

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง
(Guided Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู

ปริญญานิพนธ์

ของ

พิชญา พุกผาสุข

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา

มีนาคม 2543

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง
(Guided Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู

บทคัดย่อ
ของ
พิชญา พุกผาสุข

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
มีนาคม 2543

พิชญา พุกผาสุข . (2543) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้
 วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธี
 แนวแนวทาง (Guided Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู . ปรินญาณิพนธ์ กศ.ม.
 (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ .
 คณะกรรมการควบคุม : อาจารย์ ดร.ฉวีวรรณ เสวตมาลย์, ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ระวีวรรณ
 พันธุ์พานิช .

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทน
 ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธี
 แนวแนวทาง กับการสอนตามคู่มือครู

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต
 กรุงเทพมหานคร ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 ที่ได้มาโดยการจับสลากห้องเรียนมา 2 ห้อง
 จำนวน 72 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 36 คน กลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบ
 ค้นพบด้วยวิธีแนวแนวทาง และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู ใช้เวลาในการทดลอง กลุ่มละ
 14 คาบ คาบละ 50 นาที แบบแผนการวิจัยเป็นแบบ “ Nonrandomized Control group Pretest –
 Posttest Design ” และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) ที่ใช้
 คะแนนทดสอบก่อนการเรียนเป็นตัวแปรร่วม

ผลการศึกษาค้นคว้าพบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธี
 แนวแนวทาง สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธี
 แนวแนวทาง สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

A COMPARISON OF MATHAYOM SUKSA III STUDENTS' ACADEMIC ACHIEVEMENT
AND LEARNING RETENTION IN MATHEMATICS USING GUIDED
DISCOVERY METHOD AND THE TEACHER'S MANUAL

AN ABSTRACT
BY
PITCHAYA PUKBHASUK

Presented in partial fulfillment of the requirements for the Master
of Education degree in Secondary Education
At Srinakarinwirot University
March 2000

Pitchaya Pukbhasuk . (2000) . *A Comparison of Mathayom Suksa III Students' Academic Achievement and Learning Retention in Mathematics Using Guided Discovery Method and the Teacher's Manual* . Master of Education, M.Ed. (Secondary Education) . Bangkok : Graduate School, Srinakarinwirot University .

Advisor Committee : Dr. Chaweewan Sawetamalya, Assistant. Prof. Raweewan Panpanich .

The purpose of this study was to compare the Mathayom Suksa III students' academic achievement and learning retention in mathematics using Guided Discovery method and the Teacher's Manual .

The subjects of this study were 72 Mathayom Suksa III students of Mathayom Watbhenjamaborpitr School , Dusit , Bangkok. They were divided into two groups; the experimental group was taught by using Guided Discovery method and the control group was taught by using the Teacher's Manual . Each group was taught for fourteen 50 minute periods . The research design was " Nonrandomized Control – group Pretest – Posttest Design". The data were statistically analyzed by using the Analysis of Covariance (ANCOVA) with pretest scores as the covariate .

The findings of this study were as follows :

1. The mathematical learning achievement of the experimental group was significantly higher than the control group at the .01 level .
2. The mathematical learning retention of the experimental group was significantly higher than the control group at the .01 level .

ปริญญานิพนธ์

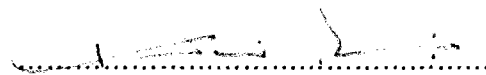
เรื่อง

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง
(Guided Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู

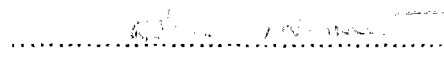
ของ

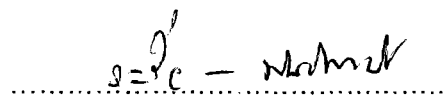
นางพิชญ์ญา พุกผาสุข

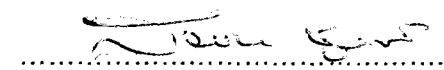
ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต วิชาเอกการมัธยมศึกษา
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

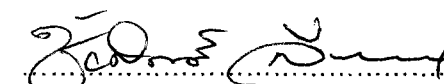
..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(ศาสตราจารย์ ดร. เสริมศักดิ์ วิชาลาภรณ์)
วันที่..... เดือน พ.ศ. 2543

คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(ดร. จีวรณ เสตมาลย์)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ระวีวรรณ พันธุ์พานิช)

..... กรรมการแต่งตั้งเพิ่มเติม
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ)

..... กรรมการแต่งตั้งเพิ่มเติม
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล)

ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณา และการแนะนำอย่างดียิ่งจาก อาจารย์ ดร. ธีววรรณ เศวตมาลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ธีววรรณ พันธุ์พานิช รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย ชูชาติ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีสกุล ซึ่งเป็นผู้ให้แนวคิด ให้คำแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องในการดำเนินการทดลองมาตั้งแต่ต้นจนเสร็จสิ้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณา และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ไว้ ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. ธีววรรณ เศวตมาลย์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ธีววรรณ พันธุ์พานิช ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชัยศักดิ์ สีสกุล ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ประนอม พันธุ์ไสว อาจารย์ เปรมกมล รัตนอุดม และอาจารย์อำไพ ศิริศากาวร ที่กรุณาให้คำแนะนำ และตรวจแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ ผู้ช่วยผู้อำนวยการฝ่ายวิชาการ คณาจารย์หมวดวิชา คณิตศาสตร์โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร ที่อำนวยความสะดวก และให้ความร่วมมือในการทดลอง ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และปีที่ 4 ปีการศึกษา 2541 ที่ให้ความร่วมมือในการทดลอง หาคุณภาพเครื่องมือ และการทดลองเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์สุพิน นนทชิต อาจารย์อรุณ นนทชิต ซึ่งเป็นบิดาและมารดา ตลอดจนคุณอุดม พุกผาสุข และขอขอบใจเด็กชายกฤตกร เด็กหญิงแพรวา พุกผาสุข ที่ให้กำลังใจ ในการสนับสนุนทุนการวิจัย และให้ความช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์ทุก ๆ ด้าน รวมทั้งขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน และน้อง ๆ นิสิตปริญญาโท วิชาเอกการมัธยมศึกษา กลุ่มการสอนคณิตศาสตร์ ที่เป็นกำลังใจ และให้ความช่วยเหลือในการทำปริญญานิพนธ์ครั้งนี้จนสำเร็จลงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ครูอาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านที่ได้อบรม สั่งสอน ชี้แนะแนวทางการศึกษา และวางรากฐานการศึกษาให้แก่ผู้วิจัย

พิชญา พุกผาสุข

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	บทนำ.....	1
	ภูมิหลัง.....	1
	ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า.....	3
	ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า.....	4
	ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า.....	4
	นิยามศัพท์เฉพาะ.....	5
	สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า.....	7
2	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบค้นพบ	
	ด้วยวิธีแนะแนวทาง.....	9
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้คำถามนำทาง.....	23
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเอกสารแนะแนวทาง.....	42
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการใช้คู่มือครูและหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์	
	ของสสวท.....	46
	เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.....	49
	เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้.....	52
3	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	60
	ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	60
	เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า.....	62
	วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า.....	65
	การวิเคราะห์ข้อมูล.....	67
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	67

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
	สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	72
	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	73
5	สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	76
	สรุปผลของการศึกษาค้นคว้า.....	79
	อภิปรายผลของการศึกษาค้นคว้า.....	79
	ปัญหาและข้อจำกัด.....	81
	ข้อเสนอแนะ.....	82
	บรรณานุกรม.....	83
	ภาคผนวก.....	94
	ภาคผนวก ก.....	95
	ภาคผนวก ข.....	100
	ภาคผนวก ค.....	106
	ภาคผนวก ง.....	175
	ภาคผนวก จ.....	192
	ประวัติผู้วิจัย.....	194

บัญชีตาราง

ตาราง		หน้า
1	แบบแผนการทดลอง	62
2	คะแนนเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทดสอบ ก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและ กลุ่มควบคุม	73
3	ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	74
4	เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ภายหลังจากทดลอง สิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม.....	75
5	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ที่มีคะแนนทดสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม.....	96
6	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม ที่มีคะแนนทดสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม.....	97
7	คะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ภายหลังจากทดลอง สิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง.....	98
8	คะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ภายหลังจากทดลอง สิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม	99
9	ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชุดที่ 1	101
10	ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชุดที่ 2	102
11	ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ชุดที่ 1 กับจุดประสงค์ (ค่า IOC)	103

บัญชีตาราง(ต่อ)

ตาราง	หน้า
12	ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ ชุดที่ 2
	กับจุดประสงค์ (ค่า IOC) 104
13	การวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อใช้ในการออกข้อสอบตามเนื้อหาและจุดประสงค์
	เชิงพฤติกรรม วิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม 107

บัญชีภาพประกอบ

ภาพประกอบ	หน้า
1 แผนภูมิแสดงการแยกประเภทคำถามตามแบบของ คันทิงแฮม (Cunningham)	26
2 แผนภูมิแสดงการแยกประเภทคำถามตามแบบของ ลัดดาวัลย์ กัณหาสุวรรณ	29
3 แสดงการจำลองกระบวนการของแอตคินสัน (Atkinson) และชิฟฟริน (Shiffrin)	54

บทที่ 1

บทนำ

ภูมิหลัง

การเรียนการสอนจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ พัฒนาตนเองทั้งทางร่างกาย จิตใจ สติ ปัญญา และสามารถดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างเป็นสุขตามจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาแผน การศึกษาแห่งชาติพุทธศักราช 2535 (สุมาลี สังขะไชย.2535;อ้างอิงมาจากสำนักนายกรัฐมนตรี.2535.) ซึ่งการที่จะดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างเป็นสุขนั้นจะต้องเป็นผู้รู้จักคิดเป็นทำเป็น และแก้ปัญหาเป็น

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งในกลุ่มทักษะ ซึ่งมีบทบาทและความสำคัญในฐานะเป็นเครื่องมือของการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาและการดำรงชีวิต ซึ่งจุดประสงค์ทั่วไปในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และมีทักษะตามกระบวนการคณิตศาสตร์ สามารถให้เด็ก คิดตามขั้นตอนอย่างมีเหตุผลและเป็นระเบียบ (วรรณิ โสมประยูร. 2524 : คำนำ) อีกทั้งผู้เรียนได้นำ ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ให้สัมพันธ์กับการประกอบอาชีพ การศึกษาค้นหาความรู้ ความเข้าใจใน วิทยาการสาขาต่าง ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ ฯลฯ จำเป็นต้องใช้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานทั้งสิ้น ทั้งยังช่วยปลูกฝังอบรมให้ผู้เรียนมีนิสัยรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระเบียบชัดเจนตลอดจนมีความสามารถ วิเคราะห์ปัญหาต่าง ๆ ได้ (ยุพิน พิพิธกุล. 2524 : 1) ดังนั้น การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาจึงมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการค้นคว้า หาความรู้ รู้จักคิดให้เหตุผลในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับชีวิตประจำวัน ตลอดจนสามารถทำงาน เป็นกลุ่มและอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2539 : คำแถลง)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาที่ผ่านมา ยังไม่บรรลุผลสำเร็จ ตามจุดมุ่งหมายของหลักสูตร ดังจะเห็นได้จากรายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษาโดยสำนัก ทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ ได้ประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ตอนต้น ปีการศึกษา 2538 (สำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ. 2540:9) ในด้านความเข้าใจใน หลักการทางด้านคณิตศาสตร์และการคิดคำนวณ พบว่าผลการประเมินระดับประเทศมีคะแนนเฉลี่ย ร้อยละ 33.65 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน เมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนจุดตัดตามเกณฑ์การประเมิน (60%) พบว่าอยู่ในระดับพอใช้ สำหรับผลการประเมินนักเรียนตามระดับคุณภาพ พบว่ามีนักเรียนใน ระดับควรปรับปรุงสูงถึงร้อยละ 44.73 ทั้งนี้อาจจะมีสาเหตุมาจากการสอนแบบบรรยายอย่างเดียว ซึ่ง เป็นวิธีที่เหมาะสมเฉพาะในการถ่ายทอดความรู้และในการให้ข้อมูลเท่านั้น แต่ไม่ส่งเสริมด้านความคิด การแสดงออก การแก้ปัญหา พัฒนาการ และสติปัญญา ผลการเรียนการสอนจึงพัฒนาเฉพาะด้าน ความรู้ความจำเท่านั้น (สมิตร คุณากร. 2518 : 136) อีกทั้งครูมักสอนโดยยึดตัวครูเองเป็นศูนย์กลาง

ยึดเนื้อหาและหลักสูตรเป็นเกณฑ์ ต้องการสอนให้จบเนื้อหาและสอนให้ทันตามเวลาที่กำหนด ขาดการสอนด้านทักษะทางความคิด การค้นพบมโนคติ ไม่ได้คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลกับความต้องการของนักเรียน นอกจากนี้สื่อการสอนก็ใช้แต่ชอล์กและกระดานดำ (สิริพร ทิพย์คง. 2538 : 1) นักเรียนจึงเรียนด้วยการท่องและจำวิธีทำเท่านั้น แต่นักเรียนยังขาดความเข้าใจในมโนคติของเนื้อหา เพราะวิธีการให้เหตุผลจากการสอน ไม่สอดคล้องกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ (พรรณทิพย์ ม้ามณี . 2520 : 8) ทำให้การเรียนการสอนโดยวิธีดังกล่าวไม่ก่อให้เกิดผลดีเท่าที่ควร

จากนโยบายของกรมสามัญศึกษา ปี พุทธศักราช 2538 ข้อที่ 1 ความว่า “นักเรียนเป็นหัวใจของการจัดการศึกษา จะจัดการศึกษาโดยยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ถือเอาความแตกต่างระหว่างบุคคลเป็นหลัก ให้การศึกษาโดยคำนึงถึงความสนใจ ความถนัดและความสามารถของผู้เรียน” (อ้างอิงจาก สมศักดิ์ ขจรเจริญกุล. 2538 : 44) ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนที่ดี ครูผู้สอนควรจัดการสอน โดยมีนักเรียนเป็นศูนย์กลาง คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลมากขึ้น นักเรียนมีความเข้าใจและรู้จักใช้เหตุผลมากกว่าการท่องจำ นักเรียนมีโอกาสร่วมในกิจกรรมและส่งเสริมการเรียนการสอน สามารถแสดงความคิดเห็นของตนเอง ค้นหาวิธีการใหม่ ๆ ครูมีหน้าที่คอยแนะนำนักเรียนให้รู้จักหาเหตุผลและแสวงหาความรู้อยู่เสมอ (สิริพร ทิพย์คง. 2538 : 1)

เพื่อให้สอดคล้องกับนโยบายการจัดการศึกษาของกรมสามัญศึกษา การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรจัดเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะในทุก ๆ ด้าน เช่น การจำ การคำนวณ การวิเคราะห์ปัญหา และเกิดความคิดในตนเอง อีกทั้งให้ผู้เรียนอยากเรียนไม่เบื่อหน่าย เกิดความภูมิใจ และเกิดความคิดที่จะทำการสืบค้นความรู้ใหม่ ๆ (ปราณี หลิมวานิช. 2524 : 2) นักเรียนได้ลงมือกระทำด้วยตนเอง เพื่อให้ให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ตรงจนสามารถสรุปความรู้ได้เอง ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดมโนคติตามหลักการเรียนรู้อิงของ Bruner (Bruner. 1960 : 32) โดยการนำเอาวัสดุอุปกรณ์มาใช้ประกอบการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความสนใจสนุกสนานไม่เบื่อหน่าย เข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นนามธรรมได้ง่ายขึ้น เพราะอุปกรณ์การสอนเป็นสิ่งจำเป็นที่จะช่วยให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น (สมศักดิ์ ภักดี. 2536 : 5) อย่างไรก็ตามวิธีสอนคณิตศาสตร์นั้นมีหลายวิธี แต่ละวิธีนั้นเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียน แต่ไม่มีวิธีใดที่ดีที่สุด ผู้สอนจะต้องเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหา ระยะเวลา และข้อสำคัญจะอย่างไรจึงจะให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่มีการพัฒนาความคิดให้มากที่สุด (ยุพิน พิพิธกุล. 2524 : 26)

การสอนให้ค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) เป็นวิธีการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนทำกิจกรรมตามความถนัด เน้นที่ตัวนักเรียน โดยให้นักเรียนได้ค้นพบหลักการ มโนคติและความคิดต่าง ๆ ด้วยตัวเอง ครูมีบทบาทเป็นแต่เพียงแนะผู้เรียน ให้พยายามใช้ความรู้ที่มีอยู่แล้วเป็นแนวทางในการคิด เพื่อให้เกิดความรู้ใหม่ ด้วยคำถามชักถามเด็กในด้านต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางไปสู่

การแก้ปัญหา และค้นพบสิ่งที่ต้องการจะรู้ด้วยตัวเอง (Biggs. 1968 : 216-240; ยุกิน พิศิษฐ์. 2520 : 3; โสภณ บำรุงสงฆ์. 2520 : 4; วัชรภรณ์ บัวบุชา. 2524 : 3) จากแนวคิด ดังกล่าว ผู้วิจัยคิดว่าการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสอนด้วยกระบวนการที่ต่าง ๆ กัน เช่น การใช้คำถาม เอกสารแนะแนวทาง บัตรงาน อุปกรณ์ หรือสื่ออื่น ๆ กระตุ้นให้นักเรียนได้ค้นพบในมิติหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตัวเองเป็นอย่างดี เพราะเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมและยากที่จะเข้าใจ ดังนั้นในการเรียนการสอนนอกจากความเข้าใจในเรื่องเนื้อหาแล้วเรื่องความจำมีความสำคัญไม่น้อย ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อให้เกิดทักษะในการคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ รวดเร็ว ยังต้องอาศัยการท่องจำสูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ อยู่บ้าง ถึงแม้ว่าจะมีความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการต่าง ๆ ก็ตาม หากไม่รู้จักการจำสูตร กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ไปประยุกต์ใช้ อาจทำให้เสียเวลาเกี่ยวกับขั้นตอนในการคำนวณ ดังนั้นกระบวนการจำจึงเป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์และวิชาต่าง ๆ เพราะความคงทนในการจำเป็นการคงไว้ซึ่งผลการเรียน หรือความสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งที่เคยเรียน หรือเคยมีประสบการณ์ที่รับรู้มาแล้ว หลังจากที่ได้ทิ้งช่วงระยะเวลาใดเวลาหนึ่ง (Adam. 1967: 9 ; เดโช สนวนานนท์. 2519 : 209) การที่จะจดจำสิ่งที่เรียนได้มากน้อยเพียงใดนั้น ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนรู้ การได้ฝึกซ้ำ และมีส่วนร่วมในกิจกรรมมากที่สุด ดังนั้นครูจึงต้องพยายามดัดแปลงเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้เป็นรูปธรรมเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ และเกิดมโนคติ มีความคงทนในการจำในเนื้อหานั้น ๆ ให้มากขึ้น ซึ่งวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลมก็เป็นเนื้อหาที่สามารถทำให้เป็นรูปธรรมได้ โดยอาศัยการจัดสถานการณ์ และอุปกรณ์ให้นักเรียนได้เรียนรู้ และเกิดมโนคติได้

จากประโยชน์และเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาว่าการสอนด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) จะช่วยพัฒนาให้นักเรียนเกิดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์หรือไม่

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) และการสอนตามคู่มือครู
2. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) และการสอนตามคู่มือครู

ความสำคัญของการศึกษาค้นคว้า

ผลการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ อาจนำไปใช้เป็นแนวทางสำหรับครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ได้ พิจารณาเลือกวิธีสอน ที่สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ และมีความคงทนในการเรียนรู้เป็นอย่างดี และนำไปพัฒนาคุณภาพการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ขอบเขตของการศึกษาค้นคว้า

1. ประชากรได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 จำนวน 8 ห้องเรียน ละ 36 คน รวม 288 คน
2. กลุ่มตัวอย่างได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งได้มาด้วยวิธีการจับสลากห้องเรียนมา 2 ห้องจากทั้งหมด 8 ห้องเรียน โดยให้กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองและอีกกลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม จำนวนนักเรียนห้องเรียนละ 36 คน รวม 72 คน
3. เนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง เรื่องวงกลม จากแบบเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของกระทรวงศึกษาธิการ จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งปรับปรุงแก้ไขในปี พุทธศักราช 2533
4. ระยะเวลาที่ใช้การทดลอง ทำการทดลองในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 ใช้เวลาในการทดลองสอนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 14 คาบ คาบละ 50 นาที
5. ตัวแปรที่ศึกษา
 - 5.1 ตัวแปรอิสระได้แก่ วิธีการสอนสองแบบคือ
 - 5.1.1 การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery)
 - 5.1.2 การสอนตามคู่มือครู
 - 5.2 ตัวแปรตาม ได้แก่
 - 5.2.1 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
 - 5.2.2 ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์
 - 5.3 ตัวแปรร่วม ได้แก่ ผลสัมฤทธิ์ก่อนการเรียน โดยวัดด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องวงกลม

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) หมายถึง การสอนให้ค้นพบโดยครูเป็นแต่เพียงผู้แนะแนวทางให้ด้วยกระบวนการที่ต่าง ๆ กัน วิธีการสอน ครูอาจจะตั้งคำถาม โดยใช้เอกสารแนะแนวทาง บัตรงาน อุปกรณ์หรือสื่ออื่น ๆ ในการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนคิดและทำกิจกรรมจนกระทั่งได้บทสรุปที่ถูกต้องโดยการค้นพบด้วยตัวนักเรียนเอง

2. การสอนคณิตศาสตร์โดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) หมายถึง การสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนตามแผนการสอนและกิจกรรมการเรียนการสอนที่กำหนดไว้ ซึ่งประกอบด้วยสื่อการเรียนการสอนต่าง ๆ เช่น เอกสารแนะแนวทาง (Guided Sheet) บัตรงาน (Work Cards) โดยให้นักเรียนได้ศึกษาตามความสามารถของตนเอง ตามขั้นตอนการสอนดังนี้

2.1 ขั้นนำ

2.1.1 ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2.1.2 ครูทบทวนและเสนอเนื้อหาแต่ละหัวข้อด้วยกิจกรรมการสอนแบบอธิบายการใช้คำถาม ขึ้นใดขั้นหนึ่งหรือหลายขั้น จากขั้นคำถามต่อไปนี้ (ยุพิน พิพิธกุล. 2519 : 207-209)

2.1.2.1 คำถามขั้นสังเกต เป็นคำถามที่ถามหารายละเอียดเพื่อเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1.2.2 คำถามขั้นการอธิบาย คำถามแบบนี้ผู้ตอบต้องอาศัยความรู้จากข้อมูลที่สังเกตได้ และความรู้เดิมที่มีอยู่เปรียบเทียบหาความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผล หรือหลักการต่าง ๆ

2.1.2.3 คำถามขั้นการทำนาย เป็นคำถามที่ถามในรูปของการอธิบายหรือคาดผลที่เกิดขึ้นในอนาคต อาศัยความสัมพันธ์ที่มีอยู่ในอดีตและปัจจุบันเป็นแนวทางในการทำนาย

2.1.2.4 คำถามขั้นการควบคุมและนำไปใช้อย่างสร้างสรรค์ หมายถึง คำถามที่ตั้งขึ้นอยู่ในรูปของความพยายาม ที่จะนำความรู้หรือกฎเกณฑ์ความสัมพันธ์ ขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่ค้นพบจากการอธิบายและขั้นการทำนายมาใช้เพื่อแก้ปัญหาโจทย์ อธิบายสถานการณ์ใหม่ ๆ และวางแผนเพื่อทดสอบสมมติฐาน โดยเน้นให้นักเรียนเกิดมโนคติในเนื้อหาที่เรียน สลับด้วยการฝึกทักษะ (Tool Skills) จากบัตรงานหรือเอกสารแนะแนวทาง หรือสื่ออื่น ๆ

2.2 ขั้นสอน

2.2.1 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 6 คน แล้วแจกเอกสารแนะแนวทางหรือบัตรงานให้กับนักเรียนทุกคน

2.2.2 ให้นักเรียนศึกษาโดยการสังเกต เปรียบเทียบหาความสัมพันธ์และทำนาย เพื่อหาข้อสรุปอันเป็นข้อเท็จจริง มโนมติ นิยาม หรือหลักการ จากข้อมูลทั้งหมดที่ได้จากการศึกษา บัตรงาน หรือเอกสารแนะแนวทาง หรืออุปกรณ์ หรือสื่ออื่น ๆ

2.2.3 ให้นักเรียนอภิปรายสรุปผลและตรวจคำตอบกันเองในบัตรเฉลยที่ครูแจกให้ หลังจากที่ได้ใช้เวลาในข้อ 2.2.2 พอสมควรแล้ว ครูช่วยชี้แจง สรุป และแก้ไขข้อผิดพลาด

2.2.4 ในกรณีที่นักเรียนไม่สามารถสรุปผลเองได้ ครูจะแนะแนวทางด้วยคำถามชั้น ไต่ชั้นหนึ่งหรือหลายชั้น จากชั้นคำถามในข้อ 2.1.2

2.3 ขั้นสรุป

2.3.1 เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มตรวจคำตอบและสามารถสรุปข้อเท็จจริงมโนมตินิยาม หรือหลักการได้แล้ว สุ่มนักเรียนกลุ่มหนึ่งหรือคนหนึ่งให้รายงานผลต่อกลุ่มใหญ่ให้นักเรียนคนอื่น ๆ ซักถามได้ ครูจะช่วยตอบคำถามที่ผู้รายงานไม่สามารถตอบคำถามได้

2.3.2 นักเรียนนำผลการเรียนรู้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ซึ่งผู้วิจัยนำมาจาก หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ของกระทรวงศึกษาธิการ จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละคาบและทำให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายแก่การตรวจแก้ แล้วให้นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมใช้ทำแบบฝึกหัดชุดเดียวกัน เพื่อเป็นการจัดตัวแปรแทรกซ้อน

3. เอกสารแนะแนวทาง หมายถึง เอกสารที่แจกให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะเขียนในรูปเติมคำแต่ไม่มีคำตอบเฉลยไว้ให้ ผู้สอนอาจจะให้ผู้เรียนทำเป็นตอน ๆ แล้วเฉลยครั้งหนึ่ง เมื่อผู้เรียนไม่เข้าใจก็อธิบายก่อนแล้วทำตอนต่อไป หรืออาจจะทำจนจบแล้วเฉลยก็ได้หรือ ผู้สอนอาจจะแจกเฉลยคำตอบให้หลังจากผู้เรียนทำเสร็จแล้ว

4. วิธีการสอนตามคู่มือครู หมายถึง การสอนที่ใช้วิธีอธิบาย และบรรยาย มีการซักถามนักเรียนบ้าง และใช้อุปกรณ์ประกอบการสอนตามความเหมาะสม ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

4.1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน เป็นการทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นให้นักเรียนก่อนที่จะเรียนบทเรียนใหม่ โดยใช้วิธีเดียวกับกลุ่มทดลองเพื่อเป็นการกำจัดตัวแปรแทรกซ้อน

4.2 ขั้นอธิบายและบรรยายเนื้อหาวิชาและมีการซักถามนักเรียนตามควร

4.3 ขั้นการให้แนวทางเป็นการให้ตัวอย่างประกอบบทเรียนนั้น ๆ

4.4 ขั้นสรุปเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ข้อสำคัญของบทเรียนนั้น ๆ

4.5 ขั้นฝึกหัดเป็นการฝึกให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดตามจุดประสงค์ในบทเรียน

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถจากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ซึ่งวัดได้จากการตอบแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ ที่ผู้วิจัย

สร้างขึ้นตามตารางวิเคราะห์หลักสูตร เพื่อวัดพฤติกรรมด้านความรู้ และการคิด (Cognitive Domain) ตามที่วิลสัน (Wilson. 1971 : 643-696) จำแนกไว้เป็น 4 ระดับคือ

5.1 การคิดคำนวณด้านความรู้ความจำ (Computation) นับเป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม และกระบวนการต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้ว สามารถนำมาแก้ปัญหา โจทย์อย่างง่าย ๆ ที่เหมือนกับตัวอย่าง หรือแบบฝึกหัดที่เคยทำมาแล้ว

5.2 ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ หลักการ กฎ การสรุปอ้างอิง โครงสร้าง ที่ได้เรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์ หรือปัญหาใหม่เพื่อแปลความหมายและขยายความอย่างสมเหตุสมผล

5.3 การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่คล้ายคลึงกับที่เรียนมา ตลอดจนความสามารถในการเปรียบเทียบ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล การมองเห็นแบบลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและสมมาตรกัน

5.4 การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย การค้นพบความสัมพันธ์ การสร้างข้อพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ ตลอดจนความสามารถในการสร้างสูตร และการทดลองความถูกต้องของสูตรนั้น แต่โจทย์ปัญหาจะอยู่ในขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมาแล้ว

6. ความคงทนในการเรียนรู้ หมายถึง ความสามารถในการจำและระลึกเนื้อหาวิชาที่เรียนผ่านไปแล้ว หลังจากที่ได้ทิ้งไว้ช่วงระยะหนึ่ง ซึ่งวัดได้จากคะแนนในการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นฉบับเดียวกับที่ใช้ทดสอบหลังการเรียน โดยทำการทดสอบต่อมาในช่วงระยะเวลา 2 สัปดาห์ หลังการเรียนการสอนสิ้นสุดลง

7. ผู้เชี่ยวชาญ หมายถึง คณะกรรมการผู้ควบคุมปริญญาโท ตรี ครู อาจารย์ ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่มีวุฒิการศึกษาไม่ต่ำกว่าปริญญาตรี วิชาเอกคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์การ การสอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อย่างน้อย 3 ปี และผู้มีวุฒิการศึกษาไม่ต่ำกว่าปริญญาตรีทางด้านการวัดผลการศึกษา

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู
2. นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) มีความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยดังต่อไปนี้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง
 - 1.1 ความหมายของการสอนแบบค้นพบ (Discovery)
 - 1.2 ความหมายของการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery)
 - 1.3 หลักการและลักษณะของการสอนแบบค้นพบ
 - 1.4 วิธีดำเนินการสอนแบบค้นพบ
 - 1.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบ
 - 1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบค้นพบ
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้คำถามนำทาง
 - 2.1 ความหมายของการสอนโดยใช้คำถามนำทาง
 - 2.2 ประเภทของคำถาม
 - 2.3 การใช้คำถาม
 - 2.4 เทคนิคการใช้คำถาม
 - 2.5 ประโยชน์และข้อจำกัดของการใช้คำถาม
 - 2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้คำถามนำทาง
3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเอกสารแนะแนวทาง
 - 3.1 ความหมายของเอกสารแนะแนวทาง
 - 3.2 บทบาทของผู้สอน
 - 3.3 บทบาทของผู้เรียน
 - 3.4 ลักษณะการเขียนเอกสารแนะแนวทาง
 - 3.5 ประโยชน์และข้อจำกัดของเอกสารแนะแนวทาง
 - 3.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเอกสารแนะแนวทาง
4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการใช้คู่มือครูและหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท.
5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
6. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้
 - 6.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้
 - 6.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

1. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง

1.1 ความหมายของการสอนแบบค้นพบ (Discovery)

ก่อนที่จะกล่าวถึงความหมายของการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) นั้น ผู้วิจัยขอเสนอความหมายของการสอนแบบค้นพบ ตามที่นักการศึกษาและผู้เชี่ยวชาญได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

✓ บรูเนอร์ (Bruner 1960 : 138) ได้ให้ความหมายของวิธีสอนแบบค้นพบว่าเป็นกระบวนการหรือวิธีการแก้ไขปัญหา มากกว่าที่จะเป็นผลหรือเป็นหัวข้อความรู้เฉพาะอย่างใดอย่างหนึ่ง ตามแนวคิดของเขา ขบวนการค้นพบคือความสามารถในการหาข้อสรุปจากแบบฝึกหัด การแก้ปัญหา การฝึกการตั้งคำถามและการทดสอบสมมุติฐาน การเรียนรู้โดยวิธีค้นพบจึงเป็นการเรียนเพื่อการค้นพบ (Learning to Discovery) และการสอนด้วยวิธีค้นพบเป็นการสอนซึ่งให้เด็กได้พบกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่เด็กไม่คุ้นเคย และให้เด็กได้ค้นหาวิธีการ หรือแก้ปัญหา

บีกส์ (Biggs 1968 : 217) ได้พยายามแยกแยะชนิดของการค้นพบออกเป็น 5 แบบ คือ

1. การค้นพบด้วยความบังเอิญ (Fortuitous Discovery) การค้นพบชนิดนี้มักจะเริ่มต้นโดยเด็กหรือผู้ใหญ่ ครูจะไม่ชี้แนะเลยไม่ว่ากรณีใด ๆ มันจะเกิดขึ้นเมื่อเด็กค้นพบโดยบังเอิญว่าโรงเรียนมีบางอย่างซึ่งเขาได้พบ และทำให้เขาถามคำถาม อาจเกิดขึ้นในรายวิชาที่มีสอนในโรงเรียน การค้นพบชนิดนี้บางทีจะเป็นชนิดที่ทำให้แรงจูงใจสูงที่สุด

2. การค้นพบด้วยปัจจัยที่ถูกจัดเตรียมให้ (Free and exploratory Discovery) การค้นพบชนิดนี้ ผู้สอนจะเตรียมอุปกรณ์และกำหนดสถานการณ์ให้ ไม่มีการซักถาม แต่ใช้อุปกรณ์ที่กำหนดให้แทน

3. การค้นพบด้วยวิธีการแนะแนวทาง (Guided Discovery) การค้นพบชนิดนี้ครูจะเตรียมคำถามเริ่มต้น บางครั้งอาจจะต้องมีอุปกรณ์ด้วย คำถามจะเป็นไปในทำนอง “ท่านจะทำอะไรด้วยสิ่งนี้ได้บ้าง” หรือ “ท่านพบอะไรบ้างเกี่ยวกับสิ่งนี้” เท่านั้น สิ่งเหล่านี้เป็นสถานการณ์ที่เปิดมากจริง ๆ หรืออาจแนะมากกว่านี้เช่น “อะไรจะเกิดขึ้นถ้า...”

4. การค้นพบโดยการแนะนำ (Directed Discovery) กรณีนี้ครูจะชี้แนะทางการค้นพบโดยตลอดด้วยการใช้คำถาม ครูจะถามคำถามเมื่อนักเรียนต้องการ ครูอาจเดินจากกลุ่มหนึ่งไปอีกกลุ่มหนึ่งเพื่อถามเด็กหากจำเป็น

5. การค้นพบโดยใช้โปรแกรม (Programmed Discovery) มีลักษณะคล้ายบทเรียนแบบโปรแกรม (programmed learning) ประกอบด้วยบัตรงาน (work cards) ซึ่งมักขึ้นต้นด้วย “ท่านจะต้อง.....ทำอย่างนั้นอย่างนี้” ตั้งแต่เริ่มต้นจนจบ

เดอเซคโค (De Cecco. 1968 : 464-465) ได้ให้ความหมายของการเรียนโดยการค้นพบ คำตอบ (Discovery learning) ว่า หมายถึง การที่นักเรียนสัมฤทธิ์ผลตามวัตถุประสงค์ของการสอน โดยได้รับการแนะแนวจากครูเพียงเล็กน้อย หรือไม่ได้รับจากครูเลย โดยนัยนี้การเรียนโดยการค้นพบ คำตอบจึงแยกได้เป็น 2 แบบ คือ แบบที่ได้รับการแนะแนวทาง (Guided Discovery) กับแบบที่ไม่ได้รับการแนะแนวทางเลย (Unguided discovery) ตามแบบหลังครูจะไม่ให้หลักการหรือวิธีการแก้ปัญหาเลย เป็นแบบที่มีลักษณะคล้ายวิธีสืบเสาะหาคำตอบ (information) ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเอง ปกติแล้วครูอาจฉายภาพยนตร์เพื่อแสดงเหตุการณ์ทางวิทยาศาสตร์บางอย่าง และตอบคำถามที่นักเรียนยกขึ้นถาม โดยอาจจะตอบ “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” และจำกัดปฏิบัติการได้ตอบกับนักเรียนให้มากที่สุด และหลีกเลี่ยงการชี้แจงคำตอบ จึงเป็นวิธีการที่นักเรียนจะได้หาข้อยุติด้วยตนเอง ดังนั้นหลักการของ ซัทแมน (Suchman) ก็คือ การสอนนักเรียนถึงสื่อกลาง (means) ในการที่จะได้รับความรู้มา มากกว่าที่จะสอนเนื้อหาความรู้โดยเฉพาะ

สำหรับการเรียนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) เป็นวิธีการสอนอยู่ กลาง ๆ ระหว่างการสอนโดยการแสดงเหตุผล (Expository Teaching) กับการสอนโดยไม่แนะแนวทาง คำตอบ (Unguided Discovery) นับว่าเป็นวิธีที่ปฏิบัติได้ดีในชั้นซึ่งครอนบัค (Cronbach) เรียกวิธีนี้ ว่า เป็นการสอนโดยสรุปส่วนย่อยมาหาส่วนใหญ่ (inductive teaching)

ยูพิน พิพิธกุล (2519 : 50-51) ได้กล่าวว่า การสอนแบบค้นพบเป็นวิธีการที่เน้นไปที่ตัวนักเรียน วิธีการนี้ไม่ใช่วิธีการใหม่ ผู้ใช้ครั้งแรกคือ ไชยเรติส ครูที่ดีจะใช้วิธีการดังกล่าวอยู่แล้ว วิธีนี้ต้องพิจารณาถึงการตอบสนองของนักเรียน การใช้คำถามของครู จะเห็นว่าคุณสมบัติของแต่ละบุคคลจะขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่ผ่านมา บทบาทของครูเป็นเพียงผู้แนะแนวทางแก่นักเรียนในเรื่องความคิดใหม่ ๆ ต่อสิ่งที่ได้สะสมไว้ในประสบการณ์ ดังนั้นการค้นพบจึงเป็นกระบวนการค้นพบ ครูจะมอบปัญหาหรือตั้งคำถามให้แก่ นักเรียนแล้วให้นักเรียนแสวงหาวิธีที่จะแก้ปัญหานั้นโดยครูจะให้ปัญหาที่ง่ายก่อน แล้วก็ให้นักเรียนทำปัญหาที่คล้ายกัน ซึ่งเชื่อว่านักเรียนจะค้นพบสูตร นิยาม นักเรียนจะเกิดมโนคติ การค้นพบนี้จะเป็นการค้นพบโดยวิธีใดก็ได้ เช่น การถามตอบ การสาธิต การทดลอง การอภิปราย

วิธีการค้นพบ นักเรียนอาจจะค้นพบได้ดังนี้

1. ค้นพบด้วยตนเองหลังจากที่ครูมอบปัญหาให้แล้วนักเรียนจะศึกษาหาวิธีแก้ปัญหด้วยตนเอง
2. ค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางของครู (Guided Discovery) การให้เด็กค้นพบด้วยตนเองนั้น อาจจะทำให้เสียเวลา ฉะนั้นครูจำเป็นจะต้องแนะแนวทางบ้างบางโอกาส
3. ค้นพบเป็นรายบุคคลหรือให้เรียนเป็นคณะ (Team Learning) โดยที่กลุ่มนักเรียนจะช่วยกันคิดหาคำตอบ

สุมิตร คุณากร (2518 : 141) ได้กล่าวว่าวิธีสอนให้ค้นพบนี้ผู้เรียนจะเรียนรู้ด้วยตัวเองภายใต้การดูแลและการแนะนำของครู วิธีการเรียนรู้ด้วยตัวเองนี้ ทำได้โดยการถกเถียงปัญหาต่าง ๆ ในกลุ่มย่อย เพื่อหาทางแก้ปัญหาที่เป็นประเด็นอยู่ หรืออาจเป็นการศึกษาค้นคว้าส่วนบุคคลเพื่อทำรายงานเกี่ยวกับปัญหาใดปัญหานึ่ง

พรณี ชูทัย (2520 : 167) ได้กล่าวโดยสรุปว่า การสอนแบบค้นพบหมายถึงการสอนที่เด็กได้รับการแนะนำจากครู อย่างมีขอบเขตจำกัด หรือแทบไม่มีเลยซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้เด็กแก้ปัญหา (Problem Solving) แบ่งออกเป็น 4 ลักษณะ ดังนี้

1. ครูให้หลักเกณฑ์ (Principle) และการแก้ปัญหา (Problem Solving) ซึ่งการสอนชนิดนี้เรียกว่า การสอนโดยการแสดงเหตุผล (Expository Teaching) ซึ่งหมายถึงการที่ครูอธิบายให้ข้อมูลต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา
2. ครูให้หลักเกณฑ์ซึ่งมีแนวทางในการแก้ปัญหา แต่ไม่ได้ให้วิธีการแก้ปัญหา
3. ครูไม่ให้หลักเกณฑ์ในการแก้ปัญหา แต่ให้วิธีการแก้ปัญหา
4. ครูไม่ให้หลักเกณฑ์และการแก้ไขปัญหา ซึ่งเรียกวิธีสอนแบบนี้ว่า การค้นพบแบบไม่แนะแนวทาง (Unguided Discovery)

ระหว่างวิธีสอนโดยการแสดงเหตุผล (Expository Teaching) ซึ่งให้หลักเกณฑ์และการแก้ปัญหา กับวิธีสอนให้ค้นพบแบบไม่แนะแนวทาง (Unguided Discovery) ซึ่งไม่ให้ทั้งหลักเกณฑ์และการแก้ปัญหา จะมีบริเวณกลาง ๆ ที่เรียกว่า การค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) ซึ่งเป็นการสอนที่จะช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหา

บุญชม ศรีสะอาด (2537:65) ได้กล่าวว่า การสอนแบบค้นพบความรู้คือวิธีสอนที่ผู้เรียนค้นพบคำตอบหรือความรู้ด้วยตนเอง ผู้สอนจะสร้างสถานการณ์ในรูปที่ผู้เรียนจะเผชิญกับปัญหา ในการแก้ปัญหานั้นผู้เรียนจะใช้ข้อมูลและปฏิบัติในลักษณะตรงกับธรรมชาติของวิชาและปัญหานั้นจึงเป็นวิธีสอนที่เน้นกระบวนการ

จากการที่นักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสอนแบบค้นพบไว้นั้นพอสรุปได้ว่า การสอนแบบค้นพบ เป็นการสอนที่ให้ผู้เรียนได้รู้จักแก้ปัญหา โดยครูให้หลักเกณฑ์และแนะแนวทางในการแก้ปัญหาเพียงเล็กน้อย กิจกรรมการเรียนการสอนยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ครูมีส่วนช่วยให้นักเรียนได้เกิดการค้นพบโดยการกำหนดสถานการณ์ ในรูปที่ผู้เรียนจะต้องเผชิญกับปัญหา เช่น การใช้คำถาม อุปกรณ์ สื่อต่าง ๆ เป็นต้น นักเรียนจะทำกิจกรรมจนกระทั่งได้บทสรุปด้วยการค้นพบด้วยตัวเขาเอง

1.2 ความหมายของการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery)

จากการที่ผู้วิจัยได้เสนอแนวคิดและความหมายของการสอนแบบค้นพบ(Discovery) ของ นักการศึกษาไปแล้วนั้น จะเห็นได้ว่าการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) เป็น ส่วนหนึ่งของการสอนแบบค้นพบ ดังนั้นผู้วิจัยขอเสนอความหมายของการสอนแบบค้นพบด้วยวิธี แนะแนวทาง จากการที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้อีกครั้งเพื่อให้เห็นความหมายของการสอนแบบค้นพบ ด้วยวิธีแนะแนวทางได้ชัดเจนยิ่งขึ้นดังนี้

โจนส์และอาร์เบอร์ (Jones and Arbor. 1970 : 501-508) กล่าวว่า การสอนแบบค้นพบด้วย วิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) เป็นกระบวนการชี้แนะนักเรียน เพื่อทำให้นักเรียนเห็น ข้อเท็จจริง และความสัมพันธ์ในเชิงคณิตศาสตร์ได้กระจ่างชัด การชี้แนะไม่ใช่ให้ผู้เรียนเรียนรู้จากการบอกหรือ แสดงให้เห็นจากบุคคลอื่นโดยตลอด แต่นักเรียนควรจะค้นพบด้วยประสบการณ์ของแต่ละคน ทั้งนี้ไม่ได้ หมายความว่า ครูไม่มีบทบาทในการสอน ความจริงแล้วครูคือกุญแจสำคัญที่จะเลือกปัญหา เตรียม อุปกรณ์หรือสื่อต่าง ๆ จัดลำดับประสบการณ์หรือคำถาม

บิกส์ (Biggs . 1968 : 217) ได้กล่าวถึงการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) ว่าเป็นการสอนที่ครูต้องเตรียมคำถามเริ่มต้นบางครั้งอาจต้องมีอุปกรณ์ด้วยคำถามนำทาง อาจเป็นไปในทำนอง “ท่านจะทำอะไรด้วยสิ่งนี้ได้บ้าง” หรืออาจจะแนะนำมากกว่านี้ก็ได้

เดอเซคโค (De Cecco. 1968 : 464-465) ได้ให้ความหมายของการสอนแบบค้นพบด้วยวิธี แนะแนวทาง (Guided Discovery) ว่าเป็นวิธีสอนที่ครูให้กฎเกณฑ์ที่จะใช้แก้ปัญหาก็แต่ไม่บอกวิธีการแก้ ปัญหาหรือครูไม่บอกกฎเกณฑ์ในการแก้ปัญหาก็แต่บอกวิธีการแก้ปัญหาย่างใดอย่างหนึ่ง

ไฮแมน (Hyman. 1974 : 180) ได้กล่าวถึงการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) ไว้ว่า วิธีนี้ครูเป็นผู้เลือกปัญหาและอุปกรณ์ต่าง ๆ โดยทั่วไปแล้วครูจะเป็นผู้ตั้งคำถาม ซึ่ง นำนักเรียนไปสู่คำอธิบายตามที่ต้องการ ซึ่งมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. ครูต้องเร้าให้นักเรียนศึกษาปัญหาที่นักเรียนสงสัยอยู่ก่อนโดยให้นักเรียนถาม ครูให้คำแนะนำ หรืออาจให้แนวทางของปัญหาย่างกว้าง ๆ โดยการเตรียมอุปกรณ์ให้
2. ครูอาจเลือกคำถามที่แม้บางครั้งตัวครูและนักเรียนไม่รู้คำตอบมาก่อน ซึ่งครูจะต้องจัด สถานการณ์ที่เหมาะสม
3. ครูสามารถถามคำถามแบบกลาง ๆ แก่นักเรียน มากกว่าจะถามคำถามอย่างตรงไปตรง มา ครูสามารถสร้างคำถามใหม่ได้อย่างกว้างขวาง ให้นักเรียนคนอื่น ๆ ช่วยกันออกความเห็น ครูควรใช้ กลวิธีในการถามนักเรียนว่า “ทำไม” เขาถึงมีแนวคิดอย่างนั้น
4. ครูอาจจะจัดรูปแบบโครงสร้างสำหรับการถกเถียงปัญหา เพื่อว่านักเรียนจะได้ถาม ปัญหาแก่ครู ซึ่งครูจะเป็นผู้ตอบ ครูอาจถามคำถามที่เพียงแต่ต้องการคำตอบว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่”

ซึ่งจะทำให้นักเรียนระมัดระวังคำถามและการหาคำตอบยิ่งขึ้น

ครูลีกและไวส์ (Krulik and Weise 1975 : 138) เห็นว่าการเรียนด้วยการค้นพบเป็นเรื่องยากถ้าต้องการให้สัมฤทธิ์ผล การสอนโดยการค้นพบอย่างแท้จริงเป็นขบวนการซึ่งมีจุดรวมอยู่ที่ผู้เรียน จุดมุ่งหมายของการเรียนอยู่ที่ผู้เรียนทั้งหมด ประสบการณ์ในการเรียนผู้เรียนเป็นผู้วางแผนงานด้วยตนเองและความรู้ที่ค้นพบจะต้องเป็นของใหม่ สำหรับผู้เรียนในทางปฏิบัติการเรียนการสอนแบบค้นพบนั้นในเบื้องต้นต้องพิจารณาเนื้อหาที่จะสอนและระยะเวลาต้องเพียงพอกับเนื้อหาด้วย เมื่อผู้เรียนต้องเป็นผู้เรียนเอง การขาดการแนะนำจะเป็นเหตุให้การเรียนรู้ไม่บรรลุผลตามเป้าหมาย ดังนั้น จึงเสนอแนะการเรียนการสอนให้เป็นการค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery)

การค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง เป็นขบวนการซึ่งแสดงวิธีการทางคณิตศาสตร์ให้เห็นว่าผู้เรียนได้เรียนรู้อะไรบ้าง เป็นขบวนการทางการสอนที่กำหนดให้ผู้เรียนอยู่ในสถานการณ์ที่เขามีโอกาสที่จะคิดค้นหาความรู้ ใช้วัสดุอุปกรณ์การสอน สืบค้นค้นคว้า และสรุปวิธีการสังเกต การลองผิดลองถูก เป็นวิธีการสนับสนุนการเรียนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางทั้งสิ้น ครูจะทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะและนำทาง ดึงเอาความคิดรวบยอด (Concept) และทักษะต่าง ๆ ที่มีอยู่ในตัวเด็กออกมาเพื่อให้ได้ความรู้ใหม่ กลวิธีการสอนเช่นนี้นักเรียนจะเป็นผู้คิดด้วยตนเอง และค้นพบหลักหรือกฎเกณฑ์โดยทั่ว ๆ ไป จากการสร้างสถานการณ์ของครู การแนะนำจะมีมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับตัวนักเรียนและอุปกรณ์ที่ใช้สอน กลวิธีการของการค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางจะช่วยให้เด็กเรียนคิดด้วยตนเอง เรียนด้วยตนเองและมีอิสระจากครู

สรุปการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง เป็นวิธีสอนที่นักเรียน ได้รับการแนะแนวทางจากครูด้วยกระบวนการต่าง ๆ กัน โดยอาจเป็นการใช้คำถาม หรืออุปกรณ์หรือสื่อต่าง ๆ เพื่อให้ค้นพบสูตร กฎเกณฑ์ โครงสร้าง ความสัมพันธ์และวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวนักเรียนเอง

จากความหมายของการสอนแบบค้นพบ (Discovery) และการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) ที่กล่าวมาทั้งหมดนั้น ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาวิธีการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง ดังนั้นในการที่จะกล่าวถึง หลักการและลักษณะการสอน วิธีดำเนินการสอน ข้อดีและข้อจำกัดของการสอน และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยจึงขออ้างอิงจากการสอนแบบค้นพบเป็นส่วนใหญ่ (เนื่องจากไม่มีเอกสารเกี่ยวกับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางโดยตรง) และถือว่าการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง เป็นส่วนหนึ่งของการสอนแบบค้นพบนั่นเอง

1.3 หลักการและลักษณะของการสอนแบบค้นพบ

พรหมทิพย์ ม้ามณี (2520 : 25) กล่าวถึงหลักการสอนแบบค้นพบว่า

1. ครูควรพูดให้นักเรียนคิดเอง
2. ครูคอยส่งเสริมให้นักเรียนตอบตลอดเวลา
3. ครูนำเอาคำตอบมาประยุกต์ทั้งถูกและผิดเสมอ
4. ครูควรปฏิบัติกับเด็กเหมือนคู่คิดคนหนึ่ง
5. ส่งเสริมการปฏิบัติต่อกันระหว่างนักเรียน

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 25) กล่าวถึงลักษณะของการสอนแบบค้นพบดังนี้

1. เด็กได้รับการส่งเสริมให้คิดหาคำตอบด้วยตนเอง
2. เด็กได้ใช้ความพยายามคิดหาคำตอบได้หลาย ๆ วิธีโดยอาศัยความรู้ ความเข้าใจ และความคิดรวบยอดในทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม
3. เด็กมีโอกาสได้ใช้ความคิด สังเกตความสัมพันธ์ และทดลองหลาย ๆ อย่างจนพบคำตอบ
4. เด็กจะเกิดความอยากรู้อยากเห็น อยากลงมือกระทำ เพราะปัญหายั่วยุและท้าทาย
5. เด็กได้รับการส่งเสริมให้พบกฎเกณฑ์ กระบวนการของคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และมีความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้ง
6. ครูทำหน้าที่เป็นเพียงผู้แนะนำตามความจำเป็น และให้เด็กคิดตามวิธีการของเด็กเองจนกระทั่งพบคำตอบ

1.4 วิธีดำเนินการสอนแบบค้นพบ

คูนีและคนอื่น ๆ (Cooney and others. 1975 : 136-173) กล่าวถึงเทคนิคของการสอนให้ค้นพบว่า อาจใช้วิธีการสอนค้นพบแบบอุปนัย (inductive discovery) และ การสอนค้นพบแบบนิรนัย (deductive discovery) ซึ่งต้องให้เด็กมีกิจกรรมในการหาความรู้ที่เรียนมาก่อน ครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้แนะนำ

การสอนค้นพบแบบอุปนัย (inductive discovery) นักเรียนเรียนรู้ได้จากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง โดยใช้การเดาคคุณสมบัติร่วมกันจากสิ่งที่แตกต่างกัน กลวิธีในการสอนครูจะให้ตัวอย่างที่เลือกมาเป็นลำดับชั้นอย่างระมัดระวังที่จะทำให้ตัวอย่างที่เป็นนามธรรมง่ายขึ้น ครูอาจจะถามเพื่อให้เด็กได้รับความรู้ทางตรงด้วยตนเองจากตัวแปรที่สัมพันธ์กัน

การสอนค้นพบแบบนิรนัย (deductive discovery) นักเรียนเรียนรู้โดยพิจารณานาเหตุผลอย่างสมเหตุสมผลจากความรู้เก่าที่ยอมรับแล้ว กลวิธีในการสอนครูมักจะถามคำถามเป็นลำดับชั้นที่จะ

เป็นการแนะนำให้เด็กคิดถึงการพิจารณาเหตุผลในการวางหลักเกณฑ์ทั่ว ๆ ไปว่าคือ จุดมุ่งหมายของบทเรียน

เทคนิคการสอนแบบค้นพบอีกแบบหนึ่งคือ การค้นพบแบบกลุ่มเล็ก (small-group discovery) โดยรวมนักเรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ กลุ่มละ 3-4 คน นักเรียนในกลุ่มจะทำงานร่วมกันช่วยเหลือกันและเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ ปัญหาใหม่จะไม่ลงมือทำจนกว่าทุก ๆ คนในกลุ่มจะเข้าใจถึงการแก้ปัญหาได้ ครูอาจให้คำแนะนำที่จำเป็นเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนประสบผลสำเร็จ

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 26) ได้ลำดับขั้นต่าง ๆ ของการสอนโดยวิธีค้นพบดังนี้

1. พิจารณาและสำรวจปัญหาเพื่อทำความเข้าใจปัญหา
2. ตั้งสมมติฐาน (hypothesis) ที่จะใช้แก้ปัญหา
3. ทดลองและรวบรวมข้อมูลที่ใช้แก้ปัญหา
4. เลือกเฟ้นวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ทดลองแล้ว
5. ตัดวิธีแก้ปัญหาที่ไม่อาจจะพิสูจน์ให้เห็นจริงได้ออกไป

นอกจากนั้นเขายังได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการสอนวิธีค้นพบว่า

1. เตรียมคำถาม ปัญหาไว้มาก ๆ สำหรับป้อนให้กับเด็ก เพื่อที่จะนำเด็กไปสู่การค้นพบ
2. หาวิธีกระตุ้นและยั่วยุให้เด็กคิดหาเหตุผล
3. ส่งเสริมและให้โอกาสเด็กค้นหาคำตอบและให้อธิบายถึงวิธีการหาคำตอบ
4. ส่งเสริมให้เด็กคิดอย่างเสรีและให้โอกาสเด็กแถลงวิธีการของเขาให้แก่เพื่อน ๆ ฟัง
5. แนะนำให้เด็กคิดและช่วยทะลอมความคิดใหม่กับความรู้เดิมของเด็กเข้าด้วยกัน
6. ช่วยเด็กขัดเกลาข้อสรุปและกฎเกณฑ์ให้รัดกุมขึ้น
7. คอยดูแล และคอยเร่งเร้าให้เด็กเดินไปสู่แนวทางเดิม

พรณี ชูทัย (2520 : 168-170) สรุปการจัดการสอนของ บรูเนอร์ (Bruner) ว่า เป็นการค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางโดยที่มีการจัดเค้าโครง (Structure) และมีการจัดประสบการณ์เพื่อกระตุ้นให้เกิดการหยั่งรู้ (intuitive thinking) ในชั้นเรียน ซึ่ง บรูเนอร์ (Bruner) ได้ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของ "เค้าโครง" ในการสอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจสิ่งที่เป็นพื้นฐานซึ่งจะช่วยให้เข้าใจสิ่งที่เรียนได้ดี
2. การจัดสิ่งที่เรียนให้เป็นระเบียบจะช่วยให้จำสิ่งที่เรียนไปได้ยาวนาน
3. ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักเกณฑ์หรือความคิดที่เป็นพื้นฐานจะเป็นทางนำไปสู่การเรียนรู้

แบบการถ่ายโยงความรู้ (transfer)

4. การจัด “เค้าโครง” จะช่วยให้การเรียนรู้ต่อเนื่องไม่มีช่องว่างระหว่างความรู้ที่เป็นพื้นฐาน กับความรู้ในขั้นสูง

เทคนิคต่าง ๆ ที่ บรูเนอร์ (Bruner) ใช้เพื่อกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้แบบค้นพบ

1. เน้นความแตกต่างเพื่อกระตุ้นให้มีเรื่องที่จะอภิปราย
2. กระตุ้นให้มีการเดาและหาเหตุผล หลังจากนั้นจึงอธิบายเพื่อให้ข้อมูลในสิ่งที่ถูก
3. กระตุ้นให้มีส่วนร่วมในกิจกรรม โดยใช้เกมที่จะช่วยให้เด็กทุกคนมีส่วนร่วมมากที่สุด
4. กระตุ้นให้มีความถี่ถ้วนรอบคอบ

สรุปวิธีดำเนินการสอนแบบค้นพบนี้ ครูจะเป็นผู้ชี้แนะคอยกระตุ้นให้นักเรียนคิดอยู่ตลอดเวลา วิธีการกระตุ้นนั้นอาจจะใช้คำถาม การทดลอง การให้เล่นเกม ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เลือกการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) ครูจะเป็นผู้ชี้แนะแนวทาง จัดสถานการณ์ต่าง ๆ ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน นักเรียนจะเป็นผู้ทดลองและบันทึกข้อมูลต่าง ๆ ในบัตรงานที่ครูแจกให้ทุกคน จากผลของการทดลองนี้ นักเรียนจะสามารถค้นพบสูตร และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ครูจะเป็นผู้คอยช่วยเหลือหรือชี้แนะให้ เมื่อนักเรียนสงสัยเท่านั้น นอกจากนี้ผู้วิจัยยังใช้วิธีการเสนอปัญหาให้นักเรียนค้นหาคำตอบ ครูจะเป็นผู้คอยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดแรงจูงใจที่จะอภิปราย ใช้คำถามเป็นเครื่องนำความคิด คำถามของครูจะเชื่อมโยงจากประสบการณ์เดิมของนักเรียน นักเรียนจะตอบคำถามที่ต่อเนื่องกัน จะทำให้นักเรียนได้รับความรู้เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนกระทั่งสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

✓ 1.5 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบ

1.5.1 ข้อดีของการสอนแบบค้นพบ

นักการศึกษาได้สรุปข้อดีของวิธีการสอนแบบค้นพบไว้ดังนี้

บรูเนอร์ (Bruner, 1960 : 179) กล่าวถึงส่วนดีของการสอนแบบค้นพบว่า

1. เป็นวิธีการที่พัฒนาศักยภาพของนักเรียน
2. เพิ่มแรงจูงใจภายใน
3. นักเรียนที่ได้ค้นพบด้วยตนเองจะรู้วิธีการศึกษา การทำงาน และการแก้ปัญหา
4. จำสิ่งเรียนไปนาน เพราะนักเรียนเป็นผู้กระทำด้วยตนเอง

ออสเชล (Ausubel 1968 : 168) กล่าวถึงข้อดีของการสอนแบบค้นพบสรุปได้ดังนี้

1. ส่งเสริมการแสดงออกในการทำงานโดยวิธีค้นคว้าให้กับหมู่เพื่อนได้
2. นักเรียนได้มีอิสระในด้านความคิด ความเข้าใจที่จะรับผิดชอบว่าควรจะจัดการอย่างไร

กับตนเอง

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520 : 27) กล่าวถึงข้อดีว่า

1. เป็นวิธีที่ช่วยให้เด็กจดจำสิ่งที่ตนค้นพบได้นานและเข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง
2. เด็กมีอิสระในการคิด ได้รับการส่งเสริมให้ค้นพบและทดสอบสูตรและกฎเกณฑ์ทาง

คณิตศาสตร์

3. ส่งเสริมให้เด็กนักเรียนรู้เรื่องใหม่อย่างเข้าใจ มั่นใจ เพราะได้เริ่มจากความรู้เดิมที่มีอยู่แล้ว แล้วค่อย ๆ ก้าวไปสู่ความรู้เรื่องใหม่

4. ส่งเสริมให้เด็กได้มีโอกาสใช้พลังงาน ใช้ความคิดของตนเองอันเป็นสิ่งเร้าให้เด็กมีกำลังใจ อยากเรียน อยากทำ และก่อให้เกิดเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล. (2530 : 88) กล่าวถึงข้อดีของการสอนให้ค้นพบว่า

1. ช่วยให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล เกิดความเข้าใจและสามารถจำได้นาน
2. ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียน
3. ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักการทำงานทั้งเป็นกลุ่มและรายบุคคลเพื่อที่จะสามารถหาข้อสรุป

กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ได้

บุญชม ศรีสะอาด. (2537 : 66) กล่าวถึงข้อดีของการสอนแบบค้นพบ

1. การที่ผู้เรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองจะทำให้สามารถจดจำความรู้ได้นาน

มีความภาคภูมิใจและเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้

2. ช่วยให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในสิ่งที่ตนศึกษาต่อไปอีก
3. ผู้เรียนพัฒนาทักษะและเจตคติที่ดีจำเป็นสำหรับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4. ผู้เรียนพัฒนาความสามารถทางสมองระดับสูงเช่น การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการหยั่งรู้ (Intuitive Thinking)

5. ผู้เรียนเรียนรู้จากการอ้างอิงโดยคิดอย่างมีเหตุผล ทั้งแบบอุปนัย (Inductive) และแบบนิรนัย (Deductive)

6. ผู้เรียนเข้าใจงานของนักปราชญ์อย่างลึกซึ้ง

สรุปข้อดีของการสอนแบบค้นพบ

1. นักเรียนจำสิ่งที่เรียนได้นาน และมีความเข้าใจอย่างแจ่มชัด
2. นักเรียนเข้าใจมโนคติมากขึ้น รู้จักสรุปกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง
3. นักเรียนมีอิสระในการคิด กล่าวที่จะแสดงความคิดเห็นต่าง ๆ

1.5.2 ข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบ

ออซูเบล (Ausubel, 1968 : 139-168) กล่าวถึงผลเสียของการสอนให้ค้นพบสรุปได้ว่า

1. ผู้เรียนทอดออยเบื่อน่าย
2. ไม่มีหลักการในการสร้างความคิดรวบยอดในทางปฏิบัติเกี่ยวกับการทำความเข้าใจ

ในด้านความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม

ไฮแมน (Hyman, 1974 : 182) กล่าวถึงข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบว่า

1. การค้นพบเป็นวิธีการที่เพิ่มเวลาและค่าใช้จ่ายในการสอนอย่างมาก
2. วิธีการค้นพบให้ความสำคัญกับตัวนักเรียน นักเรียนต้องแก้ไขด้วยตนเองบางครั้งครูมองข้ามตัวนักเรียนไป ทำให้เกิดความยุ่งยากที่หลัง
3. วิธีนี้ไม่เหมาะสมกับนักเรียนทุกระดับ

สุมิตร คุณากร (2518 : 142) กล่าวถึงข้อจำกัดของวิธีสอนแบบค้นพบว่า วิธีการแบบนี้ ต้องใช้เวลามาก ซึ่งบางครั้งไม่คุ้มกับผลที่ได้รับ ปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนด้อยสภาพแวดล้อม หรือเรียนซ้ำผิดปกติตรวมอยู่ในกลุ่มหรือในชั้นเรียน ครูรับภาระหนักมากและครูต้องมีความสามารถในการนำกลุ่มให้มีการอภิปรายกันอย่างทั่วถึงและไม่ให้ความคิดเห็นของนักเรียนครอบงำความคิดของส่วนรวม

พรณี ชูทัย (2522 : 175) กล่าวถึงข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบว่าเหมาะสำหรับเด็กฉลาด มีความเชื่อมั่นในตนเองและมีแรงจูงใจสูง ไม่เหมาะกับเด็กเล็ก เพราะวัยเด็กมีลักษณะยึดตัวเองเป็นหลัก (egocentric) ฉะนั้น เด็กจะอธิบายไม่เป็น นอกจากนั้นยังไม่เหมาะกับเด็กที่ช้าเพราะเมื่อเห็นเพื่อนที่ห้องทำได้ก็จะเกิดความท้อถอย

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 66) กล่าวถึงข้อจำกัดว่า

1. วิธีนี้ผู้เรียนจะใช้เวลามาก
2. ตำราและสื่อการเรียนอื่น ๆ ในปัจจุบันมักทำในรูปของการบอกความรู้ให้กับผู้เรียนมากกว่าการให้ผู้เรียนค้นพบความรู้เอง แต่ก็มีแนวโน้มดีขึ้น หนังสือเรียนที่เขียนในรูปของการส่งเสริมให้ผู้เรียนค้นพบความรู้เองอย่างชัดเจนได้แก่ หนังสือเรียนวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

3. ผู้เรียนมักค้นพบสิ่งต่าง ๆ นอกเหนือไปจากสิ่งที่มุ่งหวังให้ค้นพบ
4. ผู้เรียนบางคนไม่สามารถค้นพบความรู้ตามที่คาดหวังไว้

สรุปข้อจำกัดของการสอนแบบค้นพบ

1. ใช้เวลาในการสอนมาก
2. ไม่เหมาะกับนักเรียนกลุ่มใหญ่

3. ถ้าผู้สอนไม่วางแผนและศึกษาวิธีการใช้คำถามให้ดี จะทำให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย และไม่สามารถสรุปกฎเกณฑ์ด้วยตัวเองได้

1.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบค้นพบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบค้นพบทั้งในประเทศและต่างประเทศนั้นได้มีผู้ทำการวิจัยไว้ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

เคลกเนอร์ (Kleckner, 1968 : 1075-A) ได้ทำการทดลองสอนคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบและไม่ค้นพบ (non-discovery) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 – 10 ที่มีความสามารถต่ำของโรงเรียน Jersey Shore High School เพื่อศึกษาผลของทักษะในการศึกษางาน และทัศนคติกับนักเรียนตลอดหนึ่งปีการศึกษาซึ่งปรากฏผลดังนี้

1. ทักษะในการศึกษางานของนักเรียนที่ใช้วิธีสอนแบบไม่ค้นพบ มีผลสัมฤทธิ์มากกว่านักเรียนที่เรียนโดยการค้นพบ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่น .01
2. ไม่มีข้อยืนยันเพียงพอว่า วิธีสอนแบบค้นพบจะทำให้นักเรียนมีทักษะในการศึกษางานดีกว่าการสอนแบบไม่ค้นพบ
3. วิธีสอนทั้งสองแบบทำให้การเปลี่ยนทัศนคติของนักเรียนแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่น .01

สรุปได้ว่า หลังจากที่นักเรียนได้เรียนโดยวิธีสอนที่แตกต่างกันสองวิธีนี้มาตลอด 1 ปีการศึกษา แล้ววิธีสอนแบบค้นพบไม่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะในการศึกษางานและทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีผลในทางบวกมากกว่าการสอนแบบไม่ค้นพบอย่างมีนัยสำคัญ

ไรเมอร์ (Reimer, 1969 : 636-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ที่ได้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีสอน 2 แบบคือ แบบแนะนำทางให้ค้นพบ (Guided Discovery) และแบบบรรยาย (Expository) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนวิทยาลัยปีที่ 1 ที่ไม่ได้เลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เป็นวิชาเอก จำนวน 104 คน ผลการทดลองปรากฏว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับระดับความสามารถ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากวิธีสอน 2 แบบแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญ

โรเบิร์ตสัน (Robertson, 1970 : 5278-A) ได้ศึกษาผลการสอนหลักเกณฑ์และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากการสอน 2 แบบคือ แบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง และการแสดงเหตุผล (expository) กับนักเรียนเกรด 4 จำนวน 374 คน ครู 13 คน จากโรงเรียน 4 โรงเรียนในฟิทธเบอร์กร์ รัฐเพนซิลวาเนีย ได้ผลการวิจัย ดังนี้

1. เจตคติของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มดีขึ้น แต่จากการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของเจตคติ พบว่าเจตคติของกลุ่มที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางดีกว่าเจตคติของกลุ่มที่สอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. กลุ่มที่สอนแบบบรรยายมีความสามารถในการคำนวณดีกว่ากลุ่มที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งการทดสอบหลังการเรียนรู้และการทดสอบความคงทนของการเรียนรู้

3. ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญเกี่ยวกับมโนคติ การนำไปใช้ หลักเกณฑ์ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์จากการสอบหลังการเรียนรู้ และจากการสอบวัดความคงทนของการเรียนรู้ พบว่า กลุ่มที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางมีความสามารถในการนำไปใช้ได้ดีกว่า กลุ่มที่สอนแบบบรรยายอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แม็คเคอรี (McCreary. 1975 : 4432-A) ได้ทดลองสอนวิชาคณิตศาสตร์แก่นิสิตที่เรียนวิชาพีชคณิต จำนวน 81 คน ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม โดยใช้วิธีสอน 3 แบบ คือ แบบที่ใช้บทเรียนโปรแกรม แบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง และแบบบรรยายที่ใช้พิจารณาจากคะแนนของนิสิตทั้ง 3 กลุ่ม และไม่แตกต่างกันในด้านการเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แต่ถ้าจุดมุ่งหมายของการสอนมุ่งพัฒนาทักษะทางการคำนวณ การสอนโดยการให้บทเรียนโปรแกรมจะให้ผลดีที่สุด

ฟีโลซี (Pelosi 1979 : 142-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 151 คน ที่เลือกเรียนแคลคูลัส แบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองสอนแบบค้นพบและกลุ่มควบคุมสอนแบบปกติ ผลการวิจัยปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองที่สอนแบบค้นพบ และกลุ่มควบคุมที่สอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชาย และนักเรียนหญิงที่ได้รับการสอนแบบค้นพบ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ไฮแอท (Hiatt. 1980 : 3589-A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนคณิตศาสตร์เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยการให้บทเรียนแบบค้นพบ โดยเปรียบเทียบกับการสอนปกติ ผลของการวิจัย ปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนอกจากนี้การทดลองสอนโดยให้บทเรียนแบบค้นพบทำให้เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปลี่ยนแปลงไป

งานวิจัยในประเทศ

พัชรินทร์ กฐินสมมิตร (2522 : 26) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนเรื่อง ภาคตัดกรวย ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย ผลของการวิจัยปรากฏว่าวิธีสอนแบบบรรยายให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าแบบค้นพบ ไม่มีความแตกต่างกันทางด้านความคงทนของการเรียนรู้อันเป็นผลจากวิธีสอนทั้งสองแบบ และพบว่านักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการสอนแบบค้นพบมากกว่าแบบบรรยาย

ทรงศักดิ์ นิธิปริชา (2523 : 73) ได้ทำการศึกษาถึงกลวิธีที่แตกต่างกันในการสอนเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันสำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์ โดยที่ผู้วิจัยทำการสอน 10 คาบ ๆ ละ 50 นาที ผลของการวิจัย ปรากฏว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากการสอนแบบค้นพบกับการสอนแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความคงทนทางการเรียนของนักศึกษาทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งทดสอบเมื่อสิ้นสุดการทดลองทันทีกับทดสอบเมื่อสิ้นสุดการทดลอง 2 สัปดาห์ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งวิธีสอนแบบค้นพบ และแบบบรรยาย
3. แนวโน้มของนักศึกษาส่วนใหญ่ มีเจตคติที่ดีต่อวิธีสอนแบบค้นพบมากกว่าวิธีสอนแบบบรรยาย

ปกรณ จันทศิริ. (2523 : 81-82) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลของการใช้วิธีสอนที่แตกต่างกัน เรื่อง การจัดลำดับและการจัดหมู่สำหรับระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูระยอง ผลของการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนแบบค้นพบและแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนแบบค้นพบสูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษาที่เรียนจากการสอนแบบบรรยาย

มยุรี ศรีทอง (2523 : 37) ได้ศึกษาแนวโน้มผลการสอนเรื่องเส้นตรง ด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย สำหรับนักศึกษาประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงวิชาเอกคณิตศาสตร์ ผลปรากฏว่า แนวโน้มของการสอนทั้งสองแบบแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีเจตคติในทางบวกต่อการสอนแบบค้นพบ

มนู วัฒนไพบูลย์ (2523:39) ได้ศึกษาเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบและแบบบรรยาย ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของการสอนโดยวิธีสอนแบบค้นพบและ

บรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคงทนในการเรียนรู้ระหว่างวิธีสอนแบบค้นพบและแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้นักเรียนทุกระดับความสามารถมีเจตคติในทางบวกต่อวิธีสอนแบบค้นพบ

วัชรภรณ์ บัวบุชา (2524 : 55) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความยาว พื้นที่ และปริมาตร โดยใช้วิธีสอนแบบค้นพบ และวิธีสอนแบบบรรยายของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยวิธีสอนแบบค้นพบ และวิธีสอนแบบบรรยายแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ไพจิตร สดวกการ. (2530 : 50-51) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องการแปรผัน โดยใช้เกมประกอบวิธีสอนแบบค้นพบ และนักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามหนังสือเรียนของ สสวท. ได้ผลสรุปดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการแปรผันของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้เกมประกอบวิธีสอนแบบค้นพบ และการสอนตามหนังสือเรียนของ สสวท. ไม่แตกต่างกัน
2. ความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เรียนโดยการใช้เกมประกอบ วิธีสอนแบบค้นพบ และการสอนตามหนังสือเรียนของ สสวท. แตกต่างกัน โดยนักเรียนที่เรียนโดยการใช้เกมประกอบวิธีสอนแบบค้นพบมีพัฒนาการของความสนใจสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยการสอนตามหนังสือเรียนของ สสวท.

จารุวรรณ ยังรักษา (2541 : 83) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนเรื่องเศษส่วนโดยวิธีการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นกลุ่มกับเป็นรายบุคคล และการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นกลุ่มกับกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นรายบุคคล และกลุ่มที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แม้จะไม่มีงานวิจัยเกี่ยวกับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางมากนัก แต่จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะเห็นว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ได้รับการสอนค้นพบด้วยตัวเองแต่มีครูคอยแนะแนวทางด้วยวิธีการต่าง ๆ นั้นจะได้ผลดีขึ้นอยู่กับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ถ้าฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดหาเหตุผลได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตัวเอง มีความคิดอย่างอิสระแล้วจะส่งผลให้ผู้เรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและค้นพบมโนคติได้ด้วยตัวเอง ดังนั้นการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) น่าจะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตัวเองสูงขึ้น

2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้คำถามนำทาง

2.1 ความหมายของการสอนโดยใช้คำถามนำทาง

นักการศึกษาได้กล่าวถึงการสอนโดยใช้คำถามไว้หลายท่านดังนี้

ซันด์และคาริน (Sund and Carin. 1978 : 105) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการใช้คำถามว่า คำถามที่แจ่มชัดและเหมาะสมกับเด็ก จะเป็นสิ่งช่วยให้เด็กแต่ละคนสามารถพัฒนาสมองได้ เด็กจะเรียนรู้ได้ดีก็ต่อเมื่อได้คิด เด็กจะเป็นคนมีความคิดสร้างสรรค์ได้ก็ต่อเมื่อมีโอกาสริเริ่มสร้างสรรค์ ถ้าครูตั้งคำถามสั้น ๆ จะเป็นการกระตุ้นให้เกิดกระบวนการคิดและสร้างสรรค์ของนักเรียนได้

ยุพิน พิพิธกุล. (2520 : 3) กล่าวถึงการสอนโดยใช้คำถามว่า ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการที่จะเร้าให้นักเรียนคิด เพราะการค้นพบนั้นจะเริ่มขึ้นด้วยปัญหา ดังนั้นครูควรมีเทคนิคการใช้คำถามเพื่อยั่วยุให้นักเรียนคิด ลักษณะของคำถามควรเป็นดังนี้

1. เป็นคำถามที่ให้นักเรียนคิดต่อไป
2. เป็นคำถามที่ส่งเสริมกำลังใจ
3. ใช้คำถามที่นักเรียนอาจจะตอบถูกหรือผิดเท่า ๆ กัน
4. ใช้คำถามเร้าเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดในการที่จะพยายามเปลี่ยนจากเรื่องที่เป็นนามธรรมไปสู่รูปธรรม

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 74) กล่าวว่า การสอนโดยใช้คำถามเป็นการสอนที่ผู้สอนป้อนคำถามให้ผู้เรียนตอบ อาจตอบเป็นรายบุคคลหรือตอบเป็นกลุ่มย่อย หรือตอบทั้งชั้น การตอบใช้วิธีพูดตอบ ผู้สอนจะพิจารณาคำตอบแล้วให้ข้อมูลสะท้อนกลับ หรือถามคนอื่นหรือกลุ่มอื่นจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม

สรุปได้ว่า คำถามจะเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสงสัย อยากรู้ เกิดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง และช่วยให้การเรียนการสอนดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

2.2 ประเภทของคำถาม

บลูม (Bloom. 1956 : 201-207) ได้จำแนกคำถามทางด้านความรู้ (Cognitive Domain) ออกเป็น 6 ประเภท ตามลำดับการใช้ความคิดจากต่ำสุดไปหาสูงสุดคือ

1. คำถามชั้นความจำ (Memory) เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบใช้ความสามารถในการระลึกหรือจำเรื่องราวที่เคยได้เรียนรู้มาแล้ว
2. คำถามชั้นความเข้าใจ (Comprehension) เป็นคำถามที่ให้ผู้ตอบใช้ความสามารถในการแปลความ ตีความและขยายความ จากสื่อความหมายต่าง ๆ ผู้ตอบจะต้องสามารถดัดแปลง แก้ไขสิ่งที่ยากหรือซับซ้อนให้เป็นสิ่งที่ยง่ายขึ้นเพื่อสื่อความหมายให้ชัดเจนขึ้น

3. คำถามชั้นการนำไปใช้ (Application) เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบใช้ความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎเกณฑ์และวิธีการต่าง ๆ ของเรื่องราวที่เรียนรู้ไปแล้วใช้ในการแก้ปัญหาเฉพาะหน้าหรือปัญหาใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยประสบมาก่อน

4. คำถามชั้นการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบใช้ความสามารถในการแยกเรื่องราวหรือแยกเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นว่า ประกอบด้วยส่วนย่อย ๆ อะไรบ้างและส่วนย่อยนั้นมีส่วนใดที่สำคัญและมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันอย่างไร

5. คำถามชั้นการสังเคราะห์ (Synthesis) เป็นคำถามที่ผู้ตอบต้องใช้ความสามารถในการรวบรวมหรือประกอบส่วนย่อยทั้งหลายให้เป็นส่วนรวม โดยที่ส่วนรวมนี้จะเป็นแบบหรือโครงสร้างใหม่ที่มีความชัดเจนและคุณภาพสูงกว่าเดิม

6. คำถามชั้นการประเมินค่า (Evaluation) เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบใช้ความสามารถในการตัดสินคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ เรื่องราว เหตุการณ์ บุคคล ความคิดเห็นและทัศนคติได้อย่างมีหลักเกณฑ์

คันทิงแฮม (Cunningham. 1971 : 86-103) ได้ศึกษาการจัดประเภทคำถามของอัชเนอร์ (Aschner), กาเลเกอร์ (Gallagher) และแบ่งคำถามออกเป็น 2 แบบ คือ คำถามแบบแคบ (Narrow Questions) และคำถามแบบกว้าง (Broad Questions) ซึ่งทั้ง 2 แบบนี้แยกย่อยออกเป็นแบบละ 2 ประเภทคือ

1. คำถามแบบแคบ เป็นคำถามที่ต้องการให้ใช้ความคิดในระดับต่ำ ต้องการคำตอบสั้น ๆ หรือเป็นการตอบเพียงแต่ใช่ หรือไม่ใช่เท่านั้น คำถามแบบแคบนี้ใช้สำหรับรวบรวมข้อมูลความคิดเห็นหรือทบทวนสิ่งที่เรียนมาแล้ว หรือใช้ในการอธิบายบอกความสัมพันธ์ อย่างไรก็ดี คำถามแบบแคบนี้จะเป็นทางนำไปสู่การคิดในระดับที่สูงขึ้น อันตรายในการใช้คำถามแบบนี้คือ การใช้มากเกินไปจะไม่ขัดขวางการพัฒนาความคิดในระดับสูงของเด็ก คำถามแบบแคบนี้แบ่งเป็น

1.1 คำถามความรู้-ความจำ (Cognitive-Memory Questions) เป็นคำถามแบบแคบที่จำกัดคำตอบที่สุด เป็นการคิดในขั้นต่ำ คำตอบเป็นผลของความจริง คำจำกัดความหรือความจำที่เกี่ยวข้องกับเรื่องราวข้อมูลต่าง ๆ ผู้ตอบคำถามได้ต้องอาศัยความจำหรือประสบการณ์เดิมในการตอบ

1.2 คำถามเจกนัย (Convergent Questions) จัดเป็นคำถามแบบแคบที่กว้างกว่า คำถามประเภทความรู้-ความจำ เพราะคำตอบที่ได้จะเป็นการรวบรวมข้อความต่าง ๆ เข้าด้วยกัน แล้วจึงจะออกมาเป็นคำตอบ คำตอบที่ถูกต้องที่สุดมีเพียงคำตอบเดียว เด็กต้องใช้ความคิดในระดับสูงขึ้นเพื่อนำความจริงที่รู้แล้วมาสัมพันธ์กันเพื่ออธิบายคำตอบด้วยคำพูดของตัวเอง

2. คำถามแบบกว้าง เป็นคำถามที่มีคำตอบได้หลายอย่าง ผู้ถามจะไม่สามารถเดาได้ว่าเด็กจะตอบอะไร เพราะคำถามนี้เป็นการดึงความคิดของเด็กออกมา คำถามแบบนี้จะทำให้เด็กเกิดความ

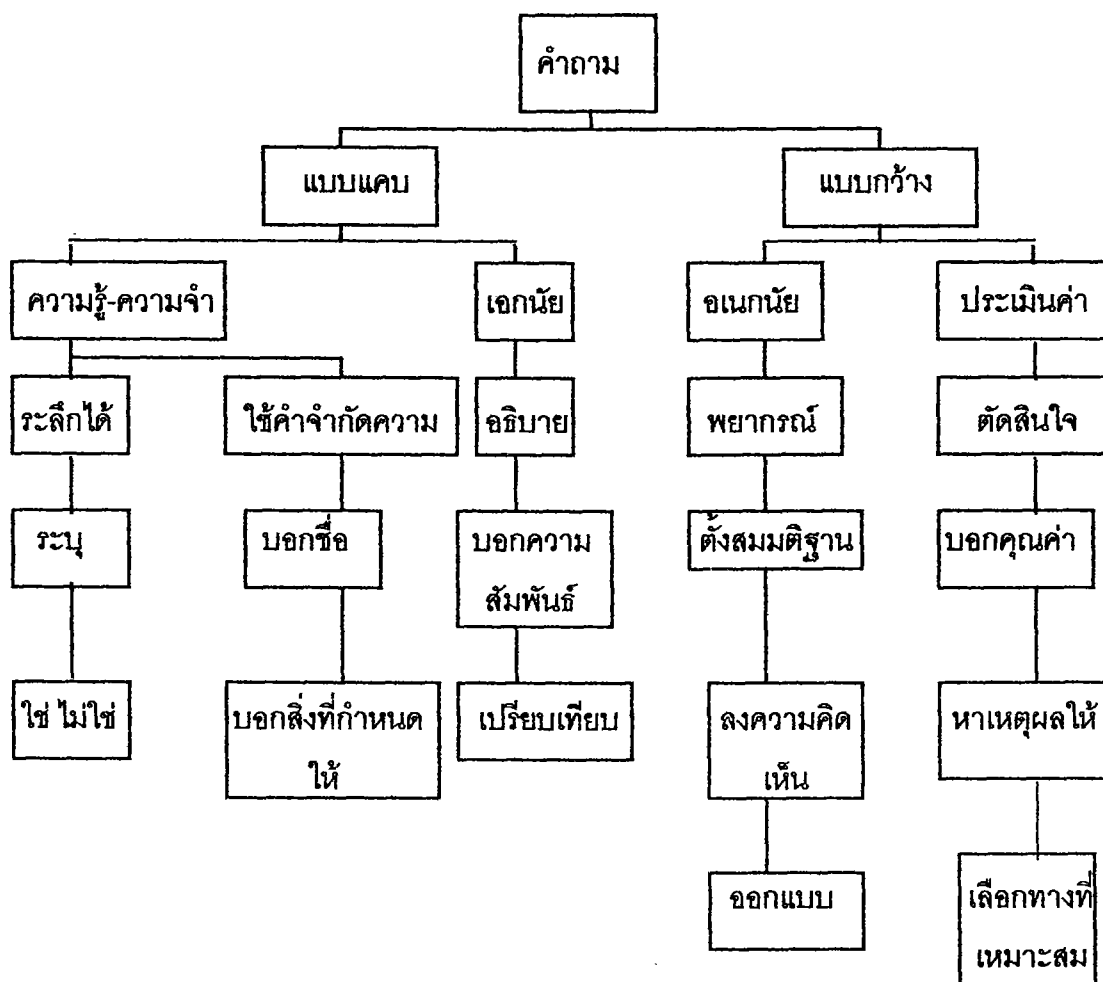
สามารถในการตั้งสมมติฐาน การพยากรณ์และการสรุปอ้างอิง รวมทั้งคำตอบที่แสดงความคิดเห็น การตัดสินใจและการแสดงความรู้สึก สำหรับคำถามแบบกว้างนี้จะไม่มีการตอบที่ดีที่สุด เมื่อครูใช้คำถามแบบนี้จะต้องให้เวลาเด็กในการคิดหาคำตอบมากกว่าคำถามแบบแคบ

คำถามแบบกว้างอาจใช้ในการกระตุ้นนักเรียนให้รู้จักค้นคว้าในเนื้อหาวิชาให้ลึกซึ้งมากขึ้น หรือทำการทดลองให้มากขึ้น ช่วยพัฒนาให้เกิดความหยั่งรู้ (Insight) ใหม่ ๆ เกิดความคิด ความซาบซึ้ง และเกิดทัศนคติที่ดี นอกจากนี้ยังช่วยกระตุ้นและแนะแนวทางให้เด็กสนใจในประสบการณ์การเรียนรู้ใหม่ ๆ และสามารถแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้ ครูสามารถใช้คำถามแบบนี้ช่วยนักเรียนในการพัฒนาสติปัญญาให้เป็นผู้รู้จักที่จะรวบรวมข้อมูล และใช้ข้อมูลนั้นเพราะว่าคำถามแบบกว้างจะมีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่า 1 คำตอบ เด็กจะเลิกนิสัยที่จะเดาคำตอบหรือจำข้อความในหนังสือมาตอบครู แต่จะให้ข้อความนั้น ๆ มาพัฒนาความคิดในระดับที่สูงขึ้น คำถามแบบกว้างนี้แบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ

2.1 คำถามอเนกนัย (Divergent Questions) คำตอบของคำถามประเภทนี้ไม่มีการคาดคะเนล่วงหน้า เพราะเป็นการถามที่กระตุ้นความคิดของเด็กให้เด็กได้นำความรู้เดิมหรือหลักการหลาย ๆ อย่างมาประกอบกันโดยใช้สมรรถภาพทางสมองด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์คือการสังเคราะห์ วิเคราะห์ การตั้งสมมติฐาน และการสรุปอ้างอิง

2.2 คำถามประเมินค่า (Evaluative Questions) คำถามชนิดนี้ต้องการคำตอบในลักษณะที่แสดงถึงการตัดสินใจ ตัดสินคุณค่าการเลือกโอกาสหรือการโต้แย้ง จัดเป็นคำถามในระดับขั้นที่สูงที่สุดเพราะทำให้นักเรียนได้เรียบเรียงความรู้ สร้างแนวความคิดและเลือกแนวความคิดไปใช้ มุ่งให้นาเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาคุณค่า ตัดสินใจด้วยตนเองหรือใช้ในการเปรียบเทียบ

ประเภทของคำถามแสดงด้วยแผนภูมิดังนี้



ภาพประกอบ 1 แผนภูมิแสดงการแยกประเภทคำถามตามแบบของคันทิงแฮม (Cunningham)

ยุพิน พิพิธกุล. (2519 : 207-209) ได้จัดแบ่งคำถามออกเป็น 4 ประเภทคือ

1. คำถามชั้นการสังเกต (Observation Question) เป็นคำถามที่ถามหารายละเอียด ทั้งด้านคุณภาพและปริมาณ เพื่อเก็บรวบรวมผลจากการทดลองรูปภาพโจทย์ปัญหาต่าง ๆ
2. คำถามชั้นการอธิบาย (Explanation Question) คำถามแบบนี้ผู้ตอบจะต้องอาศัยความรู้จากข้อมูลที่สังเกตได้ และความรู้เดิมที่มีอยู่ คำถามชั้นการอธิบายนี้อาจอยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่างเหตุผลหรือหลักการต่าง ๆ คำถามชั้นนี้ต้องอาศัยการเปรียบเทียบ
3. คำถามชั้นการทำนาย (Prediction Question) เป็นคำถามที่ถามในรูปของการอธิบายหรือคาดการณ์ที่จะเกิดขึ้นในอนาคต คำถามแบบนี้อาศัยความสัมพันธ์ที่มีอดีตและปัจจุบันเป็นแนวทางในการทำนาย

4. คำถามชั้นการควบคุมและสร้างสรรค์ (Control and Creativity Question) หมายถึง คำถามที่ตั้งขึ้นอยู่ในรูปของความพยายามที่จะนำความรู้หรือกฎเกณฑ์ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่ค้นพบจากชั้นการอธิบายและชั้นการทำนายมาใช้เพื่อแก้ปัญหาโจทย์ อธิบายสถานการณ์ใหม่ ๆ และวางแผนเพื่อทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

ลัดดาวัลย์ กัณหาสุวรรณ (2520 : 1-34) ได้ศึกษาระบบการจำแนกประเภทของคำถามหลายระบบแล้วนำมาประยุกต์จำแนกเป็น 2 ประเภท คือ

1. คำถามแคบ (Narrow Questions) เป็นคำถามที่มีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว ใช้เมื่อต้องการให้บททวนความรู้ หรือรวบรวมข้อมูล ผู้ตอบใช้ความคิดระดับต่ำหรือความจำเป็นพื้นฐานในการตอบวัดความเข้าใจในบทเรียน ซึ่งแบ่งเป็น

1.1 คำถามความจำ (Cognitive Memory) หมายถึงคำถามที่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน อยู่เพียงคำตอบเดียว ใช้ความคิดขั้นต่ำ อาศัยความจำเป็นพื้นฐานในการตอบโดยถามในลักษณะต่อไปนี้

- ถามคำจำกัดความ
- ถามให้บอกหรือระบุชื่อ
- ถาม “ใช่ - ไม่ใช่”
- ถามให้ชี้แจงจากการสังเกตหรือถามให้สังเกต
- ถามให้บททวนความจำ ซึ่งมักจะใช้ถามเกี่ยวกับความรู้ที่เรียนมาแล้ว

1.2 คำถามรวบรวมความคิด (Convergent) หมายถึง คำถามที่ผู้ตอบต้องนำความรู้ ความจริงที่ได้มารวบรวมเข้าด้วยกันแล้วประมวลออกเป็นคำตอบที่ดีที่สุดเสียงคำตอบเดียว จะถามในลักษณะต่อไปนี้

- ถามให้อธิบาย มีคำว่า เพราะอะไร ทำไม อย่างไร
- ถามให้เปรียบเทียบความแตกต่าง
- ถามให้บอกลักษณะที่เหมือนกัน
- ถามให้แปลความหมายของกราฟหรืออ่านกราฟ
- ถามเพื่อนำความรู้ที่เรียนมาแล้วไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่

2. คำถามกว้าง (Broad Questions) หมายถึง คำถามที่มีคำตอบได้หลายอย่าง ผู้ตอบต้องใช้ความคิดระดับสูงใช้ความรู้จากประสบการณ์มารวบรวมจัดออกมาในรูปแบบใหม่ เช่น การแสดงความคิดเห็นโดยมีเหตุผลประกอบการทำนาย และสร้างสมมติฐานโดยใช้เหตุผลประกอบการตกลงใจหรือตัดสินใจ ประเมินค่าต่าง ๆ ซึ่งใช้เกณฑ์ที่ตั้งขึ้นด้วยตนเอง เป็นต้น ซึ่งแบ่งเป็น

2.1 คำถามขยายความคิด (Divergent) เป็นคำถามที่ผู้ตอบต้องใช้ความคิดระดับสูงตอบได้อย่างอิสระ คำตอบจะเป็นไปได้หลายอย่างและที่สำคัญ ผู้ตอบจะคิดสร้างข้อมูลด้วยตนเอง โดยใช้ข้อมูลเก่าหรือความรู้เดิมมาใช้ในการสร้างความคิดในรูปแบบใหม่ หรือในสถานการณ์ใหม่ ซึ่งจะถามในลักษณะต่อไปนี้

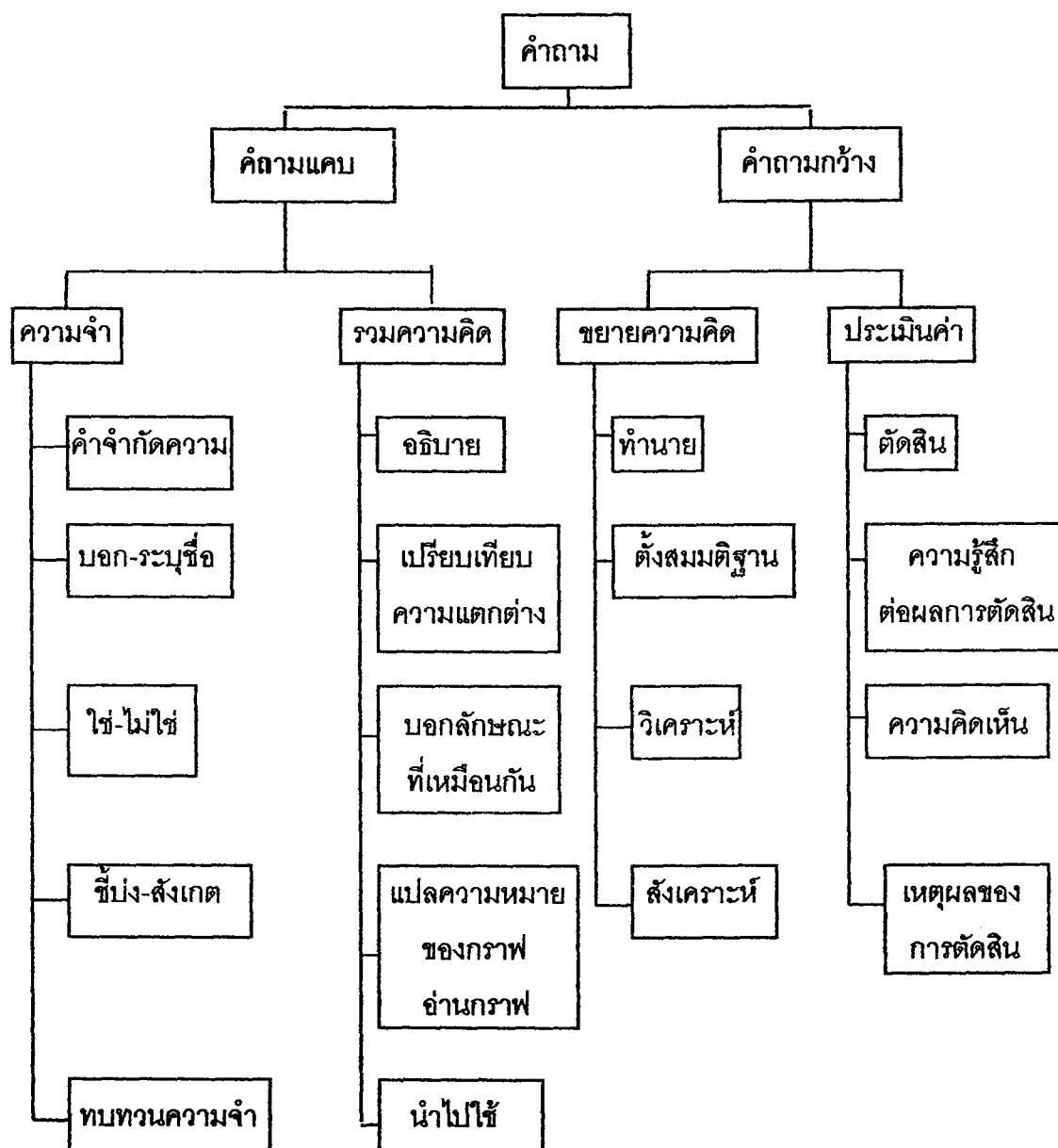
- ถามให้ทำนาย (ทายผลที่อาจเกิดขึ้น)
- ถามให้ตั้งสมมติฐาน (ทำนายคำอธิบายปรากฏการณ์ต่าง ๆ) โดยอ้างอิงความรู้ หรือข้อมูลเดิม

- ถามให้วิเคราะห์
- ถามให้สังเคราะห์

2.2 คำถามประเมินค่า (Evaluative) เป็นคำถามที่ผู้ตอบใช้ความคิดระดับสูงกว่าระดับขยายความคิด ผู้ตอบจะต้องแสดงความคิดเห็น และตัดสินด้วยตนเองว่าอะไรดี ไม่ดี อะไรถูก ผิด โดยอาศัยมาตรฐานที่ต้องสร้างขึ้นด้วยตนเองได้แก่คำถามต่อไปนี้

- ถามความรู้สึกต่อผลของการตัดสิน
- ถามให้ตัดสิน
- ถามความคิดเห็น
- ถามเหตุผลของการตัดสิน

ประเภทของคำถามแสดงด้วยแผนภูมิดังนี้



ภาพประกอบ 2 แผนภูมิแสดงการแยกประเภทของคำถามตามแบบของ ลัดดาวัลย์ กันหสุวรรณ

บางครั้งการเลือกใช้คำถามก็ผิดวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ เช่น เราต้องการที่จะถามแบบให้มีการตัดสินใจเลือก แต่กลายเป็นคำถามที่ถามความจำ ที่เป็นเช่นนี้เพราะคำถามที่เราใช้ในประโยคที่ถาม บางครั้งไม่สามารถที่จะสื่อให้ผู้ฟังเข้าใจได้ การที่จะสื่อให้เข้าใจตรงกันในชนิดของคำถาม สำคัญอยู่ที่การใช้คำในประโยคคำถาม เพราะการเปลี่ยนคำที่เป็นตัวแสดงคำถามนั้น จะทำให้การสื่อความหมาย ผิดไป คำถามแต่ละแบบมีคำถามที่ใช้ถามต่างกัน ดังต่อไปนี้

คำที่ใช้ในคำถามประเภทต่าง ๆ

คำถาม ความรู้ - ความจำ

1. บอกชื่อ (Name)
2. ใช่ ไม่ใช่ (Yes or No)
3. บอกคำจำกัดความ (Define)
4. บอกสิ่งที่กำหนดให้ (Designate)
5. บอกสิ่งที่สังเกตเห็น (Identity Observe)
6. ถามให้ระลึก (Recall)

คำถามเจกณัย

1. ถามให้อธิบาย ทำไม เพราะเหตุใด (Explain)
2. ให้อธิบายความสัมพันธ์ (State Relationship)
3. ให้เปรียบเทียบความแตกต่าง (Compare and Contrast)

คำถามอเนกนัย

1. ให้พยากรณ์ (Predict)
2. ให้ตั้งสมมติฐาน (Hypothesis)
3. ให้ลงความคิดเห็น (Inform)
4. ให้ออกแบบ (Reconstruction)

คำถามประเมินค่า

1. ให้ตัดสินใจ (Judge)
2. ให้ออกคุณค่า (Value)
3. ให้นหาเหตุผลให้ (Defend)
4. ให้เลือกสิ่งที่เหมาะสม (Justified Choice)

จากเอกสารการจำแนกประเภทคำถามของนักการศึกษาหลายท่าน มีลักษณะคล้ายคลึงกัน พอสรุปได้ว่าคำถามแบ่งเป็น คำถามแคบ ได้แก่ ประเภทความจำและรวบรวมความคิด กับคำถามกว้าง

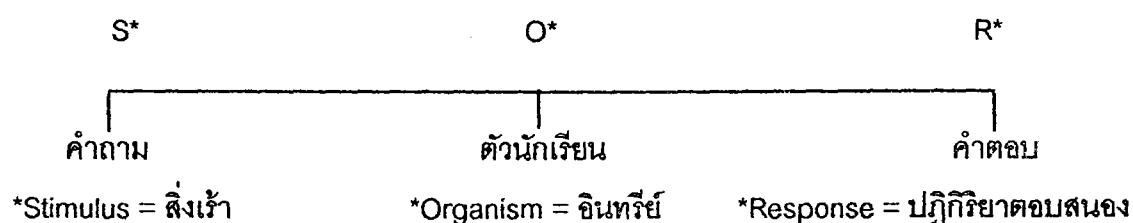
ได้แก่ ประทศขยายความคิดและประเมินค่า ซึ่งคำถามกว้างจะมีผลให้นักเรียนพัฒนาสติปัญญาความสามารถได้

2.3 การใช้คำถาม

ครูจะเลือกใช้วิธีสอนแบบใดก็ตาม คำถามของครูย่อมมีความจำเป็นในการเรียนรู้ของนักเรียน การสอนในปัจจุบันส่วนใหญ่มุ่งสิ่งที่จะทำให้เด็กคิดเป็น เราจะรู้ว่าเด็กคิดเป็นหรือไม่ต้องพิจารณาปฏิกิริยาตอบสนองของผู้เรียนต่อสิ่งเร้า (คำถามของครู) เมื่อเป็นเช่นนั้นคำถามของครูย่อมมีบทบาทสำคัญที่จะกระตุ้นความคิดของนักเรียน

ถ้าเปรียบเทียบคำถามของครู และคำตอบของนักเรียนกับสิ่งเร้าและปฏิกิริยาตอบสนองจะมีลักษณะดังนี้ (สายหยุด ชมานนท์ และคนอื่น ๆ . 2521 : 164)

ผลิตผลทางความคิด



ดังนั้น สัมพันธภาพระหว่างครูและนักเรียนจึงมีความสำคัญที่ครูจะต้องรู้จักป้องกันคำถามระดับต่าง ๆ เพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียน

อุบลพงษ์ วัฒนเสรี.(2522 : 24) ได้กล่าวว่า ถ้าครูมีทักษะในการใช้คำถามและนำคำถามที่เหมาะสมเข้ามาใช้ในการเรียนการสอน จะช่วยให้ครูได้ประโยชน์ในการเรียนการสอนดังนี้

1. ช่วยให้ครูรู้พื้นฐานความสามารถของนักเรียน ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการเรียนการสอน
2. ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะคิด เกิดความอยากรู้และเต็มใจเข้าร่วมกิจกรรมเรียนการสอน
3. ช่วยในการทบทวนบทเรียนและสรุปบทเรียน ช่วยประเมินผลว่าการสอนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งใจหรือไม่
4. ช่วยให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้และรู้จักคิดค้นด้วยตนเอง
5. ช่วยพิจารณาความคิดแบบวิจารณ์ญาณให้นักเรียนเป็นคนช่างคิดช่างถาม

สรุปได้ว่า การใช้คำถามที่เหมาะสมในการเรียนการสอน จะพัฒนาความคิดให้เด็กได้รู้จักนำไปแก้ปัญหา เกิดการค้นพบแนวทางแก้ปัญหาด้วยตัวเองได้ นั่นคือคำถามประเภทที่ให้ผู้ตอบใช้ความคิดระดับสูง และครูควรจะถามคำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดด้วยตัวเองได้

2.4 เทคนิคการใช้คำถาม

การใช้คำถามในการเรียนการสอนจะให้ได้ผลขึ้นอยู่กับทางเลือกใช้คำถามและเทคนิคการใช้คำถาม ครูจะต้องใช้คำถามที่เหมาะสม คือจะต้องทราบว่าถามอย่างไร จึงจะส่งเสริมกระบวนการคิดของนักเรียนอย่างมีระบบ ถามอย่างไรจึงจะทำให้นักเรียนได้มีโอกาสร่วมกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างทั่วถึง

เชลเดน (Shelden. 1980 : 5308-A) ได้ทำการวิจัยและเขียนคู่มือการประเมินผลด้วยตนเองในการถามคำถาม ได้เสนอแนะดังนี้

1. หยุดคอยอย่างน้อย 3 วินาทีหลังจากถามคำถาม เพื่อให้นักเรียนมีเวลาติดตาม
2. หยุดคอยอย่างน้อย 3 วินาที ก่อนได้ตอบคำตอบของนักเรียน
3. หลีกเลี่ยงคำถามที่เป็นคำถามหลายปัญหา
4. หลีกเลี่ยงคำถามที่ไม่ชัดเจน
5. หลีกเลี่ยงคำถามซ้ำคำถาม
6. หลีกเลี่ยงการตอบคำถามของตนเอง
7. หลีกเลี่ยงการเรียกชื่อนักเรียนก่อนถามคำถาม
8. ใช้คำถามถามนักเรียน 2 คน หรือมากกว่านั้น
9. ถามคำถามให้นักเรียนวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูล

สุวัฒน์ นิยมคำ (2517 : 155) ได้เสนอหลักในการถามดังนี้

1. ก่อนจะถามควรจะถามตัวเองก่อนดังนี้
 - 1.1 ฉันกำลังสอนอะไร
 - 1.2 สิ่ง que ฉันกำลังสอนจะบรรลุผลโดยใช้คำถามหรือไม่
 - 1.3 ถ้าต้องใช้คำถามจะใช้ประเภทไหน
 - 1.4 เมื่อถามเด็กแล้ว ฉันจะทำอย่างไร เมื่อเด็กตอบแล้วฉันจะทำอย่างไร
2. จงใช้คำถามแต่น้อยเท่าที่จำเป็น ควรเป็นคำถามกระตุ้นให้เด็กคิด ให้เด็กขยายความคิด คำถามแบบกว้าง แบบแคบ ควรให้ได้สัดส่วนกัน ในการถามควรทิ้งเวลาให้เด็กคิดเล็กน้อยราว 5 วินาที
3. เมื่อถามแล้วต้องให้เด็กตอบกระจายกันไป เปิดโอกาสให้เด็กทุกคนได้ตอบ
4. เมื่อถามแล้วไม่ควรทวนคำถาม

5. เมื่อเด็กตอบคำถามแล้วอย่าทวนคำตอบเด็ก ถ้าตอบถูกควรชมเชย

6. ควรให้เด็กตั้งคำถามครูบ้าง

อุบลพงษ์ วัฒนเสรี (2522 : 25-27) ได้เสนอว่า ข้อควรคำนึงในการใช้คำถามให้มีประสิทธิภาพ มีหลักดังนี้

1. วัตถุประสงค์ในการสอน ครูต้องถามตัวเองก่อนว่าเด็กเรียนเพื่อวัตถุประสงค์อะไร
2. ควรทิ้งช่วงเวลาให้คิด ก่อนที่จะเรียกชื่อให้นักเรียนตอบ
3. การให้นักเรียนสามารถตอบคำถามได้หลายคน คำถามควรเป็นคำถามที่เปิดกว้าง
4. เมื่อนักเรียนตอบไม่ดีพอ ครูควรถามคำถามซ้ำหรือเพิ่มเติมคำถามให้ชัดเจน
5. ควรให้นักเรียนใช้ประสบการณ์เดิมมาตอบคำถาม
6. ควรให้รางวัลชมเชยเมื่อนักเรียนตอบถูก

ยุพิน พิพิธกุล. (2519 : 197-198) ได้เสนอศิลปะในการตั้งคำถามไว้ดังนี้

1. คำถามที่ดีนั้นไม่เพียงแต่คิดว่าจะถามอย่างไรก็ถามไปเรื่อย ๆ โดยไม่ได้คิด ครูจะต้องเขียนว่าจะตั้งคำถามอย่างไร โดยผ่านการฝึก และทักษะจะไม่เกิดถ้าถามไปเรื่อย ๆ
2. คำถามที่ดีนั้นจะต้องคิดล่วงหน้าไว้
3. ตัวอย่างคำถามที่สำคัญ ๆ หรือเป็นหัวใจในการถามนั้น ควรจะเขียนเอาไว้ ครูคณิตศาสตร์ที่รู้เนื้อหาดีจะเป็นผู้ที่ตั้งคำถามที่ดี และสามารถใช้คำถามที่มีความหมายต่อนักเรียน
4. ครูคณิตศาสตร์ ส่วนมากมักจะชอบถามคำถามที่ต้องการคำตอบเพียงคำตอบเดียว คำถามที่จะก่อให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนก็ควรจะได้ถามบ้าง แต่จะเตรียมไว้ล่วงหน้าอย่างรอบคอบ
5. การถามคำถามอย่างเดียวไม่เพียงพอ ครูควรจะสนใจฟังคำตอบของนักเรียนด้วย ครูบางคนไม่สนใจว่านักเรียนจะตอบอย่างไร ครูก็พูดเอง เขียนเองไปเรื่อย ๆ ต้องให้ความสำคัญต่อคำตอบของนักเรียน ถ้าเขาตอบไม่ถูก ครูควรจะใช้คำถามช่วยให้เกิดข้อคิดและควรจะได้แก้ไขเมื่อนักเรียนใช้คำหรือภาษาคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง
6. ครูควรจะพยายามถามครั้งเดียว ควรหลีกเลี่ยงการถามซ้ำ และคำตอบซ้ำของนักเรียน เพราะการถามหรือตอบซ้ำ ๆ เป็นการฝึกวินัยการฟังที่ไม่ดี และในขณะเดียวกันถ้าครูถามซ้ำ อาจจะไปก่อกวนความคิดของนักเรียน ขณะที่เขาจะตอบ ครูควรจะต้องตั้งใจฟังคำตอบของ นักเรียน อย่าตัดสินก่อนที่นักเรียนจะพูดจบ

นอกจากนี้ รุ่งทิวา จักรกร (2529 : 160) ได้เสนอเทคนิคและประโยชน์ของการใช้คำถามไว้ว่า การใช้คำถามเป็นทั้งศาสตร์ และศิลป์ ฉะนั้นถ้าจะใช้คำถามอย่างมีประสิทธิภาพ ย่อมหมายถึงการศึกษาลักษณะของคำถาม การฝึกหัดตั้งคำถาม นอกจากนั้นผู้สอนควรรู้จักศิลปะในการถามบางประการเพราะการรู้จักใช้คำถาม เป็นเทคนิคอย่างหนึ่งที่จะช่วยดึงดูดความสนใจในคำถาม ซึ่งจะพา

ผู้เรียนไปสู่เป้าหมายที่ตั้งไว้ในบทเรียน และยังได้เสนอข้อบกพร่องของการใช้คำถามว่า นอกจากจะเกิดกับตัวคำถามเองแล้ว ยังเกิดจากการนำคำถามไปใช้ไม่เป็นรวมอยู่ด้วย จึงได้พยายามรวบรวมข้อควรและไม่ควรปฏิบัติบางประการในการใช้คำถามเสนอพอเป็นแนวทาง ดังนี้

1. ถามด้วยความมั่นใจ คำถามที่ต้องใช้ความคิดอาจยากเกินกว่าที่จะคิดได้ทันทีทันใดในขณะที่ยืน ด้วยเหตุนี้ถ้าไม่คิดเตรียมไว้จะขาดความมั่นใจในการถามทำให้คำถามไม่ชัดเจน ถามวกไปวนมา บางครั้งทำให้นักเรียนไม่อาจหาคำตอบได้ไม่ว่าจะใช้ข้อเท็จจริงหรือความคิด
2. ความกลมกลืนในการถาม ในบางครั้งเวลาใช้อุปกรณ์การสอน หรือสาธิตการทดลองครูก็ตั้งหน้าทำภารกิจนั้น ๆ จนเสร็จโดยไม่มีการถามเลย การทำเช่นนั้น ผลแห่งการเรียนจะไม่ดีเท่ากับการใช้คำถามให้สลับกลมกลืนไปกับกิจกรรมการสอน เพราะจะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและความเข้าใจชัดเจน
3. ถามให้เป็นภาษาพูดง่าย ๆ การใช้คำถามเป็นงานเป็นการเกินไปอาจทำให้ผู้เรียนเห็นเป็นเรื่องยาก เช่น การใช้คำถามที่มีความหมายสูงเกินกว่าระดับความรู้ของผู้เรียน หรือใช้คำถามเป็นภาษาเขียน
4. เว้นระยะให้คิด หลังจากถามแล้วควรทอดเวลาเล็กน้อย เพื่อให้เด็กทุกคนได้คิดคำถามมีฉะนั้นแล้วจะกลายเป็นว่าเด็กที่ถูกเรียกให้ตอบเป็นผู้คิด ทำให้บรรยากาศการเรียนการสอนไม่ดีเท่าที่ควร
5. ให้นักเรียนได้มีโอกาสตอบหลายคน บางครั้งครูมักจะถามแต่นักเรียนที่คล่องแคล่วหรือตอบถูกบ่อย ๆ การทำเช่นนี้จะทำให้นักเรียนคนอื่นลดความสนใจในคำถามของครูไปทุกที
6. การเลือกถาม ครูควรรู้เทคนิคบางอย่างเกี่ยวกับการถามนักเรียนดังนี้
 - 6.1 ถามคนที่สมัครใจตอบ พอ ๆ กับคนที่ไม่สมัครใจตอบ
 - 6.2 ไม่ควรเรียกนักเรียนที่มีข้อบกพร่องส่วนตัวบางอย่าง เช่น การพูดติดอ่าง พูดไม่ชัด ครูอาจจะชักถามเป็นส่วนตัวดีกว่าจะเรียกให้ตอบในชั้นเรียน
 - 6.3 พยายามหลีกเลี่ยงการตอบพร้อมกันทั้งชั้น แต่ให้ตอบเป็นรายบุคคลและกระจายคำถามให้ทั่วถึง
7. ครูควรปฏิบัติอย่างไรต่อคำตอบของนักเรียน ปฏิบัติของครูต่อคำตอบของนักเรียนนั้นเป็นสิ่งสำคัญมากที่จะส่งเสริม หรือบั่นทอนความคิดและกำลังใจในการเรียนได้
8. ใช้คำถามหลายประเภทในการสอนแต่ละครั้ง
9. การใช้ท่าทาง เสียง เป็นส่วนประกอบในการถาม
10. การใช้คำถามรุก บางทีคำตอบของนักเรียนไม่ชัดเจน ถ้าครูรู้จักป้อนคำถามต่อเนื่องไปอีกจะสามารถล้างความรู้ และขยายความคิดของนักเรียนมากยิ่งขึ้น

ยุพิน พิพิธกุล. (2519 : 198-200) ได้สรุปลักษณะของคำถามที่ดีในทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไป
2. ควรจะนำทางให้นักเรียนอยากตอบ
3. ชัดเจน มีความหมายที่แน่นอน
4. ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม
5. ไม่ควรเป็นคำถามเชิงปฏิเสธ
6. เหมาะกับวัย ระดับชั้นของนักเรียน
7. คำถามที่กว้างเกินไปไม่นิยม เช่น “เราได้เรียนอะไรไปวันนี้” “อะไรเป็นเรื่องสำคัญเกี่ยวกับ....”
8. คำถามในทางคณิตศาสตร์ โดยปกติมี 2 ชนิด คือ
 - 8.1 คำถามที่เกี่ยวกับความจริง (Fact Question) ถ้าต้องการความจริงและคำตอบทันที คำถามมักจะขึ้นต้นด้วยอะไร อันไหน ที่ไหน (What, Which, Where)
 - 8.2 คำถามที่ถามให้คิด (Thought Question) คำถามชนิดนี้จะต้องให้เวลา
9. การถามคำถามควรให้ได้ยินทั่วทั้งชั้น
10. อย่าถามคำถามที่คลุมเครือ และถามนำ คำถามแบบที่มีคำตอบว่าใช่ จริงหรือไม่จริง ไม่ใช่คำถามที่ดี
11. อย่าใช้คำถามซ้อนคำถาม
12. เปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้ตอบ ชี้ตอบให้ทั่วถึง อย่าถามบางคน หรือตอบแบบใครใคร่ตอบตอบ คำถามที่ไม่เจาะจงตัวบ้าง นักเรียนจะไม่สนใจ
13. อย่าใช้คำถามที่ให้โหวด คำถามชนิดนี้ ไม่ดี ถ้านักเรียนโหวดข้อผิดจะลำบาก ถ้าจะใช้คำถามโหวด ควรจะเป็นคำถามที่มีคำตอบเป็นข้อผิดถูกเดียวกัน
14. ควรจะหลีกเลี่ยงคำถามนำ
15. คำถามที่ดีควรจะมีการวางแผนล่วงหน้า เช่น คำถามที่สำคัญ ๆ (Key Question) และควรเขียนในบันทึกการสอนประจำวัน
16. อย่าเรียกชื่อนักเรียน ก่อนแล้วจึงถาม
17. อย่าให้นักเรียนตอบพร้อม ๆ กัน เพราะไม่มีใครรับผิดชอบว่าคำตอบใดถูกต้อง
18. อย่าลืม ให้เวลาคิดก่อนตอบ
19. ครูควรจะถามคำถามที่เกี่ยวกับความจริงและถามให้คิดพอ ๆ กัน
20. ถามให้ทั่วทั้งชั้น เท่าที่จะสามารถให้โอกาสทุกคนที่จะอภิปราย
21. ครูไม่ควรจะถามซ้ำ พยายามฝึกนักเรียนให้ฟังในตอนแรกเพื่อฝึกการฟังที่ดี

22. พยายามค้นหาคำตอบที่ถูกต้องในทุก ๆ คำตอบของนักเรียน

23. ถ้านักเรียนตอบผิด ครูควรจะพยายามใช้คำถามที่ง่าย ๆ เพื่อให้ นักเรียนตอบถูกและเป็น การสร้างกำลังใจ

24. ควรมีการเสริมกำลังใจด้วยการชมว่า "ดี" หรือ " ดี แต่ถ้าจะปรับปรุงอีกสักนิดจะดียิ่งขึ้น"

25. ครูไม่ควรทำให้นักเรียนเกิดความท้อถอยด้วยการดู เมื่อนักเรียนตอบไม่ได้ ครูจะถามคำ ถามนั้น ทำให้นักเรียนคนอื่นตอบก่อน และเมื่อมีคำถามที่คิดว่านักเรียนผู้นั้นจะตอบได้ ก็รับถามทันที เพื่อ สร้างกำลังใจ

26. ควรทำให้นักเรียนทุกคนรู้สึกว่าเขาได้รับความรู้เท่า ๆ กัน โดยครูพยายามให้ร่วมกั จกรรมและถามให้ทั่วถึง จะต้องสร้างความรู้สึกให้แก่เด็กเรียนว่านักเรียนทุกคนมีความสำคัญต่อบทเรียน นั้นคนเดียว

27. คำถามชนิดที่รอคำตอบจากนักเรียนเป็นคำถามที่ไม่ดี ครูบางคนเห็นนักเรียนคนไหน ตอบได้ก็ถามแต่คนนั้น ควรจะได้แก้ไข

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 74-75) ได้ให้ข้อเสนอแนะเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการสอนโดย ใช้คำถามไว้ดังนี้

1. ถามให้ตอบอย่างทั่วถึง พยายามให้ทุกคนมีส่วนในการตอบคำถามให้มากที่สุด
2. กระตุ้นให้ผู้เรียนคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเอง
3. เตรียมคำถามต่าง ๆ ไว้ล่วงหน้า โดยใช้คำถามหลายประเภท อาจใช้กรอบแนวคิดการตั้ง

คำถามพื้นฐาน อันได้แก่ ใคร ทำอะไร เมื่อใด ที่ไหน อย่างไร และทำไมหรือใช้กรอบแนวคิดของบลูม (Bloom) และคณะที่จำแนกพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยเป็น 6 ประเภทเช่น ความรู้ความจำ (ถามความรู้ เกี่ยวกับศัพท์ นิยาม กฎเกณฑ์ ข้อเท็จจริง ระเบียบแบบแผน ลำดับขั้นและแนวโน้ม การจัดประเภท วิธี ดำเนินการ มโนทัศน์ ทฤษฎี โครงสร้าง), ความเข้าใจ (การแปลความ การตีความ การขยายความ), การ นำไปใช้ การวิเคราะห์ (วิเคราะห์ความสำคัญ วิเคราะห์ความสัมพันธ์), การประเมินค่า (โดยใช้ข้อความ จริงที่ได้เรียนไปแล้วหรือ โดยใช้เกณฑ์ใดเกณฑ์หนึ่งเป็นหลัก) หรืออาจใช้กรอบแนวคิดของคนอื่น ๆ โดยเน้นคำถามที่เป็นสมรรถภาพขั้นสูง เช่น ความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ การ ประเมินค่า ฯลฯ มากกว่าสมรรถภาพขั้นต่ำ

4. ให้เวลาในการคิด ไม่เร่งรัดหรือคาดคั้นเอาคำตอบมากเกินไป

5. ถ้าผู้เรียนไม่เข้าใจคำถาม หรือเป็นเรื่องที่คิดซับซ้อน ควรตั้งคำถามใหม่ที่จะทำให้เข้าใจ ได้ดีขึ้น หรือช่วยให้แนวทางที่สามารถตอบคำถามเดิมได้

จากความสำคัญและเทคนิคของการใช้คำถามพอสรุปได้ว่า การใช้คำถามเพื่อที่จะฝึกให้นักเรียนคิดเป็นนั้น ครูผู้สอนจำเป็นต้องศึกษาลักษณะของคำถามเทคนิควิธีการใช้คำถามให้เข้าใจแจ่มแจ้งก่อน และควรมีการเตรียมคำถามตามลำดับก่อนที่จะถามด้วย จึงจะทำให้การถามแต่ละครั้งมีประโยชน์และฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดได้ คำถามที่ใช้ควรให้เหมาะสมกับบทเรียนและขั้นตอนในการเรียนการสอน และใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาความรู้ และเป็นแนวทางให้นักเรียนได้รู้จักคิดเพื่อแก้ปัญหาที่มีความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งพอจะสรุปเป็นข้อ ๆ ดังนี้

1. การถามควรให้เวลานักเรียนพอประมาณ นักเรียนจะได้คิดคำตอบได้ทัน
2. ผู้สอนควรให้ความสนใจและตอบสนองคำตอบของนักเรียน
3. ไม่เรียกชื่อนักเรียนก่อนตั้งคำถาม
4. ถามคำถามจากง่ายไปหายาก
5. น้ำเสียงและกิริยาท่าทางของผู้ถามชวนให้สนใจ
6. ไม่ควรให้นักเรียนตอบพร้อมกันทั้งชั้น
7. เมื่อนักเรียนตอบถูกควรให้คำชมบ้าง
8. หลีกเลี่ยงที่จะชี้แนวทางหรือคำตอบให้นักเรียนทันที หลังจากที่ถูกถามแล้ว
9. หลีกเลี่ยงการเปลี่ยนคำถามบ่อย ๆ เมื่อต้องการคำตอบอย่างเดิม

2.5 ประโยชน์และข้อจำกัดของการใช้คำถาม

2.5.1 ประโยชน์ของการใช้คำถาม

ยุพิน พิพิธกุล. (2519 : 211) ได้สรุปประโยชน์ของการใช้คำถามดังนี้

1. พัฒนาความคิดให้แก่ผู้เรียน
2. ใช้เป็นเครื่องกระตุ้นและเร้าความสนใจผู้เรียน
3. เป็นการขยายความคิด และเกิดการอภิปรายต่อเนื่อง
4. เป็นสื่อกลางที่จะเชื่อมโยงความคิด
5. ทำให้ผู้สอนและผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม
6. ใช้ได้ในทุกตอนของการสอนทั้งชั้นนำ ชั้นสอน ชั้นสรุป ตลอดจนวัดผล
7. กระตุ้นให้เกิดการค้นคว้าต่อไป

ชลธร รวมธรรม (2533 : 31) ได้สรุปประโยชน์ของการใช้คำถามดังนี้

1. เพื่อเสริมสร้างความสามารถทางความคิดให้แก่ผู้เรียน การสอนที่ปราศจากคำถามจะไม่สามารถเพาะนิสัยการคิดที่ดีให้แก่ผู้เรียนได้

2. ใช้เป็นส่วนสร้างความสนใจ ทั้งนี้อาจให้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ได้ทุกขั้นตอนที่สอน เช่น การถามให้สังเกต อาจใช้เป็นการเริ่มต้นที่ดี การซักถามระหว่างการเสนอความรู้ ก่อให้เกิดความเข้าใจ

3. คำถามที่ดีก่อให้เกิดการอภิปรายต่อเนื่องเป็นการขยายความคิดและแนวทางในการเรียนรู้

4. ทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ การสอน ทั้งนี้มีได้หมายถึงเฉพาะแต่การตอบคำถามอย่างเดียว แต่ยังหมายถึงการมีส่วนร่วมเชิงพฤติกรรมอีกด้วย

5. ใช้เป็นสื่อกลางเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

6. ก่อให้เกิดการค้นคว้าและสำรวจความรู้ใหม่ การใช้คำถามที่ดีในบางครั้งจะเป็นต้นเหตุให้ผู้เรียนต้องคิดค้นคว้าเพิ่มเติม ซึ่งเป็นการปลูกฝังนิสัยรักการค้นคว้า

7. ใช้คำถามทบทวนหรือสรุปเรื่องราวที่สอนให้กะทัดรัดยิ่งขึ้น

8. ใช้วัดผลความเข้าใจและความสามารถของผู้เรียน รวมทั้งวัดผลการสอนว่าเป็นไปตามจุดมุ่งหมายเพียงใด

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 74) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของคำถามว่า

1. ช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจในเรื่องที่เรียนมากขึ้น
2. ผู้เรียนได้มีโอกาสฝึกคิดค้นหาคำตอบ เป็นการฝึกกระบวนการในการคิด
3. ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ที่แจ่มชัดและกว้างขวางยิ่งขึ้น
4. เป็นการเน้นสิ่งที่สำคัญของเรื่องที่เรียน
5. เป็นการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจและความสามารถในลักษณะต่าง ๆ ในเรื่องที่สอนไปแล้ว ว่ามีใครที่ยังไม่เกิดการเรียนรู้ หรือมีความจำความเข้าใจที่ผิด ๆ จะได้ดำเนินการแก้ไขได้ถูกต้อง

6. ช่วยให้ผู้เรียนทบทวนความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่ได้เรียนไปแล้ว และสรุปเนื้อหาสาระที่ได้เรียนไปแล้วทั้งหมด

7. ทำให้ทราบแนวความคิด เจตคติ ของผู้เรียน

2.5.2 ข้อจำกัดของการใช้คำถาม

ยุพิน พิพิธกุล. (2519 : 96) ได้สรุปข้อจำกัดไว้ดังนี้

1. ถ้าผู้เรียนจะต้องตั้งใจฟังคำถามของครู ถ้าไม่ฟังต่อเนื่องจะไม่เข้าใจ
2. คำถามที่ถามเพียงสอดแทรกบางขณะ จะไม่ทำให้เกิดการพัฒนาความคิด
3. ถ้าครูใช้คำถามที่ไม่ดีจะทำให้ นักเรียนไม่เข้าใจและมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

บุญชม ศรีสะอาด (2537 : 74) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดหรือจุดด้อยไว้ดังนี้

1. ถ้าผู้เรียนมีจำนวนมาก ยากต่อการถามให้ตอบอย่างทั่วถึง
2. ไม่ควรใช้วิธีนี้วิธีเดียว ติดต่อกันไปหลายครั้ง เพราะผู้เรียนจะเบื่อ
3. ผู้สอนมักถามแต่เฉพาะความจำพื้น ๆ ทำให้ผู้เรียนไม่ได้พัฒนากระบวนการคิดเท่าที่ควร

อาจกล่าวได้ว่า การใช้คำถามนั้นทำให้เกิดผลหรือบรรลุผลสำเร็จในด้านการเรียนการสอน ทั้งตัวผู้สอนที่ต้องการให้ผู้เรียนได้บรรลุจุดหมายของการเรียนการสอน และสำหรับในด้านตัวผู้เรียน นั้นจะเกิดประโยชน์ในด้านการรู้จักคิดใช้เหตุผล และบรรลุเป้าหมายของความสำเร็จของการเรียนได้ จากการตอบคำถามนั้น ๆ ดังนั้น คำถามจึงมีความจำเป็นที่จะต้องเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนทุก รูปแบบ

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้คำถามนำทาง

งานวิจัยต่างประเทศ

เนลสัน (Nelson. 1970 : 2263-A) ได้ทำการวิจัยโดยให้ครูสองคนใช้วิธีสอนแบบเก่า กับนักเรียนเกรด 6 สองชั้น ชั้นแรกสอนโดยวิธีการที่เรียกว่ากระตุ้นให้คิด ส่วนอีกชั้นหนึ่งสอนด้วยวิธีไม่ได้กระตุ้นให้คิด สอนสัปดาห์ละ 3 วัน เป็นเวลา 12 สัปดาห์ ทั้งสองชั้นได้รับการนำเข้าสู่การทดลองด้วยวิธีการที่เหมือนกัน แต่ตอนอภิปรายหลังการทดลองชั้นที่ใช้วิธีสอนไม่กระตุ้นความคิด ครูจะใช้คำถามระดับต่ำ เช่น คำถามเกี่ยวกับความรู้ ความจำ เป็นต้น ส่วนชั้นที่ใช้วิธีสอนกระตุ้นให้คิดครูใช้คำถามระดับสูง เช่น คำถามเกี่ยวกับการสรุปอ้างอิง การพิสูจน์ เป็นต้น หลังจากนั้นจึงวัดทักษะการแสวงหาความรู้ของนักเรียน ซึ่งมีการสังเกต สรุปอ้างอิง และจำแนกความรู้เกี่ยวกับหลักการทางวิทยาศาสตร์ เนลสัน (Nelson) พบว่า นักเรียนที่ใช้วิธีการสอนแบบไม่กระตุ้นให้คิดมีความรู้เกี่ยวกับหลักการทางวิทยาศาสตร์สูงกว่าพวกที่สอนด้วยวิธีกระตุ้นให้คิด ส่วนนักเรียนที่สอนด้วยวิธีกระตุ้นให้คิดมีการเพิ่มทั้งปริมาณและคุณภาพ ด้านการสังเกตและการสรุปอ้างอิงสูงกว่าพวกที่สอนด้วยวิธีไม่กระตุ้นให้คิด

ไฮแมน (Hyman. 1974 : 232) ได้สรุปรายงานการวิจัยของกาเลเกอร์ (Gallagher) ที่ศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามของครูในระดับมัธยมศึกษาที่สอนวิชาภาษาอังกฤษ วิทยาศาสตร์ และสังคมศึกษา พบว่า ครูใช้คำถามประเภทความจำประมาณ 60% คำถามประเภทรวมความคิดประมาณ 30% คำถามประเภทประมาณค่า 6% และคำถามขยายความคิดประมาณ 4% ไฮแมน (Hyman) ได้สรุปว่า ครูมีขีดจำกัดในการใช้คำถามอยู่เฉพาะสองชนิดแรกมาก และได้เสนอแนะว่าถ้าครูต้องการให้นักเรียนได้พัฒนาสติปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ ก็ควรจะถามคำถามหลายระดับ โดยเฉพาะคำถามประเภทขยายความคิด

ชี (Chee, 1976 : 5187-8A) ได้ศึกษาผลของคำถามระดับสูงที่มีต่อระดับการตอบสนองและความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน โดยใช้คำถามตามการจำแนกของเชนเดอร์ (Shender) คำถามระดับสูงประกอบด้วยคำถามการนำไปใช้วิเคราะห์ สังเคราะห์ และประเมินค่า การตอบสนองอาศัยพื้นฐานการจำแนกของบลูม พบว่า คำถามระดับสูงมีผลต่อการตอบสนองของนักเรียน แต่ไม่พบว่าคำถามระดับสูงมีผลต่อความสามารถในการคิดให้เหตุผลของนักเรียน

โทบิน (Tobin, 1980 : 1520-A) ได้ศึกษาผลการเปลี่ยนแปลงที่เกิดจากการตอบคำถามของครู และคุณภาพของคำถามที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ พบว่า การคอยคำถามของครูประมาณ 3 วินาที จะทำให้นักเรียนมีความตั้งใจเรียนสูง มีความสามารถในการสรุป เมื่อครูใช้คำถามที่มีความชัดเจน คำถามที่เกี่ยวข้องกัน และการใช้คำถามที่มีระดับการคิดแบบต่าง ๆ จะทำให้นักเรียนตั้งใจเรียนมากขึ้น อัตราความตั้งใจของนักเรียนสัมพันธ์กับการจัดการเรียนการสอนที่ดีของครูและพฤติกรรมของครูซึ่งทำให้นักเรียนคิดในระดับสูง นอกจากนี้ยังพบว่า ความตั้งใจเรียนมีความสัมพันธ์ทางบวกกับผลสัมฤทธิ์ทางทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ การใช้คำถามการคิดระดับสูง ระดับต่ำ รวมกันอย่างละเท่า ๆ กัน โดยใช้เวลาคอยคำตอบประมาณ 3 วินาที จะทำให้อัตราสัมฤทธิ์ทางทักษะกระบวนการสูงขึ้น

จากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมา สรุปได้ว่าคำถามมีบทบาทสำคัญในการเรียนการสอน ทำให้ผู้เรียนมีผลการเรียนที่สูงขึ้น ในการสอนโดยใช้ถามนำทางนั้น คำถามเป็นเครื่องมือสำคัญ ที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ แสวงหาคำตอบจากคำถามที่ครูตั้งขึ้นนอกจากผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแล้ว การสอนโดยวิธีใช้คำถามนำทางน่าจะส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนด้วย

งานวิจัยในประเทศ

พิชิต แสงลอย (2522 : 41) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนแบบ สสวท. กับแบบสืบสวน-สอบสวน ตามขั้น สน-ส-อ-ท-ค (สน - เป็นการสร้างความพร้อมให้กับนักเรียน, ส - เป็นขั้นสังเกต, อ - เป็นขั้นอธิบาย, ท - เป็นขั้นทำนายและทดลอง, ค - เป็นขั้นควบคุมและคิดสร้างสรรค์) ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบสืบสวน-สอบสวน ตามขั้นสอน สน-ส-อ-ท-ค กับนักเรียนที่เรียนโดยการสอนแบบ สสวท. มีผลสัมฤทธิ์แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อนันต์ จันทร์ทวี (2523 : 113-135) ได้ศึกษาผลการใช้คำถามของครูที่มีต่อทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.2 ของโรงเรียนมัธยมศึกษาส่วนกลาง 32 โรงเรียน ก่อนการทดลองได้เชิญครูที่สอนห้องที่เป็นกลุ่มทดลองมาประชุมปฏิบัติการเพื่อเพิ่มทักษะการใช้คำถาม ขณะที่สอนก็ได้ส่งเอกสารการใช้คำถามไปให้ครูอ่านจำนวน

3 เล่ม พบว่าทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์ จากการทดลองหลังสอนสูงกว่าก่อนสอนอย่างมีนัยสำคัญ เจตคติเชิงวิทยาศาสตร์และเจตคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ชั้น ม.ศ.2 สูงกว่า ม.2 ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่านักเรียนได้รับการสอนจากครูที่ได้รับการฝึก และไม่ได้รับการฝึกเกี่ยวกับการใช้คำถามมีผลการเรียนไม่แตกต่างกัน ส่วนด้านเจตคติพบว่า มีความแตกต่างกันระหว่างนักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.2

ทองคลัง โพธิ์สวัสดิ์ (2526 : 50) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และทัศนคติต่อวิธีสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน ตามชั้น สน-ส-อ-ท-ค กับวิธีสอนแบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวนตามชั้น สน-ส-อ-ท-ค มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อุบล กลองกระโทก. (2526 : 27) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องการจัดลำดับและการจัดหมู่โดยใช้ หน่วยการเรียนรู้การสอน การสอนแบบค้นพบโดยการถาม-ตอบและการสอนแบบปกติ ผลจากการวิเคราะห์พบว่า

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การจัดลำดับและการจัดหมู่ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบค้นพบโดยการถาม-ตอบ และนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง การจัดลำดับ และการจัดหมู่ของนักเรียนที่เรียนจากหน่วยการเรียนรู้การสอนและนักเรียนที่เรียนจากการสอนแบบค้นพบโดยการถาม-ตอบไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05

สุรศักดิ์ ม่วงสว่าง (2530 : 73) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ใช้วิธีสอนโดยบอกจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมกับวิธีสอนโดยตั้งคำถามก่อนเรียน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากวิธีสอนโดยบอกจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมกับวิธีสอนโดยตั้งคำถามก่อนเรียนนั้นไม่แตกต่างกัน

สุทธาดา สุทธาพันธ์ (2532 : 248) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนระดับปฐมวัย ที่ได้รับการสอนโดยใช้คำถามหลายระดับกับการสอนตามแผนการจัดประสบการณ์ของสำนักงานคณะกรรมการประถมศึกษาแห่งชาติ พบว่า เด็กที่ได้รับการสอนโดยใช้คำถามหลายระดับมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ชลธร รวมธรรม (2533 : 57) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมล่าคำตอบกับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมตามแนวคู่มือครู พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมล่าคำตอบ

กับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมตามแนวคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

แท่งทิพย์ วันเจริญพันธ์ (2536 : 75) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษา และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยการสอนแบบล่าคำตอบกับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยเป็นดังนี้

1. นักเรียนที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบล่าคำตอบกับการสอนตามคู่มือครู มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. นักเรียนที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบล่าคำตอบกับการสอนตามคู่มือครู มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
3. นักเรียนที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบล่าคำตอบ มีความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

3. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเอกสารแนะแนวทาง

3.1 ความหมายของเอกสารแนะแนวทาง

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 92-93) กล่าวว่า เอกสารแนะแนวทางนี้เป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งที่จะให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะเขียนในรูปเดิมคำแต่ไม่มีคำตอบเฉลยไว้ให้ ทั้งนี้ต้องการให้ผู้เรียนได้ทำโดยอิสระไม่กังวลต่อคำตอบที่ผู้สอนให้ไว้ ในการเฉลยนั้นผู้สอนอาจจะให้ผู้เรียนทำเป็นตอน ๆ แล้วเฉลยครั้งหนึ่ง เมื่อผู้เรียนไม่เข้าใจก็อธิบายเสียก่อน แล้วให้ทำตอนต่อไป หรืออาจจะให้ทำไปจนจบแล้วเฉลยก็ได้ ทั้งนี้แล้วแต่ความเหมาะสมของบทเรียน ตลอดจนความสามารถของผู้เรียน บางครั้งผู้สอนอาจจะแจกเฉลยคำตอบให้ หลังจากผู้เรียนทำเสร็จแล้ว

สุโขทัยธรรมาธิราช (2537 : 54) กล่าวว่า เอกสารแนะแนวทางเป็นสื่อการเรียนการสอนประเภทสิ่งพิมพ์ซึ่งจะช่วยทุ่นแรงครู โดยผู้สอนจะให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นตอน ๆ แล้วเฉลยคำตอบให้ เมื่อผู้เรียนไม่เข้าใจผู้สอนก็จะอธิบายเพิ่มเติม หรืออาจจะใช้เอกสารแนะแนวทาง ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง แล้วตรวจคำตอบจากการเฉลยคำตอบของผู้สอน

3.2 บทบาทของผู้สอน

3.2.1 สร้างเอกสารแนะแนวทางโดยคำนึงถึงเรื่องต่าง ๆ ต่อไปนี้

- 3.2.1.1 เลือกเนื้อหาให้เหมาะสม
- 3.2.1.2 ตั้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.2.1.3 เขียนเอกสารแนะแนวทางเพื่อให้ผู้เรียนได้ค้นพบมโนคติที่ควรต้องการ โดยให้มีความต่อเนื่องจากง่ายไปสู่ยาก และได้ความคิดไปที่ละน้อย นอกจากนี้ควรพยายามให้ผู้เรียนได้สรุปด้วยตนเอง ครูจะบอกแต่สิ่งที่จำเป็นเท่านั้น เช่น คำศัพท์ใหม่ ๆ ซึ่งผู้เรียนยังไม่ทราบมาก่อน

3.2.1.4 ทำเฉลยคำตอบไว้ ซึ่งอาจจะเฉลยเป็นตอน ๆ ไว้ หรือจบบทแล้วเฉลยก็ได้ โดยดูความเหมาะสมของบทเรียน

3.2.2 ใช้เอกสารแนะแนวทางตามวิธีการดังต่อไปนี้

3.2.2.1 ใช้สอนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม โดยครูแจกเอกสารแนะแนวทาง ให้ผู้เรียนทุกคน

3.2.2.2 ผู้สอนอาจเฉลยด้วยตนเองโดยอาจให้นักเรียนทำเป็นตอน ๆ แล้วเฉลยคำตอบเมื่อผู้เรียนเข้าใจตอนแรกแล้วจึงให้ทำตอนต่อไป หรือผู้สอนอาจมอบเฉลยคำตอบนั้นให้ผู้เรียนตรวจคำตอบด้วยตนเองก็ได้ หากมีปัญหาผู้สอนอธิบายเพิ่มเติม

3.3 บทบาทของผู้เรียน

1. อ่านเอกสารแนะแนวทางอย่างละเอียดและปฏิบัติไปตามขั้นตอน
2. ขอคำแนะนำจากผู้สอนเฉพาะเรื่องที่จำเป็นเท่านั้น
3. ประเมินผลตนเอง หลังจากที่ได้ผู้สอนเฉลยคำตอบแล้ว

3.4 ลักษณะการเขียนเอกสารแนะแนวทาง

ยุพิน พิพิธกุล (2535 : 106-113) ได้สรุปการเขียนเอกสารแนะแนวทางไว้ดังนี้

1. เอกสารแนะแนวทางแบบเขียนต่อเนื่องตามเนื้อหา เขียนในลักษณะเดิมคำให้นักเรียนเติมไปเรื่อย ๆ โดยไม่มีตัวอย่างนำ

2. เอกสารแนะแนวทางแบบมีตัวอย่างนำ เพื่อให้นักเรียนมีแบบอย่างที่จะทำข้อต่อไป
3. เอกสารแนะแนวทางแบบมีตัวอย่างนำและมีการกระตุ้นเสริมแรง

ข้อควรคำนึงในการเขียนเอกสารแนะแนวทาง (สุโขทัยธรรมาธิราช. 2537 : 54)

1. การกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้
2. การกำหนดรูปแบบ เอกสารแนะแนวทางจะเขียนในลักษณะเดิมคำ ซึ่งจะเขียนได้ 2 แบบ คือ แบบที่มีตัวอย่างนำ ผู้สอนจะเขียนตัวอย่างให้ดู 1-2 ตัวอย่าง แล้วจะสร้างโจทย์ให้ผู้เรียนทำตามตัวอย่าง พิจารณารูปแบบนั้น หาข้อสรุป หรืออาจจะเขียนแบบต่อเนื่องตามเนื้อหา ซึ่งหมายความว่า เขียนตามเนื้อหาไปเรื่อย ๆ โดยมีการเว้นให้เติมคำหรือข้อความ
3. การกำหนดเวลา ควรใช้ช่วงเวลาสั้น ๆ อย่าให้นานเกินไป

3.5 ประโยชน์และข้อจำกัดของเอกสารแนะแนวทาง

ยุพิน พิพิธกุล (2535 : 263-264) ได้กล่าวถึงประโยชน์และข้อจำกัดของเอกสารแนะแนวทางไว้ดังนี้

3.5.1 ประโยชน์

- 3.5.1.1 ผู้เรียนมีโอกาสเรียนและหาคำตอบด้วยตนเอง
- 3.5.1.2 ช่วยลดเวลาในการสอน
- 3.5.1.3 ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการอ่านบทเรียน คิดและทำความเข้าใจของตนเอง
- 3.5.1.4 ช่วยผ่อนแรงผู้สอน
- 3.5.1.5 ช่วยเปลี่ยนบรรยากาศในห้องเรียน

3.5.2 ข้อจำกัด

- 3.5.2.1 อาจไม่เหมาะสมกับเนื้อหาของบทเรียนทุกบทเรียน
- 3.5.2.2 ไม่สามารถใช้สอนแทนผู้สอนได้โดยสิ้นเชิง ผู้สอนจะต้องตรวจสอบความเข้าใจช่วยสรุปและเน้นให้ผู้เรียนฟังอีกครั้งหนึ่ง
- 3.5.2.3 ถ้าผู้สอนสร้างเอกสารแนะแนวทางไม่เรียงลำดับขั้นตอน ผู้เรียนจะไม่สามารถสรุปได้

3.6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเอกสารแนะแนวทาง

เนื่องจากมีผู้วิจัยถึงการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้เอกสารแนะแนวทางเพียงผู้เดียว คือ จุฬารัตน นิลยกานนท์ ดังนั้น ผู้วิจัยจึงได้ศึกษางานวิจัยที่ใกล้เคียงเพื่อประกอบการวิจัย งานวิจัยเกี่ยวกับการสอนโดยใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อยซึ่งประกอบด้วย บทเรียนปฏิบัติการ บทเรียนโปรแกรม เอกสารแนะแนวทาง บัตรงาน ดังนี้

งานวิจัยต่างประเทศ

แอนเดอร์สัน (Anderson. 1973 : 4121-A) ได้ศึกษาถึงการพัฒนาประเมินผลโครงสร้างชุดการสอนรายวิชาย่อยที่ใช้สำหรับการศึกษาวิทยาศาสตร์พื้นโลก พบว่า นักเรียนยอมรับความคิดเห็นเกี่ยวกับการใช้ชุดการสอนรายวิชาย่อย และเกิดการเปลี่ยนแปลงทัศนคติในทางบวกของนักเรียนต่อวิทยาศาสตร์พื้นโลกหลังจากเสร็จสิ้นจากการเรียน นักเรียนชอบการประเมินผลที่มีโอกาสปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน และชอบชุดการสอนรายวิชาย่อยที่ใช้เวลาสามสัปดาห์มากกว่าสิบสัปดาห์

ครอส (Cross. 1974 : 4488-A) ได้ทำการศึกษาชุดการสอนรายวิชาย่อยที่ใช้อบรมครูก่อนทำการสอน โดยมีความมุ่งหมายศึกษาถึงการพัฒนาและการประเมินผลของชุดการสอนรายวิชาย่อยเช่นกัน พบว่า ครูที่ได้รับการอบรมโดยชุดการสอนรายวิชาย่อยเกิดพฤติกรรมพิเศษขึ้น 6 ลักษณะโดยที่ครู

จำนวนนี้เชื่อว่า ชุดการสอนรายย่อยเป็นสิ่งที่ช่วยให้เขาพัฒนาพฤติกรรมได้ตามจุดประสงค์ของชุดการสอนรายรายย่อย เมื่อเปรียบเทียบกับกรอบการอบรมครูโดยการสอนแบบจุลภาค

เคท (Katz. 1975 : 216-A) ได้สร้างและหาความเที่ยงตรงกับชุดการสอนรายรายย่อยที่ใช้กับครูระดับประถมศึกษา ผลปรากฏว่า ครูที่ได้รับการอบรมโดยชุดการสอนรายรายย่อยพัฒนาทักษะสูงขึ้น 5 ทักษะ ที่ระดับความเชื่อมั่น .95 และนักเรียนที่เรียนจากครูที่ได้รับการอบรมด้วยชุดการสอนรายรายย่อย มีความสามารถในการใช้คำเกี่ยวกับการพรรณาได้ดีขึ้นที่ระดับความเชื่อมั่น .95

เคอร์ (Kerr. 1975 : 3356-A) ได้ทำการศึกษาถึงพฤติกรรมด้านเจตคติ (Affective) ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายที่ลงทะเบียนเรียนในชุดการสอนรายรายย่อยและรายวิชาปกติ ปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนชุดการสอนรายรายย่อยมีทัศนคติที่ดีต่อครูสูงกว่ากลุ่มที่เรียนในรายวิชาปกติ โดยที่การเข้าชั้นเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน และครูที่สอนในชุดการสอนรายรายย่อยมีทัศนคติต่อนักเรียนและวิชาชีพครูสูงกว่าครูในกลุ่มปกติ

มิลโซ (Milzow. 1976 : 7165-A) ได้ทำการศึกษาทัศนคติของนักเรียนและครูในโครงการเรียนชุดการสอนรายรายย่อยระหว่างปี 1973-1976 ในโรงเรียนเคนเนดี (Kennedy Junior High School) รัฐมิชิแกน ผลการวิจัยพบว่า ความคิดเห็นของนักเรียนทุกระดับความสามารถคือ สูง กลาง ต่ำ ที่มีชุดการสอนรายรายย่อย ไม่แตกต่างกันและนักเรียนทุกระดับนี้ชอบวิธีการสอนในชุดการสอนรายรายย่อยมากกว่าการสอนแบบเดิม

จากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมา จะพบว่า การสอนโดยใช้เอกสารแนะแนวทางที่เป็นส่วนหนึ่งของชุดการสอน จะสนองหลักจิตวิทยาในการเรียนรู้ของผู้เรียนหลายด้านเช่น การเสริมแรง การตอบสนอง การให้แรงจูงใจ ความแตกต่างระหว่างบุคคล การเรียนด้วยตัวเอง ความพร้อมของผู้เรียน การทำงานเป็นกลุ่ม เหล่านี้เป็นต้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำเอกสารแนะแนวทางมาปรับปรุงและใช้ประกอบการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งน่าจะส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

สุมาลี สุวัฒน์กุล (2525 : 41) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์สและเรียนโดยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนมินิคอร์ส และเรียนโดยการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชวลิต พงษ์สวัสดิ์. (2532 : 114) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางด้านมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอน ตามคู่มือครูของ สสวท. ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางด้านมโนคติในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ ทั้งสองวิธีแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จรีวรรณ นิลยกานนท์ (2536 : 54-56) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน ระหว่างการเรียนเป็นกลุ่มโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม เอกสารแนะแนวทางและการเรียนจากครู โรงเรียนศรีวิทย จังหวัดชุมพร ผลการวิจัยดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนของการเรียนเป็นกลุ่มโดยใช้เอกสารแนะแนวทางกับการเรียนจากครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน ของการเรียนเป็นกลุ่มโดยใช้บทเรียนโปรแกรมชนิดเส้นตรงกับการเรียนเป็นกลุ่มโดยใช้เอกสารแนะแนวทางแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการใช้คู่มือครูและหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ สสวท.

4.1 คู่มือครู

คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ มีลักษณะที่จะให้ความสะดวกในการเตรียมสอนและการสอนซึ่งประกอบด้วยส่วนที่สำคัญดังนี้

1. คำนำประเภทบอกหัวข้อเรื่องของบทเรียน พร้อมด้วยคำอธิบายเนื้อหา ข้อที่ควรย้ำและจุดประสงค์ปลายทาง
2. หนังสือเรียนของนักเรียนปรากฏอยู่ในกรอบของคู่มือครู ตัวเลขแสดงหน้าของหนังสือเรียนที่อยู่ในคู่มือครู จะตรงกับตัวเลขแสดงหน้าในหนังสือเรียนของนักเรียน
3. ส่วนที่อยู่นอกกรอบ จะมีคำอธิบายเกี่ยวกับเนื้อหาของทุกหัวข้อ ในลักษณะต่าง ๆ กัน ดังนี้

3.1 ในบางหัวข้อ อาจมีการอธิบายเหตุผลในการนำเนื้อหาดังกล่าวมาสอน ซึ่งอาจจะเป็นการสร้างความสนใจของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ผ่านตา เกิดความเคยชินและระลึกได้ เมื่อเรียนจริง

3.2 จุดประสงค์ของการสอนแต่ละหัวข้อ ระบุสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้ให้ครูระลึกไว้ในใจตลอดเวลา และทดสอบให้ตรงจุดประสงค์ หรือสอดคล้องกับจุดประสงค์ของแต่ละหัวข้อนั้น

3.3 เชิงอรรถที่มีอยู่ในแต่ละหัวข้อจะใช้ตัวเลขกำกับไว้เหนือบรรทัดในหนังสือเรียนของนักเรียนและเนื้อข้อความที่เป็นเชิงอรรถนั้น และในเชิงอรรถจะมีคำอธิบายที่เป็นส่วนเพิ่มเติมหรือเป็นคำตอบหรือแนะวิธีสอน

3.4 คำอธิบายเนื้อหาเพิ่มเติมความรู้ให้แก่ครู

3.5 คำตอบของแบบฝึกหัดในชั้น แบบฝึกหัดประจำหัวข้อ แบบฝึกหัดระคนและวิธีทำของแบบฝึกหัดบางข้อ

3.6 กิจกรรมเสริมซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมเสนอแนะ ปัญหาชวนคิดเกม หรือแบบฝึกหัดเพิ่มเติม สำหรับนักเรียนที่สนใจและต้องการโจทย์เพิ่มเติม

4. ตัวอย่างแบบทดสอบประจำบทเรียนแต่ละบท

4.2 หนังสือเรียน

หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. คำอธิบายเนื้อหา ซึ่งใช้ถ้อยคำสั้น ๆ และง่าย ๆ เพื่อให้ นักเรียนสามารถเข้าใจได้ด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่
2. แบบฝึกหัดในชั้น เพื่อนำทางให้นักเรียนค้นหากฎเกณฑ์ต่างๆ ได้ด้วยตนเองโดยการแนะนำของครู
3. คำถามสั้นๆ เพื่อชวนให้นักเรียนคิด สงสัย และเร้าให้สนใจในบทเรียนและตัวครู
4. แบบฝึกหัดท้ายหัวข้อ ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน เพื่อฝึกทักษะทำให้เกิดความแม่นยำและรวดเร็ว
5. แบบฝึกหัดระคน (ในบางบท) ซึ่งเป็นโจทย์สำหรับการทบทวนและต้องการฝึกทักษะเพิ่มเติม

วิธีใช้หนังสือเรียน

1. วิธีสอน ครูอาจดำเนินการสอนตามขั้นตอนต่อไปนี้ประกอบกันตามความเหมาะสม
 - 1.1 ให้นักเรียนอ่านคำอธิบายเองหรือครูอธิบาย
 - 1.2 ให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถามหรือทำกิจกรรมให้ชั้นเรียน
 - 1.3 ให้นักเรียนช่วยกันสรุปเองหรือให้นักเรียนช่วยกันสรุปโดยมีครูช่วยเสริมแต่ง หรือสำหรับข้อสรุปที่ยากเกินไป ครูอาจสรุปให้นักเรียนเลยก็ได้ ครูควรดัดแปลงวิธีสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหา สติปัญญา สภาพแวดล้อมและพื้นฐานความรู้ของนักเรียนอยู่เสมอ
2. กิจกรรมและแบบฝึกหัดในชั่วโมงเรียน ครูอาจใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีที่เห็นว่าเหมาะสมประกอบกันดังนี้

2.1 ให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม

2.2 ให้นักเรียนทำกิจกรรมในห้องเรียนหรือนอกห้องเรียน

2.3 ให้นักเรียนตอบปากเปล่า ตอบแบบอภิปรายหรือแสดงวิธีทำบนกระดานครูควรให้นักเรียนจดคำตอบที่ได้ไว้ด้วย สำหรับคำตอบที่เป็นผลสรุปหลักเกณฑ์ เช่น หลักสำหรับการหาผลบวกของจำนวนลบ ให้ครูเขียนบนกระดานและควรให้นักเรียนจดลงในสมุด

3. แบบฝึกหัดประจำหัวข้อและแบบฝึกหัดระคน แบบฝึกหัดทุกแบบฝึกหัดได้เรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ส่วนข้อที่ใส่เครื่องหมายดอกจัน เป็นข้อที่ค่อนข้างยากสำหรับนักเรียนทั่วไป ในบางครั้งแบบฝึกหัดข้อที่มีดอกจันอาจเรียงอยู่ตอนต้น ๆ ของแบบฝึกหัด ทั้งนี้เพื่อความต่อเนื่องของเนื้อหา ครูอาจให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อต้น ๆ ในห้องเรียน แต่โดยปรกติแล้วนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกหัดประจำหัวข้อเป็นการบ้าน จำนวนข้อของแบบฝึกหัดให้ครูกำหนดเองตามความสามารถของนักเรียนในชั้น ไม่จำเป็นต้องให้ทำแบบฝึกหัดหมดทุกข้อ

สำหรับแบบฝึกหัดระคนให้ครูเลือกโจทย์เกี่ยวกับเนื้อหาที่ต้องการทบทวนหรือฝึกทักษะเพิ่มเติมตามจำนวนที่เหมาะสมไม่จำเป็นต้องบอกทุกข้อ

4.3 อุปกรณ์

ในการสอนเนื้อหาบางเรื่องเกี่ยวกับสิ่งที่จับต้องได้ เช่น ปริมาตรของทรงกระบอก ควรใช้อุปกรณ์ที่หาได้ในท้องถิ่น เช่น กระบอกไม้ไผ่ กระป๋อง หรืออาจใช้กระดาษพับพองเป็นรูปร่างที่ต้องการ นอกจากอุปกรณ์ดังกล่าว แผนภาพ หรือแผนภูมิ เช่น เส้นจำนวน ก็นับเป็นอุปกรณ์ที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น อุปกรณ์ที่จะขาดไม่ได้ คือ ชอล์กสี ชอล์กสีเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญในการแสดงขั้นตอนและการแยกประเภท

4.4 การวัดผล

เนื้อหาที่จะทดสอบ อาจดูได้จากจุดประสงค์ที่มีอยู่ในแต่ละบทเรียนในหนังสือคู่มือครูคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งจุดประสงค์ประจำหัวข้อ และจุดประสงค์ประจำบท

จุดประสงค์ประจำหัวข้อ มีไว้เพื่อให้ครูได้ทดสอบเมื่อสอนจบหัวข้อหนึ่ง ๆ การทดสอบอาจใช้การสังเกต การตอบคำถาม การทำแบบฝึกหัด หรือการทดสอบย่อย จุดประสงค์ใดที่ครูเห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ผ่าน ในช่วงต่อไปครูควรนำเนื้อหาในบทเรียนนั้นมาสอนซ่อมเสริมใหม่

จุดประสงค์ประจำบท เป็นจุดประสงค์ปลายทางซึ่งจะเป็นข้อกำหนด ขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่จะใช้ทดสอบ ในการวัดผลตามจุดประสงค์นี้ให้วัดโดยใช้แบบทดสอบ และได้ให้ตัวอย่างแบบทดสอบไว้ท้ายบทเรียนแต่ละบทในหนังสือคู่มือครูคณิตศาสตร์

5. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

วิลสัน (Wilson. 1971 : 643-696) ได้แบ่งพฤติกรรมการเรียนรู้ที่พึงประสงค์ในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาออกเป็น 2 ด้านคือ

1. พฤติกรรมด้านความรู้และการคิด (Cognitive Domain)
2. พฤติกรรมด้านความรู้สึก (Affective Domain)

สำหรับพฤติกรรมด้านความรู้และการคิด (Cognitive Domain) แบ่งเป็น 4 ระดับคือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ขั้นดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยามและกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ขั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Concepts) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติ เป็นนามธรรมซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นได้โดยใช้คำพูดของตน หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน มิฉะนั้นจะเป็นการวัดความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Principles, Rules, and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และความ

เข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการ และกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ก็ได้

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการแปลงข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่า เป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability to Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียน ค้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ขั้นคือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจและเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจนได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณและจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่

เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่ หรือต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns, Isomorphisms, and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดจากโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าว ต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมในระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้นคือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine Problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วมาใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Construct Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้ว มาช่วยในการแก้ปัญหา

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในการชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับ

เรื่องเดิม และต้องสมเหตุสมผลด้วย คือ การจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างขบวนการคิดคำนวณใหม่พร้อมทั้งแสดงการใช้ขบวนการนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจัดได้ว่าเป็นเกณฑ์อย่างหนึ่งที่น่ามาใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของการสอนอย่างกว้างขวาง ทำให้ผู้วิจัยสนใจทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) กับการสอนตามคู่มือครู

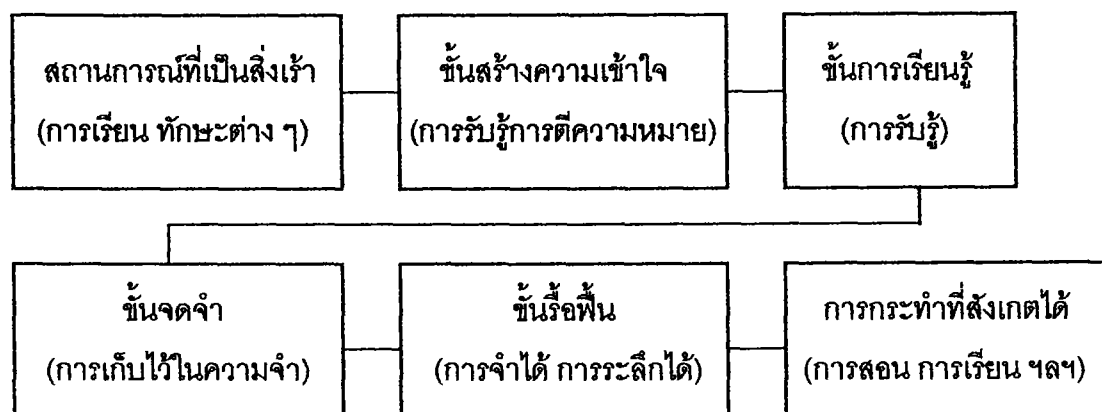
6. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

6.1 ความหมายของความคงทนในการเรียนรู้

ความคงทนในการเรียนรู้ (Learning Retention) คือ การคงไว้ซึ่งผลของการเรียน หรือความสามารถที่จะระลึกถึงสิ่งเร้าที่เคยเรียนได้ หลังจากที่ได้ทิ้งไว้ช่วงระยะเวลาหนึ่ง (Adam. 1967 : 9) ความจำเป็นพฤติกรรมภายใน (Covert Behavior) ซึ่งเกิดขึ้นภายในจิต เช่นเดียวกับความรู้สึก การรับรู้ ความชอบ การจินตนาการของมนุษย์ การที่จะจดจำสิ่งที่เรียนมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนรู้ภายใน (Gagné. 1970 : 70-71) อธิบายขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้และการจดจำไว้ดังนี้

1. ขั้นสร้างความเข้าใจ เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า
2. ขั้นเรียนรู้ ในขั้นนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงเกิดเป็นความสามารถ อย่างใหม่
3. ขั้นเก็บไว้ในความจำ คือการนำเอาส่วนที่เรียนรู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำในช่วงระยะเวลาหนึ่ง
4. ขั้นการรื้อฟื้น คือ การเอาสิ่งที่เรียนไปแล้ว และเก็บเอาไว้นั้นออกมาใช้ในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

ขั้นตอนต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วนี้จะเกิดอย่างใกล้เคียงกันมาก การเกิดขั้น 1 และ ขั้น 2 อาจจะพิจารณารวมกันเป็นสภาพการณ์ของการเรียนรู้ ส่วนขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 เป็นสภาพของการจำ ดังเขียนเป็นแผนภูมิแสดงลำดับกระบวนการในการเรียนรู้ได้ดังนี้



ระบบความจำ

ชัยพร วิชชาวุธ (2520 : 287) ได้กล่าวว่าระบบความจำแยกออกเป็น 3 ระบบ ดังนี้

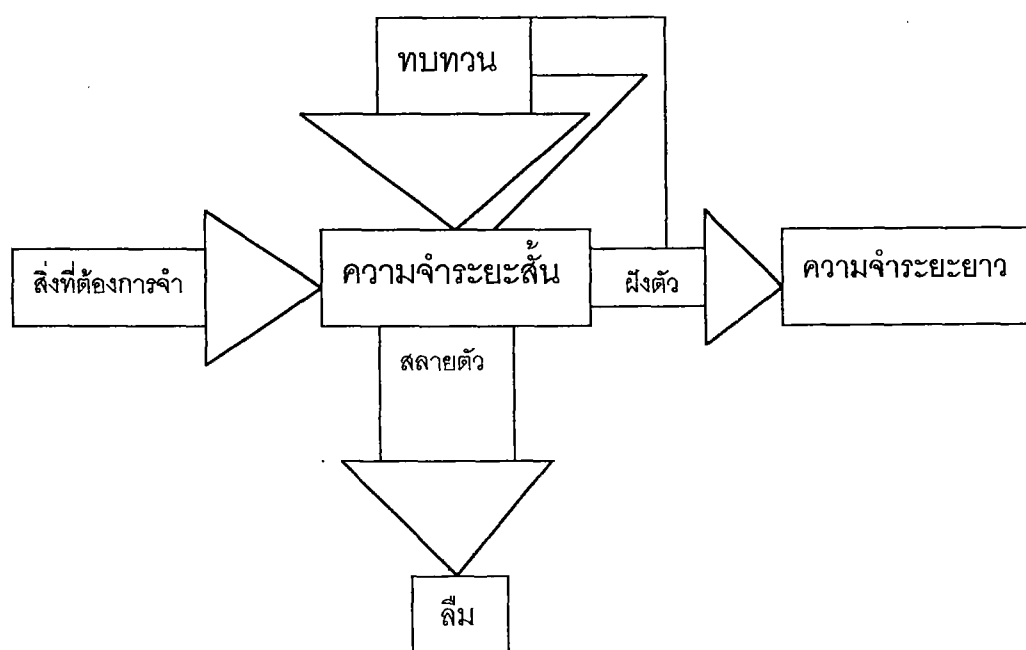
1. ระบบความจำความรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory) หมายถึงความคงอยู่ของความรู้สึกสัมผัสจากการเสนอสิ่งเร้าได้สิ้นสุดลง

2. ระบบความจำระยะสั้น (Short Term Memory) เป็นความทรงจำหลังรับรู้สิ่งเร้าที่ได้รับการตีความจนเกิดการรับรู้แล้วอยู่ในความทรงจำระยะสั้น ความทรงจำระยะสั้นใช้สำหรับการจำชั่วคราว เพื่อใช้ประโยชน์ในขณะที่ยังอยู่เท่านั้น

3. ระบบความทรงจำระยะยาว (Long Term Memory) เป็นความทรงจำที่มีความคงทนถาวร จะไม่รู้สึกในสิ่งที่จำอยู่ แต่ถ้าต้องการใช้หรือมีสิ่งใดมาสะกิดใจ ก็สามารถรื้อฟื้นขึ้นมาได้

นอกจากนี้ ได้มีผู้สร้างทฤษฎีความจำขึ้นหลายทฤษฎี มีทฤษฎีหนึ่งที่มีความสนใจมากคือทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Two Process Theory of Memory) ของ แอทคินสัน และชิฟฟริน (ชัยพร วิชชาวุธ 2520: 144; อ้างอิงมาจาก Atkinson and Shiffrin. 1968) ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ความจำระยะสั้นเป็นความจำชั่วคราว
2. สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นต้องได้รับการทบทวนตลอดเวลา ไม่เช่นนั้นความจำจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็ว
3. ในการทบทวนเราไม่สามารถทบทวนทุกสิ่งที่เข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น ดังนั้นจำนวนสิ่งของที่เราจะทำได้ในความจำระยะสั้นจึงมีจำกัด
4. สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นยิ่งนาน สิ่งนั้นก็ยิ่งมีโอกาสฝังตัวในความจำระยะยาวมากขึ้น
5. การฝังตัวในการจำระยะยาว เป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่มีอยู่ในความจำระยะยาวแล้วกับสิ่งเร้าที่เราต้องการจำ



ภาพประกอบ 3 แสดงการจำลองกระบวนการของแอตคินสัน (Atkinson) และชิฟฟริน (Shiffrin)

ทั้งระบบความจำระยะสั้นและระบบความจำระยะยาว เป็นความจำหลังการรับรู้ ดังนั้น ความจำที่คงทนถาวรมากที่สุด คือ แบบระบบความจำระยะยาว เพราะเป็นการรับรู้ ที่ความจากประสบการณ์เดิมด้วยความเอาใจใส่ ตั้งใจของผู้เรียน (กมลรัตน์ หล้าสูงษ์. 2528 : 251)

ขั้นตอนของกระบวนการจำ

การที่คนเราจะจำสิ่งที่เคยเรียนได้มากนักน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับกระบวนการเรียนรู้ซึ่งกาเย่ (Gagné. 1974 : 27-46) ได้อธิบายขั้นตอนกระบวนการที่กระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. การจูงใจ เป็นการสร้างแรงจูงใจให้ผู้เรียนสนใจอยากรู้
2. ความสัมพันธ์ของการรับรู้กับการคาดหวัง ซึ่งผู้เรียนจะเลือกเรียนรู้สิ่งที่สอดคล้องกับความตั้งใจของตน
3. การปรับขยายการเรียนรู้ เป็นการจัดสรรขยายการเรียนรู้ที่ได้รับเป็นการจำ ซึ่งมีทั้งการจำระยะสั้นและการจำระยะยาว
4. การสะสมสิ่งที่เป็นการเรียนรู้ เป็นการสะสมสิ่งที่เรียนรู้ให้คงอยู่ หรือเป็นการจำระยะยาว ซึ่งคงทนถาวร
5. การระลึกจำได้ เป็นความสามารถที่ระลึกสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว

6. การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นความสามารถในการนำความรู้ หรือกฎเกณฑ์ที่ได้จากการเรียนรู้ในชีวิตประจำวัน
7. การแสดงพฤติกรรมตอบสนองการเรียนรู้ ผู้เรียนได้แสดงออกถึงความรู้ความสามารถที่ได้เรียนรู้มา
8. การแสดงผลย้อนกลับ เป็นการแจ้งผลการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้ทราบ เพื่อผู้เรียนจะได้เกิดกำลังใจ หรือปรับตัวเองให้ดีขึ้น

6.2 สภาพที่ช่วยให้เกิดความคงทนในการเรียนรู้

เอนกกุล กรี่แสง (2522 : 96-109) ได้เสนอแนะการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เอื้อต่อการเกิดความคงทนในการเรียนรู้ไว้ดังนี้

1. การจัดบทเรียนให้มีความหมาย (Meaningful) เช่น
 - 1.1 การสร้างสื่อสัมพันธ์ (Mediation)
 - 1.2 การจัดเป็นระบบล่วงหน้า (Advance Organization)
 - 1.3 การจัดเป็นลำดับขั้น (Hierarchical Structure)
 - 1.4 การจัดเข้าเป็นหมวดหมู่ (Organization)
2. การจัดสถานการณ์ช่วยการเรียนรู้ (Mathemagenic) ทำได้ดังนี้
 - 2.1 การนึกถึงสิ่งที่เรียนขณะที่ฝึกฝนอยู่ (Recall During Practice)
 - 2.2 การเรียนเพิ่ม (Over Learning)
 - 2.3 การทบทวนบทเรียน (Periodic Reviews)
 - 2.4 การจำอย่างมีหลักเกณฑ์ (Logical Memory)
 - 2.5 การท่องจำ (Recitation)
 - 2.6 การใช้จินตนาการ (Imagination)
3. ในการทบทวน ไม่สามารถทบทวนทุกสิ่งที่เข้ามาอยู่ในความจำระยะสั้น ดังนั้นจำนวนสิ่งของที่จะจำได้ในความจำระยะสั้นจึงมีจำกัด
4. สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ในความจำระยะสั้นอยู่นาน สิ่งนั้นก็มีโอกาสฝังตัวจนความจำระยะยาวมากขึ้น
5. การฝังตัวในความจำระยะยาว เป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่อยู่ในความจำระยะยาว กับสิ่งที่ต้องจดจำ

6.3 การวัดความคงทนในการเรียนรู้

ชวาล แพทย์กุล (2526 : 1) กล่าวว่า การวัดความคงทนในการเรียนรู้เป็นการสอบซ้ำโดยใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกันไปทดสอบกับตัวอย่างกลุ่มเดียวกัน เวลาในการสอบครั้งแรกและครั้งที่สองควรเว้นห่างกันประมาณ 2-4 สัปดาห์ ซึ่งสอดคล้องกับนันทนาลี (Nunnally, 1959 : 105-108) ที่กล่าวว่า เพื่อให้เกิดความคลาดเคลื่อนต่าง ๆ น้อยลง ควรเว้นช่วงเวลาในการสอบห่างกันอย่างน้อย 2 สัปดาห์ เพราะความเคยชินในการทำแบบทดสอบจะทำให้ค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนทั้งสองครั้งสูง ลินด์วอลล์และนิตโก (Lindvall and Nitko, 1967 : 127) ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า การสอบซ้ำควรใช้เวลาห่างกันตั้งแต่ 1 สัปดาห์ ถึง 1 เดือน เพราะการเว้นช่วงเวลาดังกล่าวจะทำให้เกิดความคงที่ของคะแนนที่ได้จากการสอบซ้ำ และจากการศึกษาของโสภา บุญยศรีสวัสดิ์ (2520 : 85) พบว่าการสอบในช่วงเวลา 15 วัน ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นสูง

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงเลือกใช้เวลา 2 สัปดาห์ ในการทดสอบซ้ำเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้

6.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

งานวิจัยต่างประเทศ

วีเวอร์ (Weaver, 1971 : 2968-A) ได้เปรียบเทียบผลการเรียนรู้และความคงทนในการจำจากการที่เด็กทำแบบฝึกหัดรวมครั้งเดียวกับการใช้ทำเป็นระยะในวิชาคณิตศาสตร์การทดลองนี้กระทำกับนักเรียนระดับสี่ จำนวน 350 คน กลุ่มทดลองคือ กลุ่มที่ใช้ทำแบบฝึกหัดรวมและกลุ่มควบคุมคือกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดเป็นระยะ หลังการเรียนรู้สามเดือน ทดสอบความคงทนในการจำ ผลปรากฏว่าความคงทนในการจำของทั้งสองกลุ่ม ไม่แตกต่างกัน

คอร์รี่และมิเชล (Correy and Michael, 1973 : 18-19) ได้ศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับความคงทนของการเรียนรู้ระหว่างการใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง กับการสอนตามปกติวิชาจิตวิทยาเบื้องต้น กลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ชุดการเรียนรู้ด้วยตนเอง จำนวน 18 คน กลุ่มควบคุมเรียนโดยใช้ฟังคำบรรยาย ผลการทดลองพบว่ากลุ่มทดลองเรียนรู้ได้ดีกว่ากลุ่มควบคุมและหลังจากเรียน 1 เดือน ทำการทดสอบทั้งสองกลุ่มปรากฏว่ากลุ่มทดลองมีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่ากลุ่มควบคุม

มิทเชลล์ (Mitchell, 1976 : 6541-A) ได้ทำการศึกษาเรื่อง สหสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิศวกรรม ความคงทนในการจำของความรู้ในวิชาวิศวกรรมและวิธีการสอนความรู้พื้นฐานโดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาชั้นปีที่ 1 และนักศึกษาได้เรียนครบหลักสูตร 2 ปีแล้ว ความคงทนของความรู้ในวิชาวิศวกรรมจากระดับปีที่ 1 ถึงปีที่ 2 มีความสัมพันธ์กับวิธีสอนแบบสอนความรู้พื้นฐาน

อย่างมีนัยสำคัญ แต่ระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และการเรียนซ้ำในวิชาต่าง ๆ ไม่มีความสัมพันธ์กับวิธีสอนแบบสอนความรู้พื้นฐาน

ฮอวิทซ์ (Horwitz. 1976 : 249-A) ได้ศึกษากระบวนการทบทวนสามแบบที่มีผลต่อความคงทนในการจำวิชาคณิตศาสตร์กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับ 6 จำนวน 211 คน เข้ากลุ่มทดลองแปดกลุ่มคือ

กลุ่ม 1 กลุ่มควบคุมใช้วิธีสอนแบบธรรมดา

กลุ่ม 2 ตอบคำถามให้มีผลย้อนกลับ

กลุ่ม 3 การตอบคำถามจะไม่ทราบผลย้อนกลับ

กลุ่ม 4 ตอบคำถามให้มีผลย้อนกลับ

กลุ่ม 5 สอนแบบให้ท่องจำกฎ

กลุ่ม 6, 7 และ 8 สอนเหมือนกลุ่ม 3, 4 และ 5 ตามลำดับ

หลังจากการเรียน 12 วัน ก็วัดความคงทนในการจำ ผลปรากฏว่า กลุ่มที่ทราบผลทันทีมีประสิทธิภาพในความคงทนในการจำสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบธรรมดา และสอนแบบให้ท่องจำกฎ

พินเตอร์ (Pinter. 1977 : 710-A) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการสะกดคำ ซึ่งสอนโดยใช้เกมการศึกษาและสอนโดยตำรากับนักเรียนระดับ 3 จำนวน 94 คน โดยการทำการทดสอบก่อนและหลังการทดลอง 3 สัปดาห์ เพื่อหาความคงทนในการจำ ผลการทดลองปรากฏว่ากลุ่มที่ใช้เกมการศึกษามีความคงทนในการจำสูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยใช้ตำรา

งานวิจัยในประเทศ

พรณี ไชระโร (2527 : 50) ได้ศึกษาผลของการให้เพื่อนช่วยสอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เจตคติต่อคณิตศาสตร์ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีเพื่อนช่วยสอนอย่างมีแบบแผนอย่างอิสระ และไม่มีเพื่อนช่วยสอน ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สัญญา รัตนวราภักษ์ (2528 : 97) ได้ศึกษาผลของการสอน 3 แบบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ปรากฏว่ากลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงจะมีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปานกลาง และถ้า ส่วนการเว้นระยะเวลาการสอบเป็น 2 สัปดาห์ หรือ 3 สัปดาห์ จะทำให้ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกกลุ่มต่ำกว่าเมื่อสอบทันที

พัชราภรณ์ อินทรทัต (2529 : 48) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสม ปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสอนด้วยบทเรียนโปรแกรมสื่อประสม บทเรียน การปฏิบัติการสื่อประสม และการสอนตามแผนการสอนรายคาบของกลุ่มโรงเรียนแตกต่างกันอย่าง ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วาสนา สุพัฒน์ (2530 : 67) ได้ศึกษาค่าเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบ ประเมินชนิดเลือกตอบ แบบฝึกหัดแบบอัตนัย กับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน ผลการวิจัยพบ ว่า ค่าเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สอนตามคู่มือ โดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดแบบประเมินชนิดเลือกตอบสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการทำแบบฝึก หัดแบบอัตนัยอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และค่าเฉลี่ยของความคงทนของนักเรียนที่เรียน โดยการทำแบบฝึกหัด แบบประเมินชนิดเลือกตอบสูงกว่ากลุ่มที่เรียนโดยการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบ เรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ค่าเฉลี่ยของความคงทนในการเรียนวิชาของนักเรียนที่เรียน โดยการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนกับนักเรียนกลุ่มที่ทำแบบฝึกหัดแบบอัตนัยแตกต่างกันอย่าง ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

ฝนทิพย์ อมาตยกุล (2531 : 51) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความ คงทนในการเรียนวิชาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน ผลการวิจัยปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอนและการสอน ตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ธีระศักดิ์ แสงสัมฤทธิ์ (2531 : 92) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนวิชา คณิตศาสตร์หลังจากเสร็จสิ้นการทดลองไปแล้ว 2 สัปดาห์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนสื่อ ประสมและการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ศิริวรรณ ฤกษ์นันท์ (2531 : 65) ได้เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู ผลการวิจัยปรากฏว่า ความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องสมการ ของนักเรียนที่ได้รับการ สอนโดยใช้หลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับนักเรียนที่เรียนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ีระดับ .01

ชวลิต พงษ์สวัสดิ์ (2532 : 118) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความคงทนของมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการสอนรายวิชาย่อยกับการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. ผลปรากฏว่าความคงทนของมโนคติในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2533 : 154) ได้ศึกษาผลของการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับกลุ่มที่เรียนตามคู่มือครู สสวท. ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งมีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามคู่มือครู สสวท.

ณรงค์ เดิมสันเทียะ (2535 : 86) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความคงทนในการเรียนรู้แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนโดยบทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะและสอนตามคู่มือการครู สสวท. ปรากฏว่าความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเป็นคณะและการสอนตามคู่มือครูของ สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากที่กล่าวมาแล้ว เห็นได้ว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มีความสำคัญมาก เพราะวิชาคณิตศาสตร์ต้องอาศัยความรู้พื้นฐานต่อเนื่องกันตลอดเวลา ดังนั้นการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรมีจุดประสงค์การเรียนการสอนที่ชัดเจน มีการฝึกทักษะและทบทวนอยู่เสมอ การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง (Guided Discovery) นับว่าเหมาะสมมาก ดังนั้นผู้วิจัยจึงต้องการที่จะศึกษาการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง จะทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนสูงกว่าการสอนตามคู่มือครูหรือไม่

บทที่ 3
วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาค้นคว้า โดยกำหนดเป็นลำดับขั้นดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
3. ระยะเวลาในการศึกษาค้นคว้า
4. แบบแผนการทดลองที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
5. เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า
6. วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า
7. การวิเคราะห์ข้อมูล
8. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 จำนวน 8 ห้องเรียน ห้องเรียน ละ 36 คน รวม 288 คน

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 ซึ่งได้มาด้วยวิธีการจับสลากห้องเรียนมา 2 ห้อง จากทั้งหมด 8 ห้องเรียน แล้วให้กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองอีกกลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม โดยไม่มีการสุ่มดังนี้

1. กลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่ดำเนินการสอนด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง
2. กลุ่มควบคุม เป็นกลุ่มที่ดำเนินการสอนด้วยวิธีการสอนตามคู่มือครู

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องวงกลม ของกระทรวงศึกษาธิการ จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี โดยแบ่งเนื้อหาออกเป็น 14 คาบดังนี้

1. วงกลม	5 คาบ
2. คอร์ดและทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด	4 คาบ
3. เส้นสัมผัส	2 คาบ
4. การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	2 คาบ
5. การหาขนาดของมุมภายในรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	1 คาบ

ระยะเวลาที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

กลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมใช้เวลาในการศึกษาค้นคว้า 14 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541

แบบแผนการทดลองที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง (Experimental Research) โดยดำเนินการวิจัยแบบ Nonrandomized Control - Group Pretest - Posttest Design (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 253) ดังตารางแบบแผนการวิจัยดังนี้

ตาราง 1 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	สอบก่อนเรียน	ทดลอง	สอบหลังเรียน
E	T_1	X	T_2
C	T_1	~	T_2

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

- X แทน การสอนด้วยวิธีการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง
- ~ แทน การสอนตามคู่มือครู
- T_1 แทน การสอบก่อนการทดลอง (Pretest)
- T_2 แทน การสอบหลังเรียน (Posttest)
- C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)
- E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ประกอบด้วย

1. แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) เรื่องวงกลม ใช้สำหรับกลุ่มควบคุมที่เรียนจากการสอนตามคู่มือครูมีขั้นตอนการสร้างดังนี้
 - 1.1 ศึกษาหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) และคู่มือการสอนคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ
 - 1.2 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหา เรื่องวงกลมที่ใช้ในการทดลอง
 - 1.3 จัดทำแผนการสอนให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหา เรื่องวงกลม
 - 1.4 นำแผนการสอนที่สร้างเสร็จแล้วไปให้ผู้เชี่ยวชาญ ได้แก่ ครู-อาจารย์ผู้สอน วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เคยสอนมาแล้วเป็นเวลาไม่น้อยกว่า 3 ปี จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมโดยผู้วิจัยเสนอเกณฑ์ไว้ดังนี้

- 1.4.1 ความชัดเจนและความถูกต้องของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
- 1.4.2 ความสอดคล้องของเนื้อหา กิจกรรม และสื่อการเรียนการสอน
- 1.4.3 ความสอดคล้องในเรื่องของจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมกับการวัดและประเมินผล

ผล

1.5 นำแผนการสอนที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจและปรับปรุงแก้ไขแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อหาข้อบกพร่องในการจัดกิจกรรม การใช้เวลา การใช้สื่อการสอนและปริมาณเนื้อหาที่นำมาจัดกิจกรรม เพื่อเป็นแบบแผนการสอนที่สมบูรณ์สำหรับนำไปทดลองกับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แผนการสอนที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง วิชาคณิตศาสตร์ (ค 011) เรื่อง วงกลม ใช้สำหรับกลุ่มทดลองมีขั้นตอนดังนี้

2.1 ศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับหลักการและวิธีการสร้างแผนการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง จากเอกสารงานวิจัย จากผู้เชี่ยวชาญ เพื่อเป็นแนวทางการกำหนดเนื้อหาและสร้างแผนการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง

2.2 สร้างแผนการสอนที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง ให้ครอบคลุมเนื้อหาในแต่ละคาบ และสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

2.3 นำแผนการสอนที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางที่สร้างเสร็จแล้วให้ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ตรวจสอบคุณลักษณะ จุดมุ่งหมายเฉพาะ ความถูกต้องของเนื้อหา กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อการเรียนการสอน การประเมินผล

2.4 นำแผนการสอนที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง ที่ผู้เชี่ยวชาญตรวจและปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในครั้งนี้ เพื่อศึกษาข้อบกพร่องแล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

2.5 นำแผนการสอนที่สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้สอนเพื่อทำการวิจัยต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก 2 ชุดแบบคู่ขนาน จำนวนชุดละ 30 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาหลักสูตร คู่มือครู เนื้อหาวิชาเรื่องวงกลมในแต่ละหัวข้อย่อยเพื่อนำไปกำหนดมโนคติให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

3.2 วิเคราะห์หลักสูตรและสร้างตารางวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหาวิชาเรื่องวงกลมเพื่อกำหนดมโนคติ จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ให้สอดคล้องกับการวัดพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญา

ของวิลสัน (Wilson 1971 : 643-685) โดยผู้วิจัยวิเคราะห์ร่วมกับอาจารย์ผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ท่าน คือ อาจารย์เปรมกมล รัตนอุดม อาจารย์อำไพ ศิริศากาวร และอาจารย์ทางด้านวัดผลการศึกษานี้จำนวน 1 ท่าน คือ ผศ.ประนอม พันธุ์ไสว

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก 2 ชุด แบบคู่ขนาน จำนวนชุดละ 60 ข้อ ให้ครอบคลุมมโนติจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้ตารางวิเคราะห์หลักสูตรเป็นหลัก

3.4 นำแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ท่าน คือ ดร. จีวีวรรณ เศวตมาลย์ ผศ.ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล อาจารย์เปรมกมล รัตนอุดม อาจารย์อำไพ ศิริศากาวร และอาจารย์ทางด้านวัดผลการศึกษานี้จำนวน 1 ท่าน คือ ผศ. ประนอม พันธุ์ไสว ตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบในด้านความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยพิจารณาว่าข้อสอบมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมและเนื้อหาหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์การกำหนดคะแนนความคิดเห็นไว้ดังนี้ (บุญเชิด ภิญโญนันต์พงษ์. 2527 : 69-70)

คะแนน 1 ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

คะแนน 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

คะแนน -1 ถ้าแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

บันทึกผลการพิจารณาความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในแต่ละข้อ แล้วนำไปหาค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยผู้วิจัยจะคัดเลือกข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องมากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ซึ่งแสดงว่าข้อสอบมีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ส่วนข้อสอบที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องน้อยกว่า 0.5 ต้องนำไปปรับปรุงแก้ไข เพื่อให้ครบ 60 ข้อ

3.5 นำแบบทดสอบที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปให้ทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ที่ได้ผ่านการเรียนเรื่องวงกลมมาแล้ว โดยใช้แบบทดสอบทั้ง 2 ชุดกับนักเรียน 100 คน

3.6 ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบทั้ง 2 ชุดที่นักเรียนทำ โดยให้ 1 คะแนนสำหรับข้อที่นักเรียนตอบถูก และให้ 0 คะแนนสำหรับข้อที่นักเรียนตอบผิด

3.7 นำผลการทดสอบมาวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อหาค่าความยาก (p) ค่าเฉลี่ยต่ำเฉลี่ย ค่าอำนาจจำแนก (r) โดยใช้เทคนิค 27% ของ จุง เทห์ ฟาน (Fan .1952 : 6-52) โดยเลือกข้อที่ได้ค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) ดังนี้

3.7.1 ข้อสอบชุดที่ 1 ค่าความยาก(p)มีค่าตั้งแต่ 0.22 - 0.54 ค่าเฉลี่ยต่ำเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 14.35 ค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.20-0.69 โดยคัดเลือกข้อสอบไว้จำนวน 30 ข้อ

3.7.2 ข้อสอบชุดที่ 2 ค่าความยาก(p)มีค่าตั้งแต่ 0.22 – 0.78 ค่าเฉลียดำเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 13 ค่าอำนาจจำแนก(r)มีค่าตั้งแต่ 0.20-0.48 โดยคัดเลือกข้อสอบไว้จำนวน 30 ข้อ

3.8 นำข้อสอบที่คัดเลือกแล้วจำนวนชุดละ 30 ข้อ ไปทดสอบกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ที่เรียนเรื่องวงกลมมาแล้วโดยใช้แบบทดสอบทั้ง 2 ชุดกับนักเรียน 100 คน เพื่อหาค่าความเชื่อมั่น(r_{tt}) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของเพียร์สัน (Pearson product moment coefficient correlation) (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2538 : 193 – 195) ได้ค่าความเชื่อมั่น(r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุดเท่ากับ 0.73

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ในการศึกษาค้นคว้า ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

1. อธิบายถึงจุดประสงค์และจุดมุ่งหมายในการทดลองให้นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเข้าใจถึงจุดประสงค์เพื่อให้การเรียนการสอนได้ดำเนินไปตามปกติเหมือนที่นักเรียนเคยปฏิบัติมา
2. ทดสอบก่อนเรียนกับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชุดที่ 1 วิชาคณิตศาสตร์ ค 011 เรื่องวงกลมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 30 ข้อ และบันทึกผลการสอบไว้ใช้เป็นคะแนนสอบก่อนสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ดำเนินการทดลองโดยผู้วิจัยเป็นผู้สอนทั้ง 2 กลุ่ม กลุ่มละ 14 คาบ คาบละ 50 นาที แต่ใช้วิธีสอนต่างกันดังนี้

3.1 กลุ่มทดลอง การสอนกลุ่มทดลองเป็นการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง ในวิชาคณิตศาสตร์ ค 011 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลา 14 คาบ ๆ ละ 50 นาที มีกิจกรรมการเรียนการสอนตามลำดับขั้นดังนี้

3.1.1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมทุกครั้งที่จะดำเนินการสอน

3.1.2 ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยการทบทวนเนื้อหาแต่ละหัวข้อด้วยกิจกรรมการสอนแบบอธิบายการใช้คำถาม สลับด้วยการฝึกทักษะจากบัตรงาน หรือเอกสารแนะแนวทางหรือสื่ออื่น ๆ

3.1.3 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 6 คน แล้วแจกเอกสารแนะแนวทาง หรือบัตรงานให้กับนักเรียนทุกคน

3.1.4 ให้นักเรียนศึกษาโดยการสังเกต เปรียบเทียบ หาความสัมพันธ์และทำนาย เพื่อหาข้อสรุปอันเป็นข้อเท็จจริง มโนมติ นิยาม หรือหลักการ จากข้อมูลทั้งหมดที่ได้จากการศึกษา

บัตรงาน หรือเอกสารแนะแนวทาง หรืออุปกรณ์ หรือสื่ออื่น ๆ

3.1.5 ให้นักเรียนอภิปราย สรุปผลและตรวจคำตอบกันเอง ในบัตรเฉลยที่ครูแจกให้ ครูช่วยชี้แจง สรุปและแก้ไขข้อผิดพลาด

3.1.6 เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มตรวจคำตอบและสามารถสรุปข้อเท็จจริงในเมติ นิยาม หรือหลักการได้แล้ว สุ่มนักเรียนกลุ่มหนึ่ง หรือคนหนึ่ง ให้รายงานผลต่อกลุ่มใหญ่ ให้นักเรียนคนอื่น ๆ ชักถามได้

3.1.7 ประเมินผลด้วยการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน จากการทำกิจกรรมและจากแบบฝึกหัดโดยครูตรวจแบบฝึกหัด

3.2 กลุ่มควบคุม เป็นการสอนตามคู่มือครู ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสอนตามแผนการสอน รายคาบที่มีกิจกรรมการเรียนการสอนตามลำดับขั้นดังนี้

3.2.1 ครูแจ้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมทุกครั้งที่จะดำเนินการสอน

3.2.2 นำเข้าสู่บทเรียนโดยการสนทนา อภิปราย ชักถาม เพื่อสร้างสถานการณ์เร้าความสนใจ และทบทวนความรู้พื้นฐานให้นักเรียน

3.2.3 ดำเนินการสอนโดยการอภิปราย ถาม-ตอบ สาธิต บรรยาย ลงมือปฏิบัติ จนเกิดความเข้าใจ

3.2.4 สรุปมโนคติด้วยการให้นักเรียนสรุปด้วยตัวนักเรียนเองหรือครูผู้สอน หรือทั้งครูและนักเรียนช่วยกันสรุป

3.2.5 ประเมินผลด้วยการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนจากข้อ 3.2.3 จากแบบฝึกหัด โดยครูตรวจแบบฝึกหัด แก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียน

4. เมื่อสิ้นสุดการสอนตามแผนการสอนแล้ว ทำการทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งเป็นข้อสอบคู่ขนานกับข้อสอบที่ใช้สอบก่อนเรียน

5. หลังจากทำการทดสอบการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านไปเป็นเวลา 2 สัปดาห์ ทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมอีกครั้งเพื่อวัดความคงทนในการเรียนรู้ ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนชุดเดียวกับข้อสอบที่ใช้สอบหลังการทดลอง

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance)
2. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมภายหลังสิ้นสุดการทดลองสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน โดยใช้สถิติ t – test for Difference Scores

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

- 1.1. หาค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบโดย หาดัชนีความสอดคล้อง ระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้สูตร

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชา

(บุญเชิด ภิญโญนันต์พงษ์ . 2527 : 68-70)

- 1.2. หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้เทคนิค 27% กลุ่มสูง กลุ่มต่ำแล้วเปิดตารางวิเคราะห์ข้อสอบรายข้อของ จุง เดห์ ฟาน (Fan. 1952 : 6 - 52)

1.3. หาค่าความเชื่อมั่น(r_{tt}) ของแบบทดสอบคู่ขนานวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จำนวน 2 ฉบับ โดยใช้สูตรของเพียร์สัน (Pearson product moment coefficient correlation)

$$r_{tt} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

เมื่อ	r_{tt}	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ของความเชื่อมั่น
	N	แทน	จำนวนคนของกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum XY$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของผลคูณระหว่างคะแนนการสอบของข้อสอบชุดที่ 1 และคะแนนการสอบของข้อสอบชุดที่ 2
	$\sum X$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนการสอบข้อสอบชุดที่ 1
	$\sum Y$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนการสอบข้อสอบชุดที่ 2
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสองของคะแนนการสอบข้อสอบชุดที่ 1
	$\sum Y^2$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสองของคะแนนการสอบข้อสอบชุดที่ 2

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ . 2538 : 193-195)

2. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

2.1 หาค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ย
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	N	แทน	จำนวนข้อมูล

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2538 : 73)

2.2. หาค่าความแปรปรวนของคะแนน คำนวณจากสูตร

$$S^2 = \frac{N \sum X^2 - (\sum X)^2}{N(N-1)}$$

เมื่อ	S^2	แทน	ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่าง
	$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
	X	แทน	คะแนนแต่ละตัวในกลุ่มตัวอย่าง
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

(ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ . 2538 : 76 – 77)

2.3. ทดสอบความแตกต่างของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance) คำนวณ ค่า F ดังตาราง

แหล่งความแปรปรวน	SS'	df'	MS'	F
ระหว่างกลุ่ม (b_{adj})	SS'_b	$K - 1$	$\frac{SS'_b}{df'_b}$	$\frac{MS'_b}{MS'_w}$
ภายในกลุ่ม (w_{adj})	SS'_w	$N - (K - 1)$	$\frac{SS'_w}{df'_w}$	
รวม (t_{adj})	SS'_t	$N - 2$	$\hat{\beta}_w$	

(ระวีวรรณ พันธุ์พานิช. 2541 : 259 – 265)

และหาคะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วจากสูตร

$$\bar{Y}_{adj-j} = \bar{Y}_j - \hat{\beta}_w (\bar{X}_j - \bar{X})$$

เมื่อ	$\bar{Y}_{adj-j}$	แทน คะแนนเฉลี่ยที่ปรับแล้วของตัวแปรที่ศึกษาในแต่ละกลุ่ม
	$\bar{Y}_j$	แทน คะแนนเฉลี่ยของตัวแปรที่ศึกษาในแต่ละกลุ่ม
	$\bar{X}_j$	แทน คะแนนเฉลี่ยของตัวแปรร่วมในแต่ละกลุ่ม
	$\bar{X}$	แทน คะแนนเฉลี่ยรวมทั้งหมดของตัวแปรร่วม

$$\hat{\beta}_w = \frac{S_{XY}}{S_{XX}}$$

(ระวีวรรณ พันธุ์พานิช. 2541 : 264)

2.4 เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้

สถิติ t - test for Difference Score

$$t = \frac{MD_1 - MD_2}{S_{MD1 - MD2}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าอัตราส่วนวิกฤต t ใน t - distribution
	D_1	แทน	ผลต่างระหว่างคะแนนสอบครั้งที่ 1 และสอบครั้งที่ 2 หลังการทดลอง ของกลุ่มทดลอง
	D_2	แทน	ผลต่างระหว่างคะแนนสอบครั้งที่ 1 และสอบครั้งที่ 2 หลังการทดลอง ของกลุ่มควบคุม
	MD_1	แทน	คะแนนเฉลี่ยของผลต่างระหว่างคะแนนสอบครั้งที่ 1 และสอบครั้งที่ 2 หลังการทดลอง ของกลุ่มทดลอง
	MD_2	แทน	คะแนนเฉลี่ยของผลต่างระหว่างคะแนนสอบครั้งที่ 1 และ สอบครั้งที่ 2 หลังการทดลอง ของกลุ่มควบคุม

$S_{MD_1-MD_2}$ แทน คะแนนความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของผลต่างของค่าเฉลี่ยระหว่าง MD_1 และ MD_2

n_1 แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มทดลอง

n_2 แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มควบคุม

S_D^2 แทน ความแปรปรวนของความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบครั้งที่ 1 และสอบครั้งที่ 2 หลังการทดลองของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

df แทน ชั้นของความเป็นอิสระ

$$\left[S_D^2 = \frac{\sum (D_1 - MD_1)^2 + \sum (D_2 - MD_2)^2}{n_1 + n_2 - 2} \right]$$

$$S_{MD_1-MD_2} = \sqrt{\frac{S_D^2}{n_1} + \frac{S_D^2}{n_2}}$$

(Scott and Werthimer . 1966 : 264)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกันในการอ่านผลการวิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมาย
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
S^2	แทน	ความแปรปรวนของคะแนน
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนการทดลอง
$\bar{Y}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังการทดลอง
$\bar{Z}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบหลังการทดลองสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน
D	แทน	ความแตกต่างของคะแนนสอบครั้งที่ 1 และ ครั้งที่ 2 หลังการทดลอง
MD	แทน	ค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างคะแนนสอบครั้งที่ 1 และ ครั้งที่ 2 หลังการทดลอง
S^2_D	แทน	ความแปรปรวนของความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 หลังการทดลอง
t	แทน	ค่าอัตราส่วนนัยสำคัญทางสถิติที่ใช้พิจารณา
SS'	แทน	ผลรวมของความเบี่ยงเบนกำลังสอง
MS'	แทน	ค่าเฉลี่ยผลรวมของความเบี่ยงเบนกำลังสอง
F	แทน	ค่าสถิติที่ใช้ทดสอบค่าความแปรปรวน
$\bar{Y}_{adj}$	แทน	ค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
df	แทน	ขั้นของความเป็นอิสระ (Degree of Freedom)

การวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการทดลองครั้งนี้ ผู้วิจัยขอเสนอผลตามลำดับดังนี้

1. ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนจากการทดสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม
2. ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม
3. ค่าสถิติพื้นฐาน และผลการเปรียบเทียบคะแนนความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนจากการทดสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ดังแสดงในตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 2 คะแนนเฉลี่ย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทดสอบก่อนการทดลอง และหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	N	คะแนนสอบก่อนการทดลอง		คะแนนสอบหลังการทดลอง	
		$\bar{X}$	SD_1	$\bar{Y}$	SD_2
กลุ่มทดลอง	36	12.25	4.60	17.25	5.02
กลุ่มควบคุม	36	9.86	4.64	12.78	4.70

จากตาราง 2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเท่ากับ 12.25 และ 17.25 ตามลำดับ คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเท่ากับ 9.86 และ 12.78 ส่วนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเท่ากับ 4.6 และ 5.02 ตามลำดับ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบก่อนการทดลองและหลังการทดลองของกลุ่มควบคุมมีค่าเท่ากับ 4.64 และ 4.7 ตามลำดับ

แล้วนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เปรียบเทียบหาความแตกต่างของความสามารถของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง กับการสอนตามคู่มือครู โดยนำไปวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมจะได้ผลดังข้อ 2 และตาราง 3

2. ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังตาราง 3

ตาราง 3 ผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

แหล่งความแปรปรวน	SS'	df	MS'	F
ระหว่างกลุ่ม(A_{adj})	208.1963	1	208.1963	10.16**
ภายในกลุ่ม (S_{adj})	1413.7507	69	20.48914	
รวม (t_{adj})	1621.947	70	$\hat{\beta}_w = 0.40$	

$$\bar{Y}_{adj(E)} = 16.77$$

$$\bar{Y}_{adj(C)} = 13.26$$

$$F_{.01(1,69)} = 7.04$$

จากตาราง 3 พบว่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งค่าเฉลี่ยที่ปรับแล้วของทั้ง 2 กลุ่มมีค่าเท่ากับ 16.77 และ 13.26 ตามลำดับ

3. ค่าสถิติพื้นฐาน และผลการเปรียบเทียบคะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ดังตาราง 4

ตาราง 4 เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ภายหลังจากทดลองสิ้นสุดลงแล้ว
14 วัน ระหว่างกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	N	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$	MD	S^2_D	t
กลุ่มทดลอง	36	17.25	19.08	1.83	3.00	2.49**
กลุ่มควบคุม	36	12.78	13.58	0.81		

$$t_{.01}(70) = 2.39$$

จากตาราง 4 พบว่า ผลต่างของคะแนนเฉลี่ยของคะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เป็นไปตามสมมติฐานข้อ 2 โดยที่นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง มีความคงทนในการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้เป็นการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้ วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยการสอนแบบค้นพบด้วยวิธี แนวแนวทาง และการสอนตามคู่มือครู ซึ่งสรุปผลได้ดังนี้

ความมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้า

1. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนวแนวทาง และการสอนตามคู่มือครู
2. เพื่อเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนโดยวิธีการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนวแนวทาง และการสอนตามคู่มือครู

สมมติฐานของการศึกษาค้นคว้า

1. นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนวแนวทาง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชา คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู
2. นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนวแนวทาง มีความคงทนในการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมัธยม วัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 จำนวน 8 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 36 คน รวม 288 คน

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียน มัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2541 ซึ่งได้มาด้วยวิธี

จับสลากห้องเรียนมา 2 ห้อง จากทั้งหมด 8 ห้องเรียน แล้วให้กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลอง อีกกลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม โดยไม่มีการสุ่มดังนี้

- 2.1. กลุ่มทดลอง เป็นกลุ่มที่ดำเนินการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง
- 2.2. กลุ่มควบคุม เป็นกลุ่มที่ดำเนินการสอนตามคู่มือครู

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า

1. แผนการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง เรื่องวงกลม เป็นแผนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขความถูกต้องและความสอดคล้องของเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ และนำไปใช้กับกลุ่มทดลอง

2. แผนการสอนตามคู่มือครู เรื่องวงกลม เป็นแผนการสอนที่สร้างขึ้นโดยใช้คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งได้ผ่านการตรวจแก้ไขความถูกต้องและความสอดคล้องกับเนื้อหา โดยผู้เชี่ยวชาญ และนำไปใช้กับกลุ่มควบคุม

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องวงกลม มีจำนวน 2 ชุดซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนาน แบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวนชุดละ 30 ข้อ มีค่าความยาก (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ดังนี้

3.1 ข้อสอบชุดที่ 1 มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.22 - 0.54 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 - 0.69

3.2 ข้อสอบชุดที่ 2 มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.22 - 0.78 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 - 0.48 และแบบทดสอบนี้ได้นำมาใช้วัดความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ หลังการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน

3.3 แบบทดสอบทั้ง 2 ชุด มีค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) เท่ากับ 0.73

วิธีดำเนินการศึกษาค้นคว้า

ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการสอนทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม โดยใช้เวลาในการทดลองสอนกลุ่ม ละ 14 คาบ คาบละ 50 นาที ทดลองสอนกลุ่มละ 3 คาบต่อสัปดาห์ โดยดำเนินการดังนี้

1. จับสลากห้องเรียนมา 2 ห้อง จากห้องเรียนทั้งหมด 8 ห้องเรียน
2. ให้กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลอง และอีกกลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม โดยไม่มีการสุ่ม แล้วให้กลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู

ซึ่งทั้ง 2 กลุ่มนี้มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันเพราะทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนเข้าชั้นเรียนโดยวิธีการละความสามารถ สูง ปานกลาง และ ต่ำ

3. แบ่งนักเรียนในกลุ่มทดลอง ซึ่งได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง ออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 6 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีระดับความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ ตามอัตราส่วน 2 : 2 : 2 โดยพิจารณาจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ปลายภาคเรียนที่ 2 ของเทอมที่ผ่านมาเป็นเกณฑ์ในการแบ่งกลุ่ม ซึ่งจะให้ความสามารถของแต่ละกลุ่มใกล้เคียงกัน

4. ทดสอบก่อนเรียนทั้งกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องวงกลม

5. ดำเนินการทดลอง โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามคู่มือครู

6. หลังจากเสร็จสิ้นการทดลอง ทำการสอบทั้งสองกลุ่มอีกครั้ง โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค011 เรื่องวงกลม

7. หลังการทดลองต่อมาอีก 2 สัปดาห์ ให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์อีกครั้ง ด้วยแบบทดสอบชุดเดิม แล้วนำผลที่ได้มาวิเคราะห์ค่าความคงทนในการเรียนรู้ที่ยังคงอยู่ด้วยวิธีการทางสถิติ

8. นำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และคะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์ด้วยวิธีการทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง และนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู โดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance) และใช้คะแนนความสามารถพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากคะแนนสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม

2. เปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง และการสอนตามคู่มือครู โดยใช้ t- test for Difference Score

สรุปผลของการศึกษาค้นคว้า

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และ ความคงทนในการเรียนรู้ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง กับ การสอนตามคู่มือครู ผลการศึกษาค้นคว้าสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. ความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผลของการศึกษาค้นคว้า

จากผลสรุปของการศึกษาค้นคว้าดังกล่าว สามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

1. จากการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง กับ การสอนตามคู่มือครูพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ พิโลซี (Pelosi . 1979 : 142 – A) ไฮแอท (Hiatt . 1980 : 3589 – A) และจากรูรณ ยังรักษา (2541 : 83) ซึ่งพอสรุปได้ว่า

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการจัดกลุ่มจะความสามารถของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมในการเรียน มีโอกาสศึกษาจากเอกสารแนะแนวทางด้วยตัวเอง เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่ม มีการอภิปรายซักถามค้นหาคำตอบและค้นพบมโนคติ จึงเกิดความพยายามที่จะช่วยเหลือกันภายในกลุ่มเพื่อร่วมกันแก้ปัญหาและค้นหาคำตอบ โดยทุกคนจะมีความรับผิดชอบต่อกัน ซึ่งสอดคล้องกับหลักจิตวิทยาทางสังคมที่กล่าวว่า การทำงานร่วมกันเพื่อก่อให้เกิดเป้าหมายร่วมกัน จะก่อให้เกิดผลสัมฤทธิ์ที่สูงกว่าการทำงานโดยคน ๆ เดียว (ชาญชัย อาจิณสมาจาร. 2533 : 21)

1.2 การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางนั้น ผู้เรียนจะต้องปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ด้วยตัวเอง มีการอภิปรายผลภายในกลุ่มและอภิปรายผลหน้าชั้นเรียน ทำให้ผู้เรียนทราบผลทันที สมาชิกภายในกลุ่มจะช่วยเหลือกันแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้น โดยเฉพาะนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนจะได้รับคำแนะนำจากเพื่อนที่เข้าใจวิธีการกระบวนการค้นพบ เพื่อช่วยเหลือกันแก้ไขข้อบกพร่องที่รับจากการอภิปรายเพราะภาษาที่นักเรียนใช้พูดสื่อสารกันนั้นสื่อความเข้าใจได้ดีและเหมาะสมเนื่องจากวัยของ

นักเรียนใกล้เคียงกันมากกว่าวัยของนักเรียนกับครู (Yong. 1972 : 603)

1.3 การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางโดยการจัดนักเรียน เรียนเป็นกลุ่มนั้น เป็นการสร้างบรรยากาศในการเรียนให้มีความเป็นกันเอง นักเรียนรู้คุณค่าของตัวเองมากขึ้นเพราะแต่ละคนมีส่วนช่วยให้กลุ่มประสบผลสำเร็จในการค้นพบมโนคติ และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตัวเอง และดำเนินการค้นพบข้อสรุปร่วมกัน มีการช่วยเหลือกันแสดงแนวคิดเหตุผลและอภิปรายร่วมกัน ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และค้นพบมโนคติจากการปฏิบัติ ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของบลูม (Bloom. 1976 : 4) ที่ว่าวิธีการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการค้นพบด้วยตัวเองนั้นเป็นวิธีการเรียนการสอนที่ได้ผลดีว่าการอภิปราย สาธิต แสดงกฎหรือสูตร และวิธีอื่นๆ

ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2. จากการเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู พบว่ามีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง มีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของคอร์รี่และมิเชล (Correy and Michael. 1973 : 18 – 19), พินเตอร์ (Pinter. 1977 : 710 – A), และจาร์วอร์น ยังก์ษา. (2542 : 83) พอสรุปได้ดังนี้

2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ในกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางนั้น นักเรียนได้มีการปรึกษาหารือกันภายในกลุ่ม เมื่อเกิดปัญหาก็สามารถซักถามจากเพื่อนภายในกลุ่มหรือจากครู ซึ่งบทบาทของครูเป็นเพียงผู้คอยแนะแนวทางด้วยการใช้คำถาม แล้วให้ผู้เรียนได้คิดด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนเกิดการ ค้นพบมโนคติ และกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ผู้เรียนก็จะเกิดทักษะ และสร้างความเข้าใจให้กับตนเอง นักเรียนก็จะเก็บความจำนั้นไว้ เมื่อได้รับการรื้อฟื้น ทบทวนขึ้นมาก็จะจำและระลึกได้ เมื่อระลึกได้ก็จะกระทำ และแสดงพฤติกรรมออกมา (Gagné. 1974 : 70 – 71)

2.2 ลักษณะการจัดกิจกรรม ที่จัดให้กลุ่มที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง กำหนดให้ผู้เรียนต้องลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตัวเอง โดยกิจกรรมนั้นนำไปสู่การค้นพบข้อสรุปมโนคติโดยการวิเคราะห์ จำแนก สรุป หาความสัมพันธ์ ซึ่งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้ความสามารถ ผู้เรียนมีอิสระในการเรียนรู้ตามความต้องการด้วยตัวเอง และแสวงหาความช่วยเหลือจากครูเมื่อมีปัญหา ครูจะเป็นผู้ที่คอยกระตุ้นและแนะแนวทางความคิดให้กับผู้เรียนด้วยคำถาม ผู้เรียนก็จะเก็บ

ความคิดความจำนั้นไว้เมื่อได้รับการรื้อฟื้นหรือทบทวน ผู้เรียนก็จะมีความรู้ความสามารถในการจำ กระบวนการ และขั้นตอนการแสวงหาวิธีการคำนวณเมื่อได้รับการกระตุ้น หรือรื้อฟื้นด้วยแบบทดสอบ ทดเดิม

จากเหตุผลดังกล่าวจึงเป็นการสนับสนุนข้อค้นพบที่ว่า ความคงทนในการเรียนรู้วิชา คณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอน ตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปัญหาและข้อจำกัด

1. การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางในระยะแรกนั้นนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการทำ กิจกรรมร่วมกันภายในกลุ่ม เมื่อได้รับเอกสารแนะแนวทางที่ครูแจกให้นักเรียนก็มุ่งที่จะแก้ปัญหาและหา คำตอบตามลำพัง ไม่กล้าที่จะซักถามหรืออภิปราย ทำให้การร่วมมือกันภายในกลุ่มระยะแรกยังไม่ดีนัก แต่เมื่อมีการทำกิจกรรมแบบนี้อีกครั้ง นักเรียนก็เริ่มที่จะปรับตัวให้เข้ากับเพื่อน ๆ ภายในกลุ่มมีการ อภิปรายซักถามปัญหาและร่วมกันแก้ไขปัญหที่เกิดขึ้น

2. นักเรียนที่เรียนอ่อนในระยะแรกจะเป็นภาระให้กับเพื่อนภายในกลุ่ม เพราะนักเรียนที่ เรียนอ่อนจะทำงานได้ช้าทำให้เข้าใจในโมโนมิติได้ช้าด้วย จึงส่งผลให้การทำงานภายในกลุ่มเกิดปัญหา เช่นส่งงานช้า เมื่อมีการออกไปอภิปรายผลงานภายในกลุ่มก็จะมีแต่นักเรียนที่เรียนเก่งออกไปอภิปราย ผล แต่เมื่อมีการทำงานลักษณะนี้บ่อยขึ้นนักเรียนที่เรียนอ่อนก็จะค่อยๆปรับตัวเพื่อไม่ให้เป็นการะกาย ในกลุ่ม

3. ในการทำกิจกรรมที่ประกอบด้วยสถานการณ์ของปัญหา จะพบว่าเมื่อนักเรียนเกิด ปัญหาหรือข้อสงสัยในเนื้อหาและการปฏิบัติกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่จะถามเพื่อน ๆ ภายในกลุ่มมากกว่าที่จะถามครูผู้สอน ซึ่งชี้ให้เห็นว่าการอภิปรายระหว่างเพื่อนด้วยกันจะทำให้เข้าใจง่ายกว่าการ อภิปรายระหว่างครูกับนักเรียน

4. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาภายในเอกสารแนะแนวทางของกลุ่มที่ได้รับการ สอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางยังไม่ดีนัก ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ช่วยเหลือโดยการให้คำถามนำทางเพื่อ กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความคิดและเข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจนขึ้น

ข้อเสนอแนะ

จากผลการศึกษาครั้งนี้ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะซึ่งอาจจะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนและการศึกษาค้นคว้าครั้งต่อไปดังนี้

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางเป็นการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลางให้นักเรียนได้ลงมือทำกิจกรรมด้วยตัวเอง ดังนั้นครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ตลอดจนประสบการณ์เดิมของผู้เรียนแต่ละคนด้วย

1.2 การจัดการเรียนการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางโดยใช้เอกสารแนะแนวทางอย่างเดียวนั้น อาจจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่ายต่อการอ่าน และการทำกิจกรรม ควรใช้เครื่องมืออย่างอื่นมาผสมผสานเพื่อไม่ให้เกิดการกระทำที่ซ้ำ ๆ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิธีการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทางนี้ก็ได้

1.3 การสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง ผู้เรียนจะศึกษาจากเอกสารแนะแนวทางเท่านั้น ซึ่งในเอกสารแนะแนวทางครูผู้สอนได้ใช้คำถามเป็นการนำทางให้ผู้เรียนได้ตอบและคิดเอง ดังนั้นผู้สอนจึงควรมีการเตรียมคำถามเหล่านั้นให้ละเอียดและชัดเจนที่สุด

2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

2.1 ควรมีการศึกษการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง กับเนื้อหาอื่นๆ และนักเรียนในระดับอื่นๆ

2.2 ควรมีการศึกษการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง โดยใช้บทเรียนปฏิบัติ หรือใช้กับวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวน วิธีสอนแบบอุปนัย และวิธีสอนแบบนิรนัย นอกเหนือจากการใช้เอกสารแนะแนวทางอย่างเดียว

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กมลรัตน์ หล้าสูงษ์ . (2528) . จิตวิทยาการศึกษา (ฉบับปรับปรุงใหม่) . กรุงเทพฯ : ภาควิชา
แนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร .
- กรมวิชาการ . (2535) . คู่มือหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง
พ.ศ. 2533) . กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว .
- _____ . (2535) . หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) .
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว .
- จุริวรรณ นิลยกานนท์ . (2536) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง “ระบบจำนวนเชิงซ้อน” ระหว่างการเรียนเป็นกลุ่มโดยใช้
บทเรียนแบบโปรแกรม เอกสารแนะแนวทางการเรียนจากครูโรงเรียนศรีรามย์ จังหวัด
ชุมพร . วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ . ถ่ายเอกสาร .
- จารุวรรณ ยังกษา . (2542) . การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนแบบค้นพบโดยใช้กิจกรรมการ
เรียนแบบคอนสตรัคติวิซึมเป็นกลุ่ม กับเป็นรายบุคคล และการสอนตามคู่มือครู . ปรินญา
นิพนธ์ ศศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทร
วิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- ชลธร รวมธรรม . (2533) . การศึกษาผลสัมฤทธิ์และแรงจูงใจในการเรียนวิชาภาษาไทยของนักเรียน ชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยใช้กิจกรรมแบบล่าคำตอบและกิจกรรมตามคู่มือครู .
ปรินญานิพนธ์ ศศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- ชวลิต พงษ์สวัสดิ์ . (2532) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ด้านมโนคติและความคงทนของมโนคติในการ
เรียน วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยชุดการสอนราย
วิชาอยู่กับการสอนตามคู่มือครู สสวท. . ปรินญานิพนธ์ ศศ.ม. (การมัธยมศึกษา) .
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- ชวาล แพรัตกุล . (2526) . เทคนิคการวัดผล . พิมพ์ครั้งที่ 5 . กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช .
- _____ . (2531) . เทคนิคการเขียนคำถามเลือกตอบ . กรุงเทพฯ : ม.ป.ท .
- ชัยพร วิชชาวุธ . (2520) . ความจำมนุษย์ . กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย .
- _____ . (2525) . มूलสารจิตวิทยา . กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย .

- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล . (2533) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสนใจ และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำ โดยการสอนตามหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้งกับการสอนตามคู่มือครู สสวท. ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- ชาญชัย อาจิณสมภาร . (2533 , มีนาคม) . การเรียนรู้แบบร่วมมือ , ประชาศึกษา . 2(9) : 7 .
- ณรงค์ เดิมสันเทียะ . (2535) . การศึกษาลักษณะสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และแรงจูงใจในสัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนจากการสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมเรียนเป็นคณะ และการสอนตามคู่มือครูของ สสวท . ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร ถ่ายเอกสาร .
- เดโช สอนานนท์ . (2519) . จิตวิทยาทั่วไป . กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์ .
- ทรงศักดิ์ นิธิปริชา . (2523) . การศึกษากลวิธีที่แตกต่างกันในการสอน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันสำหรับนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง วิทยาลัยครูบุรีรัมย์ . วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ . ถ่ายเอกสาร .
- ทองคลัง โพธิ์สวัสดิ์ . (2526) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และทัศนคติต่อวิธีสอนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยวิธีสอนแบบสืบสวนสอบสวนตามขั้น สน-ส-อ-ท-ค กับวิธีสอนปกติ . ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- แท่งทิพย์ วันเจริญพันธุ์ . (2536) . การศึกษาลักษณะสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนวิชาสังคมศึกษาโดยการสอนแบบล่าคำตอบ . ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- ธีระศักดิ์ แสงสัมฤทธิ์ . (2531) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสมกับการสอนตามคู่มือ สสวท. . ปรินูญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- บุญชม ศรีสะอาด . (2537) . การพัฒนาการสอน . กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น .

- บุญเชิด ภิญโญนนตพงษ์ . (2527) . การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ : แนวคิดและวิธีการ. กรุงเทพฯ :
ภาควิชาพื้นฐานการศึกษา คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร .
- ปกรณ จันทรศิริ . (2523) . การเปรียบเทียบผลของการใช้กระบวนการสอนที่แตกต่างกัน เรื่องการจัด
ลำดับและการจัดหมู่สำหรับระดับ ป.กศ. สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูฉะเชิงเทรา .
วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์) กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์ : ถ่ายเอกสาร .
- ปราณี หลิมวาณิช . (2524) . การศึกษาเปรียบเทียบผลของวิธีสอนที่แตกต่างกัน เรื่องพื้นที่ผิวและ
ปริมาตรสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสามแก้ววิทยาคม . วิทยานิพนธ์
ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ .
ถ่ายเอกสาร .
- ฝนทิพย์ อมาตยกุล . (2531) . การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความคงทนใน
การเรียนรู้ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน . วิทยานิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
ถ่ายเอกสาร .
- พรพนทิพย์ ม้ามณี . (2520) . การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา . กรุงเทพฯ : สารศึกษา
การพิมพ์ .
- พรณี ชูทัย . (2520) . สารัตถะทางจิตวิทยาการศึกษา . คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย
เกษตรศาสตร์ .
- _____ . (2522) . จิตวิทยาการเรียนการสอน . กรุงเทพฯ : วรุณการพิมพ์ .
- พรณี ไสยะโร . (2527) . ผลของการให้เพื่อนช่วยสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เจตคติต่อ
คณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 . วิทยานิพนธ์
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร. ถ่ายเอกสาร .
- พัชรินทร์ กุญชรสมมิตร . (2522) . การศึกษาเปรียบเทียบเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์สองแบบเรื่องภาค
ตัดทวนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนโคกกระเทียมวิทยาลัย . วิทยา
นิพนธ์ ศศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
ถ่ายเอกสาร .

- พัชราภา อินทรทัต . (2529) . การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชา
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยการสอนด้วยบทเรียนสื่อประสม. ปรินญา
นิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ :บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- พิชิต แสงลอย . (2522) . การศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนแบบ สสวท. กับแบบสืบสวน-สอบสวนตาม
ขั้น สน-ส-อ-ท-ค ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้น
ประถมศึกษาปีที่ 2 . ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- ไพจิตร สดวกการ . (2530) . การศึกษามลสัมฤทธิ์และความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนเรื่องการแปรผันโดยใช้เกมประกอบการสอนแบบ
ค้นพบ . ปรินญานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- มนู วัฒนไพบูลย์ . (2523) . การศึกษาเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเส้นขนานและความ
คล้ายด้วยวิธีสอนสองแบบของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 . วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอน
คณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ . ถ่ายเอกสาร .
- มยุรี ศรีทอง . (2523) . แนวโน้มของผลการสอนเรื่องเส้นตรง โดยใช้วิธีสอนสองแบบสำหรับนักศึกษา
ระดับ ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์ วิทยาลัยครูสงขลา . ปรินญานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอน
คณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ . ถ่ายเอกสาร .
- ยุพิน พิพิธกุล . (2519) . การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา . กรุงเทพฯ : กรุงเทพมหานคร .
- _____ . (2520 , พฤศจิกายน-ธันวาคม) . "วิธีสอนโดยการค้นพบ , " วารสารคณิตศาสตร์ . ฉบับที่ 3 :
230-231 .
- _____ . (2524) . การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ . กรุงเทพฯ : บพิธการพิมพ์ .
- _____ . (2530) . การสอนคณิตศาสตร์ . กรุงเทพฯ : ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย .
- _____ . (2535) . สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น . กรุงเทพฯ : คณะครุ
ศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย .
- ระวีวรรณ พันธุ์พานิช . (2541) . สถิติเพื่อการวิจัย . กรุงเทพฯ : ภาควิชาการวัดผลและวิจัยการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร .
- รุ่งทิวา จักรกร . (2529) . ประสพการณ์วิชาชีพครู . กรุงเทพฯ : แผนกคำสอนฝ่ายเอกสารและการพิมพ์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร .

- ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ . (2538) . เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา . พิมพ์ครั้งที่ 4
กรุงเทพฯ : สุวีริยาสาส์น .
- ลัดดาวัลย์ กันนสุวรรณ . (2520) . การใช้คำถาม . กรุงเทพฯ : วิทยาลัยครูพระนคร .
- วรรณิ์ โสมประยูร . (2524) . เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์สำเร็จรูปสำหรับครูประถม 1 . กรุงเทพฯ :
เทพนิมิตการพิมพ์ .
- วัชรภรณ์ บัวบูชา . (2524) . การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
ความยาว พื้นที่และปริมาตร โดยวิธีสอนแบบค้นพบและวิธีสอนแบบบรรยายของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบางปะกอกวิทยาคม . วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอน
คณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ . ถ่ายเอกสาร .
- วาสนา สุพัฒน์ . (2530) . การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียน
ชั้น ม.3 ที่สอนตามคู่มือครูโดยการทำแบบฝึกหัดแบบปรนัยชนิดเลือกตอบแบบฝึกหัดแบบ
อัตโนมัติกับการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียน . วิทยานิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) .
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- ศิริวรรณ อุทพันธ์ . (2531) . การศึกษาผลสัมฤทธิ์วิชาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนรู้ของ
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่องสมการที่เรียนโดยหลักการเรียนเพื่อรู้แจ้ง . วิทยานิพนธ์
กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี . (2539) . คู่มือครูวิชาคณิตศาสตร์ ค011 .
กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว .
- _____ . (2539) . หนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ค011 . กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภา ลาดพร้าว .
- สมศักดิ์ ขจรเจริญกุล . (2538 , กรกฎาคม-สิงหาคม) . “ ร่วมคิด ร่วมทำ ร่วมใจ ในการรวมกลุ่มเรียน
วิชาคณิตศาสตร์ ” วารสารคณิตศาสตร์ . ฉบับที่ 442-443 .
- สมศักดิ์ ภัคดี . (2536) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง “พื้นที่ผิวและปริมาตร” ระหว่างการเรียนแบบศูนย์การเรียนกับการ
เรียนแบบปกติ โรงเรียนกำแพงแสนวิทยา จังหวัดนครปฐม . วิทยานิพนธ์ ศศ.ม. (การสอน
คณิตศาสตร์) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ . ถ่ายเอกสาร .
- สัญญา รัตนวรารักษ์ . (2528) . ผลของการสอน 3 แบบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
และความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 . วิทยานิพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
ถ่ายเอกสาร .

- สายหยุด ชมานนท์ และคนอื่น ๆ . (2521) . “เทคนิคการตั้งคำถาม,” *โครงการสุขภาพในโรงเรียน*.
กรุงเทพฯ : เจริญวิทย์การพิมพ์ .
- สำนักทดสอบทางการศึกษา . กรมวิชาการ . (2540) . *รายงานผลการประเมินคุณภาพการศึกษา
ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ปีการศึกษา 2538* . กรุงเทพฯ : กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ .
- สิริพร ทิพย์คง . (2538) . “คุณลักษณะที่พึงประสงค์ของนักเรียนและครู,” *เอกสารประกอบโครงการ
ประชุมปฏิบัติการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพหลักสูตรกรม
อาชีวศึกษา* . กรุงเทพฯ : ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ .
- สุชาติ สุทธาพันธ์ . (2532) . *การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาของเด็กปฐมวัยที่ได้รับ
การสอนโดยใช้คำถามหลายระดับกับเด็กปฐมวัยที่ได้รับการสอนตามแผนการจัดประสบการณ์
ของสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ* . ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา)
กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- สุมาลี สู้วัฒนกุล . (2525) . *การศึกษามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้ของนักเรียน
ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพปีที่ 1 ที่เรียนโดยชุดการสอนมินิคอร์ส (Minicourse)* . ปรินญา
ณินพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- สุมาลี สังขะไชย . (2535) . *รายงานผลการตรวจสอบประสิทธิภาพการสอนโดยใช้แผนการสอนฉบับ
สมบูรณ์ รายวิชา ค 101 (คณิตศาสตร์ 1) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1* . โรงเรียนสตรีภูเก็ต .
- สุมิตร คุณากร . (2518) . *หลักสูตรและการสอน* . กรุงเทพฯ : ภาควิชาบริหารการศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย .
- สุวัฒน์ นิยมคำ . (2517) . *การสอนวิทยาศาสตร์แบบพัฒนาความคิด* . กรุงเทพฯ : วัฒนาพานิช .
- สุรศักดิ์ ม่วงสว่าง . (2530) . *การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาสังคมศึกษาชั้นมัธยม
ศึกษาปีที่ 1 โดยวิธีบอกจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมการตั้งคำถาม* . ปรินญาณินพนธ์ กศ.ม.
(การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร .
ถ่ายเอกสาร .
- สุโขทัยธรรมมาธิราช, มหาวิทยาลัย . (2526) . *เอกสารการสอนชุดวิชาการศึกษาสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1-7
สาขาวิชาศึกษาศาสตร์* . กรุงเทพฯ .
- _____ . (2537) . *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 4-7
สาขาวิชาคณิตศาสตร์* . กรุงเทพฯ .
- โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ . (2521) . *เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่*.
กรุงเทพฯ : เจริญวิทย์การพิมพ์ .

- โสภา บุญศรีสวัสดิ์ . (2520) . อิทธิพลของช่วงเวลาที่มื่อสัมผัสประสิทธิความเชื่อมั่นแบบสอนซ้ำ
ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (การวัดผลการศึกษา) . กรุงเทพฯ : บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัย
ศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- อนันต์ จันทร์กวี . (2523) . ผลการใช้คำถามของครูที่มีต่อทักษะกระบวนการทางวิทยาศาสตร์
ผลสัมฤทธิ์ และทัศนคติของนักเรียนชั้น ม.ศ.2 และ ม.2 . ปริญญาณิพนธ์ กศ.ด. (การวิจัย
และพัฒนาหลักสูตร) . กรุงเทพฯ :บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
ถ่ายเอกสาร .
- อังคณา สายยศ . (2526, มกราคม-เมษายน) . “ การเขียนข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ ,” *วารสารการวัดผล
การศึกษา* . 4(3) : 25-36 .
- อุบล กลองกะโทก . (2526) . การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เรื่องการจัดลำดับและการจัดหมู่โดยใช้หน่วยการเรียนรู้การสอน การสอนแบบค้นพบ โดยการ
ถามตอบ และการสอนตามปกติ . ปริญญาณิพนธ์ กศ.ม. (การมัธยมศึกษา) . กรุงเทพฯ :
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร . ถ่ายเอกสาร .
- อุบลพงษ์ วัฒนเสรี . (2522, มิถุนายน-กันยายน) . “ เทคนิคการใช้คำถามเพื่อพัฒนาความคิด ,”
ศึกษาศาสตร์ . 4 (3) : 22-27 .
- เอนกกุล กริแสง . (2522) . *จิตวิทยาการศึกษา* . กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์พิษณุ .
- Adam, Jack A . (1967) . *Human Memory*. New York : McGraw - Hill .
- Anderson, Jack Ronald . (1973,December) . “ The Development and Affective Evaluation of
Minicourses Structure for General Education Earth Science ,” *Dissertation Abstracts
International* . 35 (11) : 4021-A .
- Ausubel, David P. (1968) . *Educational Psychology : A Cognitive View*. New York : Holt
Rinehart and Winston. Inc .
- Bloom, Benjamin S . (1956) . *Taxonomy of Educational Objectives Hand Book I : Cognitive
Domain* . New York : David Mackay Company. Inc .
- Biggs, Edith E . (1968) . “Investigational Methods. in Shulman, Lee S. and Evan R. Keisla,”
Learning by Discovery : A Critical Appraisal . Chicago : Rand McNally .
- Bruner, Jerome S . (1960) . *The Process of Education* . Cambridge, Mass : Harvard
University Press .

Chee, Harry Carres . (1976, February) . "A Study of the Effects of High Level Cognitive

Question on the Level of Response and Optial Thinking Abilities in Students of Two

Social Problem Classes," *Dissertation Abstracts International* . 36 (08) : 5187 - 8A .

Cooney, Thomas J. et el . (1975) . *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics* .

Boston : Houghton Mifflin .

Corry, Feffre R and Michael, James S. (1973) . " Retention in a S.P.T. Introductory Psychology

Course," *Learning Package in American Education, Educational Technology*

Publication. New Jersey : Englewood Cliffs .

Cross, Wiliam Kinsoy . (1974, December) . " Development and Evaluation of the Feasibility of

an Minicourse in Inquiry for Preservice Teachers," *Dissertation Abstracts International* .

35 (6) : 4488-A .

Cunningham, Roger T . (1968) . " Developing Question Asking Skills," *Developing Teacher*

Competencies . Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice – Hall .

De Cecco, John P . (1968) . *Psychology of Learning and Instruction*. New Jersey : Prentice –

Hall, Inc .

Fan, Chung – The . (1952) . *Item Analysis Table*. Princeton , New Jersey : Educational Testing

Service .

Gagné, Robert H . (1970) . *The Condition of Learning*. 2nd edition, New York : Holt, Rinehart

and Winston, Inc .

Hiatt, Charlotte Jean Cleis . (1980, January) . " Achievement and Attitude in Trigonometry ;

The Effects of Guided Discovery Lesson in High School Trigonometry," *Dissertation*

Abstracts International . 40 (7) : 3589-A .

Hyman, Ronald T . (1974) . *Way of Teaching* . New York : Harper & Row Publisher .

Horwitz Stephen Phillip . (1976) . " Effects of Some Review Processes on Retention of

Mathemetical Rules," *Dissertation Abstracts International* . 1 : 249-A .

Jones, Phillips and Ann Arbor . (1970) . " Discovery Teaching F Socrates to Modernity,"

The Mathematics teacher . 63(6) : 501-508 .

Katz Gwynne Ellon . (1975, July) . " Validation of Minicourse 2 with Pre-Service Teachers of

Primary and Intermediate Educable Mentally Retarded Children," *Dissertation*

Abstracts International . 36 (1) : 216-A .

- Kerr, William Gordon . (1975, December) . " A Study of Designated Affective Behavior of High School Students Enrolled in Minicourses and Traditional Courses," *Dissertation Abstracts International* . 36 (6) : 3356-A .
- Kleckner, Lester Gerald . (1968) . " An Experimental Study of Discovery Type Teaching Strategies with Low Achievers in Basic Mathematics," *Dissertation Abstracts International* . 30(3) : 1075-A .
- Krulik, Stephen and Ingrid B. Weise . (1975) . *Teaching Secondary School Mathematics* . Philadelphia: W.B. Saunders Co .
- Lindvall, C. Maurity & Nitko, Anthony J . (1967) . *Measuring Pupil Achievement and Attitude*, Harcourt Brace Jovanovich . New York : Inc .
- McCreary, Clara Novella . (1975, August) . " An Experiment with Programmed Instruction, Guided Discovery and Lecture Text Methods of Teaching a College Mathematics Course to Freshman," *Dissertation Abstracts International* . 36 (7) : 4432-A .
- Milzow Jacqueline Ann . (1976, May) . " A Study of Student and Teacher Reaction to the Mini-Course Program of 1973-1974 at Kennedy Junior High School Pontiac Michigan," *Dissertation Abstracts International* . 36 (11) : 7165-A .
- Mitchell, Thomas Clark . (1976, April) . " A Correlational Study of the Relationship Between Achievement in an Engineering Course, Retention in Engineering, and The Method of Prerequisite Instruction," *Dissertation Abstracts International* . 36 : 6541-A .
- Nelson . (1970, November) . " The Effects of Two Post-Laboratory Discussion Strategies on Urban and Suburban Skills and Science Principles," *Dissertation Abstracts International* . 31 : 2262-A .
- Nunnally, Jum C . (1959) . *Test and Measurement* . New York : McGraw – Hill .
- Pelosi, Chilip Anthony . (1979, July) . " The Effects of Verbalization on Using Discovered Mathematics Generalizations," *Dissertation Abstract. International* . 40 (1) : 142-A .
- Printer, Donna Dac. Krewedl . (1977, August) . " The Effects of an Academic Game on the Spelling Achievement of Third Graders," *Dissertation Abstracts International* . 2 : 710-A .

- Reimer, Dennis D . (1969) . " The Effectiveness of a Guided Discovery Method of Teaching in a College Mathematics Course for Non-Mathematics and Non-Science Majors," *Dissertation Abstracts International* . 30(1) : 626-A .
- Robertson, Howard C . (1970, July) . " The Effects of the Discovery and Expository Approach of Presenting and Teaching Selected Mathematical Principles and Relationships to Fourth Grade Pupils," *Dissertation Abstracts International* . 31 (10) : 5278-A .
- Scott, William A. and Michael Wertheimer . (1966) . *Introduction to Psychological Research* 3rd.ed. New York : John Wiley & Sons, Inc .
- Shelden, Emerson Tzart . (1980, April) . " A Staff Development Project to Improve Teacher Question," *Dissertation Abstracts International* . 40 : 5308-A .
- Sund, Robert B. and Carin, Arthur . (1978) . *Creative Question and Sensitive Listening Techniques* . Ohio, A Bell and Howell Company .
- Tobin, K.G . (1980) . " The Effects of Variation in Teacher Wait Time and Question Quality on Integrated Science Process Achievement for Middle School Students of Differing Formal Reasoning Ability and Locus of Control," *Dissertation Abstracts International* . 41 (04) : 1520-A .
- Weaver, Joseph Robert . (1971, November) . " The Relative Effects of Massed Versus Distributed Practices upon the Learning and Retention of Eighth Grade Mathematics," *Dissertation Abstracts International* . 8 : 2968 .
- Wilson, James W . (1971) . " Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics," *In Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning* . P 643-696, ed. by Benjamin S. Bloom, J, Thomas Hasting and George F. Madaus, New York, McGraw – Hill .
- Young, Carolyn . (1973, December) . " Team Learning," *The Arithmetic Teacher* . 19 : 1573-1624 .

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- ตาราง 5 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ที่มีคะแนนทดสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม
- ตาราง 6 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม ที่มีคะแนนทดสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม
- ตาราง 7 คะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง
- ตาราง 8 คะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตาราง 5 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ที่มีคะแนน
ทดสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม

ลำดับที่	Pre-test	Post-test 1	X^2_1	Y^2_1	X_1Y_1	ลำดับที่	Pre-test	Post-test 1	X^2_1	Y^2_1	X_1Y_1
	(X_1)	(Y_1)					(X_1)	(Y_1)			
1	16	20	256	400	320	19	14	19	196	361	226
2	16	27	256	729	432	20	15	15	225	225	225
3	19	21	361	441	399	21	9	21	81	441	189
4	11	14	121	196	154	22	10	13	100	169	130
5	22	26	484	676	572	23	6	16	36	256	96
6	12	17	144	289	204	24	10	20	100	400	200
7	19	24	361	576	456	25	10	18	100	324	180
8	19	19	361	361	361	26	13	15	169	225	195
9	15	14	225	196	210	27	8	21	64	441	210
10	16	22	256	484	352	28	11	13	121	169	143
11	5	9	25	81	45	29	7	20	49	400	140
12	12	12	144	144	144	30	11	14	121	196	154
13	14	12	196	144	168	31	7	18	49	324	126
14	12	12	144	144	144	32	11	11	121	121	121
15	9	11	81	121	99	33	9	15	81	225	45
16	12	19	144	361	228	34	5	14	25	196	115
17	11	20	121	400	220	35	20	23	400	529	126
18	5	8	25	64	40	36	20	28	400	784	560

ตาราง 6 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มควบคุม ที่มีคะแนน
ทดสอบก่อนการทดลองเป็นตัวแปรร่วม

ลำดับที่	Pre-test (X_2)	Post-test 1 (Y_2)	X_2^2	Y_2^2	X_2Y_2	ลำดับที่	Pre-test (X_2)	Post-test 1 (Y_2)	X_2^2	Y_2^2	X_2Y_2
1	8	12	64	144	96	19	8	18	64	324	144
2	6	7	36	49	42	20	16	15	256	225	240
3	13	14	169	196	182	21	6	5	36	25	30
4	16	15	256	225	240	22	10	14	100	196	140
5	12	12	144	144	144	23	18	13	324	169	234
6	9	18	81	324	162	24	15	18	225	324	270
7	10	11	100	121	110	25	7	8	49	64	56
8	4	11	16	121	44	26	7	14	49	196	98
9	10	6	100	36	60	27	19	16	361	256	304
10	8	13	64	169	104	28	11	17	121	289	187
11	5	7	25	49	35	29	6	5	36	25	30
12	5	15	25	225	75	30	3	8	9	64	24
13	7	8	49	64	56	31	5	10	25	100	50
14	17	16	289	256	272	32	7	10	49	100	70
15	7	9	49	81	63	33	9	10	81	100	90
16	10	23	100	529	230	34	8	14	64	196	112
17	8	12	64	144	96	35	18	20	324	400	360
18	7	12	49	144	84	36	20	24	400	576	480

ตาราง 7 คะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน
ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

คนที่	Y_1	Z_1	$D_1=Z_1-Y_1$	D_1^2	D_1-MD_1	$(D_1-MD_1)^2$	คนที่	Y_1	Z_1	$D_1=Z_1-Y_1$	D_1^2	D_1-MD_1	$(D_1-MD_1)^2$
1	20	20	0	0	-1.83	3.35	19	19	21	2	4	0.17	0.03
2	27	24	-3	9	-4.83	23.33	20	15	16	1	1	-0.83	0.69
3	21	22	1	1	-0.83	0.69	21	21	24	3	9	1.17	1.37
4	14	16	2	4	0.17	0.03	22	13	16	3	9	1.17	1.37
5	26	25	-1	1	-2.83	8.01	23	16	19	3	9	1.17	1.37
6	17	20	3	9	1.17	1.37	24	20	22	2	4	0.17	0.03
7	24	23	-1	1	-2.83	8.01	25	18	21	3	9	1.17	1.37
8	19	20	1	1	-0.83	0.69	26	15	18	3	9	1.17	1.37
9	14	16	2	4	0.17	0.03	27	21	21	0	0	-1.83	3.35
10	22	26	4	16	2.17	4.71	28	13	19	6	36	4.17	17.39
11	9	13	4	16	2.17	4.71	29	20	22	2	4	0.17	0.03
12	12	15	3	9	1.17	1.37	30	14	15	1	1	-0.83	0.69
13	12	17	5	25	3.17	10.05	31	18	19	1	1	-0.83	0.69
14	12	14	2	4	0.17	0.03	32	11	13	2	4	0.17	0.03
15	11	14	3	9	1.17	1.37	33	15	12	-3	9	-4.83	23.33
16	19	20	1	1	-0.83	0.69	34	14	16	2	4	0.17	0.03
17	20	23	3	9	1.17	1.37	35	23	26	3	9	1.17	1.37
18	8	10	2	4	0.17	0.03	36	28	29	1	1	-0.83	0.69

ตาราง 8 คะแนนความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ภายหลังการทดลองสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน
ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

คนที่	Y_2	Z_2	$D_2=Z_2-Y_2$	D_2^2	D_2-MD_2	$(D_2-MD_2)^2$	คนที่	Y_2	Z_2	$D_2=Z_2-Y_2$	D_2^2	D_2-MD_2	$(D_2-MD_2)^2$
1	12	15	3	9	2.19	4.80	19	18	17	-1	1	-1.81	3.28
2	7	8	1	1	0.19	0.04	20	15	16	1	1	0.19	0.04
3	14	15	1	1	0.19	0.04	21	5	9	4	16	3.19	10.18
4	15	16	1	1	0.19	0.04	22	14	15	1	1	0.19	0.04
5	12	13	1	1	0.19	0.04	23	13	14	1	1	0.19	0.04
6	18	19	1	1	0.19	0.04	24	18	16	-2	4	-2.81	7.90
7	11	12	1	1	0.19	0.04	25	8	10	2	4	1.19	1.42
8	11	12	1	1	0.19	0.04	26	14	15	1	1	0.19	0.04
9	6	7	1	1	0.19	0.04	27	16	12	-4	16	-4.81	23.14
10	13	14	1	1	0.19	0.04	28	17	18	1	1	0.19	0.04
11	7	7	0	0	-0.81	0.66	29	5	8	3	9	2.19	4.80
12	15	15	0	0	-0.81	0.66	30	8	10	2	4	1.19	1.42
13	8	10	2	4	1.19	1.42	31	10	12	2	4	1.19	1.42
14	16	15	-1	1	-1.81	3.28	32	10	11	1	1	0.19	0.04
15	9	10	1	1	0.19	0.04	33	10	10	0	0	-0.81	0.66
16	23	20	-3	9	-3.81	14.52	34	14	16	2	4	1.19	1.42
17	12	14	2	4	1.19	1.42	35	20	22	2	4	1.19	1.42
18	12	11	-1	1	-1.81	3.28	36	24	25	1	1	0.19	0.04

ภาคผนวก ข

- ตาราง 9 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชุดที่ 1
- ตาราง 10 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชุดที่ 2
- ตาราง 11 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ชุดที่ 1 กับจุดประสงค์ (ค่า IOC)
- ตาราง 12 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ชุดที่ 2 กับจุดประสงค์ (ค่า IOC)
- ค่าความเชื่อมั่น (r_p) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตาราง 9 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชุดที่ 1

ข้อที่	p	r	Δ	ข้อที่	p	r	Δ
1	0.50	0.26	13.0	16	0.29	0.26	15.2
2	0.54	0.27	12.6	17	0.24	0.24	15.9
3	0.33	0.32	14.8	18	0.24	0.24	15.9
4	0.31	0.22	15.0	19	0.39	0.28	14.1
5	0.26	0.69	15.6	20	0.28	0.22	15.4
6	0.38	0.36	14.2	21	0.35	0.20	14.6
7	0.22	0.21	16.1	22	0.28	0.22	15.4
8	0.28	0.22	15.4	23	0.28	0.22	15.4
9	0.31	0.29	15.0	24	0.29	0.25	15.2
10	0.29	0.26	15.2	25	0.31	0.29	15.0
11	0.41	0.23	13.9	26	0.31	0.22	15.0
12	0.31	0.29	15.0	27	0.28	0.22	15.4
13	0.40	0.39	14.0	28	0.24	0.24	15.9
14	0.29	0.26	15.2	29	0.33	0.25	14.8
15	0.33	0.25	14.8	30	0.41	0.31	13.9

ตาราง 10 ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์
ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ชุดที่ 2

ข้อที่	p	r	Δ	ข้อที่	p	r	Δ
1	0.78	0.47	9.9	16	0.42	0.34	13.8
2	0.71	0.26	10.8	17	0.29	0.26	15.2
3	0.28	0.22	15.4	18	0.36	0.32	14.4
4	0.43	0.27	13.1	19	0.28	0.22	15.4
5	0.56	0.38	12.4	20	0.33	0.32	14.8
6	0.48	0.37	13.2	21	0.35	0.29	14.6
7	0.22	0.21	16.1	22	0.31	0.21	15.0
8	0.42	0.20	13.8	23	0.38	0.36	14.2
9	0.38	0.36	14.2	24	0.29	0.25	15.2
10	0.40	0.39	14.0	25	0.38	0.35	14.2
11	0.50	0.48	13.0	26	0.31	0.22	15.0
12	0.42	0.20	13.8	27	0.34	0.21	14.6
13	0.35	0.20	14.6	28	0.28	0.22	15.4
14	0.24	0.24	15.9	29	0.35	0.29	14.6
15	0.48	0.44	13.2	30	0.41	0.31	13.9

ตาราง 11 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ชุดที่ 1 กับจุดประสงค์ (ค่าIOC)

ข้อที่	ค่า IOC	ข้อที่	ค่า IOC
1	1.0	16	0.7
2	0.7	17	1.0
3	0.7	18	0.7
4	1.0	19	1.0
5	1.0	20	0.7
6	0.7	21	1.0
7	1.0	22	1.0
8	1.0	23	1.0
9	0.7	24	1.0
10	1.0	25	0.7
11	1.0	26	0.7
12	0.7	27	1.0
13	0.7	28	1.0
14	1.0	29	1.0
15	1.0	30	1.0

ตาราง 12 ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ชุดที่ 2 กับจุดประสงค์(ค่า IOC)

ข้อที่	ค่า IOC	ข้อที่	ค่า IOC
1	1.0	16	1.0
2	1.0	17	1.0
3	0.7	18	0.7
4	0.7	19	1.0
5	1.0	20	1.0
6	0.7	21	1.0
7	0.7	22	1.0
8	0.7	23	1.0
9	1.0	24	1.0
10	1.0	25	1.0
11	1.0	26	0.7
12	0.7	27	1.0
13	0.7	28	1.0
14	1.0	29	1.0
15	1.0	30	1.0

การคำนวณค่าความเชื่อมั่น (r_{tt}) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้สูตรของเพียร์สัน (Pearson product moment coefficient correlation)

$$r_{tt} = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } N &= 100, \sum XY = 28547, \sum X = 1538, \sum Y = 1670 \\ \sum X^2 &= 26522, \sum Y^2 = 31065 \end{aligned}$$

แทนค่าสูตร

$$\begin{aligned} r_{tt} &= \frac{100(28547) - (1538 \times 1670)}{\sqrt{\{100(26522) - (1538)^2\} \{100(31065) - (1670)^2\}}} \\ &= \frac{286240}{394192.46} \\ &= 0.73 \end{aligned}$$

ภาคผนวก ค

- ตาราง 13 การวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อใช้ในการออกข้อสอบตามเนื้อหา
และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม วิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม
- โครงการสอนเรื่องวงกลม
- จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมประจำบท
- แผนการสอนแบบค้นพบด้วยวิธีแนะแนวทาง ที่ใช้สอนกลุ่มทดลอง
- แผนการสอนตามคู่มือครู ที่ใช้สอนกลุ่มควบคุม

ตาราง 13 การวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อใช้ในการออกข้อสอบตามเนื้อหาและจุดประสงค์
เชิงพฤติกรรม วิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม

เนื้อหา \ พฤติกรรม	ความรู้ ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	รวม
วงกลม	3	6	7	2	18
คอร์ดและทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด	—	2	1	—	3
เส้นสัมผัส	—	3	2	2	7
การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	—	1	—	—	1
การหาขนาดของมุมภายในรูป หลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	—	1	—	—	1
รวม	3	13	10	4	30
อันดับความสำคัญ	4	1	2	3	

โครงการสอนเรื่อง วงกลม

ชื่อรายวิชา	คณิตศาสตร์ 4	รหัสวิชา	ค011
ระดับชั้น	มัธยมศึกษาปีที่ 3	หมวดวิชา	คณิตศาสตร์
หน่วยการเรียนรู้	2.5	จำนวน	14 คาบเรียน
เวลาในการเรียนการสอน	5 คาบ / สัปดาห์ / ภาค		

คำอธิบายรายวิชา

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้โจทย์ปัญหาในเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ จำนวนจริง รากที่สอง รากที่สาม เลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม เอกนาม พหุนาม การบวกลบคูณหารพหุนาม สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นสองตัวแปร ระบบสมการเชิงเส้นสองชั้น ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ วงกลม ไซน์ โคไซน์ แทนเจนต์ เซแคนต์ โคเซแคนต์ และโคแทนเจนต์ ของมุมที่มีขนาดระหว่าง $0^\circ - 90^\circ$ เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณ และสามารถนำไปใช้ได้

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบท ให้นักเรียนสามารถ

1. นำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ได้
2. สร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าโดยใช้วงเวียนตามที่กำหนดให้ได้
3. หาขนาดของมุมภายในของรูปหลายเหลี่ยมได้

เนื้อหาของบทเรียนและระยะเวลา

1. Pretest	1 คาบ
2. วงกลม	4 คาบ
3. คอร์ดและทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด	5 คาบ
4. เส้นสัมผัส	2 คาบ
5. การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	2 คาบ
6. การหาขนาดของมุมภายในรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	1 คาบ
6. Posttest	1 คาบ
รวม 16 คาบ	

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมประจำบท

เรื่อง	จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม
1. วงกลม	1. บอกส่วนประกอบต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. บอกสมบัติเกี่ยวกับวงกลมได้ 3. นำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้
2. คอร์ดและทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด	1. บอกความหมายของคอร์ดได้ 2. นำทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ดไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้
3. เส้นสัมผัส	1. บอกความหมายของเส้นสัมผัสได้ 2. นำสมบัติเกี่ยวกับเส้นสัมผัสไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ได้
4. การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	1. สร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าโดยใช้วงเวียนและสันตวงได้
5. การหาขนาดของมุมภายในรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	1. คำนวณหาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าได้

จำนวนสัปดาห์ที่ใช้สอน

สัปดาห์ที่	แผนการสอนที่	จำนวนคาบ	แผนการสอน	เวลา(นาที)
1	-	-	Pretest	50
2	1	1	วงกลม (ต่อ)	50
	2	1	วงกลม (ต่อ)	50
	3	1	วงกลม (ต่อ)	50
	4	1	วงกลม (ต่อ)	50
	5	1	คอร์ด และทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด (ต่อ)	50
3	6	1	คอร์ด และทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด (ต่อ)	50
	7	1	คอร์ด และทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด (ต่อ)	50
	8	1	คอร์ด และทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด (ต่อ)	50
	9	1	คอร์ด และทฤษฎีเกี่ยวกับคอร์ด (ต่อ)	50
	10	1	เส้นสัมผัส	50
4	11	1	เส้นสัมผัส (ต่อ)	50
	12	1	การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	50
	13	1	การสร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า (ต่อ)	50
	14	1	การหาขนาดของมุมภายในรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า	50
5	-	-	Posttest	50

รวม 5 สัปดาห์ (14 คาบเรียน)

แผนการสอนที่ 1

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค. 011

ชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ความหมายและส่วนประกอบของวงกลม

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

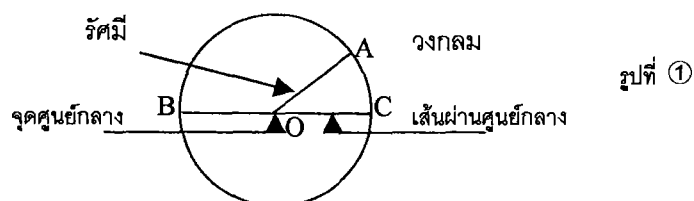
สาระสำคัญ วงกลมคือ ทางเดินของจุดทุกจุด ซึ่งห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกัน เป็นระยะทางเท่ากัน เรียกจุดคงที่ว่า **จุดศูนย์กลาง** และเรียกระยะทางที่จุดเหล่านี้นั้นห่างจากจุดศูนย์กลางว่า **รัศมี**

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. จุดประสงค์ปลายทาง นักเรียนสามารถบอกความหมายและส่วนต่าง ๆ ของวงกลม
2. จุดประสงค์นำทาง นักเรียนสามารถ
 - 2.1 บอกความหมายของวงกลมได้
 - 2.2 บอกได้ว่า ส่วนใดของวงกลมเป็นคอรีด เส้นสัมผัส จุดสัมผัส มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในครึ่งวงกลม เมื่อกำหนดวงกลมและส่วนประกอบต่าง ๆ มาให้

เนื้อหา

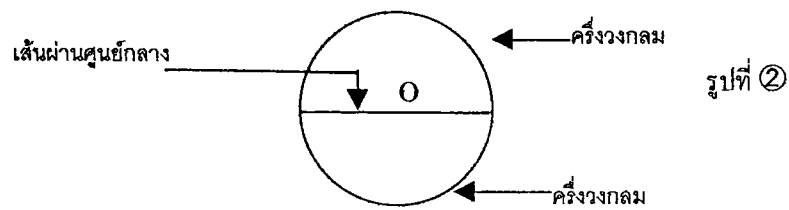
วงกลม ประกอบด้วยจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกัน เป็นระยะทางเท่า ๆ กัน



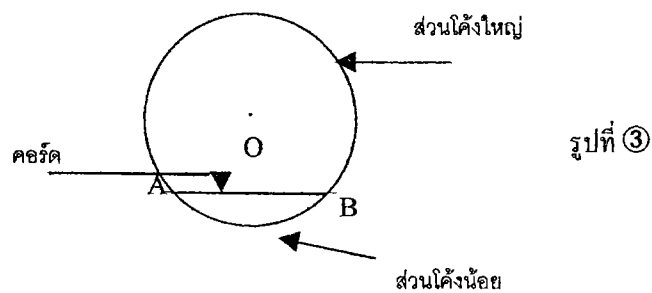
- จากรูปที่ ① O เป็นจุดศูนย์กลาง เรียกจุด O ว่า **จุดศูนย์กลาง** ของวงกลม
 A เป็นจุดอยู่บนวงกลม เรียก OA ว่า **รัศมี** ของวงกลม
 B และ C เป็นจุดอยู่บนวงกลม และ BC ผ่านจุดศูนย์กลาง
 เรียก BC ว่า **เส้นผ่านศูนย์กลาง** ของวงกลม

วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน ทับกันได้สนิท ดังนั้น วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากันจึงเท่ากันทุกประการ และเรียกวงกลมที่เท่ากันทุกประการว่า **วงกลมที่เท่ากัน**

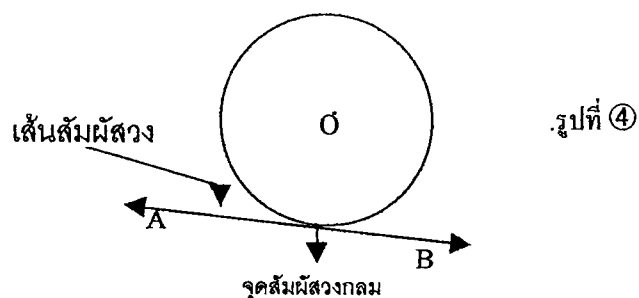
ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเส้นหนึ่ง เส้นผ่านศูนย์กลางเส้นนั้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนโค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า **ครึ่งวงกลม** ดังรูปที่ ②



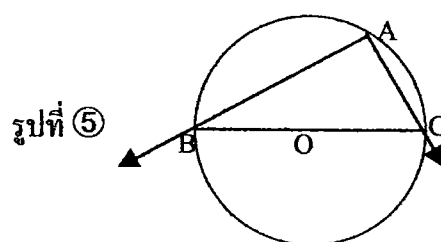
ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน เรียกว่า **คอร์ด** คอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วน ดังรูปที่ ③



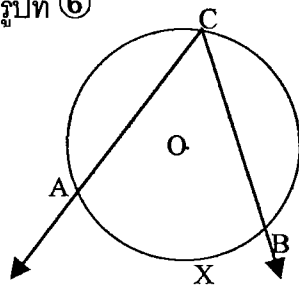
เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงซึ่งตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น ดังรูปที่ ④



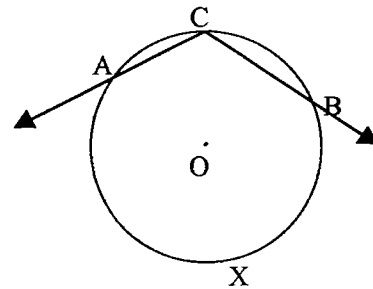
มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง ดังรูปที่ ⑤



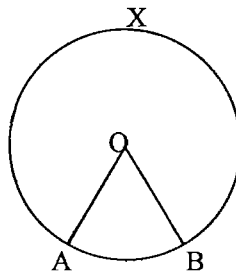
มุมในส่วนโค้งของวงกลมคือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม ดังรูปที่ ⑥



รูปที่ ⑥



มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมคือ มุมที่มีจุดศูนย์กลาง เป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขนของมุม ดังรูปที่ ⑦



รูปที่ ⑦

$\angle AOB$ และมุมกลับ $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มี $\widehat{AB}$ รองรับ $\angle AOB$ และมี $\widehat{AXB}$ รองรับมุมกลับ $\angle AOB$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนกลุ่มทดลอง

ขั้นนำ

ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยการทบทวนสูตรการหาความยาวของเส้นรอบวง และการหาพื้นที่ของวงกลม จากคำถามต่อไปนี้

1. ถ้ากำหนดวงกลมให้แล้ว จะหาความยาวของเส้นรอบวง นักเรียนคิดว่าจะหาโดยวิธีใดได้บ้าง (ใช้เชือก, ใช้สายวัด, ใช้สูตรหาความยาวของเส้นรอบวง $= 2\pi r$)

2. และถ้าจะหาพื้นที่ของวงกลม จะหาได้อย่างไร (ใช้สูตรหาพื้นที่ของวงกลม $= \pi r^2$)

3. จากทั้งสองสูตร จะมีสัญลักษณ์ที่สำคัญคือตัว r แล้ว r คืออะไร (r = รัศมีของวงกลม)

ขั้นสอน

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 6 คน

2. ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 1 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาไปความรู้และตอบคำถามในเอกสารแนะแนวทางที่ครูแจกให้ทุกคน โดยใช้เวลากลุ่มละ 20 นาที

3. ครูแจกบัตรเฉลยเอกสารแนะแนวทางให้นักเรียนตรวจคำตอบกันเอง แล้วสุ่มนักเรียน 1 กลุ่ม ออกมาอภิปรายและสรุปผล

4. ครูแจกบัตรงานที่ 1 ให้นักเรียนทุกคนทำ โดยใช้เวลา 5 นาที
5. ครูแจกบัตรเฉลยบัตรงานที่ 1 ให้นักเรียนตรวจคำตอบกันเอง

ขั้นสรุป

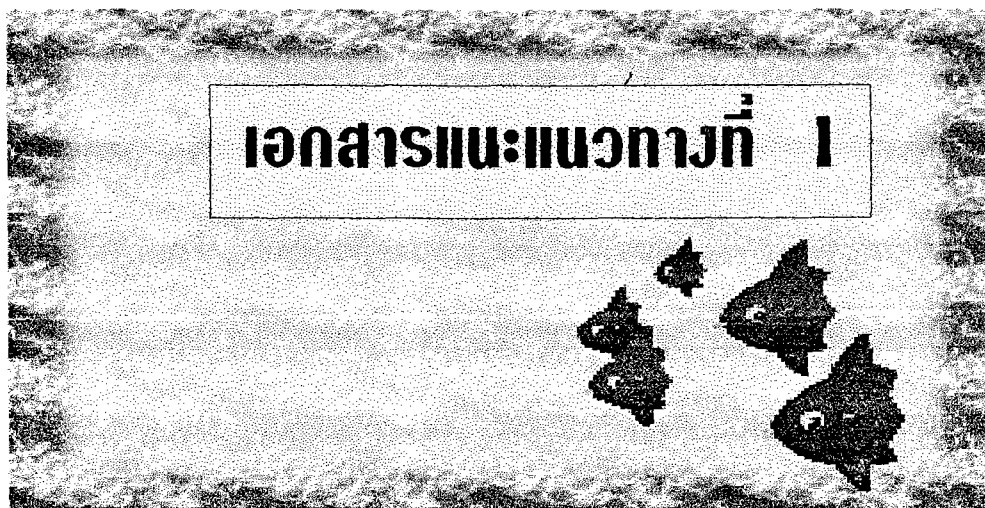
ครูให้นักเรียนสรุปผลอีกครั้ง โดยครูคอยแก้ไขข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. เอกสารแนะแนวทางที่ 1 พร้อมใบเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1
2. บัตรงานที่ 1 พร้อมใบเฉลยบัตรงานที่ 1

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความร่วมมือในกิจกรรม การออกมาอภิปรายผล และการแสดงความคิดเห็นในขณะที่ให้ปฏิบัติกิจกรรม
2. นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทางที่ 1 และบัตรงานที่ 1 ได้อย่างน้อย 80 %



ความหมายและส่วนประกอบของวงกลม

เอกสารแนบแนวทางที่ 1

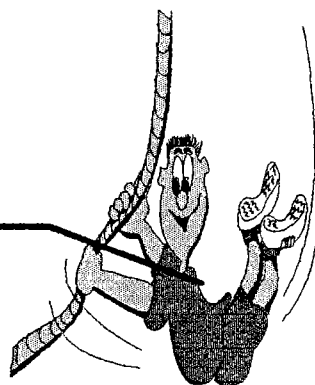
เรื่อง ความหมายและส่วนประกอบของวงกลม

คำแนะนำ

การเรียนรู้โดยใช้เอกสารแนบแนวทาง

1. ให้นักเรียนอ่านเอกสารใบความรู้ และทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทาง
2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางเสร็จแล้ว ให้ตัวแทนกลุ่ม ขอเอกสารเฉลยจากครู
3. หากนักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจข้อความใด ให้นักเรียนซักถามหรืออภิปรายกับเพื่อนนักเรียนในกลุ่มเดียวกันได้ หรือถามครู

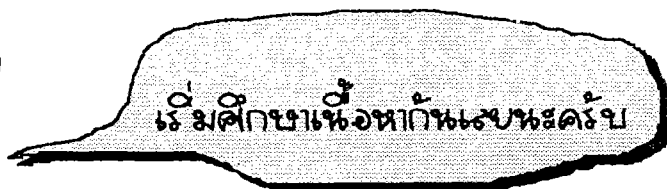
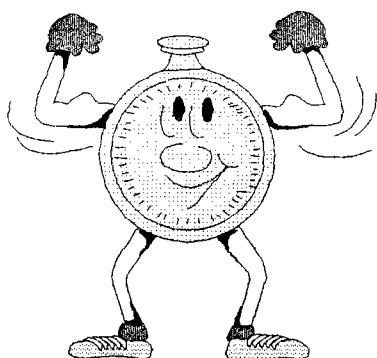
อ๋อให้เข้าใจหะครับเพื่อนๆ





จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่า ส่วนใดของวงกลมเป็นจุดรัศมี เส้นสัมผัส จุดสัมผัส มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในครึ่งวงกลม เมื่อกำหนดวงกลมและส่วนประกอบต่าง ๆ มาให้
2. บอกนิยามของวงกลมได้

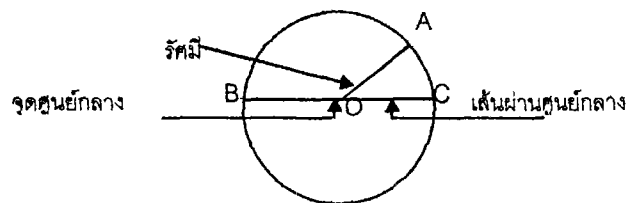




ใบความรู้

เรื่อง ความหมายและส่วนประกอบของวงกลม

วงกลม ประกอบด้วยจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกัน เป็นระยะทางเท่า ๆ กัน



รูปที่ ① วงกลม

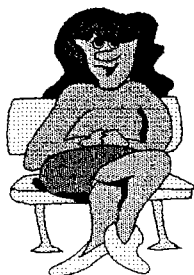
จากรูปที่ ①

O เป็นจุดศูนย์กลาง เรียกจุด O ว่า จุดศูนย์กลาง ของวงกลม

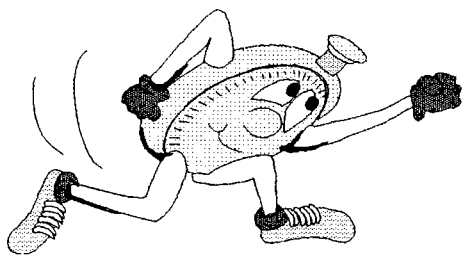
A เป็นจุดอยู่บนวงกลม เรียก OA ว่า รัศมี ของวงกลม

B และ C เป็นจุดอยู่บนวงกลม และ BC ผ่านจุดศูนย์กลาง เรียก BC ว่า เส้นผ่านศูนย์กลาง ของวงกลม

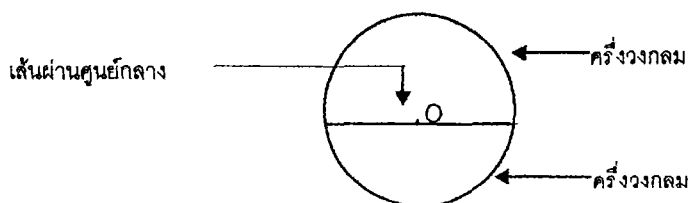
วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน หักกันได้สนิท ดังนั้น วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากันจึงเท่ากันทุกประการ และเรียกวงกลมที่เท่ากันทุกประการว่าวงกลมที่เท่ากัน



ไม่ยากใช่ไหมครับ
เรื่องวงกลมกับภาคเรขาคณิต

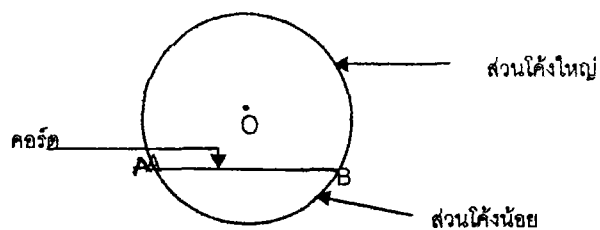


ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเส้นหนึ่ง
เส้นผ่านศูนย์กลางเส้นนั้น จะแบ่งวงกลมออกเป็นสอง
โค้งสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วน
ว่า ครึ่งวงกลม ดังรูปที่ ②



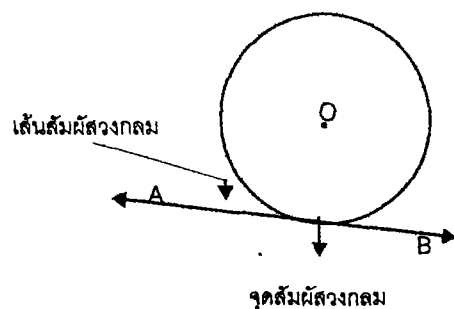
รูปที่ ② ครึ่งวงกลม

ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน เรียกว่า คอร์ด คอร์ดแต่ละเส้น
จะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วน ดังรูปที่ ③

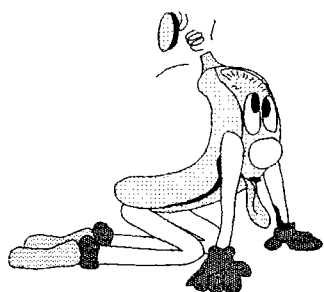


รูปที่ ③ คอร์ด

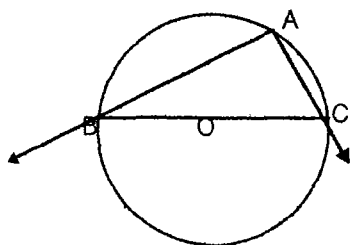
เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงซึ่งตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น ดังรูปที่ ④



รูปที่ ④ เส้นสัมผัสวงกลม

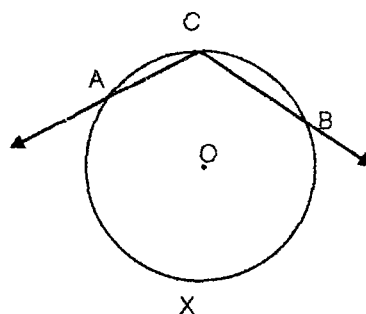
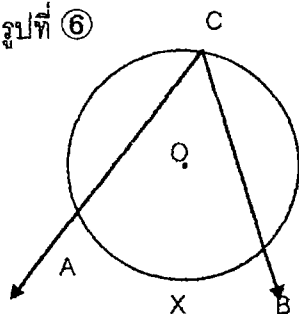


มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และ
แขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง
ดังรูปที่ ⑤



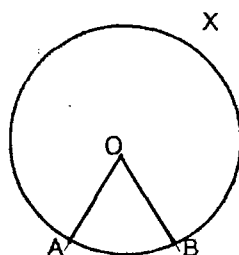
รูปที่ ⑤ มุมในครึ่งวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลมคือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัด
วงกลม ดังรูปที่ ⑥



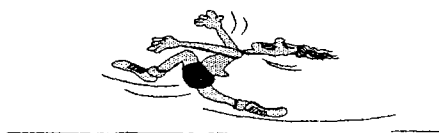
รูปที่ 6 มุมในส่วนโค้งของวงกลม

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมคือ มุมที่มีจุดศูนย์กลาง เป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็น
แขนของมุม ดังรูปที่ ⑦

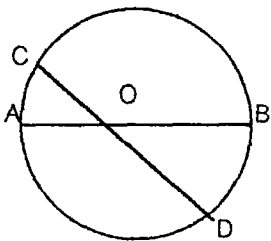


รูปที่ ⑦ มุมที่จุดศูนย์กลางวงกลม

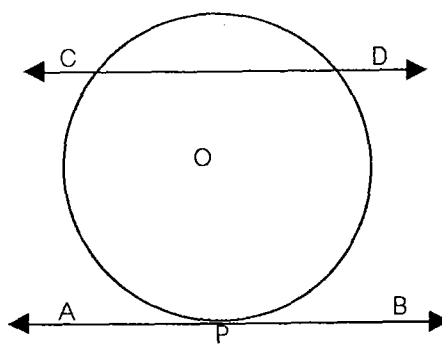
$\angle AOB$ และมุมกลับ $\hat{AOB}$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มี $\widehat{AB}$ รองรับ $\angle AOB$ และมี
 $\widehat{AXB}$ รองรับมุมกลับ $\hat{AOB}$



5. จากรูปที่ ① ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลาง AB จะทำให้วงกลมถูกแบ่งออกเป็น _____ ส่วนที่ _____ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า _____
6. จากรูปที่ ② CD เป็นจุดสองจุดที่อยู่บนวงกลมเดียวกัน ลากส่วนของเส้นตรง CD เรียกส่วนของเส้นตรง CD ว่า _____ และส่วนของเส้นตรง CD แบ่งวงกลมออกเป็น _____ ส่วน ทำให้เกิดส่วนโค้งใหญ่ CD เขียนแทนด้วย $\widehat{CED}$ และส่วนโค้งน้อย CD เขียนแทนด้วย _____ และความยาว $\widehat{CED}$ เขียนแทนด้วย $m(\widehat{CED})$ ความยาวของส่วนโค้งน้อย CD เขียนแทนด้วย _____
7. สรุปได้ว่า ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกันว่า _____
8. จงตอบคำถามว่า ถูกหรือผิด พร้อมกับให้เหตุผล

ภาพ	คำตอบ	ถูก	ผิด	เหตุผล
	1. เส้นผ่านศูนย์กลาง AB เป็นคอร์ด 2. CD เป็นคอร์ดที่ยาวที่สุด 3. คอร์ดที่ยาวที่สุดจะแบ่งวงกลมออกเป็น 2 ส่วนที่เท่ากัน	✓	-	เส้นผ่านศูนย์กลางที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน

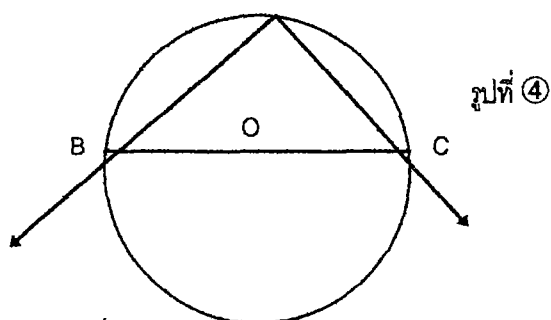
รูปที่ ③



9. จากรูปที่ ③ เรียกเส้นตรง CD ว่า _____ และเส้นตรง AB สัมผัสวงกลมที่จุด P เรียกเส้นตรง AB ว่า _____ เพราะเป็นเส้นตรงที่อยู่นอกวงกลมและสัมผัสวงกลม
10. ดังนั้น เส้นสัมผัสวงกลมคือ _____



11. จงใช้รูปที่กำหนดให้เติมคำตอบลงในช่องว่าง A

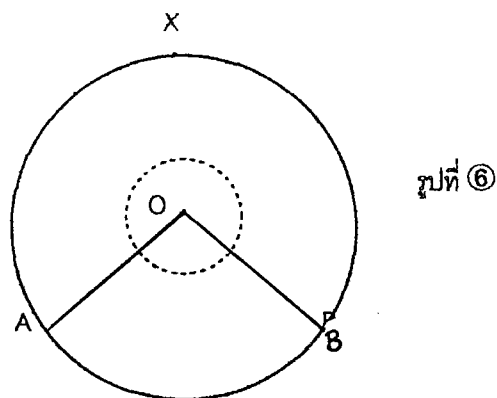
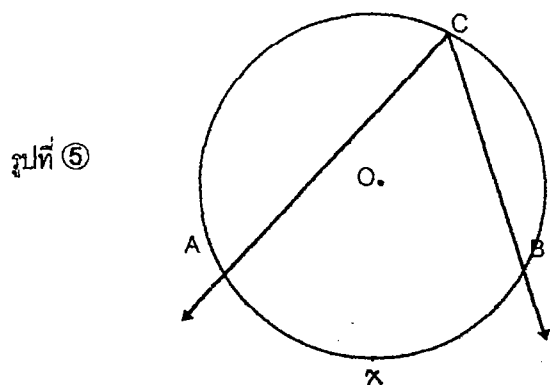


จากรูปที่ ④ เรียกเส้นตรง BC ว่า _____

$\overline{BA}$ และ $\overline{AC}$ เป็นแขนของมุม _____ เรียก $\widehat{BAC}$ เป็นมุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม
ดังนั้นเรียก $\widehat{BAC}$ ว่ามุมในครึ่งวงกลม

สรุป มุมในครึ่งวงกลมคือ _____

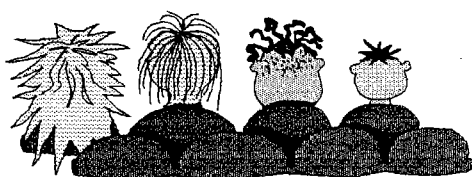
12. จงใช้รูปที่กำหนดให้เติมคำตอบลงในช่องว่าง

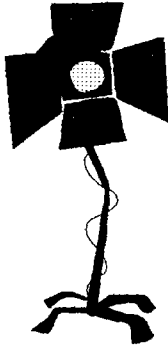


จากรูปที่ ⑤ $\overline{AC}$ และ $\overline{BC}$ เป็นแขนของมุมที่ตัดวงกลม $\widehat{ACB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม และมี $\widehat{AXB}$ อยู่ตรงข้าม $\widehat{ACB}$ เราเรียกว่า $\widehat{AXB}$ รองกับ $\widehat{ACB}$ ถ้าให้นักเรียนลากรัศมี AO และ BO แล้ว $\widehat{AOB}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมหรือไม่ _____

จากรูปที่ ⑥ $\widehat{AOB}$ และมุมกลับ $\widehat{AOB}$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มี $\widehat{AB}$ รองกับ $\widehat{AOB}$ และมี $\widehat{AXB}$ รองกับมุมกลับ $\widehat{AOB}$

ดังนั้น มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมคือ _____





เฉลย

กิจกรรมเอกสารแนะแนวทางที่ 1

1. จงบอกส่วนต่าง ๆ ของวงกลมต่อไปนี้

ส่วนต่าง ๆ ของวงกลม
1.1 จุดศูนย์กลาง
1.2 เส้นผ่านศูนย์กลาง
1.3 คอร์ด
1.4 รัศมี
1.5 จุดสัมผัส
1.6 เส้นสัมผัส
1.7 ส่วนโค้ง EB

2. หลายเส้น, เท่ากัน
 3. วงกลมคือ ทางเดินของจุดทุกจุด ซึ่งห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่ง บนระนาบเดียวกัน เป็นระยะทาง เท่ากัน
 4. ทับกันได้สนิท, วงกลมที่เท่ากัน
 5. 2 ส่วน, เท่ากันทุกประการ, ครึ่งวงกลม
 6. คอร์ด, 2 ส่วน, $\widehat{CFD}$, $m(\widehat{CFD})$
 7. คอร์ด
 8.

	ถูก	ผิด	เหตุผล
2.		✓	เพราะคอร์ดที่ยาวที่สุดคือเส้นผ่านศูนย์กลาง
3.	✓		เพราะเมื่อเรานำส่วนโค้งทั้งสองส่วนมาทับกัน ก็จะทับกันได้สนิทพอดี

9. คอร์ด, เส้นสัมผัส
 10. เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น

11. ใ้รูปต่อไปนี้ตอบคำถามลงในช่องว่าง

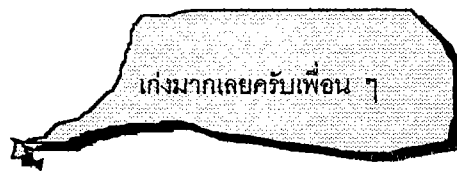
เส้นผ่านศูนย์กลาง, $\overset{\wedge}{BAC}$

มุมในครึ่งวงกลมคือมุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้ง สองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

12. ใ้รูปต่อไปนี้ตอบคำถามลงในช่องว่าง

เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมด้วย

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมคือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุมและมีรัศมีเป็นแขนของมุม

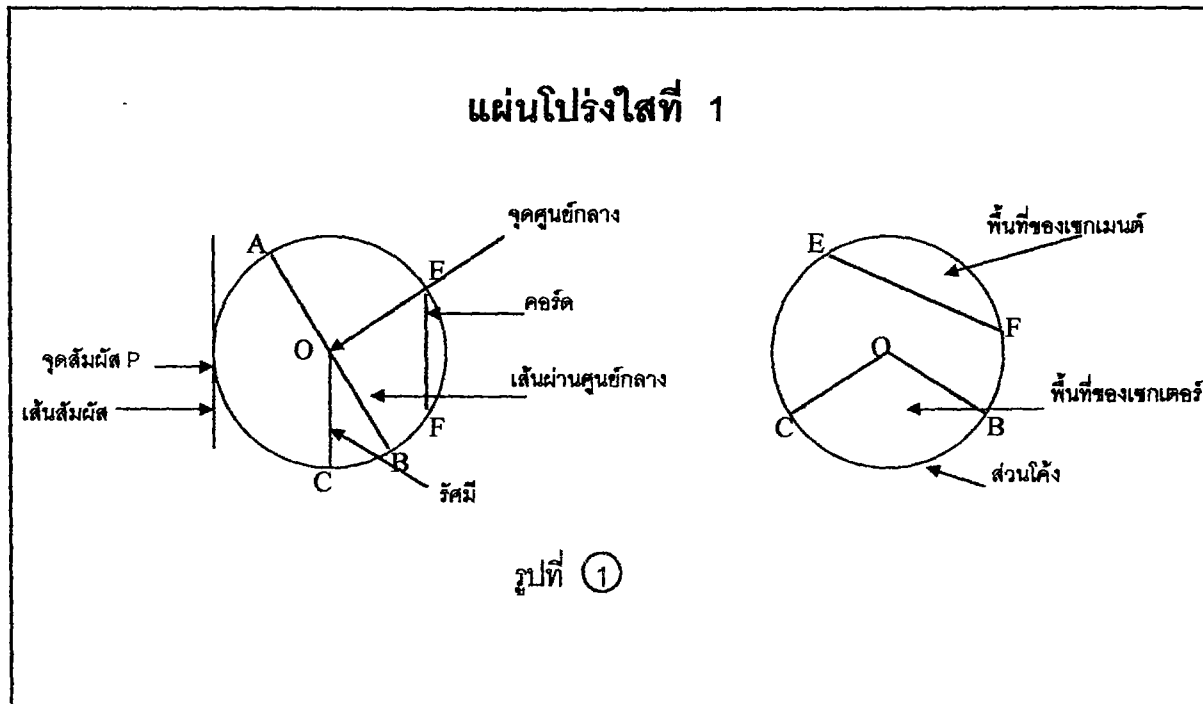


กิจกรรมการเรียนรู้การสอนกลุ่มควบคุม

ขั้นนำ เหมือนกลุ่มทดลองในข้อที่ 1-3

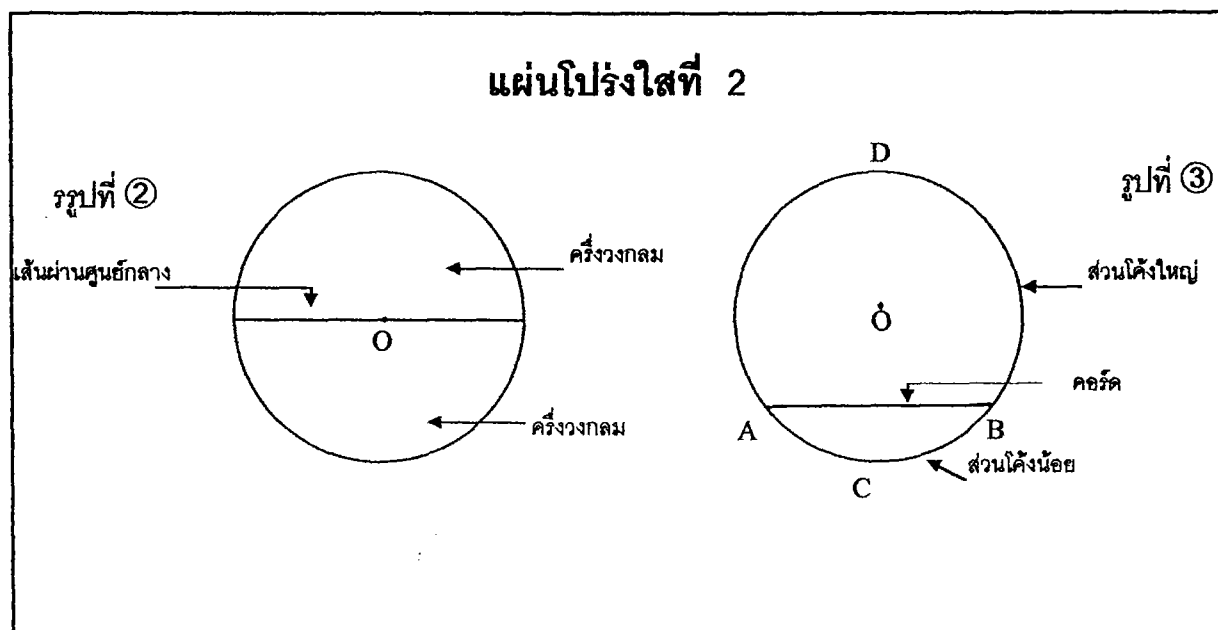
ขั้นสอน

1. ครูฉายแผ่นโปร่งใสที่ 1 เกี่ยวกับวงกลม 2 รูปให้นักเรียนดู



2. ครูชี้ที่รูปแล้วให้นักเรียนตอบคำถามว่า สิ่งต่าง ๆ ของวงกลมนั้นเรียกว่าอะไร
3. ให้นักเรียนตอบคำถามในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 หน้า 112 (ข้อ 1-3)
4. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า “วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน ทับกันได้สนิทตั้งนั้น วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ และเรียกวงกลมที่เท่ากันทุกประการว่า “วงกลมที่เท่ากัน”

ครูฉายแผ่นโปร่งใสที่ 2 เกี่ยวกับวงกลม 2 รูปให้นักเรียนดู



6. ครูอธิบายให้นักเรียนฟังว่า “ถ้าลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเส้นหนึ่ง เส้นผ่านศูนย์กลางเส้นนั้น จะแบ่งวงกลมออกเป็นสองส่วนที่เท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า ครึ่งวงกลม” ดังรูปที่ ② ในแผ่นโปร่งใสที่ 2

7. ครูให้นักเรียนดูรูปที่ ③ ในแผ่นโปร่งใสที่ 2 ครูถามนักเรียนว่า

7.1 ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกันเรียกว่าอะไร (คอร์ด)

7.2 คอร์ดแต่ละเส้นจะแบ่งวงกลมออกเป็นกี่ส่วน (2 ส่วน)

8. ครูและนักเรียนช่วยกันเขียนสัญลักษณ์ของคอร์ดบนกระดานดังนี้

เรียก $\overline{AB}$ ว่าเป็นคอร์ด AB

เรียกส่วนโค้ง $\widehat{ADB}$ ว่าเป็นส่วนโค้งใหญ่ AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\widehat{ADB}$

เรียกส่วนโค้ง $\widehat{ACB}$ ว่าเป็นส่วนโค้งน้อย AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\widehat{ACB}$

ความยาวของ $\widehat{ADB}$ เขียนแทนด้วย $m(\widehat{ADB})$

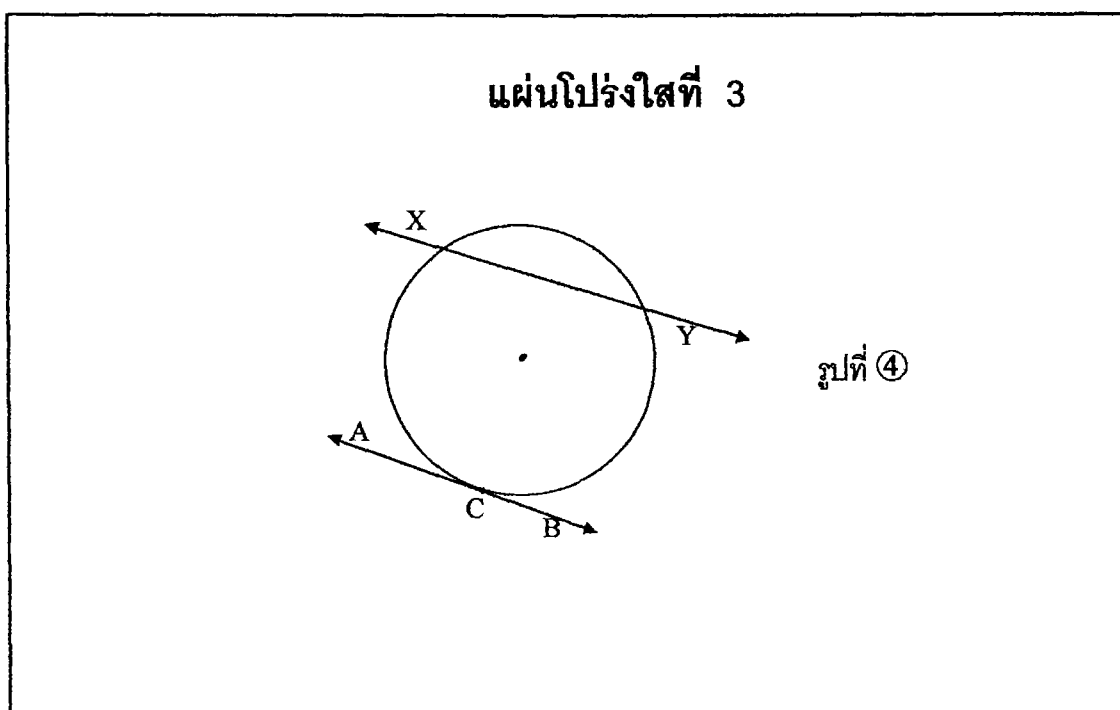
ความยาวของ $\widehat{ACB}$ และ AB เขียนแทนด้วย $m(\widehat{ACB})$ และ $m(\overline{AB})$ ตามลำดับ

9. ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

9.1 เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดด้วยหรือไม่ (เป็น เพราะเส้นผ่านศูนย์กลางมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลม)

9.2 คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลมหนึ่งคือเส้นใด และคอร์ดนี้จะแบ่งวงกลมออกเป็นอย่างไร (คอร์ดที่ยาวที่สุดคือ เส้นผ่านศูนย์กลางและคอร์ดนี้ เป็นเส้นที่แบ่งวงกลมออกเป็นสองโค้งที่เท่ากันทุกประการ ซึ่งแต่ละส่วนเรียกว่า ครึ่งวงกลม)

10. ระบายผ่านโปร่งใสที่ 3 เกี่ยวกับวงกลมดังรูปที่ ④



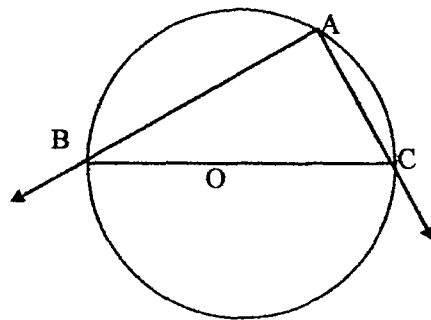
11. จากรูปที่ ④ ครูให้นักเรียนดูเส้นตรง XY และ AB แล้วถามนักเรียนว่า XY จะเรียกว่าอย่างไร (คอร์ด) และ AB เป็นคอร์ดด้วยหรือไม่ (ไม่เป็น)

12. ครูอธิบายให้นักเรียนฟังว่า AB เป็นเส้นตรงที่อยู่นอกวงกลม และสัมผัสวงกลม จึงเรียกว่าเป็นเส้นสัมผัสวงกลม และจุด C เป็นจุดสัมผัส

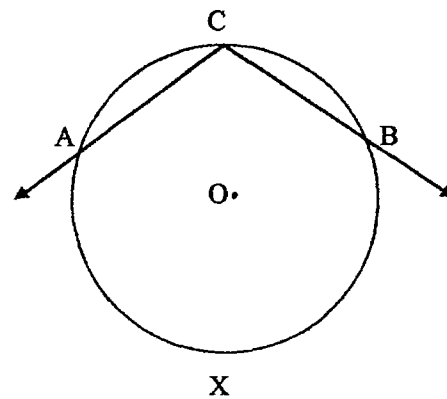
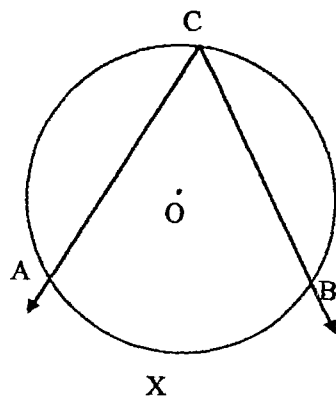
13. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปว่า “เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงซึ่งตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น”

14. ระบายผ่านโปร่งใสที่ 4 เกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมดังรูปที่ ⑤, ⑥, ⑦ ในผ่านโปร่งใสที่ 4

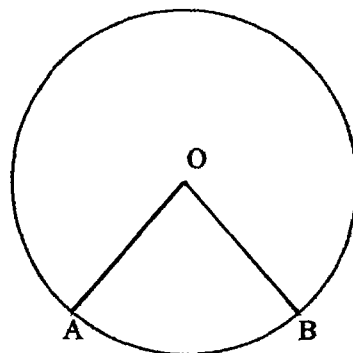
แผ่นโปร่งใสที่ 4



รูปที่ ๕ มุมในครึ่งวงกลม
BC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง
 $\angle BAC$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม



รูปที่ ๖ มุมในส่วนโค้งของวงกลม
 $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม
 $\angle AXB$ รองกับ $\angle ACB$



รูปที่ ๗ มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม
 $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม
 $\angle AOB$ รองกับ $\angle AOB$

15. ครูอธิบายมุมต่าง ๆ ในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม จากแผ่นโป่งใสที่ 4

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมดังนี้

มุมในครึ่งวงกลม คือมุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือมุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือมุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขนของมุม

2. ครูแจกใบงานที่ 1 ให้นักเรียนทำโดยใช้เวลา 5 นาที

3. ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยใบงานที่ 1 พร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสรูปที่ 1-4
2. ใบงานที่ 1

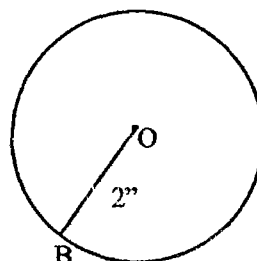
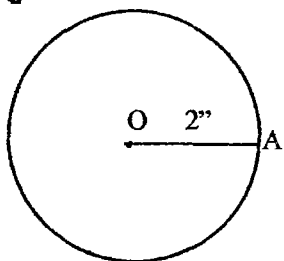
การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการตอบคำถาม และการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 และทำได้อย่างน้อย 80 %

บัตรงานที่ 1

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างแต่ละข้อ

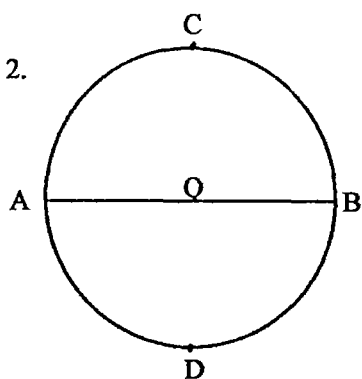
1.



วงกลม 2 วงเท่ากันหรือไม่ _____

เพราะเหตุใด _____

2.

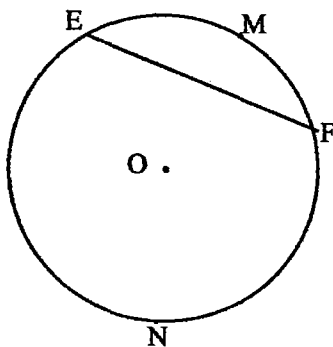


กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

เรียกส่วนของเส้นตรง AB ว่า _____

ดังนั้น $m(\angle ACB) =$ _____

3.



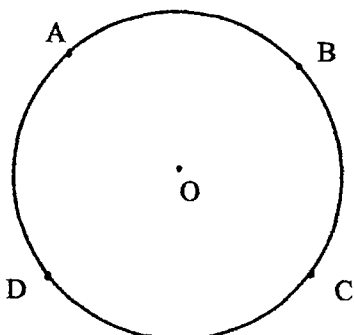
กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

เรียกส่วนของเส้นตรง EF ว่า _____

เรียกส่วนโค้ง EMF ว่า _____

เรียกส่วนโค้ง ENF ว่า _____

4.



จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางวงกลม

เรียก A,B,C,D, ว่าอะไร _____

นักเรียนจะสามารถสร้างคอร์ดจากจุด A,B,C,D, ได้ทั้งหมดกี่เส้น _____

อะไรบ้าง _____



เฉลยบัตรงานที่ 1

1. เท่ากัน เพราะ วงกลมทั้ง 2 มีรัศมียาวเท่ากัน
2. เส้นผ่านศูนย์กลาง, $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{ADB})$
3. คอร์ด, ส่วนโค้งน้อย, ส่วนโค้งใหญ่
4. จุดที่อยู่บนวงกลม สร้างคอร์ดได้ทั้งหมด 6 เส้น
ได้แก่ คอร์ด AB, คอร์ด AC, คอร์ด AD
คอร์ด BC, คอร์ด BD, คอร์ด DC



แผนการสอนที่ 2

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค. 011

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในวงกลม

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

1. ในวงกลมใด ๆ มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก
2. ในวงกลมใด ๆ มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
3. ในวงกลมใด ๆ มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่งทีรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน

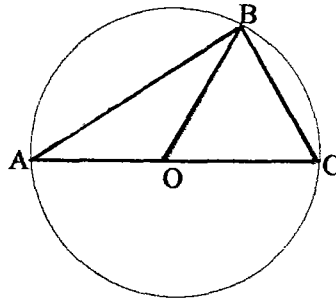
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. จุดประสงค์ปลายทาง นักเรียนสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปแก้โจทย์ปัญหาได้
2. จุดประสงค์นำทาง นักเรียนสามารถ
 - 2.1 บอกได้ว่ามุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก
 - 2.2 บอกได้ว่ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน มีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือส่วนโค้งที่เท่ากัน
 - 2.3 บอกได้ว่ามุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน จะมีขนาดเท่ากัน
 - 2.4 หาขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้
 - 2.5 หาขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม เมื่อกำหนดขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือส่วนโค้งที่เท่ากันได้
 - 2.6 หาขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง เมื่อกำหนดขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือส่วนโค้งที่เท่ากันได้

เนื้อหา**ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม**

ให้ ABC เป็นมุมในครึ่งวงกลม ซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ดังรูปที่ ①

รูปที่ ①



จากรูปที่ ① ลาก $\overline{BO}$

เนื่องจาก $AO=BO=CO$ (รัศมีของวงกลมเดียวกัน)

ดังนั้น $\triangle AOB$ และ $\triangle BOC$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะได้ $\angle BAO = \angle ABO$ และ $\angle CBO = \angle BCO$ (มุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

$\angle BAO + \angle ABO + \angle CBO + \angle BCO = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในของสามเหลี่ยมใดๆ รวมกันได้ 180°)

ดังนั้น $2(\angle ABO) + 2(\angle CBO) = 180^\circ$ (แทนมุมที่มีขนาดเท่ากัน)

$$2(\angle ABO + \angle CBO) = 180^\circ$$

$$\angle ABO + \angle CBO = 90^\circ$$

$$\text{นั่นคือ } \angle ABC = 90^\circ$$

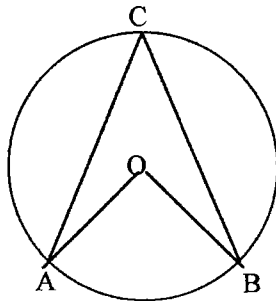
จากเหตุผลข้างต้นเป็นไปตามสมบัติเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้ว่า

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90° หรือหนึ่งมุมฉาก

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ดังรูปที่ ②

รูปที่ ②

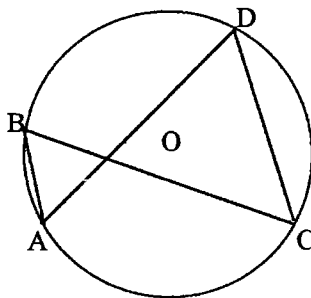


จากรูปที่ ② $\angle ACB$ และ $\angle AOB$ ต่างมี $\widehat{AB}$ รองรับมุม จะกล่าวว่า $\angle ACB$ และ $\angle AOB$ เป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ดังนั้นเป็นไปตามสมบัติของวงกลมที่กล่าวว่า

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ดังรูปที่ ③

รูปที่ ③



จากรูปที่ ③ $\angle ABC$ และ $\angle ADC$ ต่างเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่มี $\widehat{AC}$ รองรับ จะกล่าวว่า $\angle ABC$ และ $\angle ADC$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ซึ่งเป็นไปตามสมบัติที่กล่าวว่า

มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนกลุ่มทดลอง

ขั้นนำ ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยการทบทวนสิ่งที่เรียนไปแล้วในคาบเรียนที่ 1 โดยการถามด้วยคำถามต่อไปนี้

1. มุมในครึ่งวงกลมมีลักษณะอย่างไร (มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม แขนทั้งสองของมุมผ่าน จุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง)
2. ให้นักเรียนดูแผ่นโป่งใสที่ 4 แล้วถามนักเรียนว่า รูปใดมีมุมในส่วนโค้งของวงกลม (รูปที่ 6 มุม ACB)
3. ให้นักเรียนบอกความหมายของมุมในส่วนโค้งของวงกลม (มุมในส่วนโค้งของวงกลมคือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม)
4. มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขนของมุม เรียกว่าอะไร (มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม)

ขั้นสอน

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 6 คน
2. ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 2 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาไปความรู้และ ตอบคำถามในเอกสารแนะแนวทางที่ครูแจกให้ทุกคน โดยใช้เวลากลุ่มละ 25 นาที
3. ครูแจกบัตรเฉลยเอกสารแนะแนวทางให้นักเรียนตรวจคำตอบกันเอง แล้วสุ่มนักเรียน 1 กลุ่ม ออกมาอภิปรายและสรุปผล
4. ครูแจกบัตรงานที่ 2 ให้นักเรียนทุกคนทำ โดยใช้เวลา 10 นาที
5. ครูแจกบัตรเฉลยบัตรงานที่ 2 ให้นักเรียนตรวจคำตอบกันเอง

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปผลอีกครั้ง โดยครูคอยแก้ไขข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสที่ 4
2. เอกสารแนะแนวทางที่ 2 พร้อมใบเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 2
3. บัตรงานที่ 2 พร้อมใบเฉลยบัตรงานที่ 2

การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากความสนใจ ความร่วมมือในการทำกิจกรรม การออกมาอภิปรายผล และการแสดงความคิดเห็นในการปฏิบัติกิจกรรม
2. นักเรียนทำเอกสารแนะแนวทางที่ 2 และบัตรงานที่ 2 ได้อย่างน้อย 80 %

เอกสารแนะแนวทางที่ 2



ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในวงกลม

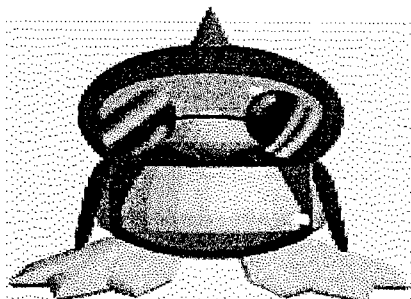
เอกสารแนบแนวทางที่ 2

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในวงกลม

คำแนะนำ

การเรียนโดยใช้เอกสารแนบแนวทาง

1. ให้นักเรียนอ่านเอกสารใบความรู้ และทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทาง
2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางเสร็จแล้วให้ตัวแทนกลุ่ม ขอเอกสารเฉลยจากครู
3. หากนักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจข้อความใด ให้นักเรียนซักถามหรืออภิปรายกับเพื่อนนักเรียนในกลุ่มเดียวกันได้ หรือถามครู

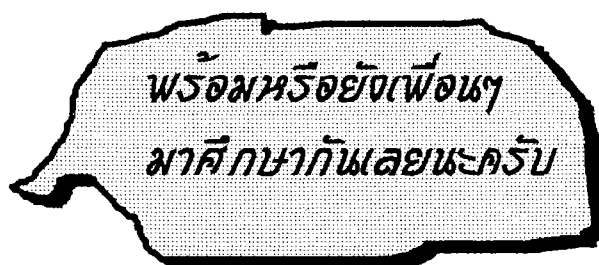
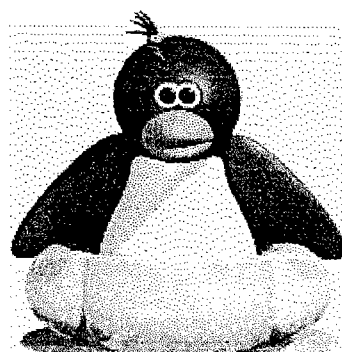


อ่านให้เข้าใจนะครั้นเพื่อนๆ



จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบดาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ามุมในเครื่องวงกลมมีขนาด 90° หรือหนึ่งมุมฉาก
2. บอกได้ว่ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากันมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือส่วนโค้งที่เท่ากัน
3. บอกได้ว่ามุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน จะมีขนาดเท่ากันได้
4. หาขนาดของมุมในเครื่องวงกลมได้
5. หาขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม เมื่อกำหนดขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือส่วนโค้งที่เท่ากันได้
6. หาขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง เมื่อกำหนดขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน หรือส่วนโค้งที่เท่ากัน



ใบความรู้

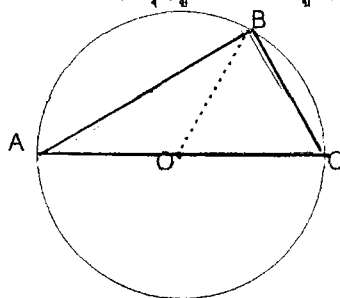


เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่าง มุมในวงกลม

ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม

ให้ ABC เป็นมุมในครึ่งวงกลม ซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลางดังรูปที่ ①

รูปที่ ①



จากรูปที่ ① ลาก $\overline{BO}$

เนื่องจาก $AO=BO=CO$ (รัศมีของวงกลมเดียวกัน)

ดังนั้น $\triangle AOB$ และ $\triangle BOC$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะได้ $\angle BAO = \angle ABO$ และ $\angle CBO = \angle BCO$ (มุมที่ฐานของสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

$\angle BAO + \angle ABO + \angle CBO + \angle BCO = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในของสามเหลี่ยมใดๆ รวมกันได้ 180°)

ดังนั้น $2(\angle ABO) + 2(\angle CBO) = 180^\circ$ (แทนมุมที่มีขนาดเท่ากัน)

$2(\angle ABO + \angle CBO) = 180^\circ$

$\angle ABO + \angle CBO = 90^\circ$

นั่นคือ $\angle ABC = 90^\circ$

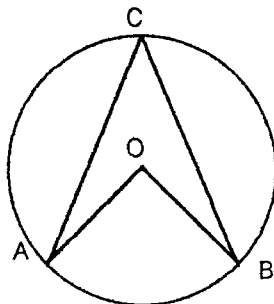
จากเหตุผลข้างต้นเป็นไปตามสมบัติเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลมได้ว่า

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90° หรือหนึ่งมุมฉาก

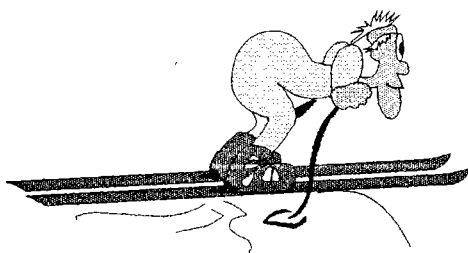
ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\angle ACB$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ $\angle AOB$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ดังรูปที่ ②

รูปที่ ②



จากรูปที่ ② $\angle ACB$ และ $\angle AOB$ ต่างมี $\widehat{AB}$ รองรับมุม จะกล่าวว่า $\angle ACB$ และ $\angle AOB$ เป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันดังนั้นเป็นไปตามสมบัติของวงกลมที่กล่าวว่า

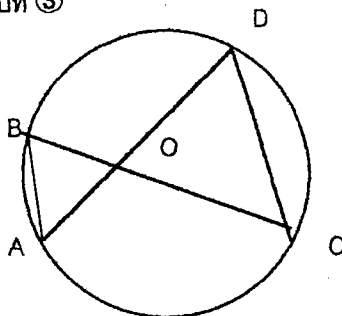


มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ดังรูปที่ ③

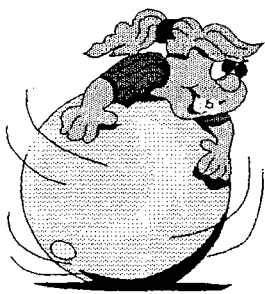
รูปที่ ③



จากรูปที่ ③ $\angle ABC$ และ $\angle ADC$ ต่างเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่มี $\widehat{AC}$ รองรับ จะกล่าวว่า $\angle ABC$ และ $\angle ADC$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ซึ่งเป็นไปตามสมบัติที่กล่าวว่า

มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน

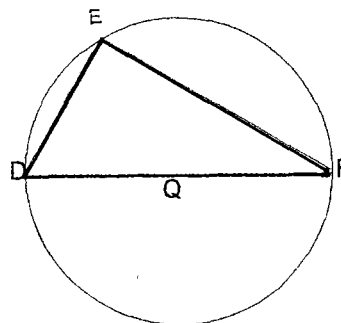
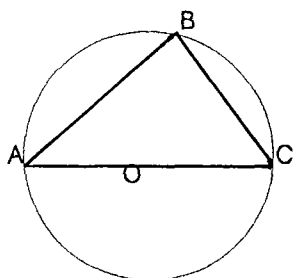




กิจกรรม เอกสารแนะแนวทางที่ 2

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



รูปที่ ① O, Q เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสองวง

1.1 เรียก $\overline{AC}$ และ $\overline{DF}$ ว่า _____

1.2 $\overline{AC}$ และ $\overline{DF}$ แบ่งวงกลมออกเป็น _____ ส่วนที่เท่ากัน

1.3 เรียก $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ ว่ามุม _____ โดยมี $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ เป็นแขนของมุม

1.4 นักเรียนคิดว่าจะมีวิธีวัดขนาดของมุม $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ ได้ _____ วิธี

เช่น _____

1.5 ดังนั้น $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีขนาด _____ องศา

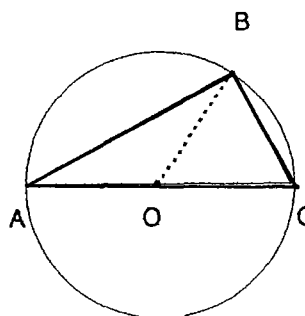
2. จงหาขนาดของมุม $\triangle ABC$ จากรูปที่กำหนดให้

จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

$\triangle ABC$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

ลาก $\overline{BO}$ จะได้ว่า



$AO = BO = OC$ เพราะ _____

ดังนั้น $\triangle AOB$ และ $\triangle BOC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

จะได้ $\hat{BAO} = \hat{ABO}$ และ $\hat{CBO} = \hat{BCO}$

เพราะมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน

$\hat{BAO} + \hat{ABO} + \hat{CBO} + \hat{BCO} = \text{..... องศา}$

เพราะ.....

ดังนั้น $2(\hat{ABO}) + 2(\hat{CBO}) = 180^\circ$ (แทนมุมที่มีขนาดเท่ากัน)

$2(\hat{ABO} + \hat{CBO}) = 180^\circ$

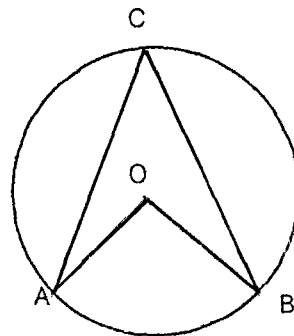
$\hat{ABO} + \hat{CBO} = \text{.....}$

นั่นคือ $\hat{ABC} = 90^\circ$

3. สรุปสมบัติเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม ได้ว่า.....

4. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม



4.1 เรียก $\hat{ACB}$ ว่าเป็นมุม.....

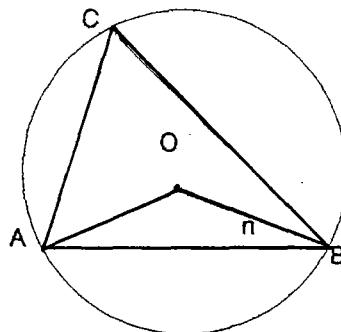
4.2 เรียก $\hat{AOB}$ ว่าเป็นมุม.....

ทั้งสองมุมอยู่บนส่วนโค้ง.....

4.3 นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ($\hat{AOB}$) กับขนาดของมุมที่อยู่ ในส่วนโค้งของวงกลม ($\hat{ACB}$) และรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน สัมพันธ์กันอย่างไร.....

5. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่แนบในวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง $\hat{ACB} = 60^\circ$ จงหามุม n

จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

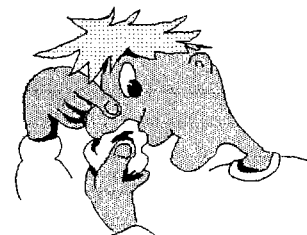


จากรูป $\hat{AOB} = 2(\hat{ACB})$

(เพราะ.....)

$\hat{AOB} = 2(\text{.....})$ แทนค่า

$\therefore \hat{AOB} = \text{..... องศา}$



△ AOB เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น $OA = OB$ เพราะ _____

ทำให้ $\angle OAB =$ _____ (สมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

แต่ $\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB =$ _____ องศา

$$n + n + 120^\circ = \text{_____ องศา}$$

$$2n + 120^\circ = \text{_____ องศา}$$

$$2n = \text{_____}$$

$$2n = \text{_____ } 60 \text{ องศา}$$

$$n = \text{_____ องศา}$$



6. สรุป สมบัติเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ได้ว่า _____

7. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้

จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

7.1 เรียก $\angle ABC$ ว่าเป็นมุม _____

เรียก $\angle ADC$ ว่าเป็นมุม _____

เรียก $\angle AOC$ ว่าเป็นมุม _____

7.2 $\angle ABC, \angle ADC, \angle AOC$ อยู่บนส่วนโค้ง _____

7.3 $\angle AOC = 2(\angle ABC)$

$\angle AOC = 2(\text{_____})$

เพราะ _____

7.4 ดังนั้น $\angle ABC =$ _____ เพราะ _____

8. จงหาขนาดของ $\angle ACD$ จากรูปที่กำหนดให้

จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

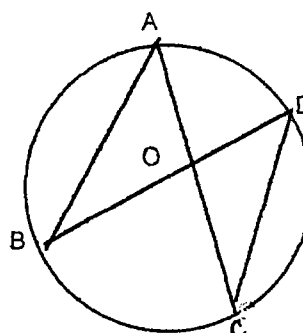
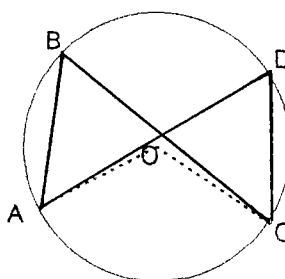
และกำหนดให้ $\angle ABD = 45^\circ$

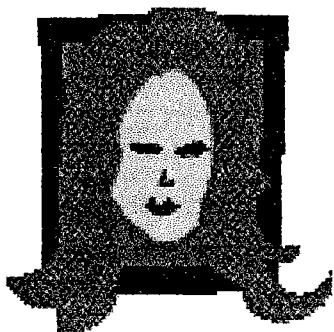
$\angle BDC = 55^\circ$

$\angle ACD =$ _____ เพราะ เป็นมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ดังนั้น $\angle ACD =$ _____ องศา

9. สรุป สมบัติเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันได้ว่า _____





เฉลย

กิจกรรมเอกสารแนะแนวทางที่ 2

1. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 เส้นผ่านศูนย์กลาง

1.2 2 ส่วน

1.3 มุมในครึ่งวงกลม

1.4 หลายวิธี เช่น ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์, ใช้วงเวียน, ไม้ฉาก

1.5 90°

2. จงหาขนาดของมุม $\angle ABC$ จากรูปที่กำหนดให้ เพราะ เป็นรัศมีของวงกลมเดียวกัน

$$\angle BAO = \angle ABO \text{ และ } \angle CBO = \angle BCO$$

$$\angle BAO + \angle ABO + \angle CBO + \angle BCO = 180^\circ$$

เพราะ มุมภายในของสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180° , $\angle ABO + \angle CBO = 90^\circ$

3. มุมในครึ่งวงกลม มีขนาดเท่ากับ 90° หรือหนึ่งมุมฉาก

4. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

4.1 มุมในส่วนโค้งของวงกลม

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม, $\angle AOB$

4.2 ใช้กระดาษตัดให้มีขนาดเท่ากับ $\angle AOB$ แล้วพับครึ่งนำไปซ้อนบนมุม $\angle ACB$ จะได้ขนาดของ $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$. ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์, ใช้วงเวียน

4.3 ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง เป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน นั่นคือ $\angle AOB = 2(\angle ACB)$

4.4 $\angle ACB = 50^\circ$ เพราะ ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

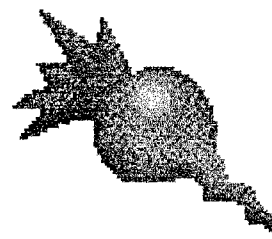
5. จากรูป $\angle AOB = 2\angle ACB$

เพราะขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

$$\angle AOB = 2(60^\circ) \text{ แทนค่า}$$

$$\angle AOB = 120^\circ$$

$\triangle AOB$ เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



ดังนั้น $OA = OB$ เพราะ รัศมีของวงกลมเดียวกัน

ทำให้ $\hat{OAB} = \hat{OBA}$ (สมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

แต่ $\hat{OAB} + \hat{OBA} + \hat{AOB} = 180^\circ$

$$n + n + 120 = 180$$

$$2n + 120 = 180$$

$$2n = 180^\circ - 120^\circ$$

$$2n = 60^\circ$$

$$n = 30^\circ$$

คิดอย่างรอบคอบนะครับ



6. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

7. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้

7.1 มุมในส่วนโค้งของวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

7.2 AC

7.3 $\hat{AOC} = 2(\hat{ADC})$ เพราะ มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

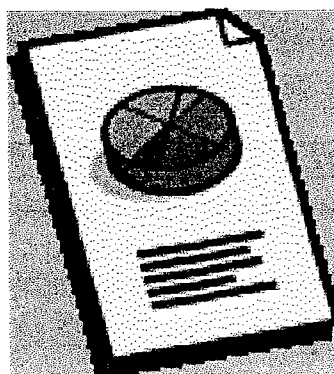
7.4 $\hat{ABC} = \hat{ADC}$ เพราะ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

8. จงหาขนาดของ $\hat{ACD}$ จากรูปที่กำหนดให้

$$\hat{ACD} = \hat{ABD}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{ACD} = 45^\circ$$

9. มุมในส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน



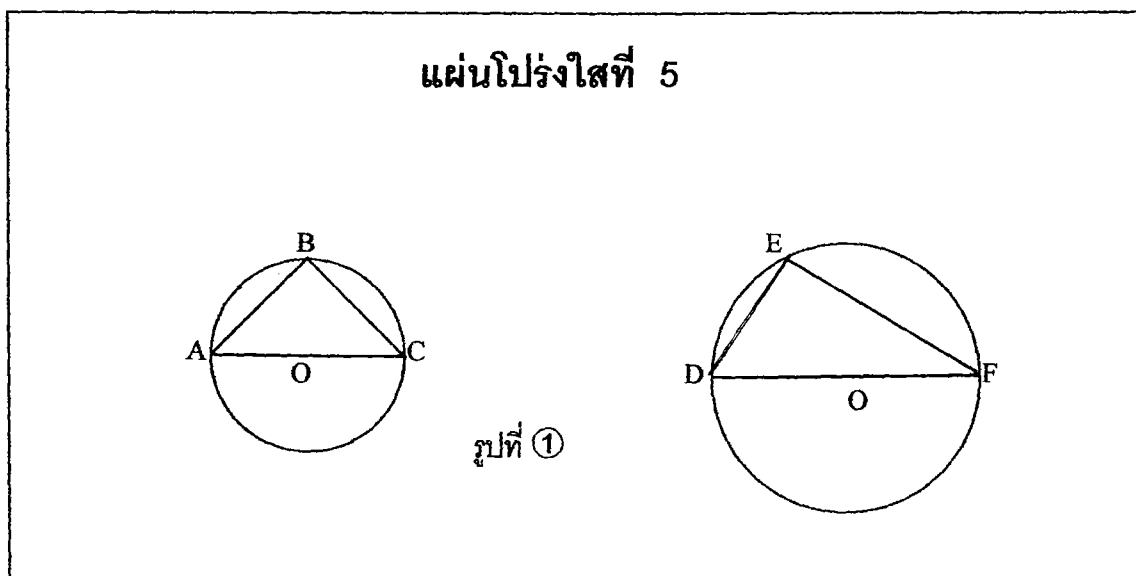
กิจกรรมการเรียนรู้การสอนกลุ่มควบคุม

ขั้นนำ

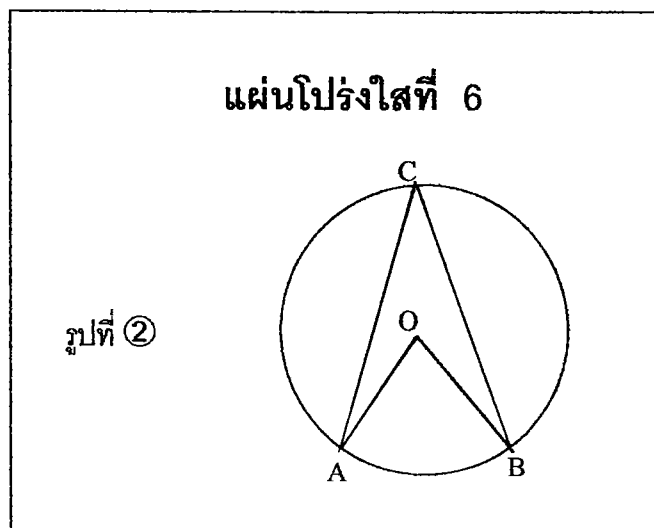
ครูฉายแผ่นโปรงใสที่ 4 เกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม แล้วให้นักเรียนตอบว่าแต่ละรูปเรียกว่ามุมอะไร (รูปที่ 5 เรียกว่ามุมในครึ่งวงกลม รูปที่ 6 เรียกว่ามุมในส่วนโค้งของวงกลม รูปที่ 7 เรียกว่ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม)

ขั้นสอน

1. ครูฉายแผ่นโปรงใสที่ 5 ที่มีวงกลม 2 วงที่มีขนาดต่างกันดังรูปที่ ①



2. จากรูปที่ ① $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ เรียกว่ามุมอะไร (มุมในครึ่งวงกลม)
3. ให้นักเรียนออกมาหาขนาดของ $\angle ABC$ และ $\angle DEF$ เท่ากับกี่องศา (90° หรือหนึ่งมุมฉาก)
4. ครูอธิบายว่า นอกจากจะใช้วิธีวัดหาขนาดของมุมในครึ่งวงกลมแล้วยังมีอีกวิธีคือ ใช้สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนาน ความเท่ากันทุกประการ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม และสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วมาอธิบายการหามุมในครึ่งวงกลมว่ามีขนาดกี่องศา ดังเช่นในหนังสือเรียน คณิตศาสตร์ ค 011 หน้า 116-117
5. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปสมบัติเกี่ยวกับขนาดของมุมในครึ่งวงกลม (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90° หรือหนึ่งมุมฉาก)
6. ครูฉายแผ่นโปรงใสที่ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ดังรูปที่ ②



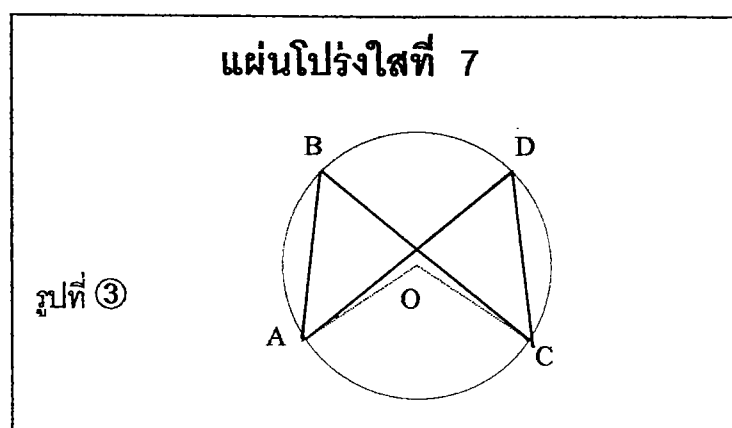
7. จากรูปที่ ② O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมเรียก $\angle AOB$ ว่ามุมอะไร (มุมในครึ่งวงกลม) และเรียก $\angle ACB$ ว่ามุมอะไร (มุมในส่วนโค้งของวงกลม)

8. $\angle AOB$ และ $\angle ACB$ รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันหรือไม่ (ส่วนโค้งเดียวกันคือส่วนโค้ง AB)

9. ให้นักเรียนวัดขนาดของมุม $\angle AOB$ และ $\angle ACB$ โดยตัดกระดาษให้เป็นมุมที่มีขนาดเท่ากับ $\angle AOB$ แล้วพับครึ่งมุมที่ได้ นำมุมที่พับครึ่งไปซ้อนบน $\angle ACB$ นักเรียนสามารถจัดมุมให้ทับกันสนิทได้หรือไม่ (ได้)

10. นักเรียนคิดว่า ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง ($\angle AOB$) ของวงกลมกับขนาดของมุมที่อยู่ในส่วนโค้ง ($\angle ACB$) ของวงกลม และรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันสัมพันธ์กันอย่างไร (ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน นั่นคือ $\angle AOB = 2(\angle ACB)$)

11. ศึกษแผ่นโปรงใสที่ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ดังรูปที่ ③



12. จากรูปที่ ③ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม AC เป็นส่วนโค้งที่รองรับมุมจะเห็นว่า $\angle ABC$, $\angle ADC$, และ $\angle AOC$ เป็นมุมที่อยู่บนส่วนโค้งเดียวกัน เรียกแต่ละมุมว่าอย่างไร ($\angle ABC$ และ $\angle ADC$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ $\angle AOC$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม)

13. ให้นักเรียนตอบคำถามในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค 011 หน้า 121-122 ข้อ 1-4
ขั้นสรุป

- ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปสมบัติเกี่ยวกับวงกลมดังนี้
มุมในครึ่งวงกลม มีขนาดเท่ากับ 90° หรือหนึ่งมุมฉาก
มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน
- ให้นักเรียนทำใบงานที่ 2
- ครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยใบงานที่ 2 พร้อมกับแก้ไขข้อผิดพลาดที่นักเรียนไม่เข้าใจ

สื่อการเรียนรู้การสอน

- แผ่นโปสเตอร์ที่ 4 – 7
- ใบงานที่ 2

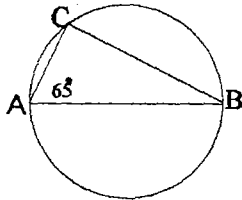
การวัดผลและประเมินผล

- สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน และการตอบคำถาม
- นักเรียนทำใบงานที่ 2 ได้อย่างน้อย 80 %

บัตรงานที่ 2

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างแต่ละข้อ

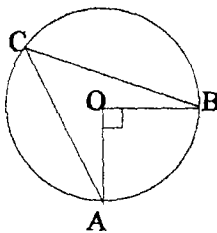
1.



$\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $\angle BAC = 65^\circ$

$\angle ABC =$ _____ องศา

2.

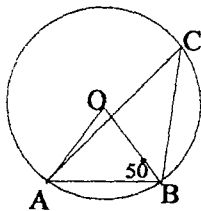


O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\angle AOB = 90^\circ$

$\angle ACB =$ _____ องศา

3.

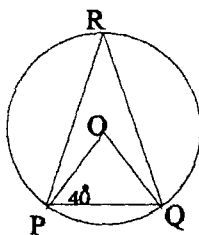


O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\angle AOB = 50^\circ$

$\angle ACB =$ _____ องศา

4.

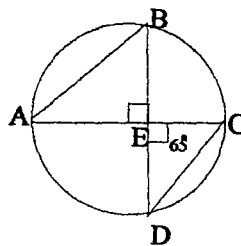


O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\angle OPQ = 40^\circ$

$\angle PRQ =$ _____ องศา

5.



AC ตัดกับ BC

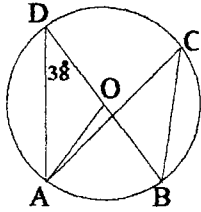
$\angle AEB = \angle CED$

(เส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

$\angle ACD = 65^\circ$

$\angle BAC =$ _____ องศา

6.



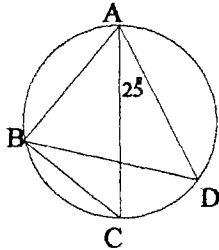
O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$$\angle ADB = 38^\circ$$

$$\angle ACB = \text{_____ องศา}$$

$$\angle AOB = \text{_____ องศา}$$

7.

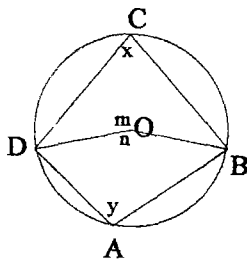


AC เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$$\angle CAD = 25^\circ$$

$$\angle ABD = \text{_____ องศา}$$

8.



O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่แนบในวงกลม กล่าวคือ
มีจุดยอดมุมทั้งสี่อยู่บนวงกลม x, y, m, n แทนขนาดของมุม
ดังรูป

8.1 m เกี่ยวข้องกับ y อย่างไร _____

8.2 n เกี่ยวข้องกับ x อย่างไร _____

8.3 m+n เกี่ยวข้องกับ x, y อย่างไร _____

8.4 m+n = _____ องศา

8.5 x+y = _____ องศา

8.6 $\angle ADC + \angle ABC = \text{_____ องศา}$

8.7 ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่แนบในวงกลม
= _____ องศา

8.8 ถ้า $x = 30^\circ$ แล้ว $y = \text{_____ องศา}$

8.9 ถ้า $m = 210^\circ$ แล้ว $x = \text{_____ องศา}$



เฉลยใบัตรงานที่ 2

$$1. \angle ABC = \underline{25^\circ}$$

$$2. \angle ACB = \underline{45^\circ}$$

$$3. \angle ACB = \underline{40^\circ}$$

$$4. \angle PRQ = \underline{50^\circ}$$

$$5. \angle BAC = \underline{25^\circ}$$

$$6. \angle ACB = \underline{38^\circ}$$

$$\angle AOB = \underline{76^\circ}$$

$$7. \angle ABD = \underline{65^\circ}$$

$$8.1 \quad m = \underline{2y}$$

$$8.2 \quad n = \underline{2x}$$

$$8.3 \quad m+n = \underline{2(x+y)}$$

$$8.4 \quad m+n = \underline{360^\circ}$$

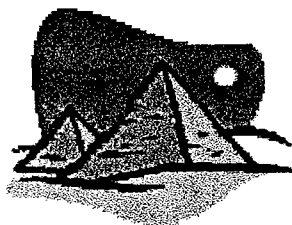
$$8.5 \quad x+y = \underline{180^\circ}$$

$$8.6 \quad \angle ADC + \angle ABC = \underline{180^\circ}$$

$$8.7 \quad = \underline{180^\circ}$$

$$8.8 \quad y = \underline{150^\circ}$$

$$8.9 \quad x = \underline{75^\circ}$$



แผนการสอนที่ 3

วิชา คณิตศาสตร์

รหัส ค. 011

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างมุมและส่วนโค้งของวงกลม

จำนวน 1 คาบ

เวลา 50 นาที

- สาระสำคัญ**
1. ในวงกลมที่เท่ากัน หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน
 2. ในวงกลมที่เท่ากัน หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

1. จุดประสงค์ปลายทาง นักเรียนสามารถนำสมบัติเกี่ยวกับวงกลมไปแก้โจทย์ปัญหาได้
2. จุดประสงค์นำทาง นักเรียนสามารถ
 - 2.1 บอกได้ว่า มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน จะมีขนาดเท่ากัน
 - 2.2 บอกได้ว่าในวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้นจะยาวเท่ากัน
 - 2.3 หามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่งหรือวงกลมที่เท่ากัน เมื่อกำหนดส่วนโค้งที่เท่ากันมาให้ได้
 - 2.4 หาส่วนโค้งที่เท่ากัน เมื่อกำหนดมุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากันมาให้ ได้

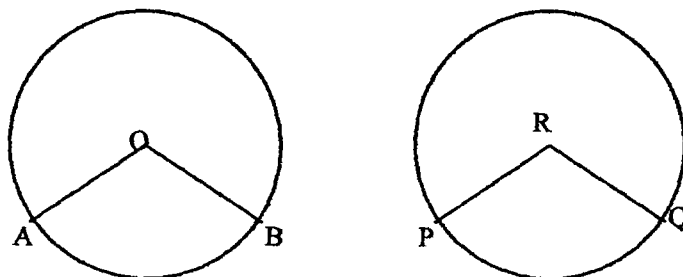
เนื้อหา

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมและส่วนโค้งของวงกลม

ให้ O และ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสองวงที่เท่ากันทุกประการ และ $\angle AOB = \angle PRQ$

ดังรูปที่ ①

รูปที่ ①



ดังนั้น $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{PQ})$ ซึ่งผลที่ได้นี้เป็นไปตามสมบัติเกี่ยวกับวงกลมที่กล่าวว่า

ในวงกลมที่เท่ากันหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

และ

ในวงกลมที่เท่ากันหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนกลุ่มทดลอง

ขั้นนำ

ครูนำเข้าสู่บทเรียน โดยการทบทวนสิ่งที่เรียนไปแล้วในคาบเรียนที่ 2 ด้วยการใช้คำถามต่อไปนี้

1. มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดกี่องศา (90°)
2. มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน)
3. ครูฉายแผ่นโปร่งใสที่ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ให้นักเรียนบอกความสัมพันธ์ของ $\widehat{ABC}$ และ $\widehat{ADC}$ ($\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ เพราะ ต่างเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน)

ขั้นสอน

1. แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 6 คน
2. ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 3 กระดาษสี กรรไกร ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มปฏิบัติ ศึกษา ใบความรู้และตอบคำถามในเอกสารแนะแนวทางที่ครูแจกให้ทุกคน โดยใช้เวลากลุ่มละ 25 นาที
3. ครูแจกบัตรเฉลยเอกสารแนะแนวทาง ให้นักเรียนตรวจคำตอบกันเอง แล้วสุ่มนักเรียน 1 กลุ่ม ออกมาอภิปรายและสรุปผล
4. ครูแจกบัตรงานที่ 3 ให้นักเรียนทุกคนทำโดยใช้เวลา 10 นาที
5. ครูแจกบัตรเฉลยบัตรงานที่ 3 ให้นักเรียนตรวจคำตอบกันเอง

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปผลอีกครั้ง โดยครูคอยแก้ไขข้อผิดพลาดที่นักเรียนยังไม่เข้าใจ

สื่อการเรียนการสอน

1. เอกสารแนะแนวทางที่ 3 พร้อมใบเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 3
2. บัตรงานที่ 3 พร้อมใบเฉลยบัตรงานที่ 3

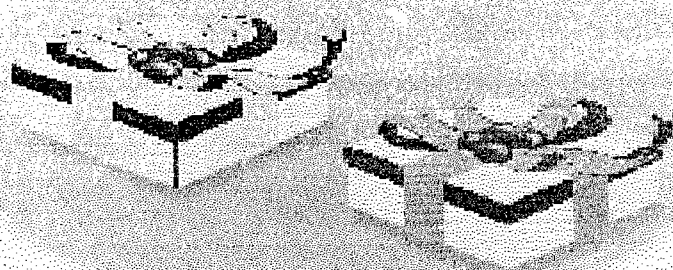
การวัดผลและประเมินผล

1. สังเกตจากการทำกิจกรรม ความร่วมมือภายในกลุ่ม การแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มในการปฏิบัติกิจกรรม
2. นักเรียนตอบคำถามในเอกสารแนะแนวทางที่ 3 และบัตรงานที่ 3 ได้ไม่น้อยกว่า 80 %

.....



เอกสารแนบแนวทางที่ 3



ความดันพัมธ์ระหว่างนุณและส่วนโค้งของวงกลม

เอกสารแนบแนวทางการที่ 3

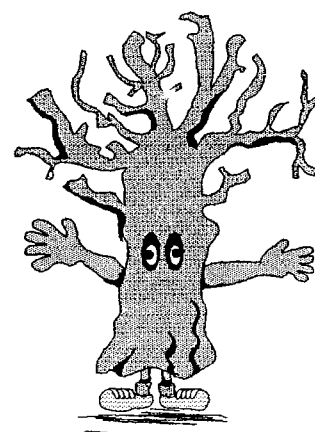
เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างคุณและตัวคุณเอง ของวงกลม

คำแนะนำ

การเขียนโดยใช้เอกสารแนบแนวทางการที่ 3

1. ให้นักเรียนอ่านเอกสารใบความรู้ และทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทาง
2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมในเอกสารแนบแนวทางเสร็จแล้ว ให้ตัวแทนกลุ่ม ขอเอกสารเฉลยจากครู
3. หากนักเรียนอ่านแล้วไม่เข้าใจข้อความใด ให้นักเรียนซักถามหรืออภิปรายกับเพื่อนนักเรียนในกลุ่มเดียวกันได้ หรือถามครู

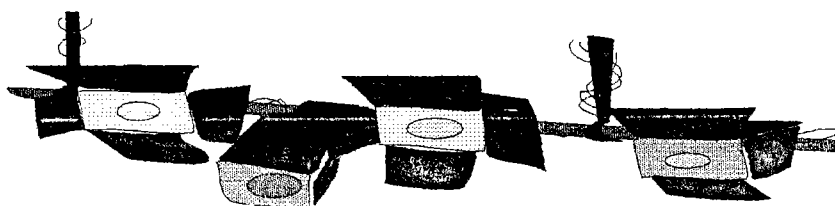
ทำความเข้าใจให้ดีนะคะ
เพื่อนๆ





จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม เมื่อจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน จะมีขนาดเท่ากัน
2. บอกได้ว่า ในวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมนั้น จะยาวเท่ากัน
3. หามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน เมื่อกำหนดส่วนโค้งที่เท่ากันมาให้ได้
4. หาส่วนโค้งที่เท่ากัน เมื่อกำหนดมุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากันมาให้ได้



เริ่มเรียนกันสยเพื่อน ๆ

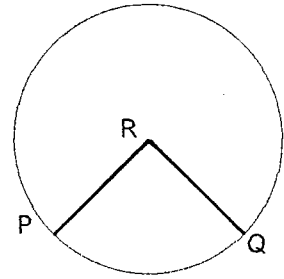
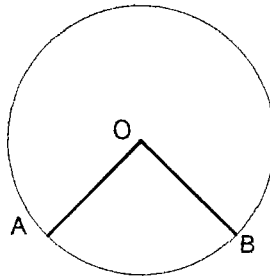


กิจกรรม เอกสารแนะแนวทางที่ 3

ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่าง

1. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

O และ R เป็นจุดศูนย์กลาง
ของวงกลมสองวงที่เท่ากัน



1.1 $\angle AOB$ และ $\angle PRQ$ เรียกว่ามุม _____

1.2 $\angle AOB$ เท่ากับ $\angle PRQ$ หรือไม่ _____

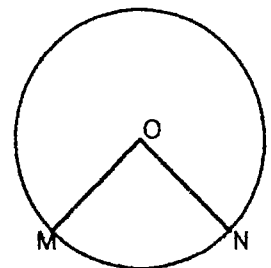
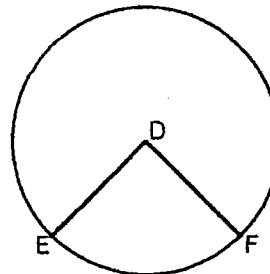
นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร _____

1.3 $\widehat{AB}$ และ $\widehat{PQ}$ เป็นส่วนโค้งที่รองรับมุม O และ R ตามลำดับ นักเรียนคิดว่า $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{PQ})$ หรือไม่

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร _____

2. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

จากรูป D และ O
เป็นจุดศูนย์กลางของ
วงกลมสองวงที่เท่ากัน



2.1 เรียก $\angle EDF$ และ $\angle MON$ ว่ามุม _____

2.2 $\angle EDF$ เท่ากับ $\angle MON$ หรือไม่ _____

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร _____

2.3 $\widehat{EF}$ และ $\widehat{MN}$ เป็นส่วนโค้งที่รองรับมุม $\angle EDF$ และ $\angle MON$ ตามลำดับ

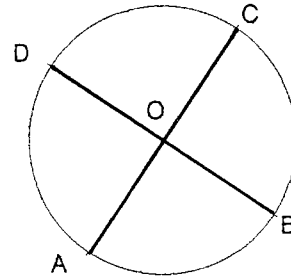
นักเรียนคิดว่า $m(\widehat{EF}) = m(\widehat{MN})$ หรือไม่ _____ นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร

3. จากข้อ 1 และข้อ 2 สรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมกับส่วน โค้งที่รองรับมุมได้ว่า

4. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ABCD เป็นจุดอยู่บนวงกลม



4.1 DC และ AB เป็นส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง

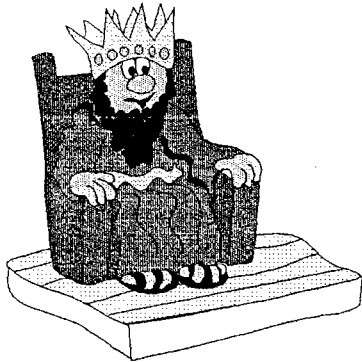
4.2 DC เท่ากับ AB หรือไม่ _____

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร _____

4.3 $\angle AOB =$ _____ องศา

$\angle COD =$ _____ องศา

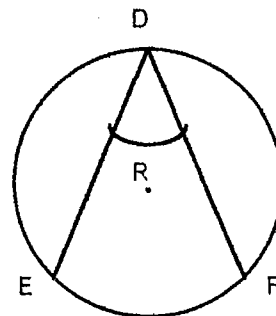
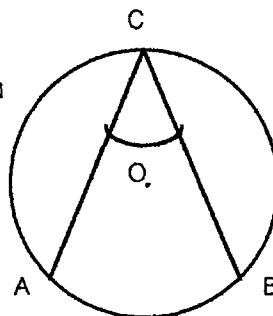
นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร _____



4.4 จากข้อ 4.1-4.3 นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างส่วน โค้งของวงกลมและมุมใน ครึ่งวงกลมได้อย่างไร

5. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

จากรูป O และ R เป็นจุดศูนย์กลาง
ของวงกลมสองวงที่เท่ากัน

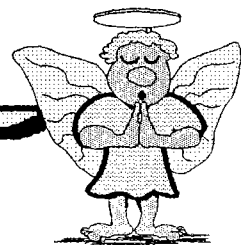


5.1 เรียก $\angle ACB$ และ $\angle EDF$ ว่ามุม _____

5.2 $\angle ACB$ เท่ากับ $\angle EDF$ หรือไม่ _____

นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร _____

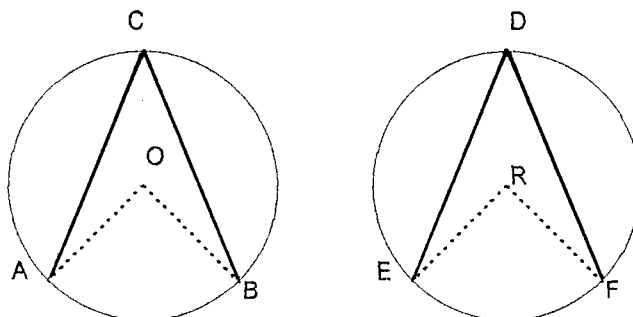
ตอบถูกทั้งหมดจ้าเธอ



5.3 $\widehat{AB}$ และ $\widehat{EF}$ เป็นส่วนโค้งที่รองรับ $\angle ACB$ และ $\angle EDF$ ตามลำดับ นักเรียนคิดว่า $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{EF})$ หรือไม่ _____ นักเรียนมีวิธีคิดอย่างไร _____

5.4 จากข้อ 5.1-5.3 นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมและ ส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับมุมได้ ว่าอย่างไร _____

6. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



จากรูป O และ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสองวงที่เท่ากัน ลาก $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{ER}$, และ $\overline{FR}$

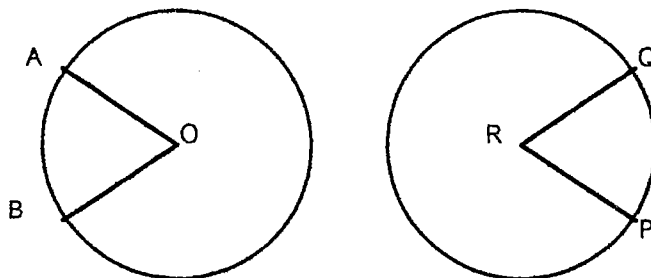
6.1 เรียก $\angle ACB$ และ $\angle EDF$ ว่ามุม _____

6.2 กำหนดให้ $\angle ACB = \angle EDF$

ดังนั้น $\angle AOB = \angle ERF$ เพราะ _____

6.3 นั่นคือ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{EF})$ เพราะ _____

7. ให้นักเรียนเขียนเหตุผลลงในช่องว่างของการพิสูจน์ต่อไปนี้



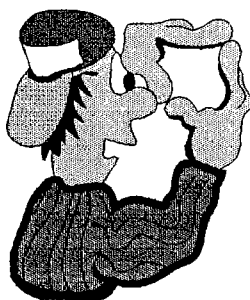
กำหนดให้ QR เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสองวงที่เท่ากัน

$\widehat{AB}$ รองรับ $\angle AOB$ และ $\widehat{PQ}$ รองรับ $\angle PRQ$

ดังนั้น $\angle AOB = \angle PRQ$

เอ๊ะ แล้วการพิสูจน์ยากไหมหนอ !





จงพิสูจน์ว่า $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{PQ})$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. เคลื่อนรูปวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางซ้อนรูปวงกลมที่มี R เป็นจุดศูนย์กลาง โดยให้จุด O ทับจุด R และ $\overline{OA}$ ทับ $\overline{RP}$ 2. $OA = RP$ 3. จุด A ทับจุด P 4. $\widehat{AOB} = \widehat{PRQ}$ 5. $\overline{OB}$ ทับ $\overline{RQ}$ 6. $OB = RQ$ 7. จุด B ทับจุด Q 8. วงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลางทับวงกลมที่มี R เป็นจุดศูนย์กลางได้สนิท 9. $\overline{AB}$ ทับ $\overline{PQ}$ ได้สนิท 10. นั่นคือ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{PQ})$	1. เคลื่อนที่รูปเรขาคณิตได้ 2. _____ 3. จากข้อ 1 และ ข้อ 2 4. _____ 5. จากข้อ 1 และ ข้อ 4 6. _____ 7. จากข้อ 1, ข้อ 5 และ ข้อ 6 8. กำหนดให้วงกลมสองวงเท่ากัน 9. จากข้อ _____ ข้อ _____ และข้อ _____ 10. จากข้อ _____





เฉลย

กิจกรรมเอกสารแนะแนวทางที่ 3

1. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

1.2 เท่ากัน , สร้างวงกลมหนึ่งวงบนกระดาษ โดยมี O เป็นจุดศูนย์กลาง แล้วสร้างมุมที่จุดศูนย์กลาง ให้มีขนาด เท่ากับ $\hat{A}OB$ จากรัศมี AO และ BO แล้วตัดกระดาษให้ได้รูปสามเหลี่ยม AOB ที่มีฐานโค้ง แล้วนำไปซ้อนทับกับรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง PRQ โดยให้จุด O ทับจุด R และ $\overline{AO}$ ทับ $\overline{PR}$ รูปทั้งสองจะทับกันได้สนิท ดังนั้น $\hat{A}OB = \hat{P}RQ$ ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์วัดขนาดของมุมทั้งสอง จะได้ขนาดของมุมเท่ากัน

1.3 เท่ากัน , สร้างวงกลมหนึ่งวงให้มีรัศมีเท่ากับรูปวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง แล้วสร้าง มุมที่จุดศูนย์กลาง ให้มีขนาดเท่ากับ $\hat{A}OB$ จากรัศมี AO และ BO แล้วตัดกระดาษให้ได้ รูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB แล้วนำไปซ้อนทับกับรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง PRQ โดยให้จุด O ทับจุด R และ $\overline{AO}$ ทับ $\overline{PR}$ รูปทั้งสองจะทับกันได้สนิท ดังนั้น $m(\hat{A}B) = m(\hat{P}Q)$

2. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

2.1 มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

2.2 ไม่เท่ากัน , สร้างวงกลมหนึ่งวงบนกระดาษให้มีรัศมีเท่ากับรูปวงกลมที่มี D เป็นจุดศูนย์กลาง แล้วสร้าง มุมที่จุดศูนย์กลาง ให้มีขนาดเท่ากับ $\hat{E}DF$ จากรัศมี ED และ FD แล้วตัดกระดาษให้ได้รูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง EDF แล้วนำไปซ้อนทับกับรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง MON โดยให้จุด D ทับจุด O และ $\overline{ED}$ ทับ $\overline{MO}$ ปรากฏว่า $\hat{E}DF$ เล็กกว่า $\hat{M}ON$, ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์วัดขนาดของมุม

2.3 ไม่เท่ากัน , ใช้วิธีการเดียวกับข้อ 2.2 จะได้ $\hat{E}DF$ เล็กกว่า $\hat{M}ON$ และ $m(\hat{E}F) < m(\hat{M}N)$

3. ในวงกลมที่เท่ากัน หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน

4. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

4.2 เท่ากัน , สร้างวงกลมวงหนึ่ง ให้มีรัศมีเท่ากับวงกลมที่กำหนดให้บนกระดาษ โดยมี O เป็นจุดศูนย์กลาง แล้วสร้างมุมที่จุดศูนย์กลาง ให้มีขนาดเท่ากับ $\hat{A}OB$ จากรัศมี AO และ BO แล้วตัดกระดาษให้ได้รูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB แล้วนำไปซ้อนทับกับรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง COD โดยให้ $\hat{A}OB$ ทับ $\hat{C}OD$ จะได้รูปทั้งสองทับกันได้สนิท ดังนั้น $m(\hat{A}B) = m(\hat{C}D)$ และ $\hat{A}OB = \hat{C}OD$



$$4.3 \quad \hat{AOB} = 90^\circ$$

$$\hat{COD} = 90^\circ$$

วิธีคิด ใช้ไม้โปรแทรกเตอร์วัดขนาดของมุมทั้งสอง . ใช้วิธีเดียวกับข้อ 4.2

4.4 ในวงกลมที่เท่ากันหรือในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองมีขนาดเท่ากันแล้วมุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเท่ากัน

5. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

5.1 มุมในส่วนโค้งของวงกลม

5.2 เท่ากัน . วัดขนาดของมุมโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์ . สร้างวงกลมหนึ่งวงบนกระดาษ โดยมี O เป็นจุดศูนย์กลาง แล้วสร้างมุมบนส่วนโค้งของวงกลมให้มีขนาดเท่ากับ $\hat{ACB}$ ลากแขนของมุม AC และ BC ตัดกระดาษให้ได้รูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง ACB แล้วนำไปซ้อน กับรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง EDF โดยให้จุด C ทับจุด D และ $\overline{AC}$ ทับ $\overline{DE}$ รูปทั้งสองจะทับกันได้สนิท
ดังนั้น $\hat{ACB} = \hat{EDF}$

5.3 เท่ากัน . ใช้วิธีเดียวกับข้อ 5.2

5.4 ในวงกลมที่เท่ากัน หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมที่มีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้น จะยาวเท่ากัน

6. จงตอบคำถามจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้

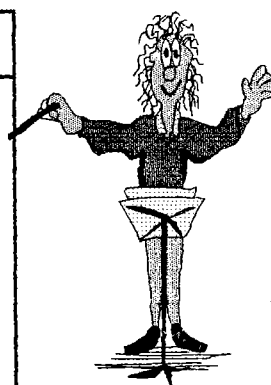
6.1 มุมในส่วนโค้งของวงกลม

6.2 เพราะ ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

6.3 เพราะ ในวงกลมที่เท่ากัน หรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาดเท่ากันแล้ว ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

7. พิสูจน์

เหตุผล
2. รัศมีของวงกลมที่เท่ากันย่อมยาวเท่ากัน
4. กำหนดให้
6. รัศมีของวงกลมที่เท่ากันย่อมยาวเท่ากัน
9. จากข้อ 3 ข้อ 7 และข้อ 8
10. จากข้อ 9

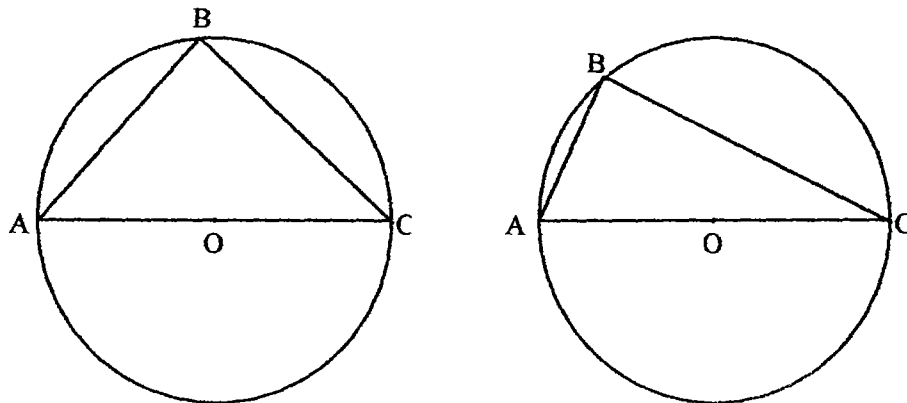


กิจกรรมการเรียนรู้การสอนกลุ่มควบคุม

ขั้นนำ

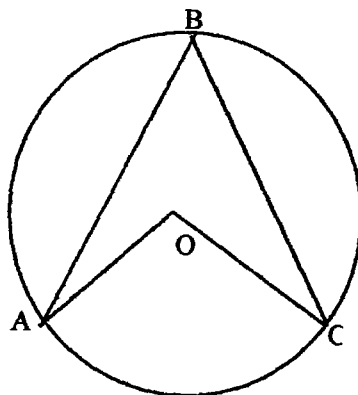
ครูให้นักเรียนบอกสมบัติของวงกลมจากแผ่นโป่งใสที่ 5, 6, 7

แผ่นโป่งใสที่ 5



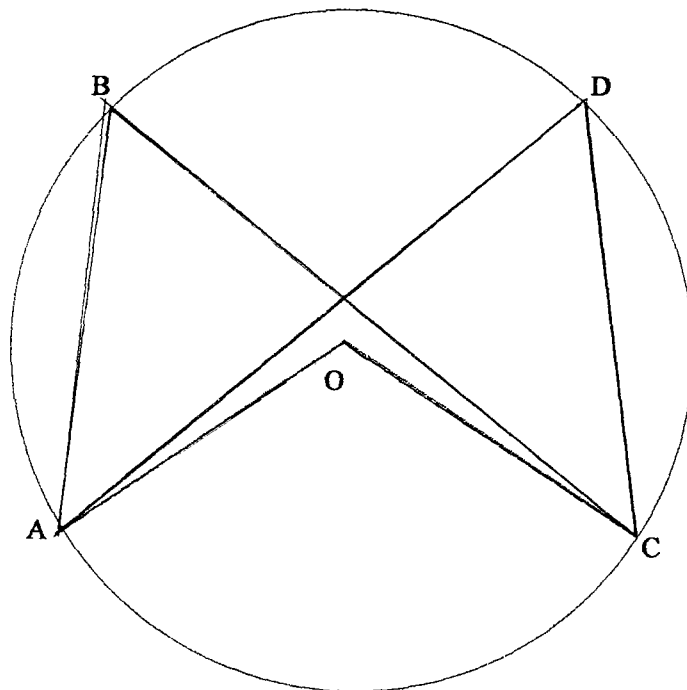
มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ 90° หรือหนึ่งมุมฉาก

แผ่นโป่งใสที่ 6



มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมซึ่งรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

แผ่นโปร่งใสที่ 7



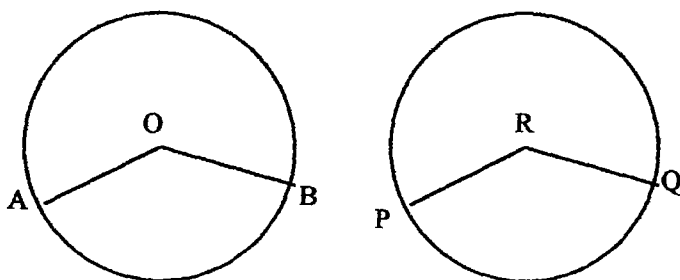
มุมในส่วนโค้งของวงกลมวงหนึ่ง ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน

ขั้นสอน

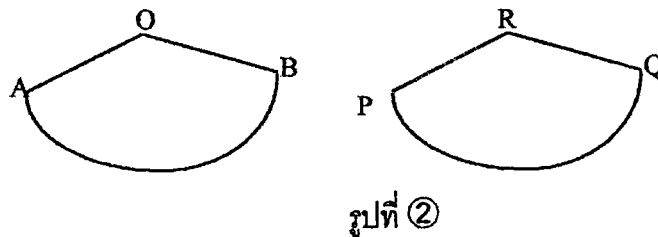
1. ศึกษาดูแผ่นโปร่งใสที่ 8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมในครึ่งวงกลม และส่วนโค้งของวงกลมดังรูปที่ ①

แผ่นโปร่งใสที่ 8

รูปที่ ①

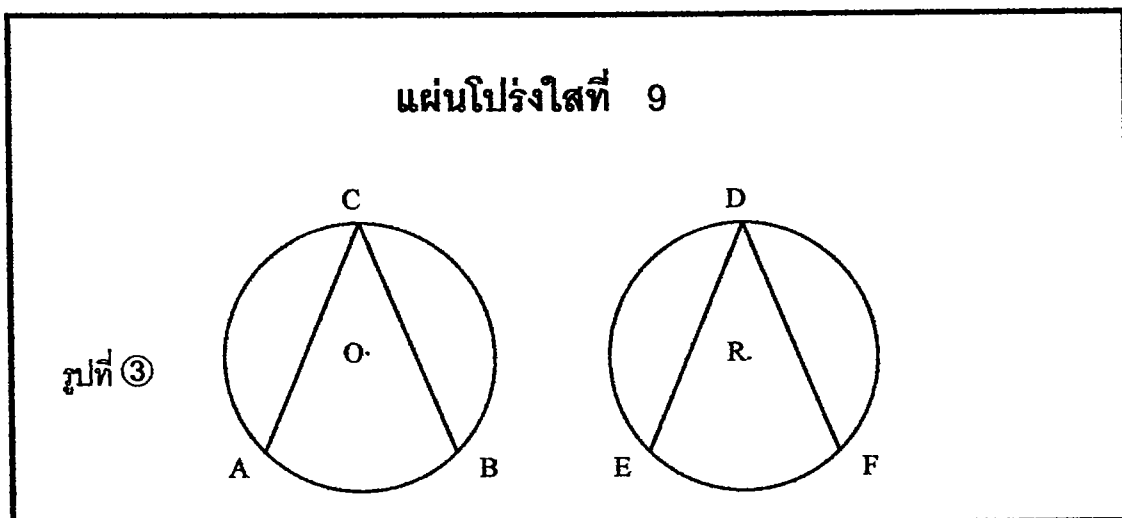


2. จากรูปที่ ① O และ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม เมื่อวงกลม O และวงกลม R เท่ากัน $\widehat{AOB} = \widehat{PRQ}$ นักเรียนคิดว่า $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{PQ})$ หรือไม่ (เท่ากัน)
3. ครูให้นักเรียนออกมาวัดความยาวของส่วนโค้ง AB และ PQ เพื่อทดสอบว่าเท่ากันจริง โดยอาจใช้เชือกหรือกระดาษลอกลายอีกครั้ง
3. ครูแจกกระดาษให้นักเรียนทุกคน แล้วสร้างวงกลม 2 วง ให้เท่ากันบนกระดาษ โดยมี O และ R เป็นจุดศูนย์กลาง แล้วสร้างมุมที่จุดศูนย์กลางให้มีขนาดเท่ากัน ตัดกระดาษให้ได้รูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง AOB และรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง PRQ ดังรูปที่ ②



ให้นำรูปสามเหลี่ยมทั้งสองชิ้นมาซ้อนกัน โดยให้จุด O ทับจุด R แล้ว $\overline{AO}$ กับ $\overline{PR}$ รูปทั้งสองทับกันสนิทหรือไม่ (สนิท)

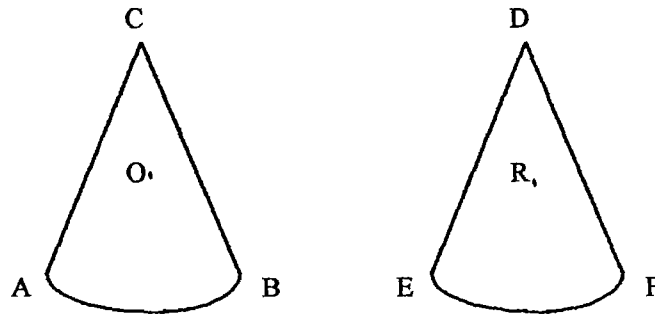
4. ครูฉายแผ่นโปร่งใสที่ 9 แสดงมุมในส่วนโค้งของวงกลม 2 วงที่มีขนาดของมุมเท่ากัน ดังรูปที่ ③



6. จากรูปที่ ③ O และ R เป็นจุดศูนย์กลาง นักเรียนคิดว่า $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{EF})$ หรือไม่ (เท่ากัน)

7. ครูแจกกระดาษให้นักเรียนทุกคน แล้วสร้างวงกลม 2 วงให้เท่ากันบนกระดาษ โดยมี O และ R เป็นจุดศูนย์กลาง สร้างมุมที่ส่วนโค้งให้มีขนาดเท่ากัน ลากแขนของมุม ตัดกระดาษให้ได้ รูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง ACB และรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง EDF ดังรูปที่ ④

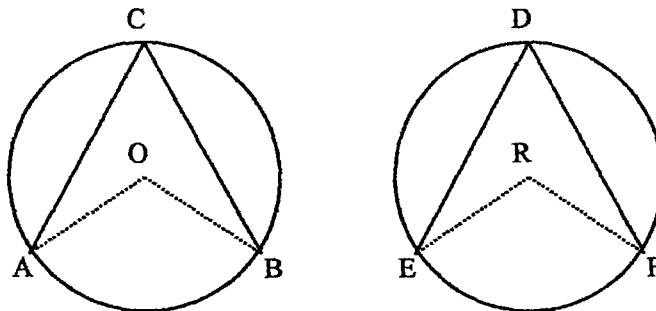
รูปที่ ④



ให้นำรูปสามเหลี่ยมทั้งสองซ้อนกัน โดยให้จุด C ทับจุด D และ $\overline{AC}$ ทับ $\overline{ED}$ รูปทั้งสองทับกันสนิทหรือไม่ (สนิท)

8. ครูอธิบายว่า นอกจากจะใช้วิธีตัดกระดาษ นำไปซ้อนกันแล้วยังใช้สมบัติในการหาความยาวของส่วนโค้ง โดยการอาศัยสมบัติต่าง ๆ ของวงกลมดังนี้

รูปที่ ⑤



จากรูปที่ ⑤ กำหนดให้ O และ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสองวงที่เท่ากัน $\widehat{ACB}$ และ $\widehat{EDF}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ถ้า $\widehat{ACB} = \widehat{EDF}$ แล้ว $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{EF})$ หรือไม่

วิธีทำ ลาก $\overline{AO}$, $\overline{BO}$, $\overline{ER}$ และ $\overline{FR}$

เนื่องจาก $\widehat{ACB} = \widehat{EDF}$ (กำหนดให้)

ดังนั้น $\widehat{AOB} = \widehat{ERF}$ (ต่างก็มีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของ วงกลมที่มีขนาดเท่ากัน)

นั่นคือ $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{EF})$ (ต่างก็รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางที่มีขนาดเท่ากัน)

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปสมบัติเกี่ยวกับวงกลมที่กล่าวว่า

ในวงกลมเดียวกัน หรือวงกลมที่เท่ากัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้น จะยาวเท่ากัน

และ

ในวงกลมเดียวกันหรือวงกลมที่เท่ากัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 3 เป็นการบ้าน

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผ่นโป่งใสที่ 5-9
2. ใบงานที่ 3 พร้อมใบเฉลยใบงานที่ 3

การวัดผลและประเมินผล

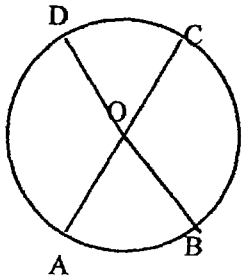
1. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน
2. นักเรียนทำใบงานที่ 3 ได้ไม่น้อยกว่า 80 %

.....

บัตรงานที่ 3

จงเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่างแต่ละข้อ

1.

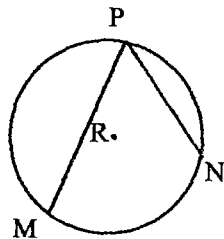
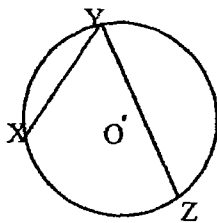


ให้ $\angle AOB = \angle COD$

ดังนั้น $m(\widehat{AB}) = \underline{\hspace{2cm}}$

เพราะ $\underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$

2.



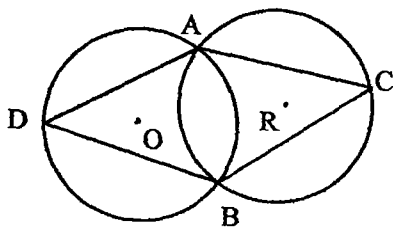
ให้ O และ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่

เท่ากันและ $\angle XO'Y = \angle MRP$

ดังนั้น $m(\widehat{MN}) = \underline{\hspace{2cm}}$

เพราะ $\underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$

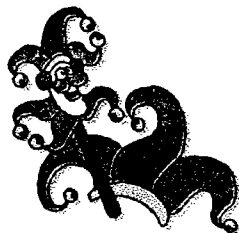
3.



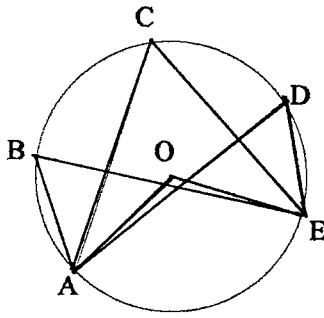
ให้ O และ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่

เท่ากันสองวงและตัดกันที่จุด A, B ดังรูป และ

$\angle ADB = 50^\circ$ ดังนั้น $\angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}$ องศา



4.



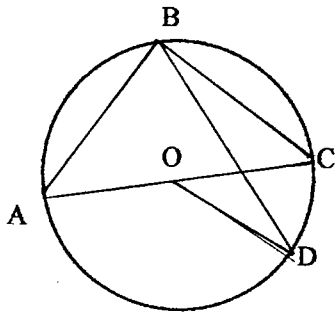
ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\angle ACE = 35^\circ$

ดังนั้น $\angle ABE =$ _____ องศา

$\angle ADE =$ _____ องศา

และ $\angle AOE =$ _____ องศา

5.



ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

AC เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง

และ $\angle ABD = 48^\circ$

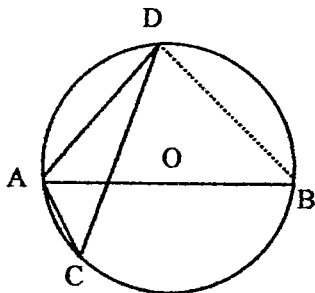
ดังนั้น $\angle AOD =$ _____ องศา

$\angle COD =$ _____ องศา

$\angle ABC =$ _____ องศา

$\angle CBD =$ _____ องศา

6.



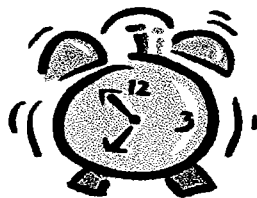
กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$\angle ACD = 35^\circ$ ลาก BD

จะได้ $\angle ACD =$ _____ $= 35^\circ$

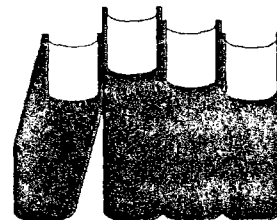
และ $\angle ADB =$ _____ องศา

$\angle BAD =$ _____ องศา



เฉลยใบัตรงานที่ 3

1. $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$ เพราะ ในวงกลมวงหนึ่ง หรือในวงกลมที่เท่ากัน มุมที่จุดศูนย์กลางเท่ากัน
ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองจะเท่ากัน
2. $m(\widehat{MP}) = m(\widehat{XZ})$ เพราะ ในวงกลมวงหนึ่ง หรือวงกลมที่เท่ากัน มุมในส่วนโค้งของวงกลม
เท่ากัน ส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองจะเท่ากัน
3. $\widehat{ACB} = 50^\circ$
4. $\widehat{ABE} = 35^\circ, \widehat{ADE} = 35^\circ, \widehat{AOE} = 70^\circ$
5. $\widehat{AOD} = 96^\circ, \widehat{COD} = 84^\circ, \widehat{ABC} = 90^\circ, \widehat{CBD} = 42^\circ$
6. $\widehat{ACD} = \widehat{ABD} = 35^\circ$
 $\widehat{ADB} = 90^\circ$
 $\widehat{BAD} = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$



ภาคผนวก ง

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม ก่อนการทดลอง
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค011) เรื่องวงกลม หลังการทดลอง และให้ทดสอบวัดความคงทนในการเรียนรู้ หลังการทดลองสิ้นสุดลงแล้ว 14 วัน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์(ค011)
ชุดที่ 1 (ก่อนการทดลอง)

เรื่อง วงกลม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 30 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที
2. ข้อสอบทุกข้อเป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว แล้วกาเครื่องหมายลงในคำตอบ ดังตัวอย่าง

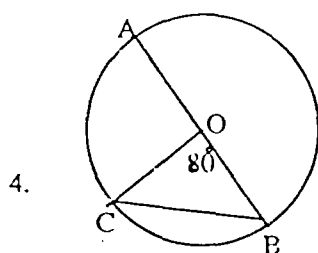
<u>ตัวอย่าง</u>	ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
		0	X			

3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้กาเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิมเสียก่อนจึงตอบ ตัวเลือกใหม่นี้

<u>ตัวอย่าง</u>	ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
		0	✕		X	

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

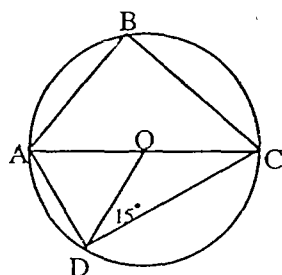
1. ข้อใดคือความหมายของวงกลม
 1. เส้นโค้งที่มีรัศมีหลาย ๆ เส้น มีความยาวเท่ากัน
 2. เส้นโค้งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาวเป็นสองเท่าของรัศมี
 3. จุดทุกจุดที่อยู่ห่างจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะทางเท่า ๆ กัน
 4. เส้นโค้งที่มีจุดศูนย์กลาง รัศมี และเส้นผ่านศูนย์กลางบนระนาบ
 5. เส้นโค้งที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ห่างกับจุดคงที่บนระนาบเท่ากัน
2. ข้อใดคือความหมายของคอร์ด
 1. ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน
 2. ส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางบนระนาบเดียวกัน
 3. ส่วนของเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียว
 4. ส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่านวงกลมเพียงเส้นเดียว
 5. ส่วนของเส้นตรงที่อยู่ภายในวงกลม
3. วงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว 5 เซนติเมตร ความยาวของคอร์ดที่ยาวที่สุดเป็นเท่าไร
 1. 5 เซนติเมตร
 2. 7 เซนติเมตร
 3. 8 เซนติเมตร
 4. 10 เซนติเมตร
 5. 11 เซนติเมตร



กำหนดให้ AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\angle BOC = 80^\circ$ แล้ว $\angle OAC$ มีขนาดกี่องศา

1. 100°
2. 50°
3. 40°
4. 20°
5. 15°

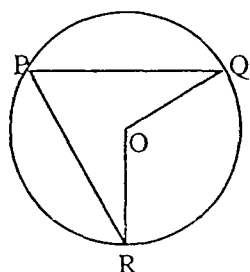
ใช้รูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 5 - 6



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง

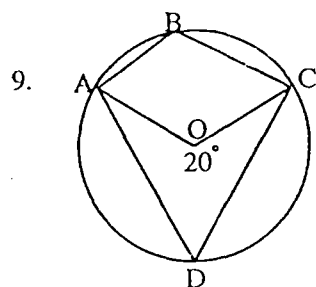
5. ถ้า $\angle ODC = 15^\circ$ แล้ว $\angle COD$ มีขนาดกี่องศา
1. 130°
 2. 145°
 3. 150°
 4. 155°
 5. 160°
6. ถ้า $\angle CAD = 75^\circ$ แล้ว $\angle COD$ มีขนาดกี่องศา
1. 175°
 2. 172°
 3. 170°
 4. 160°
 5. 150°

ใช้รูปและข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7 - 8



กำหนดให้ P, Q, R เป็นจุดบนเส้นรอบวงซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง

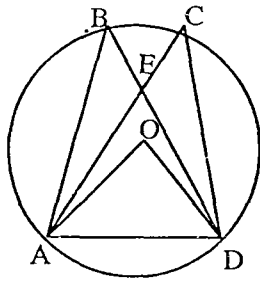
7. ถ้า $\angle RPQ = 60^\circ$ แล้ว $\angle QOR$ มีขนาดกี่องศา
1. 30°
 2. 40°
 3. 60°
 4. 120°
 5. 180°
8. ถ้า $\angle QOR = 110^\circ$ แล้ว $\angle RPQ$ มีขนาดกี่องศา
1. 20°
 2. 30°
 3. 55°
 4. 110°
 5. 135°



9. กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้ามุมกลับ $\angle AOC = 210^\circ$ แล้ว $\angle ADC$ มีขนาดกี่องศา

1. 150°
2. 140°
3. 120°
4. 105°
5. 75°

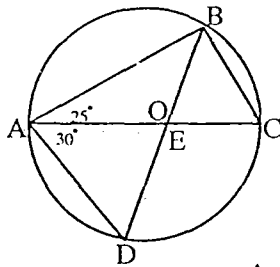
10.



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\angle ACD = 52^\circ$ แล้ว $\angle AOD$ มีขนาดกี่องศา

1. 38° 2. 42° 3. 104°
4. 114° 5. 150°

ใช้รูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 11 - 12



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง

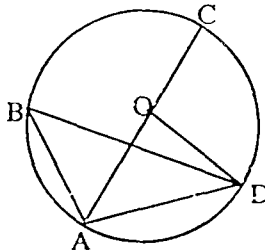
11. ถ้า $\angle CAD = 30^\circ$ แล้ว $\angle ABD$ มีขนาดกี่องศา

1. 60° 2. 58° 3. 30° 4. 25° 5. 10°

12. มุมในข้อใดมีขนาด 90°

1. $\angle ADB$ 2. $\angle ABC$ 3. $\angle AEB$ 4. $\angle AED$ 5. $\angle BEC$

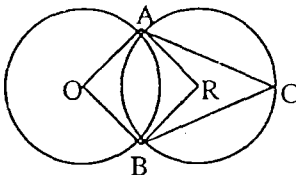
13.



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\angle ABD = 43^\circ$ แล้ว $\angle AOD$ มีขนาดกี่องศา

1. 43° 2. 82° 3. 86°
4. 90° 5. 94°

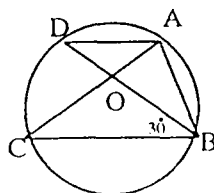
14.



กำหนดให้ O, R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสองวงที่มีรัศมีเท่ากันและตัดกันที่จุด A, B ดังรูป ถ้า $\angle AOB = 83^\circ$ แล้ว $\angle AOC$ มีขนาดกี่องศา

1. 83° 2. 47° 3. 44°
4. 41.5° 5. 37.5°

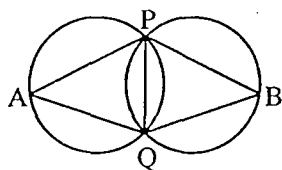
15.



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\angle CBD = 30^\circ$ แล้ว $\angle CAD$ มีขนาดกี่องศา

1. 100° 2. 80° 3. 45°
4. 35° 5. 30°

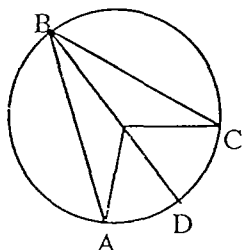
16.



จากรูปวงกลมทั้งสองเป็นวงกลมที่เท่ากัน PQ เป็นคอร์ดร่วม
กันของวงกลมทั้งสอง ถ้า $\widehat{PAQ} = 52^\circ$ แล้ว $\widehat{PBQ}$ มีขนาด
กี่องศา

1. 26° 2. 37° 3. 47°
4. 50° 5. 52°

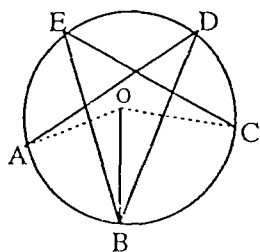
17.



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี
O เป็นจุดศูนย์กลาง และ BD เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง
 $m(\widehat{AD}) = m(\widehat{DC})$ ถ้า $\widehat{DBC} = 35^\circ$ แล้ว $\widehat{AOC}$ มีขนาด
กี่องศา

1. 35° 2. 45° 3. 50°
4. 70° 5. 90°

18.



ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BC})$
ถ้า $\widehat{ADB} = 38^\circ$ แล้ว $\widehat{BEC}$ มีขนาดกี่องศา

1. 18° 2. 20° 3. 38°
4. 76° 5. 104°

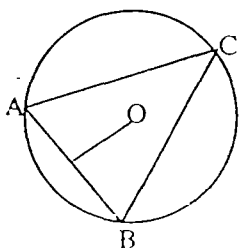
19. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งมี AB เป็นคอร์ด ยาว 16 หน่วย ถ้าวางกลมนี้มี
รัศมียาว 10 หน่วย คอร์ด AB อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง O เท่าไร

1. 6 หน่วย 2. 8 หน่วย 3. 10 หน่วย
4. 36 หน่วย 5. 64 หน่วย

20. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งมี AB เป็นคอร์ด ถ้าวางกลมนี้มีรัศมียาว 15
หน่วย และคอร์ด AB อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง O เป็นระยะทาง 9 หน่วย ความยาวของคอร์ด
AB เป็นเท่าไร

1. 6 หน่วย 2. 8 หน่วย 3. 10 หน่วย
4. 15 หน่วย 5. 24 หน่วย

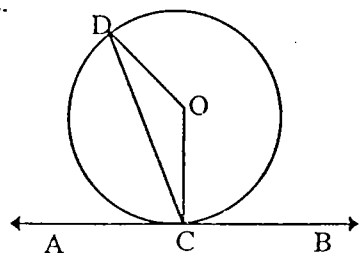
21.



$\triangle ABC$ แนบในวงกลมที่มีรัศมี 10 หน่วย แต่ละด้านของรูป
สามเหลี่ยม อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง 6 หน่วย ดังนั้น AB
ยาวกี่หน่วย

1. 6 หน่วย 2. 10 หน่วย 3. 16 หน่วย
4. 20 หน่วย 5. 36 หน่วย

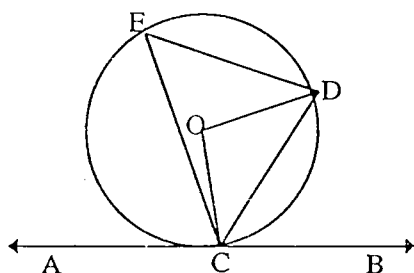
22.



กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัส
วงกลมที่จุด C ถ้า $\angle ACD = 60^\circ$ แล้ว $\angle COD$ มีขนาดกี่องศา

- | | | |
|----------------|----------------|---------------|
| 1. 180° | 2. 120° | 3. 90° |
| 4. 60° | 5. 30° | |

จากรูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 23-24



กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัส
วงกลมที่จุด C ถ้า $\angle BCD = 65^\circ$

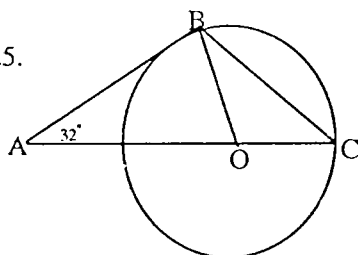
23. $\angle CED$ มีขนาดกี่องศา

- | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1. 75° | 2. 65° | 3. 55° | 4. 45° | 5. 35° |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|

24. $\angle ACO$ มีขนาดกี่องศา

- | | | | | |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1. 100° | 2. 95° | 3. 90° | 4. 85° | 5. 80° |
|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|

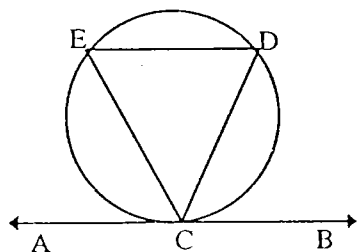
25.



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้น
สัมผัสวงกลมที่จุด B ถ้า $\angle BAC = 32^\circ$ แล้ว $\angle ABO$ มีขนาด
กี่องศา

- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 1. 148° | 2. 132° | 3. 122° |
| 4. 119° | 5. 90° | |

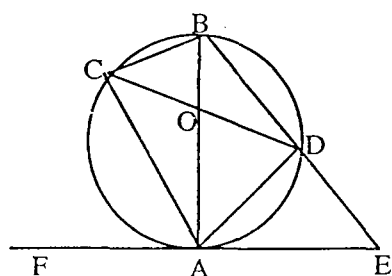
26.



กำหนด CDE เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าบรรจุอยู่ในวงกลม
ถ้า AB เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่ C แล้ว $\angle ACE$ มีขนาดกี่องศา

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| 1. 30° | 2. 40° | 3. 45° |
| 4. 50° | 5. 60° | |

จากรูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 27-28



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลาง A, B, C, D เป็นจุดบนเส้น
รอบวง AF สัมผัสวงกลมที่จุด A ต่อด BD พบเส้นสัมผัสที่จุด
E ถ้า $\angle CAF = 64^\circ$ และ $\angle BCD = 40^\circ$

27. $\angle BDC$ มีขนาดกี่องศา

1. 20° 2. 24° 3. 26° 4. 28° 5. 40°

28. $\angle CDA$ มีขนาดกี่องศา

1. 26° 2. 40° 3. 50° 4. 64° 5. 90°

29. ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีขนาดกี่องศา

1. 60° 2. 75° 3. 80° 4. 120° 5. 135°

30. ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูป 12 เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า เท่ากับกี่องศา

1. 150° 2. 165° 3. 180° 4. 330° 5. 360°

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนการทดลอง ชุดที่ 1

ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ
1	3	11	1	21	3
2	1	12	2	22	2
3	4	13	3	23	2
4	3	14	4	24	3
5	3	15	5	25	5
6	1	16	4	26	5
7	4	17	4	27	3
8	3	18	3	28	4
9	5	19	1	29	5
10	3	20	5	30	1

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์(ค011)
ชุดที่ 2 (หลังการทดลอง)

เรื่อง วงกลม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีทั้งหมด 30 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที
2. ข้อสอบทุกข้อเป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 5 ตัวเลือก ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว แล้วกาเครื่องหมายลงในคำตอบ ดังตัวอย่าง

<u>ตัวอย่าง</u>	ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
	0		X			

3. ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้กาเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิมเสียก่อนจึงตอบตัวเลือกใหม่ดังนี้

<u>ตัวอย่าง</u>	ข้อ	ก	ข	ค	ง	จ
	0		~~X~~		X	

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นเรียกว่าอะไร

- | | | |
|----------------------|--------------------------|--------------|
| 1. รัศมี | 2. เส้นสัมผัส | 3. แขนของมุม |
| 3. เส้นผ่านศูนย์กลาง | 5. คอร์ดเส้นที่ยาวที่สุด | |

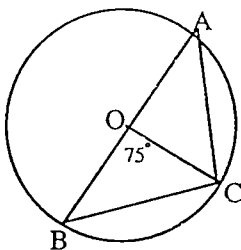
2. ข้อใดคือความหมายของมุมที่จุดศูนย์กลาง

- มุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลม
- มุมที่ขนาดเท่ากับหนึ่งมุมฉาก หรือ 90 องศา
- มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม
- มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลาง
- มุมที่จุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขนของมุม

3. วงกลมวงหนึ่งมีรัศมียาว 7 เซนติเมตร ความยาวของคอร์ดที่ยาวที่สุดเป็นเท่าไร

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. 7 เซนติเมตร | 2. 8 เซนติเมตร |
| 3. 9 เซนติเมตร | 4. 12 เซนติเมตร |
| 5. 14 เซนติเมตร | |

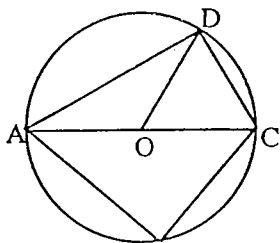
4.



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางซึ่งมี AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง ถ้า $\angle BOC = 75^\circ$ แล้ว $\angle OAC$ มีขนาดกี่องศา

- | | |
|-----------------|----------------|
| 1. 37.5° | 2. 40° |
| 3. 75° | 4. 105° |
| 5. 175° | |

ใช้รูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 5 - 6



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง

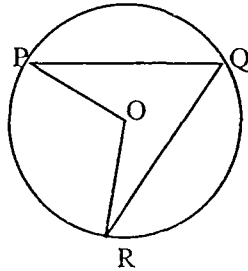
5. ถ้า $\angle ADO = 20^\circ$ แล้ว $\angle AOD$ มีขนาดกี่องศา

- | | | | | |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1. 20° | 2. 108° | 3. 140° | 4. 160° | 5. 180° |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|

6. ถ้า $\angle ACD = 65^\circ$ แล้ว $\angle CDO$ มีขนาดกี่องศา

1. 85° 2. 65° 3. 60° 4. 45° 5. 25°

ใช้รูปและข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7 - 8



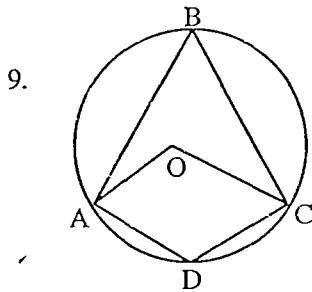
กำหนดให้ P, Q, R เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม
ที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง

7. ถ้า $\angle PQR = 80^\circ$ แล้ว $\angle PQR$ มีขนาดกี่องศา

1. 340° 2. 180° 3. 160° 4. 80° 5. 40°

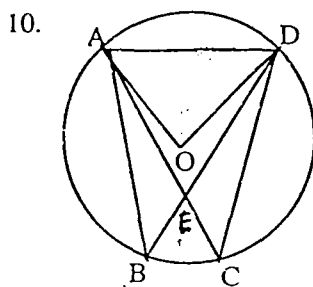
8. ถ้า $\angle POR = 120^\circ$ แล้ว $\angle PQR$ มีขนาดกี่องศา

1. 30° 2. 60° 3. 120° 4. 180° 5. 300°



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงที่มี O เป็นจุด
ศูนย์กลาง ถ้ามุมกลับ $\angle AOC = 215^\circ$ แล้ว $\angle ABC$ มีขนาดกี่องศา

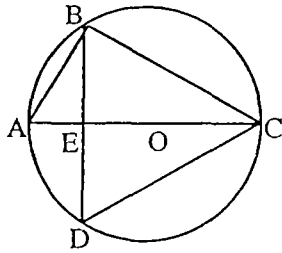
1. 145° 2. 72.5° 3. 70°
4. 55° 5. 40°



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O
เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\angle ACD = 49^\circ$ แล้ว $\angle AOD$ มีขนาดกี่องศา

1. 24.5° 2. 49° 3. 98°
4. 101° 5. 121°

ใช้รูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 11 - 12



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง

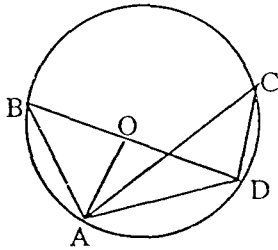
11. ถ้า $\angle ACD = 21^\circ$ แล้ว $\angle ABD$ มีขนาดกี่องศา

1. 21° 2. 42° 3. 69° 4. 90° 5. 180°

12. มุมคู่ใดมีขนาดเท่ากัน

1. $\angle EDC = \angle EBC$ 2. $\angle BAC = \angle CDB$ 3. $\angle AED = \angle BEC$
4. $\angle ACB = \angle ACD$ 5. $\angle AEB = \angle AED$

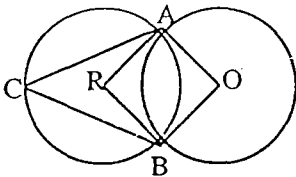
13.



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\angle ACD = 27^\circ$ แล้ว $\angle AOD$ มีขนาดกี่องศา

1. 54° 2. 50° 3. 45°
4. 30° 5. 27°

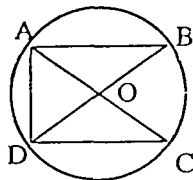
14.



กำหนดให้ O, R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมสองวงที่มีรัศมีเท่ากันและตัดกันที่จุด A, B ดังรูป ถ้า $\angle AOB = 116^\circ$ แล้ว $\angle ACB$ มีขนาดกี่องศา

1. 116° 2. 90° 3. 82°
4. 60° 5. 58°

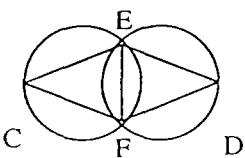
15.



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงซึ่งมี O เป็นจุดศูนย์กลาง ถ้า $\angle BDC = 25^\circ$ แล้ว $\angle BAC$ มีขนาดกี่องศา

1. 15° 2. 25° 3. 30°
4. 40° 5. 50°

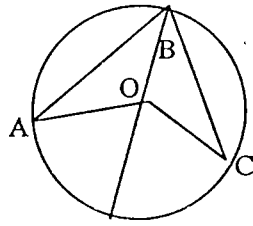
16.



จากรูปวงกลมทั้งสองเป็นวงกลมที่เท่ากัน EF เป็นคอร์ดร่วมกันของวงกลมทั้งสอง ถ้า $\angle EDF = 68^\circ$ แล้ว $\angle ECF$ มีขนาดกี่องศา

1. 11° 2. 22° 3. 38°
4. 68° 5. 136°

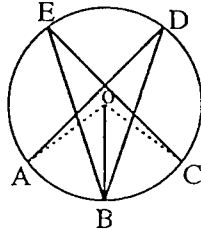
17.



กำหนดให้ A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง และ BD เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง $m(\widehat{AD}) = m(\widehat{DC})$ ถ้า $\angle ABD = 25^\circ$ แล้ว $\angle AOC$ มีขนาดกี่องศา

1. 125°
2. 148°
3. 100°
4. 90°
5. 75°

18.



ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BC})$ ถ้า $\angle ADB = 32^\circ$ แล้ว $\angle BEC$ มีขนาดกี่องศา

1. 10°
2. 16°
3. 32°
4. 58°
5. 64°

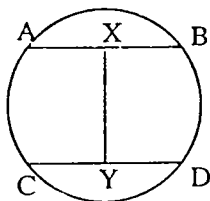
19. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี AB เป็นคอร์ด ยาว 8 หน่วย ถ้าวางกลมนี้มีรัศมียาว 5 หน่วย คอร์ด AB อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง O เท่าไร

1. 2 หน่วย
2. 3 หน่วย
3. 5 หน่วย
4. 10 หน่วย
5. 16 หน่วย

20. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี AB เป็นคอร์ด ถ้าวางกลมนี้มีรัศมียาว 10 หน่วย และคอร์ด AB อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง O เป็นระยะทาง 8 หน่วย ความยาวของคอร์ด AB เป็นเท่าไร

1. 12 หน่วย
2. 9 หน่วย
3. 6 หน่วย
4. 5 หน่วย
5. 3 หน่วย

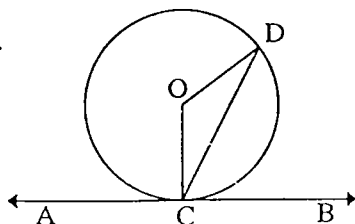
21.



คอร์ด AB และคอร์ด CD ขนานกัน และมีความยาวคอร์ดละ 8 หน่วย และ $\overline{XY}$ ตั้งฉากกับคอร์ดทั้งสอง $\overline{XY}$ ยาว 6 หน่วย รัศมีของวงกลมนี้ยาวกี่หน่วย

1. 3 หน่วย
2. 5 หน่วย
3. 16 หน่วย
4. 25 หน่วย
5. 35 หน่วย

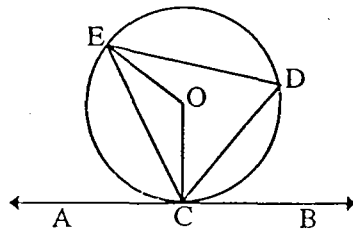
22.



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด C ถ้า $\angle BCD = 50^\circ$ แล้ว $\angle COD$ มีขนาดกี่องศา

1. 100°
2. 90°
3. 80°
4. 60°
5. 30°

จากรูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 23-24



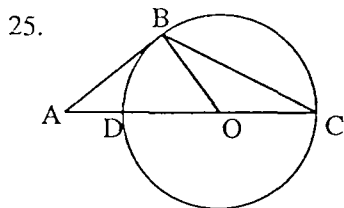
กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด C ถ้า $\angle ACE = 62^\circ$

23. $\angle CDE$ มีขนาดกี่องศา

1. 124° 2. 90° 3. 78° 4. 65° 5. 62°

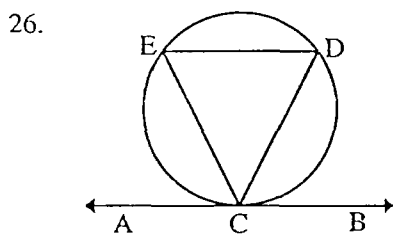
24. $\angle BCO$ มีขนาดกี่องศา

1. 180° 2. 132° 3. 124° 4. 90° 5. 62°



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด B ถ้า $\angle ABO = 90^\circ$ แล้ว $\angle BAC$ มีขนาดกี่องศา

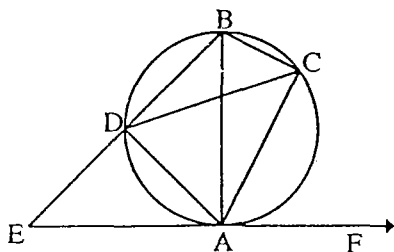
1. 23° 2. 32° 3. 58°
4. 90° 5. 148°



กำหนด CDE เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่บรรจุอยู่ในวงกลม ถ้า $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่ C แล้ว $\angle BCD$ มีขนาดกี่องศา

1. 30° 2. 40° 3. 45°
4. 50° 5. 60°

จากรูปและข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 27-28



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลาง A, B, C, D เป็นจุดบนเส้นรอบวง $\overleftrightarrow{AF}$ สัมผัสวงกลมที่จุด A ต่อด้าน $\overline{BD}$ พบเส้นสัมผัสที่จุด E ถ้า $\angle CAF = 54^\circ$ และ $\angle BCD = 48^\circ$

27. $\angle BDC$ มีขนาดกี่องศา

1. 64° 2. 48° 3. 40° 4. 38° 5. 36°

28. $\angle CDA$ มีขนาดกี่องศา

1. 36° 2. 40° 3. 50° 4. 54° 5. 90°

29. ขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีขนาดกี่องศา

1. 136° 2. 108° 3. 72° 4. -60° 5. 45°

30. รูปสองร้อยสี่สิบเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าจะมีมุมภายในมุมละกี่องศา

1. 15° 2. 150° 3. 178.5° 4. 358.5° 5. 336°

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังการทดลอง ชุดที่ 2

ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ
1	2	11	1	21	2
2	5	12	2	22	1
3	5	13	1	23	5
4	1	14	5	24	4
5	3	15	2	25	2
6	2	16	4	26	5
7	3	17	3	27	5
8	2	18	3	28	3
9	2	19	2	29	2
10	3	20	3	30	3

ภาคผนวก จ

รายนามผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์

รายนามผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์

ตรวจแผนการสอน สื่อการสอน

1. อาจารย์ดร. จวีวรรณ เศวตมัลย์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
3. อาจารย์เปรมกมล รัตนอุดม
โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร
4. อาจารย์อำไพ ศิริศากาว
โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร

รายนามผู้เชี่ยวชาญทางด้านคณิตศาสตร์

ตรวจแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

1. ดร. จวีวรรณ เศวตมัลย์
ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ระวีวรรณ พันธุ์พานิช
ภาควิชาวัดผลและวิจัยทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล
โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประนอม พันธุ์ไธสง
ภาควิชาวัดผลและวิจัยทางการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล
5. อาจารย์เปรมกมล รัตนอุดม
โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพฯ
6. อาจารย์อำไพ ศิริศากาว
โรงเรียนมัธยมวัดเบญจมบพิตร เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ – สกุล	นางพิชญา พุกผาสุข
วัน เดือน ปีเกิด	30 สิงหาคม 2505
สถานที่เกิด	จังหวัดอุดรธานี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	161 / 43 ซอยรามอินทรา 8 ถนนรามอินทรา เขตบางเขน กรุงเทพมหานคร 10220 โทรศัพท์ 9718021
ตำแหน่งหน้าที่การงาน	อาจารย์ 1 ระดับ 3 (หัวหน้าแผนกวิจัย ฝ่ายวิจัยและฝึกอบรม)
สถานที่ทำงาน	สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพณิชยการพระนคร ถนนพิษณุโลก เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร 10300 โทรศัพท์ 2829101-2 ต่อ 7509
ประวัติการศึกษา	
พ.ศ. 2523	มัธยมศึกษาปีที่ 5 จากโรงเรียนสตรีราชินูทิศ อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี
พ.ศ. 2526	ปก.ศ.สูง (เอกคณิตศาสตร์) จากวิทยาลัยครูจันทระเกษม กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2529	กศ.บ. (เอกวิทย์ – คณิต) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ วิทยาเขตบางเขน กรุงเทพมหานคร
พ.ศ. 2543	กศ.ม. (การมัธยมศึกษา สาขาการสอนคณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร