแม่เหล็กพาราและแม่เหล็กไดอา

ที่มา: (Kittel, 2005: 298)

1.5.2 ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก (magnetic susceptibility, χ)

เมื่อวัสดุวางอยู่ในสนามแม่เหล็ก (H) ค่าความเป็นแม่เหล็ก (Magnetization, M) จะถูกเหนี่ยวนำให้เกิดขึ้นตามความสัมพันธ์

$$M = \chi H$$

เมื่อ H คือสนามแม่เหล็กภายนอก M คือโมเมนต์แม่เหล็กต่อปริมาตรหนึ่งหน่วย χ คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก โดยตัวอย่างค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กบางธาตุมีค่าดังตารางที่ 5

ตาราง 5 ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของธาตุต่างๆที่มีสมบัติแม่เหล็กไดอะแม่เหล็กพารา และแม่เหล็กเฟอร์โร

ธาตุ	χ
Al	$+2.1 \times 10^{-5}$
H	-0.22×10^{-8}
Cu	-0.96×10^{-5}
O	$+190 \times 10^{-8}$
Bi	-16.5×10^{-5}
Pb	-2.3×10^{-5}
Ag	-2.4×10^{-5}
Au	-3.0×10^{-5}

ที่มา: (พิเชษฐ และ สุปानी, 2543: 364)

1.6 ความมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก โดยใช้ทฤษฎี กิ้นซ์เบิร์กแลนดาว
2. เพื่อศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

1.7 ความสำคัญของการวิจัย

สามารถอธิบายสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กได้

1.8 ขอบเขตของการวิจัย

สามารถหาสมการของค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวในตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก โดยใช้ทฤษฎีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวได้

1.9 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย

1. สามารถนำผลการคำนวณสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่ได้ มาอธิบายผลการทดลองของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กได้
2. เพิ่มความเข้าใจในสมบัติทางแม่เหล็กของตัวนำวดยิ่งมากยิ่งขึ้น

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวเป็นทฤษฎีแบบปรากฏการณ์ (Phenomenological) ถูกนำเสนอโดยกินซ์เบิร์กและแลนดาว โดยพิจารณาถึงพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่ง สามารถเขียนกระจายอยู่ในเทอมของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ (order parameter, ψ) ร่วมกับพลังงานอิสระในสถานะปกติ ดังสมการ

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \dots \quad (1)$$

เมื่อ f_s คือความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่ง f_n คือความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะปกติ ในขณะที่ a, b เป็นค่าคงที่ และ ψ คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ ซึ่งจะมีค่าเป็นศูนย์ที่สถานะปกติและมีค่าจำกัดในสถานะนำยวดยิ่ง

$$|\psi|^2 = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad T > T_c$$

$$|\psi|^2 = \text{ค่าคงที่} \quad \text{เมื่อ} \quad T < T_c$$

โดย $|\psi|^2$ คือความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนในสภานำยวดยิ่ง และในทฤษฎีนี้ได้นำเทอมพลังงานจลน์รวมไว้ในสมการของความหนาแน่นพลังงานอิสระ ซึ่งเทอมพลังงานจลน์คือ $\frac{1}{2m^*} | -i\hbar \nabla \psi |^2$ โดย $m^* = 2m$ เป็นมวลยังผลในสถานะนำยวดยิ่ง และเป็นอนุภาคที่เป็นคูเปอร์ซึ่งเป็นกลไกหลักของการเกิดสภานำยวดยิ่ง และเมื่อตัวนำยวดยิ่งอยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กภายนอก จะแสดงให้เห็นถึงสนามแม่เหล็กภายใน $h(r)$ ที่เกิดขึ้นในเทอมของศักย์เวกเตอร์ (vector potential, $\vec{A}(r)$) คือ $\vec{h} = \nabla \times \vec{A}$ ทำให้ $\hat{H} = \frac{1}{2m^*} (-i\hbar \nabla + \frac{q}{c} \vec{A})^2$ ซึ่งเป็นแฮมิลโทเนียนของอนุภาคที่มีประจุ q ในสนามแม่เหล็ก และทำให้เขียนเทอมพลังงานจลน์ใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{2m^*} \left| (-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A})\psi \right|^2 \text{ โดย } e^* = 2e \text{ เป็นประจุยังผล}$$

ดังนั้นความหนาแน่นพลังงานอิสระในสถานะนำยวดยิ่งที่อยู่ในสนามแม่เหล็ก สามารถเขียนได้เป็น

$$f_s = f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| (-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A})\psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \quad (2)$$

โดย $\frac{h^2}{8\pi}$ คือความหนาแน่นพลังงานของสนามแม่เหล็ก และจากสมการที่ (2) พลังงานอิสระทั้งหมด

ของระบบหาได้จากการคิดผลรวมของพลังงานอิสระทั่วทั้งก้อนของตัวนำและจาก $F_s = \int d\bar{r} f_s(\bar{r})$

สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$F_s = \int d\bar{r} \left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| (-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A})\psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \right] \quad (3)$$

จากสมการที่ (3) ได้ทำการคำนวณและจัดรูปสมการเพื่อลดรูปเป็นสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 และที่ 2 สำหรับสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ถูกเขียนให้อยู่ในรูป

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi + a\psi + b|\psi|^2 \psi \quad (4)$$

โดยสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 นี้มาจากการแปรค่าสมการความหนาแน่นพลังงานอิสระในสมการที่สมการที่ (4) เทียบกับ ψ^* เพื่อให้ระบบมีค่าพลังงานรวมที่ต่ำที่สุดที่สภาวะสมดุล ซึ่งระบบจะมีความ

เสถียรมากที่สุดและจะได้ว่า $\partial F_s = 0$ หรือ $\frac{\partial F_s}{\partial \psi^*} = 0$ และจาก $\partial F_s = \int d\bar{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \partial \psi^*$ สามารถ

เขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\int d\bar{r} \frac{\partial f_s}{\partial \psi^*} \partial \psi^* = \int d\bar{r} \left[f_n + a|\psi|^2 + \frac{1}{2}b|\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| (-i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c} \bar{A})\psi \right|^2 + \frac{h^2}{8\pi} \right] \quad (5)$$

จัดรูปเทอมพลังงานจลน์จากสมการที่ (5) โดยพิจารณาจากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ (divergence theorem)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m^*} \int \left| \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 \\ &= \frac{1}{2m^*} \int d\vec{r} \left[\hbar^2 \vec{\nabla} \psi^* \cdot \vec{\nabla} \psi + i\hbar \frac{e^*}{c} \vec{A} \psi \cdot \vec{\nabla} \psi^* - i\hbar \frac{e^*}{c} \vec{A} \psi^* \cdot \vec{\nabla} \psi + \frac{e^{*2}}{c^2} A^2 |\psi|^2 \right] \end{aligned} \quad (6)$$

จากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ $\int_V d\vec{r} \vec{\nabla} \cdot \vec{P} = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$; เมื่อ s คือผิวปิดที่ล้อมรอบปริมาตร v และ $d\vec{s}$ คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวปิด s ซึ่งกำหนดให้ $\vec{P} = f\vec{Q}$ เมื่อ f เป็นปริมาณสเกลาร์ และ \vec{P}, \vec{Q} เป็นปริมาณเวกเตอร์ $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = \vec{\nabla} \cdot f\vec{Q} = f\vec{\nabla} \cdot \vec{Q} + \vec{Q} \cdot \vec{\nabla} f$ และจากทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์จะได้ว่า

$$\int_V d\vec{r} f\vec{\nabla} \cdot \vec{Q} + \int_V d\vec{r} \vec{Q} \cdot \vec{\nabla} f = \oint_S f\vec{Q} \cdot d\vec{s} \quad (7)$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \vec{\nabla} \psi$

$$\int_V d\vec{r} \psi^* \nabla^2 \psi + \int_V d\vec{r} \vec{\nabla} \psi \cdot \vec{\nabla} \psi^* = \oint_S \psi^* \vec{\nabla} \psi \cdot d\vec{s} \quad (8)$$

ถ้า $f = \psi^*$ และ $\vec{Q} = \vec{A} \psi$

$$\int_V d\vec{r} \psi^* \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \psi + \int_V d\vec{r} \vec{A} \psi \cdot \vec{\nabla} \psi^* = \oint_S \psi^* \vec{A} \psi \cdot d\vec{s} \quad (9)$$

แทนสมการที่ (8) และ (9) ลงในสมการที่ (7) และเนื่องจาก

$$\left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 = -\hbar^2 \nabla^2 - \frac{i\hbar e^*}{c} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} - \frac{i\hbar e^*}{c} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + \frac{e^{*2}}{c^2} A^2$$

สามารถเขียนสมการ (8) ใหม่ได้

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2m^*} \int \left| \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 d\vec{r} \\ &= \frac{1}{2m^*} \int_V d\vec{r} \left[\psi^* \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi \right] + \frac{i\hbar}{2m^*} \oint_S \left[\psi^* \left(-i\hbar \vec{\nabla} + \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right] \cdot d\vec{s} \end{aligned} \quad (10)$$

จากเงื่อนไขพื้นที่ผิว (surface condition) $\hat{n} \cdot \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right) \psi = 0$ สำหรับทุกๆจุดบนผิวของตัวนำยวดยิ่งกับเวกเตอร์ปกติ (\hat{n}) ดังนั้นสมการการแปรค่าเทียบกับ ψ^* ได้เป็น

$$\frac{df_s}{d\psi^*} = 0 = a\psi + b|\psi|^2\psi + \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \bar{\nabla} + \frac{e^*}{c} \bar{A} \right)^2 \psi \quad (11)$$

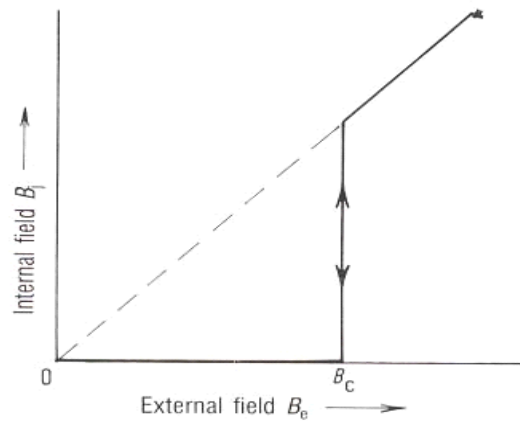
และจัดรูปใหม่ได้เป็นสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ดังสมการที่ (4)

จากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาว ได้มีผู้นำไปใช้อย่างกว้างขวางเพื่อนำไปใช้อธิบายสมบัติของตัวนำยวดยิ่งในสนามแม่เหล็ก เช่น สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (H_{c1}) สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (H_{c2}) และเป็นงานที่ได้รับการพัฒนาโดยอะบริโคซอฟ ในปี 1957 (Abrikosov, 1957: 1174-1182) ได้กำหนดตัวแปร κ โดย $\kappa = \frac{\xi}{\lambda_L}$ เมื่อ ξ คือความยาวอาพันธ์ของคูคูเปอร์ และ λ_L คือความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน ซึ่งเป็นเงื่อนไขสำหรับการแบ่งตัวนำยวดยิ่งเป็นชนิดที่ 1 และตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 โดย

$$\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1}$$

$$\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{สำหรับตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2}$$

2.2 ตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 1



ภาพประกอบ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (B_e) และสนามแม่เหล็กภายใน (B_i) ที่อุณหภูมิคงตัว

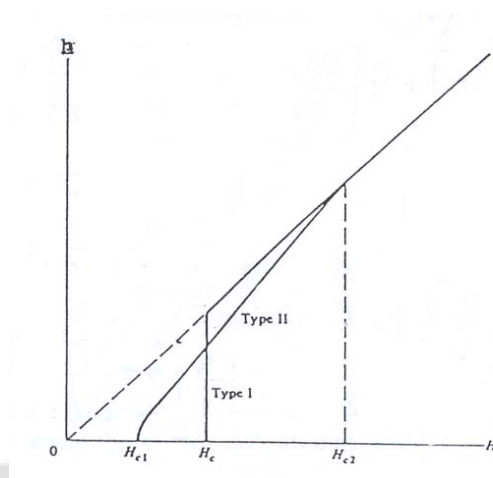
ที่มา: (Buckel, 1991: 115)

สำหรับตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 1 จากทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว จะให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤต 1 ค่า ซึ่งสมการของสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำวดยิ่งชนิดที่ 1 คือ

$$H_c^2 = \frac{4\pi a^2}{b} \quad (12)$$

โดยเริ่มพิจารณาตัวแปรบอกความเป็นระเบียบในรูปสมการ $\psi = \psi e^{i\phi}$ เมื่อ ϕ คือเฟสของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ และเมื่อพิจารณาภาพที่ 10 พบว่าตัวนำจะอยู่ในสถานะนำปกติเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต และอยู่ในสถานะนำวดยิ่งเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤต ซึ่งที่สถานะนำวดยิ่งสนามแม่เหล็กภายในจะมีค่าเป็นศูนย์ ทำให้เกิดปรากฏการณ์ไมสเนอร์อย่างสมบูรณ์ คือเส้นแรงแม่เหล็กไม่สามารถพุ่งผ่านเนื้อของสารตัวนำวดยิ่งได้

2.3 ตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2



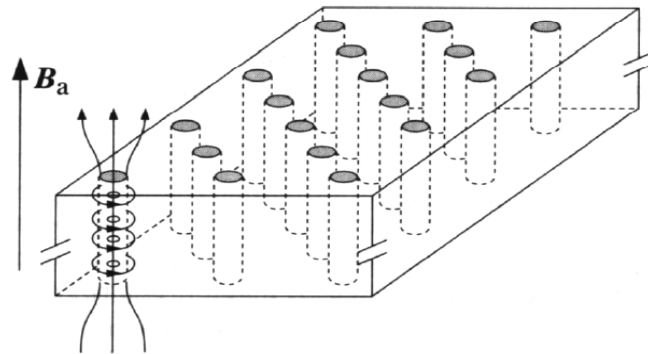
ภาพประกอบ 11 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสนามแม่เหล็กภายนอก (H) และสนามแม่เหล็กภายใน (h) ระหว่างตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 1 และตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 2

ที่มา: (Buckel, 1991: 138)

สำหรับตัวนำยวดยิ่งประเภทที่ 2 จากทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว จะให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตสองค่า คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 (H_{c1}) และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 (H_{c2}) และเมื่อพิจารณาภาพที่ 11 พบว่าตัวนำจะอยู่ในสถานะปกติเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ตัวนำจะอยู่ในสถานะนำยวดยิ่งเมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าน้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 ตัวนำจะแสดงปรากฏการณ์ไมเนอส์อย่างสมบูรณ์ ($\bar{h} = 0$) และตัวนำจะอยู่ในสถานะผสมระหว่างการนำแบบยวดยิ่งและการนำแบบปกติ เมื่อสนามแม่เหล็กภายนอกมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 แต่น้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 โดยเส้นแรงแม่เหล็กสามารถพุ่งผ่านบริเวณนี้ได้บางส่วนและมีการเรียงตัวของเส้นแรงแปรูปสามเหลี่ยม เรียกบริเวณนี้ว่าเฟสชับนิคอฟ (Shubnikov phase)

เฟสชับนิคอฟ (Shubnikov phase)

การสาคิดโครงสร้างของสนามแม่เหล็กในเฟสชับนิคอฟ (Shubnikov phase) เกิดขึ้นครั้งแรกในปี 1964 โดยกลุ่มศูนย์วิจัยนิวเคลียร์ซาเคลย์ (Buckel, 1991: 144)



ภาพประกอบ 12 แสดงโครงสร้างของสนามแม่เหล็กในเฟสชับนิคอฟ

ที่มา: (Buckel, 1991: 144)

จากภาพประกอบที่ 12 แสดงให้เห็นถึงโครงสร้างของเฟสชับนิคอฟ (Shubnikov phase) โดยตัวนำยิ่งยวดจะผ่านต่อเล็ก ๆ ของเส้นแรงแม่เหล็ก โดยจะเห็นว่าฟลักซ์ควอนตัมแต่ละท่อนั้นถูกวางเรียงในลักษณะสามเหลี่ยมด้านเท่า จัดเป็นโครงสร้างในอุดมคติ เฟสนี้เกิดขึ้นในตัวนำยิ่งยวดชนิดที่ 2 ในบริเวณที่ค่าสนามแม่เหล็กภายนอกมากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 แต่น้อยกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 โดยฟลักซ์ควอนตัมแต่ละแท่งนั้นถูกสร้างขึ้นจากระบบที่กระแสไหลเป็นวง (ring currents) มีลักษณะเป็นท่อฟลักซ์ดังภาพ ซึ่งกระแสเหล่านี้และสนามแม่เหล็กภายนอกทำให้เกิดสนามแม่เหล็กผ่านท่อเรียกว่าฟลักซ์วอร์ทีกซ์ (vortices flux) และเมื่อสนามแม่เหล็กจากภายนอกมีค่าเพิ่มขึ้นระยะห่างระหว่างหลอดฟลักซ์จะเล็กลง

2.3.1 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1

สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 พิจารณากรณีที่ $H_{c1} < H < H_{c2}$ และพิจารณาฟลักซ์แม่เหล็กซึ่งไม่สม่ำเสมอแต่ถูกต้องอยู่กับที่และมีการแทรกซึมอย่างสมมาตร กำหนดให้ฟลักซ์แม่เหล็กอยู่ในแนวแกน z ซึ่งถ้าฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านเนื้อตัวนำยิ่งยวดมีค่าสม่ำเสมอ จะได้ว่า $\psi = 0$ สำหรับทุกๆตำแหน่งของฟลักซ์แม่เหล็ก โดยค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 มีค่าเป็น

$$H_{c1} \approx \frac{1}{2} \frac{hc}{e^* \lambda^2} \ln K \quad (13)$$

เมื่อ K ถูกเรียกว่าค่ากิ้นซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ มีค่าเป็นส่วนหนึ่งของค่าความลึกซาบซึ่มได้ของลอนดอน (λ_L) ต่อความยาวอาพันธ์ (ξ)

2.3.2 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2

สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 พิจารณากรณีที่ H มีค่าคงตัว และมีทิศทางอยู่ในแกน z ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตดังนี้

$$H = \frac{2m^*c}{(2n+1)\hbar e^*} |a| \quad (14)$$

ในการพิจารณาค่า H_{c2} จะต้องพิจารณาค่าที่มากที่สุด ซึ่ง $n=0$ ทำให้ได้สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ดังนี้

$$H_{c2} = \frac{2m^*c}{\hbar e^*} |a| \quad (15)$$

2.4 สนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองแบบสองแถบพลังงาน

การคำนวณสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน พิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระ (Askerzade et al, 2002: 17-20 and Doh et al, 1999: 5350-5353)

$$F_{sc} = \int d^3r \left(F_1 + F_{12} + F_2 + \frac{H^2}{8\pi} \right) \quad (16)$$

เมื่อ

$$F_i = \frac{\hbar^2}{4m_i} \left| \left(\vec{\nabla} - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_i \right|^2 + a_i(T) \psi_i^2 + \frac{b_i \psi_i^4}{2} \quad (17)$$

และ

$$F_{12} = \varepsilon (\psi_1^* \psi_2 + c.c.) + \varepsilon_1 \left\{ \left(\vec{\nabla} + \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_1^* \left(\vec{\nabla} - \frac{2\pi i \vec{A}}{\phi_0} \right) \psi_2 + c.c. \right\} \quad (18)$$

เมื่อ F_i คือความหนาแน่นพลังงานอิสระของแต่ละแถบพลังงาน F_{12} คือความหนาแน่นพลังงานอิสระที่เกิดจากอันตรกิริยาระหว่างแถบพลังงานที่ 1 และ 2 $c.c.$ คือเทอมคอนจูเกตของเทอมด้านหน้า m_i คือมวลยังผลในแต่ละแถบพลังงาน a, b เป็นค่าคงที่ H คือสนามแม่เหล็กภายนอก \bar{A} คือศักย์เวกเตอร์ ϕ_0 คือฟลักซ์แม่เหล็กควอนตัม ε คือตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ และ ε_1 คืออนุพันธ์ของตัวแปรที่แสดงอันตรกิริยาของค่าตัวแปรที่บอกความเป็นระเบียบ

$$\text{แปรค่าความหนาแน่นพลังงานอิสระเทียบกับ } \psi_1^* \text{ และ } \psi_2^* \text{ จะได้ } \frac{\partial F}{\partial \psi_1^*} = 0 \text{ และ } \frac{\partial F}{\partial \psi_2^*} = 0$$

กำหนด $\psi_1 = \lambda_1 e^{\frac{ax^2}{2}}$ และ $\psi_2 = \lambda_2 e^{\frac{bx^2}{2}}$ เนื่องจากปัญหาที่พิจารณาใกล้เคียงกับปัญหาการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายซึ่งสามารถคำนวณหาค่า H_{c2} โดยพิจารณาพลังงานที่ต่ำที่สุดจากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ซึ่งมีสองสมการดังนี้

$$\frac{-\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 + \alpha_1(T) \psi_1 + \varepsilon \psi_2 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 = 0 \quad (19)$$

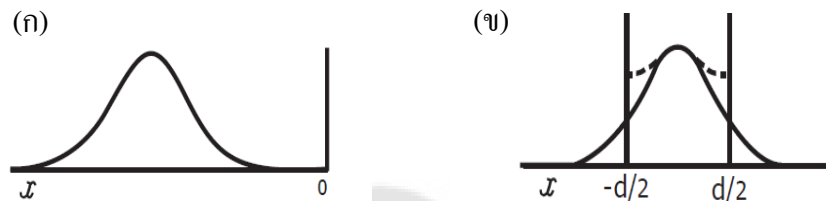
$$\frac{-\hbar^2}{4m_1} \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_2 + \alpha_2(T) \psi_2 + \varepsilon \psi_1 + \varepsilon_1 \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2} \right) \psi_1 = 0 \quad (20)$$

กำหนดศักย์เวกเตอร์ $\bar{A} = (0, Hx, 0)$ เมื่อ $l_s = \frac{\hbar c}{2He}$ จากนั้นจัดรูปให้อยู่ในรูปเมตริกซ์แล้วหาค่าไอเกนโดยให้ค่าดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์ของสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์ แล้วใช้การกระจายทวินาม (Binomial series) ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานตามสมการ

$$H_{c2} \cong \frac{(\alpha_1 \alpha_2 - \varepsilon^2)}{\left((\alpha_1 + \alpha_2) \frac{\hbar c}{2mc} + \frac{4\varepsilon \varepsilon_1 e}{\hbar c} \right)} \quad (21)$$

โดยค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 แบบสองแถบพลังงานนี้สามารถลดรูปสู่สมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตแบบแถบพลังงานเดียวได้ (อาภาพงศ์ ชั่งจันทร์, 2548: 49)

2.5 สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่ง (surface critical field; H_{c3})



ภาพประกอบ 13 แสดงการเกิดนิวเคลียสของการนำยวดยิ่งใน ก) ตัวอย่างที่มีลักษณะเป็นก้อน และ ข) ฟิล์มบาง

ที่มา: (Abrikosov, 1964: 481)

การศึกษาสถานะนำยวดยิ่งที่ผิวของตัวนำยวดยิ่งในงานวิจัยของเจมส์และเจนเนสในปี 1963 (James and Jennes, 1963: 306) พบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งจะมีค่ามากกว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบเป็นก้อน จากการศึกษาใช้สมการกินซ์เบิร์กแลนดาว โดยพบว่าฟังก์ชันคลื่นจะสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบของสมการ $\psi_0 = e^{-\frac{k^2 x^2}{2\delta^2}}$ เมื่อ k และ δ เป็นค่าคงตัว สำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบเป็นก้อนจะมีค่าตำแหน่ง $x = 0$ ที่อยู่ไกลมากจากขอบเขตของตัวนำยวดยิ่งดังภาพประกอบที่ 13 (ก) แต่สำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบฟิล์มบาง จะมีตำแหน่ง $x = 0$ ที่อยู่ในขอบเขตของแผ่นตัวนำยวดยิ่งดังภาพประกอบที่ 13 (ข) และสามารถคำนวณหาสนามแม่เหล็กวิกฤตในฟิล์มบางโดยพิจารณาจากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาว (Abrikosov, 1964: 485)

$$\frac{1}{4m} \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + \tau\alpha\psi + b|\psi|^2\psi = 0 \quad (22)$$

พิจารณาใน 1 มิติ สามารถลดรูปสมการได้เป็น

$$\frac{1}{\chi^2} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \psi(1 - A^2) = 0 \quad (23)$$

โดย A คือศักย์เวกเตอร์ และ ψ คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ เมื่อ $\frac{d^2A}{dx^2} = 0$ และกำหนดศักย์เวกเตอร์ $\vec{A} = H_0(x - x_0)$ จะได้สมการ

$$-\frac{d^2\psi}{dx^2} + \chi^2 H_0^2 (x - x_0)^2 \psi = \chi^2 \psi \quad (24)$$

จัดรูปสมการใหม่โดยกำหนดให้ $\zeta = (\chi H_0)^{1/2} x$ $\zeta_0 = (\chi H_0)^{1/2} x_0$ และ $\beta = \frac{\chi}{H_0}$ ทำให้ได้สมการ

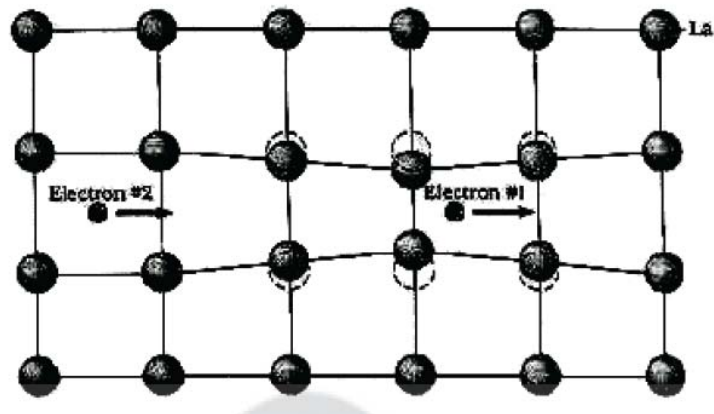
$$-\frac{d^2\psi}{d\zeta^2} + (\zeta - \zeta_0)^2 \psi = \beta \psi \quad (25)$$

จากสมการที่ (25) นำมาแก้ปัญหาโดยการแปรค่าทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวดังนี้

$$H_0 = 1.66 \chi \quad (26)$$

2.6 ทฤษฎีบีซีเอส (BCS Theory)

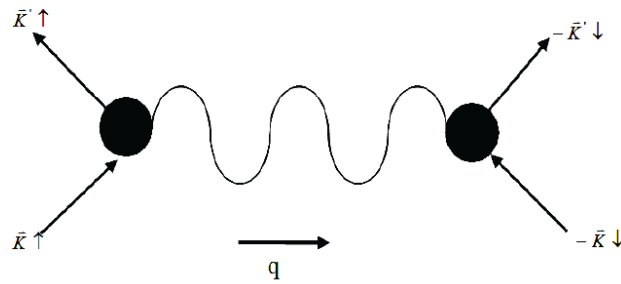
ในปี ค.ศ. 1957 บาร์ดีน คูเปอร์ และชริฟเฟอร์ (Bardeen cooper; & schripher, 1957: 1175-1204) ได้เสนอทฤษฎีบีซีเอส โดยทฤษฎีนี้ใช้อธิบายสมบัติและสาเหตุการเกิดสภาพนำยวดยิ่งได้ดีที่สุดในปัจจุบัน ทฤษฎีบีซีเอสได้อธิบายกลไกการเกิดสภาพนำยวดยิ่งซึ่งเกิดจากการจับคู่ของอิเล็กตรอน เรียกว่า คู่คูเปอร์ (Cooper paira) โดยเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ (Lattice) จะทำอันตรกิริยากับแลตทิซ ทำให้แลตทิซมีการเสียรูปทรง (นิตินิยมศิลป์ชัย, 2556: 27) ดังภาพประกอบที่ 14



ภาพประกอบ 14 แสดงการเลี้ยวรูปทรงของแลตทิซเมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าไปในแลตทิซ

ที่มา: (Tsuei and Kirtley, 1996: 6)

อันตรกิริยาทางไฟฟ้าจะเกิดขึ้นเมื่ออิเล็กตรอนตัวหนึ่งเคลื่อนผ่านเข้าไประหว่างกลุ่มไอออนที่มีประจุบวก และอิเล็กตรอนตัวนี้จะดึงดูดไอออนบวกในบริเวณรอบๆ ให้เคลื่อนที่เข้ามาใกล้ ทำให้บริเวณรอบๆ อิเล็กตรอนตัวนี้มีความหนาแน่นของไอออนบวกเพิ่มขึ้น ทำให้มีผลกระทบต่ออิเล็กตรอนอีกตัวที่อยู่ใกล้บริเวณนั้น โดยอิเล็กตรอนจะถูกกลุ่มไอออนบวกดึงดูดเข้าใกล้กัน ทำให้ดูเหมือนอิเล็กตรอนตัวแรกดึงดูดอิเล็กตรอนตัวหลัง จึงเสมือนว่ามีแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนเกิดขึ้น แต่ทั้งนี้อันตรกิริยาแบบดึงดูดมีค่าสูงกว่าอันตรกิริยาผลักแบบคูลอมบ์ระหว่างคูคูเปอร์ ที่มาจับคู่กันในบริเวณใกล้ผิวเฟอร์มี (Fermi surface, E_F) กล่าวคือ ต้องมีพลังงานอยู่ระหว่าง $E_F - \omega_D$ ถึง $E_F + \omega_D$ เมื่อ ω_D คือความถี่เดอบาย คูคูเปอร์นี้จะสามารถเกิดขึ้นได้ต้องประกอบด้วยอิเล็กตรอนสองตัวที่มีขนาดโมเมนตัมเท่ากัน แต่มีสปินตรงข้ามกัน โดยระยะห่างระหว่างอิเล็กตรอนคู่หนึ่งๆ เรียกว่าความยาวอาพันธ์ แต่ที่อุณหภูมิสูงๆ ไอออนบวกในแลตทิซมีการสั่นเนื่องจากอิทธิพลของความร้อนมากทำให้อันตรกิริยาผลักแบบคูลอมบ์มีค่ามากกว่าอันตรกิริยาดึงดูดอิเล็กตรอนจึงไม่สามารถจับคู่กันได้ ในกลศาสตร์ควอนตัมการสั่นของไอออนในแลตทิซมีลักษณะเป็นคลื่น โดยมีพลังงานเป็นช่วงๆ ไม่ต่อเนื่อง เรียกว่าโฟนอน เขียนแทนอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอนดังภาพประกอบที่ 15



ภาพประกอบ 15 แสดงอันตรกิริยาดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนโดยอาศัยคลื่นแลตทิซที่เรียกว่าโฟนอน

ที่มา: (Buckel, 1991: 35)

2.7 ช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส

นอกจากนี้ตัวนำวยังยังมีสมบัติที่แตกต่างจากตัวนำปกติอีกประการหนึ่งคือ เมื่อสารตัวนำปกติกลายเป็นตัวนำวยังจะมีช่องว่างพลังงาน (Energy gap, E_p) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2Δ เกิดขึ้นที่ผิวเฟอร์มี ช่องว่างนี้เกิดจากการที่อิเล็กตรอนสองตัวจับคู่กันเพื่อทำให้พลังงานของคู่ลดลง การที่เรียกช่องว่างพลังงานเนื่องจากจะไม่มีอิเล็กตรอนตัวใดที่มีพลังงานอยู่ในระหว่างช่องว่างพลังงานนั้น พลังงานภายนอกใดๆที่สามารถกระตุ้นอิเล็กตรอนได้ต้องมีค่ามากกว่า 2Δ จึงจะสามารถทำลายสภาพนำวยังได้ (นิตินิยมศิลป์ชัย, 2556: 27)

2.7.1 แบบช่องว่างพลังงานเดียว

การพิจารณาช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิต่างๆจะใช้สมการช่องว่างพลังงานตามทฤษฎีบีซีเอส ดังนี้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}}{2T}\right)}{\sqrt{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T)}} d\varepsilon_k \quad (27)$$

เมื่อ N_0 คือความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานเฟอร์มี

V_0 คือพลังงานศักย์ดึงดูดของคู่อิเล็กตรอน

$\Delta(T)$ คือช่องว่างพลังงานที่อุณหภูมิใดๆ

ε_k คือพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอน

ω_D คือความถี่เดอบาย

สามารถพิจารณาเป็นกรณีต่างๆดังนี้

1. บริเวณ T ใกล้ T_c ที่บริเวณนี้ $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อยมากแต่ไม่เป็นศูนย์ใช้ความสัมพันธ์จาก

$$\frac{\tanh x}{x} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 + \left[\pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \right]^2} \text{ สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้}$$

$$\frac{1}{N_0 V_0} = 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \Delta^2(T) + \omega_n^2} \quad (28)$$

เมื่อ $\omega_D = \pi T(2n+1)$ เรียกว่าความถี่มัตซุบาระ (Matsubara frequency) โดย $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ที่อุณหภูมิใกล้ศูนย์ $\Delta(T)$ จะมีค่าน้อย ดังนั้นสามารถทำการประมาณได้เป็น

$$\frac{1}{N_0 V_0} = 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{1}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} \left(\frac{1}{1 + \frac{\Delta^2(T)}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2}} \right) d\varepsilon_k \quad (29)$$

$$\frac{1}{N_0 V_0} \approx 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} - \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \right] \quad (30)$$

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \left[\int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \right]$ ซึ่ง $\frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty$ เมื่อ $\omega_D \gg T_c$ สามารถประมาณได้ว่า

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \cong 4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} \quad (31)$$

จาก $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{\pi}{2a}$ จะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon_k}{\varepsilon_k^2 + \omega_n^2} = 2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} \quad (32)$$

โดยที่ ω_D เป็นความถี่เดอบาย ซึ่งขึ้นอยู่กับอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับโฟนอน และเนื่องจาก

$$\frac{\omega_D}{T_c} \rightarrow \infty \text{ ทำให้ } \frac{\omega_D}{2\pi T_c} - \frac{1}{2} \rightarrow \infty \text{ ด้วย จะได้ว่า}$$

$$2 \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \frac{1}{(2n+1)} = \ln\left(\frac{2\omega_D \gamma}{\pi T}\right) \quad (33)$$

เมื่อ $\sum_{m=1}^N \frac{1}{m} = C + \ln N$ เมื่อ $N \rightarrow \infty$ และ $C = 0.5772156649$ ซึ่ง $C = \ln \gamma$ $\gamma = e^C$

พิจารณาเทอม $4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} d\varepsilon_k$ เปลี่ยน $\omega_D \rightarrow \infty$ และ $\sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}$ ได้ว่า

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} d\varepsilon_k = 4T \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)^2} d\varepsilon_k \quad (34)$$

จาก $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{\pi}{4a^3}$ จะได้

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} d\varepsilon_k = \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \quad (35)$$

และจาก $\zeta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ เรียกว่า ริมันซีตาฟังก์ชัน (Riemann zeta function) ดังนั้น

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} = 1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{7^3} + \dots \text{ ได้ว่า}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} = \frac{7}{8} \zeta(3) \quad (36)$$

แทนค่าสมการที่ (36) ในสมการที่ (35) จะได้ว่า

$$4T \sum_{n=0}^{\omega_D/2\pi T} \int_0^{\omega_D} \frac{\Delta^2(T)}{(\varepsilon_k^2 + \omega_n^2)} d\varepsilon_k = \frac{7}{8} \zeta(3) \frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (37)$$

2. บริเวณ $T = T_c$ ที่บริเวณนี้ $\Delta(T) = 0$ สามารถจัดรูปสมการที่ (27) ได้ดังนี้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\varepsilon_k}{2T_c}\right)}{\varepsilon_k} d\varepsilon_k \quad (38)$$

ให้ $u = \frac{\varepsilon_k}{2T_c} \rightarrow du = \frac{d\varepsilon_k}{2T_c}$ ดังนั้น

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \int_0^{\omega_D/2T_c} \frac{\tanh u}{u} du \quad (39)$$

อินทิเกรตทีละส่วน (Integration by parts)

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln u \tanh u \Big|_0^{\omega_D/2T_c} - \int_0^{\omega_D/2T_c} \ln u \sec^2 u du \quad (40)$$

เนื่องจาก $\omega_D \gg T_c$ ดังนั้น $\tanh(\omega_D/2T_c) \approx 1$ และ $\frac{\omega_D}{2T_c} \approx \infty$ จะได้

$$\frac{1}{N_0 V_0} = \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) \quad (41)$$

นำสมการที่ (32) สมการที่ (37) และสมการที่ (41) แทนลงในสมการที่ (30)

$$\ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T_c}\right) = \ln\left(\frac{2\gamma\omega_D}{\pi T}\right) - \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (42)$$

$$\ln\left(\frac{T}{T_c}\right) = \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (43)$$

$$\ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) = -\frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^2(T)}{\pi^2 T^2} \quad (44)$$

จาก $x \cong \ln(1+x)$ เมื่อ $x \ll 1$ ดังนั้น $\ln\left(1 + \frac{T - T_c}{T_c}\right) \cong \frac{T - T_c}{T_c}$ เมื่อ T ใกล้ T_c จะได้

$$\left(\frac{T - T_c}{T_c}\right)\Delta(T) + \frac{7}{8}\zeta(3)\frac{\Delta^3(T)}{\pi^2 T_c^2} = 0 \quad (45)$$

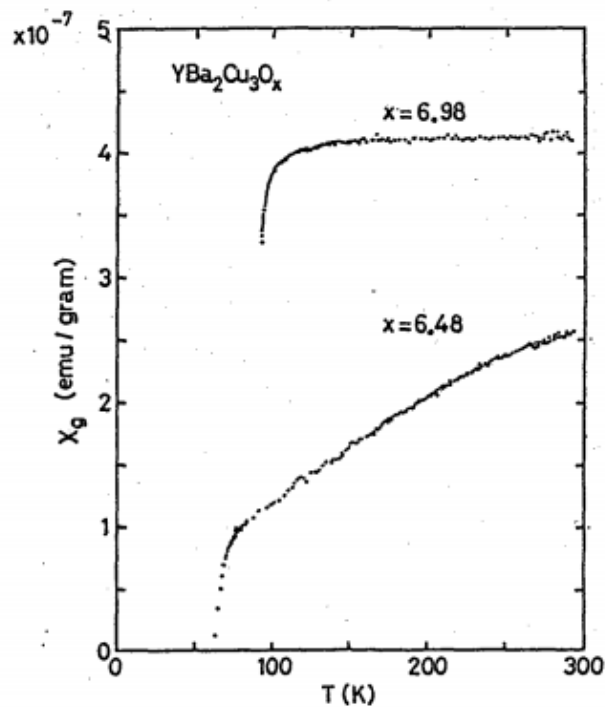
จากสมการที่ (45) คล้ายกับสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 เมื่อ $\Delta \sim \psi$ และ พิจารณาในกรณีที่ตัวนำยวดยิ่งไม่ได้อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก จะได้ค่า α ขึ้นกับ T และ T_c ส่วนค่า β ขึ้นกับ T_c จะได้

$$\alpha = -\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \quad (46)$$

เมื่อ T และ T_c คืออุณหภูมิใดๆ และอุณหภูมิวิกฤต ตามลำดับ

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ. 1989 ไซมิซึและคณะ (Shimizu et al., 1989: 39-54) ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ (T) และค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก (χ) จากการทดลองในตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง $YBa_2Cu_3O_x$ ในกรณีที่มี $6.0 < x < 6.98$ ดังภาพประกอบที่ 16



ภาพประกอบ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งอุณหภูมิสูง $YBa_2Cu_3O_x$

ที่มา: (Shimizu et al., 1989: 39-54)

จากภาพประกอบที่ 1 พิจารณาว่าค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่ง $YBa_2Cu_3O_{6.98}$ และ $YBa_2Cu_3O_{6.48}$ พบว่าที่อุณหภูมิเหนืออุณหภูมิวิกฤต $T_c = 93K$ ค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามอุณหภูมิที่สูงขึ้น และค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กจะมีค่าคงที่ที่อุณหภูมิเหนือ 150 เคลวิน ซึ่งมีอุณหภูมิวิกฤตเท่ากับ 60 เคลวิน ($T_c = 60K$)

ในปี ค.ศ. 1995 ในงานวิจัยของบัซดินและชามิวา (Buzdin and Chameeva, 1995: 113-117) ได้พิจารณาปัญหาเกี่ยวกับสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ผิว H_{c3} ของตัวนำยวดยิ่งแบบเป็นชั้น พบว่าอัตราส่วน (ประมาณ 1.7) ระหว่างค่า H_{c3} และ H_{c2} (upper critical field) ในกรณีตัวนำยวดยิ่งแบบเป็นชั้นมีค่าใกล้เคียงกับกรณีแบบจำลองเสมือน 3 มิติ ซึ่งเจมส์และเจนนีส (James and Jennes, 1963: 306) ได้เคยศึกษาไว้ในปี 1963 โดย $H_{c3} = 1.69H_{c2}$ และในงานวิจัยนี้ได้เริ่มพิจารณาจากฟังก์ชันของลอว์เรนและดอนนิช (Lawrence; & Doniach, 1970: 361)

$$F_{LD}[\psi] = \sum_n \int d^2r \left[a|\psi_n|^2 + \frac{b}{2}|\psi_n|^4 + \frac{\hbar^2}{4m_{\parallel}} \left| \left(\nabla_{\parallel} - \frac{2ie}{\hbar c} A_{\parallel} \right) \psi_n \right|^2 + t_j |\psi_{n+1} - \psi_n e^{i\chi_{n,n+1}}|^2 \right],$$

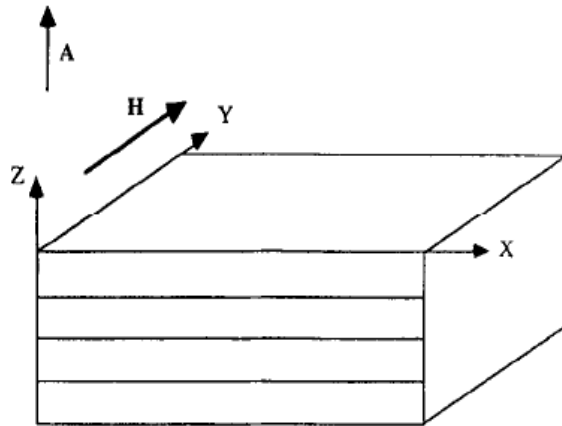
$$\chi_{n,n+1} = \frac{2e}{\hbar c} \int_{nd}^{(n+1)d} A_z dz \quad (47)$$

เมื่อ ψ_n คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ m_{\parallel} คือมวลยังผลในระนาบ d คือระยะห่างระหว่างชั้น t_j คือค่าที่บอกถึงการซ้อนทับ (coupling) กันระหว่างชั้น A_{\parallel} คือศักย์เวกเตอร์ของสนามแม่เหล็กในระนาบ มีทิศในระนาบ (x,y), A_z คือศักย์เวกเตอร์ตามแนวแกน z

พิจารณาสถานการณ์สนามแม่เหล็กมีทิศตามแกน y ซึ่งตัวนำยวดยิ่งจะเกิดที่บริเวณใกล้ผิว ตัวอย่างดังภาพประกอบที่ 22 เมื่อ $a = -\alpha\tau$ $\tau = 1 - T/T_c$ โดย $A = (0,0,Hx)$ และ $\psi_n(x) = \psi(x)$ โดยจะได้สมการของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบเป็นสมการเชิงเส้นดังสมการที่ 48

$$-\xi_{\parallel}^2(0) \frac{d^2\psi}{dx^2} + r[1 - \cos(2\pi Hdx/\phi_0)]\psi(x) - \tau\psi(x) = 0 \quad (48)$$

ในขณะที่ $\xi_{\parallel}^2(0) = \hbar^2/4m\alpha$ $r = 2t_j/\alpha$ และ $\phi_0 = \hbar^2\pi/e$



ภาพประกอบ 17 แสดงระบบพิกัดสนามแม่เหล็กในชั้นของตัวนำขดขึง

ที่มา: (Buzdin and Chameeva, 1995: 114)

นิยามพิกัดใหม่โดยกำหนดให้ $h = 2\pi\xi_{\parallel}(0)dH/\Phi_0\sqrt{r}$ $\tilde{x} = 2\pi dHx/\Phi_0$ เมื่อ $t = \tau/r$ สามารถเขียนสมการในระบบพิกัดใหม่ได้ดังสมการที่ 49 ซึ่ง Φ คือฟลักซ์ควอนตัม

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{1}{h^2} \cos(\tilde{x} - \tilde{x}_0)\psi(\tilde{x}) = \frac{1-t}{h^2} \psi(\tilde{x}) \quad (49)$$

โดยมีเงื่อนไขขอบเขตว่า $\frac{d\psi}{d\tilde{x}} = 0$ ที่ $\tilde{x} = 0$ และเลือก \tilde{x}_0 ที่ทำให้อนุกรมมีค่าสูงที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ

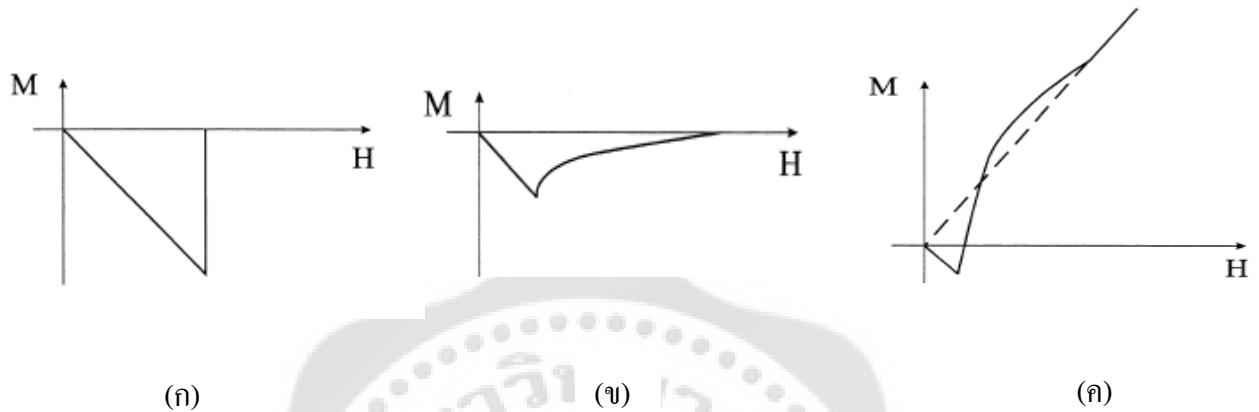
$\frac{1}{2\pi}$ ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ผิวเป็นไปตามสมการ

$$h_{c3} = 1.69h_{c2} = 2.39t \quad (50)$$

ในปี ค.ศ. 1998 แฮมป์เชียร์ (Hampshire, 1998: 1-11) ได้เสนอรูปแบบของพลังงานอิสระสำหรับตัวนำขดขึงแบบแม่เหล็ก และพิจารณาคุณสมบัติของตัวนำขดขึงแบบแม่เหล็กโดยใช้ทฤษฎี

กินซ์เบิร์กแลนดาวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบแถบพลังงานเดี่ยว จากการศึกษาพบว่า แม่เหล็กเฟอร์โรและแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โรสามารถเกิดในสถานะนำยวดยิ่งได้

สมบัติของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กถูกพิจารณาเมื่อมีอันตรกิริยาระหว่างไอออนและมีซูเปอร์อิเล็กตรอน (superelectron) ผ่านสนามแม่เหล็ก



ภาพประกอบ 18 แสดงถึงการตอบสนองทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งแบบต่างๆ

ที่มา: (Hampshire, 1998: 12)

ภาพ (ก) และภาพ (ข) แสดงการตอบสนองทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 1 และตัวนำยวดยิ่งชนิดที่ 2 ตามลำดับ และภาพ (ค) ที่สนามแม่เหล็กมีค่าสูงๆสามารถพบแม่เหล็กเฟอร์โรจากสภาพนำยวดยิ่งได้และเมื่อตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โรเกิดขึ้น ซูเปอร์อิเล็กตรอนจะสร้างสนามทำให้สนามแม่เหล็กภายนอกมีค่าเพิ่มมากขึ้น นอกจากนี้จะพบสภาพนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โร ซึ่งมีสนามแม่เหล็กรวมเป็นศูนย์มากกว่าสถานะไมสเนอร์เนื่องจากที่สถานะไมสเนอร์ซึ่งมีค่าความต้านทานเป็นศูนย์จะไม่เกิดทั่วทุกที่ในเฟสของสถานะนำยวดยิ่ง

พิจารณาสมการพลังงานอิสระของเฮล์มโฮลทซ์ (Helmholtz free energy) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็นดังสมการ (Hampshire, 1998: 1-11)

$$F_s(H, T) = F_n + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}|(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \int H_s dB \quad (51)$$

เมื่อ F_s และ F_n คือพลังงานอิสระของเฮล์มโฮลทซ์ในสถานะนำเวดจ์และสถานะปกติตามลำดับ ψ คือตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ α และ β คือค่าคงที่ m คือมวลของอิเล็กตรอน A คือศักย์เวกเตอร์ $H_s = \frac{B}{\mu_0} - M_{ions}$ โดยที่ $M = M_{sc} + M_{ions}$ และ $M_{ions} = \chi H$ เมื่อ B คือสนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำเวดจ์, H คือสนามแม่เหล็กจากภายนอกและ χ คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กโดยสมการพลังงานอิสระของกิบของตัวนำเวดจ์แบบแม่เหล็กสามารถเขียนได้ในรูป

$$G_{ms}(B, T) = F_N(B, T) - \mu_0 H M \quad \text{เป็นดังสมการ}$$

$$G_{ms}(B, T) = f_N + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m} |(-i\hbar \nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \int (B - \mu_0 M_{ions}) \frac{dB}{\mu_0} - (B - \mu_0 M) M \quad (52)$$

เมื่อประจุในสนามมีค่าน้อยๆ เรากำหนดให้

$$\gamma_0 + \gamma_1 B + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} = \int (B - \mu_0 M_{ions}) \frac{dB}{\mu_0} - (B - \mu_0 M) M_{sc} - (B - \mu_0 M) M_{ions} \quad (53)$$

เมื่อ γ_0, γ_1 และ γ_2 เป็นค่าสัมประสิทธิ์ สามารถจัดรูปสมการพลังงานอิสระของกิบของตัวนำเวดจ์แบบแม่เหล็กใหม่ได้ดังนี้

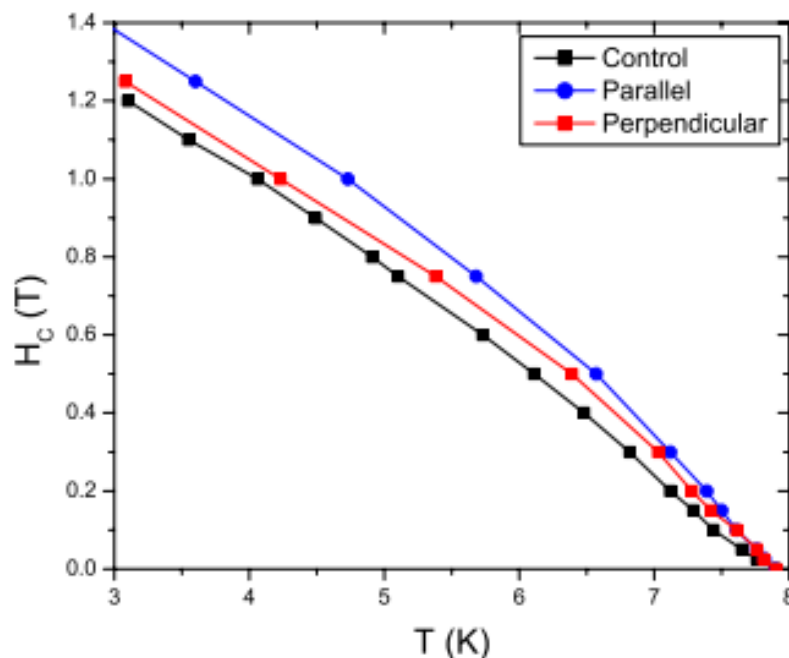
$$G_{ms}(B, T) = f_N + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m} |(-i\hbar \nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (54)$$

เมื่อสนามที่ถูกสร้างโดยประจุ ($\mu_0 M_{ion}$) สนามแม่เหล็กภายนอก ($\mu_0 H$) และสนามที่ถูกสร้างโดยกระแสเวดจ์ (supercurrents) ($\mu_0 M_{sc}$) คือ $B = \mu_0 H + \mu_0 M_{sc} + \mu_0 M_{ions}$ โดยที่ค่าความเป็นแม่เหล็กของประจุ $M_{ions} = \chi H_{c2} + \chi'(H + M_{sc} - H_{c2})$ ดังนั้นสนามแม่เหล็กสุทธิของตัวนำเวดจ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$B = \mu_0 (\chi - \chi') H_{c2} + \mu_0 (1 + \chi') (H + M_{sc}) \quad (55)$$

เมื่อ χ และ χ' คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก และอนุพันธ์ของค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กตามลำดับ

ในปี ค.ศ. 2009 ออซเมตินและคณะ (Ozmetin et al., 2009: 07E324) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ (T) และสนามแม่เหล็กวิกฤต (H_c) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก $Pb_{82}Bi_{18}$ ในลักษณะฟิล์มบางซึ่งมีความหนา 60 นาโนเมตร โดยพิจารณาตัวนำยวดยิ่งที่ให้สนามแม่เหล็กใน 3 กรณี ประกอบด้วย กรณีที่ให้สนามแม่เหล็กในทิศตั้งฉากกับแผ่นฟิล์ม (Perpendicular) กรณีที่ให้สนามแม่เหล็กในทิศขนานกับแผ่นฟิล์ม (Parallel) และกรณีไร้สนามแม่เหล็ก (Control film) ดังภาพประกอบที่ 19 โดยพบว่าที่อุณหภูมิเพิ่มขึ้น สนามแม่เหล็กวิกฤตจะมีค่าลดลงทั้ง 3 กรณี โดยกรณีของตัวนำยวดยิ่งที่ไร้สนามแม่เหล็กจากภายนอกจะให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตต่ำกว่ากรณีตัวนำยวดยิ่งที่ให้สนามแม่เหล็กจากภายนอกเข้าไป และกรณีที่ให้สนามแม่เหล็กจากภายนอกในทิศขนานกับแผ่นตัวนำยวดยิ่งจะให้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตมากกว่าตัวนำยวดยิ่งที่ให้สนามแม่เหล็กในทิศตั้งฉากกับแผ่นตัวนำ



ภาพประกอบ 19 ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิ (T) และสนามแม่เหล็กวิกฤต (H_c) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก $Pb_{32}Bi_{18}$

ที่มา: (Ozmetin et al., 2009: 07E324)

ในปี ค.ศ. 2011 ช่งจันท์และอุดมสมุทรหิรัญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 23-25) ได้ศึกษาอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤต (critical magnetic field ratio) ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง

$$\eta = \frac{B_{c2}}{B_{c1}} \quad (56)$$

เมื่อ η คืออัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤต, B_{c1} และ B_{c2} คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 และสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ตามลำดับ โดยในงานวิจัยนี้ได้เริ่มศึกษาจากพลังงานอิสระของก๊ิบของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ถูกเสนอโดยแฮมป์สไชร์ (Hampshire, 1998: 1-11) ซึ่งมีรูปแบบเป็น

$$g_s(B, T) = f_N + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m} |(-i\hbar \nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \gamma_0 + \gamma_1 \beta + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (57)$$

เมื่อกำหนดศักย์เวกเตอร์ $\vec{A} = [\mu_0(\chi - \chi')H_{c2}r + \mu_0(1 + \chi')(H + M_{sc})r]\hat{\theta}$ โดยพิจารณาในทิศทางทรงกระบอก และสนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำยวดยิ่ง $B = \mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')(H + M_{sc})$ สามารถคำนวณค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 1 คือ $B_{c1} = \frac{\hbar}{4e\lambda^2} \ln \kappa$ เมื่อ λ คือความลึกซาบซึมได้ของลอนดอน และ κ คือค่ากินซ์เบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ และสามารถคำนวณค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 คือ $\mu_0 H_{c2} = \frac{\phi_0}{2\pi\xi^2(T)(1 + \chi)} = \frac{\mu_0 H_{c2}(\chi = 0, T)}{(1 + \chi)}$ เมื่อ ξ คือความยาวอาพันธ์ของคูคูเปอร์, ϕ_0 คือฟลักซ์ควอนตัม $\phi_0 = \frac{\pi\hbar}{e}$ และ $(\chi = 0, T)$ คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็ก ดังนั้นสามารถหาค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

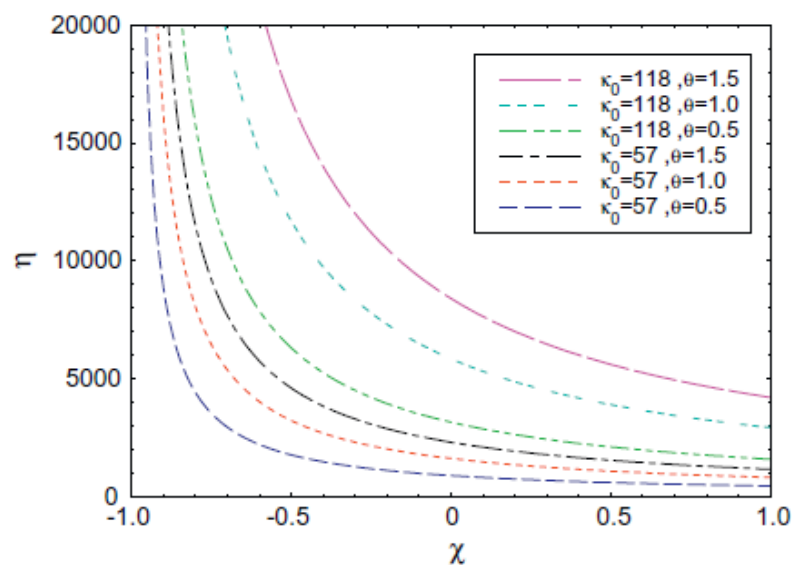
$$\eta = \frac{2\kappa^2}{(1+\chi)\ln \kappa} = \frac{4\theta\kappa_0^2}{(1+\chi)\ln \theta\kappa_0^2} \quad (58)$$

ในกรณีที่ $\kappa \gg 1$ ค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตจะประมาณได้

$$\eta \approx \frac{2\theta\kappa_0^2}{(1+\chi)(\sqrt{\theta\kappa_0} - 1)} \quad (59)$$

เมื่อ $\kappa_0 = \frac{\lambda_0}{\xi_0}$ เป็นค่ากินเบิร์กแลนดาวพารามิเตอร์ที่ไร้แม่เหล็ก และ $\kappa^2 = \theta\kappa_0^2$ ซึ่ง $\theta = \frac{\gamma_2(1+\chi')}{\langle f^2(\hat{k}) \rangle}$

โดยที่ γ_2 เป็นค่าสัมประสิทธิ์ และ $\langle f^2(\hat{k}) \rangle$ เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับทิศทาง



ภาพประกอบ 20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนสนามวิกฤตและสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่ขึ้นกับทิศทาง

ที่มา: (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 25)

จากกราฟได้ใช้ค่ากัมมันต์เบริกแลนดาวพารามิเตอร์ 2 ค่าคือ $\kappa_0 = 57$ และ $\kappa_0 = 118$ ซึ่งเป็นค่ากัมมันต์เบริกแลนดาวพารามิเตอร์ของตัวนำยวดยิ่ง Y123 และ Hg1223 ตามลำดับ มี 3 กรณีสำหรับค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก คือกรณีตัวนำยวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็ก ($\chi = 0$) กรณีที่เป็นแม่เหล็กไดอา ($\chi < 0$) และกรณีที่เป็นแม่เหล็กเฟอร์โร ($\chi > 0$) เมื่อ θ คือพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับทิศทาง ประกอบไปด้วย $\theta = 1$ $\theta > 1$ $\theta < 1$ เป็นกรณีของทิศทางที่ไร้แม่เหล็ก กรณีที่ขึ้นกับทิศทางสูง และกรณีที่มีแม่เหล็กสูงตามลำดับ จากภาพประกอบที่ 25 ค่าอัตราส่วนสนามแม่เหล็กวิกฤตจะเพิ่มขึ้นที่ κ_0 และ θ เพิ่มขึ้น โดยค่าอัตราส่วนสนามวิกฤตที่สูงที่สุดจะพบตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอา ($\chi < 0$) ซึ่งเป็นค่าที่ขึ้นกับทิศทางสูง ส่วนค่าอัตราส่วนสนามวิกฤตที่ต่ำที่สุดจะพบตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร ($\chi > 0$) ซึ่งมีความเป็นแม่เหล็กสูง

ในปี ค.ศ. 2013 ซังจันท์และอุดมสมุทหิรัญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2013: 611-614) ได้ศึกษาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานโดยใช้สมการกัมมันต์เบริกแลนดาว ซึ่งมีฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ประกอบไปด้วยรูปแบบของเซน (Chen et al, 2011: 1591-1594) ชู (Zhu et al, 2008: 105001) ชานเนนโค (Shanenko et al., 2011: 047005) และซังจันท์และอุดมสมุทหิรัญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 151-164)

สำหรับฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของเซน (Chen et al., 2011: 1591-1594) คือ

$$\alpha_i = \alpha_{i0} \left(1 - \frac{T}{T_{ci}} \right) \text{ เมื่อ } \alpha_{i0} \text{ เป็นค่าคงที่สัดส่วน } T_c \text{ เป็นอุณหภูมิวิกฤตซึ่งในกรณีที่ } T_{c1} = T_{c2} = T_{c0}$$

สามารถลดรูปได้ให้อยู่ในรูป $T_c = T_{c0} (1 - \sqrt{Q})$ เมื่อ $Q = \frac{\varepsilon^2}{\alpha_{i0} \alpha_{20}}$ สำหรับฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

ตามรูปแบบของชู (Zhu et al., 2008: 105001) คือ $\alpha_i = \alpha_{i0} \left(1 - \left(\frac{T}{T_{ci}} \right)^2 / 1 + \left(\frac{T}{T_{ci}} \right)^2 \right)$ เมื่อ T_c

เป็นอุณหภูมิวิกฤตซึ่งกรณีที่ $T_{c1} = T_{c2} = T_{c0}$ สามารถลดรูปให้อยู่ในรูป $T_c = T_{c0} \sqrt{\frac{1 - \sqrt{Q}}{1 + \sqrt{Q}}}$

สำหรับฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของชานเนนโค (Shanenko et al., 2011: 047005) คือ

$$\alpha_i = \alpha_{i0} \left[\left(1 - \frac{T}{T_i} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T}{T_i} \right)^2 \right] \text{ เมื่อ } T_c \text{ เป็นอุณหภูมิวิกฤตซึ่งในกรณีที่ } T_{c1} = T_{c2} = T_{c0}$$

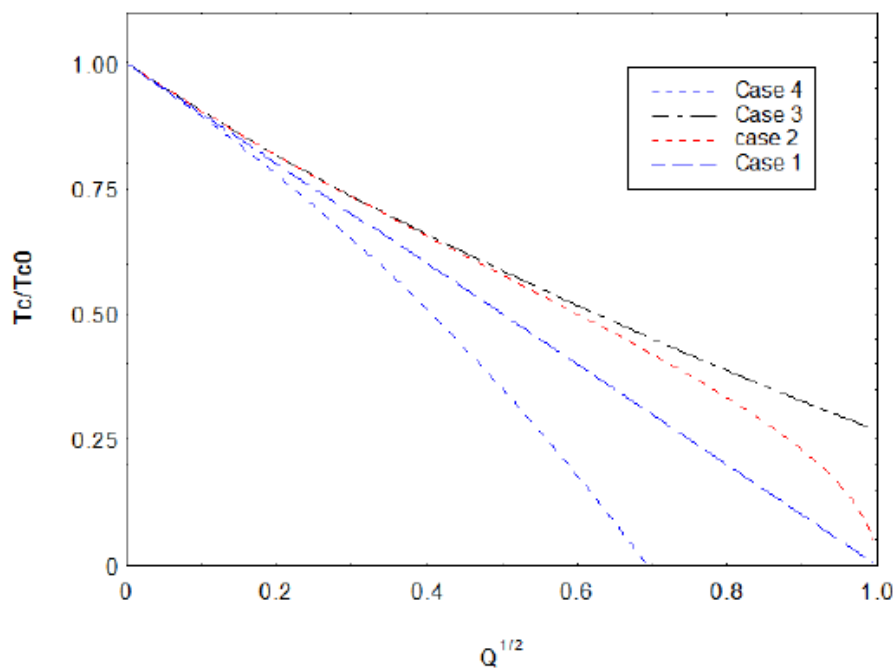
สามารถลดรูปได้ให้อยู่ในรูป $T_c = T_{c0} (2 - \sqrt{1 + 2\sqrt{Q}})$ และสำหรับฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตาม

รูปแบบของซั้งจันท์และอุดมสมุทรหิริญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 151-164) คือ

$$\alpha_i = \alpha_{i0} \left[p \left(1 - \frac{T}{T_i} \right) + \frac{q}{2} \left(1 - \frac{T}{T_i} \right)^2 \right] \text{ เมื่อ } p \text{ และ } q \text{ เป็นค่าคงที่ใดๆซึ่ง } p=1 \text{ และ } q=-1 \text{ สามารถ}$$

เขียนพารามิเตอร์ที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบเอกซ์โปเนนเชียลได้ $\alpha_i \approx \alpha_{i0} \ln \left(2 - \frac{T}{T_c} \right)$ เมื่อ T_c เป็นอุณหภูมิวิกฤตซึ่งในกรณีที่ $T_{c1} = T_{c2} = T_{c0}$ สามารถลดรูปได้ให้อยู่ในรูปแบบ $T_c = T_{c0} (2 - e^{\sqrt{Q}})$

จากฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิทั้ง 4 แบบ สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ α_1 และ α_2 ได้ใน 4 กรณี พบว่าอัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤตจะลดลงเมื่อค่า Q เพิ่มขึ้น และรูปแบบของซั้งจันท์และอุดมสมุทรหิริญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 611-614) สามารถให้ค่าอุณหภูมิวิกฤตที่เหมาะสมกว่ารูปแบบอื่นๆเนื่องจากมีค่าคงที่ที่สามารถปรับเปลี่ยนได้ 2 ค่า



ภาพประกอบ 21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนอุณหภูมิวิกฤตกับ α_i และ ε เมื่อ

$$Q = \frac{\varepsilon^2}{\alpha_{10} \alpha_{20}}$$

ที่มา: (Changjan; & Udomsamuthirun, 2013: 613)

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวสามารถคำนวณได้จากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ซึ่งลดรูปมาจากสมการพลังงานอิสระที่เขียนอยู่ในรูปของตัวแปรบอกความเป็นระเบียบ และพบว่าฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ในสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวมีผลทำให้สนามแม่เหล็กวิกฤตเปลี่ยนแปลง ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาและนำมาพัฒนาหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก และคำนวณหาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กซึ่งมีผลทำให้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวเปลี่ยนแปลง



บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยของเจมส์และเจนนีส (James and Jenness, 1963: 306) ได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) ของตัวนำยวดยิ่ง โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ซึ่งค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่คำนวณได้มีค่า $H_{c3} = 1.66H_{c2}$ สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก โดยพิจารณาค่าความเป็นแม่เหล็กในตัวนำยวดยิ่งซึ่งส่งผลต่อสนามแม่เหล็กวิกฤต และการดำเนินการวิจัยหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กมีขั้นตอนดังนี้

1. คำนวณหาค่าสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 จากการลดรูปสมการพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก
2. คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวจากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1
3. นำสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวมาคำนวณเชิงตัวเลข แล้วเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)$
4. คำนวณหาค่าสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก
5. นำสมการค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิมาคำนวณเชิงตัวเลข แล้วเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$

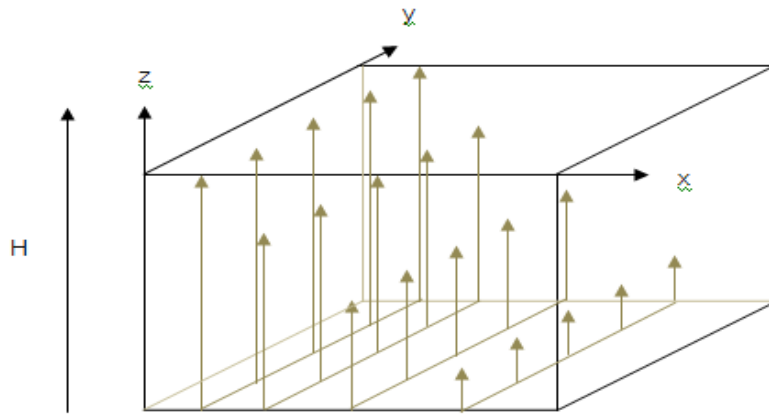
3.1 สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

พิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นพลังงานอิสระของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก ตามสมการ

$$f_s(H, T) = f_n + \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}|(-i\hbar\nabla - 2e\vec{A})\psi|^2 + \int H_s dB \quad (60)$$

โดย f_s คือความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสถานะนำยวดยิ่ง f_n คือความหนาแน่นของพลังงานอิสระของสถานะปกติ B คือสนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำยวดยิ่ง ψ คือตัวแปรบอกความ

เป็นระเบียบ m คือมวลยังผล β คือสัมประสิทธิ์ที่ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ H คือค่าสนามแม่เหล็กภายนอก \vec{A} คือศักย์เวกเตอร์ α คือสัมประสิทธิ์ที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับอุณหภูมิ



ภาพประกอบ 22 แสดงสภาพนำเวดิงเชิงผิวของตัวนำเวดิงโดยสนามแม่เหล็กจากภายนอกขนานกับผิวในระนาบ yz

พลังงานอิสระของก๊ิบของตัวนำเวดิงแบบแม่เหล็กถูกนำเสนอโดยแฮมปส์เชอร์

(Hampshire, 1998: 1-11) : $G_{ms}(B, T) = F_N(B, T) - \mu_0 H M$ ในขณะที่ $H_s = \frac{B}{\mu_0} - M_{ions}$

$M = M_{sc} + M_{ions}$ $M_{ions} = \chi H$ เมื่อ B_0 คือสนามแม่เหล็กสุทธิในตัวนำเวดิง H คือสนามแม่เหล็กจากภายนอกและ χ คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็ก โดยสมการพลังงานอิสระของก๊ิบของตัวนำเวดิงแบบแม่เหล็กสามารถเขียนได้ในรูป

$$g_s(B, T) = f_N + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m} |(-i\hbar \vec{\nabla} - 2e\vec{A})\psi|^2 + \int (B - \mu_0 M_{ion}) \frac{dB}{\mu_0} - (B - \mu_0 M) M \quad (61)$$

เมื่อประจุในสนามมีค่าน้อยๆ เรากำหนดให้

$$\gamma_0 + \gamma_1 B + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} = \int (B - \mu_0 M_{ions}) \frac{dB}{\mu_0} - (B - \mu_0 M) M_{sc} - (B - \mu_0 M) M_{ions} \quad (62)$$

เมื่อ γ_0, γ_1 และ γ_2 เป็นค่าสัมประสิทธิ์ และ $\gamma_2 = 1 - \mu_0 \frac{dM_{ion}}{dB} - \mu_0 \frac{d^2}{dB^2} [(B - \mu_0 M_{ion}) M_{ion}]$

ซึ่ง $\gamma_2 = 1$ สำหรับตัวนำขดขึงแบบไร้แม่เหล็ก โดย γ_1 ขึ้นกับสนาม $\gamma_1 = 0$ สำหรับสนามแม่เหล็กภายนอกและสามารถจัดรูปสมการพลังงานอิสระของกิบของตัวนำขดขึงแบบแม่เหล็กใหม่ได้ดังนี้

$$g_s(B, T) = f_N + \alpha |\psi|^2 + \frac{1}{2} \beta |\psi|^4 + \frac{1}{2m} |(-i\hbar \nabla - 2e\bar{A})\psi|^2 + \gamma_0 + \gamma_1 + \gamma_2 \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (63)$$

แปรค่าสมการที่ (63) เทียบกับ ψ^* เพื่อให้พลังงานของระบบมีค่าต่ำที่สุดโดย $\frac{\partial F}{\partial \psi^*} = 0$ และจัดรูป

สมการโดยใช้ทฤษฎีบทไดเวอร์เจนซ์ $\int_V d\vec{r} \nabla \cdot \vec{P} = \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s}$; เมื่อ s คือผิวปิดที่ล้อมรอบปริมาตร v และ $d\vec{s}$ คือเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวปิด s ทำให้ได้ค่าสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ดังสมการ

$$\alpha\psi + \frac{1}{2m} (-i\hbar \nabla - 2e\bar{A})^2 \psi = 0 \quad (64)$$

นำสมการกิ้นซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ในสมการที่ (64) มาคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\frac{1}{2m} (-\hbar^2 \nabla^2 + 4e^2 A^2) \psi + \alpha\psi = 0 \quad (65)$$

โดยกำหนดให้ $\bar{A} = (0, B_0(x - x_0), 0)$ ซึ่งจะได้สนามแม่เหล็กภายนอกมีเฉพาะในแนวแกน z เท่านั้น

$\bar{B}_0 = B_0 \hat{z}$ แล้วพิจารณาลดรูป เมื่อ $\lambda = \frac{2e}{\hbar}$ $\alpha = \frac{-2e^2}{m}$ $A = B_0(x - x_0)$ สามารถจัดรูป

สมการใหม่ได้ดังสมการ

$$-\frac{d^2\psi}{dx^2} + \lambda^2 B_0^2 (x - x_0)^2 \psi = \lambda^2 \psi \quad (66)$$

เมื่อ $\zeta = (\lambda B_0)^{1/2} x$ $\zeta_0 = (\lambda B_0)^{1/2} x_0$ $\beta = \frac{\lambda}{B_0}$ จะลดรูปสมการเป็นดังสมการ

$$-\frac{d^2\psi}{d\zeta^2} + (\zeta - \zeta_0)^2 \psi = \beta\psi \quad (67)$$

จากสมการที่ (67) สามารถหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) โดยใช้วิธีการแปรค่า (variational problem) ซึ่งกำหนด $\psi = \exp\left(-\frac{1}{2}b\zeta^2\right)$ และจากสมการสามารถหาค่าไอเกนได้ดังนี้

$$\beta_{\min} = b = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \zeta_0 = \frac{1}{(\pi b)^{\frac{1}{2}}} \quad (68)$$

นำค่าไอเกนที่คำนวณได้จากสมการที่ (68) แทนค่าใน $\beta = \frac{\lambda}{B_0}$ ทำให้ได้ค่าดังสมการ

$$B_0 = 1.66\lambda \quad (69)$$

ในขณะที่ คักย์เวกเตอร์ $A = [0, (\mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')(H + M_{sc}))(x - x_0), 0]$ และที่สนามแม่เหล็กภายนอก H เข้าใกล้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว H_{c3} ค่าความเป็นแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง M_{sc} จะหมดไป ($M_{sc} \rightarrow 0$) ทำให้เขียนค่า B_0 ได้ใหม่ดังนี้

$$B_0 = \mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')H_{c3} \quad (70)$$

นำสมการที่ (70) แทนค่าลงในสมการที่ (69) ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ดังนี้

$$H_{c3} = \frac{1.66H_{c2} - (\chi - \chi')H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (71)$$

ในขณะที่ H_{c3} คือสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ซึ่งเกิดที่บริเวณผิวของตัวนำยวดยิ่ง H_{c2} คือสนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่ง χ และ χ' คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กและอนุพันธ์ตามลำดับ ซึ่ง $\chi = \frac{M_{sc}}{H}$ โดย M_{sc} คือค่าความเป็นแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง และ H คือสนามแม่เหล็กภายนอก

3.2 สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับคุณสมบัติของตัวนำเวด ยั้งแบบแม่เหล็ก

จากการศึกษาฟังก์ชันที่ขึ้นกับคุณสมบัติของตัวนำเวดยั้งแบบแม่เหล็กโดยใช้สมการ
กินซ์เบิร์กแลนดาว ซึ่งมีฟังก์ชันที่ขึ้นกับคุณสมบัติ 4 รูปแบบ ประกอบไปด้วยรูปแบบของเซน
(Chen et al, 2011: 1591-1594) ชู (Zhu et al, 2008: 105001) ชานโค (Shanenko et al., 2011:
047005) และซังจันท์และอุดมสมุทรหิรัญ (Changjan; & Udomsamuthirun, 2011: 151-164)

จากสมการที่ (45) จัดรูปสมการ ใหม่ให้เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับคุณสมบัติโดยกำหนดให้ $\lambda = \frac{2e}{\hbar}$
 $\alpha = \frac{-2e^2}{m} \alpha_0(T)$ เมื่อ $\alpha_0(T)$ คือฟังก์ชันที่ขึ้นกับคุณสมบัติ $\lambda^2 = \lambda^2 \alpha_0(T)$ และ $A'^2 = \frac{A^2}{\alpha_0(T)}$
เป็นไปตามสมการ

$$-\frac{1}{\lambda^2} \frac{d^2}{dx^2} \psi - (1 - A'^2) \psi = 0 \quad (72)$$

เมื่อกำหนดให้ $A = B_0(x - x_0)$ จัดรูปได้ $A' = B_0'(x - x_0)$ สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังสมการ

$$-\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \lambda^2 B_0'^2 (x - x_0)^2 \psi = \lambda^2 \psi \quad (73)$$

เมื่อ $\zeta = (\lambda B_0)^{1/2} x$ $\zeta_0 = (\lambda B_0)^{1/2} x_0$ $\beta = \frac{\lambda}{B_0}$ จัดรูปได้ $\zeta^2 = (\lambda' B_0') x^2$ และ $\beta' = \beta \alpha_0(T)$

สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังสมการ

$$-\frac{d^2 \psi}{d\zeta^2} + (\zeta - \zeta_0)^2 \psi = \beta' \psi \quad (74)$$

จากสมการที่ (74) สามารถหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) โดยใช้วิธีการแปรค่า (variational
problem) ซึ่งกำหนด $\psi = \exp\left(-\frac{1}{2} b \zeta^2\right)$ และจากสมการสามารถหาค่าไอเกนได้ดังนี้

$$\beta'_{\min} = b = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)^{1/2}, \zeta_0 = \frac{1}{(\pi b)^{1/2}} \quad (75)$$

นำค่าไอเกนที่คำนวณได้จากสมการที่ (75) แทนค่าใน $\beta' = \frac{\lambda'}{B'_0}$ ทำให้ได้ค่าดังสมการ

$$B'_0 = 1.66\lambda' \quad (76)$$

แทนค่าสมการที่ (76) ใน $\beta' = \beta\alpha_0(T)$ ทำให้ได้ค่าดังสมการ

$$B_0 = 1.66\lambda\alpha_0(T) \quad (77)$$

ในขณะที่ คักย์เวกเตอร์ $A = [0, (\mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')(H + M_{sc}))(x - x_0), 0]$ และที่ สนามแม่เหล็กภายนอก H เข้าใกล้สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว H_{c3} ค่าความเป็นแม่เหล็กของตัวนำ ยวดยิ่ง M_{sc} จะหมดไป ($M_{sc} \rightarrow 0$) ทำให้เขียนค่า B_0 ได้ใหม่ดังนี้

$$B_0 = \mu_0(\chi - \chi')H_{c2} + \mu_0(1 + \chi')H_{c3} \quad (78)$$

นำสมการที่ (78) แทนค่าลงในสมการที่ (77) ทำให้ได้ค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ ขึ้นกับอุณหภูมิ ดังนี้

$$H_{c3} = \frac{1.66\alpha_0(T)H_{c2} - (\chi - \chi')H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (79)$$

ในขณะที่ H_{c3} คือสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว ซึ่งเกิดที่บริเวณผิวของตัวนำยวดยิ่ง H_{c2} คือ สนามแม่เหล็กวิกฤตที่ 2 ของตัวนำยวดยิ่ง χ และ χ' คือค่าสภาพยอมรับได้ทางแม่เหล็กและ อนุพันธ์ตามลำดับ ซึ่ง $\chi = \frac{M_{sc}}{H}$ โดย M_{sc} คือค่าความเป็นแม่เหล็กของตัวนำยวดยิ่ง H คือ สนามแม่เหล็กภายนอก และ $\alpha_0(T)$ คือฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ

พิจารณาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของเซนและคณะ (Chen et al., 2011: 1591-1594) คือ $\alpha_0 = \left(1 - \frac{T}{T_{ci}}\right)$ ทำให้ได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ดังสมการ

$$H_{c3} = \frac{1.66 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (80)$$

พิจารณาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของชูและคณะ (Zhu et al, 2008: 105001) คือ

$$\alpha_0 = \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \right] / \left[1 + \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] \text{ ทำให้ได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับ}$$

อุณหภูมิ ดังสมการ

$$H_{c3} = \frac{1.66 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \right] / \left[1 + \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right] H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (81)$$

พิจารณาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิตามรูปแบบของชานเนนโคและคณะ (Shanenko et al.,

$$2011: 047005) \text{ คือ } \alpha_0 = \left[\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2 \right] \text{ ทำให้ได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่}$$

เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ดังสมการ

$$H_{c3} = \frac{1.66 \left[\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2 \right] H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (82)$$

พิจารณาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอนุกรมตามรูปแบบของซังจันท์และอุดมสมุทริหิฏญ (Changjan; & Udomsamuthirun, 2011: 151-164) คือ $\alpha_0 = \left[p\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) + \frac{q}{2}\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2 \right]$ เมื่อ p และ q เป็นค่าคงที่ใดๆ ทำให้ได้สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอนุกรม ดังสมการ

$$H_{c3} = \frac{1.66 \left(p\left(1 - \frac{T}{T_c}\right) + \frac{q}{2}\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^2 \right) H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (83)$$



บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยที่ดำเนินตามขั้นตอนในบทที่ 3 เป็นการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก และศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก ได้ผลการวิจัยดังนี้

1. สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว สามารถได้ดังสมการที่ (84)

$$H_{c3} = \frac{1.66H_{c2} - (\chi - \chi')H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (84)$$

และพิจารณาแม่เหล็กเฟอร์โร แม่เหล็กพารา และแม่เหล็กไดอา ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กด้วยการคำนวณเชิงตัวเลขและเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)$ ซึ่งพิจารณาที่ $\chi = +2, +1$ สำหรับแม่เหล็กเฟอร์โร $\chi = +0.01$ สำหรับแม่เหล็กพารา และ $\chi = -0.1$ สำหรับแม่เหล็กไดอา ดังภาพประกอบที่ 23

2. สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก สามารถได้ 4 สมการดังนี้

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่มีฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิเป็นไปตามรูปแบบของเซนและคณะ (Chen et al, 2011: 1591-1594)

$$H_{c3} = \frac{1.66\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)H_{c2} - (\chi - \chi')H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (85)$$

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่มีฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิเป็นไปตามรูปแบบของชูและคณะ (Zhu et al, 2008: 105001)

$$H_{c3} = \frac{1.66 \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right) / 1 + \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (86)$$

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่มีฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิเป็นไปตามรูปแบบของชานเนโคและคณะ (Shanenko et al., 2011: 047005)

$$H_{c3} = \frac{1.66 \left(\left(1 - \frac{T}{T_c} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^2 \right) H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (87)$$

สมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่มีฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิเป็นไปตามรูปแบบของจางจันท์และอุดมสมุทรหิรัญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 151-164)

$$H_{c3} = \frac{1.66 \left(p \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) + \frac{q}{2} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right)^2 \right) H_{c2} - (\chi - \chi') H_{c2}}{(1 + \chi')} \quad (88)$$

และพิจารณาแม่เหล็กเฟอร์โร แม่เหล็กพารา และแม่เหล็กไดอะ ของสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่มีฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิดังสมการที่ (85) สมการที่ (86) สมการที่ (87) และสมการที่ (88) ของตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็กด้วยการคำนวณเชิงตัวเลขและเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง

$$\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}} \right) \text{ กับ } \left(\frac{T}{T_c} \right) \text{ ซึ่ง}$$

พิจารณาในช่วง $0 \leq \frac{T}{T_c} \leq 1$ โดยแทนค่า $\chi = 1$ $\chi' = 0$ $p = 1$ และ $q = 0.5$ สำหรับ

ตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร ดังภาพประกอบที่ 24

พิจารณาในช่วง $0 \leq \frac{T}{T_c} \leq 1$ โดยแทนค่า $\chi = 0$ $\chi' = 0$ $p = 1$ และ $q = -1$ สำหรับ

ตัวนำวดยิ่งแม่เหล็กพารา ดังภาพประกอบที่ 25

พิจารณาในช่วง $0 \leq \frac{T}{T_c} \leq 1$ โดยแทนค่า $\chi = -1$ $\chi' = 0$ $p = 1$ และ $q = -1$ สำหรับ

ตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอา ดังภาพประกอบที่ 26

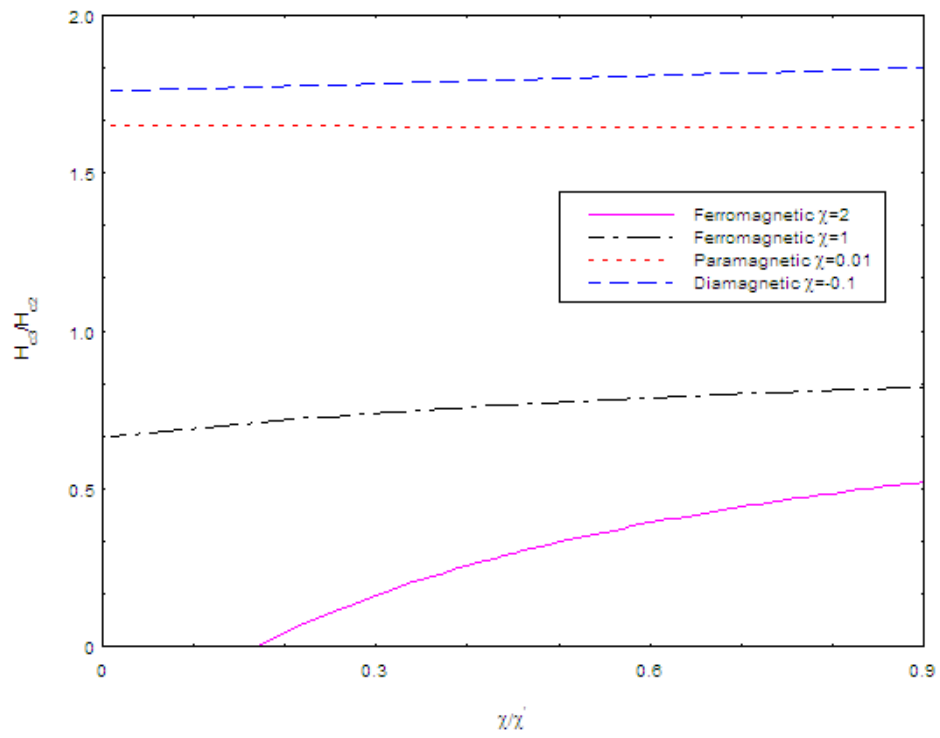
3. เปรียบเทียบกราฟสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของทั้งสี่รูปแบบ กับผลการทดลองของออสมีตินและคณะ (Ozmetin et al., 2008: 07E324) โดยค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตที่สองมีค่าเท่ากับ 1

พิจารณาเปรียบเทียบสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 1 กับผลการทดลอง โดยแทนค่า $\chi = -0.19$ และ $\chi' = -0.19$ เป็นดังภาพประกอบที่ 27

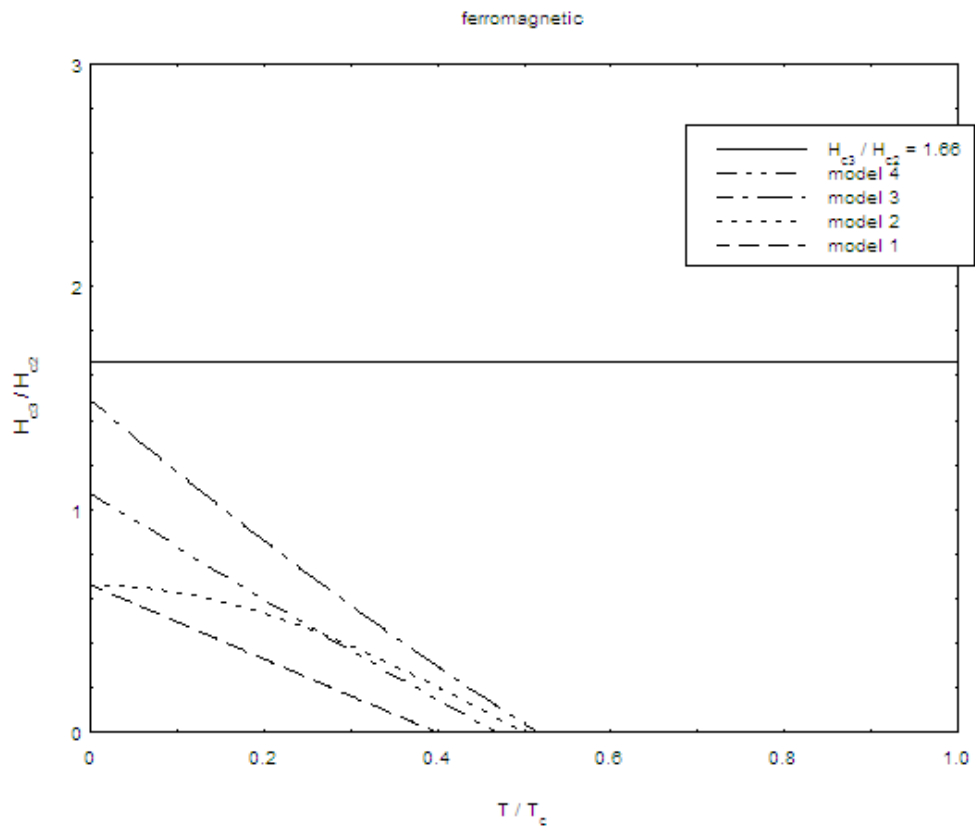
พิจารณาเปรียบเทียบสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 2 กับผลการทดลอง โดยแทนค่า $\chi = -0.09$ และ $\chi' = -0.09$ เป็นดังภาพประกอบที่ 28

พิจารณาเปรียบเทียบสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 3 กับผลการทดลอง โดยแทนค่า $\chi = -0.01$ และ $\chi' = -0.01$ เป็นดังภาพประกอบที่ 29

พิจารณาเปรียบเทียบสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 4 กับผลการทดลอง โดยแทนค่า $\chi = -2$ และ $\chi' = -2$ เป็นดังภาพประกอบที่ 30

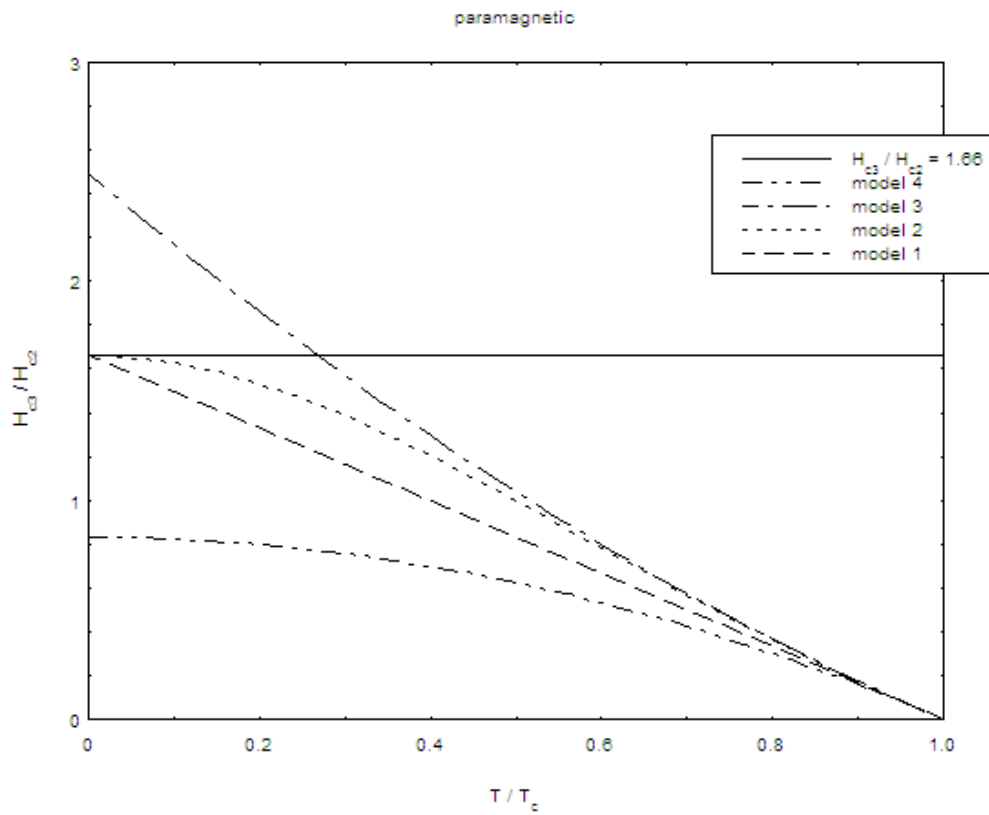


ภาพประกอบ 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)$



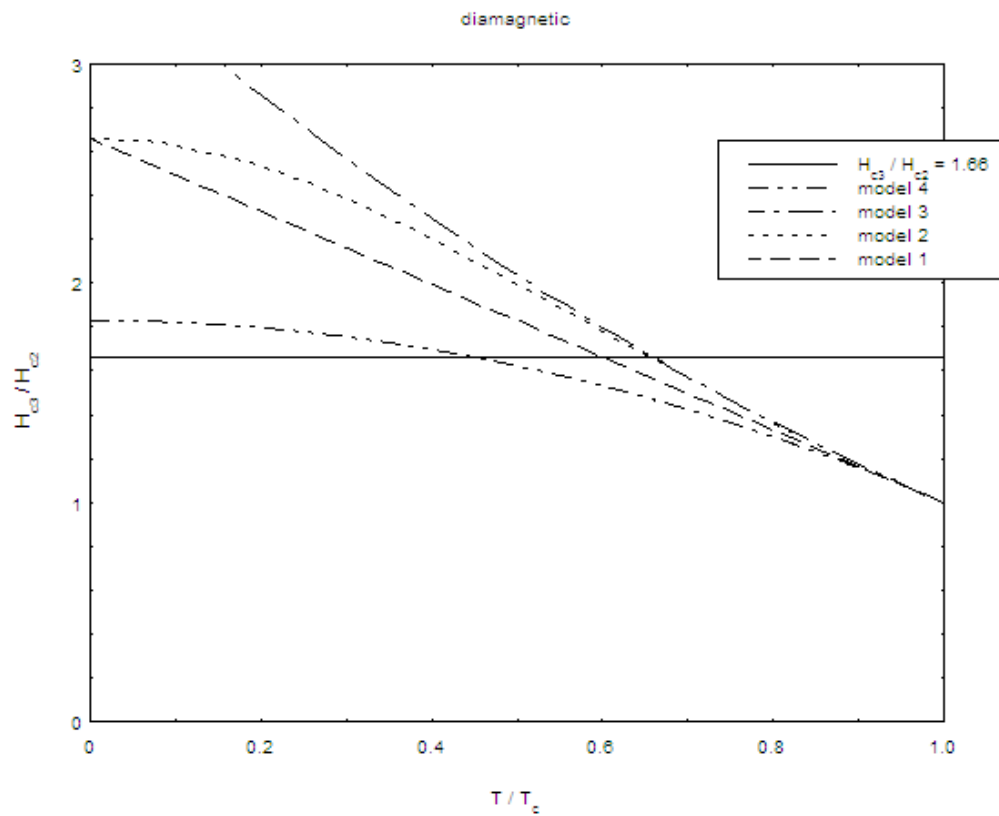
ภาพประกอบ 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$

สำหรับตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็กเฟอร์โร



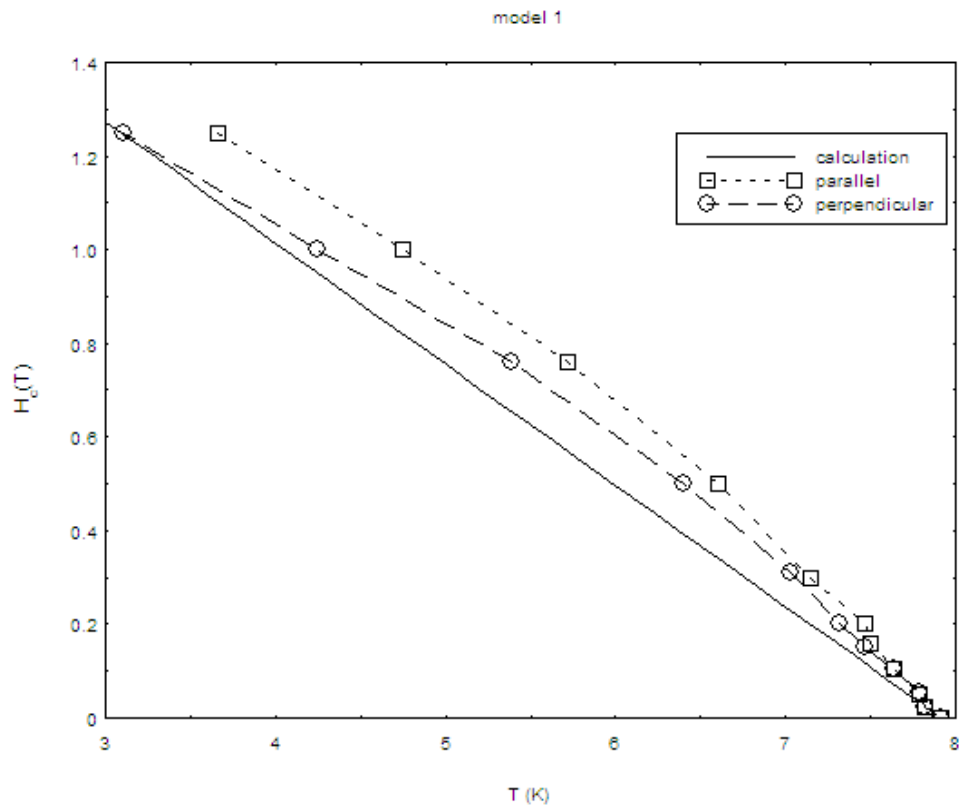
ภาพประกอบ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$

สำหรับตัวนำยิ่งยวดเชิงแบบแม่เหล็กพารา



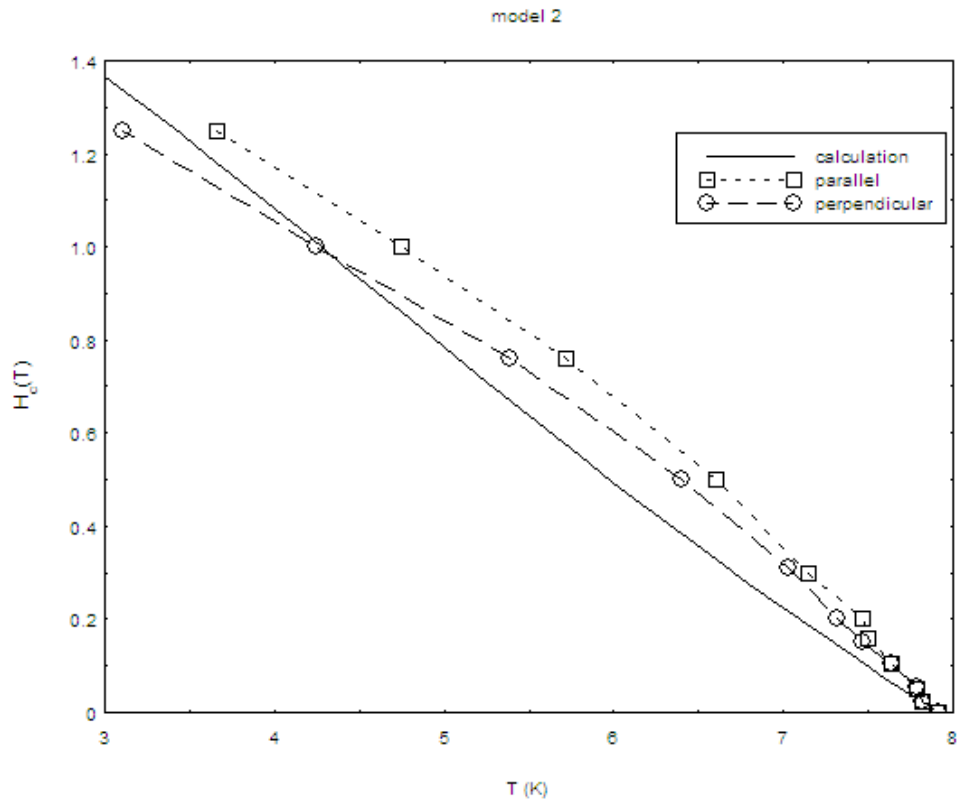
ภาพประกอบ 26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$

สำหรับตัวนำยิ่งยวดแบบแม่เหล็กไดอานามิก



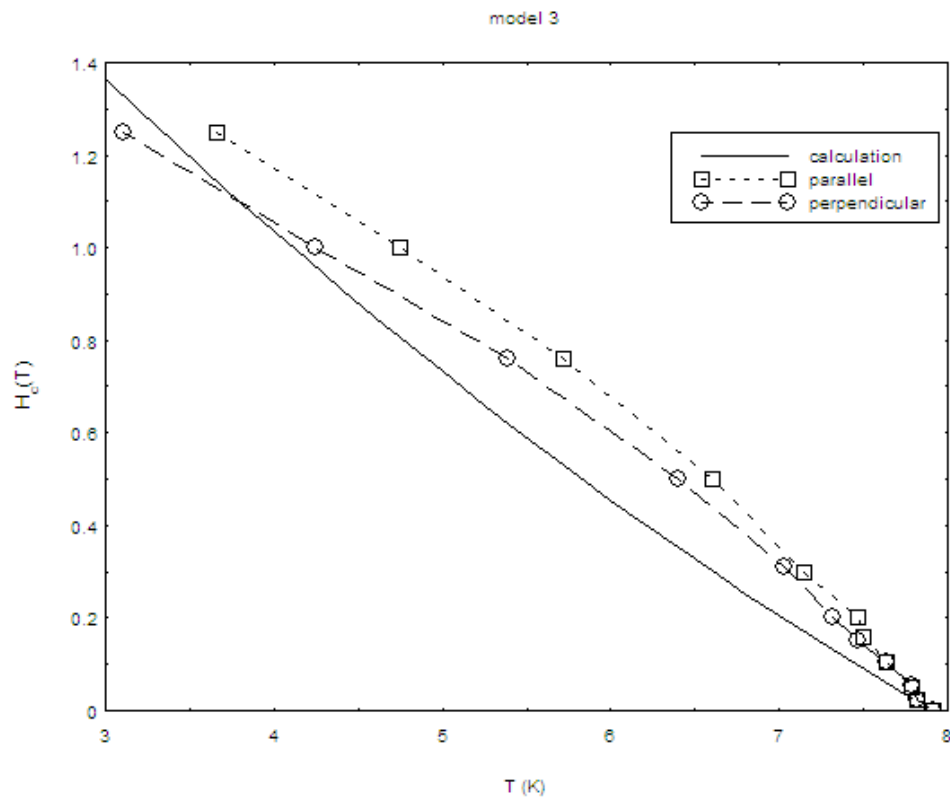
ภาพประกอบ 27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 1
เปรียบเทียบกับผลการทดลอง

ที่มา: (Ozmetin et al., 2008: 07E324)



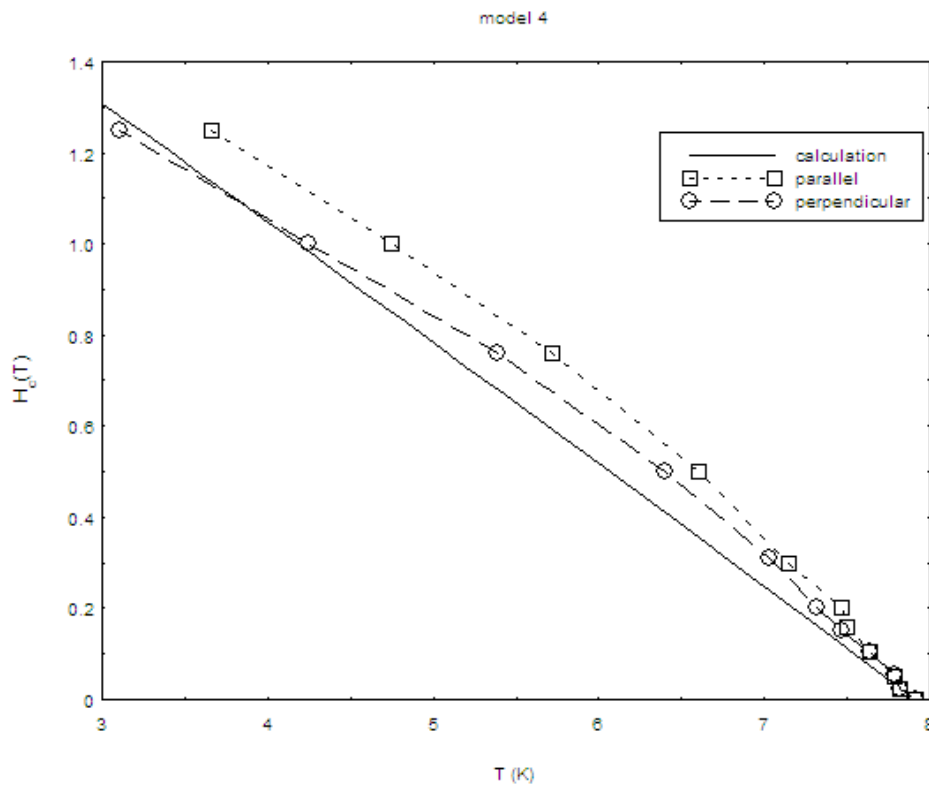
ภาพประกอบ 28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 2
เปรียบเทียบกับผลการทดลอง

ที่มา: (Ozmetin et al., 2008: 07E324)



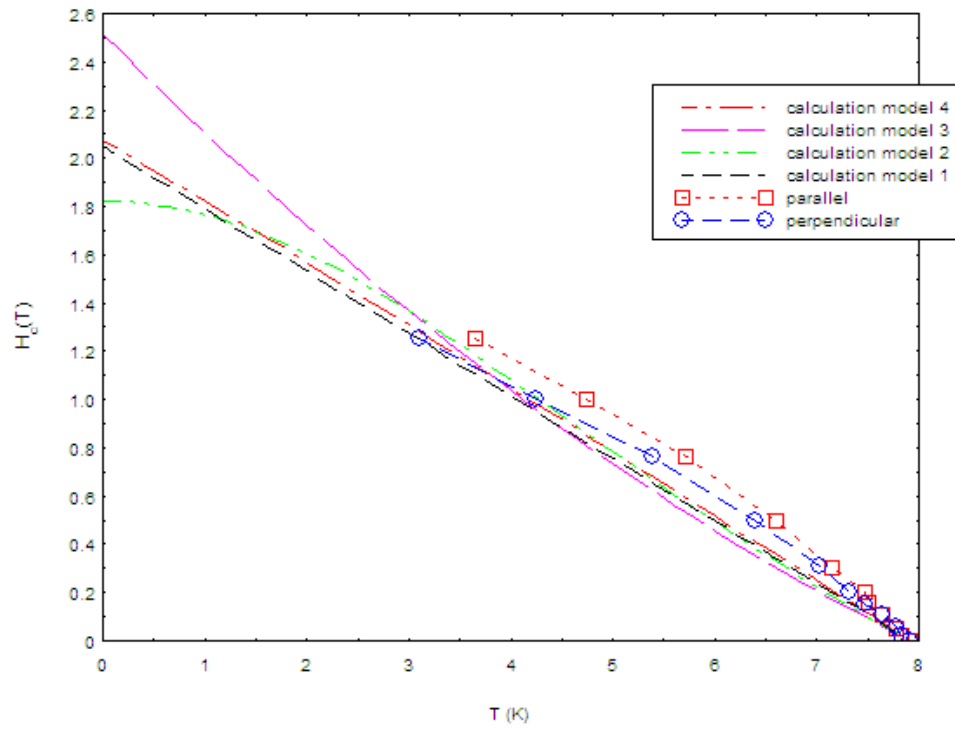
ภาพประกอบ 29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 3
เปรียบเทียบกับผลการทดลอง

ที่มา: (Ozmetin et al., 2008: 07E324)



ภาพประกอบ 30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 4
เปรียบเทียบกับผลการทดลอง

ที่มา: (Ozmetin et al., 2008: 07E324)



ภาพประกอบ 31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิของทั้ง 4 รูปแบบ
เปรียบเทียบกับผลการทดลอง เมื่อพิจารณาอุณหภูมิศูนย์เคลวิน

ที่มา: (Ozmetin et al., 2008: 07E324)

จากการคำนวณเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับผลการทดลอง (Ozmetin et al., 2008: 07E324) พบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของทั้ง 4 รูปแบบซึ่งประกอบไปด้วย รูปแบบของเซนและคณะ (Chen et al, 2011: 1591-1594) รูปแบบของซู่และคณะ (Zhu et al, 2008: 105001) รูปแบบของชานเนนโคและคณะ (Shanenko et al., 2011: 047005) และรูปแบบของซังจันท์และอุดมสมุทหิรัญ (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 151-164) สอดคล้องกับผลการทดลองที่อุณหภูมิวิกฤตซึ่งรูปแบบของซังจันท์และอุดมสมุทหิรัญสอดคล้องกับผลการทดลองกว่ารูปแบบอื่นๆ



บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก โดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว ซึ่งสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)$ ได้ และศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก ซึ่งสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$ ได้ โดยมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. คำนวณหาสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 จากสมการพลังงานอิสระของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก
2. คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กโดยใช้ทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว
3. คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

สรุปผลการวิจัย

จากผลการคำนวณหาสมการสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กโดยพิจารณาตามทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาวแบบแถบพลังงานเดี่ยว สามารถคำนวณได้จากสมการกินซ์เบิร์กแลนดาวที่ 1 ซึ่งลดรูปมาจากสมการความหนาแน่นพลังงานอิสระและพบว่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่คำนวณได้เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ ได้ผลดังนี้

จากภาพประกอบที่ 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{\chi'}{\chi}\right)$ พบว่าตัวนำวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็กแสดงพฤติกรรมเป็นแม่เหล็กแอนไทเฟอร์โรและแม่เหล็กพาราซึ่งให้ค่า $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ เท่ากับ

1.66 สำหรับตัวนำวดยิ่งที่มีพฤติกรรมเป็นแม่เหล็กไดอาและแม่เหล็กเฟอร์โร ค่าของ $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ จะมี

ค่าสูงกว่าและต่ำกว่าตัวนำวดยิ่งแบบไร้แม่เหล็กตามลำดับ อย่างไรก็ตาม สภาพแม่เหล็กทุกชนิดมีสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว (H_{c3}) ในลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น

จากภาพประกอบที่ 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$ ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร ประกอบด้วยฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ซึ่งฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบมีค่า $\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ ต่ำกว่า 1.66 โดยรูปแบบที่ 1 เส้นกราฟมีลักษณะเป็นเชิงเส้น ส่วนรูปแบบที่ 2 รูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 กราฟมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น

จากภาพประกอบที่ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$ ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กพารา ประกอบด้วยฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ซึ่งฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมiform แบบที่ 1 และรูปแบบที่ 2 มีค่า $\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ เท่ากับ 1.66 ส่วนรูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 มีค่าสูงกว่าและต่ำกว่า 1.66 ตามลำดับ ทั้งนี้ขึ้นกับพารามิเตอร์ โดยรูปแบบที่ 1 เส้นกราฟมีลักษณะเป็นเชิงเส้น ส่วนรูปแบบที่ 2 รูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 กราฟมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น

จากภาพประกอบที่ 26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{H_{c3}}{H_{c2}}\right)$ กับ $\left(\frac{T}{T_c}\right)$ ของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอานา ประกอบด้วยฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบ ซึ่งฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบมีค่า $\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ สูงกว่า 1.66 โดยรูปแบบที่ 1 เส้นกราฟมีลักษณะเป็นเชิงเส้น ส่วนรูปแบบที่ 2 รูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 กราฟมีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น และที่อุณหภูมิ (T) มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า $\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ ของฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบมีค่าเข้าสู่ 1.0

จากภาพประกอบที่ 27 ภาพประกอบที่ 28 ภาพประกอบที่ 29 และภาพประกอบที่ 30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กวิกฤตกับอุณหภูมิตามฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบที่ 1 รูปแบบที่ 2 รูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 ตามลำดับ เปรียบเทียบกับผลการทดลอง (Ozmetin et al., 2008: 07E324) ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการทดลองที่อุณหภูมิวิกฤตโดยรูปแบบที่ 4 (Changjan and Udomsamuthirun, 2011: 151-164) ให้ผลที่สอดคล้องกับการทดลองมากกว่ารูปแบบอื่นๆ ทั้งนี้เนื่องจากพารามิเตอร์

อภิปรายผล

จากการคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กพบว่า สนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวนี้เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ และสามารถคำนวณได้โดยการลดรูปสมการพลังงานอิสระในทฤษฎีกินซ์เบิร์กแลนดาว

จากการศึกษาฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิซึ่งประกอบไปด้วยฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิ 4 รูปแบบของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กโดยพิจารณาตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กที่มีสมบัติแม่เหล็กเฟอร์โร สมบัติแม่เหล็กพารา และสมบัติแม่เหล็กไดอา พบว่าในตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กเฟอร์โร ฟังก์ชันที่ขึ้นกับ

อุณหภูมิของทั้ง 4 รูปแบบ มีค่า $\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ ต่ำกว่า 1.66 ตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กพารา ฟังก์ชันที่ขึ้นกับ

อุณหภูมิในรูปแบบที่ 1 และรูปแบบที่ 2 มีค่า $\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ เท่ากับ 1.66 ในรูปแบบที่ 3 และรูปแบบที่ 4 มีค่า

$\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ สูงกว่า และต่ำกว่า 1.66 ตามลำดับ และสำหรับตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กไดอา ฟังก์ชันที่ขึ้นกับ

อุณหภูมิทั้ง 4 รูปแบบให้ค่า $\frac{H_{c3}}{H_{c2}}$ ต่ำกว่า 1.66

ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ได้คำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบแถบพลังงานเดียว ในงานวิจัยอื่นๆ ผู้สนใจสามารถคำนวณหาค่าสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็กแบบสองแถบพลังงานได้



บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- นิติ นิยมศิลป์ชัย. (2556). การศึกษาสนามแม่เหล็กวิกฤตบน ของตัวนำยวดยิ่งประเภท 1.5 โดยใช้แบบจำลองตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงาน. ปริญญาโทวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (ฟิสิกส์). กรุงเทพมหานคร: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- พิเชษฐ และ สุปาณี ลีสุวรรณ. (2543). ไฟฟ้าและแม่เหล็ก. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เลี้ยงเลี้ยง. ถ่ายเอกสาร.
- พงษ์แก้ว อุดมสมุทรวิทย์. (2555). ตัวนำยวดยิ่งเบื้องต้น. กรุงเทพมหานคร: บจก.วัน โอ ไฟว์ ดิจิตอลพรินติ้ง. ถ่ายเอกสาร.
- อาภาพงศ์ ชัยจันทร์. (2548). สนามแม่เหล็กวิกฤตของตัวนำยวดยิ่งแบบสองแถบพลังงานที่ไม่สมมาตรในตัวนำยวดยิ่งแมกนีเซียมไดโบไรด์โดยวิธีกิ้นซ์เบิร์กแลนดาว. ปริญญาโทวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต(ฟิสิกส์). กรุงเทพมหานคร: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.
- Abrikosov, A.A. (1965). Concerning surface superconductivity in strong magnetic fields. *Sov. Phys-JETP* 20 : 480-488.
- Abrikosov, A.A. (1957). On the magnetic properties of superconductors of the second group. *Sov. Phys-JETP* 5 : 1174-1182.
- Aakerzade, I.N. (2003). Surface critical magnetic field H_{c3} (T) of a bulk superconductor MgB_2 using two-band Ginzburg-Landau theory. *Indian Academy of science* 61 : 611-616.
- Aakerzade, I.N.; et al. (2002). Two-band Ginzburg-Landau theory for the lower critical field H_{c1} in MgB_2 Superconductor. *Science & Technology* 15 : L17-L20.
- Bardeen, J. Cooper, N. & Schrieffer, J.R. (1957). Theory of superconductivity. *Physical Review*. 108: 1175-1204.
- Bednorz, J.G. and Muller, K. (1986). Possible high T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system. *Z. Phys. B* 64 : 189-193.

- Bolonkin, A. (2008). AB levitator and electricity storage. *Aircraft engineering and Aerospace Technology* 80:427-438.
- Buckel, W. (1991). *Superconductivity: fundamental and application*. New York :VCH PublisherInc.
- Buzdin, A. and Chameeva, T. (1995). Surface critical magnetic field in layered superconductors. *Physics Letters A* 207 : 113-117.
- Changjan, A. and Udomsamuthirun P. (2011). Critical magnetic field ratio of anisotropic magnetic superconductors. *Physica C* 471 : 23-25.
- Changjan A. and Udomsamuthirun P. (2013). Critical temperature of magnetic superconductors by two- band Ginzburg-Landau approach. *Songklanakarin J. Sci. Technol* 35 : 611-614.
- Changjan, A. and Udomsamuthirun P. (2011). The critical magnetic field of anisotropic two-band magnetic superconductors. *Solid state communications* : 151-164.
- Chen, L.; et al. (2011). Two-band calculations on the upper critical field of superconductor NbSe₂. *Physica C* 417 : 1591-1594.
- Chu, C.W.; et al. (1997). *Superconductivity* at 93 K in a new mixed-phase Y-Ba-Cu-O compound system at ambient pressure. *Phys. Rev. Lett* 58 : 908-910.
- Doh, H.; et al. (1999). Phenomenological theory of superconductivity and magnetism in Ho_{1-x}Dy_xNi₂B₂C. *Phy. Rev. Lett* 83 : 5350-5353.
- Fetter, A.L. and Walecka J.D. (1995). *Quantum theory of many particals system*. Taiwan : MaGraw Hill.
- Haas, S. and Maki, K. (2001). Anisotropic s-wave superconductivity in MgB₂. *Phys. Rev. B* 65: 020502.
- Hampshire, D.P. (1998). Ferromagnetic and antiferromagnetic superconductivity. *Physica C* 304: 1-11.

- Ketterson, J.B. and Song S.N. (1999). *Superconductivity*. New York :Cambridge University Press.
- Kittel, C. (1997). *Introduction to solid state physics*. United states of America :John Wiley & Sons.
- Lawrence, W.E. and Doniach, S. (1970). Proceedings of the 12th international conference on Low-temperature physics. 12 : 361.
- Martienssen, W. and Warlimont, H. (2005). *Springer handbook of condensed matter and material data*. NewYork: Spinger Berlin Heidelberge.
- Ozmetin, A.E.; et al. (2009). Strong increase in critical field and current in magnet-superconductor hybrids. *Applied Physics* 105: 07E324.
- Ramon, V. and Iglesias, A. (1998). *Introduction in to superconductivity*. Retrieved October 28, 2013, from www.superlife.info/en/book/victor/consideration.htm.
- Saint-James, D. and de Gennes, P.G. (1963). Onset of superconductivity in decreasing fields. *Phys. Lett* 7 : 306-308.
- Shanenko, A.A.; et al. (2011). Extended Ginzburg-Landau formalism for two-band superconductors. *Phy. Rev. Lett* 106 : 047005.
- Shimizu, T.; et al. (1989). Cu MNR and NQR in high T_c oxides $YBa_2Cu_3O_x$ and related material CuO. *Institute for Solid State Physics* 106: 39-53.
- Tsuei, C.C. and Kirtley, J.R. (1996). Probing high –temperature superconductivity. *Scientific American* 50: 6.
- Zhu, X.; et al. (2008). Upper critical field Hall effect and magnetoresistance in the iron-based layered superconductor $LaFeAsO_{0.9}F_{0.1-x}$ superconductor. *Science and Technology* 21: 105001.



ภาคผนวก

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณสำหรับสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิวที่เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิของตัวนำยวดยิ่งแบบแม่เหล็ก

ฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบของเซนและคณะ

```
ClearAll[hc3hc2, ttc];
X = -.19;
XP = -.19;

tc = 7.918;
hc2 = 1;
tt = 3.00;
hc3[tt_] :=  $\left( \frac{1.66 * (1 - tt / tc) - (X - XP)}{1 + XP} \right) * hc2;$ 
Plot[hc3[tt], {tt, 0, 1}];
While[tt < tc,
  Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + .2;
];
```

ฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบของซูและคณะ

```
ClearAll[hc3hc2, ttc];
X = -0.09;
XP = -0.09;

tc = 7.918;
hc2 = 1;
tt = 3.00;
hc3[tt_] :=  $\frac{1.66 * ((1 - (tt / tc)^2) / (1 + (tt / tc)^2)) - (X - XP)}{1 + XP} * hc2;$ 
Plot[hc3[tt], {tt, 0, tc}];
While[tt < tc,
  Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + .2;
];
```

ฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบของซาเนนโคและคณะ

```

ClearAll[hc3hc2, ttc];
X = -0.01;
XP = -0.01;

tc = 7.918;
hc2 = 1;
tt = 3.00;

hc3[tt_] := 
$$\frac{1.66 * \left( (1 - tt / tc) + \frac{1}{2} (1 - tt / tc)^2 \right) - (X - XP)}{1 + XP} * hc2;$$


Plot[hc3[tt], {tt, 0, 1}];
While[tt < tc,
  Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + .2;
];

```

ฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิในรูปแบบของซังจันท์และอุดมสมุทรหิรัญ

```

ClearAll[hc3hc2, ttc];
X = -2;
XP = -2;

tc = 7.918;
hc2 = 1;
tt = 3.00;
p = -1.3;
q = 0.1;

hc3[tt_] := 
$$\frac{1.66 * \left( p (1 - tt / tc) + \frac{q}{2} (1 - tt / tc)^2 \right) - (X - XP)}{1 + XP} * hc2;$$


Plot[hc3[tt], {tt, 0, 1}];
While[tt < tc,
  Print[tt, " ", N[hc3[tt]]];
  tt = tt + .2;
];

```

ตัวอย่างโปรแกรมการคำนวณสำหรับสนามแม่เหล็กวิกฤตเชิงผิว

```
In[76]:= ClearAll[hc3hc2, a];  
x = 2;  
  
hc3hc2[a_] :=  $\frac{1.66 - x*(1 - a)}{1 + a*x}$ ;  
a = 0.01;  
While[a < 0.99,  
  Print[a, " ", N[hc3hc2[a]]];  
  a = a + .01;  
];
```





ประวัติย่อผู้วิจัย

ชื่อ สกุล	นางสาวสมิตตา เมฆนิตติ
วัน เดือน ปีเกิด	2 สิงหาคม 2532
สถานที่เกิด	กรุงเทพมหานคร
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	710 มบ. เพอร์เฟคเพลส ถ. รามคำแหง 164 แขวงคลองสองต้นนุ่น เขตลาดกระบัง 10520
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2548	การศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จาก โรงเรียนศรีอยุธยา จ.ชุมพร
พ.ศ. 2551	การศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จาก โรงเรียนศรีอยุธยา จ.ชุมพร
พ.ศ. 2555	การศึกษาระดับวิทยาศาสตร์บัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
พ.ศ. 2557	การศึกษาระดับวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สาขาวิชาฟิสิกส์) จาก มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ