# ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ปริญญานิพนธ์

ของ

สังเวียน แผนสุพัด

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2552

# ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ปริญญานิพนธ์

ของ

สังเวียน แผนสุพัด

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2552

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

# ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

บทคัดย่อ

ของ

สังเวียน แผนสุพัด

เสนอต่อบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
พฤษภาคม 2552

สังเวียน แผนสุพัด. (2552). *ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม. (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. คณะกรรมการควบคุม: อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล.

กำหนดการเชิงเส้นเป็นวิธีหนึ่งทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่สำคัญ ในการแก้ปัญหาการจัดสรรปัจจัยหรือทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดเพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุด และเพื่อเพิ่มประสบการณ์ในการเรียนให้นักเรียนมีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่หลากหลายขึ้นและให้ใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงมากขึ้น การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นสองวิธี คือ วิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ ในขอบข่ายของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นที่มีสองตัวแปรและไม่เกินสี่ตัวแปร การวิจัยมีจุดมุ่งหมายดังนี้คือ 1) เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 2) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ และ 3) เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 36 คน ผู้วิจัยดำเนินการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นและดำเนินการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ซึ่งผู้วิจัยประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จากคะแนนใบกิจกรรมและคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทดสอบสมมติฐานใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

ผลการวิจัยนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ พบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

สรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้

# A MATHEMATICS INSTRUCTIONAL PACKAGE ON LINEAR PROGRAMMING BY USING GRAPHICAL METHOD AND SIMPLEX METHOD FOR MATHAYOMSUKSA VI STUDENTS

AN ABSTRACT

BY

SUNGWIEN PANSUPUD

Presented in Partial Fulfillment of Requirement for the

Master of Education Degree in Mathematics

at Srinakharinwirot University

May 2009

Sungwien Pansupud. (2009). *A Mathematics Instructional Package on Linear Programming by Using Graphical Method and Simplex Method for Mathayomsuksa VI Students*. Master Thesis, M.Ed. (Mathematics). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University. Advisor Committee: Dr. Sayun Sotaro, Assist. Prof. Raweewan Ngamsuntikul.

Linear Programming is an important applied mathematics approach that can be implementing for allocating the limit resources in order to maximize the benefit. In addition, it can also increase students learning experience knowledge for the daily life situation. This current research studied students' ability to learn on linear programming by using graphical method and simplex method for equal to or more than two but less than or equal to four variables in model

The purpose of this research were 1) to construct a mathematics instructional package on linear programming by using graphical method and simplex method of Mathayomsuksa VI students, 2) to study the students' achievement on linear programming by using graphical method and 3) to study the students' achievement on linear programming by using simplex method.

The study was conducted during the second semester of the 2008 academic year with Mathyomsuksa VI students at Chipanyawithayanusorn School in Mukdaharn Province. The experiment group with 36 students was using cluster sampling approach and a mathematics instructional package was designed to teach by researcher. Work sheets, achievement test were used in assessment of the students' achievement on linear programming by using graphical method and simplex method. Z-test was used to test hypotheses for population proportion.

The finding revealed that: 1) more than 60% of total number of students passed the criteria on the achievement on linear programming by using graphical method at .05 level of significant 2) more than 60% of total number of students passed the criteria on the achievement on linear programming by using simplex method at .05 level of significant.

In sum, Mathayomsuksa VI students have ability to learn on linear programming by using graphical method and simplex method which can be applied by a mathematics instructional package on linear programming that were created by the researcher

**งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัย**
**จาก**
**กองกิจการนิสิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ**

ปริญญานิพนธ์
เรื่อง
ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ของ
สังเวียน แผนสุพัด

ได้รับอนุมัติจากบัณฑิตวิทยาลัยให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ของมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. สมชาย สันติวัฒนกุล)
วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. 2552

คณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์

..... ประธาน
(อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล)

คณะกรรมการสอบปากเปล่า

..... ประธาน
(รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนูกฤติ)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร)

..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล)

# ประกาศคุณูปการ

ปริญญานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ เพราะได้รับความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก ดร. สายัณห์ โสธะโร ประธานกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์และผู้ช่วยศาสตราจารย์ รวีวรรณ งามสันติกุล กรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ ซึ่งทั้งสองท่านได้กรุณาให้ความอนุเคราะห์ช่วยเหลือ พร้อมทั้งให้คำปรึกษาและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ตลอดจนตรวจ แก้ไขปริญญานิพนธ์เล่มนี้อย่างละเอียดมาโดยตลอด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งและขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ทั้งสองท่านเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ยงยุทธ ธนูกฤติ ที่ให้ความกรุณาเป็นประธานคณะกรรมการสอบปากเปล่า และ อาจารย์ ดร. รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นกรรมการสอบปากเปล่า ทำให้ปริญญานิพนธ์เล่มนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร อาจารย์ ธนูชัย ภูอุดม อาจารย์ กาญจนา พานิชการและผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เผ่าไทย วงศ์เหลา ที่ได้ให้ความกรุณาเป็นผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบเครื่องมือในการวิจัยให้คำแนะนำข้อเสนอแนะอันเป็นประโยชน์และมีคุณค่ายิ่ง

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการพร้อมทั้งคณะครูโรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ ที่ได้ให้ความสะดวกต่าง ๆ ในระหว่างดำเนินการวิจัยและเก็บรวบรวมข้อมูล และขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ ที่ได้ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้อำนวยการ รองผู้อำนวยการและคณะครูโรงเรียนเหล่าประชาอุทิศ ที่ได้ให้ความสะดวกต่าง ๆ สำหรับการทดลองนำร่องเพื่อพัฒนาเครื่องมือและขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนเหล่าประชาอุทิศ ที่ได้ให้ความร่วมมือในการวิจัยด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และบุคคลในครอบครัว รวมทั้งญาติมิตรทุกท่านที่สนับสนุนและเป็นกำลังใจแก่ผู้วิจัยด้วยดีตลอดมา

ขอขอบคุณ พี่ เพื่อน น้องนิสิตปริญญาโทและปริญญาเอก สาขาคณิตศาสตร์ ทุกคนที่ให้คำแนะนำและกำลังใจด้วยดีตลอดระยะเวลาในการทำวิจัยเรื่องนี้

คุณค่าและประโยชน์ของปริญญานิพนธ์เล่มนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชา พระคุณบิดา มารดา และครู อาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สังเวียน แผนสุพัด

# สารบัญ


| บทที่ | หน้า |
|---|---|
| **1 บทนำ** | 1 |
| ภูมิหลัง | 1 |
| จุดมุ่งหมายของการวิจัย | 6 |
| ความสำคัญของการวิจัย | 6 |
| ขอบเขตของการวิจัย | 7 |
| ประชากรที่ใช้ในการวิจัย | 7 |
| กลุ่มตัวอย่างทีใช้ในการวิจัย | 7 |
| ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย | 7 |
| ตัวแปรที่ศึกษา | 8 |
| นิยามศัพท์เฉพาะ | 9 |
| สมมติฐานของการวิจัย | 11 |
| **2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง** | 12 |
| เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกำหนดการเชิงเส้น | 12 |
| ประวัติความเป็นมาของกำหนดการเชิงเส้น | 12 |
| ความหมายของกำหนดการเชิงเส้น | 14 |
| การประยุกต์เกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น | 15 |
| การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น | 17 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกำหนดการเชิงเส้น | 22 |
| เอกสารที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน | 25 |
| ความหมายของชุดการเรียนการสอน | 25 |
| ประเภทของชุดการเรียนการสอน | 27 |
| องค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน | 29 |
| การสร้างชุดการเรียนการสอน | 32 |
| ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน | 35 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ | 37 |
| งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับสูงกว่ามาสอนในระดับต่ำกว่า | 40 |
| **3 วิธีดำเนินการวิจัย** | 44 |

# สารบัญ (ต่อ)


**บทที่** **หน้า**

**3 (ต่อ)**

การกำหนดประชากรและการเลือกลุ่มตัวอย่าง ..... 44
การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ..... 44
การเก็บรวบรวมข้อมูล ..... 55
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล ..... 56

**4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล** ..... 59

**5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ** ..... 69
สังเขปจุดมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานของการวิจัย
และวิธีดำเนินการวิจัย ..... 69
จุดมุ่งหมายของการวิจัย ..... 69
สมมติฐานของการวิจัย ..... 69
วิธีดำเนินการวิจัย ..... 69
กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ..... 69
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ..... 70
การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล ..... 70
สรุปผลการวิจัย ..... 72
อภิปรายผล ..... 72
ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย ..... 74
ข้อเสนอแนะ ..... 76

**บรรณานุกรม** ..... 78

**ภาคผนวก** ..... 87
ภาคผนวก ก คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ..... 88
ภาคผนวก ข ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย ..... 97
ภาคผนวก ค การทดสอบสมมติฐาน ..... 106

# สารบัญ (ต่อ)


**บทที่** **หน้า**

**ภาคผนวก (ต่อ)**

ภาคผนวก ง ตัวอย่างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6..... 109

ภาคผนวก จ แบบทดสอบ..... 243

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีกราฟ ..... 244

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ..... 244

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย ..... 253

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์..... 262

ตอนที่ 1 แบบปรนัย ..... 262

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย ..... 273

ภาคผนวก ฉ รายนามผู้เชี่ยวชาญ ..... 283

**ประวัติย่อผู้วิจัย** ..... 285

# บัญชีตาราง

**ตาราง** **หน้า**


1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบอัตนัยเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ..... 47

2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบอัตนัยเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์..... 49

3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำใบกิจกรรม เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน..... 60

4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน..... 61

5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ของด้วยวิธีกราฟ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน ..... 62

6 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม..... 63

7 การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติ ทดสอบ Z..... 63

8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรม เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน..... 64

9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน..... 65

10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน..... 66

# บัญชีตาราง (ต่อ)

**ตาราง** **หน้า**


11 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม ..... 67

12 การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z..... 67

13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6..... 88

14 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6..... 90

15 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่คัดเลือกไว้จากการพิจารณา ค่า IOCและที่นำไปใช้กับกลุ่มทดลองนำร่อง..... 92

16 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6..... 93

17 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่คัดเลือกไว้จากการพิจารณา ค่า IOC และที่นำไปใช้กับกลุ่มทดลองนำร่อง..... 94

18 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6..... 95

19 คะแนนที่ประเมินจากใบกิจกรรมระหว่างเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ..... 97

# บัญชีตาราง (ต่อ)

**ตาราง** **หน้า**

20 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟซึ่งประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ..... 99

21 คะแนนที่ประเมินจากใบกิจกรรมระหว่างเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์..... 101

22 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ซึ่งประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนและคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์..... 103

# บัญชีภาพประกอบ

**ภาพประกอบ** **หน้า**

1 ภาพประกอบแสดงภาพของ George B. Dantzig บิดาแห่งกำหนดการเชิงเส้น และผู้คิดค้นวิธีซิมเพล็กซ์..... 14

2 ภาพประกอบแสดงรูปแบบขั้นตอนการคำนวณวิธีซิมเพล็กซ์..... 19

# บทที่ 1
# บทนำ

## ภูมิหลัง

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้มีความรับผิดชอบ มีวินัยในตนเอง มองการณ์ไกล มีคุณธรรม มีความสามารถและดำรงชีวิตในสังคมได้อย่างมีความสุข ทั้งนี้เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการคิด การมีระบบระเบียบขั้นตอนในการคิดอย่างมีเหตุผล มีประโยชน์ในชีวิตประจำวัน เป็นพื้นฐานในการศึกษาขั้นสูงและวิทยาการสาขาต่าง ๆ และความเจริญก้าวหน้าทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สิริพร ทิพย์คง. 2544: 7) ดังเห็นได้จากความเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วที่เกิดจากความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี อันเป็นผลสืบเนื่องมาจากความเจริญก้าวหน้าทางคณิตศาสตร์นับแต่สมัยโบราณ ไม่ว่าจะเป็นกฎแรงโน้มถ่วงโลก หรือการทดลองระเบิดนิวเคลียร์ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยความเข้าใจในคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งในแขนงใด แขนงหนึ่ง หรือแม้แต่อาชีพหลาย ๆ อาชีพ เช่น วิศวกร จำเป็นต้องเรียนรู้วิชาแคลคูลัส สมการดิฟเฟอเรนเชียล การวิเคราะห์เชิงตัวเลข นักการธนาคาร ผู้ลงทุนค้าขายควรที่จะเรียนรู้เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น การควบคุมคุณภาพ ผู้บริหารงานต้องอ่านและแปลความหมายของข้อมูลทางสถิติได้ และควรมีความรู้พื้นฐานทางคอมพิวเตอร์ด้วย จะเห็นว่าอาชีพเกือบทุกแขนงไม่ว่าจะเป็นทางวิทยาศาสตร์หรือสังคมศาสตร์ต้องเกี่ยวข้องและจำเป็นต้องมีพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น (ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. 2545: 21)

จากความสำคัญและบทบาทของคณิตศาสตร์ที่มีต่อมนุษย์โลก โดยเฉพาะในแง่ความจำเป็นที่ต้องนำไปใช้ในประโยชน์ในชีวิตประจำวัน การดำรงชีพ การพัฒนาอาชีพ แม้กระทั่งการพัฒนาด้านต่าง ๆ ซึ่งเกิดขึ้นและเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา ทำให้วิถีชีวิตและสิ่งแวดล้อมทางสังคมเปลี่ยนแปลงด้วยเช่นกัน ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์มากขึ้นโดยมนุษย์ต้องเพิ่มพูนความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์มากขึ้น เพื่อให้สอดคล้องกับวิถีชีวิตและสิ่งแวดล้อมที่เปลี่ยนไป เช่นเดียวกับประเทศสหรัฐอเมริกาที่มีการตื่นตัวและตระหนักถึงบทบาทที่สำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีถือได้ว่าเป็นวิชาที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องซึ่งกันและกัน ซึ่งจะเห็นว่าประเทศที่พัฒนาด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีได้ก็ต่อเมื่อประเทศนั้นได้พัฒนาทางด้านคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ด้วยความสำคัญของคณิตศาสตร์ทำให้ประเทศสหรัฐอเมริกาได้พัฒนาการจัดการศึกษาเพื่อที่จะมุ่งพัฒนาเยาวชนอเมริกันให้เป็นผู้มีศักยภาพทางคณิตศาสตร์สามารถนำความรู้ไปใช้ในการศึกษาต่อ และดำรงชีวิตอยู่ในสังคมโลกปัจจุบันและอนาคตได้อย่างดี มีประสิทธิภาพ และเป็นการเตรียมเยาวชนอเมริกันให้เป็นผู้นำด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี และมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสารสนเทศที่พัฒนาไปอย่างรวดเร็ว สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teacher of Mathematics: NCTM)

ได้จัดทำเอกสารหลักการและมาตรฐานการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่มีชื่อว่า Principle and Standard for School Mathematics เพื่อเป็นมาตรฐานหลักสูตรที่จะใช้ในปี ค.ศ. 2000 เอกสารฉบับนี้มีความต้องการที่จะให้ครูอาจารย์ นักคณิตศาสตร์และนักการศึกษาแขนงต่าง ๆ ตลอดจนผู้ปกครอง ประชาชนผู้สนใจได้มีส่วนร่วมในการจัดการศึกษา เพื่อให้เป็นไปตามมาตรฐานหลักสูตรคณิตศาสตร์ ที่มีความทันสมัย เหมาะสม สอดคล้องกับสภาพความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีสารสนเทศ สภาพเศรษฐกิจและสังคมและด้านอื่น ๆ ดังนั้นใน ปี ค.ศ. 2000 จึงได้เสนอเกี่ยวกับมาตรฐานหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับชั้น Pre-K-12 เป็นภาพกว้าง ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้คิดและได้ทำเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อให้บรรลุเป้าหมายของการจัดการศึกษาที่ระบุไว้ เช่น แนวทาง การจัดโปรแกรมการเรียนการสอน เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องเรียน ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ แบบรูป ฟังก์ชัน พีชคณิต เรขาคณิต ความรู้สึกเชิงมิติ การวัด การวิเคราะห์ข้อมูลสถิติ และ ความน่าจะเป็น รวมทั้งเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยง และ การแสดง/การนำเสนอ (ปานทอง กุลนาถศิริ. 2543: 14-18)

สำหรับประเทศไทย ได้มีการปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์เรื่อยมา ไม่ว่าจะเป็นโครงสร้าง จุดประสงค์ และเนื้อหาที่เพิ่มเข้ามาทุกสมัยเพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์มากขึ้น เช่น หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย 2524 (ฉบับปรับปรุง 2533) ได้กำหนดวิชาคณิตศาสตร์เป็นสองโครงสร้าง ซึ่งโครงสร้างที่ 1 สำหรับผู้เรียนที่มีความถนัดและต้องการเน้นหนักวิชาคณิตศาสตร์มากกว่า โครงสร้างที่ 2 ซึ่งเป็นโครงสร้างสำหรับผู้เรียนที่ต้องการเรียนคณิตศาสตร์พอเป็นพื้นฐานหรือไม่ต้องการเน้นหนักวิชาคณิตศาสตร์ พบว่ามีเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เพิ่มเข้ามาในหลักสูตรหลายเรื่องด้วยกัน เช่น ในโครงสร้างที่ 1 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ ค 013 คือ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ค 014 เรื่องการแก้สมการพหุนาม ค 015 เรื่องลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ดีกรีสูง อินทิกรัลจำกัดเขตและไม่จำกัดเขต เป็นต้น (สิริพร ทิพย์คง. 2545: 66-71) จนกระทั่งปัจจุบันประเทศไทยได้เปลี่ยนมาใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ซึ่งเน้นการจัดการศึกษาโดยกำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ในการพัฒนาผู้เรียนตามระดับพัฒนาการของผู้เรียนเป็น 4 ช่วงชั้น คือ ช่วงชั้นที่ 1 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-3) ช่วงชั้นที่ 2 (ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4-6) ช่วงชั้นที่ 3 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3) และช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6) โดยได้กำหนดสาระการเรียนรู้ ที่เป็นสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ประกอบด้วยเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้ที่ผู้สอนควรบูรณาการสาระต่าง ๆ เข้าด้วยกันเท่าที่จะเป็นไปได้ สาระที่เป็นองค์ความรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1) จำนวนและการดำเนินการ 2) การวัด 3) เรขาคณิต 4) พีชคณิต 5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 6) ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ สำหรับผู้เรียนช่วงชั้นที่ 4 ที่มีความสนใจหรือมีความสามารถทางคณิตศาสตร์อาจจัดให้ผู้เรียนเรียนรู้สาระที่เป็นเนื้อหาวิชาให้กว้างขึ้น เข้มข้นขึ้น หรือฝึกทักษะกระบวนการมากขึ้น (กรมวิชาการ. 2546: 1, 11) ซึ่งในการปรับปรุงหลักสูตรครั้งนี้พบว่ามีเนื้อหาคณิตศาสตร์บางเนื้อหาที่ถูกยกเลิกไป เช่น เลขดัชนี

(Index Number) และมีเนื้อหาบางเนื้อหาที่เพิ่มเข้ามาใหม่ เช่น ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น เป็นต้น แต่พบว่ากำหนดการเชิงเส้นเป็นเนื้อหาหนึ่งที่เริ่มบรรจุลงในหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2533) และปัจจุบันยังคงบรรจุไว้ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม สำหรับช่วงชั้นที่ 4 โดยคงสาระการเรียนรู้ไว้ดังเดิม

จากการศึกษาความสำคัญและประโยชน์ของกำหนดการเชิงเส้น พบว่าเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหาการจัดสรรปัจจัยหรือทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดเพื่อประโยชน์สูงสุด หรือตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ เช่น กำไรมากที่สุด ขาดทุนหรือเสียโอกาสน้อยที่สุดและให้สอดคล้องกับเงื่อนไขหรือปัจจัยที่มีอยู่ของสถานการณ์นั้น ๆ ปัจจุบันมีการนำไปประยุกต์ใช้ กับปัญหาในด้านต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง เพื่อช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการตัดสินใจในการดำเนินกิจการและกิจกรรมต่าง ๆ เช่น

1. ปัญหาการผลิตสินค้า เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสินค้าแต่ละชนิดที่ต้องการผลิต โดยใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างเหมาะสม เช่น เครื่องจักร วัตถุดิบ แรงงาน เงินทุน ทั้งนี้เพื่อให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

2. ปัญหาการลงทุน เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการจัดสรรเงินลงทุนในโครงการต่าง ๆ เพื่อให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

3. ปัญหาการขนส่ง เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสินค้าที่จะทำการขนส่งจากแหล่งผลิตไปยังผู้บริโภค เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าน้อยที่สุด หรือ ใช้เวลาในการขนส่งสินค้าน้อยที่สุด

4. ปัญหาทางการเกษตร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาเนื้อที่ ที่ต้องการเพาะปลูกพืชแต่ละชนิดโดยให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

5. ปัญหาทางโภชนาการ เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเลือกบริโภคอาหารแต่ละชนิดเพื่อให้ได้คุณค่าของอาหารตามที่ต้องการ และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

6. ปัญหาการผสมสาร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสารที่ต้องผสม เพื่อใช้ในการผลิตสินค้าตามคุณสมบัติที่ต้องการ และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

7. ปัญหาทางทหาร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการวางแผนการส่งกำลังบำรุง เพื่อให้ใช้เวลาน้อยที่สุด เป็นต้น (กมล เอกไทยเจริญ. ม.ป.ป.: 543)

จากการศึกษาความเป็นมาและการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นพบว่ากำหนดการเชิงเส้นมีแนวคิดริเริ่มมาจาก นักคณิตศาสตร์ และนักวิทยาศาสตร์หลายท่าน เริ่มจาก ฟอน นิวแมน (Von Neuman) ใช้ทฤษฎีการหาค่าสูงสุด–ต่ำสุด ในปี ค.ศ. 1928 แต่อย่างไรก็ตามกำหนดการเชิงเส้นได้เริ่มมีการพัฒนาอย่างเป็นเรื่องเป็นราวในปี ค.ศ. 1947 โดย ยอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) ซึ่งในระหว่างสงครามโลกครั้งที่ 2 ยอร์จ บี ดานท์ซิก เป็นหัวหน้าคณะทำงานเกี่ยวกับการวางแผนของกองทัพอากาศของสหรัฐอเมริกาได้นำกำหนดการเชิงเส้นไปใช้แก้ปัญหาในการวางแผนกองทัพ ปรากฏว่าได้รับความสำเร็จอย่างงดงาม ผลงานครั้งนี้ทำให้เกิดวิธีการที่เรียกว่า

วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ซึ่งถือว่าเป็นเทคนิคการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง โดยวิธีนี้อาศัยหลักการเกี่ยวกับเมทริกซ์ การดำเนินการตามแถวของเมทริกซ์ โดยมีการเลือกถอน ตัวแปรและใส่ตัวแปรเข้าไป เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ดีขึ้น (น้อยลงหรือมากขึ้นแล้วแต่กรณี) คิดวนซ้ำกันไปจนได้คำตอบดีที่สุด และจากการศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการต่าง ๆ พบว่าการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยกราฟเป็นวิธีหาผลลัพธ์ที่ง่ายต่อการเข้าใจและเป็นวิธีที่ทำให้เห็นภาพของกระบวนการหาคำตอบที่ดีที่สุดวิธีหนึ่ง แต่เหมาะกับปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มี 2 ตัวแปร เนื่องจากมีข้อจำกัดในการแก้ปัญหาในกรณีที่กำหนดการเชิงเส้นมีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร เพราะว่าการใช้กราฟแก้ปัญหาดังกล่าวอาจทำได้ยากหรือไม่สามารถทำได้ ดังนั้นในการแก้ปัญหาในกรณีที่ตัวแปรในการตัดสินใจมีมากกว่า 2 ตัวแปร จะนิยมใช้การแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ซึ่งพบว่า วิธีซิมเพล็กซ์ เป็นวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ และหากปัญหาใดที่ซับซ้อนมากก็ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการแก้ปัญหา แต่อย่างไรก็ดีก็ยังมีความจำเป็นที่จะต้องศึกษาในการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์เป็นเบื้องต้นก่อน เพราะจะทำให้เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้น และสามารถวิเคราะห์ตัวเลขต่าง ๆ ที่ปรากฏในผลการคำนวณ (Output) ได้ถูกต้องครบถ้วน อันเป็นการใช้ประโยชน์จากผลลัพธ์ที่ได้จากการประมวลผลด้วยคอมพิวเตอร์อย่างเต็มที่

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับ กำหนดการเชิงเส้น ทั้งในและต่างประเทศ พบว่ามีบุคคลให้ความสนใจในเรื่องดังกล่าวโดยทำการศึกษาและทำการวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนมาโดยตลอด เช่น วรรณรัตน์ วิบูลสุข (2539) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ของนักศึกษามหาวิทยาลัยหัวเฉียวเฉลิมพระเกียรติ พบว่าผู้เรียนมีข้อบกพร่องในการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นเป็นส่วนใหญ่และส่งผลให้ไม่สามารถแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟได้ และสุกัญญา เรืองสุวรรณ (2542) ได้นำกำหนดการเชิงเส้นไปใช้ในการพัฒนาการผลิตและได้บูรณาการเกี่ยวกับการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยใช้ Excel Solver ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ซึ่งทำให้เกิดผลดีต่อการผลิต วรทัศน์ ขจิตวิชยานุกูล; และ เชาวลิต มีเชาว์ (2546) ได้นำกำหนดการเชิงเส้นมาใช้ในกระบวนการผสมซึ่งสามารถลดต้นทุนการผลิตของโรงงานได้ถึง 15% นอกจากนี้ ยังมีการนำเทคโนโลยีมาช่วยในพัฒนาการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ได้แก่ อมฤทธิ์ บุพโต (2548) ได้ทำการสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่องกำหนดการเชิงเส้นมาใช้สอนผู้เรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียนี้และวิธีการสอนแบบปกติไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 สำหรับงานวิจัยในต่างประเทศ เป็นต้นว่า เอ็ดวาร์ด; และ เชลส์ท (Edwards; & Chelst. 2004) ได้ทำการศึกษาโครงการภายใต้ชื่อว่า High School Operations Research Outreach: HSOR ซึ่งเป็นโครงการที่สอดแทรกวิชาการวิจัยดำเนินงานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานมากขึ้นโดยได้นำเอาสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริงเข้าไปสอนด้วย

ข้อสังเกตที่ได้จากการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 ของประเทศไทยพบว่ามีการศึกษาในขอบข่ายของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่มี 2 ตัวแปรเท่านั้น ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่ยังไม่สอดคล้องและใกล้เคียงสถานการณ์ในชีวิตจริงเท่าที่ควรเนื่องจากในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ไม่ว่าจะเป็นการผลิตการเกษตรกรรม การอุตสาหกรรมทั้งขนาดใหญ่ ขนาดย่อมหรือแม้แต่อุตสาหกรรมในครัวเรือนต่าง ๆ ย่อมเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ ที่ต้องสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร ยกตัวอย่างเช่น การประกอบอาชีพของครอบครัวที่ทำขนมขาย ซึ่งประกอบไปด้วย ขนมวุ้น ขนมชั้น ขนมเปียกปูน ขนมหม้อแกง เป็นต้น โดยพบว่าในการทำขนมแต่ละชนิดจะต้องลงทุนซื้อส่วนผสมของขนมทุกชนิดในปริมาณ ๆ หนึ่งด้วยงบประมาณของการลงทุนที่จำกัดต่อวัน และขนมแต่ละชนิดใช้งบลงทุนแตกต่างกัน ซึ่งในแต่ละวันมีขีดความสามารถในการผลิตขนมในปริมาณจำกัด และสำหรับการขายขนมแต่ละชนิดขายได้ในราคาที่แตกต่างกัน แต่เพื่อให้ขายได้กำไรมากที่สุด ดังนั้นจำเป็นต้องมีวิธีการวางแผนการผลิตขนมแต่ละชนิดเพื่อให้ได้กำไรตามวัตถุประสงค์ และสอดคล้องกับข้อจำกัดด้านงบประมาณของการลงทุนและขีดความสามารถในการผลิตของครอบครัวต่อวัน ฉะนั้นเพื่อให้สถานการณ์ในการเรียนการสอนใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงมากขึ้น จึงควรที่จะมีการศึกษาการเรียนการสอนที่มีการเพิ่มขอบข่ายแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร แต่วิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟที่บรรจุในหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหาข้างต้น เพราะฉะนั้นในการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวควรจัดให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการใหม่ ๆ เพิ่มขึ้นซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ได้กว้างขึ้น ทำให้ผู้เรียนได้เรียนรู้และได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย อันจะเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินกิจกรรมหรือกิจการต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันและการศึกษาต่อในระดับสูงต่อไป

จากเหตุผลและความสำคัญที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของกำหนดการเชิงเส้น และประสิทธิภาพของวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น แต่เนื่องจาก วิธีซิมเพล็กซ์เป็นวิธีที่ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์ การดำเนินการตามแถวของเมทริกซ์ในการดำเนินการแก้ปัญหา และพบว่าในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544 ได้บรรจุเนื้อหาเรื่องเมทริกซ์และการดำเนินการตามแถวของเมทริกซ์ ในวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แล้ว ทำให้ผู้วิจัยสนใจจะพัฒนาการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น โดยอาศัยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เพื่อขยายขอบข่ายในการเรียนการสอนกำหนดการเชิงเส้น และให้สถานการณ์ปัญหาใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงมากขึ้น เนื่องจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เป็นเรื่องใหม่ที่ยังไม่ได้บรรจุในหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ควรมีการสร้างชุดการเรียนการสอน เพื่ออำนวยประโยชน์ต่อการเรียนการสอน และเป็นเครื่องมือที่จะช่วยดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

ให้เป็นไปอย่างราบรื่น อีกทั้งเพื่อความสะดวกและเตรียมความพร้อมในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสำหรับครูและให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ บรรลุตามวัตถุประสงค์ที่คาดหวัง ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจที่จะสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยขอบข่ายในการศึกษากำหนดการเชิงเส้น ครั้งนี้ไม่เกิน 4 ตัวแปร ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ให้กว้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการที่หลากหลายและให้ผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้อันจะเป็นประโยชน์ในการศึกษาต่อ และผลที่ได้จากการวิจัยอาจนำไปเป็นข้อมูลพื้นฐานในการพัฒนาหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 ต่อไป

## จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

3. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

## ความสำคัญของการวิจัย

1. ได้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2. ทราบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

3. ทราบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

4. เป็นแนวทางในการพัฒนาหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4

## ขอบเขตของการวิจัย

**ประชากรที่ใช้ในการวิจัย**

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร

**กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย**

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน จำนวน 36 คน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน นักเรียน 72 คน โดยสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) ซึ่งโรงเรียนจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของนักเรียนที่มีระดับ เก่ง ปานกลาง อ่อน อยู่ในห้องเดียวกัน

**ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย**

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 35 คน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โดยใช้เวลาในการเรียนการสอนและการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งในเวลาปกติและนอกเวลาปกติรวมทั้งหมด จำนวน 19 คาบ ดังนี้

1. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนและการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้เวลา ในเวลาปกติ จำนวน 9 คาบ ดังนี้

1.1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น จำนวน 2 คาบ

1.2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ จำนวน 5 คาบ

1.2.1 กราฟของอสมการเชิงเส้นใน 2 ตัวแปร จำนวน 1 คาบ

1.2.2 กราฟของระบบอสมการเชิงเส้นใน 2 ตัวแปร จำนวน 1 คาบ

1.2.3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร จำนวน 3 คาบ

1.2.3.1 การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร จำนวน 1 คาบ

1.2.3.2 ลักษณะของผลลัพธ์แบบต่างๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟ จำนวน 1 คาบ

1.2.3.3 การแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร จำนวน 1 คาบ

1.3 การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 คาบ

2. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนและการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้เวลานอกเวลาปกติ จำนวน 10 คาบ ดังนี้

2.1 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จำนวน 8 คาบ

2.1.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ วิธีซิมเพล็กซ์ จำนวน 1 คาบ

2.1.2 การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จำนวน 4 คาบ

2.1.2.1 การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ จำนวน 1 คาบ

2.1.2.2 การหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ จำนวน 1 คาบ

2.1.2.3 การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$ จำนวน 1 คาบ

2.1.2.4 การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขบางข้อเป็นสมการ จำนวน 1 คาบ

2.1.3 ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จำนวน 1 คาบ

2.1.4 การแก้โจทย์ปัญหาและสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จำนวน 2 คาบ

2.2 การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 2 คาบ

**ตัวแปรที่ศึกษา**

ตัวแปรอิสระ คือ ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

**นิยามศัพท์เฉพาะ**

**1. ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์** หมายถึง ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนบางกิจกรรมครูเป็นผู้บรรยาย อธิบาย สาธิต หรือ บางกิจกรรมนักเรียนสามารถดำเนินกิจกรรมด้วยตนเองโดยมีครูเป็นผู้ดูแลและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีการ 2 วิธี คือ การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ โดยในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ประกอบไปด้วยเนื้อหา ได้แก่ 1) ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งได้เน้นการฝึกทักษะการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นอย่างเป็นขั้นตอนโดยดัดแปลงมาจากแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) 2) การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เน้นการฝึกทักษะการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกรณีที่มีตัวแปร 2 ตัวแปร และ 3) การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เน้นการฝึกทักษะการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปร ตั้งแต่ 3 ตัวแปรขึ้นไป ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้จะศึกษากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรไม่เกิน 4 ตัวแปร โดยในกิจกรรมการเรียนการสอนจะเริ่มจากตัวอย่างง่าย ๆ ก่อน เพื่อให้เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ทั้งในกรณีแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟและกรณีแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ แล้วค่อยยกตัวอย่างที่ซับซ้อนขึ้นตามลำดับโดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นมีส่วนประกอบดังนี้

1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย

1. แนะนำชุดการเรียนการสอน
2. เนื้อหาของชุดการเรียนการสอน
3. แนวทางการใช้ชุดการเรียนการสอน
4. เกณฑ์การตรวจให้คะแนน
5. การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้
6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนการสอน

1.2 บทเรียน สำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน โดยครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน บทเรียนจะแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนทั้งหมด 3 หน่วย และในหน่วยการเรียนแต่ละหน่วยประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง และใบกิจกรรม ดังนี้

1. หน่วยการเรียนที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น
2. หน่วยการเรียนที่ 2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ
3. หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละแผนจะสอดคล้องตามหน่วยการเรียนแต่ละหน่วย แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สาระการเรียนรู้
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนรู้
6. การวัดและการประเมินผล
7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

**2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ** หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ซึ่งประเมินจาก

1. คะแนนจากใบกิจกรรม ในหน่วยการเรียนที่ 1 และ หน่วยการเรียนที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม
2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

**3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์** หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งประเมินจาก

1. คะแนนจากใบกิจกรรมในหน่วยการเรียนที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม
2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

**4. เกณฑ์** หมายถึง ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของแต่ละผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

**5. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์** หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

**6. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์** หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

## สมมติฐานของการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

1. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

# บทที่ 2
# เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

**1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกำหนดการเชิงเส้น**

1.1 ประวัติความเป็นมาของกำหนดการเชิงเส้น

1.2 ความหมายของกำหนดการเชิงเส้น

1.3 การประยุกต์เกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น

1.4 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

**2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกำหนดการเชิงเส้น**

**3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน**

3.1 ความหมายของชุดการเรียนการสอน

3.2 ประเภทของชุดการเรียนการสอน

3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน

3.4 การสร้างชุดการเรียนการสอน

3.5 ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน

**4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์**

**5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงกว่ามาสอนในระดับที่ต่ำกว่า**

## 1. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับกำหนดการเชิงเส้น

### 1.1 ประวัติความเป็นมาของกำหนดการเชิงเส้น

นิกร วัฒนพนม (2535: 2-3) ได้กล่าวถึงประวัติความเป็นมาของกำหนดการเชิงเส้น ดังนี้ ปัญหาทั่วไปของกำหนดการเชิงเส้นมีการพัฒนาและนำไปประยุกต์ใช้อย่างเข้มข้นขึ้นครั้งแรกในปี ค.ศ.1947 เมื่อเดือนมิถุนายน โดยมีหัวหน้าคณะทำงาน คือ ยอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) และ มาร์แชล วูด (Marshall Wood) พร้อมทั้งทีมผู้ร่วมงานในกองทัพอากาศสหรัฐอเมริกา ในช่วงนั้นคณะทำงานชุดนี้ได้รับมอบหมายให้วิเคราะห์ความเป็นไปได้ในการประยุกต์คณิตศาสตร์และเทคนิคที่เกี่ยวข้องต่อปัญหาการวางแผนและการวางโปรแกรมทางทหาร ภารกิจที่ได้รับมอบหมายนั้นทำให้ ดานท์ซิก ซึ่งถือได้ว่าเป็นบุคคลที่มีผลงานที่ส่งผลต่อวิชาคณิตศาสตร์อย่างมาก

โดยเฉพาะการประยุกต์ใช้กับปัญหาที่เป็นรูปธรรม โดยได้เสนอวิธีการที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างกิจกรรมต่าง ๆ ขององค์กรขนาดใหญ่ เป็นแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ทำให้บรรลุเป้าหมายสูงสุดที่วางไว้ นับว่าเขาเป็นผู้เริ่มต้นสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นและในปีนี้เองก็ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญและเป็นวิธีการคำนวณที่ยอดเยี่ยม และโด่งดังมากในศตวรรษที่ 20 สามารถช่วยมนุษยชาติแก้ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่มีความซับซ้อนมากๆ ได้ และต่อมาก็มีการพัฒนาแนวคิดของ ดานท์ซิก โดยกองทัพอากาศสหรัฐฯ โดยได้จัดตั้งคณะวิจัยคณะหนึ่งภายใต้ชื่อโครงการสคูป (SCOOP: Scientific Computation of Optimum Program) ซึ่งเป็นโครงการที่มีส่วนสำคัญในการพัฒนาและประยุกต์แบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น โดยในช่วงต้น กำหนดการเชิงเส้นส่วนใหญ่จะถูกนำไปประยุกต์ในวงการทหาร และทางเศรษฐศาสตร์ในแบบจำลอง Input-Output ของลีอองทีฟ (Leontief) และปัญหาเกม ต่อจากนั้นก็แพร่หลายในด้านอุตสาหกรรม ด้านสังคม และปัญหาที่อยู่อาศัย ปัจจุบันกำหนดการเชิงเส้น ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ได้อย่างหลากหลาย เช่น การจัดสรรทรัพยากร การวางแผน การผลิต และการแบ่งงาน การวางแผนการลงทุน การวางแผนการตลาด การขนส่ง การโภชนาการ การวางแผนยุทธศาสตร์การทหาร เป็นต้น

ในหนังสือและบทความหลายฉบับ อาทิเช่น ประกอบ จิรกิติ (2535: 1) คอทเทิล (Cottle. 2005: Online) เจสส์ (Gass. 2008: Online) และ ฮอลเลย์ (Holley. 2005: Online) กล่าวยกย่องว่า ยอร์จ บี ดานท์ซิก เป็น **บิดาแห่งกำหนดการเชิงเส้น (Father of Linear Programming)** และเป็นผู้คิดค้นวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ที่เรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งนับว่าเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ที่มีความซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง

สำหรับการนำเครื่องคอมพิวเตอร์มาใช้ในการแก้ปัญหาแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น ประสบผลสำเร็จครั้งแรกที่องค์กร National Bureau of Standard ของสหรัฐอเมริกา เมื่อปี ค.ศ. 1952 ตั้งแต่นั้นปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการซิมเพล็กซ์ ได้พัฒนาเป็นโปรแกรมที่นำมาใช้ในเครื่องคอมพิวเตอร์ จนกระทั่งปัจจุบันมีโปรแกรมสำเร็จรูป ที่สามารถนำไปใช้ในคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลได้

ต่อมาในปี ค.ศ. 1984 นับได้ว่าได้เป็นจุดเริ่มต้นที่สำคัญอีกก้าวหนึ่งของวิชากำหนดการเชิงเส้น เมื่อ นาเรนดรา คาร์มาร์คาร์ (Narendra Karmarkar) ได้เสนอผลงานวิจัยใหม่ทางด้านทฤษฎีเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งเป็นวิธีการใหม่ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เรื่อง “A New Polynomial-time Algorithm for Linear Programming” วิธีการของ คาร์มาร์คาร์ (Karmarkar ‘s Algorithm) สามารถนำไปใช้ในการหาผลลัพธ์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นขนาดใหญ่ได้ผลดี ในมหาวิทยาลัยบางแห่งได้เริ่มบรรจุเป็นเนื้อหาหลักสูตรในการสอนนักศึกษา แต่ยังไม่บรรลุผลสำเร็จเท่าที่ควรเนื่องจากความยากในการสอน และสมาคมการวิจัยดำเนินงานแห่งสหรัฐอเมริกาได้จัดให้มีการอบรมเชิงปฏิบัติการ ในวิธีของคาร์มาร์คาร์ เมื่อปี ค.ศ.1987

ในระหว่างเดือนตุลาคม ผลของการประชุมปฏิบัติการครั้งนั้นได้อภิปรายถึงวิธีการของคาร์มาร์คาร์ที่ยากในการสอนว่าเพราะเป็นวิธีการยุ่งยากและซับซ้อนมาก นอกจากนั้น ถ้าจะเป็นการสร้างความเข้าใจในเชิงเรขาคณิตต้องเขียนรูป 3 มิติ ไม่สามารถเขียนรูป 2 มิติได้ และถ้าใช้การคำนวณโดยใช้มือในกรณีที่เป็นปัญหาขนาดเล็กจะเสียเวลามากในการคำนวณ ซึ่งต่างจากวิธีซิมเพล็กซ์

ภาพประกอบ 1 George B. Dantzig บิดาแห่งกำหนดการเชิงเส้นและผู้คิดค้นวิธีซิมเพล็กซ์

ที่มา: http://www.washingtonpost.com/wp-dyn/content/article/2005/18/R2005051802171.html สืบค้นเมื่อวันที่ 16 เดือนสิงหาคม พ.ศ. 2551

**1.2 ความหมายของกำหนดการเชิงเส้น**

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของกำหนดการเชิงเส้น ไว้ดังนี้

ฟีริง (Feiring. 1986: 8) กล่าวว่ากำหนดการเชิงเส้น คือ เซตย่อยของกำหนดการเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematics Programming ) ที่เกี่ยวข้องกับการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อให้ตรงกับวัตถุประสงค์ที่ต้องการมากที่สุด

ซัลตัน (Sultan. 1993: 1) กล่าวว่า กำหนดการเชิงเส้นเป็นการศึกษาถึงวิธีการที่ดีที่สุดสำหรับการจัดการกับทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด

นิกร วัฒนพนม (2535: 1) ได้กล่าวถึงความหมายของกำหนดการเชิงเส้นว่า หมายถึงแบบจำลอง (Model) ทางคณิตศาสตร์ที่แทนความสัมพันธ์ของกิจกรรมต่าง ๆ โดยใช้ตัวแปรแทนสิ่งที่กิจกรรมต้องการตัดสินใจ และพัฒนาเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยมีความสัมพันธ์ในรูปฟังก์ชันคณิตศาสตร์ ซึ่งฟังก์ชันคณิตศาสตร์นี้มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (Linear Function) โดยถ้าอยู่ในรูปเรขาคณิต 2 มิติ จะเป็นเส้นตรงและถ้าอยู่ในรูปเรขาคณิต 3 มิติ จะเป็นระนาบ

เพชรหงส์ โชติกอาภา (2535: 1) ได้กล่าวถึงกำหนดการเชิงเส้นว่า เป็นเทคนิคเชิงคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการวางแผนการจัดกิจกรรมต่าง ๆ เพื่อให้เกิดผลลัพธ์ดีที่สุด ตามเป้าหมายที่กำหนด เช่น ให้ได้กำไรสูงสุด หรือวางแผนให้มีต้นทุนการผลิตต่ำสุด การวางแผนนี้เกี่ยวข้องกับการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดในองค์กรนั้น ๆ ได้แก่ วัตถุดิบ เครื่องจักร แรงงาน เงินทุน หรือสิ่งอื่น ๆ ที่จำเป็นในการผลิตหรือการบริการ ตัวอย่างของปัญหาที่นำมาประยุกต์ใช้กับกำหนดการเชิงเส้น คือ ปัญหาการหาสัดส่วนการผลิตของอาหารสัตว์ ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่ใช้ในการผลิต การจัดตารางการผลิต การจัดสรรงบประมาณ และการเลือกแนวทางการขนส่งเพื่อ ให้ค่าใช้จ่ายต่ำสุด

วิจิตร ตัณฑสุทธิ์; วันชัย ริจิรวนิช; และ ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ (2548: 21) กล่าวว่า กำหนดการเชิงเส้นเป็นเทคนิคในการแก้ปัญหาการจัดสรรปัจจัยและทรัพยากรที่มีลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเป็นเชิงเส้นทั้งสิ้น โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อแก้ปัญหาและตัดสินใจให้เกิดผลตามแนวทางการดำเนินงานที่ดีที่สุด เช่น กำไรสูงสุด ค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด และแนวทางการดำเนินงานอื่น ๆ ที่ให้ผลประโยชน์มากที่สุดต่อระบบนั้น ๆ โดยมีเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น สภาวะการตลาด วัตถุดิบ กำลังคน เครื่องจักร เงินทุน เป็นต้น

จากความหมายของกำหนดการเชิงเส้นที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่า กำหนดการเชิงเส้นเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาของการจัดสรรปัจจัยหรือทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อประโยชน์สูงสุดโดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจเป็นการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่กำหนดให้ ภายใต้ภาวการณ์หรือเงื่อนไขบังคับบางประการซึ่งอาจอยู่ในรูปของสมการหรืออสมการ โดยความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ในเงื่อนไขและฟังชันจุดประสงค์จะเกี่ยวข้องเป็นเชิงเส้นทั้งสิ้น

**1.3 การประยุกต์เกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้น**

ประกอบ จิรกิติ (2535: 2) กล่าวถึง ตัวอย่างการประยุกต์ใช้กำหนดการเชิงเส้นที่พบเห็นโดยทั่วไป ได้แก่

1. ปัญหาการผลิต (Product Mix Problem) เป็นการพิจารณาหาปริมาณสินค้าแต่ละประเภทที่ควรจะทำการผลิต เพื่อที่จะให้การใช้ทรัพยากรที่มีอยู่ไม่ว่าจะเป็น เครื่องจักร วัตถุดิบ แรงงาน นั้นเป็นไปอย่างเหมาะสม เพื่อที่จะได้ผลตอบแทนสูงสุด

2. ปัญหาการผสมสาร (Blending Problem) เป็นการพิจารณาหาปริมาณสารหรือวัตถุดิบชนิดต่าง ๆ ที่จะนำมาผสมกันหรือนำมาใช้ในการผลิตสินค้าประเภทต่าง ๆ ตามคุณสมบัติที่กำหนดไว้เพื่อที่จะได้มีค่าใช้จ่ายต่ำสุด

3. ปัญหาการขนส่ง (Transportation Problem) เป็นการพิจารณาการหาปริมาณสินค้าที่จะทำการขนส่งจากแหล่งผลิตสินค้าไปยังผู้บริโภคหรือจุดหมายปลายทาง เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำสุด หรือส่งสินค้าถึงจุดหมายปลายทางได้เร็วที่สุด

4. ปัญหาการมอบหมายงาน (Assignment Problem) เป็นการพิจารณาการมอบหมายงานที่จะต้องทำให้กับบุคลากรหรือเครื่องจักร เพื่อให้งานที่ได้รับการมอบหมายแล้วเสร็จในเวลาที่เร็วที่สุดหรือเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

5. ปัญหาการลงทุน (Investment Project Selection) เป็นการพิจารณาจัดสรรเงินลงทุนในโครงการลงทุนต่าง ๆ เพื่อให้ได้รับผลตอบแทนสูงที่สุด

6. ปัญหาการเลือกสื่อโฆษณา (Media Selection) เป็นการพิจารณาเลือกสื่อโฆษณาชนิดต่าง ๆ เพื่อให้ข้อมูลหรือข่าวสารที่ต้องการเผยแพร่ออกเป้าหมายเป็นจำนวนมากที่สุด หรือโดยเสียค่าใช้จ่ายในการโฆษณาน้อยที่สุด

7. ปัญหาการตัดกระดาษ (Trim Loss Problem) เป็นการพิจารณารูปแบบหรือวิธีการตัดกระดาษ (หรือสินค้าอื่น ๆ ที่มีคุณสมบัติคล้ายคลึงกัน เช่น การตัดผ้า การตัดแผ่นเหล็ก เป็นต้น) เพื่อที่จะหารูปแบบการตัดกระดาษขนาดมาตรฐานที่มีอยู่ออกเป็นขนาดและปริมาณต่าง ๆ ตามความต้องการ เพื่อที่จะให้มีเศษ (ส่วนที่ใช้ประโยชน์ต่อไปไม่ได้) น้อยที่สุด

8. ปัญหาทางด้านการทหาร อาจนำเอากำหนดการเชิงเส้นมาใช้ในการพิจารณาวางแผนการส่งกำลังบำรุง การเลือกกำหนดจำนวนอาวุธยุทโธปกรณ์ การกำหนดยุทธศาสตร์ ฯ

อาริสา รัตนเพ็ชร; และ ทัศนา วิทยานนท์ (2545: 141-142) กล่าวถึงกำหนดการเชิงเส้นว่าได้ถูกนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในด้านต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง ซึ่งได้ช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการบริหาร และการดำเนินงานขององค์การหรือหน่วยงานนั้น ๆ ในปัจจุบันนี้เทคนิคกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในด้านต่าง ๆ มากมาย เช่น

1. การเกษตรกรรม กำหนดการเชิงเส้นช่วยในการวิเคราะห์ปัญหาเกี่ยวกับการจัดสรรปัจจัยที่มีอยู่อย่างจำกัด อันได้แก่ ที่ดิน น้ำ ปุ๋ย แรงงาน และเงินลงทุน เพื่อที่จะให้รายได้จากผลผลิตนั้นสูงสุด โดยการเลือกปลูกพืชให้เหมาะสมกับฤดูกาล และจำนวนผลผลิตที่ได้นั้นจะต้องไม่มากเกินความต้องการของตลาดซึ่งจะทำให้ขายผลผลิตทางการเกษตรได้ในราคาดี

2. การอุตสาหกรรม กำหนดการเชิงเส้นได้ช่วยในการที่จะลดต้นทุนการผลิตและดำเนินกิจการให้ได้ผลกำไรสูงสุด ตลอดจนช่วยให้การทำงานของบุคคลและเครื่องมือต่าง ๆ นั้นเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งทำให้ประสบผลสำเร็จในด้านอุตสาหกรรมต่าง ๆ ได้ เช่น อุตสาหกรรมถ่านหิน เหล็กกล้า กระดาษ และน้ำมัน เป็นต้น

3. การขนส่ง กำหนดการเชิงเส้นได้ถูกนำไปใช้ในการวางแผนที่จะกำหนดเส้นทางขนส่งสินค้าที่มีอยู่ไปยังลูกค้า โดยทำให้ต้นทุนการขนส่งดังกล่าวน้อยที่สุด

4. การทหาร ได้มีการใช้เทคนิคของกำหนดการเชิงเส้นในการแก้ปัญหาการขนส่งกำลังบำรุงทางอากาศ โดยให้เกิดภาวะความคล่องตัวในการปฏิบัติงานอย่างได้ผล ภายใต้ภาวะจำกัดของจำนวนเครื่องบิน นักบิน สนามบิน และปัจจัยอื่น ๆ เป็นต้น

กมล เอกไทยเจริญ (ม.ป.ป.: 543) กล่าวถึงตัวอย่างการประยุกต์ใช้กำหนดการเชิงเส้นที่พบเห็นโดยทั่วไป ได้แก่

1. ปัญหาการผลิตสินค้า เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสินค้าแต่ละชนิดที่ต้องการผลิต โดยใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างเหมาะสม เช่น เครื่องจักร วัตถุดิบ แรงงาน เงินทุน ทั้งนี้เพื่อให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

2. ปัญหาการลงทุน เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการจัดสรรเงินลงทุนในโครงการต่าง ๆ เพื่อให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

3. ปัญหาการขนส่ง เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสินค้าที่จะทำการขนส่งจากแหล่งผลิตไปยังผู้บริโภค เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าน้อยที่สุด หรือ ใช้เวลาในการขนส่งสินค้าน้อยที่สุด

4. ปัญหาทางการเกษตร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาเนื้อที่ที่ต้องการเพาะปลูกพืชแต่ละชนิดโดยให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

5. ปัญหาทางโภชนาการ เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเลือกบริโภคอาหารแต่ละชนิดเพื่อให้ได้คุณค่าของอาหารตามที่ต้องการ และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

6. ปัญหาการผสมสาร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสารที่ต้องผสม เพื่อใช้ในการผลิตสินค้าตามคุณสมบัติที่ต้องการ และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

7. ปัญหาทางทหาร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการวางแผนการส่งกำลังบำรุง เพื่อให้ใช้เวลาน้อยที่สุด เป็นต้น

จากการศึกษาการประยุกต์ของกำหนดการเชิงเส้นสรุปได้ว่ากำหนดการเชิงเส้นสามารถปรับใช้กับปัญหาต่าง ๆ ได้ อย่างกว้างขวาง ทั้งนี้เพราะฟังก์ชันจุดประสงค์อาจใช้ได้ในรูป กำไร ค่าใช้จ่าย การสูญเสีย เป็นต้น ส่วนเงื่อนไขบังคับอาจจะอยู่ในรูปของข้อจำกัดของทรัพยากรที่มีอยู่หรือที่อาจจะหาได้ ข้อจำกัดด้านการตลาด ข้อจำกัดด้านคุณภาพ สำหรับปัญหาที่นำมาประยุกต์ในงานวิจัยนี้ได้แก่ ปัญหาการผลิตสินค้า ปัญหาการทางการเกษตร ปัญหาโภชนาการ ปัญหาการผสม ปัญหาการเลือกสื่อโฆษณาและปัญหาอุตสาหกรรม

**1.4 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น**

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ซึ่งได้แก่

สมคิด แก้วสนธิ (2524: 73) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นไว้ว่า การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ต้องตัดสินใจเพียงสองตัว เราสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟได้ แต่ในทางปฏิบัติหรือในแบบจำลองโดยทั่วไปแล้ว ตัวแปรในแบบจำลองมิได้มีเพียงสองตัวเท่านั้น แต่มีจำนวนมาก นอกจากนี้ยังมีสมการ/อสมการข้อจำกัดอีกมากมาย ซึ่งเราไม่สามารถ ใช้การแก้ปัญหาด้วยกราฟได้อีกต่อไป นักวิจัยดำเนินงานได้สร้างวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยใช้วิธีทางพีชคณิตโดยอาศัยหลักการเกี่ยวเมทริกซ์ ซึ่งเป็นวิธีเฉพาะสำหรับ

แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น วิธีดังกล่าวนี้มีชื่อว่า วิธีซิมเพล็กซ์ และหากปัญหาใดที่ซับซ้อนมาก ๆ ก็ใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการแก้ปัญหา

นิกร วัฒนพนม (2535: 2-3) ได้กล่าวถึงวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นไว้ว่า ก้าวสำคัญอีกก้าวหนึ่งของวิชากำหนดการเชิงเส้น คือ นาเรนดรา คาร์มาร์คาร์ (Narendra Karmarkar) ได้เสนอผลงานวิจัยใหม่ทางด้านทฤษฎีกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งเป็นวิธีการใหม่ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เรื่อง “A New Polynomial-time Algorithm for Linear Programming” วิธีการของ คาร์มาร์คาร์ (Karmarkar ‘s Algorithm) สามารถนำไปใช้ในการหาผลลัพธ์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นขนาดใหญ่ได้ผลดี ในมหาวิทยาลัยบางแห่งได้เริ่มบรรจุเป็นเนื้อหาหลักสูตรในการสอนนักศึกษา แต่ยังไม่บรรลุผลสำเร็จเท่าที่ควรเนื่องจากความยากในการสอนและสมาคมการวิจัยดำเนินงานแห่งสหรัฐอเมริกาได้จัดให้มีการอบรมเชิงปฏิบัติการใน วิธีการของคาร์มาร์คาร์ เมื่อปี ค.ศ. 1987 ในระหว่างเดือนตุลาคม ผลของการประชุมปฏิบัติการครั้งนั้นได้อภิปราย ถึงวิธีการของคาร์มาร์คาร์ ว่ามีความยากในการสอนเป็นเพราะวิธีการมีความยุ่งยากและซับซ้อนมาก นอกจากนั้นถ้าจะเป็นการสร้างความเข้าใจในเชิงเรขาคณิตต้องเขียนเป็นรูป 3 มิติ ไม่สามารถเขียนรูป 2 มิติได้ และถ้าเป็นปัญหาขนาดเล็กหากดำเนินการคำนวณด้วยมือจะเสียเวลามากซึ่งต่างจากวิธีซิมเพล็กซ์

ชูเกียรติ วรสุชีพ (2543: 95) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นไว้ว่า ยอร์จ บี ดานท์ซิก ได้พัฒนาวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าวิธีซิมเพล็กซ์ มาตั้งแต่ปี ค.ศ. 1947 แล้ว ซึ่งอาศัยหลักการเกี่ยวกับการดำเนินตามแถว โดยมีการเลือกถอนตัวแปรและใส่ตัวแปรเข้าไป เพื่อให้ผลลัพธ์ดีขึ้น (น้อยลงหรือมากขึ้นแล้วแต่กรณี) คิดวนซ้ำกันไปจนได้คำตอบที่ดีที่สุด หากมีตัวแปรที่ต้องตัดสินใจเพียงสองตัวก็อาจใช้วิธีแก้ปัญหาด้วยการใช้กราฟเพื่อหาขอบเขตและคำตอบได้ ในการวางแผนเชิงเส้นมากมาย เช่นโรงงานผลิตสินค้าหรือการเลือกสื่อโฆษณา นอกจากเราสามารถหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้วเรายังสามารถวิเคราะห์หาปริมาณที่เหลือ หรือส่วนเกินของปัจจัยเงื่อนไขต่าง ๆ รวมทั้งการวิเคราะห์ความไวของข้อมูลได้ไม่ยากซึ่งมีประโยชน์ในการตัดสินใจในงานจริง ๆ สำหรับการแก้ปัญหาที่ต้องเกี่ยวข้องกับตัวแปร/ข้อจำกัดเป็นสิบ ๆ หรือเป็นหมื่น ๆ ตัวแปร/ข้อจำกัด ความจริงแล้วมีผู้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อช่วยคำนวณเพื่อแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นมาใช้ในคอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ (Mainframe) จนมาถึงเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลในปัจจุบัน โดยโปรแกรมที่ใช้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลได้ มีหลายโปรแกรม ได้แก่ LINDO (Linear Interactive Discrete Optimizer), QS (Quantitative System) หรือ Micro Manager หรือแม้แต่ Excel Solver ก็สามารถใช้แก้ปัญหาดังกล่าวได้

สุทธิมา ชำนาญเวช (2545: 47-100) กล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นไว้ดังนี้

1. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

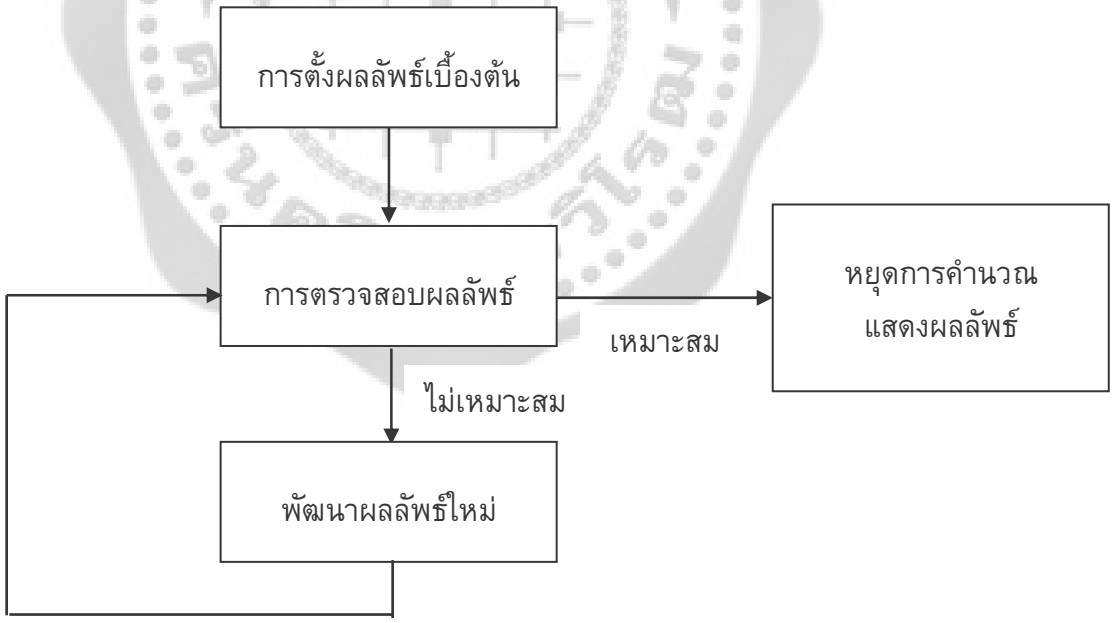
การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟจะใช้ได้กับกำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรเพียง 2 ตัวและมีเงื่อนไขบังคับไม่มากนัก ซึ่งเป็นวิธีที่เข้าใจง่ายและมีขั้นตอนการคำนวณที่ไม่ยุ่งยากซับซ้อน แต่ก็มีความจำกัดด้านขนาดของกำหนดการเชิงเส้นที่จะนำไปใช้ โดยจะใช้กับกำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรเพียง 2 ตัว ส่วนในกรณีที่เป็นปัญหาที่มีตัวแปรเกิน 2 ตัวอาจไม่สามารถแก้ปัญหาด้วยกราฟได้

2. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

จะใช้ได้กับปัญหาที่มีตัวแปรเกิน 2 ตัวได้และเป็นการแก้ปัญหาที่มีการคำนวณย้อนซ้ำขั้นตอน นั่นคือ จะทำการคำนวณซ้ำขั้นตอนจนกว่าจะได้ผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุดโดยมีขั้นตอนการคำนวณแบ่งออกเป็นขั้นตอนหลัก ๆ ดังนี้

- การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น
- การตรวจสอบผลลัพธ์
- การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่

ซึ่งสามารถสรุปขั้นตอนเพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้นดังภาพประกอบ 2




ภาพประกอบ 2 ขั้นตอนการคำนวณวิธีซิมเพล็กซ์

ที่มา: สุทธิมา ชำนาญเวช. (2545). การวิเคราะห์เชิงปริมาณ. พิมพ์ครั้งที่ 3: 63

ในการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจถึงวิธีการคำนวณได้อย่างชัดเจน ทั้งนี้ควรเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ คือปัญหาที่มีเงื่อนไขบังคับทุกข้อมีเครื่องหมายน้อยกว่าหรือเท่ากับ ($\leq$) เสียก่อน โดยฝึกการแก้ปัญหาทั้งปัญหาที่มีค่าสูงสุดและปัญหาที่มีค่าต่ำสุด แล้วจึงกล่าวถึงปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น รวมทั้งแสดงลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

3. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยคอมพิวเตอร์

ปัญหาที่เกิดขึ้นในธุรกิจบ่อยครั้งที่ตัวแปรมีจำนวนหลายสิบหรือหลายร้อยตัว และมีเงื่อนไขบังคับหลายสิบข้อ ซึ่งไม่สามารถที่จะคำนวณด้วยมือได้ จึงได้มีผู้พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการคำนวณขึ้นมามากมาย ทั้งที่ใช้กับคอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ (Mainframe) จนถึงโปรแกรมขนาดเล็กที่ใช้กับคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Microcomputer) ได้ ยกตัวอย่างเช่น

- โปรแกรม LINDO (Linear Interactive Discrete Optimizer)
- โปรแกรม QSB+ (Quantitative System for Business Plus) และโปรแกรม QS (Quantitative System)
- โปรแกรม D&D เป็นต้น

ถึงแม้ว่าโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณให้สะดวกและรวดเร็วขึ้นทำให้สามารถประหยัดเวลาและค่าใช่จ่ายได้มาก อย่างไรก็ตามวิธีคำนวณที่ใช้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์เหล่านั้นล้วนใช้หลักการคำนวณของวิธีซิมเพล็กซ์ทั้งสิ้น จึงอาจกล่าวได้ว่าวิธีซิมเพล็กซ์เป็นวิธีการคำนวณเพื่อแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีประสิทธิภาพสูงสุด โดยมีโปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นเครื่องช่วยคำนวณ ซึ่งทำให้การคำนวณหาผลลัพธ์ได้รวดเร็วและสามารถนำไปใช้ช่วยในการตัดสินใจได้ทันต่อเหตุการณ์ และถึงแม้ว่าการแก้ปัญหาด้วยคอมพิวเตอร์จะมีข้อได้เปรียบในด้านความสะดวกรวดเร็วกว่าการคำนวณสองวิธีแรก แต่ก็ยังมีความจำเป็นที่จะต้องศึกษาการคำนวณด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ เพราะจะทำให้เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้น สามารถวิเคราะห์ตัวเลขต่าง ๆ ที่ปรากฏในผลการคำนวณ (Output) ได้ถูกต้องครบถ้วน อันเป็นการใช้ประโยชน์ผลลัพธ์ที่ได้จากคอมพิวเตอร์อย่างเต็มที่

บุญสม ศิริโสภณา (2547: 30-52) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นดังนี้

1. การแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟ การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยกราฟ เป็นวิธีที่ง่ายต่อความเข้าใจ และเป็นวิธีที่มองเห็นภาพของกระบวนการหาคำตอบที่ดีที่สุดวิธีหนึ่งแต่เป็นที่น่าเสียดายว่าวิธีกราฟเป็นวิธีที่เหมาะกับการแก้ปัญหาที่มีตัวแปรเพียง 2 ตัวเท่านั้น เหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะกราฟจะเห็นได้ชัดเจนเมื่อเป็นกราฟสองมิติ (แสดงได้สูงสุดสามมิติ) การแก้ปัญหาโดยวิธีกราฟ เป็นวิธีหาผลลัพธ์โดยการพิจารณาจากภาพที่สร้างขึ้นโดยกราฟที่สร้างขึ้นนี้ เกิดจากการนำเอาข้อมูลอันเกิดจากเงื่อนไขของกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งภาพกราฟที่ได้จะแสดงอาณาเขตอันเป็นบริเวณพื้นที่ของผลลัพธ์ ที่เป็นไปได้เกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขที่กำหนด จากนั้นนำฟังก์ชันเป้าหมายมาตรวจสอบผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด กล่าวคือ ถ้าเป้าหมายต้องการหาค่ามากที่สุด จะได้ว่าผลลัพธ์

ที่เหมาะสมที่สุดจะทำให้ฟังก์ชันเป้าหมายมีค่าสูงสุด หรือทางตรงกันข้ามถ้าเป้าหมายต้องการค่าต่ำสุด ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดจะทำให้ฟังก์ชันเป้าหมายมีค่าต่ำสุด

การหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ อาจดำเนินการเป็นลำดับขั้นตอนได้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างกราฟแสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากเงื่อนไขที่กำหนด

ขั้นที่ 2 พิจารณาตำแหน่งผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดในกราฟ โดยพิจารณาจากค่าของฟังก์ชันเป้าหมายที่ต้องการ

ขั้นที่ 3 สรุปผลลัพธ์ที่ได้จากกราฟ

2. การแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เป็นวิธีทางพีชคณิตที่ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น โดยเริ่มต้นจาก การหาผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เบื้องต้น จากนั้นก็ดำเนินการตรวจสอบความสมบูรณ์เพื่อให้ทราบว่า เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้วหรือยัง ถ้าตรวจสอบแล้วเห็นว่ายังไม่ใช่ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด ก็ดำเนินการปรับปรุงผลลัพธ์ที่ดีกว่าต่อไป ทำเช่นนี้ซ้ำกันไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งผลการทดสอบแสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์สุดท้ายนี้เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้ว นั่นคือ ไม่มีวิธีปรับปรุงใด ๆ ที่จะนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ดีกว่านี้อีกแล้ว ดังนั้นผลลัพธ์สุดท้ายเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดนั่นเอง

จากการศึกษาการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น พบว่าวิธีแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในกรณีที่แบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นมีตัวแปรเพียง 2 ตัวแปร การแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟถือว่าเป็นวิธีที่เข้าใจง่าย มีความชัดเจนและทำได้ไม่ยุ่งยาก แต่ถ้ากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นดังกล่าว สามารถทำได้โดยใช้ วิธีซิมเพล็กซ์ หรือแก้ปัญหาด้วยการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ และพบว่าถ้ากำหนดการเชิงเส้นที่มีขนาดไม่ใหญ่มากเกินไป การคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ถือได้ว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง และในการแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการแก้ปัญหาขนาดใหญ่ได้อย่างรวดเร็ว และสะดวกมากขึ้น แต่การแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์เป็นอย่างดีก่อน เพราะจะทำให้สามารถวิเคราะห์ตัวเลขต่างๆ ที่ปรากฏในผลการคำนวณ (Output) ได้ถูกต้องครบถ้วน อันเป็นการใช้ประโยชน์ผลลัพธ์ที่ได้จากคอมพิวเตอร์ อย่างเต็มที่ ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบข่ายในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรไม่เกิน 4 ตัวแปร และเป็นกำหนดการเชิงเส้นที่มีขนาดไม่ใหญ่เกินไปจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นของนักเรียนด้วยการใช้วิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหา กำหนดการเชิงเส้นดังกล่าวถือได้ว่าเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการคำนวณ และเพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้

## 2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกำหนดการเชิงเส้น

**งานวิจัยในประเทศ**

วรรณรัตน์ วิบูลสุข (2539) ได้ทำการสร้างแบบทดสอบ แบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 48 ข้อ เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ของนักศึกษามหาวิทยาลัยหัวเฉียวเฉลิมพระเกียรติ ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาคณิตศาสตร์ธุรกิจ (MA 1033) จำนวน 188 คน พบว่า 1) เมื่อจำแนกตามเนื้อหา นักศึกษามีข้อบกพร่องทางการเรียนมากที่สุด คือ การแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยใช้กราฟ ร้อยละ 47.85 และมีข้อบกพร่องน้อยที่สุดในเนื้อหาเรื่องระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ร้อยละ 11.83 2) เมื่อจำแนกตามจุดประสงค์การเรียนรู้ พบว่า นักศึกษามีข้อบกพร่องในจุดประสงค์ที่ 4 คือการกำหนดตัวแปรเพื่อสร้างแบบจำลองของปัญหากำหนดการเชิงเส้น ร้อยละ 50.54 และมีข้อบกพร่องในจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ 10 คือการคำนวณค่าจากสมการวัตถุประสงค์ ร้อยละ 49.46 และมีข้อบกพร่องน้อยสุดในจุดประสงค์ที่ 7 การกำหนดสมการวัตถุประสงค์ ร้อยละ 6.99

สุกัญญา เรืองสุวรรณ (2542) ได้ทำการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ด้วย Excel Solver พบว่าคำสั่ง Solver ของโปรแกรม Excel นั้นเป็นเครื่องมือหนึ่งที่สามารถช่วยแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นได้ดี ซึ่งเหมาะสำหรับผู้ที่ไม่มีความรู้ด้านกำหนดการเชิงเส้น นอกจาก Solver แล้วยังมีโปรแกรมสำหรับแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นอีกมากมาย อาทิเช่น LINDO (Linear Interactive Discrete Optimizer), QSB+ (Quantitative System for Business Plus) เป็นต้น ทำให้การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นทำได้ง่ายขึ้น ช่วยให้ผู้ใช้หาทางเลือกที่ดีที่สุดในการผลิตสินค้าได้เร็วขึ้น ซึ่งสามารถนำไปปรับปรุงการผลิตหรือพัฒนาระบบงานให้ดีขึ้น

วรทัศน์ ขจิตวิชยานุกูล และ เชาวลิต มีเชาว์ (2546) ได้นำกำหนดการเชิงเส้นมาใช้ในกระบวนการผสมในอุตสาหกรรม (Linear Programming for Blending Process in Industry) โดยได้นำเสนอการใช้โปรแกรมเอ็กเซลซึ่งเป็นโปรแกรมตารางคำนวณที่มีการใช้งานทั่วไปมาช่วยคำนวณแก้ปัญหาเชิงเส้น เช่นเดียวกับโปรแกรมเฉพาะทาง อาทิเช่น โปรแกรมลินโด (LINDO) หรือ โปรแกรมลินโก (LINGO) โดยนำความรู้และเทคนิคการวิจัยดำเนินงานมาแก้ปัญหาเชิงเส้นโดยใช้โปรแกรมทั่วไปแทนโปรแกรมเฉพาะทางและได้ยกตัวอย่างขบวนการผสม เพื่อแสดงถึงวิธีการแก้ปัญหา หลังจากได้นำไปใช้ในโรงงานพบว่าสามารถลดต้นทุนการผลิตเนื่องจากวัตถุดิบได้ถึง 15%

อมฤทธิ์ บุพโต (2548) ได้ทำการวิจัยโดยสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดีย เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องละ 40 คนเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียและกลุ่มที่เรียนโดยวิธีสอนปกติ รวมทั้งเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียของนักเรียนกลุ่มทดลอง พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียและที่เรียนโดยวิธีปกติไม่แตกต่างกัน

ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และนักเรียนมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ภายหลังเรียนด้วยบทเรียนคอมพิวเตอร์มัลติมีเดียดีกว่าก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .01

อาภรณ์ อินต๊ะชัย (2549) ได้ทำการสร้างและหาประสิทธิภาพบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยใช้กราฟ สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี จำนวน 50 คน ที่สุ่มจากนักศึกษาที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ทางธุรกิจ จำนวน 225 คน ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา เชียงใหม่ โดยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า นักเรียนสามารถทำคะแนนรายจุดประสงค์ก่อนเรียน เฉลี่ยร้อยละ 49.3 และคะแนนสอบหลังเรียนเพิ่มขึ้นเป็นร้อยละ 73.2 ซึ่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .05

**งานวิจัยต่างประเทศ**

เบนสัน (Benson. 1989: Online) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อการเรียนการสอน เรื่อง Gauss-Jordan Elimination และกำหนดการเชิงเส้น โดยใช้ซอฟแวร์คอมพิวเตอร์ กลุ่มตัวอย่างแบ่งเป็นกลุ่มทดลองซึ่งใช้ซอฟแวร์คอมพิวเตอร์ในการศึกษาเนื้อหา และสำหรับกลุ่มควบคุม จะเรียนเนื้อหาเดียวกันกับกลุ่มทดลองแต่ไม่ใช้คอมพิวเตอร์ สมมติฐานในการวิจัยคือผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน ผลการวิจัยพบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้นและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม แต่คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง Gauss-Jordan Elimination และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมสูงกว่ากลุ่มทดลอง

สมิธ (Smith. 1991: Online) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การบูรณาการเครื่องคำนวณระบบพีชคณิต ในการเรียนการสอนกำหนดการเชิงเส้น เพื่อศึกษาผลของการใช้เทคโนโลยี ในการสนับสนุนการเรียนการสอนด้วยเครื่องคำนวณระบบพีชคณิตที่นำมาบูรณาการในการเรียนการสอนเพื่อสร้างความเข้าใจเรื่องกำหนดการเชิงเส้นกับชั้นเรียนที่มีขนาดใหญ่โดยทำการทดลองกับนักศึกษาวิชาเอกการบริหารธุรกิจและสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยแคโรลินาใต้ ประเทศโคลัมเบีย ซึ่งแต่ละห้องมีประมาณ 70 คน และในแต่ละโปรแกรมการเรียนการสอน ใช้เวลา 1 เดือน ซึ่งห้องแรกแทนด้วย INT คือห้องที่เรียนโดยใช้เครื่องคำนวณระบบพีชคณิตในการสาธิตการเรียนการสอนรวมทั้งนักศึกษาได้ใช้เครื่องคำนวณนี้ด้วย ห้องที่ 2 แทนด้วย NINT เป็นห้องที่ใช้เครื่องคำนวณระบบพีชคณิตในการสาธิตการเรียนการสอนเพียงอย่างเดียว โดยได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนการสอน พบว่า ไม่มีนัยสำคัญของความแตกต่างในผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ส่วนเจตคติ ระหว่าง ห้อง INT, NINT และ NC (ห้องเรียนที่มีการเรียนการสอนโดยไม่ใช้เครื่องคำนวณ) ไม่แตกต่างกัน

ยาวัซ (Yavuz. 2003: Online) ได้ทำวิจัยเพื่อศึกษาอิทธิพลของการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะเชิงประสบการณ์ในชั้นเรียน: กรณีศึกษาจากการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น เพื่อประเมินการทดลองการใช้แบบฝึกทักษะเชิงประสบการณ์ในวิชาดังกล่าว โดยได้ศึกษาผลที่เกิดจากการใช้แบบฝึกนี้กับนักศึกษา 3 กลุ่ม ซึ่งมีกลุ่มทดลองสองกลุ่มและได้รับแบบฝึกเชิงประสบการณ์ที่แตกต่างกัน ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม ในการวิจัยครั้งนี้จะวัดความรู้ความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนทั้งก่อนและหลังเรียน ผลการวิจัยพบว่า การใช้แบบฝึกเชิงประสบการณ์ทั้งสองกลุ่มสามารถสร้างความเข้าใจ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น เพิ่มขึ้น สังเกตได้จากการเปรียบเทียบคะแนน หลังเรียนซึ่งสูงกว่าคะแนนก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญ ข้อมูลในการศึกษานี้ทำให้ทราบอีกว่าเพศหญิงจะเอาใจใส่ในการเรียนรู้ในสิ่งแวดล้อมที่มีการปฏิสัมพันธ์ด้วยกระบวนการเรียนรู้แบบร่วมมือดีกว่าเรียนรู้แบบแบ่งแยก ส่วนเพศชายเรียนรู้ได้ดีในสภาวะการเรียนรู้ทั้งสองแบบ

เอ็ดวาร์ด; และ เชลส์ท (Edwards; & Chelst. 2004: Online) ได้ทำการศึกษาโครงการภายใต้ชื่อว่า High School Operations Research Outreach: HSOR ซึ่งเป็นโครงการที่สอดแทรกวิชาการวิจัยดำเนินงาน ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โครงการนี้นับว่าเป็นการกระตุ้นและสร้างแรงจูงใจให้นักวิจัยดำเนินงานรุ่นต่อ ๆ ไปและเป็นการสร้างความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานแก่นักเรียน ซึ่งเป้าประสงค์หลัก คือการนำความรู้เกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานไปสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายเพื่อเป็นการแนะนำและสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานและเพื่อให้เกิดความเข้าใจมากขึ้นโครงการนี้ได้นำเอาสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริงเข้าไปสอนด้วย และHSOR ได้มีการทดลองและพยายามที่จะพัฒนาชุดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานโดยการสร้างทีมผู้เชี่ยวชาญการวิจัยดำเนินงาน ที่เป็นอาสาสมัครและมีความสามารถที่จะนำเสนอชุดการเรียนการสอนแก่ครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายด้วย

จากเอกสารและงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่กล่าวมาจะเห็นว่ากำหนดการเชิงเส้นมีความสำคัญในการนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ สามารถลดต้นทุนการผลิต ทำให้กำไรเพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นสิ่งที่หน่วยงานภาครัฐและเอกชนต้องการ และในด้านการเรียนการสอนมีการพัฒนาการเรียนการสอนโดยใช้นวัตกรรมทางการศึกษาต่าง ๆ เพื่อพัฒนานักเรียนให้เกิดความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นได้อย่างมีประสิทธิภาพและพบว่าในต่างประเทศได้มีการศึกษาและพัฒนาการเรียนการสอนโดยการสอดแทรกความรู้เรื่องการวิจัยการดำเนินงานเข้าไปในการเรียนการสอนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายด้วย ซึ่งกำหนดการเชิงเส้นก็เป็นเนื้อหาหนึ่งในหลาย ๆ เรื่องของวิชาการวิจัยดำเนินงานที่ได้นำมาสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายดังกล่าวด้วย ผู้วิจัยเห็นว่าในหลักสูตรการการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สำหรับช่วงชั้นที่ 4 ของประเทศไทยได้วางขอบข่ายของการศึกษาเรื่องกำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรเพียง 2 ตัวแปรเท่านั้น ดังนั้น จึงมีความสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นที่มีการเพิ่มขอบข่ายการศึกษาแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร เพื่อให้สถานการณ์ในการเรียนการสอนใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตจริงมากขึ้นและเพื่อเป็นแนวทางเบื้องต้นในการสร้างความรู้พื้นฐาน

เกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร อันจะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาต่อในระดับสูงขึ้นและเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่กว้างขึ้น ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้วางขอบข่ายเนื้อหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรไม่เกิน 4 ตัวแปร โดยใช้วิธีดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีการ 2 วิธี คือการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

## 3. เอกสารที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอน

### 3.1 ความหมายของชุดการเรียนการสอน

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของชุดการเรียนการสอนไว้ดังต่อไปนี้

สมหญิง กลั่นศิริ (2523: 58) ได้กล่าวว่าชุดการเรียนการสอนหมายถึง ชุดของวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ประกอบขึ้นเพื่อใช้สอน จะมีสื่อมากกว่า 1 ชิ้นขึ้นไป สื่อจะอยู่ในรูปของสื่อประสม วัสดุอุปกรณ์ และวิธีการนำมาบูรณาการโดยใช้วิธีการจัดระบบเพื่อให้ชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดมีประสิทธิภาพ ชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดมีความสมบูรณ์เบ็ดเสร็จในตัวเอง ชุดการเรียนการสอน อาจอยู่ในแฟ้มหรือกล่องมีจำนวนเท่ากับหน่วยการสอนในแต่ละวิชา ชุดการเรียนการสอนจะมีลักษณะอย่างไรและประกอบด้วยสื่อประเภทใดบ้างขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายของการใช้ อาจใช้สื่อราคาแพง เช่น ระบบบันทึกภาพ ฟิล์ม สไลด์ หรือ สื่อราคาถูก เช่นวัสดุกราฟิกรูปภาพต่าง ๆ ใบไม้ ใบหญ้า ฯลฯ

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 185) กล่าวว่าชุดการเรียนการสอน หมายถึง ระบบการผลิต และการนำสื่อการเรียนหลาย ๆ อย่างมาสัมพันธ์กันและมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน สื่อการเรียนอย่างหนึ่งอาจใช้เพื่อเร้าความสนใจในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหา และอีกอย่างหนึ่งอาจเพื่อก่อให้เกิดการเสาะแสวงหาอันนำไปสู่ความเข้าใจลึกซึ้งและป้องกันการเข้าใจความหมายผิด สื่อการเรียนเหล่านี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าสื่อประสมที่เรานำมาใช้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาเพื่อช่วยให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526: 112) กล่าวถึงชุดการเรียนการสอนว่าหมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการเรียนหลายอย่างมาสัมพันธ์กันอย่างมีคุณค่าส่งเสริมซึ่งกันและกัน หรือการนำระบบสื่อประสม (Multi Media) ที่สอดคล้องกับเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยวิชามาช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น ชุดการเรียนการสอนนี้นิยมจัดไว้เป็น กล่อง หรือซองเป็นหมวด ๆ สำหรับสอนหัวข้อต่าง ๆ ในทุกวิชาเท่าที่จะทำได้ โดยยึดหลักสูตรเป็นแนวทางในการพิจารณาจัดทำชุดการเรียนการสอนแต่ละชุด

เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต (2528: 291) กล่าวถึงชุดการเรียนการสอนไว้ว่า ชุดการเรียนการสอนเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อันประกอบด้วย วัตถุประสงค์ เนื้อหา และวัสดุอุปกรณ์ทั้งหลายไว้เป็นชุด ๆ เพื่อจัดกิจกรรมให้เกิดการเรียนรู้ ทั้งยังเป็นแผนการสอนที่ช่วยครูให้ได้รับความสะดวกในการสอน และช่วยนักเรียนให้เกิดผลสำเร็จในการเรียนรู้ เป็นการจัดการโดยอาศัยวัตถุประสงค์และผล และถือว่าเป็นนวัตกรรมการศึกษาที่ทางการศึกษาทุกวงการกำลังให้ความสนใจจากผลการวิจัยมากมายหลายงานวิจัย สรุปได้ว่าการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนได้ผลดีกว่าการสอนแบบปรกติที่ปฏิบัติกันอยู่โดยทั่วไป ซึ่งช่วยให้ครูดำเนินการสอนที่มีคุณภาพเท่าเทียมกันอยู่ในมาตรฐานเดียวกันและยังทำให้ประหยัดเวลาในการเตรียมการสอน ทำให้การสอนเรื่องนั้น ๆ บรรลุวัตถุประสงค์เดียวกันด้วยวิธีการเดียวกัน

ชัยยงค์ พรหมวงศ์; นิคม ทาแดง; และ สมเชาว์ เนตรประเสริฐ (2531: 113) กล่าวถึงชุดการเรียนการสอน ตรงกับภาษาอังกฤษว่า “Instructional Package” เป็นสื่อประสมประเภทหนึ่งซึ่งมีจุดมุ่งหมายเฉพาะเรื่องที่จะสอน ซึ่งชุดการเรียนการสอนเป็นสื่อประสมที่ได้จากระบบการผลิตและการนำการสอนที่สอดคล้องกับวิชา หน่วย หัวเรื่องและวัตถุประสงค์เพื่อช่วยให้ การเปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ

บุญเกื้อ ควรหาเวช (2542: 91) ชุดการเรียนการสอนจัดว่าเป็นสื่อการสอนชนิดหนึ่งซึ่งเป็นชุดของสื่อประสม (Multi Media) ที่จัดขึ้นสำหรับหน่วยการเรียนตามหัวข้อเนื้อหาและประสบการณ์ของแต่ละหน่วยที่ต้องการจะให้นักเรียนได้รับ โดยจัดเอาไว้เป็นซอง ๆ บรรจุอยู่ในซอง กล่องหรือกระเป๋า ก็แล้วแต่ผู้สร้างจะทำขึ้นในการสร้างชุดการเรียนการสอนนี้จะใช้วิธีระบบเป็นหลักสำคัญด้วย จึงทำให้มั่นใจว่าชุดการเรียนการสอนจะสามารถช่วยให้นักเรียนได้รับความรู้อย่างมีประสิทธิภาพ และยังช่วยให้ผู้สอนเกิดความมั่นใจ พร้อมที่จะสอนอีกด้วย

จากความหมายของชุดการเรียนการสอนข้างต้น สรุปได้ว่า ชุดการเรียนการสอนประกอบไปด้วยสื่อต่าง ๆ หรือแม้กระทั่งวิธีการที่นำมาบูรณาการ ให้สอดคล้องกับเนื้อหา หน่วยการเรียน หัวเรื่อง และวัตถุประสงค์ เพื่อเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพในการเรียนรู้ อีกทั้งเป็นการสร้างความสะดวกในการสอนของครูและสร้างความมั่นใจในการเรียนการสอนเพื่อให้บรรลุในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งชุดการเรียนการสอนแต่ละชุดจะมีความสมบูรณ์เบ็ดเสร็จในตัวเอง

**3.2 ประเภทของชุดการเรียนการสอน**

นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทชุดการเรียนการสอนดังนี้

คณะอนุกรรมการพัฒนาการเรียนการสอนและผลิตอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 250-251) ได้แบ่งประเภทชุดการเรียนการสอนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดสำหรับจัดให้ครูโดยเฉพาะ มีคู่มือและเครื่องมือสำหรับครูซึ่งพร้อมจะนำไปสอนให้เด็กเกิดพฤติกรรมที่คาดหวัง ครูเป็นผู้ดำเนินการและเป็นผู้ควบคุมกิจกรรมทั้งหมด นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมภายใต้การดูแลของครู

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียน เป็นชุดการเรียนการสอนสำหรับจัดให้นักเรียนเรียนด้วยตนเองครูมีหน้าที่เพียงจัดอุปกรณ์และมอบชุดการเรียนการสอนให้ และคอยรับรายงานผลเป็นระยะ ๆ ให้คำแนะนำปรึกษาเมื่อมีปัญหาและประเมินผล ชุดการเรียนการสอนนี้จะฝึกการเรียนการสอนด้วยตนเอง เมื่อนักเรียนจบการศึกษาจากโรงเรียนไปแล้วก็สามารถเรียนรู้หรือศึกษาสิ่งต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

3. ชุดการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน ชุดการเรียนนี้มีลักษณะผสมผสานระหว่างชุดการเรียนการสอนแบบที่ 1 และชุดการเรียนการสอนแบบที่ 2 ครูเป็นผู้คอยดูแลและกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดูและกิจกรรมบางอย่างนักเรียนต้องทำด้วยตนเอง ชุดการเรียนการสอนนี้เหมาะอย่างยิ่งกับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาซึ่งจะเริ่มฝึกให้รู้จักด้วยตนเอง ภายใต้การดูแลของครู

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 175) ได้แบ่งชุดการเรียนการสอนออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนการสอนสำหรับกิจกรรมกลุ่ม ส่งเสริมให้นักเรียนศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองโดยใช้กิจกรรมกลุ่ม เช่น ในวิธีการของศูนย์การเรียน (Learning Center) หรือบทเรียนโมดุลเมื่อออกแบบให้ใช้กิจกรรมกลุ่มเป็นวิธีเรียน

2. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล ส่งเสริมการเรียนด้วยตนเองตามลำพังเพื่อพัฒนาความรับผิดชอบของนักเรียน และความก้าวหน้าในการเรียนตามสามารถในเวลาที่แตกต่างกัน นักเรียนสามารถทดสอบเพื่อทราบผลความก้าวหน้าของตนเองได้ทุกเวลาและตรวจสอบคำตอบได้ทันที

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 94-95) ได้แบ่งชุดการเรียนการสอนออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. ชุดการเรียนการสอนประกอบคำบรรยาย เป็นชุดการเรียนการสอนสำหรับผู้สอนจะใช้สอนนักเรียนเป็นกลุ่มใหญ่หรือเป็นการสอนที่ต้องการปูพื้นฐานให้นักเรียนส่วนใหญ่รู้และเข้าใจในเวลาเดียวกันมุ่งในการขยายเนื้อหาสาระให้ชัดเจนยิ่งขึ้น ชุดการเรียนการสอนแบบนี้จะช่วยให้ผู้สอนลดการพูดให้น้อยลงและใช้สื่อการสอนที่มีพร้อมอยู่ในชุดการเรียนการสอนในการเสนอเนื้อหามากขึ้น สื่อที่ใช้อาจได้แก่ รูปภาพ แผนภูมิ สไลด์ ฟิล์มสตริป ภาพยนตร์ เทปบันทึกเสียง หรือกิจกรรมกำหนดไว้ เป็นต้น ข้อสำคัญก็คือ สื่อที่จะนำมาใช้นี้จะต้องให้นักเรียนเห็นอย่างชัดเจนทุกคน ชุดการเรียนการสอนชนิดนี้บางคนอาจเรียกว่า ชุดการสอนสำหรับครู

2. ชุดการเรียนการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการเรียนการสอนสำหรับให้ผู้เรียนเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 5-7 คน โดยใช้สื่อการสอนที่บรรจุไว้ในชุดการเรียนการสอนแต่ละชุด มุ่งที่จะฝึกทักษะในเนื้อหาวิชาที่เรียนและให้ผู้เรียนมีโอกาสทำงานร่วมกัน ชุดการเรียนการสอนชนิดนี้มักจะใช้ในการสอนแบบกิจกรรมกลุ่ม เช่น การสอนแบบศูนย์การเรียนการสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์ เป็นต้น

3. ชุดการเรียนการสอนแบบรายบุคคลหรือชุดการเรียนการสอนแบบเอกัตภาพ เป็นชุดการเรียนการสอนสำหรับเรียนด้วยตนเองเป็นรายบุคคล คือ ผู้เรียนจะศึกษาหาความรู้ ตามความสามารถและความสนใจของตนเอง อาจจะเรียนที่โรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้ ส่วนมากมักจะมุ่งให้ผู้เรียนได้ทำความเข้าใจในเนื้อหาวิชาเรียนเพิ่มเติม ผู้เรียนสามารถจะประเมินผลการเรียนด้วยตนเองได้ด้วย ชุดการเรียนการสอนชนิดนี้อาจจะจัดในลักษณะของหน่วยการสอนย่อยหรือโมดุลก็ได้

ชัยยงค์ พรหมวงศ์; นิคม ทาแดง; และ สมเชาว์ เนตรประเสริฐ. (2523: 114) ได้แบ่งประเภทของชุดการเรียนการสอนออกเป็น 4 ประเภท ดังนี้

1. ชุดการเรียนการสอนประกอบการบรรยาย เป็นชุดการสอนที่มุ่งช่วยขยายเนื้อหาสาระการสอนแบบบรรยายให้ชัดเจนขึ้น ช่วยให้ผู้สอนพูดน้อยลงและให้สื่อการสอนทำหน้าที่แทน ซึ่งชุดการเรียนการสอนแบบบรรยายนี้นิยมใช้กับการฝึกอบรมและการสอนในระดับอุดมศึกษาถือว่าการสอนแบบบรรยายยังมีบทบาทสำคัญในการถ่ายทอดความรู้แก่ผู้เรียน

2. ชุดการเรียนการสอนแบบกลุ่มกิจกรรม เป็นชุดการเรียนการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนได้ประกอบกิจกรรมกลุ่ม เช่น ในการสอนแบบศูนย์การเรียน การสอนแบบกลุ่มสัมพันธ์

3. ชุดการเรียนการสอนตามเอกัตภาพหรือชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง ตามความแตกต่างระหว่างบุคคลอาจเป็นการเรียนในโรงเรียนหรือที่บ้านก็ได้เพื่อให้ผู้เรียนสนใจและความพร้อมของผู้เรียน ชุดการเรียนการสอนรายบุคคลอาจออกมาในรูปของหน่วยการสอนย่อย หรือ “โมดุล”

4. ชุดการเรียนการสอนทางไกล เป็นการเรียนการสอนที่ผู้สอนกับผู้เรียนอยู่ต่างถิ่นต่างเวลากัน มุ่งให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเองโดยไม่ต้องมาเข้าชั้นเรียน ประกอบด้วยสื่อประเภทสิ่งพิมพ์ รายการวิทยุกระจายเสียง วิทยุโทรทัศน์ ภาพยนตร์ และการสอนเสริมตามศูนย์บริการการศึกษา

ยุพิน พิพิธกุล; และ อรวรรณ ตันบรรจง (2531: 161-197) ได้แบ่งชุดการเรียนการสอนออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เป็นชุดการเรียนการสอนที่ให้ผู้เรียนเรียนด้วยตนเอง ในชุดการเรียนการสอนนี้จะประกอบไปด้วย บัตรคำสั่ง บัตรกิจกรรมและบัตรเฉลย บัตรเนื้อหา บัตรแบบฝึกหัด หรือบัตรงานพร้อมเฉลย และบัตรทดสอบพร้อมเฉลย ในชุดการเรียนการสอนนั้นจะมีสื่อการเรียนการสอนไว้พร้อม เพื่อผู้เรียนจะได้ใช้ประกอบการเรียนเรื่องนั้น

2. ชุดการเรียนการสอนสำหรับครู เป็นชุดการเรียนการสอนที่ครูใช้ประกอบด้วยรายละเอียดในการสอนแต่ละคาบ วิธีการใช้สื่อการเรียนการสอน แบบฝึกหัดเพื่อฝึกทักษะตลอดจนการวัดผลและการประเมินผล นอกจากนี้ยังประกอบด้วยปัญหาต่าง ๆ ที่ควรเน้นให้นักเรียนได้ฝึก

3. ชุดการเรียนการสอนแบบผสม เป็นชุดการเรียนการสอนซึ่งนักเรียนสามารถใช้เรียนด้วยตนเองหรือครูใช้สอนก็ได้ จึงเป็นชุดการเรียนการสอนที่ประกอบด้วยชุดการเรียนการสอนรายบุคคลกับชุดการเรียนการสอนสำหรับครูรวมกัน ในการสร้างชุดการเรียนการสอนลักษณะนี้ต้อง

เตรียมกิจกรรมสำหรับทั้งครูและนักเรียนให้ครบทุกกิจกรรม และในขณะใช้ชุดการเรียนการสอนนี้ครูอาจสอนหรือให้นักเรียนใช้วิธีการศึกษาด้วยตนเอง

สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้ชุดการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกันภายใต้การดูแลของครู และกิจกรรมบางอย่างครูต้องเป็นผู้แสดงนำให้นักเรียนดู และกิจกรรมบางอย่างนักเรียนจะต้องทำด้วยตนเอง

**3.3 องค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน**

ชุดการเรียนการสอนมีหลายประเภทแตกต่างกัน อย่างไรก็ตาม ชุดการเรียนการสอนในแต่ละประเภทนั้นต่างก็มีองค์ประกอบพื้นฐานที่คล้ายคลึงกันดังนี้

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม (2526:114-115) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของชุดการเรียนการสอน 7 ประการ ได้แก่

1. หัวเรื่อง เป็นการแบ่งหน่วยงานออกเป็นส่วยย่อยให้นักเรียนได้เข้าใจยิ่งขึ้นซึ่งหัวเรื่องนี้ต้องตรงความต้องการของผู้เรียนและผู้สอน อีกทั้งมีคุณค่าแก่การเรียนการสอนตามหลักสูตร

2 .คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน เป็นสิ่งจำเป็นมากซึ่งผู้ใช้ชุดการเรียนการสอนนั้นจะศึกษาจากคู่มือเป็นอันดับแรก ดังนั้นคู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนจึงประกอบด้วย

2.1 หัวเรื่อง กำหนดเวลาเรียนของผู้เรียนและจำนวนผู้เรียน

2.2 เนื้อหา สาระสำคัญ จากรายละเอียดของเนื้อหาทั้งหมด ควรจะบรรยายเนื้อหาอย่างสั้น ๆ และกว้าง ๆ ส่วนรายละเอียดควรจะนำไปรวมในเอกสารประกอบการเรียน

2.3 ความคิดรวบยอด (Concept) กล่าวถึงหลักการเรียนรู้ที่มุ่งเน้น

2.4 วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เป็นวัตถุประสงค์ของการเรียนรู้ที่มุ่งจะให้ผู้เรียนได้รับ

2.5 สื่อการเรียนหรือวัสดุประกอบการเรียน ระบุรายการศึกษาค้นคว้าและผู้สอนใช้ประกอบการสอน

2.6 กิจกรรมการเรียน เป็นการกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอนและการใช้อุปกรณ์

2.7 การประเมินผล

3. วัสดุการเรียนหรือสื่อ รายการที่ระบุไว้ในคู่มือ การใช้ชุดการเรียนการสอนจะต้องมีไว้ในชุดการเรียนการสอนจริง ๆ และต้องระบุรายงาน วัสดุอุปกรณ์ หรือสื่อที่มีหมายเลขให้แน่ชัด

4. การประเมินผล แบบประเมินเพื่อดูพฤติกรรมของนักเรียน อาจเป็นลักษณะของแบบบททดสอบหรือการให้แสดงผลงาน ซึ่งต้องกำหนดให้ชัดเจนและออกแบบมาให้เข้าใจ

5. สิ่งที่บรรจุขนาดรูปแบบของชุดการเรียนการสอน ไม่ควรจะใหญ่เกินไป ต้องคำนึงความสะดวกในการขนย้ายและการนำไปใช้

6. กิจกรรมสำรอง ถ้าเป็นชุดการเรียนการสอนแบบกิจกรรมกลุ่ม ควรจะจัดกิจกรรมสำรองไว้สำหรับผู้เรียนบางคนที่ทำเสร็จก่อนผู้อื่นได้มีกิจกรรมอื่นทำ

7. ทดลองใช้เพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไขก่อนที่จะนำออกไปใช้

คณะกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตสื่อวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524: 251-252) ได้จัดองค์ประกอบต่างๆ ของชุดการเรียนการสอนไว้ดังต่อไปนี้

1. คำชี้แจง คำชี้แจงนี้มีไว้เพื่ออธิบายลักษณะของชุดการเรียนการสอน ข้อปฏิบัติในการใช้

2. หลักการและเหตุผล เป็นการบอกให้รู้ถึงความสำคัญและความจำเป็นในการที่ต้องศึกษาเนื้อหา และเรื่องราวต่างๆ ของหัวข้อนั้น ๆ สำหรับในวิชาคณิตศาสตร์ก็คงต้องระบุมโนมติและเนื้อหาที่สอน

3. จุดประสงค์ของการเรียนสำหรับจุดประสงค์นี้จะเขียนในรูปของจุดประสงค์ทั่วไป (General Objective) หรือจุดประสงค์เฉพาะหรือจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม (Behavioral Objective) ก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเนื้อหาและกิจกรรมต่าง ๆ เพราะบางกิจกรรมยากที่จะระบุพฤติกรรมที่คาดหวังก็เขียนอยู่ในรูปของจุดประสงค์ทั่วไป

4. พื้นความรู้เดิม การเรียนคณิตศาสตร์ผู้เรียนจำเป็นจะต้องอาศัยความรู้เดิมเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาใหม่ ในหัวข้อนี้ต้องระบุว่าผู้เรียนต้องมีความรู้เรื่องใดมาก่อนและรู้แค่ไหนจึงจะมีความพร้อมพอที่จะศึกษาชุดการเรียนการสอน ถ้าไม่พอต้องบอกให้ทราบว่าจะใฝ่หาความรู้นั้น ๆ ได้จากแหล่งใดโดยวิธีใด

5. การประเมินผลเบื้องต้น มีไว้เพื่อวัตถุประสงค์ 2 ประการ คือ

5.1 เพื่อตรวจสอบดูว่าผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานเพียงพอที่จะเรียนเนื้อหาในชุดการเรียนการสอนนั้นหรือไม่ การทดสอบนี้ทำได้โดยใช้แบบทดสอบ

5.2 เพื่อทดสอบดูว่าผู้เรียนมีความรู้ในเนื้อหาของชุดการเรียนการสอนนั้นเพียงใด ถ้าผู้เรียนสามารถทำได้ตามเกณฑ์ของจุดประสงค์ของการสอนแล้วก็ไม่จำเป็นต้องศึกษาชุดการเรียนการสอนนั้นการทดสอบนี้ทำได้โดยใช้แบบทดสอบรวมของชุดการเรียนการสอนนั้น

6. สื่อการเรียนการสอน ระบุสื่อทั้งหมดที่ใช้ในชุดการเรียนการสอน ถ้าเป็นตำราหรือเอกสารควรระบุชื่อผู้แต่ง แหล่งที่มา ถ้าเป็นเอกสารที่เรียบเรียงขึ้นเฉพาะชุดการเรียนการสอนนี้ก็ควรจะใส่รหัสหมายเลขตามที่เห็นสมควร

7. กิจกรรมการเรียนการสอน องค์ประกอบส่วนนี้นับว่าเป็นหัวใจของชุดการเรียนการสอน เป็นส่วนที่จะบอกว่าครูต้องทำหน้าที่และมีบทบาทอย่างไร นักเรียนจะต้องทำอย่างไร ต้องใช้วัสดุอุปกรณ์อะไร จะทำเมื่อไร ทำที่ไหน ทำอย่างไร ทำแค่ไหน

8. เวลาที่ใช้ กำหนดเวลาที่ใช้สำหรับศึกษาชุดการเรียนการสอนโดยประมาณ ทั้งนี้ให้ยืดหยุ่นได้ตามความเหมาะสม

9. การประเมินผล เพื่อเป็นการสำรวจว่าผู้เรียนมีความรู้ความสามารถดังจุดประสงค์หรือไม่เพียงใด การประเมินผลจะทำได้โดยใช้แบบทดสอบ โดยการสัมภาษณ์ และการสังเกต

10. การซ่อมเสริม เมื่อประเมินผลแล้วผู้เรียนยังมีความสามารถไม่ครบตามเกณฑ์ที่วางไว้ในข้อ 9 ก็ต้องมีการซ่อมเสริม โดยระบุวิธีการของการซ่อมเสริมนั้น แล้วประเมินผลใหม่อีกครั้ง

จากการศึกษาองค์ประกอบชุดการเรียนการสอนซึ่งมีองค์ประกอบต่าง ๆ มากมาย ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดองค์ประกอบหลัก ๆ ในการสร้างชุดการเรียนการสอน ไว้ดังนี้

1. หัวเรื่อง

2. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน ประกอบด้วย

- แนะนำชุดการเรียนการสอน
- เนื้อหาของชุดการเรียนการสอน
- แนวทางการใช้ชุดการเรียนการสอน
- เกณฑ์การตรวจให้คะแนน
- การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้
- ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนการสอน

3. บทเรียน สำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน โดยครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน บทเรียนจะแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนโดยแต่ละหน่วยการเรียนประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง และใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติ

4. แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละแผนจะสอดคล้องตาม หน่วยการเรียนแต่ละหน่วย โดยประกอบด้วย

- สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
- จุดประสงค์การเรียนรู้
- สาระการเรียนรู้
- การจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- สื่อการเรียนการสอน
- การวัดและการประเมินผล
- บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

**3.4 การสร้างชุดการเรียนการสอน**

วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 189-192) ได้เสนอขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนการสอนไว้ 10 ขั้นตอนซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ศึกษาเนื้อหาสาระของวิชาทั้งหมดอย่างละเอียดว่าสิ่งที่เราจะนำมาทำเป็นชุดการเรียน การสอนนั้นจะมุ่งเน้นให้เกิดหลักการของการเรียนรู้อะไรบ้างกับผู้เรียน นำเนื้อหาสาระของวิชาที่ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์ แล้วแบ่งเป็นหน่วยการเรียนการสอน ในแต่ละหน่วยนั้นจะมีหัวเรื่องย่อย ๆ รวมอยู่อีกที่เราจะต้องศึกษาพิจารณาให้ละเอียดชัดเจนเพื่อไม่ให้เกิดความซ้ำซ้อนในหน่วยอื่น ๆ อันจะสร้างความสับสนให้แก่ผู้เรียนได้ และการแบ่งหน่วยการเรียนการสอนของแต่ละเนื้อหาสาระของวิชานั้นควรเรียงลำดับขั้นตอนของเนื้อหาสาระให้ถูกต้องว่าอะไรเป็นสิ่งจำเป็นที่ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ก่อนอันเป็นพื้นฐานตามขั้นตอนของความรู้และลักษณะธรรมชาติในวิชานั้น

2. เมื่อศึกษาเนื้อหาสาระและแบ่งหน่วยการเรียนการสอนได้แล้วจะต้องพิจารณาตัดสินใจอีกครั้งว่า จะทำชุดการเรียนการสอนแบบใดโดยคำนึงถึงข้อกำหนดว่า ผู้เรียนคือใคร จะให้อะไรกับผู้เรียน จะให้ทำกิจกรรมอย่างไร และจะทำให้ดีได้อย่างไร สิ่งเหล่านี้จะเป็นเกณฑ์ในการกำหนดการเรียน

3. กำหนดหน่วยการเรียนการสอน โดยประมาณเนื้อหาสาระที่เราจะถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ตามชั่วโมงที่กำหนด โดยคำนึงถึงว่าเป็นหน่วยที่น่าสนุก น่าเรียนรู้ ให้ความชื่นบานแก่ผู้เรียนหาสื่อการเรียนได้ง่าย พยายามศึกษาวิเคราะห์ให้ละเอียดอีกครั้งหนึ่งว่าหน่วยการเรียนการสอนนี้มีหลักการหรือความคิดรวบยอดอะไร และมีหัวข้อย่อย ๆ อะไรอีกบ้างที่รวมกันอยู่ในหน่วยนี้ แต่ละหัวข้อย่อยมีความคิดรวบยอดหรือหลักการย่อย ๆ อะไรอีกบ้างที่จะต้องศึกษาพยายามดึงเอาแก่นของหลักการเรียนรู้ออกมาให้ได้

4. กำหนดความคิดรวบยอด ความคิดรวบยอดที่เรากำหนดขึ้นจะต้องสอดคล้องกับหน่วยการเรียนและหัวเรื่อง โดยสรุปแนวความคิด สาระและหลักเกณฑ์ที่สำคัญเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนให้สอดคล้องกัน เพราะความคิดรวบยอดเป็นเรื่องของความเข้าใจอันเกิดจากประสาทสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม เพื่อตีความหมายออกมาเป็นพฤติกรรมทางสมองแล้วนำสิ่งใหม่ไปเชื่อมโยงกันกับประสบการณ์เดิมเกิดเป็นความคิดรวบยอดฝังอยู่ในความทรงจำ มนุษย์ต้องมีประสบการณ์ต่าง ๆ พอสมควรจึงจะสรุปแก่นแท้ของการเรียนรู้เกิดเป็นความคิดรวบยอดได้

5. จุดประสงค์การเรียน การกำหนดจุดประสงค์การเรียนจะต้องให้สอดคล้องกับความคิดรวบยอดโดยกำหนดจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งหมายถึงความสามารถของผู้เรียนที่แสดงออกมาให้เห็นได้ภายหลังการเรียนการสอนบทเรียนแต่ละเรื่องจบไปแล้วโดยผู้สอนสามารถวัดได้ จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมนี้ถ้าผู้สอนกำหนดหรือระบุให้ชัดเจนมากเท่าใดก็ยิ่งมีทางประสบความสำเร็จในการสอนมากเท่านั้น ดังนั้นจึงควรใช้เวลาตรวจสอบจุดประสงค์การเรียนแต่ละหัวข้อให้ถูกต้องและครอบคลุมเนื้อหาสาระของการเรียนรู้

6. การวิเคราะห์งานคือ การนำจุดประสงค์แต่ละข้อมาวิเคราะห์งาน เพื่อหากิจกรรมการเรียนการสอนและจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมถูกต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ

7. เรียงลำดับกิจกรรมการเรียน ภายหลังจากที่เรานำจุดประสงค์การเรียนแต่ละข้อที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อมาวิเคราะห์งานและเรียงลำดับของกิจกรรมแต่ละข้อ เพื่อให้เกิดการประสานกลมกลืนของการเรียนการสอนจะต้องนำกิจกรรมการเรียนของแต่ละข้อที่ทำการวิเคราะห์งาน และเรียงกิจกรรมไว้แล้วทั้งหมดนำมาหลอมรวมเป็นกิจกรรมการเรียนขั้นที่สมบูรณ์ที่สุด เพื่อไม่ให้เกิดการซ้ำซ้อนในการเรียน โดยคำนึงถึงพฤติกรรมพื้นฐานของผู้เรียน วิธีดำเนินการให้เกิดการเรียนการสอนขึ้น ตลอดจนการติดตามผลและการประเมินผลพฤติกรรมที่ผู้เรียนแสดงออกมาเมื่อการเรียนการสอนจบแล้ว

8. สื่อการเรียนการสอน คือ วัสดุอุปกรณ์และกิจกรรมการเรียนที่ครูและนักเรียนจะต้องกระทำเพื่อเป็นแนวทางในการเรียนรู้ ซึ่งครูจะต้องจัดทำขึ้นและจัดหาไว้ให้เรียบร้อย ถ้าสื่อการเรียน

เป็นของที่ใหญ่โตหรือมีคุณค่าที่จะต้องจัดเตรียมมาก่อนจะต้องเขียนบอกไว้ให้ชัดเจนในคู่มือครู เกี่ยวกับการใช้ชุดการเรียนการสอนว่าจะให้จัดหาได้ ณ ที่ใดเช่น เครื่องฉายสไลด์ เครื่องบันทึกเสียง และพวกสิ่งที่เก็บไว้ได้ไม่นาน เพราะเกิดการเน่าเสีย เช่น ใบไม้ พืช สัตว์ เป็นต้น

9. การประเมินผล คือ การตรวจสอบดูว่าหลังจากการเรียนการสอนแล้วได้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมตามที่จุดประสงค์การเรียนกำหนดไว้หรือไม่ การประเมินผลนี้จะใช้วิธีใดก็ตาม แต่ต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนที่เราตั้งไว้ ถ้าการประเมินไม่ตรงตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้เมื่อใด ความยุติธรรมก็จะไม่เกิดกับผู้เรียนและไม่ตรงเป้าหมายที่กำหนดไว้ด้วย การเรียนรู้ในสิ่งนั้นจะไม่เกิดขึ้น ชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นมาก็เป็นการเสียเวลาและไม่มีคุณค่า

10. การทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนเพื่อหาประสิทธิภาพ พิจารณาถึงรูปแบบของชุดการเรียนการสอนว่าจะผลิตออกมาในขนาดใดและรูปแบบของการเรียนการสอนจะออกเป็นแฟ้มหรือเป็นกล่อง สุดแต่ความสะดวกในการใช้ การเก็บรักษา และความสวยงาม การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนเพื่อปรับปรุงให้เหมาะสมควรนำไปทดลองใช้กับกลุ่มเล็ก ๆ ดูก่อนเพื่อตรวจสอบหาข้อบกพร่องและแก้ไขปรับปรุงอย่างดี แล้วจึงนำไปทดลองใช้กับเด็กทั้งชั้นหรือกลุ่มใหญ่ โดยกำหนดขั้นตอนไว้ดังนี้

1. ชุดการเรียนการสอนนี้ต้องการความรู้เดิมของผู้เรียนหรือไม่

2. การนำเข้าสู่บทเรียนของชุดการเรียนนี้เหมาะสมหรือไม่

3. การประกอบกิจกรรมการเรียนการสอน มีความสับสนวุ่นวายกับผู้เรียน และดำเนินไปตามลำดับขั้นตอนที่กำหนดไว้หรือไม่

4. การสรุปผลการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางไปสู่ความคิดรวบยอดหรือหลักสำคัญของการเรียนรู้ในหน่วยนั้น ๆ ดีหรือไม่ หรือจะต้องตรวจปรับเพิ่มเติมอย่างไร

5. การประเมินผลหลังการเรียน เพื่อตรวจสอบดูว่าพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นนั้น ให้ความเชื่อมั่นมากน้อยแค่ไหนกับผู้เรียน

นอกจากนี้ วิชัย วงษ์ใหญ่ (2525: 192) ได้เสนอแนะว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนจะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อได้มีการจัดสภาพแวดล้อมของห้องเรียนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนอย่างแท้จริง

2. ให้นักเรียนมีโอกาสในการสร้างผลการกระทำทันทีจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

3. มีการเสริมแรงนักเรียนจากประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จอย่างถูกจุดตามขั้นตอนของการเรียนรู้

4. คอยชี้แนะแนวทางตามขั้นตอนในการเรียนรู้ตามทิศทางที่ครูได้วิเคราะห์และกำหนดความสามารถพื้นฐานของนักเรียน

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2542: 782) ได้เสนอขั้นตอนในการสร้างชุดการเรียนการสอน ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์เนื้อหา

การวิเคราะห์เนื้อหา หมายถึง การจำแนกเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยแยกย่อยลงไปจนถึงหน่วยระดับบทเรียน ซึ่งเป็นหน่วยที่ใช้ในการสอนได้ 1 ครั้ง ชุดการเรียนการสอนที่ผลิตขึ้นจึงเป็นชุดการเรียนการสอนประจำหน่วยระดับบทเรียนคือ 1 ชุดการเรียนการสอนสำหรับการเรียนการสอนแต่ละครั้ง

ขั้นที่ 2 วางแผนการสอน

การวางแผนการสอนเป็นการคาดการณ์ล่วงหน้า ว่าเมื่อครูเริ่มสอนจะต้องทำอะไรบ้างตามลำดับก่อนหลัง

ขั้นที่ 3 ผลิตสื่อการเรียน

เป็นการผลิตสื่อต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ในแผนการสอน

ขั้นที่ 4 หาประสิทธิภาพชุดการเรียนการสอน

เป็นการประเมินคุณภาพชุดการเรียนการสอน ด้วยการนำชุดการเรียนการสอนไปทดลองใช้แล้วปรับปรุงให้มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้

วิททิส; และ ชุลเลอร์ (เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต. 2528: 294; อ้างอิงจาก Wittich; & Schuller. 1973: 636-640) ได้เสนอขั้นตอนในการพัฒนาชุดการเรียนการสอนออกเป็น 9 ขั้น โดยแบ่งเป็น 3 ระยะดังนี้

1. ระยะแรก เป็นระยะกำหนดซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้น คือ
   1.1 กำหนดปัญหา เป็นการวิเคราะห์ความต้องการอย่างเด่นชัด
   1.2 วิเคราะห์สภาพแวดล้อมที่เป็นอยู่ขณะนั้น
   1.3 จัดระเบียบการ เป็นการกำหนดบทบาทของบุคคลต่าง ๆ ว่าใครจะทำอะไร
2. ระยะที่ 2 เป็นระยะการพัฒนา จะดำเนินการอยู่ 3 ขั้น ดังนี้
   2.1 กำหนดวัตถุประสงค์
   2.2 กำหนดวิธีการ
   2.3 สร้างแบบ คือ ประกอบแบบชุดการสอนทุกส่วน
3. ระยะที่ 3 เป็นระยะการประเมิน จะดำเนินการ 3 ขั้น ดังนี้
   3.1 ทดสอบ คือนำชุดการสอนไปทดลอง
   3.2 วิเคราะห์ผลการทดสอบ
   3.3 นำไปใช้หรือพัฒนาปรับปรุงต่อไป

จากการศึกษาเอกสารเกี่ยวกับการสร้างชุดการเรียนการสอนข้างต้น สรุปได้ว่าในการสร้างชุดการเรียนการสอนลำดับแรกต้องศึกษาเนื้อหาที่ต้องการสอนโดยละเอียด แบ่งเนื้อหา กำหนดหน่วยการเรียนการสอน ความคิดรวบยอด และจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหา จากนั้นกำหนดกิจกรรมการเรียนการสอน จัดทำแบบทดสอบสำหรับประเมินผลและหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนแล้วนำชุดการเรียนการสอนไปใช้

**3.5 ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน**

มีนักการศึกษาหลายท่านที่ได้กล่าวถึง ประโยชน์ของชุดการเรียนการสอน ไว้ดังนี้

ลัดดา สุขปรีดี (2523: 31) ได้กล่าวถึงประโยชน์ชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1. ชุดการเรียนการสอนช่วยลดภาระของผู้สอน เมื่อชุดการเรียนการสอนสร้างเสร็จแล้วผู้สอนจะดำเนินตามคำแนะนำที่มีไว้ให้พร้อม ผู้สอนไม่จำเป็นต้องเสียเวลาทำสื่อการสอนใหม่ ทำให้ครูมีเวลาเตรียมการสอน ทดลองค้นคว้าเพิ่มเติมในเนื้อหาตามชุดการเรียนการสอนกำหนด ทำให้ครูมีประสบการณ์กว้างขวางซึ่งมีผลต่อประสิทธิภาพของครู

2. ทำให้ผู้เรียนได้รับความรู้ในแนวคิดเดียวกัน ครูผู้สอนแต่ละคนย่อมมีความรู้ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ต่าง ๆ ในเรื่องเดียวกัน เด็กนักเรียนอาจได้รับความรู้และรายละเอียดต่าง ๆ เป็นคนละแนวไม่เท่ากัน ชุดการเรียนการสอนมีจุดมุ่งหมายชัดเจนเป็นเชิงพฤติกรรม มีข้อแนะนำกิจกรรมการใช้สื่อการเรียนการสอน และข้อสอบประเมินผลพฤติกรรมของผู้เรียนไว้อย่างพร้อมมูล

3. ชุดการเรียนการสอน ช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการสอนอย่างเชื่อถือได้ เพราะชุดการเรียนการสอนผลิตขึ้นด้วยวิธีการเข้าสู่ระบบ (Systems Approach) โดยกลุ่มผู้เชี่ยวชาญหลายด้าน เช่น ผู้เชี่ยวชาญเฉพาะวิชานั้น ๆ นักโสตทัศนศึกษา นักจิตวิทยา ครู ผู้เชี่ยวชาญทางด้านวัดผล ฯลฯโดยมีการทดลองใช้และปรับปรุงจนแน่ใจว่าได้ผลดีหลายครั้งในสถานการณ์ที่กำหนดไว้ จึงจะออกนำมาใช้ทั่วๆ ไป เพื่อจะแน่ใจว่าครูจะได้ชุดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ

กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 174) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนการสอนดังนี้

1. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู ลดบทบาทในการบอกของครู

2. ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของนักเรียน เพราะสื่อผสม (Multi Media) ที่ได้จัดไว้อย่างเป็นระบบ เป็นการเปรียบเทียบกิจกรรมและช่วยรักษาระดับความสนใจของนักเรียนอยู่ตลอดเวลา

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ศึกษาด้วยตนเอง ทำให้เกิดทักษะในการแสวงหาความรู้และพิจารณาข้อมูล ฝึกความรับผิดชอบและการตัดสินใจ

4. เป็นแหล่งเรียนรู้ที่ทันสมัยและคำนึงถึงหลักจิตวิทยาการเรียนรู้

5. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครู เพราะนักเรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง

6. ส่งเสริมการศึกษานอกระบบ เพราะสามารถนำไปใช้ได้ทุกเวลาและไม่จำเป็นต้องใช้เฉพาะในโรงเรียน

วาสนา ชาวหา (2525: 139-140) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดการเรียนการสอนไว้ดังนี้

1. นักเรียนสามารถเรียนได้ตามลำพังเป็นกลุ่มหรือรายบุคคล โดยไม่ต้องอาศัยครูผู้สอน และเป็นไปตามความสามารถของผู้เรียนแต่ละคน โดยไม่ต้องกังวลว่าจะตามเพื่อนไม่ทันหรือต้องเสียเวลาคอยเพื่อน

2. นักเรียนสามารถนำไปเรียนที่ใดก็ได้ตามความสะดวก

3. แก้ปัญหาการขาดแคลนครูได้ บางโอกาสอาจใช้ชุดการเรียนการสอนนี้กับนักเรียนเนื่องจากครูไม่เพียงพอ หรือมีความจำเป็นที่ไม่สามารถสอนแทนกันได้

4. ฝึกนักเรียนให้เรียนรู้ โดยการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรม นอกเหนือไปจากสถานการณ์ในห้องเรียนปกติ เป็นการสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ใหม่ ให้แก่นักเรียนอย่างกว้างขวาง

จะเห็นได้ว่าชุดการเรียนการสอนมีประโยชน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสอนของครู แก้ปัญหาการขาดแคลนครู และยังเป็นการส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนและสร้างประสบการณ์ใหม่ ๆ แก่ผู้เรียนได้มากขึ้นและกว้างขวางขึ้น

## 4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์

**งานวิจัยในประเทศ**

สุนันท์ แสงงามมงคล (2541) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรชั้นสูงปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักศึกษาที่เรียนโดยวิธีสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

เพ็ญนภา แสนดี (2542) ได้สร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน หลังเรียนโดยใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนามสูงกว่าก่อนสอน ที่ระดับนัยสำคัญ .01

มยุรี บุญเยี่ยม (2545) ได้พัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้วิธีแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาของสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตจักรพงษภูวนารถ จำนวน 39 คน โดยใช้แผนการทดลอง One Group Pre-test Post-test Design ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักศึกษา หลังจากเรียนด้วยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น โดยใช้วิธีแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สูงกว่าก่อนทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยกุล (2547) ได้พัฒนาชุดการเรียนเรื่องเมทริกซ์และดีเทอร์มินันต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งได้ทำการวิจัยกับนักเรียน โรงเรียนวัดสุทธิวราราม เขตสาทร กรุงเทพฯ จำนวน 44 คน โดยใช้แผนการทดลอง One Group Pre-test Post-test Design ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนหลังได้รับชุดการเรียนเรื่องเมทริกซ์และดีเทอร์มินันต์ โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนที่ระดับนัยสำคัญ .01

คำโง่น เขียนทิลม (2547) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจของนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรม มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง ผลการศึกษาพบว่า นักศึกษาชั้นปีที่ 2 ของคณะวิศวกรรมศาสตร์และสถาปัตยกรรมสามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียน เรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักศึกษาทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักศึกษามีความพึงพอใจต่อชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งอยู่ในระดับมาก

เบญจมินทร์ อรัญเพิ่ม (2548) ได้ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยได้สร้างชุดการสอน เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนด้วยชุดการสอน เรื่อง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .01 ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการเรียน เรื่อง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

อาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์ (2548) ได้สร้างชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เพื่อศึกษาระดับความรู้และความเข้าใจในวิชาเรขาคณิตของนักเรียนตามระดับขั้นการเรียนรู้ของแวนฮีลี และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ในการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการหลังการใช้ชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลีผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีระดับความรู้ความเข้าในรายวิชาเรขาคณิต ระดับ 3 ของระดับขั้นการเรียนรู้ของแวนฮีลีมีจำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนด้วยชุดการเรียน เรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลี ที่สามารถสอบผ่านเกณฑ์การเรียนมีจำนวนมากกว่าร้อยละ 50 ของนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01

สุรางคณา ยาหยี (2549) ได้พัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4 โดยได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภายหลังการได้รับการสอนโดยชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะการเชื่อมโยงเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไป ที่ระดับนัยสำคัญ .01

เปียทิพย์ เขาไข่แก้ว (2551) ได้สร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และได้ทำการศึกษาผลการเรียนรู้หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผล และได้ศึกษาเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ที่เน้นการให้เหตุผล มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น โดยใช้ชุดการเรียนที่สร้างขึ้นได้ และเจตคติที่มีต่อเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นที่เน้นการให้เหตุผลอยู่ในระดับเห็นด้วยมาก

**งานวิจัยในต่างประเทศ**

เอ็ดวาร์ด (Edwards. 1975: 219-222) ได้กล่าวถึงงานวิจัยของมหาวิทยาลัยอิลลินอยด์ ซึ่งได้ทำการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องประสบการณ์ในการสอนแบบจุลภาคโดยใช้ชุดการเรียนด้วยตนเองและได้รับคำแนะนำจากครู กับการใช้ชุดการเรียนการสอนด้วยตนเองไม่มีผู้แนะนำกลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษามหาวิทยาลัยจำนวน 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มละ 25 คน ผลการวิจัยพบว่าทั้งสองกลุ่มมีผลการเรียนไม่แตกต่างกันที่ระดับนันสำคัญ .01 จากงานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการเรียนด้วยตนเองอาจไม่จำเป็นต้องอาศัยผู้แนะนำ ถ้าชุดการเรียนนั้นสร้างขึ้นอย่างถูกต้องตามกระบวนการแล้ว ผู้เรียนสามารถเรียนด้วยตนเองได้ผลดีเช่นกัน

วิวาส (Vivas. 1984: 603-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการออกแบบพัฒนาและประเมินชุดการเรียนการสอนเกี่ยวกับกระบวนการคิดของนักเรียนเกรด 1 ในประเทศเวเนซูเอล่า กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 1 จำนวน 214 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 114 คน ซึ่งได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน และกลุ่มควบคุม จำนวน 100 คน ได้รับการสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนดังกล่าวมีความสามารถด้านกระบวนการคิดเพิ่มขึ้นหลังจากได้รับการสอนด้วยชุดการเรียนการสอนและสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนตามปกติ

วิลสัน (Wilson. 1989: 416-A) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการวิเคราะห์ผลการใช้ชุดการสอนของครูเพื่อแก้ปัญหาในการเรียนการสอนของเด็กเรียนช้าด้านคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวก การลบ ผลการวิจัยพบว่า ครูผู้สอน ยอมรับว่าการใช้ชุดการเรียนการสอนมีผลดีมากกว่าการสอนปกติ อันเป็นวิธีหนึ่งที่ช่วยให้ครูสามารถแก้ปัญหาการสอนที่อยู่ในหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับเด็กเรียนช้าได้

บูล (Bull. 1993: 2497-A) ได้วิจัยเพื่อสำรวจผลกระทบเกี่ยวกับชุดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 8 โดยใช้การสอนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ได้แบ่งกลุ่มทดลองเป็นครู 5 คน และนักเรียน 274 คน และกลุ่มควบคุมเป็นครู 4 คน นักเรียน 237 คน โดยกลุ่มทดลองสอน โดยใช้ชุดการเรียนการสอน Magic Math และสังเกตการณ์เรียนการสอนในห้องเรียน ส่วน กลุ่มควบคุมสอนตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอน Magic Math มีความสามารถในการเรียนมากกว่านักเรียนที่สอนตามปกติ

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดการเรียนทั้งในและต่างประเทศ พอสรุปได้ว่า ชุดการเรียนการสอนมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน การเรียนรู้ของผู้เรียนหรือแม้กระทั่งเจตคติของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี ก็ต่อเมื่อได้นำชุดการเรียนการสอนที่มีคุณภาพมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน และด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้ผู้วิจัยมีความประสงค์ที่จะสร้างชุดการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงกว่ามาสอนในระดับที่ต่ำกว่า

**งานวิจัยในประเทศ**

งานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ที่นำเนื้อหาในระดับชั้นที่สูงกว่าเมื่อได้รับการปรับปรุงเนื้อหาให้เหมาะสมกับวัยมาสอนในระดับชั้นที่ต่ำกว่าของนักเรียน ได้แก่

ดี บางกระ (2538) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันก่อกำเนิด ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถเพียงพอในการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันก่อกำเนิด

อำพล โต้ตอบ (2539) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนชิงซ้อน ของสมการพหุนาม ในปัจจุบันได้นำมาสอนโดยแทรกอยู่ในเนื้อหาเรื่องจำนวนเชิงซ้อน สมการพหุนาม ในหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4

นิตติยา ปภาพจน์ (2540) ได้พัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยได้พัฒนาหลักสูตรให้มีความเหมาะสมกับความสามารถที่แท้จริงของผู้เรียน โดยการเลือกสรรเนื้อหา วิธีการ จัดกิจกรรมและประสบการณ์เรียนรู้ เวลา การวัดผลประเมินผลบนพื้นฐานของความต้องการ ความสนใจ ลักษณะนิสัย และศักยภาพของผู้เรียน ผลการทดลองใช้ปรากฏว่าผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในทางที่ดีขึ้นโดยมีความรู้ ความสามารถเพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 70% และมีทัศนคติต่อวิชาทฤษฎีจำนวนดีขึ้น ซึ่งในปัจจุบันทฤษฎีจำนวนเป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่ถูกบรรจุลงใน หลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2544 ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4

พิชากร แปลงประสพโชค (2540)ได้พัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ เพื่อศึกษาว่านักเรียนที่มีความสามารถพิเศษดังกล่าวสามารถเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิตในหลักสูตรได้ภายใน 70 ชั่วโมงหรือไม่ จากการทดลองพบว่า นักเรียนทุกคนสามารถเรียนได้ครบหลักสูตรและสอบผ่านข้อสอบอิงเกณฑ์ทุกฉบับภายใน 70 ชั่วโมง ได้คะแนนเพิ่มจากการสอบก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ธานินทร์ สิทธิวิรัชธรรม (2542) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียน เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้นได้ ซึ่งในปัจจุบันทฤษฎีกราฟเบื้องต้น เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่ถูกบรรจุลงใน หลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2544 ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ (2542) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยการเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตามคู่มือครูแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ในปัจจุบันการให้เหตุผล ถือว่าเป็นมาตรฐานการเรียนรู้ที่สำคัญมาตรฐานหนึ่งในหลักสูตสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดไว้ในสาระหลัก คือ สาระทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

ยุพร ริมชลการ (2543) ได้พัฒนาหลักสูตรพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ โดยได้ทดลองใช้หลักสูตรปรากฏว่าคะแนนที่ได้จากการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งพบว่าคะแนนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงกว่าคะแนนจุดตัด

ถนอม ชำนาญพันธ์ (2546) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องทฤษฎีสมการพหุนามเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการเรียนเรื่องทฤษฎีสมการพหุนามเบื้องต้น

ญานิศา ธิกุลวงษ์ (2546) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์เวียนเกิด ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องความสัมพันธ์เวียนเกิดตามแบบเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

จรีรัตน์ สุวรรณ์ (2546) ได้พัฒนาโปรแกรมคอมบินาทอริกเบื้องต้นสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ และได้ทดลองใช้ผลปรากฏว่า การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่ม และการสื่อความคิดในการแก้ปัญหามีการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้นนักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ มโนมติทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนนำมาใช้มีความถูกต้อง สอดคล้องกับปัญหา และสามารถเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานได้เป็นอย่างดี นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดได้มากกว่าหนึ่งแนวคิด นอกจากนี้ยังสามารถอธิบายเหตุผลประกอบแนวคิดได้

กฤติกา ชิดชู (2550) ได้ทำการพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้นสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 และได้ทดลองใช้หลักสูตรพบว่าหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้นสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่สร้างขึ้นทำให้นักเรียนมีความสามารถด้านเนื้อหา ความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ และมีพฤติกรรมการคิดแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ในระดับดีทั้งในด้านความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและความคิดละเอียดลออ

**งานวิจัยในต่างประเทศ**

กัปรัด (Gubrud. 1971: 6468-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษา ความสามารถในการเรียนเรื่อง การเวกเตอร์ของนักเรียนเกรด 8-10 ผลการวิจัยสรุปว่า 1) นักเรียนเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำและนักเรียนเกรด 8 ทั้งหมด มีความสามารถในการเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์เบื้องต้น 2) ความรู้พื้นฐานของนักเรียนเกรด 8-10 ช่วยให้การเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์ง่ายขึ้น 3) การให้นักเรียนได้เรียนโดยอาศัยภาพประกอบช่วยให้การเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์ง่ายขึ้น 4) นักเรียนในระดับชั้นที่สูงกว่าสามารถเรียนเรื่องการบวกเวกเตอร์ได้ดีกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า 5) นักเรียนเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูง และนักเรียนเกรด 10 ทั้งหมดมีความสามารถในการรวบรวมเนื้อหาเกี่ยวกับการบวกเวกเตอร์ได้ชัดเจนกว่านักเรียนเกรด 8 และเกรด 9 ที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์ต่ำ

กัลลิค (Gullick. 1971: 4035-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนระดับประถมศึกษาตอนปลาย (เกรด 5) นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (เกรด 6) นักเรียนชั้นปีที่ 3 ของระดับมัธยมศึกษาตอนต้น (เกรด 9) และ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (เกรด 10) ผลการศึกษาพบว่า 1) นักเรียนเกรด 5 และ นักเรียนเกรด 6 มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ ไม่แตกต่างกัน 2) นักเรียนเกรด 9 และเกรด 10 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์ แต่พบว่านักเรียนเกรด 9 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า นักเรียนเกรด 10 3) นักเรียนเกรด 9 และ นักเรียนเกรด 10 มีความสามารถในการเรียนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์มากกว่านักเรียนเกรด 5 และนักเรียนเกรด 6 สรุปได้ว่าควรสอนวิชาเรขาคณิตวิเคราะห์กับนักเรียนเกรด 9

ไวท์ (White. 1974: 1969 -A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษา ความสามารถของนักเรียนเกรด 7 และเกรด 8 ในการเรียนมโนมติเบื้องต้นของความน่าจะเป็น ผลการวิจัยสรุปว่า นักเรียนเกรด 7 และ เกรด 8 มีความสามารถเพียงพอในการเรียนเรื่องมโนมติเบื้องต้นของความน่าจะเป็น และ ไวท์ได้เสนอให้นำเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้นบรรจุในหลักสูตรวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 และเกรด 8

เอ็ดวาร์ด; และ เชลส์ท (Edwards; & Chelst. 2004: Online) ได้ทำการศึกษาโครงการ High School Operations Research Outreach: HSOR ซึ่งเป็นการสอดแทรกวิชาวิจัยดำเนินงานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โครงการนี้นับว่าเป็นการกระตุ้นและสร้างแรงจูงใจให้นักวิจัยดำเนินงานรุ่นต่อ ๆ ไปและเป็นการสร้างความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับวิจัยดำเนินงาน แก่ผู้เรียนและเพื่อนำความรู้เกี่ยวกับวิจัยดำเนินงานไปสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ควบคู่กับการแนะนำสร้างความรู้ความเข้าใจในวิจัยดำเนินงานให้มากขึ้น โดยเป็นการนำเอาสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริงเข้าไปสอนในวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และ HSOR ได้มีการทดลองและพยายามที่จะพัฒนา ชุดการเรียนการสอน เกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงาน โดยการสร้างทีมผู้เชี่ยวชาญด้านวิจัยดำเนินงานที่เป็นอาสาสมัครและมีความสามารถที่จะนำเสนอชุดการเรียนการสอนแก่ครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายด้วย

จากการศึกษางานวิจัยที่นำความรู้ระดับสูงมาสอนในระดับต่ำกว่าพบว่ามีนักศึกษาทั้งในและต่างประเทศที่ได้ให้ความสนใจและพยามยามศึกษาถึงความเป็นไปได้ในการนำความรู้ในระดับสูงมาใช้สอนในระดับต่ำกว่าอย่างต่อเนื่องเช่นกัน ซึ่งองค์ประกอบที่ต้องคำนึงถึง ได้แก่ ประสบการณ์และพื้นฐานของผู้เรียน เนื้อหา วิธีสอน หรือนวัตกรรมทางการศึกษาหรือแม้กระทั่งจิตวิทยาในการเรียนการสอนต่าง ๆ เพื่อให้สามารถจัดการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับผู้เรียนและเพื่อให้นวัตกรรมที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพเพียงพอต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนด้วย พบว่างานวิจัยดังกล่าวข้างต้นได้ข้อมูลพื้นฐานที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งข้อมูลที่ได้ถือว่าเป็นส่วนหนึ่งในการผลักดันให้เกิดการปรับปรุงและพัฒนาหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของประเทศไทยและผู้วิจัยหวังว่าการวิจัยครั้งนี้

จะทำให้ได้ข้อมูลพื้นฐานอันจะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียน การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในลำดับต่อไป

# บทที่ 3
# วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

1. การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง
2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

## การกำหนดประชากรและการเลือกกลุ่มตัวอย่าง

**ประชากร**

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร

**การเลือกกลุ่มตัวอย่าง**

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โดยการสุ่มแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 36 คน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน นักเรียน 72 คน

## การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

**1. ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์** สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย

1. แนะนำชุดการเรียนการสอน
2. เนื้อหาของชุดการเรียนการสอน
3. แนวทางการใช้ชุดการเรียนการสอน

4 เกณฑ์การตรวจให้คะแนน

5. การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้
6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนการสอน

1.2 บทเรียน สำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน โดยครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน บทเรียนจะแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 3 หน่วย แต่ละหน่วยประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง และใบกิจกรรม ดังนี้

1. หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

2. หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

3. หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แต่ละแผนจะสอดคล้องตามหน่วยการเรียนแต่ละหน่วย แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สาระการเรียนรู้
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนรู้
6. การวัดและการประเมินผล
7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

**ขั้นตอนการสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

1. เตรียมงานด้านวิชาการ ผู้วิจัยได้ศึกษาหนังสือเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนดังนี้

1.1 ศึกษาเนื้อหาเรื่องกำหนดการเชิงเส้น จากหนังสือและเอกสาร ประกอบด้วย

1. เมทริกซ์และกำหนดการเชิงเส้น (อาริสา รัตนเพ็ชร; และ ทัศนา วิทยานนท์. 2545)

2. หนังสือเรียนสาระคณิตศาสตร์เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (สสวท. 2545)

3. คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 3 ค 013 (กมล เอกไทยเจริญ. ม.ป.ป.)

4. การวิจัยเชิงปฏิบัติการ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. 2533)

5. คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานสำหรับเศรษฐศาสตร์ (อนุสรณ์ สรพรหม. ม.ป.ป.)

6. ลิเนียร์โปรแกรม:หลักการและการประยุกต์ (สมคิด แก้วสนธิ. 2524)

7. การวางแผนคณิตศาสตร์ (เพชรหงส์ โชติกอาภา. 2535)

8. วิจัยดำเนินงานและการประยุกต์ (กัลยา วานิชย์บัญชา. 2535.)

9. วิจัยดำเนินงาน เล่ม 1 (วิภาวรรณ สิงห์พริ้ง. 2543)

10. การวิจัยดำเนินงาน (วิจิตร ตัณฑสุทธิ์; วันชัย ริจิรวนิช; และศิริจันทร์ ทองประเสริฐ. 2548)

11. การวิเคราะห์เชิงปริมาณ (สุทธิมา ชำนาญเวช. 2545)

12. คณิตศาสตร์ธุรกิจ (จงพิศ ศิริรัตน์. 2526)

13. การวิเคราะห์เชิงปริมาณทางธุรกิจ (เกศินี วิทูรชาติ; และคนอื่นๆ. 2530)

14. Introduction to Linear Programming (Darst. 1990)

15. College Mathematics (Barnett; & Ziegler. 1998)

16. Linear Programming (Sultan. 1993)

17. Linear Programming and Extension (Dantzig. 1993)

18. Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom: a Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12. (Dossey; et al. 2002)

1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัย ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างชุดการเรียนการสอน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1.3 ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงกว่ามาสอนในระดับที่ต่ำกว่า

2. การสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

2.1 กำหนดกรอบเนื้อหาเรื่อง กำหนดการเชิงเส้น เป็นบทเรียนสำหรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยครูและนักเรียนใช้ร่วมกันในบทเรียนแบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 หน่วยการเรียน ประกอบด้วย

1. หน่วยการเรียนที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

2. หน่วยการเรียนที่ 2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

3. หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

2.2 จัดทำบทเรียนตามกรอบเนื้อหาในหน่วยการเรียนที่ 1-3

2.3 จัดทำใบกิจกรรม โดยออกแบบใบกิจกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนในหน่วยการเรียนแต่ละหน่วย จะมีใบกิจกรรมใช้สำหรับทดสอบนักเรียนทุกคาบเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลการเรียนรู้ และกำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมโดยการให้คะแนนแบบองค์รวม ตามตาราง 1 และ ตาราง 2 ดังนี้

ตาราง 1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบอัตนัยเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น | 4 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน |
| | 3 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องและเขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องบางเงื่อนไข หรือ วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ถูกต้องแต่เขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องทุกเงื่อนไข |
| | 2 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องแต่เขียนเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 1 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องบางส่วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 0 | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น |
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 6 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุมและตรวจสอบจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ถูกต้องครบถ้วน ระบุจุดมุมที่เหมาะสมที่สุดและสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน |

ตาราง 1 (ต่อ)

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 5 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุม ตรวจสอบจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ถูกต้องครบถ้วน ตรวจสอบจุดมุมได้ถูกต้องบางส่วน สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 4 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ถูกต้องบางส่วน ตรวจสอบจุดมุมไม่ถูกต้อง สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 3 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุม และตรวจสอบจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไม่ถูกต้องหรือไม่ตรวจสอบจุดมุม และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 2 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แต่แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการแสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ระบุจุดมุมไม่ถูกต้อง ไม่ตรวจสอบจุดมุมหรือตรวจสอบไม่ถูกต้อง ไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 1 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องบางส่วน และไม่มีร่องรอยการแสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ หรือแสดงได้ไม่ถูกต้อง ไม่ระบุจุดมุม ไม่ตรวจสอบ ไม่สรุป ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 0 | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ |

ตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น | 4 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน |
| | 3 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องและเขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องบางเงื่อนไข หรือวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ถูกต้องแต่เขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องทุกเงื่อนไข |
| | 2 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้อง แต่เขียนเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 1 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องบางส่วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้อง<br>หรือ ไม่เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 0 | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น |
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 6 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยสร้างตารางผลลัพธ์ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ทุกตารางผลลัพธ์ อ่านตารางผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ถูกต้องครบถ้วน |

ตาราง 2 (ต่อ)

| ส่วนของการเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 5 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยสร้างตารางผลลัพธ์ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ทุกตารางผลลัพธ์ อ่านตารางผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ถูกต้อง แต่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้องหรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 4 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยสร้างตารางผลลัพธ์ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ทุกตารางผลลัพธ์ แต่อ่านตารางผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้อง หรือไม่อ่านตารางผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดและไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 3 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ถูกต้องบางส่วน อ่านผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้องหรือไม่อ่านผลลัพธ์และไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 2 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง แต่ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ไม่ถูกต้อง อ่านผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้อง หรือ เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง แต่ไม่ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด |

ตาราง 2 (ต่อ)

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 1 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ไม่ถูกต้อง และไม่ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด หรือ เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องบางส่วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้องบางส่วน หรือ ไม่ถูกต้อง และดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด อ่านผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง |
| | 0 | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ |

2.4 จัดทำคู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วย

1. แนะนำชุดการเรียนการสอน
2. เนื้อหาของชุดการเรียนการสอน
3. แนวทางการใช้ชุดการเรียนการสอน
4. เกณฑ์การตรวจให้คะแนน
5. การเก็บคะแนนและการประเมินผลการเรียนรู้
6. ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนการสอน

2.5 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 แผน ซึ่งแต่ละแผนจะสอดคล้องกับหน่วยการเรียนแต่ละหน่วย แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้
3. สาระการเรียนรู้
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้
5. สื่อการเรียนการสอน
6. การวัดและการประเมินผล
7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

3. นำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา ตรวจสอบความถูกต้อง และชี้แนะข้อบกพร่องพร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไข

4. นำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จากข้อ 3 ที่ได้รับการตรวจสอบจาก ผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน ไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ

5. นำชุดการเรียนการสอนจากข้อ 4 ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ให้พิจารณาและตรวจสอบความเรียบร้อยอีกครั้ง

6. นำชุดการเรียนการสอนจากข้อ 5 ไปทดลองใช้กับกลุ่มทดลองนำร่อง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนเหล่าประชาอุทิศ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร จำนวน 12 คน

7. นำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จากข้อ 6 มาปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วนำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวน 36 คน ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

**2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบ่งเป็น ตอนที่ 1 แบบปรนัย 15 ข้อ และตอนที่ 2 แบบอัตนัย 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบจำนวน 2 คาบ

**ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

1. ศึกษาเอกสารและหนังสือเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งการวิเคราะห์ข้อสอบของ ชวาล แพรัตกุล (2520: 1-40) ไพศาล หวังพานิช (2526: 57-62) และล้วน สายยศและอังคณา สายยศ (2541: 196-198, 2539: 199-259)

2. วิเคราะห์เนื้อหาและกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สำหรับแบบปรนัย สร้างจำนวน 34 ข้อ โดยถ้าตอบถูกให้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน ส่วนแบบอัตนัย สร้างจำนวน 6 ข้อ ผู้วิจัยได้ใช้แนวทางการให้คะแนนตามความสามารถในการเขียนตอบ ซึ่งพิจารณาจากรายละเอียดการแสดงวิธีทำและความถูกต้องตามเกณฑ์การให้คะแนน ตามตาราง 1 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน แบบอัตนัยเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

4. นำแบบทดสอบวัดผลวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากข้อ 3 เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่านเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบที่สร้างขึ้น โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบ IOC (IOC: Index of Objective Congruence) ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึงแน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน 0 หมายถึงไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน -1 หมายถึงแน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้ไม่สอดคล้องตามจุดประสงค์

5. คัดเลือกแบบทดสอบในข้อ 4 เฉพาะข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.75 ขึ้นไป จากนั้นคัดเลือกแบบทดสอบแบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ และอัตนัย 4 ข้อ

6. นำแบบทดสอบในข้อ 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อหาความยากง่าย (p) และ ค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ โดยคัดเลือกแบบทดสอบแบบปรนัยและอัตนัย เฉพาะข้อที่มีความยากง่าย (p) ในช่วง .20-.80 และมีอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไปจำนวน 15 ข้อและ 3 ข้อ ตามลำดับ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่คัดเลือกในข้อ 6 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha$-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

8. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่คัดเลือกในข้อ 6 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาความเรียบร้อยอีกครั้ง ก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

**3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แบ่งเป็น ตอนที่ 1 แบบปรนัย 15 ข้อ และตอนที่ 2 แบบอัตนัย 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

**ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

1. ศึกษาเอกสารและหนังสือเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน รวมทั้งการวิเคราะห์ข้อสอบของ ชวาล แพรัตกุล (2520: 1-40) ไพศาล หวังพานิช (2526: 57-62) และล้วน สายยศและอังคณา สายยศ (2541: 196-198, 2539: 199-259)

2. วิเคราะห์เนื้อหาและกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้

3. สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สำหรับแบบปรนัย สร้างจำนวน 27 ข้อ โดยถ้าตอบถูกให้ 1 คะแนน ถ้าตอบผิด ไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน ส่วนแบบทดสอบแบบอัตนัย สร้างจำนวน 6 ข้อ ผู้วิจัยได้ใช้แนวทางการให้คะแนนตามความสามารถในการเขียนตอบซึ่งพิจารณาจากรายละเอียดการแสดงวิธีทำและความถูกต้อง ตามเกณฑ์การให้คะแนน ตามตาราง 2 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

4. นำแบบทดสอบวัดผลวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากข้อ 3 เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 4 ท่าน เพื่อตรวจสอบสอดคล้องของเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นโดยใช้ดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบ IOC (IOC: Index of Objective Congruence) ซึ่งมีเกณฑ์ดังนี้

คะแนน +1 หมายถึงแน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน 0 หมายถึงไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้สอดคล้องตามจุดประสงค์

คะแนน -1 หมายถึงแน่ใจว่าแบบทดสอบนั้นวัดได้ไม่สอดคล้องตามจุดประสงค์

5. คัดเลือกแบบทดสอบในข้อ 4 เฉพาะข้อที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.75 ขึ้นไป จากนั้นคัดเลือกแบบทดสอบแบบปรนัย จำนวน 20 ข้อ และแบบทดสอบแบบอัตนัย 4 ข้อ

6. นำแบบทดสอบในข้อ 5 ไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งเป็นกลุ่มทดลองนำร่องกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อหาความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ โดยคัดเลือกแบบทดสอบแบบปรนัย และอัตนัย เฉพาะข้อที่มีความยากง่าย (p) ในช่วง .20-.80 และมีอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 ขึ้นไปจำนวน 15 ข้อและ 3 ข้อตามลำดับ เพื่อใช้เป็นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับทดลองกับกลุ่มตัวอย่าง

7. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ที่คัดเลือกในข้อ 6 มาคำนวณหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha$-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

8. นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่คัดเลือกในข้อ 6 เสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญานิพนธ์ เพื่อตรวจพิจารณาความเรียบร้อยอีกครั้ง ก่อนนำไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

## การเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 รวมระยะเวลาที่ใช้ในการทดลองทั้งหมดจำนวน 19 คาบ ซึ่งใช้เวลาในการทดลองทั้งในเวลาปกติและนอกเวลาปกติ ดังนี้

1. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนและการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ โดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้เวลาในเวลาปกติ จำนวน 9 คาบ ดังนี้

1.1 หน่วยการเรียนที่ 1: ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ใช้เวลาจำนวน 2 คาบ

1.2 หน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ใช้เวลาจำนวน 5 คาบ

1.3 การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หน่วยการเรียนที่ 1 และ หน่วยการเรียนที่ 2 เสร็จแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ จำนวน 2 คาบ

2. ระยะเวลาที่ใช้ในการเรียนการสอนและการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ใช้เวลานอกเวลาปกติ จำนวน 10 คาบ ดังนี้

2.1 หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ใช้เวลา จำนวน 8 คาบ

2.2 การทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หน่วยการเรียนที่ 3 เสร็จแล้ว ใช้เวลาในการทดสอบ จำนวน 2 คาบ

## การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 36 คน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งแบ่งเนื้อหาตามหน่วยการเรียนดังนี้

1.1 หน่วยการเรียนที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

1.2 หน่วยการเรียนที่ 2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

1.3 หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะมีใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติของแต่ละหน่วยการเรียน ผู้วิจัยจะนำใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนนทุกครั้ง เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในแต่ละช่วงเสร็จแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมใน หน่วยการเรียนที่ 1 และหน่วยการเรียนที่ 2 เสร็จแล้ว โดยจะแบ่งเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

2.2 ทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนที่ 3 เสร็จแล้ว โดยแบ่งเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

3. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ต่อไปนี้ มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ

3.1 คะแนนใบกิจกรรมจากหน่วยการเรียนที่ 1-3

3.2 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3.3 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

สามารถจำแนกคะแนนของแต่ละผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้ดังนี้

ก. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ได้มาจากคะแนนต่อไปนี้

1. คะแนนจากใบกิจกรรมจากในหน่วยการเรียนที่ 1 และ หน่วยการเรียนที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม

2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม จำแนกได้ดังนี้

- คะแนนจากตอนที่ 1 แบบปรนัย คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม
- คะแนนจากตอนที่ 2 แบบอัตนัย คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

ข. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ได้มาจากคะแนนต่อไปนี้

1. คะแนนจากใบกิจกรรม ในหน่วยการเรียนที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม

2. คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม จำแนกได้ดังนี้

- คะแนนจากตอนที่ 1 แบบปรนัย คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม
- คะแนนจากตอนที่ 2 แบบอัตนัย คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

**การวิเคราะห์ข้อมูล**

1. หาค่าสถิติพื้นฐานของคะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ และ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ มาวิเคราะห์โดยใช้ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ทดสอบสมติฐานว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากได้เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ดังนี้

2.1 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

2.2 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นที่ใช้การแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัดส่วนของประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z

**สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล**

1. สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC) ค่าความยากง่าย (p) ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha$-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน ได้แก่ สถิติทดสอบ Z

# บทที่ 4
# ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 แล้วศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามลำดับ ดังนี้

1. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

1.4 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

1.5 การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.4 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม

2.5 การทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

## ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทำการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการทดลองการวิจัยกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อ. คำชะอี จ. มุกดาหาร จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 36 คน โดยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแต่ละผลสัมฤทธิ์มีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังต่อไปนี้

1. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ข้อมูลที่ทำการวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 30 และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ คิดเป็นร้อยละ 70 ซึ่งแบ่งเป็น แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 30 และแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 40 ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 3

ตาราง 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรม เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน

| คะแนน | คะแนนเต็ม (คะแนน) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) |
|---|---|---|---|---|
| คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรม | 30* | 22.33 | 74.43 | 3.26 |

* รายละเอียดดูที่ภาคผนวก ข

จากตาราง 3 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 22.33 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.43 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.26

1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 4

ตาราง 4 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน

| คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | คะแนนเต็ม (คะแนน) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) |
|---|---|---|---|---|
| - ตอนที่ 1 แบบปรนัย | 30 | 15.00 | 50.00 | 4.07 |
| - ตอนที่ 2 แบบอัตนัย | 40 | 25.41 | 63.53 | 4.32 |
| คะแนนผลสัมฤทธิ์ (รวม) | 70 | 40.41 | 57.73 | 7.44 |

จากตาราง 4 แสดงให้เห็นว่าคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน คะแนนเต็ม 70 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 40.41 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 57.73 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7.44 ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 แบบปรนัย คะแนนเต็ม 30 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 15 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 50 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.07 และ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย คะแนนเต็ม 40 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 25.41 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 63.53 และ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 4.32

1.3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 5

ตาราง 5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน

| คะแนน | คะแนนเต็ม (คะแนน) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) |
|---|---|---|---|---|
| - คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม | 30 | 22.33 | 74.43 | 3.26 |
| - คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | 70 | 40.41 | 57.73 | 7.44 |
| คะแนนผลสัมฤทธิ์ (รวม) | 100 | 62.74 | 62.74 | 10.12 |

จากตาราง 5 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน คะแนนเต็มรวม 100 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 62.74 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.74 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.12 ซึ่งคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ประเมินมาจาก 2 ส่วน คือ คะแนนใบกิจกรรมคะแนนเต็ม 30 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 22.33 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.43 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.26 ส่วนคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คะแนนเต็ม 70 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 40.41 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 57.73 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7.70

1.4 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 6

ตาราง 6 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

| กลุ่มตัวอย่าง | จำนวนนักเรียน (คน) | จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม | ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม |
|---|---|---|---|
| นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 | 36 | 28 | 77.78 |

จากตาราง 6 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไป ของคะแนนเต็ม มีจำนวน 28 คน คิดเป็นร้อยละ 77.78 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

1.5 การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 7

ตาราง 7 การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z

| กลุ่มตัวอย่าง | จำนวนนักเรียน (คน) | จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม | สถิติทดสอบ Z | ค่าวิกฤต |
|---|---|---|---|---|
| นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 | 36 | 28 | 2.25 | 1.645* |

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 7 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

2. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ข้อมูลที่ทำการวิเคราะห์ ได้แก่ คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรม คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม ซึ่งแบ่งเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม และตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

2.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏผลดังตาราง 8

ตาราง 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากการทำใบกิจกรรมเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน

| คะแนน | คะแนนเต็ม (คะแนน) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) |
|---|---|---|---|---|
| คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรม | 30* | 22.27 | 74.23 | 1.92 |

* รายละเอียดดูที่ภาคผนวก ข

จากตาราง 8 แสดงให้เห็นว่า คะแนนที่ได้จากการทำใบกิจกรรมของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 22.27 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.23 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1.92

2.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 9

ตาราง 9 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน

| คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | คะแนนเต็ม (คะแนน) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) |
|---|---|---|---|---|
| - ตอนที่ 1 แบบปรนัย | 30 | 13.28 | 44.27 | 3.28 |
| - ตอนที่ 2 แบบอัตนัย | 40 | 24.99 | 62.48 | 4.39 |
| คะแนนรวม | 70 | 38.28 | 54.69 | 6.66 |

จากตาราง 9 แสดงให้เห็นว่าคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน คะแนนเต็ม 70 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 38.28 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 54.69 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.66 ซึ่งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 แบบปรนัย คะแนนเต็ม 30 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.28 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 44.27 ของคะแนนเต็ม มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.28 สำหรับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ตอนที่ 2 แบบอัตนัย คะแนนเต็ม 40 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 24.99 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 62.48 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.39

2.3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 10

ตาราง 10 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน

| คะแนน | คะแนนเต็ม (คะแนน) | ค่าเฉลี่ยเลขคณิต $(\bar{x})$ | ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม | ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) |
|---|---|---|---|---|
| - คะแนนที่ได้จากใบกิจกรรม | 30 | 22.27 | 74.23 | 1.92 |
| - คะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | 70 | 38.28 | 54.69 | 6.66 |
| คะแนนผลสัมฤทธิ์ (รวม) | 100 | 60.55 | 60.55 | 8.22 |

จากตาราง 10 แสดงให้เห็นว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 36 คน คะแนนเต็มรวม 100 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 60.55 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 60.55 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.22 ซึ่งคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ประเมินมาจาก 2 ส่วน คือ คะแนนใบกิจกรรมคะแนนเต็ม 30 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 22.27 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 74.23 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.92 สำหรับคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คะแนนเต็ม 70 คะแนน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 38.28 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 54.69 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.66

2.4 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม ผลการวิเคราะห์ข้อมูลปรากฏผลดังตาราง 11

ตาราง 11 ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

| กลุ่มตัวอย่าง | จำนวนนักเรียน (คน) | จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม | ค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม |
|---|---|---|---|
| นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 | 36 | 27 | 75 |

จากตาราง 11 พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 36 คน ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม มีจำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 75 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2.5 การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไป ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z ผลการวิเคราะห์ข้อมูล ปรากฏผลดังตาราง 12

ตาราง 12 การทดสอบสมมติฐานที่ว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z

| กลุ่มตัวอย่าง | จำนวนนักเรียน (คน) | จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม | สถิติทดสอบ Z | ค่าวิกฤต |
|---|---|---|---|---|
| นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 | 36 | 27 | 1.837 | 1.645* |

* ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตาราง 12 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

# บทที่ 5
# สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

## สังเขป จุดมุ่งหมายของการวิจัย สมมติฐานของการวิจัย และวิธีดำเนินการวิจัย

**จุดมุ่งหมายของการวิจัย**

1. เพื่อสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

3. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

**สมมติฐานของการวิจัย**

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

1. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

2. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

**วิธีดำเนินการวิจัย**

**กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย**

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2551 โดยการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 36 คน จากทั้งหมด 2 ห้องเรียน นักเรียนจำนวน 72 คน

**เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ประกอบด้วย

1.1 คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1.2 บทเรียน สำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน โดยครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน บทเรียนจะแบ่งเนื้อหาออกเป็นหน่วยการเรียนรู้ทั้งหมด 3 หน่วย และแต่ละหน่วยการเรียนประกอบด้วย เนื้อหา ตัวอย่าง และใบกิจกรรม

1.3 แผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 3 แผน รวมทั้งสิ้น 19 คาบ ซึ่งแต่ละแผนจะสอดคล้องตามหน่วยการเรียนแต่ละหน่วย

2. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สำหรับทดสอบหลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนในหน่วยการเรียนที่ 1 และ 2 เสร็จแล้ว แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สำหรับทดสอบหลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน ในหน่วยการเรียนที่ 3 เสร็จแล้ว แบ่งเป็น 2 ตอน ได้แก่

ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ

ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ

**การจัดกระทำข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล**

1. ผู้วิจัยสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 1 ห้องเรียน นักเรียน 36 คน โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งแบ่งเนื้อหาตามหน่วยการเรียนดังนี้

1.1 หน่วยการเรียนที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

1.2 หน่วยการเรียนที่ 2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

1.3 หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ในส่วนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะมีใบกิจกรรมให้นักเรียนปฏิบัติของแต่ละหน่วยการเรียน ผู้วิจัยจะนำใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนนทุกครั้ง เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

2. เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในแต่ละช่วงเสร็จแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนที่ 1 และหน่วยการเรียนที่ 2 เสร็จแล้ว โดยตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

2.2 ทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมในหน่วยการเรียนที่ 3 เสร็จแล้ว โดย ตอนที่ 1 แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ และ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาในการทดสอบ 2 คาบ

3. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ต่อไปนี้ มาวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทางสถิติ

3.1 คะแนนใบกิจกรรมจากหน่วยการเรียนที่ 1-3

3.2 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3.3 คะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

สามารถจำแนกคะแนนของแต่ละผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้ดังนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ได้มาจากคะแนนต่อไปนี้

1.1 คะแนนจากใบกิจกรรมจากในหน่วยการเรียนที่ 1 และหน่วยการเรียนที่ 2 คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม

1.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม จำแนกได้ดังนี้

- คะแนนจากตอนที่ 1 แบบปรนัย คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม
- คะแนนจากตอนที่ 2 แบบอัตนัย คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ได้มาจากคะแนนต่อไปนี้

2.1 คะแนนจากใบกิจกรรม ในหน่วยการเรียนที่ 3 คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม

2.2 คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 คิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม จำแนกได้ดังนี้

- คะแนนจากตอนที่ 1 แบบปรนัย คิดเป็นร้อยละ 30 ของคะแนนเต็ม
- คะแนนจากตอนที่ 2 แบบอัตนัย คิดเป็นร้อยละ 40 ของคะแนนเต็ม

3. ทดสอบสมมติฐานของการวิจัย ด้วยการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัดส่วนประชากร โดยใช้สถิติทดสอบ Z

## สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยเกี่ยวกับการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ ปรากฏผลดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการเรียน เรื่อง กำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 สรุปได้ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถในการเรียนเรื่อง กำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

## อภิปรายผล

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ พบว่า

1. นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อาจเนื่องมาจาก

1.1 หน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ซึ่งแต่ละหน่วยการเรียนมีเนื้อหา ใบกิจกรรม สำหรับแจกให้นักเรียนได้ศึกษาและได้ลงมือปฏิบัติไปพร้อมกับผู้วิจัย และตัวอย่างมีการนำเสนอละเอียด และมีแนวทางการดำเนินกิจกรรมที่สอดคล้องกัน ซึ่งนักเรียนสามารถลงมือปฏิบัติไปควบคู่กับตัวอย่างได้ นอกจากนี้ผู้วิจัยคอยตั้งคำถามเพื่อกระตุ้น

นักเรียนได้อ่านโจทย์ ได้วิเคราะห์ และทำกิจกรรมในแต่ละข้อในใบกิจกรรมทำให้นักเรียนสามารถปฏิบัติใบกิจกรรมต่าง ๆ ได้ดี โดยเฉพาะการแก้โจทย์ปัญหาทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ส่วนจุดประสงค์ ส่วนเงื่อนไข และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ซึ่งส่งผลให้นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ และแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟได้

1.2 ใบกิจกรรมเรื่องความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นผู้วิจัยสร้างกิจกรรมโดยเน้นให้ผู้เรียนฝึกการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นโดยดัดแปลงดัดแปลงขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งในใบกิจกรรมได้ฝึกให้ผู้เรียนทำความเข้าใจโจทย์ วิเคราะห์โจทย์ปัญหาตลอดจนสร้างแบบจำลองอย่างเป็นขั้นตอนและอธิบาย และยกตัวอย่างเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงโดยละเอียด ทำให้การฝึกและการสร้างกิจกรรมดังกล่าวช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้

1.3 ใบกิจกรรมที่แจกให้นักเรียนในแต่ละคาบช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟและฝึกให้นักเรียนได้อ่าน ได้วิเคราะห์ โจทย์ปัญหาอย่างเป็นขั้นตอน จึงทำให้นักเรียนทั้งเก่ง ปานกลาง และอ่อนได้ฝึกทักษะอย่างเป็นขั้นตอนจากใบกิจกรรมในแต่ละคาบ ด้วยตนเองโดยมีผู้วิจัยคอยสังเกตและให้คำแนะนำตามความเหมาะสม โดยใบกิจกรรมสอดคล้องกับเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถปฏิบัติงานในใบกิจกรรมได้ เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละครั้งผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนน เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พร้อมทั้งแจ้งคะแนน และคืนใบกิจกรรมให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องและข้อผิดพลาดในการทำใบกิจกรรม และให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัย พร้อมทั้งชี้แนะข้อผิดพลาดให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้นำไปปรับปรุงแก้ไขต่อไป ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำใบกิจกรรมและแบบทดสอบ อีกทั้งชุดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนได้รับไปในแต่ละคาบสะดวกต่อการนำไปศึกษาและทบทวนความรู้ได้ทุกที่ทุกเวลาตามความสนใจของผู้เรียนซึ่งสอดคล้องกับ กาญจนา เกียรติประวัติ (2524: 174) และ วาสนา ชาวหา (2525: 139-140) ที่ได้กล่าวว่าชุดการเรียนการสอนช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของผู้เรียน เปิดโอกาสให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเองเกิดทักษะในการเรียนรู้ และสามารถนำไปศึกษาได้ทุกที่ทุกเวลาตามสะดวก

1.4 จากการพิจารณาค่าร้อยละของจำนวนผู้เรียนที่ผ่านเกณฑ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟพบว่าเท่ากับ 77.78 ซึ่งถือ ว่ามีผู้ผ่านเกณฑ์ที่ตั้งไว้ค่อนข้างมากอาจเนื่องมาจากผู้วิจัยได้สร้างใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ซึ่งได้ใช้สถานการณ์ที่มีแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นเพียง 2 ตัวแปรเท่านั้นทำให้ปัญหาไม่ซับซ้อนมากนัก ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ สอดคล้องกับ สมคิด แก้วสนธิ (2524: 73) สุทธิมา ชำนาญเวช (2545: 47-100) และ บุญสม ศิริโสภณา (2547: 30-52) ที่กล่าวว่าการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟเป็นวิธีที่ง่ายไม่ซับซ้อน เห็นมโนภาพชัดเจนและเหมาะกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ที่มีตัวแปร 2 ตัว

2. ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนผู้เรียนทั้งหมดอาจเนื่องมาจาก

2.1 หน่วยการเรียนรู้แต่ละหน่วยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ซึ่งแต่ละหน่วยการเรียนมีเนื้อหา ใบกิจกรรม สำหรับแจกให้ผู้เรียนได้ศึกษาและได้ลงมือปฏิบัติไปพร้อมกับผู้วิจัย และตัวอย่างมีการนำเสนอละเอียด มีแนวทางการดำเนินกิจกรรมที่สอดคล้องกัน ซึ่งผู้เรียนสามารถลงมือปฏิบัติไปควบคู่กับตัวอย่างได้

2.2 ใบกิจกรรมที่แจกให้ผู้เรียนในแต่ละคาบช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยผู้เรียนได้ฝึกทักษะอย่างเป็นขั้นตอนจากใบกิจกรรมในแต่ละคาบด้วยตนเองซึ่งมีผู้วิจัยคอยสังเกตและให้คำแนะนำตามความเหมาะสม อีกทั้งได้ดำเนินการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีทักษะในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ทั้งในระหว่างเรียนและเมื่อสิ้นสุดการเรียนการสอนแล้วโดยดำเนินการในทำนองเดียวกับเหตุผลในข้อ 1.2

2.3 วิธีซิมเพล็กซ์เป็นวิธีการที่อาศัยพื้นฐานความรู้เรื่องการดำเนินการตามแถวของเมทริกซ์ ซึ่งผู้เรียนเคยเรียนมาแล้วซึ่งอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ขั้นตอนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้ ถึงแม้ว่าในปัจจุบันวิธีซิมเพล็กซ์จะยังไม่ได้บรรจุลงในหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 และในการสร้างใบกิจกรรมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องและใกล้เคียงกับปัญหาที่ผู้เรียนอาจพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน เช่น ปัญหาการผลิต ปัญหาการลงทุน ปัญหาเกษตรกรรมซึ่งสามารถพบเห็นได้ในวิถีชีวิตของผู้เรียนทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในการแก้ปัญหา ทำนองเดียวกับ เอ็ดวาร์ด; และ เชลส์ท (Edwards; & Chelst. 2004: Online) ได้ทำการศึกษาโครงการสอดแทรกวิชาการวิจัยดำเนินงานในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (HSOR) เพื่อกระตุ้นและสร้างแรงจูงใจ และสร้างความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานแก่ผู้เรียนโดยการนำความรู้เกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานไปสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย และเพื่อสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงานให้มากขึ้นก็ได้นำเอาสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตจริงเข้าไปสอนด้วย

## ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัย

จากการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ข้อสังเกตบางประการดังนี้

1. การใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในคาบที่ 1 เรื่องความรู้เบื้องต้นและแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น พบว่ามีผู้เรียนบางคนที่เมื่อเห็นโจทย์ปัญหายาว ๆ แล้วจะไม่สนใจอ่าน และไม่อยากทำกิจกรรมแต่เมื่อครูคอยกระตุ้นได้ไปให้คำแนะนำในแต่ละข้อและค่อย ๆ ถามให้ผู้เรียนตอบ

ในแต่ละส่วนของกิจกรรม ทำให้ผู้เรียนเริ่มที่จะเรียนรู้ มีส่วนร่วมในการตอบคำถาม และสามารถทำกิจกรรมการเรียนรู้และคุ้นเคยกับโจทย์ปัญหาและการวิเคราะห์ปัญหาได้ รวมทั้งการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ดีขึ้นในคาบต่อ ๆ ไป

2. ใบกิจกรรมแต่ละใบมีลักษณะเป็นอัตนัยคือให้ผู้เรียนเขียนตอบคำถามและในทุกใบกิจกรรมทำเป็นลักษณะที่มีรูปแบบให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการวิเคราะห์ การแก้ปัญหาและส่งเสริมให้เขียนตอบอย่างเป็นขั้นตอนทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับการเขียนตอบและได้แนวทางในการเขียนตอบคำถามในใบกิจกรรมและเมื่อทำการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่ จะเลือกทำแบบทดสอบที่เป็นอัตนัยก่อน และพบว่าคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ และคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ตอนที่ 2 แบบอัตนัย สูงกว่า ตอนที่ 1 แบบปรนัย

3. ระยะเวลาโดยภาพรวมแล้วเหมาะสม สอดคล้องตามแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละคาบมีส่วนน้อยที่พบว่าสอนไม่ทันเวลาจากการทดลองนำร่องเช่น คาบที่ 13 เรื่องลักษณะผลลัพธ์ที่เกิดจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ผู้วิจัยแก้ปัญหาด้วยการสร้าง แผนผังสรุปการดำเนินการแก้ปัญหาและลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นได้ ทำให้สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ทันเวลาผู้เรียนได้ข้อสรุปและเห็นภาวการณ์ต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นในระหว่างดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์และลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ด้วย

4. การเรียนการสอนเรื่องการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น จากงานวิจัยของ วรรณรัตน์ วิบูลสุข (2539) พบว่า ผู้เรียนมีปัญหาเรื่องการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นเป็นส่วนใหญ่และส่งผลให้ไม่สามารถแก้ปัญหาเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟได้ ซึ่งงานวิจัยชิ้นนี้ผู้วิจัยได้ส่งเสริมการเรียนเรื่องการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นโดยสร้างกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ฝึกสร้างแบบจำลองด้วยการอาศัยแนวคิดการแก้ปัญหาของโพลยา ฝึกให้ผู้เรียนได้อ่าน ได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหา และสร้างแบบจำลองตามขั้นตอนโดยให้เวลาในการเรียนการสอนมากพอที่ผู้เรียนจะเกิดทักษะดังกล่าว คือ 2 คาบเรียนเพื่อให้ผู้เรียนได้แนวคิด แนวทาง และสามารถสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นในใบกิจกรรมได้

5. การยกตัวอย่าง โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ทั้งในใบกิจกรรมและในแบบทดสอบปัญหาที่ยกมาส่วนใหญ่จะเป็นปัญหาเรื่อง การผลิต การลงทุน การเกษตรกรรมซึ่งปัญหาใดที่สอดคล้องกับวิถีชีวิตและสามารถพบเห็นได้ในชีวิตประจำวันหรือใกล้เคียงชีวิตจริงจะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ส่งเสริมให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของกำหนดการเชิงเส้นรวมทั้งเห็นประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ด้วย

6. ตัวอย่างและใบกิจกรรมในแต่ละหน่วยการเรียนรู้มีแนวคิดและความยากง่ายใกล้เคียงกัน พบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถทำใบกิจกรรมได้ทั้งนี้อาจเป็นเพราะว่าตัวอย่างในหน่วยการเรียนบางตัวอย่าง ผู้วิจัยและผู้เรียนทำไปพร้อม ๆ กัน โดยผู้วิจัยอธิบายตัวอย่างทีละขั้นตอน คอยซักถามให้ผู้เรียนตอบคำถามและลงมือทำใบกิจกรรมด้วยตนเอง

7. การที่ผู้วิจัยได้นำใบกิจกรรมไปตรวจให้คะแนน แจ้งคะแนน และนำใบกิจกรรมคืน เพื่อให้ผู้เรียนได้รับทราบความถูกต้องหรือข้อผิดพลาดในใบกิจกรรมของตนเอง ทำให้ผู้เรียนสามารถนำไปปรับปรุงแก้ไขและทำใบกิจกรรมต่อ ๆ ไปได้ดีขึ้น

8. การที่ผู้เรียนได้ฝึกทำใบกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบอัตนัยบ่อยครั้งทำให้ผู้เรียนคุ้นเคยกับการเขียนตอบจึงทำให้ผู้เรียนส่วนใหญ่ทำแบบทดสอบแบบอัตนัยได้ดีและพบว่าผู้เรียนส่วนใหญ่จะเลือกทำแบบทดสอบที่เป็นอัตนัยก่อนแบบทดสอบปรนัย

9. ในจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไม่ว่าจะเป็นการทำใบกิจกรรมและแบบทดสอบผู้วิจัยอนุญาตให้ผู้เรียนใช้เครื่องคิดเลขในการคำนวณได้ ทำให้ผู้เรียนได้ผ่อนคลายและลดความกังวลในการทำใบกิจกรรมที่ต้องใช้การคิดคำนวณมาก ๆ และทำให้บรรยากาศในการเรียนไม่ตึงเครียด โดยเฉพาะการแก้ปัญหาด้วยวิธีการซิมเพล็กซ์ที่ต้องคำนวณกับตัวเลขค่อนข้างมาก

10. การวิจัยพบว่า ค่าร้อยละของคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เท่ากับ 60.55 และ จำนวนผู้เรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์คิดเป็นร้อยละ 75 ของจำนวนผู้เรียนทั้งหมด ซึ่งน้อยกว่าค่าร้อยละของจำนวนผู้เรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการตามแถว และเนื่องจากผู้เรียนได้เรียนเรื่องดังกล่าวในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งระยะเวลาที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ในเรื่องดังกล่าวถือว่าเป็นช่วงระยะเวลาที่ค่อนข้างนานมาแล้ว นอกจากนี้วิธีซิมเพล็กซ์ใช้กับแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่มากกว่า 2 ตัวแปรแต่ไม่เกิน 4 ตัวแปร

## ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 การใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ครูผู้สอนควรศึกษาคู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอน หน่วยการเรียนรู้และใบกิจกรรม รวมทั้งแผนการจัดการเรียนรู้อย่างละเอียด เพื่อเป็นแนวทางในการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้ต่อไป

1.2 ในขณะการทำใบกิจกรรม ครูผู้สอนควรเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียนคอยสังเกตและให้คำแนะนำแก่ผู้เรียนตามความเหมาะสม โดยใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนตอบคำถามและทำใบกิจกรรมได้

2. ข้อเสนอแนะในการทำการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการสร้างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์หรือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ที่บูรณาการการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ สำหรับช่วงชั้นที่ 4

2.2 ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นสำหรับผู้เรียนช่วงชั้นอื่น ๆ

2.3 ควรนำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปปรับปรุงแก้ไขและนำไปทดลองซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น เพื่อหาข้อสรุปที่แน่นอนยิ่งขึ้นต่อไป

2.4 ควรทำวิจัยเกี่ยวกับการนำเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับสูงอื่น ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในชีวิตประจำวันและเหมาะสมกับความรู้พื้นฐานของผู้เรียน มาสอนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

# บรรณานุกรม

# บรรณานุกรม


กมล เอกไทยเจริญ. (ม.ป.ป.). *คณิตศาสตร์ ม.5 เล่ม 3 ค 013.* กรุงเทพฯ: ไฮเอ็ดพับลิชชิ่ง.

กรมวิชาการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กฤติกา ชิดชู. (2550). *การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นและคอมบินาทอริกเบื้องต้นสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

กัลยา วินิชย์บัญชา. (ม.ป.ป.). *การวิจัยขั้นดำเนินงานและการประยุกต์.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กาญจนา เกียรติประวัติ. (2524). *วิธีสอนทั่วไปและทักษะการสอน.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เกศินี วิทูรชาติ; และคนอื่น ๆ. (2530). *การวิเคราะห์เชิงปริมาณทางธุรกิจ.* กรุงเทพฯ: บรรณกิจ.

คณะอนุกรรมการพัฒนาการเรียนการสอนและผลิตอุปกรณ์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. (2524). *ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ทบวงมหาวิทยาลัย.

คำโง่น เขียนทิลม. (2547). *การสร้างชุดการเรียนการสอนเรื่องสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 2 คณะวิศวกรรมและสถาปัตยกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยแห่งชาติลาว.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

จงพิศ ศิริรัตน์. (2526). *คณิตศาสตร์ธุรกิจ.* พิมพ์ครั้งที่ 2. สงขลา: ภาควิชาบริหารธุรกิจ คณะวิทยาการจัดการ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์.

จรีรัตน์ สุวรรณ์. (2546). *การพัฒนาโปรแกรมคอมบินาทอริกเบื้องต้นสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ฉวีวรรณ เศวตมาลย์. (2545). *การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ชมรมเด็ก.

ชวาล แพรัตกุล. (2520). *เทคนิคการเขียนข้อสอบ.* กรุงเทพฯ: ม.ป.พ.

ชัยยงค์ พรหมวงค์; นิคม ทาแดง; และ สมเชาว์ เนตรประเสริฐ. (2531). *เอกสารการสอนวิชา 20301 เทคโนโลยีและการสื่อสารการศึกษา เล่มที่ 1 หน่วยที่ 1-5.* พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ชูเกียรติ วรสุชีพ. (2000, May). Linear Programming. *Microcomputer*. 10(2): 95.

ญานิศา ธิกุลวงษ์. (2546). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนเรื่อง ความสัมพันธ์เวียนเกิด.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ดี บางกระ. (2538). *การศึกษาความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนเรื่อง ฟังก์ชันก่อกำเนิด.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ถนอม ชำนาญพันธ์. (2546). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องทฤษฎีสมการพหุนามเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ธานินทร์ สิทธิวิรัชธรรม. (2542). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

นิกร วัฒนพนม. (2535). *การโปรแกรมเชิงเส้นเบื้องต้น.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

นิตติยา ปภาพจน์. (2540). *การพัฒนาหลักสูตรทฤษฎีจำนวนเสริมสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตร-ศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

บุญเกื้อ ควรหาเวช. (2542). *นวัตกรรมการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 4. นนทบุรี: SR. printing.

บุญสม ศิริโสภณา. (2547). *คณิตศาสตร์เศรษฐศาสตร์.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

เบญจมินทร์ อรัญเพิ่ม. (2548). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ประกอบ จิรกิติ. (2535). *การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็ม.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาบริหารธุรกิจ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ปานทอง กุลนาถศิริ. (2543, มกราคม-มีนาคม). ความเคลื่อนไหว...เกี่ยวกับ NCTM: Principles and Standards for School Mathematics ในปี ค.ศ. 2000. *สสวท*. 28(108): 14-18.

เปียทิพย์ เขียวไข่แก้ว. (2551). *ชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนที่เน้นทักษะการให้เหตุผล สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พรสวรรค์ จรัสรุ่งชัยกุล. (2547). *การพัฒนาชุดการเรียนเรื่องเมทริกซ์และดีเทอร์มินันต์โดยใช้หลักการเรียนเพื่อรอบรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พัชรินทร์ เปรมประเสริฐ. (2542). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นกระบวนการคณิตศาสตร์กับการสอนตาคู่มือครู*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

พิชากร แปลงประสพโชค. (2540). *การพัฒนาหลักสูตรพิเศษทางเรขาคณิตเสริมสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษ*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

เพชรหงส์ โชติกอาภา. (2535). *เอกสารประกอบการสอนสำหรับกระบวนวิชาการวางแผนเชิงคณิตศาสตร์*. เชียงใหม่: ภาควิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

เพ็ญนภา แสนดี. (2542). *การพัฒนาชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์นันทนาการ เรื่องพหุนาม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร

ไพศาล หวังพานิช. (2526). *การวัดผลการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

มยุรี บุญเยี่ยม. (2545). *การพัฒนาชุดการเรียนเรื่องความน่าจะเป็นโดยใช้วิธีแก้ปัญหาเพื่อส่งเสริมความตระหนักในการรู้คิดของนักศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2533). *เอกสารการสอนชุดวิชาการวิจัยเชิงปฏิบัติการ หน่วยที่ 1-9*. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

----------. (2542). *ชุดวิชาสื่อการสอนระดับมัธยมศึกษา หน่วยที่ 13*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ยุพร ริมชลการ. (2543). *การพัฒนาหลักสูตรพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ด. (คณิตศาสตรศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

ยุพิน พิพิธกุล. (2533). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาการมัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล; และ อรวรรณ ตันบรรจง. (2531). *สื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ลัดดา สุขปรีดี. (2523). *เทคโนโลยีการเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: พิทเนศ.

ล้วน สายยศ; และ อังคณา สายยศ. (2539). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: สุวิริยาสาส์น.

----------. (2541). *เทคนิคการสร้างและสอบข้อสอบความถนัดทางการเรียน.* กรุงเทพฯ: สุวิริยาสาส์น.

วรทัศน์ ขจิตชยานุกูล; และ เชาวลิต มีเชาว์. (2546, January-June). การนำโปรแกรมเชิงเส้นมาใช้ในกระบวนการผสม. *BU ACADEMIC REVIEW.* 2(1): 104-108.

วรรณรัตน์ วิบูลสุข. (2539). *การวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ของนักศึกษามหาวิทยาลัยหัวเฉียวเฉลิมพระเกียรติ*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (การสอนคณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. ถ่ายเอกสาร.

วาสนา ชาวหา. (2525). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: อักษรสยามการพิมพ์.

วิจิตร ตัณฑสุทธิ์; วันชัย ริจิรวนิช; และ ศิริจันทร์ ทองประเสริฐ. (2548). *การวิจัยดำเนินงาน*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

วิชัย วงษ์ใหญ่. (2525). *พัฒนาหลักสูตรและการสอน-มิติใหม่*. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

วิภาวรรณ สิงห์พริ้ง. (2543). *การวิจัยดำเนินงาน เล่ม 1.* พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยพระจอมเกล้าธนบุรี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). *หนังสือเรียนสาระคณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม เล่ม 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6.* กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

สมคิด แก้วสนธิ. (2524). *ลิเนียร์โปรแกรม: หลักและการประยุกต์.* กรุงเทพฯ: คณะเศรษฐศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมหญิง กลั่นศิริ. (2523). *เทคโนโลยีทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและวิธีสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.

สิริพร ทิพย์คง. (2544, กันยายน-ธันวาคม). การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. *ศึกษาศาสตร์ปริทัศน์*. 16(3): 7-24.

---------- (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

เสริมศักดิ์ สุรวัลลภ. (ม.ป.ป.). *คณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุกัญญา เรืองสุวรรณ. (2542, เมษายน-มิถุนายน). การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ด้วย Excel Solver. *วิทยาศาสตร์ มข.* 27(2): 76-83.

สุทธิมา ชำนาญเวช. (2545). *การวิเคราะห์เชิงปริมาณ.* พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์.

สุนันท์ แสงงามมงคล. (2541). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องลอการิทึม โดยใช้ชุดการเรียนการสอนและการเรียนรู้ร่วมของนักศึกษาประกาศนียบัตรชั้นสูง ปีที่ 1.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

สุมานิน รุ่งเรืองธรรม. (2526). *กลวิธีการสอน.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม.

สุรางคณา ยาหยี. (2549). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบร่วมมือที่เน้นทักษะ การเชื่อมโยง เรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ช่วงชั้นที่ 4.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (การมัธยมศึกษา). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

เสาวนีย์ สิกขาบัณฑิต. (2528). *เทคโนโลยีการศึกษา.* กรุงเทพฯ: ภาควิชาเทคโนโลยีทางการศึกษา สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

อนุสรณ์ สรพรหม. (ม.ป.ป.). *คณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานสำหรับเศรษฐศาสตร์.* ปทุมธานี: สกายบุ๊คส์.

อมฤทธิ์ บุพโต. (2548). *การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์มีเดีย เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5.* ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อาคเนย์ ฉัตรบรรยงค์. (2548). *ชุดการเรียนเรื่องความเท่ากันทุกประการที่เน้นระดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของแวนฮีลี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

อาภรณ์ อินต๊ะชัย. ( 2549). *รายงานการวิจัยการสร้างบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยใช้กราฟ*. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา.

อาริสา รัตนเพ็ชร; และ ทัศนา วิทยานนท์. (2545). *เมตริกซ์และกำหนดการเชิงเส้น*. กรุงเทพฯ: พิทักษ์การพิมพ์.

อำพล โต้ตอบ. (2539). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาคำตอบที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนของสมการพหุนาม ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3*. ปริญญานิพนธ์ กศ.ม (คณิตศาสตร์). กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. ถ่ายเอกสาร.

Barnett, Raymond A.; & Ziegler, Michael R. (n.d.). *College Mathematics for Management, Life, and Social Sciences.* 4th ed. San Francisco: Divisions of Macmillan.

Benson, Carol Trinko. (1990). *Effect of Computer Instruction in Finite Mathematics on Student Achievement and Attitude*. Illinois State University. Retrieved February, 20, 2008, from http://proquest.umi.com/pqdweb?did=744784751&sid=1&Fmt=2&clientid=61839 &RQT=309&VName=PQD

Bull, Michael Porter. (1993, January). Exploring the Effects on Mathematics Achievement of Eighth-grade Students that are Taught Problem-solving through a Four-step Method that Addresses the Perceptual Strengths of Each Student. *Dissertation Abstract International*. 54(7): 2497-A.

Cottle, Richard W. (2005). *George B. Dantzig: a Legendary Life in Mathematical Programming*. Retrieved August, 22, 2008, from http://www.springerlink.com/content /fn531122715t2n0/fulltext.pdf

Dantzig, George B. (1993). *Linear Programming and Extensions*. 10th ed. Princeton, N.J.: Princeton University Press.

Darst, Richard B. (1990). *Introduction to Linear Programming: Applications and Extensions.* New York: MARCEL DEKKER.

Dossey, John A; et al. (2002). *Mathematics Methods and Modeling for Today's Mathematics Classroom: a Contemporary Approach to Teaching Grades 7-12*. Canada: Wadswotth Group.

Edward, Thomas G.; & Chelst, Kenneth R. (2004, May). The HSOR Project: Insinuating OR into High School Mathematics Classroom. *INFORM Transactions on Education*. 3(4). Retrieved March 3, 2008, from http://ite.pub.inform.org/Vol4No3/ EdwardsChelst/

Edwards, Clifford H. (1975, February). Changing Teacher Behavior through Self-Instruction and Supervised Micro Teaching in Competency Base Program. *The Journal of Educational Research.* 63(6): 219-222

Feiring, Bruce R. (1986). *Linear Programming an Introduction*. California: Sage Publications.

Gass, Saul L. (1975). *Linear Programming*. 4th ed. New York: McGraw-Hill.

------- . (2005, August). *The Life and Farther of Linear Programming*. Retrieved August 6, 2008, from http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-8-05/dantzig.html

Gubrud, Allan Roy. (1971, June). The Effect of an Advance Organizer and a Concrete Experience on Learning the Concept of Vector in Junior and Senior High School. *Dissertation Abstract International*. 31(12): 6468-A.

Gullick, Marry Catherine. (1971, February). Achievement of Fifth, Sixth and Tenth Grades in Coordinate Geometry. *Dissertation Abstract International*. 31(8): 4035-A.

Holley, Joe. (2005, May 19). Vanguard Mathematician George Dantzig Dies. *The Washington Post.* Retrieved August 16, 2008, from http://www.washington post.com/ wp-dyn/content/article/2005/18/AP200505180 2171.html

Smith, Karan Barbee. (1991). *An integration of the computer algebra system DERIVE into instruction of linear programming*. University of South Carolina. Retrieved February, 20, 2008, from http://proquest.umi.com/pqdweb?did=745158161 &sid=3&Fmt=2&clientId= 61839&RQT=309&VName=PQD

Sultan, Alan. (1993). *Linear Programming an Introduction and Applications*. San Diego: Academic press.

Vivas, David A. (1984, September). The Design and Evaluation of a course in “Thinking Operations” for First Grade in Venezuela (Cognitive, Elementary, Learning). *Dissertation Abstracts International*. 46(3): 603-A.

White, Charles William. (1974, October). A Study of the Ability of Seventh and Eighth Grade Students to Learn Basic Concepts of Probability and the Relationship between Achievement. *Dissertation Abstract International*. 35(4): 1969-A.

Wilson, Cynthai L. (1989, August). An Analysis of Direct Instruction Produce in Teaching World problem – Solving to Learning Disabled Student. *Dissertation Abstract International.* 50(2): 416-A.

Yavuz, Veli Alpagut. (2003). *The Effectiveness of Interactive in-class Exercises on Learning: A Case from Linear Programming Education*. Rensselaer Polytechnic Institute. Retrieved February, 20, 2008, from http://proquest.umi.com/pqdweb?did =764802641&sid=4&Fmt=2&clientId=61839 &RQT=309&VName=PQD

# ภาคผนวก

# ภาคผนวก ก
# คุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

- ดัชนีความสอดคล้องของข้อสอบ (IOC)
- ค่าความยากง่าย (p)
- ค่าอำนาจจำแนก (r)
- ค่าความเชื่อมั่นโดยใช้วิธีการหาสัมประสิทธิ์ของแอลฟา ($\alpha$ - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach)

ตาราง 13 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

| ตอนที่ 1 | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | | รวม | ค่า IOC | แปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แบบปรนัยข้อที่ | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 6 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 7 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 8 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 9 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 10 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 11 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 12 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 13 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 14 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 15 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 16 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 17 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 18 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 19 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 20 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 21 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 22 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 23 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 24 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 25 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 26 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 27 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 28 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |

ตาราง 13 (ต่อ)

| ตอนที่ 1 | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | | รวม | ค่า IOC | แปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แบบปรนัยข้อที่ | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | | | |
| 29 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 30 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 31 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 32 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 33 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 34 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| ตอนที่ 2 | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | | รวม | ค่า IOC | แปลผล |
| แบบอัตนัยข้อที่ | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 6 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |

ตาราง 14 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

| ตอนที่ 1 | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ | | | | รวม | ค่า IOC | แปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แบบปรนัยข้อที่ | คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | | | |
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 6 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 7 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 8 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 9 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 10 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 11 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 12 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 13 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 14 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 15 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 16 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 17 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 18 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 19 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 20 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 21 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 22 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 23 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 24 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 25 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 26 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 27 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |

ตาราง 14 (ต่อ)

| ตอนที่ 1 แบบอัตนัยข้อที่ | ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 1 | คนที่ 2 | คนที่ 3 | คนที่ 4 | รวม | ค่า IOC | แปลผล |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 2 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 3 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 4 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 5 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |
| 6 | +1 | +1 | +1 | +1 | 4 | 1 | ใช้ได้ |

ตาราง 15 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่คัดเลือกไว้จากการพิจารณาค่า IOC และที่นำไปใช้กับกลุ่มทดลองนำร่อง

| ตอนที่ 1 แบบปรนัยข้อที่ | p | r |
|---|---|---|
| 1 | .75 | .75 |
| 2 | .67 | .42 |
| 3 | .42 | .33 |
| 4 | .33 | .60 |
| 5 | .50 | .81 |
| 6 | .58 | .48 |
| 7 | .58 | .20 |
| 8 | .58 | .63 |
| 9 | .42 | .33 |
| 10 | .58 | .55 |
| 11 | .58 | .74 |
| 12 | .42 | .44 |
| 13 | .33 | .30 |
| 14 | .42 | .40 |
| 15 | .33 | .45 |
| 16 | .25 | .60 |
| 17 | .42 | .44 |
| 18 | .58 | .20 |
| 19 | .42 | .55 |
| 20 | .25 | .36 |
| ตอนที่ 1 แบบอัตนัยข้อที่ | p | r |
| 1 | .42 | .67 |
| 2 | .48 | .76 |
| 3 | .56 | .78 |
| 4 | .47 | .83 |

ตาราง 16 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

| ตอนที่ 1 แบบปรนัยข้อที่ | p | r |
|---|---|---|
| 1 | .75 | .75 |
| 2 | .67 | .42 |
| 3 | .42 | .33 |
| 4 | .33 | .60 |
| 5 | .58 | .48 |
| 6 | .58 | .20 |
| 7 | .42 | .33 |
| 8 | .58 | .55 |
| 9 | .58 | .74 |
| 10 | .33 | .30 |
| 11 | .42 | .40 |
| 12 | .25 | .60 |
| 13 | .42 | .44 |
| 14 | .42 | .55 |
| 15 | .25 | .36 |
| **ตอนที่ 1 แบบอัตนัยข้อที่** | **p** | **r** |
| 1 | .42 | .67 |
| 2 | .48 | .76 |
| 3 | .47 | .83 |

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha$-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าความเชื่อมั่นโดยพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 1 แบบปรนัยมีค่าเท่ากับ .83
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 แบบอัตนัยมีค่าเท่ากับ .98
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับมีค่าเท่ากับ .87

ตาราง 17 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่คัดเลือกไว้จากการพิจารณาค่า IOC และที่นำไปใช้กับกลุ่มทดลองนำร่อง

| ตอนที่ 1 แบบปรนัยข้อที่ | p | r |
|---|---|---|
| 1 | .75 | .33 |
| 2 | .58 | .64 |
| 3 | .50 | .60 |
| 4 | .50 | .28 |
| 5 | .67 | .43 |
| 6 | .42 | .35 |
| 7 | .75 | .55 |
| 8 | .33 | .73 |
| 9 | .33 | .73 |
| 10 | .75 | .55 |
| 11 | .42 | .68 |
| 12 | .33 | .66 |
| 13 | .42 | .22 |
| 14 | .25 | .82 |
| 15 | .50 | .66 |
| 16 | .42 | .42 |
| 17 | .33 | .48 |
| 18 | .25 | .40 |
| 19 | .42 | .51 |
| 20 | .25 | .82 |
| ตอนที่ 1 แบบอัตนัยข้อที่ | p | r |
| 1 | .50 | .83 |
| 2 | .53 | .80 |
| 3 | .45 | .81 |
| 4 | .42 | .83 |

ตาราง 18 ค่าความยากง่าย (P), ค่าอำนาจจำแนก (r) และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

| ตอนที่ 1 แบบปรนัยข้อที่ | p | r |
|---|---|---|
| 1 | .58 | .64 |
| 2 | .50 | .60 |
| 3 | .50 | .28 |
| 4 | .42 | .35 |
| 5 | .75 | .55 |
| 6 | .33 | .73 |
| 7 | .75 | .55 |
| 8 | .42 | .68 |
| 9 | .33 | .66 |
| 10 | .25 | .82 |
| 11 | .50 | .66 |
| 12 | .42 | .42 |
| 13 | .33 | .48 |
| 14 | .25 | .40 |
| 15 | .25 | .82 |
| **ตอนที่ 1 แบบอัตนัยข้อที่** | **p** | **r** |
| 1 | .53 | .80 |
| 2 | .45 | .81 |
| 3 | .42 | .83 |

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ คำนวณโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟา ($\alpha$-Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) มีค่าความเชื่อมั่นโดยพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 1 แบบปรนัยมีค่าเท่ากับ .89
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบตอนที่ 2 แบบอัตนัยมีค่าเท่ากับ .97
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งฉบับมีค่าเท่ากับ .89

# ภาคผนวก ข
# ข้อมูลที่ได้จากการวิจัย

- คะแนนที่ประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ
- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ
- คะแนนที่ประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

ตาราง 19 คะแนนที่ประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีกราฟ

| คนที่ | ใบกิจกรรมที่ 1 (เต็ม 16 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 2 (เต็ม 25 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 3 (เต็ม 20 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 4 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 5 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 6 (เต็ม 40 คะแนน) | รวม (เต็ม 137 คะแนน) | คิดเป็น 30 คะแนน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12 | 22 | 18 | 16 | 15 | 22 | 105 | 22.99 |
| 2 | 14 | 18 | 9 | 13 | 13 | 6 | 73 | 15.99 |
| 3 | 14 | 13 | 12 | 13 | 13 | 11 | 76 | 16.64 |
| 4 | 14 | 22 | 18 | 16 | 16 | 12 | 98 | 21.46 |
| 5 | 15 | 14 | 14 | 16 | 15 | 16 | 90 | 19.71 |
| 6 | 11 | 22 | 18 | 16 | 15 | 20 | 102 | 22.34 |
| 7 | 15 | 11 | 15 | 12 | 13 | 15 | 81 | 17.74 |
| 8 | 10 | 22 | 17 | 16 | 16 | 25 | 106 | 23.21 |
| 9 | 12 | 11 | 11 | 10 | 11 | 13 | 68 | 14.89 |
| 10 | 12 | 12 | 12 | 13 | 12 | 15 | 76 | 16.64 |
| 11 | 13 | 18 | 16 | 15 | 17 | 20 | 99 | 21.68 |
| 12 | 16 | 18 | 15 | 17 | 16 | 25 | 107 | 23.43 |
| 13 | 14 | 25 | 18 | 15 | 16 | 17 | 105 | 22.99 |
| 14 | 15 | 22 | 14 | 16 | 16 | 28 | 111 | 24.31 |
| 15 | 13 | 14 | 18 | 16 | 16 | 22 | 99 | 21.68 |
| 16 | 16 | 23 | 15 | 16 | 15 | 25 | 110 | 24.09 |
| 17 | 12 | 25 | 15 | 16 | 17 | 30 | 115 | 25.18 |
| 18 | 14 | 25 | 19 | 16 | 16 | 28 | 118 | 25.84 |
| 19 | 13 | 18 | 16 | 16 | 17 | 27 | 107 | 23.43 |
| 20 | 16 | 25 | 16 | 16 | 16 | 27 | 116 | 25.40 |
| 21 | 16 | 25 | 13 | 17 | 16 | 29 | 116 | 25.40 |
| 22 | 14 | 22 | 13 | 15 | 15 | 24 | 103 | 22.55 |
| 23 | 15 | 22 | 16 | 16 | 16 | 29 | 114 | 24.96 |
| 24 | 14 | 18 | 17 | 16 | 16 | 28 | 109 | 23.87 |
| 25 | 15 | 24 | 16 | 16 | 18 | 30 | 119 | 26.06 |

ตาราง 19 (ต่อ)

| คนที่ | ใบกิจกรรมที่ 1 (เต็ม 16 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 2 (เต็ม 25 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 3 (เต็ม 20 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 4 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 5 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 6 (เต็ม 40 คะแนน) | รวม (เต็ม 137 คะแนน) | คิดเป็น 30 คะแนน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 26 | 16 | 22 | 19 | 18 | 17 | 30 | 122 | 26.72 |
| 27 | 16 | 24 | 14 | 16 | 16 | 30 | 116 | 25.40 |
| 28 | 16 | 25 | 18 | 18 | 14 | 29 | 120 | 26.28 |
| 29 | 10 | 13 | 16 | 16 | 15 | 19 | 89 | 19.49 |
| 30 | 9 | 16 | 14 | 10 | 16 | 10 | 75 | 16.42 |
| 31 | 16 | 18 | 16 | 16 | 15 | 18 | 99 | 21.68 |
| 32 | 12 | 22 | 15 | 15 | 16 | 21 | 101 | 22.12 |
| 33 | 15 | 19 | 16 | 14 | 16 | 20 | 100 | 21.90 |
| 34 | 15 | 25 | 16 | 16 | 16 | 25 | 113 | 24.74 |
| 35 | 16 | 25 | 16 | 18 | 16 | 27 | 118 | 25.84 |
| 36 | 13 | 22 | 11 | 14 | 17 | 18 | 95 | 20.80 |

ตาราง 20 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ซึ่งประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

| คนที่ | คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน (ร้อยละ 30) | คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | | คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน |
|---|---|---|---|---|
| | | แบบปรนัย (ร้อยละ 30) | แบบอัตนัย (ร้อยละ 40) | |
| 1 | 22.99 | 12 | 25.33 | 60.33 |
| 2 | 15.99 | 8 | 21.33 | 45.32 |
| 3 | 16.64 | 16 | 24 | 56.64 |
| 4 | 21.46 | 16 | 26.67 | 64.13 |
| 5 | 19.71 | 14 | 26.67 | 60.37 |
| 6 | 22.34 | 12 | 28 | 62.34 |
| 7 | 17.74 | 10 | 17.33 | 45.07 |
| 8 | 23.21 | 16 | 21.33 | 60.55 |
| 9 | 14.89 | 10 | 24 | 48.89 |
| 10 | 16.64 | 12 | 16 | 44.64 |
| 11 | 21.68 | 12 | 26.67 | 60.35 |
| 12 | 23.43 | 14 | 24 | 61.43 |
| 13 | 22.99 | 16 | 25.33 | 64.33 |
| 14 | 24.31 | 14 | 22.67 | 60.97 |
| 15 | 21.68 | 16 | 28 | 65.68 |
| 16 | 24.09 | 14 | 25.33 | 63.42 |
| 17 | 25.18 | 22 | 28 | 75.18 |
| 18 | 25.84 | 22 | 29.33 | 77.17 |
| 19 | 23.43 | 18 | 24 | 65.43 |
| 20 | 25.40 | 22 | 22.67 | 70.07 |
| 21 | 25.40 | 16 | 30.67 | 72.07 |
| 22 | 22.55 | 20 | 24 | 66.55 |
| 23 | 24.96 | 16 | 30.67 | 71.63 |
| 24 | 23.87 | 12 | 22.67 | 58.54 |
| 25 | 26.06 | 20 | 29.33 | 75.39 |

ตาราง 20 (ต่อ)

| คนที่ | คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน (ร้อยละ 30) | คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | | คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน |
|---|---|---|---|---|
| | | แบบปรนัย (ร้อยละ 30) | แบบอัตนัย (ร้อยละ 40) | |
| 26 | 26.72 | 24 | 33.33 | 84.05 |
| 27 | 25.40 | 14 | 28.00 | 67.40 |
| 28 | 26.28 | 20 | 30.67 | 76.94 |
| 29 | 19.49 | 16 | 26.67 | 62.16 |
| 30 | 16.42 | 8 | 12.00 | 36.42 |
| 31 | 21.68 | 10 | 22.67 | 54.35 |
| 32 | 22.12 | 12 | 26.67 | 60.78 |
| 33 | 21.90 | 14 | 25.33 | 61.23 |
| 34 | 24.74 | 12 | 26.67 | 63.41 |
| 35 | 25.84 | 18 | 30.67 | 74.51 |
| 36 | 20.80 | 12 | 28.00 | 60.80 |

ตาราง 21 คะแนนที่ประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

| คนที่ | ใบกิจกรรมที่ 7 (เต็ม 9 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 8 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 9 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 10 (เต็ม 12 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 11 (เต็ม 12 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 12 (เต็ม 24 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 13 (เต็ม 20 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 14 (เต็ม 30 คะแนน) | รวม (เต็ม 143 คะแนน) | คิดเป็น 30 คะแนน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 8 | 14 | 15 | 8 | 10 | 17 | 13 | 18 | 103 | 21.61 |
| 2 | 9 | 13 | 15 | 7 | 9 | 14 | 12 | 19 | 98 | 20.56 |
| 3 | 7 | 10 | 15 | 10 | 10 | 16 | 15 | 17 | 100 | 20.98 |
| 4 | 9 | 12 | 15 | 10 | 11 | 17 | 16 | 19 | 109 | 22.87 |
| 5 | 9 | 18 | 13 | 9 | 12 | 14 | 12 | 17 | 104 | 21.82 |
| 6 | 7 | 15 | 15 | 10 | 10 | 18 | 17 | 18 | 110 | 23.08 |
| 7 | 8 | 13 | 13 | 10 | 9 | 14 | 16 | 18 | 101 | 21.19 |
| 8 | 9 | 17 | 15 | 10 | 10 | 15 | 14 | 22 | 112 | 23.50 |
| 9 | 7 | 15 | 15 | 9 | 8 | 10 | 16 | 20 | 100 | 20.98 |
| 10 | 7 | 8 | 13 | 6 | 7 | 10 | 13 | 11 | 75 | 15.73 |
| 11 | 9 | 16 | 15 | 9 | 10 | 19 | 14 | 21 | 113 | 23.71 |
| 12 | 7 | 16 | 15 | 9 | 10 | 18 | 15 | 20 | 110 | 23.08 |
| 13 | 9 | 16 | 14 | 8 | 9 | 17 | 14 | 19 | 106 | 22.24 |
| 14 | 9 | 15 | 17 | 9 | 8 | 19 | 16 | 16 | 109 | 22.87 |
| 15 | 9 | 18 | 16 | 8 | 10 | 19 | 15 | 17 | 112 | 23.50 |
| 16 | 9 | 13 | 16 | 10 | 9 | 16 | 17 | 19 | 109 | 22.87 |
| 17 | 9 | 15 | 14 | 8 | 7 | 18 | 14 | 17 | 102 | 21.40 |
| 18 | 9 | 16 | 17 | 10 | 8 | 16 | 15 | 18 | 109 | 22.87 |
| 19 | 9 | 18 | 14 | 8 | 9 | 17 | 15 | 20 | 110 | 23.08 |
| 20 | 9 | 15 | 15 | 9 | 8 | 15 | 17 | 18 | 106 | 22.24 |
| 21 | 9 | 17 | 17 | 11 | 8 | 12 | 10 | 15 | 99 | 20.77 |
| 22 | 9 | 13 | 14 | 12 | 9 | 19 | 13 | 15 | 104 | 21.82 |

ตาราง 21 (ต่อ)

| คนที่ | ใบกิจกรรมที่ 7 (เต็ม 9 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 8 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 9 (เต็ม 18 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 10 (เต็ม 12 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 11 (เต็ม 12 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 12 (เต็ม 24 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 13 (เต็ม 20 คะแนน) | ใบกิจกรรมที่ 14 (เต็ม 30 คะแนน) | รวม (เต็ม 143 คะแนน) | คิดเป็น 30 คะแนน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | 9 | 15 | 13 | 12 | 8 | 20 | 14 | 16 | 107 | 22.45 |
| 24 | 9 | 17 | 16 | 8 | 9 | 18 | 15 | 18 | 110 | 23.08 |
| 25 | 9 | 15 | 15 | 9 | 10 | 16 | 13 | 19 | 106 | 22.24 |
| 26 | 9 | 18 | 17 | 10 | 11 | 21 | 18 | 21 | 125 | 26.22 |
| 27 | 9 | 17 | 17 | 11 | 11 | 19 | 19 | 15 | 118 | 24.76 |
| 28 | 9 | 17 | 16 | 10 | 10 | 18 | 16 | 19 | 115 | 24.13 |
| 29 | 8 | 12 | 13 | 9 | 10 | 18 | 17 | 17 | 104 | 21.82 |
| 30 | 7 | 9 | 14 | 8 | 7 | 7 | 13 | 14 | 79 | 16.57 |
| 31 | 9 | 14 | 14 | 8 | 9 | 16 | 14 | 17 | 101 | 21.19 |
| 32 | 8 | 15 | 17 | 9 | 10 | 19 | 16 | 21 | 115 | 24.13 |
| 33 | 9 | 15 | 14 | 11 | 10 | 18 | 15 | 18 | 110 | 23.08 |
| 34 | 9 | 17 | 17 | 12 | 9 | 16 | 10 | 19 | 109 | 22.87 |
| 35 | 9 | 16 | 17 | 12 | 9 | 17 | 14 | 19 | 113 | 23.71 |
| 36 | 9 | 14 | 17 | 9 | 10 | 17 | 15 | 18 | 109 | 22.87 |

ตาราง 22 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งประเมินจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน และคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

| คนที่ | คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน (ร้อยละ 30) | คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | | คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน |
|---|---|---|---|---|
| | | แบบปรนัย (ร้อยละ 30) | แบบอัตนัย (ร้อยละ 40) | |
| 1 | 21.61 | 10 | 24.62 | 56.23 |
| 2 | 20.56 | 12 | 18.46 | 51.02 |
| 3 | 20.98 | 12 | 27.69 | 60.67 |
| 4 | 22.87 | 12 | 26.15 | 61.02 |
| 5 | 21.82 | 16 | 23.08 | 60.90 |
| 6 | 23.08 | 14 | 21.54 | 58.62 |
| 7 | 21.19 | 12 | 18.46 | 51.65 |
| 8 | 23.50 | 12 | 24.62 | 60.11 |
| 9 | 20.98 | 8 | 20 | 48.98 |
| 10 | 15.73 | 8 | 13.85 | 37.58 |
| 11 | 23.71 | 14 | 26.15 | 63.86 |
| 12 | 23.08 | 14 | 24.62 | 61.69 |
| 13 | 22.24 | 14 | 26.15 | 62.39 |
| 14 | 22.87 | 12 | 27.69 | 62.56 |
| 15 | 23.50 | 14 | 23.08 | 60.57 |
| 16 | 22.87 | 12 | 26.15 | 61.02 |
| 17 | 21.40 | 16 | 23.08 | 60.48 |
| 18 | 22.87 | 16 | 24.62 | 63.48 |
| 19 | 23.08 | 16 | 29.23 | 68.31 |
| 20 | 22.24 | 18 | 26.15 | 66.39 |
| 21 | 20.77 | 16 | 27.69 | 64.46 |
| 22 | 21.82 | 10 | 21.54 | 53.36 |
| 23 | 22.45 | 12 | 27.69 | 62.14 |
| 24 | 23.08 | 10 | 29.23 | 62.31 |
| 25 | 22.24 | 22 | 27.69 | 71.93 |

ตาราง 22 (ต่อ)

| คนที่ | คะแนนจากการทำใบกิจกรรมระหว่างเรียน (ร้อยละ 30) | คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | | คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน |
|---|---|---|---|---|
| | | แบบปรนัย (ร้อยละ 30) | แบบอัตนัย (ร้อยละ 40) | |
| 26 | 26.22 | 20 | 35.38 | 81.60 |
| 27 | 24.76 | 16 | 26.23 | 69.99 |
| 28 | 24.13 | 14 | 26.15 | 64.28 |
| 29 | 21.82 | 14 | 26.15 | 61.97 |
| 30 | 16.57 | 8 | 13.85 | 38.42 |
| 31 | 21.19 | 10 | 21.54 | 52.73 |
| 32 | 24.13 | 10 | 29.23 | 63.36 |
| 33 | 23.08 | 14 | 24.62 | 61.70 |
| 34 | 22.87 | 12 | 30.77 | 65.64 |
| 35 | 23.71 | 18 | 26.15 | 67.86 |
| 36 | 22.87 | 10 | 27.69 | 60.56 |

# ภาคผนวก ค
# การทดสอบสมมติฐาน

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์

- มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด
- มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

การทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z

สมมติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

สถิติทดสอบ $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

$p_0$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เพราะว่า $\hat{p} = \dfrac{28}{36} = 0.78$ , $p_0 = 0.6$ และ $n = 36$

ดังนั้น $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \dfrac{0.78 - 0.6}{\sqrt{\dfrac{0.6(0.4)}{36}}} = 2.25$

เนื่องจาก $Z_{.05} = 1.645$

และ $2.25 > 1.645$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ $H_0$ นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

การทดสอบสมมติฐานที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยใช้สถิติทดสอบ Z

สมมติฐาน คือ $H_0 : p \leq 0.6$

$H_1 : p > 0.6$

สถิติทดสอบ $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

เมื่อ $\hat{p}$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ได้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

$p_0$ คือ สัดส่วนของจำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ต้องการทดสอบ

n คือ จำนวนนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

เพราะว่า $\hat{p} = \dfrac{27}{36} = 0.75$ , $p_0 = 0.6$ และ n = 36

ดังนั้น $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \dfrac{0.75 - 0.6}{\sqrt{\dfrac{0.6(0.4)}{36}}} = 1.837$

เนื่องจาก $Z_{.05} = 1.645$

และ $1.837 > 1.645$

เพราะฉะนั้นจึงปฏิเสธ $H_0$ นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

# ภาคผนวก ง

ตัวอย่างชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

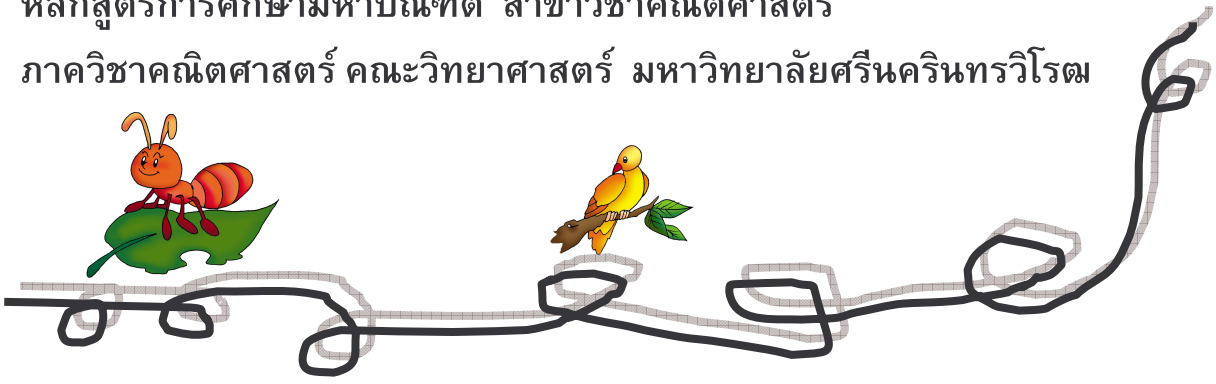
# ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์
# เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์
# สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6


โดย

นางสาวสังเวียน แผนสุพัด

หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

# ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

## แนะนำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นชุดการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น สำหรับเป็นเครื่องมือในการวิจัย เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งประกอบด้วย

1. แนวทางการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 3 แผน
3. หน่วยการเรียนและใบกิจกรรม จำนวน 14 ชุด
4. เฉลยหน่วยการเรียนและเฉลยใบกิจกรรม จำนวน 14 ชุด
5. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ จำนวน 1 ชุด
6. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จำนวน 1 ชุด

โดยชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นชุดการเรียนการสอนที่ครูและนักเรียนใช้ร่วมกัน

## แนวทางการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

1. การเรียนการสอนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จะดำเนินการเรียนการสอนเป็นจำนวน 3 หน่วยการเรียน ประกอบด้วย

1.1 หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น 2 คาบ

1.2 หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ 5 คาบ

1.3 หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ 8 คาบ

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้กำหนดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และมีลำดับขั้นตอนการใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ดังนี้

2.1 นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-2 ซึ่งสอดคล้องกับหน่วยการเรียนที่ 1-2 เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แผนที่ 1-2 เสร็จ นักเรียนจะได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่มี 2 ตอน โดยตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 คาบ

2.2 นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ แผนที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับหน่วยการเรียนที่ 3 เมื่อนักเรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เสร็จ นักเรียนจะได้รับการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบที่มี 2 ตอน โดยตอนที่ 1 เป็นแบบทดสอบปรนัย แบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ และตอนที่ 2 เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ใช้เวลาทดสอบ 2 คาบ

2.3 ในการปฏิบัติกิจกรรมในการเรียนการสอนโดยเฉพาะใบกิจกรรม ในทุกคาบให้นักเรียนปฏิบัติด้วยความตั้งใจและทำให้เสร็จภายในคาบเรียนแล้วส่งครูผู้สอนทุกครั้งเพื่อเป็นส่วนหนึ่ง ของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน

## เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบทดสอบปรนัย

- ถ้าตอบถูก ให้ 1 คะแนน
- ถ้าตอบผิด ไม่ตอบ หรือ ตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน

## เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรม, แบบทดสอบอัตนัย

**1. เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรม และ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ**

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น | 4 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน |
| | 3 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องและเขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องบางเงื่อนไข หรือ วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ถูกต้องแต่เขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องทุกเงื่อนไข |
| | 2 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องแต่เขียนเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 1 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องบางส่วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 0 | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น |

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 6 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุมและตรวจสอบจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ถูกต้องครบถ้วน ระบุจุดมุมที่เหมาะสมที่สุดและสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน |
| | 5 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุมตรวจสอบจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ถูกต้องครบถ้วน ตรวจสอบจุดมุมได้ถูกต้องบางส่วน สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 4 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ถูกต้องบางส่วน ตรวจสอบจุดมุมไม่ถูกต้อง สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ไม่ถูกต้องหรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 3 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ได้ถูกต้อง ระบุจุดมุมและตรวจสอบจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไม่ถูกต้องหรือไม่ตรวจสอบจุดมุม และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้อง หรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 2 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน แต่แสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการแสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ระบุจุดมุมไม่ถูกต้อง ไม่ตรวจสอบจุดมุมหรือตรวจสอบไม่ถูกต้อง ไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 1 | เขียนกราฟสมการของเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องบางส่วน และไม่มีร่องรอยการแสดงบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ หรือ แสดงได้ไม่ถูกต้อง ไม่ระบุจุดมุม ไม่ตรวจสอบ ไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 0 | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ |

**2. เกณฑ์การตรวจให้คะแนนใบกิจกรรมและ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น | 4 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องครบถ้วน |
| | 3 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องและเขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องบางเงื่อนไข หรือ วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่ถูกต้องแต่เขียนเงื่อนไขบังคับได้ถูกต้องทุกเงื่อนไข |
| | 2 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องครบถ้วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์ได้ถูกต้องแต่เขียนเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 1 | วิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือกำหนดตัวแปรได้ถูกต้องบางส่วน เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับทุกเงื่อนไขไม่ถูกต้องหรือไม่เขียนฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขข้อบังคับ |
| | 0 | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนิน การการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น |
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 6 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยสร้างตารางผลลัพธ์ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ทุกตารางผลลัพธ์ อ่านตารางผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ถูกต้องครบถ้วน |

| ส่วนของการเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 5 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยสร้างตารางผลลัพธ์ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ทุกตารางผลลัพธ์ อ่านตารางผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้ถูกต้อง แต่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้องหรือไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 4 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยสร้างตารางผลลัพธ์ได้ถูกต้องครบถ้วนสมบูรณ์ทุกตารางผลลัพธ์ แต่อ่านตารางผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้อง หรือ ไม่อ่านตารางผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดและไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 3 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ถูกต้องบางส่วน อ่านผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้องหรือไม่อ่านผลลัพธ์และไม่สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด |
| | 2 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง แต่ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุดได้ไม่ถูกต้อง อ่านผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดไม่ถูกต้อง หรือ เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้อง แต่ไม่ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด |

| ส่วนของการดำเนินการ | คะแนน | เกณฑ์การตรวจให้คะแนน (พฤติกรรมบ่งชี้) |
|---|---|---|
| การดำเนินการแก้ปัญหา | 1 | เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องครบถ้วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ไม่ถูกต้อง และไม่ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด หรือเขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ถูกต้องบางส่วน สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ถูกต้องบางส่วนหรือไม่ถูกต้อง และดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด อ่านผลลัพธ์และสรุปผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง |
| | **0** | ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ขั้นต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ |

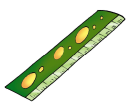
## การเก็บคะแนนและการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ในประเมินความสามารถในการเรียนในชุดการเรียนนี้ จะทำการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนด้วยกันทั้งหมด 3 ข้อ ดังต่อไปนี้

1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ หมายถึง ความสามารถในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ โดยประเมินจากการเรียนรู้ หน่วยการเรียนที่ 1 และ 2

2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หมายถึง ความสามารถในการเรียน เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ โดยประเมินจากการเรียนรู้ในหน่วยการเรียนที่ 3

โดยหลังจากเรียนโดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมีรายละเอียดการประเมินดังนี้



| การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน | คะแนน ( % ) |
|---|---|
| **1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ** | |
| **ประเมินจาก** | |
| 1.1 คะแนนจากใบกิจกรรม | 30 |
| 1.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีกราฟ แบ่งเป็น | 70 |
| - แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ | 30 |
| - แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ | 40 |
| รวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ | 100 |
| **2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์** | |
| **ประเมินจาก** | |
| 1.1 คะแนนจากใบกิจกรรม | 30 |
| 1.2 คะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ แบ่งเป็น | 70 |
| - แบบปรนัย จำนวน 15 ข้อ | 30 |
| - แบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ | 40 |
| รวมคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ | 100 |

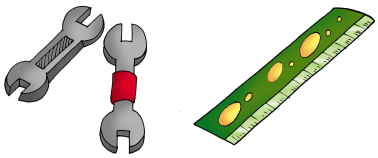
**เกณฑ์** หมายถึง ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของแต่ละผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

**นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ**

**ผ่านเกณฑ์** หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม

**นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**ผ่านเกณฑ์** หมายถึง นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม



## ข้อเสนอแนะในการใช้ชุดการเรียนการสอนสำหรับครูผู้สอน

1. ก่อนดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครูผู้สอนควรศึกษาเนื้อหาในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ รวมทั้งใบกิจกรรมในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และ ศึกษาแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างละเอียดทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางในการนำชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปใช้

2. ครูผู้สอนควรเป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียนคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสมแก่นักเรียนในการทำใบกิจกรรม พร้อมกับกระตุ้นให้นักเรียนแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

3. ครูผู้สอนควรให้นักเรียนได้มีโอกาสได้ซักถามหรือแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาและให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ เช่น การตอบคำถามและมีโอกาสได้แสดงความสามารถอย่างทั่วถึง และมีการเสริมแรง เมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในการปฏิบัติกิจกรรมการเรียนรู้ สำหรับการวัดผลและการประเมินผลควรวัดผลให้เกิดให้เกิดความเที่ยงตรงมากที่สุด เช่น ในการทำใบกิจกรรม ทุกครั้งควรให้นักเรียนได้ทำด้วยตนเองให้เสร็จและส่งภายในคาบเรียนทุกครั้ง เป็นต้น ส่วนการประเมินหรือในการทดสอบทุกครั้ง ครูผู้สอนควรมีการแจ้งข้อมูลย้อนกลับแก่ผู้เรียนทันที และควรมีการเสริมแรงทางบวกแก่ผู้เรียนด้วย เพื่อเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และเพื่อประโยชน์ในการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนในครั้งต่อไป

4. ในการเรียนการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นในชุดการเรียนนี้เป็นการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการประยุกต์และประโยชน์ของคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงบ้าง ซึ่งเนื้อหาจะแบ่งออกเป็น 3 หน่วยการเรียน คือ ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ และการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งครูผู้สอนควรสอนเนื้อหาดังกล่าวตามลำดับเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้เรื่องถัดไปได้เป็นอย่างดี

5. ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ได้ฝึกทักษะการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นโดยการดัดแปลงขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้แนวคิดของโพลยา ซึ่งได้ฝึกทักษะการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นด้วยขั้นตอน 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ และจำแนกสถานการณ์ โดยจะต้องบอกให้ได้ว่า

- ส่วนจุดประสงค์ คืออะไร
- ส่วนเงื่อนไข คืออะไร
- สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คืออะไร

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ความสัมพันธ์ โดยในชุดการเรียนนี้ได้อาศัยตารางมาช่วยในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสถานการณ์ต่าง ๆ จากขั้นที่ 1

ขั้นที่ 3 ขั้นกำหนดตัวแปรและสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น คือนำตัวเลขต่าง ๆ ที่วิเคราะห์ได้จากตาราง มาเขียนแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

6. ในการยกตัวอย่างการแก้ปัญหาจะเริ่มต้นจากตัวอย่างที่ง่าย ๆ ก่อนและคำตอบที่ได้เป็นจำนวนเต็มก่อนเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจกระบวนการการดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

7. การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟในชุดการเรียนนี้อาศัยความรู้พื้นฐานเรื่อง สมการ อสมการ และกราฟ ในการแก้ปัญหา ซึ่งในชุดการเรียนการสอนนี้ในได้กล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ในกรณีที่มี สองตัวแปรเท่านั้นเพราะเป็นทำได้ง่ายและเห็นภาพชัดเจน ส่วนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ก็จะเน้นไปที่การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มากกว่า 2 ตัวแปรแต่ไม่เกิน 4 ตัวแปรซึ่งเป็นการขยายขอบข่ายกำหนดการเชิงเส้นที่มีอยู่ในหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 เพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการแก้ปัญหาที่ใกล้เคียงชีวิตจริงมากขึ้น ฝึกทักษะการคิดคำนวณ ทักษะการแก้ปัญหาและเป็นพื้นฐานสำหรับการเรียนรู้ในระดับสูงต่อไป หรือครูผู้สอนสามารถส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันเพิ่มเติมได้

8. ในการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ผู้สอนควรได้มีการสอนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟก่อนเพื่อผู้เรียนจะได้เข้าใจและเกิดมโนภาพ ระหว่างการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟและแนวคิดของวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์และผู้เรียนควรผ่านการเรียนรู้เรื่องเมทริกซ์และการดำเนินการตามแถวมาแล้วหรือครูผู้สอนอาจทบทวนให้นักเรียนเป็นเบื้องต้นก่อน เพื่อเป็นพื้นฐานในการทำความเข้าขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

9. การสร้างความเข้าใจการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ในช่วงต้นครูควรอธิบายขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ควบคู่กับการสร้างความเข้าในการดำเนินการการแก้ปัญหาด้วยวิธีพีชคณิตทั่วไป (การแก้สมการ) ดังหน่วยการเรียนที่ 3 คาบที่ 9 ของชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจในการดำเนินการต่าง ๆ ของกระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และเข้าใจที่ไปที่มาของผลลัพธ์และการดำเนินการดังกล่าวนั้นด้วย

10. การดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นทั้งด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ ครูควรจะต้องเน้นการฝึกทักษะการอ่าน การแปลความหมายและการสรุปผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นนั้นด้วย

11. เพื่อความสะดวกในการเรียนการสอนครูควรได้มีการสร้างแผ่นชาร์ดตารางซิมเพล็กซ์สำเร็จรูปซึ่งอาจใช้ฟิวเจอร์บอร์ดหรือวัสดุอื่น ๆ เพื่อช่วยอำนวยความสะดวกในการดำเนินการเรียนการสอนหรือการสาธิตการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ไม่ต้องเสียเวลาในการเขียนตารางใหม่บนกระดานดำ และสามารถแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาในตารางซิมเพล็กซ์สำเร็จรูปนั้นได้โดยสามารถเขียนและลบตัวเลขต่าง ๆ ในตารางนั้นได้ด้วยเพราะจะสามารถเก็บตารางนั้นนำไปใช้ประกอบการเรียนการสอนที่ต้องสาธิตการคำนวณและใช้ตารางซิมเพล็กซ์ในคาบต่อไปได้ด้วย ซึ่งจะทำให้ประหยัดและกระชับเวลาในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1**

**กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาตร์** **รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม**

**ช่วงชั้นที่ 4 ( ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 )** **เวลา 2 คาบ**

**เรื่อง ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น**

---

**1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด**

กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) คือ วิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด ของเป้าหมายที่กำหนดไว้ภายใต้ภาวะการณ์หรือเงื่อนไขบางประการ ซึ่งเป้าหมายจะแสดงในรูปของของสมการเชิงเส้น (Linear Equations) สำหรับเงื่อนไขนั้นอาจอยู่ในรูปของสมการหรืออสมการเชิงเส้น

**2. จุดประสงค์การเรียนรู้**

2.1 ด้านความรู้ความเข้าใจ: เพื่อให้นักเรียน

- มีความรู้ความเข้าใจความหมายของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

2.2 ด้านทักษะกระบวนการ: เพื่อให้นักเรียน

- สามารถบอกและสร้างฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาที่กำหนดให้ได้
- สามารถวิเคราะห์และสร้างสมการหรืออสมการเงื่อนไขของปัญหาที่กำหนดให้ได้
- สามารถสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นของปัญหาที่กำหนดให้ได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบในระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- มีความกระตือรือร้นในการเรียน และกล้าแสดงออกในการทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

**3. สาระการเรียนรู้**

**สมมติฐานของกำหนดการเชิงเส้น**

การที่เราจะนำเอากำหนดการเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใดก็ตามเราจะต้องพิจารณาในขั้นต้นว่า ปัญหาที่เราจะนำกำหนดการเชิงเส้นไปใช้นั้นสอดคล้องกับสมมติฐานของกำหนดการเชิงเส้นหรือไม่ ในกรณีที่ปัญหานั้นสอดคล้องกับข้อสมมติฐานก็ใช้ได้ มิฉะนั้นหากเรานำเอากำหนดการเชิงเส้นไปใช้กับปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหากำหนดการเชิงเส้น คำตอบที่ได้ (หากสามารถหาคำตอบได้) ก็จะเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่มีความหมายไม่สามารถที่จะนำไปใช้งานได้

ยกตัวอย่างเช่น บริษัทผลิตวิทยุกระเป๋าหิ้วแห่งหนึ่งทำการผลิตวิทยุ 2 แบบ คือแบบพิเศษและแบบมาตรฐาน ซึ่งเป็นสินค้าที่ขายดีและผลิตเท่าไรก็ขายได้หมดซึ่งยังทำกำไรได้ดีอีกด้วย โดยวิทยุแบบมาตรฐานได้กำไร เครื่องละ 350 บาท และแบบพิเศษได้กำไรเครื่องละ 500 บาท และเวลาที่ใช้ในการประกอบแบบมาตรฐานใช้เวลาในการประกอบ 20 นาทีต่อเครื่อง ส่วนเวลาที่ใช้ในการ

ประกอบแบบพิเศษใช้เวลาในการประกอบเครื่องละ 30 นาที เวลาที่ใช้ในการทดสอบเครื่องวิทยุแบบมาตรฐานใช้เวลา 10 นาทีต่อเครื่อง ส่วนเวลาที่ใช้ในการทดสอบเครื่องวิทยุแบบพิเศษใช้เวลา 6 นาทีต่อเครื่อง

สมมติฐานที่สำคัญของกำหนดการเชิงเส้น มีดังนี้

**1. ความแน่นอน (Certainty)** หมายความว่า ต้องทราบข้อมูลต่าง ๆ แน่นอน เช่น จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ จำนวนการใช้ทรัพยากรในการผลิตสินค้า กำไรต่อหน่วย ต้นทุนต่อหน่วย ฯลฯ ซึ่งในความเป็นจริงแล้วข้อมูลบางอย่างได้มาจากการคาดคะเนหรือเป็นตัวเลขโดยประมาณ อันอาจคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้นจึงมีความไม่แน่นอนแฝงอยู่บ้าง

**2. แบ่งแยกได้ (Divisibility)** หมายความว่า ตัวแปรทุกตัวในกำหนดการเชิงเส้นสามารถมีค่าเป็นเศษส่วนหรือทศนิยมได้ เช่น ผลิตวิทยุแบบมาตรฐานเป็นจำนวน 40.50 เครื่อง ในกรณีที่ต้องการคำตอบค่าตัวแปรต่าง ๆ เป็นจำนวนเต็มก็อาจทำได้โดยการปัดเศษ หรือจะใช้วิธีการของตัวแบบเชิงปริมาณ ที่เรียกว่า กำหนดการเชิงจำนวนเต็ม **(Integer Programming)** ก็ได้

**3. มีความเป็นสัดส่วน (Proportionality)** หมายความว่า การเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรจะมีผลกระทบที่แน่นอนทั้งในฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับ เช่น ผลิตวิทยุแบบมาตรฐานได้กำไรเครื่องละ 350 บาท ถ้าผลิต 2 เครื่อง จะได้กำไร (350 x 2) = 700 บาท และในการผลิตวิทยุแบบพิเศษได้กำไรเครื่องละ 500 บาท ดังนั้นถ้าผลิต 10 เครื่อง จะได้กำไร (500 x 10) = 5,000 บาท หรือในการประกอบวิทยุแบบมาตรฐาน ใช้เวลาเครื่องละ 20 นาที ถ้าผลิต $x_1$ เครื่อง ก็ใช้เวลาในการประกอบ $20x_1$ นาที ปริมาณการผลิตจะไม่มีผลทำให้เวลาในการผลิตต่อหน่วยเปลี่ยนไป ไม่ว่าจะผลิต 1 หน่วย หรือ 100 หน่วย ก็จะใช้เวลาหน่วยละ 20 นาทีเท่า ๆ กัน

**4. บวกเข้าด้วยกันได้ (Additivity)** หมายความว่า ผลรวมได้มาจากการบวกกันของกิจกรรมต่าง ๆ เช่น ในการผลิตวิทยุของบริษัทผลิตวิทยุข้างต้น ได้กำไรจากการผลิตวิทยุแบบมาตรฐาน คือ $300x_1$ บาท และได้กำไรจากการผลิตวิทยุแบบพิเศษ คือ $500x_2$ บาท ดังนั้นกำไรรวมที่บริษัทจะได้รับคือ $300x_1 + 500x_2$ หรือเวลาที่ใช้ในการทำงานของแผนกประกอบของวิทยุทั้ง 2 ชนิดรวมทั้งสิ้นได้มาจากเวลาที่ใช้ในการประกอบวิทยุแบบมาตรฐาน คือ $20x_1$ นาที รวมกับเวลาที่ใช้ในการประกอบวิทยุแบบพิเศษ คือ $30x_2$ นาที ดังนั้นรวมเวลาที่ใช้ในการประกอบทั้งสิ้นเท่ากับ $20x_1 + 30x_2$ นาที

**5. ตัวแปรไม่ติดลบ (Nonnegativity)** ตัวแปรทุกตัวในกำหนดการเชิงเส้นจะต้องมีค่าไม่ต่ำกว่าศูนย์

**โครงสร้างของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น**

ในการนำแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นมาใช้ในการแก้ปัญหาจำเป็นต้องศึกษาส่วนประกอบโครงสร้างต่าง ๆ ของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น และสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นขึ้นแทนสถานการณ์ปัญหา โดยให้มีโครงสร้างครบถ้วน ในการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นจะต้องประกอบด้วยโครงสร้างต่อไปนี้

**ฟังก์ชันจุดประสงค์** คือ ฟังก์ชันของตัวแปรที่ต้องการทราบค่าหรือต้องการตัดสินใจหรือต้องการหาค่าเหมาะสมที่สุดซึ่งอาจเป็นค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด อย่างใดอย่างหนึ่ง

**เงื่อนไขบังคับ** คือเงื่อนไขหรือความจำกัดของตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจ ซึ่งจะอยู่ในรูปสมการเชิงเส้นหรืออสมการเชิงเส้น

**ข้อจำกัดตัวแปรทุกตัว** ต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ทั้งนี้เพราะตัวแปรของกำหนดการเชิงเส้น แทนปริมาณการผลิต หรือจำนวนหน่วยของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งมีค่าไม่เป็นลบ ซึ่งข้อจำกัดนี้ถือได้ว่าเป็นส่วนหนึ่งของเงื่อนไขบังคับ

**แบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น แทนด้วยสัญลักษณ์ ต่อไปนี้**

สมการจุดประสงค์ (เพื่อหาค่ามากสุด หรือ หาค่าต่ำสุด)

$$\text{Maximize} \quad Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

(หรือ Minimize)

เงื่อนไขบังคับ

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_2 \\ \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \quad & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_m \\ x_j \geq 0, \ j = 1, 2, 3, \ldots, n & \end{aligned}$$

โดยที่ $x_j$ คือ ตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจ

$c_j$ คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวที่ $j$ ในฟังก์ชันจุดประสงค์

$a_{ij}$ คือ อัตราการใช้ทรัพยากรของตัวแปรตัวที่ $j$ ในเงื่อนไขบังคับที่ $i$

$b_i$ คือ จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ของเงื่อนไขบังคับข้อที่ $i$

**4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

**(คาบ 1)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนที่ 1 เรื่องความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมทั้งการวัดผลและการประเมินผลให้นักเรียนทราบ

**ขั้นสอน**

2. ครูอธิบายประโยชน์ ความสำคัญ ประวัติความเป็นมาของกำหนดการเชิงเส้นและบิดาแห่งกำหนดการเชิงเส้น และ ลักษณะแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

3. ครูให้แนวคิดในการวิเคราะห์ปัญหา และการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

4. ครูยกตัวอย่างปัญหากำหนดการเชิงเส้น ตัวอย่างที่ 1 โดยให้นักเรียนร่วมแสดงความคิดเห็นและตอบคำถามในหน่วยการเรียนที่ 1 เรื่องความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนอ่านและวิเคราะห์ปัญหา เช่น

1) อะไรคือส่วนจุดประสงค์

2) อะไรคือส่วนเงื่อนไข

3) โจทย์ต้องการทราบอะไร เป็นต้น

5. ครูให้นักเรียนลองฝึกปฏิบัติการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นในตัวอย่างที่ 2, 3 และ 4 ด้วยตัวเอง โดยครูเป็นผู้คอยดูแล ให้คำแนะนำ และกระตุ้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยการถาม-ตอบ

6. ครูให้นักเรียนช่วยกันเฉลยกิจกรรมในตัวอย่างทั้งหมด

7. ครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่างๆ เกี่ยวกับโครงสร้างของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ฯลฯ

**ขั้นสรุป**

8. นักเรียนช่วยกันสรุป ประโยชน์และความสำคัญของกำหนดการเชิงเส้น พร้อมทั้งขั้นตอนและวิธีการสร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น

**(คาบ 2)**

**ขั้นนำ**

1. ครูให้ทบทวนนักเรียนเกี่ยวกับ

- ความหมายและความสำคัญของกำหนดการเชิงเส้น
- โครงสร้างของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น
- ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

**ขั้นสอน**

2. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

3. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน หรือ อาสาสมัครมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

**ขั้นสรุป**

4. ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุป ประโยชน์และความสำคัญของกำหนดการเชิงเส้น พร้อมทั้งขั้นตอนและวิธีการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น อีกครั้ง

**5. สื่อการเรียนการสอน**

1. หน่วยการเรียนที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น
2. ใบกิจกรรมที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น
3. ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟหรือวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

**6. การวัดผลและประเมินผล**

1. สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

**7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วัน..... เดือน.....ปี.....
เวลา.....

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2**

**กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาตร์** **รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม**
**ช่วงชั้นที่ 4 (ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6)** **เวลา 5 คาบ**
**เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ**

---

**1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด**

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรสองตัวสามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟได้จากการขียนแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรสองตัวด้วยวิธีกราฟบนระนาบโดยกำหนดให้แกนทั้งสองในระบบแกนมุมฉากเป็นแกนของตัวแปรแต่ละตัว การแสดงการหาคำตอบของปัญหาด้วยวิธีกราฟ เป็นวิธีที่ง่ายต่อความเข้าใจและทำให้เห็นภาพชัดเจน รวมทั้งเห็นขอบเขตของเงื่อนไขบังคับ ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟจำเป็นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานเรื่อง สมการ อสมการ และกราฟ เป็นต้น

**2. จุดประสงค์การเรียนรู้**

2.1 ด้านความรู้ความเข้าใจ: เพื่อให้นักเรียน

- มีความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟได้

2.2 ด้านทักษะกระบวนการ: เพื่อให้นักเรียน

- เขียนกราฟของอสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้
- เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้
- หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรที่กำหนดให้ด้วยวิธีกราฟได้
- บอกลักษณะของผลลัพธ์จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีกราฟได้
- แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีกราฟได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบในการทำกิจกรรมในระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- มีความกระตือรือร้นในการเรียน และกล้าแสดงออกในการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้

**3. สาระการเรียนรู้**

**กราฟของอสมการ**

ข้อสรุปในการเขียนกราฟของอสมการเชิงเส้น

- เขียนกราฟสมการ $ax+by+c=0$ ซึ่งจะแบ่งระนาบออกเป็น 2 ส่วน โดยแต่ละส่วนเรียกว่าครึ่งระนาบ ได้แก่ครึ่งระนาบที่ $ax+by+c<0$ และ $ax+by+c>0$

- วิธีพิจารณาว่ากราฟของอสมการจะอยู่ในครึ่งระนาบใดทำได้โดย นำจุดในระนาบใดระนาบหนึ่ง แทนในอสมการถ้าสอดคล้องกับอสมการจะได้ครึ่งระนาบนั้นเป็นกราฟของอสมการ แต่ถ้าไม่สอดคล้องก็จะได้อีกครึ่งระนาบหนึ่งเป็นกราฟของอสมการ

- โดยกราฟของอสมการจะรวมเส้น (เส้นทึบ) $ax+by+c=0$ ด้วย ถ้าอสมการมีเครื่องหมาย $\geq$ หรือ $\leq$ และจะไม่รวมเส้น (เส้นประ) $ax+by+c=0$ ด้วย ถ้าอสมการมีเครื่องหมาย $<$ หรือ $>$

**กราฟของระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร** คือเซตของจุดที่สอดคล้องกับทุกอสมการในระบบนั้น หรืออาจกล่าวได้ว่า หมายถึง กราฟบนระนาบที่เกิดจากการอินเตอร์เซกชันกันของกราฟของทุกอสมการในระบบนั้น

**การหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ** ทำได้ดังนี้

1. เขียนกราฟที่เป็นระบบอสมการเงื่อนไขบังคับ เพื่อแสดงบริเวณของผลลัพธ์ที่เป็นไป
2. หาจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด
3. นำจุดมุมแต่ละจุดไปแทนค่าเพื่อหาค่าฟังก์ชันจุดประสงค์
4. หาจุดมุมที่ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์สูงที่สุด (ต่ำที่สุด)
   ถ้าหากว่ามีจุดมุมเพียงจุดมุมเดียวที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงที่สุด (ต่ำที่สุด) แล้วจุดมุมนั้นจะเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดซึ่งมีเพียงผลลัพธ์เดียวของปัญหานั้น
   ถ้าหากว่ามีจุดมุมสองจุดซึ่งมีแขนของมุมร่วมกัน และทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงที่สุด (ต่ำที่สุด) แล้วจุดทุกจุดบนส่วนของเส้นตรง (ซึ่งมีจำนวนอนันต์) ที่เชื่อมระหว่างจุดมุมทั้งสองจะเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของปัญหานั้น

**ลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟ** ได้แก่

1. มีผลลัพธ์เพียงผลลัพธ์เดียว
2. ไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้
3. มีผลลัพธ์หลายผลลัพธ์หรือมีผลลัพธ์เป็นจำนวนอนันต์
4. ผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต

**4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

**(คาบ 3)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีกราฟ เรื่อง กราฟของสมการและอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร และบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมทั้งการวัดผลและการประเมินผลให้นักเรียนทราบ

2. ครูทบทวนเกี่ยวความหมายและความเข้าใจเกี่ยวกับ อสมการ โดย

   - สุ่มให้นักเรียนลองยกตัวอย่าง ของสมการ และอสมการ

**ขั้นสอน**

3. ครูอธิบายเกี่ยวกับกราฟของสมการและอสมการเชิงเส้นสองตัวแปรตามหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง อสมการและกราฟอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร โดยให้นักเรียนร่วมอภิปรายไปพร้อม ๆ กัน ตามตัวอย่างที่ 1-4 โดยครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำและร่วมกิจกรรมด้วยการตั้งคำถาม หรือสุ่มเพื่อให้นักเรียนได้แสดงออกและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนอย่างทั่วถึง

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ และให้คำแนะนำ และแนวคิดพร้อมทั้งอธิบายสร้างความเข้าใจแก่นักเรียน

6. ครูแจกใบกิจกรรม 2 เรื่อง อสมการและกราฟของอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 2 เรื่อง อสมการและกราฟของอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน มาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

**ขั้นสรุป**

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการเขียนกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

**(คาบ 4)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีกราฟ เรื่อง กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนทราบ

**ขั้นสอน**

2. ครูทบทวนการเขียนกราฟของอสมการ เช่น ขั้นตอนการเขียนกราฟ

3. ครูอธิบายความหมายของระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และยกตัวอย่างที่ 1 ในการเขียนกราฟของระบบอสมการเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจ

4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และสุ่มให้นักเรียนออกมาทำบนกระดานดำ

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากตัวอย่างที่ 2 รวมทั้งเสริมแรงให้กำลังใจแก่นักเรียนที่ออกมาทำ

6. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ และให้คำแนะนำ และแนวคิดพร้อมทั้งอธิบายสร้างความเข้าใจแก่นักเรียน

7. ครูแจกใบกิจกรรม 3 เรื่อง กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

8. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 3 เรื่อง กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน มาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

**ขั้นสรุป**

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการเขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

**(คาบ 5)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกเอกสารหน่วยที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. ครู ทบทวนเกี่ยวกับ ความหมายของกราฟของระบบอสมการ การเขียนกราฟของระบบอสมการ โครงสร้างของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของกำหนดการเชิงเส้น เป็นต้น โดยการถาม-ตอบ นักเรียนทั้งชั้นเรียน หรือสุ่มเป็นรายบุคคล

**ขั้นสอน**

3. ครูอธิบายเอกสารหน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีกราฟ เรื่องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร และยกตัวอย่างที่ 1-2 ในการหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรโดยวิธี ให้นักเรียนตั้งข้อสังเกต และสรุปแนวคิดในการหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมสำหรับปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟ

4. ให้นักเรียนศึกษา ทฤษฎีบท 1.1 เกี่ยวกับการหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของกำหนดการเชิงเส้น

5. ครูยกตัวอย่างที่ 3-4 และอธิบายโดยให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น สองตัวแปร โดยใช้กิจกรรมการถาม-ตอบและในการเขียนกราฟของอสมการเงื่อนไขครูอาจสุ่มให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมโดยการออกมาเขียนกราฟบนกระดานดำของทั้งสองตัวอย่าง พร้อมทั้งให้การเสริมแรงทางบวก เช่น กล่าวชมเชย เมื่อนักเรียนทำได้ถูกต้อง

6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นตอนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นสองตัวด้วยวิธีกราฟ

7. ให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ โดยครูเป็นผู้แนะนำ อธิบายข้อสงสัยและสร้างความเข้าใจให้แก่นักเรียน

8. ครูแจกใบกิจกรรม 4 เรื่องการหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

9. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 4 เรื่องการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน มาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

**ขั้นสรุป**

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีกราฟ

**(คาบ 6)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีกราฟ เรื่องลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

**ขั้นสอน**

2. ครูให้นักเรียนศึกษาลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากตัวอย่างที่ 1-4

3. ให้นักเรียนสรุปลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ ก่อนลงมือทำกิจกรรม

6. ครูแจกใบกิจกรรม 5 เรื่องลักษณะของผลลัพธ์แบบต่างๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟ ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 5 เรื่อง ลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผลและสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

**ขั้นสรุป**

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

**(คาบ 7)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ

2. ทบทวนเกี่ยวกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟ โดยวิธีการถาม-ตอบ

**ขั้นสอน**

4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 พร้อมทั้งอธิบายโดยย้ำให้นักเรียนฝึกและศึกษาการแก้ปัญหาที่เป็นขั้นตอนได้ตามขั้นตอนทั้งหมด 4 ขั้นตอน ตามตัวอย่างที่ 1

5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ซึ่งตัวอย่างนี้ครูอธิบายและตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนโดยการสุ่มให้นักเรียนออกมาทำบนกระดานดำ

6. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากตัวอย่างที่ 1-2 เกี่ยวกับผลลัพธ์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้น จากทั้งสองตัวอย่าง จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 3 และให้นักเรียนร่วมกันทำกิจกรรมและอภิปรายผล

7. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ และให้คำแนะนำ และแนวคิดพร้อมทั้งอธิบายสร้างความเข้าใจแก่นักเรียน

8. ครูแจกใบกิจกรรม 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

9. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรม 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นสุ่มนักเรียน มาเฉลยใบกิจกรรมหน้าชั้นเรียน

**ขั้นสรุป**

10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

**5. สื่อการเรียนการสอน**

1. หน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง อสมการและกราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2. หน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง กราฟของระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3. หน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

4. หน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง ลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟ

5. หน่วยการเรียนที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ เรื่อง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

6. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

7. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง กราฟของระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

8. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

9. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

10. ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่อง โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

11. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

**6. การวัดผลและประเมินผล**

1. สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม
2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
3. ตรวจใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง กราฟของระบบอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร
4. ตรวจใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร
5. ตรวจใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ
6. ตรวจใบกิจกรรมที่ 6 เรื่องโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

**7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้**

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน
วัน..... เดือน.....ปี.....
เวลา.....

**แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3**

**กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาตร์** **รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม**
**ช่วงชั้นที่ 4 ( ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 )** **เวลา 8 คาบ**
**เรื่อง การแก้ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

---

**1. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด**

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร ด้วยกราฟเป็นวิธีที่ค่อนข้างทำได้ยากหรืออาจทำไม่ได้เลย ดังนั้นวิธีการที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น และถือได้ว่าเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่งคือ วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ซึ่งในเบื้องต้นสิ่งที่จะต้องทำความเข้าใจก็คือ ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์ ได้แก่ ศัพท์และความรู้พื้นฐานต่าง ๆ ที่ต้องใช้ในการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ได้แก่ ตัวแปรมูลฐาน (Basic Variable) ตัวแปรอมูลฐาน (Nonbasic Variable) ตัวแปรขาด (Slack Variable) ตัวแปรเกิน (Surplus Variable) การเขียนรูปแบบมาตรฐาน (Standard Form) ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Solution) การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขบังคับเป็นอสมการ สมการในลักษณะต่าง ๆ ลักษณะผลลัพธ์ แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์และการแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**2. จุดประสงค์การเรียนรู้**

2.1 ด้านความรู้ความเข้าใจ: เพื่อให้นักเรียน

- มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับศัพท์และแนวคิดเบื้องต้นของวิธีซิมเพล็กซ์
- มีความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

2.2 ด้านทักษะกระบวนการ: เพื่อให้นักเรียน

- เขียนกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ในรูปมาตรฐานได้
- สร้างตารางตั้งต้นผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้นที่ใช้วิธีแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้
- หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นรูปแบบต่าง ๆ ที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้อย่างถูกต้อง
- อ่านและแปลความหมายผลลัพธ์ในตารางผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้
- บอกลักษณะของผลลัพธ์จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

- เขียนแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่สอดคล้องกับปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

- แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน

- มีส่วนร่วมและมีความรับผิดชอบในการทำกิจกรรมในระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้
- มีความกระตือรือร้นในการเรียนและกล้าแสดงออกในการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้

**3. สาระการเรียนรู้**

**3.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์** ประกอบไปด้วย ตัวแปรขาด ตัวแปรเกิน การเขียนรูปแบบมาตรฐาน ตัวแปรมูลฐาน ตัวแปรอมูลฐาน และผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้น

**ก. ตัวแปรขาดและตัวแปรเกิน (Slack Variable and Surplus variable)**

โดยทั่วไป ๆ ไปการดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้สมการจะสะดวกกว่าอสมการมาก ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ก็เหมือนกันเราต้องเปลี่ยนรูปอสมการให้เป็นสมการก่อน ซึ่งก็คือการเปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq$ หรือเครื่องหมาย $\geq$ เป็นเครื่องหมาย $=$ ซึ่งการเปลี่ยนดังกล่าวเราสามารถทำได้โดยการเพิ่มตัวแปรชดเชยส่วนขาดหรือตัวแปรเพื่อชดเชยส่วนเกิน ตัวแปรดังกล่าวเรียกว่า **ตัวแปรขาด** และ**ตัวแปรเกิน**

**ตัวแปรขาด (Slack Variable)** คือตัวแปรที่ไม่เป็นจำนวนลบที่เพิ่มเข้าไปด้านซ้ายของสมการเพื่อเปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq$ เป็นเครื่องหมาย $=$ เช่น $5x_1 + 2x_2 \leq 10$ สามารถเปลี่ยนเป็นสมการ โดยเพิ่มตัวแปรขาด สมมติให้เป็น $s_1$ เข้าไปทางซ้ายของสมการจะได้ว่า $5x_1 + 2x_2 + s_1 = 10$ เป็นต้น

**ตัวแปรเกิน (Surplus Variable)** คือตัวแปรที่ไม่เป็นจำนวนลบที่ลบออกจากทางด้านซ้ายของสมการเพื่อเปลี่ยนเครื่องหมาย $\geq$ เป็นเครื่องหมาย $=$ เช่น $3x_1 + 4x_2 \geq 8$ สามารถเปลี่ยนเป็นสมการ โดยลบตัวแปรเกิน สมมติให้เป็น $s_2$ ออกจากทางซ้ายของอสมการ

**ข. รูปแบบมาตรฐานของกำหนดการเชิงเส้น**

จากที่กล่าวมาข้างต้นในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการซิมเพล็กซ์เราจะต้องเปลี่ยนอสมการเงื่อนไขให้เป็นสมการเสียก่อน ซึ่งจะขอกล่าว 1 กรณี คือ กรณีที่มีเครื่องหมาย $\leq$ เพียงอย่างเดียวเสียก่อน ส่วนในกรณีอื่น ๆ จะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

การเปลี่ยนแปลงดังกล่าวจะทำให้แบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นมีลักษณะดังนี้

1. สมการจุดประสงค์เป็นการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดอย่างใดอย่างหนึ่ง
2. เงื่อนไขทุกข้อเป็นสมการ (มีเครื่องหมาย $=$)
3. ค่าทางขวามือของเงื่อนไขทุกข้อไม่เป็นจำนวนลบ
4. ตัวแปรทุกตัวไม่เป็นจำนวนลบ

**ค. ตัวแปรมูลฐาน ตัวแปรอมูลฐาน ผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้น**

ในกำหนดการเชิงเส้นนั้นตัวแปรที่เราสมมติให้เป็น 0 ในขณะใดขณะหนึ่งเราเรียกว่า **ตัวแปรอมูลฐาน** (Nonbasic Variable ) และตัวแปรที่เราหาค่าได้จากการกำหนดให้ตัวแปรอื่นมีค่าเป็น 0 เราเรียกว่า **ตัวแปรมูลฐาน** (Basic Variable ) และคำตอบที่หาได้ด้วยการกำหนดค่าตัวแปรส่วนหนึ่งเป็นศูนย์ เราเรียกว่า **ผลลัพธ์พื้นฐาน** (Basic Solution) และผลลัพธ์พื้นฐานใดที่สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขเราจะเรียกว่าผลลัพธ์พื้นฐานที่เป็นไปได้ (Basic Feasible Solution) หรือ จะเรียกสั้น ๆว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) ซึ่งผลลัพธ์พื้นฐานใดที่เป็นไปได้ใดที่ทำให้ค่าสมการจุดประสงค์มี ค่าสูงสุดหรือต่ำสุดตามต้องการ เราเรียกว่า เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Basic Feasible Solution หรือเรียกสั้น ๆ ว่า Optimal Solution)

**3.2 การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นรูปแบบต่าง ๆ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**3.2.1 การค่าสูงสุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

1) จัดรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน โดยใช้ตัวแปรส่วนขาด
2) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น
3) ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าเหมาะสมที่สุดหรือไม่ โดยพิจารณาค่า $(c_j - z_j)$
   ↳ ถ้าเป็นลบหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์นั้นเหมาะสมที่สุดแล้ว ให้หยุดการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ที่ได้
   ↳ ถ้ายังมีค่า $(c_j - z_j)$เป็นบวกอยู่ ให้พัฒนาผลลัพธ์ใหม่ในขั้นตอนต่อไป
4) เลือกตัวแปรที่มีค่า $(c_j - z_j)$เป็นบวกมากที่สุดเป็นตัวแปรเข้า
5) คำนวณอัตราส่วนระหว่างผลลัพธ์ $(b_i)$ กับสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้าในเงื่อนไขบังคับที่ i (สัมประสิทธิ์เป็นลบหรือศูนย์ไม่ต้องคำนวณอัตราส่วน) เลือกตัวแปรมูลฐานที่ให้อัตราส่วนที่ต่ำสุด เป็นตัวแปรออก
6) เปลี่ยนตัวแปรมูลฐานและสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่ แล้วกลับไปทำข้อ 3)

**3.2.2 การค่าต่ำสุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

1) จัดรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน โดยใช้ตัวแปรส่วนขาด
2) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น
3) ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าเหมาะสมที่สุดหรือไม่ โดยพิจารณาค่า $(c_j - z_j)$
   ↳ ถ้าเป็น**บวกหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์นั้นเหมาะสมที่สุด**แล้ว ให้หยุดการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ที่ได้
   ↳ ถ้ายัง**มีค่า $(c_j - z_j)$ เป็นลบอยู่ให้พัฒนาผลลัพธ์ใหม่** ในขั้นที่ 4 ต่อ
4) เลือกตัวแปรที่มีค่า $(c_j - z_j)$เป็น**ลบมากที่สุด**เป็นตัวแปรเข้า

5) คำนวณอัตราส่วนระหว่างผลลัพธ์ ($b_i$) กับสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้าในเงื่อนไขที่ i (สัมประสิทธิ์เป็นลบหรือศูนย์ไม่ต้องคำนวณอัตราส่วน) เลือกตัวแปรมูลฐานที่ให้อัตราส่วนที่ต่ำสุดเป็นตัวแปรออก

6) เปลี่ยนตัวแปรมูลฐานและสร้างตางผลลัพธ์ชุดใหม่ แล้วกลับไปทำข้อ 3)

**3.2.3 การค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\geq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

กรณีเงื่อนไขบางข้อมีเครื่องหมาย $\geq$ ในกรณีนี้ต้องมีการหักตัวแปรส่วนเกินออกเพื่อให้ทางซ้ายและขวาของสมการมีค่าเท่ากัน เพื่อช่วยในการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น และให้เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ในกรณีการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นจึงต้องบวกตัวแปรเทียมเข้าทางซ้ายสมการ และให้สัมประสิทธิ์เป็น +1 และใช้วิธี Big M ช่วยในการคำนวณ นั่นคือ ใส่ตัวแปรเทียมในสมการจุดประสงค์โดยให้สัมประสิทธิ์เป็น +M สำหรับปัญหาหาค่าต่ำสุด และให้สัมประสิทธิ์เป็น -M สำหรับปัญหาหาค่าสูงสุด สำหรับการจัดรูปให้อยู่ในรูปมาตรฐาน ส่วนในขั้นตอนการคิดคำนวณดำเนินตามขั้นตอนปกติ ตามลักษณะของสมการจุดประสงค์ว่าจะหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

**3.2.4 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขบางข้อเป็นสมการด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

กรณีเงื่อนไขบางข้ออยู่ในรูปสมการ (มีเครื่องหมาย =) ในกรณีนี้เพื่อช่วยในการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น และเพิ่มเติมเมทริกซ์เอกลักษณ์ส่วนที่ขาดให้ครบสมบูรณ์จึงต้องบวกตัวแปรเทียมเข้าทางซ้ายสมการ และให้สัมประสิทธิ์เป็น +1 และใช้วิธี Big M ช่วยในการคำนวณ นั่นคือ ใส่ตัวแปรเทียมในสมการจุดประสงค์โดยให้สัมประสิทธิ์เป็น +M สำหรับปัญหาหาค่าต่ำสุด และให้สัมประสิทธิ์เป็น -M สำหรับปัญหาหาค่าสูงสุด สำหรับการจัดรูปให้อยู่ในรูปมาตรฐาน ส่วนในขั้นตอนการคิดคำนวณดำเนินตามขั้นตอนปกติ ตามลักษณะของสมการจุดประสงค์ว่าจะหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด

**3.3 ลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

1. กรณีผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต คือพบว่าจะเกิดเหตุการณ์ คือ ตารางผลลัพธ์สามารถที่จะพัฒนาผลลัพธ์ให้ดีขึ้นได้ (หาตัวแปรเข้าได้) แต่ไม่สามารถหาตัวแปรออกได้ ในการคำนวณ

2. กรณีสภาพซ้อนสถานะ คือ ในการพัฒนาผลลัพธ์หากมีการซ้อนสถานะจะพบว่าค่าของสมการจุดประสงค์ของตารางผลลัพธ์เดิมกับตารางผลลัพธ์ที่พัฒนาใหม่มีค่าเท่าเดิม

3. กรณีผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดมีหลายผลลัพธ์ มีข้อสังเกต คือถ้าตารางผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด พบค่า ($c_j - z_j$)ของตัวแปรอมูลฐานมีค่าเท่ากับศูนย์ แสดงว่ายังมีผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดอีก

4. กรณีไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ พบว่า ตารางผลลัพธ์อยู่ในสภาวะที่เป็นตารางของผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้ว แต่ปรากฏว่ายังมีตัวแปรเทียมซึ่งมีค่าไม่เท่ากับศูนย์อยู่ในตัวแปรมูลฐานอยู่ เกิดภาวะเช่นนี้แสดงว่า ไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

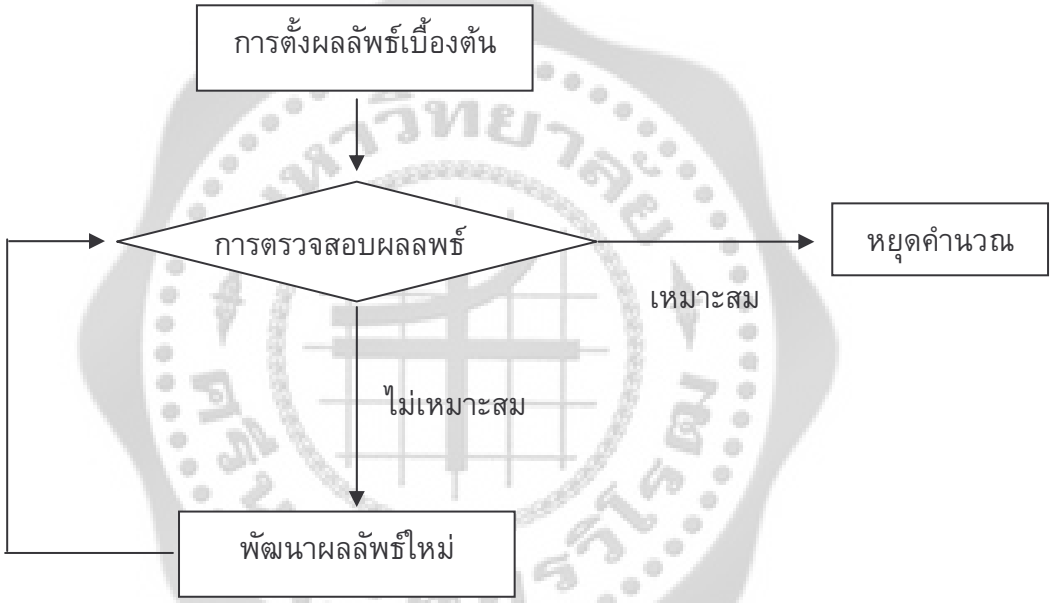
**3.4 การแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**ขั้นตอนการโจทย์แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้น** ประกอบด้วย

1. สร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นแทนสถานการณ์ปัญหา

2. เขียนแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

3. ดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ตามขั้นตอนดังนี้ สามารถเขียนแผนผังขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ดังนี้




4. เมื่อได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้วก็อ่านผลลัพธ์ สรุปและแปลผลลัพธ์จากตารางผลลัพธ์ที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้**

**(คาบ 8)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์ และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมทั้งการวัดผลและประเมินผลให้นักเรียนทราบ

**ขั้นสอน**

2. ครูอธิบาย ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีการซิมเพล็กซ์ จากหน่วยการเรียนที่ 1 เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์ ที่แจกให้พร้อมทั้งให้นักเรียนตอบคำถามและอภิปรายผลจาก

ตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ในหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์

3. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ และให้คำแนะนำและแนวคิดพร้อมทั้งอธิบายสร้างความเข้าใจแก่นักเรียน

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง กิจกรรมฝึกฝนความรู้เบื้องต้น ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล โดยมีครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

5. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 7 เรื่อง กิจกรรมฝึกฝนความรู้เบื้องต้น เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความคิดรวบยอด เกี่ยวกับ ตัวแปรขาด ตัวแปรเกิน การเขียนรูปแบบมาตรฐาน ตัวแปรมูลฐาน ตัวแปรอมูลฐาน ผลลัพธ์พื้นฐาน ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ และผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด

**(คาบ 9)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล

**ขั้นสอน**

2. ครูอธิบายตัวอย่างการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ดังตัวอย่างที่ 1 ในหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย$\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ สำหรับการคำนวณและการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ให้นักเรียนเขียนและแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้ตารางซิมเพล็กซ์สำเร็จรูป

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากตัวอย่างที่ 2 รวมทั้งเสริมแรงให้กำลังใจแก่นักเรียนที่ออกมาแสดงวิธีทำ

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย$\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย$\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์และการเขียนกำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐาน

**(คาบ 10)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล

**ขั้นสอน**

2. ครูอธิบายตัวอย่างการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ดังตัวอย่างที่ 1 ในหน่วยการเรียน 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย$\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และสุ่มให้นักเรียนออกมาทำบนกระดานดำ สำหรับการคำนวณและการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ให้นักเรียนเขียนและแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้ตารางซิมเพล็กซ์สำเร็จรูป

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากตัวอย่างที่ 3 รวมทั้งเสริมแรงให้กำลังใจแก่นักเรียนที่ออกมาทำกิจกรรมในตัวอย่างที่ 2

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง การหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล โดยครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง การหาค่าต่ำสุดสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการหาค่าต่ำสุดสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**(คาบ 11)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$ ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผล

**ขั้นสอน**

2. ครูอธิบายการเขียนกำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐานของกำหนดการเชิงเส้นที่มีข้อจำกัดมีเครื่องหมาย $\geq$ และยกตัวอย่างให้นักเรียนเขียนรูปแบบมาตรฐานกำหนดการเชิงเส้นในข้อ 2 – 3 ตามหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$

3. ครูตัวอย่างการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ดังตัวอย่างที่ 1 ในหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นกรณีเงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$ ที่แจกให้

4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 และสุ่มให้นักเรียนออกมาทำบนกระดานดำ สำหรับการคำนวณและการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ให้นักเรียนเขียนและแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้ตารางซิมเพล็กซ์สำเร็จรูป

5. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากตัวอย่างที่ 2 พร้อมทั้งเสริมแรงให้กำลังใจแก่นักเรียนที่ออกมาแสดงวิธีทำ

6. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ

7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10 เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$ ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

8. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 10 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปหลักการเขียนรูปแบบมาตรฐานและการปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ของกำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$

**(คาบ 12)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขบางข้อเป็นสมการ แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล

**ขั้นสอน**

2. ครูอธิบายตัวอย่างการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ดังตัวอย่างที่ 1 ในหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขบางข้อเป็นสมการที่แจกให้ พร้อมทั้งให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายผล

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนลองฝึกทักษะการแก้ปัญหาและสุ่มให้นักเรียนออกมาทำบนกระดานดำ สำหรับการคำนวณและการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ให้นักเรียนเขียนและแสดงวิธีการคำนวณโดยใช้ตารางซิมเพล็กซ์สำเร็จรูป

4. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากตัวอย่างที่ 2 รวมทั้งเสริมแรงให้กำลังใจแก่นักเรียนที่ออกมาแสดงวิธีทำ

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ

6. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขบางข้อเป็นสมการให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

7. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 11 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขบางข้อเป็นสมการ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการจัดรูปแบบมาตรฐานกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขบางข้อเป็นสมการ

**(คาบ 13)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนที่ 3 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ : ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**ขั้นสอน**

2. ครูยกตัวอย่างการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ดังตัวอย่างที่ 1 กรณีผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต ในหน่วยการเรียน 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์สังเกตผลที่เกิดกับผลลัพธ์จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และช่วยกันสรุปข้อสังเกตที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์จากกรณีผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 กรณีมีผลลัพธ์หลายผลลัพธ์ และสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำจากนั้นก็ช่วยกันสรุปข้อสังเกตที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์จากกรณีมีผลลัพธ์หลายผลลัพธ์

4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 กรณีไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ และสุ่มให้นักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ จากนั้นก็ช่วยกันสรุปข้อสังเกตที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จากกรณีไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

5. ครูยกตัวอย่างที่ 4 กรณีสภาพซ้อนสถานะ ครูให้นักเรียนช่วยกันทำกิจกรรมในตัวอย่าง จากนั้นก็ช่วยกันสรุปข้อสังเกตที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์จากกรณีสภาพซ้อนสถานะ

6. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ

7. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

8. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 12 เรื่อง ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**(คาบ 14)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกหน่วยการเรียนที่ 3 : การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นและการประยุกต์สถานการณ์ และ แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดผลและการประเมินผล

**ขั้นสอน**

2. ครูตัวอย่างการประยุกต์ใช้กำหนดการเชิงเส้นในการแก้ปัญหาสถานการณ์ดังตัวอย่างที่ 1-2 ในหน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ พร้อมทั้งให้นักเรียนทำกิจกรรมในหน่วยการเรียน

3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายผลจากตัวอย่างที่ 1-2

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยต่าง ๆ

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 13 เรื่อง การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ให้นักเรียนลงมือทำเป็นรายบุคคล ครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

6. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 13 เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล จากนั้นให้นักเรียนช่วยกันเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

7. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหากำหนดการ เชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**(คาบ 15)**

**ขั้นนำ**

1. ครูแจกเอกสารหน่วยการเรียนที่ 3 : การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ รวมทั้งการวัดและประเมินผล

**ขั้นสอน**

2. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปขั้นการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

3. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 14 เรื่อง การประยุกต์ในสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ให้นักเรียนทำใบกิจรรมที่แจกให้ โดยครูคอยสังเกต และให้คำแนะนำตามความเหมาะสม

4. ให้นักเรียนส่งใบกิจกรรมที่ 14 เรื่องการประยุกต์ในสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการประเมินผล สุ่มแต่ละกลุ่มให้ส่งตัวแทนออกมาเฉลยใบกิจกรรม

**ขั้นสรุป**

5. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

**5. สื่อการเรียนการสอน**

1. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์

2. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

3. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

4. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการหาค่าต่ำหรือสุดสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$

5. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการหาค่าต่ำสุดสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขบางข้อเป็นสมการ

6. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

7. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

8. หน่วยการเรียนที่ 3: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ เรื่องการประยุกต์ในสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

9. ใบกิจกรรมที่ 7 เรื่องกิจกรรมฝึกฝนความรู้เบื้องต้น

10. ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่องการหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

11. ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่องการหาค่าต่ำสุดสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

12. ใบกิจกรรมที่ 10 เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$

13. ใบกิจกรรมที่ 11 เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขที่อยู่ในรูปสมการ

14. ใบกิจกรรมที่ 12 เรื่องลักษณะผลลัพธ์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

15. ใบกิจกรรมที่ 13 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

16. ใบกิจกรรมที่ 14 เรื่องการประยุกต์ในสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

17. แผ่นตารางซิมเพล็กซ์สำเร็จรูป

18. คู่มือการใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

**6. การวัดผลและประเมินผล**

1. สังเกตการมีส่วนร่วมและความสนใจในการทำกิจกรรม

2. ตรวจใบกิจกรรมที่ 7 เรื่องกิจกรรมฝึกฝนความรู้เบื้องต้น

3. ตรวจใบกิจกรรมที่ 8 เรื่องการหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

4. ตรวจใบกิจกรรมที่ 9 เรื่องการหาค่าต่ำสุดสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

5. ตรวจใบกิจกรรมที่ 10 เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขมีเครื่องหมาย $\geq$

6. ตรวจใบกิจกรรมที่ 11 เรื่องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เงื่อนไขที่อยู่ในรูปสมการ

7. ตรวจใบกิจกรรมที่ 12 เรื่องลักษณะผลลัพธ์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

8. ตรวจใบกิจกรรมที่ 13 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ของกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

9. ตรวจใบกิจกรรมที่ 14 เรื่องการประยุกต์ในสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น

**7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

วัน..... เดือน.....ปี.....

เวลา.....

# หน่วยการเรียนที่ 1

## ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

**กำหนดการเชิงเส้น** (Linear Programming) เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าเหมาะสมที่สุด ซึ่งอาจเป็นการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของเป้าหมายที่กำหนดไว้ ภายใต้ภาวการณ์หรือเงื่อนไขบังคับบางประการ ซึ่งเป้าหมายจะแสดงในรูปของของสมการเชิงเส้น (Linear Equations) สำหรับเงื่อนไขนั้น อาจอยู่ในรูปของสมการหรืออสมการเชิงเส้นก็ได้ ซึ่งเทคนิคนี้นำไปใช้ในการแก้ปัญหาของการจัดสรรปัจจัย หรือ ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดเพื่อประโยชน์สูงสุด โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา โดยนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างกว้างขวาง เพื่อช่วยให้เกิดประสิทธิภาพในการบริหาร และการดำเนินงานขององค์กร หรือหน่วยงานนั้นๆ ซึ่งในปัจจุบันกำหนดการเชิงเส้น ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาในด้านต่างๆ มากมาย เช่น

1. ปัญหาการผลิตสินค้า เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสินค้าแต่ละชนิดที่ต้องการผลิต โดยใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างเหมาะสม เช่น เครื่องจักร วัตถุดิบ แรงงาน เงินทุน ทั้งนี้เพื่อให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

2. ปัญหาการลงทุน เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการจัดสรรเงินลงทุนในโครงการต่าง ๆ เพื่อให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

3. ปัญหาการขนส่ง เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสินค้าที่จะทำการขนส่งจากแหล่งผลิตไปยังผู้บริโภค เพื่อให้ค่าใช้จ่ายในการขนส่งสินค้าน้อยที่สุด หรือ ใช้เวลาในการขนส่งสินค้าน้อยที่สุด

4. ปัญหาทางการเกษตร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาเนื้อหาที่ที่ต้องการเพาะปลูกพืชแต่ละชนิดโดยให้ได้ผลตอบแทนมากที่สุด

5. ปัญหาทางโภชนาการ เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการเลือกบริโภคอาหารแต่ละชนิดเพื่อให้ได้คุณค่าของอาหารตามที่ต้องการ และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

6. ปัญหาการผสมสาร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการหาปริมาณของสารที่ต้องผสม เพื่อใช้ในการผลิตสินค้าตามคุณสมบัติที่ต้องการ และเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

7. ปัญหาทางทหาร เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการวางแผนการส่งกำลังบำรุง เพื่อให้ใช้เวลาน้อยที่สุด เป็นต้น

**ประวัติความเป็นมาของกำหนดการเชิงเส้น**

กำหนดการเชิงเส้นมีแนวคิดริเริ่มมาจาก นักคณิตศาสตร์ และนักวิทยาศาสตร์หลายท่าน เริ่มจาก ฟอน นิวแมน (Von Neuman) ใช้ทฤษฎีการหาค่าสูงสุด – ต่ำสุด ในปี ค.ศ. 1928 และในระหว่างสงครามโลกครั้งที่ 2 กำหนดการเชิงเส้นมีการพัฒนาและนำไปประยุกต์ใช้อย่างเข้มข้นขึ้นครั้งแรกเมื่อเดือนมิถุนายน ปี ค.ศ. 1947 โดยมีหัวหน้าคณะทำงาน คือ ยอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) และ มาร์แชล วูด (Marshall Wood) พร้อมทั้งทีมผู้ร่วมงานในกองทัพอากาศสหรัฐอเมริกาในช่วงนั้นคณะทำงานชุดนี้ได้รับมอบหมายให้วิเคราะห์ความเป็นไปได้ในการประยุกต์คณิตศาสตร์และเทคนิคที่เกี่ยวข้องต่อปัญหาการวางแผนและการวางโปรแกรมทางทหาร ภารกิจที่ได้รับมอบหมายนั้นทำให้ ดานท์ซิก ได้เสนอวิธีการ คือ ความสัมพันธ์ระหว่างกิจกรรม ต่าง ๆ ขององค์กรขนาดใหญ่ เป็นแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ทำให้บรรลุเป้าหมายสูงสุดและนอกจากนี้ยังได้เสนอวิธีการที่เป็นระบบในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ต่อมาในเดือนตุลาคมปี ค.ศ. 1948 เพื่อเป็นการพัฒนาแนวคิดของดานท์ซิก กองทัพอากาศสหรัฐฯ ได้จัดตั้งคณะวิจัยคณะหนึ่งภายใต้ชื่อโครงการ สคูป (SCOOP: Scientific Computation of Optimum Program) ซึ่งโครงการนี้เป็นโครงการที่มีส่วนสำคัญยิ่งในการพัฒนาและประยุกต์แบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นอย่างเป็นทางการ ในช่วงต้นกำหนดการเชิงเส้นส่วนใหญ่นำไปประยุกต์ในวงการทหาร และทางเศรษฐศาสตร์ในแบบจำลอง Input-Output ของลีอองทีฟ (Leontief) และปัญหาเกม ต่อจากนั้นก็แพร่หลายในด้านอุตสาหกรรม ด้านสังคม และปัญหาที่อยู่อาศัย

การนำเครื่องคอมพิวเตอร์มาใช้ในการแก้ปัญหาแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้น ประสบผลสำเร็จครั้งแรกที่องค์กร National Bureau of Standard ของสหรัฐอเมริกา เมื่อเดือน มกราคม ค.ศ.1952 ตั้งแต่นั้นมา การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นโดยวิธีการซิมเพล็กซ์ ได้พัฒนาเป็นโปรแกรมที่นำมาใช้ในเครื่องคอมพิวเตอร์ จนกระทั่งปัจจุบันมีโปรแกรมสำเร็จรูป ที่สามารถนำไปใช้ในคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลได้ ในปี ค.ศ. 1984 ได้เป็นจุดเริ่มต้นที่สำคัญอีกก้าวหนึ่งของวิชากำหนดการเชิงเส้น เมื่อ นาเรนดรา คาร์มาร์คาร์ (Narendra Karmarkar) ได้เสนอผลงานวิจัยใหม่ทางด้านทฤษฎีกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งเป็นวิธีการใหม่ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เรื่อง “A New Polynomial-time Algorithm for Linear Programming” วิธีการของคาร์มาร์คาร์ (Karmarkar ‘s Algorithm) สามารถนำไปใช้ในการหาผลลัพธ์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นขนาดใหญ่ได้ผลดี ในมหาวิทยาลัยบางแห่งได้เริ่มบรรจุเป็นเนื้อหาหลักสูตรในการสอนนักศึกษา แต่ยังไม่บรรลุผลสำเร็จเท่าที่ควรเนื่องจากความยากในการสอน และสมาคมการวิจัยดำเนินงานแห่งสหรัฐอเมริกาได้จัดให้มีการอบรมเชิงปฏิบัติการ ในวิธีของคาร์มาร์คาร์ เมื่อเดือน ตุลาคม ค.ศ.1987 ผลของการประชุมปฏิบัติการครั้งนั้นได้อภิปรายถึงวิธีการของคาร์มาร์คาร์ที่ยากในการสอน ว่าเป็นเพราะวิธีการพิสูจน์ที่ยุ่งยากและซับซ้อนมาก และเป็นวิธีการที่แตกต่างไปจากวิธีซิมเพล็กซ์เป็นอย่างมาก

นอกจากนั้นถ้าจะเป็นการสร้างความเข้าใจในเชิงเรขาคณิตจะต้องเขียนเป็นรูป 3 มิติ ไม่สามารถเขียนรูป 2 มิติได้ และถ้าเป็นปัญหาขนาดเล็กหากคำนวณด้วยมือจะเสียเวลามากซึ่งต่างจากวิธีซิมเพล็กซ์

**ประวัติ ยอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) บิดาแห่งกำหนดการเชิงเส้น**

ยอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) ตัวอักษร B. ในชื่อของดานท์ซิก ย่อมาจาก Bernard ซึ่ง ยอร์จ เบอร์นาร์ด ดานท์ซิก หรือ ยอร์จ บี ดานท์ซิก ถือได้ว่าเป็นผู้เชี่ยวชาญด้านการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) วิทยาการคอมพิวเตอร์ (Computer Science) และเป็นผู้คิดค้นวิธีการที่เรียกว่า “วิธีซิมเพล็กซ์” (Simplex Method) และกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) ยอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) ได้ริเริ่มการปฏิวัติอย่างเป็นระบบเกี่ยวกับกำหนดการเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming) ซึ่งเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพในการจัดการทรัพยากร ในปี ค.ศ.1947 ดานท์ซิก ได้คิดค้นวิธีซิมเพล็กซ์ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นในการประยุกต์ได้อย่างหลากหลาย เช่น การจัดสรรทรัพยากร การวางแผนการผลิตและการแบ่งงาน การวางแผนการลงทุน การวางแผนการตลาด และการวางแผนยุทธศาสตร์การทหาร เป็นต้น วิธีซิมเพล็กซ์ ถือได้ว่าเป็นวิธีการคำนวณที่ยอดเยี่ยม และโด่งดังมากในศตวรรษที่ 20 ซึ่งในปัจจุบันบริษัทใหญ่ๆ จะใช้กำหนดการ เชิงเส้น ในการหาผลตอบแทนจากการผลิตและการจัดการการลงทุน เช่นเดียวกับบริษัทการขนส่งก็ใช้ในการเลือกเส้นทาง ที่สั้นและประหยัดค่าใช้จ่ายที่สุด เส้นทางการลำเลียงผลผลิตเพื่อแบ่งสรรจากผู้จำหน่ายไปยังตลาดได้อย่างมีประสิทธิภาพ หรือแม้แต่การอุตสาหกรรมน้ำมันปิโตรเลียมก็ใช้ใน การสำรวจ วินิจฉัย การผสม การกำหนดผลผลิต และการจำหน่าย ซึ่งโดยปกติแล้วในการนำไปประยุกต์ใช้ อาจต้องเกี่ยวข้องกับตัวแปรเป็นสิบๆ ตัวแปร และสมการเป็นสิบๆ สมการ กำหนดการเชิงเส้นและวิธีซิมเพล็กซ์ สามารถช่วยมนุษยชาติแก้ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรที่มีความซับซ้อนมากๆ ได้ นับตั้งแต่สมัยสงครามโลกครั้งที่ 2 นับว่า ยอร์จ บี ดานท์ซิก เป็นบุคคลที่มีผลงาน ที่ส่งผลต่อวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉพาะการนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่เป็นรูปธรรมเป็นอย่างมาก

ด้านประวัติและผลงานพบว่า ยอร์จ บี ดานท์ซิก เกิดที่เมืองพอร์ตแลนด์ (Portland) มลรัฐโอริกอน (Oregon) ประเทศสหรัฐอเมริกาเมื่อวันที่ 8 พฤศจิกายน พ.ศ. 2457 (ค.ศ. 1914) บิดา ชื่อ โทเบียส ดานท์ซิก (Tobias Dantzig) ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ ส่วนมารดา ชื่อ แอนจา เอาวริสสัน (Anja Ourisson) เป็นผู้เชี่ยวชาญทางภาษา

สำหรับด้านการศึกษา ในปี ค.ศ.1936 ยอร์จ บี ดานท์ซิก จบปริญญาตรีทางคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ จากมหาวิทยาลัยแห่งแมรีแลนด์ (University of Maryland) และในปีนี้เองก็ได้สมรสกับแอนน์ เอส ชมุเนอร์ (Anne S. Shmuner) และในปี ค.ศ.1938 จบการศึกษาระดับปริญญาโทที่มหาวิทยาลัยแห่งมิชิแกน (University of Michigan) จากนั้นปี ค.ศ.1937-1939 ก็ทำงานเป็นนักสถิติที่ U.S. Bureau of Labor Statistics

ในระหว่างที่เรียนปริญญาเอกปีแรกที่มหาวิทยาลัยแห่งแคลิฟอร์เนีย ที่ เบิร์กเลย์ (University of California-Berkeley) ยอร์จ บี ดานท์ซิก มาสายในคาบเรียนของ Jerzy Neyman ซึ่งเป็นผู้ค้นพบสถิติแผนใหม่ Neyman ได้เขียนปัญหาบนกระดานดำซึ่งมี 2 ปัญหา และดานท์ซิก คิดว่าเป็นการบ้านจึงได้นำปัญหาทั้ง 2 ไปแก้ และในไม่กี่วันต่อมาปรากฏว่าดานท์ซิกสามารถแก้ปัญหาทั้ง 2 ได้ และนำงานมาส่ง Neyman พร้อมกับอ้างเหตุผลว่าที่ใช้เวลาค่อนข้างนานเพราะปัญหายากกว่าปกติ ซึ่งการที่ดานท์ซิกสามารถแก้ปัญหาทั้งสองนี้ได้ เป็นเหมือนการไขปริศนาในวิชาสถิติ เพราะทั้งสองปัญหานี้ถือได้ว่าเป็นปัญหาที่ยังไม่พบรายงานการแก้ปัญหาได้มาก่อน

ในปี ค.ศ.1941-1946 ดานท์ซิก ได้ไปประจำตำแหน่งเป็นหัวหน้าแผนกวิเคราะห์การรบของกองทัพสหรัฐอเมริกา คือ Army Air Forces ซึ่งเป็นปีที่ได้รับปริญญาเอกทางด้านคณิตศาสตร์จากมหาวิทยาลัยเบิร์กเลย์ (UC-Berkeley) ในปี ค.ศ.1946-1952 ยอร์จ บี ดานท์ซิก เป็นที่ปรึกษาทางคณิตศาสตร์ให้กับกองทัพ จากนั้นในปี ค.ศ. 1952-1960 เป็นนักคณิตศาสตร์ที่ทำการวิจัยที่ RAND Crop. และในปี ค.ศ.1960-1966 ได้ดำรงตำแหน่งเป็นศาสตราจารย์ด้านการวิจัยดำเนินงานที่มหาวิทยาลัยเบิร์กเลย์ (UC-Berkeley)

จากนั้น ดานท์ซิก ได้ย้ายกลับไปที่มหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ด ในปี ค.ศ. 1966 และทำงานในคณะการวิจัยดำเนินงานและวิทยาการคอมพิวเตอร์ จากนั้นในปี ค.ศ.1973 ได้รับการแต่งตั้งเป็นศาสตราจารย์ทางด้านวิทยาการการขนส่ง (C.A. Criley Professor of Transportation Science) ซึ่งงานวิจัยของดานท์ซิก มุ่งให้ความสนใจไปที่ค่าเหมาะสมที่สุดของระบบ Large-Scale และการพัฒนาด้านพลังงานและแบบจำลองของการวางแผนทางเศรษฐศาสตร์

ในปี ค.ศ.1975 ดานท์ซิก ได้รับรางวัล National Medal of Science จากประธานาธิบดีเจอรัลด์ ฟอร์ด ในฐานะที่เป็นผู้คิดค้นกำหนดการเชิงเส้นและวิธีซิมเพล็กซ์ นอกจากนี้ยังมีผลงานต่างๆ อีกมากมาย เช่น War Department Exceptional Civilian Service Medal, the John Von Neumann Theory Prize, the National Academy of Sciences Award in Applied Mathematics and Numerical Analysis, the Harvey Prize, the Silver Medal of the Operational Research Society, the Alfred Coors American Ingenuity Award and a Fellows Award from the Institute for Operations Research and the Management Science (INFROMS) เป็นต้น และจนกระทั่งวันที่ 13 พฤษภาคม พ.ศ. 2548 ยอร์จ บี ดานท์ซิก ก็ได้เสียชีวิตลง ด้วยวัย 90 ปี อันเนื่องมาจากอาการแทรกซ้อนจากโรคเบาหวานและโรคเกี่ยวกับหลอดเลือดหัวใจ

ยอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) ถือได้ว่าเป็นผู้ริเริ่มในการพัฒนากำหนดการเชิงเส้นและได้รับยกย่องว่าเป็น **บิดาแห่งกำหนดการเชิงเส้น (Father of Linear Programming)** และเป็นผู้คิดค้นวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ที่เรียกว่า วิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ซึ่งนับว่าเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีความซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพวิธีหนึ่ง

ภาพของ George B. Dantzig บิดาแห่งกำหนดการเชิงเส้นและผู้คิดค้นวิธีซิมเพล็กซ์

จะเห็นได้ว่าการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นมีวิธีการมากมายที่ใช้ในการแก้ปัญหา แต่ในชุดการเรียนการสอนนี้จะกล่าวถึง 2 วิธี คือ วิธีกราฟซึ่งเป็นวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรที่มีขั้นตอนไม่ซับซ้อน การเขียนกราฟทำได้ง่ายและเห็นภาพชัดเจน ส่วนอีกวิธีหนึ่ง คือ วิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร ซึ่งการแก้ปัญหาแต่ละวิธี ต่างก็มีความจำเป็นที่จะต้องอาศัยความสามารถในการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ได้เป็นอย่างดี ดังนั้นผู้เรียนจึงควรทำความเข้าใจในลักษณะโครงสร้างของกำหนดการเชิงเส้นและต้องพัฒนาความสามารถในการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ให้ชำนาญเสียก่อน

เพื่อความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น นักเรียนควรมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับสมมติฐานของกำหนดการเชิงเส้น โครงสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น และการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นเสียก่อน ดังที่นักเรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้

## สมมติฐานของกำหนดการเชิงเส้น

การที่เราจะนำเอากำหนดการเชิงเส้นไปใช้ในการแก้ปัญหาใดก็ตามเราจะต้องพิจารณาในขั้นต้นว่า ปัญหาที่เราจะนำกำหนดการเชิงเส้นไปใช้นั้นสอดคล้องกับสมมติฐานของกำหนดการเชิงเส้นหรือไม่ ในกรณีที่ปัญหานั้นสอดคล้องกับข้อสมมติฐานก็ใช้ได้ มิฉะนั้นหากเรานำเอากำหนดการเชิงเส้นไปใช้กับปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหากำหนดการเชิงเส้น คำตอบที่ได้ (หากสามารถหาคำตอบได้) ก็จะเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่มีความหมายไม่สามารถที่จะนำไปใช้งานได้

ยกตัวอย่างเช่น บริษัทผลิตวิทยุกระเป๋าหิ้วแห่งหนึ่งทำการผลิตวิทยุ 2 แบบ คือแบบพิเศษและแบบมาตรฐาน ซึ่งเป็นสินค้าที่ขายดีและผลิตเท่าไรก็ขายได้หมดซึ่งยังทำกำไรได้ดีอีกด้วย โดยวิทยุแบบมาตรฐานได้กำไร เครื่องละ 350 บาท และแบบพิเศษได้กำไรเครื่องละ 500 บาท และเวลาที่ใช้ในการประกอบแบบมาตรฐานใช้เวลาในการประกอบ 20 นาทีต่อเครื่อง ส่วนเวลาที่ใช้ในการประกอบแบบพิเศษใช้เวลาในการประกอบเครื่องละ 30 นาที เวลาที่ใช้ในการทดสอบเครื่องวิทยุแบบมาตรฐานใช้เวลา 10 นาทีต่อเครื่อง ส่วนเวลาที่ใช้ในการทดสอบเครื่องวิทยุแบบพิเศษใช้เวลา 6 นาทีต่อเครื่อง

สมมติฐานที่สำคัญของกำหนดการเชิงเส้น มีดังนี้

**1. ความแน่นอน (Certainty)** หมายความว่า ต้องทราบข้อมูลต่าง ๆ แน่นอน เช่น จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ จำนวนการใช้ทรัพยากรในการผลิตสินค้า กำไรต่อหน่วย ต้นทุนต่อหน่วย ฯลฯ ซึ่งในความเป็นจริงแล้วข้อมูลบางอย่างได้มาจากการคาดคะเนหรือเป็นตัวเลขโดยประมาณอันอาจคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้นจึงมีความไม่แน่นอนแฝงอยู่บ้าง

**2. แบ่งแยกได้ (Divisibility)** หมายความว่าตัวแปรทุกตัวในกำหนดการเชิงเส้นสามารถมีค่าเป็นเศษส่วนหรือทศนิยมได้ เช่น ผลิตวิทยุแบบมาตรฐานเป็นจำนวน 40.50 เครื่อง ในกรณีที่ต้องการคำตอบค่าตัวแปรต่าง ๆ เป็นจำนวนเต็มก็อาจทำได้โดยการปัดเศษ หรือจะใช้วิธีการของตัวแบบเชิงปริมาณที่เรียกว่า กำหนดการเชิงจำนวนเต็ม **(Integer Programming)** ก็ได้

**3. มีความเป็นสัดส่วน (Proportionality)** หมายความว่า การเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรจะมีผลกระทบที่แน่นอนทั้งในฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขบังคับ เช่น ผลิตวิทยุแบบมาตรฐานได้กำไรเครื่องละ 350 บาท ถ้าผลิต 2 เครื่อง จะได้กำไร (350 x 2) = 700 บาท และในการผลิตวิทยุแบบพิเศษได้กำไรเครื่องละ 500 บาท ดังนั้นถ้าผลิต 10 เครื่อง จะได้กำไร (500 x 10) = 5,000 บาท หรือในการประกอบวิทยุแบบมาตรฐาน ใช้เวลาเครื่องละ 20 นาที ถ้าผลิต $x_1$ เครื่อง ก็ใช้เวลาในการประกอบ $20x_1$ นาที ปริมาณการผลิตจะไม่มีผลทำให้เวลาในการผลิตต่อหน่วยเปลี่ยนไป ไม่ว่าจะผลิต 1 หน่วย หรือ 100 หน่วย ก็จะใช้เวลาหน่วยละ 20 นาทีเท่า ๆ กัน

**4. บวกเข้าด้วยกันได้ (Additivity)** หมายความว่าผลรวมได้มาจากการบวกกันของกิจกรรมต่าง ๆ เช่น ในการผลิตวิทยุของบริษัทผลิตวิทยุข้างต้น ได้กำไรจากการผลิตวิทยุแบบมาตรฐาน คือ $300x_1$ บาท และได้กำไรจากการผลิตวิทยุแบบพิเศษ คือ $500x_2$ บาท ดังนั้นกำไรรวมที่บริษัทจะได้รับคือ $300x_1 + 500x_2$ หรือเวลาที่ใช้ในการทำงานของแผนกประกอบของวิทยุทั้ง 2 ชนิดรวมทั้งสิ้นได้มาจากเวลาที่ใช้ในการประกอบวิทยุแบบมาตรฐาน คือ $20x_1$ นาที รวมกับเวลาที่ใช้ในการประกอบวิทยุแบบพิเศษ คือ $30x_2$ นาที ดังนั้นรวมเวลาที่ใช้ในการประกอบทั้งสิ้นเท่ากับ $20x_1 + 30x_2$ นาที

**5. ตัวแปรไม่ติดลบ (Nonnegativity)** ตัวแปรทุกตัวในกำหนดการเชิงเส้นจะต้องมีค่าไม่ต่ำกว่าศูนย์

## โครงสร้างและสมบัติของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

ในการนำแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นมาใช้ในการแก้ปัญหาจำเป็นต้องศึกษาส่วนประกอบโครงสร้างต่าง ๆ ของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น และสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นขึ้นแทนสถานการณ์ปัญหา โดยให้มีโครงสร้างครบถ้วน ในการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นจะต้องประกอบด้วยโครงสร้างต่อไปนี้

**ฟังก์ชันจุดประสงค์** คือฟังก์ชันเชิงเส้นที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ต้องการทราบค่าหรือต้องการตัดสินใจ หรือที่ต้องการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดซึ่งอาจเป็นการหาค่าสูงสุด (Maximize)หรือการหาค่าต่ำสุด (Minimize) อย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น การทำกำไรให้สูงที่สุด ยอดขายให้สูงที่สุด ต้นทุนที่ต่ำที่สุด เป็นต้น รูปแบบของฟังก์ชันจุดประสงค์

Maximize $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

หรือ Minimize $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

โดยให้ $Z$ คือ ผลรวมของฟังก์ชันจุดประสงค์

$x_j$ คือ ตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจ

$c_j$ คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวที่ $j$ ซึ่งอาจหมายถึงกำไรต่อหน่วย หรือต้นทุนต่อหน่วย ฯลฯ

**เงื่อนไขบังคับ** คือเงื่อนไขหรือความจำกัดของตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจที่แสดงถึงค่าหรือช่วงที่เป็นไปได้ของตัวแปรต่าง ๆ ที่มีอยู่ โดยอาจจะเป็นเงื่อนไขหรือข้อจำกัดเกี่ยวกับทรัพยากร ความต้องการ หรือเงื่อนไขต่าง ๆ ของปัญหา และลักษณะของความสัมพันธ์ของตัวแปรจะอยู่ในรูปสมการเชิงเส้นหรืออสมการเชิงเส้น

รูปแบบของเงื่อนไขบังคับ

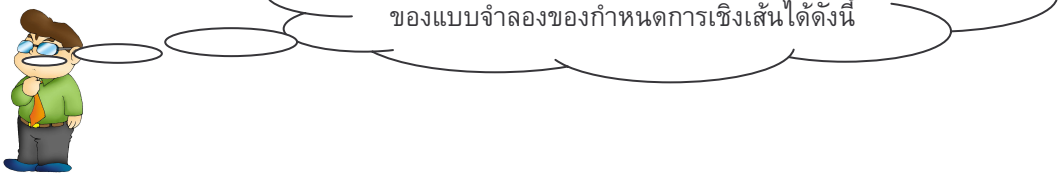
$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_2 \\
\vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad & \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_m
\end{aligned}$$

โดยที่ $a_{ij}$ คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวที่ j ในเงื่อนไขบังคับข้อที่ i

$b_i$ คือ ค่าทางขวาของเงื่อนไขบังคับข้อที่ i

ค่าของ $a_{ij}$ จะเป็นค่าคงที่ที่แสดงอัตราการใช้ทรัพยากร ในขณะที่ค่า $b_i$ จะเป็นค่าคงที่แสดงจำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ ประการสำคัญคือ ค่าของ $a_{ij}$ และค่า $b_i$ จะต้องมีหน่วยเหมือนกัน เช่น นาที ชั่วโมง กิโลกรัม กรัม หน่วย โหล ฟุต นิ้ว เมตร กิโลเมตร ฯลฯ

**ข้อจำกัดตัวแปรทุกตัว** ต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ทั้งนี้เพราะตัวแปรของกำหนดการเชิงเส้น แทนปริมาณการผลิต หรือจำนวนหน่วยของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งมีค่าไม่เป็นลบ ซึ่งข้อจำกัดนี้ถือได้ว่าเป็นส่วนหนึ่งของ เงื่อนไขบังคับ




## แบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

แทนด้วยสัญลักษณ์ ต่อไปนี้

สมการจุดประสงค์ (เพื่อหาค่ามากสุด หรือ หาค่าต่ำสุด)

Maximize $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$

(หรือ Minimize)

เงื่อนไขบังคับ

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \ (\leq, =, \geq) \quad & b_m \\ x_j \geq 0, \ j = 1, 2, 3, \ldots, n & \end{aligned}$$

โดยที่ $x_j$ คือ ตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจ

$c_j$ คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวที่ j ในฟังก์ชันจุดประสงค์

$a_{ij}$ คือ อัตราการใช้ทรัพยากรของตัวแปรตัวที่ j ในเงื่อนไขบังคับที่ i

$b_i$ คือ จำนวนทรัพยากรที่มีอยู่ของเงื่อนไขบังคับข้อที่ i

# ข้อแนะนำในการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

## การสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

ขั้นตอนแรกในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น คือ การสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ซึ่งจะประกอบไปด้วย

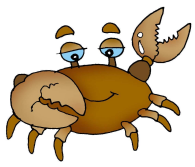
**ฟังก์ชันจุดประสงค์** แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรในรูปฟังก์ชันเชิงเส้นที่ต้องการหาค่าสูงสุด หรือต่ำสุด

**เงื่อนไขบังคับ** แสดงความจำกัดหรือการแสดงค่าหรือช่วงที่เป็นไปได้ของตัวแปรซึ่งจะอยู่ในรูปอสมการเชิงเส้นหรือสมการเชิงเส้น

**ข้อจำกัดว่าค่าตัวแปรทุกตัว** ต้องไม่เป็นลบ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของ **เงื่อนไขบังคับ**

ในการสร้างแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ของปัญหากำหนดการเชิงเส้นต้องสร้างให้มีส่วนประกอบตามโครงสร้างดังกล่าวซึ่งสามารถทำได้ตามขั้นตอนนี้

1. ทำความเข้าใจและวิเคราะห์ปัญหาว่าส่วนใดของปัญหาเป็นส่วนจุดประสงค์ ส่วนใดเป็นส่วนเงื่อนไข และโจทย์ต้องการตัดสินใจหรือต้องการทราบอะไร ซึ่งสามารถพิจารณาส่วนต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาโดยอาศัยแนวทาง ดังนี้
   - ในส่วนจุดประสงค์ คือส่วนที่เกี่ยวกับเป้าหมายหรือจุดประสงค์ของการดำเนินกิจกรรมนั้น ๆ
   - ในส่วนเงื่อนไข คือส่วนที่เกี่ยวกับเงื่อนไข ข้อจำกัดต่าง ๆ ในการดำเนินกิจกรรมนั้น ๆ
   - สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือส่วนที่โจทย์ต้องการให้หา เป็นต้น
2. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ ซึ่งอาจวิเคราะห์โดยการสร้างตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์แสดงส่วนของจุดประสงค์ ส่วนเงื่อนไข/ข้อจำกัด เพื่อให้ง่ายในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหา
3. กำหนดตัวแปร แทนสิ่งที่ต้องการตัดสินใจและต้องการทราบค่า พิจารณาจุดประสงค์ เงื่อนไขและความสัมพันธ์ของตัวแปรทุกตัว จากนั้น **สร้างฟังก์ชันจุดประสงค์** และระบุด้วยว่าต้องการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดซึ่งในชุดการเรียนนี้ ใช้คำว่า **Maximize เมื่อต้องการหาค่าสูงสุด** และใช้ **Minimize เมื่อต้องการหาค่าต่ำสุด** ไว้ในฟังก์ชันจุดประสงค์ และพิจารณาข้อจำกัดของปัจจัยหรือทรัพยากรต่าง ๆ ว่าสัมพันธ์กับตัวแปรแต่ละตัวอย่างไร จากนั้น **สร้างเงื่อนไขบังคับ** แสดงความจำกัดหรือค่าหรือช่วงที่เป็นไปได้ของตัวแปรซึ่งจะอยู่ในรูป อสมการเชิงเส้นหรือสมการเชิงเส้น
4. ขั้นสุดท้ายเป็นการ **กำหนดว่าค่าตัวแปรทุกตัวต้องไม่เป็นลบ** นั่นคือมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ทั้งนี้เพราะปัญหาในกำหนดการเชิงเส้นเป็นจำนวนหน่วยของสินค้าในการผลิต หรือ หน่วยของทรัพยากรหรือปัจจัยที่ต้องการตัดสินใจจึงมีค่าไม่เป็นลบ



ต่อไปให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น..... ซึ่งนักเรียนต้องศึกษาและฝึกสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นให้เกิดความชำนาญ.. เพราะถือว่าเป็นกระบวนการที่สำคัญมาก และเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ในหน่วยอื่นๆ ต่อไปด้วย...

**พิจารณาการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นจากตัวอย่างต่อไปนี้**

**ตัวอย่างที่ 1** จงสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้

บริษัทแห่งหนึ่งต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิด คือ ชนิด ก และ ชนิด ข สินค้าชนิด ก มีกำไรชิ้นละ 10 บาท และสินค้าชนิด ข มีกำไรชิ้นละ 12 บาท ในการผลิตสินค้าชนิด ก ต้องใช้เวลาในการผลิต 2 นาที ในเครื่องจักรเครื่องที่ 1 และ 1 นาทีในเครื่องจักรเครื่องที่ 2 แต่ในการผลิตสินค้าชนิด ข ใช้เวลาในการผลิต 1 นาทีในเครื่องจักรเครื่องที่ 1 และ 3 นาทีในเครื่องจักรเครื่องที่ 2 ถ้าในการผลิตมีเวลาไม่เกิน 3 ชั่วโมงสำหรับเครื่องจักรเครื่องที่ 1 และ 5 ชั่วโมงในการผลิตในเครื่องจักรเครื่องที่ 2 จงหาว่าบริษัทแห่งนี้จะผลิตสินค้าแต่ละชนิดเป็นจำนวนเท่าใดจึงจะได้กำไรมากที่สุด

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจโจทย์วิเคราะห์โจทย์ปัญหา เพื่อพิจารณาและจำแนกเป็นสถานการณ์ได้ดังนี้

1. ส่วนจุดประสงค์
   - กำไรจากการขายสินค้าแต่ละชนิด

   (ประกอบไปด้วยกำไรจาก สินค้าชนิด ก และชนิด ข)
2. ส่วนเงื่อนไข
   - เวลาที่ใช้ในการผลิตสินค้าแต่ละชนิดในเครื่องจักรเครื่องที่ 1
   - เวลาที่ใช้ในการผลิตสินค้าแต่ละชนิดในเครื่องจักรเครื่องที่ 2

(ประกอบไปด้วยการผลิต สินค้าชนิด ก และชนิด ข และความจำกัดเกี่ยวกับเวลาในการผลิต)

3. โจทย์ต้องการทราบ
   - ปริมาณสินค้าแต่ละชนิดที่บริษัทควรผลิตเพื่อให้ได้กำไรมากที่สุด

**ขั้นที่ 2** ขั้นวิเคราะห์ความสัมพันธ์

ดังนั้นสร้างตารางแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | สินค้าชนิด ก | สินค้าชนิด ข | เวลามากที่สุดในการผลิต |
|---|---|---|---|
| ส่วนเงื่อนไข | | | |
| - เวลาที่ใช้ในการผลิตในเครื่องจักรที่ 1 | 2 นาที | 1 นาที | 180 นาที |
| - เวลาที่ใช้ในการผลิตในเครื่องจักรที่ 2 | 1 นาที | 3 นาที | 300 นาที |
| **ส่วนจุดประสงค์** | | | - |
| - กำไร | 10 บาท | 12 บาท | |

**ขั้นที่ 3** ขั้นกำหนดตัวแปรและสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

จากสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ จำนวนสินค้าชนิด ก และ ข ที่จะผลิตเพื่อให้ได้กำไรมากที่สุด

ดังนั้นกำหนดตัวแปร ให้

สินค้าชนิด ก ผลิตได้ $x$ ชิ้น

สินค้าชนิด ข ผลิตได้ $y$ ชิ้น

ถ้าให้ $Z$ แทนกำไร

จากตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ จะได้ว่า

1. **ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ** $Z = 10x + 12y$

2. **เงื่อนไขบังคับ คือ**

เวลาที่ใช้ในการผลิตในเครื่องจักร เครื่องที่ 1 $2x + y \le 180$

เวลาที่ใช้ในการผลิตในเครื่องจักร เครื่องที่ 2 $x + 3y \le 300$

3. **ข้อจำกัดของตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจ**

ข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวแปร $x, y$

เนื่องจาก $x, y$ แทนจำนวนชิ้นของสินค้า ดังนั้น $x, y$ จะต้องไม่เป็นจำนวนลบ นั่นคือ

$x \ge 0$ และ

$y \ge 0$

**สรุป ดังนั้นแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น คือ**

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ Maximize $Z = 10x + 12y$

เงื่อนไขบังคับ คือ $2x + y \le 180$

$x + 3y \le 300$

$x \ge 0$

$y \ge 0$

**ตัวอย่างที่ 2** จงสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้

นักโภชนาการท่านหนึ่งแนะนำผู้ป่วยที่เป็นโรคขาดธาตุเหล็กและวิตามิน B ว่าจะต้องบริโภคธาตุเหล็กอย่างน้อย 2,500 มิลลิกรัม วิตามิน B-1 อย่างน้อย 2,000 มิลลิกรัมและวิตามิน B-2 อย่างน้อย 1,500 มิลลิกรัม ในชั่วระยะเวลาหนึ่งโดยแนะนำต่อไปว่ามียาวิตามิน 2 ยี่ห้อ คือ ก และ ข โดยที่ยาแต่ละเม็ดของยี่ห้อ ก จะมีธาตุเหล็ก 40 มิลลิกรัม วิตามิน B-1 อยู่ 10 มิลลิกรัม และวิตามิน B-2 อยู่ 5 มิลลิกรัม ราคาเม็ดละ 6 บาท ส่วนยี่ห้อ ข จะมีธาตุเหล็ก 10 มิลลิกรัม วิตามิน B-1 อยู่ 15 มิลลิกรัม และวิตามิน B-2 อยู่ 15 มิลลิกรัม ราคาเม็ดละ 8 บาท อยากทราบว่าผู้ป่วยควรเลือกซื้อยาแต่ละยี่ห้อเป็นจำนวนเท่าใดเพื่อให้บริโภคแล้วให้ธาตุเหล็กและวิตามิน B-1 และวิตามิน B-2 ครบตามจำนวนขั้นต่ำสุดที่นักโภชนาการแนะนำโดยให้เสียค่าใช้จ่ายในการซื้อยาน้อยที่สุด

**วิธีทำ**

**ขั้นที่ 1** ทำความเข้าใจโจทย์วิเคราะห์โจทย์ปัญหา เพื่อพิจารณาและจำแนกเป็นสถานการณ์ได้ดังนี้

1. ส่วนจุดประสงค์
   - ค่าใช้จายในการซื้อยาแต่ละยี่ห้อ
   (ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายในการซื้อยายี่ห้อ ก และยี่ห้อ ข )
2. ส่วนเงื่อนไข
   - ปริมาณ ธาตุเหล็กในวิตามินแต่ละยี่ห้อ
   - ปริมาณวิตามิน B-1 ในแต่ละยี่ห้อ
   - ปริมาณวิตามิน B-2 ในแต่ละยี่ห้อ

(ประกอบด้วยปริมาณวิตามินยี่ห้อ ก และยี่ห้อ ข และความจำกัดเกี่ยวกับขั้นต่ำที่ร่างกายต้องการ)

3. โจทย์ต้องการทราบ คือ ปริมาณยาวิตามินยี่ห้อ ก และยี่ห้อ ข ที่ผู้ป่วยควรซื้อ

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์ ได้ดังนี้

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | ยี่ห้อ ก | ยี่ห้อ ข | ปริมาณขั้นต่ำที่ร่างกายต้องการ |
|---|---|---|---|
| **(ส่วนเงื่อนไข)** | | | |
| ปริมาณธาตุเหล็ก | 40 มิลลิกรัม | 10 มิลลิกรัม | 2,500 มิลลิกรัม |
| ปริมาณวิตามิน B-1 | 10 มิลลิกรัม | 15 มิลลิกรัม | 2,000 มิลลิกรัม |
| ปริมาณวิตามิน B-2 | 5 มิลลิกรัม | 15 มิลลิกรัม | 1,500 มิลลิกรัม |
| **(ส่วนจุดประสงค์)** | | | |
| ค่าใช้จ่าย | 6 บาท | 8 บาท | - |

**<u>ขั้นที่ 3</u>** ขั้นกำหนดตัวแปรและสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

จากสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ .....

ดังนั้นกำหนดตัวแปร ให้

..... แทน .....

..... แทน .....

และ $Z$ แทน ค่าใช้จ่ายในการซื้อยา

จากตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ จะได้ว่า

1. **ฟังก์ชันจุดประสงค์คือ** .....
2. **เงื่อนไขบังคับคือ**

ปริมาณธาตุเหล็ก .....

ปริมาณวิตามิน B-1 .....

ปริมาณวิตามิน B-2 .....

3. **ข้อจำกัดของตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจ**

ข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวแปร

เนื่องจาก ..... , .....แทน.....

ดังนั้น..... , .....จะต้องไม่เป็นจำนวนลบ นั่นคือ

.....

.....

**สรุป ดังนั้นแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น คือ**

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ .....

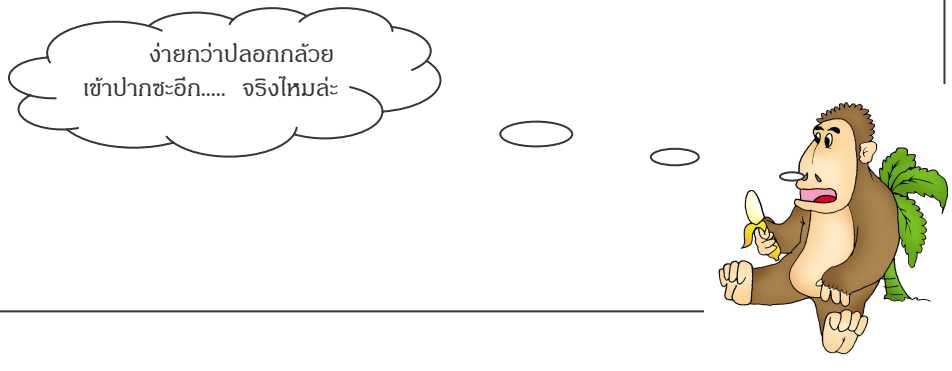
เงื่อนไขบังคับ คือ .....

.....

.....

.....

.....



**ใบกิจกรรมที่ 1 ความรู้เบื้องต้นและการสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น**

◎ จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้

1. จงสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นในแต่ละข้อต่อไปนี้

1.1) บริษัทผู้ผลิตโทรทัศน์แห่งหนึ่งต้องการผลิตโทรทัศน์ขนาด 29 นิ้ว ทั้งชนิดสี-จอธรรมดา และชนิดสี - จอแบน กำลังการผลิตของบริษัทแห่งนี้ไม่เกิน 800 เครื่องต่อเดือน โดยมีต้นทุนการผลิตโทรทัศน์สี-จอธรรมดาเครื่องละ 8,000 บาท และชนิดสี-จอแบน เครื่องละ 10,000 บาท ในขณะเดียวกันบริษัทแห่งนี้จะมีกำไรเครื่องละ 15,000 บาท สำหรับโทรทัศน์สี-จอธรรมดา และ 20,000 บาท สำหรับโทรทัศน์สี-จอแบน ถ้าบริษัทแห่งนี้กำหนด เงินทุนในการผลิตไว้ไม่เกิน 25,000,000 บาทต่อเดือน อยากทราบว่าบริษัทแห่งนี้ควรจะผลิต โทรทัศน์สี-จอธรรมดา และโทรทัศน์สี-จอแบน อย่างละกี่เครื่องต่อเดือน จึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุด

**วิธีทำ**

**<u>ขั้นที่ 1</u>** ทำความเข้าใจโจทย์วิเคราะห์โจทย์ปัญหา เพื่อพิจารณาและจำแนกเป็นสถานการณ์ได้ดังนี้

1. ส่วนจุดประสงค์.....
2. ส่วนเงื่อนไข.....

.....

3. โจทย์ต้องการทราบ.....

.....

**<u>ขั้นที่ 2</u>** วิเคราะห์ความสัมพันธ์ ได้ดังนี้

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | ..... | ..... | (ความจำกัด) ..... ... |
|---|---|---|---|
| (ส่วนเงื่อนไข) ..... ..... | ..... ..... | ..... ..... | ..... ..... |
| (ส่วนประสงค์) ..... | ..... | ..... | ..... |

**ขั้นที่ 3** ขั้นกำหนดตัวแปรและสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

จากสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ .....

ดังนั้นกำหนดตัวแปร ให้

.....

.....

ถ้าให้ Z แทน.....

จากตารางวิเคราะห์ความสัมพันธ์ จะได้ว่า

1. **ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ** .....
2. **เงื่อนไขบังคับ คือ**

..... .....

..... .....

3. **ข้อจำกัดของตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจ**

ข้อจำกัดเกี่ยวกับตัวแปร

เนื่องจาก ..... , .....แทน.....

ดังนั้น..... , .....จะต้องไม่เป็นจำนวนลบ นั่นคือ

.....

.....

**สรุป ดังนั้นแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น คือ**

ฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ .....

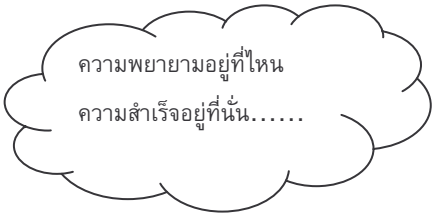
เงื่อนไขบังคับ คือ .....

.....

.....

.....

.....



# หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ
# เรื่อง อสมการและกราฟของอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

## 2.1 อสมการและกราฟของอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

ต่อไปนี้เป็นการทบทวนความรู้เกี่ยวกับ สมการ อสมการ และ การเขียนกราฟ ซึ่งความรู้พื้นฐานเหล่านี้จะเป็นองค์ประกอบสำคัญในการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยกราฟ ขอให้นักเรียนตั้งใจศึกษาองค์ความรู้ต่าง ๆ จากกรอบข้างล่างนี้ด้วยความตั้งใจ

**อสมการ** คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ $<$ (น้อยกว่า), $>$ (มากกว่า), $\leq$ (น้อยกว่าหรือเท่ากับ), $\geq$ (มากกว่าหรือเท่ากับ), $\neq$ (ไม่เท่ากับ) บอกความสัมพันธ์ของจำนวน ซึ่งอสมการบางอสมการสามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ แต่อสมการบางอสมการก็ไม่สามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จได้เพราะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าอยู่ ที่เรียกว่า “ตัวแปร” ตัวอย่างของอสมการ เช่น

(1) $3 > -1$

(2) $7 \neq 6 + 1$

(3) $x - 7 < 5$

(4) $2x + y \geq 2$

(5) $6x - 4y \leq 12$

ฯลฯ

**กราฟของอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร**

กราฟของอสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ กราฟของคู่อันดับหรือความสัมพันธ์ ดังนั้นการเขียนกราฟจะต้องเขียนบนระนาบหรือที่เรียกว่าระบบแกนมุมฉาก

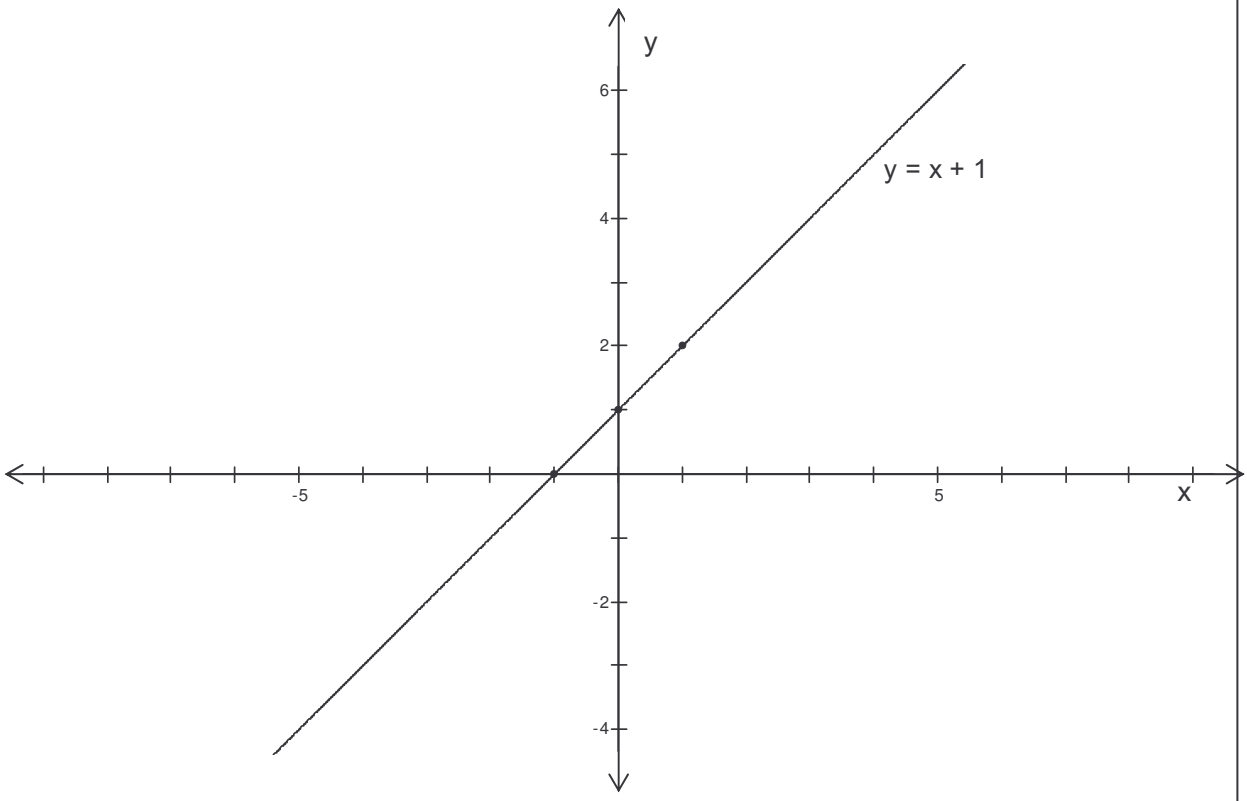
การเขียนกราฟของอสมการเชิงเส้นที่มีสองตัวแปร สามารถใช้สมการช่วยในการเขียน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟของ $y \le x+1$

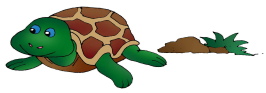
**ขั้นที่1** เขียนกราฟของสมการ $y = x+1$

หาพิกัดจุดที่สอดคล้องกับสมการเพื่อนำไปลงจุดพิจารณาลักษณะกราฟคร่าว ๆ ดังนี้

| $x$ | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $y = x + 1$ | 0 | 1 | 2 |



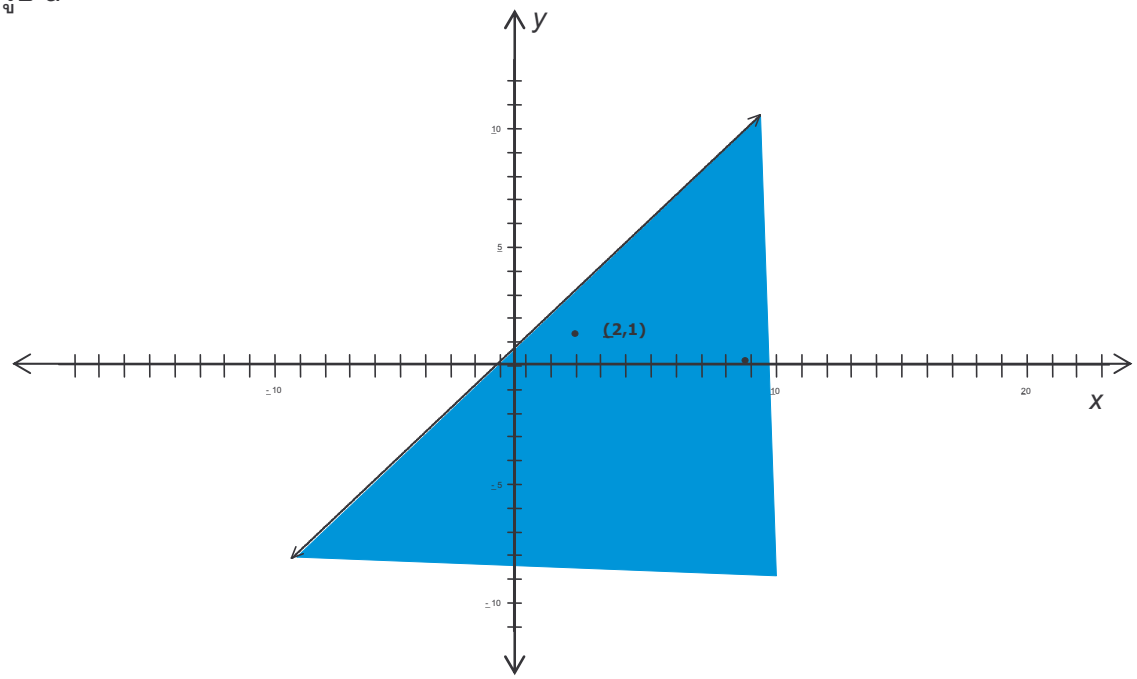

จะเห็นว่ากราฟที่ได้เป็นกราฟเส้นตรง ซึ่งแบ่งระนาบออกเป็นสองส่วนโดยแต่ละส่วน เรียกว่า **ครึ่งระนาบ** จากรูป กราฟเส้นตรง $y = x+1$ แบ่งระนาบออกเป็น 2 ครึ่งระนาบ นั่นคือ ครึ่งระนาบ $y < x+1$ และ ครึ่งระนาบ $y > x+1$ ในการพิจารณาว่าครึ่งระนาบใดสอดคล้องกับอสมการ ทำได้โดยแทนคู่อันดับของจุดใดจุดหนึ่งที่ไม่อยู่ในกราฟเส้นตรง ถ้าจุด ๆ นั้นสอดคล้องกับอสมการที่กำหนด แสดงว่าครึ่งระนาบที่อยู่ด้านเดียวกับจุด ๆ นั้นสอดคล้องกับอสมการ แต่ถ้าจุดนั้นแทนในอสมการแล้วไม่สอดคล้อง แสดงว่าอีกครึ่งระนาบหนึ่งที่อยู่คนละครึ่งระนาบกับจุดนั้นสอดคล้องกับอสมการ



**ขั้นที่ 2** พิจารณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการ $y \le x+1$

พิจารณาว่าครึ่งระนาบใดสอดคล้องกับอสมการ $y \le x+1$ ในที่นี้จะเลือกจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรง $y = x+1$ ดังนั้นเลือก (2,1) และแทนค่า $x = 2$ , $y = 1$ ในอสมการ $y \le x+1$ จะได้ $1 \le 3$ ซึ่งเป็นจริง ดังนั้นกราฟของอสมการ $y \le x+1$ คือ อาณาบริเวณที่อยู่ในครึ่งระนาบที่อยู่ด้านเดียวกับจุด (2,1) ซึ่งแสดงด้วยบริเวณที่แรเงาและรวมจุดทุกจุดที่อยู่บนเส้นตรง $y = x+1$ ด้วย

ดังรูป a




รูป a: กราฟของอสมการ $y \le x+1$

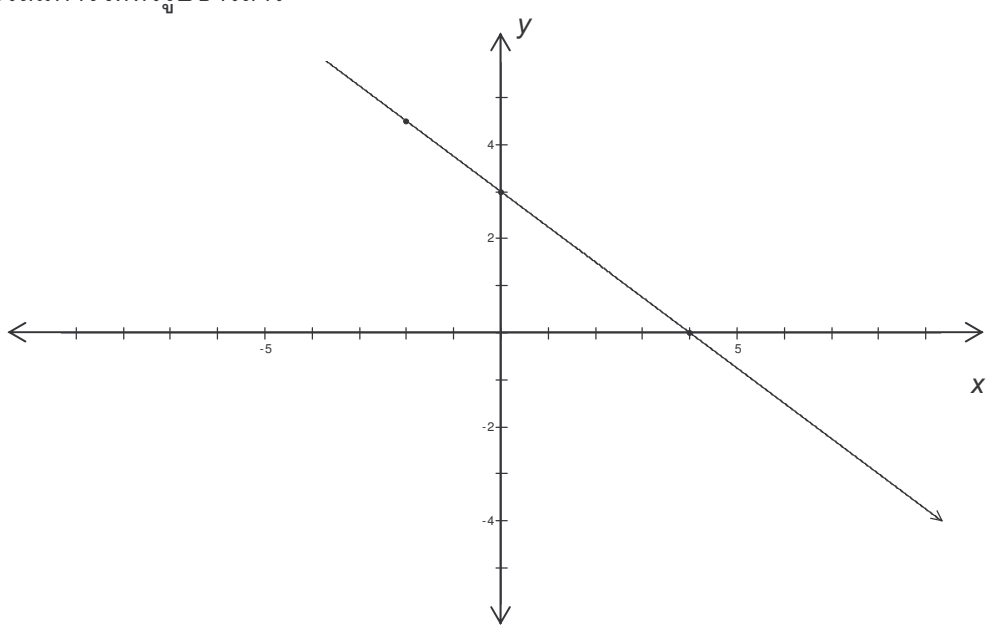
**<u>ตัวอย่างที่ 2</u>** จงเขียนกราฟของอสมการ $3x+4y \le 12$

**ขั้นที่ 1** เขียนกราฟของสมการ $3x+4y=12$

หาพิกัดจุดที่สอดคล้องกับสมการเพื่อนำไปลงจุดพิจารณาลักษณะกราฟคร่าว ๆ ดังนี้

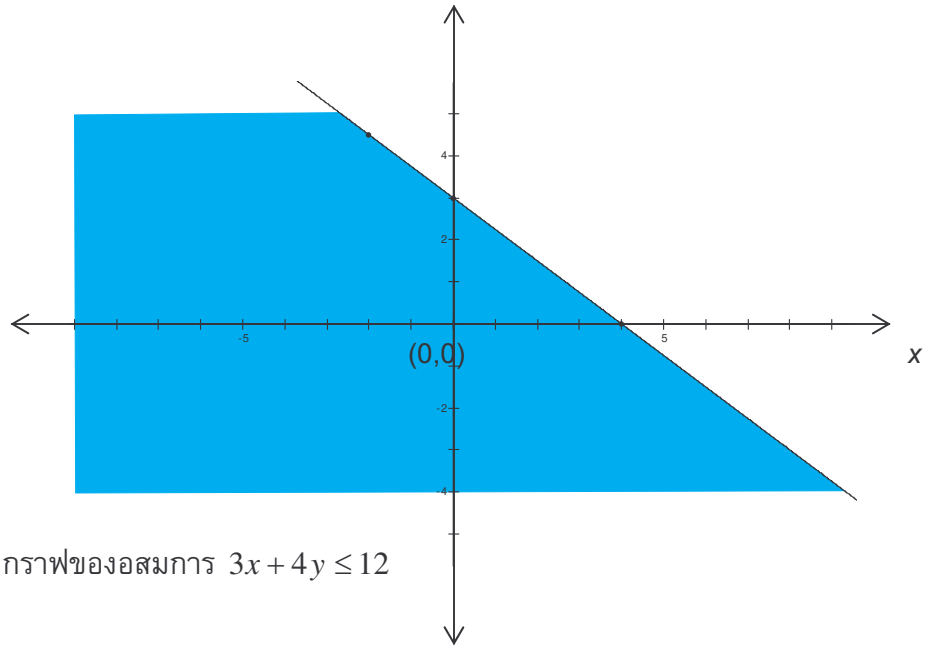
| $x$ | -2 | 0 | 4 |
|---|---|---|---|
| $y = \dfrac{(12-3x)}{4}$ | 9/2 | 3 | 0 |

เขียนกราฟของสมการได้ดังรูปข้างล่าง




**ขั้นที่ 2** พิจารณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการ $3x+4y \le 12$

พิจารณาว่าครึ่งระนาบใดสอดคล้องกับอสมการ $3x+4y \le 12$ ในที่นี้จะเลือกจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรง $3x+4y=12$ ดังนั้นเลือก (0, 0) และแทนค่า $x = 0, y = 0$ ในอสมการ $3x+4y \le 12$ จะได้ $0 \le 12$ ซึ่งเป็นจริง ดังนั้นกราฟของอสมการ $3x+4y \le 12$ คือ อาณาบริเวณที่อยู่ในครึ่งระนาบเดียวกับจุด (0, 0) ซึ่งแสดงด้วยบริเวณที่แรเงาและรวมจุดทุกจุดที่อยู่บนเส้นตรง $3x+4y=12$ ด้วย ดังรูป b




รูป b: กราฟของอสมการ $3x+4y \le 12$

จาก ตัวอย่างที่ 1 และ 2 จะเห็นว่ากราฟของสมการที่มีดีกรีของตัวแปรเท่ากับ 1 เป็นกราฟเส้นตรง ซึ่งเราเรียกว่า **สมการเชิงเส้น** ดังนั้น เพื่อความสะดวกและรวดเร็วในการเขียนกราฟเราสามารถหาพิกัดจุดของกราฟที่สอดคล้องกับสมการอย่างน้อย 2 จุด ก็สามารถสร้างกราฟเส้นตรงของสมการเชิงเส้นนั้นได้ ซึ่งพิกัดจุดที่นิยมหาและให้ความสะดวกในการเขียนกราฟของสมการเชิงเส้นก็คือ การหาจุดตัดบนแกน $x$ ($x$-intercept) และ การหาจุดตัดบนแกน $y$ ($y$-intercept)

**การหาจุดตัดบนแกน $x$ ($x$-intercept)** การหาค่าของ $x$ โดยกำหนดให้ $y = 0$

**การหาจุดตัดบนแกน $y$ ($y$-intercept)** การหาค่าของ $y$ โดยกำหนดให้ $x = 0$

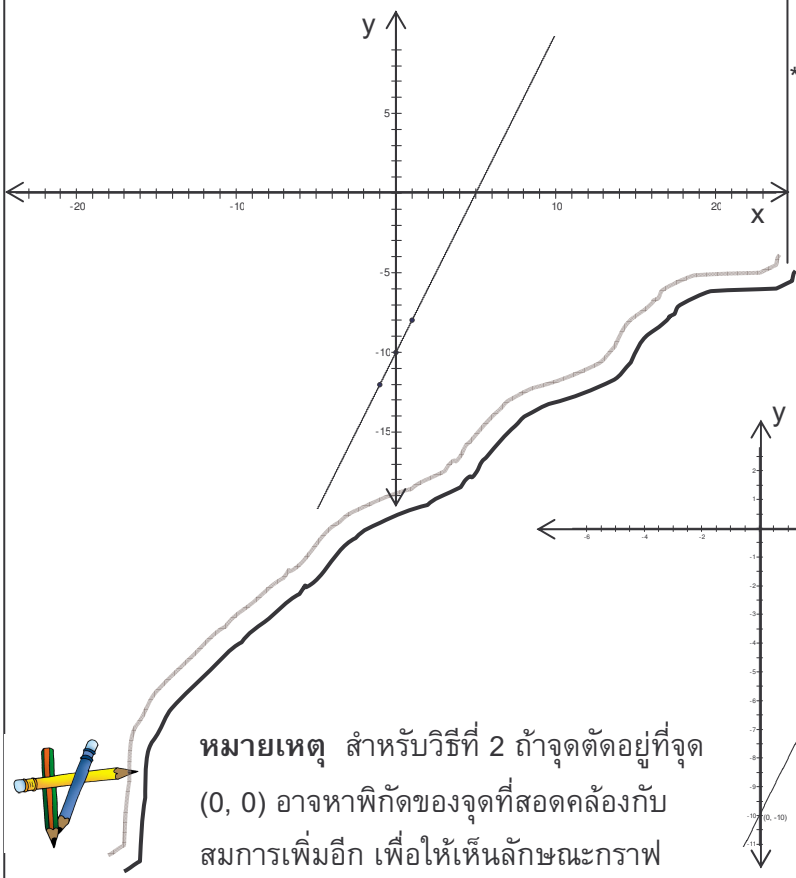
ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 3** จงเขียนกราฟของอสมการ $2x - y > 10$

**ขั้นที่ 1** เขียนกราฟของสมการ $2x - y = 10$ .....(*)

**วิธีที่ 1**) หาพิกัดจุดที่สอดคล้องกับสมการ เพื่อนำไปลงจุดพิจารณาลักษณะกราฟคร่าว ๆ ดังนี้

| $x$ | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $y = 2x - 10$ | -12 | -10 | -8 |




**วิธีที่ 2)** หาจุดตัดบน แกน $x$ และแกน $y$ ดังนี้

** **การหาจุดตัดบนแกน $x$**

โดยหา ค่า $x$ โดยกำหนดให้ $y = 0$

จะได้ว่า $2x - (0) = 10$

ดังนั้น $x = 5$

จุดตัดบนแกน x คือ (5,0)

** **การหาจุดตัดบนแกน $y$**

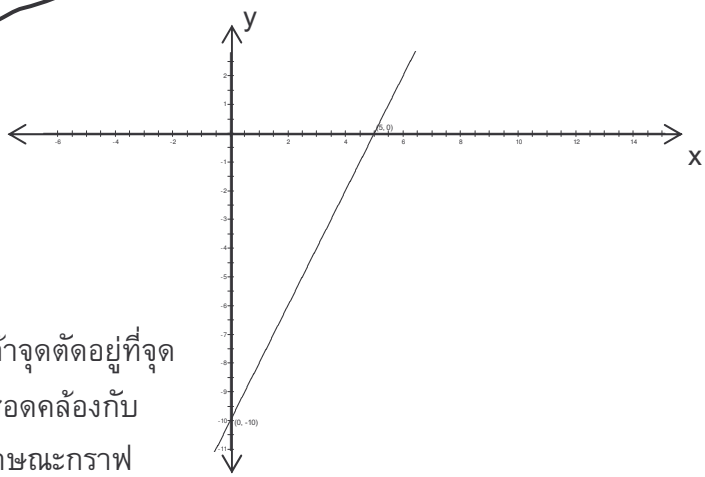
โดยหา ค่า $y$ โดยกำหนดให้ $x = 0$

จะได้ว่า $2(0) - y = 10$

ดังนั้น $y = -10$

จุดตัดบนแกน $x$ คือ (0,-10)

เขียนกราฟของสมการ (*) ได้ดังนี้



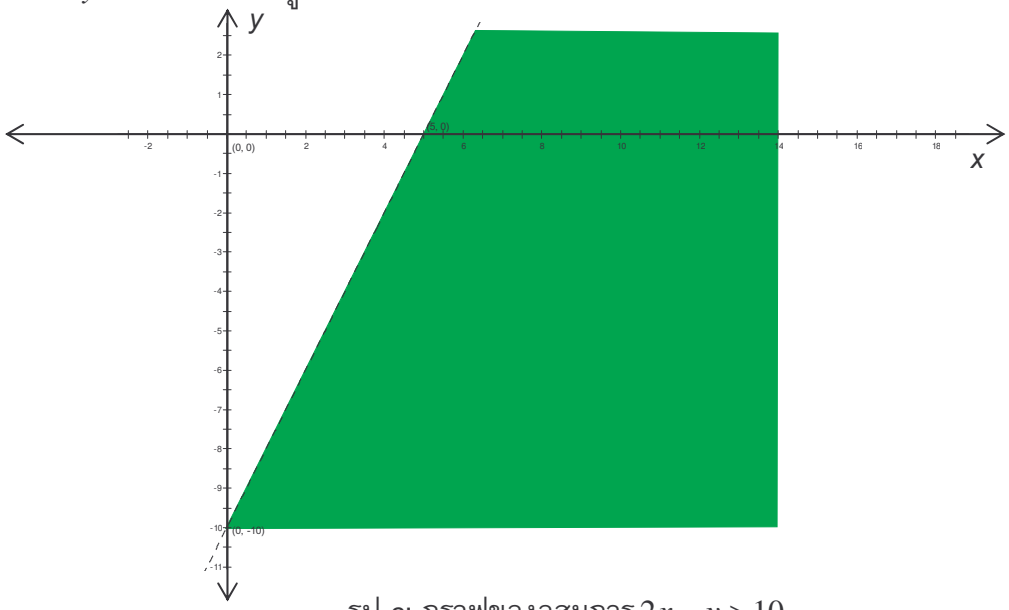



**หมายเหตุ** สำหรับวิธีที่ 2 ถ้าจุดตัดอยู่ที่จุด (0, 0) อาจหาพิกัดของจุดที่สอดคล้องกับสมการเพิ่มอีก เพื่อให้เห็นลักษณะกราฟคร่าว ๆ ได้ หรืออาจเขียนกราฟโดยใช้วิธีที่ 1

จะเห็นว่ากราฟที่ได้จาก 2 วิธีมีลักษณะเหมือนกัน นักเรียนสามารถเลือกดำเนินการเขียนกราฟของสมการได้ทั้ง 2 วิธี เมื่อได้กราฟของสมการแล้วขั้นต่อไปเป็นการพิจารณาบริเวณที่เป็นกราฟของอสมการ ดังนี้

**ขั้นที่ 2** พิจารณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการ $2x - y > 10$

พิจารณาว่าครึ่งระนาบใดสอดคล้องกับอสมการ $2x - y > 10$ ในที่นี้จะเลือกจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรง $2x - y = 10$ ดังนั้นเลือก (0, 0) และแทนค่า $x = 0$, $y = 0$ ในอสมการ $2x - y > 10$ จะได้ $0 > 10$ ซึ่งไม่เป็นจริง ดังนั้นกราฟของอสมการ $2x - y > 10$ คือ อาณาบริเวณที่อยู่ในครึ่งระนาบที่อยู่คนละด้านกับจุด (0, 0) ซึ่งแสดงด้วยบริเวณที่แรเงาแต่ไม่รวมจุดทุกจุดที่อยู่บนเส้นตรง $2x - y = 10$ ด้วย ดังรูป c




รูป c: กราฟของอสมการ $2x - y > 10$

**ข้อสรุปในการเขียนกราฟของอสมการอย่างง่าย ทำได้ดังนี้**

- เขียนกราฟสมการ $ax + by + c = 0$ ซึ่งจะแบ่งระนาบออกเป็น 2 ส่วน โดยแต่ละส่วนเรียกว่าครึ่งระนาบ ได้แก่ครึ่งระนาบที่ $ax + by + c < 0$ และ $ax + by + c > 0$
- วิธีพิจารณาว่ากราฟของอสมการจะอยู่ในครึ่งระนาบใดทำได้โดย นำจุดในระนาบใดระนาบหนึ่ง แทนในอสมการถ้าสอดคล้องกับอสมการจะได้ครึ่งระนาบนั้นเป็นกราฟของอสมการ แต่ถ้าไม่สอดคล้องก็จะได้อีกครึ่งระนาบหนึ่งเป็นกราฟของอสมการ
- โดยกราฟของอสมการจะรวมจุดทุกจุดที่อยู่บนเส้น (เส้นทึบ) คือรวมเส้นตรง $ax + by + c = 0$ ด้วย ถ้าอสมการมีเครื่องหมาย $\geq$ หรือ $\leq$ และจะไม่รวมจุดที่อยู่บนเส้น (เส้นประ) คือไม่รวมเส้นตรง $ax + by + c = 0$ ด้วย ถ้าอสมการมีเครื่องหมาย $<$ หรือ $>$

**ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง กราฟอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร**

จุดประสงค์: 1. สามารถเขียนกราฟของอสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้

**คำสั่ง:** ให้นักเรียนเขียนกราฟของอสมการต่อไปนี้

◎ 1. $3x-9\geq 0$

**วิธีทำ**

**ขั้นที่ 1** เขียนกราฟของสมการ.....

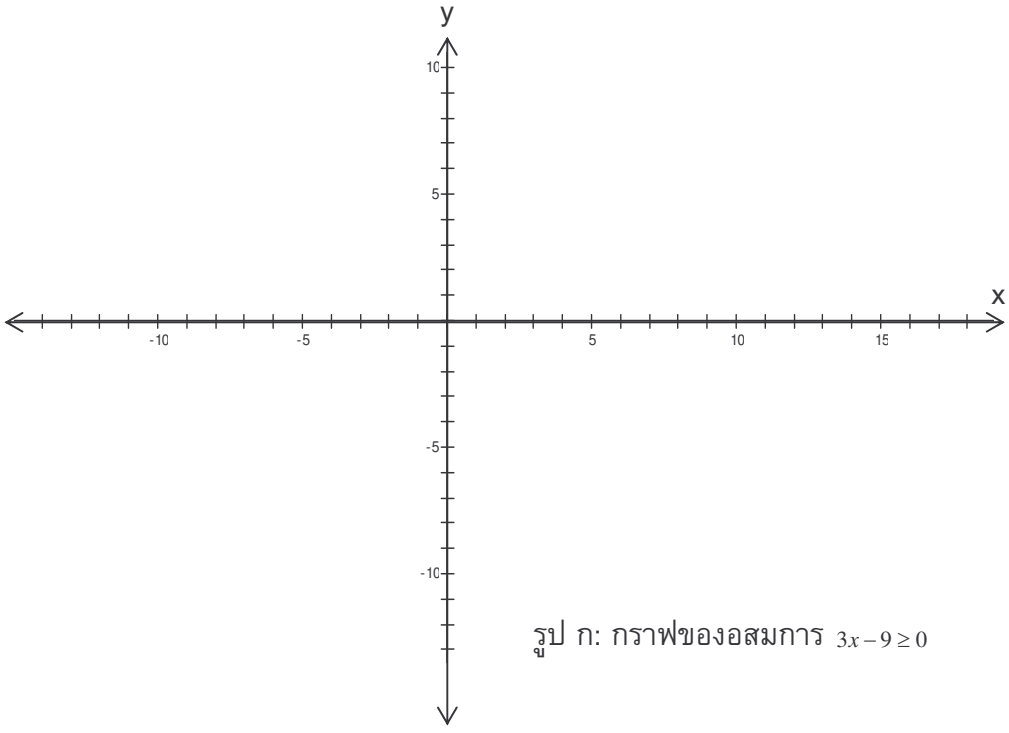
หาพิกัดจุดที่สอดคล้องกับสมการเพื่อนำไปลงจุดพิจารณาลักษณะกราฟคร่าว ๆ ดังนี้

| $x$ = ..... | | | |
|---|---|---|---|
| $y$ | -2 | 0 | 2 |

**ขั้นที่ 2** พิจารณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการ $3x-9\geq 0$

พิจารณาว่าครึ่งระนาบใดสอดคล้องกับอสมการ $3x-9\geq 0$ ในที่นี้จะเลือกจุดที่ไม่อยู่บนเส้นตรง ..... ดังนั้นเลือก (0, 0) และแทนค่า $x$ = ..... , $y$ = .....

ในอสมการ $3x-9\geq 0$ จะได้ ..... ≥ ..... ซึ่ง..... ดังนั้นกราฟของอสมการ $3x-9\geq 0$ คือ อาณาบริเวณที่.....กับจุด (0, 0) แสดงด้วยบริเวณที่แรเงา ซึ่ง.....เส้นตรง $3x-9=0$ ด้วย **ดังรูป ก**




รูป ก: กราฟของอสมการ $3x-9\geq 0$

◎ 4. $8x + 5y < 40$

**วิธีทำ**

**ขั้นที่ 1** เขียนกราฟของสมการ .....

** หาจุดตัดบนแกน *x* โดย

แก้สมการ .....หาค่า *x* โดยให้ *y* = 0

จะได้ว่า ..... = .....

ดังนั้นจุดตัดบนแกน *x* คือ จุด (.....,.....)

** หาจุดตัดบนแกน *y* โดย

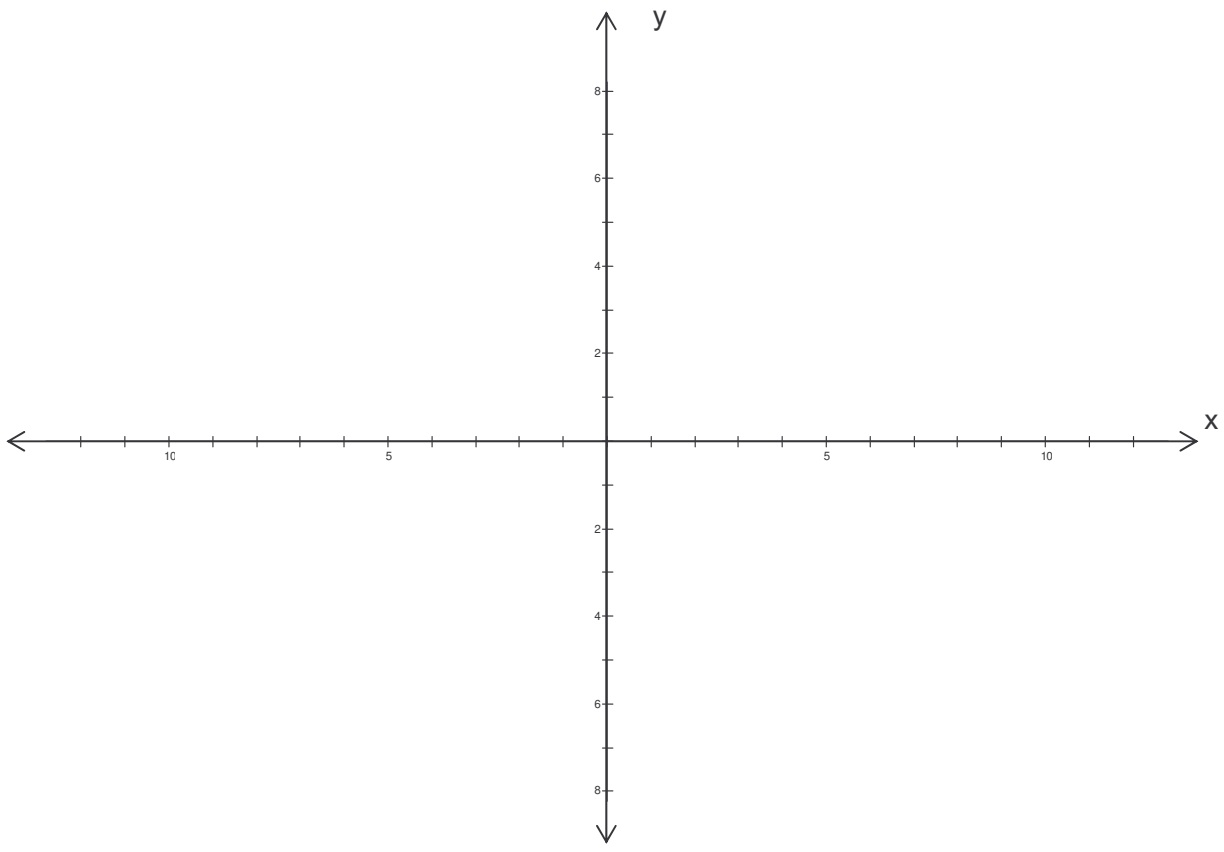
แก้สมการ .....หาค่า *y* โดยให้ *x* = 0

จะได้ว่า ..... = .....

ดังนั้นจุดตัดบนแกน *y* คือ จุด (....., .....)

**ขั้นที่ 2** พิจารณาบริเวณที่สอดคล้องกับอสมการ $8x + 5y < 40$

และเขียนกราฟของอสมการ $8x + 5y < 40$ ดังรูป ง




รูป ง: กราฟของอสมการ $8x + 5y < 40$

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยกราฟ**
**เรื่อง กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร**

## 2.2 กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

เมื่อต้องพิจารณาอสมการเชิงเส้นมากกว่าหนึ่งอสมการพร้อมกัน จะเรียกว่า **ระบบอสมการเชิงเส้น** ผลลัพธ์ของระบบอสมการเชิงเส้น คือ คู่อันดับ $(x, y)$ที่สอดคล้องกับอสมการทั้งหมดของระบบอสมการ หรือ คู่อันดับ $(x, y)$ ที่มีค่า $x$ และ ค่า $y$ ที่ทำให้อสมการทั้งหมดเป็นจริง เมื่อพิจารณาจากกราฟ ผลลัพธ์ของระบบอสมการเชิงเส้นจะแทนด้วยบริเวณที่ซ้อนทับกันของกราฟของอสมการทั้งหมดนั่นเอง หรือสรุปได้ว่า

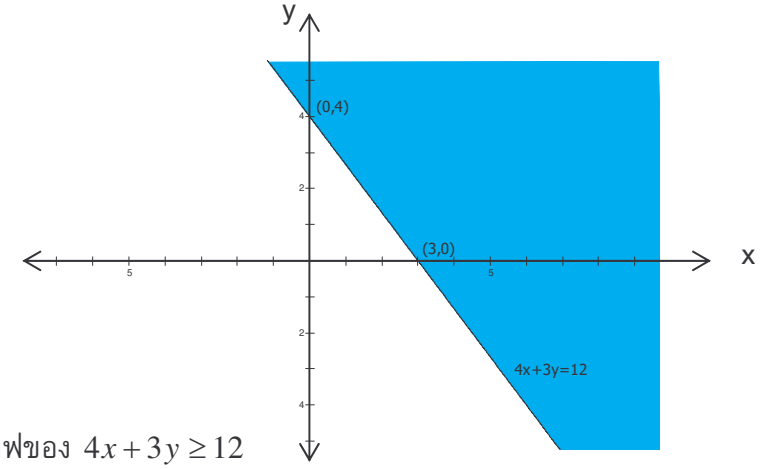
**กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น** คือเซตของจุดที่สอดคล้องกับทุกอสมการในระบบนั้น หรืออาจกล่าวได้ว่า หมายถึง กราฟบนระนาบที่เกิดจากการอินเตอร์เซกชันกันของกราฟของทุกอสมการในระบบนั้น นั่นเอง

ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

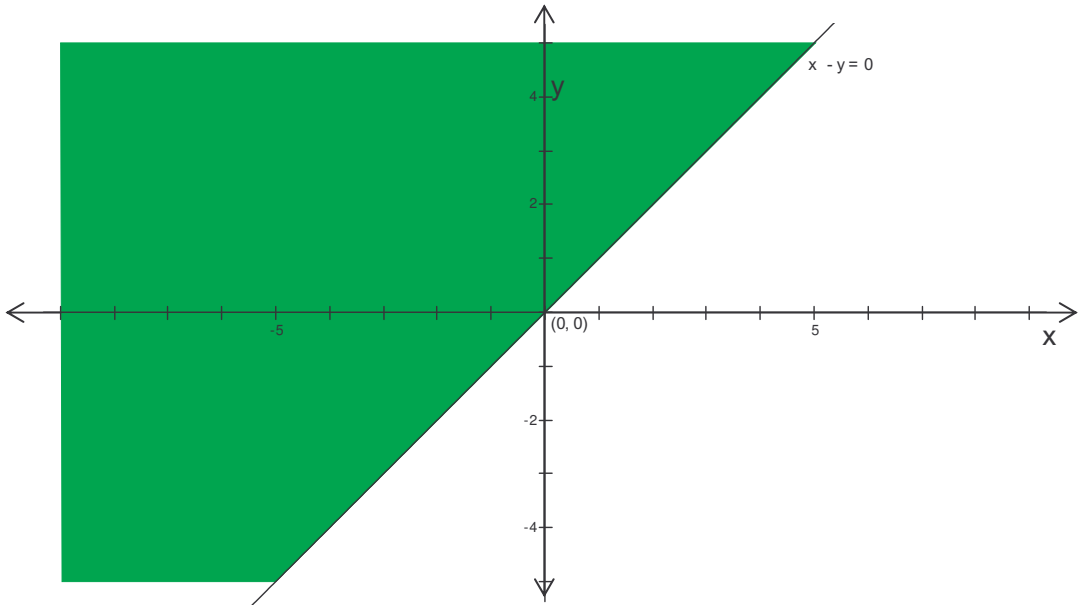
**ตัวอย่างที่ 1** จงเขียนกราฟของระบบอสมการ

$$4x + 3y \geq 12$$
$$x - y \leq 0$$

**วิธีทำ** สามารถเขียนกราฟของทั้งสองอสมการได้ดังนี้

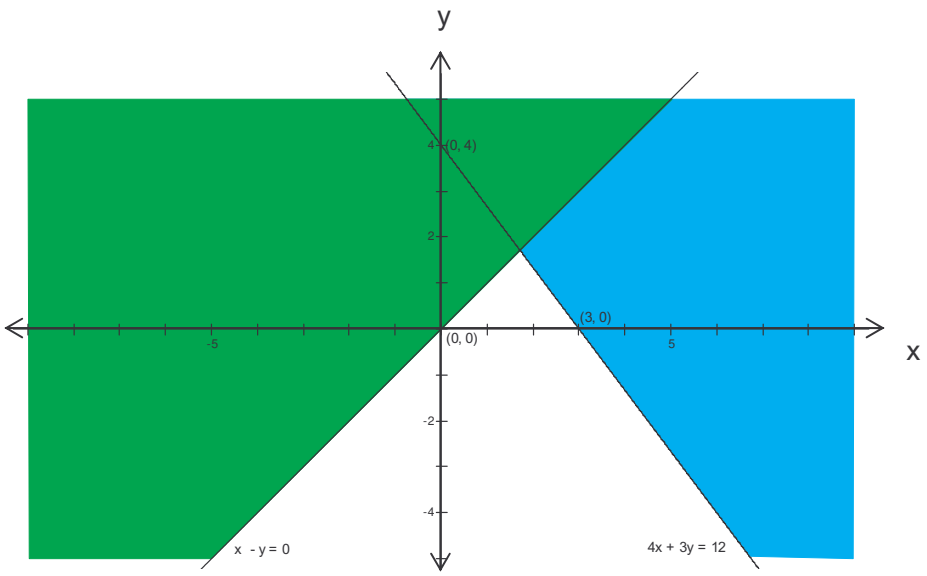



**รูป ก:** กราฟของ $4x + 3y \geq 12$



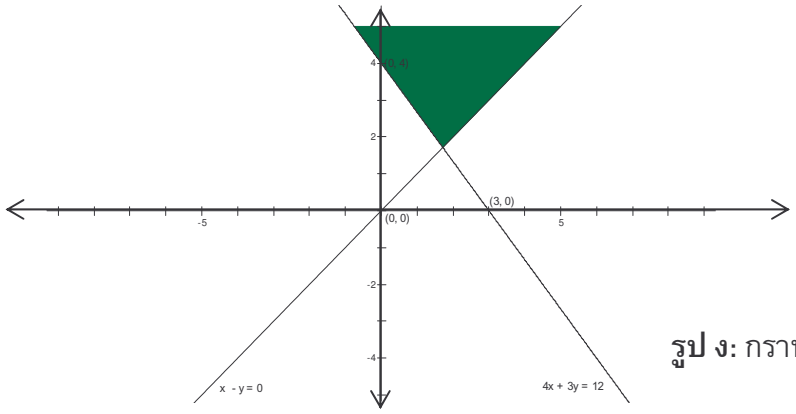

**รูป ข:** กราฟของ $x - y \leq 0$

สามารถแสดงอาณาบริเวณของกราฟทั้งสองอสมการดังรูป ค




**รูป ค**

ซึ่งจะได้บริเวณที่อินเตอร์เซกชันกันของกราฟอสมการทั้งสอง ซึ่งก็คือ กราฟของระบบอสมการ ดังรูป ง




**รูป ง:** กราฟของระบบอสมการ

**หมายเหตุ** เพื่อให้กราฟมีรายละเอียดที่จะเป็นประโยชน์มากขึ้นควรหาและระบุจุดตัดบนแกน $x$ และ แกน $y$ ด้วย รวมทั้งต้องหาจุดตัดของกราฟเส้นตรงด้วย (ถ้ามี) ซึ่งจุดตัดของกราฟหาได้จากการแก้ระบบสมการที่สอดคล้องกับกราฟเส้นตรงนั้น ๆ ที่ตัดกัน นั่นเอง

**ดังนั้น จากตัวอย่างที่ 1**

เราสามารถหาจุดตัดของเส้นตรงที่เป็นกราฟของ $4x+3y=12$ และ $x-y=0$ ซึ่งได้จากการแก้ระบบสมการ

$$4x+3y=12 \quad \text{.....(1)}$$

$$x-y=0 \quad \text{.....(2)}$$

นำ $4\times(2)$ จะได้

$$4x-4y=0 \quad \text{.....(3)}$$

นำ (1) - (3) จะได้

$$7y=12$$

$$y=\frac{12}{7}$$

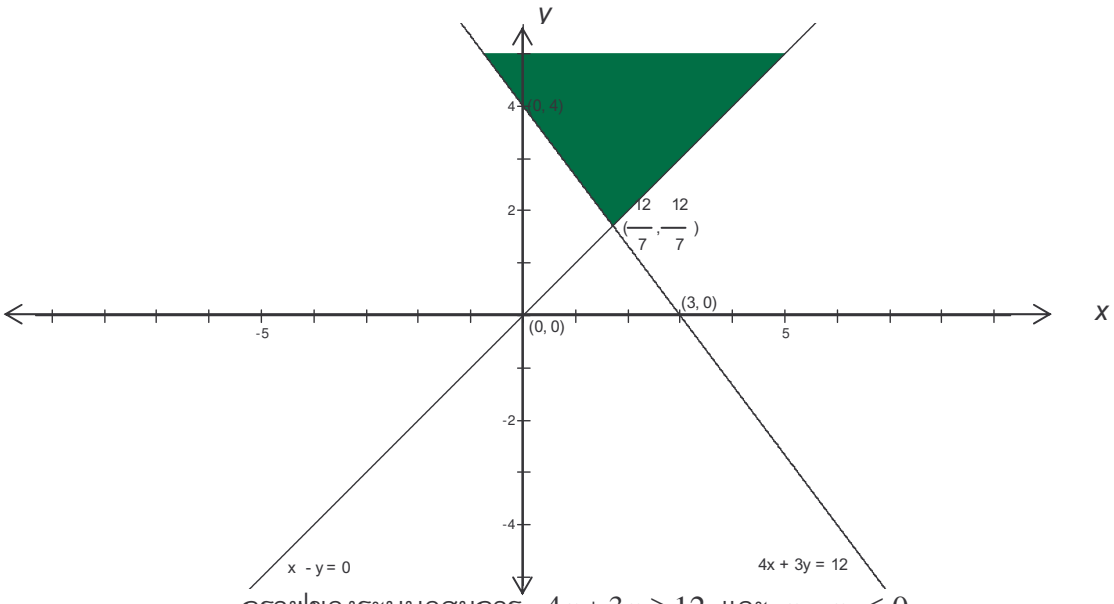
นำ $y=\frac{12}{7}$ แทนใน (2) จะได้

$$x-\left(\frac{12}{7}\right)=0$$

$$x=\left(\frac{12}{7}\right)$$

ดังนั้นได้จุดตัดของกราฟ $4x+3y=12$ และ $x-y=0$ ที่จุด $\left(\frac{12}{7},\frac{12}{7}\right)$

**ดังนั้น จะได้กราฟของระบบอสมการ (รูป ง) จากตัวอย่างที่ 1 ซึ่งมีรายละเอียดของจุดตัด ดังรูป**




กราฟของระบบอสมการ $4x+3y\geq 12$ และ $x-y\leq 0$

ตัวอย่างต่อไปนี้ให้นักเรียนลองฝึกเขียนกราฟด้วยตนเอง

**<u>ตัวอย่างที่ 2</u>** จงเขียนกราฟของระบบอสมการ

$$2x + y \geq 50 \text{ .....(1)}$$

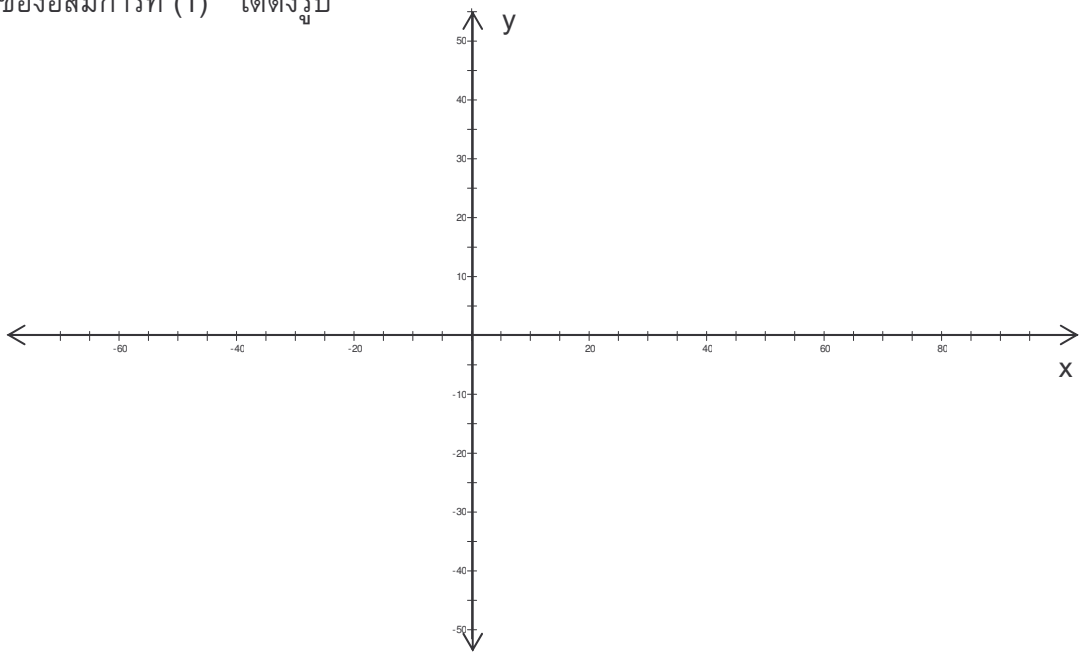
$$x + 2y \geq 40 \text{ .....(2)}$$

$$x \geq 0 \text{ .....(3)}$$

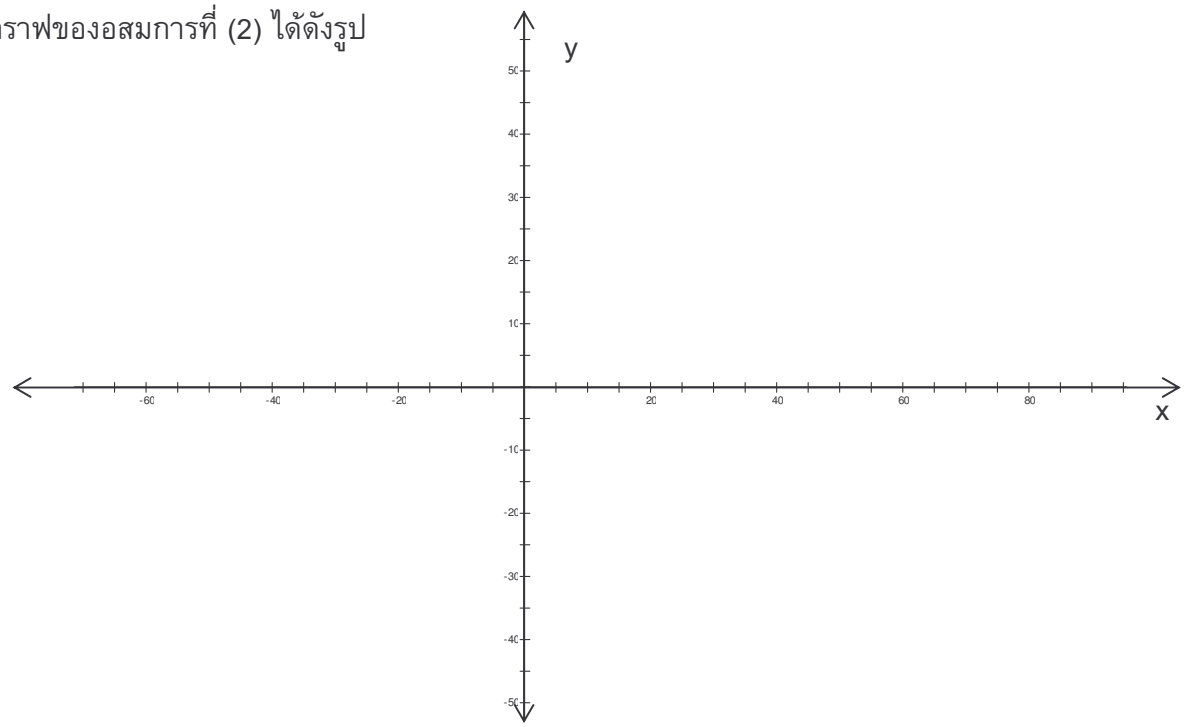
$$y \geq 0 \text{ .....(4)}$$

**วิธีทำ**

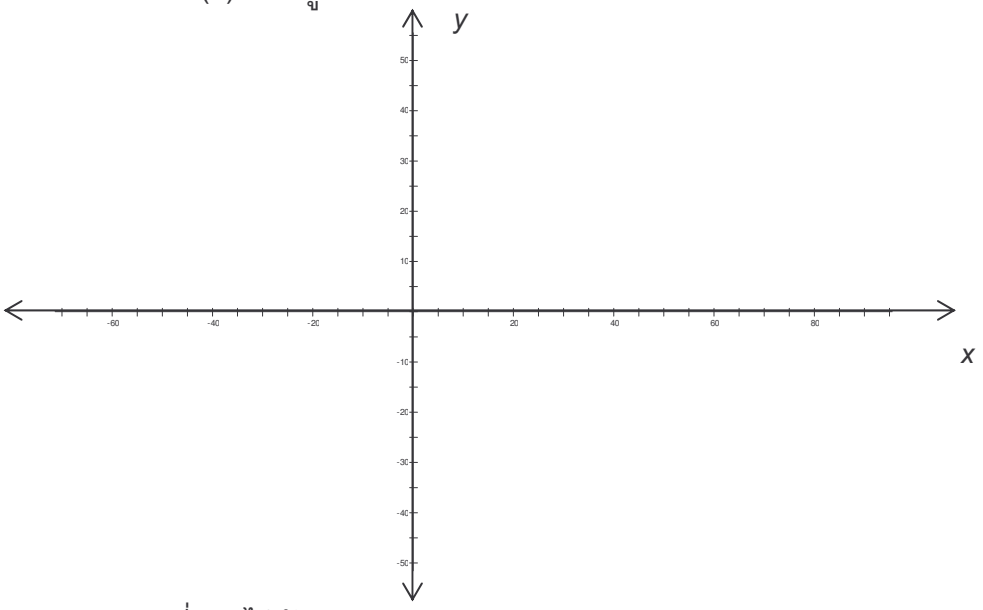
กราฟของอสมการที่ (1) ได้ดังรูป



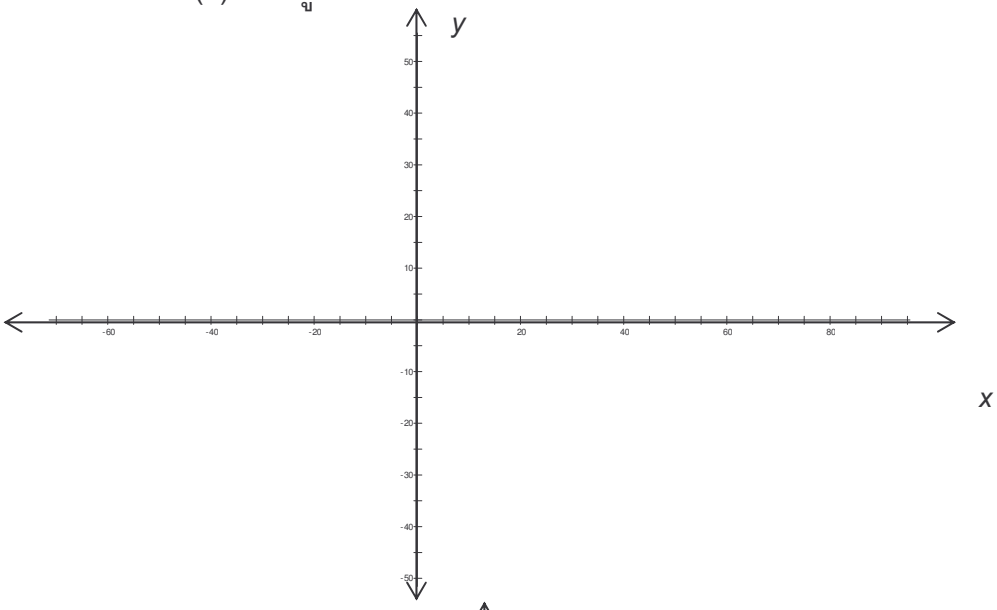

กราฟของอสมการที่ (2) ได้ดังรูป



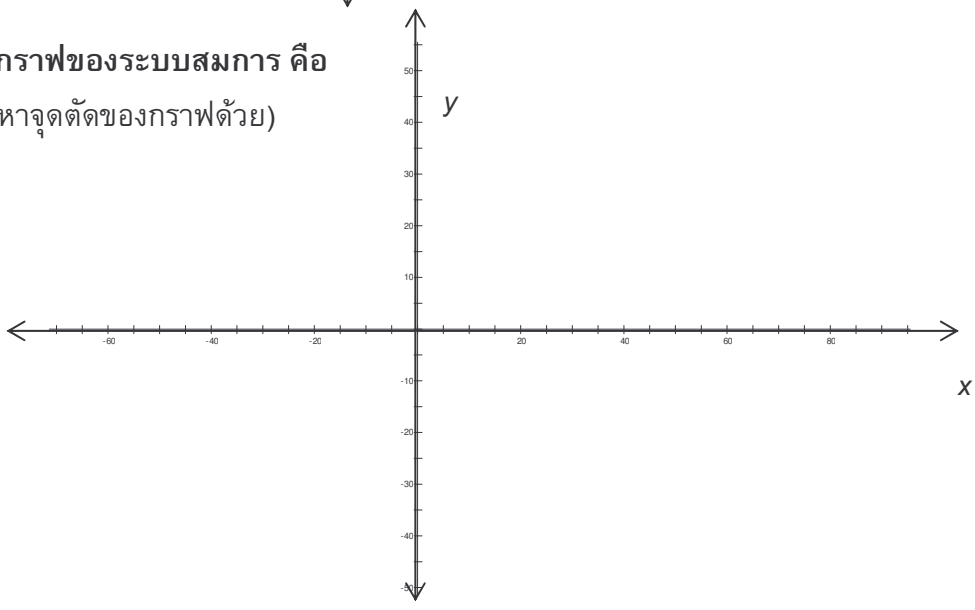
กราฟของอสมการที่ (3) ได้ดังรูป




กราฟของอสมการที่ (4) ได้ดังรูป



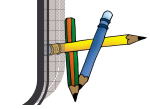

**ดังนั้นได้กราฟของระบบสมการ คือ**
(พร้อมทั้งหาจุดตัดของกราฟด้วย)



## ใบกิจกรรมที่ 3 กราฟของระบบอสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

◎ จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้



**คำสั่ง: จงเขียนกราฟของระบบอสมการต่อไปนี้**

1.

$$3x - 7y \geq -21 \quad \text{.....( 1 )}$$

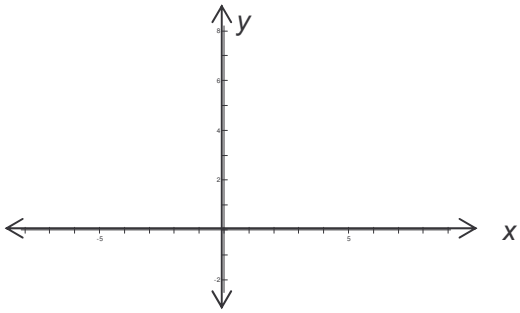
$$x + 3y \geq 6 \quad \text{.....( 2 )}$$

$$x \geq 0 \quad \text{.....( 3 )}$$

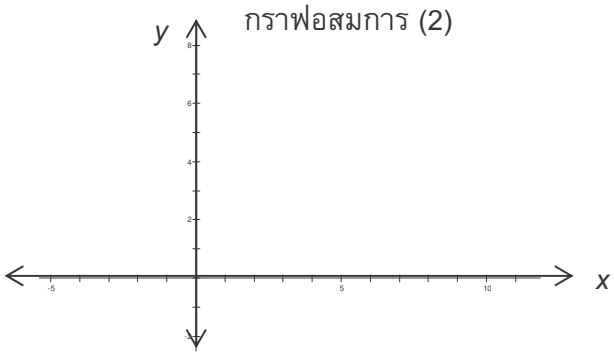
$$y \geq 0 \quad \text{.....( 4 )}$$

**วิธีทำ** สามารถเขียนกราฟของอสมการข้างต้นได้ดังนี้

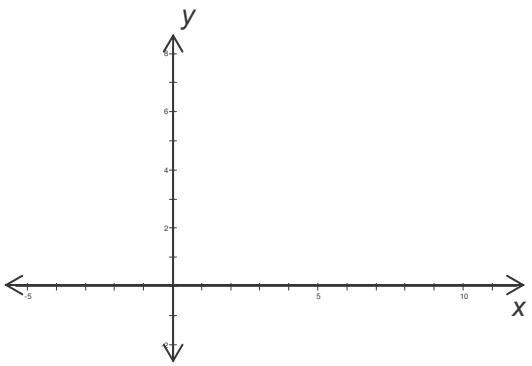
กราฟอสมการ (1)



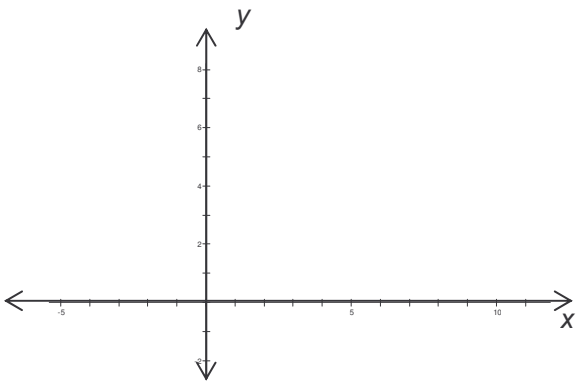

กราฟอสมการ (2)



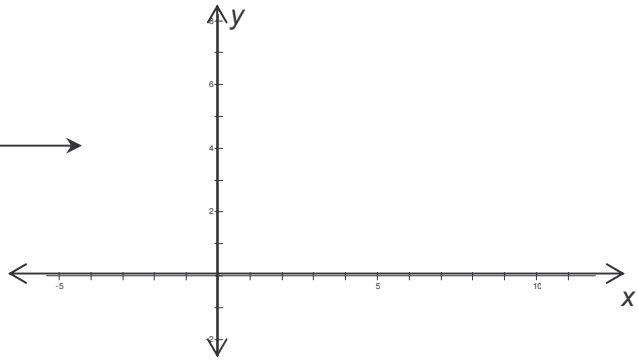

กราฟอสมการ (3)




กราฟอสมการ (4)




กราฟของระบบอสมการ คือ
(พร้อมทั้งระบุจุดตัดของกราฟ)



**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยกราฟ**
**เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร**

☺ จุดประสงค์การเรียนรู้

1) หาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีกราฟได้

## 2.3 การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

การหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ที่จะกล่าวต่อไปนี้เป็นการหาค่าสูงสุดและต่ำสุดของปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยกราฟ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** Maximize $Z = 3x + 2y$

ภายใต้เงื่อนไข

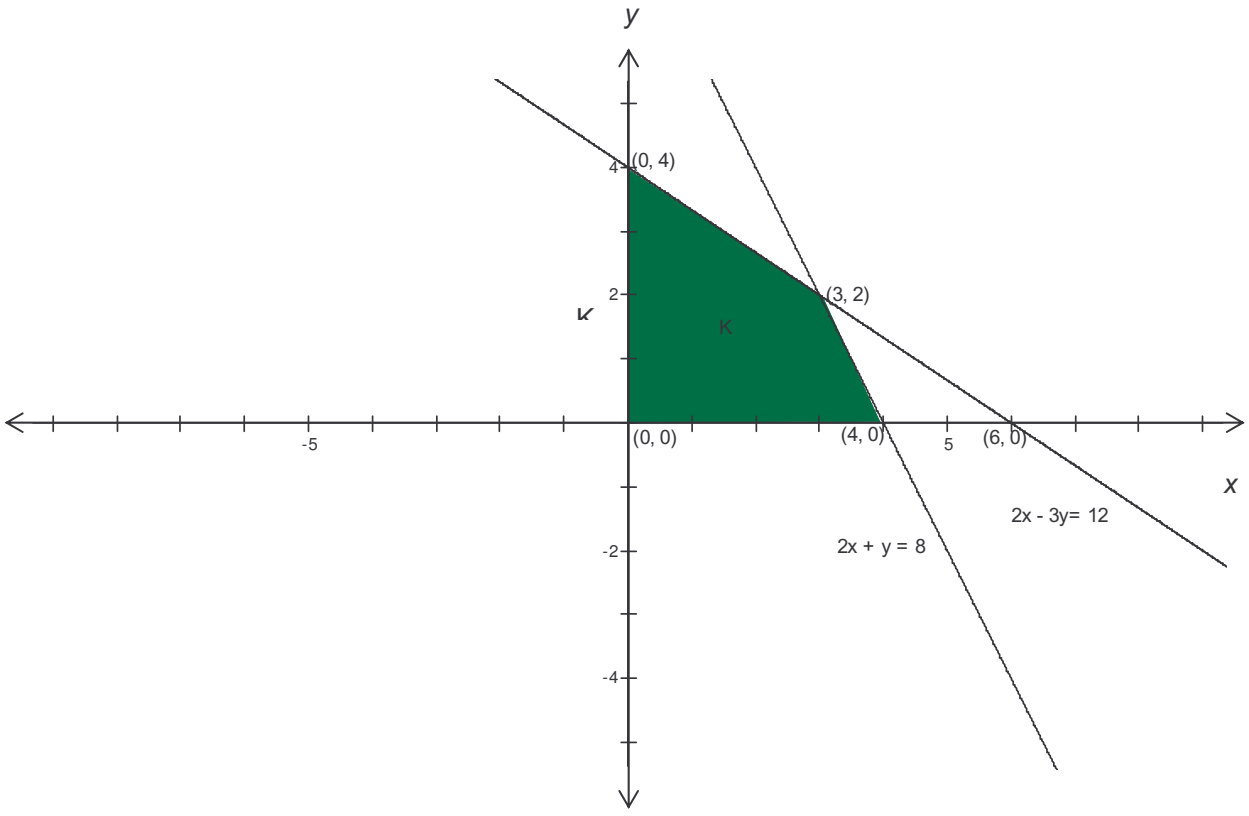
$$2x + 3y \le 12$$

$$2x + y \le 8$$

$$x \ge 0$$

$$y \ge 0$$

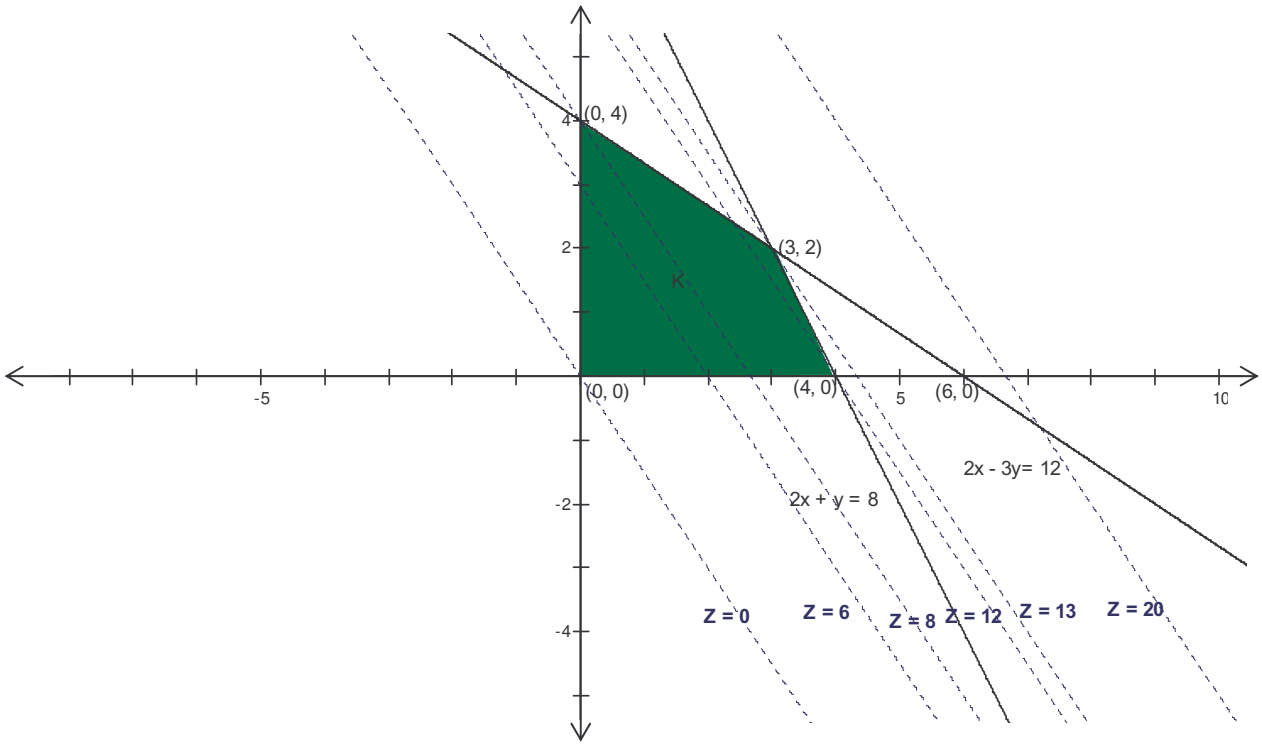
เขียนกราฟอสมการเงื่อนไข ได้ดังรูป



กราฟของระบบอสมการเชิงเส้นเงื่อนไขคือบริเวณที่แรเงา (บริเวณ K) นั่นคือ แต่ละจุดในบริเวณ K มีโอกาสที่จะทำให้ $Z$ สูงสุดได้ จึงเรียกแต่ละจุดใน K ว่าเป็น **ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้** (Feasible Solution) ของปัญหา และเรียก K ว่า **บริเวณของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้** (Feasible Solution Region) เพราะฉะนั้นจุดประสงค์ คือ หาจุดใน K ที่จะทำให้ค่า $Z$ สูงที่สุด (หรือต่ำที่สุด) ซึ่งจะเรียกจุดที่ให้ค่า Z มีค่าสูงสุด (หรือต่ำสุด) ว่า **ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด** (Optimal Solution)

ตามที่กล่าวมาแล้วว่าจุดแต่ละจุดใน K มีโอกาสเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาข้างต้น ดังนั้นถ้าเราสามารถนำจุดทุกจุดใน K มาคำนวณค่า $Z$ ได้ ก็จะสามารถบอกได้ว่าจุดใดเป็นจุดที่ให้ค่า $Z$ สูงที่สุด แต่ในทางปฏิบัติเราทำเช่นนั้นไม่ได้เพราะจำนวนจุดใน K เป็นจำนวนอนันต์ ดังนั้นวิธีดังกล่าวจึงใช้ไม่ได้ผล

จากตัวอย่างที่ 1 วัตถุประสงค์ของปัญหาคือ การหาค่า $x$ และ $y$ ที่ทำให้ค่า $Z$ มีค่ามากที่สุด แต่ต้องอยู่ภายใต้เงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ ดังนั้นถ้าเราลากเส้นฟังก์ชันจุดประสงค์ ดังรูป A




**รูป A**

พิจารณาค่าของ $Z$ เมื่อกำหนดให้ $Z$ เป็นค่าคงตัวใด ๆ ค่า $Z$ ที่ต่างกันทำให้ได้กราฟของฟังก์ชันจุดประสงค์ที่ขนานกันขึ้นชุดหนึ่ง จากรูปจะเห็นว่า

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| เมื่อ | $Z = 0$ | นั่นคือ | $3x+2y=0$ | เมื่อ $Z = 12$ | นั่นคือ $3x+2y=12$ |
| เมื่อ | $Z = 6$ | นั่นคือ | $3x+2y=6$ | เมื่อ $Z = 13$ | นั่นคือ $3x+2y=13$ |
| เมื่อ | $Z = 8$ | นั่นคือ | $3x+2y=8$ | เมื่อ $Z = 20$ | นั่นคือ $3x+2y=20$ |

ดังนั้นจะเห็นว่าเมื่อเราเพิ่มค่า $Z$ ให้มีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ จะสังเกตเห็นว่าค่า $Z$ จะเลื่อนห่างจากจุดกำเนิดมากขึ้น และค่าของ $Z$ ก็จะเปลี่ยนไปโดยมีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ ตามไปด้วยและจะได้ค่าสูงที่สุดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ณ ตำแหน่งจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมซึ่งเป็นบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังรูป A

ซึ่งในที่นี้จะเห็นว่า จุด (3, 2) คือผลลัพธ์ที่ทำให้ค่า $Z$ ในฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงที่สุด ซึ่งเมื่อนำ (3, 2) แทนในฟังก์ชันจุดประสงค์จะได้ว่า $3(3)+2(2)=13$ ดังนั้นสรุปได้ว่าจากแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

Maximize $Z = 3x + 2y$

เงื่อนไขบังคับ

$$2x + 3y \le 12$$

$$2x + y \le 8$$

$$x, y \ge 0$$

จะได้ผลลัพธ์ คือ (3,2) ซึ่งทำให้ $Z$ มีค่าสูงสุดคือ 13 #

และจากรูป A จะเห็นว่ามีค่า $Z$ ที่มากกว่า 13 คือ 20 แต่พบว่าค่า $Z$ = 20 ไม่อยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังนั้นจึงไม่ใช่ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของกำหนดการเชิงเส้นนี้

พิจารณา **<u>ตัวอย่างที่ 2</u>** Maximize $Z = 2x + 3y$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ

$$2x + 3y \le 30$$

$$y - x \le 5$$

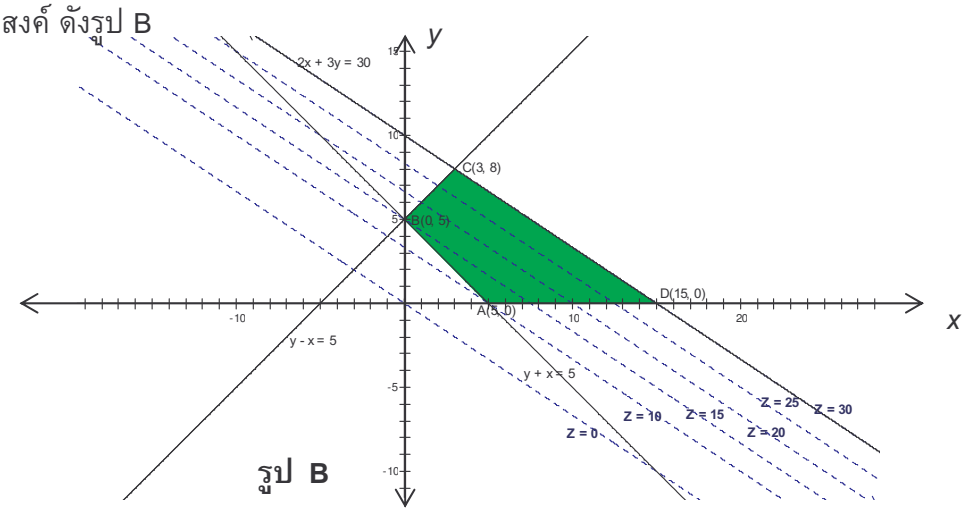
$$x + y \ge 5$$

$$x,\ y \ge 0$$

**วิธีทำ แก้ปัญหาด้วยการเขียนกราฟ**

เขียนกราฟของระบบสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไข จะได้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ S

เนื่องจาก วัตถุประสงค์ของปัญหาคือ การหาค่า $x$ และ $y$ ที่ทำให้ค่า $Z$ มีค่ามากที่สุด ภายใต้เงื่อนไขบังคับที่กำหนด ดังนั้นถ้าเราพิจารณาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดโดยการลากเส้นฟังก์ชันจุดประสงค์ ดังรูป B




**รูป B**

จากกราฟจะเห็นว่าจากการพิจารณาค่า $Z$ ที่มากที่สุดและอยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือ $Z$ =30 ซึ่ง เส้นของฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z$ = 30 ทับส่วนของเส้นตรง $\overline{CD}$ พอดี ซึ่งพบว่ามีจุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ที่เป็นที่ทำให้ $Z$ มีค่าสูงที่สุด ณ ขณะนี้คือ จุด C(3, 8) และจุด D(15, 0) เนื่องจากเส้นของฟังก์ชันจุดประสงค์ทับส่วนของเส้นตรง $\overline{CD}$ พอดี นั่นแสดงว่าทุกจุดใน $\overline{CD}$ ทำให้ $Z$ มีค่ามากที่สุด และค่ามากที่สุด คือ 30 โดยถ้าเรานำจุดทุกจุดใน $\overline{CD}$ ซึ่งได้แก่ $\{(x,y) \in R \times R / 2x+3y=30$ เมื่อ $3 \le x \le 15$ และ $0 \le y \le 8\}$ มาแทนในฟังก์ชันจุดประสงค์จะทำให้ได้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงที่สุด เช่น ถ้านำ จุด (3,8), (15,0), $(4, \frac{22}{3})$, ... แทนในฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z = 2x+3y$ จะได้ว่า

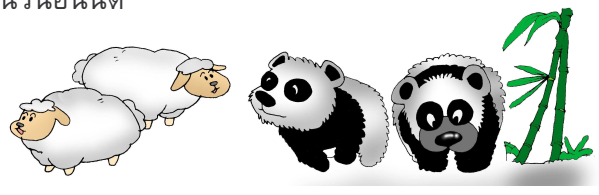
$$2(3)+3(8)=30$$
$$2(15)+3(0)=30$$
$$2(4)+3(\frac{22}{3})=30$$

ฯลฯ

ดังนั้น ในตัวอย่างนี้พบว่ามีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ที่ทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงที่สุด มีหลายผลลัพธ์ ซึ่งนั่นก็คือจุดทุกจุดใน $\overline{CD}$ ในตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดมีจำนวนอนันต์หรือ มีหลายผลลัพธ์นั่นเอง

**หมายเหตุ** จากตัวอย่างข้างต้น พบว่าถ้ามีผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้วผลลัพธ์ที่เหมะสมที่สุด จะเกิดขึ้น ณ **จุดมุม** ของรูปหลายเหลี่ยมซึ่งเป็นบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เสมอ และเป็นไปตามทฤษฎีต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 1.1** ถ้าปัญหากำหนดการเชิงเส้นมีผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดเพียง 1 ผลลัพธ์ แล้วผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดดังกล่าวจะเกิดขึ้น ณ จุดมุมของรูปหลายเหลี่ยมซึ่งเป็นบริเวณของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เสมอ นอกจากนั้นถ้าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงที่สุดหรือต่ำที่สุด ณ จุดมุมสองจุดซึ่งมีแขนมุมร่วมกันแล้วฟังก์ชันจุดประสงค์ จะมีค่าสูงที่สุดหรือต่ำที่สุด ณ จุดทุกจุดบนส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมจุดมุมทั้งสองนั้น ในกรณีเช่นนี้เรากล่าวว่า ปัญหากำหนดการเชิงเส้นมีผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด เป็นจำนวนอนันต์



**ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรที่กำหนดให้ด้วยวิธีกราฟได้

**คำสั่ง :** จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น สองตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้โดยวิธีกราฟ

1. Minimize $Z = 9x + 15y$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ $3x + 4y \geq 24$

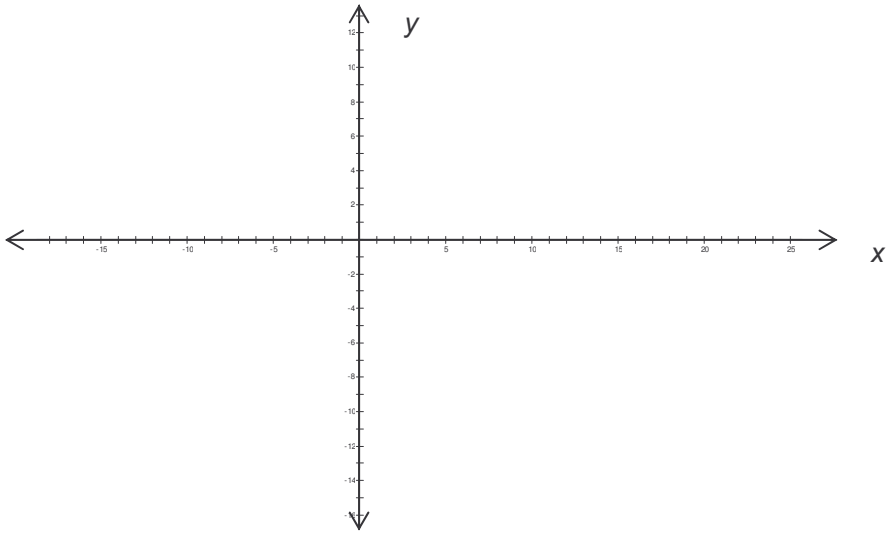
$x + 3y \geq 9$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

**วิธีทำ แก้ปัญหาด้วยการเขียนกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับ จะได้บริเวณของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังรูป




จุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ได้แก่ .....

**ตรวจสอบจุดมุม**

นำจุดมุมแต่ละจุดแทนค่าในฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z = 9x + 15y$ ได้ดังนี้

| | |
|---|---|
| | |

ดังนั้นจุดมุมที่ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด คือ.....ที่ทำให้ค่า Z ต่ำที่สุด เท่ากับ.....

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ**

**เรื่องลักษณะของผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) หาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดของของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรที่กำหนดให้ด้วยวิธีกราฟได้

2) บอกลักษณะของผลลัพธ์จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีกราฟได้

## 2.4 ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

ให้นักเรียนศึกษาลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น สองตัวแปร ด้วยวิธีกราฟ จากตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** Maximize $Z = 3x + y$

ภายใต้เงื่อนไขบังคับ

$$2x + y \le 20$$

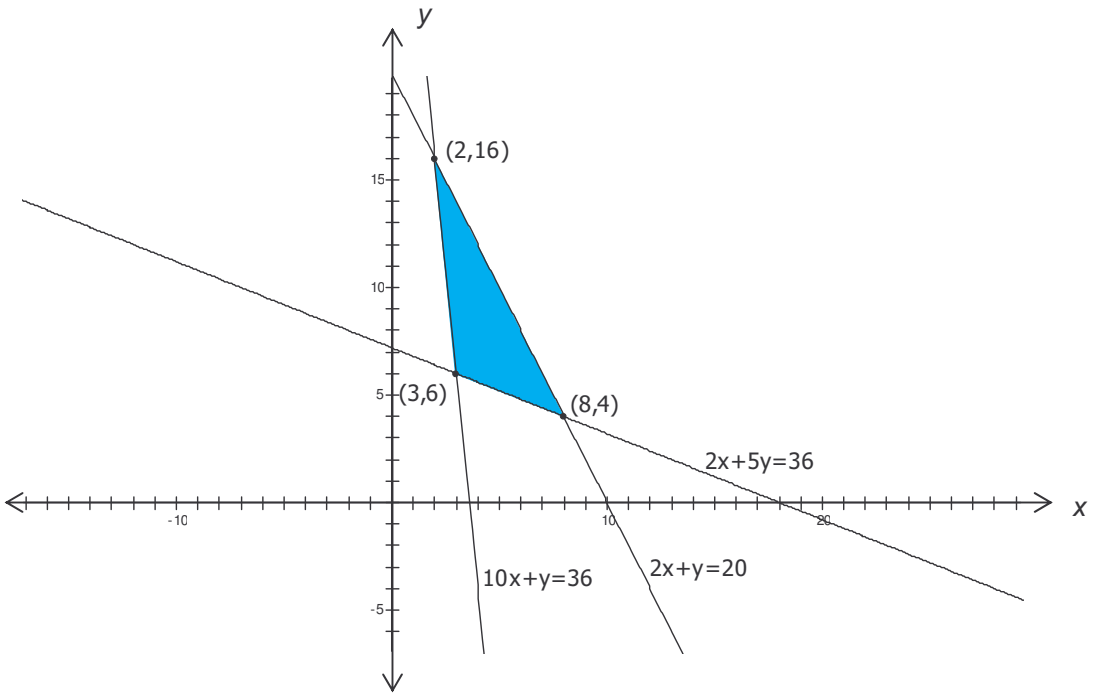
$$10x + y \ge 36$$

$$2x + 5y \ge 36$$

$$x, y \ge 0$$

**วิธีทำ แก้ปัญหาด้วยการเขียนกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับ จะได้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังรูป




จุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ได้แก่ (3, 6), (2, 16), (8, 4)

**ตรวจสอบจุดมุม**

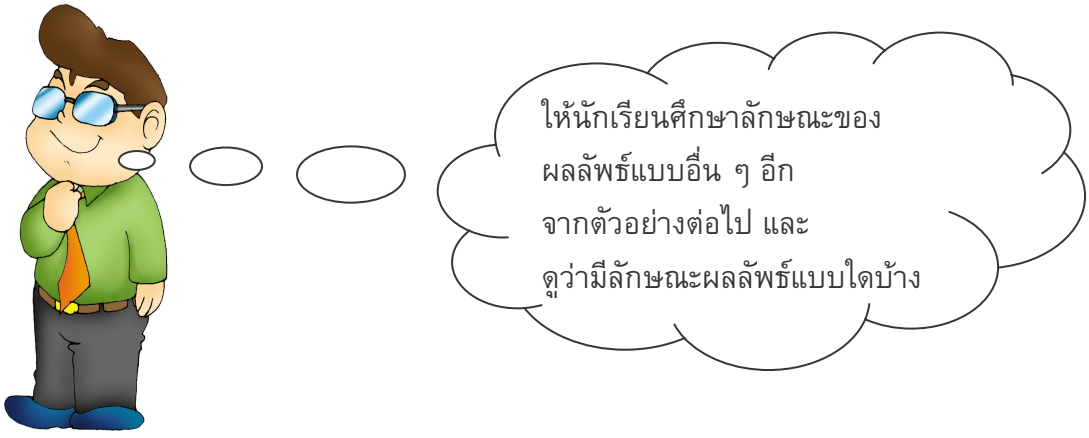
นำจุดมุมแต่ละจุดแทนค่าในฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z = 3x + y$ ได้ดังนี้

| จุดมุม | $Z = 3x + y$ |
|---|---|
| (3, 6) | $3(3) + (6) = 15$ |
| (2, 16) | $3(2) + (16) = 22$ |
| (8, 4) | $3(8) + (4) = 28$ |

ดังนั้นจุดที่ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด คือ จุด (8, 4) ที่ทำให้ค่า $Z$ สูงที่สุด เท่ากับ 28

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าเป็นกำหนดการเชิงเส้นที่สามารถหาค่าสูงที่สุดและสามารถหาค่าต่ำที่สุดได้ และมีผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดเพียงค่าเดียว
**นั่นคือ ลักษณะผลลัพธ์ที่มีผลลัพธ์เหมาะสมที่สุด (ค่าสูงที่สุดหรือค่าต่ำที่สุด) มีเพียงผลลัพธ์เดียว**

**<u>ข้อสังเกต</u>** จะเห็นว่ากราฟของกำหนดการเชิงเส้นในตัวอย่างที่ 1 เป็นกราฟที่มีขอบเขต (Bounded) ซึ่งพบว่าสามารถหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดได้



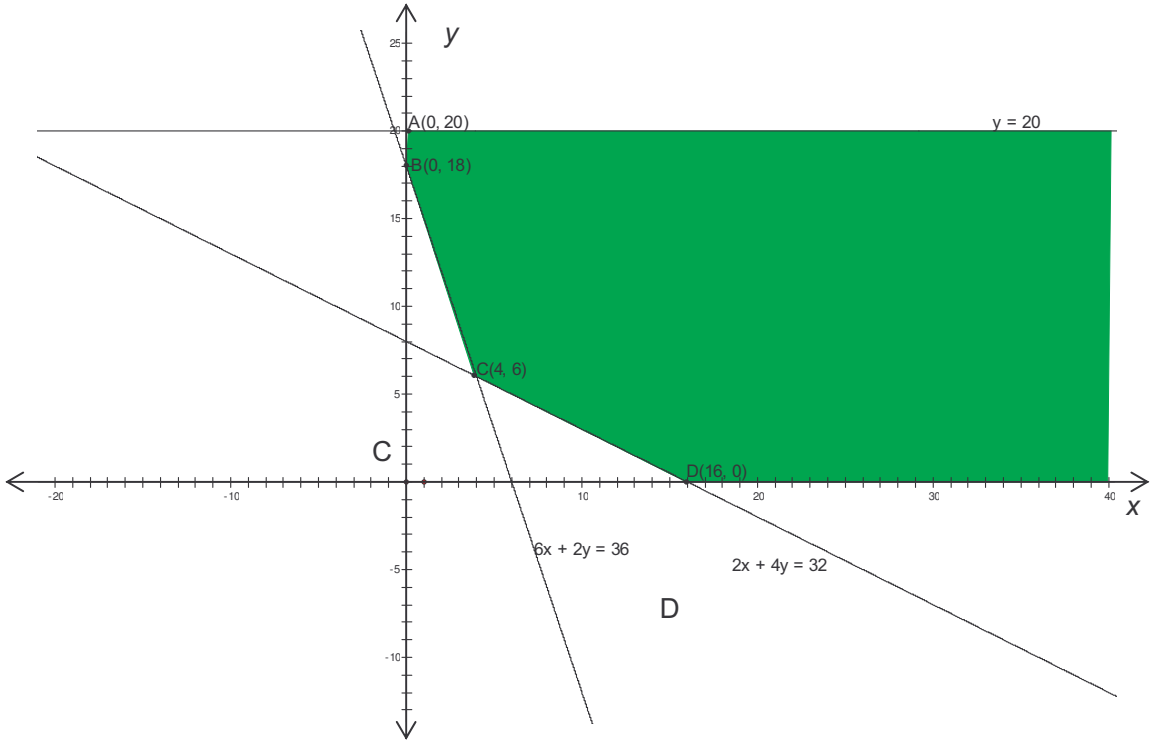
**ตัวอย่างที่ 2** Minimize $Z = 10x + 20y$

ภายใต้เงื่อนไข

$$6x + 2y \geq 36$$
$$2x + 4y \geq 32$$
$$y \leq 20$$
$$x, y \geq 0$$

**วิธีทำ แก้ปัญหาด้วยการเขียนกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นของเงื่อนไขบังคับ ได้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังรูป




จุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ได้แก่ A(0, 20), B(0, 18), C(4, 6), D(16, 0)

**ตรวจสอบจุดมุม**

นำจุดมุมแต่ละจุดแทนค่าในฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z = 10x + 20y$ ได้ดังนี้

| จุดมุม | $Z = 10x + 20y$ |
|---|---|
| A(0, 20) | 10(0) + 20(20) = 400 |
| B(0, 18) | 10(0) + 20(18) = 360 |
| C(4, 6) | 10(4) + 20(6) = 160 |
| D(16, 0) | 10(16) + 20(0) = 160 |

ดังนั้นจะเห็นว่าค่า Z ที่ต่ำสุดเท่ากับ 160 ณ จุด C(4, 6), D(16, 0) ซึ่งเป็นมุมที่มีแขนของมุมร่วมกัน ดังนั้น จุดทุกจุดบน $\overline{CD}$ จะทำให้ค่า Z ต่ำสุดเท่ากับ 160 **จะเห็นว่าผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดมีผลลัพธ์เป็นจำนวนอนันต์หรือมีหลายผลผลัพธ์ นั่นเอง**

**ข้อสังเกต**

จะเห็นถ้าผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดเกิดขึ้น ณ สองจุดมุมใดๆ ของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ และแขนของมุมทั้งสองที่ร่วมกัน จะได้ว่าทุกจุดที่อยู่ในส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมกันระหว่างจุดมุมทั้งสอง(แขนที่ร่วมกันของมุมทั้งสอง)เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด กรณีนี้ **สรุปได้ว่า ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดมีหลายผลลัพธ์**

**ตัวอย่างที่ 3** Minimize $Z = 2x + 3y$

ภายใต้เงื่อนไข

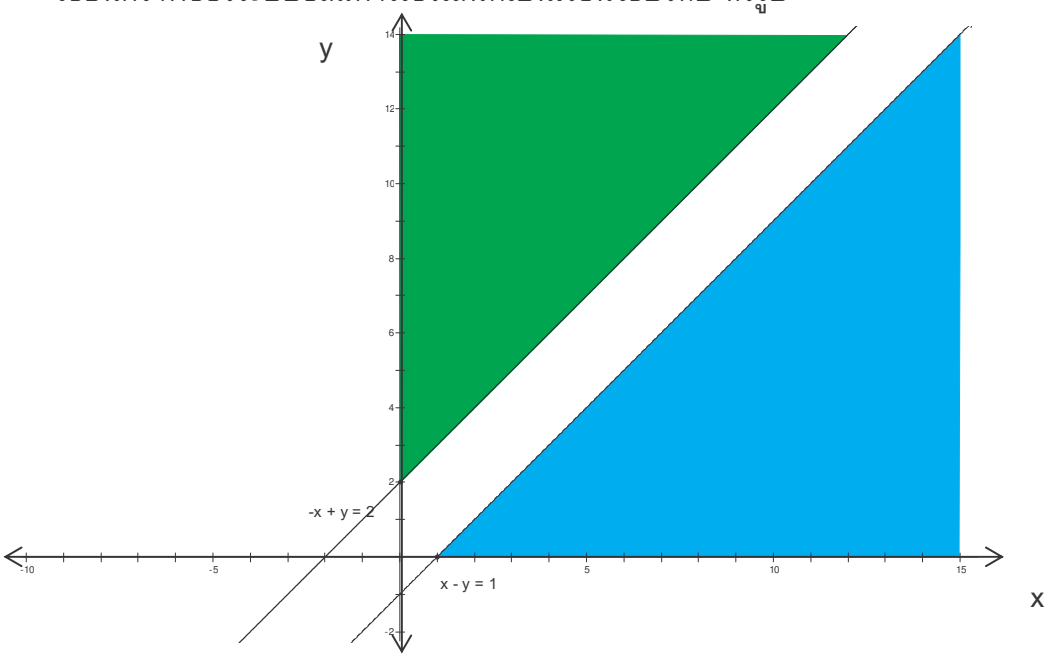
$$-x + y \geq 2$$

$$x - y \geq 1$$

$$x, y \geq 0$$

**วิธีทำ แก้ปัญหาด้วยการเขียนกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับ ดังรูป




จากกราฟจะเห็นว่าไม่มีบริเวณร่วมกันของกราฟทั้งสอง นั่นคือ อินเตอร์เซกชันของกราฟอสมการเท่ากับเซตว่าง แสดงว่ากำหนดการเชิงเส้นไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ดังนั้นจึงไม่มีผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด **** **แสดงว่าไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้** *****

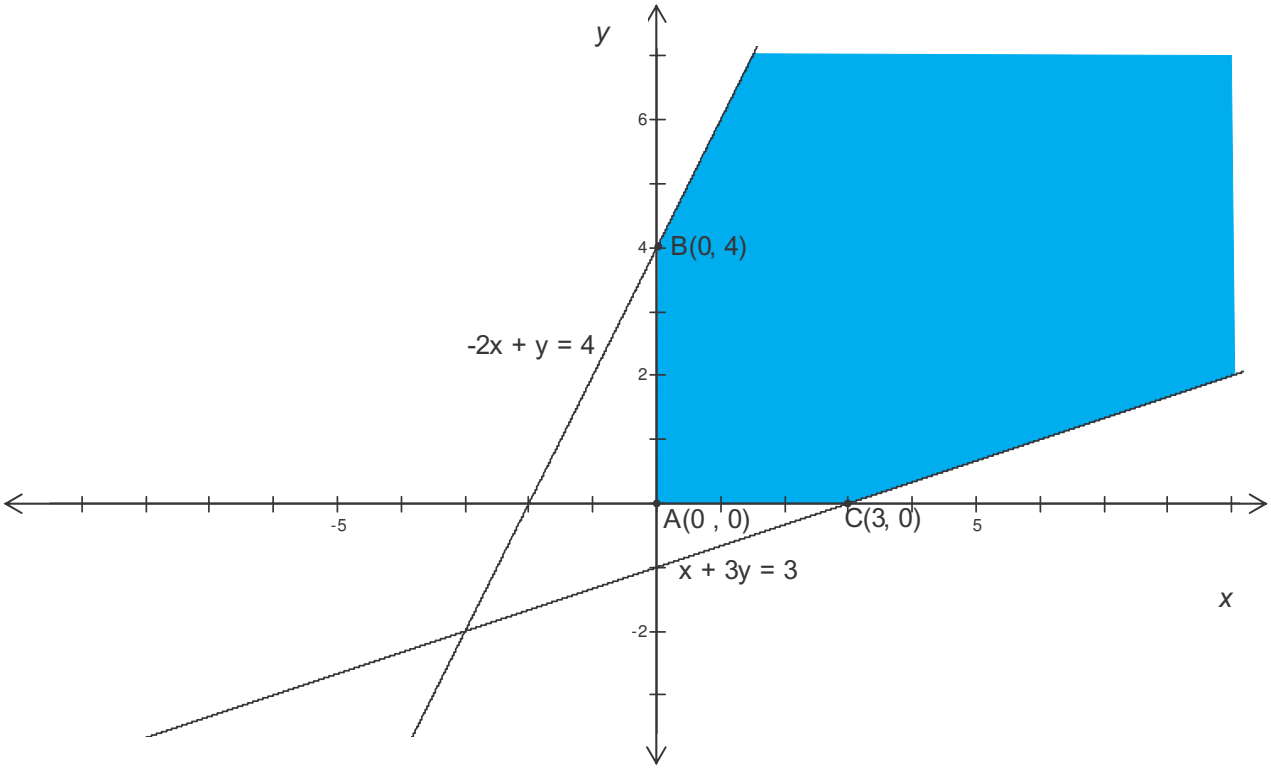
**ตัวอย่างที่ 4** Maximize $Z = x + 2y$

ภายใต้เงื่อนไข

$$-2x + y \le 4$$
$$x - 3y \le 3$$
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$

**วิธีทำ แก้ปัญหาด้วยการเขียนกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับ จะได้บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ดังรูป




จากรูป จะได้ว่าบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไม่มีขอบเขต (Unbounded) กล่าวคือ $x$ และ $y$ จะเป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบใด ๆ ก็ได้ ดังนั้นจะได้ว่า จำนวนจริงที่ไม่เป็นลบ $x$ และ $y$ จะมีค่ามากเพียงใดก็ได้ ซึ่งทำให้ค่า $Z$ มีค่าสูงขึ้นอย่างไม่มีขอบเขตตามจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบ $x$ และ $y$ ดังนั้นปัญหาในตัวอย่างนี้จึงเป็นปัญหา ที่ **ผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต** เนื่องจากไม่สามารถหาค่าสูงสุดของ $Z$ ได้

**ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ด้วยวิธีกราฟ**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟได้

2) บอกลักษณะของผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้นจากการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟได้

**คำสั่ง :** จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นสองตัวแปรด้วยวิธีกราฟและบอกลักษณะผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้นแต่ละข้อต่อไปนี้

1. Maximize $Z = 2x + 3y$

ภายใต้เงื่อนไข $2x + y \geq 10$

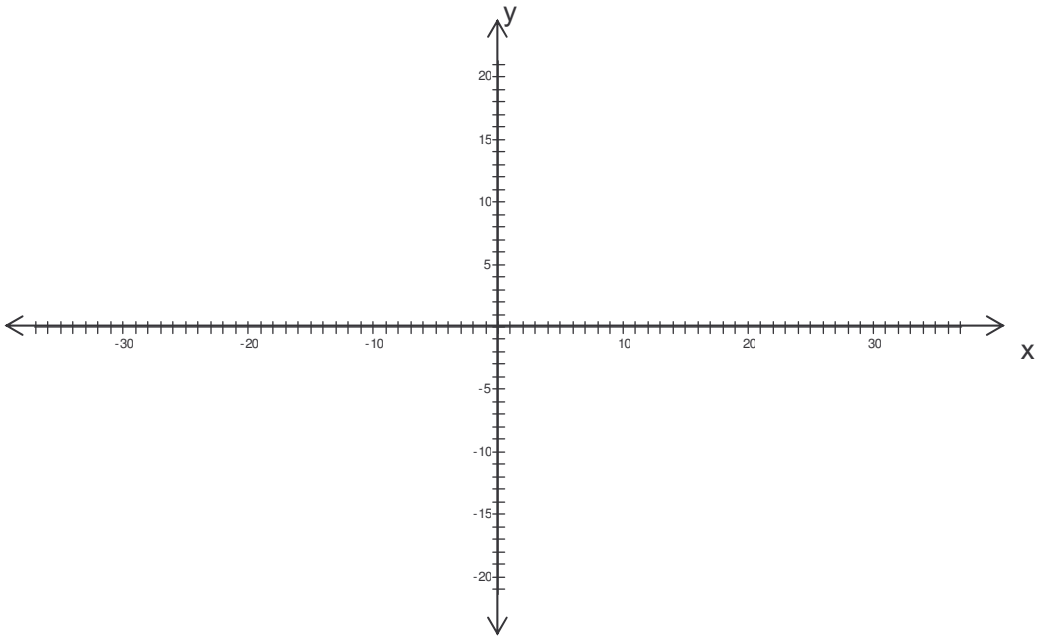
$x + 2y \geq 8$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

**วิธีทำ แก้ปัญหาด้วยการเขียนกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับ ดังรูป




.....

.....

.....

.....

**หน่วยการเรียนรู้ที่ 2: การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ**
**เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร**
จุดประสงค์การเรียนรู้
1) แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟได้

## 2.5 แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร

จากที่กล่าวมาแล้วว่ากำหนดการเชิงเส้นมีประโยชน์ในการแก้ปัญหาการจัดสรรทรัพยากรหรือปัจจัยต่าง ๆ ที่มีอยู่เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดในการดำเนินการ หรือกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งอาจเกี่ยวกับการผลิต การเกษตร การอุตสาหกรรม การโภชนาการ การเลือกสื่อโฆษณา ฯลฯ และการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นนั้นต้องเริ่มต้นด้วยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ปัญหาให้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากนั้นจึงหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาด้วยวิธีการต่างๆ ซึ่งในชุดการเรียนนี้จะกล่าวถึงวิธีการหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยวิธีการ 2 วิธี คือ การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟ และอีกวิธีหนึ่งคือ วิธีซิมเพล็กซ์ โดยอันดับแรกนี้เราจะกล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟก่อน และ จะกล่าวถึงการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ในลำดับต่อไป

ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** โรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งผลิตสินค้า 2 ชนิด คือ ชนิด A และชนิด B โดยสินค้าชนิด A แต่ละชิ้นใช้เวลาในการผลิตขั้นต้น 2 นาที และขั้นที่สอง 1 นาที และขายได้กำไรชิ้นละ 40 บาท สินค้าชนิด B แต่ละชิ้นใช้เวลาในการผลิตขั้นต้น 1 นาที และขั้นที่สอง 2 นาที และขายได้กำไรชิ้นละ 50 บาท เครื่องจักรในการผลิตขั้นต้นและขั้นที่สองทำงานได้วันละไม่เกิน 10 และ 11 ชั่วโมง ตามลำดับ จงหาว่าโรงงานแห่งนี้ควรจะผลิตสินค้าชนิด A และ B ชนิดละกี่ชิ้นในแต่ละวัน จึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรมากที่สุดเท่าไร

**วิธีทำ** **ขั้นที่1** ทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อพิจารณาและจำแนกสถานการณ์ ได้ดังนี้

1. ส่วนจุดประสงค์ - กำไรจากการผลิตสินค้า
2. ส่วนเงื่อนไข - เวลาในการผลิต ขั้นต้น
   - เวลาในการผลิตขั้นที่สอง
3. สิ่งโจทย์ต้องการทราบ - ควรผลิตสินค้าชนิด A และชนิด B ชนิดละกี่ชิ้นในแต่ละวัน

**หมายเหตุ**

ในแต่ละเงื่อนไข หน่วยของอัตราการใช้ทรัพยากรและปริมาณทรัพยากรที่มีอยู่จะต้องมีหน่วยเท่ากัน (นั่นคือ $a_{ij}$ และ $b_i$ ในแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น ต้องมีหน่วยเหมือนกัน)

**ขั้นที่2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์ ดังนี้

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | สินค้าชนิด A | สินค้าชนิด B | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข** | | | |
| เวลาในการผลิตขั้นต้น (นาที) | 2 | 1 | 10 x 60 = 600 |
| เวลาในการผลิตขั้นที่สอง (นาที) | 1 | 2 | 11 x 60 = 660 |
| **ส่วนจุดประสงค์** | | | |
| กำไร | 40 | 50 | - |

ให้ $x$ แทน จำนวนของสินค้าชนิด A ที่ผลิตในแต่ละวัน

$y$ แทน จำนวนของสินค้าชนิด B ที่ผลิตในแต่ละวัน

$Z$ แทน กำไรจากการขายสินค้าทั้งสองชนิดในแต่ละวัน

ฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z = 40x + 50y$

เงื่อนไข/ข้อจำกัด

$$2x + y \leq 600$$

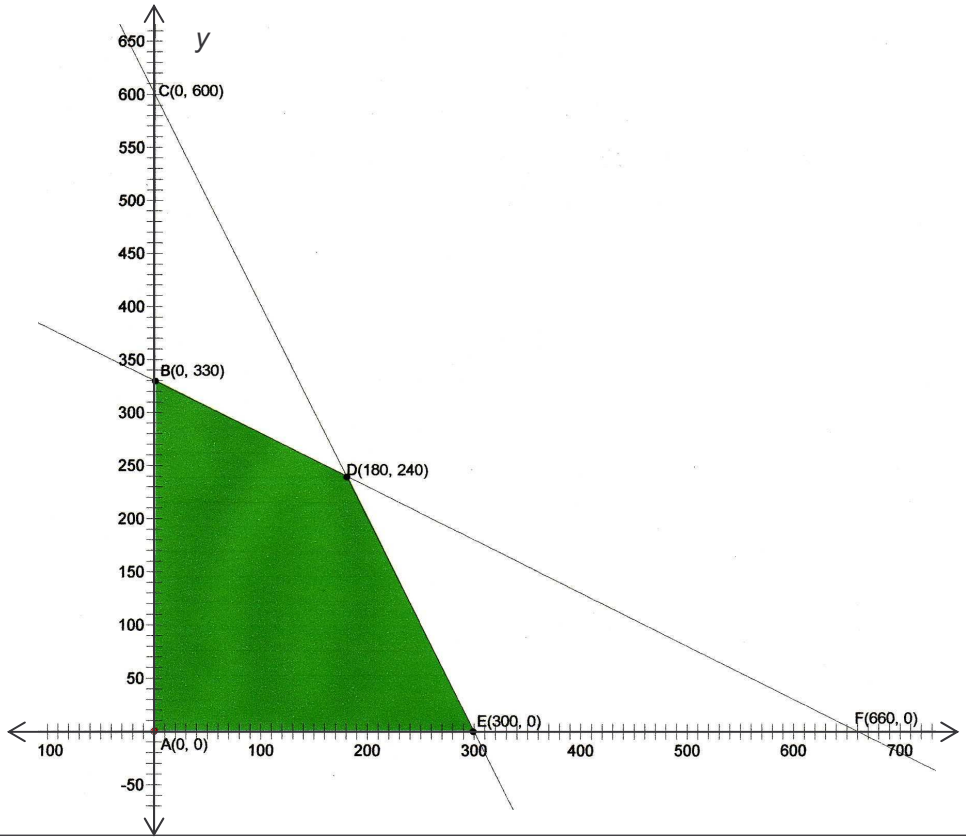
$$x + 2y \leq 660$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับ ได้ดังรูป



**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบจุดมุม**

จุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ได้แก่ A(0, 0) B(0,330) D(180, 240) และ E(300, 0)

| จุดมุม | $Z = 40x + 50y$ |
|---|---|
| A(0, 0) | $Z = 40(0) + 50(0) = 0$ |
| B(0,330) | $Z = 40(0) + 50(330) = 16{,}500$ |
| D(180, 240) | $Z = 40(180) + 50(240) = 19{,}200$ |
| E(300, 0) | $Z = 40(300) + 50(0) = 12{,}000$ |

จากตารางจะพบว่า Z มีค่าสูงที่สุดเท่ากับ 19,200 บาท เมื่อ $x$ = 180 และ $y$ = 240 แสดงว่า ถ้าต้องการกำไรมากที่สุดในแต่ละวันจะต้องผลิตสินค้าชนิด A จำนวน 180 ชิ้น และสินค้าชนิด B จำนวน 240 ชิ้น ซึ่งจะได้กำไรมากที่สุด 19,200 บาท

**ใบกิจกรรมที่ 6 เรื่องการแก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) ) แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาของกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปรด้วยวิธีกราฟได้

**คำสั่ง :** จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น สองตัวแปรในแต่ละข้อต่อไปนี้โดยใช้กราฟ

1) ผู้จัดการบริษัทแห่งหนึ่งต้องการซื้อตู้เอกสารจำนวนหนึ่ง โดยสอบถามตู้เก็บเอกสารสองชนิด คือชนิด A และ B ตู้เก็บเอกสาร ชนิด A ราคาตู้ละ 1,000 บาท ใช้พื้นที่วางตู้ 6 ตารางฟุต และเก็บเอกสารได้จุ 10 ลูกบาศก์ฟุต ในขณะที่ตู้เก็บเอกสารชนิด B ราคาตู้ละ 2,000 บาท ใช้พื้นที่วางตู้ 8 ตารางฟุต และเก็บเอกสารได้จุ 12 ลูกบาศก์ฟุตถ้าผู้จัดการผู้นี้มีงบประมาณในการซื้อตู้เก็บเอกสารไม่เกิน 14,000 บาท และมีพื้นที่วางตู้ไม่เกิน 72 ตารางฟุต จงหาว่าเขาควรซื้อตู้เอกสารชนิดละกี่ตู้จึงจะเก็บเอกสารได้มากที่สุด

**วิธีทำ** **ขั้นที่1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อพิจารณาและจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

ส่วนจุดประสงค์.....

.....

. ส่วนเงื่อนไข .....

.....

.....

สิ่งโจทย์ต้องการทราบ .....

.....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์ ได้ดังนี้

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | ..... | ..... | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข** | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| **ส่วนจุดประสงค์** | | | |
| ..... | ..... | ..... | - |

ให้ ..... แทน .....

..... แทน .....

..... แทน .....

ดังนั้นได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไข/ข้อจำกัด

.....

.....

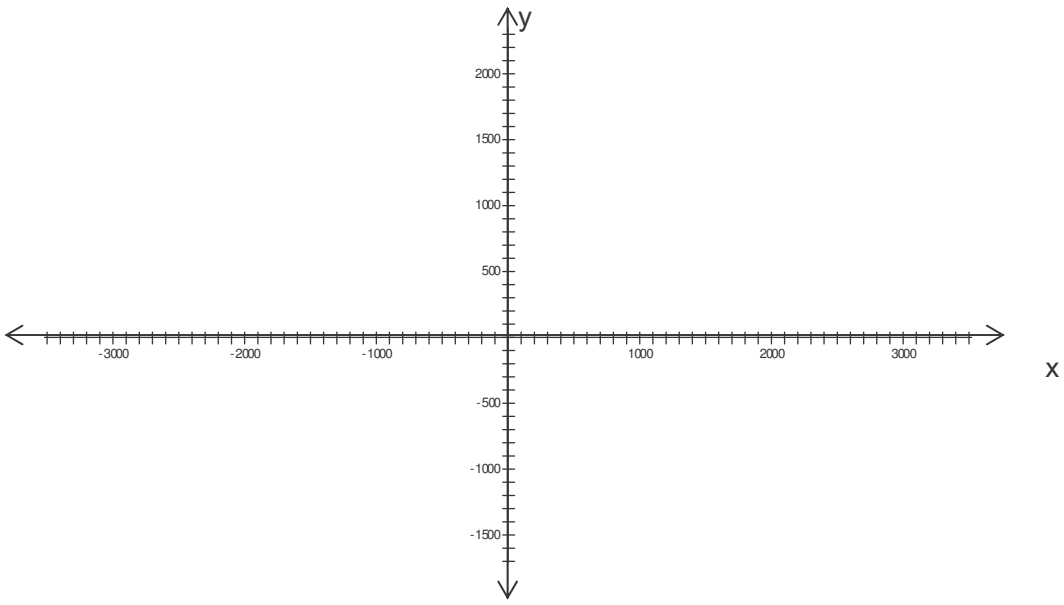
.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไข/ข้อจำกัด ได้ดังรูป




**ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ**

**ตรวจสอบจุดมุม**

| **จุดมุม** | $Z$ = ..... |
|---|---|
| | |

สรุปผลที่ได้จากตาราง.....

.....

2) บริษัทไทยอิเล็กทรอนิกส์ ผลิตเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสองรุ่น คือ รุ่นพิเศษและรุ่นธรรมดา ในการผลิตรุ่นพิเศษแต่ละเครื่องจำเป็นต้องใช้เหล็กจำนวน 4 กิโลกรัมและใช้เวลาในการผลิต 4 ชั่วโมง สำหรับรุ่นธรรมดาแต่ละเครื่องจำเป็นต้องใช้เหล็กจำนวน 3 กิโลกรัมและใช้เวลาในการผลิต 2 ชั่วโมง เครื่องกำเนิดไฟฟ้ารุ่นพิเศษและรุ่นธรรมดาเมื่อนำไปขายแล้วจะได้กำไรเครื่องละ 6,500 บาท และ 3,000 บาท ตามลำดับ ถ้าบริษัทนี้มีเหล็กจำนวนไม่เกิน 1,500 กิโลกรัม และบริษัทมีเวลาในการผลิต ไม่เกิน 1,200 ชั่วโมง จงหาว่าบริษัทนี้ควรจะผลิตเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละรุ่นจำนวนเท่าใด จึงจะได้ผลกำไรมากที่สุดและได้กำไรมากที่สุดจำนวนเท่าใด

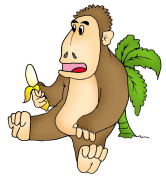
**วิธีทำ** **ขั้นที่1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อวิเคราะห์และจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

1. ส่วนจุดประสงค์.....
   .....
2. ส่วนเงื่อนไข .....
   .....
   .....
3. สิ่งโจทย์ต้องการทราบ .....
   .....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | ..... | ..... | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข** | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| **ส่วนจุดประสงค์** | | | |
| ..... | ..... | ..... | - |

ให้ ..... แทน .....
..... แทน .....
..... แทน .....



ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

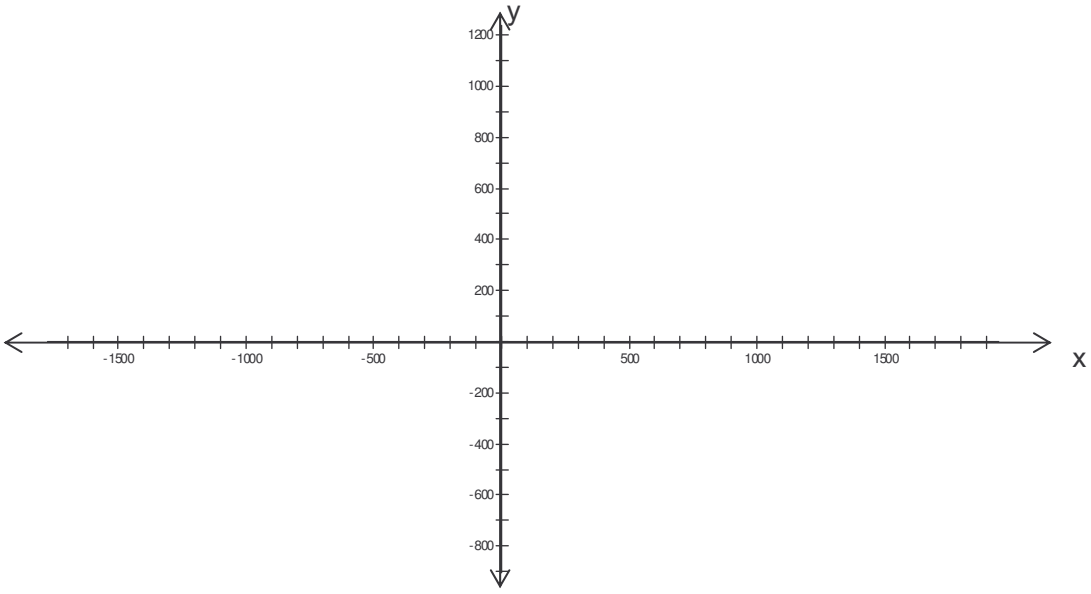
.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นที่เป็นเงื่อนไขบังคับ ได้ดังรูป




**ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ**

| **จุดมุม** | $Z$ = ..... |
|---|---|
| | |

สรุปผลที่ได้จากตาราง.....

.....

.....

.....

**หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**
**เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับศัพท์และแนวคิดเบื้องต้นของวิธีซิมเพล็กซ์
2) เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้
3) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้

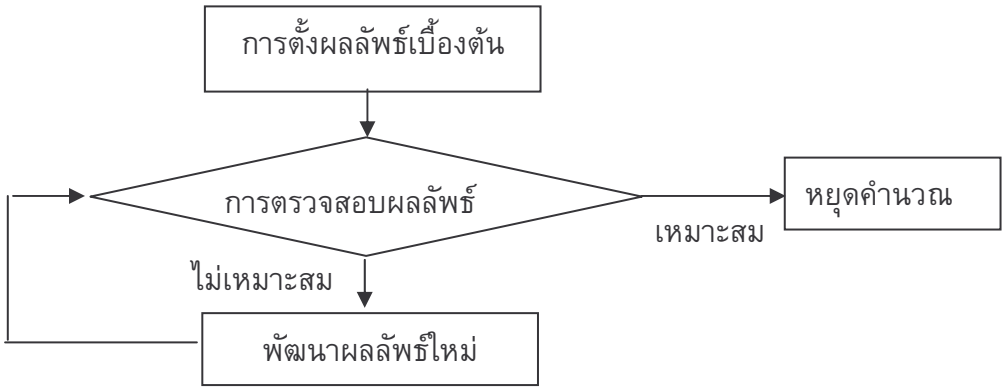
## 3.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์

การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่ผ่านมาเราสามารถกระทำได้โดยใช้กราฟ ซึ่งเป็นวิธี ที่สามารถทำได้ง่ายและมีความชัดเจนสำหรับกรณีที่กำหนดการเชิงเส้นมีตัวแปร 2 ตัวแปร แต่ถ้าเราต้องการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร การแก้ปัญหาโดยใช้กราฟจะทำได้ค่อนข้างยากหรืออาจทำไม่ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยวิธีอื่นในการแก้ปัญหา

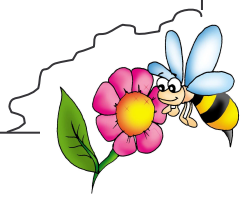
วิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปรได้ดีวิธีหนึ่ง คือ วิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งเป็นวิธีที่ถูกคิดค้นโดย George B. Dantzig ในปี ค.ศ. 1947 ในราวสมัยสงครามโลกครั้งที่ 2 ซึ่งระเบียบวิธีในการปฏิบัติของวิธีซิมเพล็กซ์ตามที่ George B. Dantzig ได้พัฒนาขึ้นมานั้นเป็นการลดผลลัพธ์ที่มีอยู่มากมายนับไม่ถ้วน ให้เหลือผลลัพธ์เท่าที่จะเป็นไปได้ โดยอาศัยวิธีทางพีชคณิตและความรู้เกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการตามแถวของเมทริกซ์ ช่วยในการหา ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด โดยแนวคิดของวิธีซิมเพล็กซ์ถ้าอธิบายในเชิงเรขาคณิต หรือการแก้ปัญหาด้วยกราฟ ก็คือการหาผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของกำหนดการเชิงเส้นโดยเริ่มจากการกำหนดจุดมุมจุดหนึ่งของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เป็นจุดเริ่มต้น จากนั้นเคลื่อนย้ายจุดไปยังจุดมุมที่อยู่ประชิดกันถัดไปเรื่อย ๆ ซึ่งเป็นจุดที่จะทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้นกว่าเดิม การเคลื่อนย้ายจุดมุม ที่อยู่ประชิดกันหรือถัดไปจะดำเนินไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งถึงจุดมุมที่ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้การคำนวณแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนหลัก ๆ ดังนี้

1. การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น
2. การตรวจสอบผลลัพธ์
3. การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่

สามารถเขียนแผนผังขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ดังนี้



เพื่อเป็นการเตรียมความพร้อมในการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ในชุดการเรียนนี้จะขออธิบายสิ่งที่เกี่ยวข้องหรือศัพท์บางอย่างเพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และจะได้นำไปใช้ประโยชน์ในการดำเนินการแก้ปัญหาในลำดับต่อไปและจากนั้นจึงจะอธิบายขั้นตอนการคำนวณอย่างละเอียดทีละขั้นตอน ทั้งนี้จะเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ คือ ปัญหาที่มีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ เสียก่อน ทั้งปัญหาการหาค่าสูงสุดและปัญหาการหาค่าต่ำสุดแล้วจึงจะกล่าวถึงปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น รวมทั้งแสดงถึงลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ และสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ตามลำดับดังนี้



ก่อนอื่นให้นักเรียนศึกษาองค์ความรู้และศัพท์ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นดังต่อไปนี้

## 3.1 ศัพท์และความรู้เบื้องที่เกี่ยวกับวิธีซิมเพล็กซ์

### 1. ตัวแปรขาดและตัวแปรเกิน (Slack Variable and Surplus Variable)

โดยทั่วไป ๆ ไปการดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้สมการจะสะดวกกว่าอสมการมาก ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ก็เหมือนกันเราต้องเปลี่ยนรูปอสมการให้เป็นสมการก่อน ซึ่งก็คือการเปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq$ หรือเครื่องหมาย $\geq$ เป็นเครื่องหมาย $=$ ซึ่งการเปลี่ยนดังกล่าวเราสามารถทำได้โดยการเพิ่มตัวแปรชดเชยส่วนขาดหรือตัวแปรเพื่อชดเชยส่วนเกิน ตัวแปรดังกล่าวเรียกว่า **ตัวแปรขาด** และ **ตัวแปรเกิน**

**ตัวแปรขาด (Slack Variable)** คือตัวแปรที่ไม่เป็นจำนวนลบที่เพิ่มเข้าไปด้านซ้ายของสมการเพื่อเปลี่ยนเครื่องหมาย $\leq$ เป็นเครื่องหมาย $=$ เช่น $5x_1 + 2x_2 \leq 10$ สามารถเปลี่ยนเป็นสมการโดยเพิ่มตัวแปรขาด สมมติให้เพิ่ม $s_1$ เข้าไปทางซ้ายของสมการจะได้ว่า $5x_1 + 2x_2 + s_1 = 10$ เป็นต้น

**ตัวแปรเกิน (Surplus Variable)** คือตัวแปรที่ไม่เป็นจำนวนลบที่ลบออกจากทางด้านซ้ายของสมการเพื่อเปลี่ยนเครื่องหมาย $\geq$ เป็นเครื่องหมาย $=$ เช่น $3x_1 + 4x_2 \geq 8$ สามารถเปลี่ยนเป็นสมการ โดยลบตัวแปรเกิน สมมติให้เป็น $s_2$ ออกจากทางซ้ายของอสมการจะได้ว่า $3x_1 + 4x_2 - s_2 = 8$ เป็นต้น

ทั้งนั้นค่าคงที่ทางขวามือ ($b_i$) ซึ่งเป็นค่าคงที่ของอสมการเงื่อนไขจะต้องไม่เป็นจำนวนลบ ซึ่งถ้าเป็นจำนวนลบเราสามารถคูณด้วย (-1) ก่อนแล้วค่อยเปลี่ยนเป็นสมการ เช่น $x_1 - 4x_2 - 2x_3 \geq -6$ ดังนั้นเปลี่ยนค่าทางขวามือให้เป็นบวกจะได้ว่า เอา (-1) คูณทั้งสองข้างจะได้ $-x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 6$ และสามารถเปลี่ยนเป็นสมการโดยสมมติให้ $s_3$ ที่ไม่เป็นจำนวนลบ ดังนั้นจะได้ว่า $-x_1 + 4x_2 + 2x_3 + s_3 = 6$ เป็นต้น

**2. รูปแบบมาตรฐานของกำหนดการเชิงเส้น**

จากที่กล่าวมาข้างต้นในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการซิมเพล็กซ์เราจะต้องเปลี่ยนอสมการเงื่อนไขให้เป็นสมการเสียก่อน ซึ่งจะขอกล่าว 1 กรณี คือ กรณีที่มีเครื่องหมาย $\leq$ เพียงอย่างเดียวเสียก่อน ส่วนในกรณีอื่น ๆ จะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

การเปลี่ยนแปลงดังกล่าวจะทำให้แบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นมีลักษณะดังนี้

1. ฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดอย่างใดอย่างหนึ่ง
2. เงื่อนไขทุกข้อเป็นสมการ (มีเครื่องหมาย =)
3. ค่าทางขวามือของเงื่อนไขทุกข้อไม่เป็นจำนวนลบ
4. ตัวแปรทุกตัวไม่เป็นจำนวนลบ

ในการจัดรูปแบบข้างต้นนี้เราเรียกว่า **รูปแบบมาตรฐาน (Standard Form)**

**ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน**

1. Maximize $Z = x_1 - 3x_2 + x_3$

เงื่อนไขบังคับ
$$2x_1 + 4x_2 \leq 7$$
$$4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 12$$
$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

**เขียนเป็นรูปแบบมาตรฐานได้ดังนี้**

ค่าสูงสุดของ $Z = x_1 - 3x_2 + x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

เงื่อนไขบังคับ
$$2x_1 + 4x_2 + s_1 = 7$$
$$4x_1 + 3x_2 + 8x_3 + s_2 = 12$$
$$3x_1 - x_2 + 2x_3 + s_3 = 10$$
$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

2. Minimize $Z = 2x_1 + 6x_2 + 4x_3$

เงื่อนไขบังคับ
$$-x_1 - x_2 \geq -7$$
$$4x_1 - x_2 + x_3 \geq -20$$
$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -10$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

เนื่องจากค่าทางขวาของอสมการเงื่อนไขบังคับมีค่าเป็นลบดังนั้นต้องจัดรูปใหม่ โดยนำ (-1) คูณทั้งสองข้าง ได้ดังนี

เงื่อนไขบังคับ
$$x_1 + x_2 \leq 7$$
$$-4x_1 + x_2 - x_3 \leq 20$$
$$-3x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 10$$

**เขียนเป็นรูปแบบมาตรฐานได้ดังนี้**

Minimize $Z = 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

เงื่อนไขบังคับ
$$x_1 + x_2 + s_1 = 7$$
$$-4x_1 + x_2 - x_3 + s_2 = 20$$
$$-3x_1 + x_2 - 2x_3 + s_3 = 10$$
$$x_1,\ x_2,\ x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

3. Maximize $Z = 3x_1 + x_2 - 4x_3$

เงื่อนไขบังคับ
$$-x_1 + x_2 + x_3 \geq -5$$
$$4x_1 - x_2 + x_3 \leq 20$$
$$x_1 + 8x_2 + 7x_3 \leq 9$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

เนื่องจากค่าทางขวาของบางอสมการเงื่อนไขบังคับมีค่าเป็นลบดังนั้นต้องจัดรูปใหม่ โดยนำ (-1) คูณทั้งสองข้าง ได้ดังนี้

เงื่อนไขบังคับ
$$x_1 - x_2 - x_3 \leq 5$$
$$4x_1 - x_2 + x_3 \leq 20$$
$$x_1 + 8x_2 + 7x_3 \leq 9$$

**เขียนเป็นรูปแบบมาตรฐานได้ดังนี้**

Maximize .....

เงื่อนไขบังคับ .....

.....

.....

.....

**3. ตัวแปรมูลฐาน ตัวแปรอมูลฐาน และ ผลลัพธ์พื้นฐาน**

การแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบของสมการใด ๆ ก็ตาม เมื่อจำนวนตัวแปรเท่ากับจำนวนสมการเราสามารถแก้สมการเพื่อหาผลลัพธ์ได้ แต่เนื่องจากในบางครั้งนั้นจำนวนสมการน้อยกว่าจำนวนตัวแปร ดังนั้นการแก้สมการจำเป็นต้องมีการกำหนดให้ตัวแปรบางตัวเป็นศูนย์เสียก่อน แล้วค่อยหาตัวแปรที่เหลือ เพื่อจะได้มีผลเฉลยและมีเพียงผลเฉลยเดียว เช่น สมมติว่าเรามีตัวแปรจำนวน $n$ ตัวแปร และมีสมการ จำนวน $m$ สมการ ($n > m$) เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad\quad \vdots \quad\quad \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

การหาค่า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ ด้วยวิธีการแก้สมการได้โดยตรงไม่อาจทำได้ แต่เราอาจหาค่า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ โดยทำให้จำนวนสมการและจำนวนตัวแปรเท่ากัน เนื่องจากมี $m$ สมการ $n$ ตัวแปร และ $n > m$ ดังนั้น เราต้องสมมติให้ตัวแปรจำนวน $n - m$ ตัว มีค่าเป็นศูนย์ แล้วแก้สมการหาค่าตัวแปรที่เหลืออีก $m$ ตัว เช่น เมื่อสมมติให้ $x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_n$ เป็นศูนย์เราจะสามารถแก้สมการหาค่า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m$ ได้

ในขณะที่เรากำหนดให้ $x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_n$ มีค่าเป็น 0 เพื่อแก้สมการหาค่า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m$ เราเรียก $x_{m+1}, x_{m+2}, \ldots, x_n$ ว่า **ตัวแปรอมูลฐาน (Nonbasic Variable)** ส่วนตัวแปร $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m$ เราเรียกว่า **ตัวแปรมูลฐาน (Basic Variable)**

สรุปว่าตัวแปรที่เราสมมติให้เป็น 0 ในขณะใดขณะหนึ่งเรา เรียกว่า **ตัวแปรอมูลฐาน (Nonbasic Variable)** และตัวแปรที่เราหาค่าได้จากการกำหนดให้ตัวแปรอื่นมีค่าเป็น 0 เราเรียกว่า **ตัวแปรมูลฐาน (Basic Variable)** และผลลัพธ์ที่หาได้ด้วยการกำหนดค่าตัวแปรส่วนหนึ่งเป็นศูนย์เราเรียกว่า **ผลลัพธ์พื้นฐาน (Basic Solution)** และผลลัพธ์พื้นฐานใดที่สอดคล้องกับทุกเงื่อนไขเราจะเรียกว่า **ผลลัพธ์พื้นฐานที่เป็นไปได้ (Basic Feasible Solution)**หรือเรียกสั้นๆ ว่า **ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ (Feasible Solution)** ซึ่งผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ใดที่ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดตามต้องการ เราเรียกว่า **เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Basic Feasible Solution หรือเรียกสั้น ๆ ว่า Optimal Solution)**

**ตัวอย่างที่ 2** ให้นักเรียนพิจารณากำหนดการเชิงเส้น กราฟ และตารางที่กำหนดให้แล้วบอก จุดมุมที่สมนัยกับผลลัพธ์พื้นฐาน (Basic Solution) และพิจารณาว่าผลลัพธ์ดังกล่าวเป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้หรือไม่ พร้อมทั้งบอกตัวแปรมูลฐานและตัวแปรอมูลฐานจากตัวอย่างที่กำหนดให้ลงในตารางให้ถูกต้อง

กำหนดการเชิงเส้นให้ดังต่อไปนี้ Maximize $Z = 50x_1 + 80x_2$

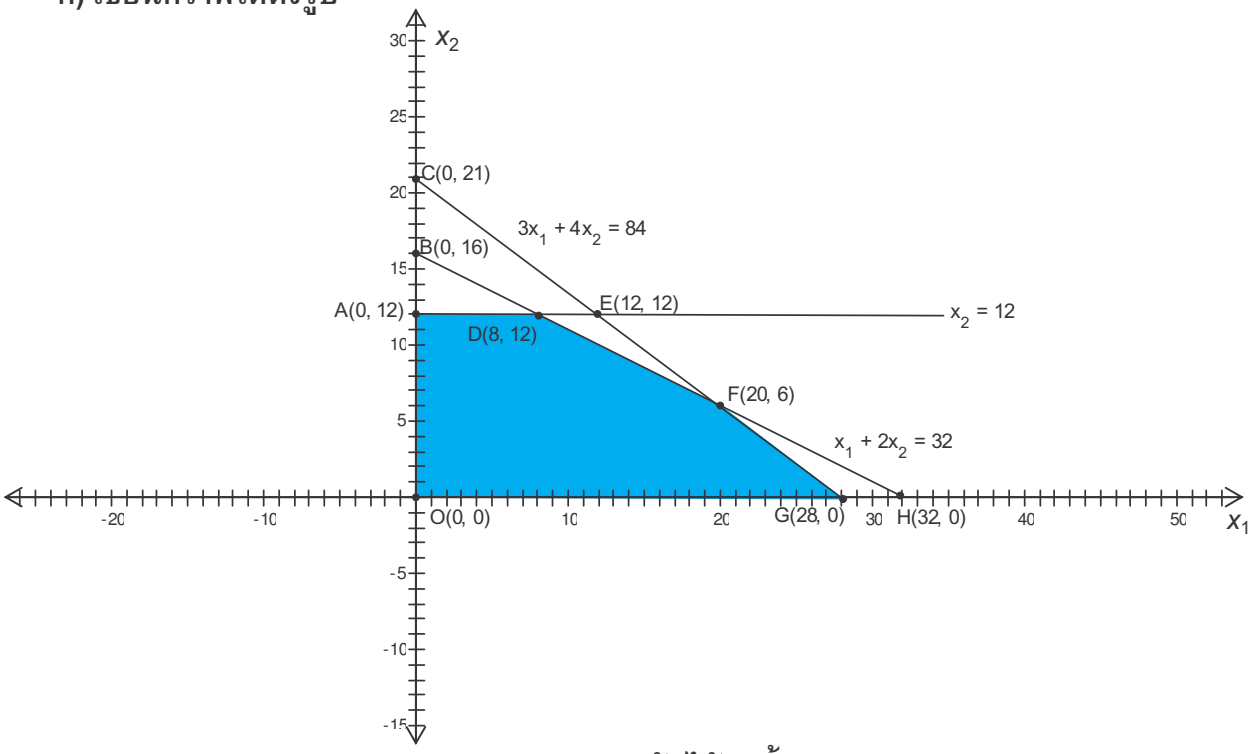
ภายใต้เงื่อนไข $x_1 + 2x_2 \le 32$

$3x_1 + 4x_2 \le 84$

$x_2 \le 12$

$x_1, x_2 \ge 0$

**ก) เขียนกราฟได้ดังรูป**




**ข) เขียนรูปแบบมาตรฐานของกำหนดการเชิงเส้นได้ดังนี้**

Maximize $Z = 50x_1 + 80x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

เงื่อนไขบังคับ

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 32$$
$$3x_1 + 4x_2 + s_2 = 84$$
$$x_2 + s_3 = 12$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \ge 0$$

ซึ่งสามารถแก้สมการข้างต้น โดยกำหนดทีละ 2 ตัวแปรใด ๆ ให้เท่ากับ 0 ปรากฏผลดังนี้ ให้นักเรียนพิจารณาตารางต่อไปนี้และเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

| $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | สมนัยกับจุดมุม | เป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้หรือไม่ | ตัวแปร | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | มูลฐานได้แก่ | อมูลฐานได้แก่ |
| 0 | 0 | 32 | 84 | 12 | O | เป็น | $s_1, s_2, s_3$ | $x_1, x_2$ |
| 0 | 16 | 0 | 20 | -4 | B | ไม่เป็น | $x_2, s_2, s_3$ | ..... |
| 0 | 21 | -10 | 0 | -9 | C | ..... | ..... | $x_1, s_2$ |
| 0 | 12 | 8 | 36 | 0 | ..... | ..... | $x_2, s_1, s_2,$ | ..... |
| 32 | 0 | 0 | -12 | 12 | H | ไม่เป็น | ..... | ..... |
| 28 | 0 | 4 | 0 | 12 | ..... | เป็น | ..... | ..... |
| 20 | 6 | 0 | 0 | 6 | F | ..... | ..... | ..... |
| 8 | 12 | 0 | 12 | 0 | ..... | ..... | ..... | ..... |
| 12 | 12 | -4 | 0 | 0 | ..... | ..... | ..... | ..... |
| - | $0^*$ | - | - | $0^*$ | - | ไม่เป็น | - | - |

* กรณีกำหนด $x_2$ และ $s_3$ เป็น 0 ไม่ได้ ขัดแย้งกับกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ ในเงื่อนไขที่ 3 คือ $x_2 + s_3 = 12$

**4. แนวคิดของวิธีซิมเพล็กซ์**

หลักการของวิธีซิมเพล็กซ์ก็คือการเคลื่อนไปตรวจสอบจุดมุมที่เป็นจุดเริ่มต้นไปยังจุดที่อยู่ถัดกันไปเพื่อพัฒนาผลลัพธ์ให้ดีขึ้น (สูงขึ้นหรือต่ำลงแล้วแต่กรณี) นั่นคือ หาจุดมุมที่ทำให้ผลลัพธ์มีค่าสูงขึ้นสำหรับกำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการหาค่าสูงสุด และ หาจุดมุมที่ทำให้ผลลัพธ์มีค่าต่ำลงสำหรับกำหนดการเชิงเส้นที่ต้องการหาค่าต่ำสุด ซึ่งแต่ละรอบของการตรวจสอบจุดมุมนั้นเป็นการตรวจสอบจุดมุมจากจุดมุมจุดหนึ่งของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ไปยังอีกจุดมุมหนึ่งเพื่อทำให้ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ดีขึ้นตามต้องการ

เพื่อความเข้าใจมากขึ้นจะขอยกตัวอย่างง่าย ๆ จากกรณีการหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น ทั้งนี้เนื่องจากทำได้ง่ายกว่าเพราะการหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้นที่มีเงื่อนไขบังคับที่เป็นลักษณะน้อยกว่าหรือเท่ากับ ($\leq$) ดังนั้นบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ก็จะเป็นพื้นที่จากจุดกำเนิด (Origin) ไปยังสมการเงื่อนไขบังคับ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

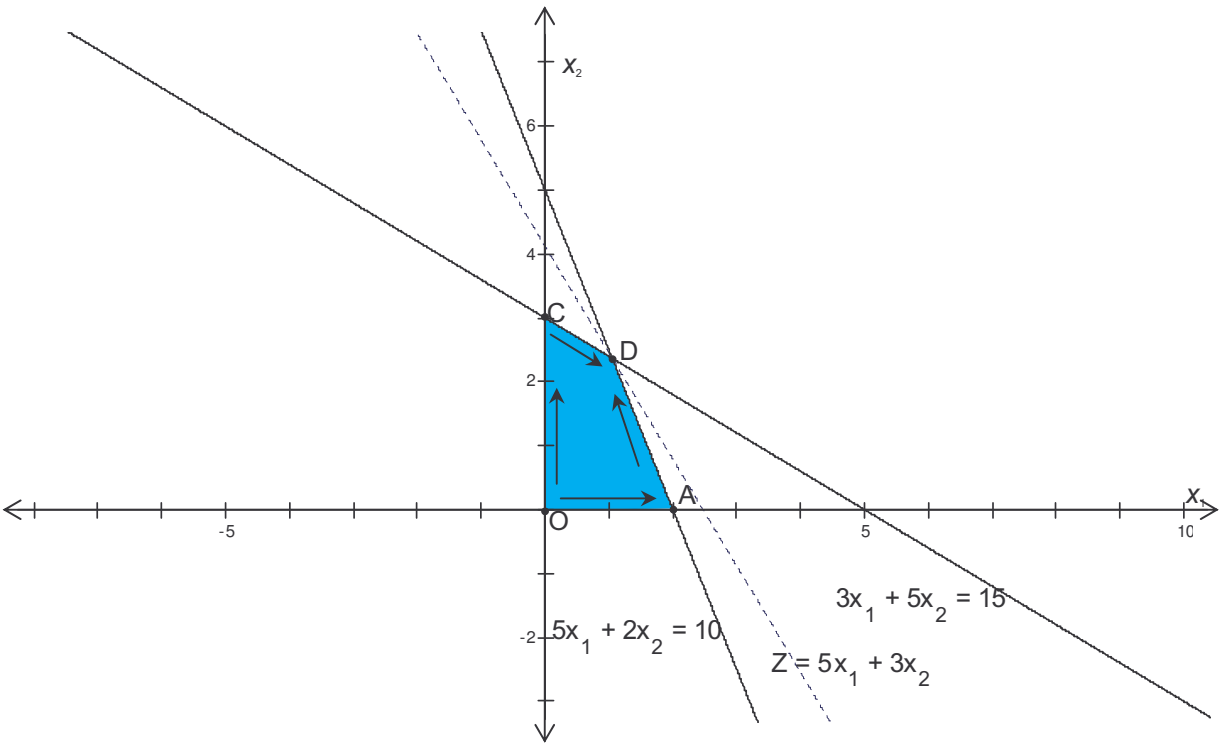
**ตัวอย่างที่ 3** กำหนดกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้

Maximize $Z = 5x_1 + 3x_2$

ภายใต้เงื่อนไข $3x_1 + 5x_2 \leq 15$

$5x_1 + 2x_2 \leq 10$

$x_1, x_2 \geq 0$



จะเห็นได้ว่า บริเวณที่เป็นไปได้ คือพื้นที่สี่เหลี่ยม OABC ซึ่งจุดต่ำสุดของพื้นที่สี่เหลี่ยม OABC ก็คือจุด (0, 0) ซึ่งเป็น จุดกำเนิด (Origin) โดยหลักการของวิธีซิมเพล็กซ์จะถือเอาจุด $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $Z = 0$ นี้เป็นจุดเริ่มต้นเป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปเบื้องต้น (Initial Feasible Solution) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า **ผลลัพธ์เบื้องต้น** เป็นจุดเริ่มต้นที่เคลื่อนที่ตรวจสอบเพื่อหาผลลัพธ์ที่ที่เหมาะสมที่สุดต่อไป ซึ่งในการเคลื่อนครั้งแรกนั้นคำตอบต่อไปอาจเป็นค่า $x_1$, $x_2$ ที่จุด A หรือจุด C ซึ่งใกล้กับจุด (0, 0) มากที่สุด ผลลัพธ์ ณ จุด A หรือจุด C นี้เป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปและเมื่อเคลื่อนต่อไปอีกก็จะเป็นจุด B ค่า $x_1$, $x_2$ ที่จุด B เป็นค่าที่ทำให้ค่า Z สูงที่สุดภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดให้เราเรียกว่า **ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Solution)**

การเคลื่อนที่จากจุด (0, 0) ไปยังจุด A หรือจุด C นั้นจะทำให้ค่า Z สูงขึ้น แต่ค่า Z จะสูงขึ้นเมื่อเส้น $Z = 5x_1 + 3x_2$ สัมผัสบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้นั่นก็คือค่า $x_1$, $x_2$ ที่จุด B วิธีการของซิมเพล็กซ์ก็จะใช้วิธีการเคลื่อนผลลัพธ์จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดอื่นบนบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เพื่อที่จะปรับปรุงให้ผลลัพธ์ให้ดีขึ้นคือค่า $Z$ สูงขึ้น การปรับจะทำไปจนกระทั่งการปรับนั้นทำให้ไม่มีผลลัพธ์อื่น ๆ ที่ดีกว่าได้แล้ว ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดก็จะเป็นผลลัพธ์สุดท้าย แต่วิธีซิมเพล็กซ์จะใช้การตั้งตารางโดยอาศัยความรู้เรื่องเมตริกซ์ โดยเอาสัมประสิทธิ์ของฟังก์จุดประสงค์ และเงื่อนไขบังคับของกำหนดการเชิงเส้นที่เปลี่ยนให้อยู่ในรูปมาตรฐานแล้วมาเข้าตาราง โดย**ตารางแรกจะเป็นตารางที่เริ่มจากจุด (0, 0) คือ $Z = 0$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ ซึ่งเรียกว่า ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

ดังนั้น จากตัวอย่างที่ 3

Maximize $Z = 5x_1 + 3x_2$

เงื่อนไขบังคับ $3x_1 + 5x_2 \le 15$

$5x_1 + 2x_2 \le 10$

$x_1, x_2 \ge 0$

เราสามารถสร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ดังนี้

**เปลี่ยนกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน** ได้ดังนี้

Maximize $Z = 5x_1 + 3x_2 + 0s_1 + 0s_2$

เงื่อนไขบังคับ

$3x_1 + 5x_2 + s_1 = 15$

$5x_1 + 2x_2 + s_2 = 10$

$x_1, x_2, s_1, s_2 \ge 0$

**สร้างตารางผลลัพธ์ตั้งต้น**

ผลลัพธ์ตั้งต้น จะอยู่ที่จุดกำเนิด นั่นคือ จุด (0, 0) คือ $x_1 = 0,\ x_2 = 0$
การที่กำหนดค่า $x_1 = 0,\ x_2 = 0$ แสดงว่า $x_1,\ x_2$ เป็นตัวแปรอมูลฐาน
ส่วนตัวแปร $s_1,\ s_2$ เป็นตัวแปรมูลฐาน และเมื่อ $x_1 = 0,\ x_2 = 0$ จะได้ว่า $s_1 = 5,\ s_2 = 10$
และทำให้ค่า $Z = 5(0) + 3(0) + 0(15) + 0(10) = 0$

| | $C_j$ | 5 | 3 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 3 | 5 | 1 | 0 | 15 |
| 0 | $s_2$ | 5 | 2 | 0 | 1 | 10 |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $C_j - Z_j$ | 5 | 3 | 0 | 0 | |

**คำอธิบาย**

แถวนอน $C_j$ แสดงถึงสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

แถวตั้งตั้งตัวแปรมูลฐาน แสดงตัวแปรมูลฐานได้แก่ $s_1,\ s_2$

แถวตั้งผลลัพธ์ คือ ค่าทางขวามือของสมการเงื่อนไข (ค่า $b_i$)แสดงค่าของตัวแปรมูลฐาน

แถวตั้ง $C_b$ คือสัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานในฟังก์ชันจุดประสงค์

แถวตั้ง $x_1,\ x_2,\ s_1,\ s_2$ แสดงสัมประสิทธิ์ของ $x_1,\ x_2,\ s_1,\ s_2$ ในสมการเงื่อนไขต่างๆ ตามลำดับ

$Z_j$ คือ ค่าเสียโอกาส (หรือกำไรที่ลดลง) ถ้ามีการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ j ขึ้น 1 หน่วย จากตัวอย่างนี้ คือการ เพิ่ม $x_1$ 1 หน่วยจะไปลดค่า $s_1,\ s_2$ ลงเป็นจำนวน 3 และ 5 ตามลำดับ โดยที่ $s_1,\ s_2$ เพิ่มค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ 0 หน่วย (ค่า $C_b$) ดังนั้นการเพิ่มค่า $x_1$ 1 หน่วยจะทำให้ค่าฟังชันจุดประสงค์เพิ่ม 0(3) + 0(5) = 0 ในทำนองเดียวกันก็คำนวณค่า

$Z_j$ ของ $x_2$ = 0(5) + 0(2) = 0

$Z_j$ ของ $s_1$ = 0(1) + 0(1) = 0

$Z_j$ ของ $s_2$ = 0(0) + 0(1) = 0

$Z_j$ ของแถวตั้งผลลัพธ์ = 0(15) + 0(10) = 0

$C_j - Z_j$ คือค่าที่แสดงโอกาสที่จะได้รับจากการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ j ขึ้นหนึ่งหน่วย (หาได้จากนำค่า $Z_j$ ที่คำนวณได้หักออกจากค่า $C_j$ ในแถวนอนบนสุด)

**ตัวอย่างที่ 4** จงเขียนตารางผลลัพธ์เบื้องต้น ของกำหนดการต่อไปนี้

Maximize $Z = x_1 - 3x_2 + x_3$

เงื่อนไขบังคับ $2x_1 + 4x_2 \leq 7$

$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

**เปลี่ยนกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน** ได้ดังนี้

Maximize .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

สิ่งที่กล่าวมาข้างต้นในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้ เป็นเพียงการสร้างความรู้พื้นฐานเพื่อเตรียมความพร้อมสู่การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ส่วนขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จะกล่าวถึงในลำดับต่อไป ซึ่งจะได้อธิบายขั้นตอนการคำนวณอย่างละเอียดทีละขั้นจากปัญหาง่าย ๆ คือปัญหาที่มีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ เสียก่อน ทั้งที่เป็นการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าสูงสุดและต่ำสุด แล้วจะกล่าวถึงปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น รวมทั้งแสดงลักษณะผลลัพธ์แบบต่าง ๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ พร้อมทั้งการแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ด้วย

## ใบกิจกรรมที่ 7 กิจกรรมฝึกฝนความรู้เบื้องต้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) เขียนรูปมาตรฐานของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นได้
2) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ได้

1. จงเขียนกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานและสร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้นของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1.1 ) Maximize $Z = 10x_1 + 10x_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + 2x_2 - 6 \le 0$$
$$2x_1 + 6x_2 \le 15$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

เขียนเป็นรูปแบบมาตรฐานได้ดังนี้

Maximize .....

ภายใต้เงื่อนไข

.....

.....

.....

ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

| | $C_j$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | |

**หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นรูปแบบต่าง ๆ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**: การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย ≤**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) มีความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
2) หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้
3) อ่านตารางผลลัพธ์และอธิบายผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

## 3.2 การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นรูปแบบต่าง ๆ

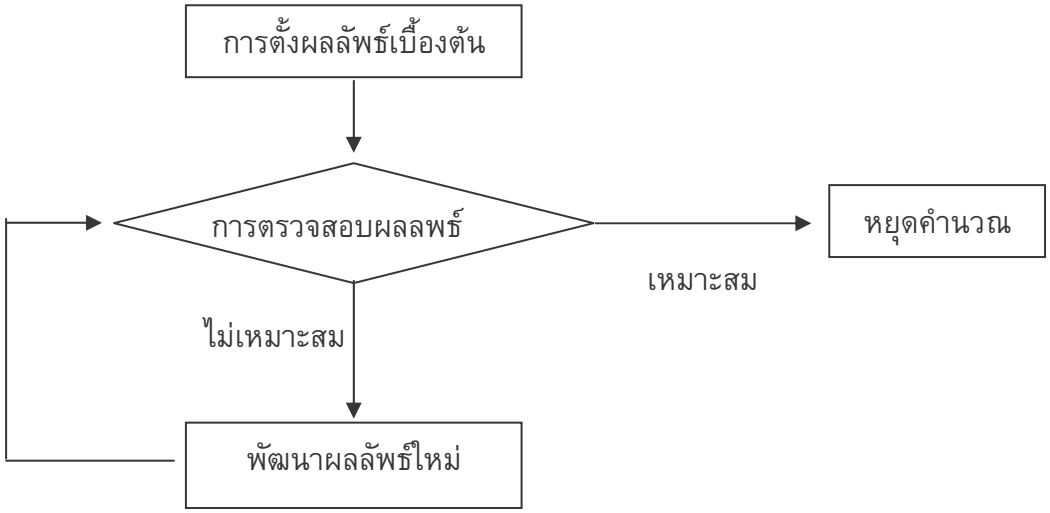
### 3.2.1 การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย ≤

ถึงแม้ว่าวิธีกราฟจะเป็นวิธีที่เข้าใจง่ายและมีขั้นตอนการคำนวณที่ไม่ยุ่งยากซับซ้อน แต่มีข้อจำกัด คือ ทำได้ยากขึ้นหรืออาจทำไม่ได้เลยในกรณีกำหนดการเชิงเส้นมีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร ดังนั้นจึงจำเป็นต้องศึกษาและใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัวแปร ซึ่งวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัว ได้ดีวิธีหนึ่งคือวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex Method) ซึ่งเป็นวิธีที่คิดค้นโดยนักคณิตศาสตร์ ชื่อ จอร์จ บี ดานท์ซิก (George B. Dantzig) ในปี ค.ศ. 1947

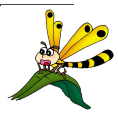
วิธีซิมเพล็กซ์ เป็นวิธีการคำนวณที่มีลักษณะเป็นการคำนวณย้อนซ้ำขั้นตอน นั่นคือจะคำนวณซ้ำขั้นตอนจนกว่าจะได้ผลเฉลยเหมาะสมที่สุด โดยมีขั้นตอนการคำนวณแบ่งเป็น 3 ขั้นตอนหลัก ดังนี้

1. การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น
2. การตรวจสอบผลลัพธ์
3. การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่

สามารถเขียนแผนผังขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ดังนี้




**แผนผังขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**



ในที่นี้จะอธิบายถึงขั้นตอนการคำนวณอย่างละเอียดทีละขั้นตอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในตัวอย่างแรก ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงวิธีการคำนวณได้อย่างชัดเจนทั้งนี้ จะเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ คือ ปัญหาที่มีเงื่อนไขทุกข้อที่มีเครื่องหมาย $\leq$ เสียก่อน ซึ่งจะกล่าวถึงทั้งปัญหาการหาค่าสูงสุดและปัญหาการหาค่าต่ำสุด จากนั้นจะกล่าวถึงปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นรวมทั้งแสดงถึงลักษณะผลลัพธ์แบบต่างๆ ที่อาจเกิดขึ้นได้จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ ซึ่งในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นี้จะใช้ตัวอย่างและกิจกรรมการเรียนการสอนเกี่ยวกับกำหนดการเชิงเส้นที่มี ตัวแปรไม่เกิน 4 ตัวแปร ซึ่งเป็นกำหนดการเชิงเส้นที่ไม่ใหญ่เกินไป ทั้งนี้เพื่อเป็นแนวทางและเป็นพื้นฐานในการประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและเป็นความรู้พื้นฐานสำหรับการศึกษาต่อในระดับสูงต่อไปได้

ให้นักเรียนศึกษาการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กจากองค์ความรู้ข้างล่างนี้และฝึกทำกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยความตั้งใจ

## การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นรูปแบบต่าง ๆ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ : กรณีการหาค่าสูงสุดเมื่อเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$

การคำนวณจะเป็นไปตามขั้นตอนดังกล่าวข้างต้น คือ ตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น ตรวจสอบผลลัพธ์ และพัฒนาผลลัพธ์ ตามลำดับต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1 การตั้งผลลัพธ์เบื้องต้น**

สำหรับวิธีซิมเพล็กซ์ก็เช่นเดียวกันกับวิธีกราฟ กล่าวคือ ถ้าสามารถจัดเงื่อนไขให้อยู่ในรูปของสมการแทนที่จะเป็นอสมการก็จะช่วยในการคำนวณได้ง่ายขึ้นดังนั้นในขั้นตอนนี้จะทำการปรับรูปแบบของกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบที่เรียกว่า รูปแบบมาตรฐาน (Standard Form) ซึ่งมีลักษณะดังนี้

ก) ฟังก์ชันจุดประสงค์เป็นการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดอย่างใดอย่างหนึ่ง

ข) เงื่อนไขทุกข้อเป็นสมการ (มีเครื่องหมายเท่ากับ (=)

ค) ค่าทางขวามือของเงื่อนไขทุกข้อไม่เป็นจำนวนลบ

ง) ตัวแปรทุกตัวไม่เป็นจำนวนลบ

ในการจัดรูปแบบเงื่อนไขให้อยู่ในรูปสมการคือการทำให้มีความสัมพันธ์เท่ากันนั้นทำได้โดยเพิ่มตัวแปรเข้าไปในอสมการเงื่อนไข ได้แก่ ตัวแปรขาด (Slack Variable) สำหรับกรณีเงื่อนไขเดิมมีเครื่องหมาย $\leq$ ทั้งนี้ตัวแปรขาดจะต้องมีค่าไม่เป็นจำนวนลบเช่นเดียวกับตัวแปรอื่น ๆ ในแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น เพื่อสร้างความเข้าใจในเบื้องต้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จะได้อธิบายโดยละเอียดดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1**

Maximize $Z = x_1 + 3x_2 + 2x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 100$$
$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 320$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 \le 160$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

เปลี่ยนกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน ได้ดังนี้

Maximize $Z = x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 + x_3 + s_1 = 100$$
$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + s_2 = 320$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 + s_3 = 160$$
$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \ge 0$$

จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟ แสดงให้เห็นว่าผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของกำหนดการเชิงเส้น มักจะอยู่ที่จุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ สำหรับการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ก็ยังคงยึดถือตามแนวคิดดังกล่าว นั่นคือ จะพิจารณาจุดมุมต่าง ๆ โดยเริ่มจากจุดกำเนิด (Origin) ที่มีค่าตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจเป็นศูนย์ก่อน แล้วจึงพิจารณาจุดมุมอื่น ๆ โดยเลือกพิจารณาไปที่จุดมุมที่ทำให้ผลลัพธ์ดีขึ้นหรืออย่างน้อยก็เท่าเดิม จนกว่าจะได้จุดมุมที่เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด

กำหนดการเชิงเส้นที่จัดให้อยู่ในรูปมาตรฐานแล้วจะพบว่าจำนวนตัวแปรทั้งหมดที่มีอยู่ได้แก่ ตัวแปรที่ต้องตัดสินใจรวมทั้งตัวแปรที่เพิ่มเข้ามา ไม่ว่าจะเป็นตัวแปรขาดหรือตัวแปรเกินก็ตามจะมีจำนวนมากกว่าจำนวนเงื่อนไข ซึ่งทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ในการคำนวณด้วยวิธีซิมเพล็กซ์จึงต้องกำหนดตัวแปรจำนวนหนึ่งในบรรดาตัวแปรเหล่านั้นมีค่าเท่ากับศูนย์ (ตัวแปรอมูลฐาน) เช่น ถ้ากำหนดการเชิงเส้นมี *n* ตัวแปร และมีเงื่อนไข *m* ข้อ จำนวนตัวแปรที่จะกำหนดให้มีค่าเป็นศูนย์หรือจำนวนตัวแปรอมูลฐานจะมี *n* - *m* ตัว ส่วนตัวแปรที่เหลือที่ไม่ได้กำหนดให้เป็นศูนย์ ก็คือ ตัวแปรมูลฐาน เป็นต้น

จากตัวอย่างที่ 1 มีตัวแปรทั้งหมด 6 ตัวและมีเงื่อนไข 3 ข้อ ดังนั้นจะมีตัวแปรอมูลฐานจำนวน 6 - 3 = 3 ตัว จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่าในการตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นนั้น เราจะพิจารณาที่จุดกำเนิดก่อน ซึ่งที่จุด ๆ นี้มีค่า $x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0$ ดังนั้นตัวแปร 3 ตัว ที่เป็นตัวแปรอมูลฐาน ในผลลัพธ์เบื้องต้นของปัญหานี้ คือ $x_1,\ x_2,\ x_3$ เมื่อแทนค่าตัวแปรทั้งสองในสมการเงื่อนไขแล้วจะได้ค่าตัวแปรขาด ก็คือ $s_1,\ s_2,\ s_3$ และสามารถพิจารณาค่าของตัวแปรดังกล่าวได้ดังนี้

**พิจารณา**

$$0 + 0 + 0 + s_1 = 100$$

**จะได้** $s_1 = 100$

$$4(0) + 2(0) + 3(0) + s_2 = 320$$

**จะได้** $s_2 = 320$

$$0 + 2(0) + 0 + s_3 = 160$$

**จะได้** $s_3 = 160$

ตัวแปร $s_1, s_2, s_3$ เป็นตัวแปรอมูลฐานมีค่าเท่ากับ 100, 320, 160 ตามลำดับ สรุปผลลัพธ์เบื้องต้นของปัญหานี้ คือ $x_1 = 0$ $x_2 = 0$ $x_3 = 0$ $s_1 = 100$ $s_2 = 320$ $s_3 = 160$

โดยให้ค่า $Z$ ในฟังก์ชันจุดประสงค์ เท่ากับ 0

$$Z = 0 + 3(0) + 2(0) + 0(100) + 0(320) + 0(160)$$

$$= 0$$

**ดังนั้นสามารถตั้งผลลัพธ์เบื้องต้นในตารางการคำนวณดังนี้**

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 100 |
| 0 | $s_2$ | 4 | 2 | 3 | 0 | 1 | 0 | 320 |
| 0 | $s_3$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 160 |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $C_j - Z_j$ | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | |

**เมื่อ**

แถวนอน $C_j$ แสดงถึงสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันจุดประสงค์

แถวตั้งตั้งตัวแปรมูลฐาน แสดงตัวแปรมูลฐานได้แก่ $s_1$, $s_2$, $s_3$

แถวตั้งผลลัพธ์ คือ ค่าทางขวามือของสมการเงื่อนไข (ค่า $b_i$) แสดงค่าของตัวแปรมูลฐาน

แถวตั้ง $C_b$ คือ สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานในฟังก์ชันจุดประสงค์

แถวตั้ง $x_1$, $x_2$, $x_3$, $s_1$, $s_2$, $s_3$ แสดงสัมประสิทธิ์ของ $x_1$, $x_2$, $x_3$, $s_1$, $s_2$, $s_3$ ในสมการเงื่อนไขบังคับต่าง ๆ ตามลำดับ

**** ข้อสังเกต ****

สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐาน ($s_1$, $s_2$, $s_3$) จะเรียงกันอยู่ในรูปเอกลักษณ์ (Identity Matrix)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จากการนำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรต่าง ๆ และค่าทางขวามือของสมการเงื่อนไขในกำหนดการเชิงเส้นมาจัดเข้าตารางคำนวณข้างต้น อ่านผลลัพธ์ได้ว่า $s_1$, $s_2$, $s_3$ เป็นตัวแปรมูลฐาน มีค่าเท่ากับ 100, 320, 160 ตามลำดับ ตัวแปรที่ไม่อยู่ในแถวตั้งตัวแปรมูลฐานเป็นตัวแปรอมูลฐาน ได้แก่ $x_1$, $x_2$, $x_3$ ซึ่งมีค่าเท่ากับศูนย์ สำหรับตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

จะเห็นว่าผลลัพธ์เบื้องต้นที่ได้มานี้ยังไม่ต้องคำนวณแต่อย่างใด เพียงแต่จัดตัวเลขที่มีเข้าในตารางการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ออกมาเท่านั้น ส่วนที่ต้องการการคำนวณได้แก่ $Z_j$ และ $C_j - Z_j$ ซึ่งค่า $Z_j$ คือ ค่าเสียโอกาส (หรือกำไรที่ลดลง) ถ้ามีการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ j ขึ้น 1 หน่วย จากตัวอย่างที่ 1 ในผลลัพธ์ชุดนี้มีค่า $x_1 = 0$ นั่นคือถ้าต้องการเพิ่ม $x_1$ ให้เท่ากับ 1 จะไปลดค่า $s_1$, $s_2$, $s_3$ ลงเป็นจำนวน 1, 3 และ 2 ตามลำดับโดยที่ $s_1$, $s_2$, $s_3$ ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มขึ้นเท่ากับ 0 ต่อหน่วย (ค่า $C_b$) ดังนั้นการเพิ่มค่า $x_1$ 1 หน่วยจะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ลดลง 0(1) + 0(4) ) + 0(1) = 0 ในทำนองเดียวกันก็คำนวณค่า

$Z_j$ ของ $x_2$ = 0(1) + 0(2) + 0(2) = 0

$Z_j$ ของ $x_3$ = 0(1) + 0(3) + 0(1) = 0

$Z_j$ ของ $s_1$ = 0(1) + 0(0) + 0(0) = 0

$Z_j$ ของ $s_2$ = 0(0) + 0(1) + 0(0) = 0

$Z_j$ ของ $s_3$ = 0(0) + 0(0) + 0(1) = 0

$Z_j$ ของแถวตั้งผลลัพธ์ = 0(100) + 0(320) + 0(160) = 0

$C_j - Z_j$ คือ ค่าที่แสดงโอกาสที่จะได้รับจากการเพิ่มค่าตัวแปรตัวที่ $j$ ขึ้นหนึ่งหน่วย (หาได้จากนำค่า $Z_j$ ที่คำนวณได้หักออกจากค่า $C_j$ ในแถวนอนบนสุด)

**ขั้นที่ 2 การตรวจสอบผลลัพธ์**

เมื่อได้ผลลัพธ์ขึ้นมาชุดหนึ่งไม่ว่าจะเป็นผลลัพธ์เบื้องต้นหรือผลลัพธ์อื่น ๆ ที่ได้มาจากการพัฒนาให้ดีขึ้นก็ตาม จำเป็นต้องมีการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้มานั้นเป็นผลเฉลยเหมาะที่สุดหรือไม่ สามารถพัฒนาให้ดีขึ้นได้หรือไม่ มีจุดมุมอื่นที่จะให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่านี้ได้หรือไม่ ถ้าไม่มีแสดงว่าผลลัพธ์ที่มีอยู่เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้ว แต่ถ้ายังมีผลลัพธ์ที่เหมาะสมกว่าก็ทำให้การพัฒนาผลลัพธ์ที่มีอยู่นั้นให้ดีขึ้น

หลักในการพิจารณาผลลัพธ์ว่าเหมาะสมหรือไม่นั้น ให้พิจารณาค่า $(C_j - Z_j)$ ในกรณีปัญหาที่หาค่าสูงสุด ถ้าค่า $(C_j - Z_j)$ เป็นจำนวนลบหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์ที่มีอยู่นั้นเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้ว จากตัวอย่างจะเห็นว่าผลลัพธ์เบื้องต้นมีค่า $(C_j - Z_j)$ เป็นบวกอยู่ ได้แก่ ค่า $(C_j - Z_j)$ ของ $x_1$, $x_2$, $x_3$ เป็น 1, 3, 2 ตามลำดับ (หมายความว่าถ้าเพิ่มค่า $x_1$ ขึ้น 1 หน่วยจะทำให้ได้รับโอกาสรวม (หรือทำให้ไดกำไรรวม) เพิ่มขึ้น 1หน่วย หรือถ้าเพิ่มค่า $x_2$ ขึ้น 1 หน่วยจะทำให้ได้รับโอกาสรวม (หรือทำให้ไดกำไรรวม) เพิ่มขึ้น 3 หน่วย หรือถ้าเพิ่มค่า $x_3$ ขึ้น 1 หน่วยจะทำให้ได้รับโอกาสรวม (หรือทำให้ได้กำไรรวม) เพิ่มขึ้น 2 หน่วย)

พิจารณาการดำเนินการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้ดังนี้

เนื่องจากว่าในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้น ซึ่งพิจารณาจากรูปแบบมาตรฐาน คือ

Maximize $Z = x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 + x_3 + s_1 = 100$$
$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + s_2 = 320$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 + s_3 = 160$$
$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้น แสดงถึงการกำหนดให้ตัวแปรที่ต้องการตัดสินใจหรือตัวแปรอมูลฐานเป็นศูนย์ ซึ่งหมายความว่าการตัดสินใจไม่ดำเนินกิจกรรมใด ๆ เลยนั่นเอง ดังนั้นเมื่อไม่ดำเนินการใด ๆ ก็ไม่เกิดการสูญเสียโอกาส หรือเกิดผลกำไรใด ๆ จึงทำให้ $Z$ หรือฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าเป็นศูนย์ ฉะนั้น จากตัวอย่างที่ 1 พิจารณาฟังก์ชันจุดประสงค์ คือ ต้องการหาค่าสูงที่สุด ดังนั้นหลักการคือเราต้องพยายามที่จะแก้สมการเพื่อให้เป็นไปตามจุดประสงค์ที่ต้องการ คือ สามารถเพิ่มค่าฟังก์ชันสมการจุดประสงค์ได้เร็วและมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ซึ่งจากฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z = x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$ จะเห็นว่า ถ้าเราเพิ่มค่า $x_1$ ขึ้น 1 หน่วย จะทำค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มขึ้น 1 หน่วย หรือถ้าเพิ่มค่า $x_2$ ขึ้น 1 หน่วยจะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มขึ้น 3 หน่วย หรือถ้าเพิ่มค่า $x_3$ ขึ้น 1 หน่วยจะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มขึ้น 2 หน่วย และในทำนองเดียวกันถ้าเราเพิ่มค่า $s_1$ หรือ $s_2$ หรือ $s_3$ ค่าใดค่าหนึ่ง ขึ้น 1 หน่วย จะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มขึ้นค่าละ 0 หน่วย นั่นค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ไม่เพิ่มขึ้นเลย ดังนั้นในการพัฒนาผลลัพธ์ให้ได้ผลลัพธ์ดีขึ้นคือ ฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าสูงที่สุด ในขณะนี้ คือ การเพิ่มค่า $x_2$ ขึ้น 1 หน่วย เพราะจะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มขึ้น 3 หน่วย ซึ่งมากกว่าการเพิ่มค่าของตัวแปรตัวอื่น ๆ ดังนั้นจะเห็นว่าเราสามารถพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ให้ดีขึ้นกว่าเดิมได้

**ขั้นที่ 3 การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่**

การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่คือ การพิจารณาตัวแปรมูลฐานและตัวแปรอมูลฐานที่มีอยู่ว่าควรจะมีการสับเปลี่ยนกันอย่างไร ตัวแปรอมูลฐานตัวใดควรเป็นตัวแปรมูลฐานและควรจะสลับที่กับตัวแปรมูลฐานตัวใดจึงจะทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์สูงขึ้นมากที่สุดและเมื่อสลับที่กันแล้วผลลัพธ์จะเปลี่ยนไปอย่างไร การพัฒนาผลลัพธ์ใหม่แยกออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

1) การเลือกตัวแปรเข้า (Entering Variable)

2) การเลือกตัวแปรออก (Leaving Variable)

3) การเปลี่ยนตัวแปรมูลฐาน

**1) การเลือกตัวแปรเข้า (entering variable)** ให้เลือกตัวแปรที่มีค่า ($C_j$- $Z_j$) เป็นบวกมากที่สุด เพราะจะเพิ่มค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ได้มากที่สุดซึ่งตามตัวอย่างนี้เลือก $x_2$

**2) การเลือกตัวแปรออก (leaving variable)** การเลือกตัวแปรออกทำได้โดยการคำนวณอัตราส่วนระหว่างค่า $b_i$ (ค่าผลลัพธ์) กับสัมประสิทธิ์ตัวแปรเข้า $x_i$ ในเงื่อนไข ข้อที่ i (ในกรณีที่สัมประสิทธิ์เป็นลบหรือศูนย์ ไม่ต้องคำนวณเพราะจะทำให้ค่าผลลัพธ์ที่ได้ไม่เป็นจริง) เลือกตัวแปรที่ให้ค่าอัตราส่วนต่ำที่สุดเป็นตัวแปรออก จากตัวอย่างนี้เลือก $x_2$ เป็นตัวแปรเข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐาน จึงจำเป็นต้องเลือกตัวแปรมูลฐาน ที่มีอยู่เดิมออกไปแทนที่ $x_2$ เพื่อทำให้ตัวแปรอมูลฐานมีจำนวนเท่ากับ ($n$ - $m$) ตัว คือ 6 - 3 = 3 ตัว ตามเดิม

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ | อัตราส่วน |
| 0 | $s_1$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 100 | 100/1=100 |
| 0 | $s_2$ | 4 | 2 | 3 | 0 | 1 | 0 | 320 | 320/2=160 |
| 0 | $s_3$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 160 | 160/2=80 * ต่ำสุด |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | $C_j$- $Z_j$ | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | | |

❷ พิจารณาหาตัวแปรออกในที่นี้คือ $s_3$

❶ พิจารณา เพื่อเลือกตัวแปรเข้าในที่นี้คือ $x_2$

จุดหลัก

จากตารางเบื้องต้นพบว่าเลือก $x_2$ เป็นตัวแปรเข้า และพบว่าอัตราส่วนต่ำสุด = 80 ซึ่งเป็นอัตราส่วนที่ได้จากเงื่อนไข ข้อที่ 3 ซึ่งมีตัวแปรมูลฐาน $s_3$ ดังนั้น $s_3$ จะถูกนำออกจากตัวแปรมูลฐานกลายเป็นตัวแปรอมูลฐาน มีค่าเท่ากับศูนย์ ตัวเลขที่อยู่ในตำแหน่งจุดตัดระหว่างแถวตั้งที่เลือกให้เป็นตัวแปรเข้า ($x_2$)กับแถวนอนที่เลือกให้เป็นตัวแปรออก ($s_3$) เรียกว่า **จุดหลัก (Pivot Element)**

**3) การเปลี่ยนตัวแปรมูลฐาน** คือการพัฒนาชุดใหม่ โดยการคำนวณที่เรียกว่า พิเวิต โอเพอเรชัน (Pivot Operation) โดยมีหลักว่าต้องการทำตัวเลขที่จุดหลัก (ในที่นี้คือเลข 2 ซึ่งอยู่ในแถวตั้ง $x_2$ และแถวนอน $s_3$) ให้เป็น 1 และทำตัวเลขอื่น ๆ ในแถวตั้ง $x_j$ ที่ถูกเลือกให้เป็นตัวแปรเข้า (ในที่นี้คือแถวตั้ง $x_2$ ) ให้เป็น 0 เพื่อให้สัมประสิทธิ์ของตัวแปรมูลฐานเรียงประกอบกันในรูปเมทริกซ์เอกลักษณ์ ทั้งนี้จะเริ่มการคำนวณจากแถวนอนที่มีตัวแปรมูลฐานตัวใหม่ก่อนในตัวอย่างนี้จะคำนวณแถวนอนที่ 3 ก่อน โดยนำ 2 หารตัวเลขใน $R_3$ ตลอดทั้งแถวเพื่อให้ตัวเลขที่จุดหลักเป็น 1 จะได้ตัวเลขที่แถวที่ 3 เปลี่ยนไปดังนี้

| คำนวณ | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(1/2)R_3 \rightarrow R_3$ | 3 | $x_2$ | 1/2 | 1 | 1/2 | 0 | 0 | 1/2 | 80 |

ต่อจากนั้นทำการคำนวณแถว $R_2$ โดยต้องการทำสัมประสิทธิ์ของ $x_2$ ในแถวนี้ซึ่งเดิมเป็น 2 ให้เป็น 0 ทำได้โดยการหักเลขแถว $R_2$ ออกด้วย 2 เท่าของตัวเลขในแถว $R_3$ จะได้ตัวเลขในแถว $R_2$ ใหม่ ดังนี้

| คำนวณ | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2R_3 + R_2 \rightarrow R_2$ | 0 | $s_2$ | 3 | 0 | 2 | 0 | 1 | -1 | 160 |
| $R_3$ | 3 | $x_2$ | 1/2 | 1 | 1/2 | 0 | 0 | 1/2 | 80 |

ในทำนองเดียวกัน ทำการคำนวณตัวเลขแถว $R_1$ โดยต้องการทำสัมประสิทธิ์ของ $x_2$ ในแถวนี้ซึ่งเดิมเป็น 1 ให้เป็น 0 ทำได้โดยการหักเลขแถว $R_1$ ออกด้วย 1 เท่าของตัวเลขในแถว $R_3$ จะได้ตัวเลขในแถว $R_1$ ใหม่ดังนี้

| คำนวณ | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-1R_3 + R_1 \rightarrow R_1$ | 0 | $s_1$ | 1/2 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 20 |
| $-2R_3 + R_2 \rightarrow R_2$ | 0 | $s_2$ | 3 | 0 | 2 | 0 | 1 | -1 | 160 |
| $R_3$ | 3 | $x_2$ | 1/2 | 1 | 1/2 | 0 | 0 | 1/2 | 80 |

❸ เปลี่ยนตัวแปรมูลฐาน

จากนั้นก็คำนวณตัวเลขในตัวแปรมูลฐานเรียบร้อยแล้วจึงคำนวณค่า $Z_j$ และ $(C_j - Z_j)$

$Z_j$ ของ $x_1$ = 0(1/2) + 0(3) + 3(1/2) = 3/2

$Z_j$ ของ $x_2$ = 0(0) + 0(0) + 3(1) = 3

$Z_j$ ของ $x_3$ = 0(1/2) + 0(2) + 3(1/2) = 3/2

$Z_j$ ของ $s_1$ = 0(1) + 0(0) + 3(0) = 0

$Z_j$ ของ $s_2$ = 0(0) + 0(1) + 3(0) = 0

$Z_j$ ของ $s_3$ = 0(-1/2) + 0(-1) + 3(1/2) = 3/2

$Z_j$ ของแถวตั้งผลลัพธ์ (ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์) = 0(20) + 0(160) ) + 3(80) = 240

นำค่า $Z_j$ ที่คำนวณได้ไปหักออกจากค่า $C_j$ ในแถวนอนบนสุดจะได้ค่า($C_j$- $Z_j$)และสรุปเป็นผลลัพธ์ชุดที่ 2

**ตารางผลลัพธ์ที่ 2**

จุดหลัก

| | $C_j$ | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 1/2 | 0 | 1/2 | 1 | 0 | -1/2 | 20 |
| 0 | $s_2$ | 3 | 0 | 2 | 0 | 1 | -1 | 160 |
| 3 | $x_2$ | 1/2 | 1 | 1/2 | 0 | 0 | 1/2 | 80 |
| | $Z_j$ | 3/2 | 3 | 3/2 | 0 | 0 | -3/2 | 240 |
| | $C_j$- $Z_j$ | -1/2 | 0 | 1/2 | 0 | 0 | -3/2 | |

อัตราส่วน

40* ต่ำสุด

80

160

❷ พิจารณาเพื่อเลือกตัวแปรออก ครั้งที่ 2

❶ พิจารณาเพื่อเลือกตัวแปรเข้าครั้งที่ 2

❸ เปลี่ยนตัวแปรมูลฐาน ครั้งที่ 1

จากตารางผลลัพธ์ชุดที่สองมีตัวแปรมูลฐาน $s_1$ = 20, $s_2$ = 160, $x_2$ = 80 และตัวแปรอมูลฐาน $x_1$ = 0, $x_3$ = 0, $s_3$ = 0 ถึงแม้ว่าผลลัพธ์ชุดใหม่นี้จะพัฒนาค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ เพิ่มขึ้นมากจาก 0 เป็น 240 แต่ก็ไม่มีสิ่งใดยืนยันว่าเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุดแล้วหรือยัง จึงต้องมีการตรวจสอบผลลัพธ์ชุดที่สอง นั่นคือ ย้อนกลับไปทำขั้นตอนการตรวจสอบผลลัพธ์โดยใช้หลักเกณฑ์ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว คือพิจารณาจากค่า ($C_j$- $Z_j$) จะเห็นได้ว่ายังมี ค่า ($C_j$- $Z_j$) ที่เป็นจำนวนบวกอยู่แสดงว่าเราสามารถพัฒนาผลลัพธ์นี้ให้ดีขึ้นอีกได้ แต่เนื่องจากมีค่า ($C_j$- $Z_j$) ของ $x_3$ ที่เป็นบวกเพียงค่าเดียว ดังนั้นจึงเลือก $x_3$ เป็นตัวแปรเข้า และจากการคำนวณอัตราส่วนได้อัตราส่วนที่ต่ำสุดคือ 40 เป็นอัตราส่วนที่ได้จากเงื่อนไขบังคับ ข้อที่ 1 ซึ่งมีตัวแปรมูลฐาน $s_1$ ดังนั้น $s_1$ จะถูกนำออกจากตัวแปรมูลฐานกลายเป็นตัวแปรอมูลฐาน มีค่าเท่ากับศูนย์ ตัวเลขที่อยู่ในตำแหน่งจุดตัดระหว่างแถวตั้งที่เลือกให้เป็นตัวแปรเข้า ($x_3$) กับแถวนอนที่เลือกให้เป็นตัวแปรออก ($s_1$) เป็น **จุดหลัก (Pivot Element)**

ดังนั้นพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ได้อีก
ดังตารางผลลัพธ์ที่ 3 นั่นเอง

**สร้างตารางผลลัพธ์ที่ 3 ได้ดังนี้**

| | | $C_j$ | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แถว | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
| $R_1 \leftarrow R_1/1/2$ | 2 | $x_3$ | 1 | 0 | 1 | 2 | 0 | -1 | 40 |
| $R_2 \leftarrow R_2-2R_1$ | 0 | $s_2$ | 1 | 0 | 0 | -4 | 1 | 1 | 80 |
| $R_3 \leftarrow R_3-1/2\ (R_1)$ | 3 | $x_2$ | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 1 | 60 |
| | | $Z_j$ | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 260 |
| | | $C_j - Z_j$ | -1 | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 | |

❸ เปลี่ยนตัวแปรมูลฐานครั้ง ที่ 2

❶ หยุดคำนวณเนื่องจากไม่สามารถพัฒนาผลลัพธ์

จากนั้นก็คำนวณตัวเลขในตัวแปรมูลฐานเรียบร้อยแล้วจึงคำนวณค่า $Z_j$ และ $(C_j - Z_j)$

$Z_j$ ของ $x_1 = 2(1) + 0(1) + 3(0) = 2$

$Z_j$ ของ $x_2 = 2(0) + 0(0) + 3(1) = 3$

$Z_j$ ของ $x_3 = 2(1) + 0(0) + 3(0) = 2$

$Z_j$ ของ $s_1 = 2(2) + 0(-4) + 3(-1) = 1$

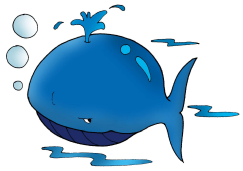
$Z_j$ ของ $s_2 = 2(0) + 0(1) + 3(0) = 0$

$Z_j$ ของ $s_3 = 2(-1) + 0(1) + 3(1) = 1$

$Z_j$ ของแถวตั้งผลลัพธ์ (ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์) = 2(40)+ 0(80) )+3(80) = 260

นำค่า $Z_j$ ที่คำนวณได้ไปหักออกจากค่า $C_j$ ในแถวนอนบนสุดจะได้ค่า $(C_j - Z_j)$

จากตารางผลลัพธ์ที่ 3 พบว่า $(C_j - Z_j)$ มีค่าเป็นจำนวนลบและศูนย์ทุกตัว แสดงว่าไม่สามารถพัฒนาผลลัพธ์ให้มากกว่านี้ได้อีกแล้วดังนั้นจึงถือได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้ว ซึ่งจะได้ว่า $x_1 = 0$, $x_2 = 60$, $x_3 = 40$, $s_1 = 0$, $s_2 = 80$, $s_3 = 0$ และได้ค่า $Z = 260$ ซึ่งถือได้ว่าเป็นค่าสูงสุดแล้ว นั่นคือเลือกที่จะตัดสินใจที่ค่า $x_1 = 0$, $x_2 = 60$, $x_3 = 40$ ซึ่งทำให้ได้ค่า $Z$ สูงที่สุดเท่ากับ 260 #



**ตัวอย่างที่ 2**

Maximize $Z = 5x_1 + 2x_2 - x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 - x_3 \le 10$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 \le 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

เปลี่ยนกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน ได้ดังนี้

จงหาค่าสูงสุด $Z = 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 0s_1 + 0s_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 - x_3 + s_1 = 10$$

$$2x_1 + 4x_2 + x_3 + s_2 = 30$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \ge 0$$

เนื่องจาก มีตัวแปรทั้งหมด 5 ตัว มี 2 สมการดังนั้นต้องกำหนดตัวแปรจำนวน 5 - 2 = 3 ตัว ให้มีค่าเท่ากับ 0 (เป็นตัวแปรอมูลฐาน) และผลลัพธ์เบื้องต้นอยู่ที่จุดกำเนิด ดังนั้น กำหนดตัวแปรอมูลฐานคือ $x_1, x_2, x_3$ และตัวแปรมูลฐานคือ $s_1, s_2$

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | 5 | 2 | -1 | 0 | 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | อัตราส่วน |
| 0 | $s_1$ | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | 10 | 10/1=10 * ต่ำสุด |
| 0 | $s_2$ | 2 | 4 | 1 | 0 | 1 | 30 | 30/2=15 |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | $C_j - Z_j$ | 5 * | 2 | -1 | 0 | 0 | | |

❶ ❷

พบว่า $C_j - Z_j$ มีค่าเป็นบวก สามารถเพิ่มผลลัพธ์ได้ และ $C_j - Z_j$ ของ $x_1$ มีค่าบวกมากที่สุด ดังนั้นเลือก $x_1$ เป็นตัวแปรเข้า และพบว่าอัตราส่วนเงื่อนไขข้อที่ 1 มีค่าต่ำสุดคือ 10 ซึ่งมี $s_1$ เป็นตัวแปรมูลฐาน ดังนั้นเลือก $s_1$ เป็นตัวแปรออก ตัวเลขที่อยู่ในตำแหน่งจุดตัดระหว่างแถวตั้งที่เลือกให้เป็นตัวแปรเข้า ($x_1$) กับแถวนอนที่เลือกให้เป็นตัวแปรออก ($s_1$) เป็น **จุดหลัก ( Pivot Element)** ดังนั้นพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ได้ดังตารางผลลัพธ์ที่ 2

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | | $C_j$ | 5 | 2 | -1 | 0 | 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แถว | | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | อัตราส่วน |
| $R_1$ | | 5 | $x_1$ | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | 10 | - |
| $-2R_1 + R_2 \rightarrow R_2$ | | 0 | $s_2$ | 0 | 2 | 3 | -2 | 1 | 10 | 10/3 |
| | | | $Z_j$ | 5 | 5 | -5 | 5 | 0 | 50 | |
| | | | $C_j - Z_j$ | 0 | -3 | 4 | -5 | 0 | | |

❸

พบว่า $C_j - Z_j$ ยังมีค่าเป็นบวกอยู่ สามารถเพิ่มผลลัพธ์ได้ และ $C_j - Z_j$ ของ $x_3$ มีค่าบวกมากที่สุด ดังนั้นตัวแปรเข้าคือ..... และตัวแปรออกคือ.....
จุดหลักคือ..... ดังนั้นพัฒนาผลลัพธ์ใหม่ได้ดังตารางผลลัพธ์ชุดที่ 3

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 3**

| | | Cj | 5 | 2 | -1 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แถว | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ |
| ..... | 5 | $x_1$ | 1 | 5/3 | 0 | 1/3 | 1/3 | 40/3 |
| ..... | -1 | $x_3$ | 0 | 2/3 | 1 | -2/3 | 1/3 | 10/3 |
| | | $Z_j$ | 5 | 23/3 | -1 | 7/3 | 4/3 | 190/3 |
| | | $Cj - Z_j$ | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | |

จากตารางพบว่าเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่.....เพราะ.....
.....
สามารถอ่านค่าผลลัพธ์ที่จากตารางได้ว่า.....
จากค่าผลลัพธ์ที่ได้หมายความว่า.....
.....
**สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดคือได้คือ**.....

**สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**
**กรณีปัญหาหาค่าสูงสุดเมื่อเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$**

1) จัดรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน โดยใช้ตัวแปรส่วนขาด
2) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น
3) ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าเหมาะสมที่สุดหรือไม่ โดยพิจารณาค่า $(c_j - z_j)$
   - ถ้าเป็นลบหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์นั้นเหมาะสมที่สุดแล้ว ให้หยุดการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ที่ได้
   - ถ้ายังมีค่า $(c_j - z_j)$ เป็นบวกอยู่ ให้พัฒนาผลลัพธ์ใหม่ในขั้นตอนต่อไป
4) เลือกตัวแปรที่มีค่า $(c_j - z_j)$ เป็นบวกมากที่สุดเป็นตัวแปรเข้า
5) คำนวณอัตราส่วนระหว่างผลลัพธ์ $(b_i)$ กับสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้าในเงื่อนไขบังคับที่ i (สัมประสิทธิ์เป็นลบหรือศูนย์ไม่ต้องคำนวณอัตราส่วน) เลือกตัวแปรมูลฐานที่ให้อัตราส่วนที่ต่ำสุดเป็นตัวแปรออก
6) เปลี่ยนตัวแปรมูลฐานและสร้างตางผลลัพธ์ชุดใหม่ แล้วกลับไปทำข้อ 3)

ตัวอย่างที่ 3 ที่ผู้เรียนจะได้ศึกษาต่อไปนี้เป็นตัวอย่างที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจหลักเกณฑ์การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์มากขึ้นโดยจะใช้ตัวอย่างที่มีตัวแปร 2 ตัว และเปรียบเทียบกับการแก้ปัญหาด้วยกราฟเพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนภาพในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์มากขึ้น ดังนี้

**ตัวอย่างที่ 3**

Maximize $Z = 7x_1 + 10x_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 \leq 7$$
$$2x_1 + x_2 \leq 25$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

เปลี่ยนกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน ได้ดังนี้

Maximize $Z = 7x_1 + 10x_2 + 0s_1 + 0s_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 + s_1 = 7$$
$$2x_1 + x_2 + s_2 = 25$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | 7 | 10 | 0 | 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | อัตราส่วน |
| 0 | $s_1$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 7 | 7* |
| 0 | $s_2$ | 2 | 1 | 0 | 1 | 25 | 10 |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | $C_j - Z_j$ | 7 | 10 | 0 | 0 | | |

จากที่ทราบมาแล้วว่า $C_j - Z_j$ ของสดมภ์ใดๆ แสดงถึงค่าที่จะเพิ่มขึ้นหรือลดลงของฟังก์ชันจุดประสงค์ต่อหนึ่งหน่วยตัวแปรเมื่อให้ตัวแปรในสดมภ์นั้นเป็นตัวแปรเข้า

จากตาราง พบว่าค่า $C_j - Z_j$ ในสดมภ์ของ $x_1$ มีค่าเท่ากับ 7 หมายความว่าถ้าให้ตัวแปร $x_1$ เป็นตัวแปรเข้าทุก ๆ 1 หน่วยของ $x_1$ จะทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มขึ้น 7 หน่วย ในทำนองเดียวกัน ค่า $C_j - Z_j$ ในแถวตั้งของ $x_2$ มีค่าเท่ากับ 10 หมายความว่าถ้าให้ตัวแปร $x_2$ เป็นตัวแปรเข้าทุก ๆ 1 หน่วยของ $x_2$ จะทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ 10 หน่วย ส่วนค่า $C_j - Z_j$ ในแถวตั้งของ $s_1$ และ $s_2$ มีค่าเท่ากับ 0 หมายความว่าถ้าให้ตัวแปร $s_1$ และ $s_2$ เป็นตัวแปรเข้าทุก ๆ 1 หน่วยของ $s_1$ และ $s_2$ จะทำให้ฟังก์ชันจุดประสงค์ 0 หน่วย

จากความหมายของค่า $C_j - Z_j$ จะเห็นว่าถ้ายังมีค่าที่เป็นบวกอยู่ แสดงว่าเราสามารถทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่าเพิ่มขึ้นได้อีก ซึ่งก็หมายความว่ายังไม่ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดและต้องทำการพัฒนาผลลัพธ์ใหม่เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุดต่อไป แต่ถ้าเมื่อใดที่ค่า $C_j - Z_j$ ทุกค่ามีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์แสดงว่าเราไม่สามารถเพิ่มค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ได้อีกแล้ว เนื่องจากการนำตัวแปรเข้าจะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ลดลง และเหตุผลสำคัญในการพัฒนาผลลัพธ์ที่เหมาะที่สุดนั้นต้องการหาค่าสูงที่สุด (ในขณะ เดียวกันในการหาผลลัพธ์ก็ต้องให้ได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมเร็วที่สุดหรือใช้เวลาน้อยที่สุดด้วย) ดังนั้นจึงต้องเลือกค่าที่สามารถเพิ่มค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ได้มากที่สุดด้วย ดังนั้นการเลือกตัวแปรเข้าจึงต้องเลือกตัวแปรที่มีค่า $C_j - Z_j$ สูงที่สุด ซึ่งจากตารางผลลัพธ์เบื้องต้นจึงเลือก $x_2$ เป็นตัวแปรเข้า

สำหรับการเลือกตัวแปรออกจะพิจารณาค่าอัตราส่วนผลลัพธ์กับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่จะเป็นตัวแปรเข้าในแต่ละเงื่อนไขที่มีค่าไม่เป็นลบที่น้อยที่สุดเนื่องจากการที่นำตัวแปรเข้าไปแทนตัวแปรที่เป็นตัวแปรออกนั้นค่าของตัวแปรนั้นจะต้องสอดคล้องกับทุกเงื่อนไขคือทุกเงื่อนไขมีทรัพยากรที่สามารถตัดสินใจดำเนินการที่ค่าของตัวแปรนั้นได้และยังคงทำให้ทุกเงื่อนไขเป็นจริง ซึ่งจากตารางผลลัพธ์เบื้องต้นเลือก $s_1$ เป็นตัวแปรออก ซึ่งในการดำเนินการพัฒนาผลลัพธ์สามารถทำไปในทำนองเดียวกันนี้เรื่อยไปจนกระทั่งได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด ดังนี้

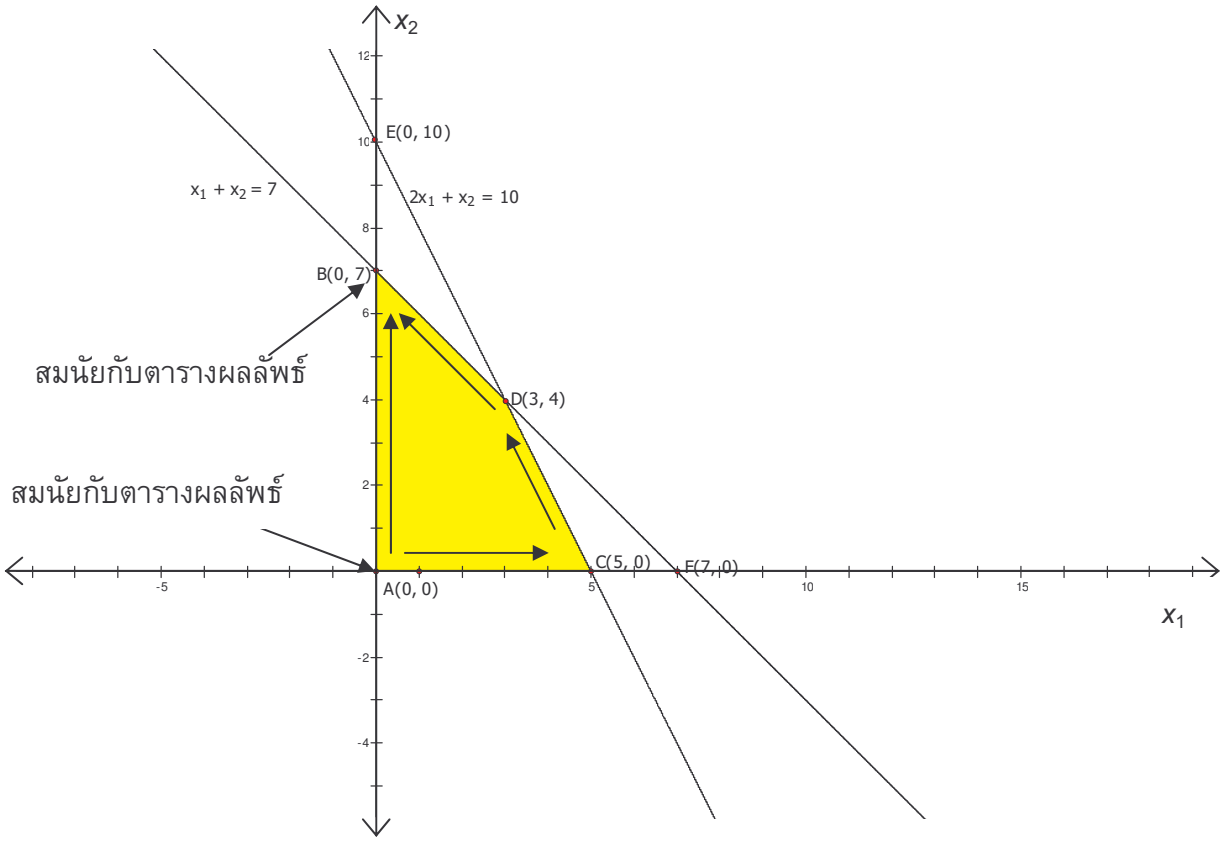
จากการพิจารณาตารางผลลัพธ์เบื้องต้นพบว่า สามารถอ่านผลลัพธ์ในตารางได้ว่า $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $s_1 = 7$, $s_2 = 10$ และ $Z = 0$ หมายความว่า การที่ตัดสินใจที่ค่า $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ คือไม่ดำเนินการใด ๆ เลย ดังนั้นจึงทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เท่ากับ 0 และจาก $s_1 = 7$, $s_2 = 10$ แสดงให้เห็นว่าในเงื่อนไขที่ 1 มีทรัพยากรเหลืออยู่ 7 หน่วย ($s_1 = 7$) และเงื่อนไขที่ 2 มีทรัพยากรเหลืออยู่ 10 หน่วย ($s_2 = 10$) นั่นเอง

และจากตารางพบว่าสามารถพัฒนาผลลัพธ์ต่อไปได้อีก โดยเลือก $x_2$ เป็นตัวแปรเข้า และ $s_1$ เป็นตัวแปรออก ดังนี้

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | $C_j$ | 7 | 10 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ |
| 10 | $x_2$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 7 |
| 0 | $s_2$ | 1 | 0 | -1 | 1 | 18 |
| | $Z_j$ | 10 | 10 | 10 | 0 | 70 |
| | $C_j - Z_j$ | -3 | 0 | -10 | 0 | |

จากตารางชุดที่ 2 เป็นตารางผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดแล้ว และสามารถอ่านตารางได้ดังนี้ $x_1 = 0$, $x_2 = 7$, $s_1 = 0$, $s_2 = 18$ และ $Z = 70$ หมายความว่า การที่ตัดสินใจที่ค่า $x_1 = 0$, $x_2 = 7$ ทำให้ผลลัพธ์ที่ได้เท่ากับ 70 และจาก $s_1 = 0$, $s_2 = 18$ แสดงให้เห็นว่าการตัดสินใจที่ค่า $x_1 = 0$, $x_2 = 7$ ในเงื่อนไขที่ 1 ใช้ทรัพยากรหมดพอดี ($s_1 = 0$) และเงื่อนไขที่ 2 มีทรัพยากรเหลืออยู่ 18 หน่วย ($s_2 = 18$) และสามารถเปรียบเทียบการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์กับการแก้ปัญหาด้วยกราฟได้ดังนี้




ซึ่งจะเห็นว่าวิธีซิมเพล็กซ์จะเป็นการตรวจสอบจุดมุมที่อยู่ในบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นได้เท่านั้น โดยไม่จำเป็นต้องเข้าไปตรวจสอบทุกจุดมุมในบริเวณผลลัพธ์ที่ไปได้ แต่จะเลือกเข้าตรวจสอบจุดมุมที่บริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ที่จะทำให้ได้ค่าสูงสุดตามวัตถุประสงค์เร็วที่สุดจากตัวอย่างจะเห็นว่า การแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์คำนวณแค่ 2 ตารางผลลัพธ์เท่านั้น คือ ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $s_1 = 7$, $s_2 = 10$ และ $Z = 0$ ซึ่งสมนัยกับจุดมุม A(0, 0) และจากนั้นก็เข้าสู่ตารางผลลัพธ์ที่ 2 ซึ่งเป็นตารางผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด คือ $x_1 = 0$, $x_2 = 7$, $s_1 = 0$, $s_2 = 18$ และ $Z = 70$ ซึ่งสมนัยกับจุดมุม B(0, 7) และเมื่อเปรียบเทียบกับการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟ พบว่ามีจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ถึง 4 จุดมุมด้วยกันคือ A(0, 0), B(0, 7), C(5, 0), D(7, 0) จะเห็นว่าตารางผลลัพธ์ที่เกิดจากการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ก็คือจุดมุมของบริเวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีกราฟนั่นเอง

**ใบกิจกรรมที่ 8 เรื่อง การหาค่าสูงสุดของกำหนดการเชิงเส้น**
**กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้
2) อ่านตารางผลลัพธ์และอธิบายผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

คำสั่ง: จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**3.** Maximize $Z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$

ภายใต้เงื่อนไข $x_1 + x_3 \leq 4$

$x_2 + x_3 \leq 3$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

เขียนให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานคือ

Maximize .....

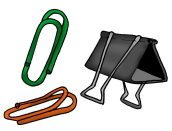
ภายใต้เงื่อนไข .....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | อัตราส่วน |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | ..... |
| | | | | | | | | ..... |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |



**ตารางผลลัพธ์ที่ 2**

| แถว | | $C_j$ | | | | | | | อัตราส่วน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | |
| ..... | | | | | | | | | ..... |
| ..... | | | | | | | | | ..... |
| | | $Z_j$ | | | | | | | |
| | | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ที่ 3**

| แถว | | $C_j$ | | | | | | | อัตราส่วน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | |
| ..... | | | | | | | | | ..... |
| ..... | | | | | | | | | ..... |
| | | $Z_j$ | | | | | | | |
| | | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ที่ 4**

| | | $C_j$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แถว | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ |
| ..... | | | | | | | | |
| ..... | | | | | | | | |
| | | $Z_j$ | | | | | | |
| | | $C_j - Z_j$ | | | | | | |

จากตารางพบว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมหรือไม่.....เพราะ.....

.....

.....

สามารถอ่านค่าผลลัพธ์ที่จากตารางได้ว่า.....

.....

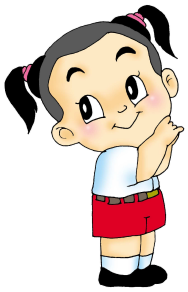
จากค่าผลลัพธ์ที่ได้หมายความว่า.....

.....

.....

**สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดคือได้คือ**.....

.....



**หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**เรื่อง การหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นรูปแบบต่าง ๆ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**: การหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) มีความรู้ความเข้าใจในขั้นตอนวิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

2) หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

3) อ่านตารางผลลัพธ์และอธิบายผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

**3.2.2 การหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$**

วิธีซิมเพล็กซ์สามารถใช้กับกำหนดการเชิงเส้นที่เป็นปัญหาหาค่าต่ำสุดได้เช่นเดียวกัน โดยมีขั้นตอนเหมือนกับการแก้ปัญหาหาค่าสูงสุด ยกเว้นขั้นตอนที่ 3) และ 4) ส่วนขั้นตอนอื่น ๆ ยังคงใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อให้เข้าใจขั้นตอนการคำนวณชัดเจนยิ่งขึ้น ให้นักเรียนศึกษาการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่เป็นการหาค่าต่ำสุดและเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ซึ่งจะแสดงโดยละเอียดดังต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1** Minimize $Z = x_1 - 3x_2 + x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + 4x_2 \leq 7$$
$$4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 12$$
$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1) จัดรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐาน

Minimize $Z = x_1 - 3x_2 + x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + 4x_2 + s_1 = 7$$
$$4x_1 + 3x_2 + 8x_3 + s_2 = 12$$
$$3x_1 - x_2 + 2x_3 + s_3 = 10$$
$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

2) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

| | $C_j$ | 1 | -3 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 2 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 7 |
| 0 | $s_2$ | 4 | 3 | 8 | 0 | 1 | 0 | 12 |
| 0 | $s_3$ | 3 | -1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 10 |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $C_j - Z_j$ | 1 | -3 | 1 | 0 | 0 | 0 | |

อ่านผลลัพธ์จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้นได้ดังนี้

**ตัวแปรมูลฐาน** คือตัวแปรที่ปรากฏในแถวตั้งตัวแปรมูลฐานได้แก่ $s_1$, $s_2$, $s_3$ มีค่าเท่ากับ 7, 12, 10 ตามลำดับ

**ตัวแปรอมูลฐาน** คือตัวแปรที่ไม่ปรากฏในแถวตั้งตัวแปรมูลฐานได้แก่ $x_1$, $x_2$, $x_3$ มีค่าเท่ากับ 0 ผลลัพธ์ทั้งหมดนี้ให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ เท่ากับ 0

3) ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าเหมาะสมหรือไม่ โดยพิจารณาค่า $(c_j - z_j)$

↳ ถ้าเป็น **บวกหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าไม่ว่าจะเปลี่ยนตัวแปรใดเข้าไปในตัวแปรมูลฐานก็จะเป็นการเพิ่มค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ทั้งสิ้น ดังนั้นผลลัพธ์ที่มีอยู่จึงเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด** กล่าวคือทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ต่ำที่สุด

↳ ถ้ายัง**มีค่าเป็นลบ (น้อยกว่าศูนย์)** แสดงว่าถ้านำตัวแปรที่ให้ค่า $(c_j - z_j)$ เป็นลบ (น้อยกว่าศูนย์) นั้นเข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐาน จะลดค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ลงได้ ดังนั้นผลลัพธ์ที่มีอยู่นั้นสามารถทำให้มีค่าลดลงได้อีก

จากตัวอย่างแสดงว่าผลลัพธ์เบื้องต้นยังไม่ใช่ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดเพราะยังมีค่า$(c_j - z_j)$ เป็นลบ (น้อยกว่าศูนย์) อยู่หนึ่งค่า คือ -3

4) เลือกตัวแปรเข้าที่มีค่า $(c_j - z_j)$ เป็นลบมากที่สุดเป็นตัวแปรเข้า คือ $x_2$

5) คำนวณอัตราส่วนระหว่างค่าผลลัพธ์ $(b_i)$ กับสัมประสิทธิ์ของ $x_2$ ในเงื่อนไขข้อที่ 1

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | 1 | -3 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 2 | 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 7 |
| 0 | $s_2$ | 4 | 3 | 8 | 0 | 1 | 0 | 12 |
| 0 | $s_3$ | 3 | -1 | 2 | 0 | 0 | 1 | 10 |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $C_j - Z_j$ | 1 | -3* | 1 | 0 | 0 | 0 | |

| อัตราส่วน |
|---|
| 7/4* |
| 4 |
| - |

เราไม่คำนวณอัตราส่วนของเงื่อนไขข้อที่ 3 (แถว $R_3$)เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของ $x_2$ ในสมการนั้นเป็นลบจึงไม่นำมาพิจารณาเพราะจะให้ค่าตัวแปรที่ไม่เป็นจริง จากการเปรียบเทียบอัตราส่วนที่คำนวณได้ อัตราส่วนที่ต่ำที่สุดคือ 7/4 ซึ่งได้จากตัวแปรมูลฐาน $s_1$ ดังนั้น $s_1$ จะถูกนำออกจากตัวแปรมูลฐาน นั่นคือ เป็นตัวแปรออก

6) เปลี่ยนตัวแปรมูลฐาน คือ นำ $x_2$ เข้ามาแทนที่ $s_1$ ในตัวแปรมูลฐาน และสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่โดยมีหลักว่าจะต้องทำตัวเลขที่จุดหลักให้เป็น 1 และทำให้สัมประสิทธิ์ตัวอื่น ๆ ในแถวตั้ง $x_2$ ให้เป็น 0 ในการคำนวณจะเริ่มที่แถว $R_1$ ก่อนแล้วจึงคำนวณตัวเลขในแถว $R_2$, $R_3$ และค่า $Z_j$, $(C_j - Z_j)$ ได้ผลลัพธ์ ชุดใหม่ดังนี้

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | | $C_j$ | 1 | -3 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| แถว | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
| $(1/4)R_1 \rightarrow R_1$ | -3 | $x_2$ | 1/2 | 1 | 0 | 1/4 | 0 | 0 | 7/4 |
| $(-3)R_1 + R_2 \rightarrow R_2$ | 0 | $s_2$ | 5/2 | 0 | 8 | -3/4 | 1 | 0 | 27/4 |
| $R_1 + R_3 \rightarrow R_3$ | 0 | $s_3$ | 7/2 | 0 | 2 | 1/4 | 0 | 1 | 47/4 |
| | | $Z_j$ | -3/2 | -3 | 0 | -3/4 | 0 | 0 | -21/4 |
| | | $C_j - Z_j$ | 5/2 | 0 | 1 | 3/4 | 0 | 0 | |

จากตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2 ค่า ($C_j$- $Z_j$) เป็นบวกและเป็นศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าถ้ามีการเปลี่ยนตัวแปรเหล่านั้นเข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐานจะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์เพิ่มมากขึ้น เช่นถ้าให้ $x_1$ เข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐานจะเพิ่มค่า $Z$ ขึ้นเท่ากับ 5/2 ต่อหนึ่งหน่วยของค่า $x_1$ หรือถ้านำ $x_3$ เข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐานจะเพิ่มค่า $Z$ ขึ้นเท่ากับ 1 ต่อหนึ่งหน่วยของค่า $x_3$ เป็นต้น ดังนั้นผลลัพธ์ชุดที่ 2 จึงเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด

อ่านค่าตัวแปรต่าง ๆ จากตารางได้ดังนี้

$x_1 = 0$ $x_2 = 7/4$ $x_3 = 0$

$s_1 = 0$ $s_2 = 27/4$ $s_3 = 47/4$

ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ ($Z$) ที่ต่ำสุด เท่ากับ -21/4

สรุปความหมายได้ว่า ตัดสินใจที่ค่า $x_1 = 0$ $x_2 = 7/4$ $x_3 = 0$ ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ ($Z$) ต่ำที่สุด เท่ากับ -21/4 และพบว่าทรัพยากรหรือปัจจัยในเงื่อนไขที่ 1 ใช้หมดพอดี ส่วนทรัพยากรหรือปัจจัยในเงื่อนไขที่ 2 เหลือ 27/4 และ ทรัพยากรหรือปัจจัยในเงื่อนไขที่ 3 เหลือ 47/4

**สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**
**กรณีปัญหาหาค่าต่ำสุดเมื่อเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$**

1) จัดรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน โดยใช้ตัวแปรส่วนขาด
2) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น
3) ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าเหมาะสมที่สุดหรือไม่ โดยพิจารณาค่า $(c_j - z_j)$
   ↳ ถ้าเป็น**บวกหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์นั้นเหมาะสมที่สุด**แล้วให้หยุดการคำนวณและแสดงผลลัพธ์ที่ได้
   ↳ ถ้ายัง**มีค่า $(c_j - z_j)$ เป็นลบอยู่ ให้พัฒนาผลลัพธ์ใหม่**ในขั้นที่ 4 ต่อ
4) เลือกตัวแปรที่มีค่า $(c_j - z_j)$ เป็น**ลบมากที่สุด**เป็นตัวแปรเข้า
5) คำนวณอัตราส่วนระหว่างผลลัพธ์ $(b_i)$ กับสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเข้าในเงื่อนไขบังคับที่ $i$ (สัมประสิทธิ์เป็นลบหรือศูนย์ไม่ต้องคำนวณอัตราส่วน) เลือกตัวแปรมูลฐานที่ให้อัตราส่วนที่ต่ำสุดเป็นตัวแปรออก
6) เปลี่ยนตัวแปรมูลฐานและสร้างตารางผลลัพธ์ชุดใหม่ แล้วกลับไปทำข้อ 3)

ให้นักเรียนศึกษาและฝึกการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นจากตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 2** Minimize $Z = 9x_1 + 9x_2 - 6x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 16$$
$$x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 12$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1) จัดรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นในรูปแบบมาตรฐาน

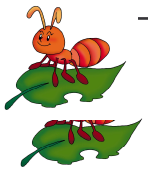
Minimize .....

ภายใต้เงื่อนไข

.....

.....

.....



2) สร้างตารางผลลัพธ์เบื้องต้น

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | อัตราส่วน |
| | | | | | | | | ..... |
| | | | | | | | | ..... |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

อ่านค่าผลลัพธ์ที่ได้จากตารางได้ว่า

$x_1$ = ……..  $x_2$ = …….  $x_3$ = ……

$s_1$ = ……..  $s_2$ = ……..

ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ ($Z$) ที่ต่ำสุด เท่ากับ ……..……..

สรุปความหมายของผลลัพธ์ได้ว่า .....

.....

.....

.....

3) ตรวจสอบผลลัพธ์ว่าเหมาะสมหรือไม่ โดยพิจารณาค่า ($C_j - Z_j$)

↳ ถ้าเป็น**บวกหรือศูนย์หมดทุกค่า แสดงว่าไม่ว่าจะเปลี่ยนตัวแปรใดเข้าไปในตัวแปรมูลฐานก็จะเป็นการเพิ่มค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ทั้งสิ้น ดังนั้นผลลัพธ์ที่มีอยู่จึงเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด** กล่าวคือให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ต่ำสุด

↳ ถ้ายัง**มีค่าเป็นลบ** แสดงว่าถ้านำตัวแปรให้ค่า ($C_j - Z_j$) เป็นลบนั้นเข้ามาเป็นตัวแปรมูลฐาน จะลดค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ลงได้ ดังนั้นผลลัพธ์ที่มีอยู่นั้นสามารถทำให้มีค่าลดลงได้อีก

จากตัวอย่างผลลัพธ์เบื้องต้นยังไม่ใช่เป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด

เพราะ.....

.....

4) เลือกตัวแปรเข้าที่มีค่า ($C_j - Z_j$) เป็นลบมากที่สุดเป็นตัวแปรเข้า คือ .....

5) จากการคำนวณอัตราส่วนระหว่างค่าผลลัพธ์ ($b_i$) กับสัมประสิทธิ์ของ ...ในเงื่อนไขข้อที่ .....
มีอัตราส่วนที่ต่ำที่สุด คือเท่ากับ .....ดังนั้นเลือกตัวแปร.....เป็นตัวแปรออก

6) เปลี่ยนตัวแปรมูลฐาน คือ นำตัวแปร .....เข้ามาแทนที่ตัวแปร.....ในตัวแปรมูลฐาน
และสามารถสร้างตารางผลลัพธ์ใหม่ดังตารางต่อไปนี้

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| แถว | | $C_j$ | | | | | | | อัตราส่วน |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | ผลลัพธ์ | |
| ..... | | | | | | | | | ..... |
| ..... | | | | | | | | | ..... |
| | | $Z_j$ | | | | | | | |
| | | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

จากตารางข้างต้นเป็นผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ ..... เพราะ .....
.....

สามารถอ่านค่าตัวแปรจากตารางได้ดังนี้.....
.....
.....

สรุปความหมายของผลลัพธ์ที่เหมาะสมได้ว่า.....
.....
.....

**สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดคือ** .....
.....

**ใบกิจกรรมที่ 9 เรื่อง การหาค่าต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้น**
**กรณีเงื่อนไขทุกข้อมีเครื่องหมาย $\leq$ ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

2) อ่านตารางผลลัพธ์และอธิบายผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

คำสั่ง: จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**1.** Minimize $Z = x_1 - 3x_2 + 5x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + 2x_3 \leq 10$$
$$3x_2 + x_3 \leq 24$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

เขียนให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานคือ

Minimize .....

ภายใต้เงื่อนไข .....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | |

อ่านค่าผลลัพธ์จากตารางได้ว่า .....

.....

สรุปความหมายของผลลัพธ์จากตารางได้ว่า.....

.....

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $C_j$ | | | | | | |
| แถว | $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| ..... | | | | | | | | |
| ..... | | | | | | | | |
| | | $Z_j$ | | | | | | |
| | | $C_j$- $Z_j$ | | | | | | |

อ่านค่าผลลัพธ์จากตารางได้ว่า .....

.....

.....

.....

.....

สรุปความหมายของผลลัพธ์จากตารางได้ว่า.....

.....

.....

.....

**สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดคือ** .....

.....

**หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นและการประยุกต์ในสถานการณ์**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) เขียนแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่สอดคล้องปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2) แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

**3.4 การแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นและการประยุกต์ในสถานการณ์**

กำหนดการเชิงเส้นเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่นำไปใช้ในการจัดสรรทรัพยากรต่าง ๆ เช่นทรัพยากรทางการผลิต งบประมาณ การโภชนาการ ฯลฯ ที่มีอยู่อย่างจำกัดเพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดหรือสิ้นเปลืองน้อยที่สุด เป็นต้น ซึ่งสามารถพบได้ในสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ดังนั้นต่อไปนี้เป็นนำความรู้เกี่ยวการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ดังกล่าว ซึ่งให้นักเรียนได้ศึกษาและฝึกทักษะการแก้ปัญหาดังกล่าวจากตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 1**

อุตสาหกรรมในครัวเรือนแห่งหนึ่งทำการผลิตขนมไทยซึ่งประกอบด้วย ขนมวุ้น ขนมชั้น ขนมหม้อแกง และขนมเปียกปูน ซึ่งพบว่าในการผลิตขนมไทยทั้ง 4 ชนิดครอบครัวมีเงินลงทุนต่อวันทั้งสิ้นไม่เกิน 5,000 บาท และพบว่าในการผลิตขนมทั้ง 4 ชนิด ต้องใช้ค่าใช้จ่ายในการซื้อส่วนผสมเพื่อผลิตขนมไทยทั้ง 4 ชนิดต่อถาดเป็น 200 บาท 150 บาท 200 บาท และ 100 บาท ตามลำดับ และครอบครัวนี้สามารถผลิตขนมไทยทั้ง 4 ชนิดต่อวัน ได้ไม่เกิน 30 ถาดต่อวัน โดยที่กำไรจากการขายขนมทั้ง 4 ชนิด เป็นดังนี้ ขนมวุ้นมีกำไร 250 บาทต่อถาด ขนมชั้นมีกำไร 200 บาทต่อถาด ขนมหม้อแกงมีกำไร 250 บาทต่อถาด และ ขนมเปียกปูนมีกำไร 200 บาทต่อถาด อยากทรายว่าครอบครัวนี้จะมีผลิตขนมไทยทั้ง 4 ชนิดต่อวันอย่างละกี่ถาดจึงจะได้กำไรมากที่สุด และกำไรมากที่สุดเป็นเท่าไร

**วิธีทำ ขั้นที่1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อวิเคราะห์และจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

**ส่วนจุดประสงค์** .....

**ส่วนเงื่อนไข** .....

.....

.....

**สิ่งโจทย์ต้องการทราบ** .....

.....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | ขนมวุ้น | ขนมชั้น | ขนมหม้อแกง | ขนมเปียกปูน | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข** ..... ..... | ..... ..... | ..... ..... | ..... ..... | ..... ..... | ..... ..... |
| **ส่วนจุดประสงค์** ..... | ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

ให้ $x_1$ แทน .....

$x_2$ แทน .....

$x_3$ แทน .....

$x_4$ แทน .....

และ $Z$ แทน .....

ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

เขียนแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐาน ได้ดังนี้

.....

ภายใต้เงื่อนไข

.....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 3**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 4**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**สามารถอ่านผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้จากตารางดังนี้**

.....

.....

.....

.....

**ตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**หน่วยการเรียนที่ 3 การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

**เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาและการประยุกต์ในสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) เขียนแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่สอดคล้องปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2) แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

## สรุปขั้นตอนการแก้ปัญหา

**1. อ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา**

**2. วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา**

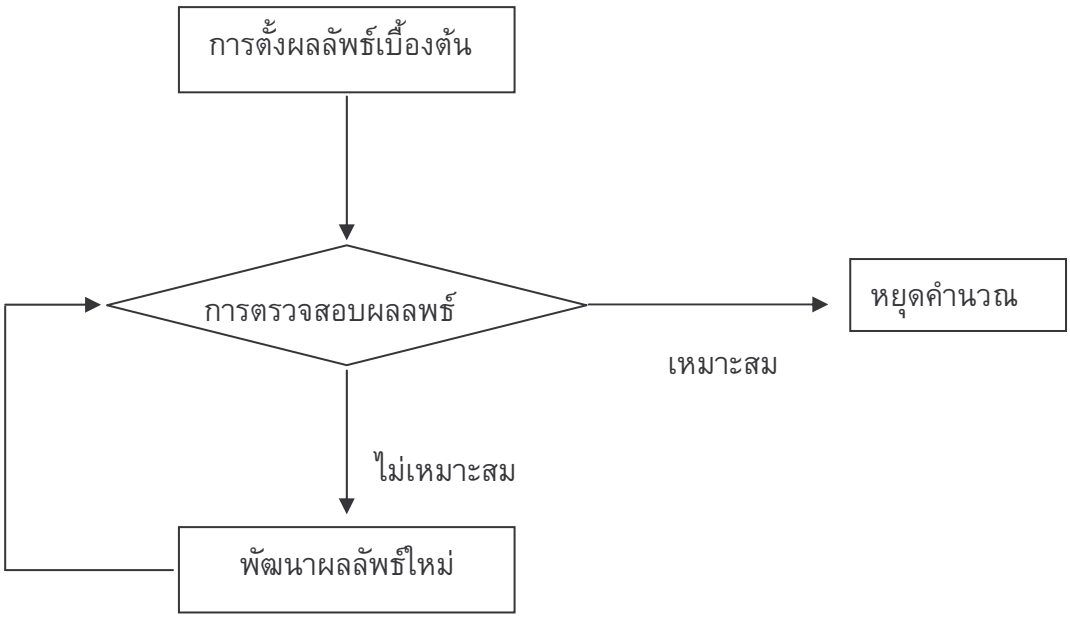
**- อะไรคือจุดประสงค์**

**- อะไรคือเงื่อนไข**

**3. สร้างตัวแบบกำหนดการเชิงเส้น**

**4. ดำเนินการแก้ปัญหา**

**สรุปการแก้ปัญหาดังแผนผังขั้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ดังนี้**




**5. สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดที่ได้จากการแก้ปัญหา**

**ใบกิจกรรมที่ 14 เรื่อง การประยุกต์ในสถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้น**

จุดประสงค์การเรียนรู้

1) เขียนแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่สอดคล้องปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

2) แก้โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ได้

**คำสั่ง : ให้นักเรียนแก้สถานการณ์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้**

1. สุดาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการหารายได้ระหว่างเรียนโดยตัดสินใจทำแซนด์วิชขาย ซึ่งแซนด์วิชที่สุดาทำมีอยู่ 3 สูตร คือ สูตรที่ 1 สูตรที่ 2 สูตรที่ 3 ทั้งสามสูตรมีส่วนประกอบ ดังนี้ ได้แก่ เนยแข็ง แฮม และไส้กรอก โดยมีสัดส่วนการใช้ดังนี้

| ส่วนประกอบ | ส่วนประกอบในการทำแซนด์วิช 1 อัน | | | จำนวนส่วนประกอบที่มีอยู่ |
|---|---|---|---|---|
| | สูตรที่ 1 | สูตรที่ 2 | สูตรที่ 3 | |
| เนยแข็ง (แผ่น) | 1 | 1 | 2 | 150 |
| แฮม (แผ่น) | 1 | 2 | 1 | 180 |
| ไส้กรอก (ชิ้น) | 1 | 1 | 2 | 200 |

ซึ่งสุดาพบว่าสามารถขายแซนด์วิชสูตรที่ 1 ได้กำไรอันละ 6 บาท และขายแซนด์วิชสูตรที่ 2 ได้กำไรอันละ 8 บาท และสูตรที่ 3 ได้กำไรอันละ 10 บาท สุดาควรทำแซนด์วิชไว้ขายอย่างละกี่อันจึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรมากที่สุดเท่าใด

**วิธีทำ**

**ขั้นที่1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อวิเคราะห์และจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

**ส่วนจุดประสงค์** .....

**ส่วนเงื่อนไข** .....

.....

.....

**สิ่งโจทย์ต้องการทราบ** .....

.....

.....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | | | | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข** | | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| **ส่วนจุดประสงค์** | | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

ให้ $x_1$ แทน .....

$x_2$ แทน .....

$x_3$ แทน .....

และ $Z$ แทน .....

ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

เขียนแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐาน ได้ดังนี้

.....

ภายใต้เงื่อนไข

.....

.....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 3**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 4**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**สามารถอ่านผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้จากตารางดังนี้**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ตอบ**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# ภาคผนวก จ แบบทดสอบ

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ
  สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
    ตอนที่ 1 แบบปรนัย
    ตอนที่ 2 แบบอัตนัย

- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์
  สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
    ตอนที่ 1 แบบปรนัย
    ตอนที่ 2 แบบอัตนัย

# แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
# เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

**คำชี้แจง**

1. แบบทดสอบนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ หลังจากเรียนหน่วยการเรียนที่ 1 และ 2 ในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟหรือวิธีซิมเพล็กซ์
2. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน คือ
   **ตอนที่ 1** เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ
   **ตอนที่ 2** เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ
3. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบทั้งหมด 2 คาบ (100 นาที)

**ตอนที่ 1 แบบทดสอบแบบปรนัย**

**คำสั่ง :** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × ลงในกระดาษคำตอบโดยเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. โครงสร้างของแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นมีส่วนประกอบตรงตามข้อใดถูกต้องที่สุด
   ก. ค่ามากที่สุดและค่าน้อยที่สุด
   ข. ฟังก์ชันจุดประสงค์และเงื่อนไขข้อบังคับ
   ค. ฟังก์ชันจุดประสงค์และกราฟ
   ง. เงื่อนไขข้อบังคับและกราฟ

2. ช่างตัดเสื้อต้องการตัดเสื้อสามแบบโดยเสื้อแบบที่ 1 ขายได้กำไรตัวละ 300 บาท เสื้อแบบที่ 2 ขายกำไรได้ตัวละ 500 บาท เสื้อแบบที่ 3 ขายได้กำไรตัวละ 250 บาท ซึ่งช่างมีผ้าที่จะใช้ในการตัดดังนี้คือ ผ้าฝ้าย 16 หลา ผ้าไหม 11 หลา ผ้าขนสัตว์ 15 หลา และเสื้อแบบที่ 1 ใช้ผ้าฝ้าย 2 หลา ผ้าไหม 1 หลา ผ้าขนสัตว์ 1 หลา ส่วนเสื้อแบบที่ 2 ใช้ผ้าฝ้าย 1 หลา ผ้าไหม 2 หลา ผ้าขนสัตว์ 3 หลา และเสื้อแบบที่ 3 ใช้ผ้าฝ้าย 1 หลา ผ้าไหม 1 หลา ผ้าขนสัตว์ 1 หลา ช่างควรวางแผนในการตัดเสื้อแต่ละแบบอย่างละกี่ตัวจึงจะขายได้กำไรมากที่สุด
   ข้อใดคือจุดประสงค์ของปัญหาข้างต้น
   ก. ต้องการตัดเสื้อให้ได้จำนวนมากที่สุดจะได้กำไรเท่าไรก็ตาม
   ข. ต้องการตัดเสื้อให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด
   ค. ต้องการตัดเสื้อขายให้ได้กำไรมากที่สุด
   ง. ต้องการตัดเสื้อให้ใช้ปริมาณผ้าน้อยที่สุด

3. จากข้อ 2 สมมติให้ $x$ แทน แทนจำนวนเสื้อแบบที่ 1 ที่ตัดสินใจตัด
$y$ แทน แทนจำนวนเสื้อแบบที่ 2 ที่ตัดสินใจตัด
$z$ แทน แทนจำนวนเสื้อแบบที่ 3 ที่ตัดสินใจตัด
แล้วข้อใดต่อไปนี้คือเงื่อนไขข้อบังคับ

ก. $2x + y + z \le 16$
$x + 2y + z \le 11$
$x + 3y + z \le 15$
$x \ge 0$
$y \ge 0$
$z \ge 0$

ข. $2x + y + z \ge 16$
$x + 2y + z \ge 11$
$x + 3y + z \ge 15$
$x \ge 0$
$y \ge 0$
$z \ge 0$

ค. $2x + y + z \le 16$
$x + 2y + 3z \le 11$
$x + y + z \le 15$
$x \ge 0$
$y \ge 0$
$z \ge 0$

ง. $2x + y + z \ge 16$
$x + 2y + 3z \ge 11$
$x + y + z \ge 15$
$x \ge 0$
$y \ge 0$
$z \ge 0$

4. บริษัทแห่งหนึ่งผลิตอาหารไก่ชนิดหนึ่งที่ใช้เป็นส่วนผสมในการผลิตอาหารไก่ทั้ง 4 อย่าง คือ ข้าวโพด ปลาป่น รำข้าว และวิตามิน ในการบรรจุเป็นกระสอบ กระสอบละ 50 กิโลกรัม โดยมีข้อจำกัดต่าง ๆ ดังนี้

1) ต้องมีข้าวโพด ไม่เกิน 40 %

2) ต้องมีข้าวโพด รำข้าว รวมกันไม่น้อยกว่า 50 %

3) ต้องมีวิตามินและปลาป่น รวมกันไม่น้อยกว่า 10 %

ซึ่งต้นทุนของข้าวโพด ปลาป่น รำข้าว และ วิตามิน เป็นกิโลกรัมละ 5 บาท กิโลกรัมละ 10 บาท กิโลกรัมละ 7 บาท และกิโลกรัมละ 15 บาท ตามลำดับ ในอาหารไก่ 1 กระสอบควรประกอบด้วยส่วนผสมต่างๆ อย่างละกี่กิโลกรัมจึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดในการผลิตอาหารไก่

จากสถานการณ์ข้างต้นสามารถเขียนแบบจำลองได้ตรงตามข้อใด

ถ้า $x_1$ แทน ปริมาณข้าวโพดในอาหารไก่ 1 กระสอบ (กิโลกรัม)

$x_2$ แทน ปริมาณปลาป่นในอาหารไก่ 1 กระสอบ (กิโลกรัม)

$x_3$ แทน ปริมาณรำข้าวในอาหารไก่ 1 กระสอบ (กิโลกรัม)

$x_4$ แทน ปริมาณวิตามินในอาหารไก่ 1 กระสอบ (กิโลกรัม)

และ $Z$ แทน ต้นทุนที่ใช้ในการผลิตอาหารไก่ทั้งหมด

ก. Minimize $Z = 5x_1 + 10x_2 + 7x_3 + 15x_4$

เงื่อนไขบังคับ

$$x_1 \leq 20$$
$$x_1 + x_3 \geq 25$$
$$x_4 + x_2 \geq 5$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

ข. Minimize $Z = 5x_1 + 10x_2 + 7x_3 + 15x_4$

เงื่อนไขบังคับ

$$x_1 \leq 0.4$$
$$x_1 + x_3 \geq 0.5$$
$$x_4 + x_2 \geq 0.1$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

ค. Minimize $Z = 5x_1 + 10x_2 + 7x_3 + 15x_4$

เงื่อนไขบังคับ

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 50$$
$$x_1 \leq 20$$
$$x_1 + x_3 \geq 25$$
$$x_4 + x_2 \geq 5$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

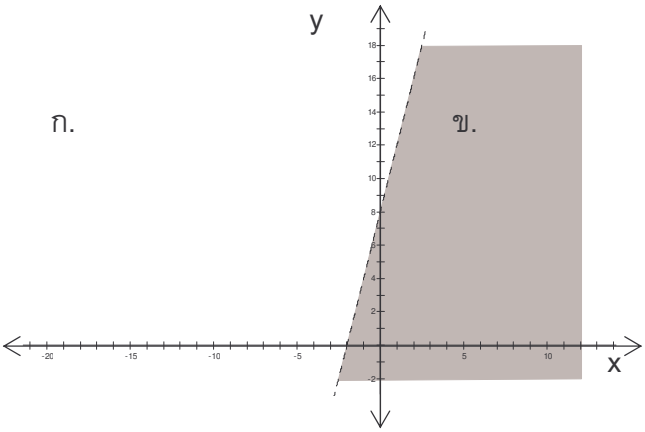
ง. Minimize $Z = 5x_1 + 10x_2 + 7x_3 + 15x_4$

เงื่อนไขบังคับ

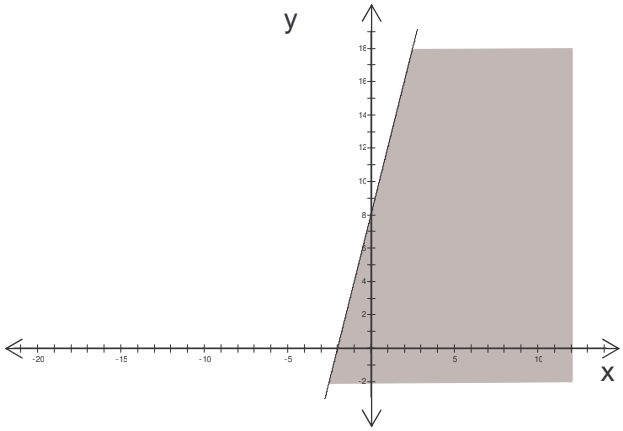
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 50$$
$$x_1 \leq 0.4$$
$$x_1 + x_3 \geq 0.5$$
$$x_4 + x_2 \geq 0.1$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

5. กราฟในข้อใดที่สอดคล้องกับอสมการ $y - 4x \geq 8$

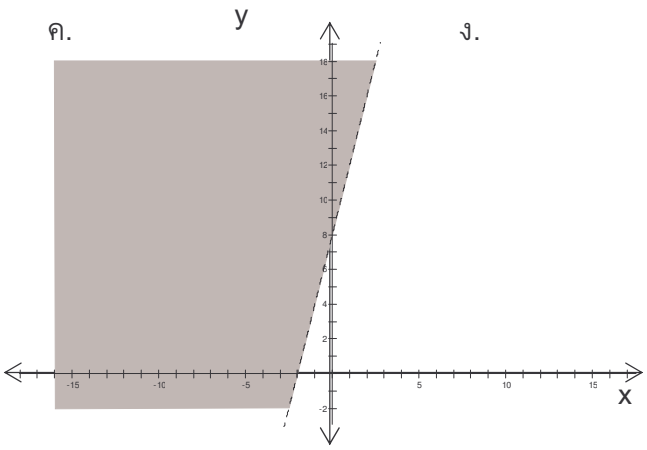
ก.



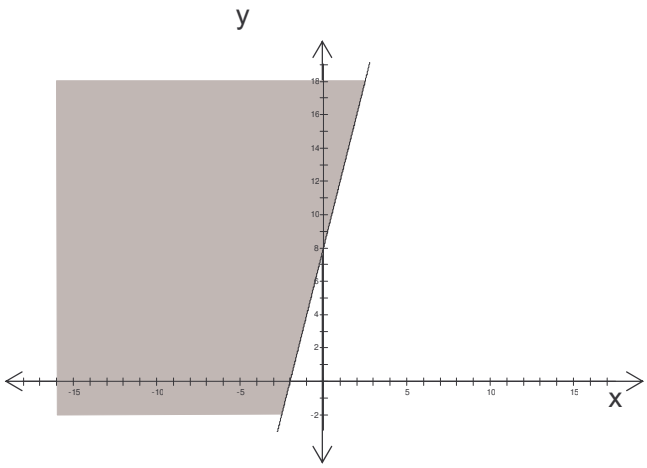

ข.



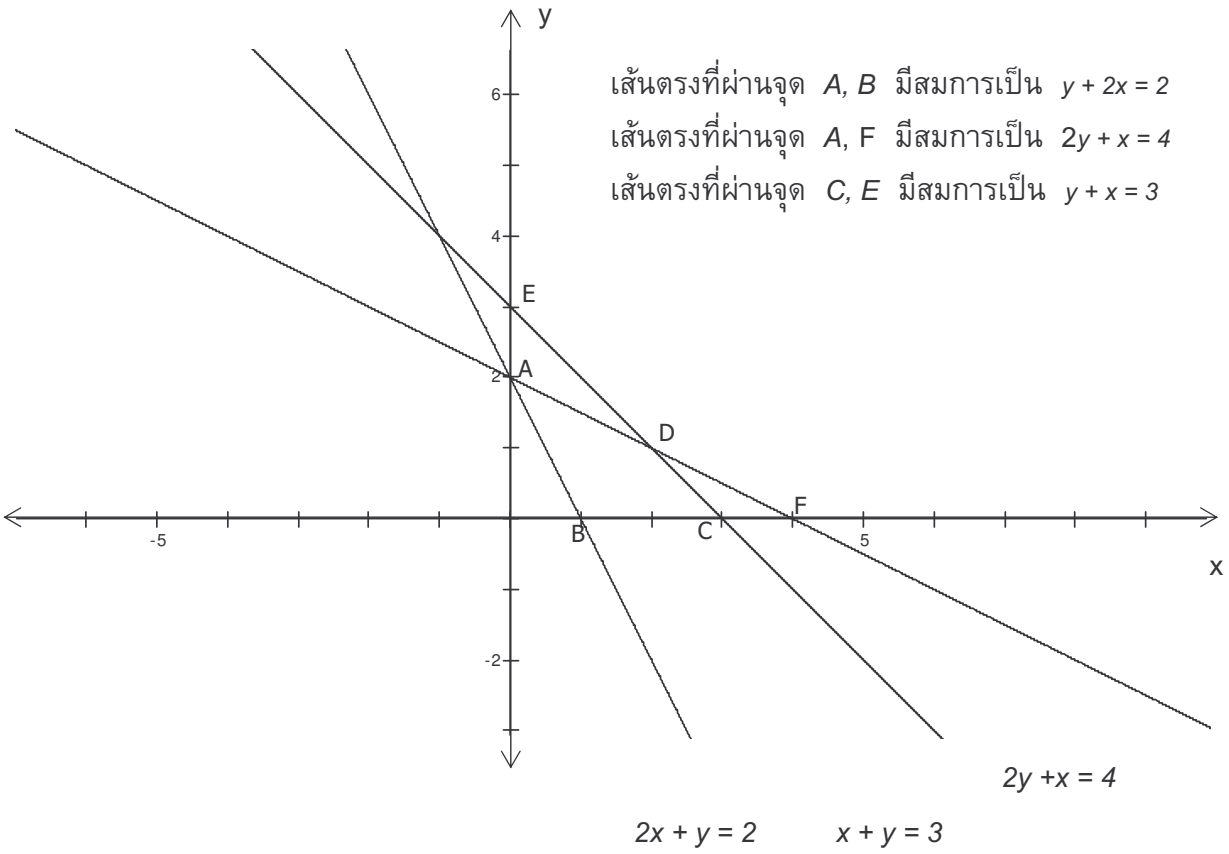

ค.




ง.



จากรูปจงตอบคำถามข้อ 6




6. จุดทุกจุดที่เป็นบริเวณของรูปสี่เหลี่ยม *ABCD* สอดคล้องกับระบบอสมการในข้อใดต่อไปนี้

ก. $x + y \leq 3$
$x + 2y \geq 4$
$2x + y \leq 2$
$x \geq 0, \quad y \geq 0$

ข. $x + y \leq 3$
$x + 2y \geq 4$
$2x + y \geq 2$
$x \geq 0, \quad y \geq 0$

ค. $x + y \leq 3$
$x + 2y \leq 4$
$2x + y \leq 2$
$x \geq 0, \ y \geq 0$

ง. $x + y \leq 3$
$x + 2y \leq 4$
$2x + y \geq 2$
$x \geq 0 \ , \ y \geq 0$

7. กำหนดแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้

ฟังก์ชันจุดประสงค์ Minimize $Z = 10x + 5y$

เงื่อนไขบังคับ $x + y \leq 12$

$9x + 5y \geq 45$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

ค่าต่ำสุดของ $Z$ เท่ากับข้อใด

ก. 120 ข. 60

ค. 45 ง. 35

**คำชี้แจง** จงใช้ฟังก์ชันจุดประสงค์ และเงื่อนไขบังคับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ตอบคำถาม ข้อ 8 ถึงข้อ 9 กำหนดแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น เป็นดังนี้

Maximize $Z = 4x + 5y$

เงื่อนไขบังคับ $2x + y \geq 6$

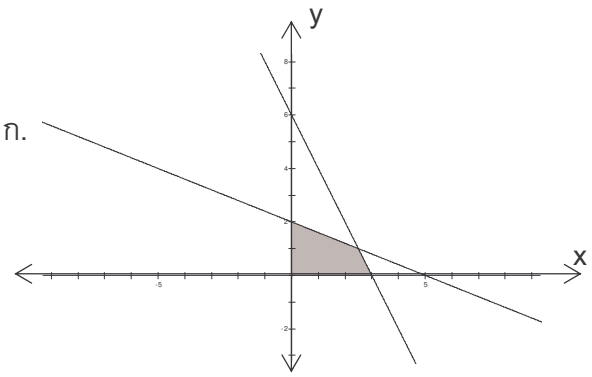
$2x + 5y \geq 10$

$x \geq 0$

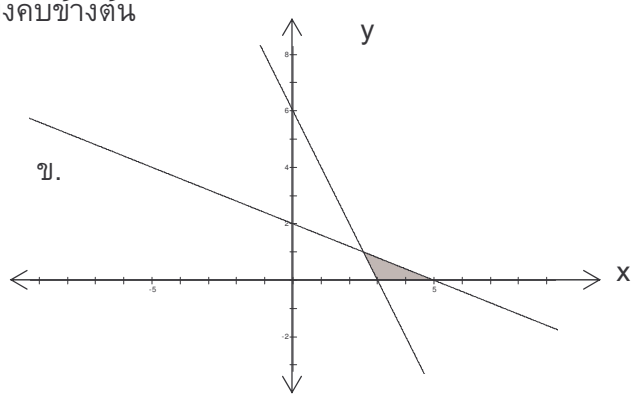
$y \geq 0$

8. ข้อใดต่อไปนี้เป็นกราฟของระบบอสมการเงื่อนไขบังคับข้างต้น

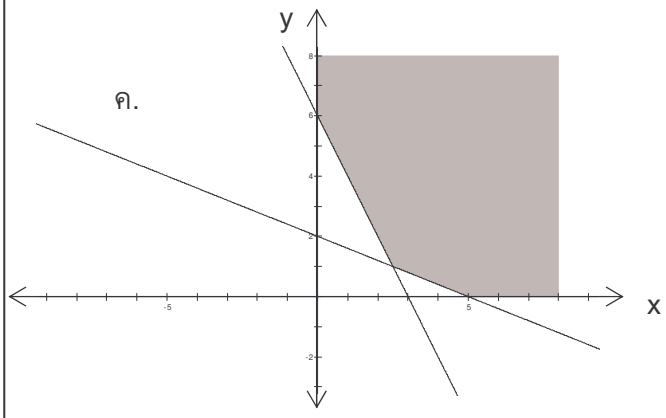
ก.



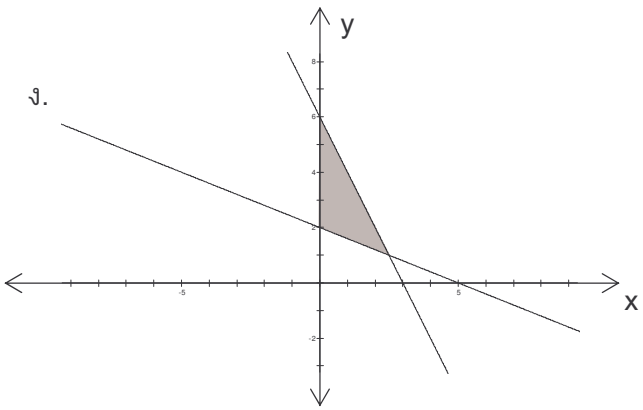

ข.




ค.




ง.



9. ค่าของฟังก์ชันจุดประสงค์ $Z$ ที่กำหนดให้ข้างต้นตรงกับข้อใด

ก. 40 ข. 30

ค. 24 ง. ค่าสูงที่สุดของ $Z$ ไม่มีขอบเขต

**คำชี้แจง** จงใช้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 10 และ ข้อ 11

ผู้ผลิตเครื่องปั้นดินเผารายหนึ่ง ต้องการผลิตเครื่องปั้นดินเผา 2 แบบ โดยในการผลิตพบว่าเครื่องปั้นดินเผาแบบที่หนึ่ง ต้องใช้เวลาในการขึ้นรูป 2 ชั่วโมงต่อชิ้น และใช้เวลาในการเผา 2 ชั่วโมงต่อชิ้น ส่วนเครื่องปั้นดินเผาแบบที่สอง ใช้เวลาในขึ้นรูป 2 ชั่วโมงต่อชิ้น และใช้เวลาในการเผา 1 ชั่วโมงต่อชิ้น ในการผลิตชั่วระยะเวลาหนึ่ง เขามีเวลาสำหรับขึ้นรูปไม่เกิน 450 ชั่วโมง และมีเวลาในการเผาไม่เกิน 280 ชั่วโมง ถ้าเขามีกำไรจากการขายเครื่องปั้นดินเผาแบบที่หนึ่ง ชิ้นละ 490 บาท และเครื่องปั้นดินเผาแบบที่สอง ชิ้นละ 350 บาท เขาควรตัดสินใจในการผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่หนึ่ง และเครื่องปั้นดินเผาแบบที่สองอย่างละกี่ชิ้นจึงจะได้กำไรมากที่สุด

10. ผู้ผลิตเครื่องปั้นดินเผารายนี้เขาต้องผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่หนึ่งและ เครื่องปั้นดินเผาแบบที่สองจำนวนเท่าใดจึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุด

ก. ผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่หนึ่ง 55 ชิ้น และ ผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่สอง 170 ชิ้น
ข. ผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่ 2 เพียงอย่างเดียวจำนวน 225 ชิ้น
ค. ผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่หนึ่ง 140 ชิ้นและผลิตผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่สอง 100 ชิ้น
ง. ผลิตเครื่องปั้นดินเผาแบบที่หนึ่งเพียงอย่างเดียวจำนวน 140 ชิ้น

11. ผู้ผลิตเครื่องปั้นดินเผารายนี้จะได้กำไรมากที่สุดเท่ากับเท่าไร

ก. 91,250 บาท ข. 86,450 บาท

ค. 78,750 บาท ง. 68,600 บาท

12. จงพิจารณาข้อมูลต่อไปนี้

ข้อ 1) Maximize $Z = x + 2y$

เงื่อนไขบังคับ

$$x + y \geq 2$$
$$x + y \leq 1$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

ลักษณะผลลัพธ์ที่ได้เป็นผลลัพธ์ที่ไม่มีขอบเขต

ข้อ 2) Maximize $Z = 28x + 35y$

เงื่อนไขบังคับ

$$2x + y \geq 110$$
$$2x + 3y \geq 180$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

ลักษณะผลลัพธ์ที่ได้เป็นผลลัพธ์ที่ไม่มีขอบเขต

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง

ก. ข้อ 1) ถูกเพียงข้อเดียว
ข. ข้อ 2) ถูกเพียงข้อเดียว
ค. ถูกทั้ง ข้อ 1) และ ข้อ 2)
ง. ไม่มีข้อใดถูก

13. ถ้าผู้ป่วยจำเป็นต้องรับประทานอาหารเพื่อให้ได้พลังงานไม่น้อยกว่า 1,250 แคลอรีและวิตามินซี ไม่น้อยกว่า 700 หน่วยต่อวัน จงหาว่าผู้ป่วยควรรับประทานอาหารชนิดละกี่กรัมจึงจะได้พลังงานและวิตามินตามที่ต้องการและเสียค่าอาหารน้อยที่สุด เมื่ออาหารชนิดแรก 1 กรัม มีพลังงาน 15 แคลอรีและวิตามินซี 10 หน่วย อาหารชนิดที่สองมีพลังงาน 20 แคลอรี และวิตามินซี 10 หน่วย โดยอาหารชนิดแรกและชนิดที่สองราคากรัมละ 3 บาท และ 1 บาทตามลำดับ
ค่าอาหารที่น้อยที่สุดที่ผู้ป่วยต้องจ่ายเพื่อให้ได้พลังงานละวิตามินซีตามต้องการตรงกับข้อใด

ก. 130 บาท
ข. 83 บาท
ค. 70 บาท
ง. 50 บาท

**คำชี้แจง** จงใช้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 14-15

พ่อค้าต้องการซื้อเครื่องคิดเลขไม่น้อยกว่า 500 เครื่อง โดยเลือกซื้อเครื่องคิดเลข 2 ชนิด ชนิดแรกราคาเครื่องละ 100 บาท ชนิดที่ 2 ราคาเครื่องละ 300 บาท มีเงินที่จะซื้อทั้งสิ้น 110,000 บาท เมื่อขายแล้วชนิดแรกมีกำไรเครื่องละ 200 บาท และชนิดที่ 2 มีกำไรเครื่องละ 300 บาท เขาควรเลือกซื้ออย่างไรจึงจะได้กำไรมากที่สุด

14. จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ พ่อค้าควรเลือกซื้อเครื่องคิดเลขตามข้อใดจึงจะได้กำไรมากที่สุด

ก. ซื้อชนิดที่สอง 1,000 เครื่อง และไม่ซื้อเครื่องคิดเลขชนิดแรกเลย
ข. ซื้อชนิดแรก 200 เครื่อง ซื้อชนิดที่สอง 300 เครื่อง
ค. ซื้อชนิดแรก 2,000 เครื่อง และไม่ซื้อเครื่องคิดเลขชนิดที่สองเลย
ง. ซื้อชนิดแรก 1,100 เครื่อง และไม่ซื้อเครื่องคิดเลขชนิดที่สองเลย

15. กำไรมากที่สุดที่พ่อค้าได้ตรงกับข้อใด

ก. 400,000 บาท ข. 300,000 บาท
ค. 220,000 บาท ง. 130,000 บาท

**ขอให้นักเรียนทุกคนทำข้อสอบทุกข้อด้วยความตั้งใจ Good Luck**

**แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน**
**เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ**

ชื่อ.....นามสกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

**ตอนที่ 2 แบบทดสอบแบบอัตนัย**

**<u>คำชี้แจง</u>**

1. แบบทดสอบชุดนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากเรียนหน่วยการเรียนที่ 1 และ 2 ในชุดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
2. แบบทดสอบนี้เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียดทุกข้อ

จงแสดงวิธีทำโดยละเอียดเพื่อแก้โจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ

1. ร้านทำดอกไม้ประดิษฐ์แห่งหนึ่ง จ้างคนงาน 2 คน โดยจ้างคนงานคนที่ 1 ด้วยค่าแรง 250 บาทต่อวัน และจ้างคนงานคนที่ 2 ด้วยค่าแรง 200 บาทต่อวัน พบว่าคนงานคนที่ 1 สามารถทำดอกไม้ประดิษฐ์แบบที่ 1 ได้ 24 ช่อและทำดอกไม้ประดิษฐ์แบบที่ 2 ได้ 6 ช่อต่อวัน ส่วนคนงานคนที่ 2 ทำดอกไม้ประดิษฐ์แบบที่ 1 ได้ 12 ช่อและทำดอกไม้ประดิษฐ์แบบที่ 2 ได้ 10 ช่อต่อวัน ร้านทำดอกไม้ประดิษฐ์แห่งนี้มีออร์เดอร์สั่งทำดอกไม้ประดิษฐ์ต่องวดการผลิตหนึ่งๆ พบว่าสำหรับดอกไม้ประดิษฐ์ แบบที่ 1 ไม่น้อยกว่า 504 ช่อและดอกไม้ประดิษฐ์แบบที่ 2 ไม่น้อยกว่า 154 ช่อต่องวดการผลิต จะมีวิธี ให้คนงานคนที่ 1 และคนงานคนที่ 2 ทำงานคนละกี่วันเพื่อให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

**วิธีทำ ขั้นที่ 1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อพิจารณาและจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

ส่วนจุดประสงค์.....
.....
.....
ส่วนเงื่อนไข .....
.....
สิ่งโจทย์ต้องการทราบ .....
.....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์และสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

| องค์ประกอบแต่ละรายการ<br><br>สถานการณ์ | .....<br><br>..... | .....<br><br>..... | (ความจำกัด)<br><br> |
|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข**<br>.....<br>..... | .....<br>..... | .....<br>..... | .....<br>..... |
| **ส่วนจุดประสงค์**<br>..... | ..... | ..... | - |

ให้ ..... แทน .....

..... แทน .....

..... แทน .....

ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

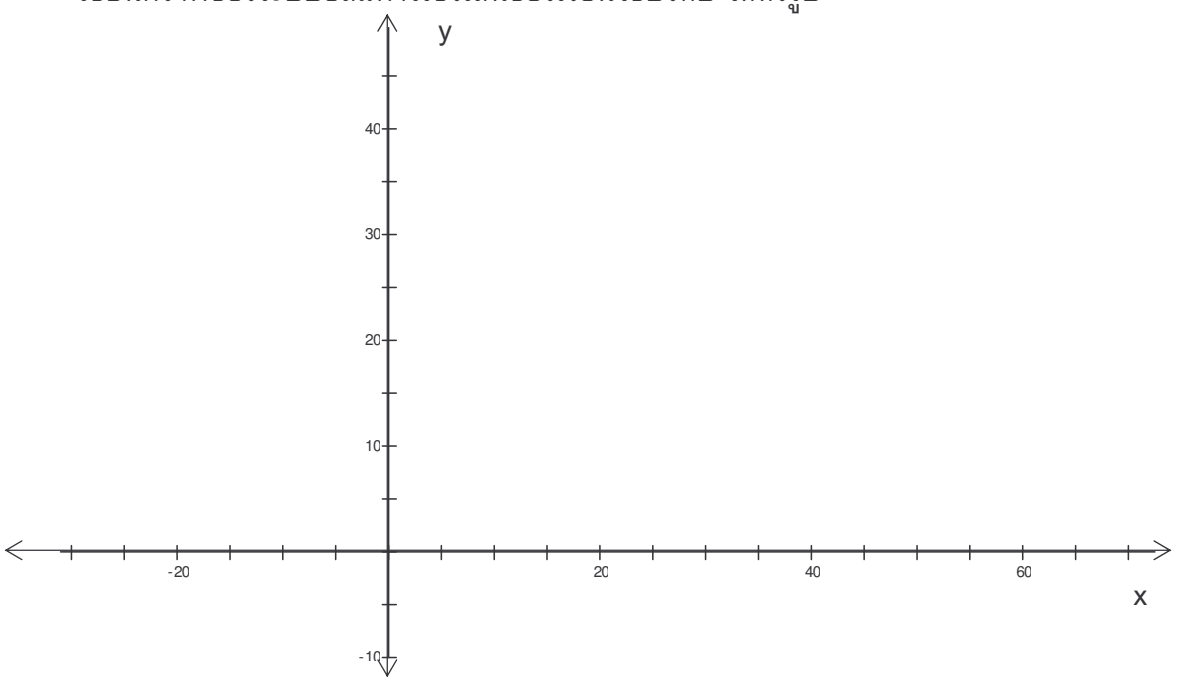
.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นของเงื่อนไขบังคับ ได้ดังรูป



**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบจุดมุม**

| **จุดมุม** | ..... |
|---|---|
| | |

สรุปผลที่ได้จากตาราง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. โรงงานผลิตอาหารกระป๋อง 2 ชนิด คือ A และ B ใช้กรรมวิธี 3 ขั้นตอน คือ ขั้นผสม ขั้นอบ และ ขั้นบรรจุ ถ้าเวลาที่ใช้ในการผลิตอาหารกระป๋องแต่ละกระป๋องในกรรมวิธีแต่ละขั้นตอนกำหนดดังตาราง

| | การผสม (นาที/กระป๋อง) | การอบ (นาที/กระป๋อง) | การบรรจุ (นาที/กระป๋อง) |
|---|---|---|---|
| อาหารกระป๋อง A | 3 | 5 | 1 |
| อาหารกระป๋อง B | 1 | 4 | 2 |

ในการผลิตแต่ละครั้งเครื่องจักรที่ใช้ในการผสมส่วนประกอบทำงานได้อย่างมากที่สุด 15 ชั่วโมง เวลาในการอบและการบรรจุไม่เกิน 30 และ 12 ชั่วโมง ตามลำดับ ถ้าอาหารกระป๋อง A และ B มีกำไรกระป๋องละ 40 บาท และ 50 บาท ตามลำดับ โรงงานจะต้องวางแผนการผลิตอาหารกระป๋อง 2 ชนิดนี้อย่างไรจึงจะได้กำไรมากที่สุด

**วิธีทำ**

**ขั้นที่1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อพิจารณาและจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

ส่วนจุดประสงค์.....

.....

ส่วนเงื่อนไข .....

.....

.....

สิ่งโจทย์ต้องการทราบ .....

.....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์และสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้น

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | ..... | ..... | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|
| ส่วนเงื่อนไข | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... |
| ส่วนจุดประสงค์ | | | |
| ..... | ..... | ..... | - |

ให้ ..... แทน .....

..... แทน .....

..... แทน .....

ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

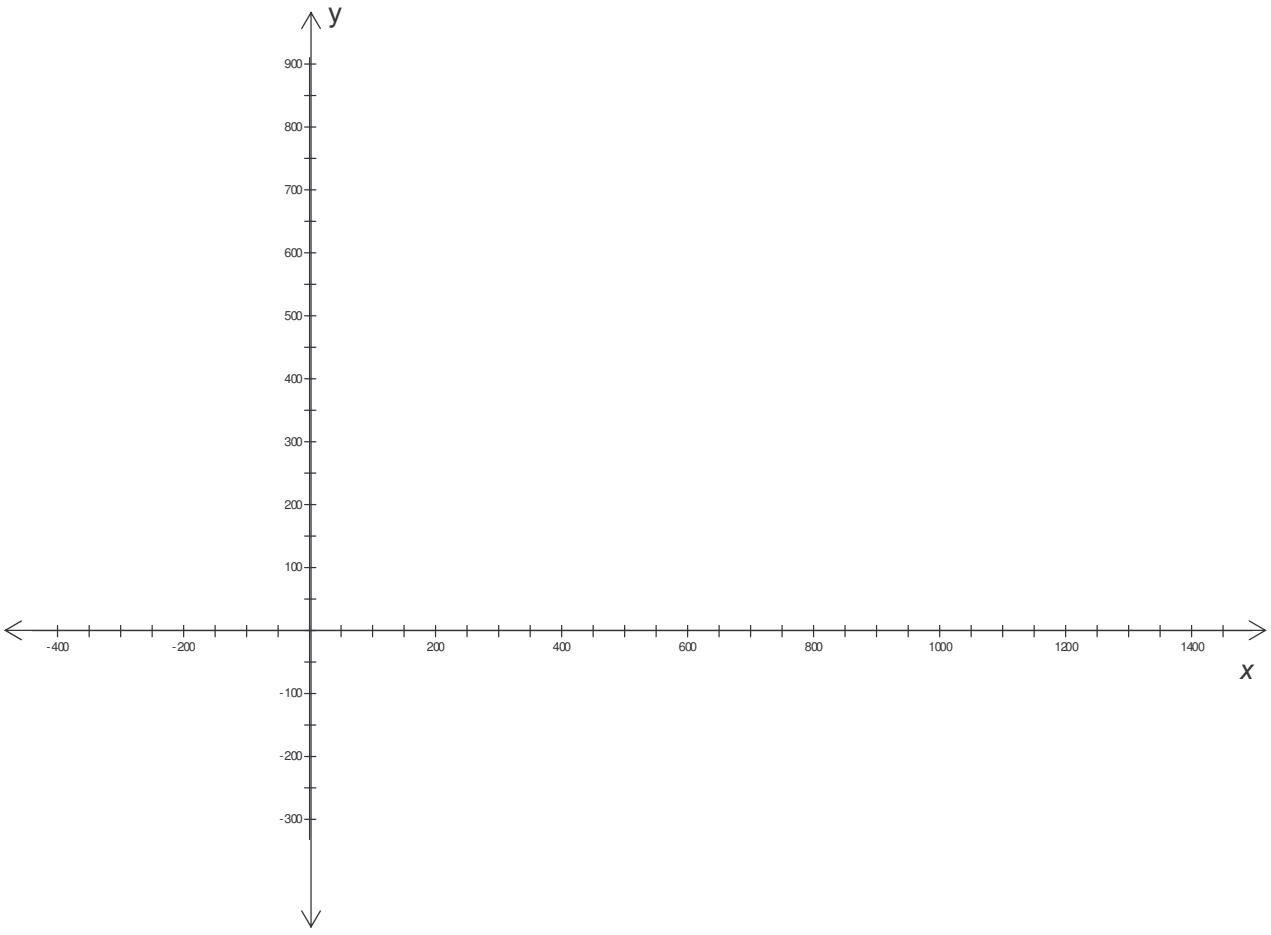
.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นของเงื่อนไขบังคับ ได้ดังรูป



**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบจุดมุม**

| **จุดมุม** | ..... |
|---|---|
| | |

สรุปผลที่ได้จากตาราง.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. บริษัทแห่งหนึ่งมีรถบรรทุก 2 ชนิด ชนิดแรกบรรทุกทรายได้ 9 คิวและหิน 3 คิวต่อเที่ยว ชนิดที่สองบรรทุกทราย 4 คิวและหิน 10 คิวต่อเที่ยว บริษัทต้องส่งทราย 36 คิว หิน 30 คิวให้ผู้รับเหมาก่อสร้างรายหนึ่งและพบว่าค่าใช้จ่ายของรถบรรทุกชนิดที่หนึ่งต่อเที่ยวเท่ากับ 1,000 บาทต่อเที่ยว และรถบรรทุกชนิดที่สอง 1,500 บาทต่อเที่ยว บริษัทจะต้องใช้รถบรรทุกวิ่งส่งของอย่างละกี่เที่ยวจึงจะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

**วิธีทำ**

**ขั้นที่1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อพิจารณาและจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

ส่วนจุดประสงค์ .....
.....
.....

ส่วนเงื่อนไข .....
.....

สิ่งโจทย์ต้องการทราบ .....
.....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์และสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | ..... | ..... | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข** | | | |
| ..... | **.....** | **.....** | ..... |
| ..... | **.....** | **.....** | ..... |
| **ส่วนจุดประสงค์** | | | |
| ..... | ..... | ..... | - |

ให้ ..... แทน .....
..... แทน .....
..... แทน .....

ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

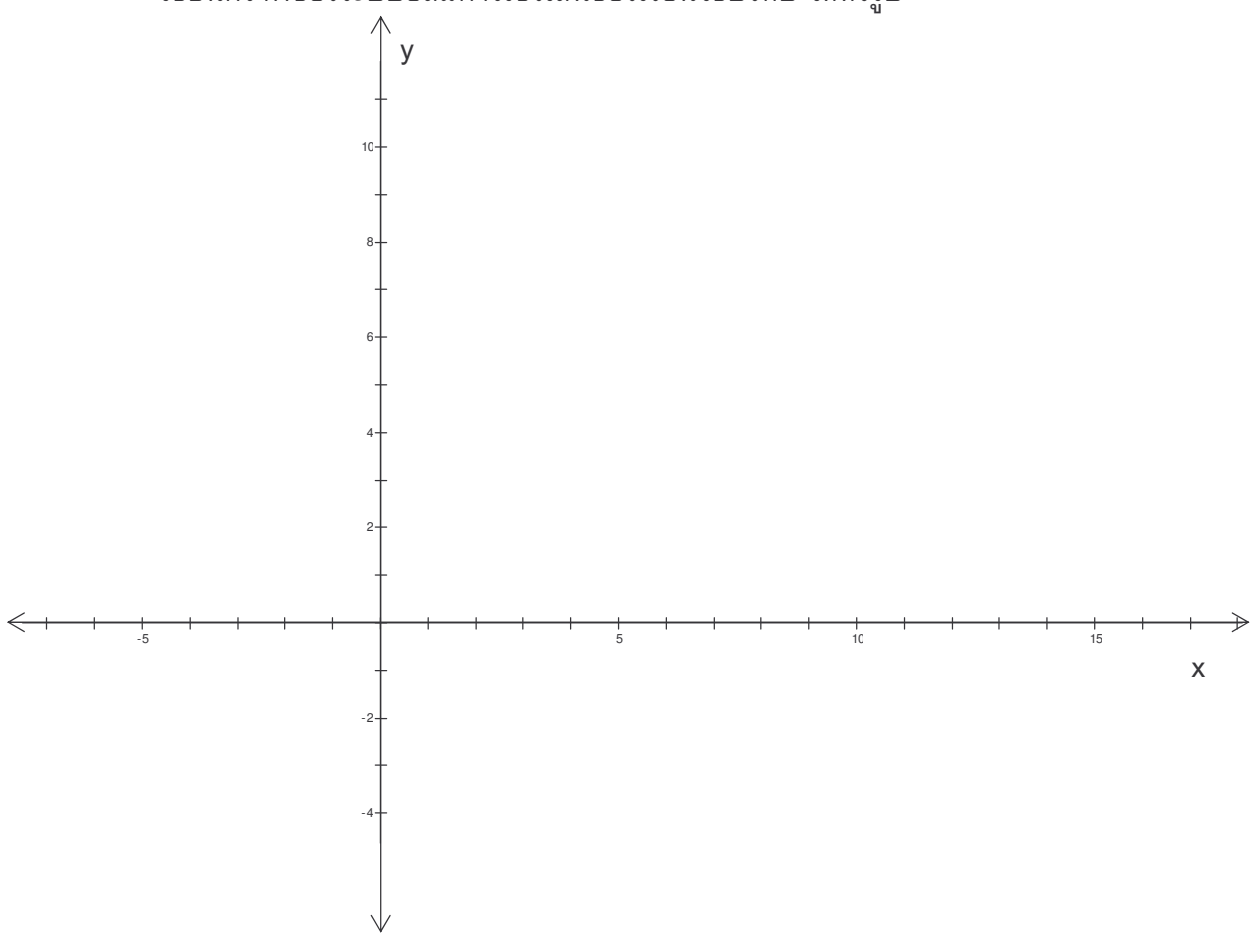
.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยกราฟ**

เขียนกราฟของระบบอสมการเชิงเส้นของเงื่อนไขบังคับ ได้ดังรูป



**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบจุดมุม**

| **จุดมุม** | ..... |
|---|---|
| | |

สรุปผลที่ได้จากตาราง.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

# แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
# เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**คำชี้แจง**

1. แบบทดสอบนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลังจากเรียนหน่วยการเรียนที่ 3 ในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์
2. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน คือ
   **ตอนที่ 1** เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ
   **ตอนที่ 2** เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ
3. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบทั้งหมด 2 คาบ (100 นาที)
4. อุปกรณ์ที่อนุญาตนำเข้าห้องสอบได้ ได้แก่ ยางลบ ดินสอ ปากกา ปากกาลบคำผิด ไม้บรรทัด เครื่องคำนวณ

**ตอนที่ 1** เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย

**คำสั่ง :** ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบโดยเลือกจงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียง คำตอบเดียว

**คำชี้แจง** จากตารางที่กำหนดให้ต่อไปนี้ใช้ตอบคำถาม ข้อ 1 - 2

กำหนดตารางผลลัพธ์เบื้องต้นต่อไปนี้

| | $C_j$ | 2 | -1 | 0 | 0 | M | M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_1$ | $s_1$ | $s_2$ | $A_1$ | $A_2$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 3 |
| M | $A_1$ | 4 | 3 | 0 | -1 | 1 | 0 | 6 |
| M | $A_2$ | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| | $Z_j$ | 7M | 4M | 0 | -M | M | M | 9M |
| | $C_j - Z_j$ | 2-7M | -(1+4M) | 0 | M | 0 | 0 | |

1. จากตารางผลลัพธ์เบื้องต้นที่กำหนดให้สามารถเขียนแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ตรงตามข้อใด

ก. Maximize $Z = 2x_1 - x_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$3x_1 + x_2 = 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

ข Minimize $Z = 2x_1 - x_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + 2x_2 \leq 3$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$3x_1 + x_2 = 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

ค. Maximize $Z = 2x_1 - x_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + 2x_2 = 3$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$3x_1 + x_2 \leq 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

ง. Minimize $Z = 2x_1 - x_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 + 2x_2 = 3$$
$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$
$$3x_1 + x_2 \leq 3$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. ในการสร้างตารางผลลัพธ์ชุดที่สองควรเลือกตัวแปรใดเป็นตัวแปรออกและตัวแปรใดเป็นตัวแปรเข้า

ก. ตัวแปรออกคือ $A_1$ ตัวแปรเข้าคือ $x_1$

ข. ตัวแปรออกคือ $A_1$ ตัวแปรเข้าคือ $x_2$

ค. ตัวแปรออกคือ $A_2$ ตัวแปรเข้าคือ $x_1$

ง. ตัวแปรออกคือ $A_2$ ตัวแปรเข้าคือ $x_2$

3. จากแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้

Maximize $Z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4$

ภายใต้เงื่อนไข

$$6x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 5x_4 \geq 8$$
$$-x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 5$$
$$12x_1 - 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 \leq 20$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

สามารถเขียนเป็นรูปมาตรฐานได้ตรงตามข้อใด

ก. Maximize $Z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$6x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 5x_4 + s_1 = 8$$
$$-x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + s_2 = 5$$
$$12x_1 - 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 + s_3 = 20$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

ข. Maximize $Z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 - MA_1 - MA_2 - MA_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$6x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 5x_4 - s_1 + A_1 = 8$$
$$-x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 - s_2 + A_2 = 5$$
$$12x_1 - 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 - s_3 + A_3 = 20$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, s_3, A_1, A_2, A_3 \geq 0$$

ค. Maximize $Z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 0s_1 + 0s_2 - MA_1 - MA_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$6x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 5x_4 - s_1 + A_1 = 8$$
$$-x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + A_2 = 5$$
$$12x_1 - 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 + s_2 = 20$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, A_1, A_2 \geq 0$$

ง. Maximize $Z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 0s_1 + 0s_2 + MA_1 + MA_2$

ภายใต้เงื่อนไข

$$6x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 5x_4 - s_1 + A_1 = 8$$
$$-x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 + A_2 = 5$$
$$12x_1 - 9x_2 + 9x_3 + 9x_4 + s_2 = 20$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2, A_1, A_2 \geq 0$$

4. กำหนดแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้

Maximize $Z = 5x_1 + 3x_2 - 3x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$x_1 - x_2 - 2x_3 \le 3$$
$$2x_1 + 2x_2 - 5x_3 \le 10$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับลักษณะของผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้นข้างต้น

ก. ผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต

ข. มีหลายผลลัพธ์

ค. ไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

ง. มีสภาพซ้อนสถานะ

**คำชี้แจง** จากสิ่งที่กำหนดให้ต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อ 5 - 6

กำหนดให้กำหนดการเชิงเส้นต่อไปนี้

Maximize $Z = 2x_1 + x_2 + 3x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$4x_1 + x_2 + 8x_3 \le 18$$
$$5x_1 + 2x_2 + 10x_3 \le 20$$
$$3x_1 + x_2 + 7x_3 \le 15$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

5. ข้อใดต่อไปนี้เป็นตารางผลลัพธ์เบื้องต้นของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้

ก.

| | $C_j$ | 2 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | -M | -M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $A_1$ | $A_2$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 4 | 1 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| -M | $A_1$ | 5 | 2 | 10 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 20 |
| -M | $A_2$ | 3 | 1 | 7 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 15 |
| | $Z_j$ | -8M | -3M | -17M | 0 | M | M | -M | -M | -35M |
| | $C_j - Z_j$ | 2+8M | 1+3M | 3+17M | 0 | -M | -M | 0 | 0 | |

ข.

| | $C_j$ | 2 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | M | M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $A_1$ | $A_2$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 4 | 1 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| M | $A_1$ | 5 | 2 | 10 | 0 | -1 | 0 | 1 | 0 | 20 |
| M | $A_2$ | 3 | 1 | 7 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 | 15 |
| | $Z_j$ | 8M | 3M | 17M | 0 | -M | -M | M | M | 35M |
| | $C_j - Z_j$ | 2-8M | 1-3M | 3-17M | 0 | M | M | 0 | 0 | |

ค.

| | $C_j$ | 2 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | -M | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | $A_1$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 4 | 1 | 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| 0 | $s_2$ | 5 | 2 | 10 | 0 | 1 | 0 | 0 | 20 |
| -M | $A_1$ | 3 | 1 | 7 | 0 | 0 | -1 | 1 | 15 |
| | $Z_j$ | -3M | -M | -7M | 0 | 0 | M | -M | -15M |
| | $C_j - Z_j$ | 2+3M | 1+M | 3+7M | 0 | 0 | -M | 0 | |

ง.

| | $C_j$ | 2 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ | ผลลัพธ์ |
| 0 | $s_1$ | 4 | 1 | 8 | 1 | 0 | 0 | 18 |
| 0 | $s_2$ | 5 | 2 | 10 | 0 | 1 | 0 | 20 |
| 0 | $s_3$ | 3 | 1 | 7 | 0 | 0 | 1 | 15 |
| | $Z_j$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $C_j - Z_j$ | 2 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | |

6. จากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ข้อใดต่อไปนี้กล่าวเกี่ยวกับผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด ได้ถูกต้อง

ก. ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่ามากที่สุดคือ 10 และการตัดสินใจดังกล่าวทำให้ทรัพยากรที่ 1 เหลืออยู่ 5 หน่วย ทรัพยากรที่ 3 เหลืออยู่ 8 หน่วยและใช้ทรัพยากรที่ 2 หมดพอดี

ข. ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่ามากที่สุดคือ 10 และการตัดสินใจดังกล่าวทำให้ทรัพยากรที่ 1 เหลืออยู่ 8 หน่วย ทรัพยากรที่ 3 เหลืออยู่ 5 หน่วย และใช้ทรัพยากรที่ 2 หมดพอดี

ค. ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์มีค่ามากที่สุดคือ 10 และการตัดสินใจดังกล่าวทำให้ทรัพยากรที่ 2 เหลืออยู่ 5 หน่วย ทรัพยากรที่ 3 เหลืออยู่ 8 หน่วย และใช้ทรัพยากรที่ 1 หมดพอดี

ง. ไม่มีข้อใดถูก

**คำชี้แจง** จากโจทย์ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงตอบคำถาม ข้อ 7-10

โรงงานผลิตไอศกรีมแห่งหนึ่งทำการผลิตไอศกรีม 4 สูตร ซึ่งมีรายละเอียดในการผลิตดังตารางต่อไปนี้

| ส่วนผสม | ปริมาณส่วนผสมที่ใช้สำหรับไอศกรีมแต่ละสูตรต่อกล่อง | | | | ปริมาณที่มีต่อวัน |
|---|---|---|---|---|---|
| | สูตรที่ 1 | สูตรที่ 2 | สูตรที่ 3 | สูตรที่ 4 | |
| นม (ลิตร) | 2 | 3 | 4 | 2 | 550 |
| ไข่ (ฟอง) | 1 | 2 | 3 | 1 | 4,000 |
| น้ำตาล (กิโลกรัม) | 1 | 1 | 2 | 2 | 250 |
| กำไร (บาท/กล่อง) | 100 | 100 | 200 | 150 | - |

โรงงานจะมีวิธีการผลิตไอศกรีมอย่างไรจึงจะได้กำไรมากที่สุด

7. จากโจทย์ปัญหาข้างต้น ถ้ากำหนดให้

$x_1$ แทน ปริมาณไอศกรีมสูตร 1 ที่โรงงานตัดสินใจผลิต

$x_2$ แทน ปริมาณไอศกรีมสูตร 2 ที่โรงงานตัดสินใจผลิต

$x_3$ แทน ปริมาณไอศกรีมสูตร 3 ที่โรงงานตัดสินใจผลิต

$x_4$ แทน ปริมาณไอศกรีมสูตร 4 ที่โรงงานตัดสินใจผลิต

$Z$ แทน กำไรที่ได้จากการผลิตไอศกรีม

สามารถสร้างแบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นได้ตรงตามข้อใด

ก. Maximize $Z = 100x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 150x_4$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \leq 550$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 4000$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq 250$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

ข. Maximize $Z = 100x_1 + 100x_2 + 200x_3 + 150x_4$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \geq 550$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 4000$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 250$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

ค. Maximize $Z = 550x_1 + 4000x_2 + 250x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 100$$
$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 200$$
$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 150$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ง. Maximize $Z = 550x_1 + 4000x_2 + 250x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + x_2 + x_3 \geq 100$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 100$$
$$4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 200$$
$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 150$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

8. กำไรมากที่สุดที่ได้จากการผลิตไอศกรีมคือข้อใด

ก. 20,000 บาท

ข. 25,000 บาท

ค. 30,000 บาท

ง. 35,000 บาท

9. ลักษณะผลลัพธ์ที่ได้เป็นผลลัพธ์ประเภทใด

ก. ผลลัพธ์ไม่มีขอบเขต

ข. มีหลายผลลัพธ์

ค. ไม่มีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

ง. มีสภาพซ้อนสถานะ

10. ถ้าโรงงานต้องการผลิตไอศกรีมสูตร 2 และสูตร 3 ทรัพยากรในข้อใดที่ใช้ไปจนหมดในการผลิตเพื่อให้ได้กำไรมากที่สุด

ก. น้ำตาลอย่างเดียว

ข. นม และ น้ำตาล

ค. ไข่เพียงอย่างเดียว

ง. น้ำตาลและไข่

**คำชี้แจง** จากโจทย์ปัญหาต่อไปนี้จงตอบคำถามข้อ 11 – 15

นักเรียนกลุ่มหนึ่งได้รวมกลุ่มกันเพื่อหารายได้ระหว่างเรียนโดยวางแผนที่จะทำการประดิษฐ์เครื่องประดับซึ่งเป็นผลิตภัณฑ์จากลูกปัด มีอยู่ 3 แบบ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

| รายการเครื่องประดับ | ปริมาณลูกปัดที่ใช้สำหรับประดิษฐ์เครื่องประดับแต่ละแบบ (ปริมาณที่ใช้ (ถุง) ต่อเครื่องประดับหนึ่งชิ้น) | | |
|---|---|---|---|
| | ลูกปัดขนาดเล็ก | ลูกปัดขนาดปานกลาง | ลูกปัดขนาดใหญ่ |
| แบบที่ 1 (ถุง/ชิ้น) | 2 | 1 | 1 |
| แบบที่ 2 (ถุง/ชิ้น) | 1 | 1 | - |
| แบบที่ 3 (ถุง/ชิ้น) | 2 | 2 | 2 |
| ปริมาณที่มีอยู่ต่อวัน | ไม่น้อยกว่า 200 ถุง/วัน | ไม่เกิน 200 ถุง/วัน | ไม่เกิน 150 ถุง/วัน |

จากการดำเนินการประดิษฐ์เครื่องประดับข้างต้นพบว่าต้นทุนในการประดิษฐ์เครื่องประดับแบบที่ 1 ต้องใช้เงินลงทุน 20 บาท/ชิ้น เครื่องประดับแบบที่ 2 ต้องใช้เงินลงทุน 10 บาท/ชิ้น และแบบที่ 3 ต้องใช้เงินลงทุน 30 บาท/ชิ้น อยากทราบว่านักเรียนกลุ่มนี้ต้องทำการประดิษฐ์เครื่องประดับแต่ละแบบเป็นจำนวนเท่าใดจึงจะลงทุนต่ำที่สุด

11. แบบจำลองของกำหนดการเชิงเส้นข้างต้นตรงกับข้อใด ถ้ากำหนดให้

$x_1$ แทน จำนวน (ชิ้น) เครื่องประดับแบบที่ 1 ที่นักเรียนกลุ่มนี้ตัดสินใจทำการประดิษฐ์

$x_2$ แทน จำนวน (ชิ้น) เครื่องประดับแบบที่ 2 ที่นักเรียนกลุ่มนี้ตัดสินใจทำการประดิษฐ์

$x_3$ แทน จำนวน (ชิ้น) เครื่องประดับแบบที่ 3 ที่นักเรียนกลุ่มนี้ตัดสินใจทำการประดิษฐ์

$Z$ แทน เงินลงทุนในการประดิษฐ์เครื่องประดับ

ก. Minimize $Z = 20x_1 + 10x_2 + 30x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 200$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 200$$
$$x_1 + 2x_3 \geq 150$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ข. Minimize $Z = 20x_1 + 10x_2 + 30x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 200$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 200$$
$$x_1 + 2x_3 \leq 150$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ค. Minimize $Z = 20x_1 + 10x_2 + 30x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 200$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 100$$
$$x_1 + 2x_3 \leq 100$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

ง. Minimize $Z = 20x_1 + 10x_2 + 30x_3$

ภายใต้เงื่อนไข

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 200$$
$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 100$$
$$x_1 + 2x_3 \leq 100$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

12. นักเรียนกลุ่มนี้สามารถลงทุนที่ต่ำที่สุดสำหรับการประดิษฐ์เครื่องประดับ ตรงตามข้อใด

ก. 2,000 บาท

ข. 2,750 บาท

ค. 3,000 บาท

ง. 3,500 บาท

13. ต้องผลิตเครื่องประดับอย่างไรจึงจะลงทุนต่ำที่สุด

ก. ประดิษฐ์เครื่องประดับแบบที่ 1 เพียงอย่างเดียว จำนวน 100 ชิ้น

ข. ประดิษฐ์เครื่องประดับแบบที่ 2 จำนวน 50 ชิ้น แบบที่ 3 จำนวน 175 ชิ้นและแบบที่ 1 ไม่ต้องทำการประดิษฐ์เลย

ค. ประดิษฐ์เครื่องประดับแบบที่ 1 จำนวน 150 ชิ้น แบบที่ 2 จำนวน 50 ชิ้นและแบบที่ 3 ไม่ต้องทำการประดิษฐ์เลย

ง. ประดิษฐ์เครื่องประดับแบบที่ 3 เพียงอย่างเดียว จำนวน 100 ชิ้น

14. ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับทรัพยากรสำหรับการผลิตเครื่องประดับเพื่อให้ได้ต้นทุนต่ำสุด

ก. ใช้ลูกปัดขนาดเล็กมากกว่าปริมาณขั้นต่ำที่มีอยู่ 150 ถุง และใช้ลูกปัดขนาดกลางและขนาดใหญ่หมดพอดี

ข. ปริมาณลูกปัดขนาดเล็กเหลืออยู่ 150 ถุง และใช้ลูกปัดขนาดกลางและขนาดใหญ่หมดพอดี

ค. ใช้ลูกปัดทุกขนาดหมดพอดี

ง. ใช้ปริมาณลูกปัดขนาดเล็กเท่ากับปริมาณขั้นต่ำที่มีอยู่ และและใช้ลูกปัดขนาดกลางและขนาดใหญ่หมดพอดี

15. อยากทราบว่าในการประดิษฐ์เครื่องประดับเพื่อให้ลงทุนต่ำที่สุดใช้ลูกปัดขนาดเล็กไปทั้งสิ้นกี่ถุง

ก. 350 ถุง

ข. 150 ถุง

ค. 200 ถุง

ง. ไม่มีข้อใดถูก

**ขอให้นักเรียนทุกคนทำข้อสอบทุกข้อด้วยความตั้งใจ Good Luck**

# แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
# เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

**คำชี้แจง**

1. แบบทดสอบนี้สร้างขึ้นเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ หลังจากเรียนหน่วยการเรียนที่ 3 ในชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์
2. แบบทดสอบฉบับนี้มี 2 ตอน คือ
   **ตอนที่ 1** เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ
   **ตอนที่ 2** เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ
3. เวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบทั้งหมด 2 คาบ (100 นาที)
4. อุปกรณ์ที่สามารถนำเข้าห้องสอบได้ ได้แก่ ยางลบ ปากกา ดินสอ ปากกาลบคำผิด เครื่องคิดคำนวณ ไม้บรรทัด

**ตอนที่ 2** เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย

**คำสั่ง :** ให้นักเรียนแสดงวิธีทำต่อไปนี้โดยละเอียด

1. จงแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นและบอกลักษณะผลลัพธ์ของกำหนดการเชิงเส้นที่กำหนดให้ต่อไปนี้

   Minimize $Z = -x_1 + 2x_2 + 4x_3$

   ภายใต้เงื่อนไข

   $$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$
   $$2x_2 + x_3 = 48$$
   $$x_1 + x_2 - x_3 \geq 20$$
   $$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

**วิธีทำ** จัดกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปมาตรฐาน

Minimize .....

ภายใต้เงื่อนไข

.....

.....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | $C_j$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | | |

ลักษณะผลลัพธ์คือ……

สรุปผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด (ถ้ามี) คือ.....

.....……

……

2. ในการดำเนินการผลิต ผลิตภัณฑ์หนึ่งตำบลหนึ่งผลิตภัณฑ์ของตำบลแห่งหนึ่งได้ทำการผลิตแจกัน ซึ่งมีรูปแบบแตกต่างกัน 4 แบบ โดยในแต่ละแบบต้องผ่านกระบวนการผลิต อยู่สามขั้นตอนคือ การขึ้นรูป การเผา และการเคลือบสี ในการผลิตแจกัน ในชั่วระยะเวลาหนึ่งของแต่ละกระบวนการผลิตมีข้อจำกัดด้านชั่วโมงในการทำงาน และได้รับกำไรจากการขายแจกันแต่ละแบบต่อชิ้น ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางต่อไปนี้

| เวลาที่ใช้ในกระบวนการผลิต / รูปแบบของแจกัน | การขึ้นรูป (ชั่วโมง/ชิ้น) | การเผา (ชั่วโมง/ชิ้น) | การเคลือบสี (ชั่วโมง/ชิ้น) | กำไรต่อชิ้น (บาท) |
|---|---|---|---|---|
| แบบที่ 1 | 3 | 1 | 1 | 300 |
| แบบที่ 2 | 1 | 2 | 1 | 200 |
| แบบที่ 3 | 2 | 2 | 1 | 250 |
| แบบที่ 4 | 3 | 2 | 0 | 150 |
| เวลาในการทำงานไม่เกิน (ชั่วโมง) | 150 | 200 | 300 | - |

อยากทราบว่าตำบลแห่งนี้ต้องทำการผลิตแจกันแต่ละชนิดจำนวนเท่าใดจึงจะได้กำไรมากที่สุด และได้กำไรมากที่สุดเท่าใด

**วิธีทำ**

**ขั้นที่ 1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อวิเคราะห์และจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

**ส่วนจุดประสงค์** ……..

**ส่วนเงื่อนไข** …….

…….

.....

…….

……..

**สิ่งโจทย์ต้องการทราบ**…….

……..

…….

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | | | | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|---|
| ส่วนเงื่อนไข | | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ส่วนจุดประสงค์ | | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

ให้ $x_1$ แทน .....

$x_2$ แทน .....

$x_3$ แทน .....

$x_4$ แทน .....

และ $Z$ แทน .....

ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

เขียนแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐาน ได้ดังนี้

.....

ภายใต้เงื่อนไข

.....

.....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | $C_j$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 3**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**สามารถอ่านผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้จากตารางดังนี้**

.....

.....

.....

.....

.....

**ตอบ (พร้อมอธิบายผล)**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. บริษัทมุกดาหารเฟอร์เจอร์ได้ทำการผลิตชุดโต๊ะอาหารออกจำหน่าย 3 แบบด้วยกันคือ ชุดโต๊ะอาหาร แบบ 4 ที่นั่ง ชุดโต๊ะอาหารแบบ 6 ที่นั่ง และชุดโต๊ะอาหารแบบ 10 ที่นั่ง ในการผลิตโต๊ะอาหารแต่ละชุด ต้องใช้เวลาในการขัดกลึงตกแต่งไม้ เวลาในการประกอบชุดโต๊ะอาหาร และปริมาณไม้ที่ใช้ในการผลิตแตกต่างกันตามชนิดชุดโต๊ะอาหารที่ทำการผลิต กำไรที่บริษัทจะได้รับจากการจำหน่ายชุดโต๊ะอาหารแต่ละชนิดไม่เท่ากัน ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

| | ประเภทชุดโต๊ะอาหาร | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 ที่นั่ง | 6 ที่นั่ง | 10 ที่นั่ง | ปริมาณที่มี |
| เวลาในการขัดกลึงตกแต่ง (ชม. / ชุด) | 3 | 5 | 6 | 2000 ชม. |
| เวลาในการประกอบชุดโต๊ะอาหาร (ชม. / ชุด) | 1 | 1 | 2 | 400 ชม. |
| ปริมาณไม้ที่ใช้ (ลูกบาศก์ฟุต/ชุด) | 1 | 1 | 3 | 500 ลูกบาศก์ฟุต |
| กำไรต่อหน่วย (บาท/ชุด) | 2500 | 3000 | 6500 | - |

ทางบริษัทต้องการทราบว่าควรจะผลิตชุดอาหารชนิดใดบ้าง เป็นจำนวนเท่าไร จึงจะทำให้ได้กำไรมากที่สุด

**ขั้นที่ 1** ขั้นทำความเข้าใจโจทย์ เพื่อวิเคราะห์และจำแนกสถานการณ์ได้ดังนี้

**ส่วนจุดประสงค์** .....

**ส่วนเงื่อนไข** .....

.....

.....

.....

.....

**สิ่งโจทย์ต้องการทราบ** .....

.....

.....

**ขั้นที่ 2** วิเคราะห์ความสัมพันธ์

| องค์ประกอบแต่ละรายการ / สถานการณ์ | | | | (ความจำกัด) |
|---|---|---|---|---|
| **ส่วนเงื่อนไข** | | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |
| **ส่วนจุดประสงค์** | | | | |
| ..... | ..... | ..... | ..... | ..... |

ให้ $x_1$ แทน .....

$x_2$ แทน .....

$x_3$ แทน .....

และ $Z$ แทน .....

ดังนั้นจะได้ ฟังก์ชันจุดประสงค์ .....

เงื่อนไขบังคับ

.....

.....

.....

.....

**ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาด้วยวิธีซิมเพล็กซ์**

เขียนแบบจำลองกำหนดการเชิงเส้นในรูปมาตรฐาน ได้ดังนี้

.....

ภายใต้เงื่อนไข

.....

.....

.....

.....

.....

**ตารางผลลัพธ์เบื้องต้น**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 2**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**ตารางผลลัพธ์ชุดที่ 3**

| | $C_j$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_b$ | ตัวแปรมูลฐาน | | | | | | | ผลลัพธ์ |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | $Z_j$ | | | | | | | |
| | $C_j - Z_j$ | | | | | | | |

**สามารถอ่านผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้จากตารางดังนี้**

.....

.....

.....

.....

**ตอบ(พร้อมทั้งอธิบายผล)**

.....

.....

.....

.....

.....

# ภาคผนวก ฉ
# รายนามผู้เชี่ยวชาญ

# รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายนามผู้เชี่ยวชาญการสอนคณิตศาสตร์ ที่ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหาในหน่วยการเรียนและใบกิจกรรมของชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ตรวจสอบความถูกต้องของแผนการเรียนรู้ ตรวจสอบความสอดคล้องของเนื้อหากับจุดประสงค์การเรียนรู้ ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีกราฟ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องกำหนดการเชิงเส้นด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ มีดังนี้

1. อาจารย์ ดร. สายัณห์ โสธะโร
   อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

2. อาจารย์ ธนูชัย ภูอุดม
   อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

3. อาจารย์ กาญจนา พานิชการ
   อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เผ่าไทย วงศ์เหลา
   อาจารย์ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี

# ประวัติย่อผู้วิจัย

# ประวัติย่อผู้วิจัย

| | |
|---|---|
| ชื่อ สกุล | นางสาวสังเวียน แผนสุพัด |
| วันเดือนปีเกิด | 24 กุมภาพันธ์ 2521 |
| สถานที่เกิด | อำเภอนิคมคำสร้อย จังหวัดมุกดาหาร |
| สถานที่อยู่ปัจจุบัน | 43 หมู่ 12 ตำบลนาอุดม อำเภอนิคมคำสร้อย จังหวัดมุกดาหาร |
| ตำแหน่งหน้าที่งานปัจจุบัน | ครู (คศ.1) |
| สถานที่ทำงานปัจจุบัน | โรงเรียนชัยปัญญาวิทยานุสรณ์ อำเภอคำชะอี จังหวัดมุกดาหาร |
| ประวัติการศึกษา | |
| พ.ศ. 2533 | ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านป่าเตย จังหวัดมุกดาหาร |
| พ.ศ. 2536 | ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนอุดมวิทย์ จังหวัดมุกดาหาร |
| พ.ศ. 2539 | ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนเลิงนกทา จังหวัดยโสธร |
| พ.ศ. 2543 | ครุศาสตรบัณฑิต (ค.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี |
| พ.ศ. 2552 | การศึกษามหาบัณฑิต (กศ.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ |